



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA



DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DA INCERTEZA NO
DIMENSIONAMENTO DE REDES MÓVEIS**

MELISSA DE MARTINS PINHEIRO

ORIENTADOR: LEONARDO R.A.X. DE MENEZES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PUBLICAÇÃO: 440/2011
BRASÍLIA/DF: JULHO - 2011

FICHA CATALOGRÁFICA

PINHEIRO, MELISSA DE MARTINS

Aplicação da Transformada da Incerteza em Dimensionamento de Redes Móveis. [DISTRITO FEDERAL 2011].

xv, 87p., 210X297mm (PGEE/FT/UNB, Mestre, Engenharia Elétrica 2011)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Comunicações Móveis

2. Análise Estatística

3. Propagação

4. Dimensionamento

I. ENE/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

PINHEIRO, MELISSA DE MARTINS. (2011). Aplicação da Transformada da Incerteza no Dimensionamento de Redes Móveis. Dissertação de Mestrado em Telecomunicações, Publicação 440/2011, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 93p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Melissa de Martins Pinheiro.

TÍTULO: Aplicação da Transformada da Incerteza no Dimensionamento de Redes Móveis

GRAU: Mestre

ANO: 2011

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Melissa de Martins Pinheiro

DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado aos meus filhos Diogo e Caio,
ao meu esposo Gustavo e à minha mãe Selma
pelo imensurável apoio que me deram.

AGRADECIMENTOS

Agradeço acima de tudo a Deus que ilumina minha vida em todos os momentos.

Agradeço à minha avó Domingas pelo exemplo de humildade e caridade que levo por toda a minha vida.

Agradeço à Vovó Lúcia e a todos os que com ela trabalham pelo acompanhamento espiritual a mim dedicados ao longo da minha vida e deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, Selma e Marco Antônio, por terem me dado o dom da vida e por não terem medido esforços para me darem a única coisa na minha vida que não pode ser perdida, o conhecimento. Agradeço em especial à minha mãe pelo amor dedicado aos meus filhos.

Agradeço ao meu esposo Gustavo, por me ensinar o dom da paciência e da alegria e por ter me incentivado e me apoiado incondicionalmente para a realização deste projeto.

Agradeço aos meus filhos, Diogo e Caio, por me proporcionarem momentos de descontração com muito amor e carinho.

Agradeço ao meu sobrinho e afilhado, Leandro, pelos sorrisos e abraços apertados.

Agradeço às minhas irmãs, Rejane e Carolina, pelas palavras e pelos exemplos de persistência.

Agradeço ao meu cunhado, Alessandro, pelo incentivo e pela indispensável ajuda durante o mestrado.

Agradeço ao meu sogro Salvador com quem convivi por pouco tempo mas com quem muito aprendi.

Agradeço à minha sogra Elisa pelos ensinamentos espirituais e pelas orações.

Agradeço aos meus cunhados, Sérgio, Vlad e Soyane, e à minha sobrinha Rayanne, pelos bons momentos de descontração em Cuiabá.

Agradeço ao professor Leonardo por ter acreditado em mim e me dado a oportunidade de realizar este projeto.

RESUMO

APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE INCERTEZA (UT) NO DIMENSIONAMENTO DE REDES MÓVEIS

Autor: Melissa de Martins Pinheiro

Orientador: PhD. Leonardo R.A.X. De Menezes

Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

Brasília, Julho de 2011

RESUMO

O planejamento de uma rede de telecomunicações móvel requer métodos eficientes e precisos para a avaliação de seu desempenho. Este trabalho tem como objetivo apresentar a aplicação da transformada da incerteza como uma alternativa ao método de Monte Carlo comumente utilizado para este fim. Quando a complexidade das redes aumenta, o tempo e as configurações de hardware necessário para as simulações se tornam muito grandes limitando bastante o seu uso.

Neste trabalho apresenta-se a UT, *Unscented Transform* (transformada da incerteza) como uma ferramenta estatística utilizada para obter a média ou esperança da potência irradiada necessária por uma estação rádio base em uma rede WCDMA para atender à quantidade de usuários desejada. Matematicamente falando, a esperança (média) é a soma ponderada de todos os possíveis valores assumidos por uma variável, vezes a probabilidade de acontecimento dos mesmos. Neste trabalho será mostrada a teoria básica da UT cuja ideia é determinar um conjunto finito de pontos, denominados pontos-sigma, que aproximam esta soma quando ponderados pelos pesos devidos.

No campo de planejamento de redes móveis a UT ainda não foi ainda estudada e este trabalho traz os primeiros resultados.

Os resultados preliminares serão apresentados em cenários simplificados e comparados ao Método de Monte Carlo. Embora uma pesquisa mais profunda seja necessária para aplicar a teoria da UT em cenários mais complexos, esse estudo é fundamental para o desenvolvimento de uma nova e mais eficiente ferramenta de avaliação de desempenho de rede.

ABSTRACT

APLICACION OF UNSCENTED TRANSFORMED (UT) FOR MOBILE NETWORK DIMENSIONING

Author: Melissa de Martins Pinheiro

Advisor: Leonardo R.A. X. de Menezes

Post-graduation in Electrical Engineering

ABSTRACT

The planning of a mobile network requires efficient and accurate methods for evaluating their performance. This paper aims to present the application of the Unscented Transform as an alternative to the Monte Carlo method, commonly used for this purpose. When the complexity of networks increases, the time and hardware settings required for the simulations become very large and limit their use.

This work presents the UT as a statistic tool to find the average of the radiated power required by a base station in a WCDMA network to meet the desired amount of users. Mathematically speaking, the average is the weighted sum of all possible values held by a variable, multiplied by its probability of occurrence. The theory of UT explains how a set of finite points called sigma points reach the average when properly weighted.

This work will use the basic theory of UT to innovate in the mobile network-planning field. The preliminary results will be presented in simplified scenarios and compared with the Monte Carlo Method. Although applying this study to more complex scenarios will require further research, this work is crucial for the development of a new and more efficient tool for network performance evaluation.

Índice

1	INTRODUÇÃO.....	1
2	Conceitos Fundamentais de Probabilidade e Estatística	5
2.1	Variáveis aleatórias.....	5
2.1.1	Espaço de probabilidade	5
2.1.2	Definição de variáveis aleatórias.....	7
2.2	A teoria de probabilidade	8
2.3	Medidas de dispersão	8
2.3.1	Valor Esperado.....	8
2.3.2	Momentos.....	9
2.3.3	Variância e Desvio padrão	9
2.3.4	Covariância.....	10
2.4	Funções estatísticas	11
2.4.1	Função de Distribuição Cumulativa (CDF – <i>Cumulative Distribution Function</i>)	11
2.4.2	Função Densidade de Probabilidade (PDF – <i>Probability Density Funtion</i>).....	12
2.4.3	Distribuição de probabilidade discreta.....	12
2.4.4	Distribuição de probabilidade contínua	12
3	Estimando a esperança	18
3.1	Teoria da transformada da incerteza Gaussiana.....	18
3.2	Método de monte carlo	29
4	Modelamento do Canal de Transmissão Sem Fio.....	30
4.1	Modelos de propagação.....	31
4.1.1	Okumura-Hata	32
4.1.2	COST 231-Hata [20].....	33

4.1.3	COST 231 – Walfish Ikegami	34
4.2	Desvanecimento de Larga Escala	35
4.3	Desvanecimento de Pequena Escala	36
5	Análise da relação cobertura/capacidade e os parâmetros de interferência multi usuário	38
5.1	A Interferência multiusuário	38
5.2	Representação da interferência	40
5.2.1	Aumento do Ruído (Noise Rise).....	40
5.2.2	Fator de carga (<i>Load Factor</i>).....	41
5.2.3	Fator de Geometria (<i>Geometric Factor</i>)	41
5.2.4	O fator f	42
5.3	Potência-capacidade no downlink.....	42
5.3.1	Fórmula Geral para Potência no Downlink.....	42
5.3.2	Capacidade de Polo (<i>Pole Capacity</i>) e Fator de carga efetivo no downlink	45
5.3.3	Serviço único e generalização para as classes multisserviço.....	46
6	Aplicação da UTG para dimensionamento de Redes 3G.....	48
6.1	Cenário 1: 1 célula omnidirecional	48
6.2	Obtendo a média de g_{1k} com a utG	51
6.3	cenário 2: cluster com 7 células ominidirecionais	61
6.4	Obtendo a média de g_{mk} e g_{nk} com a utG.....	64
7	CONCLUSÕES.....	72
	Referências Bibliográficas	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Função Probabilidade para distribuição normal.....	14
Figura 2.2 - Função de distribuição cumulativa para distribuição normal.	15
Figura 2.3 - Função Densidade de probabilidade para distribuição uniforme...	16
Figura 2.4 - Função de distribuição cumulativa para distribuição uniforme	17
Figura 3.1 - O princípio da UT	18
Figura 6.1- Cenário simplificado com uma célula	49
Figura 6.2 – Distribuição dos usuários com a UT com 1 variável	53
Figura 6.3 – Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1.....	55
Figura 6.4 - Gráfico Potência média em Watt para o Cenário 1	56
Figura 6.5 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1 com pesos modificados e 3 pontos-sigma.....	57
Figura 6.6 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1 com pesos modificados e 5 pontos-sigma.....	58
Figura 6.7 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1 com pesos modificados e 7 pontos-sigma.....	59
Figura 6.8 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1 com pesos modificados e 10 pontos-sigma.....	59
Figura 6.9 – Cenário 2: 7 células omnidirecionais	62
Figura 6.10 - Distribuição dos usuários com a UT com 2 variáveis	66
Figura 6.11 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 2 com 9 pontos-sigma.....	68
Figura 6.12 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 2 com pesos modificados e 9 pontos-sigma.....	69
Figura 6.13 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 2 com pesos modificados e 30 pontos-sigma.....	70
Figura 6.14 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 2 com pesos modificados e 40 pontos-sigma.....	70
Figura 7.1 – Exemplo de um diagrama hierárquico para análise de uma rede WCDMA	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1- Pontos-sigma para uma distribuição uniforme [9].....	28
Tabela 3.2 – Pesos para uma distribuição uniforme [9].....	28
Tabela 4.1 - Aplicação dos modelos de Propagação.....	35
Tabela 6.1 – Definindo a densidade de usuários.....	52
Tabela 6.2 – Cálculo de gm.....	52
Tabela 6.3 – Parâmetros para o cenário 1.....	54
Tabela 6.4 – Potência consumida por 1 usuário em função da Distância	56
Tabela 6.5 – Tabela de Pesos modificados para a distribuição “uniforme”	57
Tabela 6.6 – Parâmetros para usuário de dados 64 Kbps.....	61
Tabela 6.7 – Pesos para as duas variáveis independentes.....	67
Tabela 6.8 – Cálculo de fDL.....	67

LISTA DE ABREVIACOES

3G: Terceira Geração

BS: Base Station

BTS: Base Transceiver Station

CDF: Cumulative Distribution Function

CDMA: Code-Division Multiple Access

dB: Decibel

DL: Downlink

FDMA: Frequency Division Multiple Access

GSM: Global System for Mobile Communications

HO: Handover

ISI: Inter Symbol Interference

LOS: Line of Sight

LTE: Long Term Evolution

Mcps: Mega chips por segundo

MHz: Mega hertz

MS: Mobile Station

NLOS: Non line of sight.

PDF: Probability Density Function

RF: Rdio Frequência

RAB: Radio Access Bearer

RRM : Radio Resource Management

RX: Recepção

SHO: Soft Handover

TX: Transmissão

UL: Uplink

UMTS: Universal Mobile Telecommunications System

UT: Unscented Transform

UTG: Unscented Transform Gaussiana

WCDMA: Wide-Band Code-Division Multiple Access

Wi-Max: Worldwide Interoperability for Microwave Access

1 INTRODUÇÃO

Desde a introdução do GSM, *Global System for Mobile Communications*, como o padrão de segunda geração mais utilizado no mundo, as comunicações móveis se estabelecerem e vêm crescendo muito nos últimos anos.

Com este grande crescimento, os investimentos feitos pelas as operadoras são muito altos e ao mesmo tempo é preciso garantir o retorno destes investimentos.

Uma importante maneira de melhorar a eficiência dos custos das redes móveis é a otimização da infraestrutura da rede existente, em particular, da interface aérea. Além disso, é preciso um bom planejamento de novas redes, a fim de explorar plenamente a infraestrutura em termos de capacidade e qualidade oferecida ao usuário final. Com um bom planejamento, é possível reduzir significativamente o montante de investimento necessário para atingir a qualidade desejada na rede.

A interface aérea indica os protocolos de comunicação entre estações rádio base e usuário. Uma estação rádio base geralmente compreende várias células, cada uma servindo um conjunto de usuários. As transmissões de sinais entre as células são separadas por pelo menos um dos seguintes mecanismos: divisão de espaço, divisão de frequência, divisão de código, e divisão de tempo. Na maioria das redes móveis, a divisão do espaço é aplicada usando antenas direcionais separadas e associadas com as células individuais, cada uma das antenas apontando para uma diferente direção horizontal. A orientação da antena é descrita por seu ângulo de azimute, ou seja, a direção horizontal do lóbulo principal da antena, e por seu ângulo de inclinação, ou seja, o ângulo vertical do lóbulo principal da antena. Ângulos de azimute e inclinação são dois dos mais importantes parâmetros de projeto de rede. Outros parâmetros importantes são a posição das estações rádio base, o número de células por estação de base, a altura das antenas, parâmetros e configurações lógicas e etc. Há ainda parâmetros relacionados com o *Radio Resource Management* (RRM), *handover* (mudança de célula devido à

mobilidade do usuário) e parâmetros de controle de admissão de chamadas, que contribuem para o desempenho geral da rede. O objetivo do processo de planejamento da rede de rádio é otimizar todos parâmetros acima mencionados, tais que, dado um conjunto específico de restrições como a percepção do usuário final para uma desejada qualidade e o custo total máximo da rede, a capacidade da rede seja maximizada. O planejamento rádio da rede em geral constitui um compromisso entre a cobertura, por exemplo, determinada por um nível de sinal suficiente requerido, e a capacidade, que é altamente relacionada com a quantidade de interferência experimentada pelos usuários. Por exemplo, se a potência do sinal recebido na borda de uma área celular for aumentada pela inclinação da antena da estação para cima (melhor cobertura), nas células vizinhas é introduzida interferência, diminuindo assim a capacidade dessas células.

Para se prever o desempenho da rede e a configuração necessária, são usadas ferramentas de planejamento, conhecidas como *softwares de* predição de rede. Nestas ferramentas, os dados são sucessivamente alterados manualmente pelo planejador ou de forma automatizada pelo *software*. Estas ferramentas funcionam baseadas em previsões a respeito das perdas no caminho e dos dados de tráfego. Este processo possui algumas fraquezas inerentes. As ferramentas de planejamento atuais tem deficiências consideráveis no que diz respeito à precisão dos resultados e ao tempo computacional necessário para obter significância estatística nos resultados. Na verdade, esta é a razão pela qual muitos engenheiros de planejamento de rede ainda tendem a realizar um planejamento com base em cobertura. Isso foi uma abordagem utilizada antigamente para o planejamento das tradicionais redes GSM, que usam FDMA (*Frequency Division Multiple Access*) com fatores de reutilização de frequência comparativamente grandes. Hoje em dia, mesmo o GSM é limitado por interferência. Nas redes atuais como o UMTS onde o reuso de frequências é 1, esta é uma abordagem equivocada. A escolha do método de avaliação de desempenho é um compromisso entre precisão e desempenho em termos de complexidade computacional. Simulações dinâmicas, que incluem a mobilidade do usuário e a dinâmica do

tráfego, bem como a dinâmica dos processos físicos envolvidos, como por exemplo, os efeitos do desvanecimento sobre alguns períodos de tempo, proporcionam, algumas vezes, resultados mais precisos mas no entanto exigem um esforço computacional muito grande inviabilizando, na maioria das vezes, seu uso na prática. As ferramentas comerciais atuais utilizam simulações estáticas, obtidas utilizando o método de Monte Carlo. Os resultados são considerados aceitáveis, mas geralmente o tamanho da rede é um fator limitante pois redes muito grandes precisariam de supercomputadores para que os resultados pudessem convergir. Esta dissertação apresenta a aplicação da transformada da incerteza gaussiana (UTG) para o propósito de dimensionamento de redes WCDMA, embora os conceitos aqui apresentados possam ser estendidos para qualquer tecnologia, já que a ideia desta dissertação é apresentar uma ferramenta estatística que possa ser utilizada como alternativa ao método de Monte Carlo no planejamento de redes onde a posição dos usuários não é conhecida.

No Capítulo 2 são apresentados os conceitos básicos de probabilidade e estatística que servirão de alicerce teórico para a compreensão do trabalho. São apresentados conceitos de valor esperado, variância, momentos, variáveis aleatórias e funções de variáveis aleatórias.

No Capítulo 3 é apresentada a teoria da transformada da incerteza juntamente com uma breve teoria do método de Monte Carlo que será utilizado ao longo do trabalho como forma de comparação e validação dos resultados obtidos.

O Capítulo 4 aborda temas relacionados ao modelamento do canal de propagação de rádio e traz os conceitos de modelo de propagação, desvanecimento rápido e desvanecimento lento.

No Capítulo 5 são apresentados os conceitos básicos de dimensionamento de redes WCDMA e as equações que serão utilizadas ao longo do trabalho.

O Capítulo 6 apresenta a metodologia utilizada para a aplicação da UT no dimensionamento de redes WCDMA e os resultados obtidos em dois diferentes

cenários e compara os resultados com os obtidos através do Método de Monte Carlo.

Finalmente, no Capítulo 7 são apresentadas as conclusões do trabalho e os trabalhos futuros.

2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar os conceitos elementares de probabilidade com o intuito de dar ao leitor um breve resumo dos principais conceitos relacionados a variáveis aleatórias, esperança, variância e funções densidade de probabilidade.

Um estudo completo pode ser obtido em [1]

2.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

2.1.1 Espaço de probabilidade

Ao realizar-se, repetidas vezes, um dado experimento com condições, parâmetros e métodos bem definidos, obtém-se um conjunto de resultados possíveis para tal experimento. Este conjunto chama-se *espaço amostral* do experimento.

Definição 2.1 - O *espaço amostral* de um experimento é o conjunto Ω , tal que todo resultado possível do experimento corresponde a um, e somente um, $\omega \in \Omega$, e um mesmo ω não pode corresponder a dois resultados distintos.

Supondo, que num dado experimento, deseja-se observar um determinado subconjunto A do espaço amostral Ω . Se o resultado ω de uma das repetições do experimento pertencer a A , diz-se que ω é favorável a A ; caso contrário, diz-se que ω não é favorável a A . Dá-se ao conjunto A o nome de *evento*.

Definição 2.2 - *Evento* é qualquer subconjunto A do espaço amostral Ω de um experimento. O conjunto unitário $\{\omega\}$ é denominado evento *elementar*, \emptyset é chamado evento *impossível* e Ω é o evento *certo*.

O resultado ω de um experimento pode ou não ser favorável a um evento A ; pode acontecer dos resultados das diferentes iterações nunca serem favoráveis ou sempre serem favoráveis a A ; ou pode ainda acontecer de ω favorecer um a evento B mais frequentemente do que favorece a A . Suponha que possa se associar a cada evento $A \in \Omega$ um número real $P(A)$ que

represente a chance de ocorrência de tal evento num experimento. *Eventos aleatórios* são os eventos em que tal associação pode ser feita; chama-se de *probabilidade* de A o número $P(A)$.

Definição 2.3 - Seja $B \in \Omega$ um subconjunto de eventos aleatórios. Chama-se *função de probabilidade* P em B , ou simplesmente *probabilidade* em B , a uma função $P: B \rightarrow \mathcal{R}$ tal que

1. $P(A) \geq 0, \forall A \in B$
2. $P(\Omega) = 1$
3. Se quaisquer N eventos $A_1, A_2, \dots, A_N \in B$ forem disjuntos (isto é, $A_i \cap A_j = \emptyset$ para $i \neq j$), então

$$P\left(\bigcup_{k=1}^N A_k\right) = \sum_{k=1}^N P(A_k) \quad (2.1)$$

Considere agora o subconjunto $\mathbb{A} \in \Omega$ que possui uma probabilidade $P(A)$ associada, o qual é denominado *classe dos eventos aleatórios* de Ω . Se uma classe de eventos aleatórios contiver o evento certo e for fechada para o complementar (isto é, o complementar de todos os seus elementos também pertence a ela) e para a união (todas as possíveis uniões entre seus elementos estão contidas nela), ela será chamada *álgebra de eventos*.

Definição 2.4 - Seja \mathbb{A} a classe de eventos aleatórios de Ω . Chama-se \mathbb{A} de *álgebra de eventos* ou *álgebra de subconjuntos de Ω* se \mathbb{A} satisfizer as seguintes condições:

1. $\Omega \in \mathbb{A}$
2. Se $A \in \mathbb{A}$, então $A^c \in \mathbb{A}$
3. Se $A, B \in \mathbb{A}$, então $A \cup B \in \mathbb{A}$

Define-se espaço de probabilidade (Ω, \mathbb{A}, P) a junção de três componentes: espaço amostral Ω não-nulo, álgebra de eventos \mathbb{A} e função de probabilidade P em \mathbb{A} .

2.1.2 Definição de variáveis aleatórias

Ao realizar certo experimento, podem-se associar valores numéricos aos seus possíveis resultados. Estes valores podem ser utilizados para uma melhor identificação dos resultados possíveis ou podem mesmo ser a informação que se pretende obter a partir do experimento.

Definição 2.5 – Uma *variável aleatória* X em um espaço de probabilidade (Ω, \mathbb{A}, P) é uma função real definida no espaço Ω tal que $[X \leq x]$ é o evento aleatório para todo $x \in \mathcal{R}$, isto é, $X: \Omega \rightarrow \mathcal{R}$ é variável aleatória se $[X \leq x] \in \mathbb{A}, \forall x \in \mathcal{R}$.

Como o evento $[X \leq x]$ pertence a \mathbb{A} , pode-se calcular sua probabilidade. Se tomarmos $x_1, x_2 \in \mathcal{R}$, com $x_1 \leq x_2$, têm-se $P(X \leq x_1) \leq P(X \leq x_2)$. Deste modo, à medida que se avança para a direita na reta real, a probabilidade do evento $[X \leq x]$ aumenta, tendendo ao limite de 1. Define-se uma função F que associará, para cada ponto x da reta real, a probabilidade do evento $[X \leq x]$ ocorrer. Devido às características citadas, ela é denominada *função de distribuição acumulada*, ou simplesmente, *função de distribuição* de X .

As variáveis aleatórias, por serem definidas como funções, podem ser classificadas como *discretas*, *contínuas* ou *descontínuas*.

Uma variável aleatória X é chamada contínua se sua função distribuição $F(x)$ é contínua.

Uma variável aleatória X é chamada discreta se sua função distribuição $F(x)$ for constante por partes.

Uma variável aleatória X é chamada descontínua se sua função distribuição $F(x)$ for contínua por partes (ou seja, contínua a menos de um conjunto de pontos $\{x, \dots\} \subset \mathcal{R}$ enumerável).

Definição 2.6 – Chama-se *função de distribuição acumulada* F_X da variável aleatória X a função $F_X: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ tal que

$$F_x(x) = P(X \leq x). \quad (2.2)$$

Esta função é a função de distribuição acumulada de alguma variável X se e somente se F satisfizer as seguintes condições [2]

a) se $x < y$, então $F(x) \leq F(y)$,

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$ e (2.3)

c) F é contínua à direita, i. e., $F(x + h) \rightarrow F(x)$ para $h \downarrow 0$.

2.2 A TEORIA DE PROBABILIDADE

Seja um experimento realizado n vezes e n_a o número de vezes que um evento específico ocorre. Segundo a definição clássica da Teoria Probabilística, a frequência relativa n_a/n é próxima de $P(A)$ se n for suficientemente grande.

$$P(A) \cong \frac{n_a}{n} \quad (2.4)$$

2.3 MEDIDAS DE DISPERSÃO

2.3.1 Valor Esperado

Obtida durante um número muito grande de tentativas, a média estatística é baseada na probabilidade de ocorrência [3].

Definição 2.7 - Seja X uma variável aleatória discreta com $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots\}$ e $\mathbb{P}\{X = x_i\} = p(x_i), i = 1, 2, \dots$. O valor esperado de X é definido como

$$E\{x\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{n} x_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \left(\frac{n_i}{n}\right) x_i = \sum_{i=1}^N p(x_i) x_i, \quad (2.5)$$

em que

$E\{x\} \rightarrow$ Valor esperado de x

$p(x_i) \rightarrow$ Probabilidade de ocorrência de x_i

Definição 2.8 - Seja X uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$. O valor esperado de X é definido como

$$E\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx. \quad (2.6)$$

2.3.2 Momentos

Momentos são grandezas associadas a uma variável aleatória X que caracterizam a mesma, dando, dentre outras, informações sobre seu valor esperado, sua medida de dispersão e a forma da sua função de densidade de probabilidade.

Definição 2.9 – Define-se como o k -ésimo momento da variável aleatória X em torno de b o valor

$$m_X^k(b) = E\{(X - b)^k\} \quad (2.7)$$

em que $k \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathcal{R}$.

Se $b = 0$, chama-se $m_X^k = m_X^k(0) = E\{X^k\}$ de k -ésimo momento de X ou momento de ordem k de X ; se $b = E\{X\}$, denomina-se $m_X^k = m_X^k(E\{X\}) = E\{(X - E\{X\})^k\}$ de k -ésimo momento central de X .

Os momentos de baixa ordem ($k = 1, 2, 3, 4$) são de grande interesse e utilidade. Se X é uma variável aleatória, o primeiro momento m_x é a esperança matemática.

2.3.3 Variância e Desvio padrão

O segundo momento central é denominado *variância de X* , e é uma medida de dispersão estatística, no sentido que mensura a distância entre os resultados obtidos em um experimento e a média (valor esperado). A unidade da variância é o quadrado da unidade da variável original

Definição 2.10 - Se variável aleatória X tem valor esperado (média) $\mu = E(X)$, então a variância $Var(X)$ de X é dada por

$$Var(X) = E\{(X - \mu)^2\}. \quad (2.8)$$

A variância é um número não negativo e a raiz quadrada positiva da variância é chamada de desvio padrão. O desvio padrão tem as mesmas unidades que a

variável original, e por esta razão pode ser mais fácil de interpretá-lo e é dado por

$$stdev(X) = \sigma = \sqrt{E\{(X - \mu)^2\}} = \sqrt{E\{X^2\} - (E\{X\})^2}. \quad (2.9)$$

Se X é uma variável aleatória contínua com função densidade probabilidade $f(x)$ então a variância será dada por

$$Var(X) = \int (x - \mu)^2 p(x) dx, \quad (2.10)$$

e o desvio padrão será dado por

$$\sigma = \sqrt{\int (x - \mu)^2 p(x) dx}, \quad (2.11)$$

em que

$$\mu = \int x p(x) dx, \quad (2.12)$$

e as integrais são definidas tomadas em x e variando ao longo de X .

Se a variável aleatória X é discreta com função de probabilidade massa $x_1 \rightarrow p_1, \dots, x_n \rightarrow p_n$, então

$$Var(X) = \sum_{i=1}^n p_i (x_i - \mu)^2. \quad (2.13)$$

Algumas distribuições não têm uma média, algumas delas não têm uma variância. A média existe sempre que a variância exista, mas não vice-versa.

2.3.4 Covariância

A covariância entre duas variáveis aleatórias de valor real X e Y , com os valores esperados $E(X) = \mu$ e $E(Y) = \nu$, é definida como

$$Cov(X, Y) = E\{(X - \mu)(Y - \nu)\} \quad (2.14)$$

onde E é o operador do valor esperado.

Pode-se reescrever a equação acima como

$$\begin{aligned}Cov(X, Y) &= E\{X \cdot Y - X\nu - \mu Y + \mu\nu\} \\Cov(X, Y) &= E\{X \cdot Y\} - \mu E\{Y\} - \nu E\{X\} + \mu\nu\end{aligned}\tag{2.15}$$

$$Cov(X, Y) = E\{X \cdot Y\} - \mu\nu.$$

Se X e Y forem variáveis aleatórias independentes, então

$$E\{X \cdot Y\} = E\{X\} \cdot E\{Y\} = \mu\nu.\tag{2.16}$$

Assim, substituindo (2.16) em (2.15) vem

$$Cov(X, Y) = 0.\tag{2.17}$$

Alguns pares de variáveis aleatórias têm covariância zero, embora elas não sejam independentes. De acordo com alguns pressupostos, covariância zero às vezes não implica independência [4].

2.4 FUNÇÕES ESTATÍSTICAS

2.4.1 Função de Distribuição Cumulativa (CDF – *Cumulative Distribution Function*)

Em Teoria de Probabilidade e Estatística, a Função de Distribuição Cumulativa (CDF), também função de probabilidade de distribuição, ou simplesmente função de distribuição, descreve completamente a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X [5]. Para avaliar cada número real x, a CDF de X é a função $F: \mathcal{R} \rightarrow [0,1]$ dada por $F(x) = \mathbb{P}\{X \leq x\}$

Em geral, a função distribuição de X pode ser expressa como

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(u)du, \quad x \in \mathcal{R},\tag{2.18}$$

ou

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}\tag{2.19}$$

para alguma função $f: \mathcal{R} \rightarrow [0, \infty]$ denominada função densidade de probabilidade de X .

No caso discreto, se $\mathbb{P}\{X = x_i\} = p_i \geq 0$ e $\sum_{i \in I} P_i = 1$ usa-se

$$f(x) = \sum_{i \in I} P_i \delta(x - x_i). \quad (2.20)$$

2.4.2 Função Densidade de Probabilidade (PDF – *Probability Density Function*)

A função densidade de probabilidade ou simplesmente função de densidade é uma função não negativa utilizada para representar a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória, ou seja, qual a chance de uma variável assumir determinado valor ao longo de um espaço de valores.

2.4.3 Distribuição de probabilidade discreta

Seja X uma variável aleatória discreta, e sejam x_1, x_2, x_3, \dots , os valores que ela pode tomar, dispostos em ordem crescente de magnitude. Suponha também probabilidades atribuídas a estes valores dadas por

$$P(X = x_i) = f(x_i) \quad x = 1, 2, \dots \quad (2.21)$$

A função massa de probabilidade, também designada distribuição de probabilidade é dada por

$$P(X = x) = f(x). \quad (2.22)$$

De modo geral, $f(x)$ é uma função de probabilidade se

$$\begin{aligned} a) f(x) &\geq 0 \text{ e} \\ b) \sum_x f(x) &= 1, \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde o somatório em (2.23b) cobre todos os valores possíveis de x .

2.4.4 Distribuição de probabilidade contínua

Seja X uma variável aleatória contínua. A probabilidade de X tomar um determinado valor é, em geral, zero. Não se pode pois definir uma função de

probabilidade contínua da mesma maneira feita para a discreta. Aqui, faz sentido falar da probabilidade de X estar compreendido entre dois valores diferentes.

A função $f(x)$ é uma função densidade de probabilidade para uma variável aleatória contínua (comumente designada simplesmente função de probabilidade) se

$$\begin{aligned} a) f(x) \geq 0 \text{ e} \\ b) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1. \end{aligned} \tag{2.24}$$

Define-se então a probabilidade de X estar entre a e b como

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx. \tag{2.25}$$

Uma distribuição tem uma função densidade se e somente se sua CDF for absolutamente contínua (2.19).

2.4.4.1 Distribuição normal (Distribuição Gaussiana)

Um dos mais importantes exemplos de distribuição contínua de probabilidade é a distribuição normal, também chamada de distribuição gaussiana. A função de densidade para esta distribuição é dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad -\infty < x < \infty \tag{2.26}$$

Onde μ e σ são, respectivamente, a média e o desvio padrão. A função de distribuição correspondente é

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-(v-\mu)^2/2\sigma^2} dv. \tag{2.27}$$

Diz-se então que a variável aleatória X é distribuída normalmente com média μ e variância σ^2 .

A distribuição normal padrão é a distribuição normal com uma média zero e variância 1.

A função de densidade para esta distribuição, que é comumente chamada função ou distribuição de densidade normal é dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}. \quad (2.28)$$

A função de distribuição correspondente é dada por

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-u^2/2} du. \quad (2.29)$$

A Figura 2.1 e a Figura 2.2 exibem os gráficos da pdf e cdf da distribuição normal.

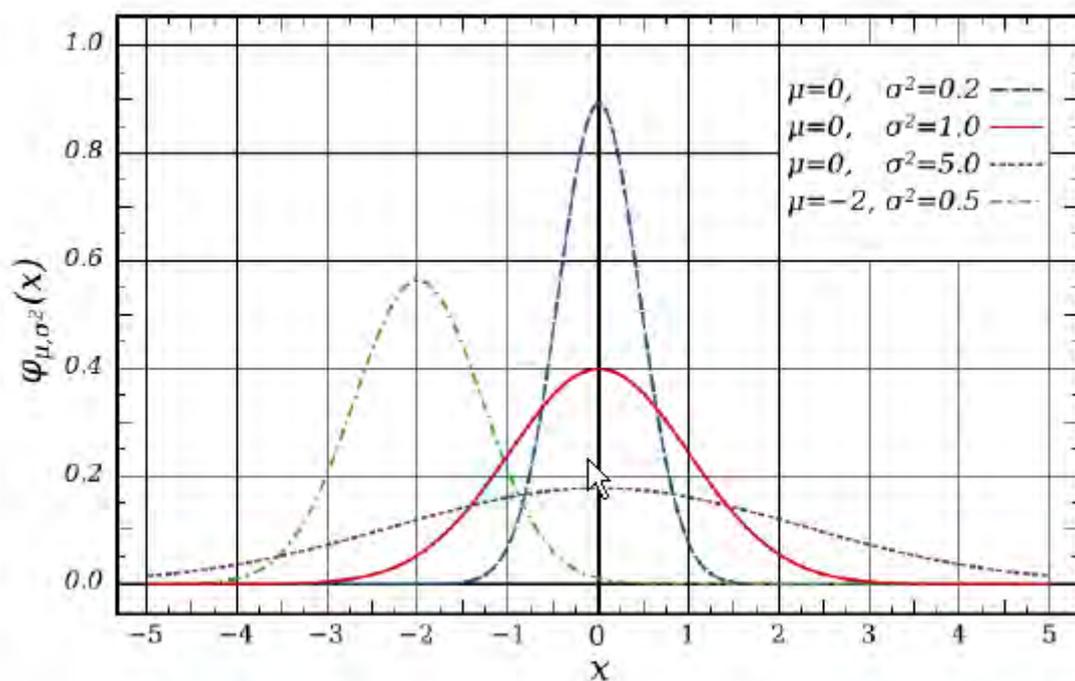


Figura 2.1 - Função Probabilidade para distribuição normal.

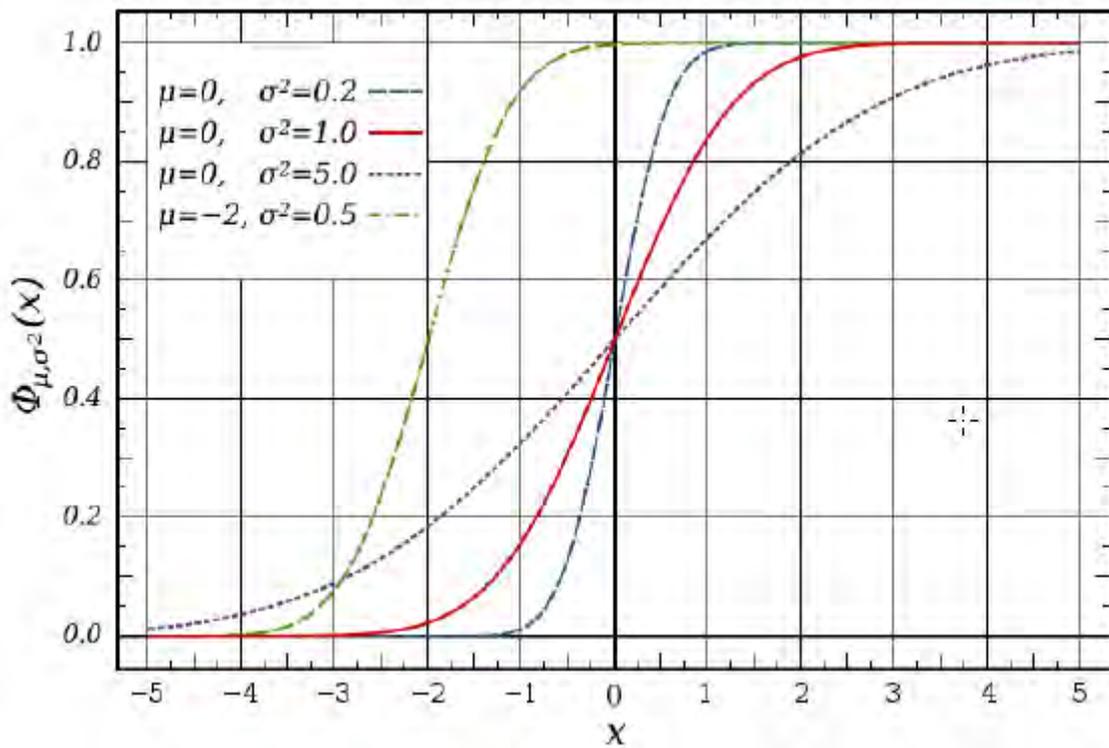


Figura 2.2 - Função de distribuição cumulativa para distribuição normal.

A distribuição normal maximiza informações entre todas as distribuições conhecidas com média e variância, o que torna a escolha natural para a distribuição subjacente dos dados resumidos em termos de amostra média e variância. A distribuição normal é a mais utilizada na família de distribuições estatísticas, e muitos testes estatísticos são baseadas na suposição de normalidade. Em teoria de probabilidade, a distribuição normal surge como caso limite de várias famílias de distribuições contínuas e discretas [6].

2.4.4.2 Distribuição Uniforme

Diz-se que uma variável aleatória X é uniformemente distribuída em $a \leq x \leq b$ se a sua função de densidade é

$$f(x) = \begin{cases} 1/(b - a), & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (2.30)$$

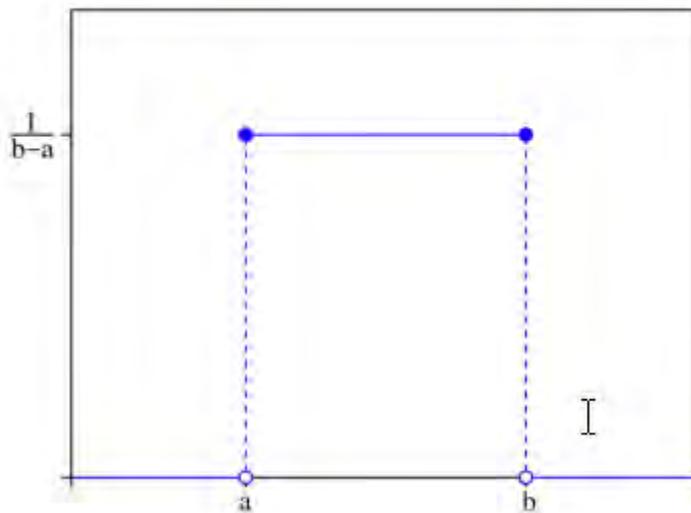


Figura 2.3 - Função Densidade de probabilidade para distribuição uniforme

Os valores dos limites a e b da Figura 2.3 às vezes são escolhidos iguais a zero e, por vezes, escolhido iguais a $1 / (b - a)$.

A função distribuição cumulativa, Figura 2.4, para a distribuição uniforme é dada por

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x - a}{b - a} & a \leq x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \quad (2.31)$$

A média e a variância são, respectivamente,

$$\mu = \frac{1}{2}(a + b), \quad (2.32)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{12}(b - a)^2. \quad (2.33)$$

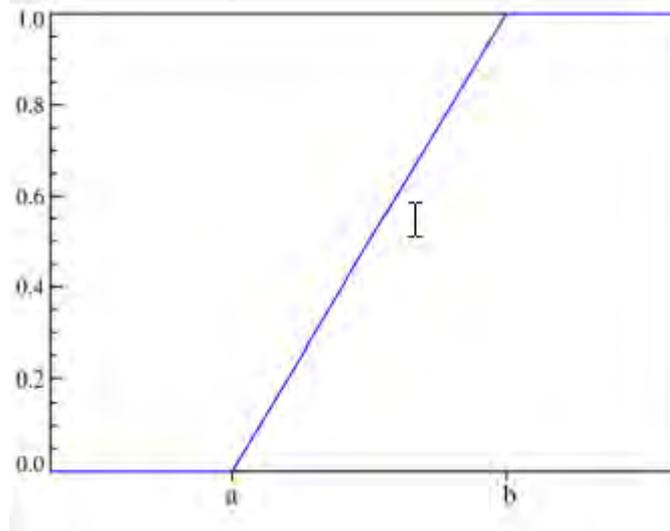


Figura 2.4 - Função de distribuição cumulativa para distribuição uniforme

3 ESTIMANDO A ESPERANÇA

O cálculo dos momentos das variáveis aleatórias, em especial a determinação da esperança e da variância, é de fundamental importância para o estudo do comportamento e das características das mesmas, sobretudo nos casos em que estas variáveis são originadas a partir de transformações não lineares de outras variáveis aleatórias.

Existem várias maneiras de se calcular a esperança de uma variável aleatória, mas para a grande maioria delas é suposto o conhecimento da transformação a qual as variáveis são submetidas e os momentos destas variáveis. Como nem sempre é possível conhecer todas estas informações podem ser usadas métodos como o Método de Monte Carlo e a UT, transformada da incerteza.

3.1 TEORIA DA TRANSFORMADA DA INCERTEZA

A Transformada da Incerteza (UT) foi desenvolvida para resolver as deficiências de linearização, fornecer uma forma mais direta e um mecanismo mais explícito para a informação e transformação da média e covariância. Foi desenvolvida na intuição de que é mais fácil aproximar uma distribuição de probabilidade do que aproximar uma função ou transformação de uma função não-linear arbitrária [7]. Esta aproximação está ilustrada na Figura 3.1

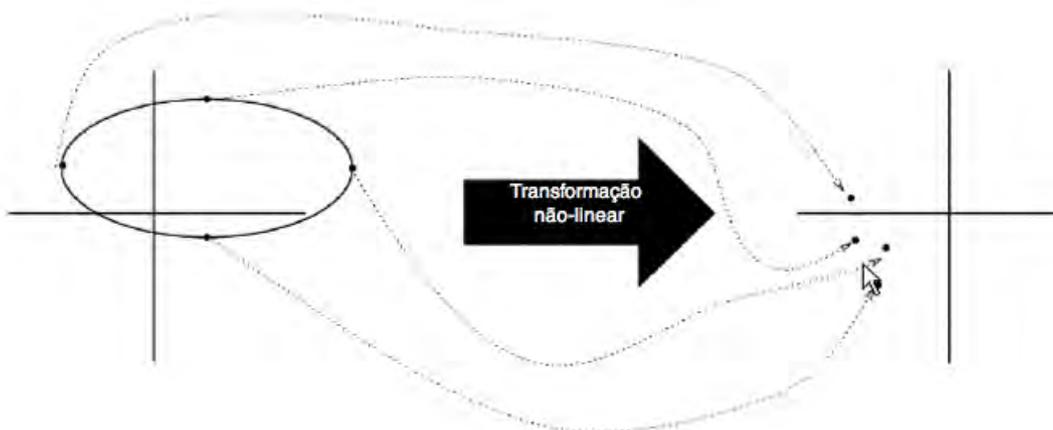


Figura 3.1 - O princípio da UT

Um conjunto de pontos (pontos sigma) é escolhido de modo que a sua média seja \bar{X} e a sua covariância seja ΣX . A função não-linear é aplicada para cada ponto, para obter uma nuvem de pontos transformados. A estatística dos pontos transformados pode ser calculada para formar uma estimativa da média e covariância transformadas de forma não-linear.

Os pontos sigma são deterministicamente escolhidos de modo a apresentar certas propriedades específicas.

Dada uma variável aleatória X com função de densidade de probabilidade f_X , a esperança $E\{X\}$ de X é dada pela equação (2.6)

Matematicamente falando, a esperança é a soma ponderada de todos os possíveis valores assumidos pela variável X , vezes a probabilidade de acontecimento dos mesmos. Desta forma, podemos entender os valores x como os pesos dos valores $f_X(x)$ na referida soma.

A ideia da *Unscented Transform* (UT), técnica proposta inicialmente em [8], é determinar um conjunto finito de pontos, denominados pontos-sigma (*sigma points* no original), que aproximam esta soma quando ponderados pelos pesos devidos.

Interpretando o problema de uma segunda forma, se a esperança $E\{X\}$ é a área A sob a curva $xf_X(x)$, o problema da *Unscented Transform* é determinar um conjunto finito de retângulos R_i , cuja base sejam os pesos e as alturas os valores de f_X avaliada nos pontos-sigma, tais que

$$\bigcup_i R_i \approx A. \quad (3.1)$$

Em [8] temos uma formulação para a escolha dos pontos-sigma e dos pesos. Esta formulação utiliza uma aproximação da solução ideal do problema de quadraturas, assim, a escolha dos pontos-sigma e dos pesos, extrapola os pesos e os pontos-sigma de uma distribuição uniforme para as demais distribuições [9].

Em [9] é apresentada a Transformada da Incerteza Gaussiana (UTG) que consiste na adaptação da quadratura gaussiana generalizada para o caso de funções de variáveis aleatórias e é baseada em uma solução ótima, com o menor número de pontos, para cada tipo de distribuição de probabilidade onde é proposta uma técnica para o cálculo dos pontos-sigma e dos respectivos pesos.

3.1.1 Quadratura gaussiana generalizada

Um conceito elementar e fundamental no estudo das quadraturas é da função peso.

Seja $w(x)$ uma função definida em um intervalo $I = [a, b]$. Diz-se que $w(x)$ é uma função peso em I se $w(x) \geq 0, \forall x \in I$ e

$$\int_a^b w(x)dx = 1. \quad (3.2)$$

Dada uma função $f(x)$ definida em I , pode-se computar a integral

$$S = \int_a^b w(x)f(x)dx. \quad (3.3)$$

O problema de quadraturas consiste em se determinar um conjunto finito de abscissas x_i e de pesos w_i tais que a integral S possa ser aproximada pela soma das áreas dos retângulos de base w_i e altura $f(x_i)$, ou seja

$$\int_a^b w(x)f(x)dx \approx \sum_{i=1}^m w_i f(x_i). \quad (3.4)$$

Por constituir uma aproximação, a quadratura tem um erro associado, dado pela diferença entre o valor da integral e o valor da aproximação.

Uma quadratura terá precisão de, no mínimo, N se o erro for zero, no mínimo, pra $f(x) = x^r$, com $r = 0, 1, \dots, N$. Ver [9].

Se definirmos o r -ésimo momento de M_r de $w(x)$ em I como

$$M_r = \int_a^b x^r w(x) dx, \quad (3.5)$$

Então a quadratura (3.4) tem grau de precisão de, no mínimo, N se valem as $N + 1$ equações

$$\sum_a^b w_k x_k^r = M_r. \quad (3.6)$$

Com $r = 0, 1, \dots, N$

A quadratura é dita gaussiana generalizada pois não há restrições na expressão da quadratura (tanto no intervalo quanto na função $f(x)$) mantendo apenas a condição da função peso $w(x)$ e a meta de precisão é de, no mínimo, $2m - 1$ [9].

Será mostrada a solução para o caso mais simples onde $m = 2$.

Para tal é preciso resolver o sistema de equações dado pela equação 3.6.

$$\begin{aligned} w_1 + w_2 &= M_0 \\ w_1 x_1 + w_2 x_2 &= M_1 \\ w_1 x_1^2 + w_2 x_2^2 &= M_2 \\ w_1 x_1^3 + w_2 x_2^3 &= M_3. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Para resolver este sistema considere x_1 e x_2 como sendo os zeros dos polinômios $\pi_2(x)$ dado por

$$\pi_2(x) = (x - x_1)(x - x_2) = x^2 + \alpha_1 x + \alpha_2. \quad (3.8)$$

Se obtivermos os coeficientes α_1 e α_2 pode-se encontrar os valores de x_1 e x_2 desejados.

Multiplicando a primeira equação por α_2 , a segunda por α_1 , a terceira por 1 e somando as três equações teremos

$$\pi_2(x_1)w_1 + \pi_2(x_2)w_2 = M_2 + \alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_0. \quad (3.9)$$

Como x_1 e x_2 são os zeros do polinômio $\pi_2(x)$, a equação 3.9 se resume a

$$M_2 + \alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_0 = 0. \quad (3.10)$$

Fazendo o mesmo processo, multiplicando a segunda equação por α_2 , a terceira por α_1 e a quarta por $\alpha_1 \alpha_2$ teremos

$$\pi_2(x_1)x_1 w_1 + \pi_2(x_2)x_2 w_2 = M_3 + \alpha_1 M_2 + \alpha_2 M_1, \quad (3.11)$$

o que leva à expressão

$$M_3 + \alpha_1 M_2 + \alpha_2 M_1 = 0. \quad (3.12)$$

e ao sistema

$$M_3 + \alpha_1 M_2 + \alpha_2 M_1 = 0 \quad (3.13)$$

$$M_2 + \alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_0 = 0.$$

o qual é linear em α_1 e α_2 . O sistema terá solução única se $M_1^2 \neq M_2 M_0$, o que é garantido desde que $w(x) \geq 0$ no intervalo I (o que equivale à restrição determinada para a função peso)

Assim,

$$\alpha_1 = \frac{M_3 M_0 - M_2 M_1}{M_1^2 - M_2 M_0} \quad (3.14)$$

e

$$\alpha_2 = \frac{M_2^2 - M_3 M_1}{M_1^2 - M_2 M_0}. \quad (3.15)$$

Como x_1 e x_2 são zeros de $\pi_2(x)$, temos também que

$$x_1 = \frac{-\alpha_1 + \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_2}}{2} \quad (3.16)$$

e

$$x_2 = \frac{-\alpha_1 - \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_2}}{2}, \quad (3.17)$$

as quais são as abcissas que deveríamos determinar. Para encontrar os pesos basta solucionar o sistema

$$\begin{aligned} w_1 + w_2 &= M_0 \\ w_1 x_1 + w_2 x_2 &= M_1, \end{aligned} \quad (3.18)$$

o que resulta em

$$w_1 = \frac{M_1 - x_2 M_0}{x_1 - x_2} \quad (3.19)$$

e

$$w_2 = \frac{M_1 - x_1 M_0}{x_2 - x_1}. \quad (3.20)$$

Ver [9] para o algoritmo para a solução geral.

Nas condições da quadratura generalizada em I com precisão de, no mínimo, $2m - 1$, o erro E pode ser aproximado, segundo [10] através da expressão

$$E = \frac{f^{2m}(\zeta)}{(2m!)} \int_a^b w(x) [\pi_m(x)]^2 dx, \quad (3.21)$$

em que $\zeta \in (a, b)$.

O erro depende do intervalo $I = [a, b]$, da $2m$ -ésima derivada da função $f(x)$, da função peso $w(x)$ e do polinômio $\pi(x)$ cujas raízes são os pontos-sigma x_i .

3.1.2 Unscented Transform Gaussiana

A Unscented Transform Gaussiana consiste na adaptação da quadratura gaussiana generalizada para o caso de funções de variáveis aleatórias .

3.1.2.1 Caso Unidimensional

Considere uma variável aleatória X com função de densidade de probabilidade $p_X(x)$ e uma transformação $g(x)$ tal que $Y = g(X)$. Segundo (2.6)

$$E\{Y\} = \int_{-\infty}^{\infty} p_X(x)g(x)dx. \quad (3.22)$$

Como $p_X(x)$ é uma função de densidade de probabilidade, ela atende aos requisitos de uma função peso, isto é, $p_X(x) \geq 0, \forall x$ e

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_X(x)dx = 1. \quad (3.23)$$

Desta maneira, para se determinar a esperança da variável Y com grau de precisão de, no mínimo, $2m-1$, devemos encontrar as m abscissas x_1, x_2, \dots, x_m e os m pesos w_1, w_2, \dots, w_m tais que

$$E\{Y\} = \int_{-\infty}^{\infty} p_X(x)g(x)dx \approx \sum_{i=0}^m w_i g(x_i), \quad (3.24)$$

ou seja, o problema da esperança de Y é uma quadratura gaussiana generalizada.

A variância de Y também pode ser computada usando a relação

$$Var\{Y\} = E\{(Y - E\{Y\})^2\}. \quad (3.25)$$

Uma vez que o cálculo dos parâmetros x_i e w_i independe da função que transforma a variável aleatória, levando em consideração apenas a função peso em l , se definirmos $E\{Y\} = \bar{y}$ e $h(x) = (g(x) - \bar{y})^2$, temos

$$\begin{aligned} Var\{Y\} &= E\{(Y - E\{Y\})^2\} \\ &= E\{h(x)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} p_X(x)h(x)dx \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\approx \sum_{i=0}^m w_i h(x_i)$$

$$\approx \sum_{i=0}^m w_i (g(x_i) - \bar{y})^2.$$

De modo que uma vez computadas as abcissas e os pesos, podemos também determinar a variância. Como o cálculo da variância utiliza uma função cujo grau é o dobro do grau da função original, a precisão da aproximação diminui pela metade, isto é, se para o cálculo da esperança temos precisão de, no mínimo, $2m - 1$, para a variância teremos precisão de, no mínimo, $m - 1$.

De fato, podemos computar o k -ésimo momento central da variável Y através da expressão

$$M_k \approx \sum_{i=0}^m w_i (y_i - \bar{y})^k, \quad (3.27)$$

Cuja precisão será de, no mínimo, $[(2m - 1)/k]$, onde $[z]$ é o maior inteiro menor ou igual a z .

3.1.2.2 Caso Bidimensional

Considere duas variáveis aleatórias independentes X e Y e uma transformação g tal que $Z = g(X, Y)$. Neste caso, usando a UTG, teremos:

$$\begin{aligned}
E\{Z\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_{X,Y}(x, y)g(x, y)dxdy \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_X(x)p_Y(y)g(x, y)dxdy \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} p_Y(y) \left(\int_{-\infty}^{\infty} p_X(x)g(x, y)dx \right) dy \\
&\approx \int_{-\infty}^{\infty} p_Y(y) \left(\sum_{i=0}^m w_i^X g(x_i, y) \right) dy \\
&\approx \sum_{i=0}^m w_i^X \left(\int_{-\infty}^{\infty} p_Y(y) g(x_i, y) dy \right) \\
&\approx \sum_{i=0}^m w_i^X \left(\sum_{j=0}^m w_j^Y g(x_i, y_j) \right) \\
&\approx \sum_{j=0}^m \sum_{i=0}^m w_i^X w_j^Y g(x_i, y_j).
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Assim como no caso unidimensional, podemos calcular os outros momentos centrais de Z usando raciocínio análogo.

A abordagem para as demais dimensões é análoga e será deixada a cargo do leitor.

Finalmente, para o caso mais geral, onde X e Y não são independentes, defina o momento

$$M_{i,j} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^i y^j p_{X,Y}(x, y)dxdy. \tag{3.29}$$

Para uma precisão de $2m - 1$, é preciso resolver o sistema de $4m^2$ equações dadas por

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m w_{i,j} x_i^k y_j^t = M_{k,t}, \quad (3.30)$$

com $k, t = 0, 1, \dots, 2m - 1$. Definindo o polinômio $\pi_m(x, y)$ como

$$\pi_m(x, y) = \left(\prod_{j=1}^m (y - y_j) \right) \left(\prod_{i=1}^m (x - x_i) \right) \quad (3.31)$$

e usando uma estratégia semelhante a do caso unidimensional, teremos um sistema linear de m^2 equações da forma

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m \alpha_{i,j} M_{k+m-i, t+m-j} = 0 \quad (3.32)$$

em que $k, t = 0, 1, \dots, 2m - 1$ e $\alpha_{i,j}$ são os coeficientes do termo $x^i y^j$ do polinômio $\pi_m(x, y)$. Conhecidos os coeficientes de $\pi_m(x, y)$, pode-se determinar os pares (x_i, y_i) através dos cálculos dos seus zeros e, a partir deles, computar os valores dos pesos $w_{i,j}$.

O aumento da dimensão e/ou do grau de precisão acarreta um aumento da complexidade das operações, sobretudo nos cálculos dos momentos e dos zeros do polinômio associado.

Como os pesos e os pontos sigma independem da função que transforma a variável aleatória, estes podem ser tabelados em relação aos parâmetros da função de distribuição de probabilidade, sendo desnecessário o cálculo dos mesmos a cada novo experimento que use uma variável aleatória com distribuição idêntica. Em [9] são tabelados estes valores para várias distribuições. Os resultados de [9] para uma distribuição uniforme serão utilizados conforme Tabela 3.1 e Tabela 3.2, para aplicação nos cenários propostos nesta dissertação.

No de Pontos	S_1										
1	0,5	S_2									
2	0,2115	0,7885	S_3								
3	0,112705	0,5	0,887295	S_4							
4	0,06943	0,33001	0,66999	0,93057	S_5						
5	0,0469	0,23075	0,5	0,76925	0,9531	S_6					
6	0,03375	0,169395	0,3807	0,6193	0,830605	0,96625	S_7				
7	0,02545	0,12925	0,2971	0,5	0,7029	0,87075	0,97455	S_8			
8	0,01985	0,10165	0,23725	0,4083	0,5917	0,76275	0,89835	0,98015	S_9		
9	0,0159	0,082	0,1933	0,33785	0,5	0,66215	0,8067	0,918	0,9841	S_{10}	
10	0,01305	0,06745	0,1603	0,2833	0,42555	0,57445	0,7167	0,8397	0,93255	0,98695	

Tabela 3.1- Pontos-sigma para uma distribuição uniforme [9]

No de Pontos	P_1										
1	1	P_2									
2	0,5	0,5	P_3								
3	0,278	0,444	0,278	P_4							
4	0,174	0,326	0,326	0,174	P_5						
5	0,1185	0,2393	0,2844	0,2393	0,1185	P_6					
6	0,0857	0,1804	0,234	0,234	0,1804	0,0857	P_7				
7	0,0647	0,1399	0,1909	0,209	0,1909	0,1399	0,0647	P_8			
8	0,0506	0,1112	0,1568	0,1813	0,1813	0,1568	0,1112	0,0506	P_9		
9	0,0406	0,0903	0,1303	0,1562	0,1651	0,1562	0,1303	0,0903	0,0406	P_{10}	
10	0,0333	0,0747	0,1096	0,1346	0,1478	0,1478	0,1346	0,1096	0,0747	0,0333	

Tabela 3.2 – Pesos para uma distribuição uniforme [9]

3.2 MÉTODO DE MONTE CARLO

O método de Monte Carlo consiste na repetição de N iterações de um experimento, no registro dos resultados obtidos em cada passo e, ao final do processo, no cálculo da média e de outros coeficientes associados ao problema.

A principal vantagem do método de Monte Carlo é que ele não impõe nenhuma restrição ao problema e nem exige conhecimento prévio de nenhum parâmetro. Podemos, por meio dele, calcular a média de uma variável aleatória resultante da transformação de uma variável aleatória (a qual não precisa ser inteiramente determinada) por um processo, que pode ou não ser conhecido. É necessária apenas a repetição do experimento e o registro dos resultados obtidos.

Porém as inúmeras repetições constituem a maior fraqueza do método. Isto porque estas repetições tendem a ser muito custosas, seja em recursos materiais e financeiros, seja em tempo de realização. Em geral usa-se a simulação computacional para reduzir os custos materiais e financeiros, mas ainda assim há o custo de processamento e de tempo.

Outra importante desvantagem do método é a lentidão da convergência dos resultados. Em alguns casos é necessário um número elevado de amostras para a obtenção de um resultado com precisão aceitável, e a própria mensuração da precisão do resultado consiste um problema à parte.

Dadas estas características, o método de Monte Carlo é, em geral, utilizado ou como guia e validação para as outras técnicas (será utilizado assim nesta dissertação) ou como alternativa única, quando a situação não permitir a utilização de métodos alternativos.

Inúmeras publicações do método de Monte Carlo e sua aplicação em várias áreas de pesquisa podem ser encontradas na literatura, exemplos em [11] [12] [13] [14].

4 MODELAMENTO DO CANAL DE TRANSMISSÃO SEM FIO

A transmissão da informação via um canal sem fio é geralmente modelada como na Figura 4.1 [15] [16] [17]. A primeira parte da figura se aplica a qualquer sistema de comunicação. A informação gerada pela *fonte* é transformada em um sinal adequado pelo *transmissor* e enviada pelo *canal* de comunicação. O canal pode modificar ou corromper o sinal. No receptor a informação original é recuperada e enviada ao destino. Operações típicas de um transmissor em um canal de comunicação sem fio são: *codificação da fonte*, *codificação do canal* e *modulação*. No receptor a operação inversa é realizada.

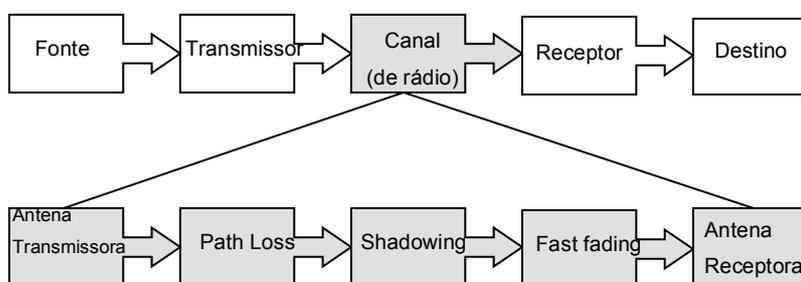


Figura 4.1 – Propagação do canal de rádio

Em uma rede comunicação WCDMA, os sinais são enviados da estação radio base (BS) para a estação móvel (MS) e vice versa. O caminho de comunicação da BS para o MS é denominado *downlink (DL)* ou enlace direto e o caminho da MS para a BS *uplink (UL)* ou enlace reverso. O canal é modelado segundo alguns componentes: antena transmissora, perda no caminho, sombreamento ou desvanecimento lento, desvanecimento rápido e antena receptora.

A atenuação do meio entre transmissor e receptor é chamada *path loss*, ou perda no caminho. Para simulações, este parâmetro é tipicamente obtido baseado em modelos.

Adicionalmente, existem dois componentes estatísticos que muito contribuem para a atenuação. O desvanecimento lento ou de larga escala, descreve estatisticamente a atenuação causada por obstáculos no caminho de transmissão. Ele modela tanto a incerteza na componente da perda no

caminho, se esta for calculada por um modelo de propagação, quanto as variações causadas pelo ambiente de propagação.

O desvanecimento rápido ou de pequena escala (*fast fading*) é causado pela interferência construtiva e destrutiva entre as componentes do sinal que chegam ao receptor via múltiplos caminhos de transmissão. O desvanecimento rápido é também conhecido como desvanecimento de múltiplos percursos ou *multipath fading*.

As antenas são um importante meio de melhorar a qualidade do sistema. O objetivo principal da otimização da rede é reduzir a atenuação dos sinais desejados e atenuar drasticamente os sinais interferentes. Assim, o modelamento das antenas é um fator muito importante para a análise de desempenho.

Neste capítulo o modelamento dos componentes do canal sem fio será brevemente explicado, focando nos aspectos necessários para o entendimento da dissertação.

4.1 MODELOS DE PROPAGAÇÃO

Modelos de propagação são usados para estimar o valor esperado do sinal propagado que obteve atenuação ao longo do caminho, perda no caminho, a uma certa distância do transmissor. A perda no caminho depende da frequência do sinal, das alturas das antenas do transmissor e receptor, e das características de relevo e morfologia do ambiente em questão.

Existem basicamente três diferentes categorias de modelos de propagação, empíricos ou estatísticos, determinísticos e semideterminísticos. Os modelos estatísticos são fórmulas que descrevem a perda no caminho em função da distância em uma escala média. Eles são derivados de análises estatísticas de um grande número de medidas realizadas em ambientes típicos, como ambiente urbano, suburbano, rural, que são incorporados na forma de valores tabelados ou fórmulas para o cálculo da perda no caminho média pela distância no ambiente particular. Um exemplo é o modelo de Okumura-Hata [18].

Os modelos determinísticos usam técnicas avançadas de propagação de rádio frequência com as características físicas detalhadas das antenas para estimar o nível de sinal resultante de múltiplas reflexões. Por serem bastante complexos eles são usados basicamente em ambientes fechados.

Os modelos semideterminísticos são baseados em uma mistura dos outros dois. Estes modelos requerem mais informação que os estatísticos, porém menos que os determinísticos. Exemplo destes modelos é o COST-231 Walfisch-Ikegami [18].

Um modelo de propagação calibrado e preciso é de grande importância para o projeto da rede. Vários modelos de propagação podem ser encontrados na literatura. Nesta seção serão apresentados três dos mais populares modelos empíricos de propagação.

4.1.1 Okumura-Hata

O modelo de Okumura-Hata é um modelo estatístico comumente usado para calcular a perda no caminho em ambientes macro.

Okumura fez inúmeras medidas [19] para uma grande gama de alturas de antenas e distâncias em áreas urbanas e suburbanas do Japão. Mais tarde, Hata [20] transformou estes dados em fórmulas paramétricas conhecidas como modelo de propagação de Okumura-Hata. O modelo inclui fatores de correção paramétricos para a altura das antenas das estações e dos móveis e para os efeitos do ambiente. Este modelo é amplamente utilizado por ser aplicável em uma grande quantidade de ambientes e tipos de terrenos.

A resolução espacial do modelo de Okumura-Hata é de 20m. Ele é válido para frequências que vão de 150 MHz a 1000 MHz, antenas da estação rádio-base de 30 a 200m, antenas dos móveis de 1 a 10m e distâncias de 1 a 20 km da antena transmissora. Este modelo não provê resultados precisos para ambientes onde o tamanho das células é pequeno comparado com o tamanho dos prédios. Os modelos estatísticos também não são os mais indicados para modelar sistemas cujas antenas estão instaladas acima dos prédios, os chamados *roof-top*.

O modelo de Okumura-Hata tem a seguinte fórmula

$$L_p(d) = 69.55 + 26.16 \log_{10}(f) - 13.82 \log_{10} h_b + (44.9 - 6.55 \log_{10} h_b) \log_{10} d - a(h_m) - Q_r \text{ dB} \quad (4.1)$$

onde

$$150 \leq f \leq 1500 \text{ MHz} = \text{frequência da portadora}$$

$$h_b = 30 - 200\text{m altura da antena da estação}$$

$$h_b = 1 - 10\text{m altura da antena da estação móvel}$$

$$d = 1 - 20\text{Km distância do transmissor}$$

e $a(h_m)$ depende do tamanho da cidade onde o modelo será utilizado conforme (4.2) a (4.5).

Para uma cidade de tamanho médio ou pequeno:

$$a(h_m) = (1.1 \log_{10} f - 0.7) - (1.56 \log_{10} f - 0.8). \quad (4.2)$$

Para uma cidade grande:

$$a(h_m) = 8.29[\log_{10}(1.54h_m)]^2 - 1.1 \text{ para } f \leq 200 \text{ MHz} \quad (4.3)$$

$$a(h_m) = 3.2[\log_{10}(11.75h_m)]^2 - 4.97 \text{ para } f \geq 400 \text{ MHz}. \quad (4.4)$$

Q_r é um fator de correção para áreas abertas dado por

$$Q_r = 4.78(\log_{10} f)^2 - 18.33 \log_{10} f + 40.94 \quad f(\text{MHz}) \quad (4.5)$$

e zero para as demais morfologias.

4.1.2 COST 231-Hata [21]

As fórmulas do modelo de Okumura-Hata são válidas para frequências até 1000 MHz. Com os trabalhos do COST 231 [22], cujo resultado foi o modelo denominado Cost-231-Hata, as fórmulas foram estendidas para frequências entre 1500 MHz e 2000 MHz. Esta faixa é particularmente interessante pois compreende grande parte das redes GSM 1800 e UMTS.

$$L_p(d) = 46.3 + 33.9 \log\left(\frac{f}{\text{MHz}}\right) - 13.82 \log(h_{BS}) - a(h_{MS}) + (44.9 - 66.5 \log(h_{BS})) \cdot \log\left(\frac{d}{\text{km}}\right) + C_m \quad (4.6)$$

em que o termo $a(h_{MS})$ é definido como:

$$a(h_{MS}) = \left(1.1 \log\left(\frac{f}{\text{MHz}}\right) - 0.7\right) h_{MS} - \left(1.56 \log\left(\frac{f}{\text{MHz}}\right) - 0.8\right). \quad (4.7)$$

O parâmetro C_m é um fator de correção que é escolhido de acordo com o ambiente de propagação:

- 0 dB para centros médios e suburbanos
- 3 dB para centros metropolitanos

Este modelo restringe-se a macro células com raio médio entre 1 km e 20 km (Tabela 4.1)

4.1.3 COST 231 – Walfish Ikegami

O modelo Cost 231-Walfish Ikegami foi desenvolvido para cenários urbanos e de micro células com distâncias pequenas entre BS e MS. Este modelo é uma combinação dos modelos de Walfish-Bertoni e Ikegami [17]. Comparado ao modelo Cost 231-Hata, este modelo leva em consideração mais informações do ambiente de propagação. Em particular, ele diferencia as condições com linha de visada, LOS – *line of sight* e sem linha de visada, NLOS – *non line of sight*. No caso LOS, a perda no caminho é assim calculada [22]:

$$L_p(d) = 42.6 + 26 \log\left(\frac{d}{\text{km}}\right) + 20 \log\left(\frac{f}{\text{MHz}}\right) \text{ para } d \geq 20m. \quad (4.8)$$

No caso NLOS, a perda no caminho é calculada como:

$$L_p(d) = \begin{cases} \theta_0 + \theta_{rts} + \theta_{msd} & \text{para } \theta_{msd} + \theta_{rts} > 0 \\ \theta_0 & \text{nos demais casos} \end{cases} \quad (4.9)$$

onde θ_0 corresponde à perda no espaço livre em uma distância d . O termo θ_{msd} reflete as múltiplas difrações entre a antena da BS e o prédio final, θ_{rts} diz respeito à difração e espalhamento do último prédio até o usuário. Ambos os

termos requerem muitos parâmetros de entrada como a largura das ruas, a quantidade de pavimentos dos prédios, a orientação das ruas, etc. Uma completa descrição é dada como exemplo em [17] [22].

Parâmetro	Cost-231 Hata	Cost 231 – Walfish Ikegami
f	1500 – 2000 MHz	800 – 2000 MHz
h_{BS}	30 – 200m	4 – 40m
h_{MS}	1 – 10m	1 – 3m
D	1 – 20 km	0.02 – 5 km

Tabela 4.1 - Aplicação dos modelos de Propagação

4.2 DESVANECIMENTO DE LARGA ESCALA

Em geral, modelos empíricos ou determinísticos que descrevem a perda no caminho são essencialmente função da distância do móvel até a antena e da altura das antenas. Nestes modelos, a perda no caminho é a mesma para usuários localizados em diferentes posições mas que possuem a mesma altura e igual distância à antena transmissora. Na prática, a morfologia presente ao longo do caminho faz com que cada caminho seja diferente. A variação com relação ao valor nominal calculado pelo modelo de propagação é chamada de sombreamento (*shadowing*) ou desvanecimento lento (*slow fading*) e é estatisticamente modelada como uma variável aleatória com distribuição log-normal com média zero e desvio padrão σ [17].

Assim, a perda no caminho $Lp(d)$ pode ser expressa em termos da do valor médio $L\bar{p}(d)$ mais uma variável aleatória $X\sigma$:

$$Lp(d) = L\bar{p}(d) + X\sigma \quad , \text{ todos os termos em dB,} \quad (4.10)$$

em que $X\sigma$ possui distribuição normal em escala logarítmica com média zero. Alguns modelos para calcular $L\bar{p}(d)$ foram apresentados na seção 4.1. O

desvio padrão desta distribuição lognormal depende da morfologia e da precisão do modelo de propagação utilizado. Na prática, os valores típicos estão em torno de 8 dB para áreas urbanas, 10 dB em áreas densamente urbanas e 6dB em áreas suburbanas e rurais com o modelo de propagação usual de Okumura-Hata [18]. Um modelo simples baseado apenas em distância sem o uso de dados específicos do terreno resultará em altos valores do desvio padrão da componente lognormal de fading.

A justificativa para o sombreamento ser modelado com distribuição log-normal é que a perda no caminho ao longo do caminho de propagação em decibéis é a soma de um grande número de contribuições.

Dependendo do ambiente, a correlação do sombreamento entre caminhos de propagação próximos deve ser considerada.

Esta dissertação não modela o desvanecimento lento com a transformada da incerteza, pois são considerados cenários simplificados onde não são utilizados dados de morfologia e topografia. Para efeitos de cálculos, será considerado um desvio padrão de 6 dB para todos os pontos. O modelamento do desvanecimento lento com a UT é possível e seria objeto de outra dissertação.

Estudos mais aprofundados sobre o tópico podem ser encontrados em [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29]

4.3 DESVANECIMENTO DE PEQUENA ESCALA

O desvanecimento de pequena escala (*fast fading*) é causado pelos efeitos dos multipercursos. Divide-se o desvanecimento rápido em desvanecimento rápido de banda estreita (*narrowband fast fading*) e desvanecimento rápido de banda larga (*wideband fast fading*). O primeiro é aplicável se o atraso entre os diferentes caminhos é muito pequeno se comparado ao tamanho do símbolo. Todos os “raios” chegam ao receptor ao mesmo tempo mas com certa diferença na fase, que pode causar interferência construtiva ou destrutiva entre as ondas eletromagnéticas. Ele é geralmente modelado por uma distribuição de Rayleigh ou de Rice dependendo se existe condição NLOS ou LOS entre o transmissor e o receptor [30] [17] [31]

De outro lado, se o atraso começa a ficar grande, uma distorção de símbolos consecutivos ocorre. Este efeito é chamado de *Interferência Inter-Simbólica* (ISI). Como este efeito é apenas significativo se o comprimento do símbolo for pequeno então os símbolos têm uma representação mais larga no domínio da frequência, por isso este tipo de desvanecimento é dito de banda larga.

Uma grande vantagem dos sistemas de comunicação baseados em CDMA é que esta tecnologia consegue combinar coerentemente os sinais dos multipercursos que estão separados no tempo por pelo menos 1 período de chip para melhorar a razão sinal-ruído na entrada do demodulador. Neste caso, os multipercursos resultam em ganho de diversidade. O sistema CDMA utiliza múltiplas técnicas de correlação utilizadas nos receptores *rake* para detectar e combinar individualmente os sinais recebidos em diferentes atrasos. O número de sinais que podem ser detectados e combinados coerentemente está relacionado ao número de *fingers* no receptor *rake*. Qualquer sinal adicional será visto como interferência pelo receptor.

Os multipercursos são caracterizados pelo espalhamento do atraso (*delay spread*), pela banda de coerência e pelo efeito Doppler.

O foco desta dissertação não é o modelamento do canal, que também seria possível ser feito utilizando a transformada da incerteza. Nesta dissertação o efeito dos multipercursos é levado em consideração no fator de ortogonalidade α e nos requisitos de E_b/N_o de cada serviço.

Maiores detalhes sobre este tópico podem ser encontrados em [30] [16] [32]

5 ANÁLISE DA RELAÇÃO COBERTURA/CAPACIDADE E OS PARÂMETROS DE INTERFERÊNCIA MULTI USUÁRIO

Vários estudos já foram feitos mostrando métodos para estimar o desempenho de uma rede CDMA [33] [34] [35] [36] [37] [38]. Sabe-se que a interferência mútua causada pelos usuários do sistema é um fator que limita a capacidade e também a cobertura da célula. Este capítulo, cuja base teórica foi retirada de [18], apresenta uma análise detalhada e as formulações que ilustrarão os compromissos entre cobertura, capacidade e potência da estação radio base à medida que o sistema é influenciado pela interferência de multiusuários. Esta dissertação não abordará os aspectos do enlace reverso (*uplink*) uma vez que o enlace direto (*downlink*) é o mais complexo a ser modelado numa rede 3G.

5.1 A INTERFERÊNCIA MULTIUSUÁRIO

A interferência é algo inerente aos sistemas 3G que são baseados na tecnologia CDMA. O CDMA separa cada informação de usuários de voz ou dados e multiplica esta informação por sequências de bits pseudo aleatórias que são mutuamente ortogonais entre si.

Teoricamente, não deveria haver nenhum tipo de interferência mútua entre os usuários que se comunicam simultaneamente com a rede devido à ortogonalidade do código. Entretanto, como os usuários se comunicam assincronamente no UL com a estação rádio base (ou seja, os sinais são recebidos na estação rádio base assincronamente) a ortogonalidade do código na BS é perdida no UL, resultando em interferência mútua entre os usuários.

No enlace direto (DL), o ambiente de multipercursos é quem causa a perda da ortogonalidade do código entre os diferentes sinais recebidos nos móveis. Como o UMTS utiliza um reuso de frequência de 1, todas as células na rede operam com a mesma banda de frequências fazendo com que cada site interfira e seja interferido pelos sites vizinhos. Esta perda de ortogonalidade no DL pelos multipercursos é quantificada por um parâmetro chamado **fator de ortogonalidade**. O fator de ortogonalidade (expresso na faixa de 0 a 1) representa a medida da ortogonalidade do código que ainda existe na presença

de multipercursos. Quando subtraída de 1 representa a fração da interferência entre células (*intercell interference*).

A interferência multiusuário influenciará tanto na cobertura quanto na capacidade de uma rede UMTS (ou em qualquer rede baseada em CDMA). Como resultado, a cobertura de uma célula não é fixa. À medida que cresce o número de usuários se comunicando simultaneamente na rede, cresce também a interferência multiusuário que deteriora a SIR (relação sinal-ruído) do enlace de comunicação. Este fato diminuirá a capacidade dos usuários de se comunicar com a BS resultando em diminuição da cobertura.

As notações abaixo serão definidas por conveniência:

- E_b : energia por bit de informação
- N_0 : densidade espectral de potência do ruído térmico efetivo
- I_0 : densidade espectral de potência da interferência multiusuário no receptor
- R_b : taxa de bit do usuário
- W : banda UMTS espalhada (taxa de chip de 3.84 Mcps no UMTS)
- G : ganho de processamento (W/R_b)
- ρ : relação sinal-ruído (+ interferência) na entrada do receptor da BS requerida
- M : número de conexões na célula (número de usuários simultâneos)
- P_S : potência do sinal recebida no receptor
- I_{hc} : potência da interferência multiusuário devido aos usuários da própria célula
- I_{oc} : potência da interferência multiusuário devido aos usuários das outras células
- f_{DL} : interferência de outras células na própria célula (*other cells to own cell*)
- g_{mk} : ganho no *downlink* no canal de rádio da rede na conexão k e na célula m

- v_k : taxa de atividade do serviço na conexão k (para ambientes com serviço homogêneo, $v_k = v, k = 1, 2, \dots$)
- α_k : fator de ortogonalidade na conexão k no downlink
- P_k : potência transmitida da BS para o usuário k para se comunicar com este usuário. Este parâmetro depende dos requisitos de E_b/N_0 e do ganho no enlace g_{mk} entre a BS e o usuário
- γ_{cmm} : porcentagem da potência da BS alocada para o canal piloto e para os canais de controle comuns
- ρ_k : relação sinal-ruído (+ interferência) requerida no móvel na conexão k
- P_N : potência do ruído término do lado do receptor (inclui a figura de ruído do receptor)
- $P_T^{(n)}$: potência total transmitida pela BS n para suportar os usuários e os canais de controle e sinalização na célula
- f_k : taxa de interferência no usuário k proveniente de outras BS's

5.2 REPRESENTAÇÃO DA INTERFERÊNCIA

5.2.1 Aumento do Ruído (Noise Rise)

A contribuição das interferências provenientes dos usuários na célula e nas células vizinhas gera um aumento do ruído (*noise rise*) relativo ao ruído térmico total na BS. Este efeito pode ser quantificado pela razão de aumento de ruído, definida como a razão da interferência multiusuário mais a potência do ruído térmico efetivo pela potência do ruído térmico no receptor:

$$\text{Noise Rise} = (I_{hc} + I_{oc} + P_N)/P_N \quad (5.1)$$

ou, em escala dB,

$$\text{Noise Rise} = 10 * \log [(I_{hc} + I_{oc} + P_N)/P_N], \text{ dB}. \quad (5.2)$$

Note-se que se não houver interferência multiusuário, esta razão se torna 1 na escala linear e 0 dB em decibéis, indicando nenhum aumento de ruído acima do piso de ruído térmico.

5.2.2 Fator de carga (*Load Factor*)

O fator de carga (*load factor*) é definido como a razão entre a interferência multiusuário pela interferência multiusuário mais o a potência do ruído térmico no receptor (MS ou BTS) dado por:

$$\eta = (I_{hc} + I_{oc}) / (I_{hc} + I_{oc} + P_N). \quad (5.3)$$

Ele representa a razão entre a interferência multiusuário e a interferência total mais a potência do ruído térmico e é, então, sempre positiva e menor que 1 (em escala linear). Se não houver interferência multiusuário, esta razão será igual a zero, significando que não existe nenhuma carga por interferência no receptor. Se a interferência multiusuário for muito maior que a potência do ruído térmico, esta razão tenderá a 1, significando 100% de carga por interferência.

Comparando as equações (5.1) e (5.3) a relação entre o aumento do ruído e o fator de carga pode ser obtida

$$Noise Rise = \frac{1}{1 - \eta}, \quad (5.4)$$

e mostra que o aumento do ruído tende a infinito quando o fator de carga se aproxima de 1.

5.2.3 Fator de Geometria (*Geometric Factor*)

A interferência multiusuário experimentada por um usuário no DL é uma composição de interferências provenientes de usuários da própria célula e usuários provenientes de outras células. Esta composição dependerá, dentre outros fatores, da localização do usuário, do ambiente de propagação e da disposição das células vizinhas. O fator de geometria é utilizado para quantificar esta geometria da interferência no DL pela razão entre a interferência proveniente da própria célula e a interferência proveniente das outras células mais a potência do ruído térmico e é expressa como

$$G_e = \frac{I_{hc}}{I_{oc} + P_N}. \quad (5.5)$$

Se a interferência na rede for grande, isto é, se $I_{OC} \gg P_N$, então $G_e = I_{hc}/I_{OC}$. O fator de geometria depende da distância da estação móvel à estação rádio base.

5.2.4 O fator f

A razão entre a interferência devida à potência dos usuários da célula e a interferência multiusuário total é denominada de fator f e é dada por

$$f = \frac{I_{hc}}{I_{hc} + I_{OC}}. \quad (5.6)$$

Esta razão está entre 0 e 1 (em escala linear) e obtém seu máximo valor de 1 quando não há interferência proveniente de outras células. Assim, este fator pode ser usado para medir a eficiência espectral em redes CDMA.

5.3 POTÊNCIA-CAPACIDADE NO DOWNLINK

Em [18] é apresentada uma formulação geral para o cálculo da capacidade em função da potência para uma rede com serviços diversos na direção do downlink. Esta formulação será aqui transcrita e servirá de base para os cálculos que serão apresentados nesta dissertação.

5.3.1 Fórmula Geral para Potência no Downlink

Esta seção deriva a formulação geral de potência-capacidade para um ambiente heterogêneo do lado do downlink. Considera-se que sinais destinados a outros usuários na célula são recebidos por cada móvel na célula. Outros usuários não deveriam interferir no usuário desejado pois os sinais são teoricamente transmitidos sincronamente pela BS e deveriam manter a ortogonalidade dos códigos. Entretanto, o espalhamento do atraso no caminho ("*path delay spread*") introduzido pelo ambiente de propagação com multipercursos causa certa perda nesta ortogonalidade e provoca interferência mútua entre os usuários. A medida da ortogonalidade preservada nos sinais será modelada por um parâmetro definido como α que varia de 0 a 1, onde o valor 1 representa total ortogonalidade. O parâmetro α dependerá do ambiente de propagação rádio na área e possui tipicamente valores entre 0.4 e 0.9 [37].

Supõem-se que o controle de potência no enlace direto garante que a razão sinal-ruído (+ interferência) recebida pelo móvel m , atinge o valor requerido, ρ_k , na conexão k para a BS.

$$\frac{E_b}{N_T} = \rho_k \quad (5.7)$$

onde N_T representa o ruído térmico total mais a densidade espectral de potência da interferência multiusuário no ponto k na célula m e ρ_k é a relação sinal-ruído (+ interferência) requerida na conexão k .

Mas, da definição de N_T dada acima, isto é igual à densidade espectral de potência do ruído térmico (isto é, P_N/W) mais a densidade espectral de potência da interferência da própria célula, *in-cell*, e as contribuições das outras células recebidas pela estação móvel desejada. É fácil ver que se pode expressar N_T aproximadamente por

$$N_T = \frac{1}{W} \left[P_T^{(m)} g_{mk} (1 - \alpha_k) + \sum_{n=1, n \neq m}^N P_T^{(n)} g_{nk} + P_N \right], \quad (5.8)$$

em que o primeiro termo representa a interferência multiusuário proveniente da própria célula e o segundo termo (a soma) representa a interferência multiusuário proveniente das outras células. $P_T^{(m)}$ é a potência total transmitida pela BS m em todos os canais. O parâmetro g_{mk} representa o ganho do caminho (inverso da perda no caminho, *pathloss*) no enlace de rádio entre a BS m e o usuário k , e N é o número de estações rádio base interferentes.

Agora, E_b , a energia por bit recebida é calculada como

$$E_b = P_k R_k g_{mk} \quad (5.9)$$

em que P_k é a potência transmitida na conexão para o móvel k e R_k é a taxa de bit do serviço. Substituindo as equações (5.8) e (5.9) na equação (5.7) e resolvendo para P_k obtêm-se

$$P_k = \frac{\rho_k R_k}{W} \left[P_T^{(m)} g_{mk} (1 - \alpha_k) + \sum_{n=1, n \neq m}^N P_T^{(n)} g_{nk} + \frac{P_N}{g_{mk}} \right]. \quad (5.10)$$

De acordo com a definição para a razão entre a interferência de outras células para a própria célula na posição k na célula, f_k , temos

$$f_k = \frac{\sum_{n=1, n \neq m}^N P_T^{(n)} g_{nk}}{P_T^{(m)} g_{mk}}. \quad (5.11)$$

Resolvendo para $\sum_{n=1, n \neq m}^N P_T^{(n)} g_{nk}$ e substituindo em (5.10) resulta em

$$P_k = \frac{\rho_k R_k}{W} \left[P_T^{(m)} g_{mk} (1 - \alpha_k) + f_k P_T^{(m)} g_{mk} + \frac{P_N}{g_{mk}} \right] \quad (5.12)$$

que é a potência requerida pelo usuário na posição k na célula m .

Agora, para um balanceamento de potência de transmissão na BS, temos

$$\sum_{k=1}^M P_k \nu_k = (1 - \gamma_{cmm}) P_T^{(m)} \quad (5.13)$$

onde γ_{cmm} é a porcentagem da potência da BTS alocada para o canal piloto e para os canais de controle. Substituindo P_k da equação (5.12) e resolvendo para $P_T^{(m)}$, resulta em

$$P_T^{(m)} = \frac{P_N \sum_{k=1}^M \frac{\rho_k R_k \nu_k}{W g_{mk}}}{1 - \left\{ \gamma_{cmm} + \sum_{k=1}^M \frac{\rho_k R_k \nu_k}{W} [(1 - \alpha_k) + f_k] \right\}} \quad (5.14)$$

como a potência total transmitida requerida pela BS m para todas as M conexões na célula. Como pode ser visto pela fórmula acima, a potência total requerida dependerá da distribuição dos usuários na célula, do ambiente de propagação de RF (determinados pelos parâmetros g_{mk} e α_k) e da geometria da interferência entre células determinada pelo parâmetro f . A maior parte dos trabalhos até hoje publicados fazem uso de métodos analíticos [36], simulações dinâmicas [39], alguns simplesmente usam valores médios [34] e mais

comumente simulações estáticas utilizando o Método de Monte Carlo [33] [35] [37] [38] [21] [40] para estudar os vários compromissos entre potência e capacidade. Este trabalho mostrará como a UT pode ser uma alternativa ao Método de Monte Carlo.

Pode-se observar que a potência aumenta à medida que o fator g_{mk} se torna menor, o que acontece quando os usuários se afastam do site e se aproximam da borda de cobertura da célula.

5.3.2 Capacidade de Polo (*Pole Capacity*) e Fator de carga efetivo no downlink

A equação (5.14) permite definir um fator η_{DL} chamado fator de carga efetivo para as M conexões como

$$\eta_{DL} = \gamma_{cmm} + \sum_{k=1}^M \frac{\rho_k R_k \nu_k}{W} [(1 - \alpha_k) + f_k]. \quad (5.15)$$

Substituindo na equação (5.14) vem

$$P_T^{(m)} = \frac{P_N \sum_{k=1}^M \frac{\rho_k R_k \nu_k}{W \cdot g_{mk}}}{1 - \eta_{DL}}. \quad (5.16)$$

Como a potência é sempre positiva na escala linear e o numerador da equação (5.16) é uma quantidade sempre positiva, o denominador da equação (5.16) deve ser sempre positivo. Isto significa que $\eta_{DL} < 1$. Quando η_{DL} se aproxima de 1 a equação (5.16) indica que a potência de transmissão requerida irá crescer infinitamente. Quando isso acontece, dizemos que a célula atingiu sua capacidade de polo (*pole capacity*). Portanto, o limite de capacidade no *downlink* é atingido para um valor inteiro de M que resulta no maior valor para η_{DL} abaixo de 1. Depois disso, qualquer aumento na potência não aumentará a capacidade da célula.

Como pode ser visto na equação (5.15), esta capacidade no *downlink* dependerá da distribuição dos usuários na célula, das características de

propagação de RF no ambiente (determinam os parâmetros g_{mk} e α_k) e da geometria da interferência inter célula que é refletida no parâmetro f_k .

Quando a capacidade em uma célula se torna limitada pelo link direto, compartilhar a potência da BS por várias portadoras pode aumentar a capacidade do sistema. Este compartilhamento reduz a carga de interferência em cada portadora e ajuda a reduzir a potência requerida para obter certa capacidade, isto é, aumenta o limite da capacidade de polo em cada portadora.

5.3.3 Serviço único e generalização para as classes multisserviço

A equação (5.14) pode ser simplificada para o caso em que as M conexões na célula utilizam o mesmo serviço, ou seja, a mesma taxa de serviço e a mesma qualidade ($R_k = R, \rho_k = \rho, \nu_k = \nu, k = 1, 2, \dots, M$). Então,

$$P_T^{(m)} = \frac{P_N \cdot \rho \cdot \nu \cdot R \cdot M / (W \cdot g_m)}{1 - \left\{ \gamma_{cmm} + \frac{\rho \cdot R \cdot \nu}{W} M [(1 - \alpha) + f_{DL}] \right\}} \quad (5.17)$$

onde

$$\alpha = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \alpha_k, \quad (5.18)$$

$$\frac{1}{g_m} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{1}{g_{mk}} e \quad (5.19)$$

$$f_{DL} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M f_k \quad (5.20)$$

que podem ser interpretados como o fator de ortogonalidade global, o ganho no canal global e o fator de interferência das outras células para a célula de interesse para uma dada distribuição dos M usuários na célula m , respectivamente. Note-se que a capacidade da célula é também afetada pela interferência das estações vizinhas, determinada pelo parâmetro f_{DL} . Assim, é importante minimizar a interferência mútua entre sites para maximizar a capacidade total da rede.

Para o caso prático de dimensionamento de uma mistura de serviços, os termos da equação (5.14) podem ser agrupados de acordo com o perfil dos usuários, isto é, separando diferentes serviços de acordo com a taxa de bit, fator de atividade, requerimentos de E_b/N_o e mobilidade (distribuição dos usuários) na célula. Assim, por analogia às equações (5.14) e (5.17), é fácil ver que a equação de capacidade-potência para M_j classes de serviços na célula é

$$P_T^{(m)} = \frac{P_N \sum_{j=1}^{M_j} \frac{\rho^{(j)} \nu^{(j)} R^{(j)} M^{(j)}}{W \cdot g^{(j)}}}{1 - \left\{ \gamma_{cmm} + \sum_{j=1}^{M_j} \frac{\rho^{(j)} \nu^{(j)} R^{(j)} M^{(j)}}{W} \left[(1 - \alpha^{(j)}) + f_{DL}^{(j)} \right] \right\}} \quad (5.21)$$

onde M_j é o número de classes de serviços e $M^{(j)}$ é o número de conexões em cada classe de serviço $j, j=1, 2, \dots, M_j$.

As análises apresentadas mostram que a capacidade é normalmente limitada pela potência total transmitida pela BS, pela carga atribuída na célula, pelas características de distribuição do tráfego, requerimentos de SNR, ambiente de propagação, etc. Como a potência requerida para cada serviço dependerá geralmente da taxa de bit (quanto maior a taxa de bits maior a potência requerida), da distância do usuário para a BS e do ambiente de propagação radio, a capacidade da célula para uma determinada potência e para uma determinada carga dependerá dos serviços, da distribuição de tráfego pela área e da morfologia da célula (parâmetro g_{mk}). Assim, uma célula UMTS não possui uma capacidade fixa. À medida que a distribuição de tráfego muda na célula e em sua vizinhança, a capacidade da célula também muda

6 APLICAÇÃO DA UTG PARA DIMENSIONAMENTO DE REDES 3G

Este capítulo mostra como a UTG pode ser utilizada para o cálculo da potência média requerida para atender a M usuários em uma rede 3G.

Serão apresentados dois cenários, um cenário simples que consiste em uma única célula omnidirecional para atender aos usuários e um cenário pouco mais elaborado, embora também simples, que consiste em um cluster de 7 células também omnidirecionais.

O propósito desta dissertação é mostrar como a UT pode ser utilizada para obter a curva de capacidade em função da potência. A utilização para rotinas de definição de desempenho em redes WCDMA ou quaisquer outras redes móveis poderá ser desenvolvida a partir dos conceitos que serão aqui apresentados.

6.1 CENÁRIO 1: 1 CÉLULA OMNIDIRECIONAL

Este cenário é composto por uma BTS que possui uma antena omnidirecional ideal e isotrópica localizada no centro da célula de raio R , M usuários utilizando unicamente o serviço de voz e distribuídos aleatoriamente na célula conforme a Figura 6.1. A potência total de transmissão é compartilhada entre os usuários. Estamos interessados em obter a **potência média total P_T** necessária para atender aos M usuários.

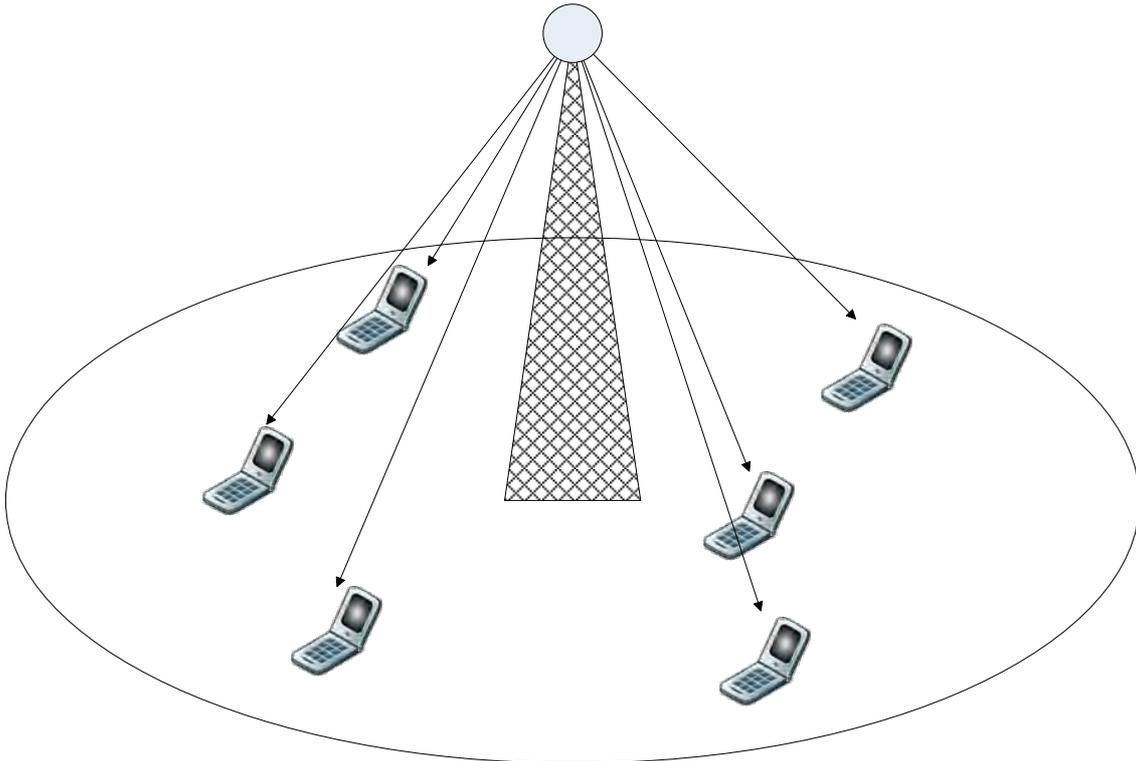


Figura 6.1- Cenário simplificado com uma célula

A localização de cada chamada é aleatoriamente escolhida com uma distribuição uniforme ao longo da área. Os usuários são atendidos por canais dedicados com controle de potência, isto é, a potência alocada a cada usuário é ajustada tal que o $\frac{E_b}{N_T}$ desejado seja alcançado.

Para este cenário simplificado em que todos os usuários utilizam o mesmo serviço, a potência total transmitida requerida para atender aos M usuários será dada pela equação (5.17).

Como se trata de apenas 1 BS não há interferência externa e o fator f_{DL} será igual a zero. Assim, equação (5.17) se torna

$$P_T^{(m)} = \frac{P_N \cdot \rho \cdot v \cdot R \cdot M / (W \cdot g_m)}{1 - \left\{ \gamma_{cmm} + \frac{\rho \cdot R \cdot v}{W} M (1 - \alpha) \right\}} \quad (6.1)$$

Como o serviço é o mesmo para todos os usuários, os parâmetros $P_N, \rho, v, R, W, \gamma_{cmm}$ são todos constantes.

Uma análise da equação (6.1) mostra que é preciso encontrar valores para os parâmetros g_m e α .

Para simplificar o problema, o valor atribuído a α também será considerado constante para todos os usuários. Assim, o problema se reduz a definir o parâmetro g_m que pode ser calculado pela equação (5.19).

$$\frac{1}{g_m} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{1}{g_{mk}}$$

Por definição, o parâmetro g_{mk} é o ganho no link entre a BS m e o móvel k e é igual ao inverso da perda no caminho. Assumindo uma antena isotrópica, ou seja, que possui ganho 0 e a componente de fading igual para todos os M usuários da célula, o parâmetro g_{mk} pode ser calculado para cada usuário utilizando um modelo de propagação. Utilizando o modelo COST-231 Hata apresentado na seção 4.1.2, para cada usuário k , o parâmetro g_{1k} , uma vez que o cenário possui apenas 1 BS, será dado por

$$\begin{aligned} g_{1k} = & -46.3 - 33.9 \log\left(\frac{f}{\text{MHz}}\right) + 13.82 \log(h_{BS}) - \\ & a(h_{MS}) - (44.9 - 66.5 \log(h_{BS})) \cdot \log\left(\frac{D_{1k}}{\text{Km}}\right) - C_m + \quad (6.2) \\ & \sigma + \Omega_m \end{aligned}$$

onde o termo $a(h_{MS})$ é definido pela equação (4.7)

Ω_m é o ganho da antena transmissora, que é igual a 0 dB no nosso cenário e σ é a componente do shadow fading.

Considerando os valores de f , h_{BS} , h_{MS} , C_m constantes, uma análise da equação (6.2) mostra que g_{1k} dependerá apenas da distância dos usuários em relação à BS, D_{1k} , e da componente de desvanecimento lento de cada usuário. Para simplificar os cálculos, conforme já dito anteriormente, a componente de desvanecimento também será considerada constante para todos os usuários.

O parâmetro g_m dependerá de D_{1k} e do número de usuários M e a potência total dependerá do parâmetro g_m .

A questão então é saber qual a distância de cada usuário k para a BS1.

Se a rede fosse estática, bastaria saber onde estão localizados os usuários, mas os usuários se movem e eles podem estar a cada instante em uma posição diferente. Usualmente utiliza-se o Método de Monte Carlo sorteando as posições dos usuários um número N suficientemente grande até obter uma média para o parâmetro g_{1k} .

6.2 OBTENDO A MÉDIA DE g_{1k} COM A UTG

Seja D_{mk} a distância entre a célula m e o usuário k . Como só há 1 BS $m = 1$.

Como a cobertura é circular, a distância D_{mk} em relação ao centro de cobertura, que é o local onde está a BS1, será dada por um raio r . Vamos assim, definir r como uma variável aleatória.

A equação (6.1) mostra que a potência depende da quantidade de usuários presente na célula.

Pode-se definir outra variável aleatória, u , como o número de usuários na célula.

O problema pode ser assim formulado:

Seja a variável aleatória $r \sim U[0, R]$ e a variável aleatória $u \sim U[0, M]$. Queremos obter a média da variável aleatória

$$\frac{1}{g_m} = f(r, u) \quad (6.3)$$

cuja distribuição de probabilidade é desconhecida.

Para viabilizar a aplicação da UT neste problema, considera-se os usuários como uma densidade de usuários e não como um número de usuários. Assim, a variável aleatória u , deve ser enxergada como uma densidade Λ e sua unidade será *usuários/unidade de área*.

Continua-se a supor que os usuários estão uniformemente distribuídos na célula.

Para esta variável precisa-se apenas de uma aproximação de ordem zero, ou seja, apenas 1 ponto-sigma. Devido à simetria do problema não há nenhum ganho em utilizar ordens superiores.

O ponto-sigma e seu peso pode ser obtido da Tabela 3.1. A densidade de usuários Λ é calculada conforme Tabela 6.1 lembrando que a área de cobertura da BS possui raio R e área A .

Área A (m ²)	Usuários	Usuários/m ² U	Ponto-Sigma	Densidade Usuários Λ	Peso
$A = \pi R^2$	M	$U = M/A$	0.5	$\Lambda = 0.5 * U$	1

Tabela 6.1 – Definindo a densidade de usuários

De acordo com os conceitos mostrados no capítulo 3.1, os M usuários podem ser representados como se estivessem concentrados em centros de massa localizados nos pontos-sigma.

Aqui será usada uma aproximação de ordem 2, ou seja, 3 pontos-sigma.

Com n pontos-sigma, os M usuários serão representados por N usuários concentrados ao longo dos raios de s círculos de Áreas $A_1, A_2, A_3 \dots A_s$ onde

$$A_s = S_s * A \quad (6.4)$$

e S_s é obtido da Tabela 3.1.

O valor médio de g_m será calculado conforme Tabela 6.2

Ponto-sigma	Área A_s	Raio R_i	Ganho link dB (G_{1i})	Ganho link linear (g_{1i})	Usuários N_i	$\frac{1}{g_{mi}}$	Peso
S_s	$A_s = S_s * A$	$R_{si} = \sqrt{\frac{S_s * A}{\pi}}$	$G_{1s} = Eq. (6.2)$	$g_{1s} = 10^{(G_{1s}/10)}$	$N_s = A_s * \Lambda$	N_s / g_{1s}	P_s
$\frac{1}{g_m} = \sum_{i=1}^s P_i * \frac{1}{g_{mi}}$							

Tabela 6.2 – Cálculo de g_m

em que s é o número de pontos-sigma, ou seja, se forem escolhidos 3 pontos-sigma, s irá variar de 1 a 3 e terá os valores da terceira linha da Tabela 3.1.

Conhecendo a área de cada círculo, é possível calcular os raios $R_1, R_2, R_3 \dots R_s$. Os N usuários estarão ao longo destes raios.

Como a distância do centro a qualquer ponto ao longo do raio será igual ao raio, pode-se enxergar esta distribuição conforme a Figura 6.2 (caso em que s é igual a 10).

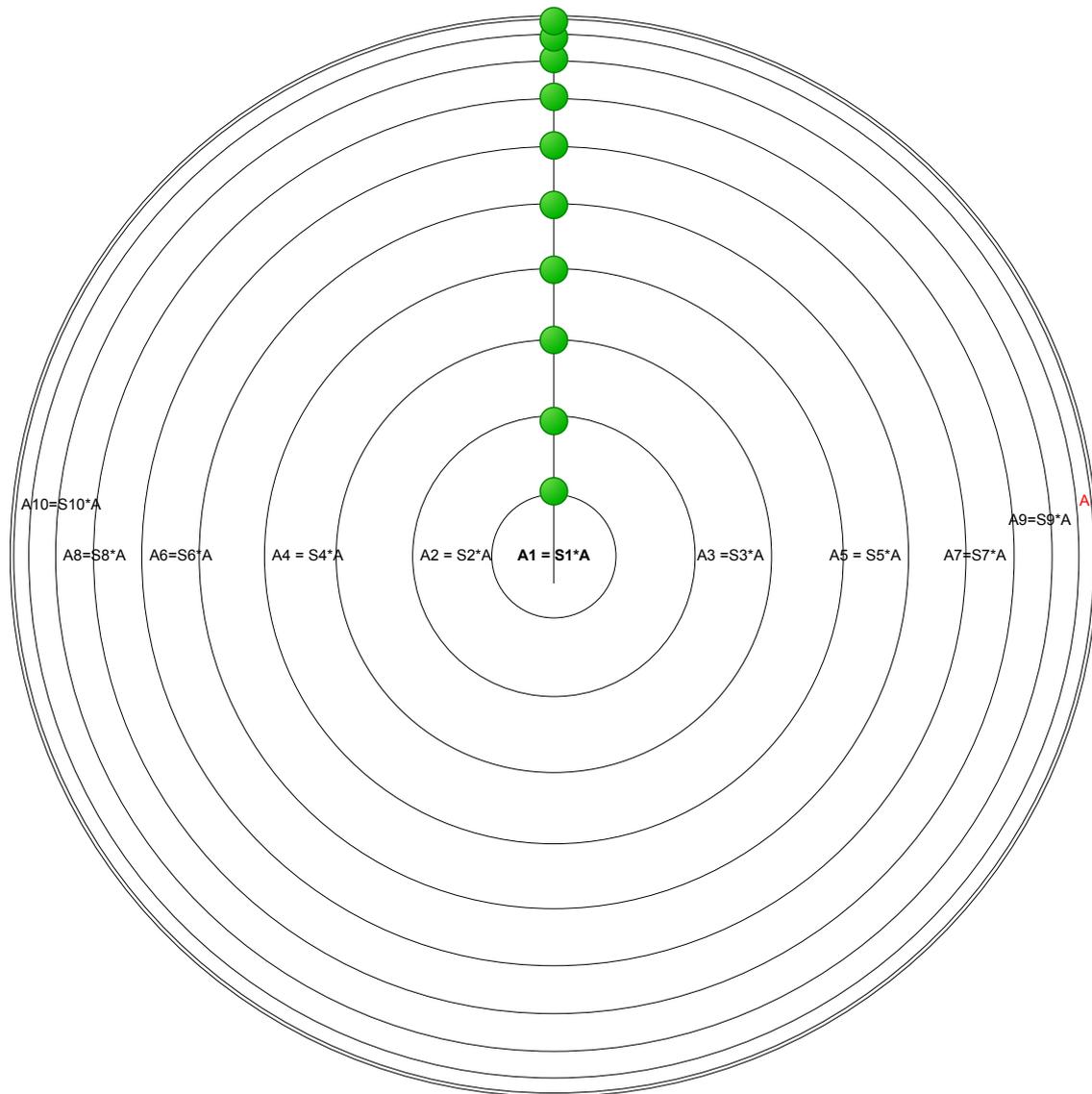


Figura 6.2 – Distribuição dos usuários com a UT com 1 variável

O objetivo final é calcular a **potência média** requerida para uma célula de raio R atender aos M usuários.

Como já obtivemos a média de $\frac{1}{g_m}$, para calcular a potência média requerida basta aplicar a equação (6.1).

$$P_T^{(m)} = \frac{P_N \cdot \rho \cdot v \cdot R \cdot M / (W \cdot g_m)}{1 - \left\{ \gamma_{cmm} + \frac{\rho \cdot R \cdot v}{W} M(1 - \alpha) \right\}}$$

Os parâmetros utilizados estão mostrados na Tabela 6.3

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Frequência	f	2000	MHz
Altura da antena da BS	h_{BS}	30	m
Altura da antena do móvel (MS)	h_{MS}	1,5	m
Raio da célula	R	1500	m
Distância entre BS e MS	d	0 ... R	m
Canais comuns (piloto mais controle)	γ_{cmm}	2	%
Potência máxima da BS	P	20	W
Fator de ortogonalidade	α	0,6	
Desvio padrão do desvanecimento lento	σ	6	dB
Fator de atividade	v	0,65	
Relação sinal/ruído(+ interferência) requerida (Eb/I0+N0)	ρ	7	dB
Taxa de bits do serviço	R	12,2	Kbps
Banda	W	3,84	Mcps
Ruído Térmico	P_N	-103	dBm
Fator de correção	C_m	0	dB

Tabela 6.3 – Parâmetros para o cenário 1

Os resultados obtidos coma UT e com o método de Monte-Carlo com 100 iterações está apresentado na figura Figura 6.3

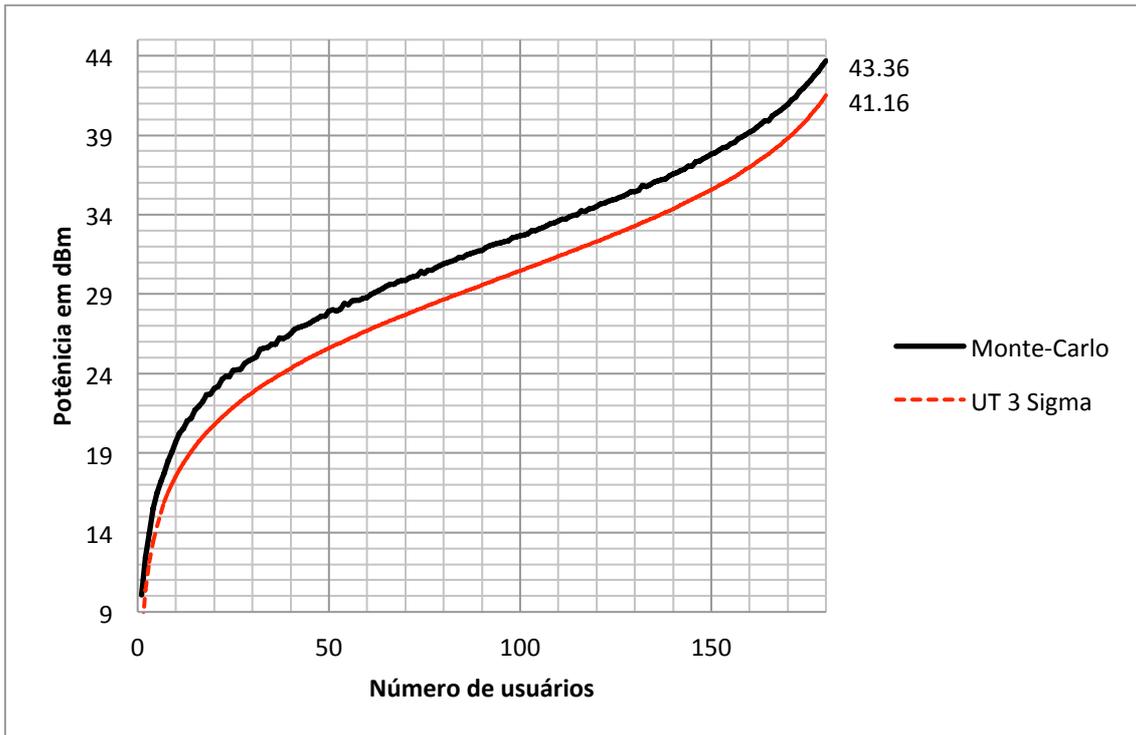


Figura 6.3 – Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1

A análise do gráfico mostra um erro considerável em relação à Monte Carlo, lembrando que a potência está em dBm. Olhando de forma linear, esta discrepância fica mais visível, Figura 6.4

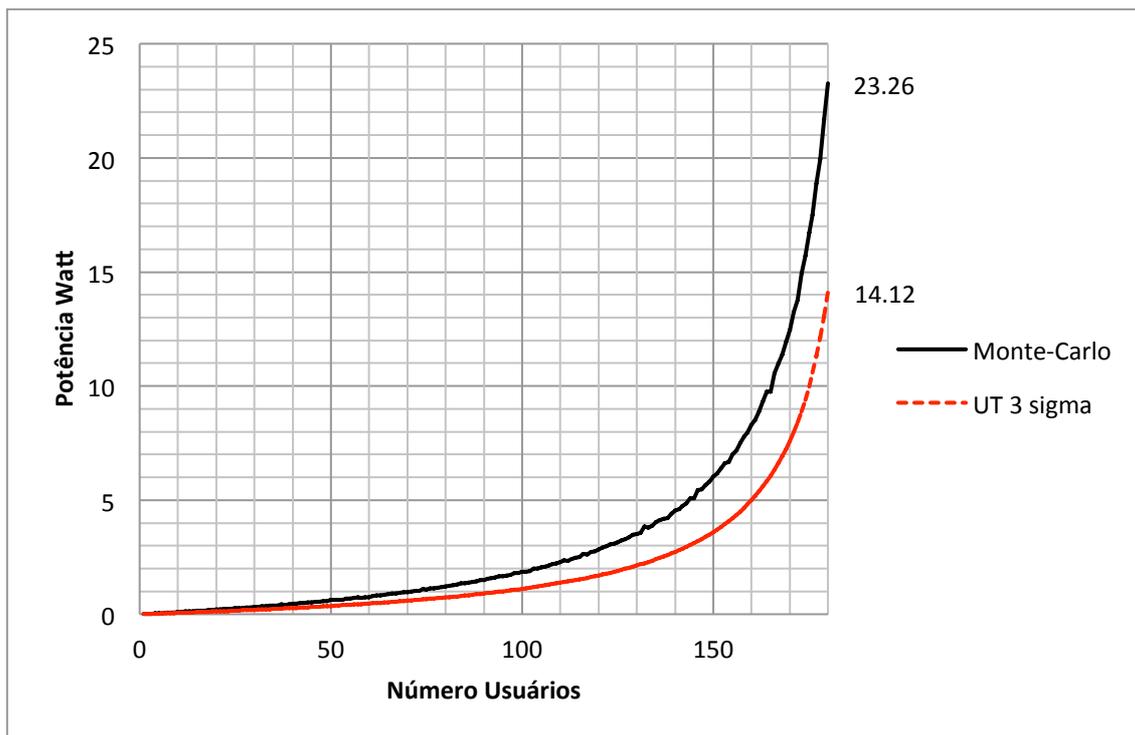


Figura 6.4 - Gráfico Potência média em Watt para o Cenário 1

Analisando a equação (4.6) fica claro que se uma célula tiver um único usuário a ela conectado e este usuário estiver localizado próximo à estação, ele consumirá uma parcela irrisória da potência do site. Mas, se este mesmo usuário estiver localizado na borda da célula, poderá consumir grande parte da potência da BS, dependendo da extensão de sua cobertura.

Apenas para ilustrar, seja uma célula de raio 4 km e um único usuário, a potência que este usuário irá consumir para diferentes distâncias em relação ao centro e considerando as mesmas condições do cenário 1 será conforme Tabela 6.4

<i>Distância m</i>	<i>Potência Watt</i>
100	4,24716E – 05
1000	0,141443887
2000	1,625391564
4000	18,6780623

Tabela 6.4 – Potência consumida por 1 usuário em função da Distância

Com base nesta observação, de que usuários mais distantes têm uma maior contribuição no consumo de potência, modificaram-se os pesos da distribuição

uniforme da variável raio, r , designando os maiores pesos para os pontos mais distantes do centro e os menores pesos para os pontos mais próximos ao centro. Os pesos foram rearranjados conforme tabela Tabela 6.5

No de Pontos	P_1										
1	1	P_2									
2	0,5	0,5	P_3								
3	0,278	0,278	0,444	P_4							
4	0,174	0,174	0,326	0,326	P_5						
5	0,1185	0,1185	0,2393	0,2393	0,2844	P_6					
6	0,0857	0,0857	0,1804	0,1804	0,234	0,234	P_7				
7	0,0647	0,0647	0,1399	0,1399	0,1909	0,1909	0,209	P_8			
8	0,0506	0,0506	0,1112	0,1112	0,1568	0,1568	0,1813	0,1813	P_9		
9	0,0406	0,0406	0,0903	0,0903	0,1303	0,1303	0,1562	0,1562	0,1651	P_{10}	
10	0,0333	0,0333	0,0747	0,0747	0,1096	0,1096	0,1346	0,1346	0,1478	0,1478	

Tabela 6.5 – Tabela de Pesos modificados para a distribuição “uniforme”

Com estes novos pesos, aplicou-se novamente a UT com 3 pontos sigma e obteve-se o gráfico mostrado na Figura 6.5.

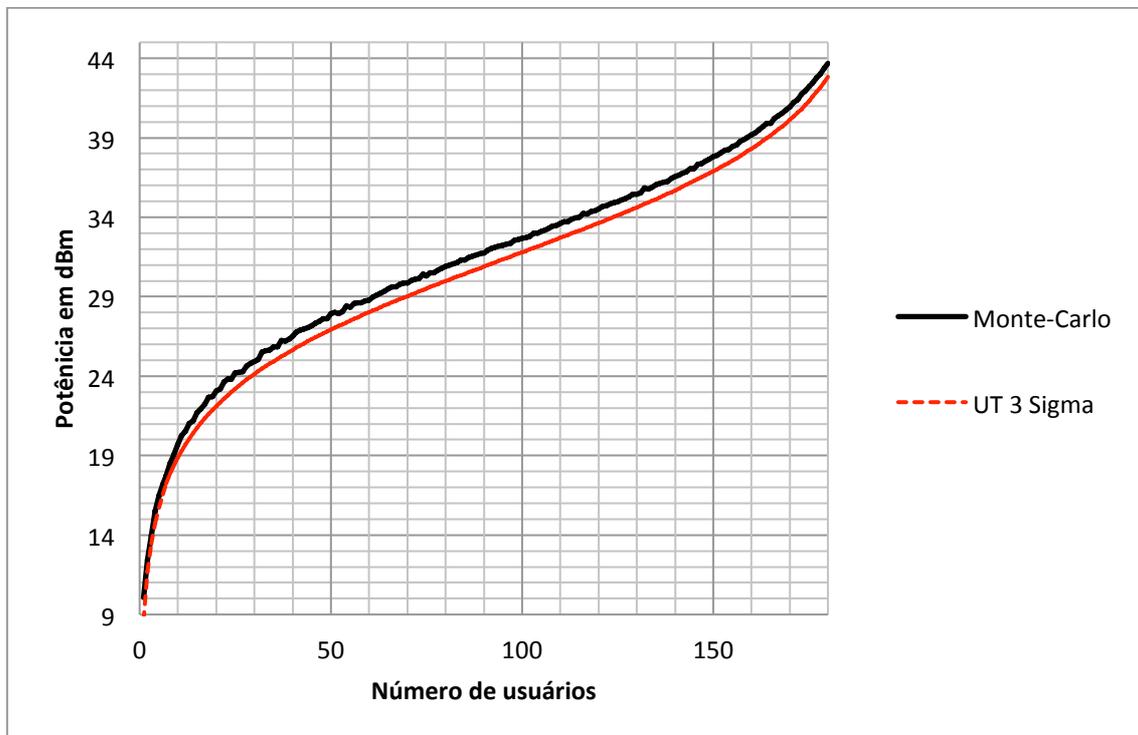


Figura 6.5 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1 com pesos modificados e 3 pontos-sigma

Pelo gráfico da Figura 6.5 pode-se concluir que a intuição está aparentemente correta. A curva simulada com a UT se aproximou bastante da curva simulada com Monte Carlo, embora ainda esteja um pouco abaixo dela.

Com o intuito de verificar se aumentando-se o número de pontos-sigma obtinha-se algum ganho, simulou-se com mais pontos. A **Figura 6.6**, a **Figura 6.7** e a **Figura 6.8** mostram as curvas obtidas para 5, 7 e 10 pontos-sigma respectivamente com os pesos modificados.

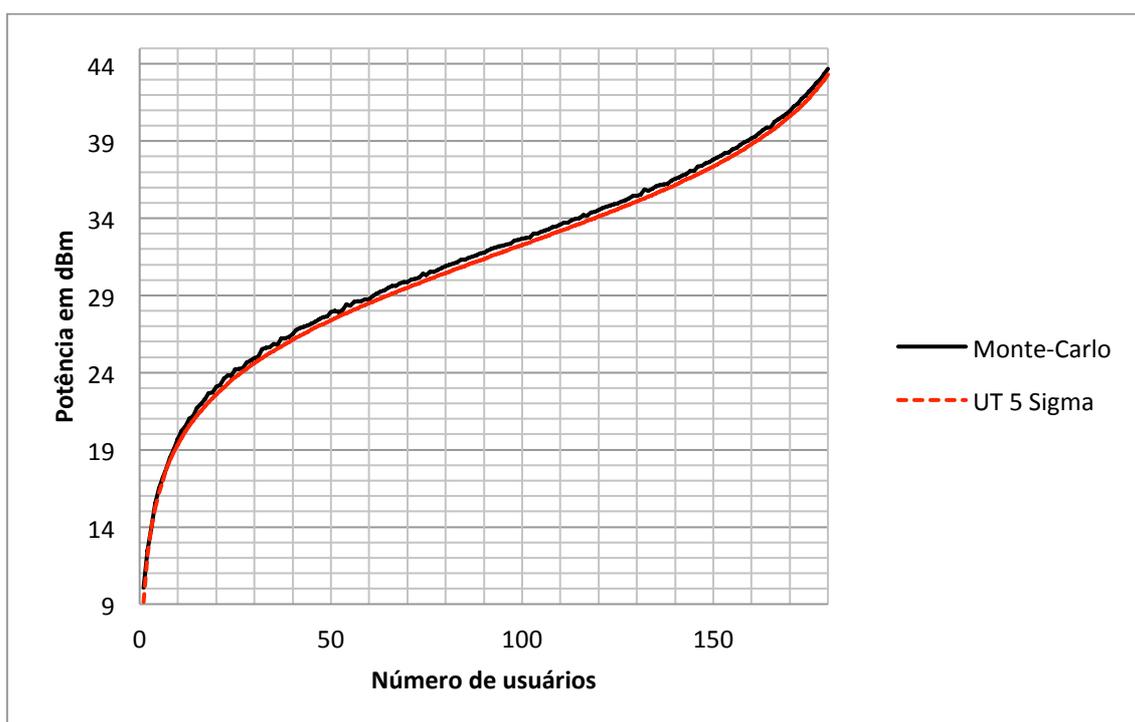


Figura 6.6 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1 com pesos modificados e 5 pontos-sigma

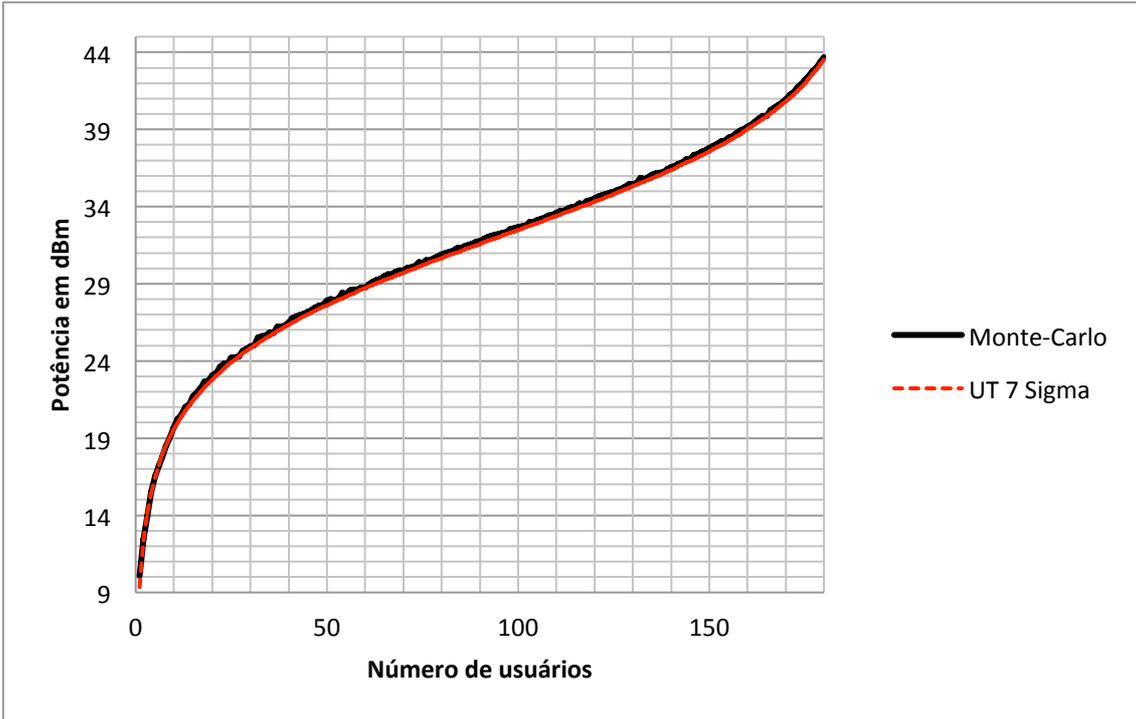


Figura 6.7 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1 com pesos modificados e 7 pontos-sigma

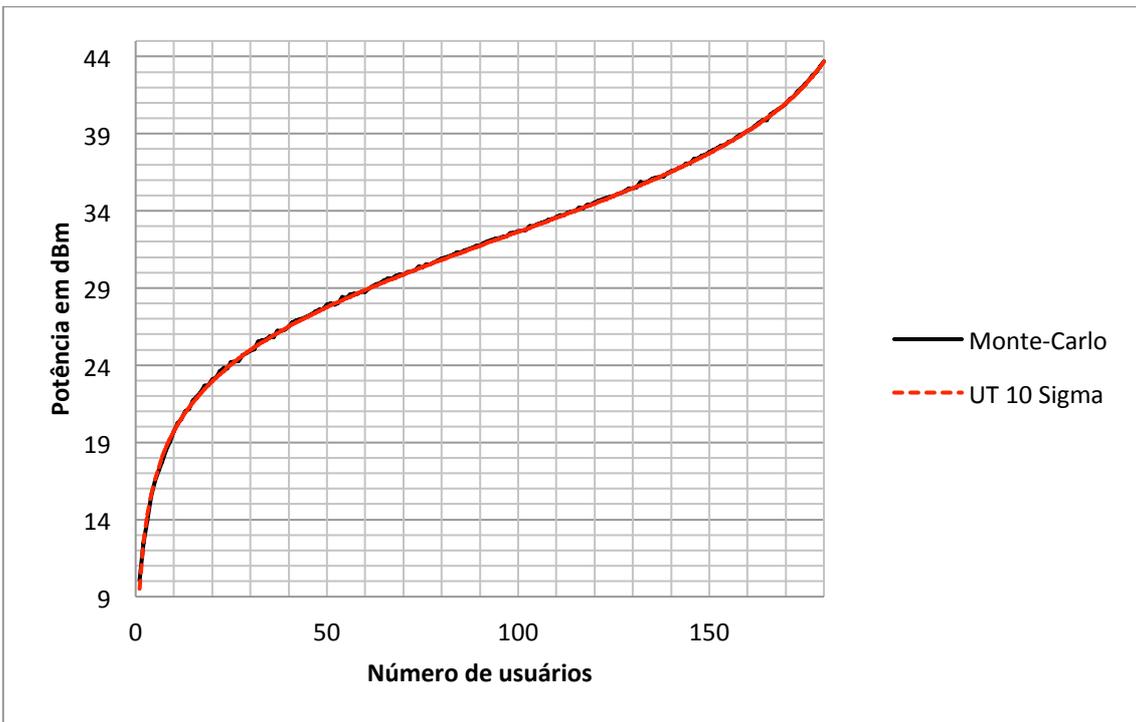


Figura 6.8 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 1 com pesos modificados e 10 pontos-sigma

Os gráficos apresentados mostram que a precisão aumenta com o aumento dos pontos-sigma. Com 5 pontos-sigma o resultado já é absolutamente satisfatório e com 10 pontos-sigma o erro em relação à Monte Carlo é muito pequeno.

Os resultados apresentados sugerem que a UT foi aplicada com êxito. Um estudo mais profundo ainda deve ser realizado para explicar a troca de pesos, talvez alguma condição imposta ao problema não esteja adequada.

O grande ganho da formulação proposta é que ela permite que novas variáveis sejam inseridas no problema sem aumentar muito a complexidade da solução. Assim, é possível dizer que aplicações mais complexas podem ser desenvolvidas a partir daí.

O cenário apresentado pressupunha que todos os usuários utilizavam o mesmo serviço. O método pode ser facilmente estendido para o caso multiserviço, bastando apenas aplicar a equação (5.21).

$$P_T^{(m)} = \frac{P_N \sum_{j=1}^{M_j} \frac{\rho^{(j)} v^{(j)} R^{(j)} M^{(j)}}{W \cdot g^{(j)}}}{1 - \left\{ \gamma_{cmm} + \sum_{j=1}^{M_j} \frac{\rho^{(j)} v^{(j)} R^{(j)} M^{(j)}}{W} [(1 - \alpha^{(j)}) + f_{DL}^{(j)}] \right\}}$$

Como exemplo, suponha que no cenário apresentado tenham 29 usuários de voz AMR 12.2 Kbps e 29 usuários de dados com RAB de 64 Kbps.

Reescrevendo a equação (5.21) para $j = 2$, onde o serviço $j = 1$ é o serviço de voz e o serviço $j = 2$ é o serviço de dados vem

$$P_T^{(m)} = \frac{P_N \left(\frac{\rho^{(1)} v^{(1)} R^{(1)} M^{(1)}}{W \cdot g^{(1)}} \right) + P_N \left(\frac{\rho^{(2)} v^{(2)} R^{(2)} M^{(2)}}{W \cdot g^{(2)}} \right)}{1 - \left\{ \gamma_{cmm} + \left(\frac{\rho^{(1)} v^{(1)} R^{(1)} M^{(1)}}{W} [(1 - \alpha^{(1)}) + f_{DL}^{(1)}] + \frac{\rho^{(2)} v^{(2)} R^{(2)} M^{(2)}}{W} [(1 - \alpha^{(2)}) + f_{DL}^{(2)}] \right) \right\}} \quad (6.5)$$

Os parâmetros utilizados para os usuários de voz serão os mesmos da Tabela 6.3. Para os usuários de dados os parâmetros utilizados estão na Tabela 6.6.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Frequência	f	2000	MHz
Altura da antena da BS	h_{BS}	30	m
Altura da antena do móvel (MS)	h_{MS}	1,5	m
Raio da célula	R	1500	m
Distância entre BS e MS	d	0 ... R	m
Canais comuns (piloto mais controle)	γ_{cmm}	2	%
Potência máxima da BS	P	20	W
Fator de ortogonalidade	α	0,6	
Desvio padrão do shadow fading	σ	6	dB
Fator de atividade	ν	0,7	
Relação sinal/ruído(+ interferência) requerida (Eb/10+N0)	ρ	2,5	dB
Taxa de bits do serviço	R	64	Kbps
Banda	W	3,84	Mcps
Ruído Térmico	P_N	-103	dBm
Fator de correção	C_m	0	dB

Tabela 6.6 – Parâmetros para usuário de dados 64 Kbps

O denominador da equação (6.5) será uma constante e o numerador será calculado conforme procedimento apresentado.

Aplicou-se a equação para os 58 usuários (29 de voz e 29 de dados) e o valor encontrado para a potência média pela UT com 10 pontos-sigma foi de **18,75 W** e de **18,95 W** com 1000 iterações no método de Monte Carlo. Cálculos deste cenário misto podem ser facilmente feitos com a UT mas com Monte Carlo o processo é bem lento, por isso apresenta-se apenas um valor e não uma curva com várias combinações possíveis.

6.3 CENÁRIO 2: CLUSTER COM 7 CÉLULAS OMNIDIRECIONAIS

Este cenário é composto por 7 estações rádio base que possuem antenas omnidirecionais, ideais e isotrópicas localizadas no centro das células de raio R , M usuários utilizando unicamente o serviço de voz e distribuídos aleatoriamente e uniformemente em cada célula conforme a Figura 6.9. Por conveniência, as células serão consideradas circulares e não hexagonais e o ganho de soft-handover não será considerado sem perdas nos resultados.

A potência total de transmissão é compartilhada entre os usuários. Estamos interessados em obter a **potência média total da célula1, P_T** , necessária para atender aos M usuários da *célula1*.

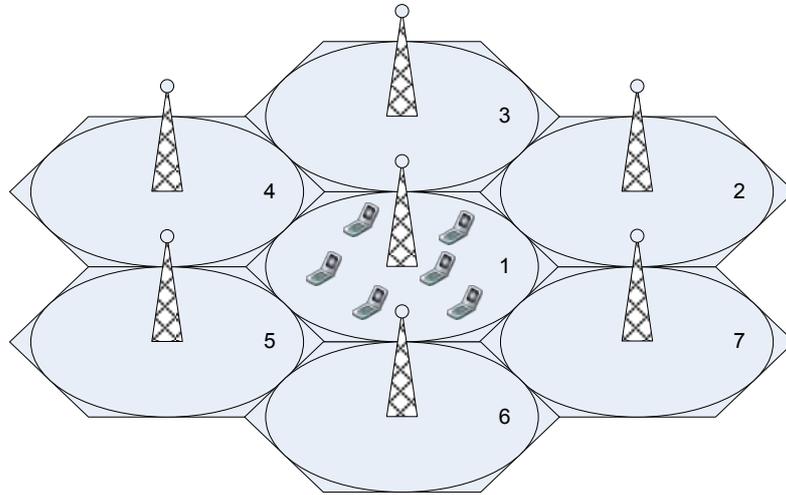


Figura 6.9 – Cenário 2: 7 células omnidirecionais

Apenas a *célula1* será analisada, as demais células serão apenas fontes de interferência para a *célula1*.

Neste cenário ainda será considerado um único serviço na célula, assim, a potência total transmitida requerida para atender aos M usuários será novamente dada pela equação (5.17).

$$P_T^{(m)} = \frac{P_N \cdot \rho \cdot v \cdot R \cdot M / (W \cdot g_m)}{1 - \left\{ \gamma_{cmm} + \frac{\rho \cdot R \cdot v}{W} M [(1 - \alpha) + f_{DL}] \right\}}$$

Neste cenário, a potência total só dependerá da quantidade de usuários em cada célula, da distância dos usuários em relação à BS1 e em relação às demais BS's e da componente de desvanecimento lento de cada usuário. Também neste caso, para simplificar os cálculos, esta componente será considerada igual para todos os usuários, ou seja, como uma constante.

Novamente, uma análise da equação (6.1) mostra que é preciso encontrar valores para os parâmetros g_m , α e f_{DL} . Novamente faz-se aqui α uma constante. Assim, o problema reduz-se a calcular o parâmetro g_m que pode ser calculado pela equação (5.19),

$$\frac{1}{g_m} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \frac{1}{g_{mk}}$$

e a calcular o parâmetro f_{DL} que pode ser calculado pela equação (5.20)

$$f_{DL} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M f_k$$

onde f_k será calculado pela equação (5.11)

$$f_k = \frac{\sum_{n=1, n \neq m}^N P_T^{(n)} g_{nk}}{P_T^{(m)} g_{mk}}$$

Para simplificar o problema, vamos considerar que todas as n BS's possuem a mesma quantidade de usuários, com o mesmo serviço e irradiam a mesma potência. Com esta simplificação podemos reescrever a equação (5.11) como

$$f_k = \frac{\sum_{n=1, n \neq m}^N g_{nk}}{g_{mk}} \quad (6.6)$$

Por definição, o parâmetro g_{mk} é o ganho no link entre a BS m e o móvel k e é igual ao inverso da perda no caminho. Assumindo uma antena isotrópica, ou seja, que possui ganho 0 e a componente de fading igual para todos os M usuários da célula, o parâmetro g_{mk} será novamente calculado utilizando o modelo de propagação COST-231 Hata apresentado na seção 4.1.2. Assim, para cada usuário k , o parâmetro g_{mk} , será dado por pela equação (4.6) e Ω_m é o ganho da antena transmissora, que é igual a 0 dB neste cenário e σ é a componente do shadow fading.

Considerando os valores de f , h_{BS} , h_{MS} , C_m constantes, uma análise da equação (6.2) mostra que g_{mk} dependerá apenas da distância dos usuários em relação à BS_m , D_{mk} , e da componente de desvanecimento lento de cada usuário. Para simplificar os cálculos, conforme já dito anteriormente, esta componente será considerada constante para todos os usuários.

O parâmetro g_m dependerá de D_{mk} e do número de usuários M .

O parâmetro f_{DL} dependerá da distância dos k usuários para cada uma das n BS's, de g_{mk} e das potências totais emitidas por todas as BS's.

A questão agora é saber qual a distância de cada usuário k para cada BS para então calcular os parâmetros g_{mk} e g_{nk}

Neste problema $m = 1$ e $n = 2, 3, 4, 5, 6$ e 7 .

6.4 OBTENDO A MÉDIA DE g_{mk} E g_{nk} COM A UTG

O procedimento é análogo ao da seção anterior para o cálculo de g_{mk} .

No entanto, para calcular g_{nk} há mais uma variável a ser considerada. No problema anterior só interessava a distância do usuário em relação à BS1, pois qualquer que fosse seu ângulo em relação à BS1, a distância calculada seria a mesma, já que a BS1 estava no centro. No *cenário2*, as duas variáveis, ângulo e raio, devem ser consideradas para ser possível calcular a distância do usuário k para as BS's 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

O problema pode ser assim formulado:

Seja a variável aleatória $r \sim U[0, R]$, a variável aleatória $\theta \sim U[0, 2\pi]$ e a variável aleatória $u \sim U[0, M]$ queremos obter a média da variável aleatória

$$g_{nk} = f(r, u, \theta) \quad (6.7)$$

cuja distribuição de probabilidade é desconhecida.

Novamente os usuários serão tratados como uma densidade de usuários e não como um número de usuários. Assim, a variável aleatória u , deve ser enxergada como densidade Λ e sua unidade será *usuários/unidade de área*.

Continua-se a assumir que os usuários estão uniformemente distribuídos na célula.

Para esta variável usaremos apenas de uma aproximação de ordem zero, ou seja, apenas 1 ponto-sigma. Devido à simetria do problema não há nenhum ganho em utilizar ordens superiores.

O ponto-sigma e seu peso pode ser obtido da Tabela 3.1. A densidade de usuários Λ é calculada conforme Tabela 6.1 lembrando que a área de cobertura da BS possui raio R e área A .

Os M usuários serão representados por N usuários em centros de massa definidos pelos pontos-sigma. Como se tratam de duas variáveis aleatórias independentes, teremos s pontos-sigma para a variável *raio* e q pontos-sigma para a variável *ângulo*. Assim, os centros de massa terão raio e ângulo determinados.

Os M usuários serão representados por N usuários distribuídos em s círculos de Área $A_1, A_2, A_3 \dots A_s$ onde

$$A_s = S_s * A \quad (6.8)$$

e em q direções $\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots \theta_q$ onde

$$\theta_q = S_q * 360 \quad (6.9)$$

e $S_{s,q}$ são obtido da Tabela 3.1, o valor de s e q indicam a linha da tabela que será utilizada.

A Figura 6.10 mostra esta como seriam estes centros de massa para o caso em que s é igual a 10 e q é igual a 4.

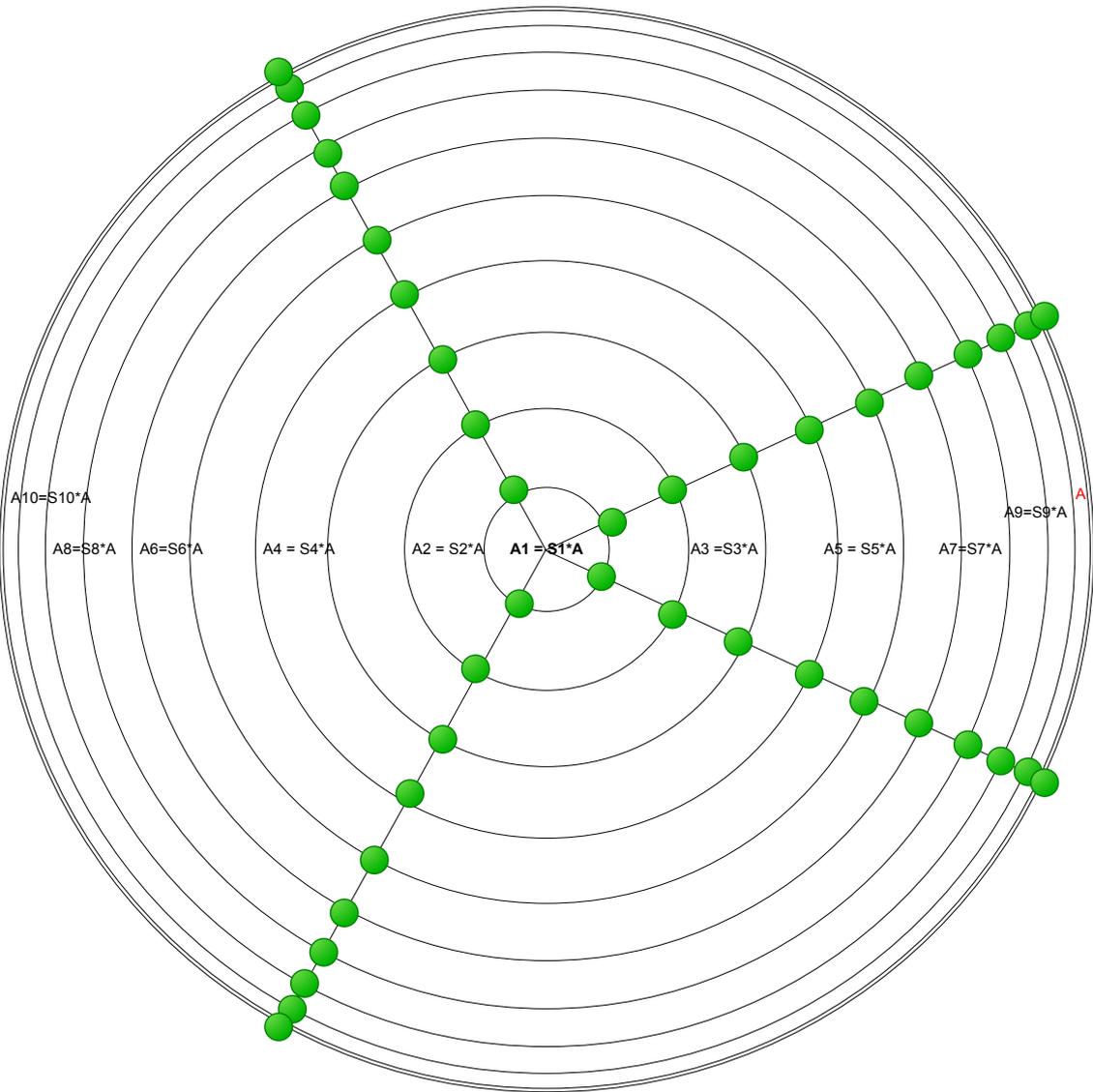


Figura 6.10 - Distribuição dos usuários com a UT com 2 variáveis

O valor médio g_m será calculado da mesma maneira, conforme Tabela 6.2:

Ponto-sigma	Área A_n	Raio R_i	Ganho link dB (G_{1i})	Ganho link linear (g_{1i})	Usuários N_i	$\frac{1}{g_{mi}}$	Peso
S_s	$A_s = S_s * A$	$R_{si} = \sqrt{\frac{S_s * A}{\pi}}$	$G_{1s} = Eq. (6.2)$	$g_{1s} = 10^{(G_{1s}/10)}$	$N_s = A_s * \Lambda$	N_s / g_{1s}	P_s
$\frac{1}{g_m} = \sum_{i=1}^s P_i * \frac{1}{g_{mi}}$							

Onde s é o número de pontos-sigma

Para calcular a potência média desejada falta calcular o fator f_{DL} . Para tal é preciso obter o valor de g_{nk} . O problema então é calcular a distância de todos os k usuários para as n BS's.

Aqui será usada uma aproximação de ordem 2 para as variáveis r e θ , ou seja, 3 pontos-sigma para cada variável.

Como supomos que as variáveis são independentes, o peso resultante será a multiplicação dos pesos de cada variável. Assim, têm-se 9 pontos sigma com pesos definidos conforme Tabela 6.7, onde os pesos P_x são obtidos da Tabela 3.2

Raio \ Ângulo		$P1_r$	$P2_r$	$P3_r$
		$S1_r$	$S2_r$	$S3_r$
$P1_\theta$	$S1_\theta$	$P_1 = P1_r * P1_\theta$	$P_2 = P2_r * P1_\theta$	$P_3 = P3_r * P1_\theta$
$P2_\theta$	$S2_\theta$	$P_4 = P1_r * P2_\theta$	$P_5 = P2_r * P2_\theta$	$P_6 = P3_r * P2_\theta$
$P3_\theta$	$S3_\theta$	$P_7 = P1_r * P3_\theta$	$P_8 = P2_r * P3_\theta$	$P_9 = P3_r * P3_\theta$

Tabela 6.7 – Pesos para as duas variáveis independentes

O valor médio de f_{dl} será calculado conforme Tabela 6.8

Ponto-sigma	d_{nksq}	Ganho link dB	Usuários N_i	f_k	$f_{DL(sq)}$
S_s, S_q	Distância entre a BS n e o usuário k na posição s, q	$g_{nk(sq)} = Eq. (6.2)$	$N_s = A_s * \Lambda$	$\frac{\sum_{n=1, n \neq m}^N g_{nk(sq)}}{g_{mk}}$	$N_s * f_k * P_{(sq)}$
$f_{DL} = \sum_{i=1}^{sq} f_{DL(sq)}$					

Tabela 6.8 – Cálculo de f_{DL}

O problema foi resolvido com os mesmos parâmetros da Tabela 6.3

Os resultados obtidos com a UT com 9 pontos-sigma e com o método de Monte-Carlo com 1000 iterações estão apresentados na Figura 6.11

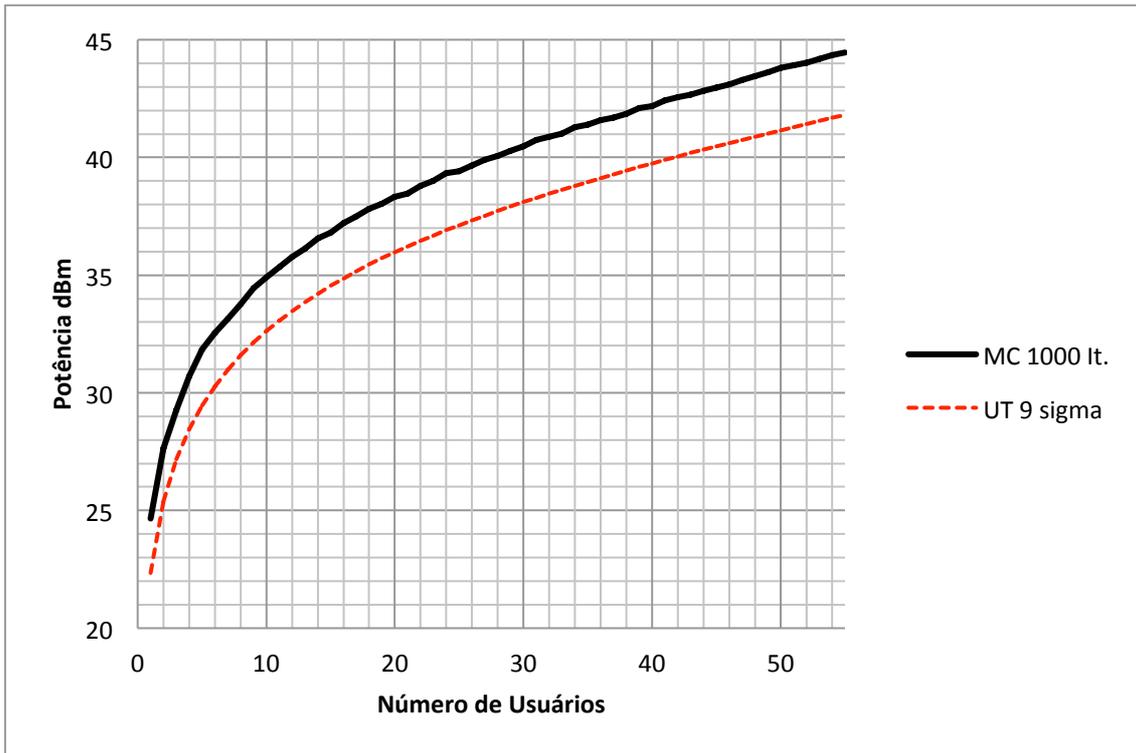


Figura 6.11 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 2 com 9 pontos-sigma

A análise do gráfico mostra um erro considerável em relação à Monte Carlo, lembrando que a potência está em dBm.

Seguindo novamente a intuição de que os usuários mais distantes contribuem mais para a perda no caminho, modificaram-se novamente os pesos conforme Tabela 6.5.

Com os novos pesos apenas para a variável raio, r , aplicou-se novamente a UT com 9 pontos sigma (3 pontos para a variável raio e três pontos para a variável ângulo) e obteve-se o gráfico mostrado na Figura 6.12

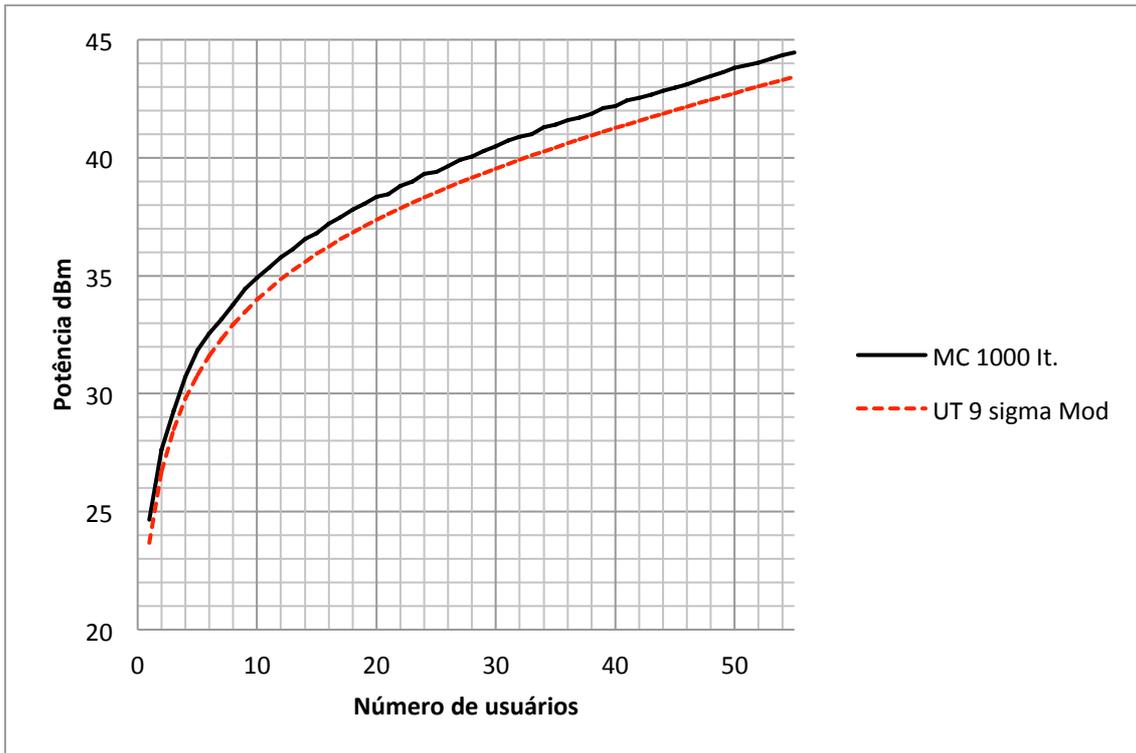


Figura 6.12 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 2 com pesos modificados e 9 pontos-sigma

A análise do gráfico da Figura 6.12 mostra que o resultado ainda diverge de Monte-Carlo, embora com menor erro,.

Baseando-se no resultado obtido com o cenário anterior simulou-se com 10 pontos-sigma para a variável raio e 3 e 4 pontos sigma para a variável ângulo. Os resultados obtidos com 3 e 4 pontos estão na Figura 6.13 e na Figura 6.14 respectivamente:

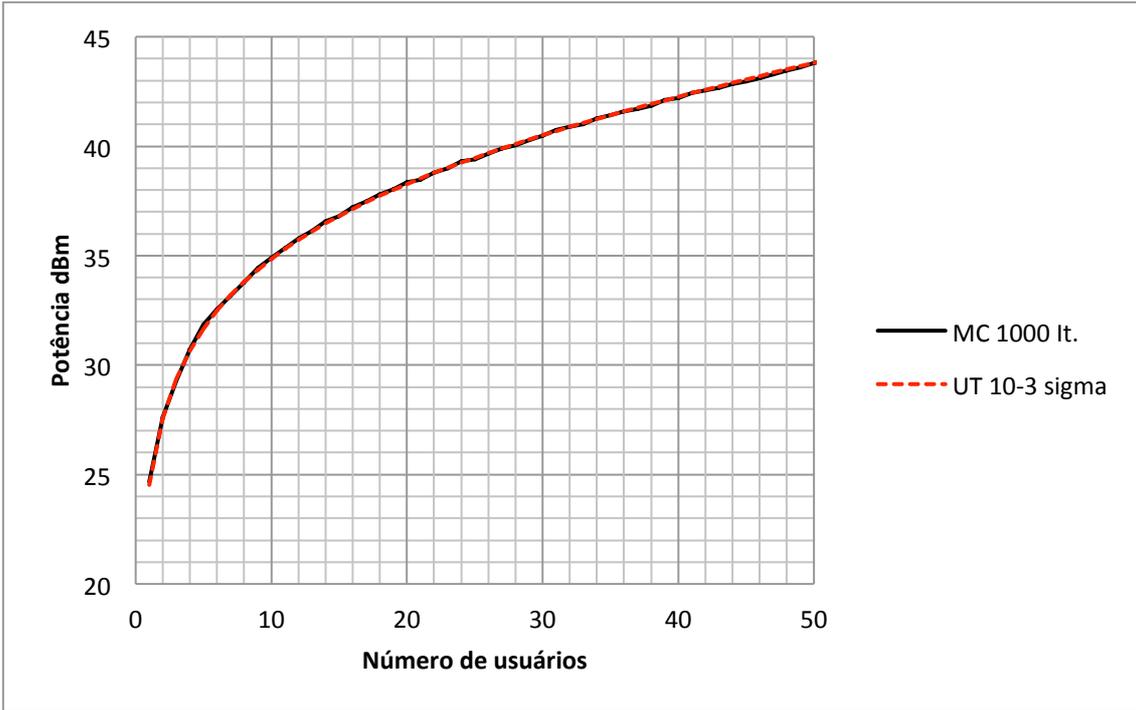


Figura 6.13 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 2 com pesos modificados e 30 pontos-sigma

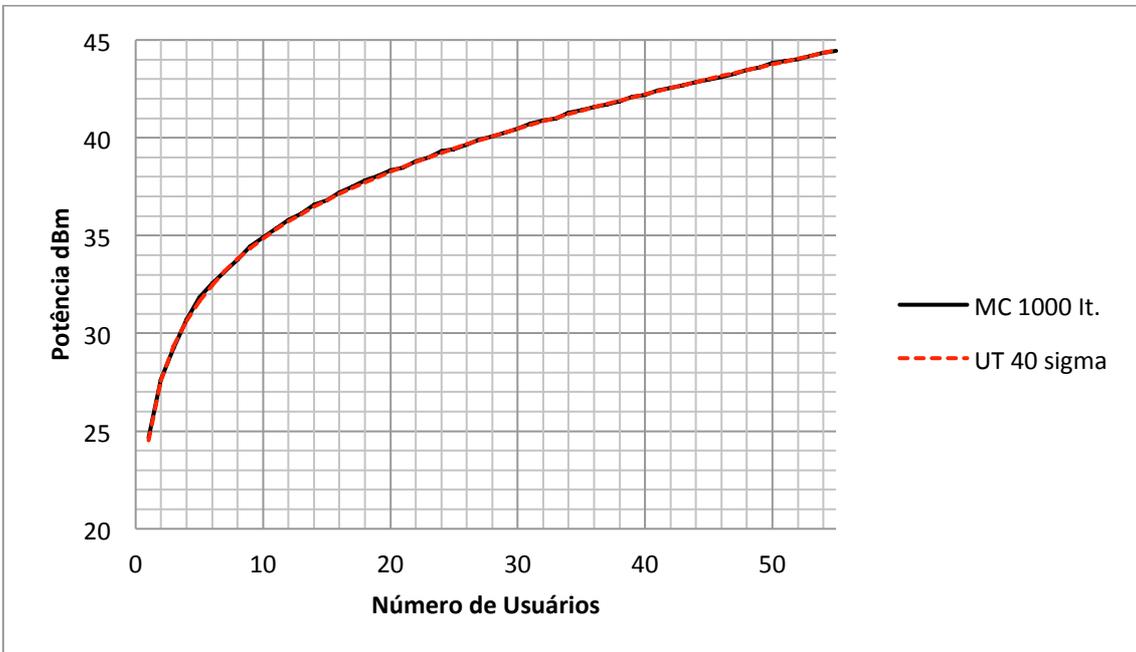


Figura 6.14 - Gráfico Potência média em dBm para o Cenário 2 com pesos modificados e 40 pontos-sigma

Os dois gráficos mostram que a variável ângulo não tem grandes ganhos com o aumento do número de pontos-sigma.

Uma análise da Figura 6.13 e da Figura 6.14 mostra que o resultado obtido é praticamente idêntico ao obtido com o Método de Monte Carlo, porém obtido com um esforço computacional bem menor.

De maneira análoga à seção anterior, o método pode ser facilmente estendido para o caso multisserviço, bastando apenas aplicar a equação (5.21).

7 CONCLUSÕES

O trabalho apresentado constitui uma primeira abordagem da utilização da UT no dimensionamento de redes móveis. Os resultados obtidos, embora em cenários simplificados, mostram que o intuito inicial fora alcançado pois não encontrou-se com a UT para este propósito e era preciso investigar a sua aplicabilidade. Casos mais complexos, com mais variáveis podem e devem ser estudados, inclusive aplicando o método em tecnologias mais recentes, como LTE e Wi-Max.

Este trabalho mostra que a UT pode ser pensada como uma ferramenta a ser utilizada na avaliação da desempenho de redes móveis uma vez que a quantidade de snapshots a serem calculados pode ser consideravelmente reduzida para convergência dos resultados.

Um diagrama hierárquico [39] usual para uma ferramenta de predição é mostrado na Figura 7.1.

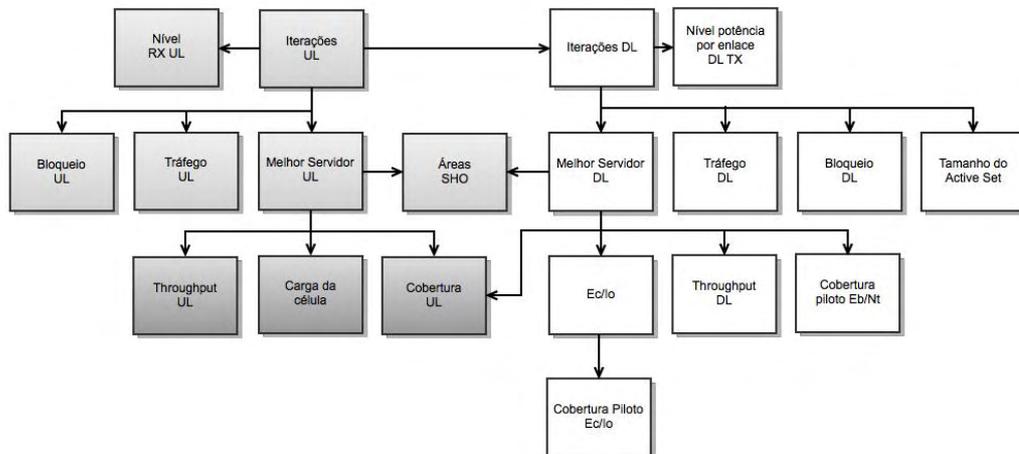


Figura 7.1 – Exemplo de um diagrama hierárquico para análise de uma rede WCDMA

Esta figura mostra uma iteração. As ferramentas usuais geram muitas iterações utilizando o método de Monte Carlo a fim de obter confiabilidade estatística. Com a UT as mesmas métricas podem ser obtidas. O número de pontos-sigma necessários determinará a quantidade de iterações, e isso dependerá da quantidade de variáveis aleatórias a serem consideradas e como estas variáveis são consideradas.

Para o caso apresentado em que se calcula apenas a potência requerida para atender aos usuários, apenas 1 iteração se fez necessária para as variáveis consideradas. O grande passo neste problema foi tratar os usuários como se fossem densidades de usuários, assim, o aumento de usuários não aumenta a complexidade do problema.

Estudos futuros podem definir como calcular as demais saídas do diagrama apresentado na Figura 7.1 já que a análise do desempenho de redes móveis em ferramentas modernas é baseada na geração automática de várias listas de móveis. O planejador de rede define o número de listas necessárias. Cada lista representa um instante da situação do tráfego na rede, ou seja, as localizações dos móveis em um determinado momento. Os resultados das análises de cada momento são combinados para obter resultados estatisticamente relevantes e confiáveis. Com os pontos sigma da UT e seus pesos seria possível definir apenas 1 lista com resultados estatisticamente relevantes e confiáveis. A base para este estudo foi apresentada neste trabalho.

Por fim, conclui-se que este trabalho é um bom começo, que a teoria aqui apresentada possui um grande potencial a ser explorado a fim de se obter resultados que possam ser implementados na prática para o desenvolvimento de uma nova e mais eficiente ferramenta de avaliação de desempenho de rede.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. PAPOULIS, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 3rd ed., McGrawHill, Ed., 1991.
- [2] Jonh A. Gubner, *Probability and Random Processes for Electrical and Computer Engineers*. Cambridge: Cambridge University, 2006.
- [3] A. J. U LEE, *Statistics, Theory and Practice*, Marcel Dekker, Ed. New York, 1997.
- [4] Geraldo Luciano TOLEDO, Gilberto de Andrade MARTINS, Jairo Simon da FONSECA, *Estatística aplicada*. São Paulo: Atlas, 1986.
- [5] R Lowell WINE, *Statistics for Scientists and Engineers*, Englewood Clifffs, Ed.: Prentice Hall, 1964.
- [6] Hans BREMERMAN, *Distributions, Complex Variables, and Fourier transforms*, Addison Wesley, Ed.
- [7] J. K. UHLMAN, *Simultaneous Map Building and Localization for Real Time Applications Transfer Thesis*. Oxford, U.K.: Univ. Oxford, 1994.
- [8] J. K. U. S. J. Julier and H. F. D. Durrant-Whyte, "A new approach for filtering nonlinear systems," in *The Proceedings of the American Control Conference*, Seattle, Washington, 1995, pp. 1628–1632.
- [9] E. A. COSTA JR., "Propagação de incertezas em Eletromagnetismo," Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil, Tese de Doutorado em Telecomunicações, 2009.
- [10] F. B. Hildebrand, *Introduction to Numerical Analysis*. Mineola, New York: Dover, 1956.
- [11] Y. R. Rubinstein, *Simulation and the Monte Carlo Method*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1981.

- [12] Y. R. Rubinstein, *Monte Carlo Optimization, Simulation and Sensitivity of Queueing Networks*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1986.
- [13] A. Dubi, *Monte Carlo Applications in System Engineering*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [14] M. H. Kalos, *Monte Carlo Methods, Volume I: Basics*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons Inc., 1986.
- [15] C.E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379-423 e 623-656, Julho e Outubro 1948.
- [16] J. G. Proakis, *Digital Communications*. Singapore: McGrawHill, 1995.
- [17] S. R. Saunders, *Antennas and Propagation for Wireless Communication*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc, 1999.
- [18] Moe Rahnema, *UMTS Network Planning, Optimization, and Inter-operation with GSM*. Singapore: John Wiley & Sons, 2008.
- [19] E. Ohmori, T. Kawano, K. Fukuda Y. Okumura, "Field strength and its variability in VHF and UHF land-mobile service," *Review of the Electrical Communication Laboratory*, vol. 16, pp. 825–873, 1968.
- [20] M.Hata, "Empirical Formula for Propagation loss in Land mobile Radio Services," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 29, pp. 317–325, 1980.
- [21] Ulrich Türke, *Efficient Methods for WCDMA Radio Network Planning*, Dissertation Universität Bremen, 1st Edition September, 2007.
- [22] Th. Kürner, "Digital Mobile Radio Towards Future Generation Systems, COST 231 Final Report," in *Commission of the European Communities and COST Telecommunications*, Belgium, 1999.

- [23] L. J. Greenstein, S. Y. Tjandra, S. R. Parkoff, A. Gupta, B. Kulic, A. A. Julius, R. Bianchi V. Erceg, "An Empirically based Path loss Model for Wireless Channels in Suburban Environments," *IEEE Journal onselected Areas in Communication*, pp. 1205-1211, July 1999.
- [24] L.J. Greenteis, A. Kavcic, T. Sveinsson, V. Tarokh S.S. Ghassemzadeh, "Indoor Path Loss Model for Residential and Commercial Buildings," *Proc. Vhic. Technol. Conf.*, pp. 3115-3119, 2003.
- [25] M. Gudmundson, "Correlation Model for Shadow fading in Mobile Radio Systems," *Electr. Lirs*, vol. 27, pp. 2145-2146, July 1991.
- [26] K. I. Pedersen, P.E. Mogensen A. Algnas, "Experimental Analysis of the Joint Statistical Properties of Azimuth spread, Delay spread, and Shadow fading," *IEEE Journal Selected Areas Communications*, pp. 523-531, April 2002.
- [27] GC. Hess M. Marsan, "Shadow Variability in an Urban Land Mobile Radio Environment," *Electronics Letters*, pp. 646-648, May 1990.
- [28] T. Lowe J. Weitzan, "Measument of Angular and Distance Correlation Properties of log-normal Shadowing at 1900 MHz and its Appllication to Design of PCS System," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, pp. 265-273, April 2002.
- [29] R. Jana, S.S. Ghassemzadeh, V. W. Rice, V. Tarokh W. Turin, "Auto Regressive Modeling of an Indoor UWB channel," *Proc. IEEE Conf. UWB Syt. Technol*, pp. 71-74, May 2002.
- [30] T. S. Rappaport, *Wireless Communications*, 2nd ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2002.
- [31] J.B. Andersen N. Blaunstein, *Multipath Phenomena in Cellular Networks*, Norwood, MA, USA, 2002.

- [32] Andrea Goldsmith, *Wireless Communications*.: Cambridge University, 2005.
- [33] Philippe Godlewski, Sami Tabbane Soumaya Hamouda, "Downlink Capacity Estimation for UMTS Network: Impact of user's position, service bit rates and cell radius," in *Electronics, Circuits and Systems, 2005. ICECS 2005. 12th IEEE International Conference*, 2008, pp. 1 - 4.
- [34] Zhi-Chun Honkasalo, jaana Laiho-Steffens, Chim Wacker Kari Sipila, "Estimation of Capacity and Required Transmission Power of WCDMA Downlink Based on a Downlink Pole Equation," in *Vehicular Technology Conference Proceedings*, Vol 2, Tokyo, pp 1002 - 1005, p. 2000.
- [35] D. Lister, R. Owen, P. Jones S. Dehghan, "W-CDMA capacity and planning issues," *Electronics & Communication Engineering journal*, June 2000.
- [36] Christophe Cordier Alejandro de Hoz, "W-CDMA Downlink Performance Analysis," *Vehicular Technology Conference*, Vol 2, pp. 968 - 972, Setembro 1999.
- [37] Janna Laiho-Steffens, Kari Sipilä, Mika Jasberg Achim Wacker, "Static Simulator for studying WCDMA Radio Network Planning Issues," *Vehicular Technology Conference, 1999 IEEE 49th*, Vol 3, pp. 2436 - 2440, July 1999.
- [38] Achim Wacker, Kari Sipila Jaana Laiho-Steffens, "Verification of 3G Network Dimensioning Rules with Static Network Simulations," *Vehicular Technology Conference Proceedings*, Vol 1, pp. 478 - 482, May 1999.
- [39] Achim Wacker, Toma's Novosad Jaana Laiho, *Radio Network Planning and Optimisation for UMTS*, 2nd ed.: John Wiley & Sons Ltd, 2006.
- [40] Lee e L.E. Miller J.S, *CDMA Systems Engineering Handbook*.: Arttech House, 1998.

[41] Thomas H. WONNCOTT Ronald J. WONNCOTT, *Fundamentos de Estatística*. Rio de Janeiro: LTC, 1985.

[42] Leomar de Oliveira GARCIA, *Elementos de estatística: estatística descritiva: noções de probabilidade*. Rio de Janeiro, 1975, pp 292.

[43] J. K. U. S. J. Julier and H. F. D. Durrant-Whyte, "A New Approach for Filtering Nonlinear Systems," in *The Proceedings of the American Control Conference*, Seattle, Washington, 1995, pp. 1628–1632.