



**ANÁLISE DA ESTRUTURA DIAMÉTRICA EM POVOAMENTOS DE
FLORESTAS PLANTADAS A PARTIR DE FUNÇÕES DE
DENSIDADE DE PROBABILIDADE**

JÚLIO CÉSAR SOBREIRA FERREIRA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL**

**ANÁLISE DA ESTRUTURA DIAMÉTRICA EM
POVOAMENTOS DE FLORESTAS PLANTADAS A PARTIR
DE FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE**

JÚLIO CÉSAR SOBREIRA FERREIRA

ORIENTADOR: PROF. DR. JOSÉ MARCELO IMAÑA ENCINAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS FLORESTAIS

PUBLICAÇÃO: PPGEFL.DM – 149/2011

BRASÍLIA/DF: FEVEREIRO - 2011

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL**

**ANÁLISE DA ESTRUTURA DIAMÉTRICA EM
POVOAMENTOS DE FLORESTAS PLANTADAS A PARTIR
DE FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE**

JÚLIO CÉSAR SOBREIRA FERREIRA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA FLORESTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE**

**José Marcelo Imaña Encinas, D_r (Departamento de Engenharia Florestal, UNB)
(Orientador)**

**Alba Valéria Rezende, D_{ra} (Departamento de Engenharia Florestal, UNB)
(Examinador)**

**José Antônio Aleixo da Silva, D_r (Departamento de Engenharia Florestal, UFRPE)
(Examinador externo)**

**Prof. Reginaldo Sergio Pereira, D_r (Departamento de Engenharia Florestal, UNB)
(Suplente)**

Brasília, 23 de Fevereiro de 2011

**Dedico à minha mãe Lêda Sobreira, meu anjo maior,
minha melhor amiga, meu pai em vários momentos,
minha grande professora da vida.**

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus por estar sempre ao meu lado em todos os momentos de minha vida

Ao professor José Imaña Encinas, pela enorme contribuição dada ao meu trabalho, pela amizade verdadeira, pelo aprendizado diário, pelas oportunidades oferecidas e, principalmente, pelo incentivo. Um exemplo a ser seguido

Aos professores do Departamento de Engenharia Florestal da UNB que de alguma forma contribuíram para meu desenvolvimento profissional

Ao professor José Antônio Aleixo da Silva, por ter sido um dos responsáveis por mim ter conseguido chegar até esta etapa profissional da minha vida

A minha mãe Lêda Sobreira, meu exemplo maior, por todo o seu amor incondicional por mim

Ao meu pai e a minha família em geral, pelo carinho em mim depositado

Aos amigos da Pós-graduação em Ciências Florestais da UNB, pela amizade verdadeira construída ao longo desses dois anos

Aos amigos Eder e Fabricia pela importante contribuição ao meu trabalho

A CAPES-REUNI pela concessão da bolsa de estudo

Enfim, a todos que de alguma forma fizeram parte desses meus dois anos na UNB

Obrigado de coração

Não se preocupe com o fato de todos não concordarem com você. Se conseguir que um terço caminhe com você, já pode considerar-se um vencedor.

(Peter Drucker)

RESUMO

ANÁLISE DA ESTRUTURA DIAMÉTRICA EM POVOAMENTOS DE FLORESTAS PLANTADAS A PARTIR DE FUNÇÕES DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE

Autor: Júlio César Sobreira Ferreira

Orientador: Prof. Dr. José Marcelo Imaña Encinas

Programa de Pós-graduação em Ciências Florestais

Brasília, Fevereiro de 2011

A grande necessidade de se obter avançados conhecimentos sobre como se comportam as espécies florestais, principalmente, as plantadas de rápido crescimento tem levado cada vez mais pesquisadores a recorrer na busca de informações e meios técnicos para satisfazer as necessidades atuais de mercado. O conhecimento da distribuição diamétrica em uma floresta, se torna uma ferramenta poderosa na análise e estudo da estrutura florestal. Sendo assim, o objetivo deste trabalho foi analisar e selecionar diferentes distribuições probabilísticas em povoamentos de clones de *Eucalyptus* e *Pinus elliottii*, a fim de verificar qual das distribuições melhor representa a distribuição diamétrica dos povoamentos avaliados. As funções de densidade probabilísticas (FDP) utilizadas neste estudo foram: Gamma, Beta, Weibull 3p, Normal, Log-normal e S_B de Jonsohn. Para comparar a precisão das frequências estimadas com os modelos testados e as frequências observadas nas distribuições, foi utilizado o teste de Kolmogorov-Smirnov. As amplitudes em cada classe diométricas utilizadas nos povoamento foram: 1 e 2 cm para o povoamento de clones de *Eucalyptus* e 6,10 e 5 cm para o povoamento de *Pinus elliottii*. Foi avaliado em cada povoamento o grau de assimetria e curtose da distribuição diamétrica observada. Para o povoamento de clones de *Eucalyptus* a distribuição diamétrica das árvores é considerada do tipo assimétrica positiva, apresentando-se como leptocúrtica. Já para o povoamento de *Pinus elliottii* a distribuição diamétrica foi considerada assimétrica negativa, apresentando-se como platicúrtica. A distribuição S_B de Jonsohn se mostrou como a mais indicada para representar a distribuição diamétrica dos povoamentos de clones de *Eucalyptus* e *Pinus elliottii* nas diferentes amplitudes de classe.

Palavras chaves: Distribuição diamétrica, florestas plantadas, FDP, Produtividade.

ABSTRACT

ANALYSIS OF THE STRUCTURE DIAMETRIC OF THE PLANTED FORESTS THROUGH PROBABILITY DENSITY FUNCTIONS

Author: Júlio César Sobreira Ferreira

Supervisor: José Marcelo Imaña Encinas

Postgraduate Programme in Forest Sciences

Brasília, February 2011

The need to obtain advanced knowledge about the behavior of tree species, especially fast-growing plantation, have led researchers to increasingly look for information and technical resources to meet the current needs of the market. Knowledge of the diametric distribution in a forest is a powerful tool in the analysis and study of forest structure. The purpose of this research was to analyze and select different probability distributions in stands of *Eucalyptus* clones and *Pinus elliottii* in order to select the best distribution that represents the diametric distribution. The probability density functions used were: Gamma, Beta, Weibull 3p, Normal, Log-normal and SB Jonsohn. To compare the accuracy of estimated probabilities, it was used the Kolmogorov-Smirnov test. The amplitudes in each class in used diameter were: 1 and 2 cm for the clones of *Eucalyptus* and 6.10 and 5 cm for *Pinus elliottii*. We assessed the asymmetric and kurtosis. The diametric distribution of *Eucalyptus* clones was considered positive asymmetric type, presenting as leptokurtic. For *Pinus elliottii* was considered negative asymmetric, posing as platicurtic. The distribution of SB Jonsohn appeared to be the most suitable to represent the diameter distribution of stands of *Eucalyptus* clones and *Pinus elliottii* in different amplitude of class.

Keywords: Diametric distribution, planted forests, Probabilistic density functions, Productivity

Sumário

LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE FIGURA.....	xiii
Introdução.....	1
Hipótese.....	3
Objetivos.....	4
Geral.....	4
Específicos	4
1.REVISÃO DE LITERATURA	5
1.1 Distribuição diamétrica.....	5
1.2 Função de Densidade de Probabilidade.....	11
1.3 Distribuição Gamma	12
1.4 Distribuição Beta	16
1.5 Distribuição de Weibull	18
1.6 Distribuição normal	22
1.7 Distribuição Log-normal.....	26
1.8 Distribuição S_B de Johnson.....	29
1.9 Teste de aderência	38
1.10 Medidas de assimetria e curtose	39
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	42
2.1 Descrição da Área de estudo – Área 1	42
2.3 Descrição da Área de estudo – Área 2.....	44
2.4 Ajuste das distribuições	45
2.5 Medidas de ajuste.....	50
2.6 Avaliação do grau de Curtose e assimetria	51
3. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	54
3.1 Resultado do ajuste das distribuições diamétricas para a área 1.....	54
3.2 Análise do parâmetro de locação da distribuição Weibull 3p e S_B de Johnson.....	56
3.3 Análise para o povoamento com classes diamétricas com amplitudes de 1 cm	58
3.4 Análise para o povoamento com classes diamétricas com intervalos de classe de 2 cm.....	63
3.5 Avaliação do grau de curtose e assimetria da distribuição diamétrica observada	67
3.2. Análise do parâmetro de locação da distribuição Weibull 3p e S_B de Johnson.....	73

3.3. Análise para o povoamento com classe diamétrica com intervalo de classe de 6 cm	76
3.4. Análise para o povoamento com classe diamétrica com intervalo de classe de 10 cm	80
3.5. Análise para o povoamento com classe diamétrica com intervalos de classe de 5 cm	85
3.6. Avaliação do grau de curtose e assimetria da distribuição diamétrica observada ...	90
4. CONCLUSÕES	93
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1- Relação dos clones de eucaliptos plantados na região de Araripina-PE	43
Tabela 3. 1. Diâmetro mínimo e maximo em (cm) nos clones de <i>Eucalyptus</i>	54
Tabela 3. 2- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com amplitude de 1 cm	54
Tabela 3. 3- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com amplitude de 2 cm	55
Tabela 3. 4- Resultado do teste de Kolmogorov-Sminorv para as várias combinações do parâmetro de locação (α) na distribuição Weibull 3p com intervalos de classes diamétricas de 1 e 2 cm.....	56
Tabela 3. 5- Resultado do teste de Kolmogorov-Sminorv para as várias combinações do parâmetro de locação (φ) na distribuição SB de Johnson com intervalos de classes diamétricas de 1 e 2 cm	57
Tabela 3. 6 – Resultados dos parâmetros estimados nas FDPs estudadas no povoamento de clones de <i>Eucalyptus</i>	58
Tabela 3. 7- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com intervalo de 1 cm em clones de <i>Eucalyptus</i> no Polo Gesseiro do Araripe	58
Tabela 3. 8- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com intervalos de classe de 2 cm em clones de <i>Eucalyptus</i> no polo gesseiro do Araripe	63
Tabela 3. 9- Resultado das medidas de tendência central dos diâmetros dos clones de eucaliptos na região de Araripina-PE	68
Tabela 3. 10- Localização das medidas separatrizes para determinar o grau de curtose na distribuição diamétrica dos diâmetros dos clones de eucaliptos na região de Araripina-PE	69
Tabela 3. 11- Diâmetro mínimo e máximo em (cm) no povoamento de <i>Pinnus elliottii</i>	70
Tabela 3. 12- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com intervalos de classe de 6 cm	70
Tabela 3. 13- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com intervalos de classe de 10 cm	71
Tabela 3. 14- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com intervalos de classe de 5 cm	72

Tabela 3. 15- Resultado do teste de Kolmogorov-Sminorv para as várias combinações do parâmetro de locação (α) na distribuição Weibull 3p os intervalos de classes diamétricas de 6, 10 e 5 cm.....	73
Tabela 3. 16- Resultado do teste de Kolmogorov-Sminorv para as várias combinação do parâmetro de locação (φ) na distribuição SB de Johnson nos intervalos de classes diamétricas de 6, 10 e 5 cm	74
Tabela 3. 17– Resultados dos parâmetros estimados nas FDPs estudadas no povoamento <i>Pinnus elliottii</i>	75
Tabela 3. 18- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com amplitude de 6 cm em povoamento de <i>Pinus elliottii</i> no parque da cidade em Brasília-DF.....	76
Tabela 3. 19- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com intervalo de classe de 10 cm em povoamento de <i>Pinus elliottii</i> no parque da cidade em Brasília-DF	81
Tabela 3. 20- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com amplitude de 5 cm em povoamento de <i>Pinus elliottii</i> no parque da cidade em Brasília-DF.....	85
Tabela 3. 21- Resultado das medidas de tendência central dos diâmetros do povoamento de <i>Pinus elliottii</i> no parque da cidade de Brasília-DF.....	90
Tabela 3. 22- Localização das medidas separatrizes para determinar o grau de curtose na distribuição diamétrica dos diâmetros do povoamento de <i>Pinus elliottii</i> no parque da cidade de Brasília-DF	91

LISTA DE FIGURA

Figura 1. 1 - Distribuição diamétrica unimodal para uma espécie de palmeira	7
Figura 1. 2 - Distribuição diamétrica unimodal para uma população de <i>Eucalyptus</i> sp. antes do primeiro desbaste em diferentes idades.	7
Figura 1. 3 - Distribuição diamétrica decrescente para Cerrado Sensu Stricto na APA do Paranoá, Brasília- DF . Fonte: Assunção e Felfili, (2004)	8
Figura 1. 4 - Função de densidade de probabilidade Gamma para 4 valores de parâmetro de forma α . Fonte: Scolforo, (2006).....	13
Figura 1. 5- Formas assumidas pela distribuição Beta, com diferentes magnitudes dos parâmetros. Fonte: Law e Kelton, (1991).....	17
Figura 1. 6- Formas assumidas pela distribuição Weibull com diferentes valores do parâmetros de forma representada neste gráfico pela letra β . Fonte: Charles Annis, (2010)	20
Figura 1. 7- Forma assumida pela distribuição normal. Fonte: Conti, (2010)	23
Figura 1. 8- Distribuição normal com mesma média e com desvios diferentes. Fonte: Pasquali, (2010)	24
Figura 1. 9- Distribuição normal com mesmo desvio padrão e com médias diferentes.....	24
Figura 1. 10 - Probabilidades da distribuição normal. Fonte: Pasquali, (2010)	25
Figura 1. 11- Formas da distribuição Log-normal. Fonte: Oliveira, (2007).....	27
Figura 1. 12- Diferentes formas da distribuição SB. Fonte: Scolforo e Thierschi, (1998)..	31
Figura 1. 13- Forma de uma distribuição com assimetria positiva ou assimetria para a direita. Fonte: Machado <i>et al.</i> , (2006)	40
Figura 1. 14- Forma de uma distribuição com assimetria negativa ou assimetria para a esquerda. Fonte: Machado <i>et al.</i> , (2006)	40
Figura 2. 1- Imagem do experimento na Estação Experimental do IPA, em Araripina –PE	433
Figura 2. 2- Bosque de <i>Pinus</i> no Parque da Cidade de Brasília.	444
Figura 2. 3- Localização do Bosque de <i>Pinus elliottii</i> no Parque da Cidade de Brasília.	455
Figura 3. 1- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	555
Figura 3. 2- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalo de classe de 2 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	555

Figura 3. 3- Curva da função de SB de Johnson para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	600
Figura 3. 4- Curva da função Log-normal para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	600
Figura 3. 5- Curva da função Beta para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	611
Figura 3. 6- Curva da função Gamma para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	611
Figura 3. 7- Curva da função Normal para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	611
Figura 3. 8- Curva da função Weibull 3p para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	622
Figura 3. 9- Curva da função SB de Johnson com intervalo de classe de 2 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	655
Figura 3. 10- Curva da função Log-normal para intervalo de classe de 2 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	655
Figura 3. 11- Curva da função Normal para intervalo de classe de 2 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	655
Figura 3. 12- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalos de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada	711
Figura 3. 13- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalos de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada	711
Figura 3. 14- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalos de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada	722
Figura 3. 15- Curva da função SB de Johnson para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	788
Figura 3. 16- Curva da função Weibull 3p para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	788
Figura 3. 17- Curva da função Normal para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	788
Figura 3. 18- Curva da função Beta para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	79
Figura 3. 19- Curva da função Log-normal para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	79

Figura 3. 20- Curva da função Gamma para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	79
Figura 3. 21- Curva da função SB de Johnson para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada	822
Figura 3. 22- Curva da função Normal para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	833
Figura 3. 23- Curva da função Beta para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	833
Figura 3. 24- Curva da função Log-normal para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	833
Figura 3. 25- Curva da função Weibull 3p para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	844
Figura 3. 26- Curva da função Gamma para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	844
Figura 3. 27- Curva da função SB de Johnson para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	877
Figura 3. 28- Curva da função Normal para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	877
Figura 3. 29- Curva da função Beta para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	877
Figura 3. 30- Curva da função Weibull 3p para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	888
Figura 3. 31- Curva da função Log-normal para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada.....	888
Figura 3. 32- Curva da função Gamma para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada	888

INTRODUÇÃO

A estrutura de uma floresta baseia-se principalmente na distribuição de árvores e de suas dimensões em relação a uma unidade de área, resultado das características do crescimento da determinada espécie, dos fatores ambientais e das atividades de manejo (MIGUEL *et al.*, 2010).

O estudo do crescimento e desenvolvimento de povoamentos florestais tem levado cada vez mais os pesquisadores a desenvolver constantemente novas técnicas que visa aprimorar resultados de forma clara e precisa.

Dentre as várias técnicas existentes no estudo de prognose em povoamentos de florestas plantadas, o conhecimento preliminar do comportamento da distribuição diamétrica se torna essencial ao estudo (FINGER, 1992).

Uma das particularidades que envolvem o uso das distribuições diamétricas é a possibilidade de realizar prognose da produção florestal, fazendo-se do uso das funções de densidade de probabilidade, mais conhecidas como FDP.

Torna-se então de grande importância avaliar e selecionar uma eficiente função de densidade de probabilidade que possa representar de forma concisa a real distribuição diamétrica e a partir daí utilizar a função escolhida nos modelos de prognose.

Existem, na literatura florestal, várias distribuições contínuas que podem ser usadas em povoamentos florestais, no entanto, se faz de extrema necessidade, analisar e testar, qual distribuição melhor se adapta as condições locais.

De acordo com Scolforo (2006), a forma mais correta e precisa de se obter estimativas de frequências entre dois diâmetros é utilizando a função de distribuição acumulada de cada distribuição. Porém devido ao alto grau de complexidade em resolver a integral de algumas distribuições, o mesmo autor aconselha utilizar a função de densidade probabilística (FDP) com ressalva de se utilizar intervalos curtos nas classes de diâmetros. Para a obtenção da estimativa de frequência nas classes diamétricas consideradas neste estudo, foram testadas sete funções de densidade probabilística (FDP) e para cada função foram utilizados distintos métodos para as estimativas dos seus parâmetros.

O uso empírico de uma distribuição contínua em um povoamento florestal sem antes ter feito a sua análise preliminar, pode levar a ocorrência de sérios erros nos cálculos futuros de produção, devido o mesmo ser baseado unicamente nessa distribuição.

Sendo assim, o estudo sobre distribuição diamétrica, baseado em modelos matemáticos, torna-se de extrema importância no ramo florestal, a fim de favorecer um bom conhecimento do povoamento, levando assim ao melhor planejamento e condução de manejo, proporcionando uma ferramenta poderosa na predição da produção e do desenvolvimento das árvores.

Hipótese

As distribuições diamétricas dos plantios de clones de *Eucalyptus* e de *Pinus elliottii* do referente estudo obedecem à distribuição normal.

Objetivos

Geral

Ajuste das funções de densidade de probabilidade que melhor representem as distribuições diamétricas dos plantios de clones de *Eucalyptus* e *Pinus elliottii*.

Específicos

Testar modelos de distribuição diamétrica flexíveis e que se ajuste a uma variedade de formas.

Comparar os modelos testados por meio de estatística de ajuste e precisão usuais, dando ênfase á comparação por meio da análise gráfica das distribuições diamétricas.

1.REVISÃO DE LITERATURA

1.1 Distribuição diamétrica

As florestas em geral são analisadas e estudadas a fim de proporcionar conhecimento sobre a sua biodiversidade, quando nativas, e para viabilizar a exploração de seus produtos de uma forma planejada e racional, geralmente em florestas plantadas, proporcionando assim a garantia de se manter um fluxo contínuo desses recursos (AUSTREGÉSILO *et al.*, 2004.)

Segundo Silva *et al.*, (2009) a grande necessidade de se obter avançados conhecimentos sobre como se comportam as espécies florestais, principalmente as plantadas de rápido crescimento têm levado cada vez mais pesquisadores a recorrer na busca de informações e meios técnicos para satisfazer as exigência de uma sociedade cada vez mais consumista.

Se em um povoamento, de florestas plantadas ou nativas, as árvores forem agrupadas em certos intervalos de diâmetro á altura do peito, obtém-se a distribuição diamétrica.

O conhecimento da distribuição diamétrica em uma floresta, tanto plantada como nativa, se torna uma ferramenta poderosa na análise e estudo da estrutura florestal, possibilitando assim distinguir diferentes tipos florestais como também avaliar a intensidade de regeneração tanto para uma única espécie ou para a floresta como um todo (MACHADO *et al.*, 2009). De acordo com os mesmos autores quando acontece de ter repetidas medições em um floresta, a distribuição diamétrica se mostra com um importante meio de se avaliar a dinâmica da floresta, independentemente de tratar-se de uma nativa ou plantada.

Arce (2004) em seu estudo em povoamentos de *Populus deltóides* Marsh. destacou a importância do uso das distribuições diamétricas na análise estrutural do povoamento. Utilizando a variável diâmetro demonstrou estar muito bem correlacionada com as variáveis altura, volume, valor, tipificação de produtos. De acordo com o mesmo autor, o correto conhecimento da distribuição diamétrica permite obter informações bastante valiosas tanto para fins econômicos quanto para fins biológicos.

Machado *et al.*, (2009) afirmam também que a utilização das distribuições diamétricas possibilita a obtenção de subsídios capazes de proporcionar decisões na

condução do povoamento como na aplicação de um plano de manejo mais adequado para a área pertinente.

De acordo com os conceitos elaborados por François de Liocourt em 1898 citado por Machado *et al.*, (2009) teve início o estudo de distribuições diamétricas na ciência florestal. No início Liocourt lançou a teoria de que a distribuição diamétrica de florestas heterogêneas comportava-se como distribuição em forma de “J” invertido e o seu manejo resultaria a condução à uma distribuição “balanceada” capaz de induzir a floresta a um nível de produção sustentada. A terminologia “distribuição balanceada” refere-se ao tipo de distribuição diamétrica cujo número de árvores nas classes diamétricas sucessivas decresce numa progressão constante.

A partir desse momento pesquisadores têm usado várias distribuições para povoamentos equiâneos e multiâneos, obtendo vários graus de sucesso (ZOHRER, 1972; BAILEY E DELL 1973;).

Em questão sobre a distribuição de altura, Assmann (1961) indicou em sua pesquisa que as alturas tem distribuições com assimetria negativa enquanto que diâmetros têm, usualmente, distribuições com assimetria positiva. Segundo Meyer (1952) os principais aspectos encontrados no modelo de Liocourt relatam que a relação entre o número de árvore por ha e o diâmetro a altura do peito produz uma linha reta em papel semi-logarítimo. E o valor de “q” (quociente de Liocourt) que caracteriza a distribuição, é a razão do número de árvores numa determinada classe de diâmetro sobre o número na próxima classe de maior valor. De acordo com Osmaston (1968) quando numa floresta nativa o valor “q” é constante, demonstra que na área em estudo, existe um equilíbrio entre os indivíduos no que se refere a taxa de mortalidade e crescimento, podendo caracterizar essa floresta como estabilizada ocorrendo um numero proporcional de arvores em cada classe de diâmetro.

De acordo com Scolforo (2006) as distribuições diamétricas são classificadas em: unimodal, multimodal e decrescente.

O termo unimodal caracteriza uma distribuição em forma de monte ou sino que apresenta um único ponto de maior frequência, como é visto no caso da curva de distribuição normal. Essas distribuições unimodais são características de florestas equiâneas, como no caso de florestas plantadas (Figuras 1.1 e 1.2). Também é característica de floresta ou espécie quando ocorre a regeneração em ciclos, como exemplo do pinheiro do Paraná, da bracinga e das florestas de *Dipterocarpus* do sudeste asiático.

Pode ocorrer segundo Scolforo, 2006 que em alguns casos isolados espécies de florestas naturais heterogêneas, quando tratadas isoladamente podem apresentar distribuição unimodal.

Machado *et al.*, (2006) afirmaram que em uma distribuição diamétrica de um povoamento florestal equiâneo puro proveniente de plantação, a mesma se aproxima de uma distribuição normal nas idades jovens. Porém com o passar dos anos, esta curva de distribuição vai se tornando cada vez mais assimétrica com deslocamento para a direita, aumentando-se cada vez mais a sua assimetria e curtose.

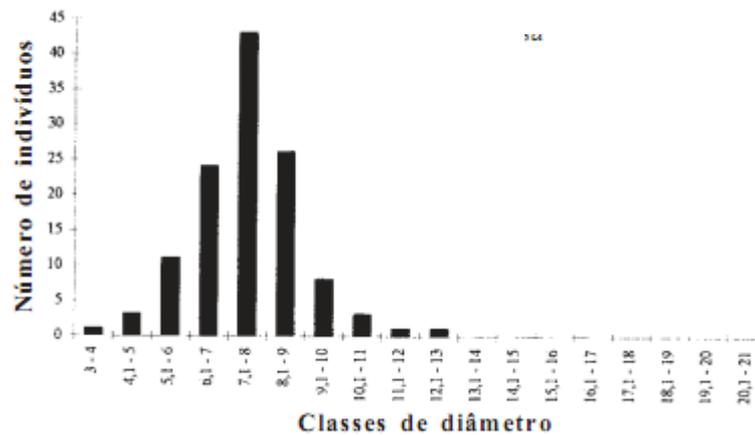


Figura 1. 1 - Distribuição diamétrica unimodal para uma espécie de palmeira

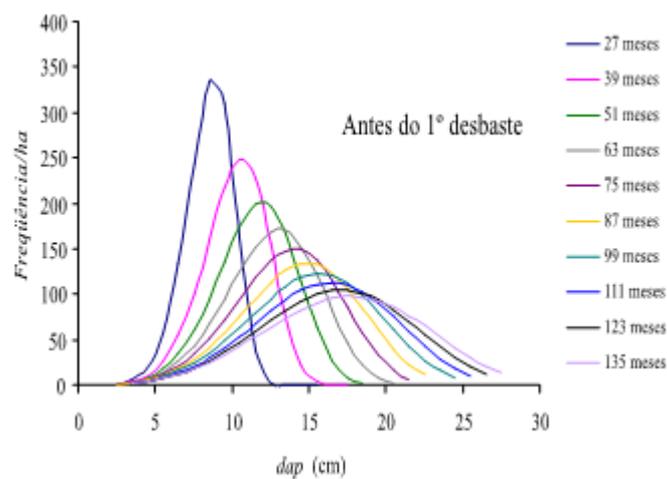


Figura 1. 2 - Distribuição diamétrica unimodal para uma população de *Eucalyptus* sp. antes do primeiro desbaste em diferentes idades.

As distribuições multimodais apresentam mais de um ponto de maior frequência, com pouca importância nas pesquisas florestais, pois ela não ocorre naturalmente. Trata-se normalmente de uma distribuição forçada, aparecendo apenas em povoamentos florestais

em que houve exploração em certas classes diamétricas, geralmente as intermediárias e maiores (SCOLFORO, 2006; SCHAAF *et al.*, 2006 ; HERRERA *et al.*, 2009).

Segundo Schaaf *et al.*, (2006) as distribuições decrescentes tem por característica apresentar uma curva cuja frequência diminui ao se aumentar a classe de diâmetro. Esta distribuição, na literatura, é denominada de “j” invertida, pois apresenta uma forma típica de uma distribuição exponencial negativa.

A tendência de curva da distribuição exponencial negativa pode ser expressa matematicamente pela fórmula de Meyer (1952). Imaña-Encinas *et al.*, (2008) mostraram a sua aplicação ao descrever a estrutura diamétrica de um trecho de floresta estacional semi decidual na região de Pirinópolis- Goiás.

Essa distribuição tem um grau de importância por ser característica de florestas em que há regeneração contínua. Esse tipo de distribuição é muito comum em florestas naturais de composição variada em espécies e idade (Figura 1.3).

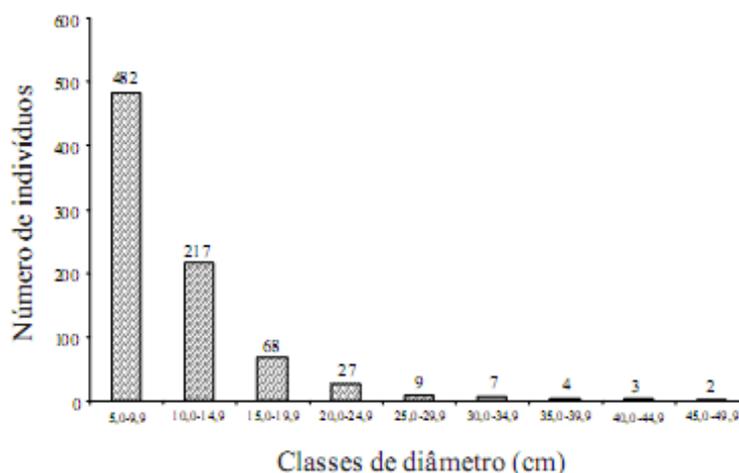


Figura 1. 3- Distribuição diamétrica decrescente para Cerrado Sensu Stricto na APA do Paranoá, Brasília- DF . Fonte: Assunção e Felfili, (2004)

De acordo com Cunha *et al.*, (2002) uma distribuição diamétrica decrescente pode apresentar 3 tipos distintos em função do decréscimo do número de árvores em classes sucessivas de diâmetro:

TIPO 1: O número de árvores por unidade de área decresce nas classes sucessivas de diâmetro em uma progressão geométrica uniforme.

TIPO II: O número de árvores decresce em uma progressão geométrica crescente.

TIPO III: O número de árvores decresce em uma progressão geométrica decrescente.

O que também se observa é que nem todas as distribuições diamétricas decrescentes decrescem numa progressão geométrica e que a teoria geral e amplamente aceita é que o número de árvores decresce com o aumento do diâmetro. Outro ponto sobre o quais vários autores divergem em suas conclusões, diz respeito à forma da função decrescente do diâmetro que poderá resultar ao longo do tempo dependendo de mudanças estacionárias ou mudanças capazes de afetar o equilíbrio das classes diamétricas (ASSUNÇÃO E FELFILI, 2004).

De acordo com Schneider(2008), quando se utiliza a análise das distribuições diamétricas num povoamento florestal pode-se estimar o número de árvores por hectare para cada classe de diâmetro, bem como a altura média em suas devidas classes, favorecendo assim a possibilidade do conhecimento do estoque de crescimento. Esse procedimento considera a frequência por classe de diâmetro, podendo incluir a área basal e o volume, no qual proporcionará conclusões sobre a estrutura da floresta.

É também de grande importância destacar que o uso das distribuições diamétricas favorece o conhecimento prévio do estoque de madeira disponível anteriormente a uma exploração, fornecendo assim informações que podem auxiliar na tomada de decisão quanto à necessidade ou não do uso da reposição florestal ou ação pertinente do correspondem quente plano de manejo.

Para se poder organizar e entender uma distribuição diamétrica se faz necessário o correto conhecimento de como distribuir o número de classe de diâmetro numa determinada amostra de dados. Alguns autores com Leão(2006) se baseia na construção de uma tabela de classes de frequência utilizando critérios empíricos, como um número pré-determinado de classe para um determinado tamanho de amostra. Exemplo: para um tamanho de amostra (n) de 20 a 50 o número de classes (c) seria em torno de 5 a 7. Para (n) de 51 a 100 o número de classes (c) seria em torno de 6 a 10 classes. Para (n) de 101 a 250 o número de classes (c) seria de 7 a 12 e amostras maiores que 250 unidades (n) o número de classes deveria ser de 10 a 20.

Outro procedimento metodológico mais confiável se baseia na utilização da regra de Sturges, no qual se pode estabelecer de forma mais prática o número de classes a partir da seguinte fórmula (GONÇALVES, 1977)

$$n = 1 + 3,3 \log N \text{ (F\u00f3rmula de Sturges)}$$

em que:

n = n\u00famero de classes

N = n\u00famero de dados a distribuir

Da mesma forma, Crespo (2009) descreve a regra que associa n e N de uma maneira diferente, obtendo o mesmo resultado quando comparado a f\u00f3rmula cl\u00e1ssica de Sturges.

$$n = \sqrt{N} \text{ (F\u00f3rmula pr\u00e1tica)}$$

Ainda segundo o mesmo autor, sabendo o n\u00famero de classes diam\u00e9tricas (n) a serem utilizadas pode-se determinar o intervalo de cada classe diam\u00e9trica por meios da amplitude total da amostra:

$$h \simeq AT / n$$

em que:

AT = amplitude total, diferen\u00e7a entre o maior e menor valor na amostra de dados

n = n\u00famero de classes

h = amplitude ou intervalo de classe

Foi utilizado o s\u00edmbolo de aproximadamente (\simeq) na f\u00f3rmula da amplitude ou intervalo de classe porque mesmo apresentando nessas f\u00f3rmulas valores t\u00edpicos a serem usados, os mesmo podem ser alterados ligeiramente dependendo do objetivo da distribui\u00e7\u00e3o.

Segundo Ima\u00f1a (2002) geralmente nas pr\u00e1ticas dendrom\u00e9tricas, em florestas plantadas os intervalos nas classes diam\u00e9tricas variam em torno de 2 a3 cm, j\u00e1 em florestas heterog\u00eaneas esse intervalo se mostra com valores em torno de 5 a10 cm.

Mello (2003) identificou que alguns fatores est\u00e3o altamente correlacionados ao desenvolvimento de distribui\u00e7\u00f5es diam\u00e9tricas, entre eles: as taxas de ingresso, crescimento e mortalidade, isto \u00e9, a introdu\u00e7\u00e3o de novos indiv\u00edduos no povoamento, incremento do di\u00e2metro e perdas por morte dos indiv\u00edduos arb\u00f3reos. Neste sentido, a forma da curva das distribui\u00e7\u00f5es ir\u00e1 depender desses fatores, no qual numa an\u00e1lise mais aprofundada do povoamento pode-se verificar se determinada comunidade est\u00e1 aumentando com o tempo por meio de um balan\u00e7o entre o ingresso e a mortalidade.

1.2 Função de Densidade de Probabilidade

A utilização de formulações matemáticas e estatísticas tem facilitado muito a pesquisa florestal, uma vez que na grande maioria das vezes existe a necessidade de prever a produção florestal em longo prazo e não somente obter informações sobre a floresta no momento atual, facilitando assim ao profissional a possibilidade de tomada de decisões que possam ser incrementadas no povoamento a fim de conduzi-la na obtenção de resultados esperados (SOARES *et al.*, 2007).

Segundo Silva *et al.*,(2003), a partir do uso da estatística foram formuladas distribuições probabilísticas que possibilitaram prever fenômenos inferidos por modelos matemáticos, facilitando assim o estudo do comportamento de variáveis tanto do meio físico ou biológico. A essas distribuições dai-se o nome de funções de densidade de probabilidade, dita com a sigla fdp.

Na Engenharia Florestal mostra-se a necessidade de descrever e interpretar atividades e interesses de distribuições de frequência diamétricas em povoamentos florestais usando funções de densidade de probabilidade.

Esse tipo de método tem se mostrado bastante eficiente na predição de vários fatores que muitas vezes precisam ser estimados (NOGUEIRA, 2005). De acordo com o mesmo autor a facilidade que existe na utilização da função de densidade e probabilidade no ramo florestal faz com que se possa facilmente trabalhar com modelos estatísticos que visam estimar o crescimento e a produção por classes de diâmetro, possibilitando inclusive a avaliação dos multiprodutos de uma floresta.

Scolforo (2006) descreve que para uma função de densidade de probabilidade $f(x)$ ser realmente uma fdp, a mesma tem que atender três condições:

1ª condição: $f(x) \geq 0$ para todo os valores de x dentro do intervalo considerado, pois não existe probabilidade negativa

2ª condição: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$ determinando assim que toda a área entre a curva

representativa da função $f(x)$ em todo o intervalo seja igual a 1.

3ª condição: $f(x) = 0$, se x estiver contido fora do intervalo considerado

Deste modo a probabilidade de x vier a ocorrer num intervalo depende da integral:

$$P(a \leq x \leq b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$$

A função de distribuição acumulada $F(x)$ é a consequência da integral da função de densidade de probabilidade $f(x)$. Tal função estima a probabilidade que a variável x assumira um valor menor ou igual a x (SCOLFORO, 2006).

$$F(x) = \int_a^b f(t) dt$$

Silva *et al.*, (2003) afirmam que se x for uma variável aleatória contínua com função de densidade de probabilidade f , a esperança matemática de x será dada por:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx$$

e conseqüentemente a variância por:

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - [E(x)]^2$$

Foram desenvolvidos a partir destes estudos vários modelos para descrever as distribuições diamétricas.

Com o desenvolvimento das técnicas de cálculos pode-se hoje utilizar com mais facilidade vários modelos complexos para descrever tais distribuições.

Para a realização do ajuste das distribuições podem ser usados os seguintes modelos: Gamma, Log-normal, Normal, Weibull, Beta, SB. De acordo com Scolforo (2006) essas distribuições têm a finalidade de obter a probabilidade de que as árvores venham a ocorrerem dentro das classes de diâmetro. Diferentes métodos são utilizados para as análises dos modelos como: Métodos dos Momentos, Máxima Verossimilhança, Momentos, Knoebell e Burkhart, Moda e a Regressão Linear.

1.3 Distribuição Gamma

Segundo Guimarães(2002) a função Gamma foi introduzida em 1729 pelo matemático Leonard Euler.

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} \cdot e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)}$$

em que:

x =variável aleatória

Γ =função Gamma

α e β = parâmetros a serem estimados

e =exponencial

De acordo com Scolforo (1995 e 2006) o modelo Gamma é uma função flexível, podendo ser aplicada em florestas naturais ou plantada. Pode assumir ou ajustar-se a diferentes tipos de curvas passando por diversos graus de assimetria.

A distribuição Gamma apresenta a seguinte função de densidade e probabilidade, conforme descrito por Guimarães (2002):

Neste contexto, β e α referem-se ao parâmetro de escala e forma (Figura 1.4).

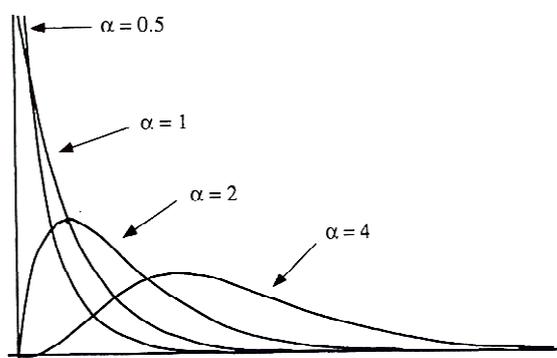


Figura 1. 4- Função de densidade de probabilidade Gamma para 4 valores de parâmetro de forma α . Fonte: Scolforo, (2006)

Segundo Marques *et al.*, (1995) a função Gamma pode ser obtida a partir da integração da equação transformada por Laplace:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^x e^{-x} x^{\alpha-1} dx$$

em que:

Γ = função Gamma

e = exponencial

x = variável aleatória

α = parâmetro a ser estimado

Integrando-se a equação em partes obtém-se a seguinte relação:

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1) \cdot \Gamma(\alpha - 1)$$

Essa relação ainda requer de mais uma transformação para poder obter a estimativa da referida função. Neste caso, existe a possibilidade de se utilizar propriedades para a estimativa da função Gamma, em que:

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$$

Quando α vier a corresponder quer a um número inteiro positivo, tem-se:

$$\Gamma(n + 1) = n!$$

Segundo Botelho e Morais (1999), um dos grandes problemas encontrados nas pesquisas em que se utilizou a distribuição Gamma, é a estimação dos parâmetros α e β , devido a sua alta complexidade de obtenção. Vários são os métodos utilizados para a obtenção dos parâmetros, destacando entre eles o método da máxima verossimilhança e dos momentos.

De acordo com Araujo *et al.*, (2001) a função de verossimilhança consiste em maximizar uma função dos parâmetros da distribuição. Segundo o mesmo autor que trabalhos com a distribuição Gamma, para a obtenção dos parâmetros α e β foram utilizados as seguintes expressões:

$$\alpha = \frac{1}{4A} \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4A}{3}}\right)$$

$$\beta = \frac{\bar{x}}{\alpha}$$

sendo:

$$A = \ln \bar{x} - x_g$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$x_g = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(x_i)$$

em que:

\bar{x} = média aritmética das observações

x_g = média geométrica das observações

N = número de observações

Scolforo (2006) indica o método dos momentos como o mais eficiente para a obtenção dos parâmetros α e β , devido o mesmo apresentar uma maior facilidade nos cálculos. Esse método baseia-se na utilização da função geratriz dos momentos, no qual sua forma para distribuição contínua é:

$$\mu_x(t) = \int_0^{\infty} e^{xt} \cdot f(x)$$

em que:

μ_x = média

Desenvolvendo essa função por meio da derivação obtém-se os parâmetros α e β a partir das fórmulas:

$$\beta = \frac{S_x^2}{x}$$

$$\alpha = \frac{x^2}{S_x^2}$$

em que:

S_x^2 = variância

x = variável aleatória

1.4 Distribuição Beta

Cunha (2002) afirma que a distribuição Beta é uma função bastante flexível, podendo assumir várias formas para uma ampla faixa de distribuições. Foi idealizada por Pearson em 1894 e introduzida, com sucesso no campo florestal, por Zohrer (1972) na Alemanha e por Clutter e Benett (1965) para *Pinus elliottii* nos Estados Unidos.

Dependendo da dimensão dos coeficientes, a função Beta pode ser considerada uma função de densidade de probabilidade observando sempre os limites definidos entre o menor e o maior diâmetro encontrados dentro de um povoamento florestal (SCOLFORO, 2006). Essa distribuição pode ser aplicada tanto em florestas nativas, quanto em florestas plantadas, podendo ser ajustada a diferentes tipos de curvas, estendendo-se por diversos graus de assimetria.

De acordo com Bartoszeck *et al.*, (2004), a função de densidade de probabilidade de Beta é definida por:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) * \Gamma(\beta)} \cdot \frac{1}{(b - a)^{\alpha + \beta - 1}} \cdot (x - a)^{\alpha - 1} (b - x)^{\beta - 1}$$

em que:

x = variável aleatória

a, b = valores máximos e mínimos da variável aleatória

α e β = parâmetros a serem estimados

Γ = função Gamma

Segundo Law e Kelton (1991) a distribuição Beta pode apresentar diferentes tendências conforme é mostrado na Figura 1.5:

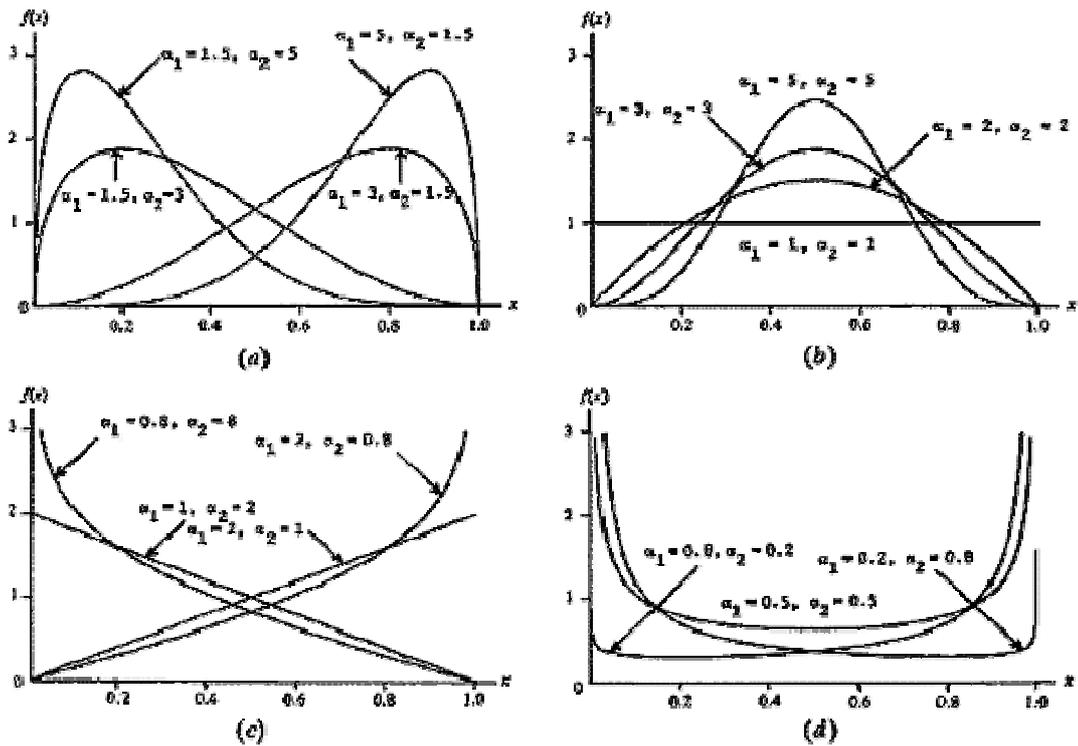


Figura 1. 5- Formas assumidas pela distribuição Beta, com diferentes magnitudes dos parâmetros. Fonte: Law e Kelton, (1991)

Umaña e Alencar (1998) e Scolforo (2006) descrevem que na estimação dos parâmetros α e β na função beta, podem ser utilizados diferentes métodos como momentos, regressão, média aritmética dentre outros, porém os métodos dos momentos se tornam mais utilizado devido a sua praticidade de cálculo.

Pelo método dos momentos os parâmetros α e β podem ser obtidos a partir de:

$$\alpha = \frac{(\mu_X - a) \cdot ((b - \mu_X) \cdot (\mu_X - a) - \sigma_X^2)}{\sigma_X^2 \cdot (b - a)}$$

$$\beta = \frac{(b - \mu_X) \cdot ((b - \mu_X) \cdot (\mu_X - a) - \sigma_X^2)}{\sigma_X^2 \cdot (b - a)}$$

em que:

μ_X = média da variável aleatória

a e b = valores máximos e mínimos da variável aleatória

σ_X^2 = variância paramétrica da variável aleatória

Souza, *et al.*, (2010) compararam a distribuição de probabilidade em dados de precipitação, utilizando o método da média aritmética e variância para estimar os parâmetros α e β na distribuição Beta.

$$\alpha = \bar{x} \cdot \left(\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{\delta^2} - 1 \right)$$

$$\beta = (1-\bar{x}) \cdot \left(\frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{\delta^2} - 1 \right)$$

em que:

\bar{x} = média da variável aleatória

δ^2 = variância

Finger (1982) observou que a distribuição Beta é usada para representar processos dinâmicos, como por exemplo, nas curvas de incremento, e mostrou que esta função também é apropriada para a descrição matemática de algumas distribuições decrescentes.

1.5 Distribuição de Weibull

A distribuição Weibull foi proposta inicialmente por Fisher e Tippet em 1928, tendo sido desenvolvida em 1939 por Walodi Weibull, físico sueco, em uma pesquisa sobre a resistência dos materiais (SILVINO *et al.*, 2007). Possivelmente após a segunda guerra mundial, com ênfase no estudo da resistência dos materiais, o trabalho de Weibull se destacou e a distribuição passou a ser chamada pelo seu nome. Historicamente, na Rússia, atribui-se o nome: Distribuição de Weibull e Gnedenko. No campo florestal Bailey e Dell (1973) foram os primeiros a usar a função Weibull para o ajuste de distribuição diamétrica, tendo sido aplicada em trabalhos que visavam construir modelos de crescimento e produção florestal.

Segundo Binoti *et al.*,(2010), a distribuição de Weibull é hoje a mais usada nos Brasil por ser bastante flexível e se ajustar a uma infinidade de formas de curvas tanto unimodais, servindo para qualquer tipo de floresta, gerando uma configuração que coincide com as condições ideais para o perfeito ajuste dessa função.

Um dos motivos que fazem a distribuição Weibull ser aplicada em muitas situações é a íntima relação entre os parâmetros e o comportamento da distribuição. A distribuição de Weibull pode ser considerada como uma forma mais genérica da distribuição

exponencial, dada ela ter três parâmetros, que determina sua amplitude, sua forma e seus momentos, (SCOLFORO, 2006).

De acordo com Bartoszeck *et al.*, (2004) a função de Weibull pode ser descrita conforme seus parâmetros em:

- Weibull com dois parâmetros

$$f(x) = \left(\frac{\delta}{\beta}\right) \cdot \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\delta-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\delta}\right] \quad x \geq 0, \beta > 0 \text{ e } \delta > 0$$

- Weibull com três parâmetros

$$f(x) = \left(\frac{\delta}{\beta}\right) \cdot \left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\delta-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)^{\delta}\right] \quad \alpha \leq x < \infty, \alpha \geq 0, \beta > 0 \text{ e } \delta > 0$$

em que:

α = parâmetro de locação

β = parâmetro de escala

δ = parâmetro de forma

x = variável de interesse

Scolforo (2006) e Schneider *et al.*,(2008) relatam que na função Weibull o parâmetro (α) chamado de parâmetro de locação, tem por finalidade controlar a posição da curva sobre o eixo das abcissas. Quando (α) = 0 ou seja, a distribuição iniciando-se na origem, surge um caso particular, no qual a distribuição passa a ser chamada e considerada de Weibull de dois parâmetros. O parâmetro da escala (β) controla as dimensões que a curva assume, dada uma forma constante, mostrando que a medida que o valor de (β) aumenta a curva se torna mais dispersa, sendo percebida com facilidade quando a Weibull assume a forma de sino. O parâmetro (δ) denominado de parâmetro de forma é o responsável pela grande variedade de forma que a distribuição Weibull pode assumir. De acordo com Dodson (2006) o parâmetro “ δ ” assumindo valor menor que 1 a distribuição assume a forma de “J” invertido, típica da distribuição diamétrica de florestas nativas. Quando o valor “ δ ” fica no intervalo entre 1 e 3,6 pode-se considerar que a distribuição é positivamente assimétrica, adotando a forma de sino praticamente simétrica, chegando a

ser idêntica a distribuição normal quando o valor do parâmetro “ δ ” for igual a 3,6. Valores maiores que 3,6 a distribuição torna-se negativamente assimétrica, apresentando um acúmulo de diâmetros para as maiores dimensões chegando a uma forma leptocúrtica, ou seja, quando uma curva de frequência apresenta um alto grau de afilamento bem superior ao da normal (Figura 1.6).

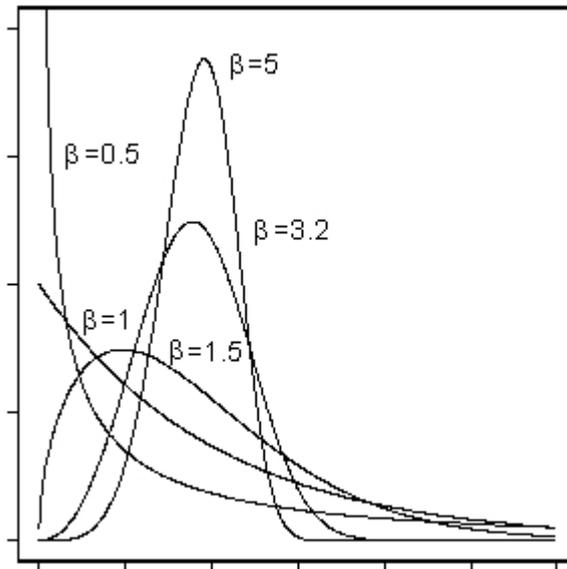


Figura 1. 6- Formas assumidas pela distribuição Weibull com diferentes valores do parâmetros de forma representada neste gráfico pela letra β . Fonte: Charles Annis, (2010)

De acordo com Barra (2004) diferentes métodos apropriados foram desenvolvidos para o ajuste da função Weibull. Entre eles os métodos da máxima verossimilhança, métodos dos momentos, métodos dos percentis e método gráfico. O método dos percentis apresenta uma forma mais simples de se obter os parâmetros da distribuição de Weibull, conforme descrito por Scolforo (2006).

Segundo o mesmo autor, é definido $F(X) = \text{percentil}$ quando $x = D \text{ percentil}$, no qual percentil é igual a $\text{Percentil}/100$ e $D \text{ percentil}$ é igual a diâmetro percentil.

Schneider (2008) relata que para a obtenção do parâmetro de locação “ a ”, o mesmo pode ser obtido por meio de uma interação com o diâmetro mínimo, ou mesmo considerá-lo o diâmetro mínimo como o valor do parâmetro de locação.

Conseqüentemente a estimativa dos parâmetros na distribuição de Weibull, fica assim definido:

$$D \text{ percentil} = X_{p1} \text{ quando percentil} = p1$$

$$D \text{ percentil} = X_{p2} \text{ quando percentil} = p2$$

-Parâmetro de forma:

$$\delta = \frac{\ln[-\ln(1-p_1)/-\ln(1-p_2)]}{\ln[(xp_1 - \alpha)/(xp_2 - \alpha)]}$$

-Parâmetro de escala:

$$\beta = \frac{xp_1 - \alpha}{(-\ln(1-p_1))^{1/\delta}}$$

Silva (1986) utilizou-a para examinar o efeito da adubação em florestas de *Pinus taeda* e Hosokawa e Glade (1986) se fundamentaram na distribuição de Weibull para construir um modelo de prognose por classes diamétricas. Machado *et al.*,(2009) analisaram a distribuição Weibull com 2 e 3 parâmetros em um fragmento de floresta ombrófila mista, resultando numa favorável indicação de uso desta distribuição no local. Machado *et al.*,(2000) utilizaram, dentre as várias distribuições diamétricas conhecidas, a função Weibull no seu estudo sobre diferentes métodos de avaliação de volume total de madeira para o Pinheiro do Paraná. Arce (2004), em seu trabalho em clones de *Populus deltoides*. Marsh, concluiu que a função Weibull 2p apresentou bons resultados na estimativa dos diâmetros. Schneider*etal.* (2008) basearam-se na utilização eficiente da distribuição Weibull para prognosticar as frequências por unidade de área e classe diamétrica num povoamento desbastado de *Pinus taeda* L.

Vários trabalhos clássicos na área da ciência florestal (CLUTTER E BELCHER, 1978; SMLLEY E BAILEY, 1974; LOHREYE BAILEY, 1976) utilizaram a distribuição Weibull em plantações desbastadas, no qual equações para prognosticar os coeficientes “a, b e c” foram desenvolvidas, apresentando taxas de rejeição de 14% com o teste de Kolmogorov-Smirnov. Desvios dentro de um limite de mais ou menos 0,5 polegadas para diâmetros médios quadráticos alcançaram em torno de 80 a 90%. Testes com dados de plantações de *Pinus elliottii* desbastadas conduziram à não rejeição e 90% dos desvios situaram-se dentro de mais ou menos 0,5 polegadas. Estes autores concluíram na sua pesquisa que a função de distribuição Weibull pode ser aplicada com sucesso em modelos de distribuições diamétricas de povoamentos de coníferas com desbastes.

1.6 Distribuição normal

Segundo Freund e Simon (2000) a distribuição normal é considerada, dentro da estatística, como a mais importante entre as várias distribuições contínuas existentes. De acordo com os autores, o estudo da distribuição normal remota a pesquisas do século dezoito, no qual ficou constatado que as discrepâncias entre repetidas medidas da mesma grandeza física apresentavam um grau surpreendente de regularidade. A distribuição das discrepâncias podia ser satisfatoriamente aproximada por uma curva contínua, e a essa curva é denominada de curva normal dos erros.

A distribuição normal é amplamente empregada nas áreas das ciências florestais. Faz-se presente devido ao fato que a maioria das variáveis biométricas são aproximadamente normais, e as variáveis que não apresenta distribuição normal, pode ser facilmente transformada em variáveis normais (AMARAL, 1996).

De acordo com Arce (2004) a distribuição normal é definida pela função de densidade e probabilidade:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{(-1/2) \cdot [(x-\mu)/\sigma]^2}$$

em que:

$f(x)$ = função da densidade

σ^2 = variância

x = variável aleatória

σ = desvio padrão

μ = média

E sua função de distribuição acumulada é dada pela fórmula:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^x e^{(-1/2) \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \delta x$$

em que:

σ = desvio padrão

μ = média

x = variável aleatória

$\pi = 3,14159$

$e = 2,71828$

Uma das características mais importantes consideradas na distribuição normal é que a mesma depende apenas dos dois valores ou parâmetros μ (média) e σ (desvio padrão). Há uma e só uma distribuição normal com uma dada média e um dado desvio padrão. O gráfico de uma distribuição normal é uma curva em forma de sino que se prolonga indefinidamente em ambas as direções, conforme a Figura 1.7.

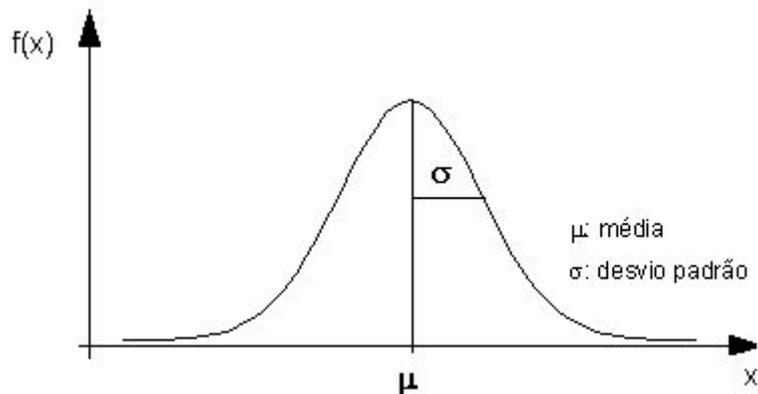


Figura 1. 7- Forma assumida pela distribuição normal. Fonte: Conti, (2010)

Segundo Freund e Simon (2000), a distribuição normal pode apresentar diferentes curvas dependendo do valor da média e do desvio padrão. A distribuição que se apresenta com maior desvio padrão se mostra mais achatada, apontando uma maior dispersão em torno da média, denominando-se assim de plasticúrtica. A que tem um menor desvio padrão, apresenta um pico mais relevante com uma maior concentração em torno da média, chama-se de leptocúrtica e denomina-se mesocúrtica a curva normal padronizada, (Figura 1.8). De acordo com os mesmos autores as distribuições normais com o mesmo desvio padrão e com médias diferentes possuem a mesma dispersão, porém diferem quanto à localização, conforme é mostrado na Figura 1.9.

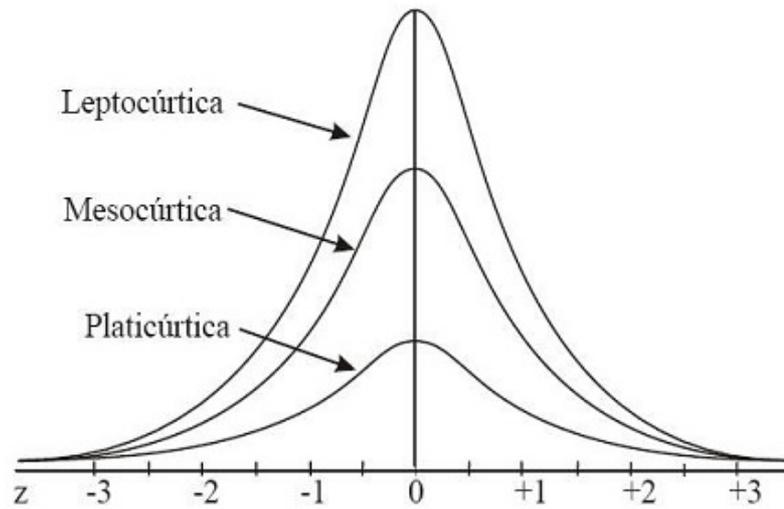


Figura 1. 8- Distribuição normal com mesma média e com desvios diferentes. Fonte: Pasquali, (2010)

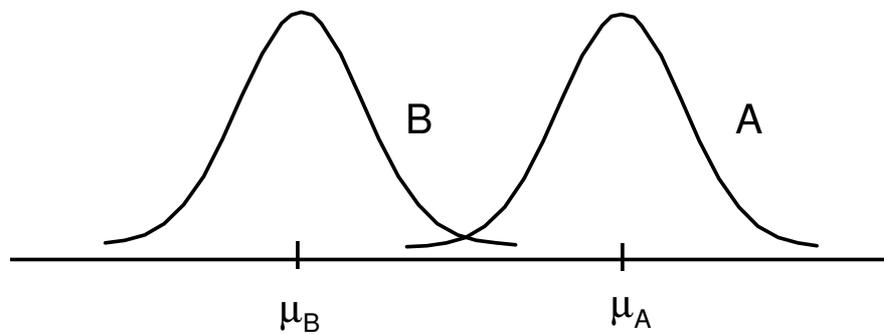


Figura 1. 9- Distribuição normal com mesmo desvio padrão e com médias diferentes.

Em uma distribuição normal 68% das observações estão dentro do intervalo de mais ou menos um desvio padrão da média, 95% em dois desvios e 99% em três desvios, Figura 1.10.

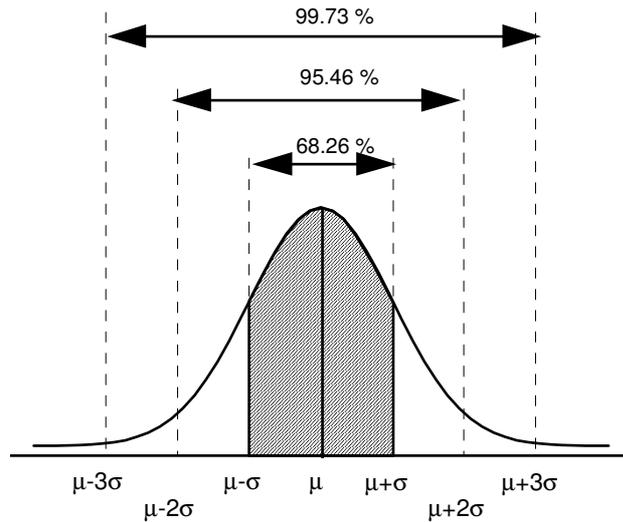


Figura 1. 10- Probabilidades da distribuição normal. Fonte: Pasquali, (2010)

De acordo com Freund e Simon (2000) a probabilidade de uma variável assumir valores entre a e b é igual à área sob a curva entre esses dois pontos.

De acordo com Scolforo (2006) a forma mais comum de ajustar uma distribuição normal é feita por meio do método dos momentos, para assim obter as estimativas de μ e σ^2 .

A partir da função de distribuição acumulada obtém-se os parâmetros da média e da variância por meio da fórmulação:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(-1/2) \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \delta x$$

Tomando $z = \frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}$ e $\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$, então

$$\delta x = \delta z \sigma \sqrt{2}$$

$$x = z\sqrt{2}\sigma + \mu$$

assim:

$$E(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{\infty} (z\sqrt{2}\sigma + \mu) e^{-z^2} \sqrt{2}\sigma \cdot \delta x$$

Integrando-se essa função, chega-se à seguinte conclusão:

$$E(x) = \mu \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}} + 0$$

$E(x) = \mu$, que é a própria média aritmética

Para se obter a variância, parte-se da seguinte função:

$$E(x^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{\infty} (\mu + \sqrt{2\sigma}z)^2 e^{-z^2} \sqrt{2\sigma} \delta z$$

em que realizando a integral, chega-se a expressão:

$$E(x^2) = \mu^2 + \sigma^2$$

A variância é então obtida como:

$$S_x^2 = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$S_x^2 = \sigma^2 + \mu^2 - (\mu)^2$$

$$S_x^2 = \sigma^2, \text{ no qual é a própria variância}$$

Obtidas a média e a variância, pode-se obter a probabilidade de x ocorrer entre dois limites:

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{x_1}^{x_2} e^{(-1/2) \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \delta x$$

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{x_1}^{x_2} e^{(-1/2) \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \delta x$$

Segundo Freund e Simon (2000) a transformação realizada para padronizar as distribuições normais é feita tendo a média como origem e o desvio como medida de afastamento a contar da média. Pode-se então, obter áreas sob qualquer curva normal fazendo a mudança de escala que transforma as unidades de medida da escala original em unidades padronizadas.

1.7 Distribuição Log-normal

Scolforo (2006) relata que a distribuição Log-normal é uma alternativa à distribuição Normal, distinguindo apenas que para a obtenção da média e da variância os valores de diâmetro são transformados para o correspondem quente logaritmo.

De acordo com Lyra *et al.*, (2006) a distribuição Log-normal além de ser utilizada no campo das ciências florestais, essa distribuição também é muito utilizada em outras ciências como a hidrologia e hidroclimatologia. Segundo os mesmos autores essa distribuição considera que os logaritmos das variáveis aleatórias seguem uma distribuição normal.

Na Figura 1.1 esta apresentada um exemplo de forma da distribuição Log-normal.

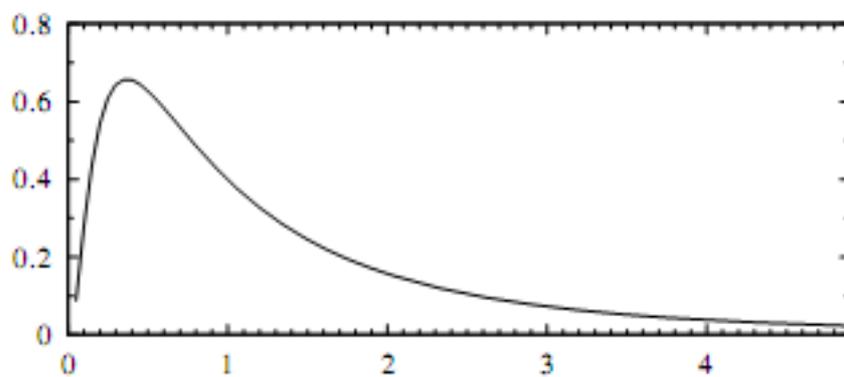


Figura 1. 11- Formas da distribuição Log-normal. Fonte: Oliveira, (2007)

A média e o desvio padrão são os dois parâmetros necessários para explicitar a distribuição Log-normal, uma vez que são os mesmos parâmetros utilizados na distribuição Normal.

A função de densidade de probabilidade é expressa da seguinte maneira:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma} \right)^2}}{\sqrt{2\pi \cdot \sigma^2}} \quad x \geq 0$$

em que:

$f(x)$ = função da densidade

σ^2 = variância

σ = desvio padrão

μ = média

x = variável aleatória

π = 3,14159

e = 2,71828

A distribuição Log-normal apresenta uma particularidade que é uma certa sensibilidade quando se faz referência a dimensão da amostra. Isso é, quando uma amostra tem um número de elementos insuficiente, ocorre uma acomodação na sua curva, mostrando-se truncada no ponto em que a amostra está representada por poucos indivíduos.

De acordo com Scolforo (2006), a função de distribuição acumulada da distribuição Log-normal é representada pela expressão:

$$F(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\mu\sigma^2}} \int_{-\infty}^x e^{\left(\frac{1}{2\sigma^2}\right) \cdot (\ln x - \mu)^2}$$

em que:

σ^2 = variância

μ = média

x = variável aleatória

e = 2,71828

A obtenção dos parâmetros da média e da variância é realizada da seguinte maneira (SCOLFORO, 2006):

$$y_i = \ln(x_i)$$

em que:

x = variável aleatória de interesse

- média

$$\mu = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

- variância

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum (y_i - \bar{y})^2 \text{ ou}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}}{n}$$

1.8 Distribuição S_B de Johnson

Johnson, (1949) sugeriu em sua pesquisa um sistema de distribuição cujo intervalo dos coeficientes fosse baseado em transformações da variável normal padrão. O sistema consiste na formação de três distribuições identificadas com S_L , S_B e S_U . Algumas vezes pode-se utilizar a distribuição normal, a qual representa um caso especial das três, é incluída e denotada por S_N .

$$S_L = f_1(x, \varphi, \lambda) = \ln\left(\frac{x - \varphi}{\lambda}\right) x > \varphi$$

$$S_B = f_2(x, \varphi, \lambda) = \ln\left(\frac{x - \varphi}{\lambda + \varphi - x}\right) \varepsilon < x < \varphi + \lambda$$

$$S_U = f_3(x, \varphi, \lambda) = S_{inh}^{-1}\left(\frac{x - \varphi}{\lambda}\right) - \infty < x < \infty$$

A distribuição S_L é uma distribuição Log-normal de três parâmetros, sendo que um deles corresponde que ao limite inferior. A distribuição S_B cobre uma região acima à linha log-normal, e a distribuição S_U cobre uma região abaixo à linha log-normal. Portanto a distribuição S_B é mais flexível na assimetria e curtose que a distribuição Beta.

Segundo Oliveira *et al.*, (1998) as distribuições S_B e S_{BB} (S_B bivariada) propostas por Johnson (1949 e 1949 b), foram introduzidas na ciência florestal, respectivamente por Hafley e Schreuder, (1977). A distribuição S_B descreve a distribuição marginal das variáveis diâmetro e altura de árvores de um povoamento em diferentes idades e a S_{BB} analisa a distribuição conjunta destas variáveis, possibilitando uma melhor descrição das características dos povoamentos nas diferentes idades, uma vez que considera medições de diâmetros e alturas de forma interrelacionadas.

Em 1976 estes mesmos autores testaram as formas bivariadas das distribuições Weibull, Log-normal e Gamma, entretanto, concluíram que nenhuma destas distribuições (na forma bivariada) poderia ser utilizada sob o ponto de vista florestal devido à impossibilidade de associação de seus parâmetros às relações diâmetro – altura.

Uma característica da distribuição S_B é a variedade de densidade positiva que se estende de 0 até 1, assim é necessário identificar os limites inferior e superior de conjunto de dados para o qual a distribuição irá ser ajustada e fazer a transformação apropriada da escala. Em muitos instantes esta identificação exige estimação desses parâmetros da amostra.

A distribuição S_B tem algumas importantes vantagens em relação a distribuição Beta do ponto de vista de aplicação prática. Primeiro atravessa uma faixa ligeiramente extensa da distância dos coeficientes de assimetria e curtose (cobre, em adição, a região entre a Log-normal e a Gamma). Segundo, é possível obter estimadores de máxima verossimilhança que tenham forma fechada de soluções, uma vez identificados os limites superiores e inferiores do conjunto de dados, em que a distribuição Beta exige solução iterativa para estes estimadores. Em adição, desde que a distribuição seja obtida pela transformação em um variável normal padrão, a integração para classes específicas podem ser realizadas pela simples aplicação da variável normal a qual é tabelada. A distribuição S_B possuem quatro parâmetros, dois dos quais são o limite inferior, ε , e a amplitude λ .

Cada uma das distribuições estatísticas tradicionalmente consideradas para ajustar dados de mensuração florestal tem seus pontos fortes e fracos os quais podem resultar em extremos em termos de ajustes de um conjunto de dados para outro. A distribuição S_B de Johnson demonstra relativa estabilidade por meio de uma variedade de conjunto de dados.

A função de densidade de probabilidade da distribuição S_B de Johnson é definida como (SCOLFORO, 2006):

$$f(x, \varphi, \lambda, \delta, \gamma) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi(x-\varphi)(\lambda+\varphi-x)}} \cdot \exp\{-1/2 \cdot [\gamma + \delta \ln(\frac{x-\varphi}{\lambda+\varphi-x})]^2\}$$

para:

$$\varphi < x < \varphi + \lambda$$

$$-\infty < \varphi < +\infty$$

$$\lambda > 0$$

$$-\infty < \gamma < \infty$$

$$\delta > 0$$

sendo que:

x = variável de interesse

φ = parâmetro de locação

λ = parâmetro de escala

δ e γ = parâmetros que determinam a forma da distribuição

De acordo com Scolforoe Thierschi (1998) quando o parâmetro de forma δ aumenta implica num grande aumento na forma, já quando ocorrem aumentos no valor

absoluto do parâmetro de forma γ sugere uma distribuição com mais assimetria. Resumindo, o parâmetro de forma δ é considerado o parâmetro de curtose e o parâmetro de forma γ é dito como o parâmetro de assimetria.

A distribuição S_B de Johnson pode assumir diferentes formatos conforme os valores dos parâmetros de forma γ e δ conforme é mostrado na Figura 1.12.

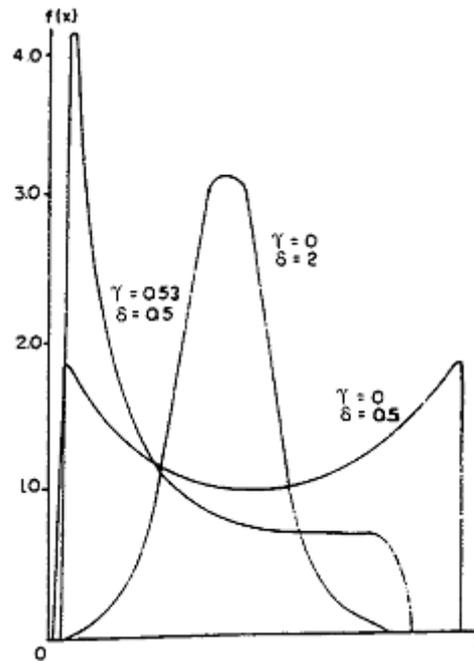


Figura 1. 12- Diferentes formas da distribuição SB. Fonte: Scolforo e Thierschi, (1998)

A distribuição S_B de Johnson acumulada $F(x)$ é dada pela seguinte expressão:

$$F(x) = \Phi \left[\gamma + \delta \ln \left(\frac{z}{1-z} \right) \right]$$

em que:

$$z = \frac{x - \varphi}{\lambda}, \text{ e } \Phi \text{ é a integral de Laplace}$$

Para obter as estimativas dos parâmetros da distribuição S_B de Johnson, Scolforo e Thierschi (1998) e Scolforo (2006), indicam vários métodos, entre eles a da máxima verossimilhança, dos momentos, de Knoebel-Burkhart, da moda e da regressão linear.

No método da máxima verossimilhança, deve-se previamente conhecer os parâmetros de locação (φ), no qual é expresso por um valor abaixo do diâmetro mínimo do povoamento em estudo, e o parâmetro de escala (λ), é expresso pela amplitude do menor e maior diâmetro. Os parâmetros de forma (γ e δ) são obtidos por meio das seguintes transformações:

Se:

$$y_i = \frac{x_i - \varphi}{\lambda} e^{1 - y_i} = \frac{\lambda + \varphi - x_i}{\lambda},$$

A função de densidade de probabilidade será dada pela expressão:

$$f(y_i) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi} \lambda y_i (1 - y_i)} \cdot \exp[-1/2 \{ \gamma + \delta \ln[\frac{y}{1 - y_i}] \}^2]$$

para: $0 < y < 1$, $\lambda > 0$, $-\infty < \gamma < \infty$, $\delta > 0$

Adotando-se uma amostra aleatória, tem-se a função de verossimilhança (L) explícita por:

$$L = \prod_{i=1}^n f(y) = \frac{\delta^n}{(\sqrt{2\pi})^n \cdot \lambda^n \cdot [y_i(1 - y_i)]^n} \cdot \exp[-1/2 \sum_{i=1}^n \{ \gamma + \delta \ln[\frac{y_i}{1 - y_i}] \}^2]$$

Fazendo o logaritmo da função (ln(L)) é obtida a equação:

$$\ln(L) = n \ln(\delta) - n \ln[\sqrt{2\pi} \lambda y_i (1 - y_i)] - \frac{n\gamma^2}{2} - \gamma \delta \sum_{i=1}^n \ln(y_i / 1 - y_i) - \frac{\delta^2 \sum_{i=1}^n \{ \ln[y_i / (1 - y_i)] \}^2}{2}$$

Fazendo $f_i = \ln(y_i / 1 - y_i)$ as estimativas dos parâmetros será:

$$\hat{\gamma} = \frac{-\bar{f}}{s_f}$$

$$\hat{\delta} = [n / \sum_{i=1}^n (f_i - \hat{f})^2]^{1/2} = 1 / s_f$$

em que:

\bar{f} = média aritmética da variável f_i

s_f = desvio padrão da variável f_i

n = números de observações

Para encontrar as estimativas dos parâmetros γ e δ se faz necessário o auxílio das seguintes expressões:

$$f_i = \ln \left(\frac{x_i - \varphi}{(\varphi + \lambda - x_i)} \right)$$

$$\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n}$$

$$S_f^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n}\right)^2}{n}$$

em que:

f_i = transformação da variável de interesse

ε = parâmetro de locação

λ = parâmetro de escala

x_i = variável de interesse

Segundo Nagai e Menk (1976) o método dos momentos para a estimativa dos parâmetros na distribuição S_B de Johnson se mostra também como uma boa opção de uso, devido à simplicidade dos cálculos. A obtenção das estimativas dos parâmetros de curtose (δ) e assimetria (γ) se faz a partir das seguintes expressões:

$$\hat{\delta} = \frac{\mu(1-\mu)}{Sd(x)} + \frac{Sd(x)}{4} \cdot \left[\frac{1}{\mu(1-\mu)} - 8 \right]$$

$$\hat{\gamma} = \delta \ln\left(\frac{1-\mu}{\mu}\right) + \left(\frac{0,5-\mu}{\delta}\right)$$

$$\hat{\mu} = \frac{\bar{x} - \varphi}{\lambda}$$

$$Sd(x) = \frac{\sigma}{\lambda}$$

em que:

\bar{x} = média aritmética da variável de interesse

$Sd(x)$ = desvio padrão modificado

σ = desvio padrão da parcela

Scolforo *et al.*, (2003) usaram o método de Knoebel – Burkhart em uma pesquisa desenvolvida com *Pinus taeda* para a estimativa dos parâmetros da distribuição S_B . Os mesmos autores se basearam nos percentis 50 e 95 para a utilização do método:

$$\varphi = x_{\min} - 1,3$$

$$\lambda = x_{\max} - \varepsilon + 3,8$$

De acordo com Scolforo (2006) as equações dos parâmetros de locação (φ) e escala (λ) são utilizados para dados em que as variáveis de interesse estejam em centímetros. Segundo o mesmo autor as estimativas dos parâmetros de curtose (δ) e de assimetria (γ) são obtidas a partir da seguinte expressão:

$$\gamma = -\delta \ln\left(\frac{x_{50} - \varphi}{\varphi + \lambda - x_{50}}\right)$$

$$\delta = \frac{z_{95}}{\ln\left(\frac{x_{95} - \varphi}{\varphi + \lambda - x_{95}}\right) - \ln\left(\frac{x_{50} - \varphi}{\varphi + \lambda - x_{50}}\right)}$$

em que:

Z_{95} = valor normal padrão correspondentes ao percentil acumulativo de 95%

Abreu *et al.*, (2002) utilizaram, entre outros métodos para a estimação dos parâmetros da distribuição S_B de Johnson, o método da moda, a partir das seguintes equações:

$$\hat{\delta} = \frac{\lambda}{4\sigma_x}$$

$$\hat{\gamma} = \frac{2x_m - 2\varphi - \lambda}{\lambda\delta} - \delta \ln\left(\frac{x_m - \varphi}{\lambda + \varphi - x_m}\right)$$

em que:

x_m = moda da variável x

No método da regressão linear, Abreu *et al.*, (2002) utilizaram as expressões abaixo para a estimação dos parâmetros γ e δ :

$$\hat{\gamma} = \bar{z} - \hat{\delta} \cdot \bar{f}$$

$$\hat{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i z_i - \frac{\sum f_i \sum z_i}{n}}{\sum_{i=1}^n f_i^2 - \frac{(\sum f_i)^2}{n}}$$

em que:

f = variável independente

z = variável dependente

De acordo com Abreu *et al.*, (2002) os parâmetros φ e λ podem ser obtidos utilizando-se para isso o método de Knoebel e Burkhart.

A distribuição S_B de Johnson tem uma considerável flexibilidade em termos de sua habilidade para ajustar empiricamente conjunto de dados e é relativamente simples para ser aplicada. Quando os limites superiores e inferiores do conjunto de dados são conhecidos, a estimativa dos parâmetros da distribuição é facilmente computada. Quando somente o limite inferior é conhecido, o procedimento de ajuste também não é complicado.

Segundo Scolforo (2006) a distribuição Beta cobre uma região inteira entre a linha da distribuição Beta, a região impossível e o eixo do coeficiente curtose. Portanto, a distribuição Beta cobre um largo espectro de forma e é totalmente flexível ajustando dados com assimetria positiva e negativa. De acordo com o mesmo autor, as distribuições Weibull, Gamma e Log-normal resultam em linhas, o que demonstra suas capacidades de assumirem formas variadas, entretanto as distribuições Beta e S_B são consideradas as mais flexíveis porque as relações entre os coeficientes ocupam áreas dentro do plano cartesiano.

Meyer (1930) dedicou bastante esforço ao estudo da distribuição diamétrica. Desenvolvendo os conceitos introduzidos por Liocourt sobre este assunto. Em 1937 Meyer e Stevenson, (1943) propuseram um modelo matemático para relacionar o número de árvores por unidade de área com classes de DAP para florestas naturais da Pensilvânia. Devido à simplicidade do modelo exponencial destes autores, o mesmo tem sido largamente utilizado para ajustar curvas de distribuição diamétrica em floresta multiâneas heterogêneas as quais apresentam distribuição decrescente. Posteriormente várias outras

funções de frequência já conhecidas no meio estatístico-matemático, começaram a ser usadas no campo florestal para expressar a distribuição diamétrica.

Zohrer (1970) usou a função Beta para diversos tipos florestais, tanto de espécies plantadas como naturais. Goff e West (1975) desenvolveram um modelo polinomial para descrever a curva da estrutura diamétrica em povoamentos uniformes, utilizando para isso uma curva sigmoidal.

No Brasil alguns trabalhos foram desenvolvidos sobre a distribuição diamétrica, tanto em florestas plantadas quanto em nativas. Heinsdijk e Bastos, (1963) desenvolveram um trabalho pioneiro sobre a distribuição diamétrica para várias espécies da região amazônica. Conseguiram concluir que a estrutura diamétrica dessas florestas é aproximadamente balanceada. Campos (1981) testou com sucesso a distribuição Weibull para plantios de *Pinus patula* no sul de Minas Gerais.

Machado *et al.*, (1990) estudou a aplicação destas distribuições aos produtos dos três primeiros desbastes de plantações de *Pinus taeda* no estado do Paraná, considerando neste estudo a correspondem quente do sítio, da idade, da densidade e do regime de desbastes. Em relação ao fator de sítio os autores concluíram que a distribuição Beta foi a que melhor se ajustou aos dados do primeiro desbaste e a Log-normal para o segundo e terceiro desbaste. Quando analisaram em função do fator idade, a distribuição S_B foi a mais adequada ao primeiro desbaste e a Log-normal ao segundo e terceiro desbastes.

Machado *et al.*, (2000), utilizaram o estudo das distribuições diamétricas para um povoamento de Pinheiro do Paraná, a fim de comparar os resultados de volume por hectare, por classe de diâmetros, com os métodos de inventário convencional e com a correspondem quente tabela de volume do povoamento florestal, no qual os autores concluíram que os três métodos propiciam estimativas do volume por unidade de área estatisticamente semelhantes.

Machado *et al.*, (2009), ajustou as funções de densidade de probabilidade Gamma, Gamma adaptada, Weibull 2p, Weibull 3p, S_B de Johnson, Exponencial e Weber para caracterizar a estrutura diamétrica de um fragmento de floresta ombrófila mista com 15,24 ha. O melhor modelo que representou a distribuição diamétrica para toda a floresta foi de Weber junto com a Gamma adaptada. Netto e Schneider (2008) determinaram a distribuição de frequência por classe de diâmetro em um povoamento de *Pinus taeda* L. sem desbaste em diferentes idades, utilizando as distribuições de probabilidade Normal, Weibull, Ln-normal e Gamma.

Os autores chegaram à conclusão que a distribuição Normal promoveu o melhor ajuste nas idades iniciais, porém nas idades mais avançadas a distribuição Ln-normal foi a que melhor representou a distribuição.

Bartoszeck *et al.*,(2004), estudaram o comportamento das funções de densidade probabilidade no ajuste de distribuições diamétricas para diferentes idades, sítios e densidades para um povoamento de *Mimosa scabrella* Benth. Os autores concluíram que a função S_B de Johnson foi a de melhor desempenho para a maioria das combinações de dados.

Moraes e Silva *et al.*,(2009), trabalhando com *Eucalyptus camaldulensis* Dehnh. utilizaram a função S_B de Johnson para a prognose da produção do povoamento, concluindo a eficiência da função utilizada. Eisfeld *et al.*, (2005) estudaram a distribuição de Weibull 3p. para testar a função probabilística para a estimativa do crescimento e produção de *Pinus taeda* L. O estudo gerou resultados satisfatórios para estimativas do número de árvores, área basal e volume.

Abreu *et al.*, (2002) em seu estudo com *Eucalyptus grandis*, tiveram o objetivo de ajustar e selecionar diferentes funções probabilísticas como Beta, Weibull e S_B por diferentes métodos. Em seus resultados, os autores concluíram que a função Weibull, ajustada pelo método dos momentos, mostrou-se como sendo a mais precisa. Umaña e Alencar (1998) estudaram as funções de distribuição Beta, Gamma e Weibull em dez hectares de floresta tropical úmida de terra-firme em Itacoatiara-AM, concluindo que a função Weibull foi a que apresentou o melhor ajuste e em contra partida Gamma foi considerada como não recomendada para a área de estudo.

Scolforo e Thierschi (1998), estudaram para um povoamento de *Eucalyptus camaldulensis* distribuição S_B , no qual os autores puderam avaliar a distribuição pelos métodos dos momentos e da máxima verossimilhança a fim de testar a eficiência desta distribuição pelos dois métodos. Os mesmos concluíram uma maior precisão na distribuição obtida pelo método dos momentos. Jorge *et al.*, (1990), estudaram a função Weibull 3p para descrever as distribuições em um povoamento de *Pinus elliottii* nas idades de 21, 23 e 24 anos. Concluindo que a função em estudo se ajustou bem as distribuições diamétricas para cada idade.

Clutter e Bennett (1965) utilizaram em sua pesquisa a distribuição Beta para predição de madeira para múltiplos usos em plantações de *Pinus elliottii*. Bailey e Dell, (1973) indicaram que a distribuição Weibull foi a mais vantajosa quando comparada a Beta quanto na forma e na derivação matemática.

O principal problema em ajuste de distribuição tem sido a escolha de funções de distribuição estatística para descrever as probabilidades de interesse. O critério para escolher a melhor distribuição é de que a mesma seja relativamente simples, em termos de ajuste, para obter a estimativa dos parâmetros suficientemente flexível para se ajustar a um espectro amplo de formas e facilmente integráveis dentro de vários intervalos de classes e se ajustar bem a qualquer conjunto de observações.

Na grande maioria dos trabalhos realizados sobre distribuição de diâmetros em floresta, a escolha desta é empírica, ou seja, o pesquisador escolhe a distribuição que mais convém com seu estudo e ajusta os seus dados. Alguns autores, porém, testaram algumas distribuições antes de recomendar alguma para o ajustamento de dados de diâmetros, indicando assim a grande importância de realizar essa análise preliminar quando se estuda distribuições diamétrica.

1.9 Teste de aderência

Para poder observar a qualidade do ajustamento obtido pelas distribuições probabilísticas se faz necessário a utilização de testes de aderência não-paramétricos, como por exemplo, o teste de qui-quadrado, teste Kolmogorov-Smirnov, teste G, entre outros.

Segundo Cargnelutti Filho *et al.*, (2004) os teste de qui-quadrado e o de Kolmogorov-Smirnov são amplamente usados nos estudo sobre as funções de densidade e probabilidade, porém o teste de qui-quadrado apresenta uma desvantagem em relação ao de Kolmogorov-Smirnov, devido o mesmo apresentar limitações no que diz respeito ao número de frequência de elementos em cada classe.

Sendo assim Miguel *et al.*, (2010) mencionaram que o teste Kolmogorov-Smirnov se torna mais adequado para avaliar o ajuste das distribuições quando comparado com os testes G (Log. Likelihood ratio) e o qui-quadrado. Os mesmos autores afirmaram que a grande vantagem de se utilizar o teste de Kolmogorov-Smirnov é o fato de o mesmo poder ser aplicado para pequenas e grandes amostras tratando os dados individualmente, sem perder informação devido ao agrupamento, como ocorre com os outros dois citados. Outra limitação é que os dados têm que serem agrupados em classes, o que não ocorre com o teste de Kolmogorov-Smirnov, já que o mesmo pode trabalhar com dados agrupados ou isoladamente, (SANTANA E RANAL, 2004, MURTA *et al.*, 2005; NOGUEIRA, 2005; SCOLFORO, 2006; LONGO *et. al.*, 2006).

De acordo com Scolforo (2006) o teste de Kolmogorov-Smirnov tem por finalidade comparar a frequência acumulativa estimada com a frequência acumulativa observada, na qual o ponto em que ocorrer a maior divergência entre as duas distribuições é o valor D de Kolmogorov-Smirnov:

$$D = SUP[F(x) - S(x)]$$

em que:

F(x) = Valor da função de distribuição da frequência acumulativa teórica

S(x) = Valor da função de distribuição da frequência acumulativa observada

1.10 Medidas de assimetria e curtose

Segundo Spiegel (1979) as medidas de curtose e assimetria tem por finalidade descrever as formas e o desenvolvimento das curvas de uma determinada distribuição.

Hafleye Schereuder (1977) compararam as distribuições de frequência Beta, S_B de Johnson, Weibull, log-Normal, Normal e Gamma em termos de flexibilidade em assumir diferentes formas para a descrição de curvas de distribuição de diâmetros. Esses autores basearam-se nas relações possíveis entre o coeficiente de assimetria ao quadrado e o coeficiente de curtose, em que cada coeficiente é representado em um dos eixos de um sistema cartesiano e os valores das relações possíveis são plotados sobre o plano resultante.

De acordo com Gonçalves (1977) e Machado *et al.*, (2006) deslocamento, ou assimetria, é definido como o ponto inicial de simetria em relação à média em que os valores negativos indicam uma distribuição com uma longa cauda para a esquerda e valores positivos a uma longa cauda para a direita, (Figuras 1.13 e 1.14). Quando ocorre numa distribuição uma semelhança entre os valores da média, moda e mediana, pode-se afirmar que a assimetria da distribuição é nula, ou seja, denominada de simétrica, como ocorre numa distribuição normal.

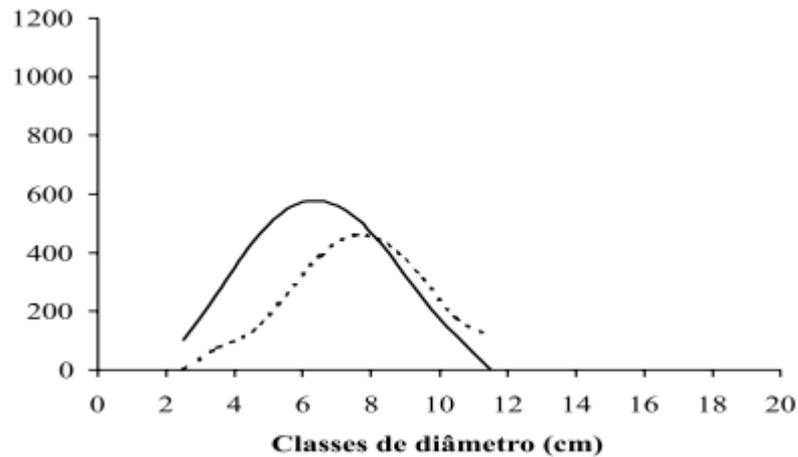


Figura 1. 13- Forma de uma distribuição com assimetria positiva ou assimetria para a direita. Fonte:Machado *et al.*, (2006)

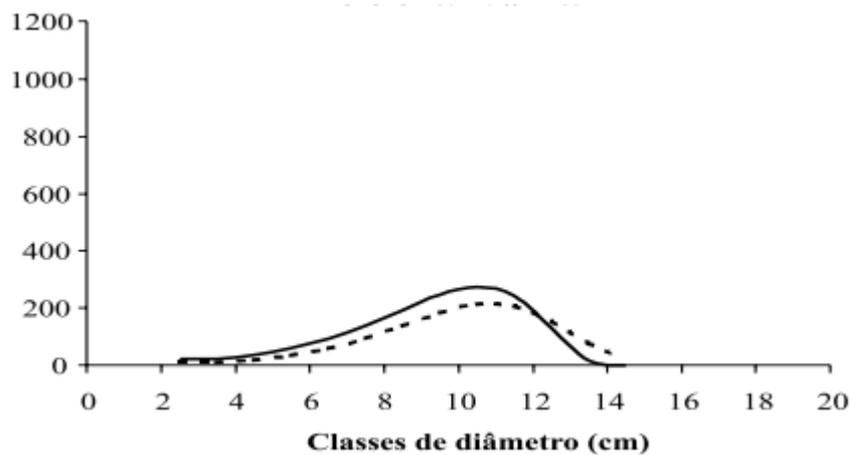


Figura 1. 14- Forma de uma distribuição com assimetria negativa ou assimetria para a esquerda. Fonte:Machado *et al.*, (2006)

Spiegel (1979), afirma que existem muitas maneiras de determinar a grandeza e o sinal de assimetria de uma curva, porém a maneira mais simples de verificar a assimetria é por meio da comparação das medidas de tendência central (média aritmética e moda)

Segundo Machado *et al.*,(2009), curtose é geralmente considerado uma medida relativa de achatamento ou de uma distribuição pontuda; o maior valor do coeficiente curtose correspondem que ao pico da distribuição. No entanto Darlington (1970) e Hildebrand (1971) mostraram que em diversos casos esse coeficiente pode ser mais bem considerado como uma medida de bimodalidade. Deve ser, também, observado que saber os valores destes dois coeficientes não definem unicamente uma distribuição. Contudo é útil na identificação de distribuição que não devem ser ajustadas.

De acordo com Gonçalves (1977) e Schneider *et al.*, (2008) o método de se calcular o grau de achatamento ou curtose em uma determinada distribuição é feita por meio do relacionamento entre os decis 10⁰ e 90⁰ e o desvio quartil conforme abaixo:

$$c = \frac{Dq}{2(D_{90} - D_{10})}$$

em que:

D_q = desvio quartil

D₉₀ = Dercis 90

D₁₀ = Dercis 10

Na distribuição normal, o quociente de desvio quartil pela diferença dos percentis 90⁰ e 10⁰ é 0,263, no qual se diz que a distribuição ou sua curva é mesocúrtica, indicando assim que o grau de curtose é igual ao da curva normal de frequência de mesma área. Se ocorrer dessa relação um valor menor que 0,263 a distribuição é leptocúrtica, e se o valor da relação for maior a curva passa a se chamar de platicúrtica, (GONÇALVES,1977 ,LIMA *et al.*, 2008 e SCHNEIDER *et al.*, 2009).

Na literatura um gráfico da área desses coeficientes é comumente usado para demonstrar a amplitude das assimetrias e curtoses cobertas por várias distribuições estatísticas. Assim um gráfico é extremamente informativo em considerar as forças e fragilidade das distribuições. Além do uso de gráficos, deve-se sugerir distribuições que possam ajustar um conjunto de dados baseados em estimativas amostrais desses coeficientes.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Descrição da Área de estudo – Área 1

Este estudo foi realizado na Estação Experimental do Instituto Agrônomo de Pernambuco- IPA, localizada no município de Araripina, no semi árido de Pernambuco.

A área de estudo denominado Modulo de Experimentação Florestal do Pólo Gesseiro do Araripe ocupa cerca de 2,6hectares e encontra-se as coordenadas geográficas 07°29'00' S e 40°36'00' W e a 816 metros de altitude.

O clima regional predominante na região é do tipo BShw` de Köppen, quente e seco das baixas latitudes com chuvas de verão. A presença da chapada não confere uma diferenciação extrema no clima regional, porém o fator relevo influencia no acréscimo considerado da pluviometria, registrando cerca de 763 mm anuais. A temperatura média do local é de, 22,4° C, com máxima de 30,3° C e mínima de 20,6° C. O solo é do tipo latossolo vermelho-amarelo (ARAUJO, 2010)

2.2 Coleta de dados

As árvores selecionadas fazem parte de um experimento composto por 15 clones de eucaliptos, plantados no espaçamento de 3x2 m, (Figura 2.1). Todas as árvores amostradas possuíam 5 anos.



Figura 2. 1- Imagem do experimento na Estação Experimental do IPA, em Araripina –PE

Foram considerados ao todo 15 tratamentos (híbridos de eucaliptos). As mudas dos clones de eucaliptos foram provenientes da Comercial Agrícola Paineira LTDA, localizada em Urbano Santos, Maranhão. A tabela 2.1 apresenta a lista de clones de eucaliptos utilizada neste estudo.

Tabela 2. 1- Relação dos clones de eucaliptos plantados na região de Araripina-PE

Trat.	Clone	Descrição
01	C49	<i>Eucalyptus tereticornis</i> (cruzamento natural)
02	C80	Híbrido de <i>E. urophylla</i> x <i>E.tereticornis</i> de Laura (polinização controlada)
03	C315	Híbrido de <i>E. urophylla</i> x <i>E.tereticornis</i> de Laura (polinização controlada)
04	C101	Híbrido de <i>E. urophylla</i> x <i>E.tereticornis</i> de Laura (polinização controlada)
05	C78	Híbrido de <i>E. urophylla</i> x <i>E.tereticornis</i> de Laura (polinização controlada)
06	C156	Híbrido de <i>E. urophylla</i> x <i>E. tereticornis</i> x <i>E. pellita</i> (polinização controlada)
07	C39	<i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)
08	C27	<i>Eucalyptus brassiana</i> (cruzamento natural)
09	C51	Híbrido de <i>E. urophylla</i> x <i>E.tereticornis</i> de Laura (polinização controlada)
10	C158	Híbrido de <i>E. urophylla</i> x <i>E.tereticornis</i> de Laura (polinização controlada)
11	C41	<i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)
12	C31	<i>Eucalyptus .brassiana</i> (cruzamento natural)
13	C25	<i>Eucalyptus brassiana</i> (cruzamento natural)
14	C33	<i>Eucalyptus urophylla</i> (cruzamento natural)
15	C11	<i>Eucalyptus brassiana</i> (cruzamento natural)

2.3 Descrição da Área de estudo – Área 2

Este estudo foi realizado no Parque Dona Sarah Kubitschek, mais conhecido como Parque da Cidade de Brasília, estabelecido pelo Decreto nº. 4.211 de 16/06/1978 foi inaugurado em 11 de outubro de 1978, na concepção paisagística elaborada por Roberto Burle Marx. O parque possui uma área de 320 hectares constituído para formar um dos pulmões da capital federal. Uma das unidades espaciais do parque é formada pelo Bosque de Pinus (Figura 2.2) cobrindo atualmente uma área verde de 2,4 hectares. Plantou-se a espécie arbórea *Pinus elliottii*, segundo a Administração do Parque, para criar correspondem quente área verde arborada para atividades de lazer e recreação, com instalação de churrasqueiras campestres.



Figura 2. 2- Bosque de *Pinus elliottii* no Parque da Cidade de Brasília.

O Bosque de *Pinus elliottii* do Parque da Cidade de Brasília (Figura 2.3) esta localizado a 1.150 m de altitude, nas coordenadas geodésicas UTM 0186677 S - 8250359 N e 0186947 S - 8250466 N. O bosque quando foi medido encontrava-se com idade de 44 anos.



Figura 2. 3- Localização do Bosque de *Pinus elliottii* no Parque da Cidade de Brasília.

2.4 Ajuste das distribuições

Para a área de estudo 1, foi realizado o processo de amostragem inteiramente aleatório no povoamento e selecionadas 397 árvores na área de estudo que abrangeu todos os 15 tratamentos. Foram obtidos os diâmetros a altura do peito (DAPs) de todas as 397 árvores e em seguida os dados foram distribuídos em classes de diâmetros .

Para esse estudo os dados foram organizados considerando dois intervalos de classe, sendo um escolhido de forma empírica e o outro obtido por meio da fórmula de Sturges (GONÇALVES, 1977):

$$n = 1 + 3,3 \log N$$

em que:

n = Intervalo de classes

N = número de dados a distribuir

Para a área de estudo 2, foi realizado também o processo de amostragem inteiramente aleatório no povoamento e selecionado 397 árvores. Nessas árvores foram medidos os DAPs (a 1,30 m do solo), obtidos por meio de uma suta de 80 cm e para as árvores de maior diâmetro foi utilizada uma fita métrica, transformando a medida de circunferência em diâmetro, em ambos os casos com precisão de 1 cm.

Na análise dos dados de diâmetro nas distribuições na área 2, foram organizados as classes diamétricas por três tipos de classes distintas, sendo duas escolhidas de forma empírica e a outra determinada por meio da fórmula de Sturges.

Para o processamento das funções foram utilizados os softwares Statistica Trial version 9 License e o Microsoft Office Excel 2003 sp3.

As funções de densidade probabilísticas (FDP) utilizadas junto com seus respectivos métodos de estimativa de parâmetros foram:

- Função Gamma

$$f(x) = \frac{(d - d_{\min})^{\alpha-1} \cdot e^{-(1/\beta) \cdot (d - d_{\min})}}{\beta^{\alpha} \cdot \Gamma(\alpha)} \quad \text{em que:}$$

d = diâmetro central de cada classe

d_{\min} = diâmetro mínimo dos dados do povoamento

Γ : função Gamma

α e β : parâmetros de forma e escala a serem estimados

e: exponencial

Segundo Machado *et al.*, (2009) a forma apresentada da FDP de Gamma é uma forma alternativa, quando se assume que (x) é maior ou igual ao diâmetro mínimo (d_{\min}). Neste caso, considerou-se que a variável aleatória (x) assumia a forma (d- d_{\min}).

O método de estimativa utilizado para obter os parâmetros da função Gamma foi o dos momentos, em que:

$$\hat{\beta} = \frac{S_x^2}{(\bar{d} - d_{\min})}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{(\bar{d} - d_{\min})^2}{S_x^2}$$

- Função Beta

$$f(x) = \left(\frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \cdot \frac{1}{(d_{\max} - d_{\min})} \right) \cdot \left(\frac{d_c - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}} \right)^{\alpha-1} \left(1 - \frac{d_c - d_{\min}}{d_{\max} - d_{\min}} \right)^{\beta-1}$$

em que:

D_c = diâmetro central da classe

D_{\max} = diâmetro máximo

D_{\min} = diâmetro mínimo

α e β = parâmetros a serem estimados

Para a obtenção do valor da função Beta, o procedimento foi semelhante ao realizado na distribuição Gamma.

O método utilizado para a estimativa dos parâmetros da distribuição Beta neste estudo foi o dos momentos:

$$\hat{\alpha} = \frac{(\bar{d} - d_{\min}) \cdot ((d_{\max} - \bar{d}) \cdot (\bar{d} - d_{\min})) - s^2}{s^2 \cdot (d_{\max} - d_{\min})}$$

$$\hat{\beta} = \frac{(d_{\max} - \bar{d}) \cdot ((d_{\max} - \bar{d}) \cdot (\bar{d} - d_{\min})) - s^2}{s^2 \cdot (d_{\max} - d_{\min})}$$

em que:

\bar{d} = diâmetro médio

d_{\max} = diâmetro máximo

d_{\min} = diâmetro mínimo

σ^2 = variância

- Função Weibull 3p

$$f(x) = \left(\frac{\delta}{\beta} \right) \cdot \left(\frac{d_c - \alpha}{\beta} \right)^{\delta-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{d_c - \alpha}{\beta} \right)^{\delta} \right]$$

em que:

d_c = Diâmetro central da classe

δ, β e α = Parâmetros a serem estimados

Para a utilização da distribuição Weibull 3p, os parâmetros β e δ foram estimados a partir do método dos percentis, considerando para tal análise os diâmetros percentis 30 e 90 (Scolforo, 1998).

$$D_{p30} = 0,3.N = x_{p30}$$

$$D_{p90} = 0,9.N = x_{p90}$$

em que:

N = número total de árvores

De acordo com Scolforo e Thierschi (1998) e Scolforo (2006) para obter o valor do parâmetro de locação (α) compreendido entre o valor 0 e o diâmetro mínimo, foi fixado uma série de possíveis valores como: ; $0,1 * d_{\min}$; $0,2 * d_{\min}$; $0,3 * d_{\min}$; $0,4 * d_{\min}$; $0,5 * d_{\min}$; $0,6 * d_{\min}$; $0,7 * d_{\min}$; $0,8 * d_{\min}$ e $0,9 * d_{\min}$. De forma adicional também foi testado o valor do parâmetro de locação com o valor de 1. Os parâmetros “ β ” e “ δ ” foram obtidos pelas equações:

$$\delta = \frac{\ln[-\ln(1-0,3) / -\ln(1-0,9)]}{\ln[(xp_{30} - \alpha) / (xp_{90} - \alpha)]}$$

$$\beta = \frac{xp_{30} - \alpha}{(-\ln(1-0,3))^{1/\delta}}$$

- Função Normal

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} . e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

em que:

d_c = diâmetro central da classe

σ^2 = variância

σ = desvio padrão

μ = média

e = exponencial

- Função Log-Normal

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln d_c - \mu}{\sigma}\right)^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma^2}$$

Para se obter os valores estimados pela distribuição log-normal, realizou-se a logaritimização dos valores de todos os diâmetros em estudo. A média e a variância foram obtidas dos valores logaritimizados do diâmetro, conforme:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum \ln d$$
$$\sigma_d^2 = \frac{\sum \ln d^2 - \frac{(\sum \ln d)^2}{n}}{n}$$

em que:

d = Diâmetro de cada árvore

n = Número total de dados amostrados

- Função S_B de Johnson

$$f(x) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \frac{\lambda}{(d_c - \varphi)(\lambda + \varphi - d_c)} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\gamma + \delta \ln\left(\frac{d_c - \varphi}{\lambda + \varphi - d_c}\right)\right]^2\right\}$$

em que:

d_c = diâmetro central da classe

φ = valor situado acima de zero e menor que o diâmetro mínimo da amostra

λ = maior diâmetro da parcela

δ = parâmetro de curtose a ser estimado

Da mesma forma como foi descrito no procedimento para encontrar o parâmetros de locação da distribuição Weibull 3p, o mesmo procedimento foi utilizado para obter o valor do parâmetro de locação (φ) compreendido também entre o valor 0 e o diâmetro mínimo. O valor de 1 foi utilizado também como comparativo adicional ao valor do parâmetro de locação.

Para cada valor sugerido do parâmetro de locação foi feito o ajuste da distribuição S_B a fim de obter as estimativas dos parâmetros de δ, γ e λ. Utilizando-se do teste de

aderência de Kolmogorov-Sminorv, para cada valor proposto do parâmetro de locação (φ), poder-se-á instituir qual o valor de parâmetro propicia o melhor ajuste.

O método utilizado para estimar os parâmetros de assimetria e curtose (γ e δ) foi os dos momentos, conforme:

$$\hat{\mu}_d = \frac{\bar{d} - \varphi}{\lambda}$$

$$Sd(x) = \frac{s}{\lambda}$$

$$\hat{\delta} = \frac{\mu_d(1-\mu_d)}{Sd(x)} + \frac{Sd(x)}{4} \cdot \left[\frac{1}{\mu(1-\mu_d)} - 8 \right]$$

$$\hat{\gamma} = \delta \ln\left(\frac{1-\mu_d}{\mu_d}\right) + \left(\frac{0,5-\mu_d}{\delta}\right)$$

2.5 Medidas de ajuste

Para comparar a precisão das frequências estimadas com os modelos testados e as frequências observadas nas distribuições, foi utilizado o teste de Kolmogorov-Smirnov.

$$D = SUP[F(x) - S(x)]$$

$$S(x) = \frac{f_o}{n}$$

$$F(x_i) = \int_{-f_o}^{x_i} f(x) dx$$

Realizando a integral da função, obteve-se a expressão:

$$F(x_i) = \frac{f_e}{n}$$

em que:

f_o = frequência observada

f_e = frequência estimada

n = Número total de dados amostrados

No teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov utilizado neste trabalho, a variável estatística de menor valor indicará o melhor resultado, desta forma, foi realizado um ranqueamento de 1 a 6, sendo um (1) o valor que represente os melhores resultados. Em seguida foi observado o valor estimado total de árvores para cada distribuição e feito um novo ranqueamento de 1 a 6, no qual, o valor 1 indicará a distribuição com o valor estimado mais próximo do valor observado.

Após, foi realizada a soma dos valores dos dois ranqueamentos para cada distribuição, e em seguida, a obtenção da média. A menor média do ranqueamento determinou a função que melhor representou a distribuição das frequências em cada classe de diâmetros.

Para reforçar na decisão da escolha da distribuição diâmetrica que melhor representa a estrutura do povoamento, foi analisado o gráfico da distribuição observada dos diâmetros e a estimada pelos modelos propostos neste estudo.

2.6 Avaliação do grau de Curtose e assimetria

Para avaliar a assimetria das curvas de distribuição foi utilizado o cálculo da moda e da média aritmética dos diâmetros das 397 árvores em estudo.

Moda:

$$M_o = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c$$

em que:

L_1 = limite real inferior da classe modal

Δ_1 = excesso da frequência modal sobre a da classe imediatamente inferior

Δ_2 = excesso da frequência modal sobre a da classe imediatamente superior

c = amplitude do intervalo da classe modal

Média aritmética

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{N} = \frac{\sum_{j=1}^N x_j}{N}$$

em que:

N = total de frequência

Obtendo os valores da moda e da média aritmética, se fez a seguinte analogia para se observar o grau de assimetria, conforme descrito por Gonçalves (1977):

$\bar{x} > Mo$ = Assimetria positiva

$\bar{x} = Mo$ = Distribuição simétrica ou normal

$\bar{x} < Mo$ = assimetria negativa

Para o calculo de curtose, foi utilizado a seguinte fórmula com duas medidas separatrizes (o quartil e o decil):

$$c = \frac{Dq}{2(D_{90} - D_{10})}$$

$$c = \frac{Q_3 - Q_1}{2(D_{90} - D_{10})}$$

em que:

D_q = desvio quartil

D_{90} = Dercil 90

D_{10} = Dercil 10

Q_3 = Terceiro quartil

Q_1 = primeiro quartil

Para o calculo dos quartis (primeiro e terceiro) se fez primeiramente a ordenação das classes diamétricas com suas respectivas frequências observadas.

Para o quartis primeiro, o número total de elementos observados “n” foi dividido por quatro e para o quartis terceiro o “n” foi multiplicado por três e dividido seu resultado por quatro. Em seguida, foi feito a ordenação da frequência acumulada para o conjunto de dados em estudo.

Para encontrar a classe diamétrica para seu respectivo quartil, se fez a comparação dos valores da frequência acumulada com os resultados dos valores das equações (n / 4) do primeiro quartis e (3n / 4) do terceiro quartis.

Foi observado em qual classe o valor da frequência acumulada foi maior que o resultado das equações (n) do primeiro e terceiro quartis.

Encontrados as respectivas classes, se fez a aplicação das seguintes fórmulas para encontrar os valores do quartis primeiro (Q_1) e do quartis terceiro (Q_3).

$$Q_1 = l_{\text{inf}} + \left[\frac{\left(\frac{n}{4}\right) - f_{ac_{ant}}}{f_i} \right] \cdot a$$

$$Q_3 = l_{\text{inf}} + \left[\frac{\left(\frac{3n}{4}\right) - f_{ac_{ant}}}{f_i} \right] \cdot a$$

em que:

l_{inf} = Limite inferior da classe diamétrica dos quartis

$f_{ac_{ant}}$ = Frequência acumulada da classe anterior a classe dos quartis

f_i = Frequência observada na classe dos quartis

a = Amplitude da classe dos quartis

Para encontrar os valores do decil 90 “ D_{90} ” e decil 10 “ D_{10} ” o procedimento utilizado foi semelhante ao exposto no calculo do Quartis, com uma diferença no calculo do “ n ”, no qual, no decil 90 foi multiplicado o valor de “ n ” por nove e dividido seu resultado por dez No caso do decil 10, o valor do total, da frequência observada na amostra da população “ n ”, foi dividido por dez. As fórmulas para encontrar os Dercis 10 e 90 foram:

$$D_1 = l_{\text{inf}} + \left[\frac{\left(\frac{n}{10}\right) - f_{ac_{ant}}}{f_i} \right] \cdot a$$

$$D_9 = l_{\text{inf}} + \left[\frac{\left(\frac{9n}{10}\right) - f_{ac_{ant}}}{f_i} \right] \cdot a$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Resultado do ajuste das distribuições diamétricas para a área 1

O conjunto de dados das 397 árvores de clones de *Eucalyptus* apresentou uma amplitude diamétrica variando, aproximadamente, entre seis a dezesseis centímetros, Tabela 3.1.

Tabela 3. 1. Diâmetro mínimo e máximo em (cm) nos clones de *Eucalyptus*

Diâmetro mínimo	6,37
Diâmetro máximo	15,92

Inicialmente para a realização do ajuste das distribuições diamétricas, os dados de DAP das 397 árvores foram organizados em classes de diâmetro com duas variações de amplitudes.

Utilizando-se a fórmula de Sturges, os dados foram organizados em 10 classes diamétricas com amplitude de (1) um cm para cada classe, (tabela 3.2). É possível verificar a distribuição diamétrica na Figura 3.1

De forma empírica os dados foram organizados em cinco classes de diâmetros com amplitude de 2 (dois) cm para todas as classes, conforme apresentado na tabela 3.3, no qual sua distribuição esta representada na figura 3.2.

Tabela 3. 2- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com intervalo de classe de 1 cm

Classes diamétricas	Ponto médio da classe (PME)	Frequência Observada para cada classe
6 - 7	6,5	5
7 - 8	7,5	20
8 - 9	8,5	54
9 - 10	9,5	94
10 - 11	10,5	99
11 - 12	11,5	56
12 - 13	12,5	36
13 - 14	13,5	19
14 - 15	14,5	7
15 - 16	15,5	7

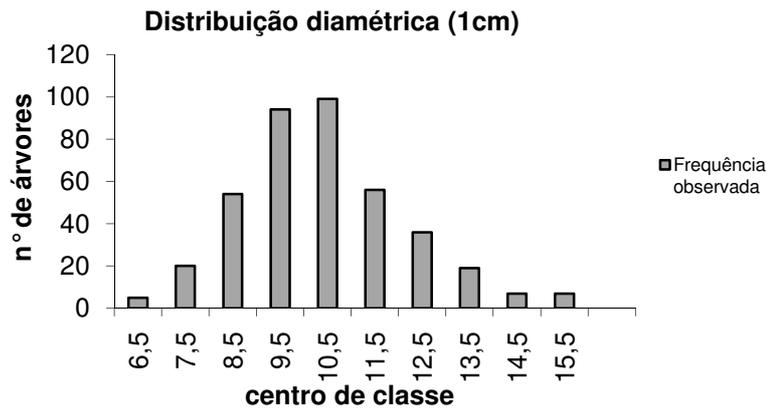


Figura 3. 1- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalo de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada

Tabela 3. 3- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com intervalo de classe de 2 cm

Classes diamétricas	Ponto médio da classe (PME)	Frequência Observada para cada classe
6 - 8	7	25
8 - 10	9	148
10 - 12	11	155
12 - 14	13	55
14 - 16	15	14

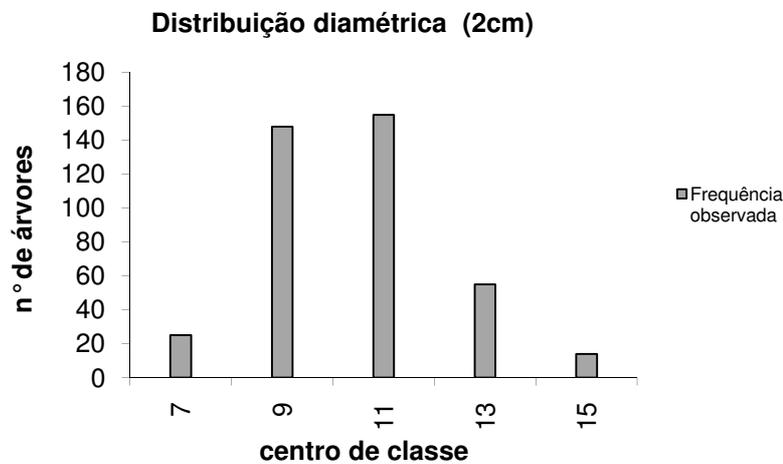


Figura 3. 2- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalo de 2 cm em relação ao histograma da frequência observada

Fica evidenciado que existe uma maior concentração de indivíduos entre as classes de 8 até 12 cm, característico de comunidades florestais jovens. Com base na análise desses resultados se pode também afirmar que o povoamento em estudo se caracteriza

como uma distribuição unimodal, já que não existiram intervenções silviculturas entre as classes diamétricas existentes.

3.2 Análise do parâmetro de locação da distribuição Weibull 3p e S_B de Johnson

Conforme foi mostrado na metodologia, para se analisar as distribuições de Weibull 3p e S_B de Johnson se fez necessário a análise preliminar, dos parâmetros de locações (α) e (φ), com as possíveis possibilidades de valores, variando entre zero e o diâmetro mínimo. Foi utilizado também, como medida de comparação, o valor de 1 para o parâmetro.

Utilizando-se do teste de Kolmogorov-Sminorv, foi identificado a melhor combinação dos possíveis valores do parâmetro de locação para classes diamétricas com intervalos de 1 e 2 cm (Tabela 3.4 e Tabela 3.5).

Tabela 3. 4- Resultado do teste de Kolmogorov-Sminorv para as várias combinações do parâmetro de locação (α) na distribuição Weibull 3p com intervalos de classes diamétricas de 1 e 2 cm

Possíveis combinações para o parâmetro (a)	1 cm	2 cm
0	0,16408*	0,13852*
1	0,14705*	0,13853*
0,1 . D_{\min}	0,15506*	0,13853*
0,2 . D_{\min}	0,13975*	0,13852*
0,3 . D_{\min}	0,11901*	0,15650*
0,4 . D_{\min}	0,09381*	0,16894*
0,5 . D_{\min}	0,06515 ^{n.s}	0,16140*
0,6 . D_{\min}	0,06480 ^{n.s}	0,13576*
0,7 . D_{\min}	0,06707 ^{n.s}	0,09511*
0,8 . D_{\min}	0,05848^{n.s}	0,07586*
0,9 . D_{\min}	0,08234*	0,10731*
D_{\min}	0,10601*	0,14080*
$D_{\text{tab } 95\%}$	0,06775	0,06775

* = significativo a 95% de probabilidade

n.s = não significativo a 95% de probabilidade

Tabela 3. 5- Resultado do teste de Kolmogorov-Sminorv para as várias combinações do parâmetro de locação (φ) na distribuição SB de Johnson com intervalos de classes diamétricas de 1 e 2 cm

Possíveis combinações para o parâmetro (ε)	1 cm	2 cm
0	0,06941*	0,08376*
1	0,05730 ^{n.s}	0,06544 ^{n.s}
0,1 . D _{min}	0,06131 ^{n.s}	0,07190*
0,2 . D _{min}	0,05449 ^{n.s}	0,06063 ^{n.s}
0,3 . D _{min}	0,04847 ^{n.s}	0,04952 ^{n.s}
0,4 . D _{min}	0,04290 ^{n.s}	0,03812 ^{n.s}
0,5 . D _{min}	0,03755 ^{n.s}	0,02596 ^{n.s}
0,6 . D _{min}	0,03397^{n.s}	0,01778 ^{n.s}
0,7 . D _{min}	0,03488 ^{n.s}	0,01413^{n.s}
0,8 . D _{min}	0,03594 ^{n.s}	0,02266 ^{n.s}
0,9 . D _{min}	0,03720 ^{n.s}	0,04780 ^{n.s}
D _{min}	0,04839 ^{n.s}	0,08295*
D _{tab 95%}	0,06775	0,06775

* = significativo a 95% de probabilidade

n.s = não significativo a 95% de probabilidade

De acordo com os resultados da Tabela 2.5 verifica-se que a combinação que melhor se ajustou para o parâmetro de locação (α) da distribuição de Weibull foi a que se utilizou o D_{min} . 0,8. Essa combinação apresentou, para o intervalo de 1 cm, o valor não significativo, a 95% de probabilidade, igual a 0,05848. Para o intervalo de 2 cm, o menor valor de KS foi 0,07586, e foi significativo. Então, para a análise da distribuição Weibull 3p neste povoamento, utilizou-se para encontrar o valor do parâmetro de locação α combinação de 0,8. D_{min}

Para a função Sb de Johnson (Tabela 2.6), o menor valor do teste KS foi a 0,6 . D_{min} e a 0,7 . D_{min}. Tais combinações apresentaram os valores de 0,03397 para intervalo de classe de 1 cm e o valor de 0,01413 para o intervalo de 2 cm, ambos os valores sendo não significativos ao valor tabelado. Sendo assim, a combinação a 0,6 do diâmetro mínimo foi à escolhida para representar o parâmetro de locação na distribuição S_B de Johnson na amplitude de 1 cm e a combinação de 0,7 do diâmetro mínimo para a amplitude de 2 cm.

Os parâmetros estimados das funções de densidade de probabilidade analisadas neste estudo encontra-se exposto na tabela 3.6

Tabela 3. 6–Resultados dos parâmetros estimados nas FDPs estudadas no povoamento de clones de *Eucalyptus*

Gamma	$\alpha = 5,3268$	$\beta = 3,6329$	
Beta	$\alpha = 2,6552$	$\beta = 3,6329$	
Weibull 3p	$\alpha = 5,0955$	$\beta = 11,0143$	$\delta = 6,4827$
Normal	$\mu = 10,4037$	$s^2 = 3,0554$	
Log-normal	$\mu = 2,3284$	$s^2 = 0,0274$	
S_b(1 cm)	$\delta = 2,1026$	$\gamma = 0,7773$	$\varphi = 3,8216$
S_b(2 cm)	$\delta = 2,0290$	$\gamma = 1,1131$	$\varphi = 4,4585$

3.3 Análise para o povoamento com classes diamétricas com amplitudes de 1 cm

Na seleção da distribuição que melhor representa o povoamento de clones de *Eucalyptus* em classes diamétricas com intervalo de 1 cm, foi utilizado o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov (KS), conforme exposto na tabela 3.7.

Tabela 3. 7- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com intervalo de 1 cm em clones de *Eucalyptus* no Polo Gesseiro do Araripe

	GAMMA	BETA	WEIBULL 3P	NORMAL	LOGNORMAL	Sb
Freq. ob	397	397	397	397	397	397
Freq. est	394,65	396,12	389,63	394,65	395,47	396,60
Dtab 95%	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775
D (KS) cal	0,03918 ^{n.s}	0,04734 ^{n.s}	0,05848 ^{n.s}	0,04642 ^{n.s}	0,02429 ^{n.s}	0,03397 ^{n.s}
Ranking Kolmogorov	3	5	6	4	1	2
Ranking Freq. est	5	2	6	4	3	1
Soma Ranking	8	7	12	8	4	3
Média Ranking	4	3,5	6	4	2	1,5
Ranking Final	4°	3°	6°	5°	2°	1°

Observando os resultados das distribuições probabilísticas expostas na tabela 3.7, todas as distribuições se mostraram com boa aderência dos dados em relação ao teste de Kolmogorov-Smirnov. Indicando assim que todas as distribuições probabilísticas em estudo conseguiram representar bem a distribuição diamétrica dos clones de *Eucalyptus*.

Observando o resultado do ranqueamento, a distribuição que melhor representou a distribuição diamétrica no povoamento de *Eucalyptus* com intervalo de 1 cm em cada classe foi a S_B de Jonsohn, no qual a mesma apresentou o menor valor médio do ranqueamento de 1,5, em relação ao teste de aderência de Kolmogorov e a frequência estimada pela função. Essa mesma função conseguiu estimar a frequência de indivíduos totais, de 396,36, chegando-se muito próximo da frequência observada no povoamento, que foi de 397 árvores. Em relação ao teste de Kolmogorov-Smirnov, a função S_B , mesmo obtendo o segundo lugar no ranqueamento, o valor do parâmetro estatístico de 0,03397 foi considerado baixo em relação ao valor tabelar do teste de 0,06775 a 95 % de probabilidade.

A função Log-normal obteve o segundo lugar no ranqueamento médio com o valor de 2. Essa função mesmo apresentando o menor valor de D_{calc} , de 0,02429, em relação ao D_{tab} , a frequência estimada pela função, de 395,47, ficou em terceiro lugar em relação as demais funções.

A função Beta se mostrou no ranking médio o valor de 3,5, ocupando o terceiro lugar na classificação geral das distribuições diamétricas. Essa função apresentou uma boa estimativa da frequência para o total de árvores de 396,12, porém seu valor obtido pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, em comparação as distribuições de S_B de Jonsohn e Log-normal, foi um pouco mais elevado.

As funções de distribuições Gamma e Normal obtiveram no ranqueamento geral o quarto e quinto lugar respectivamente, com os valores médios do ranking semelhantes. O que diferenciou a posição do ranking para essas funções foi o valor do teste de aderência, no qual a distribuição Gamma se mostrou com um menor valor de 0,03918 em relação à distribuição normal que foi de 0,04642. Ambas as distribuições obtiveram o mesmo valor da frequência estimada de 394,65 árvores.

A pior distribuição observada neste povoamento com classes diamétricas de amplitude de 1 cm, foi a de Weibull 3p. Essa distribuição obteve o sexto lugar no ranqueamento médio final, com o valor de 6. O valor do teste de aderência D_{cal} de 0,05848, foi o maior obtido em relação às demais distribuições e a frequência estimada das árvores

por essa distribuição foi a de pior desempenho, estimando o número de 389,63 em relação ao total de 397 árvores.

Trabalhando em um povoamento de Bragatinga em Curitiba, Bartoszeck *et al.*, (2004) conclui que a distribuição S_B de Johnson se mostrou mais eficiente e flexível, proporcionando estimativas precisas da distribuição diamétrica. Tais resultados corroboram com os obtidos neste estudo.

A fim de facilitar a decisão da escolha da melhor distribuição probabilística, para classes diamétricas com amplitude de 1 cm, se fez necessário o elaboração de gráficos para cada distribuição probabilística, no qual foram traçadas as curvas da distribuição estimada sobre o histograma da frequência observadas das arvores do povoamento de clones de *Eucalyptus*.

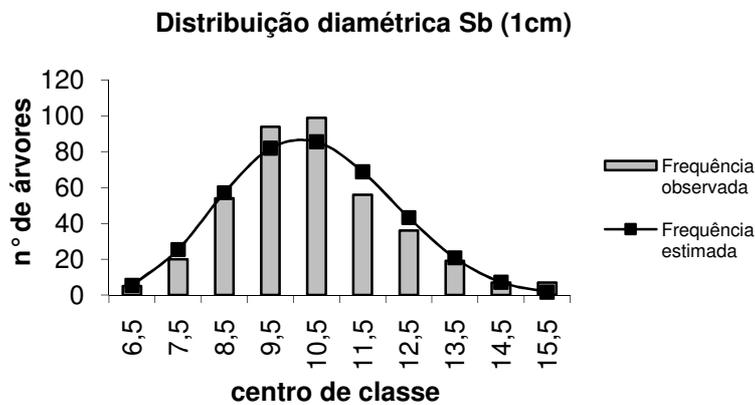


Figura 3. 3- Curva da função de SB de Johnson para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada

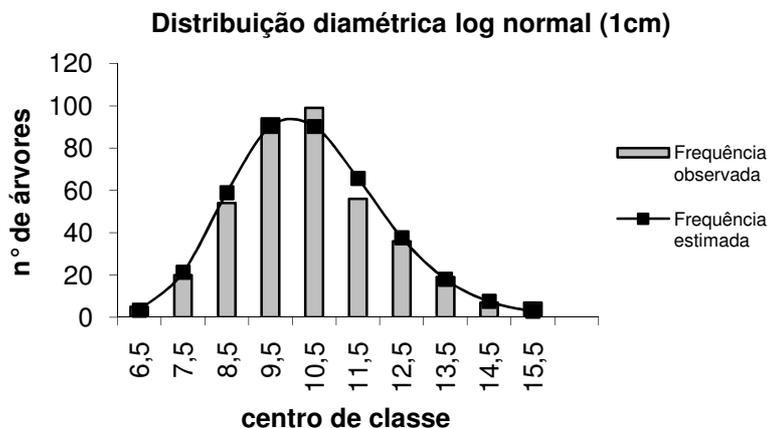


Figura 3. 4- Curva da função Log-normal para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada

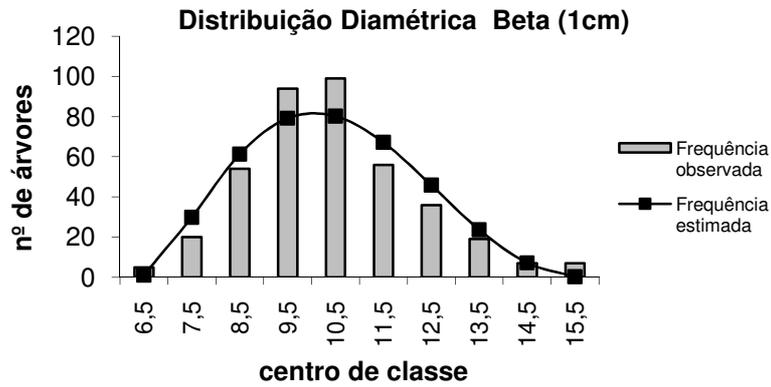


Figura 3. 5- Curva da função Beta para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada

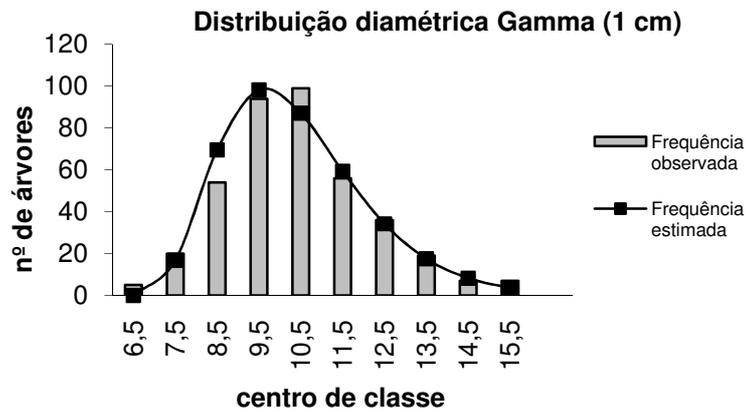


Figura 3. 6- Curva da função Gamma para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada

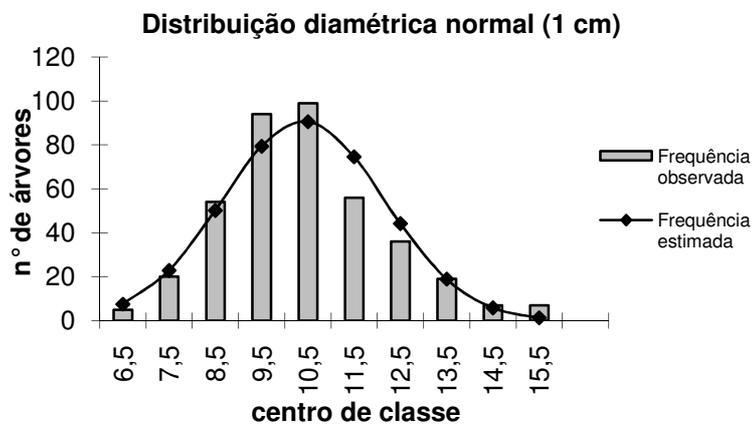


Figura 3. 7- Curva da função Normal para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada

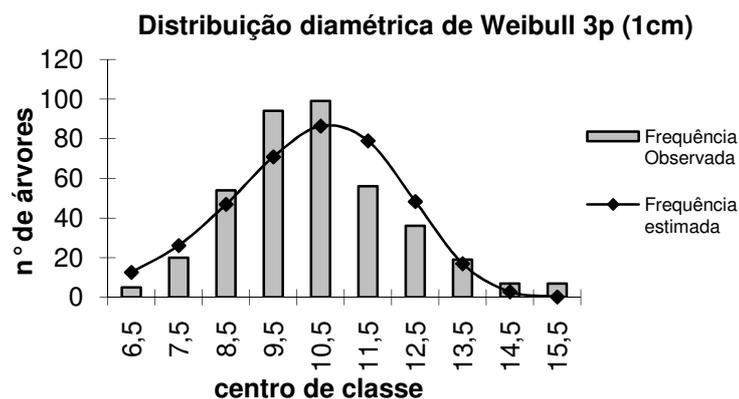


Figura 3. 8- Curva da função Weibull 3p para intervalo de classe de 1 cm em relação ao histograma da frequência observada

Analisando os gráficos das distribuições probabilísticas é possível perceber visualmente a superioridade das distribuições log normal (Figura 3.4) e Sb de Johnson (Figura3.3)

A distribuição Beta (Figura3.5) apresentou em seu gráfico uma tendenciosidade em subestimar valores nas classes centrais, em que ocorrem os maiores números de indivíduos e superestimar valores em classes intermediarias aos valores das classes centrais. Em relação a distribuição Gamma (Figura 3.6)verificou-se uma tendenciosidade maior em superestimar valores nas classes intermediarias de 8 à 10 cm.

As distribuições, Normal (Figura 3.7) e Weibull 3p (Figura 3.8), que no ranqueamento, apresentaram os piores desempenhos, na avaliação visual gráfica fica evidente a não aderência dessas distribuições aos valores observados. Essas mesmas distribuições apresentam forte tendenciosidade em subestimar valores nas classes centrais em que se concentra o maior número de indivíduos observados.

Esse resultado não corrobora com os obtidos por Netto e Schneider (2008) que concluiu em sua pesquisa, sobre distribuição diamétrica em *Pinus taeda*, a eficiência da distribuição Normal nos ajuste dos dados na idade jovem do povoamento.

Arce, (2004) estudando as distribuições diamétricas em um povoamento de clones de *Populus deltoides*, com idades variando em torno de 1 a 9 anos, percebeu que todas as distribuições, por ele analisadas, (Normal, Gamma, Beta, S_B de Johnson e Weibull 3p) apresentaram resultados satisfatórios. Tais resultados corroboram em parte com os obtidos neste estudo.

3.4 Análise para o povoamento com classes diamétricas com intervalos de classe de 2 cm

Analisando os dados por meio da análise do teste de aderência de Kolmogorov – Sminorv nas distribuições diamétricas com intervalos de 2 cm, obteve-se os seguintes resultados, conforme apresentados na tabela 3.8.

Tabela 3. 8- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com intervalos de classe de 2 cm em clones de *Eucalyptus* no polo gesseiro do Araripe

	GAMMA	BETA	WEIBULL 3P	NORMAL	LOGNORMAL	Sb
Freq ob	397	397	397	397	397	397
Freq est	392,35	241,56	390,48	395,30	395,76	396,45
Dtab 95%	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775
D cal	0,07801*	0,15927*	0,07586*	0,04215 ^{n.s}	0,01844 ^{n.s}	0,01413 ^{n.s}
Ranking Kolmo.	5	6	4	3	2	1
Ranking Freq est	4	6	5	3	2	1
Soma Ranking	9	12	9	6	4	2
Média Ranking	4,5	6	4,5	3	2	1
Ranking Final	5°	6°	4°	3°	2°	1°

Conforme os resultados apresentados pelo teste de aderência, para uma amplitude de 2 cm, somente as distribuições S_B de Jonsohn, Log-normal e Normal conseguiram valores não significativos para representar a distribuição diamétrica. As três distribuições restantes (Gamma, Weibull 3p e Beta) apresentaram os piores desempenhos ao teste de Kolmogorov-Sminorv e não foram significativos ao nível de 5% de significância.

Conforme o resultado do ranqueamento realizado nas distribuições probabilística em estudo para o intervalo de classe de 2 cm, a melhor distribuição que representa o povoamento de *Eucalyptus* foi a S_B de Jonsohn. Essa distribuição apresentou o melhor e menor valor do teste de aderência de Kolmogorov-Sminorv de 0,01413, conseguindo estimar a partir dessa função 396,45 aproximadamente 397 árvores.

A distribuição Log-normal ficou no ranking em segundo lugar na seleção de melhor distribuição. A mesma apresentou valores muito próximos aos obtidos pela distribuição S_B .

O valor obtido por meio do teste de aderência foi de 0,01844, muito baixo em relação ao valor tabelado de 0,06775. A distribuição Log-normal conseguiu estimar cerca de 395,76 aproximadamente 396.

Para um intervalo de classe de 2 cm nos dados das classes diamétricas, a distribuição normal apresentou um desempenho satisfatório em comparação com as demais distribuições. A mesma se mostrou no Ranking em terceiro lugar na representação de melhor distribuição diamétrica no povoamento. O valor obtido pela distribuição Normal por meio do teste de aderência foi de 0,04215, mostrando-se abaixo do valor tabelar. Essa distribuição conseguiu estimar cerca de 395,30, ou aproximadamente 395 árvores. Essa estimativa se aproximou bastante a obtida pela distribuição S_B de Jonsohn, porém seu valor do teste de aderência foi maior que o obtido pela distribuição S_B .

O teste de aderência de Kolmogorov–Smirnov mostrou que as distribuições Weibull 3p, Gamma e Beta não apresentaram resultados satisfatórios para se ter como melhor opção para representar a distribuição diamétrica neste povoamento de *Eucalyptus* com intervalo de classe de 2cm.

A função Beta, para esse caso, foi a que apresentou o pior desempenho em comparação com as distribuições restantes. A mesma só conseguiu estimar, a partir de sua função, 241,56 árvores, aproximadamente 241 árvores. Seu valor “ D_{cal} ” do teste de aderência também se mostrou como o pior valor apresentado, de 0,15927.

As distribuições Gamma e Weibull 3p tiveram desempenho inferiores semelhantes. Ambas das distribuições obtiveram a mesma média no ranking das melhores distribuições. Porém a distribuição Weibull 3p conseguiu obter um valor do teste de aderência “ D_{cal} ” um pouco mais abaixo do que a obtida pela distribuição Gamma, fazendo-se dessa maneira que a distribuição Weibull 3p obteve-se a posição de quarto lugar no ranqueamento final.

A fim de reforçar na decisão da escolha da melhor distribuição probabilística diamétrica para o povoamento de *Eucalyptus* com intervalos de 2 cm nas classes de diâmetro, se fez-se necessário o auxílio da visualização gráfica das distribuições probabilísticas em relação ao histograma da frequência observadas das árvores do povoamento de *Eucalyptus*.

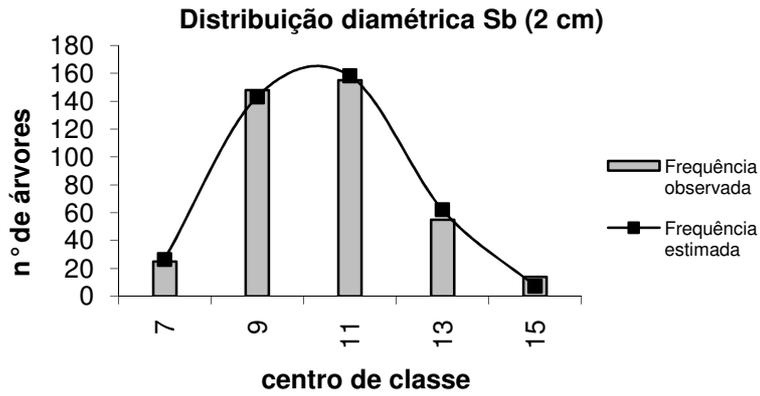


Figura 3. 9- Curva da função SB de Johnson com intervalo de classe de 2 cm em relação ao histograma da frequência observada

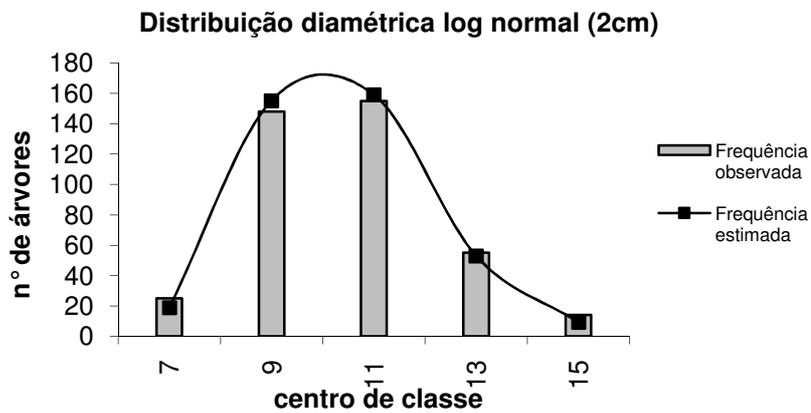


Figura 3. 10- Curva da função Log-normal para intervalo de classe de 2 cm em relação ao histograma da frequência observada

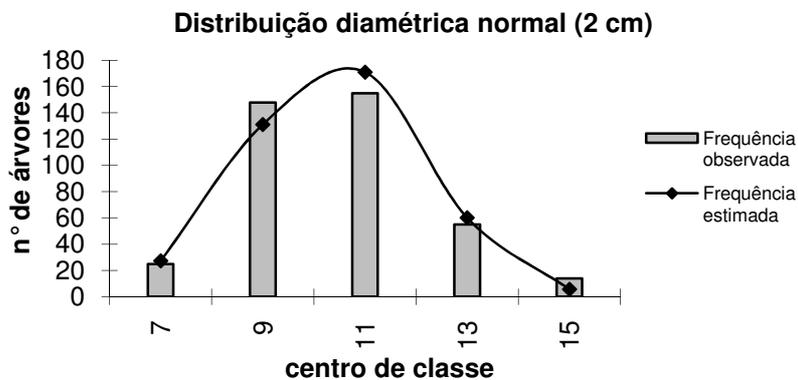


Figura 3. 11- Curva da função Normal para intervalo de classe de 2 cm em relação ao histograma da frequência observada

Analisando os gráficos das distribuições probabilísticas, para o povoamento de *Eucalyptus* com intervalo de 2 cm para cada classe diamétrica, é possível confirmar que as distribuições Log-normal (Figura3.10) e S_B de Johnson (Figura3.9) se apresentam basicamente bem semelhantes. Tal fato é confirmado pelo excelente desempenho que ambas distribuições obtiveram no teste de aderência de Kolmogorov –Sminorv.

A distribuição Normal (Figura3.11) apresenta-se aceitável conforme sua representatividade no gráfico de distribuição, porém essa distribuição apresenta forte tendência a subestimar árvores no centro de classe de 9 cm e superestimar no centro de classe de 11 cm.

Machado, *et al.*, (2009) confirmaram em sua pesquisa, em povoamentos de *Araucaria angustifolia*, que a distribuição S_B de Johnson se ajustou de forma mais eficiente e flexível, em diferentes amplitudes de classes diamétricas. Tais resultados se assemelham com os obtidos neste trabalho nas amplitudes pesquisadas.

Fica evidente que para ambos os intervalos de classe diamétricas (1 e 2 cm) a distribuição S_B se mostra como a mais indicada para representar a distribuição diamétrica do povoamento de *eucalyptus*. Tal fato fica explícito devido a função S_B apresentar em sua função de densidade de probabilidade parâmetros que possibilita a mesma obter várias formas e possibilidades de diferentes ajuste a várias situações distintas. Característica essa não observada na distribuição Weibull 3p, que mesmo apresentando também, possibilidades de apresentar diferentes formas de distribuição, a mesma para esse povoamento, em particular, não se mostrou eficaz, nem para intervalos de classes diamétricas de 1 cm proposta pelo calculo de Sturges e nem para intervalos de 2 cm, muito utilizado nos estudos de distribuição diamétrica.

O resultado da eficiência da distribuição S_B de Johnson obtidos neste estudo corrobora com os resultados obtidos por Moraes e Silva *et al.*, (2009) no qual os mesmo concluíram a eficiência dessa função na utilização da mesma para estudos de prognose em um povoamento de *Eucalyptus camaldulensis* e por Scolforo e Thierschi (1998), que analisando também um povoamento de *Eucalyptus camaldulensis* pode perceber a eficiência da distribuição S_B de Johnson em seu estudo.

Os resultados obtidos neste estudo em relação à fraca aderência da função Weibull 3p para a representação da distribuição diamétrica vai em contra aos resultados positivos encontrados para essa função por Schneider *et al.*, (2008). Trabalhando com povoamentos de *Pinus taeda*, os mesmos autores, conseguiram estimativas precisas para diferentes

situações de manejo, obtendo alta precisão pela função de densidade de probabilidade de Weibull 3p.

Abreu *et al.*, (2002), trabalhando em um povoamento jovem de *Eucalyptus grandis*, com idade variando em torno de 8 anos, concluíram que a função Weibull 3p se mostrou ser mais precisa que a distribuição S_B . Tal resultado não corrobora com os resultados obtidos neste trabalho. Tal fato reforça a idéia de que se torna extremamente necessário avaliar, para cada tipo de povoamento florestal, diferentes funções de densidade de probabilidade, a fim de evitar possíveis erros que possam vir a ocorrer em levantamentos de prognose no povoamento.

De acordo com Freund e Simon (2000), o povoamento equiâneo se caracteriza preliminarmente como tendo uma distribuição normal nos dados de DAP's. Entretanto, neste estudo se observou que isto não ocorreu, visto que o povoamento apresentou uma distribuição diamétrica com uma pequena assimetria a direita com uma grande quantidade de indivíduos em torno da média diamétrica. Tal fato que possibilitou a não ocorrência de uma distribuição normal perfeita, deve-se ao fato de que o povoamento tenha sofrido influencia de fatores edáficos, influenciando diretamente nos diâmetros dos clones de *eucalyptus*. Já quando se utiliza o logaritmo na função normal, a mesma passa a obter estimativas diamétricas tão satisfatória quanto a distribuição S_B . Tal fato fica evidenciado devido a capacidade que o logaritmo tem em ajustar a função, minimizando a variância dos dados, permitindo um melhor ajuste na distribuição diamétrica.

Netto e Schneider (2008), trabalhando com povoamentos de *Pinus* sp.com idades de 12 anos comprovaram que a função de densidade de probabilidade Log-normal se mostrou mais eficiente para estimar as frequências diamétricas. Os autores utilizaram intervalos de classes de 2 cm, corroborando com os resultados obtidos neste estudo.

3.5 Avaliação do grau de curtose e assimetria da distribuição diamétrica observada

Para realizar a avaliação do grau de curtose e assimetria da distribuição diamétrica observada do povoamento, obtiveram-se as medidas de tendência central: Média e moda, conforme apresentado na tabela 3.9.

Tabela 3. 9- Resultado das medidas de tendência central dos diâmetros dos clones de eucaliptos na região de Araripina-PE

Médias de tendência	Valores obtidos (cm)
MODA	9,24
MEDIA	10,40

Após a obtenção dos valores da média aritmética e da moda pode-se fazer a comparação das duas medidas e assim avaliar o grau de assimetria da distribuição diamétrica observada. Como a Média foi maior que a moda, leva-se então em consideração que a distribuição diamétrica das árvores do povoamento de clones de *Eucalyptus* que compõem o banco de dados é considerada do tipo assimétrica positiva. Esse tipo de assimetria é evidenciado na maioria dos povoamentos de florestas jovens em estágios iniciais de desenvolvimento.

Machado *et al.*, (2009) estudando o comportamento das distribuições diamétricas das espécies Cedro e Cambará, em um fragmento de floresta ombrófila mista, percebeu que as mesmas apresentaram distribuição tendendo a unimodalidade com forte assimetria a direita. Tal fato é evidenciado, mesmo em se tratando de florestas nativas, quando a análise das distribuições diamétricas é feita a nível de espécie.

A determinação do grau de curtose da distribuição diamétrica do povoamento, foi baseada a partir da seguinte distribuição (Tabela 3.10). Os dados dos diâmetros observados foram agrupados em classes diamétricas com amplitude de 1 cm, baseando-se na fórmula de Sturges. Foram obtidos os valores da frequência acumuladas das árvores em cada classe de diâmetro e em seguida localizadas as medidas separatrizes: Quartil 1 (Q1), Quartil 3 (Q3), Decil 1 (D1) e o Decil 9 (D9).

Tabela 3. 10- Localização das medidas separatrizes para determinar o grau de curtose na distribuição diamétrica dos diâmetros dos clones de eucaliptos na região de Araripina-PE

Classes diamétricas	Frequência Observada	Frequência acumulada	Medidas separatrizes
6 - 7	5	5	
7 - 8	20	25	
8 - 9	54	79	D1
9 - 10	94	173	Q1
10 - 11	99	272	
11 - 12	56	328	Q3
12 - 13	36	364	D9
13 - 14	19	383	
14 - 15	7	390	
15 - 16	7	397	
Total	397		

Com base nas localizações das classes diamétricas a partir do auxílio das medidas separatrizes, pode-se obter os valores dos decis 1 e 9 e dos quartis 1 e 3. Utilizando-se das fórmulas para encontrar cada medidas separatriz, descritas na metodologia do trabalho, os valores obtidos do decil 1 foi de 8,27cm, e do decil 9 foi de 12,81cm. Os resultados obtidos para os quartis foi de 9,21 cm para o quartil 1 e 11,45 cm para o quartil 3.

Utilizando-se desses resultados, pode-se aplicar a fórmula do calculo da curtose e obteve-se o valor de 0,246. Esse resultado mostra que os dados da distribuição diamétrica do povoamento de *Eucalyptus* se caracteriza por apresentar uma distribuição denominada de leptocúrtica.

Tal característica é evidenciada pelo alto graus de indivíduos com diâmetros próximos ao diâmetro médio do povoamento, elevando-se o pico da distribuição a um graus maior que em uma distribuição normal.

3.6 Resultado do ajuste das distribuições diamétricas para a área 2

Os dados diamétricos do povoamento de *Pinus elliottii* das 397 árvores apresentaram uma amplitude de diâmetro variando de 15 a 71,9 cm, Tabela 3.11.

Tabela 3. 11- Diâmetro mínimo e máximo em (cm) no povoamento de *Pinnus elliottii*

Diâmetro mínimo	15
Diâmetro máximo	71,9

Para a efetivação do ajuste das distribuições probabilísticas, os diâmetros a altura do peito (DAP) das 397 árvores foram arranjados em classes de diâmetro com três variações de intervalos.

Empregando-se a fórmula de Sturges, obteve-se 10 classes de diâmetros, no qual, para cada classe diamétrica, o intervalo correspondente foi de seis centímetros, (Tabela 3.12 e Figura 3.12)

De forma empírica foram selecionadas duas formas de organização das classes de diâmetro. A primeira forma de organização ficou os dados constituídos em seis classes diamétricas com amplitude de dez centímetros para cada classes, (Tabela 3.13 e Figura 3.13). Essa escolha empírica se baseia devido o uso desse intervalo na maioria dos inventários florestais de coníferas no hemisfério norte.

A segunda forma empírica escolhida foi com doze classes diamétricas com amplitude de cinco centímetros para todas as classes, (Tabela 3.14 e Figura 3.14). Esse intervalo é muito utilizado nos povoamentos florestais no Brasil em florestas com características semelhantes ao do povoamento em estudo.

Tabela 3. 12- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com intervalos de classe de 6 cm

Classes diamétricas	Ponto médio da classe (PME)	Frequência Observada para cada classe
15 - 21	18	2
21 - 27	24	22
27 - 33	30	63
33 - 39	36	107
39 - 45	42	96
45 - 51	48	75
51 - 57	54	13
57 - 63	60	13
63 - 69	66	5
69 - 75	72	1

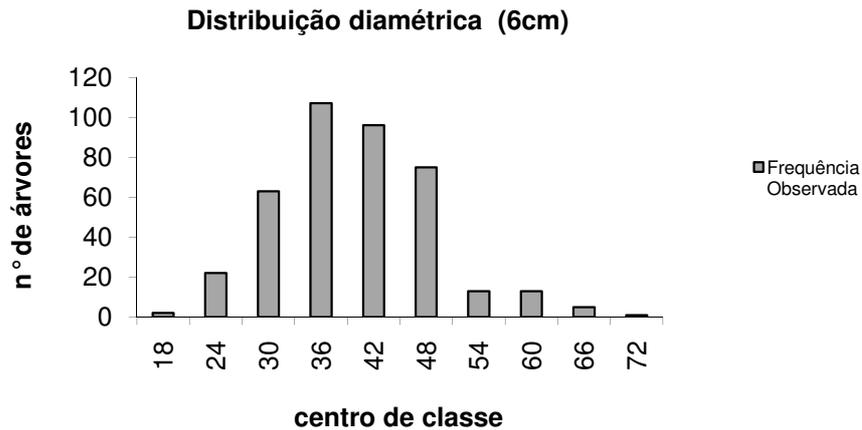


Figura 3. 12- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalos de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada

Tabela 3. 13- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com intervalos de classe de 10 cm

Classes diamétricas	Ponto médio da classe (PME)	Frequência Observada para cada classe
15 - 25	20	15
25 - 35	30	102
35 - 45	40	173
45 - 55	50	84
55 - 65	60	20
65 - 75	70	3

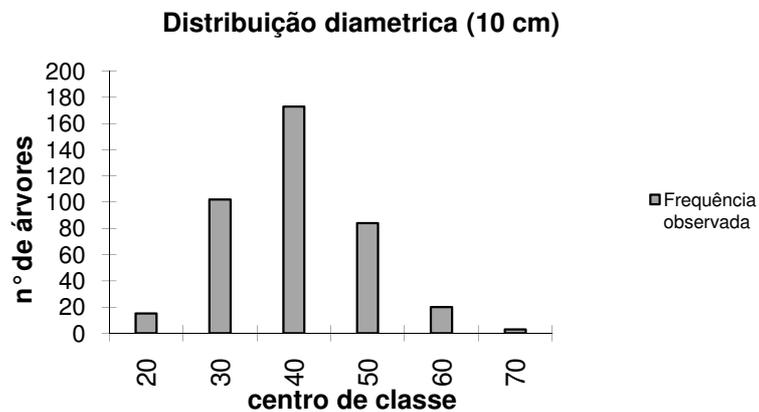


Figura 3. 13- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalos de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada

Tabela 3. 14- Frequência observada de árvores nas classes diamétricas com intervalos de classe de 5 cm

Classes diamétricas	Ponto médio da classe (PME)	Frequência Observada para cada classe
15 - 20	17,5	2
20 - 25	22,5	13
25 - 30	27,5	33
30 - 35	32,5	69
35 - 40	37,5	99
40 - 45	42,5	74
45 - 50	47,5	68
50 - 55	52,5	16
55 - 60	57,5	8
60 - 65	62,5	12
65 - 70	67,5	2
70 - 75	72,5	1

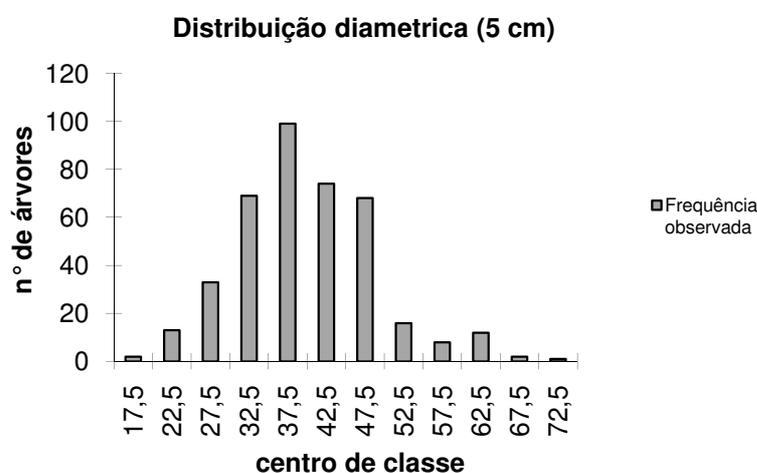


Figura 3. 14- Gráfico da distribuição diamétrica para intervalos de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada

Analisando os gráficos da frequência observada nos três diferentes tipos de amplitudes de diâmetro, é possível afirmar que o povoamento em estudo se caracteriza por apresentar distribuição unimodal, característica esse observada em povoamentos de florestas plantadas sem nenhuma intervenção silvicultural entre as classes de diâmetro.

Nas diferentes amplitudes é notória uma grande concentradas de indivíduos com diâmetros entre 32 e 48 cm, mostrando assim, que o povoamento tende a normalidade, característica esta observada na grande maioria dos povoamentos florestais equiâneos.

3.2. Análise do parâmetro de locação da distribuição Weibull 3p e S_B de Johnson

Segundo descrito na metodologia, as distribuições Weibull 3p e S_B de Johnson para serem estudadas se faz antes necessário a análise preliminar dos parâmetros de locação (α) e (φ), no qual os mesmo podem obter diferentes possibilidades de valores variando de zero ate o diâmetro mínimo. Para análise desse estudo, também foi considerado a possibilidade do parâmetro de locação ser igual a 1.

O teste de Kolmogorov-Sminorv foi utilizado para avaliar os diferentes parâmetros de locação testados para os diferentes intervalos de classe (Tabela 3.15 e Tabela 3.16)

Tabela 3. 15- Resultado do teste de Kolmogorov-Sminorv para as várias combinações do parâmetro de locação (α) na distribuição Weibull 3p os intervalos de classes diamétricas de 6, 10 e 5 cm

Possíveis combinações para o parâmetro (a)	6 cm	10 cm	5 cm
0	0,03718 ^{n.s}	0,03985 ^{n.s}	0,04378 ^{n.s}
1	0,03332 ^{n.s}	0,03581 ^{n.s}	0,03817 ^{n.s}
0,1 . D_{\min}	0,03689 ^{n.s}	0,03562 ^{n.s}	0,04045 ^{n.s}
0,2 . D_{\min}	0,04751 ^{n.s}	0,04581 ^{n.s}	0,04961 ^{n.s}
0,3 . D_{\min}	0,05770 ^{n.s}	0,05340 ^{n.s}	0,05869 ^{n.s}
0,4 . D_{\min}	0,06706 ^{n.s}	0,05830 ^{n.s}	0,06768 ^{n.s}
0,5 . D_{\min}	0,07524 [*]	0,06876 [*]	0,07658 [*]
0,6 . D_{\min}	0,08325 [*]	0,08839 [*]	0,08540 [*]
0,7 . D_{\min}	0,09250 [*]	0,10785 [*]	0,09413 [*]
0,8 . D_{\min}	0,10171 [*]	0,12711 [*]	0,10277 [*]
0,9 . D_{\min}	0,11088 [*]	0,14616 [*]	0,11133 [*]
D_{\min}	0,12002 [*]	0,16500 [*]	0,11980 [*]
$D_{\text{tab } 95\%}$	0,06775	0,06775	0,06775

* = significativo a 95% de probabilidade

n.s = não significativo a 95% de probabilidade

Tabela 3. 16- Resultado do teste de Kolmogorov-Sminorv para as várias combinação do parâmetro de locação (φ) na distribuição SB de Johnson nos intervalos de classes diamétricas de 6, 10 e 5 cm

Possíveis combinações para o parâmetro (ε)	6 cm	10 cm	5 cm
0	0,05118 ^{n.s}	0,04481 ^{n.s}	0,04732 ^{n.s}
1	0,05085 ^{n.s}	0,04079 ^{n.s}	0,04987 ^{n.s}
0,1 . D _{min}	0,05065 ^{n.s}	0,03884 ^{n.s}	0,04937 ^{n.s}
0,2 . D _{min}	0,05001 ^{n.s}	0,03317 ^{n.s}	0,04790 ^{n.s}
0,3 . D _{min}	0,04926 ^{n.s}	0,02773 ^{n.s}	0,04642 ^{n.s}
0,4 . D _{min}	0,04843 ^{n.s}	0,02244 ^{n.s}	0,04495 ^{n.s}
0,5 . D _{min}	0,04752 ^{n.s}	0,02461 ^{n.s}	0,04345 ^{n.s}
0,6 . D _{min}	0,04653 ^{n.s}	0,03181 ^{n.s}	0,04193 ^{n.s}
0,7 . D _{min}	0,04546 ^{n.s}	0,03961 ^{n.s}	0,04037 ^{n.s}
0,8 . D _{min}	0,04429 ^{n.s}	0,04817 ^{n.s}	0,03876 ^{n.s}
0,9 . D _{min}	0,04302 ^{n.s}	0,05768 ^{n.s}	0,03835 ^{n.s}
D _{min}	0,04162 ^{n.s}	0,06841*	0,04174 ^{n.s}
D _{tab 95%}	0,06775	0,06775	0,06775

* = significativo a 95% de probabilidade
n.s = não significativo a 95% de probabilidade

De acordo com os resultados obtidos por meio do teste de Kolmogorov-Sminorv, levando-se em conta o valor tabelado de D_{tab} a 95 % de probabilidade, pode-se concluir que na distribuição Weibull 3p a combinação que melhor representou o parâmetro de locação (α) na classe de diâmetro com amplitude de 6 cm foi a que utilizou o valor de 1, apresentando o valor não significativo ao nível de 95% de probabilidade de 0,03332. Tal referência também foi evidenciada no intervalo de 5 cm, com o valor não significativo ao nível de 95% de probabilidade de 0,03817 (Tabela 3.15) . No intervalo de classe de 10 cm, a combinação que apresentou o menor valor do teste de kolmogorov-Sminorv foi a que considerou o parâmetro de locação como 0,1 . D_{min}. Tal combinação apresentou o valor do D_{cal} não significativo ao nível de 95% de probabilidade de 0,03562.

Então, para efeito neste estudo, na distribuição Weibull 3p, nos intervalos de 5 e 6 cm o parâmetro de locação utilizado foi o que considerou o valor de 1. Já no intervalo de 10 cm, o parâmetro de locação utilizado para estimar as frequências na classe diamétricas pela distribuição Weibull 3p, foi a que considerou o valor de 0,1 . D_{min}.

Observando a Tabela 3.16, referente ao teste de Kolmogorov-Sminorv na distribuição S_B de Johnson em relação às várias possibilidades de valores para representar

o parâmetro de locação (φ), pode-se concluir, que no intervalo de 5 cm proposto pela fórmula de Sturges, a expressão que apresentou o valor do teste mais baixo, foi o que considerou para o parâmetro de locação o valor do D_{\min} de 0,04162, valor não significativo ao nível de 95% de probabilidade. No intervalo diamétrico de 5 cm, o valor do D_{cal} se mostrou muito próximo ao obtido na amplitude de 6 cm, porém a combinação que mostrou-se como sendo a mais indicada para representar o parâmetro de locação para a distribuição S_B de Johnson foi a que considerou a expressão $0,9 \cdot D_{\min}$. Para esse intervalo o valor do D_{cal} foi de 0,03835, valor considerado baixo quando comparado ao valor tabelado de 0,06775.

No intervalo de 10 cm na classe diamétrica, a combinação $0,4 \cdot D_{\min}$ foi a que mostrou mais eficiente para o parâmetro de locação quando comparados as demais combinações. Tal combinação apresentou o valor de D_{cal} de 0,02244 não significativo a 95% de probabilidade.

Então neste estudo da distribuição S_B de Johnson para o povoamento de *Pinus elliottii* o parâmetro de locação (φ) apresentou 3 tipos de combinações diferentes para cada intervalo de classe: D_{\min} para intervalo de 6 cm, $0,9 \cdot D_{\min}$ para intervalo de 5 cm e $0,4 \cdot D_{\min}$ para intervalo de 10cm.

Tal resultado apresentado confirma a ideia que é extremamente necessário a análise preliminar dos parâmetros de locações das distribuições Weibull 3p e S_B de Johnson, quando se pretende estudar a eficiências dessas distribuições na representação dos diâmetros estimados.

Os parâmetros estimados das funções de densidade de probabilidade analisadas estão apresentados na tabela 3.17

Tabela 3. 17–Resultados dos parâmetros estimados nas FDPs estudadas no povoamento *Pinus elliottii*

Gamma	$\alpha = 7,6032$	$\beta = 3,2333$	
Beta	$\alpha = 3,8861$	$\beta = 5,1084$	
Weibull 3p	$\alpha = 1$	$\beta = 42,6905$	$\delta = 5,1903$
Normal	$\mu = 39,5838$	$s^2 = 79,4889$	
Log-normal	$\mu = 3,6527$	$s^2 = 0,0527$	
$S_b(6 \text{ cm})$	$\delta = 1,7043$	$\gamma = 1,2086$	$\varphi = 15,0000$
$S_b(5 \text{ cm})$	$\delta = 1,7503$	$\gamma = 1,0644$	$\varphi = 13,5000$
$S_b(10 \text{ cm})$	$\delta = 1,8839$	$\gamma = 0,2658$	$\varphi = 6,0000$

3.3. Análise para o povoamento com classe diamétrica com intervalo de classe de 6 cm

Na análise das distribuições diamétricas no povoamento de *Pinus elliottii* com intervalo de classe de 6 cm, obtida por meio da fórmula de Sturges, foi utilizado o teste de Kolmogorov-Sminorv para selecionar a função de densidade de probabilidade que melhor represente a distribuição diamétrica do povoamento (Tabela 3.18)

Tabela 3. 18- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com amplitude de 6 cm em povoamento de *Pinus elliottii* no parque da cidade em Brasília-DF

	GAMMA	BETA	WEIBULL 3P	NORMAL	LOGNORMAL	S_B
Freq ob	397	397	397	397	397	397
Freq est	391,25	396,93	395,50	396,01	396,28	397
Dtab 95%	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775
D cal	0,05333 ^{n.s}	0,05006 ^{n.s}	0,03332 ^{n.s}	0,03989 ^{n.s}	0,05081 ^{n.s}	0,04162 ^{n.s}
Ranking Kolmogorov	6	4	1	2	5	3
Ranking Freq est	6	2	5	4	3	1
Soma Ranking	12	6	6	6	8	4
Média Ranking	6	3	3	3	4	2
Ranking Final	6°	4°	2°	3°	5°	1°

Analisando os resultados apresentados na tabela 3.18, verifica-se que todas as distribuições propostas neste estudo para o povoamento de *Pinus elliottii* mostraram aderência aos dados, conforme os resultados do teste de Kolmogorov para cada distribuição, indicando assim que para o intervalo proposto, todas as distribuições representam bem a distribuição diamétrica do povoamento.

Analisando o resultado do ranqueamento, no qual indica a distribuição que melhor representa os dados, a distribuição S_B de Jonsonh se mostrou como a mais eficiente em comparação com as demais distribuições. Tal distribuição apresentou o valor médio do ranqueamento de 2, referente ao resultado do teste de Kolmogorov-Sminorv e ao resultado da frequência estimada por essa função. A distribuição S_B conseguiu estimar o mesmo número de árvores observado no estudo de 397 árvores para a amplitude de 6 cm. A

mesma distribuição apresentou o valor do teste de Kolmogorov de 0,04162, valor não significativo quando comparado ao valor de D_{tab} de 0,06775.

As distribuições Weibull 3p, normal e Beta, obtiveram o mesmo valor de média no ranqueamento final. Porém a distribuição Weibull 3p apresentou o valor do teste de Kolmogorov mais baixo, de 0,03332 em comparação com as outras duas distribuições, fazendo dessa maneira, a ocupação do segundo lugar no ranqueamento final.

A eficiência da distribuição Weibull 3p foi também observada por Einfeld *et al.*, (2005) em seu estudo sobre crescimento e produção de *Pinus taeda* L., no qual tal distribuição resultou em resultados satisfatórios.

Jorge *et al.*, (1990) analisando o povoamento de *Pinus elliottii* com o objetivo de gerar sortimento, utilizou-se a função Weibull para o estudo da distribuição diamétrica, concluindo a eficiência dessa distribuição para cada idade dos povoamentos.

A distribuição normal, apresentando o valor do teste de Kolmogorov de 0,03989 ficou em terceiro lugar e a distribuição Beta com o valor do teste de 0,05006 obteve o quarto lugar na seleção de melhor distribuição.

A distribuição log-normal, para esse povoamento, não se mostrou tão eficiente quanto as demais distribuições. Essa distribuição mesmo apresentando uma frequência estimada de 396,28 muito próxima a observada, no teste de aderência, o seu valor se mostrou mais elevado em relação as melhores distribuição, apresentando o valor de 0,05081.

A distribuição Gamma ficou no ranqueamento em último lugar com o valor do teste de Kolmogorov de 0,05333. Mesmo sendo um valor não significativo, ou seja, a distribuição apresenta aderência aos dados estimados, à distribuição Gamma não conseguiu representar a distribuição diamétricas de uma forma mais eficiente quando comparada as demais distribuições. Essa distribuição apresentou o menos valor da frequência estimada pela função de densidade de probabilidade de 391,25, aproximadamente 391 árvores.

A fim de facilitar na decisão da escolha da melhor distribuição probabilística, foi utilizada a análise gráfica das distribuições estudadas, em função da distribuição diamétrica observada.

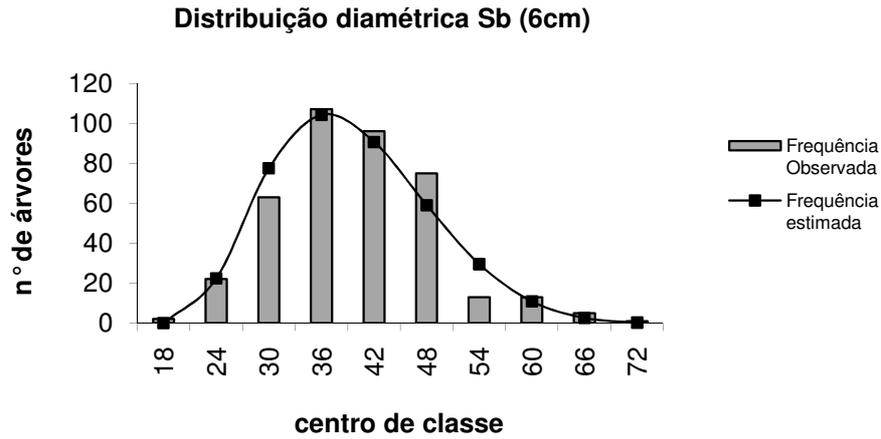


Figura 3. 15- Curva da função SB de Johnson para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada

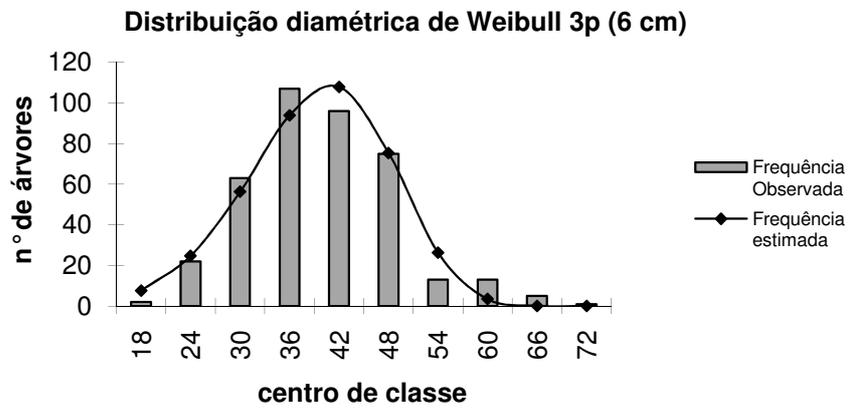


Figura 3. 16- Curva da função Weibull 3p para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada

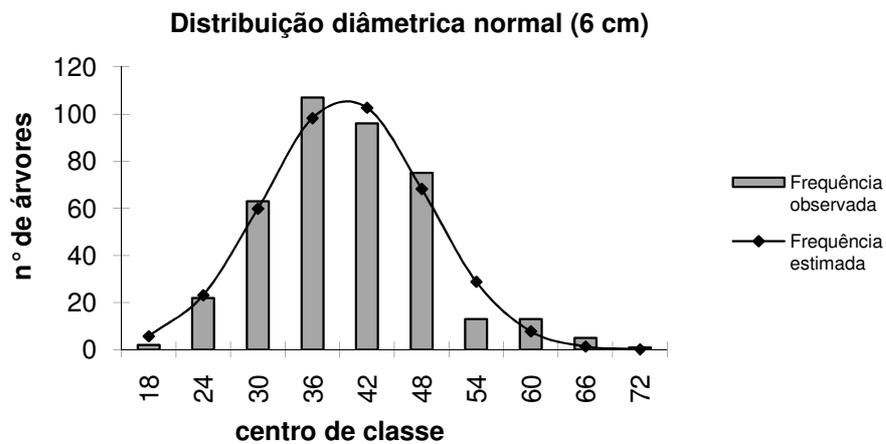


Figura 3. 17- Curva da função Normal para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada

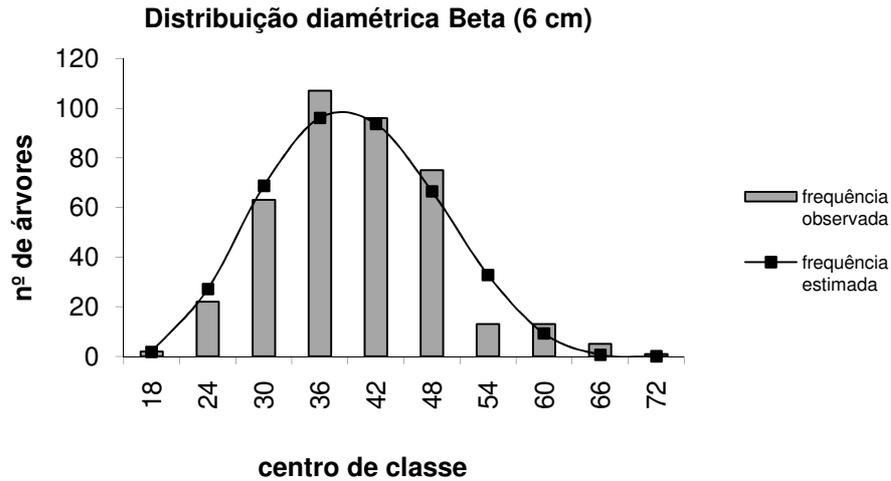


Figura 3. 18- Curva da função Beta para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada

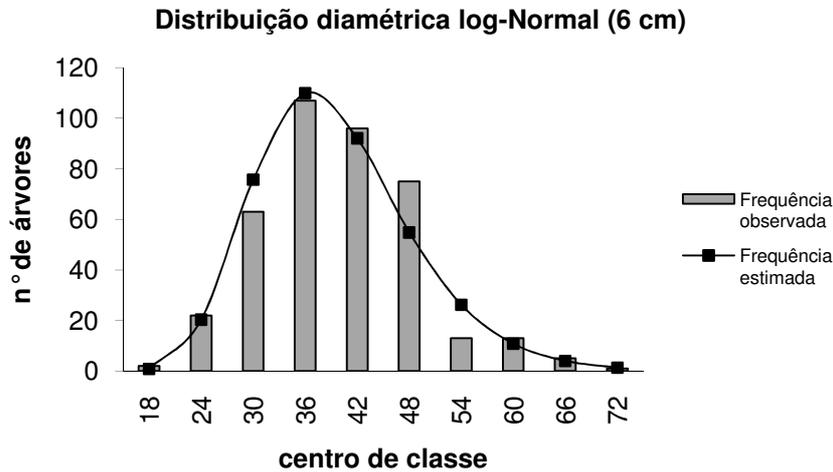


Figura 3. 19- Curva da função Log-normal para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada

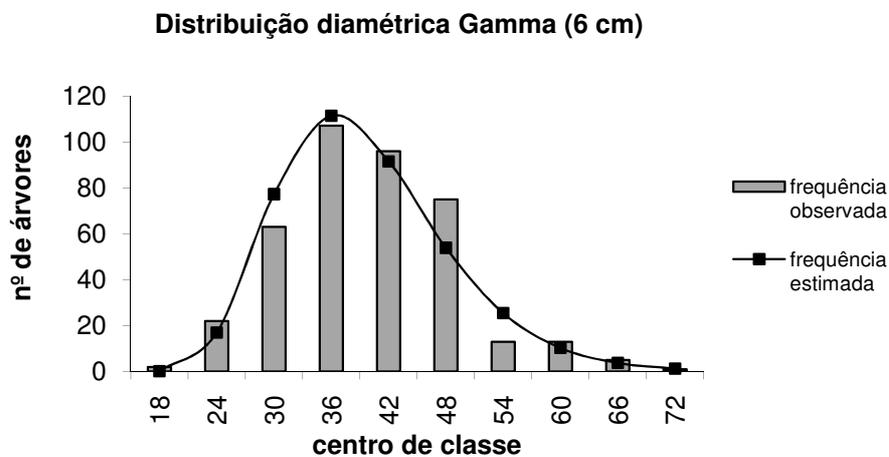


Figura 3. 20- Curva da função Gamma para intervalo de classe de 6 cm em relação ao histograma da frequência observada

Observando os gráficos apresentados, fica evidente a eficiência da distribuição S_B de Johnson (Figura 3.15) em relação as demais distribuições, porém corroborando com os resultados já expostos pelo teste de Kolmogorov-Sminorv, todas as distribuições apresentaram graficamente resultados satisfatório para o intervalo de 6 cm para cada classe.

A distribuição de Weibull 3p (Figura 3.16) mostrou-se também com boa aderência as dados estimados, com pequenas tendenciosidades em superestimar árvores nas classes com ponto médio central de 42 cm e 54 cm.

Nas distribuições normal e beta, ambas apresentaram graficamente, semelhanças em relação às tendências em subestimar e superestimar números de arvores nas classes diamétricas. Há uma forte tendência em ambas as distribuições em superestimar valores no intervalo de classe de 51 à 57 cm. e subestimações na classe de maior números de árvores com ponto médio de 36 cm.

Nas distribuições Log-normal (Figura 3.19) e Gamma (Figura 3.20)em que ambas apresentaram os piores desempenhos no ranqueamento da tabela 3.18, graficamente as duas distribuições apresentaram grande semelhança em relação aos dados estimados. Ambas as distribuições apresentam, para essa amplitude de classe, forte tendenciosidade em erros nas estimativas de árvores nas classes diamétricas entre 45 à 57 cm.

3.4. Análise para o povoamento com classe diamétrica com intervalo de classe de 10 cm

Avaliando os dados por meio do teste de Kolmogorov-Sminorv, nas funções probabilísticas para o povoamento de *Pinus elliottii* para intervalo de classe de 10 cm, obteve-se os seguintes resultados,expostos na tabela 3.19.

Tabela 3. 19- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com intervalo de classe de 10 cm em povoamento de *Pinus elliottii* no parque da cidade em Brasília-DF

	GAMMA	BETA	WEIBULL 3P	NORMAL	LOGNORMAL	S_B
Freq ob	397	397	397	397	397	397
Freq est	392,14	396,33	395,83	396,26	396,65	396,95
Dtab	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775
95% D cal	0,06716 ^{n.s}	0,03129 ^{n.s}	0,03562 ^{n.s}	0,01786 ^{n.s}	0,06095 ^{n.s}	0,02244 ^{n.s}
Ranking Kolmo.	6	3	4	1	5	2
Ranking Freq est	6	3	5	4	2	1
Soma Ranking	12	6	9	5	7	3
Média Ranking	6	3	4,5	2,5	3,5	1,5
Ranking Final	6°	3°	5°	2°	4°	1°

A partir dos resultados observados por meio do teste de aderência de Kolmogorov, todas as distribuições probabilísticas em estudo, para intervalo de classe de 10 cm, apresentaram boas aderências aos dados estimados, em função dos dados observados. Porém, a distribuição Gamma apresentou o valor do teste D_{cal} , 0,06716 muito próximo de ao valor tabelado com, 95% de probabilidade, de 0,06775. Essa mesma distribuição estimou 392,14, aproximadamente 392 árvores, o menor valor total de árvores em comparação com as demais distribuições.

Observando o resultado do ranqueamento realizado nas distribuições probabilísticas, verificou-se que a distribuição S_B de Jonsohn se mostrou como a mais eficiente, estimando um número de árvores de 396,95 aproximadamente 397 árvores, ou seja, o valor total de árvores observados, e com um valor baixo no teste D_{cal} de 0,02244 não significativo ao nível de 95% de probabilidade.

A distribuição Normal se mostrou bastante eficiente na amplitude de classe de 10 cm, ocupando o segundo lugar no ranqueamento. A mesma, obteve o menor valor do teste de aderência de Kolmogorov, porém estimou um número de árvores um pouco menor que a distribuição S_B de Jonsohn, de 396,23 árvores.

As distribuições Beta e Log-normal apresentaram resultados bastante favoráveis nas estimativas de árvores. Ambas estimaram, aproximadamente, 396 e 397 árvores

respectivamente. Porém no teste de aderência, a função beta obteve um valor menor de 0,03129, não significativo a 95% de probabilidade, em comparação ao obtido pela função log-normal, que obteve o valor de 0,06095, também não significativo ao nível de 95% de probabilidade.

A distribuição Weibull 3p ficou no ranqueamento final na quinta posição, estimando um número de árvores de 395,83, aproximadamente 396 árvores. O valor obtido por essa distribuição, no teste de aderência foi de 0,03562, não significativo a 95% de probabilidade. Tal valor obtido mostra que mesmo estando em quinto lugar na ranqueamento final, a distribuição Weibull 3p mostrou-se bastante eficiente em relação as demais.

Schneider *et al.*,(2008) avaliando a função de densidade de probabilidade Weibull 3p em um povoamento de *Pinus taeda*, a fim de prognosticar as frequências por classe diamétrica, concluíram a excelente precisão dessa função, corroborando em partes com os resultados obtidos neste estudo.

Analisando os gráficos das distribuições diamétricas em estudo nos intervalos de classe de 10 cm, pode-se observar o comportamento das funções probabilísticas nas estimações de árvores em função do histograma da frequência observada das árvores do povoamento de *Pinnus elliottii*.

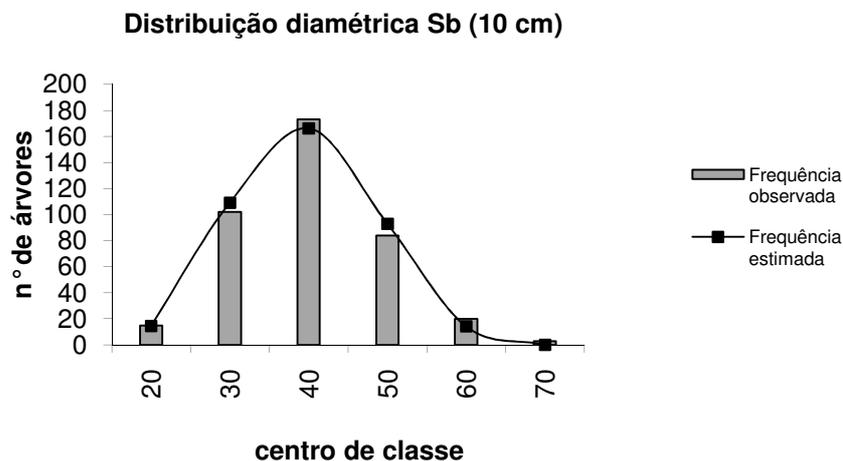


Figura 3. 21- Curva da função SB de Johnson para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada

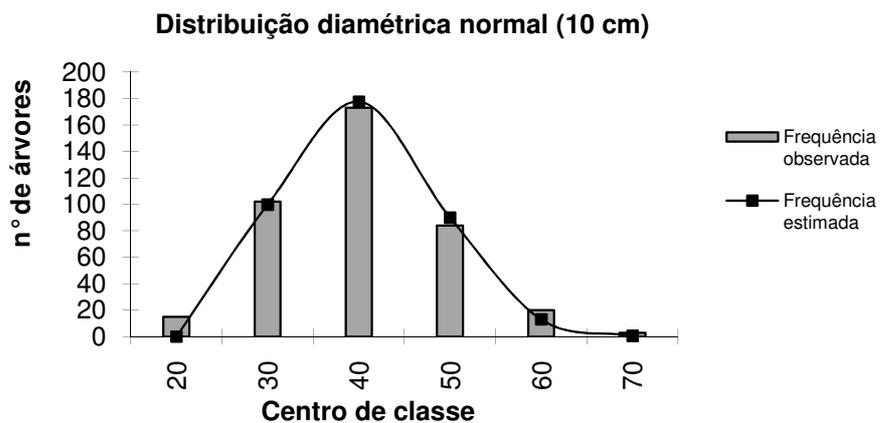


Figura 3. 22- Curva da função Normal para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada

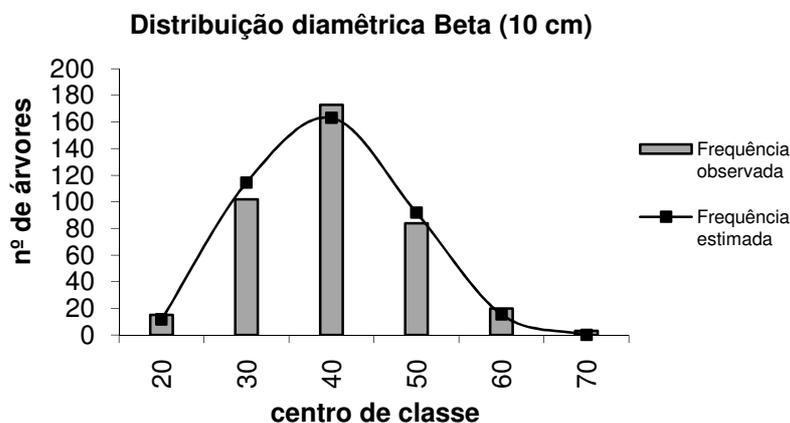


Figura 3. 23- Curva da função Beta para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada

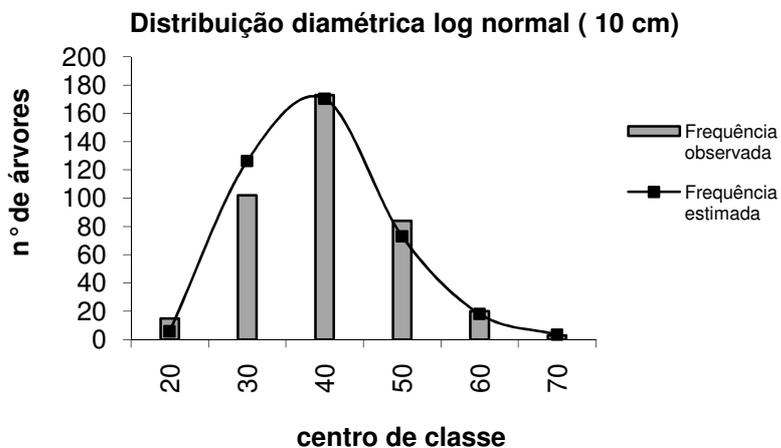


Figura 3. 24- Curva da função Log-normal para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada

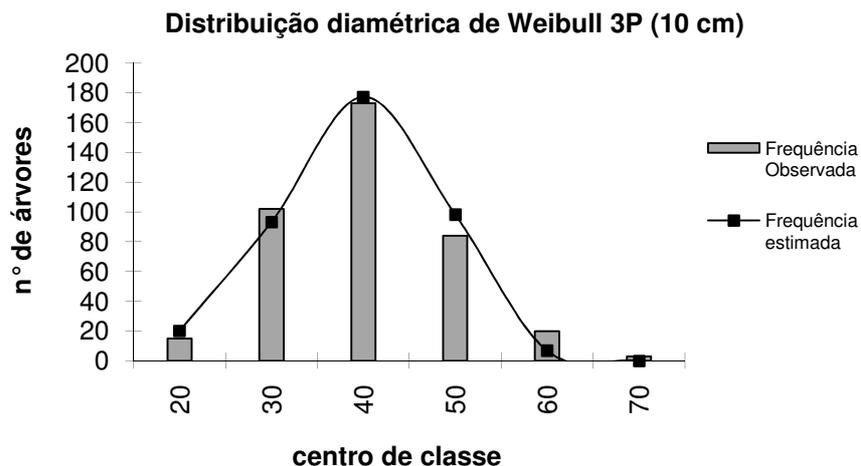


Figura 3. 25- Curva da função Weibull 3p para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada

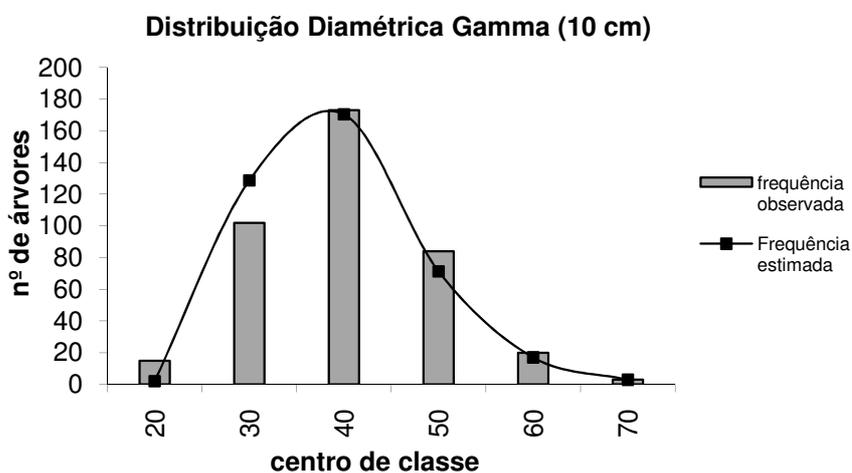


Figura 3. 26- Curva da função Gamma para intervalos de classe de 10 cm em relação ao histograma da frequência observada

Observando os gráficos das distribuições probabilísticas, para o povoamento de *Pinus elliotii* na amplitude de 10 cm, é possível verificar o excelente desempenho das funções S_B de Johnson (Figura 3.21) e normal (Figura 3.22). Tal afirmação corrobora com o resultado do teste de aderência de kolmogorova-Sminorv da tabela 2.8

A distribuição beta (Figura 3.23) mostrou-se também com desempenho satisfatório para essa amplitude de classe, com pequenas tendências em superestimar árvores na amplitude de classe de 25 à 35 cm e subestimar um pequeno número de árvores na classe central de amplitude de 35 à 45 cm.

Graficamente, a distribuição log normal (Figura 3.24) e a distribuição Gamma (Figura 3.26) apresentaram distribuições bastante semelhantes, com superestimação da frequência de árvores na segunda classe diamétricas de 25 à 35 cm.

A distribuição Weibull 3p (Figura 3.25) apresentou em seu gráfico de distribuição poucas variações em suas estimativas de árvores por classes diamétricas, característica essa observada a partir do teste de kolmogorov.

3.5. Análise para o povoamento com classe diamétrica com intervalos de classe de 5 cm

Analisando os resultados apresentados após a análise do teste de aderência de Komogorov-Smirnov nas distribuições diamétricas com amplitude de 5 cm (Tabela 3.20), verifica-se que todas as distribuições se mostraram aderente aos dados estimados.

Tabela 3. 20- Seleção das distribuições diamétricas em classes diamétricas com amplitude de 5 cm em povoamento de *Pinus elliottii* no parque da cidade em Brasília-DF

	GAMMA	BETA	WEIBULL 3P	NORMAL	LOGNORMAL	S_B
Freq ob	397	397	397	397	397	397
Freq est	391,20	396,98	395,43	395,95	396,27	397
Dtab	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775	0,06775
95% D cal	0,05205 ^{n.s}	0,04546 ^{n.s}	0,03817 ^{n.s}	0,03803 ^{n.s}	0,04995 ^{n.s}	0,03835 ^{n.s}
Ranking Kolmo.	6	4	2	1	5	3
Ranking Freq est	6	2	5	4	3	1
Soma Ranking	12	6	7	5	8	4
Média Ranking	6	3	3,5	2,5	4	2
Ranking Final	6°	3°	4°	2°	5°	1°

A distribuição S_B de Johnson se mostrou novamente como a mais eficiente para representar a distribuição diamétrica do povoamento de *Pinus elliottii*. Essa distribuição obteve o primeiro lugar no ranqueamento final, com o valor do teste de aderência de 0,03835 não significativo a 95% de probabilidade. Valor bem inferior ao tabelado de 0,06775. Essa função conseguiu estimar o mesmo número de árvores obtidas na frequência observada de 397 árvores.

A distribuição Normal ficou no ranking final em segundo lugar. A mesma apresentou o menor valor do teste de aderência de 0,03803, valor não significativo a 95% de probabilidade, porém essa mesma função só conseguiu estimar 395,95 árvores.

As distribuições Beta após o seu ajuste, conseguiu estimar cerca de 396,98, aproximadamente, 397 árvores, valor muito próximo ao obtido pela distribuição S_B de Johnson, porém no resultado do teste de aderência, a distribuição apresentou o valor do D_{cal} de 0,04546 não significativo, fazendo a mesma atingir o terceiro lugar no ranking final.

A distribuição Weibull 3p que na amplitude de 6 cm obteve o segundo lugar, na amplitude de 5 cm em cada classe diamétrica, a distribuição obteve o quarto lugar. Porém a diferença dos valores obtidos na comparação das duas amplitudes são pequenas. Weibull 3p conseguiu estimar cerca de 395,43, aproximadamente 395 árvores, com o valor de D_{cal} de 0,03817 não significativo a 95% de probabilidade.

A distribuição Log-normal obteve o quinto lugar no ranking final. Tal distribuição conseguiu a partir de análise da sua função de densidade de probabilidade estimar cerca de 396,27, aproximadamente 397 árvores. O valor obtido por meio do teste de aderência foi de 0,04995, não significativo, indicando assim, que mesmo no quinto lugar no ranking, a distribuição log normal conseguiu valores bem próximos aos obtidos pelas melhores distribuições para representar a distribuição diamétrica na amplitude de 5 cm no povoamento de *Pinus elliottii*.

A distribuição Gamma novamente obteve o sexto lugar no ranking final, mostrando assim, a fraca aderência dos dados obtidos por meio de sua função de densidade de probabilidade neste povoamento. O valor obtido pelo teste de aderência de 0,05205 foi o mais alto em comparação com as demais distribuições, porém seu valor foi não significativo em comparação ao D_{tab} de 0,06775, indicando aderência aos dados estimados.

A distribuição Gamma conseguiu estimar cerca de 391,20, aproximadamente 391 árvores, valor estimado abaixo das demais distribuições. Esse resultado obtido pela distribuição Gamma nas três amplitudes de classes estudadas para o povoamento de *Pinus elliottii* vai contra ao obtido por Arce, (2004) que avaliando a distribuição diamétrica para um povoamento de clones de *Populus deltoides*, concluiu a alta eficiência da função de densidade de probabilidade Gamma.

A fim de validar as conclusões obtidas a partir do teste de aderência de Kolmogorov-Sminorv nas distribuições diamétricas no povoamento de *Pinus elliottii*, na amplitude de classe de diâmetro de 5 cm, se fez necessário a análise gráfica das distribuições em função do histograma da frequência observada das árvores.

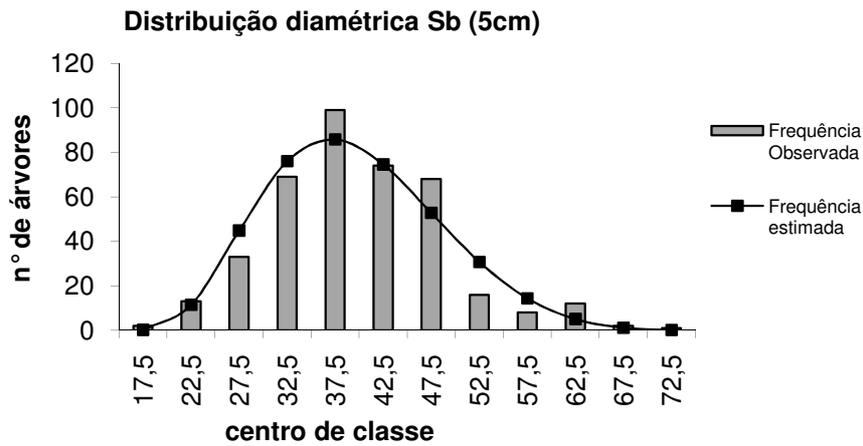


Figura 3. 27- Curva da função SB de Johnson para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada

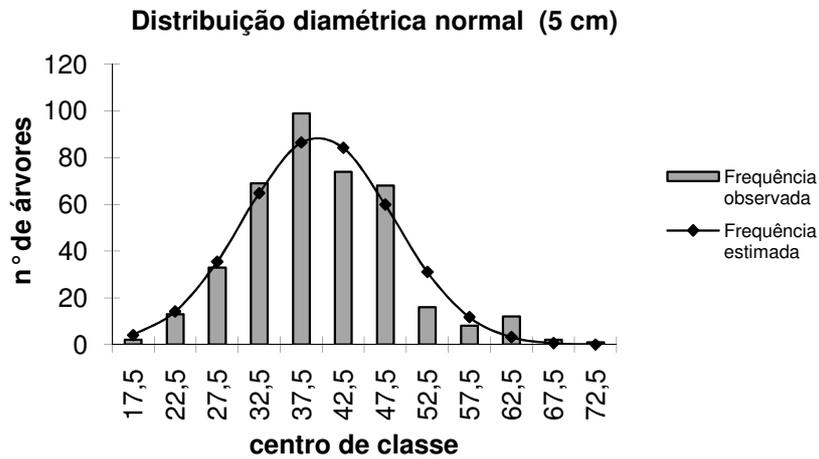


Figura 3. 28- Curva da função Normal para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada

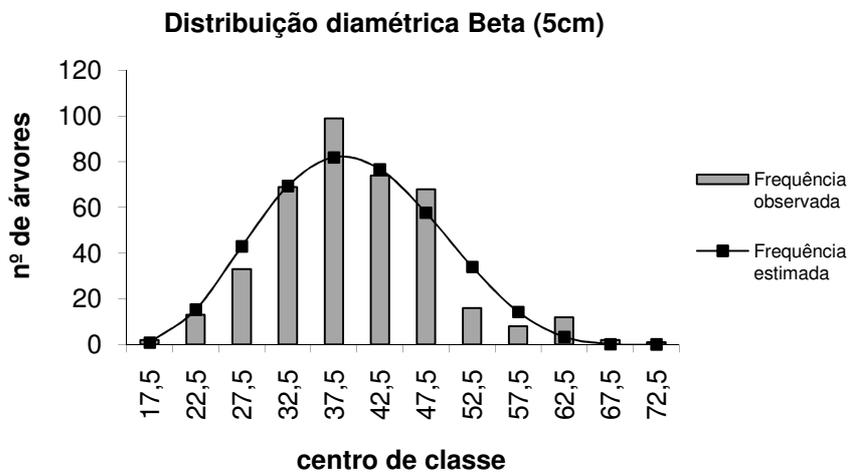


Figura 3. 29- Curva da função Beta para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada

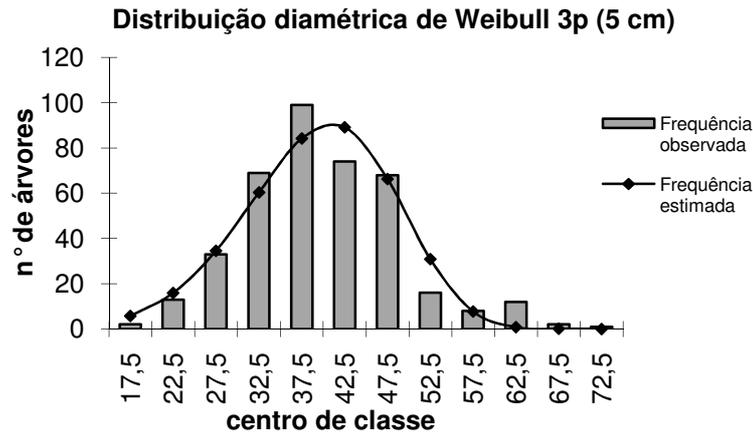


Figura 3. 30- Curva da função Weibull 3p para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada

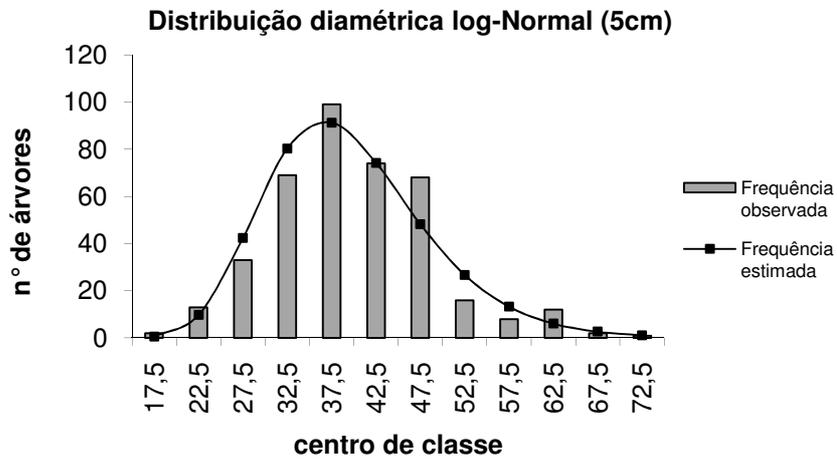


Figura 3. 31- Curva da função Log-normal para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada

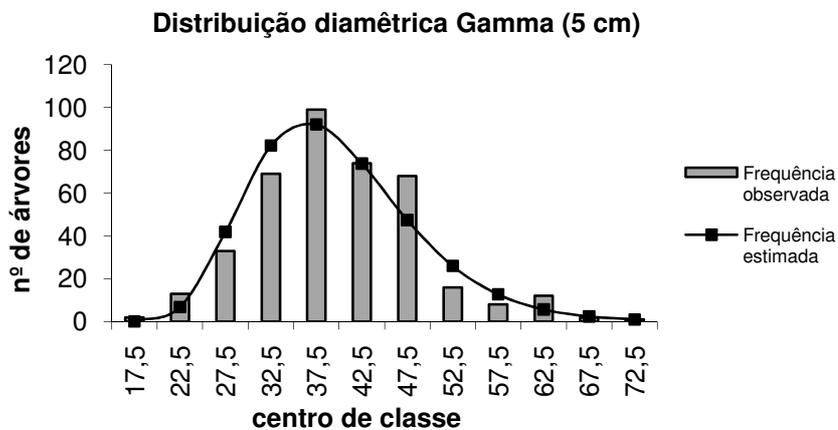


Figura 3. 32- Curva da função Gamma para intervalo de classe de 5 cm em relação ao histograma da frequência observada

Analisando os gráficos das distribuições probabilísticas, para o povoamento de *Pinus elliottii* intervalo de 5 cm em cada classe diamétrica, é notório uma semelhança nas diferentes distribuições, sendo que, hora a frequência esperada apresenta uma ligeira superestimação nas classes de menores diâmetros quando comparadas a frequência observada (S_B de Jonsohn (Figura 3.27), Beta (Figura 3.29), Log-normal (Figura 3.31) e Gamma (Figura 3.32), no entanto essa tendência é desprezível para as distribuições Normal (Figura 3.28) e Weibull 3p (Figura 3.30).

Todas as distribuições mostraram pequena tendência em subestimar árvores nas classes centrais de 35 à 40 cm de diâmetro. Nas classes com ponto médio central de 52,5 cm, todas as distribuições superestimaram o número de árvores. Uma provável justificativa é devida uma acentuada queda do número de indivíduos da classe anterior. Uma vez que esse povoamento não recebeu os devidos tratamentos silviculturais.

No entanto essas pequenas superestimações e subestimações em todas as distribuições nas diferentes classes diamétricas do povoamento, quando submetidos ao teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov se mostraram satisfatórias.

Mediante os resultados apresentados, o teste de Kolmogorov-Smirnov mostra aderência em todas as amplitudes diamétricas trabalhadas, sendo assim, povoamentos que mantenham características semelhantes a este podem utilizar qualquer uma das amplitudes trabalhadas, no tocante as distribuições probabilísticas, embora todas sejam aderentes, recomenda-se a utilização da S_B de Jonsohn pela capacidade que a mesma apresenta em estimar os indivíduos o mais próximo dos observados.

A eficiência da função de densidade de probabilidade S_B de Jonsohn também foi verificada no estudo feito por Machado *et al.*, (1990) em um povoamento de *Pinus taeda* no estado do Paraná, considerando o fator idade no primeiro desbaste.

Machado *et al.*, (2006) estudando a dinâmica da distribuição diamétrica em povoamentos nativos de bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) em Curitiba, concluiu em seu estudo que dentre as funções de densidade de probabilidade testadas (Gamma, Beta, Normal, Weibull 3p e 2 p e S_B de Jonsohn) a distribuição S_B de Jonsohn foi a de melhor desempenho, sendo, portanto utilizada para a estimativa de número de árvores por classe diamétrica e por hectare. Tal resultado corrobora com os obtidos neste estudo, tanto para o povoamento de clones de *Eucalyptus* em Araripina-Pernambuco, quanto no povoamento de *Pinus elliottii* no parque da cidade em Brasília-DF

Sendo assim, em estudo de crescimento e produção em povoamentos que mantenham essas características, (povoamentos velhos e heterogêneos, sem tratamentos

silviculturais, e com características dendrométrica semelhantes) recomenda-se a utilização da distribuição probabilística S_B de Jonsohn para modelar a estrutura horizontal e juntamente com modelos que expresse diferentes atributos do povoamento (sítio, área basal, afilamento, mortalidade, dentre outros), é possível a obtenção dos usos múltiplos do povoamento, características esta desejadas por empresas ou extensionistas ligados ao setor florestal, pelo fato de agregar maior valor ao povoamento, resultando em uma maximização de lucros.

3.6. Avaliação do grau de curtose e assimetria da distribuição diamétrica observada

Para realizar a análise do grau de curtose e assimetria na distribuição diamétrica dos dados observadas do povoamento de *Pinus elliottii*, se fez necessário obter os valores das medidas de tendência central: média e moda. Os valores obtidos estão expostos na tabela 3.21

Tabela 3. 21- Resultado das medidas de tendência central dos diâmetros do povoamento de *Pinus elliottii* no parque da cidade de Brasília-DF

Médias de tendência	Valores obtidos (cm)
MODA	42,00
MEDIA	39,58

Por meio dos valores das medidas de tendência central obtidos nos dados diamétricos das árvores, pode-se fazer a comparação das duas medidas (média aritmética e moda) e por meio dessa comparação avaliar o grau de assimetria da distribuição diamétrica observada. Como a média aritmética foi menor que a moda, pode-se concluir que a distribuição diamétrica do povoamento de *Pinus elliottii* que compõem o banco de dados é considerada do tipo assimétrica negativa. Tal conclusão fica evidenciada devido a idade do povoamento de *Pinus elliottii*, pois a medida que o povoamento fica mais velho ocorre uma maior amplitude nos diâmetros das árvores, diminuindo o número de árvores nas menores classes diamétricas e conseqüentemente o aumento nas maiores.

Machado *et al.*, (2006), trabalhando em um povoamento nativo de bragatinga com idades de 18 anos, também verificaram esse tipo de comportamento na distribuição diamétrica.

Scolforo (1990) trabalhando com *Pinus caribaea* var. *hondurensis* nas idades de 15 a 19 anos, verificou também essa tendência de comportamento na assimetria dos diâmetros nos povoamentos mais velhos.

Para se determinar o grau de curtose da distribuição diamétrica do povoamento de *Pinus elliottii*, foi elaborada a seguinte distribuição (Tabela 3.22). Os dados de diâmetros das árvores foram agrupados em intervalos de 6 cm em cada classe, baseando-se na fórmula de Sturges.

A partir do agrupamento dos diâmetros, foram obtidos os valores da frequência acumulada das árvores para cada classe diamétrica e posteriormente foram localizadas as medidas separatrizes: Quartil 1 (Q1), Quartil 3 (Q3), Decil 1 (D1) e o Decil (D9).

Tabela 3. 22- Localização das medidas separatrizes para determinar o grau de curtose na distribuição diamétrica dos diâmetros do povoamento de *Pinus elliottii* no parque da cidade de Brasília-DF

Classes diamétricas	Frequência Observada	Frequência acumulada	Medidas separatrizes
15 - 21	2	2	
21 - 27	22	24	
27 - 33	63	87	D1
33 - 39	107	194	Q1
39 - 45	96	290	
45 - 51	75	365	Q3 D9
51 - 57	13	378	
57 - 63	13	391	
63 - 69	5	396	
69 - 75	1	397	
Total	397		

A partir da localização das classes diamétricas por meio das medidas separatrizes, foi possível obter os valores dos decis 1 e 9 e dos quartis 1 e 3. Baseando-se na metodologia para avaliar o grau de curtose, foi obtido o valor do decil 1 de 28,50 cm, e do decil 9 de 47,45 cm. Os valores encontrados do Quartil 1 foi de 33,69 cm e do quartil 3 foi de 45,62.

Baseando-se nestes resultados, foi aplicada a fórmula do cálculo de curtose e obtido o valor de 0,315. Por meio desse resultado se pode concluir que a distribuição diamétrica do povoamento de *Pinus elliotti* se caracteriza sendo uma distribuição platicúrtica, ou seja, a curva de distribuição apresenta-se mais achatada em comparação a curva normal.

Tal resultado corrobora com o obtido por Machado *et al.*, (2009) no qual trabalhando num povoamento de *Araucaria angustifolia*, em um fragmento de floresta ombrófila mista, identificou que a distribuição diamétrica se configura como sendo platicúrtica.

4. CONCLUSÕES

Após as análises dos resultados obtidos nos capítulos 2 e 3, pode-se concluir que:

- A distribuição diamétrica dos povoamentos de clones de *Eucalyptus* e *Pinus elliottii* fogem da normalidade dos dados, ou seja, existem outras funções que melhor representa a distribuição diamétrica dos povoamentos em estudo. Tal fato rejeita-se a hipótese proposta neste trabalho.
- A distribuição S_B de Jonhson se mostrou a mais eficiente para estimar as frequências de classes diamétricas nas amplitudes de 1 e 2 cm no povoamento de clones de *Eucalyptus* no Pólo Gesseiro do Araripe-PE como também no povoamento de *Pinus elliottii* no Parque da cidade em Brasília-DF
- Em povoamentos plantados jovens, no qual apresente um intervalo diamétrico pequeno, aconselha-se trabalhar com intervalos de classes de diâmetro de 1 cm
- A precisão do ajuste na maioria das distribuições em classes de diâmetros com amplitude de 2 cm no povoamento de clones de *Eucalyptus* se mostrou com baixa eficiência.
- A função Weibull 3p não mostrou eficiência no povoamento de clones de *Eucalyptus* para estimar as frequências diamétricas, porém no povoamento de *Pinus elliottii* essa função se mostrou mais flexível, adaptando-se melhor aos dados diamétricos do povoamento.
- No povoamento de *Pinus elliottii* em todas as amplitudes analisadas, as distribuições probabilísticas se mostraram eficientes, com pequena exceção da distribuição Gamma, que mesmo apresentando-se não significativa pelo teste de aderências, não conseguiu superar as demais distribuições.
- Por vista dos resultados obtidos neste estudo fica evidente que a análise das distribuições probabilísticas se torna de extrema importância quando se pretende avaliar o comportamento das distribuições diamétricas, com o objetivo de se realizar prognose no povoamento. Pois uma função que se destaca como sendo a mais eficiente em uma determinada região, pode não se comportar da mesma maneira em outra, gerando assim sérios riscos nas futuras análises da produção do povoamento.

Referência Bibliográfica

ABREU, E.C.R, *et al.* Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia Forestalis**, n. 61, p. 86-102, 2002

AMARAL, P. **Introdução à Quimiometria: Erros na análise estatística**. Universidade de Lisboa – Faculdade de Ciências e Tecnologia. Lisboa, Portugal. Abril, 1996. Disponível em: <<http://www.dq.fct.unl.pt/QOF/chem3.html>> Acesso em: 23 de outubro de 2010.

ARAÚJO, S.M.S. Gargalos de desenvolvimento e ações do estado no pólo gesseiro do Araripe-PE. **Mercator**, vol 9, n.19, 2010

ARAÚJO, W. F., *et al.* Precipitação pluviométrica mensal provável em Boa Vista, Estado de Roraima, Brasil. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v.5, n.3, p.563-567, 2001

ARCE, J.E. Modelagem da estrutura de florestas clonais de *Populus deltoides* marsh. por meio de distribuição diamétrica probabilísticas. **Ciências Florestais**, santa Maria, v. 14, n.1, p. 149-164, 2004

ASSMANN, E. **Waldestragskunde**. Munchen. Bonn. Wienn. 1961

ASSUNÇÃO, S. L.; FELFILI, J. M.; Fitossociologia de um fragmento de cerrado sensu stricto na APA do Paranoá, DF, Brasil. **Acta Bot. Bras.**, São Paulo, v. 18, n. 4. 2004

AUSTREGÉSILO, S. L., *et al.* Comparação de métodos de prognose da estruturadiamétrica de uma floresta estacional semidecidual secundária. **Revista Árvore**, v.28, n.2, p.227-232, 2004.

BAILEY, R.L. e DELL, T.R. Quantifying diameter distribution with the Weibull function. **Forest Science.**, 19, p. 97-114, 1973

BARRA, O.S.V., *et al* Proposta metodológica para o ajuste ótimo da distribuição Weibull 3p. **Floresta** 34 (3), p. 387-393, 2004

BARTOSZECK, A. C. P. S.; MACHADO, S. do A. ;FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. Dinâmica da relação hipsométrica em função da idade, do sítio e da densidade inicial de povoamentos de bracatinga da região metropolitana de Curitiba, PR. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 28, n. 4, p. 517-533, 2004.

BINOTI, D.H.B., *et al.* Uso da função Weibull de três parâmetros em um modelo de distribuição diamétrica para plantios de eucalipto submetido a desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 34, n.1, p. 147-156, 2010

BOTELHO, V. A.; MORAIS, A. R. Estimativa dos parâmetros da distribuição Gamma de dados pluviométricos do Município de Lavras, Estado de Minas Gerais. **Ciência e Agrotecnologia**, v.23, p.697-706, 1999.

CAMPOS, J.C.C. **Diameter distribution yield tables and their application to compare levels of thinning practices.** In: Proceeding of XVII IUFRO WORLD CONGRESS; Forest resource Inventory, growth models, management planning and remotesensing. Kyoto-Japan, p.13-14, 1981

CARGNELUTTI FILHO, A. ; MATZENAUER, R. ; TRINDADE, J. K. Ajustes de Funções de Distribuição de Probabilidade à Radiação Solar Global no Estado do Rio Grande do Sul. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 39, n. 12, p. 1157-1166, 2004.

CHARLES ANNIS, P. E. **Statistical Engineering: Extreme Value Distributions..** Disponível em: <http://www.statisticalengineering.com/extreme_value.htm>. Acesso em: 20 de Novembro 2010

CLUTTER, J.L. and BELCHER, D.M. Yield os site prepared slash pine plantations in the lower coastal plain of Georgia an florida. Vir. Poly. Inst. And State Univ., **Sch. For. FWS** 1, p 53-70, 1978

CLUTTER, J.L. and BENETT, F.A. A diameter distributions in old field slash pine plantations. **Georgia Forest research Council Report**, Maple 13, p. 1-9, 1965

CONTI, F. **Laboratório de Informática**, Biometria – UFPA, 2010. Disponível em: <<http://www2.ufpa.br/dicas/biome/colabio.htm>>. Acesso em: 21/09/2010.

CRESPO, A. A.. **Estatística fácil**. 19 ed. São Paulo: Saraiva, 2009

CUNHA, U.S., MACHADO, S.A, FIGUEIREDO, A., HOSOKAWA, R.T. Método para determinar o diâmetro máximo de corte em florestas tropicais utilizando-se o gráfico “Uplot-Dap”. **Acta Amazonica** 32(4), p. 635-645, 2002

CUNHA, U.S., *et al.*, Novo método “Uplot-Dap” para representação gráfica de distribuição diamétrica. **Floresta** 32(2), p. 205-217, 2002

DARLINGTON, R.B. Is kurtosis really “peakedness?”. **Am. Stat.** 24 (2), p. 19-20, 1970

DODSON,B. The Weibull analysis handbook. **ASQ Quality Press**; 2nd edition P.188, 2006

EISFELD, R. L. *et al.* Modelagem do crescimento e da produção de *Pinus taeda* L. por meio do processo de difusão. **Revista Cerne**, v.11, n.2, p.167-177, 2005.

FIGUEIRÔA, J.M., SAMPAIO, E.V.B., PAREYN, F.G.C., SANTOS,A.G.S. Espécies da Flora nordestina de importância econômica potencial. Recife: **APNE**, p. 101-133, 2005

FINGER, C. A. G. **Distribuição de diâmetros em acácia negra, *Acacia mearnsii* de Wild em diferentes povoamentos e idades.** 1982. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

FREUND, J. E.; SIMON, G. A. **Estatística aplicada**. 9. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000

- GOFF, F. G.; WEST, D.. Canopy-understory interaction effects on forest population structure. **Forest Science**. 21: 98-108. 1975
- GONÇALVES, Fernando Antônio. **Estatística Descritiva**. São Paulo, Atlas, 1977
- GUIMARÃES, D. P. Uma função hiperbólica de distribuição probabilística de alta flexibilidade. Planaltina: **Embrapa Cerrados**, 40p, 2002
- HAFLEY, W.L; SCHREUDER, M.T. Statistical distributions for fitting diameters and height data in even-aged stands. **Canadian journal of forest research**, v.7, n.3, p.481-487, 1977.
- HERRERA, H.A., ROSOT,N.C., ROSOT, M.A.D., OLIVEIRA, Y.M.M. Análise florística e fitossociológica do componente arbóreo da floresta ombrófila mista presente na reserva florestal embrapa/epagri, caçador, SC –Brasil. **Floresta**, Curitiba, PR, v.39, n.3, p. 485-500, 2009
- HEINSDIJK, D. e BASTOS, A. de M.. **Inventários florestais na Amazônia. Boletim.Serviço Florestal**. Setor de Inventários Florestais, Rio de Janeiro (6): 1-95, 1963.
- HILDEBRAND, D.K. Kurtosis measures bimodality?, **Am. Stat.** 25 (1), p. 42-43, 1971
- HOSOKAWA, R.T., GLADE, J.E. **Prognose de rendimentos de bitolas comerciais para múltiplos fins em povoamentos florestais**. In: V Congresso florestal Brasileiro, Olinda, p. 150-163, 1986
- IMAÑA, E.J. *et al.* Composição arbórea de um trecho da floresta estacional semidecidual em Pirenópolis, Goiás.**Revista brasileira de ciências agrárias**, v.3, n.3, p. 283-288, 2008
- IMAÑA, E.J. Variáveis dendrométricas. Brasília: Universidade de Brasília, departamento de engenharia florestal, p.102, 2002
- JOHNSON, N.L. Systems of frequency curves generated by methods of translation . **Biometrika**, v.36, p.149-176, 1949.
- JOHNSON, N.L. Bivariate distributions based on simple translation systems. **Biometrika** v.36, p.297-204, 1949 b.
- JORGE, L.A.B., VEIGA, R.A.A., PONTINHA,A. de A.S. A função Weibull no estudo de distribuição diamétrica em povoamentos de *Pinus elliottii* na estação experimental de Itapeva. **IPEF**, Piracicaba, n. 443, p. 54-60, 1990
- LAW, A.M. and. KELTON, W.D.. **Simulation modeling and analysis**. New York: McGraw-Hill,Inc. 1991
- LEÃO, D. Estatística Básica. Estatcamp Consultoria em Estatística e Qualidade: São Carlos, 113p. 2006.

LEITE, H.G., NOGUEIRA, G. S., CAMPOS, J.C.C., SOUZA, A.L., CARVALHO, A. Avaliação de um modelo de distribuição diamétrica ajustado para povoamentos de *Eucalyptus* sp. Submetidos a desbastes. **Revista Árvores**, viçosa –MG, v. 29, n.2, p. 271-280, 2005

LIMA, J.S.S.*et al.* Variabilidade temporal da precipitação mensal em Alegre ES. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 39, n. 02, p. 327-332. 2008.

LIMA,E.; FELFILI, J.; MARIMON,B.S.; SCARIOT, A. Diversidade, estrutura e distribuição espacial de palmeiras em um cerrado *sensu stricto* no Brasil central – DF. **Revista Brasil. Botânica.**, v.26, n.3, p. 361-370, 2003

LONGO, A. J.;SAMPAIO, S. C.; QUEIROZ, M. M. F.; SUSSEK, M. Uso das distribuições Gamma e Log-normal na estimativa de precipitação provável quinzenal. **Varia Scientia**, v.6, n.11, p.107-118, 2006.

LOETSCH, F., ZORHER, F., HALLER, K. E. **Forest Inventory**. Munique. BVL. V.2 p.469, 1973

LOHREY, R. E., and R. L. BAILEY.. Yield tables and stand structure for unthinned longleaf pine plantations in Louisiana and Texas. USDA **Forest Serv Res Pap** SO-133, 53 p. 1976

LYRA, G. B. et al. Regiões homogêneas e funções de distribuição de probabilidade da precipitação pluvial no Estado de Táchira, Venezuela. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 41, n. 2, p. 205-215, 2006.

MACHADO, S. A.; MELLO, J. M.; BARROS, A. B. Comparação entre métodos para avaliação de volume total de madeira por unidade de área, para o Pinheiro do Paraná, na região sul do Brasil. **Cerne**, v. 6, n. 2, p. 55-66, jul./dez., 2000.

MACHADO, S.A. *et al.* Distribuição diamétrica de *Araucaria angustifolia* (Bert.)O. Ktze. Em um fragmento de floresta ombrófila mista. **Scientia Agraria**, Curitiba, v.10, n.2, p. 103-110, 2009

MACHADO, S.A; BARTOSZECK, A.C.P.; FIGUEIREDO, A.; OLIVEIRA, E.B. Dinâmica da distribuição diamétrica de Bracatingais na região metropolitana de Curitiba. **Revista Árvore**, viçosa-MG, v.30, n.5, p.759-768, 2006

MARQUES JÚNIOR, S., VALADÃO, L.T., VIEIRA, R.R., MOURA, M.V.T. de, Análise de dados de ventos para a região de Botucatu-SP utilizando a distribuição beta. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v.3, p.129-32,1995.

MELLO, A.A., EISFELD, R.L., SANQUETTA, C.R. Projeção diamétrica e volumétrica da araucária e espécies associadas no sul do Paraná, usando matriz de transição. **Revista Acadêmica: Ciências agrárias e ambientais**, Curitiba, v.1, n.4, p.55-66, 2003

MEYER, A.H. Structure, growth and drain in balanced uneven-aged forests. **Journal of Forest**. P.85-92. 1952

MEYER, A.H., STEVENSON, D.D. The structure and growth of virgin beech –birch-maple- hem cock forests en northen Pennsylvania. **J. Agric. Res.**, p. 465-484, 1943

MEYER, W.H. Diameter distribution series in even aged forests stands. **Yale School For. Bull**, 28, p.105, 1930

MIGUEL, E.P., MACHADO, S.A., FILHO, A.F., ARCE, J.E. Using the Weibull function for prognosis of yield by diameter class in *Eucalyptus urophylla* stands. **Cerne**, Lavras, v. 16, n.1, p. 94-104, 2010

MORAIS E SILVA, *et al.* Prognose da produção de *Eucalyptus camaldulensis* Dehnh. Pela aplicação da função de distribuição S_B de Johnson. **Revista árvore**, v.33, n.5, p. 853-863, 2009

MURTA, R. M. et al. Precipitação pluvial mensal em níveis de probabilidade pela distribuição Gamma para duas localidades do sudoeste da Bahia. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 29, n. 5, p. 988-994, 2005.

NAGAI, V., MENK, J.R.F. Métodos de estimativa de Gamma e delta para a função de normalização da distribuição SB de característica do solo. **Bragantia**, v. 35(2) p. 433-441, 1976

NETTO, C.C.; SCHNEIDER, P.R. **Distribuição diamétrica para povoamento de *Pinus taeda* em função da idade**. 4º Simpósio Latino-americano sobre Manejo Florestal, 4º edição, Santa Maria-RS, 2008

NOGUEIRA, G. S. Modelo de distribuição diamétrica para povoamentos de *Eucalyptus* sp. submetidos a desbaste. **Árvore**, v.29, n.4, p.579-589, 2005.

OLIVEIRA, P.M.C. O papel das flutuações na biologia. **Revista Brasileira de ensino de física**, v. 29, n. 3, p. 377-384, 2007

OLIVEIRA, *et al.* Sistema para simulação do crescimento e da produção de *Pinus taeda* L. e avaliação econômica de regime de manejo. **Revista árvores**, Viçosa-MG, v.22, n.1, p. 99-111, 1998

OSMASTON, A. **The management of Forest**. George Allen and Unwin, Londres, 1968

PASQUALI, L. A **Curva Normal**. Disponível em: <<http://www.psi-ambiental.net/pdf/PasqCap03.pdf>>. Acesso em: 21 de outubro de 2010.

SANTANA, D. G. e RANAL, M. A.. **Análise da germinação: um enfoque estatístico**. Editora UnB, Brasília, 2004

SCHNEIDER, P.R *et al.* Estimativa dos parâmetros da função de densidade probabilística de Weibull por regressão aninhada em povoamentos desbastados de *Pinus taeda* l. **Ciência Florestal**, v. 18, p. 381-392, 2008

SCHAAF, L.B. et al. Alteração na estrutura diamétrica de uma floresta ombrófila mista no período entre 1979 e 2000. **Revista Árvore**, Viçosa, v.30, n.2, p.283-295, 2006.

- SCOLFORO, J.R.S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura de crescimento e produção, com otimização de remuneração de capitais, para *Pinus caribaeavar.hondurensis***. Tese (Doutorado em ciências florestais), curso de Pós graduação em engenharia florestal, Universidade do paraná. 290 p, 1990
- SCOLFORO, J.R.S. **Mensuração Florestal 6: crescimento florestal 2**. Lavras: ESAL/FAEPE,. 243 p. 1995
- SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal: Modelos de crescimento e produção florestal**. Lavras, UFLA/FAEPE P.393, 2006
- SCOLFORO, J. R. S., *et al.* Sb distribution's accuracy to represent the diameter distribution of *Pinus taeda*, through five fitting methods. **Forest ecology and management**, 175, p.489-496, 2003
- SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, A. Estimativas e testes da distribuição de frequência diamétrica para *Eucalyptus camaldulensis*, por meio da distribuição SB, por diferentes métodos de ajuste. **Scientia Forestalis**, n.54, p.3-106, 1998.
- SILVA, J.A.A., **Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations**. Athens, university of Georgia, p.139, 1986
- SILVA,E.Q., NETTO,S.P., MACHADO, S.A., SANQUETTA, C.R. Função densidade de probabilidade aplicáveis a ciência florestal. **Revista Floresta**, 33(3), p.285-297, 2003
- SILVA,M.L.da; SOARES, N.S; REZENDE, A. M.; MOURA, A.D. **Setor florestal brasileiro em busca de medidas para contornar a crise financeira**. Disponível em:<<http://www.ciflorestas.com.br/>>. Acesso em: 15 de outubro de 2009
- SMALLEY, G.W.; BAILEY, R.L. Yield tables and stand structure for loblolly pine plantations in Tennessee, Alabama and Georgia highlands. Washington: USDA,. 81p. (**Forest Service Research Paper SO**, 96) 1974
- SOARES, C.P.B.; NETO, F.P.; SOUZA, A.L. **Dendrometria e Inventário Florestal**. Viçosa, MG. Ed. UFV, 276p. 2007
- SOUZA, I.F., LUNDGREN, W.J.C., NETTO, A.O.A. Comparação entre Distribuições de probabilidade da precipitação mensal no estado de Pernambuco. **Scientia Plena**, vol.6 n.6, 2010
- SPIEGEL, M.R. **Probabilidade e Estatística**. Makron books editora P.580, 1979
- UMANÃ, C.L.A. eALENCAR, J.C.. Distribuições diamétricas da floresta tropical úmida em uma área no município de Itacoatiara – AM. **Acta Amazonica**, 28 (2):167-190, 1998
- ZOHRER, F. **The Beta distribution for best fito of stem – diameter – distributions**. IUFRO, 3 Conf. Advis. For. Statist., Sect. 25, Jouy –in – Josas, France, Inst. Nat. Rech. Agr., P. 91-106, 1970

