Universidade de Brasília
Programa de Pós-Graduação em Educação
Mestrado em Educação

IVONE MIGUELA MENDES

OS SIGNIFICADOS DO ERRO NA PRÁXIS PEDAGÓGICA DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DE ESCOLARIZAÇÃO

Brasília - DF
2007

IVONE MIGUELA MENDES

OS SIGNIFICADOS DO ERRO NA PRÁXIS PEDAGÓGICA DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DE ESCOLARIZAÇÃO

Dissertação apresentada à Comissão Examinadora da Faculdade de Educação, da Universidade de Brasília, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação, sob a orientação do Professor Dr. Cristiano Alberto Muniz.

Universidade de Brasília
Brasília - DF
2007

IVONE MIGUELA MENDES

OS SIGNIFICADOS DO ERRO NA PRÁXIS PEDAGÓGICA DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DE ESCOLARIZAÇÃO

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz – Orientador
Universidade de Brasília (UnB) – Faculdade de Educação

Prof. Drª Neuza Bertoni Pinto – Examinadora Externa
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – (PUCPR)

Profª Drª Benigna Maria de Freitas Villas Boas – Membro
Universidade de Brasília (UnB) – Faculdade de Educação

Profª Drª Erika Zimmermann – Suplente
Universidade de Brasília (UnB) – Faculdade de Educação

DEDICATÓRIA

A Jorge, meu pai (in memoriam), e a Juliana, minha mãe,
que sempre lutaram para o meu desenvolvimento e crescimento pessoal.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que me possibilitou esta experiência de passar pela dinâmica da pesquisa acadêmica.

Ao professor Cristiano Alberto Muniz orientador dessa dissertação que, com o seu jeito amigo e profissional, fez das orientações momentos de grandes descobertas. A ele meu eterno reconhecimento.

Às professoras que fazem parte da banca de avaliação deste trabalho, professoras Neuza, Benigna e Erika por suas contribuições tão valiosas.

A minha mãe Juliana, pela perseverança e amor, meu eterno agradecimento e desculpas pelas ausências.

Aos meus filhos, Rafael, Gabriel e Ana Clara, vocês são a alegria de todos os meus dias.

Ao Pedro, meu companheiro de todas as horas, seu amor foi essencial durante esta caminhada.

À amiga Elenice que me cativou ainda mais com o tema desta pesquisa, sugerindo que este trabalho tenha o sentido de descobrir diamantes onde estávamos vendo apenas pedregulhos.

À amiga, Sandra Zita, incentivadora de minha participação no processo seletivo do mestrado.

Aos amigos e amigas que sempre me ajudaram e me incentivaram nesta caminhada, em especial a Lady, Cristiana, Mônica, Miliane, Ângela, Elissandra e Flávia, companheiras de leituras e discussões.

Aos professores da Universidade de Brasília: Renato Hilário, Benigna, Albertina, Erika e Lúcia Rezende por trazerem suas contribuições a este trabalho, enriquecendo-o.

À Roberta, diretora da Escola Classe TQN, que me recebeu como professora e pesquisadora junto ao grupo docente.

Às demais colegas e amigas da Escola Classe TQN pela acolhida e incentivo.

À Ana Luísa e Beatriz por abrirem as suas salas de aula para minha entrada, contribuindo significativamente na construção desta dissertação, constituindo-se também pesquisadoras.

A todos os alunos pesquisadores dos quartos anos de escolaridade que me ensinaram um novo jeito de aprender e fazer matemática.

E aos demais amigos e parentes que acompanharam o nascer deste projeto que contribuíram com suas sugestões e hoje podem vê-lo concretizado.

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo trabalhar os significados dos erros das crianças na práxis pedagógica de matemática nos anos iniciais de escolarização. A investigação busca compreender como o professor percebe o erro e como pode transformá-lo em instrumento de reorganização didática, bem como em fazer o professor buscar continuamente estratégias da sua formação. Esta pesquisa foi desenvolvida numa abordagem qualitativa, com técnicas do tipo etnografia da sala de aula, contando com a participação dos alunos do 4º ano de escolarização, das professoras colaboradoras e da professora pesquisadora durante todo o seu desenvolvimento; foi realizada numa escola pública do Distrito Federal. Esta investigação propõe uma ressignificação dos erros das crianças na aprendizagem matemática, tomando por base de discussão teórica e epistemológica a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, e a questão dos obstáculos epistemológicos, didáticos e ontogenéticos na Educação Matemática, segundo Brousseau que tem como base Bachelard. À luz dessas teorias observamos que os erros das crianças são de variadas naturezas. Na maioria das vezes, os erros apresentados pelas crianças revelam suas hipóteses acerca do conhecimento em processo de construção. A produção escrita e oral das crianças foi fundamental para compreendermos a natureza desses erros. E finalmente, a mediação pedagógica, buscando dar significado para a criança, bem como a inserção de material representacional fizeram com que o erro desaparecesse, e a criança tivesse ferramentas para representar seu raciocínio. Este trabalho abre várias outras possibilidades para dar continuidade à investigação sobre a compreensão do erro da criança na práxis pedagógica de matemática.

Palavras-chave: Erro e aprendizagem. Obstáculos, Mediação dos conhecimentos matemáticos. Teoria dos Campos Conceituais. Registros das crianças.

ABSTRACT

The objective of this research is questioning the meaning of the children's mistake in the pedagogic praxis of mathematics in the first years of school. The investigation tries to understand how teachers realize the mistakes and how they can transform it into an instrument of didactic reorganization of the classroom, as well as ask teachers to look for strategies of their continually academic formation. The research was, having the students' of the 3rd grade participation, with the collaborating teachers and with the researcher-teacher during all its development. It was accomplished at a public school of Distrito Federal. This academic production proposes a new way of reading children's mistakes in the mathematical learning into theoretical and epistemological consideration the Conceptual Field Theory of Gérard Vergnaud, and the subject of the epistemological obstacles, didactic and onto genetics in the Mathematical education, according to Brousseau, which has as base Bachelard. According to these theories, we can observe that children's mistakes are from varied natures. Most of the times, the presented mistakes demonstrate their hypotheses concerning the Knowledge in the process of construction. The written and the children's oral production were fundamental for us to understand the nature of those mistakes. Finally, it is the pedagogical mediation, looking for giving an answer to the child, as well as the insert of representative material, which made mistake disappeared, and the child cold represent his/her thinking. This paper, however, concludes a research, but it opens several other possibilities to continue the investigation on the understanding of the child's mistakes in the pedagogic praxis of mathematics.

Key-Words: Mistake and learning. Obstacles. Mediation of the mathematical knowledge. Conceptual Fields Theory. The children's registration

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 12

CAPÍTULO I - Historicidade e delineamento do objeto de investigação.. 14
1.1 Questões para investigação 20
1.2 Objetivo Geral 20
1.3 Objetivos Específicos.. 21

CAPÍTULO II – Delineando a noção de “erro” neste estudo..................... 22
2.1 Buscando uma etiologia do erro.. 23
2.2 A Matemática e o erro.. 26
2.3 A construção dos conceitos segundo Vergnaud................................. 30

CAPÍTULO III - Trajetória Metodológica.. 33
3.1 Os caminhos metodológicos... 33
3.2 Os sujeitos da pesquisa 36
3.3 A escola e sua proposta metodológica... 39
3.4 Os procedimentos da pesquisa 40
3.5 A sala de aula... 40
3.6 A observação participante.. 41
3.7 O diário de campo.. 41
3.8 A produção do registro de protocolos.. 42
3.9 A construção das categorias.. 42

CAPÍTULO IV – A construção das informações 48
4.1 O erro como Glissement Cognitivo... 49
4.2 O erro a partir da estrutura do número... 52
4.3 O erro de origem ontológica... 54

4.4 O erro de origem epistemológica.. 56
4.5 O erro de origem didática.. 66

CAPÍTULO V - O que aprendemos com os "erros" dos alunos?................ 79
5.1 O registro da criança 79
5.2 A importância de ouvir a criança 82
5.3 A reorganização didática da professora 83
5.4 Analisar os "erros" das crianças pode dar continuidade à formação do professor?.. 90
CONSIDERAÇÕES FINAIS.. 92
REFERÊNCIAS 95
A N E X O S 99

LISTA DE SIGLAS E FIGURAS

SIGLAS

CA – Centro de Alfabetização
C.B.A – Ciclo Básico de Alfabetização
EAPE – Escola de Aperfeiçoamento dos profissionais de Educação
EBREM – Encontro Brasiliense de Educação Matemática
FEDF – Fundação Educacional do Distrito Federal
PCN's – Parâmetros Curriculares Nacionais
PIE – Pedagogia para Professores em Exercício no Início de Escolarização
SEEDF- Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal
TCC – Teoria dos Campos Conceituais
UnB – Universidade de Brasília
UniCEUB – Centro Universitário de Brasília
ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

FIGURAS

2.1: Quadro síntese do referencial teórico desta pesquisa/23
2.2: Problema retirado da tese de doutorado/29
3.1: Problema resolvido por Jeane, na avaliação do 1º bimestre/44
3.2: Transcrição da produção de Pedro/44
3.3: Resolução de operação realizada por Daniela na prova do 1º bimestre/45
3.4: Resolução de problema realizado por Lúcio na prova do 3º bimestre/46
3.5: Resolução de problema realizado por João na prova do 1º bimestre/47
3.6: Registro da resolução de problema da aluna Ellen/47
4.1: Problema resolvido por Jeane na avaliação do 1º bimestre/50
4.2: Interpretação da operação realizada por Jeane/50
4.3: Resolução de Rafael para o problema proposto/51
4.4: Descrição por etapas da resolução de Rafael para o problema/52
4.5: Operação realizada por Pedro em sala de aula/53
4.6: Descrição da operação realizada por Pedro/54
4.7: Registro da operação realizada por Daniela/55
4.8: Transcrição da produção de Gabriel feita pela pesquisadora/57
4.9: Transcrição da produção da criança / Descrição da resolução/57
4.10: Transcrição da produção de Gabriel pela pesquisadora/58
4.11: Tarefa realizada por Gabriel, recoberta de caneta pela pesquisadora, e a lápis, a correção do aluno através de mediação/59
4.12: Descrição da produção realizada por Gabriel/60
4.13: Descrição dos procedimentos seguidos por Gabriel/60
4.14: Transcrição das operações realizadas por Layane/61
4.15: Problema criado por um grupo de alunas da 3ª série/61
4.16: Transcrição da produção de Layane feita pela pesquisadora/62
4.17: Transcrição da operação realizada por Layane/62
4.18: Problema proposto pela pesquisadora para realizar a mediação junto à Layane/63
4.19: Resolução de Layane para a primeira questão do problema/63
4.20: Registro feito pela pesquisadora da operação a ser realizada por Layane/64
4.21: Registro pictórico de Layane, resolvendo 20 menos13 /64
4.22: Registro pictórico de Layane, retirando 83 centavos de um real/65
4.23: Registro pictórico de Layane, respondendo ao problema proposto/65
4.24: Resposta ao problema proposto por meio de frase/65
4.25: Algoritmo registrado pela pesquisadora dos procedimentos realizados pela aluna /66
4.26: Questão elaborada pela professora colaboradora/67
4.27: Tentativas de resolução da questão apresentada/67
4.28: Questão apresentada como desafio para as crianças/68
4.29: Quadro apresentando às tentativas das crianças para resolverem o desafio proposto/68
4.30: Registro de André para a questão solicitada/69
4.31: Registro de João para a questão apresentada/69
4.32: Registro de André após receber a correção da professora/70
4.33: Resolução de Jeane para o problema proposto na avaliação/70
4.34: Quadro descritivo da operação realizada por Jeane/71
4.35: Transcrição da produção da criança/73
4.36: Foto demonstrativa do material utilizado pela criança para resolver a questão/75

4.37: Algoritmo registrado pela pesquisadora após intervenção com material/76
4.38: Procedimentos realizados por Layane para resolver a operação solicitada/77
5.1: Registro pictórico de Layane resolvendo o problema proposto/82
5.2: Quadro com as transcrições dos algoritmos apresentados pelas crianças/85
5.3: Transcrição do Algoritmo de Bruno/86
5.4: Descrição dos procedimentos realizados por Pablo/86
5.5: Transcrição dos algoritmos realizados por Pablo para resolver o desafio proposto/86
5.6: Transcrição do algoritmo apresentado por Rafael/87
5.7: Transcrição do diálogo realizado pela professora colaboradora e o aluno Rafael/87
5.8: Transcrição do algoritmo apresentado por Marina/87
5.9:Quadro descritivo das etapas realizadas por Ana Clara para resolver o desafio/88
6.1: Resolução de problema realizado por Anabele/95

Os meus errinhos

Pedro Bandeira (2002)

Está bem, eu confesso que errei.
Eu errei, está bem, me dê zero!
Me dê bronca, castigo, conselho.
Mas eu tenho o direito de errar.

Só o que eu peço é que saibam
Que eu necessito errar.
Se eu não errar vez por outra,
Como é que eu vou aprender?
Como se faz para acertar?

Pais, professores, adultos...
Também já erram à vontade,

Já fizeram sujeira e borrão.
Ou vai dizer que a borracha
Surgiu nesta geração?

Vocês, que errando aprenderam,
Ouçam o que eu tenho a falar:
Se até hoje cometem seus erros,
Só as crianças não podem errar?

Concordem, eu estou aprendendo.
Comparem meus erros com os seus.
Se já cometeram seus erros,
Deixem-me agora com os meus!

INTRODUÇÃO

Concebemos a educação como um produto cultural constituído nas relações do homem com o mundo. A Matemática em nossas escolas, na maioria das vezes, trouxe uma significação negativa para as crianças.

Hoje, muitos autores como Nunes e Bryant (1997), Kammi (2003) e Muniz (2001) vêm trazer uma reflexão para o campo da Educação Matemática que visa entender a escola como um espaço de significação, compreensão e elaboração de conhecimentos matemáticos, buscando instrumentalizar o aprendiz para o enfrentamento dos problemas vividos em seu cotidiano.

As experiências profissionais com os anos iniciais de escolarização fizeram-me buscar um novo olhar para os erros das crianças tanto na aprendizagem da língua materna, como também na construção dos conhecimentos matemáticos.

Realizamos, nesta pesquisa levada a efeito numa escola pública de Brasília, com crianças do 4º ano de escolaridade, uma investigação sobre o erro da criança na produção matemática. Esta pesquisa teve como objetivo desocultar o significado negativo que nós professores temos em relação ao erro da criança, buscando ressignificá-lo como instrumento de compreensão do aluno acerca do tema estudado, como também utilizá-lo como uma ferramenta de formação do professor. Alcançar este propósito não é tarefa fácil, esta produção representa uma parte dessa trajetória não conclusiva, abrindo outras portas para continuarmos essa reflexão.

Pinto (1999) diz-nos que o professor necessita buscar uma nova prática como ponto de partida para refletir sobre seu fazer pedagógico. Neste sentido, o erro ganha um novo estatuto na concepção do professor, pois este não representará o *não saber* da criança, mas suas hipóteses e conjecturas sobre suas aprendizagens. "O erro apresenta-se como uma estratégia didática valiosa para o docente praticar uma avaliação formativa" (p. 48). E neste contexto, o professor assume um novo papel: "de gestor da aprendizagem do aluno conhecendo com maior clareza os processos e construindo melhores registros de seus percursos na aprendizagem" (p. 49).

Na tentativa de avançar no estudo sobre os significados do erro na práxis pedagógica da matemática nos anos iniciais, este trabalho propõe uma releitura do erro no processo de ensino aprendizagem pautado na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1996) e também nas discussões de Brousseau (1986) de obstáculos epistemológico, didático e ontológico, princípios propostos na Teoria das Situações Didáticas.

A delimitação do objeto de investigação parte das minhas experiências profissionais além das vivências como aluna num processo de descoberta de um novo sentido para o erro. A historicidade do objeto de investigação e os objetivos da pesquisa encontram-se na primeira seção deste trabalho.

Em seguida, desenvolvemos uma reflexão teórica sobre a etiologia do erro, trazendo um pouco de reflexão filosófica da teoria do conhecimento. Depois apresentamos uma discussão epistemológica sobre a matemática e as origens do erro e como se dá a construção de conceitos segundo Vergnaud.

A linha metodológica da pesquisa é descrita na terceira seção deste trabalho e contempla em linhas gerais, a concepção de pesquisa adotada, a caracterização dos participantes, as professoras e as turmas escolhidas para a pesquisa. Descreve também os procedimentos desenvolvidos para alcançar os resultados previamente estabelecidos.

A construção das informações acontece a partir da análise dos protocolos das crianças. Nesse espaço, dedicamo-nos a descrever as produções das crianças e analisá-las a partir do referencial teórico definido neste trabalho.

Na seção cinco desta dissertação, apresentamos o que aprendemos com esta pesquisa que tem como foco o erro da criança, a reorganização didática a partir desse erro e como transformar essa reorganização didática e a releitura do erro da criança em estratégia de formação continuada.

Nas considerações finais, deixamos nuances dos nossos sentimentos com a finalização desta pesquisa, aliados à consciência de que espaços se abrem para continuarmos a refletir sobre o tema aqui proposto.

1- Historicidade e delineamento do objeto de pesquisa

> "Os espaços e os fios podem ser os mesmos, até os pontos e o jeito de pegar na agulha, o porquê do bordado faz diferença" (FONTANA, 2003, p. 143).

A contextualização do objeto de pesquisa inicia-se retomando alguns fatos vivenciados em minha trajetória de formação inicial e continuada como professora. Algo muito forte em nosso imaginário como professor, o fato de que como professor não se pode errar, somos os "seres" que sabemos "tudo", essa questão, ainda hoje, é muito presente na concepção do ser professor em nossa sociedade.

No curso de magistério concluído em 1982, a vivência do estágio confirmava ainda mais esta questão. O professor era aquele que detinha o saber e às crianças cabiam os papéis de ouvir, prestar bastante atenção para que, no exercício, reproduzissem as respostas corretas, conforme o estudado. Aprender significava memorizar os conteúdos e devolvê-los na prova.

Ao ingressar, em 1983, na então, Fundação Educacional do Distrito Federal – FEDF, hoje incorporada à Secretaria de Estado da Educação, deparei-me com a realidade do ser professor. Uma diversidade de problemas existentes no interior da sala de aula fazia com que eu me sentisse sem nenhuma formação teórica que pudesse fundamentar a minha ação pedagógica em sala de aula. Não me dei conta daquele espaço social, onde cada criança traz consigo uma diversidade de saberes, culturas, e significados. E, ao sair do espaço da sala de aula, buscava caminhos e respostas, mas me sentia cega diante daqueles problemas.

Nesse mesmo ano, ingressei na Faculdade para fazer o curso de Pedagogia com habilitação em alfabetização, e o conflito aumenta ainda mais, pois grande parte dos livros solicitados eram os que eu já havia estudado no curso de magistério. Começo então a buscar cursos de aperfeiçoamento na própria Secretaria de Educação. Nessa busca de respostas para dar conta dos problemas de sala de aula tive a oportunidade de trabalhar, a partir de 1985, na Escola de Demonstração de Ceilândia, que posteriormente se denominaria Centro de Alfabetização (CA). Nesse período em que trabalhei na escola de demonstração, a tarefa do professor era apenas repassar os pacotes pedagógicos que vinham da instância superior. Recebia as aulas de demonstração já prontas para serem executadas aos professores observadores. Estes por sua vez questionavam a impossibilidade de realizar aquele planejamento com seus alunos, visto que suas condições de trabalho eram completamente diferentes da Escola de Demonstração, pois nesta trabalhávamos com uma turma e tínhamos 20 horas de coordenação por semana, enquanto as outras escolas trabalhavam com duas turmas e apenas 8 horas de coordenação semanal. Nesse período, na Escola de Demonstração pude me preocupar com o como ensinar, pois havia tempo para preparação das aulas e a correção das tarefas dos alunos. Mas outras inquietações me ocorriam, o fato de não conseguir sucesso na aprendizagem de uma parte considerável da turma, vale destacar que uma parte dos problemas que eu considerava estava sendo atendido como: preparação das aulas, correção das tarefas, aulas de reforço.

Neste período, vivíamos um contexto político que levava o povo às ruas buscando participação nas diversas instâncias de decisões. E, na educação, os professores buscavam uma reflexão conjunta delineando uma nova proposta pedagógica com base no princípio da participação e da garantia de acesso do aluno à escola e sucesso na aprendizagem. Tais propostas culminaram com a implantação do Ciclo Básico de Alfabetização – CBA, entre outras propostas implantadas, e também com a transformação das Escolas de Demonstração em Centros de Alfabetização (CAs). Trabalhar no CA possibilitou a construção de outro espaço para a sala de aula, bem como para a coordenação pedagógica. A sala de aula passa a ser vista como um laboratório de aprendizagem para alunos e professores, e a coordenação pedagógica, como espaço de estudo e construções didáticas e isso só era possível porque tínhamos tempo disponível para planejar e estudar, e ainda, uma proposta política e pedagógica que acreditava na formação do professor. Aos CAs cabia o papel de disseminar as novas práticas de alfabetização. Nesse momento, a entidade responsável pela educação pública no Distrito Federal – FEDF - promove cursos, trazendo experiências de vanguarda na alfabetização, ou seja, buscava proporcionar um arcabouço teórico aos profissionais dos CAs, pois estes seriam irradiadores da nova proposta.

Participar dessas discussões foi fundamental para a mudança de visão sobre o processo de ensino-aprendizagem. Este processo eu enxergava como uma via de mão única: preocupava-me apenas com o como ensinar, trabalhava obedecendo à lógica seqüencial dos conteúdos. Diante da nova proposta, com os estudos que estavam sendo promovidos pela Escola de Aperfeiçoamento dos Profissionais de Educação – EAPE, com cursos sobre alfabetização numa perspectiva construtivista e um novo currículo de matemática em parceria com a Universidade de Brasília (UnB), começo a redimensionar a prática pedagógica deslocando o meu olhar para o como a criança aprende. Como as coisas não mudam do dia para a noite, Fontana (2003, p. 143) resume bem o que sentia naquele momento: “Os espaços e os fios podem ser os mesmos, até os pontos e o jeito de pegar na agulha, o porquê do bordado faz diferença”.

Nestes espaços de reflexões, começo a perceber de forma mais sensível as respostas tanto orais quanto escritas dos meus alunos, e mais do que isso, procurar, junto à criança descobrir como chegou àquela resposta, àquela a qual eu estava considerando como errada, principalmente em matemática, que só poderia existir uma resposta certa conforme minhas bases pedagógicas naquele momento.

Em 1986, ainda no Centro de Alfabetização, uma atividade que marcou minha memória foi a introdução da subtração à turma de 1ª série. Momento em que junto com as crianças, coletamos tampinhas de garrafa a recobrimos com papel laminado e colocamos na caixinha de sapato para trabalhar com o material. Criei situações-problema para serem resolvidas com o auxílio das tampinhas. Trabalhamos oralmente, e as crianças demonstraram grande compreensão da idéia da subtração. Então, passei para a etapa seguinte que seria o registro formal da subtração. Distribuí a folha mimeografada para as crianças, e estas resolveram a tarefa solicitada. Apenas uma criança não chegou a resposta "certa". Então chamei a criança para que me explicasse como havia chegado àquelas respostas. Tamanha foi a surpresa, quando esse aluno verbalizou tal qual eu havia trabalhado com o material concreto. Exemplo da atividade desenvolvida pela criança:

6-2= __**6**___ 8-3=__**8**___ 7-4=__**7**___

E a criança verbalizou: "***eu tenho 6, tiro o 2 e, neste momento, ele risca com o lápis o numeral 2 para certificar-se de que somente ficava o numeral 6 e aponta o 6 após a igualdade indicando que sua resposta estava correta. O aluno repetiu com as outras operações, confirmando sua hipótese."***

Neste momento, percebo claramente que o pensamento da criança apoiava-se em certa lógica. Este episódio foi um dos que mais me marcou e mais me sensibilizou para buscar compreender ***o "erro" da criança como uma grande preciosidade para o professor refletir sobre a prática docente***. Essa experiência levou-me a perceber que a mediação ali estabelecida não alcançara a compreensão daquela criança e eu, como educadora, necessitava compreender o que faltara para efetivação da aprendizagem. E mais do que isso, via claramente o quanto a criança estava pensando sobre o conteúdo trabalhado. Com essas indagações comecei a encontrar novos significados nas respostas das crianças. Isso provocou lembranças da minha vida escolar até então esquecidas, onde, muitas vezes, respondia do meu jeito, considerando que estava realizando da forma correta e quando recebia a tarefa de volta me frustrava, pois não estava como o exigido pela professora. Hoffmann (1995) considera que "a forma de correção do professor sugere desde cedo ao aluno que ele deve agir no sentido de contentar ao professor" (p. 70). Assim, as respostas das crianças são muito mais para atender às expectativas do professor do que para expressar sua compreensão sobre determinado tema. Neste sentido, Grossi (1997) nos aponta indícios para compreender a lógica de resposta da criança.

> Desconsiderar o “erro” da criança nas suas intervenções didáticas leva o aluno a sentir-se perdido sem suporte para o raciocínio, portanto o professor deve acolher esse “erro” e compreendê-lo como descobertas parciais e limitadas do aluno ofertando ao professor a ferramenta necessária para a construção da intervenção didática (GROSSI, 1997, p. 20).

O tratamento do erro, realizado pelo professor em sua prática escolar, traz culturalmente uma visão culposa em que o aluno deve ser “castigado” para não desviar-se da direção correta da aprendizagem (Luckesi, 2000, p. 48). Diante dessa concepção, o professor utiliza-se de treinos, exercícios de fixação para que o aluno manifeste sua aprendizagem de forma correta. Lembro-me de quantas vezes, ao estudar para as provas, o meu objetivo não era aprender e sim decorar a maneira que, para a professora, era considerado correto. Na matemática da minha 3ª série, a professora solicitava uma atividade de composição e decomposição dos números, e eu não compreendia o enunciado, então buscava decorar o que era preciso fazer para resolver a questão. Este exemplo demonstra bem o meu sentimento: “*Se estivesse escrito decomponha os numerais, no enunciado, eu teria que escrever como resposta, para 248, 2 centenas 4 dezenas e 8 unidades sem compreender o que realmente eu estava fazendo, apenas reproduzia palavras e seqüências sem significado”.* Somente no curso magistério, em nível de 2º grau, naquela época, o curso normal, é que me dei conta e compreendi esta atividade. E isso acontecia com muitos outros conteúdos trabalhados não só em matemática, mas também em outras disciplinas.

A literatura a respeito do tema “avaliação” tem mostrado grande preocupação com o caráter excludente desse processo. A avaliação no contexto escolar tem reproduzido a pedagogia do “não”, uma vez que as crianças, quando não respondem conforme o padrão exigido pelo professor, recebem errado como correção da sua tarefa. Este “erro” não tem somente este significado, ele se concretiza numa exclusão escolar e esta em uma exclusão social, visto que a prática avaliativa tem denunciado de forma contundente a exclusão dos filhos da classe trabalhadora das escolas através dos altos índices de evasão e repetência. As palavras de Freitas confirmam tal caráter:

> A avaliação não é apenas mais um ato pedagógico destinado a diagnosticar o desempenho do aluno e corrigir os rumos da aprendizagem em direção aos objetivos instrucionais propostos pelas disciplinas escolares. Ela reúne um conjunto de práticas que legitima a exclusão da classe trabalhadora da escola e está estreitamente articulada com a organização global do trabalho escolar (2005, p. 254).

Assim, a avaliação necessita ser assumida como uma prática de superação da *não aprendizagem* gerando aos olhos do professor instrumentos para a promoção do saber. Nessa perspectiva, o erro do aluno não denunciará o seu *não saber,* mas promoverá elementos significativos ao professor e aluno no sentido de compreender as hipóteses preliminares do conhecimento em estudo como nos ressalta Pinto (2000) “[...] o erro é um conhecimento; ele nos mostra o caminho do acerto que já está ali implícito. O erro apresenta-se como uma pista para o professor organizar a aprendizagem do aluno” (p.12).

Foi nessa perspectiva que me propus a compreender mais sobre os erros das crianças. Buscando um diferente sentido e a construção de um novo olhar para o erro dos alunos principalmente porque, em nosso ambiente social, os erros nos ajudam a crescer e nos fortalecer em experiências de vida, e, no contexto escolar, o erro é sinônimo de fracasso e insucesso, portanto deve ser evitado. Com este propósito encontram-se outros pesquisadores (Kamii, 2005, Muniz, 2004) imbuídos em transformar o erro em estratégias valiosas para a promoção da aprendizagem.

Muniz (2004), ao analisar as produções matemáticas das crianças, ressalta a importância que tem o professor de melhor compreender as produções dos seus alunos principalmente daqueles que são denominados de “aluno com dificuldade de aprendizagem”. Esta criança em sua estratégia de resolução da atividade pode estar revelando um jeito diferente daquele escolhido pela escola e, portanto, apenas descartamos a sua produção sem dar-lhes a devida mediação ou intervenção didática.

Muniz (2004) apresenta o caso de Phelipe que é birrepetente da 3ª série e já se denomina o “IDIO” da turma. “O mesmo não consegue aprender a multiplicação”. Sua produção escrita, seu algoritmo confirma para a professora que o aluno não sabe multiplicação. Ao ser questionado por Muniz, Phelipe revela a compreensão da multiplicação, explicando o seu procedimento e registro.

x 4	***6***+***2***= 8
1628	logo
	188

Diante do esquema de pensamento de Phelipe, percebemos o quanto ele está produzindo e pensando matematicamente. E então podemos afirmar que Phelipe não sabe multiplicar?

Muniz (2004) reafirma a importância de compreendermos o algoritmo produzido pelo aluno no processo de resolução de problemas matemáticos ressaltando a necessidade desse foco de pesquisa.

> Considerar o algoritmo enquanto esquema, ou seja, como uma seqüência finita de ações psicológicas voltadas à realização de um objetivo, possibilita conceber a produção do algoritmo, sobretudo aquele categorizado como alternativo como fragmento do pensamento matemático do sujeito, mas não sendo ele próprio a estrutura por seu completo. Por conseqüência, a investigação do pensamento matemático, via algoritmo registrado, tem exigido que se considere que tal produção pode ***revelar o processo de pensamento da criança e requerer do pesquisador um trabalho de interpretação e dedução que garanta a produção de hipótese acerca do processo do qual o algoritmo é "pano de fundo".*** A análise destes esquemas é um espaço importante de compreensão da atividade matemática realizada pela criança nas séries iniciais" (MUNIZ, 2004, p.43).Grifo da pesquisadora.

Assim, estar em sala de aula com a postura de investigação deveria ser elemento do conjunto de competências do professor pesquisador, nos fazendo perceber quantas sutilezas estão impregnadas no ambiente escolar. As histórias de vida das crianças, a da professora que já carrega uma história dos bancos escolares recheados de concepções de ensino e de aprendizagem também ajudam a constituir a profissão de professor. As relações existentes no contexto escolar são difíceis de serem ultrapassadas porque são práticas cristalizadas, que já são consideradas naturais aos olhos de professores, coordenadores, alunos e pais, que necessitam serem pesquisadas com mais atenção.

1.1- Questões de investigação

Diante do contexto acima explicitado, fez-se necessário aprofundar de forma mais sistemática o significado do erro na práxis pedagógica de matemática, pois o fazer matemático das crianças está enclausurado na medida em que estas não conseguem expressar seus procedimentos de raciocínio fora dos algoritmos formais. E o educador precisa levar em conta que as respostas das crianças, certas ou erradas têm um por quê. E nesse novo espaço de reflexão, a perspectiva de estar no mestrado abriu uma possibilidade concreta de buscar um conhecimento mais fundamentado sobre tal problemática, buscando compreender, de forma mais aprofundada, os aspectos intrínsecos sobre o erro da criança e como o professor lida com essa questão.

Assim, é indispensável investigar e conhecer mais sobre o significado do erro no contexto escolar. Portanto, o objeto desta pesquisa se delineou em torno do erro da criança como um instrumento de reflexão e de formação continuada do professor. Nesse sentido, a pesquisadora se viu instigada a buscar caminhos para responder a estas questões:

- **Em que consiste o "erro" do aluno?**
- **Como se pode utilizar o "erro" do aluno na organização do trabalho pedagógico no processo de construção do conhecimento matemático?**
- **Como transformar o "erro" do aluno na práxis pedagógica de matemática, num caminho de formação do professor?**

1.2- Objetivo geral:

- Analisar o erro da criança na aprendizagem matemática, como possível instrumento de formação continuada.

1.3- Objetivos específicos:

- Descrever a natureza do erro do aluno.

- Identificar e analisar as possibilidades de transformar o erro no processo de pesquisa de (re) educação matemática numa estratégia de organização do trabalho pedagógico.
- Identificar e analisar os elementos ou indícios em que o erro da criança na aprendizagem matemática contribui para a formação continuada do professor.

Finalizando esta primeira parte em que fazemos a contextualização do problema e apresentamos o objeto, as questões e objetivos desta pesquisa, passamos, então, para uma próxima etapa que é o capítulo do referencial teórico, tentando constituir uma lente para análise das informações. Nesse sentido, buscamos nesta pesquisa dialogar com Brousseau (1986) sobre a origem dos erros e com Vergnaud (1996) sobre a formação dos conceitos matemáticos.

2. Delineando a noção de "erro" neste estudo

> Os erros são complexos: eles não têm jamais uma única causa. Eles colocam em jogo numerosos parâmetros. (Stella Baruk apud Pinto 2000, p. 27).

A construção do referencial teórico desta pesquisa iniciou-se com uma busca do que é o erro na Filosofia. Por que na Filosofia? Um questionamento feito por uma aluna do curso de Pedagogia para Início de Escolarização (PIE) me fez perceber que esse tema surgiu muito antes da minha trajetória profissional.

O tema desta pesquisa surge no caminhar da minha história de vida. Filha de lavradores da terra, que não aprenderam a leitura das "letras", meus pais prezavam muito o acordo verbal, pois as palavras têm significados fortes nos acordos firmados.

Nesse contexto em que nasci e cresci, não se relativizam as concepções de vida. No espaço interiorano onde nasci, os mais velhos têm sabedoria de vida e os mais novos aprendem com os exemplos. Portanto essa busca pela "verdade", pela honra da palavra sempre foi imprescindível na minha constituição histórica.

Como filha mais velha, ser exemplo para as demais irmãs constituía meu ser. Dessa forma, não podia errar, ser um contra-exemplo para as minhas irmãs como também para a família. Hoje, percebo que deixei de buscar e experimentar tantas outras aprendizagens por medo de errar.

Quando entrei na escola, esta questão do erro ainda se enfatiza diante da proposta tradicional de avaliação, onde o erro denuncia o não saber do aluno. O medo de errar, presente em meu contexto de vida familiar, fica ainda mais forte tanto com os reforços dos valores trazidos da vida no interior como da cultura do erro no espaço escolar. Meu transcurso de aprendizado foi marcado pela capacidade de memorização, reprodução de modelos e premiação aos alunos destaques. Seguindo os modelos apresentados pela escola me saía bem, mas quando procurava seguir outros raciocínios encontrava um “xis” como representação que indicava ‘erro’. Assim como aluna aplicada e filha-exemplo deveria seguir tal trajetória.

Penso que desse contexto histórico de vida é que surgiu a necessidade de buscar na Filosofia parte desse referencial teórico. Então, vou à teoria epistemológica porque a busca da verdade já traz de forma inerente a existência do erro ao processo de construção do conhecimento. A história da humanidade mostra-nos que a mesma caminha em busca do conhecimento. E, na história das ciências, essas necessitaram contrariar critérios e valores julgados e estabelecidos aprioristicamente como válidos, como verdade. Nesse intuito os pensadores começaram a criar caminhos que permitissem a busca do conhecimento, da verdade.

2.1 Buscando uma etiologia do erro

CONTEXTO SOCIAL

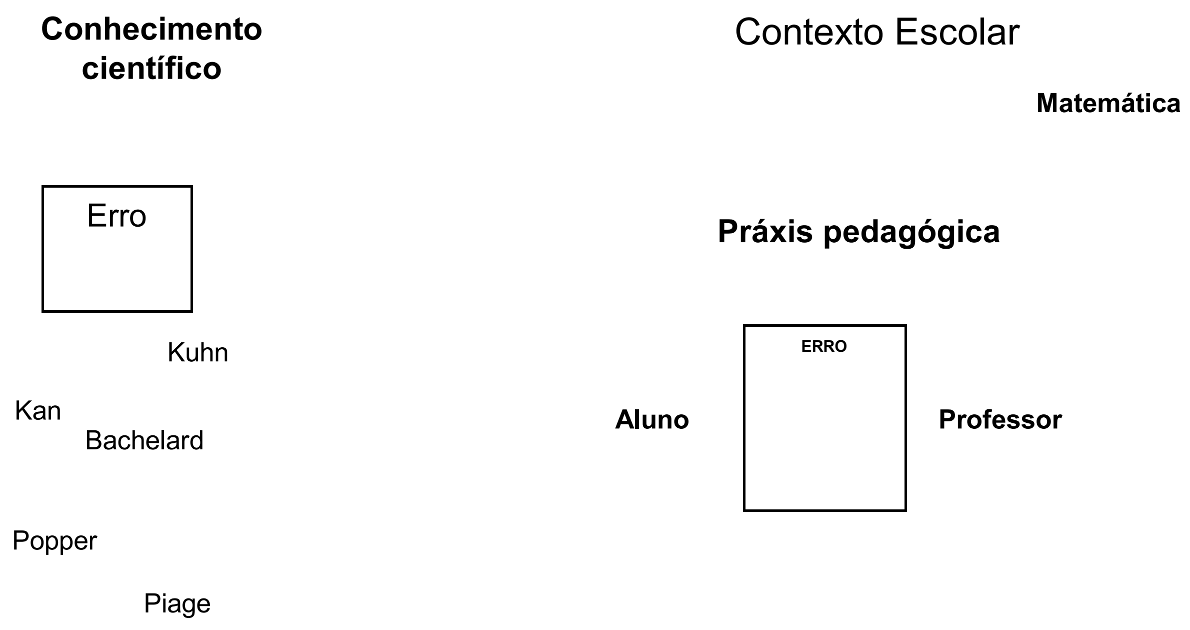


Figura 2.1: Quadro síntese do referencial teórico desta pesquisa

Esse quadro sintetiza um pouco a caminhada na construção desse referencial teórico. Partimos do contexto histórico e social e vamos a Teoria do Conhecimento buscar uma fundamentação, tentando desconstruir essa visão preconceituosa do erro. Em contrapartida ao erro, seguimos em busca da “verdade” que em nossa sociedade é vista através do conhecimento científico. Nessa direção, percebemos que a trajetória da construção do conhecimento científico não aconteceu de forma harmoniosa. Essa construção foi fruto de ideologias que predominavam naquele período e, portanto, não existe uma “verdade” tão clara como enxergamos em nossas concepções de vida. Existem opções que precisam ser claras para serem feitas e analisadas em nossos contextos de vida.

Após esta caminhada na Teoria do Conhecimento buscamos uma fundamentação do erro no contexto escolar, na práxis pedagógica do ensino da Matemática, chegando à análise dos protocolos das crianças. Entendendo protocolo como o registro e o desvelamento tanto do registro como dos procedimentos do aluno no desenvolvimento da atividade solicitada.

Nesse sentido, perpassamos rapidamente algumas teorias para compreender a visão de erro e de verdade em nosso contexto histórico de construção do conhecimento.

Chauí (1996) resume claramente as duas correntes filosóficas, o empirismo e o racionalismo. Os empiristas, Aristóteles e Locke se apoiavam no conhecimento sensível. Eles acreditavam que o conhecimento se realizava por graus começando pela sensação até chegar ao pensamento formal. Já os racionalistas, Platão e Descartes questionavam o conhecimento sensível. Eles buscavam a verdade no intelecto (p.117).

Kant (1991), filósofo posterior ao renascimento europeu, critica essas correntes: o racionalismo e o empirismo. Do empirismo, ele tomou a experiência como fundamento da gênese do saber, porque para ele todo conhecimento parte da experiência. E do racionalismo, tomou as condições a priori, universalidade e necessidade, como base da construção do conhecimento porque a ciência, apesar de partir da experiência deve tornar-se independente dela. A filosofia kantiana foi uma tentativa de considerar de forma equilibrada a constituição do conhecimento: o intuitivo e o lógico.

Para Kant, o erro e a falsidade ocorrem quando o conceito ou a significação encontra-se fora do sujeito, porque para ele o conhecimento é uma elaboração própria do sujeito.

Popper (1982) é outro filósofo crítico da teoria científica. Ele inicia seu livro *Conjecturas e refutações* discutindo as origens do conhecimento. Apresenta uma velha disputa entre o empirismo e o racionalismo. A não aceitação da indução como mecanismo de justificação científica leva Popper à proposta da falseabilidade.

Para ele, a ciência progride por meio de antecipações, palpites, tentativas e conjecturas. Assim, ele nos propõe que possamos aprender com os erros que cometemos.

Thomas Kuhn (1997) busca seus princípios teóricos na história das ciências. Em seus estudos ele observa que, geralmente, uma teoria vai ganhando terreno, se consolidando na medida em que esta vai ganhando adeptos ao seu núcleo de pesquisa. Para Kuhn as transformações de paradigmas são transformações que geram novas possibilidades de pesquisas, de problemas frente ao padrão usual do desenvolvimento científico. Essas transformações vão ganhando força com novos cientistas definindo um novo campo de estudo. Kuhn denomina esses momentos de transformações de “revolução científica”.

A epistemologia de Bachelard (1996) ultrapassa a filosofia “oficial” da ciência de sua época. Para ele, nem o empirismo, nem o racionalismo estão em condições de dar conta da prática científica. Ele considera o erro fundamental na constituição do conhecimento. Assim, o conhecimento científico não avança sem os erros. As sucessivas contradições é que alavancam o conhecimento científico. O conhecimento não avança sem os erros. Esta consideração é basilar no desenvolvimento deste estudo.

As sucessivas contradições, ele as chama de rupturas epistemológicas. Rupturas estas que se localizam nas opiniões, nos preconceitos, ou seja, toda idéia que impede ou bloqueia outras idéias, como hábitos cristalizados e teorias consideradas como dogmas são consideradas como *obstáculos epistemológicos*. Dessa forma, a noção de obstáculo epistemológico é de fundamental importância para o desenvolvimento das pesquisas na nova ciência proposta pelo autor. Assim, é na superação desses obstáculos que reside o sucesso da pesquisa.

Tanto na Filosofia quanto na Epistemologia Genética, Piaget (1975) foi um dos precursores do estudo sobre o desenvolvimento da inteligência. Toda a sua pesquisa é fruto de suas preocupações sobre a “gênese do saber”. Ele busca a concepção de sujeito cognoscente na doutrina kantiana em que não existe um mundo independente do sujeito, o que existe, só existe em relação ao que o sujeito capta. Nesse sentido, a criança constrói seus conhecimentos, e essa construção não é devida unicamente à experiência. Piaget compreende a ação como uma fonte de conhecimento e que toda a ação comporta uma lógica. A inteligência progride por construções em diferentes níveis e essas construções das estruturas cognitivas implicam um início de construtivismo. Desse modo, a teoria de Piaget se impõe como um estudo profundo sobre o conhecimento humano.

Piaget, ao analisar a atitude moral da criança, percebe que a criança pequena não consegue discernir o erro da mentira. Nesse estudo, Piaget estabelece um paralelismo entre os desenvolvimentos moral e intelectual. Ele afirma que existe um parentesco entre as normas morais e as normas lógicas. “A lógica é uma moral do pensamento, como a moral é uma lógica da ação” (PIAGET, 1977, 344).

Percorrendo essa trajetória na teoria do conhecimento, podemos compreender que a verdade é histórica, visto que, conforme cada sociedade e cada época, tem-se conceitos diferenciados de ***verdade***, o mesmo ocorrendo com a concepção de ***erro.*** Nessa perspectiva, passamos a buscar o referencial teórico em relação ao erro e ao ensino da Matemática, uma vez que é uma dos principais objetos dessa pesquisa.

2.2 A Matemática e o erro

Ao longo da história em nossas escolas, a matemática sempre foi uma disciplina ameaçadora, assustadora pela forma como sempre foi tratada pedagógica e politicamente, levando a idéia de que essa disciplina oferece mais obstáculos do que outras disciplinas. Assim, percebemos que o ensino da matemática carrega um estigma que vai sendo passado para as crianças de que essa é muito difícil e que só os “inteligentes” aprendem. Alguns estudos sobre a representação social dos professores de matemática têm demonstrado e confirmado essa carga negativa atribuída ao ensino da matemática.

No contexto de ensino e de aprendizagem, a matemática geralmente é concebida como uma disciplina que “segue um rigor axiomático e metodológico que é tido como uma das características do saber matemático, e dessa forma o professor de matemática normalmente é também rigoroso na condução da relação pedagógica com seus alunos”. (PAIS, 2001, p. 38). Portanto o fazer do professor deve ser o de seguir as regras estabelecidas no processo de ensino, para chegar à resposta esperada. Na maioria das vezes, reproduzimos procedimentos que não entendemos, mas que nos levam à resposta desejada pelo professor. Recordamos de quantas vezes treinávamos as resoluções das expressões numéricas, equações, sem compreender o porquê, mas sabendo que para tirar uma nota “boa” deveria seguir todos os passos ensinados para chegar à resposta esperada. Nesse sentido, o fazer do aluno estava voltado para realizar a tarefa conforme o padrão do professor, do pai, ou do adulto que o conduz na aprendizagem. Pais (2001, p. 38) relembra-nos que o rigor e a regularidade do fazer matemático só existem na fase final de formulação do texto matemático e que na fase inicial da aprendizagem matemática há intensos conflitos para compreender os conceitos a serem apreendidos.

Kamii (2005, p. 40) também documenta em suas reflexões o quanto esta prática de seguir os algoritmos é prejudicial, pois seguir essas regras, esses algoritmos formais, faz com que as crianças desistam de pensar. Esta prática não é só do ensino da matemática, mas está presente em muitas disciplinas em nossas escolas.

Guy Brousseau, citado por Pinto (2000), baseando-se nas idéias bachelardianas, introduz uma reflexão sobre o obstáculo epistemológico em matemática, com o objetivo de construir um outro olhar sobre o erro dos alunos no processo de aprendizagem dessa ciência. Pinto (2000) apresenta-nos através de Brousseau que o estatuto do erro pode ser modificado nas aprendizagens matemáticas.

> O erro e o fracasso não têm o papel simplificado que queremos lhes dar. O erro não é somente conseqüência da ignorância, da incerteza ou do acaso, como supõe as teorias empiristas ou behavioristas de aprendizagem: o erro é o resultado de um conhecimento anterior, que teve seu interesse e seu sucesso, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são práticas errôneas e imprevisíveis: eles são constituídos de obstáculos. Assim, tanto na prática do professor como na do aluno, o erro é constitutivo do conhecimento adquirido. (Brousseau 1976, p.249 apud Pinto, 2000 p.52-53).

Com base nos pressupostos bachelardianos, podemos afirmar que o erro é uma manifestação espontânea da concepção do sujeito num determinado contexto. Nesse sentido, Brousseau nos apresenta três origens fundamentais para os obstáculos presentes no ensino da matemática, considerando que o erro tem papel fundante na aprendizagem (Pinto, 2000, p. 51): A origem ontogenética, a origem didática e a origem epistemológica.

A **origem ontogenética**: são aqueles erros relacionados às capacidades cognitivas, onde ainda faltam para as crianças elementos para compreender o conceito estudado. São os erros que dizem respeito ao desenvolvimento da criança. Por exemplo, quando a criança acredita que ½ é menor que 1/5, porque, para ela, o dois é menor que o cinco.

Baseando-se nos pressupostos Piagetianos, de que o sujeito cognoscente passa por fases transitórias nas quais busca em seus conhecimentos anteriores suporte para resolver a situação ali envolvida e quando não encontra tais suportes entra em desequilíbrio, dando um movimento dinâmico ao ato de aprender, este buscará a superação desse momento procurando reorganizar e adquirir novos conhecimentos.

Esta é uma das idéias centrais de Piaget, de conceber as realidades orgânicas, psicológicas, sociais, como uma totalidade organizada que interage com o mundo exterior definindo-se em termos de equilíbrio entre o todo e a parte. A adaptação é caracterizada como um equilíbrio entre o organismo e o meio. Há transformações e conservações no organismo. Na assimilação, o indivíduo atua sobre o meio, incorporando-o a fim de adequá-lo às suas estruturas, ou seja, o conhecimento do mundo pela criança se dá por meio da sua própria lógica que é bem diferente da lógica do adulto, e o erro nesta dimensão pode estar associado à diferenciação entre as lógicas possíveis dentro de uma mesma situação. Assim, a criança compreende e seleciona as informações para serem inseridas em sua lógica. Na acomodação, o sujeito é transformado para se ajustar às diferenças colocadas pelo meio. O conhecimento introduz novas relações que amplia e modifica as estruturas cognitivas do sujeito. Então quando há assimilação e acomodação pode-se afirmar que houve equilíbrio, a regulação entre as estruturas cognitivas do sujeito e as relações exteriores. A busca da regulação constitui-se em fonte do desenvolvimento da inteligência. “A inteligência se constrói por meio de sucessivas equilibrações” (DOLLE, 1981, p. 53). Essas sucessivas equilibrações levam o sujeito a agir e raciocinar de maneira diferente, e esse conjunto de formas diferentes de ação e de raciocínio ele denomina de estágios.

Desse modo, normalmente uma criança no estágio pré-operatório não apresenta a capacidade da reversibilidade, pois o seu pensamento está centrado em si mesmo. Portanto, a criança *ainda* não apresenta condições de compreender determinados conceitos isso não a impede, entretanto, de realizar atividade matemática nas quais os erros são elementos psicológicos necessariamente presentes. Tais pressupostos fundamentam os erros de origem ontogenética, na perspectiva piagetiana.

A **origem didática**: os erros de origem didática dizem respeito aos procedimentos adotados ou impostos pelo professor. Este se revela na “transposição didática” escolhida pelo professor desvelando suas significações e/ou inadequações pedagógicas. Ou seja, acaba por existir um problema na construção de uma passagem do saber científico para o saber escolar. (CHEVALLARD, 1985 apud PINTO, 2000, p. 55). Segundo esse eixo teórico, o professor, ao buscar dar significações aos conteúdos escolares, acaba por criar obstáculos didáticos.

Pais (2001, p. 44) afirma que “os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que pode dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar.”

Assim, os obstáculos de origem didática dependem somente das escolhas realizadas pelo e para o sistema educativo (IGLIORI, 2002, p. 101).

Outro fator preponderante na construção de obstáculos didáticos se dá, também, devido ao enraizamento das práticas pedagógicas vivenciadas pelos professores nos bancos escolares ao longo de sua formação, que afetam diretamente suas práticas pedagógicas atuais, reproduzindo modelos tradicionais e descontextualizados, evidenciando métodos condutivistas de ensino. Sem contar que os professores das séries iniciais não têm formação específica com relação aos conhecimentos matemáticos, deixando lacunas em que na maioria das vezes o professor recorre aos livros didáticos para solucioná-las. Sem subsídio teórico e metodológico, o professor não consegue transformar o “objeto matemático” mais complexo em um saber a ser ensinado (Chevallard apud Pais, 2002, p. 16). Com isso, o professor também poderá criar obstáculos que posteriormente impedirão novas aprendizagens. Estes últimos aspectos presentes no obstáculo didático podem também caracterizar o que denominaríamos de obstáculo profissional, onde a presença de erros pode estar associada ao desenvolvimento das habilidades e competências do professor na sua própria história pessoal. Aí se incluiriam problemas conceituais e de conteúdo da área específica de atuação neste caso, aqui a Matemática, que seriam os conhecimentos pedagógico-psicológicos, assim como conhecimentos curriculares (fins, meios, metodologia, avaliação).

A **origem epistemológica**: os obstáculos epistemológicos têm raízes históricas e culturais e podem estar relacionados também com a dimensão social da aprendizagem. (PAIS, 2001, p.44).

Os obstáculos epistemológicos são próprios do objeto de conhecimento e deles não há como a escola se furtar. Está associado a obstáculo intrínseco ao conhecimento, aos seus objetos e representações. Existe independentemente do sujeito, mas está atrelado ao desenvolvimento do conhecimento cultural em sua raiz filogenética. Não pode ser ignorado, eliminado ou menosprezado pela escola, por ser inerente à produção do conhecimento.

A afirmativa de Pais (2001) remeteu-nos a uma tese de doutorado analisada ainda no primeiro semestre do mestrado em que a autora nos fala das *práticas de numeramento-letramento dos Kaiabi no contexto de formação de professores índios no Parque Indígena do Xingu* (MENDES, 2001). A Autora apresentou o seguinte problema aos alunos indígenas:

Ontem à noite peguei 10 peixes. Dei 3 para meu irmão. Quantos peixes tenho agora?

2.2: Problema retirado da tese de doutorado de Mendes (2001)

A resposta dada ao problema proposto pela autora, por seu aluno indígena foi 13 (treze). A autora ao investigar o porquê da resposta obtém a seguinte explicação do aluno indígena: “Fiquei com 13 peixes porque quando dou alguma coisa para meu irmão ele me paga de volta com o dobro. Então 3 mais 3 é igual a 6 (o que o irmão lhe pagaria de volta); 10 mais 6 é igual a dezesseis; e 16 menos 3 é igual a 13 (número total de peixes menos os 3 que o índio deu ao irmão).” (MENDES, 2001, p. 155). Esse exemplo nos mostra alguns obstáculos de origem epistemológicos ligados às questões culturais.

Os obstáculos epistemológicos foram conceitos rejeitados numa dimensão social e cultural da formação de tais conceitos. Igliori (2002, p.104-105) cita alguns exemplos de obstáculos epistemológicos:

- a conceituação dos números negativos;

- a introdução do número zero;

- a divisão entre os números inteiros, veiculando a idéia de que o dividendo deve ser maior que o divisor;

A esses obstáculos devemos inserir duas outras noções: a de obstáculo profissional e a de “glissement metacognitivo”. Esse conjunto de conceitos associados ao erro na produção matemática, em sala de aula, deve ser o alicerce da proposição de um sistema de categorias de análise para o desenvolvimento da pesquisa.

Os obstáculos profissionais são os obstáculos de ordem instrucional, ou seja, dizem respeito à operacionalização e concepção do currículo, como também da formação do professor que na grande maioria está centrada nos conteúdos e técnicas e não nos processos de conhecimento da aprendizagem.

2.3 A construção dos conceitos matemáticos segundo Vergnaud

Concebendo a matemática como um produto cultural constituído nas relações do homem com o mundo que o cerca que busca compreendê-lo e transformá-lo para seu benefício e da humanidade, esta, portanto já constitui um corpo de conhecimento gerado ao longo da história da humanidade. Assim, as idéias matemáticas construídas necessitam ser socializada.

Em Muniz (2001), encontramos um quadro histórico do ensino da matemática. Este nos ajuda a visualizar que a proposta construída para o ensino-aprendizagem da matemática constituiu-se num grande distanciamento das situações práticas e cotidianas para um excesso de formalização e exatidão a partir de situações fora do contexto vivido, criando “modelos escolares” (regras impostas para resolverem os problemas que aparecem somente no contexto didático).

Segundo essa orientação, percebemos que houve uma grande preocupação entre os pesquisadores na área da Educação Matemática com tal distanciamento da Ciência Matemática e da Cultura. Esses pesquisadores buscam compreender como e em que condições a criança constrói o conhecimento matemático como também buscam explicações para muitos problemas que vemos nessa disciplina nas escolas. Nesse sentido, verifica-se que o papel do erro na aprendizagem dos conceitos matemáticos tem sido fundamental nesses estudos. Os pesquisadores da Didática da Matemática estão fundamentando suas pesquisas na Psicologia Cognitiva, Etnografia Matemática, Sociologia da Matemática, buscando compreender os fenômenos relacionados à aprendizagem e ao ensino dessa disciplina.

Nessa perspectiva, compreender o erro da criança passa por compreender como esta constrói esses conceitos matemáticos que lhes são ensinados. Assim recorreremos a alguns autores que tratam da construção de conceitos matemáticos. Vergnaud é um desses interlocutores desse diálogo.

Vergnaud (1996 apud Pais, 2001), apoiando-se em alguns conceitos-chave de Piaget, vem propor a teoria dos campos conceituais (TCC). Pais (2001, p. 52) destaca a importância dessa teoria para compreender os conceitos matemáticos estudados na escola. Essa teoria localiza o saber escolar entre o saber cotidiano e o saber científico permitindo atribuir aos **conceitos** um significado de natureza escolar.

A teoria dos campos conceituais ressalta que o aprender é mobilizado pelos espaços de situações-problemas em que o aluno está inserido, pois o conceito não existe de forma isolada, mas num conjunto de procedimentos. Assim é necessária uma diversidade de situações-problema criando um conjunto de procedimentos de raciocínio que o levará a operar com novos conhecimentos. Nessa classe de situações, o sujeito disporá ou não de competências para o tratamento imediato da situação ali envolvida. Quando o aluno não tem a competência necessária se vê necessitado a refletir, explorar e construir outras formas de organização, ou resolução do problema. Esses novos procedimentos formarão uma totalidade dinâmica organizadora da ação do sujeito para a qual foi mobilizada, formando um esquema. Franchi (2002, p.166) define esquema como uma função temporalizada de argumentos que permite gerar diferentes seqüências de ações. O conceito de esquema nos levará ao conceito de invariantes operatórios. "O conceito de invariante operatório é, sem dúvida, o conceito mais decisivo na teoria de Piaget" (Vergnaud, 2001, p.19). Os invariantes operatórios também podem ser designados como **conceito em ação** ou **teorema em ato**, que são os conhecimentos contidos ou evocados através do esquema. Desta forma um conceito-em-ato não é um conceito, é um *conceito* implicitamente tido como pertinente e um teorema-em-ato, não é um teorema, mas uma *proposição* tida por verdadeira. (VERGNAUD, 1995 citado por FRANCHI, 2002 p.171).

Para esclarecer melhor o conceito de esquema como uma organização invariante da ação, o pesquisador francês nos apresenta um exemplo:

> O esquema de enumeração de uma pequena coleção de objetos discretos por uma criança de cinco anos: por mais que varie a forma de contar, por exemplo: copos na mesa, cadeiras da sala, pessoas sentadas de maneira esparsa em um jardim, não deixa de haver uma organização invariante essencial para o funcionamento do esquema: coordenação dos movimentos dos olhos e gestos dos dedos e das mãos, enunciação correta da série numérica, identificação do último elemento da série como cardinal do conjunto enumerado. (VERGNAUD, 1995 apud FRANCHI, 2002, p. 165).

Esses conhecimentos implícitos são difíceis de serem explicados pela criança e são fundamentais na fase inicial da aprendizagem, como também orientam a ação da criança para resolver determinados problemas numa classe de situações. Portanto identificar e compreender os teoremas em ação é de fundamental importância para trazer à "luz" um processo interpretativo dos procedimentos mobilizados pelo aluno no desenvolvimento da atividade realizada pela criança, buscando viabilizar uma análise mais reflexiva do "erro" do aluno, possibilitando à pesquisadora e à professora uma ressignificação deste na aprendizagem. Interpretar os procedimentos mobilizados pela criança nos ajudou a compreender as suas escolhas em termos de procedimento, bem como, a partir dessas suas escolhas, estruturar uma intervenção mais adequada.

3-TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

> A pesquisa qualitativa enfoca a experiência holisticamente, já que os pesquisadores exploram todos os aspectos de uma experiência. Como indivíduos que exploram as situações humanas, devem atender à variedade de fatores que as conformam. As complexidades relevantes da vida escolar, que freqüentemente se perdem para os pesquisadores quantitativos, devem ser atendidas pelos pesquisadores qualitativos em sua busca do holismo. (GONZALES REY, 2002, p.129).

3.1 Os caminhos metodológicos

Pensar sobre o caminho da metodologia da pesquisa implica buscar uma organização que fundamente cientificamente a construção de procedimentos. Descrevem-se as idéias, fundamentando epistemologicamente os passos necessários para a compreensão do problema. O problema e objeto desta pesquisa consistem em desvelar o significado do "erro" na construção do conhecimento matemático, e como o professor o transforma (ou não) em estratégias de organização do trabalho pedagógico e, conseqüentemente, em instrumento de sua formação continuada.

Nossa opção pela pesquisa qualitativa decorre de que, nessa concepção, parte-se do pressuposto de que os sujeitos agem em função de suas crenças e percepções sobre a realidade, portanto, são processos complexos, têm sempre um sentido e um significado e não se dão a conhecer de forma imediata, necessitando ser desvelado. Para tanto, a aproximação física, afetiva e cognitiva faz-se necessária, onde a escuta sensível da fala do professor e das crianças constituem esteios importantes da construção do método e conseqüente da concepção de metodologia.

Considerando esse caráter da pesquisa qualitativa, nosso estudo constitui-se em investigação do tipo etnográfico da sala de aula, apoiada em André é:

> Por meio das técnicas etnográficas de observação participante e de entrevistas intensivas, é possível documentar o não documentado, isto é, desvelar os encontros e desencontros que permeiam o dia-a-dia da prática escolar, descrever as ações e representações de seus atores sociais, reconstruir sua linguagem, suas formas de comunicação e os significados que são criados e recriados no cotidiano do seu fazer pedagógico (2000, p. 41).

A etnografia tem demonstrado ser uma boa estratégia metodológica capaz de revelar questões ainda impossíveis de serem respondidas pelos métodos convencionais por se tratar de um fenômeno inerente ao processo ensino-aprendizagem. Os estudos no campo da etnografia escolar, em especial a etnografia da sala de aula, podem ajudar professores e professoras a tornarem-se mais conscientes do processo de aprendizagem do aluno, viabilizando a trajetória do professor pesquisador no sentido de aproximar os seus estudos da sua prática pedagógica.

A técnica etnográfica caracteriza-se por uma intensa participação do sujeito no campo da pesquisa, a sala de aula. Para tanto o pesquisador deve fazer um registro cuidadoso por meio da observação participante, pois esta envolve participação ativa do pesquisador com os sujeitos envolvidos e ainda gera outras fontes de registros como as notas de campo, transcrições em áudio e ou vídeo, possibilitando melhor análise dos eventos colhidos. Nesta perspectiva, em nosso estudo, a observação participante permitiu um contato mais estreito com os sujeitos desta pesquisa, bem como a construção do diário de campo, como também as entrevistas semi-estruturadas realizadas com as crianças e gravadas em áudio. Alves-Mazzotti e Gewandsznajder ressaltam a importância da observação participante:

> Na observação participante, o pesquisador se torna parte da situação observada interagindo por longos períodos com os sujeitos, buscando partilhar o seu cotidiano para sentir o que significa estar naquela situação. A importância atribuída à observação participante está relacionada à valorização do instrumental humano, característica da tradição etnográfica (2004, p.166).

Assim sendo, outro procedimento muito utilizado foi a análise microgenética dos registros dos alunos. Este procedimento consistiu em fazer uma descrição e uma análise dos caminhos utilizados pela criança para operar com a situação ali apresentada pela professora e/ou pela pesquisadora. Neste sentido, a pesquisadora necessitou compreender as escolhas que o aluno fez. Para, a partir da análise desses registros, buscar uma fundamentação teórica para tais procedimentos escolhidos pelo aluno. Esses registros foram denominados de estudos de ***protocolos.*** Tais protocolos tiveram como objetivos registrar, interpretar, e analisar a produção do aluno. Produção esta que levou a pesquisadora a perceber como a criança operava, apresentando seus procedimentos escolhidos dando chance para a pesquisadora captar suas ações. Esse olhar foi fundamental para abandonar um olhar mais etnocêntrico sobre os erros matemáticos e construir um novo olhar sobre as produções das crianças, com a perspectiva de reconstruir e revelar os esquemas de pensamento do aluno, compreendendo o processo que gerou as respostas dos alunos. Carraher (1989) nos chama a atenção para tais procedimentos:

> Para estudarmos os pensamentos, intenções e valores precisamos encontrar o significado do que o sujeito faz e diz. Mas não importa apenas o significado isolado de suas palavras, esclarecido à luz de dicionário da língua do sujeito, ou o significado de frases isoladas: interessa descobrir sua perspectiva de mundo, os significados que ele atribui às pessoas e às coisas. Estas não são observações diretas que fazemos de nossos sujeitos, mas ***observações refletidas*** que fazemos. (1989, p. 10).

A inserção no contexto da escola realizou-se em duas etapas iniciando-se a primeira em agosto de 2005, com o objetivo de familiarizar-nos com os professores da escola e apropriar-nos do projeto de (re) Educação Matemática desenvolvida nessa escola. Esse projeto é uma parceria da Escola e a Faculdade de

Educação/UnB com o objetivo de compreender os processos de ensino-aprendizagem na Matemática, envolvendo alunos da pedagogia, pesquisador, autor do projeto e, orientador dessa pesquisa. A segunda etapa aconteceu logo após a qualificação do projeto, fazendo a inserção em sala de aula.

A escolha da escola deu-se justamente mediante a necessidade de conhecer de forma mais concreta o projeto ali desenvolvido. Dessa forma, passamos a participar de todos os encontros promovidos pelo projeto com o objetivo de estudar e refletir sobre o caminhar da sala de aula referente ao conhecimento matemático. Os encontros aconteciam numa periodicidade quinzenal, onde se reuniam as professoras por séries. Às terças-feiras, com o grupo de 1ª e 2ª séries, ás quintas-feiras, com o grupo de 3ª série e ás sextas-feiras, com o grupo de professores da 4ª série.

Nesses encontros, as professoras relatavam, avaliavam e estudavam sobre as atividades desenvolvidas em sala de aula com os alunos e traziam suas preocupações tanto conceituais quanto do fazer pedagógico da matemática. Professor Muniz, autor e co-responsável pela dinamização do projeto na escola, buscava realizar reflexões epistemológicas e pedagógicas no sentido de atender às necessidades levantadas pelo grupo. Suas contribuições se voltavam para uma re-leitura do fazer matemático tanto para as crianças quanto para as professoras que estavam conduzindo o processo de mediação desse conhecimento.

A partir do dia 17/03/06, após a qualificação do projeto, nos reunimos com a coordenação da escola para uma breve apresentação do projeto da minha pesquisa. Na semana seguinte nos reunimos com as professoras de 3ª série, hoje 4º ano de escolarização do Ensino Fundamental de 9 anos, para conversarmos sobre a pesquisa e verificar as possibilidades de horário. No turno matutino, a escola contava com duas turmas de 4º ano, horário esse também disponível para a pesquisadora. Escolhemos fazer a investigação no 4º ano por considerar que os 1º, 2º e 3º anos trabalham com conceitos fundamentais da língua escrita quanto do sistema de numeração decimal e, portanto, no 4º ano, as crianças demonstram maior avanço e complexidade em seus conceitos e registros, podendo focar melhor a pesquisa, considerando o tema do erro na aprendizagem matemática. Outro motivo fundamental foi o fato de ter grande experiência com os 1º, 2º e 3º anos, o que nos proporcionou melhor compreensão dos processos das crianças de 4º ano.

Nas duas primeiras semanas de observação, buscamos participar ativamente do contexto interativo da pesquisa, fizemos a inserção nas duas turmas, observando todos os momentos da aula, familiarizando-nos com as professoras e os alunos para que o diálogo fluísse com mais confiança entre pesquisadora e os colaboradores. Em seguida, começamos a participar de modo mais intenso nas atividades em que as professoras estavam realizando a mediação do conhecimento matemático. Nesse momento, pudemos transitar entre as duas turmas de 4º ano de escolarização, concentrando o tempo maior de observação no 4º ano "B" da professora Beatriz.

3.2 Os sujeitos da pesquisa

Abrimos espaço neste texto, para apresentar ao leitor os sujeitos desta pesquisa, as professoras dos 4º anos e seus respectivos alunos. Apresentá-los se faz necessário em função de conhecê-los nas relações do processo de ensino e aprendizagem a partir do contexto do conhecimento matemático, visto que o espaço da pesquisa acontece no cenário da sala de aula e nos momentos de interação individual com os alunos.

A primeira professora participante da pesquisa faz parte do quadro da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF) desde o ano de 1990. A professora era iniciante no Projeto dessa escola, visto que aí chegara no ano de 2006, através de concurso de remoção interna que ocorre geralmente ao final ou início de ano letivo. A professora em foco detém longa experiência profissional com a Educação Infantil.

A professora é licenciada em Letras: Português e Espanhol pelo Centro Universitário UniCEUB. A professora Beatriz trouxe para a prática com a terceira série, hoje 4º ano de escolaridade, uma organização mais vivenciada no espaço da educação infantil. Como, por exemplo, a organização da sala em grupos, o trabalho diversificado com o objetivo de desenvolver a autonomia das crianças e realizar de forma mais singularizada a sua prática docente num processo mais interativo com as crianças, onde agrupava as crianças, sentadas no chão para retomar pontos necessários, ou socialização de atividades desenvolvidas pela turma. Práticas essas que destacam a contribuição do aluno como um sujeito ativo na construção do conhecimento.

Este quarto ano tinha aulas pela manhã e, no período da tarde, a professora participava da coordenação pedagógica. A coordenação pedagógica é um momento definido pela legislação da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF) como espaço temporal de 3 horas por dia destinado à preparação de planejamento, estudo e reunião coletiva da série, participação de cursos ou projetos, além de atendimento individualizado dos alunos que precisam de intervenção mais específica.

A turma da professora Beatriz era composta por 29(vinte e nove) alunos. Destes, 13 (treze) eram meninas e 16 (dezesseis) meninos. A faixa etária compreendia entre 8 (oito) e 11 (onze) anos:

- 12 (doze) alunos já estavam com 9 (nove) anos quando começou a pesquisa e 14(quatorze) completariam 9 (nove) até o meio do ano.
- 1 (um) aluno completaria 9 (nove) anos no início do segundo semestre.
- 1 (um) aluno já estava com 10 (dez) anos completando 11(onze) no segundo semestre.
- 1 (um) aluno com 11 (onze) anos completando 12 (doze) no final do segundo semestre.

Na turma acima descrita, duas crianças eram repetentes. Elas haviam sido reprovadas no ano de 2005, quando cursavam a 4º ano de escolarização nesta mesma escola. Do total de alunos, 7 (sete), na avaliação da professora, necessitavam de um acompanhamento mais próximo, pois apresentavam dificuldade em acompanhar o ritmo das demais crianças da turma. Uma em destaque porque é portadora de necessidades especiais.

O trabalho da professora consistia, no decorrer do primeiro bimestre, em compreender os espaços e formas de aprendizagem daquelas crianças como também do projeto desenvolvido pela escola com relação ao conhecimento matemático. Este cenário foi descrito pela professora em questão, a professora Beatriz. No segundo bimestre, a professora passou por momentos tensos, por motivos pessoais deixa a turma. Ela mudou-se para os Estados Unidos da América iniciando um novo projeto de vida.

Diante da mudança de professora da turma “B”, resolvemos observar com mais intensidade o 4º ano “A”. Essa observação se dava com a freqüência de três vezes por semana, com duração de no mínimo duas horas a cada dia da semana. Passar a observar esta turma deu-se em função do desenvolvimento do Projeto de (re) Educação Matemática, uma vez que conhecíamos e participávamos de atividades também nesta turma, nos momentos dos encontros com as 3 turmas de quarto ano, do projeto onde sempre estávamos discutindo novos procedimentos de mediação pedagógica e muitas vezes a pesquisadora era solicitada a acompanhar tal processo junto com a professora.

Com a mudança da professora Beatriz, invertemos o processo de observação participante, passando a observar com mais intensidade o 4º ano “A” da professora Ana Luiza e atendendo algumas necessidades da turma “B”.

A professora Ana Luiza, professora do 4º ano “A” faz parte do quadro da SEEDF desde 1985, com experiência nos cargos de vice-direção, apoio pedagógico e coordenação pedagógica em escolas da rede pública como também em escolas privadas do Distrito Federal. A professora Ana Luiza também é licenciada em Letras pelo Centro Universitário UniCEUB. A professora trabalhou os seus dois primeiros anos de magistério com as séries iniciais, passando a atuar no Ensino Médio com Língua Portuguesa, Redação e Literatura, dividindo suas quarenta horas semanais entre a rede pública e privada de educação do Distrito Federal. No ano de 2004, a professora perde sua carga na escola privada e se vê na necessidade de assumir uma carga completa de 40 horas semanais na SEEDF. Ao solicitar a ampliação de sua carga horária, a professora só encontra vaga próxima a sua residência, no Ensino Fundamental anos iniciais. Assim a professora Ana Luiza assume nesta escola o trabalho com o quarto ano de escolarização do Ensino Fundamental de 9 anos. Inserindo-se no projeto de (re) Educação Matemática, onde já está há três anos. Mediante o trabalho realizado nas terceiras séries, a professora Ana Luiza, com esse retorno para as séries iniciais, diz em entrevista que: “*Foi nesse retorno para as séries iniciais que me percebi verdadeiramente como educadora”.*

A turma da professora Ana Luísa era composta por 27(vinte e sete) alunos. Destes, 10 (dez) eram meninas e 17 (dezessete) meninos. A faixa etária compreendida entre 9 (nove) e 11 (onze) anos:

- 11 (onze) alunos no início da pesquisa estavam com 9 anos completos.
- 13 (treze) alunos completaram 9 (nove) anos no primeiro semestre.
- 3 (três) alunos estavam com 11 (onze) anos, sendo 2 (dois) destes alunos portadores de necessidades especiais.

Nesse quarto ano, havia uma criança que foi reprovada no ano anterior, cursando novamente.

3.3 A escola e sua proposta pedagógica

A instituição escolhida para realização desta pesquisa é uma escola pública localizada em uma quadra nobre da cidade, atendendo a alunos de diversos níveis sócio-econômicos. Oferece à comunidade o Ensino Fundamental com os anos iniciais, funcionando em dois turnos diurnos. Trata-se de edificação de alvenaria com dois blocos, 10 salas de aulas. Conta também com pátio interno coberto, porém pequeno para atender a demanda de alunos. Atende 335 (trezentos e trinta e cinco) alunos distribuídos em 14 turmas, contando com 16 professoras.

O corpo docente da escola é exclusivamente feminino, e esta escola funciona desde 1977. O corpo técnico-administrativo é composto pela diretora, vice-diretora, assistente de direção, apoio de direção, orientadora escolar, coordenadora pedagógica e mais duas professoras de apoio.

A proposta pedagógica da escola busca o desenvolvimento integral do aluno, e, portanto direcionam-se às práticas como planejamento coletivo, estudos e projetos com seus profissionais em parcerias com outras instituições e também realiza o conselho de classe que conta com participação direta dos alunos.

A participação da escola no projeto de (re) Educação Matemática coordenado pelo professor Muniz foi decisiva para esta escolha, pois os profissionais desta escola já estão imbuídos do sentido da pesquisa e voltados para uma busca do saber matemático.

A escola ainda conta com uma sala de leitura e laboratório de Informática educativa.

Desenvolvem-se aí também outros projetos como PROINFO (Projeto de Informática Educativa - Atendimento Multidisciplinar), a Música na Auto-Estima Infantil, Sacola Literária, além de cada turma/série também desenvolver projetos mais específicos, organizados de acordo com as necessidades das turmas.

3.4 Procedimentos da pesquisa

A entrada no campo da pesquisa se deu em duas etapas. A primeira, constituiu-se de agosto a dezembro de 2005. Momento em que participamos de todos os encontros com as professoras da escola nos estudos e reflexões acerca da prática pedagógica das salas de aula das turmas de 1ª à 4ª séries, hoje anos iniciais. Esses momentos foram fundamentais para conhecer e nos envolvermos no projeto de (re) educação matemática, além de subsidiar-nos em relação também aos conceitos matemáticos, até então, não aprofundada em nossa formação inicial e continuada.

A segunda etapa desenvolveu-se de março a setembro de 2006. Essa etapa consistiu-se em momentos de entrada e nosso envolvimento em sala de aula. Esse envolvimento com a sala de aula deu-se logo após a qualificação do projeto de pesquisa junto à Faculdade de Educação da Universidade de Brasília.

3.5 A sala de aula

Nas duas primeiras semanas de aula, observamos as cinco horas de atividades desenvolvidas pela professora em sala de aula no sentido de fazer-nos presente nesse contexto. Pouco a pouco, fomos nos envolvendo e nos aproximando dos alunos nos fazendo perceber como pertencente ao grupo da sala de aula. Nesse período, a professora solicitava ajuda no sentido de acompanhar algumas crianças que necessitavam de um auxílio mais sistematizado na resolução das tarefas.

Na turma da professora Beatriz, a sala estava sempre organizada em 6 (seis) grupos para que a professora pudesse desenvolver um trabalho mais diversificado, atendendo às peculiaridades dos alunos. Em suas aulas, quase sempre estavam desenvolvendo três atividades como, por exemplo: enquanto dois grupos da sala estavam trabalhando com interpretação de texto, mais dois grupos elaboravam cartazes sobre assuntos estudados em ciências, e a professora atendia mais especificamente os outros dois grupos com atividades de matemática. À medida que os alunos iam terminando as tarefas, a professora ia fazendo o rodízio das atividades.

Na turma da professora Ana Luíza, a sala quase sempre estava organizada em três fileiras duplas. A professora geralmente interferia nos locais escolhidos pelas crianças para se sentarem. Ela organizava as crianças de modo que as duplas se ajudassem. A professora em seu contrato didático (BROUSSEAU, citado por Silva, 2002, p.43-44) com a turma, deixava bem claro que os momentos de fala de qualquer um no espaço da sala de aula deveria ser respeitado para que todos pudessem se expressar e serem ouvidos. A professora sempre anotava a agenda do dia no quadro, para que toda a turma se organizasse em função de cumprir o planejamento. A professora Ana Luíza desenvolvia, com a turma, o projeto denominado “Leitor do dia”. Esse projeto consistia em inserir a criança na cultura letrada, buscando instrumentalizar a criança com relação à leitura, interpretação e argumentação do texto lido. O texto era escolhido previamente pela professora, entregue à criança para que pudesse se preparar para a leitura coletiva realizada em dia posterior.

3.6 A observação participante

Após duas semanas de observação durante todo o período de aula a pesquisadora participou sistematicamente das aulas de matemática. Além da observação das aulas de matemática, a pesquisadora fazia intervenção de forma mais singularizada com algumas crianças. Essas crianças ora eram escolhidas pela professora para que fossem observadas numa determinada atividade e ora eram escolhidas pela pesquisadora para que esta buscasse compreender o pensamento, o raciocínio, os registros da criança bem como para confirmar ou não suas conjecturas sobre o erro apresentado pela criança em atividades previamente analisadas.

3.7 O diário de campo

O diário de campo consistiu-se em um valioso instrumento no campo da pesquisa. Esse diário era um caderno em que a pesquisadora registrava todas as suas observações realizadas em sala de aula, como também os momentos de interação com as crianças em que eram convidadas a participar de forma mais individualizada. Registrava também os encontros em que participava junto com as professoras de algumas coordenações pedagógicas. Esse espaço também foi destinado a registrar os encontros de estudos com o professor Muniz, autor e coordenador responsável pelos estudos e fundamentação teórica, epistemológica do projeto de (re) Educação Matemática.

3.8 A produção do registro de protocolos

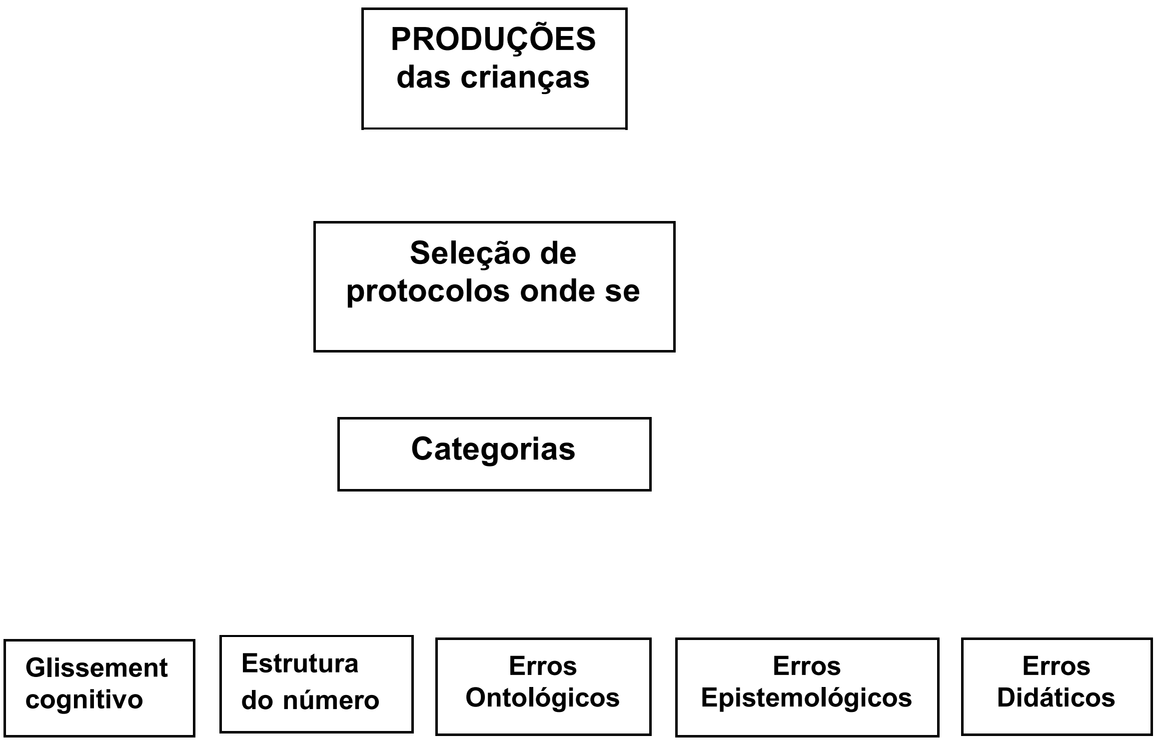
Além de todos esses registros realizados no diário de campo em que transcrevia do caderno ou de atividade de avaliação das crianças produções consideradas "erradas" pela professora para que, num outro momento, a pesquisadora pudesse refletir de forma mais sistemática, foi necessário a construção de um outro instrumento de registro. Esse instrumento de registro foi denominado de Registro e Análise de Protocolos. Este consistiu-se em registrar o evento escolhido pela pesquisadora, explicando em que contexto surgiu a produção da criança, ou mesmo realizar uma pré-análise do erro, registrando também as questões e momentos de interação com a criança.

3.9 A construção das categorias

O levantamento das categorias surge nos momentos de pré-análises e reflexões onde a pesquisadora se coloca no contexto da ação da criança. Esse processo de análise é um momento em que a pesquisadora busca desfazer as formas ortodoxas de enxergar os registros dos alunos, desvelando um novo fazer matemático. Essa tarefa não é simples, exige uma outra postura da pesquisadora como também da professora em sala de aula. Essa postura deve levar o educador a criar um espaço na sala de aula para o livre pensar dos alunos, bem como indagar, explorar duvidar, criar e construir estratégias e procedimentos possíveis para compreender e realizar suas aprendizagens matemáticas. Portanto os momentos de análises constituíram-se em espaços de exploração e compreensão dos eventos das crianças em que aparecem os erros. Momentos estes que podem ser comparados com o de um garimpeiro à procura de sua pedra preciosa. Exige paciência incansável para enxergar e ler as produções das crianças. Muitas vezes, exige também certo distanciamento da pesquisadora em relação à produção da criança para tentar enxergá-la por um outro viés, ou seja, exige do professor que se coloque no lugar do aluno e tente enxergar com a ótica deste. Essa é uma tarefa de enorme complexidade que se aprende a fazer, fazendo.

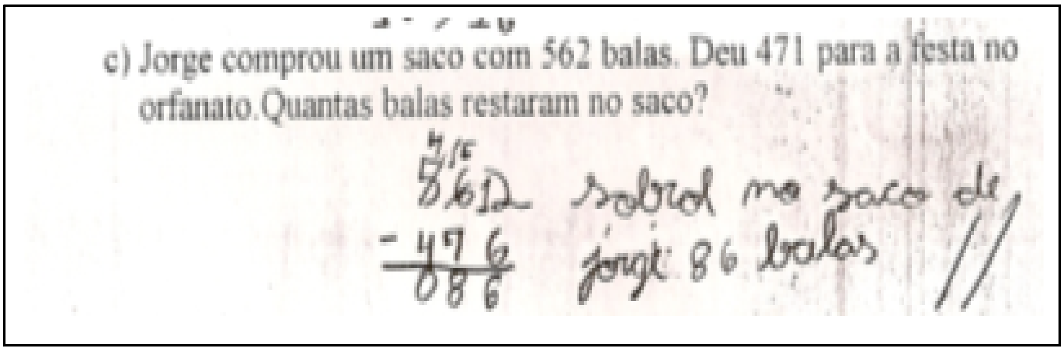
Assim, diante das produções e análises surgiram as concepções de categorias que nos permitiram organizar e analisar as informações. Essas, a princípio, foram delineadas em um organograma para, em seguida, serem descritas e exemplificadas.

Organograma com a síntese das categorias



3.9.1 Glissement cognitivo

Percebemos nas observações realizadas, a incidência, tanto nos registros como na fala das professoras da afirmativa de que os alunos muitas vezes erram por desatenção. Esta categoria será denominada de “*Glissement métacognitif*” (BROUSSEAU, citado por Pais, 2001, p.95) ou deslize metacognitivo, que significa apenas um deslize, momento em que a criança por um descuido ou desatenção erra o resultado da operação que ele chama também de engano involuntário. Um erro desta natureza não pode ser considerado como conseqüência de não aprendizagem. Ao observar outras produções realizadas num mesmo intervalo de tempo, sem qualquer mediação entre uma e outra, o erro não ressurge. Nesse contexto, o erro apresentado é tratado, tão somente como “glissement” que significa escorregada em francês. Esse erro não implica necessariamente um *não saber* do aluno.


c) Jorge comprou um saco com 562 balas. Deu 471 para a festa no orfanato. Quantas balas restaram no saco?

562 - 476 = 086 sobrou no saco de jorge 86 balas

Figura 3.1: Problema resolvido por Jeane na avaliação do 1º bimestre

3.9.2 Estrutura do número

Outra categoria que aqui apresentamos é a de erro devido à não compreensão da estrutura do número, agrupamento ou posicionamento. Esse erro pode estar associado a processos de quantificação discreta. Aqui o erro pode ser fruto da compreensão/significação da estrutura decimal, que pode redundar em erros nos procedimentos operativos: Ex: 38+15=71. Por que esse resultado? Porque somou 8 unidades mais 5 unidades, o resultado ficou 13, só que ao registrar no lugar da unidade as 3 unidades e elevar a dezena, faz justamente o contrário, deixa o 1 que representa a dezena e eleva o 3 que representa unidades. E aqui está o protocolo de Pedro que apresenta essa natureza de erro.

$$\begin{array}{r} {}^{2} \\ \text{c) } 281 \\ \underline{\times 4} \end{array}$$

Figura 3.2: Transcrição da produção de Pedro

3.9.3 Erros ontológicos

Erros ontológicos são os erros que dizem respeito ao desenvolvimento da criança. Por exemplo, a criança acredita que ½ é menor que 1/5 porque para ela o dois é menor que o cinco. Ainda lhe faltam elementos para compreender o conceito, nesse caso aqui demonstrado o conceito de fração. Dessa forma, o erro ontológico tanto indica um momento no desenvolvimento cognitivo, como também pode não mais se apresentar de acordo com a efetivação desse desenvolvimento. Piaget (citado por DOLLE, 1981) em seus estudos apresenta um conjunto de formas diferentes de ação e raciocínio da criança que ele denomina de estágios. Assim, normalmente uma criança no estágio pré-operatório não apresenta a capacidade da reversibilidade, pois o seu pensamento está centrado em si mesma. Portanto, a criança *ainda* não apresenta condições de compreender determinados conceitos. Observe o protocolo de Daniela:

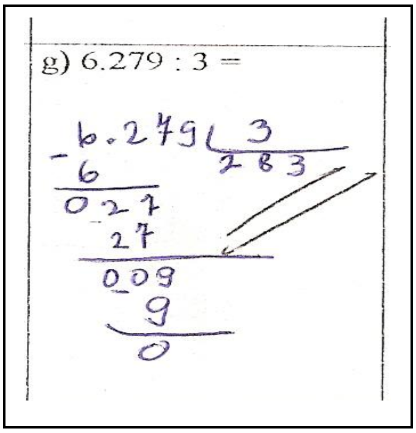


Figura 3.3: Resolução de operação realizada por Daniela

3.9.4 Erros epistemológicos

Erros epistemológicos são próprios do objeto de conhecimento. Estão associados a obstáculo intrínseco ao conhecimento, aos seus objetos e representações. Existe independentemente do sujeito, mas está atrelado ao desenvolvimento do conhecimento cultural em sua raiz filogenética. Não pode ser ignorado, eliminado ou menosprezado pela escola, por ser inerente à produção do conhecimento. Segue exemplo abaixo:

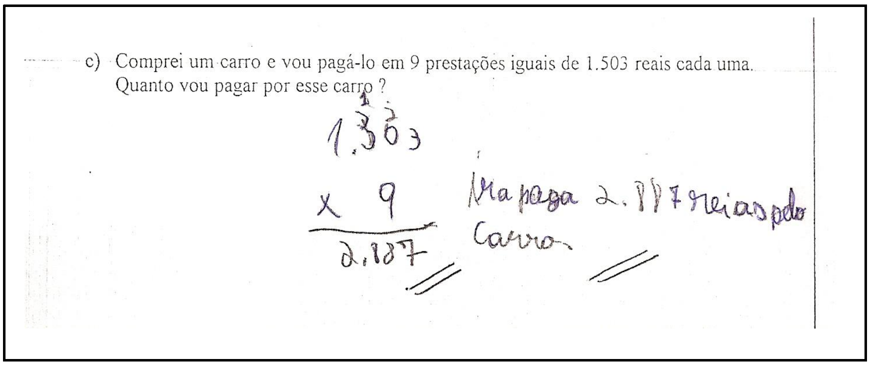


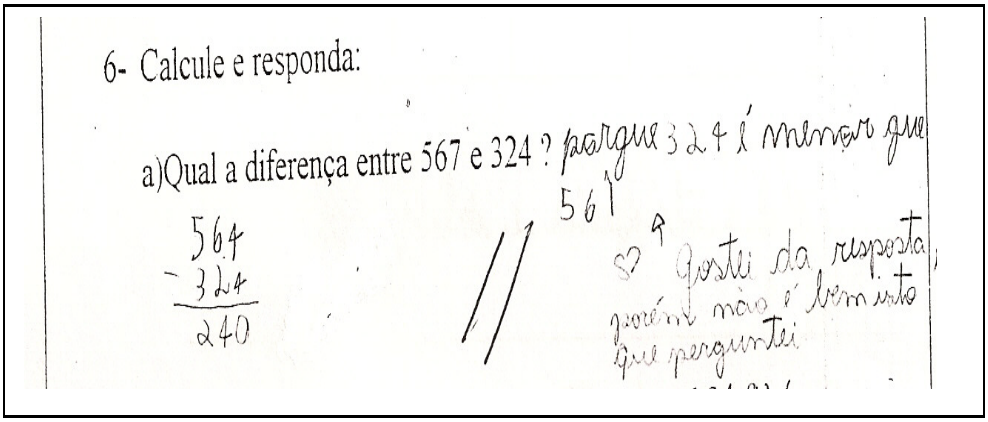
Figura 3.4: Resolução de problema realizado por Lúcio na prova do 3º bimestre

3.9.5 Erros didáticos

E por fim apresentamos os erros didáticos, que são erros em que a criança segue o caminho estabelecido pela seqüência didática da professora, ou guiados por determinadas expressões ou enunciados que a leva a interpretar uma outra solução para a situação-problema. Ele existe e se revela em função da natureza didática da construção do conhecimento e no âmbito escolar do processo de aprendizagem. A sua análise pode revelar a natureza do contrato didático: mudando ou alterando a natureza das relações professor/aluno o erro pode se dissipar. Os erros didáticos dizem respeito aos procedimentos impostos pela professora e em especial, às significações atribuídas pelas crianças a estes procedimentos. A escola deve buscar eliminá-lo do contexto educativo, uma vez que é fruto de inadequação pedagógica.

Analisando os erros categorizados como didáticos propomos duas subcategorias, que agora passamos a descrevê-las:

- *Quanto ao enunciado*: o enunciado elaborado pela professora confunde a criança por ter mais de uma interpretação. Assim, a criança interpreta o enunciado conforme seus conceitos prévios.


6- Calcule e responda:

a)Qual a diferença entre 567 e 324 ? porque 324 é menor que 567

564
− 324
240

Gostei da resposta, porém não é bem isto que perguntei

Figura 3.5 Resolução de problema realizado por João na prova do 1º bimestre

- Quanto ao procedimento: essa subcategoria refere-se à análise de protocolo em que o erro se apresenta dentro do procedimento de realização do algoritmo formal. A criança realiza tais procedimentos, acreditando que está seguindo as regras ensinadas pelo professor.

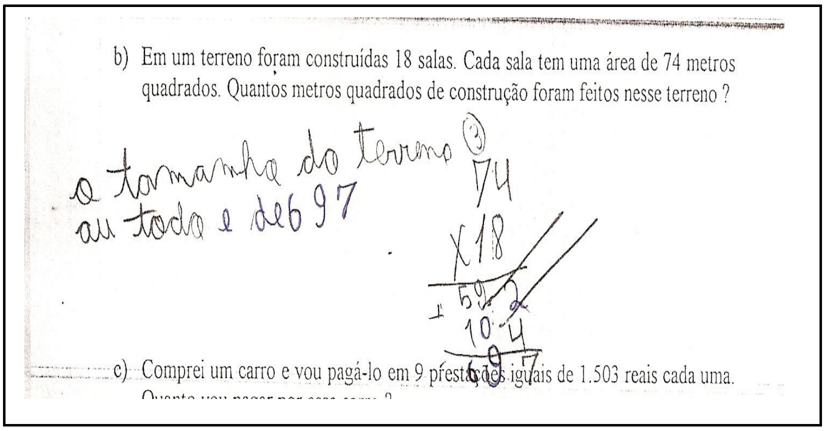


Figura 3.6: Registro da resolução de problema da aluna Ellen

4- CONSTRUÇÃO DAS INFORMAÇÕES E ANÁLISES DOS ERROS NAS PRODUÇÕES

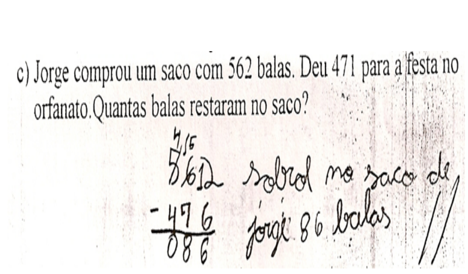
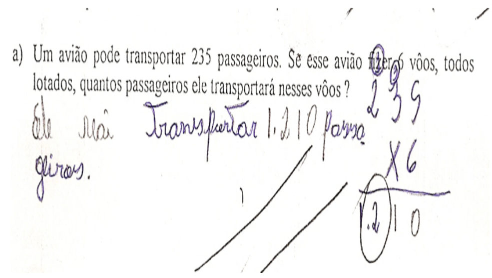
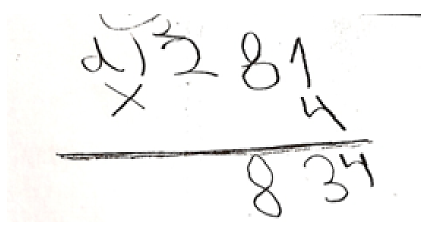
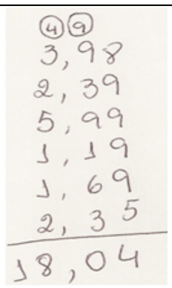
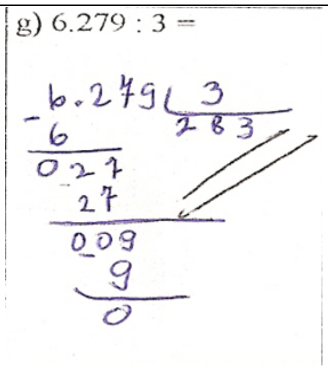
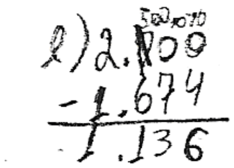
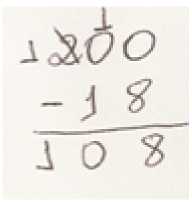
> "Ler significa reler, compreender e interpretar. Cada um lê, com os olhos que tem. E interpreta a partir de onde os pés pisam. (...) Para entender como alguém lê, é necessário saber como são seus olhos e qual é a sua visão de mundo" (BOFF, 1997, p. 9).

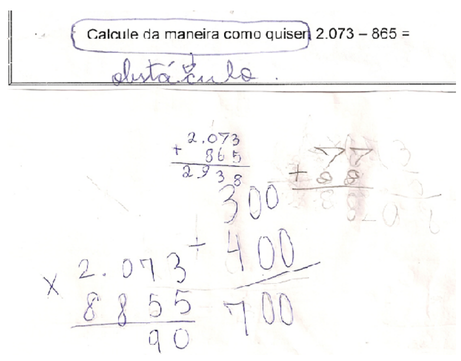
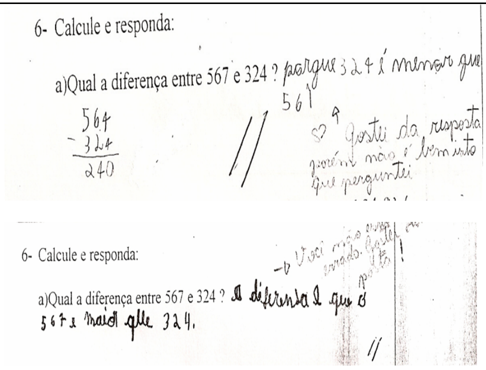
Esta seção apresenta a construção das informações colhidas nesta pesquisa. A construção inicial das informações se deu a partir das observações, pois o nosso olhar já filtra nossas escolhas. A lente para construção das informações constitui-se num diálogo com Brousseau (1986) e Vergnaud (1996), buscando enxergar os "erros" das crianças a partir de uma outra lógica. Essa lógica constitui compreender a origem do erro para assim construir novas estratégias didáticas que dêem suporte para o aprendizado da criança.

Este selecionar das produções das crianças foram recortes de situações que vimos caracterizado o "erro" para a professora como também para a pesquisadora.

A classificação desses protocolos acontece como estratégia didática para focar o nosso olhar sobre determinadas produções das crianças. Em seguida faremos uma análise mais detalhada das produções, buscando perpassar o referencial teórico desta pesquisa, tentando construir uma transitividade com relação à origem do erro.

Quadro síntese dos protocolos escolhidos para análise nesta dissertação.

Glissement Cognitivo		
Estrutura do Número		
Ontológicos		
Epistemo-lógico		

<table>
<tr><td>Didático</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

4.1 Glissement Metacognitivo

A categoria denominada *Glissement metacognitivo* (BROSSEAU, citado por Pais 2001, p.95), busca retratar uma fala constante dos professores em relação aos deslizes dos alunos que demonstram seu conhecimento nas atividades diárias, mas que em algum momento, por um descuido ou desatenção, erram o resultado da operação. As professoras, nesses casos, consideram esse erro como desatenção dos alunos ao resolverem as atividades propostas. Nesse sentido, consideramos tais erros como “glissement” que significa escorregada, deslize, lapso ou engano involuntário, em francês. Esse erro não implica um *não saber* do aluno.

Observamos, nas práticas dos professores que aplicam avaliação escrita, o procedimento de realizar a correção dessas avaliações através de “gabaritos”. Tais gabaritos padronizam as respostas, claro que em termos objetivos facilita a correção para o professor. Porém, numa prática de avaliação formativa (VILLAS BOAS, 2004, p. 30), o gabarito enclausura e silencia os procedimentos adotados pelas crianças para expressarem seus processos, valorizando apenas a resposta certa. Na perspectiva da avaliação tradicional, estaremos contribuindo para que diversos saberes das nossas crianças sejam desconsiderados e silenciados, confirmando uma prática de exclusão na medida em que vamos selecionando os saberes eleitos pela escola.

O protocolo apresentado abaixo é da aluna Jeane e foi retirado da prova bimestral elaborada pelas professoras do 4º ano. Estudando o protocolo, constata-se que Jeane compreendeu e resolveu o problema de forma correta. Ela realizou o registro do algoritmo conforme o ensinado pela professora. Jeane arma a operação, colocando o número maior no minuendo e em seguida coloca o subtraendo logo abaixo, respeitando ordem embaixo de ordem. Jeane efetiva o desagrupamento de forma correta e ainda realiza sua subtração corretamente.

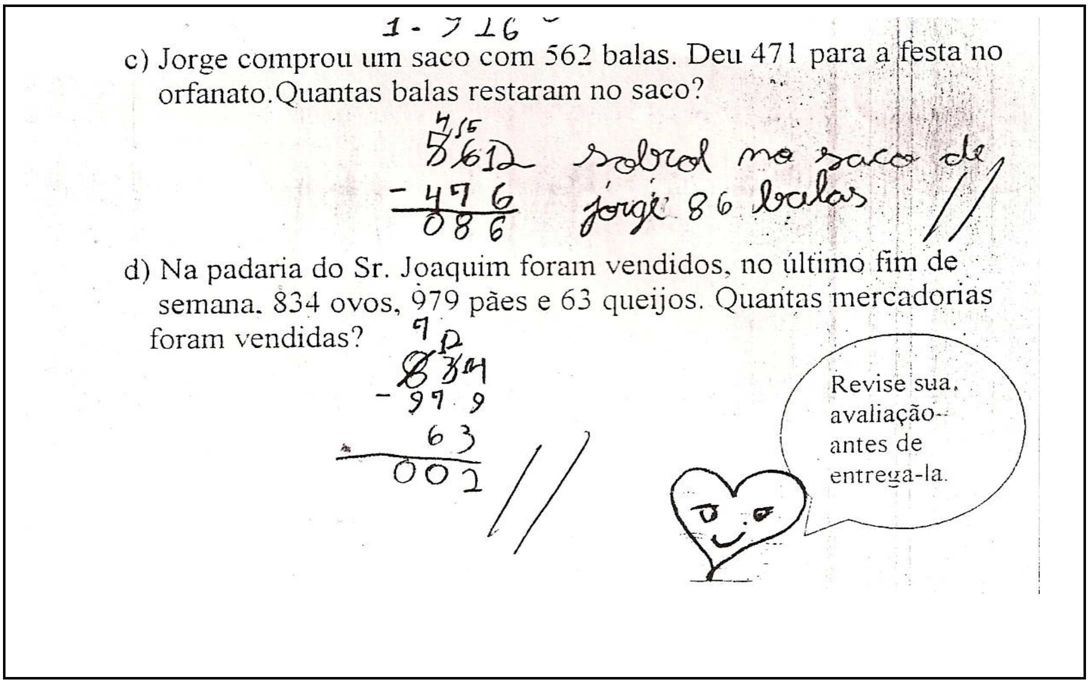
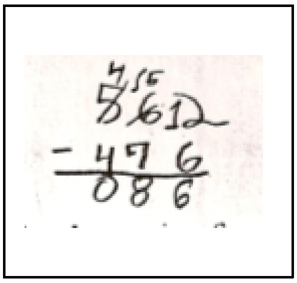


Figura 4.1: Problema resolvido por Jeane na avaliação do 1º bimestre



Unidade: 12- 6=6
Dezena: 15-7=8
Centena: 4-4=0

Figura 4.2: Interpretação da operação realizada por Jeane

Jeane faz o desagrupamento do número 562 da seguinte forma: 4 centenas, 15 dezenas e 12 unidades. Dessa forma, ela pode retirar 6 unidades das 12 ali presentes, ficando com 6 unidades. De 15 dezenas pode retirar 7, ficando com 8. E 4 centenas também pode retirar as outras 4 centenas. Então nos perguntamos porque o problema de Jeane está assinalado com dois traços que significam erro?

Jeane simplesmente *erra* ao registrar o subtraendo, pois no problema a informação dada é que foram dadas 471 balas e a mesma registrou 476. O resultado difere do gabarito da professora. Jeane expressa sua compreensão sobre o problema realizado e por *desatenção* registrou o número de forma errada e, portanto foi penalizada. Assim constatamos que esse registro de Jeane, que não apresentou a resposta certa, a esperada e registrada no gabarito da professora não foi “prova” suficiente para demonstrar o quanto Jeane estava compreendendo o problema a ela apresentado.

Vejamos mais um protocolo que exemplifica esta categoria do *glissement metacognitivo.*

O protocolo abaixo é do aluno Rafael. Como se pode observar, Rafael compreendeu o problema e o resolveu utilizando-se da estrutura multiplicativa.

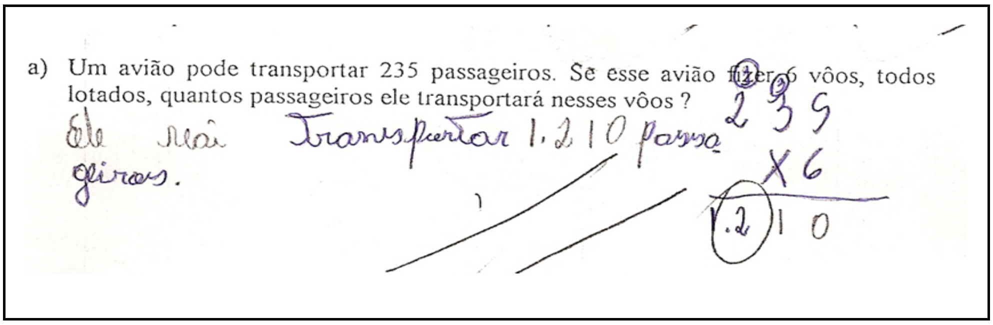


Figura 4.3: Resolução de Rafael para o problema proposto

Rafael resolve a multiplicação seguindo o algoritmo convencional. Faz 6 vezes as 5 unidades obtendo 30. Registra o zero no espaço das unidades e eleva as 3 dezenas para a ordem das dezenas. Multiplica 6 vezes as 3 dezenas e soma com mais 3 dezenas que trouxe da unidade totalizando 21 dezenas. Registra uma dezena e eleva as outras 20 dezenas para as centenas. Continua sua multiplicação: 6 vezes as 2 centenas obtendo como resultado 12 centenas. Ele então registra o valor encontrado no espaço adequado, esquecendo-se de agrupar as 2 centenas que havia elevado das dezenas; em vez de obter 1.410 como resposta, obteve 1.210, e todo o seu raciocínio foi desconsiderado.

Observe quadro a quadro o raciocínio de Rafael:

	3	2	2
235	235	235	235
x 6	x 6	x 6	x 6
		10	1230
1º	2º	3º	4º

Figura 4.4: Descrição por etapas da resolução de Rafael para o problema

Por que todo o raciocínio de Rafael foi desconsiderado?

Estebam (2002) ajuda-nos a refletir sobre essa relação estabelecida no olhar da produção do Rafael.

> O modo como a escola, o/a professor/a e o/a aluno/a, sujeitos do processo de ensino aprendizagem, assumem o diálogo entre o *saber* e o *não saber* dentro do movimento de construção de conhecimentos organizados pela escola é um importante articulador do movimento de manutenção / transformação das práticas pedagógicas e conseqüência, da produção dos resultados escolares. [...] Em função da relação estabelecida, nem sempre se concretizam momentos potenciais de sucesso escolar, demonstrando que o fracasso muitas vezes (talvez seja mais correto dizer freqüentemente) é conseqüência de uma possibilidade de sucesso *não percebida como tal* (ESTEBAN, 2002, p. 30).

2 Estrutura do número

A categoria *estrutura do número* diz respeito ao erro devido à não-compreensão da estrutura do número, agrupamento ou posicionamento que gera nos procedimentos operativos. A origem do erro não está na operação em si, mas na estrutura do número compreendida pelo aluno. Pode ser fruto da incompreensão ou significação da estrutura decimal, o que pode redundar em erros nos procedimentos operativos.

Sabemos que a compreensão do Sistema de Numeração Decimal não é algo simples. Exige do aprendente um sistema de relações e generalizações, pois esse conceito é produto de construção histórico-cultural.

O número surgiu da necessidade que as pessoas tiveram de contar objetos. Nos primeiros tempos da humanidade as pessoas usavam os dedos, pedras, nós, marcas para contar tais objetos. Com o passar dos tempos, o sistema de contagem foi se aperfeiçoando até dar origem ao sistema decimal que conhecemos hoje.

Piaget, citado por Kamii, (2003, p. 26) em suas pesquisas, demonstrou que o "número é alguma coisa que cada ser humano constrói através da criação e da coordenação de relações". Dessa forma, não é apenas com exposição oral de certas definições que nossas crianças compreenderão a estrutura de número.

Observe a produção do Pedro na resolução desta operação:

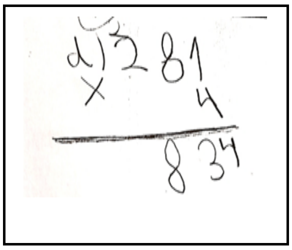
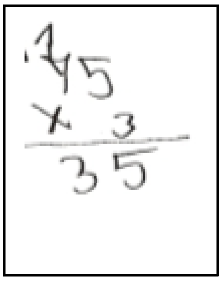


Figura 4.5: Operação realizada por Pedro em sala de aula

Pedro arma e realiza sua multiplicação seguindo os procedimentos que lhe fora ensinado. Ele multiplica 4 (quatro) vezes a unidade e obtém como resultado 4, registro logo abaixo. Depois multiplica 4 (quatro) vezes a dezena que são 8 (oito) e obtém como resultado 32 (trinta e dois). Veja que no momento de registrar as 3 (três) centenas que obteve na posição das dezenas, Pedro eleva o valor dois que corresponde ao valor das dezenas. Levantamos como hipótese, uma certa dificuldade do Pedro em relação à compreensão do sistema posicional. Carraher (2003, p. 59) apresenta-nos as complicações do sistema decimal para o aprendiz. Primeiro, o sistema usa símbolos e esses símbolos têm dois valores: um absoluto e um relativo. E apesar da praticidade que ganhamos com esse sistema, para as crianças que estão se apropriando de tal conceito é um complicador que precisa ser trabalhado para que vençam esse obstáculo epistemológico.

Assim como Pedro, também outras crianças, no momento de registrar o resultado da operação invertem a posição do numeral que deveria ser elevado no agrupamento realizado.

Assim como Pedro, também outras crianças, no momento de multiplicar o valor do multiplicador pelo valor do multiplicando, se perdem e multiplicam pelo número da ordem anterior que foi elevado. Pedro multiplicou 4 vezes o 2 que foi elevado e registrou o resultado abaixo, descartando as outras duas centenas do número principal. Portanto obteve como resposta para 4 x 281= 834. Outra operação realizada por ele confirma tal hipótese.



3x5= 15 registrou o 5 e elevou o 1 para a dezena.
3x1= 3 (descarta a dezena e multiplica direto com o valor elevado).

Figura 4.6: Descrição da operação realizada por Pedro

Podemos concluir que a compreensão da estrutura numérica não é um conceito simples. Trabalhar esta construção da estrutura numérica exigirá do professor uma intervenção didática mais provocativa, no sentido de expor o aprendente à necessidade da contagem com materiais como canudos ou palitos para que a criança possa estruturar o conceito do nosso sistema de numeração decimal, bem como deixar que as crianças realizem diversos tipos de registros, principalmente o pictórico para que em seguida vá construindo outras formas de registros. Mello (2003), em sua pesquisa baseada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996), propõe a criação de um ambiente matematizador, cheio de elementos e situações que confrontem as crianças para a construção desses conceitos. O próprio Vergnaud citado por Pais, nos afirma que:

> Um conceito é uma tríade que envolve um conjunto de *situações* que dão sentido ao conceito, um conjunto de *invariantes operatórios* associados ao conceito e um conjunto de *significantes* que podem representar os conceitos e as situações que permitem aprendê-los (2001, p. 57). (Grifo da pesquisadora).

4.3 Erros de origem ontológica

Os erros de origem ontológica são relacionados aos limites e capacidades dos alunos. Este tipo de erro indica que o aluno ainda precisa de elementos importantes para compreender o conceito em estudo.

O protocolo abaixo foi obtido durante a prova do 3º bimestre, quando a professora trabalhou de forma mais intensiva os conceitos da divisão. A produção é de Daniela. Fazendo um trabalho interpretativo do registro de Daniela, podemos levantar algumas conjecturas sobre suas hipóteses com relação à divisão no registro apresentado nesta figura.

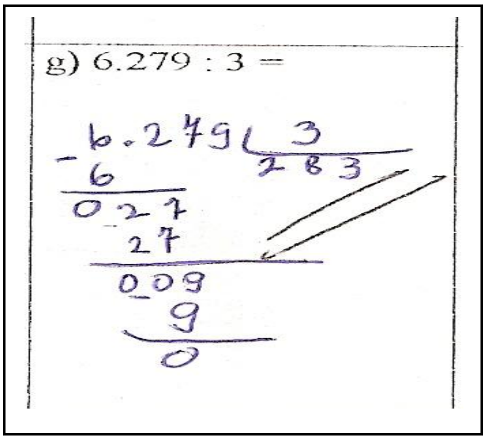


Figura 4.7: Registro da operação realizada por Daniela

Veja como Daniela resolve sua operação de divisão: ela arma a operação de acordo com o algoritmo convencional para efetivar a divisão. Daniela reproduz o modelo do algoritmo canônico, em que começamos a divisão pela ordem maior do dividendo neste caso aqui o 6 (seis) que está representando 6.000. Só que a aluna reproduz os procedimentos de pegar as ordens do dividendo e fazer a partilha pelo divisor. Pelo seu registro, podemos inferir que Daniela resolveu assim: 6 dividido por 3 dá 2. Registrou o 2 no espaço destinado ao quociente. 2 (dois) dividido por 3 não dá. O que fazemos? Agrupamos com a ordem posterior. Daniela então faz 27 dividido por 3. Ela, então, se confundiu ou errou na contagem de grupos e chega ao 8 como resposta. Como geralmente nos primeiros registros formais da divisão, os professores utilizam-se de situações em que a divisão dá exata, Daniela repete os 27 abaixo do outro 27 para efetivar a subtração necessária. Veja que a aluna ainda escreve o zero abaixo confirmando sua subtração. Resta então a unidade para ser dividida. Assim, a aluna faz 9 dividido por 3 dá 3 e registra o 3 no quociente e efetiva a subtração, zerando a operação. Podemos perceber que Daniela segue "todos" os procedimentos conhecidos para realizar a divisão. Ela, no entanto, não realiza o procedimento de colocar no quociente o zero antes de agrupar as 7 dezenas com as outras 20 dezenas, o que a levou a obter outro resultado. Assim, todos esses procedimentos mobilizados por Daniela não foram suficientes para encontrar a resposta "correta". Mesmo diante de tantos procedimentos mobilizados por Daniela, sua divisão está assinalada com dois traços, o que normalmente significa que está errada, de acordo com a codificação adotada por muitos professores. Nesse caso específico da produção de Daniela, quando a pesquisadora consultou a professora sobre o significado dos dois traços na avaliação da Daniela, a professora disse que quando assinalava com dois traços significava que o aluno deveria dar mais atenção à questão e não que significava que a mesma estava toda errada. Entretanto a educadora não apontou onde está o erro e sua natureza, deixando a criança perdida quanto aos seus procedimentos operatórios.

Compreendemos que a formação de um conceito pela criança não é um processo fácil e nem se forma num processo isolado. Muitas vezes, o aluno reproduz determinados procedimentos e técnicas que aparentemente evidenciam aprendizagem, mas esses conceitos demandam tempo e situações significativas para que eles adquiram sentido e, portanto sejam formados (FÁVERO, 2005, p. 251). Vigotsky (2001, p. 247) também nos afirma que “(...) Não menos que a investigação teórica, a experiência pedagógica nos ensina que o ensino direto de conceitos sempre se mostra impossível e pedagogicamente estéril”.

4.4 Erros de origem epistemológica

Os erros contidos nos protocolos que serão analisados nesta subseção foram classificados como obstáculos epistemológicos. Como vimos na seção dois desta dissertação, os obstáculos epistemológicos são “nós”, entraves constatados na história do conhecimento.

Observamos, em várias atividades realizadas pelas crianças, ao longo desta pesquisa, dificuldades em trabalhar com o zero. Sabemos que historicamente o zero foi um entrave para se constituir enquanto notação. Pois a representação posicional do algarismo exigiu criar uma notação para o espaço vazio. Esse tipo de registro implicou a necessidade de um sinal para interpretar a ausência de qualquer algarismo. Nessa perspectiva, observamos várias situações de interpretação do zero que foram dadas pelas crianças da turma observada.

O protocolo abaixo é do Gabriel e foi evidenciado numa situação de um exercício ou uma tarefa a ser realizado pela criança num contexto mais natural da sala de aula, momento em que a professora gostaria de verificar como as crianças estavam trabalhando com o desagrupamento na subtração.

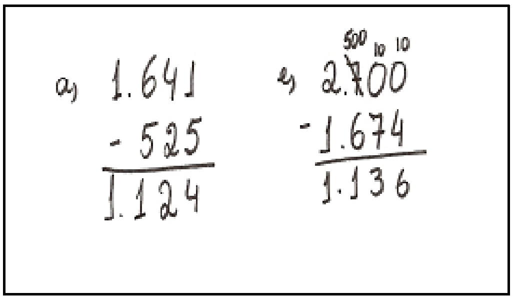
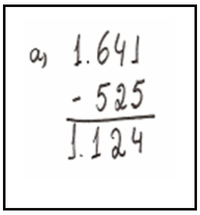


Figura 4.8: Transcrição da produção de Gabriel feita pela pesquisadora

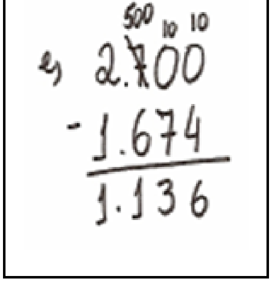
A professora passa cinco operações de subtração para as crianças resolverem, uma situação de arme e efetue. Gabriel resolve as quatro primeiras operações de forma direta, utilizando-se da comutatividade, processo em que a criança inverte o menor pelo maior para poder realizar a subtração como na operação realizada na letra ‘a’.



Unidade: 5-1=4
Dezena: 4-2=2
Centena: 6-5=1
Unidade de milhar: abaixa o 1.

Figura 4.9: Transcrição da produção da criança / Descrição da resolução

Ao analisar e compreender a produção de Gabriel, estamos dessilenciando a sua não aprendizagem e assim podemos justificar e identificar o esquema de pensamento utilizado por Gabriel para resolver as operações da letra ‘a’ até a letra ‘d’. Compreender “o esquema como uma organização invariante da conduta para uma classe de situações dada” (VERGNAUD apud FÀVERO, 2005, p. 247) nos ajuda a anunciar a aprendizagem latente do Gabriel. Neste processo, os esquemas revelam e caracterizam o modo de pensar e fazer do aprendente.



Unidade: 10-4=6
Dezena: 10-7=3
Centena: 6-5=1
Unidade de milhar: 2-1=1

Figura 4.10: Transcrição da produção de Gabriel pela pesquisadora

Na operação proposta na letra 'e' na qual aparece uma situação diferente, qual seja: o zero aparece nas duas primeiras ordens. Ao buscar resolver a situação proposta, Gabriel demonstra não dispor de todas as competências necessárias e percebe que precisa mobilizar outros procedimentos ou outro esquema para resolvê-la. Recorre ao procedimento do desagrupamento onde necessita transformar a ordem imediatamente superior na ordem anterior para poder realizar sua subtração. Ao recorrer à dezena, esta também está representada pelo zero, indicando que está vazia, assim ele recorre à centena para desagrupar e atender tanto à dezena quanto à unidade. Ele vai à centena, retira duas das 7 ali representadas, risca e escreve o 500 logo acima, passa 10 para a dezena e 10 para a unidade, reorganizando seu esquema de pensamento inicial e resolvendo pela comutatividade.

Gabriel utiliza-se dos conceitos-em-ato (VERGNAUD, 1996) para resolver as primeiras operações. Ele utiliza-se dos primeiros esquemas construídos na subtração, momento este em que a professora, ao informá-lo dos procedimentos referentes à subtração, ressalta que para subtrair devemos retirar o maior do menor. Ao se deparar com uma outra situação, a apresentada na letra 'e' Gabriel retira as informações pertinentes à situação apresentada na letra 'a' anteriormente apresentada, que Vergnaud chama de teorema-em-ato, "quer dizer, das proposições tidas por verdadeiras que lhes permitem tratar essa informação" citada por Fávero, (2005, p. 273). Assim, Gabriel retrata bem a fala da professora *"quando não dá para subtrair, busca na unidade imediatamente superior"*. Dessa forma, ele pega um e transforma em dez, ou seja, cada um (1) retirado vira dez na ordem inferior, resolvendo o seu problema para realizar a subtração.

Nesse protocolo, apresentamos um erro, cuja origem pode ser de ordem epistemológica como também de origem didática, pois sabemos que as formas pelas quais os conhecimentos são apresentados aos alunos interferem de algum modo na aquisição de novos conhecimentos. Mesmo que constatemos a origem histórica de um obstáculo, podemos verificar que muitas vezes ele vem reforçado por um obstáculo de origem didática, situação, em que o obstáculo didático aparece associado a uma outra dificuldade. Essa dificuldade com certeza acontecerá em relação a outros obstáculos, principalmente os de origem epistemológica porque se constituem em “nós” de resistência à aprendizagem tanto para o aprendente, como também para o professor, que certamente também passou por tal dificuldade, persistindo, assim, na transposição didática.

Ao analisar cada produção das crianças, podemos perceber a complexidade que acompanha o raciocínio das mesmas frente às atividades propostas pelo professor. Nesse sentido, não cabe mais ao professor aquele papel de apenas ensinar, mas o de perceber o quanto podemos aprender no espaço de mediação pedagógica e nos momentos de revelar os esquemas de pensamento das crianças que estão “errando” as atividades por nós propostas. Depresbitaris, citada por Almeida (2006, p. 57), nos ressalta a importância de compreendermos as representações e estratégias desenvolvidas por nossos alunos:

> Os dados de interesse prioritário são os que dizem respeito às representações da tarefa explicitadas pelo aluno e as estratégias ou processos que ele utiliza para chegar a certos resultados. Os “erros” do aluno constituem objeto de estudo particular, visto que são reveladores da natureza das representações ou estratégias elaboradas por ele.

Após uma pré-análise da produção do Gabriel a pesquisadora convida Gabriel para resolver outras questões bem próximas às elaboradas pela professora.

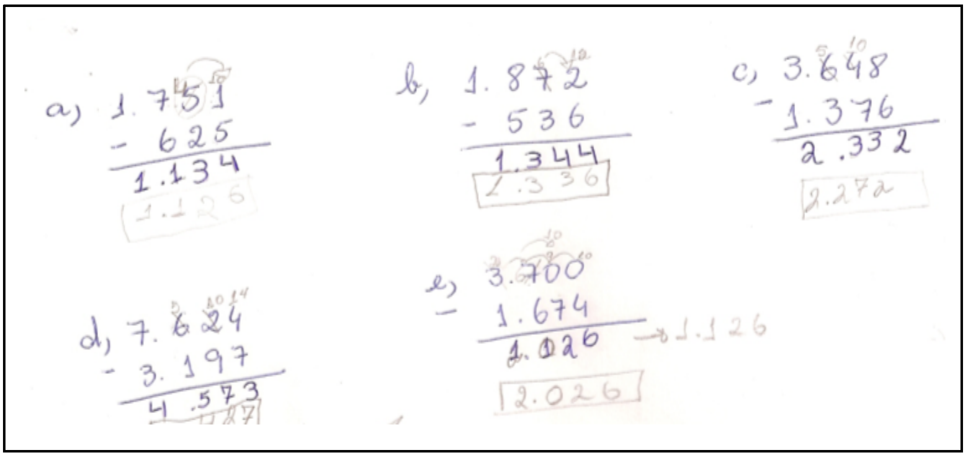
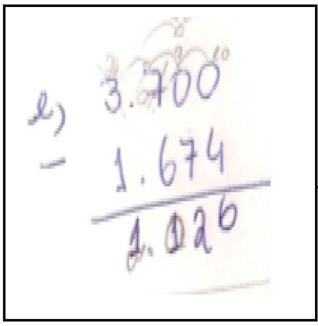


Figura 4.11: Tarefa realizada por Gabriel recoberta de caneta pela pesquisadora e a lápis é a correção do aluno através de mediação.

Gabriel resolve rapidamente as operações de subtração apresentadas no protocolo acima, conservando o raciocínio da comutatividade na resolução das quatro primeiras operações. Na última operação em que temos o zero, é que ele mobiliza o procedimento do desagrupamento.



Unidade: 10-4=6
Dezena : 9-7=2
Centena: 7-6=1
Unidade de milhar: 2-1=1

Figura 4.12: Descrição da produção realizada por Gabriel

A o resolver essa questão, Gabriel utiliza-se dos conhecimentos em ato sobre o desagrupamento. Como não se pode tirar nada do zero, ele transforma o zero da unidade em dez e efetiva a subtração: 10-4=6. Como ele havia colocado dez na unidade, na dezena, ele já não deixa dez e sim nove e resolve: 9-7=2. Na centena ele permanece com sete para realizar a subtração e faz 7-6=1. Observe que Gabriel recorre à unidade de milhar para resolver o seu desagrupamento, transferindo da unidade de milhar para a dezena e desta para a unidade, conseguindo resolver a sua subtração.

10	910	6 9 10	2 7 910
3.700	3.700	3.700	3.700
-1.674	-1.674	-1.674	-1.674

Figura 4.13: Descrição dos procedimentos seguidos por Gabriel

Esse protocolo abaixo é da Layane e pode ser verificado nos protocolos numerados e apresentados nos anexos.

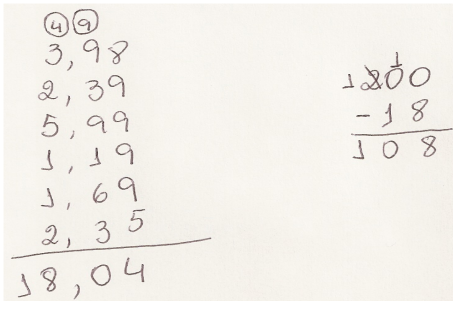


Figura 4.14: Transcrição das operações realizadas por Layane

Quando foi realizada essa atividade, Layane estava com 10 anos e para a professora, ela era uma aluna que apresentava dificuldade em matemática. O contexto dessa produção se deu numa tarefa realizada em sala de aula, onde a professora estava desenvolvendo o projeto “mercadinho”, iniciado com a organização da festa junina. A professora aproveita o contexto da festa junina para realizar esse projeto.

O projeto inicia-se com as crianças fazendo a lista de produtos necessários para a festa e organizando uma pesquisa de preço em dois supermercados. Dando prosseguimento ao projeto, a professora leva para a sala de aula encartes de supermercado para que as crianças, em grupo, elaborem situações-problema. Cada grupo elaborou o seu problema e após apreciação da professora, a mesma escolheu 3 (três) para que toda a turma resolvesse em seus cadernos. Um dos problemas proposto é o seguinte:

1) Certa manhã, Luisa, Geovana, Ingrid e Joyce foram ao supermercado Carrefour e levaram R$200,00 e compraram:

   Polpa de tomate:.1,19 óleo:...1,69 lasanha:......5,99

   fanta laranja:......2,35 café:........3,98 feijão:....2,39

   a) Quanto elas gastaram?

Figura 4.15: Problema criado por um grupo de alunas da 3ª série

Layane lê o problema e organiza a operação para resolver a primeira questão: 'quanto elas gastaram?'

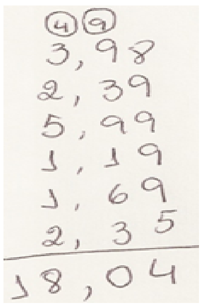


Figura 4.16: Transcrição da produção de Layane feita pela pesquisadora

Layane inicia a soma pela unidade, contando nos dedinhos. Layane somou 8+9, guardou o 8 na cabeça e contou nos dedinhos acrescentando a cada dedinho levantado a verbalização: 9,10,11,12,13,14,15,16,17, prossegue a contagem a partir do 17 acrescentando mais 9: 18,19,20,21,22,23,24,25,26. Como eram vários nove na unidade para serem adicionados, ela perde a contagem e recomeça a soma, utilizando-se da estratégia de riscar o número já contabilizado. 8+9=17+9=26+9=35+9=44+5= 49. Encontra como resultado na soma das unidades 49. Ela escreve o 4 abaixo das ordens das unidades totalizadas e eleva o 9 para as dezenas. Veja que neste momento ela inverte a ordem da composição numérica, trocando a unidade pela dezena. Layane recomeça a contagem das dezenas, continuando com as estratégias que já apresentamos na contagem das unidades. 9+9=18+3=21+9=30+1=31+6=37+3=40. A aluna escreve o zero e eleva o 4 (quatro) para a ordem subseqüente à anterior e continua efetuando sua operação até encontrar 18, assim, escreve logo abaixo e acrescenta a vírgula, isso mostra que ela tem o conhecimento da transposição entre as ordens ao formar a dezena, o que faz erroneamente somente na 1ªetapa. Layane obtém a resposta para a primeira questão do problema. Ao lado da operação, já realizada, Layane arma a próxima operação para obter o resultado da segunda questão: “Quantos reais sobraram?” Ela descarta os centavos e registra 200-18.

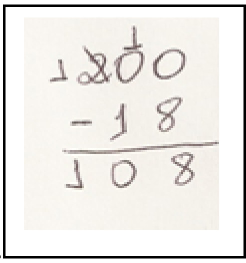


Figura 4.17: Transcrição da operação realizada por Layane

A aluna arma a subtração, 200 menos 18, e começa a verbalizar: *“zero menos oito igual a oito. Zero menos um não dá”.* A aluna risca o dois escrito na ordem das centenas, escreve o um acima do zero, na dezena, e outro um pequeno, ao lado esquerdo do dois transformando as duas centenas em apenas uma. E continua sua subtração: *“um menos um igual a zero. Um menos nada um”.* Layane obtém com este procedimento a resolução das questões apresentadas no problema.

A professora fez as correções dos problemas no quadro de forma coletiva e Layane apenas apaga o seu resultado registrando os resultados corretos.

Na aula seguinte, a pesquisadora realiza um momento de interação com a aluna Layane. Apresenta outro problema bem próximo ao que as colegas inventaram para que ela pudesse fazer as intervenções necessárias com o intuito de captar os esquemas mentais presentes.

> Suas amigas foram ao mercado e gastaram R$3,54 com chocolate, R$1,98 com suco de pêssego, R$1,73 com biscoito recheado, R$2,99 com refrigerante e R$3,69 com iogurte. Quanto as meninas gastaram?
> Quanto sobrou de troco se elas levaram R$20,00 ?

Figura 4.18: Problema proposto pela pesquisadora para realizar a mediação junto a Layane

A aluna faz a soma dos produtos.

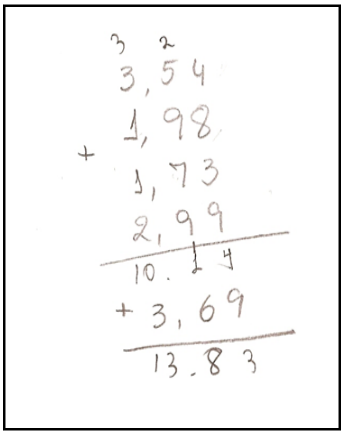


Figura 4.19: Resolução de Layane para a primeira questão do problema

A criança registra a operação e realiza a soma iniciando pelas unidades dos centavos. Soma contando nos dedinhos, 4+8=12. 12+3=15. 15+9=24 registra o 4 logo abaixo e eleva o 2 da dezena, prosseguindo sua soma: 2+5=7. 7+9=16. 16+7=23. 23+9=31. Layane, nesta soma, teve um erro de contagem, mas como estava observando seu procedimento quanto à notação numérica e ao agrupamento, tal erro passa despercebido. Ela registra o 1 (um) logo abaixo e eleva o 3 (três). Continua sua soma : 3+3=6. 6+1=7. 7+1=8. 8+2=10. Registra o 10 (dez) sem problema obtendo R$10,14 como resposta quando percebe que esqueceu de somar um produto e o acrescenta ao resultado já obtido. Sua operação agora é: R$10,14 + R$3,69 totalizando R$13,83.

Dessa forma, a pesquisadora prossegue com a interação, questionando a aluna sobre o que falta fazer. A pesquisadora registra para a Layane dizendo que suas amigas levaram R$20,00 e pergunta quanto sobrará de troco, se gastaram R$13,83.

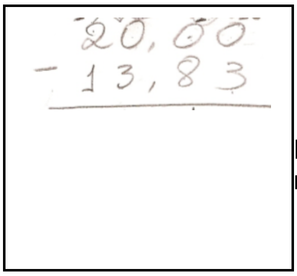


Figura 4.20: Registro feito pela pesquisadora da operação a ser realizada por Layane

Layane diz que não sabe resolver operação com tanto zero. A pesquisadora explica a Layane que ela pode resolver do “seu jeito”, fazendo risquinhos, desenhando, etc. A criança então aceita e começa a fazer os risquinhos. Layane faz 20 pauzinhos e risca 13.

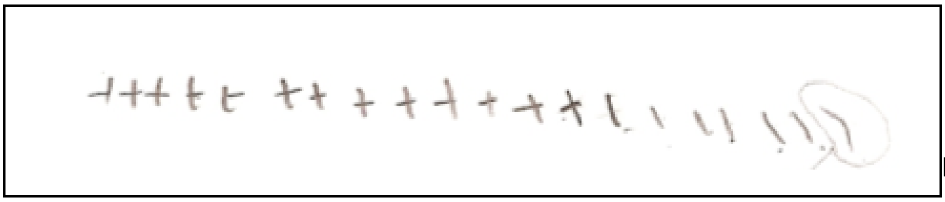


Figura 4.21: Registro pictórico de Layane resolvendo 20-13

Assim ela retira 13 reais de 20 reais obtendo como resultado 7 pauzinhos, sem riscar. Como precisava tirar 83 centavos observe o que Layane faz: Circula um risquinho, transformando em 10 (dez) bolinhas. Dessas dez bolinhas ela risca, retirando 8 (oito). Das duas que sobraram ela pega uma e transforma em mais dez e retira 3 (três) totalizando 83 centavos.

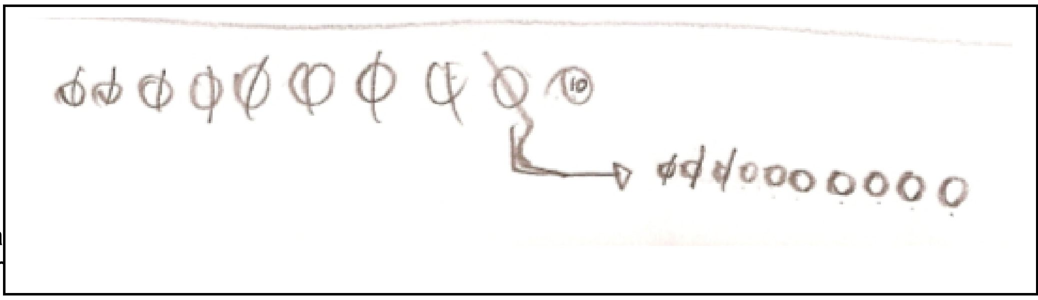


Figura 4.22: Registro pictórico de Layane retirando 83 centavos de um real

Para finalizar sua representação a pesquisadora solicita que a mesma veja quanto sobrou de troco e escreva. Layane conta os pauzinhos verificando que sobraram 6 (seis). Uma bolinha que sabia que valia 10 (dez) e mais 7 (sete) bolinhas representando 7 centavos.

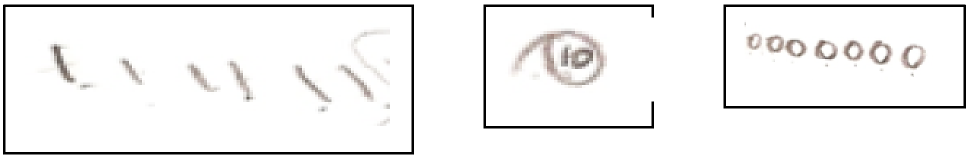


Figura 4.23: Registro pictórico de Layane respondendo ao problema proposto

Layane escreve a resposta do problema: *" ficaram 6 reais e 17 centavos".*

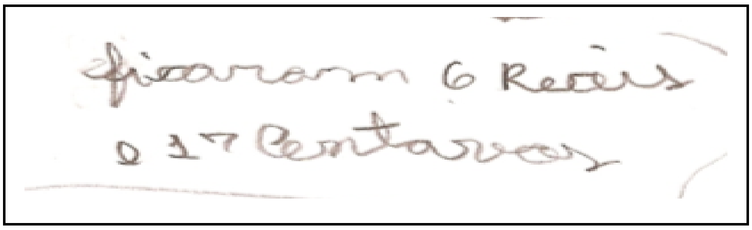


Figura 4.24: Resposta ao problema proposto por meio de frase

Após a resolução pictórica, a pesquisadora volta ao registro de 20,00 – 13, 83 para mostrar-lhe como ficaria todo o seu desenho naquele algoritmo padronizado pela escola.

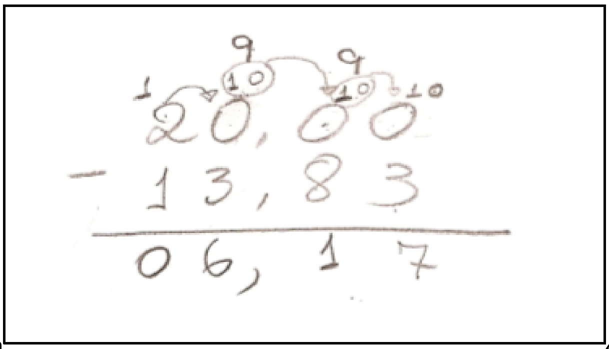


Figura 4.25: Algoritmo registrado pela pesquisadora dos procedimentos realizados pela aluna

Layane observa a pesquisadora registrando o algoritmo padronizado pela escola, mas este ainda é muito complexo necessitando de mediação. Portanto, percebemos que o pensamento de Layane não cabia na clausura do algoritmo formal.

4.5 Erros de origem didática

Os erros de origem didática foram organizados em duas subcategorias nomeadas de erros didáticos quanto ao **enunciado** e quanto aos **procedimentos**.

Relembrando ao leitor que os erros didáticos referentes ao enunciado dizem respeito ao problema no qual a professora, ao elaborar o enunciado da questão, acaba por confundir a criança na interpretação do mesmo. Os erros referentes ao procedimento referem-se aos procedimentos escolhidos pela criança que tem a sua lógica, mas este não dá conta de resolver o problema proposto.

4.5.1 Erros de origem didática quanto ao enunciado:

Passemos aos protocolos que apresentam erros de origem didática quanto ao enunciado.

A produção dessas crianças, que, aqui, serão chamadas de Pedro e Layane, foi registrada numa situação de gincana realizada em sala de aula. As crianças se organizaram em dois grupos, em duplas para resolverem situações matemáticas. Uma das duplas recebeu a seguinte tarefa para ser realizada:

Calcule da maneira como quiser: 2073 – 865=

Figura 4.26: Questão elaborada pela professora colaboradora

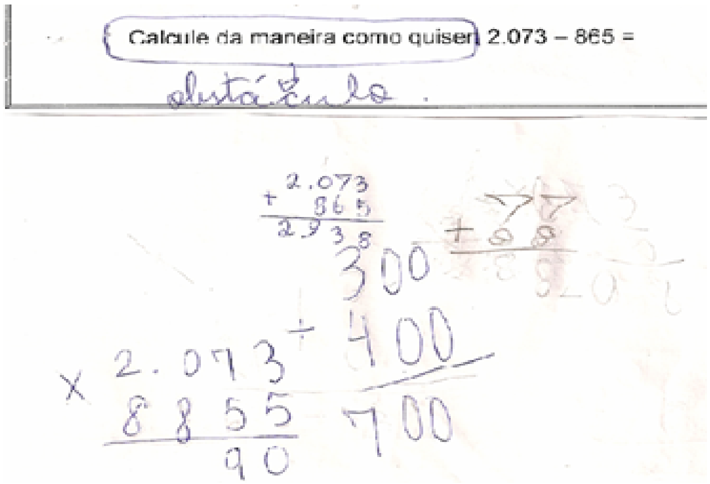


Figura 4.27: Tentativas de resolução da questão apresentada

A escolha desse protocolo deu-se, principalmente, em função da dificuldade que a dupla, Paulo e Layane tiveram para realizar esta operação que, em princípio, parecia muito clara para a professora, uma vez que desejava com esta questão, observar a compreensão das crianças em relação aos procedimentos do desagrupamento na subtração. As crianças Pedro e Layane são solicitadas a apresentar a resolução do problema e, as mesmas não querem, porque não chegaram a um consenso entre elas. A professora não compreende por que as crianças não conseguiram realizar a atividade, visto que para a professora estava clara a operação a ser realizada. A pesquisadora, como observadora desse processo, solicita uma intervenção para compreender o impasse criado pela dupla. A pesquisadora junto com a professora pegam a folha em que as crianças haviam registrado suas resoluções e encontram várias tentativas de resolução da operação apagadas com a borracha. Assim, chamam as crianças e perguntam por que fizeram e apagaram. Pedro diz que ele queria resolver de um jeito e a Layane, de outro. Essa explicação não foi suficiente para que se entendesse o porquê da divergência. Perguntamos novamente às crianças por que fizeram e apagaram muitas vezes. Pedro nos responde com o enunciado do problema dizendo que era para “calcular como quisesse os 2073 e 865”. Observamos que as crianças não “enxergaram” o sinal de subtração entre os dois números e por isso tentaram somar e multiplicar.

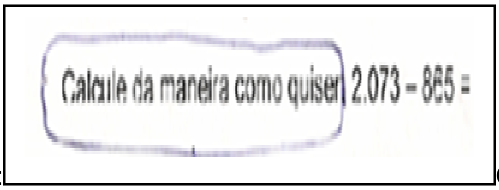


Figura 4.28: Questão apresentada como desafio para as crianças

Somente assim a pesquisadora e a professora compreenderam o impasse das crianças e a produção que poderia ser considerada como erro, ou não aprendizagem, foi levada em consideração. Pedro e Layane não entenderam que era uma operação de subtração, visto que no enunciado propunha “calcular como quisesse” o que acabou por gerar um obstáculo didático, uma vez que o enunciado distanciou a atividade da criança dos objetivos do professor. Interessava à professora que as crianças calculassem utilizando o material, ou o procedimento que quisessem. Mas elas nem perceberam que a operação solicitada era uma subtração. Começaram a resolver conforme a interpretação e compreensão que foram capazes de fazer do enunciado proposto. As operações presentes neste protocolo foram recobertas com lápis para que pudéssemos ver quais foram as tentativas que as crianças realizaram no intuito de solucionar a situação-desafio.

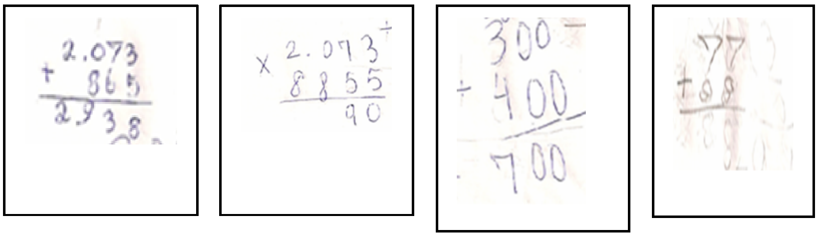


Figura 4.29: Quadro apresentando as tentativas das crianças para resolverem o desafio proposto

Podemos observar nas tentativas realizadas o quanto o enunciado, enquanto produção didática, prejudicou a compreensão da atividade, pois as crianças fizeram uma adição com os numerais propostos e depois tentaram fazer uma multiplicação e, então, começaram a inventar outros números para calcular pensando estar atendendo ao enunciado: “**Calcule da maneira como quiser”:**

O segundo protocolo referente aos obstáculos didáticos também tem a ver com o enunciado. O protocolo foi retirado da primeira avaliação do bimestre realizada pelas professoras do 4º ano de escolarização. A avaliação foi uma produção individual da criança sem trocas com os colegas. Nesta prova havia questões de “arme e efetue”, decomposição e escrita dos números e resolução de problemas.

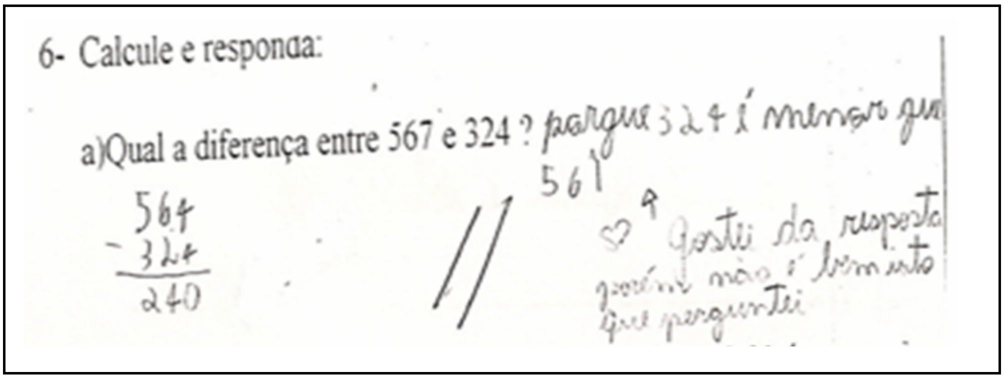


Figura 4.30: Registro de André para a questão solicitada

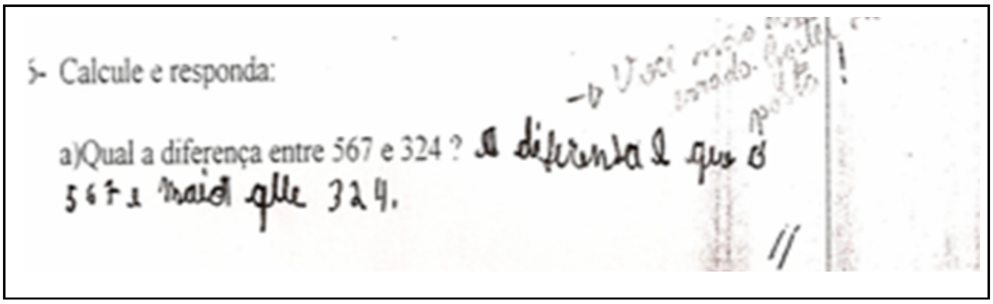


Figura 4.31: Registro de João para a questão apresentada

André e João compreendem a questão diferentemente da lógica da professora, que ao formular a questão gostaria que as crianças resolvessem uma subtração verificando a “diferença” com um dos conceitos da subtração, mas esta é uma possibilidade de interpretação diferente que gera o “erro” em relação à expectativa da professora. As crianças entenderam o termo “diferença” de outra forma, estabelecendo uma comparação de menor e maior entre os numerais ali apresentados. O “calcule” solicitado pela professora está longe da atividade, e a criança centrou-se apenas no qual a “diferença entre”. As respostas das crianças não demonstraram erro e sim uma compreensão diferente da que a professora solicitava. E observe o comentário da professora: "*Gostei da sua resposta, porém não é bem isso que perguntei*". A mesma gostou da resposta entendeu a lógica da criança, mas não considerou a resposta certa assinalando com dois traços indicando "erro". André ao receber a prova faz a atividade solicitada conforme a exigência da professora.

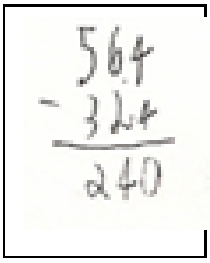


Figura 4.32: Registro de André após receber a correção da professora

O terceiro protocolo é da Jeane, também se relaciona aos obstáculos didáticos e à questão do enunciado. Observe a criatividade da criança diante da sua compreensão do problema proposto.

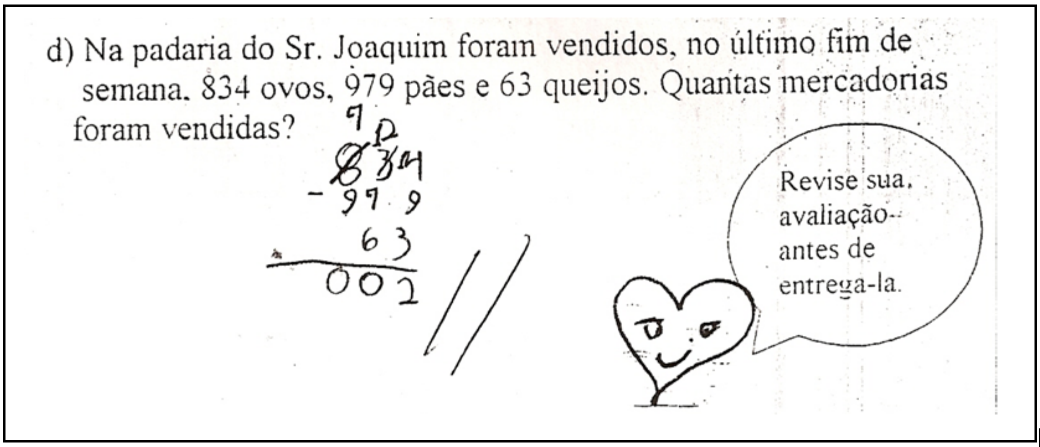
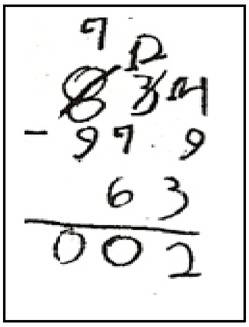


Figura 4.33: Resolução de Jeane para o problema proposto na avaliação

Percebemos que as expressões "foram vendidas" deu a idéia de subtração para a Jeane. Ao questioná-la por que resolveu o problema com uma operação de subtração, a mesma respondeu que "*se foram vendidos é porque foi retirado da padaria*".

Ferreira, citado por Mendes em sua tese de doutorado, (2001, p. 154) discute essa questão: "... o modelo capitalista a que a Matemática moderna está vinculada determina que comprar, ganhar, achar, tomar emprestado implica em se ter ou ficar com MAIS. Inversamente, vender, dar, perder, emprestar, implica em se ficar com MENOS".

Nesse contexto, Jeane registra os numerais na ordem em que aparecem no problema e efetua a subtração realizando, inclusive, os desagrupamentos necessários para efetuar a sua subtração.



Unidades: 14-9=5-3=2
Dezenas: 12-7=6-6=0
Centenas: 7-7=0

Figura 4.34: Quadro descritivo da operação realizada por Jeane

Vamos compreender o caminho seguido pela Jeane. Ela arma a operação de subtração com três termos e efetiva a subtração. E como primeira hipótese levantamos esta leitura dos seus procedimentos. Ao fazer a subtração nas unidades percebe que não pode retirar 9 de 4 e, então, faz a transformação da dezena para a unidade ficando 14 unidades e 2 dezenas. Das 14 unidades retira 9, obtendo 5 como respostas e, então, subtrai a outra unidade que ainda falta, o 3, tendo como resposta o 2, colocando-o logo abaixo das unidades. Na ordem das dezenas, como fez a transformação, risca o 3 colocando o 2. Como de duas dezenas não se pode tirar 7 dezenas, a criança faz novamente a transformação de uma centena para a dezena, obtendo assim um total de doze dezenas, podendo efetivar sua subtração. Tais transformações revelam o quanto o conhecimento da estrutura decimal do número está estável no repertório cognitivo de Jeane. Esta estabilidade é uma garantia importante na geração de procedimentos. E assim procede nas dezenas: 12 dezenas menos sete dezenas obtém como resultado (seis) que, com certeza, ocorreu um erro de contagem, e continua sua subtração 6-6=0. Registrando o zero na ordem das dezenas. Se observarmos a letrinha da Jeane escrita na ordem das centenas, observaremos que a escrita do numeral nove se assemelha à escrita do numeral sete, fazendo com que a criança efetuasse 7 centenas menos 7 centenas, obtendo como resultado o zero registrado abaixo da ordem das centenas.

Uma segunda hipótese que podemos levantar é aquela em que sobra realmente 5 da subtração 12-7, e para retirar dos 5 os 6, já tendo feito uma decomposição uma vez, fica então 5-6=0. Se ela aceitasse enquanto teorema em ato (VERGNAUD, 1996, citado por Fávero, 2005, p. 273) a possibilidade de uma segunda decomposição, ai teríamos : na dezena: 12-5= 5, como de 5 não dá para tirar 6, ela desagrupa o 7 da centena, ficando 6 centenas e, na dezena, ficaria 15-6=9, e a quantidade de dezenas restantes estaria correta no sentido matemático.

Podemos observar que o **processo operatório** da Jeane está todo logicamente correto, inclusive sendo um processo inusitado, para não dizermos criativo. Se observarmos o processo de resolução da Jeane, perceberemos toda a sua compreensão no processo de desagrupamentos na subtração. Entretanto, essa produção é considerada errada pela escola.

Nesta análise, contamos com Estebam (2002) para refletirmos sobre "*o que sabe quem erra?"*, título de seu livro que faz uma reflexão sobre o cotidiano do professor na sala de aula e traz aportes teóricos para que o mesmo compreenda e veja o que antes não via. Assim, também convidamos o leitor a prestar atenção nas aprendizagens apresentadas nesses três protocolos. As crianças partem de seus conhecimentos sociais para interpretar os enunciados, mobilizando conhecimentos ensinados na escola para resolverem suas situações-problema, buscando através de sua compreensão demonstrar o aprendizado. Esses novos caminhos mobilizados pelas crianças demonstram o quanto estas crianças estão pensando, embora por caminhos diferentes, que não podem ser descartados pela escola sob pena de transformar essas crianças, naquelas que mais fracassam na escola porque não seguiram a "lógica da professora".

Esse novo olhar sobre o erro da criança possibilita-nos verificar que os enunciados apresentados às crianças, pela professora, as fizeram trilhar por um outro caminho. Revelando, dessa forma, uma origem didática do erro das crianças. Como nos afirma Pais:

> Para o aluno ter acesso ao conhecimento, é necessário a colocação didática do problema da linguagem envolvida no saber científico. Nesse sentido, apesar de parecer evidente que o saber científico não pode ser ensinado na forma como se encontra redigido nos textos técnicos, essa questão se constitui num obstáculo que deve ser considerado no processo de aprendizagem. (2002, p. 22).

Com base nessa colocação percebemos que se torna necessário um trabalho efetivo do professor no sentido de compreender as limitações do aluno, buscando uma reelaboração do contexto de ensino-aprendizagem.

4.5.2 Erros de origem didática quanto ao procedimento

Os próximos dois protocolos analisarão os erros de origem didática quanto ao procedimento. Esta subcategoria refere-se à análise em que o erro aparece dentro do procedimento operatório realizado pelo aluno. Este segue os procedimentos ensinados pela professora, esquecendo-se de alguns detalhes que o conduzem ao erro.

$$\begin{array}{r} 8.365 \\ \underline{-789} \\ 8.424 \end{array}$$

Figura 4.35: Transcrição da produção da criança

Esta produção foi retirada da avaliação do 1º bimestre, numa situação de arme e efetue sem qualquer contexto sóciocultural. Olhando apenas o resultado da operação certificar-nos-íamos do não saber da Layane. Porém, se observarmos os seus processos perceberemos o saber implícito que a aluna nos revela. O seu processo de resolução expressa o saber fazer da criança denominado por Vergnaud (1996) de **conhecimento em ato.** A aprendizagem de conceitos transita entre o saber fazer "conceito em ato" e o conceito expresso por palavras, que ele denomina de "forma predicativa do conhecimento, isto é, saber explicitar os objetos e suas propriedades" (p.13). Dessa forma, a criança compreende e opera com o conceito de subtração. Layane realiza a subtração proposta, mobilizando procedimentos já conhecidos na subtração sem desagrupamento. Organiza o algoritmo de forma adequada a realizar a operação, colocando ordem embaixo de cada ordem correspondente e realiza sua subtração. Percebendo que não se pode tirar o maior do menor, a criança inverte o processo para que realize a sua operação. Ela utiliza-se da comutatividade para a resolução da subtração, o que não é válido para esta operação. Layane subtrai na ordem das unidades 9-5 para 5-9, o que para ela, neste momento, não faz diferença e obtém como resultado 4 (quatro) e registra-o abaixo na ordem das unidades. Prossegue com as demais ordens, 6 dezenas menos 8 dezenas não dá, então faz 8 dezenas menos 6 dezenas, obtendo assim 2 dezenas. Para a centena faz da mesma forma utilizando-se da comutatividade, encontrando 4 como resultado, na unidade de milhar como não encontra outra unidade a ser retirada apenas a reescreve abaixo, chegando ao resultado de sua subtração. Percebe-se que a criança se apóia num conjunto de regras impostas, que podem ser fruto da transposição didática em que o professor, através da "linguagem", da exposição oral do conteúdo, determina os procedimentos para a realização da tarefa, como por exemplo: chamar a atenção das crianças com relação à organização do algoritmo tanto da adição como da subtração em que se deve escrever unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena, centena embaixo de centena, como também alertar as crianças que na subtração, retiramos sempre do maior, levando a uma memorização de tais procedimentos.

Esse protocolo é de fundamental importância, pois tal erro é muito freqüente no cotidiano pedagógico merecendo, portanto, nossa atenção no sentido de compreender as possíveis causas de tal erro matemático.

Para confirmar a hipótese da pesquisadora, a mesma convida Layane para uma conversa de modo a compreender melhor seus procedimentos operatórios com relação à subtração.

A pesquisadora organiza a operação, criando uma situação-problema, envolvendo a aluna num contexto mais significativo. A pesquisadora problematiza assim: "*Layane você tem 8.365 reais e precisa pagar 789 reais para a sua professora*". Propõe que Layane utilize o material dourado planificado para resolver a questão. A criança representa 8 unidades de milhar com chequinhos de mil reais, que estavam junto com o material dourado planificado, pega 3 placas representando as 3 centenas, 6 dezenas representadas pelas barrinhas e 5 unidades.

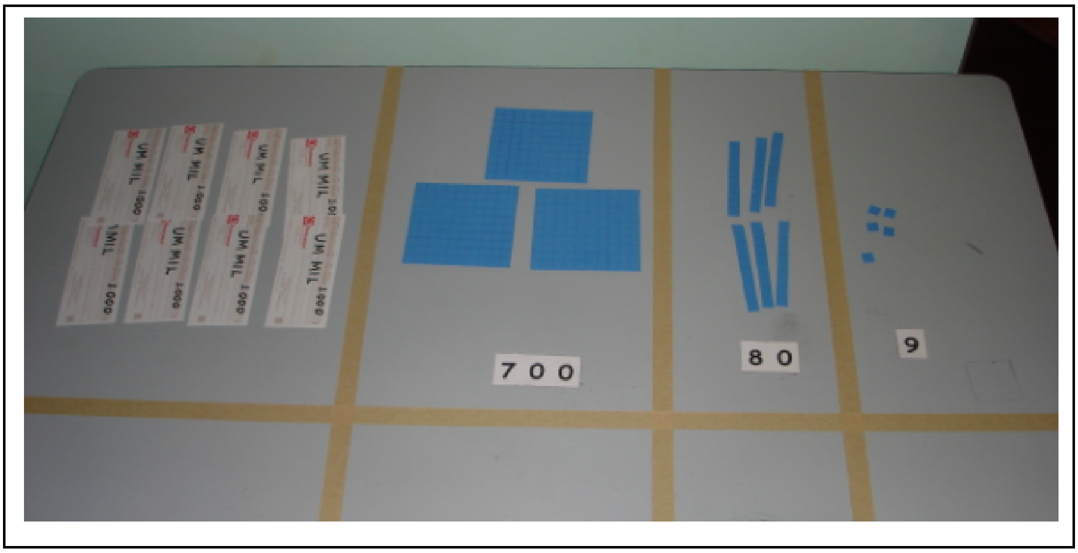


Figura 4.36: Foto demonstrativa do material utilizado pela criança para resolver a questão

A criança quer pegar 7 centenas e se depara com apenas 3 e constata que não tem centenas suficientes para retirar as 7 (sete centenas). A própria criança diz que tem que pegar dos mil e trocar pelas placas que representam as centenas. É essencial observar que tal troca (procedimento matemático fundamental) só toma significado para a criança quando ela se vê mergulhada em contexto que faz sentido para ela. Layane faz a troca, e retira as 7 centenas das 10 centenas trocadas pelo chequinho de mil. Ao tentar retirar 8 dezenas das 6 representadas pelas barrinhas também percebe que não dá e diz que tem que trocar uma placa que representa uma centena por dez barrinhas da dezena. Layane efetua a troca, junta as 10 barrinhas com mais 6, totalizando 16 dezenas, e, assim, retira as 8 dezenas solicitadas. Procede da mesma forma com as unidades. Ao retirar 9 unidades de cinco diz que tem que fazer a troca de uma dezena pelos quadradinhos que representam as unidades. Faz a troca, retira as nove unidades. A pesquisadora pergunta com quanto ela ficou e a mesma organiza o material para verificar o que sobrou. Compara com o material e verifica como resultado: 7 unidades de milhar (representado por 7 chequinhos de 1000), 5 placas que é igual a 5 centenas, 7 dezenas e 6 unidades.

É necessário destacar que para compreender a natureza do erro e mudar a situação que o gerou foi necessário, no contexto da pesquisa, tanto propor uma situação de significado sociocultural para a criança, quanto à oferta da possibilidade de ação material para a representação do procedimento. Assim houve mediação por parte da pesquisadora.

Esta, no contexto da mediação, observa que Layane realiza o desagrupamento com os materiais propostos. Mas e o registro da operação? Passemos, pois, para uma outra etapa que é o registro do que a criança fez com o material.

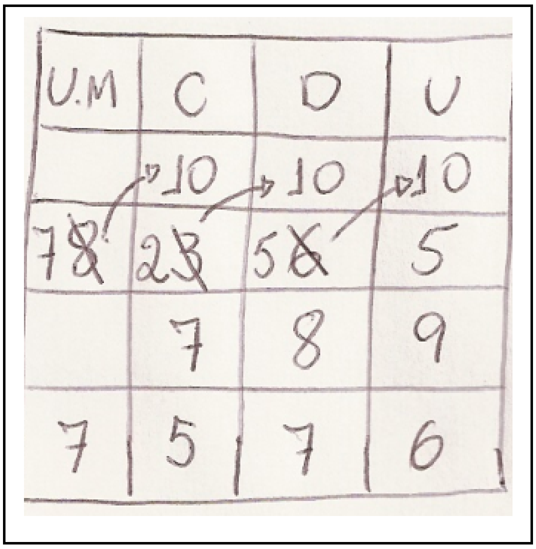


Figura 4.37: Algoritmo registrado pela pesquisadora após intervenção com material

A criança pega o lápis para fazer a operação já armada num quadro em que a pesquisadora organiza ordem embaixo de ordem. Ela risca os numerais que precisam realizar o desagrupamento e faz as setas, indicando as devidas transformações, uma vez que esse é um procedimento adotado pela professora participante na hora de fazer as transformações nas correções das tarefas.

Logo em seguida, a criança começa a operar utilizando outro procedimento para efetuar a subtração. A criança utiliza-se dos dedinhos para encontrar o resultado. Começa pelas unidades. Levanta o polegar e conta 14, ao levantar o indicador conta 13, para o dedo médio12, para o anelar 11, para o mínimo 10 e, na outra mão, continua levantando outro dedinho, dizendo 9, seguindo uma ordem decrescente na contagem. Quando chega aos nove, a criança tem seis dedinhos levantados, mostrando-os como resposta. Layane procede dessa mesma maneira para encontrar os resultados da dezena e da centena.

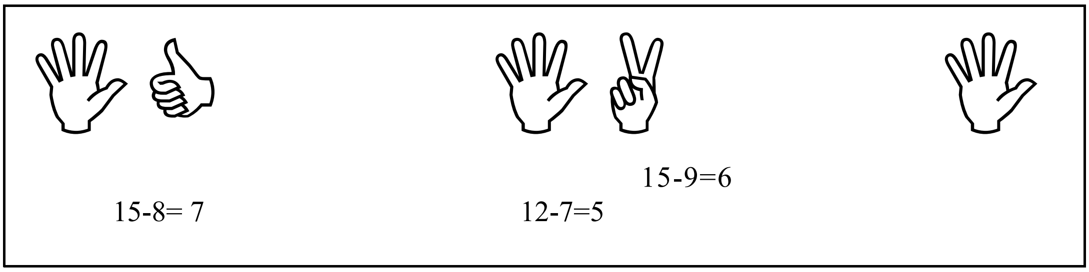


Figura 4.38: Procedimentos realizados por Layane para resolver a operação solicitada

Podemos observar que Layane, ao se deparar com uma operação sem contexto e significado para ela, evoca a conceitualização mais simples da subtração. No momento de interação com a pesquisadora, é dado a ela um contexto, ou seja, a criança insere-se numa situação problema que tem sentido, significado para estabelecer relações mais complexas. Os espaços de situação propostos por Vergnaud (1996) quer dizer que o aluno está diante de problemas e tarefa que o fazem mobilizar seus conhecimentos prévios. Mobilizar parte do processo cognitivo consiste por em ação um conjunto de procedimentos de raciocínio desenvolvidos pelo sujeito para coordenar as adaptações necessárias para que as informações sejam incorporadas em uma nova situação de aprendizagem, buscando novas possibilidades de adaptação do novo conhecimento. Pais denomina tal procedimento de “estado de apreendência”.

> Esses procedimentos de aprendizagem quando praticados de forma dinâmica e com certa continuidade, se traduzem pelo chamado estado de “apreendência”, conforme termo utilizado por Assmann (1998). A “apreendência” caracteriza um estado de disponibilidade para que o sujeito coloque em funcionamento novos procedimentos de raciocínio, ao contrário de simplesmente repetir modelos, fórmulas, algoritmos e ações automatizadas. (2001, p. 53).

Percebemos que Layane ao contar com intervenção da pesquisadora e do material representacional manipulativo consegue realizar com sucesso sua subtração. E mais, ainda revela que possui muito conhecimento acerca dos conceitos e procedimentos que a situação requer. Isso nos faz atrelar a análise do erro ao contexto da avaliação, ou seja, se fôssemos avaliar o conhecimento matemático da Layane apenas embasados em sua primeira produção, estaríamos realizando uma avaliação minimamente equivocada acerca de suas capacidades e limites.

Vigotsky, citado por Rego (2001, p.72-73), nos propõe como estruturação da intervenção pedagógica, o conhecimento do desenvolvimento real e do conhecimento do desenvolvimento potencial do aprendiz. O nível de desenvolvimento real é determinado por aquilo que a criança pode fazer sozinha, e o desenvolvimento potencial (ZDP) é determinado pelo que ela pode fazer mediatizada pela interação com os sujeitos mais experientes, como também mediatizada pelos processos representacionais. O nível potencial é bem mais indicativo do desenvolvimento da criança do que aquilo que consegue fazer sozinha. Nesse sentido, os contextos de nossas avaliações formais verificam um desenvolvimento já adquirido pela criança, perdendo a possibilidade de vê-lo como desenvolvimento prospectivo, como espaço de elaboração de novas estratégias de aprendizagens.

5- O que aprendemos com os erros dos alunos?

> Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os contam, não se reduzem à condição de objeto, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender. Por isso é que, do ponto de vista gramatical, o verbo ensinar é verbo transitivo-relativo. Verbo que pede um objeto direto – alguma coisa – e um objeto indireto – alguém (FREIRE, 2002, p.25).

A epígrafe foi retirada do livro *Pedagogia da Autonomia*. Freire nos faz refletir que devemos aprender com os saberes apreendidos nas reflexões rigorosas de nossa prática educativa.

Ao compreendermos como nossos alunos aprendem, aprenderemos também a ensiná-los. Nossas análises reforçam as idéias freirianas, que nossas bases tanto pedagógicas quanto de visão de mundo devem estar alicerçadas em rigorosidade, criticidade, humildade, curiosidade, disponibilidade e competência para podermos nos tornar capazes de *intervir* e gerar novos saberes, o que fica bem evidente nas análises realizadas na seção anterior.

Nesta seção refletimos um pouco sobre o que aprendemos com os erros das crianças. São considerações importantes levantadas nos momentos de aprendizagens dessa pesquisa colaborativa e sabemos que tais considerações não se esgotam, mas ao contrário, suscitam novos elementos para continuarmos estudando sobre o tema desta pesquisa.

5.1 O registro da criança

Saímos desta pesquisa imbuídos da importância que precisamos dar aos registros das crianças. Precisamos valorizar e aprender com esses registros, que aos nossos olhos de professores, são comuns, mas que como pesquisadores podemos ler e interpretar com mais clareza, pois são inusitados. Assim, esses registros como os desenhos, as frases, palavras e números realizados por nossos alunos são fundamentais para conhecermos suas concepções e ressignificarmos o que antes víamos como “erro”. Essa análise das produções das nossas crianças não é uma tarefa fácil, mas é imprescindível para compreendermos seu processo de resolução, sua hipótese sobre os conceitos em estudo.

Somos seres de representação, ou seja, precisamos de algo que expresse nosso pensamento, a linguagem, os signos têm essa propriedade. A representação é a tradução através dos signos daquilo que sentimos e pensamos. E mais, representação e significação andam de mãos dadas, conforme nos revelaram nossas crianças.

Em Matemática para expressarmos nosso pensamento quanto à compreensão dos conceitos e relações, precisamos compreender os objetos matemáticos (DUVALL, 1988 citado por DAMM, 2002, p.135). Para expressarmos nossa compreensão precisamos das representações como mediadoras. Assim, podemos utilizar a linguagem simbólica, como a pictórica (desenhos, marcações, setas, diagramas e outras) a linguagem corporal, e principalmente a oral, a escrita (signos), assim como as ações, que representam procedimentos que a criança ainda não consegue traduzi-los e o que está ricamente presente neste estudo.

Em tese, o registro deveria ser a representação dos procedimentos operados pela criança para resolver a situação proposta. No entanto, percebemos neste estudo no espaço da sala de aula algumas limitações. Num primeiro momento, essas limitações acontecem porque nossa concepção sobre o registro pictórico é negada pelo professor no fazer matemático das nossas salas de aula. Mais comumente, encontramos esses registros sempre nas margens das folhas de exercícios, ou nas carteiras escolares. Num segundo momento, nos deparamos com nossa inabilidade de interpretar o esquema de pensamento da criança, uma vez que ele exige conhecimento aprofundado da psicologia cognitiva. Os seus registros são singulares, expressam os seus caminhos e procedimentos utilizados na resolução da situação apresentada bem como as lacunas quantos aos símbolos, signos e conceitos que ainda lhes faltam para expressar tal pensamento. Vimos na seção anterior que não podemos descartar nenhum registro da criança sob pena de deixarmos escarpar o seu fazer matemático.

Nós, professores, temos dificuldade de fazer uma leitura minuciosa dos registros das crianças. Para nós a resposta que não se enquadra na escrita padronizada não serve para ser lida, interpretada e institucionalizada na práxis pedagógica. E, portanto, consideramos as respostas julgadas “certas” e desconsideramos as consideradas “erradas” sem questionarmos que as respostas certas e erradas têm um porquê e traduzem processos cognitivos bem complexos. Não podemos desconsiderar nenhum registro, pois em nossa prática não temos essa preocupação, de conhecer e interpretar esses registros e procedimentos. Essa atitude de considerar os registros dos nossos alunos abrirá um leque de possibilidades para compreendermos o raciocínio da criança e revermos nossas mediações. Não podemos negar que levantar essas conjecturas sobre o raciocínio da criança não é uma tarefa simples. No entanto, é um dos primeiros passos que necessitam ser seguido, como dar voz à criança para verificarmos se a nossa leitura interpretativa coincide ou não com o que efetivamente a criança pensou. Esse exercício de leitura e interpretação ajudar-nos-á a perceber novos caminhos e procedimentos pedagógicos de mediação e intervenção pedagógica.

O fato de nós, professores, muitas vezes descaracterizarmos as atividades cognitivas das crianças mostra nosso desconhecimento da natureza do erro. Neste sentido, é preciso compreender que a ação do professor necessita caminhar ao encontro da produção cognitiva da criança. Não dá para olharmos suas respostas, “certas ou erradas”, sem buscar entendê-las na perspectiva dos próprios autores em ação.

Vimos assim, o quanto necessitamos compreender a aparência da resposta “errada” o que se esconde por detrás do “erro” buscando a essência da aprendizagem da criança.

Sabemos que a notação matemática tem suas próprias e singulares propriedades e estas refletem uma relação dinâmica entre a ação cognitiva e a notação já instituída culturalmente como observado na figura 4.34 da seção anterior. No entanto, nossas crianças ainda não compreendem totalmente esse dinamismo das notações. Nossas crianças precisam de espaços de representações alternativos para que compreendam gradativamente o objeto matemático e consigam compreender as propriedades das notações. É assim que compreendemos a conceitualização, como um processo longo e complexo.

Se observarmos a representação de Layane para resolver o problema envolvendo o sistema monetário, (R$20,00 – R$13,83) veremos o quanto a aluna compreende tal estrutura em seu contexto social, não sabendo apenas como passar para a forma exigida pela escola.

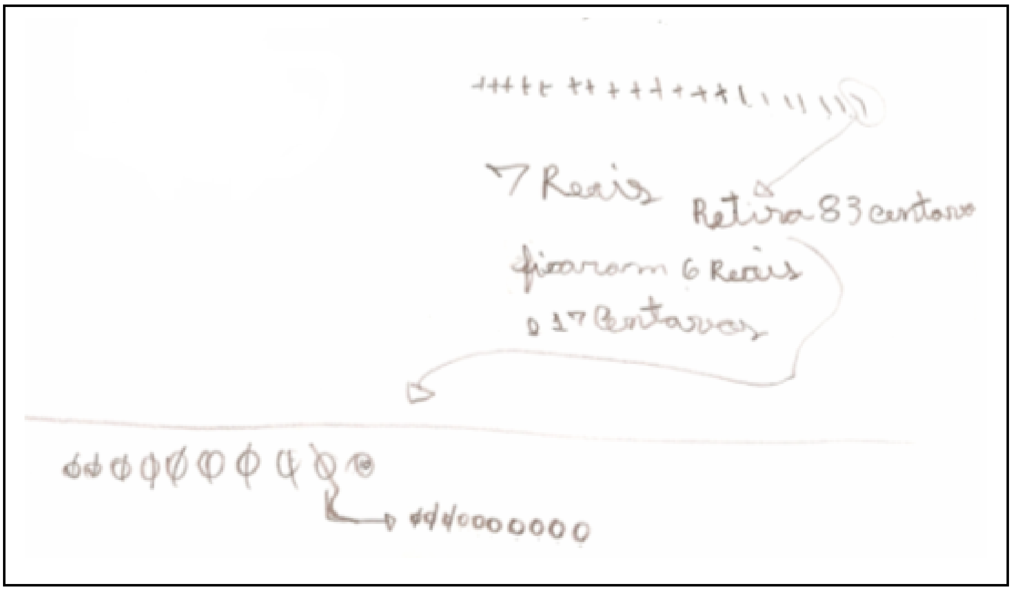


Figura 5.1: Registro pictórico de Layane resolvendo o problema proposto

Podemos ver que o registro figurativo e descritivo de Layane demonstra a compreensão que tem para efetuar a operação solicitada.

5.2 A importância de ouvir a fala da criança

Com grande certeza não teríamos compreendido os erros expressos nas atividades das crianças sem a sua efetiva participação oral para que pudesse entender o seu raciocínio bem como os seus procedimentos operatórios. Assim, ouvir a criança falar sobre suas produções foi procedimento do método desta investigação que merece ser foco em futuros estudos.

É importante ressaltar que o primeiro processo para compreender o “erro” da criança é buscar interpretar a sua produção. Levantar as hipóteses acerca dessa produção é tarefa fundamental para que possamos enxergar com os olhos da criança. Se não nos colocarmos em seu lugar, para compreender tal produção, não conseguiremos ouvir com clareza a fala da criança, buscando o que esta efetivamente pensou. Se necessário for, reconstruir trilhas apagadas, como fizemos com Layane, em que tivemos que recobrir as tentativas apagadas para podermos compreender o que estava nos dizendo.

A ação do professor em relação à produção da criança é de ausculta, de opção pela necessidade que se instaura de dessilenciamento do que, pelo "erro" reconhecido apenas como *não saber* leva o aluno ao processo de exclusão da escola. Portanto, não deveríamos julgar a produção da criança apenas pelo seu registro escrito e formalizado no algoritmo. Em nossas intervenções, constatamos que é imprescindível ouvir a criança. Não há como compreendê-la de fato sem entender suas produções.

> A imposição de uma lógica única, de um só saber, o reconhecimento de um conjunto de conhecimentos, como único e legítimo tem o sentido de eliminar todas as outras possibilidades, fazendo da ignorância a única alternativa para quem não domina o conhecimento valorizado. A aceitação da ausência de determinados conhecimentos como ignorância transforma o potencial criativo dos múltiplos saberes em impossibilidade. Na escola, na sala de aula, como nos demais contextos sociais não há espaço para o divergente, para a solidariedade, para a cooperação, para o retrocesso (ESTEBAN, 2002, p. 17).

Estebam, neste pequeno trecho, abre espaço para confrontarmos nossas práticas pedagógicas vivenciadas e constituídas ao longo de nossa trajetória sob bases conservadoras, que nos impuseram, e ainda hoje, se impõe um único saber, bem como uma única forma de se chegar a determinadas respostas, neste caso específico de nossa pesquisa, respostas matemáticas.

Aprendemos, assim, o quanto é necessário valorizar a fala da criança como princípio fundamental do processo de ensino e de aprendizagem. Valorizar no sentido de dar significação, de qualificar como bom um registro que ainda não estamos acostumados, para podermos fazer aflorar outras linguagens ainda desconhecidas em nossas salas de aula.

Esta valorização traz um novo enfoque epistemológico e metodológico acerca da percepção do "erro" da criança no processo de produção de conhecimento matemático na escola.

5.3 A reorganização didática do professor

Rios (2005, p. 96) diz-nos que, para que a práxis seja competente, não basta o domínio de alguns conhecimentos e os recursos de algumas técnicas. É preciso uma determinação autônoma e consciente dos objetivos e finalidades bem como o compromisso com as necessidades concretas do coletivo da sala de aula, lançando mão da sensibilidade, da criatividade e, principalmente, do conhecimento. E aqui reiteramos a necessidade de conhecer os esquemas de pensamentos (Vergnaud, 1996) das nossas crianças, buscando compreender seu fazer matemático. E também, para não fazermos da avaliação um julgamento das respostas das crianças com base apenas naquilo que o professor espera como resposta.

Uma prática avaliativa mediadora confere ao professor uma outra responsabilidade. O professor assume a responsabilidade de refletir sobre toda a produção de conhecimento da criança, promovendo a construção de novos saberes na sala de aula. Neuza Bertoni Pinto foi pioneira na pesquisar sobre o erro da criança bem como buscar transformar o erro numa estratégia didática para auxiliar na aprendizagem, e também nesse sentido Nunes e Bryant (1997) reforçam e buscam compreender a responsabilidade da avaliação mediadora.

A reorganização didática do professor, para dar suporte às aprendizagens realizadas pelas crianças, é fundamental tanto para os próprios alunos quanto para o professor que no processo de ação-reflexão-ação encontra novas possibilidades de realizar o fazer pedagógico sustentado na aprendizagem de todas as crianças.

O espaço de formação continuada realizado na EC TQN proporcionado pelo projeto de (re) educação matemática desenvolvido por Muniz (2001), bem como as incursões de pesquisas realizadas nessa escola, proporciona uma reflexão sobre nossas experiências docentes, contribuindo também para buscar um novo olhar sobre as produções das crianças, como também reorientando-nos para construirmos um espaço diferente para as aprendizagens matemáticas ali realizadas.

A professora colaboradora desta pesquisa buscou numa das aulas observadas reorganizar o seu fazer pedagógico a partir de situações que levem os alunos a um legítimo contexto de metacognição. Esse processo constituiu-se em criar uma situação-problema para os alunos, no sentido de provocá-los, de fazê-los mobilizar seus procedimentos conhecidos para resolver a situação proposta e também os desafiando a buscar novos procedimentos operatórios. Gostaria de ressaltar neste momento que Vergnaud (1996) considera a **Didática uma provocação.** Provocação esta que fará os alunos revelarem seus processos de pensamento através de conceitos e teoremas em que os aprendentes mobilizarão em busca de produzir uma solução para o problema proposto.

Segundo a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986 citado por Freitas, 2002), essa forma de comunicação do conhecimento, constitui-se na *devolução.* Para Brousseau citado por Freitas, a devolução tem um sentido bem específico:

> A devolução aqui tem o significado de transferência de responsabilidade, uma atividade na qual o professor, além de comunicar o enunciado, procura agir de tal forma que o aluno aceite o desafio de resolvê-lo como se o problema fosse seu, e não somente porque o professor quer.
> (FREITAS, 2002, p.68).

Nesse sentido, a professora colaboradora conversa com a turma dizendo que dará um desafio em que todos terão que colocar a cabeça para funcionar. "*É um desafio. Você terá que resolver do seu jeito e mostrar como chegou ao resultado".*

A professora colaboradora desta pesquisa lança a operação 21 vezes 123 e deixa aproximadamente 20 minutos para que as crianças resolvam.

Nesse espaço de tempo, as crianças resolvem a operação e são solicitadas a demonstrar como fizeram. No momento em que as crianças explicavam como haviam resolvido a questão, a professora não se preocupou em verificar se a resposta estava "correta". A professora ficou atenta e chamou a atenção da turma para que prestassem atenção aos procedimentos apresentados pelos colegas porque posteriormente fariam a escolha de um desses procedimentos para resolverem outras questões.

A professora obteve a apresentação de cinco crianças. Cada uma apresentou o seu jeito de resolver a operação.

Bruno

46
123
x21
2570

Pablo

100
x21
2100

2100
+483
2583

Rafael

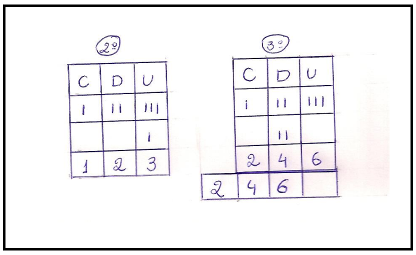
46
123
x21
2583

Marina

123
X21
123
X20
2460

Ana Clara

123
x21



2460
+123
2583

Figura 5.2: Quadro com as transcrições dos algoritmos apresentados pelas crianças

O quadro acima representa como as crianças fizeram seus registros no quadro negro, explicando seus procedimentos.

Bruno fez a contagem, adicionando 123, vinte e uma vezes e obteve 2570. Esse registro, ele fez numa folha à parte. Para o registro no quadro negro apresentou apenas registro da operação com o resultado, verbalizando os outros procedimentos.

46
123
x21
2570

Figura 5.3: Transcrição do Algoritmo de Bruno

Observe que todo o procedimento operatório de Bruno não está registrado em seu algoritmo espontâneo. A sua apresentação para a turma, explicando seus procedimentos, é que nos fizeram enxergar sua estratégia de resolução.

Pablo realizou sua operação com outra estratégia. Ele fez uma decomposição do 123. 123 = 100+20+3. E assim realizou utilizando as mãos, 21 vezes o 100 contando de cem em cem até 2100.

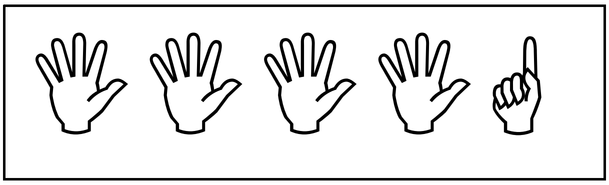


Figura 5.4: Descrição dos procedimentos realizados por Pablo

Em seguida registrou seu algoritmo com duas operações: 21 x 100= 2100. Numa folha a parte realizou uma adição, onde somou 21 vezes o 23 totalizando 483. Assim para obter a resposta Pablo soma 2100+483 chegando ao resultado de 2583. Porém só esse registro foi para o quadro. O restante dos procedimentos foram demonstrados oralmente pela criança.

$$\begin{array}{r} 100 \\ \underline{\times 21} \\ 2100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2100 \\ \underline{+483} \\ 2583 \end{array}$$

Figura 5.5: Transcrição dos algoritmos realizados por Pablo para resolver o desafio proposto

Rafael vai eufórico para apresentar sua produção. Veja como é pequeno o seu algoritmo da multiplicação por dois algarismos. No entanto, seus procedimentos operatórios são complexos e abstratos.

$$\begin{array}{r} 46 \\ 123 \\ \underline{\times 21} \\ 2583 \end{array}$$

Figura 5.6: Transcrição do algoritmo apresentado por Rafael

A fala de Rafael para explicitar seu raciocínio é fantástica. Observe seu diálogo com a professora:

Al. “*Eu descobri que se eu fizer ao contrário eu chego na resposta mais rápido*.”
Prof. “*Ao contrário como?*
Al. “*3 vezes o 21 dá 63. Anoto o 3 e escrevo o 6. 2 vezes o 21 dá 42 dezenas mais 6 do 63 dá 48, anoto o 8 e escrevo o 4 aqui em cima da centena. Depois faço 1vez o 21 dá 21 centenas mais 4 dá 25. Como está no último número posso*

Figura 5.7: Transcrição do diálogo realizado pela professora colaboradora e o aluno Rafael

Por sua vez, Marina registra 21 vezes 123, mas ao proceder a multiplicação faz uma vez 123 e anota abaixo. Em seguida registra o sinal de vezes abaixo do primeiro resultado e continua a multiplicar por 20. Inicialmente a aluna multiplica 20 vezes o 3 e registra 60. Depois se perde no registro e faz 2 x 3 = 6, 2 x 2 = 4, 2 x 1=2 e acrescenta o zero no final sem saber concluir seu raciocínio.

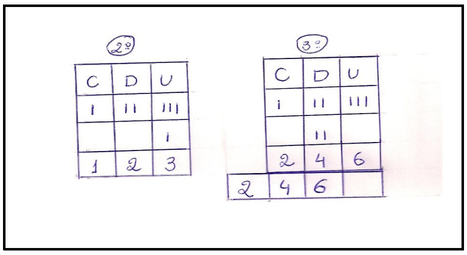
$$\begin{array}{r} 123 \\ \underline{X21} \\ 123 \\ \underline{X20} \\ 2460 \end{array}$$

Figura 5.8: Transcrição do algoritmo apresentado por Marina

Marina decompõe o 21 em 20 + 1 e assim multiplica uma vez 123, obtendo 123. E por fim multiplica por 20, obtendo 2460, seu teorema em ato reflete a idéia: “*multiplica o um e depois multiplica o vinte*”, encaminhando corretamente em seus procedimentos operatórios.

Ana Clara, ao resolver sua operação, utiliza-se do QVL para resolvê-la. O QVL é um quadro que representa o valor posicional dos algarismos.

123
x21



2460
+123
2583

Figura 5.9: Quadro descritivo das etapas realizadas por Ana Clara para resolver o desafio

Ana Clara segue alguns passos em seu registro. Primeiro, ela registra a operação, em seguida desenha o QVL realizando a multiplicação do 123 pela unidade registrando logo abaixo. Faz o segundo QVL para multiplicar a dezena. Ao registrar, faz 2x3=6, posicionando o resultado abaixo da unidade, 2x2=4 registra abaixo da dezena, e 2x1=2, abaixo da centena. Quando termina esse registro, Ana Clara apaga as 246 unidades registradas abaixo no QVL e diz que está multiplicando dezena, portanto o registro dessa operação inicia-se a partir da dezena. E registra 246 dezenas. Seu próximo passo é somar 2460+123 totalizando 2583.

Ana Clara segue os procedimentos do algoritmo formal, mas este tem outras representações espaciais, demonstrando sua compreensão da multiplicação com dois algarismos.

Assim, a professora buscou propor situação em que a criança pudesse adquirir novos conhecimentos *agindo*, expressando-se conforme as suas ferramentas disponíveis, compreendendo também algumas lacunas conceituais das crianças.

A professora, nesse tipo de situação, tem o papel de primeiro propor um bom problema, um que seja compatível com o nível de conhecimento dos alunos. E segundo, o papel de mediar e orientar o grupo de alunos para que percebam as diferentes formas de resolução.

Observando os princípios da Teoria das Situações (BROUSSEAU, 1986), podemos perceber em nossas análises algumas tipologias de situações didáticas proposta por ele. É necessário ter clareza que essas categorias e ou seqüência didática se entrelaçam umas em relação às outras. No caso específico da descrição dessa aula observada, podemos perceber mais claramente algumas dessas tipologias propostas por Brousseau. Percebemos inicialmente uma *situação de* *ação*, o aluno realiza uma ação mais procedimental, quer dizer, ele resolve o problema com base nos seus referenciais. E para que o aluno avance em seus procedimentos e na construção de novos conceitos é necessária uma atitude reflexiva frente aos seus procedimentos operatórios, transformando-os em proposições. Nesse caso, a professora, buscando a validação dos procedimentos das crianças, solicita-lhes que demonstrem como fizeram para resolver a questão proposta. Brousseau chama esse *processo de validação*. Freitas (2002, p.82) destaca que o processo de validação é indissociável do *processo de formulação*.

Após esse processo de apresentação das crianças, a professora encerra a aula dizendo que no outro dia serão retomados todos aqueles processos ali apresentados. Fora do espaço da sala de aula, professora e pesquisadora analisaram os procedimentos das crianças buscando aprofundar e verificar tais procedimentos. Organizamos cartazes com os procedimentos das crianças e, no dia seguinte, retomamos cada processo para verificarmos junto com as crianças os procedimentos bem como as respostas dadas por elas. As crianças constataram as diversidades de procedimentos para resolver a questão e verificaram que as respostas não eram iguais e assim foram buscar o porquê. Isso fez com que as crianças tomassem consciência do erro, que naqueles casos, foram erros de contagem e procedimentos. Tais atitudes podem contribuir para a construção de uma nova concepção acerca do significado do fazer matemático na escola.

Como uma proposta de *institucionalização* daquele saber produzido no espaço da sala de aula, as crianças se organizaram para resolver outras questões, utilizando-se dos procedimentos dos colegas.

Percebemos nesta estratégia a necessidade de mediação e intervenção pedagógica da professora. Nos momentos de resolução e apresentação, a tarefa da professora compreendia em incentivar a ação cognitiva da criança bem como compreender as relações que a criança estava estabelecendo. E nesse caso, foi necessário não se adiantar ao processo da criança, deixando que ela se aproprie e também contribua para a aprendizagem não só dela como também dos seus colegas.

Observamos que esse tipo de ação pedagógica da professora requer um novo *contrato didático* com a turma. E a professora buscava com a turma construir estratégias de argumentação. Essa proposta da professora fez com que a turma participasse intensamente dessa nova estratégia de aprendizagem matemática.

5.4 Analisar os "erros" das crianças pode dar continuidade à formação do professor?

Buscar a compreensão das respostas "erradas" poderá ser uma grande estratégia de formação do professor. Porque é a partir da práxis, do agir concreto de conhecermos os esquemas de pensamento dos nossos alunos que estaremos construindo um novo fazer em nossas salas de aula.

Diante do nosso contexto histórico de fracasso na Educação, onde o erro é visto como sinônimo de *não saber*, devemos buscar construir uma *Pedagogia culturalmente sensível* ao erro da criança. Esse termo "pedagogia culturalmente sensível" é proposto por Frederic Erickson, citado por Bortoni-Ricardo em seu livro "*Nós cheguemu na escola, e agora?"* (2005, p.118).

A forma como o professor percebe o erro do aluno demonstra toda uma visão ainda conservadora de ensino e aprendizagem.

Em nosso campo de pesquisa na EC TQN, observamos uma sensibilidade muito grande por parte das professoras em observar os erros das crianças. Todavia, nos deparamos com a necessidade real de ler e interpretar as produções e os registros das crianças. Verificamos nos professores que estão há mais tempo engajados no projeto de (re) educação matemática, desenvolvido na escola em parceria com a Universidade, a necessidade de re-leitura de forma mais detalhada da produção das crianças bem como de compreender o erro como um esquema de pensamento da criança, ainda em construção.

Desmistificar a idéia de que o "erro" da criança indica não saber é uma tarefa que exigirá uma outra formação do professor tanto inicial quanto continuada. O próprio projeto tem mostrado a necessidade de formação permanente buscando não só uma prática reflexiva, mas também uma postura crítica e investigativa do professor diante do fazer matemático desenvolvido na escola.

O erro, quando submetido a uma reflexão, é possível de se transformar numa estratégia didática que possibilite ao professor ampliar os seus conhecimentos, melhorando o ensino, bem como a aprendizagem do aluno.

Em nossa pesquisa, a leitura e re-leitura dos erros das crianças, assim como a mediação pedagógica teve papel fundamental. Observamos e apresentamos na sessão anterior algumas dessas mediações que contaram com o material representacional e uma situação significativa para os alunos e como conseqüência verificamos que o erro desaparece. Desaparece porque no momento da mediação reconstruímos oralmente os procedimentos da aluna e dessa forma, conhecendo melhor a sua compreensão da situação problema proposta, podemos realizar uma mediação no sentido de construção de novos procedimentos operacionais da criança, conhecendo melhor a criança e a nós mesmos.

Podemos observar que existe uma fronteira entre o que se faz em nossas escolas aqui no Distrito Federal e as pesquisas aqui realizadas. Porém, não podemos negar que muitas dessas pesquisas realizadas têm a prática da sala de aula como foco. E nesse sentido, esta pesquisa buscou com base na interação e interpretação do trabalho realizado em sala de aula uma interação aluno – pesquisadora - professora e orientador de pesquisa contribuir de forma incisiva no processo pedagógico do fazer matemático não só da sala de aula em pesquisa, mas também participar de outros fóruns de debate sobre o fazer matemático de nossas crianças, como efetivado no III EBREM (Encontro Brasiliense de Educação Matemática) realizado em 2006.

Refletir criticamente sobre o "erro" da criança é adentrar nosso habitat natural da sala de aula, mas agora com uma postura crítico-investigativa no sentido de questionar também as nossas práticas de ensino aliadas a nos questionarmos acerca dos entendimentos dos alunos sobre os conceitos em estudo. Nesse contexto de reflexão, o fazer matemático da criança funciona como um espaço provocativo do professor para engajar-se em sua formação continuada.

Santos, (2001) citado por Almeida (2006, p.216) enfatiza esta necessidade:

> O que está sendo enfatizado é a necessidade de se formar um docente inquiridor, questionador, investigador, reflexivo e crítico. Problematizar criticamente a realidade com a qual se defronta, adotando uma atitude ativa no enfrentamento do cotidiano escolar, torna o docente um profissional competente que, por meio de um trabalho autônomo, criativo e comprometido com ideais emancipatórios, coloca-o como ator na cena pedagógica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

> O erro na verdade não é ter um certo ponto de vista, mas absolutizá-lo e desconhecer que mesmo no acerto do seu ponto de vista é possível que a razão ética nem sempre esteja com ele. (FREIRE, 2002, p.15 e 16).

Iniciamos estas considerações finais com a certeza de que, ao final desta pesquisa, a reflexão sobre o erro da criança levou-nos a abrir outras possibilidades de continuar a estudar e conhecer com muito mais profundidade a "epistemologia do erro". Encontramos algumas respostas, porém muitas outras questões surgiram na trajetória desta pesquisa.

Certo sábado, antes de escrever estas considerações finais, minha filha de 7 (sete) anos resolveu ajudar-me a fazer o almoço. Pedi para que ela fizesse a salada de tomates. Lavamos o tomate, e fui mostrar-lhe como cortava para fazer o vinagrete. Aninha foi cortando os tomates do seu jeito, buscando fazer como eu havia lhe mostrado. E ela me perguntou: *"mamãe você gostava de fazer comida quando era pequena?"* E eu respondi: *"Não, porque toda vez a vovó brigava comigo para que eu fizesse do jeito dela. E então eu chorava".* E Aninha muito tranqüilamente me respondeu: *"Por que brigar se a gente está aprendendo?"* A pergunta de Aninha nos faz refletir sobre a relação de poder instituída na relação social do ensinante e do aprendente.

Este episódio nos fez lembrar do livro *"A águia e a galinha"* de Leonardo Boff (1997). Ele nos conta como uma águia foi transformada metaforicamente em uma galinha. Um empalhador encontrou a águia desfalecida e a levou para ser empalhada. Ao chegar a sua casa, percebe que a águia estava viva e então não quis sacrificá-la. Todos os dias ele cuidava dela como cuidava de suas galinhas e assim ela foi crescendo como uma galinha. Ela perdeu a sua singularidade de águia. Só muito tempo depois é que outra pessoa conhecendo a natureza das águias resolve então desconstruir aquele aprendizado.

A pergunta de Aninha leva-nos a refletir. Quantas vezes, através de nossos gestos e signos criados para demonstrar que a criança errou, transformamos nossas crianças com toda a sua potencialidade de "seres matemáticos" em crianças com "dificuldades de aprendizagem".

No interior de nossas escolas, estamos freqüentemente atribuindo um valor negativo ao erro porque não conseguimos compreender a lógica da criança. Hoje, muitas pesquisas já demonstram que podemos desconstruir essa visão. A EC TQN, com o projeto que ali desenvolve, está criando um espaço de aprendizagens que respeita as singularidades do fazer matemático das nossas crianças. A dinâmica produzida pela professora Ana Luísa demonstrou novos movimentos e sentimentos para o processo ensino e aprendizagem.

A construção de uma pedagogia sensível ao erro da criança sinaliza-nos outras possibilidades de compreensão do processo avaliativo bem como a construção de novos percursos que se fazem necessários para aprofundar e reconstruir uma prática pedagógica numa perspectiva de atender de forma mais democrática os nossos aprendizes.

Nesse sentido, refletir sobre o ensino e a aprendizagem nos indica a necessidade de superar a dicotomia entre erro e acerto. Na verdade, esta reflexão nos leva a construir uma relação mais dialética entre erro e acerto. Na sala de aula, os momentos de aprendizagem assumem simultaneamente os espaços de erros e acertos. A palavra aprendizagem traz em si inevitável e intrinsecamente um espaço para o erro. De La Torre, citado por Pinto (2000, p. 19), nos relembra que erro e acerto são duas faces de uma mesma moeda. Não podemos nos esquecer disso nas nossas salas de aula.

Sabemos que o espaço e a dinâmica da sala de aula na maioria das vezes, nos levam a enxergar apenas por um viés. Na posição de pesquisadora, sem também esquecer-nos de que somos educadores, pudemos observar melhor os procedimentos escolhidos pelas crianças para resolverem determinadas questões. Assim quando não entendíamos tal procedimento buscávamos reescrever os procedimentos das crianças para compreender a sua lógica. Na dinâmica da sala de aula, essa não é uma tarefa simples. Como pesquisadora foi mais fácil acompanhar esse processo, porque pudemos nos aproximar das crianças bem como acompanhar seus raciocínios.

Outro aspecto a destacar é que o movimento da sala de aula nos permite estabelecer uma relação mediadora com as crianças. Porém na prática avaliativa, mesmo compreendendo o que pode significar o “erro” da criança, não conseguimos praticar uma avaliação mais no sentido formativo, como investigação. Mesmo com discussões, realizadas nas coordenações, quando estamos com uma prova na mão, parece que nossa tarefa é assinalar o que é certo e o que é errado, partindo da nossa lógica, de como gostaríamos que fossem as respostas daquela questão.

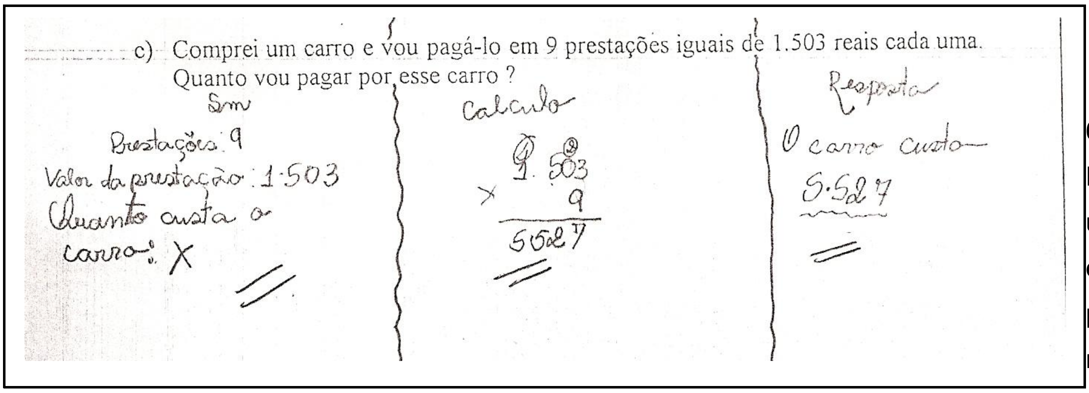


Figura 6.1: Resolução de problema realizado por Anabele

Como podemos desconsiderar o raciocínio desta criança? Ela segue todo um raciocínio para chegar à resposta do problema e porque errou em seus cálculos matemáticos, na maioria das vezes, desconsideramos esse caminho percorrido. Construir esse caminho é epistemologicamente fazer matemática nas séries iniciais.

Destacamos também a importância dos registros das crianças. Compreender esses registros foi fundamental nesta pesquisa. No entanto, sabemos pouco sobre registros, representações semióticas, e também sobre a formação de conceitos por parte da criança. São questões que foram suscitadas no caminhar desta pesquisa e que necessitam de uma nova investigação.

A complexidade dos tempos vividos nos momentos de coordenações impossibilitaram-nos de seguir pari passo a dinâmica criada para fazer também uma releitura do erro da criança por parte da professora colaboradora desta pesquisa.

Deixamos, então, para o leitor uma frase de nosso mestre Paulo Freire que resume bem o que sentimos neste final de trabalho.

> Ensinar exige disponibilidade para o diálogo. [...] Minha segurança não repousa na falsa suposição de que sei tudo, de que sou o “maior”. Minha segurança se funda na convicção de que sei algo e de que ignoro algo a que se junta a certeza de que posso saber melhor o que já sei e conhecer o que ainda não sei. Minha segurança se alicerça no saber confirmado pela própria experiência de que se minha inconclusão, de que sou consciente, atesta de um lado, minha ignorância, me abre, de outro, o caminho para conhecer (2002, p.152 e 153).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Elissandra de Oliveira de. **Como as crianças constroem procedimentos Matemáticos: reconcebendo o fazer Matemática na escola entre modelos e esqu**emas. Dissertação de Mestrado. Brasília: Universidade de Brasília, 2006.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. A; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais.** Pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira Thompson

Learning, 2004.

ANDRÉ, Marli E.D.A. **Etnografia da Prática Escolar**. Campinas, SP: Papirus, (Série Prática Pedagógica), 1995.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**: **contribuição para uma psicanálise do conhecimento**: tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. p. 07- 90.

BOFF, Leonardo. **A águia e a galinha: uma metáfora da condição humana**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1997.

BORTONI-RICARDO, Stella Maris. **Nós cheguemu na escola, e agora?** São Paulo: Parábola, 2005.

BRYANT, Peter e NUNES, Terezinha. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

CARRAHER, Terezinha Nunes. **O método clínico: usando os exames de Piaget**. São Paulo: Cortez, 1989.

_______ (Org.) **Aprender pensando: contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação**. Petrópolis: Vozes, 2003.

CHAUÍ, Marilena. **Convite a Filosofia.** São Paulo: Ática, 1996.

DAMM, Regina Flemming. Registros de representação. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática uma introdução**. São Paulo: Educ, 2002. p. 135-153.

DOLLE, Jean Marie. **Para compreender Jean Piaget: Uma iniciação à psicologia genética piagetiana.** Tradução de Maria José de Almeida. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

ESTEBAN, Maria Teresa. **O que sabe quem erra?:** Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FÁVERO, Maria Helena. **Psicologia e conhecimento:** Subsídios da psicologia do desenvolvimento para análise de ensinar e aprender. Brasília: Universidade de Brasília, 2005. p. 231-291.

FONTANA, Roseli A. Cação. **Como nos tornamos professora?** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

FRANCHI, Anna. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática uma introdução.** São Paulo: Educ, 2002. p. 155-196.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** Saberes necessários à pratica educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996-2002.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. Situações didáticas. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática uma introdução**. São Paulo: Educ, 2002. p. 65-87.

FREITAS, Luiz Carlos de. **Crítica da organização do trabalho pedagógico e da didática**. 7ª ed. São Paulo: Papirus, 2005.

GROSSI, Esther Pillar. Uma didática construtivista pós piagetiana para muito além da alfabetização. **Revista do GEEMPA. A ruptura do construtivismo piagetiano**: Porto Alegre, n. 5, março, 1997. p. 19-35.

GONZÁLEZ REY, Fernando Luis. **Pesquisa qualitativa em psicologia**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliação mediadora:** Uma prática em construção da pré-escola à universidade. Porto Alegre: Mediação, 1995.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A noção de "obstáculo epistemológico" e a Educação Matemática. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática uma introdução**. São Paulo: Educ, 2002. p. 89-113.

KANT, Immanuel, **Crítica da razão pura**: volume: 1 tradução: Valério Rohden e Udo Baldur Moosburger – 4ª ed. São Paulo: Nova Cultural, (Os Pensadores), 1991.

KUHN, Thomas S. **A estrutura das revoluções científicas.** São Paulo: Perspectiva, 1997. p. 9-55.

KAMII, Constance. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética.** Séries iniciais: implicações da teoria de Piaget. Porto Alegre: Artmed, 2005.

______. **A criança e o número.** Implicações educacionais da teoria de Piaget para atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. Campinas: Papirus, 2003.

LUCKESI, Carlos Cipriano. Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude. In: **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. São Paulo: Cortez, 2005. p. 48-59.

MELLO, Nina Cláudia de A. **Uma professora-pesquisadora construindo – com e para seus alunos – um ambiente matematizador, fundamentado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.** Dissertação de Mestrado. Brasília: Universidade de Brasília, 2003.

MENDES, Jackeline Rodrigues. **Ler, escrever e contar: Práticas de numeramento-letramento dos Kaiabi no contexto de formação de professores índios no parque do Xingu.** Tese de Doutorado. Campinas: UNICAMP, 2001

MUNIZ, Cristiano Alberto. **(Re) Educação Matemática**: **mediação do conhecimento matemático**. Brasília, DF: UnB – Projeto de Ação Contínua, 2004.

________ "A criança das séries iniciais faz matemática?". In PAVANELLO, R.M. (org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo: Coleção SBEM, volume 2, 2004.

________**Educação e Linguagem Matemática.** Módulo I – PIE. Brasília: UnB, 2001.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática:** Uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

________. Transposição didática. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática uma introdução**. São Paulo: Educ, 2002. p. 13-42.

PIAGET, Jean. **O julgamento moral da criança.** São Paulo, Mestre Jou, 1977.

________. **A epistemologia genética**. Tradução: Nathanael C. Caixeiro. 1ª ed. Cidade, Victor Civita, 1975.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar**. São Paulo: Papirus, 2000.

POPPER, Karl R. **Conjecturas e refutações: pensamento científico**. Tradução de Sérgio Bath, Brasília: Universidade de Brasília, 1982. p.17-124.

RÊGO, Teresa Cristina. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação.** Petrópolis: Vozes, 2001.

RIOS, Terezinha Azeredo. **Compreender e ensinar: por uma docência da melhor qualidade**. São Paulo, Cortez, 2005.

SILVA, Benedito Antonio da. Contrato didático. In MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática uma introdução**. São Paulo: Educ, 2002. p. 43-64.

VERGNAUD, Gerard. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.** In: Revista do GEEMPA. Tempo de romper para fecundar. Porto Alegre, 1996, nº 4, julho, p.9-20.

VIGOTSKY, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e da linguagem.** São Paulo, Martins Fontes, 2001.

VILLAS BOAS, Benigna Maria de Freitas. **Portfólio, avaliação e trabalho pedagógico**. Campinas, São Paulo: Papirus, 2004.

ANEXOS

UNIVERSO DE PROTOCOLOS E PRÉ-ANÁLISES

Nº 01 B	DATA: 28/04/06	SUJEITO: Layane

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:
Esta produção foi realizada numa situação de avaliação. As professoras das 3ª séries elaboraram uma avaliação para verificar como as crianças estavam compreendendo o sistema de numeração decimal e as operações de adição e subtração. Nesta prova, havia questões de arme e efetue, decomposição e escrita dos números e problemas.

EVENTO:

$$\begin{array}{r} 8.365 \\ \underline{-789} \\ 8.424 \end{array}$$

PRÉ-ANÁLISE:

Olhando para esta operação percebemos que a criança não responde da forma "correta". Essa forma a que nos refirimos é a forma ensinada e esperada como resposta pela escola. Mas se observarmos as respostas dessa criança, veremos que a mesma tem claro o conceito da subtração. Assim, a criança verifica que como não dá para retirar 9 de 5, assim, a aluna inverte e retira 5 de 9 e apresenta o resultado abaixo com o número 4 e dessa forma ela procede com as demais ordens: 8 menos 6 iguais a 2. 7 menos 3 iguais a 4 e abaixa o 8 porque não tem nada para retirar. Portanto percebe-se que a criança pensou e operou utilizando a comutatividade para resolver esta operação o que não é válido para subtrair. Como a criança não tinha o material como dinheirinho ou o material dourado para confrontá-la em seu esquema, realizou a subtração, utilizando o esquema da comutatividade.

QUESTÕES DE INTERAÇÃO COM A CRIANÇA:

Neste momento, problematizamos a operação que a criança fez, colocando uma situação problema*: faz de conta que você tem 8.365 reais e tem que me pagar 789 reais*. E pedimos a criança que representasse com o material dourado planificado e resolvesse a questão colocada. A aluna representou 8 u.m., 3c, 6d e 5u. Assim fomos perguntando: O que você vai fazer para me pagar os 789 reais? (temos aqui uma dupla intervenção: a que insere o material representacional e que insere um contexto significativo para o aluno. Antes material e situação estavam ausentes na avaliação proposta o que gera determinada produção matemática). A criança quer pegar 7c e vê que não dá. Pergunto: O que você tem que fazer? A criança diz que tem que pegar 1 do mil e trocar pelo quadrado que representa a centena. Ela faz a troca, pega 7c retirando das 10 c trocadas. Ao retirar 8d das 6 existentes também percebe que não dá e diz que tem que trocar o quadrado de cem pela dezenas. Efetua a troca, junta as dez dezenas com as seis ali colocadas e retira 8d. das 16 dezenas. Procede da mesma forma com a unidade. Ao retirar nove unidades de cinco, diz que tem que trocar uma dezena pelos quadradinhos da unidade. Faz a troca retira as nove unidades. Eu pergunto com quanto você ainda ficou? Ela organiza o material para ver o que sobrou e verifica que sobraram 7u.m 5c, 7d e 6u. Verifico que com o material a criança realiza o desagrupamento. Então faço o quadro abaixo registrando o desagrupamento.

A criança pega o lápis para fazer a operação já armada num quadro em que organiza ordem embaixo de ordem. A aluna risca os numerais que precisam realizar o desagrupamento e faz as setas indicando as devidas transformações, essas setas revelam seu esquema de pensamento com relação ao desagrupamento (dizer da importância da mediação e do contexto que foi ali inserido) Logo em seguida, começa a operar utilizando outro procedimento para a subtração. Ela organiza nos dedinhos seguindo uma ordem decrescente da subtração: 15-9= Ela conta nos dedinhos levantando o polegar conta 14, ao levantar o indicador conta 13, ao levantar o médio 12, o anelar 11, o mínimo 10, e na outra mão continua levantando o outro dedinho dizendo 9. Quando chega ao 9 ela pára e tem 6 dedinho levantados, mostrando a resposta de 15-9=6 e procede dessa maneira para a ordem das dezenas, centenas .

IC IA I

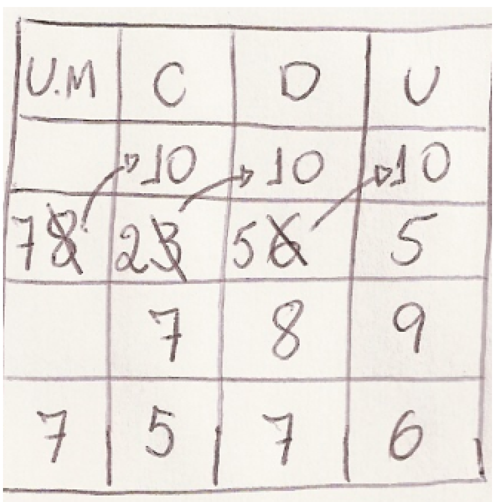
15-9=6

15-8= 7

12-7=5

Ou seja, 14,13,12,11,10,9 – seis dedos indicados como resposta, este processo está subjacente à produção dos procedimentos que não foram revelados anteriormente.

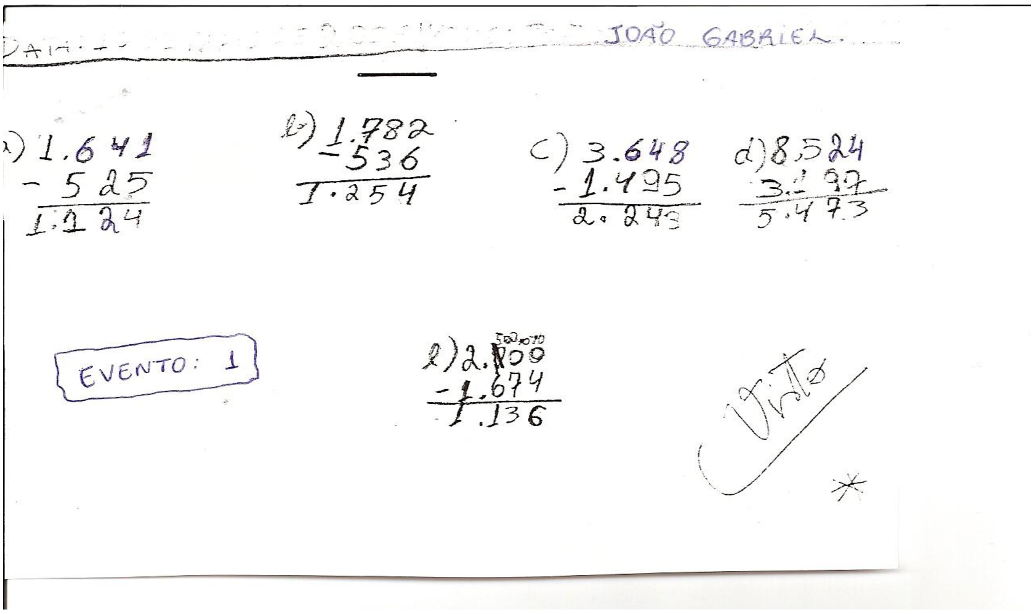
5 15	215	12
8.365	8.365	8.365
-9	-8	-7
6	76	576



Nº 02B	DATA:10/05/06	SUJEITO: Gabriel

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:
A professora passa 5 operações de subtração para que cada aluno as resolva num tempo de 15 minutos, ou seja, a criança tem 3 minutos para resolver cada operação. É uma situação de avaliação e as crianças devem resolvê-las sozinhos.

EVENTO: 1

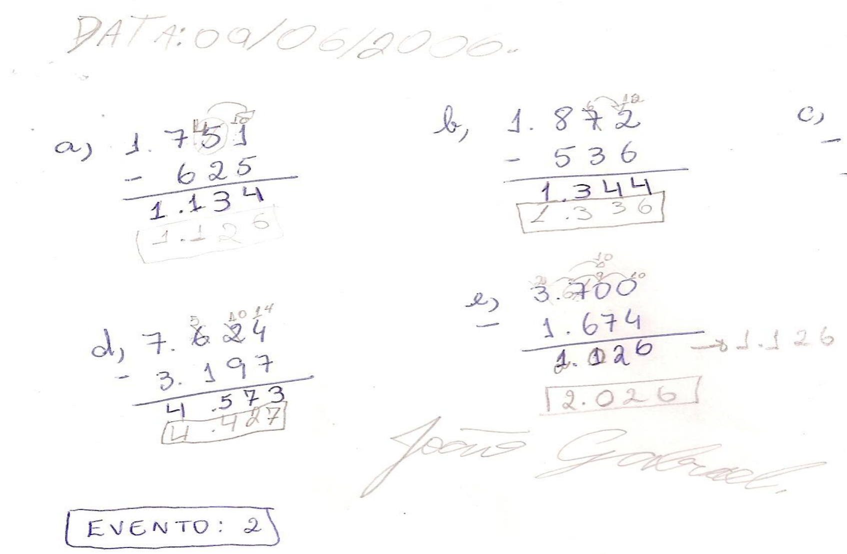


				5001010
a) 1.641	b)1.782	c) 3.648	d) 8.524	e) 2.700
-525	-536	-1.495	-3.197	-1.674
1.124	1.254	2.243	5.473	1.136

PRÉ-ANÁLISE: (Centrar bastante atenção no procedimento da letra "e")

Observa-se que o aluno utilizou-se do esquema de pensamento próprio da subtração, realizando de forma direta (sem desagrupamento) as subtrações a, b, c, d. Na operação escrita na letra e, ele se depara com uma outra situação de subtração em que os zeros ali representados permitiram acionar outro procedimento da subtração, buscando fazer uso do desagrupamento. E o faz de acordo com a sua compreensão. Transforma o 700 em 500 e transfere um para a dezena e um para a unidade, resolvendo o problema surgido para efetuar a subtração. E daí resolve: 10-4= 6, 10-7=3, 5-6=1 e 2-1=1. Conseguindo dessa forma, resolver a subtração, utilizando o primeiro esquema. Este procedimento do aluno não evidencia "erro", mas, um conhecimento-em-ato. Que são conhecimentos parciais onde, segundo

Fávero vários esquemas são acionados para a resolução do problema encontrado, conduzindo-o a uma solução do problema.


DATA: 09/06/2006.

a) 1.751
- 625
1.134
1.126

b) 1.872
- 536
1.344
1.336

c) 3.648
- 1.376
2.332
2.272

d) 7.624
- 3.197
4.573
4.427

e) 3.700
- 1.674
1.026 → 1.126
2.026

João Gabriel

EVENTO: 2

EVENTO: 2
Neste segundo evento, temos logo abaixo da resposta da criança uma outra resposta que foi construída junto com a criança no momento da interação, onde ao invés de apagar a a primeira resposta, a pesquisadora sugere ao aluno que escreva abaixo.

				9
				2 1010
a) 1.751	b) 1.872	c)3.648	d) 7.624	e) 3.700
-625	-536	-1.376	-3.197	-1.624
1.134	1.344	2.332	4.573	1.126

QUESTÕES DE INTERAÇÃO COM A CRIANÇA:

A pesquisadora solicita à criança que faça 5 operações como as que foram apresentadas acima no evento nº 2. A criança resolve rapidamente as operações de subtração, conservando o raciocínio da comutatividade, excetuando a última operação em que temos o zero envolvido onde lhe exigiu acionar outro esquema de resolução.
A pesquisadora solicita à criança que lhe explique como fez aquelas operações. Ele explica confirmando a hipótese da comutatividade na subtração.
Al. Tem 5 tira 1 sobram 4; 5 tira 2 sobra 3; 7 tira 6 sobra ; e aqui não tem nada sobra 1.
Pq. Vou fazer algumas perguntas para você.
A pesquisadora apresenta o material para a criança representar e resolver as operações e vai fazendo a mediação necessária. A pesquisadora pede que ele inicie pela operação da letra a.
Pq. Você vai representar com dinheirinho. Qual é a quantidade que você tem?Tem nota de mil?O que você vai fazer?

Al. Vou juntar 10 notas de 100. Esse aqui tem mil. (mostrando o montinho com as 10 notas de100).
Pq. Vamos trocar essas dez notas de 100 por uma fichinha que representa 1000?
A criança concorda e efetua a troca.
Pq. Você tem quanto? Mil setecentos e.... quanto?
Al. 1.751.
Pq. Então forma o 51.
A criança representa com o dinheirinho.
Pq. Então você tem 1.751. (mostrando no material ali representado)*. Olha só! Esse aqui é o dinheirinho que você tem. Não é!*
Pq. Quanto você tem que me pagar?
Al. 625. .
Pq. Você agora vai representar com o material dourado a quantidade que você tem que me pagar.
A criança representa com o material dourado.
(colocar a representação do material dourado).
Pq. Vamos organizar o material? (começando a colocar as unidades embaixo da nota de um real, as dezenas abaixo das notas de dez reais e as centenas abaixo das notinhas de cem reais.)
Pq. Você tem 1.751 e tem que me pagar essa quantia aqui representada com o material dourado. Quanto você tem que me pagar?
Al. 625 reais
Pq. Do um real você vai tirar quanto?
Al. 5 reais.
Pq. Você tem 5 notas de um real para me pagar?
Al. Não .
Pq. Então você não tem dinheiro para me pagar?
Al. Não! Eu tenho!
Pq. O que você tem que fazer para me pagar?
Pq. Vamos voltar no registro da sua operação. Você disse que tem um e vai tirar 5. Você pode fazer isso?
Pq. Você vai tirar de onde?
Al. No 700.
Pq. Você precisar ir nas notas de 100 reais para trocar?
Al.Não
Pq. Onde você pode pegar para trocar?
Al. Nas notas de 10 reais.
A criança pega uma nota de 10 reais e troca por 10 notas de 1 real.
Pq.Quantas notas você tem agora de 1 real?
Al. 11
Pq. Agora tira 5 notas . Quantas ficaram?
Al. 6
Pq. E quantas notas de 10 reais?
Al. 4
Pq.Quantas notas de 10 reais você tem que tirar?
Al. 2
Pq. Quantas notas de 100 reais você tem?
Al. 6
Pq. Quantas você tem que me dar?
Al. 5

Pq. Você precisou mexer no “vale” mil?
Al. Não.
Pq. Então, com quanto você ainda ficou?
Al. 1.126 reais.
Pq. Olha o seu registro. Veja se ficou igual a sua resposta?
Al. Não
Pq. Então, vamos arrumar?

A criança pega o lápis e a borracha para apagar e a pesquisadora solicita que não apague, mas sim escreva o resultado abaixo da outra resposta.

Nº 03 B	DATA:19/04/06	SUJEITOS: Pedro e Layane

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:

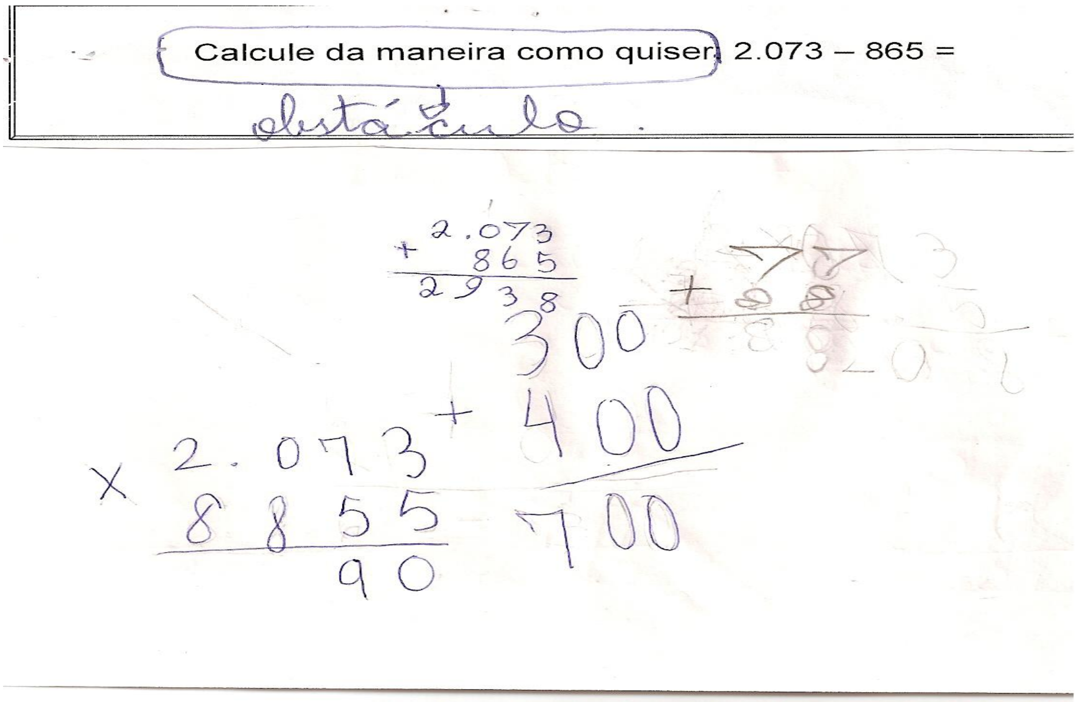
A professora preparou alguns desafios para que as crianças resolvessem em dupla simulando uma competição entre tribos indígenas. Após explicar o jogo a professora organiza as duplas e distribui os desafios.

EVENTO: Lorena e Paulo recebem o seu desafio:
CALCULE DA MANEIRA COMO QUISER: 2.073-865=

2.073	2.073	300	77
+ 865	+8.865	400	+88
2938	98	700	

PRÉ-ANÁLISE:

A princípio não estávamos entendendo porque as duas crianças haviam feito tantas contas e apagada cada uma delas sem chegar à solução da atividade. A professora então perguntou por que elas haviam feito tantas contas. Elas responderam que era porque cada uma queria fazer uma coisa diferente e não entravam em um acordo. E assim a pesquisadora pegou o papel com o desafio e leu o texto apresentado àquelas crianças. No momento em que lê o enunciado percebe que o enunciado é que causou toda aquela dúvida para resolver a questão. (CALCULE DA MANEIRA COMO QUISER) este enunciado foi muito forte e incisivo para as crianças que ficaram sem saber o que fazer e tentaram calcular da maneira como quis.



Nº 04 B	DATA:28/04/06	SUJEITO: Layane

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:

Esta produção foi realizada numa situação de avaliação. As professoras das 3ª séries elaboraram uma avaliação para verificar como as crianças estavam compreendendo o sistema de numeração decimal e as operações de adição e subtração. Nesta prova havia questões de arme e efetue, decomposição e escrita dos números e problemas.

EVENTO:

c) Jorge comprou um saco com 562 balas. Deu 471 para a festa no orfanato. Quantas balas restaram no saco? **111**

$$\begin{array}{r} 562 \\ -\ \underline{471} \\ 111 \end{array}$$

d) Na padaria do seu Joaquim foram vendidos, no ultimo fim de semana 834 ovos, 976 pães e 63 queijos. Quantas mercadorias foram vendidas?

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1}\ \ \\ 7834 \\ 979 \\ \underline{63} \\ 776 \end{array}$$

PRÉ-ANÁLISE:

No problema da letra “c”, Layane lê e compreende que necessitará fazer uma subtração, arma a operação e realiza a subtração sem observar a necessidade do desagrupamento. Realiza de forma mecânica: se começou pela unidade ou centena não fez diferença. Ex: 2-1=1, 6-7 ou 7-6=1, 5-4=1. Dessa forma ela escreve logo em seguida da pergunta o resultado: 111.
No problema seguinte, Layane lê o problema e não consegue definir bem qual a operação que deverá ser utilizada na solução do problema porque talvez o tempo verbal e/ou a palavra vendidos a remeteu a uma idéia de tirar como foi confirmado pela criança ao ser indagada sobre qual operação seria utilizada. Assim Lorena utiliza procedimentos que a deixam confusa. Ela realiza uma adição, onde soma 3+9=13+3=16 coloca as 6 unidades e o 1 da dezena acima das dezenas e procede a sua soma: 1+3=4+7=11+6=17 deixa o 7 e sobe com o 1. Com os esquemas de pensamento acionados em competição, ela verifica que não pode tirar 9 de 8, então faz a transformação, risca o 8 coloca o 7 ao lado do 8 e procede sua operação:1+7=8+9=17 deixa o 7 e não conclui a resolução do problema sem colocar a resposta porque talvez em sua cabeça haveria um conflito de qual operação ser utilizada.

Nº 05B	DATA: 24/04/06	SUJEITOS: João e André

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:
Esta produção foi realizada numa situação de avaliação. As professoras das 3ª séries elaboraram uma avaliação para verificar como as crianças estavam compreendendo o sistema de numeração decimal e as operações de adição e subtração. Nesta prova havia questões de arme e efetue, decomposição e escrita dos números e problemas. A questão desse protocolo diz respeito à solução de problemas. A avaliação foi uma produção individual onde duas crianças tiveram a mesma compreensão do problema.

EVENTO:

6- Calcule e responda:

a) Qual a diferença entre 567 e 324?

André: ***“a diferensa e que o 567 e maior que 324.”***

João Vitor: ***“porgue 324 e menor que 567.”***

6- Calcule e responda:

a)Qual a diferença entre 567 e 324 ? porque 324 é menor que 567

564
− 324
240

//

S? Gostei da resposta, porém não é bem isto que perguntei

6- Calcule e responda:

a)Qual a diferença entre 567 e 324 ? A diferensa é que o 567 é maior que 324.

//

→ Você não errou. Gostei da resposta!

PRÉ ANÁLISE:

As duas crianças não compreenderam a questão conforme a lógica da professora, que ao formular a pergunta, gostaria que as crianças efetuassem uma subtração verificando a diferença ali existente. A criança entende esta diferença de outra forma estabelecendo uma comparação de menor ou maior entre os numerais ali apresentados. As respostas das crianças não demonstram erro e sim uma compreensão diferente da que a professora solicitava.

Nº 06B	DATA: 07/06/06	SUJEITO: Layane

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:

Atividade explorando situações pesquisadas pelas crianças, onde as mesmas em dias anteriores estavam desenvolvendo projeto “mercadinho”. Este foi iniciado junto com a organização da festa junina, momento em que as crianças fizeram uma lista de produtos necessários para a festa e organizaram uma pesquisa de preço em dois supermercados. Em sala de aula, a professora entregou encartes de supermercado para as crianças em grupo produzirem situações problemas. Cada grupo elaborou o seu problema e após apreciação da professora, ela escolheu 3 para que toda a turma fizesse em seus cadernos.

EVENTO:

1) Certa manhã, Luisa, Geovana, Ingrid e Joyce foram ao supermercado Carrefour e levaram R$200,00.

Compraram:

Polpa de tomate:.1,19 óleo:...1,69 lasanha:......5,99

fanta laranja:......2,35 café:........3,92 feijão:....2,39

a) Quanto elas gastaram?

b) Quantos reais sobraram?

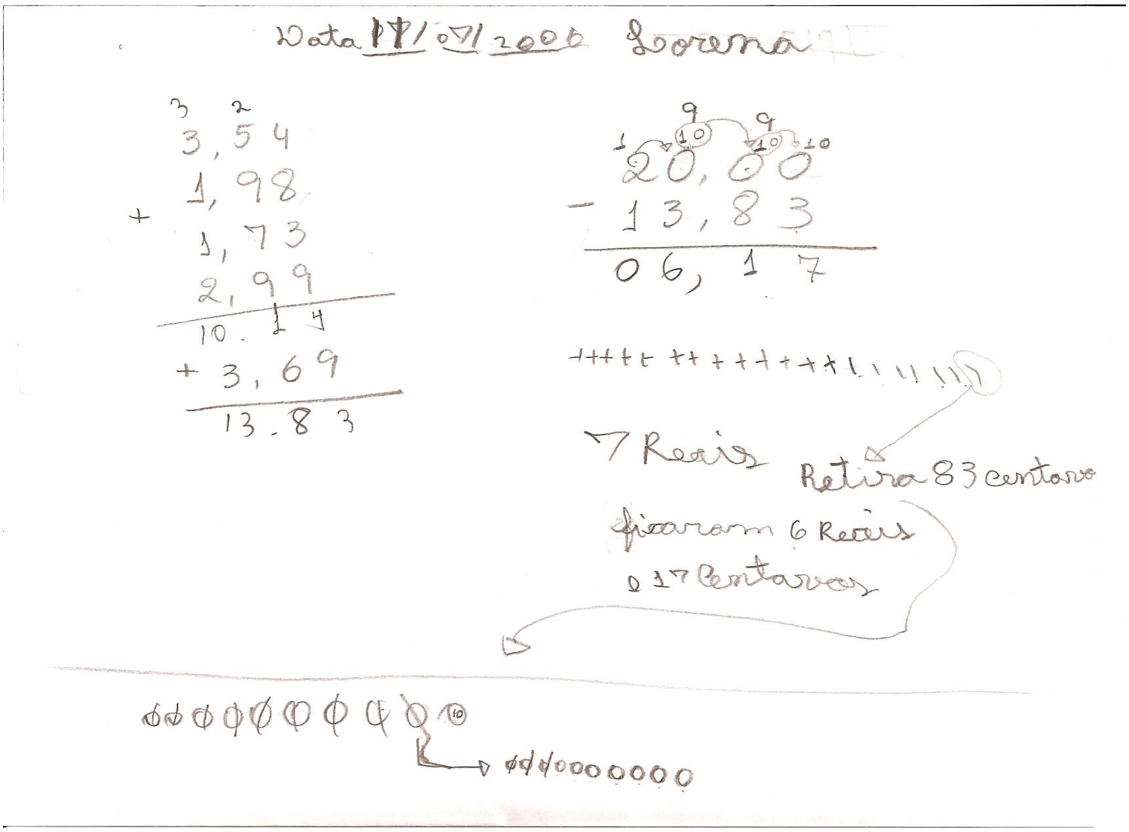
RESOLUÇÃO DA CRIANÇA:

4 9	
3,98	1
2,39	1200
5,99	-18
1,19	108
1,69	
+ 2,35	
18,04	

DESCRIÇÃO:
A criança soma nos dedinhos, 8+9, guarda o 8 na cabeça e conta nos dedos acrescentando a cada dedinho levantado a verbalização: 9,10,11,12,13,14,15,16,17, procede a contagem a partir do 17 acrescentando mais 9: 18,19,20,21,22,23,24,25,26, como eram vários nove para serem adicionados, ela se perde e recomeça a soma agora usado a estratégia de contagem nos dedos e acrescentando o procedimento de riscar o número já contabilizado.8+9=17+9=26+9=35+9=44+5=49. Encontra como resultado o número 49 então ela escreve o 4 abaixo de todas as unidades totalizadas e eleva para a dezena o 9. e recomeça com as estratégias que já apresentei aqui acima fazendo a adição das dezenas: 9+9=18+3=21+9=30+1=31+6=37+3=40. A aluna então escreve o zero e eleva o 4 para ordem subseqüente à anterior e continua efetuando sua operação até encontrar 18 onde escreve logo abaixo e acrescenta a vírgula. Assim a criança obtém a resposta do item "a" do problema e parte para resolver o item "b". Arma a subtração 200 menos18 e começa: zero menos 8 igual a 8. Zero menos 1 não dá. A aluna risca o dois escreve o 1 ao lado e faz uma seta levando outro 1 para a dezena e prossegue a subtração: 1-1=0 e escreve o zero abaixo na ordem da dezena, o outro 1 ela diz 1 menos nada 1 e escreve abaixo na centena obtendo como resultado dessa subtração a resposta 108.

QUESTÕES DE INTERAÇÃO COM A CRIANÇA:

Proponho este problema à aluna, agora num espaço mais reservado para que possamos fazer as intervenções necessárias. Oralmente dizemos à aluna que algumas crianças foram ao mercado e compraram alguns produtos com esse valor: A criança faz a soma obtendo com resultado R$13,83. Dissemos à aluna que essas crianças haviam levado R$20,00 para pagar as compras. Nós mesmas escrevemos 20,00 – 13,83. A criança disse que não sabia fazer aquela conta com tanto zero. Assim solicitamos à aluna que resolva do jeito que achar mais fácil, com desenhos e risquinhos. A criança então faz essa produção pictórica conseguindo resolver a subtração. A criança faz vinte risquinhos e corta-os, deixando-os parecidos com cruzinhas indicando que retirou 13 de 20. Logo em seguida, ela retira um dos risquinhos circulando-o e transformando-o em dez bolinhas, simbolizando dez moedas de dez centavos, em seguida, risca oito bolinhas, representando a retirada de oitenta centavos. Para retirar os três centavos, ela risca mais uma bolinha e a transforma em mais dez pequenas bolinhas, simbolizando dez moedinhas de um centavo e risca três. A criança conta os seis risquinhos que sobraram mais um círculo de dez e os sete pequenos círculos e diz que dos vinte reais as meninas ainda ficaram com 6 reais e 17 centavos. Após a resolução pictórica da aluna, voltamos à operação armada e mostro como faz o registro aproveitando os seus desenhos



Nº 7B	DATA:16/06/06	SUJEITO: Pedro

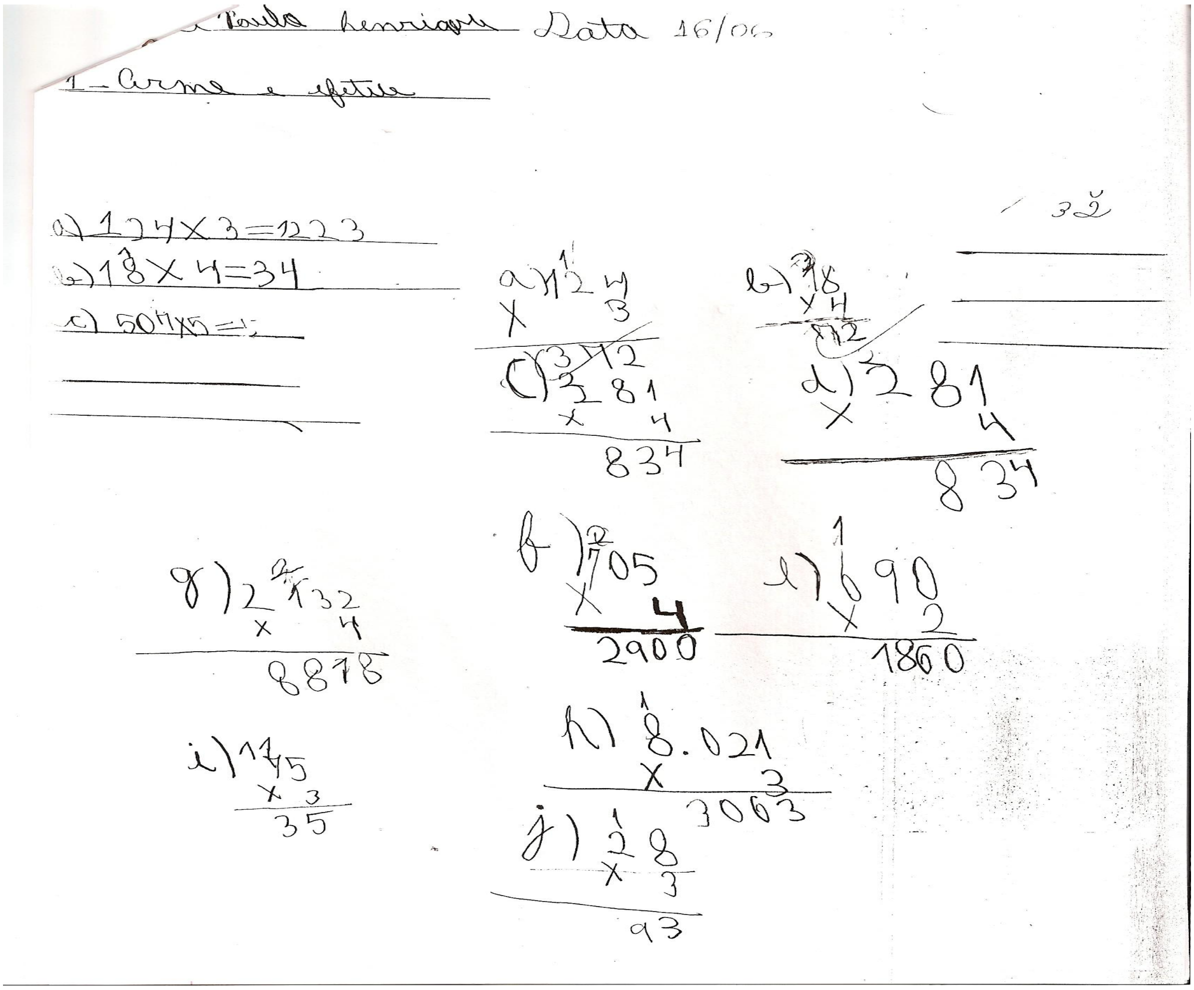
CONTEXTO DA PRODUÇÃO:
Atividade desenvolvida em sala de aula com as crianças organizadas em grupo onde a professora trabalhava com atividade diversificada. Determinado grupo realizava uma produção de texto e o outro esta atividade de matemática, armando e efetuando 10 operações de multiplicação.

EVENTO:

1) Arme e efetue:

1	3	2	2	1
a) 124	b)18	c)281	d)281	e) 690
x3	x4	x4	x4	x2
372	72	834	834	1860

2	2	1	11	1
f)705	g)2.132	h)8.021	i) 75	j)28
x4	x4	x3	x3	x3
2900	8818	3063	35	93



Paula henrique Data 16/06

1- Arme e efetue

a) 124 X 3 = 1223

b) 18 X 4 = 34

c) 504X5 =

a) 124 X 3 = 3712

b) 18 X 4 = 812

c) 281 X 4 = 834

d) 281 X 4 = 834

f) 705 X 4 = 2900

e) 690 X 2 = 1860

g) 2132 X 4 = 8878

h) 8.021 X 3 = 3063

i) 15 X 3 = 35

j) 28 X 3 = 93

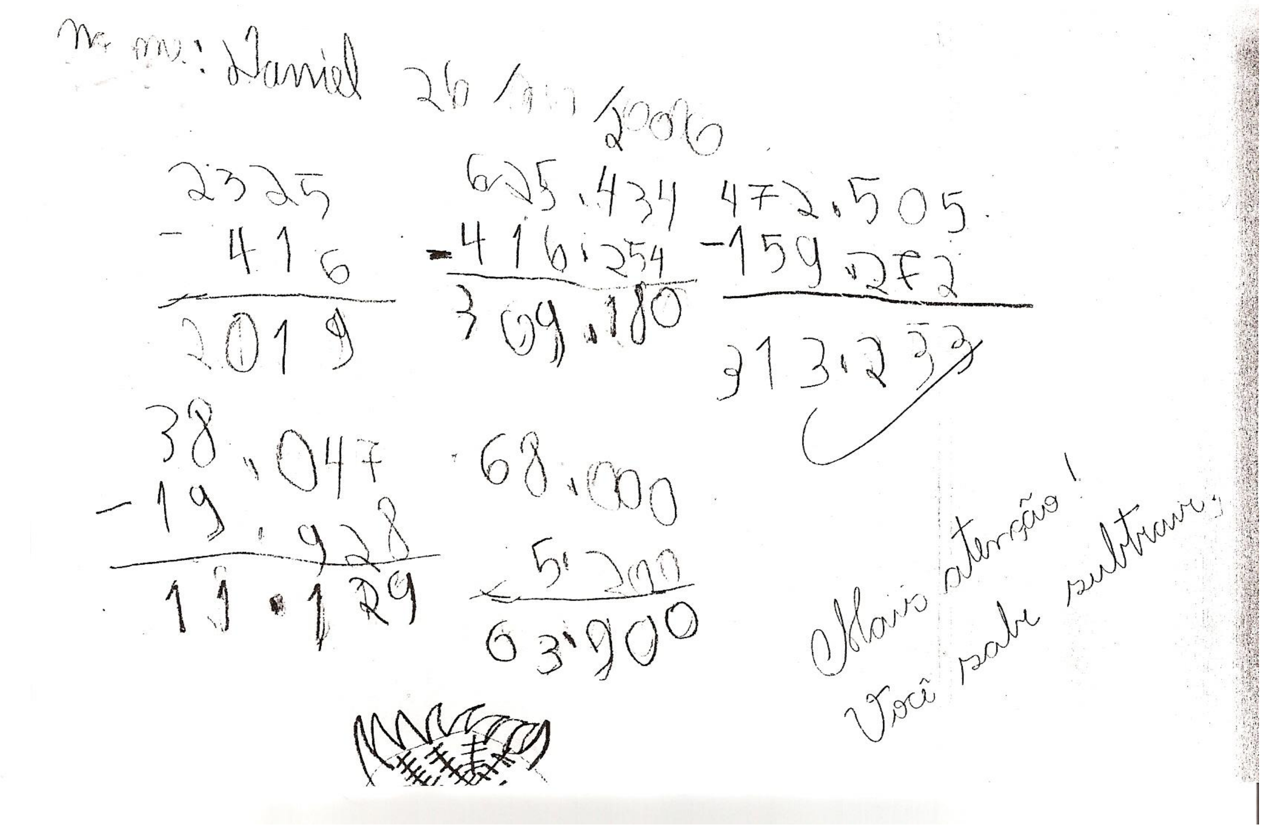
PRÉ-ANÁLISE:

A criança começa anotando o enunciado da atividade na folha e escreve, na forma horizontal, apenas 3 operações, porque sabe que terá que armar o algoritmo para realizar a operação. Logo, ele passa a copiar a operação na posição vertical, deixando o algoritmo pronto para realizar a operação. A criança arma e efetua as duas primeiras operações, conforme o exigido pelo algoritmo formal. Nas demais operações, suas respostas não estão de acordo, mas percebemos que a criança se esforçou em realizar a multiplicação conforme a sua compreensão. Demonstra compreender o algoritmo da multiplicação efetuando o multiplicador (x vezes a unidade), (x vezes a dezena), (x vezes a centena). Parece que sua dificuldade é na organização estrutural do número como no exemplo da letra ‘g’ (4 x 2132) a criança realiza 4x 2(u) registra o 8 abaixo, 4 x 3(d) ele registra abaixo ao invés de 12 ele deixa o 1 que representa a centena e eleva o 2 da dezena , logo em seguida ele efetua 4x 2 e não 4x 1(c) e registra o 8 abaixo e prossegue 4x 2 (u. m.) registra abaixo, obtendo o total de 8.818 para (4x 2132). Assim podemos afirmar que esta criança não sabe multiplicar ou seu obstáculo é na estrutura do numero?

Nº 08B	DATA: 26/06/06	SUJEITO: Davi

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:
Atividade avaliativa onde as crianças deveriam resolver a atividade sem a colaboração dos colegas. Operações soltas sem contexto.

EVENTO:



Arme e efetue:

```
    15              115 3 13        218  10  17
2.325            625.434          38.047           68.000
 -416           -416.254         -19.928           -5.200
2119             309.180          11.129          63.200
```

PRÉ- ANÁLISE:

A criança demonstra que seus esquemas de pensamento estão em conflito, pois, a princípio compreende a necessidade do desagrupamento, mas logo em seguida realiza a subtração sem o reagrupamento, de forma direta utilizando a comutatividade como na primeira operação:

```
   15
2325         2325         2325      2325      2325
-__6         - _1_        -_4__     -____     -416
```

9 1 1 2 2119

A criança não registra o desagrupamento, mas pelo seu raciocínio ela demonstra realizar o desagrupamento, não em todas as necessidades, mas em várias. Como o exemplo acima: 5-6 não dá então ele faz 15-6=9, depois 2-1=1, 3-4 para ele é o mesmo que 4-3=1 e em seguida 2 menos nada escreve o dois logo abaixo.

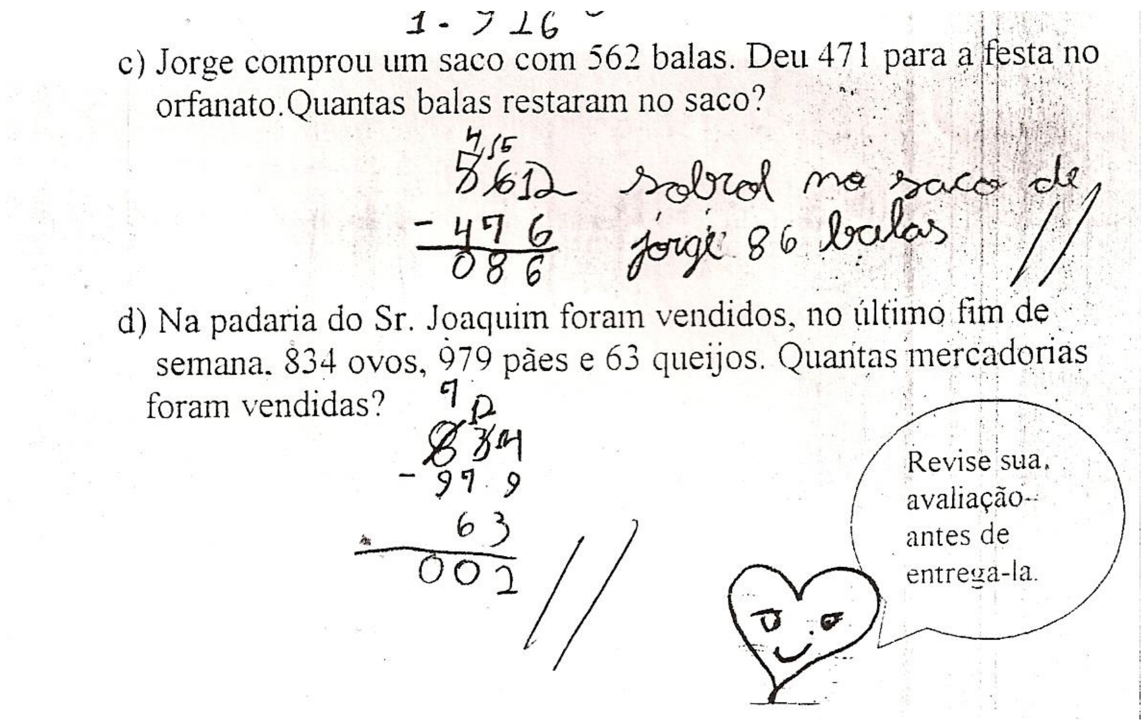
	13	3	15	1	
625.434	625.434	625.434	625.434	625.434	625.434
-____ 4	-____5_	-___2__	-_ 6____	- 1____	- 4_____
0	8	1	9	0	3

Observe que a criança realiza o desagrupamento sem registrá-lo: 4-4= 0, 3-5 não dá ele opera 13-5= 8, logo como ele transformou o próximo 4 não será 4 e sim 3 e faz 3-2=1, prossegue 5-6 não pode, faz 15-6=9 , O 2, com a transformação passa a ser 1. 1-1=0 e 6-4= 3 com certeza foi erro de contagem. Percebemos que sobre os procedimentos da subtração com desagrupamento a criança tem uma boa noção, mas seu registro não dá conta do seu pensamento.

Nº 09B	DATA: 24/04/06	SUJEITO: Jeane

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:
Esta produção foi realizada numa situação de avaliação. As professoras das 3ª séries elaboraram uma avaliação para verificar como as crianças estavam compreendendo o sistema de numeração decimal e as operações de adição e subtração. Nesta prova, havia questões de arme e efetue, decomposição e escrita dos números e problemas.

EVENTO:


1 - 7 16

c) Jorge comprou um saco com 562 balas. Deu 471 para a festa no orfanato.Quantas balas restaram no saco?

4 15
562 sobrol no saco de
-476 jorge 86 balas
086

d) Na padaria do Sr. Joaquim foram vendidos, no último fim de semana. 834 ovos, 979 pães e 63 queijos. Quantas mercadorias foram vendidas?

9 12
834
-979
63
002

6-Calcule e responda:

c) Jorge comprou um saco com 562 balas. Deu 471 para a festa no orfanato. Quantas balas restaram no saco?

41512
562
-476
086

Sobrol no saco de jorge 86 balas

d) Na padaria do Sr. Joaquim foram vendidos, no último fim de semana 834 ovos, 979 pães e 63 queijos. Quantas mercadorias foram vendidas?

```
 71214
  834
  979
-  63
  002
```

PRÉ-ANÁLISE:
A aluna compreendeu e resolveu o problema da letra”c” de maneira “correta” seguindo o raciocínio da professora. A criança, ao registrar o algoritmo abaixo para realizar a subtração, registra o subtraendo diferente do apresentado no problema. Ela registra 562-476, sendo que no problema são 471, portanto, o resultado é diferente do gabarito da professora. Mas se observarmos o processo de subtração realizado pela criança veremos que a mesma registra e faz os desagrupamentos conforme o exigido pela professora. A diferença está na resposta do problema que teria como resposta “sobrou 81 balas”.

12	15	4	41512
562	562	562	562
6	- 7	-4	-476
6	8	0	086

No problema da letra “d”, percebemos que a expressão “foram vendidos” deu a idéia de subtração para a criança, pois se foram vendidos foram retirados da padaria. Desta forma ela registra os numerais na ordem em que aparecem e efetua a subtração, realizando inclusive os desagrupamentos necessários ao olhar da criança.

```
 71214
  834        14-9=5-3=2
  979        12-7=6-6=0
-  63        7-7=0
  002
```

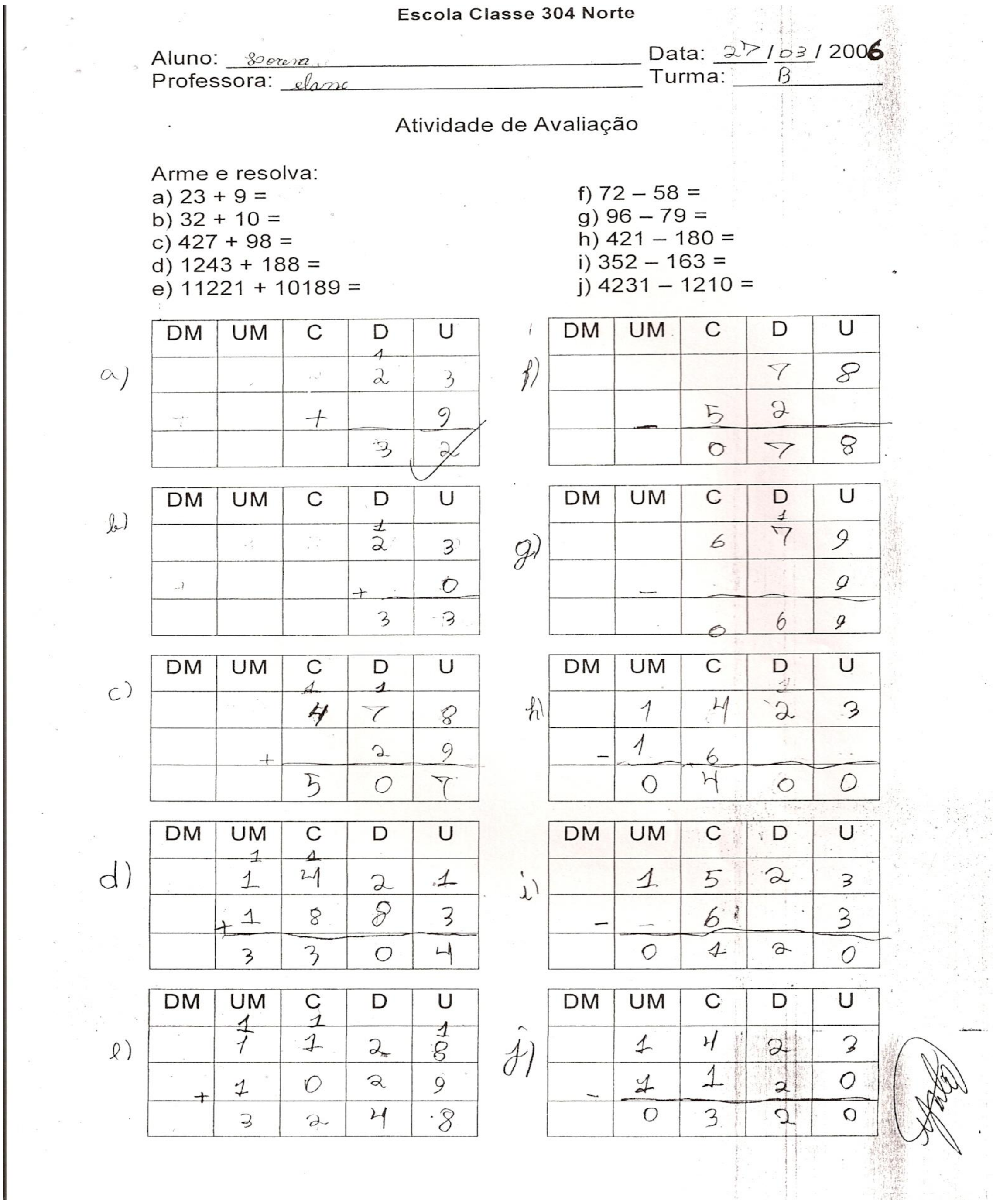
A criança verifica que na unidade não dá para retirar 9 de 4, então faz a transformação da dezena para a unidade, ficando com 14 unidades e assim faz 14-9=5 e 5 – 3 = 2 e obtém o 2 como resultado, anotando abaixo das unidades. O mesmo ela faz com as dezenas que agora não são 3dezenas e sim 2dezenas, então faz a transformação da centena para dezenas e efetiva a subtração: 12-7=6 neste momento provavelmente ela cometeu um erro de contagem obtendo o 6 como resposta e continua a subtração: 6-6= 0 e registra abaixo das dezenas. Nas centenas, ela faz 7-7 porque parece que a sua letrinha a tenha feito confundir o seu 9 com um 7 e assim subtrai 7-7=0, registrando abaixo e obtendo como resultado do problema duas mercadorias.

Nº 10	DATA:27/03/06	SUJEITO: Layane

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:

Atividade de avaliação com 10 operações, sendo 5 de adição e 5 de subtração onde as crianças devem armar e efetua-las no q.v.l.

EVENTO:


Escola Classe 304 Norte

Aluno: Lorena Data: 27/03/2006
Professora: Ilane Turma: B

Atividade de Avaliação

Arme e resolva:

a) 23 + 9 =
b) 32 + 10 =
c) 427 + 98 =
d) 1243 + 188 =
e) 11221 + 10189 =
f) 72 – 58 =
g) 96 – 79 =
h) 421 – 180 =
i) 352 – 163 =
j) 4231 – 1210 =

a)

DM	UM	C	D	U
			2	3
		+		9
			3	2

b)

DM	UM	C	D	U
			2	3
			+	0
			3	3

c)

DM	UM	C	D	U
		4	7	8
	+		2	9
		5	0	7

d)

DM	UM	C	D	U
	1	4	2	1
+	1	8	8	3
	3	3	0	4

e)

DM	UM	C	D	U
	1	1	2	8
+	1	0	2	9
	3	2	4	8

f)

DM	UM	C	D	U
			7	8
	–	5	2	
		0	7	8

g)

DM	UM	C	D	U
		6	7	9
	–			9
		0	6	9

h)

DM	UM	C	D	U
	1	4	2	3
–	1	6		
	0	4	0	0

i)

DM	UM	C	D	U
	1	5	2	3
–	–	6		3
	0	4	2	0

j)

DM	UM	C	D	U
	1	4	2	3
–	1	1	2	0
	0	3	2	0

Com dez quadros valor de lugar para a criança armar e resolver a operação. Aqui vamos mostrar como a aluna Lorena resolveu, no quadro do lado esquerdo encontra-se e a representação esperada pela professora e do lado direito, à resolução da Lorena.

1- Arme e efetue

a) 23+9=
b) 32+10=
c) 427+98=

f) 96-79=
g) 421-180=
h) 352-163=

d) 1243+188=
e) 11221+10189=

i) 4231-1210=

c)

DM	UM	C	D	U
		4	2	7
			9	8

DM	UM	C	D	U
		4	7	8
	+		2	9
		5	0	7

d)

DM	UM	C	D	U
	1	2	4	3
		1	8	8

DM	UM	C	D	U
	1	4	2	1
+	1	8	8	3
	3	3	0	4

e)

DM	UM	C	D	U
1	1	2	2	1
1	0	1	8	9

DM	UM	C	D	U
	1	1	2	8
+	1	0	2	9
	3	2	4	8

f)

DM	UM	C	D	U
			7	2
			5	8

DM	UM	C	D	U
			7	8
	-	5	2	
		0	7	8

g)

DM	UM	C	D	U
			9	6
			7	9

DM	UM	C	D	U
		6	7	9
	-			9
		0	6	9

h)

DM	UM	C	D	U
		4	2	1
	-	1	8	0

DM	UM	C	D	U
	1	4	2	3
-	1	6		
	0	4	0	0

i)

DM	UM	C	D	U
		3	5	2

DM	UM	C	D	U
	1	5	2	3

	-	1	6	3

-		6		3
	0	1	2	0

j)

DM	UM	C	D	U
	4	2	3	1
	1	2	1	0

DM	UM	C	D	U
	1	4	2	3
-	1	1	2	0
	0	3	2	0

PRÉ-ANÁLISE:

Lorena, na hora de transcrever a operação da letra “e”, em vez de transcrever 11221-10189, transcreveu 1128-1029. A letra “f”onde pedia 72-58, ao colocar no qvl representa 78- 52 ,que no quadro representava 520, onde o 5 estava na centena, o 2 na dezena e na casa das unidades não representou, a casa ficou vazia modificando o número.
A criança, com toda certeza, não compreendeu a atividade aqui solicitada pela professora. Armar a operação dentro dessa grade não tinha nenhum significado para a criança. A aluna não compreendeu que a professora estava avaliando sua compreensão também quanto à estrutura do número e, assim, não sabendo organizar esses números dentro da grade estabelecida “erra a atividade solicitada”.

PROTOCOLOS PRODUZIDOS NO DIA 02/08/06 3ª SÉRIE A

CONTEXTO DA PRODUÇÃO:

A professora conversa com a turma dizendo que dará um desafio em que todos terão que colocar a cabeça para funcionar. "*É um desafio. Você terá que resolver e mostrar como chegou ao resultado. Tudo bem!*" a professora escreve o enunciado no quadro com uma operação: Resolver e mostrar como você chegou ao resultado!

$$\begin{array}{r} 123 \\ \underline{x21} \end{array}$$

A professora deixa mais ou menos uns vinte minutos para que todos possam resolver do seu jeito. Após esse tempo, ela divide o quadro deixando espaço para que as crianças venham explicar como fizeram a operação.

Lúcia

$$\boxed{\begin{array}{r} 123 \\ \underline{X21} \\ 123 \\ \underline{246} \end{array}}$$

Letícia diz: "*1x3 deu 3, coloquei embaixo do 1 . 1x2 deu 2, 1x1 deu 1. 2x3 deu 6, 2x2 deu 4 e 2x1 deu 2. "O dois como está na dezena eu começo a colocar na dezena".* E fez a soma: 3, não tem nada para somar 3, 2+4=6, 1+4=5 e abaixa o 2.

Bruno

$$\boxed{\begin{array}{r} 46 \\ 123 \\ \underline{X21} \\ 2570 \end{array}}$$

Ele fez 123, 21 vezes. Fez a contagem e chegou a 2.570. E o seu registro no quadro ao lado: "O 4 e 6 acima do multiplicando foram os agrupamentos que ele elevou na adição e os conservou nesse registro."

Rilton

Ricel somou o 123 +123+123 até completar as 21 parcelas necessárias para resolver a questão solicitada.

$$\boxed{\begin{array}{r} 26 \\ 123 \\ \underline{X21} \\ 2543 \end{array}}$$

Seu registro após as somas está escrito no quadrado ao lado.

"O 2 e o 6 acima da dezena e da centena foram os agrupamentos encontrados na soma efetuada pela criança".

Rafael

Al. “*Eu descobri que se eu fizer ao contrário eu chego na resposta mais rápido.”*
Prof. “*Ao contrário como?”*
A criança explica para a professora e para a turma:
Al. “*3x o 21 dá 63. 2x21 dá 42 dezenas mais 6 do 63 dá 48, anoto o 8 e escrevo o 4 aqui em cima da centena. Depois faço 1x 21 dá 21 centenas mais 4 dá 25. Como está no último número eu posso escrever o número todo*.”

46
123
X21
2583

Pablo

Paulo fez 21 vezes o 100 que deu 2100. A professora perguntou de onde ele havia tirado o cem. Ele responde que foi do 123.
Al. “ *Eu fiz dez dedos, 100,200,300,....1000 mais 10 dedos 2000 mais um dedo deu 2100. Depois eu fiz 21 vezes o 23, assim: 23+23+23+23+... que deu 483 e depois eu somei 2100+483 que deu 2583.”*

1º

IIIIG

100
X21
2100

2100
+483
2583

23+23+23+23+23+23+23+23+23+23+23+23+23+23+23+23+23+23+

2º

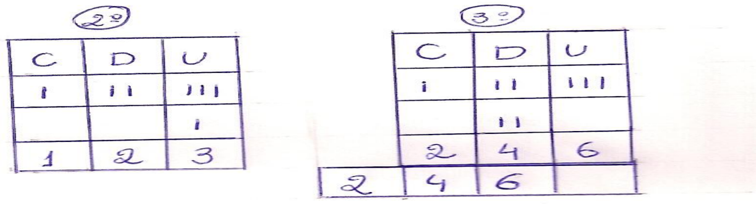
Ana Clara

A aluna Ana Paula faz utilizando o QVL
No primeiro passo, ela apenas registra a operação a ser realizada. Ela escreve no QVL 3 pauzinhos na unidade, 2 na dezena e 1 na centena. Em seguida, acrescenta mais um pauzinho na unidade abaixo e faz 1x3=3, anota o 3 na unidade abaixo, 1x2=2, 1x1=1 e completa o QVL com 123. No terceiro passo, ela faz o QVL posiciona o 123 com pequenos riscos e escreve mais dois riscos na dezena e faz: 2x3=6, 2x2=4, 2x1=1 anota 246 logo abaixo no QVL e percebe que o dois em que ela fez o chuveirinho para multiplicar está na dezena, então ela apaga e registra o 2 na unidade de milhar, o 4 na centena e o 6 na dezena. Assim passa para a próxima etapa fazendo a soma de 2460+123 totalizando 2583.

1º Passo: 2º Passo: 3º Passo: 4º Passo:

123
x21

2460
+123



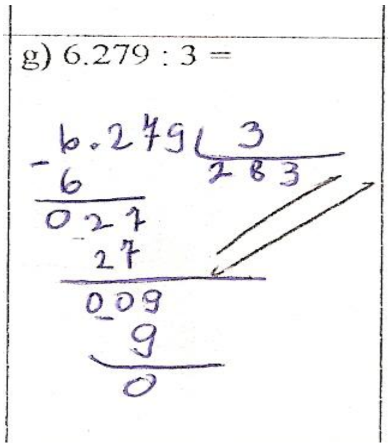
Marina

Mariana registra 21vezes 123 mas, ao proceder a multiplicação, faz uma vez 123 e anota abaixo. Em seguida, registra o sinal de vezes abaixo do resultado e continua a multiplicar por 20. A princípio a aluna faz 20 vezes o 3 e registra 60, depois se perde e volta a fazer 2x3=6, 2x2=4, 2x1=2 e acrescenta o zero ao final do número, finalizando com 2460 sem saber concluir seu raciocínio inicial.

```
  123
  X21
  123
  X20
 2460
```

Protocolos produzidos na avaliação do terceiro bimestre

Protocolo: 01 Daniela



Protocolo: 02 João Eurípedes

g) 6.279 ÷ 3 =

```
 6279 |3
-6     2
 0279  9
-027   3
 0009
-0009
 0000
```

Protocolo: 03 Anabele

d) O Grande Prêmio de Fórmula 1 é realizado no autódromo de Interlagos em São Paulo. O circuito do autódromo é de 4.340 metros, devendo nesse Grande Prêmio ser dadas 71 voltas. Quantos metros serão percorridos nesse Grande Prêmio ?

Sm	calculo	Resposta
	4.340 × 71 = 04340 + 2880 = 3.3140	Serão percorridos 33.140 m

Protocolo: 04 Anabele

c) Comprei um carro e vou pagá-lo em 9 prestações iguais de 1.503 reais cada uma. Quanto vou pagar por esse carro ?

Sm	Calculo	Resposta
Prestações: 9 Valor da prestação: 1.503 Quanto custa o carro: X	1.503 × 9 = 5527	O carro custa 5.527

Protocolo: 05 Anabele

a) Um avião pode transportar 235 passageiros. Se esse avião fizer 6 vôos, todos lotados, quantos passageiros ele transportará nesses vôos ?

Sm	Calculo	Resposta
Pode transportar: 235 6 vôos: X	235 x 6 1416	Esse avião poderá transportar 1.416 passageiros

Protocolo: 06 Peter

a) Um avião pode transportar 235 passageiros. Se esse avião fizer 6 vôos, todos lotados, quantos passageiros ele transportará nesses vôos ?

Ele vai transportar 1.210 passageiros.

235
X 6
1.210

Protocolo: 07 Daniela

c) Comprei um carro e vou pagá-lo em 9 prestações iguais de 1.503 reais cada uma. Quanto vou pagar por esse carro ?

9 Prestações A Prestação 1.503	1.503 x9 12.527	Vou pagar 12.527

Protocolo: 08 Lúcio

c) Comprei um carro e vou pagá-lo em 9 prestações iguais de 1.503 reais cada uma. Quanto vou pagar por esse carro ?

$$\begin{array}{r} 1.503 \\ \times \quad 9 \\ \hline 2.187 \end{array}$$

Ira paga 2.187 reias pelo Carro.

Protocolo: 09 Joana

a) Um avião pode transportar 235 passageiros. Se esse avião fizer 6 vôos, todos lotados, quantos passageiros ele transportará nesses vôos ?

S. M.

Avião: Pode transpordar 235 passageiros

Vôos: 6

$$\begin{array}{r} 235 \\ \times 6 \\ \hline 1.408 \end{array}$$

Ele transportara 1.408 passageiros.

Protocolo: 10 Elen

b) Em um terreno foram construídas 18 salas. Cada sala tem uma área de 74 metros quadrados. Quantos metros quadrados de construção foram feitos nesse terreno ?

o tamanho do terreno au todo e de 697

3

$$\begin{array}{r} 74 \\ \times 18 \\ \hline 592 \\ + 104 \\ \hline 697 \end{array}$$

c) Comprei um carro e vou pagá-lo em 9 prestações iguais de 1.503 reais cada uma.

Protocolo: 11 Vinícius

b) Em um terreno foram construídas 18 salas. Cada sala tem uma área de 74 metros quadrados. Quantos metros quadrados de construção foram feitos nesse terreno ?

S.m

18 x 74

op

$$\begin{array}{r} \overset{3}{7}4 \text{ m} \\ \times 18 \text{ m} \\ \hline \overset{1}{5}92 \text{ m} \\ 74+ \text{ m} \\ \hline 832 \text{ m} \end{array}$$

R O Terreno mede 832 m

UNIVERSIDADE DE BRASILIA

Faculdade de Educação

Programa de Pós Graduação

Projeto de Pesquisa na área de *Magistério : Formação e trabalho pedagógico*

Escola Classe TQN

MEDIAÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO :

(RE)EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

prof. Dr Cristiano A. MUNIZ

Brasília, março de 2.004

Justificativa

Partindo do pressuposto que a capacidade de aprender da criança é o fundamento da estruturação do ato pedagógico, podemos caracterizar esse princípio dizendo se a criança aprende e se acreditamos nesta capacidade então constituímos a relação pedagógica.

Se aprendizagem é um processo, compreender como se realiza uma aprendizagem implica, antes de tudo, revelar a dinâmica que constitui esse processo, um processo que é de natureza sócio-psicológica. Revelar, descrever e compreender tal fenômeno requer enfrentar desafios em termos epistemológicos e metodológicos que constituem um dos motores propulsores das investigações científicas da psicologia cognitiva e do desenvolvimento.

Aprender implica a noção de ação, uma ação interior que nem sempre é visível à um observador. Se pudermos constatar e descrever certas ações que nos indicam a presença de certa aprendizagem, estas são apenas traços limitados do complexo processo interno ao espírito humano que constitui a aquisição de um novo saber. A variedade de teorias da aprendizagem e do desenvolvimento é reflexo concreto desta complexidade e riqueza.

Aprender significa também a existência de um contexto sociocultural que é sua fonte propulsora e o quadro de referência de validação do conhecimento produzido. Fora deste contexto, o conhecimento não adquire sentido para a compreensão do processo da aprendizagem. Vygotsky (1994) mostra este fato quando ele apresenta sua teoria da construção de conceitos pelo sujeito: não podemos conceber a construção de conceitos fora da relação sujeito e contexto sociocultural. É no grupo que um conceito toma sentido e forma. Assim as funções psicológicas ocorrem em duas dimensões no desenvolvimento do sujeito:

inicialmente como atividade coletiva e mediada, e, após, como atividade individual. Tentar compreender a construção do conhecimento pelo sujeito numa dimensão, como no caso da construção de conceitos, implica necessariamente dar conta do processo na outra dimensão, pois ambas se implicam mutua e estritamente.

Nesta construção é importante considerar que a constituição da inteligência (capacidade de agir diante de situações desestabilizadoras) dá-se prioritariamente em situações de interação social. Compreendê-la deve significar, portanto, entender como as interações participam e determinam o processo e o produto da aprendizagem. Essencialmente duas naturezas de interação social nos interessam na tentativa de compreensão dos processos de construção do conhecimento pelo sujeito: as situações de educação não formal e as situações de educação formal. As situações ditas informais são aquelas estruturadas sem intenções didático-pedagógicas, e, portanto, segundo Vygotsky (1995), podendo ser fonte de produção e/ou aquisição de *conceitos espontâneos*. As situações ditas formais são necessariamente planejadas e estruturadas segundo objetivos didático-pedagógicos visando o desenvolvimento/aquisição de *conceitos científicos.* Se em ambas as situações de interação social podemos conceber a existência de aprendizagens, pois em ambas existem relações diretas ou indiretas tipo *sujeito-objeto de conhecimento* é de nosso interesse o estudo científico das possíveis formas de mediação sujeito-objeto do conhecimento em situações de educação formal, onde o professor desempenha um papel fundamental enquanto mediador no processo de construção do conhecimento dentro de situações de educação formal.

Objetivos Gerais

Estudar as possibilidades de mudar o quadro de situação de dificuldade na aprendizagem da matemática nas séries iniciais à partir de mudanças no processo de intervenção didática, ou seja, realizando novas formas de mediação do conhecimento matemático ao longo das aulas.

Objetivos Específicos

- Identificar conjuntamente com o professor as variáveis que podem ser geradoras de dificuldade de aprendizagem de matemática
- Analisar o projeto didático-pedagógico desenvolvido pelo professor nas aulas de matemática, buscando descrever o processo da mediação do conhecimento matemático.
- Desenvolver novas formas de mediação do conhecimento matemático à partir de :
    - Identificação das dificuldades obtidas via trabalho individual com as crianças em situação de dificuldade e experimentação de novas formas de mediação criança – conhecimento matemático.
    - Participação conjunta com a equipe pedagógica da escola no re-planejamento didático-pedagógico, buscando capacitar a equipe ao desenvolvimento de novas formas de mediação do conhecimento matemático, alterando assim, o quadro de dificuldade na aprendizagem da matemática.
    - Experimentação e avaliação de novas estratégias de ensino de matemática com sua conseqüente difusão aos demais educadores participantes do Programa Pró-Matemática

- Favorecer uma integração entre professores regentes e alunos da Universidade num processo de realização de uma pesquisa-ação, voltado, sobretudo à formação iniciada e continuada no professor-pesquisador no campo da Educação Matemática.

Metodologia

A pesquisa qualitativa da mediação do conhecimento matemático no espaço escolar constituir-se-á fundamentalmente numa pesquisa-ação onde o pesquisador atuará junto aos pesquisados ao longo de dois anos letivos buscando mudanças do quadro de representações sociais da matemática junto ao corpo docente da escola, contribuindo assim com o estabelecimento de novas formas de mediação do conhecimento matemático junto às crianças das primeiras séries do ensino fundamental. O Estudo será constituído por diversas etapas, sendo as primeiras no âmbito da escola, junto aos professores e crianças, e em etapas posteriores, envolvendo professores da Rede Pública, através do Programa Pró-Matemática, difundindo à outras escolas os resultados obtidos. Essas etapas serão assim constituídas:

- Integrar a equipe pedagógica da escola, num processo de parceria Escola-Universidade, buscando conjuntamente planejar, desenvolver, avaliar e redirecionar o programa de matemática das séries iniciais. Essa etapa implica necessariamente em estudos, debates, formulação de propostas didáticas, realização de intervenções didáticas, avaliação do processo e resultados, ... , etapas que envolvera a equipe pedagógica, pesquisadores da Universidade e alunos da graduação e pós-graduação.
- Analisar (conjuntamente professor, pesquisador e alunos universitários) a intervenção didática do professor e as formas pelos quais se realizam as mediações sujeito-conhecimento matemático.
- Identificar conjuntamente com o professor os alunos em situação de dificuldade em matemática. Trabalhar individualmente com esses alunos, envolvendo alunos universitários, buscando identificar possíveis causas da dificuldade e experimentar formas alternativas de mediação do conhecimento (diferente em relação à intervenção didática realizada pelo professor regente).
- Desenvolver novas formas de mediação do conhecimento, com novas situações, materiais, estratégias, relações junto à criança em situação de dificuldade. Analisar os resultados após mudança na forma de mediar o conhecimento.
- Debater com a equipe pedagógica os resultados (positivos ou negativos) obtidos junto ao aluno portador de dificuldade. Avaliar a validade de incorporar as novas formas de mediação desenvolvida junto com a criança que estava em situação de dificuldade com forma de intervenção didática junto à toda turma, e incorporando-as como metodologias de ensino.
- Registrar todas as etapas e resultados, promovendo debates internos e externos à comunidade escolar local.

- Publicar principais resultados junto a educadores e pesquisadores através de artigos científicos e participar de eventos para socializar a experiência através de participação no Programa Pró-Matemática e de eventos científicos.
- Buscar envolver toda equipe pedagógica no processo, abrir amplo espaço de participação sistemática aos alunos graduando e pós-graduando e convidar especialista nas áreas de psicologia, sociologia, ... para realização de parcerias.

Esquema representativo da metodologia :

Estudos e Coordenação Pedagógica	**Professores, Coordenadora e Orientadora, Pesquisador,**
Laboratório de aprendizagem	**CRIANÇAS SELECIONADAS pelos professores, Professores, Coordenadora e Orientadora, Pesquisador, Alunos da Graduação e Pós.**
Reuniões de análise e avaliação	**Pesquisador, Professores,**
Reuniões de Intercâmbio de Educação Matemática (EAPE-FEDF)	**Pesquisador, Professores representantes da Escola, Alunos**
Encontros de Difusão dos resultados	**Pesquisador, Professores representantes da Escola, Alunos da Graduação e Pós, Comitê do**
PARTICIPAÇÃO EM	**PUBLICAÇÕES CONJUNTAS**

Quadro teórico

O professor como mediador

Falar no papel do professor enquanto mediador no processo de construção do conhecimento nos obriga à considerar as contribuições de Bruner (1999) na definição do professor como mediador. Um dos pioneiros das ciências cognitivas, Bruner acentua a dimensão cultural no processo da aprendizagem. Seu centro de interesse inicialmente era a descoberta de como o sujeito cria sua idéias e o pensamento: "O objetivo da escola não é de formatar o espírito da criança lhes inculcando saberes especializados os quais não se compreende o sentido e a razão de ser. É necessário que os alunos se apropriem de uma cultura, integrem os conhecimentos à partir de questões que eles construam. Para isso, é necessário contestar os programas prontos. Devemos criar dúvidas, discutir, explorar o mundo, se deslocar, sair do quadro da escola. É assim que nos apropriamos da cultura, que nos tornamos membro ativo de uma sociedade" (Bruner, 1999).

Se a aprendizagem não é um ato solitário, mas eminentemente solidário, o professor possuí papel fundamental seja como promotor do processo de aprendizagem seja como organizador do ambiente pedagógico. Falar em *professor mediador* implica conceber a mediação constituída à partir da pessoa e de recursos culturalmente situados. O papel do mediador, especialmente do professor, segundo Bruner, é de ajudar o aprendiz à modelizar seus atos de aprendizagem. Essa ajuda traduz-se em tornar o aprendiz consciente de seu próprio processo de aprendizagem. O trabalho do mediador na interação com a criança é, dentre outros aspectos, o de permitir a analise dos efeitos do ato da aprendizagem com relação às intenções iniciais e também facilitar a realização do ato. Poderíamos dizer que o mediador ajuda a criança à dar sentido à sua ação e à criar ligações com saberes anteriores.

Para a realização de tal ajuda, mediador e criança têm de se encontrarem em níveis epistemológicos diferentes. Mediador e criança são agentes altamente ativos no processo, mas o que distingue o aprendiz do mediador deve ser a existência de um *diferencial* que pode ser identificado ao compararmos a natureza de relação sujeito e objeto de conhecimento, comparação entre criança e mediador à compartilharem juntos de um mesmo processo de resolução de problema significativo para ambos (o que não implica que a significação seja a mesma, sobretudo se considerarmos a existência de um diferencial cultural entre criança e mediador).

Esse diferencial deve se reduzir ao longo da interação mediador-aprendiz, o que implica necessariamente na noção de uma transmissão no sentido do professor para o aluno Mas a noção de transmissão em Bruner tem um sentido profundamente cultural. Se o processo de aprendizagem implica quase sempre num *continuum* a partir de aprendizagens anteriores, a mediação realizada pelo professor deve contemplar a ponte com as aprendizagens já realizadas pelo aprendiz em seu contexto cultural, aquisições concretizadas nos ambientes, nos contextos socioculturais dos quais o aprendiz participa. Reconduzir as aprendizagens culturalmente adquiridas para promover novas aprendizagens deve ser objetivo importante na atuação do educador.

A noção de mediação enquanto processo de relação entre o adulto e a criança, sobretudo entre o professor e o aluno, e processo de aquisição solidária do conhecimento cultural, nos leva a considerar a noção de Zona de Desenvolvimento Proximal proposta por Vygotsky (1994). A possibilidade da criança aprender quando resolve uma situação problema em interação com um adulto, aloca a noção de mediação como um dos conceitos centrais na teoria vygotskyriana.

A mediação realizada via recursos culturais e didático-pedagógicos

A utilização de recursos pelo mediador, sobretudo recursos didático-pedagógicos, ao nosso ver, pode e deve traduzir a representação social do objeto de conhecimento e a representação do processo de aquisição do saber pela criança. A escolha, a criação, a forma de utilização, e mesmo a negação de recursos mediadores, ou seja, de objetos culturais, podem constituir uma rica fonte de pesquisa sobre a mediação realizada pelo professor.

Descrever e compreender o processo no qual se constitui a mediação sujeito e objeto de conhecimento requer analisar o sistema de mediação construído pela escola, sistema onde professor-aluno constitui o binômio central. O papel do professor enquanto mediador constitui, assim, um objeto de pesquisa que pode nos permitir como se realiza a aquisição de conhecimentos escolares e como a forma de mediação construída pelo professor influencia na construção pelo aluno da representação social do objeto de conhecimento.

A mediação realizada pelo professor, os materiais curriculares por ele utilizados e o processo de construção da representação social na criança no que se refere às ciências e à matemática são os focos do presente programa de pesquisa. Melhor conhecer o processo de mediação e os objetos culturais e pedagógicos criados e/ou utilizados nesta mediação, contribuirá na descrição e análise científica da rede de poderes que constituem um ambiente de aprendizagem-ensino das ciências e das matemáticas. Se tal fato é verdadeiro para não importa que objeto do conhecimento, é nesse momento e no nosso grupo de pesquisa, as formas e processos didático-pedagógicos das Ciências e Matemáticas que nos interessa neste projeto.

Outro objetivo da pesquisa é a análise das concepções de aprendizagem e de conhecimento nos recursos utilizados no processo de mediação nas aulas de ciências e de matemática. A análise destes recursos pode nos dar elementos importantes sobre a representação social do próprio objeto de conhecimento, ciências e/ou matemática, bem como nos fornecer informações sobre a representação social da aprendizagem e construção de um conhecimento pelo sujeito. A escolha de um recurso, a sua produção, sua forma de utilização, sua validação didático-pedagógica, sua transformação pelo professor poderá indicar concepções que, por vezes, o mediador do processo de aprendizagem e ensino não revela em seu discurso. Portanto, a compreensão do real pela criança não é imediato, mas opera-se sempre a partir de um sistema de códigos e de conceitos construídos pelo mundo adulto e partilhado pela criança. Esse sistema participa deste processo de mediação, da mesma forma que sua aquisição é quesito fundamental para a estruturação da relação aluno-conhecimento e mesmo aluno-professor.

O processo metacognitivo como objetivo central do professor-mediador

Com o propósito de permitir o acesso ao conhecimento cultural, o professor tende a modelizar seus atos. Essa modelização requer uma tomada de consciência pelo próprio sujeito do processo, dos esquemas desenvolvidos e presentes no processo de resolução de problema. Essa tomada de consciência deve capacitar o sujeito a organizar seus atos, segundo suas intenções iniciais e a realizar antecipação dos resultados. Neste sentido, tornar-se inteligente, na concepção de Bruner, está ligado à capacidade do sujeito de se apropriar da cultura presente e transmitida no seu meio sociocultural imediato. Mas tal apropriação só se realiza com o auxilio da interação com o outro, com o adulto, e na escola, com o professor.

Esta tomada de consciência do processo de aprendizagem requer a citação de outro conceito importante que é a *metacognição: cognição da cognição*.

> As metacognições podem designar:;
>
> - os conhecimentos que os sujeitos podem ter de seus processos mentais e dos produtos desses processos (metacognição);
> - os conhecimentos relativos às propriedades pertinentes às aprendizagens de informações ou de dados (conhecimentos metacognitivos);
> - a regulação (condução, controle..., conscientes ou não) dos processos cognitivos.
>
> Além disso, os processos mentais podem se referir à memória, à compreensão ou à resolução de problemas”... (Robert et Robinet, 1993, p. 5)

Vygotstky e Bruner contribuem para clarificar o papel da metacognição no desenvolvimento e na aprendizagem. Segundo Vygotsky (1994) a tomada de consciência se realiza essencialmente através da verbalização que tem um valor organizador do pensamento. Para Bruner, a tomada de consciência é parte do próprio desenvolvimento cognitivo. O mediador tem papel central na tomada da consciência e o professor enquanto tal, pode ter duas funções para favorecer a metacognição: o mediador facilita a utilização de estratégias de resolução de problemas ou promove junto aos alunos a análise das diferenças ou semelhanças entre os diferentes processos utilizados por diversos sujeitos, diversas culturas ou diversas fases históricas.

Mas reduzir a tomada de consciência e a aprendizagem à mediação realizada pelo professor pode ser um erro teórico que não devemos desprezar. "A função de ajuda à aprendizagem não pode ser reduzir à atividade de mediação promovida pelo professor". A criança pode realizar aprendizagens à partir de relações com os objetos propostos pelo professor como recursos em situações informais, e realizar aquisições de ações didático-pedagógicas., mesmo na ausência do professor . A análise de tais situações pode clarificar o real papel do professor como mediador sujeito e objeto de conhecimento, assim como fornecer informações sobre o potencial de certos recursos culturais no processo de aprendizagem, mesmo que fora da educação formal.

Mediação na Educação Matemática

O desenvolvimento de uma reflexão sobre a mediação no campo da educação matemática requer considerar a *resolução de problemas* como sendo o objetivo essencial da escola no que se refere ao processo de aprendizagem e de ensino de matemática. Assim sendo, a mediação realizada pelo professor de matemática passa essencialmente pelo processo de oferta, resolução, controle e validação de resolução de situações problemas.

A resolução de problemas como eixo norteador da educação matemática tem sido ao longo da história da educação, assim como da matemática, um ponto de convergência de acordo entre a pesquisa em didática, em psicologia cognitiva e em matemática. Planejar uma seqüência didática em matemática implica, portanto em ofertar ao aluno situações de desafio que possibilite a elaboração, testagem, revisão e validação social de hipóteses. As hipóteses formuladas pelas crianças podem dizer respeito seja na (re) formulação de conceitos ou de aplicação e comprovação da validade de teoremas em ato (Vergnaud, 1998).

Pensando assim, deve o professor na sua prática docente planejar as situações problematizadoras que possibilitem ao educando a construção do conhecimento matemático. Propor situações problemas deve significar a oferta de situações de desafio, desafio gerador de desestabilização afetiva e cognitiva, fazendo com que a criança se lance à aventura de superação da dificuldade proposta pelo educador, e assim, realizando atividades matemáticas. Infelizmente tal planejamento acaba na maioria das vezes se constituindo na seleção ou produção de problemas (ditos matemáticos) que devem ser oferecidos aos alunos como forma de promoção da aprendizagem matemática, problemas apresentados através de textos escritos (via enunciados textuais) e a partir de contextos nem sempre significativos ao aluno.

A mediação da aprendizagem matemática realiza-se assim através dos problemas matemáticos “do professor”, onde cabe ao aluno, antes de lançar-se à atividade matemática, receber, acolher, interpretar, compreender e resolver aquilo, que desde sua gênese, é de propriedade do professor. Antes de dar inicio ao processo da aprendizagem propriamente dita, existe aí um momento de apropriação, de sedução, de compreensão e de interpretação do objeto de mediação pensado e produzido pelo professor para que haja então certa aprendizagem matemática.

Para que se inicie a mediação aluno-conhecimento matemático faz-se necessário que o aluno aceite este objeto que é de propriedade do professor, e, portanto, a concretização da mediação da aprendizagem matemática requer que a situação problema seja efetivamente uma promotora da atividade matemática. Infelizmente essa necessidade não se realiza, e contrariamente aos princípios teóricos da educação matemática, o problema produzido e proposto pelo professor acaba por se constituir num obstáculo à mediação do processo aprendizagem-ensino da matemática. Quais seriam os fatores que contribuem para que os problemas oferecidos pelo professor sejam dificultadores do processo de mediação?

- Problemas exclusivamente escritos: os problemas matemáticos são apresentados aos alunos através de um texto escrito o que implica na existência obrigatória de uma interpretação do texto para sua resolução.
- Problemas que não retratam o contexto sociocultural do aluno: quando produzidos pelo professor podem retratar contextos que não possuem um significado ou interesse para o aluno. O contexto de referência utilizado pelo professor esta por vezes distante dos reais interesses do aluno. O professor pode mesmo ser desconhecedor dos reais interesses dos alunos em termos de seu mundo lúdico, seu imaginário, seus centros de interesse, etc.

- Problemas previamente modelados pelo professor: quando o professor assume para si o compromisso de produzir o problema matemático que servirá como promotor da aprendizagem matemática, ele acaba por ser o responsável da seleção das variáveis, dos campos numéricos, das estruturas lógicas, etc. Pouco resta ao aluno em termos da produção das situações. Grande parte do modelo matemático é realizado por aquele que produziu o texto, e as situações problemas didáticas acabam por serem significativamente mais pobres do que aquelas produzidas nos contextos da vida. Ainda, o aluno fica sem participar de um momento importante da modelização da situação, pois o professor ao produzir a situação e redigindo o texto do enunciado faz previamente uma seleção das variáveis, das unidades de medidas, das ênfases às estruturas lógicas, etc.
- Problemas sem margem de multiplicidade nas interpretações: o professor procura redigir o texto sem permitir margens de variações nas interpretações do enunciado, buscando que todos cheguem a um mesmo modelo matemático. Há interesse por parte do professor de reforçar a idéia do conhecimento matemático com parte das ciências exatas, sem permitir o pensamento divergente.
- Problemas cujo processo de solução é único na ótica do professor: a seleção das variáveis, a formas de dispô-las ou apresentá-las favorecem a tradução de processos operatórios únicos (ou muito pouco variáveis) de forma que os algoritmos de solução apresentarão quase que nenhuma variação dentro de um grupo de alunos permitindo assim o "total" controle dos processos de pensamento pelo professor, sobretudo no estabelecimento dentro do grupo daquilo que é ou não aceitável no contrato didático.
- Problemas cujo processo de resolução é eminentemente um ato solitário: são em sua maioria situações propostas para serem interpretados e resolvidos através de ações cognitivas "solitárias" sem contar com a possibilidade e a riqueza de sua realização cooperativamente, constituindo-se em situação de desafio sociocognitivo através de confronto de diferentes interpretações e algoritmos e suas validações dentro de uma comunidade de investigação.
- Problemas onde os erros produzidos ao longo do processo de tentativa de resolução não podem ser evidenciados: o aluno busca camuflar ou ocultar os erros presentes no processo de ensaio de resolução, onde é valorizado pelo

professor não o processo de resolução (o que nunca é um processo linear), mas somente os resultados finais. Os erros, os mais ricos elementos reveladores dos esquemas de pensamento do aluno, ficam excluídos do processo de resolução documentado pelo aluno.

- Problemas que fazem apelo apenas a atividade matemática mental, sem possibilitar a manipulação concreta e a apresentação de esquemas mentais escritos: materiais concretos não são efetivamente utilizados ao longo do processo de construção do conhecimento, sendo o aluno impedido de manipular material concreto, de realizar pesquisas, de construir ou de testar esquemas escritos ou desenhados. Há quase sempre uma priorização da utilização de modelos algébricos valorizados pelo professor, pelo livro, pela escola, pelo currículo, pelos pais,.... sem espaço para as estratégias próprias de cada aluno

Nosso projeto de pesquisa busca questionar o processo de mediação que descarta a possibilidade de produção das situações problemas pelo próprio aluno, produção que pode ser fundamental no processo de ensino-apreendizagem da matemática.

Queremos buscar pistas indicativas para que as situações problemas se constituam efetivamente em objetos promotores da mediação do conhecimento matemático a ser produzido pelos alunos

Uma questão central no estudo é a compreensão da importância do conhecimento da zona de desenvolvimento proximal da criança (Vygotsky, 1994) na formulação e na oferta pelo professor de situações problemas que tem como objetivo a promoção da aprendizagem matemática. No mesmo sentido é importante buscar analisar como o professor avalia os reais potenciais das crianças a partir da observação da resolução de situações problemas de matemática.

Voltando ao início de nossas reflexões, poderíamos formular a hipótese de que a resolução de problemas que de inicio deveria ser promotor da aprendizagem matemática acaba por se constituir em mais um obstáculo da aprendizagem do aluno. No mesmo sentido faz-se necessário rever o conceito de dificuldade, tendo em vista que, nas teorias construtivistas, o processo de aprendizagem surge frente uma dada situação de dificuldade, digamos, de desestabilização. Entretanto, a situação gerada pelo professor para promover a aprendizagem vem se constituir em situação de dificuldade intransponível, impedindo que o sujeito se lance à realização da atividade matemática.

Participantes da Pesquisa

i. Professores de matemática de 1ª à 4ª série da Escola Classe da 304 Norte
ii. Coordenadores e Orientadora Educacional da EC 304 N
iii. Crianças que na ótica dos professores estão em situação de dificuldade em matemática, e portanto, vem a participar das oficinas de aprendizagem
iv. Alunos de graduação de Pedagogia matriculados na Disciplina Teoria e Prática 4, turma E
v. Alunos de graduação de Pedagogia monitores da disciplina Matemática para início de Escolarização
vi. Alunos do Mestrado em Educação da UnB, da área de Magistério : formação e trabalho pedagógico (professores da Escola, atualmente afastados para a realização do Mestrado em Educação)
vii. Professores membros do Programa Pró-Matemática

Cronograma

ATIVIDADES	PERÍODOS
Estudos e Coordenação Pedagógica	**Quinzenalmente pela manhã**
Laboratório de aprendizagem	Semanalmente,
Reuniões de Análise e Avaliação	**Mensalmente, conforme calendário da Escola**
Reuniões de Intercâmbio	**Quinzenalmente, conforme cronograma do Pro-Matemática**
Encontros para Difusão	**Trimestralmente**
Participação em Congressos	**Semestralmente**
Publicação de artigos	Dois por ano

Recursos Financeiros: Não previsto para esse primeiro ano.

Referências Bibliográficas

Bruner, J.(1987). *Le développement de l'enfant : Savoir Faire, Savoir Dire*, Paris, PUF.

Bruner, J. (1999). "Pour une psychologie culturelle" in *Sciences Humaines* Auxerre*,* nº 99 – novembro 1999, pp. 38-41.

Robinet, J. (1987). "Quelques réflexions sur l'utilisation des jeux en classe de mathématiques" in *Cahier de Didactique des mathématiques,* revue de l'IREM de l'Université Paris VII, nº 34, janvier 1987, pp. 1-5.

Vergnaud, G. (1990). "La théorie des champs conceptuels*", Recherches en Didactique des mathématiques*, Vol.10.2.3, Grenoble, Ed. La pensée sauvage.

Vergnaud, G. (1994). *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Paris, Peter Lang.

Vergnaud, G. (1996). "Concepts pragmatiques et scientifiques dans le fonctionnement et le développement des schèmes", *2è Congrès pour la recherche socio-culturelle*, Genève, publié par L'Université de Genève, p. 12.

Vergnaud, G. (1998). "Qu'est-ce que la pensée ?" dans les actes du Colloque : *Qu'est-ce que la pensée ?* Suresne, Laboratoire De Psychologie Cognitive et Activités Finalisées, Université Paris VIII, pp. 1-21.

Vygotsky, L. S. (1994). *A formação social da mente*, São Paulo, Martins Fontes.

Vygotsky, L. S. (1995). *Pensée et langage*, Paris, Medissor Ed. Sociales.