

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**SÍNTESE DE ANTENAS PARA POLARIZAÇÕES
TRIDIMENSIONAIS**

LEANDRO DE PAULA SANTOS PEREIRA

ORIENTADOR: MARCO ANTONIO BRASIL TERADA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

PUBLICAÇÃO: PPGENE.DM – 432/11

BRASÍLIA / DF: MARÇO / 2011

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
SÍNTESE DE ANTENAS PARA POLARIZAÇÕES TRIDIMENSIONAIS**

LEANDRO DE PAULA SANTOS PEREIRA

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.**

APROVADA POR:

**MARCO ANTONIO BRASIL TERADA, Doutor, ENE/UnB
(ORIENTADOR)**

**FRANKLIN DA COSTA SILVA, Doutor, ENE/UnB
(EXAMINADOR INTERNO)**

**GEORGES DANIEL AMVAME NZE, Doutor, FGA/UnB
(EXAMINADOR EXTERNO)**

DATA: BRASÍLIA / DF, 14 de março de 2011

FICHA CATALOGRÁFICA

PEREIRA, LEANDRO DE PAULA SANTOS

Síntese de Antenas para Polarizações Tridimensionais

xiv, 78p., 210 mm x 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Engenharia Elétrica, 2011).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Antenas 2. Polarização Tridimensional 3. Cornetas

I. ENE/FT/UnB. II. Título (Série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

PEREIRA, L. P. S. (2011). Síntese de Antenas para Polarizações Tridimensionais. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGENE.DM-432/2011, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 78p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: LEANDRO DE PAULA SANTOS PEREIRA

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Síntese de Antenas para Polarizações Tridimensionais.

GRAU/ANO: Mestre/2011.

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Leandro de Paula Santos Pereira

Dedico este trabalho a todos que me ajudaram neste período
Em especial a minha esposa Juliane a qual me apoiou durante esse curso
Dedico também aos meus pais Wilson e Ednalva e à minha irmã Larissa.
Obrigado por serem meu apoio

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, a todas oportunidades que ele têm me concedido, e por sua presença em nossas vidas.

Agradeço ao apoio do professor Marco Terada durante esse período que estivemos trabalhando em conjunto em diversos temas.

Agradeço à minha esposa Juliane pelo apoio, carinho e pelo constante incentivo pelo desenvolvimento de minhas tarefas.

RESUMO

SÍNTESE DE ANTENAS PARA POLARIZAÇÕES TRIDIMENSIONAIS

Autor: Leandro de Paula Santos Pereira

Orientador: Marco Antonio Brasil Terada

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Brasília, Março de 2011

Este trabalho tem por objetivo introduzir e investigar o conceito de polarizações tridimensionais, onde o vetor intensidade de campo elétrico pode estar orientado em qualquer direção do espaço. Inicialmente, usa-se um conjunto de antenas dipolos ideais a fim de gerar essas polarizações e também permitir o controle do campo. Demonstra-se a existência de polarização tridimensional num ponto no interior do volume do conjunto e à medida que se afasta deste ponto, a figura formada pelo campo elétrico sofre uma degradação até se aproximar de uma polarização unidimensional (linear) ou bidimensional (circular ou elíptica). Demonstra-se também que antenas reais podem gerar polarizações tridimensionais e, para tal, utilizam-se antenas cornetas piramidais. Apresenta-se um novo método de projeto ótimo com estas antenas a fim de garantir uma maior estabilidade do ganho em relação às variações de suas dimensões de abertura. Além disso, apresentam-se polarizações ortogonais em três dimensões e mostra-se que o conjunto de antenas para geração de polarização tridimensional pode ser usado para controlar tais polarizações a fim de manter a isolamento entre sistemas.

ABSTRACT

SYNTHESIS OF ANTENNAS FOR TRI-DIMENSIONAL POLARIZATIONS

Author: Leandro de Paula Santos Pereira

Supervisor: Marco Antônio Brasil Terada

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Brasília, March 2011

This work introduces and investigates the concept of three-dimensional polarizations, where the electric field intensity vector can be oriented in any direction in space. Initially, an ideal dipole antenna array is employed in order to generate these polarizations and also control the electric field. It is demonstrated the existence of three-dimensional polarization at a point inside the volume of the array and, as the observation point is moved away, the figure formed by the electric field degrades until it is similar to a one-dimensional (linear) or two-dimensional polarization (circular or elliptical). It is also demonstrated that real antennas can generate three-dimensional polarizations, and for this pyramidal horn antennas are used. It is presented a new method for optimum design of these antennas in order to ensure greater gain stability with respect to variations of the aperture dimensions. Also, orthogonal polarizations are presented in three dimensions and it is showed that the antennas array used for generation of three-dimensional polarization can be used to control such polarizations in order to maintain isolation between systems.

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	OBJETIVOS.....	2
1.2.	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	2
2.	POLARIZAÇÃO	3
2.1.	POLARIZAÇÃO LINEAR.....	4
2.2.	POLARIZAÇÃO CIRCULAR.....	5
2.3.	POLARIZAÇÃO ELÍPTICA.....	8
3.	POLARIZAÇÃO TRIDIMENSIONAL.....	10
3.1.	ANTENA DIPOLO IDEAL.....	10
3.1.1.	Polarização do Dipolo Ideal	12
3.2.	CONCEITOS DE POLARIZAÇÃO TRIDIMENSIONAL.....	15
3.3.	POLARIZAÇÃO ESFÉRICA	22
3.3.1.	Geração de Polarização Esférica por Variação de Amplitude	22
3.3.2.	Geração de Polarização Esférica por Variação de Fase.....	24
3.3.3.	Eixo de Rotação da Polarização Esférica	26
3.3.4.	Degradação da Esfera com a Distância.....	29
3.4.	POLARIZAÇÃO ORTOGONAL	33
3.4.1.	Polarização Ortogonal em Duas Dimensões.....	34
3.4.2.	Polarização Ortogonal em Três Dimensões.....	36

4.	ANTENAS CORNETAS PIRAMIDAIS	40
4.1.	NOVO MÉTODO DE PROJETO DE ANTENAS CORNETAS PIRAMIDAIS	41
4.1.1.	Ganho do Eixo Central de Cornetas Piramidais	41
4.1.2.	Desenvolvimento de um Procedimento de Projeto Ótimo através de Solução Numérica	44
4.1.3.	Resultados.....	48
4.2.	POLARIZAÇÃO ESFÉRICA COM ANTENAS CORNETAS PIRAMIDAIS	55
4.2.1.	Campos Elétricos da Antena Corneta Piramidal em Campos Distantes.....	56
5.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	61
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela	Página
TABELA 4.1 – RESULTADOS DOS PROJETOS DE UMA ANTENA PIRAMIDAL COM GANHO DE 18 dB UTILIZANDO GUIA DE ONDA WR137 E FREQUÊNCIA DE 6 GHz ($\lambda = 5$ cm)	49
TABELA 4.2 – RESULTADOS DOS PROJETOS DE UMA ANTENA PIRAMIDAL COM GANHO DE 23 dB UTILIZANDO GUIA DE ONDA WR62 E FREQUÊNCIA DE 14 GHz ($\lambda = 2,14$ cm)	49
TABELA 4.3 – RESULTADOS DOS PROJETOS DE UMA ANTENA PIRAMIDAL COM GANHO DE 14 dB UTILIZANDO GUIA DE ONDA WR430 E FREQUÊNCIA DE 2 GHz ($\lambda = 15$ cm)	49
TABELA 4.4 – ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS PROJETOS DA TABELA 4.1	50
TABELA 4.5 – ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS PROJETOS DA TABELA 4.2	51
TABELA 4.6 – ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS PROJETOS DA TABELA 4.3	51
TABELA 4.7 – RESULTADOS DO PROJETO ÓTIMO APROXIMADO DE UMA ANTENA PIRAMIDAL COM GANHO DE 18 dB UTILIZANDO GUIA DE ONDA WR137 E FREQUÊNCIA DE 6 GHz ($\lambda = 5$ cm)	53
TABELA 4.8 – RESULTADOS DO PROJETO ÓTIMO APROXIMADO DE UMA ANTENA PIRAMIDAL COM GANHO DE 23 dB UTILIZANDO GUIA DE ONDA WR62 E FREQUÊNCIA DE 14 GHz ($\lambda = 2,14$ cm)	54
TABELA 4.9 – RESULTADOS DO PROJETO ÓTIMO APROXIMADO DE UMA ANTENA PIRAMIDAL COM GANHO DE 14 dB UTILIZANDO GUIA DE ONDA WR430 E FREQUÊNCIA DE 2 GHz ($\lambda = 15$ cm)	54

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Página
FIG. 2.1 – POLARIZAÇÃO LINEAR.....	5
FIG. 2.2 – POLARIZAÇÃO CIRCULAR DA MÃO DIREITA	7
FIG. 2.3 – POLARIZAÇÃO CIRCULAR DA MÃO ESQUERDA	8
FIG. 3.1 – ANTENA DIPOLO IDEAL.....	11
FIG. 3.2 – ANTENA DIPOLO IDEAL LOCALIZADA NO EIXO x DISTANTE DE λ DA ORIGEM.....	14
FIG. 3.3 – INTENSIDADE DE CAMPO ELÉTRICO NO PONTO P PARA UMA ANTENA DIPOLO IDEAL PARA $I_m = 1$ mA, COM COMPRIMENTO $h = \lambda/100$, $\psi = -\pi/2$ E $f = 100$ MHz.	14
FIG. 3.4 – INTENSIDADE DE CAMPO ELÉTRICO NO PONTO P PARA UMA ANTENA DIPOLO IDEAL PARA $I_m = 1$ mA, COM COMPRIMENTO $h = \lambda/100$, $\psi = -\pi/2$ E $f = 100$ MHz PARA O SISTEMA DE COORDENADAS PRINCIPAL.....	15
FIG. 3.5 – CONFIGURAÇÃO DE UM CONJUNTO DE ANTENAS PARA CONTROLE DO CAMPO ELÉTRICO NO INTERIOR DO VOLUME [7,8].....	16
FIG. 3.6 – CONJUNTO DE TRÊS ANTENAS DIPOLOS IDEAIS	16
FIG. 3.7 – POLARIZAÇÃO NO PONTO P EM RELAÇÃO AO EIXO DE COORDENAS PRINCIPAL.	17
FIG. 3.8 – POLARIZAÇÃO NO PONTO P EM RELAÇÃO AO EIXO DE COORDENAS PRINCIPAL.	18
FIG. 3.9 – POLARIZAÇÃO NO PONTO P EM RELAÇÃO AO EIXO DE COORDENAS PRINCIPAL.	19
FIG. 3.10 – POLARIZAÇÃO NO PONTO P EM RELAÇÃO AO EIXO DE COORDENAS PRINCIPAL.	19
FIG. 3.11 – CONJUNTO DE DUAS ANTENAS DIPOLOS IDEAIS CUJO PONTO DE OBSERVAÇÃO ESTÁ NO EIXO z	20
FIG. 3.12 – POLARIZAÇÃO NO PONTO P PARA VARIAÇÕES DISCRETAS DA FASE DA ALIMENTAÇÃO DA ANTENA 2 NO INTERVALO DE 0 A 2π COM INCREMENTOS DE $2\pi/10$	21

FIG. 3.13 – POLARIZAÇÃO ESFÉRICA NO PONTO P PARA VARIAÇÕES CONTÍNUAS DA AMPLITUDE DA ALIMENTAÇÃO.	23
FIG. 3.14 – POLARIZAÇÃO NO PONTO P PARA VARIAÇÕES DISCRETAS DA AMPLITUDE DA ALIMENTAÇÃO.	24
FIG. 3.15 – CONJUNTO DE CINCO ANTENAS DIPOLOS IDEAIS	25
FIG. 3.16 – POLARIZAÇÃO NO PONTO P PARA VARIAÇÕES DISCRETAS DA AMPLITUDE DA ALIMENTAÇÃO.	28
FIG. 3.17 – POLARIZAÇÃO NO PONTO P PARA VARIAÇÕES DISCRETAS DA AMPLITUDE DA ALIMENTAÇÃO.	29
FIG. 3.18 – POLARIZAÇÃO NO PONTO $(-\lambda/10, 0, 0)$ PARA VARIAÇÕES CONTÍNUAS DA AMPLITUDE DA ALIMENTAÇÃO.	30
FIG. 3.19 – POLARIZAÇÃO NO PONTO $(\lambda/2, 0, 0)$ PARA VARIAÇÕES CONTÍNUAS DA AMPLITUDE DA ALIMENTAÇÃO.	30
FIG. 3.20 – POLARIZAÇÃO NO PONTO $(10\lambda, 0, 0)$ PARA VARIAÇÕES CONTÍNUAS DA AMPLITUDE DA ALIMENTAÇÃO.	31
FIG. 3.21 – POLARIZAÇÃO NO PONTO $(5\lambda, 5\lambda, 5\lambda)$ PARA VARIAÇÕES CONTÍNUAS DA AMPLITUDE DA ALIMENTAÇÃO.	32
FIG. 3.22 – POLARIZAÇÃO NO PONTO $(5\lambda, 5\lambda, 5\lambda)$ VISTA DE OUTRO ÂNGULO PARA VARIAÇÕES CONTÍNUAS DA AMPLITUDE DA ALIMENTAÇÃO.	32
FIG. 3.23 – POLARIZAÇÕES ORTOGONAIS TRIDIMENSIONAIS	37
FIG. 3.24 – POLARIZAÇÃO ELÍPTICA GERADA PELA COMBINAÇÃO LINEAR DA BASE DE VETORES COMPLEXOS E_1, E_2 E E_3	37
FIG. 3.25 – POLARIZAÇÃO LINEAR GERADA PELA COMBINAÇÃO LINEAR DA BASE DE VETORES COMPLEXOS E_1, E_2 E E_3	38
FIG. 4.1 – GEOMETRIA DE UMA ANTENA CORNETA PIRAMIDAL	40

FIG. 4.2 – CURVAS DE GANHOS OBTIDAS PARA UM GUIA DE ONDA WR284 COM $A = 32,41$ cm, $B = 24$ cm, $l_E = 42,15$ cm E $l_H = 47,45$ cm. — ANÁLISE USANDO ERROS DE FASES EXATOS, ANÁLISE USANDO ERROS DE FASE QUADRÁTICOS, — — ANÁLISE USANDO ERRO DE FASE QUADRÁTICO NO PLANO H E A FÓRMULA DE JULL NO PLANO E [19], ××× VALORES MEDIDOS [16,21].	43
FIG. 4.3 – CURVA DE DIRETIVIDADE D_E COMPUTADA PELA ABERTURA B COM $R_2 = 23,65$ cm PARA UMA FREQUÊNCIA DE OPERAÇÃO DE 2,5 GHz USANDO UM GUIA DE ONDA WR430.	46
FIG. 4.4 – VARIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE ABERTURA OBTIDA NO PROJETO ÓTIMO PELO GANHO DESEJADO PARA UM GUIA DE ONDA WR430 E $f = 2,5$ GHz.	52
FIG. 4.5 – VARIAÇÃO DOS ERROS DE FASE NO PLANO H OBTIDOS NO PROJETO ÓTIMO PELO GANHO DESEJADO PARA UM GUIA DE ONDA WR430 E $f = 2,5$ GHz. — ERRO DE FASE EXATO, — — ERRO DE FASE QUADRÁTICO.	53
FIG. 4.6 – CONJUNTO DE ANTENAS CORNETAS PIRAMIDAIAS, CUJO PONTO DE OBSERVAÇÃO P ESTÁ NA ORIGEM, EQUÍDISTANTES DAS ANTENAS, E EM CAMPOS DISTANTES EM RELAÇÃO ÀS ANTENAS.	55
FIG. 4.7 – POLARIZAÇÃO ESFÉRICA NO PONTO P PARA VARIAÇÕES CONTÍNUAS DE ζ .	60

ACRÔNIMOS

LHCP – Left-Handed Circular Polarization

RHCP – Right-Handed Circular Polarization

TE – Transverse Electric Wave

VSWR – Voltage Standing Wave Ratio

WR – Waveguide Rectangular

1. INTRODUÇÃO

Polarizações de ondas eletromagnéticas são importantes em aplicações na transmissão e recepção de sinais e isolamento de sistemas. A polarização de uma onda é determinada pelo vetor intensidade de campo elétrico, onde sua direção e intensidade geram o tipo de polarização mediante a figura formada pelo vetor com o tempo num ponto fixo do espaço.

Em sistemas de comunicações, é freqüente a utilização de polarizações ortogonais. Isso serve para aumentar a capacidade do *link* por uma fator de 2, devido à canais polarizados ortogonalmente. Isso é também chamado de reuso de freqüência, pois a mesma freqüência é utilizada em diferentes polarizações [1].

Polarizações ortogonais são também usadas em comunicações para diversidade. Nesse caso, dois canais polarizados ortogonalmente são usados para transmitir ou receber o mesmo sinal, em virtude das alterações das condições de propagação do *link* com o tempo. Assim, o canal com menos desvanecimento é usado em determinado momento [1].

Todas as antenas geram invariavelmente polarizações cruzadas. Geralmente, essas são indesejáveis, com exceção da aplicação encontrada em [2]. Elas podem afetar a isolamento do sistema quando se utilizam polarizações ortogonais. Assim, um canal pode interferir em outro quando a polarização cruzada apresentar um valor elevado em referência ao sinal desejável.

Outra forma de interferência em canais é a despolarização devido à propagação da onda ao longo do caminho de transmissão [1].

Assim, o estudo de polarização é importante devido a várias aplicações usadas atualmente. No presente trabalho, realizou-se um estudo de síntese de antenas para polarização tridimensional, além de abordar resumidamente polarizações ortogonais e os tipos de polarizações convencionais.

1.1. OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo introduzir e investigar o conceito de polarizações tridimensionais, considerando seu modo de geração e síntese com antenas ideais e reais. Realizou-se a síntese do elemento, o qual se utilizou num conjunto para geração de polarizações tridimensionais. Usaram-se antenas dipolos ideais, mostrando o tipo de polarização que elas produzem e como se pode gerar a polarização tridimensional quando as mesmas formam um conjunto de elementos. Adicionalmente, usaram-se antenas cornetas piramidais a fim de demonstrar que antenas reais também podem gerar polarizações tridimensionais.

O trabalho também estuda polarizações ortogonais devido à sua importância e discute esse conceito com polarizações tridimensionais.

1.2. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Inicialmente no capítulo 2 é apresentado o conceito de polarização, abordando polarizações lineares, circulares e elípticas. São detalhadas as equações matemáticas de cada polarização convencional e mostrada como elas ocorrem.

No capítulo 3 é estudada a antena dipolo ideal e sua polarização. Na seção 3.2 são apresentados os conceitos de polarização tridimensional e a forma de geração. Já na seção 3.3, é estudada a polarização esférica, um tipo especial de polarização tridimensional. Na seção 3.4, é discutida a polarização ortogonal e os conceitos desta com polarizações 3D.

Em seguida, no capítulo 4 é apresentado um projeto de antenas cornetas piramidais para a geração de polarização 3D. É demonstrado um novo método de projeto de antenas.

Por fim, no capítulo 5, são apresentadas as conclusões do trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros.

2. POLARIZAÇÃO

A polarização de uma onda é definida pela variação da direção e amplitude da intensidade de campo elétrico $\mathcal{E}(t)$ num ponto fixo do espaço com a variação do tempo [1]. De outra forma, a polarização de uma onda é a figura que o campo elétrico instantâneo forma com o tempo num ponto de observação fixo no espaço. Usualmente, considera-se a polarização de ondas somente em campos distantes, onde o campo elétrico é ortogonal à direção de propagação. Entretanto, neste trabalho considerou-se como polarização de ondas e de campos a definição usada em [1].

Uma onda é dita polarizada aleatoriamente ou não-polarizada quando o campo elétrico varia de forma aleatória, de tal modo que ela produza uma figura totalmente aleatória no tempo. Por outro lado, quando o campo elétrico varia de forma determinada e numa única frequência, a onda é completamente polarizada, como é o caso de ondas monocromáticas. Ondas parcialmente polarizadas são ondas que podem ser decompostas em uma totalmente polarizada e em outra não-polarizada. Antenas geram somente ondas completamente polarizadas [1]. Sendo assim, este trabalho estuda somente ondas totalmente polarizadas, onde o campo é determinístico.

A polarização de uma antena numa dada direção é a polarização da onda transmitida pela antena. Quando a direção não é especificada, assume-se a polarização na direção de ganho máximo [3].

As polarizações convencionais ou usuais são determinadas de acordo com a variação da direção do campo elétrico num plano. As polarizações conhecidas são a linear, elíptica e circular. A linear caracteriza-se pelo campo elétrico estar direcionado apenas em uma dimensão, sendo, portanto, unidimensional. Na elíptica, por outro lado, a direção do campo elétrico varia num plano com o tempo, ou seja, bidimensional. A circular é um caso específico da polarização elíptica, onde a amplitude do vetor se mantém constante.

A polarização pode ser representada matematicamente no tempo como:

$$\mathcal{E}(v, t) = \mathcal{E}_u(v, t)\mathbf{a}_u \quad (2-1)$$

onde v é a direção de propagação da onda e \mathbf{a}_u é a direção do vetor campo elétrico, com

$$\mathcal{E}_u(v, t) = E_u \cos(\omega t - kv + \phi_u) = \text{Re}\{E_u e^{j(\omega t - kv + \phi_u)}\} \quad (2-2)$$

onde E_u é a amplitude máxima da componente na direção \mathbf{a}_u , k é a constante de propagação complexa da onda e ϕ_u é uma componente da fase.

No domínio fasorial ou complexo, a polarização é representada como:

$$\mathbf{E}(v) = E_u e^{j(-kv + \phi_u)} \mathbf{a}_u \quad (2-3)$$

2.1. POLARIZAÇÃO LINEAR

A polarização linear caracteriza-se pelo campo elétrico permanecer apenas em uma direção com o tempo, sendo, portanto, unidimensional. Supondo uma onda se propagando na direção z , com o campo elétrico contido no plano xy , pode-se representar este em coordenadas cartesianas como:

$$\mathcal{E}(z, t) = \mathcal{E}_x(z, t) \mathbf{a}_x + \mathcal{E}_y(z, t) \mathbf{a}_y \quad (2-4)$$

com

$$\mathcal{E}_x(z, t) = E_x \cos(\omega t - kz + \phi_x) = \text{Re}\{E_x e^{j(\omega t - kz + \phi_x)}\} \quad (2-5)$$

$$\mathcal{E}_y(z, t) = E_y \cos(\omega t - kz + \phi_y) = \text{Re}\{E_y e^{j(\omega t - kz + \phi_y)}\} \quad (2-6)$$

onde $\mathcal{E}_x(z, t)$ e $\mathcal{E}_y(z, t)$ são as componentes instantâneas do campo elétrico nas direções x e y respectivamente.

No domínio fasorial, tem-se que

$$\mathbf{E}(z) = E_x e^{j(-kz + \phi_x)} \mathbf{a}_x + E_y e^{j(-kz + \phi_y)} \mathbf{a}_y \quad (2-7)$$

A polarização linear ocorre quando há apenas uma componente de campo elétrico no espaço ou quando há duas componentes de campos elétricos ortogonais em fase ou defasadas de 180° [4], ou seja, quando

$$\phi_x - \phi_y = n\pi \quad (2-8)$$

com n sendo um número inteiro. A Fig. 2.1 mostra a polarização linear.

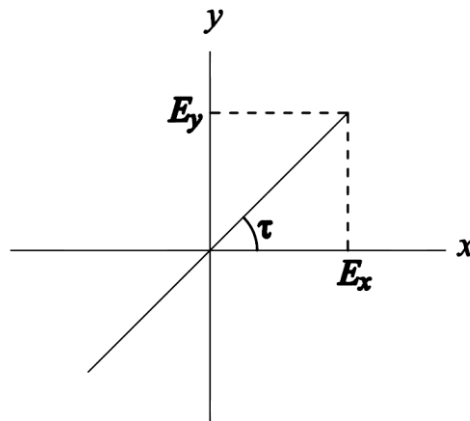


Fig. 2.1 – Polarização linear.

Na Fig. 2.1, τ é o ângulo de inclinação da linha em relação ao plano xy . E_x e E_y representam o módulo do fasor de campo elétrico. Quando $\tau = 0^\circ$, somente há a componente E_x e é comum chamar a polarização de linear horizontal. De outra maneira, quando $\tau = 90^\circ$, é comum chamar a polarização de linear vertical [1].

2.2. POLARIZAÇÃO CIRCULAR

A polarização circular caracteriza-se pela rotação no tempo do vetor campo elétrico num dado ponto fixo mantendo-se a amplitude constante. Ela ocorre quando existem duas componentes de campos elétricos ortogonais com a mesma amplitude e as duas estão defasadas de múltiplos ímpares de 90° [4].

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_y = \mathcal{E} \quad (2-9)$$

$$\phi_x - \phi_y = \left(\frac{1}{2} + n\right)\pi \quad (2-10)$$

com n sendo um número inteiro.

Há dois tipos de polarizações circulares, a saber: polarização circular da mão direita (RHCP) e polarização circular da mão esquerda (LHCP). A RHCP ocorre quando a direção do campo elétrico gira no sentido horário ao se observar no sentido da direção de propagação, enquanto a LHCP gira no sentido anti-horário.

Com a onda se propagando na direção z , a RHCP existirá quando

$$\phi_x - \phi_y = \left(\frac{1}{2} + n\right)\pi \quad (2-11)$$

com $n \geq 0$.

Dessa forma, usando (2-9) e (2-11) com $n = 0$ em (2-4), tem-se

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z,t) &= \mathcal{E}(z,t)\mathbf{a}_x + \mathcal{E}(z,t)\mathbf{a}_y \\ &= E \cos(\omega t - kz + \phi_x)\mathbf{a}_x + E \cos(\omega t - kz + \phi_y)\mathbf{a}_y \\ &= E \cos(\omega t - kz + \phi)\mathbf{a}_x + E \sin(\omega t - kz + \phi)\mathbf{a}_y \end{aligned} \quad (2-12)$$

onde $\phi = \phi_x$.

No domínio fasorial, (2-12) torna-se

$$\mathbf{E}(z) = E e^{j(-kz+\phi)}\mathbf{a}_x - jE e^{j(-kz+\phi)}\mathbf{a}_y \quad (2-13)$$

A Fig. 2.2 mostra a RHCP.

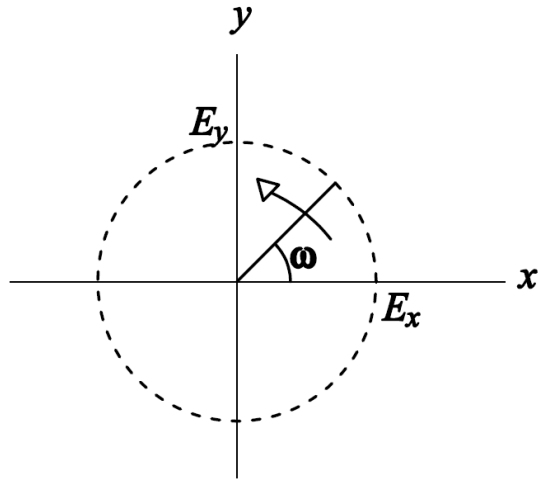


Fig. 2.2 – Polarização circular da mão direita.

Na Fig. 2.2, ω é a frequência de rotação da linha que forma o círculo. A direção de propagação da onda é o eixo positivo z . Por outro lado, a LHCP é produzida quando

$$\phi_x - \phi_y = -\left(\frac{1}{2} + n\right)\pi \quad (2-14)$$

com $n \geq 0$. Para $n = 0$, tem-se

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z, t) &= E \cos(\omega t - kz + \phi_x) \mathbf{a}_x + E \cos\left(\omega t - kz + \phi_x + \frac{\pi}{2}\right) \mathbf{a}_y \\ &= E \cos(\omega t - kz + \phi) \mathbf{a}_x - E \sin(\omega t - kz + \phi) \mathbf{a}_y \end{aligned} \quad (2-15)$$

No domínio fasorial

$$\mathbf{E}(z) = E e^{j(-kz + \phi)} \mathbf{a}_x + j E e^{j(-kz + \phi)} \mathbf{a}_y \quad (2-16)$$

A Fig. 2.3 mostra a LHCP.

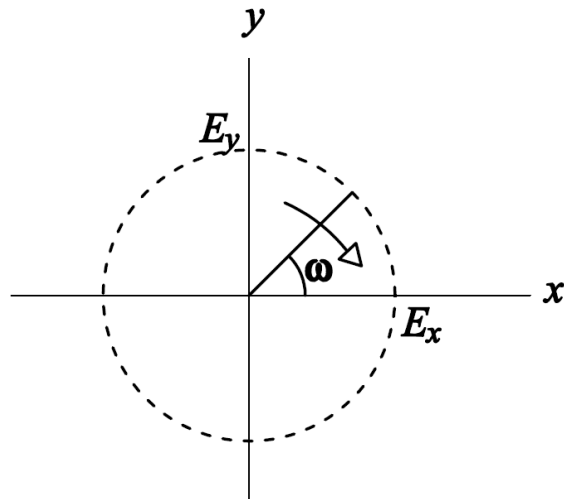


Fig. 2.3 – Polarização circular da mão esquerda.

A Fig. 2.3 é idêntica à Fig. 2.2, exceto pelo sentido de rotação.

2.3. POLARIZAÇÃO ELÍPTICA

A polarização elíptica caracteriza-se pela rotação no tempo do vetor intensidade de campo elétrico num dado ponto fixo concomitantemente com a variação da intensidade ou módulo a fim de se formar uma elipse.

No espaço bidimensional, ela ocorre quando a polarização não é linear e nem circular [4]. Isso significa que ela ocorre nas condições onde há duas componentes lineares ortogonais do campo elétrico e, se estas forem de mesma amplitude, $E_x = E_y$, a diferença de fase entre elas não poderá ser igual a um múltiplo ímpar de 90° , ou seja,

$$\phi_x - \phi_y \neq \left(\frac{1}{2} + n\right)\pi \quad (2-17)$$

com n sendo um número inteiro. Caso contrário, haveria uma polarização circular.

De outra forma, se as amplitude forem diferentes ou iguais, a diferença de fase entre elas não poderá ser 0° ou 180° , ou seja

$$\phi_x - \phi_y \neq n\pi \quad (2-18)$$

com n sendo um número inteiro. Senão, existiria uma polarização linear.

Igualmente em polarizações circulares, a definição de RHCP e LHCP é aplicada em polarizações elípticas, a qual é determinada em função da diferença de fase das componentes do campo elétrico. Ademais, elas também são definidas pela razão axial, cujo valor é determinado pela razão entre o eixo maior e pelo eixo menor [3].

3. POLARIZAÇÃO TRIDIMENSIONAL

A polarização de uma onda foi definida no capítulo anterior como a variação instantânea do vetor intensidade de campo elétrico num ponto fixo do espaço, onde a figura formada por tal vetor define o tipo de polarização. Foram estudadas polarizações lineares, circulares e elípticas. Em todos esses tipos, o estudo foi realizado em campos distantes, onde não há componentes de campo na direção de propagação.

Uma das aplicações possíveis para polarizações tridimensionais é a obtenção de um melhor desempenho na transferência de energia, em razão da mudança da direção do campo elétrico. Outra aplicação é a possibilidade de se obter várias configurações para isolamento entre sistemas utilizando polarizações ortogonais.

Antes de introduzir os conceitos de polarização tridimensional, é importante estudar a radiação emitida por uma antena dipolo ideal.

3.1. ANTENA DIPOLO IDEAL

Uma antena dipolo ideal é aquela onde seu comprimento é muito menor que o comprimento de onda do sinal que a percorre, ou seja, uma antena eletricamente curta. Se o comprimento da antena for h , tem-se

$$h \ll \lambda \quad (3-1)$$

Ela é ideal no sentido em que a corrente distribuída no elemento é uniforme tanto em intensidade e fase. Outras denominações para esse tipo de antena são dipolo infinitesimal e dipolo elétrico Hertziano.

Para uma antena dipolo ideal orientada no eixo z , tal como a Fig. 3.1, as equações das intensidades de campo elétrico num ponto P próximo a ela são dadas por [5]:

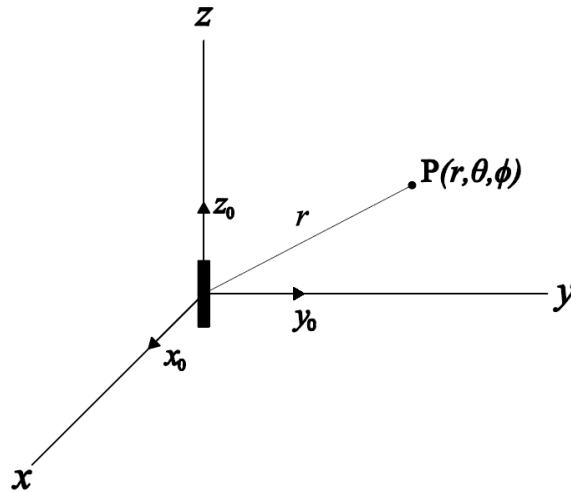


Fig. 3.1 – Antena dipolo ideal.

$$\mathbf{E}(r, \theta) = E_r \mathbf{a}_r + E_\theta \mathbf{a}_\theta \quad (3-2)$$

com

$$E_r = \frac{Ih}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{2\eta}{r^2} + \frac{2}{j\omega\epsilon r^3} \right) \cos\theta \quad (3-3)$$

$$E_\theta = \frac{Ih}{4\pi} e^{-jkr} \left(\frac{j\omega\mu}{r} + \frac{\eta}{r^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r^3} \right) \sin\theta \quad (3-4)$$

onde I é o fasor de corrente na forma $I = I_m e^{j\psi}$, $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ e $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$.

Nessas equações, admitiu-se que o meio é homogêneo e o estado é em regime permanente. Além disso, as coordenadas do sistema principal (x,y,z) coincidem com a da antena (x_0,y_0,z_0) .

Como pode se observar, o campo independe de ϕ , onde o diagrama de radiação do plano H é constante. Ademais, pode-se observar que em campos próximos o campo elétrico possui a componente E_r na direção de propagação, exceto para os pontos onde $\theta = 90^\circ$, em que só há a componente E_θ . Diferentemente, para $\theta = 0^\circ$, há somente a componente E_r .

Em campos distantes, tem-se que $r \gg \lambda \gg h$, e dessa forma os termos $1/r^2$ e $1/r^3$ de (3-3) e (3-4) podem ser desprezados, obtendo-se a seguinte equação para campos distantes

$$E_{\theta} = \frac{Ih}{4\pi r} j\omega\mu e^{-jkr} \text{sen}\theta \quad (3-5)$$

com E_r sendo desprezado. Nesta condição, a relação entre as componentes de intensidade de campo elétrico e de campo magnético é dada por

$$\frac{E_{\theta}}{H_{\phi}} = \eta \quad (3-6)$$

3.1.1. Polarização do Dipolo Ideal

A polarização de uma antena dipolo ideal em campos distantes é dada por (3-5). Transformando-as para o domínio do tempo, chega-se a

$$\mathcal{E}_{\theta}(t) = -\frac{I_m h \text{sen}\theta}{4\pi} \frac{\omega\mu}{r} \text{sen}(\omega t - kr + \psi) \quad (3-7)$$

Como há apenas uma componente na direção \mathbf{a}_{θ} , a polarização da onda gerada por uma antena dipolo ideal em campos distantes é uma polarização linear.

Entretanto, o campo elétrico gerado por uma antena dipolo ideal em campos próximos é dado por (3-3) e (3-4). Nesse caso, tem-se que

$$\mathcal{E}_r(t) = \frac{I_m h \cos\theta}{4\pi} \left[\frac{2\eta}{r^2} \cos(\omega t - kr + \psi) + \frac{2}{\omega\epsilon r^3} \text{sen}(\omega t - kr + \psi) \right] \quad (3-8)$$

$$\mathcal{E}_{\theta}(t) = \frac{I_m h \text{sen}\theta}{4\pi} \left[\frac{\eta}{r^2} \cos(\omega t - kr + \psi) + \left(\frac{-\omega\mu}{r} + \frac{1}{\omega\epsilon r^3} \right) \text{sen}(\omega t - kr + \psi) \right] \quad (3-9)$$

Como se pode observar, em campos próximos existem duas componentes de campo elétrico, sendo uma na direção de propagação.

Essas equações podem ser organizadas ficando na forma:

$$\mathcal{E}_r(t) = \frac{I_m h \cos \theta}{4\pi} [C_r \cos(\omega t - kr + \psi + \varphi_r)] \quad (3-10)$$

$$\mathcal{E}_\theta(t) = \frac{I_m h \sin \theta}{4\pi} [C_\theta \cos(\omega t - kr + \psi + \varphi_\theta)] \quad (3-11)$$

onde C_r e φ_r são determinados pelo módulo e pelo arco tangente do termo entre parênteses de (3-3).

$$C_r = \sqrt{\left(\frac{2\eta}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\omega\epsilon r^3}\right)^2} \quad (3-12)$$

$$\varphi_r = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{-\frac{2}{\omega\epsilon r^3}}{\frac{2\eta}{r^2}} \right) = \operatorname{tg}^{-1} \left(-\frac{1}{\eta\omega\epsilon r} \right) \quad (3-13)$$

De outra forma, C_θ e φ_θ são determinados pelo módulo e pelo arco tangente do termo entre parênteses de (3-4).

$$C_\theta = \sqrt{\left(\frac{\eta}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega\mu}{r} - \frac{1}{\omega\epsilon r^3}\right)^2} \quad (3-14)$$

$$\varphi_\theta = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\frac{\omega\mu}{r} - \frac{1}{\omega\epsilon r^3}}{\frac{\eta}{r^2}} \right) = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\omega\mu r}{\eta} - \frac{1}{\eta\omega\epsilon r} \right) \quad (3-15)$$

Para uma antena dipolo ideal localizada no eixo x , distante de λ da origem, conforme Fig. 3.2, teremos que a polarização no ponto P localizado no eixo z distante de λ da origem será elíptica, conforme mostrado na Fig. 3.3. Todas as simulações e os resultados deste trabalho foram feitos pelo programa de realização de cálculo Mathcad versão 14.0 [6].

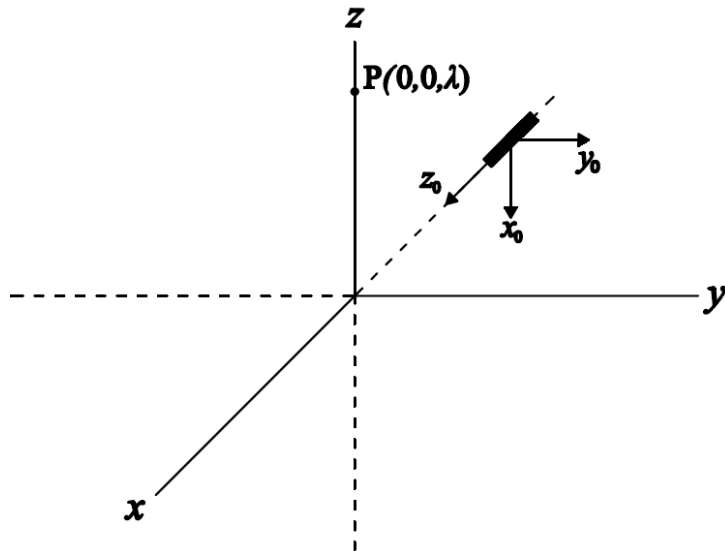


Fig. 3.2 – Antena dipolo ideal localizada no eixo x distante de λ da origem.

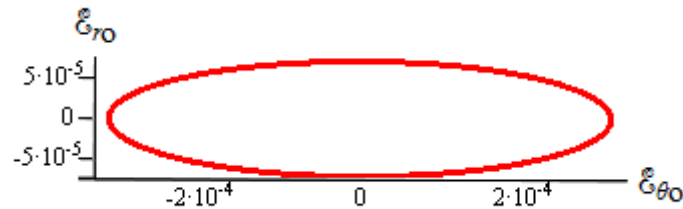


Fig. 3.3 – Intensidade de campo elétrico no ponto P para uma antena dipolo ideal para $I_m = 1$ mA, com comprimento $h = \lambda/100$, $\psi = -\pi/2$ e $f = 100$ MHz.

Na Fig. 3.3, usou-se a frequência de 100 MHz para a simulação, a qual pertence à faixa de frequências comumente utilizadas para antenas lineares. Usou-se também como referência o sistema de coordenadas da antena, ao invés do sistema de coordenadas principal. Normalmente, a polarização é vista na direção de propagação da onda, mas como o ponto P se encontra em campos próximos, deve-se observar a polarização na direção perpendicular ao plano onde está contida a elipse. Se a polarização fosse observada na direção de propagação, a figura formada seria uma linha, pois não se observaria a componente E_{r0} .

Com efeito, a polarização é elíptica devido aos ângulos φ_{r0} e $\varphi_{\theta0}$ serem diferentes, calculados por (3-13) e (3-15) respectivamente. Entretanto, para r tendendo a 0, φ_{r0} aproxima-se de $\varphi_{\theta0}$, e a polarização é quase linear e, adicionalmente, $E_{r0} \gg E_{\theta0}$.

Portanto, os parâmetros da elipse são diferentes para cada ponto de observação localizado em campos próximos, diferentemente do que ocorre em campos distantes, onde sempre é linear com o mesmo ângulo de inclinação.

A polarização também pode ser vista através de outros sistemas de coordenadas, diferentes da antena. Por exemplo, se fosse usado o sistema de coordenada principal (x,y,z) , com \mathcal{E}_x , \mathcal{E}_y e \mathcal{E}_z , a figura formada com as mesmas condições da Fig. 3.3 seria a da Fig. 3.4.

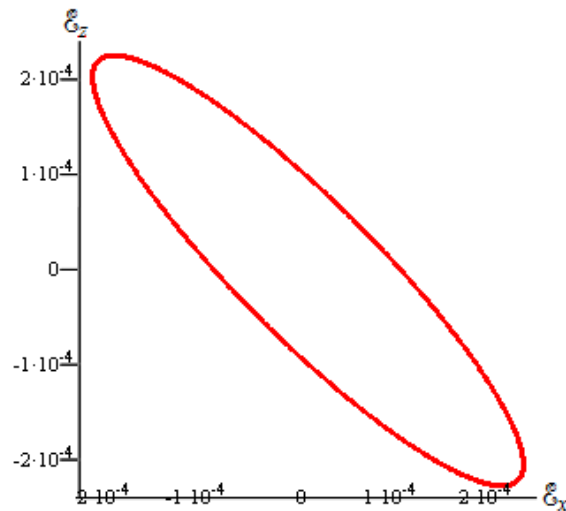


Fig. 3.4 – Intensidade de campo elétrico no ponto P para uma antena dipolo ideal para $I_m = 1 \text{ mA}$, com comprimento $h = \lambda/100$, $\psi = -\pi/2$ e $f = 100 \text{ MHz}$ para o sistema de coordenadas principal.

Como a componente \mathcal{E}_y é nula, a figura é formada no plano xz . Nessa figura realizou-se a projeção das componentes \mathcal{E}_{r_0} e \mathcal{E}_{θ_0} nos eixos x e z . A figura formada é a mesma da Fig. 3.3 sendo a diferença apenas na rotação da figura, ou seja, a direção de observação permaneceu a mesma, mas se alterou o ângulo de observação.

3.2. CONCEITOS DE POLARIZAÇÃO TRIDIMENSIONAL

A polarização tridimensional pode ser definida como a alteração determinística (ondas completamente polarizadas) e periódica do vetor intensidade de campo elétrico em qualquer direção no espaço tridimensional. Assim, no tempo, o campo elétrico pode

assumir qualquer direção no espaço \mathbb{R}^3 . No domínio fasorial, o campo elétrico assume qualquer direção no espaço complexo \mathbb{C}^3 .

Seja um conjunto de antenas tal como o da Fig. 3.5, representados por retângulos. Esses elementos podem controlar a amplitude, a fase e a direção do campo elétrico resultante num ponto de observação qualquer pela variação da amplitude e fase da alimentação das antenas.

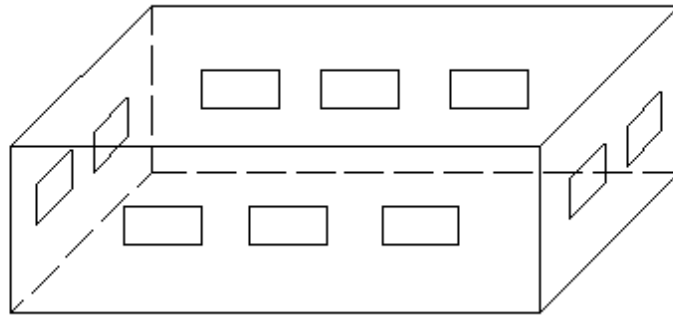


Fig. 3.5 – Configuração de um conjunto de antenas para controle do campo elétrico no interior do volume [7,8].

A Fig. 3.6 mostra um conjunto mais simples com três elementos, formando um volume.

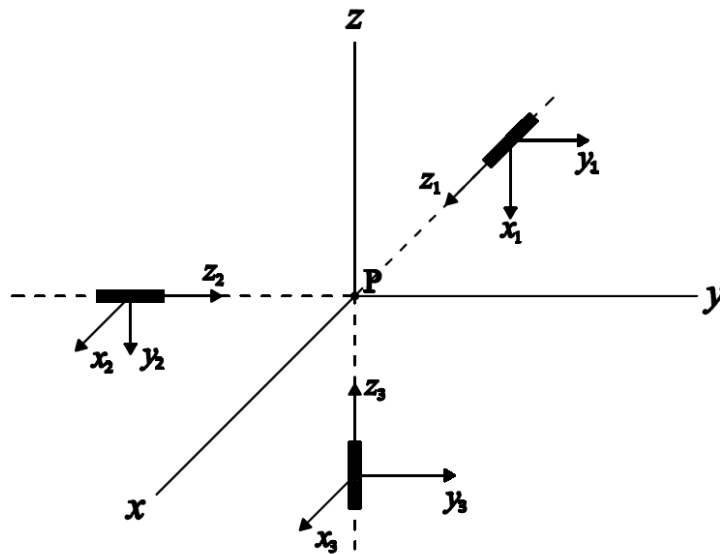


Fig. 3.6 – Conjunto de três antenas dipolos ideais.

Na Fig 3.6 cada antena está orientada em uns dos eixos x , y e z . O ponto de observação localiza-se na origem e está equidistante de cada antena. Na configuração mostrada e no ponto de observação, cada antena produz um campo apenas na direção radial, pois $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$.

Com este arranjo, é possível gerar polarizações tridimensionais variando-se a amplitude ou fase de cada uma das alimentações das antenas de forma periódica. Mantendo-se a amplitude e fase constante de cada antena, geralmente se produz uma polarização elíptica. Modificando-se a fase ou amplitude de cada antena, pode-se gerar uma nova elipse contida num plano diferente da elipse anterior.

Suponha que haja uma alimentação com corrente $I_m = 1 \text{ mA}$, $h = \lambda/100$ nas três antenas, distantes de λ do ponto de observação, na frequência de 100 MHz, e com fases $\psi_1 = 0^\circ$, $\psi_3 = 60^\circ$. Supondo ainda que a fase de ψ_2 assumia os valores 36° durante um período e 144° no período seguinte, alternando continuamente. Desse modo, a polarização no ponto P será igual a da Fig. 3.7.

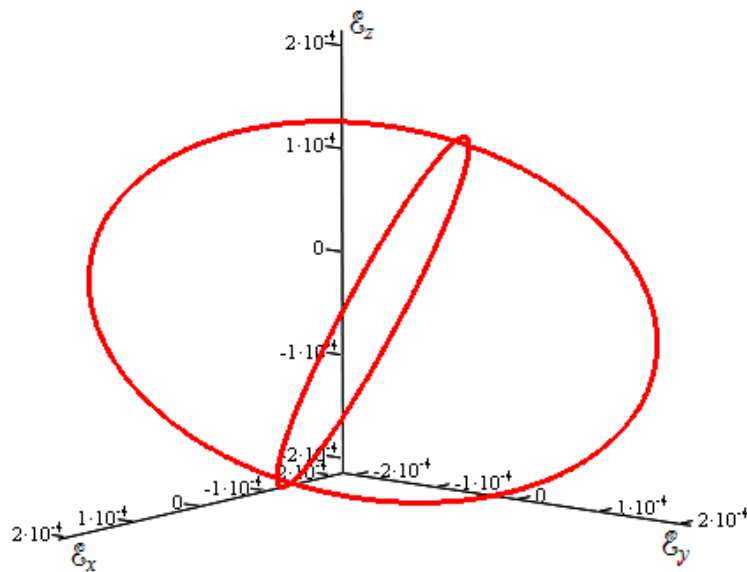


Fig. 3.7 – Polarização no ponto P em relação ao eixo de coordenadas principal.

O ponto P localiza-se na origem da Fig. 3.7. Pode-se observar que são geradas duas elipses em planos distintos, devido à variação da fase ψ_2 em dois valores discretos. Isso significa que se pode controlar o plano onde a elipse será gerada variando-se a fase

ou corrente da alimentação das antenas. Portanto, pode-se dizer que a polarização resultante gerada é uma polarização tridimensional, em virtude de a polarização elíptica mudar de plano.

Além disso, os conceitos de RHCP e LHCP não são mais aplicados para polarização 3D, pois não existe a direção de propagação da onda, em razão de o campo elétrico ser resultado da soma vetorial de três ondas se propagando em direções distintas. Portanto, convém tratar a polarização 3D gerada como polarização de campo ao invés de polarização de onda.

De outra forma, variando-se continuamente a fase ψ_2 no intervalo de 0 a 2π , com $\psi_1 = \psi_3 = 0^\circ$, a polarização resultante será a da Fig. 3.8.

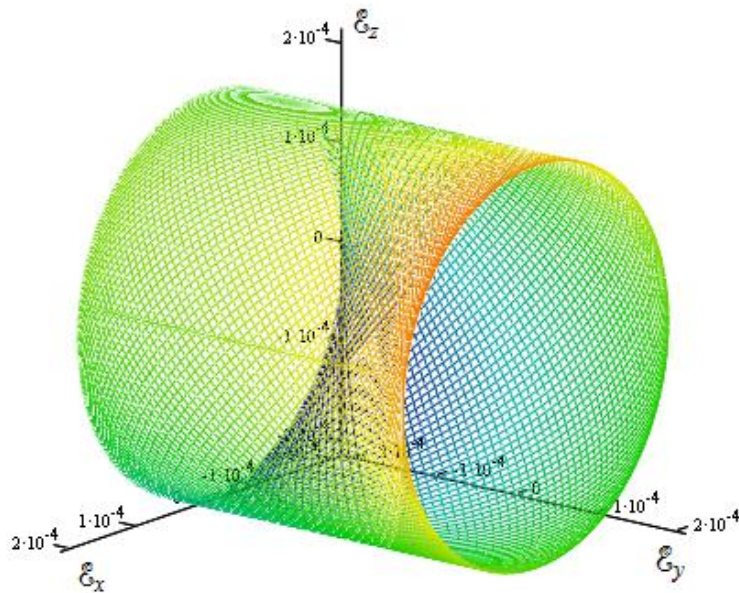


Fig. 3.8 – Polarização no ponto P em relação ao eixo de coordenadas principal.

Pela Fig. 3.8, percebe-se que é formado um cilindro com apenas a área lateral. A formação dessa figura é realizada pela variação da amplitude e da direção do campo elétrico resultante localizado na origem. Portanto, pode-se dizer que a figura é formada pelas várias elipses geradas em planos distintos. A Fig. 3.9 mostra a mesma figura no plano xz .

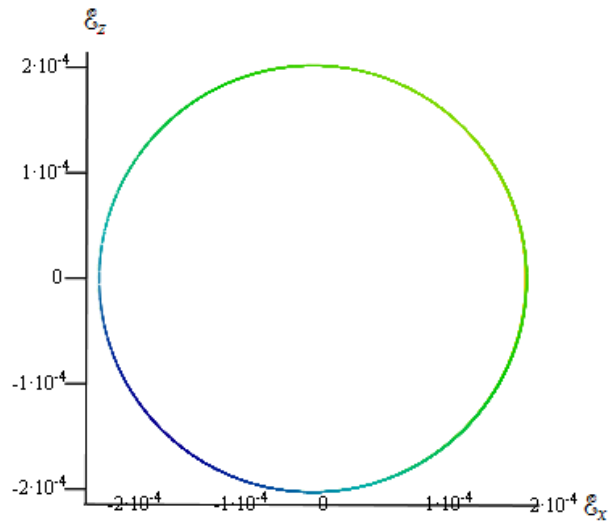


Fig. 3.9 – Polarização no ponto P em relação ao eixo de coordenadas principal.

Pela Fig. 3.9, percebe-se que a figura ou a polarização está orientada no eixo y , devido à variação da fase da alimentação da antena localizada no eixo y . Diferentemente, se a variação da fase ocorresse na antena 1, que está localizada no eixo x , o cilindro estaria orientado no eixo x . Dessa forma, pode-se alterar o eixo de orientação do cilindro da forma que se desejar.

A Fig. 3.10 mostra as elipses produzidas para uma variação discreta da fase ψ_2 no intervalo de 0 a 2π com incrementos de $2\pi/10$.

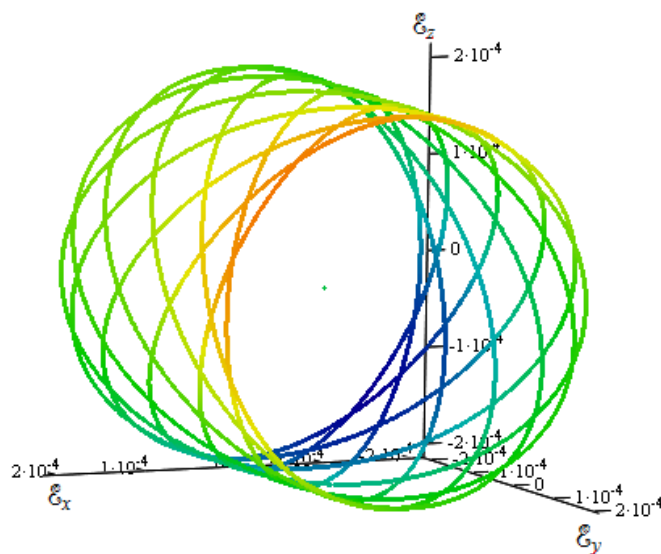


Fig. 3.10 – Polarização no ponto P em relação ao eixo de coordenadas principal.

Pela Fig. 3.10, nota-se as várias elipses formando um cilindro. Logo, pode-se denominar a polarização resultante como polarização 3D cilíndrica.

A polarização tridimensional foi gerada pela configuração da Fig. 3.6 com três antenas. Para a geração da polarização tridimensional, são necessárias três componentes de campo elétrico que formam uma base no espaço \mathbb{R}^3 . Na Fig. 3.10, além de as componentes que cada antena produz (\mathcal{E}_x , \mathcal{E}_y e \mathcal{E}_z) formarem uma base em \mathbb{R}^3 , elas são também ortogonais.

Assim, pode-se afirmar que se o ponto de observação é um ponto no campo distante das antenas, são necessárias no mínimo três antenas para a geração de polarização 3D, pois cada antena só produz uma componente de campo elétrico em campos distantes, que é ortogonal a direção de propagação. Entretanto, em campos próximos, é possível gerar uma polarização 3D apenas com duas antenas, pois cada uma produz duas componentes de campo, resultando num total de quatro componentes de campo elétrico. A Fig. 3.11 mostra este arranjo com as mesmas condições das Fig. 3.6 e Fig. 3.7, exceto pela exclusão da antena 3 e pela mudança do ponto de observação que está distante de λ da origem e localizado no eixo z .

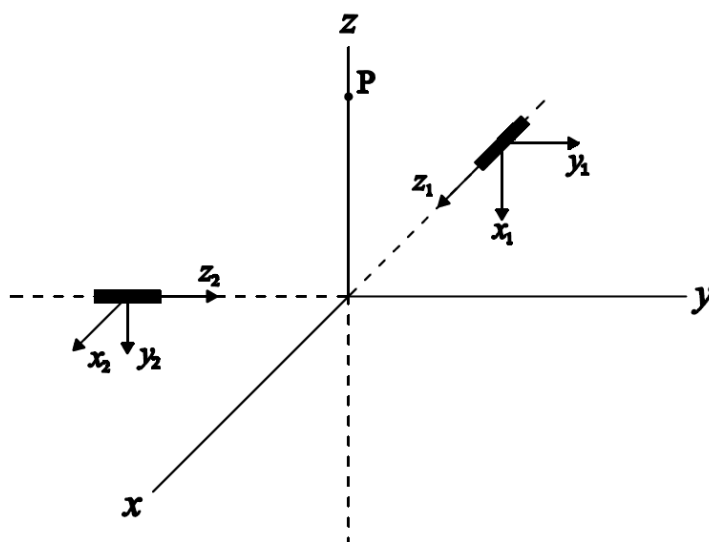


Fig. 3.11 – Conjunto de duas antenas dipolos ideais cujo ponto de observação está no eixo z .

A Fig. 3.12 mostra a polarização gerada no ponto P.

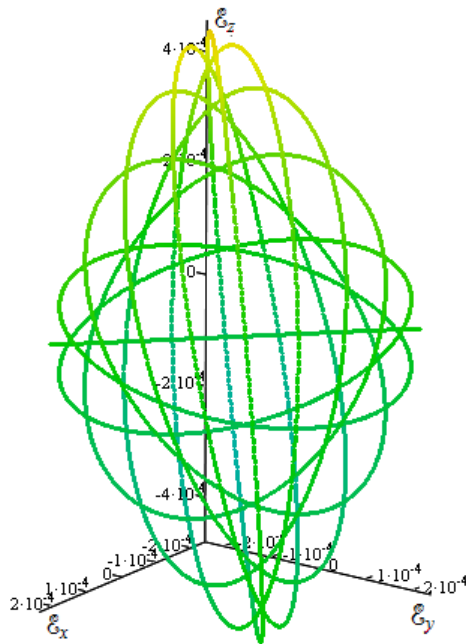


Fig. 3.12 – Polarização no ponto P para variações discretas da fase da alimentação da antena 2 no intervalo de 0 a 2π com incrementos de $2\pi/10$.

O ponto P localiza-se na origem da Fig. 3.12, embora ele esteja localizado no ponto $(0,0,\lambda)$ da Fig. 3.11. Pode-se notar que foram geradas várias elipses em planos distintos, além de ter sido gerada uma polarização linear. Assim, demonstra-se que a polarização 3D também pode ser gerada por 2 antenas quando o ponto de observação se localizar em campos próximos.

Neste mesmo exemplo, se o ponto P estivesse na origem da Fig. 3.11, não existiria polarização 3D, pois só haveria duas componentes de campo elétrico, E_x e E_y , produzidos respectivamente pela antena 1 e 2.

Assim, evidencia-se que a polarização 3D, além de depender da variação da fase ou amplitude da alimentação das antenas e dos seus respectivos arranjos, também dependerá da posição do ponto de observação.

Outra característica da polarização 3D é que a mudança de fase ou amplitude pode ocorrer em qualquer instante de tempo, podendo assim formar qualquer figura tridimensional por consequência do controle da direção e amplitude do vetor intensidade de campo elétrico no ponto de observação.

3.3. POLARIZAÇÃO ESFÉRICA

A polarização esférica é um tipo especial de polarização tridimensional, onde a amplitude do campo elétrico mantém-se constante durante todo o tempo no ponto de observação. Inversamente, a direção do campo elétrico altera-se a fim de se formar uma esfera no espaço 3D.

A geração da polarização esférica pode ser visualizada como várias polarizações circulares, as quais estão em planos distintos. Ela pode ser gerada quando o campo elétrico assumir a forma da equação abaixo

$$\mathbf{E}(t) = K\cos(\zeta)\sin(\omega t - kr)\mathbf{a}_x + K\sin(\zeta)\sin(\omega t - kr)\mathbf{a}_y + K\cos(\omega t - kr)\mathbf{a}_z \quad (3-16)$$

onde K é uma constante que representa o raio da esfera, ζ é uma variável que controla o plano da polarização circular e r é distância da antena ao ponto de observação. Variando-se continuamente ζ , uma esfera é formada no tempo.

Para o campo elétrico se comportar de acordo com (3-16), pode-se usar um conjunto de antenas onde a amplitude ou fase variam.

3.3.1. Geração de Polarização Esférica por Variação de Amplitude

A geração de polarização esférica pode ser feita usando o conjunto da Fig. 3.6 com três antenas variando-se a amplitude da corrente de alimentação com o ponto de observação sendo a origem e equidistante das antenas. Fazendo $\psi_1 = \psi_2 = -90^\circ$ e $\psi_3 = 0^\circ$ e usando (3-10), tem-se no ponto de observação:

$$\mathbf{E}(t) = \frac{hC_r}{4\pi} \left[I_1 \sin(\omega t - kr + \varphi_r) \mathbf{a}_x + I_2 \sin(\omega t - kr + \varphi_r) \mathbf{a}_y + I_3 \cos(\omega t - kr + \varphi_r) \mathbf{a}_z \right] \quad (3-17)$$

onde C_r e φ_r são calculados por (3-12) e (3-13) respectivamente. Como as antenas e o ponto de observação são fixos, C_r e φ_r serão constantes.

Por conseguinte, para se gerar uma esfera as amplitudes de corrente I_1 , I_2 e I_3 devem variar da seguinte forma

$$\frac{hC_r}{4\pi} I_1(\zeta) = K \cos(\zeta) \quad (3-18)$$

$$\frac{hC_r}{4\pi} I_2(\zeta) = K \sin(\zeta) \quad (3-19)$$

$$\frac{hC_r}{4\pi} I_3(\zeta) = K \quad (3-20)$$

Substituindo (3-18) a (3-20) em (3-17), chega-se em (3-16) e forma-se uma esfera. Assim, a amplitude da corrente I_1 deve variar de acordo com uma função cosseno, I_2 de acordo com uma função seno e, por fim, I_3 deve ser uma constante.

A Fig. 3.13 mostra a polarização esférica variando-se continuamente ζ e usando (3-18) a (3-20) com $I(\zeta)_{\text{máx}} = 1 \text{ mA}$, $h = \lambda/100$ e $f = 100 \text{ MHz}$, e com as antenas localizadas de λ da origem.

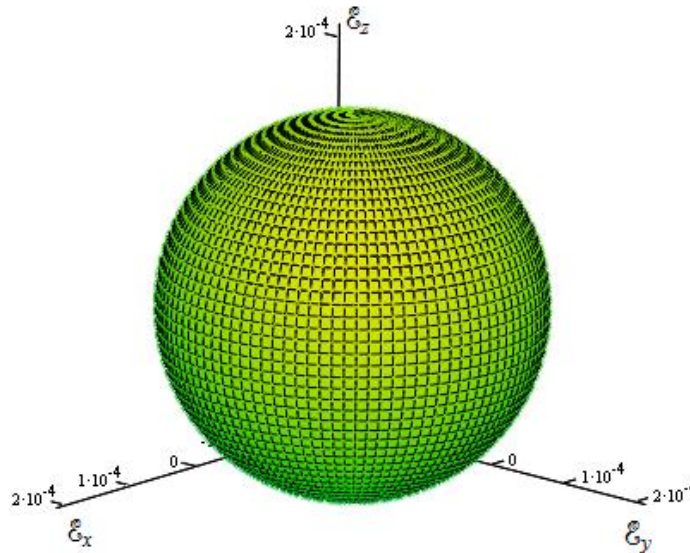


Fig. 3.13 – Polarização esférica no ponto P para variações contínuas da amplitude da alimentação.

Por sua vez, se as variações de ζ forem discretas no intervalo de 0 a 2π com incrementos de $2\pi/10$, a polarização assume a forma da Fig. 3.14.

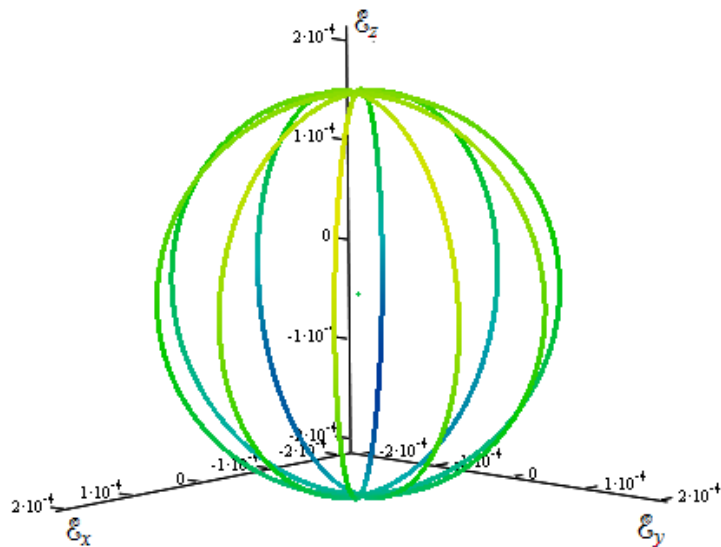


Fig. 3.14 – Polarização no ponto P para variações discretas da amplitude da alimentação.

Como se observa pela Fig. 3.14, a esfera é formada por vários círculos localizados em diversos planos. Ao se variar a amplitude, muda-se o plano do círculo, pois este é rotacionado em torno do eixo z . Variando-se continuamente a amplitude, forma-se a polarização esférica.

No entanto, há outro método de se gerar a polarização esférica, o qual será visto a seguir.

3.3.2. Geração de Polarização Esférica por Variação de Fase

A geração de polarização esférica por variação de fase pode ser feita usando o conjunto da Fig. 3.15 com cinco antenas variando-se a fase da corrente de alimentação com o ponto de observação sendo a origem e equidistante das antenas.

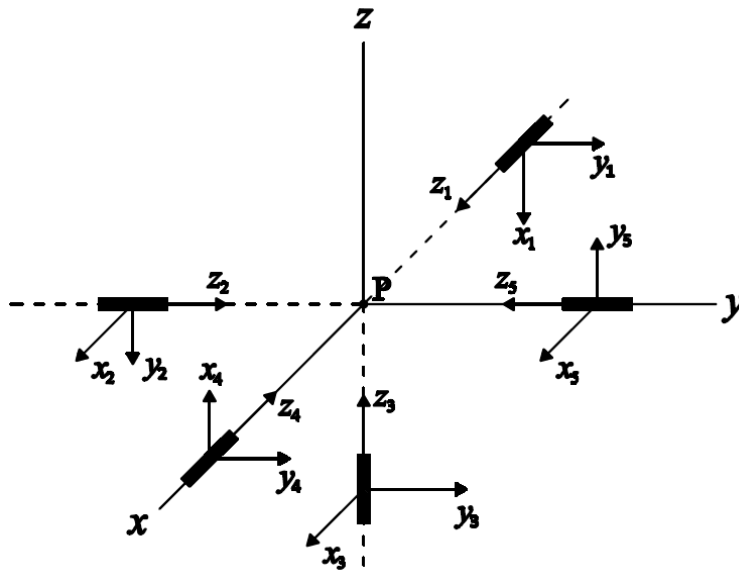


Fig. 3.15 – Conjunto de cinco antenas dipolos ideais.

Na Fig. 3.15 cada antena está orientada em uns dos eixos x , y e z . Em relação à Fig. 3.6, foram adicionadas duas antenas, direcionadas nos eixos x e y , mas com orientações opostas às antenas 1 e 2.

Para geração da esfera, devem-se manter as amplitudes $I_1 = I_2 = I_4 = I_5 = I$ e $I_3 = 2I$, com as fases variando da seguinte maneira:

$$\psi_1 = -\zeta - 90^\circ \quad (3-21)$$

$$\psi_2 = -\zeta \quad (3-22)$$

$$\psi_3 = 0^\circ \quad (3-23)$$

$$\psi_4 = \zeta + 90^\circ \quad (3-24)$$

$$\psi_5 = \zeta \quad (3-25)$$

Com efeito, chegam-se às seguintes equações do campo elétrico

$$\begin{aligned}
\mathfrak{E}_x(t) &= \frac{hC_r}{4\pi} I [\cos(\omega t - kr + \varphi_r - \zeta - 90^\circ) - \cos(\omega t - kr + \varphi_r + \zeta + 90^\circ)] \\
&= \frac{hC_r}{4\pi} I [\text{sen}(\omega t - kr + \varphi_r - \zeta) + \text{sen}(\omega t - kr + \varphi_r + \zeta)] \\
&= \frac{hC_r}{4\pi} I [2 \cos(\zeta) \text{sen}(\omega t - kr + \varphi_r)]
\end{aligned} \tag{3-26}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{E}_y(t) &= \frac{hC_r}{4\pi} I [\cos(\omega t - kr + \varphi_r - \zeta) - \cos(\omega t - kr + \varphi_r + \zeta)] \\
&= \frac{hC_r}{4\pi} I [2 \text{sen}(\zeta) \text{sen}(\omega t - kr + \varphi_r)]
\end{aligned} \tag{3-27}$$

$$\mathfrak{E}_z(t) = \frac{hC_r}{4\pi} 2I [\cos(\omega t - kr + \varphi_r)] \tag{3-28}$$

Isso resulta em

$$\begin{aligned}
\mathfrak{E}(t) &= \frac{hC_r}{2\pi} I [\cos(\zeta) \text{sen}(\omega t - kr + \varphi_r) \mathbf{a}_x + \\
&\quad + \text{sen}(\zeta) \text{sen}(\omega t - kr + \varphi_r) \mathbf{a}_y + \cos(\omega t - kr + \varphi_r) \mathbf{a}_z]
\end{aligned} \tag{3-29}$$

Dessa forma, os termos $\cos(\zeta)$ e $\text{sen}(\zeta)$ foram gerados a partir da soma de duas senóides, uma para o eixo x e outra para o eixo y , devido às antenas 4 e 5.

Com a configuração da Fig. 3.15, fazendo $I = 0,5$ mA, $h = \lambda/100$, $f = 100$ MHz e variando-se continuamente a fase de acordo com (3-21) a (3-25), com as antenas localizadas de λ da origem, a polarização esférica gerada é a mesma do método anterior onde se usa a variação da amplitude, apresentada na Fig. 3.13.

Por conseguinte, não existe apenas um método para geração da polarização esférica ou, de modo geral, qualquer polarização tridimensional, mas vários a depender do arranjo das antenas, da amplitude e fase de suas alimentações e do ponto de observação.

3.3.3. Eixo de Rotação da Polarização Esférica

Como exposto anteriormente, forma-se a polarização esférica mediante um conjunto de polarizações circulares. Cada uma está contida num plano distinto

rotacionado em relação a um eixo comum. Pela Fig. 3.14, esse eixo de rotação dos círculos é o eixo z . Todavia, pode-se alterar esse eixo de rotação para qualquer direção do espaço a fim de produzir a mesma polarização esférica por outros modos. Não obstante esta seção estude polarização esférica, o mesmo efeito de rotação de eixos é alcançado com outros tipos de polarizações.

Mantendo-se o mesmo sistema de coordenadas, realiza-se a rotação de eixos através da matriz de transformação abaixo [9]

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\text{sen} \phi \\ \text{sen} \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (3-30)$$

onde ϕ é o ângulo de rotação no sentido anti-horário do sistema de coordenadas cartesianas. Com a finalidade de se alterar o eixo dos círculos em qualquer direção no espaço, deve-se rotacionar o vetor intensidade de campo elétrico a fim de modificar o plano das polarizações geradas. Para isso, dois ângulos de rotação são necessários, denominados aqui de θ_T e ϕ_T . Assim, as novas componentes do campo resultante se tornam

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E}_x' \\ \mathcal{E}_y' \\ \mathcal{E}_z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_T \cos \phi_T & -\text{sen} \phi_T & \text{sen} \theta_T \cos \phi_T \\ \cos \theta_T \text{sen} \phi_T & \cos \phi_T & \text{sen} \theta_T \text{sen} \phi_T \\ -\text{sen} \theta_T & 0 & \cos \theta_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \\ \mathcal{E}_z \end{pmatrix} \quad (3-31)$$

O ângulo θ_T é o ângulo de rotação da direção z à direção x , enquanto ϕ_T rotaciona da direção x para y . Essa rotação pode ser alcançada alterando a amplitude da alimentação de cada corrente elétrica do conjunto montado de modo a satisfazer (3-31). Ressalta-se que o sistema de coordenadas não é alterado com essa transformação.

Com ϕ_T nulo, tem-se:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{E}_x' \\ \mathcal{E}_y' \\ \mathcal{E}_z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_T & 0 & \text{sen} \theta_T \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen} \theta_T & 0 & \cos \theta_T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \\ \mathcal{E}_z \end{pmatrix} \quad (3-32)$$

A equação (3-32) indica rotação do eixo de z para x . A Fig. 3.16 mostra a rotação do eixo da Fig. 3.14 para $\theta_T = 90^\circ$ e ϕ_T nulo.

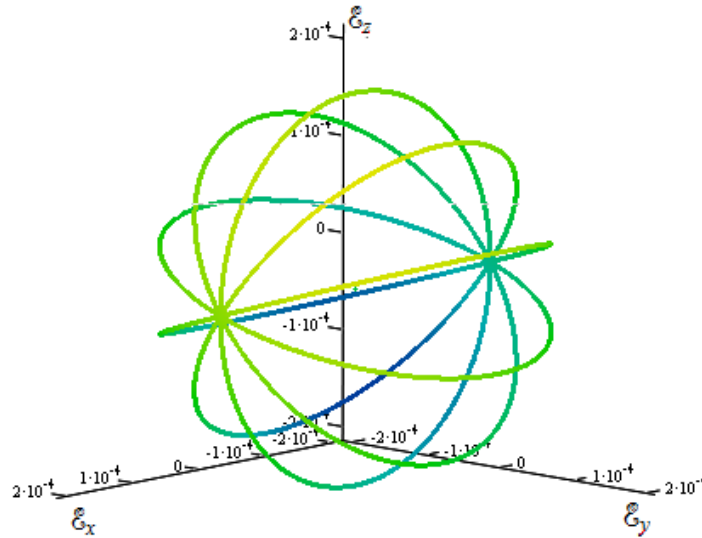


Fig. 3.16 – Polarização no ponto P para variações discretas da amplitude da alimentação.

Como se observa na Fig. 3.16, todos os círculos giram em torno do eixo x . Entretanto, a polarização esférica formada é a mesma da Fig. 3.14 para variações contínuas da amplitude, diferenciando apenas no modo de formação da polarização esférica.

A Fig. 3.17 mostra a rotação do eixo da polarização da Fig. 3.14 para $\theta_T = \phi_T = 90^\circ$.

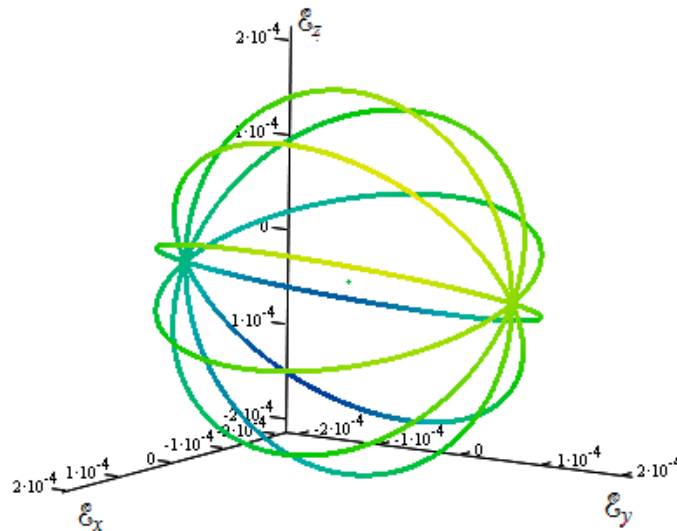


Fig. 3.17 – Polarização no ponto P para variações discretas da amplitude da alimentação.

Como se observa pela Fig. 3.17, o eixo de rotação dos círculos é o eixo y . Assim, alterando-se os valores de θ_T e ϕ_T , pode-se mudar o eixo de rotação de círculos ou de elipses de qualquer polarização.

3.3.4. Degradação da Esfera com a Distância

Conforme visto, gera-se a polarização esférica mediante o conjunto das Fig. 3.6 ou Fig. 3.15, onde o ponto de observação P localiza-se na origem e equidistante desta. No entanto, a esfera perfeita só é gerada no ponto P e à medida que o ponto de observação se distancia deste, a esfera sofre maiores deformações. O conceito da degradação da esfera com distância também se aplica para outras polarizações 3D, embora o estudo seja focado na esfera.

Ao se usar o conjunto da Fig. 3.6, com as mesmas condições de entrada para geração da Fig. 3.13, e ao mudar o ponto de observação da origem para um ponto próximo $(x, y, z) = (-\lambda/10, 0, 0)$, forma-se a polarização da Fig. 3.18.

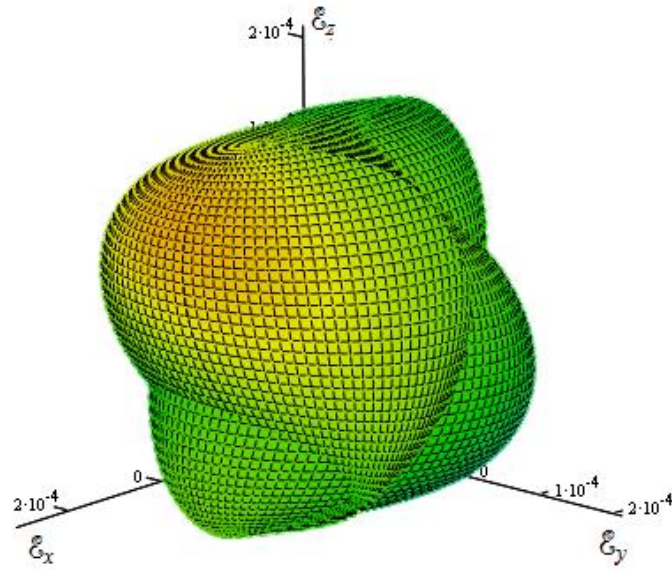


Fig. 3.18 – Polarização no ponto $(-\lambda/10, 0, 0)$ para variações contínuas da amplitude da alimentação.

Pela Fig. 3.18, vê-se a degradação da esfera quando o ponto de observação deixa de ser a origem, porém um ponto próximo desta. Assim, em pontos próximos do ponto P, a esfera sofre uma pequena deformação.

Para um ponto um pouco mais afastado da origem, com distância de $\lambda/2$, forma-se a polarização da Fig. 3.19.

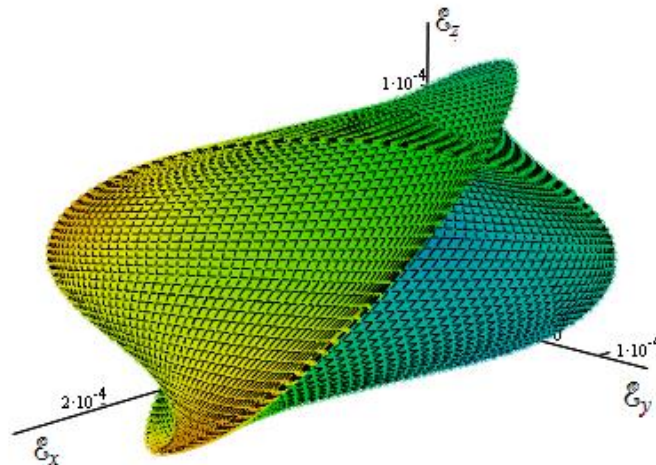


Fig. 3.19 – Polarização no ponto $(\lambda/2, 0, 0)$ para variações contínuas da amplitude da alimentação.

Como se observa nesta figura, a esfera foi consideravelmente deformada, posto que o ponto de observação esteja afastado apenas de meio comprimento de onda da origem.

Quando o ponto de observação se afasta muito da origem, tal como em $(x, y, z) = (10\lambda, 0, 0)$, ou seja, quando o ponto está fora do interior do volume do conjunto, forma-se a polarização da Fig. 3.20.

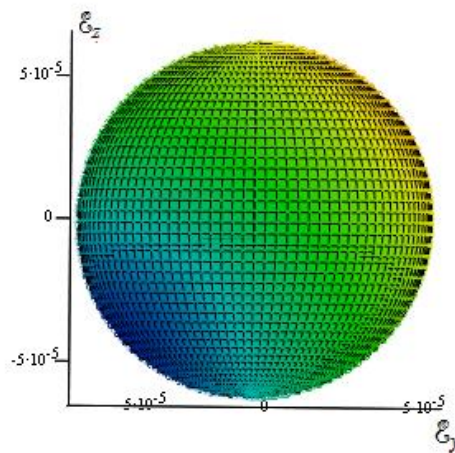


Fig. 3.20 – Polarização no ponto $(10\lambda, 0, 0)$ para variações contínuas da amplitude da alimentação.

Nesta figura, a polarização se aproxima mais da polarização 2D, visto que o campo elétrico fica quase que completamente contido no plano yz . Isso ocorre, pois, no geral, somente haverá duas componentes de intensidade de campo elétrico significativas em pontos distantes do volume formado pelo conjunto de antenas.

Neste exemplo, onde se usou o conjunto da Fig. 3.6, o campo elétrico radial \mathcal{E}_r se torna menor que o campo elétrico \mathcal{E}_θ . Assim, no exemplo, as antenas localizadas nos eixos y e z terão uma maior contribuição no campo elétrico resultante.

Num outro exemplo, com o ponto de observação em $(5\lambda, 5\lambda, 5\lambda)$, a polarização resultante será as das Fig. 3.21 e Fig. 3.22.

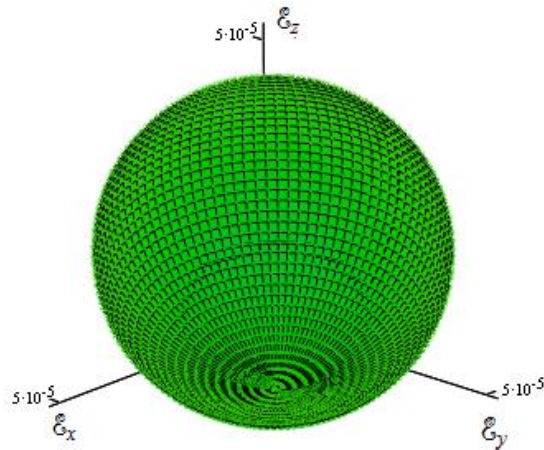


Fig. 3.21 – Polarização no ponto $(5\lambda, 5\lambda, 5\lambda)$ para variações contínuas da amplitude da alimentação.

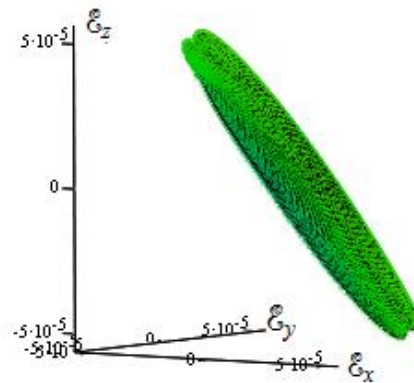


Fig. 3.22 – Polarização no ponto $(5\lambda, 5\lambda, 5\lambda)$ vista de outro ângulo para variações contínuas da amplitude da alimentação.

Ao se observar as Fig. 3.21 e Fig. 3.22, a polarização aproxima-se de uma polarização 2D. Por conseguinte, pode-se afirmar que quanto mais afastado o ponto de observação for do volume do conjunto de antenas, a polarização tenderá a ser mais plana.

Por esta razão, percebe-se que a polarização esférica não se propaga, mas é encontrada apenas em um ponto no conjunto da Fig. 3.6 para as condições de corrente definidas anteriormente. Conseqüentemente, a geração da esfera é uma polarização de campo e não de onda. Em pontos próximos a esfera se deforma, e em pontos distantes,

tende a ocorrer uma polarização bidimensional. Não obstante, se forem alteradas as condições de corrente, pode-se haver polarizações esféricas em outros pontos, estudo este que não será abordado neste trabalho.

3.4. POLARIZAÇÃO ORTOGONAL

O uso de polarizações ortogonais é freqüente em sistemas de comunicação. Normalmente, estas são usadas para aumentar a capacidade de *link* ou para diversidade. No primeiro caso, a capacidade do *link* aumenta por um fator de 2, onde dois sinais distintos são transmitidos por canais polarizados ortogonalmente na mesma freqüência. No segundo caso, o mesmo sinal é transmitido por canais polarizados ortogonalmente e o canal com menos desvanecimento é usado [1].

Dois elementos f e g os quais podem representar vetores, matrizes ou funções (reais ou complexos) são ortogonais entre si se a seguinte condição for satisfeita [10]

$$\langle f, g^* \rangle = 0 \quad (3-33)$$

Assim, o produto interno ou escalar entre os elementos deve ser nulo. Se f e g forem normalizados, eles também são chamados de ortonormais. Assim, um conjunto de elementos f_1, f_2, \dots, f_n formam um conjunto ortonormal se

$$\langle f_i, f_j^* \rangle = \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (3-34)$$

onde δ_{ij} é conhecido como delta de Kronecker.

Os elementos u_1, u_2, \dots, u_n formam um base do espaço linear L se eles são linearmente independentes, ou seja, para $a_1u_1 + a_2u_2 + \dots + a_nu_n = 0$, deve-se ter necessariamente $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0$. Sendo assim, qualquer elemento f pode ser descrito como uma combinação linear destes elementos se os coeficientes a_i forem únicos

$$f = a_1u_1 + a_2u_2 + \dots + a_nu_n \quad (3-35)$$

A dimensão do espaço L é então definida como o número máximo de elementos linearmente independentes [10]. Em (3-35) a dimensão vale n . Além disso, se os elementos u_1, u_2, \dots, u_n satisfizerem (3-34), eles também são chamados de ortonormais, ou seja, eles formam uma base ortonormal de dimensão n no espaço L .

Com base nesses conceitos, pode-se dizer que haverá polarização ortogonal de um conjunto de vetores de intensidade de campos elétrico complexos $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_n$ num ponto P qualquer do espaço complexo \mathbb{C}^n quando

$$\mathbf{E}_i \cdot \mathbf{E}_j^* = 0 \quad i \neq j \quad (3-36)$$

com $1 \leq i, j \leq n$.

3.4.1. Polarização Ortogonal em Duas Dimensões

A polarização ortogonal num plano pode ocorrer quando existir duas polarizações lineares, duas polarizações circulares RHCP e LHCP ou duas polarizações elípticas RHCP e LHCP.

Dadas duas polarizações lineares $\mathbf{E}_1 = \mathbf{a}_x$ e $\mathbf{E}_2 = \mathbf{a}_y$, pode-se ver que as duas são ortogonais e que formam uma base ortonormal. Qualquer outro vetor (polarização linear) no plano pode ser representado como $\mathbf{E} = A\mathbf{E}_1 + B\mathbf{E}_2$, onde A e B são coeficientes constantes reais ou complexos [11].

Similarmente, dadas duas polarizações circulares em sentidos opostos $\mathbf{E}_1 = \mathbf{a}_x + j\mathbf{a}_y$ e $\mathbf{E}_2 = \mathbf{a}_x - j\mathbf{a}_y$, tem-se que

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* = 1 - 1 = 0 \quad (3-37)$$

No domínio do tempo, tem-se que $\mathfrak{E}_1(t) = E \cos(\omega t)\mathbf{a}_x - E \sin(\omega t)\mathbf{a}_y$ e $\mathfrak{E}_2(t) = E \cos(\omega t)\mathbf{a}_x + E \sin(\omega t)\mathbf{a}_y$. Dessa forma, a soma vetorial desses dois campos resultará numa polarização linear [1]. Esses campos formam uma base ortogonal, de tal modo que qualquer vetor pode ser representado como uma combinação linear de \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 .

Não obstante a sobreposição temporal dos dois campos resultar numa polarização linear, os dois campos ainda serão ortogonais, devido à possibilidade de separação de cada um por antena receptora sensível a cada tipo de polarização (RHCP ou LHCP) [3]. Isso é equivalente a sinais (funções) temporais ortogonais sendo transmitidas num meio comum [12].

Contrariamente, duas polarizações circulares em sentidos de rotação coincidentes não são ortogonais. Isso pode ser visualizado no caso quando $\mathbf{\xi}_1(t) = E \cos(\omega t)\mathbf{a}_x - E \sin(\omega t)\mathbf{a}_y$ e $\mathbf{\xi}_2(t) = -E \cos(\omega t)\mathbf{a}_x + E \sin(\omega t)\mathbf{a}_y$. Transformando-as para o domínio fasorial, chega-se a $\mathbf{E}_1 = E\mathbf{a}_x + jE\mathbf{a}_y$ e $\mathbf{E}_2 = -E\mathbf{a}_x - jE\mathbf{a}_y$, e ao se usar (3-36)

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* = -E - E = -2E \quad (3-38)$$

prova-se que as polarizações não são ortogonais.

O mesmo é válido para polarizações circulares com campos elétricos defasados continuamente no espaço de 90° e mesmo sentido de rotação, como ocorre no caso quando $\mathbf{\xi}_1(t) = E \cos(\omega t)\mathbf{a}_x - E \sin(\omega t)\mathbf{a}_y$ e $\mathbf{\xi}_2(t) = -E \sin(\omega t)\mathbf{a}_x - E \cos(\omega t)\mathbf{a}_y$. Ao representar no domínio fasorial, $\mathbf{E}_1 = E\mathbf{a}_x + jE\mathbf{a}_y$ e $\mathbf{E}_2 = +jE\mathbf{a}_x - E\mathbf{a}_y$, que resulta em

$$\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* = -jE - jE = -j2E \quad (3-39)$$

o qual demonstra a não existência da polarização ortogonal.

Igualmente, no caso de polarizações elípticas somente haverá polarização ortogonal quando existir polarizações com sentidos de rotação opostos. Além disso, o módulo do campo em cada eixo determina se haverá ou não ortogonalidade. Por exemplo, ao considerar dois campos $\mathbf{E}_1 = 2\mathbf{a}_x + j\mathbf{a}_y$ e $\mathbf{E}_2 = 2\mathbf{a}_x - j\mathbf{a}_y$ com polarizações elípticas e rotações opostas, não se tem polarização ortogonal. Por outro lado, existe polarização ortogonal com $\mathbf{E}_1 = 2\mathbf{a}_x + j\mathbf{a}_y$ e $\mathbf{E}_2 = \mathbf{a}_x - j2\mathbf{a}_y$.

3.4.2. Polarização Ortogonal em Três Dimensões

A polarização ortogonal em três dimensões é similar a duas dimensões, pois em ambos os casos (3-36) se aplica. O exemplo mais simples ocorre quando há somente polarizações lineares, como $\mathbf{E}_1 = \mathbf{a}_x$, $\mathbf{E}_2 = \mathbf{a}_y$ e $\mathbf{E}_3 = \mathbf{a}_z$.

Outro exemplo ocorre quando há uma polarização linear com o campo elétrico perpendicular ao plano contendo duas polarizações circulares ou elípticas com sentidos de rotações contrários, como, por exemplo, $\mathbf{E}_1 = \mathbf{a}_x + j\mathbf{a}_y$, $\mathbf{E}_2 = \mathbf{a}_x - j\mathbf{a}_y$ e $\mathbf{E}_3 = \mathbf{a}_z$.

É possível também existir polarização ortogonal no espaço 3D na ausência de polarização linear, tal como $\mathbf{E}_1 = -j\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_z$, $\mathbf{E}_2 = \mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y - j\mathbf{a}_z$ e $\mathbf{E}_3 = \mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y - j\mathbf{a}_z$, pois

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* &= -j + j = 0 \\ \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_3^* &= -j + j = 0 \\ \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{E}_3^* &= 1 - 2 + 1 = 0\end{aligned}\tag{3-40}$$

onde \mathbf{E}_1 produz polarização circular e \mathbf{E}_2 e \mathbf{E}_3 produzem polarizações elípticas. Passando-as para o domínio do tempo, chega-se a

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_1(t) &= \text{sen}(\omega t)\mathbf{a}_x + \text{cos}(\omega t)\mathbf{a}_z \\ \mathfrak{E}_2(t) &= \text{cos}(\omega t)\mathbf{a}_x + \text{cos}(\omega t)\mathbf{a}_y + \text{sen}(\omega t)\mathbf{a}_z \\ \mathfrak{E}_3(t) &= \text{cos}(\omega t)\mathbf{a}_x - 2\text{cos}(\omega t)\mathbf{a}_y + \text{sen}(\omega t)\mathbf{a}_z\end{aligned}\tag{3-41}$$

A Fig. 3.23 mostra as figuras formadas com o tempo destas três funções considerando a origem como ponto de observação.

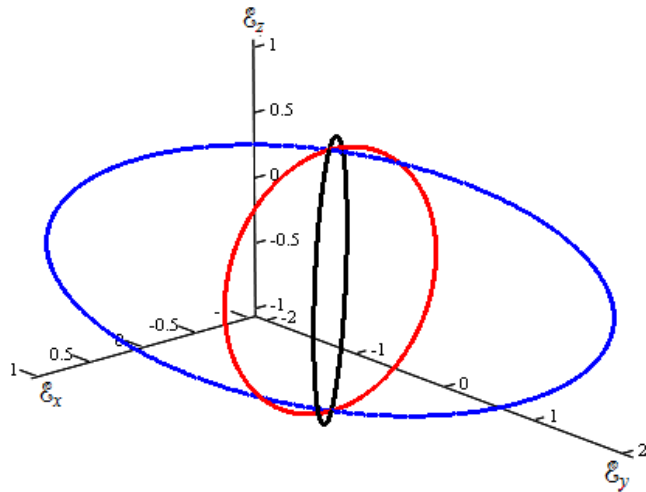


Fig. 3.23 – Polarizações ortogonais tridimensionais.

Na Fig. 3.23 vê-se que as três polarizações geradas são circular e elípticas, sendo que elas estão contidas em planos diferentes do espaço \mathbb{R}^3 . Adicionalmente, é possível formar qualquer outro vetor no espaço \mathbb{C}^3 mediante combinação linear de (3-40), ou seja,

$$\mathbf{E} = A\mathbf{E}_1 + B\mathbf{E}_2 + C\mathbf{E}_3 \quad (3-42)$$

onde A , B e C são coeficientes reais ou complexos constantes. Para $A = B = C = 1$, forma-se o campo da Fig. 3.24, onde se mostra uma elipse gerada.

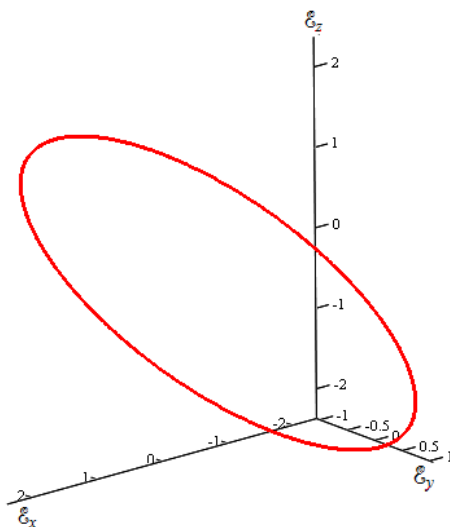


Fig. 3.24 – Polarização elíptica gerada pela combinação linear da base de vetores complexos \mathbf{E}_1 , \mathbf{E}_2 e \mathbf{E}_3 .

Diferentemente, para $A = j/2$, $B = 1/3$ e $C = 1/6$, forma-se um campo que está orientado no eixo x , ou seja, a combinação linear das polarizações ortogonais forma a polarização mostrada na Fig. 3.25.

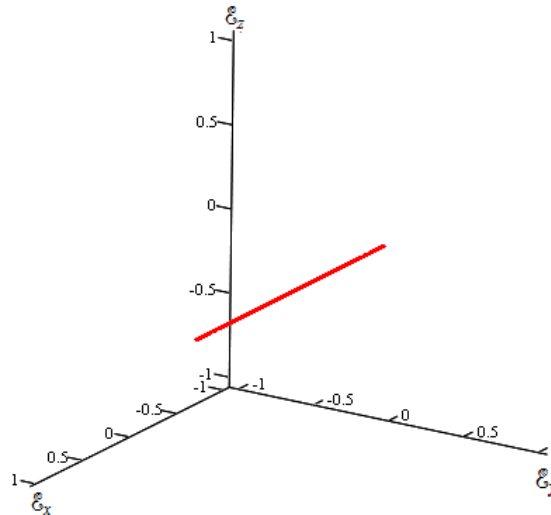


Fig. 3.25 – Polarização linear gerada pela combinação linear da base de vetores complexos E_1 , E_2 e E_3 .

Assim, qualquer vetor ou polarização pode ser gerada mediante as três polarizações ortogonais especificadas, as quais formam uma base no espaço tridimensional.

Ademais, percebe-se que há inúmeras formas de geração de polarizações ortogonais em três dimensões. Com base nisso, evidencia-se que o conjunto de antenas para geração de polarizações 3D apresentado no capítulo 3 permite o controle e a geração de novas configurações de polarização ortogonais em determinados momentos. Isso significa que é possível manter a ortogonalidade ou isolamento entre sinais de diferentes sistemas desde que (3-36) seja satisfeita.

Por exemplo, com três conjuntos de antenas idênticas a da Fig. 3.6, tem-se o controle das três polarizações de campo geradas. Com isso, em determinados instantes de tempo é possível ter três polarizações lineares ortogonais, e em outro momento, três polarizações idênticas a (3-41), mantendo-se a ortogonalidade entre os sinais. Essa variação pode ser justificada em virtude de alterações nas condições de propagação

atmosférica da onda ou na busca por configurações mais eficientes na transmissão de sinais em diferentes intervalos de tempo.

Portanto, uma das possibilidades para aplicações de polarizações tridimensionais é o controle de polarizações ortogonais.

4. ANTENAS CORNETAS PIRAMIDAIS

Nos capítulos anteriores estudaram-se polarizações tridimensionais e toda a análise realizou-se através de conjuntos de antenas dipolos ideais. Este capítulo demonstra que a polarização 3D pode ser gerada por antenas reais, tal como a corneta piramidal.

A escolha de antenas piramidais é devido a elas possuírem alto ganho e a outras características, como o baixo VSWR, a largura de banda moderada e a construção relativamente fácil. Elas são usadas frequentemente como alimentadores de refletores e atualmente em aplicações onde são necessárias altas larguras de banda, tais como a tecnologia WiMAX.

O projeto de antenas cornetas piramidais consiste em determinar as suas dimensões onde o ganho, a frequência de operação e o guia de onda no qual a antena será acoplada são dados. A Fig. 4.1 mostra a antena corneta e suas dimensões [3].

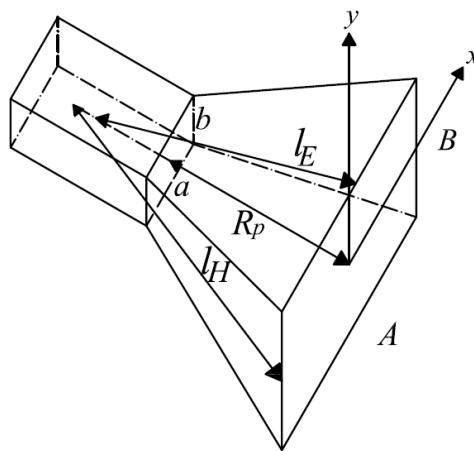


Fig. 4.1– Geometria de uma antena corneta piramidal.

A dimensão R_p se refere ao comprimento axial da antena, já A e B se referem às aberturas da antena, enquanto a e b são as dimensões do guia de onda. As dimensões l_E e l_H se referem ao comprimento da abertura a um ponto de intersecção no interior do guia de onda. Um projeto de antenas consiste em determinar os valores de A , B , l_H ou R_1 , l_E ou R_2 e estes são relacionados da seguinte forma

$$l_H^2 = R_1^2 + \left(\frac{A}{2}\right)^2 \quad (4-1)$$

$$l_E^2 = R_2^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2 \quad (4-2)$$

Antes de se iniciar o estudo, apresentar-se-á um novo método de projeto de antenas cornetas piramidais [13]. Desenvolve-se uma nova técnica analítica, usando fórmulas fechadas baseadas em equações que levam em conta os erros de fases exatos e otimizam o ganho relativo aos planos E e H . O projeto pode ser resolvido analiticamente ou numericamente.

4.1. NOVO MÉTODO DE PROJETO DE ANTENAS CORNETAS PIRAMIDAIS

Os projetos usuais não consideram os erros de fase exatos e, quando eles são usados, assume-se que possuem valores constantes. O método de Cozzens é baseado em medidas empíricas que produzem bons resultados [14], mas não otimiza o ganho da antena em relação às dimensões de abertura. Uma vantagem da nova técnica é resultar numa menor variação do ganho em relação às variações das dimensões de abertura, devido a mudanças de temperatura, por exemplo, se certas condições da curva de diretividade forem satisfeitas; por exemplo, se a curva for suave, como ocorre nos casos com antenas práticas [3]. Assim, a antena projetada pode levar a uma maior estabilidade do ganho para a frequência na qual foi projetada. Além disso, como o projeto é baseado em equações mais exatas, o ganho obtido é próximo da realidade.

4.1.1. Ganho do Eixo Central de Cornetas Piramidais

Há vários fatores que influenciam no ganho do eixo central da corneta piramidal. No cálculo do ganho, assume-se que somente o modo dominante TE_{10} está presente e propagando no interior da antena. No entanto, isso não ocorre, porque quando as dimensões da abertura da antena se tornam maiores, outros modos de alta ordem aparecerão na abertura dela, alterando o seu ganho [15].

Adicionalmente, as reflexões da onda que ocorrem à medida que esta se propaga dentro da antena não são inclusas nas equações. Com o aumento da abertura, a onda sofre reflexões, aumentando o valor do VSWR. Se a transição do guia de onda para o espaço livre é feita suavemente, haverá poucas reflexões e o casamento de impedâncias será melhor, resultando numa maior largura de banda, por exemplo. Isso ocorre quando o ângulo de abertura da antena é pequeno e o comprimento da antena é grande.

Outro fator que não é normalmente levado em conta é a oscilação do ganho da piramidal com a frequência devido às múltiplas difrações nas bordas da abertura do plano E com reflexões posteriores na parede da antena [16]. Estas oscilações se tornam muito menores com o aumento da frequência.

Assim, observa-se quão complexo pode ser o processo de determinar o ganho da antena. Este, ignorando os fenômenos discutidos anteriormente, pode ser dado por [3]

$$G = \frac{\pi}{32} \left(\frac{\lambda}{a} D_E \right) \left(\frac{\lambda}{b} D_H \right) = \frac{4\pi}{\lambda^2} \varepsilon_{ap} A B \quad (4-3)$$

com

$$D_E = \frac{a}{\lambda} \frac{32}{\pi} \frac{B}{\lambda} R_E \quad (4-4)$$

$$D_H = \frac{b}{\lambda} \frac{32}{\pi} \frac{A}{\lambda} R_H \quad (4-5)$$

onde G é o ganho desejado no eixo principal, D_E e D_H são respectivamente os ganhos das antenas setoriais de planos E e H , R_E e R_H são respectivamente as eficiências de abertura de erro de fase no plano E e H e ε_{ap} é a eficiência de abertura da antena.

As eficiências de abertura de erro de fase R_H e R_E são dependentes dos valores de erros de fase t no plano H e s no plano E respectivamente, dados por

$$t = \frac{A^2}{8\lambda R_1} \quad (4-6)$$

$$s = \frac{B^2}{8\lambda R_2} \quad (4-7)$$

Equações (4-3) e (4-7) foram derivadas por Schelkunoff [17]. Essas expressões utilizam a teoria da ótica geométrica e difração simples nas pontas das aberturas da antena. Elas são usadas para o cálculo do ganho no eixo principal de antenas piramidais e antenas setoriais de plano H [18]. Para antenas setoriais de plano E , a fórmula de Jull para o cálculo do ganho é mais exata [19].

Os valores de erros de fase exatos [20] resultam num ganho próximo dos valores medidos, conforme a Fig. 4.2. Eles são dados por

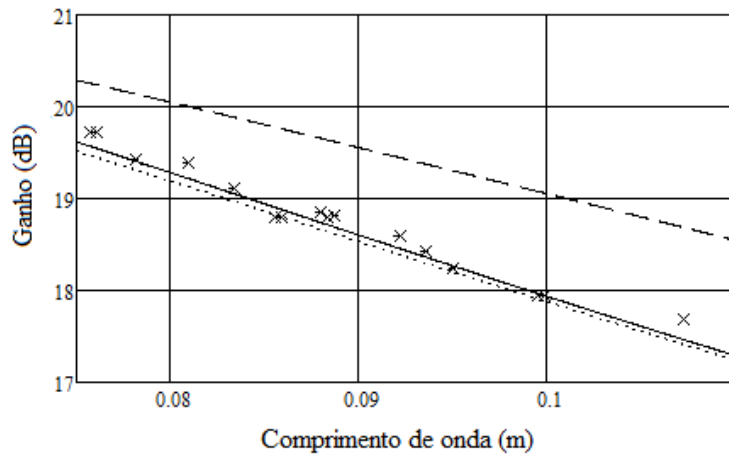


Fig. 4.2 – Curvas de ganhos obtidas para um guia de onda WR284 com $A = 32,41$ cm, $B = 24$ cm, $l_E = 42,15$ cm e $l_H = 47,45$ cm. — análise usando erros de fases exatos,análise usando erros de fase quadráticos, - - - análise usando erro de fase quadrático no plano H e a fórmula de Jull no plano E [19], xxx valores medidos [16,21].

$$t_e = \left(\frac{A}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{8t} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\lambda}{A}\right)^2 16t^2 - 1 \right]^{1/2} - 1 \right\} \quad (4-8)$$

$$s_e = \left(\frac{B}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{8s} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\lambda}{B}\right)^2 16s^2 - 1 \right]^{1/2} - 1 \right\} \quad (4-9)$$

Conseqüentemente, para se obter projetos mais exatos, devem-se usar (4-8) e (4-9) ao invés de (4-6) e (4-7) para o cálculo do ganho e análise dos resultados,

principalmente quando o comprimento da antena é pequeno [20]. A fórmula de Jull [19] somente é usada para antenas setoriais de plano E , pois ao se usar na antena piramidal, os resultados ficam longe dos medidos, consoante a Fig. 4.2. Os efeitos no ganho do eixo principal devido às correntes de borda das quinas são diferentes entre a corneta piramidal e a setorial de plano E , porque o último possui distâncias próximas entre as quinas, enquanto o primeiro possui distâncias muito espaçadas, o que faz com que esses efeitos sejam menos significantes no ganho do eixo principal da piramidal [19,22].

Normalmente, assume-se no projeto que a eficiência de abertura ε_{ap} ótima vale 0,5 ou 0,51 [3]. Entretanto, esse valor não representa a eficiência de abertura ótima, mas é próximo dela. O projeto ótimo é resultado da escolha do valor de A que maximiza o ganho no plano H para um dado comprimento axial R_1 , além da escolha do valor de B que maximiza o ganho no plano E para um dado valor de R_2 . Convém lembrar que o projeto só é ótimo para a frequência de operação desejada.

Costumam-se usar erros de fase quadráticos $t = 0,375$ para o plano H e $s = 0,25$ para o plano E [3]. Esses valores não correspondem aos valores ótimos de ganho ou diretividade, pois esses são derivados de aproximações das dimensões de abertura que maximizam o ganho para um dado comprimento axial. Suas aproximações são dadas por

$$A \cong \sqrt{3 \lambda R_1} \quad (4-10)$$

$$B \cong \sqrt{2 \lambda R_2} \quad (4-11)$$

É possível também definir como a eficiência ótima de abertura o valor de 0,49 e erros de fase ótimos $t = 0,4$ e $s = 0,26$ [23].

4.1.2. Desenvolvimento de um Procedimento de Projeto Ótimo através de Solução Numérica

Existem inúmeras possibilidades de se projetar uma antena, gerando várias dimensões diferentes que produzem o mesmo resultado. Para encontrar uma solução única de projeto, deve-se obter um mínimo de equações que relaciona as quatro dimensões que se deseja obter, dado o valor de ganho do eixo principal, a frequência de

operação e o guia de onda. O projeto desenvolvido neste trabalho utiliza (4-8) e (4-9) em (4-3), (4-4) e (4-5) e, para a antena ser realizável, deve-se usar

$$R_1 \frac{A-a}{A} = R_2 \frac{B-b}{B} \quad (4-12)$$

Para o projeto ótimo, escolhe-se A para um valor de R_1 fixo que maximiza a curva do ganho no plano H . Isso é feito derivando-se a expressão do ganho ou diretividade (4-5) em função de abertura A e, através de uma solução computacional, determinar a raiz da expressão, ou seja, determinar A em função do valor independente R_1

$$f_1(A, R_1) = \frac{\partial D_H}{\partial A}$$

$$A(R_1) = \text{raiz}(f_1) \quad (4-13)$$

onde $\text{raiz}()$ é uma função numérica que calcula os zeros do seu argumento.

O mesmo deve ser feito para o plano E , onde é obtido B em função do valor de R_2 .

$$f_2(B, R_2) = \frac{\partial D_E}{\partial B}$$

$$B(R_2) = \text{raiz}(f_2) \quad (4-14)$$

Porém, estas expressões não possuem uma única raiz, mas várias, como pode ser notado pela Fig. 4.3. A curva de diretividade dela apresenta vários pontos onde sua derivada se anula. Isso também acontece com a diretividade do plano H , embora a oscilação da curva seja menos intensa. Para selecionar o valor de A e B que maximiza a curva de diretividade, pode-se escolher a raiz A de tal modo que ela esteja dentro do intervalo [24]

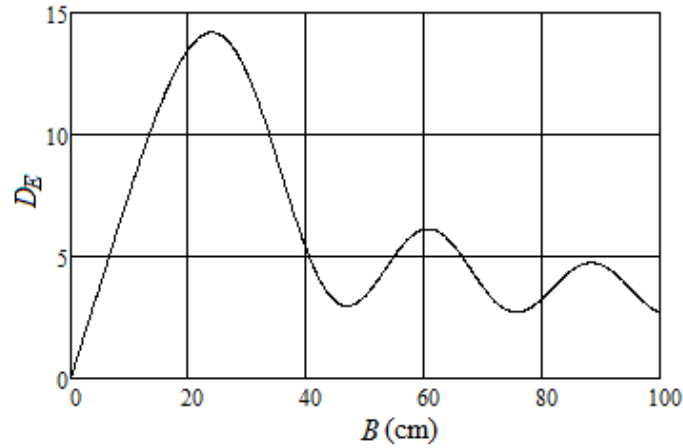


Fig. 4.3 – Curva de diretividade D_E computada pela abertura B com $R_2 = 23,65$ cm para uma frequência de operação de 2,5 GHz usando um guia de onda WR430.

$$\lambda \left(\frac{G}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} < A < \lambda \left(\frac{G}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4-15)$$

onde G é o ganho da antena piramidal. O intervalo de B pode ser encontrado pelos limites de A quando se utiliza

$$B = \frac{\lambda^2 G}{4\pi \varepsilon_{ap} A}$$

Pode-se estimar $\varepsilon_{ap} = 0,49$ para se encontrar o intervalo da raiz B , embora seja possível utilizar outros valores próximos deste.

Após isso, deve-se usar (4-12) a fim de que as dimensões da antena sejam realizáveis. Como A é função de R_1 e B é função de R_2 , obtém-se uma equação com duas variáveis independentes, R_1 e R_2 . Assim, é possível encontrar R_1 como sendo a raiz que satisfaz (4-16) para um dado valor de R_2 :

$$f_3(R_1, R_2) = R_1 \frac{A-a}{A} - R_2 \frac{B-b}{B}$$

$$R_1(R_2) = \text{raiz}(f_3) \quad (4-16)$$

Utilizando o resultado anterior em (4-3), com G sendo o valor de ganho desejado, encontra-se numericamente a solução do projeto através do valor de R_2 , já que todas as outras dimensões ficaram dependentes de R_2 .

$$f_4(R_2) = G - \frac{\pi}{32} \left(\frac{\lambda}{a} D_E \right) \left(\frac{\lambda}{b} D_H \right)$$

$$R_2 = \text{raiz}(f_4) \quad (4-17)$$

É possível desenvolver um método analítico para esse projeto com base nos resultados, onde se verifica que os erros de fase exatos são variáveis com os requisitos de ganho, as dimensões do guia de onda e a frequência de operação. Desde que seja utilizado um guia de onda com $2 \leq a/b \leq 2,5$, e frequência na faixa de $1 < \lambda/a < 1,7$, as variações de t_e e s_e ótimos se tornam desprezíveis com as variações de a , b e λ . Os guias de onda comerciais para antenas piramidais padrões têm dimensões nesse intervalo, que também são usadas no método de Cozzens [13]. Os erros de fase exatos serão dependentes do ganho desejado de acordo com as seguintes aproximações:

$$t_e \cong 0,3967 + \frac{0,6281}{G} \quad (4-18)$$

$$s_e \cong 0,262 + \frac{0,3178}{G} \quad (4-19)$$

onde G é dado em valor absoluto. Essas equações podem ser usadas para antenas padrões com ganhos entre 10 e 25 dB. Pode-se ver que se o ganho desejado for alto, os valores de t_e e s_e se aproximam de 0,3967 e 0,262 respectivamente. No projeto onde não se utilizam erros de fases exatos na equação de ganho, esses valores são fixos. Ao se usar (4-6) em (4-8), obtém-se

$$A = 2\sqrt{t_e \lambda (t_e \lambda + 2R_1)} \quad (4-20)$$

Do mesmo modo, com (4-7) e (4-9)

$$B = 2\sqrt{s_e \lambda (s_e \lambda + 2R_2)} \quad (4-21)$$

Isolando-se A em (4-3) e substituindo-o em (4-20), chega-se a expressão

$$R_1 = \frac{G^2 \lambda^4}{16\pi^2 \varepsilon_{ap}^2 B^2 8\lambda t_e} - \frac{t_e \lambda}{2} \quad (4-22)$$

Isolando-se R_2 em (4-21), e substituindo-o juntamente com (4-22) e (4-3) em (4-12), obtém-se a equação

$$\begin{aligned} & \frac{B^4}{8\lambda s_e} - \frac{1}{\lambda} \left(\frac{b}{8s_e} + \frac{2\pi a \varepsilon_{ap} t_e}{G} \right) B^3 + \frac{\lambda}{2} (t_e - s_e) B^2 \\ & + \lambda \left(\frac{s_e b}{2} + \frac{aG}{32\pi \varepsilon_{ap} t_e} \right) B - \frac{G^2 \lambda^3}{128\pi^2 \varepsilon_{ap}^2 t_e} = 0 \end{aligned} \quad (4-23)$$

O valor de ε_{ap} é determinado exclusivamente com o uso de (4-18) e (4-19). A equação (4-23) pode ser resolvida através de técnicas iterativas usando tentativas e erros ou numericamente. Logo, o projeto ótimo aproximado pode ser calculado usando (4-23) com (4-18) e (4-19).

4.1.3. Resultados

Foram feitos três projetos utilizando três técnicas diferentes para cada um, onde todos foram calculados numericamente, a fim de se comparar os resultados obtidos do projeto ótimo. Dessa forma, comparou-se o projeto ótimo com o método de Cozzens [14] e com o projeto convencional com $t = 0,375$ e $s = 0,25$.

Normalmente, no projeto convencional, não se utilizam erros de fase exatos nas equações de diretividade do plano H e E , porém estes foram usados neste trabalho. Portanto, o projeto ótimo e o convencional foram desenvolvidos utilizando erros de fase exatos nas fórmulas de ganho no eixo central.

O método de Cozzens é um projeto empírico baseado em medições, que produz resultados próximos dos reais. As Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam os três projetos respectivamente. Procurou-se nestes três projetos, projetar antenas curtas, longas e intermediárias a fim de analisar as diferentes situações que podem ocorrer na prática.

Tabela 4.1 – Resultados dos projetos de uma antena piramidal com ganho de 18 dB utilizando guia de onda WR137 e frequência de 6 GHz ($\lambda = 5$ cm).

Dimensões	Projetos (R_p intermediário)		
	Projeto Ótimo	Método de Cozzens	Projeto Convencional
R_2 (cm)	18,2	17,47	18,35
R_1 (cm)	19,94	19,04	20,26
B (cm)	14,19	13,75	13,54
A (cm)	18,46	18,57	17,43
R_p (cm)	16,17	15,46	16,21

No método de Cozzens, em comparações com os projetos desenvolvidos neste trabalho, o valor de R_p é sempre menor para antenas curtas, intermediárias e longas, enquanto o projeto convencional resulta sempre em maiores R_p . Dessa forma, o projeto ótimo resulta num valor intermediário de comprimento axial da antena, aproximando-se mais do projeto convencional.

Tabela 4.2 – Resultados dos projetos de uma antena piramidal com ganho de 23 dB utilizando guia de onda WR62 e frequência de 14 GHz ($\lambda = 2,14$ cm).

Dimensões	Projetos (R_p grande)		
	Projeto Ótimo	Método de Cozzens	Projeto Convencional
R_2 (cm)	25,97	26,00	26,06
R_1 (cm)	27,21	27,06	27,37
B (cm)	10,90	10,48	10,57
A (cm)	13,76	14,15	13,27
R_p (cm)	24,08	24,04	24,11

Por outro lado, os valores de R_1 e R_2 no projeto ótimo são sempre menores que no projeto convencional, devido à maximização do ganho em relação às dimensões de abertura. No geral, essas dimensões são valores intermediários entre o método de Cozzens e o projeto convencional.

Tabela 4.3 – Resultados dos projetos de uma antena piramidal com ganho de 14 dB utilizando guia de onda WR430 e frequência de 2 GHz ($\lambda = 15$ cm).

Dimensões	Projetos (R_p pequeno)		
	Projeto Ótimo	Método de Cozzens	Projeto Convencional
R_2 (cm)	19,87	17,13	20,41
R_1 (cm)	22,67	19,64	23,86

B (cm)	26,85	26,03	24,74
A (cm)	36,19	35,15	32,77
R_p (cm)	15,83	13,54	15,91

Em relação à abertura B , o projeto ótimo resulta em dimensões maiores que os outros dois, aproximando-se mais do método de Cozzens. Já para a dimensão A , em geral, o projeto ótimo resulta num valor intermediário dos outros dois projetos, exceto para antenas curtas, onde o seu valor é maior que os outros, conforme a Tabela 4.3. Além disso, seu valor aproxima-se mais do método de Cozzens.

Resumidamente, as dimensões obtidas pelo projeto ótimo, na maioria dos casos e para os projetos desenvolvidos neste trabalho, são valores que se encontram na faixa entre o método de Cozzens e o projeto convencional, cujas dimensões de abertura são mais próximas do método de Cozzens e dimensões de comprimento axial mais próximas do projeto convencional.

Uma das vantagens em se usar o projeto ótimo é a estabilidade do ganho com as dimensões de abertura. Para os valores de R_1 e R_2 projetados, se forem aumentados ou diminuídos os valores de A ou B , o ganho é reduzido, significando que a o ganho da antena piramidal está em seu ótimo ponto, onde a sua derivada se anula.

Adicionalmente, foram realizadas análises das três técnicas obtidas para cada requisito de projeto. As Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 apresentam os resultados da análise, onde foram utilizados (4-3) a (4-9) com erros de fase exatos nas equações de diretividade.

Tabela 4.4 – Análise dos resultados dos projetos da Tabela 4.1.

Parâmetros	Projeto Ótimo	Método de Cozzens	Projeto Convencional
s	0,277	0,271	0,250
s_e	0,267	0,261	0,242
t	0,428	0,453	0,375
t_e	0,401	0,429	0,359
ε_{ap}	0,479	0,471	0,532
G (dB)	18,00	17,81	18,00
$\partial D_E/\partial B$ (m^{-1})	0	5,10	20,73
$\partial D_H/\partial A$ (m^{-1})	0	-4,53	10,55

Tabela 4.5 – Análise dos resultados dos projetos da Tabela 4.2.

Parâmetros	Projeto Ótimo	Método de Cozzens	Projeto Convencional
s	0,267	0,246	0,250
s_e	0,264	0,244	0,247
t	0,406	0,432	0,375
t_e	0,400	0,424	0,370
ε_{ap}	0,486	0,488	0,520
G (dB)	23	22,97	23
$\partial D_E/\partial B$ (m^{-1})	0	41,84	34,61
$\partial D_H/\partial A$ (m^{-1})	0	-14,97	18,85

Tabela 4.6 – Análise dos resultados dos projetos da Tabela 4.3.

Parâmetros	Projeto Ótimo	Método de Cozzens	Projeto Convencional
s	0,302	0,302	0,250
s_e	0,274	0,274	0,230
t	0,481	0,481	0,375
t_e	0,422	0,422	0,339
ε_{ap}	0,463	0,463	0,555
G (dB)	14	14	14
$\partial D_E/\partial B$ (m^{-1})	0	-4,47	11,87
$\partial D_H/\partial A$ (m^{-1})	0	-1,57	6,55

Pelas Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6, os valores de erros de fase exatos são variáveis no projeto convencional, inclusive a eficiência de abertura, porque parâmetros de correção de erros de fase exatos foram utilizados na análise na fórmula de análise do ganho.

Já no projeto ótimo, os erros de fase quadráticos também são variáveis. No método de Cozzens, as eficiências e erros de fase são também variáveis.

Caso fossem usados (4-6) e (4-7) na equação de ganho e na análise do projeto ótimo, os valores de erros de fase e a eficiência de abertura seriam constantes, e aproximados de $t = 0,4$, $t_e = 0,39$, $s = 0,26$, $s_e = 0,26$ e $\varepsilon_{ap} = 0,49$, independentes de a antena ser longa ou curta. Mas, ao se usar erros de fase quadráticos nas fórmulas de diretividade, os resultados são menos exatos, principalmente para antenas curtas. Além

do mais, visto que o ganho calculado por (4-6) e (4-7) são menores do que quando se usa erros de fase exatos, a antena projetada resultaria em dimensões maiores.

Pela Tabela 4.5, percebe-se que, para os requisitos do projeto, no projeto ótimo, os valores de t e t_e são aproximadamente iguais, tendo como valor igual a 0,4. O mesmo ocorre para os valores de s e s_e , que se aproximam de 0,26. A eficiência ε_{ap} é próxima de 0,49. Todavia, no projeto ótimo, seus valores dependem principalmente dos requisitos de ganho. Para antenas longas, ou seja, $R_1 \gg A/2$ e $R_2 \gg B/2$, os erros de fase exatos e quadráticos tendem a se igualar, além da eficiência de abertura tender a 0,49. Essas situações ocorrem quando se projeta uma antena para ganhos elevados.

Pela Tabela 4.6, vê-se que os erros de fase quadráticos e exatos se diferem consideravelmente. Quando os requisitos do projeto são antenas de baixo ganho, o projeto resulta em antenas curtas, cujos ângulos de abertura são grandes, os erros de fase exatos e quadráticos se divergem e a eficiência de abertura é reduzida drasticamente. A Fig. 4.4 exhibe a variação de ε_{ap} com o ganho desejado e a Fig. 4.5 mostra a variação de t_e e t com o ganho desejado para um outro requerimento de projeto de antena.

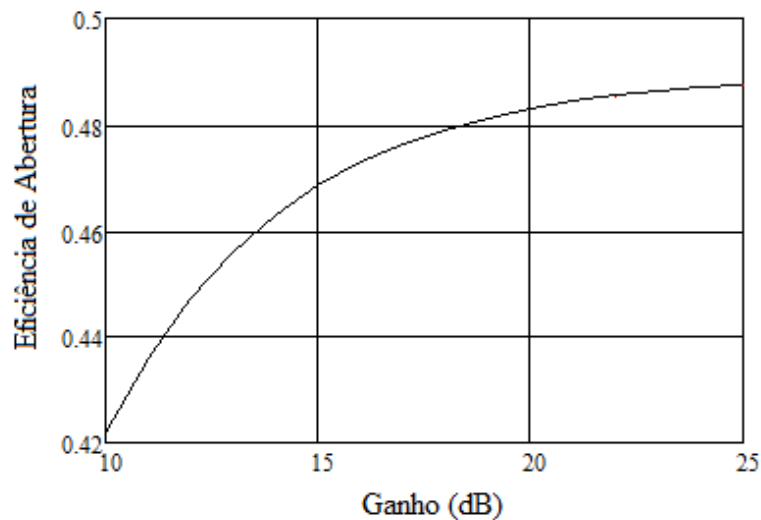


Fig. 4.4 – Variação da eficiência de abertura obtida no projeto ótimo pelo ganho desejado para um guia de onda WR430 e $f = 2,5$ GHz.

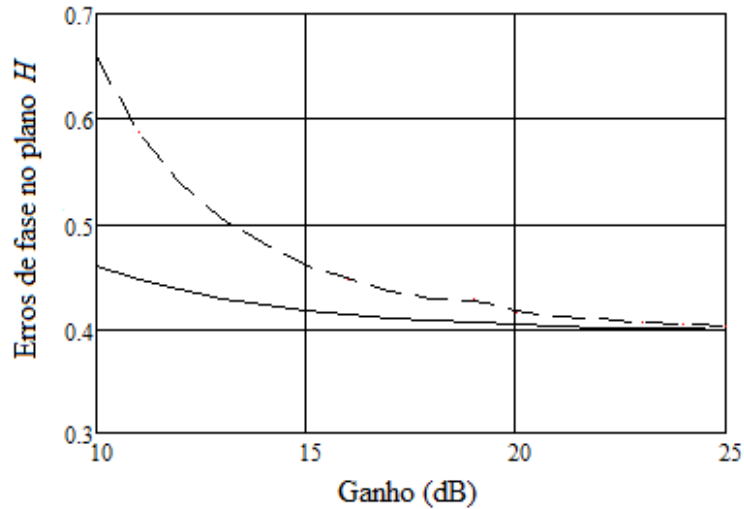


Fig. 4.5 – Variação dos erros de fase no plano H obtidos no projeto ótimo pelo ganho desejado para um guia de onda WR430 e $f = 2,5$ GHz. — Erro de fase exato, --- Erro de fase quadrático.

Em todos os projetos, o método de Cozzens resultou em negativos valores de derivadas do ganho no plano H . Na Tabela 4.6, a derivada do ganho no plano E é também negativa. Isso significa que as dimensões de abertura projetadas passam do ponto ótimo de projeto na curva de diretividade.

Similarmente, pode-se obter o projeto ótimo usando (4-18) a (4-23) ao invés de (4-12) a (4-17). Com essas equações, os mesmos projetos nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 foram desenvolvidos, cujos resultados são mostrados nas Tabelas 4.7, 4.8 e 4.9. A análise destes projetos usa (4-3) a (4-9).

Tabela 4.7 – Resultados do projeto ótimo aproximado de uma antena piramidal com ganho de 18 dB utilizando guia de onda WR137 e frequência de 6 GHz ($\lambda = 5$ cm).

Projeto Ótimo Aproximado			
Dimensões Projetadas		Parâmetros Analisados	
R_2 (cm)	18,2	s_e	0,267
R_1 (cm)	19,94	t_e	0,401
B (cm)	14,2	ε_{ap}	0,479
A (cm)	18,46	G (dB)	18
R_p (cm)	16,17		

Tabela 4.8 – Resultados do projeto ótimo aproximado de uma antena piramidal com ganho de 23 dB utilizando guia de onda WR62 e frequência de 14 GHz ($\lambda = 2,14$ cm).

Projeto Ótimo Aproximado			
Dimensões Projetadas		Parâmetros Analisados	
R_2 (cm)	25,97	s_e	0,264
R_1 (cm)	27,21	t_e	0,400
B (cm)	10,89	ε_{ap}	0,486
A (cm)	13,76	G (dB)	23
R_p (cm)	24,08		

Tabela 4.9 – Resultados do projeto ótimo aproximado de uma antena piramidal com ganho de 14 dB utilizando guia de onda WR430 e frequência de 2 GHz ($\lambda = 15$ cm).

Projeto Ótimo Aproximado			
Dimensões Projetadas		Parâmetros Analisados	
R_2 (cm)	19,87	s_e	0,275
R_1 (cm)	22,68	t_e	0,422
B (cm)	26,88	ε_{ap}	0,463
A (cm)	36,16	G (dB)	14
R_p (cm)	15,83		

Verificando-se os resultados das Tabelas 4.7, 4.8 e 4.9 os resultados são os mesmos calculados numericamente por (4-12) a (4-17), exceto por uma pequena diferença no valor de B . Os valores de t_e e s_e utilizando (4-18) e (4-19) são próximos da análise das tabelas 4.7, 4.8 e 4.9. Logo, para o projeto ótimo, podem-se usar essas novas equações propostas.

Resumidamente, os procedimentos de projeto para antenas cornetas piramidais empregam valores constantes para os erros de fase quadráticos. Este projeto mostrou que estes não são fixos quando se usam as relações (4-13) e (4-14) concomitantemente com erros de fases exatos nos cálculos do projeto, ou alternadamente (4-20) e (4-21). Suas variações dependem do ganho desejado da antena. Para antenas longas, pode-se assumir uma eficiência de abertura próxima de 0,49. Para antenas padrões curtas, a eficiência pode chegar a valores tão baixos quanto 0,42. Mostrou-se também que o projeto ótimo resulta em dimensões intermediárias entre o projeto de Cozzens e o projeto convencional ($t = 0,375$ e $s = 0,25$).

4.2. POLARIZAÇÃO ESFÉRICA COM ANTENAS CORNETAS PIRAMIDAIS

Na seção anterior, desenvolveu-se um novo método de projeto de antenas cornetas piramidais. Esta seção utiliza esse método no projeto de antenas a fim de se demonstrar a polarização tridimensional esférica gerada. Para isso, usou-se o conjunto da Fig. 4.6.

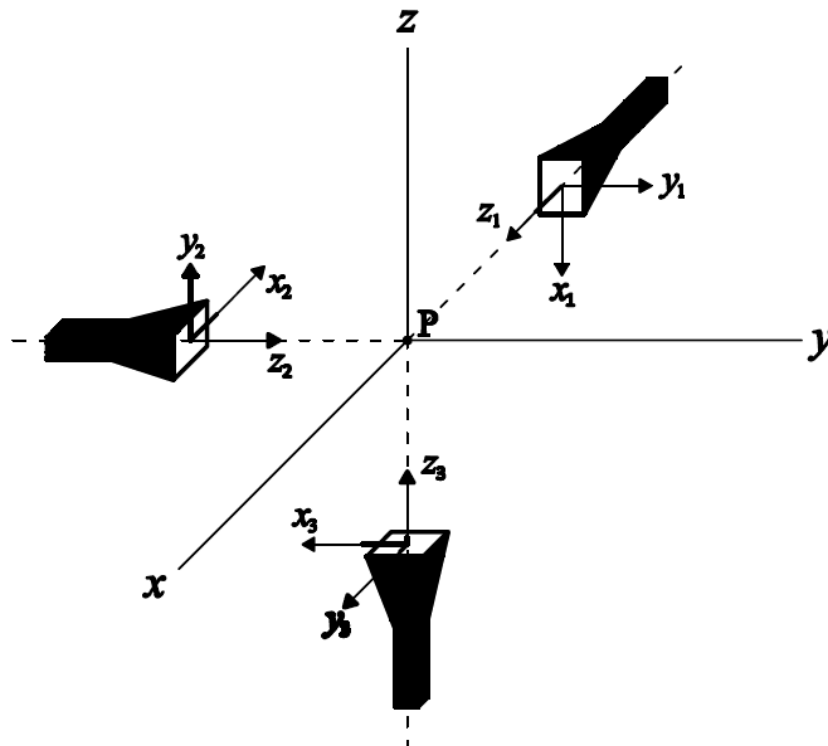


Fig. 4.6 – Conjunto de antenas cornetas piramidais, cujo ponto de observação P está na origem, equidistantes das antenas, e em campos distantes em relação às antenas.

Na Fig. 4.6, as três antenas estão muito distantes uma das outras e em condições ambientais diferentes. Se a relação dos campos elétricos produzidos por cada antena para a geração da esfera variar, seja por variação das condições ambientais de uma antena, haverá uma degradação da esfera. No caso de a variação das condições ocorrerem igualmente para as três antenas, a relação entre os campos elétricos é mantida e a degradação da figura 3D não ocorre.

Assim, é justificável usar o novo método de projeto apresentado para se manter a relação entre os campos elétricos, pois este garante uma menor variação do ganho com as dimensões de abertura, seja por variação de temperatura ou outro fenômeno, mantendo-se próxima a relação desejada entre os campos elétricos gerados por cada antena.

4.2.1. Campos Elétricos da Antena Corneta Piramidal em Campos Distantes

Para se determinar a polarização gerada, devem-se conhecer os campos elétricos radiados pela antena corneta piramidal em campos distantes. Usando as coordenadas da Fig. 4.1, o campo elétrico é dado por [4]

$$\mathbf{E}_\theta = j \frac{kE_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin\phi (1 + \cos\theta) I_1 I_2 \mathbf{a}_\theta \quad (4-24)$$

$$\mathbf{E}_\phi = j \frac{kE_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \cos\phi (1 + \cos\theta) I_1 I_2 \mathbf{a}_\phi \quad (4-25)$$

onde E_0 é o módulo da vetor intensidade de campo elétrico na abertura da antena, assumindo uma onda TE_{01} na direção \mathbf{a}_y . Assim, o campo elétrico na abertura é dado por

$$\mathbf{E}_{ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{A} x\right) \mathbf{a}_y \quad (4-26)$$

onde $-A/2 \leq x \leq A/2$. As funções I_1 e I_2 são dadas por

$$I_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi R_1}{k}} (e^{j(k_x^2 R_1/2k)} \{ [C(t_2') - C(t_1')] - j[S(t_2') - S(t_1')] \} + e^{j(k_x^2 R_1/2k)} \{ [C(t_2'') - C(t_1'')] - j[S(t_2'') - S(t_1'')] \}) \quad (4-27)$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{\pi R_2}{k}} e^{j(k_y^2 R_2/2k)} \{ [C(t_2) - C(t_1)] - j[S(t_2) - S(t_1)] \} \quad (4-28)$$

onde $C(x)$ e $S(x)$ são funções cosseno e seno de Fresnel respectivamente. As funções t_1' , t_2' , k_x' , t_1'' , t_2'' , k_x'' são respectivamente

$$t_1' = \sqrt{\frac{1}{\pi k R_1}} \left(-\frac{kA}{2} - k_x' R_1 \right) \quad (4-29)$$

$$t_2' = \sqrt{\frac{1}{\pi k R_1}} \left(+\frac{kA}{2} - k_x' R_1 \right) \quad (4-30)$$

$$k_x' = k \sin \theta \cos \phi + \frac{\pi}{A} \quad (4-31)$$

$$t_1'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k R_1}} \left(-\frac{kA}{2} - k_x'' R_1 \right) \quad (4-32)$$

$$t_2'' = \sqrt{\frac{1}{\pi k R_1}} \left(+\frac{kA}{2} - k_x'' R_1 \right) \quad (4-33)$$

$$k_x'' = k \sin \theta \cos \phi - \frac{\pi}{A} \quad (4-34)$$

As funções t_1 , t_2 , k_y são respectivamente

$$t_1 = \sqrt{\frac{1}{\pi k R_2}} \left(-\frac{kB}{2} - k_y R_2 \right) \quad (4-35)$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi k R_2}} \left(\frac{kB}{2} - k_y R_2 \right) \quad (4-36)$$

$$k_y = k \sin \theta \sin \phi \quad (4-37)$$

Equações (4-24) e (4-25) são aproximações do valor exato do campo elétrico. Entretanto, como essas equações serão usadas para as três antenas, a relação entre os campos elétricos para a geração da esfera é mantida, e a figura formada pela polarização 3D será idêntica no caso de serem usadas equações exatas, exceto por uma pequena diferença no valor do raio da esfera, que representa a amplitude do campo elétrico. O mais relevante neste trabalho é demonstrar a polarização esférica gerada mediante o novo método de projeto de antenas a fim de se garantir uma maior estabilidade no

ganho, e conseqüentemente, do campo elétrico e da figura formada no ponto de observação.

Ademais, pela Fig. 4.6, no ponto de observação P tem-se que $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$ para as três antenas nos seus respectivos sistemas de coordenadas. O campo elétrico no eixo central ou principal ($\theta = 0^\circ$) independe do valor de ϕ e está sempre direcionado na direção \mathbf{a}_y , conforme (4-24) e (4-25). A independência de ϕ no eixo central também pode ser visualizada conforme demonstrado a seguir:

$$\mathbf{E}_\theta = C \text{sen}\phi \mathbf{a}_\theta \quad (4-38)$$

$$\mathbf{E}_\phi = C \text{cos}\phi \mathbf{a}_\phi \quad (4-39)$$

onde

$$C = j \frac{kE_0 e^{-jkr}}{4\pi r} (2)I_1(\theta = 0^\circ) I_2(\theta = 0^\circ) \quad (4-40)$$

Assim, o campo elétrico no eixo x vale

$$\mathbf{E}_x = E_x \mathbf{a}_x \quad (4-41)$$

onde

$$E_x = \mathbf{E}_\theta \cdot \mathbf{a}_x + \mathbf{E}_\phi \cdot \mathbf{a}_x = C \text{sen}\phi \text{cos}\phi + C \text{cos}\phi (-\text{sen}\phi) = 0 \quad (4-42)$$

Similarmente, o campo elétrico no eixo y vale

$$\mathbf{E}_y = E_y \mathbf{a}_y \quad (4-43)$$

onde

$$E_y = \mathbf{E}_\theta \cdot \mathbf{a}_y + \mathbf{E}_\phi \cdot \mathbf{a}_y = C(\text{sen}\phi)^2 + C(\text{cos}\phi)^2 = C \quad (4-44)$$

Dessa forma, o campo resultante fica como $\mathbf{E} = \mathbf{E}_y = C\mathbf{a}_y$. Assim, no ponto de observação P da Fig. 4.6, cada antena gera um campo elétrico que está na mesma

direção que o campo elétrico da onda TE₀₁ na abertura. Assim, no ponto de observação P e no sistema de coordenadas principal da Fig. 4.6, as antenas 1, 2 e 3 geram componentes de campo elétrico nas direções \mathbf{a}_y , \mathbf{a}_z e \mathbf{a}_x respectivamente.

No capítulo 3 a esfera foi gerada por variação de amplitude da corrente elétrica de alimentação de acordo com (3-18) a (3-20). Aqui, a alimentação é a intensidade de campo elétrico na abertura da antena e a variação deve ocorrer no valor da amplitude do campo elétrico da abertura em (4-24) e (4-25). Além do mais, deve-se manter um defasamento fixo entre o campo elétrico na abertura das três antenas. Portanto, o campo na abertura das três antenas pode ser representado como

$$\mathbf{E}_{1ay} = E_0 \text{sen}(\zeta) e^{-j\pi/2} \cos\left(\frac{\pi}{A} x_1\right) \mathbf{a}_{y1} \quad (4-45)$$

$$\mathbf{E}_{2ay} = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{A} x_2\right) \mathbf{a}_{y2} \quad (4-46)$$

$$\mathbf{E}_{3ay} = E_0 \cos(\zeta) e^{-j\pi/2} \cos\left(\frac{\pi}{A} x_3\right) \mathbf{a}_{y3} \quad (4-47)$$

onde \mathbf{E}_{1ay} , \mathbf{E}_{2ay} e \mathbf{E}_{3ay} representam respectivamente o vetor campo elétrico na abertura das antenas 1, 2 e 3 em suas respectivas coordenadas.

Conseqüentemente, nas coordenadas do sistema principal o campo elétrico resultante no ponto P vale

$$\mathbf{E}_P = C \cos(\zeta) e^{-j\pi/2} \mathbf{a}_x + C \text{sen}(\zeta) e^{-j\pi/2} \mathbf{a}_y + C \mathbf{a}_z \quad (4-48)$$

No domínio do tempo, tem-se que

$$\mathfrak{E}_P(t) = C_0 \left[\cos(\zeta) \text{sen}(\omega t + \varphi_c) \mathbf{a}_x + \text{sen}(\zeta) \text{sen}(\omega t + \varphi_c) \mathbf{a}_y + \cos(\omega t + \varphi_c) \mathbf{a}_z \right] \quad (4-49)$$

onde C_0 e φ_c são respectivamente o módulo e fase de (4-40). Observa-se que (4-49) é similar a (3-16).

Para a demonstração da geração da esfera, usaram-se para as três antenas as dimensões já projetadas para um ganho de 18 dB, frequência de 6 GHz ($\lambda = 5$ cm) e guia de onda WR137, conforme Tabela 4.1 ($R_1 = 19,94$ cm, $R_2 = 18,2$ cm, $A = 18,46$ cm, $B = 14,19$ cm). Além disso, admitiu-se que as antenas estão equidistantes de $10^3 \lambda$ da origem (ponto P), ou seja, campos distantes, e que a amplitude máxima do campo elétrico na abertura E_0 vale 1 V/m. Variando-se continuamente o valor de ζ , forma-se a polarização da Fig. 4.7.

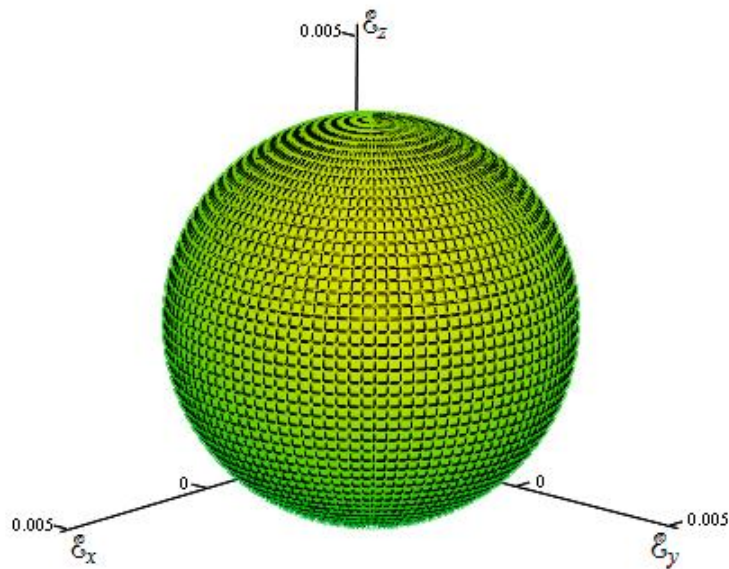


Fig. 4.7 – Polarização esférica no ponto P para variações contínuas de ζ .

Com isso, demonstra-se a polarização esférica tridimensional gerada por antenas cornetas piramidais. Não obstante o uso de cornetas, a geração de polarização tridimensional pode ser feita com qualquer tipo de antena, pois para uma fonte harmônica no tempo, o campo elétrico gerado é também harmônico no tempo em regime permanente. Portanto, podem-se considerar os campos gerados como quantidades complexas ou senoidais no tempo [25].

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Polarizações tridimensionais podem ser geradas por um conjunto de antenas, sendo necessárias no mínimo três componentes de campo elétrico no ponto de observação. Essas três componentes devem formar uma base no espaço.

As polarizações 3D são resultados de mudanças no plano onde estão contidas as polarizações bidimensionais ou unidimensionais. Variando-se a fase e/ou a amplitude de alimentação da antena, controla-se o campo resultante, e conseqüentemente, o plano de polarização 2D. Portanto, alterações contínuas ou discretas na alimentação das antenas geram uma polarização 3D.

A polarização 3D aproxima-se mais de uma 2D à medida que o ponto de observação afasta-se do interior do volume formado pelo conjunto de antenas, ou seja, ela sofre uma degradação.

Não apenas antenas ideais podem gerar polarizações 3D, mas quaisquer antenas reais. Assim, mostrou-se a geração de polarização esférica por antenas cornetas piramidais mediante um novo método de projeto ótimo a fim de garantir uma maior estabilidade do ganho em relação às variações das dimensões da abertura, seja por variações de temperatura ou outras alterações.

Polarizações ortogonais são usuais em sistemas de comunicação seja para aumentar a capacidade de *link* seja para diversidade. Mostrou-se que há inúmeras maneiras de se gerar polarizações ortogonais em três dimensões e que existe a possibilidade de conjuntos de antenas, que geram polarizações tridimensionais, controlarem essas polarizações ortogonais.

Como sugestão para trabalhos futuros cita-se a investigação de como polarizações tridimensionais poderiam aumentar o número simultâneo de elementos ou vetores de campo ortogonais num espaço 3D, ou seja, quatro ou mais vetores ortogonais num intervalo de tempo. Uma possibilidade para isso poderia ocorrer mediante alterações da fase e da amplitude do campo elétrico do conjunto de antenas para que se

mantivesse a ortogonalidade dos elementos com adição de novos campos, sendo que essa ortogonalidade seria analisada num intervalo de tempo fixo ao invés da análise no domínio fasorial. Assim, a correlação entre os vetores seria temporal.

Ademais, poderia se alcançar uma análise melhorada dos resultados através do auxílio de softwares para o cálculo de campos elétricos gerados por antenas, em que se levariam em conta os efeitos eletromagnéticos tais como acoplamento mútuo, difrações e reflexões no interior da antena. Além disso, poder-se-ia investigar a degradação da polarização 3D em virtude de polarizações cruzadas.

Por fim, neste trabalho todas as análises foram realizadas em regime permanente senoidal. Portanto, outra recomendação seria a análise completa da polarização tridimensional considerando a resposta transitória do campo elétrico.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] W. L. Stutzman, “*Polarization in Electromagnetic Systems*”, Artech House, 1992.
- [2] M. A. B. Terada, “*Novel Beam Scanning Technique for Circularly Polarized Reflector Antennas*”, In: *Proceedings of the IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, Columbus – Ohio, pp. 770-773, June 22-27, 2003.
- [3] W. L. Stutzman, G. A. Thiele, “*Antenna Theory and Design*”, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 1998.
- [4] C. A. Balanis, “*Antenna Theory: Analysis and Design*”, 3rd Edition, Wiley-Interscience, 2005.
- [5] S. Ramo, J. R. Whinnery, T. V. Duzer, “*Fields and Waves in Communication Electronics*”, 3rd Edition, John Wiley & Sons, 1994.
- [6] Mathcad – StatSoft. Disponível em www.mathcad.com.br. Acesso em: dez. 2010.
- [7] M. A. B. Terada, “*Distributed Three-Dimensional Array Configuration For Volumetric-Controlled Field Coverage: A New Concept for High-Efficiency, Distance-Selective Wireless Local Area Network*” In: *URSI-B Symposium on Electromagnetic Theory*. Italy, 975-977.
- [8] M. A. B. Terada, “*Distance-Selective Wireless Network with Enhanced Isolation Characteristics: A New Concept Based on Three-Dimensional Wave Synthesis for Volumetric-Controlled Field Coverage*” In: *Proceedings of the 2004 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*. Monterey – California, Vol. 2, 1736-1739.
- [9] M. L. Boas, “*Mathematical Methods in the Physical Sciences*” 3rd Edition, John Wiley & Sons, 2006.
- [10] R. F. Harrington, “*Fields Computation by Moment Methods*”, Robert E. Krieger Publishing, 1982.
- [11] A. Lipson, S. G. Lipson, H. Lipson, “*Optical Physics*”, 4th Edition, Cambridge University Press, 2010.
- [12] B. P. Lathi, “*Linear Systems and Signals*”, 2nd Edition, Oxford University Press, 2004.
- [13] L. P. S. Pereira, M. A. B. Terada, “*New Method for Optimum Design of Pyramidal Horn Antennas*” In: MOMAG 2010: 14^o SBMO Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e 9^o CBMag Congresso Brasileiro de

- Eletromagnetismo, 2010, Vila Velha. Anais do MOMAG 2010, 2010, v.1. p. 1-6.
- [14] D. E. Cozzens, “*Tables Ease Horn Design*” In: *Microwaves.*, p. 37-39, March 1966.
- [15] K. Liu, C. A. Balanis, C. R. Birtcher and G. C. Barber, “*Analysis of Pyramidal Horn Antennas Using Moment Method*”, in *IEEE Trans Antennas Propagat.*, vol. AP-41, pp. 1379-1389, October 1993.
- [16] E. V. Jull, “*Errors in the Predicted Gain of Pyramidal Horns*” in *IEEE Trans Antennas Propagat.*, vol. AP-21, pp. 25-31, January 1973.
- [17] S. A. Schelkunoff, “*Electromagnetic Waves*”. New York: Van Nostrand Rheinhold, 1943, pp. 360-364.
- [18] K. T. Selvan, “*An Approximate Generalization of Schelkunoff’s Horn-Gain Formulas*”, in *IEEE Trans Antennas Propagat.*, vol. 47, pp. 1001-1004, June 1999.
- [19] E. V. Jull, and L. E. Allan, “*Gain of a E-Plane Sectoral Horn – A Failure of the Kirchhoff Theory and a New Proposal*” in *IEEE Trans Antennas Propagat.*, vol. AP-22, pp. 221-226, March 1974.
- [20] M. J. Maybell, and P. S. Simon, “*Pyramidal Horn Gain Calculation with Improved Accuracy*”, in *IEEE Trans Antennas Propagat.*, vol. AP-41, pp. 884-889, July 1993.
- [21] W. T. Slayton, “*Design and Calibration of Microwave Antenna Gain Standards*” U.S. Naval Res. Lab., Washington, D.C., Rep. 4433, November 1954.
- [22] K. T. Selvan, R. Sivaramakrishnan, K. R. Kini, and D. R. Poddar, “*Experimental Verification of the Generalized Schelkunoff’s Horn-Gain Formulas for Sectoral Horns*”, in *IEEE Trans Antennas Propagat.*, vol. 50, pp. 875-877, June 2002.
- [23] T. A. Milligan, *Modern Antenna Design*, 2nd Edition, John Wiley and Sons, 2005, pp. 343.
- [24] J. F. Aurand, in “*A New Design Procedure for Optimum Gain Pyramidal Horns*”, in *Antennas and Propagation Society International Symposium*, AP-S Digest, 1988.
- [25] R. F. Harrington, “*Time-Harmonic Electromagnetic Fields*”, IEEE Press, John Wiley & Sons, 2001.