

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**DETECÇÃO DE TRINCAS EM EIXOS ROTATIVOS ATRAVÉS DE
MEDIÇÃO DE VIBRAÇÕES**

BRUNO FAGUNDES FERREIRA

ORIENTADOR: ALBERTO C.G.C DINIZ

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

BRASÍLIA/DF, SETEMBRO -2010

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**DETECÇÃO DE TRINCAS EM EIXOS ROTATIVOS ATRAVÉS DE
MEDIÇÃO DE VIBRAÇÕES**

BRUNO FAGUNDES FERREIRA

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS MECÂNICAS**

APROVADA POR:

**Alberto C.G.C. Diniz , Dr.(EnM-UNB)
(Orientador)**

**Mário Olavo Magno de Carvalho, Dr.(EnM-UNB)
(Examinador Interno)**

**Marcus Vinícius Girão de Moraes, Dr.(FGA-UNB)
(Examinador Externo)**

Brasília/DF, 17 de Setembro de 2010

Folha catalográfica

Ferreira, Bruno Fagundes

Detecção de trincas em eixos rotativos através de medição de vibrações
xv, 101 p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Engenharia Mecânica, 2010).

Dissertação de Mestrado- Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Dinâmica de Rotores

2. Trinca

3. Medição de vibrações

4. Eixos rotativos

I. ENM/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Ferreira, B.F. (2010). Detecção de trincas em eixos rotativos através de medição de vibrações. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM-155A/2010. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 101p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR : Bruno Fagundes Ferreira

TÍTULO : Detecção de trincas em eixos rotativos através de medição de vibrações

GRAU: Mestre

ANO: 2010

É concedida a Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização do autor.

Dedicatória

Aos meus pais.

Agradecimentos

Agradeço primeiro a Deus, por ter me ajudado em todos os aspectos da minha vida.

Um agradecimento especial ao professor Alberto Diniz, orientador e amigo, pela sua disposição e atitude como docente e orientador, pela paciência, persistência e pela dedicação a esse trabalho.

A todos os outros professores do departamento de Engenharia Mecânica, ao professor Tito pela indicação e orientação nas matérias, aos professores Mario Olavo e Marcus, pelas críticas e sugestões que me ajudaram a crescer.

À Universidade de Brasília.

Aos colegas de mestrado, pela ajuda nas matérias e “caronas” nesses anos de viagens Goiânia – Brasília nas madrugadas: Nuno, Ronay, Alex, Glécia, Jair, Ricardo, Mário, Douglas, Robson, Thiago, Licurgo...

À empresa onde trabalho hoje, a Scitech, por ter entendido a importância para mim desse mestrado e me liberado sempre que necessário.

À minha família – Mãe Rosa, Pai João, irmã Karla, minha mulher Márcia e minha filha Sara – pela colaboração, compreensão e até sacrifício para entender o que a realização deste trabalho representa para meu desenvolvimento profissional e pessoal.

RESUMO

DETECÇÃO DE TRINCAS EM EIXOS ROTATIVOS ATRAVÉS DE MEDIÇÃO DE VIBRAÇÕES

Autor: Bruno Fagundes Ferreira

Orientador: Alberto C.G. Diniz

Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas

Brasília, 17 de Setembro de 2010

Predizer o momento de uma falha em um componente mecânico é o grande desafio nas áreas de projeto, manutenção e segurança, e uma melhor compreensão da influência da presença de uma trinca no comportamento dinâmico de um eixo em máquinas rotativas é fundamental para o desenvolvimento de procedimentos de identificação de trincas em eixos rotativos para fins de manutenção preditiva. Neste contexto, é fundamental o estudo de metodologias de identificação de trincas em máquinas rotativas usando metodologias que empreguem técnicas de medição de vibração.

Para melhor compreender o comportamento dinâmico de um eixo rotativo trincado, foram experimentados vários eixos cilíndricos com entalhe transversal de pequenas dimensões simulando a presença de uma trinca transversal. Foram ensaiados eixos com diferentes profundidades de trinca de modo a simular o crescimento da trinca ao longo da vida do rotor. Também foram realizados ensaios para diferentes condições de balanceamento e rotação. Em todos esses ensaios foram obtidos os espectros de vibração, que são usuais em procedimentos de manutenção preditiva e metodologias de identificação de trincas baseadas em sinais. Esses espectros foram analisados de modo a identificar as modificações causadas nos mesmos pela presença do entalhe.

As frequências naturais e diagramas de Campbell do conjunto rotor foram obtidos analiticamente para complementarem os estudos experimentais. Apresenta-se também uma revisão bibliográfica sobre as técnicas de identificação de trincas em eixos rotativos e um levantamento do estado da arte das pesquisas nessa área.

Os resultados obtidos mostraram que as componentes do espectro de vibração correspondentes a uma vez e a duas vezes a rotação do eixo devem ser monitoradas conjuntamente em uma metodologia de identificação de trincas. Observou-se também a influência do desbalanceamento nos espectros medidos e na metodologia de identificação de trincas.

Palavras chaves: dinâmica de rotores, espectro de vibração, eixos trincados, identificação de trincas, métodos experimentais.

ABSTRACT

CRACK DETECTION IN ROTATING SHAFT BY VIBRATION MEASUREMENTS

Author: Bruno Fagundes Ferreira

Supervisor: Alberto C.G.C. Diniz

Programme of Graduate Studies in Mechanical Sciences

Brasília, July 2010

Predicting the moment of a failure in a mechanical component is the great challenge in the design, maintenance and security areas of the mechanical engineering. Understanding the influence of crack presence in the dynamic behavior of rotating machines is basic for the development of procedures of crack identification in rotors for predictive maintenance. In this context, it is basic the study of crack identifications methodologies for rotating machines using vibration measurement.

In order to to understanding better of the dynamic behavior of a cracked rotating shaft with a transversal crack, a cylindrical shaft with a small notch, to simulating a crack, was tested. Shafts with different depths of notch had been assayed in order to simulate the crack growth throughout the operation life of the rotor. Also assays for different conditions of balancing and rotation had been carried through. In all these assays it was obtained the spectrum of vibrations, which are usual in the predictive maintenance and in crack identification methodologies based on signals measurements. The spectra obtained was analyzed in order to identify the modifications caused by the presence of the notch.

The natural frequencies and diagrams of Campbell of the rotor had been calculated analytically to complement the experimental studies. A bibliographical revision and a survey of the state of the art in crack identification in rotating shafts is also presented.

The obtained results show that both spectrum components corresponding to the one time and the two times the shaft rotation must be monitored in a crack identification methodology. The influence of the unbalancing in the measured spectra and in the crack identification methodology was also analyzed.

Keywords: Rotordynamics, cracked shafts, spectrum of vibration, experimental crack identification methods.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO.....	1
O TEMA EM ESTUDO E SUA RELEVÂNCIA	1
OBJETIVOS.....	3
METODOLOGIA	4
ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	4
1 – O PROBLEMA DA TRINCA	5
1.1 – MECANISMO DE APARECIMENTO	6
1.2 – CLASSIFICAÇÃO DAS TRINCAS.....	7
1.2.1 – Classificação de acordo com a geometria (posição)	8
1.2.2 – Classificação de acordo com seu comportamento	8
1.2.3 – Classificação de acordo com a profundidade	9
2 – MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE TRINCAS	10
2.1 – TIPOS DE ABORDAGENS	10
2.1.1 – Abordagem teórica: Analítica e Numérica.....	10
2.1.2 – Abordagem experimental	14
2.2 – TIPOS DE MÉTODOS	16
2.2.1 – Métodos baseados em vibrações	16
2.2.1.1 – Métodos baseados em sinais de vibração local	16
2.2.1.2 – Métodos baseados em modelos	18
2.3 – TESTE MODAL	20
2.4– MÉTODOS NÃO TRADICIONAIS	22
3 – DINÂMICA DE ROTORES E VIBRAÇÃO DE EIXOS TRINCADOS	24
3.1 – FUNDAMENTOS DA DINÂMICA DE ROTORES	24
3.1.1 – O rotor de de Laval.....	24
3.1.2 – Desbalanceamento e velocidades críticas.....	26
3.1.3 – O método de Rayleigh-Ritz na dinâmica de rotores: Modelo de nono-rotor isotrópico ..	27
3.1.3.1 – Equação dos elementos do rotor	28
3.1.3.2 – O disco	28
3.1.3.3 – A árvore	29
3.1.3.4 – Os mancais	31
3.1.3.5 – O desbalanceamento	31

3.1.3.6 – Energia cinética	32
3.2 – CÁLCULO DA FREQUENCIA NATURAL: ROTOR ESTUDADO	35
3.2.1 – Resposta ao desbalanceamento	39
3.2.2 – Resposta de um rotor isotrópico às forças de excitação	40
3.3 – AVALIAÇÃO DA VARIAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA	41
3.3.1 – Cálculo do momento de inércia da seção trincada	41
3.3.2 – Expressão da variação do momento de inércia em função da posição do eixo ..	43
4– PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	45
4.1 – EQUIPAMENTOS UTILIZADOS	46
4.1.1 – Analisador de Sinais Dinâmicos HP modelo 35665A	47
4.1.2 – Amplificador de carga B&K tipo 2635.....	48
4.1.3 – Acelerômetros piezoelétricos B&K tipo 4336	48
4.1.4 – Variador de frequência	48
4.1.5 – Bancada.....	49
4.2 – PROCEDIMENTO DE TESTES	50
4.2.1 – Eixo sem trinca.....	51
5– RESULTADOS EXPERIMENTAIS	53
5.1 – EIXOS SEM ROTOR.....	53
5.2 – EIXOS COM ROTOR.....	58
5.3 – EIXOS COM ROTOR DESBALANCEADO	62
5.3.1 – Rotor desbalanceado a 0°	63
5.3.2 – Rotor desbalanceado a 180°	65
5.3.3 – Rotor desbalanceado a 90°	69
5.3.4 – Influência na posição do desbalanceamento	71
5.4 – PROPOSTA DE METODOLOGIA DE MONITORAMENTO	75
6–CONCLUSÕES	78
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	81
ANEXO I.....	94
ANEXO II	98
ANEXO III	101

LISTA DE TABELAS

Tabela	Página
Tabela 3.1 – Características do disco	35
Tabela 3.2 – Características da árvore	36
Tabela 3.3 – Características do desbalanceamento de massa	36
Tabela 5.1 – Estratégia de observação do espectro de frequência para identificação de trincas.	77

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
Figura 3.1 – Dinâmica de um rotor em um eixo flexível	25
Figura 3.2 – Precessão do rotor	27
Figura 3.3 – Relação entre os sistemas de referencia R_0 e R	29
Figura 3.4 – Seção transversal da árvore e sistemas de referência	30
Figura 3.5 – Amortecimento e rigidez de um mancal	31
Figura 3.6 – Desbalanceamento presente no disco	32
Figura 3.7 – Diagrama de Campbell	38
Figura 3.8– Órbitas de precessão	39
Figura 3.9 – Diagrama de Campbell – Rotor desbalanceado	41
Figura 3.10 – Cálculo do Momento de Inércia da secção com entalhe	42
Figura 3.11 – Variação dos momentos de inércia de área em função da posição do eixo	44
Figura 4.1 – Eixo com a posição do entalhe simulando uma trinca	46
Figura 4.2 – Esquema de ligação dos acelerômetros	47
Figura 4.3 – Variador de frequência	49
Figura 4.4 – Bancada didática	50
Figura 4.5 – Montagem do eixo com volante e instrumentos de medição	50
Figura 4.6 – Esquema de posição dos mancais	52
Figura 5.1 – Espectro de frequências para diferentes profundidades de entalhe	53
Figura 5.2– Detalhes dos espectros de frequência em “1x”, para $\Omega=50$ Hz, sem volante	54
Figura 5.3 – Detalhes dos espectros de frequência em “2x”, para $\Omega=50$ Hz, sem volante	54
Figura 5.4 – Espectro de frequências para diferentes profundidades de entalhe, $\Omega=90$ Hz, sem volante	55
Figura 5.5 – Detalhes dos espectros de frequência em “2x”, para $\Omega=90$ Hz, sem volante	56
Figura 5.6– Detalhes dos espectros de frequência em “1x e 3x”, para $\Omega=50$ Hz, sem volante	56
Figura 5.7 – Estimativa de incertezas (média)	57
Figura 5.8 – Posição mancais, eixo e rotor	58
Figura 5.9 – Posição mancais, eixo e rotor	59
Figura 5.10 – Espectro de frequências para diferentes profundidades de entalhe, para $\Omega=90$ Hz, com volante	59
Figura 5.11– Detalhes dos espectros de frequência em “1x e 2x”, para $\Omega=90$ Hz, com volante	56

Figura 5.12 – Descritivo das amplitudes de vibração e das incertezas em função da profundidade da trinca para frequência “2x”, eixo com volante	60
Figura 5.13 – Espectro de frequência para mesmo eixos e rotações em diferentes experimentos	61
Figura 5.14 – Montagem do eixo com disco desbalanceado a “0°”	62
Figura 5.15 – Espectro de frequência para diferentes profundidades de entalhe, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 0°	63
Figura 5.16 – Espectro de frequência “1x”, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 0° ...	64
Figura 5.17 – Espectro de frequência “2x”, para $\Omega=90$ Hz, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 0°	64
Figura 5.18 – Espectro de frequência “2x”, para $\Omega= 50$ e 70 Hz, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 0°	65
Figura 5.19 – Espectro de frequência para diferentes profundidades de entalhe, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 180°	66
Figura 5.20– Espectro de frequência “2x”, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 180°	66
Figura 5.21 – Descritivo das amplitudes de vibração e das incertezas em função da profundidade da trinca para frequência “2x”, eixo com rotor desbalanceado a 180°	67
Figura 5.22 – Espectro de frequência “2x”, para $\Omega= 50$ e 70 Hz, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 180°	68
Figura 5.23 – Espectro de frequência para diferentes profundidades de entalhe, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 90°	69
Figura 5.24 – Espectro de frequência “2x”, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 90°	70
Figura 5.25 – Espectro de frequência “2x”, para $w= 50$ e 70 Hz, para $\Omega=90$ Hz, com rotor desbalanceado a 90°	70
Figura 5.26 – Descritivo das amplitudes de vibração e das incertezas em função da profundidade da trinca para frequência “2x”, eixo com rotor desbalanceado a 90°	71
Figura 5.27 – Espectro de frequência para eixo 6 mm e diversos tipos de desbalanceamento...	72
Figura 5.28 – Espectro de frequência “1x”, para rotor em diversas posições de desbalanceamento	72
Figura 5.29– Espectro de frequência “2x”, para rotor em diversas posições de desbalanceamento	73
Figura 5.30 – Abertura e fechamento do rasgo com o desbalanceamento	74
Figura 5.31 – Comparação de amplitudes para diferentes posições de desbalanceamento	74
Figura 5.32 – Espectro de frequência “3x”, para rotor em diversas posições de desbalanceamento	75

LISTA DE SÍMBOLOS

Capítulo 1

in: Polegadas

Capítulo 2

1x: uma vez a velocidade de rotação

2x: duas vezes a velocidade de rotação

3x: três vezes a velocidade de rotação

Capítulo 3

T: energia cinética

U: energia de deformação

F: força generalizada

q_i : deslocamento generalizado

N: número de graus de liberdade

R_0 (X Y Z): sistema de coordenadas fixo

$R(x y z)$: sistema de coordenadas que gira com o disco

ψ, θ, ϕ : ângulos que relacionam o sistema de coordenadas fixo com o girante

O: centro de massa do disco

$\frac{\omega_R}{R_0} \rightarrow$: vetor rotação instantânea do disco

u, w : coordenadas do centro de massa O do disco, em X e Z no sistema de coordenadas fixo

R_0

Ω : velocidade angular do eixo

I_{dx}, I_{dz} : momentos de inércia transversais de massa do disco

L: comprimento da árvore

S: área da seção transversal da árvore

I: momento de inércia de área da seção transversal da árvore

ϵ : campo de deformação da árvore

σ : campo de tensão da árvore

u^*, w^* : deslocamentos do centro geométrico no sistema de coordenadas móvel com respeito

a x e z

$B(x,z)$: ponto de seção transversal da árvore
 U_a : energia de deformação da árvore
 T_a : energia cinética da árvore
 I_x, I_z : Momentos de inércia diametrais da seção da árvore com respeito a x e a z
 $k_{xx}, k_{xz}, k_{zz}, k_{zx}$: constantes de rigidez do mancal
 $c_{xx}, c_{xz}, c_{zz}, c_{zx}$: constantes de amortecimento do mancal
 F_u, F_w : componentes de força generalizada exercida pelos mancais
 M_b : massa desbalanceada do disco
 d : distância da massa desbalanceada do centro geométrico do eixo
 \vec{OD} : coordenadas da massa desbalanceada no sistema de coordenadas R_0
 V : velocidade da massa desbalanceada no sistema de coordenadas R_0
 T_b : energia cinética da massa desbalanceada
 $f(y)$: função de deslocamento relacionando coordenadas generalizadas a coordenadas físicas
 ψ, θ : rotações generalizadas
 T : energia cinética total do sistema
 A, B, C : parâmetros de cálculo da energia cinética do sistema
 U : energia de deformação do sistema
 δW : trabalho virtual total
 M_{eq} : massa equivalente do sistema
 C_{eq} : amortecimento equivalente do sistema
 ω_{1est} : frequência natural do sistema estacionário
 ω_1, ω_2 : frequências naturais de precessão inversa e direta
 r_1, r_2 : raízes da equação característica do sistema
 F_1, F_2 : frequências de precessão direta e inversa em Hz
 Ω_c : velocidade crítica do sistema em rads
 F_0 : força assíncrona aplicada ao disco
 K_1, K_2 : forças de rigidez dos mancais nas direções de q_1 e q_2
 R_i : raiz do polinômio característico do rotor com assimetria de rigidez e amortecimento
 a_i : parte real da raiz do polinômio característico
 b_i : parte imaginária da raiz do polinômio característico
 α_i : fator de amortecimento
 β_i : fator amplificador de amortecimento

Capítulo 4

N: Newton

m: metro

E: módulo de elasticidade

ρ : densidade

I: momento de inércia

mm: milímetros

a: espessura

p: profundidade

Hz: hertz

Ω : impedância

\emptyset : diâmetro

C: Coulomb

f: frequência

L: distância

m: massa

M: matriz de massa

Capítulo 5

Hz: Hertz

m/s^2 : metros por segundo ao quadrado

mm: milímetros

INTRODUÇÃO

O TEMA EM ESTUDO E SUA RELEVÂNCIA

Predizer o momento de uma falha em um componente mecânico é o grande desafio nas áreas de projeto, manutenção e segurança. Nos últimos anos vários trabalhos foram realizados para desenvolver um método de inspeção baseado em vibração da estrutura, que permita identificar e monitorar trincas a partir de mudanças na frequência natural, modos de vibração e também na amplitude das respostas forçadas. Métodos que permitam monitorar uma estrutura em serviço têm grande interesse por questões comerciais (como por exemplo no monitoramento de aviões, usinas nucleares, hidrelétricas e grandes equipamentos de produção em geral).

A maioria das falhas em máquinas acontece devido a cargas que variam no tempo, e não a esforços estáticos. Essas falhas ocorrem, tipicamente, em níveis de tensão significativamente inferiores aos valores da resistência de escoamento dos materiais. Assim, a utilização única das teorias de falhas estáticas pode levar a projetos sem segurança quando as solicitações são dinâmicas (Norton, 2004).

Tradicionalmente a manutenção preditiva, usando medição de vibrações, identifica defeitos em máquinas e equipamentos através da interpretação do espectro de frequência característico da máquina ou equipamento, considerando que a presença de defeitos causa excitações típicas. Desta forma, é conhecido que um rotor desbalanceado terá um aumento na amplitude da vibração na frequência igual a sua rotação, enquanto que um desalinhamento do eixo desse rotor provocaria um aumento de amplitude no espectro de frequência, na frequência correspondente a duas vezes a rotação do mesmo (Arato Junior, 2004). Esse princípio é usado na monitoração da vibração de muitas máquinas e equipamentos permitindo a identificação de defeitos antes que os mesmos atinjam níveis perigosos que provoquem falhas, acidentes ou prejuízos. Inspeção em tempo real permite aumentar a disponibilidade dos equipamentos proporcionando melhor planejamento das manutenções.

Se a medição da vibração permite a identificação de desbalanceamento, desalinhamento, defeitos em rolamentos e em engrenagens, pela análise da forma e amplitude dos picos dos espectros de frequência de máquinas e equipamentos, essa metodologia ainda não é muito eficaz na identificação de trincas precoces, pois os efeitos

da presença da trinca no espectro de frequência medido confundem-se com outros fenômenos corriqueiros durante o funcionamento das máquinas.

Segundo Dimarogonas (1996), entre 1980 e 1995 foram publicados mais de 500 artigos sobre estudos realizados na área da dinâmica de estruturas trincadas, pois além da empresas de geração de energia, a indústria aeronáutica tem mostrado grande interesse nesse assunto. O número total de artigos atualmente está perto de 1000 e ainda está aumentando (Baschmid et al, 2008). De qualquer maneira, o número de resultados experimentais ainda é pequeno, e parte desses não pode ser estendido a rotores reais .

Trincas em eixos podem causar falhas catastróficas em equipamentos, e causar grandes prejuízos (Sabnavis, 2004). Temos como exemplo um estudo de falha em rotores de turbinas, demonstrando que a grande maioria destas estruturas estava apresentando problemas de trinca em seus rotores dez anos antes do previsto para o aparecimento destas descontinuidades, como descritos em relatórios internos da “General Eletric Co” (Dimarogonas, 1996). A presença de trincas em eixos é um dos defeitos mais perigosos e críticos para as máquinas rotativas, podendo conduzir a períodos longos de máquinas paradas e conseqüências econômicas severas.

Diversos casos de grandes e pequenas turbinas e geradores com eixos trincados foram documentados desde os anos 70. Embora não exista um dado estatístico exato com respeito ao dano causado por eixos trincados, a “Eletric Power Research Institute” estima gastos diretos e indiretos (reparos, recolocação e perda de rendimento) da ordem de US \$1 bilhão, considerando somente a geração de energia convencional e nuclear (Sabnavis,2004). Nos casos em que as trincas foram detectadas antes do problema, estas já se apresentavam em um estágio muito adiantado, tendo por resultado a retirada do rotor. Mais recentemente, turbinas a gás, compressores axiais e bombas de alimentação de caldeiras somaram-se a lista de máquinas afetadas por eixos trincados (Kowal e O'Brien, 1989; Allen e Bohanick, 1990; Brose e Jirinec, 1992; Sanderson, 1992; Franklin e outros, 1997; Eisenmann, 2000; Jenkins, 1985). Diversos fabricantes de equipamentos adotaram projetos especiais de rotor para minimizar esse problema (Leyzerovich, 1997). Em um trabalho recente, Stroisser e Audebert (2008) estudam o caso de um gerador de 900 MW.

O ponto fundamental deste trabalho de mestrado reside no fato de um componente mecânico ou uma estrutura ter sua rigidez original diminuída mediante o surgimento de uma trinca, este efeito provocará alterações no seu comportamento dinâmico. Componentes defeituosos causam instabilidades aos conjuntos a que pertencem, antes da ocorrência de falhas, provocando alterações no comportamento vibratório dos

equipamentos, que podem ser detectadas e diagnosticadas através de uma criteriosa análise espectral das frequências de vibração da estrutura.

OBJETIVOS

Desde a década de 70, tem-se realizado inúmeros estudos relacionados a trincas em rotores, envolvendo vários tipos de defeitos e abordagens. O que se tem observado até agora é que a perda de rigidez causada pela trinca, modifica as frequências naturais medidas com os instrumentos posicionados tanto na direção vertical como na horizontal. Isso é simples de se compreender, pois a assimetria da seção transversal da trinca faz com que as propriedades mecânicas do eixo sejam dependentes de sua orientação. Esse tem sido o método mais popular para diagnóstico de trincas em eixos (Dimarogonas, 1996).

Contudo, para aplicações em manutenção preditiva, faz-se necessário uma melhor compreensão do comportamento dinâmico do eixo trincado de forma a distinguir as variações do espectro de frequência causadas pela trinca, daquelas causadas por outros tipos de defeitos.

Neste contexto, o objetivo desse projeto é estudar um dos métodos de identificação de trincas em eixos trincados. Para tanto, serão realizados estudos experimentais de eixos contendo entalhes de pequena dimensão (produzido por eletroerosão), para simular uma trinca. É bem conhecido, da prática e da literatura, que um entalhe não representa efetivamente uma trinca, mas essa estratégia investigativa tem sido largamente usada com bons resultados, se tomados os devidos cuidados na interpretação dos mesmos.

O ponto fundamental deste trabalho de mestrado reside no fato de um componente mecânico ou uma estrutura ter sua rigidez original diminuída mediante o surgimento de uma trinca, este efeito provocará alterações no seu comportamento dinâmico. Componentes defeituosos causam instabilidades aos conjuntos a que pertencem, antes da ocorrência de falhas, provocando alterações no comportamento vibratório dos equipamentos, que podem ser detectadas e diagnosticadas através de uma criteriosa análise espectral das frequências de vibração da estrutura.

Trata-se de um trabalho inicial e eminentemente experimental de forma que o mesmo se limita ao uso de análise espectral aplicando técnicas clássicas. O experimento foi conduzido no Laboratório de Vibrações e Dinâmicas de Estruturas da UnB.

METODOLOGIA

Para alcançar os objetivos propostos foram utilizados a seguinte metodologia de trabalho:

- a. Inicialmente foram levantadas as diferentes metodologias empregadas para a monitoração e identificação de trinca em eixos rotativos, com base em uma profunda revisão bibliográfica. Nessa revisão bibliográfica procuravam-se informações sobre a aplicabilidade, vantagens e desvantagens de cada método.
- b. Em uma segunda etapa foram avaliadas as diferentes técnicas possíveis.
- c. foi elaborado um experimento para avaliação da influência da profundidade da trinca no espectro de vibração do eixo, usando Análise de vibração.
- d. os resultados obtidos foram confrontados com os da literatura e entre si, de forma a verificar a coerência dos mesmos e subsidiar a proposta de uma metodologia de monitoração.

ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação esta dividida em mais 6 capítulos além dessa introdução.

O capítulo 1 apresenta o problema da trinca. São descritos os mecanismos de aparecimento das trincas, assim como a classificação quanto a geometria das trincas, comportamento e profundidade.

No capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica dos métodos analíticos, numéricos e experimentais usados para identificação de trincas. É dada maior ênfase ao caso experimental usando medição de vibração.

No capítulo 3 apresentam-se os fundamentos da dinâmica de rotores úteis para descrever o comportamento de um rotor desbalanceado e calcular suas velocidades críticas.

O experimento realizado é descrito no capítulo 4 e os resultados obtidos são apresentados e discutidos no capítulo 5. Comentários e conclusões, bem como a discussão de uma metodologia de monitoração são apresentadas no capítulo 6.

Por fim são apresentadas as referências bibliográficas e os anexos pertinentes.

1. O PROBLEMA DA TRINCA

O processo de formação de trincas está intimamente relacionado ao fenômeno de falha por fadiga e os eixos estão muito susceptíveis a formação delas ao longo de sua vida devido às grandes flutuações de tensões internas e formas geométricas que agem como concentradores de tensão. (Sabnavis, 2004). Em materiais dúcteis como aços de médio carbono, muito usados em eixos para rotores, trincas iniciam como microscópicas descontinuidades e crescem rapidamente quando submetidas a carregamentos cíclicos. Dessa forma, um estudo dos tipos e causas de propagação de trinca é fundamental (Dimarogonas, 1996), (Gash, 1993).

As falhas por fadiga sempre tem início com uma pequena trinca, que pode estar presente no material desde a sua manufatura ou desenvolver-se ao longo do tempo devido às deformações cíclicas ao redor das concentrações de tensões (Norton, 2004). Fischer e Yen (1972) mostraram que praticamente todas as partes de uma estrutura contêm descontinuidades, variando de microscópicas até macroscópicas, introduzidas nos processos de fabricação ou de manufatura das mesmas. As trincas de fadiga geralmente têm início em um entalhe ou em outro elemento de concentração de tensão. Em falhas de aspecto frágil ocorridas em navios-tanque da segunda guerra mundial foram rastreadas até trincas que começaram em zonas termicamente afetadas por soldas sem qualidade. Nas falhas em aviões no passado, após investigações foi constatado que tiveram início em trincas inferiores a 0,07 in de comprimento, próximas aos cantos de janelas de formato aproximadamente quadrangular, que geraram elevadas concentrações de tensões (Norton,2004).

Eixos rotativos são componentes bastante comuns em vários tipos de máquinas. São componentes que sofrem pesados esforços mecânicos e estão sujeitos a falhar. Por isso, parte dos estudos de Dinâmica está relacionada a eixos. Um dos defeitos bastante comuns — e que será discutido nesse trabalho — é o problema do aparecimento de trincas ao longo do corpo do eixo.

As trincas são definidas como descontinuidades ao longo da estrutura do eixo. Severas variações de temperaturas e ambientes agressivos podem favorecer o aparecimento delas. Grande atenção, geralmente, é dada ao monitoramento destas estruturas. As falhas associadas a elas, geralmente, são catastróficas e muito danosas ao equipamento. Sem mencionar o perigo de acidentes com trabalhadores e técnicos. Quando a trinca atinge um

tamanho crítico, esta se expande de maneira repentina e causa a fratura do eixo. Estas características enaltecem a importância do monitoramento preditivo e preventivo de trincas.

1.1 MECANISMO DE APARECIMENTO DE TRINCAS

Suponha que o material é um metal dúctil e, sendo manufaturado, não apresenta trincas, mas possui partículas, inclusões, dentre outras descontinuidades, que são comuns em materiais de engenharia. Em escala microscópica, os metais não são homogêneos e isotrópicos. Suponha, em seguida, que existam algumas regiões de concentração geométrica de tensão (entalhes) em locais com tensões variantes no tempo significativas que contenham uma componente positiva (tração). Conforme as tensões no entalhe oscilam, pode ocorrer escoamento local devido à concentração de tensão, mesmo que a tensão nominal na seção esteja bem abaixo do valor da tensão de escoamento do material. A deformação plástica localizada causa distorções e cria bandas de deslizamento (regiões de intensa deformação devido a movimentos cisalhantes) ao longo dos contornos dos cristais do material. À medida que os ciclos de tensão ocorrem, bandas de deslizamento adicionais aparecem e agrupam-se em trincas microscópicas. Mesmo na ausência de um entalhe este mecanismo ainda ocorrerá, desde que se exceda o limite de escoamento em alguma região do material. Vazios ou inclusões preexistentes servirão como intensificadores de tensão para iniciar a trinca (Norton,2004).

Muitas trincas podem surgir em concentradores de tensão, como entalhes na própria geometria da peça. Desenvolve-se, assim, uma zona plástica na ponta da trinca, cada vez que uma tensão de tração alonga a mesma, abrandando-se as tensões em suas pontas e reduzindo a concentração de tensão efetiva. Assim, o crescimento da trinca se deve a tensões de tração e a trinca propaga-se ao longo de planos normais aos de tensão máxima de tração. A trinca continuará a crescer enquanto tensões de tração cíclicas e/ou fatores de corrosão de severidade suficiente estiverem presentes. Em certo ponto, o tamanho da trinca torna-se grande o bastante para aumentar o fator de intensidade de tensão na extremidade da trinca até o nível de tenacidade à fratura do material, quando ocorre, de maneira brusca, uma falha repentina no próximo ciclo de tensão de tração. O resultado é sempre o mesmo: falha repentina e catastrófica.

Trincas em eixos surgem devido a mecanismos de fadiga de alto e baixo ciclo e problemas relacionados à corrosão. Segue abaixo um pequeno resumo do processo de formação e

propagação destas estruturas, seguindo etapas distintas e podem ser apresentadas como: (Bloch, 1997)

Iniciação e formação da trinca: Neste estágio, pequenas descontinuidades aparecem ao longo do eixo. A iniciação (nucleação) da formação de trincas está quase sempre associada à proximidade de concentradores de tensões. Outros sítios de nucleação são rasgos, fretting e defeitos metalúrgicos (como inclusões, porosidade e vazios) ou de usinagem da peças. Esta primeira etapa se dá de maneira súbita e corresponde a apenas uma pequena parcela da vida em fadiga do eixo.

O processo de propagação da trinca ocorre, normalmente, de maneira lenta e se dá por meio de incrementos a cada ciclo de tensões. Existem algumas condições que aumentam a velocidade de propagação destas trincas e podem ser listados como (Sabnavis, 2004):

- Falhas operacionais citam-se o fenômeno de “stall” em compressores ou corrente de seqüência negativa.
- Presença de tensões residuais no material do rotor ou nas zonas termicamente afetadas por solda.
- Tensões oriundas de processos térmicos.
- Condições adversas metalúrgicas como presença de hidrogênio no aço, elevada temperatura de transição dúctil-frágil e precipitação de carbeto na liga do aço.
- Condições do ambiente em que se encontra, como presença de um meio corrosivo.

Já na ruptura, a falha é caracterizada quando o material não suporta mais os carregamentos que deveriam estar sendo aplicados à estrutura. Em consequência disso, o equipamento perde sua integridade mecânica e se rompe. Tal fato pode ocorrer de maneira dútil ou frágil. A ruptura se dá quando o tamanho da trinca atinge o seu comprimento crítico. Tal comprimento é função de propriedades do material e do carregamento a que a estrutura está submetida. Esta ruptura ocorre de maneira súbita. (Sabnavis, 2004).

1.2 CLASSIFICAÇÃO DAS TRINCAS

As trincas são classificadas de acordo com alguns parâmetros. Estes parâmetros estão relacionados a orientação que se encontram em relação ao eixo, profundidade e a forma que se comportam mediante carregamentos cíclicos.

1.2.1 Classificação de acordo com a geometria (posição)

As trincas perpendiculares ao eixo são denominadas trincas transversais. São as mais danosas e as mais estudadas. No presente projeto, as deste tipo é que foram estudados. Elas são as mais problemáticas pelo fato de reduzirem a seção do rotor e enfraquecê-lo. A maioria dos estudos sobre trincas em rotores são feitos segundo as suposições de somente este tipo de trinca estar presente. Elas distorcem propriedades mecânicas como dureza, elasticidade e amortecimento e fazem com que elas variem com o tempo devido a rotação. Estas flutuações retiram o comportamento linear do sistema e com isso a abordagem matemática se torna mais complexa.

Trincas orientadas paralelamente são intituladas como longitudinais. São mais raras que as transversais. Devido a sua orientação, estas trincas não geram os mesmos problemas que os introduzidos por trincas transversais.

Trincas do tipo oblíquas (inclinadas) são aquelas que apresentam uma inclinação em relação ao eixo. Também são muito frequentes. São uma síntese das duas trincas anteriores. Este tipo tem grande influência sobre os limites torcionais do rotor. Os efeitos deste tipo de trinca são menos severos que os obtidos pelas transversais. Uma comparação entre os efeitos obtidos pelas do tipo oblíquas e as transversais podem ser encontrados no trabalhos de Ichimonji et al, (1994).

1.2.2 Classificação de acordo com seu comportamento

Um fenômeno importante observado em eixos trincados é o mecanismo de respiração (“breathing”). Este mecanismo ocorre pelo fato de que, na parte superior do rotor, as microestruturas se encontram sobre tração e, na parte inferior, sob compressão. Ou seja, os elementos diferenciais sofrem carregamentos que variam de compressão a tração ao longo de um ciclo. A ocorrência de tal mecanismo se deve ao próprio peso do eixo e aos carregamentos impostos a ele. Trincas transversais ou oblíquas, que se comportam segundo esta forma, caracterizam o fenômeno denominado “breathing”. O carregamento cíclico imposto a elas gera aberturas e fechamentos consecutivos. Esta denominação está relacionada a este fenômeno que caracteriza uma entrada e saída de ar, ou seja, uma “respiração”. (Actis e Dimarogonas, 1989). Estes carregamentos que variam no tempo geram não linearidades no sistema. A rigidez local passa a se comportar de forma cíclica e

dificulta a abordagem analítica. Resultados experimentais e suas avaliações passam a ser mais complexos.

Alguns casos permitem a suposição de trincas estáticas, ou seja, que não realizam a respiração. Estas são conhecidas como “gamping”, e são, muitas vezes, utilizadas como parâmetros para experimentos e ensaios de identificação de trincas.

1.2.3 Classificação de acordo com a profundidade

As trincas menos profundas são classificadas como de superfície. Geralmente, são aquelas que podem ser identificadas por um método de líquido penetrante ou uma simples inspeção visual.

As trincas que não se apresentam na superfície são intituladas de subsuperficiais. Estas podem ser constatadas por varreduras não destrutivas como o ultra-som, radiografia e diferença de voltagem. Vale ressaltar que as trincas superficiais produzem uma maior mudança no comportamento vibracional do rotor. (Subbhiah, et al, 2002)

2. MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE TRINCAS

A detecção de trincas, em muitos casos, pode ser feita por uma verificação minuciosa da estrutura de um eixo. Diversas técnicas são conhecidas para essa inspeção de possíveis descontinuidades e, muitas vezes, uma simples inspeção visual já é suficiente. Técnicas de líquido penetrante, ultra-som e radiografia também são usados com esta finalidade em casos com maior rigor da análise. Estas formas de identificação são denominadas métodos não-destrutivos. Estas técnicas, muitas vezes não são aplicáveis, pois elas demandam a retirada do eixo da máquina e o seu transporte para laboratórios.

Os métodos discutidos neste trabalho são baseados em alterações na resposta de vibração de eixo trincado, considerado um diagnóstico “on line” para detecção de trincas, buscando identificar variações de propriedades mecânicas em função das características das trincas, permitindo um maior monitoramento e controle da integridade do eixo. Vários modelos matemáticos e numéricos foram apresentados, muitos validados por ensaios experimentais posteriores. Mas o grande desafio está em se determinar e detectar a mudança que a presença da trinca provoca sobre o comportamento da estrutura, mudança essa que geralmente é quase imperceptível.

Os métodos de identificação de trincas podem ser classificados segundo diferentes perspectivas. A abordagem da problemática de trincas pode ser subdividida por meio de três vertentes: Abordagem teórica – analítica e numérica – e a abordagem experimental. Em alguns trabalhos, podemos ver os três tipos de abordagem sendo utilizadas, geralmente com o método experimental validando os resultados dos anteriores.

A seguir, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre métodos de identificação de trincas, agrupando os vários trabalhos segundo o tipo de abordagem usada nos mesmos.

2.1 TIPOS DE ABORDAGENS

2.1.1 Abordagem teórica: Analítica e Numérica

A presença da trinca em uma estrutura introduz alteração na flexibilidade local que altera a resposta de vibração. A trinca irá abrir e fechar em função do tempo, rotação e amplitude da vibração, resultando em um sistema não linear. Contudo, se o movimento geral é considerado, a matriz de rigidez local descrita na seção trincada do eixo conduz a

um sistema acoplado. Isto significa que a trinca introduz novos harmônicos ao espectro.

Diversos artigos foram publicados utilizando uma abordagem teórica/analítica para detecção de trincas. Trabalhos analíticos utilizam conceitos da mecânica da fratura aplicados no sentido de tentar determinar um parâmetro que permita identificar a presença de trinca em eixos rotativos.

Liebowitz (1968) utilizou resultados existentes da mecânica da fratura para calcular a flexibilidade local de uma viga de seção transversal retangular com uma trinca de superfície transversal e profundidade uniforme. Papadopoulos (2008) utiliza a teoria da mecânica da fratura combinada com a teoria “Strain energy release rate” - SERR - e a dinâmica de rotores para calcular as complicações causadas por trincas transversais em eixos trincados. Seu trabalho mostra que o comportamento linear ou não linear do rotor trincado depende do mecanismo de abertura e fechamento da trinca durante a rotação do eixo. Seus resultados relacionam a variação da flexibilidade local com a rotação do eixo trincado.

Outros autores utilizaram a trinca transversal como objeto de estudo. Sinou (2007) estuda os efeitos da trinca na estabilidade de um rotor não linear. São considerados os efeitos da profundidade e posição da trinca, e velocidade de rotação do eixo demonstrado analiticamente que as áreas de instabilidade aumentam consideravelmente quando a trinca tem maior profundidade. É demonstrado também que o comportamento vibracional do rotor trincado é alterado pela presença dos componentes $2x$ e $3x$, quando a velocidade for aproximadamente um meio e um terço das velocidades críticas. Darpe, Gupta e Chawla (2006) escreveram sobre trinca transversal de superfície em um rotor. As equações do movimento do rotor com trinca transversal e descrita e a resposta transiente é testada. O objetivo do estudo é avaliar o efeito residual na rigidez característica do eixo trincado em rotação e sua alteração, quantitativa e qualitativa. Eles observaram que o nível do resíduo pode não influenciar significativamente a variação da rigidez e a natureza não linear da resposta da trinca. Seus Testes mostraram alteração na segunda velocidade crítica.

Alguns autores desenvolveram uma formulação variacional para estudar a trinca circunferencial. Chondros (2005) desenvolve uma formulação variacional para vibração de torção de um eixo cilíndrico com trinca circunferencial. O quociente de Rayleigh é usado para aproximar as frequências naturais da haste trincada.

Cálculos analíticos para trincas múltiplas é objetivo de outros autores. Papadopoulos, Chasalevris e Athanasios (2006) estudam o comportamento dinâmico de trincas múltiplas transversais. Cada trinca é caracterizada por sua profundidade, posição e

ângulo. É feita interpolação dos pontos e calculada uma função analítica, que é dado para cada profundidade e ângulo da trinca. É demonstrado que o método que é aplicado para duas trincas poderia também ser aplicado para um número maior de trincas. Goldman (Sabnavis, 1996) também estuda o caso de múltiplas trincas através da resposta síncrona das trincas no rotor durante os processos transientes como “start-ups” e paradas programadas.

Ishida (2001) apresenta um estudo teórico na detecção de trincas através de forças de excitação no rotor por forças radiais assíncronas.

Vários autores utilizam simulação computacional para identificação de trincas em rotores.

Anitifantis e Geogantzinou utilizam uma barra engastada no modelamento por elementos finitos para cálculo de uma trinca respirante. Deflexões de uma seção transversal apresentando trincas de diferentes profundidades, devido ao carregamento torsional são analisadas, aplicando-se a carga em diversos ângulos para simular o giro do eixo. Os resultados numéricos do trabalho deles são comparados com os resultados anteriormente publicados, mostrando alta consistência. Eles mostraram que a orientação da trinca tem um papel significativo no mecanismo de “respiração” da mesma.

Peng e Guo (2007) investigam a propagação de uma trinca transversal usando a transformação de Hilbert-Huang e a resposta transiente no “start-up” de um rotor com trinca transversal, um método relativo da análise da resposta tempo-freqüência. O rotor com uma trinca é modelado pelo método de elementos finitos. Os componentes de vibração $1x$, $2x$ e $3x$ são estudados quando aparecem no processo de partida. É demonstrado que a transformação de Hilbert-Huang pode ser uma ferramenta eficaz para análise da resposta transiente não linear de vibração. Lees e Sinou (2005) analisam a influência de trincas transversais em eixos em rotação. Estudam a influência da trinca respirante nos domínios do tempo e da freqüência. Os resultados fornecem uma base possível para um sistema de monitoração on-line. É descrito a equação do rotor, e o eixo é tratado como uma viga de Timoshenko, através de análise por elementos finitos com 4 graus de liberdade. Em seguida, os autores mostram todos os dados do rotor, as freqüências naturais através de análise modal e o comportamento dinâmico não linear com o método de alternância entre o domínio do tempo/freqüência. Além disso, observam as amplitudes na órbita de ressonância $2x$, e concluem que essa análise pode fornecer informações sobre a profundidade da trinca, pois quando a profundidade da trinca aumenta, um aumento das amplitudes da órbita é observado.

Mayes e Davies (1984) usaram o método de elementos finitos para achar a resposta de vibração do rotor com uma trinca transversal. Os resultados do estudo foram comparados com resultados experimentais. Determinaram que o comportamento dinâmico do eixo trincado, com exceção das trincas muito largas, é similar a um eixo entalhado com excitação adicional devido à abertura e fechamento da trinca, e desenvolveram um método de estimar a redução de diâmetro da seção exigido para modelar uma trinca. Hamidi (1992) tem desenvolvido dois modelos matemáticos para estudo de mudanças nas frequências naturais devido a alterações de parâmetros do rotor modelando trincas transversais. Baseado no estudo, eles concluíram que a taxa de alteração da frequência natural torna-se rápida quando a profundidade da trinca excede 30% no raio do eixo.

A dinâmica de uma montagem horizontal, eixo assimétrico com trinca transversal, é discutido no artigo de Lees e Friswell (1999). São realizadas simulações para teste no desempenho da estrutura nos modos livre ou engastados. Este modelo é utilizado para localização da trinca e estimar sua magnitude e comportamento dinâmicos.

Fu, Dai e Chen (2007) estudaram a resposta não linear e a estabilidade dinâmica de um rotor trincado. Equações não lineares de movimento são desenvolvidas para um sistema de rotor trincado com sustentações assimétricas. É estudado uma trinca do tipo respirante, e resultados numéricos mostram os efeitos da profundidade e posição da trinca.

Dimarogonas (1996) aponta que muitos pesquisadores desde o final da década de 50 analisaram o “Stress intensity factor” (Fator de intensidade de tensões) - SIF - e a flexibilidade em diferentes formatos geométricos de trinca associando isso a elementos da estrutura. Em relação a esse tema, ao trabalhar com o monitoramento de trincas em rotor, Dimarogonas (1970, 1971) usou a técnica de matriz de transferência para computar a mudança de velocidade crítica de um eixo devido a trinca. Os resultados indicaram que para trincas com pouca profundidade a mudança dessa velocidade é proporcional ao quadrado da razão entre a profundidade da trinca e o diâmetro do eixo.

Mayes (1977) relatou analiticamente e experimentalmente resultados para rotores de turbina trincados e calculou a resposta dinâmica do rotor considerando a flexibilidade da trinca com o funcionamento periódico. Iwatsubo (1992) apresenta um tratamento analítico numérico e experimental da resposta de eixos e trincas para forças de excitação periódicas. Uma boa correlação é demonstrada entre os componentes da frequência esperada do espectro e componentes observados.

Lee e Know (2000) aplicam o teste da função da resposta em frequência direcional (FRF) para detectar a assimetria ou dependência do ângulo na rigidez do eixo. Chawla,

Gupta e Darpe (2004) estuda o acoplamento entre vibrações longitudinais, laterais e torcionais em um eixo trincado. Utilizam o método de elementos finitos para modelamento do rotor trincado. Simulam a variação da trinca em vários ângulos de rotação, mostrando gráficos de resposta no domínio do tempo e frequência.

Tanzi, Pennacchi e Bachschmid (2006) desenvolveram, utilizando elementos finitos, modelos simples para análise do comportamento dinâmico não linear de eixos trincados em rotação. É verificado o efeito de respiração nas trincas, assim como trincas helicoidais formadas devido à ação combinada de cisalhamento e torção. São verificados os efeitos não lineares em rotores trincados, mostrando um rotor biapoiado, discretizado e demonstrado os valores da frequência natural na abertura e fechamento da trinca. É demonstrado numericamente a abertura e fechamento da trinca para diversos ângulos, de 25° a 120°, mostrando a trinca totalmente aberta de 125° a 180°.

Nosov, Sinou e Gómez-Mancilla (2004) também utilizam análise modal e gráficos de órbita para verificação de trincas. Os componentes 2x, 3x e 4x são estudados. Nandi (2004) apresentaram um simples método de redução pelo modelo de elementos finitos de rotores em rotação suportados por molas e mostra o desbalanceamento teórico para algumas rotações do eixo.

2.1.2 Abordagem experimental

Alguns trabalhos experimentais foram realizados para a detecção das trincas. Em muitos deles os resultados experimentais foram comparados com os modelos teóricos usados. A maior parte dos trabalhos é baseada em dois tipos de abordagem principal: as alterações da frequência natural da estrutura causada pela presença da trinca e a influência da trinca na resposta do eixo ou rotor, causando alteração na órbita ou na resposta de vibração.

Quanto à identificação da trinca, o parâmetro mais usado na aplicação do método é a mudança das frequências naturais da estrutura causada pela presença da trinca. No entanto, conforme apontou Dimarogonas (1970,1971), a influência da presença da trinca nos valores de frequência é muito pequena.

Anifantis et al. (1983, 1987), Yuen (1985) e Rizos et al. (1990,1988) desenvolveram técnicas para identificação do local e profundidade da trinca em eixos, levando em consideração as mudanças nas frequências naturais dos mesmos. Gudmundson (1984, 1986), Pye e Adams (1978) relataram o uso de medidas de frequência para

determinar o fator de intensidade de tensão (SIF).

O problema da reprodução experimental controlada da presença de uma trinca em elementos estruturais também foi abordado de diferentes maneiras. Wendtland (1972) em um estudo experimental de frequências naturais em vigas com diferentes geometrias e condições de contorno foi o primeiro a usar um pequeno entalhe parecido a uma trinca.

Atualmente, são usadas duas abordagens na identificação da presença de trincas em estruturas rotativas: A primeira toma como base o fato de que a presença de trinca em eixo rotativo reduz a rigidez da estrutura, conseqüentemente reduzindo a frequência natural do eixo em relação ao original não trincado (Sekhar, 1999; Sinou e Lees, 2005). A segunda abordagem (ver, por exemplo, Prabhakar et al., 2001; Darp et al., 2002; Penny e Friswell, 2003), considera a influência da trinca ativa transversal sobre a resposta do rotor.

Entre os trabalhos experimentais atuais nessa área, temos o desenvolvido na EDF (Electricité de France), que apresenta uma abordagem teórica, numérica e experimental detalhada para descrever o problema de um rotor trincado em uma central energética. Nele, Audebert e Stroisser (2008) desenvolvem teoricamente um modelo de formulação tridimensional de um problema geral de elasticidade com condições de contato unilateral para a derivação da trinca. Em seguida eles validam esse cálculo experimentalmente, através de amostras de trincas de diferentes tipos, com configurações estáticas e dinâmicas. Eles utilizam o indicador “2x” nos trabalhos experimentais para localização da trinca. O trabalho consiste no desenvolvimento de uma metodologia para modelamento teórico de trincas respirantes e identificação para máquinas de alta rotação. Tanzi, Pennacchi e Bachschmid (2008) utilizaram o mesmo protótipo da EDF para desenvolver um método baseado na identificação de trincas transversais para máquinas industriais. Três tipos de trincas foram considerados: um entalhe (trinca sem comportamento respirante típico), uma trinca de pequena profundidade (14% no diâmetro) e uma terceira trinca de profundidade maior (47% no diâmetro). Eles conseguiram obter uma boa aproximação na identificação de profundidade e posição das trincas analisadas. Antes do trabalho experimental, utilizam um modelo 3D para identificação de trincas. O modelo apresentado é baseado na análise das vibrações no domínio da frequência mostra-se um bom método para aplicações na indústria, porque os planos de medição utilizados são padrões em máquinas industriais.

2.2 TIPOS DE MÉTODOS

Identificação de trincas em eixos rotativos pode ser realizada por métodos de vibração, análise modal e métodos não tradicionais.

2.2.1 Métodos baseados em vibrações

Métodos de vibração são baseados na medição direta do sinal das respostas vibratórias dos conjuntos, analisando-se as principais. A alteração nas medições caracteriza a influência da trinca. Esses métodos representam uma significativa porção da literatura da detecção das trincas. Podem ser subdivididos em: Métodos baseados em sinais de vibração local e métodos baseados em modelos.

2.2.1.1 Métodos baseados em sinais da vibração local

Diversos trabalhos publicados usam desse método para monitoração de vibração, que é utilizado para identificar a existência da trinca.

As medidas no mancal não são tão confiáveis quanto as medições diretamente no eixo. Werner (1993) tem também a opinião que o indicador 1x seria o melhor indicador. O componente 2x no sinal de vibração de um eixo trincado é devido primeiramente a rigidez assimétrica local do eixo e presença de cargas radiais, porém é demasiado sensível a outros fatores tais como cargas laterais, desalinhamento, assimetria nos mancais.

Diversos outros autores recomendam observar o componente 2x. Saavedra e Cuitino(2002) fizeram uma análise teórica e experimental para demonstrar que o componente 2x da vibração de eixos horizontais para a primeira metade do valor crítico da velocidade seria um bom indicador. Baseado em um estudo de mecânica da fratura, o estudo de Lazzeri (1992) também faz o monitoramento do componente 2x durante a operação de uma máquina para identificação da trinca. Menciona-se também que observar o componente 2x durante a partida é mais útil do que durante a operação, em estado constante.

Sanderson (1992) descreve a detecção da propagação de trinca em um turbo gerador de 935 MW logo após a partida. A profundidade da trinca alcançou 25% do diâmetro do eixo antes que sua presença pudesse ser confirmada e fossem realizados os testes com máquina parada. Os fatores que ajudaram a identificar a trinca foram os seguintes: (a) um

componente $1x$ de grande amplitude e crescente, devido ao desequilíbrio induzido pela trinca, o gradiente da temperatura dentro do rotor era grande com relação à superfície, e a distorção da carga térmica devido a trinca. (b) alterações nos componentes “ $1x$ e $2x$ ” durante a partida.

Musynska (1992) avalia que as vibrações de torção são excitadas por forças puramente radiais, tais como o desequilíbrio e o desalinhamento dos rolamentos dos eixos trincados. Eles recomendam o monitoramento das frequências mais altas – $8x$, $6x$, $4x$, etc – para detecção de trincas de torção. Eles consideraram também que, com as melhorias na tecnologia do transdutor e condicionador de sinal, a monitoração de vibração de torção aumentaria suas aplicações.

Dorfman e Trubelja (1999) executaram exaustivos estudos na vibração de torção em turbo geradores, assim como sua aplicação na detecção de trincas. Eles descrevem os instrumentos, aquisição de dados e aspectos do sinal de processamento para monitoração dessa vibração.

Gasch e Liao (1996) patentearam um método no qual o sinal de vibração do eixo trincado é decomposto em orbitas acima e abaixo do componente $1x$, das frequências $2x$ e $3x$. Eles são da opinião que a monitoração durante os transientes podem revelar a presença de trincas.

Plaut (1994) investiga o comportamento transiente de um eixo trincado durante a aceleração ou desaceleração após a velocidade crítica. Trincas inclinadas e respirantes são estudadas. Os efeitos das taxas de aceleração, profundidade e posição da trinca, assim como sua excentricidade são considerados. Eles concluíram que a resposta é minimizada pela aceleração ou desaceleração rápida. São da opinião que a monitoração dos harmônicos, em especial durante transientes, pode revelar a presença das trincas. A verificação experimental do método acima é demonstrada em um equipamento com a variação da profundidade da trinca em Liao e em Gasch (et al 1996). Eles observaram também que a resposta transiente máxima é muito sensível a posição do desequilíbrio da trinca. Este fenômeno é aplicado na detecção da trinca por Karavana e Kirk (1995). Eles construíram um equipamento de teste em que pesos conhecidos (provocando o desequilíbrio) eram colocados em diferentes ângulos com respeito a trinca e a resposta da medição era avaliada. Foi observado que a resposta é a mais elevada quando o desequilíbrio conduz a uma trinca de 90 graus em relação ao eixo principal. Baseado nos estudos analíticos do rotor com uma pequena trinca respirante, Sekhar e Prabhu (1998) indicam que durante a partida, a resposta em vibração causada pela trinca no rotor é

máxima quando o ângulo entre a trinca e o desbalanceamento é 0 ou 180 graus. Eles estudaram os efeitos da taxa de aceleração, profundidade da trinca e o comportamento da trinca na partida.

2.2.1.2 Métodos baseados em modelos

Segundo Papadopoulos (2008), na identificação baseada em modelos, as alterações induzidas pelo defeito no sistema do rotor são comparadas a modelos de carregamentos matemáticos. Esses carregamentos equivalentes são forças virtuais e momentos gerados no sistema.

Bachschmid (2000) apresenta um método robusto na detecção da posição e profundidade da trinca em rotores. Um diagnóstico baseado na aproximação por mínimos quadrados e métodos no domínio da frequência é usado para localização da trinca no rotor. A profundidade da trinca é calculada por comparação. Goldman (1999) analisa numericamente a resposta dinâmica do rotor Jeffcott com pequenas trincas. Segundo ele, trincas podem ser detectadas observando a não sincronia da resposta de funcionamento para frequências iguais a metade da velocidade crítica, um terço e um quarto da velocidade crítica.

Seibold e Weinert (1996) apresentam um procedimento para localização da trinca na rotação das máquinas baseada na medição de vibrações. O método utiliza o algoritmo “Extended Kalman Filter” – EKF. Guo (2003) aplica o método de elementos finitos para estudo da influência de trincas em todos os tipos de vibração: torsional, axial e lateral. Uma matriz de rigidez de dimensão 12x12 é calculada para o elemento de trinca. Ele indica que os valores encontrados para as alterações causadas pelas trincas são relativamente pequenos. Ele indica que as vibrações por torção os indicadores não são os mais confiáveis por causa das trincas do eixo com valores relativamente pequenos.

Mohiuddin and Khulief (2002) apresentam métodos de elementos finitos para a detecção de trincas. Modelos matemáticos do rotor são envolvidos e a equação do movimento é resolvida usando varias técnicas. Park (1996) usa um procedimento não linear para detecção de trincas em duas etapas. Após detectar a posição da trinca, o método determina a profundidade da mesma.

Ostachowicz e Krawczuk (1992) apresentam um modelo matemático para a matriz de rigidez da seção do eixo com a trinca inclinada. A matriz de rigidez é derivada avaliando-se a fratura mecânica usando fatores de intensidade de tensão devido a trinca.

Ratan (1996) define um vetor quantidade, chamado de resíduo, onde é calculado a resposta da medida da vibração do rotor e o modelo de sistema de matrizes. Valor diferente de zero indica a presença da trinca. Este método foi mostrado eficiente para detecção e localização de trincas pequenas com 4% de diâmetro no eixo.

Yang (2001) estuda as características dinâmicas da trinca no eixo em regiões subcríticas, transcíticas e supercríticas. Green e Casey (2003) apresentam duas análises. Usando modelos assimétricos globais e gerais, eles ajustaram o alvo característico para detecção da trinca. O componente “2x” é demonstrado como o componente preliminar da resposta.

Meng and Hanh (1994) consideram termos dependentes da excitação como forças externas e analisa, analiticamente e numericamente, a resposta dinâmica do rotor trincado. Para cada componente harmônico, as amplitudes e fase dos sinais de resposta são analisados, fazendo uma correlação com o tamanho e posição da trinca, velocidade do rotor e desbalanceamento. A influência da trinca na resposta síncrona de um sistema pode ser considerado como um desbalanceamento adicional. Dependendo da velocidade e a localização da trinca a resposta apresentará picos de amplitudes diferentes. Segundo os autores, a resposta não síncrona fornece a evidência da trinca na escala subcrítica, mas é muito pequena para ser detectada na escala supercrítica.

Chan e Lai (1995) usaram o método de elementos finitos para a simulação de eixos com trincas transversais. Foram avaliadas quatro possibilidades: (i) eixo simétrico não trincado, (ii) eixo simétrico trincado, (iii) eixo assimétrico não trincado, (iv) eixo assimétrico trincado. Os resultados mostraram que era similar a do eixo assimétrico não trincado. Ambos mostraram ressonância na metade do primeiro valor crítico de velocidade.

Guang e Gash (1993) investigaram a estabilidade do rotor trincado com um sulco axial, verificando que, indiferente do tipo de rolamento utilizado, o rotor é sempre instável em alguma escala de velocidades. Soeffker (1993a) aplica a teoria dos expoentes de Lyapunov para sistemas dinâmicos na detecção de trincas em eixos. Baseado no comportamento não linear do sistema, é estimado o comportamento do sistema dinâmico. A teoria é estendida em Soeffker (1993b). Um novo conceito é apresentado, baseado na teoria do controle de rejeição do distúrbio, e foi estendido para sistemas não lineares. As simulações realizadas mostram sucessos teóricos deste método. Teoricamente, mostrou-se possível detectar uma rachadura de profundidade 5% do raio do rotor que correspondem a mudanças muito pequenas de rigidez.

Brandon (2000) apresenta uma revisão da literatura de vibração em estruturas

trincadas não lineares. As estruturas com falhas exibem um comportamento livre original por causa da não linearidade que faz a detecção de falhas mais fácil.

Varé e Andrieux (2001) apresentam um artigo importante para compreender melhor o comportamento dos eixos trincados, onde modelam e simulam trincas através do software livre “Code Aster”, desenvolvido na França. Segundo os autores, os efeitos das múltiplas trincas necessitam de modelagem tridimensional baseada no método de elementos finitos e indicam que a maior parte dos artigos escritos até então são muito simplificados para aplicação prática.

Subbiah (2002) apresenta um artigo que descreve o efeito da torção em eixos trincados e a taxa de crescimento da trinca, utilizando um software comercial de análises de elementos finitos para o modelamento do eixo. Baseado nos estudos, fez as seguintes observações: (a) as trincas transversais respondem primeiro ao cisalhamento, mas podem também responder a torção dependendo de suas posições (b) trincas na superfície tem um efeito maior que trincas subsuperficiais.

Roberts e Brandon (2003) apresentam um método baseado na avaliação da resposta transiente. Assinaturas de vibração não lineares são indicadores de possíveis trincas. Eles aplicam sua teoria em um gerador.

2.3 TESTE MODAL

Alterações nas características modais do sistema, tais como alterações na frequência natural, na resposta em frequência devido a presença da trinca, é empregado para detecção. Alguns métodos modais usam a resposta estacionária do rotor, na partida e sua velocidade de operação. Poucos outros são métodos “on line” e podem ser aplicados em rotores abaixo da carga normal e velocidades. Todos os métodos descritos são propostos após estudos numéricos ou analíticos de modelos matemáticos e, em alguns casos, verificação experimental.

Diversas pesquisas têm identificado que em diferentes acoplamentos mecânicos existem diferentes tipos de vibração, axial, radial e torsional, em eixos trincados.

Gounaris e Papadopoulos (2002) apresentam um método onde excitações radiais são aplicadas em uma extremidade do eixo em rotação e deslocamentos axiais são medidos na outra ponta.

Goldman e Muszynska (1992) analisam a resposta da trinca em um rotor, em um sistema síncrono e assíncrono, com excitação radial e torsional, e comparam os resultados

experimentais obtidos com o modelo analítico construído. Os efeitos das trincas são confirmados, mas não quantificados. Ishida (2001) apresenta um estudo teórico na detecção de trincas por forças de excitação no rotor por forças radiais assíncronas. Iwatsubo (1992) apresenta um estudo analítico, numérico e experimental para o tratamento da resposta de eixos com trincas para forças de excitação periódicas. Sundermeyer e Ineaver (1995) aplicam o uso de características não lineares da trinca em uma viga para determinar o local, profundidade e a carga de operação de uma trinca transversal, baseado no simples caso de um grau de liberdade.

Prabhakar (2001) apresenta um método de elementos finitos baseado na influência de trincas inclinadas e respirantes. É aplicado um impulso em vários locais no eixo em rotação e a impedância é medida. Impedância é definida como a proporção da magnitude da força de excitação para a velocidade da resposta. Tem sido observado que a impedância em certas “frequências chaves” reduz significativamente com o aumento da profundidade da trinca. A trinca respirante é a mais sensível para alterações da impedâncias do que a trinca inclinada.

Thibault (1996) patenteou um acessório na forma de um colar para testes modais em grandes eixos. Excitadores radiais, de torção e outros podem ser montados no colar. Podem ser fixos em qualquer posição angular sem girar o eixo.

O restante dos artigos e patentes é com o efeito de trincas no rotor em frequências naturais e modos de forma. Goldman (1996) examina a resposta síncrona de múltiplas trincas no rotor durante os processos transientes como start-ups e paradas programadas. Hamidi (1992) desenvolveu dois modelos matemáticos para estudo de mudanças nas frequências naturais devido a alterações de parâmetros do rotor. Trincas transversais são modeladas e, baseado no estudo, ele concluiu que a taxa de alteração da frequência natural torna-se rápida quando a profundidade da trinca excede 30% no raio do eixo, verificando assim que a frequência natural não depende da velocidade de rotação.

Torres (1996) descreve uma vibração torsional aproximada para detecção de trincas. Lee e Know (2000) aplicam o teste da função da resposta em frequência direcional (dFRF) para detectar a assimetria ou dependência do ângulo na rigidez do eixo. Lees (2000) discute de modo geral a detecção de trincas baseado no método de vibração e no seu artigo são apresentados diversos estudos de casos.

Lees e Friswell (1999) apresentam um eixo assimétrico com trinca transversal e discutem a dinâmica da montagem horizontal do eixo. São realizados testes na estrutura nos modos livres e fixados, e o modelo é utilizado para localização da trinca e para estimar

sua magnitude e comportamentos dinâmicos.

Munoz (1997) apresenta um método off-line de detecção da trinca. O teste modal deve ser realizado em um rotor livre e toda mudança inesperada das frequências normais do rotor medidas em ângulos diferentes indicam a presença de trincas. Tsai e Wang (1996) tem desenvolvido um método com monitoramento das alterações na frequência natural e os modos de forma do eixo trincado e desde modo determinam o tamanho e a localização da trinca. Yen e Herman Shen (1997) investigam o efeito da trinca transversal em eixos. A resposta natural livre é calculada pelo procedimento de Galerkin. Miller (1990,1992) e Brook (1991) descrevem o método de detecção de trincas observando alterações da frequência natural e modos de forma. Rajab (1991) descreve o método de detecção de trincas usando alterações na frequência natural. Maynard (2001) escreve que alterações na frequência natural não são indicadores confiáveis, porque podem ser facilmente afetados por fatores não relacionados às trincas.

2.4 MÉTODOS NÃO TRADICIONAIS

Nessa seção vemos a revisão de artigos descrevendo os métodos não tradicionais para detecção de trincas, como redes neurais e técnicas processando sinais sofisticados, lógica fuzzy e outros.

Rosard (1994) apresenta um método on line de monitoramento de trincas através de um sistema instalado em uma turbina de vapor. O sistema mede continuamente os parâmetros do vapor e a entrada e saída do cilindro de alta pressão. O programa de elementos finitos controla a temperatura do rotor, propriedades térmicas e mecânicas do material do rotor, a tensão de operação e a taxa de crescimento da trinca correspondente em vários pontos. Brose e jirinec (1992) calculam a reinspeção baseada na sensibilidade da trinca e a taxa de crescimento é observada na peça em teste. Adewusi e Al-Bedoor (2002) aplica rede Neural para detecção da trinca.

Zhao e Luo (1989) discutem um método interessante para detecção de trincas. Um par de pontas de prova diametralmente opostas é usado para determinar os deslocamentos de um eixo. Os sinais das duas pontas de prova são adicionados de modo a remover a contribuição da vibração do eixo. A soma é convertida ao domínio da frequência. No exemplo de eixos não trincados, a saída depois que é feita a soma é zero. Em eixos trincados é diferente de zero devido a natureza vibratória extra de deslocamentos do eixo. Shiohata (1987) patenteou o método de detecção de trincas baseado nos sinais de vibração

que são essencialmente simétricos quando a máquina esta em operação constante.

Imam (1989) discute o desenvolvimento de um método on line automático de detecção baseado no histórico das vibrações. O alvo principal é a detecção de trincas quando ainda são menores que 1% do diâmetro do eixo. Carlson (1988) emprega uma filosofia similar a de Imam. Zhao e Luo (1992) apresentam a lógica fuzzy para detecção de trincas. Rieger e El-Shafei (2003) apresentam uma visão geral das tecnologias disponíveis para o diagnóstico de falha de um equipamento automatizado, onde 4 tecnologias geralmente utilizadas são comparadas: os dados estatísticos, análise espectral, diagnóstico usando modelos paramétricos e outros modelos (lógica fuzzy, redes neurais, algoritmos genéticos).

He (2001) apresenta uma estratégia na detecção de eixos no rotor baseado em algoritmos genéticos. O esquema da detecção da trinca no rotor é formulado como um problema de otimização por meio do método de elementos finitos os algoritmos genéticos são utilizados para calcular a solução. Feldman e Seibold (1998) usam a transformação de Hilbert (HT) para detecções não lineares para a medição na vibração do rotor.

Identificação de algoritmos, baseado em “extended kalman filter” (EKF) e método de variáveis instrumentais podem ser aplicados para transformação de dados na detecção de trincas. Seibold (1996) e Seibold e Weinert (1996) mostram que a profundidade da trinca pode ser calculada corretamente mesmo se a informação medida esta incompleta em sua localização e é executado projetando um banco de EKF. Zou (2003) usa a transformação de Wigner-Ville, com análise não estacionaria e sistema não linear.

Foi feita uma revisão detalhada das várias técnicas de detecção de trincas apresentadas desde a década passada. Podemos ver que a área de detecção de trincas é ativa e as técnicas mais novas em desenvolvimento surgem continuamente. Este desenvolvimento irá, ao longo do tempo, aumentar a confiabilidade e a segurança das máquinas rotativas em geral.

Diversos métodos de identificação de trincas foram apresentados ate esse ponto da literatura. Após a identificação da trinca em um sistema de rotação, uma pergunta nova surge: Qual é o tempo de operação até a falha do sistema? A resposta é uma ferramenta útil para os coordenadores que trabalham nas centrais energéticas, por exemplo, e um grande desafio para pesquisa futura.

3. DINÂMICA DE ROTORES E VIBRAÇÃO DE EIXOS TRINCADOS

Como visto no capítulo anterior muitos foram os modelos propostos para explicar o comportamento dinâmico de eixos trincados. Alguns utilizam teorias da mecânica da fratura outros modelos da dinâmica de rotores. Nesse capítulo são apresentados os conceitos básicos da dinâmica de rotores para subsidiar as discussões dos resultados experimentais. Da mesma forma que modelos preditivos devem ser verificados e validados experimentalmente, a interpretação dos resultados experimentais deve ser embasada por princípios teóricos confirmados.

A dinâmica de rotores é usada aqui para o cálculo das frequências naturais do eixo, considerando suas características construtivas.

É feito também uma análise da influencia do entalhe produzido no eixo para simular a trinca sobre as frequências de vibração, visto que o entalhe modifica a simetria da seção transversal afetando os momentos estáticos de área e conseqüentemente a rigidez do eixo.

3.1 FUNDAMENTOS DA DINÂMICA DE ROTORES

A dinâmica de rotores trata do estudo de máquinas rotativas e possui um papel muito importante em todo o mundo industrial. As aplicações de máquinas rotativas são inúmeras e a interação destas máquinas com o seu meio circundante é de grande interesse, pois se as máquinas não estiverem operando nas faixas corretas de velocidade, podem ocorrer vibrações que, em última instância, causam a falha do componente, criando enormes custos de reparo e até a perda de vidas humanas. A tendência geral para uma maior geração de potência através do uso de rotores mais flexíveis, operando em maiores velocidades, tem reforçado a necessidade, em todos os estágios, desde o projeto até os diagnósticos em campo, de um entendimento profundo da interação entre as forças estáticas e dinâmicas entre elementos girantes e componentes estacionários como mancais e vedações.

3.1.1 O ROTOR de DE LAVAL

Um dos primeiros modelos usados para o estudo da dinâmica de rotores (e também um dos mais simples) é o chamado rotor De Laval (figura 3.1). O rotor De Laval consiste

de um eixo longo e flexível (figura 3.1) girando a uma velocidade angular Ω , tendo na metade de seu comprimento um disco de massa m e momento polar de inércia J com relação ao eixo de rotação. Devido ao desbalanceamento, o centro de massa não coincide com o seu centro geométrico O , estando no ponto G a uma distância e do ponto O do disco. Se x e y são as coordenadas do centro do disco O , as coordenadas do centro de massa serão $x + e \cos \Omega t$ e $y + e \sin \Omega t$, respectivamente, se o tempo for medido quando OG estiver na posição horizontal e Ω for a velocidade angular de rotação do disco. Se o eixo é flexível (com uma constante de mola lateral k), o disco é capaz de movimento perpendicular ao eixo nas direções horizontal e vertical x e y , mas também de rotações nos três eixos. A rotação ao redor de z é o movimento em regime permanente.

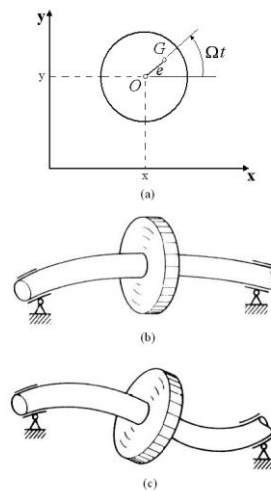


Figura 3.1: Dinâmica de um rotor em um eixo flexível

Neste ponto assume-se que o disco gira ao redor de z e pode se deslocar nas direções x e y . Assim, o disco não se deforma e mantém-se perpendicular à linha neutra do eixo rotativo. Aplicando a lei de Newton com respeito ao movimento do centro de massa e assumindo pequenos deslocamentos pode-se ver imediatamente que as equações do movimento serão:

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x + e \cos \Omega t) + kx = 0 \quad (3.1)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (y + e \sin \Omega t) + ky = 0 \quad (3.2)$$

$$J \ddot{\phi} = 0 \quad (3.3)$$

Pode-se ver que as Equações (3.1) a (3.3) são desacopladas e não dependem explicitamente da coordenada angular ϕ , se $\dot{\phi} = \Omega$ é constante. Pode-se deduzir este resultado também

das equações de energia. De fato, as energias cinética e potencial são:

$$T = \frac{1}{2} m \left[\frac{d}{dt} (x + e \cos \Omega t) \right]^2 + \frac{1}{2} m \left[\frac{d}{dt} (y + e \sin \Omega t) \right]^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (3.4)$$

$$V = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} k y^2 \quad (3.5)$$

A aplicação da equação de Lagrange com respeito às coordenadas x , y e ϕ fornece (para $\Omega = \dot{\phi}$):

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{x}} (T - V) \right] - \frac{\partial}{\partial x} (T - V) = m \frac{d^2}{dt^2} (x + e \cos \Omega t) + kx = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{y}} (T - V) \right] - \frac{\partial}{\partial y} (T - V) = m \frac{d^2}{dt^2} (y + e \sin \Omega t) + ky = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{\phi}} (T - V) \right] - \frac{\partial}{\partial \phi} (T - V) = \frac{d}{dt} [J\omega] = 0 \quad (3.8)$$

As primeiras duas equações são idênticas a (3.1) e (3.2). A última equação apenas diz que $\omega = \Omega$, a velocidade de rotação constante. Portanto, o movimento lateral do disco é independente da rotação permanente sobre o eixo z considerando as hipóteses assumidas.

3.1.2 Desbalanceamento e velocidades críticas

Suponha que o disco da Figura (3.2) possui uma pequena massa desbalanceada m_e a uma distância “ u ” do centro. A equação diferencial do movimento será:

$$\ddot{r} + \omega_n^2 r = \frac{m_e}{m} u \Omega^2 e^{i\Omega t} \quad (3.9)$$

O mesmo resultado pode ser obtido observando que a excentricidade do centro de massa devido ao desbalanceamento é $e = u(m_e / m)$. A solução em regime permanente é:

$$r = \text{Re}^{i\Omega t}, \quad R = \frac{m_e u}{m} \frac{(\Omega / \omega_n)^2}{1 - (\Omega / \omega_n)^2} \quad (3.10)$$

Observe que para $\Omega = \omega_n$ a amplitude se torna infinita. Isto corresponde a uma situação indesejável em máquinas rotativas onde, para certas velocidades de rotação, a amplitude de precessão se torna muito grande. Estas velocidades são tradicionalmente chamadas de velocidades críticas. No modelo simples considerado aqui, existe apenas uma velocidade crítica, igual à frequência natural ω_n . Na maioria dos rotores existem muitas velocidades críticas significativas indicadas pelos picos do gráfico de amplitude de vibração versus

velocidade de rotação.

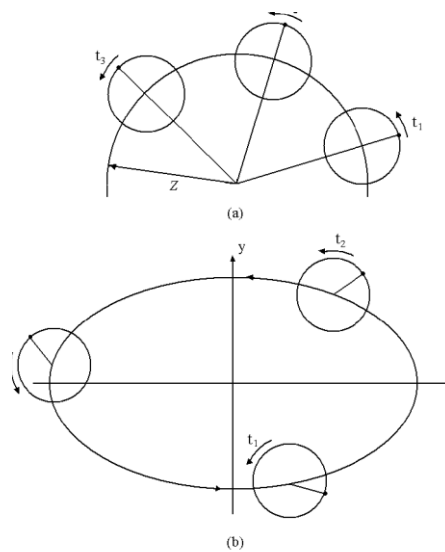


Figura 3.2: Precessão do rotor

No caso de desbalanceamento, a Equação (3.10) indica que a órbita será um círculo de raio R . Esta órbita é *síncrona*: em outras palavras, a órbita se move com a velocidade angular do eixo e o seu mesmo sentido. Da Equação (3.10) pode-se ver que $\Omega < \omega_n$, chamada de *operação subcrítica*, a amplitude R é positiva: em outras palavras, esta em fase com o desbalanceamento. Se $\Omega > \omega_n$, chamada de *operação supercrítica*, a amplitude R é negativa, o que significa que o desbalanceamento possui um ângulo de fase de 180° com o giro em regime permanente. Se uma linha no disco for observada, a situação das Figuras 3.2a e 3.2b, será percebida em intervalos seqüenciais, correspondendo à órbita síncrona e à precessão síncrona respectivamente, sendo a última devido à superposição das respostas em regime permanente e transiente.

3.1.3 O Método de Rayleigh-Ritz na dinâmica de rotores: modelo de mono-rotor isotrópico

O modelo mais elaborado para se entender a dinâmica de um conjunto rotor-eixo flexível é o modelo do rotor de Jeffcott. Este modelo é composto por um eixo, um disco desbalanceado e dois mancais flexíveis. Para a aplicação da metodologia de Rayleigh-Ritz, deve-se expressar as equações de energia de cada elemento do rotor. O desbalanceamento, que não pode ser completamente evitado, também deve ser levado em conta.

3.1.3.1 Equações dos elementos do rotor

As expressões de energia cinética, T , são usadas para a caracterização do disco, da árvore e do desbalanceamento. A energia de deformação, U , é usada para a caracterização da árvore. A expressão do trabalho virtual das forças resultantes dos mancais permite a determinação das forças generalizadas que serão aplicadas ao conjunto do rotor. Assim, as equações gerais do movimento de um rotor são obtidas a partir da utilização destas expressões de energia na equação de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Fq_i \quad (3.11)$$

onde: q_i são as coordenadas generalizadas independentes, Fq_i são as forças generalizadas e $N(1 \leq i \leq N)$ é o número de graus de liberdade.

3.1.3.2 O Disco

O disco é considerado rígido e, assim, pode ser caracterizado pela sua energia cinética. O sistema $R_0(XYZ)$, representado na figura 3.3, é um sistema de referência fixo e ao sistema $R(xyz)$ é um sistema que gira junto ao disco. O sistema xyz está ligado ao sistema XYZ por meio dos ângulos ψ, θ e ϕ . Para se determinar a posição do disco procede-se a uma rotação ψ em torno do eixo Z , depois a uma rotação θ em torno do novo eixo x denotado por x_1 e uma rotação ϕ em torno do eixo de rotação y do disco.

A energia cinética do disco, obtida pela rotação do mesmo em torno do centro de massa O , é calculada utilizando-se o sistema de referência R . Neste sistema de referência, o vetor rotação instantânea é dado por:

$$\vec{\omega}_{R/R_0} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi + \dot{\theta} \cos \phi \\ \dot{\theta} + \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi + \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

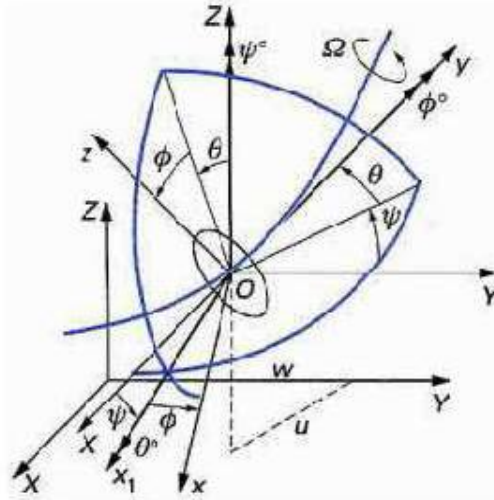


Figura 3.3: Relação entre os sistemas de referência R_0 e R

No sistema de referência R_0 , u e w são as coordenadas X e Z do centro de massa O do disco. A coordenada Y é constante. Assim, a expressão geral da energia cinética do disco considerando-se que este é simétrico ($I_{dx} = I_{dz}$), os ângulos θ e ψ pequenos e a velocidade angular do eixo constante ($\phi = \Omega$) é fornecida por:

$$T_d = \frac{1}{2} M_d ((\dot{u})^2 + (\dot{w})^2) + \frac{1}{2} I_{dx} ((\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2) + \frac{1}{2} I_{dy} (\Omega^2 + 2\Omega \dot{\psi} \theta) \quad (3.13)$$

Na equação, o termo $\frac{1}{2} I_{dy} \Omega^2$ representa a energia cinética do disco girando a uma velocidade angular Ω . Este termo é constante e não influencia as equações do movimento.

O termo $I_{dy} \Omega \dot{\psi} \theta$ representa o efeito giroscópico.

3.1.3.3 A Árvore

A expressão para a energia cinética da árvore é uma extensão daquela obtida para o disco. Para um elemento de comprimento L e seção transversal constante, a expressão da energia cinética é:

$$T_a = \frac{\rho S}{2} \int_0^L ((\dot{u})^2 + (\dot{w})^2) dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L ((\dot{\psi})^2 + (\dot{\theta})^2) dy + \rho I L \Omega^2 + 2 \rho I \Omega \int_0^L \dot{\psi} \theta dy \quad (3.14)$$

Onde ρ é a densidade, S é a área da seção transversal da viga circular e I o seu momento de inércia. A primeira integral representa o problema clássico de uma viga em flexão. A

segunda integral representa os efeitos de inércia da rotação (viga de Timoshenko). O termo $\rho IL\Omega^2$ é constante e não influencia as equações do movimento. A última integral representa o efeito giroscópico. Na figura 3.4, C é o centro geométrico da viga, B(x,z) é um ponto da seção transversal da viga, E é o módulo de Young, ε e σ são as deformações e tensões, u^* e w^* são os deslocamentos do centro geométrico com respeito aos eixos x e z, respectivamente. Se os termos de segunda ordem não forem levados em conta, a deformação longitudinal do ponto B e a energia de deformação podem ser escritas como:

$$\varepsilon = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \quad \text{e} \quad U_a = \frac{1}{2} \int_T \varepsilon' \sigma d\tau \quad (3.15)$$

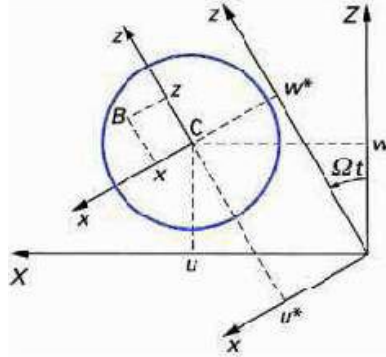


Figura 3.4: Seção transversal da árvore e sistemas de referência

Inserindo a relação tensão-deformação, $\sigma = E\varepsilon$, e a equação da deformação na equação da energia de deformação, se obtém:

$$U_a = \frac{E}{2} \int_0^L \iint \left(-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) dS dy \quad (3.16)$$

$$= \frac{E}{2} \int_0^L \iint \left[x^2 \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 - 2xy \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right] dS dy \quad (3.17)$$

Como resultado da simetria da seção, a integral correspondente ao terceiro termo da equação (3.17) é nula. Introduzindo-se os momentos de inércia diametrais com respeito a x e a z, e utilizando-se as relações $u^* = u \cos \Omega t - w \sin \Omega t$ e $w^* = u \sin \Omega t - w \cos \Omega t$ e para exprimir a energia de deformação no sistema de coordenadas R_0 se chega a:

$$U_a = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\cos \Omega t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sin \Omega t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\sin \Omega t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \cos \Omega t \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (3.18)$$

Finalmente, para o caso de uma árvore simétrica ($I = I_x = I_z$), a energia de deformação é escrita como:

$$U_a = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] \quad (3.19)$$

3.1.3.4 Os Mancais

As características de rigidez e de amortecimento dos mancais são supostas conhecidas. Assim, de acordo com a Figura 3.5, o trabalho virtual δW das forças externas agindo sobre a árvore é encontrado, para cada mancal, da seguinte forma:

$$\delta W = -k_{xx} u \delta u - k_{xz} w \delta u - k_{zx} u \delta w - k_{zz} w \delta w - c_{xx} \dot{u} \delta u - c_{xz} \dot{w} \delta u - c_{zx} \dot{u} \delta w - c_{zz} \dot{w} \delta w \quad (3.20)$$

Ou na forma compacta:

$$\delta W = F_u \delta u + F_w \delta w \quad (3.21)$$

Onde F_u e F_w e são as componentes da força generalizada e se exprimem na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Para o caso de mancais hidrodinâmicos, sabe-se que:

$$k_{xx} \neq k_{zz}; c_{xx} \neq c_{zz} \quad (3.23)$$

$$\text{e } k_{xz} \neq k_{zx} \quad (3.24)$$

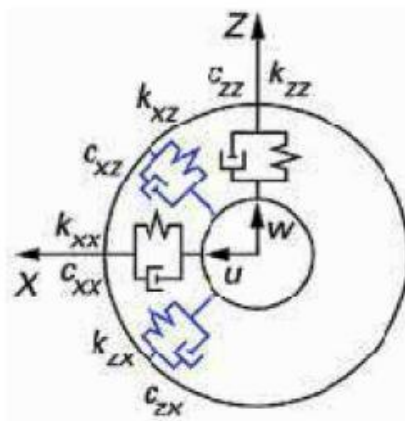


Figura 3.5: Amortecimento e rigidez de um mancal

3.1.3.5 O Desbalanceamento

O desbalanceamento, mostrado na figura 3.6, devido à uma massa m_b é situada a uma

distância d do centro geométrico da árvore, e a sua energia cinética deve ser calculada. A massa se situa em um plano perpendicular ao eixo y , a sua coordenada em relação ao eixo y é constante e o seu deslocamento angular é Ωt (ver figura 3.6). No sistema de coordenadas R_0 as coordenadas da massa e as suas velocidades são:

$$\vec{OD} = \begin{pmatrix} u + d \sin \Omega T \\ Cte. \\ w + d \cos \Omega T \end{pmatrix}, \quad V = \frac{d \vec{OD}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{u} + d\Omega \cos \Omega t \\ 0 \\ \dot{w} - d\Omega \sin \Omega t \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

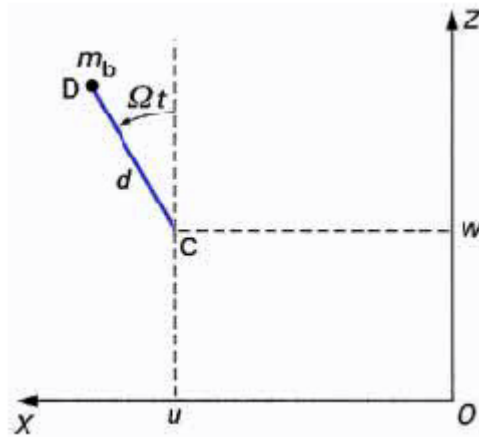


Figura 3.6: Desbalanceamento presente no disco

e a energia cinética:

$$T_b = \frac{m_b}{2} \left[(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2 + \Omega^2 d^2 + 2\Omega \dot{u} d \cos \Omega t - 2\Omega \dot{w} d \sin \Omega t \right] \quad (3.26)$$

Cujo termo $m_b \Omega^2 d^2 / 2$ é constante e não tem influência sobre a equação do movimento. A massa m_b é uma medida diferente dependendo do desbalanceamento presente. Assim, a energia cinética pode ser simplificada da seguinte forma:

$$T_b \approx m_b \Omega d (\dot{u} \cos \Omega t - \dot{w} \sin \Omega t) \quad (3.27)$$

3.1.3.6 Equações do movimento e velocidades críticas

O método de Rayleigh-Ritz se caracteriza pela substituição dos deslocamentos u e w por duas funções de aproximação: uma coordenada generalizada dependente do tempo e uma função de deslocamento dependente da coordenada y ao longo do eixo do rotor que mostra, por exemplo, a forma do primeiro modo de vibração de uma viga bi-apoiada. Assim, u e w e suas respectivas derivadas temporais podem ser representadas como:

$$u = f(y)q_1, \quad w = f(y)q_2 \quad (3.28)$$

$$\dot{u} = f(y)\dot{q}_1, \quad \dot{w} = f(y)\dot{q}_2 \quad (3.29)$$

$$f(y) = \sin \frac{\pi y}{L}, \quad \frac{df(y)}{dy} = g(y) = \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi y}{L} \quad (3.30)$$

Como os ângulos θ e ψ são pequenos, eles podem ser representados como:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{df(y)}{dy} q_2 = g(y)q_2 \quad (3.31)$$

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{df(y)}{dy} q_1 = -g(y)q_1 \quad (3.32)$$

Substituindo estes valores nas equações de energia para os elementos do rotor e calculando as energias totais do sistema obtém-se:

$$T = T_d + T_a + T_b \quad (3.33)$$

Onde T_d é a energia cinética do disco, T_a é a energia cinética da árvore e T_b é a energia cinética do desbalanceamento. Assim:

$$T = A(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) + B(\dot{q}_1 \dot{q}_2) + C(\dot{q}_1 \cos \Omega t - \dot{q}_2 \sin \Omega t) \quad (3.34)$$

Onde A, B e C são respectivamente:

$$A = \frac{1}{2} \left[M_d f(y_2)^2 + I_{xd} g(y_2)^2 + \rho SL + \frac{\pi \rho I_a}{4L} \right] \quad (3.35)$$

$$B = \frac{1}{2} \left[M_d f(y_2)^2 + I_{xd} g(y_2)^2 + \rho SL + \frac{\pi \rho I_a}{4L} \right] \quad (3.36)$$

$$C = \Omega [m_b df(y_2)] \quad (3.37)$$

A energia de deformação total é igual à energia de deformação da árvore. Logo ($U = U_a$):

$$U = \frac{\pi E I_a}{4} \left(\frac{\pi}{L} \right)^3 (q_1^2 + q_2^2) \quad (3.38)$$

O trabalho virtual total é calculado considerando-se que apenas K_{zz} é diferente de zero por motivo de simplificação. Assim, o trabalho virtual total é a soma dos trabalhos virtuais sobre os dois mancais:

$$\delta W = \delta W_1 + \delta W_2 = -(k_{zz1} f(y_1))^2 + k_{zz2} f(y_3)^2 \quad (3.39)$$

A obtenção das equações do movimento do rotor é realizada com a substituição das equações de energia (3.34), (3.38) e (3.39) na equação (3.11) e evidenciando as derivadas dos deslocamentos generalizados:

$$2A\ddot{q}_1 + \frac{B}{\Omega} \dot{\Omega} \dot{q}_2 + \frac{\pi^4 E U_a}{2L^3} q_1 = C\Omega \sin \Omega t \quad (3.40)$$

$$2A\ddot{q}_2 + \frac{B}{\Omega}\dot{q}_2 + \frac{\pi^4 EU_a}{2L^3}q_2 = C\Omega \sin \Omega t \quad (3.41)$$

Como nesta etapa é feita a análise do comportamento não forçado do conjunto, se obtém o sistema homogêneo representado por:

$$M_{eq}\ddot{q}_1 + C_{eq}\Omega\dot{q}_2 + k_{eq}q_1 = 0 \quad (3.42)$$

$$M_{eq}\ddot{q}_2 + C_{eq}\Omega\dot{q}_1 + k_{eq}q_2 = 0 \quad (3.43)$$

Com $M_{eq} = 2A$, $C_{eq} = B/\Omega$ e $K_{eq} = \pi^4 EI_d/(2L^3)$. A utilização de condições iniciais para q_1, q_2, \dot{q}_1 e \dot{q}_2 dá condições de se resolver as equações diferenciais para obtenção das órbitas de precessão de pontos acima do eixo do rotor. Aplicando-se as condições iniciais seguintes para $t_0=0$ nas equações de movimento:

$$q_1 = 0, \quad \dot{q}_1 = -\omega_1 q_{2_0}, \quad q_2 = q_{2_0}, \quad \dot{q}_2 = 0 \quad (3.44)$$

É possível de se determinar os deslocamentos de um ponto situado em $y=l$ da origem do eixo do rotor que são dadas por:

$$u(l,t) = -q_{2_0} \sin \frac{\pi l}{L} \sin \omega_1 t, \quad \omega(l,t) = q_{2_0} \sin \frac{\pi l}{L} \cos \omega_1 t \quad (3.45)$$

Estas equações permitem o desenho da órbita de precessão direta pois o movimento resultante da aplicação destas condições iniciais se apresenta no mesmo sentido da rotação Ω do eixo. Um conjunto semelhante de condições iniciais permite a obtenção da órbita de precessão inversa que diz respeito a um movimento no sentido oposto à velocidade de rotação do eixo.

Assumindo uma solução do tipo $q_1 = Q_1 e^{rt}$ e $q_2 = Q_2 e^{rt}$ substituindo nas equações (3.42) e (3.43) tem-se que:

$$\begin{bmatrix} M_{eq}r^2 + k_{eq} & C_{eq}\Omega r \\ -C_{eq}\Omega r & M_{eq}r^2 + k_{eq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

Como se deseja a solução não trivial para o sistema, a anulação do determinante da primeira matriz da equação (3.46) fornecerá a equação característica:

$$M_{eq}r^4 + (2M_{eq}k_{eq} + C_{eq}^2\Omega^2)r^2 + k_{eq}^2 = 0 \quad (3.47)$$

Quando $\Omega = 0$ (rotor estacionário) a solução da equação é:

$$r_{1est}^2 = r_{2est}^2 = j^2 w_{1est}^2 = j^2 w_{2est}^2 = -\frac{k_{eq}}{M_{eq}} \quad (3.48)$$

Com $j^2 = -1$. As frequências são $\omega_{1est} = \omega_{2est} = \sqrt{K_{eq} / M_{eq}}$. Quando o rotor está em rotação, as raízes r_1 e r_2 e as frequências correspondentes são:

$$r_1^2 = j^2 \omega_1^2, \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_{1est}^2 + \frac{C_{eq}^2 \Omega^2}{2M_{eq}^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4M_{eq}^2 \omega_{1est}^2}{C_{eq}^2} \Omega^2} \right)} \quad (3.49)$$

$$r_2^2 = j^2 \omega_2^2, \quad \omega_2 = \sqrt{\omega_{1est}^2 + \frac{C_{eq}^2 \Omega^2}{2M_{eq}^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4M_{eq}^2 \omega_{1est}^2}{C_{eq}^2} \Omega^2} \right)} \quad (3.50)$$

As equações (3.49) e (3.50) mostram a evolução da frequência do rotor com a sua velocidade de rotação. Com estes dados pode-se montar o diagrama de Campbell, permitindo visualizar pontos críticos de funcionamento de um rotor.

3.2 CÁLCULO DA FREQUENCIA NATURAL DO ROTOR ESTUDADO

Aplicando a teoria desenvolvida no item 3.1 calculou-se analiticamente as frequências naturais do rotor usado nos experimentos dessa dissertação. Para tanto foram usadas as características geométricas e de material apresentadas nas tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 a seguir.

Tabela 3.1: Características do disco

Disco			
Raio Interno	R1 = 0,013m	Posição	L ₁ = 0,2005 m
Raio Externo	R2 = 0,11 m	Massa	$Md = \pi(R_2^2 - R_1^2)h\rho = 2,631\text{kg}$
Espessura	h= 0,009m	Momento de Inércia (x e z)	$I_{D_x} = I_{D_z} = M_D / 12(3R_1^2 + 3R_2^2 + h^2) = 8,0885 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$
Densidade	P = 7800 kg/m ³	Momento de Inércia (y)	$I_{D_y} = M_D / 12(R_1^2 + R_2^2) = 1,61398 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$

Tabela 3.2: Características da árvore

Árvore				
Comprimento	3	L=0,410m	Densidade	P = 7800 kg/m ³
Raio da seção		R1 = 0,01m	Área	$S = \pi R_1^2 = 3,141 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
Módulo de Young		E=200 GPa	Momento de Inércia	$I = \pi R_1^4 / 4 = 7,854 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$ $7,8539 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$

Tabela 3.3: Características do desbalanceamento de massa

Desbalanceamento		
Massa	mu	0,0104kg
Distância	R ₂	0,1 m

As funções de deslocamento escolhidas são exatamente a primeira forma modal de uma viga com seção transversal constante em flexão e suas derivadas. Assim:

$$f(y) = \sin \frac{\pi y}{L} = \sin \frac{\pi y}{0,410} \quad (3.51)$$

$$g(y) = \dot{f}(y) = \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi y}{L} = \frac{\pi}{0,410} \cos \frac{\pi y}{0,410} \quad (3.52)$$

$$h(y) = \ddot{f}(y) = -\frac{\pi^2}{L^2} \sin \frac{\pi y}{L} = -\frac{\pi^2}{0,410^2} \sin \frac{\pi y}{0,410} \quad (3.53)$$

Equações do rotor

Substituindo as equações da energia cinética (4,42) e da energia de deformação (4,43) nas equações de Lagrange (4,1), mostradas aqui na forma desmembrada, é possível se obter as equações do movimento do rotor:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} + \frac{\partial U}{\partial q_1} = Fq_1 \quad (3.54)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} + \frac{\partial U}{\partial q_2} = Fq_2 \quad (3.55)$$

No exemplo em questão, o efeito dos mancais e de quaisquer forças externas não é

considerado. Assim, os termos Fq_1 e Fq_2 não precisam ser incluídos. Com as substituições já indicadas, as equações do movimento se tornam iguais a (3.40) e (3.41).

Freqüências naturais como função da velocidade de rotação

Considerando as Equações (3.40) e (3.41) para o caso de um sistema não forçado, se tem um sistema de equações diferenciais homogêneo. Cada equação é uma equação diferencial ordinária de segunda ordem com coeficientes constantes para uma velocidade de rotação Ω fixa. Assume-se então, soluções do tipo $q_1 = Q_1 e^{rt}$ e $q_2 = Q_2 e^{rt}$ que são substituídas e resultam em uma equação matricial do tipo (3.46). A equação característica resultante pode ser obtida como:

$$M_{eq} r^4 + (2M_{eq} k_{eq} + C_{eq}^2 \Omega^2) r^2 + k_{eq}^2 = 0 \quad (3.56)$$

Em repouso, as freqüências são dadas por:

$$F_{1est} = \frac{\omega_{1est}}{2\pi} = F_{2est} = \frac{\omega_{2est}}{2\pi} \quad (3.57)$$

$$F_{1est} = F_{2est} = 87,93 \text{ Hz} \quad (3.58)$$

Na condição de rotação, as freqüências são:

$$r_1^2 = j^2 \omega_1^2, \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_{1est}^2 + \frac{C_{eq}^2 \Omega^2}{2M_{eq}^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4M_{eq}^2 \omega_{1est}^2}{C_{eq}^2} \Omega^2} \right)} \quad (3.59)$$

$$r_2^2 = j^2 \omega_2^2, \quad \omega_2 = \sqrt{\omega_{1est}^2 + \frac{C_{eq}^2 \Omega^2}{2M_{eq}^2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4M_{eq}^2 \omega_{1est}^2}{C_{eq}^2} \Omega^2} \right)} \quad (3.60)$$

$$\omega_1 = \sqrt{3,0523 \cdot 10^5 + 4,1173 \cdot 10^{-8} \Omega^2 \left(1 + \sqrt{1 + 2,5934 \cdot 10^{15} \Omega^2} \right)} \quad (3.61)$$

$$\omega_2 = \sqrt{3,0523 \cdot 10^5 + 4,1173 \cdot 10^{-8} \Omega^2 \left(1 - \sqrt{1 + 2,5934 \cdot 10^{15} \Omega^2} \right)} \quad (3.62)$$

O diagrama de Campbell, representando a variação das freqüências naturais com a velocidade de rotação esta apresentada na Figura 3.7. No diagrama, onde $F_1 = F_1(N)$ e $F_2 = F_2(N)$ e, as curvas $F_1(N)$ e $F_2(N)$ representam as condições de precessão direta e inversa. Em precessão direta, o rotor possui uma deformação rotatória que se adianta ou é igual em velocidade à rotação do eixo. No caso de precessão inversa, a rotação da forma

deformada do eixo esta atrasada em fase em relação à rotação do eixo.

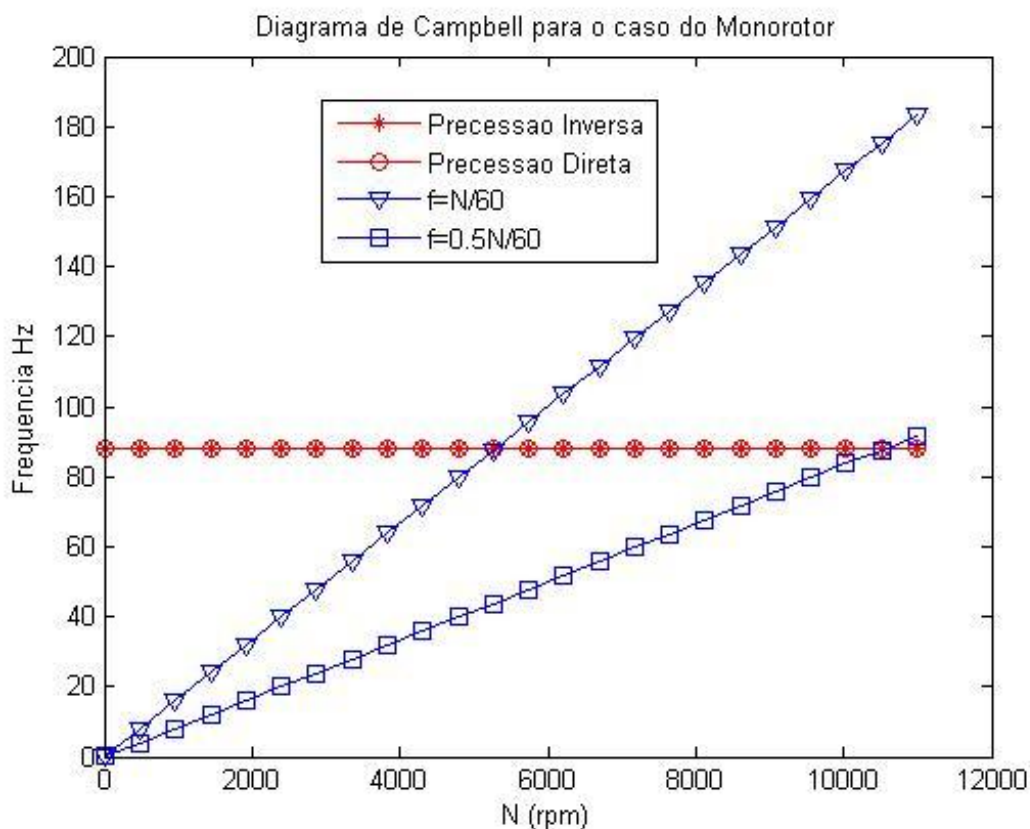


Figura 3.7: Diagrama de Campbell

As linhas de precessão inversa e direta da Figura 3.7 se interceptam com linhas (em azul) que representam a frequência em Hz correspondente à velocidade de rotação em rpm e a frequência em Hz correspondente à metade da velocidade de rotação em RPM. Tais intersecções são pontos em que a velocidade de rotação do eixo se iguala à sua frequência de deformação. Tais pontos são chamados de pontos críticos e devem ser evitados devido ao aumento da amplitude da órbita de precessão. No caso estudado, temos como pontos de intersecção os valores de 5.276 rpm e 10551 rpm, correspondentes a 87,92 Hz e 175,86 Hz, respectivamente.

As órbitas de precessão do rotor em estudo podem ser obtidas através de integração numérica das equações do movimento (3.40) e (3.41). A figura 3.8 apresenta as órbitas de precessão inversa e direta para o caso do rotor desbalanceado e com mancais isotrópicos.

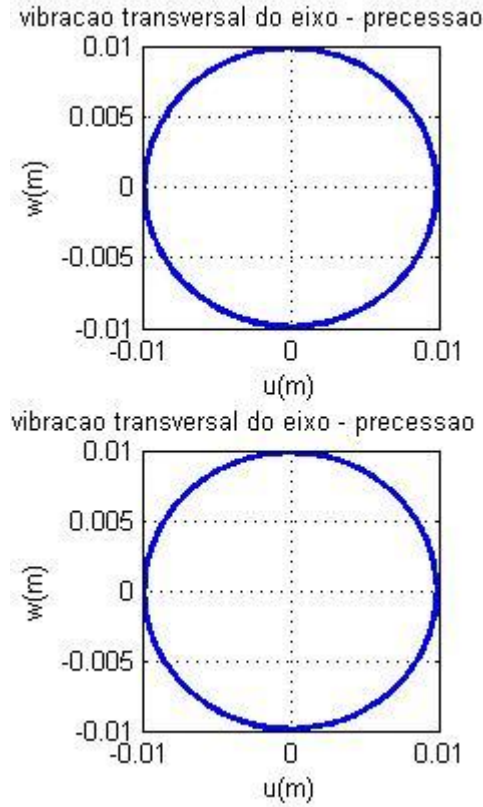


Figura 3.8: Órbitas de precessão

3.2.1 Resposta ao desbalanceamento

Seja o rotor estudado. Os deslocamentos devido ao desbalanceamento são obtidos pelas equações (3.40) e (3.41). Exprimindo o termo C como $\Omega m_b d f(y_2)$ e fazendo Ω , pode-se obter as equações do movimento do sistema na seguinte forma:

$$2A \ddot{q}_1 + \frac{B}{\Omega} \dot{q}_2 + \frac{\pi^4 E U_a}{2L^3} q_1 = m^* d \Omega^2 \sin \Omega t \quad (3.63)$$

$$2A \ddot{q}_2 + \frac{B}{\Omega} \dot{q}_1 + \frac{\pi^4 E U_a}{2L^3} q_2 = m^* d \Omega^2 \sin \Omega t \quad (3.64)$$

Ou, em termos de grandezas equivalentes:

$$M_{eq} \ddot{q}_1 + C_{eq} \dot{q}_2 + \frac{\pi^4 E I_a}{2L^3} q_1 = m^* d \Omega^2 \sin \Omega t \quad (3.65)$$

$$M_{eq} \ddot{q}_2 + C_{eq} \dot{q}_1 + \frac{\pi^4 E I_a}{2L^3} q_2 = m^* d \Omega^2 \sin \Omega t \quad (3.66)$$

Como não há amortecimento, pode-se pensar em soluções na forma de soluções

harmônicas. Por exemplo:

$$q_1 = Q_1 \sin \Omega t \quad (3.67)$$

$$q_2 = Q_2 \sin \Omega t \quad (3.68)$$

Fazendo a substituição de (3.67) e (3.68) nas Equações (3.65) e (3.66) obtém-se um sistema de equações que pode ser resolvido para Q_1 e Q_2 .

$$-M_{eq}\Omega^2 Q_1 + C_{eq}\Omega^2 Q_2 + k_{eq} Q_1 = m^* d\Omega^2 \quad (3.69)$$

$$-M_{eq}\Omega^2 Q_2 + C_{eq}\Omega^2 Q_1 + k_{eq} Q_2 = m^* d\Omega^2 \quad (3.70)$$

Logo,

$$Q_1 = Q_2 = \frac{m^* d\Omega^2}{k_{eq} + (C_{eq} - M_{eq})\Omega^2} \quad (3.71)$$

A velocidade crítica Ω_c , devido ao desbalanceamento de massa, corresponde ao valor que torna o deslocamento infinito. De forma a anular o denominador de (3.71) tem-se:

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{k_{eq}}{M_{eq} - C_{ed}}} \quad (3.72)$$

O resultado acima só traz o valor de uma das velocidades críticas. Para se calcular as velocidades críticas correspondentes aos outros pontos de intersecção, deve-se substituir, no lugar de Ω , na Equação (3.71), o valor $s\Omega$ com $s = 1$ ou $s = 0.5$ dependendo se o ponto de intersecção se refere à linha $f = N$ ou $f = 0.5N$. Para se determinar a intersecção nas curvas de precessão direta, ou inversa, deve-se substituir o sinal da Equação (3.72), pelo sinal de $-$ ou pelo sinal de $+$, respectivamente.

3.2.2 Resposta de um rotor isotrópico às forças de excitação

Os deslocamentos devido ao desbalanceamento são obtidos a partir da Equação (3.71):

$$Q_1 = Q_2 = \frac{m^* d\Omega^2}{k_{eq} + (C_{eq} - M_{eq})\Omega^2} \quad (3.73)$$

e a velocidade crítica corresponde a $\Omega_c/2\pi = 87,93$ Hz; ou seja $N = 5276$ rpm. A figura 3.9 mostra a resposta em amplitude juntamente com o diagrama de Campbell. Note que a velocidade crítica para precessão direta mostrada pelo diagrama de Campbell coincide com a velocidade do pico de amplitude do sistema.

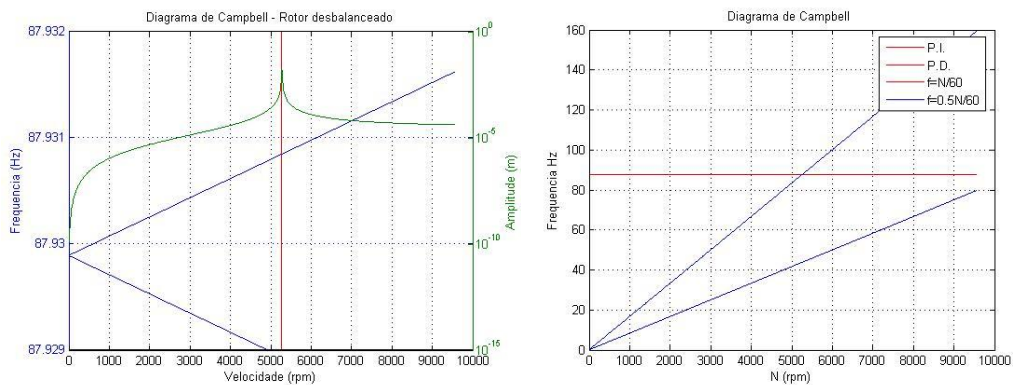


Figura 3.9: diagrama de Campbell – Rotor desbalanceado

3.3 – AVALIAÇÃO DA VARIAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DA SEÇÃO COM ENTALHE

Nesse item é feita uma avaliação da variação do momento de inércia do eixo em função do ângulo de posição do entalhe, tentando verificar a relação entre o comportamento observado para o eixo entalhado e a rigidez do mesmo.

A presença de uma trinca causa uma redução local da rigidez do elemento trincado devido à diminuição da seção transversal do mesmo. Além disso, em eixos rotativos trincados, devido ao fato da trinca implicar em uma assimetria da seção transversal, a trinca causará a variação da rigidez do eixo durante a rotação desse último.

Com o objetivo de avaliar a influência da variação do segundo momento de área (momento de inércia) da seção com entalhe no comportamento dinâmico do eixo ensaiado (para o “pior caso”, eixo com entalhe de 6mm) será feito nesse item o cálculo analítico do momento de inércia de área dessa seção.

Apresentamos a seguir o cálculo do momento de inércia da seção do eixo no local do entalhe e no sub-item seguinte a determinação da expressão da variação desse momento segundo o ângulo de posição do eixo.

3.3.1 - Cálculo do momento de inércia da seção trincada

Considerando um sistema de referência fixado ao eixo no centro da seção circular não trincada como mostra a figura 3.10, fazemos aqui o cálculo dos momentos de inércia da seção trincada em relação ao eixo vertical (y) e horizontal (x), indicados

respectivamente como: I_{Xst} e I_{Yst} . Nesse cálculo considerou-se o entalhe posicionado na parte superior do eixo (figura 3.10) e assim, a simetria da seção com relação ao eixo vertical implica que, nesse caso, os produtos de inércia são nulos.

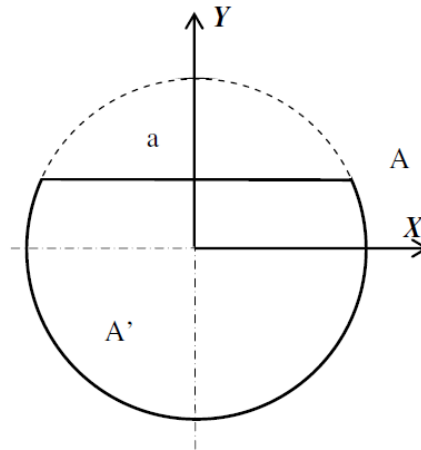


Figura 3.10: Cálculo do Momento de Inércia da seção com entalhe

O momento de inércia da seção entalhada é calculado subtraindo-se do momento de inércia do círculo o momento de inércia do setor circular. Assim temos:

$$I_{Xst} = I_{Xc} - I_X \quad \text{e} \quad I_{Yst} = I_{Yc} - I_Y$$

com: I_{Xst} , momento de inércia da seção trincada (st) em relação a X;
 I_{Xc} , momento de inércia da circunferência (c) em relação a X;
 I_X , momento de inércia do setor circular em relação a X;
 I_{Yst} , momento de inércia da seção trincada (st) em relação a Y;
 I_{Yc} , momento de inércia da circunferência (c) em relação a Y;
 I_Y , momento de inércia do setor circular em relação a Y;

O Momento de inércia do setor circular com relação aos eixos principais X e Y são calculados usando o teorema dos eixos paralelos:

$$I_X = I_x + ad_y^2 \quad \text{e} \quad I_Y = I_y + ad_x^2$$

onde: I_x , momento de inércia da área do setor circular em relação a x;
 I_y , momento de inércia do setor circular em relação a y;
a, área do setor circular;
d, distância do centróide do setor circular ao eixo principal;

Assim, temos para a horizontal:

- momento de inércia da área do setor circular em relação a x
 $I_x = r^4/48(12\theta - 8\text{sen}(2\theta) + \text{sen}(4\theta))$,

sendo $\theta = \arccos(4/10)$ e $r = 10\text{mm}$

$$I_x = 1468,4\text{mm}^4$$

- área do segmento circular
 $a = r^2(2\theta - \text{sen}(2\theta))/2$
 $a = 79,2673\text{mm}^2$
- distância do centróide do setor circular ao eixo principal
 $d = 4r\text{sen}^3\theta/3(2\theta - \text{sen}(2\theta))$
 $d = 6,4749\text{mm}$
- momento de inércia do setor circular em relação a X
 $I_x = 1981,7\text{mm}^4$
- momento de inércia da circunferência (c) em relação a X
 $I_{xc} = \pi r^4/4 \quad I_{xc} = 7854\text{mm}^4$
- momento de inércia da secção trincada (st) em relação a X;
 $I_{xst} = 5872,3\text{mm}^4$

Para a direção vertical, considerando a simetria, temos que $I_y = I_x$, então:

- momento de inércia do setor circular em relação a y e Y
 $I_y = r^4/16(4\theta - \text{sen}(4\theta)) - 8/9r^4\text{sen}^6\theta/(2\theta - \text{sen}(2\theta))$,

sendo $\theta = \arccos(4/10)$ e $r = 10\text{mm}$

$$I_y = I_x = 9,7676\text{mm}^4$$

- momento de inércia da secção trincada (st) em relação a Y

$$I_{yst} = I_{yc} - I_y \quad \text{sendo: } I_{yc} = 7854\text{mm}^4$$

$$I_{yst} = 7844,2324\text{mm}^4$$

3.3.2 Expressão da variação do momento de inércia em função da posição do eixo

Considerando a rotação do eixo trincado podemos afirmar que o momento de inércia de área (também conhecido como segundo momento) varia em função do ângulo α de rotação.

Temos que os momentos de inércia I_{XF} e I_{YF} , em relação a um sistema de referência rotacionado de um ângulo α , são dados por (Timoshenko):

$$I_{YF} = I_{Xst} \text{sen}^2 \alpha + I_{Yst} \text{cos}^2 \alpha + 2I_{XYst} \text{sen} \alpha \text{cos} \alpha$$

$$I_{XF} = I_{Xst} \text{cos}^2 \alpha + I_{Yst} \text{sen}^2 \alpha + 2I_{XYst} \text{sen} \alpha \text{cos} \alpha$$

Onde I_{Xst} e I_{Yst} são os momentos de inércia no referencial fixo e I_{XYst} é o produto de inércia também no referencial fixo (sem rotação).

Dada a simetria da seção trincada temos que o produto de inércia I_{XYst} é nulo. Assim os momentos de inércia em função do ângulo α são:

$$I_{YF} = I_{Xst} \text{sen}^2 \alpha + I_{Yst} \text{cos}^2 \alpha$$

$$I_{XF} = I_{Xst} \text{cos}^2 \alpha + I_{Yst} \text{sen}^2 \alpha$$

Dessa forma para o eixo usado em nossos experimentos a variação dos momentos de inércia em função do ângulo de posição do entalhe são mostrados na figura seguinte:

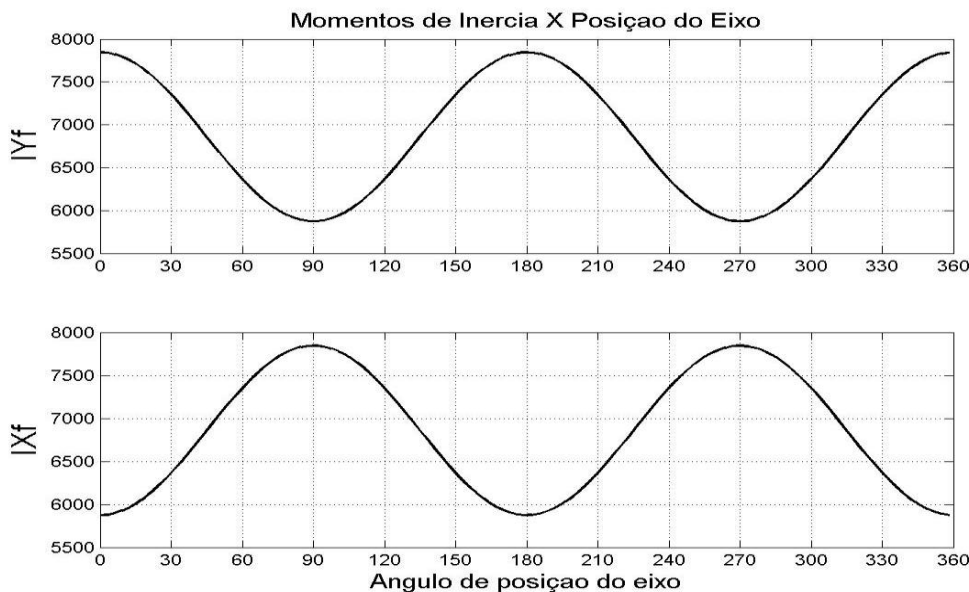


Figura 3.11: Variação dos momentos de inércia de área em função da posição do eixo.

Podemos observar na figura 3.11 que o eixo atinge seu ponto máximo de momento de inércia duas vezes a cada rotação completa do eixo.

4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Dentre os muitos métodos para identificação e monitoração de trincas em eixos rotativos revisados no capítulo 2, destacam-se os métodos que fazem uso da medição de vibração analisando a influência da trinca no espectro de frequência de vibrações do eixo. De forma a melhor compreender esses métodos e avaliar a eficiência dos mesmos, foi elaborado o procedimento experimental do presente trabalho.

Considerando as dificuldades de se ter uma trinca real de tamanho e forma controlados, bem como de controlar a evolução dessa trinca com o tempo, optou-se pelo uso de um eixo com um entalhe de pequenas dimensões para simular a existência da trinca. De forma a simular a evolução da trinca e poder avaliar a influência dessa evolução no espectro de vibração medido, foram utilizados eixos com entalhes de diferentes profundidades.

Muitos trabalhos na literatura indicam que a observação do comportamento do espectro de vibração para a frequência igual a uma vez a rotação do eixo (referenciado na literatura como componente $1x$, ou 1Ω) deve ser usada para a identificação de trincas (Werner, 1993, Sanderson 1992, Peng e Guo, 2007). Outros autores preferem a observação do pico de frequência associado ao componente de duas vezes a rotação do eixo (referenciado na literatura como componente $2x$ ou 2Ω) (Lees e Sinou, 2005, Audebert e Stroisser, 2008, Saavedra e Cuitino, 2002, Lazzeri, 1992, Green e Casey, 2003). Sendo assim, esse trabalho de mestrado concentrou a atenção nessas duas componentes.

Alguns trabalhos na literatura mencionam o efeito combinado da presença da trinca com o desbalanceamento residual de rotores, sempre presente em rotores industriais mesmo que em valores residuais mínimos. Assim alguns dos testes realizados nesse trabalho de mestrado tentam avaliar a influência do desbalanceamento sobre o espectro de vibração do eixo trincado.

O principal problema na identificação de defeitos em máquinas rotativas é a superposição de efeitos e a conseqüente dificuldade na discriminação das causas. Problemas de desbalanceamento de rotores provocam alterações no espectro de frequência de vibração da máquina na frequência correspondente a uma vez a rotação do eixo (componente $1x$) enquanto que problemas de desalinhamento provocam alterações na componente $2x$. Considerando que essas componentes são usadas na literatura para avaliação da presença de trinca, deve-se considerar um procedimento de testes que permita

diferenciar as alterações do espectro causadas por esses defeitos típicos e pela presença da trinca.

Para uso nos experimentos foi usinado em aço SAE 1020 um eixo com 410 mm de comprimento e 20 mm de diâmetro, com módulo de elasticidade (E) 21000 N/m^2 , densidade (ρ) 7800 kg/m^3 , momento de inércia (I) $5,21 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4$; apresentando a 190,5 mm de sua extremidade esquerda um entalhe para simular uma trinca, cujas dimensões são de 0,3 mm de espessura (a) com uma profundidade (p) para diferentes espécimes de: 1,5mm, 3,0mm, 4,5mm e 6mm.

Um eixo idêntico, mas sem entalhe também foi confeccionado e tomado como referência para comparação (eixo sem trincas).

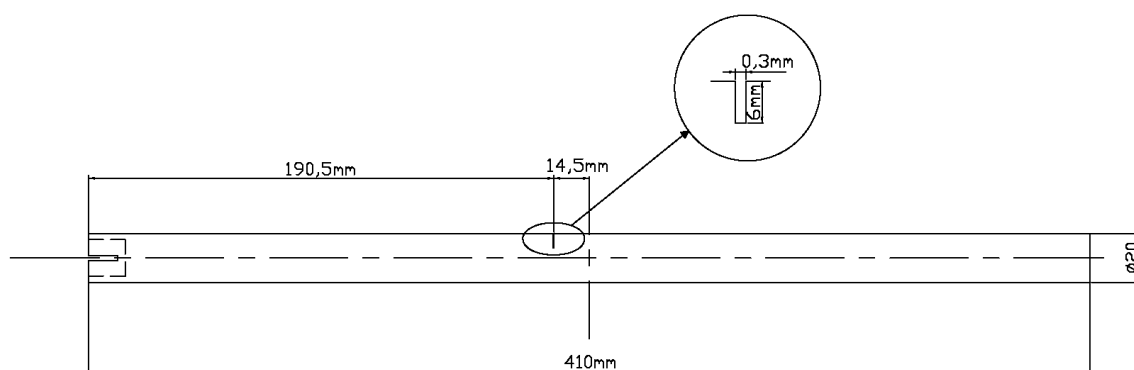


Figura 4.1: Eixo com a posição do entalhe simulando uma trinca de profundidade de 6mm

4.1 MONTAGEM EXPERIMENTAL E EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

Os testes no Laboratório de Vibrações da UnB foram realizados na “bancada didática para simulação de defeitos em máquinas rotativas”. A bancada consiste basicamente em uma base com guias para os mancais suporte do eixo e um motor para rotação do eixo ensaiado. O motor é controlado por um variador de frequência, permitindo a alteração da velocidade de rotação do eixo. Junto ao mancal foram fixados dois acelerômetros posicionados a 90° entre si (para medições na vertical e horizontal). O sinal de cada acelerômetro é enviado a um pré amplificador e, em seguida, para a analisador de sinais dinâmicos, como esquematizado na figura 4.2.

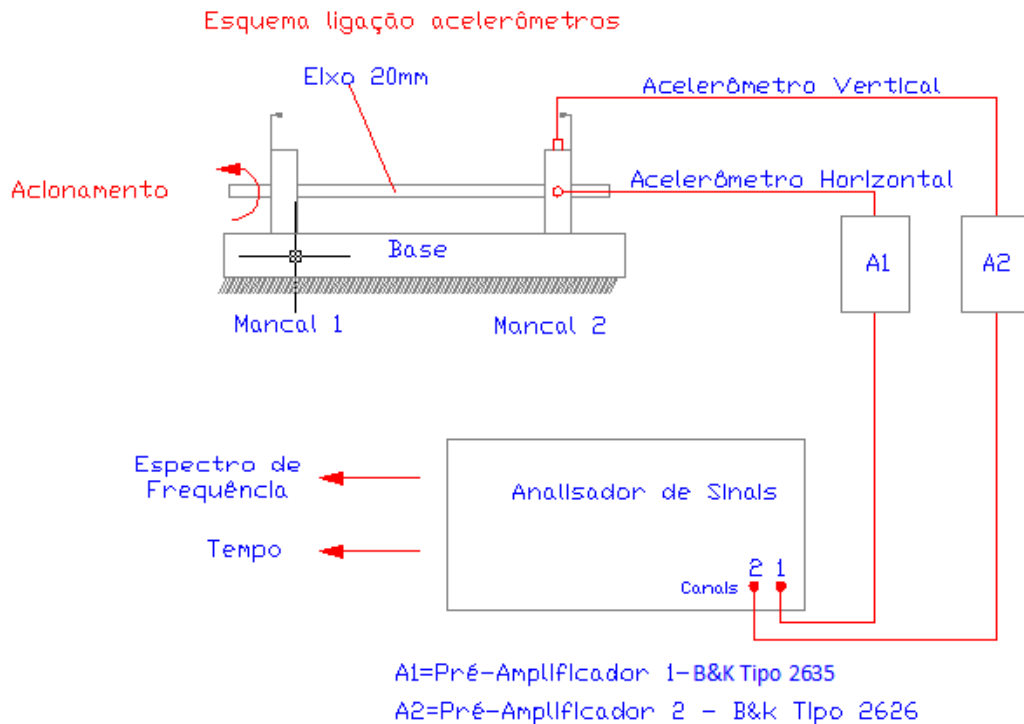


Figura 4.2: Esquema do aparato experimental

Os equipamentos utilizados foram:

- Analisador de Sinais Dinâmicos HP Modelo 35665A
- Pré-amplificador de carga B&K Tipo 2635
- Pré-amplificador de carga B&K Tipo 2626
- 02 acelerômetros Piezoelétricos B&K, type 4366.
- Variador de frequência Danfoss, modelo VLT 2800;
- 05 Eixos com e sem trinca (conforme item 1.1)
- 10 Rolamentos FAG 6204.2ZR;

4.1.1 Analisador de Sinais Dinâmicos HP modelo 35665A

O Analisador de sinais dinâmicos possui dois canais com uma faixa de frequência que atinge 102,4 kHz quando utilizado apenas um canal e até 51,2 kHz, quando utilizado

os dois canais. Pode funcionar nos modos de análise FFT, análise de correlação, varredura em seno e histogramas/tempo. Este dispositivo pode gerar sinais senoidais de varredura rápida periódica e em pacotes, senóide fixa, ruídos aleatórios e ruídos em pacotes, dentre outros. A configuração adotada para o analisador está detalhada no ANEXO III.

4.1.2 Amplificador de carga B&K tipo 2635

O amplificador de carga, condiciona e amplifica o sinal recebido do acelerômetro, transformando carga elétrica em tensão. Sua faixa de operação varia de 0,1 Hz a 200 kHz, apresentando uma impedância de entrada de $10\text{ G}\Omega$. No experimento, o mesmo foi configurado para a faixa de 10 a 410 Hz.

4.1.3 Acelerômetros piezoelétricos B&K tipo 4336

O acelerômetro utilizado nos testes experimentais da estrutura apresenta dimensões reduzidas $\text{Ø}6,9\text{mm} \times 9,15\text{mm}$ e a massa de 29 gramas.

Acelerômetro para medição na direção horizontal: Acelerômetro B&K tipo 4336, n.º de série 745960, Sensibilidade de carga $4,69\text{ pC/ms}^{-2}$, sensibilidade de voltagem de $3,62\text{ mV/MS}^{-2}$, impedância de 39 kHz.

Acelerômetro para medição na direção vertical: Acelerômetro B&K tipo 4336, n.º de série 746341, Sensibilidade de carga $4,95\text{ pC/ms}^{-2}$, sensibilidade de voltagem de $3,62\text{ mV/MS}^{-2}$, impedância de 39 kHz.

4.1.4 Variador de frequência

Foi utilizado um variador de frequência da marca “Danfoss”, modelo VLT 2800, tensão de alimentação 220 V, Frequência de saída de 0,2 a 132 Hz.



Figura 4.3: Variador de frequência

4.1.5 Bancada

A bancada utilizada é capaz de simular defeitos típicos das máquinas rotativas, possui 500 mm de comprimento, 250 mm de largura e 255 mm de altura. Consiste em um eixo confeccionado em aço; dois suportes para os mancais de rolamentos, constituídos de base, suporte lateral, suporte frontal, placa suporte do rolamento e placa de aperto, sendo as três últimas unidas por intermédio de parafusos. A placa suporte de rolamento é projetada para a fixação da pista externa do rolamento e em suas bordas são fixados os acelerômetros para medição evitando-se, assim, o problema de atenuação ou distorção do sinal gerado, uma vez que se tem o caminho de vibração o mais curto e rígido possível.

De maneira a transmitir apenas o movimento de rotação do rotor para o eixo ensaiado, utilizou-se uma haste esbelta. Dessa forma, vibrações transversais ou axiais não seriam transmitidas para o eixo através do acoplamento.



Figura 4.4: Bancada Didática para Simulação de defeitos em máquinas rotativas



Figura 4.5: Montagem do eixo com volante e instrumentos de medição

4.2 PROCEDIMENTO DE TESTES

Foram realizados três tipos de testes. O primeiro grupo de ensaios teve como objetivo avaliar a influência da profundidade da trinca no sinal de vibração. Assim foram testados um eixo sem entalhe e eixos com entalhes de diferentes profundidades. Esses

testes foram divididos em testes com o eixo sem volante e testes com eixo e volante. O segundo grupo de ensaios procurou avaliar a influência da presença de desbalanceamento sobre o procedimento de identificação de trinca. Para isso foi utilizado um volante desbalanceado.

Foram testados os eixos com diferentes profundidades de entalhe (simulando diferentes profundidades de trinca), de forma a permitir a avaliação do espectro de vibração com a evolução da trinca.

Para cada um dos eixos foram feitas medições da aceleração da vibração nas direções vertical e horizontal sobre o mancal “2” (ver figura 4.2). Gravou-se os sinais no domínio do tempo e os respectivos espectros de frequência.

Para cada eixo foram realizadas medições em diferentes velocidades de rotação, a saber: 30 Hz, 50 Hz, 70 Hz e 90 Hz.

Todas as medições foram feitas no intervalo de 10 a 410 Hz usando 200 linhas de medição, implicando em uma resolução de 2 Hz para os espectros de frequência.

Foram realizados testes usando eixos com profundidades de entalhe de 1,5; 3,0; 4,5 e 6,0 mm, além do eixo sem entalhe.

Basicamente os testes consistiam em se fazer girar o eixo na bancada com rotação pré-determinada e medir o espectro de frequência da vibração nos mancais do eixo na direção horizontal e vertical.

4.2.1 Eixo sem entalhe

O eixo sem entalhe foi montado no banco de testes com dois rolamentos novos próximos a extremidades, de modo que a distância entre os mancais fosse de 450 mm (figura 4).

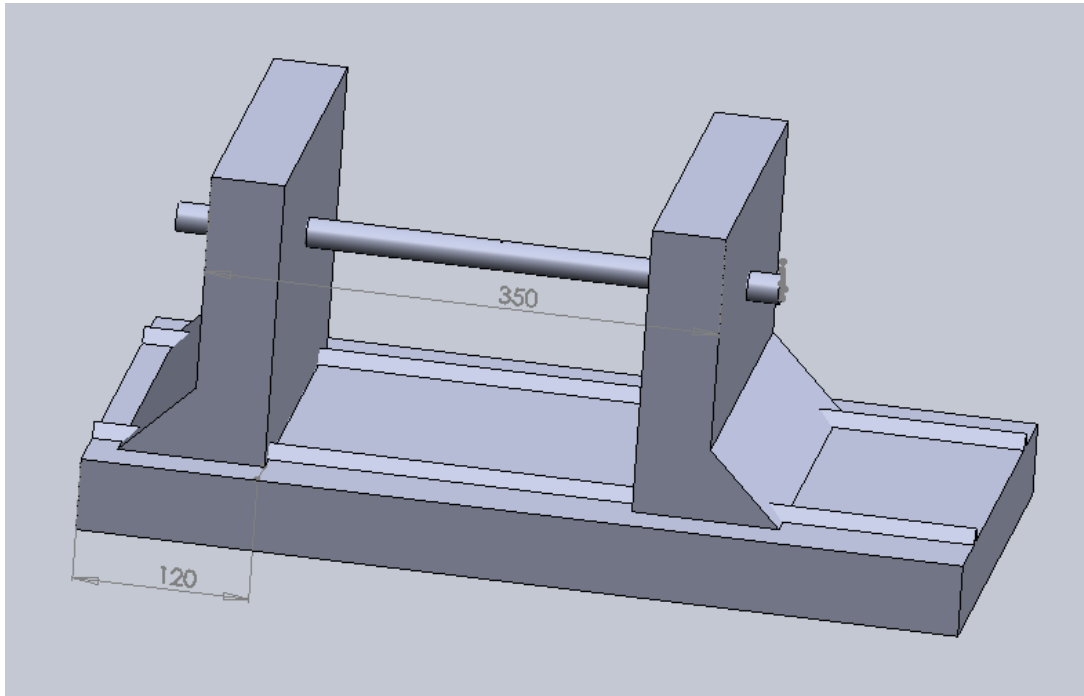


Figura 4.6: Esquema da posição dos mancais

Os acelerômetros foram fixados com parafusos, ambos no “mancal 2”, o primeiro na posição vertical e, o segundo, na posição horizontal. Em seguida foram ligados aos amplificadores, que por sua vez estavam ligados ao analisador de sinais. Na figura 5 mostra-se o detalhe de fixação do acelerômetro.

O Pré-Amplificador de Carga B&K Tipo 2635, canal 1, estava regulado com $4,69 \text{ pC}/(\text{ms}^{-2})$ e o Pré-Amplificador de Carga B&K Tipo 2626, canal 2, estava regulado com $4,95 \text{ pC}/\text{ms}^{-2}$), conforme a sensibilidade de carga dos respectivos acelerômetros.

Após montagem do sistema, foram realizados os seguintes testes:

O variador de frequência foi programado para frequência de 30 Hz, sendo essa então a rotação imposta ao eixo. A faixa mostrada no analisador de sinais era de -115 a -65 dBVrms, com frequência de 0 a 450 Hz. O sinal de resposta captado pelo acelerômetro, é enviado ao pré-amplificador, que por sua vez o envia ao canal do analisador. Foram salvos os dados enviados pelo acelerômetro de posição vertical no domínio do tempo e espectro de frequência, assim como os dados enviados pelo acelerômetro de posição horizontal no domínio do tempo e espectro de frequência. Após o ensaio com rotação de 30 Hz no eixo sem entalhe e sem volante, repetiu-se o mesmo procedimento para as rotações de 50, 70 e 90 Hz. A FRF de cada frequência foi obtida utilizando-se o analisador de sinais dinâmicos.

Os mesmos testes foram repetidos para os eixos com entalhe de 1,5; 3mm; 4,5 e 6 mm.

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

5.1 EIXOS SEM VOLANTE

Nesse capítulo serão apresentados os resultados obtidos usando o procedimento experimental descrito no capítulo anterior. Apresentamos os resultados dos testes experimentais, bem como os espectros de frequência obtidos e as tendências observadas.

A metodologia de medição e identificação descrita anteriormente foi usada inicialmente para análise do eixo sem volante. Para cada um dos eixos (eixo sem entalhe e eixos com entalhes de 1,5 mm, 3 mm, 4,5 mm e 6 mm) foram determinados os espectros de frequência, nas rotações nominais de 30, 50, 70 e 90 Hz, nos direções horizontal e vertical.

A figura 5.1 mostra os diversos resultados obtidos para o eixo sem volante na frequência de rotação nominal de 50 Hz. O Espectro de frequência foi obtido com o acelerômetro na posição horizontal. Em azul temos o espectro de frequência do eixo com rasgo de 6 mm, em verde o eixo com rasgo de 4,5 mm, em vermelho o eixo com rasgo de 3 mm, em magenta o eixo com rasgo de 1,5 mm e em cor negra o eixo sem trinca. Todas as medições foram realizadas na faixa de frequência de 0 a 450 Hz.

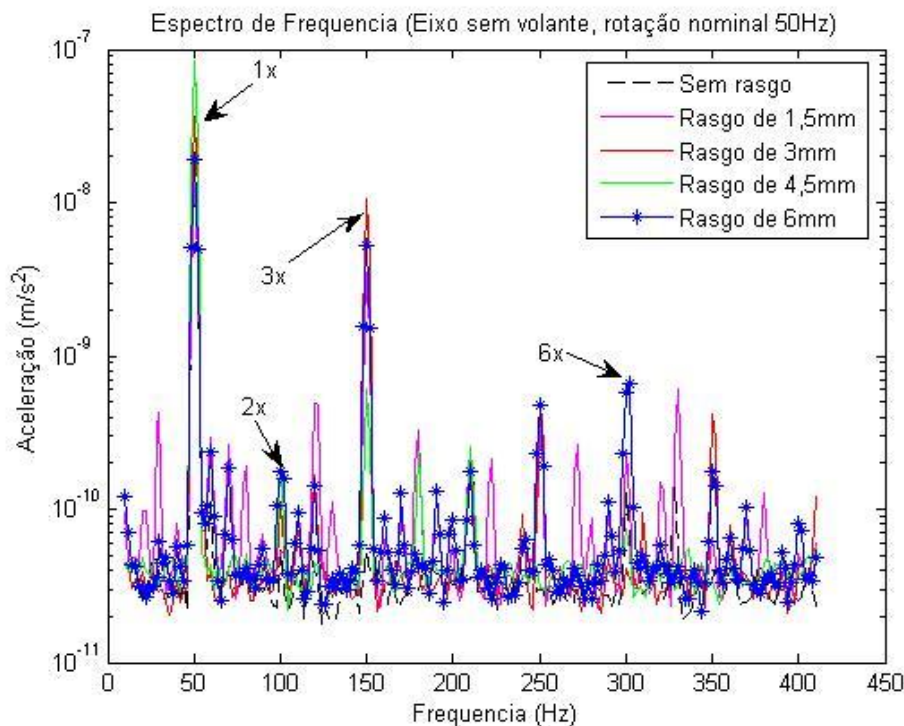


Figura 5.1: Espectro de frequências para diferentes profundidades de rasgo para $\Omega = 50$ Hz, sem volante

A figura 5.2 mostra o pico “1x” que corresponde a uma vez a rotação do eixo. É verificado um pico característico, mas sem grandes diferenças entre os eixos medidos. Ainda assim, é possível observar uma amplitude menor para o eixo sem entalhe, se comparado aos outros eixos medidos. A relação entre o maior pico medido e o pico de vibração para o eixo sem trinca é de $7,0713 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2$. Entre os eixos com entalhe essa variação é de $6,9306 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2$.

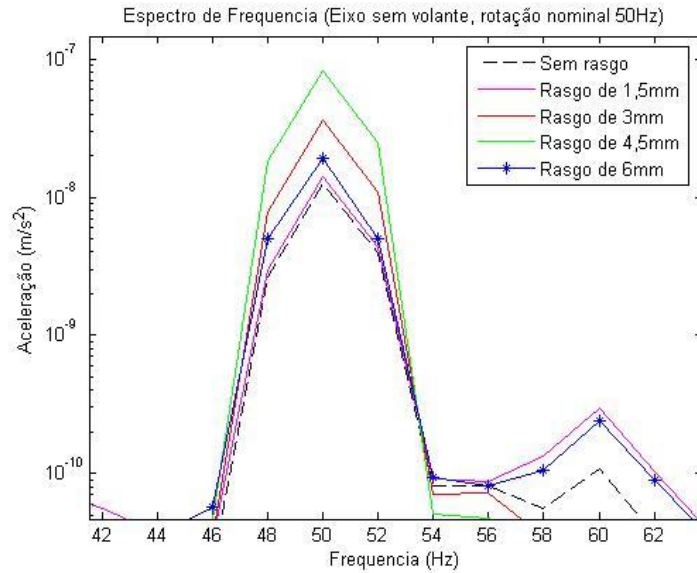


Figura 5.2: Detalhes dos espectros de freqüência em “1x”, para $\Omega = 50 \text{ Hz}$, sem volante

Na figura 5.3 é mostrado o pico de 100 Hz, correspondente a duas vezes a rotação nominal do eixo (50 Hz). Podemos observar para o pico de 100 Hz que a medida que a profundidade da trinca aumenta, a amplitude de vibração também aumenta.

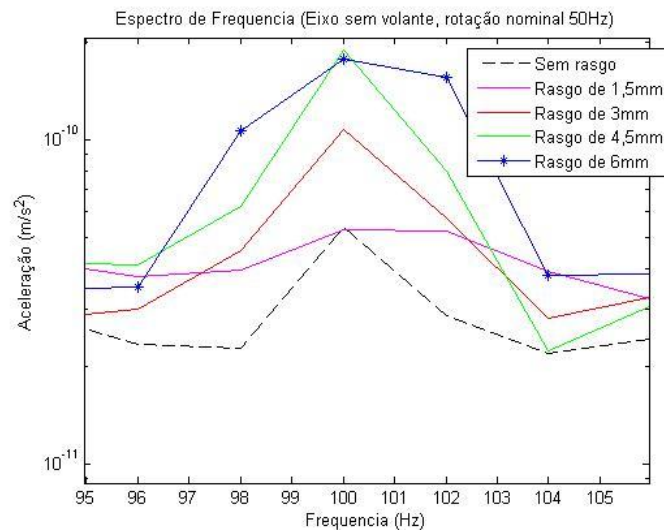


Figura 5.3: Detalhes dos espectros de freqüência em “2x”, para $\Omega = 50 \text{ Hz}$, sem volante

Na seqüência temos o espectro de freqüência das medições feitas nos eixo sem volante, posição horizontal e velocidade de rotação nominal do eixo de 90 Hz.

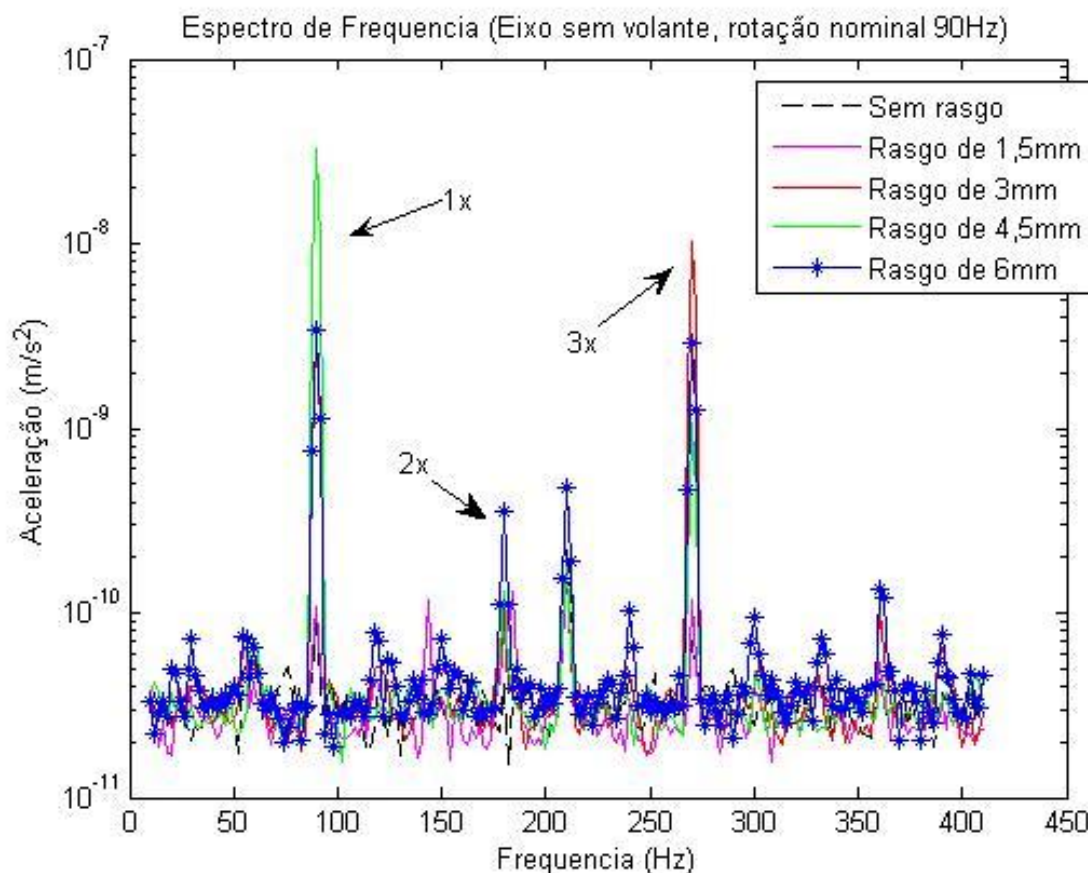


Figura 5.4: Espectro de freqüências para diferentes profundidades de rasgo, para $\Omega = 90$ Hz, sem volante

Considerando o eixo entalhado, a existência do entalhe torna a secção transversal do mesmo não simétrica, afetando a amplitude em determinados picos do espectro de freqüência de cada um dos eixos, se comparados ao eixo sem entalhe. É observado um aumento na amplitude dos picos com o aumento da profundidade do entalhe.

Essa alteração foi ainda mais significativa do que a alteração vista nos eixos testados com velocidade nominal de rotação de 50 Hz (figura 5.3), principalmente se verificado o pico com duas vezes a velocidade nominal de rotação do eixo (figura 5.5). A diferença entre o pico de maior freqüência (eixo com rasgo de 6 mm) para o pico de menor freqüência (eixo sem trinca) é de $3,1462 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}^2$. Medições realizadas para rotação nominal de 30 Hz e 70 Hz mostravam as mesmas tendências, contudo quanto maior a rotação nominal mais fácil de observar as variações no espectro de vibração, causadas pela presença do entalhe.

A figura 5.6 demonstra com detalhes os picos do espectro de frequência do eixo girando a 90 Hz correspondentes a uma e três vezes a rotação nominal dos eixos medidos (90 e 270 Hz).

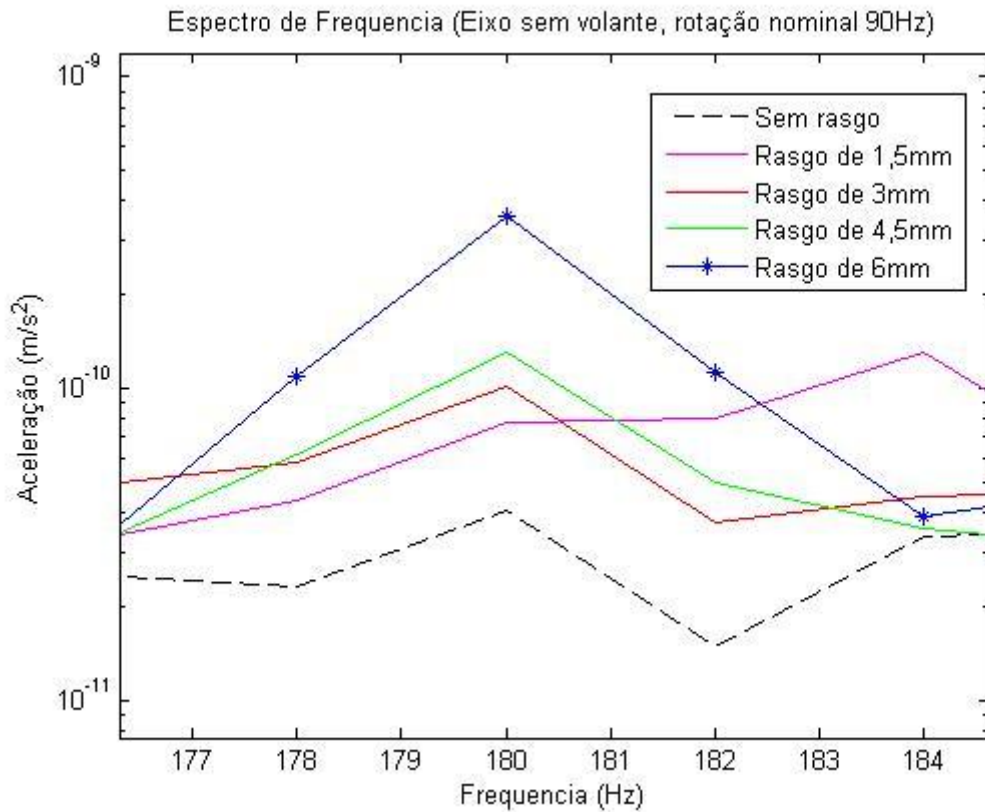


Figura 5.5: Detalhes dos espectro de frequência em “2x”, para $\Omega = 90$ Hz, sem volante

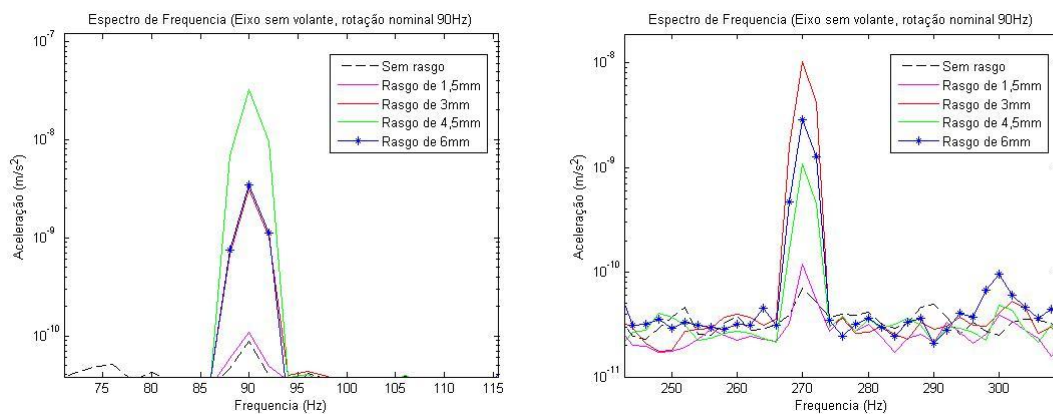


Figura 5.6: Detalhes dos espectros de frequência em “1x e 3x”, para $\Omega = 90$ Hz, sem volante

Para análise da incerteza do analisador de sinais, antes e durante as medições, foram coletadas duas medições em vazio (sem ligação com amplificadores e acelerômetros), em diferentes datas, ambas utilizando médias de 20 medições. Podemos ver a média dessas medições na figura 5.7.

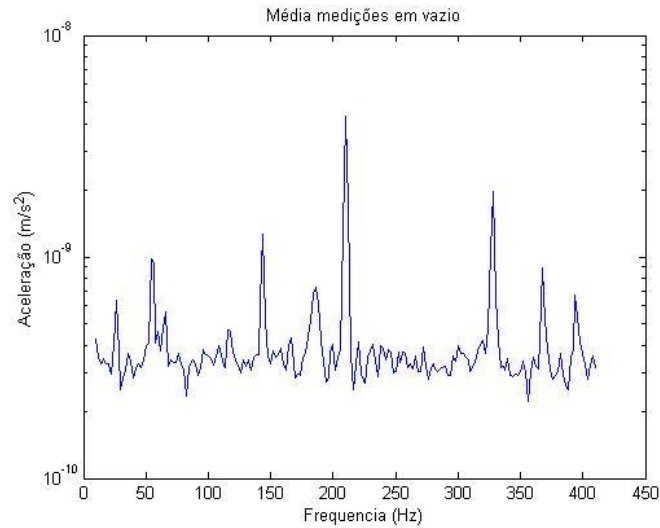


Figura 5.7: Estimativa de Incertezas (média)

Podemos observar picos característicos de interferência da rede e outros. O valor médio encontrado foi de $4,14 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$.

Para analisar a influência do motor nas medições, foram feitas medições com motor ligado à rotação nominal de 90 Hz e retirado a conexão com o eixo. Foi utilizada uma média de 20 medições.

O espectro obtido é mostrado na figura 5.8 a seguir.

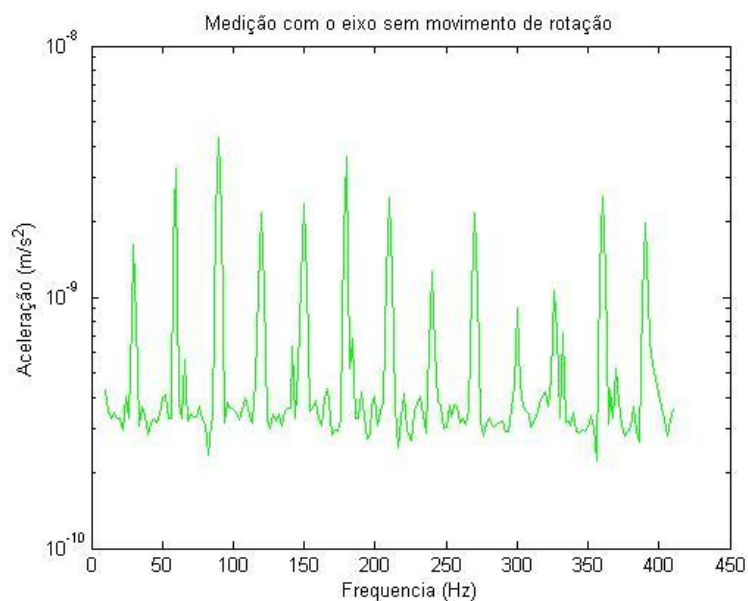


Figura 5.8: Medição com o eixo sem movimento de rotação

Na figura 5.8, podemos observar os picos referentes à rotação nominal de 90 Hz e seus múltiplos. Observamos também o pico de 30 Hz e seus múltiplos. A média, considerando todo o espectro medido, foi de $5,38 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$. Este valor foi considerado como estimativa da incerteza das medições.

5.2 ROTOR (EIXOS COM VOLANTE)

Cada eixo testado foi montado na bancada de testes com dois rolamentos novos próximos a extremidades, de modo que a distância entre os mancais fosse de 450 mm. Foi montado um volante de diâmetro externo de 220 mm e espessura de 9 mm, posicionado no centro do eixo (figura 5.9).

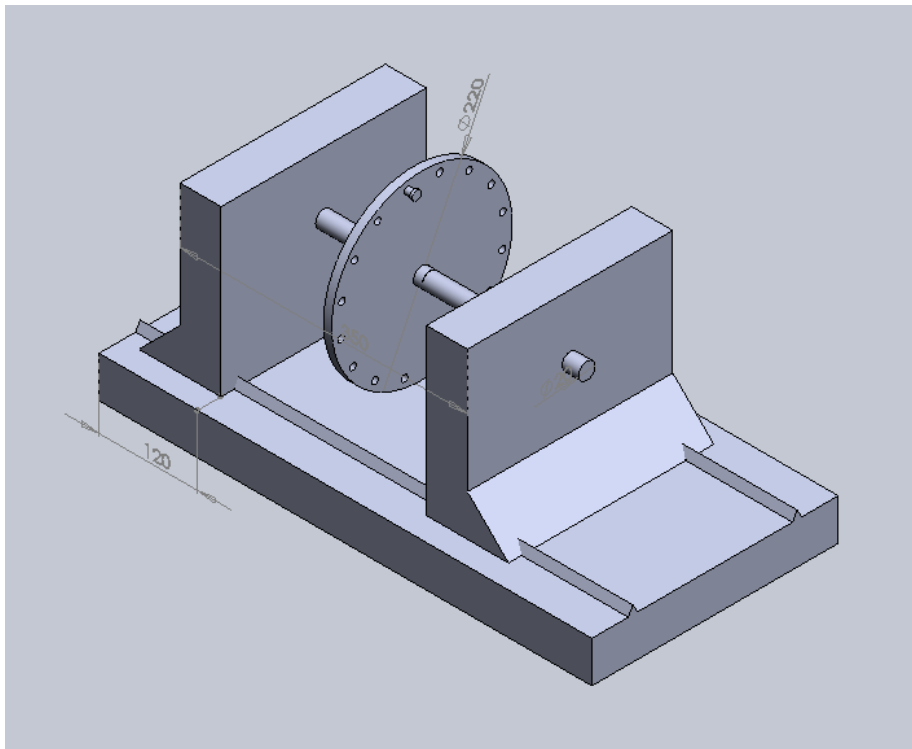


Figura 5.9: Posição dos mancais, eixo e volante

A figura 5.10 mostra os diversos resultados obtidos para o eixo com volante na frequência de rotação nominal de 90 Hz. O Espectro de frequência foi obtido com o acelerômetro na posição vertical. Em azul temos o espectro de frequência do eixo com entalhe de 6 mm, em verde o eixo com entalhe de 4,5 mm, em vermelho o eixo com entalhe de 3mm, em magenta o eixo com entalhe de 1,5 mm e em cor negra o eixo sem entalhe. Todas as medições foram realizadas na faixa de frequência de 0 a 450 Hz.

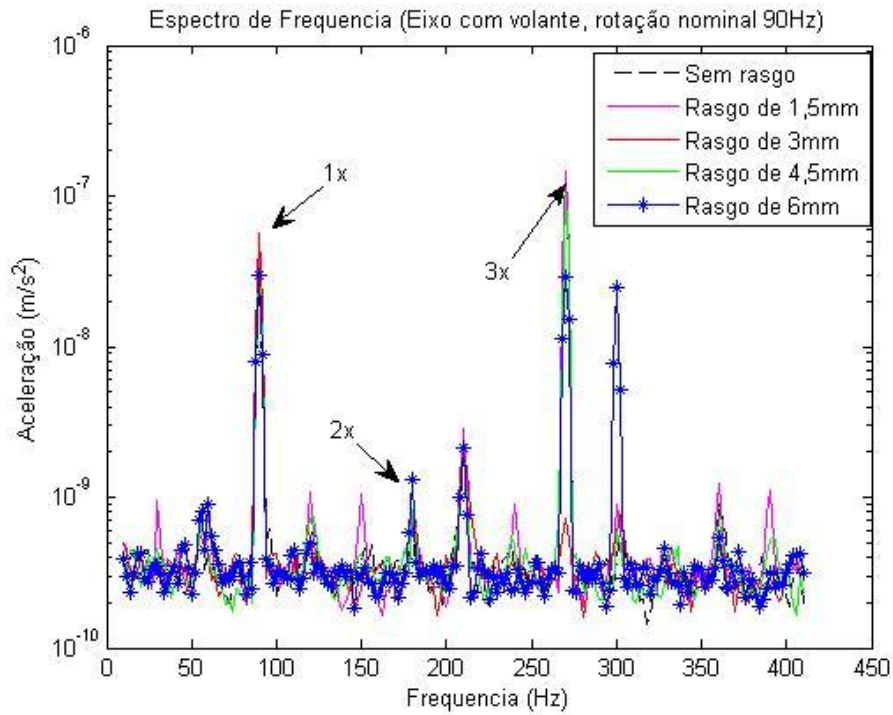


Figura 5.10: Espectro de frequências para diferentes profundidades de rasgo, para $\Omega = 90$ Hz, com volante

A figura 5.11 mostra os picos de frequência 90 e 180 Hz, respectivamente, para as diferentes profundidades de entalhe.

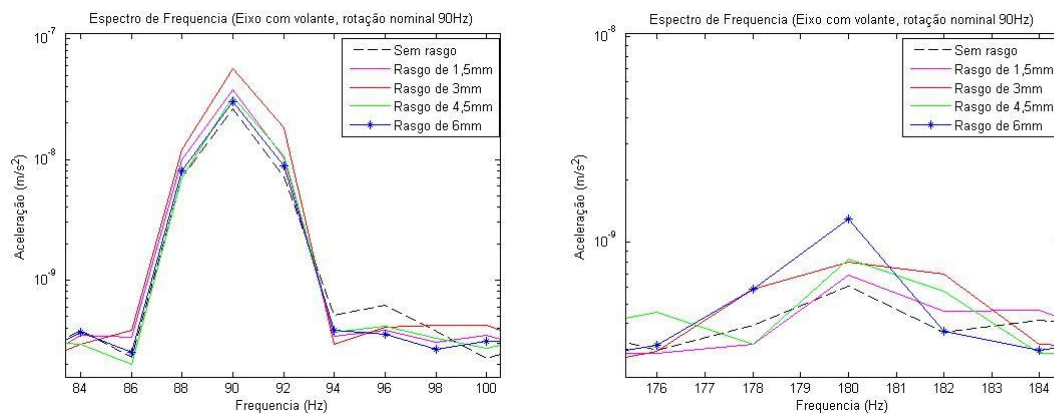


Figura 5.11: Detalhes dos espectros de frequência em “1 e 2x”, para $\Omega = 90$ Hz, com volante

Amplitudes - Eixo com volante

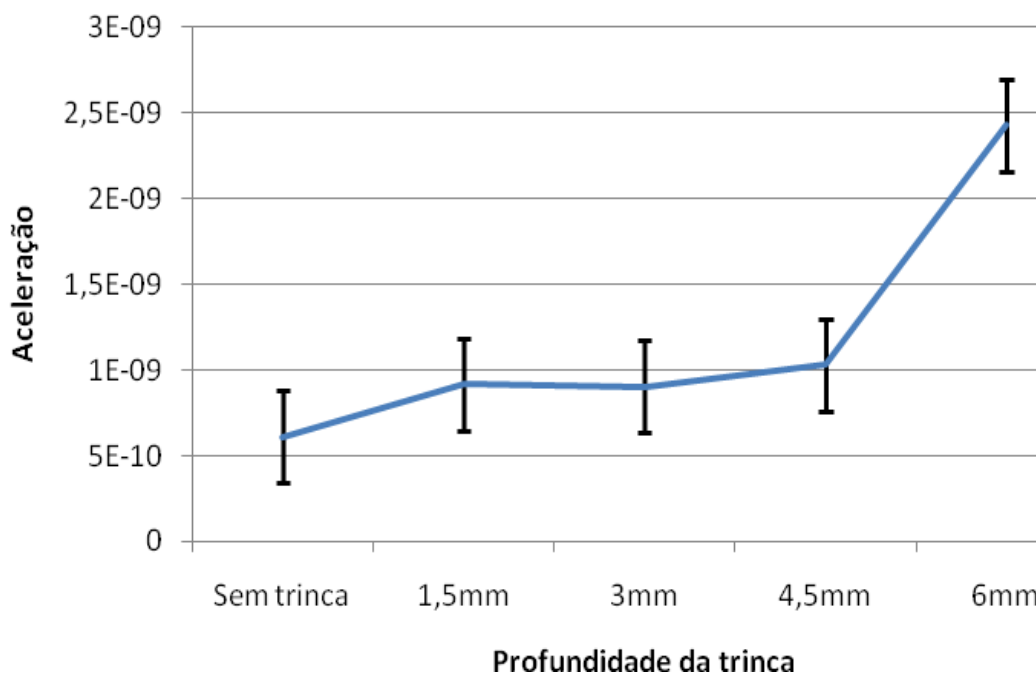


Figura 5.12: Descritivo das amplitudes de vibração e das incertezas em função da profundidade da trinca para frequência “2x”, eixo com volante

Comparando-se os valores obtidos com o volante com àqueles sem o volante percebe-se, como era de se esperar, um aumento nas amplitudes de vibração. Isso é verificado principalmente na frequência de 180 Hz, (duas vezes a rotação do eixo), apesar de efeito semelhante mas menos significativo ocorrer também na frequência de 90 Hz (uma vez a rotação do eixo).

Na figura 5.12 vemos a evolução das amplitudes de vibração do pico de 180 Hz do espectro de vibração com rotação de 90 Hz. São indicados os valores médios (azul) e por meio das barras os limites superiores e inferiores, considerando a incerteza estimada de $5,38 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$. Vemos que existe uma tendência de crescimento na amplitude de vibração com o aumento da profundidade do entalhe. O aumento no valor da amplitude de vibração do eixo com entalhe de 6 mm se comparado ao eixo sem entalhe foi de 112,95%. Verificou-se que o aumento da amplitude de vibração causado por um entalhe de 1,5 mm em relação ao eixo sem trinca foi de 13,19%, mas ainda dentro da faixa de incerteza de medição.

Considerando a incerteza de medição estimada para o experimento, a avaliação da

influência de entalhes pequenos sobre o comportamento dinâmico do eixo não pode ser conclusiva.

Confirma-se assim que a identificação da presença de trincas nascentes em eixos rotativos é prejudicada pela pequena influência da trinca e as muitas incertezas de medição, só sendo válida para trincas mais profundas. No caso estudado a presença da trinca só seria perceptível com 30% da seção transversal já comprometida.

Para avaliar a repetitividade do experimento, foram realizadas medições em épocas diferentes. Na figura 5.13 temos como exemplo o espectro de frequência de vibração na direção vertical do eixo com entalhe de 1,5 mm, para rotações de 30 e 90 Hz. As medições foram realizadas em outubro de 2009 e janeiro de 2010. Na coluna da esquerda temos toda a faixa de medição e na coluna da direita foi feito um “zoom” para mostrar a repetitividade dos ensaios. As poucas discrepâncias podem ser associadas a fatores aleatórios de menor importância e todos eles foram menores que a incerteza de medição considerada. São observados resultados bem próximos para as amplitudes dos picos de interesse em todos os casos.

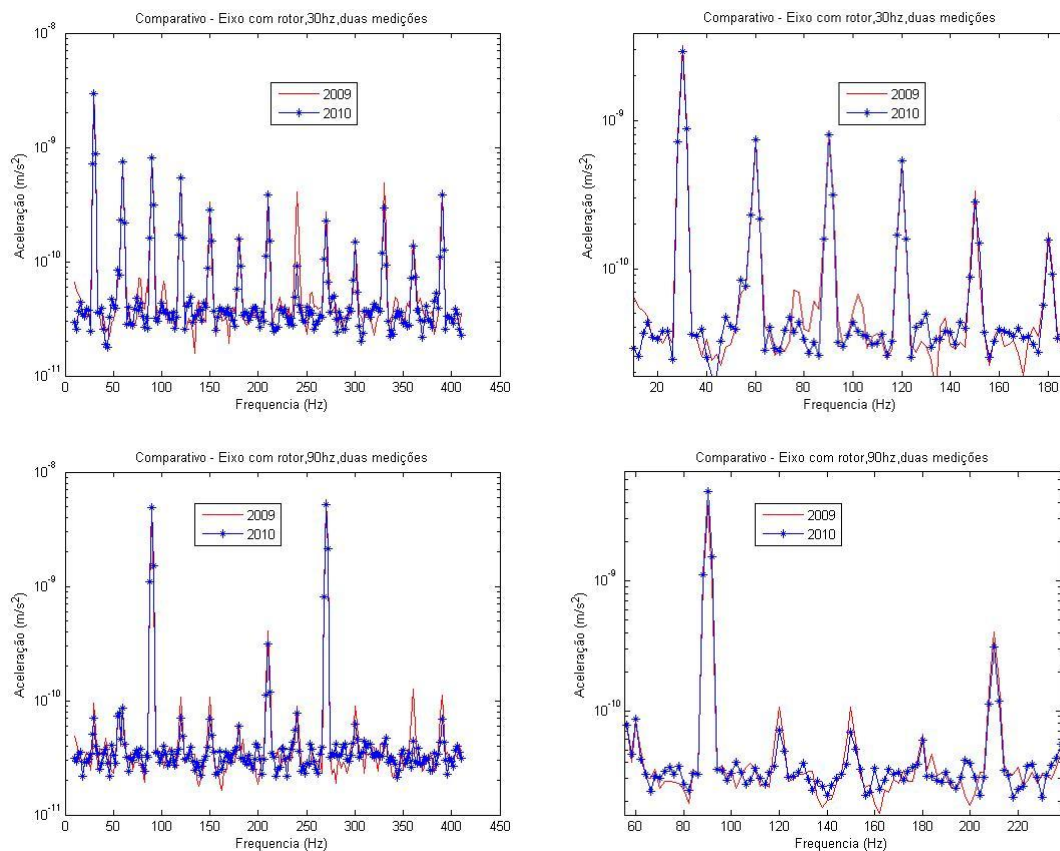


Figura 5.13: Espectro frequência para mesmo eixo e rotações em diferentes experimentos

Com esses resultados pode-se estimar uma incerteza de medição para todo o sistema de medição usado, considerando erros associados à instrumentação, bem como a influência de fatores externos. Verificou-se também a repetitividade dos ensaios realizados.

5.3 EIXOS COM VOLANTE DESBALANCEADO

Nesse experimento procurou-se avaliar a influência do desbalanceamento nos espectros de frequência dos eixos entalhados e como isso poderia afetar na identificação da trinca.

Cada eixo testado foi montado na bancada de testes com dois rolamentos novos próximos a extremidades, de modo que a distância entre os mancais fosse de 450 mm. Foi montado um volante com diâmetro externo de 220 mm e espessura de 9 mm (mesmo utilizado nos testes anteriores) e em cada eixo testado com volante (com exceção do eixo sem entalhe) foi fixado um parafuso de 10,398 g, conforme figura 5.13 , posicionados a 0, 90 e 180° em relação à trinca.

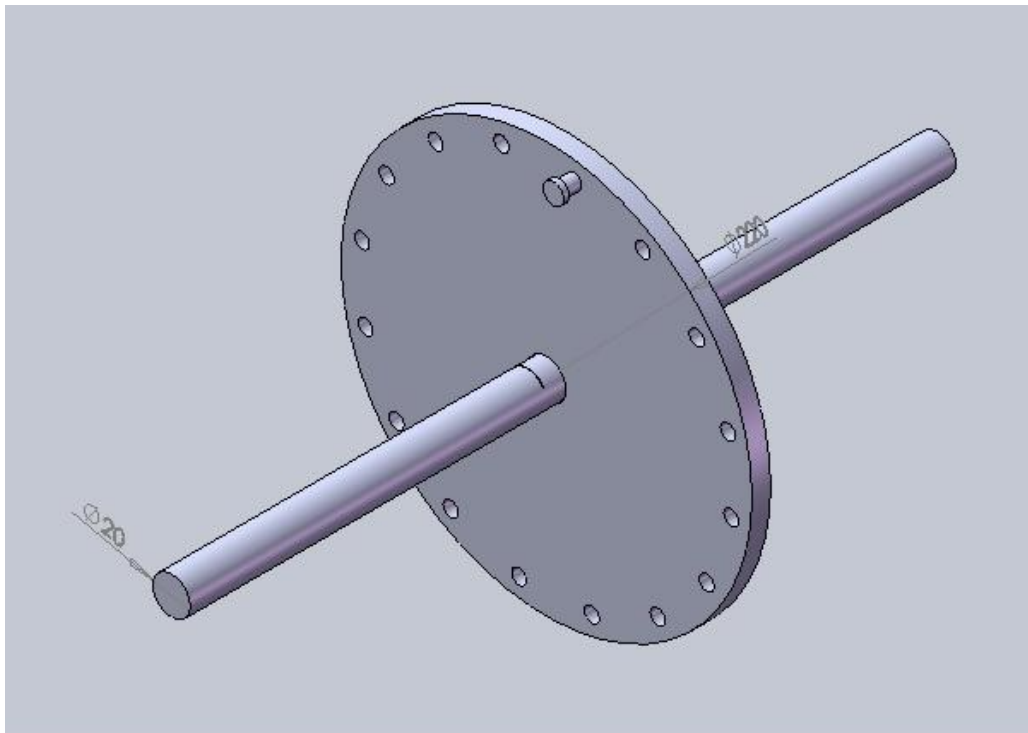


Figura 5.14: Montagem do eixo com volante desbalanceado a “0°”

5.3.1 Rotor desbalanceado a 0°

O conjunto rotor (eixo-volante) usado nesse experimento é o mesmo do experimento anterior, observando-se as mesmas distâncias entre mancais e posição do volante. O volante tem 16 furos com rosca, a 100 mm de distância do centro e de igual distância entre eles (figura 5.14), e foi montado de maneira que um dos furos estivesse no mesmo alinhamento do centro do entalhe (0°). Nesse furo foi colocado um parafuso de 10,398 g, para representar a influência de um desbalanceamento em um rotor trincado.

Nessa configuração foram montados os eixos com entalhe de 1,5 mm, 3 mm e 6 mm. Para o eixo sem entalhe, a posição do parafuso no disco não era importante. Para cada uma das montagens foram realizados ensaios para rotações de 30, 50, 70 e 90 Hz.

A figura 5.15 mostra o espectro de frequência dos eixos testados com a montagem descrita acima e velocidade de rotação de 90 Hz, com faixa de frequência medida de 10 a 410 Hz. Podemos observar picos característicos em 90, 180 e 270 Hz.

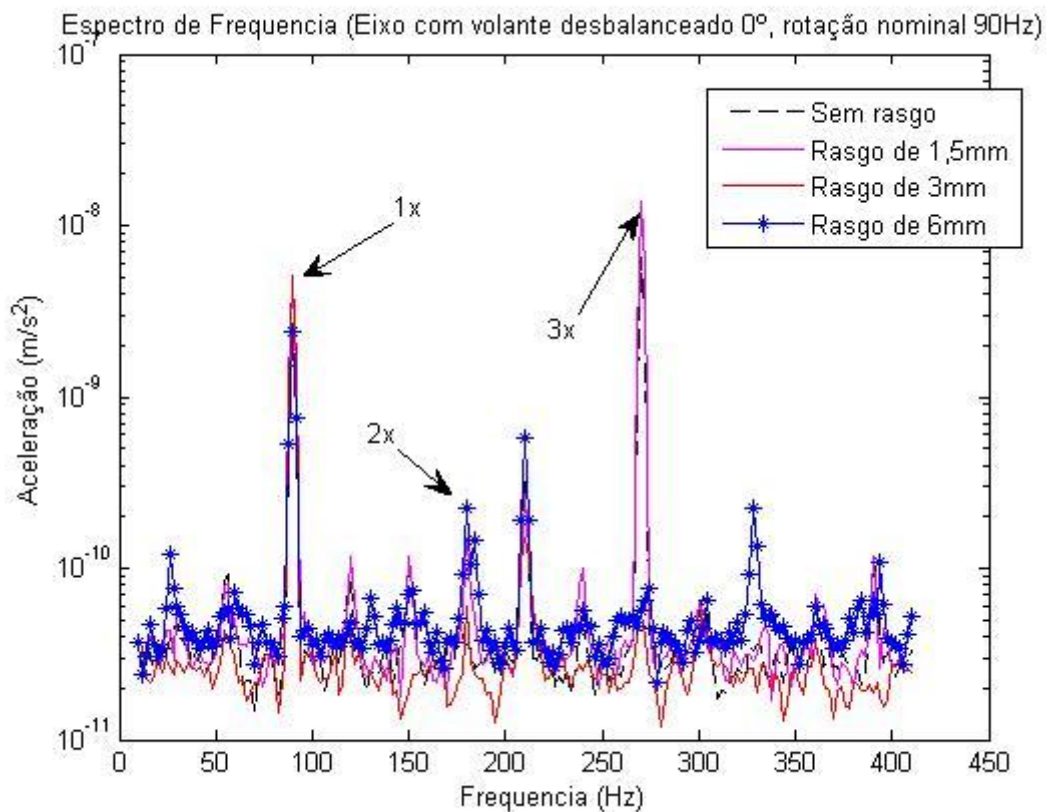


Figura 5.15: Espectro de frequência para diferentes profundidades de entalhe, para $\Omega = 90$ Hz, com volante desbalanceado a 0°

A figura 5.16 mostra o pico de frequência de 90 Hz, equivalente a uma vez a velocidade de rotação do eixo.

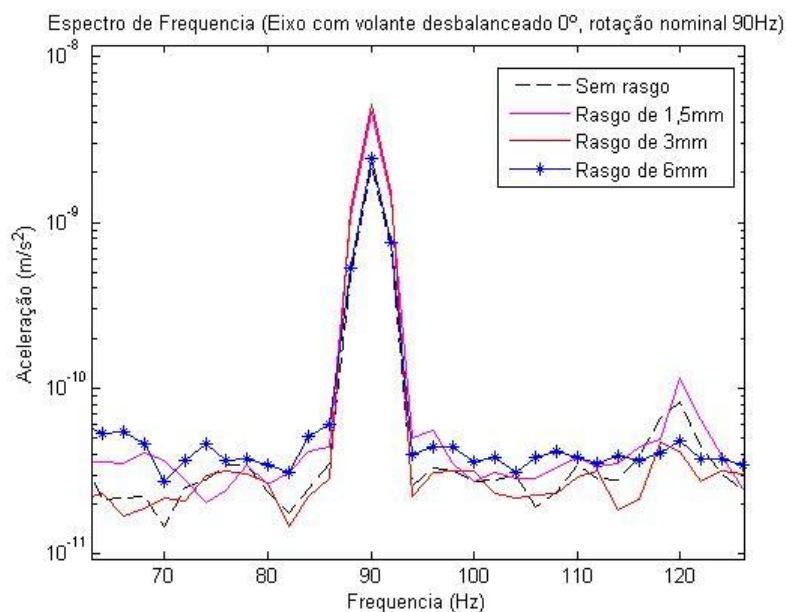


Figura 5.16: Espectro de frequência “1x”, para $\Omega = 90$ Hz, com volante desbalanceado a 0°

Podemos observar um pico de grandes amplitudes para todos os eixos. Isso acontece principalmente devido a força de desbalanceamento causada pelo parafuso, que aumenta com o crescimento da velocidade de rotação do conjunto. Apesar desse aumento, não foi observado nesse pico de frequência uma clara influência da presença da trinca, repetindo uma tendência dos experimentos anteriores.

A figura 5.17 mostra o pico de 180 Hz, equivalente a 2x a frequência de rotação dos eixos testados.

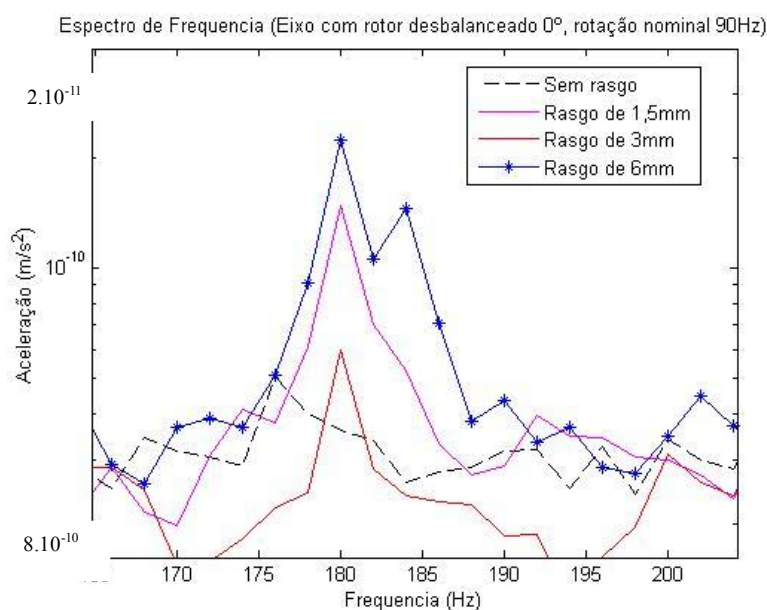


Figura 5.17: Espectro de frequência “2x”, para $\Omega = 90$ Hz, volante desbalanceado a 0°

Apesar de amplitudes bem menores que os picos de 90 e 270 Hz, podemos observar um aumento considerável na amplitude de vibração do eixo testado sem entalhe e os demais eixos, aumentando a amplitude com o crescimento da profundidade do entalhe. A diferença medida entre o eixo de maior entalhe e o eixo sem entalhe para a frequência de 180 Hz foi de $1,6554 \cdot 10^{-9}$ (quase quatro vezes maior que a incerteza estimada).

A figura 5.18 mostra os picos de frequência na mesma montagem anterior, de 100 e 140 Hz, correspondentes aos picos de duas vezes a velocidade de rotação (50 e 70 Hz, respectivamente).

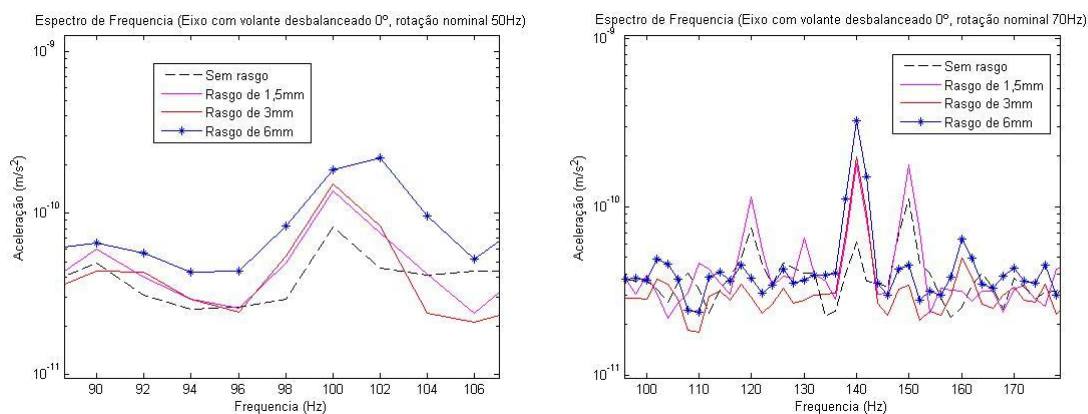


Figura 5.18: Espectro de frequência “2x”, para $\Omega= 50$ e 70 Hz

Verifica-se que a tendência para velocidades de rotação menores se manteve onde, para o indicador “2x”, o eixo com rasgo de maior profundidade teve maior amplitude nos testes e o eixo sem entalhe, menor amplitude.

5.3.2 Rotor desbalanceado a 180°

Após todas as medições em cada um dos eixos com parafuso para desbalanceamento alinhado com o entalhe, esse foi retirado e parafusado em um furo a 180° em relação ao entalhe.

A figura 5.19 mostra o espectro de frequência para medição na montagem acima com rotação nominal do conjunto de 90 Hz.

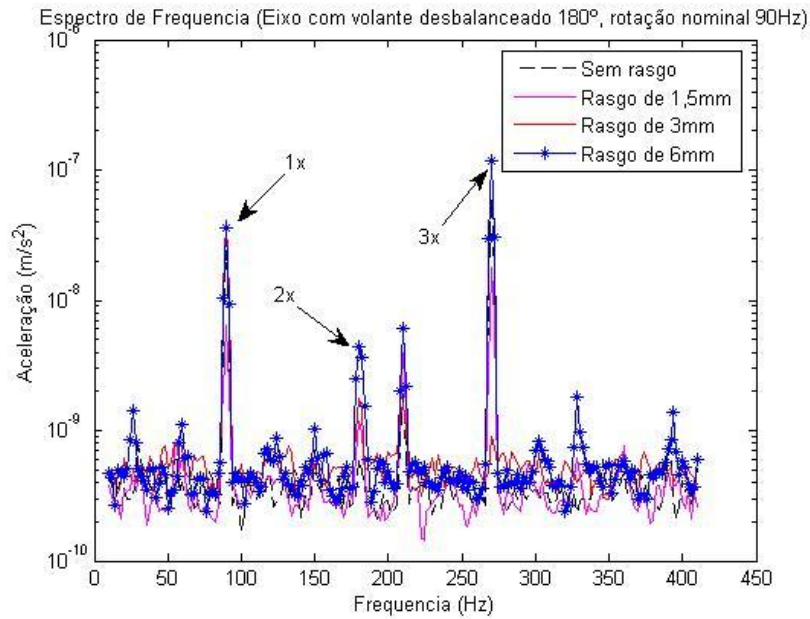


Figura 5.19: Espectro de frequência para diferentes profundidades de entalhe, para $\Omega = 90$ Hz, com volante desbalanceado a 180°

A figura 5.20 mostra o pico de 180 Hz, equivalente a 2x a frequência de rotação dos eixos testados.

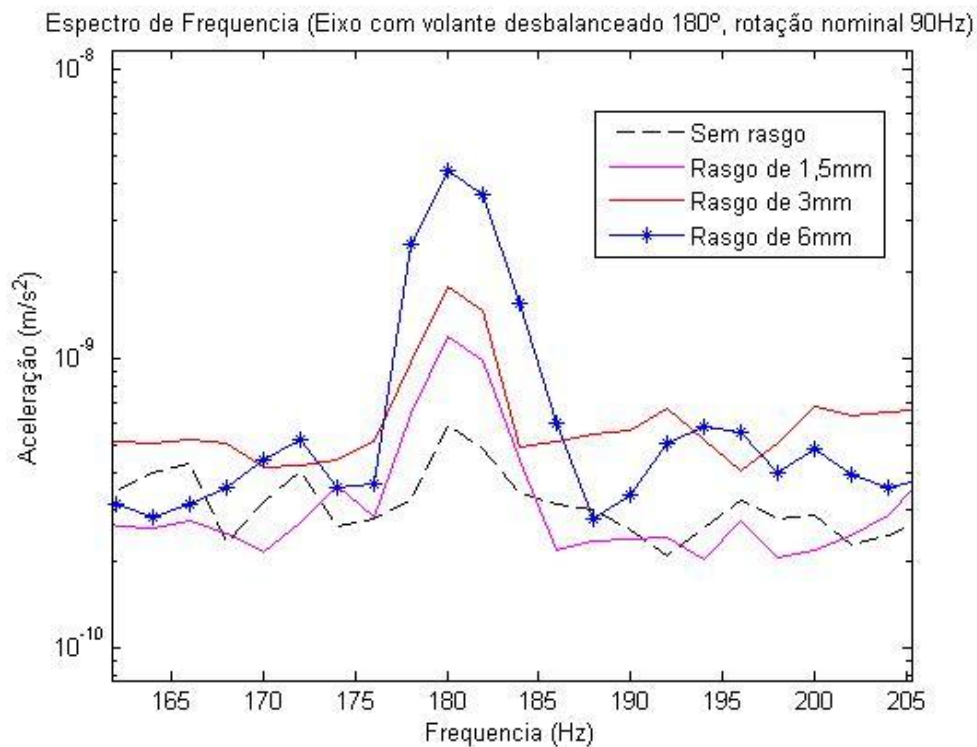


Figura 5.20: Espectro de frequência “2x”, $\Omega = 90$ Hz, com volante desbalanceado a 180°

Comparando com a montagem anterior (parafuso posicionado a 0° em relação ao entalhe), obtivemos picos menos característicos e de menor amplitude (a diferença medida entre o maior e menor pico de frequência foi de $5,9365 \cdot 10^{-10}$, que é maior que a incerteza estimada). Podemos observar um pico de frequência característico igual a duas vezes a frequência de rotação para todos os eixos, mas com amplitudes menores que os observados com parafuso posicionado a 0° do entalhe. Ainda assim, podemos observar um aumento na amplitude de vibração com o aumento da profundidade do entalhe nos eixos testados.

Na figura 5.21 vemos a evolução das amplitudes de vibração do pico de 180 Hz do espectro de vibração com rotação de 90 Hz. São indicados os valores médios (azul) e por meio das barras os limites superiores e inferiores, considerando a incerteza estimada de $5,38 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2$. Vemos que a tendência de crescimento na amplitude de vibração com o aumento da profundidade do entalhe continua e, nesse caso, a presença do desbalanceamento amplificou a amplitude de vibração fazendo com que as diferenças entre cada profundidade de entalhe seja superior a incerteza de medição.

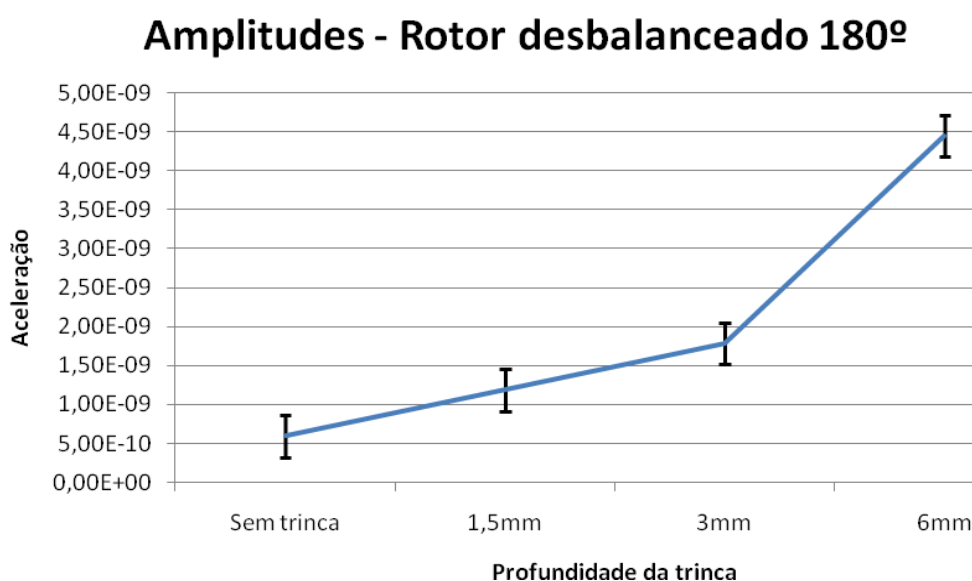


Figura 5.21: Descritivo das amplitudes de vibração e das incertezas em função da profundidade da trinca para frequência “2x”, eixo com rotor desbalanceado a 180°

Comparando com a montagem anterior (parafuso posicionado a 0° em relação ao entalhe), obtivemos picos menos característicos e de menor amplitude (a diferença medida entre o maior e menor pico de frequência foi de $5,9365 \cdot 10^{-10}$, que é maior que a incerteza estimada). Podemos observar um pico de frequência característico igual a duas vezes a

freqüência de rotação para todos os eixos, mas com amplitudes menores que os observados com parafuso posicionado a 0° do entalhe. Ainda assim, podemos observar um aumento na amplitude de vibração com o aumento da profundidade do entalhe nos eixos testados.

Na figura 5.21 vemos a evolução das amplitudes de vibração do pico de 180 Hz do espectro de vibração com rotação de 90 Hz. São indicados os valores médios (azul) e por meio das barras os limites superiores e inferiores, considerando a incerteza estimada de $5,38 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2$. Vemos que a tendência de crescimento na amplitude de vibração com o aumento da profundidade do entalhe continua, embora com variação menor que o rotor com desbalanceamento a 0° . O aumento no valor da amplitude de vibração do eixo com entalhe de 6 mm se comparado ao eixo sem entalhe foi de 650%. Mesmo o pequeno aumento na amplitude do eixo com entalhe de 1,5 mm (menor que a incerteza de medição estimada) foi da ordem de 100%.

Pode-se observar que a presença de um desbalanceamento residual no conjunto rotor contribui para a identificação dos efeitos do entalhe no comportamento do eixo, o que pode ser útil na monitoração de trincas em eixos rotativos por medição de vibração.

Os mesmos ensaios foram repetidos para as rotações de 50 e 70 Hz, onde a força de desbalanceamento é menor, e mesmo assim a presença do desbalanceamento ainda facilita a identificação da influência do entalhe e seria útil no processo de monitoração de trincas.

A figura 5.22 mostra os picos de freqüências 100 e 140 Hz, correspondentes aos picos de duas vezes a velocidade de rotação (50 e 70 Hz, respectivamente).

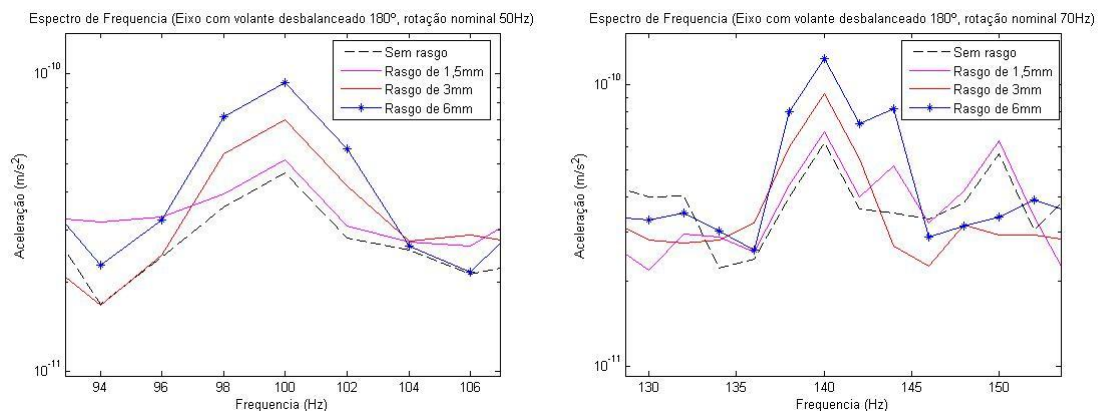


Figura 5.22: Espectro de freqüência “2x”, $\Omega = 50$ e 70 Hz, volante desbalanceado a 180°

Verifica-se que a tendência para velocidades de rotação menores se manteve e, para o indicador “2x”, o eixo com entalhe de maior profundidade teve maior amplitude nos testes e o eixo sem entalhe, menor amplitude.

5.3.3 Rotor desbalanceado a 90°

O mesmo procedimento foi repetido posicionando-se a massa desbalanceadora (parafuso) em um ângulo de 90° com relação ao entalhe que simula a trinca.

A figura 5.23 mostra o espectro de frequência obtido para a massa desbalanceadora a 90° e rotação nominal do conjunto de 90 Hz.

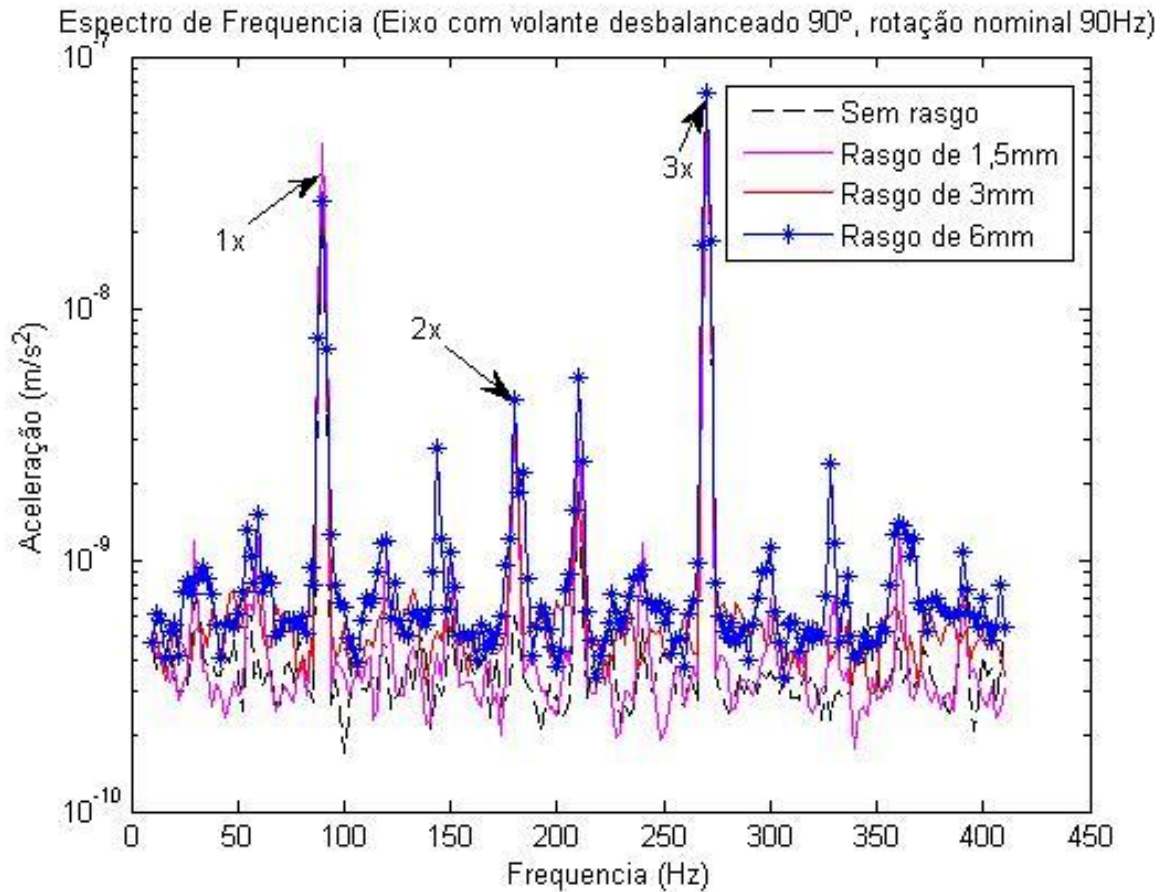


Figura 5.23: Espectro de frequência para diferentes profundidades de entalhe, para $\Omega = 90$ Hz, com volante desbalanceado a 90°

A figura 5.24 mostra o pico de 180 Hz, equivalente a 2x a frequência de rotação dos eixos testados.

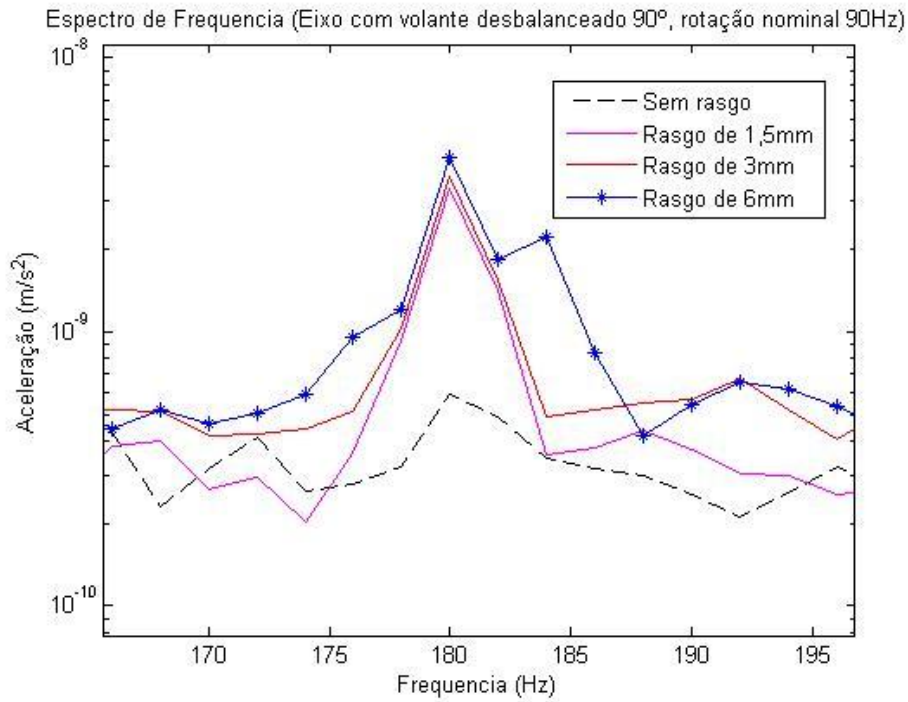


Figura 5.24: Espectro de frequência “2x”

Obtivemos picos menos característicos e de menor amplitude para o pico de frequência igual a duas vezes a velocidade de rotação do sistema, se comparado aos valores medidos com desbalanceamento a 0 e 180° do entalhe. Ainda assim, podemos observar claramente um aumento na amplitude de vibração com o aumento da profundidade do entalhe nos eixos testados.

Na figura 5.25 temos a mesma montagem do caso acima, no mesmo pico de frequência estudado (“2x”), mas para velocidades de rotação nominal de 50 e 70 Hz.

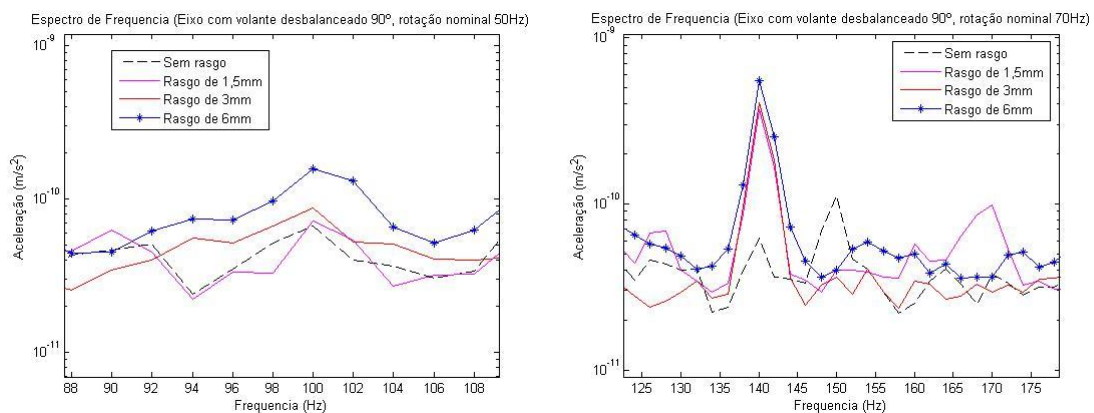


Figura 5.25: Espectro de frequência “2x”, para $\Omega = 50$ e 70 Hz, com volante desbalanceado a 90°

Amplitude - Rotor desbalanceado 90°

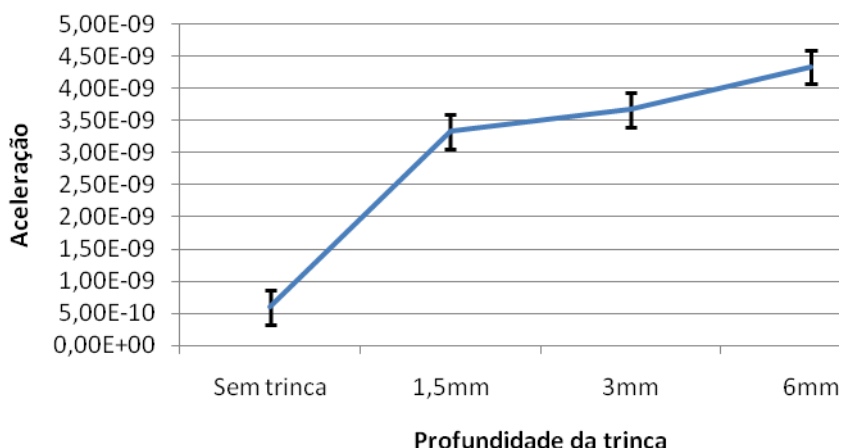


Figura 5.26: Descritivo das amplitudes de vibração e das incertezas em função da profundidade da trinca para frequência “2x”, eixo com rotor desbalanceado a 90°

Na figura 5.26 vemos a evolução das amplitudes de vibração do pico de 180 Hz do espectro de vibração com rotação de 90 Hz. São indicados os valores médios (azul) e por meio das barras os limites superiores e inferiores, considerando a incerteza estimada de $5,38 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$. Vemos que a tendência de crescimento na amplitude de vibração com o aumento da profundidade do entalhe continua, embora a diferença entre os eixos com entalhe seja menor. O aumento no valor da amplitude de vibração do eixo com entalhe de 6 mm se comparado ao eixo sem entalhe foi de 630%. Os valores incrementais da amplitude com o aumento da profundidade do entalhe foram maiores que a incerteza de medição.

5.3.4 Influência na posição do desbalanceamento

Considerando os eixos com entalhe medidos e comparando o eixo com volante e os eixos com volante desbalanceado nos diferentes ângulos medidos, podemos observar a influência no espectro de frequência devido a posição do desbalanceamento em relação ao entalhe. Considerando os eixos entalhados, a existência do entalhe torna a seção transversal do mesmo não simétrica. A presença da trinca causa uma redução local da rigidez do elemento trincado devido à diminuição da seção transversal do mesmo. Além disso, em eixos rotativos trincados, devido ao fato da trinca implicar em uma assimetria da seção transversal, a trinca causará a variação da rigidez do eixo durante a rotação.

A figura 5.27 mostra o espectro de frequência do eixo com rasgo de profundidade

de 6 mm, com rotação nominal de 90 Hz, medido nos diversos casos descritos ate aqui (com rotor sem desbalanceamento, rotor com desbalanceamento a 0°, 90° e 180° do entalhe).

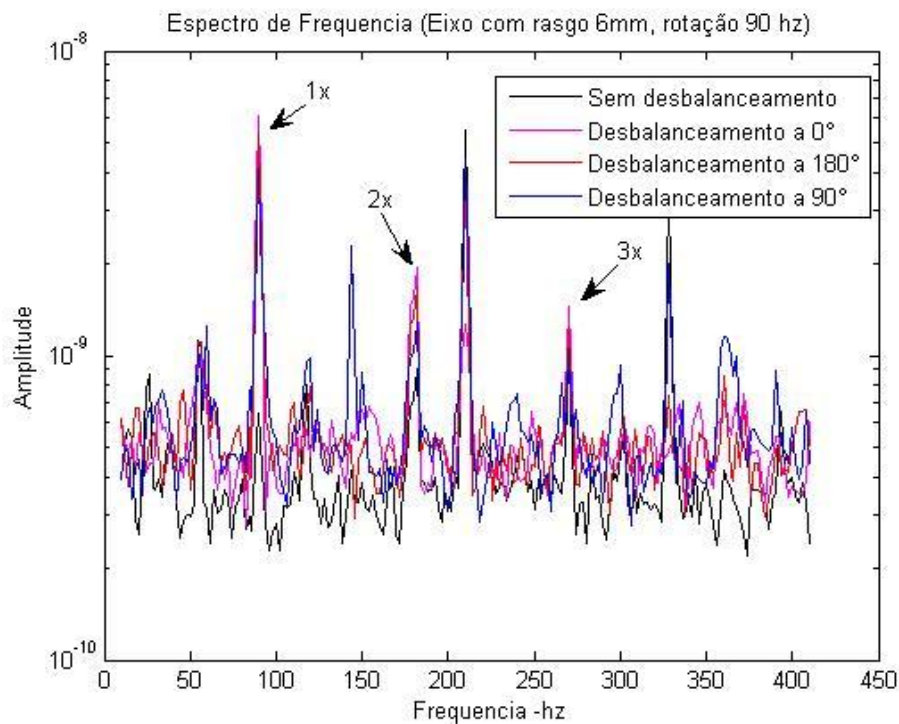


Figura 5.27: Espectro de freqüência para eixo 6 mm e diversos tipos de desbalanceamento
A figura 5.28 mostra o pico de 90 Hz, equivalente a uma vez a velocidade de rotação do eixo testado.

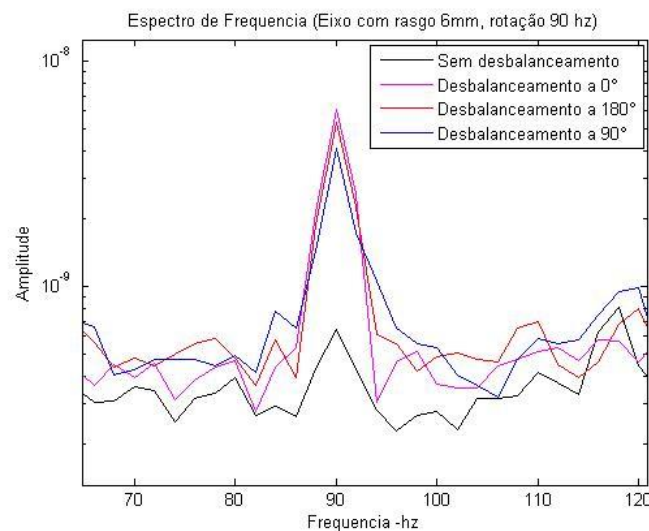


Figura 5.28: Espectro de freqüência “1x”, para rotor em diversas posições de desbalanceamento

Podemos observar que, para o mesmo eixo medido, a amplitude aumenta consideravelmente na freqüência de 90 Hz, com a inserção do desbalanceamento, como era

esperado. O ponto de maior amplitude foi quando o rotor estava desbalanceado a 0° do entalhe, seguido do rotor desbalanceado a 180° e 90° , confirmando o estudo de Sekhar e Prabhu (1998) que indicaram que a resposta em vibração causada pela trinca no rotor é máxima quando o ângulo entre a trinca e o desbalanceamento é 0 ou 180° .

Na figura 5.29 temos o pico de frequência igual a duas vezes a rotação do eixo.

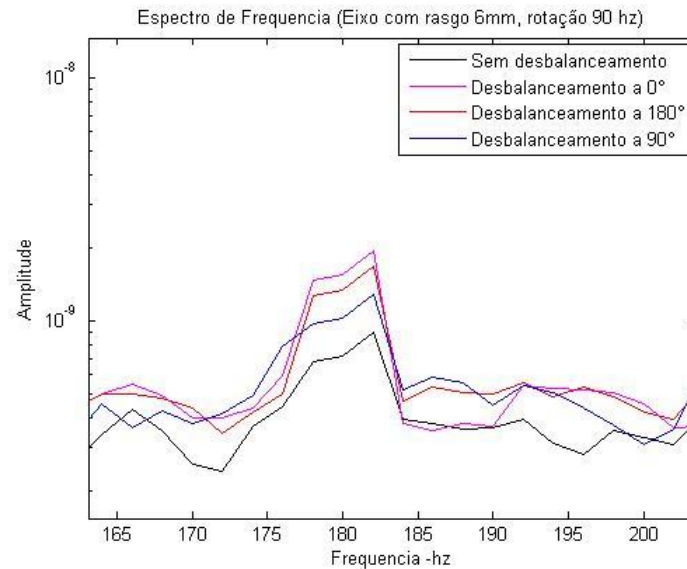


Figura 5.29: Espectro de frequência “2x”, para rotor em diversas posições de desbalanceamento

Verificamos novamente que o desbalanceamento aumenta a amplitude de vibração do pico. Observamos novamente que o rotor com desbalanceamento a 0° possui a maior amplitude, seguido pelo rotor com desbalanceamento a 180° e 90° , mas agora com uma distância maior entre eles, se comparado ao pico da componente “1x”, caracterizando novamente a presença desse indicador na identificação de trincas. Outra questão importante que pode ser observada é o fenômeno de respiração da trinca. Quando o desbalanceamento está a 0° do rasgo, a trinca tende a abrir, alterando a amplitude de vibração. Quando o desbalanceamento está a 180° , a trinca tende a fechar (figura 5.29). Essa amplitude de vibração é menor com o aumento da rigidez, e essa diferença de amplitude é mais visível no pico de frequência igual a duas vezes a velocidade de rotação do eixo.

Abertura e fechamento do rasgo com o desbalanceamento

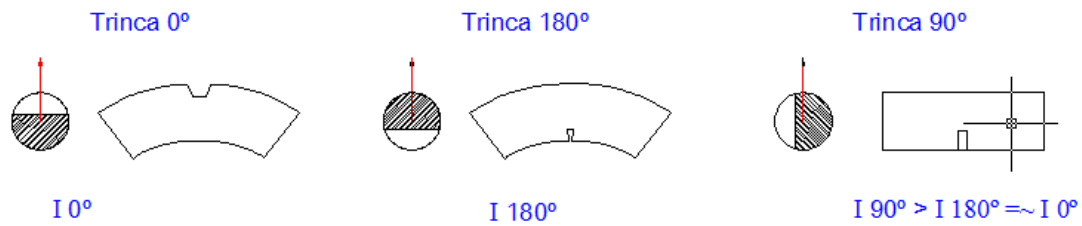


Figura 5.30: Abertura e fechamento do rasgo com o desbalanceamento

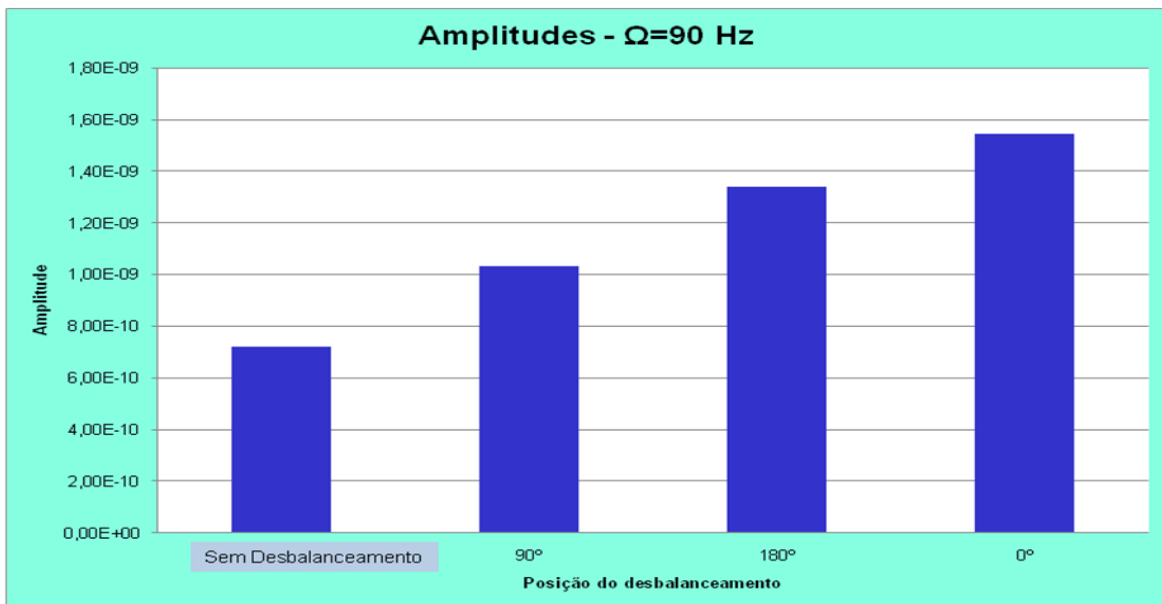


Figura 5.31: Comparação de amplitudes para diferentes posições de desbalanceamento

Na figura 5.31 vemos a evolução das amplitudes de vibração do pico de 180 Hz dos espectros de vibração com rotação de 90 Hz para o eixo com entalhe de profundidade igual a 6 mm. A diferença entre o maior e o menor valor medido é maior que duas vezes a incerteza estimada.

A figura 5.32 mostra o pico de frequência igual a três vezes a velocidade de rotação do eixo.

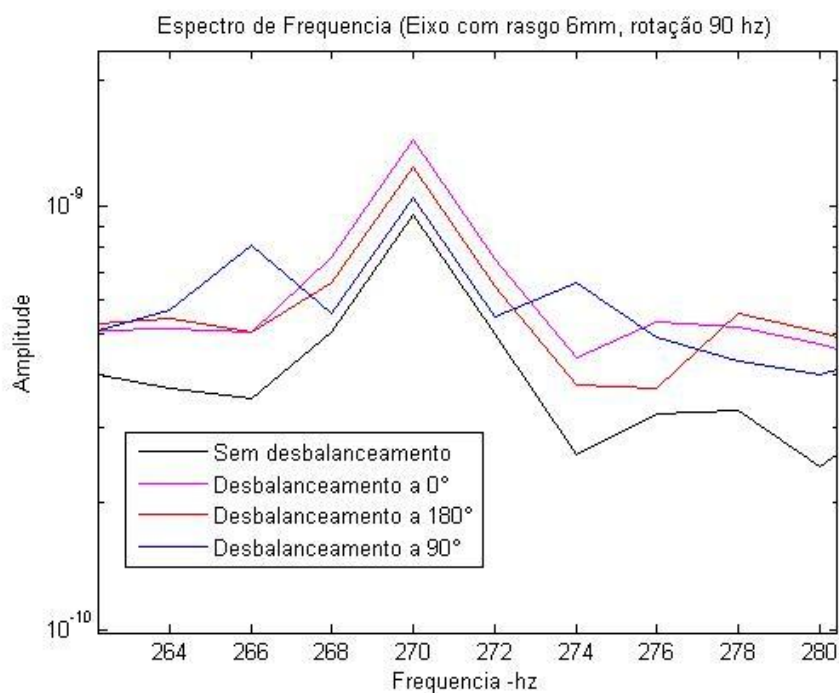


Figura 5.32: Espectro de frequência “3x”

Podemos observar a mesma seqüência de resultados dos picos anteriores, mas com uma diferença menor entre eles.

Observamos experimentalmente que mesmo que o desbalanceamento residual de um eixo rotativo esteja a 90° com a trinca (caso menos favorável) ainda é possível notar modificações no espectro de frequência indicando a existência da trinca.

5.4 PROPOSTA DE METODOLOGIA DE MONITORAMENTO

O monitoramento de trincas em eixos deve seguir, por razões práticas e econômicas, os mesmos princípios da manutenção preditiva, onde a medição “on-line” da vibração é utilizada. Avaliação da influência da presença da trinca nas frequências naturais do sistema rotor obtidas por análise modal não são aplicáveis industrialmente pois exigem que as máquinas sejam paradas para a realização dos testes.

A característica básica do processo de manutenção preditiva consiste no monitoramento de parâmetros caracterizadores do estado de funcionamento dos equipamentos. Os métodos utilizados nesse processo englobam técnicas e procedimentos de medida, acompanhamento e análise dos parâmetros. Entre os métodos mais comuns empregados, esta a análise de vibração (Nepomuceno 1989). A idéia básica do método de análise de vibração, é que as estruturas das máquinas, ao serem excitadas pelos esforços

dinâmicos advindos de seu funcionamento, respondem por meio de sinais vibratórios que possuem frequência idêntica à dos esforços que os provocam (Dimarogonas, 1992).

As excitações provocam vibrações na máquina e como consequência desgaste, fadiga, e outros danos na estrutura. As excitações não podem de forma usual ser medidas diretamente; por outro lado, pode-se constatar que a frequência da resposta medida sobre um eixo ou nas carcaças dos mancais tem a mesma frequência da força de excitação. Desta forma, é possível determinar pela medição da vibração de uma máquina o seu estado de funcionamento, bem como avaliar a presença de defeitos e desgaste.

Desta forma propõem-se uma metodologia de monitoramento que leve em conta os principais resultados da manutenção preditiva e os resultados obtidos nessa dissertação.

Os defeitos mais comuns nas máquinas rotativas são (Arato Junior, 2004):

- a) Desbalanceamento de rotores: A vibração devido ao desbalanceamento acontece em uma frequência igual a uma vez a velocidade de rotação do rotor e sua amplitude é proporcional à quantidade de desbalanceamento existente. Em geral as maiores amplitudes são medidas na direção radial, contudo, pode acontecer de rotores em balanço apresentarem grandes amplitudes na direção axial (Almeida, 1988).
- b) Desalinhamento: O desalinhamento é um fenômeno que sempre atua como uma pré-carga e na mesma direção do eixo. Esta pré-carga é definida também como sendo uma carga direcional, ou seja, força aplicada sobre eixos rotativos podendo ser dividida em duas categorias básicas: externa e interna (Almeida & Góz, 1988). Geralmente o desalinhamento possui uma frequência de vibração de uma vez a rotação, contudo quando o desalinhamento é severo, a frequência passa a ser de duas vezes a rotação.
- c) Roçamento: o contato entre partes rotativas e estacionárias de uma máquina. No roçamento total o eixo permanece em contato com a parte estacionária durante todo o período de precessão. A parte da estrutura que permanece em contato com a estacionária sofre um empenamento pelo aquecimento devido ao atrito. As forças desenvolvidas durante o contato fazem o rotor orbitar em sentido contrário ao da rotação e ao mesmo tempo são responsáveis pelo aparecimento de vibrações em alta frequência.
- d) Trincas;

Sabemos da análise de defeitos usando medição de vibração que a presença de desbalanceamento implica no aumento da componente “1x” do espectro de vibração da máquina, enquanto que a presença do desalinhamento provoca um aumento na componente

“2x”.

Os resultados experimentais permitiram identificar que a trinca produz aumento simultaneamente nas componentes 1x e 2x, sendo maior o gradiente de aumento da amplitude com o aumento da trinca para a componente 2x

Então podemos adotar a seguinte estratégia de observação:

Tabela 5.1: Estratégia de observação do espectro de frequência para identificação de trincas

Aceleração (m/s ²)		Defeito mais provável
Amplitude “1x”	Amplitude “2x”	
Aumenta	Estável	Desbalanceamento
Estável	Aumenta	Desalinhamento
Aumento pouco significativo	Aumento mais significativo que “1x”	Presença de trinca
Estável	Aumento pouco significativo	Pequeno desalinhamento
Aumento muito significativo	Aumento pouco significativo	Efeito de desbalanceamento é superior (pode ter iniciado um efeito secundário pelo grande desalinhamento)

Uma estratégia que poderia ser utilizada para melhor visualização dos eventos acima, para testes de manutenção preditiva, seria o aumento da velocidade de rotação do eixo, quando aplicável. Poderíamos utilizar também a inserção de um desbalanceamento conhecido no eixo para testes, no caso em que seja possível, tendo em vista que o desbalanceamento inserido nos testes aumentou a visualização da trinca mesmo no pior caso estudado (desbalanceamento a 90° com relação ao entalhe).

6. CONCLUSÕES

Com o objetivo de melhor compreender o comportamento dinâmico de um eixo rotativo trincado, para fins de manutenção preditiva, foram realizados experimentos dinâmicos de um eixo cilíndrico com um entalhe transversal de pequenas dimensões simulando a presença de uma trinca transversal.

Foi realizada uma revisão dos vários métodos usados na identificação da presença de trincas em eixos rotativos e estruturas mecânicas gerais. Esses vários métodos se diferenciam quanto à abordagem do problema e quanto à técnica de identificação usada. Esse estudo de revisão mostrou a dificuldade de garantia de eficiência comum a todos os métodos. Com base no estudo de revisão realizado foi adotada uma abordagem experimental para avaliação dos métodos baseado na medição e avaliação do espectro de vibração do eixo rotativo.

O estudo experimental realizado visou melhor compreender a influência da presença da trinca na modificação do espectro de vibrações da máquina, mais especificadamente na modificação das amplitudes das frequências de vibração.

Com o objetivo de verificar a influência da presença da trinca usando o espectro de frequência da máquina, foi realizada a análise do espectro de vibração de vários eixos, de seção transversal circular com um entalhe de pequenas dimensões fabricado por eletroerosão. Os ensaios foram realizados com eixos com diferentes profundidades de entalhe, de modo a simular a influência do crescimento da trinca. Foram feitas medições para diferentes velocidades de rotação, de modo a avaliar a variação das amplitudes das frequências dos picos principais do espectro de vibração, com o objetivo de identificar alguma tendência comportamental que permitisse o estabelecimento de padrões para uso em procedimentos de manutenção preditiva.

Inicialmente cada eixo foi avaliado de maneira isolada. Numa segunda etapa foi montado um disco para simulação de um rotor, próximo a trinca de cada eixo testado. Repetiram-se os testes para o eixo sem trincas e para as diferentes profundidades de entalhe e com diferentes rotações. Por fim, foi adicionada uma carga de desbalanceamento em cada conjunto eixo-rotor, em três diferentes ângulos com relação ao entalhe, e novamente cada conjunto foi testado em diferentes velocidades de rotação. Para validação dos resultados, cada um dos experimentos foi montado novamente em diferentes datas, e novos experimentos realizados, para comparação com os resultados anteriores. Os resultados obtidos mostraram a validade e qualidade dos ensaios realizados para os

objetivos desse trabalho.

Análise dos resultados

A análise dos resultados obtidos nos experimentos com os eixos sem o rotor leva a observação de um pequeno aumento na amplitude da vibração em picos correspondentes a uma e duas vezes a rotação do eixo. Observamos também que a baixas rotações esse aumento era quase imperceptível, e que aumentava com o aumento da velocidade de rotação do eixo.

Nos testes com rotor (eixo e disco) vimos que a amplitude de vibração aumenta nos primeiros picos de frequência para todos os eixos ensaiados.

Foi observado nos espectros de vibração que os picos correspondentes as componentes iguais a uma vez a rotação nominal (1x) e a duas vezes a rotação nominal (2x) sofreram um aumento na amplitude devido à presença do entalhe e que esse aumento era proporcional a profundidade do mesmo. Contudo a componente do espectro corresponde a uma vez a rotação nominal não se mostrou muito eficiente, como indicador da presença de trinca, devido a pouca capacidade de discriminação dos resultados. Os resultados obtidos mostraram que a componente igual a duas vezes a rotação nominal é um indicador que pode ser usado na identificação de trincas, pois permite uma melhor discriminação dos valores; uma vez que essa componente mostrou-se nos ensaios mais sensível a presença do entalhe.

Por fim, nos testes com rotor desbalanceado, observamos um aumento ainda maior nas amplitudes de vibração dos picos à medida que a profundidade da trinca aumentava (principalmente no indicador “2x”), e observamos a influência do ângulo de desbalanceamento no espectro de vibração dos eixos, que era maior quando o ângulo entre o desbalanceamento era 0° ou 180° . Os ensaios considerando diferentes ângulos entre a trinca e o desbalanceamento mostraram que mesmo na situação mais desfavorável (ângulo de 90°) ainda é possível identificar a trinca, considerando as componentes 2x e 1x. Desta forma conclui-se que a existência de desbalanceamento residual não prejudica a identificação da trinca.

Conclusões

O presente trabalho de mestrado permitiu por uma análise de modelo baseada no sinal da vibração determinar o comportamento dinâmico de um eixo entalhado considerando várias velocidades de rotação. Verificou-se que a presença do entalhe

simulando a trinca altera a amplitude de vibração em determinados picos de frequência, sendo mais significativo para picos em duas vezes a rotação do eixo. O aumento da amplitude de vibração na componente “2x” do espectro é melhor observado quando a velocidade de rotação era maior e na presença de desbalanceamento. A não simetria da seção transversal do eixo entalhado causou a alteração nessas amplitudes, assim como podemos observar a variação da amplitude de vibração quando inserido desbalanceamento em diferentes ângulos.

Assim, esse trabalho permitiu verificar que apesar da pequena influência da presença do entalhe nos valores de amplitude no espectro de frequência, o mesmo implica em um aumento na amplitude significativa à medida que a profundidade da trinca aumenta.

Podemos utilizar esses dados para elaboração de rotinas de manutenção preditiva, onde podemos identificar, sem a necessidade de parada ou retirada de um eixo, a presença de uma trinca em casos parecidos. A estratégia de monitoração deve incluir o acompanhamento da componente “2x”, juntamente com a “1x”. A observação dessas duas componentes ao mesmo tempo permitiria discernir se o aumento das amplitudes é devido à trinca ou ao desbalanceamento ou desalinhamento.

Sugestões para trabalhos futuros

De maneira a dar continuidade a esse trabalho inicial, sugere-se que sejam avaliados eixos com outras profundidades de entalhe (alguns autores utilizam entalhes com até 50% no diâmetro, e nesse trabalho chegou-se a apenas 30%), para melhor associação entre a profundidade da trinca e a alteração na amplitude. Sugere-se também que se utilizem outros materiais para novos testes em eixos, assim como a utilização de gráficos de órbita para melhor visualização do problema. Considerando que uma das maiores dificuldades no método experimental estava nos próprios instrumentos de medição, sugere-se a repetição do experimento utilizando instrumentos mais modernos, como um novo analisador com mais recursos e principalmente acelerômetros sem contato direto, para medições diretas no eixo.

Para redução das incertezas de medição sugere-se a separação da bancada – uma bancada para o conjunto motor e outra para o restante do conjunto testado – de modo a diminuir a influência do motor nas medições. Outra indicação seria realizar o procedimento de monitoração aqui descritos em casos práticos na indústria, de modo a criar um método efetivo de monitoramento “on line” em eixos rotativos para identificação de trincas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Actis, R. and Dimarogonas, A. D., Non-linear effects due to closing cracks in vibrating beams. 12th ASME Conf. on Mech. Engng, Vibration and Noise, Montreal, Canada, September 1989. , September 1989
- Adams, R. D., Cawley, P., Pye, C. J. and Stone, B. J., A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures. *J. Mech. Engng Sci.*, 1978.
- Adewusi, S. A. and Al-Bedoor, B. O., 2002, “Detection of Propagating Cracks in Rotors Using Neural Networks,” American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division, Vancouver, Canada Vol. 447, 71–78.
- Allen, J. W. and Bohanick, J. S., 1990, “Cracked Shaft Diagnosis and Detection on Reactor Recirculation Pumps at Grand Gulf Nuclear Station,” in International Exhibition and Conference for the Power Generation Industries – Power-Gen, May–June, Houston, TX Vol. 5–6, 1021– 1034.
- Anifantis, N., Aspragathos, N., Dimarogonas, A. D., “Diagnosis of cracks on concrete frames due to earthquake by vibration response analysis”. 3rd Int. Symp. of the Int. Measurements Federation (IMEKO), Moscou, 1983.
- Anifantis, N., Rizos, P., Dimarogonas, A. “Identification of cracks on beams by vibration analysis”. *Rotating Machinery Dynamics*, vol. 1, 11th Biennial Conf. on Mech. Vibration and Noise, A. S. M. E., DE, vol. 2, pp189-197, Boston, 1987.
- Arato Junior, Adyles. “Manutenção preditiva usando análise de vibrações”. Editora Manole, São Paulo, 2004.
- Araujo Gomez, A. J. M. and Montalvao e Silva, J. M. “Experimental determination of the influence of the cross-section size in the dynamic behaviour of cracked beams”. *Proc. IMMDC2*, Los Angeles, U.S.A., 1990, pp 124-130.
- Audebert, S., Stoisser, C.M. “A comprehensive theoretical, numerical and experimental approach for crack detection in power plant rotating machinery”. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol 22, p 818-844, 2008.
- Bartoli, F.P.; Diniz, A.C.G.C.; Neves, F.J.R. *Bancada didática para o estudo de vibrações em máquinas rotativas*, Unb, Brasília, 1995.
- Bachschmid, N., Pennacchi, P., Tanzi, E., and Audebert, S., 2000a, “Identification of Transverse Cracks in Rotors Systems,” in Proceedings of the 8th International Symposium on Rotating Machinery (ISROMAC-8), Honolulu, Hawaii, 26–30

March, 1–11.

- Bachschimid,N.;Pennacchi,P.;Tanzi,E. Some remarks on breathing mechanism, on non-linear effects and on slant and helicoidal cracks, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.22, pg 879-904, 2006.
- Bachschimid,N.;Tanzi,E.;Audebert,S. The effect of helicoidal cracks on the behaviour of rotating shafts, *Engineering Fracture Mechanics*, v.75, pg.475-488.2008.
- Bachschimid and E. Tanzi, “Deflections and Strains in cracked Shafts due to Rotating Loads: A Numerical and Experimental Analysis”. *International Journal of Rotating Machinery*, 10(4):283-291,2004.
- Bently, D. E., Hatch, C. T., Grissom, B., 2002. “Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics. Bently Pressurized Bearing Press.
- Bloch, H. P., 1997, *Machinery Failure Analysis and Troubleshooting*, 3rd Ed., Gulf Publishing, Houston, TX.
- Brandon, J., 2000, “Non-Linear Vibration of Cracked Structures: Perspectives and Horizons,” *Shock and Vibration Digest*, Vol. 32, No. 4, 273–280.
- Brose, W. R. and Jirinec, M. J., 1992, “East River No. 7 HP Rotor Crack Growth Analysis,” in *Proceedings of the American Power Conference*, Illinois Institute of Technology, Chicago, IL, Vol. 54, Pt 2, 1326–1331.
- Brook, W. R. and Miller, W. H., 1991, “Crack Detection Method for Shaft at Rest,” US Patent No. 5,068,800.
- Carlson, G. J., Imam, I., Azzaro, S. H., and Scheibel, J. R., 1988, “Expert System for On-Line Rotor Crack Monitoring and Diagnostic System,” in *Proceedings of Computer Engineering*, ASME, New York, 361–366.
- Chan, R. K. C. and Lai, T. C., 1995, “Digital Simulation of a Rotating Shaft with a Transverse Crack,” *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 19, No. 7, 411–420.
- Chasalevris,A.C.;Papadopoulos,C.A. Identification of multiple cracks in beams under bending. *Mechanical Systems and Signal Processing*. v.20. pg.1631-1673. 2006
- Chen,C.;Dai,L.;Fu,Y. Nonlinear response and dynamic stability of a cracked rotor, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, v.12,pg.1023-1037. 2007.
- Chondros, T. “Dynamics of cracked structures”. Dr. Engng Thesis, University of Patras, Greece, 1981.
- Chondros,T.G. Variational formulation of a rod under torsional vibration for crack identification. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. v.44. pg.95-104. 2005

- Chopra, A.K. "Dynamics of structures". Theory and applications to earthquake engineering. New Jersey; Prentice Hall,1995.
- Clough, R. W., Penzien, J. "Dynamics of structures". New York; McGraw-Hill,1975.
- Craig, R. R. "Structural dynamics: an introduction to computer methods". New York, John Wiley, 1981.
- Cwley, P., Adams, R. D., "Defect location in structures by a vibration technique". A. S. M. E. Design Engng Technical Conf., St. Louis, Paper 79-DET-46, 1979.
- Cwley, P., Adams, R. D., "The location of defects in structures from measurements of natural frequencies". J. Strain Anal., 1979, vol. 14(2), pp 127-135.
- Darp, A. K., Chawla, A., Gupta, K., 2002. "Analysis of the response of a cracked jeffcott rotor to axial excitation". Journal of Sound and Vibration 249 (3), 429-445.
- Darpe,A.K.;Gupta,K.;Chawla,A. Dynamics of a bowed rotor with a transverse surface crack. Journal of Sound and Vibration, v.296. pg.888-907. 2006.
- Darpe,A.K.;Gupta,K.;Chawla,A. Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor. Journal of Sound and Vibration, v.269, pg.33-60. 2004.
- Dimarogonas, A. D., Dynamic response of cracked rotors. General Electric Co., Internal report, Schenectady, NY, U.S.A., 1970.
- Dimarogonas, A. D., "Vibration of cracked structures: a capte of the art review"; Engineering Fracture Mechanics, vol. 55, No. 5, pp.831-857,1996.
- Dorfman, L. S. and Trubelja, M., 1999, "Torsional Monitoring of Turbine Generators for Incipient Failure Detection," in Proceedings of 6th Steam Turbine/Generator Workshop, St. Louis, MI, EPRI Report.
- Eisenmann, R. C., 2000, Machinery Malfunction: Diagnosis and Correction, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Feldman, M. and Seibold, S., 1998, "Damage Diagnosis of Rotors: Application of Hilbert Transform and Multi-Hypothesis Testing," Reports of the Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik (ITWM), No. 2., 1–23.
- Fischer J.W.; Yen,B.T. Design, Structural Details, and Discontinuities in Stell, Safety and Reliability of Metal Structures, ASCE, Nov.2,1972.
- Friswell, M. I., Penny, J. E. T. P., 2002. "Crack modeling for structural health monitoring". International Journal of Structural Health Monitoring 1(2), 139-148.
- Franklin, W., Bently, D. E., Goldman, P., and Muszynska, A., 1997, "Early Cracked Shaft Detection in Pumps Using Rotor Lateral Vibration Analysis," in Pumping Machinery, ASME Fluids Division Summer Meeting, Vancouver, Canada, Vol. 11, 8 pp.

- Gasch,R. “ A survey of the dynamic behavior of a simple rotating shaft with a transverse crack”. *Journal of Sound and Vibration*. Vol 160(2), 313-332, 1993.
- Gasch, R. “Dynamic behavior of the Laval rotor with a transverse crack”. *Mechanical Systems and Signal Processing*. Vol 22, p 790-804, 2008.
- Gasch, R. and Liao, M., 1996, “Process for the Early Detection of a Crack in a Rotating Shaft,” US Patent No. 5,533,400.
- Georgantzinis,S.K.;Anifantis,N.K. An insight into the breathing mechanism of a crack in a rotating shaft, *Jornal of Sound and Vibration*, v.318,pg 279-295,Mai 2008.
- Goldman, P., Muszynska, A., Bently, D. E., Dayton, K. P., and Garcin, M., 1999, “Application of Perturbation Methodology and Directional Filtering for Early Rotor Crack Detection,” in ASME International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition (IGTI 1999), Indianapolis, IN, Paper No. 99-GT-225.
- Goldman, P. and Muszynska, A., 1992, “Torsional Vibration Measurements Help in Shaft Crack Diagnosis,” *Orbit*, Vol. 13, No. 4, 5–7.
- Goldman, P., Bently, D. E., and Muszynska, A., 1996, “Modal Diagnostics of Rotors with Cracks,” in IMechE Symposium on Nonlinear Dynamics and Control, Atlanta, GA, Vol. 91, 185–190.
- Gomez, A. J. M. A. and Montalvao e Silva, J. M. “Theoretical and experimental data on crack depth effects in the dynamic beahviour of free-free beams”. *Int. Modal Anal. Conf. , IMAC*, vol. 9, Union Coll, Schenectady, NY, U.S.A., 1991, pp 274-283.
- Gómez-Mancilla,J.;Sinou,J.J.;Nosov,V.R.;Thouverez,F.;Zambrano,A. The influence of crack-imbalance orientation and orbital evolution for an extended cracked Jeffcott rotor. *C.R.Mecanique*.v.332,pg.955-962. 2004.
- Gounaris,G.D.;Papadopoulos,C.A. Crack identification in rotating shafts by coupled response measurements. *Engineering Fracture Mechanics*, v.69, pg.339-352. 2002.
- Green, I., Casey, C., 2003, “Crack Detection in a Rotor Dynamic System by Vibration Monitoring – Part I: Analysis,” in IGTI 2003, Atlanta, GA, Paper No. GT2003-38659.
- Guang, M. and Gasch, R., 1993, “Stability and Stability Degree of a Cracked Flexible Rotor Supported on Journal Bearings,” in *ibration of Rotating Systems*, ASME, Design Engineering Division, Albuquerque, USA, Vol. 60, 315–323.
- Gudmundson, P., “Changes in modal parameters resulting from small cracks”. *Proc. 2nd Int. Modal Analysis Conf.*, vol. 2, Orlando, Union College, New York, U.S.A., 1984, pp 690-697.

- Gudmundson, P., "Determination of optimal design modifications using experimental modal parameters". Proc. 4th Int. Modal Analysis conf., vol. 2, Los Angeles, Union College, New York, U.S.A., 1986, pp 1299-1303.
- Guo, D., Chu, F., and He, Y., 2003, "Vibration Analysis of Rotor with Transverse Surface Cracks," in IGTI 2003, Atlanta, GA, Paper No. GT2003-38041.
- Guo,D.;Peng,Z.K. Vibration analysis of a cracked rotor using Hilbert-Huang transform, Mechanical Systems and Signal Processing, v.21,pg.3030-3041.2007.
- Hamidi, L., Piaud, J.-B., and Massoud, M., 1992, "A Study of Crack Influence on the Modal Characteristics of Rotors," in International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (ImechE), Bath, UK, No. C432/066, 283–288.
- He, Y., Chu, F., Guo, D., and Zhong, B., 2001, "Study on Genetic Algorithms Based Rotor Crack Detection for Rotating Machine," Chinese Journal of Mechanical Engineering, Vol. 37, No. 10, 69–74.
- Ichimonji, M., Kazao, Y., Watanabe, S., and Nonaka, S., 1994, "Dynamics of a Rotor System with a Slant Crack Under Torsional ibration," in Non- Linear and Stochastic Dynamics, American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division, hicago, IL, Vol. 192, 81–90.
- Imam, I., Azzaro, S. H., Bankert, R. J., and Scheibel, J., 1989, "Development of an On-Line Rotor Crack Detection and Monitoring System," Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME, Vol. 111, No. 3, 241–250.
- Ishida, Y., Inoue, T., and Nishimura, K., 2001, "Detection of a Rotor Crack by a Periodic Excitation," in International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery (ISCORMA 2001), Minden, NV, 1004–1011.
- Irwin, G. R., "Analysis of stesses and strains near the end of a crack traversing a plate"; J. Appl. Mech., 1957, 24, 361-364.
- Iwatsubo, T., Arii, S., and Oks, A., 1992, "Detection of a Transverse Crack in a Rotor Shaft by Adding External Force," in International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (ImechE), Bath, UK, No. C432/093, 275–282.
- Jenkins, L. S., 1985, "Cracked Shaft Detection on Large Vertical Nuclear Reactor Coolant Pump," NASA Conference Publication 2409, 253–265.
- Leyzerovich, A., 1997, Large Power Steam Turbines, Vols 1 and 2, Pennwell, Tulsa,OK.
- Hamidi, L., Piaud, J.-B., and Massoud, M., 1992, "A Study of Crack Influence on the Modal Characteristics of Rotors," in International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (ImechE), Bath, UK, No. C432/066, 283–288.

- Iwatsubo, T., Arii, S., and Oks, A., 1992, "Detection of a Transverse Crack in a Rotor Shaft by Adding External Force," in International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (ImechE), Bath, UK, No. C432/093, 275–282.
- Kavarana, F. H. and Kirk, R. G., 1995, "Cracked Shaft Detection Using the Unbalance Excitation Technique," in ASME DE, Vol. 84-2, Vol. 3, Pt B, 1001–1007.
- Kirmsher, P. G., The effect of discontinuities on the natural frequency of beams. Proc. American Society of Testing and Materials, 1944, 44, 897-904.
- Kowal, M. G. and O'Brien, J. T. Jr., 1989, "Monitoring for Shaft Cracks on Reactor recirculation Pumps," Sound and Vibration, Vol. 23, No. 5, 12–17.
- Kumar, B. M., Sujith, R. I. "Exact solutions for the longitudinal vibration of non-uniform rods". Journal of Sound and Vibration; vol. 207, no. 5, pp 721-729, 1997.
- Lazzeri, L., Cecconi, S., Faravelli, M., Scala, M., and Tolle, E., 1992, "Second Harmonic Vibration Monitoring of a Cracked Shaft in a Turbo- Generator," in Proceedings of the American Power Conference, Chicago, IL, Vol. 54, Pt 2, 1337–1342.
- Lei, Z., Qiu. C. "The stochastic method of weighted residuals for predicting dynamic response of random structure under stochastic excitation". Communications in Numerical Methods in Engineering, vol. 14, pp 419-427, 1998(a).
- Lei, Z., Qiu. C. "A dynamic stochastic finite element method based on dynamic constraint mode". Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 161, pp 245-255, 1998(b).
- Lee, C.-W., Kwon, K.-S., 2000, "Crack Detection in Rotating Machinery by Modal Testing," in International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (ImechE), Nottingham, UK, Paper No. C576/ 031/2000, 535.
- Lees, A. W., Friswell, M. I., 1999, "Crack Detection in Asymmetric Rotors," in International Conference on Damage Assessment of Structures, DAMAS 99, Dublin, Ireland, June, 246–255.
- Lees, A. W., Sinou, J. J. "The influence of cracks in rotating shafts". Journal of Sound and vibration. Vol 285, 1015-1037, 2005.
- Leung, A. Y. T., Zhou, W. E. "Dynamic stiffness analysis of axially loaded non-uniform Timoshenko columns". Computers and Structures, vol. 56, n. 4, pp 577-588, 1995.
- Li, Q. S. "Vibration analysis of flexural-shear plates with varying cross-section". International Journal of Solids and Structures, vol. 37, pp 1339-1360, 2000(d).
- Li, Q. S. "Free vibration of flexural-shear plates". Computers and Structures, vol. 76, pp 663-674, 2000(e).

- Li, Q. S., Fang, J. Q., Jeary, A. P. "Free vibration analysis of multi-storey buildings with narrow rectangular plane configuration ". *Engineering Structures*, vol. 21, pp 507-518, 1999.
- Li, Q. S., Fang, J. Q., Jeary, A. P. "Free vibration analysis of cantilevered tall structures under various axial loads". *Engineering Structures*, vol. 22, pp 525-534, 2000(a).
- Li, Q. S., Fang, J. Q., Jeary, A. P. "Calculation of free vibration of multistep shear plates". *Journal of Vibration and Control*, vol. 6, n. 4, pp 509-530, 2000(b).
- Li, Q. S., Fang, J. Q., Liu, D. K. "Evaluation of structural dynamic responses by stochastic finite element method". *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 8, n. 5, pp 477-490, 1990.
- Lima Jr., J. J., "Estudo comparativo entre diagnóstico de defeitos em máquinas rotativas por órbita e por espectro de frequência, usando aquisição de dados"; *Dissertação de Mestrado, EFEI, Itajubá*, 1990 142 p.
- Lilong,C.;Yuan,X. Variable amplitude Fourier series with its application in gearbox diagnosis – Part I: Principle and simulation. *Mechanical Systems and Signal Processing*. v.19. pg. 1055-1066. 2005.
- Lei,X.;Zhang,G;Chen,J.;Xigeng.S.;Dong,G. Simulation on the motion of crankshaft with a slant crack in crankpin, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.21,pg.502-513.2007.
- Liebowitz, H. and Claus, W. D., *Failure of notched columns*. *Engng Fracture Mech.*, 1968, 1,379-383.
- Luongo, A., "Mode localization by structural imperfections in one-dimensional continuous systems". *J. Sound Vibration*, 1992, vol. 155, pp 249-271.
- Mani,G.;Quinn,D.D.;Kasarda,M. Active health monitoring in a rotating cracked shaft using active magnetic bearings as force actuators. *Jornal of Sound and Vibration*, v.294. pg. 454-465. 2006
- Mackerle, J. "Finite element vibration analysis of beams, plates and shells": a bibliography (1994-1998). *Shock and Vibration*, vol. 6, pp 97-109, 1999.
- Mackerle, J. "Finite element vibration and dynamic response analysis of engineering structures": a bibliography (1994-1998). *Shock and Vibration*, vol. 7, pp 39-56, 2000.
- Mayes,E.W.;Davies,W.G.R.,Analysis of the response of a multi-rotor-bearing system containing a transverse crack in a rotor. *J.Vib.Acous.Stress Reliab.Design*,1984,106,139-145.

- Mayes, I. W., Crack propagation in rotating shafts. A. S.M.E., Paper 77-DET-164, 1977.
- Maynard, K. P., Trethewey, M. W., and Groover, C., 2001, "Application of Torsional Vibration Measurement to Shaft Crack Monitoring in Power Plants," in Proceedings of the 55th Meeting of the Society for Machinery Failure Prevention Technology, Virginia Beach.
- Meng G. and Hahn, E. J., 1994, "Dynamic Response of a Cracked Rotor with Some Comments on Crack Detection," ASME, The Hague, Netherlands, Paper No. 94-GT-029, 1–10.
- Meirovitch, L. "Elements of vibration analysis". International Student Edition; Tokio, McGraw-Hill, 1975.
- Miller, W. H. and Brook, W. R., 1990, "Shaft Crack Detection Method," US Patent No. 4,975,855.
- Miller, W. H. and Brook, W. R., 1992, "Crack Detection Method for Operating Shaft," US Patent No. 5,159,563.
- Mohiuddin, M. A. and Khulief, Y. A., 2002, "Dynamic Response Analysis of Rotor-Bearing Systems With Cracked Shaft," Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, Vol. 124, No. 4, 690–696.
- Munoz, R. Q., Ramirez, J., Antonio, S., and Kubiak, J. S., 1997, "Rotor Modal Analysis for a Rotor Crack Detection," in Proceedings of the International Modal Analysis Conference (IMAC), Bethel, CT, Vol. 1, 877–879.
- Muszynska, A., Goldman, P., and Bently, D. E., 1992, "Torsional/Lateral Vibration Cross-Coupled Responses Due to Shaft Anisotropy: A New Tool in Shaft Crack Detection," in International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (ImechE), Bath, UK, Paper o. C432/090, 257–262.
- Nandi, A. Reduction of finite element equations for a rotor model on non-isotropic spring support in a rotating frame. Finite elements in analysis and design, v.40, pg.935-952. 2004.
- Nepomuceno, L. X., "Técnicas de manutenção Preditiva", Ed. Edgard Blucher, São Paulo, 1989, 807 p.
- Norton, R.L. Projeto de máquinas: uma abordagem integrada; tradução João Batista de Aguiar. -2.ed.-Porto Alegre: Bookman, 2004. 931 pg.
- Ostachowicz, W. M. and Krawczuk, M., 1992, "Coupled Torsional and Bending Vibrations of a Rotor with an Open Crack," Archive of Applied Mechanics, Vol. 62, 191–201.
- Papadopoulos, C.A. The strain energy release approach for modeling cracks in rotors: A

- state of the art review, *Journal of Sound and Vibration*, v.22, pg 763-789, 2008.
- Park, R.-W., 1996, "Crack Detection, Localization and Estimation of the Intensity in a Turbo Rotor," ASME, Jakarta, Indonesia, Paper No. 96-TA-031, 1-7.
- Patel, T.H.; Darpe, A.K. Influence of crack breathing model on nonlinear dynamics of a cracked rotor, *Journal of Sound and Vibration*, v.311, pg 953-972, 2008.
- Plaut, R. H., Andruet, R. H., and Suherman, S., 1994, "Behavior of a Cracked Rotating Shaft During Passage Through a Critical Speed," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 173, No. 5, 577-589.
- Pennachi, P.; Bachschmid, N.; Vania, A. A model-based identification method of a transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines. v.20. pg.2112-2147. 2006.
- Penny, J. E. T. P., Friswell, M. I., 2003. "Simplified modelling of rotor cracks". *Key Engineering Materials* 245, 223-232.
- Prabhakar, S., Sekhar, A. S., and Mohanty, A. R., 2001, "Detection and Monitoring of Cracks Using Mechanical Impedance of Rotor-Bearing System," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 110, No. 5, 2351-2359.
- Prabhakar, S., Sekhar, A. S., Mohanty, A. R., 2002. "Transient lateral analysis of a slant-cracked rotor passing through its flexural critical speed". *Mechanism and Machine Theory* 37, 1007-1020.
- Peng, Z.K., Guo, D. "Vibration analysis of a cracked rotor using Hilbert-Huang transform". *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol 21, p 3030-3041, 2007.
- Pugno, N., Surace, C., Ruotolo, R., 2000. "Evaluation of the non-linear dynamic response to harmonic excitation of a beam with several breathing cracks. *Journal of sound and Vibration* 235(5), 749-762.
- Rajab, M. D. and Al-Sabeeh, A., 1991, "Vibrational Characteristics of Cracked Shafts," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 147, No. 3, 465-473.
- Ratan, S., Baruh, H., and Rodriguez, J., 1996, "On-Line Identification and Location of Rotor Cracks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 194, No. 1, 67-82.
- Rao, Singiresu S. *Vibrations Mechanical*. 4th ed., Printice Hall, New Jersey, 2003. 1104pp.
- Rieger, N. and El-Shafei, A., 2003, "Automated Diagnostics of Rotating Machinery," in *IGTI 2003*, Atlanta, GA, Paper No. GT2003-38453.
- Risos, P. F., Dimarogonas, A. D., "Identification of cracks in beams by vibration analysis". *Int. Fed. Automatic Control (IFAC Symp.)*, Athens, Greece, 1988.
- Risos, P. F., Aspragathos, N., Dimarogonas, A. D., "Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes". *J. Sound Vibration*, 1990,

vol. 138, 381-388.

- Roberts, S. and Brandon, J. A., 2003, "Nonlinear Signatures in the Transient Dynamics of Turbo-Machinery," *Key Engineering Materials*, Vol. 245–246, 279–286.
- Rosard, D. D., Reid, S. R., and Blades, J. C., 1994, "Optimizing Maintenance Intervals Using a Turbine Rotor Crack Monitoring Program," ASME, Phoenix, AZ, 94-JPGC-PWR-5617, 1–8.
- Saavedra, P. N. and Cuitino, L. A., 2002, "Vibration Analysis of Rotor for Crack Identification," *Journal of Vibration and Control*, Vol. 8, No. 1, 51–67.
- Sabnavis, G; Kirk, R.G; Kasarda,M;Quinn,D. Cracked Shaft Detection and Diagnostics: A literature Review. *Shock and Vibration Digest*, v.36, 2004.
- Sanderson, A. F. P., 1992, "The Vibration Behavior of a Large Steam Turbine Generator During Crack Propagation Through the Generator Rotor," in *International Conference on Vibrations in Rotating Machinery (ImechE)*, Bath, UK, Paper No. C432/102, 263–273.
- Sarigul, A. S., Kiral, Z. "Interior acoustics of a truck cabin with hard and impedance surfaces". *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 23, pp 769-775, 1999.
- Seibold, S., Fritzen, C.-P., and Wagner, D., 1996, "Employing Identification Procedures for the Detection of Cracks in Rotors," *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 11, No. 3–4, 204–215.
- Seibold, K. Weinert, A time domain method for the localization of cracks in rotors, *Journal of Sound and Vibration* 195 (1) (1996) 57–73.
- Sekhar, A. S., 1999. "Vibration characteristics of a cracked rotor with two open cracks. *Journal of Sound and Vibration* 223 (4), 497-512.
- Sekhar, A. S. and Prabhu, B. S., 1998, "Condition Monitoring of Cracked Rotors Through Transient Response," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 33, No. 8, 1167–1175.
- Shiohata, K., Satoh, K., Ohmori, M., Kikuchi, K., and Kaneko, R., 1987, "Method of and Apparatus for Detecting Crack Condition," US Patent No. 4,635,210.
- Silva, J. M. M., Gomez, A. J. M. A. "Experimental dynamic analysis of cracked free-free beams". *Exp. Mech.* 1990, vol.30, pp 20-25.
- Singh, R. K., Smith, H. A. "Comparison of computational effectiveness of the finite element formulations in free vibration analyses". *Computers and Structures*, vol. 51, n. 4, pp 381-391, 1994.
- Sinou, J. J., Lees, A. W., 2005. "Influence of cracks in rotating shafts". *Journal of Sound and Vibration* 285 (4-5), 1015-1037.

- Sinou, J.J., Lees, A. W., *European Journal of Mechanics A/Solids* 26, 2007 152-170.
- Sinou, J.J.; Lees, A.W. The influence of cracks in rotating shafts. *Journal of Sound and Vibration*, v.285, pg.1015-1037. 2005
- Sinou, J.J.; Lees, A.W. A non-linear study of a cracked rotor, *European Journal of Mechanics*, V.26, pg.152-170. 2007.
- Sinou, J.J. Effects of a crack on the stability of a non-linear rotor system, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, V.42, pg.959-972. 2007.
- Soeffker, D., Bajkowski, J., and Mueller, P. C., 1993a, "Crack Detection in Turbo Rotors Vibrational Analysis and Fault Detection," *Vibrations of Rotating Systems*, Vol. 60, 277–286.
- Soeffker, D., Bajkowski, J., and Mueller, P. C., 1993b, "Detection of Cracks in Turbo Rotors – A New Observer Based Method," *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Transactions of the ASME, Vol. 115, No. 3, 518–524.
- Stroisser, C.M.; Audebert, S. A comprehensive theoretical, numerical and experimental approach for crack detection in power plant rotating machinery, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v.22, pg 818-844, 2008.
- Subbiah, R., Montgomery, J., and Banks, R. L., 2002, "Studies on Rotor Cracks Due to Bending and Torsional Effects," in *Proceedings of 6th International Conference on Rotor Dynamics (IFTOMM)*, Sydney, Australia, 343–349.
- Sundermeyer, J. N. and Weaver, R. L., 1995, "On Crack Identification and Characterization in a Beam by Non-Linear Vibration analysis," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 183, No. 5, 857–871.
- Tanaka, M., Matsumoto, T., Shiozaki, A. "Application of boundary-domain element method to the free vibration problem of plate structures". *Computers and Structures*, vol. 66, n. 6, pp 725-735, 1998.
- Thibault, S. E., Miller, W. H., Brook, W. R., Mannix, T. P., 1996, "Multiple Axis Transducer Mounting Collar," US Patent No. 5,520,061.
- Thomson, William T. "Teoria da vibração com aplicações"; tradução: Cássio Sigaup – Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- Torres, M. R., 1996, "On-Line Shaft Crack Detector," US Patent No. 5,479,824.
- Tsai, T. C. and Wang, Y. Z., 1996, "Vibration Analysis and Diagnosis of a Cracked Shaft," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 192, No. 3, 607–620.
- Varé, C. and Andrieux, S., 2001, "Cracked Beam Section Model Applied to Turbine Rotors," in *International Symposium on Stability Control of Rotating Machinery*

- (ISCORMA 2001), Minden, NV, 4002–4011.
- Wendtland, D., A, nderung der biegeeeigen frequenzen einer idealisierten schaufel durch risse. Dr.Ing Thesis, University of Karlsruhe, 1972.
- Werner, F., 1993, “The Ratio of 2X to 1X Vibration – A Shaft Crack Detection Myth,” *Orbit*, Vol. 14, No. 3, 11.
- Xiang,J.;Zhong,Y.;Chen,X.;He,Z. Crack detection in a shaft by combination of wavelet-based elements and genetic algorithm, *Internatinal Journal of Solids and Structures*, v.45, pg 4782-4795, 2008.
- Yang, W.-X., Qu, L.-S., and Jiang, J.-S., 2001, “Study of the Diagnostic Features of a Rotor with a Transverse Crack,” *Insight, Non-Destructive Testing and Condition Monitoring*, Vol. 43, No. 8, 537–545.
- Yen, H.-Y. and Herman Shen, M.-H., 1997, “The Effects of Fatigue Cracks on Free Torsional Vibration of Shafts,” in *IGTI 1997*, Paper No. 97- GT-249, 8 pp.
- Yuan,X.;Cai,L. Variable amplitude Fourier series with its application in gearbox diagnosis – Part II: Experimental and application. v.19.pg.1067-1081. 2005
- Yuen, M. M. F., “A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever”. *J. Sound Vibration*, 1985, vol.103, pp 301-310.
- Zhao, M. and Luo, Z. H., 1992, “An Expert System of Crack Monitoring and Diagnosing for Rotating Machines,” in *Proceedings of Conference on Rotating Machine Dynamics*, Venice, Italy, 84–91.
- Zhao, M. and Luo, Z. H., 1989, “Convenient Method for Diagnosis of Shafting Crack,” *ASME Design Engineering Division*, Vol. 18, No. 1, 29–33.
- Zhong, W. X., Cheung, Y. K., Li, Y. “The precise finite strip method”. *Computers and Structures*, vol. 69, pp 773-783, 1998.
- Zhou, D. “The vibrations of a cantilever beam carrying a heavy tip mass with elastic supports”. *Journal of Sound and Vibration*; vol. 206 no. 2, pp 275-279, 1997.
- Zou, J., Chen, J., Niu, J. C., and Geng, Z. M., 2003, “Application of the Wigner-Ville Distribution to Identification of a Cracked Rotor,” *Proceedings of the IMechE, Part C, Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 217, No. 5, 551–556.

LISTA DE ANEXOS

- I - Programa para visualização do diagrama de Campbell – Rotor estudado**
- II – Programa para obtenção do gráfico de Campbell e resposta ao desbalanceamento – Rotor estudado**
- III - Configuração do sistema de medição e codificação dos arquivos e dados**

ANEXO I

PROGRAMA PARA VISUALIZAÇÃO DO DIAGRAMA DE CAMPBELL – ROTOR ESTUDADO

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para visualizacao do diagrama de Campbell
% Bruno Fagundes Ferreira
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Programa para obtencao do grafico de campbell e da orbita de precessao
%para o caso de monorotores (valores podem ser modificados)
%As orbitas de precessao foram obtidas segundo expressao de Lalanne.

clear all; echo off; close all;

% Parametros do Problema

% DISCO
R1d=0.013;      %raio interno
R2d=0.11;      %raio externo
h=0.009;
rho=7800;
L=0.410;
l1=0.205;

Md=pi*(R2d^2-R1d^2)*h*rho;
Idx_d=(Md/12)*(3*R1d^2+3*R2d^2+h^2);
Idz_d=Idx_d;
Idy_d=(Md/2)*(R1d^2+R2d^2);

%funcoes de deslocamento na posicao do disco
fy=sin((pi*l1/L));
gy=(pi/L)*cos((pi*l1/L));
hy=-((pi/L)^2)*sin((pi*l1/L));

%ARVORE
R1a=0.01;
E=2E11;

S=pi*R1a^2;
Ia=(pi*R1a^4)/4;

%DESBALANCEAMENTO
mb=1E-4;
d=0.15;

%MANCAL
kzz=5E5;
```

```

%SISTEMA

%massa equivalente
Meq = Md*fy^2 + Idx_d*gy^2 + rho*S*L + pi^2*rho*Ia/(2*L);
%amortecimento equivalente
Ceq = Idy_d*gy^2 + rho*Ia*L*pi;
%rigidez equivalente
Keq = (pi^4*E*Ia)/(2*L^3);
% frequencia no estado estacionario
w0=sqrt(Keq/Meq);
f0=w0/(2*pi);

OMEGA=1:1:10000; %rad/s

for i=1:length(OMEGA)
    w1f(i)=sqrt(w0^2+(Ceq^2*OMEGA(i)^2/(2*Meq^2))*(1-
sqrt(1+(4*Meq^2*w0^2)/(Ceq^2*OMEGA(i)^2))));

    w2f(i)=sqrt(w0^2+(Ceq^2*OMEGA(i)^2/(2*Meq^2))*(1+sqrt(1+(4*Meq^2*w0^2)/(Ceq^2*OME
GA(i)^2))));
    N(i)=30*OMEGA(i)/pi;
    ref1(i)=N(i)/60;
    ref2(i)=0.5*N(i)/60;
end

f1=w1f*(1/(2*pi));
f2=w2f*(1/(2*pi));

% Calculo das Velocidades criticas
s1=1;
A1=s1^2*((s1^2)*(Meq^2)-(Ceq^2));
B1=-(2*Keq*Meq*s1^2);
C1=Keq^2;
wsquareA=(1/(2*A1))*(-B1-sqrt(B1^2 -4*A1*C1));
wsquareB=(1/(2*A1))*(-B1+sqrt(B1^2 -4*A1*C1));
wA=(sqrt(wsquareA)/(2*pi))*60
wB=(sqrt(wsquareB)/(2*pi))*60

s2=0.5;
A2=s2^2*((s2^2)*(Meq^2)-(Ceq^2));
B2=-(2*Keq*Meq*(s2^2));
C2=Keq^2;
wsquareC=(1/(2*A2))*(-B2-sqrt(B2^2 -4*A2*C2));
wsquareD=(1/(2*A2))*(-B2+sqrt(B2^2 -4*A2*C2));
wC=(sqrt(wsquareC)/(2*pi))*60
wD=(sqrt(wsquareD)/(2*pi))*60

% Obtencao das orbitas

% Rotor 1
q20 = 0.010;          %chute inicial para a precessao
q10 = -0.010;

t=1:1:425;

```

```

R1=q20*sin(pi*l1/L);
R2=q10*sin(pi*l1/L);
z=377;
for j=1:length(t)
    % Precessao direta
    u1(j)=-R1*sin(w1f(z)*t(j));
    w1(j)=R1*cos(w1f(z)*t(j));

    % Precessao inversa
    u2(j)=R2*cos(w2f(z)*t(j));
    w2(j)=-R2*sin(w2f(z)*t(j));
end

% Plotagem do Grafico de Campbell
figure;
plot(N(1:50:1200),f1(1:50:1200),'r-*)
hold on
plot(N(1:50:1200),f2(1:50:1200),'r-o')
plot(N(1:50:1200),ref1(1:50:1200),'b-v')
plot(N(1:50:1200),ref2(1:50:1200),'b-s')
title('Diagrama de Campbell ');
xlabel('N (rpm)');
ylabel('Frequencia Hz')
legend('Precessao Inversa','Precessao Direta','f=N/60','f=0.5N/60')

%Plotagem da orbita
figure;
subplot(2,1,1)
plot(u1,w1)
grid on;
xlabel('u(m)');
ylabel('w(m)');
title('vibracao transversal do eixo - precessao direta');
subplot(2,1,2)
plot(u2,w2)
grid on;
xlabel('u(m)');
ylabel('w(m)');
title('vibracao transversal do eixo - precessao inversa');

%Plotagem da orbita tridimensional
%Criacao do eixo y a ser plotado
y=0:L/100:L;
for i=1:length(y)-1
    R1(i)=q20*sin(pi*y(i)/L);
    for j=1:length(t)
        u1(i,j)=-R1(i)*sin(2*pi*w1f(z)*t(j));
        w1(i,j)=R1(i)*cos(2*pi*w1f(z)*t(j));
    end
end

figure;
for k=1:10:length(t)
    hold on;

```

```
grid on;
plot3(y(1:100),u1(:,k),w1(:,k));
xlim([0 0.4]);
ylim([-0.01 0.01]);
zlim([-0.01 0.01]);
end
xlabel('comprimento do eixo (m)');
ylabel('u(m)');
zlabel('w(m)');
title('vibração transversal do eixo')
```


ANEXO II

PROGRAMA PARA OBTENÇÃO DO GRÁFICO DE CAMPBELL E RESPOSTA AO DESBALANCEAMENTO – ROTOR ESTUDADO

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Programa para visualizacao do diagrama de Campbell
```

```
% Bruno Fagundes Ferreira
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%Programa para obtencao do grafico de campbell e resposta ao  
%desbalanceamento para o caso de rigidez simetrica dos mancais  
%(valores podem ser modificados)
```

```
clear all; echo off; close all;
```

```
% Parametros do Problema
```

```
% DISCO
```

```
R1d=0.013;      %raio interno
```

```
R2d=0.11;      %raio externo
```

```
h=0.009;
```

```
rho=7800;
```

```
L=0.410;
```

```
l1=0.205;
```

```
Md=pi*(R2d^2-R1d^2)*h*rho;
```

```
Idx_d=(Md/12)*(3*R1d^2+3*R2d^2+h^2);
```

```
Idz_d=Idx_d;
```

```
Idy_d=(Md/2)*(R1d^2+R2d^2);
```

```
%DESBALANCEAMENTO
```

```
mbalan=104e-4;
```

```
dbalan=0.01:0.01:0.10;
```

```
%funcoes de deslocamento na posicao do disco
```

```
fy=sin((pi*l1/L));
```

```
gy=(pi/L)*cos((pi*l1/L));
```

```
hy=-((pi/L)^2)*sin((pi*l1/L));
```

```
%ARVORE
```

```
R1a=0.01;
```

```
E=2E11;
```

```
S=pi*R1a^2;
```

```
Ia=(pi*R1a^4)/4;
```

```
%MANCAL
```

```
kzz=5E5;
```

```
%SISTEMA
```

```

%massa equivalente
Meq = Md*fy^2 + Idx_d*gy^2 + rho*S*L + pi^2*rho*Ia/(2*L);
%amortecimento equivalente
Ceq = Idy_d*gy^2 + rho*Ia*L*pi;
%rigidez equivalente
Keq = (pi^4*E*Ia)/(2*L^3);
% frequencia no estado estacionario
w0=sqrt(Keq/Meq);
f0=w0/(2*pi);

OMEGA=1:1:10000; %rad/s

for i=1:length(OMEGA)
    w1f(i)=sqrt(w0^2+(Ceq^2*OMEGA(i)^2/(2*Meq^2))*(1-
sqrt(1+(4*Meq^2*w0^2)/(Ceq^2*OMEGA(i)^2))));

    w2f(i)=sqrt(w0^2+(Ceq^2*OMEGA(i)^2/(2*Meq^2))*(1+sqrt(1+(4*Meq^2*w0^2)/(Ceq^2*OME
GA(i)^2))));
    N(i)=30*OMEGA(i)/pi;
    ref1(i)=N(i)/60;
    ref2(i)=0.5*N(i)/60;
end

f1=w1f*(1/(2*pi));
f2=w2f*(1/(2*pi));

% Obtencao da resposta ao desbalanceamento
for i=1:length(OMEGA)
    for j=1:length(dbalan)
        Q(i,j)=((mbalan*fy)*dbalan(j)*OMEGA(i)^2)/(Keq+(Ceq-Meq)*OMEGA(i)^2);
    end
end
Q= abs(Q);
OMEGA_C=sqrt(Keq/(Meq-Ceq)); % velocidade critica
N_C=OMEGA_C*30/pi

k=1; % k corresponde a distancia da massa desbalanceada
B=max(Q(:,k))

%valor limite do deslocamento
QMAX=abs(((mbalan*fy)*dbalan(10))/(Ceq-Meq)) %dbalan(i) corresponde a distancia da
massa desbalanceada

% Plotagem do Grafico de Campbell
figure;
plot(N,f1,'r')
hold on
grid on;
plot(N,f2,'r')
plot(N,ref1,'b')
plot(N,ref2,'b')
title('Diagrama de Campbell para o caso do Monorotor');
xlabel('N (rpm)');
ylabel('Frequencia Hz')
legend('P.I.', 'P.D.', 'f=N/60', 'f=0.5N/60')

```

```

%Plotagem da resposta ao desbalanceamento
figure;
semilogy(N,Q(:,1),'b')
% hold on;
% for i=2:length(dbalan)
%   semilogy(N,Q(:,i),'b')
% end
title('Resposta ao Desbalanceamento');
xlabel('N (rpm)');
ylabel('Amplitude (m)');

des_vec=Q(:,1);

%Plotagem de Campbell e da resposta no mesmo grafico
[AX,H1,H2]=plotyy(N,f2,N,Q(:,1),'plot','semilogy');
hold on;
plot(N,f1,'b')
plot(N,ref1,'r');

grid

set(get(AX(1),'Ylabel'),'String','Frequencia (Hz)')
set(get(AX(2),'Ylabel'),'String','Amplitude (m)')
xlabel('Velocidade (rpm)');

```

ANEXO III

CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO E CODIFICAÇÃO DOS ARQUIVOS DE DADOS

Nesse anexo detalha-se a configuração do sistema de medição usado nos testes experimentais de forma a constituir um registro para estudos futuros. Apresenta-se tam'bem a codificação dos sinais medidos.

V.1 – Configuração dos amplificadores.

a) Amplificador 2626

Amplificador B&K, utilizado para medição na vertical.

Sensibilidade de 4.95 pC/unit

1-11 pC/unit

0.1

0.3 dir output

1/3 lin

b) Amplificador 2635

Amplificador B&K, utilizado para medição na horizontal

Sensibilidade de 4.60 pC/unit

1-11 pC/unit

10

1/3 lin

V2 – Configuração do analisador de sinais dinâmicos HP modelo 35665^a

Modo do instrumento: FFT ANALYSIS

Grandezas medidas: Hz / ms.

Resolução/n. de linhas: 200

Número de médias: 30

Window em "Hanning"

Triger: free run trigger

Faixa de frequência de 10 a 410 hz

Auto escala: off

Top reference

Disp/format: Upper/lower

Average: on

Fast avg: off

V3: Codificação dos arquivos de medida

De modo a facilitar a identificação e evitar confusões, visto o grande número de medições realizadas em diferentes configurações, foi usada a seguinte codificação:

Testes a vazio: DTTDRRG

Onde:

D: Existencia ou não de disco

TT: dois dígitos para definir a profundidade do rasco (15=1.5mm, 30=3mm, 45=4.5mm, 60=6.0mm e st=sem rasgo).

D: um dígito para identificar se medição era na vertical (V) ou na horizontal (H)

RR: Dois dígitos para identificar a rotação do eixo em Hz (30 hz, 50 hz, 70 hz e 90hz).

G: um dígito para o tipo de sinal : T=Tempo e F=espectro de frequência.