

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Caracterização dos Grupos Finitos com
Reticulados Metadistributivos

por

Jander Amorim Silva

Brasília
2006

Resumo

Neste trabalho, classificamos todos os grupos finitos G cujo reticulado de subgrupos é metadistributivo, ou seja, para todo subgrupo H de G um dos intervalos $[G/H]$ ou $[H/1]$ é distributivo.

Abstract

In this work, we classify the finite groups G whose subgroup lattice is metadistributive, that is, for every subgroup H of G one of the intervals $[G/H]$ or $[H/1]$ is distributive.

Introdução

Dizemos que um reticulado \mathfrak{L} (com o menor elemento 0 e o maior I) é *metadistributivo* se para todo $a \in \mathfrak{L}$ um dos intervalos $[a/0]$ ou $[I/a]$ é distributivo. Um grupo G é chamado de *MD-grupo* se seu reticulado de subgrupos $\mathfrak{L}(G)$ é metadistributivo. A finalidade central do nosso trabalho é caracterizar a estrutura dos MD-grupos finitos que é dada nos Teoremas 3.1 e 3.2.

No capítulo 1, fazemos uma preliminar da teoria de grupos, buscando resultados que são aplicados nas demonstrações dos dois Teoremas principais dessa dissertação. É feita também uma retrospectiva da teoria de reticulados e alguns resultados relevantes, como por exemplo, o Teorema de Ore, que caracteriza os grupos com reticulado de subgrupos distributivo. Vemos também a definição de metadistributividade e mencionamos como ilustração, a classificação de todos os MD-grupos finitos abelianos.

No capítulo 2, fazemos um breve estudo dos Grupos Lineares, definindo-os, encontrando suas ordens e classificando os que são simples.

Por fim, no capítulo 3, caracterizamos todos os MD-grupos finitos, baseado no artigo de Roland Schmidt (ver referência [11]), separando em dois casos: o primeiro, quando G é um MD-grupo solúvel e no segundo caso, quando G é um MD-grupo não solúvel.

Referências Bibliográficas

- [1] M. de Falco - F de Giovanni - C. Mussela - R. Schmidt: "Groups with metamodular subgroup lattice", Colloquium Math. 95 (2003), 231-240.
- [2] D. Gorenstein: "Finite Simple Groups: An Introduction to Their Classification", Plenum, New York and London (1982).
- [3] G. Grätzer: "General Lattice Theory", Birkhäuser, Basel and Stuttgart (1978).
- [4] B. Huppert: "Endliche Gruppen I", Springer, Berlin Heidelberg New York (1967).
- [5] R. Schmidt: "Subgroup lattice of groups", de Gruyter, Berlin (1994).
- [6] R. Schmidt: "Smooth groups", Geometriae Dedicata 84(2001), 183-206.
- [7] J.J. Rotman: "An Introduction to the Theory of Groups", 4th edn., Springer-Verlag, New York (1995).
- [8] J.S. Robinson: "A course in the Theory of Groups", 2th edn., Springer (1995).
- [9] D. Gorenstein: "Finite Groups", New York, Evanston, and London (1968).
- [10] John F. Humphreys: "A course in Group Theory", Oxford University Press (1996).
- [11] Roland Schmidt: "Finite groups with metadistributive subgroup lattice", Advances in Group Theory 2002, 153 - 162.
- [12] Suzuki, Michio: "Group Theory I and II", Springer-Verlag, 1982 and 1986.