ANÁLISE DE PÓS-PUNCIONAMENTO EM LAJES LISAS DE EDIFÍCIOS EM CONCRETO ARMADO

GUSTAVO LEITE DUMARESQ

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

ANÁLISE DE PÓS-PUNCIONAMENTO EM LAJES LISAS DE EDIFÍCIOS EM CONCRETO ARMADO

GUSTAVO LEITE DUMARESQ

ORIENTADOR: GUILHERME SALES S. A. MELO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

PUBLICAÇÃO: 011A/08 BRASÍLIA/DF: OUTUBRO – 2008 UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

ANÁLISE DE PÓS-PUNCIONAMENTO EM LAJES LISAS DE EDIFÍCIOS EM CONCRETO ARMADO

GUSTAVO LEITE DUMARESQ

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Prof. GUILHERME SALES S. A. MELO, PhD (UnB) (Orientador)

Prof. JOSÉ MARCIO FONSECA CALIXTO, PhD (UFMG) (Examinador Externo)

Eng. VLADIMIR VILLAVERDE BARBÁN, D.sc (ENGEVIX) (Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 16 DE OUTUBRO DE 2008

FICHA CATALOGRÁFICA

DUMARESQ, GUSTAVO LEITE	
Análise de Pós-Puncionamento em Lajes Lisas de Edifícios em Concreto Armado	
[Distrito Federal] 2008.	
xxvi, 206 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre em Estruturas e Construção Civil, 2008).	
Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de	
Tecnologia.	
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.	
1. Colapso Progressivo	2. Lajes Lisas
3. Pós-Puncionamento	4. Grelha
I. ENC/FT/UnB	II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

DUMARESQ, G. L. (2008). Análise de Pós-puncionamento em Lajes Lisas de Edifícios em Concreto Armado. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação 011A/08, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 206 p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Gustavo Leite Dumaresq.

TÍTULO: Análise de Pós-Puncionamento em Lajes Lisas de Edifícios em Concreto Armado

[Distrito Federal] 2008.

GRAU: Mestre ANO: 2008

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Gustavo Leite Dumaresq STN Lote L, Edifício Toscana, Bloco A, Ap.210 CEP: 70630-000

RESUMO

Foi avaliado o comportamento pós puncionamento de edifícios em lajes lisas de concreto armado, como conseqüência da perda total ou parcial da capacidade resistente em ligações susceptíveis a rupturas por punção.

Foram analisados três exemplos de estruturas de concreto armado, tendo sido empregado o *software* comercial para projeto de estruturas de concreto armado TQS (versão 13). A resistência à punção das ligações laje / pilar foram verificadas utilizando-se as normas NBR 6118: 2003, EUROCODE 2:2002 e ACI 318M: 2005. Para o cálculo das armaduras de combate ao colapso progressivo, foram utilizadas as recomendações da NBR 6118:2003, do CEB-FIP MC90:1993, e pelo processo proposto por MELO (1990). Utilizou-se também o Método das Linhas de Ruptura para verificar a contribuição da armadura de flexão presente no pavimento no comportamento pós puncionamento do pavimento após a simulação da ruptura por punção de uma das ligações laje-pilar.

No primeiro exemplo constatou-se que, segundo as normas EUROCODE 2:2002 e NBR 6118:2003, no caso de uma ruptura eventual por punção na ligação laje/pilar P2, a ligação P3 não suportaria aos novos esforços e romperia por punção, podendo assim levar toda estrutura ao colapso. No segundo exemplo, observou-se que se houvesse a ruptura por punção nas ligações P2 e P14, as ligações P3 e P15 viriam também a romper, segundo as três normas, permitindo a ocorrência de colapso progressivo da estrutura. Já no terceiro exemplo conclui-se que a estrutura não é susceptível a ocorrência de colapso progressivo, pois as ligações mais solicitadas não apresentaram indícios de propagação de novas rupturas por punção nas ligações.

A análise dos três exemplos utilizando o Método das Linhas de Ruptura mostrou que as estruturas possuem uma reserva de resistência à flexão que dificultaria a ocorrência de colapso progressivo nestas estruturas, já que foram encontradas cargas resistentes últimas nos pavimentos superiores às cargas atuantes.

ABSTRACT

The post punching behavior of a reinforced concrete flat slab building was investigated, as consequence of punching failures resulting in partial or total residual resistance of the connections.

Three buildings were analyzed using the Brazilian software TQS (13th version). The connections punching resistances were checked using Brazilian Code NBR 6118: 2003, EUROCODE 2:2002 and ACI 318M: 2005. The Brazilian Code NBR 6118: 2003, the CEB-FIP MC90:1993 and a process proposed by Melo (1990) were adopted for determining the post punching reinforcement. Yield line theory was used for checking the contribution of flexural reinforcement in helping the floor after punching failure in some connections occurred.

It was observed for the first example that, according the codes EUROCODE 2:2002 and NBR 6118:2003, P3 connection would not support the increased load and bending moments that would follow a punching failure at P2 connection, and that could lead to a progressive collapse. At the second example was observed that P3 and P15 connections would not support the increased load and bending moments that would follow punching failure at P2 and P14 connections, and that could also lead to a progressive collapse. The third structure was not susceptible to a progressive collapse following a punching failure.

The yield line analyses showed that the three structures would have a resistance reserve that would help them in not allowing progressive collapses.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO1
1.1 - OBJETIVO E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO1
1.2 - APRESENTAÇÃO DO TRABALHO2
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA
2.1 DEFINIÇÃO DE COLAPSO PROGRESSIVO E ACIDENTES OCORRIDOS
2.1.1- Definição de Colapso Progressivo3
2.1.2 – Acidentes Estruturais por Colapso Progressivo4
2.1.2.1 - Colapso progressivo no Edifício (pré-moldado) Ronan Point, Londres – 1968
(Scott, 1976; Stroud, 1987 apud Melo, 1990)4
2.1.2.2 Condomínio Harbour Cay, Flórida, USA, 1981 (H. S. Lew, N. J. Carino, and S.
G. Fattal, 1982)5
2.2 – COMPORTAMENTO PÓS-PUNCIONAMENTO DE LIGAÇÕES LAJE/PILAR
EM LAJES LISAS8
2.3 - PESQUISAS REALIZADAS10
2.3.1 - Comportamento Pós-Puncionamento de Pavimento em laje Lisa10
2.3.1.1 - Comportamento global pós-puncionamento de um pavimento em laje lisa pelo
Método dos Elementos Finitos (Melo, 1990)10
A - Pavimento com nove pilares11
B - Pavimento com dezesseis pilares14
2.3.1.2 - Colapso progressivo em edifício em laje lisa de concreto armado (MARTINS,
2003)
A - Verificação ao puncionamento25
B - Cálculo da armadura contra o colapso progressivo25
C - Comportamento pós-puncionamento26
2.3.2 – Pesquisa Experimentais27
2.3.2.1 - Pesquisa experimental de análise do comportamento de ligações laje/pilar
(MELO, 1990)
2.3.2.2 – Análise Experimental na Fase de Pós-Puncionamento de Lajes Lisas de
Concreto Armado (LIMA NETO 2003)
2.4 - RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS30

2.4.1 – Verificação à Punção
2.4.1.1 - NBR 6118: 2003, Projetos de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de
Normas Técnicas (NBR 6118, 2003)31
2.4.1.2 - EUROCODE_2:2002, Design of Concreto Structura. European Committee for
Stardarpization (EC 2, 2002)
2.4.1.3 - ACI 318: 2005, American Building Code Requirements For Reinforced
Concrete. American Concrete Institute. (ACI, 2005)47
2.4.2.1 - NBR 6118:2003 Projeto de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de
Normas Técnicas
2.5 - CONSIDERAÇÕES SOBRE A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DAS LINHAS DE
RUPTURA EM LAJE LISAS
3-COMPORTAMENTO PÓS-PUNCIONAMENTO DE LAJE LISAS DE CONCRETO
ARMADO
3.1 - METODOLOGIA
3.2 - MODELAGEM COM O PROGRAMA TQS
3.3 - EXEMPLOS
3.3.1 – Primeiro exemplo60
3.3.1.1 - Verificação ao puncionamento62
3.3.1.2 – Cálculo da armadura contra o colapso progressivo
3.3.1.3 – Comportamento pós-puncionamento68
A – Ruptura do pilar P268
B – Ruptura do pilar P373
C – Ruptura do pilar P776
D – Ruptura do pilar P880
3.3.2 – Segundo exemplo
3.3.2.1 – Verificação ao puncionamento97
3.3.2.2 – Cálculo da armadura contra o colapso progressivo
3.3.2.3 – Comportamento pós-puncionamento102
A - Ruptura do pilar P2102
B - Ruptura do pilar P3105
C - Ruptura do pilar P4108

D - Ruptura do pilar P5	
F - Ruptura do pilar P15	
G - Ruptura do pilar P16	
3.3.2.4 – Verificação utilizando configurações de linhas de ruptura	
3.3.3 – Terceiro exemplo	
3.3.3.1 – Verificação ao puncionamento	
3.3.3.2 – Cálculo da armadura contra o colapso progressivo	
3.3.3.3 – Comportamento pós-puncionamento	
A –Ruptura do pilar P3	
B – Ruptura do pilar P5	140
C – Ruptura do pilar P6	
4. – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	
4.1 - CONCLUSÕES	
4.1.1 - Verificação ao puncionamento	
4.1.2 Cálculo da armadura contra o colapso progressivo	
4.1.3 Comportamento pós-puncionamento	
4.1.3.1 - Primeiro Exemplo	
4.1.3.2 - Segundo Exemplo	
4.1.3.3 - Terceiro Exemplo	
4.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	
ANEXO A	
ANEXO C	
ANEXO D	

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Comparação das reações de apoio vertical entre o Modelo Experimental
(ULT1) e o teórico (MEF)16
Tabela 2.2 - Comparação dos momentos transmitidos aos pilares entre o modelo
experimental (ULT1) e o teórico (MEF)17
Tabela 2.3 - Comparação dos resultados entre os modelos experimentais PSP1 e ULT3 20
Tabela 2.4 - Comparação dos resultados entre os cálculos pelo MEF para o modelo PSP1
e para o modelo ULT320
Tabela 2.6- Valores de K
Tabela 2.7 - Valores de K (EC 2, 2002)42
Tabela 3.1 - Cargas verticais adotadas no primeiro exemplo62
Tabela 3.2 - Esforços nas ligações laje/pilar do pavimento tipo da estrutura íntegra63
Tabela 3.3 - Esforços e dimensões dos pilares63
Tabela 3.4 - Altura efetiva e taxa de armadura nas regiões dos pilares65
Tabela 3.5 - Tensão cisalhamento resistente e atuante nos perímetros críticos (MPa)65
Tabela 3.6 - Verificação da armadura de prevenção ao colapso progressivo 67
Tabela 3.7 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após a ruptura do P269
Tabela 3.8 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P3 após a ruptura do P2 considerando resistência residual de 15% 70
Tabela 3.10 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento do
P373
Tabela .3.11 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P8 após a ruptura do P3 considerando resistência residual de 15% 74
Tabela 3.12 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P3 após a ruptura do P8 considerando resistência residual de 50% 75
Tabela 3.13 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento do
P777
Tabela 3.14 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P12 após a ruptura do P7 considerando resistência residual de 15% 78
Tabela 3.15 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P12 após a ruptura do P7 considerando resistência residual de 50% 79

Tabela 3.16 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento do
P880
Tabela 3.17 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P13 após a ruptura do P8 considerando resistência residual de 15%82
Tabela 3.18 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P13 após a ruptura do P8 considerando resistência residual de 50%83
Tabela 3.19 - Cargas adotadas no segundo exemplo96
Tabela 3.20 - Esforços nas ligações laje/pilar do pavimento tipo, estrutura íntegra97
Tabela 3.21 - Cargas e dimensões dos pilares98
Tabela 3.22 - Altura efetiva e taxa de armadura nas regiões próxima aos pilares98
Tabela 3.23 -: Tensão de cisalhamento resistente e atuante nos perímetros crítico (MPa)
Tabela 3.24 - Verificação da armadura de prevenção ao colapso progressivo101
Tabela 3.25 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
laje em torno do pilar P2103
Tabela 3.26 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P3 após a ruptura do P2 com resistência residual de 15%104
Tabela 3.27 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
laje em torno do pilar P3106
Tabela 3.28 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P4 após a ruptura do P3 com resistência residual de 15%107
Tabela 3.29 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
laje em torno do pilar P4109
Tabela 3.30 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P3 após a ruptura do P4 com resistência residual de 15%110
Tabela 3.31 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
laje em torno do pilar P5111
Tabela 3.32 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P4 após a ruptura do P5 considerando resistência residual de 15%112
Tabela 3.33 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
laje em torno do pilar P14114

Tabela 3.34 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P15 após a ruptura do P4 considerando resistência residual de 15% 115
Tabela 3.35 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
laje em torno do pilar P15117
Tabela 3.36 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P14 após a ruptura do P15 considerando resistência residual de 15% 118
Tabela 3.37 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
laje em torno do pilar P16119
Tabela 3.38 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P15 após a ruptura do P16 considerando resistência residual de 15%121
Tabela 3.39 - Cargas verticais adotadas133
Tabela 3.40 - Esforços nas ligações laje/pilar da estrutura íntegra
Tabela 3.41 - Cargas e dimensões para verificações das ligações laje/pilar135
Tabela 3.42 - Altura efetiva, taxa de armadura para as ligações verificadas e fck adotado
no projeto
Tabela 3.43 - Tensões de cisalhamento nos perímetros críticos (MPa)135
Tabela 3.44 - Verificação da amadura de prevenção ao colapso progressivo137
Tabela 3.45 - Esforços nas ligações laje/pilar após a ruptura total da ligação em torno do
pilar P3
Tabela 3.46 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P5 após a ruptura do P3 considerando resistência residual de 15%140
Tabela 3.47 - Esforços nas ligações laje/pilar após a ruptura total da ligação em torno do
pilar P5141
Tabela 3.48 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P3 após a ruptura do P5 considerando resistência residual de 15%142
Tabela 3.49 - Esforços nas ligações laje/pilar após a ruptura total da ligação em torno do
pilar P6
Tabela 3.50 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação
do pilar P5 após a ruptura do P6 considerando resistência residual de 15%144
Tabela C.1 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
ligação P2 com 15% de resistência residual193

Tabela C.2 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
ligação P2 com 50% de resistência residual194
Tabela C.3 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
ligação P3 com 15 $\%$ de resistência residual194
Tabela C.4 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
ligação P3 com 50% de resistência residual195
Tabela C.5 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
ligação P7 com 15% de resistência residual195
Tabela C.6 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
ligação P7 com 50% de resistência residual196
Tabela C.7 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
ligação P8 com 15 $\%$ de resistência residual196
Tabela C.8 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
ligação P8 com 50% de resistência residual197
Tabela C.9 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da
ligação P2 com 15% de resistência residual198
Tabela C.10 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento
da ligação P3 com 15% de resistência residual198
Tabela C.11 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento
da ligação P4 com 15% de resistência residual199
Tabela C.12 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento
da ligação P5 com 15% de resistência residual199
Tabela C.13 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento
da ligação P14 com 15% de resistência residual200
Tabela C.14 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento
da ligação P15 com 15% de resistência residual200
Tabela C.15 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento
da ligação P16 com 15 $\%$ de resistência residual201
Tabela C.16 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento
da ligação P3 com 15% de resistência residual202

Tabela C.17 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo	após o puncionamento
da ligação P5 com 15% de resistência residual	
Tabela C.18 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo	após o puncionamento
da ligação P6 com 15% de resistência residual	

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Esquema do colapso do edifício Ronan Point (Melo, 1990)5
Figura 2.2 - Planta baixa do pavimento tipo e cobertura (Lew, Carino e Fattal, 1982)6
Figura 2.3 - Casos analisados para obtenção do resultado final (Lew, Carino e Fatal,
1982)7
Figura 2.4 - Reações nas ligações laje/pilar ao longo do eixo 2 (Lew, Carino e Fattal,
1982)
Figura 2.5 – Ação da armadura inferior na fase de pós-puncionamento (MELO 1990)9
Figura 2.6 – Lajes sem (1) e com (2) armadura inferior passando pelo pilar (MELO
1990)
Figura 2.7 - Modelo e corte do Modelo de Nove Pilares (MELO, 1990)11
Figura 2.8 - Discretização em elementos finitos para o modelo de nove pilares (MELO,
1990)
Figura 2.9 - Variação nas reações de apoio após a ruptura de um pilar central (MELO,
1990)
Figura 2.10 - Variação nas reações de apoio após a ruptura de um pilar de borda
(MELO, 1990)
Figura 2.11 - Variação nas reações de apoio após a ruptura de um pilar de canto
(MELO, 1990)
Figura 2.12 - Planta e Corte do modelo de Dezesseis Pilares (MELO, 1990)14
Figura 2.13 – Reações de apoio verticais para os ensaios experimentais (ULT 1) e o
teórico (MEF)15
Figura 2.14 Reações de Apoio Verticais e Momentos Transmitidos para os Pilares
(Resultados Experimentais) – Ensaio PSP1 (MELO, 1990) – 70kN por Painel18
Figura 2.15 Reações de Apoio Verticais e Momentos Transmitidos para os Pilares
(Resultados do MEF) – Ensaio PSP1 (MELO, 1990) – 0,8859 x 70 por Painel18
Figura 2.16 Reações de Apoio Verticais e Momentos Transmitidos para os Pilares
(Resultados Experimentais) – Ensaio ULT3 (MELO, 1990) 70kN por Painel19
Figura 2.17 Reações de Apoio Verticais e Momentos Transmitidos para os Pilares (MEF)
– Ensaio ULT3 (MELO, 1990) – 0,8859 x 70kN por Painel19

Figura 2.18 - Variação nas reações de apoio após a ruptura em torno de um pilar interno
(MELO, 1990)
Figura 2.19 - Variação nas reações de apoio após a ruptura em torno de um pilar de
borda (MELO, 1990)21
Figura 2.20 - Variação nas reações de apoio após a ruptura em torno de um pilar de
canto (MELO, 1990)22
Figura 2.21 - Planta baixa do primeiro exemplo (MARTINS, 2003)23
Figura 2.22 - Planta baixa do segundo exemplo (MARTINS, 2003)24
Figura 2.23 - Planta baixa do terceiro exemplo (MARTINS, 2003)24
Figura 2.24 - Relação tensão atuante / tensão resistente nos perímetros críticos
(MARTINS, 2003)
Figura 2.25 - Gráfico comparativo das armaduras de prevenção do colapso progressivo
(MARTINS, 2003)
Figura 2.26 - Componentes da força no ponto de contado com a laje (modificado de
Melo, 1993)
Figura 2.27 - Área de concreto (Ach) envolvida no ponto de encontro armadura / laje
ainda intacta (Melo, 1990)28
Figura 2.28 - Perímetros Críticos em (a) pilares internos (b) pilares de borda (c) pilares
de canto31
Figura 2.29 - Dimensões C1 e C2 para pilares internos com momentos nas duas direções
Figura 2.30 - Posição das dimensões c1 e c2 e dos momentos Msd1 e Msd2 com relação à
borda livre para obtenção de K1 e K236
Figura 2.31 - Perímetro crítico junto à abertura na laje segundo a NBR 6118: 200339
Figura 2.32: Perímetro de controle (EC2, 2002)40
Figura 2.33 - Distribuição dos esforços cisalhantes devido ao momento desbalanceado em
pilares internos (EC 2, 2002)
Figura 2.34 - Perímetro de controle u1 em (a) e o perímetro de controle u*1 em (b)44
Figura 2.35 - Perímetro crítico próximo à abertura na laje segundo o EUROCODE 2:
2002
Figura 2.36 - Seção Crítica para um pilar central (a) e pilar de borda (b)

Figura 2.37 - Presença de abertura considerada51
Figura 2.38 - Armadura contra colapso progressivo (NBR 6118/2003)52
Figura 2.39 - Armadura inferior laje-pilar: (a) pilar interno; (b) pilar de borda (CEB-
FIP/1993)
Figura 2.40 – Momento de plastificação considerando os efeitos das armaduras dispostas
em duas direções ortogonais (MARTINS, 2003)55
Figura 3.1- Malha da grelha para o pavimento tipo do primeiro exemplo58
Figura 3.2 - Ligações rígidas entre a grelha e os pilares não coincidentes59
Figura 3.3 - Configuração do apoio elástico contínuo para a ligação grelha/pilar pelo
programa TQS60
Figura 3.4 - Janela de configuração de laje nervurada (CAD/TQS, versão 13, 2007)61
Figura 3.5 - Planta baixa do pavimento tipo do primeiro exemplo61
Figura 3.6 - Orientação dos vetores momentos e dimensões do pilar64
Figura 3.7 - Dados para o cálculo da altura útil "d"64
Figura 3.8 - Relação tensão atuante / tensão resistente nos perímetros críticos66
Figura: 3.9 - Gráfico comparativo das armaduras de prevenção ao colapso progressivo 67
Figura 3.10 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após o puncionamento
de P269
Figura 3.11 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P3 após a ruptura do P2 considerando resistência residual de 15 $\%$ 71
Figura 3.12 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação
do pilar P3, após o puncionamento do P2 considerando resistência residual de 50%72
Figura 3.13 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após o puncionamento
do P373
Figura 3.14 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação
do pilar P8, após o puncionamento do P3 considerando resistência residual de 15%75
Figura 3.15 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação
do pilar P8, após puncionameto do P3 considerando resistência residual de 50%76
Figura 3.16 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após o puncionamento
do P777

Figura 3.17 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligaçã	0		
do pilar P12, após o puncionamento do P7 considerando resistência residual de $15\%7$	8		
Figura 3.18 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligaçã	0		
lo pilar P12, após puncionameto do P7 considerando resistência residual de 50%			
Figura 3.19 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após o puncionament	0		
do P88	1		
Figura 3.20 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligaçã	0		
do pilar P13, após o puncionamento do P8 considerando resistência residual de $15\%8$	2		
Figura 3.21 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligaçã	0		
do pilar P13, após puncionameto do P8 considerando resistência residual de 50 $\%$ 8	3		
Figura 3.22- Configuração da linha de ruptura adotada para a laje do primeiro exempl	0		
	5		
Figura 3.23 - Possível configuração das linhas de ruptura no pavimento após aplicaçã	0		
de um deslocamento virtual δ no ponto G8	5		
Figura 3.24 – Posição deformada da laje após um deslocamento unitário8	5		
Figura 3.25 - Armadura positiva longitudinal (Primeiro Exemplo)8	6		
Figura 3.26 – Armadura positiva transversal (Primeiro Exemplo)8	7		
Figura 3.27 – Armadura negativa longitudinal (Primeiro Exemplo)8	8		
Figura 3.28 - Armadura negativa transversal (Primeiro Exemplo)8	9		
Figura 3.29 - Momentos de plastificação positivo na direção x9	0		
Figura 3.30 - Momentos de plastificação negativo na direção x9	0		
Figura 3.31 - Momentos de plastificação negativo na direção y9	0		
Figura 3.32 - Volume limitado pela laje deformada e pelo plano de sua posição inicial9	1		
Figura 3.33 – Projeção das linhas de rupturas segundo os eixos x e y (CUNHA e SOUZA	١,		
1998)9	2		
Figura 3.34 - Planta baixa do pavimento Tipo do segundo exemplo9	5		
Figura 3.35 - Janela de configuração da laje nervurada do segundo exemplo (CAD/TQS	5,		
versão 13, 2007)9	6		
Figura 3.40 - Tensões atuantes nos perímetros críticos (MPa)9	9		
Figura 3.36 - Relação entre a tensão atuante / tensão resistente nos perímetros críticos.9	9		

Figura 3.37 - Perímetro crítico desconsiderado pelas normas NBR 6118: 2003 e
EUROCODE 2: 2002
Figura 3.38 - Gráfico comparativo das armaduras de prevenção ao colapso progressivo
$= 2.20 \text{ V} \div 2.1 \div 2.1 \text$
Figura 3.39 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) apos a ruptura da laje
em torno do pilar P2103
Figura 3.40 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P3, após o puncionamento do P2 considerando resistência residual de
15%
Figura 3.41 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje
em torno do pilar P3106
Figura 3.42 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P4, após o puncionamento do P3 considerando resistência residual de
15%
Figura 3.43 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após ruptura da 109
ligação P4109
Figura 3.44 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P3, após o puncionamento do P4 considerando resistência residual de
15%
Figura 3.45 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje
em torno do pilar P5111
Figura 3.46 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P4, após o puncionamento do P5 considerando resistência residual de
15%
Figura 3.47 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje
em torno do pilar P14115
Figura 3.48 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P15, após o puncionamento do P14 considerando resistência residual de
15%
Figura 3.49 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje
em torno do pilar P15117

Figura 3.50 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P14, após o puncionamento do P15 considerando resistência residual de
15%
Figura 3.51 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje
em torno do pilar P16120
Figura 3.52 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P15, após o puncionamento do P16 considerando resistência residual de
15%
Figura 3.53 - Configuração de linhas de ruptura adotadas para o segundo exemplo após
o puncionamento em torno do P2123
Figura 3.54 - Possível configuração das linhas de ruptura após aplicação de um
deslocamento virtual δ entre os pontos F e F'123
Figura 3.55 - Armadura positiva longitudinal (Segundo Exemplo)124
Figura 3.56 - Armadura positiva transversal (Segundo Exemplo)125
Figura 3.57 - Armadura negativa longitudinal (Segundo Exemplo)126
Figura 3.58 - Armadura negativa transversal (Segundo Exemplo)127
Figura 3.59 - Momentos de plastificação positivo na direção x128
Figura 3.60 - Momentos de plastificação negativos na direção x128
Figura 3.61 - Momentos de plastificação negativos na direção y129
Figura 3.62 - Planta baixa do pavimento tipo do terceiro exemplo132
Figura 3.63 - Vista espacial da estrutura do terceiro exemplo -TQS133
Figura 3.70 - Gráfico comparativo das tensões atuantes nos perímetros críticos (MPa) 135
Figura 3.64 - Relação tensão atuante / resistente nos perímetros críticos136
Figura 3.65 - Gráfico comparativo das armaduras de prevenção ao colapso progressivo
Figura 3.66 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje
em torno do pilar P3139
Figura 3.67 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P5, após o puncionamento do P3 considerando resistência residual de
15%

Figura 3.68 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje
em torno do pilar P5141
Figura 3.69 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P5, após o puncionamento do P3 considerando resistência residual de
15%
Figura 3.70 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje
em torno do pilar P6144
Figura 3.71 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da
ligação do pilar P5, após o puncionamento do P6 considerando resistência residual de
15%
Figura 3.72 - Configuração de linhas de ruptura adotadas para o pavimento do teceiro
exemplo após o puncionamento em torno do P6147
Figura 3.73 - Armadura positiva longitudinal (Terceiro Exemplo)148
Figura 3.74 - Armadura positiva transversal (Terceiro Exemplo)148
Figura 3.75 - Armadura negativa longitudinal (Terceiro Exemplo)149
Figura 3.76 - Armadura negativa transversal (Terceiro Exemplo)149
Figura 3.77 - Momentos de plastificação negativos150
Figura 3.78 - Momentos de plastificação positivos150
Figura 3.79 – Volume limitado pela laje deformada e pelo de sua posição inicial
Figura A-1 - Dimensões da seção do pilar e sentidos dos momentos165
Figura A-2 - Dimensões c1 e c2 para pilares internos com momentos nas duas direções e
posicionamento do perímetro crítico165
Figura A-3 - base de referência das dimensões de by e bz172
Figura A-4 - posicionamento das excentricidades ez e ey
Figura A-6 - Notação adotada para o cálculo da tensão atuante175
Figura B-1 - Perímetro crítico desconsiderado pelas normas NBR e EUR178
Figura B-2 - Determinação das dimensões c1 e c2 para pilares internos com momentos
nas duas direções
Figura B-3 - Excentricidade dos perímetros críticos reduzido para pilar de borda 180
Figura B-4: Perímetro crítico reduzido para o pilar de borda185
Figura B-5: Perímetro crítico total para o pilar de borda185

Figura B-6 - Notação utilizada1	189
Figura D1: Carga de ruptura na ligação em função de excentricidades iguais em x e y 2	204
Figura D2: Carga de ruptura em função da resistência do concreto (MPa)	205
Figura D3: Carga de ruptura em função da taxa de armadura para fck de 25MPa2	206
Figura D4: Carga de ruptura em função da taxa de armadura para fck de 40MPa2	206

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIAÇÕES

A _c	Área de concreto na superfície crítica (ACI 318M: 2005)
A _{ch}	Área de concreto responsável pela resistência ao arrancamento da
	barra inferior (Melo, 1990)
A _s	Área de aço das barras inferiores que transpassam o pilar (NBR
	6118: 2003 e CEB/90
A _{sw}	Área da armadura de punção num contorno completo paralelo a
	C' (NBR 6118: 2003)
A _v	Armadura transversal de combate ao puncionamento (ACI
	318M/05)
bo	Perímetro da seção crítica a d/2 do pilar (ACI 318M/05)
b ₁	Dimensão da seção crítica medida na direção paralela ao plano de
	aplicação do momento (ACI 318M/05)
b ₂	Dimensão da seção crítica medida na direção perpendicular ao
	plano de aplicação do momento (ACI 318M/05)
by e bz	
β_c	Razão entre o comprimento do maior lado sobre o menor lado do
	pilar (ACI 318M/05)
β	Coeficiente de majoração (EUROCODE 2: 2002)
С	Contorno da área de aplicação de carga (NBR 6118: 2003 e
	EUROCODE 2: 2002)
C'	Contorno crítico distante 2d da face do pilar (NBR 6118: 2003 e
	EUROCODE 2: 2002)
C''	Perímetro crítico situado a uma distância 2d da última linha de
	armadura de cisalhamento (NBR 6118: 2003 e EUROCODE 2:
	2002)
C ₁	Dimensão do pilar paralelo à excentricidade da força (NBR 6118:
	2003 e EUROCODE 2: 2002)
C ₂	Dimensão do pilar perpendicular a excentricidade da força (NBR
	6118: 2003 e EUROCODE 2: 2002)

cob.	Cobrimento de concreto acima da armadura negativa
d	Altura útil
dx e dy	Alturas úteis nas duas direções ortogonais em uma laje
dl	Comprimento infinitesimal do perímetro crítico (NBR 6118: 2003
	e EUROCODE 2: 2002)
di	Altura do concreto acima da armadura
e	Distancia de d <i>l</i> ao eixo que passa pelo centro do pilar
ez e ey	Excentricidade M_{ed}/V_{ed} respectivamente ao longo dos eixos y e z
	(EUROCODE 2: 2002)
f	Deslocamento da placa devido às forças externas (Método das
	linhas de rupturas)
fc	Resistência característica à compressão do concreto (ACI
	318M/05)
$f_{ m cd}$	Resistência de cálculo do concreto à compressão (NBR 6118:
	2003 e EUROCODE 2: 2002)
\mathbf{f}_{cu}	Resistência média do concreto a tração (Melo, 1990)
$f_{ m ck}$	Resistência característica do concreto a compressão (NBR 6118:
	2003 e EUROCODE 2: 2002)
F_k	Valor característico da reação vertical
Fsd	Força ou reação de punção de cálculo (NBR 6118: 2003 e
	EUROCODE 2: 2002)
fu	Tensão última do aço
fу	Resistência ao escoamento do aço de armadura passiva
$f_{ m yd}$	Resistência ao escoamento do aço de armadura transversal, valor
	de cálculo ((NBR 6118: 2003, CEB/90)
$f_{ m ywd}$	Resistência ao escoamento do aço de armadura transversal, valor
	de cálculo (NBR 6118: 2003 e EUROCODE 2: 2002)
h	Altura da laje
J _c	Momento de inércia da seção crítica (ACI 318M: 05)
Jxe Jy	Momento de inércia da seção crítica nas duas direções ortogonais
	da laje (ACI 318M: 05)

K	Coeficiente que fornece a parcela de Msd transmitida ao pilar por
	cisalhamento nas duas direções ortogonais (NBR 6118: 2003 e
	EUROCODE 2: 2002)
K ₁ e K ₂	Coeficiente que fornece a parcela de Msd transmitida ao pilar por
	cisalhamento nas duas direções ortogonais (NBR 6118: 2003 e
	EUROCODE 2: 2002)
l	Comprimento da linha de ruptura
M1	Momento fletor na ligação na direção x
M2	Momento fletor na ligação na direção y
m	Momento de plastificação (Método das linhas de ruptura)
Msdx e Msdy	Momento desbalanceado de cálculo (NBR 6118: 2003 e
	EUROCODE 2: 2002)
Msd*	Momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro
	crítico reduzido u* em relação ao centro do pilar (NBR 6118:
	2003)
Msd ₁	Momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre
Nk	Reação Vertical
Р	Componente Vertical da barra na face pós-puncionamento (Melo,
	1990)
Sr	Espaçamento radial entre as linhas de armadura de cisalhamento
u	Perímetro de controle C' (NBR 6118: 2003 e EUROCODE 2:
	2002)
u*	Perímetro crítico reduzido para pilar de borda (NBR 6118: 2003 e
	EUROCODE 2: 2002)
v _c	Tensão de cisalhamento resistente no perímetro crítico fornecido
	pelo concreto (ACI 318M: 2005)
v_n	Tensão nominal de cisalhamento resistente no perímetro crítico
	fornecido pelo concreto (ACI 318M: 2005)
v _s	Tensão de cisalhamento resistente no perímetro crítico fornecida
	pelo aço (ACI 318M: 2005)
v_{u}	Tensão de cisalhamento de cálculo atuante (ACI 318M: 2005)

V_u	Valor último do esforço cortante (ACI 318M: 2005)
V_{Ed}	Tensão atuante no perímetro crítico considerado (EUROCODE 2:
	2002)
V _{Rd} . max	Valor de cálculo da tensão resistente ao cisalhamento sem a
	presença de armadura no perímetro crítico C (EUROCODE 2:
	2002)
V _{Rd,c}	Valor de cálculo da tensão resistente ao cisalhamento sem a
	presença de armadura no perímetro crítico C'(EUROCODE 2:
	2002)
Wp	Modulo de resistência plástica do perímetro crítico (NBR 6118:
	2003 e EUROCODE 2: 2002)
W	Trabalho (Método das linhas de rupturas)
α	Ângulo formado entre a armadura e a linha de ruptura, no plano
	da laje
αs	Coeficiente atribuído ao pilar segundo sua localização (ACI
	318M: 2005)
δ	Deslocamento (Método das linhas de ruptura)
θ	Ângulo de rotação das linhas de ruptura
ρ	Taxa geométrica de armadura longitudinal de tração
рх е ру	Taxa geométrica de armadura nas duas direções ortogonais da
	laje
ϕ	Fator de redução relacionado a punção
φi	Diâmetro de barras de armadura longitudinal na direção i
γ	Coeficiente de minoração (EOROCODE 2: 2002)
γ_c	Coeficiente que fornece a parcela Msd transmitida ao pilar por
	excentricidade de força cortante na ligação (ACI 318M: 2005)
γ_{f}	Coeficiente que fornece a parcela Msd transmitida ao pilar por
	flexão na ligação (ACI 318M: 2005)
$ au_{ m Rd1}$	Tensão resistente no contorno C' (NBR 6118: 2003)
$ au_{ m Rd2}$	Tensão resistente no contorno C (NBR 6118: 2003)

$ au_{ m Rd3}$	Tensão resistente no contorno C''(NBR 6118: 2003)
$ au_{ m Sd}$	Tensão solicitante no perímetro crítico considerado (NBR 6118:
	2003)
ACI	American Concrete Institute
CEB	Comité Euro-International du Béton
MEF	Método dos Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira
TQS	Tecnologia Qualidade e Segurança

1 - INTRODUÇÃO

O sistema estrutural usual, em concreto armado, formado por lajes apoiadas em vigas nas linhas dos pilares é o mais empregado como solução em projetos correntes, porém, vem crescendo a utilização, no Brasil e no exterior, do sistema estrutural formado por lajes lisas. Nesse sistema as vigas são eliminadas, de modo que as lajes apóiam-se diretamente sobre os pilares. As justificativas para o emprego dessa solução estrutural baseiam-se em suas inúmeras vantagens, como: ganho de pé direito, simplicidade de execução das formas, facilidade na concretagem e maior conforto visual e ambiental, pela ausência de viga. No entanto, esse sistema em laje lisa, apresenta algumas desvantagens, podendo-se destacar duas: a possibilidade da ocorrência do puncionamento nas ligações laje/pilar, que tem como uma das características ser uma ruptura brusca, e a possibilidade da ocorrência de colapso progressivo como decorrência de uma ruptura localizada por puncionamento. Esta última possibilidade nem sempre é considerada pelos projetistas.

Cargas excessivas durante ou logo após a concretagem, retirada precipitada do escoramento, posicionamento incorreto da armadura negativa ou da localização de aberturas na laje, utilização de materiais de resistências diferentes das especificadas, ou erros de projetos são algumas das causas que podem resultar numa ruptura por puncionamento e eventualmente levar a um colapso generalizado da estrutura (MELO, 1990).

1.1 - OBJETIVO E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho tem como objetivo investigar numericamente o comportamento póspuncionamento de três estruturas em lajes lisas de concreto armado, e sua relação com o colapso progressivo, a partir do estudo das conseqüências da perda total ou parcial da capacidade resistente de uma ligação laje/pilar devido ao puncionamento da laje.

A motivação desse trabalho fundamenta-se na possibilidade real da ocorrência de colapso progressivo nas estruturas em lajes lisas de concreto armado, como mostrado na literatura, como será citado no capitulo 2.

1.2 - APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho é composto por quatro capítulos e três anexos. No capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica, do comportamento pós-puncionamento de lajes lisas de concreto armado e sua relação com o colapso progressivo, e são apresentados dois exemplos de acidentes de edifícios de concreto armado em decorrência de rupturas localizadas. São apresentadas também quatro pesquisas anteriores, duas que estudaram o comportamento global pós-puncionamento de lajes lisas e sua relação com o colapso progressivo (MELO, 1990 e MARTINS, 2003) e mais duas pesquisas experimentais que estudaram o comportamento de ligações laje/pilar (LIMA NETO, 2003 e MELO, 1990). A seguir são apresentadas sucintamente as recomendações das normas para dimensionamento de lajes lisas a punção e as prescrições das normas para o cálculo da armadura de colapso progressivo. Ao final do capítulo são apresentadas algumas considerações sobre a utilização do método das linhas de rupturas, ou método das charneiras plásticas.

No capítulo 3 é apresentada à metodologia utilizada, e são apresentados e analisados os resultados obtidos nos três exemplos de edifícios investigados, pelo Método de Analogia de Grelha, utilizando o *software* comercial TQS (Versão 13), e pelo método de linhas de ruptura.

No capítulo 4 são apresentadas as conclusões desta pesquisa bem como sugestões para realizações de trabalhos futuros.

Em seguida são apresentadas as referencias bibliográficas e quatro anexos: Os anexos A e B apresentam respectivamente exemplos da verificação da resistência à punção para um pilar interno e para um pilar de borda; O anexo C apresenta os resultados das reações das ligações laje/pilar dos três exemplos analisados. Já o anexo D apresenta, por meio de gráficos, as variações nas cargas de rupturas estimadas por punção em ligações lajes lisas de concreto armado, pelas normas NBR 6118: 2003 e pelo ACI318M: 2005.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 DEFINIÇÃO DE COLAPSO PROGRESSIVO E ACIDENTES OCORRIDOS

2.1.1- Definição de Colapso Progressivo

Colapso progressivo é a propagação de uma ruptura inicialmente localizada, em parte relativamente pequena da estrutura, que resulta em uma ruptura desproporcional, em relação ao colapso inicial, como uma reação em cadeia (MELO, 1990). Uma pequena ruptura, localizada, pode sobrecarregar os membros adjacentes, causando a ruptura destes, e fazendo com que a ruptura vá se propagando, até que toda estrutura ou grande parte dela entre em colapso (MACGREGOR, 1992).

A possibilidade de ocorrência de colapso progressivo deve ser considerada para todas as estruturas, independente do material, tipo de estrutura, método de construção utilizado, dentre outros (MARTINS, 2003). Mas algumas estruturas são naturalmente mais susceptíveis, caso das estruturas pré-moldadas e das estruturas em lajes lisas (MELO, 1990). Em edifícios constituídos em laje lisa, por exemplo, a ocorrência de um carregamento maior que o planejado ou excepcional pode ter conseqüências mais drásticas, uma vez que esse tipo de arranjo estrutural apresenta uma menor capacidade de redistribuição dos esforços, e em virtude do seu comportamento menos dúctil, em comparação com estruturas convencionais (MELO, 1990). Dentre as situações que poderiam acarretar colapso progressivo em lajes lisas estão os carregamentos excepcionais, oriundas de variações de pressão decorrentes de explosão de gás, impacto acidental devido a uma colisão de veículos, ou a algum erro de projeto, defeito de construção, ou utilização inadequada, que poderiam levar ao puncionamento e ao eventual colapso progressivo.

As estruturas devem ser projetadas de tal forma que, no caso de ocorrer uma ruptura localizada por punção, apresentem integridade estrutural e estabilidade, não estando sujeitas a colapso progressivo (Mitchell e Cook, 1986 Apud MELO, 1990). Uma forma de se evitar o colapso progressivo, no caso de uma ruptura localizada, é prover a estrutura de caminhos alternativos de cargas, e torná-la mais dúctil (RanKin e Long 1987 Apud Melo, 1990).

Dessa forma, o risco de colapso progressivo deve ser prevenido ou reduzido com um detalhamento adequado da estrutura, maior travamento dos elementos estruturais, e com a utilização de caminhos alternativos para as cargas em caso de uma ruptura localizada.

2.1.2 – Acidentes Estruturais por Colapso Progressivo

2.1.2.1 - Colapso progressivo no Edifício (pré-moldado) Ronan Point, Londres – 1968 (Scott, 1976; Stroud, 1987 apud Melo, 1990)

Como exemplo de colapso progressivo, geralmente é citado o acidente ocorrido com o Edifício Ronan Point, em maio de 1968, na cidade de Londres. O edifício possuía 22 andares e era construído com painéis pré-fabricados. O colapso ocorreu quando uma explosão de gás no 18º andar do lado esquerdo do edifício provocou o arrancamento dos painéis laterais (paredes estruturais auto-portantes), ocasionando a remoção dos suportes das lajes e paredes do 19º andar, resultando em desmoronamento. Em conseqüência, as paredes e as lajes acima do 18º andar também desmoronaram, sendo que o impacto gerado por esses elementos caindo nos pisos abaixo, causou um colapso progressivo de todo o canto da estrutura, de cima até em baixo (Figura 2.1). Três pessoas morreram neste acidente.



(A) RUPTURA DO PRIMEIRO ELEMENTO ESTRUTURAL



Figura 2.1 – Esquema do colapso do edifício Ronan Point (Melo, 1990)

2.1.2.2 - - Condomínio Harbour Cay, Flórida, USA, 1981 (H. S. Lew, N. J. Carino, and S. G. Fattal, 1982)

Em 27 de março de 1981, o edifício de cinco pavimentos, para uso residencial entrou em colapso, resultando na morte de onze trabalhadores. O pavimento tipo pode ser visto na Figura 2.2. Observa-se a existência de escadas nas extremidades norte e sul e uma torre de elevador na parte central. Os pilares interiores possuíam dimensões de 254 x 457mm e os pilares ao longo das linhas 'a' e 'j', possuíam dimensões de 254 x 305mm. A laje tinha uma espessura de 203mm, e o pé direito era de 2,6m. A resistência especificada para o concreto era 27,6MPa, a armadura especificada foi ASTM tipo 60.



Figura 2.2 - Planta baixa do pavimento tipo e cobertura (Lew, Carino e Fattal, 1982)

O colapso ocorreu durante a concretagem do último pavimento (cobertura). Ao observar os escombros do edifício após o colapso, constatou-se que vários pilares do terceiro e quarto pavimentos permaneceram com sua estrutura conservada, indicando que as lajes caíram após serem puncionadas pelos pilares.

Após grande investigação sobre os motivos que levaram a estrutura ao colapso, conclui-se que a provável causa teria sido pelo puncionamento da laje em um pilar interno no quinto pavimento. A resistência insuficiente da ligação ao puncionamento foi atribuída a dois fatores:

- 1. As exigências do ACI (norma aplicada) para evitar o puncionamento, que determinam a espessura da laje, não foram observadas no dimensionamento do edifício;
- 2. Posicionamento incorreto da armadura de flexão, devido à utilização de apoios (caranguejos) com altura insuficiente. Uma menor altura efetiva 'd', resultou em uma perda de aproximadamente 20% da área do perímetro crítico, utilizada para se determinar a resistência ao puncionamento para os pilares internos.

Foi desenvolvido um modelo de análise para simular o comportamento estrutural da edificação no momento do colapso. As cargas mais representativas atuando no momento do colapso eram: peso próprio do concreto, formas e os trabalhadores. Cargas devidas às alvenarias erguidas e blocos armazenados na estrutura foram também contabilizadas.

O estado de tensão no momento do colapso foi determinado pela superposição dos resultados de duas análises (Figura 2.3), na primeira a estrutura foi analisada sob o peso próprio da laje, e na segunda a estrutura escorada foi analisada sob o peso próprio do concreto fresco e das formas. O resultado final da análise indicou que a ligação laje/pilar mais carregada estava no quinto pavimento, como mostra a Figura 2.4.



Figura 2.3 - Casos analisados para obtenção do resultado final (Lew, Carino e Fatal, 1982)

Na verificação dos pilares concluiu-se que os mesmos resistiriam aos esforços a que eram solicitados. As tensões de cisalhamento para as ligações laje/pilar foram calculadas de acordo com o ACI 318-77, usando as forças dos pilares e os momentos desbalanceados de cálculo. O resultado foi comparado com a resistência ao cisalhamento nominal pelo ACI $(0.4\sqrt{f'c})$, para a resistência à compressão que o concreto apresentava no momento do colapso, e observou-se que as tensões calculadas excediam a resistência ao cisalhamento para a maioria das ligações laje/pilar. Na realidade a resistência ao puncionamento poderia ser bem maior que a tensão normal $(0.4\sqrt{f'c})$, que na maioria dos casos representa um limite inferior de

resistência. Entretanto, a probabilidade da ruptura ter se iniciado no quinto pavimento é muito grande, devido a resistência nominal ter sido ser excedida em um grande número de ligações.



Figura 2.4 - Reações nas ligações laje/pilar ao longo do eixo 2 (Lew, Carino e Fattal, 1982)

Concluiu-se que a ruptura localizada em uma das ligações propagou-se ao longo do quinto pavimento, e que este, provavelmente, caiu sobre o quarto pavimento, que não resistiu ao impacto e aos esforços decorrentes, propagando o colapso verticalmente para o restante da estrutura, e ocasionando a ruína. Deduziu-se também que os erros de dimensionamento e de construção contribuíram na mesma proporção para a ruptura estrutural.

2.2 – COMPORTAMENTO PÓS-PUNCIONAMENTO DE LIGAÇÕES LAJE/PILAR EM LAJES LISAS

Admitindo-se que a ruptura inicial provável, em edifícios de lajes lisas, é por puncionamento das ligações laje / pilar, o comportamento pós-puncionamento dessas ligações é fundamental para se determinar se haverá progresso ou não da ruptura. Se a ligação laje/pilar não puder resistir a mais cargas, os vãos da laje são dobrados nas duas direções e as reações verticais e momentos aplicados aos pilares remanescentes são muito incrementados causando outras rupturas (MELO, 1990).

Depois de uma ruptura por punção a armadura negativa, situada na face superior da laje lisa, é facilmente arrancada e a ligação laje / pilar passa a oferecer pouca ou nenhuma resistência (MELO, 1990). Uma armadura que esteja situada na face inferior (Figura 2.5), que atravesse o pilar e seja ancorada fora da região de puncionamento pode fornecer uma significativa resistência para a ligação laje / pilar na fase de pós-puncionamento (Hawkins e Mitchell, 1979; Georgopoulos, 1988 apud Melo, 1990).



Figura 2.5 – Ação da armadura inferior na fase de pós-puncionamento (MELO 1990)

A Figura 2.6 apresenta curvas carga x deslocamento para duas lajes, sem (laje 1) e com (laje 2) armaduras situadas no bordo inferior, que atravessam o pilar e se ancoram na laje fora da região de puncionamento. As duas lajes possuem a mesma armadura superior de flexão. Observa-se na fase de pós-puncionamento a melhoria no comportamento e no aumento da resistência residual. Esta armadura colocada no bordo inferior não aumenta a resistência inicial de puncionamento (Lee, Mitchell e Harris, 1972 apud Melo, 1990), mas é efetiva em diminuir a perda de capacidade de carga da ligação, reduzindo as solicitações no restante da estrutura. Dessa forma, as transferências de cargas e momentos para os pilares vizinhos são reduzidos, assim como a probabilidade de uma ocorrência de colapso progressivo da estrutura.


Figura 2.6 – Lajes sem (1) e com (2) armadura inferior passando pelo pilar (MELO 1990)

2.3 - PESQUISAS REALIZADAS

2.3.1 - Comportamento Pós-Puncionamento de Pavimento em laje Lisa

2.3.1.1 - Comportamento global pós-puncionamento de um pavimento em laje lisa peloMétodo dos Elementos Finitos (Melo, 1990)

Com o objetivo de estudar o comportamento de um pavimento em decorrência da perda total ou parcial de uma ligação laje/pilar, Melo (1990) analisou o comportamento global de dois pavimentos em laje lisa. O primeiro era composto de nove pilares, enquanto que o segundo pavimento era composto de dezesseis pilares.

Em ambas as analises, foram utilizados dois modos de discretizações na região dos pilares. Na primeira discretização, procurou-se representar a situação em que a laje não possuía nenhuma restrição, cada pilar foi conectado a um único nó da placa. Na segunda discretização, cada pilar foi conectado a quatro nós, reproduzindo uma situação de rigidez completa.

As reações de apoios verticais e os momentos transmitidos para os pilares, obtidos das reações de apoio para a discretização em que cada pilar é conectado a quatro nós, no caso no pavimento com dezesseis pilares, foram comparadas com os resultados obtidos em ensaios realizados por LÚCIO (1991) e MELO (1990), em laje construída pelo primeiro. Cargas de impacto ou efeitos dinâmicos não foram considerados nas análises.

A - Pavimento com nove pilares

O pavimento modelado possuía painéis quadrados com dimensões de 7,32m, pilares quadrados com 60cm de lado e lajes com 30cm de espessura. A carga total foi de 12,5kN/m² (peso próprio + 5,0 kN/m² de sobrecarga) uniformemente distribuída.

A planta baixa e o corte do pavimento estão apresentados na Figura 2.7, enquanto na Figura 2.8 apresenta a discretização adotada como pilar conectado a um nó e a quatro nós.



Figura 2.7 - Modelo e corte do Modelo de Nove Pilares (MELO, 1990)



Figura 2.8 - Discretização em elementos finitos para o modelo de nove pilares (MELO, 1990)

Foi constatado que no caso de ruptura completa de um pilar central (Figura 2.9), o pilar de borda teve um incremento de 78,5% (média das discretizações 1 e 2). Os ensaios de Melo (1990) mostraram, entretanto, que um mínimo de 15% de resistência residual poderia ser atingido após o puncionamento de um pilar central. Admitindo resistência residual de 15% no pilar central, a reação do pilar de borda teria um acréscimo de 66,7%, sendo ainda muito alta. Se a ligação puder ser dotada de uma resistência pós-puncionamento de 50% da reação inicial, por exemplo, o incremento da reação no pilar de borda seria de 39,3%.



Figura 2.9 - Variação nas reações de apoio após a ruptura de um pilar central (MELO, 1990)

Realizando a análise para o pilar de borda, constatou que a situação do pilar adjacente de canto, torna-se crítica (Figura 2.10), pois sua reação terá um incremento de carga de 86,9% (media das discretizações 1 e 2), sendo quase certa sua ruptura. Mesmo que a ligação no pilar de borda mantivesse uma resistência residual de 15%, a situação do pilar de canto continuaria crítica, com um incremento de 73,9%. Se a ligação puder ser dotada de uma resistência póspuncionamento de 50% da reação inicial, por exemplo, o incremento da reação no pilar de borda seria de 43,5%.



Figura 2.10 - Variação nas reações de apoio após a ruptura de um pilar de borda (MELO, 1990)

A ruptura de um pilar de canto provocaria um incremento de 33% (média das discretizações 1 e 2), não sendo, a princípio, uma situação crítica (Figura 2.11).



Figura 2.11 - Variação nas reações de apoio após a ruptura de um pilar de canto (MELO, 1990)

B - Pavimento com dezesseis pilares

A laje modelada possuía dezesseis pilares de seção quadrada com 15,2cm de lado, 10cm de espessura e era composta de nove painéis de quadrados com lado de 5,639m (Figura 2.12). Assim como no exemplo do pavimento com nove pilares, foram feitas duas discretizações nas ligações de apoio (pilar conectado a um nó e a quatro nós).



Figura 2.12 - Planta e Corte do modelo de Dezesseis Pilares (MELO, 1990)

Os resultados obtidos por meio das duas discretizações da estrutura íntegra foram comparados com os obtidos experimentalmente em ensaios realizados por MELO (1990) em laje nervurada em duas direções e por elaborada por LÚCIO (1990), denominado do ULT1. Na figura 2.13-a mostra as reações de apoio obtidas por Lúcio (ULT1), para uma carga de 75 kN por painel, enquanto na figura 2.13-b mostra os resultados na análise por elementos finitos (0,8859 x 75kN por painel). A Tabela 2.1 mostra a comparação dos resultados da média das reações verticais das duas discretizações com os resultados obtidos pelo ensaio experimental efetuado por Lúcio (ULT1).

14,5 kN] 32,2 kN	29,6kN	14,0 kN	12 kN (1) 17kN (2)	29 kN (1) 33kN (2)	29 kN (1) 33kN (2)	12 kN (1) 17kN (2)
30,1 kN	☐ 74,1 kN	☐ 76,7 kN	33,4 kN	29 kN (1) 33 kN (2)	81kN (1) 66 kN (2)	81 kN (1) 66 kN (2)	29 kN (1) 33 kN (2)
□ 28,4 kN	☐ 74,6 kN	 75,1 kN	28,4 kN	29 kN (1) 33 kN (2)	81kN (1) 66 kN (2)	81kN (1) 66 kN (2)	29 kN (1) 33 kN (2)
14,7 kN	28,9 kN	30,0 kN	13,3kN	12 kN (1) 17kN (2)	29 kN (1) 33kN (2)	29 kN (1) 33kN (2)	12 kN (1) 17kN (2)
	a) U	LT 1				b) MEF	

Figura 2.13 – Reações de apoio verticais para os ensaios experimentais (ULT 1) e o teórico (MEF)

	ULT1 (kN)	MEF (kN)	ULT1/MEF		ULT1 (kN)	MEF (kN)	ULT1/MEF
CANTO	14,5	14,5	1,000	BORDA	32,2	31,0	1,039
	14,0	14,5	0,966		29,6	31,0	0,955
	14,7	14,5	1,014		30,1	31,0	0,971
	13,3	14,5	0,917		33,4	31,0	1,077
INTERNO	74,1	73,5	1,008		28,4	31,0	0,916
	76,7	73,5	1,044		28,4	31,0	0,916
	74,6	73,5	1,015		28,9	31,0	0,932
	75,1	73,5	1,022		30,0	31,0	0,968
	Canto	Interno	Borda	Todos			
Média	0,974	1,022	0,972	0,985			
Desv. Pad	0,043	0,016	0,058	0,050			
Variância	4,4	1,5	6,0	5,1			

Tabela 2.1 - Comparação das reações de apoio vertical entre o Modelo Experimental (ULT1) e o teórico (MEF)

Pode ser visto pela média, desvio padrão e variância (Tabela 2.1), que o procedimento de tomar-se a média das reações verticais obtidas por meio das duas descretizações foi apropriado, para análise da laje.

Na Tabela 2.2 mostra a comparação dos resultados dos momentos transferidos para os pilares entre os resultados experimentais (ULT1) e os resultados obtidos por meio da análise por elementos finitos (MEF). Observa-se na Tabela 2.2 que os pilares de canto apresentaram uma média de 0,95 entre as estimativas pelo MEF e os resultados experimentais, enquanto os pilares internos apresentaram uma média de 0,96 entre as estimativas pelo MEF e os resultados experimentais.

	ULT1 (kN.m)	MEF (kN.m)	ULT1/MEF		ULT1 (kN.m)	MEF (kN.m)	ULT1/MEF
CANTO	4,5	4,0	1,126	BORDA	7,6	8,0	0,950
	3,6	4,0	0,900		7,8	8,0	0,975
	3,5	4,0	0,875		7,4	8,0	0,925
	3,6	4,0	0,900		7,9	8,0	0,988
	Canto	Borda	Todos				
Média	0,950	0,960	0,955				
Desv. Pad	0,117	0,028	0,079				
Variância	12,3	2,9	8,3				

Tabela 2.2 - Comparação dos momentos transmitidos aos pilares entre o modelo experimental (ULT1) e o teórico (MEF)

Para analisar o incremento das reações de apoio e os momentos transmitidos para os pilares na fase pós-puncionamento, MELO comparou os resultados obtidos do ensaio PSP1 (póspuncionamento) com os resultados experimentais efetuados por LÚCIO (ensaio ULT3), quando a ligação laje/pilar em torno de P6 ainda não havia puncionado. As figuras 2.14 e 2.15 apresentam às reações verticais e os momentos transmitidos aos pilares, respectivamente para o modelo experimental e para o modelo teórico do ensaio PSP1. A carga aplicada no ensaio PSP1 foi de 70kN por painel (0,8859 x 70kN na análise por elementos finitos). Esta carga foi a máxima atingida pela laje no experimento, e para este estádio, a reação (no modelo experimental pós-puncionamento) do pilar P6 foi de 21,8kN. Este valor foi suposto como correto e aplicado ao modelo teórico. As reações de apoio obtidas na análise por elementos finitos foram as médias obtidas das discretizações 1 e 2 (pilar conectado a um e a quatro nós), enquanto que os momentos transmitidos para as colunas foram obtidas a partir da segunda discretização (coluna conectada a quatro nós). Já as figuras 2.16 e 2.17 apresentam os resultados experimentais do ensaio ULT3 e os teóricos quando a ligação P6 não havia puncionado ainda, com o mesmo nível de carga (70kN por painel) A Tabela 2.3 mostra a comparação entre os resultados entre os ensaios. Para a comparação mostrada na Tabela 2.3, foram adotadas as médias dos momentos nas duas direções para os pilares P1 e P3, enquanto nos pilares P2 e P7 foram adotados os momentos mais significativos.

Ao observar a Tabela 2.3, nota-se que há um incremento nas reações de apoio e nos momentos transferidos para os apoios próximos (Pilares P2 e P7) da ligação danificada e uma redução para os apoios distantes (Pilares P1 e P3).



Figura 2.14 Reações de Apoio Verticais e Momentos Transmitidos para os Pilares (Resultados Experimentais) – Ensaio PSP1 (MELO, 1990) – 70kN por Painel



Figura 2.15 Reações de Apoio Verticais e Momentos Transmitidos para os Pilares (Resultados do MEF) – Ensaio PSP1 (MELO, 1990) – 0,8859 x 70 por Painel



Figura 2.16 Reações de Apoio Verticais e Momentos Transmitidos para os Pilares (Resultados Experimentais) – Ensaio ULT3 (MELO, 1990) 70kN por Painel



Figura 2.17 Reações de Apoio Verticais e Momentos Transmitidos para os Pilares (MEF) – Ensaio ULT3 (MELO, 1990) – 0,8859 x 70kN por Painel

Quando a mesma comparação é feita com os resultados teóricos obtidos da análise por elementos finitos (Tabela 2.4) para o modelo PSP1 e para o modelo ULT3, há uma concordância no comportamento das reações de apoio para todos os pilares (próximos e distantes do pilar danificado), enquanto que o momento transmitido para os pilares há um incremento para todos.

Re	eações (de Apoi	o (kN)	Momentos Transmitidos (kN.m)		
Pilares	PSP1	ULT3	PSP1/ULT	PSP1	ULT3	PSP1/ULT
1	7,2	14,0	0,514	2,6	4,3	0,605
2	29,0	26,0	1,115	7,7	4,8	1,604
3	9,4	12,5	0,752	1,7	2,3	0,739
7	37,4	29,7	1,259	5,3	3,6	1,472

Tabela 2.3 - Comparação dos resultados entre os modelos experimentais PSP1 e ULT3

Tabela 2.4 - Comparação dos resultados entre os cálculos pelo MEF para o modelo PSP1 e para o modelo ULT3

	Reaçõe	s de Ap	oio (kN)	Momentos Transmitidos (kN.m)		
Pilares	PSP1	ULT3	PSP1/ULT	PSP1	ULT3	PSP1/ULT
1	11,0	12,9	0,853	4,0	3,6	1,111
2	42,9	29,6	1,449	13,4	7,3	1,836
3	11,9	13,6	0,875	4,0	3,6	1,111
7	53,9	33,2	1,623	12,6	6,4	1,969

A investigação do comportamento das reações de apoio verticais, após a ruptura de um pilar, são mostradas nas figuras 2.18 a 2.20.

Com a ruptura de um pilar interno (Figura 2.18), o pilar adjacente de borda receberá um acréscimo de 58,9% de sua carga original, ou 50,1% se um mínimo de 15% da reação residual pós-puncionamento for atingida. Do mesmo modo que no modelo de nove pilares, considerando uma resistência residual de 50% em função de uma melhor eficiência da ligação, tem-se uma redução da sobrecarga no pilar de borda para 29,5%, que poderia resolver o problema dependendo da distribuição do restante dos pilares na estrutura.



Figura 2.18 - Variação nas reações de apoio após a ruptura em torno de um pilar interno (MELO, 1990)

A exemplo do ocorrido, no caso do pavimento com nove pilares, a ruptura de um pilar de borda é a pior situação, com a sobrecarga no pilar adjacente de canto em torno de 75% (63% para uma resistência residual de 15%) da carga original (Figura 2.19). Para o pilar adjacente de borda a reação foi incrementada em 45% (38,3% para uma resistência residual de 15%). Um incremento da mesma ordem (36,7%) no pilar adjacente de borda pode resultar na ruptura do pilar de canto (Figura 2.20).



Figura 2.19 - Variação nas reações de apoio após a ruptura em torno de um pilar de borda (MELO, 1990)



Figura 2.20 - Variação nas reações de apoio após a ruptura em torno de um pilar de canto (MELO, 1990)

Alguns pontos puderam ser ressaltados com a análise:

- Quando a reação em pilar interno é perdida ou reduzida, a carga é transferida para os quatros pilares mais próximos, enquanto que as reações dos pilares situados nos cantos dos quatro painéis em volta da ligação rompida são reduzidas. Os outros pilares praticamente não são afetados;
- A ruptura da ligação em um pilar de canto redireciona a carga para os dois pilares adjacentes de borda.

Os momentos gerados nos pilares próximos à região danificada permanecem incertos.

2.3.1.2 - Colapso progressivo em edifício em laje lisa de concreto armado (MARTINS, 2003)

MARTINS (2003), em sua dissertação de mestrado, avaliou a possibilidade de ocorrência do colapso progressivo em estruturas em laje lisa, diante de uma ruptura inicial por puncionamento. Anteriormente MELO (1990) havia ensaiado 24 modelos locais de puncionamento e pós-puncionamento em lajes lisas, para estudar o comportamento de lajes lisas com armadura situada no bordo inferior através do pilar e ancorada na laje.

MARTINS (2003) analisou três estruturas situadas em Brasília, e as analises foram efetuadas por meio do programa SAP2000, empregando o Método dos Elementos Finitos (MEF) e pelo software comercial TQS, utilizando o modelo de Pórtico Espacial e Grelha. O método de configurações de Linhas de Ruptura foi empregado somente para o exemplo 1. Os resultados das tensões resistentes máximas ao cisalhamento e as tensões atuantes nas ligações laje/pilar analisadas foram obtidos por meio das normas: NB 6118: 1978; Projeto de Revisão da NB 6118-1/78; CEB-FIP/90 e o ACI 318M: 95. O cálculo da armadura de prevenção ao colapso progressivo foi realizado pelo cálculo proposto por Melo (1990) e pelas normas: CEB. FIP/90; CAN-A23.3/94 e projeto de revisão da NBR 6118-1/78.

As figuras 2.21 a 2.23 ilustram, respectivamente, as plantas baixas do primeiro exemplo (SQN 303), segundo exemplo (AC1) e o terceiro exemplo (AC2).



Figura 2.21 - Planta baixa do primeiro exemplo (MARTINS, 2003)



Figura 2.22 - Planta baixa do segundo exemplo (MARTINS, 2003)



Figura 2.23 - Planta baixa do terceiro exemplo (MARTINS, 2003)

De uma maneira geral as análises realizadas com os programas SAP2000 e TQS apresentaram resultados próximos, mas com os esforços nas ligações laje/pilar encontrados pelo programa TQS sendo superiores aos encontrados pelo programa SAP2000 no primeiro e segundo exemplo, e inferiores no terceiro exemplo.

A - Verificação ao puncionamento

As verificações a punção foram realizados segundo as normas: a) NB 6118: 1978; b) Projeto de Revisão da NB 6118-1/78; c) CEB-FIP/90 e d) ACI 318M/95. Na análise do primeiro exemplo, conclui-se que era necessário usar armadura de cisalhamento na ligação laje/pilar P13 pelas duas modelagens (SAP2000 e TQS), principalmente com a análise dos métodos da NB-1/78 e do CEB/90 (Figura 2.24). No segundo e terceiro exemplo conclui-se que para aquelas estruturas era pequena a possibilidade de uma ruptura por punção nas ligações laje/pilar pelas duas modelagens (SAP2000 e TQS), pois todas as ligações analisadas apresentavam resistência satisfatória ao puncionamento.



Figura 2.24 - Relação tensão atuante / tensão resistente nos perímetros críticos (MARTINS, 2003)

B - Cálculo da armadura contra o colapso progressivo

O cálculo da armadura de colapso progressivo para todos os exemplos foi realizado segundo: a) Projeto de Revisão da NB 6118-1/78; b) CEB-FIP/90 c) CAN A23.3/94 e d) Proposta de Melo (1990). As áreas de aço obtidas com os esforços do SAP2000 foram superiores as áreas de aço obtidas com os esforços do TQS. Em todos os casos a maior quantidade de armadura foi encontrada pela proposta de Melo (1990), seguidas de CAN A23.3/94, CEB/90 e Projeto de Revisão da NB1/78.

A Figura 2.25 apresenta a comparação das armaduras calculadas pelas três Normas e pelo cálculo proposto por Melo (1990) para os pilares P4, P12 eP13 do primeiro exemplo (SQN 303).



Figura 2.25 - Gráfico comparativo das armaduras de prevenção do colapso progressivo (MARTINS, 2003)

C - Comportamento pós-puncionamento

Para a verificação do comportamento pós-puncionamento foram admitidas rupturas por punção em todas as ligações por punção em todas as ligações laje/pilar internas. No primeiro exemplo foi concluído que a estrutura é muito suscetível à ocorrência de colapso progressivo uma vez que não apresentaria resistência satisfatória para a nova configuração de esforços, especialmente se houvesse uma ruptura por punção em torno do pilar P13. Para essa mesma situação (ruptura P13) foi verificado por configuração de linhas de ruptura, e conclui-se que existe a possibilidade inclusive de ruptura por flexão do pavimento. No segundo exemplo foi concluído que a ruptura em uma das ligações (P7) provavelmente acarretaria a propagação da ruptura por punção para as ligações dos pilares P3 e P15. Observou-se também a necessidade de se verificar pilares adjacentes e conectados por vigas, pois foram muito grandes os

acréscimos de cargas nesses pilares. Já no terceiro exemplo foi concluído que não haveria grande possibilidade de propagação de uma ruptura por punção, pois em todas situações as ligações laje/pilar restantes apresentaram resistência satisfatória à punção, com a análise pelas duas modelagens (SAP2000 e TQS).

2.3.2 – Pesquisa Experimentais

2.3.2.1 - Pesquisa experimental de análise do comportamento de ligações laje/pilar (MELO, 1990)

MELO (1990) ensaiou oito lajes com o objetivo de investigar o efeito das barras inferiores que transpassam os pilares na capacidade pós-puncionamento das ligações laje/pilar. As lajes ensaiadas diferenciavam entre si segundo o detalhamento da ligação laje/pilar, em termos de barras inferiores transpassando os pilares e armadura de puncionamento em torno do pilar.

As deformações antes do puncionamento foram pequenas e não houve diferença entre as lajes com e sem armadura inferior transpassando os pilares. Na fase pós-puncionamento, entretanto, as lajes com armadura inferior ou com armadura de cisalhamento suportaram mais cargas, apresentado uma resistência residual maior.

Com base nos resultados obtidos, Melo (1990) propôs um método para determinação da resistência pós-puncionamento de ligações laje/pilar, baseado na destruição progressiva do concreto das lajes, acima das barras posicionadas junto ao bordo inferior, e da ruptura dessas barras.

A Figura 2.26 apresenta, na fase de pós-puncionamento, as forças componentes na ligação laje/armadura posicionada na face inferior da laje, uma no plano da laje e outra perpendicular. A componente vertical da barra, Fy (força de arrancamento), representa a resistência atribuída á armadura inferior.



Figura 2.26 - Componentes da força no ponto de contado com a laje (modificado de Melo, 1993)

Foram consideradas no cálculo as prescrições do ACI Comittee 349, que considera como resistência ao arrancamento a resultante vertical das tensões de tração agindo numa superfície de 45° do cone de ruptura a partir da barra imersa (Figura 2.27), e que recomenda que a resistência média do concreto a tração seja 0,3 (fcu)^{1/2}.



Figura 2.27 - Área de concreto (Ach) envolvida no ponto de encontro armadura / laje ainda intacta (Melo, 1990)

A resistência pós-puncionamento da parcela do concreto é dada então por:

$$P = 0.3 (fcu)^{1/2}$$
. Ach (2.1)

A área do concreto é tomado de acordo com as Equações [2.2] ou [2.3], de acordo com a distância entre as barras:

$$A_{ch} = \frac{\left(\pi d_i^2\right)}{2} \qquad \qquad \text{Para h1} \ge 2.\text{di} \qquad (2.2)$$

$$A_{ch} = \frac{\left(\pi d_i^2\right)}{2} - A_1$$
 Para h1 < 2. di (2.3)

onde:

h1 – distância entre as barras;

$$A_{i} = \left(\frac{\theta}{360}\right) \cdot \pi \cdot d_{i}^{2} - \frac{1}{4} \cdot h_{i} \cdot d_{i} \cdot sen\theta;$$

 $Ø = \arccos(h_1/2.d_1).$

E a componente vertical por barra de armadura, na resistência pós-puncionamento é dada por:

$$P = 0,44. As .fu$$
 (2.4)

Tem-se então que a contribuição das barras inferiores na resistência pós-puncionamento da ligação é dada pelo menor resultado encontrado com as expressões 2.1 e 2.4.

2.3.2.2 – Análise Experimental na Fase de Pós-Puncionamento de Lajes Lisas de Concreto Armado (LIMA NETO 2003)

LIMA NETO (2003), em sua dissertação de mestrado, analisou experimentalmente 8 modelos de lajes lisas de concreto armado, com concreto com resistência entre 41 e 48 MPa, com o objetivo de verificar o comportamento e eficiência de lajes lisas com inclusão de armadura situada no bordo inferior e através da armadura longitudinal do pilar, na fase de póspuncionamento da ligação.

As lajes foram confeccionadas com dimensões de 1800 x 1800 x 130 mm, com um pilar com dimensões de 170 x 170 x 150 mm. As principais variáveis analisadas foram à presença ou não de armadura de cisalhamento, e a presença ou não e a quantidade de armadura de pós-puncionamento.

Os resultados comprovaram a eficiência da armadura de colapso progressivo em aumentar a resistência na fase de pós-puncionamento, aumentando a capacidade de carga de 25% da carga última de puncionamento (laje sem armadura de colapso progressivo) para até 77% (laje com armadura de colapso progressivo). Já para as lajes com armadura de cisalhamento a capacidade de carga passou de 32% da carga última de puncionamento (laje sem armadura de colapso progressivo) para até 60% (laje com armadura de colapso progressivo).

2.4 - RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

2.4.1 – Verificação à Punção

A seguir, serão apresentadas, de forma resumida, as expressões e recomendações para o cálculo da resistência à punção em laje lisa de concreto armado de acordo com as normas:

- NBR 6118: 2003, Projetos de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de Normas Técnicas (NBR 6118, 2003);
- EUROCODE 2. 2002, Design of Concrete Structures. European Commitee for Standartization (EC 2, 2002);

 ACI 318M: 2005, American Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute (ACI, 2005).

2.4.1.1 - NBR 6118: 2003, *Projetos de Estruturas de Concreto*. Associação Brasileira de Normas Técnicas (NBR 6118, 2003)

A norma brasileira NBR 6118/2003 prevê a verificação da tensão resistente à punção de uma laje lisa de concreto armado em três superfícies críticas:

- Superfície dada pelo perímetro C do pilar ou da carga concentrada, verificando a tensão de compressão do concreto;
- Superfície dada pelo perímetro C' que está afastada 2d do pilar ou da área carregada;
- Superfície crítica, dada pelo perímetro C'', traçado a 2d da última camada da armadura de cisalhamento.

Os perímetros críticos segundo a NBR 6118/2003 são delimitados de acordo com a Figura 2.28.



Figura 2.28 - Perímetros Críticos em (a) pilares internos (b) pilares de borda (c) pilares de canto

As verificações das ligações laje-pilar são baseadas na comparação de uma tensão uniforme de cisalhamento atuante (τ_{sd}), em cada uma das superfícies críticas perpendiculares ao plano médio da laje, com uma determinada tensão resistente (τ_{Rd}). As verificações das ligações laje-pilar podem ser resumidas da seguinte forma:

Quando não for prevista armadura de punção, duas verificações devem ser feitas:

- verificação da compressão do concreto, no contorno C ($\tau_{Rd2} \ge \tau_{Sd}$);
- verificação da punção, no contorno C' ($\tau_{Rd1} \ge \tau_{Sd}$).

Quando for prevista armadura de punção, três verificações devem ser feitas:

- verificação da compressão do concreto, no contorno C ($\tau_{\text{Rd2}} \geq \tau_{\text{Sd}}$);
- verificação da punção, no contorno C' ($\tau_{Rd3} \ge \tau_{Sd}$);
- verificação da punção, no contorno **C**^{**} ($\tau_{Rd1} \ge \tau_{Sd}$).

Cálculo das Tensões atuantes para pilar interno

Com carregamento simétrico

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u.d} \tag{2.5}$$

sendo:

$$d = (d_x + d_y)/2$$

onde:

d: altura útil da laje ao longo do contorno crítico;

dx e dy: altura úteis nas duas direções ortogonais;

u: perímetro crítico do contorno considerado;

Fsd: força ou reação normal de cálculo.

Com momento em uma direção

Nos casos em que além da carga vertical, existe transferência de momento para o pilar. Seu efeito deve ser considerado, de acordo com a expressão 2.6:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u.d} + \frac{k.M_{sd}}{W_p.d} \tag{2.6}$$

K: Coeficiente que fornece a parcela de momento transmitido ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 entre as dimensões do pilar, e assume os valores da Tabela 2.6.

C ₁ /C ₂	0,5	1,0	2,0	3,0				
K	0,45	0,60	0,70	0,80				
Onde:								
C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;								
C_2 é a dimensão do pilar perpendicular á excentricidade.								

Tabela 2.6- Valores de K

Wp: módulo de resistência de plástica do perímetro crítico. Pode ser calculado desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico, através da expressão 2.7:

$$Wp = \int_{0}^{u} / e / .dl$$
 (2.7)

onde:

dl é o comprimento infinitesimal do perímetro crítico u;

e é a distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento de flexão M_{sd} .

a) Com momento nas duas direções:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u.d} + \frac{k_1.M_{sdx}}{W_{p1.d}} + \frac{k_2.M_{sdy}}{W_{p2.d}}$$
(2.8)

onde:

M_{sdx} e M_{sdy}: momento desbalanceado de cálculo (Figura 2.29);

K₁ e K₂: coeficiente dados pela Tabela 2.6 (Figura 2.29);

 W_{p1} e W_{p2} : módulos de resistência plástica nas direções paralelas aos momentos correspondentes, obtidos pela eq.(2.7) para o contorno C'.



Figura 2.29 - Dimensões C1 e C2 para pilares internos com momentos nas duas direções

Cálculo das Tensões atuantes para pilar interno borda

Sem momento no plano paralelo a borda livre

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^*d} + \frac{k.M_{sd}}{W_{p1.d}}$$
(2.9)

onde:

u*: perímetro crítico reduzido (Figura 2.30);

Msd: $(Msd_1-Msd^*) \ge 0;$

Msd*: momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u* em relação ao centro do pilar (Msd*= $F_{sd x} e^*$)

Msd₁: Momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;
Wp₁: módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre;
K₁: dado pela Tabela 2.6, com C₁ e C₂ de acordo com a Figura 2.30.
e*: excentricidade em relação ao perímetro crítico reduzido (Figura 2.30)

$$e^{*} = \frac{\int_{0}^{u^{*}} |e| dl}{\int_{0}^{u^{*}} dl} = \frac{C_{1}a - a^{2} + \frac{C_{1}C_{2}}{2} + 2dC_{2} + \pi dC_{1} + 8d^{2}}{2a + C_{2} + 2\pi d}$$
(2.10)

a) Com momento no plano paralelo a borda livre

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{k_1 \cdot M_{sd}}{W_{p1.d}} + \frac{k_2 \cdot M_{sd\,2}}{W_{p2.d}} \tag{2.11}$$

onde:

Msd₂: momento de cálculo no plano paralelo á borda livre;

Wp₂: módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre;

K₂: dado pela Tabela 2.6, substituindo-se C_1/C_2 por $C_2/2C_1$ (sendo C_1 e C_2 estabelecido na Figura 2.30).



Figura 2.30 - Posição das dimensões c1 e c2 e dos momentos Msd1 e Msd2 com relação à borda livre para obtenção de K1 e K2

Cálculo das tensões resistentes

Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto (τ_{Rd2}) na superfície crítica C

A primeira verificação diz respeito à tensão de compressão diagonal do concreto, calculada por meio da tensão de cisalhamento na primeira superfície crítica, representada pelo perímetro do pilar ou da carga concentrada (Figura 2.28 (a)).

$$\tau_{sd} \le \tau_{Rd2} = 0,27.\alpha_{v.fcd} \tag{2.12}$$

onde:

fcd : resistência de cálculo do concreto à compressão (MPa);

$$\alpha v = \left(1 - \frac{fck}{250}\right);$$

fck : resistência característica do concreto à compressão.

Verificação da tensão resistente (τ_{Rd1}) na superfície crítica C' sem armadura de punção

A tensão de cisalhamento resistente na superfície crítica C', afastada 2.d do pilar ou da carga concentrada, deve ser calculada como é mostrado a seguir (Figura (a) 2.28).

$$\tau_{sd} \le \tau_{Rd1} = 0.13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot \left(100 \cdot \rho \, fck\right)^{1/3}$$
 (2.13)

sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$d = (dx + dy)/2$$

onde:

d: altura útil ao longo do contorno crítico;

p: taxa geométrica de armadura de flexão nas duas direções ortogonais assim calculadas:

- na largura igual a dimensão ou área carregada do pilar acrescida de 3d para cada um dos lados.

 f_{ck} : resistência característica do concreto.

Verificação da tensão resistente (τ_{Rd3}) na superfície crítica C' com armadura de punção

Para os casos de lajes com armadura de cisalhamento, a tensão resistente deve ser calculada de acordo com a Eq. 2.14:

$$\tau_{Rd3} = 0,10. \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot \left(100.\rho.fck\right)^{1/3} + 1,5.\frac{d}{Sr} \cdot \frac{Asw.fywd.sen\alpha}{u.d}$$
(2.14)

onde:

Sr: espaçamentos radial entre as linhas de armadura de punção, não deve ser maior que 0,75d; A_{sw} : área da armadura de punção num contorno por camada;

 f_{ywd} : resistência de cálculo da armadura de punção, em MPa. Para conectores, o valor de f_{ywd} : não poderá ser superior a 300MPa em lajes de altura até 15cm. Se essa altura for superior a 35cm, f_{ywd} poderá chegar a 435MPa. Para valores intermediários da altura da laje, permite-se fazer interpolação linear.

α: ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

u: perímetro de controle C', distante 2d da face do pilar.

Verificação da tensão resistente (τ_{Rd}) na região externa ao perímetro crítico C".

Para o cálculo da tensão resistente externa à região com armadura de punção, deve ser feita à mesma verificação do contorno C' sem a utilização da armadura de punção, de acordo com a equação 2.13.

$$\tau_{sd} \le \tau_{Rd3} = 0.13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100.\rho \, fck)^{1/3}$$
(2.13)

Presença de abertura

A NBR6118 considera que existindo abertura na laje a uma distancia inferior a menos de 8.d do contorno C, não deve ser considerado o trecho do contorno crítico C' entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força e que tangenciam o contorno da abertura (Figura 2.31).



Figura 2.31 - Perímetro crítico junto à abertura na laje segundo a NBR 6118: 2003

Armadura de punção obrigatória

Segundo o item 19.5.3.5, no caso de a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção, deve ser prevista armadura de punção, mesmo que τ_{sd} seja menor que τ_{Rd1} . Essa armadura deve equilibrar um mínimo de 50% de F_{sd}.

2.4.1.2 - EUROCODE 2:2002, Design of Concreto Structura. European Committee for Stardarpization (EC 2, 2002)

Assim como foi exposto nas recomendações da NBR6118: 2003, a verificação da resistência à punção é feita em torno de um perímetro de controle u_1 tomado a uma distância de 2·d da área carregada (Figura 2.32).



Figura 2.32: Perímetro de controle (EC2, 2002)

As seguintes verificações são recomendadas:

 No perímetro do pilar ou área carregada, a máximo esforço resistente não deve exceder:

$$V_{\rm Ed} < V_{\rm Rd} \cdot \max$$
 (2.15)

Onde:

V_{Ed}: esforço de cisalhamento de cálculo;

V_{Rd}max: Valor máximo de cálculo do esforço resistente ao cisalhamento.

1

Não será necessária armadura de punção se:

$$V_{Ed} < V_{Rd,c} \tag{2.16}$$

Onde:

V_{Ed}: esforço de cisalhamento de cálculo;

 $V_{Rd,c}$: valor de cálculo do esforço resistente ao cisalhamento sem a presença de armadura de punção ao longo da seção de controle considerada.

Cálculo da Tensão Atuante para pilar interno

Quando a reação for excêntrica, a máxima tensão solicitante pode ser calculada por:

$$V_{ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_{1.d}}$$
(2.17)

onde:

d: Altura útil da laje que pode ser calculada como (dx + dy)/2, sendo dx e dy as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

u1: comprimento do perímetro de controle considerado;

V_{Ed}: esforço aplicado à laje;

 β : coeficiente que leve em conta a parcela de momento.

Para pilares retangulares e quadrados, β é dado por:

$$\beta = 1 + K \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1}$$
(2.18)

onde:

u1: comprimento do perímetro básico de controle;

k: coeficiente dependente da relação entre as dimensões do pilar $c_1 e c_2$. Este valor é função da proporção do momento desbalanceado transmitido ao pilar por cisalhamento, Tabela 2.7.

Tabela 2.7 - Valores de K (EC 2, 2002)

c_1/c_2	0,5	1,0	2,0	3,0			
K	0,45	0,60	0,70	0,80			
Onde:							
c_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;							
c ₂ é a dimensão c	lo pilar perpendicu	ular á excentricida	de.				

 W_1 : corresponde a distribuição do cisalhamento conforme ilustrado na Figura 2.33, e é função do perímetro básico de controle u_1 :

$$W_{1} = \int_{0}^{u} / e / .dl$$
 (2.19)

onde:

dl: comprimento infinitesimal do perímetro u₁;

e: distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento de flexão M_{Ed} .



Figura 2.33 - Distribuição dos esforços cisalhantes devido ao momento desbalanceado em pilares internos (EC 2, 2002)

Para pilares retangulares, W1 é dado pela expressão:

$$W1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_2 \cdot d + 16d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot c_1$$
(2.20)

Para pilar retangular interno, onde o carregamento é excêntrico em ambas as direções, pode-se utilizar a expressão:

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{ey}{bz}\right)^2 + \left(\frac{ez}{by}\right)^2}$$
(2.21)

onde:

 $e_y e e_z$: excentricidade M_{ed}/V_{Ed} respectivamente ao longo dos eixos y e z; $b_y e b_z$: dimensões do perímetro de controle (Figura 2.32).

Cálculo da Tensão Atuante para pilar de borda

A tensão atuante no perímetro de controle deve ser calculada de acordo com a seguinte equação:

$$V_{ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} \tag{2.22}$$

Onde:

d: Altura útil da laje;

u1: comprimento do perímetro de controle considerado;

V_{Ed}: esforço aplicado à laje;

 β : coeficiente que leve em conta a parcela do momento.

Para pilar de borda, no qual a excentricidade seja perpendicular à borda da laje, na direção interna da laje, e quando não existe excentricidade paralela com à borda da laje. O valor de β deve ser calculado então pela seguinte equação:

$$\beta = \left(1 + K \cdot \frac{M_{ed}}{V_{ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1}\right) \tag{2.23}$$

O perímetro de controle u_1 e o perímetro de controle reduzido u_1^* para o pilar de borda são mostrados na Figura 2.34.



Figura 2.34 - Perímetro de controle u1 em (a) e o perímetro de controle u*1 em (b)

Quando há excentricidade nas duas direções ortogonais, β pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*} + k \cdot \frac{u_1}{w_1} e_{par}$$
(2.24)

onde:

u₁*: perímetro de controle reduzido (Figura 2.34 b);

e_{par}: excentricidade paralela a borda livre;

K: detreminado pela Tabela 2.7, com a proporção C_1/C_2 trocada por $C_1/2.C_2$; W₁: calculado pelo perímetro de controle total (u₁).

W₁ é dado pela expressão:

$$W_{1} = \frac{c_{1}^{2}}{2} + c_{1}.c_{2} + 4.c_{1}.d + 8.d^{2} + \pi.d.c_{2}$$
(2.25)

Cálculo das tensões resistentes

A tensão de cisalhamento na região do perímetro adjacente ao pilar não pode ultrapassar a máxima tensão de cisalhamento $v_{Rd,máx}$ dada pela equação:

$$v_{Rd, \max} = 0, 5. \left[1 - \frac{fck}{250} \right] . fcd \tag{2.26}$$

onde:

fck - resistência característica do concreto à compressão (MPa)

A resistência à punção no perímetro de controle de uma laje sem armadura de punção é dada por:

$$v_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} . k. (100.\rho.fck)^{1/3} = V \min$$
(2.27)

onde:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \le 2,0 \text{ d em mm};$$
$$\rho = \sqrt{\rho x . \rho y} \le 0.02;$$

 ρx e ρy : taxa de armaduras nas duas direções ortogonais. Devem ser calculadas considerando como comprimento de laje a seção do pilar acrescida de 3.d para cada lado; γ_c : Coeficiente de segurança da norma que é igual a 1,50.

Resistência à punção na região com armadura de punção é dada por:

$$\tau_{Rd} = 0,75.0,12.k.(100.\rho.fck)^{1,3} + 1,5\left(\frac{d}{Sr}\right)\frac{Asw.fywd.s\,e\,n\,\alpha}{u_1.d}$$
(2.28)

onde:

Asw: área da armadura de punção na camada ao redor do pilar;

Sr: espaçamento radial das camadas da armadura de punção;

α: ângulo entre a armadura de punção e o plano da laje;

U1: comprimento do perímetro crítico a uma distância de 2.d da face do pilar;

d: altura útil da laje no contorno crítico considerado;

fywd,ef: tensão de cálculo efetiva da armadura de punção de acordo: fywd,ef = $250 + 0,25.d \le$ fywd (MPa).

Resistência à punção na região exterior a 1,5.d da ultima camada da armadura de punção

Deve-se ser feita à mesma verificação da equação 2.27.

Presença de abertura

Se a distância entre o perímetro da área carregada e a extremidade da abertura for menor que a distância de 6.d, o perímetro crítico contido entre duas tangentes traçadas da linha de contorno da abertura para o centro da área carregada, poderá ser desconsiderado (Figura 2.35).



Figura 2.35 - Perímetro crítico próximo à abertura na laje segundo o EUROCODE 2: 2002

2.4.1.3 - ACI 318: 2005, American Building Code Requirements For Reinforced Concrete. American Concrete Institute. (ACI, 2005)

O ACI também se baseia em equações empíricas que calculam as tensões em perímetro específico. Este perímetro específico está afastado a uma distância de d/2 das faces do pilar ou ponto de carregamento (Figura 2.36).



Figura 2.36 - Seção Crítica para um pilar central (a) e pilar de borda (b)

A verificação é efetuada com base na equação:

$$v_u \le \phi \, v_n \tag{2.29}$$

 v_u : tensão de cisalhamento majorada para a seção considerada;

 v_n : tensão de cisalhamento nominal resistente ;

 ϕ = coeficiente de minoração da resistência da ligação, igual a 0,75 para o caso de torção e de cisalhamento.

Tensão resistente (v_n) .

Ligação sem armadura de punção

A única resistência fornecida pela ligação é aquela dada pelo concreto, ou seja:

$$v_{\rm n} = v_{\rm c} \tag{2.30}$$

onde:

 $v_{\rm c}$ = Resistência obtida através da contribuição do concreto.

O valor de v_c é o menor valor obtido por meio das seguintes expressões:

$$v_c = (1 + \frac{2}{\beta_c}) \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{6}$$
(2.31)

$$v_c = (\frac{\alpha_{s.d}}{b_0} + 2) \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{12}$$
(2.32)

$$v_c = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} \tag{2.33}$$

onde:

 β_c : Razão entre o comprimento do maior lado sobre o menor lado do pilar;

.f'c: Resistência a compressão do concreto (MPa);

.b₀: comprimento do perímetro crítico a d/2 do contorno do pilar;

.d: Altura útil da laje, sendo a média das alturas segundo as duas direções (mm);

 $\alpha_{s:}$ constante que assume os seguintes valores: 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto.

Ligação com armadura de punção

Nas lajes com armadura de punção, a resistência fornecida, neste caso, conta com a contribuição da armadura de punção e a do concreto.

$$v_{\rm n} = v_{\rm c} + v_{\rm S} \tag{2.34}$$

onde:

*v*_c: Resistência fornecida pelo concreto;

vs: Resistência fornecida pela armadura;

Sendo que:

$$vc = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'c} \tag{2.35}$$

$$vs = \frac{Av.fy.d}{S}$$
(2.36)

onde:

A_v: área da armadura de punção; (mm²);

s : espaçamento radial da armadura de cisalhamento (mm);

fy: tensão específica de escoamento do aço (< 420MPa).

A soma das contribuições do concreto e da armadura de cisalhamento (V_n) é limitada, conforme equação:

$$vn = vc + vs \le \frac{1}{2} \sqrt{f'c} \tag{2.37}$$

Tensão Atuante (V_u)

O valor de v_u é calculado em função da força cortante atuante (*vu*), no caso a reação do pilar, e em função de eventuais momentos fletores desbalanceados (Mu).

Quando a ligação está sujeita a momento nas duas direções, a máxima tensão atuante pode ser calculada como:

$$V_u(AB) = \frac{v_u}{A_c} + \frac{\gamma_x M x. c_{cD}}{J_c x} + \frac{\gamma_y M y. c_{AD}}{J_c y}$$
(2.38)

Onde:

Ac: área da seção crítica da por: Ac: $2d(c_1 + c_2 + 2d)$;

CAB: distância da face AB ao centróide da superfície crítica (Figura (a) 2.36);

CCD: distância da face CD ao centróide da superfície crítica (Figura (a) 2.36);

 γv : parcela do momento fletor a ser transferida pela excentricidade da força cortante, dada em relação ao centróide da seção crítica, dado por:

$$\gamma v = \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$
(2.39)

Jc: propriedade análoga ao momento de inércia polar, relacionada à seção crítica. Para pilares internos, ACI 318: 05 fornece as seguintes expressões:

$$J_{c} = \frac{d.(c_{1}+d)^{3}}{6} + \frac{d^{3}.(c_{1}+d)}{6} + \frac{d(c_{2}+d).(c_{1}+d)^{2}}{2}$$
(2.40)

Segundo ACI 318: 05, podem ser desenvolvidas expressões similares de Ac e Jc para ligações com pilares de borda e de canto.

Presença de abertura

Quando as aberturas na laje estão localizadas a uma distância menor que dez vezes a espessura da laje, o perímetro crítico e modificado de acordo com a Figura 2.37.



Figura 2.37 - Presença de abertura considerada

2.4.2 - Recomendações para a fase pós-puncionamento

Neste item são apresentados resumidamente as recomendações de algumas normas, referente ao dimensionamento da armadura para a fase pós-puncionamento.

2.4.2.1 - NBR 6118:2003 Projeto de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de Normas Técnicas.

Segundo o item 19.4.5-Colapso progressivo, para garantir a ductilidade local e a conseqüente proteção contra o colapso progressivo, a armadura de flexão inferior que atravessa o contorno C', deve estar suficientemente ancorada além do perímetro C' conforme a Figura 2.38 e deve ser tal que:

$$As.fyd \ge Fsd \tag{2.41}$$



Figura 2.38 - Armadura contra colapso progressivo (NBR 6118/2003)

2.4.2.2 - CEB-FIP: 1993, Model Code 1990. Comitte Euro-Internacional du Beton (MC90, 1993)

Segundo o item 6.4.3.8 - Ductilidade local (Local ductility) – Para reduzir a fragilidade no caso de uma ruptura localizada na ligação laje-pilar, os seguintes requisitos deverão ser atendidos no que se refere à armadura inferior na laje que traspassa as interfaces da ligação laje-pilar.

$$As \cdot fyd \ge Fsd \tag{2.42}$$

Em qualquer lado de cada interface, a armadura (As) acima especificada deve ser ancorada:

(a) – Em pilares internos, pelo comprimento total de ancoragem mais um segmento igual a 'd' (Figura 2.39);

(b) - Em pilares de extremidade, com ancoragem da armadura na laje, para o outro lado do pilar ou pela ancoragem (com o comprimento total de ancoragem) por dentro do pilar (Figura 2.39).



Figura 2.39 - Armadura inferior laje-pilar: (a) pilar interno; (b) pilar de borda (CEB-FIP/1993)

2.5 - CONSIDERAÇÕES SOBRE A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DAS LINHAS DE RUPTURA EM LAJE LISAS

A análise elástica de uma estrutura é importante para estudar o seu comportamento sob a ação das cargas de serviços. Entretanto, se o carregamento aumentar em direção à carga última, as seções mais solicitadas da estrutura se plastificam e formam rótulas plásticas que transformam a estrutura em um mecanismo (situação limite que pode conduzir a estrutura ao colapso sob o menor acréscimo de carga).

O método das Charneiras Plásticas ou Método das Linhas de Ruptura, para laje de concreto armado, foi inicialmente desenvolvido por INGERSLEV (1923) e contou com uma extensa contribuição de autores como JOHANSEN (1962) e LANGENDONCK (1970). A carga última da laje é obtida estudando-se vários mecanismos possíveis de colapso compatível com as condições de contorno. Os momentos nas linhas de plastificação são os últimos plásticos, resistidos pela seção de concreto armado. Com estas hipóteses básicas, a carga última pode ser determinada usando o principio dos trabalhos virtuais. A carga última assim determinada é uma carga maior ou igual à correta.

Para uma linha ruptura que corre formando ângulos retos com armadura, o momento último por unidade de largura é dado por:

$$Mu = As.fy.\left(d - 0.59.\frac{As.fy}{fck.b}\right)$$
(2.43)

Onde, As é a área de aço tracionado por unidade de largura, f_y é a tensão de escoamento da armadura, d altura útil da laje, f_{ck} resistência característica do concreto e b unidade de largura (1 metro).

No caso usual de laje de concreto armado, o momento último por unidade de largura na direção x e y será geralmente diferentes, devido que as áreas de aço e altura útil das armaduras nas direções x e y são diferentes. Além disso, como a direção das linhas de rupturas não é

obrigatoriamente perpendicular às barras das armaduras, há necessidade de se conhecer os momentos de plastificação das seções que fazem com a direção da armadura ângulo (90°- α) diferente do ângulo reto. Assim, para o caso de duas armaduras dispostas ortogonalmente (figura 2.40), teremos a Equação (2.44):

$$m = m_1 \cos^2 \alpha + m_2 \operatorname{sen}^2 \alpha \tag{2.44}$$



Figura 2.40 – Momento de plastificação considerando os efeitos das armaduras dispostas em duas direções ortogonais (MARTINS, 2003)

O conhecimento da intensidade de carga que irá proporcionar a configuração possível da linha de ruptura é determinado igualando a energia desenvolvida pela carga durante o deslocamento inicial da laje (trabalho externo) com a energia exigida pelas linhas para se deformarem na mesma ocasião (trabalho interno). Essa igualdade corresponde ao principio dos trabalhos virtuais.

Para se determinar a energia exigida pela linha de ruptura para se deformarem em virtude do deslocamento (δ), basta multiplicar o momento de ruptura com o ângulo de rotação e pelo comprimento da linha de ruptura correspondente. A energia produzida pelos momentos fletores ao longo das linhas de ruptura será dada pela expressão:

$$W = \sum \theta_i . m_i l_i \tag{2.45}$$

a qual deve ser igual a energia desenvolvida pela carga durante o deslocamento inicial de laje, dada pela equação (2.46):

$$W = \sum q \cdot \delta = q \cdot V \tag{2.46}$$

onde V é o volume limitando pela laje deformada e pelo plano de sua posição inicial.

3-COMPORTAMENTO PÓS-PUNCIONAMENTO DE LAJE LISAS DE CONCRETO ARMADO

3.1 - METODOLOGIA

O comportamento pós-puncionamento de pavimentos em lajes lisas foi investigado a partir da análise estrutural de três edifícios localizadas no Distrito Federal. Foram analisados os efeitos provocados pela perda total ou parcial da capacidade de apoio de uma ligação laje / pilar. As análises foram efetuadas pelo modelo Pórtico e Grelhas utilizando o *software* comercial TQS (versão 13) e por configurações de Linhas de Ruptura. As análises foram realizadas para um pavimento isolado, e não foi verificada estabilidade global dos edifícios analisas. Deve-se observar que nos projetos analisados não foi utilizada armadura de cisalhamento, e que por outro lado não foi verificada neste trabalho a estabilidade global dos edifícios (Item 19.5.3.5, página 39).

A análise das três estruturas foi efetuada da seguinte forma: a) Inicialmente processou-se a estrutura íntegra e foram obtidas as reações dos apoios; b) Em seguida, foi retirado um dos pilares e analisou-se a redistribuição das reações e dos momentos nos pilares, verificando-se assim o acréscimo de cargas e de momentos nos apoios adjacentes; c) Com essa nova redistribuição de cargas e momentos, foram realizadas novas verificações ao puncionamento nas ligações susceptíveis à sua ocorrência, avaliando-se se as mesmas possuíam capacidade de resistir aos esforços atuantes de punção. Para a resistência residual dos pilares foi considerado 0% (perda total da ligação), e 15% ou 50% (perda parcial da ligação).

Para estimar as tensões solicitantes e de cisalhamento nas ligações laje/pilar, foram utilizadas as recomendações da versão atual da norma Brasileira, a NBR 6118: 2003, além da norma Européia, EUROCODE 2: 2002, e Americana, ACI 318M: 2005. Para o cálculo das armaduras de combate ao colapso progressivo, foram utilizadas as recomendações da NBR 6118: 2003, da CEB-FIB MC90: 1993, e pelo processo proposto por MELO (1990).

3.2 - MODELAGEM COM O PROGRAMA TQS

A modelagem dos três edifícios foi feita com o modelo integrado e flexibilizada de pórtico espacial. Neste modelo, tanto os esforços horizontais quanto verticais são calculados através do modelo Pórtico Espacial. Os esforços na laje (momento fletor, esforço cortante e reações dos apoios) foram obtidos por meio do método de analogia de grelha.

O processo de analogia de grelha consiste em representar uma laje ou mesmo um pavimento de um edifício através de uma grelha equivalente. A rigidez longitudinal da laje é concentrada nas barras longitudinais e a rigidez transversal é concentrada nas barras transversais. Em pavimentos em lajes nervuradas, a malha da grelha equivalente segue o eixo das nervuras. Essa subdivisão faz com que cada barra (nervura) seja calculada como uma seção T. A malha da grelha do primeiro exemplo é mostrada na Figura 3.1, de onde pode observar uma maior discretização do modelo de grelhas na região maciça em torno dos pilares.



Figura 3.1- Malha da grelha para o pavimento tipo do primeiro exemplo.

Na região dos pilares isolados, não coincidentes com as barras da grelha, o programa cria ligações rígidas desses pilares com barras próximas, como mostra a Figura 3.2.



Figura 3.2 - Ligações rígidas entre a grelha e os pilares não coincidentes

Para simular uma ligação laje/pilar com um comportamento de ligação puncionada adotou-se no editor de grelha apoio do tipo elástico contínuo (Figura 3.3). Ao considerar um apoio elástico contínuo na ligação laje/pilar, o programa gera somente um apoio no centro de gravidade do pilar, com um coeficiente de mola proporcional à sua rigidez de rotação e translação. Inicialmente os pilares eram retirados e verificavam-se as reações e momentos fletores nos demais pilares e ligações com as lajes da estrutura. Mas como no momento em que ocorre uma ruptura por punção na laje, a ligação laje/pilar pode ainda resistir a alguma carga vertical, nova simulação foi realizada, com os pilares de volta às suas posições originais, mas com as ligações sem capacidade de absorver momento e resistindo somente à parte da reação vertical (carga residual de 15% ou 50% da carga original). Para isto os coeficientes de mola X, Y e Z utilizados pelo programa foram alterados de acordo com a Figura 3.3.



Figura 3.3 - Configuração do apoio elástico contínuo para a ligação grelha/pilar pelo programa TQS

Depois de efetuado o lançamento da estrutura, a grelha de cada pavimento foi processada, sendo as reações transferidas automaticamente para o pórtico espacial para o seu posterior processamento.

3.3 - EXEMPLOS

3.3.1 – Primeiro exemplo

A estrutura analisada neste exemplo é composta por 11 (onze) pavimentos em laje lisa nervurada bi-direcional, pé direito de 2,93m, e possui dois núcleos rígidos (uma caixa de elevador e uma caixa de escada). As características das dimensões das nervuras são definidas na Figura 3.4. A estrutura possui ainda vigas de fechamento, interligando os pilares de extremidades e de canto, e aberturas em lajes para a passagem de tubulações de condutos elétricos, mecânicos ou hidráulicos. No projeto original não foram empregadas armaduras de cisalhamento nas ligações laje/pilar. O f_{ck} considerado no projeto foi de 25 MPa. A planta baixa do primeiro exemplo está apresentada na Figura 3.5.



Figura 3.4 - Janela de configuração de laje nervurada (CAD/TQS, versão 13, 2007)



Figura 3.5 - Planta baixa do pavimento tipo do primeiro exemplo

As cargas adotadas para análise foram retiradas da NBR 6120: 1980 – *Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*, que prescreve os valores a serem adotados para sobrecargas de utilização, revestimentos e etc no projeto de edificação.

A Tabela 3.1 mostra as cargas verticais adotadas na análise. Além das cargas verticais (permanente e acidentais), considerou-se cargas horizontais oriundas da ação do vento de acordo com a NBR 6120: 1988 – *Forças devidas ao vento em edificações*.

Discriminação	Carga
Permanentes (Distribuida):	(kN/m^2)
Peso Próprio. Laje	Automático pelo TQS
Revestimento	1,50
Alvenaria (posição não definida)	1,00
Permanentes (Distribuída Linearmente	(kN/m)
Permanentes (Distribuída Linearmente) Alvenaria de Fechamento (h=2,35m)	(kN/m) 4,58
Permanentes (Distribuída Linearmente) Alvenaria de Fechamento (h=2,35m) Peso .Próprio vigas	(kN/m) 4,58 Automático pelo TQS
Permanentes (Distribuída Linearmente) Alvenaria de Fechamento (h=2,35m) Peso .Próprio vigas	(kN/m) 4,58 Automático pelo TQS (kN/m ²)
Permanentes (Distribuída Linearmente) Alvenaria de Fechamento (h=2,35m) Peso .Próprio vigas Cargas Acidentais:	(kN/m) 4,58 Automático pelo TQS (kN/m ²)

Tabela 3.1 - Cargas verticais adotadas no primeiro exemplo

O autor recomendaria uma carga de alvenaria maior do que 1,00kN/m², levantando-se caso a carga real da alvenaria.

3.3.1.1 - Verificação ao puncionamento

De acordo com o que foi apresentado no item 2.4.1. (recomendações normativas para verificação à punção), foi verificado se a estrutura teria capacidade de resistir aos esforços atuantes de punção nas ligações laje/pilar. A Tabela 3.2 apresenta os esforços nas ligações laje/pilar do pavimento tipo da estrutura íntegra. Os esforços foram retirados do editor de grelha do programa referente ao pavimento Tipo.

PILAR	N _k (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	N _k (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	191,0	38,3	52,3	P14	257,2	48,2	22,0
P2	324,4	31,6	15,5	P15	136,0	37,0	57,8
P3	327,5	54,8	0,0	P16	182,2	6,5	11,3
P4	324,3	32,0	15,5	P17	353,9	5,4	141,1
P5	191,0	38,6	52,3	P18	209,4	61,7	55,2
P6	138,5	34,2	57,7	P19	282,8	20,7	35,6
P7	245,3	41,3	21,6	P20	199,1	51,4	48,7
P8	224,2	26,4	0,2	P21	62,3	8,9	29,8
P9	243,1	41,7	21,0	P22	134,6	4,7	4,5
P10	134,7	34,6	55,5	P23	86,9	3,1	80,3
P11	135,6	35,4	57,4	P24	34,2	1,1	3,8
P12	250,4	45,2	23,1	P25	41,0	10,4	1,8
P13	206,3	13,6	1,8				

Tabela 3.2 - Esforços nas ligações laje/pilar do pavimento tipo da estrutura íntegra

Considerando a simetria da estrutura, foram verificadas as ligações: P2, P3, P7 e P8. Os esforços para o cálculo da tensão de cisalhamento nos perímetros críticos e as dimensões dos pilares são apresentados na Tabela 3.3. As orientações dos vetores momentos e dimensões dos pilares seguem conforme a Figura 3.6. Observa-se na Figura 3.6 que o momento M1 está atuando em torno do eixo x e o momento M_2 está atuando em torno do eixo y

PILAR	N _k (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	C ₁ (cm)	C ₂ (cm)
P2	324,4	31,6	15,5	40,0	80,0
P3	327,5	54,8	0,0	40,0	80,0
P7	245,3	41,3	21,6	40,0	80,0
P8	224,2	26,4	0,2	40,0	80,0

Tabela 3.3 - Esforços e dimensões dos pilares



Figura 3.6 - Orientação dos vetores momentos e dimensões do pilar

O cálculo da altura útil para todas as ligações verificadas foi feito de acordo com a equação 3.1, sendo dx e dy indicados na Figura 3.7. A Tabela 3.4 mostra os valores do cálculo da altura útil e da taxa geométrica de armadura (ρ). Para o cálculo das taxas ρx e ρy , foi considerada uma faixa de largura igual à dimensão do pilar, mas 3.d para cada lado.

$$d = (dx + dy)/2$$
 (3.1)



Figura 3.7 - Dados para o cálculo da altura útil "d"

	Alt	ura	Armadura de Flexão		Altura útil			Taxa de Armadura				
PILAR	h (cm)	Cob. (cm)	Ø1 (mm)	S 1 (cm)	Ø2 (mm)	S 2 (cm)	dy (cm)	dx (cm)	d (cm)	$\rho_{\rm x}$	ρ _y	ρ
P2	30,0	2,0	12,5	10,0	12,5	12,5	27,4	26,1	26,8	0,46%	0,37%	0,41%
P3	30,0	2,0	12,5	12,5	12,5	15,0	27,4	26,1	26,8	0,37%	0,31%	0,34%
P7	30,0	2,0	12,5	12,5	10,0	10,0	27,4	26,3	26,8	0,37%	0,29%	0,33%
P8	30,0	2,0	10,0	10,0	8,0	10,0	27,5	26,6	27,1	0,29%	0,19%	0,23%

Tabela 3.4 - Altura efetiva e taxa de armadura nas regiões dos pilares

A Tabela 3.5 apresenta as tensões resistentes e atuantes de cálculo nos perímetros críticos especificados em cada norma. As comparações das relações entre as tensões atuantes e resistentes nos perímetros críticos são apresentadas na Figura 3.8.

Tabela 3.5 - Tensão cisalhamento resistente e atuante nos perímetros críticos (MPa)

Normas	Tensões	P2	P3	P7	P8
	τ _{Rd2}	4,34	4,34	4,34	4,34
NRD 6118	$ au_{Sd2}$	0,98	1,03	1,03	0,63
	τ _{Rd1}	0,52	0,49	0,48	0,43
	τ _{Sd1}	0,34	0,35	0,28	0,23
	$\nu_{Rd, max}$	7,50	7,50	7,50	7,50
FUDOCODE	ν_{sd}	0,98	1,03	1,03	0,63
LUNOCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,48	0,45	0,45	0,40
	ν_{sd}	0,34	0,35	0,28	0,23
ACI	φv _n	1,24	1,24	1,24	1,24
ACI	ν _u	0,42	0,44	0,36	0,28

 τ_{Rd2} – Tensão resistente de cálculo no perímetro c; τ_{Sd2} - Tensão atuante de cálculo no perímetro c; τ_{Rd1} - Tensão resistente de cálculo no perímetro c'; τ_{Sd1} - Tensão atuante de cálculo no perímetro c; $\nu_{Rd, max}$ - Tensão resistente de cálculo no perímetro c; ν_{sd} - Tensão atuante de cálculo no perímetro c; $\nu_{Rd, max}$ - Tensão resistente de cálculo no perímetro c; ν_{u} - Tensão atuante de cálculo no perímetro c; ν_{u} - Tensão atuante de cálculo no perímetro c; ν_{u} - Tensão de cisalhamento nominal resistente minorada; ν_{u} - Tensão de cisalhamento atuante.



Figura 3.8 - Relação tensão atuante / tensão resistente nos perímetros críticos

Ao observar a Figura 3.8, onde é mostrada a relação entre tensão atuante e tensão resistente, constatou-se que não há necessidade de utilização de armadura de cisalhamento em nenhuma das ligações verificadas, confirmando as especificações do projeto original. Deve-se observar também que as tensões podem ser comparadas entre as normas, mas como as tensões são calculadas em perímetros diversos pelas normas, a comparação que efetivamente vai mostrar a diferença de abordagens entre as normas é a da carga resistente por cada norma para cada ligação laje / pilar. Observa-se no Apêndice D que para a maioria dos casos o ACI 318M: 2005 é menos conservador que a NBR 6118: 2003, a menos, por exemplo, a partir de 1,2% de taxa de armadura, para resistência do concreto = 25 MPa, e a partir de 1,5% de taxa de armadura, para resistência do concreto = 40 MPa.

3.3.1.2 – Cálculo da armadura contra o colapso progressivo

A armadura recomendada para evitar o colapso progressivo foi apresentada no item 2.4.2 (Recomendações de norma para evitar o colapso progressivo). A Tabela 3.6 apresenta os resultados de cálculo pelas normas NBR 6118: 2003 e CEB/90, e pela proposta de cálculo de MELO.

Normas	Tensões	P2	P3	P7	P8
	Fsd (kN)	454,2	458,4	343,5	313,9
NBR 6118	fyd (kN/cm ²)	43,5	43,5	43,5	43,5
_	As (cm ²)	10,4	10,5	7,9	7,2
	Fsd (kN)	486,6	491,2	368,0	336,3
CEB/90	fyd (kN/cm ²)	43,5	43,5	43,5	43,5
	As (cm ²)	11,2	11,3	8,5	7,7
Proposta	Fsd (kN)	454,2	458,4	343,5	313,9
de MELO	fu (kN/cm ²)	57,5	57,5	57,5	57,5
1990	As (cm ²)	18,0	18,1	13,6	12,4

Tabela 3.6 - Verificação da armadura de prevenção ao colapso progressivo

A Figura 3.9 mostra o comparativo das áreas de aços obtidas pelas duas normas e pela proposta de cálculo de MELO. Observa-se que o cálculo da armadura de prevenção ao colapso progressivo feito pela proposta de MELO (1990) apresentou os maiores valores de área de aço para todas as ligações analisadas. A NBR 6118: 2003 e CEB/90 apresentaram valores muito próximos, visto ser a diferença entre as duas normas apenas os coeficientes de majoração das cargas. Para os pilares P2 e P3, por exemplo, as áreas de aços obtidas por meio da proposta de cálculo de Melo foram 73% superiores as áreas de aços obtidas por meio da NBR 6118: 2003.



Figura: 3.9 - Gráfico comparativo das armaduras de prevenção ao colapso progressivo

Sabendo que o projeto original não fez uso da armadura de colapso progressivo nas ligações laje/pilar, e considerando que a armadura positiva que transpassa os pilares, poderia exercer a

função de armadura de colapso progressivo caso esteja bem ancorada, comparou-se as áreas de aço obtidas pelas duas normas e pela proposta de MELO (1990) em todas as ligações com as áreas de aço existentes obtidas pelas armaduras positivas. Conclui-se que todas as ligações verificadas estão com áreas de aço (obtidas pelas armaduras positivas – 5,74cm²) inferiores às áreas de aço especificadas pelas duas normas e pela proposta de MELO conforme a tabela 3.6.

3.3.1.3 – Comportamento pós-puncionamento

A analise do comportamento pós-puncionamento foi realizada a partir da verificação da redistribuição de carregamento no pavimento, provocado por uma perda parcial ou completa de uma ligação laje/pilar susceptível ao puncionamento. Os esforços encontrados na estrutura com perda completa de uma das ligações foram comparados com os encontrados nas simulações da estrutura íntegra. Assim, avaliou-se o comportamento do pavimento tipo da estrutura diante de uma ruptura local. Considerando a simetria da estrutura, as análises foram realizadas para as ligações laje/pilar internas (P2, P3, P7 e P8). Os pilares de borda e de canto não foram verificados devido a presença de vigas, o que impossibilitava uma ruptura por puncionamento. Mas, o autor recomenda que seja verificada uma nova análise, pois não é possível se garantir qual a pior situação.

A – Ruptura do pilar P2

A Tabela 3.7, apresenta as reações nos apoios após a ruptura total da ligação laje/pilar em torno do pilar P2. Em seguida, na Figura 3.10, os valores das reações são apresentados graficamente em valores percentuais.

	NT	14	140		NT	14	1/2
PILAR	IN _k	MI	M2	PILAR	IN _k	MI	M2
TILAN	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	IILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	291,5	157,9	133,6	P14	258,0	48,1	21,8
P2	-	-	-	P15	136,1	36,8	57,9
P3	493,9	210,7	80,0	P16	182,4	6,5	11,8
P4	304,8	20,0	19,5	P17	354,2	5,5	141,0
P5	183,2	26,2	51,3	P18	209,2	62,1	55,3
P6	142,7	31,2	71,9	P19	284,2	19,3	35,7
P7	366,1	209,3	28,8	P20	199,0	51,5	48,6
P8	226,3	23,5	12,6	P21	62,3	8,9	29,8
P9	237,1	39,2	26,4	P22	134,9	4,4	4,5
P10	136,8	36,6	56,9	P23	86,7	3,1	80,3
P11	133,6	34,1	55,5	P24	34,2	1,1	3,9
P12	214,1	70,4	23,0	P25	41,0	10,4	1,8
P13	203,3	13,8	4,5				

Tabela 3.7 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após a ruptura do P2



Figura 3.10 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após o puncionamento de P2

Observa-se na Figura 3.10, com a ruptura em P2 a ligação mais comprometida foi a do pilar P3 com um acréscimo de 50,8% em relação a sua carga original. Admitindo-se uma resistência residual de 15% na ligação P2 (MELO, 1990), o acréscimo de carga para a ligação P3 cairia para 43,2%. Se alem disso, tivesse sido utilizada a armadura de prevenção ao colapso progressivo na ligação P2, e admitindo que com esta armadura a resistência residual aumentasse de 15% para 50% (MELO,1990), o acréscimo de carga cai para 25,5%.

A nova verificação ao puncionamento para o pilar P3, em função da ruptura por puncionamento da ligação laje/pilar P2, é apresentada nas tabelas 3.8 e 3.9, e nas figuras 3.11 e 3.12. Foram consideradas duas situações: na primeira (Tabela 3.8 e Figura 3.11), admitiu-se que a ligação em P2 teria uma resistência residual de 15% (sem armadura de prevenção ao colapso progressivo em P2); na segunda verificação (Tabela 3.9 e Figura 3.12), considerou-se que a ligação em P2 teria uma resistência de 50% (presença da armadura de prevenção ao colapso progressivo em P2). Lembrando que nas duas verificações após o puncionamento, considera-se que na ligação puncionada, P2, perde-se a capacidade de absorver momento e possui apenas capacidade de absorver 15% ou 50% da reação vertical em relação a sua carga original. Os resultados das redistribuições de cargas considerando resistência residual de 15% e 50% na ligação puncionada são apresentados no anexo C.

Normas	Tensões	P3
NDD (110	$\tau_{\rm Rd2}$	4,34
	τ_{Sd2}	2,52
INDK 0118	τ_{Rd1}	0,49
-	τ_{Sd1}	0,68
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	7,50
EUROCODE -	ν_{sd}	2,52
	ν _{Rd,c}	0,45
-		i

 ν_{sd}

φv_n

ν_u

ACI

0,68

0,90

Tabela 3.8 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P3 após a ruptura do P2 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.11 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P3 após a ruptura do P2 considerando resistência residual de 15%

Observa-se na Figura 3.11 que com a ruptura da ligação P2, as verificações feitas segundo as recomendações das normas NBR 6118: 2003 e EUEOCODE 2: 2002 indicam que é praticamente certa outra ruptura por punção na ligação P3. Com 15% de resistência residual na ligação do pilar P2, a tensão atuante pelo EUROCODE 2: 2002 foi 1,50 vezes superior à tensão resistente. Já a tensão atuante obtida pela NBR 6118: 2003 foi 1,38vezes maior que a tensão resistente. Enquanto que pelo ACI 318M: 2005, o resultado da tensão atuante ficou 27% abaixo que o resultado da tensão resistente.

Normas	Tensões	P3
	$ au_{{\scriptscriptstyle Rd}2}$	4,34
NDD (110	$ au_{Sd2}$	1,89
NBK 0118 ·	$ au_{{\scriptscriptstyle Rd}1}$	0,49
	$ au_{Sd1}$	0,54
	$v_{Rd, max}$	7,50
FUDOCODE	ν_{sd}	1,89
EUROCODE	$v_{Rd,c}$	0,45
	ν_{sd}	0,54
ACI	φv _n	1,24
AU	ν _u	0,70

Tabela 3.9 - Tensö	ões resistentes e atuan	ites nos perímetros	críticos (MPa)	para a l	ligação
do pilar P3	após a ruptura do P2	considerando resis	tência residual	de 50%	1



Figura 3.12 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação do pilar P3, após o puncionamento do P2 considerando resistência residual de 50%.

Nota-se na Figura 3.12, que mesmo com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo em P2, ainda seria provável a ruptura por puncionamento da laje em torno da ligação P3, calculando-se pela NBR 6118:2003 e pelo EUROCODE 2: 2002. Obviamente, houve uma redução nos valores das tensões atuantes pelas duas normas, porém os valores permanecem ainda elevados. As tensões atuantes pelo EUROCODE 2: 2002 e pela NBR 6118: 2003 foram respectivamente 1,20 vezes e 1,10 vezes maiores que as tensões resistentes, enquanto que pelo ACI 318M: 2005 a tensão atuante estaria 43% abaixo da resistente.

Como nas duas verificações acima (15% e 50% de resistência residual na ligação P2) indicaram que há necessidade de armadura de combate à punção em torno do pilar P3 e sabendo que no projeto original não foi utilizada armadura de punção, pode-se concluir que é praticamente certa uma nova ruptura por puncionamento da laje em torno do pilar P3 pelas analises do EUROCODE 2: 2002 e NBR 6118: 2003, podem assim levar a estrutura ao colapso.

B – Ruptura do pilar P3

Na Tabela 3.10 são apresentadas às reações de apoio nas ligações laje/pilar após a ruptura total da ligação em torno do pilar P3, e estes resultados poderão ser observados graficamente em valores percentuais na Figura 3.13.

PILAR	N_k	M1	M2	PILAR	N _k	M1	M2
	(kN)	(kN.m)	(kN.m)		(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	161,3	2,8	49,4	P14	254,3	48,7	24,3
P2	481,0	183,1	53,9	P15	135,7	37,9	57,9
P3	-	-	-	P16	185,2	6,8	11,3
P4	480,9	183,5	53,9	P17	354,4	5,5	140,2
P5	161,3	2,6	49,5	P18	209,3	61,3	55,2
P6	136,3	35,5	52,7	P19	282,9	20,5	35,5
P7	248,2	40,0	8,8	P20	199,1	51,0	48,7
P8	341,3	181,5	0,3	P21	61,5	8,8	29,8
P9	245,8	40,1	8,5	P22	134,3	4,6	4,5
P10	132,5	35,9	50,5	P23	86,7	3,1	80,2
P11	135,3	36,3	57,5	P24	34,2	1,1	3,9
P12	247,1	45,6	25,7	P25	40,9	10,4	1,8
P13	166,4	38,7	2,0				

Tabela 3.10 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento do P3



Figura 3.13 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após o puncionamento do P3

Observa-se que com a ruptura da ligação P3, a ligação mais comprometida é a do pilar P8, com um acréscimo de carga de 52,2%. Este acréscimo de carga poderia ser reduzido para 44,4%, se for considerado a resistência residual de 15% na ligação do pilar P3 (MELO, 1990). Ainda de acordo com MELO (1990), considerando uma resistência residual de 50% com o uso de armadura de prevenção ao colapso progressivo no pilar P3, o acréscimo do pilar P8 reduziria para 26,1%.

A nova verificação ao puncionamento para a ligação do pilar P8, em função da ruptura por puncionamento da laje em P3, é apresentada nas tabelas 3.11 e 3.12 e nas figuras 3.14 e 3.15.

Normas	Tensões	P8
	$ au_{{\scriptscriptstyle Rd}2}$	4,34
NDD 6119	$ au_{Sd2}$	1,58
NDK 0110 -	$ au_{ m Rd1}$	0,43
	$ au_{Sd1}$	0,44
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	7,50
FUDOCODE	ν_{sd}	1,58
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,40
	ν_{sd}	0,44
ACI	φv _n	1,24
ACI	ν	0,58

Tabela .3.11 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P8 após a ruptura do P3 considerando resistência residual de 15%

A exemplo das verificações anteriores foram consideradas duas situações: na primeira (Tabela 3.11 e Figura 3.14), considerou-se que a ligação em P3 teria uma resistência residual de 15%; e na segunda verificação (Tabela 3.12 e Figura 3.15), considerou-se que a ligação em P3 teria uma resistência residual de 50% Os resultados das redistribuições de cargas considerando resistência residual de 15% e 50% na ligação puncionada (P3) são apresentados no anexo C.



Figura 3.14 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação do pilar P8, após o puncionamento do P3 considerando resistência residual de 15%

Nota-se na Figura 3.14 que ao considerar na ligação puncionada (P3) resistência residual de 15%, os valores das tensões atuantes apresentados pelo EUROCODE 2: 2002 e pela NBR 6118: 2003 estão 11% e 3% acima dos valores das tensões resistentes. Com base no resultado do ACI 318M: 2005 a tensão atuante estaria 53% abaixo da resistente. Pode-se considerar então que existe ainda a possibilidade que ocorra uma nova ruptura por puncionamento da laje em P8, segundo o EUROCODE 2: 2002 e pela NBR 6118: 2003.

Normas	Tensões	P8
NBR 6118	$ au_{{\scriptscriptstyle Rd}{\scriptscriptstyle 2}}$	4,34
	$ au_{Sd2}$	1,16
	$ au_{ m Rd1}$	0,43
	$ au_{Sd1}$	0,35
FUDOCODE	$\nu_{\text{Rd, max}}$	7,50
	ν_{sd}	1,16
EUROCODE	$\nu_{Rd,c}$	0,40
	ν_{sd}	0,35
ACI	φv _n	1,24
	vu	0,44

Tabela 3.12 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P3 após a ruptura do P8 considerando resistência residual de 50%



Figura 3.15 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação do pilar P8, após puncionameto do P3 considerando resistência residual de 50%.

Com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo em P3 (Figura 3.15) a situação não se torna crítica por nenhuma das três normas analisadas. Mesmo pelo EUROCODE 2: 2002, que apresentou os maiores valores das tensões atuantes nas verificações anteriores, foi apresentada tensão atuante 13% abaixo da tensão resistente. Dessa forma, conclui-se que é muito remota a possibilidade que ocorra uma ruptura por puncionamento na laje em torno do pilar P8, utilizando a armadura de prevenção ao colapso progressivo na ligação P3, com as demais características da estrutura sendo preservadas.

C – Ruptura do pilar P7

Na Tabela 3.13 são apresentadas às reações de apoio para as ligações laje/pilar após a ruptura total da ligação laje/pilar em torno do pilar P7, e estes resultados podem ser observados graficamente em valores percentuais na Figura 3.16.

			-				
PILAR	Nk	M1	M2	PILAR	Nk	M1	M2
	(k N)	(kN.m)	(kN.m)		(k N)	(kN.m)	(kN.m)
P1	193,1	23,1	61,7	P14	255,5	48,4	23,8
P2	398,9	106,2	19,6	P15	136,2	37,0	58,1
P3	330,1	35,2	8,9	P16	178,1	6,5	4,3
P4	321,5	33,8	17,9	P17	354,1	5,4	140,4
P5	192,2	39,6	52,8	P18	207,8	63,6	53,2
P6	145,6	38,3	88,2	P19	270,4	34,5	34,5
P7	-	-	-	P20	199,1	51,3	48,7
P8	242,0	28,7	27,3	P21	62,4	9,2	30,1
P9	238,7	40,8	24,7	P22	135,0	5,9	4,6
P10	135,0	34,7	56,0	P23	86,9	3,1	80,3
P11	145,2	29,6	65,5	P24	34,7	1,2	3,7
P12	398,5	148,0	26,0	P25	40,9	10,4	1,8
P13	213,6	12,0	7,3				

Tabela 3.13 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento do P7



Figura 3.16 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após o puncionamento do P7

Observa-se na Figura 3.16 que com a ruptura da ligação P7, a ligação mais comprometida é a da ligação do pilar P12, com um acréscimo de carga de 59,1%. Este acréscimo de carga poderia ser reduzido para 50,3%, se for considerado a resistência residual de 15% na ligação do pilar P7, e para 29,5% se a resistência residual considerada for de 50%.

A nova verificação ao puncionamento para a ligação do pilar P12, em função da ruptura por puncionamento da laje em P7, é apresentada nas tabelas 3.14 e 3.15 e nas figuras 3.17 e 3.18.

Normas	Tensões	P12
NBR 6118	$ au_{ m Rd2}$	4,34
	$ au_{Sd2}$	1,64
	$ au_{ m Rd1}$	0,48
	$ au_{Sd1}$	0,48
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	7,50
EUDOCODE	ν_{sd}	1,64
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,45
-	ν_{sd}	0,48
ACI	φv _n	1,24
	ν _u	0,62

Tabela 3.14 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P12 após a ruptura do P7 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.17 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação do pilar P12, após o puncionamento do P7 considerando resistência residual de 15%

Observa-se na Figura 3.17, que apenas a verificação feita pelo EUROCODE 2: 2002 apresentou a tensão atuante maior que a tensão resistente, indicando assim a possibilidade de

ruptura por punção na ligação P12. Tanto pela NBR 6118: 2003 quanto pelo ACI 318M: 2005 as tensões atuantes apresentaram valores inferiores que as tensões resistentes.

Normas	Tensões	P12
NBR 6118	$ au_{ m Rd2}$	4,34
	$ au_{Sd2}$	1,13
	$ au_{{\scriptscriptstyle Rd}1}$	0,48
	$ au_{Sd1}$	0,36
	$\nu_{Rd, max}$	7,50
FUDOCODE	ν_{sd}	1,13
EUROCODE	$\mathbf{PE} \frac{\mathbf{v}_{sd}}{\mathbf{v}_{Rd,c}} = 0,$	0,45
	ν_{sd}	0,36
ACI	φν _n	1,24
	ν _u	0,46

Tabela 3.15 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P12 após a ruptura do P7 considerando resistência residual de 50%



Figura 3.18 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação do pilar P12, após puncionameto do P7 considerando resistência residual de 50%

Observa-se na Figura 3.18, com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo em P7, os valores das tensões atuantes apresentaram resultados inferiores que os resultados das tensões resistentes pelas três normas em estudo. Dessa forma, conclui-se que não existe a

possibilidade que ocorra uma ruptura por puncionamento na laje em torno do pilar P12 quando se utiliza armadura de prevenção ao colapso progressivo na ligação P7, com as demais características da estrutura sendo preservadas.

D – Ruptura do pilar P8

Na Tabela .3.16 são apresentados às reações de apoio para os pilares adjacentes, após a ruptura total da ligação laje/pilar em torno do pilar P8, e graficamente estes resultados são apresentados em valores percentuais na Figura 3.19.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	190,5	-41,5	50,2	P14	264,3	47,0	13,4
P2	326,3	-14,3	-7,3	P15	134,7	37,4	-56,5
P3	392,6	66,7	0,0	P16	154,3	-4,4	-12,9
P4	326,0	-14,8	7,4	P17	348,0	-4,8	148,2
P5	190,5	-41,8	-50,2	P18	209,4	61,8	55,3
P6	135,9	-33,2	54,6	P19	281,7	21,2	-36,4
P7	261,0	-43,4	1,2	P20	199,0	51,5	-48,8
P8	-	-	-	P21	69,9	-10,4	30,5
P9	258,0	-43,3	-1,1	P22	136,7	4,4	-4,4
P10	132,1	-33,6	-52,5	P23	88,2	-3,2	-80,6
P11	134,3	35,8	56,0	P24	34,2	-1,1	3,9
P12	256,8	44,0	-15,1	P25	41,1	-10,5	-1,7
P13	350,7	-150,4	2,5				

Tabela 3.16 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento do P8



Figura 3.19 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após o puncionamento do P8

Observa-se que com a ruptura em P8, a ligação laje/pilar mais comprometida é a do pilar P13, com um acréscimo de carga de 69,9%. Este acréscimo de carga poderia ser reduzido para 59,4%, se for considerado a resistência residual de 15% na ligação do pilar P8, e para 34,9% se a resistência residual considerada for de 50%.

A nova verificação ao puncionamento para a ligação do pilar P13, em função da ruptura por puncionamento da laje em P8, é apresentada nas tabelas 3.17 e 3.18 e nas figuras 3.20 e 3.21.
Normas	Tensões	P13
	$ au_{ m Rd2}$	4,34
NDD 6119	$ au_{Sd2}$	1,41
NBR 6118	$ au_{ m Rd1}$	0,43
	$ au_{Sd1}$	0,42
	$v_{Rd, max}$	7,50
FUDOCODE	ν_{sd}	1,41
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,40
	ν_{sd}	0,42
	φv _n	1,24
ACI	ν _u	0,53

Tabela 3.17 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P13 após a ruptura do P8 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.20 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação do pilar P13, após o puncionamento do P8 considerando resistência residual de 15%

Como pode ser observado na Figura 3.20, apenas pelo EUROCODE 2: 2002 a ligação laje/pilar P13 apresentou a tensão atuante superior à tensão resistente (tensão atuante 1,04 vezes maior que a tensão resistente), indicando assim, a possibilidade de puncionamento. Tanto pela NBR 6118: 2003 quanto pelo ACI 318M: 2005 as tensões atuantes apresentaram valores inferiores que as tensões resistentes, indicando que a ligação P13 resiste à redistribuição dos esforços, provocada pela ruptura da ligação laje/pilar P8 (15% de resistência residual).

Normas	Tensões	P13
	$ au_{ m Rd2}$	4,34
NDD (110	$ au_{Sd2}$	0,99
NDK 0110	$ au_{ m Rd1}$	0,43
	$ au_{Sd1}$	0,32
	$v_{Rd, max}$	7,50
FUDOCODE	ν_{sd}	0,99
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,40
	ν_{sd}	0,32
	φν _n	1,24
ACI	ν _u	0,40

Tabela 3.18 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P13 após a ruptura do P8 considerando resistência residual de 50%



Figura 3.21 - Relação tensão atuante / Tensão resistente no perímetro crítico da ligação do pilar P13, após puncionameto do P8 considerando resistência residual de 50%

Observa-se na Figura 3.21, com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo em P8, as tensões atuantes apresentaram resultados inferiores que os resultados das tensões resistentes para todas as normas utilizadas (NBR 6118: 2003, EUROCODE 2: 2002 e ACI 318M: 2005). Assim, utilizando a armadura de prevenção ao colapso progressivo na ligação P8, forneceria resistência suficiente para evitar uma ruptura por puncionamento na laje em torno do pilar P13, com as demais características da estrutura sendo preservadas.

3.3.1.4 – Verificação utilizando configurações de linhas de ruptura

Neste item, o comportamento do pavimento estudado é também analisado pelo Método das Charneiras Plásticas ou Método das Linhas de Ruptura, em decorrência de uma ruptura localizada, em uma ligação laje/pilar.

Analisou-se o pavimento a partir da perda do apoio P3, sem que este possua nenhuma resistência residual. O mecanismo de linha de ruptura adotado para laje nas condições citadas acima é apresentado na Figura 3.22. Para este mecanismo, admitiu-se que com a perda do apoio P3, a laje redistribuiu os esforços verticais para as regiões dos pilares adjacentes, formando uma linha de ruptura positiva que inicia no pilar P8 e passa pelo pilar P3, e linhas de rupturas negativas nas regiões definidas como mais rígidas, contornando os pilares P2, P8 e P4. Após a formação das linhas a laje é dividida em partes planas que só experimentam movimentos de rotação. Portanto, a partir da configuração admitida para a linha de ruptura, foi determinada a resistência de flexão do pavimento. A Figura 3.23 mostra a configuração de ruptura possível para a laje após a aplicação de um deslocamento virtual δ no ponto G. Em seguida, a figura 3.24 mostra as partes planas que giraram em torno das linhas de ruptura negativas, após o ponto G (P3) sofre um deslocamento vertical unitário.

A armadura utilizada na laje é apresentada nas figuras 3.25 a 3.28, sendo as armaduras longitudinais e transversais positivas nas duas primeiras (Figura 3.25 e Figura 3.26) e as armaduras longitudinais e transversais negativas nas duas ultimas (Figura 3.27 e Figura 3.28). Os momentos de plastificação positivos na direção x são mostrados na Figura 3.29, os momentos de plastificação negativos nas direções x e y são mostrados nas figuras 3.30 e 3.31. A seguir são apresentados sucintamente os cálculos para a configuração de linha de ruptura adotada.



Figura 3.22- Configuração da linha de ruptura adotada para a laje do primeiro exemplo



Figura 3.23 - Possível configuração das linhas de ruptura no pavimento após aplicação de um deslocamento virtual δ no ponto G



Figura 3.24 – Posição deformada da laje após um deslocamento unitário



Figura 3.25 - Armadura positiva longitudinal (Primeiro Exemplo)



Figura 3.26 – Armadura positiva transversal (Primeiro Exemplo)



Figura 3.27 – Armadura negativa longitudinal (Primeiro Exemplo)



Figura 3.28 - Armadura negativa transversal (Primeiro Exemplo)



Figura 3.29 - Momentos de plastificação positivo na direção x



Figura 3.30 - Momentos de plastificação negativo na direção x



Figura 3.31 - Momentos de plastificação negativo na direção y

Com a geometria e os momentos de plastificação definidos, aplicou-se o Principio dos Trabalhos Virtuais para o cálculo da linha de ruptura, impondo um deslocamento conhecido δ (δ =GG') ao ponto G (Figura 3.23). Dessa forma calculou-se o trabalho interno exigido pelas placas de laje para se deformarem (equação 2.45) e o trabalho externo desenvolvido pelas cargas (equação 2.46).

Cálculo do trabalho externo

O trabalho virtual externo é igual ao produto da carga (q) pelo volume do espaço situado entre o plano médio da laje horizontal e sua configuração deformada, como pode ser visto na Figura 3.32.



Figura 3.32 - Volume limitado pela laje deformada e pelo plano de sua posição inicial

Dessa forma, sendo o volume da Figura 3.32 igual a 67,00 . δ (m²), o trabalho externo desenvolvido pela carga é de:

 $W_{\text{extweno}} = q \int f ds = q.V ::$ $W_{\text{externo}} = 67, 0.\delta.q(m^2)$

Cálculo do trabalho interno

O trabalho virtual interno, W_{int}, realizado pelos momentos ao longo das linhas de ruptura, é dado por

$$W$$
 int = $\int \theta m ds = \sum_{i=1}^{n} \theta_i m_i l_i$

onde *n* é o número total de linhas de ruptura e θ representa o ângulo de giro relativo entre os painéis nas linhas respectivas.

Para facilitar o cálculo, projetou-se as linhas de rupturas negativas inclinadas segundo os eixos de rotação dos painéis da laje, conforme indicado na Figura 3.33.



Figura 3.33 – Projeção das linhas de rupturas segundo os eixos x e y (CUNHA e SOUZA, 1998)

Para uma linha de ruptura como mostrada na Figura 3.36, temos:

 $W_{\text{int}} = \theta_x \cdot m_j \cdot x + \theta_y \cdot m_j \cdot y$

Linha de ruptura positiva

$$W_{\text{int}^+} = \sum m_i . l_i . \theta_i,$$

$$W_{\text{int}^{+}} = \delta \begin{bmatrix} 5422 \cdot \left(\frac{1}{6,50}x^{2}\right) \cdot 1, 71 + 3330 \cdot \left(\frac{1,20}{6,50}x^{2}\right) \cdot 1, 31 \\ +3330 \cdot \left(\frac{0,85}{3,25}x^{2}\right) \cdot 3, 83 + 7213 \cdot \left(\frac{0,25}{1,20}x^{2}\right) \cdot 1, 15 \end{bmatrix}$$

 $W_{\text{int}^+} = 14591 \cdot \delta;$

Linha de ruptura negativa

$$W_{\text{int}}^{-} = \sum m_i l_i \cdot \theta_i,$$

$$W_{\text{int}}^{-} = \delta. \begin{bmatrix} 10678 \cdot \frac{1}{1,65} \cdot 0, 61 + 12894 \cdot \frac{1}{6,55} \cdot 1, 23 + 2596 \cdot \frac{1}{2,88} \cdot 4, 68 \\ 6752 \cdot \frac{1}{0,75} \cdot 1, 26 + 8224 \cdot \frac{1}{1,06} \cdot 0, 75 + 3456 \cdot \frac{1}{6,55} \cdot 1, 28 + \\ 10678 \cdot \frac{1}{1,65} \cdot 0, 61 + 12894 \cdot \frac{1}{6,55} \cdot 1, 23 + 2596 \cdot \frac{1}{2,88} \cdot 4, 68 \\ 6752 \cdot \frac{1}{0,75} \cdot 1, 26 + 8224 \cdot \frac{1}{1,06} \cdot 0, 75 + 3456 \cdot \frac{1}{6,55} \cdot 1, 28 \end{bmatrix}$$

 $W_{\text{int}} = 56850 \cdot \delta;$

O trabalho interno total é, portanto:

- W int erno = W int⁺ + W int⁻
- $W_{\text{int erro}} = 14591.\delta + 56850.\delta$

 $W_{\text{int erno}} = 71441.\delta$

Aplicando o princípio dos trabalhos virtuais chegamos à carga de ruptura da laje:

|...

$$W$$
 int erno = $W_{externo}$:.

$$71441.\delta = 67.\delta.q::$$

$$q = 1066 \frac{kgf}{m^2} \Longrightarrow 10,66 \frac{kN}{m^2}$$

Observa-se que a carga de colapso encontrada para a configuração adotada foi maior que a carga prevista para atuar no pavimento (7,75 kN/m²). Portanto, pode-se concluir que não há possibilidade do colapso se propagar, já que a carga prevista para atuar na estrutura está 27% abaixo que a carga de colapso. Vale ressaltar que nesta análise, não foi admitida nenhuma resistência residual na ligação laje/pilar em P3. Com esta consideração a situação poderia ser ainda mais amenizada, especialmente com a utilização de armadura de combate ao colapso progressivo, que possibilitaria uma resistência residual de 50%.

3.3.2 – Segundo exemplo

A estrutura do segundo exemplo consta de um edifício residencial de seis pavimentos em laje nervurada bi-direcional com 30 cm de espessura, com pé direito de 2,88m, e dois núcleos rígidos (uma caixa de elevador e uma caixa de escada). O edifício possui ainda como características: vigas de borda nas extremidades do pavimento, interligando os pilares de extremidades e de canto, e aberturas em laje para passagem de tubulações de condutos elétricos, mecânicos ou hidráulicos. A Figura 3.34 mostra a planta baixa do segundo exemplo. As características das dimensões das nervuras utilizadas na laje do projeto original são definidas na Figura 3.35. No projeto original não foram empregadas armaduras de cisalhamento nas ligações laje/pilar. A resistência característica do concreto considerada em projeto foi de 30MPa.

A Tabela 3.19 mostra os valores das cargas verticais (permanente e acidental). De forma semelhante ao exemplo anterior, considerou-se cargas horizontais oriundas da ação do vento de acordo com a NBR 6123: 1988 – *Forças devidas ao vento em edificações*.



Figura 3.34 - Planta baixa do pavimento Tipo do segundo exemplo

Maciça Nervurada R	Vervurada T 🛛 Vig	ota T	reliçada Pré-fabricada
Laje nervurada de seçã Capa n (cm) n 4 Dimensões de formas:	io trapezoidal Altura da Enchim ervura (cm) (tf/m 21 0 Horiz Vertical	ento n3)	Espaçamento
Espaçamento superior Espaçamento inferior Inércia Volume de forma	9 9 5 5 0 0 0 cm3	cm cm cm4	Fabricante Bloco XPlast XPlast 600 Capa 4 H 21 Xtex XPlast 600 Capa 5 H 21 XCol - Plastica XPlast 600 Capa 6 H 21 Atex Ulma

Figura 3.35 - Janela de configuração da laje nervurada do segundo exemplo (CAD/TQS, versão 13, 2007)

Discriminação	Carga
Permanentes (Distribuida):	(kN/m^2)
Peso Próprio. Laje	Automático pelo TQS
Revestimento	1,50
Alvenaria (posição não definida)	1,00
Permanentes (Distribuída Linearmente)	(kN/m)
Alvenaria de Fechamento (h=2,28m)	4,44
Peso .Próprio vigas	Automático pelo TQS
	(kN/m^2)
Cargas Acidentais:	
Sobrecargas (edificios Residêncial)	1,50

Tabela 3.19 - Cargas adotadas no segundo exemplo

O autor recomendaria uma carga de alvenaria maior que 1,00kN/m², levantando-se caso a caso a carga real da alvenaria.

3.3.2.1 – Verificação ao puncionamento

O mesmo processo de analise do exemplo anterior foi repetido para este exemplo. A Tabela 3.20 apresenta os esforços nas ligações laje/pilar do pavimento tipo da estrutura íntegra retirados do editor de grelha do programa TQS. Considerando a simetria da estrutura, foram verificadas as ligações laje/pilar: P2, P3, P4, P5, P14, P15 e P16 (Figura 3.34). Os pilares de borda e de canto não foram verificados devido à presença de vigas, o que impossibilitava uma ruptura por puncionamento. Mas, o autor recomenda que seja verificada uma nova análise, pois não é possível se garantir qual a pior situação.

PILAR	N _k	M1	M2	PILAR	N _k	M1	M2
	(KN)	(KN.M)	(KN.M)		(KN)	(KN.M)	(KN.M)
P1	123,5	34,1	11,5	P17	133,1	0,4	26,3
P2	244,5	55,7	7,6	P18	127,1	1,0	24,6
P3	107,7	15,4	1,7	P19	96,3	0,5	7,9
P4	139,9	38,4	0,3	P20	88,0	4,6	0,9
P5	155,8	69,9	0,3	P21	86,6	4,6	0,8
P6	142,0	45,4	0,0	P22	26,3	0,1	0,1
P7	129,5	21,7	0,9	P23	25,3	0,1	0,2
P8	177,5	3,5	4,7	P24	122,9	33,5	11,5
P9	68,6	24,2	13,6	P25	243,3	57,4	7,5
P10	82,2	8,6	1,0	P26	110,5	16,9	1,8
P11	87,5	10,4	1,1	P27	139,9	38,2	0,4
P12	217,0	15,5	1,7	P28	151,0	73,2	0,3
P13	174,8	0,3	3,1	P29	141,5	44,7	0,1
P14	207,0	1,1	80,8	P30	131,9	24,0	0,9
P15	99,0	0,4	9,9	P31	176,9	6,5	4,7
P16	128,0	0,3	28,0	P32	68,5	26,4	14,1

Tabela 3.20 - Esforços nas ligações laje/pilar do pavimento tipo, estrutura íntegra

Os esforços para o cálculo da tensão resistente e atuante nos perímetros críticos e as dimensões dos pilares são apresentados na Tabela 3.21. As orientações dos momentos M1 e M2 seguem as mesmas orientações estabelecidas na Figura 3.6.

PILAR	N _k (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	C_1 (cm)	C ₂ (cm)
P2	244,5	55,7	7,6	18,0	77,0
P3	107,7	15,4	1,7	18,0	77,0
P4	139,9	38,4	0,3	18,0	77,0
P5	155,8	69,9	0,3	18,0	77,0
P14	207,0	1,1	80,8	77,0	20,0
P15	99,0	0,4	9,9	77,0	20,0
P16	128,0	0,3	28,0	77,0	20,0

Tabela 3.21 - Cargas e dimensões dos pilares

Os valores necessários para o cálculo da altura efetiva e valor da taxa de armadura para todas as ligações verificadas podem ser visto na Tabela 3.22.

Altura			Ar	madura	ı de Flez	xão	Altura útil			Taxa de Armadura		
PILAR	h (cm)	Cob. (cm)	Ø1 (mm)	S 1 (cm)	Ø2 (mm)	S 2 (cm)	dy (cm)	dx (cm)	d (cm)	$\rho_{\rm x}$	ρ	ρ
P2	25,0	2,0	12,5	12,5	10,0	10,0	22,4	21,3	21,8	0,45%	0,36%	0,40%
P3	25,0	2,0	12,5	20,0	10,0	10,0	22,4	21,3	21,8	0,28%	0,36%	0,32%
P4	25,0	2,0	10,0	12,5	8,0	12,5	22,5	21,6	22,1	0,28%	0,18%	0,23%
P5	25,0	2,0	12,5	12,5	10,0	20,0	22,4	21,3	21,8	0,45%	0,18%	0,28%
P14	25,0	2,0	10,0	10,0	8,0	10,0	22,5	21,6	22,1	0,36%	0,23%	0,28%
P15	25,0	2,0	10,0	10,0	8,0	10,0	22,5	21,6	22,1	0,36%	0,23%	0,28%
P16	25,0	2,0	12,5	12,5	8,0	12,5	22,4	21,4	21,9	0,45%	0,18%	0,29%

Tabela 3.22 - Altura efetiva e taxa de armadura nas regiões próxima aos pilares

Os valores das tensões resistentes e tensões de cálculo atuantes nos perímetros críticos nas ligações laje/pilar P2, P3, P4, P5, P14, P15 e P16 pelas três normas em estudo são apresentados na Tabela 3.23. A comparação entre as tensões atuantes e resistentes de cálculo nos perímetros críticos, é apresentada na Figura 3.36.

Normas	Tensões	P2	P3	P4	P5	P14	P15	P16
	τ _{Rd2}	5,09	5,09	5,09	5,09	5,09	5,09	5,09
NRD 6118	$ au_{Sd2}$	1,63	0,58	0,92	1,36	1,61	0,74	0,96
	τ _{Rd1}	0,58	0,54	0,48	0,52	0,52	0,52	0,52
	τ _{Sd1}	0,47	0,18	0,27	0,36	0,45	0,28	0,37
	$\nu_{Rd, max}$	8,80	8,80	8,80	8,80	8,80	8,80	8,80
FUROCODE	ν_{sd}	1,63	0,58	0,92	1,36	1,61	0,74	0,96
EUROCODE	$v_{Rd,c}$	0,53	0,49	0,44	0,48	0,48	0,48	0,48
	ν_{sd}	0,47	0,18	0,27	0,38	0,45	0,28	0,39
ACI	φv _n	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,04	1,04
	ν	0,61	0,23	0,35	0,48	0,58	0,25	0,43

Tabela 3.23 -: Tensão de cisalhamento resistente e atuante nos perímetros crítico (MPa)

Figura 3.40 - Tensões atuantes nos perímetros críticos (MPa)



Figura 3.36 - Relação entre a tensão atuante / tensão resistente nos perímetros críticos

Como se pode observar na Figura 3.36, em todas as ligações laje/pilar (P2, P3, P4, P5, P14, P15 e P16) os valores das tensões resistentes superaram os valores das tensões atuantes por todas as normas em estudo. Constatando assim, as especificações do projeto original, onde o mesmo não indica a utilização da armadura de cisalhamento nas ligações laje/pilar estudadas.

Os valores apresentados das tensões atuantes referentes às ligações dos pilares P15 e P16 na Tabela 3.23 foram obtidos por meio do cálculo considerando uma situação de um pilar de borda, que é uma simplificação do problema, tomando-se partido da abertura da laje (*shaft*) na região. Este procedimento foi adotado em decorrência da existência de uma abertura na laje entre os pilares P15 e P16 (Figura 3.34). Ao seguir as recomendações das três normas utilizadas, foi desconsiderado o trecho do contorno do perímetro crítico entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força que tangenciam o contorno da abertura. Após a redução do contorno do perímetro crítico, observou-se que o cálculo de verificação à punção nas ligações P15 e P16 ficam semelhantes com uma situação de um pilar de borda (Figura 3.37).



Figura 3.37 - Perímetro crítico desconsiderado pelas normas NBR 6118: 2003 e EUROCODE 2: 2002.

Deve-se novamente observar que as tensões podem ser comparadas entre as normas, mas como as tensões são calculadas em perímetros diversos pelas normas, a comparação que efetivamente vai mostrar a diferença de abordagens entre as normas é a da carga resistente por cada norma para cada ligação laje / pilar. Observa-se no Apêndice D que para a maioria dos casos o ACI 318M: 2005 é menos conservador que a NBR 6118: 2003, a menos, por exemplo, a partir de 1,2% de taxa de armadura, para resistência do concreto = 25 MPa, e a partir de 1,5% de taxa de armadura, para resistência do concreto = 40 MPa.

3.3.2.2 - Cálculo da armadura contra o colapso progressivo

A seguir mostra-se a Tabela 3.24 os resultados do cálculo da armadura contra o colapso progressivo pela NBR 6118: 2003, pelo CEB/90 e pela proposta de MELO (1990).

Normas	Tensões	P2	P3	P4	P5	P14	P15	P16
	Fsd (kN)	342,3	150,8	195,8	218,1	289,9	138,6	179,2
NBR 6118	fyd (kN/cm ²)	43,5	43,5	43,5	43,5	43,5	43,5	43,5
	As (cm ²)	7,9	3,5	4,5	5,0	6,7	3,2	4,1
	Fsd (kN)	366,8	161,6	209,8	233,6	310,6	148,5	192,0
CEB/90	fyd (kN/cm ²)	43,5	43,5	43,5	43,5	43,5	43,5	43,5
	As (cm ²)	8,4	3,7	4,8	5,4	7,1	3,4	4,4
Proposta de	Fsd (kN)	342,3	150,8	195,8	218,1	289,9	138,6	179,2
MELO	fu (kN/cm ²)	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5
1990	As (cm ²)	13,5	6,0	7,7	8,6	11,5	5,5	7,1

Tabela 3.24 - Verificação da armadura de prevenção ao colapso progressivo

A Figura 3.38 mostra o comparativo da área de armadura calculada pela NBR 6118: 2003, pelo CEB/90 e pela proposta de cálculo de MELO (1990). Para todas as ligações, a proposta de MELO (1990) apresentou os maiores valores. Observa-se também na Figura 3.38 que os valores obtidos por meio da NBR 6118: 2003 e pelo CEB/90 ficaram próximo.



Figura 3.38 - Gráfico comparativo das armaduras de prevenção ao colapso progressivo

De forma semelhante ao primeiro exemplo, o projeto original do segundo exemplo não fez uso da armadura de colapso progressivo. Portanto, ao comparar as áreas de aços obtidas pela armadura positiva que transpassa os pilares, onde as mesmas exerceriam a função de armadura de colapso progressivo, numa eventualidade de uma ruptura por punção nas ligações laje/pilar, com as áreas de aço obtidas pelas duas normas e pela proposta de Melo (Figura 3.38), pode-se concluir que apenas as ligações P2 e P15 (3.98cm²) estão com as áreas de aços condizentes com as áreas de aços estipulas pela NBR 6118: 2003 e com o CEB/90.

3.3.2.3 – Comportamento pós-puncionamento

Foram analisadas as redistribuições de cargas em função das rupturas parciais e totais das ligações laje/pilar P2, P3, P4, P5, P14, P15 e P16. Diferenciando-se do exemplo anterior, as novas verificações ao puncionamento nas ligações foram feitas considerando-se apenas 15% de resistência residual na ligação puncionada, pois somente nas ligações com os pilares P2 e P14 os 15% de carga residual não seriam suficientes. Deveriam ter sido realizadas então as verificações dos pilares P2 e P14, considerando-se resistências residuais de 50%, para garantir que a estrutura do exemplo não poderia vir a ter problema com rupturas localizadas por punção em torno destes pilares.

A - Ruptura do pilar P2

Na Tabela 3.25 são apresentadas às reações nos apoios após a ruptura total da ligação laje/pilar P2 e na Figura 3.39 estes resultados são apresentados por meio de gráfico em valores percentuais.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	175,5	31,7	47,7	P17	133,0	0,4	26,2
P2	-	-	-	P18	127,1	1,0	24,6
P3	377,1	67,1	28,6	P19	96,3	0,5	7,9
P4	38,4	47,2	8,7	P20	89,1	4,8	1,0
P5	162,7	68,4	0,8	P21	86,5	4,6	0,8
P6	140,2	45,0	0,2	P22	26,1	0,1	0,1
P7	130,1	21,8	0,9	P23	25,3	0,1	0,2
P8	177,4	3,5	4,7	P24	120,4	31,6	11,1
P9	68,6	24,2	13,6	P25	237,3	67,2	7,2
P10	96,4	1,2	1,4	P26	110,0	19,7	1,7
P11	87,3	11,2	1,3	P27	139,6	38,7	0,4
P12	207,3	18,4	2,2	P28	151,1	73,2	0,3
P13	176,5	0,1	3,3	P29	141,4	44,6	0,1
P14	215,6	9,0	82,8	P30	131,9	24,0	0,9
P15	104,5	9,9	7,7	P31	176,9	6,5	4,7
P16	135,1	3,3	30,5	P32	68,5	26,4	14,1

Tabela 3.25 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da laje em torno do pilar P2



Figura 3.39 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje em torno do pilar P2

Observa-se na Figura 3.39, que com a ruptura em P2 a ligação mais comprometida foi à ligação do pilar P3, que apresentou um acréscimo de 250% em relação a sua carga original. Admitindo-se uma resistência residual de 15% na ligação P2 (MELO, 1990), o acréscimo de carga para a ligação P3 cairia para 212,7%. Caso fosse utiliza armadura de prevenção ao

colapso progressivo na ligação P2, e admitindo que com esta armadura a resistência residual aumentasse de 15% para 50% (MELO,1990), o acréscimo de carga seria de 125%.

A nova verificação ao puncionamento para o pilar P3, com a sobrecarga em função da ruptura da laje em torno do pilar P2, é apresentada na Tabela 3.26 e na Figura 3.40. Para o acréscimo de sobrecarga na ligação P3, foi considerada apenas a situação em que a ligação laje/pilar P2 teria uma resistência residual de 15% (sem a armadura de prevenção ao colapso progressivo). Os resultados das redistribuições de cargas considerando resistência residual de 15% na ligação P2 são apresentados no anexo C.

Normas	Tensões	P3
	τ _{Rd2}	5,09
NPD 6119	τ_{Sd2}	2,34
	τ _{Rd1}	0,54
	τ _{Sd1}	0,64
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	8,80
EUDOCODE	ν_{sd}	2,34
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,49
	ν_{sd}	0,64
	φν _n	1,00
ACI	vu	0,83

Tabela 3.26 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P3 após a ruptura do P2 com resistência residual de 15%



Figura 3.40 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P3, após o puncionamento do P2 considerando resistência residual de 15%

Como o projeto original não utiliza armadura de cisalhamento nas ligações laje/pilar, pode-se concluir ao observar a Figura 3.40, que a ligação P3 romperia por punção pelas normas: EOROCODE 2: 2002 e pela NBR 6118: 2003.

B - Ruptura do pilar P3

Na Tabela 3.27 são apresentadas às reações de apoio para os pilares adjacentes, após a ruptura total da ligação laje/pilar P3, e na Figura 3.41 estes resultados são apresentados por meio de gráfico em valores percentuais.

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
FILAN	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	FILAN	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	117,1	34,2	8,8	P17	133,2	0,4	26,3
P2	301,8	60,6	1,8	P18	127,1	1,0	24,6
P3	-	-	-	P19	96,3	0,5	7,9
P4	218,7	47,3	8,3	P20	87,3	4,6	0,9
P5	146,8	67,7	1,1	P21	86,8	4,6	0,7
P6	140,3	42,5	0,0	P22	26,1	0,1	0,0
P7	128,8	20,6	0,9	P23	25,4	0,1	0,3
P8	177,5	3,4	4,7	P24	123,0	33,6	11,5
P9	68,6	24,2	13,7	P25	243,2	57,7	7,6
P10	63,4	14,9	1,1	P26	109,9	17,9	1,8
P11	90,0	9,6	1,0	P27	139,7	38,6	0,4
P12	224,5	13,6	1,2	P28	151,1	73,2	0,3
P13	173,3	0,5	3,0	P29	141,4	44,7	0,1
P14	205,8	0,6	80,0	P30	131,8	24,1	0,9
P15	100,8	0,6	9,8	P31	176,9	6,5	4,7
P16	128,5	1,6	29,5	P32	68,5	26,4	14,1

Tabela 3.27 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da laje em torno do pilar P3



Figura 3.41 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje em torno do pilar P3

Observa-se na Figura 3.41, que com a ruptura em P3 a ligação mais comprometida foi à ligação do pilar P4, que apresentou um acréscimo de 56,3% em relação a sua carga original. Este acréscimo pode ser reduzido para 47,9%, se for considerado resistência residual de 15%

em P3. Com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo, considerando-se resistência residual de 50%, o acréscimo seria de 28,1%.

A nova verificação ao puncionamento para o pilar P4, em função da ruptura por puncionamento da laje em P3, é apresentada na Tabela 3.28 e na Figura 3.42. A exemplo da verificação anterior, foi considerada apenas a situação em que a ligação em P3 teria resistência residual de 15% (sem armadura e prevenção ao colapso progressivo).

Normas	Tensões	P4
NRD 6118	τ _{Rd2}	5,09
	τ_{Sd2}	1,37
NDK 0118	τ _{Rd1}	0,48
-	τ _{Sd1}	0,39
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	8,80
EUDOCODE	ν_{sd}	1,37
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,44
	ν_{sd}	0,39
ACI	φν _n	1,00
	vu	0,50

Tabela 3.28 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P4 após a ruptura do P3 com resistência residual de 15%



Figura 3.42 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P4, após o puncionamento do P3 considerando resistência residual de 15%

Como pode ser observado na Figura 3.42, para todas as normas utilizadas, os valores das tensões resistentes nos perímetros críticos estão superiores aos valores das tensões atuantes. Portanto, ao considerar apenas a resistência residual de 15% na ligação P3 (rompida), a ligação P4 não apresentaria risco de ruptura por punção.

C - Ruptura do pilar P4

Na Tabela 3.29 são apresentadas às reações de apoio para os pilares adjacentes após a ruptura total da ligação laje/pilar P4 e na Figura 3.43 estes resultados são apresentados por meio de gráfico em valores percentuais.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	123,6	34,3	11,5	P17	133,3	0,5	26,4
P2	220,5	58,1	8,8	P18	127,1	1,0	24,6
P3	199,1	45,3	9,3	P19	96,3	0,6	7,9
P4	-	-	-	P20	88,2	4,7	0,9
P5	198,8	99,6	3,4	P21	87,0	4,6	0,7
P6	142,4	47,1	0,3	P22	26,1	0,1	0,1
P7	127,4	16,8	1,0	P23	25,2	0,1	0,3
P8	177,0	2,7	4,8	P24	122,9	33,6	11,5
P9	68,8	24,1	13,8	P25	243,3	57,5	7,5
P10	148,1	9,5	1,6	P26	110,4	17,2	1,8
P11	68,1	14,7	0,2	P27	139,9	38,2	0,4
P12	199,2	19,6	2,0	P28	151,0	73,2	0,3
P13	178,0	0,6	3,1	P29	141,4	44,7	0,1
P14	207,3	1,1	81,1	P30	131,8	24,1	0,9
P15	98,9	0,3	10,3	P31	176,9	6,6	4,7
P16	127,3	0,7	26,0	P32	68,5	26,4	14,1

Tabela 3.29 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da laje em torno do pilar P4



Figura 3.43 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após ruptura da ligação P4

Observa-se na Figura 3.43, que com a ruptura em P4, a ligação laje/pilar mais comprometida é a ligação do pilar P3, com 84% de acréscimo de carga vertical. Este acréscimo pode ser reduzido para 72,1%, se for considerada resistência residual de 15% em P4. Com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo, considerando-se resistência residual de 50%, o acréscimo seria de 42%.

A nova verificação ao puncionamento para o pilar P3, em função da ruptura por puncionamento da laje em P4, é apresentada na Tabela 3.30 e na Figura 3.44.

Normas	Tensões	P3
NBR 6118	τ _{Rd2}	5,09
	τ_{Sd2}	1,29
	τ _{Rd1}	0,54
	τ _{Sd1}	0,36
	$v_{Rd, max}$	8,80
FUDOCODE	ν_{sd}	1,29
EUROCODE	$\nu_{Rd,c}$	0,49
	ν_{sd}	0,36
ACI	φν _n	1,00
ACI	ν _u	0,47

Tabela 3.30 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P3 após a ruptura do P4 com resistência residual de 15%



Figura 3.44 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P3, após o puncionamento do P4 considerando resistência residual de 15%

Para todas as normas analisadas não há indicativo de que haveria ruptura da laje em torno do pilar P3 diante de um puncionamento na ligação do pilar P4.

D - Ruptura do pilar P5

Na Tabela 3.31 são apresentadas às reações de apoio para os pilares adjacentes após a ruptura total da ligação laje/pilar P5, e na Figura 3.45 estes resultados são apresentados por meio de gráfico em valores percentuais.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	123,5	34,1	11,5	P17	132,5	0,1	26,4
P2	246,3	54,6	7,5	P18	127,0	1,0	24,8
P3	94,7	17,9	0,8	P19	96,3	0,5	7,9
P4	189,3	82,3	4,1	P20	89,6	4,8	1,0
P5	-	-	-	P21	87,5	4,7	0,8
P6	190,7	87,9	4,4	P22	25,9	0,1	0,1
P7	116,5	25,0	0,0	P23	25,2	0,1	0,2
P8	179,6	2,5	4,5	P24	122,8	33,5	11,5
P9	68,5	24,2	13,6	P25	243,3	57,4	7,5
P10	147,0	15,2	5,4	P26	110,6	16,7	1,8
P11	153,3	12,7	5,4	P27	139,9	38,1	0,4
P12	191,2	21,8	0,8	P28	151,0	73,2	0,3
P13	148,6	8,6	2,2	P29	141,5	44,6	0,1
P14	207,1	1,1	80,7	P30	132,0	23,8	0,9
P15	99,0	0,4	9,8	P31	176,9	6,5	4,7
P16	127,4	0,0	28,0	P32	68,4	26,4	14,1

Tabela 3.31 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da laje em torno do pilar P5



Figura 3.45 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje em torno do pilar P5

Com a ruptura da ligação em torno do pilar P5, a ligação mais comprometida foi a do pilar P10 (acréscimo de carga de 78,7%) como pode ser visto na Figura 3.45. Admitindo uma resistência residual de 15% no pilar P5, o acréscimo de carga vertical em P10, que é um pilar conectado por vigas, poderia diminuir para 66,9%. Com o uso de armadura de prevenção ao colapso progressivo no pilar P5, considerando-se resistência residual de 50%, o acréscimo em P10 diminuiria de 66,9% para 39,3% .Embora o pilar P10 seja conectado por vigas, não foi descartada a possibilidade do mesmo não suportar o excesso de carga e vir a romper, provocando uma nova redistribuição de cargas para os pilares vizinhos. Para o pilar P4 (pilar interno mais solicitado), que teve um aumento de 35,3% em função da ruptura da ligação em torno do pilar P5, foi feita uma nova verificação ao puncionamento.

A nova verificação ao puncionamento para o pilar P4, em função da ruptura por puncionamento da laje em P5 é apresentada na Tabela 3.32 e na Figura 3.46.

Normas	Tensões	P4
NRR 6118	τ _{Rd2}	5,09
	τ _{Sd2}	1,58
NDK 0110	τ _{Rd1}	0,48
	τ _{Sd1} ν _{Rd, max}	0,42
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	8,80
FUDOCODE	ν_{sd}	1,58
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,44
	v_{sd}	0,42
	φν _n	1,00
ACI	ν _u	0,55

Tabela 3.32 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P4 após a ruptura do P5 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.46 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P4, após o puncionamento do P5 considerando resistência residual de 15%

Como pode ser observado na Figura 3.46, para todas as normas utilizadas, os valores das tensões resistentes nos perímetros críticos estão superiores aos valores das tensões atuantes. Portanto, ao considerar apenas a resistência residual de 15% na ligação P5 (rompida), a ligação P4 não apresentaria risco de ruptura por punção.

E - Ruptura do pilar P14

Na Tabela 3.33 são apresentadas às reações de apoio para os pilares adjacentes após a ruptura total da ligação laje/pilar P14 e na Figura 3.47, estes resultados são apresentados por meio de gráfico em valores percentuais.

PILAR	N _k (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	N _k (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P 1	168,8	135,9	12,2	P17	133,1	0,4	26,3
P2	252,4	40,7	8,6	P18	127,1	1,0	24,6
P3	102,9	20,6	2,0	P19	96,3	0,5	7,9
P4	140,4	39,5	0,3	P20	88,3	4,6	1,0
P5	155,8	69,9	0,3	P21	86,6	4,6	0,8
P6	141,9	45,4	0,0	P22	26,4	0,1	0,2
P 7	129,5	21,6	0,9	P23	25,3	0,1	0,2
P8	177,5	3,4	4,7	P24	168,5	135,6	12,2
P9	68,6	24,2	13,6	P25	252,5	40,3	8,6
P10	82,5	8,7	1,0	P26	105,4	22,1	2,0
P11	87,5	10,4	1,1	P27	140,3	39,4	0,4
P12	217,3	15,4	1,6	P28	151,1	73,2	0,3
P13	174,7	0,3	3,1	P29	141,4	44,6	0,1
P14	-	-		P30	131,8	24,0	0,9
P15	219,3	0,2	134,6	P31	176,9	6,5	4,7
P16	114,6	0,5	32,4	P32	68,5	26,4	14,1

Tabela 3.33 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da laje em torno do pilar P14

Observa-se na Figura 3.47 que com a ruptura em P14, a ligação laje/pilar mais comprometida é do pilar P15, com 121,5% de acréscimo de carga vertical. Este acréscimo pode ser reduzido para 103,2%, se for considerado resistência residual de 15% em P16. Com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo, considerando-se a resistência residual de 50%, o acréscimo seria de 60,7%.



Figura 3.47 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje em torno do pilar P14

A nova verificação ao puncionamento para o pilar P15, em função da ruptura por puncionamento da laje em P14, é apresentada na Tabela 3.34 e na Figura 3.48. Como já mencionado, o cálculo de punção da ligação P15 foi feito como uma situação de um pilar de borda.

Normas	Tensões	P15
	τ _{Rd2}	5,09
NBR 6118	τ_{Sd2}	1,47
	τ _{Rd1}	0,52
	τ _{Sd1} V _{Rd, max}	0,58
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	8,80
FUDOCODE	ν_{sd}	1,47
EUROCODE	τ _{Sd1} V _{Rd, max} V _{sd} V _{Rd,c}	0,48
	ν_{sd}	0,58
	φν _n	1,04
ACI	ν_{u}	1,02

Tabela 3.34 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P15 após a ruptura do P4 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.48 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P15, após o puncionamento do P14 considerando resistência residual de 15%

Como pode ser observado na Figura 3.48, os resultados apresentados pelo EUROCODE 2: 2002 e pela NBR 6118: 2003 foram os mais favoráveis para situações de ruptura de punção na ligação mais solicitada. Portanto, como no projeto original não foi utilizado amadura de combate à punção nas ligações laje/pilar, pode-se considerar que existe possibilidade de uma nova ruptura na ligação P15 pelas normas: EUROCODE 2: 2002 e NBR 6118: 2003.

F - Ruptura do pilar P15

Na Tabela 3.35 são apresentadas às reações de apoio para os pilares adjacentes após a ruptura total da ligação laje/pilar P15 e na Figura 3.49 estes resultados são apresentados por meio de gráfico em valores percentuais.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	120,5	26,6	11,9	P17	132,9	0,4	26,2
P2	248,7	40,8	7,9	P18	127,0	1,0	24,5
P3	111,0	7,4	1,8	P19	96,2	0,5	7,9
P4	140,0	38,0	0,4	P20	85,7	4,5	0,7
P5	155,7	69,8	0,3	P21	87,3	4,7	0,7
P6	142,0	45,6	0,0	P22	25,2	0,1	0,2
P7	129,5	21,7	0,9	P23	25,5	0,1	0,4
P8	177,5	3,5	4,7	P24	119,9	26,1	11,8
P9	68,6	24,2	13,6	P25	246,5	44,2	7,8
P10	80,8	8,6	1,1	P26	113,5	9,4	1,8
P11	87,8	10,4	1,1	P27	140,4	37,4	0,5
P12	213,6	15,1	2,0	P28	150,9	73,1	0,3
P13	175,8	0,5	3,3	P29	141,4	44,7	0,1
P14	269,5	1,3	6,6	P30	131,8	24,1	0,9
P15	-	-	-	P31	176,9	6,5	4,7
P16	162,7	0,3	0,8	P32	68,4	26,4	14,1

Tabela 3.35 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da laje em torno do pilar P15



Figura 3.49 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje em torno do pilar P15

Observa-se na Figura 3.49, que com a ruptura em P15 a ligação laje/pilar mais comprometida é do pilar P14, com 30,1% de acréscimo de carga vertical. Este acréscimo pode ser reduzido para 25,6%, se for considerada resistência residual de 15% em P15. Com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo em P15, considerando-se resistência residual de 50% o acréscimo seria de 15,0%.
A nova verificação ao puncionamento para o pilar P14, em função da ruptura por puncionamento da laje em P15, é apresentada na Tabela 3.36 e na Figura 3.50.

Normas	Tensões	P14
	τ _{Rd2}	5,09
NDD 6118	τ_{Sd2}	1,08
NDK 0110	τ _{Rd1}	0,52
	τ _{Sd1}	0,39
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	8,80
FUPOCODE	ν_{sd}	1,08
LUKOCODE	ν _{Rd,c}	0,48
	ν_{sd}	0,39
	φν _n	1,04
ACI	ν_{u}	0,48

Tabela 3.36 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P14 após a ruptura do P15 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.50 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P14, após o puncionamento do P15 considerando resistência residual de 15%

Como pode ser visto na Figura 3.50, para todas as normas utilizadas os valores as tensões atuantes foram inferior aos valores das tensões resistentes. Dessa forma, mesmo com o

rompimento da laje em torno do pilar P15, a ligação laje/pilar P14 possui resistência suficiente para resistir aos esforços provocados pela nova redistribuição de cargas.

G - Ruptura do pilar P16

Na Tabela 3.37 são apresentadas às reações de apoio para os pilares adjacentes após a ruptura total da ligação laje/pilar P16 e na Figura 3.51 estes resultados são apresentados por meio de gráfico em valores percentuais.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	122,7	33,8	11,3	P17	135,0	0,4	28,1
P2	252,6	36,9	7,6	P18	126,8	1,0	24,6
P3	114,2	16,6	1,6	P19	96,3	0,5	7,9
P4	143,9	20,7	0,4	P20	112,7	6,0	5,5
P5	154,4	69,9	0,4	P21	74,0	3,6	2,3
P6	142,5	45,1	0,0	P22	34,2	0,0	5,3
P7	129,8	21,7	0,9	P23	24,3	0,1	1,7
P8	177,4	3,5	4,7	P24	122,2	33,2	11,3
P9	68,6	24,2	13,6	P25	251,8	37,9	7,5
P10	92,1	9,0	0,4	P26	117,8	15,3	1,6
P11	83,8	10,4	0,5	P27	141,7	21,0	0,5
P12	259,3	20,5	4,5	P28	149,8	72,6	0,4
P13	155,4	2,6	0,5	P29	142,0	44,2	0,1
P14	188,2	1,0	87,8	P30	132,2	24,0	0,9
P15	162,5	0,3	49,7	P31	176,8	6,6	4,7
P16	-	_	-	P32	68,4	26,4	14,1

Tabela 3.37 - Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da laje em torno do pilar P16



Figura 3.51 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje em torno do pilar P16

Observa-se na Figura 3.51, que com a ruptura em P16, a ligação laje/pilar mais comprometida é do pilar P15, com 64,1% de acréscimo de carga vertical. Este acréscimo pode ser reduzido para 54,4%, se for considerado resistência residual de 15% em P16. Com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo, considerando-se resistência residual de 50% o acréscimo seria de 32,0%.

A nova verificação ao puncionamento para o pilar P15 em função da ruptura por puncionamento da laje em P16, é apresentada na Tabela 3.38 e na Figura 3.52. Como já foi mencionado, o cálculo de punção da ligação P15 foi feito como uma situação de um pilar de borda.

Normas	Tensões	P15
	τ _{Rd2}	5,09
NDD 6119	τ_{Sd2}	1,13
	τ _{Rd1}	0,52
	τ _{Sd1}	0,44
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	8,80
EUDOCODE	ν_{sd}	1,13
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,48
	ν_{sd}	0,44
	φν _n	1,04
ACI	ν _u	0,50

Tabela 3.38 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P15 após a ruptura do P16 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.52 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P15, após o puncionamento do P16 considerando resistência residual de 15%

Como pode ser visto na Figura 3.52, para todas as normas utilizadas os valores as tensões atuantes estão inferiores aos valores das tensões resistentes. Dessa forma, mesmo com o rompimento da laje em torno do pilar P16, a ligação laje/pilar P15 possui resistência suficiente para resistir aos esforços atuantes provocados pela nova redistribuição de carga.

3.3.2.4 – Verificação utilizando configurações de linhas de ruptura

A exemplo do realizado em 3.3.1.4, neste item é investigado o comportamento do pavimento em decorrência de uma ruptura localizada em uma ligação laje/pilar, utilizando configurações das Linhas de Ruptura.

A Figura 3.53 apresenta a configuração para as linhas de ruptura utilizada neste caso, admitindo-se que houve ruptura na ligação laje/pilar em P2, e que a resistência residual da ligação é nula. De forma semelhante ao exemplo anterior, para esta configuração admitiu-se que o colapso ficaria restrito a uma região próxima ao pilar em que ocorreu a ruptura (P2). Traçou-se então a linha de ruptura positiva, iniciando do pilar P15 até a extremidade da viga de fechamento e as linhas de ruptura negativas passaram pelos pilares P1, P8 e P3.

A Figura 3.54 mostra a configuração de ruptura possível para a laje após a aplicação de um deslocamento virtual δ no ponto F. As Figura 3.55 a 3.58 apresentam, respectivamente, as armaduras positivas longitudinais (Figura 3.55) e transversais (Figura 3.56), e as armaduras negativas longitudinais (Figura 3.57.), e transversais (Figura 3.58), utilizadas efetivamente no projeto original. Os momentos de plastificação positivos na direção x são mostrado na Figura 3.59, os momentos de plastificação negativos nas direções x e y são mostrado na Figura 3.60 e Figura 3.61.



Figura 3.53 - Configuração de linhas de ruptura adotadas para o segundo exemplo após o puncionamento em torno do P2



Figura 3.54 - Possível configuração das linhas de ruptura após aplicação de um deslocamento virtual δ entre os pontos F e F'



Figura 3.55 - Armadura positiva longitudinal (Segundo Exemplo)



Figura 3.56 - Armadura positiva transversal (Segundo Exemplo)



Figura 3.57 - Armadura negativa longitudinal (Segundo Exemplo)



Figura 3.58 - Armadura negativa transversal (Segundo Exemplo)



Figura 3.59 - Momentos de plastificação positivo na direção x



Figura 3.60 - Momentos de plastificação negativos na direção x



Figura 3.61 - Momentos de plastificação negativos na direção y

De forma semelhante ao exemplo anterior, aplicou-se o princípio dos trabalhos virtuais para o cálculo da linha de ruptura, impondo-se um deslocamento virtual no ponto F (Figura 3.54). Foi então calculado o trabalho interno e externo.

Cálculo do trabalho externo

O trabalho das ações externas em presença do deslocamento virtual imposto à estrutura é dado como sendo o volume da Figura 3.54. Dessa forma, o volume da Figura 3.54 é igual a $40,0.\delta.(m^2)$.

 $W_{externo} = 40, 0.\delta.q(m^2)$

Cálculo do trabalho interno

Linha de ruptura positiva

 $W_{\text{int}^+} = \sum m_i . l_i . \theta_i,$

$$W_{\text{int}^{+}} = \delta \begin{bmatrix} 4280.\left(\frac{0,3}{0,90}x^{2}\right).0,96+3365.\left(\frac{0,60}{2,46}x^{2}\right).4,06\\+5201.\left(\frac{1}{4,80}x^{2}\right).2,33\end{bmatrix}$$

 $W_{\text{int}^+} = 14464 \bullet \delta;$

Linha de ruptura negativa

$$W_{\text{int}^{-}} = \sum m_i I_i .\theta_i,$$

$$W_{\text{int}^{-}} = \delta. \begin{bmatrix} 1728.\frac{1}{1,08}.0, 78 + 1728.\frac{1}{1,50}.1, 80 + 3972.\frac{0,5}{0,99}.0, 97 \\ 1728.\frac{0,5}{0,98}.1, 80 + 1728.\frac{1}{2,09}.2, 27 + 8670.\frac{1}{2,83}.2, 20 + \\ 879.\frac{1}{1,65}.1, 35 + 8436.\frac{1}{2,16}.2, 76 + 6502.\frac{1}{1,17}.1, 22 \end{bmatrix} \therefore$$

 $W_{\text{int}}^{-} = 34.439 \cdot \delta;$

O trabalho interno total é, portanto:

 $W_{\text{int erno}} = W_{\text{int}}^+ + W_{\text{int}}^-$

 $W_{\text{int erro}} = 14464.\delta + 34446.\delta$

 $W_{\text{int erro}} = 48913.\delta$

Aplicando o princípio dos trabalhos virtuais chegamos à carga de ruptura da laje: $W_{\text{int erro}} = W_{\text{externo}}$.

$$48913.\delta = 40.\delta.q::$$

$$q = 1222 \frac{kgf}{m^2} \Longrightarrow 12, 22 \frac{kN}{m^2}$$

Observa-se também neste caso que a carga de colapso encontrada para a configuração adotada foi maior que a carga prevista para atuar no pavimento (6,25 kN/m²). Portanto, pode-se concluir que não há possibilidade do colapso se propagar. Deve ser observado que, como no exemplo anterior, nesta análise não foi admitida nenhuma resistência residual na ligação laje/pilar em P3. Com esta consideração a situação poderia ser ainda mais amenizada, especialmente com a utilização de armadura de combate ao colapso progressivo, que possibilitaria uma resistência residual de 50%.

3.3.3 – Terceiro exemplo

A estrutura do terceiro exemplo é composta por 16 (dezesseis) pavimentos em lisa nervurada em duas direções com 35cm de espessura, com pé direito de 2,85m, e possuindo dois núcleos rígidos. A planta baixa é apresentada na Figura 3.62. A modelagem no programa do terceiro exemplo ocorreu da mesma forma que nos exemplos anteriores, com a definição das nervuras da laje e com o lançamento das cargas verticais atuantes nos pavimentos e das cargas horizontais, oriundas da ação do vento. A vista 3D do edifício é mostrada na Figura 3.63. A Tabela 3.39 apresenta as cargas verticais adotadas no projeto.



Figura 3.62 - Planta baixa do pavimento tipo do terceiro exemplo



Figura 3.63 - Vista espacial da estrutura do terceiro exemplo -TQS

Tabela 3.39 - Cargas verticais adotadas

Discriminação	Carga
Permanentes (Distribuida):	(kN/m^2)
Peso Próprio. Laje	Automático pelo TQS
Revestimento	1,50
Alvenaria (posição não definida)	1,00
Permanentes (Distribuída Linearmente)	(kN/m)
Alvenaria de Fechamento (h=2,28m)	4,68
Peso .Próprio vigas	Automático pelo TQS
	(kN/m^2)
Cargas Acidentais:	
Sobrecargas (edificios Residêncial)	1,50

O autor recomendaria uma carga de alvenaria maior que 1,00kN/m², levantando-se caso a caso a carga real da alvenaria.

3.3.3.1 – Verificação ao puncionamento

Repetiu-se o processo descrito nos itens 3.3.1.1 e 3.3.2.1. A Tabela 3.40 apresenta as reações nas ligações laje/pilar da estrutura íntegra do pavimento tipo.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	99,1	2,2	62,0	P14	110,0	21,7	38,0
P2	105,5	2,5	55,0	P15	95,4	9,2	22,9
P3	233,9	4,6	41,5	P16	217,2	4,4	48,2
P4	235,0	2,9	28,3	P17	105,5	57,4	96,1
P5	283,8	12,5	80,2	P18	130,4	141,5	36,1
P6	197,8	25,0	0,4	P19	282,3	12,9	85,2
P7	320,8	21,5	119,0	P20	313,1	19,0	117,8
P8	65,7	3,6	13,6	P21	193,5	20,3	2,9
P9	58,9	0,1	0,5	P22	234,1	4,3	41,3
P10	154,5	5,3	2,9	P23	239,0	3,3	26,8
P11	240,7	9,9	41,2	P24	99,8	2,2	62,3
P12	34,9	0,0	1,6	P25	105,8	2,4	55,3
P13	-28,5	0,1	12,2				

Tabela 3.40 - Esforços nas ligações laje/pilar da estrutura íntegra

Foram verificadas as ligações P3, P5 e P6, representativos dentro os susceptíveis a rupturas por puncionamento, e levando-se em conta os pilares que poderiam ser considerados simétricos. Na Tabela 3.41 são mostrados os esforços utilizados para o cálculo das tensões de cisalhamento e as dimensões dos pilares. O cálculo da altura efetiva e os valores das taxas de armaduras para todas as ligações verificadas são apresentadas na Tabela 3.42. O valor da resistência característica do concreto considerado no projeto foi de 25MPa.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	C_1 (cm)	C ₂ (cm)
P3	233,9	4,6	41,5	140	30
P5	283,8	12,5	80,2	140	30
P6	197,8	25,0	0,4	30	140

Tabela 3.41 - Cargas e dimensões para verificações das ligações laje/pilar

Tabela 3.42 - Altura efetiva, taxa de armadura para as ligações verificadas e $\rm f_{ck}$ adotado no projeto

	Alt	Altura Arm			nadura de Flexão			Altura útil			Taxa de Armadura		
PILAR	h (cm)	Cob. (cm)	Ø1 (mm)	S1 (cm)	Ø2 (mm)	S 2 (cm)	dy (cm)	dx (cm)	d (cm)	$\rho_{\rm x}$	ρ	ρ	
P3	35	2	12,5	20	10	10	32,38	31,25	31,81	0,19%	0,25%	0,22%	
P5	35	2	12,5	20	12,5	20	32,38	31,13	31,75	0,19%	0,19%	0,19%	
P6	35	2	12,5	20	12,5	20	32,38	31,13	31,75	0,19%	0,19%	0,19%	

A Tabela 3.43 apresenta as tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos. A comparação da relação entre as tensões atuantes e resistentes é mostrada na Figura 3.64.

Normas	Tensões	P3	P5	P6
	$ au_{Rd2}$	4,34	4,34	4,34
NRD 6118	τ_{Sd2}	0,43	0,62	0,32
NDK 0110	τ _{Rd1}	0,41	0,39	0,39
	τ _{Sd1}	0,16	0,22	0,13
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	7,50	7,50	7,50
EUDOCODE	ν_{sd}	0,43	0,62	0,32
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd,c}}$	0,38	0,36	0,36
	ν_{sd}	0,16	0,22	0,13
	φν _n	0,89	0,89	0,89
ACI	vu	0,19	0,26	0,15

Tabela 3.43 - Tensões de cisalhamento nos perímetros críticos (MPa)

Figura 3.70 - Gráfico comparativo das tensões atuantes nos perímetros críticos (MPa)



Figura 3.64 - Relação tensão atuante / resistente nos perímetros críticos

Observa-se na Figura 3.64 que para todas as ligações, as verificações baseadas em todas as normas não indicaram a necessidade de utilização da armadura de cisalhamento, confirmando o projeto original, que não recomendou o uso de armadura de cisalhamento nas ligações.

Deve-se novamente observar que as tensões podem ser comparadas entre as normas, mas como as tensões são calculadas em perímetros diversos pelas normas, a comparação que efetivamente vai mostrar a diferença de abordagens entre as normas é a da carga resistente por cada norma para cada ligação laje / pilar. Observa-se no Apêndice D que para a maioria dos casos o ACI 318M: 2005 é menos conservador que a NBR 6118: 2003, a menos, por exemplo, a partir de 1,2% de taxa de armadura, para resistência do concreto = 25 MPa, e a partir de 1,5% de taxa de armadura, para resistência do concreto = 40 MPa.

3.3.3.2 – Cálculo da armadura contra o colapso progressivo

O resultado do cálculo da armadura contra o colapso progressivo com base nas normas NBR 6118: 2003 e no CEB/90, e pela proposta de MELO encontra-se na Tabela 3.44.

Normas	Tensões	P3	P5	P6
	Fsd (kN)	327,4	397,3	277,0
NBR 6118	fyd (kN/cm ²)	43,5	43,5	43,5
	As (cm ²)	7,5	9,1	6,4
	Fsd (kN)	350,8	425,6	296,8
CEB/90	fyd (kN/cm ²)	43,5	43,5	43,5
	As (cm ²)	8,1	9,8	6,8
Proposta	Fsd (kN)	327,4	397,3	277,0
de MELO	fu (kN/cm ²)	57,5	57,5	57,5
1990	As (cm ²)	12,9	15,7	10,9

Tabela 3.44 - Verificação da amadura de prevenção ao colapso progressivo

A Figura 3.65 apresenta graficamente as áreas das armaduras calculadas pelas duas normas e pelo cálculo proposto por Melo. Observa-se que a armadura calculada pela proposta de Melo apresentou novamente, grande diferença se comparada com as duas normas.



Figura 3.65 - Gráfico comparativo das armaduras de prevenção ao colapso progressivo

De forma semelhante ao primeiro e segundo exemplos, o projeto original do terceiro exemplo não fez uso da armadura de colapso progressivo nas ligações laje/pilar. Porém, ao comparar as áreas de aços das armaduras positivas que transpassam os pilares, com as áreas estipuladas pelas duas normas e pela proposta de Melo, constatou-se que as áreas de aços obtidas pelas armaduras positivas (9,8cm²) estão condizentes apenas com os valores estipulados pela NBR 6118: 2003 e pelo CEB/90.

3.3.3.3 – Comportamento pós-puncionamento

As analises foram realizadas para as ligações laje/pilar internas (P3, P5, P6). Nesta análise, assim como dos dois exemplos anteriores, o puncionamento na ligação foi simulado a partir de uma restrição elástica no apoio, apoio este que, segundo o ajuste de coeficiente de mola à rotação e translação, possibilitava a redistribuição de 85% da carga original do pilar.

A – Ruptura do pilar P3

Na Tabela 3.45 são apresentadas às reações de apoio para os pilares adjacentes, após a ruptura da laje em P3 e na Figura 3.66 estes resultados são apresentados graficamente.

			_				
	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
IILAK	$ \mathbf{LAK} (\mathbf{kN}) (\mathbf{kN.m}) (\mathbf{kN.m}) \mathbf{LAI}$	IILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)		
P1	211,2	65,3	42,8	P14	110,0	21,9	38,2
P2	111,8	4,0	74,3	P15	96,8	9,0	21,8
P3	-	-	-	P16	226,2	8,3	50,6
P4	235,0	2,8	54,8	P17	104,6	54,2	100,9
P5	389,7	38,7	137,3	P18	125,5	150,8	37,2
P6	235,3	49,5	6,0	P19	282,3	12,9	84,9
P7	315,7	22,6	126,1	P20	312,7	18,9	117,4
P8	61,1	1,1	11,1	P21	193,6	19,2	2,9
P9	55,7	0,1	0,8	P22	233,5	4,5	38,8
P10	154,5	5,4	1,7	P23	238,6	3,5	24,2
P11	212,7	20,2	36,3	P24	100,3	3,8	66,4
P12	39,2	0,0	4,3	P25	106,2	4,2	58,7
P13	-24.8	0.2	13.3				

Tabela 3.45 - Esforços nas ligações laje/pilar após a ruptura total da ligação em torno do pilar P3



Figura 3.66 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje em torno do pilar P3

Comparando os resultados da Tabela com as reações dos pilares antes da ruptura da laje em P3 (Tabela 3.41), observa-se que a ligação laje/pilar mais comprometida, com a ruptura total de P3 é a ligação P5, que recebeu um acréscimo de carga correspondente a 113% (Figura 3.66). Considerando resistência residual de 15%, o acréscimo de carga vertical na ligação P5 seria reduzido para 96,1%. Com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo, considerando-se resistência residual de 50% (MELO, 1990), o acréscimo seria de 56,6%.

A nova verificação ao puncionamento para o pilar P5, em função da ruptura da ligação laje/pilar P3, é apresentada na Tabela 3.46 e na Figura 3.67. Essa nova verificação ao puncionamento na ligação P5 é feita considerando resistência residual de 15% na ligação rompida (sem a armadura de prevenção ao colapso progressivo), ligação P3. Os resultados das redistribuições de cargas considerando resistência residual de 15% na ligação P3 são apresentados no anexo C.

Normas	Tensões	P5
	τ _{Rd2}	4,34
NDD 6119	τ_{Sd2}	0,96
	τ _{Rd1}	0,39
	τ _{Sd1}	0,31
	$\nu_{\text{Rd, max}}$	7,50
FUDOCODE	ν_{sd}	0,96
EUROCODE	ν _{Rd,c}	0,36
	ν_{sd}	0,31
	φν _n	0,89
ACI	ν _u	0,38

Tabela 3.46 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P5 após a ruptura do P3 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.67 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P5, após o puncionamento do P3 considerando resistência residual de 15%

Verifica-se então na Figura 3.67, que na eventualidade de uma ruptura na ligação laje/pilar P3, não haveria uma nova ruptura na ligação P5. A ligação P5 resistiria à redistribuição dos esforços provocados pela ruptura na ligação P3.

B – Ruptura do pilar P5

Na Tabela 3.47 são apresentadas às reações de apoio para os pilares adjacentes, após a ruptura da laje em P5 e na Figura 3.68 estes resultados são apresentados graficamente.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	25,5	5,4	100,9	P14	109,3	21,6	36,8
P2	105,7	2,7	55,1	P15	95,4	9,2	22,9
P3	431,2	70,5	98,5	P16	158,7	26,6	27,3
P4	229,5	1,2	21,4	P17	112,5	83,5	84,5
P5	-	-	-	P18	130,5	141,2	35,7
P6	323,3	62,1	49,9	P19	281,0	12,4	84,3
P7	268,0	21,7	192,0	P20	313,1	19,0	117,8
P8	74,8	16,7	32,7	P21	193,8	20,7	3,0
P9	70,1	0,1	0,5	P22	234,5	4,4	41,0
P10	142,0	4,2	-4,1	P23	239,0	3,3	26,8
P11	388,4	45,4	75,1	P24	99,7	2,2	62,4
P12	17,1	0,0	7,6	P25	105,8	2,4	55,3
P13	-21,4	0,3	12,8				

Tabela 3.47 - Esforços nas ligações laje/pilar após a ruptura total da ligação em torno do pilar P5



Figura 3.68 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje em torno do pilar P5

Observa-se na Figura 3.68, que com a ruptura em P5 a ligação mais comprometida foi a do pilar P3, que apresentou um acréscimo de 84% em relação a sua carga original. Admitindo-se uma resistência residual de 15% na ligação P5, o acréscimo de carga para a ligação P3

reduziria para 71,7%. Caso se utilizasse armadura de prevenção ao colapso progressivo na ligação P5 e admitindo que com esta armadura a resistência residual aumentasse de 15% para 50%, o acréscimo de carga seria de 42%.

A nova verificação ao puncionamento para o pilar P3, em função da ruptura por puncionamento da laje em P5, é apresentada na Tabela 3.48 e na Figura 3.69.

Normas	Tensões	P3
NBR 6118	τ _{Rd2}	4,34
	τ_{Sd2}	0,98
	τ _{Rd1}	0,41
	τ _{Sd1}	0,31
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd, max}}$	7,50
	ν_{sd}	0,98
	ν _{Rd,c}	0,38
	ν_{sd}	0,31
ACI	φν _n	0,89
	ν _u	0,38

Tabela 3.48 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P3 após a ruptura do P5 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.69 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P5, após o puncionamento do P3 considerando resistência residual de 15%

Como pode ser visto na Figura 3.69, para todas as normas utilizadas, os valores das tensões atuantes foram inferiores aos valores das tensões resistentes. Dessa forma, mesmo com o rompimento da laje em torno do pilar P5, a ligação laje/pilar P3 possui resistência suficiente para resistir aos esforços atuantes provocados pela redistribuição de carga em função da ruptura P5.

C – Ruptura do pilar P6

Na Tabela 3.49 são apresentadas às reações de apoio para os pilares adjacentes após a ruptura da laje em P6 e na Figura 3.70 estes resultados são apresentados graficamente.

PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)	PILAR	Nk (kN)	M1 (kN.m)	M2 (kN.m)
P1	94,7	1,7	56,2	P14	108,7	20,8	38,7
P2	101,1	2,0	49,5	P15	95,4	9,2	22,9
P3	252,9	8,9	81,0	P16	219,3	5,2	49,1
P4	254,6	7,2	67,2	P17	103,2	60,0	98,3
P5	364,0	9,1	86,5	P18	130,8	141,9	35,8
P6	-	-	-	P19	282,4	12,9	85,2
P7	396,6	17,0	46,9	P20	313,1	19,0	117,8
P8	76,7	6,9	11,4	P21	193,5	20,3	2,9
P9	66,7	0,1	0,8	P22	234,1	4,3	41,3
P10	172,1	6,7	8,9	P23	239,0	3,3	26,8
P11	237,8	8,5	38,8	P24	99,8	2,2	62,3
P12	24,4	0,0	2,4	P25	105,8	2,4	55,3
P13	-38,4	0,3	10,2				

Tabela 3.49 - Esforços nas ligações laje/pilar após a ruptura total da ligação em torno do pilar P6



Figura 3.70 - Variação das reações verticais nos apoios (pilares) após a ruptura da laje em torno do pilar P6

Observa-se na Figura 3.70 que com a ruptura total do pilar P6 a ligação mais comprometida foi a da ligação P5 com o aumento de 28,9% em relação à carga obtida pela estrutura íntegra. Considerando uma resistência residual de 15% o acréscimo de carga diminuiria para 24%. Com o uso da armadura de prevenção ao colapso progressivo no P6 (50% de resistência residual) o aumento de carga seria de 14,4%. A nova verificação ao puncionamento para o pilar P5, em função da ruptura por puncionamento da laje em P6, é apresentada na Tabela 3.50 e na Figura 3.71.

Normas	Tensões	P5
NBR 6118	τ _{Rd2}	4,34
	τ _{Sd2}	0,73
	τ _{Rd1}	0,39
	τ _{Sd1}	0,27
EUROCODE	$\nu_{\text{Rd, max}}$	7,50
	ν_{sd}	0,73
	$v_{\text{Rd,c}}$	0,36
	ν_{sd}	0,27
ACI	φν _n	0,89
	vu	0,32

Tabela 3.50 - Tensões resistentes e atuantes nos perímetros críticos (MPa) para a ligação do pilar P5 após a ruptura do P6 considerando resistência residual de 15%



Figura 3.71 - Relação tensão atuante / Tensão resistente nos perímetros críticos da ligação do pilar P5, após o puncionamento do P6 considerando resistência residual de 15%

Como pode ser visto na Figura 3.71, para todas as normas analisadas não há indicativo que haveria ruptura da laje em torno do pilar P5 diante de um puncionamento na ligação do pilar P5.

3.3.3.4 – Verificação utilizando configuração de linhas de ruptura

É realizada análise similar à efetuada nos item 3.3.1.4 e 3.3.2.4, considerando a possibilidade da ruptura ficar restrita à uma região, próxima a ligação rompida (P6), e que a resistência residual da ligação é nula.

A configuração para as linhas de ruptura neste caso está apresentada na Figura 3.72. Observase na Figura 3.72 que a linha positiva foi traçada passando pelo pilar P8 até a extremidade da laje e as linhas negativas firam definidas a partir das regiões mais rígidas, contornando a ligação rompida (P6). Admitiu-se também que a viga posicionada na extremidade da laje não teria resistência suficiente para provocar a bifurcação da linha positiva.

A partir da configuração admitida para a linha de ruptura, é determinada então a carga de colapso de flexão do pavimento.

Nas Figura 3.73 a 3.76 apresentam, respectivamente, as armaduras positivas longitudinais (Figura 3.73) e transversais (Figura 3.74), e as armaduras negativas longitudinais (Figura 3.75), e transversais (Figura 3.76), utilizadas efetivamente no projeto original. Os momentos de plastificação negativos na direção x e y são mostrado na Figura 3.77, os momentos de plastificação positivos nas direções x são mostrado na Figura 3.78.



Figura 3.72 - Configuração de linhas de ruptura adotadas para o pavimento do teceiro exemplo após o puncionamento em torno do P6



Figura 3.73 - Armadura positiva longitudinal (Terceiro Exemplo)



Figura 3.74 - Armadura positiva transversal (Terceiro Exemplo)



Figura 3.75 - Armadura negativa longitudinal (Terceiro Exemplo)



Figura 3.76 - Armadura negativa transversal (Terceiro Exemplo)



Figura 3.77 - Momentos de plastificação negativos



Figura 3.78 - Momentos de plastificação positivos

De forma semelhante aos dois exemplos anteriores, aplicou-se o princípio dos trabalhos virtuais para o cálculo da linha de ruptura, impondo-se um deslocamento virtual no ponto E (Figura 3.79). Foi então calculado o trabalho interno e externo.



Figura 3.79 – Volume limitado pela laje deformada e pelo de sua posição inicial

Cálculo do trabalho externo

O trabalho das ações externas, em presença do deslocamento virtual imposto à estrutura é dado como sendo o volume da Figura 3.79. Dessa forma, o volume da Figura 3.79 é igual a $98,8.\delta.(m^2)$.

 $W_{ext} = 98, 8.\delta.q(m^2)$

Cálculo do trabalho interno

Linha de ruptura positiva

$$W_{\text{int}^{+}} = \sum m_i . l_i . \theta_i,$$

$$W_{\text{int}^{+}} = \delta. \begin{bmatrix} 3921.\left(2x\frac{0.5}{3.65}\right).3, 20 + 9281.\left(2x\frac{1}{3.65}\right).0, 79 + 5654.\left(2x\frac{1}{3.65}\right).0, 35\\ + 1954.\left(2x\frac{1}{3.65}\right).1, 48 + 15044.\left(2x\frac{1}{3.65}\right).3, 32 + 1793.\left(2x\frac{0.5}{3.65}\right).3, 88 \end{bmatrix}$$

 $W_{\text{int}^+} = 39.397 \cdot \delta;$

Linha de ruptura negativa

$$W_{\text{int}^{-}} = \sum m_i l_i . \theta_i,$$

$$W_{\text{int}^{-}} = \delta \begin{bmatrix} \left(2x4611 . \frac{0.5}{3.65} . 2, 48 \right) + \left(2x9543 . \frac{0.5}{3.65} . 0, 73 \right) + \left(2x14910 . \frac{1}{3.65} . 0, 81 \right) \\ \left(2x1877 . \frac{1}{3.65} . 1, 55 \right) + \left(2x2370 . \frac{1}{3.65} . 1, 55 \right) + \left(2x11390 . \frac{1}{3.65} . 1, 01 \right) + \\ \left(2x11270 . \frac{1}{3.65} . 1, 51 \right) + \left(2x3018 . \frac{0.5}{3.65} . 2, 28 \right) + \left(2x8207 . \frac{0.5}{3.65} . 1, 56 \right) \\ 2370 . \frac{1}{5,93} . 3, 29 + 3629 . \frac{1}{5,93} . 2, 28 + 1215 . \frac{1}{5,93} . 1, 60 \end{bmatrix}$$

 $W_{\text{int}}^{-} = 39.262 \cdot \delta;$

O trabalho interno total é, portanto:

 $W_{\text{int erno}} = W^+ + W^-$

$$W_{\text{int erro}} = 39.397.\delta + 39.262.\delta$$

$$W_{\text{int erno}} = 78,659.\delta$$

Aplicando o princípio dos trabalhos virtuais chegamos à carga de ruptura da laje:

$$W_{\text{int erno}} = W_{\text{externo}}$$
 .:.

$$78,659.\delta = 98,8.\delta.q$$
.

$$q = 795 \frac{kgf}{m^2} \Rightarrow 7,95 \frac{kN}{m^2}$$

Da mesma forma que os dois exemplos anteriores, a carga de colapso encontrada esta acima da carga prevista para atuar no pavimento (7,50kN/m²), indicando assim, que mesmo que ocorra uma ruptura na ligação P6 a estrutura não entraria em colapso. Deve ser observado que nesta análise não foi admitida nenhuma resistência residual na ligação laje/pilar em P6. Com esta consideração a situação poderia ser ainda mais amenizada, especialmente com a utilização de armadura de combate ao colapso progressivo, que possibilitaria uma resistência residual de 50%.
4. – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

4.1 - CONCLUSÕES

Foi avaliada a possibilidade de ocorrência de colapso progressivo em três estruturas em lajes lisas (cogumelo), como decorrência de uma ruptura inicial por puncionamento, a partir da análise das demais ligações laje / pilar na fase de pós-puncionamento, empregando-se o programa TQS e o Método das Linhas de Ruptura. Este trabalho prosseguiu investigações anteriores na Universidade de Brasília (BEZERRA, 2001; MARTINS, 2003).

4.1.1 - Verificação ao puncionamento

Foram realizadas verificações ao puncionamento utilizando as recomendações da NBR 6118: 2003, do EUROCODE 2: 2002 e do ACI 318M: 2005para as quatorzes ligações laje/pilar analisadas dos três exemplos de edifícios, sendo quatro para o primeiro exemplo (P2, P3, P7 e P8), sete para o segundo exemplo (P2, P3, P4, P5, P14, P15, P16), e três para o terceiro exemplo (P3, P5 e P6). Para as quatorzes ligações verificadas, os resultados obtidos pelo EUROCODE 2: 2002 apresentaram os maiores valores para a razão tensão atuante sobre tensão resistente, seguido pela NBR 6118: 2003 e pelo ACI 318M: 2005. Para todas as ligações verificadas os valores das tensões atuantes foram inferiores aos valores das tensões resistentes pelas três normas, corroborando o especificado nos projetos originais, que não recomendaram a utilização da armadura de cisalhamento nas ligações.

Deve-se observar que as tensões podem ser comparadas entre as normas, mas como as tensões são calculadas em perímetros diversos pelas normas, a comparação que efetivamente vai mostrar a diferença de abordagens entre as normas é a da carga resistente por cada norma para cada ligação laje / pilar. Observa-se no Apêndice D que para a maioria dos casos o ACI 318M: 2005 é menos conservador que a NBR 6118: 2003, a menos, por exemplo, a partir de 1,2% de taxa de armadura, para resistência do concreto = 25 MPa, e a partir de 1,5% de taxa de armadura, para resistência do concreto = 40 MPa.

4.1.2 Cálculo da armadura contra o colapso progressivo

O cálculo da armadura contra o colapso progressivo foi realizado segundo a NBR 6118: 2003, pelo CEB-FIB MC90: 1993 e pelo processo proposto por MELO (1990). Em todos os casos a maior quantidade de armadura foi encontrada pela proposta de MELO (1990). Os valores obtidos pela NBR 6118: 2003 e CEB-FIB MC90: 1993 ficam muitos próximos, visto ser a diferença entre as duas normas apenas o coeficiente de majoração das cargas. Apenas no terceiro exemplo, os valores das áreas de aços das armaduras positivas que funcionaram como armadura de colapso progressivo em todas as ligações estão condizentes com os valores recomendados pela NBR 6118: 2003 d pelo CEB/90.

4.1.3 Comportamento pós-puncionamento

Foram analisadas as redistribuições de cargas dos três exemplos, em decorrência de simulações admitindo-se rupturas das ligações laje/pilar por punção.

A análise do comportamento dos pavimentos estudados, em decorrência de uma ruptura localizada, em uma ligação laje/pilar, foi efetuada utilizando configurações de Linhas de Ruptura. A carga de ruptura do pavimento (carga de colapso ou carga de ruptura por flexão) foi estimada a partir de um mecanismo de colapso plástico, compatível com as condições de contorno de cada pavimento. Os momentos em cada linha de ruptura são os momentos resistentes no estádio limite último da seção e a carga de ruptura foi determinada usando o principio dos trabalhos virtuais. Não foi admitida nenhuma resistência residual nas ligações laje/pilar rompidas quando da avaliação do comportamento por Linhas de Ruptura. A análise dos três exemplos utilizando o Método das Linhas de Ruptura mostrou que as estruturas possuem uma reserva de resistência à flexão que dificultaria a ocorrência de colapso progressivo nestas estruturas, já que foram encontradas cargas resistentes últimas nos pavimentos superiores às cargas atuantes nos pavimentos.

4.1.3.1 - Primeiro Exemplo

Para todas as ligações com pilares suscetíveis a rupturas por punção (pilares P2, P3, P7 e P8), foram considerados cenários com a ligação puncionada possuindo 15% ou 50% de resistência residual, e a situação mais crítica de acréscimo de carga foi a da ligação P3 após o puncionamento da ligação P2. Para as duas situações de analises (P2 com 15% ou 50% de resistência residual), observou-se pelos resultados apresentados pelo EUROCODE 2: 2002 e pela NBR 6118: 2003, que a ligação laje/pilar P3 não suportaria a nova redistribuição de carga e romperia, sucedendo uma nova ruptura. Já os resultados apresentados pelo ACI 318M: 2005 nas duas situações não indicaram que a ligação P3 romperia.

Para as verificações das ligações puncionadas P3, P7 e P8, nas analises com 15% de resistência residual, somente pelos resultados obtidos pelo EUROCODE 2: 2002 indicaram a propagação de novas rupturas nas ligações mais solicitadas. Já para a situação em que as ligações P3, P7 e P8 possuíam resistência residual de 50%, todos os resultados mostraram que as ligações mais solicitadas possuíam resistência satisfatória para a nova redistribuição de carga.

Desse modo, conclui-se que a estrutura analisada, pelas verificações feitas EUROCODE 2: 2002 e pela NBR 6118: 2003 está susceptível à propagação de rupturas por puncionamento, com o conseqüente possível colapso da estrutura, caso ocorra uma eventual ruptura na ligação P2.

Verificação utilizando configurações de Linhas de Ruptura - A configuração de linha de ruptura considerada na análise admitiu que o colapso ficaria restrito a uma região próxima ao pilar P3. Após a análise observou-se que não há grande possibilidade da estrutura entrar em colapso mediante a uma eventualidade de um puncionamento da ligação P3, já que a carga de colapso, de 10,66 kN/m², está 27% acima da carga prevista para atuar na estrutura.

4.1.3.2 - Segundo Exemplo

As ligações que apresentaram as situações mais críticas para a ocorrência de uma nova ruptura foram às ligações P3 e P15, após as rupturas por punção nas ligações P2 e P14, respectivamente. Os resultados apresentados pelo EUROCODE 2: 2002 e pela NBR 6118: 2003 indicaram que na eventualidade de uma ruptura localizada na ligação P2, considerando apenas 15% de resistência residual, a ligação P3 não suportaria o novo acréscimo de carga e romperia por punção. Da mesma forma, os resultados apresentados pelo EUROCODE 2: 2002 e pela NBR 6118: 2003 indicaram que na eventualidade de uma ruptura localizada na ligação P2 e pela NBR 6118: 2003 indicaram que na eventualidade de uma ruptura localizada na ligação P14, considerando apenas 15% de resistência residual, a ligação P15 não suportaria o novo acréscimo de carga e também romperia por punção. Para as outras verificações (P3, P4, P5, P15 e P16), onde foram considerados 15% de resistência residual nas ligações puncionadas, as ligações mais solicitadas apresentaram resistência satisfatória aos novos acréscimos de carga. Pode-se concluir então que a estrutura é muito susceptível à ocorrência de colapso progressivo caso haja rupturas por puncionamento nas ligações P2 ou P14 com apenas 15% de resistência residual.

Verificação utilizando configurações de linhas de ruptura - Foi utilizada uma configuração de Linha de Ruptura admitindo-se que o colapso ficaria restrito a uma região próxima ao pilar P2 e que a viga de contorno não teria rigidez suficiente para formar uma linha de ruptura negativa. Observou-se também neste exemplo que não há possibilidade da estrutura entrar em colapso, mediante a uma possível ruptura por puncionamento na ligação P2, pois a carga de ruptura de flexão do pavimento, de 12,22kN/m², está acima da carga prevista para atuar na estrutura, 6,25 kN/m².

4.1.3.3 - Terceiro Exemplo

Para as três analises realizadas (P3, P5, e P6) foram consideradas apenas 15% de resistência residual nas ligações, e nenhuma apresentou indicativo que haveria possibilidade de uma nova ruptura por punção nas ligações mais solicitadas pelas três normas utilizadas. Conclui-se que a

estrutura não é susceptível a ocorrência de um colapso progressivo, caso ocorram rupturas por punção nas ligações P3, P5 e P6.

Verificação utilizando configurações de linhas de ruptura - De forma semelhante aos exemplos anteriores, foi adotada uma configuração de linha de ruptura no qual o colapso do pavimento ficaria restrito a uma região próxima a ligação puncionada, que para este exemplo foi considerado a ligação do pilar P6. Também neste caso concluiu-se que não há possibilidade que o pavimento rompa por flexão e provoque um colapso progressivo na estrutura, já que a carga prevista para atuar na estrutura, de 7,50 kN/m², está abaixo da carga de colapso.

4.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Realizar uma análise elasto-plástica incremental para esses tipos de estruturas, para se determinar o coeficiente de segurança efetivo em cada situação. Posteriormente poderia se sugerir um coeficiente de segurança para prevenção ao colapso progressivo, diante da perda total ou parcial de uma ligação laje/pilar;
- Investigar o comportamento da estrutura na fase de construção;
- Considerar efeitos dinâmicos;
- Realização de ensaios experimentais em ligações laje/pilar utilizando as armaduras de colapso progressivo previstas pela NBR 6118:2003 e pelo CEB-FIB MC90: 1993, para que a sua eficácia possa ser comprovada, pois as duas apresentaram armaduras inferiores daquelas encontradas pelo processo proposto por MELO (1990).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI318. Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-05) and Commentary (ACI 318RM-5). Farmington Hills, 2005.

ARAÚJO, J. M., Curso de Concreto Armado, vols 1 a 4. Editora Dunas. Rio Grande, 2003.

BEZZERRA, L. M., 2001. Comportamento Pós-Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto Armado. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. DF. 207p.

BRE, The struture of Ronan Point and other Taylor Woodrow – Anglian Building, Building research establishment report, p85, 1995.

CLÍMACO, J. C. T de S., Estrutura de Concreto Armado: Fundamentos de Projeto, Dimensionamento e Verificação. Editora Universidade de Brasília: Finatec. Brasília, 2005. 410p.

CORDOVIL, F. A. B., Lajes de concreto armado - Punção. Editora UFSC, Florianópolis, 1997. 222p.

CUNHA, A. J. P., SOUZA, V. C. M. Lajes em Concreto Armado e Protendido. Editora. UERJ. Rio de Janeiro, 1998. 580p

EUROPEAN STANDARD - EUROCODE 2. Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. European Committee for Standardization. Brussels, 2002. FERREIRA, M. de P., 2006. Análise Experimental de Lajes Lisas ao Puncionamento Simétrico ou Assimétrico. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará. Belém, PA, 214p.

MARTINS, P. A., 2003. Colapso Progressivo em Edifícios em Laje Cogumelo de Concreto Armado. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF. 165 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - NBR 6118. Projeto de estrutura de concreto e procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - NBR 6120. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980

NBR 6123 - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988

LEONHARDT, F., Construções de concreto – Volume 4: Verificação da capacidade de utilização, Editora Interciência, Rio de janeiro, 1979. 210p.

LIMA, J. S., 2001. Verificações da Punção e da Estabilidade Global de Edifícios de Concreto: Desenvolvimento e Aplicação de Recomendações Normativas. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP. 225p.

LIMA NETO, A. F., 2003. Análise Experimental na Fase de Pós-Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília, DF. 127p.

MELO, GUILHERME SALES S. DE A., 1990. Behavior of Reiforced Concreto Flat Slabs After Local Failure, Ph.D. Thesis, Polytechinc of Central London. 214p. MELO, G. S., **Puncioanemento, Pós-puncionamento e colapso progressive em laje cogumelo**. *In: IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto*, São Paulo, Brasil.

MACGREGOR, J. G., **Reinforced Concreto – Mechanics and Design**. Second Edition Prantice. New Jersey, 1992. 934p.

MÉLGES, J. L. P., 1995. **Punção em Lajes: Exemplos de Cálculo e Análise Teórica Experimental**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.

PARK, Robert e GAMBLE, William Leo, **Reinforced Concrete Slabs**. Ed. John Wiley & Sons. 1998.

PONTES, H. G., 2005. Ensaios Adicionais em Lajes Lisas Protendidas com Pilares de Borda à Punção. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 160p.

TQS Informática Ltda, Sistema CAD/TQS para Windows. Versão Plena Avançada 13.0 2007.

ANEXO

ANEXO A

EXEMPLO DE CÁLCULO DE RESISTENCIA A PUNÇÃO

Neste anexo são apresentados os cálculos de resistência à punção de uma laje lisa com um pilar interno pelas normas apresentadas no capitulo 2. Para os cálculos de resistência à punção foi encolhido o pilar P2 do primeiro exemplo.

A-1 NBR 6118: 2003

Dados gerais:

•	seção do pilar: 40cm x 80cm	•	taxa de armadura:
•	espessura da laje: 30cm		$\rho_{\rm x} = 0,00459$
•	resistência do concreto: fck = 25MPa		$\rho_y = 0,00367$
•	reações no apoio:		$\rho = 0,00410$
	$F_k = 324,4kN$	•	altura útil:
	$M_{xx} = 31,62$ kN.m		$d_x = 27,38$ cm
	$M_{yy} = 15,53$ kN.m		$d_y = 26,13$ cm
•	esforços de cálculo ($\gamma_s = 1,4$):		d = 26,75cm
	Fsd = Fk. γ_s = 454,16kN		
	$Msd_x = Mxx. \gamma_s = 4426,8kN.cm$		
	$Msd_y = Myy. \gamma_s = 2174kN.cm$		

As dimensões da seção do pilar e os sentidos dos momentos são ilustrados na Figura A-1.



Figura A-1 - Dimensões da seção do pilar e sentidos dos momentos

Os sentidos dos momentos atuantes de cálculo, as dimensões C_1 e C_2 e o posicionamento do contorno crítico são mostrados na Figura A-2. Observa-se que as dimensões C_1 e C_2 são permutadas para cada uma das parcelas dos momentos.



Figura A-2 - Dimensões c1 e c2 para pilares internos com momentos nas duas direções e posicionamento do perímetro crítico

Verificação do contorno C

Tensão resistente

Equação (2.12)

$$\tau_{Rd2} = 0,27.\left(1 - \frac{fck}{250}\right).fcd$$
$$\tau_{Rd2} = 4,33MPa$$

Tensão solicitante

Com base nos dados gerais e na notação adotada na Figura A-2, tem-se que:

Perímetro critico:

$$u = 2(C_1 + C_2) = 240cm$$

Modulo de resistência plástica:

$$Wp_{1} = \frac{C_{1}^{2}}{2} + C_{1}.C_{2} = 4000cm^{2}$$
$$Wp_{2} = \frac{C_{2}^{2}}{2} + C_{2}.C_{1} = 6400cm^{2}$$

Coeficiente K (Tabela 2.6):

$$K_1 = 0,45 (C_1/C_2 = 0,5)$$

 $K_2 = 0,7 (C_2/C_1 = 2)$

Portanto:

$$\tau_{sd} = \frac{Fsd}{u.d} + \frac{k_1.Msd_y}{Wp_1.d} + \frac{k_2.Msd_x}{Wp_2.d}$$
$$\tau_{sd} = \frac{0,098kN}{cm^2} = 0,98MPa$$

Comparações de tensões

Equação (2.8)

Verificação no contorno C'

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rd2} = 0.13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot \left(100.\rho.fck \right)^{\frac{1}{3}}$$
$$\tau_{Rd2} = 0.50MPa$$

Tensão Solicitante

Perímetro crítico:

 $u = 2(C_1 + C_2) + 4.d.\pi = 576cm$

Módulo de resistência plástica:

$$Wp1 = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 = 30728 cm^2$$
$$Wp2 = \frac{C_2^2}{2} + C_2 \cdot C_1 + 4 \cdot C_1 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_2 = 35568 cm^2$$

Coeficiente K (tabela 2.6):

$$K_1 = 0,45 (C_1/C_2 = 0,5)$$

 $K_2 = 0,7 (C_2/C_1 = 2)$

Portanto:

$$\tau_{sd} = \frac{Fsd}{u.d} + \frac{k1.Msd_y}{Wp_{1.d}} + \frac{k2.Msd_x}{Wp_{2.d}}$$
$$\tau_{sd} = \frac{0,034kN}{cm^2} = 0,34MPa$$

Equação (2.8)

Equação (2.13)

Comparações de tensões

 $\tau_{Rd1} = 0,50MPa > \tau_{sd} = 0,34MPa \ OK!$

A-2 EUROCODE 2: 2002

Dados gerais:

•	seção do pilar: 40cm x 80cm	•	taxa de arm	nadura:
•	espessura da laje: 30cm			$\rho_x = 0,00356$
•	resistência do concreto: fck = 25MPa			$\rho_{y} = 0,00470$
•	reações no apoio: $F_k = 324,4kN$			$\rho = 0,00356$
	$M_{xx} = 31,62$ kN.m	•	altura útil:	
	$M_{yy} = 15,53$ kN.m			$d_x = 27,38$ cm
•	esforços de cálculo ($\gamma_s = 1,4$):			$d_y = 26,13$ cm
	Fsd = Fk. γ_s = 454,16kN			d = 26,75cm
	$Msd_x = Mxx. \gamma_s = 4426,8kN.cm$			d* = 267,5mm
	$Msd_y = Myy. \gamma_s = 2174kN.cm$			
		I		

Os sentidos dos vetores momentos da reação de apoio e as dimensões da seção transversal seguiram as mesmas notações da Figura A-1. Os sentidos dos momentos atuantes de cálculo, as dimensões C_1 e C_2 e o posicionamento do contorno crítico seguem a mesma referência da Figura A-2. Assim como a NBR 6118: 2003, as dimensões C_1 e C_2 são permutadas para cada uma das parcelas dos momentos.

Verificação do contorno C

Tensão resistente

$$v_{rd} = 0, 5. \left(1 - \frac{fck}{250}\right). fcd$$
$$v_{rd} = 7, 50MPa$$

Equação (2.26)

Tensão solicitante

Com base nos dados gerais e na notação adotada na Figura A-2, tem-se que: Perímetro crítico:

 $u = 2(c_1 + c_2) = 240cm$

Modulo de resistência plástica:

 $Wp_{1} = \frac{c_{1}^{2}}{2} + c_{1}.c_{2} = 4000cm^{2}$ $Wp_{2} = \frac{c_{2}^{2}}{2} + c_{2}.c_{1} = 6400cm^{2}$

Coeficiente K (Tabela 2.7)

$$K_1 = 0,45 (c_1/c_2 = 0,5)$$

 $K_2 = 0,7 (c_2/c_1 = 2)$

Para obtenção da tensão atuante de cálculo são utilizadas as Equações 2.17 e 2.18, que depois de simplificadas ficam análoga à expressão adotada pela NBR 6118: 2003 Equação 2.8.

$v_{Ed} = \frac{Fsd}{u.d}$	Equação (2.17)
$\beta = 1 + k \cdot \frac{Msd}{Fsd} \cdot \frac{u}{W}$	Equação (2.18)

portanto:

$$v_{sd} = \frac{Fsd}{u.d} + \frac{k1.Msd_y}{Wp1.d} + \frac{k2.Msd_x}{Wp2.d}$$
Equação (2.8)
$$v_{sd} = \frac{0,98kN}{cm^2} = 0,98MPa$$

Comparações de tensões

$$v_{Rd} = 7,50MPa > v_{Rd} = 0,98MPa \ Ok!$$

Verificação do contorno C'

Tensão resistente

$$v_{rd} = 0,12. \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d^*}}\right) \cdot (100.\rho.fck)^{\frac{1}{3}}$$

 $v_{rd} = 0,48MPa$

Equação (2.27)

Tensão solicitante

Perímetro crítico:

 $u = 2(c_1 + c_2) + 4.d.\pi = 576cm$

Módulo de resistência plástica:

$$Wp1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1.c_2 + 4.c_2.d + 16.d^2 + 2.\pi.d.c_1 = 30728cm^2$$
$$Wp2 = \frac{c_2^2}{2} + c_2.c_1 + 4.c_1.d + 16.d^2 + 2.\pi.d.c_2 = 35568cm^2$$

Coeficiente K (Tabela 2.7):

 $K_1 = 0,45 (c_1/c_2 = 0,5)$ $K_2 = 0,7 (c_2/c_1 = 2)$

De mesma forma que foi simplificada a expressão da tensão solicitante de cálculo no contorno C, aplicou-se a mesma expressão adotada pela NBR 6118: 2003.

Portanto:

$$\upsilon_{sd} = \frac{Fsd}{u.d} + \frac{k1.Msd_y}{Wp_{1.d}} + \frac{k2.Msd_x}{Wp_{2.d}}$$
$$\upsilon_{sd} = \frac{0,034KN}{cm^2} = 0,34MPa$$

Além da metodologia mencionada acima para encontrar o valor da tensão solicitante no contorno c', o EUROCODE 2: 2002, visando facilitar e agilizar sua aplicação, permite também realizar o cálculo por meio da expressão abaixo.

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{Fsd}{u.d}$$
 Equação (2.17)

onde o valor de ß é igual:

$$\beta = 1 + 1, 8. \sqrt{\left(\frac{ey}{bz}\right)^2 + \left(\frac{ez}{by}\right)^2}$$
 Equação (2.21)

As posições de bz e by e das excentricidades, $e_x e e_y$, referente à Equação 2.21, tem como base as Figuras A-3 e A-4.



Figura A-3 - base de referência das dimensões de by e bz



Figura A-4 - posicionamento das excentricidades ez e ey.

portanto:

$$ey = \frac{M_{sd1}}{F_{sd}}$$
$$ez = \frac{M_{sd2}}{F_{sd}}$$
$$by = 147 cm$$
$$bz = 187 cm$$

$$\beta = 1 + 1, 8 \cdot \sqrt{\left(\frac{ey}{bz}\right)^2 + \left(\frac{ez}{by}\right)^2} = 1,13$$
$$\upsilon_{Ed} = \beta \cdot \frac{Fsd}{u.d} = 0,34MPa$$

Observa-se que os valores da tensão solicitante obtidos pelas duas metodologias dotadas são semelhantes.

Comparações das tensões

 $v_{Rd} = 0,48MPa > v_{sd} = 0,34MPa \ OK!$

A3-ACI 318M: 2005

Dados gerais:

•	seção do pilar: 40cm x 80cm	•	altura útil:	
•	espessura da laje: 30cm			$d_x = 27,38$ cm
•	resistência do concreto: fck = 25MPa			$d_y = 26,13$ cm
•	reações no apoio:			d = 26,75cm
	Fu = 324,4kN			
	Mux = 31,60kN.m			
	Muy = 15,50kN.m			
	ļ			

As dimensões da seção transversal do pilar e os sentidos dos momentos seguem as mesmas notações da Figura A-1.

A tensão resistente e a tensão solicitante são calculadas em relação à seção crítica afastada a 0.5.d da face do pilar (Figura A-5).



Figura A-5 - Localização da seção crítica

Tensão resistente (Vn)

Adota-se o menor valor obtido por meio das três expressões abaixo.

$$Vc = \left(1 + \frac{2}{\beta c}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{fck}}{6}\right)$$

$$Vc = \left(\frac{\alpha c.d}{b_0} + 2\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{fck}}{12}\right)$$

$$Vc = \frac{1}{3} \left(\sqrt{fck}\right)$$
Equação (2.32)

onde:

ßc é a razão entre o lado maior e o menor do pilar (Figura A-5);

$$\beta c = \frac{C_2}{C_1} = 2$$

αs é a constante que assume o valor de 40 para pilar interno;.

$$\alpha s = 40$$

bo é comprimento do perímetro crítico localizado a d/2 do contorno do pilar (Figura A-5).

 $b_0 = 2(b_1 + b_2) = 347 cm$

Com os valores dos dados gerais e os dados obtidos acima, tem-se:

$$Vc = \left(1 + \frac{2}{\beta c}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{fck}}{6}\right) = 1,67MPa$$
$$Vc = \left(\frac{\alpha c.d}{b_0} + 2\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{fck}}{12}\right) = 4,23MPa$$
$$Vc = \frac{1}{3}\left(\sqrt{fck}\right) = 1,65MPa$$

portanto:

$$Vn = Vc.\phi = 1,24MPa$$

 $\phi = 0.75$

• Tensão solicitante (Vu)



Figura A-6 - Notação adotada para o cálculo da tensão atuante

Com base com a notação da Figura A-6 calcula-se a tensão solicitante por meio da expressão abaixo.

$$Vu = \frac{F_{sd}}{A_c} + \frac{\gamma_{vx}.Mu_y.C_{AD}}{J_x} + \frac{\gamma_v y.Mu_x.C_{AB}}{J_y}$$
Equação (2.38)

onde: Ac: a área da superfície crítica; $Ac = b_0 d = 9282 cm^2$

Jc: propriedade análoga ao momento de inércia polar, relacionada à seção crítica;

$$J_{cx} = \frac{b_1{}^3.d}{6} + \frac{b_1.d^3}{6} + 2.b_2.d.\left(\frac{b_1}{2}\right)^2 = 7900463cm^4$$
$$J_{cy} = \frac{b_2{}^3.d}{6} + \frac{b_2.d^3}{6} + 2.b_1.d.\left(\frac{b_2}{2}\right)^2 = 15957756,93cm^4$$

yv: parcela do momento fletor a ser transferida pela excentricidade da força cortante;

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} = 0,35$$
$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{\frac{b_2}{b_1}}} = 0,45$$

CAD: distância da face AD ao centróide da superfície crítica (eixo y);

$$C_{AD} = \frac{b_1}{2} = 33,37 cm$$

CAB: distância da face AB ao centróide da superfície crítica (eixo x).

$$C_{AB} = \frac{b_2}{2} = 53,37 cm$$

portanto:

$$Vu = \frac{F_{sd}}{A_c} + \frac{\gamma_{vx}.Mu_y.C_{AD}}{J_{cx}} + \frac{\gamma_v y.Mu_y.C_{AB}}{J_{cy}} = \frac{0,042KN}{cm^2} = 0,42MPa$$

Comparações das tensões

 $V_u = 1,24MPa > V_n = 0,42MPa \ OK!$

ANEXO B

Como foi mencionado no capítulo 3, o cálculo da tensão resistente e tensão atuante nos pilares P15 e P16 do segundo exemplo foram feitos como numa situação de pilar de borda (Figura B.1). Este anexo tem como objetivo apresentar o cálculo de punção de uma situação de um pilar de borda.



Figura B-1 - Perímetro crítico desconsiderado pelas normas NBR e EUR

B-1 NBR 6118: 2003

Dados gerais

- seção do pilar: 77cm x 20cm
- espessura da laje: 25cm
- resistência do concreto: fck = 30MPa
- reações no apoio:

 $F_k = 99,01kN$ $M_{xx} = 0,37kN.m$ $M_{yy} = 9,91kN.m$

• reações de cálculo ($\gamma_s = 1,4$):

$$\begin{split} F_{sd} &= F_k. \ \gamma_s = 138,6 kN \\ M_{sd1} &= M_{xx}. \ \gamma_s = 51,8 kN.cm \\ M_{sd2} &= M_{yy}. \ \gamma_s = 1387 kN.cm \end{split}$$

Altura últil:

dx = 22,50cmdy = 21,60cmd = 22,05cm

Taxa de armadura:

 $\rho x = 0,00356$ $\rho y = 0,00228$ $\rho = 0,00285$ Para este caso, define-se c_1 (77cm) como sendo o lado do pilar perpendicular à borda livre e c_2 (20cm) como o lado do pilar paralelo à borda (Figura B-2). Observa-se que, neste caso, Myy é o momento que atua na direção perpendicular à borda livre enquanto que Mxx é o momento que na direção paralela à borda livre.



Figura B-2 - Determinação das dimensões c1 e c2 para pilares internos com momentos nas duas direções

Verificação do contorno C

Tensão resistente

 $\tau_{Rd2} = 0,27.\left(1 - \frac{fck}{250}\right).fcd$

 $\tau_{Rd2} = 5,09MPa$

Equação (2.12)

Tensão solicitante

A expressão utilizada para a obtenção da tensão atuante de cálculo é dada pela expressão abaixo:

$$\tau_{sd} = \frac{Fsd}{u^*.d} + \frac{k1.M_{sd2}^*}{Wp_1.d} + \frac{k2.M_{sd1}}{Wp_2.d}$$
 Equação (2.11)

onde:

 MSd^* - momento resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u* em relação ao centro do pilar, no plano perpendicular à borda livre, ou seja, $MSd^* = FSd \times e^*$ (Figura B-3).



Figura B-3 - Excentricidade dos perímetros críticos reduzido para pilar de borda

Com base nos dados gerais e na notação adotada na figura B-3, tem-se que:

$$a < \begin{cases} 1, 5.d = 33, 22cm \\ 0, 5.C_1 = 38, 50cm \end{cases}$$

$$a = 33,07cm$$

$$u^* = 2.a + C_2 = 86,15cm$$

coeficiente da pala tabela 2.6;

 $K_1 = 0,80 (C_1/C_2 = 3,85)$ $K_2 = 0,45 (C_2/2.C_1 = 0,12)$

modulo de resistência plástica na direção perpendicular à borda livre (Wp₁);

$$Wp_1 = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = 3734, 5cm^2$$

modulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre (Wp₂);

$$Wp_2 = \frac{C_2^2}{4} + C_2 \cdot C_1 = 1640 cm^2$$

excentricidade do perímetro crítico reduzido;

$$e^{*} = \frac{C_{1.a} - a^{2} + \frac{C_{1.}C_{2}}{2}}{2.a + C_{2}} = 25,7cm$$

momento resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u*:

$$Msd^* = (\gamma_c.F_k).e^* = 3566, 5KN.cm$$

 $Msd_2^* = (\gamma_c.M_{yy} - Msd) = -2179KN.cm$
 $Msd_2^* = zero$

portanto:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^*.d} + \frac{k1.M_{sd2}^*}{Wp_{1.d}} + \frac{k2.M_{sd1}}{Wp_{2.d}}$$
$$\tau_{sd} = \frac{0,074KN}{cm^2} = 0,74MPa$$

Equação (2.11)

Comparações de tensões

$$\tau_{Rd1} = 5,09MPa < \tau_{sd} = 0,74MPa \quad OK!$$

Verificação no contorno C'

Tensão Resistente

$$\tau_{Rd2} = 0.13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100.\rho.fck)^{\frac{1}{3}}$$
$$\tau_{Rd2} = 0.52Mpa$$

Equação (2.13)

Tensão Solicitante

a = 33,07cm $u^* = 2.a + C_2 + 2.\pi.d = 224,6cm$

coeficiente determinado pela Tabela 2.6;

$$K_1 = 0,80 (C_1/C_2 = 3,85)$$

 $K_2 = 0,45 (C_2/2.C_1 = 0,12)$

modulo de resistência plástica na direção perpendicular à borda livre (Wp1);

$$Wp_1 = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1.C_2}{2} + 2.C_2.d + 8.d^2 + \pi.d.C_1 = 13837, 3cm^2$$

modulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre (Wp₂);

$$Wp2 = \frac{C_2^2}{4} + C_2 \cdot C_1 + 4 \cdot C_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_2 = 13705, 7 cm^2$$

excentricidade do perímetro crítico reduzido (Figura B-3);

$$e^{*} = \frac{C_{1.a} - a^{2} + \frac{C_{1.}C_{2}}{2} + 2.C_{2.d} + 8.d^{2} + \pi.d.C_{1}}{2.a + C_{2} + 2.\pi.d} = 54,9cm$$

Equação 2.10)

Equação (2.11)

 $Msd^* = (\gamma_c.Fk).e^* = 7614kN.cm$ $Msd_2^* = (\gamma_c.Myy - Msd) = -6226kN.cm$ $Msd_2^* = zero$

portanto:

$$\tau_{sd} = \frac{Fsd}{u^*.d} + \frac{k_1.Msd_{2}^*}{Wp_1.d} + \frac{k_2.Msd_{1}}{Wp_2.d}$$
$$\tau_{sd} = \frac{0,028kN}{cm^2} = 0,28MPa$$

Comparações de tensões

 $\tau_{Rd1} = 0,52MPa > \tau_{sd} = 0,28MPa \ OK!$

B-2 EUROCODE 2: 2002

Dados gerais:

seção do pilar: 77cm x 20cm
espessura da laje: 25cm
resistência do concreto: fck = 30MPa
reações no apoio:

$$F_k = 99,01kN$$
 $M_{xx} = 0,37kN.m$
 $M_{yy} = 9,91kN.m$
reações de cálculo ($\gamma_c = 1,4$):
 $F_{sd} = F_k$. $\gamma_c = 138,6kN$
 $M_{sd1} = M_{xx}$. $\gamma_c = 51,8kN.cm$
 $M_{sd2} = M_{yy}$. $\gamma_c = 1387kN.cm$

As mesmas definições referentes à c_1 e c_2 , e os sentidos dos momentos M_{xx} e M_{yy} adotados na Figura B-2, seguem para este exemplo.

Verificação do contorno C

Tensão resistente

$$Vrd_2 = 0, 5.\left(1 - \frac{fck}{250}\right).fcd = 8,88MPa$$

Tensão solicitante

A expressão utilizada para obtenção da tensão atuante de cálculo é dada pela expressão abaixo:

$$\mathcal{D}_{Ed} = \beta \cdot \frac{F_{sd}}{u.d};$$

$$\beta = \frac{u}{u^*} + K_1 \cdot \frac{u}{W_{p1}} \cdot e_{par}$$

Equação (2.22)

Equação (2.24)

onde:

u: perímetro de controle total (Figura B-4);

u*: perímetro de controle reduzido (Figura B-3);

e_{par}: excentricidade paralela a borda livre resultante do momento Mxx (Figura B-5);

K: detreminado pela Tabela 2.7, com a proporção c_1/c_2 trocada por $c_1/2.c_2$;

W_{p1}: calculado pelo perímetro de controle total (u).



Figura B-4: Perímetro crítico reduzido para o pilar de borda



Com base nos dados gerais e na notação adotada na figura B-3 a B-5, tem-se que: perímetro crítico reduzido;

$$a < \begin{cases} 1, 5.d = 33, 22cm \\ 0, 5.c_1 = 38, 50cm \end{cases}$$

$$a = 33,07cm$$

$$u^* = 2.a + c_2 = 86,15cm$$

perímetro crítico total;

$$u = 2.c_1 + c_2 = 174cm$$

excentricidade paralela a borda livre resultante do momento Mxx;

$$e_{par} = \frac{M_{sd1}}{F_{sd}} = 0,37cm$$

coeficiente determinado pela tabela 2.7;

$$K_1 = 0,69 (c_1/2.c_2 = 1,92)$$

modulo de resistência plástica na direção perpendicular à borda livre (Wp1);

$$Wp_1 = \frac{c_1^2}{2} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = 3734, 5cm^2$$

portanto:

$$\beta = \frac{u}{u^*} + K_1 \cdot \frac{u}{W_{p_1}} \cdot e_{par} = 2,02;$$
$$\upsilon_{Ed} = \beta \cdot \frac{F_{sd}}{u \cdot d} = \frac{0,074kN}{cm^2} = 0,73MPa$$

Comparações de tensões

$$v_{Rd} = 8,88MPa > v_{Rd} = 0,73MPa \ Ok!$$

Verificação do contorno C'

Tensão resistente

$$v_{Rd} = 0.12 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d^*}}\right) \cdot (100.\rho.fck)^{\frac{1}{3}}$$

 $v_{Rd} = 0.48MPa$

Tensão solicitante

perímetro crítico reduzido;

a = 33,22cm $u^* = 2.a + c_2 + 2.\pi.d = 224,6cm$

perímetro crítico total;

$$u = 2.c_1 + c_2 + 2.\pi.d = 312,5cm$$

excentricidade paralela a borda livre resultante do momento M_{xx} ;

$$e_{par} = \frac{M_{sd1}}{F_{sd}} = 0,37cm$$

coeficiente determinado pela Tabela 2.7;

$$K_1 = 0,69 (c_1/2.c_2 = 1,92)$$

modulo de resistência plástica na direção perpendicular à borda livre (Wp1);

$$W_{p1} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{c_1.c_2}{2} + 2.c_2.d + 8.d^2 + \pi.d.c_1 = 13837, 3cm^2$$

portanto:

$$\beta = \frac{u}{u^*} + K_1 \cdot \frac{u}{W_{p1}} \cdot e_{par} = 1,39;$$
$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{F_{sd}}{u \cdot d} = \frac{0,028kN}{cm^2} = 0,28MPa$$

• Comparações das tensões

 $v_{Rd} = 0,48MPa > v_{Rd} = 0,28MPa \ Ok!$

A3-ACI 318M: 2005

Dados gerais:

•	seção do pilar: 77cm x 20cm	 altura útil:
•	espessura da laje: 25cm	dx = 22,50cm
•	resistência do concreto: fck = 30MPa	dy = 21,60cm
•	reações no apoio:	d = 22,05cm
	$F_{u} = 99,01 \text{kN}$	
	$M_{ux} = 0.37 kN.m$	

 $Mu_{y} = 9,91 kN.m$

Considera c_1 (77cm) como sendo o lado do pilar perpendicular à borda e c_2 (20cm) como sendo o lado do pilar paralelo á borda. Os sentidos dos momentos seguem as notações da Figura B-6.



Figura B-6 - Notação utilizada

Tensão resistente (Vn)

Adota-se o menor valor obtido por meio das três expressões abaixo.

$$Vc = \left(1 + \frac{2}{\beta c}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{fck}}{6}\right)$$

$$Equação (2.31)$$

$$Vc = \left(\frac{\alpha c.d}{b_0} + 2\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{fck}}{12}\right)$$

$$Equação (2.32)$$

$$Vc = \frac{1}{3} \left(\sqrt{fck}\right)$$

$$Equação (2.33)$$

onde:

ßc é a razão entre o lado maior e o menor do pilar (Figura B-6);

$$\beta c = \frac{c_1}{c_2} = 3,85$$
α s é a constante que assume o valor de 30 para pilar borda;.

$$\alpha s = 30$$

bo é comprimento do perímetro crítico localizado a d/2 do contorno do pilar (Figura B-6).

$$b_0 = 2.b_1 + b_2 = 207 cm$$

Com os valores dos dados gerais e os dados obtidos acima, tem-se:

$$Vc = \left(1 + \frac{2}{\beta c}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{fck}}{6}\right) = 1,39MPa$$
$$Vc = \left(\frac{\alpha c.d}{b_0} + 2\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{fck}}{12}\right) = 4,75MPa$$
$$Vc = \frac{1}{3}\left(\sqrt{fck}\right) = 1,80MPa$$

portanto:

$$Vn = Vc.\phi = 1,04MPa$$

 $\phi = 0.75$

Tensão solicitante (Vu)

Com base com a notação da figura B-6 calcula-se a tensão solicitante por meio da expressão abaixo.

$$Vu = \frac{F_{sd}}{A_c} + \frac{\gamma_{vx}Muy.C_{cD}}{J_x} + \frac{\gamma_{vy}Mux.C_{cB}}{J_y}$$
Equação (2.38)

onde:

Ac: a área da superfície crítica;

 $Ac = d(2.b_1 + b_2) = 4808, 8cm^2$

Jc: propriedade análoga ao momento de inércia polar, relacionada à seção crítica;

$$J_{cx} = \frac{b_1{}^3.d}{6} + \frac{b_1.d^3}{6} + \frac{b_1{}^3.b_2{}^2.d}{2.(2.b_1 + b_2)^2} + \frac{b_1{}^4.b_2.d}{(2.b_1 + b_2)^2} = 4113007cm^4$$
$$J_{cy} = \frac{b_2{}^3.d}{6} + \frac{b_2.d^3}{6} + \frac{b_1.b_2{}^2.d}{2} = 1890090,7cm^4$$

yv: parcela do momento fletor a ser transferida pela excentricidade da força cortante;

$$\gamma_{vx} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} = 0,49$$
$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{\frac{b_2}{b_1}}} = 0,32$$

CDC: distância da face CD ao centróide da superfície crítica (eixo y);

$$C_{CD} = \frac{b_1^2}{2b_1 + b_2} = 35,5cm$$

CCB: distância da face CB ao centróide da superfície crítica (eixo x).

$$C_{CB} = \frac{b_2}{2} = 21,02cm$$

portanto:

$$V_{u} = \frac{F_{sd}}{A_{c}} + \frac{\gamma_{vx}.Muy.C_{CD}}{J_{x}} + \frac{\gamma_{vy}.Mux.C_{CB}}{J_{y}}$$
$$V_{u} = \frac{0,025kN}{cm^{2}} = 0,25MPa$$

Comparações das tensões

$$V_{u}=1,04MPa > V_{n}=0,25MPa \ OK!$$

ANEXO C

Serão apresentados da Tabela C.1 à C.18, os resultados das redistribuições de cargas considerando resistência residual de 15% ou 50% em todas as ligações laje/pilar analisadas nos três exemplos estudados. Os valores apresentados em negrito são os esforços nas ligações puncionadas. A seqüência das tabelas é a mesma seqüência das verificações apresentadas no capitulo 3.

C.1 PRIMEIRO EXEMPLO

Tabela C.1 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P2 com 15% de resistência residual

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	IILAN	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	278,2	-142,2	122,5	P14	257,9	48,1	21,9
P2	44,6	0,0	0,0	P15	136,1	36,9	-57,9
P3	471,4	-190,0	-68,9	P16	182,4	-6,5	-11,8
P4	307,4	-21,5	18,9	P17	354,1	-5,5	141,0
P5	184,3	-27,9	-51,4	P18	209,3	62,1	55,3
P6	142,0	-31,5	69,9	P19	284,0	19,5	-35,7
P7	349,0	-185,8	-27,8	P20	199,0	51,5	-48,6
P8	225,9	-23,7	-10,8	P21	62,3	-8,9	29,8
P9	237,9	-39,6	25,6	P22	134,8	4,5	-4,5
P10	136,5	-36,3	-56,7	P23	86,8	-3,1	-80,3
P11	133,9	34,3	55,7	P24	34,2	-1,1	3,9
P12	219,2	66,9	-23,0	P25	41,0	-10,4	-1,8
P13	203,8	13,8	4,1				

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	FILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	241,9	-98,8	92,8	P14	257,6	48,2	21,9
P2	165,7	0,0	0,0	P15	136,1	36,9	-57,9
P3	410,2	-133,6	-39,0	P16	182,3	-6,5	-11,6
P4	314,6	-25,8	17,3	P17	354,0	-5,5	141,0
P5	187,1	-32,4	-51,8	P18	209,3	61,9	55,2
P6	140,4	-32,6	64,5	P19	283,5	20,0	-35,6
P7	302,0	-121,4	-25,1	P20	199,0	51,4	-48,7
P8	224,6	-24,6	-6,0	P21	62,3	-8,9	29,8
P9	240,2	-40,5	23,6	P22	134,7	4,5	-4,5
P10	135,7	-35,6	-56,2	P23	86,8	-3,1	-80,3
P11	134,6	34,8	56,4	P24	34,2	-1,1	3,9
P12	233,0	57,3	-23,0	P25	41,0	-10,4	-1,8
P13	205,0	13,7	3,1				

Tabela C.2 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P2 com 50% de resistência residual

Tabela C.3 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P3 com 15% de resistência residual

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	FILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	165,8	-3,3	49,9	P14	254,8	48,6	23,9
P2	457,2	-160,7	43,0	P15	135,8	37,8	-57,9
P3	50,0	0,0	0,0	P16	184,7	-6,7	-11,3
P4	457,1	-161,1	-43,0	P17	354,4	-5,5	140,4
P5	165,8	-3,5	-49,9	P18	209,5	61,4	55,2
P6	136,7	-35,4	53,5	P19	283,0	20,6	-35,6
<u>P7</u>	247,5	-40,0	-10,9	P20	199,2	51,2	-48,7
P8	321,7	-156,1	-0,3	P21	61,6	-8,8	29,8
P9	245,1	-40,2	10,6	P22	134,5	4,6	-4,5
P10	132,9	-35,8	-51,3	P23	86,8	-3,1	-80,3
P11	135,4	36,1	57,5	P24	34,2	-1,1	3,9
P12	247,8	45,5	-25,3	P25	40,9	-10,4	-1,8
P13	173,0	34,6	1,9				

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	FILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	175,8	-17,0	51,0	P14	255,9	48,4	23,1
P2	404,5	-110,3	19,0	P15	135,9	37,5	-57,9
P3	165,5	0,0	0,0	P16	183,6	-6,7	-11,3
P4	404,4	-110,7	-19,0	P17	354,2	-5,5	140,7
P5	175,8	-17,2	-51,0	P18	209,4	61,6	55,2
P6	137,5	-35,0	55,2	P19	282,9	20,6	-35,6
P7	246,0	-40,3	-15,7	P20	199,1	51,3	-48,7
P8	277,3	-99,0	-0,3	P21	61,9	-8,8	29,8
P9	243,7	-40,5	15,2	P22	134,6	4,6	-4,5
P10	133,7	-35,4	-53,1	P23	86,8	-3,1	-80,3
P11	135,5	35,8	57,4	P24	34,2	-1,1	3,8
P12	248,9	45,3	-24,3	P25	40,9	-10,4	-1,8
P13	187,5	25,4	1,9				

Tabela C.4 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P3 com 50% de resistência residual

Tabela C.5 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P7 com 15% de resistência residual

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	192,8	-25,2	60,4	P14	255,8	48,4	23,5
P2	388,9	87,0	-19,1	P15	136,2	37,0	-58,1
P3	329,6	-38,1	-7,6	P16	178,7	-6,5	-5,4
P4	321,9	-33,5	17,6	P17	354,1	-5,4	140,5
P5	192,0	-39,4	-52,7	P18	208,0	63,3	53,5
P6	144,7	-37,7	83,8	P19	272,4	32,4	-34,7
<u>P7</u>	36,3	0,0	0,0	P20	199,1	51,4	-48,7
P8	239,1	-28,3	-23,0	P21	62,4	-9,2	30,1
P9	239,4	-40,9	24,1	P22	135,0	5,7	-4,6
P10	135,0	-34,7	-55,9	P23	86,9	-3,1	-80,3
P11	143,8	30,4	64,3	P24	34,6	-1,2	3,7
P12	375,8	-118,3	-25,8	P25	40,9	-10,4	-1,8
P13	212,4	12,3	-5,7				

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	192,2	-30,1	57,4	P14	256,4	48,3	22,8
P2	365,0	42,3	-17,8	P15	136,1	37,0	-58,0
P3	328,6	-44,8	-4,6	P16	180,1	-6,5	-7,8
P4	322,9	-32,9	16,7	P17	354,0	-5,4	140,7
P5	191,6	-39,1	-52,5	P18	208,5	62,7	54,2
P6	142,7	-36,4	74,2	P19	276,7	27,5	-35,0
<u>P7</u>	121,6	0,0	0,0	P20	199,1	51,4	-48,7
P8	232,7	-27,5	-13,5	P21	62,4	-9,1	30,0
P9	240,9	-41,2	22,8	P22	134,9	5,3	-4,5
P10	134,8	-34,7	-55,7	P23	86,9	-3,1	-80,3
P11	140,8	32,2	61,7	P24	34,4	-1,2	3,8
P12	321,8	-50,1	-25,2	P25	40,9	-10,4	-1,8
P13	209,7	12,8	-2,4				

Tabela C.6 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P7 com 50% de resistência residual

Tabela C.7 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P8 com 15% de resistência residual

DILAD	Nk	M1	M2	DILAD	Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	FILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	190,6	-41,0	50,5	P14	263,1	47,2	14,9
P2	326,0	-17,1	-8,7	P15	135,0	37,4	-56,8
P3	382,5	47,4	0,0	P16	159,0	-4,8	-12,7
P4	325,8	-17,6	8,7	P17	349,1	-4,9	147,0
P5	190,6	-41,2	-50,6	P18	209,5	61,9	55,3
P6	136,4	-33,4	55,1	P19	281,9	21,2	-36,3
P7	258,4	-43,0	-2,7	P20	199,2	51,5	-48,8
P8	35,7	0,0	0,0	P21	68,6	-10,1	30,4
P9	255,5	-43,0	2,7	P22	136,5	4,4	-4,5
P10	132,6	-33,8	-53,0	P23	88,1	-3,2	-80,6
P11	134,6	35,8	56,3	P24	34,2	-1,1	3,9
P12	255,7	44,1	-16,5	P25	41,1	-10,5	-1,7
P13	326,1	-122,6	2,4				

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	190,8	-40,0	51,2	P14	260,8	47,5	17,7
P2	325,3	-22,6	-11,3	P15	135,4	37,3	-57,2
P3	362,1	9,1	0,0	P16	168,2	-5,5	-12,1
P4	325,2	-23,1	11,2	P17	351,0	-5,1	144,7
P5	190,8	-40,2	-51,2	P18	209,4	61,8	55,2
P6	137,2	-33,7	56,1	P19	282,3	21,0	-36,0
P7	253,4	-42,4	-9,9	P20	199,1	51,5	-48,7
P8	110,4	0,0	0,0	P21	66,1	-9,7	30,2
P9	250,7	-42,5	9,7	P22	135,7	4,5	-4,5
P10	133,4	-34,1	-54,0	P23	87,6	-3,2	-80,5
P11	135,0	35,6	56,7	P24	34,2	-1,1	3,9
P12	253,6	44,5	-19,0	P25	41,0	-10,5	-1,8
P13	276,9	-67,7	2,2				

Tabela C.8 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P8 com 50% de resistência residual

C.2 SEGUNDO EXEMPLO

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	168,0	32,2	42,5	P17	133,0	-0,4	-26,2
P2	36,3	0,0	0,0	P18	127,1	-1,0	24,6
P3	337,4	-63,6	-24,1	P19	96,3	0,5	-7,9
P4	53,7	-46,3	7,4	P20	89,0	-4,7	-1,0
P5	161,6	-68,5	-0,6	P21	86,5	-4,6	0,8
P6	140,4	-45,0	0,2	P22	26,2	-0,1	-0,1
P7	130,0	-21,8	-0,9	P23	25,3	-0,1	-0,2
P8	177,4	-3,5	4,7	P24	120,8	-31,9	11,2
P9	68,6	24,2	-13,6	P25	238,3	65,6	-7,3
P10	94,3	2,3	1,3	P26	110,1	19,2	1,7
P11	87,4	11,1	-1,3	P27	139,7	38,5	-0,4
P12	208,7	17,9	2,1	P28	151,1	73,2	0,3
P13	176,2	0,0	-3,3	P29	141,4	44,6	0,1
P14	214,3	-7,8	-82,6	P30	131,9	24,0	-0,9
P15	103,3	-8,4	8,1	P31	176,9	6,5	4,7
P16	133,7	-2,7	30,0	P32	68,5	-26,4	-14,1

Tabela C.9 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P2 com 15% de resistência residual

Tabela C.10 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P3 com 15% de resistência residual

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	PILAK	(k N)	(kN.m)	(kN.m)
P1	118,0	34,2	9,2	P17	133,2	-0,4	-26,3
P2	293,1	-60,9	0,5	P18	127,1	-1,0	24,6
P3	16,2	0,0	0,0	P19	96,3	0,5	-7,9
P4	207,0	-46,6	-7,1	P20	87,4	-4,6	-0,9
P5	148,1	-68,0	1,0	P21	86,7	-4,6	0,7
P6	140,5	-42,9	0,0	P22	26,1	-0,1	-0,1
P7	128,9	-20,7	-0,9	P23	25,4	-0,1	-0,3
P8	177,5	-3,4	4,7	P24	123,0	-33,6	11,5
P9	68,6	24,2	-13,7	P25	243,3	57,6	-7,6
P10	66,1	14,0	1,1	P26	110,0	17,7	1,8
P11	89,7	9,7	-1,0	P27	139,7	38,6	-0,4
P12	223,4	13,9	1,3	P28	151,1	73,2	0,3
P13	173,5	0,5	-3,0	P29	141,4	44,7	0,1
P14	206,0	-0,6	-80,1	P30	131,8	24,1	-0,9
P15	100,4	-0,6	9,8	P31	176,9	6,5	4,7
P16	128,3	-1,4	29,2	P32	68,5	-26,4	-14,1

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(k N)	(kN.m)	(kN.m)	PILAK	(k N)	(kN.m)	(kN.m)
P1	123,6	34,3	11,5	P17	133,2	-0,5	-26,3
P2	223,8	-57,8	-8,6	P18	127,1	-1,0	24,6
P3	186,3	-43,0	8,2	P19	96,3	0,6	-7,9
P4	20,1	0,0	0,0	P20	88,2	-4,7	-0,9
P5	193,0	-96,0	-2,8	P21	86,9	-4,6	0,7
P6	142,4	-46,9	0,2	P22	26,1	-0,1	-0,1
P7	127,6	-17,4	-1,0	P23	25,3	-0,1	-0,3
P8	177,1	-2,8	4,8	P24	122,9	-33,6	11,5
P9	68,8	24,1	-13,7	P25	243,3	57,5	-7,5
P10	138,0	-7,0	-1,2	P26	110,4	17,1	1,8
P11	70,8	14,1	-0,3	P27	139,9	38,2	-0,4
P12	201,5	19,1	1,9	P28	151,0	73,2	0,3
P13	177,7	-0,4	-3,1	P29	141,4	44,7	0,1
P14	207,3	-1,1	-81,1	P30	131,8	24,1	-0,9
P15	98,9	-0,3	10,3	P31	176,9	6,6	4,7
P16	127,2	-0,6	26,2	P32	68,5	-26,4	-14,1

Tabela C.11 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P4 com 15% de resistência residual

Tabela C.12 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P5 com 15% de resistência residual

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
FILAK	(k N)	(kN.m)	(kN.m)	FILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P 1	123,5	34,1	11,5	P17	132,6	-0,1	-26,4
P2	246,0	-54,7	-7,5	P18	127,0	-1,0	24,7
P3	96,3	-17,6	0,9	P19	96,3	0,5	-7,9
P4	183,7	-77,3	3,6	P20	89,4	-4,8	-1,0
P5	23,1	0,0	0,0	P21	87,4	-4,7	0,8
P6	185,1	-83,1	-3,8	P22	26,0	-0,1	-0,1
P7	118,1	-24,6	-0,1	P23	25,2	-0,1	-0,2
P8	179,3	-2,6	4,6	P24	122,8	-33,5	11,5
P9	68,5	24,2	-13,6	P25	243,3	57,4	-7,5
P10	136,2	-11,8	4,6	P26	110,6	16,7	1,8
P11	142,3	-9,4	-4,7	P27	139,9	38,1	-0,4
P12	194,8	21,0	0,9	P28	151,0	73,2	0,3
P13	152,3	7,5	-2,4	P29	141,5	44,6	0,1
P14	207,1	-1,1	-80,7	P30	132,0	23,8	-0,9
P15	99,0	-0,4	9,8	P31	176,9	6,5	4,7
P16	127,5	0,0	28,0	P32	68,4	-26,4	-14,1

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(k N)	(kN.m)	(kN.m)	PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	163,1	123,2	12,1	P17	133,1	-0,4	-26,3
P2	251,3	-42,9	-8,4	P18	127,1	-1,0	24,6
P3	103,5	-19,9	1,9	P19	96,3	0,5	-7,9
P4	140,3	-39,4	-0,3	P20	88,3	-4,6	-1,0
P5	155,8	-69,9	0,3	P21	86,6	-4,6	0,8
P6	141,9	-45,4	0,0	P22	26,3	-0,1	-0,2
P7	129,5	-21,6	-0,9	P23	25,3	-0,1	-0,2
P8	177,5	-3,4	4,7	P24	162,8	-122,7	12,1
P9	68,6	24,2	-13,6	P25	251,2	42,8	-8,4
P10	82,5	8,7	1,0	P26	106,1	21,4	2,0
P11	87,5	10,4	-1,1	P27	140,3	39,2	-0,4
P12	217,3	15,4	1,6	P28	151,1	73,2	0,3
P13	174,7	0,3	-3,1	P29	141,4	44,6	0,1
P14	31,6	0,0	0,0	P30	131,8	24,0	-0,9
P15	198,6	0,1	-111,3	P31	176,9	6,5	4,7
P16	116,6	-0,4	31,7	P32	68,5	-26,4	-14,1

Tabela C.13 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P14 com 15% de resistência residual

Tabela C.14 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P15 com 15% de resistência residual

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
IILAN	(k N)	(kN.m)	(kN.m)	FILAN	(k N)	(kN.m)	(kN.m)
P1	121,1	27,9	11,8	P17	133,0	-0,4	-26,2
P2	248,2	-43,3	-7,9	P18	127,1	-1,0	24,6
P3	110,4	-8,8	1,8	P19	96,3	0,5	-7,9
P4	140,0	-38,1	-0,4	P20	86,0	-4,5	-0,7
P5	155,8	-69,8	0,3	P21	87,2	-4,7	0,7
P6	142,0	-45,5	0,0	P22	25,4	-0,1	0,2
P7	129,5	-21,7	-0,9	P23	25,4	-0,1	-0,4
P8	177,5	-3,5	4,7	P24	120,5	-27,3	11,7
P9	68,6	24,2	-13,6	P25	246,1	46,4	-7,7
P10	81,0	8,6	1,1	P26	113,0	10,6	1,8
P11	87,7	10,4	-1,1	P27	140,3	37,5	-0,4
P12	214,2	15,2	1,9	P28	151,0	73,2	0,3
P13	175,6	0,4	-3,2	P29	141,5	44,8	0,1
P14	258,9	-1,3	-19,2	P30	131,9	24,1	-0,9
P15	15,4	0,0	0,0	P31	176,9	6,5	4,7
P16	157,2	0,2	5,1	P32	68,4	-26,4	-14,1

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
PILAK	(k N)	(kN.m)	(kN.m)	FILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	122,9	33,9	11,4	P17	134,7	-0,4	-27,9
P2	251,4	-40,2	-7,6	P18	126,9	-1,0	24,6
P3	113,0	11,3	1,6	P19	96,3	0,5	-7,9
P4	143,1	-23,6	-0,4	P20	109,2	-5,8	-4,8
P5	154,6	-69,9	0,3	P21	75,8	-3,8	2,1
P6	142,4	-45,2	0,0	P22	33,1	-0,1	-4,5
P7	129,8	-21,7	-0,9	P23	24,4	-0,1	1,4
P8	177,4	-3,5	4,7	P24	122,4	-33,3	11,3
P9	68,6	24,2	-13,6	P25	250,6	41,1	-7,5
P10	90,8	8,9	-0,2	P26	116,4	-10,0	1,6
P11	84,4	10,4	-0,6	P27	141,3	23,8	-0,5
P12	253,3	19,7	-3,7	P28	150,0	72,7	0,4
P13	158,2	-2,2	-0,9	P29	141,9	44,3	0,1
P14	191,4	-1,0	-86,7	P30	132,2	24,0	-0,9
P15	151,9	0,3	43,2	P31	176,8	6,6	4,7
P16	19,3	0,0	0,0	P32	68,4	-26,4	-14,1

Tabela C.15 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P16 com 15% de resistência residual

C.3 TERCEIRO EXEMPLO

PILAR	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	190,7	34,6	42,2	P14	110,2	-21,9	38,1
P2	110,5	2,3	-67,6	P15	95,4	9,2	22,9
P3	34,8	0,0	0,0	P16	224,5	-8,3	-50,7
P4	235,4	2,7	-55,8	P17	105,1	53,6	97,0
P5	377,0	-33,1	-130,5	P18	130,4	141,5	36,1
P6	232,3	-43,6	-5,4	P19	282,5	-13,0	-85,3
P7	316,4	22,4	125,9	P20	313,1	-19,0	117,8
P8	61,5	-1,4	11,3	P21	193,5	-20,2	-2,9
P9	55,9	-0,1	0,4	P22	234,1	-4,3	41,4
P10	155,2	-5,4	-2,0	P23	239,0	-3,3	-26,8
P11	215,8	19,0	-36,9	P24	99,8	-2,2	62,3
P12	38,4	0,0	-2,9	P25	105,8	-2,4	-55,3
P13	-28,9	0,0	-12,3				

Tabela C.16 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P3 com 15% de resistência residual

Tabela C.17 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P5 com 15% de resistência residual

	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
IILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	FILAN	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	36,6	-4,3	96,0	P14	110,2	-21,7	37,2
P2	106,3	2,6	-55,3	P15	95,4	9,2	22,9
P3	402,0	60,6	-80,4	P16	167,1	22,1	-30,3
P4	230,8	1,5	-21,9	P17	111,5	79,7	86,2
P5	42,9	0,0	0,0	P18	130,5	141,2	35,8
P6	301,3	56,7	-41,8	P19	281,2	-12,5	-84,4
P7	276,9	21,7	180,9	P20	313,1	-19,0	117,8
P8	73,2	-14,7	30,0	P21	193,8	-20,7	-3,0
P9	68,4	-0,1	0,5	P22	234,5	-4,4	41,1
P10	143,9	-4,4	-3,8	P23	239,0	-3,3	-26,8
P11	367,3	-37,2	-70,4	P24	99,7	-2,2	62,4
P12	19,8	0,0	6,2	P25	105,8	-2,4	-55,3
P13	-22,6	-0,3	-12,8				

PILAR	Nk	M1	M2		Nk	M1	M2
	(kN)	(kN.m)	(kN.m)	PILAK	(kN)	(kN.m)	(kN.m)
P1	95,4	1,8	57,0	P14	108,9	-20,9	38,6
P2	101,8	2,0	-50,3	P15	95,4	9,2	22,9
P3	250,0	8,2	75,2	P16	219,0	-5,0	-49,0
P4	251,7	6,6	-61,6	P17	103,5	59,8	98,0
P5	351,7	9,8	61,9	P18	130,8	141,8	35,9
P6	29,4	0,0	0,0	P19	282,4	-12,9	-85,2
P7	384,9	17,7	-22,4	P20	313,1	-19,0	117,8
P8	75,6	-6,6	11,6	P21	193,5	-20,3	-2,9
P9	66,0	-0,1	0,7	P22	234,1	-4,3	41,3
P10	170,2	-6,5	-8,3	P23	239,0	-3,3	-26,8
P11	238,3	8,7	-39,1	P24	99,8	-2,2	62,3
P12	25,6	0,0	-2,3	P25	105,8	-2,4	-55,3
P13	-37,3	0,3	-10,5				

Tabela C.18 – Esforços nas ligações laje/pilar no pavimento tipo após o puncionamento da ligação P6 com 15% de resistência residual

ANEXO D COMPARAÇÃO DA CARGA DE RUPTURA

Neste anexo são apresentadas, por meio de gráficos, as variações nas cargas de rupturas estimadas por punção em ligações lajes lisas de concreto armado / pilares, pelas normas NBR 6118: 2003 e pelo ACI318M: 2005, em função das excentricidades da carga aplicada, da resistência à compressão do concreto (f_{ck}), e da taxa de armadura ($\rho_{\%}$). As demais variáveis foram mantidas constantes, e para os demais dados foram utilizados os dados da ligação laje / pilar P2 do primeiro exemplo apresentado no presente trabalho.

A figura D1 apresenta a variação da carga de ruptura na ligação em função de excentricidades iguais em x e y.



Figura D1: Carga de ruptura na ligação em função de excentricidades iguais em x e y

Observa-se, como esperado, que as cargas de rupturas diminuem com o aumento das excentricidades. Observa-se também que as estimativas para a NBR 6118: 2003 são mais conservadoras que as do ACI 318M: 2005.

A figura D2 apresenta a variação da carga de ruptura na ligação em função da resistência à compressão do concreto (f_{ck}).



Figura D2: Carga de ruptura em função da resistência do concreto (MPa)

Observa-se que as estimativas para a NBR 6118: 2003 são mais conservadoras que as do ACI 318M: 2005 para todas as resistências do concreto apresentadas, de 20 a 40 MPa.

As figura D3 e D4 apresentam a variação da carga de ruptura na ligação em função da taxa de armadura ($\rho_{\%}$), respectivamente para resistências de concreto iguais a 20 MPa (figura D3) e 40 MPa (figura D4).



Figura D3: Carga de ruptura em função da taxa de armadura para fck de 25MPa



Figura D4: Carga de ruptura em função da taxa de armadura para fck de 40MPa

Observa-se que as estimativas para a NBR 6118: 2003são mais conservadoras que as do ACI 318M: 2005 até um certo valor de taxa de armadura, que é função da resistência do concreto. Para 25 MPa a partir de 1,2% o ACI 318M: 2005 torna-se mais conservador (Figura D3). Já para 40 MPa o ACI torna-se mais conservador a partir de 1,5% (Figura D4).