



**LOCALIZAÇÃO DE DANO EM VIGAS 2D USANDO TRANSFORMADA
WAVELET E O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO:
ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO**

RAFAEL ALAN DE SÁ

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

BRASÍLIA/DF
OUTUBRO - 2024

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**LOCALIZAÇÃO DE DANO EM VIGAS 2D USANDO TRANSFORMADA
WAVELET E O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO: ESTUDO E
IMPLEMENTAÇÃO**

RAFAEL ALAN DE SÁ

ORIENTADOR: GILBERTO GOMES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

BRASÍLIA/DF

OUTUBRO DE 2024

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**LOCALIZAÇÃO DE DANO EM VIGAS 2D USANDO TRANSFORMADA
WAVELET E O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO: ESTUDO E
IMPLEMENTAÇÃO**

ENG.º RAFAEL ALAN DE SÁ

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL. APROVADO POR:

Prof. Gilberto Gomes, Dr. (ENC-UnB)

(Orientador)

Prof. Ramon Saleno Yure Rubim Costa Silva, Dr. (ENC-UnB)

(Coorientador)

Erwin Ulises Lopez Palechor, Dr. (UFCA)

(Examinador externo)

Prof. Raul Durand, Dr. (ENC-UnB)

(Examinador Interno)

BRASÍLIA/DF, 18 DE OUTUBRO DE 2024

FICHA CATALOGRÁFICA

SÁ

Localização de dano em vigas 2d usando transformada wavelet e o método dos elementos de contorno: estudo e implementação. [Distrito Federal] 2024.

xvi, 115p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2024).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1.Transformada de Wavelet

2.Método dos Elementos de Contorno

3.Detecção de danos

4.Análise multirresolutiva

5. Eficiência Computacional

6.Monitoramento de Integridade Estrutural

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SÁ, (2024). Localização de dano em vigas 2d usando transformada wavelet e o método dos elementos de contorno: estudo e implementação. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação DM-13A/24, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 115p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Rafael Alan de Sá

TÍTULO: Localização de dano em vigas 2d usando transformada wavelet e o método dos elementos de contorno: estudo e implementação.

GRAU: Mestre

ANO: 2024

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Rafael Alan de Sá

QNM 34, Conj. F, Casa 18 – Taguatinga

CEP: 72145406 Brasília - DF- Brasil

e-mail: sa.rafael.eng@gmail.com

“Não vivam ansiosos por causa de nada. Ao contrário, orem a Deus, em qualquer circunstância e peçam a ele o que vocês precisam. E façam isso sempre com ações de graça. E a paz de Deus, que está além da compreensão humana, guardará os corações e as mentes de vocês em Cristo Jesus”. Filipenses 4:4-9.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha mais profunda e sincera gratidão ao meu orientador, professor Dr. Gilberto Gomes, pela orientação exemplar e pelo apoio incansável ao longo desta jornada. Sua vasta experiência, paciência e incentivo constante foram fundamentais para a conclusão deste trabalho. Sou imensamente grato por todo o tempo e dedicação investidos em meu desenvolvimento acadêmico e pessoal, assim como pelas valiosas contribuições que me permitiram superar os desafios desta pesquisa. Ao coorientador, professor Ramon Silva, também rendo meus agradecimentos sinceros por suas orientações importantes e pela confiança depositada em mim durante todo o processo.

Agradecimento de coração à minha família, especialmente à minha mãe, Maria Martha Teixeira de Sá, ao meu pai, Geraldo Gonzaga de Sá, ao meu irmão, Everton Rodrigo de Sá, à minha sobrinha, Isadora Almeida de Sá, e à minha namorada, Aline Silva Noletto. O apoio incondicional, a compreensão e o incentivo de cada um de vocês foram essenciais para que eu pudesse me dedicar integralmente a esta etapa tão importante da minha vida.

Aos colegas Thiago, Matheus, Kátia, Joice, Júnior, e aos professores do Programa de Engenharia Civil e Ambiental (PECC), registro meus sinceros agradecimentos pela convivência, trocas de conhecimento e apoio prestado ao longo dessa caminhada

RESUMO

LOCALIZAÇÃO DE DANO EM VIGAS 2D USANDO TRANSFORMADA WAVELET E O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO: ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO.

Autor: Rafael Alan de Sá

Orientador: Gilberto Gomes

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, outubro de 2024

A detecção de danos em estruturas é uma área de grande relevância na engenharia civil, devido às implicações diretas na segurança e na manutenção de infraestrutura. Este estudo se concentra no desenvolvimento e implementação de métodos avançados para a identificação e quantificação de danos em estruturas bidimensionais, utilizando a Transformada Wavelet (TW) em conjunto com o Método dos Elementos de Contorno (MEC). O trabalho é dividido em duas partes principais, cada uma abordando aspectos específicos do problema.

A primeira parte do estudo foca no desenvolvimento de algoritmos de pré e pós-processamento para a detecção de danos. Parte-se da utilizando do pacote acadêmico BEMLAB2D-BEMCRACKER2D para modelagem de estruturas 2D e para obtenção dos deslocamentos, respectivamente e prossegue-se com uma análise multirresolutiva de sinais por meio da TW. Comparando vigas com e sem danos, são identificadas variações significativas nos sinais que indicam a presença de defeitos estruturais. Este processo de análise é validado através da modelagem de duas vigas, uma em balanço (engastada-livre) e outra biengastada (engastada-engastada), onde danos são introduzidos deliberadamente para testar a eficácia dos algoritmos desenvolvidos.

Na segunda parte, o estudo investiga a otimização da linha de referência para deslocamentos e a eficiência computacional na detecção de danos. São exploradas diferentes famílias de wavelets e suas variações internas para determinar as mais eficazes na localização de danos. Além disso, o impacto do esforço computacional é avaliado testando diferentes quantidades de pontos na linha de referência, buscando um equilíbrio entre precisão na detecção e eficiência computacional.

Os resultados deste estudo fornecem uma contribuição significativa para a área de monitoramento de integridade estrutural, demonstrando que a combinação da TW-MEC é eficaz na detecção e localização de danos. A otimização dos algoritmos e a avaliação da

eficiência computacional garantem que os métodos propostos possam ser aplicados de forma prática e eficiente em diversos cenários de engenharia estrutural.

Palavras-chave: Transformada Wavelet, Método dos Elementos de Contorno, Detecção de Danos, Análise Multirresolutiva, Eficiência Computacional, Monitoramento de Integridade Estrutural.

ABSTRACT

DAMAGE LOCALIZATION IN 2D BEAMS USING WAVELET TRANSFORM AND THE BOUNDARY ELEMENT METHOD: STUDY AND IMPLEMENTATION

Author: Rafael Alan de Sá

Advisor: Gilberto Gomes

Graduate Program in Structures and Civil Construction

Brasília, November 2024

Damage detection in structures is a highly relevant area in civil engineering due to its direct implications for safety and infrastructure maintenance. This study focuses on the development and implementation of advanced methods for identifying and quantifying damage in two-dimensional structures, using the Wavelet Transform (WT) in conjunction with the Boundary Element Method (BEM). The work is divided into two main parts, each addressing specific aspects of the problem.

Firstly, the study concentrates on the development of pre- and post-processing algorithms for damage detection. It begins with the use of the academic package BEMLAB2D-BEMCRACKER2D for modeling 2D structures and obtaining displacements, respectively. Following this, a multiresolution signal analysis through the WT is conducted. By comparing damaged and undamaged beams, significant variations in the signals indicating the presence of structural defects are identified. This analysis process is validated through the modeling of two beams, a cantilever (fixed-free) and a fixed-fixed beam, where damage is deliberately introduced to test the effectiveness of the developed algorithms.

In the second part, the study investigates the optimization of the reference line for displacements and the computational efficiency in damage detection. Different wavelet families and their internal variations are explored to determine the most effective ones for damage localization. Additionally, the impact of computational effort is evaluated by testing different quantities of

points on the reference line, seeking a balance between detection accuracy and computational efficiency.

The results of this study provide a significant contribution to the field of structural health monitoring, demonstrating that the WT-BEM combination is effective in detecting and localizing damage. The optimization of the algorithms and the evaluation of computational efficiency ensure that the proposed methods can be applied practically and efficiently in various structural engineering scenarios.

Keywords: Wavelet Transform, Boundary Element Method, Damage Detection, Multiresolution Analysis, Computational Efficiency, Structural Health Monitoring.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – (a) Viga com armadura exposta (b) Laje com fissuras Fonte: (H.Quadros et al. 2023) (c) Áreas com pouca cobertura de concreto armado (d) Danos em juntas de elementos estruturais (J. Vercher et al. 2023).....	9
Figura 2.2 - Coleta de imagens do UAV (Unmanned Aerial Vehicles) ou drone, modelo DJI Matrice 600 Pro em operação. (D. Ribeiro,2020).	11
Figura 2.3 - Detecção de danos usando a técnica de ultrassom (modificado - Bezerra, 1993).	11
Figura 2.4 - Detecção de danos usando a técnica de raio-x (modificado - Bezerra, 1993).	12
Figura 2.5 - Classificação dos métodos de detecção de dano (modificado - Ramos, 2007). ...	12
Figura 2.6 – Modelo em elementos finitos da viga em balanço fissurada na borda (modificado - Surace e Ruotolo, 1994).	13
Figura 2.7 - (a) Corpo com dano e condições de contorno. (b) Modelagem BEM.	17
Figura 2.8 - Esquema de modelagem de trincas com elementos de contorno quadráticos (Gomes, G. et al., 2016).	25
Figura 3.1 - Função periódica senoidal e função wavelet de Daubechies com 10 momentos nulos (Loureiro, 2004).	28
Figura 3.2 - Wavelet-mãe Haar (Misiti, M. et al., 2002).....	29
Figura 3.3 - Função wavelet de Coiflets (Daubechies, 1992).	29
Figura 3.4 - Função wavelet de Morlet (Misiti, M. et al., 2002).	30
Figura 3.5 - Função wavelet Meyer (Daubechies, 1992).	31
Figura 3.6 - Família de wavelets db1 a db9 (Misiti, M. et al., 2002)	31
Figura 3.7 - Função wavelet Symlet (Weeks, 2012)	32
Figura 3.8 - Função wavelet Chapéu mexicano (Daubechies, 1992).	32
Figura 3.9 - Família de wavelets biorthogonais (Misiti, M. et al., 2002).....	33
Figura 3.10 - Dilação e translação de funções wavelet (Ovanesova, 2000).....	34
Figura 3.11- Spline de grau 0 (Boor, 1990).....	38
Figura 3.12 - Spline de grau 1 (Boor, 1990).....	38
Figura 3.13 – Relação entre as singularidades da função $f(x)$ e os pontos-chave para detecção de singularidades (RUSKAI et al., 1992).	39
Figura 4.1– Fluxograma do processo de detecção de danos em vigas 2d utilizando transformada wavelet e método dos elementos de contorno.	43
Figura 4.2 – Arquitetura de um sistema de análises de engenharia (Gomes, G., 2006).....	44
Figura 4.3 - Interface de modelagem do programa BEMLAB2D®.....	45

Figura 4.4 - Interface dos resultados gráficos do BEMLAB2D®.....	45
Figura 4.5 – Hierarquia de funcionalidades da Interface BEMLAB2D® (Delgado Neto, 2017).	46
Figura 4.6 - Diagrama de fluxo que representa as fases de pré-processamento, processamento e pós-processamento.	47
Figura 4.7 - Interface do BEMCRACKER2D®.....	48
Figura 4.8 – Janela “ wavemenu” - MATLAB.....	50
Figura 4.9– Modelo físico da viga Engastada-livre.....	57
Figura 4.10 – Modelo discreto de elementos de contorno.....	57
Figura 4.11 – Forma deformada da viga em balanço pelo BEMLAB2D.....	58
Figura 4.12 - Deslocamento BEMCRACKER2D®: por nós.....	58
Figura 4.13 – Modelo discreto: a) CYPE 3D; b) ABACUS.....	59
Figura 4.14 – Forma deformada da viga em balanço pelo CYPE 3D.	59
Figura 4.15 – Forma deformada da viga em balanço pelo ABACUS.	59
Figura 4.16 - Deslocamento BEMCRACKER2D®, CYPE 3D® E ABAQUS®, da viga engasta-livre.....	60
Figura 5.1 - Modelo Físico da viga engastada-livre sem dano.....	62
Figura 5.2 - Modelo Físico da viga engastada-livre com dano.	62
Figura 5.3 - Modelo Físico da viga engastada-engastada sem dano.	62
Figura 5.4 - Modelo Físico da viga engastada-engastada com dano.	63
Figura 5.5 – Modelo discreto engastado-livre com dano (76 elementos e 38 nós).	63
Figura 5.6 – Modelo discreto engastado-engastado: a) sem dano (60 elementos e 30 nós); b) com dano (76 elementos e 38 nós).	63
Figura 5.7 – Simulação de trincas, constituídas de 4 elementos quadráticos descontínuos, por face, cuja razão é 0.2-0.3-0.3-0.2.	64
Figura 5.8 – Nomenclatura da configuração das LRs com 9 pontos.....	65
Figura 5.9 – Configuração das LRs com 9 pontos no BEMLAB2D.....	65
Figura 5.10 – Modelo discreto engastada-livre LR1 19 pontos: a) sem dano; b) com dano....	66
Figura 5.11 – Modelo discreto engastada-engastada LR1 19 pontos: a) sem dano; b) com dano.	66
Figura 5.12– Sinal estático original viga engastada-livre, posição LR1.	67
Figura 5.13 – Sinal estático original viga engastada-engastada, posição LR1.....	67
Figura 5.14 – Coeficientes de detalhes, Nível 1, viga engastada-livre, posição LR1.	69

Figura 5.15 – Coeficientes de detalhes, Nível 1, viga engastada-engastada, posição LR1.....	69
Figura 5.16 – Coeficientes de aproximação, Nível 1, viga engastada-livre, posição LR1.....	70
Figura 5.17 – Coeficientes de aproximação, Nível 1, viga engastada-engastada, posição LR1.	71
Figura 5.18 – Esquema de Nível dos Coeficientes de Aproximação (A) e Detalhe (D).....	71
Figura 5.19 - Coeficientes de detalhes, Nível 2, viga engastada-livre, posição LR1.....	72
Figura 5.20 - Coeficientes de detalhes, Nível 2, viga engastada-engastada, posição LR1.....	72
Figura 5.21 - Coeficientes de detalhes, Nível 3, viga engastada-livre, posição LR1.....	73
Figura 5.22 - Coeficientes de detalhes, Nível 3, viga engastada-engastada, posição LR1.....	73
Figura 5.23 - Coeficientes de detalhes, Nível 4, viga engastada-livre, posição LR1.....	74
Figura 5.24 - Coeficientes de detalhes, Nível 4, viga engastada-engastada, posição LR1.....	74
Figura 6.1 – Máximo local, Nível 1, coif1, viga engastada-livre, LR1.....	77
Figura 6.2 – Máximo local, Nível 1, coif1, viga engastada-engastada, LR1.	78
Figura 6.3 - Modelo discreto LR2 19 pts: a) engastado-livre; b) engastado-engastado.....	79
Figura 6.4 – Máximos locais (CD, coift1, Nível 1) para engastada-livre, LR2.	79
Figura 6.5 – Máximos locais (CD, coift1, Nível 1) para engastada-engastada, LR2.....	80
Figura 6.6 - Família Haar, cA, LR2, 19 pontos, Nível 1, engastada-livre.....	83
Figura 6.7 - Família Haar, cD, LR2, 19 pontos, Nível 1, engastada-livre.....	83
Figura 6.8 - Família Haar, cA, LR2, 19 pontos, Nível 4, engastada-engastada.	84
Figura 6.9 - Família Haar, cD, LR1, 19 pontos, Nível 1, engastada-engastada.	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Resumo das propriedades das famílias de wavelets (modificado - Misit et al., 2002)	36
.....	36
Tabela 4.1 - Script em MATLAB algoritmo 1.	52
Tabela 4.2 - Script em MATLAB algoritmo 2.	54
Tabela 4.3 - Script em MATLAB algoritmo 3.	56
Tabela 5.1 - Propriedades das vigas	63
Tabela 6.1 - Resumo dos resultados da viga engastada-livre, Família Coif1.....	81
Tabela 6.2 - Resumo dos resultados da viga engastada-engastada, Família Coif1.	81
Tabela 6.3 - Resumo da localização do dano viga engastada-livre, LR2.....	85
Tabela 6.4 - Resumo da localização do dano viga engastada-engastada, LR2.	86
Tabela 6.5 - Resumo da localização do dano viga engasta-livre, LR2.....	87
Tabela 6.6 - Resumo da localização do dano viga biengastada, LR2.	87
Tabela 6.7 - Resumo da localização do dano viga engasta livre, LR2.....	88
Tabela 6.8 - Resumo da localização do dano viga biengastada, LR2.	89
Tabela 6.9 - Resumo da avaliação para a família CoifN (N de 1 a 5).....	90
Tabela 6.10 - Resumo da avaliação para a família SymN.....	90
Tabela 6.11 - Resumo da avaliação para a família DbN	90
Tabela 6.12 - Resumo da avaliação para a família BiorNr.Nd.....	91
Tabela 6.13 - Resumo da avaliação para as famílias wavelet com 9 pontos.....	92

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

a -	parâmetro de escala
b -	parâmetro de translação
cA-	Coefficiente de aproximação
cD-	Coefficiente de detalhe
E-	Módulo de Elasticidade
h -	altura da viga
H(t)-	Função Heaviside
i -	índice de escala
k -	índice de translação
K-	Intervalo compacto
N-	Ordem
Nd-	Ordem de decomposição
Nr-	Ordem de reconstrução
R-	Reais
S(x)-	Spline
u(x)-	Função deslocamento
Z -	conjunto dos números inteiros
CEB -	CEB - Comitê Euro-Internacional do Concreto
COMAC-	Coordinate Modal Assurance Criterion
D.P. -	desvio padrão
FBDM-	Método de decomposição de Fourier-Bessel
FDM-	Método de decomposição de Fourier
FFT-	Fast Fourier Transform
FITs-	Fatores de intensidade de tensão
F.W.	Família Wavelet
GUI-	Graphical User Interface
GPa-	Gigapascal
kN-	kN- kilonewton
LR-	Linha de Referência
L	Comprimento
M. A. L.	Máximo absoluto local
MEC -	Método dos Elementos de Contorno
MECD-	Método Elementos de contorno com descontinuidade.
MEF -	Método dos Elementos Finitos NBR Norma Brasileira Regulamentadora
NBR-	Norma Brasileira
P.D.	Posição do dano
Pos.	Posição do dano
Pos.Picos	Posição dos Picos
Qnt.	Quantidade
SHM-	SHM- Structural Health Monitoring
STFT-	Short-term Fourier transform
TCW-	Transformada Contínua de Wavelet

TF-	Transformada de Fourier
TI-	Tecnologia da informática
UAV-	Unmanned Aerial Vehicles
WVD-	Distribuição Wigner-Ville
2D-	2D- duas dimensões
$\Psi_{a,b}$ -	Coefficientes de wavelet
$\Psi_{a,b}(x_0)$ -	Função wavelet
ν -	Coefficiente de Poisson
$\psi(x)$ -	Wavelet-mãe

SUMÁRIO

Capítulo 1: INTRODUÇÃO.....	1
1.1. GENERALIDADES.....	1
1.2. MOTIVAÇÃO.....	3
1.3. OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICO.....	5
1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	5
Capítulo 2: CONCEITOS INICIAIS.....	8
2.1. DANOS EM ESTRUTURAS.....	8
2.2. MÉTODOS DE DETECÇÃO DOS DANOS.....	9
2.3. ABORDAGEM WAVELET PARA DANO.....	13
2.4. SOBRE O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO.....	15
2.5. FORMULAÇÃO DO MEC.....	16
2.5.1. Formulação do MECD.....	22
Capítulo 3: TRANSFORMADAS WAVELETS.....	26
3.1. FUNDAMENTOS.....	26
3.2. TRANSFORMADA CONTÍNUA DE WAVELET (TCW).....	34
3.3. TRANSFORMADA DISCRETA DE WAVELET (TDW).....	35
3.4. MÉTODOS DE INTERPOLAÇÃO.....	37
3.5. DETECÇÃO DE SINGULARIDADES.....	39
Capítulo 4: mATERIAIS E MÉTODOS.....	41
4.1. FERRAMENTAS UTILIZADAS.....	43
4.1.1. BEMLAB2D GUI.....	43
4.1.2. BEMCRACKER2D.....	47
4.1.3. O MATLAB e a Toolbox Wavelet.....	48

4.2. ALGORITMOS DESENVOLVIDOS.....	50
4.3. ALGORITMO 1: Interpolação de Pontos	50
4.4. ALGORITMO 2: Decomposição e Reconstrução de Wavelet.....	52
4.5. ALGORITMO 3: Identificação e Visualização dos Máximos Locais	54
4.3. MODELAGEM ESTRUTURAL	56
4.3.1. Modelagem com o BEMLAB2D e Deslocamentos com o BEMCRACKER2D.....	57
4.3.2. Modelagem com o CYPE e ABACUS e Deslocamentos	59
4.3.3. Comparando Deslocamentos	60
Capítulo 5: eXEMPLOS DE APLICAÇÕES	61
5.1. CONDIÇÕES DE APOIO E APLICAÇÃO DA CARGA.....	61
5.2. MODELAGEM PARA OTIMIZAÇÃO DA LINHA DE REFERÊNCIA	64
5.3. MODELAGEM COMPARATIVA DE SINAIS.....	66
5.4. SELEÇÃO DE FAMÍLIAS DE WAVELET	68
Capítulo 6: RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	76
6.1. WAVELETS COM MÁXIMOS LOCAIS.....	76
6.2. OTIMIZAÇÃO DA LINHA DE REFERÊNCIA (LR).....	78
6.3. AVALIAÇÃO DA EFICÁCIA DAS FAMÍLIAS WAVELET	82
6.4. ESTUDO DA LR COM 9 PONTOS	91
Capítulo 7: CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	93
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	96
Apêndice – A1	102
Apêndice – A2.....	105
Apêndice – A3.....	107

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

1.1. GENERALIDADES

A detecção de danos em estruturas é um desafio que tem atraído a atenção de pesquisadores nos últimos anos (Jha MK et al., 2013; Alavi AH et al., 2016; Andreaus U et al., 2017; Shafigh A et al., 2021; Alkayem NF et al., 2018; Bayat M et al., 2019). As técnicas de diagnóstico existentes (como inspeção visual, ultrassonografia, radiografia, difusão acústica, campo magnético, etc.) não requerem apenas informações a priori da região danificada, mas também devem ter acesso à vizinhança do dano (Serra M et al., 2017). No entanto, métodos confiáveis e eficazes de identificação de danos são fundamentais para manter a segurança e a integridade das estruturas (Hasni H et al., 2018; Alkayem NF et al., 2019). Devido às suas propriedades não destrutivas e às suas capacidades, os métodos de detecção de danos baseados em dados de deslocamento podem ser considerados um bom método para monitorar a saúde de estruturas.

Um grande número de pesquisas tem-se concentrado em encontrar ferramentas numérico-computacionais para identificar e em elementos estruturais. Esta técnica é extremamente útil quando é necessário inspecionar estruturas em ambientes de risco ou quando a inspeção visual é impossível. Os métodos numéricos desempenham um papel significativo no suporte aos exames não destrutivos de estruturas, uma vez que, mesmo que não possam identificar diretamente danos, têm a capacidade de indicar a potencial área onde esses danos podem estar localizados. Isso resulta na redução da região a ser analisada, tornando assim os exames não destrutivos mais eficientes em termos de custos, como afirmado por (Silva, Bezerra e Brito, 2010). A aplicação dessas pesquisas abrange desde construções civis, pontes e barragens, até aeronaves e tubulações. No entanto, identificar danos observando o comportamento da estrutura externa é um grande desafio, pois muitos fatores, como agentes ambientais, não linearidades estruturais, imprecisões no modelamento numérico, incertezas nas propriedades do material, massa e condições de contorno influenciam na precisão do diagnóstico.

Os métodos computacionais e numéricos para detecção de danos ainda não são completamente maduros para uso na prática, portanto, novas pesquisas para inspeção e

monitoramento de estruturas devem continuar. Para melhorar a confiança no uso de métodos computacionais e numéricos para detectar é necessário desenvolver pesquisas básicas aplicadas a estruturas simples. O dano estrutural leva à perda de rigidez estrutural, o que resulta em variações na resposta estática e dinâmica. Os testes não destrutivos dinâmicos são usualmente usados para fornecer informações e podem ser facilmente realizados. Estes dados de resposta são a base para o desenvolvimento de procedimentos numéricos para identificar danos.

A detecção de danos em uma estrutura envolve determinar a presença de danos com base em dados fornecidos em alguns pontos discretos na estrutura. Neste contexto, os dados normalmente são deslocamentos, tensões, frequências naturais, modos de forma ou acelerações obtidas experimentalmente ou a partir de simulações numéricas. Geralmente, os parâmetros geométricos usados para descrever o dano incluem a forma, o comprimento e a localização da trinca. Para resolver o problema inverso de detecção de danos, as abordagens padrões consistem em usar análises diretas consecutivas, atribuindo certos parâmetros geométricos que descrevem o dano; e verificações posteriores se a resposta calculada corresponde aos dados fornecidos.

Esta abordagem baseia-se na premissa de que os danos estruturais induzem variações nos parâmetros estruturais, o que pode produzir mudanças significativas nas respostas estruturais (Silva et al., 2019). Para obter a resposta da estrutura, normalmente é usado o Método dos Elementos Finitos (MEF). Para comparar as respostas estruturais intactas e danificadas, é usada uma assinatura selecionada definida como uma função residual. A função residual é minimizada usando algoritmos determinísticos ou estocásticos (P. E. Gill et al., 1982; H. M. Reed, 2014). Quando a função residual estiver no mínimo, pode-se concluir que os parâmetros geométricos assumidos que descrevem o dano representam o dano real. No entanto, ao usar abordagens de computação numérica para detecção de danos, é necessário discretizar toda a região entre o limite suposto de dano e o limite da estrutura. Além disso, o uso de assinaturas estruturais para comparar dois estados de resposta requer muito trabalho e espaço de armazenamento para os dados entre os dois estados.

Neste trabalho, propõe-se uma nova abordagem para a detecção de trincas em vigas 2D com propriedades homogêneas e elásticas. A metodologia baseia-se na Transformada Wavelet e no estudo dos sinais, focando nos máximos locais em vez da escala da frequência gerada pelos coeficientes de detalhes. O deslocamento estrutural é obtido a partir da modelagem numérica

do dano, empregando o Método dos Elementos de Contorno (MEC). O problema inverso de detecção não-destrutiva de danos é um dos mais importantes na avaliação da monitoração da saúde estrutural (Karageorghis A. et al, 2012). Esta abordagem apresenta algumas vantagens em relação às formulações padrão usadas na solução do problema inverso de detecção de danos:

- a) O uso do MEC requer malhas simplificadas;
- b) O MEC produz respostas estruturais rápidas e precisas;
- c) A formulação aqui usada requer apenas a resposta atual da deformada da estrutura existente, nenhuma resposta anterior é necessária em condições elásticas. Assim, métodos que podem detectar danos com informações obtidas diretamente do estado atual da estrutura são vantajosos, pois, na prática, assinaturas estruturais obtidas antes da iniciação do dano são raramente disponíveis.

A Transformada Wavelet pode detectar mudanças muito pequenas, quase imperceptíveis, existentes nos deslocamentos estáticos, respostas modais, ruídos e outras respostas estruturais causados pela existência de danos ou trincas. Fora isso, não é necessário o conhecimento de sinais do deslocamento da estrutura antes do dano, ou seja, somente da estrutura danificada é necessário para localizar o dano. Neste estudo, a Transformada Wavelet é usada para aplicações numéricas, a fim de detectar danos dentro de vigas e painéis sob cargas estáticas. Além disso, o gráfico de coeficientes de detalhes wavelet mostra picos em sua frequência que são identificados como possíveis pontos de localização de danos ao longo do comprimento da viga.

E por fim, toda a modelagem e discretização será feita no software BEMLAB2D® (Delgado Neto, 2017), enquanto o processamento e geração do deslocamento no solver BEMCRACKER2D® (Gomes, G. et al., 2016), e a implementação das transformadas Wavelet serão analisadas no Programa MATLAB ®.

1.2. MOTIVAÇÃO

A avaliação de danos em vigas é extremamente importante para garantir a segurança e o bom funcionamento das estruturas. Uma vez que a avaliação de danos em vigas é parte de um programa de manutenção preventiva, é importante que ela seja realizada de maneira regular para prevenir falhas catastróficas. Além disso, a avaliação de danos em vigas também pode

ajudar a identificar e a reduzir os custos com a reparação de materiais danificados (Li, X., et al., 2019).

Nos últimos anos, os sistemas de monitoramento da saúde estrutural (SHM, do inglês *Structural Health Monitoring*) têm sido objeto de numerosos estudos, devido à sua relevância para a academia e a indústria. Esses sistemas são capazes de monitorar diferentes tipos de estruturas de engenharia, permitindo a detecção de danos estruturais antes que ocorra um colapso. Dessa forma, é possível reduzir os custos de manutenção (KATAM, PASUPULETI e KALAPATAPU, 2023) e aumentar a segurança das estruturas e pessoas envolvidas.

As transformadas Wavelet são usadas no desenvolvimento de métodos de testes não destrutivos para detectar danos estruturais em sistemas de Monitoramento de Saúde Estrutural (SHM). Além disso, a aplicação de wavelets na detecção de danos em vigas sujeitas a mecanismo de deterioração auxilia na identificação de danos, com o objetivo de prolongar a vida útil das estruturas. Isso contribui para a sustentabilidade, evitando demolições devido a intervenções tardias e evitando o consumo de novos materiais. Portanto, as wavelets são uma alternativa útil aos métodos modais tradicionais e têm sido amplamente aplicadas por diversos pesquisadores (Silva et al., 2019; Li et al., 2019; Umesha, 2009).

Embora existam vários métodos de detecção de danos, como aqueles baseados em parâmetros modais e suas derivadas, ou em ferramentas específicas (matriz de flexibilidade, teorema de Bayes, transformada de Wavelet, algoritmos de otimização, redes neurais, etc.). Cada método tem suas limitações de identificação e localização da área danificada. Por isso, muitos têm trabalhado para melhorar os resultados obtidos em simulações numéricas e ensaios experimentais (SRINIVAS et al., 2010; SHIH et al., 2011; GUO; LI, 2012; GARCIA-PEREZ et al., 2013; TRAN-NGOC et al., 2019).

Sabendo que outras ferramentas de cálculo também podem ser usadas para detectar danos, como o COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion), mudança de flexibilidade, curvatura e índice de dano. Estes métodos comparam parâmetros estruturais, antes e após o surgimento de um dano. O uso de wavelets também pode ser útil para detectar danos em estruturas, já que este método pode detectar singularidades presentes nos parâmetros modais e deslocamentos.

Além disso, o método permite detectar singularidades nos deslocamentos causados por danos sem a necessidade de conhecer a resposta da estrutura intacta, o que é especialmente útil em situações onde a análise prévia da estrutura não foi possível.

1.3. OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICO

O objetivo geral desta pesquisa é realizar um estudo e implementação, do processo de detecção de danos em estruturas bidimensionais elásticas e homogêneas, utilizando Transformada Wavelet para localização do dano e para modelagem e simulação da estrutura danificada o Método dos Elementos de Contorno.

Como objetivos específicos, podemos citar os seguintes:

- **Modelar estruturas 2D** com o auxílio do software BEMLAB2D para modelar estruturas com propriedades homogêneas e para obter os deslocamentos, no estado elástico, o uso do software BEMCRACKER2D.
- **Realizar análise de escala de sinais** comparando vigas com e sem danos através da Transformada Wavelet, identificando variações significativas nos sinais que indiquem a presença de danos, através de diferentes níveis de escala.
- **Detectar danos em vigas 2D** utilizando máximos locais e transformadas wavelets, estabelecendo uma proposta de método para a localização de trincas e outros defeitos estruturais.
- **Determinar a melhor linha de referência (LR) para os deslocamentos**, a fim de definir o sinal mais adequado para a aplicação da Transformada Wavelet, visando localizar a posição do dano ao longo do eixo longitudinal (x) da viga 2D.
- **Estudar famílias de wavelets e suas variações internas** para identificar quais são mais eficazes na localização de danos em vigas 2D.
- **Avaliar o impacto do esforço computacional** ao testar diferentes quantidades de pontos na linha de referência (LR) em combinação com as famílias de wavelets mais eficazes, visando equilibrar precisão de detecção e eficiência computacional.

1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho é composto por sete capítulos, começando com uma introdução ao tema de pesquisa no primeiro capítulo. Nele, são apresentados os objetivos gerais e específicos, além da justificativa e relevância do estudo. A introdução também fornece uma visão geral da estrutura

da dissertação, preparando o leitor para o conteúdo que será desenvolvido nos capítulos subsequentes.

O segundo capítulo oferece uma revisão abrangente da literatura, abordando o estado atual do conhecimento na área de detecção de danos em estruturas. Inicialmente, são elucidados os conceitos e princípios fundamentais relacionados à identificação de danos em estruturas, proporcionando uma base sólida para o entendimento dos métodos e técnicas explorados ao longo do trabalho. Em seguida, o capítulo explora os diversos métodos utilizados na detecção de danos estruturais, destacando-se as pesquisas que fazem uso da análise de wavelets, uma técnica que tem se mostrado promissora na identificação de falhas estruturais.

No terceiro capítulo, são abordados os conceitos relacionados ao âmbito da pesquisa, com uma visão panorâmica da evolução das wavelets. Este capítulo fornece uma introdução às wavelets, explorando as diferentes famílias que compõem essa técnica de análise, o que é fundamental para compreender as metodologias aplicadas nos capítulos seguintes.

O quarto capítulo trata da modelagem de vigas bidimensionais utilizando o software BEMLAB2D® e BEMCRACKER2D® para processamento e obtenção dos deslocamentos necessários à validação da metodologia proposta. A validação é dividida em quatro etapas principais: modelagem das vigas no BEMLAB2D®, obtenção de deslocamentos no BEMCRACKER2D®, modelagem e obtenção de deslocamentos nos softwares ABAQUS® e CYPE 3D®, e comparação dos deslocamentos obtidos nos diferentes softwares. A conclusão dessas etapas busca garantir a confiabilidade dos resultados obtidos e validar a metodologia proposta para a detecção de danos em vigas.

No quinto capítulo, são apresentadas as modelagens de estruturas bidimensionais utilizando os softwares BEMLAB2D® e BEMCRACKER2D®. O objetivo é demonstrar a aplicação prática dos métodos desenvolvidos para a detecção de danos estruturais, explorando diferentes tipologias de vigas e variações nas condições de apoio e aplicação de cargas. O capítulo também aborda a modelagem comparativa dos sinais obtidos, destacando a eficácia das técnicas na identificação de danos e a seleção das famílias de wavelet mais adequadas para a análise dos sinais.

O sexto capítulo é dedicado à discussão dos resultados das simulações realizadas com o software BEMCRACKER2D® e à análise dos dados utilizando a Wavelet Toolbox do MATLAB®. A análise de escala dos sinais de deslocamento das vigas, com e sem danos, é detalhada, destacando as variações significativas indicativas de falhas estruturais. Este capítulo

também avalia a eficiência das diferentes famílias de wavelets na detecção de danos e o impacto do esforço computacional ao variar a quantidade de pontos na linha de referência. O objetivo é validar a precisão e a eficiência do método proposto, oferecendo uma compreensão aprofundada da capacidade das transformadas wavelets em identificar e localizar danos estruturais em vigas bidimensionais.

Finalmente, no sétimo capítulo, são apresentados os resultados alcançados em relação aos objetivos específicos e gerais estabelecidos inicialmente. As conclusões obtidas ao longo do estudo são discutidas, destacando as contribuições do trabalho e sugerindo direções para pesquisas futuras, que possam expandir e aprofundar o conhecimento na área de detecção de danos estruturais utilizando técnicas de análise de wavelets.

CAPÍTULO 2: CONCEITOS INICIAIS

Neste capítulo, são apresentados os conceitos fundamentais necessários para a compreensão da identificação de danos estruturais, tema central deste estudo. Primeiramente, serão discutidos os diversos tipos de danos que podem ocorrer em estruturas e suas implicações. Em seguida, será abordada uma revisão dos métodos mais utilizados para a detecção de danos, com um foco especial na aplicação da Transformada de Wavelet. Finalmente, será introduzido o Método dos Elementos de Contorno (MEC), um método numérico poderoso para a modelagem de problemas em engenharia estrutural, incluindo uma explicação detalhada da sua formulação.

2.1. DANOS EM ESTRUTURAS

Os danos em estruturas podem comprometer a vida útil do sistema, o que é definido como o período de tempo em que a estrutura é capaz de realizar as funções para as quais foi projetada, sem necessidade de intervenções não previstas (CEB, 1990). Isso é particularmente preocupante quando se trata de pontes, que são expostas a condições ambientais que alteram suas propriedades físicas e químicas, minando sua durabilidade e promovendo o surgimento de patologias. Define-se durabilidade como a capacidade da estrutura de resistir às influências ambientais definidas pelo autor do projeto e o contratante durante a elaboração do projeto (NBR 6118, 2023). A patologia, por sua vez, é entendida como a queda de desempenho ao longo do tempo de um produto, componente ou construção devido a erros de planejamento, projeto, execução, uso e deterioração provocada pela interação com o meio ambiente (Nepomuceno, A. A. e Teatini, J.C., 2009).

Ao projetar uma estrutura, as ações são um elemento essencial a serem levadas em consideração. Isso porque estas influenciam diretamente na durabilidade, serviço, estabilidade e resistência. Quando ocorre algum tipo de falha, é importante identificar qual a sua origem. Muitas vezes, isso pode estar relacionado a uma ação excedente sobre a estrutura (Helene, P.R.L e Pereira, F., 2009). A NBR 9452 (2019) recomenda que as inspeções sejam realizadas logo após a conclusão da construção, em caso de pontes, viadutos e passarelas. Por fim, Figura 2.1, são representadas anomalias ou danos em estruturas.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2.1 – (a) Viga com armadura exposta (b) Laje com fissuras Fonte: (H.Quadros et al. 2023) (c) Áreas com pouca cobertura de concreto armado (d) Danos em juntas de elementos estruturais (J. Vercher et al. 2023).

2.2. MÉTODOS DE DETECÇÃO DOS DANOS.

Inspirada pelo rápido desenvolvimento da indústria da tecnologia da informática (TI), a implementação do sistema SHM tornou-se extremamente popular nos últimos anos. O SHM foi amplamente adotado nas áreas de estrutural de indústrias aeroespaciais (Sohn, H. et al., 2003), mecânica (T. Wang, et al., 2019), aeronáutica (V. Giurgiutiu, 2020) e engenharia civil (M.H. Rafiei e H. Adeli, 2017; S. Oliveira e A. Alegre, 2020; J.R. Casas e J.J. Moughty, 2017). Para

sistemas SHM em grandes infraestruturas civis, uma enorme quantidade de dados de monitorização contínua pode ser gerada diariamente. Portanto, a pesquisa sobre sistemas SHM em ponte tornou-se mais popular recentemente.

Além disso, o monitoramento da saúde estrutural (SHM) tornou-se um aspecto essencial para garantir a integridade estrutural, segurança e manutenção econômica (Sarmadi, H. et al., 2023; Coraça, E.M. et al., 2023). Os métodos de detecção de danos são classificados em quatro níveis nível, como I (detecção de dano), nível II (localização do dano), nível III (avaliação da severidade do dano), e nível IV (determinação da vida útil remanescente devido ao dano) (Rytter, A., 1993).

Para explicar os processos os Métodos de nível I se concentram exclusivamente na avaliação da presença de danos na estrutura; no nível II levam em contato a detecção de danos e sua localização na estrutura; no nível III, a detecção e localização precisam ser quantificadas em termos de extensão e gravidade; e por fim nível IV visam determinar a vida útil restante da ponte, com base na quantificação dos danos identificados.

O dano é definido como alterações no material, propriedades geométricas das estruturas, condições de contorno, conectividade entre elementos, geometria da seção transversal, carregamento, propriedades dos materiais (Doebeling, S.W. et al., 1996). Estes fatores podem afetar diretamente o comportamento estrutural de uma estrutura. Assim, o objetivo é alcançar uma consciência abrangente do estado do sistema, desde a construção até a reforma (Kamariotis, A. et al., 2023).

Existem diversos métodos para detectar danos, incluindo aqueles destrutivos, que exigem a extração de parte da estrutura para a identificação e avaliação do dano. Os métodos não destrutivos de detecção de danos incluem nuvens de pontos com drones, como ilustrado na Figura 2.2, ondas ultrassônicas guiadas, demonstrado na Figura 2.3, radiografia de acordo com a Figura 2.4, inspeção visual e aqueles baseados em vibrações. Os métodos de detecção de dano local são mais aderentes para avaliar a desempenho estrutural em pequenas áreas da estrutura, enquanto os métodos de detecção global se aproveitam das mudanças globais causadas pelo dano. Além disso, os danos também podem ser detectados por métodos numéricos lineares ou não lineares. Os métodos lineares supõem que a estrutura permanece em regime linear elástico, mesmo depois de o dano ter acontecido, enquanto os métodos não lineares consideram que o comportamento da estrutura se torna não linear após a introdução do dano. Variando de acordo com a técnica implementada para identificação de danos e os dados

disponíveis, os danos podem ser reconhecidos em vários graus de sofisticação. Isso inclui a detecção e localização de danos (Lucà, F. et al. 2023).



Figura 2.2 - Coleta de imagens do UAV (Unmanned Aerial Vehicles) ou drone, modelo DJI Matrice 600 Pro em operação. (D. Ribeiro,2020).

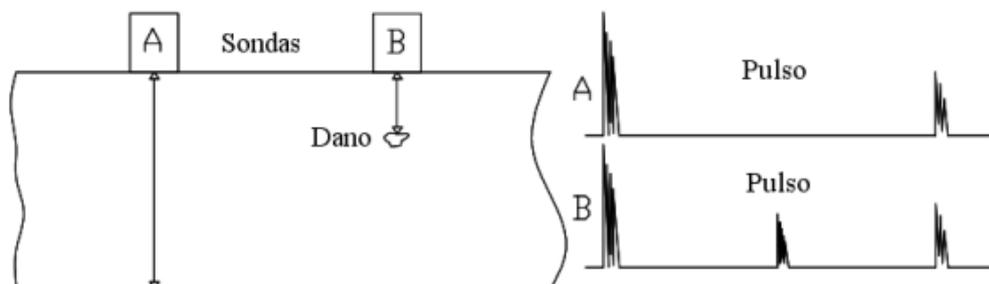


Figura 2.3 - Detecção de danos usando a técnica de ultrassom (modificado - Bezerra, 1993).

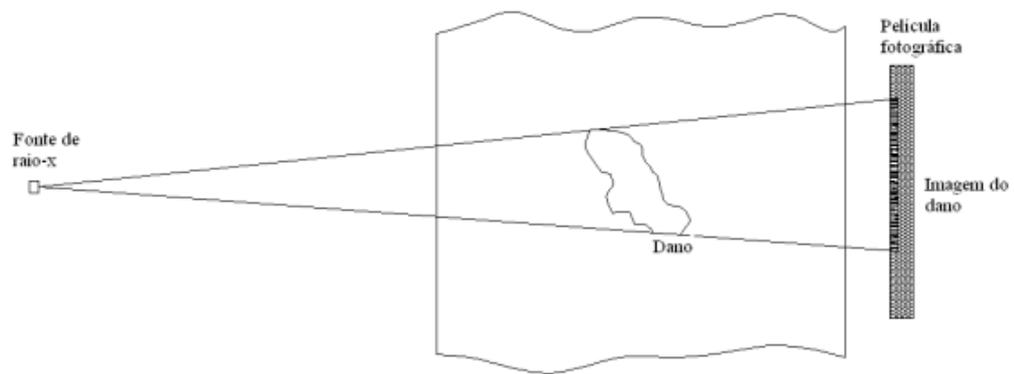


Figura 2.4 - Detecção de danos usando a técnica de raio-x (modificado - Bezerra, 1993).

A maioria dos métodos de detecção de danos se baseia no monitoramento dos modos vibrações da estrutura, pois eles consideram que os danos estruturais acarretam mudanças nos parâmetros estruturais e dinâmicos da estrutura. Alguns métodos se baseiam na análise estática ou dinâmica e são capazes de localizar o dano somente com a informação fornecida pela estrutura já danificada. Métodos de análise de wavelet também são usados. Outros métodos de detecção de danos estão representados na Figura 2.5 incluem a análise modal, tecnologias de monitoramento e a comparação do comportamento da estrutura antes e depois do dano (Ramos, L.F., 2007).

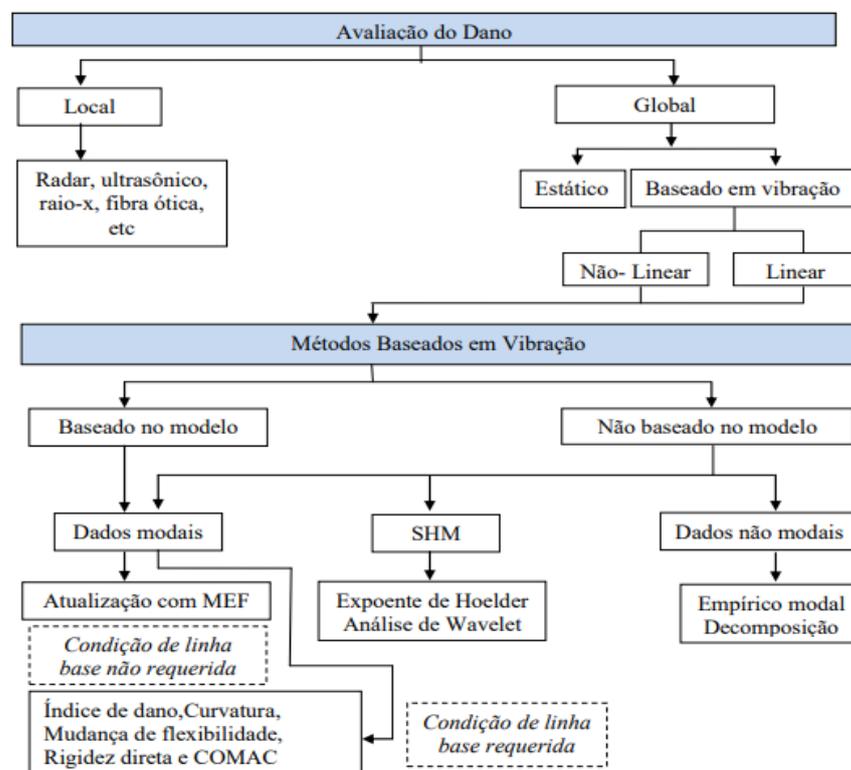


Figura 2.5 - Classificação dos métodos de detecção de dano (modificado - Ramos, 2007).

2.3. ABORDAGEM WAVELET PARA DANO.

A Transformada Wavelet, amplamente utilizada em diversos domínios da engenharia, foi aplicada na detecção de danos em estruturas. O dano é um fenômeno local que não é aparente nos dados de resposta à vibração da estrutura. A transformada wavelet pode identificar até mesmo pequenas alterações, na resposta global do sinal vibracional. A transformada wavelet torna isso possível utilizando funções para analisar qualquer sinal em diversas escalas e posições (Palechor et al., 2022). A Transformada Wavelet projeta um sinal no espaço bidimensional, função de escala e posição.

O estudo pioneiro que empregou wavelets na análise de detecção de danos foi prolongado por (Surace e Ruotolo, 1994). Neste estudo, os pesquisadores realizaram simulações entre uma viga em balanço com fissuras, a qual foi aplicada a um corpo dinâmico. Eles empregaram um modelo de elementos finitos de natureza simples para realizar essas simulações, como exemplificado na Figura 2.6 do referido estudo.

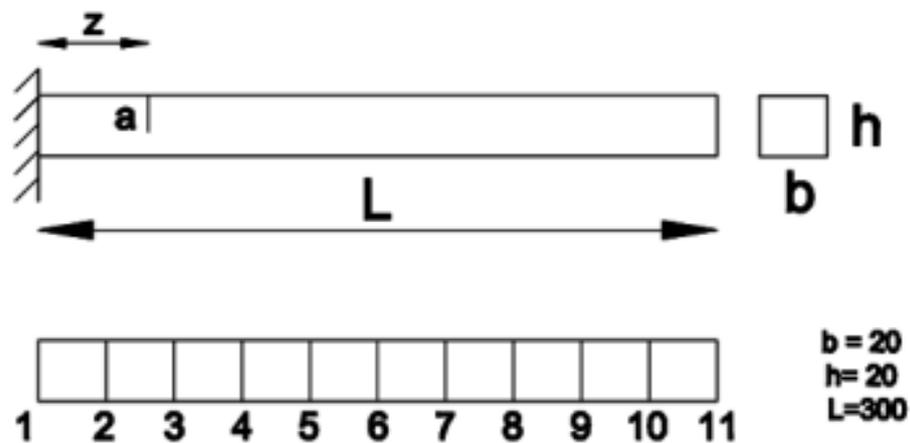


Figura 2.6 – Modelo em elementos finitos da viga em balanço fissurada na borda (modificado - Surace e Ruotolo, 1994).

A localização e a identificação dos danos podem ser analisadas com certa precisão e avaliadas qualitativamente, com o uso das pequenas ondas. Os pesquisadores Fallahian et al. (2022) propuseram um sistema para detecção de danos estruturais que empregou uma combinação da transformada wavelet discreta (DWT) e uma série de modelos de reconhecimento de padrões. Os dados das vibrações foram decompostos usando a transformada wavelet discreta. Os dados

de vibração comprimidos e decompostos, juntamente com os dados de danos, foram posteriormente empregados para treinar modelos de danos em edifício. Eles utilizaram modelos de reconhecimento de padrões baseados em redes neurais e codificação. Os modelos de danos individuais foram combinados num único modelo utilizando uma abordagem de votação por maioria, a fim de prever a posição e a gravidade dos danos estruturais. Descobriu-se que o algoritmo detecta com precisão os danos iniciais em muitos locais, mesmo em estruturas complexas e conexões viga-coluna, em situações em que a incerteza, como ruído e flutuações de temperatura, estava presente.

Outro trabalho interessante foi de (Kaur et al., 2023) que propuseram uma abordagem abrangente para identificar, avaliar e localizar danos estruturais usando técnica de aprendizado não supervisionado e uma transformada wavelet. Os autores treinaram o modelo de autoencoder usando apenas dados de aceleração do veículo obtidos de um estado de ponte saudável. Eles empregaram um índice de detecção de danos baseado em erro de reconstrução estimado e utilizaram técnicas de pré-processamento de média de sinal e filtragem de espectro para melhorar o desempenho do modelo. Além disso, métodos de transformação wavelet e pré-processamento de sinal foram usados para prever a localização dos defeitos detectados. O método proposto demonstrou ser eficaz na identificação de danos de vários graus e na sua localização precisa.

Dentro do campo de pesquisa, (Pradeep et al. 2023) propuseram um método baseado na forma wavelet para detectar danos estruturais em placas. Os autores utilizaram uma transformada wavelet contínua para detectar descontinuidades de sinal no deslocamento modal. A sua abordagem permitiu a identificação de fontes de danos numa estrutura de placas em qualquer local do edifício. Além disso, o método produziu uma saída confiável para identificação de danos usando um formato monomodo, em comparação com a análise de frequência.

A avaliação da severidade do dano é um processo que visa classificar a gravidade de danos de um determinado projeto. É utilizado para determinar o nível de gravidade de um projeto, desde pequenos danos a grandes danos. A avaliação da severidade do dano é realizada usando uma abordagem multicritério, que considera vários fatores que afetam a gravidade do dano. Estes fatores incluem a extensão do dano, a área afetada, a profundidade do dano ou quantificação do dano, o custo de reparação, o impacto em estruturas adjacentes, assim como o impacto no meio ambiente (Rytter, A., 1993). A avaliação da severidade do dano é realizada com o objetivo de

fornecer recomendações para ações preventivas e corretivas, assim como para a tomada de decisões relacionadas à restauração do projeto afetado.

(Silva, et al 2019; Silva, 2015; Palechor, E. U. L. 2018) localizam danos em estruturas por meio da transformada de wavelet. Após apresentar a formulação dos elementos de contorno, são exibidos alguns exemplos relativos à localização de trincas subsuperficiais utilizando cargas estáticas em estruturas bidimensionais. São investigadas trincas únicas e múltiplas com diferentes orientações em estruturas bidimensionais com diferentes condições de suporte. Os resultados demonstram que o procedimento numérico proposto é eficaz na indicação da localização dos danos.

2.4. SOBRE O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

Neste estudo, optou-se pelo uso do Método dos Elementos de Contorno (MEC) para determinar as respostas de deslocamento em estruturas com danos internos semelhantes a trincas. Essa escolha se deveu às várias vantagens que o BEM oferece em comparação com o Método dos Elementos Finitos (FEM) (B. Dorri, 1987; L.M. Bezerra e S. Saigal, 1993; C.A. Brebbia e J. Dominguez, 1992) :

a) Localização das Incógnitas:

- MEC: As incógnitas, como deslocamentos e tensões, estão localizadas apenas na fronteira do problema (Γ), reduzindo a dimensionalidade e simplificando a análise.
- FEM: As incógnitas são distribuídas por todo o domínio do problema (Ω), exigindo maior esforço computacional e aumentando a complexidade da solução.

b) Discretização Eficiente:

- MEC: Apenas a fronteira (Γ) precisa ser discretizada em elementos menores, o que otimiza o uso de recursos computacionais e de memória.
- FEM: Todo o domínio (Ω) precisa ser discretizado em elementos menores, tornando o processo mais dispendioso e exigente.

c) Redução da Dimensionalidade:

- MEC: Transforma problemas em integrais de linha na fronteira, reduzindo a dimensionalidade em uma unidade.
- FEM: Mantém a dimensional original do problema, aumentando a complexidade das equações e dos cálculos.

d) Economia Computacional:

- MEC: Evita a necessidade de calcular a resposta estrutural em todos os nós internos, otimizando o tempo de processamento e o espaço de armazenamento.
- FEM: Requer o cálculo da resposta em todos os pontos do domínio, tornando o processo mais lento e exigente.

e) Menor Sistema de Equações:

- MEC: Gera um sistema de equações algébricas menor e com menos graus de liberdade, facilitando a resolução e reduzindo o risco de erros numéricos.
- FEM: Gera um sistema de equações algébricas maior e mais complexo, aumentando a probabilidade de erros e dificultando a resolução.

Essas características representam atributos significativos e vantajosos, tornando o MEC uma escolha crucial para a solução de problemas complexos. Além disso, o MEC oferece uma malha mais simples e uma maior estabilidade numérica, bem como precisão, em comparação com o FEM. Portanto, o MEC foi empregado neste estudo para calcular os deslocamentos em estruturas 2D com danos semelhantes a trincas induzidas. Esses deslocamentos foram obtidos a partir de pontos internos situados ao longo de uma linha de referência arbitrária e serviram como dados para a detecção de danos na estrutura por meio da Transformada de Wavelet.

2.5. FORMULAÇÃO DO MEC

O Método dos Elementos de Contorno (MEC) transforma a equação diferencial parcial, que descreve o comportamento das variáveis desconhecidas tanto no interior quanto no contorno do domínio, em uma equação integral que utiliza apenas valores de contorno para obter a solução numérica. Se forem necessários valores em pontos internos, eles são calculados diretamente a partir dos dados encontrados no contorno. Como todas as aproximações numéricas são realizadas apenas no contorno, a dimensionalidade do problema é reduzida em

um grau, resultando em um sistema de equações significativamente menor em comparação com os métodos diferenciais.

Nas equações integrais de contorno aplicadas à elastostática, é comum iniciar assumindo a Identidade de Somigliana (Gomes, 2006), que é derivada da relação de reciprocidade expressa pela equação:

$$\int_{\Omega} \sigma_{jk} \varepsilon_{jk}^* d\Omega = \int_{\Omega} \varepsilon_{jk}^* \sigma_{jk} d\Omega \quad (2.1)$$

Considerando um corpo definido por $\Omega + \Gamma$ que se encontra em equilíbrio sob determinados deslocamentos e cargas prescritos. Este estado é descrito pelos conjuntos σ_{ij} , ε_{ij} , u_i , p_i e b_i . Agora, supondo um domínio Ω^* com contorno Γ^* , que inclui o corpo em questão, conforme ilustrado na Figura 2.7, este domínio está em equilíbrio e é representado pelos conjuntos σ_{ij} , ε_{ij} , u_i , p_i e b_i^* .

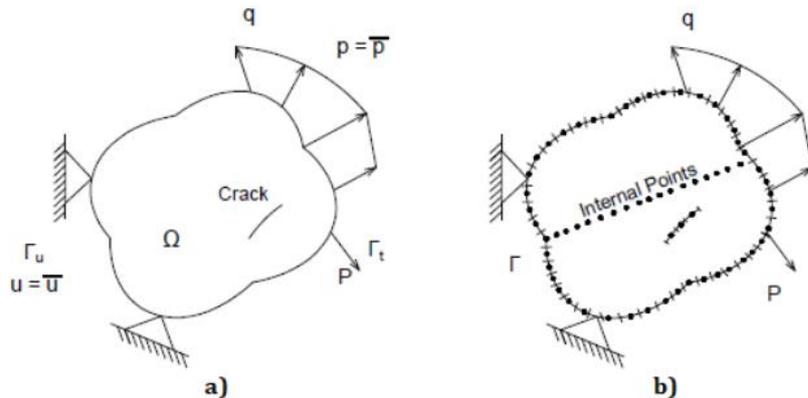


Figura 2.7 - (a) Corpo com dano e condições de contorno. (b) Modelagem BEM.

Se as propriedades elásticas forem idênticas em ambos os casos, a integral de reciprocidade de (2.21) pode ser deduzida pela simetria do tensor envolvido. Portanto, assumimos a existência de uma solução para σ^*_{jk} que satisfaz as equações governantes e que a solução atual está em equilíbrio. Esta abordagem é válida para soluções aproximadas porque o estado de tensão no interior do corpo será determinado pela combinação da solução para o campo $*$, que é definido como estando em equilíbrio, ao contrário da formulação dos resíduos ponderados (Brebbia et al, 1984).

Ao integrar por partes ambos os lados da Eq. (2.1), chegamos ao Teorema de Betti, expresso pela equação:

$$\int_{\Omega} b_k^* u_k d\Omega + \int_{\Gamma} p_k^* u_k d\Gamma = \int_{\Omega} b_k^* u_k d\Omega + \int_{\Gamma} p_k^* u_k d\Gamma \quad (2.2)$$

Considerando que as componentes da força de corpo b^*k correspondem a uma carga pontual unitária positiva aplicada em um ponto $\xi \in \Omega$ em cada uma das três direções ortogonais representadas pelo vetor unitário e_i , podemos definir $b_j^* = \Delta(\xi, x) e_j$, onde $\Delta(\xi, x)$ representa a função delta de Dirac, ξ é o ponto singular da carga e $x \in \Omega^*$ é o ponto fonte. A função delta de Dirac possui as seguintes propriedades como demonstrado nas equações:

$$\Delta(\xi, x) = 0 \text{ se } \xi \neq x \quad (2.3)$$

$$\Delta(\xi, x) = \infty \text{ se } \xi = x \quad (2.4)$$

$$\int_{\Omega^*} g(x) \Delta(\xi, x) d\Omega(x) = g(\xi) \quad (2.5)$$

Por outro lado, se $\xi \in \Omega$, a primeira integral na Eq. (2.2) pode ser expressa como na equação:

$$\int_{\Omega} b_i^* u_i d\Omega = u_i(\varepsilon) e_i \quad (2.6)$$

Considerando cada ponto de carga de forma independente, os deslocamentos e as trações podem ser expressos da seguinte maneira, como nas equações:

$$u_j^* = u_{ij}^*(\xi, x) e_i \quad (2.7)$$

$$p_j^* = p_{ij}^*(\xi, x) e_i \quad (2.8)$$

Onde: $u_j^* = u_{ij}^*(\xi, x) e_i$ e $p_j^* = p_{ij}^*(\xi, x) e_i$ representam os deslocamentos e as trações na direção j do ponto x , correspondentes a uma força pontual unitária atuando na direção i (e_i) aplicada no ponto ξ . Dessa forma, podemos reescrever a Eq. (2.2) para representar as três componentes separadas de deslocamentos em ξ , da seguinte maneira, como representado na equação:

$$u_i(\varepsilon) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x) p_j(x) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x) u_j(x) d\Gamma(x) + \int_{\Omega} u_{ij}^*(\xi, x) b_j(x) d\Omega(x) \quad (2.9)$$

A Eq. (2.9), conhecida como Identidade de Somigliana para deslocamentos, foi derivada por meio da reciprocidade com uma solução singular, denominada solução fundamental, que satisfaz a equação de Navier, expressa pela equação:

$$G u_{j,kk}^* + \frac{G}{1-2\nu} u_{k,kj}^* + \Delta(\xi, x) e_j = 0 \quad (2.10)$$

A formulação das equações de integral de contorno para problemas elastostáticos requer o conhecimento da solução de problemas elásticos, mantendo as propriedades dos materiais do corpo considerado em um domínio infinito com uma carga pontual concentrada unitária. Essa

solução, conhecida como solução de Kelvin ou solução fundamental da elastostática, é derivada das equações de Navier em termos de deslocamentos quando uma carga unitária é aplicada em um ponto "j" na direção do vetor unitário e_j . Esta abordagem utiliza deslocamentos expressos pelo vetor de Galerkin. Assim, assumindo que a solução singular da equação de Navier, conforme Eq. (2.10), seja válida na região com domínio Ω^* e contorno Γ^* , a qual está em um meio elástico infinito — correspondendo à solução de Kelvin (Love, 1944) — as expressões apropriadas para os deslocamentos e trações fundamentais, definidas nas Eq. (2.7) e (2.8), são de acordo com (Brebbia, 1978), como ilustrado nas equações:

$$u_y^*(\xi, x) = \frac{1}{8\pi G(1-\nu)} [(3-4\nu)\delta_{ij} \ln(r) - r_i r_j] \quad (2.11)$$

Para problemas bidimensionais no estado plano de deformação.

$$p_{ij}^*(\xi, x) = -\frac{1}{4\pi r(1-\nu)} \left[\frac{dr}{dn} \left((1-2\nu)\delta_{ij} + 2r_i r_j \right) \right] - (1-2\nu)(n_j r_i - n_i r_j) \quad (2.12)$$

Forças de superfície ao longo do contorno Γ , com vetor normal n . Além disso, a distância entre o ponto de carga ξ e o ponto fonte x é denotada por $r = r(\xi, x)$.

A partir da Eq. (2.9) apresentada na seção anterior e desconsiderando os termos relativos às forças de corpo, é possível delinear um procedimento numérico geral para resolver problemas de valor de contorno. A seguir, apresentamos de maneira resumida os principais aspectos desse processo. Consideremos a Eq. (2.9) reformulada sem a inclusão das forças de corpo, como apresentado na equação:

$$C_{ij}(\varepsilon)u_j(\varepsilon) + \int_{\Gamma} P_{ij}^*(\varepsilon, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\varepsilon, x)p_j(x)d\Gamma(x) \quad (2.13)$$

A Eq. (2.13) é aplicada para cada ponto ao longo do contorno. Para calcular as integrais, o contorno é subdividido em elementos, nos quais os deslocamentos e as trações são aproximados em cada elemento utilizando funções de interpolação, conforme descrito pelas equações

$$u = \Phi^T u^n \quad (2.14)$$

$$p = \Phi^T p^n \quad (2.15)$$

onde n representa o número de nós ao longo do contorno, aos quais os valores nodais de deslocamentos e trações estão vinculados. Dessa maneira, a Eq. (2.13) transforma-se na equação:

$$c^i u^i = \sum_{j=1}^N \left(\int_{\Gamma} u^* \Phi^T d\Gamma \right) p^j - \sum_{j=1}^N \left(\int_{\Gamma} p^* \Phi^T d\Gamma \right) u^j \quad (2.16)$$

Em que φ é a função de interpolação nos N elementos do contorno, e Γ_j é a superfície do elemento.

Ao substituí-las na Eq. (2.13), obtemos a seguinte equação matricial para o nó i :

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^N \bar{H}_{ij} u_j = \sum_{j=1}^N \bar{G}_{ij} P_j \quad (2.17)$$

Incluindo o termo c^i na matriz H , a Eq. (2.17) transforma-se na equação:

$$\sum_{j=1}^N H_{ij} u_j = \sum_{j=1}^N G_{ij} P_j \quad (2.18)$$

Ou, ao expressar a Eq. (2.13) na forma matricial e generalizando u e p como vetores de deslocamentos e trações, respectivamente, e considerando u^*_{ij} e p^*_{ij} como matrizes de deslocamentos e trações na direção " j " devido a uma força unitária aplicada no ponto considerado e atuando na direção " i ", obtemos a equação:

$$cu + \int_{\Gamma} p^* u d\Gamma = \int_{\Gamma} u^* p d\Gamma \quad (2.19)$$

Depois da aplicação das condições de contorno, resulta no seguinte sistema, como representado pela equação:

$$H_u = G_p \quad (2.20)$$

Essa formulação é aplicável para uma carga pontual no contorno em $\xi_i \cdot p^*$ e u^* . Os valores de $\xi_i \cdot p^*$ e u^* são conhecidos, e c pode ser determinado analiticamente ou a partir da condição de corpo rígido. Os valores desconhecidos são u e p no contorno

Após a aplicação das condições de contorno, este sistema pode ser resolvido utilizando eliminação de Gauss.

Os valores de tensões e deslocamentos em qualquer ponto interno podem ser obtidos facilmente utilizando equações apropriadas e técnicas de quadratura, por exemplo. Quando as forças de corpo não são consideradas, um esquema simples de integração numérica pode ser aplicado para lidar com os termos independentes do sistema de equações, assim como para os deslocamentos e tensões internas.

Os passos principais envolvidos nesta técnica são resumidos da seguinte forma:

1. Discretização do Contorno:

- O contorno do problema (Γ) é dividido em uma série de elementos menores, cada um com seus próprios nós e propriedades.
- Os deslocamentos e as trações são aproximados por funções interpoladas entre os pontos nodais dos elementos.

2. Formulação Discreta:

- A equação fundamental do MEC Eq. (2.16) é aplicada na forma discretizada para cada ponto nodal (ξ) do contorno Γ .
- A integração é realizada sobre cada elemento do contorno, levando em consideração as propriedades e geometria de cada elemento.
- Esse processo resulta na formação de um sistema linear de N equações algébricas, onde N representa o número total de pontos nodais no contorno.

3. Sistema de Equações Algébricas:

- O sistema de equações algébricas envolve N incógnitas: N trações nodais e N deslocamentos nodais.
- A matriz do sistema é composta por coeficientes que dependem das propriedades dos elementos, da geometria do contorno e da função de ponderação escolhida.
- O vetor de termos independentes representa as forças aplicadas no contorno.

4. Imposição de Condições de Contorno:

- Condições de contorno prescrevem valores nodais para N pontos no contorno. Essas condições representam restrições físicas ao problema, como pontos fixos ou engastamentos.
- As condições de contorno são incorporadas ao sistema de equações algébricas, reduzindo o número de incógnitas e permitindo a solução do sistema.

5. Resolução do Sistema:

- Técnicas padrão de resolução de sistemas lineares, como o método de eliminação de Gauss ou métodos iterativos, são utilizadas para encontrar os valores das incógnitas restantes.
- A solução do sistema fornece os deslocamentos e as trações em todos os pontos nodais do contorno.

6. Obtenção dos Dados Internos:

- A partir dos valores obtidos no contorno, as tensões e deformações em pontos internos do domínio (Ω) podem ser calculadas através de técnicas de pós-processamento.
- Essa etapa envolve a integração de equações diferenciais e a utilização de funções de interpolação para estimar os valores em pontos internos.

2.5.1. Formulação do MECD

A resolução de problemas com trincas não é viável em uma análise única de uma região pelo método dos elementos de contorno convencional, pois a coincidência dos contornos da trinca leva a uma formulação matematicamente mal postada. Esse problema ocorre devido à duplicidade de pontos-fonte ao longo do contorno da trinca, onde as equações algébricas resultantes para um ponto acabam sendo idênticas às do ponto oposto, uma vez que a mesma descoberta integral de localização é aplicada em ambos os pontos com a mesma trajetória de integração sobre o contorno do problema.

Para superar essa limitação, o método de elementos de contorno dual (MECD) (Portela et al. 1992) adota uma abordagem com duas equações independentes: as equações integrais de contorno para deslocamento e para tração. Embora a trajetória de integração seja a mesma para cada par de pontos-fonte coincidentes, as equações integrais aplicadas são distintas, o que resulta em sistemas algébricos independentes. Esses sistemas são discutidos em mais detalhes nas subseções a seguir.

A abordagem de modelagem de danos utilizada neste estudo baseia-se na pesquisa de (Gomes, G. et al., 2016). Considerando a ausência de forças de corpo e assumindo a continuidade das deslocamentos em um ponto x' no contorno, essa solução é expressa por:

$$c_{ij}(x')u_j(x') + CPV \int_{\Gamma} T_{ij}(x',x)u_j(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} U_{ij}(x',x)t_j(x) d\Gamma(x) \quad (2.21)$$

Em que i e j são componentes cartesianas; $T_{ij}(x',x)$ e $U_{ij}(x',x)$ representam as soluções fundamentais de Kelvin para tração e deslocamento, correspondente, em um ponto x do contorno. CPV denota a integral com Valor Principal de Cauchy, e $c_{ij}(x')$ os coeficientes dados por $\delta_{ij}/2$ para um contorno suave no ponto x' onde δ_{ij} é o delta de Kronecker.

As integrais da eq. (1) são regulares, no caso da distância r , definida entre os pontos x' e x , ser diferente de zero. Uma vez que r tende a zero, as soluções fundamentais podem apresentar singularidades fortes em T_{ij} de ordem $1/r$, e fracas em U_{ij} de ordem $\ln(1/r)$.

Quando não há forças presentes assume continuidade nas deformações e trações em x' sobre um contorno suave, as componentes de tensão σ_{ij} são dadas por,

$$\frac{1}{2}\sigma_{ij}(x') + HPV \int_{\Gamma} S_{ijk}(x',x)u_k(x) d\Gamma(x) = CPV \int_{\Gamma} D_{ijk}(x',x)t_k(x) d\Gamma(x) \quad (2.22)$$

Nesta equação, HPV denota a integral com Valor Principal de Hadamard. Os tensores $S_{ijk}(x',x)$ e $D_{ijk}(x',x)$ contém derivadas de $T_{ij}(x',x)$ e $U_{ij}(x',x)$, respectivamente. Da mesma forma que a eq. (1), quando r tende a zero, S_{ijk} apresenta uma hipersingularidade de ordem $1/r^2$, e D_{ijk} uma singularidade forte de ordem $1/r$.

Então, pode-se escrever as componentes de tração t_j , sobre um contorno suave, como,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}t_j(x') + n_i(x') HPV \int_{\Gamma} S_{ijk}(x',x)u_k(x) d\Gamma(x) = \\ n_i(x') CPV \int_{\Gamma} D_{ijk}(x',x)t_k(x) d\Gamma(x) \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde n_i representa a i -ésima componente do vetor normal unitário ao contorno, no ponto x' .

As Eq. (2.21) e (2.23) essas formulações formam a base do método conhecido como método dos elementos de contorno dual (MECD) e serão aplicadas aqui com a mesma nomenclatura usada no MEC. Essa abordagem considera os pontos de colocação e a integração sobre os elementos do contorno, resultando em um sistema linear de equações algébricas. A partir desse sistema, os valores desconhecidos de posições e trações são determinados nos pontos do contorno, conforme expresso por:

$$\mathbf{H}\mathbf{u}=\mathbf{G}\mathbf{t} \quad (2.24)$$

onde \mathbf{H} e \mathbf{G} inclui as integrais referentes às soluções fundamentais T_{ij} e U_{ij} , apresentada pela Eq. (2.21), ou às integrais S_{ijk} e D_{ijk} entregue pela Eq. (2.23). Os vetores \mathbf{t} e \mathbf{u} agrega as componentes de tração e deslocamentos no contorno.

O sistema ilustrado pela Eq. (2.24) pode ser reestruturado na seguinte forma:

$$\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{B}\mathbf{y}=\mathbf{f} \quad (2.25)$$

Sendo \mathbf{x} , o vetor contendo os desconhecidos t_i e u_i , e \mathbf{y} o vetor com as condições de contorno \bar{t}_i e \bar{u}_i . As matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são obtidas do rearranjo das matrizes \mathbf{H} e \mathbf{G} , na forma convencional do MEC.

A estratégia adotada neste trabalho para modelar o dano é realizada por (Gomes, G. et al., 2016), em que na qual a trinca é modelada por meio de pequenos segmentos retos, conforme descrito a seguir e ilustrado no esquema da Figura 2.8.

- A Eq. (2.21), para os posicionamentos, a técnica de colocação é aplicada ao longo de todo o contorno sem trincas e em uma das faces das trincas.
- A Eq.(2.26) , para as trações, a técnica de colocação é aplicada na outra face das trincas;
- O contorno das trincas é modelado utilizando elementos de contorno quadráticos e descontínuos;
- Na interseção entre uma trinca e uma aresta, utilizam-se elementos quadráticos semi-descontínuos;
- O restante do contorno do problema é modelado com elementos quádruplos contínuos.

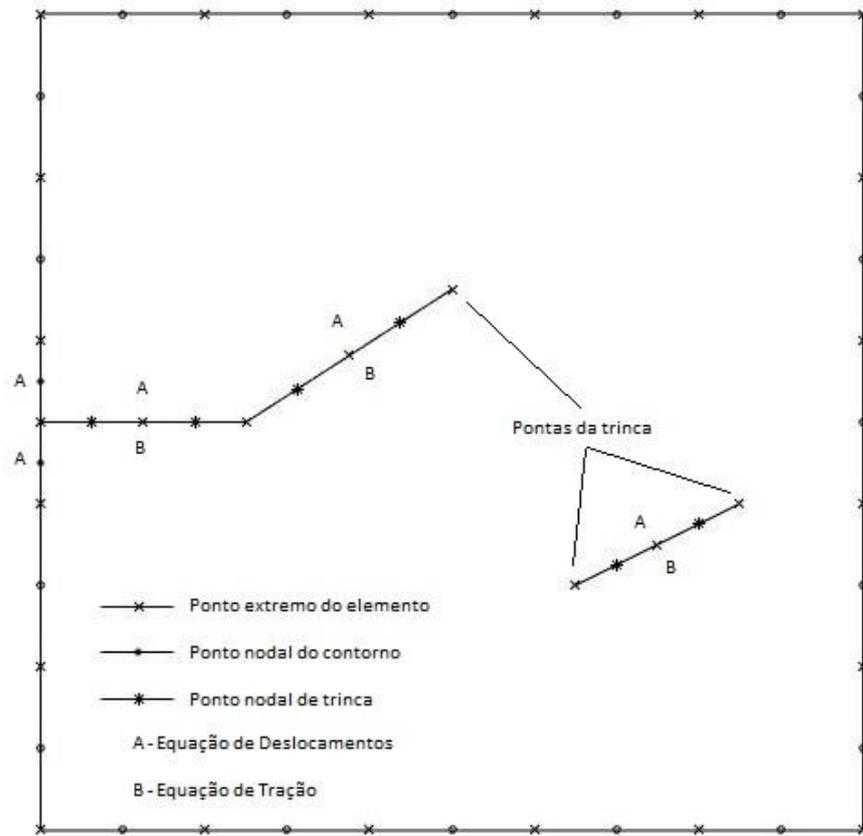


Figura 2.8 - Esquema de modelagem de trincas com elementos de contorno quadráticos (Gomes, G. et al., 2016).

CAPÍTULO 3: TRANSFORMADAS WAVELETS

3.1. FUNDAMENTOS

O principal ramo da matemática que levou às wavelets começou com a representação de funções por meio da combinação de diferentes funções ortogonais. Essa experiência tem uma longa história, remontando ao início do século XIX, quando Fourier introduziu a ideia de representar sinais periódicos como a soma de senos e cossenos (Barbosa, 2001). A Série de Fourier é uma técnica que desdobra um sinal em uma série de componentes senoidais, no entanto, a análise de Fourier tem uma limitação significativa: quando realizada a transformação para o domínio da frequência, perde-se a informação temporal associada ao sinal (Misiti et al., 2002).

Métodos convencionais de processamento de sinal semelhantes à Transformada Rápida de Fourier (FFT) convertem o sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência (Pnevmatikos NG e Gantes CJ, 2010). Portanto, as informações do sinal no domínio do tempo e no domínio da frequência não podem ser estudadas simultaneamente. No entanto, os sinais de resposta da estrutura têm sido frequentemente derivados de comportamento não linear e características não estacionárias. Se usar distribuições tempo-frequência, sinais lineares, não lineares e não estacionários podem ser processados (Wang H e Chen P., 2011; Qiao L et al., 2012).

Para superar essa limitação, uma abordagem é calcular os coeficientes da Série de Fourier em segmentos específicos do sinal, escolhidos sistematicamente por meio de janelamentos. Isso permite preservar parte da informação temporal original, embora à custa da informação em frequência. Essa técnica é conhecida como Transformada de Fourier em Tempo Restrito (STFT) (Loureiro, 2004). Além disso, Kim et al. implementou FFT, Transformada de Fourier de Tempo Curto (STFT), Distribuição Wigner-Ville (WVD) e Transformada Wavelet Discreta (DWT) para detectar danos no sistema de rolamento do rotor (Kim BS, 2007).

Uma vantagem da análise baseada em wavelets em relação à análise de Fourier, ou à análise modal, é a capacidade da Transformada de Wavelet de decompor um sinal (seja ele temporal

ou espacial) em uma série de funções de onda locais, chamadas wavelets, que são sensíveis às características locais do sinal, como escala e posição, ao longo do tempo (ou espaço).

Apesar da ampla utilização da Transformada de Fourier (TF), ela apresenta limitações significativas na detecção de danos. Para sinais não-estacionários, a TF fornece informações sobre os componentes espectrais, mas perde informações sobre as posições temporais desses componentes. De maneira semelhante, para sinais espaciais, a TF pode detectar a presença de perturbações locais, mas não consegue determinar suas posições exatas. A representação espectral de dados, bem como a sua ineficiência na análise de sinais não estacionários, foi eficientemente aprimorada utilizando diversas técnicas avançadas, incluindo o método de decomposição de Fourier (FDM), o método de decomposição de Fourier-Bessel (FBDM) (V. Gupta e R.B. e Pachori, 2021). A Transformada de Wavelet não sofre dessas limitações, pois é capaz de identificar a presença e localização das perturbações, possíveis danos, de maneira simultânea (Huang, Meyer e Nasser, 2009).

A Transformada Wavelet é uma ferramenta de análise de sinais útil para identificar características específicas de frequência-tempo de um sinal. Esta técnica foi originalmente proposta por Newland, e tem se tornado uma importante ferramenta para o processamento de sinais vibracionais (Newland, D. E. 1993, 1994). A transformada wavelet divide o sinal de entrada, por exemplo no domínio do tempo, em uma série de funções base locais ou "wavelets" ao longo do eixo de tempo. Estas wavelets permitem a identificação de características locais, desde a sua escala até a sua posição (Wang Q. e Deng X., 1999). A Transformada Wavelet pode ser adaptada a qualquer variável que a função da posição "x" de uma falha ao longo de uma linha de referência de uma viga.

O termo "wavelet" descreve uma função que está localizada no espaço, o que significa que a energia da wavelet está concentrada em uma região específica. Essa característica fundamental permite a representação de aspectos oscilatórios de curta duração presentes em um sinal, como exemplificada na Figura 3.1 (Loureiro, 2004).

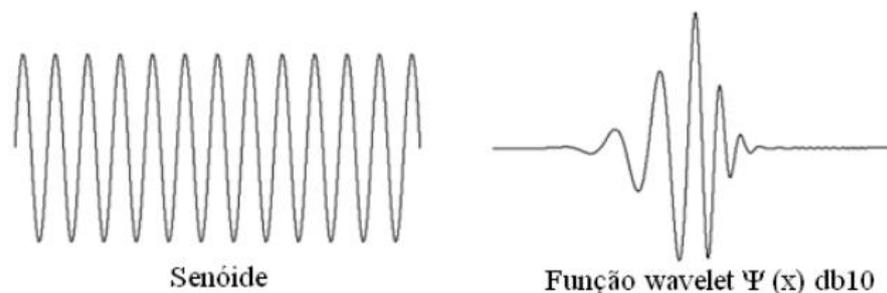


Figura 3.1 - Função periódica senoidal e função wavelet de Daubechies com 10 momentos nulos (Loureiro, 2004).

As ondaletas têm uma história muito recente e, desde o início, tornaram-se uma ferramenta popular e promissora para diversas aplicações científicas. Um fato importante a ser mencionado, é que grande parte do desenvolvimento das bases do que agora é conhecido como análise de ondulação foi liderado por Yves Meyer, Jean Morlet e Alex Crossman na França (um matemático, geofísico e um físico teórico, respectivamente). Com seu interesse comum na localização tempo-frequência e na análise de multirresolução, eles construíram um framework e chamaram sua criação de "ondelette" (pequenas ondaletas), que se tornou "Wavelet" em inglês. Esse tema realmente ganhou destaque com as inovações de Ingrid Daubechies e Stéphane Mallat, que tinham aplicabilidade direta no processamento de sinais, e uma verdadeira explosão de atividade na teoria e aplicações de ondaletas se seguiu.

Wavelets são classes de funções usadas para descrever e localizar uma dada função no espaço e na escala. A partir da função "mãe" $\psi(x)$ é possível criar uma família de wavelets. Nesse estudo, foi aplicada a Transformada Wavelet a um conjunto de deslocamentos estáticos $u(x)$ variando ao longo de uma linha de referência de estruturas bidimensionais. A função wavelet mãe $\psi(x)$ pode ser usada para calcular o Coeficiente Wavelet $\psi_{a,b}$ em qualquer ponto $x = x_0$. Os parâmetros de translação "b" e de dilatação ou contração "a" definem o termo $\psi_{a,b}(x_0)$ como as "Daughter Wavelets" (Mallat, S., 1989), apresentado na equação:

$$\Psi_{a,b}(x_0) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{x_0 - b}{a}\right) \quad (3.1)$$

A primeira menção das ondaletas apareceu em um apêndice da tese de A. Haar em 1909. Uma propriedade das wavelets de Haar é que elas têm suporte compacto, o que significa que elas desaparecem fora de um intervalo finito. Infelizmente, as ondaletas de Haar não são continuamente diferenciáveis, o que limita um pouco suas aplicações. Além disso, é conhecida

como wavelet db1 e é representada na Figura 3.2. Esta wavelet é definida pela função Heaviside $H(t)$, como indicado na equação:

$$\Psi(t) = H(t) - 2H(t-1/2) + H(t-1) \quad (3.2)$$

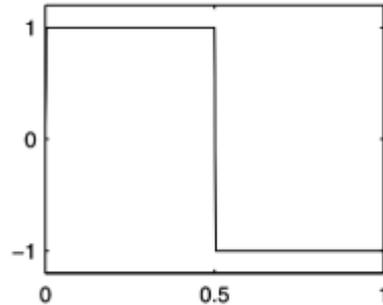


Figura 3.2 - Wavelet-mãe Haar (Misiti, M. et al., 2002).

Entre 1960 e 1980, o matemático Guido Weiss e Ronald R. Coifman estudaram os elementos mais simples de um espaço de funções, chamados átomos, com o objetivo de encontrar os átomos para uma função comum e descobrir as regras de composição que permitem a reconstrução de todos os elementos do espaço de funções usando esses átomos. Depois no futuro, a pedido de R. Coifman, foi criada a função wavelet Coiflets que foi criada por I. Daubechies, (Daubechies, I. 1992), Figura 3.3. A função de ondaleta tem $2N$ momentos iguais a zero, e a função de escala tem $2N-1$ momentos iguais a zero. Ambas as funções têm suporte com comprimento de $6N-1$.

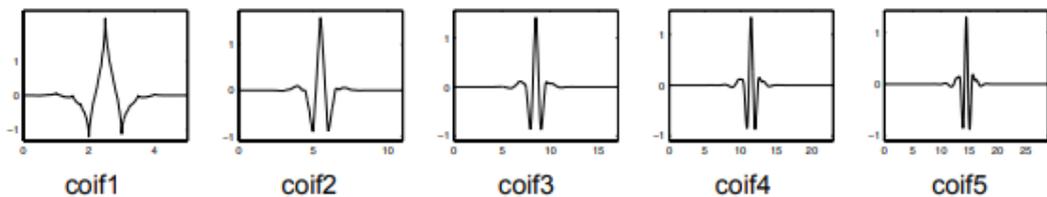


Figura 3.3 - Função wavelet de Coiflets (Daubechies, 1992).

Nos primeiros anos da década de 1980, o geofísico Jean Morlet percebeu uma dualidade entre a localização no tempo e na frequência. Ele foi o primeiro a usar funções base oscilatórias definidas apenas em um intervalo compacto K da reta real para analisar dados relacionados a terremotos, ou seja, funções base com uma localização temporal específica (MORLET et al., 1982).

O trabalho pioneiro de Morlet é amplamente reconhecido como o ponto de partida para o que agora denomina-se de análise tempo-escala, realizada com o uso de funções de onda (wavelets), como na Figura 3.4. As bases matemáticas mais rigorosas começaram a ser desenvolvidas dois anos depois, em 1984, quando Morlet e o físico Alex Grossmann publicaram um trabalho inovador sobre a representação de funções por meio de wavelets (GROSSMAN; MORLET, 1984). Na figura 3.4, mostra a função mais frequentemente utilizada por R. Kronland-Martinet e J. Morlet. Sua transformada de Fourier é uma Gaussiana deslocada, ajustada ligeiramente de forma que $\psi(0) = 0$.

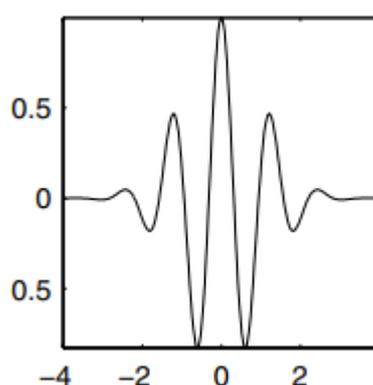


Figura 3.4 - Função wavelet de Morlet (Misiti, M. et al., 2002).

Em 1985, Mallat deu um impulso adicional às ondaletas por meio de seu trabalho em processamento de sinais digitais. Ele descobriu alguma relação entre filtros de espelho de quadratura, algoritmos de pirâmide e bases de ondaletas ortogonais. Inspirado em parte por esses resultados, Y. Meyer construiu as primeiras ondaletas não triviais. Ao contrário das ondaletas Haar, as ondaletas de Meyer são continuamente diferenciáveis; no entanto, elas não possuem suporte compacto, Figura 3.5. Foram investigadas novas oportunidades para construir bases de ondaletas ortogonais com o advento da MRA (Análise Multirresolução). Desenvolvida por Meyer e Mallat (MEYER, 1986; MALLAT, 1989a), a MRA demonstra que as bases de ondaletas são uma ferramenta matemática crucial para aprimorar a informação disponível. Dessa forma, é possível avançar de uma aproximação de baixa resolução para uma aproximação de alta resolução.

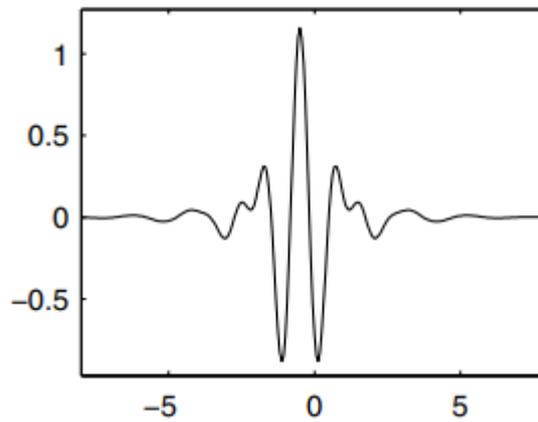


Figura 3.5 - Função wavelet Meyer (Daubechies, 1992).

Inventada por Ingrid Daubechies, as wavelets ortonormais com suporte compacto tornaram a Análise Discreta de Wavelets uma realidade. São identificadas como dbN, onde N é a ordem da wavelet e db é o seu “sobrenome”. A Wavelet db1, que também é conhecida como Wavelet Haar, é apresentada na Figura 3.2, e db2 até db10 , na Figura 3.6:

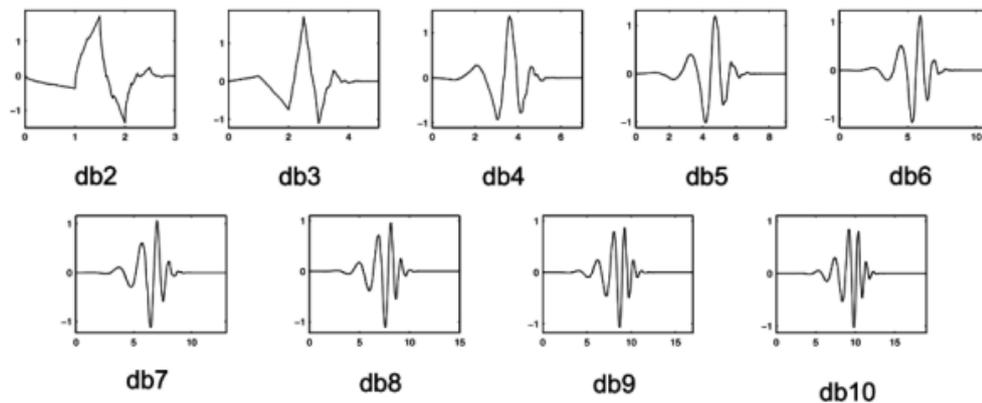


Figura 3.6 - Família de wavelets db1 a db9 (Misiti, M. et al., 2002)

As ondaletas de Daubechies exibem uma notável assimetria devido à sua construção com base nos zeros que implicam em uma fase mínima de $R(e^{-j\omega})$. A única ondaleta de Daubechies que é simétrica é a ondaleta de Haar ($N = 1$). Em Daubechies (1993), são introduzidas as Symlets, que são uma adaptação das ondaletas de Daubechies, representado na Figura 3.7. As Symlets são derivadas através da otimização da seleção dos zeros em $R(e^{-j\omega})$, com o objetivo de obter filtros conjugados o mais simétricos possível.

As wavelets Symlets são uma versão quase simétrica proposta por Daubechies como uma modificação da família Db. Embora as propriedades das duas famílias (DbN e Sym) sejam

semelhantes, as funções Symlets têm uma tendência maior à simetria (Misiti et al., 2002). Abaixo, na Figura 3.7 estão apresentadas as principais funções de ondaletas.

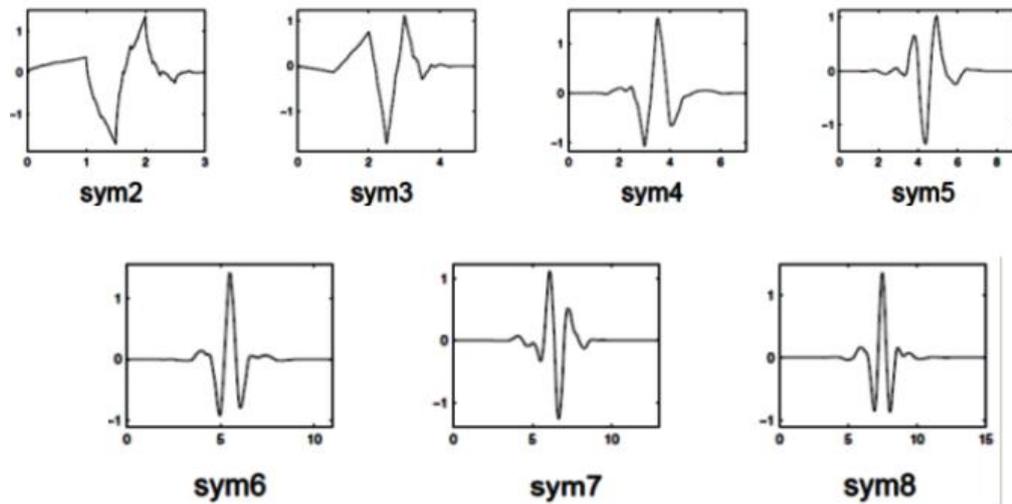


Figura 3.7 - Função wavelet Symlet (Weeks, 2012)

A função wavelet conhecida como chapéu mexicano, como mostrado na Figura 3.8, não possui uma função de escala e é derivada de uma função que é diretamente proporcional à segunda derivada da função de densidade de probabilidade gaussiana.

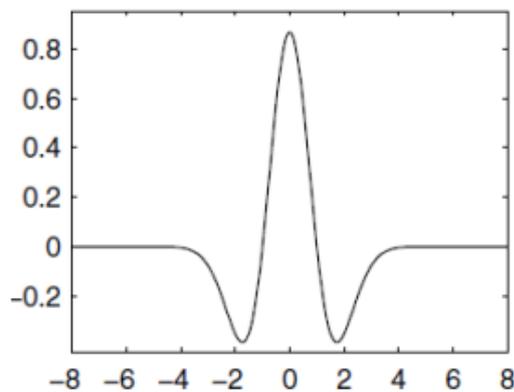


Figura 3.8 - Função wavelet Chapéu mexicano (Daubechies, 1992).

A família de wavelets Biorthogonais Figura 3.9, apresenta a propriedade de fase linear que é considerada essencial para a reconstrução de imagens e sinais. Estas wavelets são identificadas pela designação biorNr.Nd, onde Nr corresponde à ordem de reconstrução e Nd à ordem de decomposição. Ao usar duas wavelets em vez de uma só, uma para decomposição (lado esquerdo) e outra para reconstrução (lado direito), surge a possibilidade de avaliar interessantes propriedades decorrentes da combinação destes dois elementos (Misiti, M. et al., 2002).

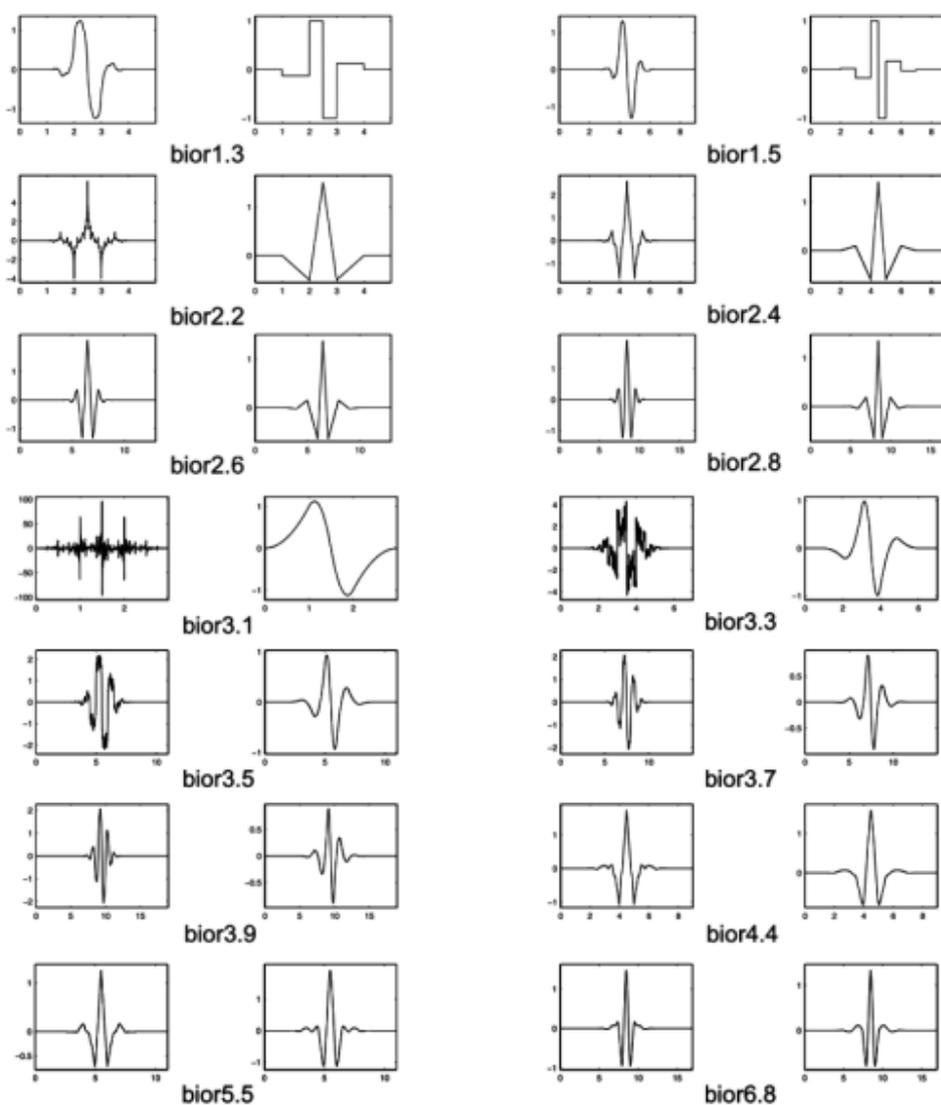


Figura 3.9 - Família de wavelets biorthogonais (Misiti, M. et al., 2002)

Portanto, a Wavelet é uma onda pequena usada para aplicar a Transformada Wavelet. Esta transformação pode ser contínua ou discreta. A Wavelet-mãe (também chamada de protótipo) é usada como base para a geração de outras janelas de funções. Ovanesova, A. V. e Suarez L. E. (2004) classificam as wavelets-mãe mais conhecidas da seguinte forma: A Haar, Daubechies de ordem N, Meyer, Symlets de ordem N e a Coiflets de ordem N são exemplos de wavelets-mãe ortogonais. Além disso, todas apresentam suporte compacto, menos Meyer. Com o número arbitrário de momentos nulos e regularidade pobres aparece as wavelets-mãe, como Daubechies de ordem N, Symlets de ordem N e Coiflets de ordem N. A Morlet, Meyer e Gaussian são wavelets-mãe regulares (Polikar, R., 1994).

3.2. TRANSFORMADA CONTÍNUA DE WAVELET (TCW)

A Transformada de Onda Contínua (TCW) aplicada a um sinal de deslocamento $u(x)$ gera um coeficiente que pode ser expressado pela equação:

$$C_{a,b} = C_{a,b}(x_0) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x)\Psi_{a,b}(x_0)dx \quad (3.3)$$

Está transformada é obtida pela soma de todas as $u(x)$ ao longo da linha de referência multiplicada pelo termo Wavelet analisado $\Psi_{a,b}(x_0)$ deslocado por "b" e escalado por "a". A quantidade transformada de $u(x)$ usando o Wavelet $\Psi_{a,b}(x_0)$ está na Eq. (3.3). Os procedimentos de escala e translação de wavelets estão apresentados na Figura 3.10.

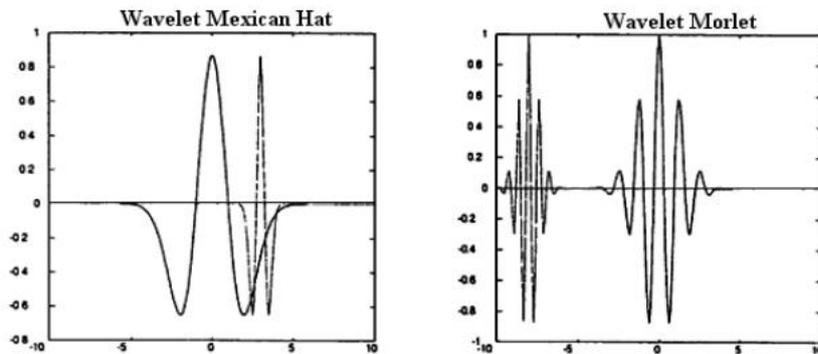


Figura 3.10 - Dilação e translação de funções wavelet (Ovanesova, 2000).

Os Coeficientes da Wavelet são especialmente sensíveis a alterações no sinal de deslocamento $u(x)$, como um dano. Esta propriedade oferece a possibilidade de detecção destes danos pelo uso da Wavelet Transformada. Ao aplicar esta técnica, os spikes nos locais dos danos tornam-se mais evidentes nas escalas mais finas da TWC. Esta característica permite a detecção de danos pela Wavelet Transformada.

3.3. TRANSFORMADA DISCRETA DE WAVELET (TDW)

No processamento de sinal prático, a Transformada Wavelet é frequentemente discretizada, com os parâmetros de dilatação "a" e de translação "b" sendo definidos de forma discreta, como demonstrando na equação:

$$a = 2^j, \quad b = 2^j k, \quad (j, k) \in Z \quad (3.4)$$

onde Z é um conjunto de números inteiros. O uso de valores discretos para "a" e "b" torna o procedimento mais eficiente (Doebling, S.W. et al., 1996). Este procedimento é chamado de Transformada Discreta de Wavelet (TDW) e as wavelets $\psi(x)$ são então dadas pela equação:

$$\Psi_{j,k}(x) = 2^{-\frac{j}{2}} \Psi(2^j x - k) \quad (3.5)$$

Neste caso, as TDW podem ser expressas da seguinte forma, como na equação:

$$C_{j,k} = C_{j,k}(x_0) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x) \Psi_{j,k}(x) \quad (3.6)$$

Os Coeficientes TDW são computacionalmente menos complexos e extremamente sensíveis à rigidez perdida repentinamente pelo sinal de deslocamento $u(x)$ de uma estrutura danificada. Na seção seguinte, o DWT da Eq. (3.6), será aplicado a sinais de deslocamento $u(x)$ obtidos a partir de danos similares a trincas induzidas em estruturas 2D. Existem muitos tipos de funções wavelet mãe, mas uma análise detalhada de suas propriedades não se enquadra no escopo deste estudo. O objetivo aqui é usar uma função wavelet mãe que possa eficazmente detectar a posição dos danos na estrutura.

Para escolher a função wavelet é importante compreender que algumas características a tornam especialmente adequada para a detecção de danos. De acordo com Estrada, E. S. (2008), as propriedades mais relevantes que as funções wavelet mãe precisam para a detecção de danos podem ser resumidas como:

- a) **Ortogonalidade ou Biortogonalidade**, estas propriedades garantem o cálculo rápido dos coeficientes de wavelet. Infelizmente, nem todas as funções de wavelet possuem estas duas propriedades;

- b) **Suporte compacto**, esta propriedade significa que a função wavelet não assume o valor zero para intervalos finitos. Esta propriedade permite representar de forma mais eficiente os sinais que têm características localizadas;
- c) **Momentos desaparecendo**, esta propriedade determina o grau do polinômio que pode ser aproximado. Esta propriedade é usada para selecionar a wavelet-mãe mais adequada para a detecção de danos;
- d) **Regularidade**, é o número de vezes que uma função é diferenciável no ponto x_0 . Singularidades em uma função podem ser detectadas por essa regularidade. Além disso, esta propriedade é útil para obter características interessantes, tais como, suavidade dos sinais reconstruídos.

Estas propriedades são usadas para selecionar a wavelet mãe mais adequada para a detecção de danos. Estudos de Estrada, E. S. (2008) e Ovanesova, A. V. e Suárez L. E. (2004) sobre funções wavelet e suas características específicas para detectar pequenas variações no sinal e adequadas à detecção de danos mostraram que a wavelet mãe Biortogonal3.7 é uma boa escolha, e essa wavelet mãe é usada nesta pesquisa em conjunto com o Método dos Elementos de Contorno (MEC).

Um sumário das famílias de ondaletas e suas propriedades correspondentes é fornecido na Tabela 3.1. Observa-se que as duas ondaletas-mães escolhidas para este estudo geralmente possuem as características necessárias para serem utilizadas no processo de detecção de danos. No entanto, é importante destacar que as ondaletas-mãe Coiflets e Symlets, apesar de compartilharem as mesmas propriedades das Daubechies e das Biortogonais, não produziram resultados satisfatórios nas análises de detecção de danos, de acordo com Silva (2019).

Tabela 3.1 – Resumo das propriedades das famílias de wavelets (modificado - Misit et al., 2002)

Propriedade	morl	meyer	haar	dbN	symN	coifN	biorNr.Nd
Infinitamente regular	x	x					
Regularidade arbitrária				x	x	x	x
Suporte compacto ortogonal			x	x	x	x	
Suporte compacto biortogonal							x
Ortogonal			x	x	x	x	
Biortogonal							x
Número de momentos nulos arbitrários				x	x	x	x
Transformada contínua	x	x	x	x	x	x	x
Transformada discreta		x	x	x	x	x	x

3.4. MÉTODOS DE INTERPOLAÇÃO

Para detectar danos usando Wavelets, é essencial obter uma função contínua de deslocamento. No entanto, como os sensores operam de maneira pontual, alcançar uma função contínua na prática exigiria um número infinito de sensores. Diante desse desafio, opta-se pela interpolação dos pontos entre cada sensor, aumentando assim a quantidade de dados e possibilitando a criação de uma curva de deslocamento. Essa abordagem viabiliza a aplicação de métodos para identificação de danos. Vale ressaltar que a Transformada Discreta de Wavelet requer, no mínimo, 100 dados pontuais, enquanto a Transformada Contínua demanda pelo menos 1000 dados, conforme mencionado por Palechor (2013).

A interpolação polinomial consiste em aproximar uma função suave localmente por meio de uma função escolhida. Um exemplo desse método é a série de Taylor, que oferece uma aproximação satisfatória para a função $f(x)$ quando f é suave o bastante e x está suficientemente próximo de a , expressa pela equação:

$$= \sum_{i=0}^n (x - a)^i D^i f(a)/i! \quad (3.7)$$

Entretanto, se a intenção é aproximar a função para um intervalo mais amplo, o grau, n , do polinômio aproximado pode tornar-se inaceitavelmente elevado. Nesse caso, uma alternativa viável é dividir o intervalo de aproximação $[a, b]$ em segmentos menores. Assim, para cada intervalo, um polinômio, p_j , de grau relativamente baixo pode oferecer uma aproximação eficaz para a função f . Essa função polinomial aproximada por intervalos é conhecida como Spline.

A interpolação por splines envolve a interpolação por polinômios entre cada par de pontos conhecidos (obtidos experimental ou analiticamente). Em outras palavras, é construído um polinômio de grau k para cada par consecutivo de nós, que chamaremos de t_i , conforme indicado pela equação:

$$a = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n = b \quad (3.8)$$

Dessa forma, uma função spline S de grau k deve atender às seguintes condições:

- i. Para cada intervalo $(t_{n-1}, t_i]$, S é um polinômio de grau menor ou igual a k .
- ii. A derivada de S é contínua no intervalo $[t_0, t_n]$ e possui ordem $(k - 1)$.

Assim, um spline de grau 0 consiste em funções constantes entre os nós, enquanto um spline de grau 1 é composto por segmentos de reta, conforme definido pelas equações:

$$s\{S_0(x) = C_0 \quad x \in [t_0, t_1] \quad S_1(x) = C_1 \quad x \in [t_1, t_2] \quad \dots \quad S_{n-1}(x) = C_{n-1} \quad x \in [t_{n-1}, t_n] \quad (3.9)$$

$$s\{S_0(x) = C_0 \quad x \in [t_0, t_1] \quad S_1(x) = C_1 \quad x \in [t_1, t_2] \quad \dots \quad S_{n-1}(x) = C_{n-1} \quad x \in [t_{n-1}, t_n] \quad (3.10)$$

As Figura 3.11 e Figura 3.12 exibem os gráficos correspondentes ao spline de grau zero e ao spline de grau um, respectivamente:

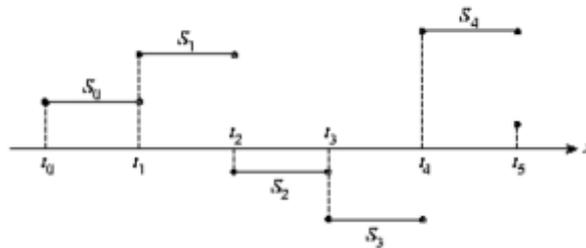


Figura 3.11- Spline de grau 0 (Boor, 1990).

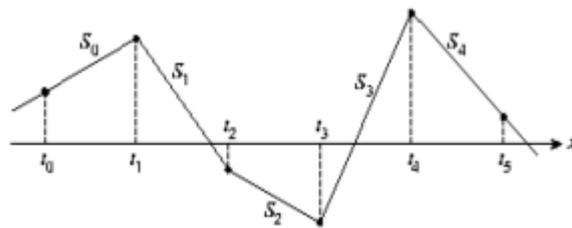


Figura 3.12 - Spline de grau 1 (Boor, 1990).

Geralmente, a aproximação por polinômios seccionados de grau 3 é a escolha mais comum devido ao fato de ser um polinômio de grau relativamente baixo, resultando em cálculos mais simples. Além disso, essa abordagem oferece uma aproximação altamente precisa e contínua dos pontos e o método de interpolação que obteve melhor resultado, de acordo com (Palechor, 2013), foi o spline cúbico. Semelhante aos splines mencionados anteriormente, ela também define uma função, S_i , entre cada nó, mas desta vez com grau 3. Portanto, isso confere a vantagem de ter a derivada de primeira ordem, S'_i , e a derivada de segunda ordem, S''_i , exatamente iguais às respectivas derivadas da função subsequente, S_{i+1} .

3.5. DETECÇÃO DE SINGULARIDADES

Os coeficientes da transformada wavelet são influenciados pelas perturbações locais, ao passo que, na transformada de Fourier, os coeficientes dependem da totalidade do domínio. Isso confere ao espectro wavelet uma capacidade superior para medir a variância associada a eventos localizados. Isso facilita a análise de períodos mais extensos, nos quais é comum a ocorrência de lacunas nos dados atmosféricos. Os máximos locais nesse espectro fornecem informações sobre as escalas em que características importantes ou eventos coerentes contribuem significativamente.

O processo de detecção de singularidades em um sinal $f(x)$ é efetuado atenuando-se este sinal via convolução com uma função dos coeficientes de detalhes e os pontos de maior variação são detectados como máximos absolutos locais em um operador diferencial de primeira ordem ou pontos de cruzamento por zero em um operador diferencial de segunda ordem. Inflexões em uma derivada de segunda ordem representam tanto pontos de máximos como mínimos locais de $f(x)$, diferenciados entre si apenas pela variação antes e depois do cruzamento – em módulo, máximos locais de $f(x)$ possuem variações mais bruscas do que mínimos locais, Figura 3.13.

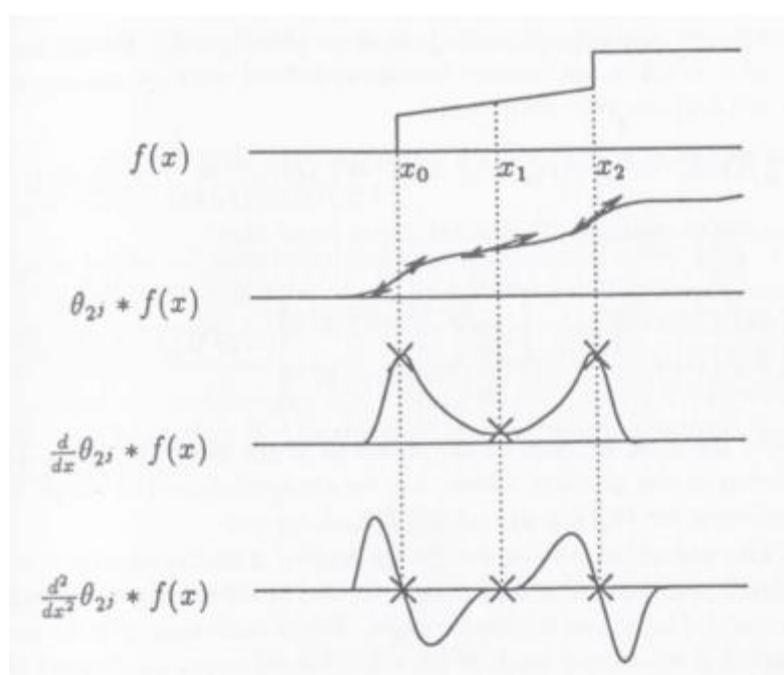


Figura 3.13 – Relação entre as singularidades da função $f(x)$ e os pontos-chave para detecção de singularidades (RUSKAI et al., 1992).

Considere $\theta(x)$ como uma função dos coeficientes wavelets e $\psi(x)$ como uma wavelet definida como a derivada dessa função, conforme expresso pela equação:

$$\psi_{(x)} = \frac{\partial \theta(x)}{\partial x} \quad (3.11)$$

Ao expressar $\psi_{2^j}(x) = \frac{1}{2^j} \psi\left(\frac{x}{2^j}\right)$, a transformada wavelet de uma função $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ na escala 2^j em um ponto x pode ser representada pela convolução. A derivada de $f(x)$ atenuada por θ_{2^j} é proporcional a transformada de $f(x)$, como mostra as equações:

$$W_{2^j} = f \times \psi_{2^j}(x) \quad (3.12)$$

$$W_{2^j} = f \times \left(2^j \frac{\partial \theta_{2^j}}{\partial x}(x) \right) = 2^j \frac{\partial (f \times \theta_{2^j}(x))}{\partial x} \quad (3.13)$$

Assim, os máximos de $|W_{2^j} f(x)|$ (conhecidos como máximos de módulo) indicam a presença de descontinuidades na escala 2^j . Quando a escala é pequena, a atenuação de $f(x)$ por $\theta_{2^j}(x)$ é insignificante, permitindo a identificação de todos os pontos locais de variações abruptas em $f(x)$. Por outro lado, quando a escala 2^j é relativamente grande, a convolução de $f(x)$ com $\theta_{2^j}(x)$ elimina as pequenas flutuações, destacando apenas as variações mais amplas na amplitude (RUSKAI et al., 1992).

A utilização de wavelets é apropriada quando é viável tratar cada singularidade como isolada, indicando que em um ponto específico (x), cada singularidade prevalece sobre as outras variações locais do sinal. Dessa forma, ao examinar um vetor contendo os máximos locais absolutos (picos) em um sinal decomposto pelos coeficientes de detalhes, observar uma amostra de dados maior que suas duas amostras vizinhas pode ser um indício de possível dano.

CAPÍTULO 4: MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo descreve os materiais e métodos utilizados para a implementação e análise da detecção de danos em vigas 2D, utilizando Transformada Wavelet e o Método dos Elementos de Contorno. O objetivo é detalhar as ferramentas e algoritmos desenvolvidos, explicando suas funções e como contribuem para alcançar os objetivos da pesquisa, conforme sequencial descrito abaixo e esquematizado na Figura 4.1.

Ferramentas Utilizadas

Para a modelagem e análise das estruturas 2D, foram utilizados os seguintes softwares:

- **BEMLAB2D:** Utilizado para a modelagem das vigas 2D, permitindo a definição da geometria, propriedades dos materiais e condições de contorno.
- **BEMCRACKER2D:** Utilizado para obter os deslocamentos das estruturas modeladas no BEMLAB2D, essencial para as análises subsequentes.

Algoritmos Desenvolvidos

Para alcançar os objetivos da pesquisa, foram desenvolvidos em MATLAB três algoritmos principais:

Algoritmo 1: Interpolação de Pontos

- **Função:** Interpolar pontos para que a análise de sinal seja aplicada corretamente.
- **Descrição:** Este algoritmo recebe os dados de deslocamento das vigas e realiza a interpolação dos pontos, garantindo que o sinal resultante esteja adequadamente amostrado para as etapas subsequentes de decomposição e análise.

Algoritmo 2: Decomposição e Reconstrução de Wavelet

- **Função:** Realizar a decomposição e reconstrução de wavelet em um sinal denominado Sinald, resultado da interpolação do deslocamento realizada pelo Algoritmo 1.
- **Partes do Algoritmo:**
 - **Definição de Parâmetros:** Estabelece os parâmetros necessários para a decomposição e reconstrução de wavelet.
 - **Decomposição Wavelet:** Aplica a Transformada Wavelet ao Sinald, decompondo-o em diferentes níveis de detalhe.

- **Reconstrução do Sinal:** Reconstroi o sinal a partir dos coeficientes de wavelet, preservando as características essenciais para a análise de danos.
- **Visualização do Sinal:** Gera gráficos e visualizações que facilitam a interpretação dos resultados da decomposição e reconstrução.

Algoritmo 3: Identificação e Visualização dos Máximos Locais

- **Função:** Identificar e visualizar os máximos locais de um sinal representado pela variável cDd .
- **Etapas do Algoritmo:**
 - **Encontrar os Picos do Sinal:** Identifica os picos no sinal e obtém seus respectivos índices.
 - **Ordenação dos Picos:** Ordena os picos em ordem decrescente, permitindo identificar os maiores picos primeiro.
 - **Localização dos Picos:** Encontra o eixo da abscissa correspondente a cada pico máximo local.
 - **Visualização dos Máximos Locais:** Marca no gráfico os locais dos picos, facilitando a visualização e análise dos máximos locais do sinal.

Modelagem Estrutural

Modelagem das vigas 2D no BEMLAB2D e obtenção dos deslocamentos com o BEMCRACKER2D para fins de validação dos softwares.

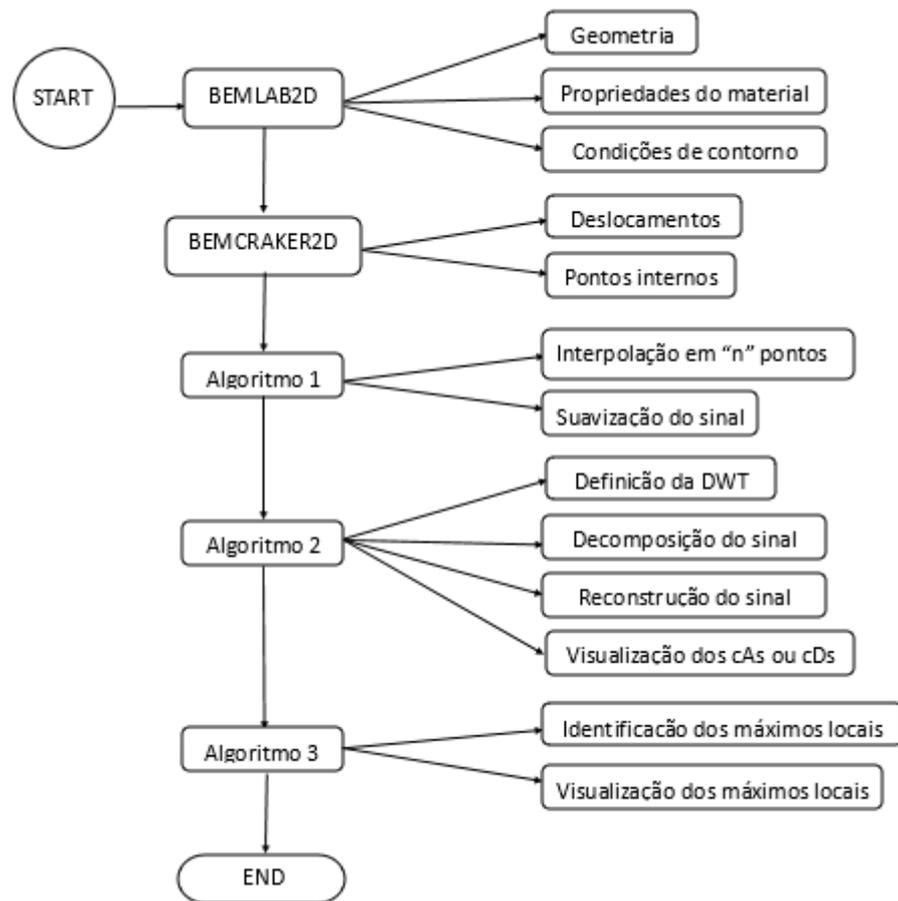


Figura 4.1– Fluxograma do processo de detecção de danos em vigas 2d utilizando transformada wavelet e método dos elementos de contorno.

4.1. FERRAMENTAS UTILIZADAS

4.1.1. BEMLAB2D GUI

O software BEMLAB2D® (Delgado Neto, Á. M., 2017), foi desenvolvido com o objetivo de oferecer uma interface gráfica para pré-processamento e pós-processamento de problemas bidimensionais, como representado na Figura 4.2 que mostra a sequência necessária para a execução da análise. É do tipo GUI - Interface Gráfica do Usuário - e permite que o usuário gere malhas e visualize o resultado da análise elastostática processada pelo programa BEMCRACKER2D® (Gomes, G. et al., 2016), que será descrito nos próximos itens deste trabalho. O software BEMLAB2D® fornece as ferramentas necessárias para que o usuário

defina a geometria do problema, associando atributos físicos e gerando malhas de elementos de contorno. Além disso, ele também gera arquivos de entrada de dados para o Solver, lê e interpreta os dados de saída do Solver e produz gráficos e modelos de resultados.

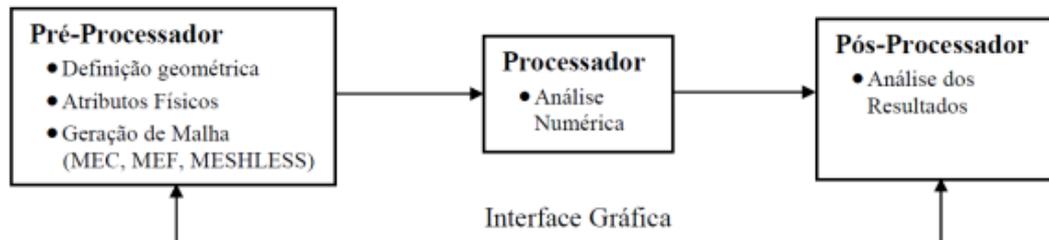


Figura 4.2 – Arquitetura de um sistema de análises de engenharia (Gomes, G., 2006).

As ações do usuário são executadas com a ajuda de botões, mouse e diálogos. Dessa forma, a execução e a compreensão das funções são facilitadas. A Figura 4.3 mostra um exemplo do programa na tela inicial (Delgado Neto, Á. M., 2017). O programa possui cinco módulos:

- GEOMETRY (Módulo I): módulo independente para criar modelos 2D com ferramentas de desenho, como Points, Lines, Arcs e Zones (Pontos, Linhas, Arcos e Zonas);
- MESH (Módulo II): a partir da criação do modelo no Módulo I, o MESH gera a malha, que pode ser do tipo MEC, MEF ou MESHLESS (sem malha);
- BOUNDARY CONDITIONS (Módulo III): aqui é possível definir as condições de contorno do modelo, específicas para MEC, como Deslocamentos, Trações e Desconhecidas;
- ELASTOSTATIC ANALYSIS (Módulo IV): permite definir qual tipo de análise deve ser executada no modelo, se MEC Padrão, Trincas Sem Propagação ou Trincas Com Propagação;
- GRAPHICAL RESULTS (Módulo V): aqui é possível obter a visualização dos resultados gráficos, específicos para MEC, como Deformada da Malha, Malha de Tensões, Fatores de Intensidade de Tensão, Caminho de Propagação da Trinca, Vida à Fadiga e Trincas Propagando.

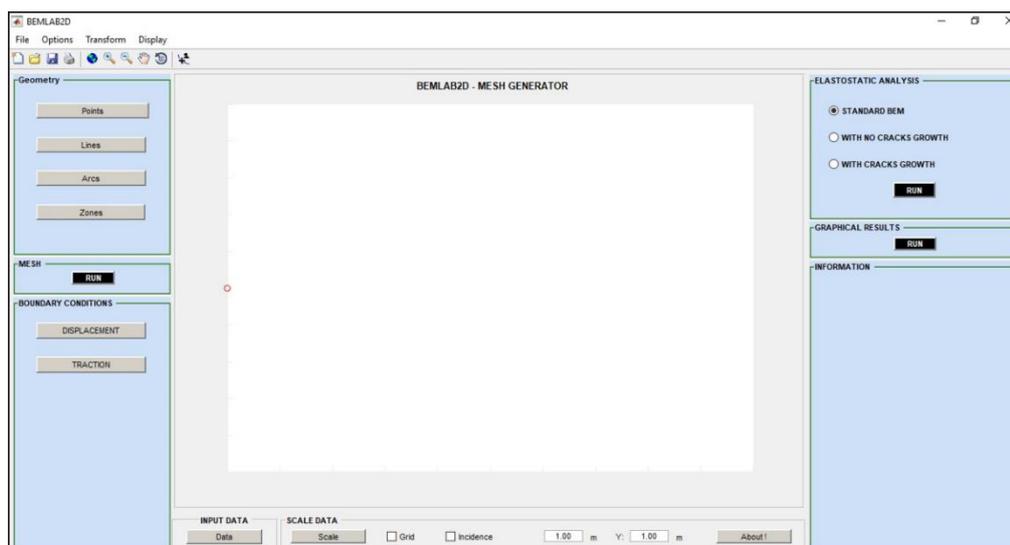


Figura 4.3 - Interface de modelagem do programa BEMLAB2D®.

A Figura 4.4 mostra o pós-processador do BEMLAB2D® onde são exibidos os resultados gráficos obtidos pelo BEMCRACKER2D®.

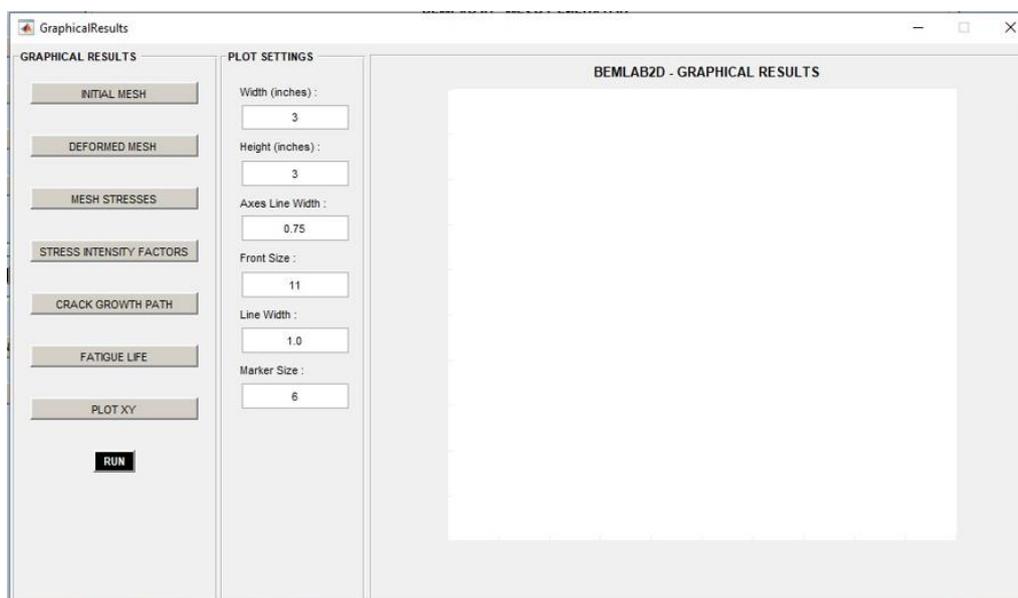


Figura 4.4 - Interface dos resultados gráficos do BEMLAB2D®.

Na Figura 4.5, é apresentado um esquema hierárquico que demonstra a estrutura para operar o software em todas as suas fases.

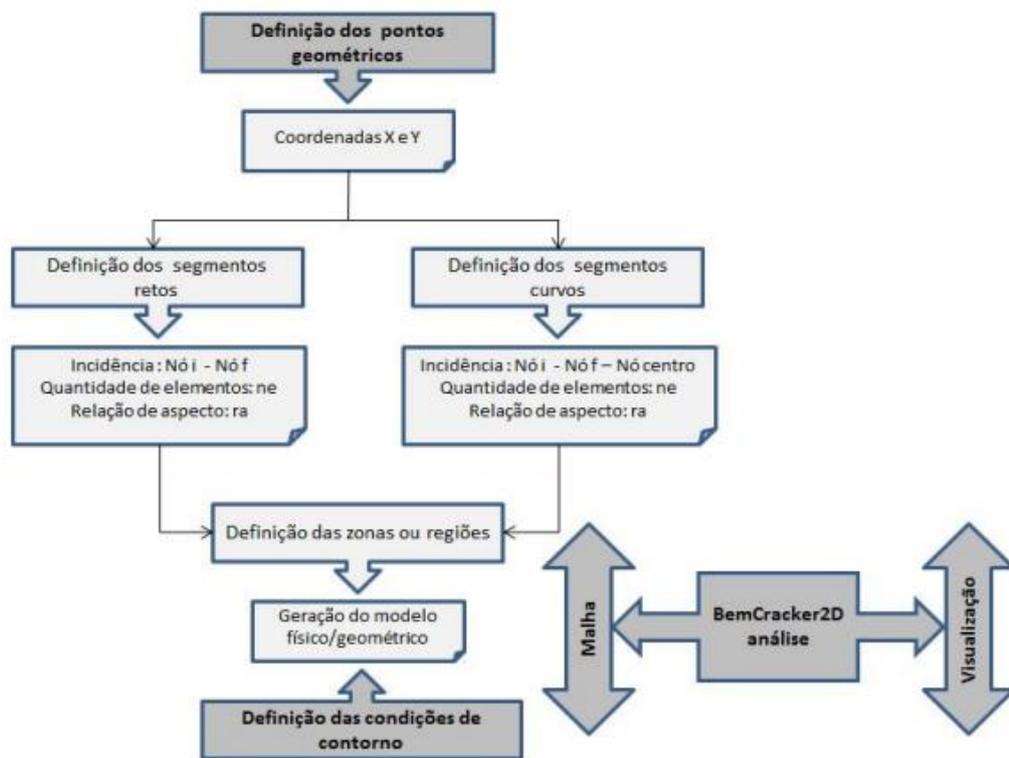


Figura 4.5 – Hierarquia de funcionalidades da Interface BEMLAB2D® (Delgado Neto, 2017).

A Figura 4.6 apresenta um diagrama de fluxo que representa as fases de pré-processamento, processamento e pós-processamento.

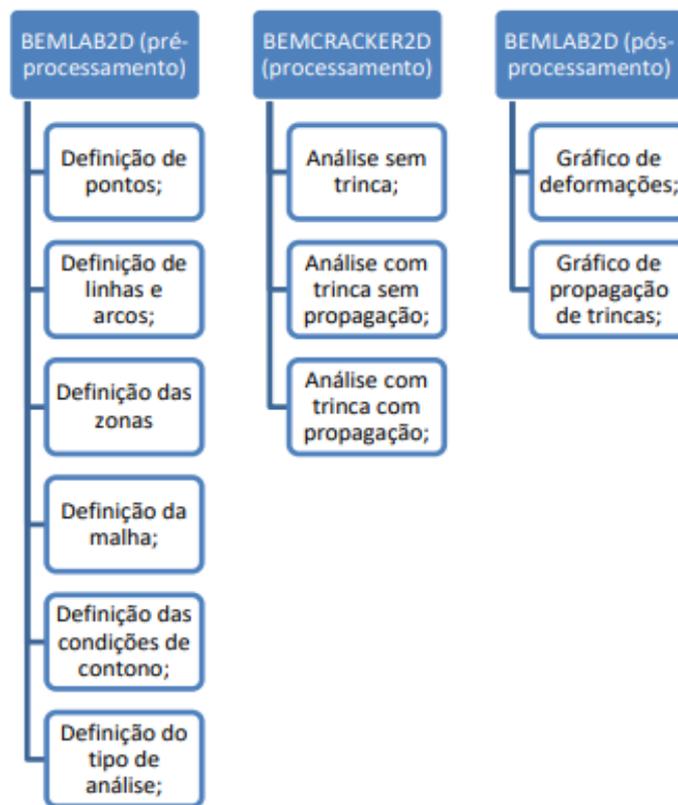


Figura 4.6 - Diagrama de fluxo que representa as fases de pré-processamento, processamento e pós-processamento.

4.1.2. BEMCRACKER2D

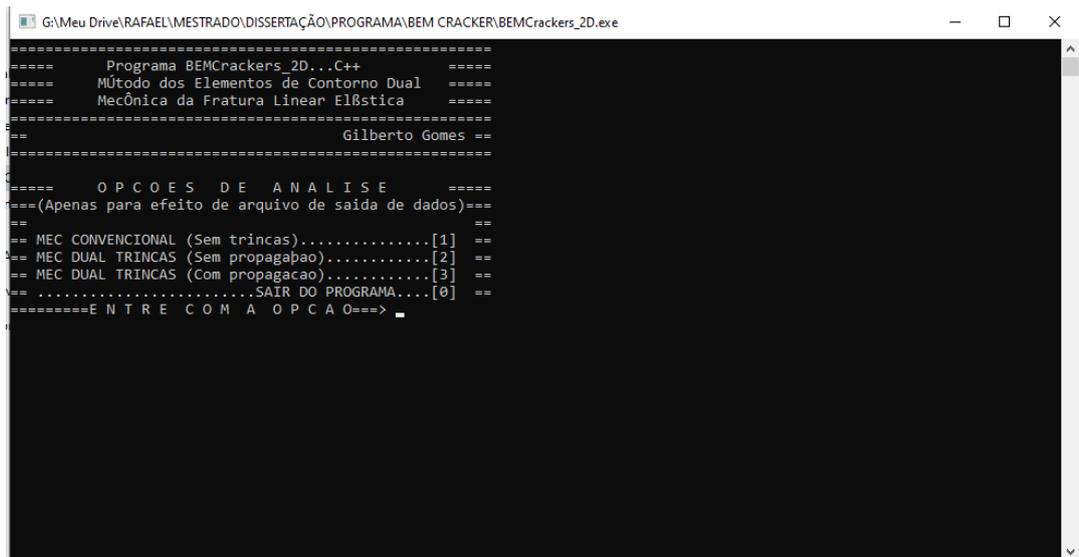
O BEMCRACKER2D® é um software escrito em C++ usando conceitos de Programação Orientada a Objetos (POO) que tem como objetivo analisar problemas elastostáticos bidimensionais para estado de tensões e deformações planas, baseado no método dos elementos de contorno (Gomes, Delgado Neto e Wrobel, 2016). O programa tem três módulos de cálculo:

- MEC padrão (módulo I) para análise elastostática sem trincas;
- MECD sem propagação (módulo II) para análise elastostática com trincas e sem propagação;
- MECD com propagação (módulo III) para análise elastostática com trincas e com propagação.

Portanto, os procedimentos executados pelo programa incluem análise de tensões usando MEC convencional, avaliação dos fatores de intensidade de tensão (FITs) usando o método da integral

J, avaliação da direção/correção da propagação da trinca usando métodos como máxima tensão circunferencial, máxima taxa de liberação de energia potencial e mínima densidade de energia de deformação e avaliação de vida à fadiga usando Lei de Paris.

Conforme os propósitos estabelecidos nesta dissertação, o módulo escolhido para utilização é o II, para análise de elementos com descontinuidade, mas sem propagação. A representação do programa é ilustrada na Figura 4.7.



```
G:\Meu Drive\RAFAEL\MESTRADO\DISSERTAÇÃO\PROGRAMA\BEM CRACKER\BEMCrackers_2D.exe
=====
Programa BEMCrackers_2D..C++
Método dos Elementos de Contorno Dual
Mecânica da Fratura Linear Elástica
=====
Gilberto Gomes
=====
OPCOES DE ANALISE
==(Apenas para efeito de arquivo de saída de dados)==
MEC CONVENCIONAL (Sem trincas).....[1]
MEC DUAL TRINCAS (Sem propagacao).....[2]
MEC DUAL TRINCAS (Com propagacao).....[3]
.....SAIR DO PROGRAMA.....[0]
=====ENTRE COM A OPCAO==>
```

Figura 4.7 - Interface do BEMCRACKER2D®

A modelagem completa é executada utilizando o software BEMLAB2D, o qual foi detalhado no tópico anterior. Após a geração do arquivo de dados, este é importado para o BEMCRACKER2D, que desempenha todas as etapas de processamento necessárias. Um componente crucial que conecta todas as partes é a classe BemCrk_BEMSYS. Esta classe desempenha um papel central, responsável por ler os arquivos importados, coordenar a chamada de funções específicas de outras classes no momento apropriado e conduzir a leitura, análise, solução e impressão do modelo de elemento de contorno.

4.1.3. O MATLAB e a Toolbox Wavelet

O MATLAB (MATrix LABoratory) é um software de computação numérica interativo de alta performance, amplamente utilizado por engenheiros e cientistas para uma variedade de tarefas.

Entre suas principais funcionalidades, destacam-se a realização de cálculos numéricos complexos com matrizes, vetores, números reais e complexos, a análise e visualização eficiente de dados por meio de gráficos, histogramas e tabelas, e o desenvolvimento e teste de algoritmos para problemas de otimização, processamento de sinal e aprendizado de máquina. Além disso, o MATLAB permite a criação de interfaces gráficas e aplicativos personalizados, facilitando a análise de dados e o controle de sistemas. Seu ambiente interativo, facilidade de uso e ampla gama de ferramentas fazem dele uma poderosa ferramenta em campos como engenharia, onde auxilia no projeto, simulação e análise de sistemas, ciência, ao facilitar a pesquisa e análise de dados em áreas como física, química, biologia e medicina, e finanças, ao permitir a modelagem e análise de dados financeiros. O MATLAB se destaca pela manipulação de grandes conjuntos de dados com matrizes, sua própria linguagem de programação semelhante à C, uma vasta coleção de bibliotecas e ferramentas para áreas diversas, geração de visualizações de dados de alta qualidade, e integração com outras ferramentas de software como Simulink e Excel, ampliando suas funcionalidades e aplicações.

A Toolbox Wavelet consiste em uma coleção de funções integradas ao MATLAB, proporcionando funcionalidades para análise e síntese de sinais e imagens, além de ferramentas para aplicações estatísticas utilizando wavelets. Ela oferece duas categorias principais de ferramentas: funções de comando de linha e ferramentas gráficas interativas. As funções de comando podem ser chamadas diretamente da linha de comando ou de aplicativos dedicados, geralmente sendo M-files. A segunda categoria engloba um conjunto de ferramentas com interface gráfica, acessíveis através do comando "wavemenu", que abre uma janela de controle, conforme ilustrado na Figura 4.8.

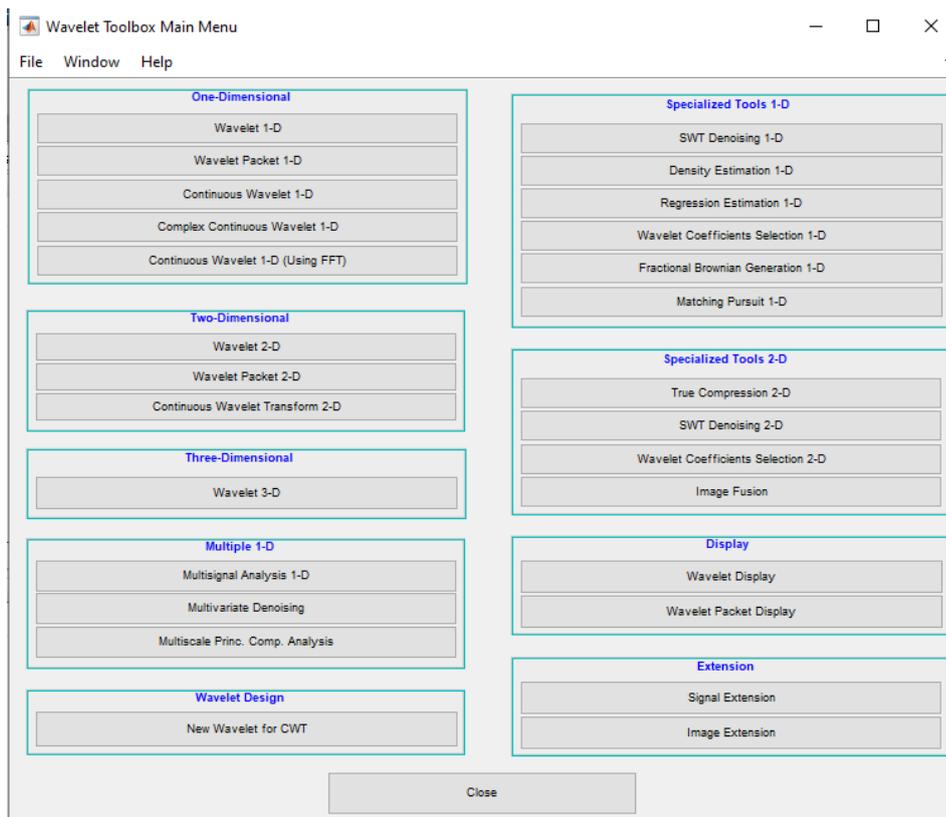


Figura 4.8 – Janela “wavemenu” - MATLAB

4.2. ALGORITMOS DESENVOLVIDOS

4.3. ALGORITMO 1: Interpolação de Pontos

A interpolação de pontos é um processo matemático usado para estimar valores desconhecidos entre pontos de dados conhecidos. No contexto deste projeto, o algoritmo será usado para suavizar ou aumentar a resolução dos dados de deslocamento obtidos a partir do BEMCRACKER2D.

O Algoritmo 1 tem a função de realizar a interpolação de pontos, essencial para a correta análise de sinais. Para aplicar métodos de identificação de danos utilizando Transformadas de Wavelet, é necessário um conjunto de dados com uma densidade maior de pontos do que os originalmente obtidos nas medições. Assim, utiliza técnicas de interpolação para aumentar a quantidade de

pontos no sinal, resultando em um sinal mais contínuo e adequado para análises subsequentes, como a detecção de picos e outras características relevantes.

Foi empregado o método de interpolação Spline, disponível no Toolbox do programa, com as seguintes características de sintaxe, demonstrado na e (4.1:

$$pp = spline(x, y) \quad (4.1)$$

O código utiliza a função `spline` do MATLAB para realizar a interpolação de spline em um conjunto de dados x e y . Essa função aproxima uma função desconhecida por uma série de polinômios cúbicos segmentados, garantindo continuidade de primeira e segunda derivadas nos pontos de junção (nós). Ao utiliza a (4.1, é retornada uma estrutura `pp` que contém informações sobre os polinômios cúbicos segmentados que definem a spline interpolada para os dados x e y . Além disso, define o número de pontos intermediários que serão gerados para cada conjunto de dados de acordo com a (4.2.

$$xid = linspace(\min(x), \max(x), n) \quad (4.2)$$

A função `linspace` é utilizada para gerar um vetor `xid` com 500 pontos distribuídos uniformemente entre os valores mínimo e máximo de x . Esta etapa cria novos pontos de avaliação para a spline interpolada dos dados x e y . Neste trabalho, $n = 500$ pontos foram distribuídos uniformemente.

A avaliação da spline nos pontos intermediários é feita utilizando a função `ppval`, que avalia a spline interpolada representada pela estrutura `pp` nos pontos de `xid`. Isso resulta em um vetor `yid` contendo os valores interpolados de y para os pontos `xid`, como representado na (4.3:

$$yid = ppval(ppd, xid); \quad (4.3)$$

Portanto, o Algoritmo 1 realiza a interpolação de spline em um conjunto de dados e a avaliação das splines interpoladas em pontos intermediários. As estruturas `pp` armazenam as informações dos polinômios cúbicos segmentados, enquanto os vetores `yid` contêm os valores interpolados de y nos pontos de avaliação `xid`. A escolha de 500 pontos intermediários pode ser ajustada conforme a necessidade de precisão da interpolação. O quadro da Tabela 4.1 ilustra o passo-a-passo e o script em MATLAB, respectivamente, do algoritmo 1.

Passo-a-passo	Script
1. Define os pontos de dados originais x e y .	<i>% Dados de exemplo</i> $x = [1, 2, 3, 4, 5];$ <i>% pontos de x</i>
2. Cria a estrutura spline pp usando a função <code>spline</code> .	$y = [2, 3, 5, 7, 11];$ <i>% pontos de y correspondentes</i>
3. Gera um vetor xid com 500 pontos uniformemente distribuídos entre os valores mínimo e máximo de x usando a função <code>linspace</code> .	<i>% Interpolação de spline</i> $pp = spline(x, y);$ <i>% cria a estrutura spline pp</i>
4. Avalia a spline interpolada nos pontos xid usando a função <code>ppval</code> , resultando nos valores interpolados yid .	<i>% Definição dos pontos intermediários</i> $n = 500;$ <i>% número de pontos interpolados</i> $xid = linspace(min(x), max(x), n);$ <i>% gera 500 pontos entre o mínimo e o máximo de x</i>
5. Plota os pontos originais e a spline interpolada para visualização.	<i>% Avaliação da spline nos pontos intermediários</i> $yid = ppval(pp, xid);$ <i>% avalia a spline nos pontos xid</i> <i>% Plot para visualização figure;</i>
a)	b)

Tabela 4.1 - Script em MATLAB algoritmo 1.

4.4. ALGORITMO 2: Decomposição e Reconstrução de Wavelet

A Transformada Wavelet é uma ferramenta poderosa para análise de sinais, permitindo decompor um sinal em diferentes níveis de resolução. Este algoritmo realiza a decomposição do sinal de deslocamento interpolado em componentes de diferentes frequências (sub-bandas) e, em seguida, reconstrói o sinal a partir dessas componentes. Isso ajudará a identificar características sutis no sinal que são indicativas de danos estruturais.

O Algoritmo 2 tem a função, portanto, de realizar a decomposição e reconstrução de wavelet em um sinal denominado `Sinald`, que é o resultado da interpolação do deslocamento realizada pelo Algoritmo 1. Este algoritmo é dividido em quatro partes principais: definição de parâmetros, decomposição wavelet, reconstrução do sinal e visualização do sinal.

Para definir os parâmetros, são criadas três funções: `Waveletd`, `Picos` e `Leveld`.

- A função `Waveletd` tem como objetivo escolher a família de wavelets a ser utilizada na reconstrução do sinal.
- A função `Picos` define o número de máximos locais a serem analisados.
- Por fim, a função `Leveld` determina o número de níveis de decomposição para a reconstrução do sinal.

Um valor maior de *Leveld* suaviza mais os coeficientes de detalhes, podendo resultar em perda de amostras. Portanto, um valor menor de *Leveld* ou uma escala maior resulta em um maior número de amostras e possivelmente em uma melhor localização do dano.

A decomposição wavelet é realizada com a função *wavedec*, que decompõe o sinal *Sinald* no número especificado de níveis (*Leveld*). O resultado da decomposição é armazenado em duas variáveis:

c: Armazena os coeficientes de aproximação em cada nível de decomposição, representando a parte do sinal que pode ser reconstruída em baixa resolução.

l: Armazena os coeficientes de detalhe em cada nível de decomposição, representando os detalhes do sinal que são perdidos na decomposição em baixa resolução e contendo informações importantes para a localização do dano.

Para a reconstrução do sinal, a função *wrcoef* é utilizada para reconstruir os coeficientes de detalhe (*cD*) e os coeficiente de aproximação (*cA*) utilizando a função *wrcoef*. A família de wavelet utilizada para essa reconstrução é *Waveletd*, que pode ser diferente da família utilizada na decomposição. Isso resulta em uma versão modificada do sinal original (*Sinald*). A reconstrução do sinal com os coeficientes de detalhe pode ser útil para destacar características específicas do sinal presentes nos detalhes de alta frequência, como descontinuidades e saliências. Por outro lado, ao usar os coeficientes de aproximação, é possível reproduzir o sinal original de maneira mais aproximada.

Por fim, os resultados são apresentados em um gráfico que facilita a visualização dos coeficientes de detalhe e aproximação reconstruídos (*cD*) e (*cA*). O quadro da Tabela 4.2 ilustra o passo-a-passo e o script em MATLAB, respectivamente, do algoritmo 2.

Passo-a-passo	Script
1. Utiliza o sinal interpolado <code>Sinald</code> obtido no Algoritmo 1.	<i>% Dados de exemplo (sinal interpolado do Algoritmo 1)</i>
2. Define os parâmetros, incluindo a família de wavelets (<code>Waveletd</code>) e o número de níveis de decomposição (<code>Leveld</code>).	<i>% usar o resultado do Algoritmo 1 %como exemplo</i> <i>% Definição dos parâmetros</i>
3. Realiza a decomposição wavelet do sinal <code>Sinald</code> usando a função <code>wavedec</code> .	<i>Waveletd = 'db4'; % Família de wavelets (exemplo: Daubechies)</i>
4. Reconstroi os coeficientes de detalhe usando a função <code>wrcoef</code> .	<i>Leveld = 5; % Número de níveis de decomposição</i>
5. Plota o sinal original, coeficiente de aproximação e coeficientes de detalhe reconstruídos para visualização.	<i>% Decomposição Wavelet</i> <i>[c, l] = wavedec(Sinald, Leveld, Waveletd); % Decomposição do sinal</i> <i>% Reconstrução do sinal a partir dos coeficientes %de aproximação</i> <i>cA = wrcoef('d', c, l, Waveletd, Leveld); % Reconstrução dos coeficientes de aproximação</i> <i>% Visualização do sinal reconstruído</i> <i>% Reconstrução do sinal a partir dos coeficientes %de detalhe</i> <i>cD = wrcoef('d', c, l, Waveletd, Leveld); % Reconstrução dos coeficientes de detalhe</i> <i>% Visualização do sinal reconstruído</i>
a)	b)

Tabela 4.2 - Script em MATLAB algoritmo 2.

4.5. ALGORITMO 3: Identificação e Visualização dos Máximos Locais

Este algoritmo busca identificar e visualizar os pontos onde o sinal atinge valores máximos locais. No contexto da detecção de danos, esses pontos podem estar associados a anomalias ou irregularidades que indicam a presença de danos. A identificação de máximos locais é frequentemente realizada usando técnicas de análise de sinais, como derivadas, para detectar mudanças na direção do sinal.

O Algoritmo 3 tem a função de realizar a identificação e visualização dos máximos locais de um sinal representado pela variável `cDd`. Este algoritmo é dividido em várias etapas: encontrar os picos do sinal, obter os respectivos índices, ordenar os picos em ordem decrescente para identificar os maiores picos primeiro, encontrar o eixo das abscissas correspondente a cada pico máximo local, e marcar no gráfico os locais desses picos, facilitando a visualização e análise dos máximos locais do sinal.

Para identificar os picos, a função `findpeaks` é utilizada no valor absoluto do sinal `abs(cDd)`, garantindo a detecção de picos tanto positivos quanto negativos. A função retorna três arrays:

- `~`: Ignorado nesta análise.
- `locsDd`: Contém as posições no eixo x (índices) dos picos detectados.
- `pksDd`: Contém os valores dos picos detectados.

Após a identificação inicial dos picos, os índices dos três maiores picos são obtidos utilizando a função `sort`, que classifica o array `pksDd` em ordem decrescente. Com essa classificação, os índices dos maiores picos são extraídos usando a expressão `idxMaxPksDd(1:Picos)`, onde `Picos` representa o número de picos definidos nos parâmetros do Algoritmo 2. Esse processo resulta em um novo array que contém exclusivamente os índices dos maiores picos, facilitando a análise detalhada desses pontos de interesse no sinal.

Uma etapa crucial do Algoritmo 3 é a obtenção dos valores do eixo x correspondentes aos maiores picos, indicando a localização dos máximos locais no sinal. Os valores do eixo x que correspondem aos maiores picos são obtidos utilizando `locsDd(idxMaxPksDd(1:Picos))`, acessando as posições no array `locsDd` especificadas pelo array `idxMaxPksDd(1:Picos)`. Essa informação é essencial para a visualização e análise precisa dos pontos de interesse no sinal. O quadro da Tabela 4.3 ilustra o passo-a-passo e o script em MATLAB, respectivamente, do algoritmo 2.

Passo-a-passo	Script
1. Utiliza os coeficientes de detalhe cDd obtidos no Algoritmo 2.	<i>% Dados de exemplo (coeficientes de detalhe do %Algoritmo 2)</i>
2. Define o número de picos a serem identificados ($Picos$).	<i>cDd = cD; % usar o resultado do Algoritmo 2 %como exemplo</i>
3. Encontra os picos no sinal usando a função <code>findpeaks</code> .	<i>% Definição do número de picos a serem %identificados</i>
4. Ordena os picos em ordem decrescente e obtém os índices dos maiores picos.	<i>Picos = 3; % número de picos a serem %identificados</i>
5. Obtém os valores do eixo x correspondentes aos maiores picos.	<i>% Encontrar os picos no sinal [pksDd, locsDd] = findpeaks(abs(cDd));</i>
6. Plota o sinal original e marca visualmente os máximos locais no gráfico.	<i>% encontrar picos e suas localizações % Ordenar os picos em ordem decrescente e obter %os índices dos maiores picos [~, idxMaxPksDd] = sort(pksDd, 'descend'); % ordenar picos idxMaxPksDd = idxMaxPksDd(1:Picos); % obter índices dos maiores picos % Obter os valores do eixo x correspondentes aos %maiores picos xMaxPicosDd = locsDd(idxMaxPksDd); % posições no eixo x % Visualização dos máximos locais no gráfico</i>
a)	b)

Tabela 4.3 - Script em MATLAB algoritmo 3.

4.3. MODELAGEM ESTRUTURAL

Esta seção aborda a modelagem das vigas 2D no BEMLAB2D® e obtenção dos deslocamentos com o BEMCRACKER2D® para fins de validação, uma vez que estes serão utilizados para localização de danos em vigas. O processo de validação envolve quatro etapas principais:

- **Modelagem de Vigas com o BEMLAB2D:** Nesta etapa, a viga é modelada utilizando o software BEMLAB2D. São inseridas informações relacionadas às condições de contorno, propriedades geométricas, carregamentos e características dos materiais;
- **Obtenção de Deslocamentos com o BEMCRACKER2D:** A segunda etapa concentra-se na obtenção dos deslocamentos por meio do software BEMCRACKER2D;
- **Modelagem e Obtenção de Deslocamentos com o ABAQUS® e CYPE 3D®:** A terceira etapa envolve a modelagem da viga e a obtenção dos deslocamentos;
- **Comparação dos deslocamentos/deformada com os três softwares:** A última etapa trata de validar os resultados do BEMCRACKER2D com os demais softwares.

Com a conclusão dessas quatro etapas, buscamos validar os deslocamentos necessários para cumprir os objetivos da pesquisa, que incluem a detecção de danos em vigas. Essa validação é fundamental para garantir a confiabilidade dos resultados obtidos por meio dos diferentes softwares e abordagens utilizados.

4.3.1. Modelagem com o BEMLAB2D e Deslocamentos com o BEMCRACKER2D

Foi analisada uma configuração de condição de apoio do tipo "engaste-livre" e espessura unitária 1mm. No contexto da análise estática, uma carga concentrada $F = 500 \text{ kN}$ foi aplicada na extremidade direita da mesma., conforme mostrado na Figura 4.9.

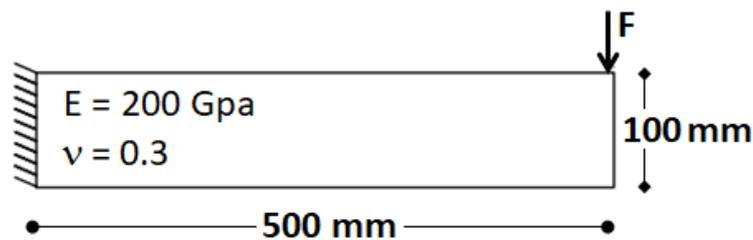


Figura 4.9– Modelo físico da viga Engastada-livre.

A Figura 4.10 representa o modelo discreto da viga no software BEMLAB2D com a condição de apoio "engaste-livre". Para essa representação, foram empregados 30 elementos quadráticos contínuos e 60 nós ao longo do contorno da viga. A carga concentrada de 500 kN foi aplicada no Elemento 16, nó 32.

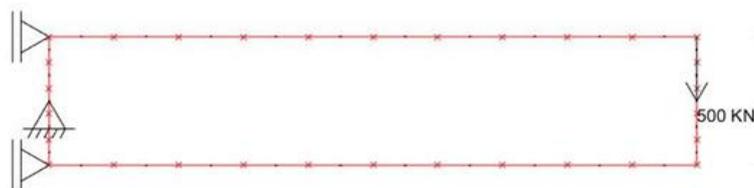


Figura 4.10 – Modelo discreto de elementos de contorno.

Com o modelo devidamente configurado, procedemos à sua exportação para o software BEMCRACKER2D, a fim de obter os deslocamentos necessários. Durante o processamento do modelo, optamos pela seleção da opção MEC padrão (Módulo I) para a análise de elementos sem descontinuidade, o que significa que o Método dos Elementos de Contorno foi utilizado

sem considerar trincas. Essa abordagem nos forneceu os resultados das deformações em cada nó do modelo, totalizando 60 pontos de avaliação. Além disso, o programa BEMCRACKER2D gera um arquivo meshI.m que importado para o BEMLAB2D, o mesmo demonstra a forma deformada, como na Figura 4.11.

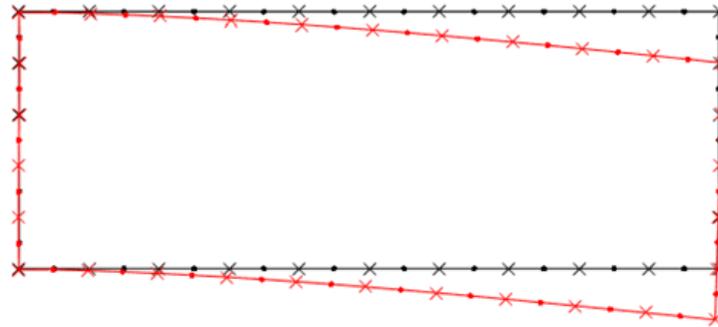


Figura 4.11 – Forma deformada da viga em balanço pelo BEMLAB2D.

Para criar um gráfico de deslocamento, foram considerados os deslocamentos dos nós localizados no contorno superior, abrangendo os nós de 31 ao 51, conforme ilustrado na Figura 4.12(a).

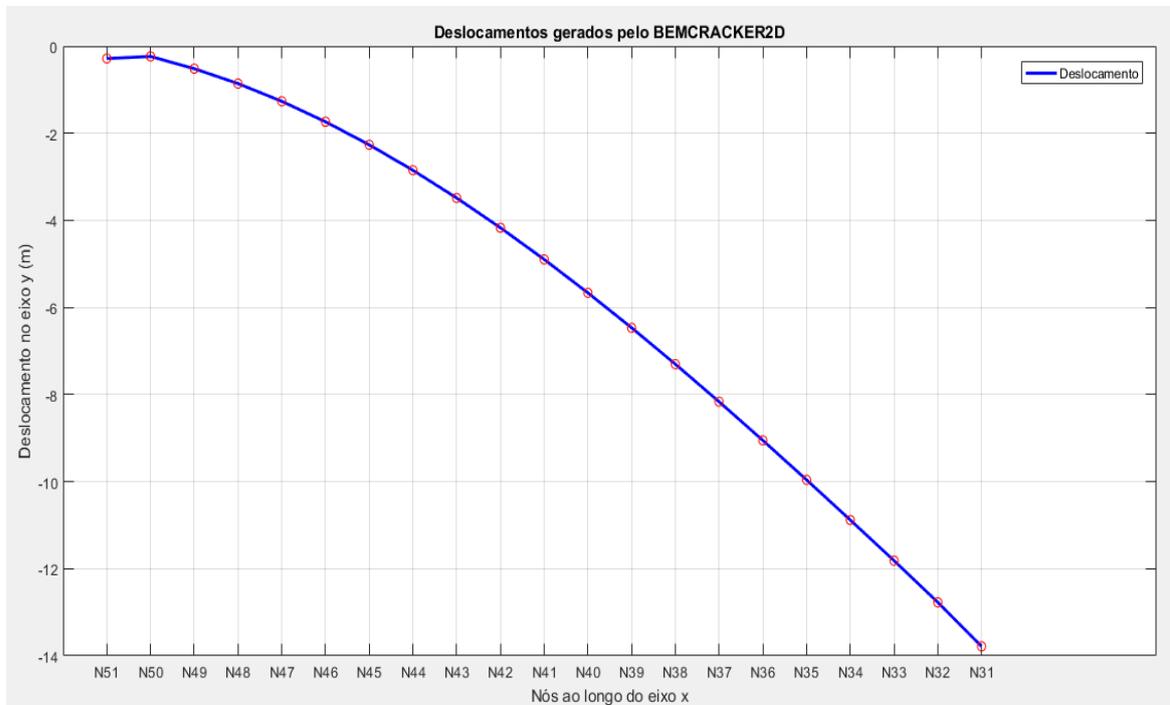


Figura 4.12 - Deslocamento BEMCRACKER2D®: por nós.

4.3.2. Modelagem com o CYPE e ABACUS e Deslocamentos

Prossegue-se modelando a viga "Engastada-livre" no software CYPE 3D®, conforme ilustrado na Figura 4.13(a). Para essa representação, foram empregados 31 nós e 60 barras para delimitar o contorno da viga. A carga concentrada de 500 kN foi aplicada no Elemento 16. Na Figura 4.13(b), temos o modelo discreto no ABAQUS.

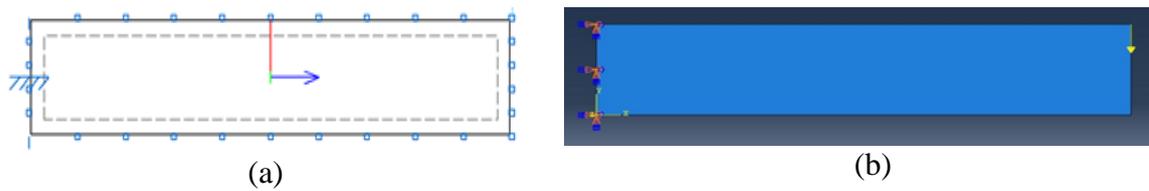


Figura 4.13 – Modelo discreto: a) CYPE 3D; b) ABACUS

O software CYPE 3D® apresenta a representação gráfica das deformações por meio de isovalores, o que resultou na forma deformada da Figura 4.4.

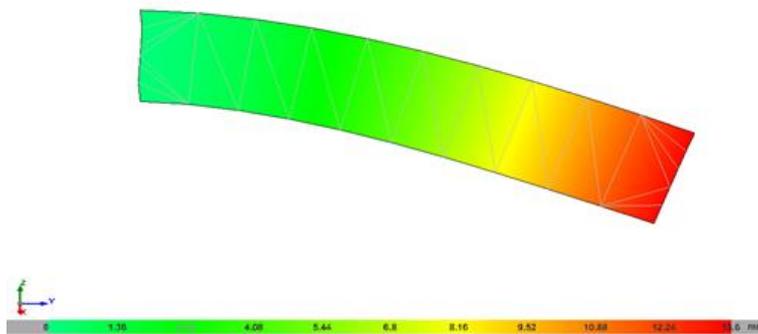


Figura 4.14 – Forma deformada da viga em balanço pelo CYPE 3D.

A Figura 4.15 ilustra a forma deformada da viga pelo ABACUS, representada em uma escala de cores que destaca o comportamento semelhante das diversas partes da estrutura.

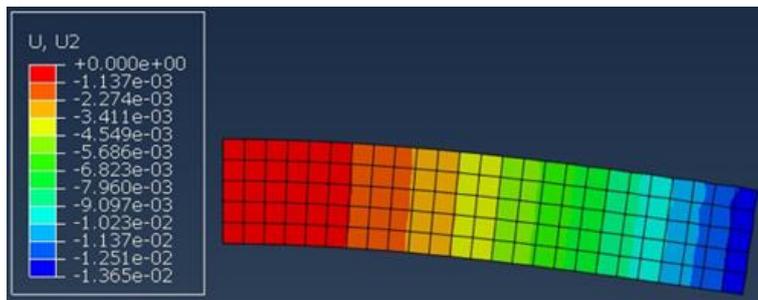


Figura 4.15 – Forma deformada da viga em balanço pelo ABACUS.

Para gerar um gráfico de deslocamento pelo CYPE, levamos em consideração os deslocamentos dos nós localizados no contorno superior. Pelo ABAQUS, o gráfico de deslocamentos se dá de forma direta, uma vez que seus dados são exportados na forma deslocamentos x distância, os nós considerados foram do contorno superior.

4.3.3. Comparando Deslocamentos

Finalmente, na Figura 4.16, exibe-se um gráfico comparativo que ilustra a convergência dos métodos empregados nos três programas utilizados neste estudo de validação da forma deformada da viga com a solução exata. É importante ressaltar que não foi realizado estudo de convergência de malha com os programas envolvidos por entender fugir do escopo do trabalho.

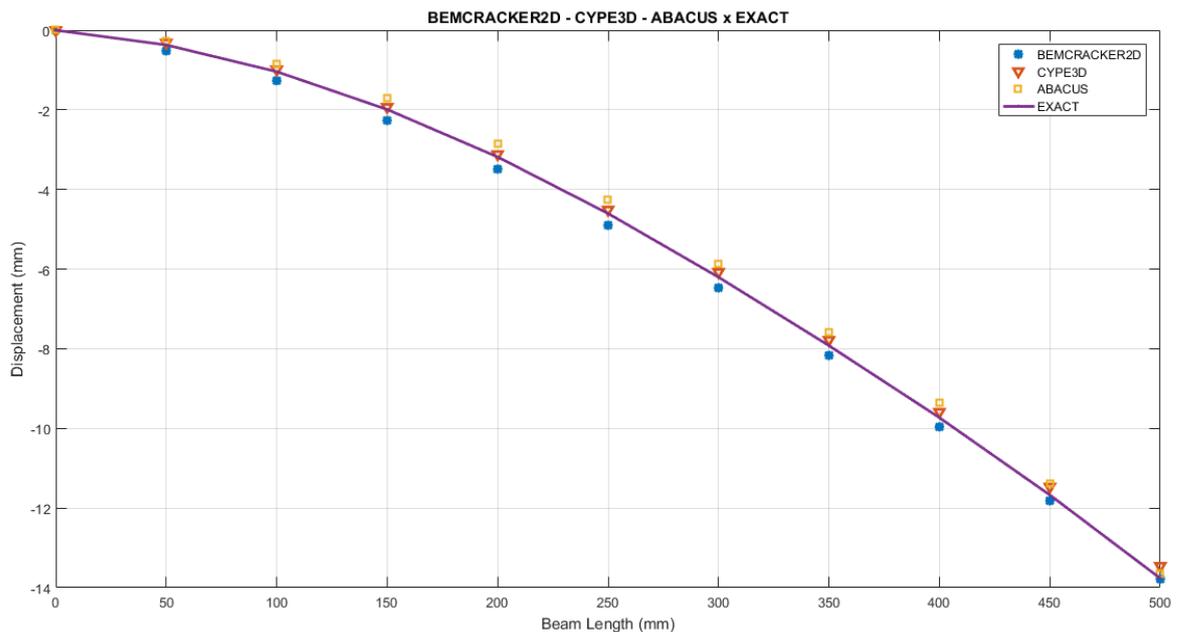


Figura 4.16 - Deslocamento BEMCRACKER2D®, CYPE 3D® E ABAQUS®, da viga engasta-livre.

CAPÍTULO 5: EXEMPLOS DE APLICAÇÕES

Neste capítulo, são apresentadas as modelagens de estruturas bidimensionais utilizando os softwares BEMLAB2D e BEMCRACKER2D. O objetivo é demonstrar a aplicação prática dos métodos desenvolvidos para detecção de danos estruturais. Serão abordadas duas tipologias de vigas: engastada-livre e engastada-engastada, explorando variações nas condições de apoio e aplicação de cargas, modelagem com o BEMLAB2D para a construção dos modelos esquemáticos das tipologias abordadas; processo de modelagem para otimização da linha de referência para a captura precisa de sinais de deslocamento; modelagem comparativa dos sinais, destacando a eficácia das técnicas aplicadas na identificação de danos estruturais; e modelagem para seleção das famílias de wavelet mais adequadas para a análise dos sinais obtidos.

5.1. CONDIÇÕES DE APOIO E APLICAÇÃO DA CARGA

Nas diversas situações de danos consideradas, foram conduzidas análises estáticas, variando a posição e a extensão do dano, bem como as condições de apoio, cujo objetivo era avaliar a eficiência das transformadas de wavelet para diferentes cenários. Para as análises estáticas, foram consideradas duas condições de apoio distintas: engaste-livre e engaste-engaste, conforme especificadas abaixo:

Viga Engastada-Livre

- Condições de Apoio: A viga é fixa em uma extremidade e livre na outra;
- Aplicação da Carga: Uma carga concentrada de $F = 500$ kN foi aplicada na extremidade livre.

Viga Engastada-Engastada:

- Condições de Apoio: A viga é fixa em ambas as extremidades;
- Aplicação da Carga: Uma carga concentrada de $F = 500$ kN foi aplicada a $1/5$ do vão da viga.

As Figura 5.1 até Figura 5.4 fornecem modelos esquemáticos das vigas estudadas, com e sem danos, ilustrando as condições de apoio e características consideradas durante as simulações. Estas figuras são cruciais para entender a configuração das análises e a distribuição das cargas aplicadas.

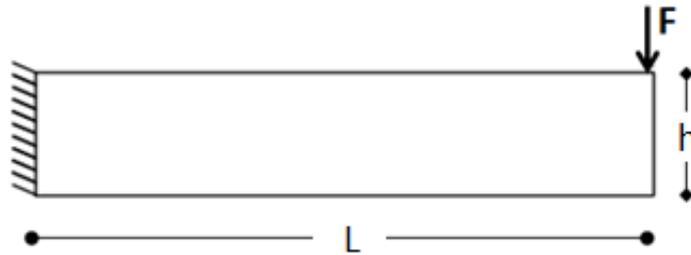


Figura 5.1 - Modelo Físico da viga engastada-livre sem dano.

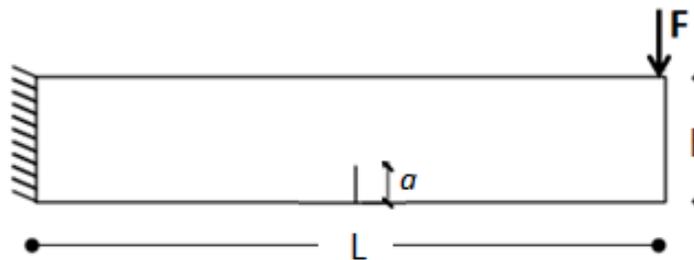


Figura 5.2 - Modelo Físico da viga engastada-livre com dano.

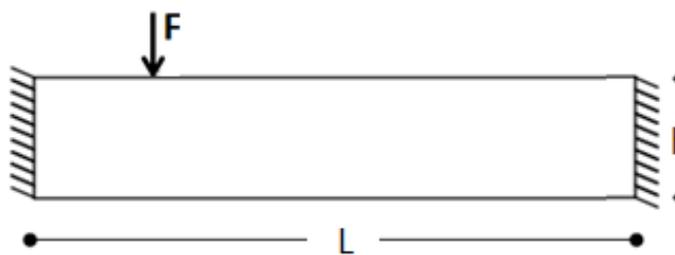


Figura 5.3 - Modelo Físico da viga engastada-engastada sem dano.

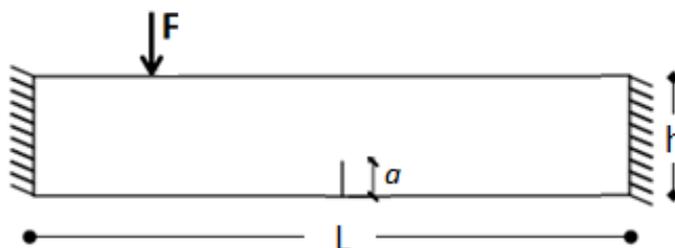


Figura 5.4 - Modelo Físico da viga engastada-engastada com dano.

A Tabela 5.1 exibe as características geométricas das vigas, com espessuras unitárias (1 mm), assim como as propriedades do material utilizadas nas análises numéricas.

Tabela 5.1 - Propriedades das vigas			
Propriedades	Símbolo	Valor	Unidades
Comprimento	L	0,500	m
Altura	h	0,100	m
Módulo de Elasticidade	E	200	GPa
Coefficiente de poisson	ν	0,30	-
Altura do dano	a	0,02	m

As duas tipologias citadas acima foram modeladas no BEMLAB2D e, considerando que aquelas sem dano para a do tipo engastada-livre já foi validada na seção 4.3, apresentamos aqui, para fins de simplificação, a engastada-livre com dano e a engastada-engastada com e sem dano, conforme ilustradas nas Figura 5.5 e Figura 5.6, respectivamente.

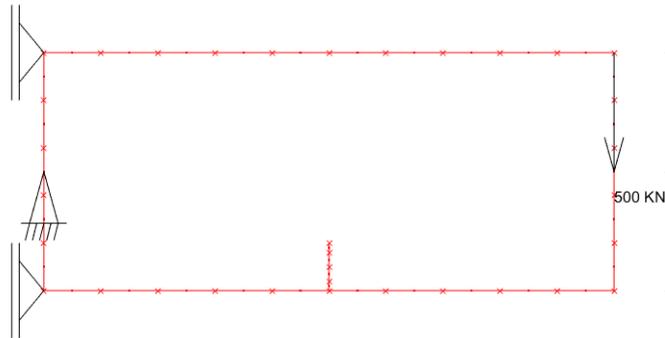


Figura 5.5 – Modelo discreto engastado-livre com dano (76 elementos e 38 nós).

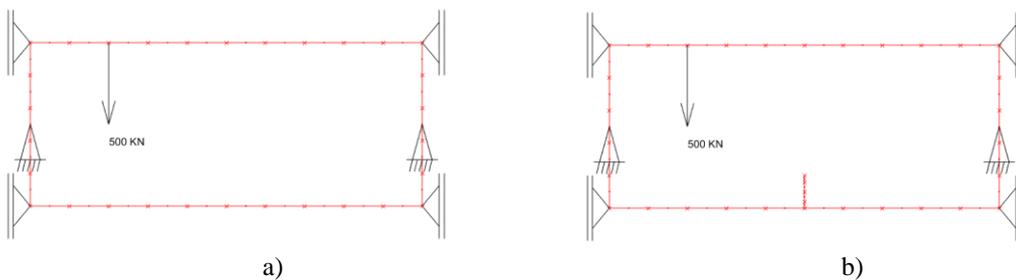


Figura 5.6 – Modelo discreto engastado-engastado: a) sem dano (60 elementos e 30 nós); b) com dano (76 elementos e 38 nós).

Essa abordagem sistemática, com a variação de parâmetros como posição do dano, extensão e condições de apoio, é fundamental para compreender a resposta da estrutura em diferentes situações de danos. A aplicação da carga concentrada em pontos estratégicos também contribui para a representação realista das condições de carregamento que uma estrutura pode enfrentar na prática. Essas análises estáticas fornecem dados valiosos para a avaliação da capacidade das transformadas de wavelet em detectar e caracterizar danos em estruturas sob diferentes cenários.

Para modelar as vigas com dano, o programa BemCracker2D utiliza a abordagem descrita na Seção 2.5.1, sobre o MECD, em que a trinca é discretizada em elementos quadráticos descontínuos em suas duas faces. Neste trabalho, todas as trincas simuladas para representar o dano são constituídas de 4 elementos quadráticos descontínuos, por face, cuja razão é 0.2-0.3-0.3-0.2, conforme detalhe ilustrado na Figura 5.7.

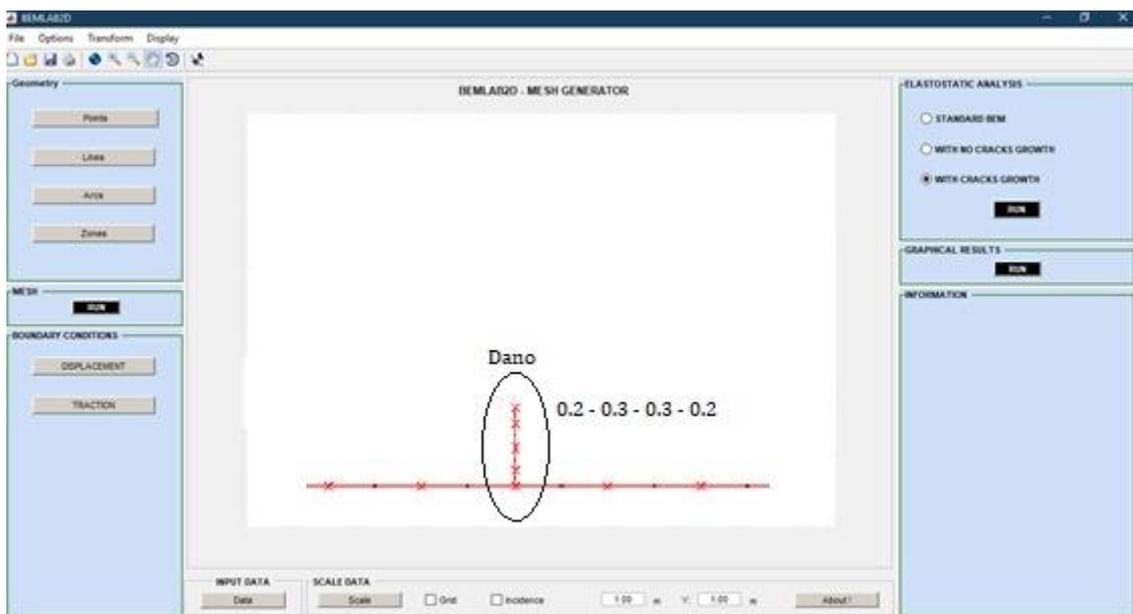


Figura 5.7 – Simulação de trincas, constituídas de 4 elementos quadráticos descontínuos, por face, cuja razão é 0.2-0.3-0.3-0.2.

5.2. MODELAGEM PARA OTIMIZAÇÃO DA LINHA DE REFERÊNCIA

Dando continuidade com a modelagem via BEMLAB2D para as tipologias adotadas, introduziremos o recurso da Linha de Referência (LR) com o objetivo de capturar os sinais de

deslocamentos nas vigas estudadas e, assim, definir o sinal mais adequado para a aplicação da Transformada Wavelet, visando localizar a posição do dano ao longo do eixo longitudinal (x) da viga em análise.

Neste sentido, um estudo foi realizado variando a posição da LR para determinar a localização mais adequada para a detecção de danos. Adicionalmente, dois cenários de LR foram investigados: um com 19 pontos e outro com 9 pontos, visando reduzir o esforço de modelagem computacional sem perder a precisão necessária.

A linha de referência possui a capacidade de capturar o sinal correspondente ao deslocamento em qualquer coordenada dentro do contorno da viga, incluindo o próprio contorno. A Figura 5.8 apresenta a viga tipo engastada-livre contendo 11 LRs com 9 pontos cada e sua nomenclatura.

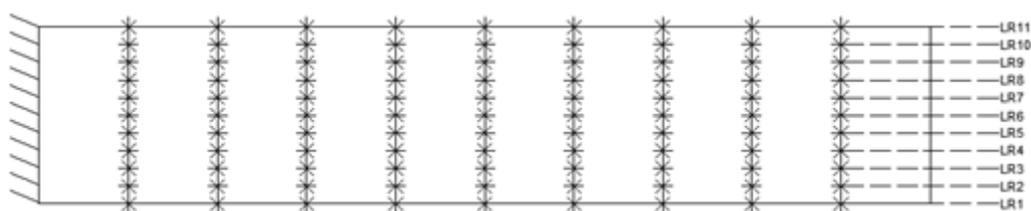


Figura 5.8 – Nomenclatura da configuração das LRs com 9 pontos.

Na Figura 5.9 apresentamos a configuração das LRs para a mesma viga da Figura 5.8 modelada pelo BEMLAB2D. Cada LR contém 9 pontos internos para cálculo dos deslocamentos e, conseqüentemente, captura do sinal de deslocamento e detecção da localização do dano. É importante destacar que essa configuração é a mesma para a viga tipo engastada-engastada tanto com 9 quanto com 19 pontos.

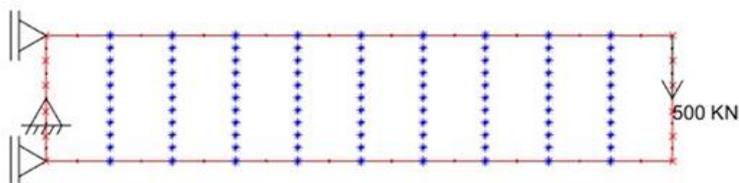


Figura 5.9 – Configuração das LRs com 9 pontos no BEMLAB2D.

Para determinação da melhor LR, foram feitas diversas análises variando-se a posição da LR para ambas as tipologias com e sem dano. A Figura 5.10 mostra um exemplo de uma

configuração do BEMLAB2D para a LR1 com 19 pontos de uma viga engastada-livre, sem e com dano, que deve ser seguida para as demais LR's.

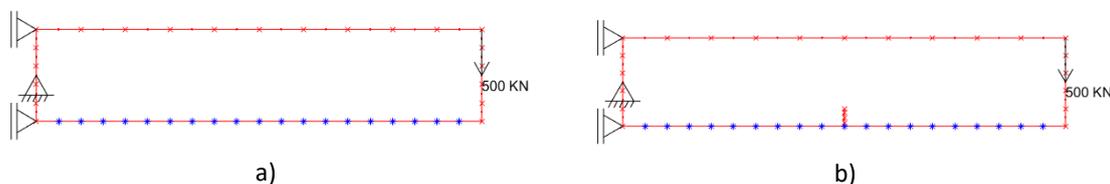


Figura 5.10 – Modelo discreto engastada-livre LR1 19 pontos: a) sem dano; b) com dano.

A Figura 5.11 mostra um exemplo de uma configuração do BEMLAB2D para a LR1 com 19 pontos de uma viga engastada-engastada, sem e com dano, que deve ser seguida para as demais LR's.

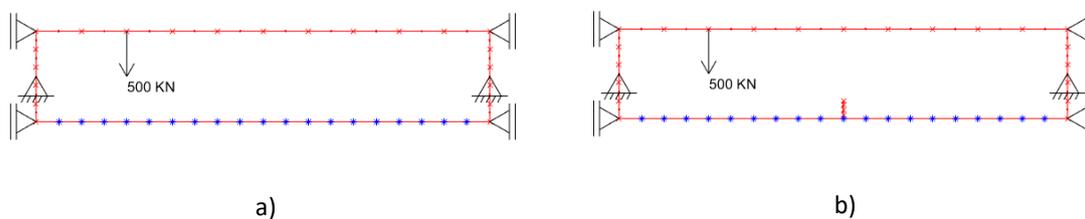


Figura 5.11 – Modelo discreto engastada-engastada LR1 19 pontos: a) sem dano; b) com dano.

Com os modelos prontos na GUI BEMLAB2D, procede-se o cálculo dos deslocamentos com o BEMCRACKER2D a partir de cada LR e, assim, gera-se o sinal estático de deslocamento das vigas, como visto a seguir.

5.3. MODELAGEM COMPARATIVA DE SINAIS

Uma modelagem comparativa dos sinais de deslocamento foi realizada nas duas tipologias, com e sem dano, utilizando a transformada de wavelet e a ampliação da escala. Esta abordagem permite uma avaliação detalhada das mudanças nos sinais devido à presença de danos, oferecendo uma base sólida para a análise a ser realizada no próximo capítulo.

As Figura 5.12 e Figura 5.13 demonstram a plotagem do sinal estático original a partir dos deslocamentos internos gerado pelo programa BEMCRACKER2D. Com base no Algoritmo 2

foram utilizados 500 pontos na interpolação, tanto para a viga engastada-livre quanto para a engastada-engastada na posição LR1, sendo o mesmo procedimento para as demais LRs.

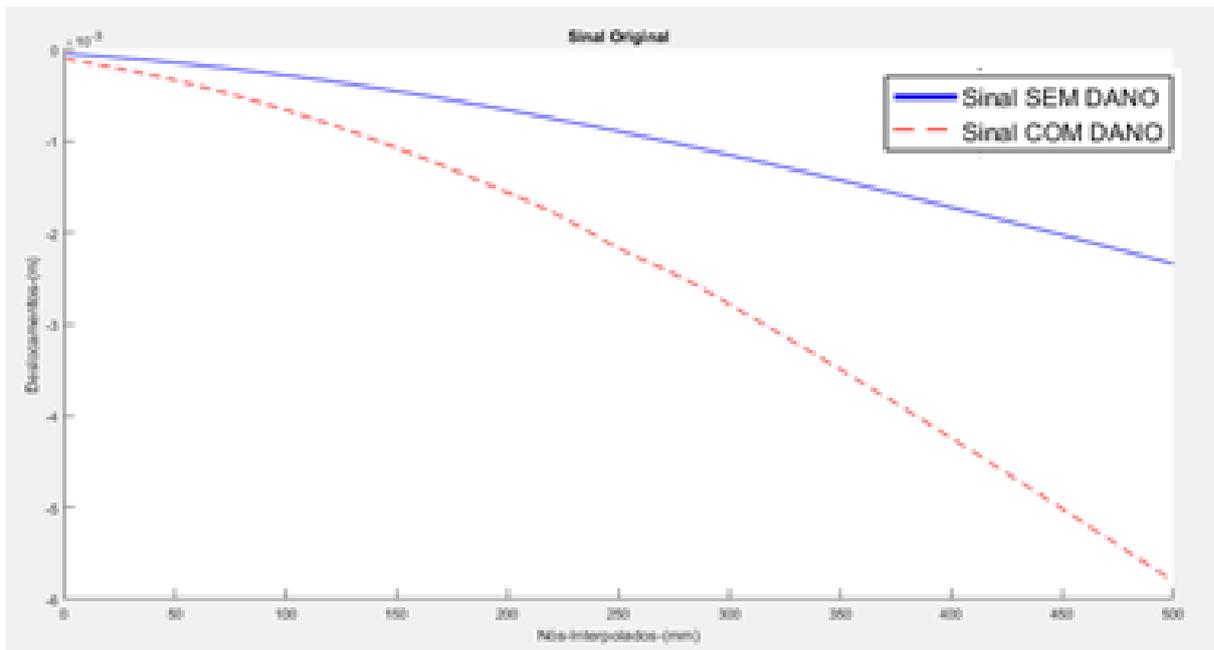


Figura 5.12– Sinal estático original viga engastada-livre, posição LR1.

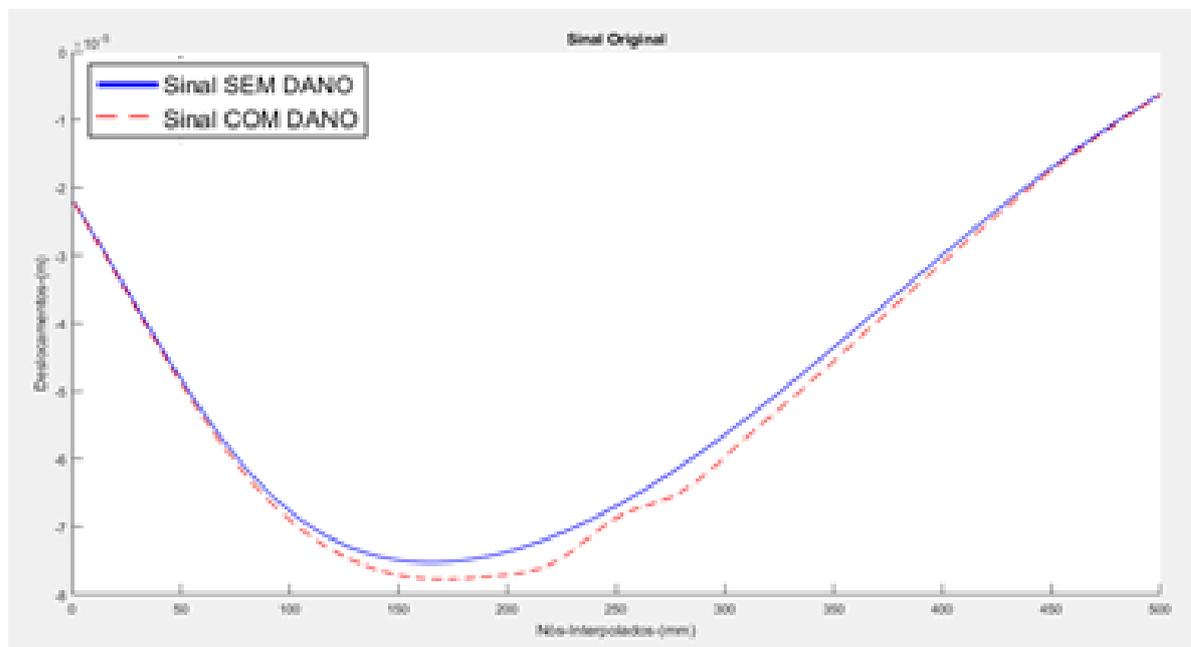


Figura 5.13 – Sinal estático original viga engastada-engastada, posição LR1.

5.4. SELEÇÃO DE FAMÍLIAS DE WAVELET

Nas seções anteriores apresentamos os procedimentos das simulações de danos em estruturas como vigas 2D. Essas simulações foram conduzidas utilizando o programa BEMCRACKER, juntamente com sua interface gráfica BEMLAB2D. Agora, mostraremos como os resultados dessas simulações serão analisados com aplicação dos algoritmos na Wavelet Toolbox do MATLAB®, utilizando a transformada discreta de wavelet.

O método empregado na pesquisa baseia-se no uso de wavelets e se enquadra no que é chamado de método de detecção de danos de nível II, SHM, seguindo a classificação proposta por (Rytter, 1993).

No pós-processamento, foram aplicadas transformadas de wavelet aos sinais estáticos obtidos no modelo numérico em elementos de contorno. Foram utilizadas quatro wavelets-mãe diferentes na análise: *Coiflet* (coifN), *Daubechies* (dbN), *Biorthogonal* (biorNr.Nd) e *Symlets* (symN). Este tipo de abordagem é comumente utilizado em engenharia estrutural para avaliação de integridade de estruturas e detecção de danos. O fato de utilizar diferentes wavelets-mãe também pode fornecer insights adicionais sobre as características dos danos detectados.

Neste aspecto, com o sinal original obtido na seção anterior, mostrar-se como aplicar as funções waveletes, tomando como exemplo a função Wavelet *coiflet*, com $N=1$, logo (coif1). Nas Figura 5.14 e Figura 5.15 plotamos os coeficientes wavelets versus os Nós interpolados (total de 500) obtidos pela coif1 a partir do sinal original da viga engastada-livre e engastada-engastada para LR1, respectivamente.

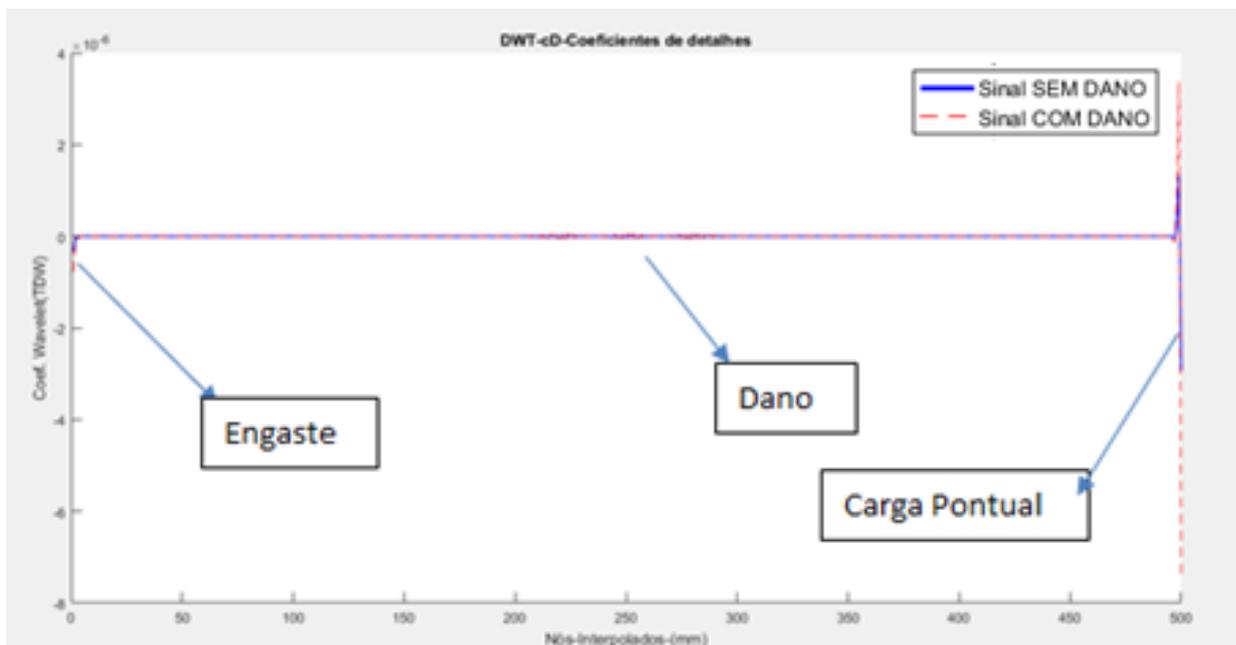


Figura 5.14 – Coeficientes de detalhes, Nível 1, viga engastada-livre, posição LR1.

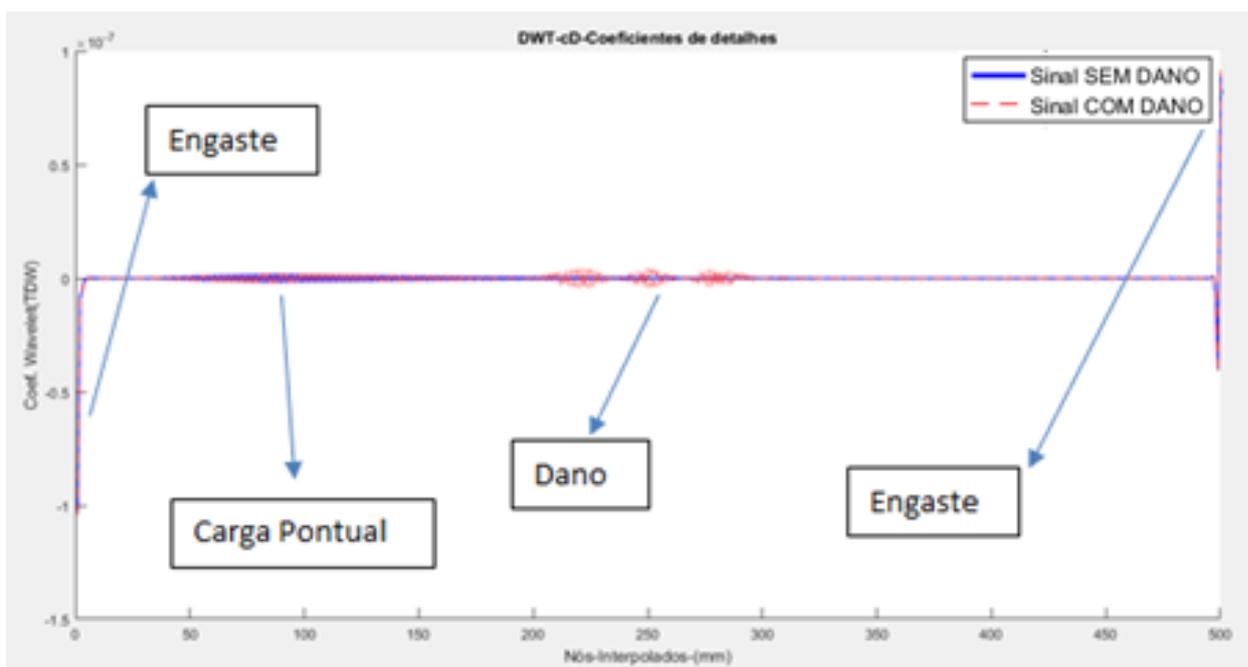


Figura 5.15 – Coeficientes de detalhes, Nível 1, viga engastada-engastada, posição LR1.

Analisando as Figura 5.14 e Figura 5.15, percebe-se que na região do dano que se dá a 250 mm (meio do vão), aparece alguns picos de frequências na decomposição Nível 1 do sinal original. A transformada utilizando o método de multirresolução adquire "aproximações" e "detalhes" de um sinal específico por meio da aplicação de um filtro passa-alta e outro filtro passa-baixa. As propriedades desses filtros são determinadas pela escolha da wavelet-mãe. O filtro passa-

alta gera os coeficientes de detalhe (cDs), enquanto o filtro passa-baixa gera os coeficientes de aproximação (cAs) durante o processo de decomposição do sinal. O coeficiente de aproximação constitui uma representação de baixa frequência do sinal original, enquanto o coeficiente de detalhe é definido como a discrepância entre dois coeficientes de aproximação consecutivos.

Os coeficientes de detalhe desempenham a função de capturar perturbação do sinal, registrando pequenas variações. Em situações em que há condições de contorno ou cargas pontuais, isso resultará em variação abrupta no sinal gerado pela LR em tais pontos. Conseqüentemente, os coeficientes de detalhe refletirão uma frequência elevada nessas localizações, conforme visto nas Figura 5.14 e Figura 5.15, assim como em representações subsequentes.

Coeficiente de aproximação, por sua vez, preserva a tendência geral do sinal original, como mostram as Figura 5.16 e Figura 5.17 para as mesmas vigas e LR1 (vide Figura 5.12 e Figura 5.13).

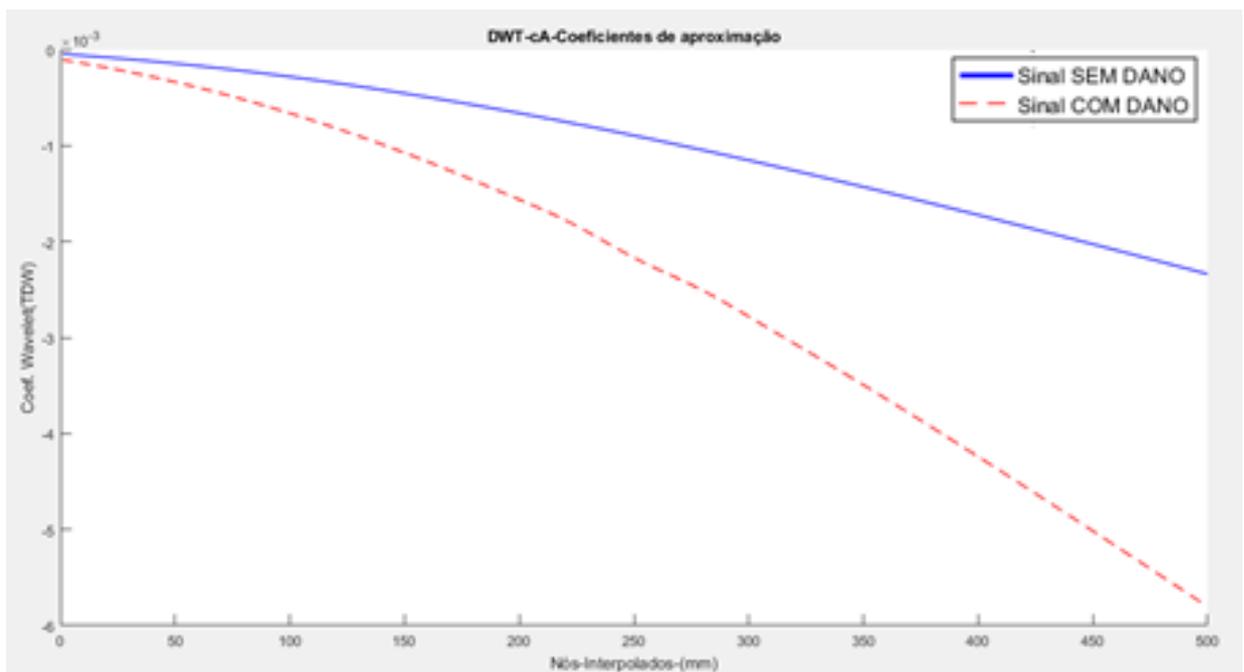


Figura 5.16 – Coeficientes de aproximação, Nível 1, viga engastada-livre, posição LR1.

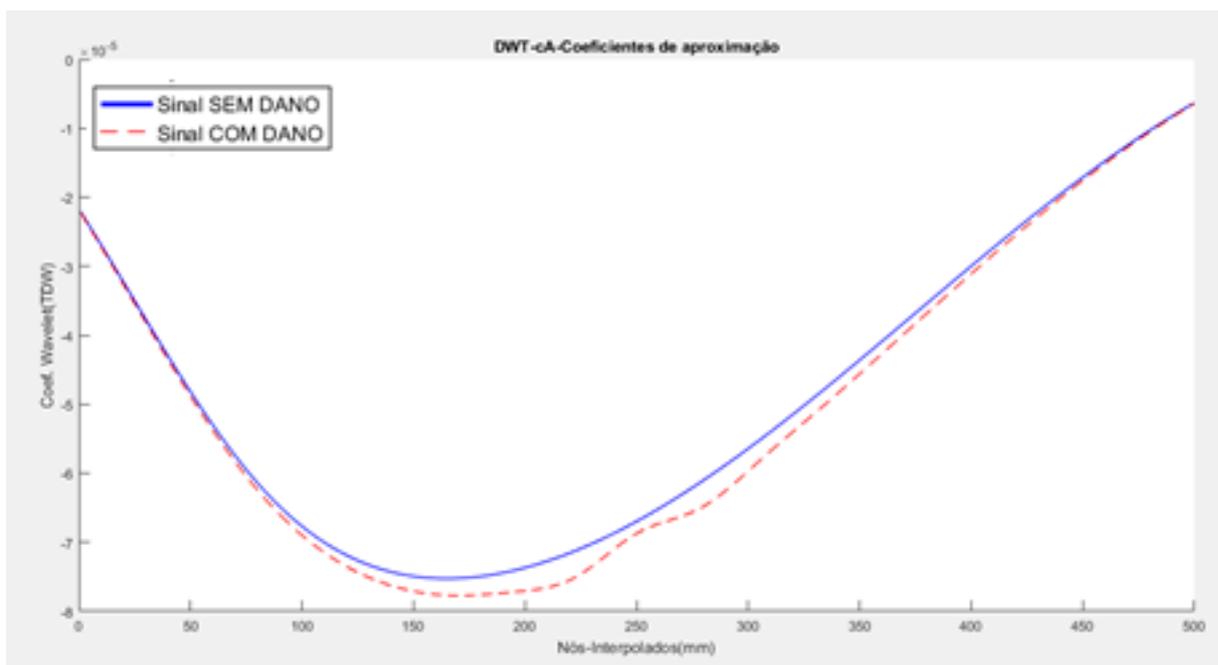


Figura 5.17 – Coeficientes de aproximação, Nível 1, viga engastada-engastada, posição LR1.

A fim de determinar com maior precisão visual na frequência na qual o dano está localizado, é possível realizar uma decomposição adicional no filtro de escala ou nível dos coeficientes de detalhe. Essa abordagem aprimorada é ilustrada na Figura 5.18, em que n é o número de amostras, proporcionando uma conclusão mais refinada da localização do dano.

A partir dessa abordagem, aplica-se o sinal original na família *coiflet* com uma decomposição em Níveis, buscando chegar numa melhor frequência para localizar o dano. Esse procedimento foi aplicado nas tipologias estudadas para todas as LRs, e aqui será ilustrado nas Figura 5.18 a Figura 5.24 para os Níveis de 2 a 4 e LR1.

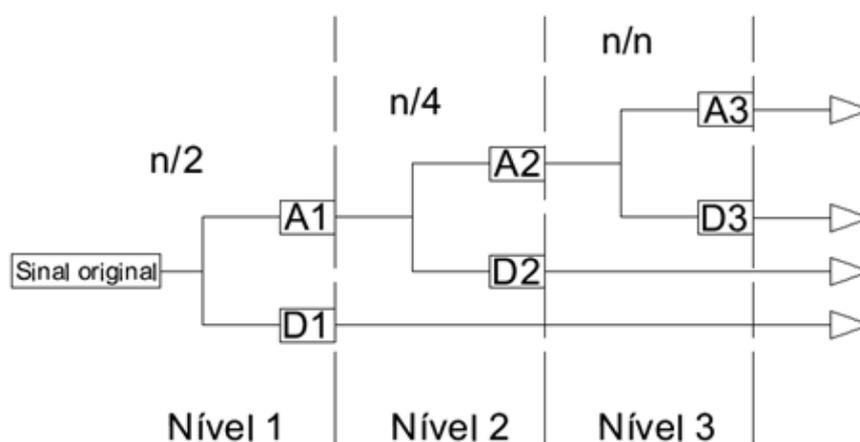


Figura 5.18 – Esquema de Nível dos Coeficientes de Aproximação (A) e Detalhe (D).

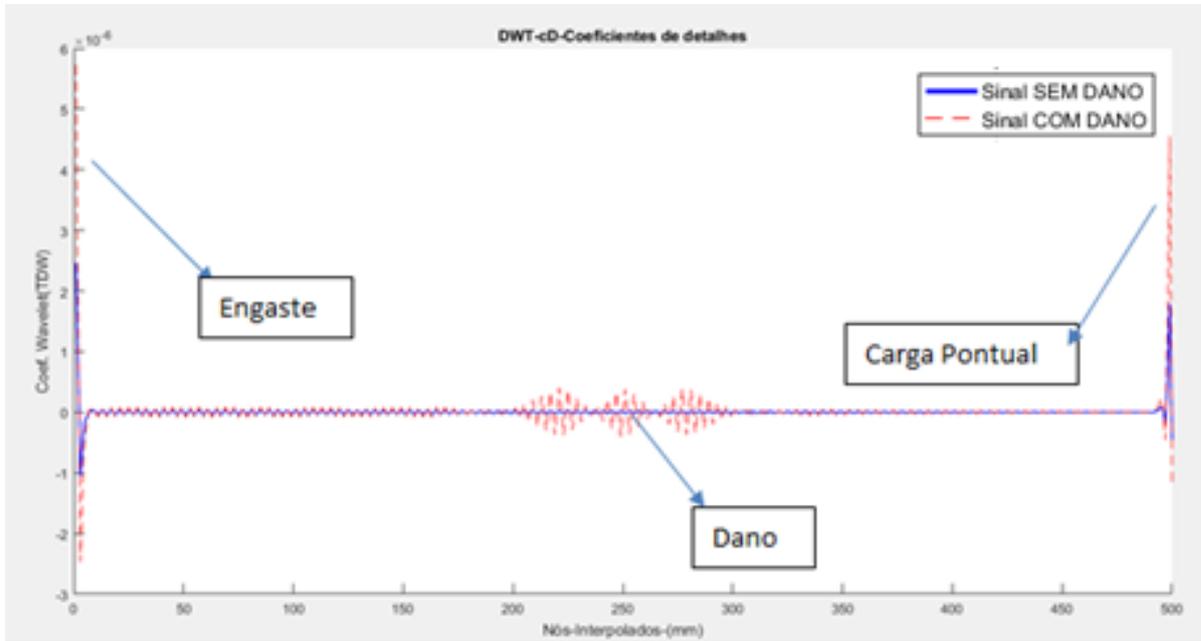


Figura 5.19 - Coeficientes de detalhes, Nível 2, viga engastada-livre, posição LR1.

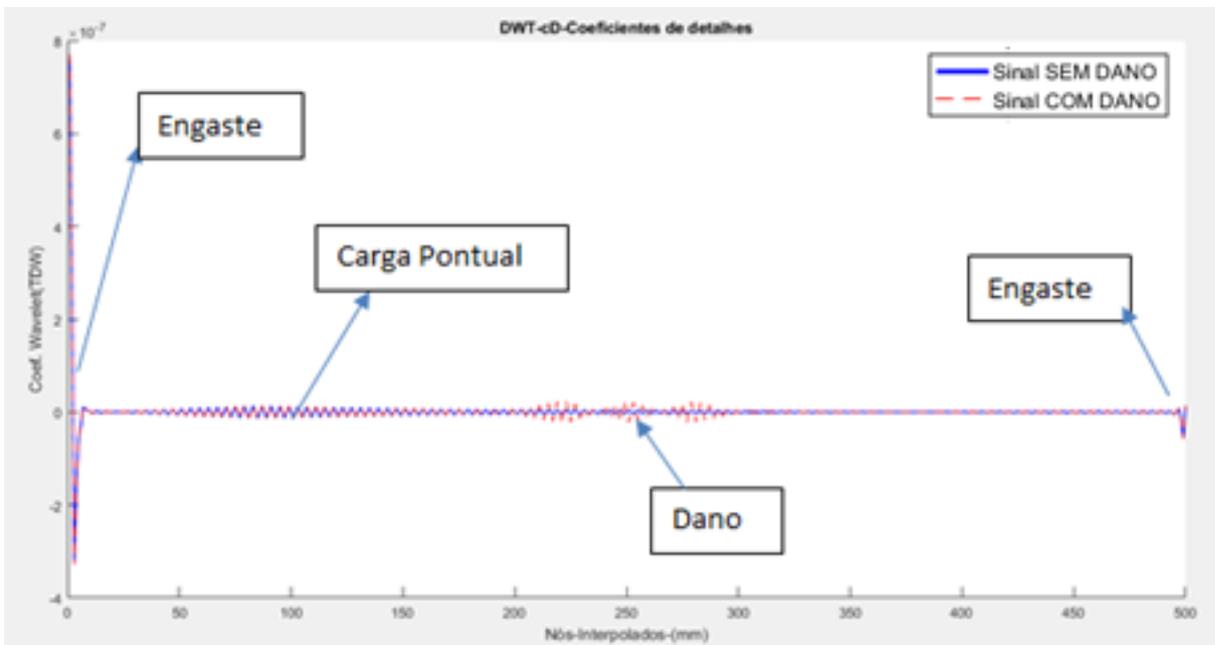


Figura 5.20 - Coeficientes de detalhes, Nível 2, viga engastada-engastada, posição LR1.

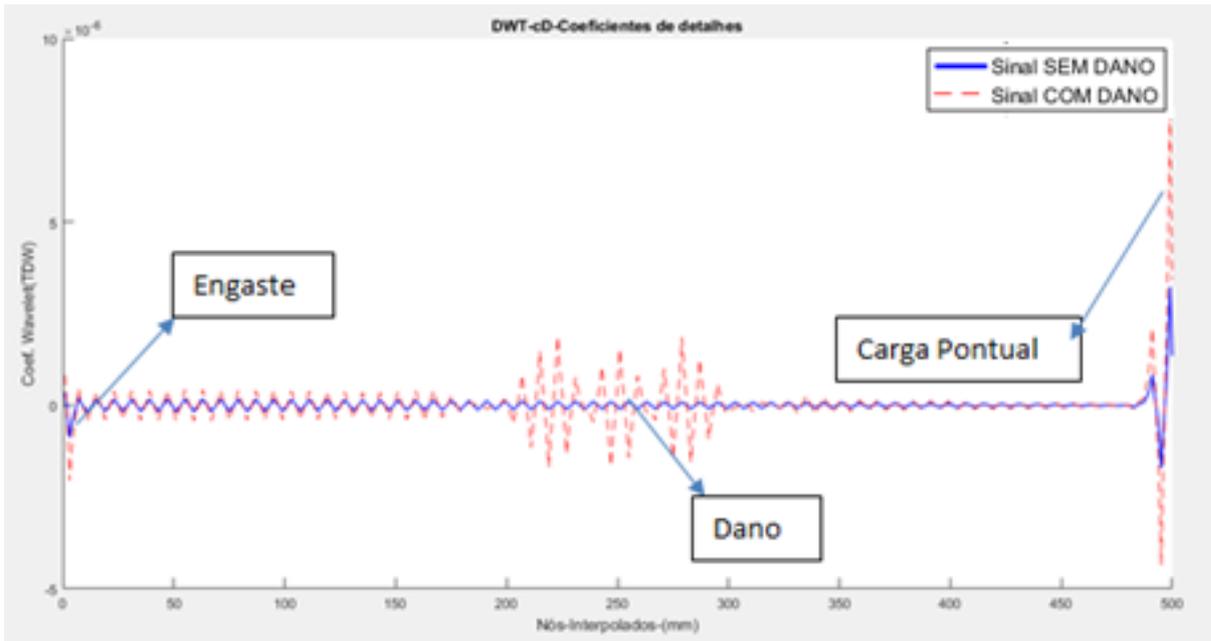


Figura 5.21 - Coeficientes de detalhes, Nível 3, viga engastada-livre, posição LR1.

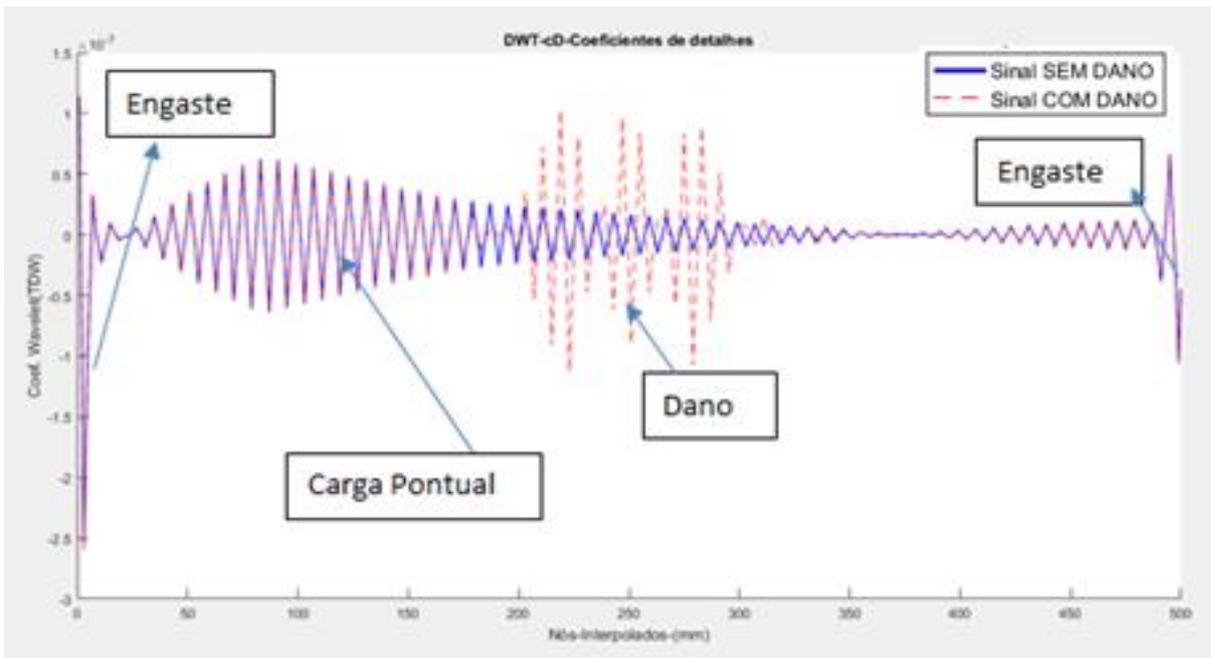


Figura 5.22 - Coeficientes de detalhes, Nível 3, viga engastada-engastada, posição LR1.

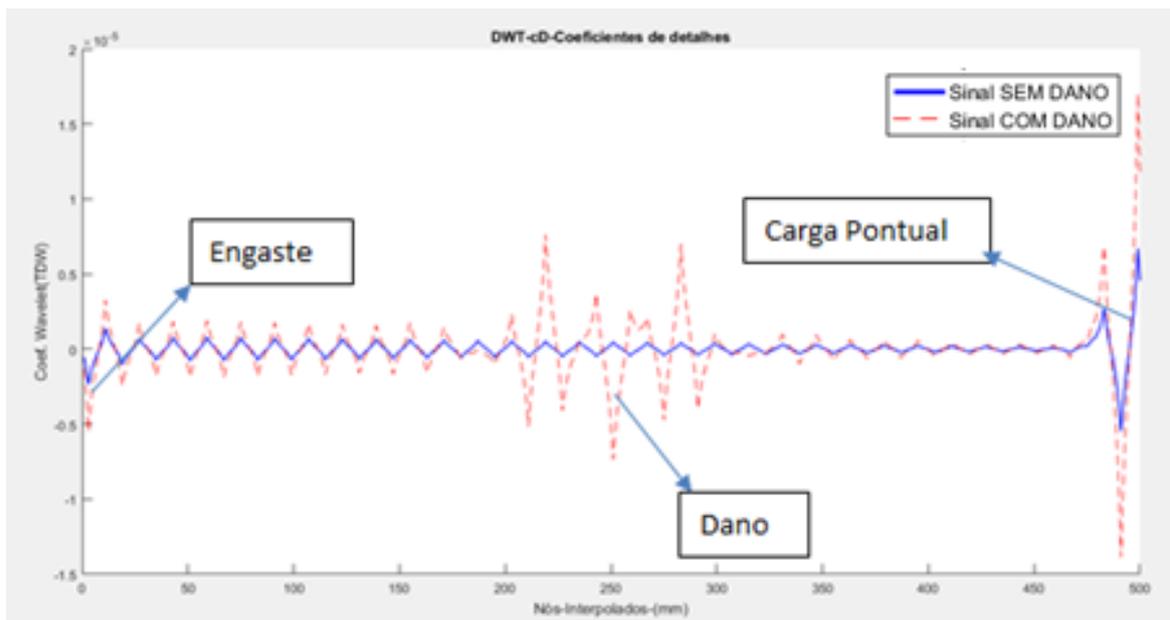


Figura 5.23 - Coeficientes de detalhes, Nível 4, viga engastada-livre, posição LR1.

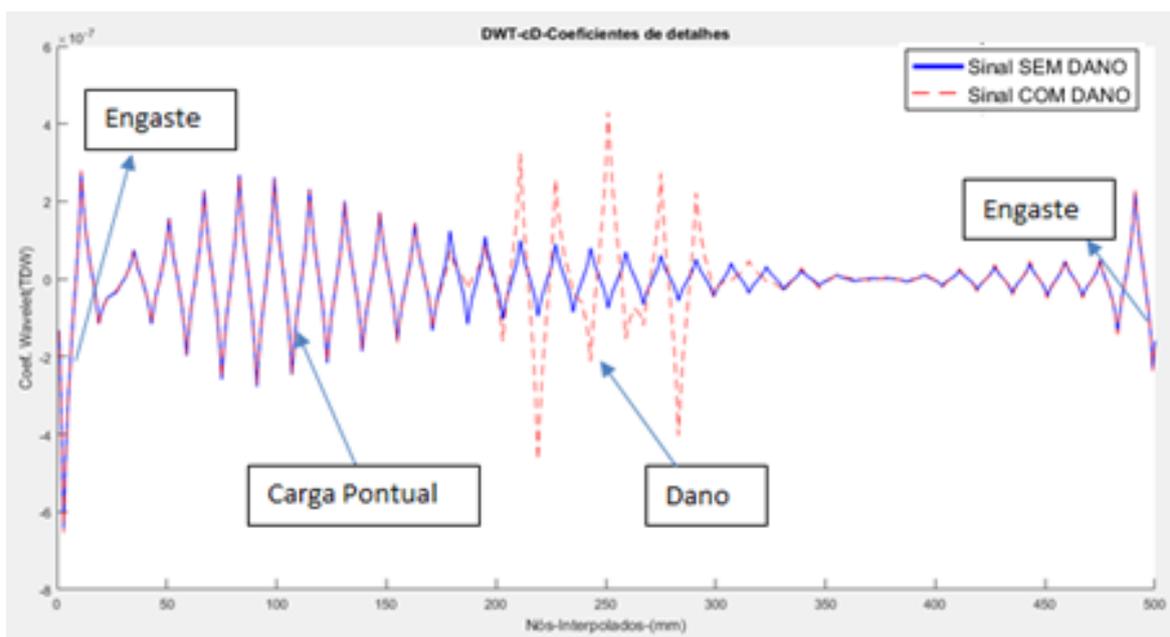


Figura 5.24 - Coeficientes de detalhes, Nível 4, viga engastada-engastada, posição LR1.

Ao comparar os sinais da viga sem danos e da viga com danos, é possível identificar padrões distintos que indicam a influência de condições de contorno e cargas pontuais. Essa comparação permite localizar regiões específicas do sinal onde ocorrem alterações devido ao dano estrutural.

Ao analisar a decomposição wavelet de nível 4, conforme apresentado nas Figura 5.23 e Figura 5.24, é possível observar que no intervalo de 200 mm a 300 mm ocorre uma variação

significativa nas amplitudes dos coeficientes de detalhes em comparação com a viga sem danos. Essa discrepância indica uma mudança nas propriedades estática da estrutura nesse intervalo de frequência. Contudo, esses picos não proporcionam conclusões definitivas sobre a localização exata do dano. Portanto, pode-se concluir que a região entre 200 mm e 300 mm é a área suspeita de dano, evidenciada pela diferença nas características espectrais dos coeficientes de detalhes. Essa abordagem permite localizar e identificar potenciais danos estruturais com base na análise das transformadas de wavelet.

Com a configuração das simulações e a modelagem dos exemplos concluída, o próximo capítulo se concentrará na análise detalhada dos sinais de deslocamento obtidos, utilizando a transformada wavelet para identificar ou localizar os danos estruturais.

CAPÍTULO 6: RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, são discutidos os resultados das simulações realizadas com o software BEMCRACKER e analisadas utilizando a Wavelet Toolbox do MATLAB® com base nos três algoritmos apresentados na seção 4.2. A análise multirresolutiva dos sinais de deslocamento obtidos das vigas com e sem danos será detalhada, destacando as variações significativas indicativas de falhas estruturais. Serão avaliadas diferentes famílias de wavelets para determinar quais são mais eficazes na detecção de danos, bem como o impacto do esforço computacional ao variar a quantidade de pontos na linha de referência. Este capítulo visa validar a precisão e a eficiência do método proposto, oferecendo uma compreensão aprofundada da capacidade das transformadas wavelets em identificar e localizar danos estruturais em vigas 2D e, inicialmente, explicaremos como se dará a análise via máximo local usando os coeficientes de detalhes das wavelets discretas.

6.1. WAVELETS COM MÁXIMOS LOCAIS

A transformada wavelet permite a análise de componentes de frequência variáveis ao longo do tempo, proporcionando uma visão mais detalhada e local do sinal. Esta capacidade de zoom temporal da frequência é útil em áreas como processamento de sinais, compressão de dados e detecção de anomalias. Os máximos locais, por outro lado, referem-se aos pontos em um sinal onde o valor atinge um pico em relação aos seus vizinhos imediatos. Na análise wavelet, a identificação de máximos locais é importante para a detecção de singularidades e descontinuidades, que são indicativos de mudanças abruptas ou eventos significativos no sinal. Portanto, a combinação da análise wavelet com a detecção de máximos locais permite uma localização precisa de eventos que podem ser caracterizados como danos.

Ao realizar a decomposição dos sinais em diferentes níveis, cada estágio resulta em uma perda notável de amostras, geralmente metade do número anterior. Para minimizar essa perda, uma abordagem eficaz é trabalhar com os máximos locais da função na primeira decomposição, avaliando se eles representam condições de apoios, cargas pontuais ou danos.

No capítulo anterior vimos a Transformada Wavelet Discreta (DWT) aplicada aos coeficientes de detalhes (cDd). A identificação dos máximos locais nesses coeficientes fundamenta-se na ideia de que variações significativas nos coeficientes de detalhes podem indicar anomalias na estruturas, associados a possíveis danos, como observado nas Figura 6.1 e Figura 6.2, para as tipologias estudadas com a família *coif1* na posição LR1, respectivamente.

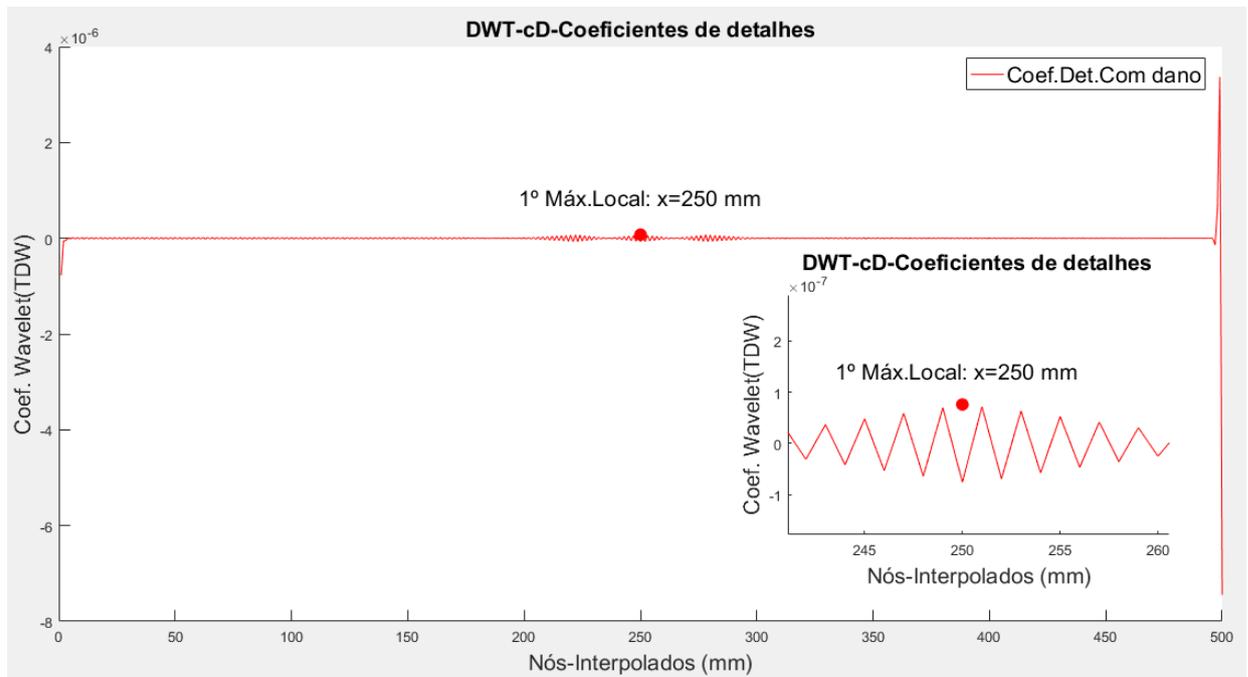


Figura 6.1 – Máximo local, Nível 1, *coif1*, viga engastada-livre, LR1.

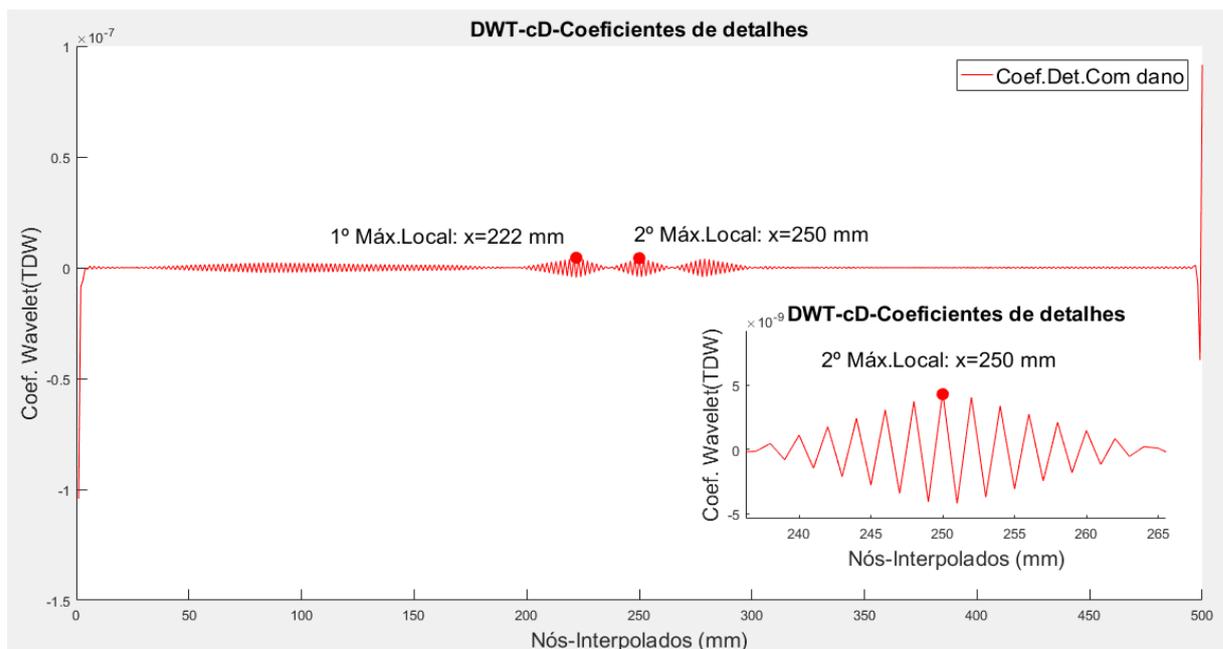


Figura 6.2 – Máximo local, Nível 1, *coif1*, viga engastada-engastada, LR1.

Avaliando as figuras acima, observamos que, na análise de uma viga engastada-livre (Figura 6.1) com apenas um nível de decomposição, a identificação precisa do dano pode ser alcançada com base em um único máximo local ($x=250$ mm). Por outro lado, a viga engastada-engastada (Figura 6.2), apresenta uma situação em que é necessários dois picos máximos locais para detectar o dano, sendo o primeiro ocorrendo em 222 mm e, o segundo, em 250 mm, coincidindo com a localização precisa do dano.

6.2. OTIMIZAÇÃO DA LINHA DE REFERÊNCIA (LR)

Para este estudo, realizaremos uma análise para identificar a melhor Linha de Referência (LR) visando obter um sinal de deslocamento original de alta qualidade durante a modelagem no BEMLAB2D, a interface gráfica do BEMCRACKER2D. A investigação abrange a variação da LR da posição 1 até 11, conforme demonstrado na Figura 5.8. Dado que o LR1 foi empregado na análise da família de wavelet *coif1*, conforme ilustrado nas Figura 6.1 e Figura 6.2, o processo é então iniciado a partir de LR=2, estendendo-se até LR=11. As figuras correspondentes a esta análise, a partir da LR=3, são apresentadas no Apêndice A2 e seguem a metodologia apresentada na Seção 5.3. Os resultados serão avaliados de forma consolidada no texto principal e por meio de tabelas-resumo. Neste aspecto, iniciamos apresentando os modelos discretos das

vigas e os respectivos máximos locais (coeficientes detalhes - *coift*) somente para a LR2 com 19 pontos, para fins de simplificação. Para as demais LR, o leitor deve consultar as figuras do Apêndice A2.

Na Figura 6.3 temos a modelagem no BEMLAB2D das tipologias estudadas para a LR2 com 19 pontos e, nas Figura 6.4 e Figura 6.5, os respectivos máximos locais para família *coift*.

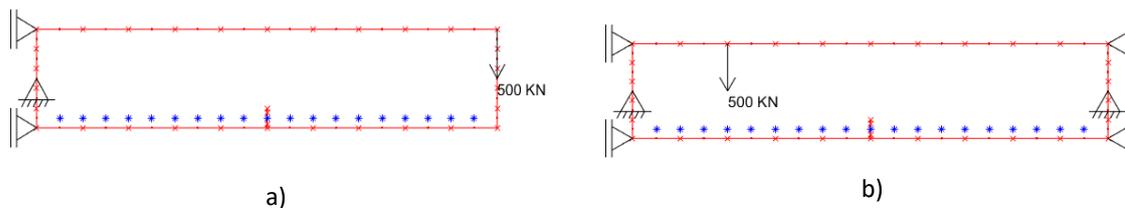


Figura 6.3 - Modelo discreto LR2 19 pts: a) engastado-livre; b) engastado-engastado.

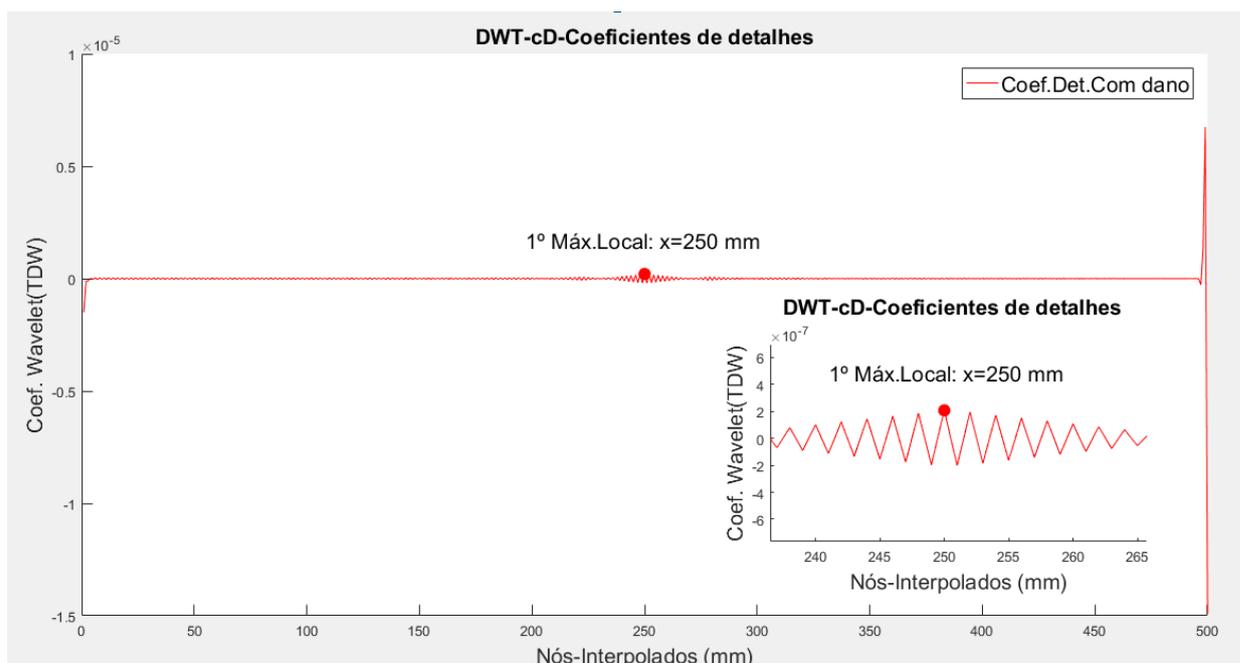


Figura 6.4 – Máximos locais (CD, *coift*1, Nível 1) para engastada-livre, LR2.

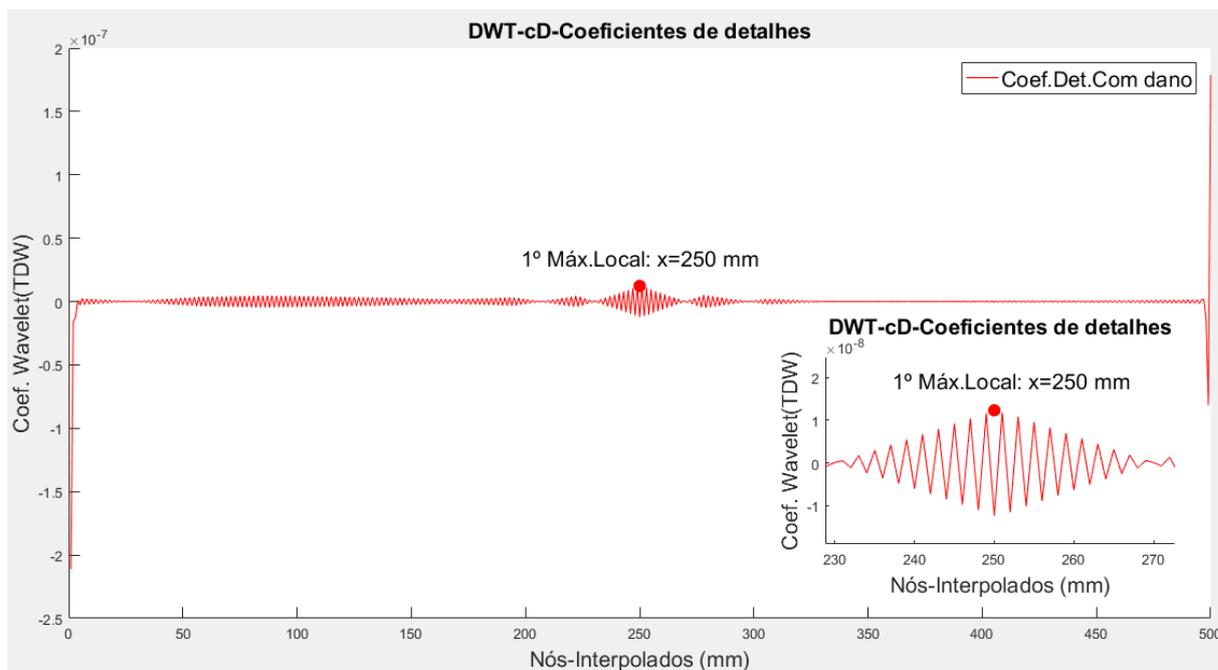


Figura 6.5 – Máximos locais (CD, coift1, Nível 1) para engastada-engastada, LR2.

Outro aspecto relevante ao examinarmos as Figura 6.4 e Figura 6.5, que retratam a LR2, é a notável amplitude que proporciona uma localização eficaz do dano. Destaca-se, ainda, a excelente precisão na identificação do local afetado, evidenciada pelo pico na frequência dos coeficientes de detalhes da viga danificada, que ocorre precisamente a 250 mm, para as duas vigas ensaiadas, ao utilizar nível 1 de decomposições.

As Tabela 6.1 e Tabela 6.2 fornecem um resumo abrangente da análise das linhas de referência, enfatizando a localização precisa do dano a 250 mm. O "Nível" representa a escala de decomposição da função, onde valores menores são mais favoráveis para preservar a quantidade de amostras. Além disso, o "Número de Posição" dos picos máximos locais destaca a posição dos primeiros picos máximos locais associados ao dano. As tabelas evidenciam que, para LR2, LR4 e LR5, foram obtidos sinais excelentes para a localização do dano nas duas vigas ensaiadas, indicando uma eficácia notável nesse contexto.

Tabela 6.1 - Resumo dos resultados da viga engastada-livre, Família Coif1.

	LR1	LR2	LR3	LR4	LR5	LR6	LR7	LR8	LR9	LR10	LR11
Posição (mm)	250	250	250	250	250	250	250	250	250	250	250
Nível	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Posição Picos	1°	1°	1°	1°	1°	2°	2°	2°	2°	3°	2°

Tabela 6.2 - Resumo dos resultados da viga engastada-engastada, Família Coif1.

	LR1	LR2	LR3	LR4	LR5	LR6	LR7	LR8	LR9	LR10	LR11
Posição (mm)	250	250	314	250	250	250	250	250	250	250	250
Nível	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Posição Picos	2°	1°	4°	1°	1°	4°	5°	5°	4°	7°	7°

Analisando as Tabela 6.1 e Tabela 6.2, podemos fazer as seguintes observações:

- A LR3 também produz um sinal eficaz para a localização do dano. Nota-se uma amplitude na frequência dos coeficientes de detalhe no local afetado da viga danificada. Além disso, para a viga engastada-livre com uma escala de decomposição de 4, o dano foi identificado de forma precisa a 250 mm. Contudo, no caso da viga engastada-engastada, a distorção na precisão da localização do dano é de apenas 1 mm, com o pico da frequência localizando-se a 314 mm.

- Nas LR4, LR5 e LR6, observa-se uma eficaz localização do dano. No entanto, é importante notar que os picos de frequência dos coeficientes de detalhe da viga danificada são relativamente baixos, embora ainda permitam concluir a localização precisa do dano.

- Nas LR7, LR8, LR9, LR10 e LR11, observa-se que a frequência do sinal original, utilizada para aplicar os coeficientes de detalhes, passa a gerar resultados inconclusivos para uma localização precisa do dano.
- Portanto, com base nesta primeira investigação e para a família coift, a linha de referência mais eficaz mostra-se ser a LR2.

6.3. AVALIAÇÃO DA EFICÁCIA DAS FAMÍLIAS WAVELET

Para esta avaliação, foi realizada uma análise utilizando outras famílias de wavelets para determinar a melhor linha de referência. Os resultados desta avaliação também apontaram a LR2 como a escolha mais eficaz. Com isso, uma vez definida a melhor LR, procedeu-se à aplicação do sinal original nas demais famílias, tais como **symN**, **dbN** e **bior Nr.Nd**, com $NrN=1$ e $Nd=3, Nd=5$, conforme ilustrado nas figuras do Apêndice A3 e resumidos nas Tabelas 6.3 e 6.4 em seguida.

A habilidade de identificar mudanças locais ou singularidades em sinais é uma característica comum a várias wavelets, incluindo a conhecida Wavelet Haar. Essa capacidade é particularmente útil em aplicações como a detecção de bordas em imagens ou a identificação de eventos significativos em séries temporais, onde singularidades desempenham um papel importante. No contexto específico da detecção de danos, wavelets como **sym1**, **db1**, **bior1.1**, **bior1.3** e **bior1.5** apresentam comportamento similar ao da Wavelet Haar.

Neste aspecto, e antes de consolidar os resultados das famílias citadas com a do tipo Haar, ilustramos nas Figura 6.6 a Figura 6.9 os sinais de uma família Haar, exibindo os coeficientes de aproximação e de detalhe que representam as diferentes frequências do sinal. Cada figura apresenta um nível, indicando o número de decomposições aplicadas ao sinal original.

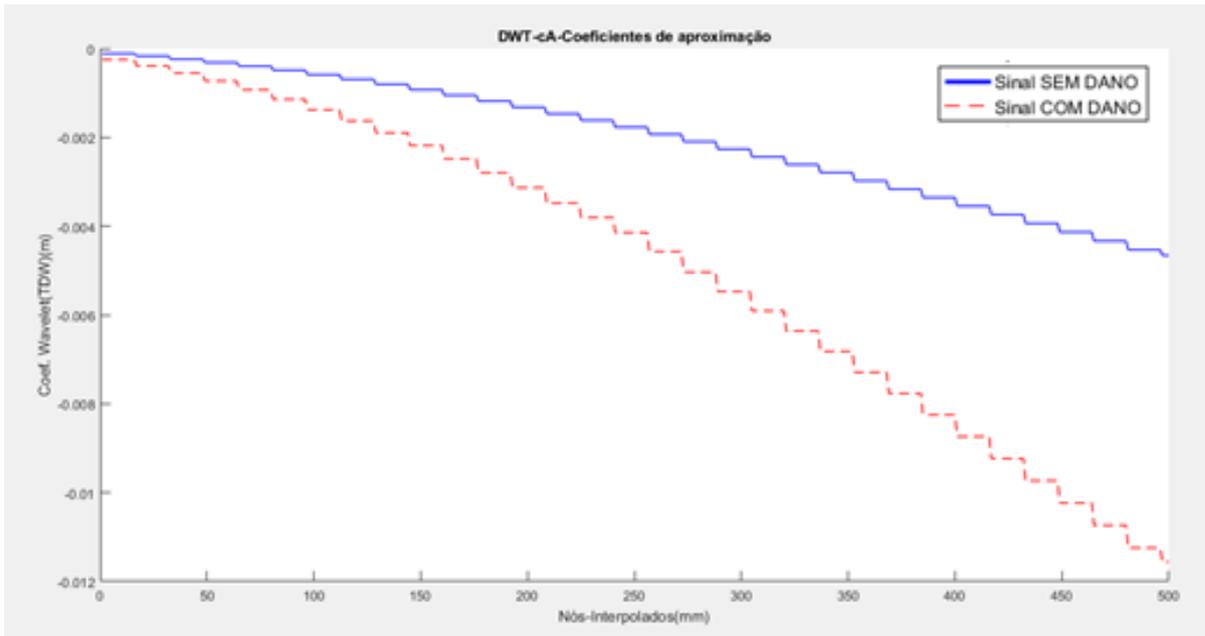


Figura 6.6 - Família Haar, cA, LR2, 19 pontos, Nível 1, engastada-livre.

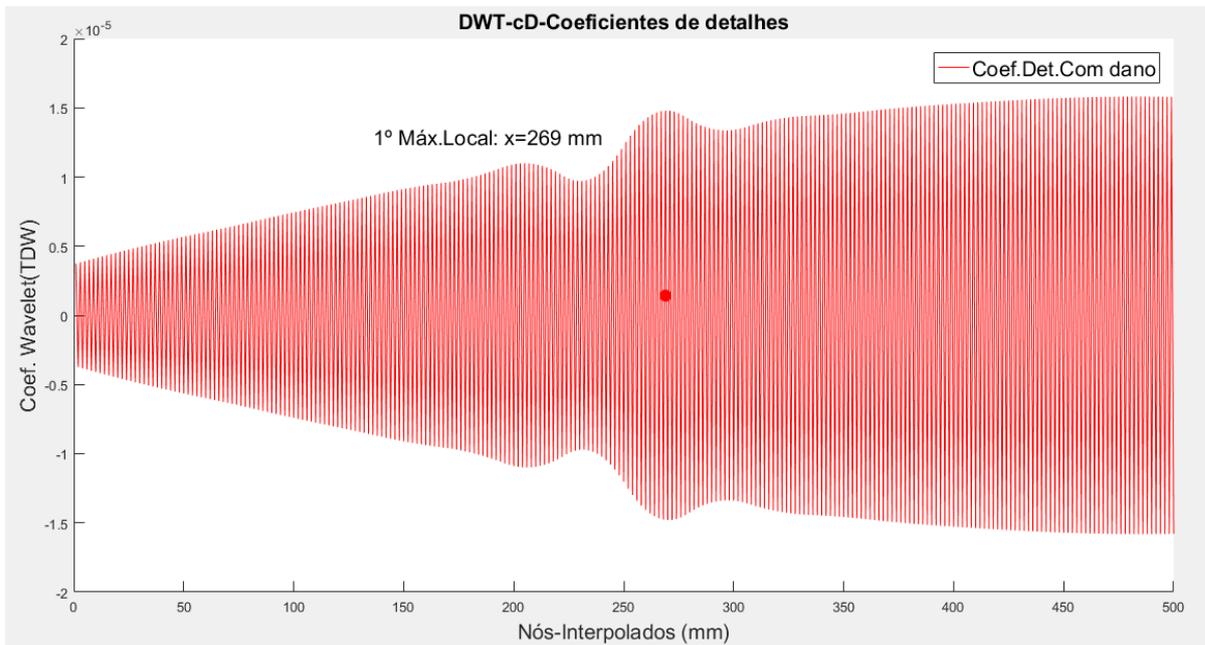


Figura 6.7 - Família Haar, cD, LR2, 19 pontos, Nível 1, engastada-livre.

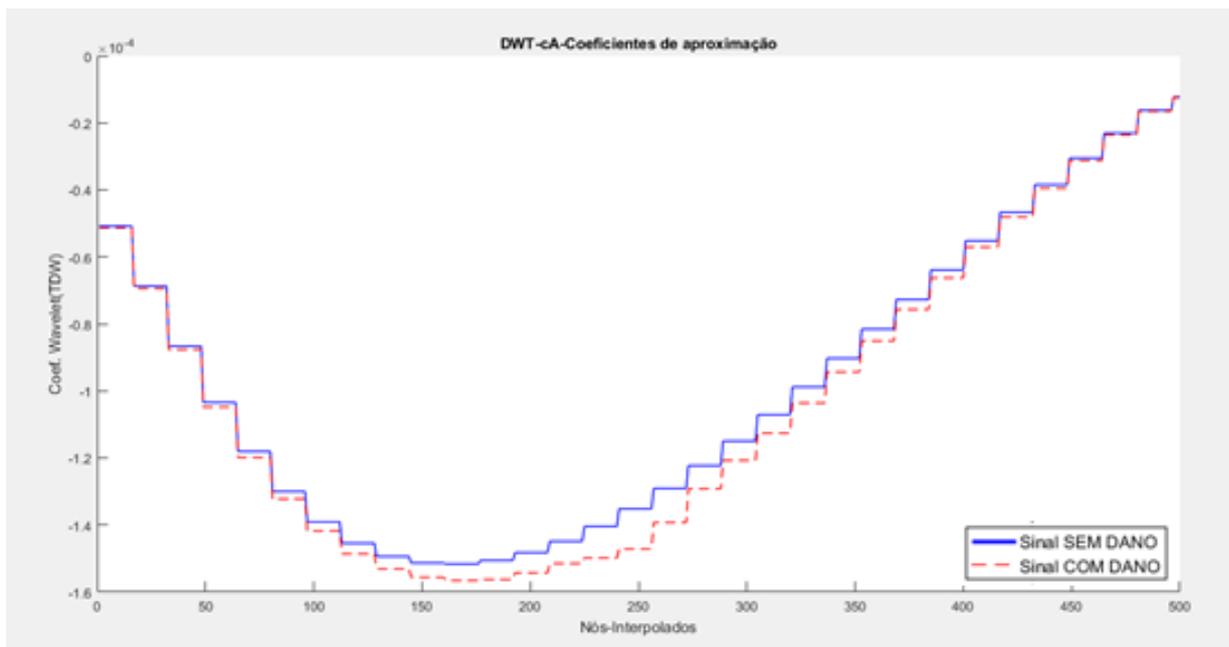


Figura 6.8 - Família Haar, cA, LR2, 19 pontos, Nível 4, engastada-engastada.

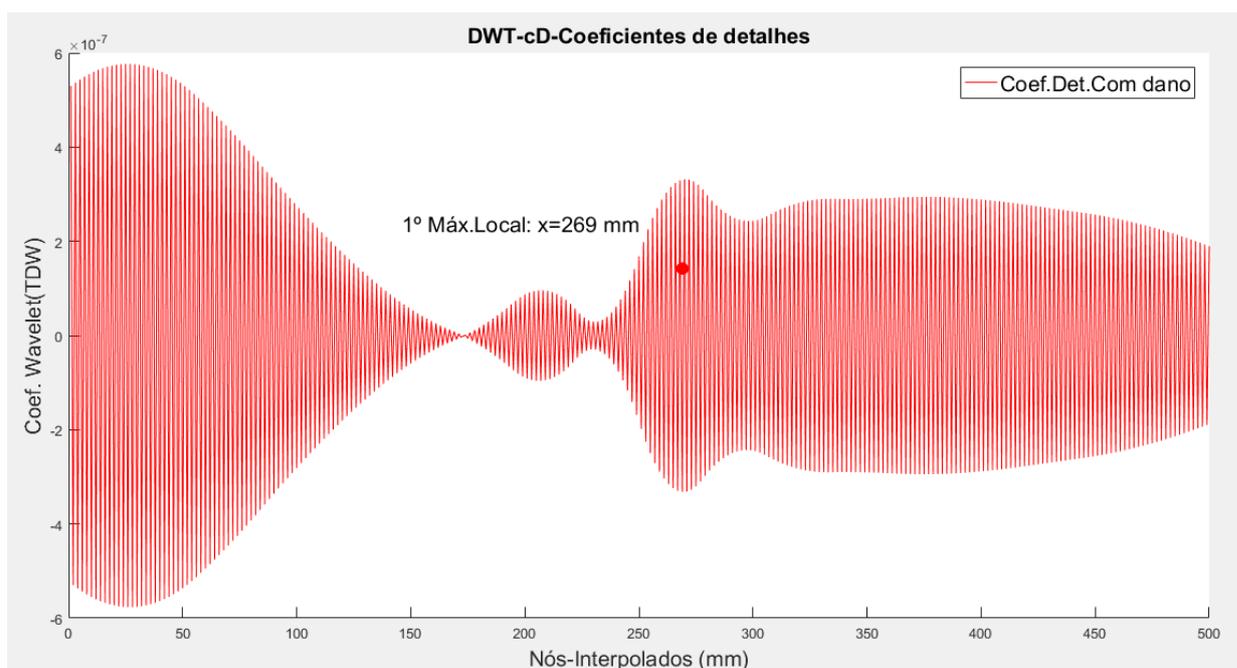


Figura 6.9 - Família Haar, cD, LR1, 19 pontos, Nível 1, engastada-engastada.

O momento de decaimento é uma propriedade que determina o grau do polinômio que pode ser aproximado. Essa característica desempenha um papel crucial na seleção da wavelet-mãe mais adequada para a detecção de danos. A capacidade de um polinômio aproximar uma função está relacionada ao seu momento de decaimento, e esse critério é empregado para escolher a wavelet que melhor se adapta ao comportamento do sinal em análise. Além disso, a regularidade de uma função, medida pelo número de vezes que ela é diferenciável em um ponto x_0 , é outra

propriedade relevante. A presença de singularidades em uma função pode ser identificada por meio dessa regularidade. Essa característica não apenas contribui para a detecção de singularidades, mas também é fundamental para obter sinais reconstruídos suaves e com características interessantes.

No entanto, é importante observar que wavelets como **sym1**, **db1 (Haar)**, **bior1.1**, **bior1.3** e **bior1.5**, analisar Figura 6.7, Figura 6.9 e Apêndice A3, podem não apresentar o comportamento desejado em termos de frequência e regularidade. Embora possam oferecer bons resultados para a identificação de máximos absolutos locais, a dificuldade em encontrar danos, especialmente em uma análise visual que se baseia apenas nos picos de frequência, pode ser um desafio. Essas considerações destacam a importância de escolher cuidadosamente a wavelet em conformidade com as propriedades específicas do sinal e dos objetivos da análise.

As Tabela 6.3 e Tabela 6.4 fornecem informações sobre a detecção e localização do dano resumidamente. Elas incluem os picos de detecção, que representam os pontos de maior amplitude entre amostras vizinhas, a posição do dano na coordenada x (em milímetros) e o fator de escala ou a decomposição do sinal original. Esses dados são essenciais para compreender a localização e a magnitude do dano analisado.

Tabela 6.3 - Resumo da localização do dano viga engastada-livre, LR2.

	Coif1	Sym1	Db1	Bior1.1	Bior1.3	Bior1.5	Haar
Posição Picos	1°	1°	1°	1°	2°	2°	1°
Posição (mm)	250	269	269	269	270	270	269
Escala	1	1	1	1	1	1	1

Tabela 6.4 - Resumo da localização do dano viga engastada-engastada, LR2.

	Coif1	Sym1	Db1	Bior1.1	Bior1.3	Bior1.5	Haar
Posição Picos	1°	1°	1°	1°	2°	2°	1°
Posição (mm)	250	269	269	269	270	270	269
Escala	1	1	1	1	1	1	1

As wavelets pertencentes à família **dbN**, **symN** e **biorNr.Nd** revelam uma propensão para adquirir formas mais suavizadas conforme o valor de N aumenta em suas representações gráficas. Essas wavelets apresentam características notáveis de regularidade e momentos nulos, o que contribui para uma representação mais suave e eficaz na detecção visual de danos, através dos picos na frequência. É particularmente destacável que, quando N é igual a 1, o comportamento dessas funções é comparável ao da wavelet Haar. No caso específico da wavelet **coifN**, quando N é igual a 1, sua dinâmica assemelha-se à das wavelets mencionadas acima para N igual a 2.

Ainda no Apêndice A3, apresenta uma sequência de figuras para ilustrar e avaliar o comportamento da detecção de danos para valores de $N=N_r=N_d=2$, $N_d=4$, $N_d=6$ e $N_d=8$. Essa análise visual permitirá uma compreensão mais profunda do impacto desses parâmetros na detecção de danos, oferecendo resultados valiosos sobre a seleção adequada de wavelets para tarefas específicas, como localizar danos. A seguir, resumimos as principais observações:

- Ao examinar estas figuras, destacamos o desempenho notável das famílias **bior** com $N=N_r=2$ e $N_d=2$, $N_r=4$, $N_r=6$ e $N_r=8$. Estas wavelets acertaram com precisão o primeiro pico local absoluto máximo dos coeficientes de detalhes em ambas as vigas ensaiadas, no instante de 250 mm.
- A família **coif** com $N=2$, embora tenha obtido o resultado menos favorável em comparação com as outras analisadas, ainda assim exibiu um desempenho notável ao acertar com precisão o terceiro pico máximo absoluto local.

- A wavelet **sym2** demonstrou uma precisão excepcional ao localizar o dano em 250 mm para a viga engastada-livre e, em 251 mm, para a viga engastada-engastada no primeiro pico analisado.

- Finalmente, a wavelet **db2** acertou com exatidão a localização no primeiro pico máximo absoluto local, muito próximo do dano, com o valor de 251 mm, para ambas as vigas ensaiadas.

As Tabela 6.5 e Tabela 6.6 apresentam informações cruciais sobre a detecção e localização do dano. Estas tabelas incluem os picos de detecção, que representam os pontos de maior amplitude entre amostras vizinhas, a posição do dano na coordenada x (em milímetros) e o fator de escala ou a decomposição do sinal original. Esses dados são fundamentais para uma compreensão abrangente da localização e magnitude do dano analisado, conforme avaliação extraída do Apêndice 3.

Tabela 6.5 - Resumo da localização do dano viga engasta-livre, LR2.

	Coif2	Sym2	Db2	Bior2.2	Bior2.4	Bior2.6	Bior2.8
Pos. Picos	3°	1°	1°	1°	1°	1°	1°
Posição (mm)	250	250	251	250	250	250	250
Escala	1	1	1	1	1	1	1

Tabela 6.6 - Resumo da localização do dano viga biengastada, LR2.

	Coif2	Sym2	Db2	Bior2.2	Bior2.4	Bior2.6	Bior2.8
Pos. Picos	3°	1°	1°	1°	1°	1°	1°
Posição (mm)	250	251	251	250	250	250	250
Escala	1	1	1	1	1	1	1

A mesma avaliação, considerando os resultados para $N=N_r=N_d=3$, $N_d=1$, $N_d=5$, $N_d=7$ e $N_d=9$, foi realizada e pode ser visualizado na sequência do Apêndice 3. Ao analisarmos minuciosamente as figuras do referido apêndice, podemos resumir as seguintes observações:

- Destacamos o desempenho notável da família de wavelets **coif3**. Essa wavelet revelou-se altamente eficaz na localização precisa do dano, identificando-o com exatidão na posição de 250 mm. Esse ponto corresponde ao terceiro pico absoluto máximo local analisado, para ambas as vigas analisadas.
- As famílias de wavelets **sym3** e **db3** demonstraram uma boa precisão na localização do dano, ambas identificando o instante de 248 mm no terceiro pico máximo absoluto local. Essa precisão foi consistentemente observada nas duas vigas ensaiadas.
- As famílias **bior3.1** conseguiram localizar o dano no quarto pico máximo absoluto local, situado na posição de 249 mm, para ambas as vigas analisadas.
- As demais famílias **bior3.3**, **bior 3.5**, **bior 3.7** e **bior 3.9** alcançaram a localização do dano no quarto pico máximo absoluto local, posicionado em 253 mm, o que é bastante satisfatório. Adicionalmente, houve a detecção no sexto pico, localizado a 248 mm.

As Tabela 6.7 e Tabela 6.8 complementam esses resultados, fornecendo informações cruciais sobre os picos de detecção, a posição do dano na coordenada x (em milímetros) e o fator de escala ou a decomposição do sinal original.

Tabela 6.7 - Resumo da localização do dano viga engasta livre, LR2.

	Coif3	Sym3	Db3	Bior3.1	Bior3.3	Bior3.5	Bior3.7	Bior3.9
Pos. Picos	3°	3°	3°	5°	5°	5°	5°	5°
Posição (mm)	250	248	248	253	253	253	253	253
Escala	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabela 6.8 - Resumo da localização do dano viga biengastada, LR2.

	Coif3	Sym3	Db3	Bior3.1	Bior3.3	Bior3.5	Bior3.7	Bior3.9
Pos. Picos	3°	3°	3°	5°	5°	5°	5°	5°
Posição (mm)	250	248	248	253	253	253	253	253
Escala	1	1	1	1	1	1	1	1

Após avaliação dos diversos cenários, sendo modificados parâmetros para cada família estudada, podemos concluir que, de maneira geral, as wavelets examinadas demonstraram eficácia na detecção de danos em vigas por meio do sinal original de deslocamento. Contudo, é observado que as variações internas mais proeminentes para a localização de danos ocorrem nas wavelets menos suavizadas, isto é, quanto maior o valor de N, mais suavizada é a função representada pelos coeficientes de detalhes. Adicionalmente, ao decompor o sinal original em mais níveis, ocorre uma perda de informação relacionada ao número de amostras do sinal. Por essa razão, optou-se por manter a decomposição no nível 1.

Assim, as wavelets que, na análise de sinais, obtiveram o menor número de máximos locais analisados e uma boa aproximação para encontrar o dano foram: **coif1**, com desvio padrão de 0%; **sym4**, com desvio padrão de 0,4%; **db2**, com desvio padrão de 0,4% ; **bior 2.2**, com desvio padrão de 0%; **bior 2.4**, com desvio padrão de 0%; **bior 2.6**, com desvio padrão de 0%; e **bior 2.8**, com desvio padrão de 0%.

As Tabela 6.1 até Tabela 6.12 ilustram, respectivamente, a comparação com as outras famílias analisadas, ressaltando que todas apresentaram bons resultados, algumas com mais pontos máximos absolutos para análise e outras com menos, para chegar à localização do dano.

Tabela 6.9 - Resumo da avaliação para a família CoifN (N de 1 a 5).

Família Wavelet	Engastada-livre			Engastada-engastada			DP(%)
	Pos (mm)	Qnt.Picos	Erro (%)	Pos (mm)	Qnt.Picos	Erro (%)	
Coif1	250	1	0	250	1	0	0,0
Coif2	250	3	0	250	3	0	0,0
Coif3	250	3	0	250	3	0	0,0
Coif4	250	2	0	250	2	0	0,0
Coif5	250	4	0	250	4	0	0,0

Tabela 6.10 - Resumo da avaliação para a família SymN.

Família Wavelet	Engastada-livre			Engastada-engastada			DP(%)
	Pos (mm)	Qnt.Picos	Erro (%)	Pos (mm)	Qnt.Picos	Erro (%)	
Sym1	269	1	7,6	269	1	7,6	10,7
Sym2	250	1	0	251	1	0,4	0,4
Sym3	248	3	-0,8	248	3	-0,8	1,1
Sym4	250	4	0	250	4	0	0,0
Sym5	252	5	0,8	252	5	0,8	1,1
Sym6	250	7	0	250	7	0	0,0
Sym7	253	5	1,2	252	5	0,8	1,4
Sym8	250	8	0	250	8	0	0,0

Tabela 6.11 - Resumo da avaliação para a família DbN .

Família Wavelet	Engastada-livre			Engastada-engastada			DP(%)
	Pos (mm)	Qnt.Picos	Erro (%)	Pos (mm)	Qnt.Picos	Erro (%)	
Db1	269	1	7,6	269	1	7,6	10,7
Db2	250	1	0	251	1	0,4	0,4
Db3	248	3	-0,8	248	3	-0,8	1,1
Db4	252	5	0,8	252	4	0,8	1,1
Db5	250	7	0	250	6	0	0,0
Db6	250	6	0	250	5	0	0,0
Db7	252	6	0,8	252	5	0,8	1,1
Db8	251	8	0,4	251	8	0,4	0,6
Db9	251	8	0,4	251	9	0,4	0,6
Db10	255	11	2	255	11	2	2,8

Tabela 6.12 - Resumo da avaliação para a família BiorNr.Nd.

Família Wavelet	Engastada-livre			Engastada-engastada			DP(%)
	Pos (mm)	Qnt.Picos	Erro (%)	Pos (mm)	Qnt.Picos	Erro (%)	
bior1.1	269	1	7,6	269	1	7,6	10,7
bior1.3	270	2	8	270	2	8	11,3
bior1.5	270	2	8	270	2	8	11,3
bior2.2	250	1	0	250	1	0	0,0
bior2.4	250	1	0	250	1	0	0,0
bior2.6	250	1	0	250	1	0	0,0
bior2.8	250	1	0	250	1	0	0,0
bior3.1	249	4	-0,4	252	4	0,8	0,9
bior3.3	253	5	1,2	253	5	1,2	1,7
bior3.5	253	5	1,2	253	5	1,2	1,7
bior3.7	253	5	1,2	253	5	1,2	1,7
bior3.9	253	5	1,2	253	5	1,2	1,7
bior4.4	250	4	0	250	4	0	0,0
bior5.5	251	6	0,4	251	6	0,4	0,6
bior6.8	250	3	0	250	3	0	0,0

6.4. ESTUDO DA LR COM 9 PONTOS

Para simplificar a modelagem no BEMLAB2D, a interface gráfica do BEMCRACKER2D, conduziu-se um estudo utilizando 9 pontos na linha de referência LR2, como demonstrado na sequência de figuras do Apêndice 3. Neste, foram empregadas as famílias de wavelets que demonstraram excelentes resultados na detecção de danos neste estudo, incluindo **coif1**, **sym2**, **db2**, **bior 2.2**, **bior 2.4**, **bior 2.6** e **bior 2.8**.

Reduzir de 19 para 9 pontos afeta a eficácia na identificação do dano ao empregar os coeficientes de detalhes no sinal original de deslocamento. Apesar disso, as wavelets obtiveram resultados satisfatórios, mantendo o desempenho comparável ao usar 19 pontos. Dessa forma, ao aplicar as wavelets com 9 pontos, obteve-se os seguintes resultados, conforme resumido na Tabela 6.13: **coif1**, com desvio padrão de 0%; **sym2**, com desvio padrão de 0,4%; **db2**, com

desvio padrão de 0,4%; **bior 2.2**, com desvio padrão de 0%; **bior 2.4**, com desvio padrão de 0%; **bior 2.6**, com desvio padrão de 0%; e **bior 2.8**, com desvio padrão de 0%.

Tabela 6.13 - Resumo da avaliação para as famílias wavelet com 9 pontos.

Famílias Waelet	Engastada-livre			Engastada-engastada			DP(%)
	Pos (mm)	Nível	Erro (%)	Pos (mm)	Nível	Erro (%)	
Coif1	250	1	0	250	1	0	0,0
Sym2	250	1	0	251	1	0,4	0,4
Db2	250	1	0	251	1	0,4	0,4
bior2.2	250	1	0	250	1	0	0,0
bior2.4	250	1	0	250	1	0	0,0
bior2.6	250	1	0	250	1	0	0,0
bior2.8	250	1	0	250	1	0	0,0

CAPÍTULO 7: CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1. CONCLUSÕES

Neste estudo, diversas instâncias das transformadas de wavelet para identificar a localização de danos em duas vigas 2D elástica, com distintas condições de contorno, modeladas com o Método dos Elementos de Contorno (MEC). As transformadas de wavelet se mostraram eficazes ao gerar perturbações nos sinais de resposta estática decorrentes da presença de danos, especialmente ao comparar vigas com e sem danos.

As Transformadas Wavelet Discretas (DWT), aplicando as famílias *coif1*, *sym2*, *db2*, *bior 2.2*, *bior 2.4*, *bior 2.6* e *bior 2.8*, apresentaram eficácia na detecção de danos neste estudo. Os coeficientes de detalhe mostraram-se sensíveis às variações de frequência, e quando combinados com a análise de sinais dos máximos locais, obtiveram resultados positivos na identificação de danos estruturais.

A aquisição de sinais em posições específicas (LRs), utilizando o processamento do software BEMCRACKER2D e modelada na interface gráfica BEMLAB2D, evidenciou a importância de selecionar corretamente a localização no modelo. Embora a colocação da linha de referência diretamente sobre a trinca tenha sido mostrada mais eficaz na detecção de danos neste estudo, essa conclusão é limitada a este caso específico, exigindo mais testes para validar sua aplicabilidade em outras situações.

Além disso, para este estudo de vigas, as Linhas de Referência (LRs) compostas por 9 pontos, na posição LR2, apresentaram os mesmos resultados na localização dos danos que a LR2 composta por 19 pontos, ao aplicar as transformadas wavelet e a técnica dos máximos locais. Isso demonstra que, mesmo com uma quantidade menor de pontos, foi possível obter a mesma precisão na detecção de danos, indicando que o uso de LRs com menos pontos pode ser eficiente e economizar recursos computacionais sem comprometer a qualidade, para este estudo.

A aplicação de cargas pontuais e as condições de apoio geraram um pico significativo na frequência dos coeficientes de detalhe, o que pode levar à confusão com a presença de danos, já que o sinal analisado é apenas o da estrutura com danos, sem a referência de uma estrutura intacta. Para diferenciar os efeitos causados pelas condições de contorno e cargas daqueles devidos a danos, uma abordagem promissora é a aplicação dos máximos locais. Neste estudo,

essa técnica demonstrou resultados favoráveis, permitindo isolar os padrões característicos de danos e reduzir a influência das variações estruturais externas, proporcionando uma detecção mais precisa.

Além disso, a análise realizada indicou que, ao decompor o sinal original utilizando a Transformada de Wavelet, a aplicação do máximo absoluto local aos coeficientes de detalhe da primeira decomposição mostrou-se eficaz, neste estudo, para a detecção de danos. Este método elimina a necessidade de aumentar a escala dos coeficientes de detalhe, mantendo o foco na primeira decomposição do sinal. Com isso, há a vantagem de preservar um maior número de amostras, resultando em uma maior resolução dos dados analisados sem perda de informações importantes para a identificação dos danos.

Por fim, este estudo demonstra que o uso das Transformadas Wavelet, em particular a Transformada Wavelet Discreta (DWT), é uma ferramenta eficaz para a detecção de danos, em vigas 2D elásticas com trinca, que foram simuladas numericamente pelo Método dos Elementos de Contorno (MEC). A análise dos coeficientes de detalhe, especialmente quando combinada com a técnica dos máximos locais, mostrou-se eficaz, para este estudo, na identificação de danos estruturais, isolando as variações causadas pelas condições de contorno e carregamentos. No entanto, testes adicionais são necessários para validar a aplicabilidade desta abordagem em diferentes cenários e condições estruturais.

7.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para continuar avançando na detecção de danos estruturais utilizando a Transformada Wavelet e o Método dos Elementos de Contorno, sugerimos as seguintes linhas de investigação futura:

1. **Avaliação da Eficácia do Método por Meio de Testes de Campo:** Realizar a análise das respostas obtidas em ambientes reais, aplicando os métodos desenvolvidos em estruturas de campo para validar a precisão e a eficiência da detecção de danos.
2. **Quantificação da Altura do Dano ou Trinca:** Desenvolver métodos que permitam não apenas a localização do dano, mas também a quantificação de sua extensão, incluindo a altura da trinca.

3. **Avaliação da Letalidade do Dano em Relação à Integridade da Estrutura:** Estudar a influência de diferentes tipos e magnitudes de danos na integridade global da estrutura, avaliando o impacto potencial sobre a segurança e funcionalidade da infraestrutura.
4. **Aquisição de Sinais Estáticos de Estruturas Compostas por Materiais Diversos:** Investigar a interação entre diferentes materiais, como aço e concreto armado, e como essa interação afeta a detecção de danos utilizando os métodos propostos.
5. **Avaliação do Impacto da Aplicação de Carga na Análise Estática:** Submeter a estrutura a diferentes tipos de carregamentos, como cargas distribuídas, para testar a robustez e a sensibilidade dos métodos de detecção de danos.
6. **Investigação de Diferentes Disposições de Dano:** Estudar a detecção de danos em diferentes configurações, como trincas inclinadas, desconexas do contorno, furos e múltiplas trincas, para ampliar a aplicabilidade dos métodos desenvolvidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alavi AH, Hasni H, Lajnef N, Chatti K, Faridazar F. Damage detection using selfpowered wireless sensor data: an evolutionary approach. *Measurement* 2016;82: 254–83.

Alkayem NF, Cao M, Ragulskis M. Damage localization in irregular shape structures using intelligent FE model updating approach with a new hybrid objective function and social swarm algorithm. *Appl Soft Comput* 2019;83:105604.

Alkayem NF, Cao M, Zhang Y, Bayat M, Su Z. Structural damage detection using finite element model updating with evolutionary algorithms: a survey. *Neural Comput Appl* 2018;30(2):389–411.

Andreas U, Baragatti P, Casini P, Iacoviello D. Experimental damage evaluation of open and fatigue cracks of multi-cracked beams by using wavelet transform of static response via image analysis. *Structural Control and Health Monitoring*. 2017; 24(4):e1902. <https://doi.org/10.1002/stc.v24.410.1002/stc.1902>.

A. Portela, M. H. Aliabadi e D. P. Rooke, “Dual boundary element method: effective implementation for crack problems,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 33, pp. 1269-1287, 1992.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (2019) NBR 9452: Inspeção de pontes, viadutos e passarelas de concreto — Pro- cedimento. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2023.

Barbosa, A. R. (2001). Wavelets no intervalo em elementos finitos. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Estruturas, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Bathe, Klaus-Jurgen, 1996. *Finite Element Procedures*, Prentice Hall Inc. 2. ABAQUS Analysis User’s Manual, (V6.6), 2006.

Bayat M, Ahmadi HR, Mahdavi N. Application of power spectral density function for damage diagnosis of bridge piers. *Structural Engineering and Mechanics*. 2019; 71(1):57–63.

B. Dorri, “Solution of inverse heat conduction problems using boundary integral method,” General Electric. CRD Report, 1987.

Bezerra, L. M. (1993). Inverse elastostatics solutions with boundary elements, PhD. Dissertation, Department of Civil Engineering of Carnegie Mellon University, Pittsburgh.

Bezerra L. M., Saigal S.: A boundary element formulation for the Inverse Elastostatics Problem (IESP) of flaw detection. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 36, 1993, pp. 2189-2202.

- Brebbia C. A., J. Dominguez.: Boundary elements an introductory course. WIT Press/Computational Mechanics, 1992.
- Boor, C. (1990). "Spline Toolbox For Use MATLAB".
- C. A. Brebbia, and J. Dominguez, Boundary Elements an Introductory Course. Southampton, UK: WIT Press/Computational Mechanics, 1992.
- C.B Amar, Beta Wavelets, Synthesis and Application to Lossy Image Compression. Advances in Engineering Software, 2005.
- CEB (1990), CEB - FIP Model Code 90 (MC - 90) Design Code. Lausanne, May 1993. 437p. (Bulletin D'Information, 213-214).
- Coraça, E.M.; Ferreira, J.V.; Nóbrega, E.G.O. An Unsupervised Structural Health Monitoring Framework Based on Variational Autoencoders and Hidden Markov Models. Reliab. Eng. Syst. Saf. 2023, 231, 109025. <https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.109025>.
- Damage Models and Algorithms for assessment of structures under operating conditions. Taylor & Francis Group, London, UK, 2009.
- DAUBECHIES, I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets ii. variations on a theme. Journal on Mathematical Analysis, Philadelphia, v. 24, n. 2, p. 499–519, 1993.
- Daubechies, I. (1992), Ten lectures on wavelets, SIAM.
- DELGADO NETO, Á. M. "BEMLAB2D: Interface Gráfica de Modelagem, Visualização e Análise com Elementos de Contorno – Uma Aplicação em Problemas Elastostáticos". Brasília: Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-graduação em Estrutura e Construção Civil, Universidade de Brasília, UnB, 2017. 112 p.
- Dilena M., Morassi A.: Dynamic testing of damaged bridge. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, pp. 1485-1507.
- D. Ribeiroa , R. Santosa , A. Shibasakib , P. Montenegroc , H. Carvalhod , R. Calçada (2020), Remote inspection of RC structures using unmanned aerial vehicles and heuristic image processing, journal homepage: www.elsevier.com/locate/engfailanal, <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104813>.
- Doebbling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B., Shevitz, D.W.(1996). Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review, Los Alamos National Laboratory report no. LA-13070-MS.
- Fallahian, M.; Ahmadi, E.; Khoshnoudian, F. A Structural Damage Detection Algorithm Based on Discrete Wavelet Transform and Ensemble Pattern Recognition Models. J. Civ. Struct. Health Monit. 2022, 12, 323–338. 35.
- Estrada, R. S. (2008), Damage detection methods in bridges trough vibration monitoring: evaluation and application. Doctoral Thesis, University of Minh.
- Estrada, E. S.: Damage detection methods in bridges trough vibration monitoring: evaluation and application. PhD Thesis University of Minho, 298p. 2008, (in Portuguese).
- Gill P.E., Murray W. Write M.H.: Pratical optimization. London, Academic Press, 1982.

GROSSMANN, A.; MORLET, J. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, v. 15, n. 4, p. 723-736, 1984.

GOMES, G. “Aplicação dos métodos de elementos de contorno e reciprocidade dual em problemas de plasticidade 2D orientada a objeto”. Brasília - DF: Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-graduação em Estrutura e Construção Civil, Universidade de Brasília, UnB, 2006. 168 p.

GOMES, G.; DELGADO NETO, Á. M.; WROBEL, L. C. "Modelagem e visualização de trincas 2D usando equação integral de contorno dual". XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, Brasília, v. 37, 2016.

Hasni H, Jiao P, Lajnef N, Alavi AH. Damage localization and quantification in gusset plates: A battery-free sensing approach. *Structural Control and Health Monitoring*. 2018;25(6):e2158. <https://doi.org/10.1002/stc.v25.610.1002/stc.2158>.

Helene, P. R. L.; Pereira, F. (2007). *Rehabilitación y mantenimiento de estructuras de concreto*. São Paulo: Cargraphics, 598p.

H. S. Quadros, J. D. Bersch, L. Pelizzoli, M. M. L. Klein, F. R. C. Ribeiro A. G. Graef · L. C. P. da S. Filho, Evolution of bridges’ pathological manifestations for a period of six years: a case study in Rio Grande do Sul – Brazil, Received: 30 March 2023 / Revised: 23 May 2023 / Accepted: 6 June 2023, *Journal of Building Pathology and Rehabilitation*, <https://doi.org/10.1007/s41024-023-00325-y>.

Huang Yi., Meyer D., Nemat N. S. (2009). Damage detection with spatially distributed 2D continuous wavelet transform. *Mechanics of Materials*, 41,1096-1107

Jha MK, Head M, Gar SP. In: *Metaheuristic Applications in Structures and Infrastructures*. Elsevier; 2013. p. 539–56. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-398364-0.00023-1>.

J.R. Casas, J.J. Moughty, Bridge damage detection based on vibration data: past and new developments, *Front. Built Environ*. 3 (2017) 4, <http://dx.doi.org/10.3389/fbuil.2017.00004>.

J. Vercher, J. G. Borràs, C. Lerma, Enrique Gil, Á. Mas, State of Preservation and Intervention Proposal in a Modern Architecture Building: The Auditorium of the Labor University of Cheste, Spain, *American Society of Civil Engineers*, 09/11/2023, <https://doi.org/10.1061/JPCFEV.CFENG-4417>.

Kamariotis, A.; Chatzi, E.; Straub, D. A Framework for Quantifying the Value of Vibration-Based Structural Health Monitoring. *Mech. Syst. Signal Process*. 2023, 184, 109708.

Karageorghis A., Lesnic D., Marin L.: A moving pseudo-boundary method of fundamental solutions for void detection. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, Vol. 29, 2012, pp.935-960.

Kaur, K.; Alamdari, M.M.; Chang, K.C.; Kim, C.W.; Atroshchenko, E. Damage Detection and Localization for Indirect Bridge Monitoring Exploiting Adversarial Autoencoder and Wavelet Transform. In *Lecture Notes in Civil Engineering*; Springer International Publishing: Cham, Switzerland, 2023; Volume 253 LNCE, pp. 657–667. ISBN 9783031072536. 36.

KATAM, R.; PASUPULETI, V. D.; KALAPATAPU, P. A review on structural health monitoring: past to present. *Innovative Infrastructures Solutions*, v. 8, p. 248, 2023.

- Kim BS, Lee SH, Lee MG, Ni J, Song JY, Lee CW. A comparative study on damage detection in speed-up and coast-down process of grinding spindle-typed rotorbearing system. *J Mater Process Technol* 2007;187-188:30–6.
- Li, X., et al. (2019). "Damage Detection of Steel Beams Using Wavelet Transform and Extreme Learning Machine." *Sensors*, 19(14), 3132.
- L. M. Bezerra, and S. Saigal, "A boundary element formulation for the Inverse Elastostatics Problem (IESP) of flaw detection," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 36, no. 13, pp. 2189–2202, 1993. DOI: 10.1002/nme.1620361304. 24.
- Loureiro, P. L. M. (2004). Modelagem acústica no domínio da transformada wavelet.
- Lucà, F.; Manzoni, S.; Cigada, A.; Frate, L. A Vibration-Based Approach for Health Monitoring of Tie-Rods under Uncertain Environmental Conditions. *Mech. Syst. Signal Process.* 2022, 167, 108547. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.108547>.
- Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro PUC-Rio. Rio de Janeiro, RJ, 74p.
- Mallat, S.: A Theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Trans. Pattern Anal and Machine Intell*, 1989, pp. 674-693.
- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., Poggi, J. M. (2002). Wavelet toolbox. Math Works. Inc., Natick, Massachusetts.
- M.H. Rafiei, H. Adeli, A novel machine learning-based algorithm to detect damage in high-rise building structures, *Struct. Des. Tall Spec. Build.* 26 (18) (2017) e1400, <http://dx.doi.org/10.1002/tal.1400>.
- MORLET, J. et al. Wave propagation and sampling theory — Part I: complex signal and scattering in multilayered media. *Geophysics*, v. 47, n. 2, p. 203-221, 1982.
- MOURA, D. C. (2019). Caminho de Propagação de Trinca: Modelagem Automática e Comparação de Diferentes Critérios com o Programa BemCracker2D. Dissertação de Mestrado, Publicação E.DM 19A/2019, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, UnB – DF, 129p.
- Nepomuceno, A. A., Teatini, J. C.(2009). Notas de aula da disciplina de Patologia, Recuperação e Manutenção de Estruturas da Universidade de Brasília.
- Newland, D. E.: *Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis*. 3rd ed. Longman, Harlow and John Wiley. New York. 1993.
- Newland, D. E.: Wavelet Analysis of Vibration, Part I: Theory. *Journal of Vibration and Acoustics*. Vol. 116, pp. 409-416.
- Ovanesova, A. V., (2000). Applications of wavelets to crack detection in frame structures. Tese de Doutorado da Universidade do Porto Rico, 235p
- Ovanesova, A. V., Suárez L. E.(2004). "Applications of wavelet transforms to damage detection in frame structures." *Journal Engineering Structures*, Volume 26, Pages 39-49.

- PALECHOR, E. U. L. (2013). Identificação de Danos em Vigas Metálicas Utilizando Wavelets e Dados Numéricos e Experimentais. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.DM-018A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 299p.
- Palechor, E. U. L. et al. (2022) ‘Fundamental Concepts on Wavelet Transforms’, in
- PALECHOR, E. U. L. (2018). Método de Identificação de danos em Estruturas, Baseado na Variação da Frequência Natural Causada pela Aplicação de uma Massa Móvel Adicional. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.TD001A/18, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 456p.
- P.K. Umesh,* R. Ravichandran & K. Sivasubramanian. Structural Engineering Research Centre, Council of Scientific and Industrial Research, Chennai 600113, India.
- Pnevmatikos NG, Gantes CJ. Design and control algorithm for structures equipped with active variable stiffness devices. *Structural Control and Health Monitoring*. 2010;17(6):591–613.
- Pradeep, P.A.; Thankachan, P.; Pillai, T.M.M. Vibration-Based Damage Detection on Plate Structure Using Wavelet Transform Method. In *Structural Integrity*; Springer International Publishing: Cham, Switzerland, 2023; Volume 26, pp. 477–487.
- Polikar, R., (1994). Wavelet tutorial, Ames, IA.
- Qiao L, Esmaily A, Melhem HG. Signal pattern recognition for damage diagnosis in structures. *Comput-Aided Civ Infrastruct Eng* 2012;27(9):699–710.
- Ramos, L.F.(2007). Damage identification on masonry structures based on vibration signatures, PhD dissertation, University of Minho, Guimarães, Portugal.
- Reed H. M.: Stochastic & deterministic inverse problem solutions for structural damage condition assessment in a multi-physics context. PhD Thesis, Cornell University, 2014.
- RUSKAI, M. B. et al. Wavelets and their Applications. [S.l.]: Jones and Bartlett, 1992.
- Rytter, A.(1993). Vibration based inspection of civil engineering structures, Ph.D. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark.
- Sarmadi, H.; Entezami, A.; De Michele, C. Probabilistic Data Self-Clustering Based on Semi-Parametric Extreme Value Theory for Structural Health Monitoring. *Mech. Syst. Signal Process*. 2023, 187, 109976. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2022.109976>.
- Serra M, Festa G, Vassallo M, Zollo A, Quattrone A, Ceravolo R. Damage detection in elastic properties of masonry bridges using coda wave interferometry. *Structural Control and Health Monitoring*. 2017;24(10):e1976. <https://doi.org/10.1002/stc.v24.1010.1002/stc.1976>.
- SILVA, Ramon S. Y. R. C., BEZERRA, Luciano M., PEÑA, Luiz A. P., GOMES, Gilberto & DA SILVA, Welington V. “Boundary element and wavelet transform methods for damage detection in 2D structures”. *INTERNATIONAL JOURNAL FOR COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING SCIENCE AND MECHANICS* 2019, VOL. 20, NO. 3, 242–255.
- Silva, R. S. Y. C., Bezerra, L. M., Brito, M. A. N. (2010). Determinação de danos em vigas usando transformada de wavelet. In: 31º Congresso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia, CILAMCE, 2010.Buenos Aires.Argentina.

SILVA, R. S. Y. R. C. (2015). Monitoramento e Identificação Numérico e Experimental de Danos em Vigas e Pontes de Aço e Concreto Utilizando Transformadas de Wavelet. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.TD-001A/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 237p.

Simulia, 2011. ABAQUS user's manual. Version 6.7.

Shafigh A, Ahmadi HR, Bayat M. Seismic investigation of cyclic pushover method for regular reinforced concrete bridge. *Structural Engineering and Mechanics*. 2021;78(1):41.

Sohn, H., Farrar, C.R., Hemez, F.M., Shunk, D.D., Stinemates, D.W., Nadler, B.R.(2003). A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996-2001, Los Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS.

S. Oliveira, A. Alegre, Seismic and structural health monitoring of cabril dam. *Software development for informed management, J. Civ. Struct. Health Monit.* 10 (5) (2020) 913–925, <http://dx.doi.org/10.1007/s13349-020-00425-0>.

Surace, C., Ruotolo, R. (1994). Crack detection of a beam using the wavelet transform. In: *Proceedings of the 01th International Modal Analysis Conference*, Honolulu, 1141- 1147.

T. Wang, Q. Han, F. Chu, Z. Feng, Vibration based condition monitoring and fault diagnosis of wind turbine planetary gearbox: A review, *Mech. Syst. Signal Process.* 126 (2019) 662–685, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2019.02.051>.

V. Giurgiutiu, 17 - Structural health monitoring (SHM) of aerospace composites, in: P. Irving, C. Soutis (Eds.), *Polymer Composites in the Aerospace Industry*, second ed., in: Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering, Woodhead Publishing, 2020, pp. 491–558, <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-08-102679-3.00017-4>.

V. Gupta, R.B. Pachori, FBDM based time-frequency representation for sleep stages classification using EEG signals, *Biomed. Signal Proces.* 64 (2021), 102265.

Wang H, Chen P. Fuzzy diagnosis method for rotating machinery in variable rotating speed. *IEEE Sens J* 2011;11(1):23–34.

Wang Q., Deng X.: Damage detection with spatial wavelets. *International Journal of Solids and Structures* 36, 1999, pp. 3443-3468.

Weeks, M. (2012). “Processamento digital de sinais utilizando Matlab e wavelets”.

APÊNDICE – A1

Tabela 1, com os deslocamentos em cada nó da viga “engastada – livre”.

NODE	DX	DY	NOD		
			E	DX	DY
1	0	-0,0002844	2	-0,0003909	-0,0002361
3	-0,0005903	-0,0005169	4	-0,0007254	-0,0008594
5	-0,0008551	-0,0012665	6	-0,0009771	-0,0017365
7	-0,0010918	-0,0022657	8	-0,0011984	-0,0028503
9	-0,0012976	-0,0034865	10	-0,0013887	-0,0041703
11	-0,0014723	-0,0048979	12	-0,0015477	-0,0056652
13	-0,0016156	-0,0064684	14	-0,0016752	-0,0073036
15	-0,0017273	-0,0081667	16	-0,0017711	-0,0090539
17	-0,0018072	-0,0099613	18	-0,0018343	-0,0108849
19	-0,0018522	-0,0118198	20	-0,001859	-0,0127584
21	-0,0018595	-0,0136933	22	-0,0014865	-0,0136931
23	-0,0011143	-0,0136931	24	-0,0007433	-0,0136941
25	-0,000373	-0,0136967	26	-2,82E-06	-0,0137017
27	0,00036832	-0,0137093	28	0,00074162	-0,0137206
29	0,00111913	-0,0137358	30	0,00150426	-0,0137569
31	0,00190435	-0,0137831	32	0,0018832	-0,0127727
33	0,00185864	-0,0118161	34	0,00183555	-0,0108826
35	0,00180714	-0,0099603	36	0,00177091	-0,0090536
37	0,00172721	-0,0081666	38	0,00167517	-0,0073036
39	0,00161557	-0,0064685	40	0,00154768	-0,0056652
41	0,00147229	-0,0048979	42	0,00138867	-0,0041703
43	0,0012976	-0,0034865	44	0,00119836	-0,0028503
45	0,00109175	-0,0022657	46	0,00097708	-0,0017365
47	0,00085511	-0,0012665	48	0,00072544	-0,0008594
49	0,0005903	-0,0005169	50	0,00039091	-0,0002361
51	0	-0,0002844	52	0,00023693	-0,0002162
53	0,00027526	-0,0001227	54	0,00020413	-0,0000648
55	0,00011093	-2,465E-05	56	0	0
57	-0,0001109	-2,465E-05	58	-0,0002041	-0,0000648
59	-0,0002753	-0,0001227	60	-0,0002369	-0,0002162

Tabela 2, com os deslocamentos em cada nó da viga “engastada – livre” do software CYPE 3D®.

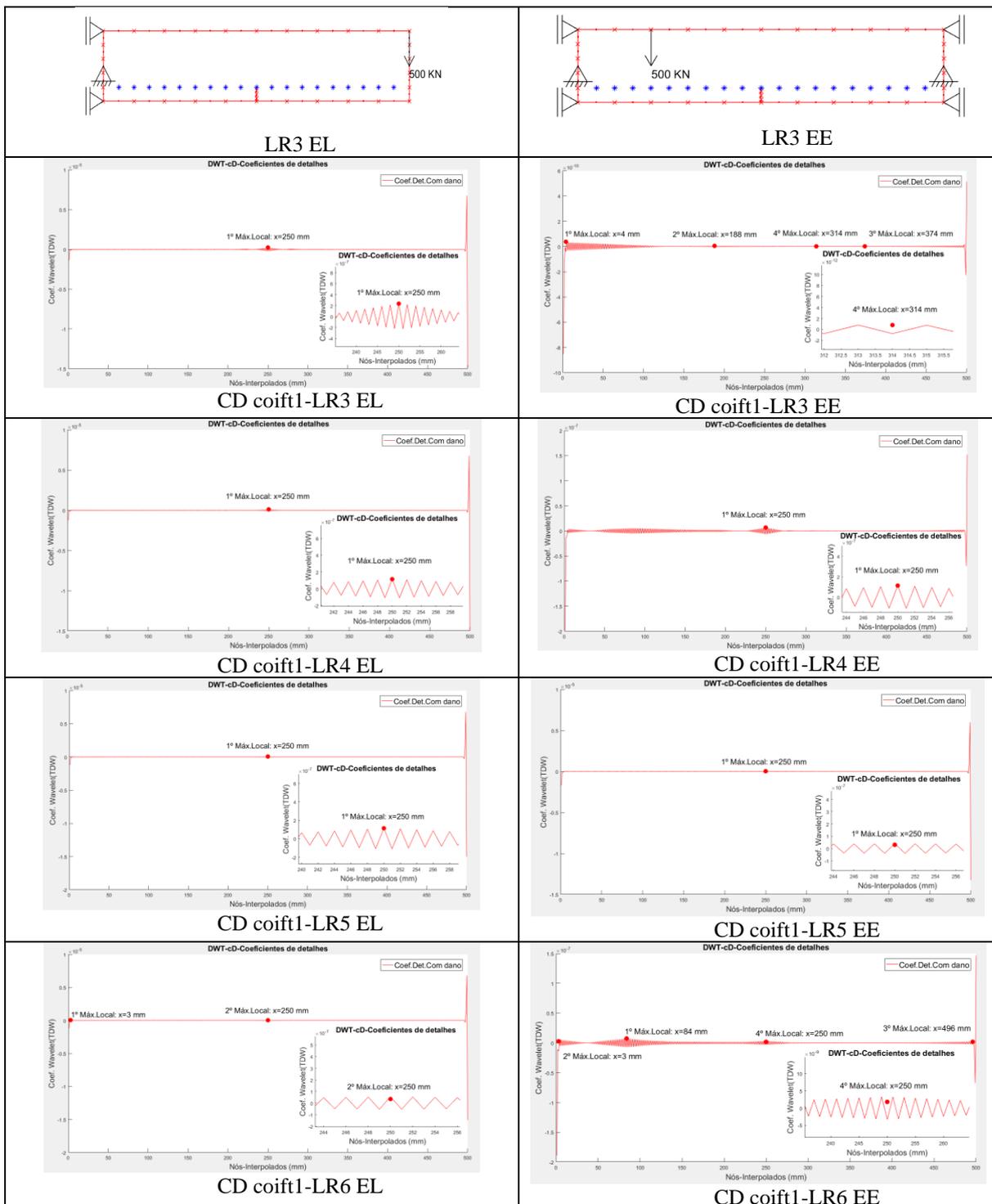
Tabela 2 – Deslocamento por nó viga engastada “engastada-livre”, CYPE3D.	
Deslocamentos dos nós	
Referência	DZ (mm)
N1	0.000
N6	-0.316
N7	-0.988
N8	-1.931
N9	-3.116
N10	-4.509
N11	-6.076
N12	-7.781
N13	-9.591
N14	-11.469
N4	-13.364
N15	-13.366
N16	-13.373
N17	-13.384
N18	-13.409
N3	-13.457
N27	-11.466
N26	-9.588
N25	-7.780
N24	-6.074
N23	-4.508
N22	-3.115
N21	-1.930
N20	-0.987
N19	-0.315
N2	0.000
N28	0.040
N29	0.026
N5	0.000
N30	0.026
N31	0.040

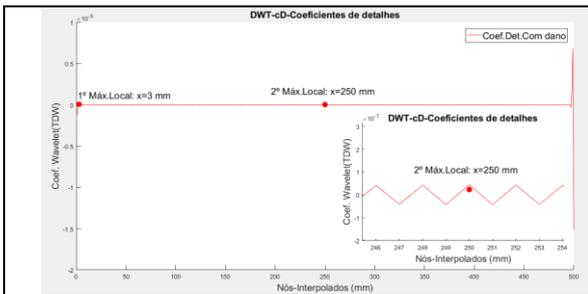
Tabela 3, com os deslocamentos em cada nó da viga “engastada – livre” do software ABAQUS.

Tabela 3 – Deslocamento por nó viga engastada “engastada-livre”, ABAQUS.	
Distância (mm)	Deslocamento U2 (m)
0	-1,62918E-34
50	-0,000265793
100	-0,000835958
150	-0,001715067
200	-0,002850666
250	-0,004261672
300	-0,005878803
350	-0,00757926
400	-0,009351846
450	-0,011385856
500	-0,013645993

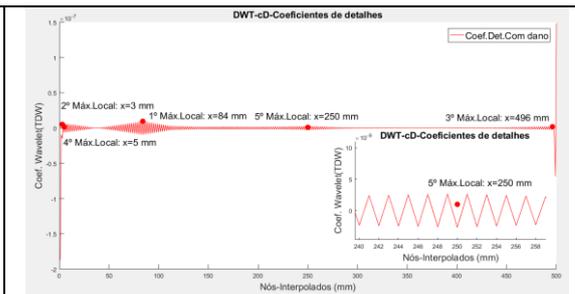
APÊNDICE – A2

Engastada-livre (EL) e Engastada-engastada (EE) com 19 pontos. Todas as discretizações têm a mesma configuração, variando apenas a posição da LR.

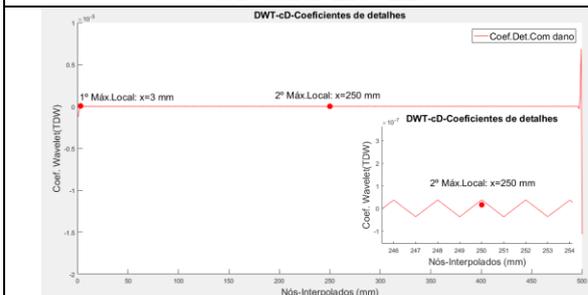




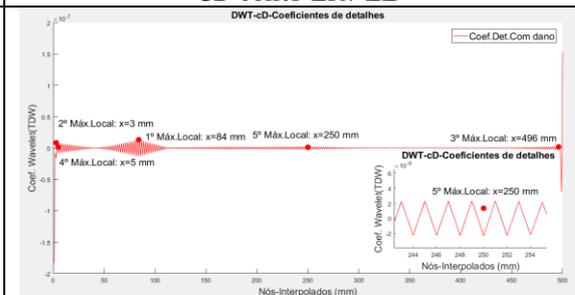
CD coift1-LR7 EL



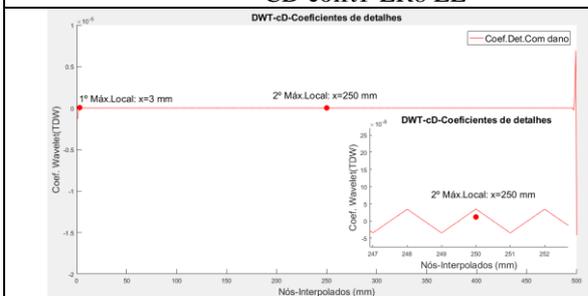
CD coift1-LR7 EE



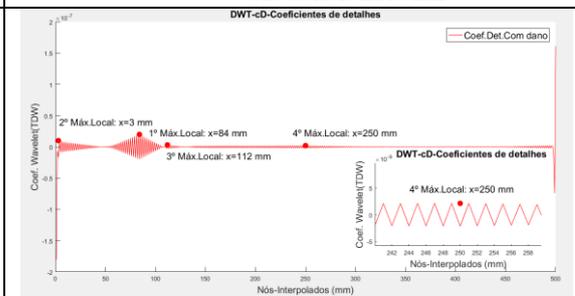
CD coift1-LR8 EL



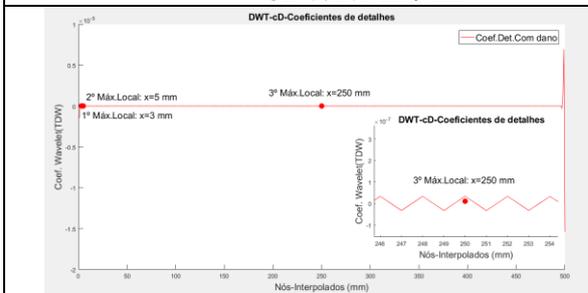
CD coift1-LR8 EE



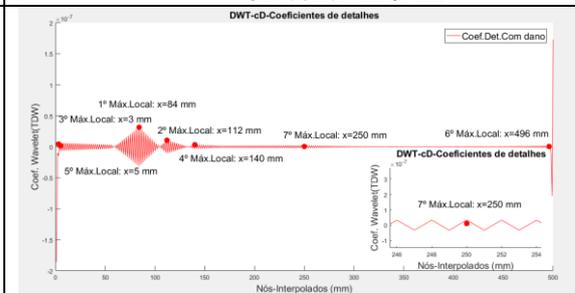
CD coift1-LR9 EL



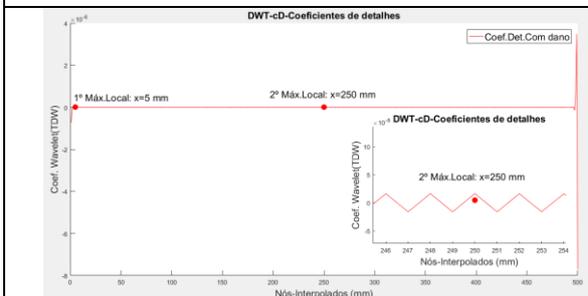
CD coift1-LR9 EE



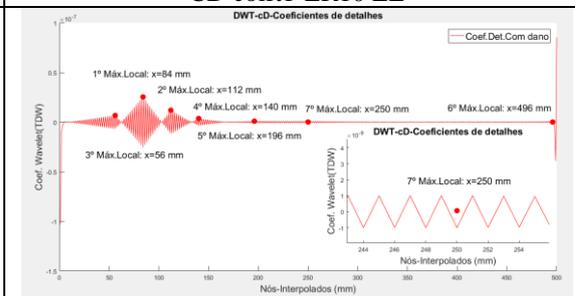
CD coift1-LR10 EL



CD coift1-LR10 EE



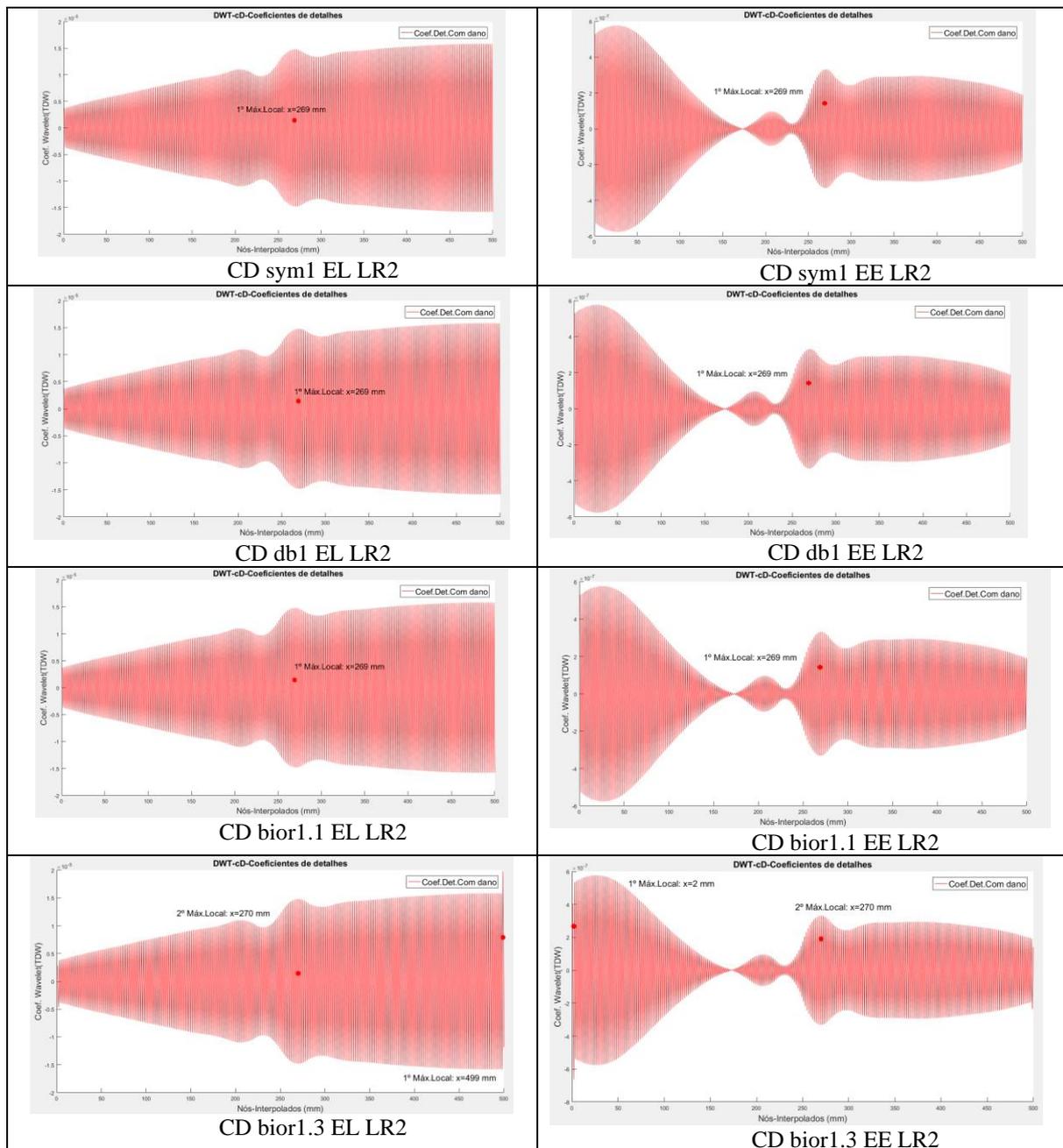
CD coift1-LR11 EL

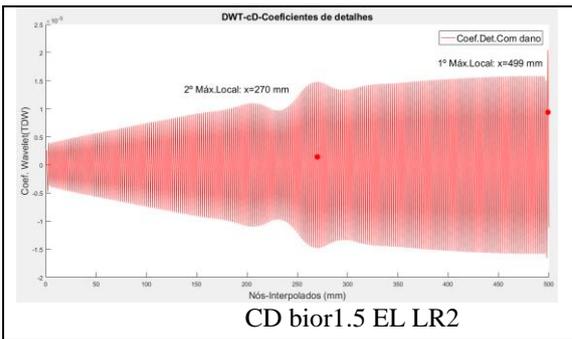


CD coift1-LR11 EE

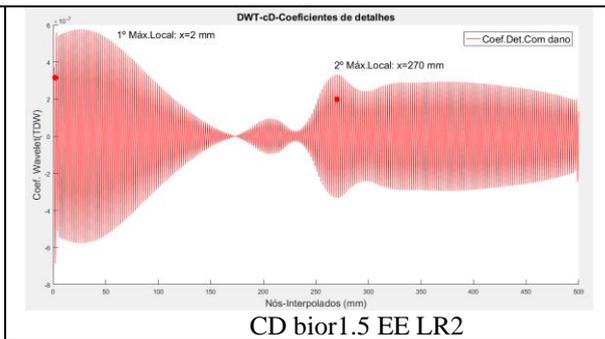
APÊNDICE – A3

Engastada-livre (EL) e Engastada-engastada (EE) para os Coeficientes de Detalhes das famílias wavelets symN, dbN e bior Nr.Nd, com NrN=1 e Nd=3, Nd=5 na LR2 com 19 pontos.



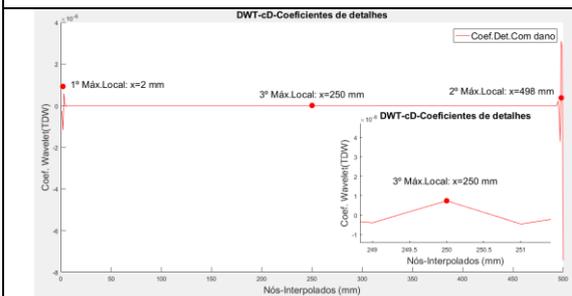


CD bior1.5 EL LR2

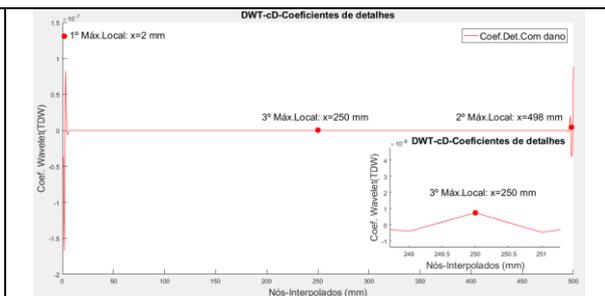


CD bior1.5 EE LR2

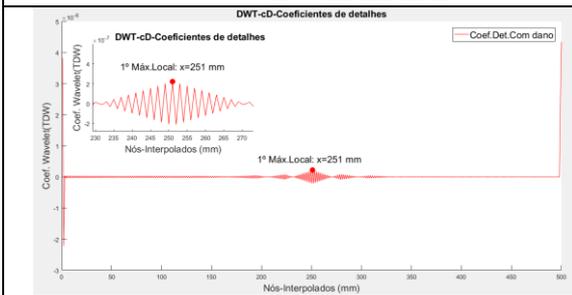
Continuando para valores de $N=N_r=N_d=2$, $N_d=4$, $N_d=6$ e $N_d=8$



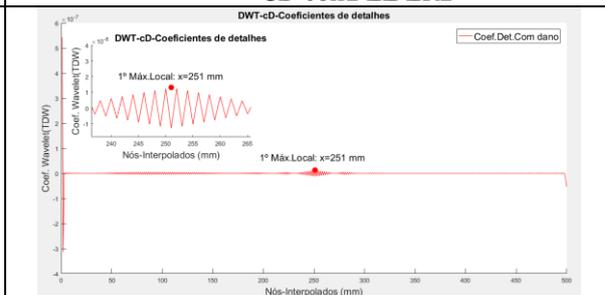
CD coif2 EL LR2



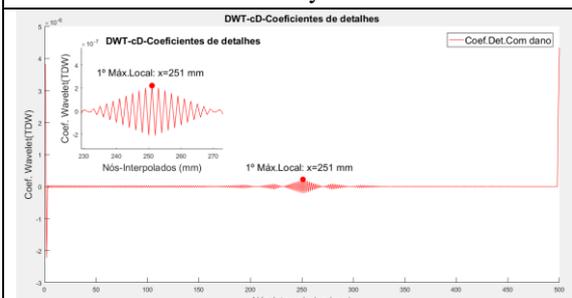
CD coif2 EE LR2



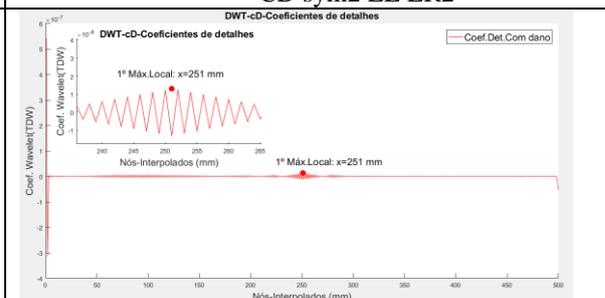
CD sym2 EL LR2



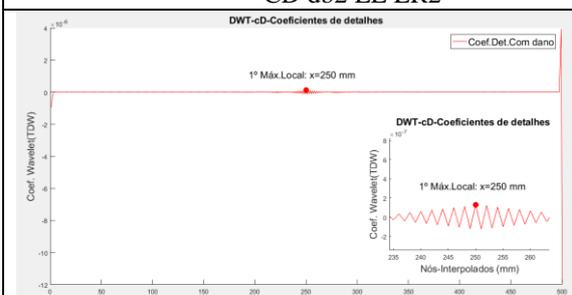
CD sym2 EE LR2



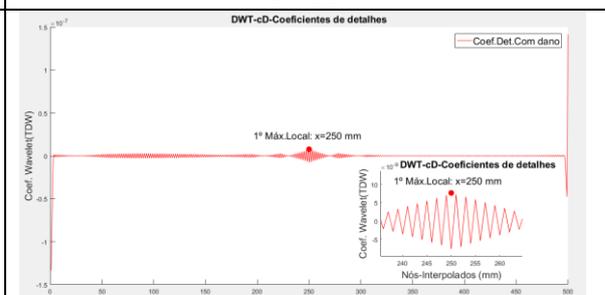
CD db2 EL LR2



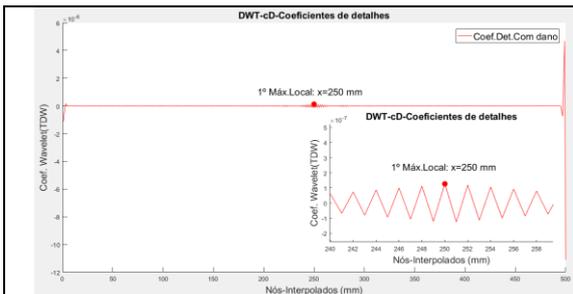
CD db2 EE LR2



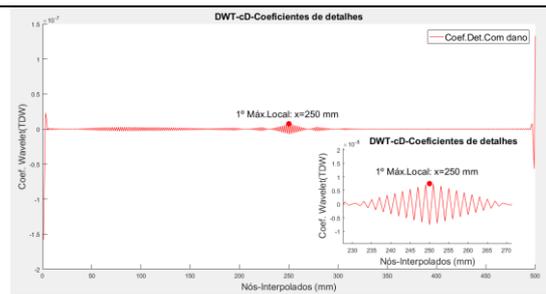
CD bior2.2 EL LR2



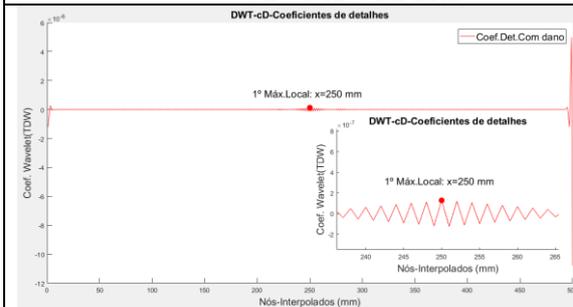
CD bior2.2 EE LR2



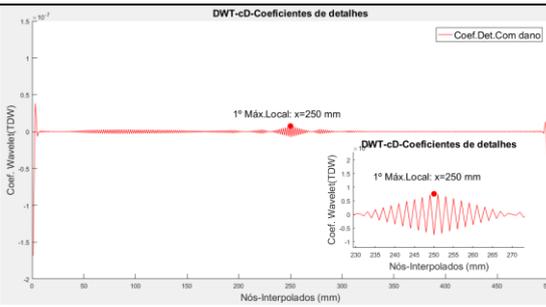
CD bior2.4 EL LR2



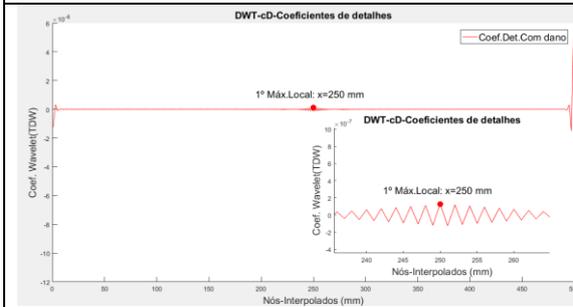
CD bior2.4 EE LR2



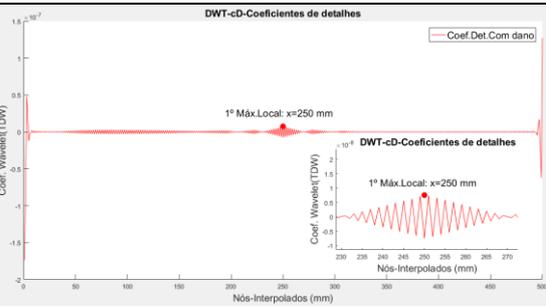
CD bior2.6 EL LR2



CD bior2.6 EE LR2

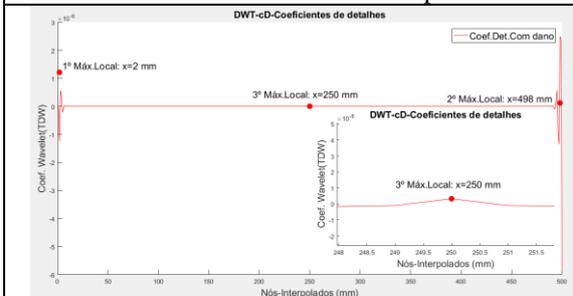


CD bior2.8 EL LR2

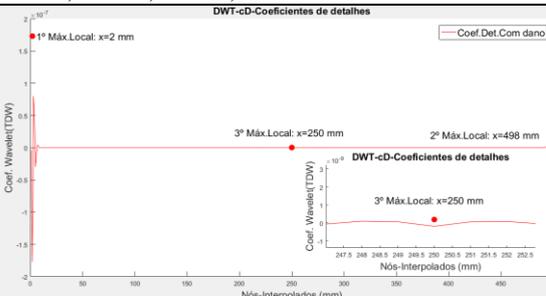


CD bior2.8 EE LR2

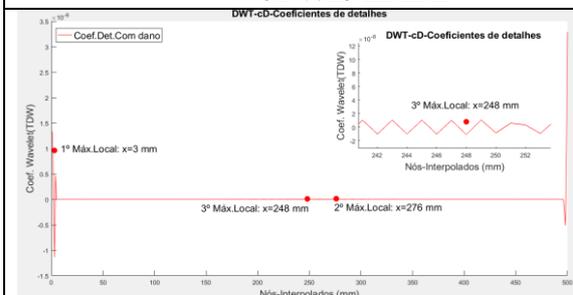
Continuando para valores $N=N_r=N_d=3$, $N_d=1$, $N_d=5$, $N_d=7$ e $N_d=9$



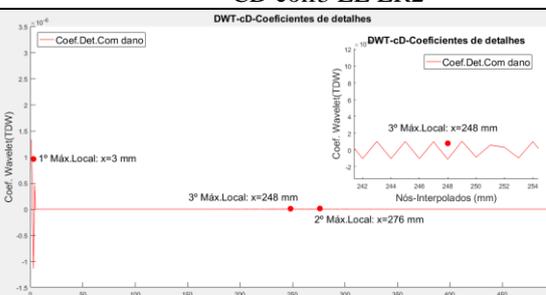
CD coif3 EL LR2



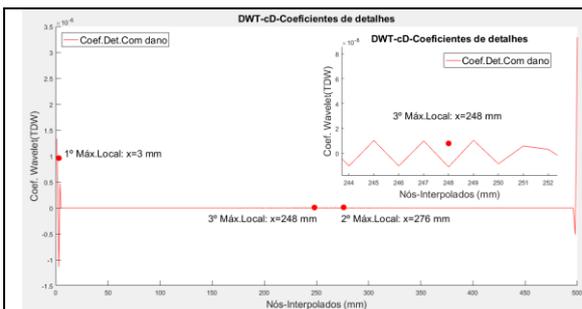
CD coif3 EE LR2



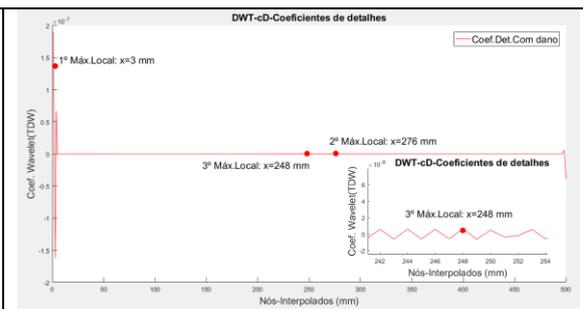
CD sym3 EL LR2



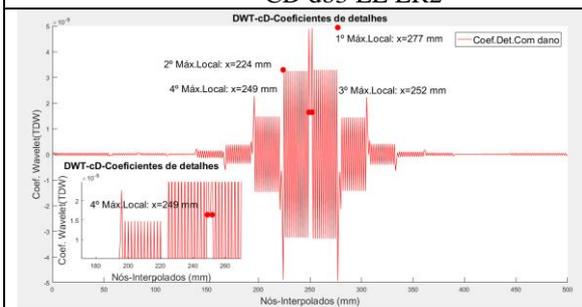
CD sym3 EE LR2



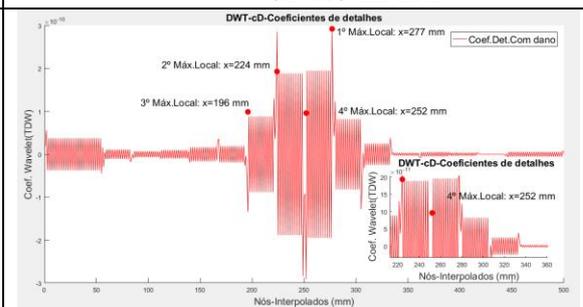
CD db3 EL LR2



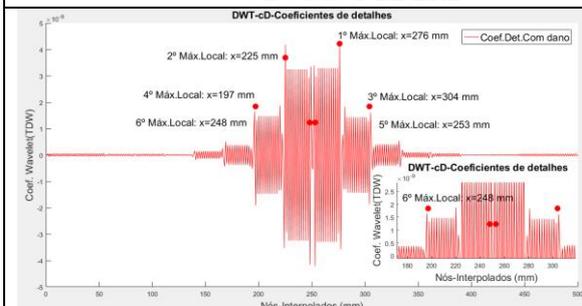
CD db3 EE LR2



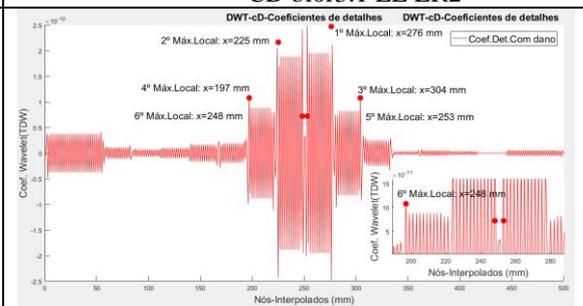
CD bior3.1 EL LR2



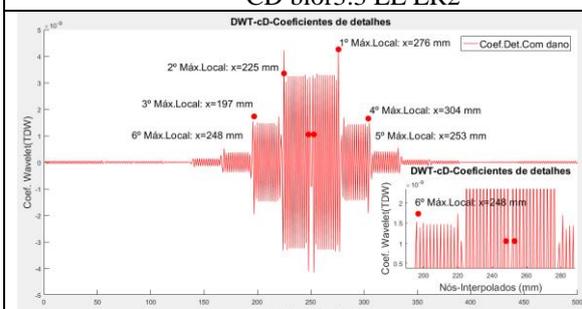
CD bior3.1 EE LR2



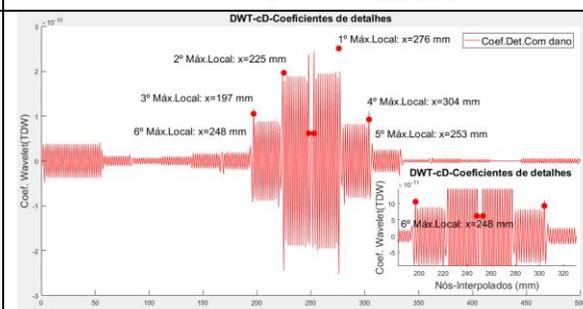
CD bior3.3 EL LR2



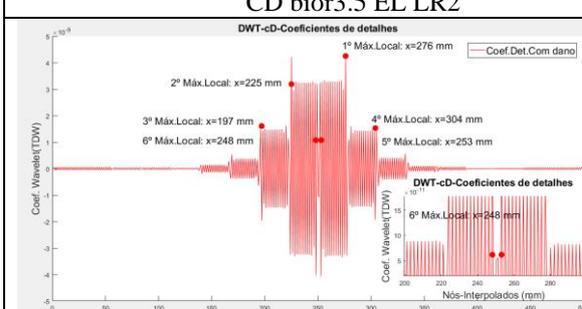
CD bior3.3 EE LR2



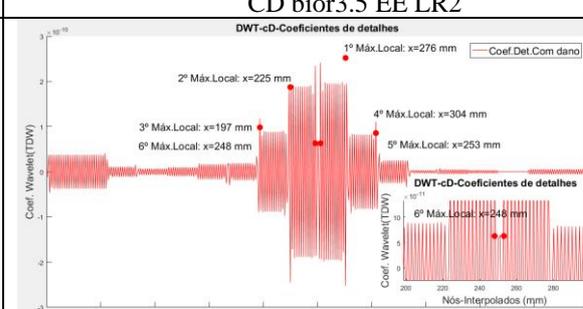
CD bior3.5 EL LR2



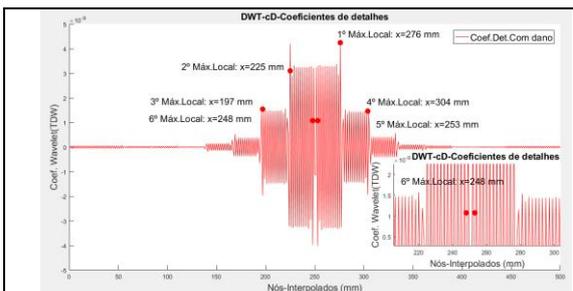
CD bior3.5 EE LR2



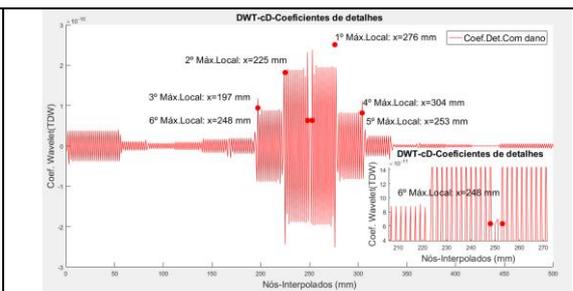
CD bior3.7 EL LR2



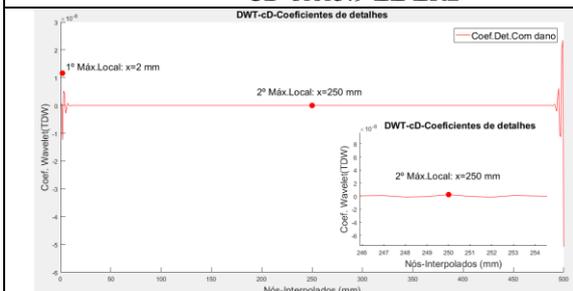
CD bior3.7 EE LR2



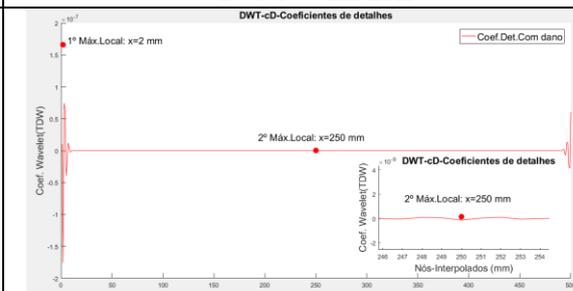
CD bior3.9 EL LR2



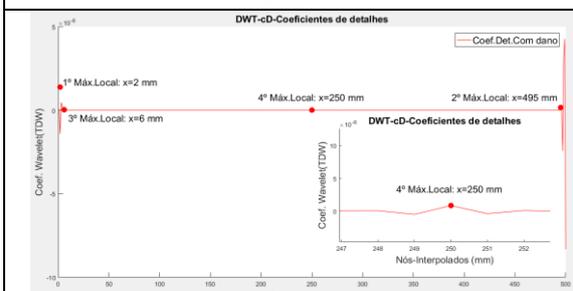
CD bior3.9 EE LR2



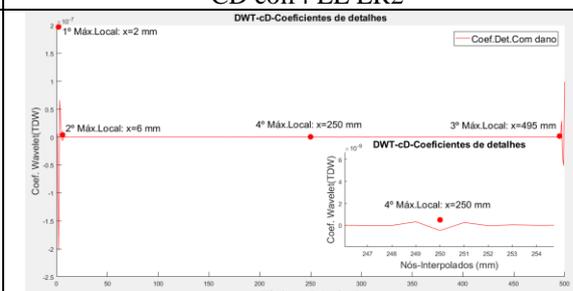
CD coif4 EL LR2



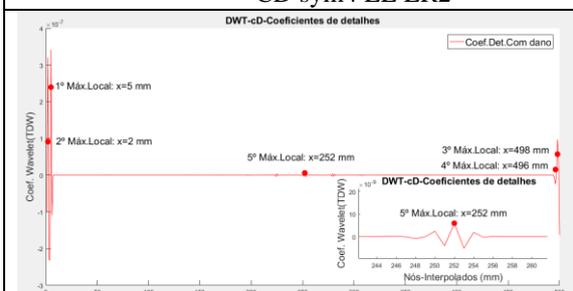
CD coif4 EE LR2



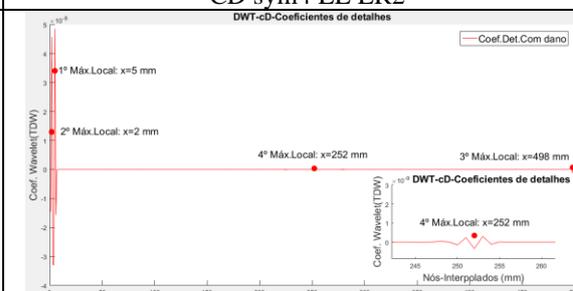
CD sym4 EL LR2



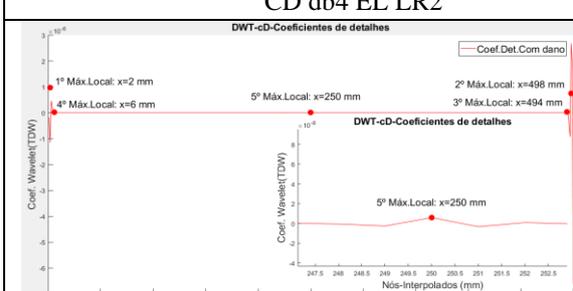
CD sym4 EE LR2



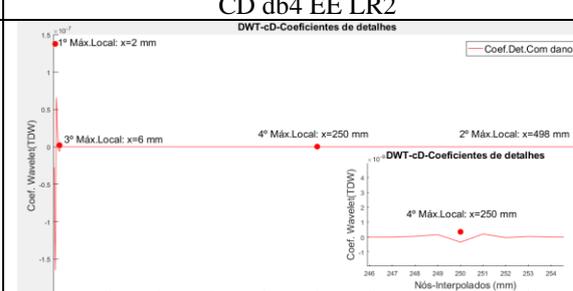
CD db4 EL LR2



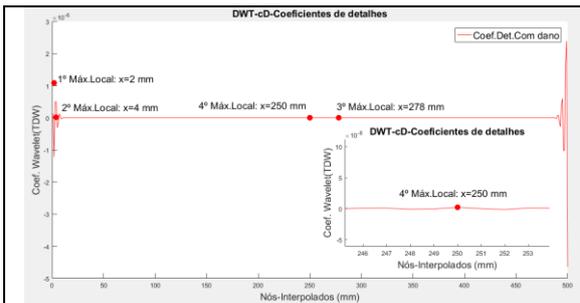
CD db4 EE LR2



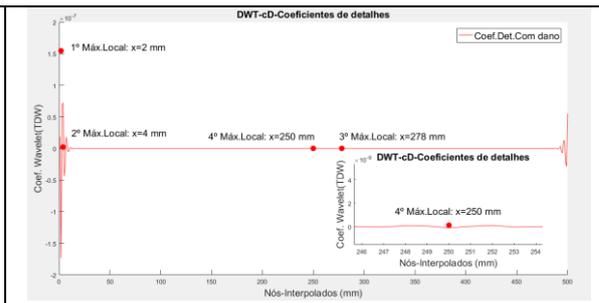
CD bior4.4 EL LR2



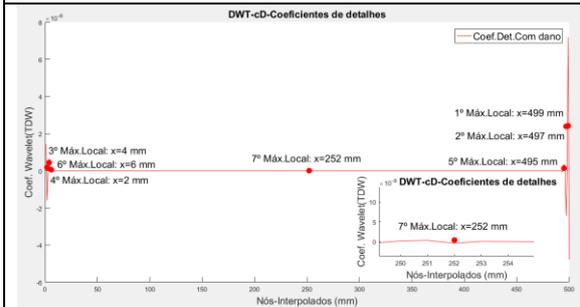
CD bior4.4 EE LR2



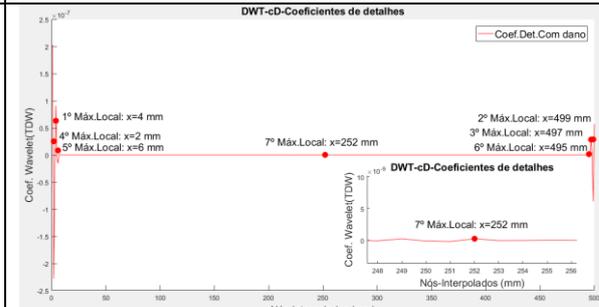
CD coif5 EL LR2



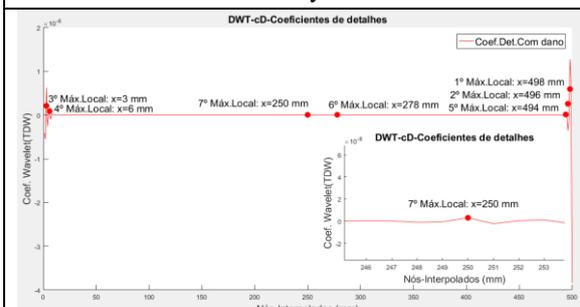
CD coif5 EE LR2



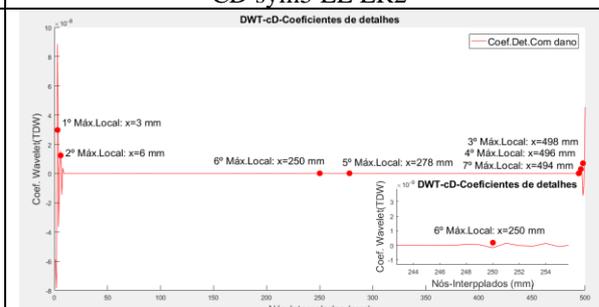
CD sym5 EL LR2



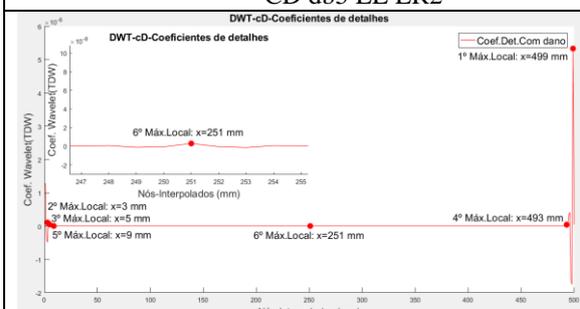
CD sym5 EE LR2



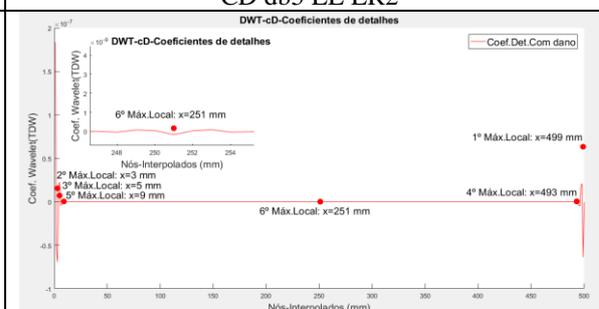
CD db5 EL LR2



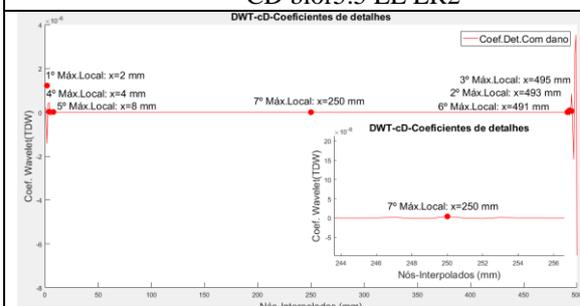
CD db5 EE LR2



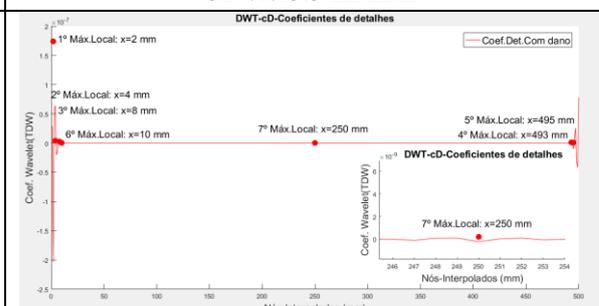
CD bior5.5 EL LR2



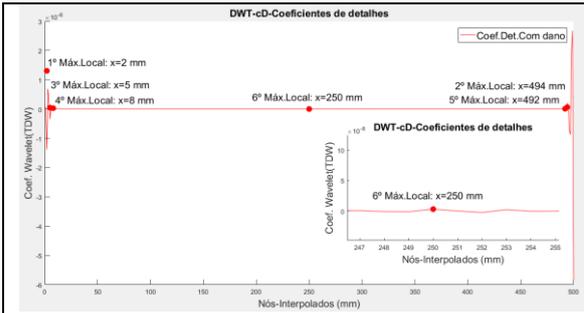
CD bior5.5 EE LR2



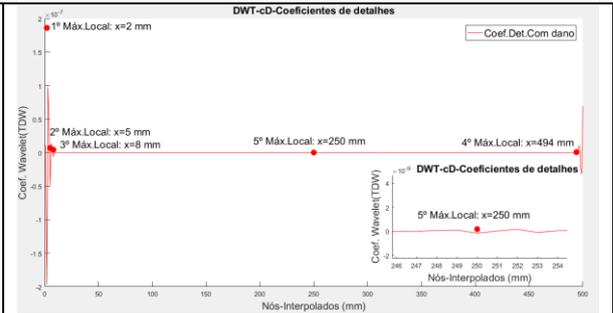
CD sym6 EL LR2



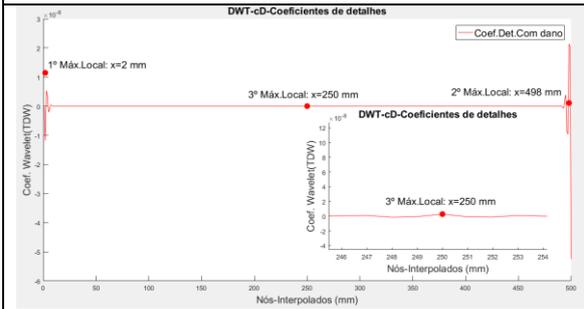
CD sym6 EE LR2



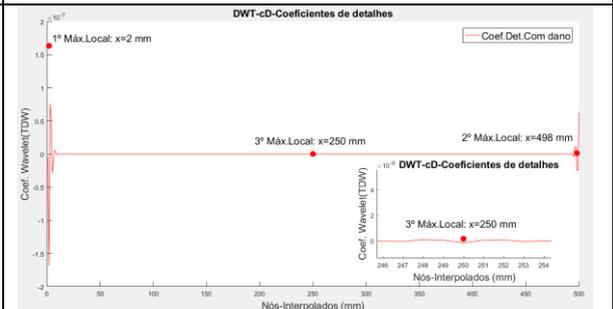
CD db6 EL LR2



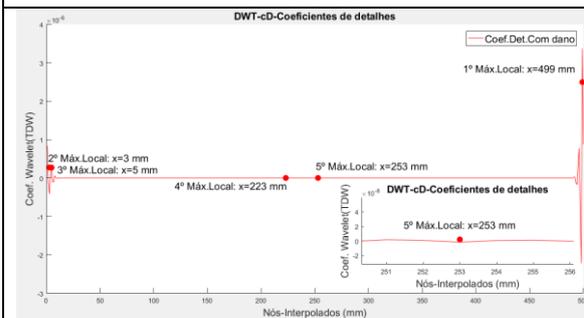
CD db6 EE LR2



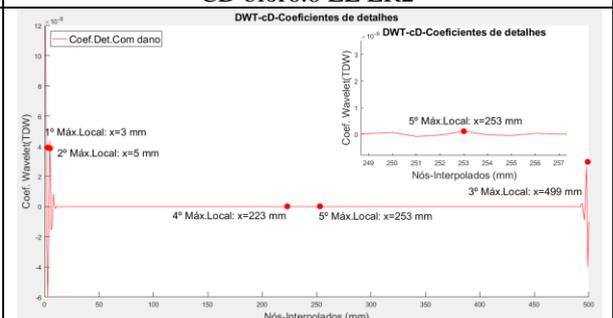
CD bior6.8 EL LR2



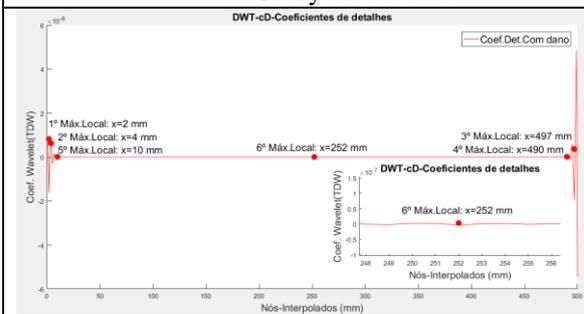
CD bior6.8 EE LR2



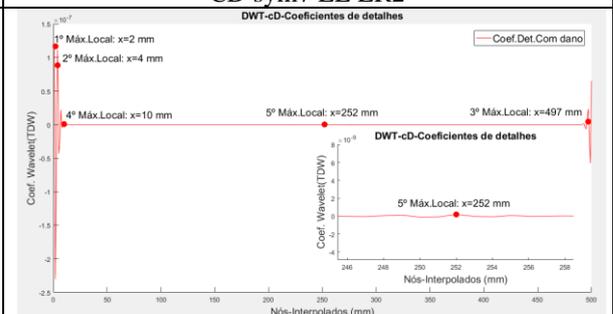
CD sym7 EL LR2



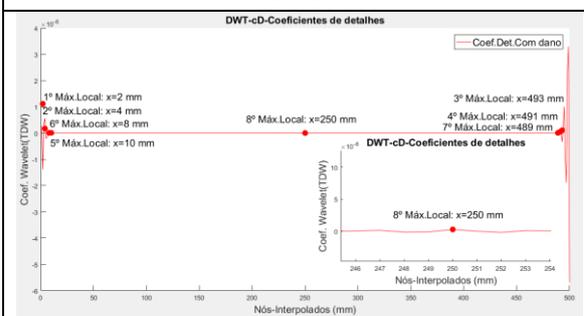
CD sym7 EE LR2



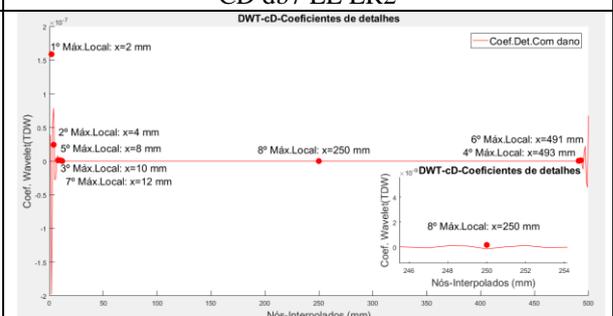
CD db7 EL LR2



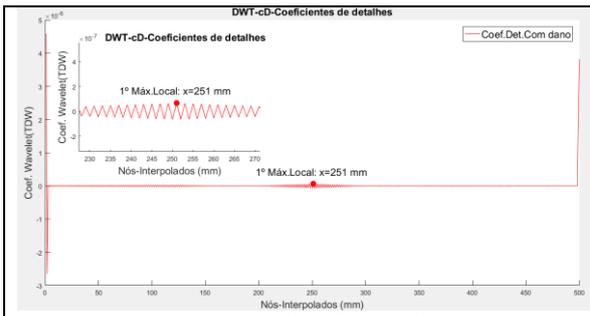
CD db7 EE LR2



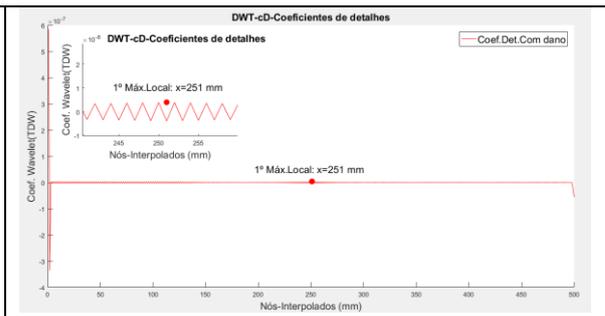
CD sym8 EL LR2



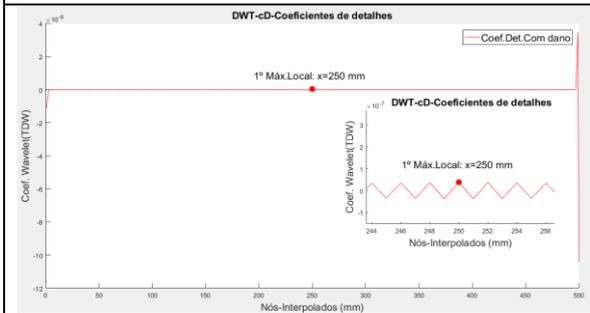
CD sym8 EE LR2



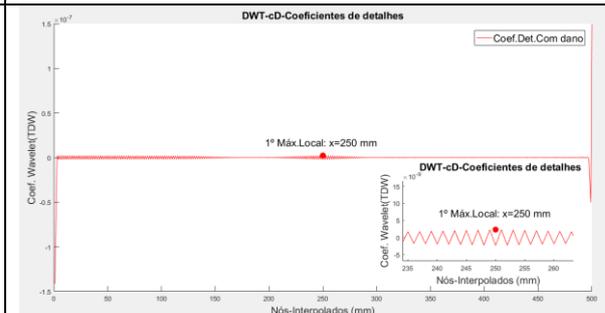
CD db2 EL LR2



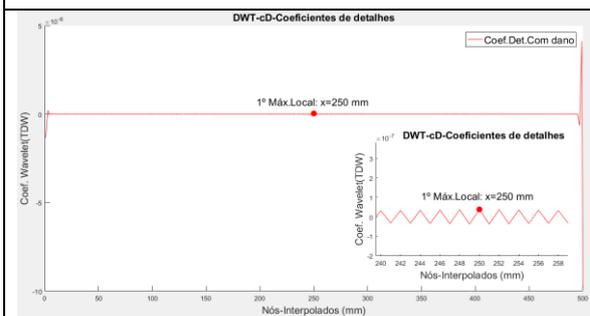
CD db2 EE LR2



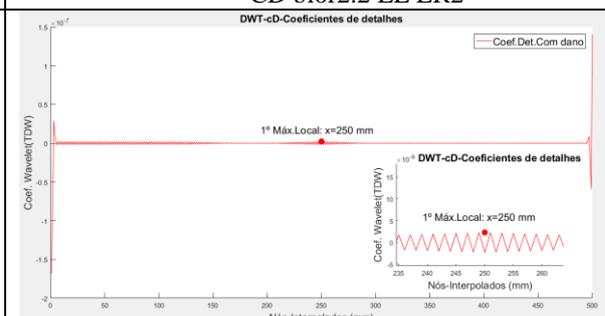
CD bior2.2 EL LR2



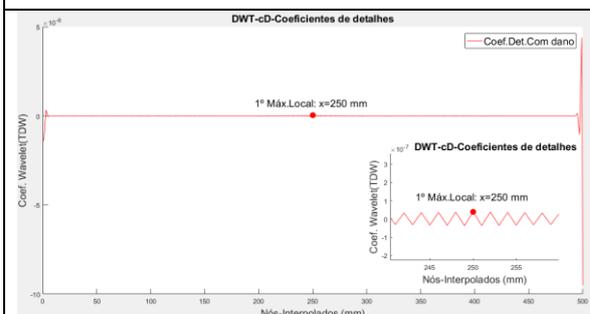
CD bior2.2 EE LR2



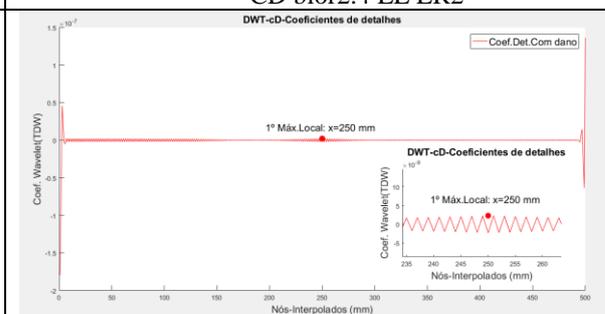
CD bior2.4 EL LR2



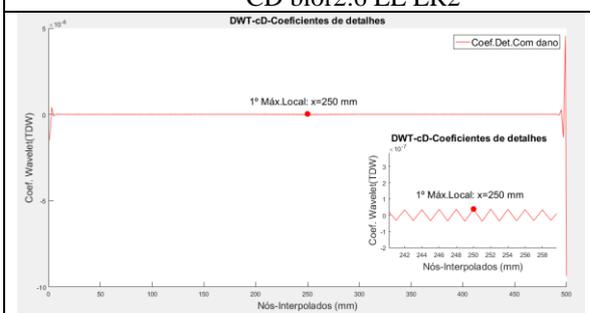
CD bior2.4 EE LR2



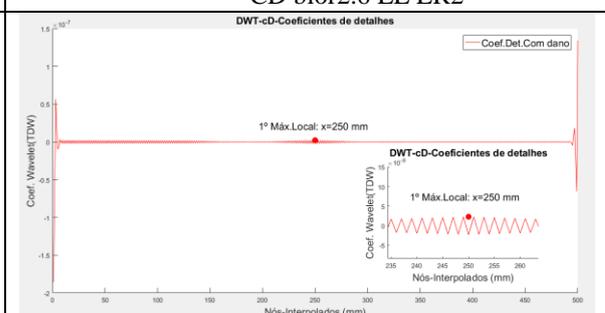
CD bior2.6 EL LR2



CD bior2.6 EE LR2



CD bior2.8 EL LR2



CD bior2.8 EE LR2