

Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia

**Análise experimental de lajes com
aberturas, transferência de momento e
armadura de cisalhamento**

Júnio Carvalho dos Santos

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO
CIVIL
Brasília
2024

Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia

**Análise experimental de lajes com
aberturas, transferência de momento e
armadura de cisalhamento**

Júnio Carvalho dos Santos

Dissertação de mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo

Coorientadora: Dra. Júlia Borges dos Santos

Brasília

2024

FICHA CATALOGRÁFICA

S237a Santos, Júnio Carvalho dos.
Análise experimental de lajes com aberturas, transferência de momento e armadura de cisalhamento / Júnio Carvalho dos Santos; orientador Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo; coorientadora Júlia Borges dos Santos. -- Brasília, 2024.
169 p.

Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil) -- Universidade de Brasília, 2024.

1. Lajes lisas. 2. Concreto armado. 3. Aberturas. 4. Carregamento excêntrico. I. Melo, Guilherme Sales Soares de Azevedo, orient. II. Santos, Júlia Borges dos, coorient. III. Título.

**Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia**

**Análise experimental de lajes com aberturas, transferência de
momento e armadura de cisalhamento**

Júnio Carvalho dos Santos

Dissertação de mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre.

Trabalho aprovado. Brasília, 27 de junho de 2024:

**Prof. Dr. Guilherme Sales Soares de Azevedo
Melo,**
UnB/FT/ENC
Orientador

Prof. DSc. Raúl Darío Durand Farfán,
UnB/FT/ENC
Examinador interno

Manoel José Mangabeira Pereira Filho,
UFPA
Examinador externo

Brasília
2024

*Este trabalho é dedicado à todas as mães que,
sozinhas, guerrearam para educar seus filhos.*

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todas as pessoas que contribuíram de forma significativa para a realização deste trabalho:

Ao Prof. Dr. Guilherme, pelo valioso suporte, conselhos, compreensão e orientação que guiaram a elaboração desta dissertação.

À Júlia Santos, cuja pesquisa de doutorado originou esta pesquisa de mestrado, e que gentilmente desempenhou participou como coorientadora.

À Michelle Pereira, minha namorada, pelo amor e apoio incondicional, compreensão e incentivo durante toda a jornada.

À Lucenir Pereira, minha mãe, pela força, amor e fé inabaláveis que sempre me sustentaram, mesmo nos momentos mais desafiadores.

Agradeço imensamente aos Profs. Drs. Honorato e Mangabeira, membros da banca examinadora, pela avaliação crítica que contribuiu significativamente para o aprimoramento e enriquecimento desta dissertação.

Agradeço também ao Rafael, à Joice, à Kátya, ao Matheus e ao Thiago, cuja amizade e colaboração tornaram a jornada acadêmica mais gratificante e enriquecedora.

Os meus colegas de trabalho da Superintendência do Iphan no DF, pela compreensão e apoio em momentos decisivos, que tornaram possível conciliar as demandas profissionais com os estudos acadêmicos.

À Fernanda Perez, pela generosidade em compartilhar seus conhecimentos e habilidades em GGPlot2, que foram fundamentais para a análise e visualização dos dados neste trabalho.

Ao Henrique C. Ferreira, pelo modelo de dissertação em LaTeX, que serviu como base durante o processo de escrita e formatação.

Cada um de vocês desempenhou um papel importante nesta jornada e sou imensamente grato por todo apoio, incentivo e contribuição oferecidos. Obrigado por fazerem parte deste importante capítulo da minha vida acadêmica.

*"Banha meu símbolo, guarda meu manto que eu vou subir como rei
'Cês vive da minha cicatriz, eu 'to pra ver sangrar o que eu sangrei
Com a mente a milhão, livre como Kunta Kinte, eu vou ser o que eu quiser
Tá pra nascer playboy pra entender o que foi ter as corrente no pé."
(Muzzike, Mandume)*

Resumo

O sistema construtivo de lajes lisas apoiadas diretamente sobre pilares detém diversas vantagens que tornam sua escolha propícia para o uso em edificações: simplicidade construtiva, aproveitamento do pé-direito, liberdade arquitetônica de leiaute, entre outros. A necessidade de passagem de instalações diversas faz com que aberturas sejam localizadas próximas à ligação laje-pilar, reduzindo a área de concreto responsável pela transferência de esforços na ligação, situação que pode ser agravada quando há transferência de momento fletor. Apesar do progressivo número de estudos a respeito dos impactos causados pelo carregamento excêntrico, pela presença de furos e pelo emprego de armadura de cisalhamento, pouco se pesquisou sobre a combinação de todos esses fatores. O objetivo desta pesquisa é estudar a resistência à punção em ligações laje-pilar internas com aberturas simétricas adjacentes a pilares quadrados e armadura de cisalhamento tipo estribo com transferência de momento fletor. O estudo experimental consiste na ruptura de cinco ligações laje-pilar internas com dimensões de 2500x2500x180 mm, carregadas com excentricidade igual a 525 mm em uma das direções. Foi analisada a influência do uso de estribos como armadura de cisalhamento na presença de aberturas retangulares. Os resultados obtidos mostraram que a armadura de cisalhamento escolhida recuperou parcialmente (20% a 50%) a resistência perdida em função das aberturas, com expressivo aumento na capacidade de rotação das lajes. As deformações e fissuração indicaram a concentração de tensões na lado do pilar alinhado com a excentricidade de carga. As prescrições de cálculo do ACI 318-19, do Eurocode 2, da NBR 6118:2023 e do fib Modelcode 2010, subestimaram a resistência à punção de lajes com aberturas, transferência de momento e armadura de cisalhamento.

Palavras-chave: Lajes lisas. Concreto armado. Aberturas. Carregamento excêntrico.

Abstract

The construction system based on flat slabs directly supported on columns holds several advantages that make it suitable for use in buildings: construction simplicity, optimal use of floor-to-ceiling height, architectural layout freedom, among others. The need for various utilities installations to pass through floors leads to openings being located near the slab-column connection, reducing the concrete area responsible for transferring forces in the connection, a situation that can be exacerbated when there is transfer of bending moment. Despite the increasing number of studies on the impacts caused by eccentric loading, the presence of openings, and the use of shear reinforcement, almost no research has been done on the combination of all these factors. The aim of this research is to study the punching shear resistance in internal slab-column connections with symmetric openings adjacent to square columns and shear reinforcement in the form of stirrups with transfer of bending moment. The experimental study consists of the failure testing of five internal slab-column connections with dimensions of 2500x2500x180 mm, loaded with an eccentricity of 525 mm in one direction. The influence of the use of stirrups as shear reinforcement in the presence of rectangular openings was analyzed. The results obtained show that the stirrups shear reinforcement partially recovered (20% to 50%) the strength lost due to the openings, with a significant increase in the rotational capacity of the slabs. The deformations and cracking suggest a concentration of stresses on the side of the column aligned with the load eccentricity. The design codes of ACI 318-19, Eurocode 2, NBR 6118:2023, and fib Modelcode 2010 underestimated the punching shear resistance of slabs with openings, moment transfer, and shear reinforcement.

Keywords: Flat slabs. Reinforced concrete. Openings. Excentric load.

Lista de figuras

Figura 1.1	Ensaio de placa de Talbot	22
Figura 2.1	Detalhes dos ensaios de placa de Talbot	29
Figura 2.2	Detalhes dos ensaios de fundação de Talbot	30
Figura 2.3	Ensaio de fundação de Talbot	30
Figura 2.4	Ensaio de punção em lajes de Elstner e Hognestad	31
Figura 2.5	Diagramas de esforços de cisalhamento.	31
Figura 2.6	Provisões para correção do perímetro crítico na presença de aberturas.	32
Figura 2.7	Detalhes do modelo de cone de compressão.	32
Figura 2.8	Provisões para ajuste da seção crítica devido a presença de aberturas.	32
Figura 2.9	Espécimes com aberturas adjacentes.	33
Figura 2.10	Modelo mecânico da TFC.	35
Figura 2.11	Lajes do estudo de Bursác.	37
Figura 2.12	Proposta de redução do perímetro crítico	38
Figura 2.13	Programa experimental de Wu et al. (2022)	39
Figura 2.14	Evolução da fissuração.	40
Figura 2.15	Perímetros críticos	42
Figura 2.16	Perímetro crítico na presença de armadura de punção	44
Figura 2.17	Redução do perímetro crítico devido a presença de aberturas	44
Figura 2.18	Perímetro crítico na presença de aberturas - Eurocode 2	45
Figura 2.19	Perímetro crítico segundo ACI 318-19	46
Figura 2.20	Perímetro básico na presença de armadura transversal (ACI 318)	47
Figura 2.21	Perímetro de controle básico (MC 2010)	50
Figura 2.22	Perímetro de controle reduzido por concentração de tensões $b_{1,red}$ (MC 2010)	51
Figura 2.23	Perímetro de controle reduzido externo à região da armadura à punção (MC 2010)	52
Figura 2.24	Perímetro de controle reduzido por presença de aberturas $b_{1,red}$ (MC 2010)	52
Figura 3.1	Laje LRSS	57
Figura 3.2	Lajes LRFS, LFE1 e LFE2	57
Figura 3.3	Armaduras de flexão negativa da laje sem abertura - LRSS	59
Figura 3.4	Armaduras de flexão positiva - LRSS	60
Figura 3.5	Armaduras de flexão negativa das lajes com aberturas	61
Figura 3.6	Armaduras de flexão positiva das lajes com aberturas	62
Figura 3.7	Armaduras do pilar e detalhamentos	63
Figura 3.8	Laje LFE1 - Armadura de punção	64
Figura 3.9	Laje LFE2 - Armadura de punção	65

Figura 3.10	Laje LFE3 - Armadura de punção	66
Figura 3.11	Fotografia das armaduras da laje LFE2 antes da concretagem	67
Figura 3.12	Teste de consistência do concreto (<i>slump test</i>)	68
Figura 3.13	Teste de compressão cilíndrico	68
Figura 3.14	Teste de tração por compressão diametral	69
Figura 3.15	Teste de tração de aço	70
Figura 3.16	Posicionamento dos LVDTs na laje sem aberturas [mm]	71
Figura 3.17	Posicionamento dos LVDTs nas lajes com aberturas [mm]	72
Figura 3.18	Posicionamento dos extensômetros radiais na laje sem aberturas [mm]	73
Figura 3.19	Posicionamento dos extensômetros radiais nas lajes com aberturas [mm]	74
Figura 3.20	Posicionamento dos extensômetros tangenciais na laje sem aberturas [mm]	75
Figura 3.21	Posicionamento dos extensômetros tangenciais nas lajes com aberturas [mm]	76
Figura 3.22	Posicionamento dos extensômetros nas barras de flexão da laje sem aberturas [mm]	77
Figura 3.23	Posicionamento dos extensômetros nas barras de flexão das lajes LRFS e LFE1 [mm]	78
Figura 3.24	Posicionamento dos extensômetros nas barras de flexão das lajes LFE2 e LFE3 [mm]	79
Figura 3.25	Posicionamento dos extensômetros nos estribos da laje LFE1 [mm] . .	80
Figura 3.26	Posicionamento dos extensômetros nos estribos da laje LFE2 [mm] . .	81
Figura 3.27	Posicionamento dos extensômetros nos estribos da laje LFE3 [mm] . .	82
Figura 3.28	Detalhe do posicionamento dos pares de extensômetros nos estribos [mm]	82
Figura 3.29	Fotografia do posicionamento dos pares de extensômetros nos estribos de maior dimensão	83
Figura 3.30	Pontos de aplicação de carga na laje sem aberturas [mm]	84
Figura 3.31	Pontos de aplicação de carga na laje com aberturas [mm]	85
Figura 3.32	Sistema de ensaio utilizado no rompimento dos espécimes	86
Figura 4.1	Excentricidade de carregamento real vs planejada LRSS [mm]	88
Figura 4.2	Excentricidade de carregamento real vs planejada LRFS [mm]	88
Figura 4.3	Excentricidade de carregamento real vs planejada LFE1 [mm]	89
Figura 4.4	Excentricidade de carregamento real vs planejada LFE2 [mm]	89
Figura 4.5	Posicionamento dos LVDTs nas lajes sem e com aberturas [mm]	91
Figura 4.6	Deslocamentos na direção N-S da laje LRSS	92
Figura 4.7	Deslocamentos na direção W-E da laje LRSS	93
Figura 4.8	Deslocamentos na direção N-S da laje LRFS	94
Figura 4.9	Deslocamentos na direção W-E da laje LRFS	95
Figura 4.10	Deslocamentos na direção N-S da laje LFE1	96
Figura 4.11	Deslocamentos na direção W-E da laje LFE1	97
Figura 4.12	Deslocamentos na direção N-S da laje LFE2	98

Figura 4.13	Deslocamentos na direção W-E da laje LFE2	99
Figura 4.14	Deformações radiais na superfície do concreto - LRSS	100
Figura 4.15	Deformações tangenciais na superfície do concreto - LRSS	100
Figura 4.16	Deformações radiais na superfície do concreto - LRFS	101
Figura 4.17	Deformações tangenciais na superfície do concreto - LRFS	101
Figura 4.18	Deformações radiais na superfície do concreto - LFE1	102
Figura 4.19	Deformações tangenciais na superfície do concreto - LFE1	102
Figura 4.20	Deformações radiais na superfície do concreto - LFE2	103
Figura 4.21	Deformações tangenciais na superfície do concreto - LFE2	103
Figura 4.22	Extensômetros armadura de flexão na direção N-S - LRSS	105
Figura 4.23	Extensômetros armadura de flexão na direção W-E - LRSS	105
Figura 4.24	Extensômetros armadura de flexão na direção N-S - LRFS	106
Figura 4.25	Extensômetros armadura de flexão na direção W-E - LRFS	106
Figura 4.26	Extensômetros armadura de flexão na direção N-S - LFE1	107
Figura 4.27	Extensômetros armadura de flexão na direção W-E - LFE1	107
Figura 4.28	Extensômetros armadura de flexão na direção N-S - LFE2	108
Figura 4.29	Extensômetros armadura de flexão na direção W-E - LFE2	108
Figura 4.30	LFE1 - Deformações relativas na primeira camada de estribos	109
Figura 4.31	LFE1 - Deformações relativas na segunda camada de estribos	110
Figura 4.32	LFE1 - Deformações relativas na terceira camada de estribos	110
Figura 4.33	LFE2 - Deformações relativas na primeira camada de estribos	111
Figura 4.34	LFE2 - Deformações relativas na segunda camada de estribos	111
Figura 4.35	Padrão de fissuração da laje LRSS	112
Figura 4.36	Padrão de fissuração da laje LRSS - cortes	113
Figura 4.37	Padrão de fissuração da laje LRFS	113
Figura 4.38	Padrão de fissuração da laje LRFS - vistas abertura	114
Figura 4.39	Padrão de fissuração da laje LFE1	115
Figura 4.40	Padrão de fissuração da laje LFE1 - vistas abertura	116
Figura 4.41	Padrão de fissuração da laje LFE2	117
Figura 4.42	Padrão de fissuração da laje LFE2 - vistas abertura	118
Figura 4.43	Padrão de fissuração da laje LFE2 - corte	118
Figura 4.44	Padrão de fissuração da laje LFE3	119
Figura 4.45	Padrão de fissuração da laje LFE3 - vistas abertura	120
Figura 4.46	Padrão de fissuração da laje LFE3 - corte	120
Figura 5.1	Visual da superfície de ruptura da laje LFE3	122
Figura 5.2	Rotação das lajes LRSS X LRFS na direção W-E	123
Figura 5.3	Rotação das lajes LRSS X LRFS na direção N-S	124
Figura 5.4	Rotação das lajes LRFS X LFE1 X LFE2 na direção W-E	125
Figura 5.5	Rotação das lajes LRFS X LFE1 X LFE2 na direção N-S	125
Figura 5.6	Rotação das lajes LRSS X LFE1 na direção W-E	126

Figura 5.7	Rotação das lajes LRSS X LFE1 na direção N-S	126
Figura 5.8	Rotação das lajes LRSS X LFE2 na direção W-E	127
Figura 5.9	Rotação das lajes LRSS X LFE2 na direção N-S	127
Figura 5.10	Extensômetros radiais na superfície do concreto	129
Figura 5.11	Extensômetros tangenciais na superfície do concreto	130
Figura 5.12	Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção N-S - LRSS	131
Figura 5.13	Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção W-E - LRSS	132
Figura 5.14	Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção N-S - LRFS	133
Figura 5.15	Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção W-E - LRFS	133
Figura 5.16	Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção N-S - LFE1	134
Figura 5.17	Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção W-E - LFE1	135
Figura 5.18	Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção N-S - LFE2	136
Figura 5.19	Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção W-E - LFE2	136
Figura 5.20	LFE1 x LFE2 - Primeira camada de estribos adjacentes ao pilar	137
Figura 5.21	LFE1 x LFE2 - Segunda camada de estribos adjacentes ao pilar	138
Figura 5.22	LFE1 x LFE2 - Primeira camada de estribos adjacentes às aberturas	139
Figura 5.23	LFE1 x LFE2 - Segunda camada de estribos adjacentes às aberturas	140
Figura 5.24	Laje LFS1 - Armadura de cisalhamento	144
Figura 5.25	Laje LFS2 - Armadura de cisalhamento	144
Figura 5.26	Laje LFS3 - Armadura de cisalhamento	145
Figura 5.27	Comparação entre os perímetros de controle externos das lajes LFE1 e LFS1	147
Figura A.1	Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFE1	158
Figura A.2	Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFE2	158
Figura A.3	Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFE3	159
Figura A.4	Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFS1	159
Figura A.5	Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFS2	160
Figura A.6	Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFS3	160
Figura A.7	Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFE1	161
Figura A.8	Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFE2	161
Figura A.9	Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFE3	162
Figura A.10	Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFS1	162

Figura A.11	Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFS2	163
Figura A.12	Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFS3	163
Figura A.13	Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFE1	164
Figura A.14	Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFE2	164
Figura A.15	Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFE3	165
Figura A.16	Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFS1	165
Figura A.17	Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFS2	166
Figura A.18	Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFS3	166
Figura A.19	Perímetros externos segundo <i>fib</i> Model Code 2010 da laje LFE1	167
Figura A.20	Perímetros externos segundo <i>fib</i> Model Code 2010 da laje LFE2	167
Figura A.21	Perímetros externos segundo <i>fib</i> Model Code 2010 da laje LFE3	168
Figura A.22	Perímetros externos segundo <i>fib</i> Model Code 2010 da laje LFS1	168
Figura A.23	Perímetros externos segundo <i>fib</i> Model Code 2010 da laje LFS2	169
Figura A.24	Perímetros externos segundo <i>fib</i> Model Code 2010 da laje LFS3	169

Lista de tabelas

Tabela 3.1	Características das lajes ensaiadas	58
Tabela 3.2	Características das armaduras de flexão negativas	59
Tabela 3.3	Características das armaduras de cisalhamento	67
Tabela 3.4	Características do concreto	69
Tabela 3.5	Resumo das armaduras	70
Tabela 4.1	Resistências últimas das lajes ensaiadas	87
Tabela 4.2	Deslocamentos na direção N-S da laje LRSS	91
Tabela 4.3	Deslocamentos na direção W-E da laje LRSS	92
Tabela 4.4	Deslocamentos na direção N-S da laje LRFS	93
Tabela 4.5	Deslocamentos na direção W-E da laje LRFS	94
Tabela 4.6	Deslocamentos na direção N-S da laje LFE1	95
Tabela 4.7	Deslocamentos na direção W-E da laje LFE1	96
Tabela 4.8	Deslocamentos na direção N-S da laje LFE2	97
Tabela 4.9	Deslocamentos na direção W-E da laje LFE2	98
Tabela 5.1	Resistências últimas das lajes ensaiadas	121
Tabela 5.2	Comparação entre os códigos	141
Tabela 5.3	Média e CV por laje	142
Tabela 5.4	Geometria e carregamento das lajes de Santos (2023)	143
Tabela 5.5	Características das lajes de Santos (2023)	143
Tabela 5.6	Comparação com as lajes de Santos (2023)	146
Tabela 5.7	Resistências segundo códigos de cálculo com perímetros modificados segundo Santos, Muttoni e Melo (2022)	148
Tabela 5.8	Comparação entre perímetros sem alteração e modificados	149

Lista de abreviaturas e siglas

<i>fib</i>	<i>Fédération internationale du béton - International Federation for Structural Concrete</i>
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
CEN	<i>Comité Européen de Normalisation</i>
CG	Centro geométrico
CP	Corpo de Prova
CSCT	<i>Critical Shear Crack Theory</i>
CV	Coefficiente de variação
EC2	<i>Eurocode 2</i>
ECI	Extensômetros nas pernas dos estribos de cisalhamento
ECO	Extensômetros na superfície do concreto
EF	Extensômetros nas barras de flexão
LoA-I-IV	<i>Level of Approximation I-IV</i> (MC 2010)
LVDT	<i>Linear Variable Differential Transformer</i>
MC 2010	fib Model Code 2010
MR	Modo de ruptura
NBR	Norma Brasileira
TFC	Teoria da Fissura Crítica

Lista de símbolos

Símbolos romanos

A_{sw}	Área da seção transversal da primeira camada da armadura de cisalhamento
b_0	Perímetro de controle resistente ao cisalhamento (MC 2010)
b_1	Perímetro básico de controle (MC 2010)
b_u	Diâmetro de um círculo com área equivalente à região do perímetro básico de controle (MC 2010)
$b_{1,red}$	Perímetro básico de controle reduzido (MC 2010)
c	Distância entre o centro do eixo de rotação e o lado da seção crítica mais carregado
c_1	Dimensão do pilar paralela à excentricidade de carga
c_2	Dimensão do pilar perpendicular à excentricidade de carga
d	Altura útil média
d_v	Altura útil efetiva resistente ao cisalhamento
d_x	Altura útil média na direção x
d_y	Altura útil média na direção y
d_g	Diâmetro máximo do agregado (MC 2010)
e	Excentricidade do carregamento
E_s	Módulo de elasticidade do aço
e_u	Excentricidade do carregamento
$E_{ci,m}$	Módulo de elasticidade tangente inicial médio do concreto
$E_{s,fw}$	Módulo de elasticidade médio da armadura de cisalhamento
E_{sf}	Módulo de elasticidade médio do aço de flexão
$e_{u,i}$	Excentricidade de carregamento nas direções $i = x$ e $i = y$
f'_c	Resistência à compressão específica do concreto (ACI 318)
f_b	Força de aderência efetiva
f_y	Resistência ao escoamento do aço de flexão
f_{ck}	Resistência característica do concreto à compressão
$f_{cm,ef}$	Tensão de ruptura à compressão efetiva média do concreto
$f_{ct,sp}$	Tensão de ruptura à tração por compressão diametral
f_{ysw}	Tensão de escoamento média da armadura de flexão
f_{ys}	Tensão de escoamento média do aço de flexão
f_{ywd}	Tensão de escoamento de cálculo da armadura de cisalhamento
$f_{ywk,ef}$	Tensão efetiva da armadura de cisalhamento
f_{ywk}	Tensão de escoamento característica da armadura de cisalhamento
h	Espessura da laje
J_c	Propriedade da seção crítica análoga ao momento polar de inércia

$J_{x,y}$	Segundo momento de inércia da seção crítica multiplicado pela altura efetiva d
K	Coefficiente de retangularidade
k_e	Coefficiente de escala para punção
k_{Ψ}	Parâmetro que considera a rotação e o diâmetro máximo do agregado (MC 2010)
k_{dg}	Consideração do diâmetro máximo do agregado (MC 2010)
$k_{e, fib}$	Coefficiente de excentricidade (MC 2010)
k_{sys}	Coefficiente que considera o desempenho do tipo de armadura de cisalhamento (MC 2010)
$L_{x,y}$	Menor, x , e maior, y , lado da laje
M	Momento fletor
m_E	Momento unitário atuante (MC 2010)
m_R	Momento unitário resistente (MC 2010)
M_{sc}	Momento fatorado resistido pelo pilar na ligação
r_s	Distância entre o de inflexão do momento na laje e o centroíde do apoio
s_0	Distância da primeira camada de armadura da face do pilar
s_r	Distância entre camadas de armaduras
V	Força cortante
V_{exp}	Carregamento na ruptura da laje
V_E	Força cortante solicitante (MC 2010)
$V_{R,ACI}$	Resistência prevista pelo ACI 318-19
$V_{R,c}$	Parcela do concreto na força resistente cortante (MC 2010)
$V_{R,EC2}$	Resistência prevista pelo Eurocode 2
$V_{R,FIB}$	Resistência prevista pelo fib Model Code 2010
$V_{R,NBR}$	Resistência prevista pela NBR 6118:2023
$V_{R,s}$	Parcela do aço na força resistente cortante (MC 2010)
V_R	Força resistente cortante
W_p	Momento plástico resistente

Símbolos gregos

α	Ângulo entre a armadura transversal e o plano da laje
α_s	Constante empregada para calcular cisalhamento no concreto (ACI 318)
β	Proporção entre o maior c_y e o menor c_x lado do pilar (ACI 318)
ϵ_{ysw}	Deformação de escoamento média da armadura de cisalhamento
ϵ_y	Deformação de escoamento média do aço
γ_c	Coefficiente de segurança do concreto
γ_f	Fator do momento resistido pelo pilar através da flexão
γ_s	Coefficiente de segurança do aço
γ_v	Fator do momento resistido pelo pilar através de cisalhamento
λ_s	<i>Size factor</i> (ACI 318)

ν_c	Tensão de cisalhamento resistente do concreto (ACI 318)
ν_n	Tensão de cisalhamento resistente nominal (ACI 318)
ν_s	Tensão de cisalhamento resistente do aço (ACI 318)
ν_u	Tensão de cisalhamento fatorada (ACI 318)
ν_{uw}	Tensão de cisalhamento fatorada oriunda dos esforços cortantes (ACI 318)
φ	Diâmetro da barra
φ_f	Diâmetro da armadura de flexão
φ_w	Diâmetro da armadura de punção
Ψ	Rotação da laje (MC 2010)
ρ	Taxa geométrica de armadura de flexão aderente
ρ_x	Taxa de armadura de flexão na direção x
ρ_y	Taxa de armadura de flexão na direção y
τ_R	Tensão resistente
τ_{R1}	Tensão resistente do concreto à tração no contorno crítico C'
τ_{R2}	Tensão resistente do concreto à tração no contorno crítico C
τ_{R3}	Tensão resistente do concreto à tração no contorno crítico C' na presença de armadura de cisalhamento
τ_S	Tensão solicitante

Sumário

1	Introdução	22
1.1	Punção em ligações laje pilar	23
1.1.1	Ligações sem momento, sem aberturas e sem armadura	23
1.1.2	Transferência de momento	24
1.1.3	Aberturas na ligação	24
1.1.4	Armadura de punção	25
1.1.5	Ligações com transferência de momento, aberturas e armaduras de cisalhamento	25
1.2	Objetivos	25
1.2.1	Objetivos Específicos	26
1.3	Organização do trabalho	26
2	Referencial teórico	28
2.1	Histórico dos Estudos em Punção	28
2.2	Prescrições normativas	41
2.2.1	ABNT NBR 6118:2023 e Eurocode 2	41
2.2.2	ACI 318-19	46
2.2.3	fib Model Code 2010	50
3	Programa experimental	56
3.1	Descrição dos espécimes	56
3.2	Armadura de flexão e pilar	58
3.3	Armadura de cisalhamento	63
3.4	Caracterização dos Materiais	67
3.4.1	Caracterização do Concreto	67
3.4.2	Caracterização dos Aços	69
3.5	Instrumentação	70
3.5.1	LVDTs	71
3.5.2	Extensômetros	72
3.5.3	Células de carga	83
3.6	Configuração para aquisição de dados	83
3.7	Execução dos ensaios	83
4	Resultados experimentais	87
4.1	Resposta global	87
4.2	Carregamento das lajes	87
4.3	Deslocamento das lajes	90
4.3.1	Laje LRSS	91

4.3.2	Laje LRFS	93
4.3.3	Laje LFE1	95
4.3.4	Laje LFE2	97
4.4	Deformações do concreto	99
4.4.1	Laje LRSS	100
4.4.2	Laje LRFS	101
4.4.3	Laje LFE1	102
4.4.4	Laje LFE2	103
4.5	Deformações nas armaduras de flexão	104
4.5.1	Laje LRSS	105
4.5.2	Laje LRFS	106
4.5.3	Laje LFE1	107
4.5.4	Laje LFE2	108
4.6	Deformações nas armaduras de cisalhamento	109
4.6.1	Laje LFE1	109
4.6.2	Laje LFE2	111
4.7	Mapas de fissuração	112
4.7.1	Laje LRSS	112
4.7.2	Laje LRFS	113
4.7.3	Laje LFE1	115
4.7.4	Laje LFE2	117
4.7.5	Laje LFE3	119
5	Análises dos resultados	121
5.1	Modos de ruptura	121
5.2	Rotação das lajes	122
5.3	Deformação no concreto	128
5.3.1	Deformações radiais	128
5.3.2	Deformações tangenciais	129
5.4	Deformação na armadura de flexão	130
5.4.1	Laje LRSS	130
5.4.2	Laje LRFS	132
5.4.3	Laje LFE1	134
5.4.4	Laje LFE2	135
5.5	Armaduras de cisalhamento	137
5.6	Padrões de fissuração	140
5.7	Comparação com as normas	141
5.8	Comparação com lajes similares	142
5.8.1	Descrição das lajes de Santos (2023)	142
5.8.2	Comparação dos resultados	145

5.9 Resistência de cálculo com perímetros de controle modificados	148
6 Conclusões	150
6.1 Sugestões de estudos futuros	151
Referências	153
Apêndices	156
Apêndice A Perímetros externos originais e modificados segundo Santos, Muttoni e Melo (2022)	157
A.1 NBR 6118:2023	158
A.2 Eurocode 2	161
A.3 ACI 318-19	164
A.4 <i>fib</i> Model Code 2010	167

1 Introdução

As ligações laje-pilar são um componente fundamental na construção civil, especialmente em estruturas de concreto armado. Elas transferem as cargas da laje para os pilares, garantindo a estabilidade e a segurança da estrutura. Essas ligações são comumente encontradas em edifícios residenciais e comerciais, onde as lajes planas proporcionam flexibilidade no layout do espaço interno e eficiência na construção.

No entanto, as ligações laje-pilar também apresentam desafios, como o fenômeno de punção, que ocorre devido à concentração de tensões na área de contato entre a laje e o pilar. Para mitigar esse problema, são utilizadas vários tipos de armadura de punção, capitéis ou ábacos.

Estudos iniciais do fenômeno de punção em placas de concreto remetem ao início do século XX. Ensaio realizado na Estação Experimental de Engenharia da Universidade de Illinois no início do século passado (Talbot, 1906; Talbot, 1913) buscavam estabelecer a resistência do concreto ao cisalhamento puro em fundações do tipo sapata e bloco (Figura 1.1). Estas investigações relataram dificuldades em isolar experimentalmente a resistência ao cisalhamento, pois os testes indicavam que outras tensões governavam a ruptura dos espécimes, especialmente a tensão de tração do concreto.

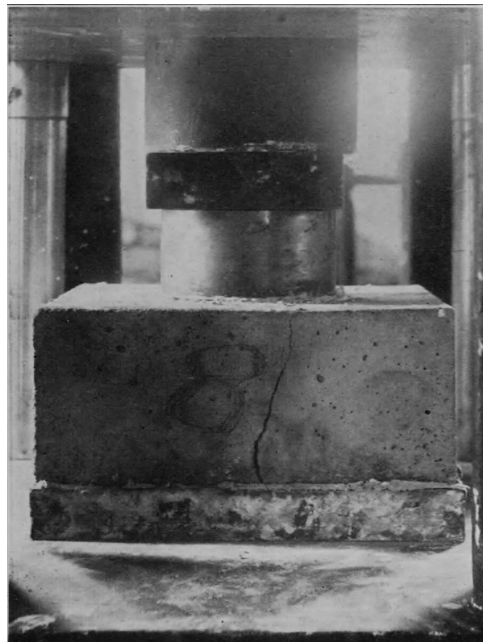


Figura 1.1 – Ensaio de placa de Talbot

Fonte: Talbot (1906)

Estudos posteriores abordaram, de forma experimental, as ligações laje-pilar (Stasio; Buren, 1960; Elstner; Hognestad, 1956; Hanson; Hanson, 1968; Hognestad, 1953; Moe, 1961).

O surgimento do primeiro modelo mecânico que buscou explicar o mecanismo de ruptura por punção é atribuído aos estudos de [Kinnunen e Nylander \(1960\)](#), que desenvolveram modelo de cálculo correlacionando a rotação das lajes com a capacidade de resistência à punção, que viria, posteriormente, a embasar a Teoria da Fissura Crítica, proposta por [Muttoni \(2008\)](#).

Com o aumento progressivo do número de estudos acerca de ligações laje-pilar convencionais, novas trilhas de pesquisas foram abertas para o estudo dos casos em que há carregamentos excêntricos, que avaliam o efeito que a presença de aberturas causam na resistência dessas ligações e, também, o efeito do emprego de armadura de punção na ligação. Ainda há, no entanto, lacunas na definição do comportamento desses fenômenos de forma simultânea, isto é, para casos onde há a presença de aberturas, a transferência de momento fletor e, ainda, a utilização de armadura de cisalhamento.

Destacam-se alguns estudos recentes para avaliação da redução da resistência devido à presença de aberturas na ligação, a avaliação do impacto da localização dessas aberturas em relação ao pilar e à excentricidade de carregamento e a avaliação do efeito da armadura de cisalhamento ([Souza, 2008](#); [Oliveira, 2012](#); [Borges; Melo; Gomes, 2013](#); [Santos; Muttoni; Melo, 2022](#); [Alrousan; Alnemrawi, 2022](#)).

Quando se faz o recorte para estudos que abordam a soma dessas variáveis com a armadura de cisalhamento nota-se a escassez de experimentos que permitam determinar procedimentos seguros e econômicos para o cálculo de ligações nessas condições, que são recorrentes na construção civil. É possível citar o estudo de [Santos \(2023\)](#), que avaliou em seus experimentos o efeito de aberturas, transferência de momento e a presença de armadura de cisalhamento do tipo conector (*stud*).

1.1 Punção em ligações laje pilar

A resistência à punção das conexões laje-pilar pode limitar a capacidade de carga da estrutura, levando ao colapso estrutural. As disposições do código de projeto ainda são baseadas em equações empíricas ou semi-empíricas, os mecanismos de falha por cisalhamento por punção são complexos e a resistência final é afetada por vários parâmetros. As principais variáveis que envolvem a previsão da resistência desse tipo de ligação serão introduzidas por tipo de ligação nesta seção e melhor abordadas no referencial teórico.

1.1.1 Ligações sem momento, sem aberturas e sem armadura

- A altura efetiva da laje desempenha papel fundamental na resistência à punção da ligação pois dela depende a área da seção resistente; quanto maior a área, maior a resistência, embora essa correção não seja linear (*size effect*). Em função disso, uma forma simples de aumentar a resistência da ligação é o aumento da altura efetiva com

a uso de capitéis e ábacos, que tornam a altura efetiva na ligação maior, aumentando a área de contribuição e, por conseguinte, a resistência final.

- O *size effect*, como dito acima, é o fenômeno que aponta que o aumento na resistência da laje não é linearmente proporcional ao aumento da altura efetiva da laje. Isto é, o aumento de 50% da altura útil da laje implicará num aumento de resistência menor que 50% na ligação.
- O perímetro de controle da laje é multiplicado pela altura efetiva para obter a superfície ou seção resistente da ligação. Sua definição é tomada a partir de uma distância da face do pilar, que varia de acordo com a prescrição de cálculo considerada. Seu valor tem grande efeito na resistência calculada.
- A taxa de armadura de flexão negativa na ligação, bem como sua altura efetiva, influencia na resistência à punção devido ao efeito pino provocado pelo comportamento combinado do concreto e armadura. Maiores taxas de reforço acentuam esse efeito, contribuindo também para o efeito de engrenamento.
- As resistências do concreto à compressão e tração em lajes sem armadura de cisalhamento governam a resistência final da laje, pois essas tensões atuarão nas imediações da superfície resistente da ligação.
- A concentração de tensão em função da proporção entre os lados do pilar ocorre pela bidirecionalidade das lajes. A deformação das lajes apoiadas em pilares com razões entre lados maior e menor elevadas implica na concentração de tensões nas extremidades dos pilares, fazendo com que a tensão de cisalhamento unitária nesses pontos supere a tensão resistente do concreto, iniciando o processo de falha da ligação.

1.1.2 Transferência de momento

- O tamanho máximo dos agregados contribui para a transferência de momento na ligação devido ao fenômeno do engrenamento.
- A definição da seção de controle resistente à transferência do momento afeta o valor resistente de cálculo. Atualmente mais de uma forma de se considerar a capacidade de transferência de momento, seja pelo cálculo do módulo plástico resistente ou pelo cálculo de propriedade análoga ao momento polar de inércia.

1.1.3 Aberturas na ligação

- Os procedimentos de cálculo levam em consideração a presença de aberturas na ligação através da redução do perímetro de controle da parte deste interceptada por segmentos de reta que se originam no centro geométrico do pilar e tangenciam as aberturas. Há nuances quanto a distância máxima entre abertura e pilar para a consideração da redução do perímetro.

1.1.4 Armadura de punção

- Quando se emprega armadura de cisalhamento, a falha da ligação pode se dar em três regiões diferentes, no perímetro de controle pela resistência combinada do concreto e do aço, por tração do concreto na região externa à região armada e por esmagamento (resistência à compressão) do concreto entre o pilar e as primeiras camadas de armadura de cisalhamento.
- A resistência do aço utilizado como armadura de cisalhamento afeta diretamente a resistência dessas ligações.
- Diferentes tipos de armadura oferecem diferentes desempenhos em função da capacidade de ancoragem e adesão ao concreto.
- A disposição das armaduras, em cruz ou radialmente, influencia no comportamento da ligação, afetando a definição do perímetro externo à região com armaduras de cisalhamento.
- Assim como a disposição das armaduras, o número de camadas de armaduras de cisalhamento e o espaçamento entre cada camada tem impacto na resistência das lajes.
- A definição da área de aço a ser considerada por camada também reflete as previsões de resistência desse tipo de ligação.
- Outro fato diretamente ligado à resistência de ligações com armadura de cisalhamento é a inclinação das armaduras em relação ao plano da laje. A inclinação das armaduras influencia a resistência final, podendo diminuí-la ou majorá-la em função da diferença de inclinação entre a armadura e a superfície de falha.

1.1.5 Ligações com transferência de momento, aberturas e armaduras de cisalhamento

A resistência de ligações com transferência de momento, aberturas e armaduras de cisalhamento estão sujeitas, simultaneamente, a todas as variáveis discutidas. A conjunção desses fenômenos aumenta a complexidade da análise e a dispersão entre os valores de resistências experimentais e os valores de resistência previstos. A quantidade de fatores envolvidos também contribui para a quantidade reduzida de estudos experimentais que abordam esses casos limites.

1.2 Objetivos

O objetivo geral deste estudo é analisar experimentalmente a influência da presença de armadura de cisalhamento do tipo estribo na ligação laje-pilar com aberturas quadradas adjacentes e submetidas a carregamento excêntrico.

As lajes com estribos ensaiadas neste trabalho fazem parte do conjunto de lajes idealizadas por Santos (2023) e são comparadas às lajes de referência daquele estudo.

1.2.1 Objetivos Específicos

Como forma de atingir o objetivo geral deste trabalho, os seguintes objetivos específicos serão buscados:

- Ensaio experimental de cinco espécimes de lajes em tamanho real com carregamento excêntrico variando a distribuição de armadura de punção do tipo estribo em três exemplares;
- Comparação dos resultados obtidos experimentalmente com os valores prescritos pelos seguintes códigos normativos: ACI 318-19 (ACI, 2019), Eurocode 2 (CEN, 2005), CEB fib Model Code (CEB-FIP, 2013) e NBR 6118:2023 (ABNT, 2023);
- Comparação das previsões de resistência dos códigos normativos de acordo com a proposta de redução de perímetros na presença de aberturas de Santos, Muttoni e Melo (2022);
- Comparação das lajes com armadura de cisalhamento tipo estribo com as lajes de Santos (2023), com armaduras de cisalhamento tipo conector, presença de aberturas e carregamento excêntrico.

1.3 Organização do trabalho

Além deste capítulo, este trabalho se divide em cinco partes:

- No capítulo 2 – Referencial teórico – é feita uma revisão histórica do estudo da punção em lajes, apresentando estudos recentes e as prescrições dos códigos normativos.
- No capítulo 3 – Programa experimental – é feita uma descrição dos espécimes de lajes ensaiadas, abordando suas características geométricas e construtivas; condições de ensaios de corpos de prova dos materiais e dos espécimes em si, descrevendo a configuração de carregamento dos ensaios, equipamentos de teste, instrumentação e aplicação de carga.
- No capítulo 4 – Resultados experimentais – se apresenta a forma de tratamento e os resultados dos dados dos ensaios em termos de modo falha, resistências, deslocamentos, deformações e padrões de fissuração.
- No capítulo 5 – Análise dos resultados – é feita análise comparativa dos resultados dos ensaios, comparando os valores de resistência dos espécimes armados com os de referência e com as previsões de cálculo com os perímetros proposto pelas normas e considerando as modificações propostas por Santos, Muttoni e Melo (2022). Também

são comparados os resultados experimentais das lajes deste estudo com os resultados das lajes de Santos (2023).

- No capítulo 6 – Conclusões – sumariza-se as conclusões observadas nos capítulos anteriores, indicando novos estudos que podem ampliar o conhecimento técnico-científico do fenômeno de punção.

2 Referencial teórico

2.1 Histórico dos Estudos em Punção

Segundo Wang (2013), a primeira utilização documentada de concreto armado em edificações remonta à década de 1850. Um construtor inglês chamado William Boutland Wilkinson é creditado com o primeiro edifício de concreto armado, utilizando corda de arame de mina de carvão de segunda mão embutida no concreto. Esse experimento inicial é considerado significativo, pois foi uma das primeiras tentativas de criar uma estrutura composta com concreto.

Cinco décadas depois, experimentos realizados na Estação Experimental de Engenharia, estabelecida em 1903 pela Universidade de Illinois, foram publicados numa série de boletins reportando resultados de pesquisas experimentais sobre o comportamento do concreto armado, incluindo punção em placas de concreto.

Nesses ensaios, Talbot (1906) observou que a resistência ao cisalhamento do concreto é extremamente difícil de ser testada diretamente devido a outros tipos de esforços que podem afetar o comportamento da estrutura, como tração, compressão e tensão nas nervuras. Ele propôs um novo método de teste, que chamou de teste de perfuração, no qual uma abertura é feita em uma placa de concreto ou bloco e a força necessária para perfurá-lo é medida. Talbot conduziu testes em três tipos de amostras: placas de concreto simples, blocos de concreto com uma reentrância e blocos reentrantes reforçados (Figura 2.1). Ele descobriu que a tensão de tração era a principal causa de falha em amostras não armadas e que, à medida que a carga era aumentada, as fissuras se propagavam na estrutura, culminando em falha total.

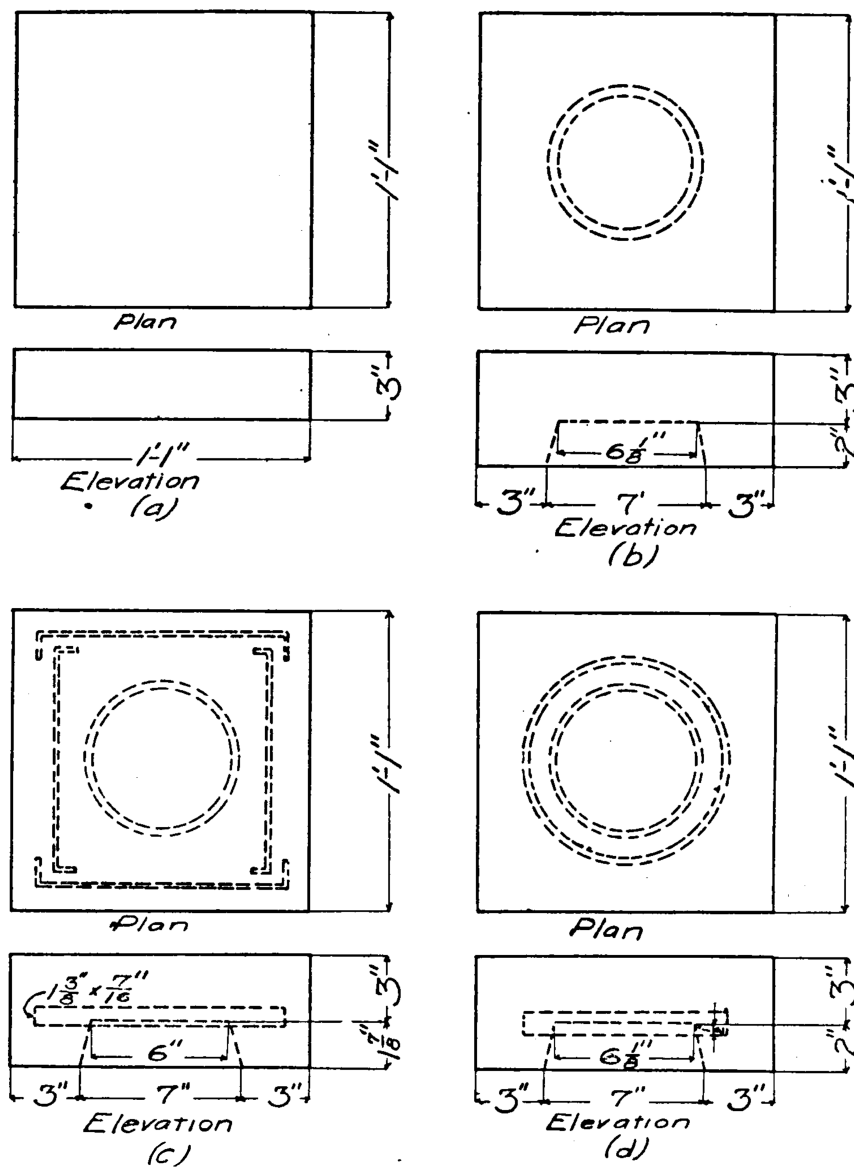


Figura 2.1 – Detalhes dos ensaios de placa de Talbot

Fonte: Talbot (1906)

Em boletim posterior, Talbot (1913) realizou ensaios de punção em ligação pilar-sapata isolada sobre leito de molas para simular a pressão uniforme ascendente do solo, conforme Figuras 2.2 e 2.3.

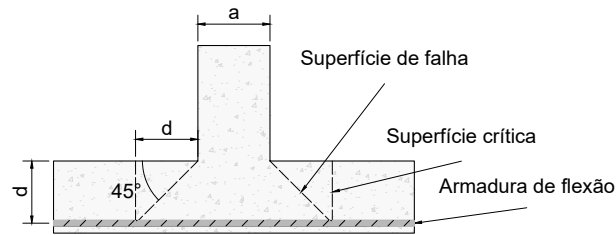


Figura 2.2 – Detalhes dos ensaios de fundação de Talbot

Fonte: Adaptado de [Talbot \(1913\)](#)

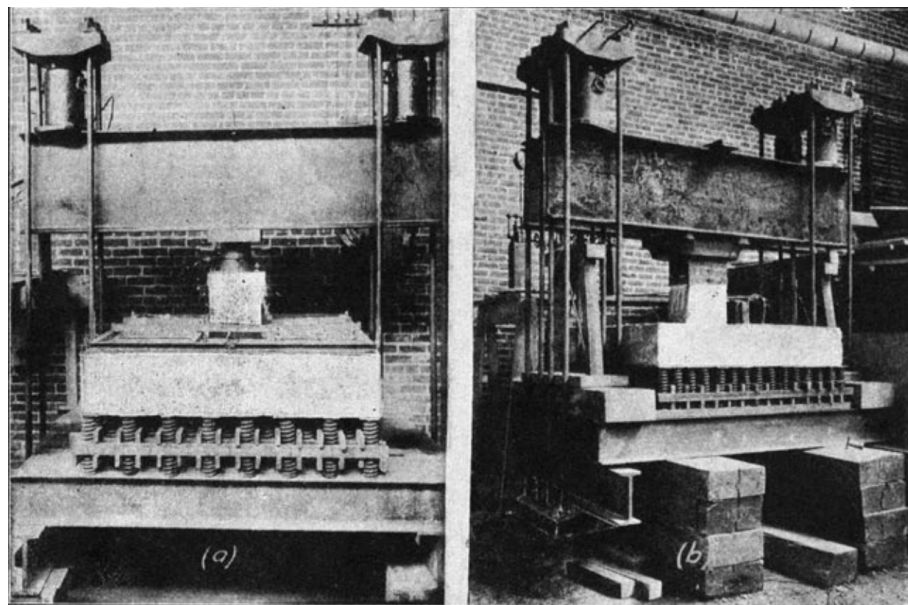


Figura 2.3 – Ensaio de fundação de Talbot

Fonte: [Talbot \(1913\)](#)

Talbot observou que, embora os princípios da ação de vigas se apliquem a sapatas de paredes (sapatas corridas), sapatas de coluna (sapatas isoladas) comportam-se mais como lajes e requerem uma abordagem diferente. Ele ressaltou os desafios de analisar as tensões nas sapatas de coluna e sugere o uso de soluções aproximadas baseadas em outras considerações, como a variação de curvatura e flexão em diferentes pontos.

A partir da teoria das linhas de escoamento ([Hognestad, 1953](#)), que assume a premissa que lajes devem ser projetadas para falhar à flexão – falha dúctil – antes que a tensão de ruptura por cisalhamento seja alcançada – ruptura frágil – [Elstner e Hognestad \(1956\)](#) buscaram ampliar o conhecimento do mecanismo de punção em lajes, reportando um dos primeiros estudos específicos de 39 lajes ([Figura 2.4](#)), que até então eram projetadas com as mesmas prescrições utilizadas no projeto de fundações.

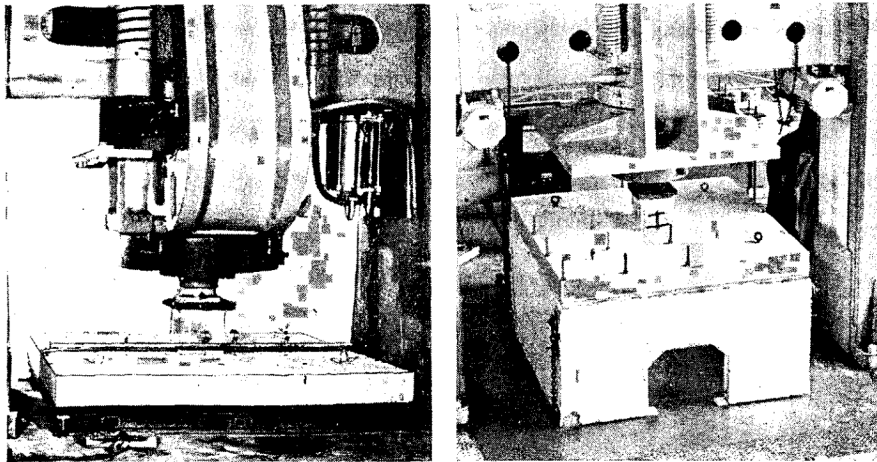


Figura 2.4 – Ensaio de punção em lajes de Elstner e Hognestad

Fonte: [Elstner e Hognestad \(1956\)](#)

Lista-se contribuições relevantes desse estudo:

- Resistência à punção não é dependente da armadura de flexão de compressão da laje;
- Pequenas excentricidades de carregamento (de até $0,5c_1$) oferecem pouco impacto na resistência à punção da ligação, embora tenha sido observado uma tendência de deslocamento das fissuras para a direção da excentricidade do carregamento;
- Estribos próximos à ligação aumentam a resistência à punção;

[Stasio e Buren \(1960\)](#) apresentaram modelo de cálculo baseado em dados experimentais. Considerando que parte do momento da laje era resistido pela interface da laje pilar e outra parte por cisalhamento na seção crítica afastada $t - 1,5in$ do pilar. O momento fletor seria resistido por cisalhamento na seção crítica de acordo com [Figura 2.5](#). Os autores já propunham provisões acerca do efeito da presença de aberturas na ligação conforme [Figura 2.6](#).

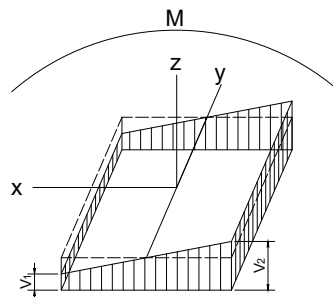


Figura 2.5 – Diagramas de esforços de cisalhamento.

Fonte: Adaptado de [Stasio e Buren \(1960\)](#)

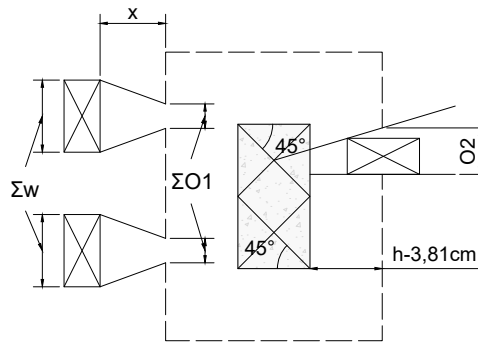


Figura 2.6 – Provisões para correção do perímetro crítico na presença de aberturas.

Fonte: Adaptado de [Stasio e Buren \(1960\)](#)

[Kinnunen e Nylander \(1960\)](#) publicaram estudo que é considerado a primeira tentativa robusta de descrever o fenômeno de punção em ligações laje-pilar de forma teórica. Os dados disponíveis apontavam que o deslocamento fora do cone de punção se dava de forma linear e, a partir dessa análise e dos estudos experimentais, propuseram o modelo teórico em que o cisalhamento seria transmitido por um cone de compressão que se desenvolve ao redor do pilar, como mostra a [Figura 2.7](#). Esse estudo impacta direta e indiretamente grande parte dos modelos correntes de cálculo das ligações laje-pilar.

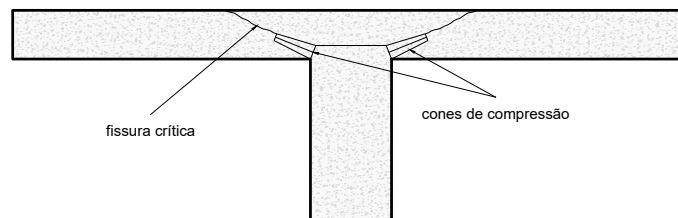


Figura 2.7 – Detalhes do modelo de cone de compressão.

Fonte: Adaptado de [Kinnunen e Nylander \(1960\)](#)

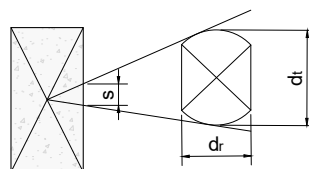


Figura 2.8 – Provisões para ajuste da seção crítica devido a presença de aberturas.

Fonte: Adaptado de [Kinnunen e Nylander \(1960\)](#)

Ensaio experimentais em escala feitos por [Hanson e Hanson \(1968\)](#) avaliaram a

transferência de momento fletor na presença de aberturas, além de um extenso estudo das lajes de [Stasio e Buren \(1960\)](#) e [Moe \(1961\)](#).

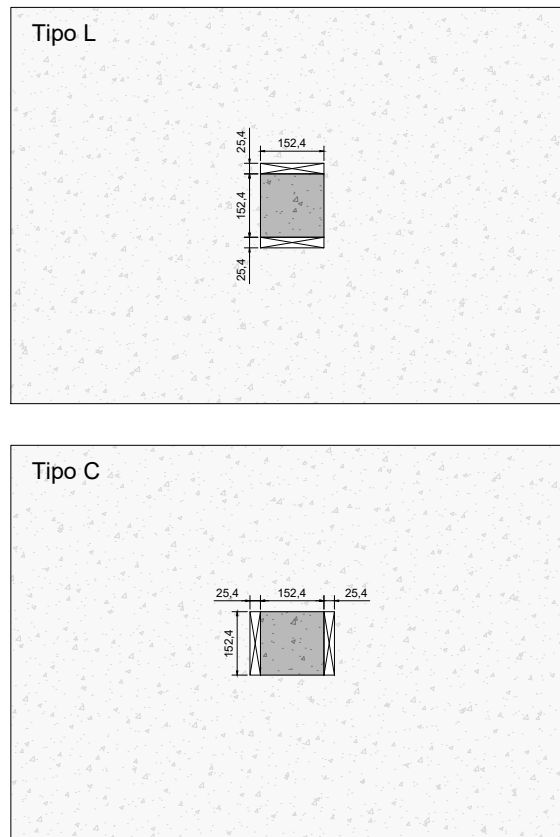


Figura 2.9 – Espécimes com aberturas adjacentes.

Fonte: [Hanson e Hanson \(1968\)](#)

Nota: Dimensões em milímetros

Segundo os autores, aberturas adjacentes ao pilar quadrado e paralelas ao lado maior da laje tem efeito menor na resistência ao cisalhamento do que aberturas paralelas ao lado menor da laje. No primeiro caso quase não se observou diferença, no segundo houve redução entre 30 e 35% da resistência ao cisalhamento.

O aumento das dimensões do pilar aumenta a transferência de momento da laje para o pilar. Dobrando a face que resiste ao momento eleva-se entre 20 e 40% a resistência.

A comparação entre valores de ruptura e de cálculo apontam para segurança e exatidão no método de Moe. Conservadorismo no método de Di Stasio e Van Buren (adaptado) e valores inseguros (coeficiente menor que 2) para os códigos.

O método de Di Stasio e Van Buren gera valores de resistência elevados quando os momentos resistidos pelas faces transversais ao plano do momento são altos. No entanto os ensaios de ([Hanson; Hanson, 1968](#)) e [Moe \(1961\)](#) (Bulletin D47) apontam para a não correlação entre aumento de resistência à flexão da laje com o aumento à resistência à

punção.

Müller, Muttoni e Thürlimann (1984), fizeram ensaios experimentais em oito lajes hexagonais em que se estudou a presença de aberturas, o emprego de armaduras de cisalhamento (estribos abertos com pequenas chapas soldadas para ancoragem) e o efeito da pré-tensão. A capacidade de carga diminuiu proporcionalmente com a presença e tamanho das aberturas, mas foi recuperada e superada com o emprego de armadura de cisalhamento. Importante notar que as armaduras de flexão foram dobradas nas aberturas, podendo agir no combate ao cisalhamento, e que os estribos com as chapas soldadas podem ter tido desempenho intermediário entre estribo e conector.

Teng, Kuang e Cheong (1999), fizeram ensaios experimentais em 20 lajes onde se estudou a retangularidade do pilar, o desbalanceamento do carregamento nos eixos $x - x$ e $y - y$ e o posicionamento e orientação da abertura retangular. Observou-se que aberturas adjacentes ao menor lado do pilar têm maior impacto na redução da capacidade de carga uma vez que as tensões de cisalhamento se concentram nas extremidades dos pilares retangulares. Os autores propuseram uma correção ao perímetro efetivo considerando a retangularidade e concentração de tensões nos pilares. Sugeriram a redução do perímetro efetivo na presença de aberturas por linhas radiais como proposto por (Stasio; Buren, 1960) para aberturas distantes até $6d$ da face do pilar.

Roll *et al.* (1971), investigaram a presença de aberturas em ligações laje-pilar buscando reproduzir as lajes de Moe e Elstner e Hognestad, em escala reduzida, variando número de aberturas, tamanhos e posições. Concluíram que o método de redução do perímetro crítico por linhas radiais era efetivo para o cálculo da resistência das lajes com aberturas estudadas.

Outros autores realizaram pesquisas relevante sobre o tema, entre eles destacam-se Regan (1974), Bazant e Cao (1987), Marzouk e Hussein (1991), Hallgren (1996), Teng *et al.* (2004), Broms (2005), entre outros.

Souza (2008) investigou experimentalmente o comportamento de 19 lajes distribuídas em dois grupos. O primeiro grupo tratava dos ensaios sem transferência de momento e estudou a presença de uma ou duas aberturas com diversos posicionamentos em relação ao pilar e a presença simultânea de aberturas e barras dobradas como armadura de punção. O segundo grupo estudou a excentricidade de carregamento com diferentes combinações de aberturas. Os resultados mostraram uma consistente redução da capacidade resistente das lajes em função do tamanho e posicionamento das aberturas, com parcial recuperação da resistência com as barras dobradas para a série sem transferência de momento. Para a série com transferência de momento notou-se que a redução da resistência devido ao momento é amplificada com a presença de aberturas.

Muttoni (2008), influenciado pelos trabalhos de Kinnunen e Nylander (1960), Muttoni e Schwartz (1991), apresentou a Teoria da Fissura Crítica - TFC (CSCT, na sigla em inglês), com explicações teóricas do funcionamento mecânico da punção, correlacionando o critério de falha à rotação da laje (Figura 2.10), fornecendo uma previsão precisa da resistência à

punção de lajes lisas de concreto armado. Outra contribuição significativa de Muttoni, foi a proposição de equações de cálculo da resistência simplificadas em relação às propostas por [Kinnunen e Nylander](#). Em consequência do modelo proposto, outros fatores são considerados na resistência à punção, como o diâmetro máximo do agregado utilizado, que afeta o efeito de engrenamento que trata da parcela de resistência residual do concreto atribuída ao intertravamento dos agregados na fissura.

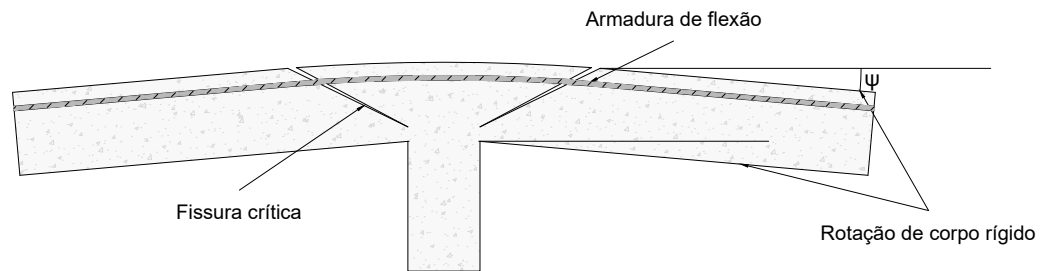


Figura 2.10 – Modelo mecânico da TFC.

Fonte: Adaptado de [Muttoni \(2008\)](#)

[Oliveira \(2012\)](#) realizou ensaios em sete lajes onde se investigou a presença de aberturas com e sem carregamento excêntrico. Observou-se que aberturas adjacentes ao pilar na direção da excentricidade com dimensões superiores as do próprio pilar têm grande impacto na redução da capacidade de resistência da ligação se comparado com aberturas dispostas no lado oposto à excentricidade. Observou-se também a redução da resistência das ligações com aberturas e transferência de momento.

[Sacramento *et al.* \(2012\)](#) fizeram extenso levantamento do banco de dados de lajes disponíveis na literatura e verificou as resistências prescritas para essas lajes segundo os códigos NBR 6118, Eurocode 2, e ACI 318, bem como aplicou a Teoria da Fissura Crítica de [Muttoni](#). Os resultados mostraram que o modelo apresentou boa aderência aos dados das lajes ensaiadas, como desvios-padrões menores do que os aferidos nos códigos correntes à época.

[Borges, Melo e Gomes \(2013\)](#) ensaiaram 13 lajes com aberturas e armadura de cisalhamento suportadas por pilares retangular. Observou-se que para pequenas aberturas o uso de armadura vertical ao redor das aberturas contribuiu para reduzir o decréscimo de resistência causado pelo volume de concreto ausente e indicou que estudos com diferentes tamanhos de pilares e com carregamento desbalanceado se faziam necessários.

[Oliveira, Gomes e Melo \(2014\)](#) realizaram estudos experimentais em que as principais variáveis investigadas foram a existência ou não de aberturas na ligação, a taxa e a distribuição da armadura de flexão e diferentes valores de excentricidade no carregamento. A presença de aberturas conduziu a um aumento dos deslocamentos verticais nas regiões das aberturas,

enquanto o carregamento excêntrico aplicado no maior lado do pilar e no sentido da abertura diminuiu significativamente a resistência ao cisalhamento das lajes. Observou-se também que a excentricidade de carregamento tem impacto maior na redução da resistência da ligação à punção se comparada a existência de aberturas adjacentes ao pilar.

Liberati et al. (2019) realizaram ensaios experimentais em 12 ligações laje pilar com pilares quadrados e presença de aberturas circulares, variando dimensões das aberturas e posicionamento. Observou-se a diminuição da capacidade resistente com o aumento do número de aberturas.

Mostofinejad et al. (2020) realizaram estudo de 16 lajes com o auxílio de um modelo de elementos finitos calibrado com lajes pertencentes a bancos de dados da literatura. Apesar da presença de aberturas ou o tipo de conexão, os resultados mostraram que a seção com as maiores tensões é a seção afastada $d/2$ da face do pilar.

Também se observou que mudanças significativas na tensão de cisalhamento em aberturas localizadas próximas às ligações em comparação com aquelas observadas em ligações sem aberturas; as mudanças são acentuadas com o aumento das dimensões das aberturas e a redução da distância da coluna. Além disso, verificou-se que as aberturas têm um efeito maior no aumento das tensões de cisalhamento nas conexões internas do que nas de borda.

Bursac et al. (2021) estudaram a influência do carregamento excêntrico em ligações com presença de aberturas (*Figura 2.11*). Dentre as contribuições do estudo destaca-se a avaliação da influência da localidade da abertura em relação à excentricidade do carregamento. Aberturas com dimensões similares no lado oposto à excentricidade aumentou a resistência da ligação estudada em 18% em relação ao espécime com a abertura localizada do lado da excentricidade de carga. Salienta-se que nenhum código normativo atual apresenta diferentes prescrições para aberturas de mesmas dimensões posicionadas em diferentes faces do pilar, tampouco em relação à excentricidade de carga.

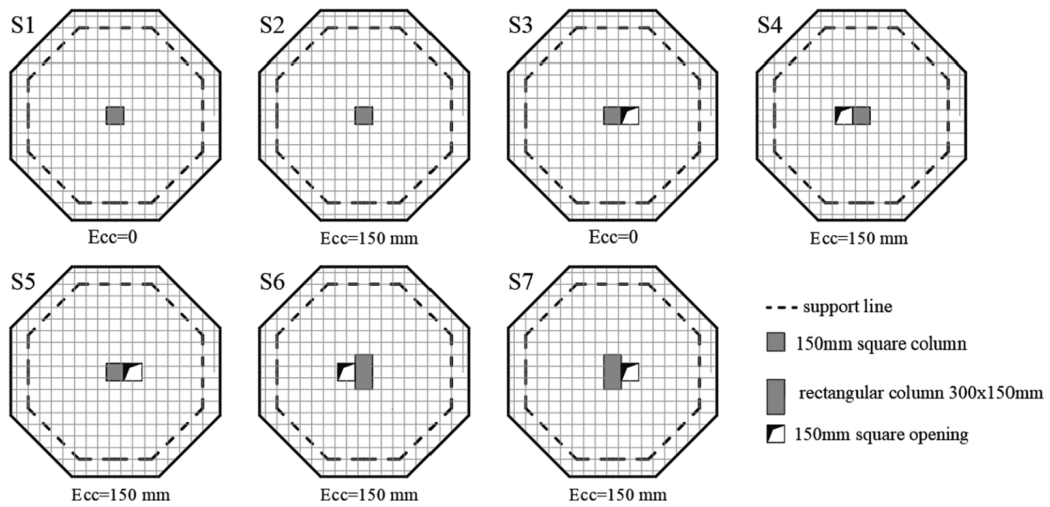


Figura 2.11 – Lajes do estudo de Bursác.

Fonte: [Bursác et al. \(2021\)](#)

[Santos \(2022\)](#), mostrou que considerar a excentricidade provocada por aberturas assimétricas de grande dimensões culmina em ganhos na redução do coeficiente de variância nas provisões de cálculo vigentes frente aos resultados experimentais.

[Santos, Muttoni e Melo \(2022\)](#), baseados em estudos numéricos e na revisão do banco de dados de 68 lajes da literatura, propuseram modificações na redução do perímetro crítico quando aberturas estiverem presentes na ligação, conforme mostra a [Figura 2.12](#). O estudo chegou numa distribuição de valores prescritos de resistência com menor coeficiente de variação do que considerando a formulação para redução dos perímetros críticos dos códigos vigentes.

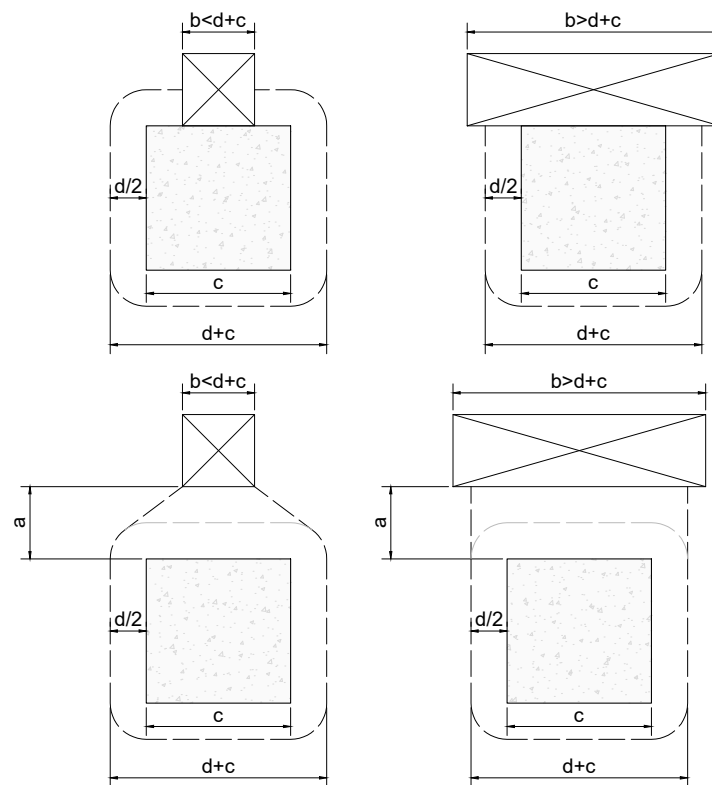


Figura 2.12 – Proposta de redução do perímetro crítico

Fonte: Adaptado de Santos, Muttoni e Melo (2022)

Posteriormente, os mesmos autores aplicaram a redução proposta em novos ensaios experimentais (Santos, 2023), que apresentaram, novamente, redução nos coeficientes de variação dos códigos analisados com as modificações.

Wu *et al.* (2022) realizaram ensaios experimentais com a utilização de endoscópios industriais para observar o surgimento e propagação das fissuras críticas durante a aplicação do carregamento. Os endoscópios foram posicionados em aberturas de pequeno diâmetro radialmente distribuídos, conforme Figuras 2.13 e 2.14.

Os resultados dos ensaios apontam para o surgimento de pontos de iniciação da fissura ao redor do perímetro crítico que posteriormente se agrupam numa superfície de falha tronco-cônica (Figura 2.14).

O estudo joga luz no processo de desenvolvimento do cone de punção, evidenciando que as fissuras críticas seguem um processo progressivo que se inicia numa altura média em diversos pontos ao redor da ligação e, posteriormente, se desenvolvem até alcançar as faces de tração e compressão, ao mesmo passo que se interligam conformando a superfície de falha do tronco de punção.

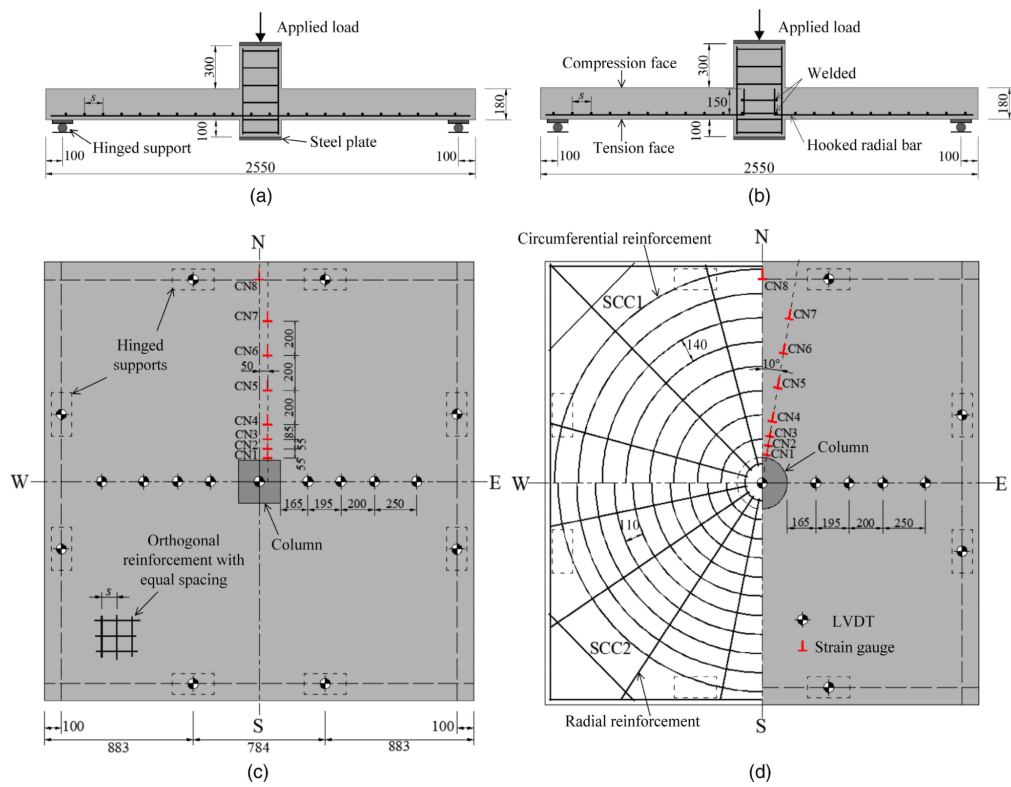


Figura 2.13 – Programa experimental de *Wu et al. (2022)*.

Fonte: *Wu et al. (2022)*

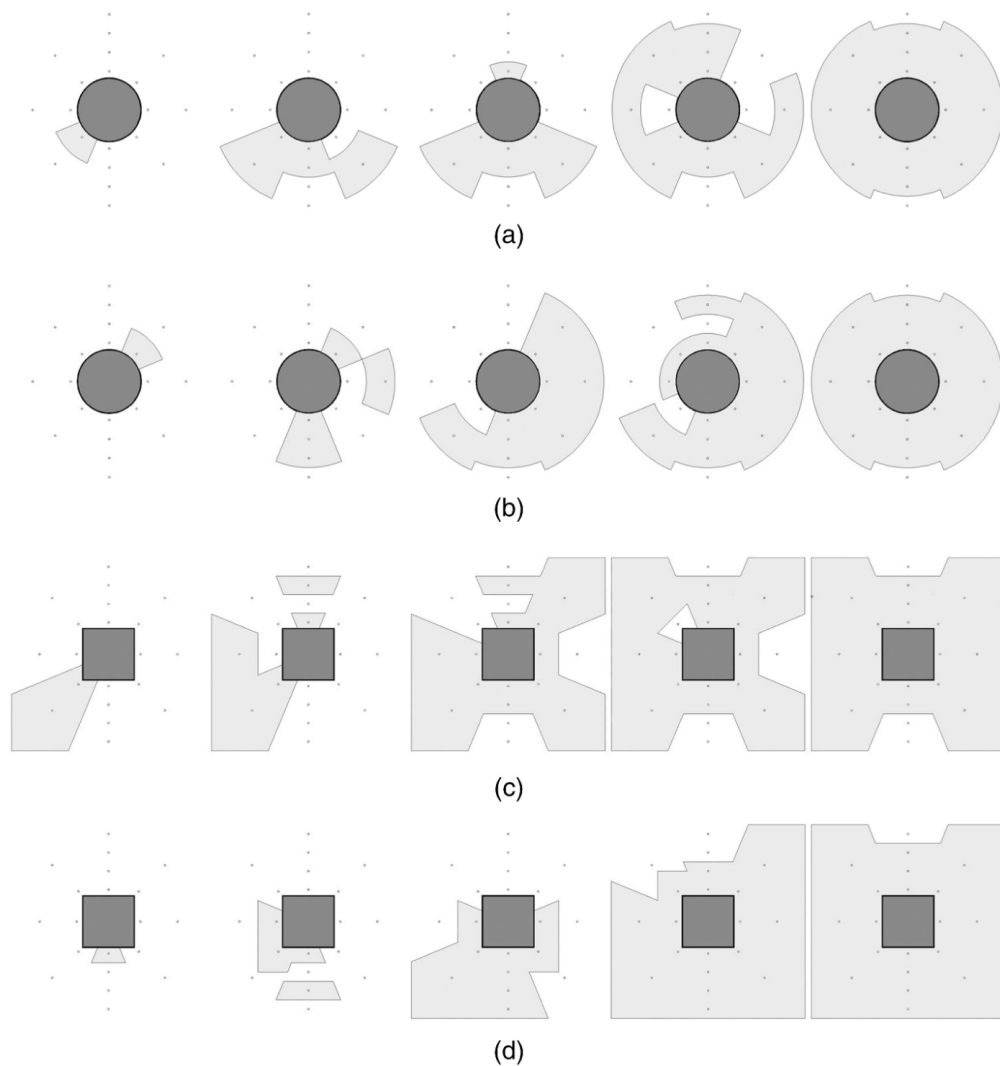


Figura 2.14 – Evolução da fissuração.

Fonte: Wu *et al.* (2022)

Santos *et al.* (2024) ensaiaram experimentalmente 9 ligações laje-pilar em tamanho real com presença de aberturas e submetidas a carregamentos excêntricos. Os resultados corroboraram os de Oliveira, Gomes e Melo (2014) ao mostrar que a excentricidade de carregamento tem maior impacto na perda de capacidade resistente quando comparado à presença de aberturas nas adjacências dos pilares. Também se verificou melhor correlação de valores de resistência de cálculo para valores de ensaio quando utilizado as considerações de redução de perímetro propostas por Santos, Muttoni e Melo (2022).

Santos, Melo e Ruiz (2024) ensaiaram experimentalmente 5 lajes em escala real com o intuito de investigar o comportamento de ligações laje-pilar com aberturas adjacentes aos pilares, excentricidade de carregamento e presença de armadura de cisalhamento. O estudo demonstrou que armaduras de cisalhamento do tipo conector são eficientes na recuperação da resistência das ligações devido a presença de aberturas e concentrações de tensão devido à excentricidade de carregamento. Ademais, os códigos de cálculo vigentes apresentaram

maior dispersão de previsões para os casos estudados.

2.2 Prescrições normativas

Nesta parte do trabalho serão abordados as prescrições de cálculo previstos pelas normas NBR 6118:2023 (ABNT, 2023), ACI 318-19 (ACI, 2019), Eurocode 2 (CEN, 2005) e fib Model Code 2010 (CEB-FIP, 2013).

2.2.1 ABNT NBR 6118:2023 e Eurocode 2

A NBR 6118:2023 baseou-se em grande medida na norma europeia (Eurocode 2 – EC2), o que concorreu para a semelhança entre as prescrições normativas.

Diante da similaridade entre as duas normativas, optou-se por descrever a normativa brasileira e, ao final deste subitem, focar nas diferenças entre as normas, que se dá principalmente na definição da redução do perímetro crítico na presença de aberturas e nas nomenclaturas e apresentações das equações.

A norma brasileira trata o fenômeno da punção através da verificação indireta da resistência à compressão e tração diagonais do concreto em duas superfícies críticas, onde se presume a falha. A primeira superfície crítica encontra-se na adjacência entre pilar e laje e a segunda afastada determinada distância do pilar.

Para cada superfície crítica há um contorno crítico correspondente:

- Contorno C é aquele que coincide com o contorno do pilar (linha contínua na [Figura 2.15](#)), ou da carga concentrada, e para a qual verifica-se indiretamente a compressão diagonal; e,
- Contorno C' , distante $2d$ das faces do pilar e com cantos arredondados, onde se verifica a resistência à tração.

Quando for prevista armadura transversal, deve-se verificar a resistência à tração em um terceiro contorno crítico denominado C'' , afastado $2d$ da última camada de armadura de cisalhamento (vide [Figura 2.16](#)).

2.2.1.1 Definição da tensão solicitante nas superfícies críticas C e C'

A partir da força cortante V e momento M atuantes, obtém-se a tensão τ_S considerando a superfície crítica avaliada ud , a concentração de tensão devido à retangularidade do pilar K e o momento plástico resistente da seção W_p , conforme [Equação \(2.1\)](#)¹:

¹ Para fins de pesquisa, optou-se por apresentar as equações com seus valores característicos, retirando os coeficientes de segurança e suas respectivas notações.

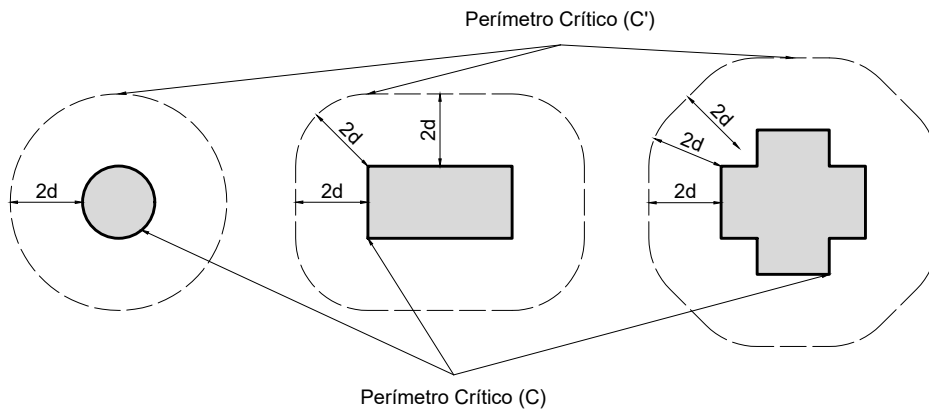


Figura 2.15 – Perímetros críticos

Fonte: Adaptado da NBR 6118 ABNT (2023)

$$\tau_s = \frac{V}{ud} + K \frac{M}{W_p d} \quad (2.1)$$

Da força F pode ser deduzido o carregamento distribuído na superfície superior da laje entre o pilar e o contorno crítico considerado.

No cálculo da tensão solicitante o valor de $d = \frac{d_x + d_y}{2}$ representa a média aritmética das alturas úteis nas direções das armaduras de flexão ortogonais.

O coeficiente K é proporcional às dimensões do pilar e pode ser consultado na Tabela 19.2 da NBR 6118:2023, sendo equivalente a 0,6 para pilares quadrados.

O momento plástico resistente é formulado como mostrado na Equação (2.2), onde c_1 e c_2 correspondem à menor e maior dimensão do pilar retangular, respectivamente:

$$W_p = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1 \quad (2.2)$$

Para outras geometrias e perímetros externos na presença de armadura, W_p pode ser calculado resolvendo integral da Equação (2.3), onde dl é o comprimento infinitesimal do perímetro crítico e $|e|$ é o módulo da distância de dl ao eixo do vetor do momento.

$$W_p = \int_l |e| dl \quad (2.3)$$

2.2.1.2 Definição da tensão resistente na superfície crítica C' para ligações sem armadura transversal

A τ_{R1} , dada pela Equação (2.4), é a tensão contra a qual se verifica a resistência à tração do concreto na superfície de ruptura equivalente ao contorno C' , onde $\rho_{x,y}$ é a taxa de

armadura de flexão do trecho da laje nas direções x e y e f_{ck} é a resistência à compressão do concreto:

$$\tau_{R1} = 0,182k_e \sqrt[3]{100\rho f_{ck}} \quad (2.4)$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,02 \quad (2.5)$$

$$k_e = \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \leq 2, d \text{ em cm} \quad (2.6)$$

A recente revisão da NBR 6118, publicada em 2023, passou a considerar o *size effect* nominalmente com a substituição de parte da equação anterior pelo fator k_e , denominado “fator de escala”, limitando-o ao valor de 2.

2.2.1.3 Definição da tensão resistente na superfície crítica C

A τ_{R2} , dada pela [Equação \(2.7\)](#), é a tensão contra a qual se verifica a resistência à compressão do concreto na superfície de ruptura equivalente ao contorno C :

$$\tau_{R2} = 0,27\left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)f_{ck} \quad (2.7)$$

2.2.1.4 Definição da tensão resistente na superfície crítica C' para ligações armadas transversalmente

A norma brasileira considera uma redução da parcela resistida pelo concreto, acrescentando a resistência proporcionada pela armadura de cisalhamento, conforme [Equação \(2.8\)](#):

$$\tau_{R3} = 0,14k_e \sqrt[3]{100\rho f_{ck}} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywk,ef} \sin \alpha}{ud} \quad (2.8)$$

Onde A_{sw} representa a soma das áreas das seções transversais de uma camada de armadura de cisalhamento, s_r é a distância entre camadas de armadura transversal, $f_{ywk,ef}$ é a tensão resistente efetiva do aço utilizado e α é o ângulo formado entre a armadura e o plano da laje. Quando o posicionamento das armaduras de cisalhamento for transversal, este ângulo iguala-se a $\sin(90) = 1$.

Para armaduras do tipo estribo, a norma limita a resistência efetiva do aço $f_{ywd,ef}$ para valores de 250 MPa (equivalente a 0,57% da resistência de cálculo) em lajes de até 15 cm de espessura, permitindo a interpolação linear entre esse percentual e 100% da resistência de cálculo para lajes com 35 cm ou mais de espessura.

Para armaduras do tipo conector (*stud*), a norma permite $f_{ywd,ef}$ de até 300 MPa, equivalente à 0,69% da resistência máxima de cálculo.

2.2.1.5 Perímetro crítico na presença de aberturas e armadura de cisalhamento

Quando houver uso de armadura de punção, deve se verificar a resistência no contorno C'' afastado $2d$ da última camada de aço em acordo com a [Figura 2.16](#) e conforme procedimento de cálculo descrito na [subseção 2.2.1.2](#). O número de camadas deve ser tal que a verificação seja satisfatoriamente atendida.

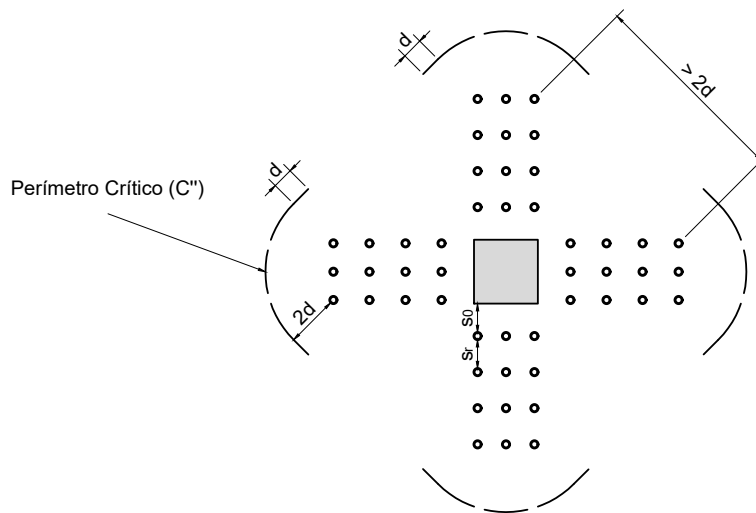


Figura 2.16 – Perímetro crítico na presença de armadura de punção

Fonte: Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2023)

A primeira camada de armaduras de cisalhamento deve obedecer a distância máxima do pilar $s_0 \leq 0,5d$ e a distância máxima de $s_r \leq 0,75d$ entre camadas.

A presença de aberturas a uma distância menor que $8d$ do pilar implica na redução do perímetro crítico descrito anteriormente pelo método de linhas radiais que partem do centro geométrico do pilar, conforme [Figura 2.17](#).

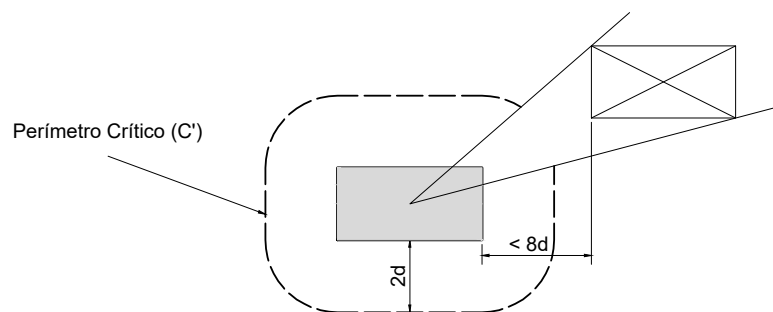


Figura 2.17 – Redução do perímetro crítico devido a presença de aberturas

Fonte: Adaptado da NBR 6118 (ABNT, 2023)

Existe a previsão de armadura de punção obrigatória para casos onde a estabilidade da laje avaliada for indispensável para a estabilidade global da estrutura, bem como previsão de armadura para prevenir o colapso progressivo da estrutura.

2.2.1.6 Eurocode 2

No que tange à redução do perímetro crítico devido a presença de aberturas, duas diferenças são observadas: a consideração de aberturas até uma distância $6d$ da face do pilar, enquanto a NBR 6118:2023 considera aberturas até $8d$; e modificação para aberturas retangulares em que o lado menor estiver voltado para o pilar, isto é, $a \leq b$, em que a menor dimensão será considerada como o lado de um quadrado de área equivalente à área do retângulo, conforme [Figura 2.18](#):

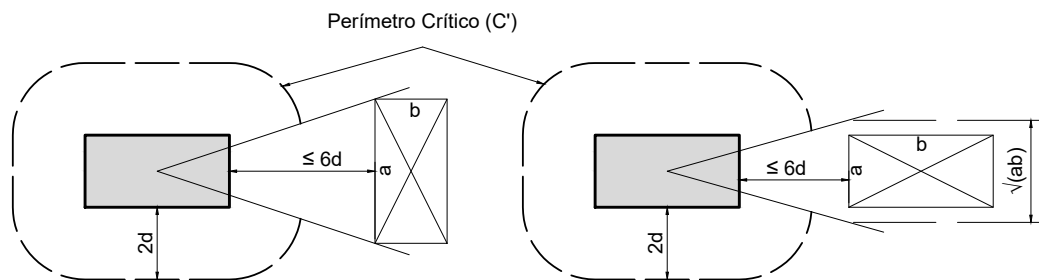


Figura 2.18 – Perímetro crítico na presença de aberturas - Eurocode 2

Fonte: Adaptado de Eurocode 2 CEN (2005)

Referente ao denominado *perímetro de controle externo*, equivalente ao perímetro crítico C'' da NBR, o EC2 recomenda que este seja localizado a uma distância do pilar tal que a verificação de compressão governada pela [Equação \(2.7\)](#) seja atendida. Deste perímetro, a última camada de armadura de cisalhamento não deve distar mais do que $1,5d$.

Quanto às equações, em que pese serem formuladas com outra nomenclatura, elas se reduzem às equações já apresentadas, com exceção dos coeficientes das equações equivalentes à [Equação \(2.4\)](#), à [Equação \(2.7\)](#) e a [Equação \(2.8\)](#), onde os coeficientes utilizados passariam de 0,182 para 0,18 para a primeira, de 0,27 para 0,3 para a segunda e de 0,14 para 0,135 para a última. As diferenças numéricas são marginais e podem ser atribuídas ao nível de arredondamento/truncamento adotado pelos diferentes códigos.

A metodologia para definição do valor de $f_{yw,ef}$, empregado para encontrar [Equação \(2.8\)](#), também diferencia as duas normas. O código brasileiro limita a resistência de cálculo de armaduras do tipo estribo em 250 MPa para lajes de até 15 cm de espessura, permitindo a interpolação linear com o valor de f_{ywd} para lajes com $h \geq 35\text{ cm}$, essa relação para valores característicos ($\gamma_s = 1,15$) é mostrada na [Equação \(2.9\)](#). Já a norma europeia

não diferencia o tipo de armadura (estribo, conectores, etc) nem apresenta limites inferiores e superiores de espessura da laje, apenas estipula o valor de $f_{ywd,ef}$ a partir do valor da altura efetiva d , dada em milímetros. A [Equação \(2.10\)](#), já em valores característicos, mostra a previsão do Eurocode 2.

Para a NBR 6118:2023, em valores característicos:

$$f_{ywk,ef} = \gamma_s \left(250 + \frac{f_{ywk} - 250}{35 - 15} (h - 15) \right) \leq \gamma_s f_{ywd} \quad (2.9)$$

Para o Eurocode 2, em valores característicos (d em milímetros):

$$f_{ywk,ef} = \gamma_s (250 + 0,25d) \leq \gamma_s f_{ywd} \quad (2.10)$$

2.2.2 ACI 318-19

2.2.2.1 Perímetro de controle básico

A definição do ACI 318-19 para o perímetro de controle básico b_0 (equivalente ao perímetro crítico) prevê afastamento $d/2$ das faces do pilar, capitel ou ábaco, conforme ilustrado na [Figura 2.19](#). O código também prevê que o perímetro de controle pode ser desenhado em linhas retas, facilitando o procedimento de cálculo pelo projetista.

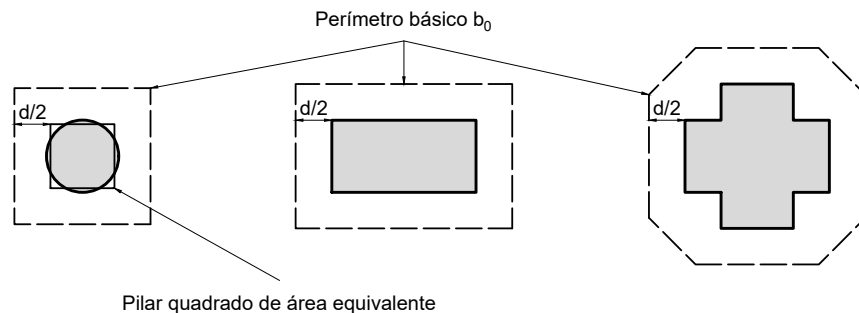


Figura 2.19 – Perímetro crítico segundo ACI 318-19

Fonte: Adaptado de ACI 318-19 2019

Como notado na figura anterior, para casos de pilares circulares, ou poligonais, é permitido o tratamento do pilar como um pilar quadrado de área equivalente.

Quando a ligação for reforçada com armadura de cisalhamento, um segundo perímetro b_0 é considerado a uma distância $d/2$ da última camada de armadura de cisalhamento, conectando o afastamento da última camada de forma a minimizar o perímetro total, conforme [Figura 2.20](#).

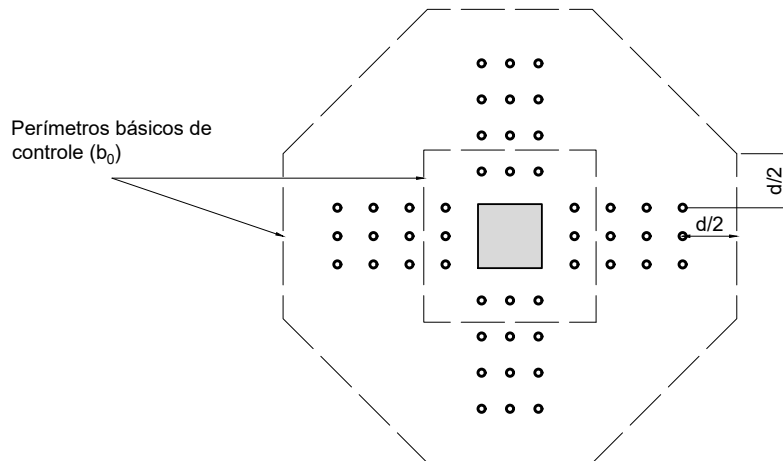


Figura 2.20 – Perímetro básico na presença de armadura transversal (ACI 318)

Fonte: Adaptado de ACI 318 2019

2.2.2.2 Tensão solicitante

O ACI 318-19 assume que parte do momento resistido pelo pilar na ligação, M_{sc} , é transmitido através da flexão. Essa fração se encontra multiplicando o momento pelo fator γ_f , conforme Equação (2.11).

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \quad (2.11)$$

$$b_1 = c_1 + d \quad (2.12)$$

$$b_2 = c_2 + d \quad (2.13)$$

A parcela complementar do momento é resistida por cisalhamento e pode ser obtida utilizando-se o fator apresentado pela Equação (2.14). Pode-se traçar um paralelo entre a parcela de momento transferida por cisalhamento ao pilar com o coeficiente de retangularidade da NBR 6118:2023 e do EC2, visto que ambos são diretamente proporcionais à razão entre o lado do pilar paralelo à excentricidade de carga e o lado perpendicular.

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f \quad (2.14)$$

A tensão de cisalhamento ν_u na seção crítica distante $d/2$ da face do pilar é calculada a partir da tensão oriunda dos esforços cortantes ν_{uv} e da parcela de momento resistida por cisalhamento na ligação $\gamma_v M_{sc}$, conforme Equação (2.15):

$$\nu_u = \nu_{uw} + \frac{\gamma_v M_{sc} c}{J_c} \quad (2.15)$$

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2} \quad (2.16)$$

$$\nu_{uw} = \frac{V_u}{b_0 d} \quad (2.17)$$

Em que c representa a distância entre o centro do eixo de rotação (coincidente com o centro do pilar e perpendicular ao plano do momento) e o lado da seção crítica mais carregado devido ao momento fletor; J_c representa propriedade análoga ao momento polar de inércia da seção crítica, calculado conforme [Equação \(2.16\)](#); e c_1 e c_2 representam os lados paralelo e perpendicular do pilar em relação à excentricidade de carga, respectivamente.

A recomendação ACI-ASCE 421R – Guide to Seismic Design of Punching Shear Reinforcement in Flat Plates ([ACI, 2010](#)) propõe a substituição da propriedade J_c pelas propriedades $J_{x,y}$, calculadas conforme [Equações \(2.19\)](#) e [\(2.20\)](#), como forma de generalizar a determinação dos valores:

$$b_0 = \sum l_{ij} \quad (2.18)$$

$$J_x = \frac{d}{3} \sum \left[l_{ij} \left(y_i^2 + y_i y_j + y_j^2 \right) \right] \quad (2.19)$$

$$J_y = \frac{d}{3} \sum \left[l_{ij} \left(x_i^2 + x_i x_j + x_j^2 \right) \right] \quad (2.20)$$

Nas [Equações \(2.18\)](#) a [\(2.20\)](#), b_0 é o perímetro de controle; $J_{x,y}$ é igual ao segundo momento de inércia da seção crítica multiplicado pela altura efetiva d ; l_{ij} é o comprimento do segmento; x_i e y_i são coordenadas da extremidade i do segmento e x_j e y_j coordenadas da extremidade j do segmento em relação ao eixo do momento considerado.

2.2.2.3 Tensão resistente

Para lajes sem armadura de cisalhamento, a resistência nominal ν_n é devida em sua totalidade ao concreto, conforme [Equação \(2.21\)](#). Já para lajes com armadura de cisalhamento, parte da resistência é atribuída ao concreto e parte ao aço, como mostra a [Equação \(2.22\)](#).

$$\nu_n = \nu_c \quad (2.21)$$

$$\nu_n = \nu_c + \nu_s \quad (2.22)$$

Para determinar o valor de ν_c para lajes de concreto convencional sem armadura de cisalhamento, utiliza-se o menor valor resultante da [Equação \(2.23\)](#), observando o valor limite de $\sqrt{f'_c} \leq 8,3MPa$:

$$v_c = \min \begin{cases} 0,33\lambda_s\sqrt{f'_c} \\ \left(0,17 + \frac{0,33}{\beta}\right)\lambda_s\sqrt{f'_c} \\ \left(0,17 + \frac{0,083\alpha_s d}{b_0}\right)\lambda_s\sqrt{f'_c} \end{cases} \quad (2.23)$$

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{d}{250}}} \leq 1, \text{ size effect} \quad (2.24)$$

Em que:

$$\beta = \frac{c_y}{c_x}, \text{ razão entre maior e menor lado do pilar} \quad (2.25)$$

$$\alpha_s = \begin{cases} 40, & \text{para pilares internos} \\ 30, & \text{para pilares de extremidade} \\ 20, & \text{para pilares de canto} \end{cases} \quad (2.26)$$

$$f'_c = \text{resistência à compressão específica do concreto} \quad (2.27)$$

Para lajes de concreto convencional com armadura de cisalhamento do tipo estribo, utiliza-se a [Equação \(2.28\)](#)². A redução da parcela resistida pelo concreto na presença de armadura de cisalhamento deve-se a expectativa que o aço passe a resistir ao cisalhamento após o surgimento das fissuras, que se inicia próximo da metade da capacidade de carga da laje.

$$v_c = 0,17\lambda_s\sqrt{f'_c} \quad (2.28)$$

Diferentemente das outras normativas, o ACI prevê apenas uma equação para verificação da tensão resistente do concreto nos dois perímetros de controle para o caso de estribos. Não há previsão de verificação à compressão no contorno imediato do pilar.

A parcela resistente do aço, para o caso de estribos, é calculada pela [Equação \(2.29\)](#).

$$v_s = \frac{A_v f_{yt}}{b_0 s} \quad (2.29)$$

Onde A_v é a área de aço das seções transversais das pernas dos estribos na primeira camada entorno do pilar e s é o espaçamento entre camadas de estribos.

² Existem outras provisões para o cálculo para v_c para lajes armadas com conectores que podem ser consultadas na tabela 22.6.6.1 do ACI 318 [2019](#).

Por fim, para o caso de lajes armadas com estribo obtém-se a tensão resistente por meio da [Equação \(2.30\)](#) no perímetro de controle próximo ao pilar, dispensando a segunda parcela quando se verifica no perímetro de controle fora da região dos estribos:

$$v_n = 0,17\lambda_s\sqrt{f'_c} + \frac{A_v f_{yt}}{b_0 s} \quad (2.30)$$

2.2.3 fib Model Code 2010

O fib Model Code 2010 (MC 2010) diverge das normas abordadas até o momento no sentido de não desempenhar o papel de uma norma nacional ou regional de emprego obrigatório. Ao invés disso, trata-se de um manual de boas práticas de projeto editado por CEB-FIP.

O MC 2010 basea-se na Teoria da Fissura Crítica - TFC ([Muttoni, 2008](#); [Muttoni et al., 2013](#)), onde a resistência da ligação é associada à rotação da laje, que, por sua vez, depende do carregamento aplicado, o que leva a um processo de cálculo iterativo.

2.2.3.1 Perímetro de controle básico e perímetro de controle resistente ao cisalhamento

O perímetro de controle básico b_1 utilizado pelo MC 2010 é tomado a uma distância de $0,5d_v$ do pilar ([Figura 2.21](#)), sendo d_v a altura útil efetiva resistente ao cisalhamento.

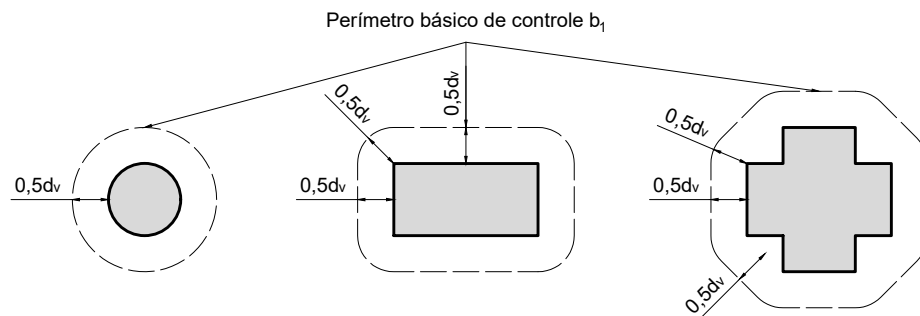


Figura 2.21 – Perímetro de controle básico (MC 2010)

Fonte: Adaptado de [CEB-FIP \(2013\)](#)

Partindo da premissa de que as tensões ao redor do perímetro de controle básico não são uniformes, surge a necessidade de definir o perímetro de controle b_0 , denominado perímetro de controle resistente ao cisalhamento, a partir do perímetro de controle básico.

O MC 2010 assume que os fatores listados a seguir podem causar distúrbios na distribuição de tensão no perímetro de controle básico:

1. Acumulo de tensões nas quinas dos pilares ou áreas de suporte;

2. Presença de aberturas ou tubulações na região da ligação ($\leq 5d_v$ de distância do pilar);
3. Carregamento excêntrico; e,
4. Concentração de carregamentos ($\geq 0,2V_E$) próximos à região do ligação ($\leq 3d_v$ de distância do pilar).

Para o primeiro fator, o modelo prevê que do perímetro básico de controle deve ser deduzido trechos que estejam a uma distância maior que $1,5d_v$ do ponto no perímetro básico de controle equivalente ao pontos de concentração de tensões no pilar, conforme [Figura 2.22](#). A mesma regra pode ser aplicada para o dimensionamento do perímetro de controle fora da região da armadura de punção, afastado $0,5d_v$ da última camada, substituindo os pontos de concentração de tensão pelas armaduras, conforme [Figura 2.23](#).

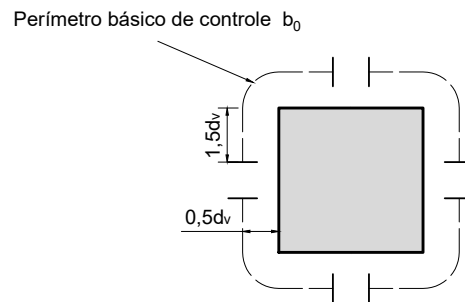


Figura 2.22 – Perímetro de controle reduzido por concentração de tensões $b_{1,red}$ (MC 2010)

Fonte: Adaptado de [CEB-FIP \(2013\)](#)

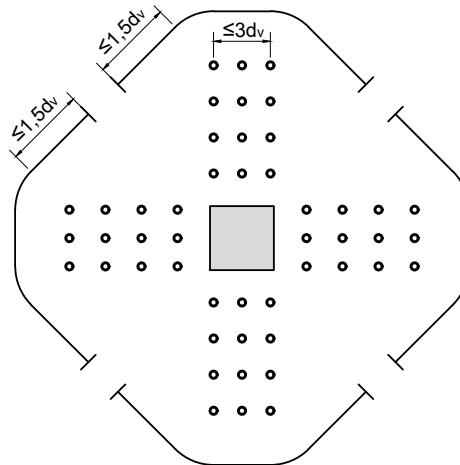


Figura 2.23 – Perímetro de controle reduzido externo à região da armadura à punção (MC 2010)

Fonte: Adaptado de CEB-FIP (2013)

A adequação do perímetro básico para a presença de aberturas se dá desenhando retas tangentes à abertura que partem do centro geométrico do pilar, conforme Figura 2.24.

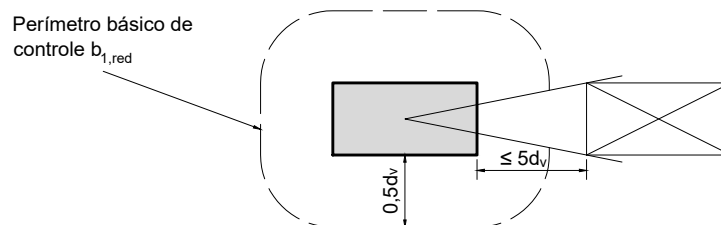


Figura 2.24 – Perímetro de controle reduzido por presença de aberturas $b_{1,red}$ (MC 2010)

Fonte: Adaptado de CEB-FIP (2013)

Uma vez aplicada as reduções do perímetro básico devido à concentração de tensões e a presença de aberturas, aplica-se a Equação (2.31) para obter o perímetro b_0 , que reduz o perímetro básico de controle em função da concentração de tensão por excêntrica de carga:

$$b_0 = k_{e, fib} b_{1, red} \quad (2.31)$$

$$k_{e, fib} = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} \quad (2.32)$$

Em que e_u é a excentricidade do carregamento aplicado e b_u é o diâmetro de um círculo com área equivalente à região do perímetro básico de controle.

2.2.3.2 Força solicitante

No perímetro básico b_1 é determinada a força atuante V_E . Assim como na norma brasileira, a força atuante é obtida da combinação de ações subtraída a força do peso próprio e do carregamento distribuído no interior da área do perímetro básico de controle.

2.2.3.3 Força resistente

O MC 2010 baseia-se na Teoria da Fissura Crítica apresentada por Muttoni (2008), desenvolvida a partir do modelo mecânico de punção proposto por Kinnunen e Nylander (1960). O modelo mecânico relaciona a resistência da laje à rotação Ψ , calculada conforme subseção 2.2.3.4.

Assim como nos códigos estudados anteriormente, o modelo atribui a resistência da ligação a duas parcelas: a resistida pelo concreto $V_{R,c}$ e a resistida pelo aço $V_{R,s}$:

$$V_R = V_{R,c} + V_{R,s} \geq V_E \quad (2.33)$$

A resistência proporcionada pelo concreto é inversamente proporcional à rotação da laje e considera fatores como diâmetro máximo do agregado k_{dg} (engrenamento), a altura útil d , a altura útil efetiva d_v e a resistência à tração do concreto $\sqrt{f_{ck}}$ (vide Equação (2.34) a Equação (2.36)).

$$V_{R,c} = k_{\Psi} \sqrt{f_{ck}} b_0 d_v \quad (2.34)$$

$$k_{\Psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 k_{dg} \Psi d} b_0 d_v \leq 0,6 \quad (2.35)$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad (2.36)$$

A resistência proporcionada pelo aço (Equação (2.37)), por sua vez, é diretamente proporcional à rotação da laje uma vez que na Teoria da Fissura Crítica a armadura de cisalhamento só é ativada após a fissuração do concreto e é demandada na proporção do crescimento das fissuras, que aumentam com a rotação da laje.

Na determinação da tensão efetiva do aço σ_{sw} (Equação (2.38)), considerações são feitas em relação ao ângulo α da seção resistente em relação ao plano da laje, bem como da influência da força de aderência f_b (Equação (2.39)) entre a barra e o concreto ($f_b = 4,5MPa$ para barra corrugada transversal, em valor característico). Influenciam na resistência efetiva do aço o diâmetro da armadura de punção e o módulo de elasticidade (φ_w e E_s , respectivamente).

$$V_{R,s} = \Sigma A_{sw} k_{e, fib} \sigma_{sw} \sin \alpha \quad (2.37)$$

$$\sigma_{sw} = \frac{E_s \Psi}{6} (\sin \alpha + \cos \alpha) \left(\sin \alpha + \frac{f_b}{f_{yw}} \frac{d}{\varphi_w} \right) \leq f_{yw} \quad (2.38)$$

$$f_b = 4,5 MPa \quad (2.39)$$

Para garantir capacidade de deformação mínima em lajes com armadura transversal, a seção mínima deve atender à [Equação \(2.40\)](#).

$$\Sigma A_{sw} k_e f_{ywd} \geq 0,5 V_{Ed} \quad (2.40)$$

Já o limite máximo da resistência à punção é estipulado com base na resistência ao esmagamento do concreto dado pela [Equação \(2.41\)](#).

$$V_{R,max} = k_{sys} k_{\Psi} \sqrt{f_{ck}} b_0 d_v \leq \sqrt{f_{ck}} b_0 d_v \quad (2.41)$$

Em que $k_{sys} = 2,4$ para estribos devidamente ancorados.

2.2.3.4 Rotação da laje e níveis de aproximação

O MC 2010 estipula quatro níveis de aproximação para o cálculo da rotação:

- Nível de aproximação I (*Level I approximation*): considerado uma estimativa segura para ser empregada em lajes lisas que não apresentem níveis significativos de redistribuição de forças internas.

$$\Psi = 1,5 \frac{r_s f_y}{d E_s} \quad (2.42)$$

- Nível de aproximação II (*Level II approximation*): quando a redistribuição de momento é significativa, emprega-se:

$$\Psi = 1,5 \frac{r_s f_y}{d E_s} \left(\frac{m_E}{m_R} \right)^{1,5} \quad (2.43)$$

$$m_E = V_E \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s} \right) \quad (2.44)$$

$$b_s = 1,5 \sqrt{r_{s,x} r_{s,y}} \leq L_{min} \quad (2.45)$$

Em que m_E é o momento solicitante para ligações de pilares internos, $e_{u,i}$ representa a excentricidade de carregamento nas direções $i = x$ e $i = y$, b_s a largura da laje para cálculo do momento e $r_{s,x}$, $r_{s,y}$ representam os raios de inflexão do momento fletor nas duas direções. Portanto, temos a [Equação \(2.46\)](#):

$$\Psi = 1,5 \frac{r_s f_y}{d E_s} \left(\frac{V_E \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2b_s} \right)}{m_R} \right)^{1,5} \quad (2.46)$$

- Nível de aproximação III (*Level III approximation*): recomendado para lajes em que a proporção entre os vãos é menor que 0,5 ou maior que 2,0. Neste nível, o valor de m_E não pode ser aproximado como na [Equação \(2.44\)](#) e deve ser calculado pelo procedimento de cálculo da resistência à flexão da laje na faixa $b_s = 1,5\sqrt{r_{s,x}r_{s,y}} \leq L_{mn}$, onde $r_{s,x}$ e $r_{s,y}$ são os valores máximos em cada direção.
- Nível de aproximação IV (*Level IV approximation*): utilizado quando o procedimento de cálculo deixa de ser linear elástico e passa a considerar os efeitos de fissuração, endurecimento e escoamento das armaduras, etc. Neste nível de aproximação são utilizados métodos numérico-computacionais.

No item 7.3.5.6 do MC 2010 há provisionamento de cálculo para armadura de integridade para evitar o colapso progressivo.

3 Programa experimental

3.1 Descrição dos espécimes

O programa experimental deste estudo consiste no rompimento de cinco lajes idealizadas durante a pesquisa de doutorado Santos (2023) que se dividem em duas séries de ensaios realizados entre 2020 e 2022.

As características das lajes foram definidas para que diferentes distribuições das armaduras de cisalhamento com diferentes configurações de perímetros externos pudessem ser comparadas. As aberturas foram posicionadas alinhadas ao eixo coincidente com a excentricidade de carga, por ser esta a situação mais desfavorável à resistência da ligação. As lajes LRSS, LRFS e LFE1 pertencem à primeira série, e as lajes LFE2 e LFE3 à segunda série.

As lajes são de formato quadrado de 2500x2500 e 180mm de espessura suportadas monoliticamente por um pilar quadrado de 300x300mm que avança 600mm acima e 800mm abaixo da laje.

A laje LRSS é a laje referência do estudo e nela não houve o emprego de reforço ao cisalhamento nem aberturas junto ao pilar. Suas dimensões se encontram na [Figura 3.1](#).

A laje LRFS difere da laje de referência pela existência de duas aberturas quadradas de 300x300mm adjacentes à faces opostas do pilar, enquanto as lajes LFE1, LFE2 e LFE3 diferem da laje LRFS pela presença de armadura de cisalhamento. As dimensões externas das lajes LRFS, LFE1, LFE2 e LFE3 são semelhantes e podem ser encontradas na [Figura 3.2](#).

Em todas as lajes o carregamento foi excêntrico, com excêntrica planejada $e = 525\text{mm}$.

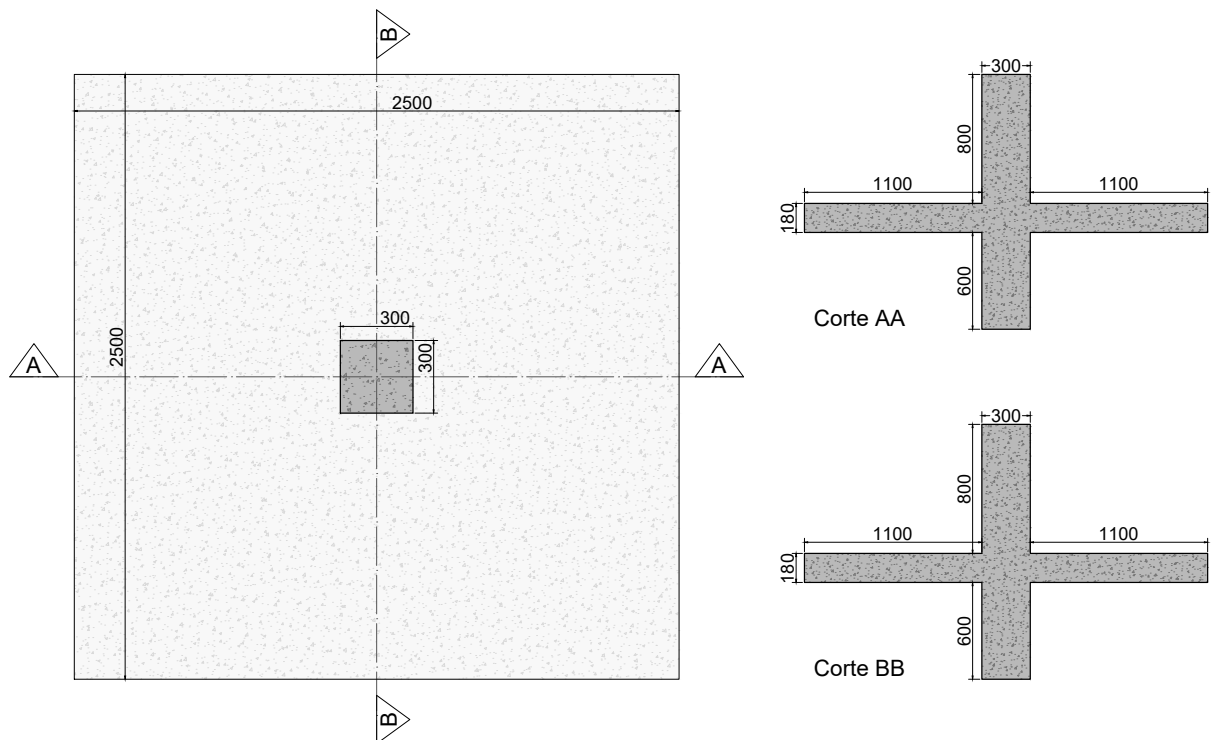


Figura 3.1 – Laje LRSS

Nota: Medidas em [mm]

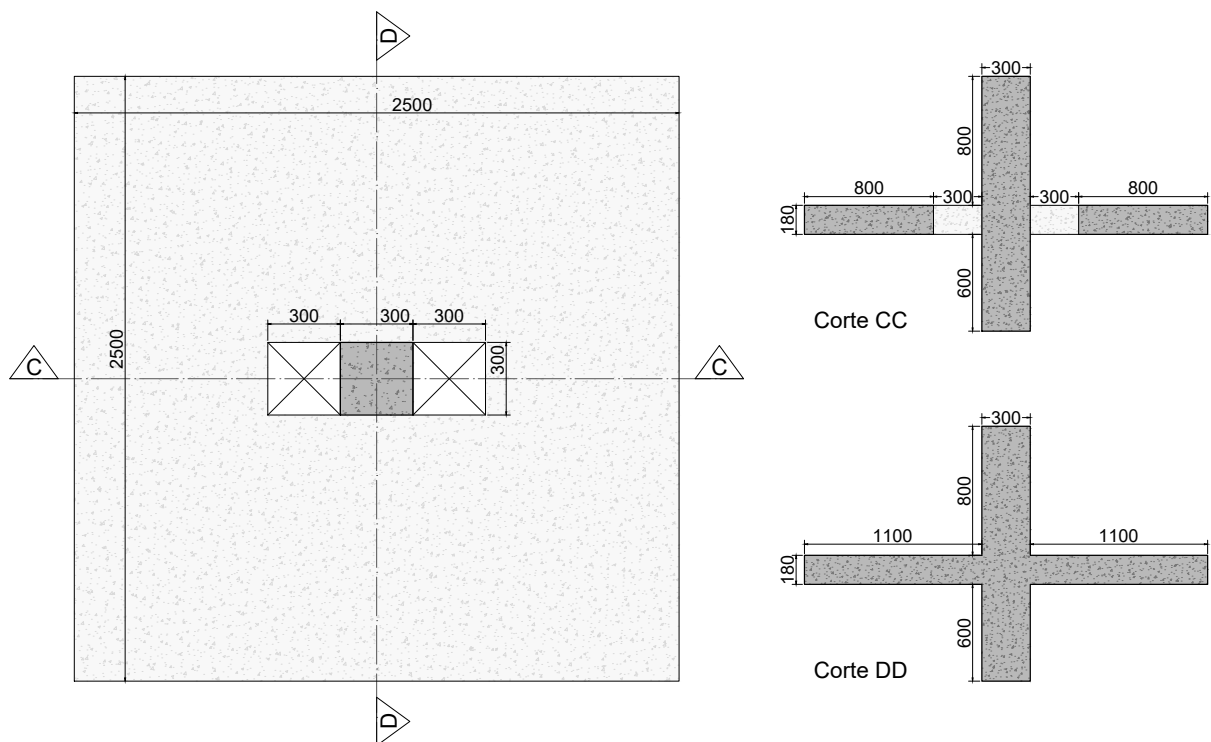


Figura 3.2 – Lajes LRFS, LFE1 e LFE2

Nota: Medidas em [mm]

As dimensões das lajes e suas principais características estão resumidas na [Tabela 3.1](#):

Tabela 3.1 – Características das lajes ensaiadas

Geometria e carregamento das lajes							
Laje	Série	aberturas	$c_1 \times c_2$	$L_x \times L_y$	h	r_s	e
LRSS	1	0	300x300	2500x2500	180	1124	525
LRFS	1	2	300x300	2500x2500	180	1124	525
LFE1	1	2	300x300	2500x2500	180	1124	525
LFE2	2	2	300x300	2500x2500	180	1124	525
LFE3	2	2	300x300	2500x2500	180	1124	525

Nota: As dimensões estão em *mm*.

Dimensões das aberturas iguais às do pilar.

c_1 e c_2 representam os lados do pilar paralelo e perpendicular à direção da excentricidade

L_x e L_y representam o menor e maior lado da laje, respectivamente

h é a espessura da laje

r_s é a distância do eixo de rotação onde o momento fletor é zero

e é a excentricidade do carregamento

Considerando que a região de momento fletor negativo em torno da ligação laje-pilar se estende até aproximadamente $0,22L$, onde L é o vão livre entre eixos dos pilares, as lajes deste trabalho equivalem a um vão de aproximadamente 5700 mm, conforme [Equação \(3.1\)](#):

$$L = \frac{1250}{0,22} = 5681mm \approx 5700mm \quad (3.1)$$

3.2 Armadura de flexão e pilar

O reforço à flexão negativa das lajes se deu com a distribuição de malha ortogonal com barras com diâmetro nominal de 16 mm, espaçados a cada 90 mm na direção $x - x$ e a cada 100 mm na direção $y - y$ de forma a chegar a uma taxa de armadura aproximadamente igual nas duas direções. Ganchos de 12,5 mm de diâmetro foram utilizados nas extremidades devido a dificuldade em se realizar a dobra na barra de 16 mm. As [Figuras 3.3](#) e [3.5](#) detalham as diferentes configurações de armaduras negativas.

Como armadura positiva adotou-se barras com 8 mm de diâmetro a cada 175 mm, em média, nas duas direções. As [Figuras 3.4](#) e [3.6](#) detalham as diferentes configurações de armaduras positivas.

Os espaçamentos das barras de flexão negativa foram ajustados aproximando-os do contorno das aberturas nas barras próximas destes.

O aço empregado foi o CA-50. A [Tabela 3.2](#) detalha as características da armadura de flexão empregada no combate ao momento negativo das lajes, obtidas conforme [seção 3.4](#).

Tabela 3.2 – Características das armaduras de flexão negativas

Armaduras de flexão negativas									
Laje	φ_f	d_x	d_y	d	ρ_x	ρ_y	ρ	f_{ys} [MPa]	E_{sf} [GPa]
LRSS	16	149	133	141	0,0136	0,0137	0,0137	591	187
LRFS	16	145	126	136	0,0118	0,0151	0,0133	591	187
LFE1	16	146	131	139	0,0117	0,0142	0,0129	591	187
LFE2	16	150	118	134	0,0111	0,0168	0,0137	532	196
LFE3	16	152	120	136	0,0110	0,0165	0,0135	532	196

Nota: As dimensões estão em mm.

φ_f é o diâmetro da armadura de flexão

d_x é a altura efetiva na direção x

d_y é a altura efetiva na direção y

d é a altura efetiva da laje

ρ_x é a taxa de armadura de flexão na direção x , calculada para uma faixa de laje de $3d$ em torno do pilar

ρ_y é a taxa de armadura de flexão na direção y , calculada para uma faixa de laje de $3d$ em torno do pilar

ρ é a taxa de armadura de flexão da laje

f_{ys} é a tensão de escoamento média do aço obtida pelos ensaios de caracterização de materiais

E_{sf} é o módulo de elasticidade médio do aço obtido pelos ensaios de caracterização de materiais

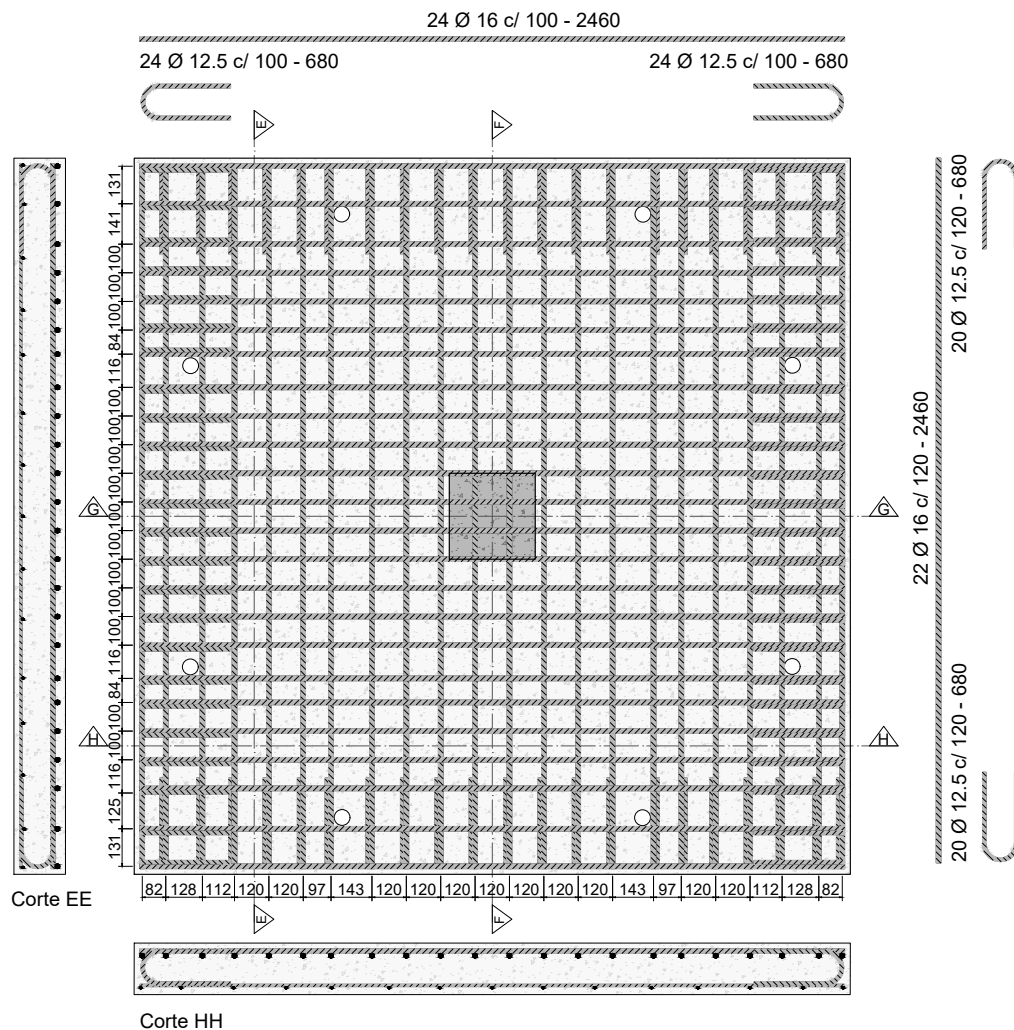


Figura 3.3 – Armaduras de flexão negativa da laje sem abertura - LRSS

Nota: Dimensões em [mm]

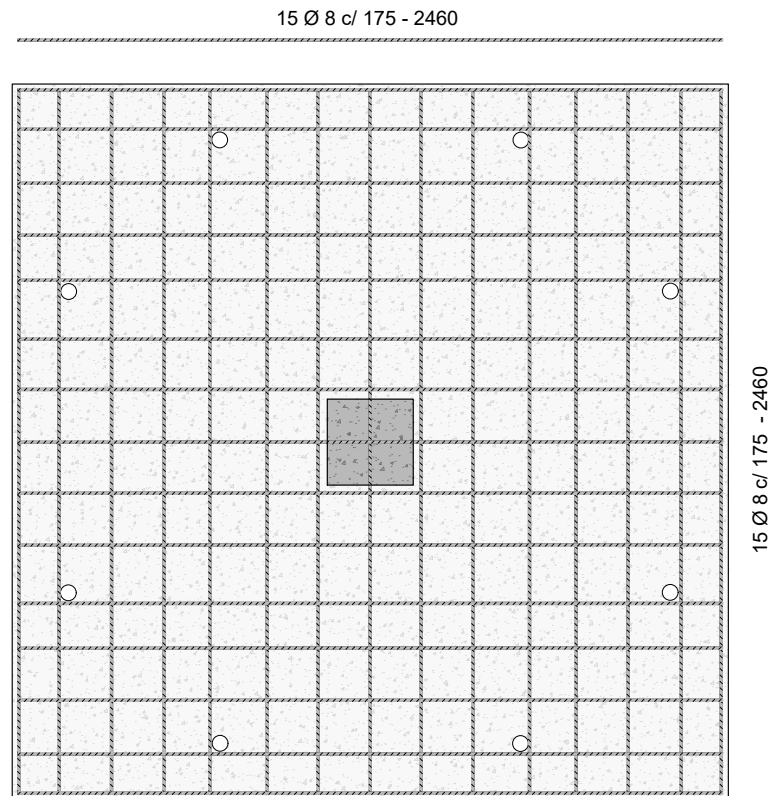


Figura 3.4 – Armaduras de flexão positiva - LRSS

Nota: Dimensões em [mm]

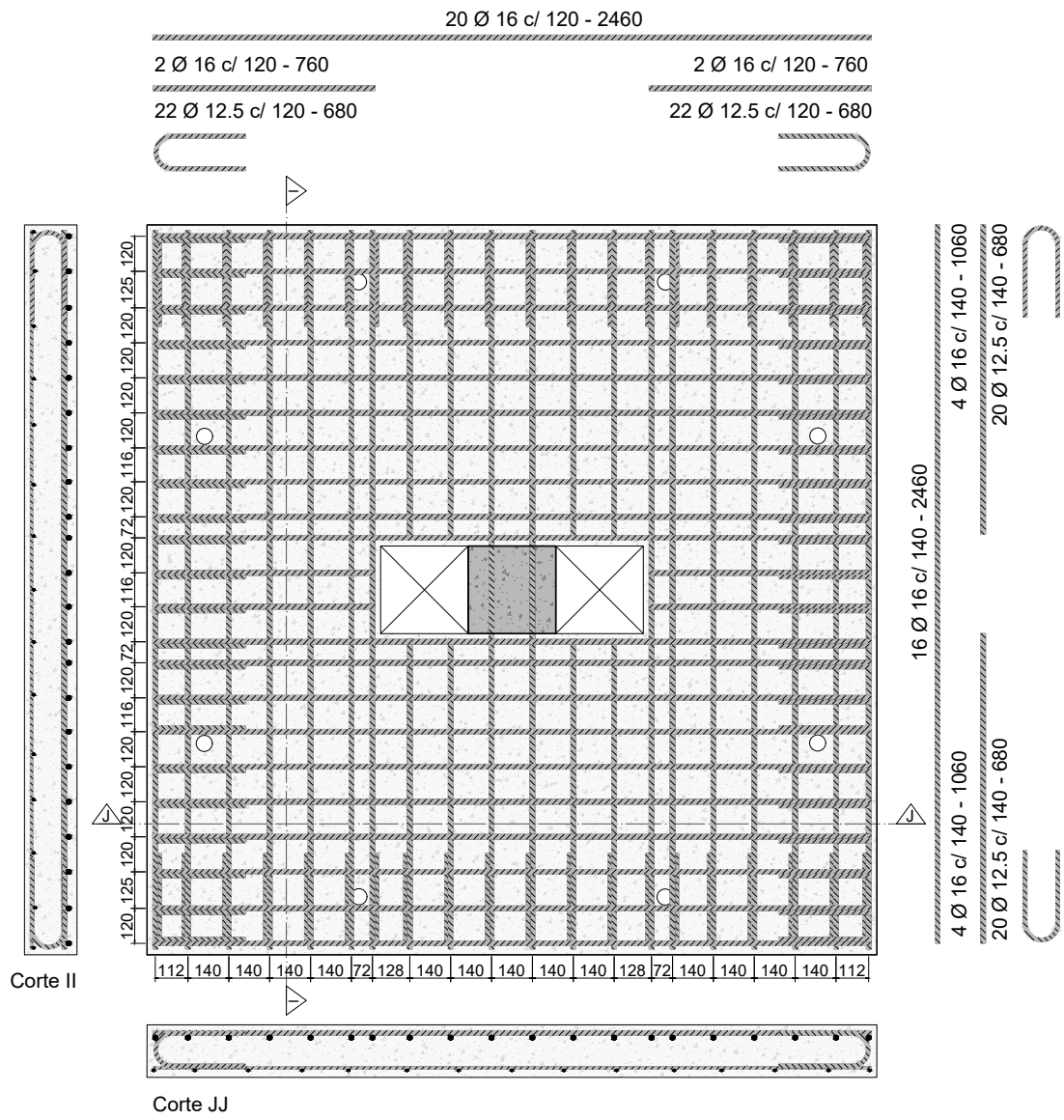


Figura 3.5 – Armaduras de flexão negativa das lajes com aberturas

Nota: Dimensões em [mm]

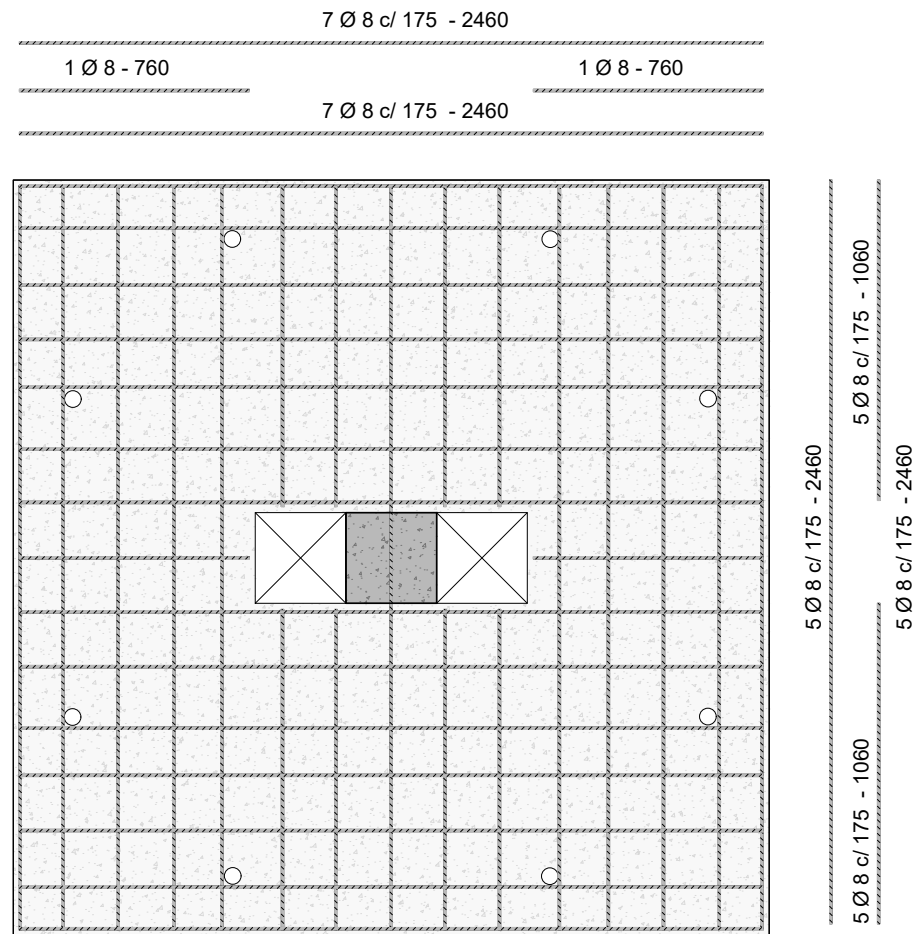


Figura 3.6 – Armaduras de flexão positiva das lajes com aberturas

Nota: Dimensões em [mm]

Para os pilares, foram adotadas oito barras com diâmetro de 25 mm com estribos de diâmetro de 10 mm espaçados a cada 75 mm, em conformidade com o detalhamento da Figura 3.7.

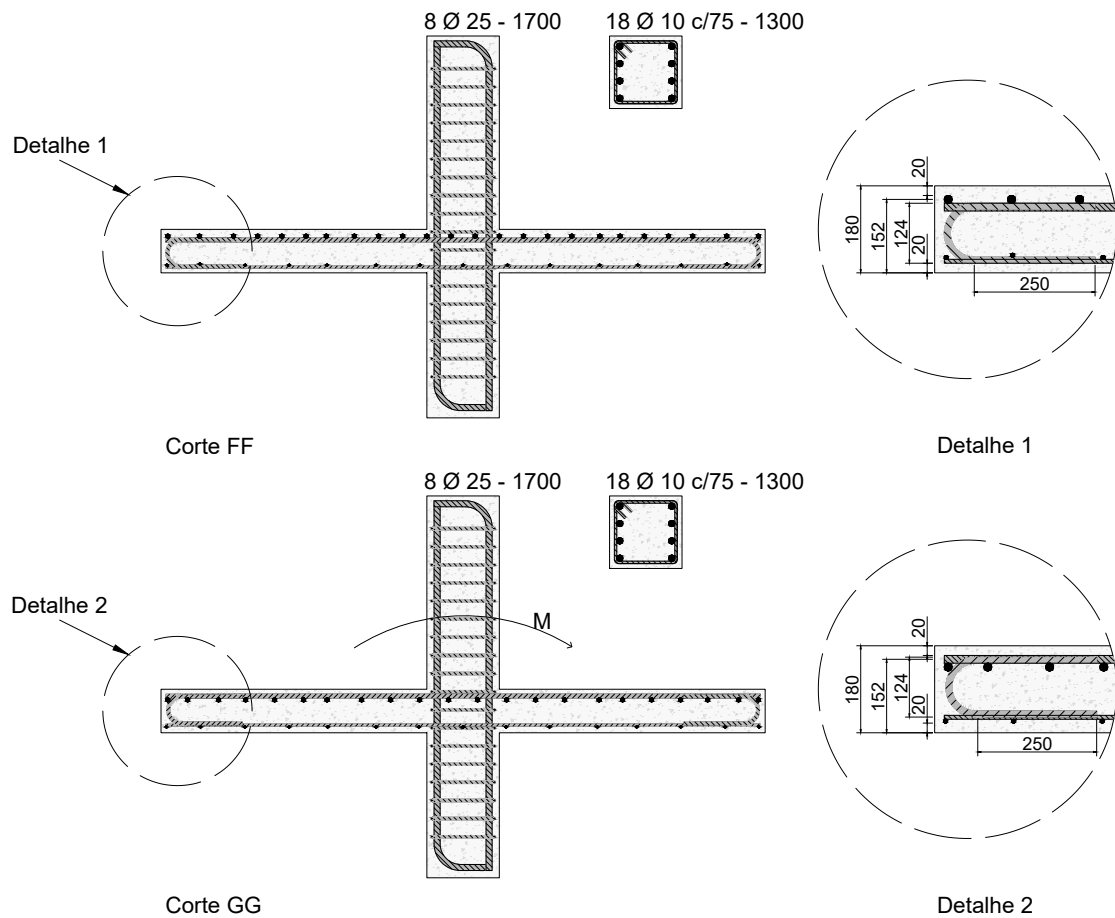


Figura 3.7 – Armaduras do pilar e detalhamentos

Nota: Dimensões em [mm]

3.3 Armadura de cisalhamento

A armadura de cisalhamento total das lajes foi definida de forma a permanecerem com valores próximos, variando-se o posicionamento e distribuição.

Na laje LFE1 utilizou-se 32 estribos fechados com diâmetro de 10 mm distribuídos ao redor das aberturas e pilar. Cinco camadas foram postas na direção N-S a partir do pilar e duas camadas adjacentes às aberturas no sentido da excentricidade de carga W-E¹ com $s_r \leq 0,5d$, conforme Figura 3.8.

Na laje LFE2 utilizou-se 30 estribos fechados com diâmetro de 10 mm distribuídos ao redor das aberturas e pilar. Três camadas foram postas na direção N-S a partir do pilar e duas camadas adjacentes às aberturas no sentido da excentricidade de carga (W-E) com $s_r \leq 0,5d$, conforme Figura 3.9.

Na laje LFE3 utilizou-se 46 estribos fechados com diâmetro de 8 mm distribuídos

¹ Cada perna do estribo equivale a uma camada quando ele está disposto paralelo à direção considerada

ao redor das aberturas e pilar. Três camadas foram dispostas na direção N-S a partir do pilar e quatro camadas adjacentes às aberturas no sentido da excentricidade de carga W-E com $s_r \leq 0,5d$, conforme [Figura 3.10](#). A [Tabela 3.3](#) resume as características do reforço ao cisalhamento empregado.

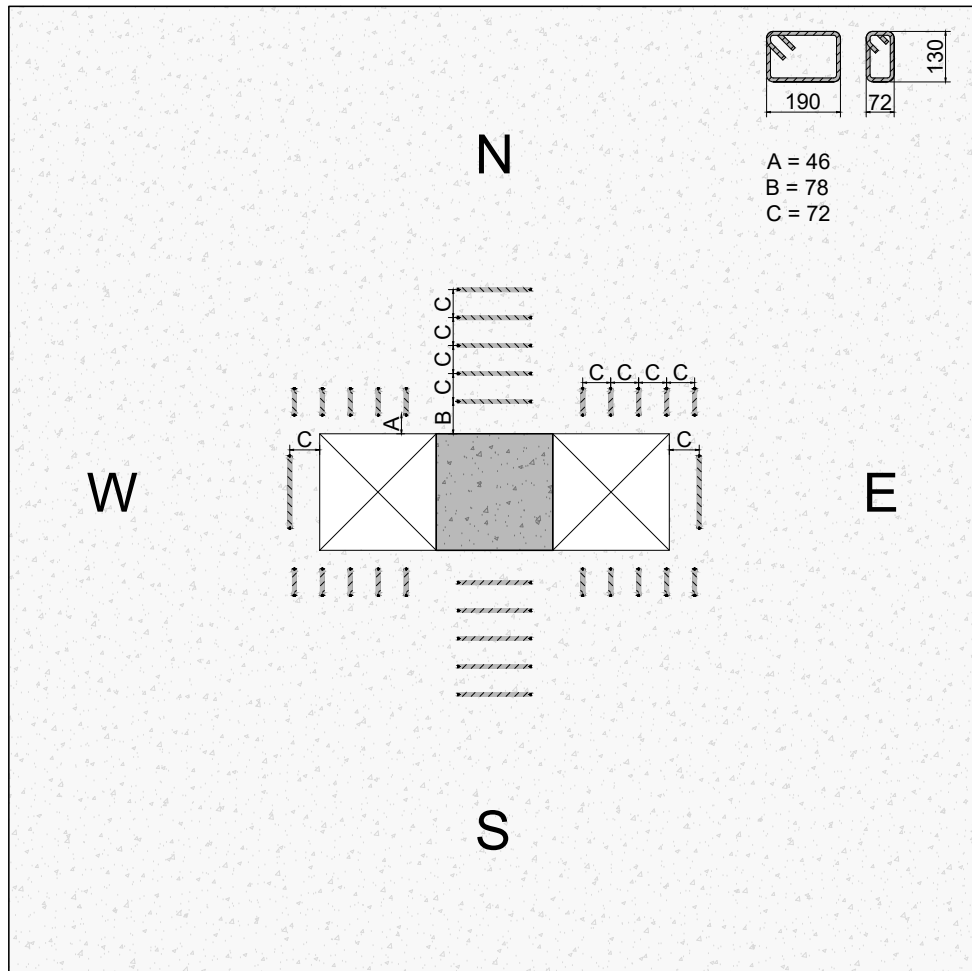


Figura 3.8 – Laje LFE1 - Armadura de punção

Nota: Dimensões em [mm]

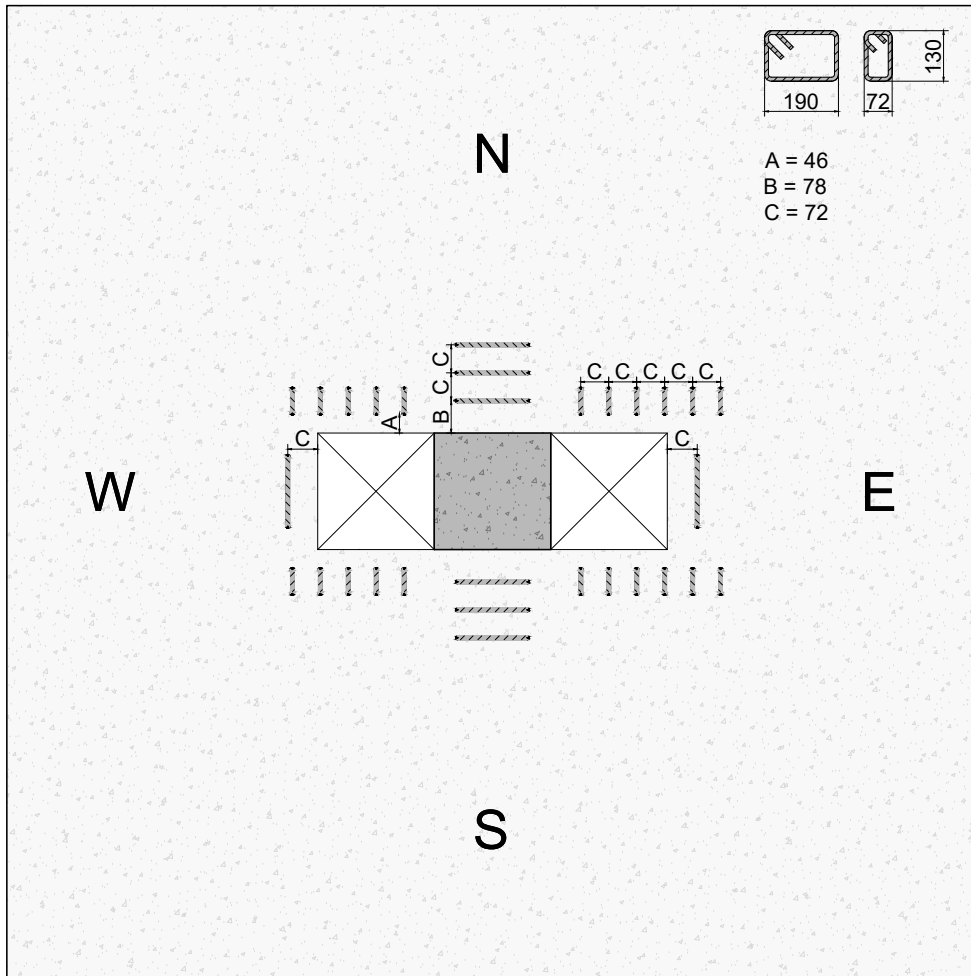


Figura 3.9 – Laje LFE2 - Armadura de punção

Nota: Dimensões em [mm]

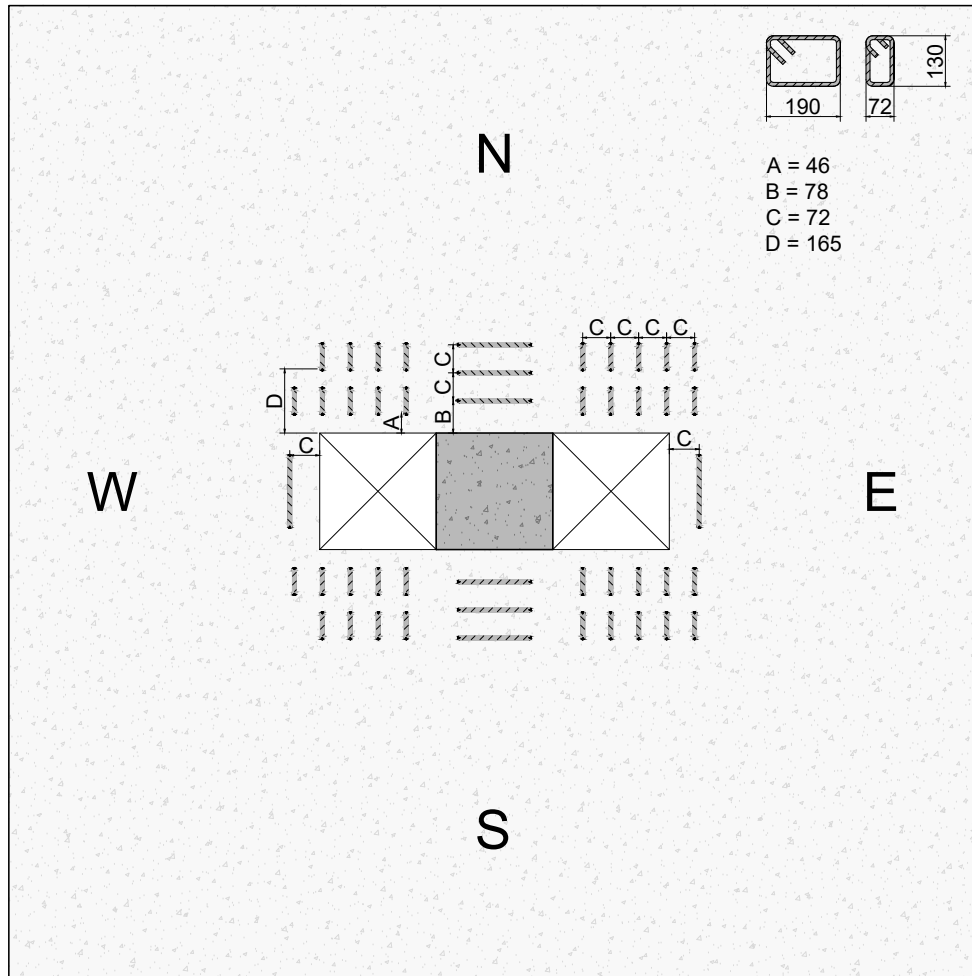


Figura 3.10 – Laje LFE3 - Armadura de punção

Nota: Dimensões em [mm].

Tabela 3.3 – Características das armaduras de cisalhamento

Laje	Camadas	φ_w	$\frac{A_{sw}}{cam.}$ [cm ²]	s_0	s_r	$\frac{A_{sw}}{laje}$ [cm ²]	Tipo	f_{ysw} [MPa]	$E_{s, fw}$ [Gpa]	ε_{ysw} [%]
LFE1	5x2	10	20,42	78	72	50,27	estribo	602,9	191,75	0,03150
LFE2	3x2	10	21,21	78	72	47,12	estribo	538,1	180,10	0,03048
LFE3	3x4	8	13,07	78	72	46,24	estribo	538,5	189,07	0,02905

Nota: As dimensões estão em mm exceto quando outra unidade estiver indicada.

φ_w é o diâmetro da barra de cisalhamento

$\frac{A_{sw}}{cam.}$ é a soma da área de aço por camada

$\frac{A_{sw}}{laje}$ é a soma total da área de aço da laje

s_0 é a distância da primeira camada de armadura da face do pilar

s_r é a distância entre camadas de armaduras

f_{ysw} é a tensão de escoamento média do aço da armadura de cisalhamento obtida pelos ensaios de caracterização de materiais

$E_{s, fw}$ é o módulo de elasticidade médio do aço da armadura de cisalhamento obtido pelos ensaios de caracterização de materiais

ε_{ysw} é a deformação de escoamento média do aço da armadura de cisalhamento obtida pelos ensaios de caracterização de materiais



Figura 3.11 – Fotografia das armaduras da laje LFE2 antes da concretagem

3.4 Caracterização dos Materiais

3.4.1 Caracterização do Concreto

As lajes foram construídas em concreto usinado com abatimento de $120 \text{ mm} \pm 20 \text{ mm}$ (Figura 3.12). Os valores apresentados na Tabela 3.4 são resultados de ensaios de compressão de corpo de prova cilíndrico de concreto em que uma prensa hidráulica foi utilizada para romper os espécimes conforme normas NBR 5739:2018 (ABNT, 2018) e NBR 8522:2017 (ABNT, 2017) e de resistência à tração por compressão diametral conforme norma NBR

7222:2011 (ABNT, 2011), realizados entre agosto e outubro de 2020 (Série 1) e junho de 2022 (Série 2) no Instituto de Tecnologia do Senai em corpos de prova cilíndricos preparados concomitante à concretagem das lajes. A interface entre os corpos de ensaio e o maquinário foram feitas com neoprene para melhor distribuição das tensões.



Figura 3.12 – Teste de consistência do concreto (*slump test*)



Figura 3.13 – Teste de compressão cilíndrico



Figura 3.14 – Teste de tração por compressão diametral

Tabela 3.4 – Características do concreto

Características do concreto utilizado					
Laje	$f_{cm,ef}$ [MPa]	$f_{ct,sp}$ [MPa]	$E_{ci,m}$ [GPa]	Idade CP [dias]	d_g [mm]
LRSS	44,6	3,35	31,1	232	12,5
LRFS	55,1	4,36	32,7	232	12,5
LFE1	55,5	4,10	32,7	232	12,5
LFE2	45,2	4,16	31,8	559	12,5
LFE3	45,2	4,16	31,8	559	12,5

Nota: $f_{cm,ef}$ é a tensão de ruptura à compressão efetiva média do concreto aferida nos ensaios
 $f_{ct,sp}$ é a tensão de ruptura à tração por compressão diametral
 $E_{ci,m}$ é o módulo de elasticidade tangente inicial médio do concreto aferido nos ensaios
 Idade CP é a idade do corpo de prova no momento do ensaio de ruptura
 d_g é o diâmetro máximo do agregado utilizado no concreto

3.4.2 Caracterização dos Aços

Os ensaios de caracterização dos aços empregados foram realizados em fevereiro de 2020 (Série 1) e em maio de 2022 (Série 2) no Laboratório de Ensaio de Materiais da Universidade de Brasília. O equipamento utilizado foi uma Emic DL3000N, com capacidade de até 300kN de tração. A [Figura 3.15](#) mostra um dos ensaios realizados de acordo com a NBR 6892:2013 (ABNT, 2013).

Tabela 3.5 – Resumo das armaduras

Tabela de aços					
Utilização	Série	φ [mm]	f_y [MPa]	E_s [GPa]	ε_y
Flexão positiva	1	8	602,9	182,8	0,0331
Flexão negativa	1	16	590,6	186,6	0,0317
Flexão negativa	2	16	532,4	195,5	0,0278
Cisalhamento	1	10	602,9	191,8	0,0315
Cisalhamento	2	10	538,1	180,1	0,0305
Cisalhamento	2	8	538,5	189,1	0,0291

Nota: As dimensões estão em mm exceto quando outra unidade estiver indicada.

φ é o diâmetro da barra

f_y é a tensão de escoamento média do aço obtida pelos ensaios de caracterização de materiais

E_s é o módulo de elasticidade médio do aço obtido pelos ensaios de caracterização de materiais

ε_y é a deformação de escoamento média do aço obtida pelos ensaios de caracterização de materiais

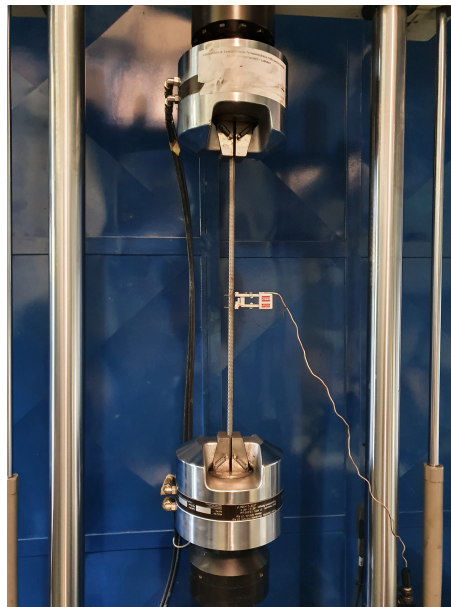


Figura 3.15 – Teste de tração de aço

3.5 Instrumentação

Com exceção do desenvolvimento das fissuras durante o ensaio, a leitura, aquisição e registro dos dados foram feitos de forma eletrônica. Dentre os sensores e métodos utilizados destacam-se:

- Para o deslocamento: *Linear Variable Differential Transformer* – LVDTs;
- Para as deformações do concreto e do aço: extensômetros (*strain gauges*);
- Para a evolução da fissuração: acompanhamento e marcações com pincéis atrelados ao nível de carga correspondente;
- Para o carregamento aplicado: células de carga;

- Para o registro de dados: módulos *Spider 8* com o *software* *Catman*;
- Para o registro visual: equipamento fotográfico e audiovisual.

3.5.1 LVDTs

Os LVDTs foram dispostos ao longo das duas mediatrizes das lajes conforme [Figuras 3.16 e 3.17](#).

Na interface entre o ponteiro do LVDT e a laje foram dispostas pequenas placas metálicas solidarizadas à laje para que a irregularidade da superfície da laje não interferisse com a leitura dos deslocamentos.

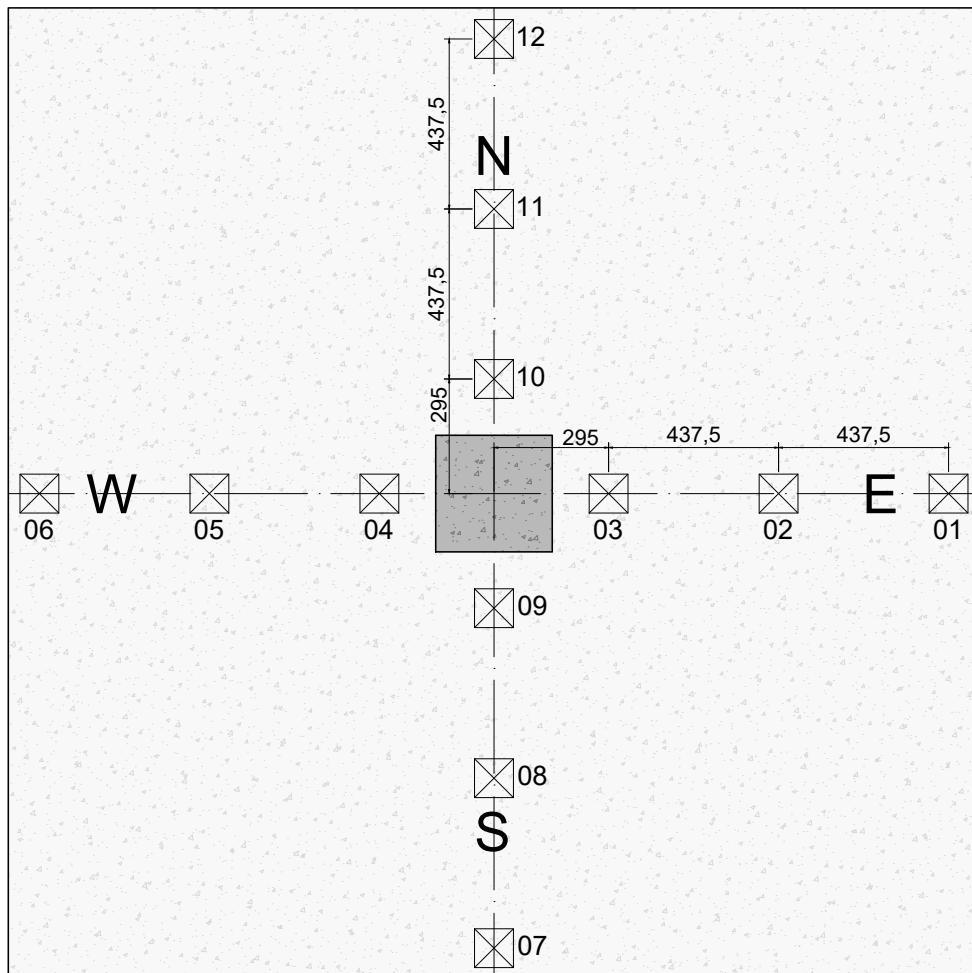


Figura 3.16 – Posicionamento dos LVDTs na laje sem aberturas [mm]

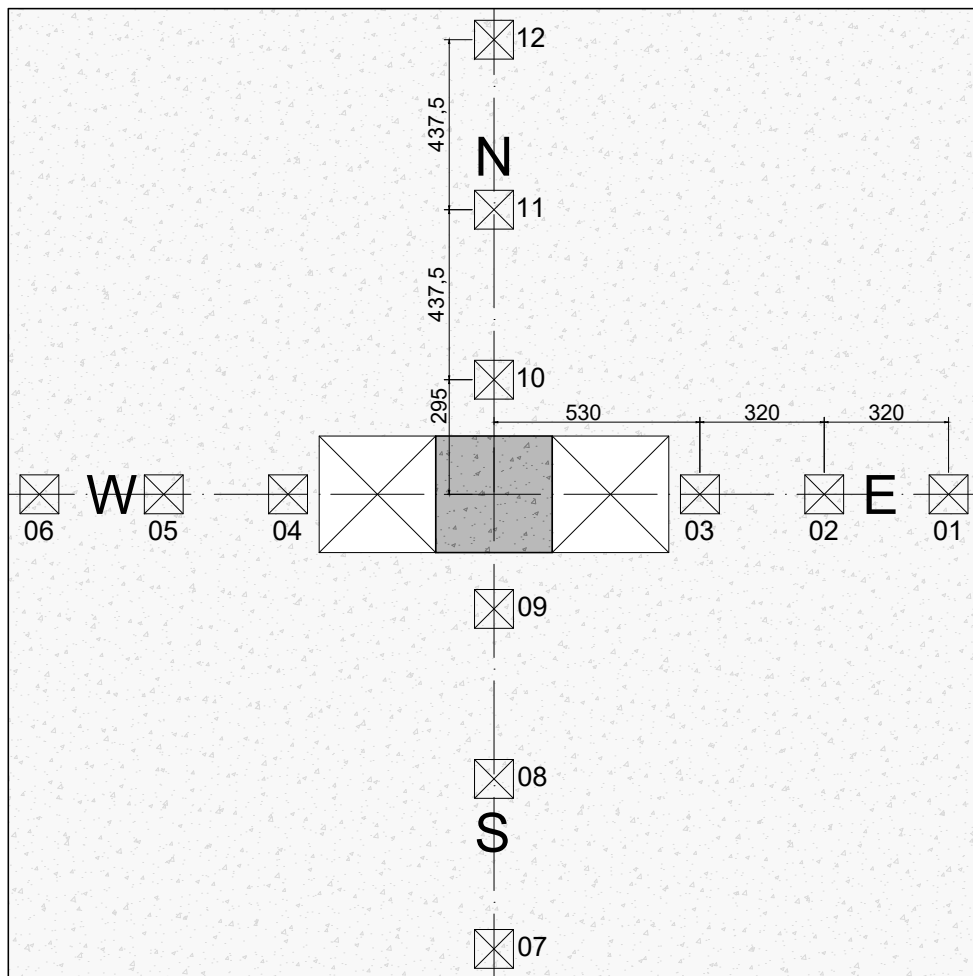


Figura 3.17 – Posicionamento dos LVDTs nas lajes com aberturas [mm]

3.5.2 Extensômetros

Extensômetros do concreto, denominados ECOXX (em que XX representa a numeração de cada extensômetro), foram dispostos na superfície inferior do concreto das lajes conforme Figuras 3.18 a 3.21.

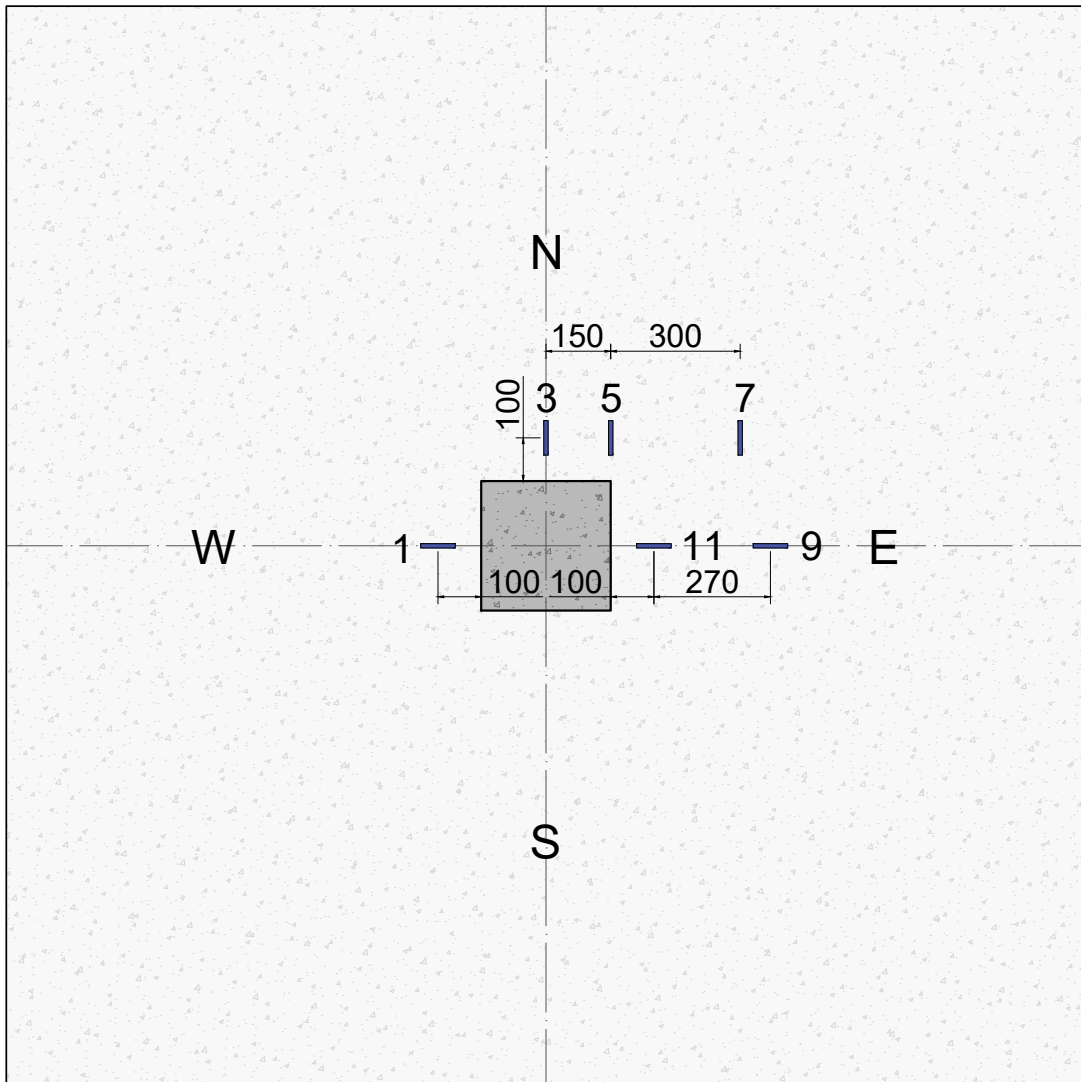


Figura 3.18 – Posicionamento dos extensômetros radiais na laje sem aberturas [mm]

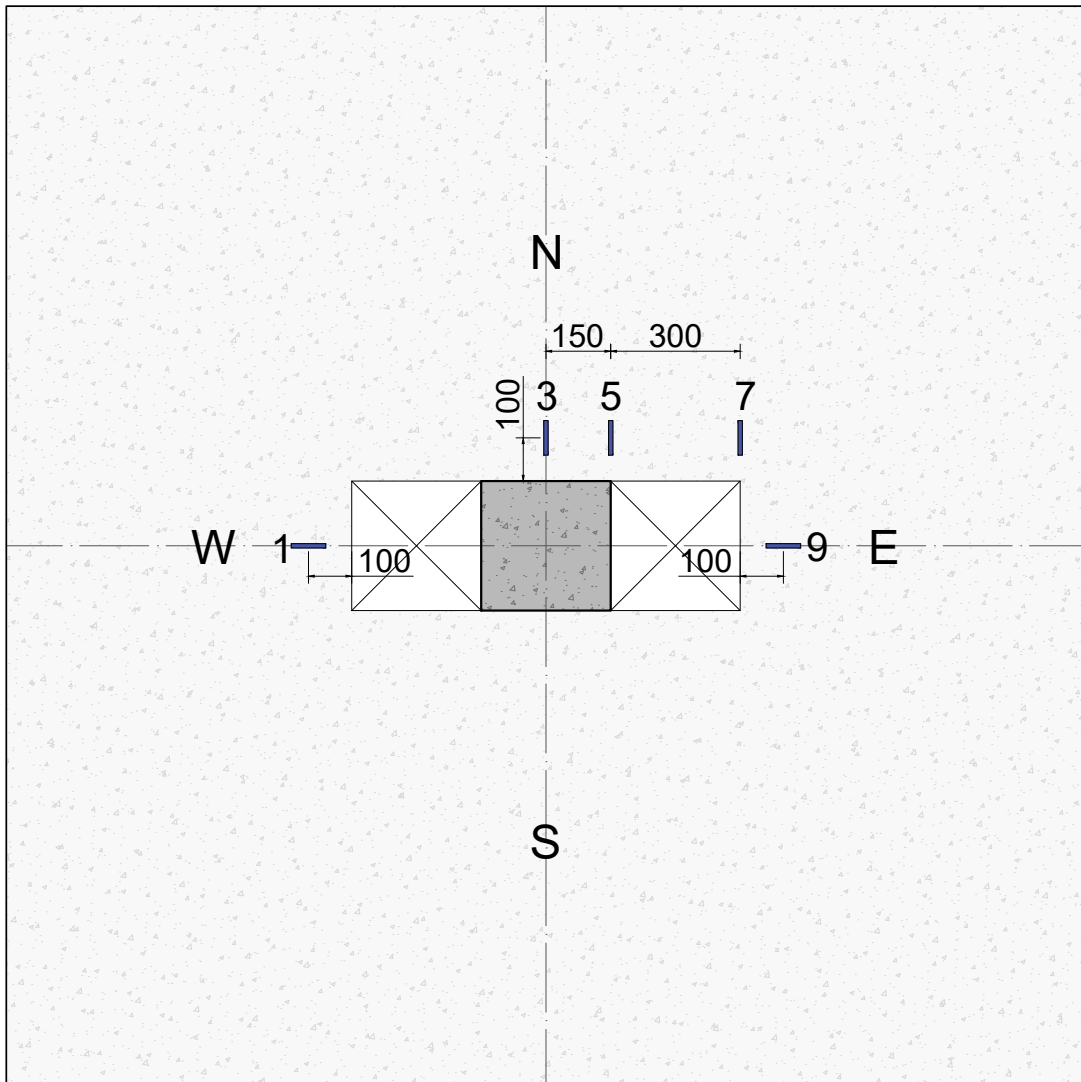


Figura 3.19 – Posicionamento dos extensômetros radiais nas lajes com aberturas [mm]

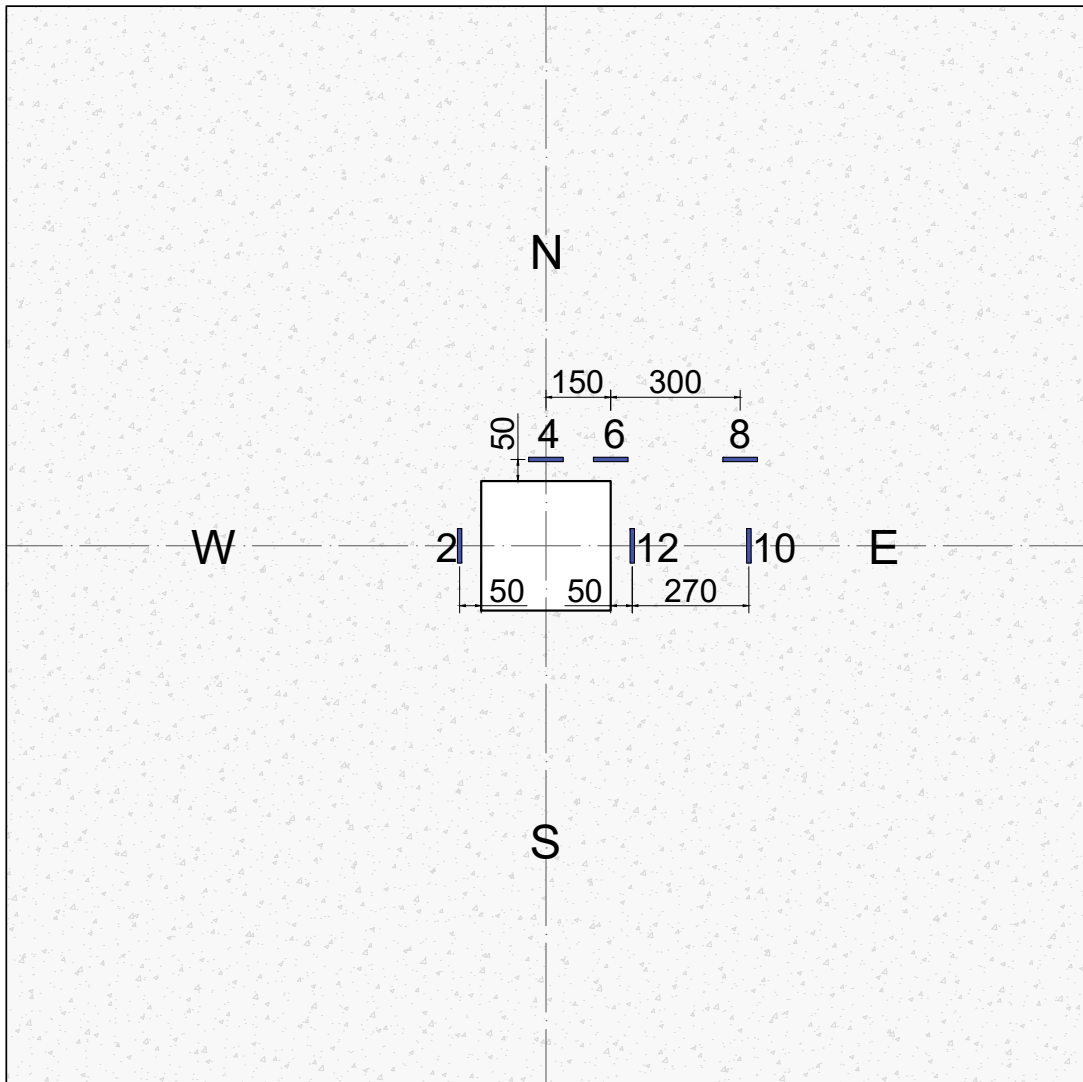


Figura 3.20 – Posicionamento dos extensômetros tangenciais na laje sem aberturas [mm]

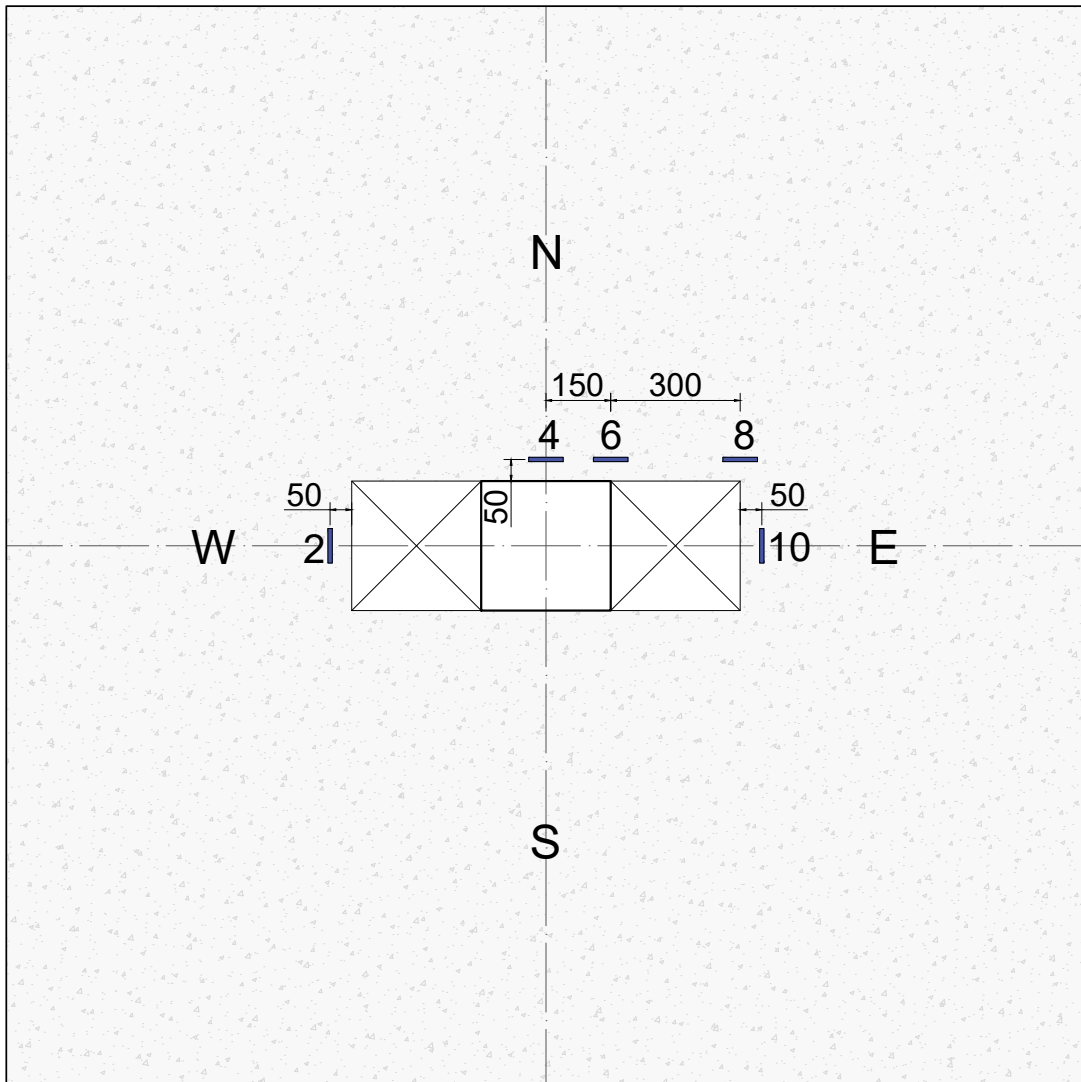


Figura 3.21 – Posicionamento dos extensômetros tangenciais nas lajes com aberturas [mm]

Os extensômetros das armaduras de flexão, denominados EFXX (em que XX representa a numeração de cada extensômetro), foram dispostos em pares nas barras de flexão negativas de acordo com as Figuras 3.22 a 3.24. Os extensômetros EF11 nas lajes LRSS, LRFS e LFE1 e o extensômetro EF09 nas lajes LFE2 e LFE3 foram posicionados na armadura de flexão positiva. O prefixo "EF" foi suprimido para não poluir as ilustrações.

Entre a primeira e a segunda série de ensaios notou-se que os extensômetros posicionados nas barras interrompidas pelas aberturas registraram deformações desprezíveis. Por isso nas lajes LFE2 e LFE3 (série 2) essas barras não receberam extensômetros.

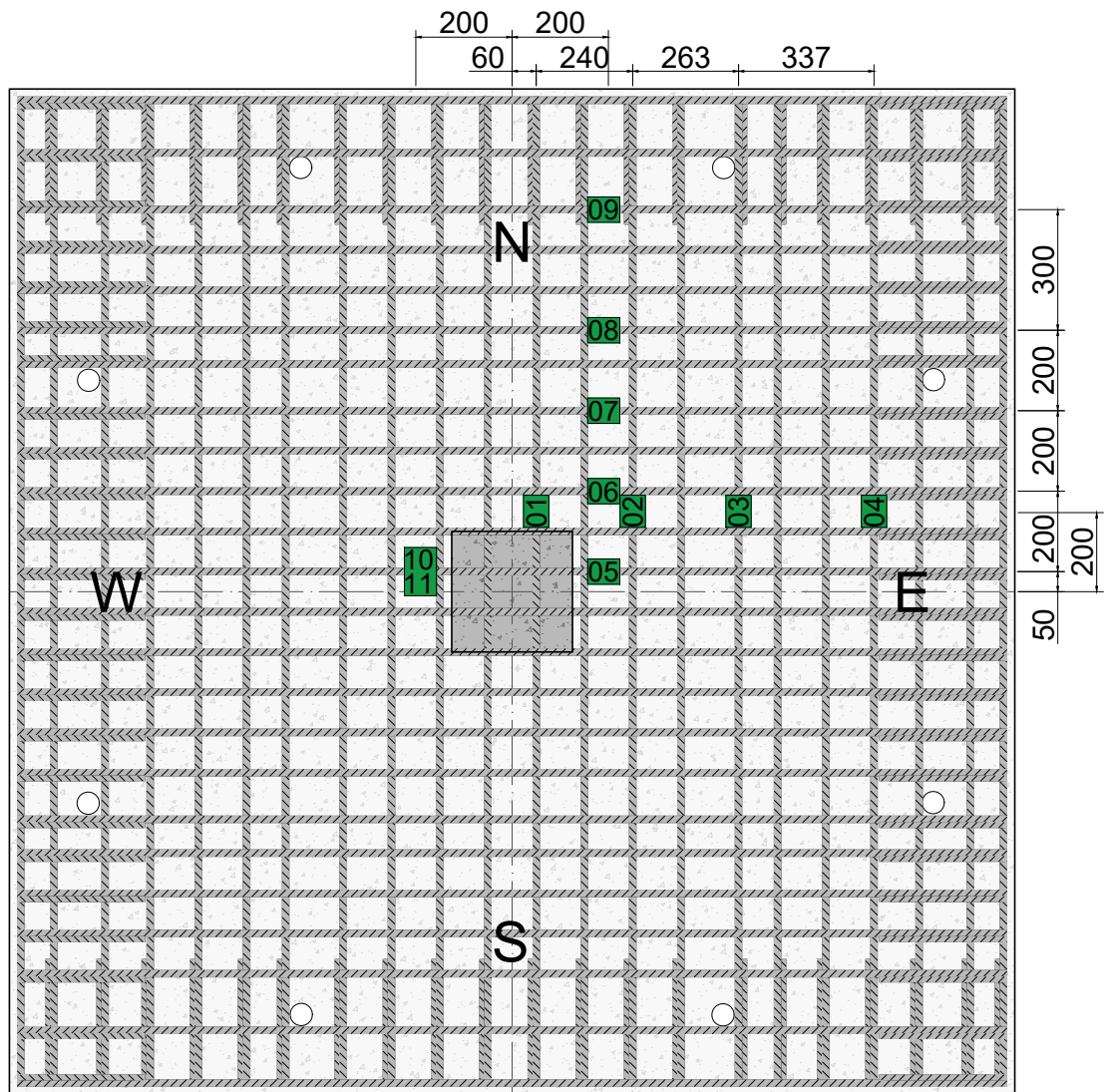


Figura 3.22 – Posicionamento dos extensômetros nas barras de flexão da laje sem aberturas [mm]

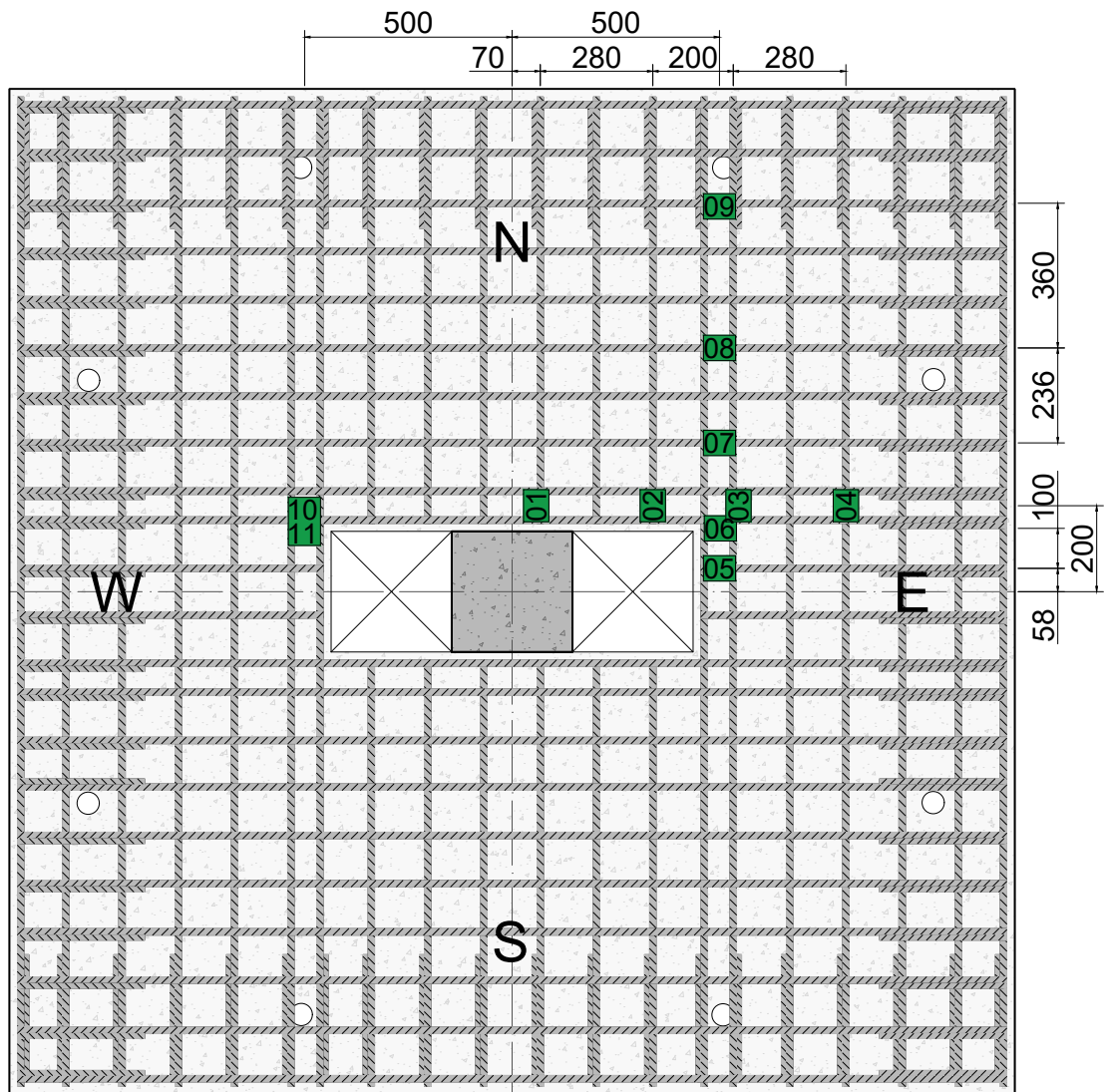


Figura 3.23 – Posicionamento dos extensômetros nas barras de flexão das lajes LRFS e LFE1 [mm]

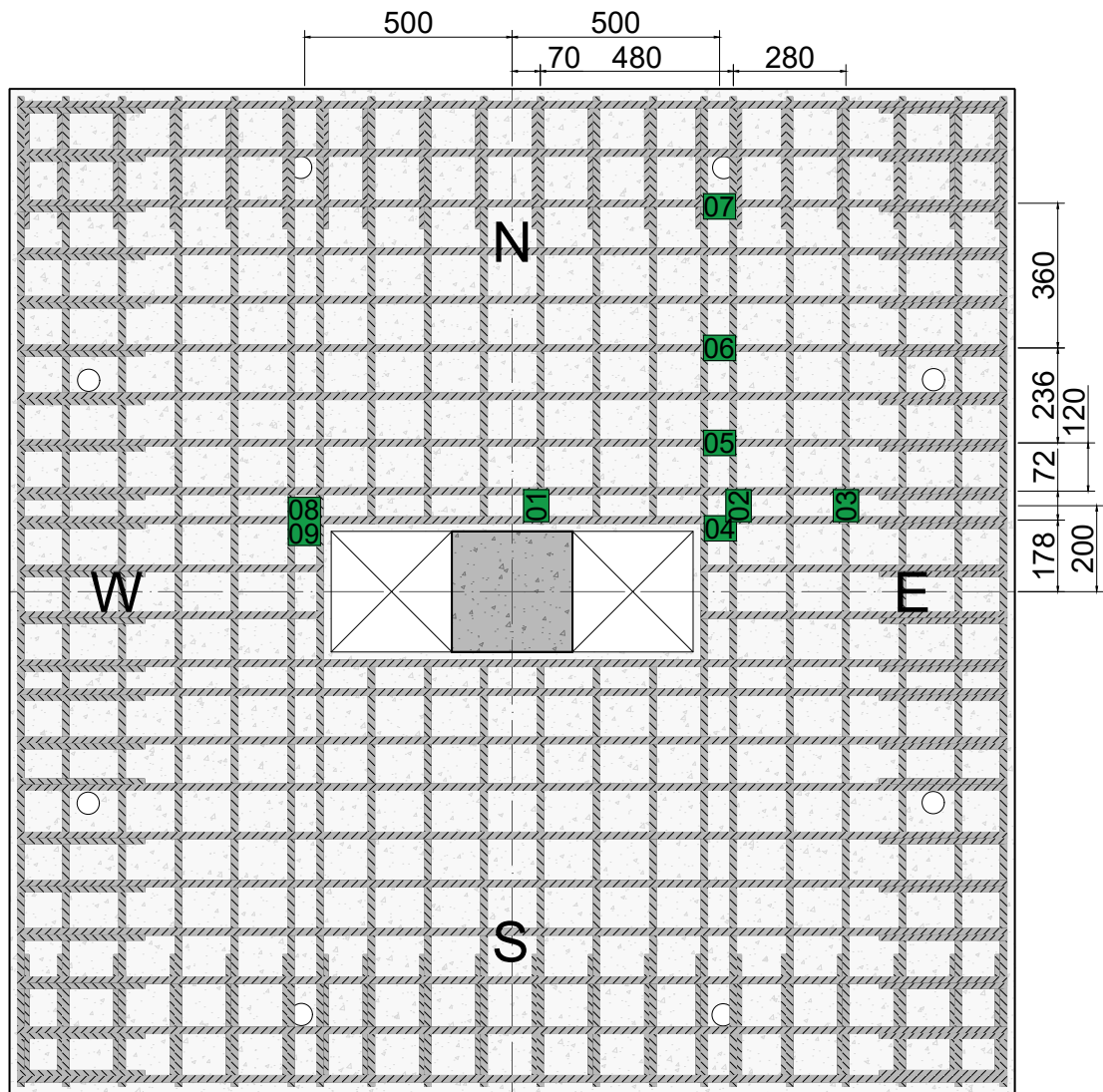


Figura 3.24 – Posicionamento dos extensômetros nas barras de flexão das lajes LFE2 e LFE3 [mm]

Os extensômetros das armaduras de cisalhamento, denominados ECIXX (onde XX representa a numeração de cada extensômetro), foram dispostos em pares nas barras de cisalhamento de acordo com as Figuras 3.25 a 3.29. O prefixo "ECI" foi suprimido para não poluir as ilustrações.

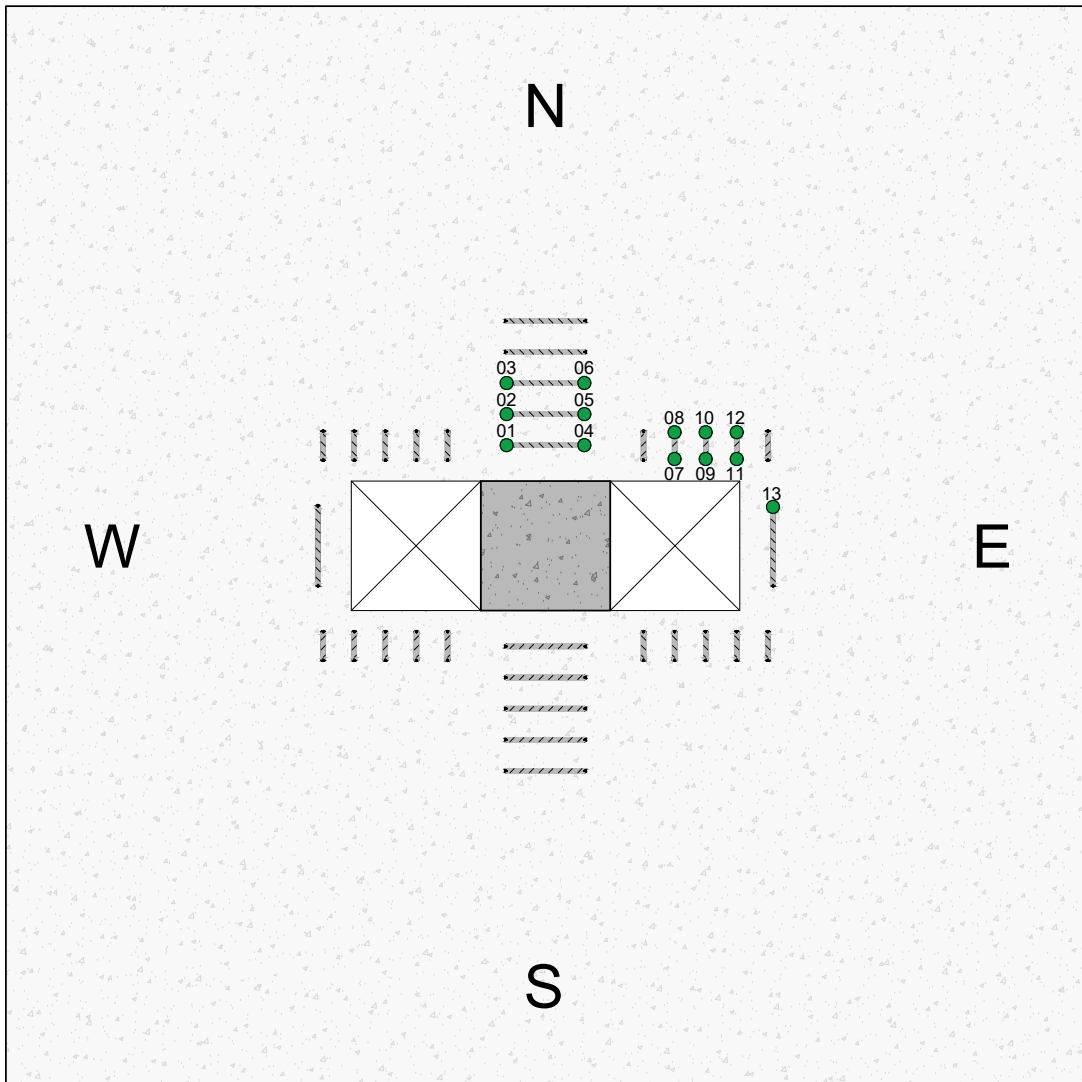


Figura 3.25 – Posicionamento dos extensômetros nos estribos da laje LFE1 [mm]

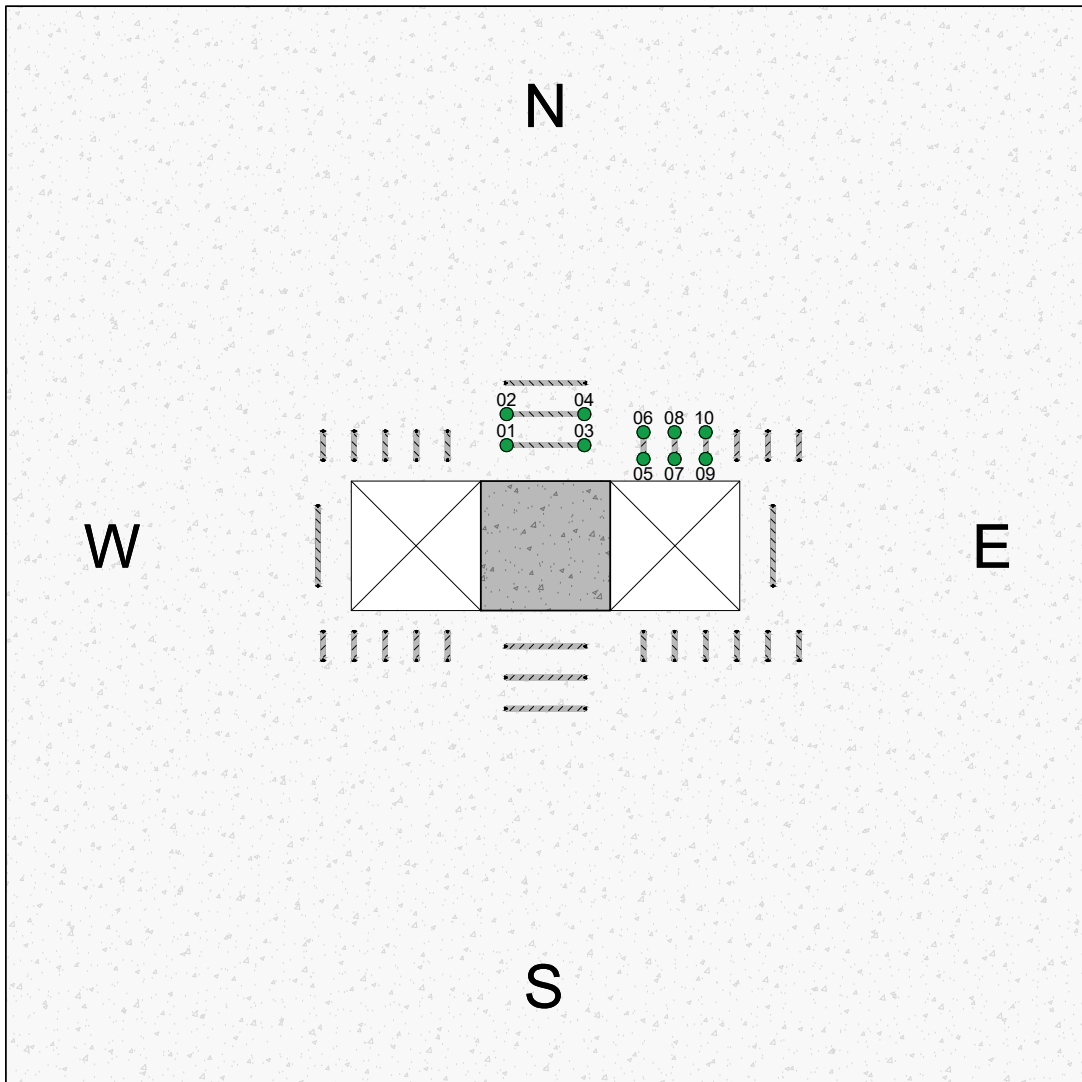


Figura 3.26 – Posicionamento dos extensômetros nos estribos da laje LFE2 [mm]

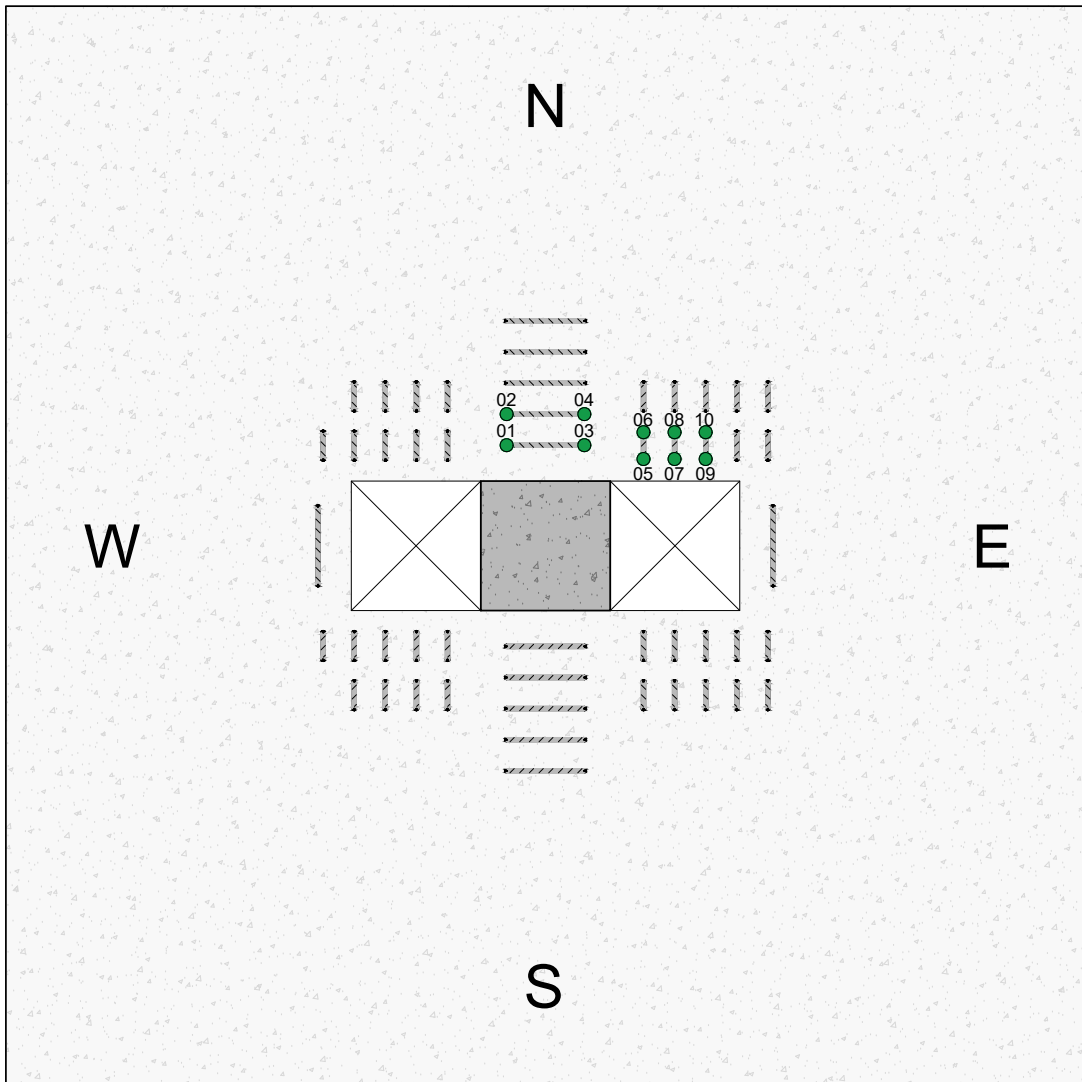


Figura 3.27 – Posicionamento dos extensômetros nos estribos da laje LFE3 [mm]

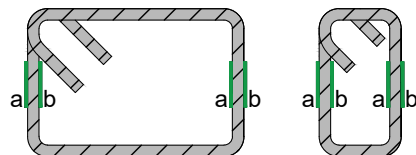


Figura 3.28 – Detalhe do posicionamento dos pares de extensômetros nos estribos [mm]

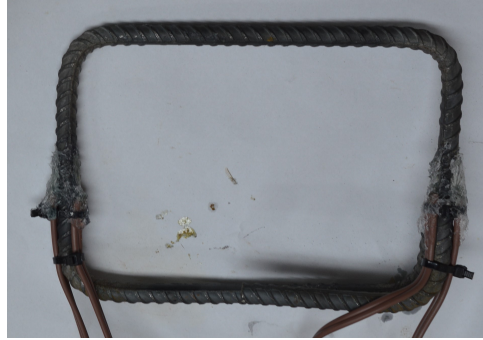


Figura 3.29 – Fotografia do posicionamento dos pares de extensômetros nos estribos de maior dimensão

3.5.3 Células de carga

Para cada viga de transição/atuador hidráulico foi utilizado uma célula de carga correspondente, totalizando três células (lados sul, norte e leste) conectadas ao sistema de aquisição de dados.

3.6 Configuração para aquisição de dados

Os dados foram registrados por meio de módulos *Spider 8*, da marca HBM, em conjunto com o *software* Catman, com a taxa de aquisição de uma amostra por segundo (1 Hz). Duas estações de trabalho com o sistema operacional Windows 7 foram empregadas devido à grande quantidade de portas de conexões necessárias para interligar todos os módulos *Spider 8*.

As medições de deslocamento (LVDTs), deformação da superfície do concreto da laje, das barras de flexão e cisalhamento (*strain gauges*) e carregamento das células de carga foram registrados por essa configuração.

3.7 Execução dos ensaios

O sistema de ensaios do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília ([Figura 3.32](#)) foi utilizado na fase experimental desta pesquisa.

Trata-se de um pórtico metálico construído acima de uma laje rígida de reação por meio da qual quatro tirantes metálicos são afixados às duas vigas de reação que, por sua vez, aplicam o carregamento por meio de atuadores a duas vigas de transferência apoiadas cada uma em dois pontos de aplicação de carga nas lajes (sentido N-S). A excentricidade de carregamento é aplicada no sentido longitudinal do pórtico utilizando este próprio como reação (sentido W-E).

O pilar das lajes foram travados para evitar o deslocamento e o carregamento foi aplicado de cima para baixo através de atuadores hidráulicos da marca Enerpac com 500

kN de capacidade cada através de vigas de reação simétricas nos lados norte e sul (25% da carga em cada lado), e excentricamente no lado leste das lajes (50% restante), conforme Figuras 3.30 e 3.31.

As vigas de reação foram apoiadas na laje por meio de duas rótulas que fizeram o papel de interface entre as vigas e a laje, acomodando a rotação da laje e distribuindo o carregamento.

Os LVDTs foram fixados através de suportes magnéticos nas vigas de suporte.

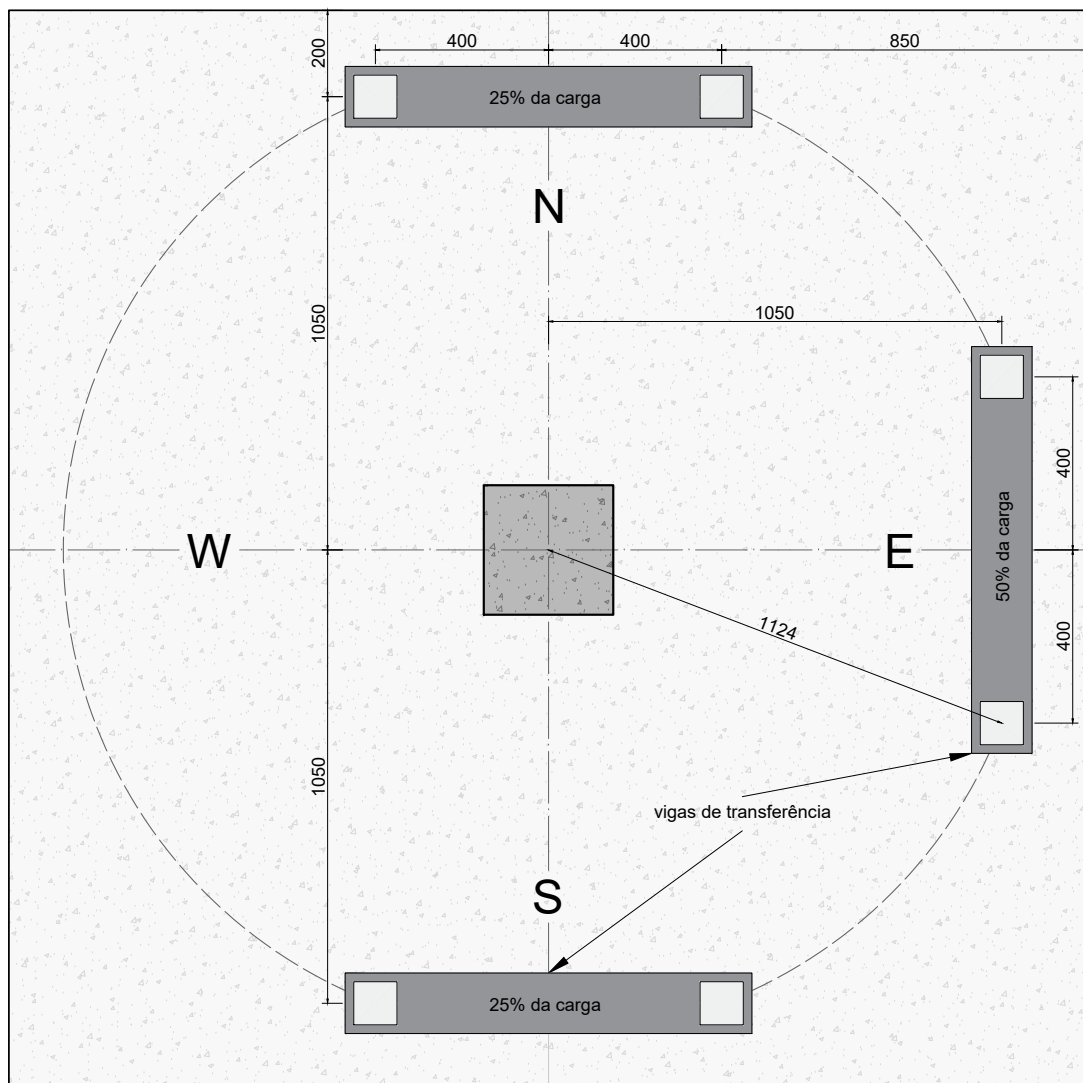


Figura 3.30 – Pontos de aplicação de carga na laje sem aberturas [mm]

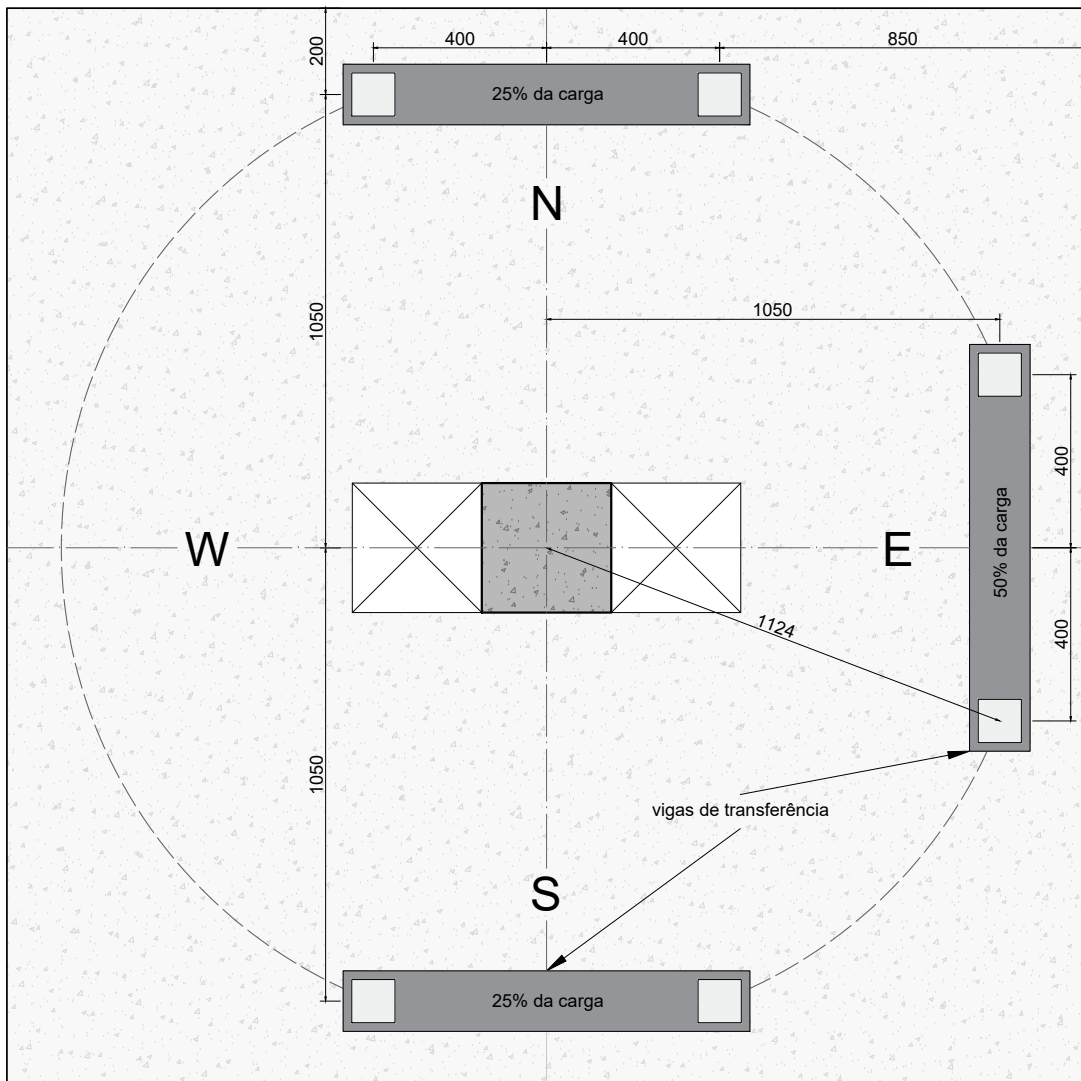


Figura 3.31 – Pontos de aplicação de carga na laje com aberturas [mm]

Durante a etapa de carregamento, a aplicação de carga foi ajustada de acordo com a leitura das células de carga.

O desenvolvimento de fissuras na superfície da laje durante o carregamento foi acompanhado por uma pessoa que registrava o surgimento de fissuras com pincel e anotava o carregamento respectivo.

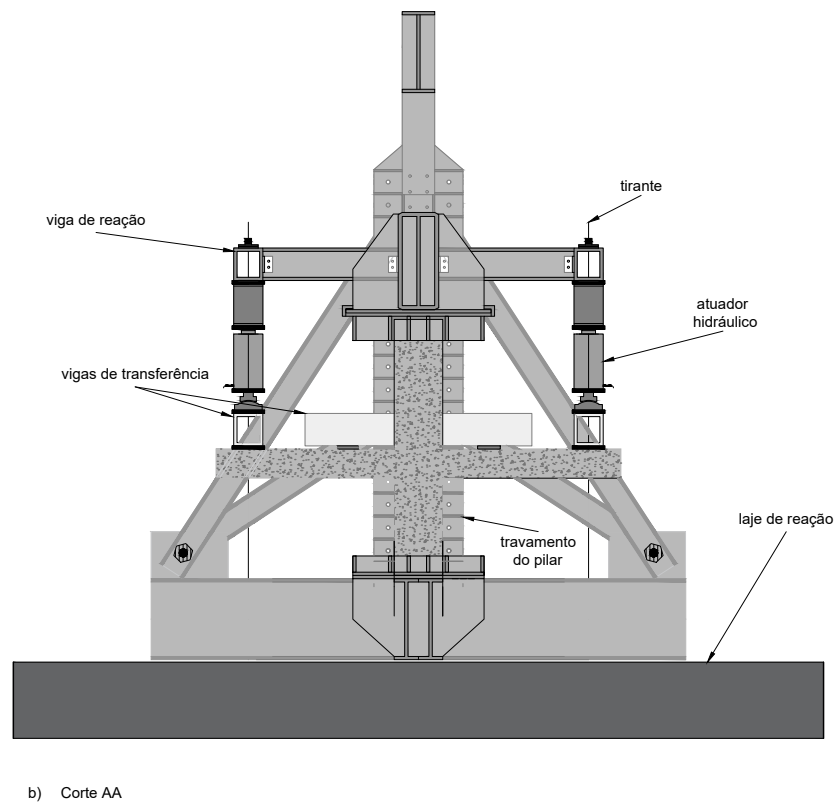
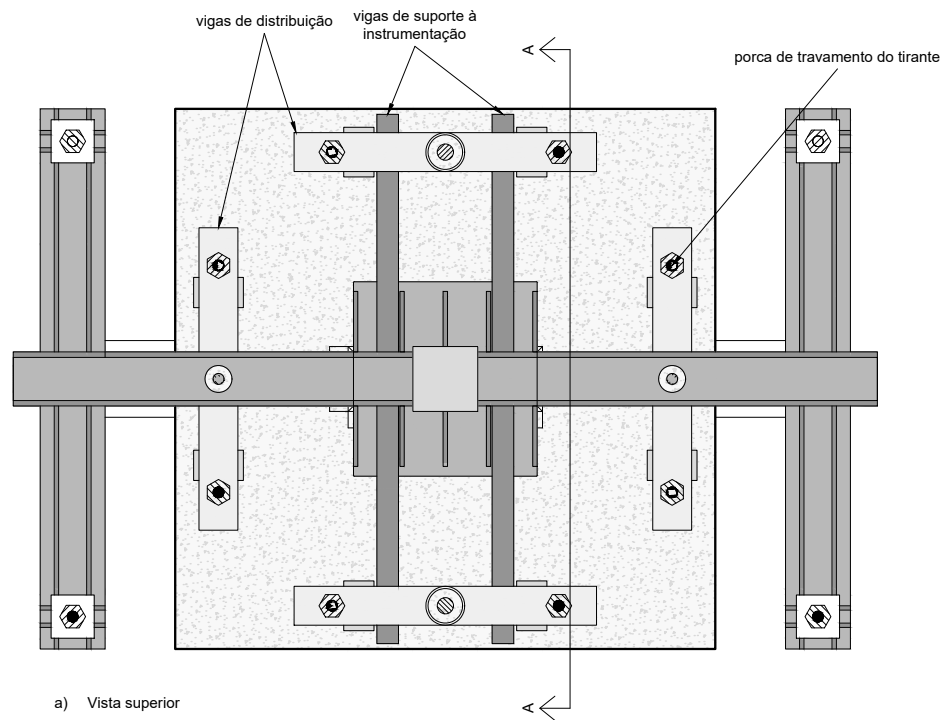


Figura 3.32 – Sistema de ensaio utilizado no rompimento dos espécimes

4 Resultados experimentais

4.1 Resposta global

As lajes deste estudo foram submetidas a um mesmo carregamento excêntrico na direção W-E, sendo 0% do carregamento aplicado no lado oeste, 50% no lado leste e 25% nos lados norte e sul.

O critério de falha considerado foi o momento em que uma ou mais células de cargas não registravam acréscimos de carga apesar do incremento de carga nos atuadores. A [Tabela 4.1](#) correlaciona as principais características das lajes com a sua carga de ruptura acrescida do peso próprio da laje e dos equipamentos de ensaio.

Todas as lajes do estudo falharam por punção na região próxima ao pilar de modo frágil ¹. A laje com a maior resistência foi a laje de referência LRSS, enquanto a que resistiu a menor carga foi a LRFS. As lajes com armadura de punção apresentaram resistências intermediárias.

Tabela 4.1 – Resistências últimas das lajes ensaiadas

Laje									
Laje	aberturas	d [mm]	ρ [%]	$\frac{A_{sw}}{cam.}$ [cm ²]	e [mm]	$f_{cm,ef}$ [MPa]	f_{ys} [MPa]	f_{ysw} [MPa]	V_{exp} [kN]
LRSS	0	141	0,0137	-	525	44,6	590,6	-	323
LRFS	2	136	0,0103	-	525	55,1	590,6	-	165
LFE1	2	139	0,0129	20,420	525	55,5	590,6	602,90	254
LFE2	2	134	0,0137	21,206	525	45,2	532,4	538,10	197
LFE3	2	136	0,0135	13,069	525	45,2	532,4	538,50	180

Nota: V_{exp} é o carregamento na ruptura da laje

Durante dos ensaios da laje LFE3, o *software* do computador responsável por registrar os dados de carregamento, deformações e deslocamentos apresentou falhas no momento de salvamento desses dados no disco rígido, o que resultou na perda dos dados da laje. Os dados de fissuração e carga de ruptura serão apresentados junto com os resultados das demais lajes.

4.2 Carregamento das lajes

Os valores de excentricidade registrados durante os ensaios foram comparados com o valor previsto ($e = 525\text{mm}$) nos gráficos das [Figuras 4.1 a 4.4](#).

¹ Em que pese ter havido deformações consideráveis das lajes antes da falha, todas tiveram um momento de falha bem definido, sem apresentar patamar em que se aumentava a deformação mantendo-se a carga.

Pôde se observar, na fase inicial dos carregamentos, que houve grande dispersão em todas as lajes que posteriormente se aproximaram satisfatoriamente dos valores de excentricidade previstos para os ensaios nas fases finais, próximo à ruptura de cada espécime.

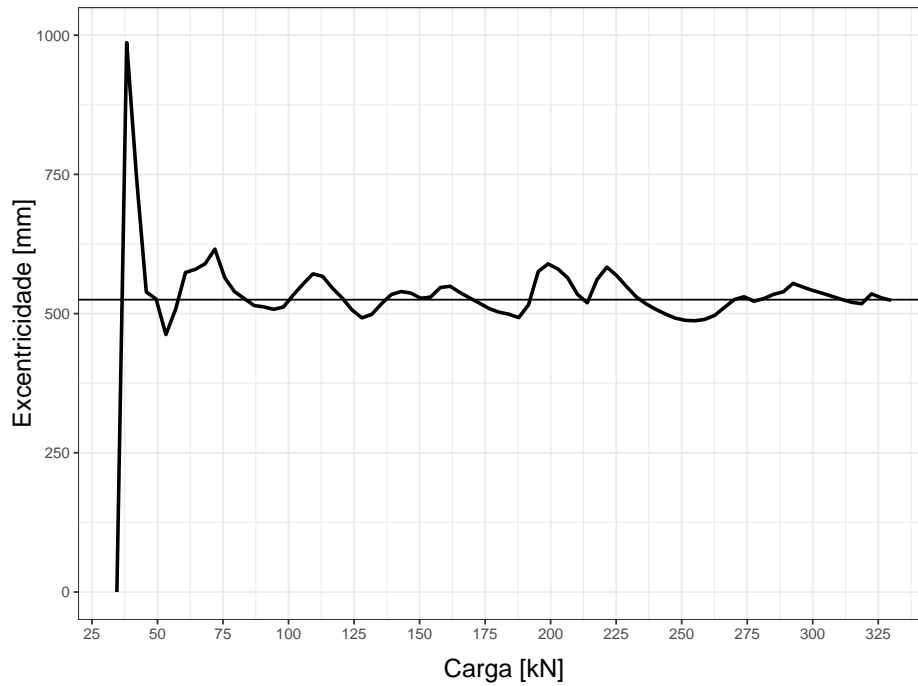


Figura 4.1 – Excentricidade de carregamento real vs planejada LRSS [mm]

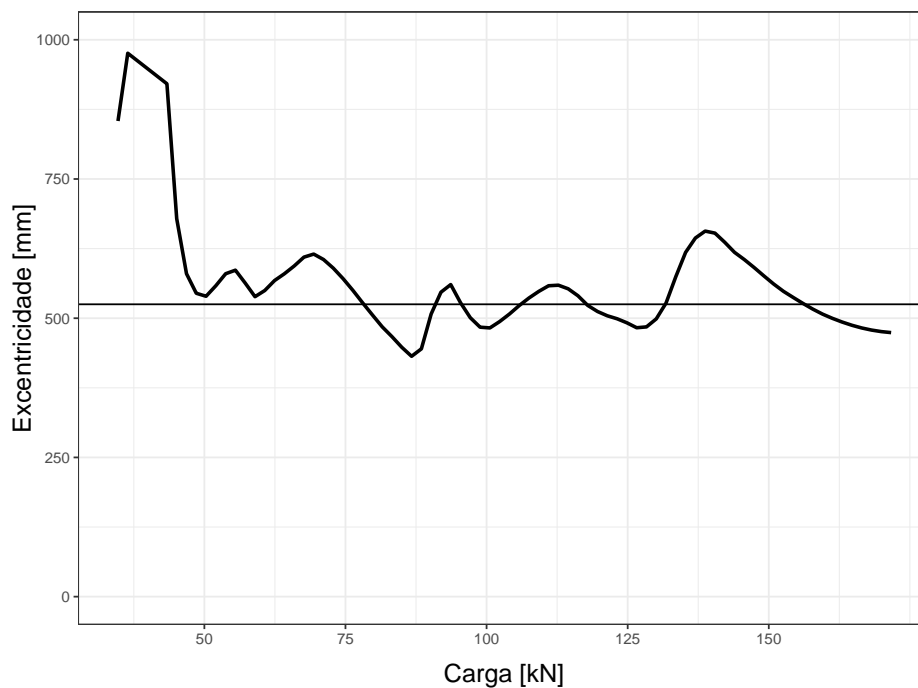


Figura 4.2 – Excentricidade de carregamento real vs planejada LRFS [mm]

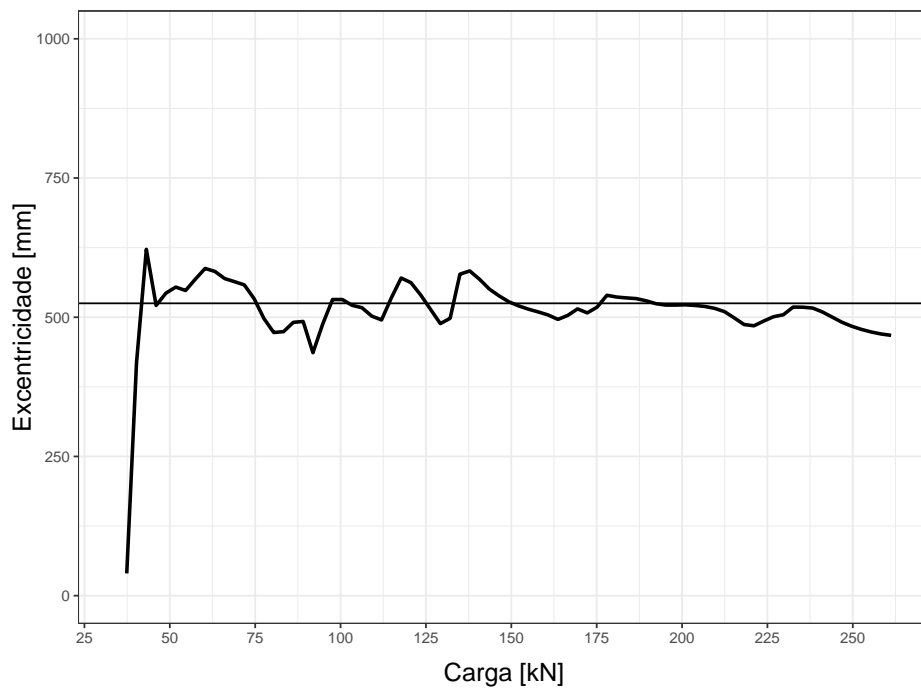


Figura 4.3 – Excentricidade de carregamento real vs planejada LFE1 [mm]

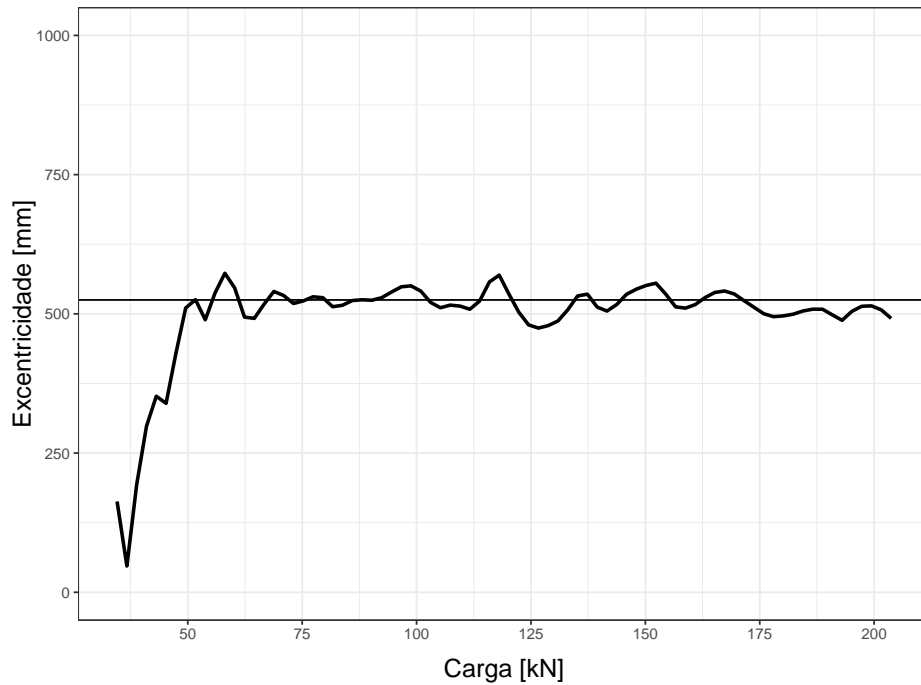


Figura 4.4 – Excentricidade de carregamento real vs planejada LFE2 [mm]

4.3 Deslocamento das lajes

Os deslocamentos das lajes foram aferidos por LVDTs posicionados conforme [Figura 4.5](#) e registrados de forma computadorizada. Os quadrados pequenos representam as placas metálicas empregadas para posicionamento dos LVDTs.

Nos gráficos, os eixos das abscissas representam os segmentos correspondentes aos eixos que passam pelos centros geométricos dos pilares nas direções estudadas, enquanto os eixos das ordenadas representam os deslocamentos, registrados em milímetros. As linhas verticais que encontram os eixos das abscissas nas coordenadas -150 e 150 representam as faces do pilar correspondente.

Os maiores valores de deslocamento foram observados sempre nos LVDTs de extremidade na direção W-E, sendo os da direção leste, direção da excentricidade de carga, maiores. Em ordem decrescente temos a laje LFE2 (laje com aberturas e estribos 2, [Figura 4.13](#)) com os maiores valores, seguidos pela laje LFE1 (laje com aberturas e estribos 1, [Figura 4.11](#)), pela LRSS (laje de referência sem aberturas e sem armadura de cisalhamento, [Figura 4.7](#)) e, por fim, pela LRFS (laje de referência com aberturas e sem armadura de cisalhamento, [Figura 4.9](#)). Os valores numéricos dos deslocamentos registrados frente aos carregamentos são apresentados imediatamente antes de cada gráfico, nas [Tabelas 4.2 a 4.9](#), onde as distâncias referem-se ao centro geométrico do pilar. Valores negativos estão nos lados norte e oeste, positivos nos lados sul e leste.

Nota-se que os deslocamentos na direção N-S foram negativos em ambos os lados, indicando que laje ‘desceu’ nessa direção. Os deslocamentos na direção W-E mostram que no lado oeste houve uma subida da laje e uma descida mais acentuada no lado leste, indicando que a laje rotacionou nesta direção, conforme esperado.

Durante os ensaios algumas leituras de deslocamento foram perdidas.

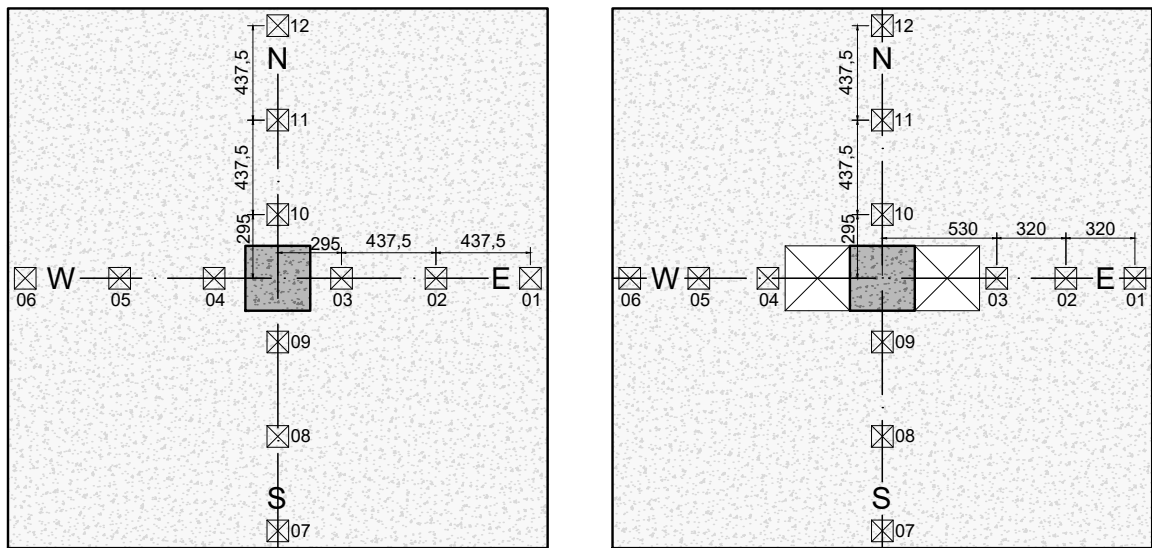


Figura 4.5 – Posicionamento dos LVDTs nas lajes sem e com aberturas [mm]

A seguir serão apresentados os deslocamentos das lajes nos eixos N-S e W-E para carregamentos que variam entre vinte e cem por cento a carga de ruptura para cada laje (Figuras 4.6 e 4.13).

4.3.1 Laje LRSS

As distâncias referem-se ao C.G. do pilar. Valores negativos estão nos lados norte e oeste, positivos nos lados sul e leste.

Tabela 4.2 – Deslocamentos na direção N-S da laje LRSS

		Direção N-S					
Proporção	Valor [kN]	LVDT12	LVDT11	LVDT10	LVDT9	LVDT8	LVDT7
	Distâncias [mm]	-1170,0	-732,5	-295,0	295,0	732,5	1170,0
0,2 V_{exp}	66.75	-	-0.01	-0.11	1.54	-0.07	-0.34
0,4 V_{exp}	132.15	-	-0.04	-0.41	1.42	-0.82	-1.65
0,6 V_{exp}	198.39	-	-0.97	-0.83	1.42	-2.39	-3.66
0,8 V_{exp}	265.83	-	-2.02	-0.93	1.16	-3.64	-5.56
1,0 V_{exp}	329.91	-	-3.17	-0.76	1.09	-6.67	-9.53

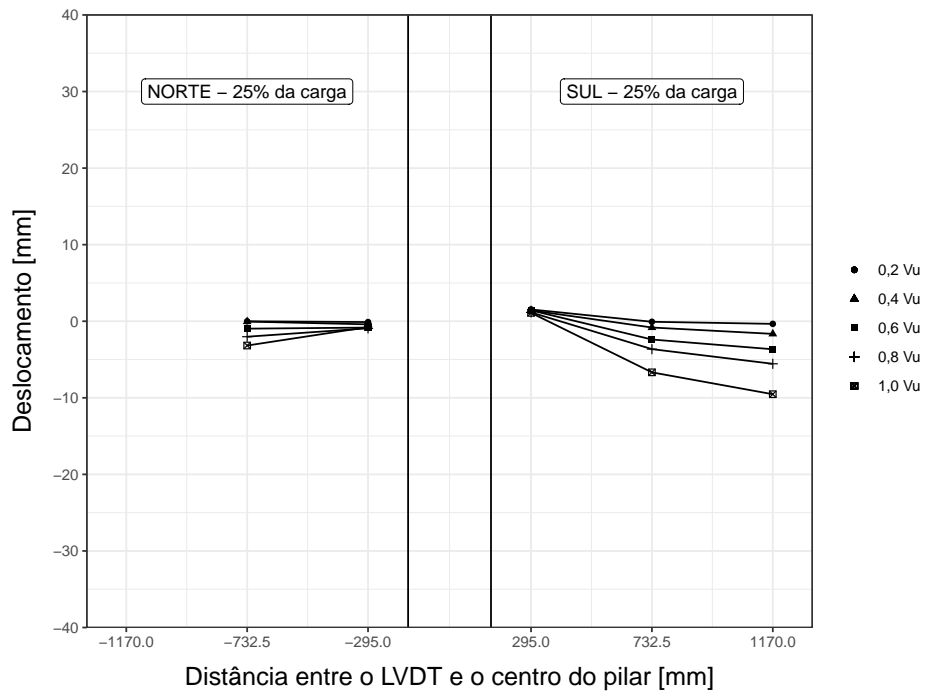


Figura 4.6 – Deslocamentos na direção N-S da laje LRSS

Tabela 4.3 – Deslocamentos na direção W-E da laje LRSS

		Direção W-E					
Proporção	Valor [kN]	LVDT6	LVDT5	LVDT4	LVDT3	LVDT2	LVDT1
Distâncias [mm]		-1170,0	-732,5	-295,0	295,0	732,5	1170,0
0,2 V_{exp}	66.75	0.27	0.00	0.02	0.43	-0.56	-0.78
0,4 V_{exp}	132.15	0.85	0.00	0.06	-0.08	-2.16	-3.18
0,6 V_{exp}	198.39	2.34	0.39	0.29	-1.11	-5.61	-8.61
0,8 V_{exp}	265.83	3.38	0.74	0.45	-1.83	-7.92	-12.29
1,0 V_{exp}	329.91	8.17	2.47	1.09	-3.31	-13.76	-22.00

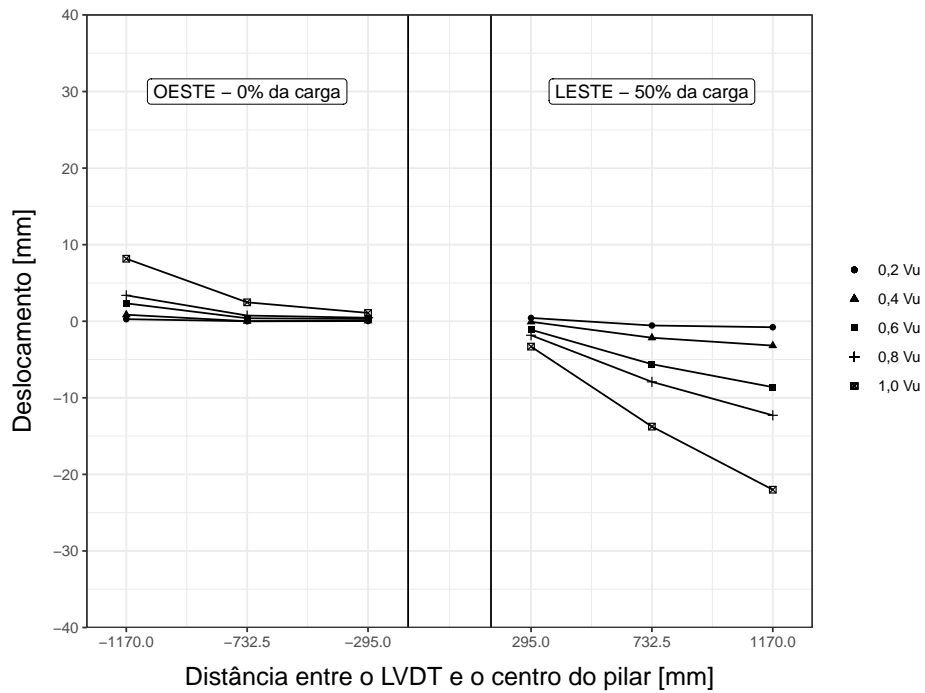


Figura 4.7 – Deslocamentos na direção W-E da laje LRSS

4.3.2 Laje LRFS

Tabela 4.4 – Deslocamentos na direção N-S da laje LRFS

		Direção N-S					
Proporção	Valor [kN]	LVDT12	LVDT11	LVDT10	LVDT9	LVDT8	LVDT7
Distâncias [mm]		-1170,0	-732,5	-295,0	295,0	732,5	1170,0
0,2 V_{exp}	34.43	-0.01	-0.00	-0.00	-0.01	-	-
0,4 V_{exp}	68.75	-0.41	0.07	-0.19	-0.16	-	-
0,6 V_{exp}	103.22	-1.43	0.87	-0.37	0.14	-	-
0,8 V_{exp}	137.48	-4.75	0.02	-0.60	0.21	-	-
1,0 V_{exp}	171.68	-5.85	-0.55	-0.74	-0.25	-	-

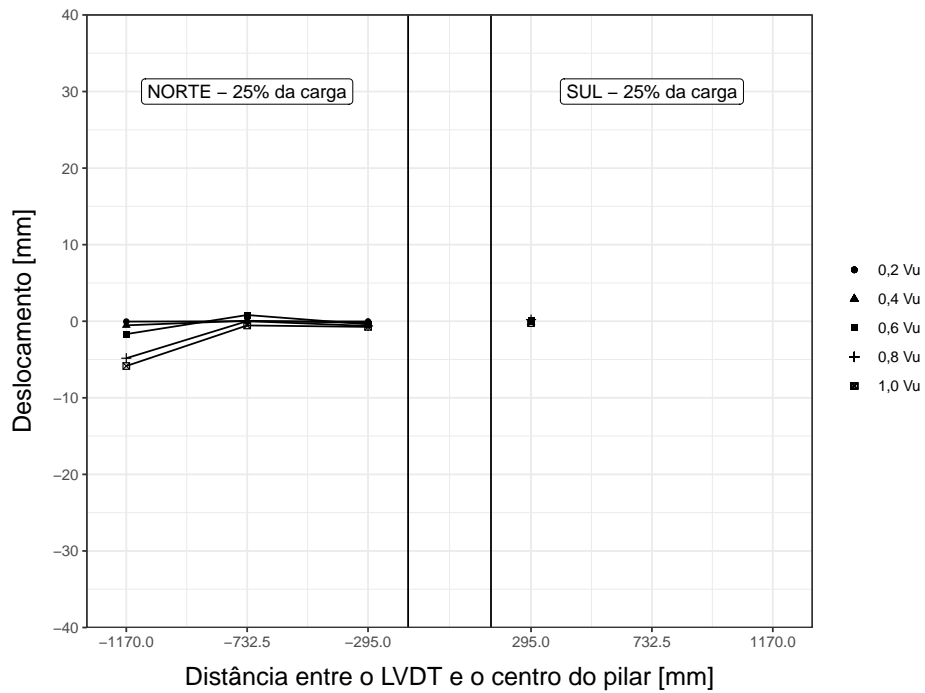


Figura 4.8 – Deslocamentos na direção N-S da laje LRFS

Tabela 4.5 – Deslocamentos na direção W-E da laje LRFS

		Direção W-E					
Proporção	Valor [kN]	LVDT6	LVDT5	LVDT4	LVDT3	LVDT2	LVDT1
Distâncias [mm]		-1170,0	-850,0	-530,0	530,0	850,0	1170,0
0,2 V_{exp}	34.43	0.01	0.00	0.00	-0.01	-0.01	-0.03
0,4 V_{exp}	68.75	0.80	0.26	0.13	0.01	-1.23	-1.30
0,6 V_{exp}	103.22	1.74	0.81	0.28	-0.68	-2.77	-2.87
0,8 V_{exp}	137.48	4.11	2.23	0.79	-2.53	-6.72	-6.40
1,0 V_{exp}	171.68	4.72	2.59	0.93	-3.03	-8.12	-6.29

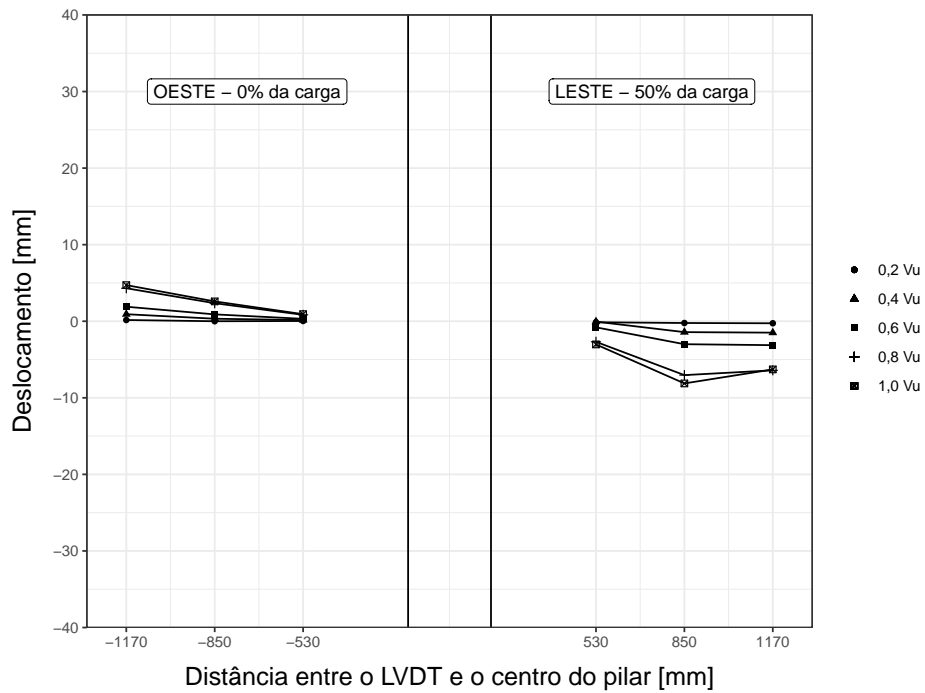


Figura 4.9 – Deslocamentos na direção W-E da laje LRFS

4.3.3 Laje LFE1

Tabela 4.6 – Deslocamentos na direção N-S da laje LFE1

		Direção N-S					
Proporção	Valor [kN]	LVDT12	LVDT11	LVDT10	LVDT9	LVDT8	LVDT7
Distâncias [mm]		-1170,0	-732,5	-295,0	295,0	732,5	1170,0
0,2 V_{exp}	52.46	-0.25	-0.06	0.00	-0.01	-0.11	-0.01
0,4 V_{exp}	105.26	-2.27	-2.40	-0.51	-0.24	-0.31	-0.65
0,6 V_{exp}	157.28	-4.33	-3.63	-0.80	-0.51	-1.23	-2.13
0,8 V_{exp}	209.15	-6.53	-3.72	-0.98	-0.59	-2.22	-3.25
1,0 V_{exp}	261.23	-7.38	-4.50	-0.87	-0.44	-3.89	-5.83

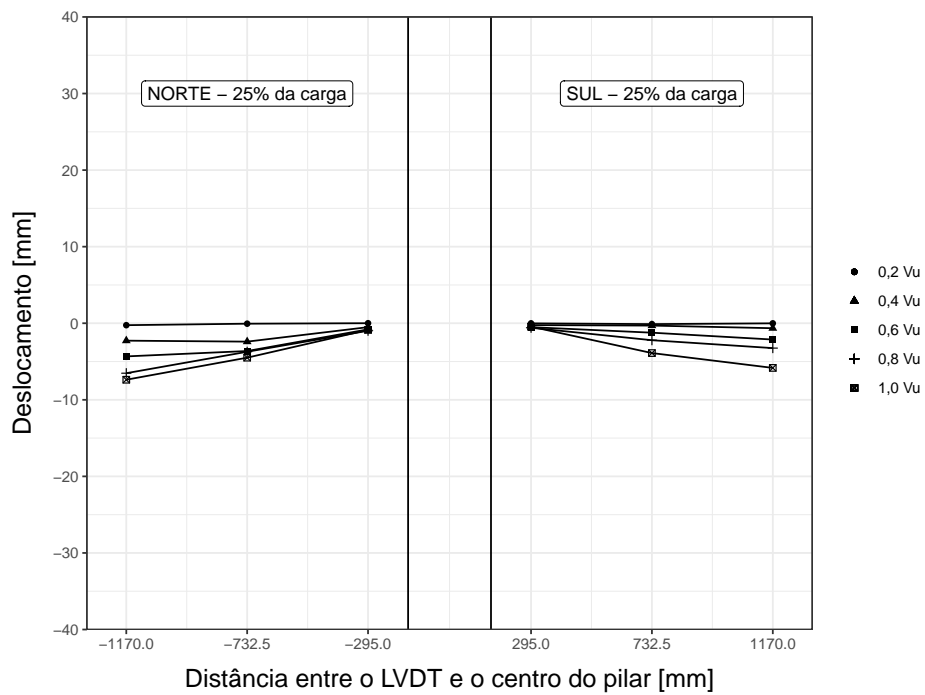


Figura 4.10 – Deslocamentos na direção N-S da laje LFE1

Tabela 4.7 – Deslocamentos na direção W-E da laje LFE1

		Direção W-E					
Proporção	Valor [kN]	LVDT6	LVDT5	LVDT4	LVDT3	LVDT2	LVDT1
Distâncias [mm]		-1170,0	-850,0	-530,0	530,0	850,0	1170,0
0,2 V_{exp}	52.46	0.03	0.15	0.10	-0.31	-0.51	-0.59
0,4 V_{exp}	105.26	1.42	1.19	0.89	-1.90	-3.34	-4.18
0,6 V_{exp}	157.28	3.22	2.41	1.83	-3.94	-7.07	-9.62
0,8 V_{exp}	209.15	5.70	4.03	3.00	-6.52	-11.67	-16.15
1,0 V_{exp}	261.23	10.82	7.48	5.38	-10.35	-18.07	-25.09

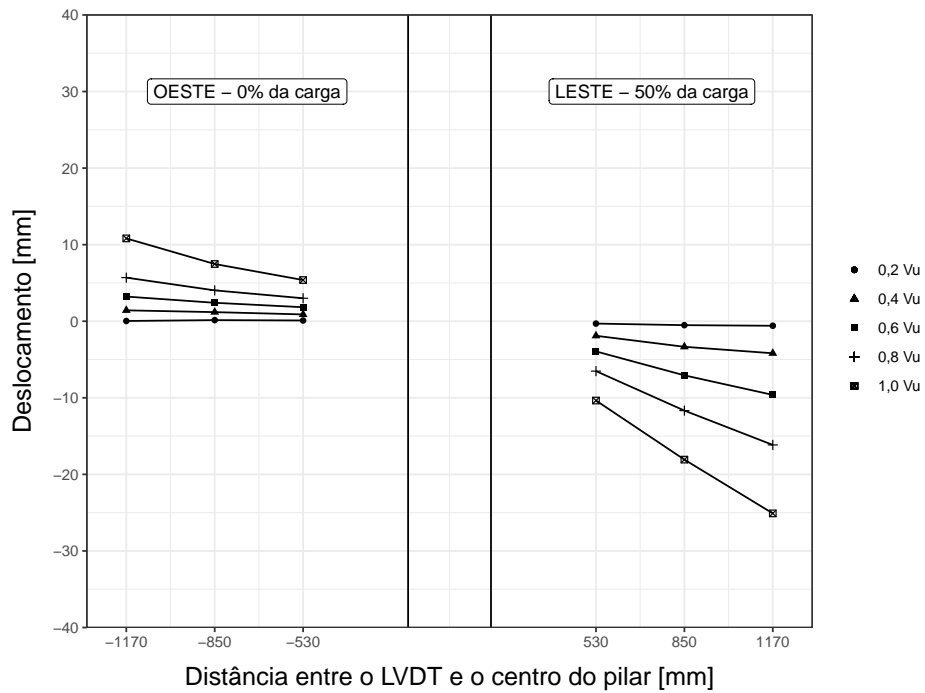


Figura 4.11 – Deslocamentos na direção W-E da laje LFE1

4.3.4 Laje LFE2

Tabela 4.8 – Deslocamentos na direção N-S da laje LFE2

		Direção N-S					
Proporção	Valor [kN]	LVDT12	LVDT11	LVDT10	LVDT9	LVDT8	LVDT7
Distâncias [mm]		-1170,0	-732,5	-295,0	295,0	732,5	1170,0
0,2 V_{exp}	41.06	-0.01	-0.12	0.00	-0.02	-0.02	-0.02
0,4 V_{exp}	81.53	-0.14	-0.79	-0.11	-0.28	-0.50	-0.80
0,6 V_{exp}	122.27	-1.22	-1.85	-0.19	-0.54	-1.35	-2.62
0,8 V_{exp}	162.98	-3.82	-3.42	-0.67	-0.87	-2.64	-5.21
1,0 V_{exp}	203.72	-7.71	-6.01	-1.46	-1.48	-5.63	-10.06

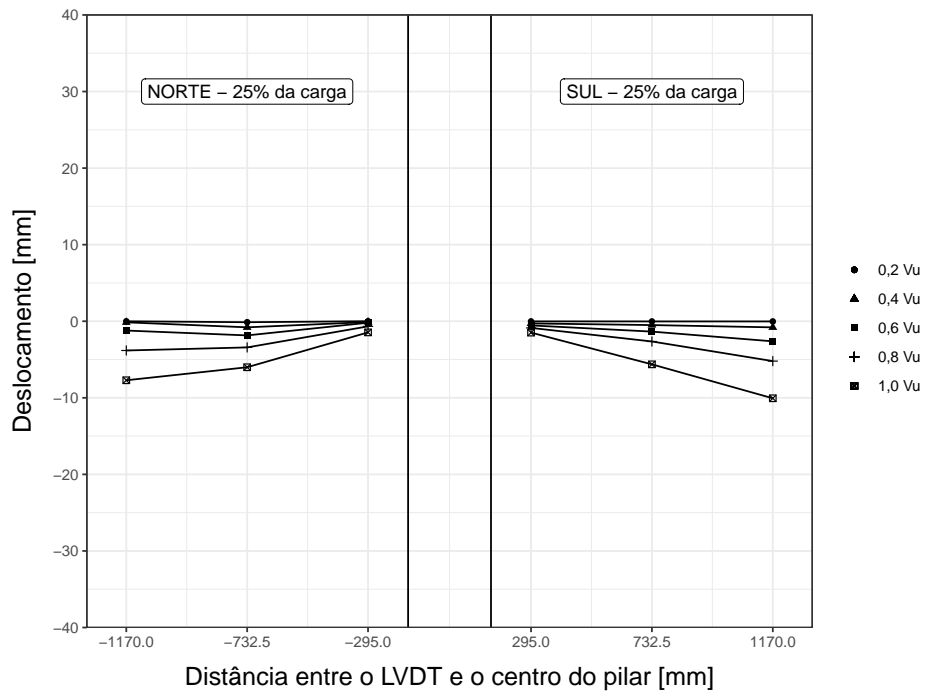


Figura 4.12 – Deslocamentos na direção N-S da laje LFE2

Tabela 4.9 – Deslocamentos na direção W-E da laje LFE2

		Direção W-E					
Proporção	Valor [kN]	LVDT6	LVDT5	LVDT4	LVDT3	LVDT2	LVDT1
Distâncias [mm]		-1170,0	-850,0	-530,0	530,0	850,0	1170,0
0,2 V_{exp}	41.06	0.02	-	0.00	-0.10	-0.15	-0.18
0,4 V_{exp}	81.53	1.45	-	0.41	-1.47	-2.33	-3.22
0,6 V_{exp}	122.27	4.03	-	1.20	-3.73	-6.23	-8.57
0,8 V_{exp}	162.98	8.32	-	2.88	-7.17	-12.00	-16.61
1,0 V_{exp}	203.72	23.13	-	8.83	-16.93	-27.35	-37.73

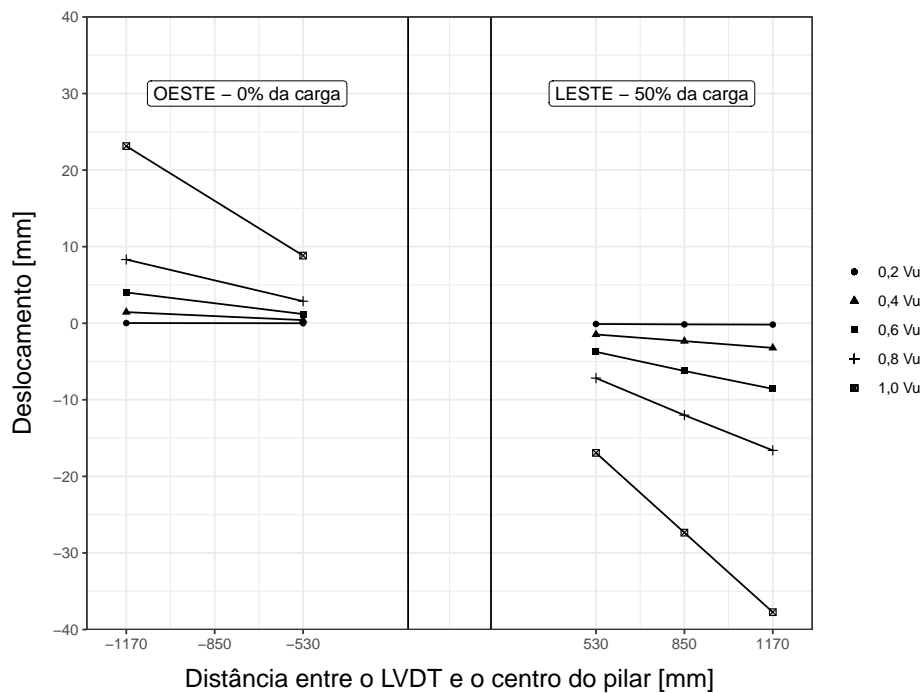


Figura 4.13 – Deslocamentos na direção W-E da laje LFE2

4.4 Deformações do concreto

As deformações nas superfícies de concreto das lajes foram registradas com a utilização de extensômetros (*strain gauges*) solidarizados ao concreto com o uso de supercola e interligados ao sistema de aquisição de dados do experimento. Nas ??? os extensômetros são apresentados em conjuntos onde os radiais são ímpares e os tangenciais são pares.

Os dados obtidos dimensionam a deformação relativa em milímetros por metro, que pode ser lida como *per milar*, e serão apresentados por laje e por orientação; isto é, para cada laje haverá o gráfico de deformações radiais e o gráfico de deformações tangenciais. Optou-se pela utilização de apenas um tipo de linha (contínua, diferenciando as leituras dos sensores por cor, já que a diferenciação por tipo de linha dificultaria a leitura devido a grande quantidade de dados.

Valores negativos representam deformações decorrentes de esforços de compressão, enquanto valores positivos advém de esforços de tração. No eixo das abscissas observa-se a deformação relativa enquanto no eixo das ordenadas, o carregamento. Manteve-se a mesma escala para todos os gráficos para que seja possível comparar os valores visualmente.

As deformações registradas foram predominantemente de tração e os maiores valores foram registrados nos extensômetros tangenciais. A laje LFE2 apresentou deformações superiores a $-1,9\text{‰}$; a LFE1 superiores à $-1,4\text{‰}$; a LRSS apresentou valores próximos de $-1,2\text{‰}$; e a LRFS valores próximos à $-0,6\text{‰}$. Extensômetros radiais próximos às aberturas das lajes LRFS, LFE1 e LFE2 apresentaram leituras próximas de zero.

4.4.1 Laje LRSS

Uma falha no extensômetro ECO11 fez com que as leituras deste ponto não fossem registradas.

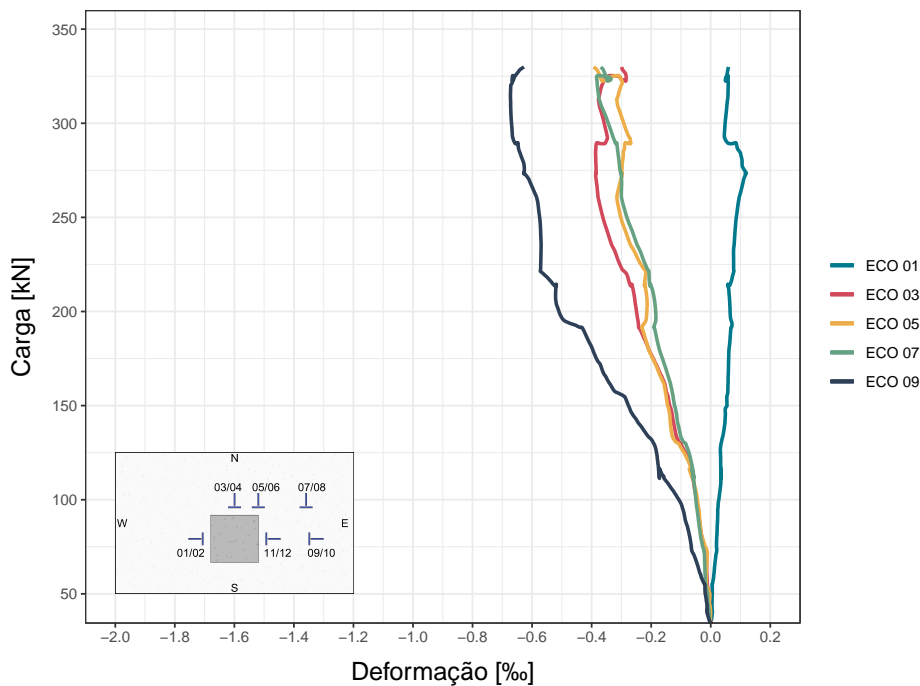


Figura 4.14 – Deformações radiais na superfície do concreto - LRSS

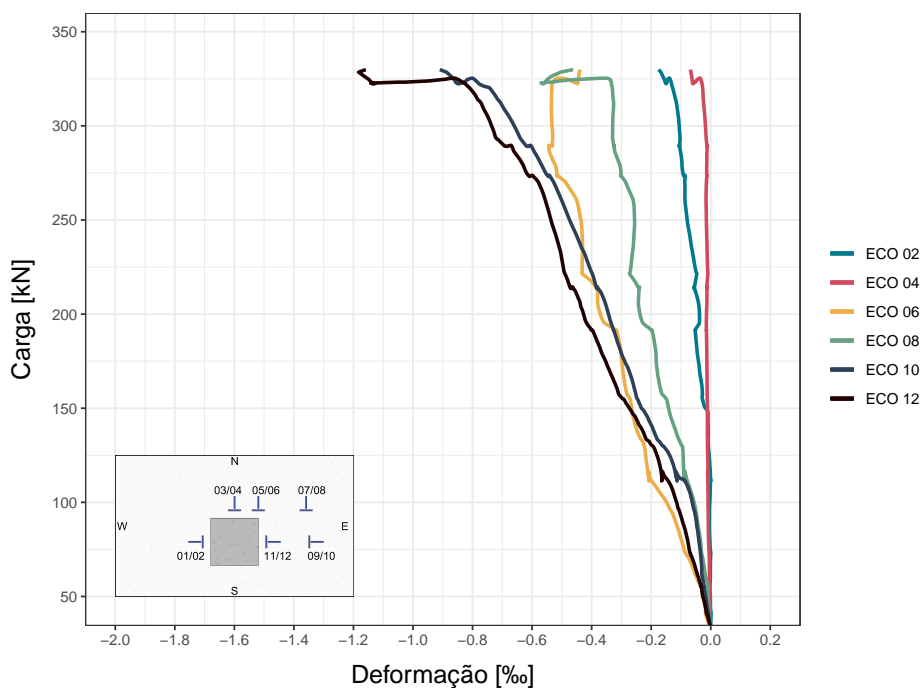


Figura 4.15 – Deformações tangenciais na superfície do concreto - LRSS

4.4.2 Laje LRFS

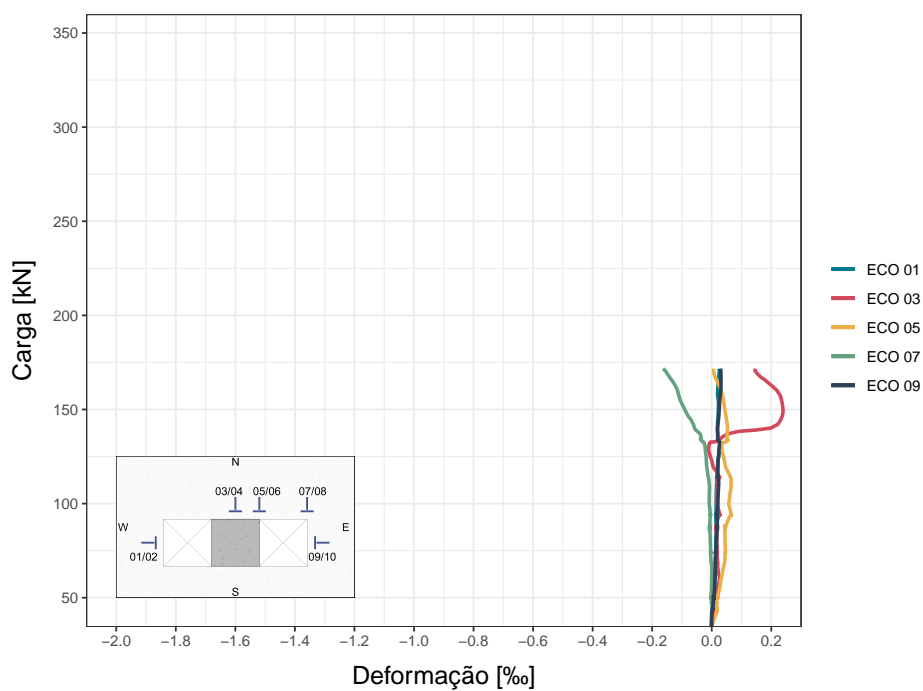


Figura 4.16 – Deformações radiais na superfície do concreto - LRFS

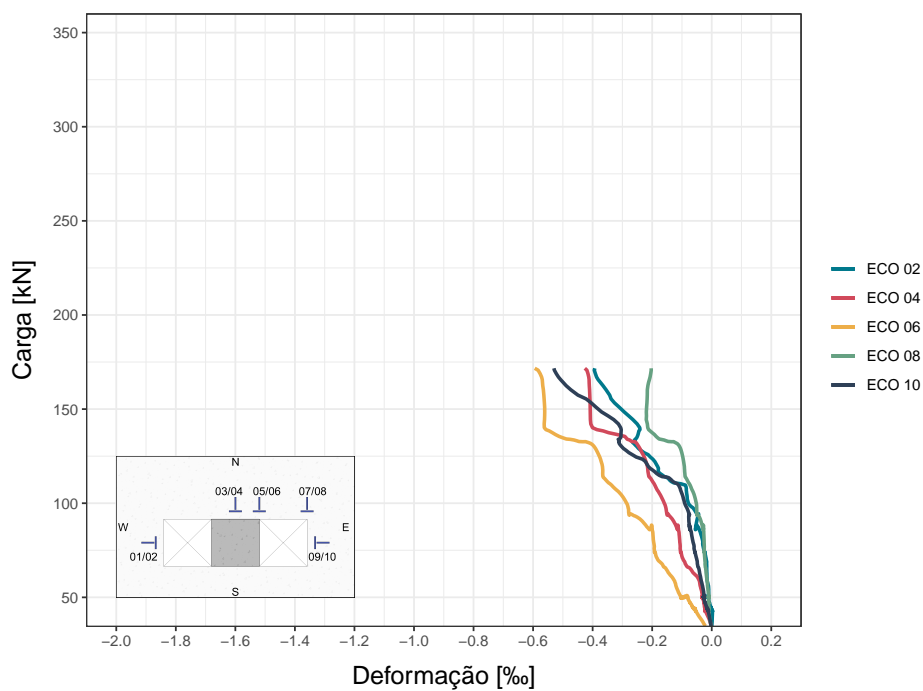


Figura 4.17 – Deformações tangenciais na superfície do concreto - LRFS

4.4.3 Laje LFE1

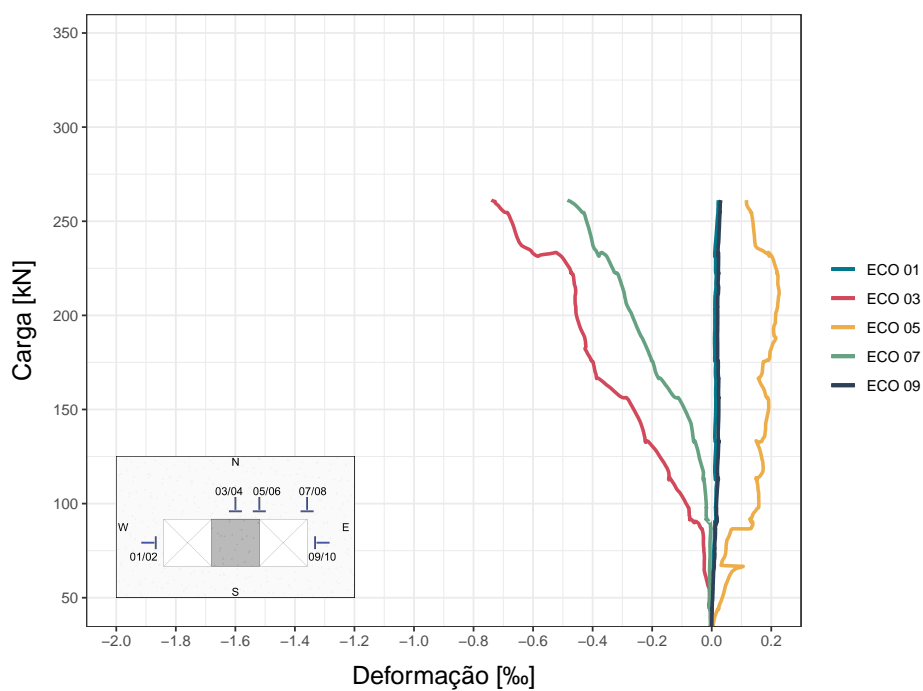


Figura 4.18 – Deformações radiais na superfície do concreto - LFE1

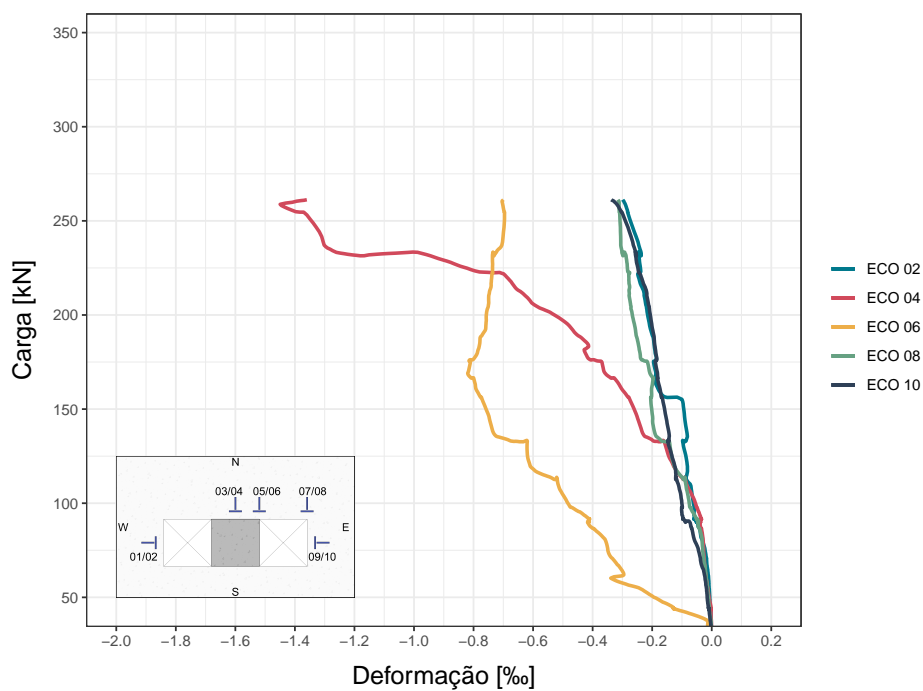


Figura 4.19 – Deformações tangenciais na superfície do concreto - LFE1

4.4.4 Laje LFE2

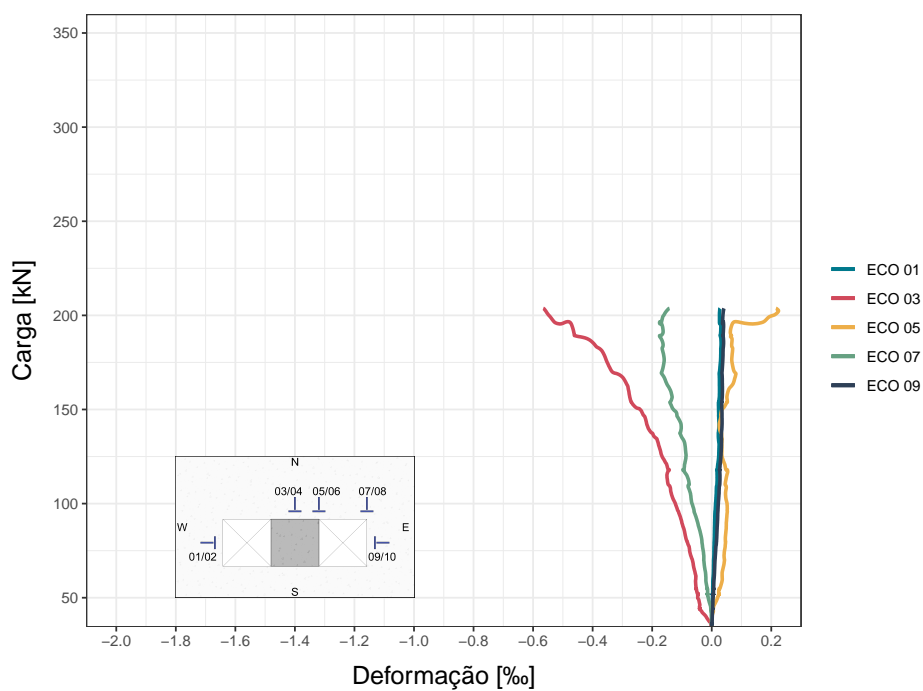


Figura 4.20 – Deformações radiais na superfície do concreto - LFE2

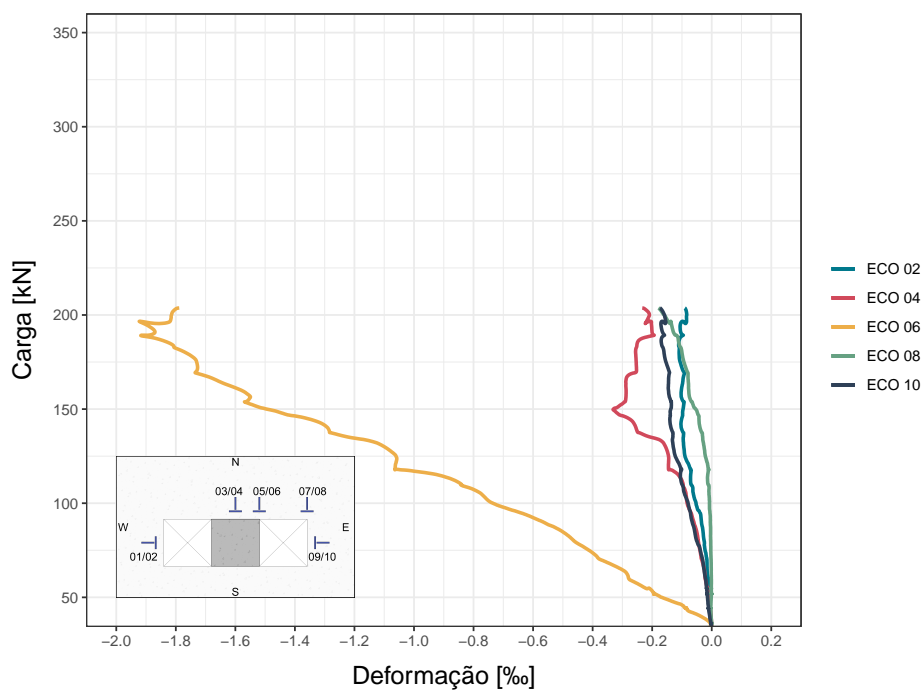


Figura 4.21 – Deformações tangenciais na superfície do concreto - LFE2

4.5 Deformações nas armaduras de flexão

Para cada armadura de flexão indicada nas Figuras 3.22 a 3.24 foi posicionado um par de extensômetros. O valor apresentado neste capítulo é a média das leituras quando os dois extensômetros funcionaram adequadamente ou o valor do extensômetro funcional quando um dos extensômetros falhou. Os gráficos foram divididos por orientação das barras de flexão (direções N-S e W-E).

Em contraste com as medições de deslocamentos e de deformação da superfície do concreto, em que os valores variaram consideravelmente entre as direções aferidas, as deformações nas direções N-S e W-E permaneceram, em sua maioria, com valores absolutos próximos variando entre 1‰ e 3‰ para a laje LRSS, -0,2‰ e 0,87‰ para a laje LRFS e 0‰ e 4‰ para a laje LFE1. Exceção à laje LFE2 em que a direção N-S variou entre 1‰ e 2,06‰ enquanto a direção W-E variou entre 0‰ e 1‰.

Assim como a deformação radial nas superfícies de concreto próximas às regiões de aberturas, as deformações das barras de flexão nas regiões de aberturas também foram baixas se comparadas com as demais leituras para uma mesma laje.

O par de extensômetros EF01 da laje LFE1 registrou a maior deformação em uma barra de flexão em todas as lajes ensaiadas. Já a laje LFE2 não apresentou valores de deformação altos, embora a maior deformação tenha sido novamente na barra com o par de extensômetros EF01.

4.5.1 Laje LRSS

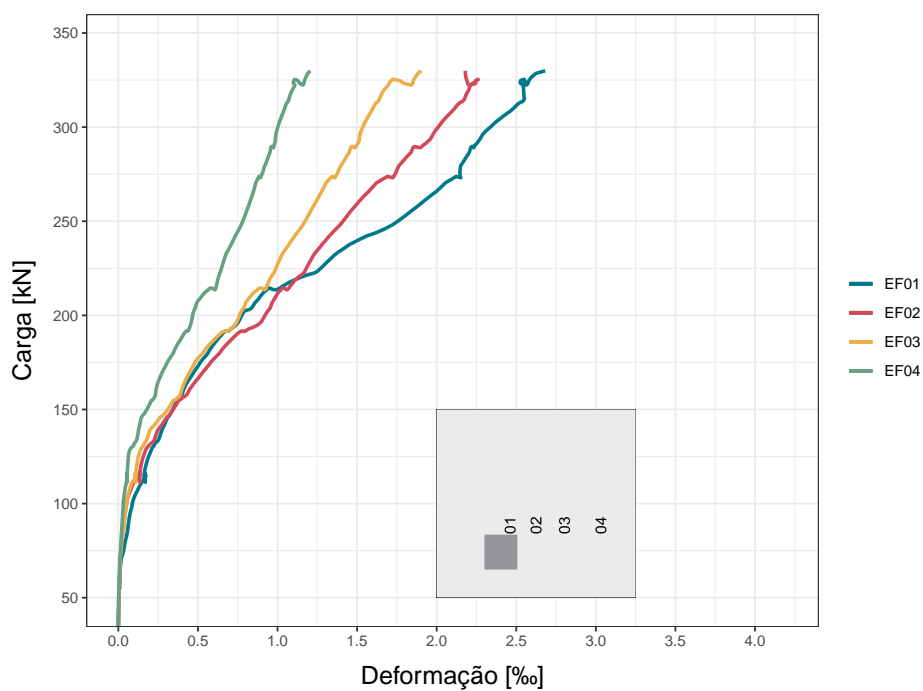


Figura 4.22 – Extensômetros armadura de flexão na direção N-S - LRSS

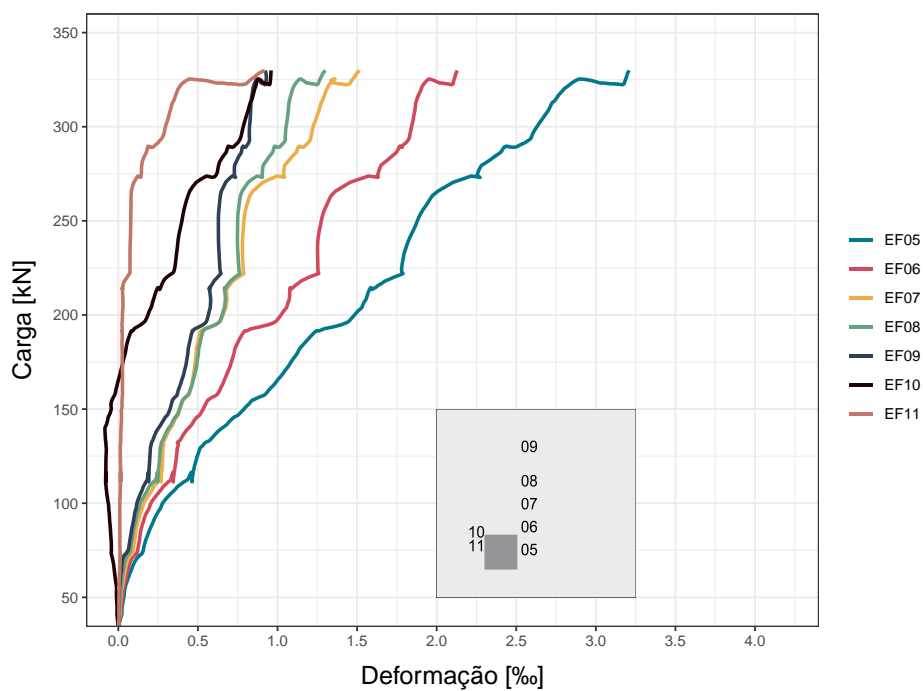


Figura 4.23 – Extensômetros armadura de flexão na direção W-E - LRSS

4.5.2 Laje LRFS

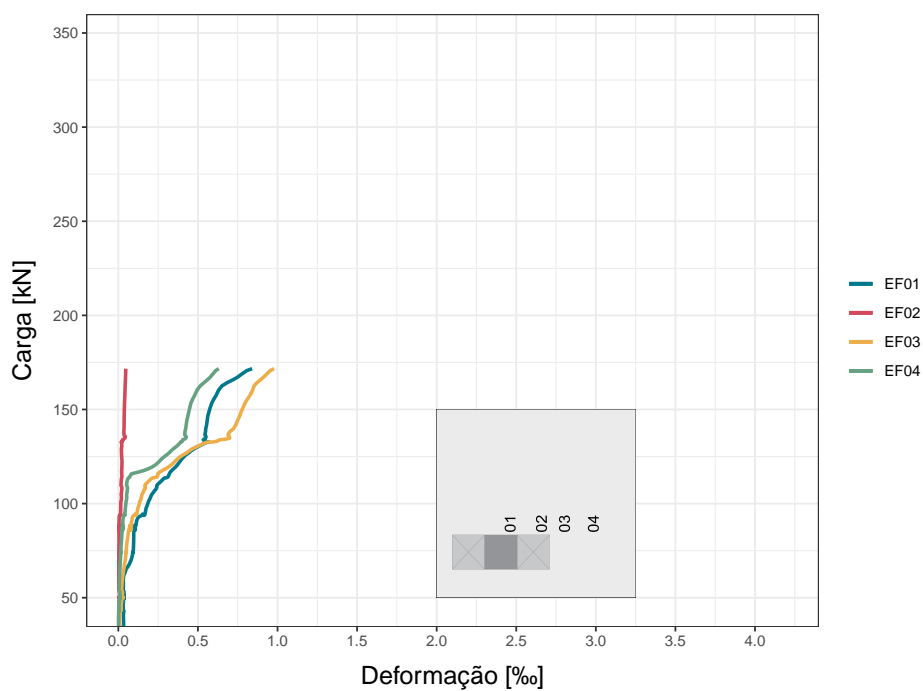


Figura 4.24 – Extensômetros armadura de flexão na direção N-S - LRFS

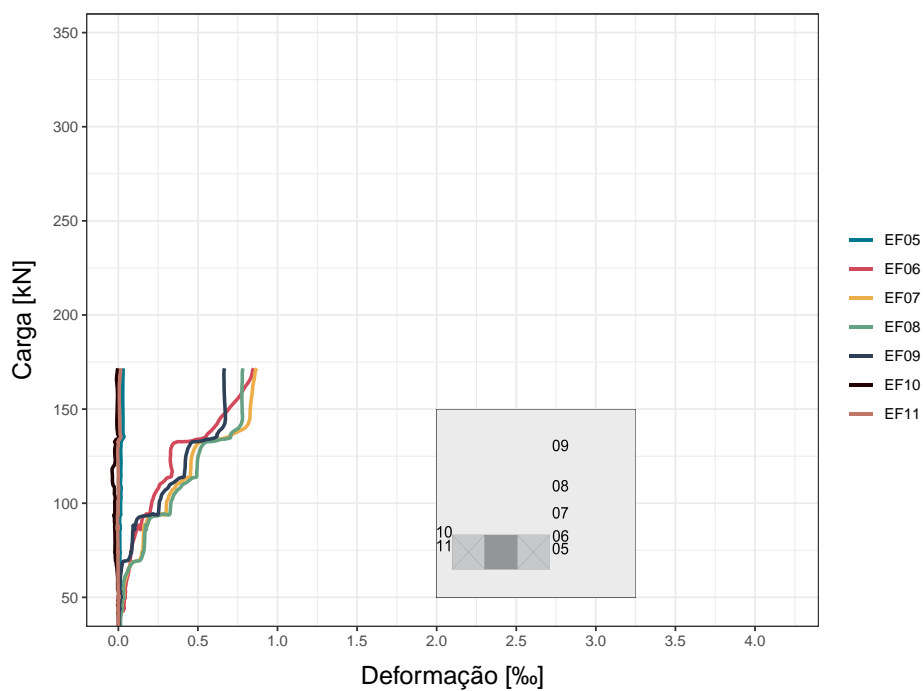


Figura 4.25 – Extensômetros armadura de flexão na direção W-E - LRFS

4.5.3 Laje LFE1

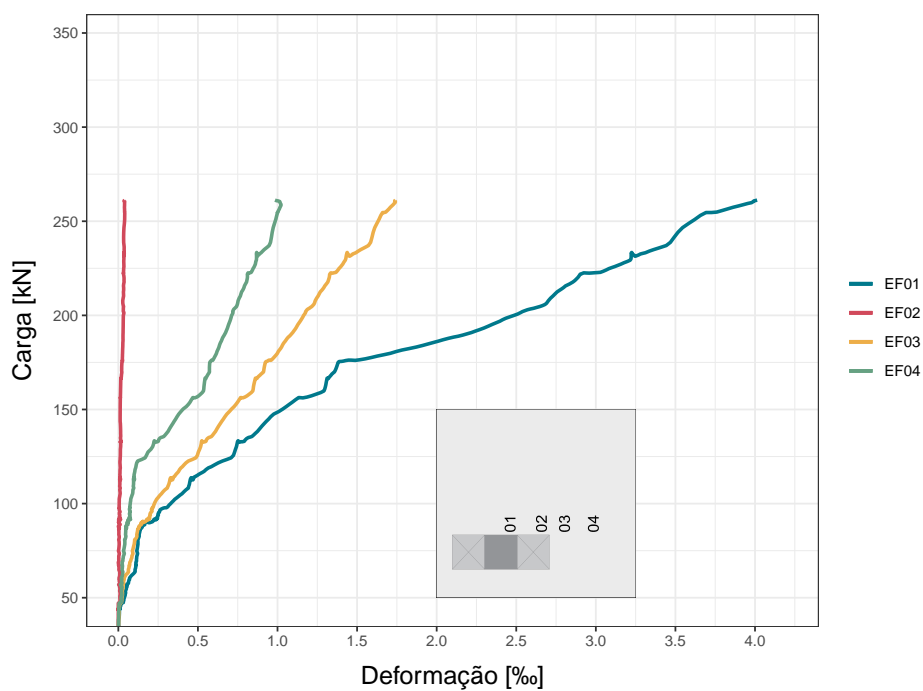


Figura 4.26 – Extensômetros armadura de flexão na direção N-S - LFE1

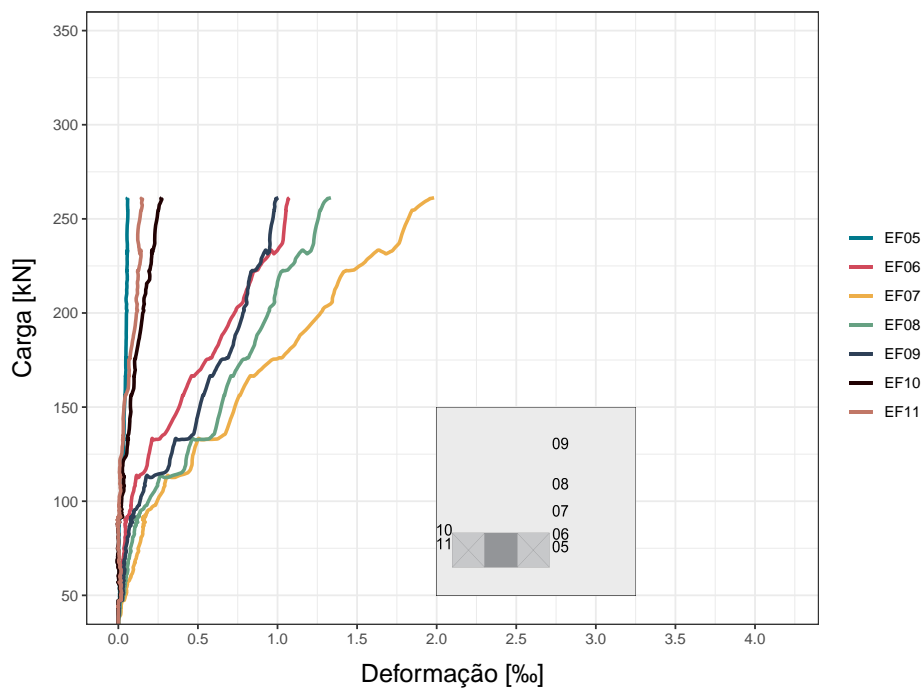


Figura 4.27 – Extensômetros armadura de flexão na direção W-E - LFE1

4.5.4 Laje LFE2

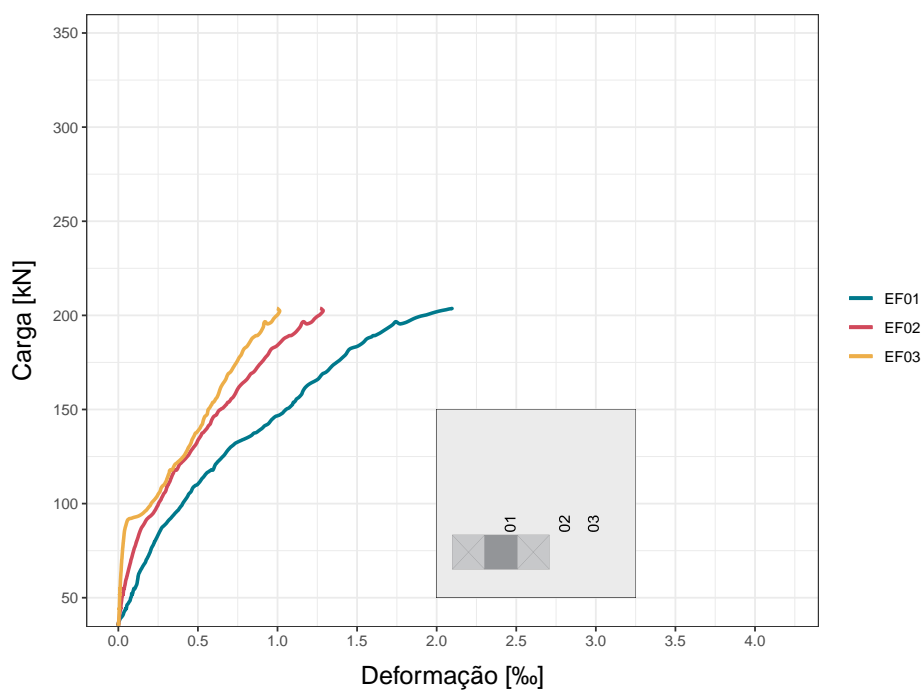


Figura 4.28 – Extensômetros armadura de flexão na direção N-S - LFE2

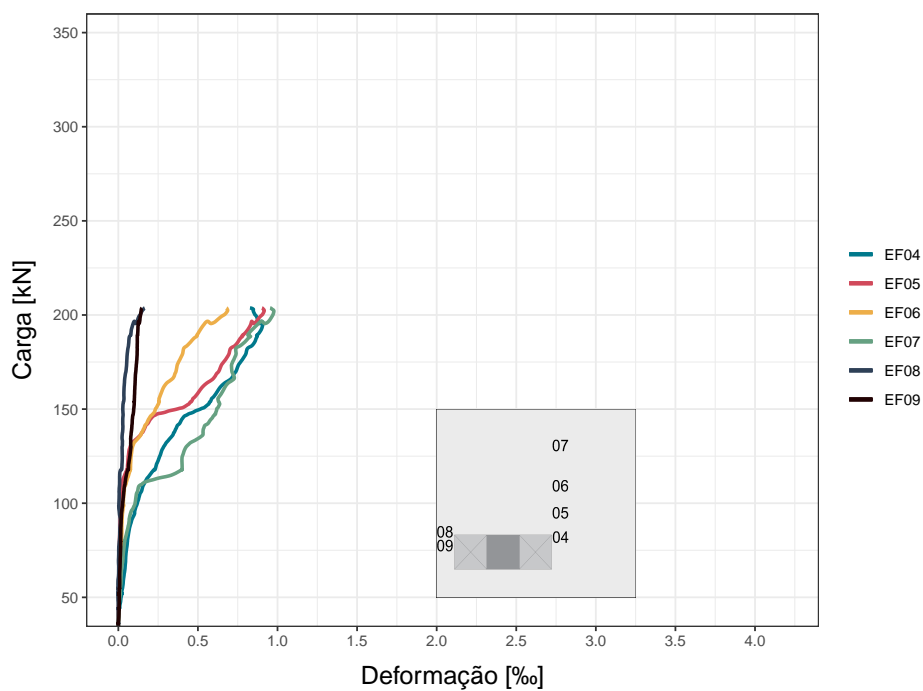


Figura 4.29 – Extensômetros armadura de flexão na direção W-E - LFE2

4.6 Deformações nas armaduras de cisalhamento

Assim como nas barras de flexão, em cada armadura de cisalhamento indicada nas Figuras 3.25 a 3.27 foi posicionado um par de extensômetros. O valor apresentado neste capítulo é a média das leituras quando os dois extensômetros funcionaram adequadamente ou o valor do extensômetro funcional quando um dos extensômetros falhou.

Os gráficos são apresentadas por ordem de camadas, das mais próximas até as mais distantes do pilar, e correlacionam o nível de carregamento com a deformação específica normalizada pela deformação de escoamento obtida do aço caracterizado, conforme Tabela 3.5.

Para a laje LFE1, as deformações foram maiores na primeira camada (Figura 4.30) e diminuíram conforme as camadas vão se afastando do pilar (Figura 4.31 e Figura 4.32). Apenas uma das pernas de um dos estribos utilizado na primeira camada de punção da laje LFE1 apresentou deformação igual ou superior à deformação de escoamento (ECI04).

Diferentemente da laje LFE1, as maiores deformações da laje LFE2 foram registradas na segunda camada de estribos, embora por uma margem não tão significativa. Os maiores registros se deram no par ECI06, conforme Figura 4.33 e Figura 4.34. A barra que mais se aproximou da deformação de escoamento foi a registrada pelo par ECI06, conforme Figura 4.34.

4.6.1 Laje LFE1

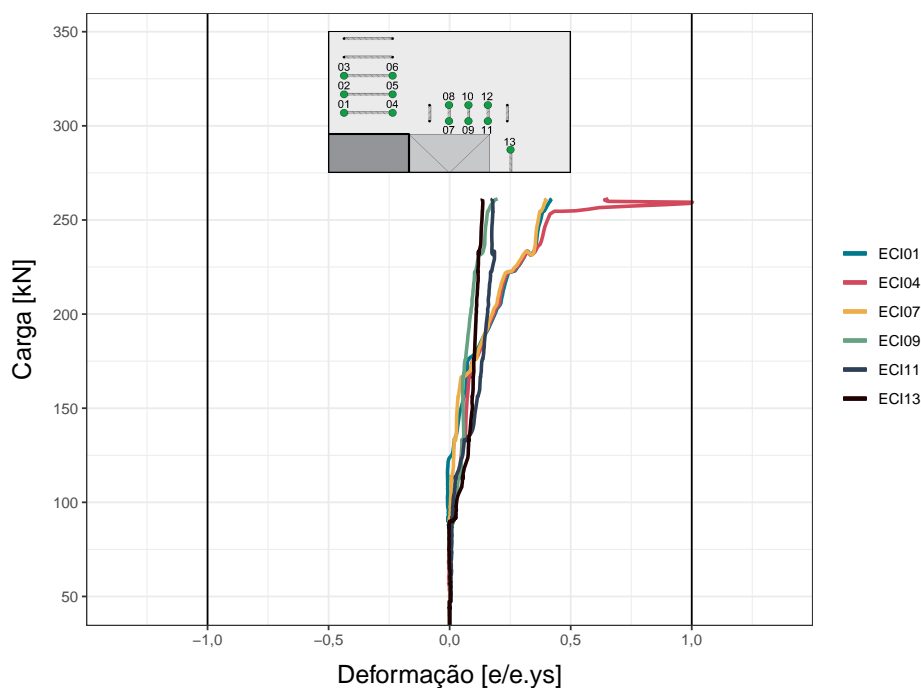


Figura 4.30 – LFE1 - Deformações relativas na primeira camada de estribos

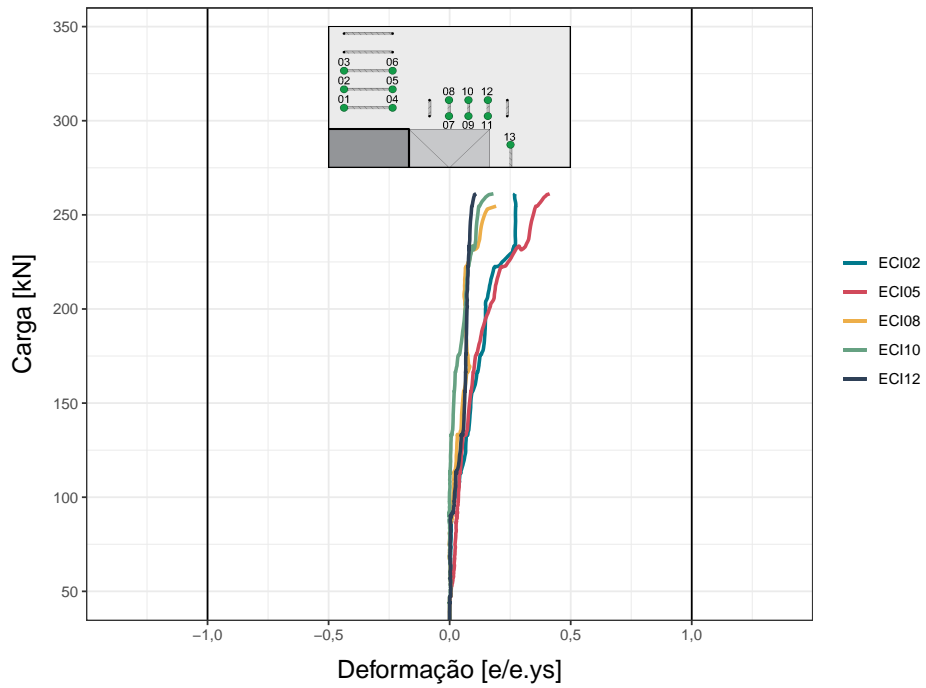


Figura 4.31 – LFE1 - Deformações relativas na segunda camada de estribos

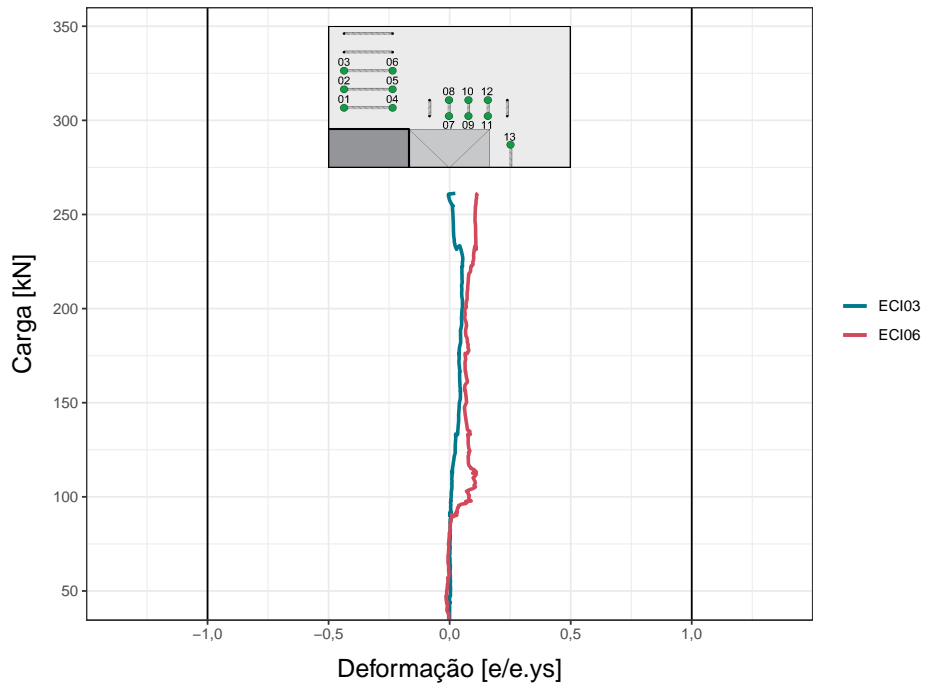


Figura 4.32 – LFE1 - Deformações relativas na terceira camada de estribos

4.6.2 Laje LFE2

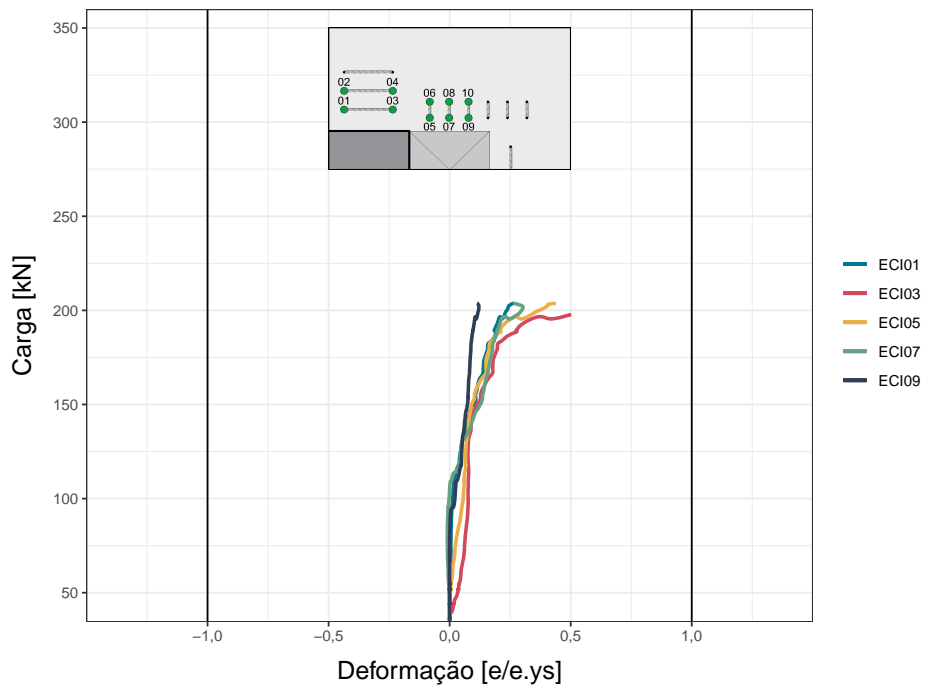


Figura 4.33 – LFE2 - Deformações relativas na primeira camada de estribos

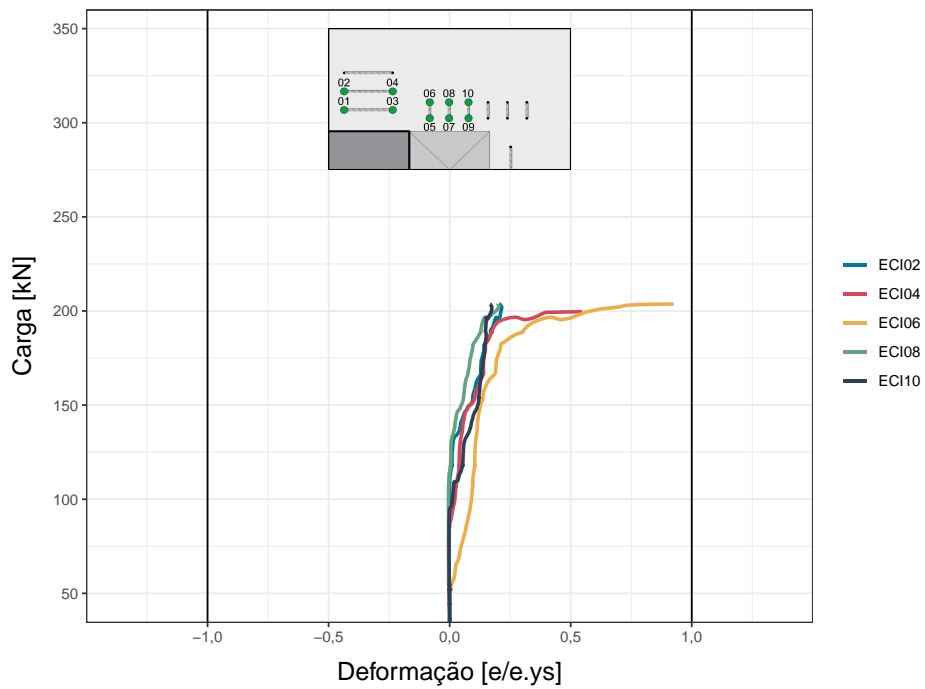


Figura 4.34 – LFE2 - Deformações relativas na segunda camada de estribos

4.7 Mapas de fissuração

As fissuras foram primeiramente registradas durante o ensaio. Após o ensaio as lajes foram limpas e fissuras que não foram observadas durante os ensaios foram desenhadas, tornando possível a visualização detalhada das fissuras. Após essa etapa, as lajes foram cortadas conforme detalhe de corte da [Figura 4.36](#), em que se pode detalhar as fissuras internas.

4.7.1 Laje LRSS

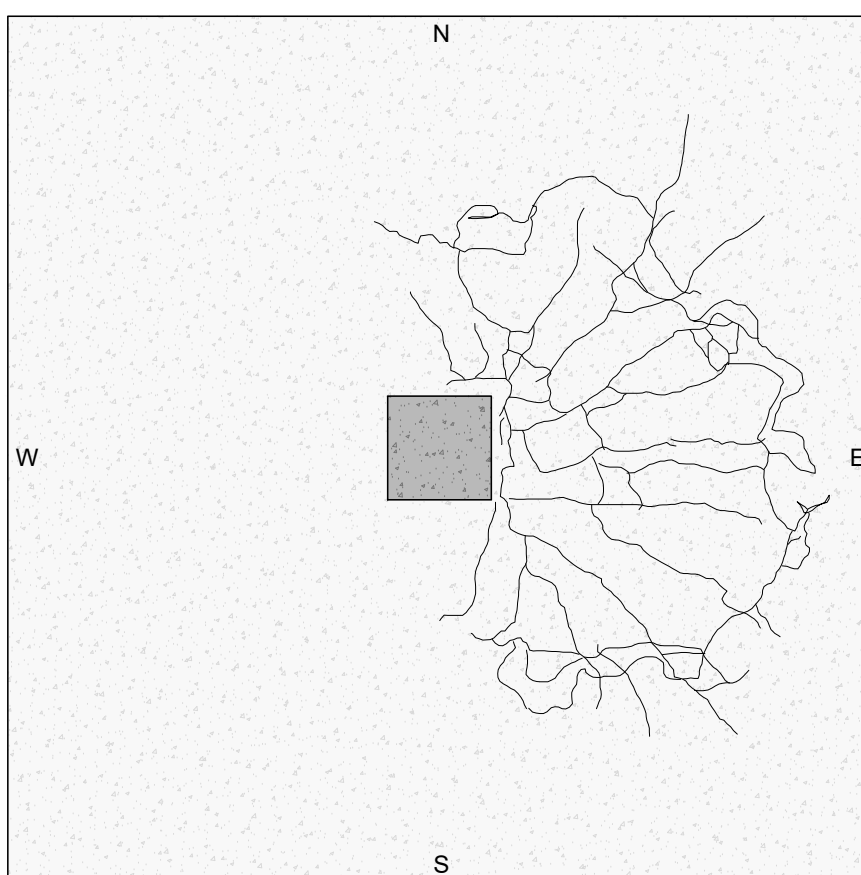


Figura 4.35 – Padrão de fissuração da laje LRSS

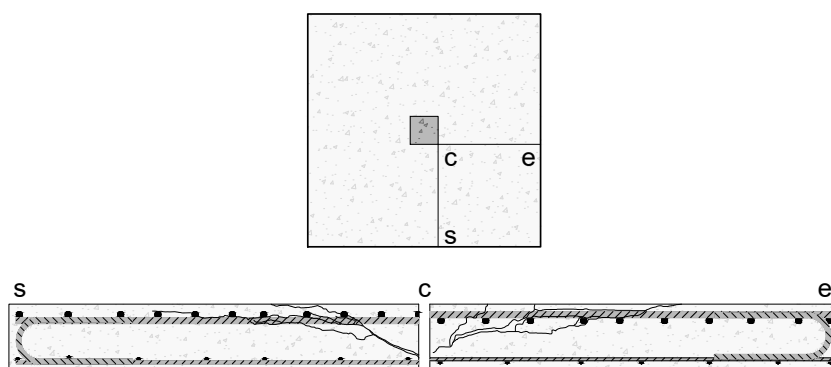


Figura 4.36 – Padrão de fissuração da laje LRSS - cortes

4.7.2 Laje LRFS

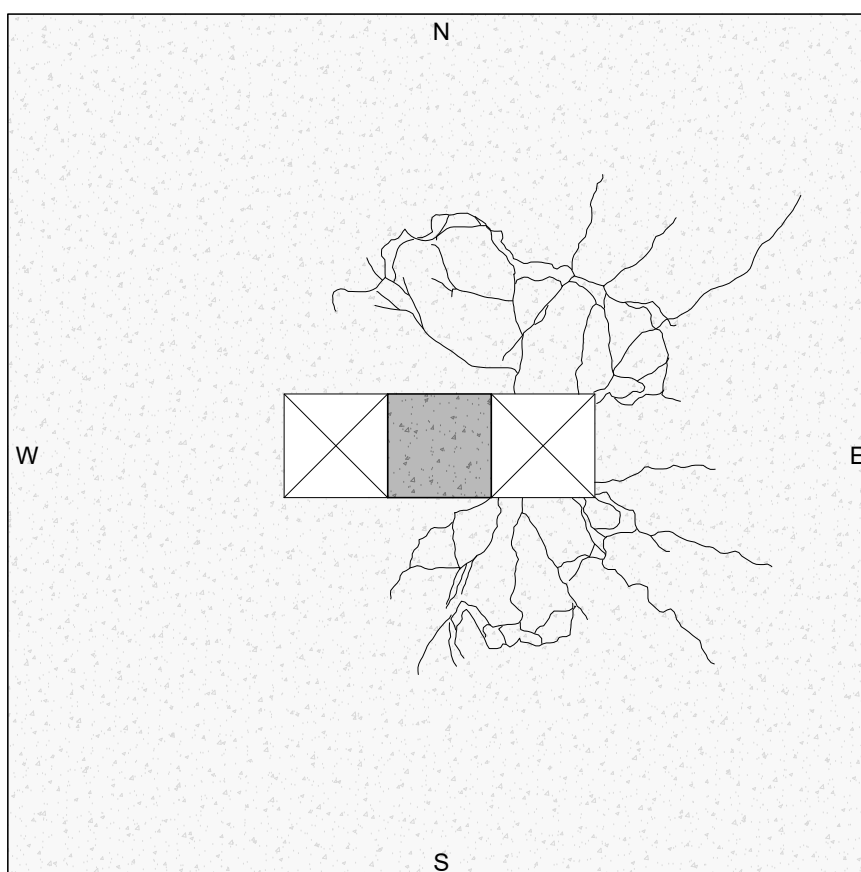


Figura 4.37 – Padrão de fissuração da laje LRFS

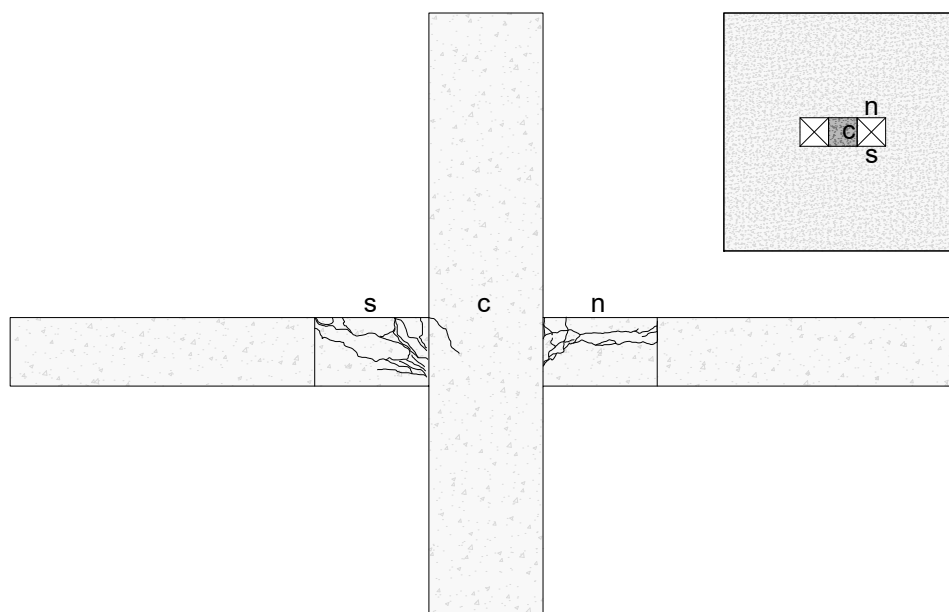


Figura 4.38 – Padrão de fissuração da laje LRFS - vistas abertura

4.7.3 Laje LFE1

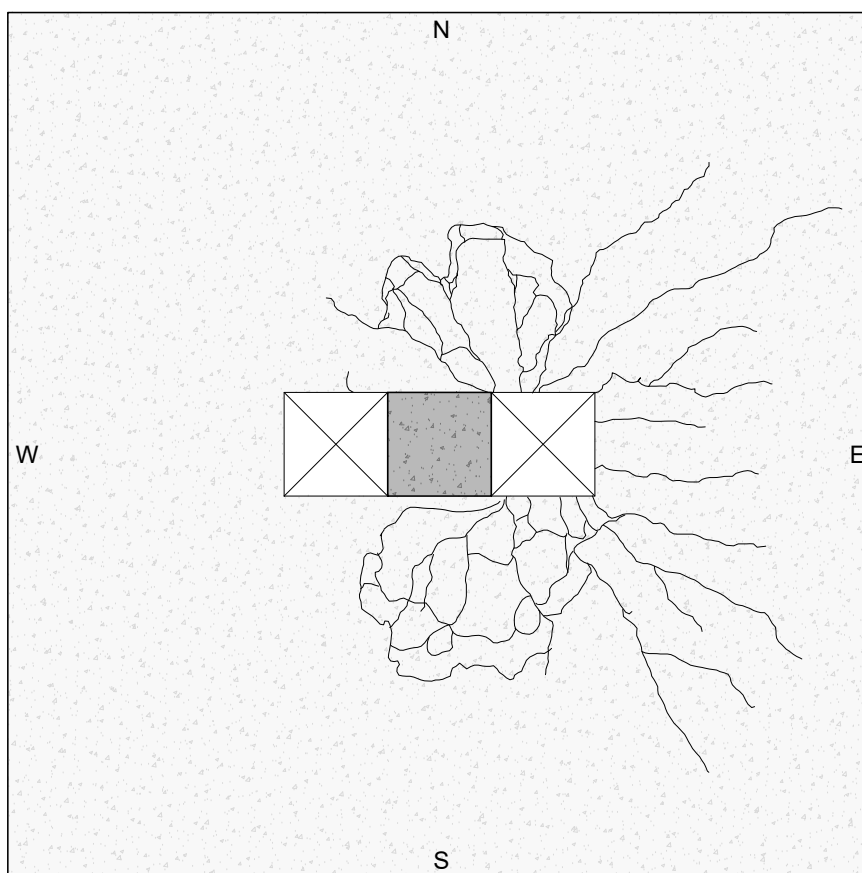


Figura 4.39 – Padrão de fissuração da laje LFE1

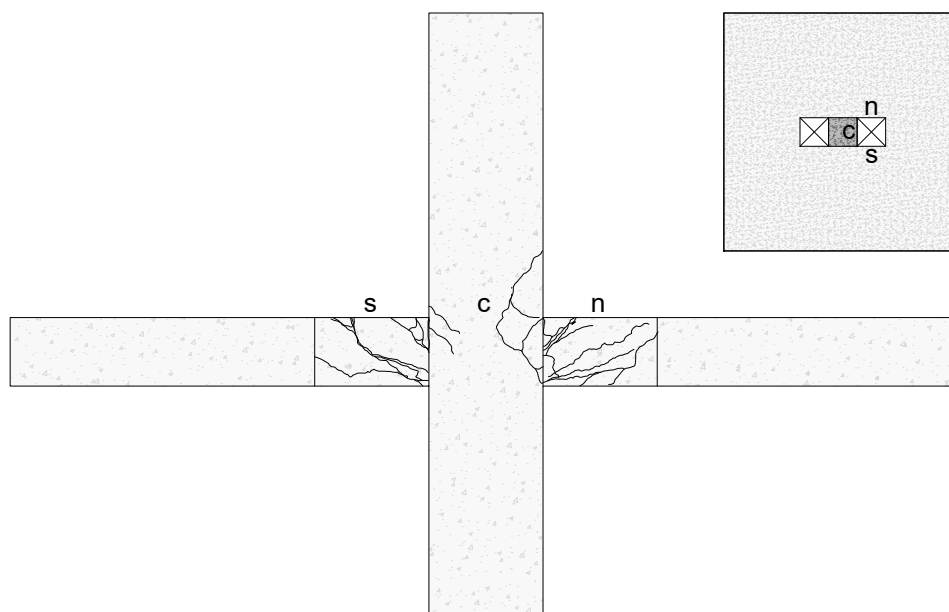


Figura 4.40 – Padrão de fissuração da laje LFE1 - vistas abertura

4.7.4 Laje LFE2

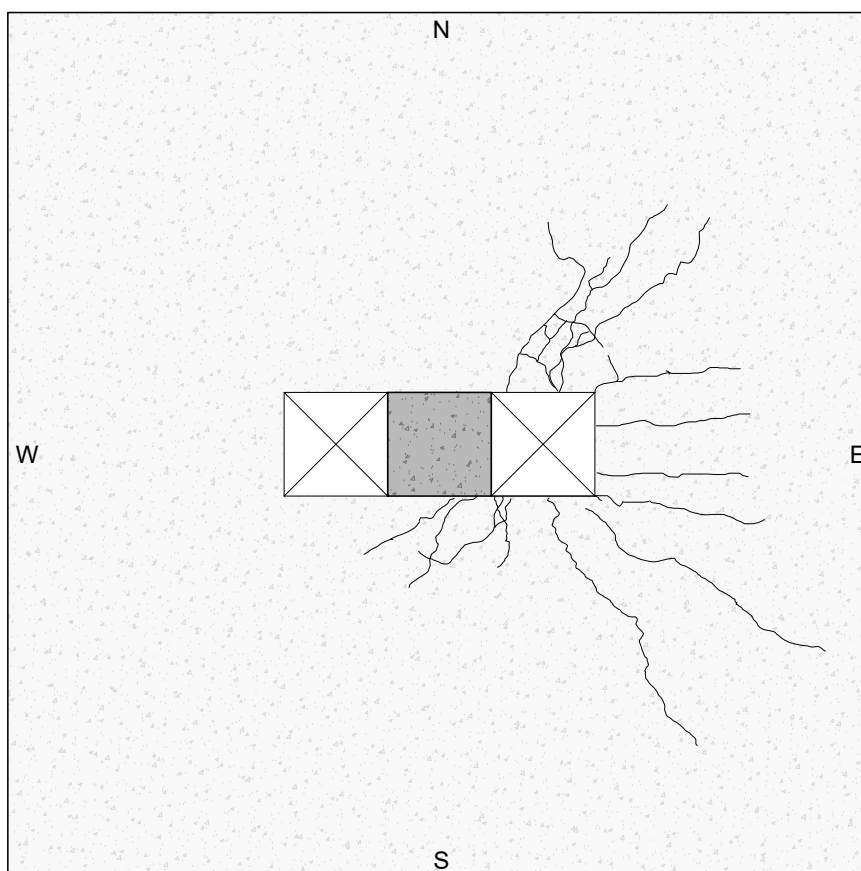


Figura 4.41 – Padrão de fissuração da laje LFE2

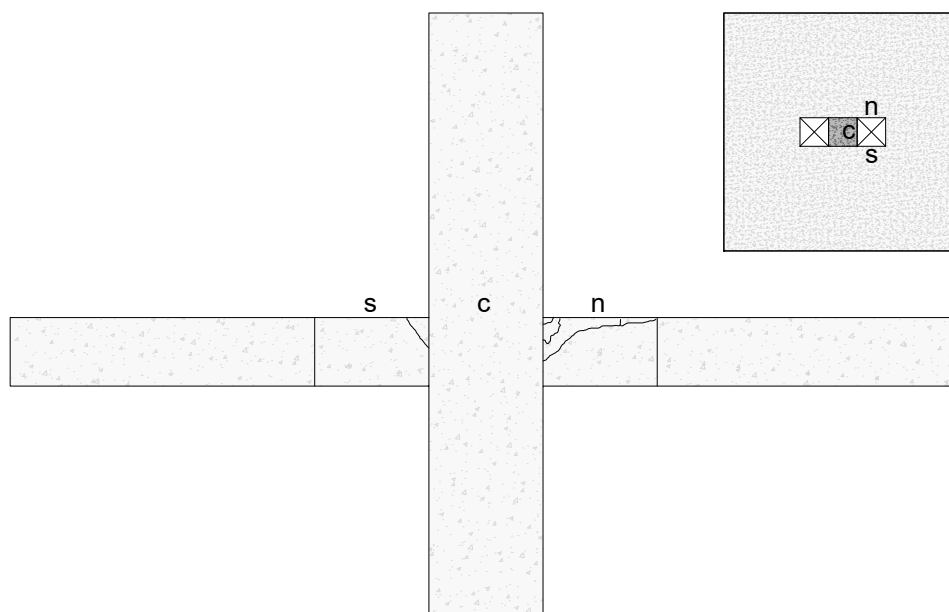


Figura 4.42 – Padrão de fissuração da laje LFE2 - vistas abertura

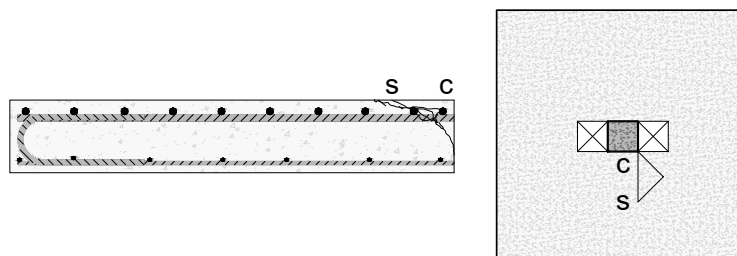


Figura 4.43 – Padrão de fissuração da laje LFE2 - corte

4.7.5 Laje LFE3

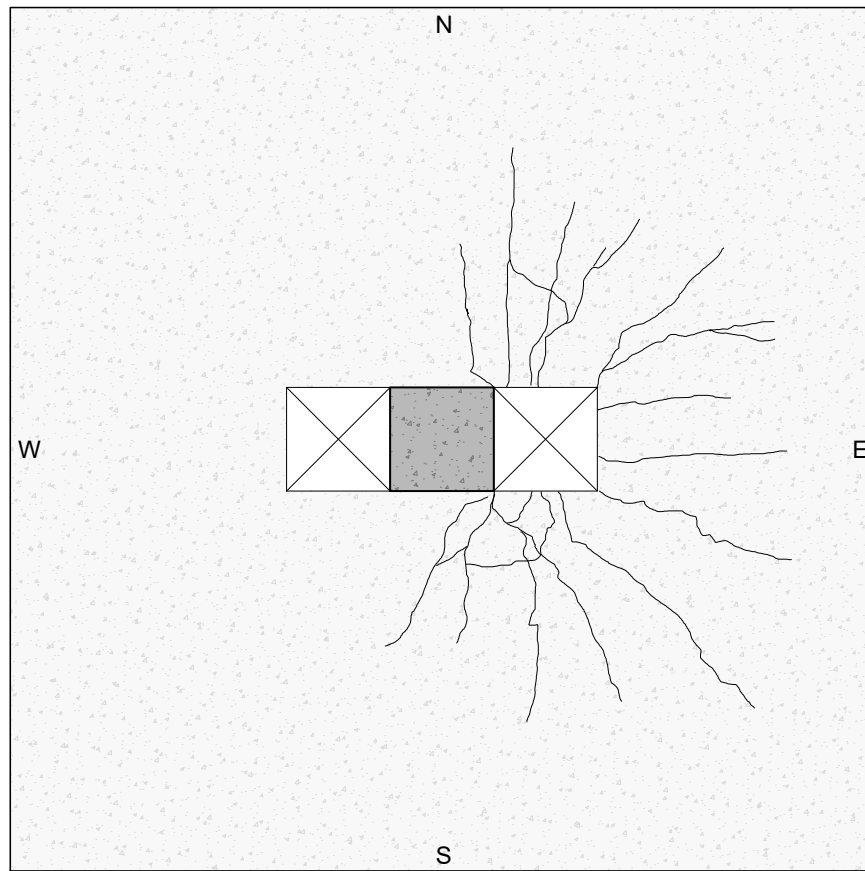


Figura 4.44 – Padrão de fissuração da laje LFE3

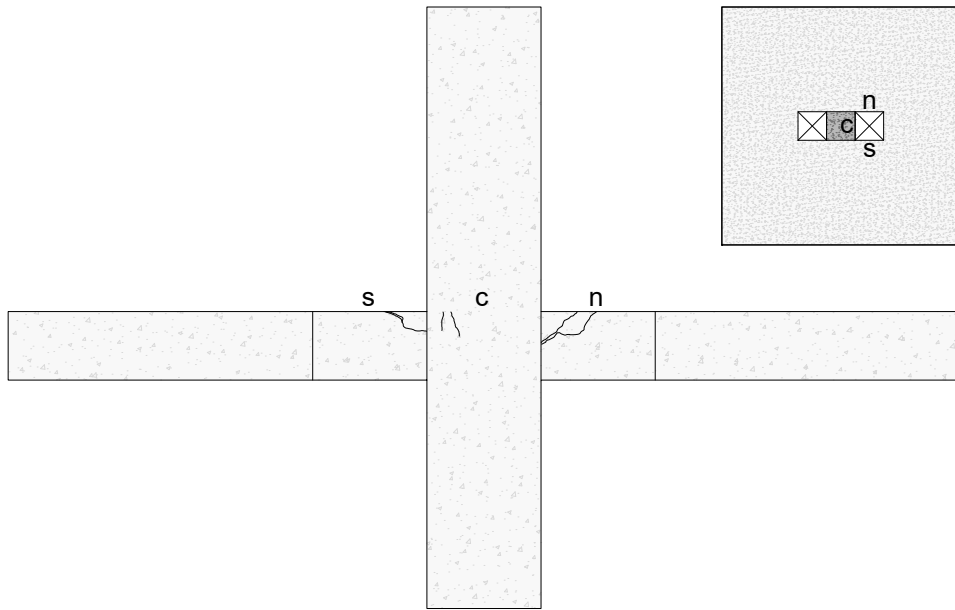


Figura 4.45 – Padrão de fissuração da laje LFE3 - vistas abertura

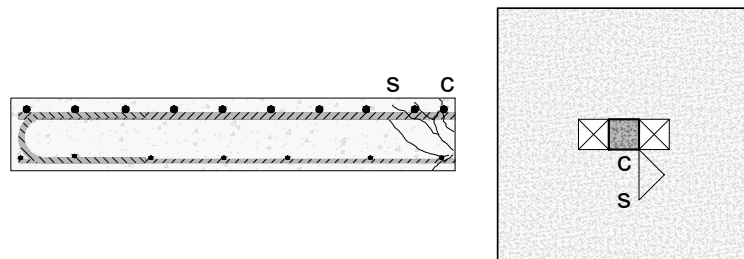


Figura 4.46 – Padrão de fissuração da laje LFE3 - corte

5 Análises dos resultados

5.1 Modos de ruptura

O padrão de fissuração da laje LFE1 (Figura 4.40), somado às significativas deformações observadas nas armaduras de cisalhamento, sugerem que a laje LFE1 rompeu internamente. Na laje LFE2, embora se tenha observado ativação das armaduras de cisalhamento, a origem e desenvolvimento das fissuras (Figura 4.42), bem como a elevada concentração de tensões na proximidade do pilar (ECO6, Figura 4.21) sugerem que a ruptura ocorreu por falha na região entre o pilar e a primeira camada de armaduras de cisalhamento, por provável esmagamento do concreto na biela. A relação do carregamento de ruptura das duas lajes em relação à laje de referência com aberturas, em que a laje LFE1 apresentou o maior carregamento entre as três, seguida da laje LFE2 e, por último, a laje LRFS, reforça a conclusão de ruptura interna para a laje sem armadura de cisalhamento (LRFS), na região entre pilar e primeira camada de estribos para as lajes com armaduras de cisalhamento e resistência intermediária (LFE1 e LFE2) e interna para a laje com armadura de cisalhamento e maior resistência aferida. A laje LRSS falhou internamente (Figura 4.36), como é o esperado para uma laje sem armadura de cisalhamento.

A laje LFE3 também rompeu na região entre o pilar e a primeira camada de armadura de cisalhamento, provavelmente por esmagamento do concreto na biela. Nessa laje a análise do modo de ruptura se deu pela verificação da superfície de falha após o corte da laje, onde foi possível relacionar a superfície de ruptura com o estribo devido ao corte ter coincidido com a armadura, conforme é possível verificar na Figura 5.1.

A Tabela 5.1 apresenta os carregamentos e modos de ruptura das lajes deste estudo.

Tabela 5.1 – Resistências últimas das lajes ensaiadas

Laje									
Laje	aberturas	MR	d [mm]	ρ [%]	$\frac{A_{sw}}{cam.}$ [cm ²]	f_{cm} [MPa]	f_y [MPa]	f_{yw} [MPa]	V_{exp} [kN]
LRSS	0	Int.	141	0,0137	-	44,6	590,6	-	323
LRFS	2	Int.	136	0,0103	-	55,1	590,6	-	165
LFE1	2	Int.	139	0,0129	20,420	55,5	590,6	602,90	254
LFE2	2	Biela	134	0,0137	21,206	45,2	532,4	538,10	197
LFE3	2	Biela	136	0,0135	13,069	45,2	532,4	538,50	180

Nota: MR é o modo de ruptura



Figura 5.1 – Visual da superfície de ruptura da laje LFE3

5.2 Rotação das lajes

Utilizando os dados de deslocamento vertical dos LVDTs posicionados nas extremidades leste, oeste e norte (LVDTs 1, 6 e 12), calculou-se a rotação da laje em radianos utilizando a [Equação \(5.1\)](#). Onde, θ representa o ângulo medido, δ_v é o deslocamento vertical em milímetros e 1020 é a distância dos LVDTs até a face do pilar em milímetros. O ângulo de rotação do lado leste da laje em relação ao plano da laje foi considerado positivo.

$$\theta = \arctan \frac{\delta_v}{1020} \quad (5.1)$$

Os gráficos a seguir comparam diferentes configurações de lajes nas duas direções:

- Laje de referência sem abertura (LRSS) *versus* laje de referência com abertura (LRFS) nas [Figuras 5.2 e 5.3](#);
- Laje de referência com abertura (LRFS) *versus* lajes com aberturas e armadura de punção (LFE1 e LFE2) nas [Figuras 5.4 e 5.5](#);
- Laje de referência sem abertura (LRSS) *versus* laje com abertura e armadura de punção 1 (LFE1) nas [Figuras 5.6 e 5.7](#);
- Laje de referência sem abertura (LRSS) *versus* laje com abertura e armadura de punção 2 (LFE2) nas [Figuras 5.8 e 5.9](#).

Analisando os gráficos das [Figuras 5.2 e 5.3](#), nota-se o impacto significativo das aberturas simétricas adjacentes ao pilar na redução da resistência à punção. A carga de ruptura para a laje LRFS foi aproximadamente metade (52,04%) da observada para a laje de referência sem aberturas (LRSS).

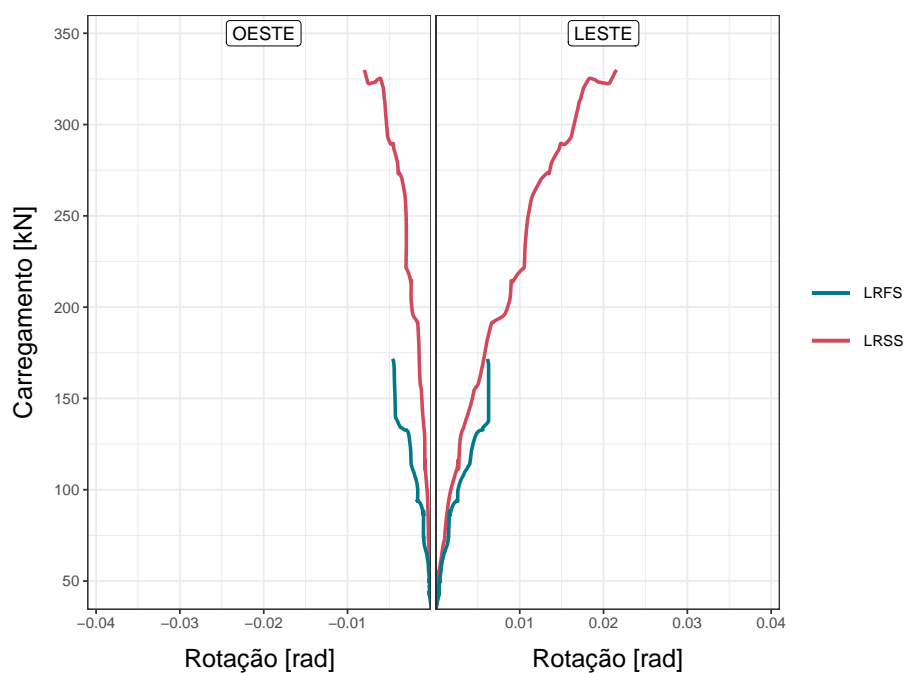


Figura 5.2 – Rotação das lajes LRSS X LRFS na direção W-E

As maiores rotações foram registradas no lado leste das lajes, conforme esperado devido à direção do carregamento excêntrico. A rotação total da laje com aberturas (LRFS) foi cerca de 70,87% menor em relação à laje de referência sem aberturas, embora a razão entre rotação e carga tenha sido maior para a laje com aberturas. A diminuição do volume de concreto no perímetro de controle, na direção de maior influência no momento de inércia, pode explicar a redução na rigidez da laje. A menor capacidade de resistência da laje limitou o desenvolvimento de rotações maiores em comparação com a laje de referência sem aberturas.

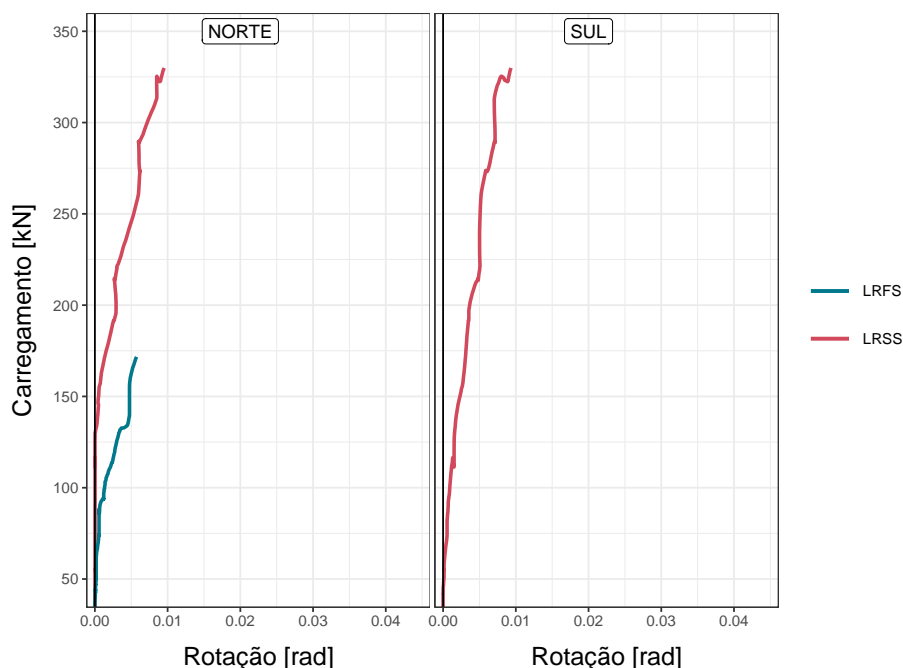


Figura 5.3 – Rotação das lajes LRSS X LRFS na direção N-S

A laje LFE1 apresentou uma capacidade de resistência 52,16% superior à LRFS (Figuras 5.4 e 5.5). Observou-se também um aumento de 3,91 vezes na capacidade de rotação da laje em comparação com a LRFS.

Houve um incremento de 18,66% na capacidade de carga da laje LFE2 em relação à LRFS. A principal diferença entre LFE2 e LRFS é a presença de armadura de cisalhamento. A laje LFE2 apresentou um aumento significativo de 5,88 vezes na capacidade de rotação antes da ruptura. A diferença crucial entre as lajes reforçadas com armadura de cisalhamento é o número de camadas de estribos na adjacência do pilar no sentido norte-sul, sendo três na laje LFE2 e cinco na laje LFE1.

Quando se compara o aumento da carga de ruptura da laje LFE1 em relação a diferença de resistência entre às lajes de referência (LRSS e LRFS), nota-se que o emprego dos estribos recuperou 54,43% da capacidade de carga perdida devido às aberturas. Para a laje LFE2, a recuperação foi de 24,68% da capacidade de carga perdida.

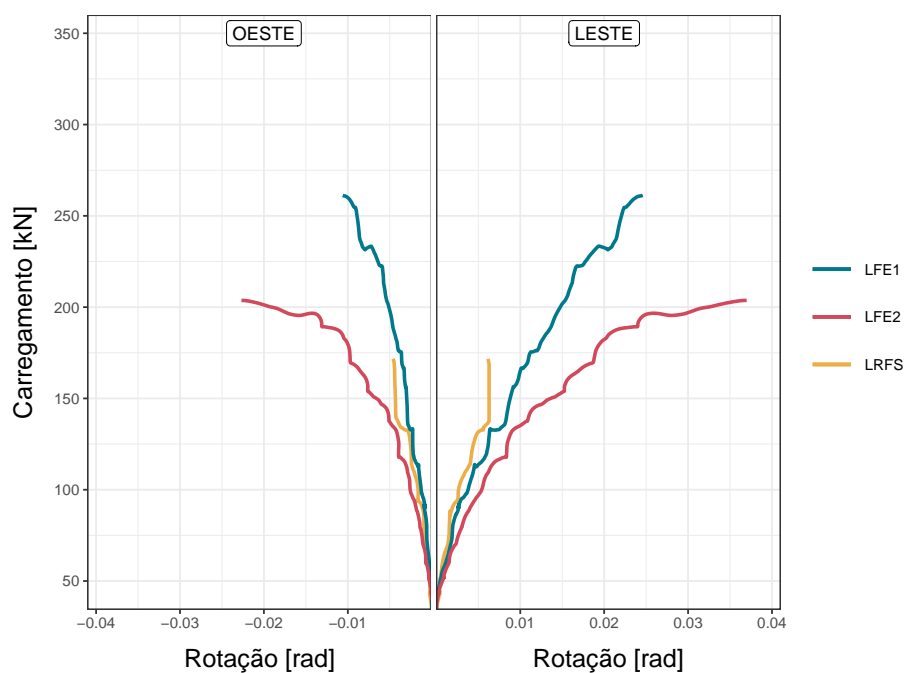


Figura 5.4 – Rotação das lajes LRFS X LFE1 X LFE2 na direção W-E

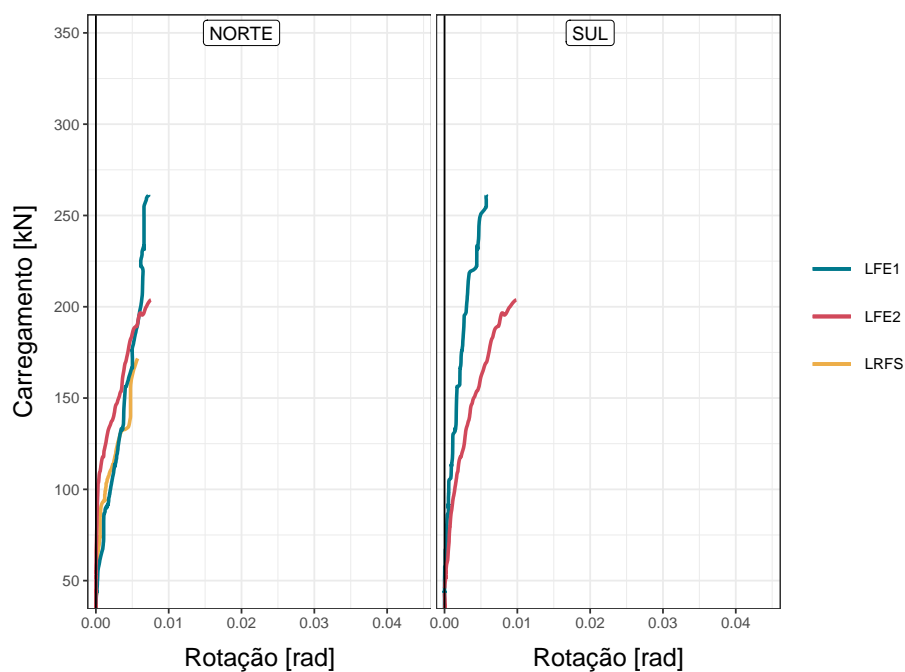


Figura 5.5 – Rotação das lajes LRFS X LFE1 X LFE2 na direção N-S

Nos gráficos das Figuras 5.6 e 5.7, ao comparar as resistências e rotações das lajes LRSS e LFE1, percebe-se que a utilização de armaduras do tipo estribo permitiu que a laje LFE1 atingisse 78,64% da resistência da laje LRSS, aumentando a capacidade de rotação em

14,06% em relação à laje LRSS.

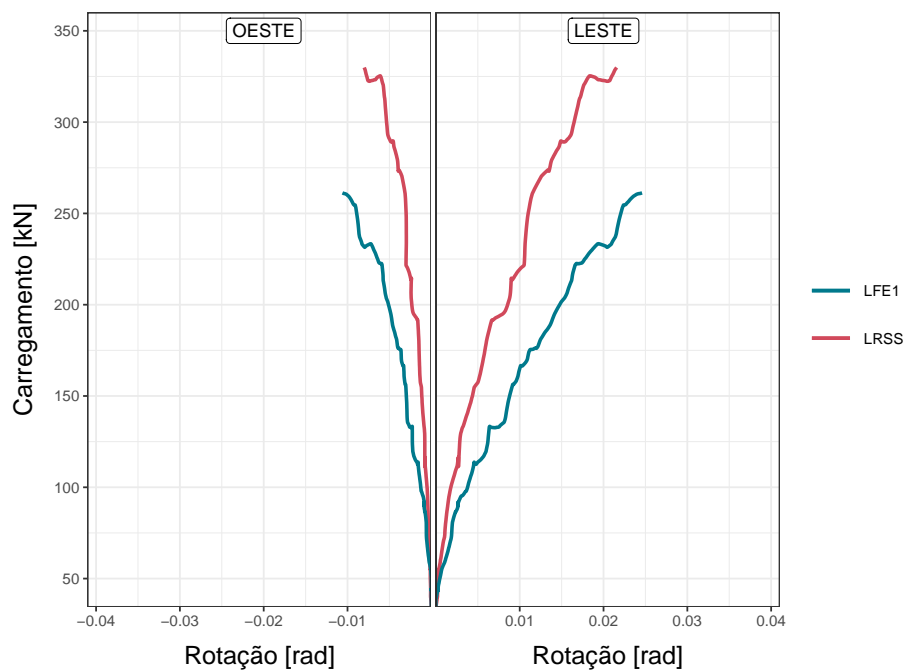


Figura 5.6 – Rotação das lajes LRSS X LFE1 na direção W-E

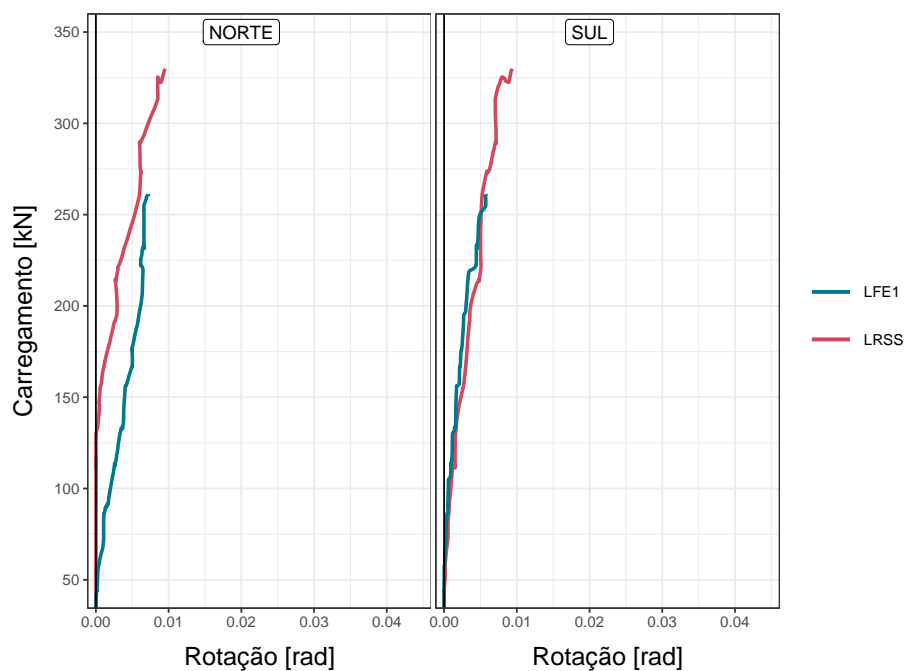


Figura 5.7 – Rotação das lajes LRSS X LFE1 na direção N-S

De modo semelhante, os gráficos das [Figuras 5.8 e 5.9](#) comparam as resistências e rotações das lajes LRSS e LFE2, em que se nota que a utilização de armaduras do tipo estribo

em número menor de camadas contribuiu para que a resistência da laje LFE2 em relação à laje LRSS fosse de 60,99%. A capacidade de rotação apresentou aumento considerável de 71,47% em relação à laje LRSS.

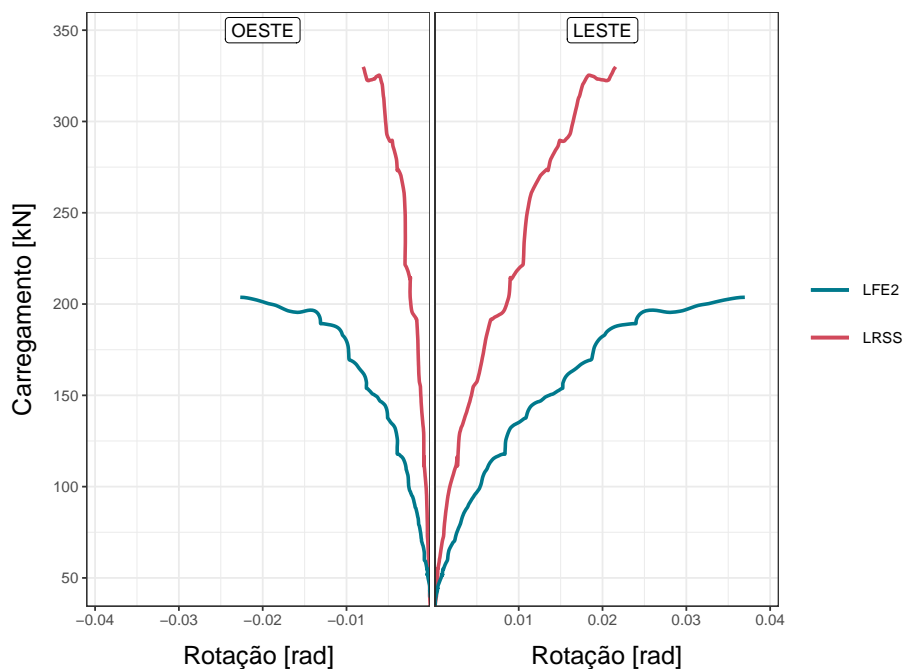


Figura 5.8 – Rotação das lajes LRSS X LFE2 na direção W-E

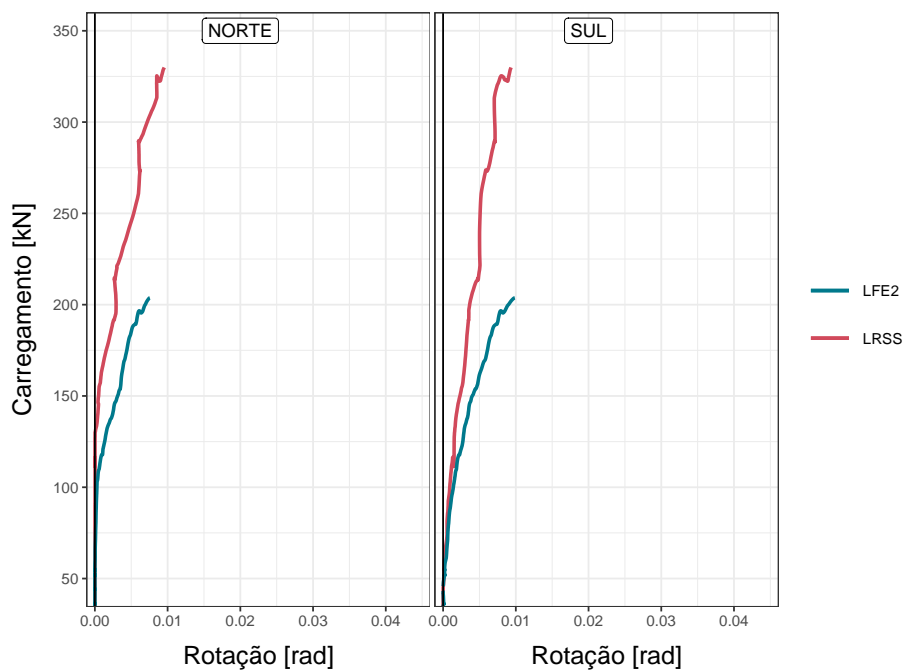


Figura 5.9 – Rotação das lajes LRSS X LFE2 na direção N-S

De maneira geral, o emprego de armaduras do tipo estribo contribuiu significativamente para elevar tanto a capacidade resistente da ligação quanto a sua capacidade de rotação. Os valores de resistência experimentados nas lajes com estribos permaneceram entre a resistência aferida da laje com aberturas e sem estribos e a laje sem aberturas e sem estribos, recuperando parcialmente a resistência perdida devido às aberturas. A utilização de um maior número de camadas de armadura demonstrou ser uma estratégia eficaz para reforçar a resistência da ligação.

5.3 Deformação no concreto

Os extensômetros foram dispostos na superfície do concreto, conforme proposto na [seção 3.5](#). As deformações radiais estão congregadas na [Figura 5.10](#) e as tangenciais na [Figura 5.11](#).

5.3.1 Deformações radiais

Na laje de referência sem aberturas LRSS, os maiores valores de deformação por compressão foram registrados no extensômetro ECO09¹. Enquanto as leituras dos extensômetros ECO03, ECO05 e ECO07 ficaram próximas, a leitura do ECO01, localizado no lado oeste, registrou deformação de tração em menor valor absoluto que as deformações de compressão radiais da mesma laje.

Na comparação entre a laje de referência com aberturas LRFS e a laje LRSS, chama atenção a redução a valores negligenciáveis das deformações radiais adjacentes às aberturas (ECO01 e ECO09). Essa constatação corrobora a compreensão de que as armaduras de flexão interceptadas pelas aberturas não são ativadas com a mesma intensidade das armaduras que não são interrompidas. O ponto que registrou a maior deformação radial foi o extensômetro radial ECO07, situado no vértice da abertura do lado leste da laje (lado da excentricidade).

Na laje com estribos LFE1, a maior deformação de compressão se deu no extensômetro radial localizado na face norte do pilar ECO03, enquanto o extensômetro ECO05, localizado na adjacência entre o pilar e a abertura, registrou os maiores valores de tração. O extensômetro ECO07, localizado no vértice nordeste da abertura leste apresentou deformação de compressão. Essa mudança de sentido da deformação é indicativo de que a superfície de falha localizou-se próximo ao extensômetro ECO05, como é possível confirmar com a análise da fissuração do concreto na face *n* da [Figura 4.38](#).

O mesmo comportamento foi observado na laje LFE2: maior compressão no ECO03, compressão no ECO07 e tração no ECO05. Em todas as lajes com aberturas o extensômetro ECO05 registrou deformações de tração.

¹ Conforme relatado no [capítulo 4](#), o extensômetro ECO11 apresentou falha durante o ensaio e não registrou a deformação correspondente

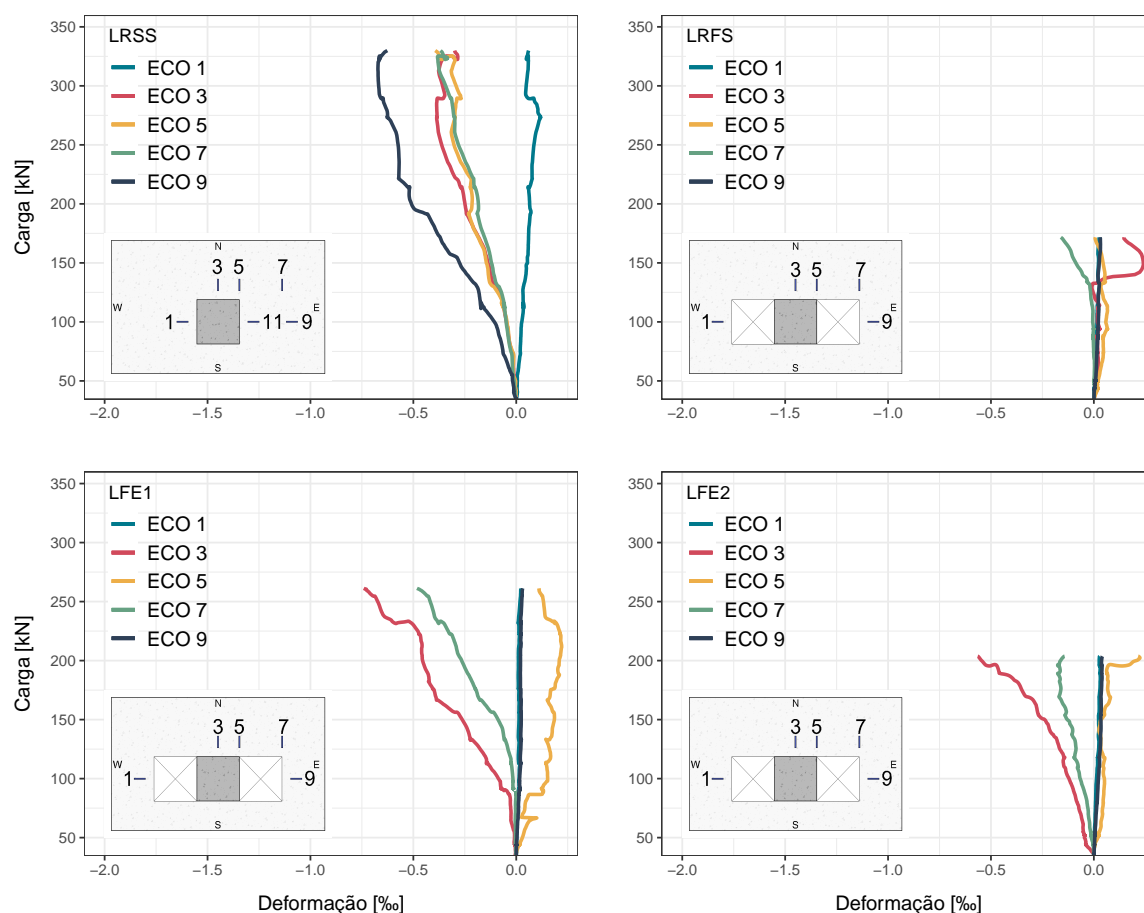


Figura 5.10 – Extensômetros radiais na superfície do concreto

5.3.2 Deformações tangenciais

Nas lajes de referência LRSS e LRFS, as leituras registraram deformações de compressão proporcionais ao carregamento em todas as leituras.

Na laje sem aberturas LRSS, as maiores deformações tangenciais foram registradas nos extensômetros na direção leste concidentes com o eixo do pilar (ECO 10 e ECO12). Nas lajes com aberturas as maiores deformações foram registradas nos extensômetros ECO04 e ECO06, próximos a região de desenvolvimento das fissuras críticas (Figuras 4.38, 4.40 e 4.42).

Embora essas leituras também tenham sido reduzidas nas lajes com armaduras de cisalhamento, elas não foram reduzidas tanto a ponto de serem consideradas negligenciáveis como as deformações radiais.

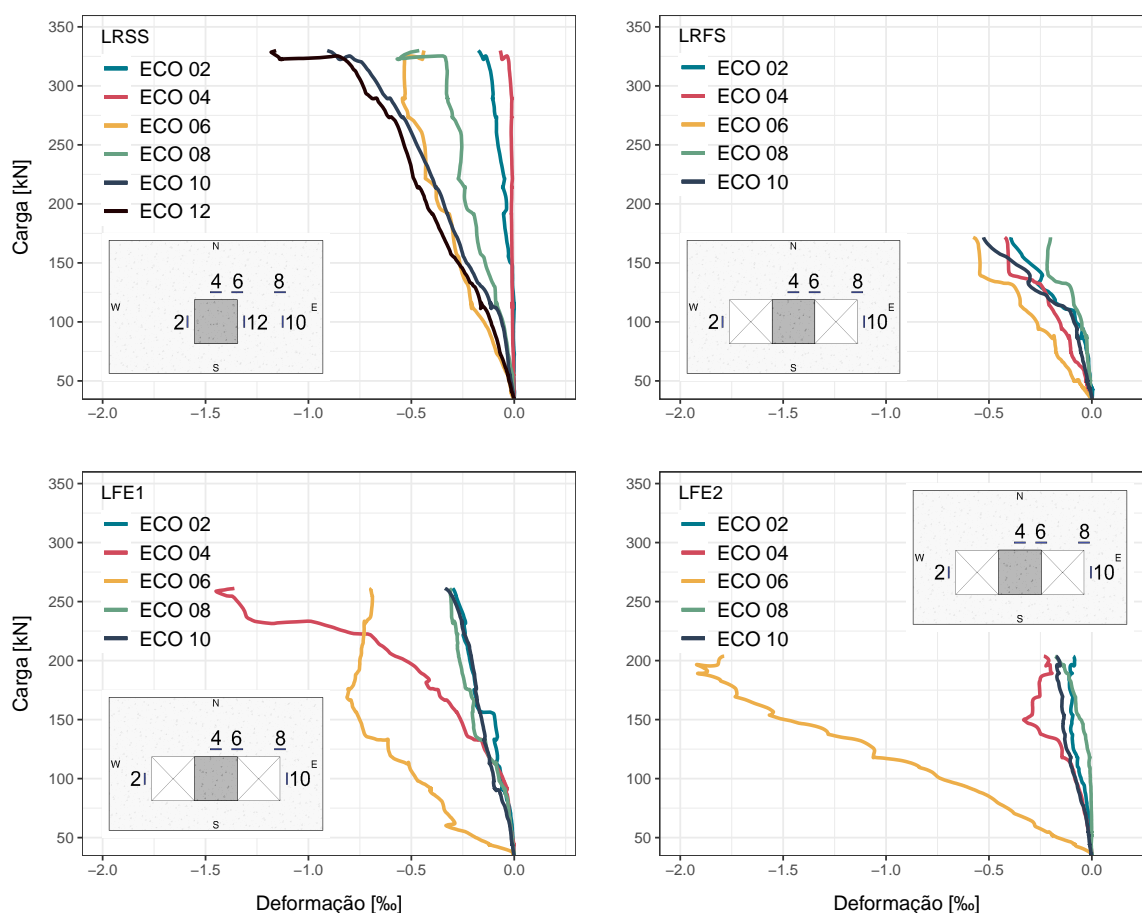


Figura 5.11 – Extensômetros tangenciais na superfície do concreto

5.4 Deformação na armadura de flexão

O posicionamento dos extensômetros das armaduras de flexão está ilustrado nas Figuras 3.22 a 3.24. Os gráficos de deformações foram normalizados em relação à deformação de escoamento obtida do aço caracterizado, conforme Tabela 3.5.

5.4.1 Laje LRSS

De modo geral, as deformações registradas nas barras de flexão são inversamente proporcionais à distância entre a barra e o pilar em cada direção.

Na laje LRSS, apenas um dos extensômetros do par EF01 (direção N-S) alcançou a deformação de escoamento. Quando o valor médio das duas leituras é aferido, vê-se que a barra com EF01 ficou um pouco distante da deformação de escoamento, como mostra o gráfico da Figura 5.12, enquanto a barra EF05 (direção W-E) obteve valores médios mais próximos da deformação de escoamento, conforme Figura 5.13, apesar de nenhum dos extensômetros do par EF05 ter aferido a deformação de escoamento isoladamente. Ambos os extensômetros EF01 e EF05, que registraram as maiores deformações, situam-se mais

próximos ao pilar, indicando a concentração de tensões nessa região. As leituras corroboram a hipótese de falha por punção, uma vez que as armaduras não ultrapassaram as deformações de escoamento.

O extensômetro posicionado na armadura de flexão negativa no lado oeste do pilar (Figura 5.13) registrou deformação de compressão até aproximadamente 54% da carga de ruptura, a partir desse ponto a deformação muda de sinal e passa a ser de tração. O extensômetro posicionado na armadura de flexão positiva registrou as menores deformações de tração dentre todas as leituras.

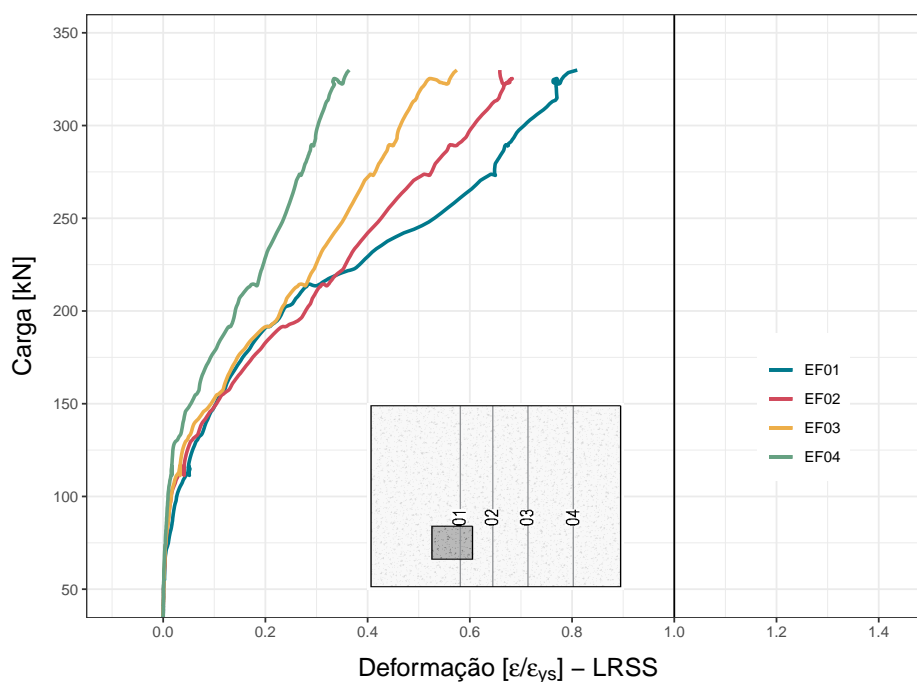


Figura 5.12 – Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção N-S - LRSS

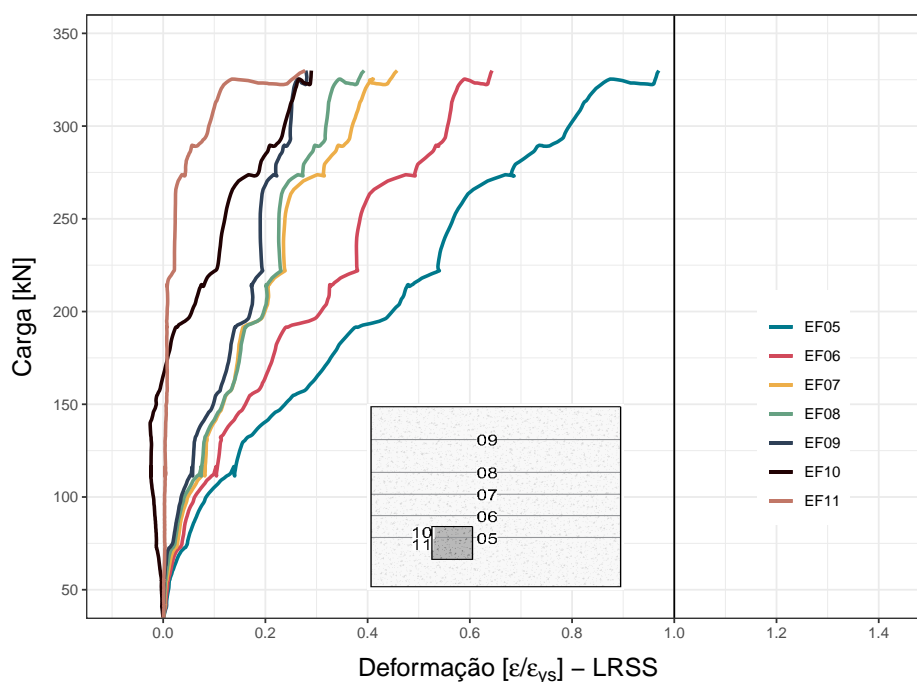


Figura 5.13 – Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção W-E - LRSS

5.4.2 Laje LRFS

De todas as lajes estudadas, a LRFS foi a única em que as maiores deformações N-S foram registradas pelo extensômetro imediatamente após a abertura no sentido leste (EF03, Figura 5.14), embora a leitura do extensômetro EF01, com maior proximidade ao pilar e que registrou as maiores deformações nas demais lajes, apresentou leituras próximas ligeiramente inferiores.

Os extensômetros de barras interrompidas por aberturas (EF02 e EF05) e os extensômetros localizados no lado oeste, nas barras positivas e negativas (EF10 e EF11), registraram deformações insignificantes.

Nenhuma das barras instrumentalizadas chegou próximo aos valores de deformação de escoamento, apontando para falha por punção.

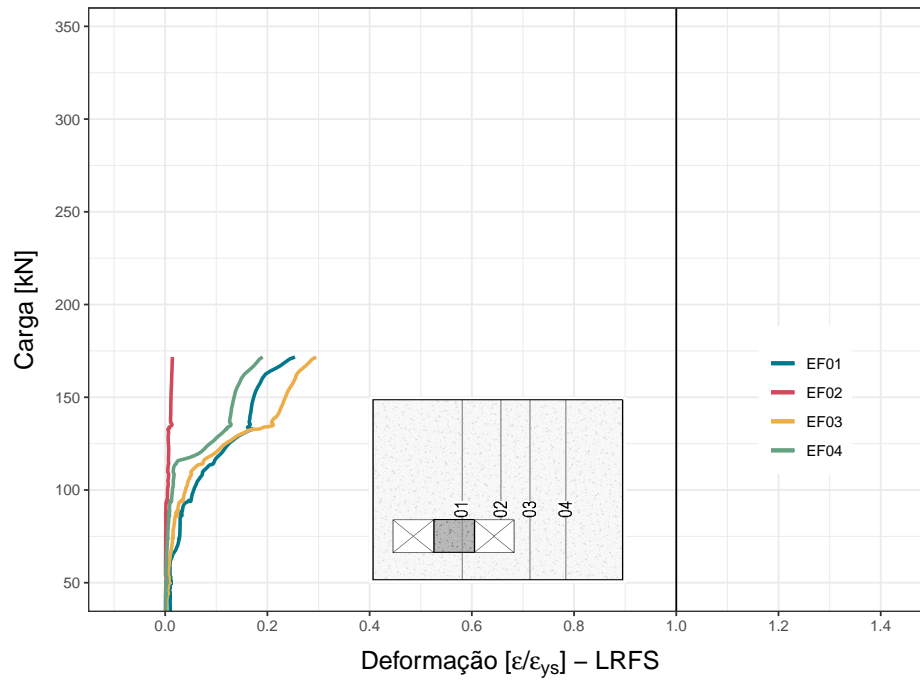


Figura 5.14 – Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção N-S - LRFS

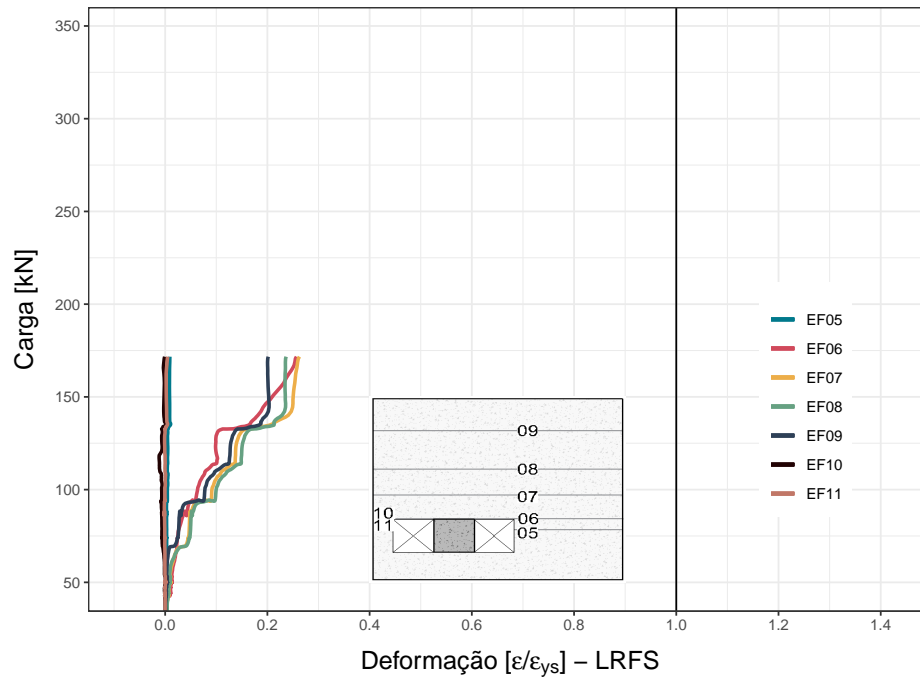


Figura 5.15 – Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção W-E - LRFS

5.4.3 Laje LFE1

No sentido N-S, com exceção à barra EF02 interrompida pela abertura, as deformações foram inversamente proporcionais à distância entre a barra e o pilar.

Na direção W-E, a maior deformação foi registrada na barra EF07, seguida por EF08, EF06 e EF09. Isto é, a barra EF06, a mais próxima ao pilar e adjacente às aberturas, apresentou leituras menores que a EF07 e EF08, mais distantes. O mesmo comportamento foi observado de forma menos pronunciada na laje LRFS.

Com exceção da barra EF01, as deformações nos dois sentidos foram de magnitude similares.

A laje LFE1 apresentou a única leitura em que uma barra de flexão (EF01) ultrapassou inequivocamente a deformação de escoamento. No entanto, o escoamento isolado dessa barra não é suficiente para caracterizar ruptura da laje por flexão.

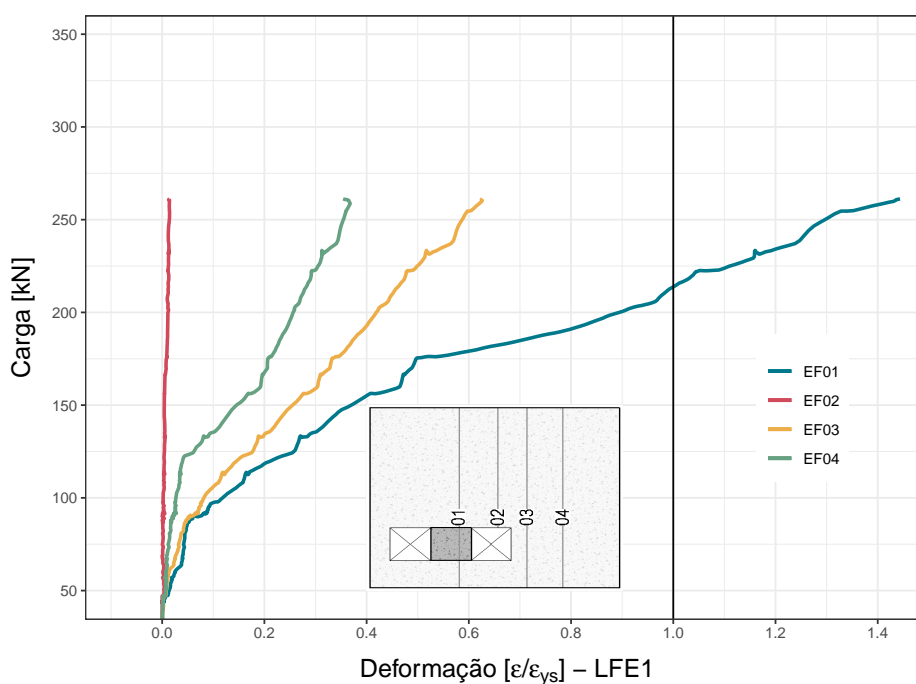


Figura 5.16 – Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção N-S - LFE1

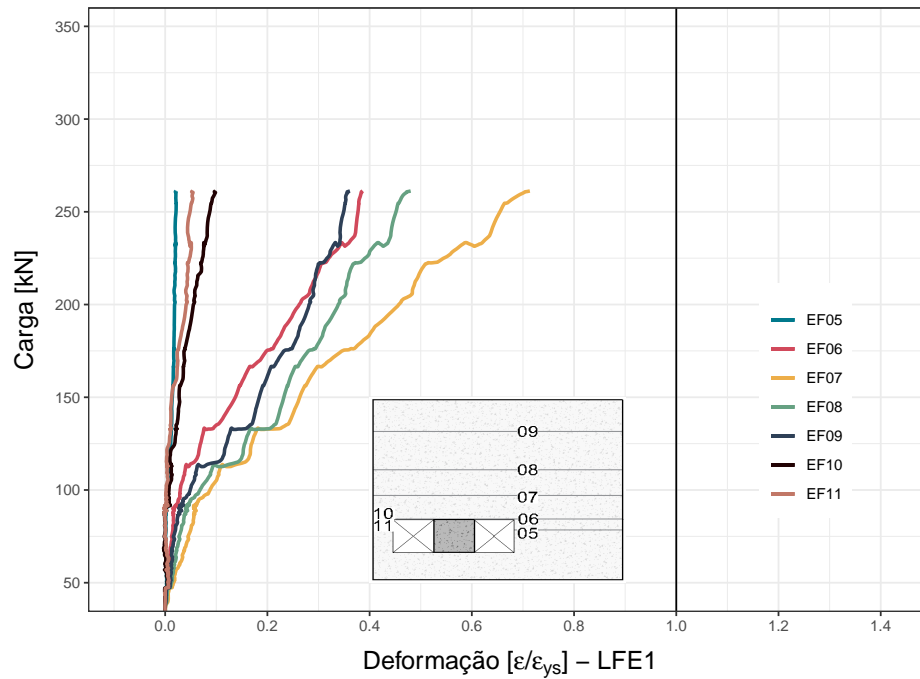


Figura 5.17 – Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção W-E - LFE1

5.4.4 Laje LFE2

A laje LFE2 faz parte da série 2 de ensaios onde, após se observar as pequenas deformações da série 1, se optou por não posicionar extensômetro nas barras de flexão interrompidas pelas aberturas.

No sentido N-S as deformações foram inversamente proporcionais à distância entre a barra e o pilar.

No sentido W-E, de forma destoante, a maior deformação foi registrada na barra EF07, mais distante do pilar. No entanto, as barras EF05 e EF06 apresentaram deformações inversamente proporcionais à distância entre a barra e o pilar.

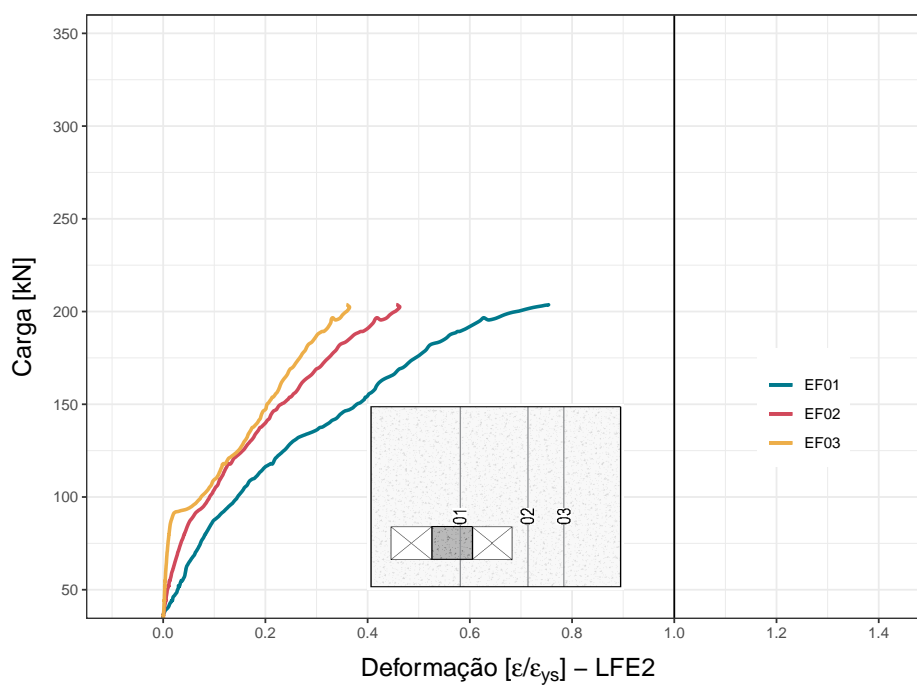


Figura 5.18 – Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção N-S - LFE2

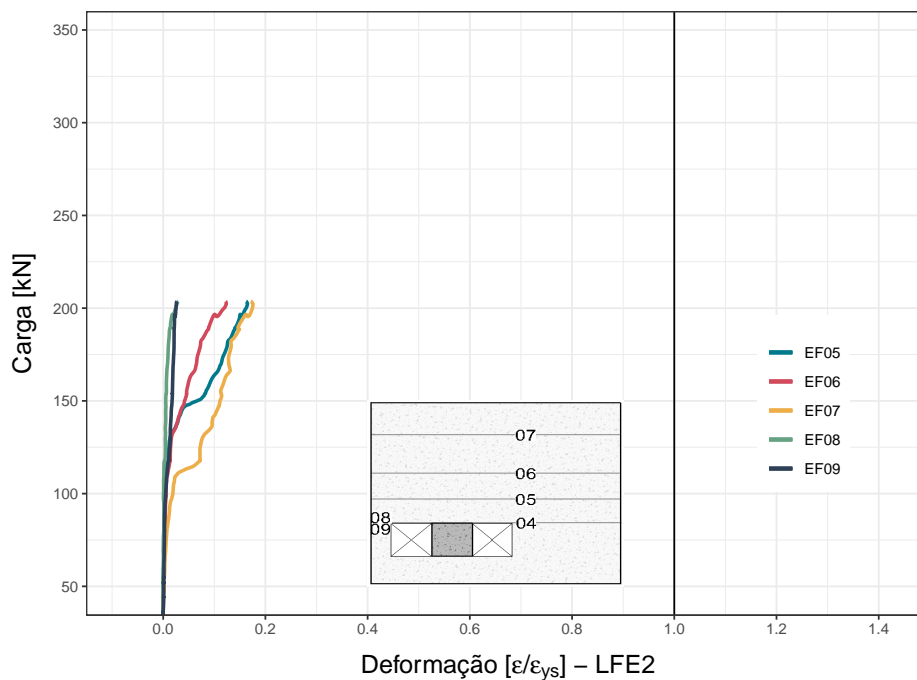


Figura 5.19 – Extensômetros armadura de flexão, valores médios normalizados na direção W-E - LFE2

5.5 Armaduras de cisalhamento

Os gráficos a seguir comparam o comportamento em termos de deformação relativa à deformação de escoamento das armaduras de cisalhamento das lajes LFE1 e LFE2:

- Primeira camada de estribos adjacentes ao pilar no gráfico da [Figura 5.20](#);
- Segunda camada de estribos adjacentes ao pilar no gráfico da [Figura 5.21](#);
- Primeira camada de estribos adjacentes às aberturas no gráfico da [Figura 5.22](#);
- Segunda camada de estribos adjacentes às aberturas no gráfico da [Figura 5.23](#).

No gráfico da [Figura 5.20](#), nota-se que as leituras nos estribos adjacentes ao pilar foram semelhantes em ambas as lajes. Ambas apresentaram deformação de tração proporcionais ao carregamento aplicado. No caso da laje LFE1, é possível ver que os estribos foram ativados com carregamento próximo a um terço da carga final, enquanto na laje LFE2 o estribo mais a leste (ECI03) foi ativado quase concomitantemente com o início do carregamento. O estribo mais a oeste (ECI01) foi ativado próximo à metade do carregamento.

O estribo correspondente ao extensômetro ECI04 da laje LFE1, o mais próximo à fissura crítica, alcançou a deformação de escoamento.

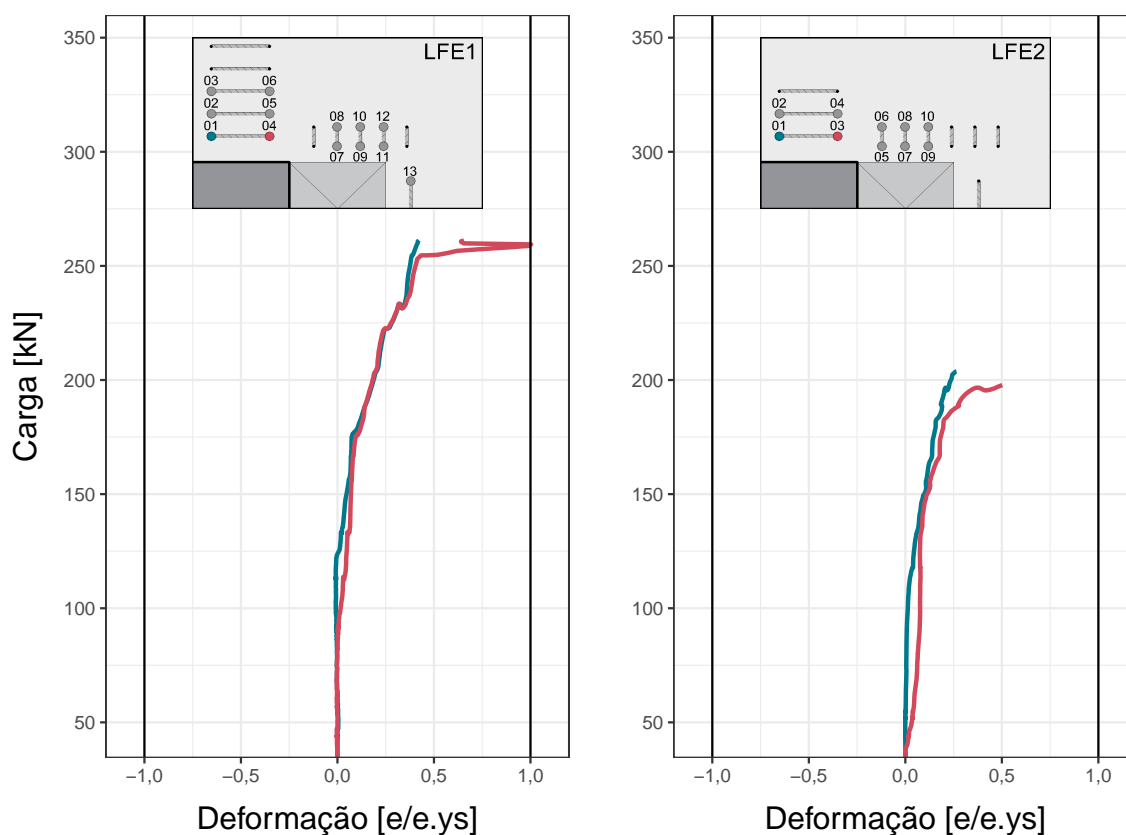


Figura 5.20 – LFE1 x LFE2 - Primeira camada de estribos adjacentes ao pilar

O gráfico da [Figura 5.21](#) reporta os estribos adjacentes ao pilar da segunda camada. Nessa camada foram registradas deformações menores que aquelas da primeira camada. O estribo mais a leste (ECI05 da laje LFE1 e ECI04 da laje LFE2) registrou a maior deformação.

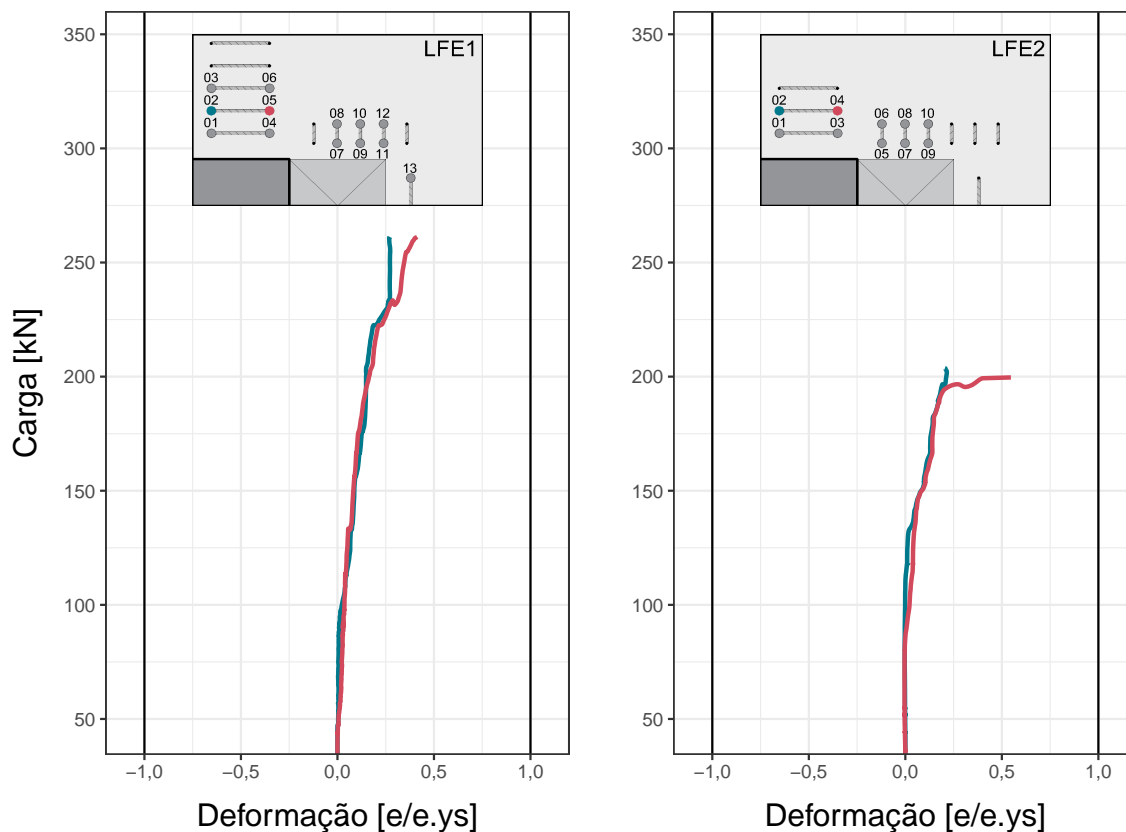


Figura 5.21 – LFE1 x LFE2 - Segunda camada de estribos adjacentes ao pilar

No gráfico da [Figura 5.22](#) as leituras dos extensômetros da primeira camada de estribos adjacentes às aberturas também foram semelhantes entre as lajes, dada as proporções de carregamento. Nota-se que houve um distanciamento maior entre a deformação dos estribos próximos aos carregamentos finais. Nas duas lajes, o estribo mais próximo ao pilar (ECI07) apresentou a maior deformação. O estribo equivalente ao extensômetro ECI07 da laje LFE1 apresentou a maior deformação da camada (próximo a 38% da deformação de escoamento).

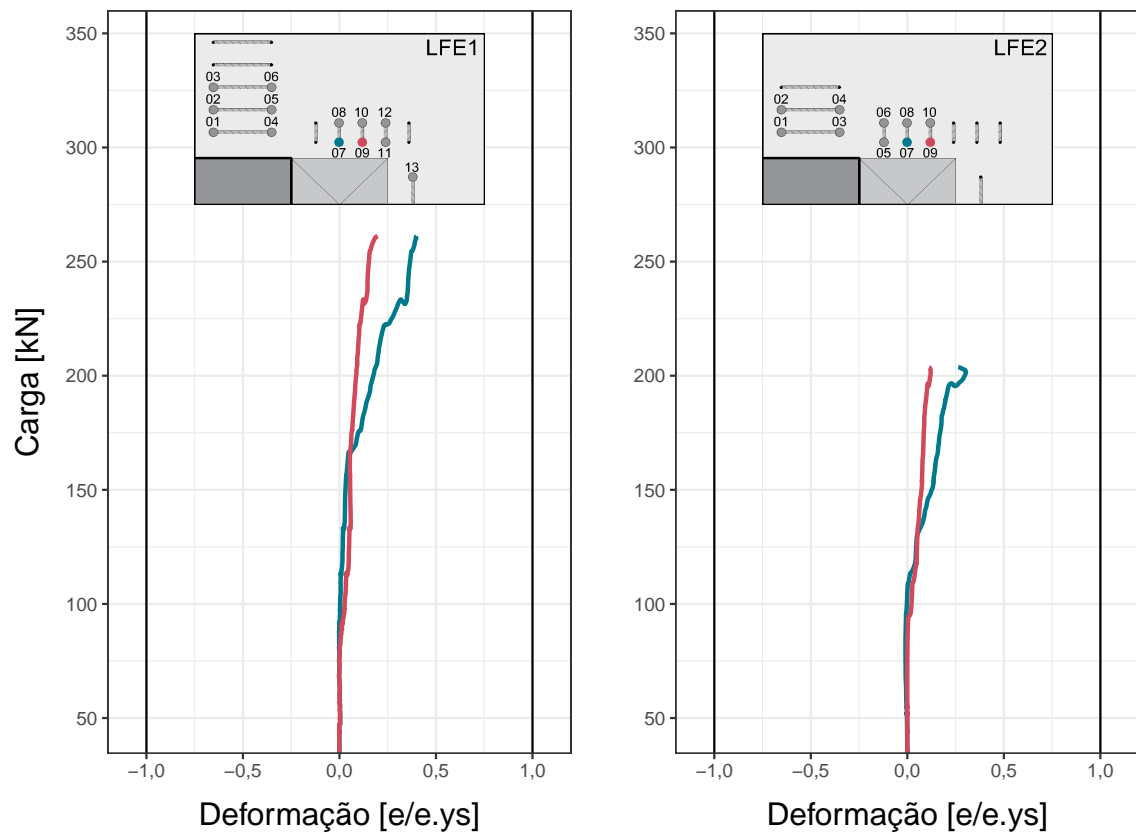


Figura 5.22 – LFE1 x LFE2 - Primeira camada de estribos adjacentes às aberturas

As menores deformações foram registradas na segunda camada de estribos adjacentes às aberturas, como mostra a [Figura 5.23](#). A ativação desses estribos se deu com aproximadamente metade do carregamento de ruptura.

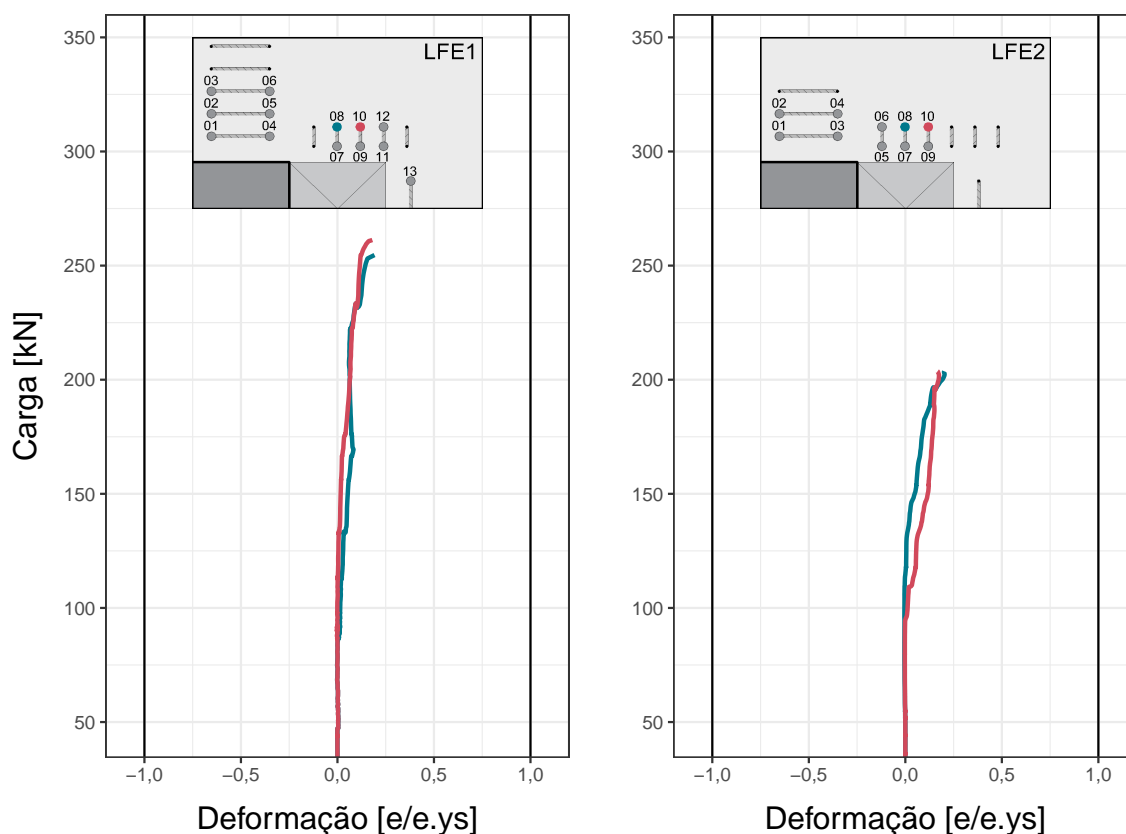


Figura 5.23 – LFE1 x LFE2 - Segunda camada de estribos adjacentes às aberturas

De modo geral, os estribos ECI04 e ECI05 da laje LFE1 e ECI03, ECI04 e ECI06 da laje LFE2 foram os que registraram as maiores deformações. Todos esses estribos têm em comum a proximidade com a região da fissura crítica de cisalhamento, onde é esperado as maiores tensões principais.

5.6 Padrões de fissuração

De forma geral, as lajes apresentaram fissuras no lado leste das lajes (sentido da excentricidade de carga), apresentando fissuras radiais e tangenciais, conforme [Figuras 4.35, 4.37, 4.39, 4.41 e 4.44](#).

As superfícies de ruptura se pronunciaram com inclinações no intervalo entre 19° e 49° ([Figuras 4.36, 4.38, 4.40, 4.42, 4.43 e 4.46](#)) com o plano da laje. Sendo que as fissuras nas superfícies das aberturas apresentaram as maiores inclinações.

5.7 Comparação com as normas

Os perímetros críticos externos considerados na obtenção das resistências de cálculo podem ser encontrados no [apêndice A](#).

Com exceção da previsão de ruptura para a laje LFE3 do Modelcode, todas as lajes deste estudo apresentaram resistências de cálculo em favor da segurança ([Tabela 5.2](#)), sendo o MC 2010, baseado na TFC, o procedimento que apresentou os valores médios mais próximos dos resultados de ensaio e o Eurocode 2 o código que apresentou o menor coeficiente de variância. O códigos com os valores de $\frac{V_{R,exp}}{V_R}$ mais conservadores, em ordem decrescente, foram: ACI 318-19, com média de 1,81; a NBR 6118:2023, com média de 1,52, o Eurocode 2, com média de 1,35; e o MC 2010, com média 1,11.

Com exceção à laje LFE3, todas as previsões sugeriram falha no perímetro externo para as lajes armadas à punção e no perímetro de controle interno para as lajes não armadas.

Tabela 5.2 – Comparação entre os códigos

Resistências segundo códigos de cálculo													
Laje	V_{exp}	NBR 6118:2023			Eurocode 2			ACI 318-19			Modelcode 2010		
		MR*	$V_{R,NBR}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,NBR}}$	MR	$V_{R,EC2}$	$\frac{V_{R,exp}}{V_{R,EC2}}$	MR	$V_{R,ACI}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,ACI}}$	MR	$V_{R,FIB}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,FIB}}$
LRSS	323	Int.	292,5	1,10	Int.	289,3	1,12	Int.	225,7	1,43	Int.	237,2	1,36
LRFS	165	Int.	100,1	1,65	Int.	99,0	1,67	Int.	74,7	2,21	Int.	136,6	1,21
LFE1	254	Ext.	137,9	1,84	Ext.	178,1	1,43	Ext.	146,6	1,73	Ext.	248,9	1,02
LFE2	197	Ext.	105,0	1,88	Ext.	133,7	1,47	Ext.	86,8	2,27	Ext.	162,0	1,22
LFE3	180	Biela	156,9	1,15	Biela	164,7	1,09	Ext.	125,7	1,43	Biela	236,4	0,76
Média				1,52			1,35			1,81			1,11
CV				0,25			0,18			0,22			0,21

Nota: MR* é o modo de ruptura previsto

$V_{R,NBR}$ é a resistência prevista pela NBR 6118:2023

$V_{R,EC2}$ é a resistência prevista pelo Eurocode 2

$V_{R,ACI}$ é a resistência prevista pelo ACI 318-19

$V_{R,FIB}$ é a resistência prevista pelo fib Model Code 2010

Nota-se que os valores mais conservadores foram estimados para as lajes com aberturas e armadura de cisalhamento em que as previsões de falha das normas foram por tração do concreto no perímetro externo (LFE1 e LFE2), enquanto a laje LFE3 com aberturas e armadura de cisalhamento em que a falha prevista por ruptura na biela apresentou valores de cálculo mais próximo da resistência experimental. Devido à distribuição das armaduras da laje LFE3, o perímetro externo foi maior e, por conseguinte, a resistência de cálculo para o perímetro externo foi maior superando a resistência de cálculo prevista para a biela. A [Tabela 5.3](#) apresenta as médias de resistências experimentais por resistência de cálculo assim como seus coeficientes de variação.

A configuração das aberturas, dispostas simetricamente em relação ao pilar na direção da excentricidade, faz com que a parcela dos perímetros de controle que mais contribuem para o momento plástico (NBR 6118:2023 e EC 2) e para as propriedades J_c e $J_{x,y}$ (ACI 318-19

e ACI-ASCE 421.2R) sejam desconsideradas pela redução por projeção radial partindo do CG do pilar, o que parece ter um efeito negativo na definição da resistência à punção dos perímetros externos.

Tabela 5.3 – Média e CV por laje

Laje	Média e CV por laje	
	Média	CV
LRSS	1,24	0,14
LRFS	1,66	0,25
LFE1	1,58	0,23
LFE2	1,67	0,28
LFE3	1,12	0,25

As lajes LFE2 e LFE3, que têm área total de armadura de cisalhamento similares também apresentaram resistências experimentais similares, embora as previsões de cálculo tenham previsto uma resistência menor para a laje LFE3.

Quando se compara as resistências previstas pela NBR 6118:2023, pelo EC2 e pelo ACI 318:19 para as lajes com aberturas, percebe-se que a relação da resistência experimental pela resistência de cálculo aproxima-se de 2 (1,81). Essa diferença pode ser explicada, para o caso das lajes estudadas, pela forma como os perímetros de controle são reduzidos por projeção radial de segmentos de reta que partem do CG do pilar e tangenciam as aberturas. O MC2010 tem uma previsão similar, porém se diferencia das normas em comento por utilizar o modelo mecânico sugerido pela TFC.

A laje de referência com aberturas (LRFS) teve a relação de valor de ensaio sobre os valores prescritos média de 1,66 pelas normas brasileira e europeia, enquanto a laje de referência sem aberturas (LRSS) teve, em média, valor igual à 1,11.

A relação de resistência experimental *versus* prescrição do ACI 318-19 para as lajes do estudo foi 1,81 vezes maior tornando o ACI 318-19 o código normativo mais conservador entre os códigos de cálculo.

O MC 2010 foi, entre as códigos de cálculo estudados, o que apresentou os valores médios mais próximos da unidade enquanto o Eurocode 2 apresentou o menor coeficiente de variação.

5.8 Comparação com lajes similares

5.8.1 Descrição das lajes de Santos (2023)

Cabe ressaltar que as lajes de referência desta pesquisa (LRSS e LRFS) são compartilhadas com o trabalho de Santos (2023), que propôs o programa experimental de todas as lajes (incluindo as desta pesquisa) em sua pesquisa de doutorado, onde abordou o comportamento de ligações laje-pilar com abertura, armadura de cisalhamento tipo conector e excentricidade

de carregamento. As Tabelas 5.4 e 5.5 apresentam as três lajes referidas reforçadas com armadura de cisalhamento tipo conector junto às lajes deste estudo. A Tabela 5.6 apresenta as resistências de cálculo para todas as lajes para fins de comparação dos resultados.

As dimensões das lajes são as mesmas deste estudo, incluindo o detalhamento das armaduras de flexão, e os ensaios foram realizados no mesmo laboratório (vide Figuras 3.2, 3.5 e 3.6). O posicionamento das armaduras de cisalhamento são apresentadas nas Figuras 5.24 a 5.26.

Tabela 5.4 – Geometria e carregamento das lajes de Santos (2023)

Geometria e carregamento das lajes							
Laje	Série	aberturas	$c_1 \times c_2$ [mm]	$L_x \times L_y$	h [mm]	r_s [mm]	e [mm]
LRSS	1	0	300x300	2500x2500	180	1124	525
LRFS	1	2	300x300	2500x2500	180	1124	525
LFE1	1	2	300x300	2500x2500	180	1124	525
LFE2	2	2	300x300	2500x2500	180	1124	525
LFE3	2	2	300x300	2500x2500	180	1124	525
Lajes de Santos (2023)							
LFS1	1	2	300x300	2500x2500	180	1124	525
LFS2	2	2	300x300	2500x2500	180	1124	525
LFS3	2	2	300x300	2500x2500	180	1124	525

Tabela 5.5 – Características das lajes de Santos (2023)

Laje							
Laje	d [mm]	ρ	$\frac{A_{sw}}{cam.}$ [cm ²]	s_r [mm]	$f_{cm,ef}$ [MPa]	f_{ys} [MPa]	f_{ysw} [MPa]
LRSS	141	0,0137	-	-	44,6	590,6	-
LRFS	136	0,0103	-	-	55,1	590,6	-
LFE1	139	0,0129	20,420	72,0	55,5	590,6	602,90
LFE2	134	0,0137	21,206	72,0	45,2	532,4	538,10
LFE3	136	0,0135	13,069	72,0	45,2	532,4	538,50
Lajes de Santos (2023)							
LFS1	137	0,0100	15,708	72,0	54,3	590,6	525,00
LFS2	131	0,0111	20,420	72,0	44,9	532,4	525,00
LFS3	129	0,0113	17,279	72,0	44,9	532,4	525,00

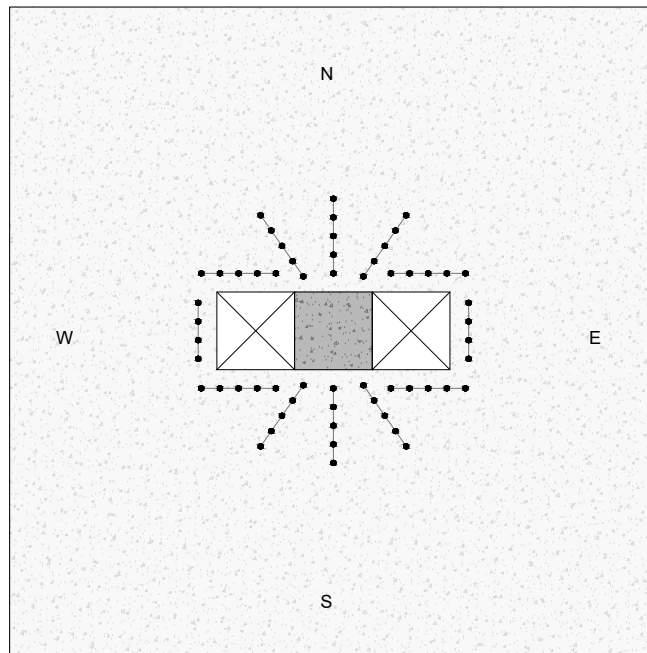


Figura 5.24 – Laje LFS1 - Armadura de cisalhamento

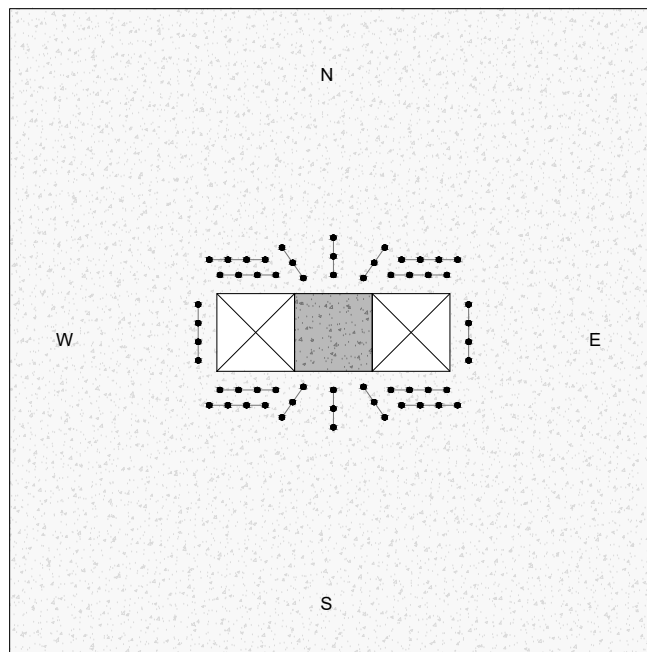


Figura 5.25 – Laje LFS2 - Armadura de cisalhamento

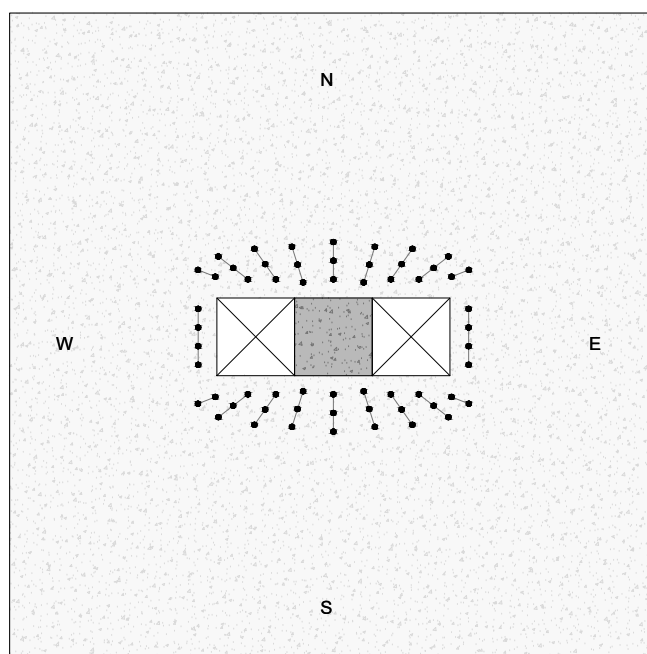


Figura 5.26 – Laje LFS3 - Armadura de cisalhamento

5.8.2 Comparação dos resultados

A tabela [Tabela 5.6](#) sintetiza os valores de cálculo de resistência para as lajes desta pesquisa e das de [Santos \(2023\)](#). Os valores das lajes foram calculados por este autor com base nas características das lajes apresentadas no item anterior. As médias e coeficientes de variação das proporções entre os valores de resistência experimentais e os de cálculo são apresentados para as lajes por pesquisa e também com todas as lajes agrupadas.

Nota-se que, de maneira geral, que as proporções entre os valores de resistência experimentais e os de cálculo mantiveram-se mais próximos da unidade para as lajes com conectores. Os coeficientes de variação foram ligeiramente menores que os encontrados para as lajes deste estudo.

Nota-se que a laje LFE1, reforçada com estribos, apresentou resistência experimental superior aos valores de todas as lajes reforçadas com conectores. As lajes LFE2 e LFE3 romperam com cargas 8,2kN e 25,2kN inferiores à laje LFS2, respectivamente. Ambos os resultados demonstram a eficácia do emprego de estribos como armadura de cisalhamento de lajes submetidas à carregamentos excêntricos e presença de aberturas na ligação.

No que tange as resistências de cálculo, a comparação entre as lajes LFE1 e LFS1 evidencia a inaptidão das normas brasileira e europeia para definição do perímetro de controle externo para o caso de lajes com aberturas simétricas em que a armadura de punção está disposta em cruz.

As duas lajes apresentam área de aço da primeira camada próximas, no entanto, a

Tabela 5.6 – Comparação com as lajes de Santos (2023)

Resistências segundo códigos de cálculo													
Laje	V_{exp}	NBR 6118:2023			Eurocode 2			ACI 318-19			Modelcode 2010		
		MR*	$V_{R,NBR}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,NBR}}$	MR*	$V_{R,EC2}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,EC2}}$	MR*	$V_{R,ACI}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,ACI}}$	MR*	$V_{R,FIB}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,FIB}}$
LRSS	323	Int.	292,5	1,10	Int.	289,3	1,12	Int.	225,7	1,43	Int.	237,2	1,36
LRFS	165	Int.	100,1	1,65	Int.	99,0	1,67	Int.	74,7	2,21	Int.	136,6	1,21
LFE1	254	Ext.	137,9	1,84	Ext.	178,1	1,43	Ext.	146,6	1,73	Ext.	248,9	1,02
LFE2	197	Ext.	105,0	1,88	Ext.	133,7	1,47	Ext.	86,8	2,27	Ext.	162,0	1,22
LFE3	180	Biela	156,9	1,15	Biela	164,7	1,09	Ext.	125,7	1,43	Biela	236,4	0,76
Média				1,52			1,35			1,81			1,11
CV				0,25			0,18			0,22			0,21
Lajes de Santos (2023)													
LFS1	229,7	Biela	223,8	1,03	Biela	187,6	1,22	Ext.	157,3	1,46	Biela	239,7	0,96
LFS2	205,2	Biela	176,0	1,17	Ext.	146,5	1,40	Ext.	111,2	1,84	Ext.	201,2	1,02
LFS3	217,5	Biela	181,6	1,20	Ext.	152,3	1,43	Ext.	125,0	1,74	Ext.	203,2	1,07
Média				1,13			1,35			1,68			1,02
CV				0,08			0,08			0,12			0,06
Média agrupada				1,38			1,35			1,76			1,08
CV agrupado				0,26			0,14			0,19			0,17

Nota: MR* é o modo de ruptura previsto pela norma respectiva

diferença das resistências de cálculo previstas é notável: 158 kN para a LFE1 e 205,7 kN para a LFS1 (valores médios entre a NBR 6118:23 e a EC2). Essa diferença se dá pelo comprimento dos perímetros externos definidos para cada laje, conforme ilustrado na [Figura 5.27](#):

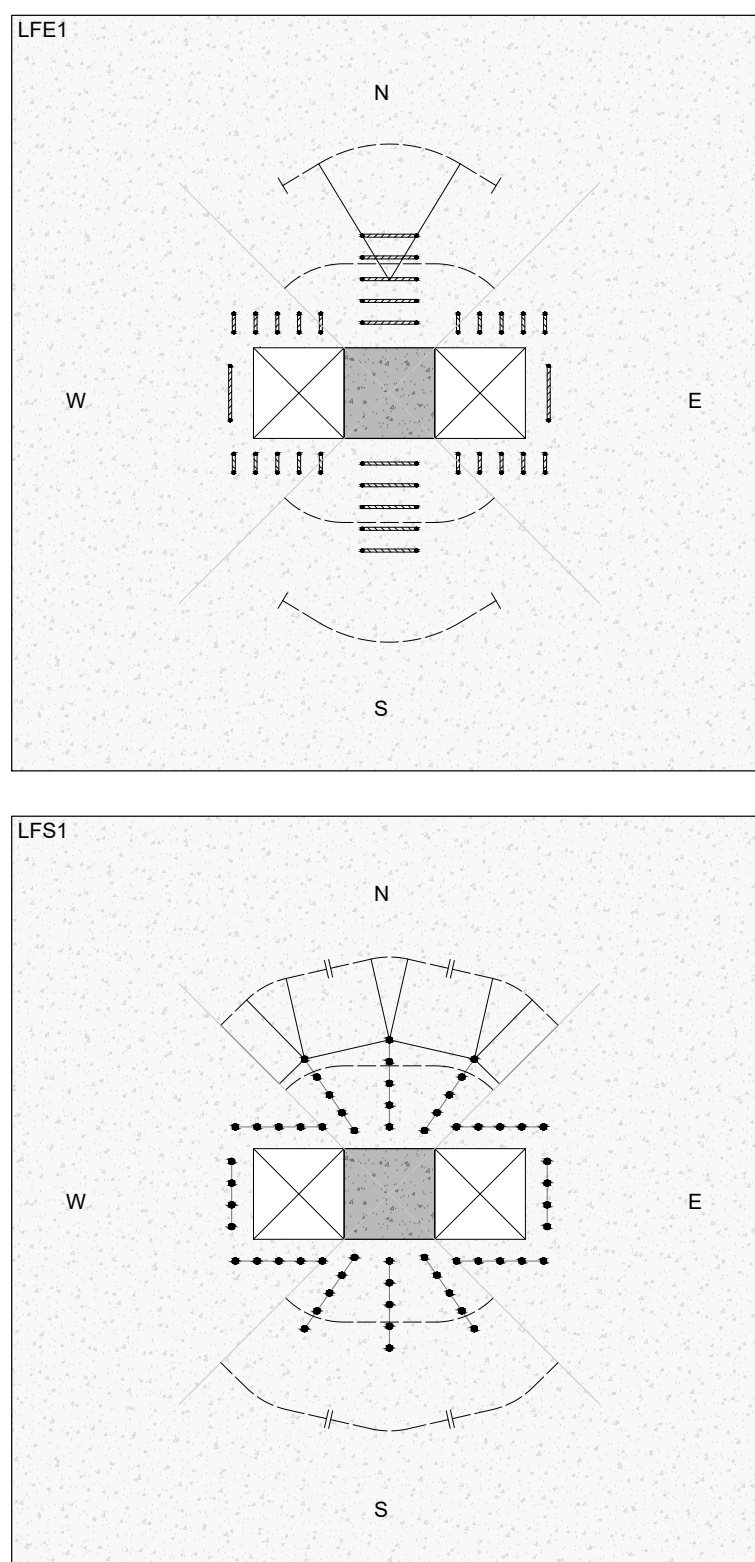


Figura 5.27 – Comparação entre os perímetros de controle externos das lajes LFE1 e LFS1

Na figura da laje LFE1 vemos que o limite de comprimento d da 'aba' do perímetro crítico tem o efeito de tornar a soma de $b_{out,ef}$ menor do que o próprio perímetro de controle

sem armadura de cisalhamento, como mencionado anteriormente. Vê-se, no entanto, que o mesmo não acontece em lajes com armadura radial (LFS1), disposição frequente quando se emprega armadura do tipo conector.

5.9 Resistência de cálculo com perímetros de controle modificados

A Tabela 5.7 apresenta as resistências de cálculo previstas segundo as normas estudadas com a redução de perímetro como proposto por Santos, Muttoni e Melo (2022) (vide Figura 2.12). A modificação dos perímetros de controle internos e externos ensejou o recálculo dos parâmetros J_y e W_p , conforme detalhado na seção 2.2.

Os resultados mostram que as proporções entre as resistências experimentais e de cálculo foram reduzidas para todos os códigos de cálculo, se aproximando da unidade. A melhora nesses proporções foram acompanhadas, de forma geral, de manutenção ou melhora nos coeficientes de variação com poucos casos com resultados em desfavor da segurança, embora em quantidade maior do que para a situação sem modificação de perímetros.

Os valores de cálculo mais próximos dos valores de resistência experimentais foram previstos pelo Modelcode 2010, com relativa dispersão dos resultados.

A menor dispersão foi observada pelos valores apresentados pela NBR 6118:2023, porém com os maiores valores médios entre resistência experimental e de cálculo.

Tabela 5.7 – Resistências segundo códigos de cálculo com perímetros modificados segundo Santos, Muttoni e Melo (2022)

Resistências segundo códigos de cálculo com perímetro modificado													
Laje	NBR 6118:2023				Eurocode 2			ACI 318-19			Modelcode 2010		
	V_{exp}	MR*	$V_{R,NBR}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,NBR}}$	MR*	$V_{R,EC2}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,EC2}}$	MR*	$V_{R,ACI}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,ACI}}$	MR*	$V_{R,FIB}$	$\frac{V_{exp}}{V_{R,FIB}}$
LRSS	323	Int.	292,5	1,10	Int.	289,3	1,12	Int.	225,7	1,43	Int.	237,2	1,36
LRFS	165	Int.	156,6	1,05	Biela	187,9	0,88	Int.	128,8	1,28	Int.	156,8	1,05
LFE1	254	Biela	187,0	1,36	Biela	192,9	1,32	Ext.	203,7	1,25	Biela	289,5	0,88
LFE2	197	Biela	154,6	1,27	Biela	162,3	1,21	Ext.	172,1	1,14	Ext.	162,0	1,22
LFE3	180	Biela	156,9	1,15	Biela	164,7	1,09	Ext.	176,8	1,02	Ext.	254,6	0,71
Média				1,19			1,12			1,22			1,04
CV				0,11			0,15			0,13			0,25
Lajes de Santos (2023)													
LFS1	229,7	Biela	181,4	1,27	Biela	187,6	1,22	Int.	259,1	0,89	Ext.	240,9	0,95
LFS2	205,2	Biela	150,3	1,36	Biela	157,9	1,30	Ext.	217,5	0,94	Ext.	201,2	1,02
LFS3	217,5	Biela	148,0	1,47	Biela	155,5	1,40	Ext.	211,6	1,03	Ext.	203,2	1,07
Média				1,37			1,31			0,95			1,01
CV				0,07			0,07			0,07			0,06
Média agrupada				1,25			1,19			1,12			1,03
CV agrupado				0,11			0,14			0,17			0,19

Nota: MR* é o modo de ruptura previsto pela norma respectiva

Tabela 5.8 – Comparação entre perímetros sem alteração e modificados

Comparação dos coeficientes de variação e médias para perímetros modificados								
	NBR	NBR*	EC2	EC2*	ACI	ACI*	MC2010	MC2010*
Média $\frac{V_{exp}}{V_{R,calc}}$	1,38	1,25	1,35	1,19	1,76	1,12	1,08	1,03
CV	0,26	0,11	0,14	0,14	0,19	0,17	0,17	0,19

Nota: *Perímetro modificado

Houve redução da relação entre resistência experimental e a resistência de cálculo de 1,38 para 1,25 para a NBR 6118:2023, ao mesmo tempo em que se diminuiu o coeficiente de variação de 0,26 para 0,11 (Tabela 5.8).

Nos demais códigos, houve variação pouco significativa no coeficiente de variação mas com melhoras significativas nos valores médios. Destaque para o ACI 318-19 que reduziu a média de 1,76 para 1,12 e CV de 0,19 para 0,17.

6 Conclusões

A complexidade que envolve o estudo experimental em ligações laje-pilar é considerável. Diversas são as etapas onde tal dificuldade se mostra presente: a definição da pesquisa, os recursos financeiros e humanos, o desenho das variáveis, o preparo, a concretagem, o ensaio dos espécimes e a posterior análise dos resultados são exemplos. Nesse contexto, essa pesquisa foi bem sucedida ao descrever o comportamento das ligações laje-pilar com aberturas e armaduras de cisalhamento submetidas a carregamentos excêntricos.

A análise dos resultados experimentais em comparação com as estimativas normativas revelou que apesar de seguras, há espaço para aprimoramentos das normativas:

- As lajes com aberturas e estribos apresentaram resistência até 52,16% superior à laje com aberturas e sem estribos.
- O uso de estribos como método de aumentar a resistência à punção de ligações laje-pilar com aberturas adjacentes ao pilar e carregamento excêntrico se mostrou eficaz, recuperando entre 24,68% e 54,43% da capacidade resistente reduzida devido a presença de aberturas.
- O uso de estribos contribuiu para o aumento considerável da capacidade de rotação das lajes na direção do momento e das aberturas, indicando que edificações que utilizam esse tipo de armadura devem apresentar sinais de deformação excessiva antes da ruptura, aumentando o nível de segurança para edificações.
- O emprego dos estribos como armadura de cisalhamento provocou a ruptura por esmagamento do concreto em dois dos espécimes (LFE2 e LFE3), e a ruptura interna na região armada no outro espécime (LFE1). É possível que a menor resistência do concreto das lajes LFE2 e LFE3 tenha contribuído para as falhas nas bielas, enquanto o maior valor de resistência do concreto empregado na laje LFE1 tenha deslocado a ruptura para a região interna, conforme valores de resistência apresentados na [Tabela 3.4](#).
- As deformações observadas mostraram significativa concentração de tensões próximo ao pilar no lado da excentricidade do carregamento, com maiores deformações no concreto, nas barras de flexão e nas armaduras de cisalhamento.
- As rotações no lado da excentricidade de carga (leste) foram maiores que no lado complementar (oeste).
- As fissuras se concentraram no lado leste da laje, com superfícies de ruptura visíveis nas laterais das aberturas.

- O emprego de estribo apresentou desempenho similar às lajes de Santos (2023), que utilizaram conectores como armadura de cisalhamento em ligações laje-pilar na presença de aberturas simétricas.
- As prescrições normativas em suas versões vigentes tendem a estimar a resistência de ligações laje-pilar com aberturas adjacentes ao pilar e transferência de momento de forma muito conservadora, em um dos casos prevendo uma resistência inferior a 50% da registrada em ensaios (LRFS, ACI 318-19).
- O perímetro crítico externo como proposto pela NBR 6118:2023 e pelo EC2 subestimam a área contribuinte com a resistência ao cisalhamento em lajes com armaduras de punção dispostas em forma de cruz com aberturas adjacentes ao pilar no sentido da excentricidade de carga.
- A modificação de redução do perímetro como proposto por Santos, Muttoni e Melo (2022) apresentou relação de valores experimentais para valores de cálculo mais próximas da unidade do que os valores prescritos sem a modificação, com redução do coeficiente de variação da NBR 6118:2023 de 0,26 para 0,12 e pouca variação dos coeficientes de variação para os demais códigos.
- Nas lajes ensaiadas neste estudo, observou-se que diferentes valores de resistência podem ser obtidos através de diferentes disposições dos estribos na região de punção.

6.1 Sugestões de estudos futuros

O estudo de Santos (2023) inovou ao examinar experimentalmente o comportamento de ligações laje-pilar com aberturas adjacentes ao pilar e transferência de momento reforçados ao cisalhamento. No entanto, estudos experimentais em escala real de ligações laje-pilar apresentam grandes desafios no que tange a quantidade de espécimes ensaiados. Como continuidade dos estudos nesta linha de pesquisa, sugere-se:

- Pesquisa no âmbito numérico em que se avalie diferentes configurações de perímetro de controle, interno e externo, para ligações laje-pilar com aberturas adjacentes ao pilar e transferência de momento reforçados ao cisalhamento;
- Pesquisa experimental em que se possa verificar a validade das configurações de perímetro de controle propostas numericamente, ampliando o número de espécimes testados;
- Avaliação do impacto econômico da implementação de estribos em comparação com outros métodos de aumento da resistência ao cisalhamento, para orientar decisões de projeto baseadas na viabilidade econômico-financeira;
- Análise comparativa entre os resultados experimentais e os previstos pelas normativas, identificando as principais discrepâncias e propondo métodos para aprimorar as estimativas normativas;

- Desenvolvimento de modelos analíticos ou numéricos que incorporem os efeitos das aberturas adjacentes ao pilar e da transferência de momento, visando uma representação mais precisa do comportamento estrutural.

Referências

- ALROUSAN, R. Z.; ALNEMRAWI, B. R. The influence of concrete compressive strength on the punching shear capacity of reinforced concrete flat slabs under different opening configurations and loading conditions. **Structures**, v. 44, p. 101–119, out. 2022.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **421.2R-10**: Guide to seismic design of punching shear reinforcement in flat plates. Farmington Hills, Mich., 2010.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **318-19**: Building code requirements for structural concrete and commentary. [S.l.], 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222**: Concreto e argamassa — determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. [S.l.], 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6892**: Ensaio a tração materiais metálicos. [S.l.], 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522**: Concreto - determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação à compressão. [S.l.], 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739**: Concreto - ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. [S.l.], 2018.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, RJ, 2023.
- BAZANT, Z. P.; CAO, Z. Size effect in Punching Shear Failure of Slabs. **Aci Structural Journal**, v. 84, n. 1, p. 44–53, jan. 1987.
- BORGES, L. L. J.; MELO, G. S.; GOMES, R. B. Punching Shear of Reinforced Concrete Flat Plates with Openings. **Aci Structural Journal**, v. 110, n. 4, p. 547–556, jul. 2013.
- BROMS, C. E. **Concrete Flat Slabs and Footings: Design Method for Punching and Detailing for Ductility**. Tese (Doutorado), jan. 2005.
- BURSAC, S.; BEŠEVIĆ, M.; BEŠEVIĆ, M.; PURČAR, M. V.; KOZARIĆ, L.; Neđo Đurić. Experimental analysis of punching shear strength of eccentrically loaded slab with the opening along the face of the internal column. **Engineering Structures**, v. 249, p. 113359, dez. 2021.
- ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. v. 53, n. 7, p. 29–58, jul. 1956.
- EN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of concrete structures - part 1-1 general rules and rules for buildings. Brussels, 2005.
- FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Model Code**: for concrete structures 2010. Berlin, 2013.

HALLGREN, M. **Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs**. Tese (Doutorado), jan. 1996.

HANSON, N. W.; HANSON, J. M. Shear and Moment Transfer Between Concrete Slabs and Columns. 1968.

HOGNESTAD, E. Yield-Line Theory for the Ultimate Flexural Strength of Reinforced Concrete Slabs. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 24, n. 7, mar. 1953.

KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. S. E. Punching of concrete slabs without shear reinforcement. jan. 1960.

LIBERATI, E. A.; MARQUES, M. G.; LEONEL, E. D.; de Almeida, L. A. C.; ALMEIDA, L. C.; TRAUTWEIN, L. M. Failure analysis of punching in reinforced concrete flat slabs with openings adjacent to the column. **Engineering Structures**, v. 182, p. 331–343, mar. 2019.

MARZOUK, H.; HUSSEIN, A. Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs. **Aci Structural Journal**, v. 88, n. 6, p. 701–713, nov. 1991.

MOE, J. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads. **Portland Cement Association**, Development Department Bulletin D47, p. 130, abr. 1961.

MOSTOFINEJAD, D.; JAFARIAN, N.; NADERI, A.; MOSTOFINEJAD, A.; SALEHI, M. Effects of openings on the punching shear strength of reinforced concrete slabs. **Structures**, v. 25, p. 760–773, jun. 2020.

MÜLLER, F.-X.; MUTTONI, A.; THÜRLIMANN, B. **Durchstanzversuche an Flachdecken mit Aussparungen**. Tese (Doutorado) — Birkhäuser Basel, Basel, 1984.

MUTTONI, A. Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement. **Aci Structural Journal**, v. 105, n. 4, jul. 2008.

MUTTONI, A.; RUIZ, M. F.; BENTZ, E.; FOSTER, S.; SIGRIST, V. Background to *fib* Model Code 2010 shear provisions – part II: Punching shear. **Structural Concrete**, v. 14, n. 3, p. 204–214, set. 2013. ISSN 1464-4177, 1751-7648.

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J. Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement. **IABSE Colloquium**, p. 703–708, 1991.

OLIVEIRA, D. C. **Punção em lajes lisas de concreto armado com furo adjacente ao pilar e transferência de momento**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Goiás, 2012.

OLIVEIRA, D. C.; GOMES, R. B.; MELO, G. S. Punching shear in reinforced concrete flat slabs with hole adjacent to the column and moment transfer Punção em lajes lisas de concreto armado com furo adjacente ao pilar e transferência de momento. jun. 2014.

REGAN, P. E. Design for Punching Shear. **The Sctructural Engineer**, v. 52, n. 6, p. 197–207, 1974.

- ROLL, F.; ZAIDI, S.; SABNIS, G.; CHUANG, K. Shear Resistance of Perforated Reinforced Concrete Slabs. v. 69, n. 1, 1971.
- SACRAMENTO, P. V. P.; de Pina Ferreira, M.; de Oliveira, D. R. C.; Dênio M. P. Oliveira; MELO, G. S. Punching strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 5, n. 5, p. 659–691, jul. 2012.
- SANTOS, J. B.; SOUZA, R. M.; MELO, G. S.; GOMES, R. B. Investigating punching shear in slabs with unbalanced moments and openings. **Engineering Structures**, v. 299, p. 117105, jan. 2024. ISSN 01410296.
- SANTOS, J. B. D.; MELO, G. D. S.; RUIZ, M. F. Punching performance of flat slabs with openings accounting for the influence of moment transfer and shear reinforcement. **Engineering Structures**, v. 303, p. 117461, mar. 2024. ISSN 01410296.
- SANTOS, J. B. D.; MUTTONI, A.; MELO, G. S. D. Enhancement of the punching shear verification of slabs with openings. **Structural Concrete**, 2022.
- SANTOS, J. B. dos. Punching Resistance of Flat Slabs with Openings Adjacent to the Columns. **ACI Structural Journal**, v. 119, n. 1, jan. 2022. ISSN 08893241, 08893241.
- SANTOS, J. B. dos. **Punching Shear Flat Slabs with Openings, Moment Transfer and Shear Reinforcement**. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, Brasília, jun. 2023.
- SOUZA, R. M. **Punção Em Lajes Lisas de Concreto Armado Com Furos Adjacentes Ao Pilar e Transferência de Momento**. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, Brasília, out. 2008.
- STASIO, J. D.; BUREN, M. P. V. Transfer of Bending Moment Between Flat Plate Floor and Column. **Concrete international**, v. 57, n. 9, p. 299–314, 1960.
- TALBOT, A. N. Tests of Concrete. I. Shear. II. Bond. 1906.
- TALBOT, A. N. Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings. 1913.
- TENG, S.; CHEONG, H. K.; KUANG, K. L.; GENG, J. Z. Punching shear strength of slabs with openings and supported on rectangular columns. **Aci Structural Journal**, v. 101, n. 5, p. 678–687, set. 2004.
- TENG, S.; KUANG, K. L.; CHEONG, H. K. Concrete flat plate design - Findings of Joint BCA-NTU. **R&D Project**, 1999.
- WANG, F. The Birth and Use of Concrete and Reinforced Concrete. **Advanced Materials Research**, v. 712–715, p. 955–960, jun. 2013. ISSN 1662-8985.
- WU, Y.-F.; CHEN, H.; PENG, F.; PENG, F.; YI, W.-J. Experimental Investigation on Punching Shear Mechanism of Concrete Interior Slab-Column Connections without Shear Reinforcement. **Journal of Structural Engineering-asce**, v. 148, n. 2, fev. 2022.

Apêndices

**Apêndice A – Perímetros externos
originais e modificados segundo Santos,
Muttoni e Melo (2022)**

A.1 NBR 6118:2023

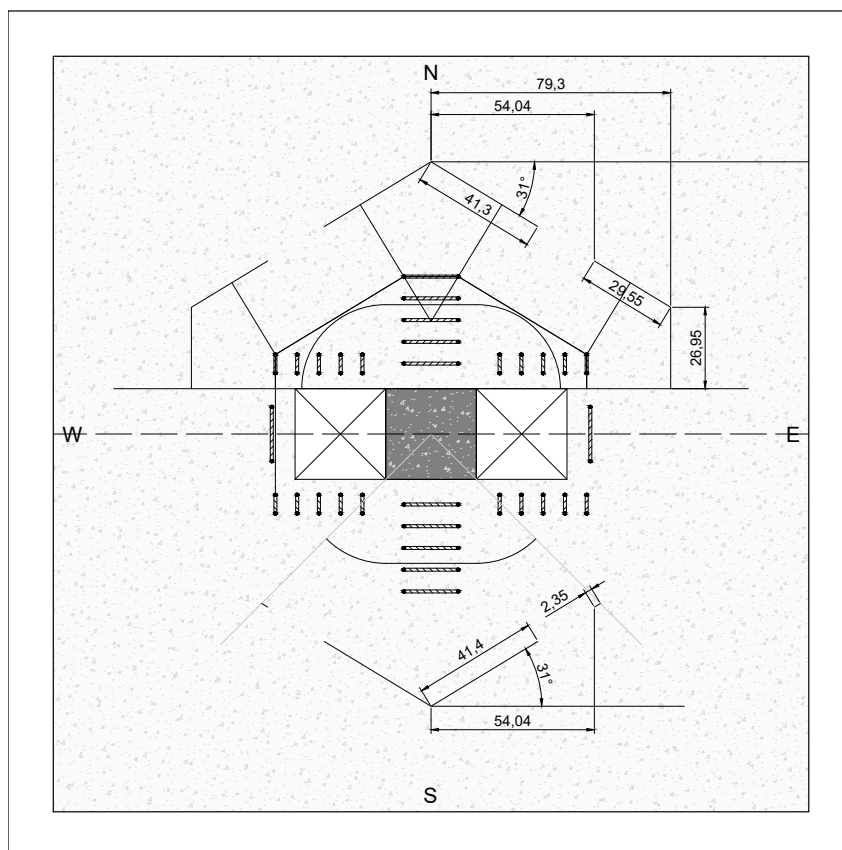


Figura A.1 – Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFE1

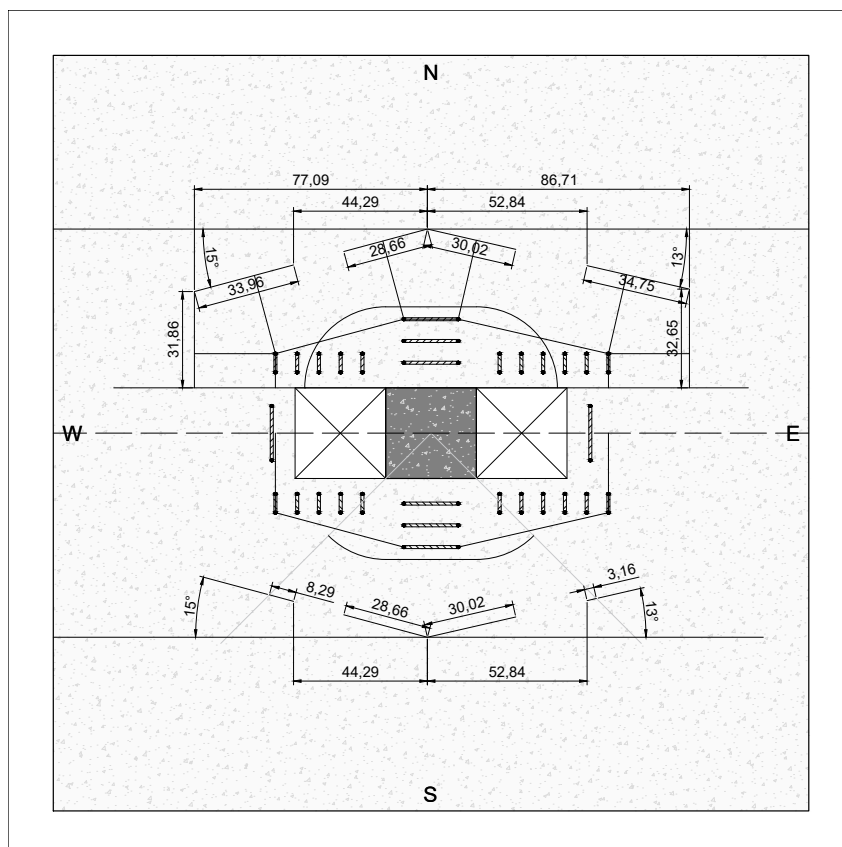


Figura A.2 – Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFE2

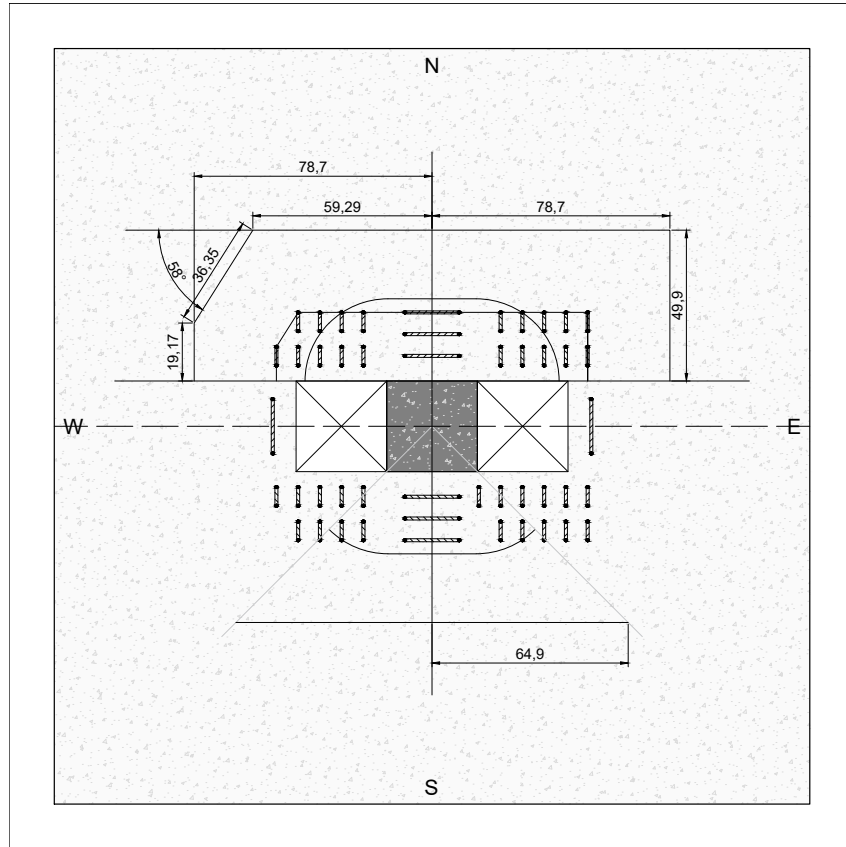


Figura A.3 – Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFE3

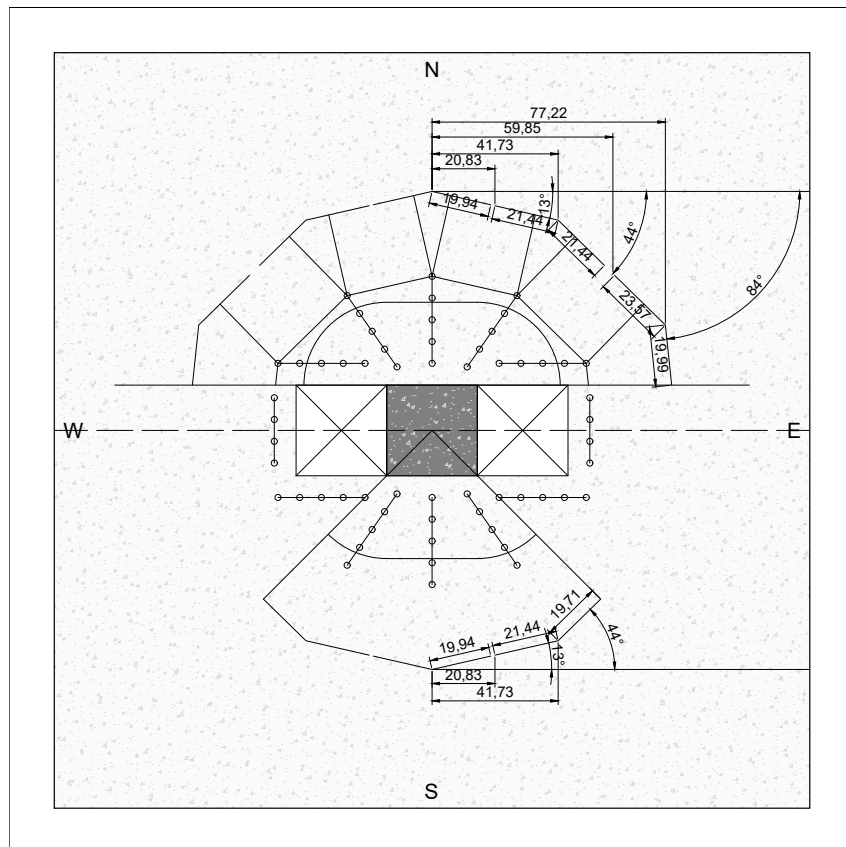


Figura A.4 – Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFS1

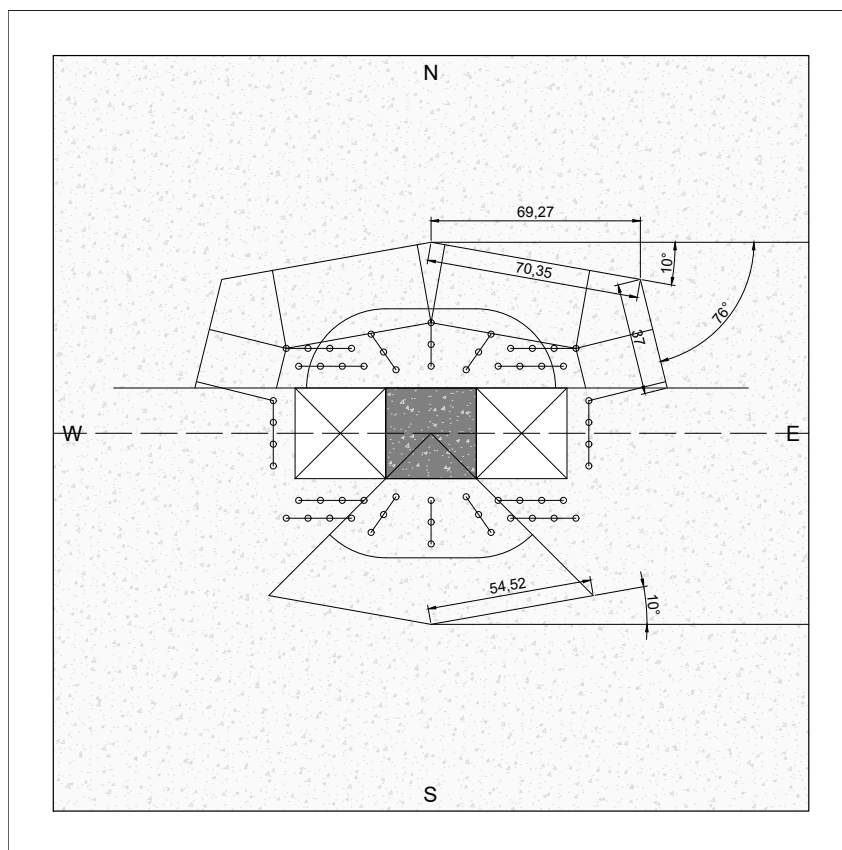


Figura A.5 – Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFS2

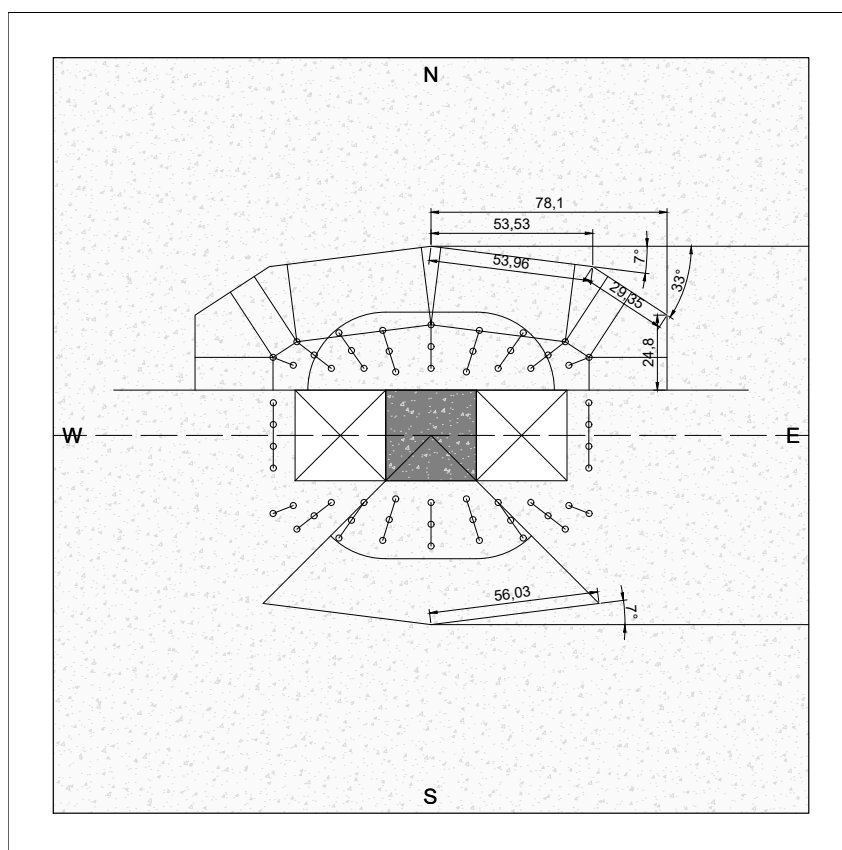


Figura A.6 – Perímetros externos segundo NBR 6118:2023 da laje LFS3

A.2 Eurocode 2

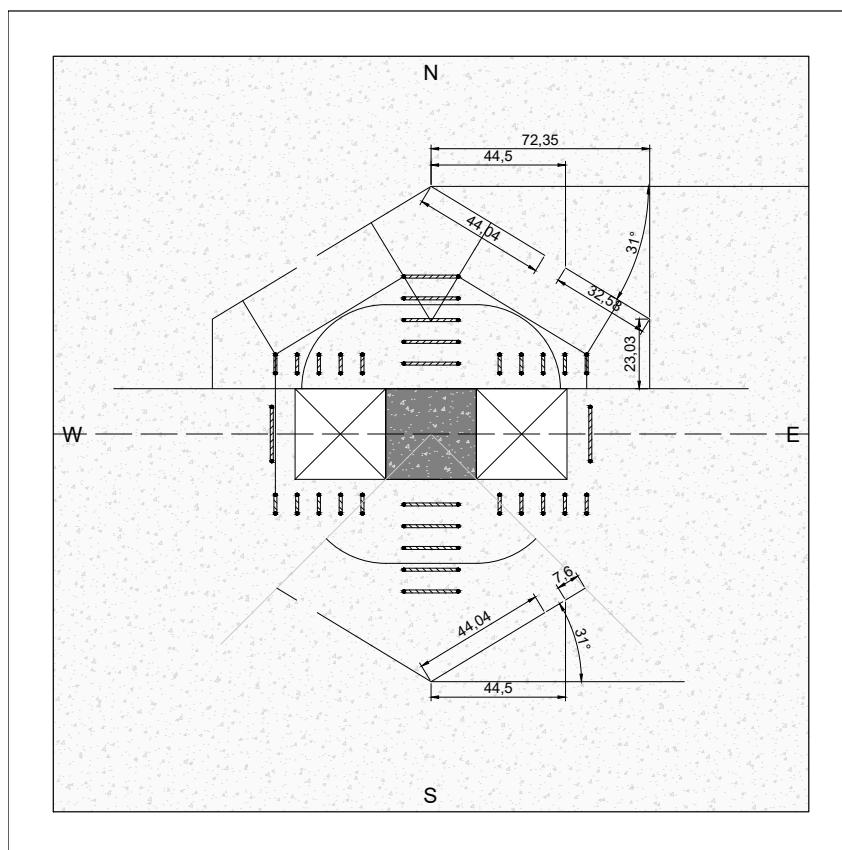


Figura A.7 – Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFE1

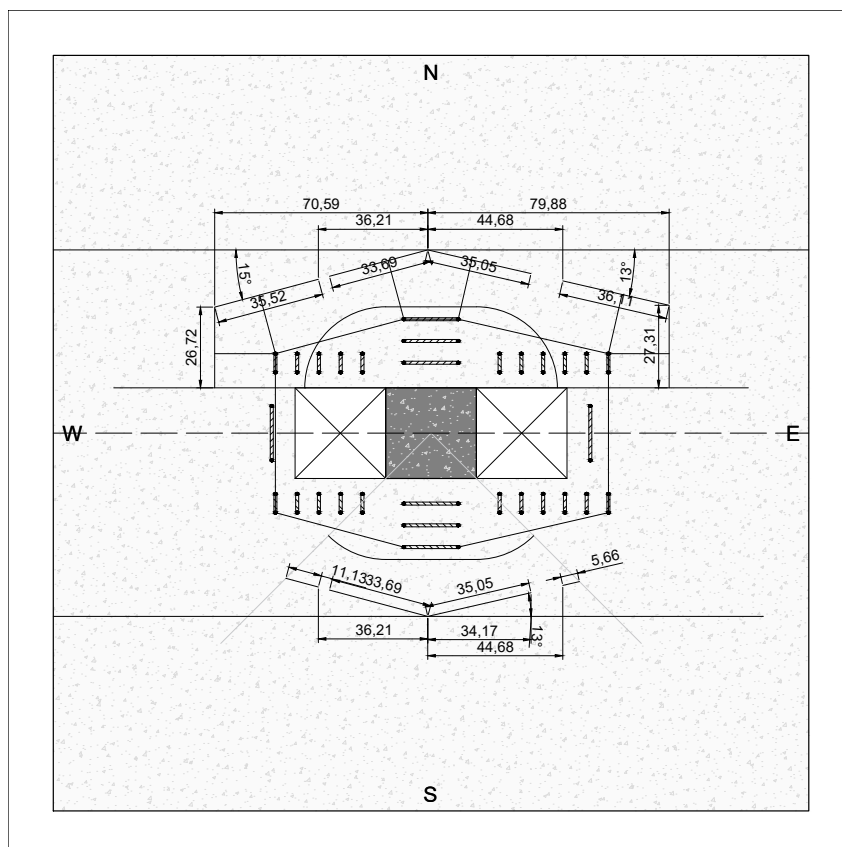


Figura A.8 – Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFE2

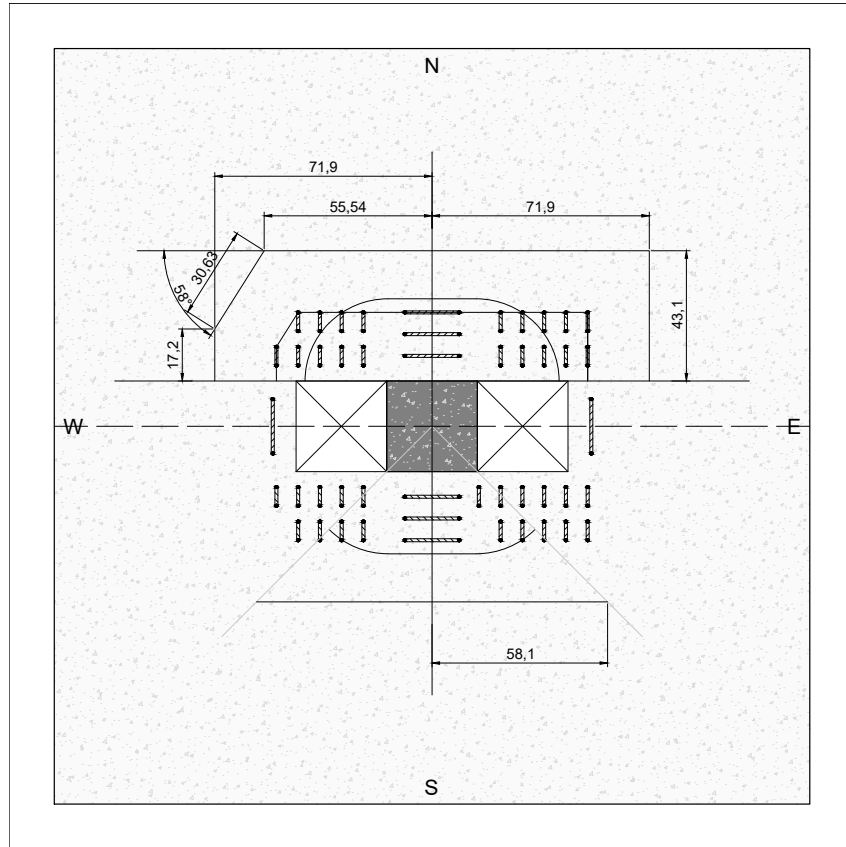


Figura A.9 – Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFE3

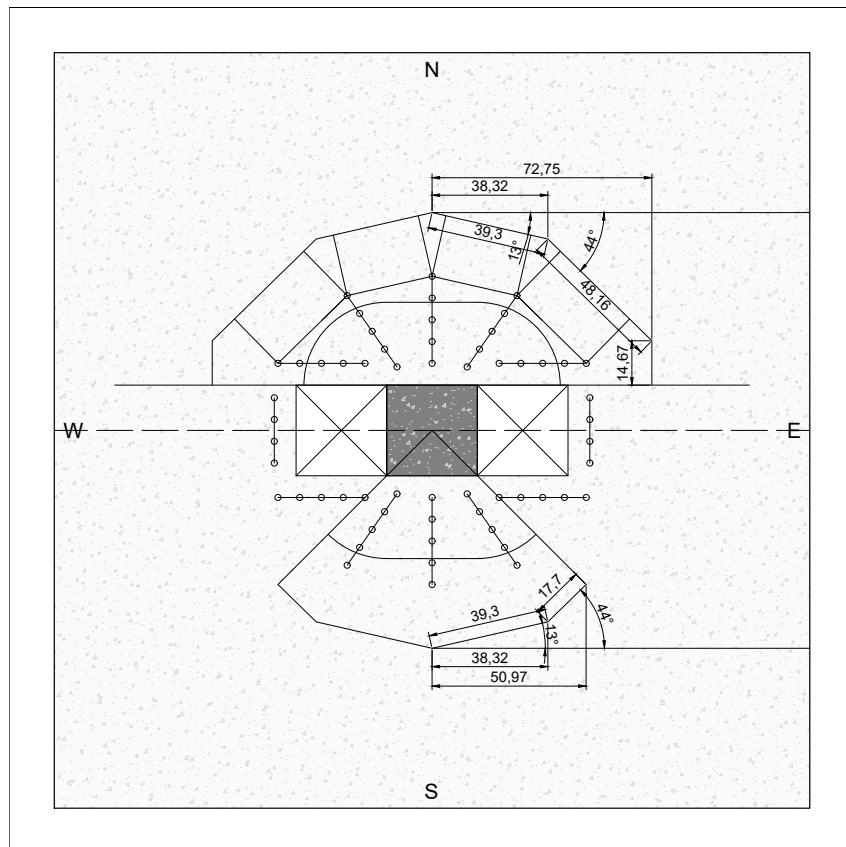


Figura A.10 – Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFS1

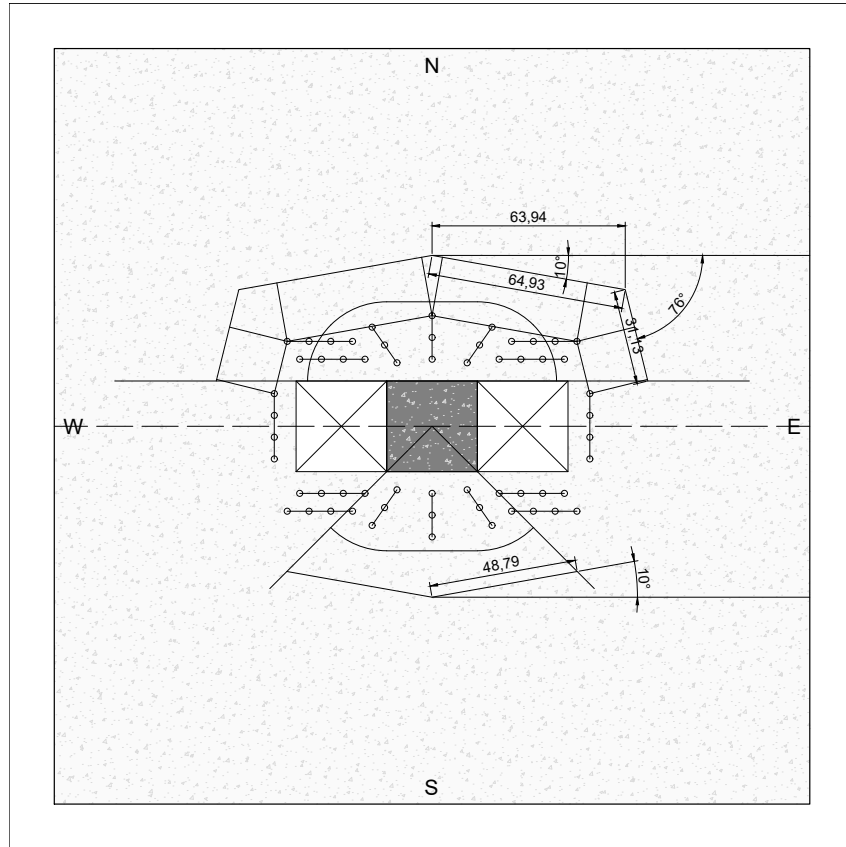


Figura A.11 – Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFS2

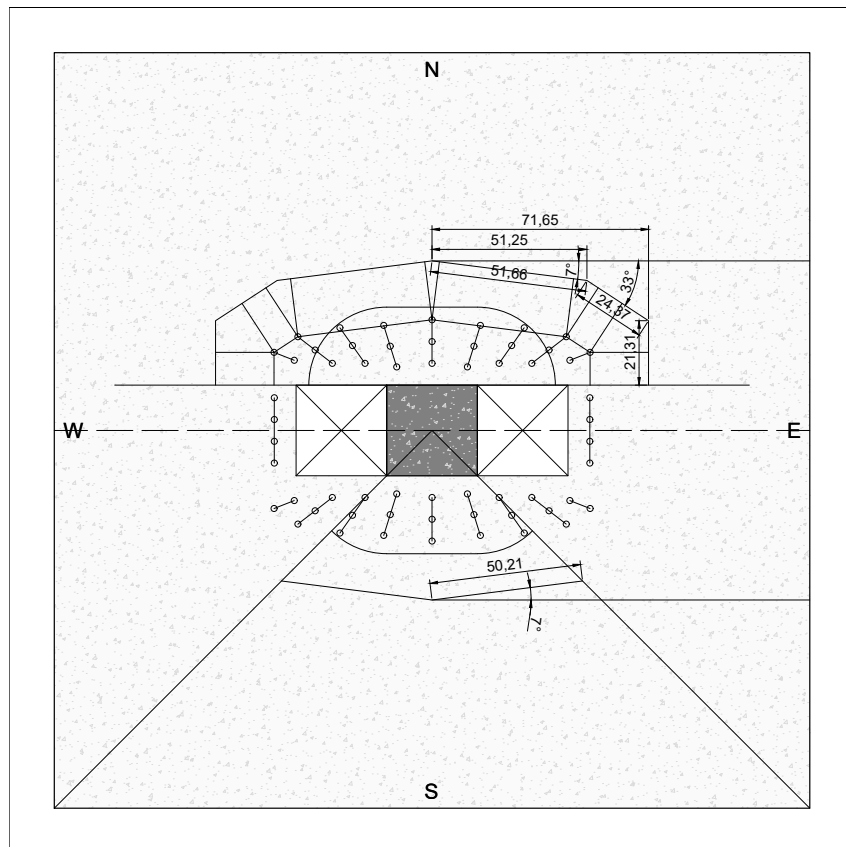


Figura A.12 – Perímetros externos segundo Eurocode 2 da laje LFS3

A.3 ACI 318-19

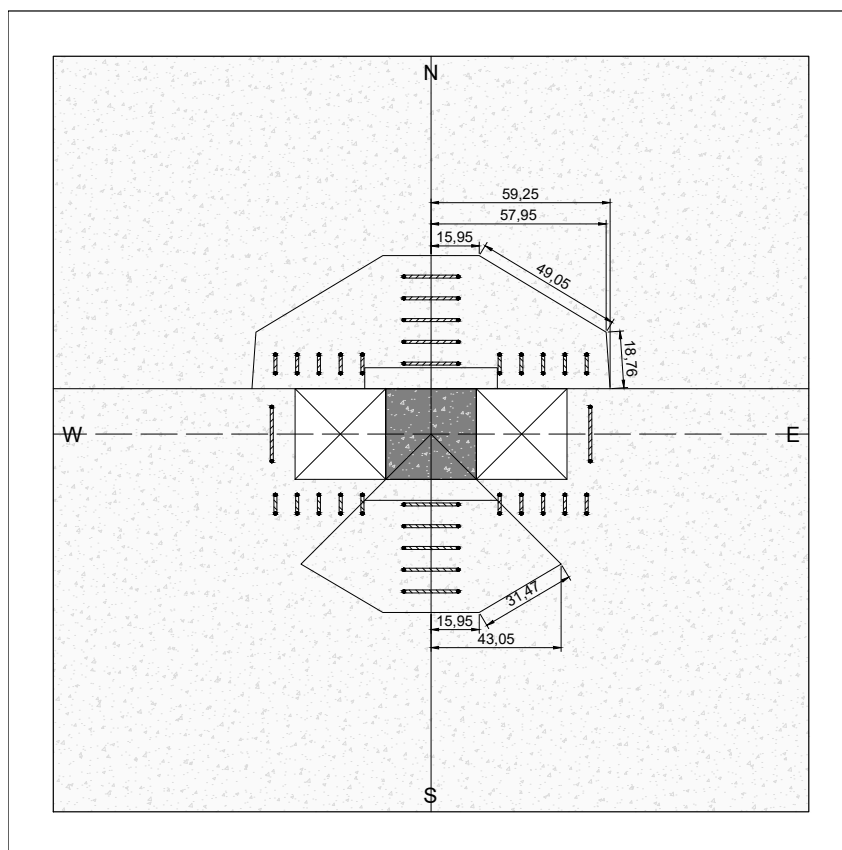


Figura A.13 – Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFE1

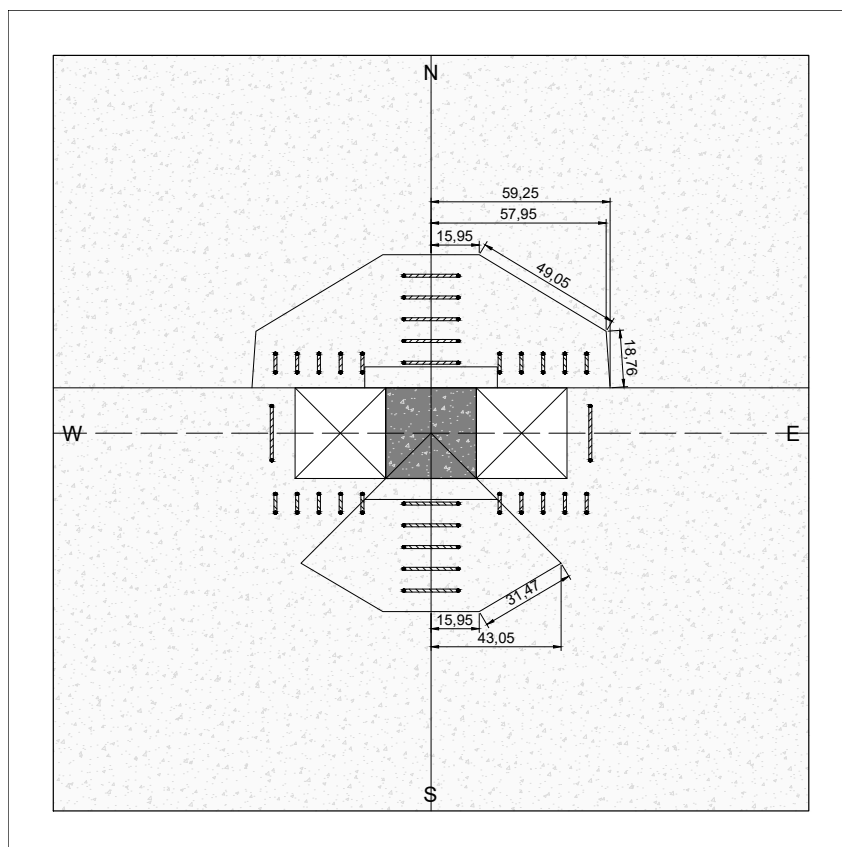


Figura A.14 – Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFE2

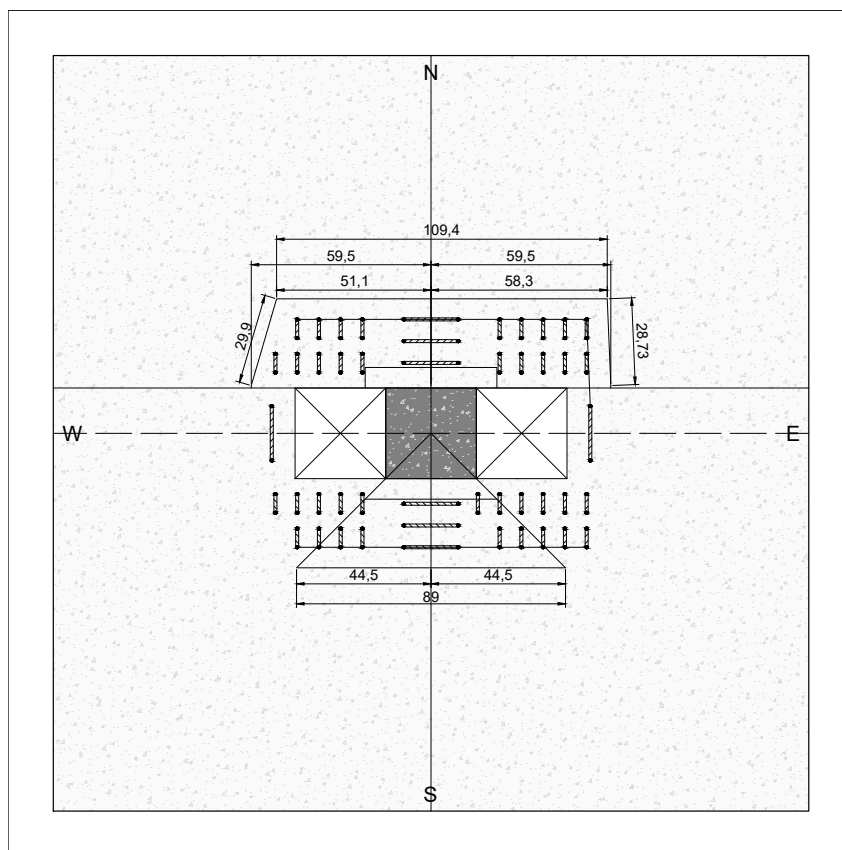


Figura A.15 – Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFE3

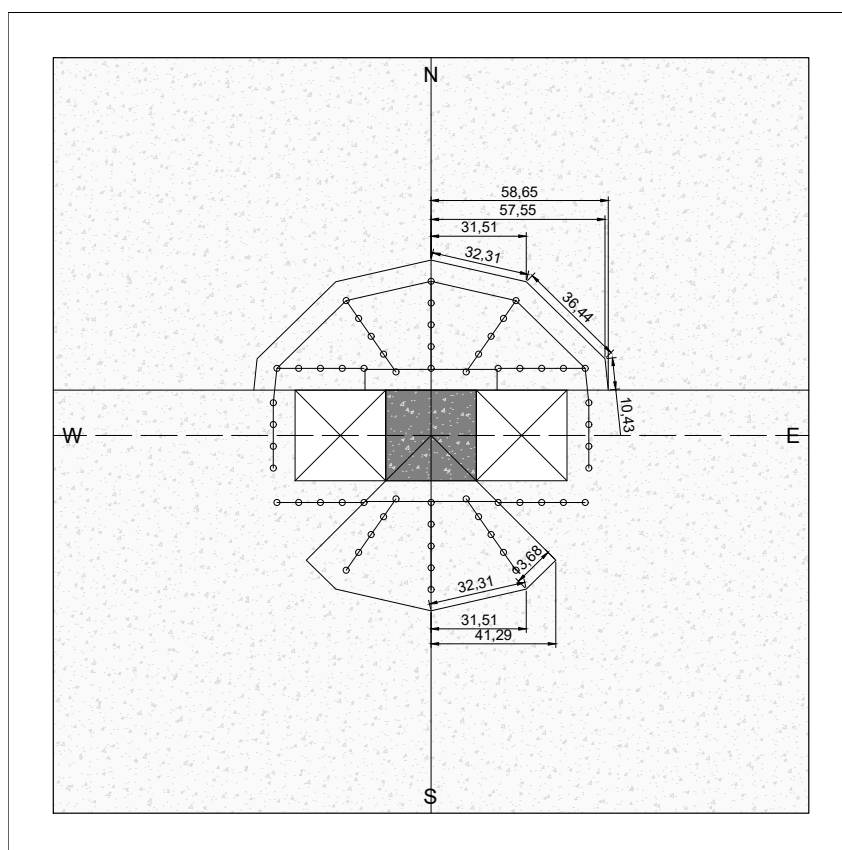


Figura A.16 – Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFS1

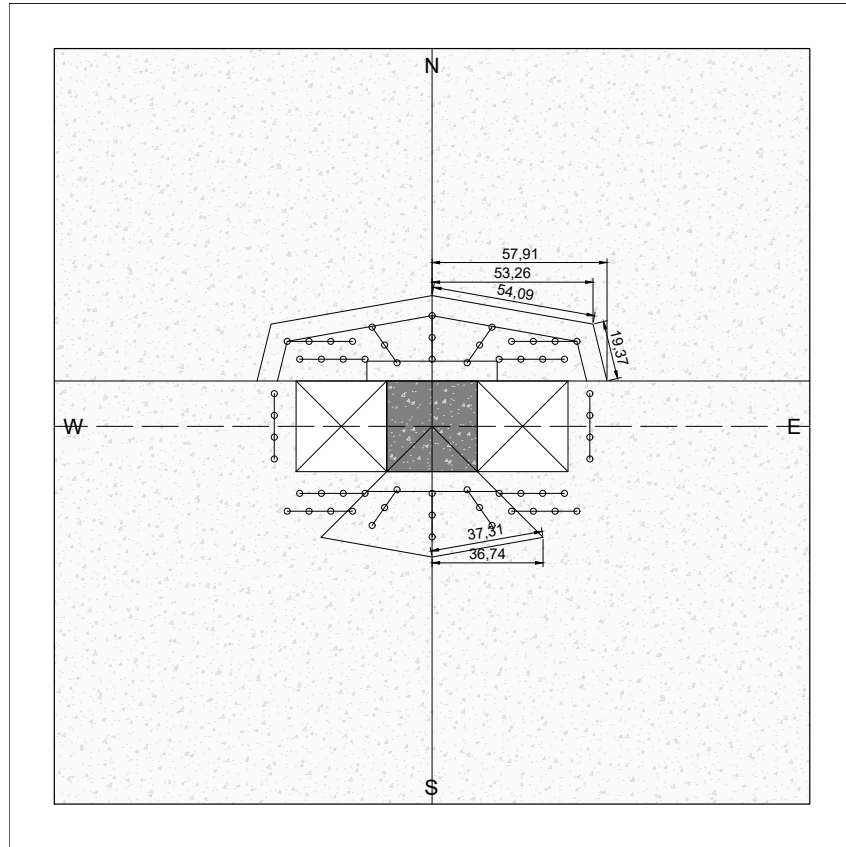


Figura A.17 – Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFS2

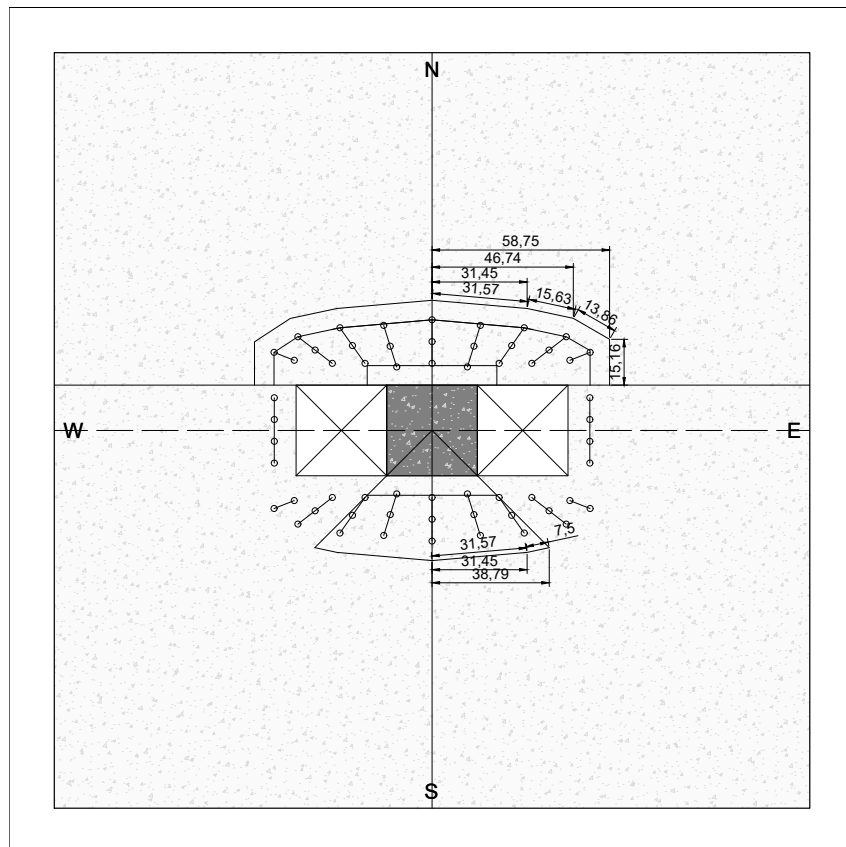


Figura A.18 – Perímetros externos segundo ACI 318-19 da laje LFS3

A.4 *fib* Model Code 2010

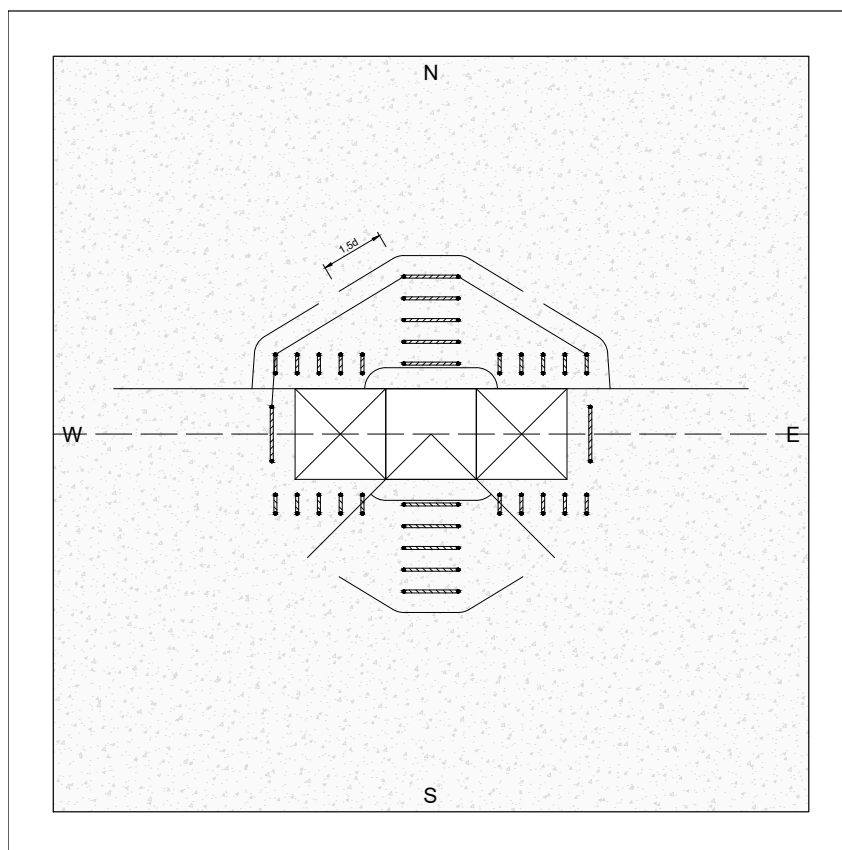


Figura A.19 – Perímetros externos segundo *fib* Model Code 2010 da laje LFE1

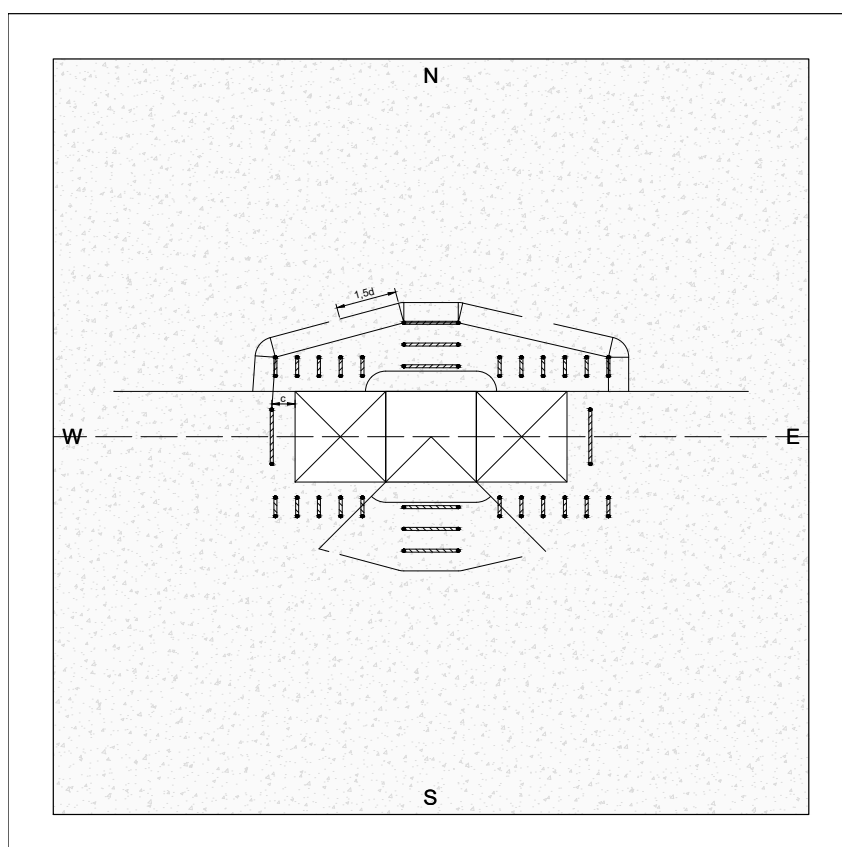


Figura A.20 – Perímetros externos segundo *fib* Model Code 2010 da laje LFE2

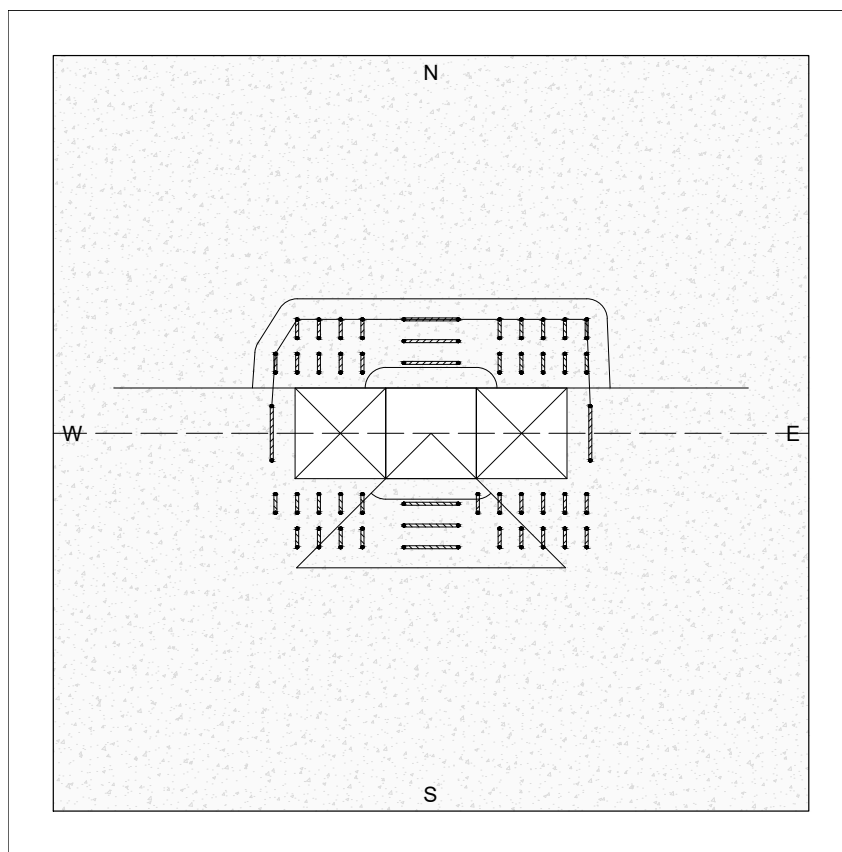


Figura A.21 – Perímetros externos segundo *fib* Model Code 2010 da laje LFE3

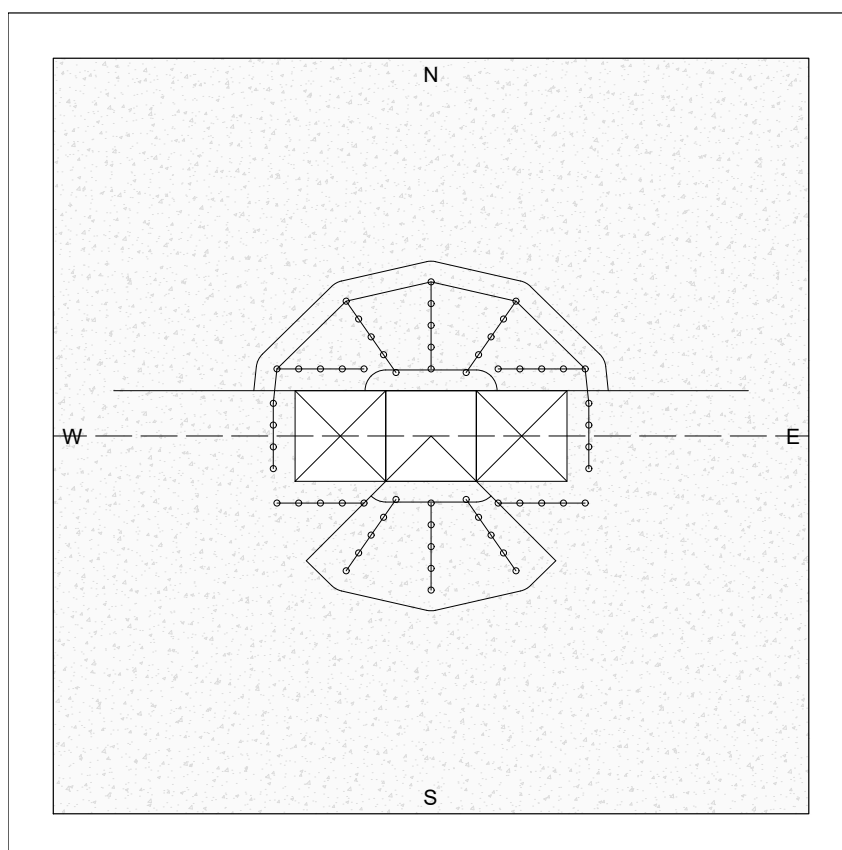


Figura A.22 – Perímetros externos segundo *fib* Model Code 2010 da laje LFS1

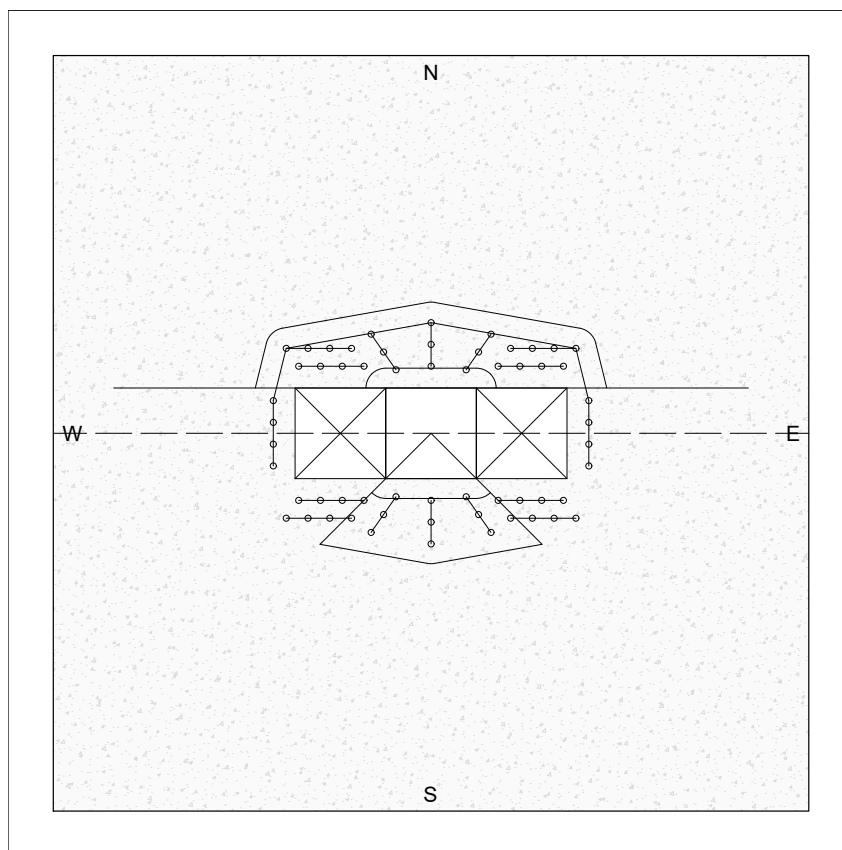


Figura A.23 – Perímetros externos segundo *fib* Model Code 2010 da laje LFS2

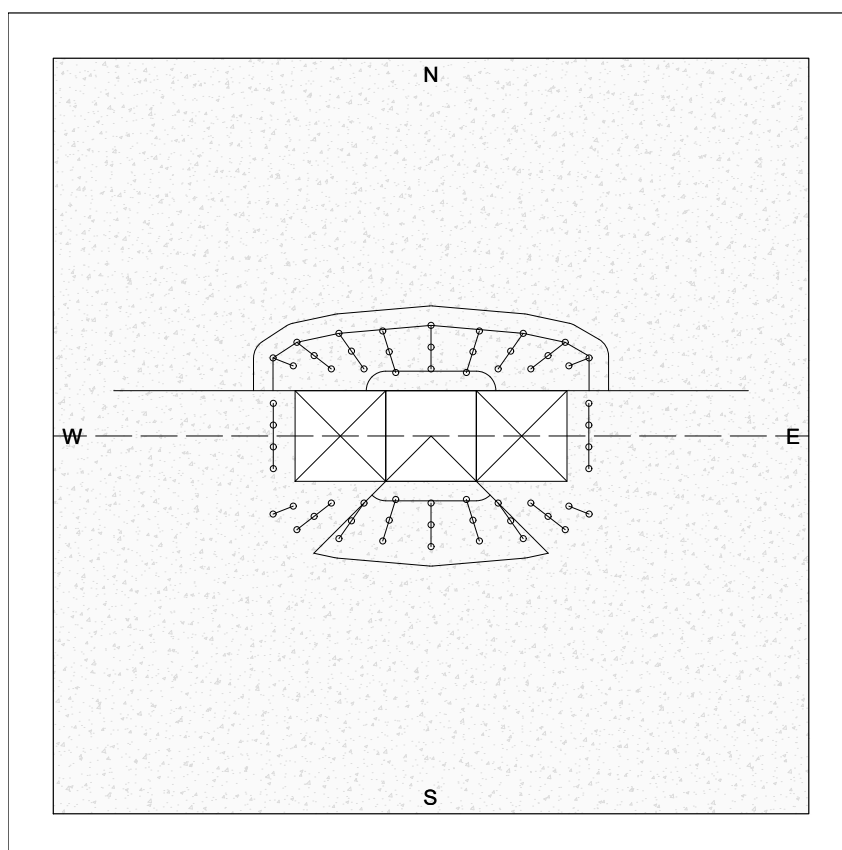


Figura A.24 – Perímetros externos segundo *fib* Model Code 2010 da laje LFS3