

**REFORÇO AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO  
UTILIZANDO COMPÓSITOS FRP**

**JONATHAS IOHANATHAN FELIPE DE OLIVEIRA**

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

BRASÍLIA/DF

ABRIL – 2024

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**REFORÇO AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO  
UTILIZANDO COMPÓSITOS FRP**

**JONATHAS IOHANATHAN FELIPE DE OLIVEIRA**

ORIENTADOR: GUILHERME SALES SOARES DE AZEVEDO MELO  
COORIENTADORA: EVA OLLER IBARS

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

BRASÍLIA/DF

ABRIL – 2024

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**REFORÇO AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO**  
**UTILIZANDO COMPÓSITOS FRP**

**JONATHAS IOHANATHAN FELIPE DE OLIVEIRA**

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARCIAIS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO POR:

---

Prof. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, D.Sc. (UnB)  
(Orientador)

---

Prof. Marcos Honorato de Oliveira, D.Sc. (UnB)  
(Examinador 1)

---

Prof. Maurício Pina Ferreira, D.Sc. (UFPA)  
(Examinador 2)

---

Prof. Américo Campos Filho, D.Sc. (UFGRS)  
(Examinador 3)

BRASÍLIA/DF, ABRIL DE 2024

## RESUMO

### REFORÇO AO CISALHAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO COMPÓSITOS FRP

**Autor:** Jonathas Iohanathan Felipe de Oliveira

**Orientador:** Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo

**Coorientador:** Eva Oller Ibars

**Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, abril de 2024**

O reforço de estruturas de concreto utilizando polímeros reforçados com fibra (FRP) é uma alternativa a técnicas convencionais, atrativa devido a elevada razão resistência-peso próprio, menor suscetibilidade à corrosão e versatilidade. O cisalhamento em vigas é um fenômeno complexo, para o qual ainda não existe um modelo de comportamento unânime, e a presença do reforço externo com FRP adiciona uma nova camada de complexidade ao problema. Nas situações de reforço em que a alma das vigas não é completamente envolvida, o descolamento do sistema FRP do substrato de concreto é o modo de falha predominante. O presente trabalho apresenta um estudo sobre os mecanismos resistentes em vigas de concreto armado reforçadas ao esforço cortante com sistemas FRP aderidos à superfície do concreto. Inicialmente, busca-se estimar as parcelas de contribuição à resistência ao esforço cortante advinda dos estribos internos, reforço externo FRP e concreto, baseado em dados experimentais. Em seguida, são apresentados modelos de normas e boletins técnicos, suas premissas e um comparativo de seu desempenho frente aos resultados obtidos experimentalmente. Um novo modelo para a previsão da capacidade resistente de membros reforçados é apresentado e seu desempenho comparado aos modelos existentes e resultados experimentais. Uma metodologia para a modelagem numérica de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP também é apresentada, e o modelo obtido é utilizado para estimativa das contribuições dos diferentes materiais à resistência das vigas. Finalmente, é apresentado um estudo sobre a utilização de redes neurais artificiais para a previsão da capacidade resistente dos elementos reforçados ao cisalhamento com FRP.

**Palavras-chave:** reforço estrutural, materiais compósitos, interação, elementos finitos, aprendizado de máquina.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	JUSTIFICATIVA.....	4
1.2	OBJETIVOS.....	5
<b>2</b>	<b>REFORÇO AO CISALHAMENTO COM FRP.....</b>	<b>7</b>
2.1	POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS.....	7
2.2	TÉCNICAS DE REFORÇO AO CISALHAMENTO COM FRP.....	8
2.3	MODELOS NORMATIVOS PARA ESTIMATIVA DA CAPACIDADE RESISTENTE.....	11
2.3.1	ACI 440.2R-17.....	11
2.3.2	Fib Bulletin 90.....	14
2.3.3	Fib Bulletin 90.....	16
2.4	APRENDIZADO DE MÁQUINA.....	20
2.4.1	Aprendizado supervisionado.....	20
2.4.2	Redes Neurais Artificiais.....	21
2.4.3	Verificação do desempenho.....	23
2.5	ESTADO DA ARTE.....	25
2.5.1	Investigações experimentais.....	25
2.5.1.1	<i>Trabalhos Realizados na Universidade de Brasília</i> .....	25
2.5.1.2	<i>Demais Trabalhos</i> .....	26
2.5.2	Modelos teóricos.....	29
2.5.3	Estudos Numéricos.....	32
2.5.4	Estudo com aprendizado de máquina.....	36
<b>3</b>	<b>INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL DAS PARCELAS DE CONTRIBUIÇÃO À RESISTÊNCIA .....</b>	<b>39</b>
3.1	CARACTERIZAÇÃO DOS ESPÉCIMES E ENSAIO.....	40
3.1.1	Geometria das vigas.....	40
3.1.2	Armaduras internas.....	41
3.1.3	Reforço Externo FRP.....	42
3.1.4	Característica das vigas.....	43
3.1.5	Caracterização dos Materiais.....	44
3.1.6	Instrumentação.....	46
3.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	47

3.2.1	Capacidade resistente e modos de falha.....	47
3.2.2	Capacidade resistente e modos de falha.....	52
3.2.3	Deformações nos estribos e FRP.....	54
3.3	PARCELAS DE CONTRIBUIÇÃO À RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE .....	57
3.3.1	Evolução das contribuições .....	58
3.3.2	Influência do tipo de reforço .....	60
3.4	ESTIMATIVAS NORMATIVAS PARA A CONTRIBUIÇÃO DO FRP .....	62
3.4.1	Comentários sobre o fib Bulletin 90 .....	65
4	MODELO PARA A PREVISÃO DA RESISTÊNCIA.....	68
4.1	MODELO PROPOSTO POR MARÍ-CLADERA .....	68
4.1.1	Considerações sobre as parcelas de resistência para seções retangulares	69
4.1.2	Expressões simplificadas para seções em forma de T.....	74
4.2	MODELO PROPOSTO KOTYNIA (2011) .....	75
4.2.1	Reforço por envolvimento parcial .....	75
4.2.2.1	<i>Caracterização geométrica</i> .....	76
4.2.2.2	<i>Máxima força resistida por uma faixa de FRP na eminência do desprendimento</i> .....	79
4.2.2.3	<i>Correção do módulo de elasticidade do FRP</i> .....	80
4.2.1	Resistência ao esforço cortante devido ao FRP.....	81
4.2.2.4	<i>Reforço por envolvimento completo</i> .....	81
4.2.2.5	<i>Reforço por envolvimento parcial</i> .....	82
4.3	PROPOSTA DE MODELO UNIFICADO .....	82
4.2.2	Parâmetros geométricos da seção transversal.....	84
4.2.3	Linha neutra .....	85
4.2.4	Inclinação da fissura crítica de cisalhamento.....	86
4.2.5	Contribuição dos estribos na resistência ao esforço cortante .....	87
4.2.6	Contribuição do FRP à resistência ao esforço cortante.....	90
4.2.7	Deformações espessura de abertura da fissura crítica de cisalhamento...	93
4.4	RESULTADOS.....	94
4.2.8	Análise de desempenho do modelo proposto .....	95
4.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	100
5	MODELAGEM NUMÉRICA .....	102
5.1	TRABALHOS EXPERIMENTAIS DE REFERÊNCIA.....	102

5.2	GEOMETRIA DAS VIGAS MODELADAS.....	103
5.3	VISÃO GERAL DO MODELO NUMÉRICO.....	103
5.4	MODELAGEM DOS MATERIAIS.....	104
5.4.1	<b>Concreto</b> .....	105
5.4.2	<b>Aço das armaduras</b> .....	108
5.4.3	<b>Aço das placas de apoio, carga e ancoragem</b> .....	108
5.4.4	<b>FRP</b> .....	109
5.4.5	<b>Interface aço-concreto</b> .....	109
5.4.6	<b>Interface entre concreto e as armaduras</b> .....	109
4.2.1	<b>Interface entre o concreto e o FRP</b> .....	111
5.5	MODELAGEM DA GEOMETRIA.....	112
5.5.1	<b>Concreto e placas de apoio, carregamento e ancoragem</b> .....	112
5.5.2	<b>Armaduras Internas de Aço</b> .....	113
5.5.3	<b>Reforço Externo FRP</b> .....	114
5.6	FASES DE ANÁLISE.....	115
5.7	ANÁLISE E SOLUÇÃO NUMÉRICA.....	116
5.8	DADOS DE ENTRADA PARA AS VIGAS ANALISADAS.....	116
5.9	RESULTADOS.....	119
5.9.1	<b>Esforço cortante-deslocamento no meio do vão e padrão de fissuração</b> ..	119
5.9.2	<b>Deformações no FRP e estribos</b> .....	123
5.9.3	<b>Tensões de aderência entre FRP e concreto</b> .....	126
5.10	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	130
<b>6</b>	<b>ESTIMATIVA DA CAPACIDADE RESISTENTE VIA APRENDIZADO DE MÁQUINA</b> .....	<b>132</b>
6.1	PARÂMETROS DE PROJETO.....	132
6.2	VALIDAÇÃO DA ARQUITETURA E TREINAMENTO DOS MODELOS..	133
6.3	VARIÁVEIS DE PROJETO.....	134
6.4	BANCO DE DADOS.....	135
6.5	CARACTERÍSTICAS DOS BANCOS DE DADOS.....	135
6.6	RESULTADOS.....	137
6.6.1	<b>Cenário I – Incremento de resistência devido ao FRP, <math>V_f</math></b> .....	137
6.6.2	<b>Cenário II – Resistência total do membro reforçado com FRP, <math>V_u</math></b> .....	140
6.6.3	<b>Cenário III – Incremento relativo da resistência, <math>V_f/V_{unst}</math></b> .....	145
6.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	147

<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>149</b>
7.1	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	152



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Propriedades típicas das fibras utilizadas no FRP e de aço. Fonte: fib bulletin 90, (2019). .....	8
Tabela 2.2 – Propriedades típicas de tiras de CFRP e comparação com o aço estrutural. Fonte: fib bulletin 90, (2019).....	8
Tabela 3.1 – Características das vigas ensaiadas e propriedades do concreto.....	45
Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas das armaduras obtidas a partir de ensaios experimentais.....	46
Tabela 3.3 – Propriedades mecânicas do CFRP segundo o fornecedor.....	46
Tabela 3.4 – Resumo dos resultados experimentais .....	48
Tabela 3.5 – Contribuições à resistência no ponto de máxima contribuição conjunta do FRP e estribos. ....	59
Tabela 3.6 – Contribuições à resistência no ponto de máxima contribuição conjunta do FRP e estribos. ....	59
Tabela 3.7 – Contribuições à resistência no ponto de máxima contribuição conjunta do FRP e estribos. ....	60
Tabela 3.8 – Comparação dos resultados experimentais com os modelos normativos. .	63
Tabela 3.9 – Valores para o fator $kR$ em função do raio de suavização da seção. ....	65
Tabela 3.10 – Resultados estimados para viga A5-2P-U90-1 pelo Fib Bulletin 90 (com diferentes valores de $k_r$ ) e Fib Bulletin 14.....	66
Tabela 4.1 – Resumo das equações adimensionais simplificadas propostas por Marí et al. (2015) para seções retangulares.....	74
Tabela 4.2 – Resumo das equações adimensionais simplificadas propostas por Marí et al. (2015) para seções T.....	75
Tabela 4.3 – Valores de referência para os parâmetros $k_1$ e $k_2$ .....	81
Tabela 5.1– Resumo das propriedades das vigas modeladas numericamente. ....	103
Tabela 5.2 – Equações utilizadas no cálculo das propriedades mecânicas do concreto. ....	108
Tabela 5.3 – Parâmetros utilizados na construção da curva aderência-deslizamento. Fonte: adaptado de Fib Model Code (2010). ....	110
Tabela 5.4 – Parâmetros utilizados para a modelagem do concreto. ....	116
Tabela 5.5 – Parâmetros utilizados modelagem das armaduras. ....	117
Tabela 5.6 – Parâmetros utilizados na modelagem da interface concreto-armaduras. .	117

Tabela 5.7 – Parâmetros utilizados na modelagem da interface concreto-FRP.....	118
Tabela 5.8 – Resistências ao cortante obtidas experimental, numérica e analiticamente. .....	123
Tabela 6.1 – Resumo dos principais parâmetros do banco de dados.....	136
Tabela 6.2 – Desempenho da RNA proposta no Cenário I para os dados de teste.....	139
Tabela 6.3 – Comparação do desempenho das normativas e da RNA proposta para o Cenário I para todos os dados.....	140
Tabela 6.4 – Desempenho da RNA proposta no Cenário II para os dados de teste.....	143
Tabela 6.5 – Comparação do desempenho das normativas e da RNA proposta para o Cenário II para todos os dados. ....	144
Tabela 6.6 – Desempenho da RNA proposta no Cenário III para os dados de teste. ...	147

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Tipos de reforço ao cisalhamento com FRP.....	8
Figura 2.2 – Exemplo de desprendimento em viga reforçada ao cisalhamento com mantas de CFRP. Fonte: Salles Neto (2000).....	9
Figura 2.3 – Exemplos de ancoragem em reforço por tiras de FRP. Fonte: fib Bulletin 90 (2019). ....	10
Figura 2.4 – Referência para o desenvolvimento da equação para determinação da tensão efetiva no caso do desprendimento do FRP. Fonte: adaptado de Fib Bulletin 90 (2019). ....	18
Figura 2.5 – Esquema de uma rede neural.....	21
Figura 2.6 – Interação entre neurônios artificiais de camadas diferentes.....	22
Figura 2.7 – Representação esquemática da função de ativação ReLU. ....	22
Figura 3.1 – Representação esquemática do ensaio e dimensões dos espécimes (dimensões em mm). ....	41
Figura 3.2 – Detalhamento das armaduras internas de aço (dimensões em mm).....	42
Figura 3.3 –Representação esquemática dos tipos de reforço CFRP (dimensões em mm). ....	43
Figura 3.4 – Representação esquemática da instrumentação das vigas (dimensões em mm).....	47
Figura 3.5 – Vigas de Referência. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002). ....	50
Figura 3.6 – Vigas com reforço em forma de U. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002).....	50
Figura 3.7 – Vigas com reforço em forma de U com ancoragem adicional. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002).....	51
Figura 3.8 – Vigas por envolvimento completo. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002).....	51
Figura 3.9 – Comportamento Esforço cortante-deslocamento no meio do vão para as vigas de referência. ....	52
Figura 3.10 – Comportamento esforço cortante-deslocamento no meio do vão para as vigas com reforço em forma de U, sem e com estribos.....	53
Figura 3.11 – Esforço Cortante-deslocamento no meio do vão das vigas com reforço em forma de U e ancoragem adicional. ....	53

Figura 3.12 – Esforço cortante-deslocamento no meio do vão para as vigas reforçadas por envolvimento completo. ....	54
Figura 3.13 – Deformações nos estribos e faixas de FRP (vigas com reforço em forma de U).....	55
Figura 3.14 – Deformações nos estribos e faixas de FRP (vigas com reforço em forma de U com ancoragem adicional).....	55
Figura 3.15 – Deformações nos estribos e faixas de FRP (vigas com reforço por envolvimento completo com falha por flexão).....	56
Figura 3.16 – Deformações nos estribos e faixas de FRP (vigas com reforço por envolvimento completo com falha por cisalhamento).....	56
Figura 3.17 – Evolução das contribuições à resistência (influência do tipo de reforço).	61
Figura 3.18 – Evolução das contribuições à resistência (influência do tipo de reforço).	64
Figura 4.1 – Representação esquemática dos mecanismos resistentes. Fonte: Cladera <i>et al.</i> (2015) .....	69
Figura 4.2 – Representação esquemática das variáveis consideradas no modelo. Fonte: Cladera <i>et al.</i> (2015).....	69
Figura 4.3 – Distribuições de tensões consideradas na seção crítica. Fonte: Cladera <i>et al.</i> (2015). ....	70
Figura 4.4 – Tensões de tração ao longo da fissura de cisalhamento. Fonte: Cladera <i>et al.</i> (2015). ....	70
Figura 4.5 – a) Comportamento idealizado para o concreto tracionado ao longo da fissura; b) compatibilidade de deformações ao longo da fissura crítica de cisalhamento. Fonte: Cladera <i>et al.</i> (2015).....	71
Figura 4.6 – Representação esquemática da flexão nas armaduras longitudinais em decorrência da abertura da fissura crítica. Fonte: Cladera <i>et al.</i> (2015).....	71
Figura 4.7 – Contribuição da armadura transversal para o esforço cortante. ....	72
Figura 4.8 – Parâmetros considerados para a avaliação do equilíbrio da região da fissura crítica. Fonte: Cladera <i>et al.</i> (2015).....	72
Figura 4.9 – Representação esquemática do critério de ruptura de Kupfer. Fonte: Cladera <i>et al.</i> (2015). ....	73
Figura 4.10 – Representação esquemática dos comprimentos de ancoragem disponíveis em ambos os lados da fissura crítica de cisalhamento. Fonte: Kotynia (2011).....	76
Figura 4.11 – Fluxograma do modelo unificado. ....	84
Figura 4.12 – Seção transversal padrão para aplicação do Método Unificado.....	84

Figura 4.13 – Representação esquemática da posição dos estribos ao longo da fissura crítica. ....	87
Figura 4.14 – Detalhe da compatibilidade de deformações ao longo da fissura. ....	88
Figura 4.15 – Representação esquemática da posição do FRP ao longo da fissura crítica. ....	90
Figura 4.16 – Comportamento adotado para uma tira de FRP no modelo proposto. ....	92
Figura 4.17 – a) Representação esquemática de curvas de contribuição à resistência e b) da superfície de resposta da contribuição conjunta do FRP e estribos. ....	94
Figura 4.18 – Interface do programa <i>FRP Lab</i> . ....	95
Figura 4.19 – Correlação entre os resultados obtidos pelo modelo proposto e dados experimentais para a resistência total dos elementos. ....	96
Figura 4.20 – Desempenho do modelo proposto em função do tipo de reforço para (a) a resistência total dos elementos e (b) contribuição do FRP. ....	97
Figura 4.21 – Comparação de desempenho do modelo proposto frente à modelos normativos para a resistência total ao cisalhamento. ....	98
Figura 4.22 – Comparação de desempenho do modelo proposto frente à modelos normativos para a contribuição do reforço FRP ao cisalhamento. ....	99
Figura 5.1– Detalhe das armaduras e reforço FRP para a viga A5-2P-U90-1. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000). ....	103
Figura 5.2 – Representação esquemática dos modelos em Elementos Finitos elaborados no <i>software</i> Diana. ....	104
Figura 5.3 – Comportamento do concreto à tração adotado. Fonte: adaptado de DIANA FEA BV (2021). ....	106
Figura 5.4 – Comportamento do concreto à compressão adotado. Fonte: adaptado de Diana FEA BV (2021). ....	107
Figura 5.5 – Curva adotada para o comportamento normal da interface de contato entre o concreto e placas de apoio. Fonte: adaptado de Putter (2020). ....	109
Figura 5.6 – Curva aderência-deslizamento adotada para a interface entre concreto e armaduras. Fonte: adaptado de Fib Model Code (2010). ....	110
Figura 5.7 – Elemento CQ16M. Fonte: adaptado de Diana FEA BV (2021). ....	112
Figura 5.8 – Elemento <i>bond-slip reinforcements</i> . Fonte: adaptado de Diana FEA BV (2021). ....	113
Figura 5.9 – Diferentes estratégias para a modelagem numérica do FRP. ....	115

Figura 5.10 – Curva representativa do comportamento para aderência entre concreto e armaduras.....	118
Figura 5.11– Curva representativa do comportamento para aderência entre concreto e FRP. ....	119
Figura 5.12 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga A5-2P-U90-1.....	120
Figura 5.13 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga A6-2P-U90-2.....	121
Figura 5.14 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga B4-2P-U90-3.....	121
Figura 5.15 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga A7-2P-U45-1.....	122
Figura 5.16 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga A8-2P-U45-1.....	122
Figura 5.17 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga A5-2P-U90-1.....	124
Figura 5.18 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga A6-2P-U90-2.....	124
Figura 5.19 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga A7-2P-U45-1.....	125
Figura 5.20 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga A8-2P-U45-1.....	125
Figura 5.21 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga B4-2P-U90-3.....	126
Figura 5.22 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga A5-2P-U90-1..	127
Figura 5.23 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga A6-2P-U90-2..	127
Figura 5.24 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga A7-2P-U45-1..	128
Figura 5.25 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga A8-2P-U45-1..	128
Figura 5.26 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga B4-2P-U90-3..	129
Figura 6.1 – Valores da RMSE em função da quantidade de neurônios da 1ª e 2ª camadas ocultas para o Cenário I.....	137
Figura 6.2 – Valores da RMSE durante o treinamento da RNA para o Cenário I.....	138
Figura 6.3 – Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA para o Cenário I para os dados de teste.....	138

Figura 6.4 – Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA para o Cenário I para os dados de teste. ....	140
Figura 6.5 – Valores da RMSE em função da quantidade de neurônios da 1ª e 2ª camadas ocultas para o Cenário II.....	141
Figura 6.6 – Valores da RMSE durante o treinamento da RNA para o Cenário II.....	142
Figura 6.7 – Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA para o Cenário II para os dados de teste. ....	142
Figura 6.8 - Comparação entre os resultados dos modelos normativos e os obtidos pela RNA no Cenário II ( <i>Vu</i> ) para todos os dados.....	143
Figura 6.9 - Valores da RMSE em função da quantidade de neurônios da 1ª e 2ª camadas ocultas para o Cenário III. ....	145
Figura 6.10 – Valores da RMSE durante o treinamento da RNA para o Cenário III. ..	146
Figura 6.11 – Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA no Cenário III para os dados de teste.....	146

## 1 INTRODUÇÃO

Os polímeros reforçados com fibras (PRF ou FRP, sigla em inglês para *fiber-reinforced polymer*) compõem uma família de materiais compósitos. Estes têm sido empregados no reforço de estruturas como alternativa aos materiais tradicionais, tais como aço e concreto. A composição desses materiais resulta na combinação de fibras incorporadas em uma matriz polimérica. Nessa composição, as fibras têm a função primordial de suportar as cargas, enquanto a matriz é responsável pela transferência das cargas entre as fibras.

Devido à sua elevada relação resistência/peso, rigidez/peso, baixa susceptibilidade à corrosão e versatilidade (Oller *et al.*, 2018; ACI 440.2R, 2017; fib Bulletin 90, 2019), o FRP se tornou atraente para o uso como material de reforço de estruturas, especialmente de concreto armado. Estes materiais são particularmente atraentes quando há limitações arquitetônicas que inviabilizam o aumento das dimensões do elemento a ser reforçado. Pela sua leveza e elevada resistência à tração, são geralmente utilizados em pequenas espessuras, da ordem de 1 mm, resultando em pequeno ou nenhum aumento de seção. Outra aplicação comum do FRP está no reforço de estruturas em ambientes corrosivos ou onde o impacto econômico da interrupção de seu uso seja um critério importante, pois o reforço com FRP usualmente permite a liberação para o uso das estruturas em tempos inferiores às técnicas usuais.

O reforço de estruturas de concreto armado utilizando o FRP ocorre com este trabalhando sob tração, sendo usualmente recomendado desprezar sua capacidade à compressão (FIB BULLETIN 90, 2019; ACI 440.2R-17, 2017). As formas comuns de reforço de elementos de concreto armado com FRP incluem: reforço à flexão de vigas e lajes, reforço ao cisalhamento de vigas, reforço à punção em lajes e reforço de pilares por confinamento lateral. Dentre estas, o reforço de vigas utilizando FRP aderido à superfície de concreto (EBR, sigla em inglês para *Externally Bonded Reinforcement*, ‘armadura externamente aderida’, em tradução livre).

O comportamento de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP é um tema ainda em aberto, com muitos aspectos deste sistema por definir. O comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado, mesmo sem reforço, é um tópico complexo, pois a resistência a esta solicitação ocorre por meio da interação entre diferentes mecanismos resistentes provenientes



do concreto e aço das armaduras internas. Com a introdução do reforço com FRP, um terceiro material é inserido neste sistema, aumentando ainda mais sua complexidade.

Nos reforços com FRP pode ocorrer o fenômeno do descolamento<sup>1</sup> (*debonding*, na literatura em língua inglesa), que pode levar à falha de todo o sistema de reforço. Esta é uma das grandes desvantagens técnicas do sistema, além da necessidade de proteção contra incêndios e vandalismo, e o seu ainda elevado custo de implementação (quando comparado a outras técnicas convencionais). Ancoragens adicionais podem ser utilizadas para evitar ou retardar o descolamento prematuro, bem como a utilização do reforço FRP envolvendo completamente a seção transversal do elemento reforçado.

Uma questão ainda indefinida reside nos modelos teóricos para estimar a resistência ao cisalhamento dos elementos reforçados. A maioria dos modelos adotados pelas normas e recomendações técnicas (ACI 440.2R-17, 2017; fib Bulletin 14, 2001; fib Bulletin 90, 2019; JSCE 23, 1997; CNR-DT 200/2004) aborda o problema de maneira semelhante à estimativa de carga das estruturas de concreto não reforçadas, isto é, por meio de modelos de treliças idealizadas. Embora os documentos mencionados tratem especificamente do reforço FRP, nesses modelos, a resistência total ao cortante usualmente se dá pela soma da resistência do elemento não-reforçado e a resistência adicional devido ao reforço FRP.

A resistência do concreto é geralmente associada àquela que provoca a fissura diagonal crítica de cisalhamento (ACI 318-19, 2019; Wight, 2016), sendo, portanto, comumente relacionada à resistência à tração do concreto. A parcela resistida pelo aço é frequentemente obtida considerando que as armaduras transversais irão escoar no momento da falha, algo que não necessariamente ocorre nos elementos reforçados. A contribuição do reforço FRP, por sua vez, depende de deformações específicas efetivas que se desenvolverão no material, as quais dependem das características do sistema de reforço e dos materiais empregados nele. Nestes modelos, as interações entre os materiais não são consideradas de forma explícita, sendo cada uma das contribuições de resistência independentes uma das outras, o que pode não ser adequado em alguns casos.

---

<sup>1</sup> No presente trabalho é utilizada a nomenclatura 'descolamento' para se referir a qualquer processo de separação do FRP do substrato do concreto.

Estudos sugerem que existe uma interação entre os materiais que influencia suas contribuições para a resistência total do membro reforçado (Colotti, 2013; Oller *et. al.*, 2019; Pardo *et. al.*, 2019; Chen, Chen e Teng, 2012). Um estudo mais detalhado investigando a interação entre as parcelas resistentes – e os fatores que as influenciam – poderia contribuir na construção de um modelo teórico que melhor representasse o comportamento de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP. Isso, por sua vez, poderia refletir em um aumento da segurança e economia na aplicação desses sistemas.

Estudos experimentais, análises numéricas, avaliações da confiabilidade dos modelos teóricos e uso de técnicas de aprendizado de máquina estão entre as estratégias utilizadas para o estudar o comportamento desse sistema de reforço e para estimar a sua capacidade resistente.

Os programas experimentais permitem a investigação direta do comportamento dos elementos reforçados e geram dados que são utilizados para construção e validação de modelos teóricos. Através de ensaios, é possível inferir a variação da capacidade resistente dos elementos reforçados, obter dados que auxiliam no melhor entendimento do comportamento mecânico e testar hipóteses formuladas em trabalhos teóricos. A maioria dos trabalhos existentes estima a contribuição do reforço FRP indiretamente, através da diferença entre as capacidades resistentes de modelos semelhantes com e sem reforço. No entanto, são poucos os trabalhos experimentais que buscam estimar a contribuição individual dos materiais envolvidos na resistência dos elementos reforçados.

Análises computacionais, principalmente utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), são realizadas com o objetivo de se obter um modelo representativo do comportamento de elementos reforçados. Dessa forma, esses modelos podem ser explorados e produzir resultados que complementem descobertas experimentais. Com um modelo computacional representativo, é possível contribuir para um melhor entendimento sobre os diferentes mecanismos envolvidos de maneira mais eficiente e menos dispendiosa – tanto em termos financeiros como de tempo – que campanhas experimentais. A elaboração de um modelo representativo para vigas reforçadas com FRP é um desafio devido às diversas fontes de não-linearidades presentes em sua análise. Em particular, a modelagem adequada do descolamento do FRP do substrato de concreto.

Recentemente, técnicas de aprendizado de máquina têm sido empregadas para estimar a resistência de elementos reforçados com FRP, conforme pode ser visto nos trabalhos de Abuodeh, Abdalla e Hawileh (2020), Rahman, Arafin e Muntasir Billah (2023), Sandeep *et al.* (2023), Taghipour Anvari, Babanajad e Gandomi (2023). Nestas, modelos (de regressão, por exemplo) são treinados a partir de dados observados (experimentais) que contém as características dos corpos de prova (por exemplo, dimensões das vigas, resistências dos materiais, características do reforço etc.) e os resultados associados a estes (por exemplo, carga última, carga de início de escoamento dos estribos, carga de descolamento etc.). Uma vez treinado e adequadamente calibrado, esse modelo é capaz de fazer previsões em dados jamais observados e servir como uma modelo substituto (*surrogate model*, no inglês) para testes experimentais e análises numéricas.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

O cisalhamento em elementos de concreto armado é, por si só, um fenômeno complexo e ainda é um campo de pesquisa aberto. Quando reforçadas ao cisalhamento com FRP, outras complexidades são introduzidas ao comportamento. O FRP é um material que apresenta um comportamento linear-elástico até sua ruptura, que ocorre de maneira frágil, sem escoamento (ACI 440-2R, 2017; fib Bulletin 90, 2019). Além disso, em muitos casos, o reforço FRP falha precocemente devido ao seu descolamento do substrato de concreto, impedindo que ele atinja sua capacidade resistente (Eslami *et al.*, 2020, Mosallam e Banerjee, 2007; Oller *et al.*, 2018). Embora normas e recomendações existentes (por exemplo, ACI 440-2R, 2017; fib Bulletin 90, 2019; CNR-DT 200, 2004) tentem prever o descolamento, este fenômeno é cercado por incertezas e, por essa razão, não há consenso entre os métodos de previsão de sua ocorrência e da capacidade resistente de membros onde este fenômeno ocorre.

A utilização de ancoragens e mecanismos com o objetivo de retardar o fenômeno do descolamento tem sido objeto de estudo. Pesquisas experimentais indicam que o uso dessas técnicas pode atrasar o descolamento, embora ainda seja difícil prever sua eficiência (Khalifa e Nanni, 2002; Kachlakev e Mccurry, 2000; Oller *et al.*, 2018; Araújo, 2002; Silva Filho, 2001; Eslami *et al.*, 2020; Mosallam e Banerjee, 2007).

Além disso, ainda não há um consenso sobre a contribuição de cada um dos materiais (concreto, aço e FRP) na resistência ao cisalhamento das vigas reforçadas com FRP. Sabe-se que, quando utilizado no reforço de concreto armado, o FRP altera o estado de tensões das armaduras internas (Chen *et al.*, 2011; Carolin e Täljsten, 2005; Pellegrino e Modena, 2008; Monti e Liota, 2007; Oller *et al.*, 2018). Assim, as parcelas de resistência atribuídas a cada um dos materiais são alteradas por sua presença e são difíceis de prever (Monti e Liota, 2007).

Embora existam indícios de que a parcela do concreto tenda a permanecer constante, a interação entre os estribos e o FRP utilizado como armadura externa ainda não é clara (Oller *et al.*, 2018). Em particular, a interação entre o FRP e a armadura interna de cisalhamento já foi estudada por meio de programas experimentais e propostas de modelos racionais para a consideração deste fenômeno por Colotti (2013), Chaallal e Bousselham (2008), Chen, Teng e Chen (2010), Li, Diagana e Delmas (2001) e Pellegrino e Modena (2002).

As questões ainda não resolvidas são de fundamental importância para o projeto de reforço de estruturas utilizando o FRP. O entendimento sobre a interação entre os materiais, a previsão da ocorrência do descolamento ou sua completa extinção são pontos cruciais durante a concepção de uma estratégia de reforço utilizando FRP. Considerando que um melhor entendimento e representação desta interação permite um melhor aproveitamento dos materiais e, conseqüentemente, a concepção de projetos mais seguros e econômicos, estudos que possam contribuir na redução das incertezas envolvidas em projetos de reforço utilizando FRP terão grande impacto na recuperação de estruturas de obras de infraestrutura, como pontes, viadutos, torres eólicas, túneis e construções civis.

Por fim, é importante destacar que o Brasil ainda não possui qualquer tipo de regulamentação sobre a utilização do FRP. Os resultados deste trabalho podem, por tanto, contribuir para a difusão do tema no meio técnico-científico e para um futuro documento normativo.

## 1.2 OBJETIVOS

Esta pesquisa tem como objetivo estudar, sob diferentes perspectivas, o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento com FRP aderido externamente. O estudo busca atingir os seguintes objetivos específicos:

- Introduzir e aplicar uma metodologia para estimar as parcelas das contribuições à resistência ao esforço cortante provenientes do FRP, estribos e concreto, com base em resultados experimentais;
- Avaliar a influência do tipo de reforço na resistência, deformações específicas e parcelas de contribuição;
- Realizar um levantamento e estudo dos modelos teóricos para a previsão de carga última e comportamento mecânico;
- Propor um modelo analítico para a estimativa da resistência de membros reforçados ao esforço cortante com FRP aderido à superfície, que leve em consideração a possibilidade de não-escoamento das armaduras transversais e o descolamento progressivo do FRP em função da abertura de fissura da fissura de cisalhamento;
- Modelar, calibrar e validar modelos numéricos em Elementos Finitos que se aproximem do comportamento mecânico observado em ensaios experimentais, contemplando as diferentes fontes de não-linearidades e que permitam considerar o descolamento do FRP;
- Montar e realizar tratamento estatístico de um banco de dados com resultados experimentais de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP presentes na literatura científica;
- Treinar, calibrar e validar modelos de aprendizado de máquina para a estimativa da capacidade resistente de elementos reforçados com FRP utilizando Redes Neurais Artificiais.

Espera-se que, ao atingir esses objetivos, os fatores que influenciam comportamento das vigas com reforço externo FRP sejam melhor compreendidos e que os resultados obtidos contribuam no avanço do estado da arte relacionadas à consideração da interação em modelos teóricos para a previsão de carga última nas vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP.

## 2 REFORÇO AO CISALHAMENTO COM FRP

O reforço de estruturas de concreto armado com FRP tem se mostrado uma alternativa às técnicas tradicionais, como o reforço com chapas metálicas e aumento da seção transversal com concreto. O reforço ao cisalhamento pode ser necessário em diversas situações, incluindo: aumento da capacidade resistente ao cisalhamento, deficiência das armaduras de cisalhamento existentes, readequação de estruturas (especialmente em zonas de ocorrência de sismos), retardamento ou prevenção do descolamento de reforço longitudinal com FRP e atendimento a novas solicitações decorrentes do reforço à flexão.

### 2.1 POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRAS

Como já fora mencionado, o FRP é um material compósito obtido pelo uso de fibras em uma matriz em resina polimérica (ACI 440-2R, 2019), onde as fibras têm a função de resistir aos esforços e a matriz transfere os esforços entre estas. As fibras podem ser impregnadas na matriz no momento de seu posicionado no local do reforço (curadas *in situ*) ou impregnadas *a priori* (pré-curadas). O sistema FRP, por sua vez, é o conjunto formado pela utilização do FRP (fibras e matriz), preparadores de superfície, adesivos, concreto ao qual está aderido e camadas de acabamento.

As fibras mais frequentemente utilizadas para produção dos FRP são o carbono (CFRP), vidro (GFRP), basalto (BFRP) e aramida (AFRP). O FRP pode ser fornecido em várias formas, como mantas com fibras distribuídas em uma direção (*sheets*), tecidos com fibras distribuídas em múltiplas dimensões (*fabrics*), tiras (*strips*), perfis pultrudados e barras. As mantas e tecidos são usualmente curados *in situ*, enquanto as tiras, barras e perfis são comumente laminados.

As fibras têm grande influência nas características do FRP. As características mecânicas do FRP variam com o tipo da fibra utilizada, suas dimensões e características mecânicas, a fração de fibra em relação à matriz, entre outros. A Tabela 2.1 apresenta as propriedades típicas das fibras utilizadas para a obtenção do FRP. Já na Tabela 2.2, as propriedades de tiras pré-fabricadas de CFRP são apresentadas junto às características do aço estrutural apenas para efeito de comparação.

Tipo da Fibra	Material	Módulo de Young (GPa)	Resistência à Tração (MPa)	Deformação específica de ruptura (%)
Carbono	Alta resistência	215-235	3500-4800	1,4-2,0
	Ultra Alta resistência	215-235	4800-6000	2,0-2,3
	Alto módulo	350-500	2500-3100	0,5-0,9
	Ultra alto módulo	500-700	2100-2400	0,2-0,4
Vidro	Tipo “E”	70	1900-3000	3,0-4,5
	Tipo “S”	85-90	3500-4800	4,5-5,5
Aramida	Baixo módulo	70-80	3500-4100	4,3-5,0
	Alto módulo	155-130	3500-4000	2,5-3,5
Basalto	-	90-90	2500-3200	3,0-3,5
Aço	-	185	3070	1,7

Tabela 2.1 – Propriedades típicas das fibras utilizadas no FRP e de aço. Fonte: fib bulletin 90, (2019).

Tipo da Fibra	Material	Módulo de Young (GPa)	Resistência à Tração (MPa)	Deformação específica de ruptura (%)
Tiras pré-fabricadas de CFRP	Baixo módulo	170	2800	1,6
	Módulo médio	210	2800	1,6
	Alto módulo	300	1300	0,5
-	Aço Estrutural	200	400	25*

Deformação específica de escoamento = 0,2 %.

Tabela 2.2 – Propriedades típicas de tiras de CFRP e comparação com o aço estrutural. Fonte: fib bulletin 90, (2019).

## 2.2 TÉCNICAS DE REFORÇO AO CISALHAMENTO COM FRP

Os reforços ao cisalhamento de vigas de concreto armado com FRP são usualmente por envolvimento completo da seção com mantas de FRP (F, *fully-wrapped*), por envolvimento parcial da seção em forma de “U” (U), apenas lateralmente (S) ou por barras ou outras formas de FRP embutidas na seção de concreto (ETS, da sigla em inglês para *embedded through section*) (Figura 2.1). Apenas o reforço por envolvimento será tratado no presente trabalho.



(a) Reforço em “U”      (b) Envolvimento Completo      (c) Embutido na Seção

Figura 2.1 – Tipos de reforço ao cisalhamento com FRP

No envolvimento completo o reforço com FRP forma um ciclo fechado, terminando no mesmo ponto onde se inicia, com transpasse adequado. No caso de vigas retangulares, todo o perímetro da seção transversal é envolvido. Nas vigas ‘T’ apenas a alma é completamente envolvida, com auxílio de aberturas na mesa da viga (Figura 2.1-b). Esta situação é semelhante a sistemas onde lajes e vigas são construídas de forma monolítica, sendo necessário criar aberturas na laje sobre a viga para que o reforço na última possa envolver completamente a mesa da viga. Em vigas de seções circulares, apenas o método de envolvimento completo da seção é recomendado (ACI 440.2R-17, 2017). De modo geral, o reforço por envolvimento completo apresenta maior eficiência, e a falha, quando ocorre por cisalhamento, acontece com a ruptura do reforço FRP.

A execução das aberturas é dispendiosa e, por essa razão, é mais comum a realização de reforço em forma de “U”. Nestes casos, o reforço com FRP é aderido à superfície do concreto ou posicionado no cobrimento de concreto de forma que apenas a face inferior e porções das faces laterais da alma da viga sejam envolvidas. Essa estratégia de reforço permite execução mais simples por não necessitar de aberturas na mesa da viga ou laje, todavia, é mais susceptível ao fenômeno do descolamento (Figura 2.2), que provoca sua falha precoce. Para retardar ou prevenir a ocorrência do descolamento do reforço do substrato de concreto, diferentes estratégias de ancoragem podem ser adotadas, como a apresentada na Figura 2.3.



Figura 2.2 – Exemplo de descolamento em viga reforçada ao cisalhamento com mantas de CFRP. Fonte: Salles Neto (2000).





Figura 2.3 – Exemplos de ancoragem em reforço por tiras de FRP. Fonte: fib Bulletin 90 (2019).

Por fim, o reforço lateral se assemelha ao reforço em forma de ‘U’, mas sem conexão pela face inferior da viga, tornando as porções de reforço nas faces laterais independentes.

Embora em todos os casos apresentados as fibras do reforço estejam orientadas transversalmente ao eixo longitudinal das vigas – assemelhando-se a estribos de FRP externamente aderidos ao concreto –, elas também podem ser oblíquas. O reforço externo com FRP pode ser aplicado em faixas contínuas ou discretas, sendo esta última a mais comum. É importante destacar que, neste texto, o termo ‘armadura externa’ poderá ser utilizado para se referir ao reforço com FRP aderido externamente à superfície de concreto.

A parcela atribuída ao concreto ( $V_c$ ) abrange os mecanismos complementares da analogia de treliça, incluindo o concreto íntegro no banzo comprimido, concreto tracionado e engrenamento de agregados ao longo das fissuras de cisalhamento, além do efeito pino das armaduras longitudinais. A resistência atribuída às armaduras longitudinais ( $V_s$ ) é obtida estimando a quantidade de estribos interceptados pela fissura principal de cisalhamento e considerando que esses escoam. A estimativa da contribuição do FRP ( $V_f$ ) à resistência ao esforço cortante é comumente referida à diferença de resistência apresentada pelo elemento reforçado, quando comparado à uma viga equivalente não reforçada.

Em seguida, é apresentado como alguns modelos normativos estimam a parcela de resistência ao esforço cortante atribuída ao reforço FRP. É importante destacar que esses modelos são calibrados considerando que a contribuição do FRP pode ser obtida como a diferença de resistência entre elementos semelhantes com e sem reforço.

## 2.3 MODELOS NORMATIVOS PARA ESTIMATIVA DA CAPACIDADE RESISTENTE

Os modelos normativos para previsão da capacidade resistente são apresentados nesta seção. A decisão por apresentar apenas modelos teóricos normativos é tomada com objetivo de demonstrar a base os modelos tradicionais para avaliar a resistência de membros reforçados ao cisalhamento com FRP. As normas brasileiras não são apresentadas por não existir nenhuma que mencione o reforço com FRP, sendo o ACI 440.2R-17 a norma normalmente utilizada por engenheiros brasileiros que necessitam utilizar reforço com FRP.

### 2.3.1 ACI 440.2R-17

O modelo adotado pelo ACI 440.2R-17 para estimar o incremento de capacidade resistente para membros reforçados ao cisalhamento com FRP é baseado na analogia de treliça de Morsch e foi desenvolvido por Khalifa *et al.* (1998). Nesse modelo, a resistência ao cortante é dada pela soma das contribuições vindas do concreto ( $V_c$ ), armaduras internas de aço ( $V_s$ ) e reforço externo com FRP ( $V_f$ ), conforme apresentado na Equação (2.1).

$$V_n = V_c + V_s + \Psi_f V_f \quad (2.1)$$

Na Equação (2.1),  $\Psi_f$  é um coeficiente de incerteza relacionado ao reforço com FRP, tendo como valores recomendados  $\Psi_f = 0,95$  para reforços com envolvimento completo e  $\Psi_f = 0,85$  para reforços em forma de ‘U’.

As parcelas provenientes do concreto e aço são obtidas da mesma forma que seriam para o concreto armado convencional, seguindo o ACI 318-19 (2019), respectivamente apresentadas nas Equações (2.2) e (2.3) para elementos com armaduras passivas.

$$V_c = \left[ 0,66 \lambda_s \lambda (\rho_w)^{1/3} \sqrt{f'_c} b_w d \right] \quad (2.2)$$

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (2.3)$$

Onde:

$\lambda_s$  é o fator de efeito escala, estimado por  $\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+0,004d}} \leq 1$  ou  $\lambda_s = 1$ , respectivamente na ausência ou presença de armadura transversal;

$\lambda$  é um fator para contemplar concretos leves, tomado como  $\lambda = 1$  para concretos normais;

$\rho_w$  é a taxa de armadura longitudinal em relação à alma da viga, estimada por  $\rho_w = A_s/(b_w h)$ ;

$f'_c$  a resistência à compressão do concreto de projeto;

$b_w$  a largura da alma da seção transversal;

$d$  a altura útil da seção transversal;

$A_v$  a área de armadura transversal na alma;

$f_{yt}$  tensão de escoamento de projeto para as armaduras transversais;

$s$  o espaçamento da armadura transversal;

$\alpha$  a orientação da armadura transversal em relação ao eixo do elemento;

A contribuição do FRP,  $V_f$ , é determinada de forma análoga ao que ocorre para as armaduras transversais internas, e pode ser obtido pela Equação (2.4).

$$V_f = \frac{A_{fv} f_{fe} (\sin \alpha + \cos \alpha) d_{fv}}{s_f} \quad (2.4)$$

Sendo:

$A_{fv}$  a área de FRP que atravessa a fissura principal de cisalhamento;

$f_{fe}$  a tensão de tração efetiva no FRP;

$d_{fv}$  a distância entre a extremidade superior do FRP e as armaduras longitudinais internas;

$\alpha$  a orientação das fibras em relação ao eixo longitudinal do elemento reforçado;

$s_f$  a distância entre centros de dois reforços FRP sucessivos.

Para tiras ou mantas FRP de seção retangular, a área da seção de FRP em uma seção pode ser obtida pela Equação (2.5).

$$A_{fv} = 2nt_f w_f \quad (2.5)$$

Em que  $n$  é quantidade de camadas em uma seção de FRP e  $t_f$  e  $w_f$  são, respectivamente, a espessura e largura de cada uma destas camadas

A tensão efetiva que se desenvolve no FRP dependerá do tipo de arranjo escolhido para o reforço (completo, lateral ou em forma de ‘U’), do comprimento efetivo aderido e rigidez do reforço. Considerando que este terá um comportamento linear elástico, a tensão efetiva poderá ser estimada multiplicando o módulo de elasticidade à tração do FRP ( $E_f$ ) pela deformação efetiva desenvolvida nele ( $\varepsilon_{fe}$ ), isto é:

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad (2.6)$$

Para membros reforçados com envolvimento completo, a deformação efetiva pode ser estimada como o menor valor entre 0,004 e 75% da deformação de ruptura do FRP ( $\varepsilon_{fu}$ ). Nos demais casos, a deformação efetiva poderá ser calculada pela Equação (2.7).

$$\varepsilon_{fe} = k_v \varepsilon_{fu} \leq 0,004 \quad (2.7)$$

sendo  $k_v$  um coeficiente relacionado à redução da aderência que pode ser estimado por:

$$k_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11900 \varepsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad (2.8)$$

Os fatores modificadores  $k_1$  (que considera a resistência do concreto) e  $k_2$  (que considera o tipo de envolvimento) podem ser calculados, respectivamente, pelas Equações (2.9) e (2.10), enquanto o comprimento de aderência ativado ( $L_e$ ) pode ser calculado pela Equação (2.11). Ressalta-se que todos os valores devem ser inseridos no SI (N e mm). Sendo assim, a resistência característica do concreto à compressão ( $f'_c$ ) deve ser informado em MPa.

$$k_1 = \left( \frac{f'_c}{27} \right)^{2/3} \quad (2.9)$$

$$k_2 = \begin{cases} \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}}, & \text{para reforço em "U"} \\ \frac{d_{fv} - 2L_e}{d_{fv}}, & \text{para reforço lateral} \end{cases} \quad (2.10)$$

$$L_e = \frac{23300}{(n t_f E_f)^{0,58}} \leq 0,75 \quad (2.11)$$

sendo  $d_{fv}$  a altura efetiva do FRP.

### 2.3.2 Fib Bulletin 14

O modelo presente no fib Bulletin 14 (2001) também é baseado na analogia de treliça, entretanto, as deformações efetivas no FRP são definidas por meio de expressões empíricas obtidas a partir de resultados experimentais. Para se obter a resistência total do elemento reforçado, é recomendado estimar as contribuições devido ao concreto e estribos conforme o Eurocode 2 (2004). Neste, a resistência total ao esforço cortante de um elemento reforçado é obtida pela Equação (2.12),

$$V_{Rd} = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} V_{cd} + V_{wd} + V_{fd} \\ V_{Rd,2} \end{array} \right. \quad (2.12)$$

onde  $V_{cd}$  e  $V_{wd}$  representam a parcela de resistência atribuída ao concreto e estribos, respectivamente, e  $V_{Rd,2}$  é o limite que representa a falha por esmagamento da biela comprimida de concreto. Segundo o presente modelo, os referidos parâmetros devem ser estimados conforme o Eurocode 2 (2004).

Segundo o Eurocode 2 (2004), para vigas sem estribos e apenas com armaduras passivas, a contribuição do concreto à resistência ao esforço cortante pode ser estimada por:

$$V_{cd} = V_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} b_w d \quad (2.13)$$

Em que:

$d$  a altura efetiva da seção transversal de concreto armado;

$b_w$  a largura da alma da seção de concreto armado;

$f_{ck}$  a resistência característica à compressão do concreto

$k$  é um fator para considerar o efeito escala, obtido por  $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$ , com  $d$  em mm;

$\rho_l$  é a taxa de armadura longitudinal, obtida por  $\rho_l = A_{s1}/(b_w d) \leq 0,02$ ;

A contribuição dos estribos no Eurocode 2 (2004) é estimada por:

$$V_{wd} = V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta \quad (2.14)$$

Onde:

$A_{sw}$  a área da seção transversal de armadura transversal;

$s$  o espaçamento dos estribos;

$z$  o braço de alavanca entre as resultantes de compressão e tração na seção transversal, tomado simplificadaamente como  $z = 0,9d$ ;

$f_{ywd}$  a resistência ao escoamento de projeto para o aço da armadura transversal;

A contribuição do FRP à resistência ao cisalhamento pode ser obtida utilizando a Equação (2.15),

$$V_{fd} = 0,9 \varepsilon_{fd,e} E_{fu} \rho_f b_w d (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (2.15)$$

Sendo:

$\varepsilon_{fd,e}$  o valor de projeto para a deformação efetiva do FRP;

$E_{fu}$  o módulo de elasticidade do FRP na direção principal das fibras;

$\rho_f$  a taxa de FRP, igual a  $2.t_f \cdot \sin \alpha / b_w$  para reforço contínuo e  $2(t_f \cdot w_f) / (b_w \cdot s_f)$ ;

$t_f$  a espessura do FRP;

$w_f$  a largura de uma faixa de FRP, no caso de reforço discreto;

$s_f$  o espaçamento entre duas faixas sucessivas de FRP, no caso de reforço discreto;

$\alpha$  a orientação das fibras;

$\theta$  a inclinação da biela comprimida, assumido igual a  $45^\circ$  (fib Bulletin 14, 2001).

O valor para a deformação efetiva de projeto do FRP,  $\varepsilon_{fd,e}$ , é obtida pela Equação (2.16),

$$\varepsilon_{fd,e} = k \left( \frac{\varepsilon_{fk,e}}{\gamma_f} \right) \quad (2.16)$$

em que  $k = 0,8$ , o valor sugerido de  $\gamma_f = 1,30$  e a deformação específica característica,  $\varepsilon_{fk,e}$ , pode ser obtida conforme as Equações (2.17) a (2.19).

- Reforço por envolvimento completo (ou devidamente ancorado) com CFRP:

$$\varepsilon_{f,e} = 0,17 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_{fu}\rho_f} \right)^{0,3} \cdot \varepsilon_{fu}, \quad (\text{ruptura do FRP controla}) \quad (2.17)$$

- Reforço em forma de U ou lateral com CFRP:

$$\varepsilon_{f,e} = \text{mín} \begin{cases} 0,65 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_{fu}\rho_f} \right)^{0,56} \cdot 10^{-3}, & (\text{descolamento controla}) \\ 0,17 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_{fu}\rho_f} \right)^{0,3} \cdot \varepsilon_{fu}, & (\text{ruptura do FRP controla}) \end{cases} \quad (2.18)$$

- Reforço por envolvimento completo com AFRP:

$$\varepsilon_{f,e} = 0,048 \left( \frac{f_{cm}^{2/3}}{E_{fu}\rho_f} \right)^{0,47} \cdot \varepsilon_{fu}, \quad (\text{ruptura do FRP controla}) \quad (2.19)$$

em que o  $E_f$  deve ser informado em giga-Pascal (GPa) e  $f_{cm}$  em mega-Pascal (MPa).

### 2.3.3 Fib Bulletin 90

No fib Bulletin 90 (2019), além das contribuições do concreto, estribos e FRP, é explicitamente informada a necessidade de considerar os efeitos de componentes resistentes ocasionadas por protensão ou membros com seção variável. Além disso, para membros com armadura interna de cisalhamento (estribos), é desprezada a contribuição do concreto, em conformidade com o Eurocode 2 (2004). A capacidade resistente total do elemento reforçado é dada pela Equação (2.20).

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} + V_{Rd,f} + V_{ccd} + V_{td} \quad (2.20)$$

Em que:

$V_{Rd}$  é o cortante resistente total do membro reforçado;

$V_{Rd,s}$  é a parcela atribuída às armaduras internas de cisalhamento de aço (Equação (2.14));

$V_{Rd,f}$  é a parcela atribuída ao FRP;

$V_{ccd}$  e  $V_{td}$  são, respectivamente, a contribuição de componentes de cisalhamento nas áreas comprimidas e tracionadas para os casos de membros com seção variadas;

$V_{Rd,c}$  é a contribuição do concreto, que deve ser tomada igual a zero em membros com armadura interna. Para os demais é estimada conforme a Equação (2.13).

A parcela resistida pelo FRP pode ser estimada pela Equação (2.21).

$$V_{Rd,f} = \frac{A_{fw}}{s_f} h_f f_{fwd} (\cot\theta + \cot\alpha) \text{sen}\alpha \quad (2.21)$$

Sendo:

$A_{fw}$  a área de FRP do reforço em uma seção;

$s_f$  o espaçamento entre reforços;

$h_f$  a altura do FRP que intercede a fissura principal de cisalhamento;

$f_{fwd}$  a tensão efetiva no FRP;

$\alpha$  a orientação das fibras;

$\theta$  a inclinação da biela comprimida.

Para reforço por envolvimento completo, a tensão efetiva desenvolvida no FRP é calculada pela Equação (2.22).

$$f_{fwd} = f_{fwd,c} = k_R a_t f_{fd} \quad (2.22)$$

em que  $a_t$  é considerado como 0,8 e  $k_R$  é calculado em função do raio ( $R$ ), em milímetros, das arestas da seção em que são envolvidas por FRP, conforme Equação (2.23).

$$k_R = \begin{cases} 0,5 \frac{R}{50} \left(2 - \frac{R}{50}\right), & R < 50 \text{ mm} \\ 0,5, & R \geq 50 \text{ mm} \end{cases} \quad (2.23)$$

Quando utilizado reforço em forma de ‘U’, a tensão efetiva pode estar associada à ocorrência da ruptura do reforço, dada na Equação (2.22), ou ao descolamento do FRP ( $f_{bwd}$ ), devendo, portanto, assumir o menor valor entre as duas mencionadas.

Para definir a tensão efetiva no caso de ocorrência do descolamento ( $f_{bwd}$ ), três (3) situações são possíveis: (a) todas as faixas do reforço acima da fissura crítica de cisalhamento estão completamente ancoradas; (b) apenas algumas estão ancoradas; (c) nenhuma está ancorada. Para melhor compreensão do desenvolvimento do equacionamento para estimativa dessa tensão, será utilizada a Figura 2.4 como referência.



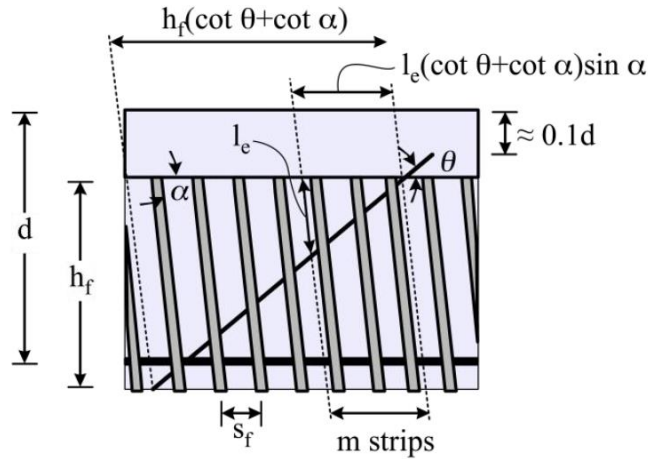


Figura 2.4 – Referência para o desenvolvimento da equação para determinação da tensão efetiva no caso do descolamento do FRP. Fonte: adaptado de fib Bulletin 90 (2019).

A Equação (2.24) contempla as situações de ancoragem comentadas anteriormente na definição da tensão efetiva a ser considerada na análise.

$$f_{fbwd} = \frac{f_{fbk}}{\gamma_{fb}} \begin{cases} 1, & l_e \leq \frac{s_f}{(\cot\theta + \cot\alpha)\text{sen}\alpha} \leq \frac{h_f}{\text{sen}\alpha} \\ \left[ 1 - \left( 1 - \frac{2ms_f}{3l_e} \right) \frac{m}{n} \right], & \frac{s_f}{(\cot\theta + \cot\alpha)\text{sen}\alpha} \leq l_e \leq \frac{h_f}{\text{sen}\alpha} \\ \frac{2n}{3l_e} \frac{s_f}{(\cot\theta + \cot\alpha)\text{sen}\alpha}, & \frac{s_f}{(\cot\theta + \cot\alpha)\text{sen}\alpha} \leq \frac{h_f}{\text{sen}\alpha} \leq l_e \end{cases} \quad (2.24)$$

Em que:

$\gamma_{fb}$  é o coeficiente de segurança usualmente utilizado em análises que envolvem aderência e é tomado igual a 1,5;

$l_e$  é o comprimento mínimo de ancoragem necessário para desenvolver as tensões de ruptura do FRP;

$m$  é quantidade de faixas de FRP que tem comprimento de ancoragem menor que  $l_e$ ;

$n$  é a quantidade de faixas que interceptam a fissura crítica;

$h_f$ , que pode ser aproximado a  $h-0,1d$ , é a altura útil do reforço.

Nas Equações (2.24),  $f_{fbk}$  é a tensão máxima de aderência no sistema FRP-adesivo-concreto, e é dada pela Equação (2.25),

$$f_{fbk} = \sqrt{\frac{E_f t_f s_{0k}}{\tau_{b1k}}} \quad (2.25)$$

Sendo:

$E_f$  o módulo de elasticidade do reforço;

$t_f$  a espessura do reforço;

$s_{0k}$  o deslizamento último característico para o CFRP, que pode ser tomado como 0,20 mm;

$\tau_{b1k}$  a tensão cisalhante devido ao atrito por aderência, calculada pela Equação (2.26).

$$\tau_{b1k} = 0,37 \sqrt{f_{cm} f_{ctm}} \quad (2.26)$$

$f_{cm}$  e  $f_{ctm}$  são, respectivamente, a resistência à compressão e à tração média do concreto, comumente o elo mais fraco do sistema FRP-adesivo-concreto.

A quantidade de faixas de FRP que atravessa a fissura crítica referida nas Equações (2.24) podem ser estimadas pelas Equações (2.27) e (2.28).

$$n = \text{inteiro} \left( \frac{h_f (\cot\theta + \cot\alpha)}{s_f} \right) \quad (2.27)$$

$$m = \text{inteiro} \left( \frac{l_e (\cot\theta + \cot\alpha) \text{sen}\alpha}{s_f} \right) \quad (2.28)$$

O comprimento de ancoragem efetivo mínimo,  $l_e$ , tem como valor característico aquele calculado pela Equação (2.29), onde os parâmetros presentes já foram definidos anteriormente.

$$l_e = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E_f t_f s_{0k}}{\tau_{b1k}}} \quad (2.29)$$

O comprimento de ancoragem efetivo mínimo é aquele necessário para o desenvolvimento completo da curva tensão de cisalhamento-deslizamento, para aderência entre concreto e FRP.

Na utilização do fib Bulletin 90 (2019), é necessário estar atento ao fato que em algumas situações a tensão efetiva para o caso de envolvimento completo pode apresentar valores

inferiores aos obtidos para casos onde a ocorrência do descolamento é esperado. Esse comportamento pode estar relacionado ao fator  $k_R$ , apresentado Equação (2.23), como também já fora mencionado por Kotynia (2011). O referido fator foi incorporado para considerar a possibilidade de falha por concentrações de tensões que podem ocorrer nas regiões de mudança de direção do FRP. Esse comportamento aqui mencionado destoa do que é usualmente reportado em trabalhos experimentais, e foi observado para valores de raio de suavização pequenos, da ordem de 10 a 20 mm. Uma discussão sobre esse fator será apresentada em seções posteriores deste trabalho.

## 2.4 APRENDIZADO DE MÁQUINA

Na aprendizagem de máquina, algoritmos aprendem o comportamento interno de dados automaticamente, isto é, sem que regras explícitas lhe sejam fornecidas. No processo de aprendizagem, parâmetros internos dos modelos são ajustados de forma que o comportamento intrínseco dos dados de referência seja aproximado, e o modelo obtido seja capaz de mimetizar o fenômeno que produziu os dados utilizados no treinamento. Em outras palavras, um sistema é apresentado a diversos exemplos de uma tarefa, e busca pela estrutura estatística nesses exemplos de modo a eventualmente permitir o sistema a abstrair regras para automatizar essa tarefa (Chollet, 2018).

### 2.4.1 Aprendizado supervisionado

Entre as diferentes formas de aprendizagem está o *aprendizado supervisionado*. Nessa classe, os produtos resultantes um fenômeno observado (variáveis de saída, *targets*) e o conjunto de parâmetros que os produziram (variáveis de entrada, *features*), para distintas observações do mesmo fenômeno, são apresentadas a um algoritmo. A aprendizagem pelo modelo consiste na busca por uma configuração dos seus parâmetros internos que apresente a melhor relação entre as variáveis de entrada e as saídas observadas.

Durante a fase de aprendizagem do modelo, os dados são separados em 3 porções distintas – chamadas de dados de *treinamento*, *validação* e *teste* – e obtidas aleatoriamente de acordo com uma proporção estabelecida pelo usuário. Os dados do grupo de treinamento são utilizados para serem apresentados inicialmente ao algoritmo escolhido durante a busca pelos parâmetros

internos do algoritmo que maximizem sua performance. O processo de treinamento é uma etapa iterativa, e a cada iteração os parâmetros internos do algoritmo são atualizados na busca de minimizar a diferença entre os resultados por ele gerados e os resultados esperados (dados reais de referência). Os dados de validação são utilizados como essa referência nas fases de treinamento. Uma vez treinado o algoritmo, ao fim do processo iterativo, o desempenho do modelo obtido é testado com dados antes nunca observados pelo algoritmo, isto é, os dados do grupo de teste.

### 2.4.2 Redes Neurais Artificiais

Redes neurais artificiais (RNA) são algoritmos computacionais que se originaram tendo como ideia principal mimetizar o comportamento do cérebro humano. As RNA são compostas por unidades de processamento (neurônios artificiais) conectados entre si por meio de pesos sinápticos. A arquitetura de uma rede neural típica é apresentada esquematicamente na Figura 2.5.

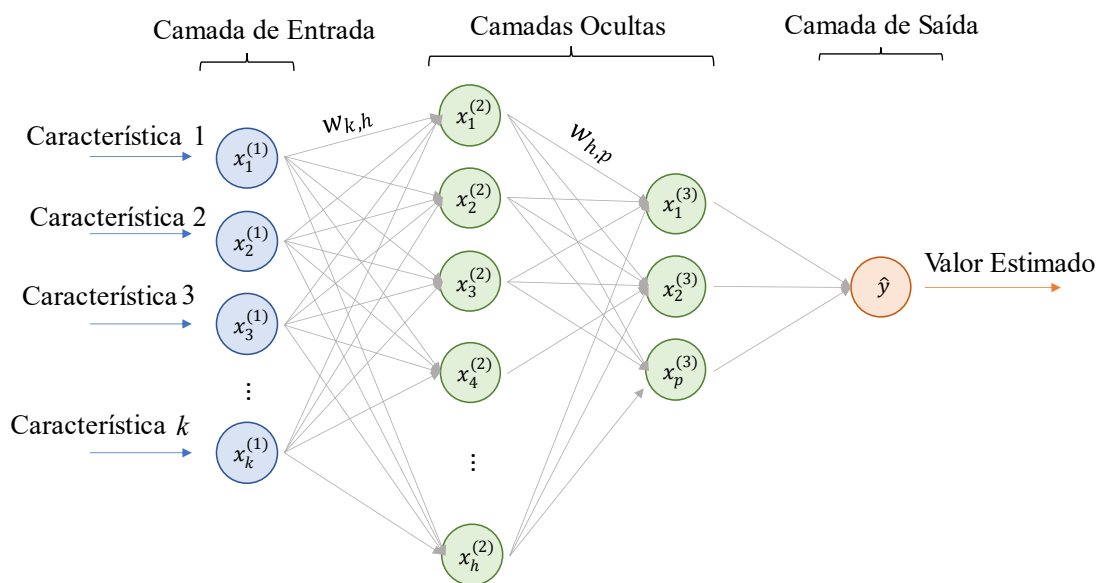


Figura 2.5 – Esquema de uma rede neural

Cada neurônio em uma camada se interliga com os neurônios da camada seguinte por meio de pesos. Desse modo, a rede é alimentada em uma direção preferencial (de acordo com a Figura 2.5, da esquerda para direita, por exemplo). Em cada neurônio artificial é definida uma *função de ativação*,  $\phi$ , que irá modificar o valor de entrada neste neurônio e produzir uma nova saída. O valor com o qual um neurônio artificial é alimentado é obtido pela combinação linear dos

respectivos pesos de conexão e os valores de saída dos neurônios artificiais da camada anterior, esquematicamente representado na Figura 2.6.

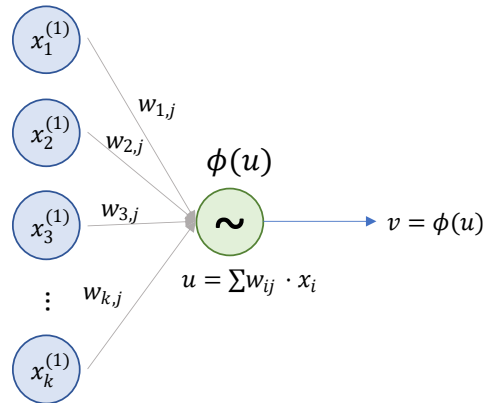


Figura 2.6 – Interação entre neurônios artificiais de camadas diferentes

As funções de ativação presentes nos neurônios são responsáveis por introduzir às não-linearidades no comportamento do modelo obtido pela rede neural artificial. A escolha das funções de ativação em cada camada tem grande influência do modelo obtido. As principais funções de ativação utilizadas são: função linear, degrau unitário, sigmóide, tangente hiperbólica, unidade linear retificada (ReLU) e *softmax*.

A função ReLU é uma das mais utilizadas atualmente e será utilizada neste trabalho para as camadas intermediárias. Essa função de ativação é uma função definida matematicamente segundo a Equação (2.30), representada esquematicamente na Figura 2.7.

$$\phi_u = \text{máx}(0; u) \tag{2.30}$$

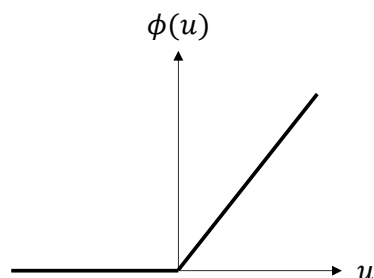


Figura 2.7 – Representação esquemática da função de ativação ReLU.

A principal vantagem da utilização dessa função de ativação é que ela permite que um neurônio não seja ativado caso o seu valor de entrada seja negativo, o que pode ser computacionalmente eficiente se tratando de redes esparsas.

Os pesos das conexões entre os neurônios artificiais são os entes que guardam o conhecimento das ANN. Inicialmente, os valores dos pesos são arbitrados aleatoriamente. Durante a etapa do treinamento, a rede neural é alimentada com sucessivas amostras do conjunto de dados de treinamento e, iterativamente, os pesos são ajustados até que a performance média do modelo sobre todo o conjunto de dados de treinamento seja suficientemente adequada. Assim, de forma simplificada, pode-se definir o processo de aprendizado da rede como um processo de otimização onde os valores dos pesos são procurados de modo que a performance do modelo seja maximizada.

### 2.4.3 Verificação do desempenho

Diferentes métricas podem ser utilizadas para verificar o desempenho do modelo obtido. Entre eles, pode-se destacar o erro absoluto médio (MAE, da sigla em inglês para *mean Absolute error*), a raiz do erro quadrático médio (RMSE, sigla em inglês para *root mean squared error*), o erro quadrático médio (MSE, sigla em inglês para *mean squared error*) e o coeficiente de determinação ( $R^2$ ).

O erro absoluto médio (MAE) é a média dos valores absolutos das diferenças entre os valores reais e os valores previstos pelo modelo. Quanto menor o MAE, melhor o ajuste dos dados. O MAE é uma medida que não é sensível a *outliers*, pois não eleva as diferenças ao quadrado. O erro absoluto médio pode ser calculado pela Equação (2.31),

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i|}{n} \quad (2.31)$$

onde  $\hat{y}_i$  é o valor estimado pelo modelo e  $y_i$  o valor real observado;  $n$  é a quantidade de observações sob o qual o erro foi estimado.

O erro quadrático médio (MSE) é a média dos quadrados das diferenças entre o valor estimado pelo modelo e o valor real observado. É uma medida que penaliza mais erros grandes do que os erros pequenos, pois eleva as diferenças ao quadrado. Quanto menor o MSE, melhor o ajuste do modelo aos dados. O erro quadrático médio é estimado pela Equação (2.32),

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n} \quad (2.32)$$

A raiz do erro quadrático médio (RMSE) é uma medida que expressa o erro na mesma unidade da grandeza observada, ajudando na sua interpretação. Quando menor o valor do RMSE, melhor o ajuste do modelo aos dados. O RMSE é obtido simplesmente como a raiz quadrada do MSE, calculada pela Equação (2.33).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n}} \quad (2.33)$$

O coeficiente de determinação ( $R^2$ ), de forma simples, é uma medida que indica o quanto o modelo obtido explica os dados observados. É um valor entre 0 e 1, sendo que quanto mais próximo de 1, melhor o ajuste do modelo aos dados. O coeficiente de determinação é calculado pela Equação (2.34),

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.34)$$

onde  $\bar{y}$  é a média dos dados reais observados.

## 2.5 ESTADO DA ARTE

Nessa seção, é apresentada uma breve revisão de pesquisas recentes relacionadas ao tema. Não há a intenção de abranger todos os tipos de estudos envolvendo o reforço ao cisalhamento com FRP. No entanto, são apresentados trabalhos que contribuíram de maneira significativa para a construção e desenvolvimento do presente trabalho. Além disso, busca-se ressaltar que metodologia proposta nas próximas seções será adequada para alcançar os objetivos definidos e está sustentada em trabalhos presentes na literatura.

### 2.5.1 Investigações experimentais

Em campanhas experimentais, vigas de concreto armado são reforçadas ao cisalhamento com FRP e comumente testadas em ensaios de flexão de 4 pontos ou 3 pontos. Nestes casos, o vão de cisalhamento das vigas comumente apresenta deficiência de armadura cisalhamento, quando presente, de modo a induzir a falha por cisalhamento. Há também esforços em se buscar isolar determinadas variáveis de projeto e estudar seu efeito isolado no comportamento dos elementos reforçados.

#### 2.5.1.1 *Trabalhos Realizados na Universidade de Brasília*

Na Universidade de Brasília, diferentes configurações de reforço utilizando FRP para o reforço ao cisalhamento de vigas de concreto armado foram testadas por Salles Neto (2000), utilizando o envolvimento parcial da alma em forma de 'U' e envolvimento completo. Variações na espessura das faixas utilizadas no reforço, quantidade de camadas e orientação das tiras foram estudadas. Apesar das diferenças, o acréscimo de capacidade resistente foi semelhante nas vigas reforçadas em que estribos estavam presentes. Como será detalhado no Capítulo 4, esse comportamento tá diretamente relacionado com a ocorrência do descolamento prematuro do reforço FRP. Acréscimos da ordem de 9,5% foram observados, independentemente da taxa de reforço utilizada. Nas vigas sem estribos, o incremento percentual da capacidade resistente foi superior em vigas com reforço à 45°, chegando a 27% de aumento, justificado por uma maior área de aderência com o concreto. Trabalhos semelhantes foram realizados por Mosallam e Banerjee (2007), Täljsen (2003), chegando a conclusões semelhantes.



O reforço com FRP em forma de ‘U’ com uso de ancoragens adicionais foi o objeto de pesquisa do trabalho de Silva Filho (2000). Os resultados confirmaram que o envolvimento completo da alma das vigas permite o FRP atingir sua máxima capacidade resistente, caracterizada por falhas após sua ruptura. Nesse trabalho, o reforço por envolvimento completo provocou a mudança do modo de falha de cisalhamento para flexão, comportamento esse de grande interesse prático no cotidiano. Adicionalmente, foi estudado o uso de uma ancoragem adicional em vigas com reforço FRP em forma de ‘U’. A fixação de vergalhões junto à mesa de concreto e o envolvimento das faixas de FRP nestas se mostrou eficaz, resultando em incrementos de carga superiores aos observados em vigas sem elas. Outros trabalhos envolvendo ancoragem para evitar ou retardar o descolamento foram realizados por Eslami *et al.* (2020), Kachlakev e McCurry (2000), Khalifa e Nanni (2002).

Araújo (2002), por sua vez, complementou os trabalhos de Salles Neto (2000) e Silva Filho (2001) estudando a influência da utilização de uma maior taxa de armadura longitudinal em vigas reforçadas por envolvimento completo e em forma de ‘U’ com ancoragem adicional. A ancoragem adicional proposta foi a utilização de faixas horizontais de FRP nas extremidades das faixas transversais de reforço. Embora essa estratégia tenha produzido acréscimos de resistência superiores às vigas sem ancoragem adicional, seu desempenho foi inferior à solução de Silva Filho (2000). Finalmente, ao se aumentar a taxa de armadura longitudinal no caso de reforço por envolvimento completo, a falha ocorreu por cisalhamento com ruptura do FRP.

Entre os trabalhos experimentais realizados utilizando o FRP como reforço de estruturas de concreto armado no âmbito da Universidade de Brasília sob orientação do Professor Guilherme Melo, além dos já supracitados, merece destaque a série de trabalhos desenvolvidos por Lima (2004); Castro (2005); Oliveira Júnior (2005), Carneiro (2006), Santos (2013), Nicácio (2013), Silva (2014), Pérez (2016) e Rojas (2017).

#### 2.5.1.2 Demais Trabalhos

A contribuição do FRP externamente aderido à superfície de concreto foi estudada em Oller *et al.* (2019). O principal objetivo deste trabalho foi tentar quantificar experimentalmente as parcelas de resistência atribuídas a cada um dos materiais. Para tanto, 10 vigas de seção ‘T’, em escala real foram ensaiadas com duas configurações de armaduras internas de flexão e de

armaduras externas de cisalhamento utilizando FRP. De modo a evitar o descolamento, duas estratégias utilizando um sistema de ancoragem composto por barras rosqueadas e chapas de aço foram utilizadas. Entre as principais conclusões do trabalho está a contribuição da mesa das vigas na resistência ao cisalhamento. Segundo os autores, a contribuição da mesa representou aproximadamente 45% da resistência total, conclusão obtida estimando as contribuições de cada material baseado nos valores de tensão aferidos no programa experimental. Os resultados desta pesquisa também indicaram que existe uma interação entre os mecanismos resistentes ao cisalhamento e que o reforço com FRP modifica a orientação da biela comprimida, afetando a contribuição dos estribos internos à resistência. Entretanto, grandes dispersões foram observadas quando comparados os resultados experimentais e modelos propostos por diferentes normativas, a saber: ACI 440.2R-17, 2017; CNR-DT-200/2004, 2004; fib Bulletin 90, 2019.

Ao observar que a mesa apresentava uma parcela significativa da resistência ao cisalhamento em vigas ‘T’, Ayensa *et al.* (2019) continuaram o estudo de Oller *et al.* (2019) investigando a influência da espessura da mesa na resistência de vigas de concreto armado com seção ‘T’. Uma das grandes motivações desta pesquisa é o fato de apenas a alma ser consideradas como resistente nos modelos presentes em normas. Como comprovado em ensaios experimentais de Oller *et al.* (2019), o estudo concluiu que a resistência proporcionada pelas mesas consiste em uma parcela significativa da resistência, não devendo, portanto, ser desprezada, considerando que podem chegar a 31%.

O estudo de Moradi *et al.* (2020) propôs uma nova técnica: o embutimento através da seção transversal de tiras FRP para o reforço ao cisalhamento de vigas. Nessa técnica, tiras de FRP são embutidas em furos que atravessam completamente a seção transversal e posteriormente preenchidos com graute. Entre as vantagens desse método está no reforço de estruturas que possuem concreto que não permitam a aplicação da técnica de reforço na camada de cobrimento do elemento (NSM). Os resultados desta pesquisa apontam que a técnica apresenta resultados semelhantes ou superiores às técnicas onde o FRP é aderido à superfície do concreto (EB) e NSM.

Um trabalho clássico na literatura é o realizado por Khalifa e Nanni (2000). Os autores testaram diferentes configurações de reforço com CFRP em vigas de concreto armado deficientes ao esforço cortante. Embora todas as vigas fossem reforçadas com FRP em forma de ‘U’, foram

testadas configurações de reforço contínuo, discreto e com ancoragem na mesa de concreto utilizando vergalhões. Além do trabalho experimental, os autores propuseram equações para estimar o acréscimo de resistência devido a adição do reforço FRP.

Pellegrino e Modena (2002) ensaiaram 11 vigas de concreto armado reforçadas com FRP ao cisalhamento, com e sem a presença de estribos. Entre os destaques deste trabalho estão os comentários dos autores quanto à importância da fissuração do concreto na eficiência do reforço ao cisalhamento. Esse trabalho também sugere modificações ao método proposto por Khalifa e Nanni (2000), através de um coeficiente redutor de resistência para os casos de reforço em forma de 'U'.

O efeito da razão entre a largura da faixa e o espaçamento entre elas no reforço ao cisalhamento com FRP foi objeto de estudo de Mofidi e Chaallal (2011). Entre os parâmetros estudados estavam a eficiência do reforço utilizando reforço CFRP contínuo e discreto, e a busca pela razão ótima entre a largura das faixas de FRP e seu espaçamento para o caso discreto. Outro ponto abordado nesse trabalho foi o estudo do efeito da localização das faixas de reforço em relação a posição dos estribos internos. Os autores relatam que as deformações medidas foram superiores no reforço discreto, resultando em maior aumento na resistência devido ao reforço. Ademais, o incremento de resistência devido ao FRP foi superior em vigas sem estribos, quando comparadas às vigas sem estribos. Quando à largura das faixas, foi observado que o emprego de faixas mais largas produziu maiores incrementos de carga do que a utilização de faixas mais estreitas, para uma mesma taxa de reforço. Finalmente, o posicionamento das faixas de FRP na região entre dois estribos sucessivos resultou em um maior incremento de carga e rigidez do que quando a posição destas coincidia com a dos estribos.

Os trabalhos apresentados nesta seção são exemplos de que trabalhos experimentais são necessários para a validação de modelos analíticos, teste de novas técnicas e estudo de viabilidade técnica e econômica das soluções propostas. Baseado nessa pesquisa, é possível perceber que poucos trabalhos experimentais buscaram quantificar a contribuição de cada um dos materiais na resistência total ao cisalhamento em vigas. Além disso, o descolamento do reforço FRP tem se mostrado um limitante da técnica, tendo sido apresentadas várias pesquisas experimentais que se dedicaram a estudar sua ocorrência e técnicas para evitá-lo. É importante

destacar que muitos dos modelos propostos são ajustados e validados por meio de trabalhos experimentais.

Um aspecto notado na análise prévia dos trabalhos experimentais que buscam estudar a contribuição do FRP é que estes usualmente realizam ensaios em corpos de prova semelhantes com e sem reforço, testando diferentes configurações de reforço, ancoragem e armaduras internas. Assim, esses trabalhos usualmente atribuem ao reforço a diferença entre as cargas últimas obtidas nos espécimes com e sem reforço. Se considerada, no entanto, a interação entre os materiais, essa consideração não será necessariamente verdadeira, pois a utilização dos materiais nas duas situações poderá ser distinta.

### **2.5.2 Modelos teóricos**

Na maioria das referências normativas existentes para projeto de reforço com FRP este é considerado de forma semelhante à armadura interna de cisalhamento, isto é, por meio de modelos de treliça idealizadas. Esses modelos se assemelham aos modelos de cisalhamento utilizados para o concreto armado onde a estimativa de carga última ao cisalhamento é obtida pela soma das contribuições independentes do concreto, aço das armaduras internas e FRP externo. A interação entre as armaduras internas de aço e o reforço externo, além do concreto, não são consideradas diretamente, o que é uma aproximação conservativa (Rousakis *et al.*, 2016; Sas *et al.*, 2009).

Diferentes autores propuseram modelos para estimar a resistência dos elementos reforçados ao cisalhamento com FRP. Khalifa *et al.* (1998) desenvolveram as expressões que são a base do ACI 440.2R (2017). Seu desenvolvimento é baseado na treliça de Mörsch, assim como a teoria clássica para vigas de concreto armado sob cisalhamento. Deste modo, parcelas de resistência são atribuídas ao concreto, aço das armaduras internas e ao FRP externo. Neste modelo é considerado que o aço das armaduras internas irá escoar. Para se obter a contribuição do FRP é necessário estimar sua deformação específica efetiva, a partir da qual será calculada a tensão efetiva atuante e, conseqüentemente, a sua contribuição à resistência.

Um trabalho de grande relevância nesse campo foi elaborado por Chen e Teng (2003). Neste, os autores propuseram um modelo que considerava separadamente a ocorrência dos dois modos

de falha dominantes: a ruptura e o descolamento do FRP. Entre os destaques deste modelo está o uso de um modelo racional para a aderência entre o concreto e o FRP e a consideração da distribuição não uniforme de tensões nas tiras de FRP. O modelo obtido pelos autores mostrou boa aderência a resultados experimentais, conseguindo boas previsões da capacidade resistentes de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP.

Em 2007, Monti e Liotta (2007) realizaram ensaios experimentais em 24 vigas de concreto armado de seção retangular e desenvolveram um modelo que é a base para a norma italiana, a CNR-DT 200 (CNR, 2004). As configurações de reforço utilizadas foram tiras de FRP aderidas nas faces laterais da alma, envolvimento parcial em forma de “U” e o envolvimento completo da alma, tendo sido utilizadas tiras (discretas) e mantas (contínuas) para as configurações mencionadas. As expressões obtidas pelos autores mostraram boa correlação com resultados experimentais.

Em 2011, Kotynia (2011) propôs um modelo para a estimativa da contribuição do FRP para o esforço cortante em membros reforçados. O modelo proposto considera a lei aderência-deslizamento proposta por Lu *et al.* (2005a), e busca estimar individualmente a contribuição de cada porção (tiras, faixas ou região contínua) de FRP interceptado por uma fissura crítica de cisalhamento. Esse modelo apresentou resultados promissores quando comparados a outros existentes na literatura, conforme apresentado em Kotynia (2011) e Oller, Kotynia e Marí (2021). Por esse motivo, esse modelo será utilizado como referência para o desenvolvimento do modelo apresentado no Capítulo 4, onde o modelo proposto por Kotynia (2011) será detalhado adequadamente.

Outros estudos também tentaram propor modelos ou melhorar os já mencionados. Todavia, era evidente que ainda havia muitos parâmetros que influenciavam no comportamento que não estavam sendo considerados nos modelos propostos. Assim, Mofidi e Chaallal (2014), realizaram ensaios experimentais buscando identificar quais os parâmetros que poderiam ter influência na resistência destes elementos, e desenvolveram novas expressões. Entre os parâmetros analisados estavam: o padrão de fissuração e o efeito da armadura interna de cisalhamento na contribuição do FRP (interação entre ambas). Entre suas conclusões, os autores destacam que a presença das armaduras internas de cisalhamento tem significativa relevância

na contribuição do FRP, o que, segundo eles, não é considerado pelas normas. Desta forma, um coeficiente foi proposto de modo a levar em consideração entre as armaduras interna e externa.

Colotti (2013) estudou de forma analítica a interação entre os estribos e o reforço externo FRP. Um modelo que se baseia numa fissura crítica de cisalhamento foi desenvolvido de modo em que a interação entre as armaduras fosse considerada. Uma de suas premissas está relacionada à aderência-escorregamento perfeitamente rígido, para a interface concreto-FRP, que é uma aproximação adotada para se obter uma solução fechada para o fenômeno. Além disso, a distribuição de tensões não uniforme no FRP é considerada. Todavia, um modelo mais representativo contemplaria um modelo bilinear para aderência FRP-concreto, conforme recomendado pelo fib Bulletin 90 (2019). Outros trabalhos que também consideram a interação entre o FRP e armaduras internas: Chen, Teng e Chen (2012), Li, You, Ayoub e Belarbi (2011).

Spinella (2019) propôs um modelo baseado na Teoria do Campo de Compressão Modificado (MCFT, da sigla em inglês para *modified compression field theory*). Nesta teoria são consideradas as variabilidades das deformações de compressão, do efeito da deformação efetiva no FRP e, em vigas com cisalhamento, a interação entre armaduras externas e internas. Além disso, o modelo tenta descrever todo o comportamento das vigas reforçadas, isto é, do início de aplicação de carga até a ruptura e, segundo os autores, apresentou boa aderência com resultados experimentais e baixo coeficiente de variação. Ainda segundo os autores, as contribuições do FRP e estribos estão relacionadas a rigidez axial do sistema de reforço na vertical.

Muitos estudos que buscam melhor estimar a capacidade resistente de vigas reforçadas com FRP, bem como capturar todo seu comportamento até a ruptura, foram propostos até o presente momento, tendo a presente seção destacado apenas alguns. Todavia, os trabalhos apresentados reforçam que diferentes autores evidenciaram que há, de fato, uma interação entre as armaduras internas e o reforço externo ao cisalhamento, e que esta tem influência nas parcelas de contribuição dos materiais envolvidos.

Oller, Kotynia e Marí (2021) avaliaram o desempenho de diferentes modelos teóricos na estimativa da contribuição do FRP à resistência ao esforço cortante. Uma conclusão interessante deste trabalho é que, segundo os autores, prever a capacidade resistente total dos elementos reforçados produz melhores resultados do que estimar a contribuição individual do reforço FRP.

Entre os motivos apresentados, está a interação entre as diferentes fontes de resistência (concreto, FRP e armaduras internas). Ainda segundo os autores, há uma necessidade para realização de novos estudos que busquem investigar a interação entre estribos e reforço FRP, de modo que seja possível uma estimativa mais assertiva sobre as fontes de resistência.

### **2.5.3 Estudos Numéricos**

Os ensaios experimentais são a fonte para proposição de muitos modelos teóricos. Eles possuem a capacidade de verificar de forma real, de forma real, os fenômenos e os parâmetros que os influenciam determinados processos. No entanto, programas experimentais podem ser dispendiosos, tanto em termos financeiros como de tempo. Requerem incentivos e trabalho em laboratório, o que pode ser limitante.

Por outro lado, os métodos numéricos têm se mostrado uma alternativa eficiente. Eles são empregados com sucesso para explorar soluções e analisar detalhadamente comportamentos. Além disso, os métodos numéricos complementam os trabalhos experimentais, proporcionando uma abordagem mais abrangente na investigação científica.

Na área de modelagem computacional de vigas reforçadas com FRP ao cisalhamento, observa-se uma menor quantidade de trabalhos em comparados aos trabalhos envolvendo o reforço à flexão.

Um fator significativo que influencia a resistência ao cisalhamento proporcionada pelo FRP é a inclinação e abertura de fissuras. Autores como Godat, Labossire e Neale (2010) utilizaram modelos numéricos para investigar a inclinação das fissuras de cisalhamento em vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP. Esses modelos foram baseados em resultados experimentais de 6 vigas, que foram reforçadas com tiras de FRP em forma de 'U'. A modelagem em elementos finitos foi realizada com o auxílio do *software* ADINA.

Embora os autores não tenham especificado o modelo constitutivo para representar o comportamento do concreto, o aço foi modelado considerando o comportamento elasto-plástico com endurecimento linear, enquanto o FRP foi tratado como linear-elástico até a ruptura. A

interface entre concreto e FRP foi representada por um modelo não-linear de deslizamento-tensão de cisalhamento, com 3 propostas diferentes apresentadas pelos autores.

Uma correlação foi estabelecida entre a região de fissuração por cisalhamento observadas experimentalmente e os valores máximos previstos pela relação da interface concreto-FRP. Essa correlação indicou que o descolamento se inicia ao longo da fissura principal de cisalhamento e se propaga na direção da aresta livre.

Um modelo não-linear tridimensional foi utilizado por You, Ayoub e Berlabi (2011) para estudar o reforço de vigas protendidas reforçadas ao cisalhamento com FRP. Neste trabalho o Diana 9.3 foi utilizado, e o FRP foi modelado com elemento quadrilaterais, considerando elementos de interface para considerar a aderência entre o FRP e o concreto, modeladas utilizando a proposta de Lu *et al.* (2005b). O concreto foi modelado utilizando o *Total Strain Crack Model*, baseado no trabalho de Vecchio e Collins (1993). Os modelos foram capazes de prever com considerável precisão o comportamento carga-deslocamento dos resultados experimentais. O trabalho apresenta ainda a estimativa das contribuições à resistência advindas do FRP, estribos e concreto a partir do modelo teórico. Além disso, os autores propõem uma metodologia para a estimativa das contribuições individuais de estribos e FRP a partir dos resultados da análise numérica.

No estudo realizado por Chen, Chen e Teng (2012), o comportamento de vigas reforçadas ao cisalhamento com mantas de FRP foi investigado numericamente, tanto para o caso de faixas contínuas e discretas aderidas à superfície do concreto. Análise computacional foi realizada utilizando pacote computacional *ABAQUS*, baseado no método dos elementos finitos.

O concreto foi modelado utilizando o modelo de dano plástico (*concrete damage plasticity model*), por capturar bem os comportamentos de falha do concreto esmagado em compressão e fissuração por tração. O aço das armaduras foi considerado como elástico-perfeitamente plástico e o FRP como linear elástico até a ruptura. A consideração das interfaces aço-concreto e concreto-FRP foi considerada por meio de elementos coesivos, modelados por uma proposta própria que se assemelha à proposta de Lu *et al.* (2005b).



Segundo os autores, o modelo proposto foi capaz de obter grande acurácia quando comparado a resultados experimentais. Além disso, o comportamento dos materiais envolvidos foi condizente àqueles obtidos nos mesmos testes experimentais. Os autores destacam ainda que a consideração de uma ligação perfeita entre o FRP e concreto pode superestimar a capacidade resistente ao cisalhamento das vigas, sendo de fundamental importância sua consideração. Entretanto, foi observado que a ligação entre o aço dos estribos e o concreto teve um comportamento complexo, não sendo possível relacionar esta interação a um aumento ou diminuição da carga nas vigas. Trabalho semelhante foi realizado por Godat, Labossire e Neale (2012).

Ferreira et al. (2013) utilizaram o modelo proposto por Bairán e Marí (2007a e 2007b), adaptados para considerar a influência do FRP e investigar os mecanismos resistentes ao cisalhamento nas vigas reforçadas com ele. O descolamento e concentração de tensões não foram contemplados no modelo. Os resultados obtidos foram comparados com o resultado experimental para 8 vigas ensaiadas e a influência do FRP estudada. Desta forma, os autores concluíram que a presença do FRP modifica as inclinações das fissuras e bielas comprimidas, as tensões de confinamento do concreto e outros parâmetros relacionados à resposta ao cisalhamento, indicando uma interação entre os materiais.

Manos et al. (2014) analisaram via MEF o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento com configurações abertas de FRP. Os modelos, concebidos no programa *ABAQUS*, foram baseados e validados a partir dos resultados de ensaios experimentais de 10 vigas, sendo estas: duas (2) vigas de referência, quatro (4) reforçadas com arranjos de FRP em forma de 'U' sem ancoragem e outras quatro (4) com ancoragem. O FRP foi modelado como um material ortótropo, utilizando o modelo de dano de Hashin, enquanto o comportamento do concreto foi representado pelo modelo de dano plástico (ambos disponíveis no *software ABAQUS*). Para o aço foi empregado o modelo elástico-perfeitamente-plástico. Segundo os autores, os modelos conseguiram ajustar o comportamento carga-deslocamento, carga de ruptura, modos de falha, fissuração diagonal do concreto, comportamento de descolamento do FRP (para os casos sem ancoragem) e plastificação das armaduras.

Shahbazpanahi et al. (2015) desenvolveram um modelo numérico baseado na mecânica da fratura para análise da propagação de fissuras em vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP.

As fissuras de tração foram abstraídas considerando um modelo de zona coesiva para o concreto. Entre suas conclusões os autores destacam que o número, comprimento e o ângulo das fissuras de cisalhamento diminuem com a presença e distribuição do FRP no vão de cisalhamento.

Uma análise paramétrica em elementos finitos foi realizada por Qapo, Dirar e Jemaa (2016) em vigas reforçadas ao cisalhamento com barras embutidas na seção de concreto. Os modelos foram concebidos no programa computacional DIANA e simularam ensaios de flexão de 3 pontos. Para o concreto foi adotado o modelo de fissura dispersa (*smearred crack model*), considerando o modelo à compressão parabólico. O comportamento à tração foi definido com base na energia de fratura. Já a interação entre o reforço FRP e o concreto foi considerada por meio de modelos de interface que implementavam uma lei de tensão de aderência-deslizamento. A influência da razão  $a/d$  ( $a$  = vão de cisalhamento,  $d$  = altura útil da seção da viga), a altura útil da viga, resistência do concreto, orientação das barras de reforço FRP e armaduras internas de cisalhamento, estão entre as variáveis consideradas na análise paramétrica.

Esfandiari et al. (2016) estudaram os parâmetros que influenciam no descolamento do FRP em vigas reforçadas ao cisalhamento. Um modelo 3D baseado no método dos elementos finitos foi elaborado considerando diferentes esquemas de reforço. O FRP foi modelado por meio de elementos lineares-elásticos 3D, com material ortótropo e a interface FRP-concreto modelado através de uma relação tensão de aderência-escorregamento. Os autores não informam se foi utilizado programa comercial ou de autoria própria na análise numérica. Entre as conclusões da pesquisa está a influência do comprimento das mantas na ocorrência do descolamento no reforço contínuo e a largura e espaçamento entre tiras no reforço discreto. Além disso, a consideração do FRP como sendo um material rígido na modelagem não se mostrou compatível com os resultados experimentais obtidos.

Oller et al. (2018) utilizaram o método *fibre beam model* (FBM) para simular vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP aderido externamente na superfície de concreto. Este método leva em consideração a interação entre esforço normal, esforço cortante e momento fletor em vigas, e se baseia na formulação por deslocamentos do MEF. O modelo foi capaz de capturar o comportamento das armaduras transversais (estribos internos e FRP externo), sendo representado o descolamento do FRP e falhas do sistema que viessem a acontecer. A grande

vantagem desse método, segundo os autores, é sua simplicidade e possibilidade de aplicação em situações em escala real.

Putter *et al.* (2021) apresentam um estudo onde a confiabilidade de modelos numéricos elaborados em elementos finitos apresentam quando comparados à resultados experimentais. Nesse estudo, 19 alternativas de modelagem bidimensional são propostas e testadas contra 101 resultados experimentais. É importante destacar que o *Diana* foi o programa computacional utilizado nessa análise. O trabalho de Putter (2022) apresenta detalhes sobre a modelagem dos espécimes utilizados no trabalho de 2021, e complementa este. Os resultados presentes nesses trabalhos serviram de principal referência para a modelagem apresentada no Capítulo 5 do presente trabalho.

Os trabalhos apresentados nesta seção evidenciam que análises numéricas têm sido utilizadas para melhor compreender o comportamento de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP. Essas análises investigam como as variáveis envolvidas influenciam o comportamento global das vigas, sua carga última e a ocorrência do descolamento.

Embora haja um consenso sobre a existência de interação e o reforço FRP, até o presente momento, poucos trabalhos na literatura acessível exploraram essa interação de forma aprofundada. É importante que futuras pesquisas continuem a investigar essa relação para aprimorar o entendimento e o projeto eficiente de vigas reforçadas com FRP ao cisalhamento.

#### **2.5.4 Estudo com aprendizado de máquina**

Os trabalhos envolvendo a utilização de técnicas de aprendizado de máquina têm se tornado mais frequentes, em especial em aplicações na engenharia.

Naderpour e Alavi (2017) propuseram a utilização de um modelo baseado em lógica Fuzzy acopladas com redes neurais para estimar a resistência dos elementos reforçados com FRP ao cisalhamento. O estudo foi baseado em um banco de dados com 250 resultados experimentais, contemplando vigas reforçadas por envolvimento completo e em forma de U, contínuos e discretos. Os resultados foram comparados com aqueles obtidos pelo fib Bulletin 14 (2001), ACI 440.2R (2017) e a norma canadense, CSA-S806. Os resultados apontam que o modelo

proposto foi capaz de superar o desempenho apresentado pelos métodos de referência. Além disso, um estudo paramétrico utilizando o modelo proposto é apresentado. Um trabalho semelhante foi apresentado por Kar e Biswal (2020).

Abuodeh, Abdalla e Hawilah (2020) apresentaram um estudo em que uma rede neural artificial resiliente, implementando o algoritmo de retropropagação (*back-propagation*). Nesse estudo um banco de dados com 150 resultados experimentais foi utilizado com referência, utilizando 15 parâmetros como variáveis de projeto. Entre os destaques desse trabalho estão a utilização de uma técnica para seleção das variáveis mais importantes para compor o modelo (eliminação recursiva de parâmetros); e a elaboração de diagramas de interpretação de rede (NID), que auxilia na compreensão de como os modelos produzem os resultados. A otimização dos hiper parâmetros também está presente, de modo a sistematicamente escolher a arquitetura da rede a ser utilizada nas previsões. Os resultados apresentados apontam que a otimização dos hiper parâmetros melhora significativamente a performance dos modelos. Além disso, os resultados obtidos pelo modelo proposto superam o desempenho de modelos analíticos tradicionais.

Utilizando técnicas de aprendizado de máquina evolucionários, Anvari, Babanajad e Gandomi (2023) propuseram estimar a resistência total dos membros reforçados, não apenas a contribuição do FRP. Um banco de dados com 785 vigas reforçadas externamente com FRP foram utilizadas para a obtenção do modelo. Os modelos desenvolvidos apresentam coeficientes de determinação  $R^2=0,883$  e  $R^2=0,940$ , o que supera o desempenho dos modelos analíticos tradicionais presentes na literatura.

Um trabalho de destaque nesta seção é o realizado por Mohammadi, Barros e Sena-Cruz (2023). Baseado em 900 dados experimentais, os autores buscaram estimar os valores de deformações específicas efetivas experimentadas pelo FRP, a ser utilizada em modelos baseados na analogia de treliça. Além disso, outros parâmetros são propostos de modo a considerar a taxa de armadura transversal, raio de suavização da seção e tipo de reforço na estimativa das deformações efetivas. Os resultados apresentados apontam que as expressões obtidas resultam em resultados de melhor desempenho que os modelos de referência.

Finalmente, Sandeep *et al.* (2023) apresentam como diferentes estratégias de aprendizado de máquina podem ser utilizadas na estimativa da capacidade resistente de elementos reforçados

ao cisalhamento com FRP. Embora nenhum modelo seja proposto, diferentes estratégias são apresentadas, com seu potencial de aplicação apresentados, o que contribui significativamente para a realização de trabalhos futuros.

### 3 INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL DAS PARCELAS DE CONTRIBUIÇÃO À RESISTÊNCIA

Estimar a resistência a resistência de vigas de concreto armado ao esforço cortante continua sendo um desafio na engenharia estrutural, especialmente quando reforçadas com sistemas FRP aderidos à superfície. No entanto, ainda não há um consenso sobre como estimar a contribuição do FRP à resistência do elemento, e diferentes modelos têm sido propostos. Os modelos existentes, de um modo geral, apresentam variação significativa nos resultados obtidos, como avaliado nos trabalhos de Sas *et al.* (2009), Kotynia (2011), e Oller, Kotynia e Marí (2021).

A parcela de resistência atribuída ao FRP em trabalhos experimentais é assumida, simplificada, como a diferença de resistência entre uma viga reforçada e uma semelhante não-reforçada. Essa consideração implica diretamente que a resistência total do elemento reforçado poderia ser obtida somando a resistência do elemento sem reforço (concreto e armadura de cisalhamento) à contribuição mecânica do reforço FRP. Esse paradigma está presente na maioria dos modelos de previsão de capacidade resistente encontrados na literatura (Chaallal, 1998, Rousakis *et al.*, 2016; Mofidi e Chaallal, 2014; Monti e Liota, 2007; Pellegrino e Modena, 2008; Carolin e Täljsten, 2005; Chen e Teng, 2003) e adotada no meio técnico (ACI 440.2R-17, 2017; fib Model Code, 2010; DafStb, 2013).

Embora do ponto de vista filosófico, a variação apresentada pelo elemento seja diretamente influenciada pela presença do FRP, mecanicamente, a adição do reforço FRP modifica o comportamento dos demais elementos constituintes do sistema, afetando suas contribuições na resistência (Chen *et al.*, 2011; Carolin e Täljsten, 2005; Pellegrino e Modena, 2008; Monti e Liota, 2007). Quando o reforço FRP está presente, ele limita a abertura de fissuras de cisalhamento, reduzindo as deformações nos estribos e, conseqüentemente, sua contribuição para a resistência ao cisalhamento (Colotti, 2013). Esse comportamento é conhecido *interação entre as armaduras internas de cisalhamento e o reforço externo FRP*. A ocorrência desta interação pode ocasionar no não escoamento (completo ou parcial) dos estribos interceptados pelas fissuras de cisalhamento, premissa adotada na maioria dos modelos teóricos existentes.

Para uma estimativa mais precisa da resistência das vigas reforçadas, é fundamental compreender melhor a contribuição de cada uma das principais fontes de resistência: concreto,

armadura interna de cisalhamento e reforço externo FRP. Nesse contexto, novas campanhas experimentais que avaliem as contribuições específicas para a resistência ao esforço cortante são relevantes e podem fornecer parâmetros mais robustos para o desenvolvimento de modelos teóricos.

Neste capítulo, apresenta-se uma metodologia para estimar das contribuições individuais provenientes do reforço externo FRP, estribos e concreto. Além disso, investiga-se como as características do reforço influenciam as parcelas de resistência e o incremento de carga em comparação às vigas sem reforço.

A base para esse estudo foi uma campanha experimental realizada como parte de três (3) dissertações de mestrado da Universidade de Brasília (Salles Neto, 2000; Silva Filho, 2001; Araújo, 2002). Neste trabalho, serão apresentadas apenas partes essenciais desses estudos necessárias para as análises e discussões aqui desenvolvidas. Para obter detalhes específicos sobre a campanha experimental, recomenda-se consultar os trabalhos mencionados.

### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DOS ESPÉCIMES E ENSAIO

Com base dos trabalhos de Sales Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002), foi possível reunir informações sobre 24 vigas de concreto armado. Dessas, 5 vigas serviram como referência, enquanto 19 vigas foram reforçadas ao cisalhamento com diferentes configurações de reforço FRP aderido externamente.

#### 3.1.1 Geometria das vigas

As vigas testadas são construídas em concreto armado e têm comprimento de 4400 mm. As vigas foram testadas em ensaios de flexão de 4 pontos de carga (*Ensaio de Stuttgart*). Essas apresentam uma configuração simétrica de geometria, armaduras e carregamento em relação ao centro do vão. A distância entre apoios é de 4000 mm, e a distância entre os pontos de aplicação de carga e os apoios é de 1070 mm. O carregamento foi aplicado com o auxílio de uma viga metálica de distribuição e um atuador hidráulico reagindo contra um pórtico de reação. Uma representação esquemática da geometria das vigas e da configuração do ensaio é apresentada na Figura 3.1.

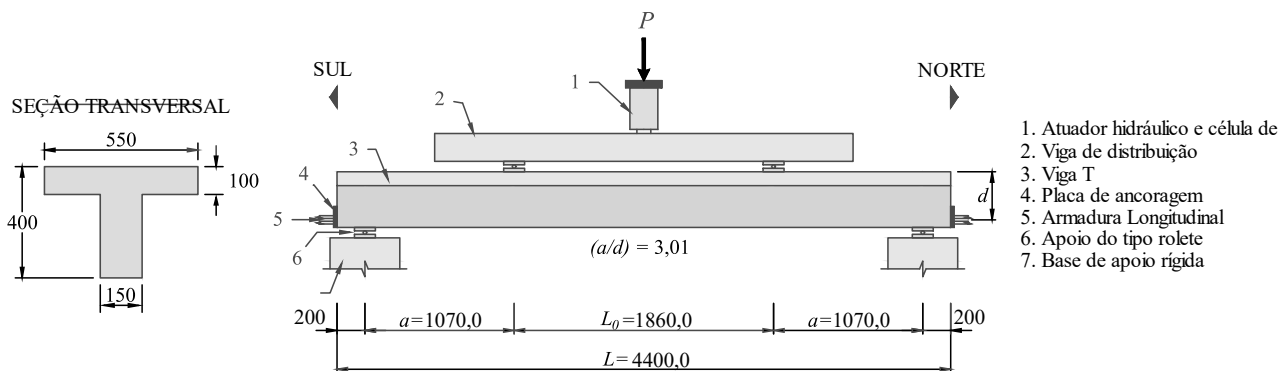


Figura 3.1 – Representação esquemática do ensaio e dimensões dos espécimes (dimensões em mm).

A seção transversal tem forma de ‘T’, escolhidas para simular condições em que lajes estão presentes e monoliticamente vinculadas às vigas (Figura 3.1). A seção das vigas apresenta altura total de 400 mm e largura da alma de 150 mm. A mesa tem largura e espessura, respectivamente, de 500 mm e 100 mm. As arestas da parte inferior da alma foram suavizadas com raio de aproximadamente  $R = 10$  mm.

### 3.1.2 Armaduras internas

As armaduras internas das vigas é o primeiro parâmetro que as difere. Estão presentes 3 configurações de armaduras internas (Tipo 1, 2 e 3).

Os Tipo 1 e 2 apresentam a mesma armadura longitudinal na alma composta por  $3\varnothing 20$  mm +  $3\varnothing 16$  mm ( $d = 355,2$  mm), respectivamente na primeira e segunda camadas. Na mesa as armaduras longitudinais são de  $4\varnothing 5$  mm +  $2\varnothing 5$  mm, respectivamente na primeira e segunda camadas. As armaduras longitudinais da alma do Tipo 3 difere dos demais tipos pois estão presentes  $3\varnothing 22$  mm +  $3\varnothing 22$  mm ( $d = 349,3$  mm), respectivamente nas primeiras e segunda camadas. Em todos os casos, as armaduras longitudinais da alma são ancoradas mecanicamente nas extremidades com chapas metálicas de dimensões  $150 \times 150 \times 12,5$  mm<sup>3</sup> para coibir a ocorrência de deslizamento representativo das armaduras.

O Tipo 1 de armadura não apresenta estribos na alma nos vãos de cisalhamento, porém apresentam  $\varnothing 4,2$  mm espaçados em 170 mm no vão centrão e junto aos apoios. Os Tipos 2 e 3



apresentam estribos na alma por toda extensão das vigas, com a mesma configuração de  $\varnothing 4,2$  mm espaçados em 170 mm. Todos os 3 tipos apresentam estribos na mesa do tipo  $\varnothing 5$  mm espaçados a 170 mm.

O cobrimento das armaduras é uniforme em todo o perímetro da seção e igual a 15 mm. A representação esquemática das armaduras é apresentada na Figura 3.2.

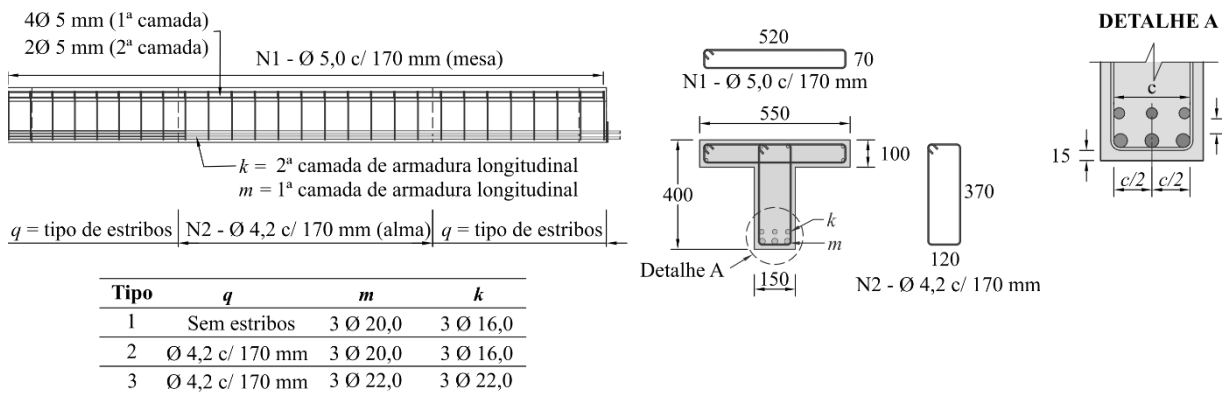


Figura 3.2 – Detalhamento das armaduras internas de aço (dimensões em mm).

### 3.1.3 Reforço Externo FRP

Os esquemas de reforço utilizados são o envolvimento completo (F), presente em 7 vigas, e em forma de U (U), com 12 vigas. Para o reforço foram aplicadas faixas discretas de CFRP (fibra de carbono) impregnadas no local de aplicação. Duas orientações para o FRP diferentes são testadas, com faixas e direção principal das fibras dispostas à  $45^\circ$  e  $90^\circ$  em relação ao eixo longitudinal das vigas. A largura das faixas ( $w_f$ ) não variou entre os tipos de reforço e foi mantida fixa em 150 mm, medida perpendicular à direção das fibras. O espaçamento entre duas faixas sucessivas ( $s_f$ ), medida perpendicular à direção das fibras, apresenta valores distintos, podendo ser de 180, 200, 230 mm. A espessura de cada faixa de FRP também variou em função da quantidade de camadas utilizadas, podendo conter 1, 2 ou 3 camadas por faixa.

Em 5 vigas com reforço em forma de U foi testada a utilização de ancoragens adicionais. O Tipo J consiste no envolvimento das extremidades superiores das faixas de FRP em vergalhões de aço de  $2\varnothing 8$  mm fixados com resina epóxi em ranhuras na alma, junto à face inferior da mesa. Faixas horizontais de CFRP aderidas nas extremidades superiores das faixas transversais FRP

foi a estratégia utilizada nos Tipos K e L de ancoragem adicional, respectivamente com 50 mm e 100 mm de largura.

Nas vigas com envolvimento completo, foi necessário a realização de aberturas na mesa para a passagem do reforço. Estas foram realizadas com as dimensões aproximadas das larguras das faixas de reforço, e 50 mm de largura. Realizado o reforço, as aberturas foram recuperadas utilizando graute com adição de brita.

A representação esquemática das configurações de reforço contempladas é apresentada na Figura 3.3.

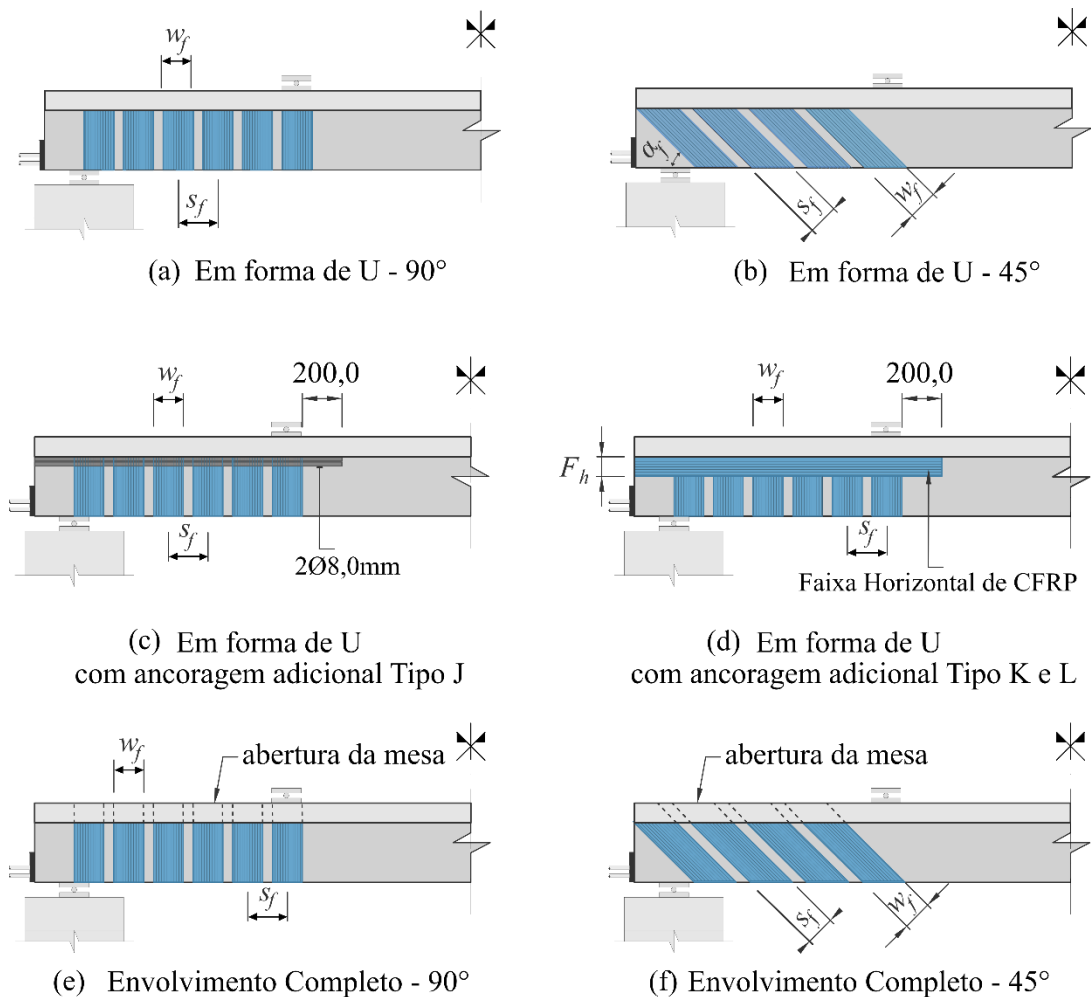


Figura 3.3 – Representação esquemática dos tipos de reforço CFRP (dimensões em mm).

### 3.1.4 Característica das vigas

Os resultados apresentados nas seções seguintes serão referenciados apenas em função da nomenclatura adotadas para os espécimes e apresentado a seguir. As vigas serão identificadas inicialmente por um agrupamento de 4 grupos de caracteres, do tipo XX-YY-WWW-Z.

No primeiro conjunto (XX), constam as séries a quais as vigas pertencem (A, B e C), referentes, respectivamente, aos trabalhos de Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002). Em seguida, o número da ordem em que elas aparecem nos trabalhos originais, apresentando valores entre 1 e 8. Assim, a viga V5 do trabalho de Silva Filho (2001) será referenciada neste trabalho como B5, na sua versão simplificada.

No segundo grupo da nomenclatura estão as informações quanto ao tipo de armadura (Tipo 1, 2 ou 3) e a realização de ensaios de pré-fissuração (P) são adicionadas à nomenclatura.

No terceiro bloco são informados o tipo de envolvimento do reforço (*U* – envolvimento em forma de U; *F* – envolvimento completo), orientação das faixas FRP (45° ou 90°) e o tipo de ancoragem adicional (J, K ou L) possivelmente presente. Já no quarto bloco é identificado a quantidade de camadas de FRP por faixa (1, 2 ou 3).

Assim, de forma resumida, a viga C4-2P-U90L-2 se trata da viga V4 (4) do trabalho de Araújo (2002) (C), com tipo 2 de armadura interna e que foi pré-fissurada antes da aplicação do reforço; o reforço foi realizado por envolvimento em forma de U, a 90°, com o tipo L de ancoragem (faixas horizontais de FRP de 100 mm de largura), utilizando 2 camadas de FRP por faixa.

Finalmente, as vigas foram agrupadas em função do tipo de reforço que elas apresentam, podendo ser vigas de referência, reforço em forma de U, em forma de U com ancoragem adicional e envolvimento completo. O resumo das características das vigas, e suas resistências à compressão e tração do concreto no dia do ensaio são apresentadas na Tabela 3.1.

### **3.1.5 Caracterização dos Materiais**

As propriedades mecânicas do concreto foram obtidas a partir de ensaios em corpos de prova 150x300 mm<sup>2</sup>, com a resistência especificada em 30 MPa. Os resultados de resistência a compressão,  $f_c$ , apresentados na Tabela 3.1, são referentes ao dia dos ensaios (média de 10

corpos de prova), variando entre 22,5 e 46,6 MPa. As resistências à tração,  $f_{ct}$ , foram obtidas em ensaios de tração por compressão diametral, com corpos de prova semelhantes aos utilizados para os ensaios à compressão. Os valores apresentados na Tabela 3.1 também representam a média de 10 corpos de prova, e variam entre 2,0 e 4,0 MPa.

Tipo	Espécime	Figura	Tipo Arm.	Pré-Fissurada?	Orientação, $\alpha_f$	Ancoragem Adicional	Camadas FRP, $n_f$	Espaç. FRP, $s_f$ (mm)	$f_{c,pf}$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)
Referência	A1-1-R	-	1	Não	-	-	-	-	-	31,0	3,7
	A4-2-R	-	2	Não	-	-	-	-	-	31,0	3,7
	B1-2-R	-	2	Não	-	-	-	-	-	44,8	3,5
	C1-2-R	-	2	Não	-	-	-	-	-	23,3*	2,2
	C5-3-R	-	3	Não	-	-	-	-	-	46,1	3,1
Reforço em forma de U	A2-1-U90-1	4.3.b	1	Não	90°	-	1	230	-	44,6	3,5
	A3-1-U45-1	4.3.a	1	Não	45°	-	1	230	-	44,6	3,5
	A5-2P-U90-1	4.3.b	2	Sim	90°	-	1	230	28,0	40,0	4,0
	A6-2P-U90-2	4.3.b	2	Sim	90°	-	2	200	28,4	40,0	4,0
	A7-2P-U45-1	4.3.a	2	Sim	45°	-	1	230	28,0	40,0	4,0
	A8-2P-U45-1	4.3.a	2	Sim	45°	-	1	180	28,4	40,0	4,0
	B4-2P-7U90-3	4.3.b	2	Sim	90°	-	3	200	43,8	43,8	2,8
Reforço em U com ancoragem adicional	B7-2P-U90J-1	4.3.c	2	Sim	90°	Type J	1	230	45,3	45,3	3,5
	B8-2P-U90J-2	4.3.c	2	Sim	90°	Type J	2	200	45,3	45,3	3,0
	C2-2P-U90K-1	4.3.d	2	Sim	90°	Type K	1	230	22,5*	22,5*	2,0
	C3-2P-U90L-1	4.3.d	2	Sim	90°	Type L	1	200	22,5*	22,5*	2,0
Envolvimento Completo	B2-2P-F90-1	4.3.e	2	Sim	90°	-	1	230	41,9	41,9	3,7
	B3-2P-F90-2	4.3.e	2	Sim	90°	-	2	200	42,2	42,2	3,1
	B5-2P-F45-1	4.3.f	2	Sim	45°	-	1	230	45,3	45,3	3,9
	B6-2P-F45-1	4.3.f	2	Sim	45°	-	1	200	46,4	46,4	3,5
	C6-3P-F90-1	4.3.e	3	Sim	90°	-	1	230	45,7	45,7	4,0
	C7-3P-F90-2	4.3.e	3	Sim	90°	-	2	200	45,8	45,8	3,1
	C8-3P-F45-1	4.3.f	3	Sim	45°	-	1	230	46,6	46,6	3,6

\* Resistência a compressão do concreto inferior à estipulada em projeto.

-  $f_c$  e  $f_{ct}$  são referentes ao dia do ensaio de ruptura e  $f_{c,pf}$  ao ensaio de pré-fissuração.

Nota: Para todas as faixas de FRP  $w_f = 150$  mm na direção perpendicular às fibras.

Tabela 3.1 – Características das vigas ensaiadas e propriedades do concreto

A tensão de escoamento nominal das armaduras é de 600 MPa para os diâmetros de 4,2 e 5,0 mm, enquanto para as barras de 16, 20 e 22 mm é de 500 MPa. As propriedades mecânicas dos aços das armaduras foram obtidas experimentalmente em ensaios de tração e são resumidas na Tabela 3.2.

Diam. (mm)	Série A				Série B				Série C			
	$E_s$ GPa	$f_{sy}$ MPa	$f_u$ MPa	$\epsilon_{sy}$ m/m	$E_s$ GPa	$f_{sy}$ MPa	$f_{su}$ MPa	$\epsilon_{sy}$ m/m	$E_s$ GPa	$f_{sy}$ MPa	$f_{su}$ MPa	$\epsilon_{sy}$ mm/mm
4,2	208,0	773	812	0,0057	208,0	769	808	0,0057	330,0	771	810	0,0043
5,0	205,8	781	843	0,0059	203,0	770	935	0,0046	253,0	886	929	0,0054
8,0*	-	-	-	-	205,0	684	769	0,0052	-	-	-	-
16,0	203,9	619	755	0,0050	201,0	589	604	0,0047	240,0	656	820	0,0047
20,0	203,7	568	648	0,0047	202,0	620	705	0,0045	231,0	765	820	0,0053

22,0	-	-	-	-	-	-	-	-	225,0	712	841	0,0052
------	---	---	---	---	---	---	---	---	-------	-----	-----	--------

\* Utilizada para ancoragem das faixas de FRP.

Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas das armaduras obtidas a partir de ensaios experimentais

As tensões de escoamento apresentadas na Tabela 3.2 são os valores convencionais, obtidos a partir de uma deformação plástica de 0,2%.

O CFRP foi aplicado pelo sistema *wet lay-up* com fibras unidirecionais impregnados com resina epóxi *in loco*. O procedimento de aplicação seguiu as recomendações do fabricante. As propriedades mecânicas das fibras fornecidas pelo fabricante são resumidas na Tabela 3.3, diante da inexistência de ensaios experimentais para o compósito.

CFRP Properties			
$t_f$ (mm)	$f_{fu}$ (MPa)	$E_f$ (GPa)	$\epsilon_{fu}$ (m/m)
0,165	3790	228	0,017

Tabela 3.3 – Propriedades mecânicas do CFRP segundo o fornecedor

### 3.1.6 Instrumentação

A instrumentação das vigas tem como objetivo o registro das cargas, deslocamentos e deformações específicas durante os ensaios. As forças aplicadas foram registradas utilizando uma célula de carga com capacidade de 1000 kN, posicionada entre o atuador hidráulico e a viga metálica auxiliar. Devido às condições de contorno do ensaio, os esforços cortantes próximos aos apoios foram considerados em função da carga registrada pela célula de carga.

Os deslocamentos foram medidos utilizando relógios comparadores analógicos (*dial gauge*), posicionados na porção inferior da viga. Os deslocamentos verticais foram registrados abaixo dos pontos de aplicação de carga e no meio do vão. Deslocamentos horizontais nos apoios também foram registrados. No presente trabalho, apenas os deslocamentos verticais no meio da vão serão analisados.

As deformações específicas foram medidas por extensômetros elétricos (*strain gauges*), aderidos à superfície do concreto, nas faixas FRP e nas barras dos estribos. Buscou-se compatibilizar a posição dos extensômetros de FRP e estribos. Porém, devido às diferentes configurações de reforço, este foi alcançado apenas de forma aproximada. Nas armaduras

longitudinais da alma, as deformações foram medidas junto aos apoios e no vão central. No concreto, as deformações foram medidas apenas no meio do vão, na face superior da mesa. A representação esquemática da instrumentação dos ensaios é apresentada na Figura 3.4.

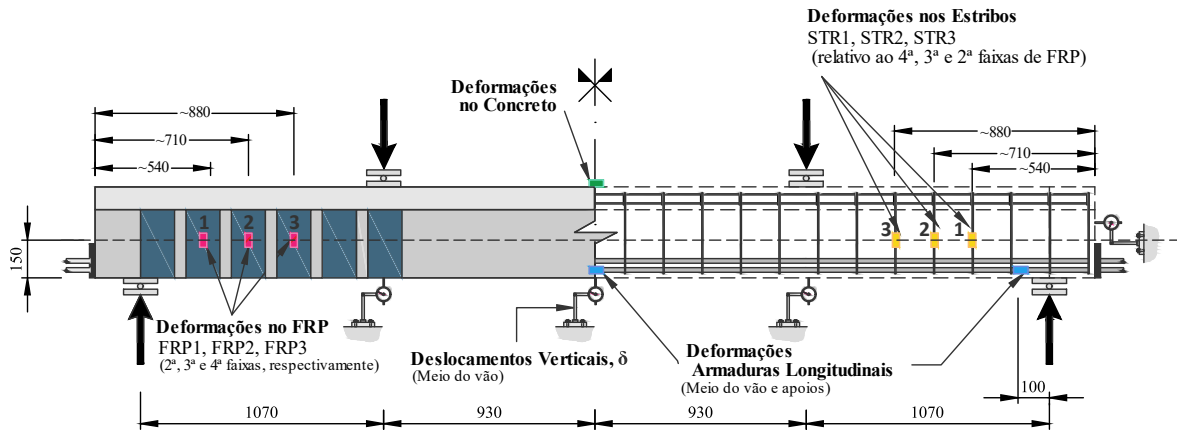


Figura 3.4 – Representação esquemática da instrumentação das vigas (dimensões em mm).

Para simular situações mais próximas as reais, a maioria das vigas foram pré-fissuradas antes da aplicação do reforço, as exceções sendo as vigas de referência ou sem estribos no vão de cisalhamento. Nas vigas da série A e B, para os Tipos 2 e 3 de armadura interna, as vigas foram fissuradas a uma carga total da ordem de 200 kN. Para os tipos 2 e 3 de armaduras, na série C, as cargas de fissuração foram de 150 e 225 kN, respectivamente. No processo de pré-fissuração, nenhuma das armaduras (transversais ou longitudinais) apresentaram escoamento.

## 3.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Devido ao elevado volume de dados experimentais, como resultados de sensores, detalhes sobre os ensaios e características dos materiais, apenas os resultados essenciais para o desenvolvimento das seções seguintes são apresentados nessa seção. Informações adicionais podem ser obtidas em Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002).

### 3.2.1 Capacidade resistente e modos de falha

Na Tabela 3.4 são apresentados os esforços cortantes resistentes ( $V_{u,exp}$ ), os incrementos de capacidade resistente devido ao reforço ( $\Delta V_u$ ), esforço cortante referente ao início do

escoamento dos estribos ( $V_y$ ) e do início do descolamento do reforço ( $V_{db}$ ), o deslocamento no meio do vão no momento da ruptura ( $\delta$ ) e o modo de falha observado.

Tipo	Espécime	$f_c$ (MPa)	$V_{db}$ (kN)	$V_y$ (kN)	$V_{u,exp}$	$\Delta V$ (kN)	$\Delta V$ (%)	$\delta$ (mm)	$V_{y,long}$ (kN)	Modo de Falha
Referência	A1-1-R	31,0	-	-	125,5	-	-	17,7	-	Cisalhamento
	A4-2-R	31,0	-	120	184,0	-	-	20,0	-	
	B1-2-R	44,8	-	175	180,0	-	-	19,5	-	
	C1-2-R	23,3	-	100	130,0	-	-	16,0	-	
	C5-3-R	46,1	-	140	186,0	-	-	15,7	-	
Reforço em forma de U	A2-1-U90-1	44,6	130	-	138,0	12,5	10,0	12,3	-	Cisalhamento com Descolamento do CFRP
	A3-1-U45-1	44,6	130	-	160,0	34,5	27,5	16,1	-	
	A5-2P-U90-1	40,0	160	170	201,5	17,5	9,5	21,3	-	
	A6-2P-U90-2	40,0	180	***	201,5	17,5	9,5	20,2	-	
	A7-2P-U45-1	40,0	170	185	201,5	17,5	9,5	22,9	-	
	A8-2P-U45-1	40,0	160	***	197,5	13,5	7,3	18,9	-	
Reforço em U com ancoragem adicional	B4-2P-U90-3	43,8	200	***	210,0	30,0	16,7	24,6	-	Cisalhamento com Descolamento do CFRP**
	B7-2P-U90J-1	45,3	160	***	245,5	65,5	36,4	24,7	-	
	B8-2P-U90J-2	45,3	-	+	255,0	75,0	41,7	23,7	-	
	C2-2P-U90K-1	22,5	100	***	147,5	17,5	13,5	15,9	-	
	C3-2P-U90L-1	22,5	150	***	157,5	27,5	21,2	16,8	-	
Envolvimento Completo	C4-2P-U90L-2	22,5	145	***	150,0	20,0	15,4	15,0	-	Cisalhamento com Ruptura do CFRP
	B2-2P-F90-1	41,9	-	***	294,5	114,5	63,6	39,8	260	
	B3-2P-F90-2	42,2	-	***	285,0	105,0	58,3	41,3	+	
	B5-2P-F45-1	45,3	-	***	289,5	109,5	60,8	44,1	258	
	B6-2P-F45-1	46,4	-	+	286,8	106,8	59,3	44,8	+	
	C6-3P-F90-1	45,7	209 <sup>†</sup>	285	325,0	139,0	74,7	26,7	-	
	C7-3P-F90-2	45,8	305 <sup>†</sup>	325	394,0	208,0	111,8	30,0	-	
	C8-3P-F45-1	46,6	265 <sup>†</sup>	265	306,0	120,0	64,5	22,1	-	

\* Flexão: escoamento das armaduras longitudinais com significativa abertura de fissuras, seguido do esmagamento do concreto comprimido.

\*\* Falha da ancoragem na faixa horizontal seguido do descolamento das faixas verticais.

\*\*\* Não foi observado escoamento dos estribos

+ Sem registro de dados devido a falha nos extensômetros.

Tabela 3.4 – Resumo dos resultados experimentais

É possível observar que todas as vigas reforçadas apresentaram incremento na capacidade resistente e falha por descolamento prematuro do FRP. Nas vigas reforçadas com CFRP em forma de U, o maior incremento relativo de resistência foi de 27,5% (34,5 kN) observado na viga A3-1-U45-1, que não possui estribos no vão de cisalhamento. Entre as vigas com estribos, o maior incremento de resistência foi observado na viga B4-2P-U90-3, de 16,7% (30 kN), que apresentava 3 camadas de CFRP por faixa. A viga A5-2P-U90-1, que difere da viga B4-2P-U90-3 apenas por possuir uma única camada por faixa de CFRP, apresentou 9,5% (17,5 kN) de aumento de resistência.

Os resultados evidenciam que o aumento de capacidade resistente em vigas reforçadas em forma de U não é proporcional à espessura da faixa de FRP. Como o descolamento do reforço

é o modo de falha predominante, o aumento da espessura das faixas não proporciona um aumento da área de contato do FRP com o concreto, fundamental para a aderência e, conseqüentemente, para a máxima força que uma faixa de FRP pode resistir. Ademais, o incremento de resistência apresentado pela viga sem armadura de cisalhamento (A3-1-U45-1) foi superior ao da viga equivalente com estribos (A7-2P-U45-1), respectivamente de 27,5% (34,5 kN) e 9,5% (17,5 kN).

Apenas duas das vigas reforçadas em forma de U (A5-2P-U90-1 e A7-2P-U45-1) apresentaram escoamento das armaduras transversais. Em ambos os casos, isso ocorreu após o início do descolamento.

A utilização de ancoragem adicional foi eficiente em aumentar a capacidade resistente quando comparadas às vigas sem ancoragem. Os maiores incrementos de resistência nesse tipo de reforço foram observados nas vigas B8-2P-U90J-2 (41,7% e 75 kN) e B7-2P-U90J-1 (36,4% e 65,6 kN), com ancoragem adicional do Tipo J (2Ø8.0 mm). Esses incrementos de resistência são da ordem de 4 vezes os apresentados pelas vigas equivalentes sem ancoragem, comprovando a eficácia das ancoragens.

O envolvimento completo foi a forma mais eficaz de reforço, apresentando os maiores incrementos de carga do programa experimental. Neste tipo de reforço, as vigas apresentaram tanto falha por flexão quanto por cisalhamento (Tabela 3.4). Dentre as vigas que apresentaram falha por flexão, o maior incremento de carga foi observado na viga B2-2P-F90-1 (63,6% e 114,5 kN). Todavia, ao se dobrar a quantidade de FRP (viga B3-2P-F90-2), o incremento de resistência foi inferior, de 58,3% (105 kN). Em ambos os casos, no entanto, o reforço FRP foi eficiente e capaz de mudar o modo de falha de cisalhamento para a flexão.

Nas vigas reforçadas por envolvimento completo que falharam por cisalhamento, a viga C7-3P-F90-2 apresentou o maior incremento de resistência, de 111,8% (208 kN). É importante destacar que se trata de uma viga com maior taxa de armadura longitudinal (Tipo 3) e uma maior taxa de reforço FRP (2 camadas por faixa e espaçamento de 200 mm). A falha ocorreu por cisalhamento com ruptura do FRP, com escoamento dos estribos em todas as vigas desse grupo.



As Figura 3.5 a Figura 3.8 apresentam exemplos do estado das vigas ao fim dos ensaios, com destaques aos padrões de fissuração e modos de falha do FRP.

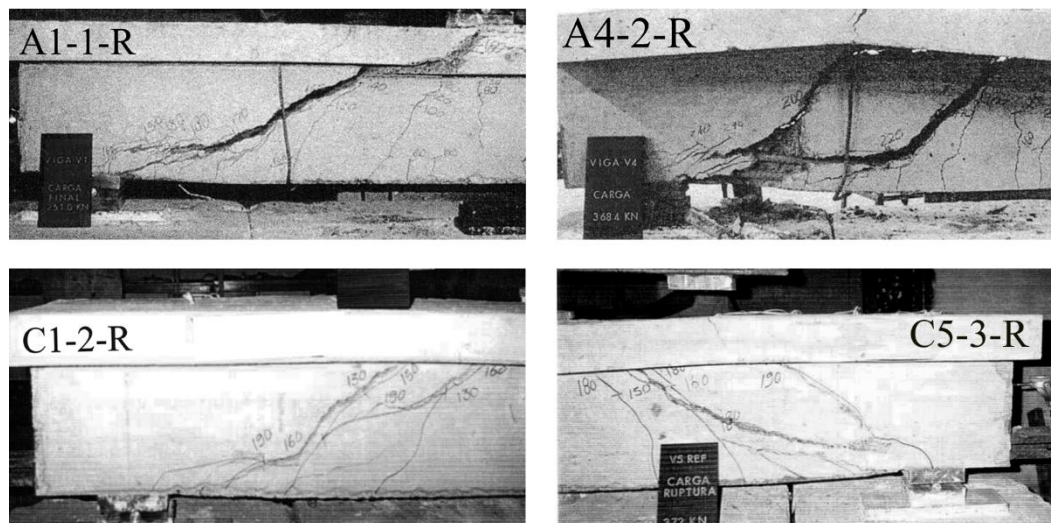


Figura 3.5 – Vigas de Referência. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002).

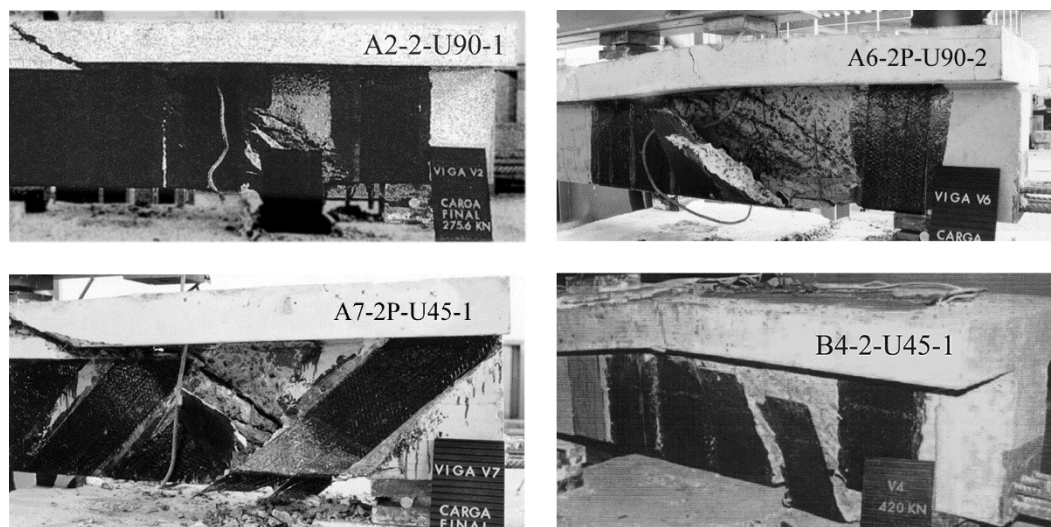


Figura 3.6 – Vigas com reforço em forma de U. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002).

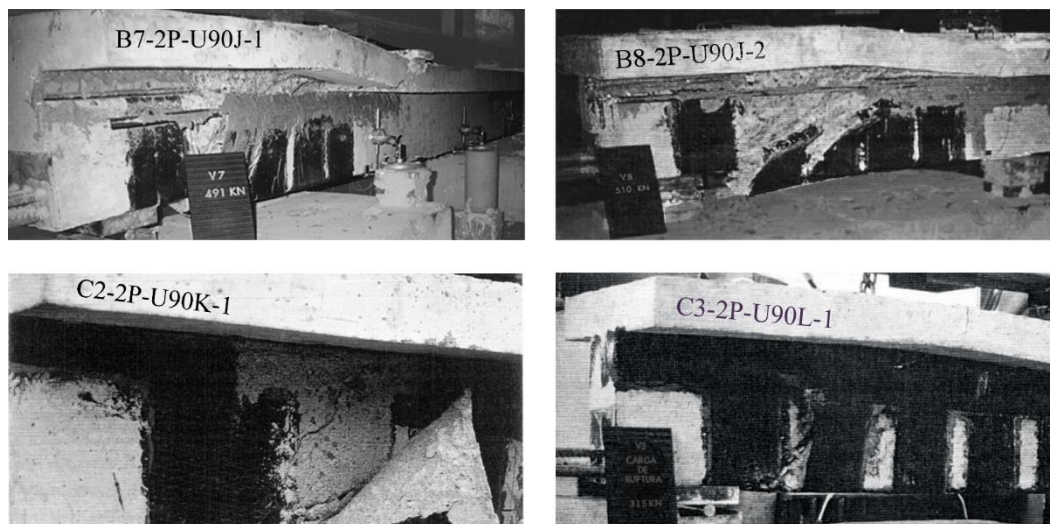


Figura 3.7 – Vigas com reforço em forma de U com ancoragem adicional. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002).

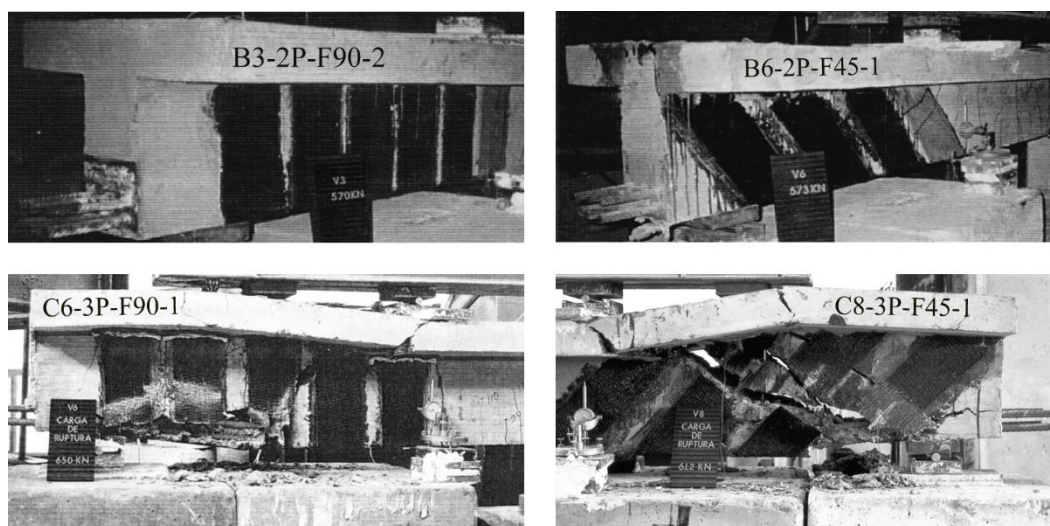


Figura 3.8 – Vigas por envolvimento completo. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002).

Na viga de referência A4-2-R (Figura 3.5), observa-se o surgimento de um segundo ramo da fissura de cisalhamento após atingida a resistência máxima do elemento. A Figura 3.6 permite mostrar que o descolamento das faixas de FRP ocorre com o destacamento de uma porção do concreto do cobrimento. A falha da ancoragem é representada na Figura 3.7, com o destacamento evidente das barras de ancoragem na viga B7-2P-U90J-1. Nas vigas C6-3P-F90-1 e C8-3P-F45-1 (Figura 3.8), nota-se que a ruptura do FRP ocorreu aproximadamente na interseção com a fissura de cisalhamento.

### 3.2.2 Capacidade resistente e modos de falha

A evolução dos deslocamentos no meio do vão com o esforço cortante para as vigas de referência é apresentada na Figura 3.9. É possível observar que, como esperado, a resistência ao cortante das vigas sem estribos é inferior às demais. Comportamento semelhante foi apresentado pela viga de referência C1-2-R, devido à resistência à compressão do concreto nessas vigas ter sido inferior. As vigas com o Tipo 2 e 3 apresentaram resistência semelhante, porém, com maior rigidez apresentada pela viga do Tipo 3 devido a maior taxa de armadura longitudinal.

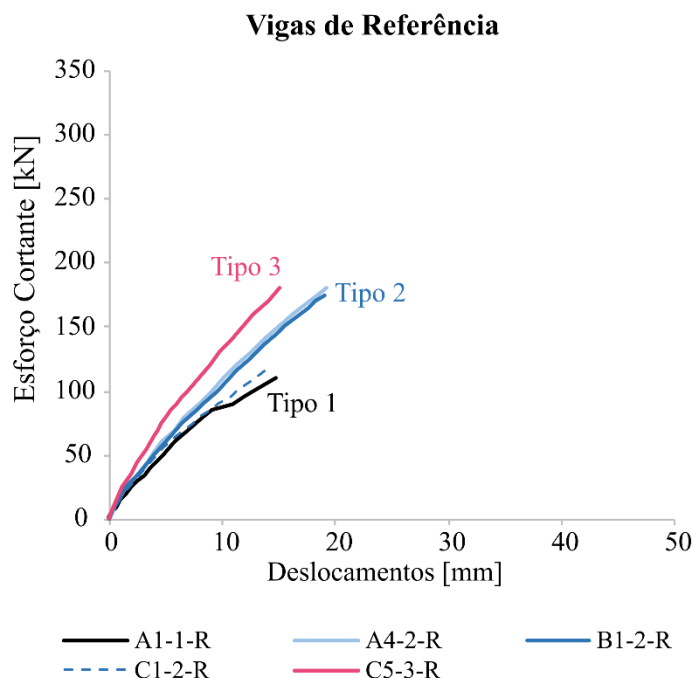


Figura 3.9 – Comportamento Esforço cortante-deslocamento no meio do vão para as vigas de referência.

Nas vigas com reforço com envolvimento em forma de U dois comportamentos distintos foram observados. Embora tenham apresentado rigidezes semelhantes, as vigas sem armadura de cisalhamento apresentaram um evidente aumento da capacidade resistente, enquanto as vigas com armadura de cisalhamento apresentaram comportamento muito semelhante às respectivas vigas de referência, como representado na Figura 3.10.

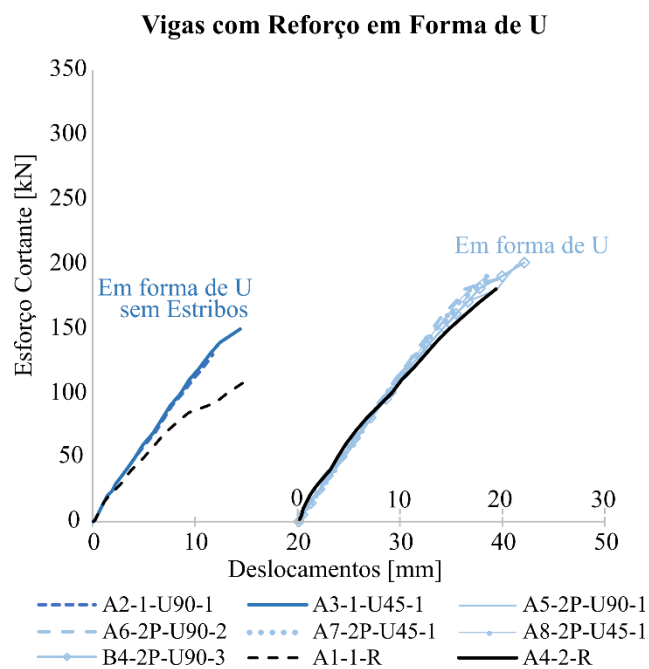


Figura 3.10 – Comportamento esforço cortante-deslocamento no meio do vão para as vigas com reforço em forma de U, sem e com estribos.

A Figura 3.11 evidencia o maior incremento de resistência apresentado pelas vigas com reforço em forma de U com ancoragem adicional do Tipo J ( $2\varnothing 8.0$  mm), e o comportamento semelhante para as ancoragens adicionais do Tipo K e L.

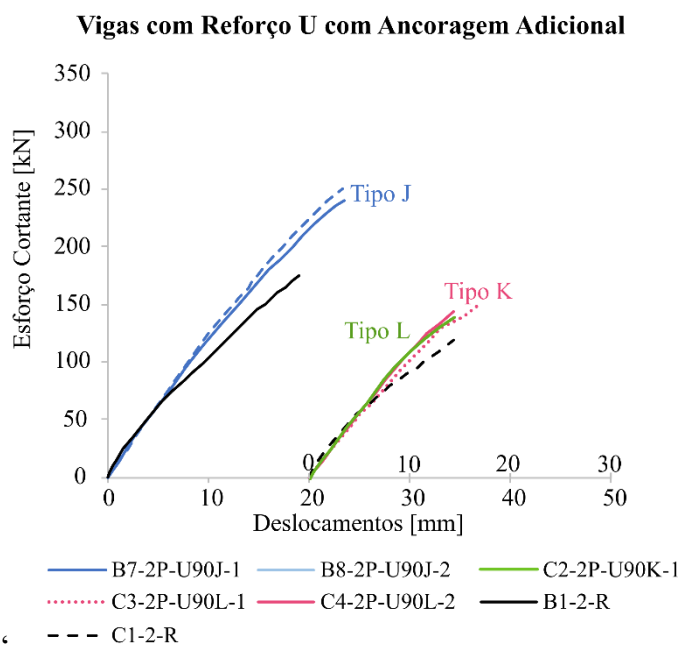


Figura 3.11 – Esforço Cortante-deslocamento no meio do vão das vigas com reforço em forma de U e ancoragem adicional.

Os diferentes modos de falha (flexão e cisalhamento) das vigas reforçadas por envolvimento completo podem ser observados na Figura 3.12. É possível observar uma rigidez levemente superior nas vigas que apresentaram falha por cisalhamento. Além disso, as vigas com falha por flexão apresentaram um comportamento mais dúctil, caracterizado por um patamar no diagrama em decorrência do escoamento das armaduras longitudinais.

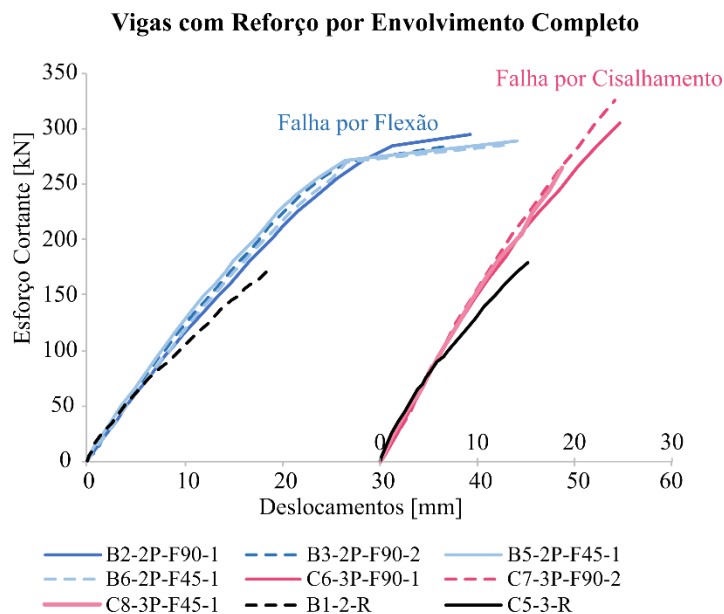


Figura 3.12 – Esforço cortante-deslocamento no meio do vão para as vigas reforçadas por envolvimento completo.

### 3.2.3 Deformações nos estribos e FRP

As deformações para vigas selecionadas com reforço em forma de U apresentam características semelhantes, como é possível ver na Figura 3.13. O escoamento dos estribos só foi observado na viga A5-2P-U90-1, que tem uma camada de FRP por faixa. Nesta viga, as deformações nos estribos e FRP alcançaram níveis similares aos da viga B4-2P-U90-3, com 3 camadas de FRP por faixa. As deformações máximas observadas no FRP foram da ordem de 0,4%.

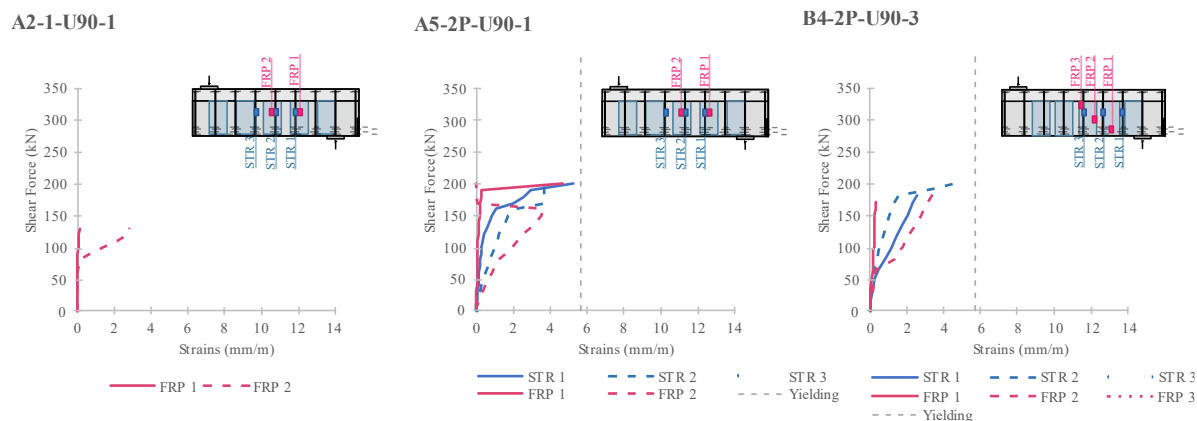


Figura 3.13 – Deformações nos estribos e faixas de FRP (vigas com reforço em forma de U).

No contexto das vigas com reforço em U e ancoragem adicional, maiores níveis de deformação foram observados na viga B7-2P-U90J-1, em que as faixas de FRP foram ancoradas com vergalhões junto à mesa (Tipo J) (ver Figura 3.14). Esse comportamento superior é possível devido a maior rigidez proporcionada pelas ancoragens adicionais, postergando a ocorrência do descolamento.

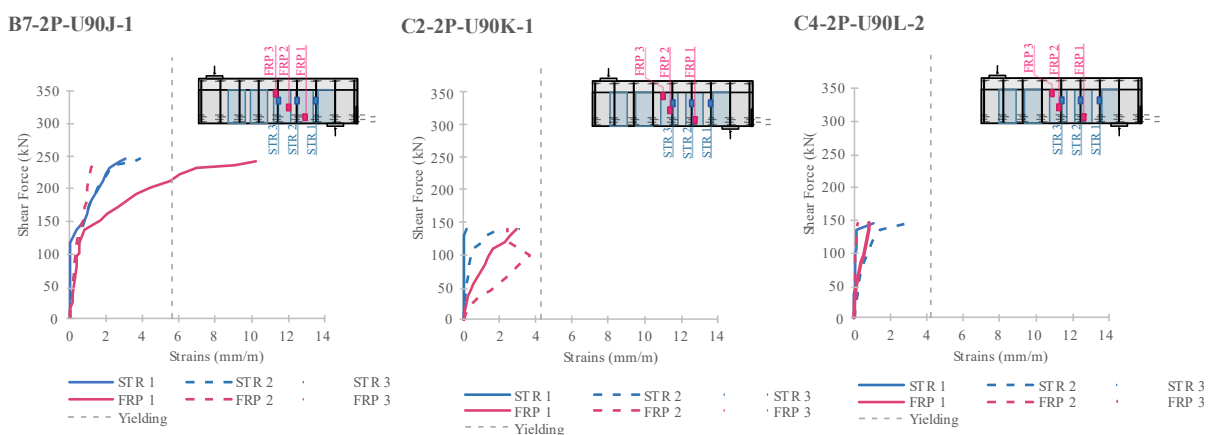


Figura 3.14 – Deformações nos estribos e faixas de FRP (vigas com reforço em forma de U com ancoragem adicional).

As deformações para as vigas com o envolvimento completo que apresentaram falha por flexão são mostradas na Figura 3.15. Em uma mesma viga é possível observar uma maior semelhança nos níveis de deformação para FRP e estribos, como evidenciado para a viga B2-2P-F90-1. A maior quantidade de reforço da viga B3-2P-F90-2 inibe o desenvolvimento das deformações, apresentando níveis inferiores à viga B2-2P-F90-1, com metade da quantidade de FRP. Entretanto, devido à falha ocorrer por flexão, as vigas presentes na Figura 3.15 apresentam carga última e comportamento semelhante.

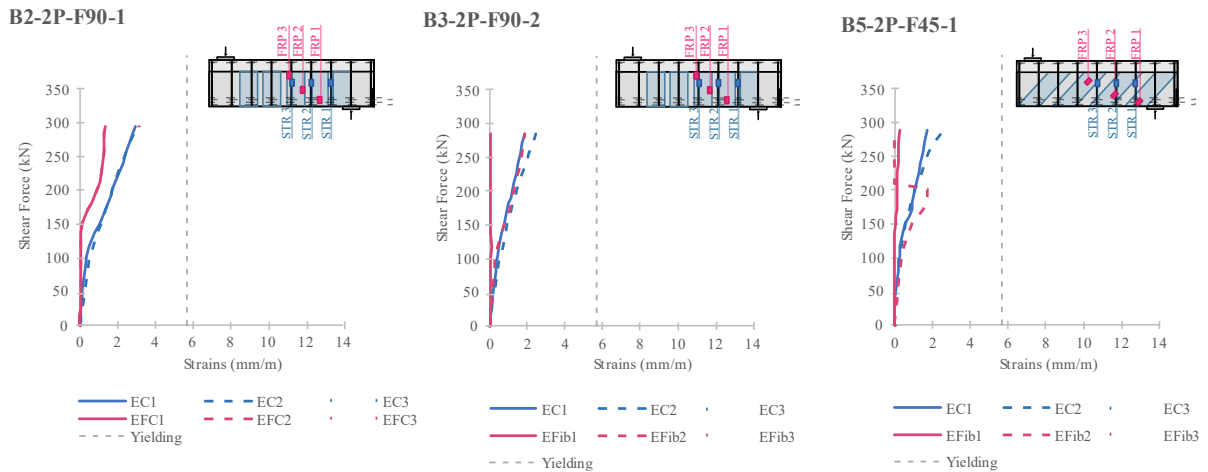


Figura 3.15 – Deformações nos estribos e faixas de FRP (vigas com reforço por envolvimento completo com falha por flexão).

A semelhança entre as deformações de estribos e FRP também pode ser notada nas vigas com reforço por envolvimento completo com falha por cisalhamento (Figura 3.16). Além disso, as deformações na viga C7-3P-F90-2 são inferiores (para um mesmo nível de carregamento) que as observadas na viga C6-3P-F90-1, que apresenta menor quantidade de FRP. Comportamento similar também é notado entre as vigas C6-3P-F90-1 e C8-3P-F45-1, que diferem apenas quanto à orientação do FRP, com capacidade resistente levemente superior na viga C6-3P-F90-1.

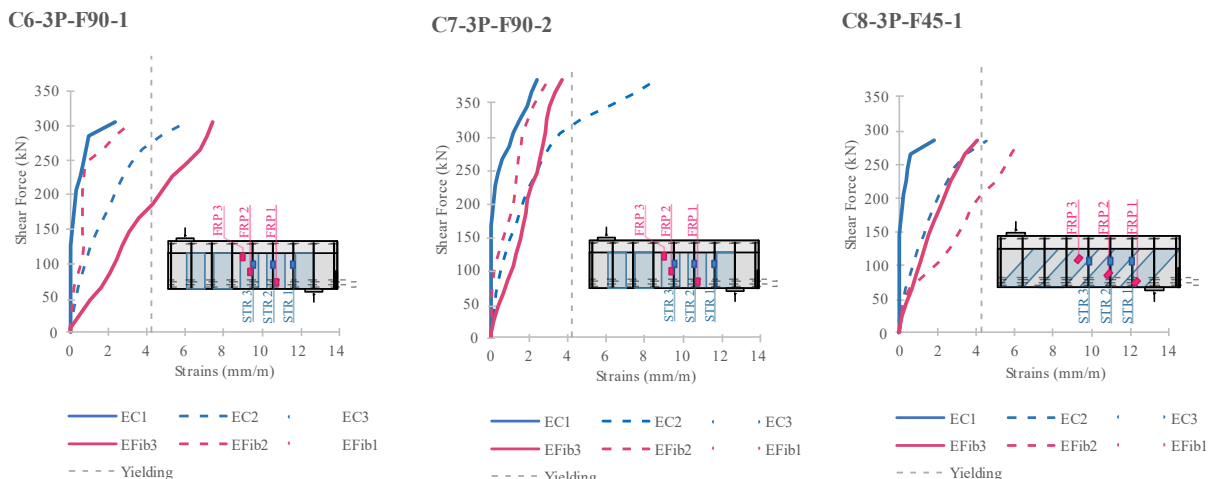


Figura 3.16 – Deformações nos estribos e faixas de FRP (vigas com reforço por envolvimento completo com falha por cisalhamento).

### 3.3 PARCELAS DE CONTRIBUIÇÃO À RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE

Nessa seção as parcelas de contribuição à resistência ao esforço cortante serão estimadas em resultados experimentais. A metodologia apresentada se baseia na apresentada por Oller, Pujol e Marí (2019), também semelhante a presente em Autrup, Jorgensen e Hoang (2022).

Será considerado, de maneira simplificada, que a resistência total do membro pode ser obtida como a soma das contribuições dos estribos, reforço FRP e a parcela restante é considerada como advinda do concreto. Assim, a parcela atribuída ao concreto pode ser estimada como:

$$V_{c,exp} = V_{u,exp} - (V_{s,exp} + V_{f,exp}) \quad (3.1)$$

Para a estimativa das parcelas devido aos estribos e FRP é considerado que apenas os elementos instrumentados contribuirão para a resistência. É necessário destacar que ocorre uma amplificação das deformações na vizinhança das fissuras, de intensidade superiores às apresentadas nas outras regiões do elemento observado. Contudo, embora seja razoável estimar a região em que sua fissura de cisalhamento deverá surgir, sua posição precisa é inviável de ser prevista, o que limita o posicionamento ideal dos sensores. Uma outra aproximação está na consideração de que as deformações obtidas experimentalmente são representativas das deformações que atuam ao longo de todo o elemento. Esses pressupostos não impedem a utilização da metodologia proposta, sobretudo por resultarem em previsões conservadoras.

A parcela de contribuição advinda dos estribos é estimada a partir das deformações dos estribos instrumentados, conhecidas as propriedades dos materiais, geometria dos estribos. As tensões são obtidas considerando um comportamento linear elástico-perfeitamente plástico para as armaduras transversais. Portanto, a parcela devido aos estribos, para um determinado passo de carga, pode ser estimada por:

$$V_{s,exp} = \sum_{i=1}^{n_s} \left[ A_{sw} \left( \varepsilon_{s,exp}^{(i)} E_{sw} \right) \text{sen } \alpha_w \right] \quad (3.2)$$

em que  $A_{sw} = 2 \left( \phi_w^2 \frac{\pi}{4} \right)$  é a área de um estribo instrumentado na seção transversal,  $\alpha_w$  é a orientação do estribo,  $E_{sw}$  o módulo de elasticidade do aço dos estribos. O termo entre



parêntesis na Equação (3.2) deve ser limitado pela tensão de escoamento do aço dos estribos, em que  $\varepsilon_{s,exp}^{(i)}$  é a deformação observada experimentalmente no  $i$ -ésimo estribo.

De forma análoga, para o FRP, a contribuição para um determinado passo de carga pode ser calculada pela Equação (3.3).

$$V_{f,exp} = \sum_{i=1}^{n_f} \left[ 2w_f t_f \left( \varepsilon_{f,exp}^{(i)} E_f \right) \text{sen } \alpha_f \right] \quad (3.3)$$

onde  $w_f$  é a largura,  $t_f$  é a espessura total,  $E_f$  o módulo de elasticidade e  $\alpha_f$  é a orientação do FRP;  $\varepsilon_{f,exp}^{(i)}$  é a deformação experimental medida no FRP na direção das fibras. Assim como nos estribos, o termo entre parêntesis na Equação (3.3) não deve ser tomado superior à tensão de ruptura do FRP.

### 3.3.1 Evolução das contribuições

Com base no exposto na seção anterior, a contribuição advinda do FRP, dos estribos e concreto pode ser estimada aproximadamente em função da evolução do esforço cortante experimentado pela viga. Com essas informações, diagramas de contribuição foram elaborados para todas as vigas da campanha experimental, presentes para todas as vigas no Apêndice A.

As parcelas de contribuição para o momento em que a contribuição conjunta do FRP e estribos é máxima está detalhada na Tabela 3.5.

Inspecionando as Tabela 3.4 e Tabela 3.5, é possível notar que as vigas que apresentaram maior incremento na capacidade resistente em função do tipo de reforço foram aquelas onde a contribuição relativa do FRP foi superior às demais. A Tabela 3.6 apresenta o resumo das contribuições em função do tipo de reforço.

Tipo de reforço	Espécime	$V_{u,exp}$ kN	$V_{u,(V_s+V_f)max}$		$(V_s+V_f)_{max}$		$V_s$		$V_f$		$V_c$		$\epsilon_{f,max}$ mm/m
			kN	kN	kN	%	kN	%	kN	%			
Reforço em forma de U	A2-1-U90-1	138,0	130	33,6	-	-	33,6	26%	96,4	74%	2,85		
	A3-1-U45-1	160,0	150	40,1	-	-	40,1	27%	109,9	73%	4,41		
	A5-2P-U90-1	201,5	200	117,1	64,3	32%	52,8	26%	82,9	41%	4,68		
	A6-2P-U90-2	201,5	180	84,1	15,8	9%	68,3	38%	95,9	53%	2,93		
	A7-2P-U45-1	201,5	170	73,9	37,7	22%	36,2	21%	96,1	57%	4,08		
	A8-2P-U45-1	197,5	180	61,1	35,5	20%	25,6	14%	118,9	66%	3,19		
	B4-2P-U90-3	210,0	170,8	148,4	58,5	24%	123,5	51%	58,0	24%	13,90		
Reforço em forma de U com ancoragem	B7-2P-U90J-1	245,5	240	182,0	*	*	*	*	*	*	*		
	B8-2P-U90J-2	255,0	*	*	*	*	*	*	*	*	*		
	C2-2P-U90K-1	147,5	140	93,1	30,1	21%	63,0	45%	46,9	34%	3,70		
	C3-2P-U90L-1	157,5	150	70,7	23,9	16%	46,7	31%	79,3	53%	2,81		
	C4-2P-U90L-2	150,0	145	61,1	36,4	25%	24,7	17%	83,9	58%	0,84		
Envolvimento Completo	B2-2P-F90-1	294,5	294,5	92,1	51,8	18%	40,3	14%	202,4	68%	3,14		
	B3-2P-F90-2	285,0	285	55,5	34,3	12%	21,2	7%	229,5	81%	1,88		
	B5-2P-F45-1	289,5	289,5	46,5	44,3	15%	2,2	1%	243,0	84%	1,77		
	B6-2P-F45-1	286,8	*	*	*	*	*	*	*	*	*		
	C6-3P-F90-1	325,0	305	175,3	56,5	19%	118,8	39%	129,7	43%	7,51		
	C7-3P-F90-2	394,0	385	152,2	57,0	15%	95,2	25%	232,8	60%	3,79		
	C8-3P-F45-1	306,0	285	313,0	53,0	19%	260,0	91%	-28,0	-10%	6,31		

Tabela 3.5 – Contribuições à resistência no ponto de máxima contribuição conjunta do FRP e estribos.

Tipo	$\Delta V$			$V_f$			$V_s$			$V_s+V_f$			$V_u-(V_s+V_f)$		
	min	méd	max	min	méd	max	min	méd	max	min	méd	max	min	méd	max
Reforço em U sem Estribos	44.6	23.5	34.5	33.6	36.9	40.1	-	-	-	33.6	36.9	40.1	96.4	103.1	109.9
	10.0	18.7	27.5 %	10.0	18.7	27.5	-	-	-	25.8	26.3	26.8%	73.2	73.7	74.2
Reforço em U	13.5	19.2	30.0	25.6	60.2	118.0	15.8	36.7	64.3	61.1	96.9	148.4	22.4	83.2	118.9
	7.3 %	10.5 %	16.7 %	14.2%	33.8%	69.1%	8.8%	20.1 %	32.1 %	33.9 %	53.9 %	86.9%	13.1 %	46.1 %	66.1 %
Reforço em U com ancoragem adicional	17.5	32.6	65.5	24.7	64.5	123.5	23.9	37.2	58.5	61.1	101.7	182.0	46.9	67.1	83.9
	13.5	21.6	36.4 %	17.0%	36.2%	51.4%	16.0	21.7	25.1	42.1	57.9	75.8%	24.2	42.1	57.9
Envolvimento completo (todas)	105.0	208.0	208.0	2.2	87.9	260.0	34.3	49.5	57.0	46.5	137.4	313.0	-28.0	169.8	242.5
	58.3	72.3	111.8	0.7%	28.9%	91.2%	12.0	16.2	18.6	16.1	45.0	109.8	-	55.0	83.9
Envolvimento completo (falha por cisalhamento)	120.0	155.7	208.0	95.2	158.0	260.0	53.0	55.5	57.0	152.2	213.5	313.0	-28.0	111.5	232.8
	64.5	83.7	111.8	24.7%	51.6%	91.2%	14.8	17.3	18.6	39.5	68.9	109.8	-	31.1	60.5
Envolvimento completo (falha por flexão)	105.0	109.0	114.5	2.2	22.7	37.4	8.9	34.8	51.8	46.3	57.6	82.0	208.8	223.2	242.5
	58.3	60.5	63.6 %	0.7%	8.3%	14.6%	12.0	15.0	17.6	16.1	20.4	27.9%	72.1	79.6	83.9

Tabela 3.6 – Contribuições à resistência no ponto de máxima contribuição conjunta do FRP e estribos.

Os dados da Tabela 3.6 revelam que a variação da capacidade resistente ao cisalhamento,  $\Delta V$ , aumenta conforme o tipo de ancoragem nas vigas que tem estribos, sendo de 10,5%, 21,6% e 83,7%. Da mesma forma, aumenta a contribuição relativa do FRP,  $V_f$ , de 33,8%, 36,2% e 51,6%, ambas, respectivamente, para reforço em forma de U sem e com ancoragem adicional, e com envolvimento completo com falha por cisalhamento. A contribuição dos estribos se

manteve aproximadamente constante, sendo levemente superior nas vigas com reforço em forma de U sem (20,1%) e com ancoragem (21,7%), em relação às vigas com envolvimento completo (17,3% e 15%, respectivamente para as falhas por flexão ou cisalhamento).

A contribuição conjunta máxima para FRP e estribos,  $(V_s + V_f)_{max}$ , também apresentou um aumento gradual com o tipo de reforço: 26,3% para reforço em forma de U sem estribos, 53,9% com estribos, 57,9% quando utilizadas ancoragens adicionais e 68,9% no caso de envolvimento completo com falha por cisalhamento. É interessante observar que a contribuição conjunta nas vigas com o reforço ancorado foi, para os casos estudados, levemente superior às vigas sem ancoragem. As vigas com envolvimento completo que falharam à flexão apresentaram a menor contribuição conjunta (20,4%), o oposto do observado nas vigas com falha por cisalhamento (68,9%).

### 3.3.2 Influência do tipo de reforço

A influência do tipo de reforço na evolução das contribuições pode ser analisada a partir da Figura 3.17, onde as vigas apresentadas diferem quanto ao tipo de reforço. O comportamento destas vigas também está resumido na Tabela 3.7.

Tipo	Espécime	$f_c$ (MPa)	$f_{c,ref}$ (MPa)	$V_{u,ref}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\Delta V$ (kN)	(%)	$V_s+V_f$ (kN)	(%)	$V_s$ (kN)	(%)	$V_f$ (kN)	(%)	Modo de Falha
Reforço em U sem estribos	A2-1-U90-1	44,6	31,0	125,5	138,0	12,5	10,0%	33,58	26%	-	-	33,58	26%	
Reforço em U	A5-2P-U90-1	40,0	31,0	184,0	201,5	17,5	9,5%	117	59%	64,3	32%	52,82	26%	Cisalhamento/ Descolamento FRP
Reforço em U com ancoragem	B7-2P-U90J-1	45,3	44,8	180,0	245,5	65,5	36,4%	160,8	76%	58	24%	123,47	51%	
	B2-2P-F90-1	41,9	44,8	180,0	294,5	114,5	63,6%	92,2	28%	51,8	18%	30,13	10%	Flexão
Envolvimento Completo	C6-3P-F90-1	45,7	23,3	186,0	325,0	139,0	74,7%	93,2	57%	52,8	19%	118,77	39%	Cisalhamento com Ruptura do FRP

Tabela 3.7 – Contribuições à resistência no ponto de máxima contribuição conjunta do FRP e estribos.

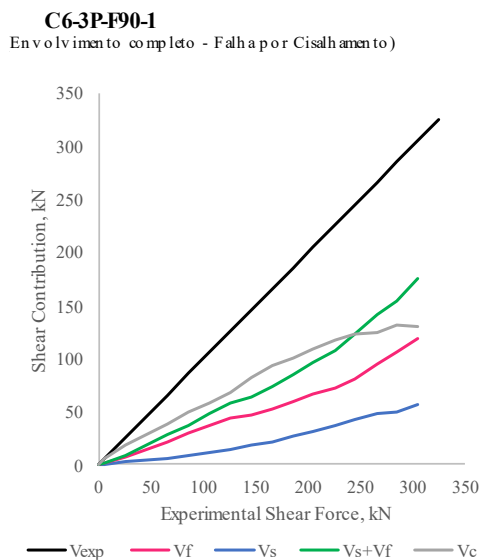
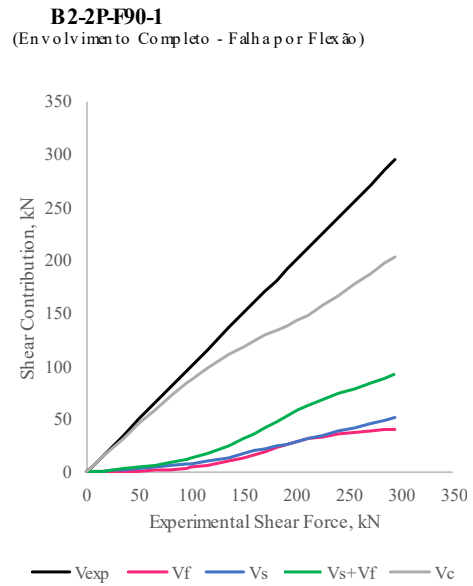
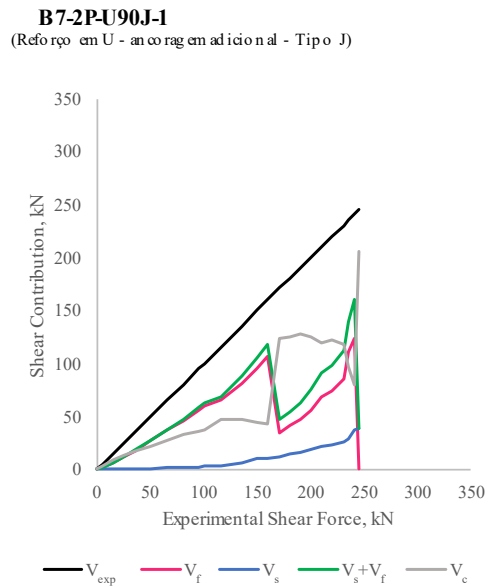
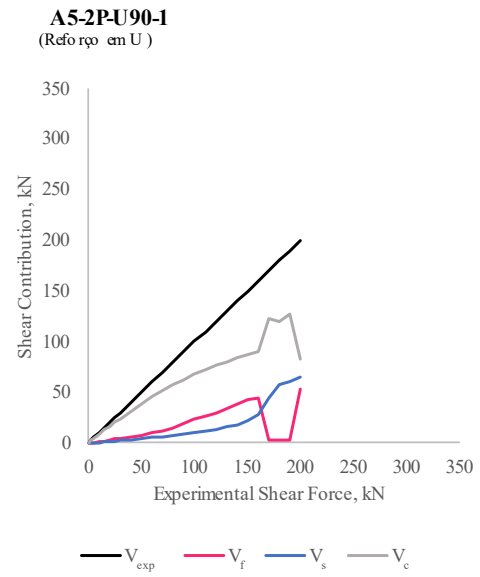
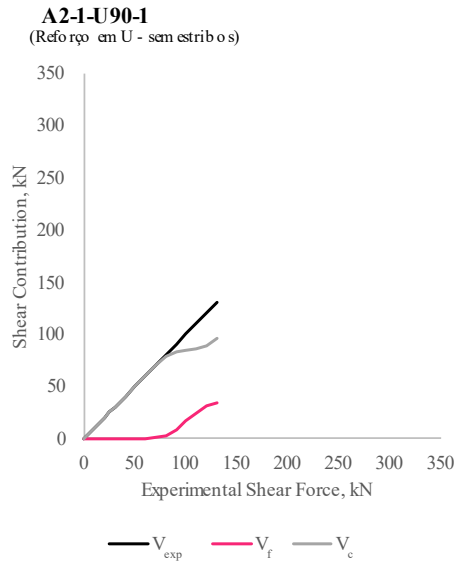


Figura 3.17 – Evolução das contribuições à resistência (influência do tipo de reforço).

Nota-se uma evolução mais suave nas contribuições do FRP para os casos de vigas reforçadas por envolvimento completo quando comparadas às vigas com reforço em forma de U. Nas vigas com reforço em U, as descontinuidades significativas na contribuição do FRP representam descolamentos progressivos que ocorrem durante o ensaio. As maiores contribuições do FRP foram observadas na viga na viga B7-2P-U90J-1, em torno de 120 kN, semelhantes às apresentadas na viga C6-3P-F90-11 (119 kN). A contribuição conjunta máxima do FRP e estribos também foi superior na viga B7 (182 kN) frente à apresentada pela viga C6 (175 kN). Nas vigas com reforço em forma de U, a contribuição foi maior nas vigas com estribos (53 kN) do que na sem estribo (34 kN).

Os diagramas da Figura 3.17 e os dados da Tabela 3.7, juntamente com as deformações das Figura 3.13 a Figura 3.16, evidenciam que a ancoragem adequada do reforço FRP aumenta sua eficiência e a resistência total apresentada pelo membro.

#### 3.4 ESTIMATIVAS NORMATIVAS PARA A CONTRIBUIÇÃO DO FRP

Entre os modelos normativos mais bem estabelecidos estão o ACI 440.2R-17, fib Bulletin 14 e o recente fib Bulletin 90. Os modelos propostos por esses documentos buscam estimar a contribuição devido exclusivamente ao FRP. Os resultados da aplicação dos procedimentos sugeridos por esses modelos, apresentados na Seção 2.3, são compilados na Tabela 3.8, onde os valores entre parêntesis são a razão entre os valores experimentais e teóricos.

Conforme apresentado em seções anteriores, o modelo presente no fib Bulletin 90 (2019) tem como um parâmetro de projeto a inclinação da fissura crítica de cisalhamento,  $\theta$ , de modo que  $22^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ . Assim, são apresentados na Tabela 3.8 resultados para os valores limites de  $\theta$  e para valores experimentais.

A Figura 3.18 apresenta um resumo dos resultados apresentados na Tabela 3.8 quanto à segurança de cada um dos modelos utilizados, em função da razão entre os resultados experimentais e os obtidos pelos métodos mencionados. Valores para essa razão inferiores à unidade representam situações contra a segurança. Como valores de contribuição à resistência advindos do FRP obtidos experimentalmente foi considerado a diferença entre as resistências da viga reforçada e a viga de referência equivalente.

Tipo de Reforço	Espécime	$V_{exp}$ (kN)	$\Delta V$ (kN)	$\Delta V$ (%)	$V_f$					
					ACI 440.2R	<i>fib</i> Bul. 14	<i>fib</i> Bul. 90 $\theta = 22^\circ$	<i>fib</i> Bul. 90 $\theta = 45^\circ$	<i>fib</i> Bul. 90 $\theta = Exp.$	
					$V_n$ (kN)	$V_n$ (kN)	$V_n$ (kN)	$V_n$ (kN)	$\theta$	$V_n$ (kN)
Reforço em forma de U	A2-1-U90-1	138	12,5	10	50,1 (0,20)	63 (0,80)	88,1 (0,72)	35,2 (2,50)	-	-
	A3-1-U45-1	160	34,5	27,5	70,8 (0,39)	76,4 (0,93)	87,2 (0,88)	49,8 (1,75)	21	89,8 (0,23)
	A5-2P-U90-1	201,5	17,5	9,5	50,1 (0,19)	60,4 (0,83)	88,1 (0,69)	35,2 (2,50)	26,8	69,8 (0,38)
	A6-2P-U90-2	201,5	17,5	9,5	94,1 (0,10)	87,2 (1,08)	202,6 (0,43)	81 (2,50)	35	115,7 (0,30)
	A7-2P-U45-1	201,5	17,5	9,5	70,8 (0,13)	73,4 (0,96)	87,2 (0,84)	49,8 (1,75)	22	86,6 (0,25)
	A8-2P-U45-1	197,5	13,5	7,3	90,5 (0,08)	81,8 (1,11)	111,4 (0,73)	63,7 (1,75)	32	82,8 (0,39)
	B4-2P-U90-3	210	30	16,7	122,4 (0,14)	107,8 (1,14)	280,3 (0,38)	121,6 (2,31)	-	-
	B7-2P-U90J-1	245,5	65,5	36,4	50,1 (0,73)	63,3 (0,79)	88,1 (0,72)	35,2 (2,50)	-	-
Reforço em forma de U com ancoragem adicional	B8-2P-U90J-2	255	75	41,7	102,2 (0,41)	91,4 (1,12)	202,6 (0,45)	81 (2,50)	-	-
	C2-2P-U90K-1	147,5	17,5	13,5	38,4 (0,35)	48,8 (0,79)	88,1 (0,55)	35,2 (2,50)	-	-
	C3-2P-U90L-1	157,5	27,5	21,2	44,2 (0,48)	51,9 (0,85)	101,3 (0,51)	40,5 (2,50)	-	-
	C4-2P-U90L-2	150	20	15,4	64,1 (0,24)	70,3 (0,91)	176,5 (0,40)	81 (2,18)	-	-
Envolvimento Completo	B2-2P-F90-1	294,5	114,5	63,6	50,1 (1,27)	104,7 (0,48)	88,1 (1,19)	35,2 (2,50)	-	-
	B3-2P-F90-2	285	105	58,3	115,2 (0,51)	187,8 (0,61)	202,6 (0,93)	81 (2,50)	-	-
	B5-2P-F45-1	289,5	109,5	60,8	70,8 (0,86)	118 (0,60)	87,2 (1,35)	49,8 (1,75)	-	-
	B6-2P-F45-1	286,8	106,8	59,3	81,5 (0,73)	130,7 (0,62)	100,3 (1,30)	57,3 (1,75)	-	-
	C6-3P-F90-1	325	139	74,7	48,9 (1,53)	104,7 (0,47)	88,1 (1,19)	35,2 (2,50)	21	91,8 (0,23)
	C7-3P-F90-2	394	208	111,8	112,5 (0,99)	187,7 (0,60)	202,6 (0,93)	81 (2,50)	22	200,6 (0,11)
	C8-3P-F45-1	306	120	64,5	69,2 (0,93)	116,7 (0,59)	87,2 (1,34)	49,8 (1,75)	18	101,6 (0,18)

Tabela 3.8 – Comparação dos resultados experimentais com os modelos normativos.

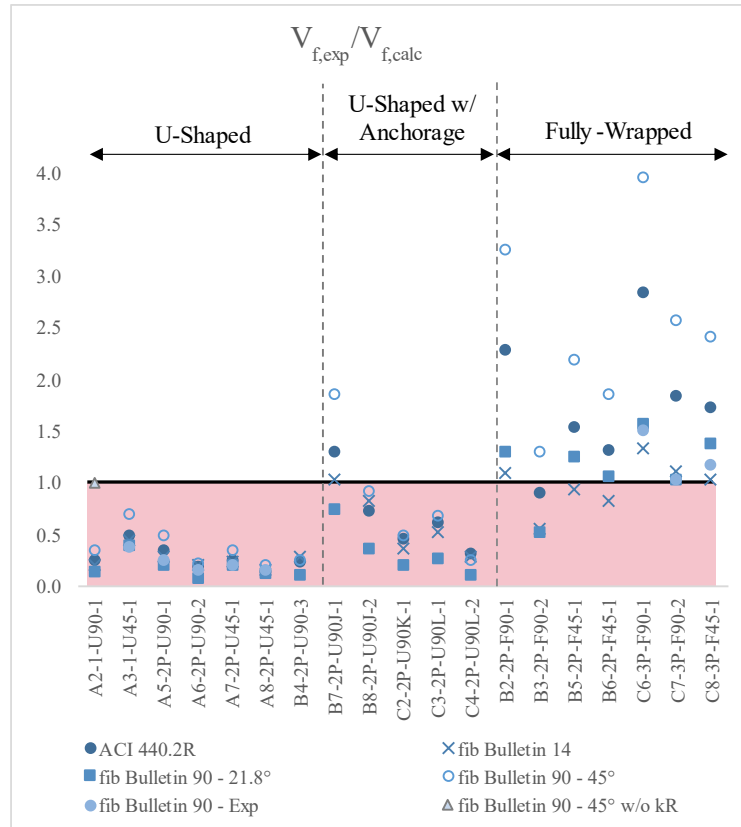


Figura 3.18 – Evolução das contribuições à resistência (influência do tipo de reforço).

Analisando conjuntamente a Tabela 3.8 e a Figura 3.18 é possível observar a situação preocupante na estimativa da contribuição do FRP para vigas com reforço em forma de U, tendo em vista que apresentam, em sua maioria, resultados contra a segurança. Para vigas reforçadas por envolvimento completo, embora alguns resultados estejam contra a segurança, a dispersão é elevada. Para esse tipo de reforço, as estimativas variam entre 0,5 a 4,0 vezes da resistência experimental do FRP.

Para as vigas com reforço em forma de U o melhor comportamento foi apresentado pelo fib Bulletin 14 (2001), com a razão média entre resultados experimentais e teóricos de 0,98; este também obteve o melhor desempenho médio para os casos com reforço em forma de U com ancoragem adicional, de 0,89. Quando o reforço por envolvimento completo é considerado, o ACI 440.2R-17 (2017) apresenta o melhor resultado com razão média de 0,97.

### 3.4.1 Comentários sobre o fib Bulletin 90

Na estimativa da parcela de resistência ao esforço cortante atribuída ao FRP quando utilizando reforço por envolvimento completo, o fib Bulletin 90 (2019) apresenta a seguinte expressão para a estimativa das tensões médias efetivas no FRP:

$$f_{fwd} = f_{fwd,c} = k_R a_t f_{fd} \quad (3.4)$$

em que  $f_{fd}$  é a tensão de ruptura do FRP e  $k_R$  é um fator que leva em consideração a possibilidade de ruptura do FRP junto às arestas da seção, em decorrência de eventuais concentrações de tensões. Este pode ser estimado em função do raio de suavização das arestas da seção,  $R$ , conforme a Equação (3.5).

$$k_R = \begin{cases} 0,5 \frac{R}{50} \left( 2 - \frac{R}{50} \right), & R < 50 \text{ mm} \\ 0,5, & R \geq 50 \text{ mm} \end{cases} \quad (3.5)$$

Um resumo dos valores obtidos para  $k_R$  em função do raio de suavização  $R$  é apresentado na Tabela 3.9.

$R$ (mm)	$k_R$	$k_R a_t$
5	0,095	0,076
10	0,180	0,144
20	0,320	0,256
30	0,420	0,336
40	0,480	0,384
50	0,500	0,400

Tabela 3.9 – Valores para o fator  $k_R$  em função do raio de suavização da seção.

Os resultados da Tabela 3.9 destacam que, além do valor máximo a ser considerado para as tensões efetivas no FRP não ultrapassar metade da resistência à ruptura dele, para valores usuais de raio de suavização ( $R < 20$  mm) essa resistência fica limitada a aproximadamente 30% da tensão de ruptura do material.

Tal consideração pode levar a valores de resistência para casos de envolvimento completo (onde a falha usualmente ocorre por ruptura do reforço) a valores inferiores aos que seriam estimados caso o reforço fosse realizado em forma de U (onde a falha usualmente ocorre devido ao



descolamento prematuro). Em outras palavras, levaria a um comportamento irrealista e bastante conservador.

Para melhor ilustrar o que fora mencionado, são apresentados na Tabela 3.10 os valores obtidos com o fib Bulletin 90 (2019) e fib Bulletin 14 (2001) para a viga A5-2P-U90-1, a qual foi reportada falhar experimentalmente em decorrência do descolamento do FRP.

Caso	fib Bulletin 90	fib Bulletin 90 ( $k_R(50) = 0,5$ )	fib Bulletin 90 ( $k_R = 0$ )	fib Bulletin 14
Tensão Efetiva para envolvimento completo	545 MPa	1516 MPa	3027 MPa	1884 MPa
Tensão efetiva para reforço em forma de U com todas as tiras de FRP com $l_b \geq l_e$ .	1137 MPa	1137 MPa	1137 MPa	1098 MPa

Considerando,  $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$ ;  $f_{ctm} = 4 \text{ MPa}$ ;  $s_{0k} = 0.2$ ;  $f_{fd} = \eta \frac{f_{fk}}{\gamma_f} = 3790 \text{ MPa}$ ;  $a_t = 0.8$ ;  $k_R = 0.18$ ;  $\tau_{b1k} = 4.68 \text{ MPa}$ ;

Tabela 3.10 – Resultados estimados para viga A5-2P-U90-1 pelo fib Bulletin 90 (com diferentes valores de  $k_R$ ) e fib Bulletin 14

Nota-se que as estimativas realizadas com base no fib Bulletin 14 guardam maior coerência do que as feitas pelo fib Bulletin 90. Neste, a tensão efetiva para o reforço em forma de U é inferior àquela para o reforço por envolvimento completo devido ao descolamento prematuro não permitir o desenvolvimento de maiores tensões no FRP. Todavia, os valores obtidos pelo o fib Bulletin 90 para o mesmo caso apresentam o oposto, isto é, as tensões para o reforço em forma de U apresentam valor 2,08 vezes superior ao obtido para o valor considerando o envolvimento completo.

Considerando que a razão para isso possa estar no coeficiente  $k_R$ , são apresentadas também os valores de resistência considerando o valor máximo possível de ser obtido pela expressão do fator  $k_R$  presente no fib Bulletin 90 e os valores obtidos desprezando o fator  $k_R$ . É possível observar que a adoção de  $k_R = k_{R,max} = 0,5$  faz com que se obtenha tensões acima das tensões efetivas para o caso de reforço em forma de U, fato amplificado em caso de desconsideração do fator  $k_R$ .

Diante do exposto, é evidente que, para os casos estudados, o fib Bulletin 90 poderá produzir resultados que podem não ser coerentes com o esperado a partir de observações experimentais

para as situações mencionadas. Ainda que os valores de tensão efetiva no FRP obtidos pelo fib Bulletin 90 possam levar a resultados que se aproximam dos obtidos experimentalmente, baseado no exposto, os modos de falha que os seus resultados indicam podem divergir daqueles obtidos e esperados em campanhas experimentais.

Conclusões semelhantes foram apresentadas por Kotynia (2011) quando comentado o procedimento adotado pelo CNR DT200 (2004), de onde originou o fator  $k_R$  do modelo apresentado pelo fib Bulletin 90 (2019).

## 4 MODELO PARA A PREVISÃO DA RESISTÊNCIA

Nesta seção é apresentado um modelo de previsão da capacidade resistente de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP. O modelo obtido consiste na união dos modelos propostos por Marí e Cladera (Cladera *et al.* 2015, Marí *et al.* 2015), para resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado, e o proposto por Kotynia (2011), para a resistência adicional devido ao reforço FRP. Todavia, modificações são propostas para a utilização conjunta dos modelos. Os resultados do modelo resultante são comparados com resultados experimentais e com outros métodos.

### 4.1 MODELO PROPOSTO POR MARÍ-CLADERA

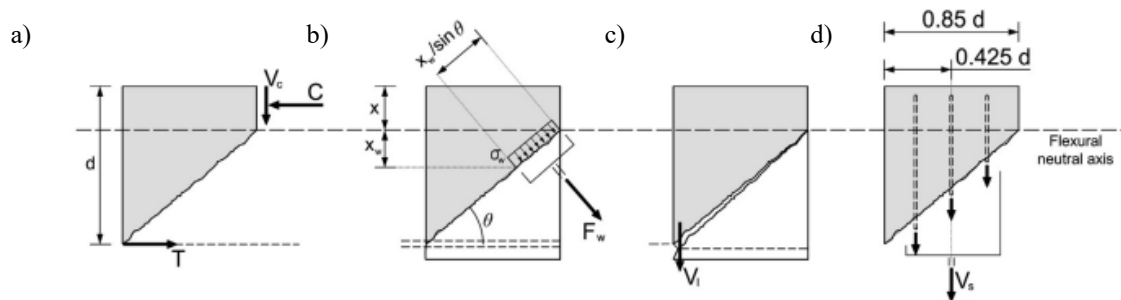
Em 2015, Marí e Cladera (Marí *et al.*, 2015; Cladera *et al.*, 2015) propuseram um modelo para estimar a resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado, sem reforço FRP, chamado de *Concrete Compression Chord Model (CCCM)*.

Neste, a resistência total ao cisalhamento ( $V_u$ ) é estimada como a soma das parcelas advindas do concreto comprimido acima da linha neutra ( $v_{cc}$ ) e tracionado ao longo da fissura crítica de cisalhamento ( $v_w$ ), armaduras transversais ( $v_s$ ) e efeito pino das armaduras longitudinais ( $v_l$ ), sendo limitada pelo esmagamento da escora inclinada de concreto ( $V_{Rd,max}$ ). A Equação (4.1) apresenta essa relação.

$$V_u = f_{ct}bd(v_{cc} + v_w + v_l + v_s) \leq V_{Rd,max} \quad (4.1)$$

Sendo  $f_{ct}$  a resistência à tração do concreto;  $b$  e  $d$ , respectivamente, a largura da seção transversal e a altura útil (distância entre a porção mais comprimida da seção transversal e o centro geométrico das armaduras). Os diferentes mecanismos resistentes são apresentados esquematicamente na Figura 4.1.

A seguir, são apresentadas brevemente informações sobre a obtenção de cada uma das parcelas. Detalhes sobre a formulação podem ser encontrados em Cladera *et al.* (2015) e Marí *et al.* (2015).

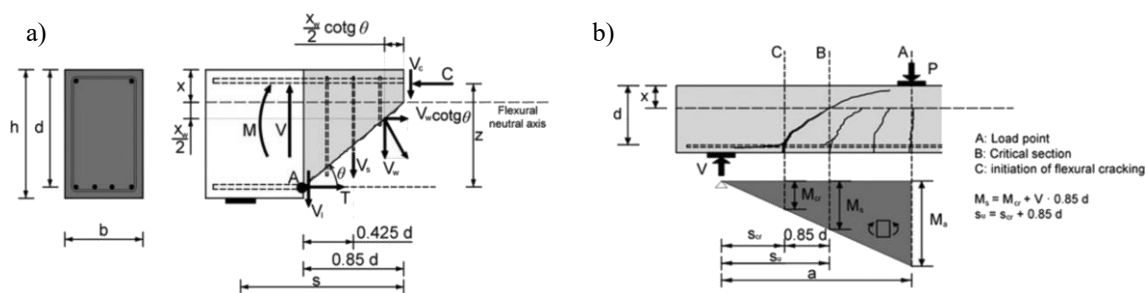


a) concreto comprimido acima da linha neutra, b) concreto tracionado na fissura de cisalhamento, c) efeito pino das armaduras longitudinais, e d) armadura transversal interna de aço (estribos).

Figura 4.1 – Representação esquemática dos mecanismos resistentes. Fonte: Cladera *et al.* (2015)

#### 4.1.1 Considerações sobre as parcelas de resistência para seções retangulares

As parcelas de resistência são avaliadas ao longo de uma *fissura crítica de cisalhamento*, idealizada como um segmento de reta de inclinação  $\theta$ , que se estende da linha neutra (ponta da fissura) e o centro geométrico das armaduras longitudinais (boca da fissura). É considerado que a fissura se inicia em uma seção  $s_{cr}$ , distante do ponto de cortante máximo, onde o momento fletor atuante se iguala ao momento de fissuração da viga (Figura 4.2-a). A extensão da projeção horizontal da fissura crítica é estimada em  $d_{cr,x}=0,85d$ , que, segundo Cladera *et al.* (2015), foi estabelecido em concordância com resultados experimentais (Figura 4.2-a e b). Assim, a seção crítica fica definida como aquela a  $s = s_{cr} + d_{cr,x}$  do ponto de cortante máximo.



a) Parcelas de resistência e esforços internos; b) seção e fissura crítica de cisalhamento.

Figura 4.2 – Representação esquemática das variáveis consideradas no modelo. Fonte: Cladera *et al.* (2015).

Na seção crítica, o modelo considera ainda uma distribuição linear de tensões normais de compressão e uma distribuição parabólica para tensões cisalhantes, ambas atuantes no concreto comprimido acima da linha neutra. É considerado também que as armaduras de cisalhamento induzem tensões normais de confinamento no concreto acima da linha neutra, com distribuição

bi-linear. As distribuições de tensões consideradas na seção crítica são apresentadas na Figura 4.3.

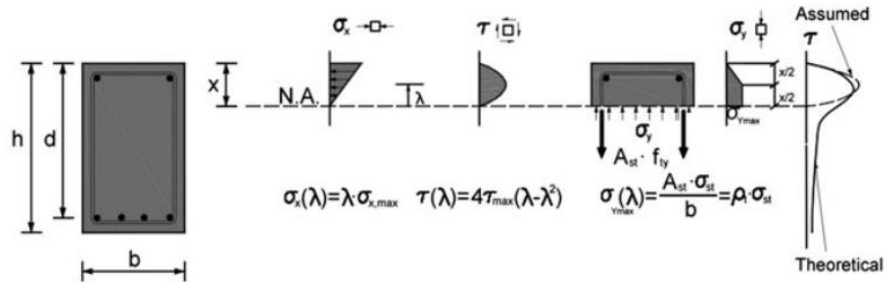


Figura 4.3 – Distribuições de tensões consideradas na seção crítica. Fonte: Cladera *et al.* (2015).

Ao longo da fissura crítica de cisalhamento é considerado a existência de tensões de tração normais ( $\sigma_w$ ) ao plano da fissura crítica, em uma região limitada da fissura onde a sua abertura é considerada suficientemente pequena (Figura 4.4) para que haja o engrenamento dos agregados. Segundo Cladera *et al.* (2015), essas tensões são representativas do concreto tracionado e o engrenamento entre os agregados nesta região.

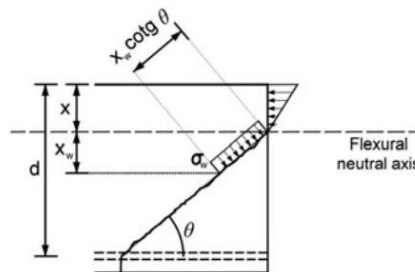


Figura 4.4 – Tensões de tração ao longo da fissura de cisalhamento. Fonte: Cladera *et al.* (2015).

É assumida a compatibilidade de deformações específicas ao longo da fissura de cisalhamento (Figura 4.5-b), de perfil linear (hipótese de Bernoulli). Por meio dessa compatibilidade é possível relacionar as deformações específicas normais, atuantes no plano e ao longo da fissura, e a deformação específica máxima, observada na boca da fissura. Assim, é possível relacionar as deformações específicas na boca da fissura e as deformações na armadura longitudinal (e ao longo das armaduras transversais, como será proposto a seguir). Conhecida as deformações, as

tensões de tração no concreto são obtidas considerando um comportamento coesivo do concreto tracionado (Figura 4.5-a).

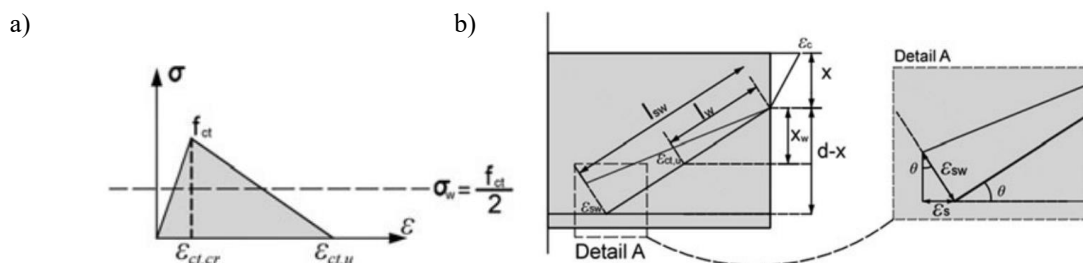


Figura 4.5 – a) Comportamento idealizado para o concreto tracionado ao longo da fissura; b) compatibilidade de deformações ao longo da fissura crítica de cisalhamento. Fonte: Cladera *et al.* (2015).

A contribuição da flexão das armaduras longitudinais (efeito pino) é estimada considerando que as armaduras longitudinais estão engastadas em dois estribos consecutivos, e que sua rigidez transversal à flexão se relaciona com as tensões desenvolvidas em sua seção transversal. A Figura 4.6 mostra o mecanismo do efeito pino.

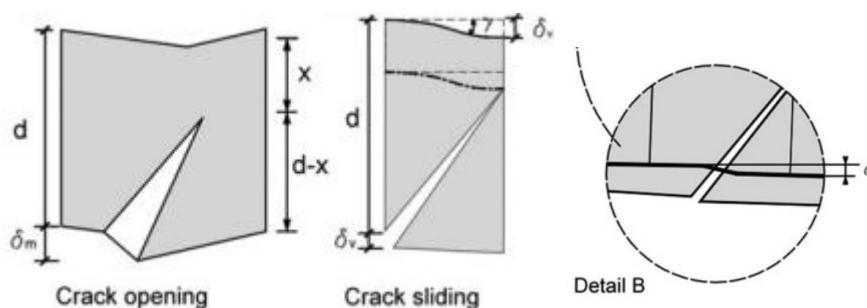


Figura 4.6 – Representação esquemática da flexão nas armaduras longitudinais em decorrência da abertura da fissura crítica. Fonte: Cladera *et al.* (2015).

As contribuições das armaduras transversais são estimadas considerando que todos os estribos interceptados pela fissura crítica de cisalhamento (Figura 4.7) irão escoar no momento da falha da viga.

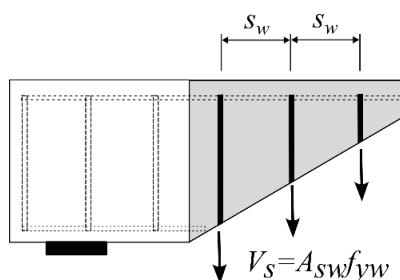


Figura 4.7 – Contribuição da armadura transversal para o esforço cortante.

A contribuição do concreto comprimido acima da linha neutra é estimada pela resultante das tensões cisalhantes nesta região. Essas tensões, no entanto, dependem do estado de tensões nessa região. A estimativa destas, então, é feita de maneira iterativamente, a partir de uma formulação que tem como princípio o equilíbrio como corpo rígido da região ao longo da fissura crítica (região hachurada na Figura 4.8).

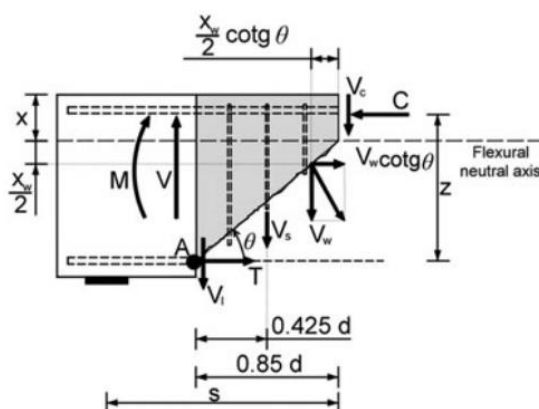


Figura 4.8 – Parâmetros considerados para a avaliação do equilíbrio da região da fissura crítica. Fonte: Cladera *et al.* (2015).

Por meio do equilíbrio é possível obter uma expressão para a contribuição do concreto comprimido em função das outras parcelas de contribuição (concreto tracionado ao longo da fissura, efeito pino e estribos), do estado de tensões nesta região e de um critério de ruptura para o concreto em estado plano de tensões.

Mari e Cladera propõem que seja considerado que o concreto acima da linha neutra falhará segundo o critério de ruptura de Kupfer para o estado plano de tensões (Figura 4.9), condição que é considerado na busca da condição de equilíbrio.

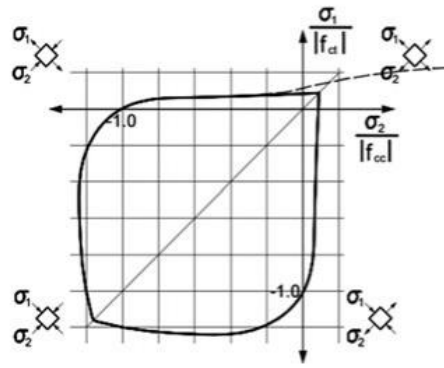


Figura 4.9 – Representação esquemática do critério de ruptura de Kupfer. Fonte: Cladera *et al.* (2015).

A expressão obtida para a contribuição adimensional à resistência ao esforço cortante advinda do concreto comprimido acima da linha neutra é descrita pela Equação (4.2).

$$v_c = R_t K_\lambda \xi \sqrt{1 - \frac{\lambda \left[ 0,4 + 1,7v_c + 2v_w \frac{(0,85 - \xi_w \cot \theta)}{\cos^2 \theta} + v_s 0,85 \right]}{\xi \left( 1 - \frac{\xi}{3} \right) R_t} \left( \frac{v_s}{0,85 R_t} - 1 \right) - \frac{v_s}{0,85 R_t} = \frac{V_c}{f_{ct} b d}} \quad (4.2)$$

Em que  $\xi$  é a posição relativa da linha neutra,  $\xi_w$  é a profundidade relativa (a partir da linha neutra) onde se desenvolvem as tensões de tração no concreto ao longo da fissura,  $v_s$  e  $v_w$  são, respectivamente, as contribuições adimensionais da armadura transversal e do concreto tracionado.

O parâmetro  $R_t = 1 - 0,8\sigma_2 f_{cc}^{-1}$ , está relacionado ao quadrante tracionado-comprimido (respectivamente  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ ) do critério de ruptura de Kupfer, e deve ser obtido iterativamente.  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  (com  $\sigma_1 > \sigma_2$ ) são, respectivamente, as tensões principais observadas em um ponto crítico acima da linha neutra. A posição desse ponto relativa à profundidade da linha neutra é representada pelo parâmetro  $\lambda = 0,425$ , estimado pelos autores em trabalhos anteriores (MARÍ *et al.*, 2014).

Utilizando a equação iterativa apresentada na Equação (4.2) para diferentes grupos de dados, Marí *et al.* (2015) observaram uma relação aproximadamente linear entre  $v_c$  e  $\xi$ . Assim, propuseram uma equação simplificada para o cálculo da contribuição adimensional do concreto comprimido acima da linha neutra. A Tabela 4.1 apresenta as equações adimensionais



simplificadas desenvolvidas para estimar as contribuições em seções retangulares que devem ser utilizadas na verificação da resistência.

Parcela de Contribuição	Expressões simplificadas
Concreto tracionado ao longo da fissura crítica de cisalhamento	$v_w = \frac{V_w}{f_{ct}bd} = 167 \frac{f_{ct}}{E_c} \left( 1 + \frac{2E_c G_f}{f_{ct}^2 d} \right) \quad (4.3)$
Armadura longitudinal (efeito pino)	$v_l = \frac{V_l}{f_{ct}bd} = \begin{cases} 0,23 \left( \frac{\alpha_e \rho}{1 - \xi} \right) \approx 0,25\xi - 0,05, & v_s > 0 \\ 0, & v_s = 0 \end{cases} \quad (4.4)$
Armadura transversal	$v_s = \frac{V_s}{f_{ct}bd} = 0,85 \rho_w \frac{f_{yw}}{f_{ct}} \quad (4.5)$
Concreto comprimido acima da linha neutra	$v_c = \frac{V_c}{f_{ct}bd} = \zeta [(0,88 + 0,70v_s)\xi + 0,02] \quad (4.6)$ $\zeta = 1,2 - 0,2a \geq 0,65 \quad (a \text{ em metros})$

Tabela 4.1 – Resumo das equações adimensionais simplificadas propostas por Marí et al. (2015) para seções retangulares.

Nas expressões de (4.3) a (4.6), os termos presentes são:  $f_{ct}$ ,  $E_c$  e  $G_f$ , que são, respectivamente, a resistência à tração, o módulo de elasticidade e a energia de fratura à tração do concreto;  $d$  é a altura útil da seção transversal;  $\alpha_e = E_s/E_c$  é a razão entre os módulos de elasticidade do aço ( $E_s$ ) e concreto ( $E_c$ );  $\rho = A_s/(bd)$  é a taxa de armadura longitudinal;  $\rho_w = A_{sw}/(bs_w)$  é a taxa de armadura transversal;  $a$  é o vão de cisalhamento, em metros;  $\xi = x/d$  é a posição da linha neutra ( $x$ ) em relação à altura útil da seção; e  $\zeta$  é um fator de efeito escala.

O valor limite  $V_{Rd,max}$  é estimado conforme o Eurocode-2 (2004) e é obtido pela Equação (4.7). Os parâmetros  $\alpha_{cw}$  e  $v_1$  podem ser consultados no Eurocode (2004).

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w d v_1 \left( \frac{f_{ck}}{\cot \theta + \tan \theta} \right) \quad (4.7)$$

#### 4.1.2 Expressões simplificadas para seções em forma de T

A formulação apresentada anteriormente precisa ser ajustada por coeficientes adicionais quando se trata de seções transversais em forma de T. Essas modificações buscam levar em consideração a diferença de inclinações dos trechos da fissura crítica de cisalhamento na alma e mesa (fator  $K_\theta$ ), diferença entre momentos de fissuração das seções retangular e T (fator  $K_T$ ),

a mudança da posição da linha neutra em virtude da existência da mesa (consideração de uma largura efetiva,  $b_{v,eff}$ ) e a consideração da distribuição não-uniforme das tensões de cisalhamento na mesa (consideração de uma largura  $b_v$ ). As expressões considerando essas modificações e as expressões para os fatores adicionais são apresentados na Tabela 4.2.

Parcela de Contribuição	Expressões simplificadas
Concreto tracionado ao longo da fissura crítica de cisalhamento	$v_w = 167 \frac{f_{ct}}{E_c} \left( 1 + \frac{2E_c G_f}{f_{ct}^2 d} \right) \left( \frac{b_w}{b} \right) \quad (4.8)$
Armadura longitudinal (efeito pino)	$v_l = \begin{cases} 0,23 \left( \frac{\alpha_e \rho}{1 - \xi} \right) \approx 0,25\xi - 0,05, & v_s > 0 \\ 0, & v_s = 0 \end{cases} \quad (4.9)$
Armadura transversal	$v_s = K_\theta \left( 0,85 \rho_w \cdot \frac{f_{yw}}{f_{ct}} \right) \quad (4.10)$
Concreto comprimido acima da linha neutra	$v_c = \zeta \left\{ \left[ 0,70 + 0,18K_T + \left( 0,20 + 0,50 \frac{b}{b_w} \right) v_s \right] \xi + 0,02K_T \right\} \frac{b_{v,eff}}{b} \quad (4.11)$ $\zeta = 1,2 - 0,2a \geq 0,65 \quad (a \text{ em metros})$

Tabela 4.2 – Resumo das equações adimensionais simplificadas propostas por Marí et al. (2015) para seções T

## 4.2 MODELO PROPOSTO KOTYNIA (2011)

Assim como a maioria dos modelos existentes, o modelo proposto por Kotynia (2011) busca estimar o acréscimo à resistência ao esforço cortante devido a presença do reforço externo FRP. Duas abordagens distintas são consideradas para os casos de reforço por envolvimento parcial (em forma de U e lateral) e por envolvimento completo. Para o caso de reforços com FRP por envolvimento completo, a resistência é estimada considerando que todo FRP interceptado pela fissura crítica irá falhar por ruptura, o que simplifica o processo de sua obtenção. Para os casos de reforço em forma de U e lateral é necessária uma completa caracterização geométrica do problema para obter sua resistência.

### 4.2.1 Reforço por envolvimento parcial

Para o caso de reforços em forma de U ou lateral, a parcela de resistência atribuída ao FRP ( $V_f$ ) é estimada como a soma das contribuições individuais de cada porção de FRP interceptado pela

fissura de cisalhamento ( $V_{f,i}$ ), para ambos os casos de reforços (discretos ou contínuos). Por meio dessa abordagem, é possível considerar que a contribuição de cada uma das porções de FRP não será igual, mas, sim, dependente do comprimento de aderência disponível ( $L_i$ ) e de sua posição relativa à fissura crítica de cisalhamento.

#### 4.2.2.1 Caracterização geométrica

O modelo proposto por Kotynia (2011) se baseia na caracterização geométrica do problema, sendo necessário, entre outros, definir a quantidade de FRP e sua posição em relação à fissura crítica de cisalhamento, e os comprimentos de aderência disponíveis para o FRP. A descrição dos parâmetros apresentada a seguir fará menção à Figura 4.10.

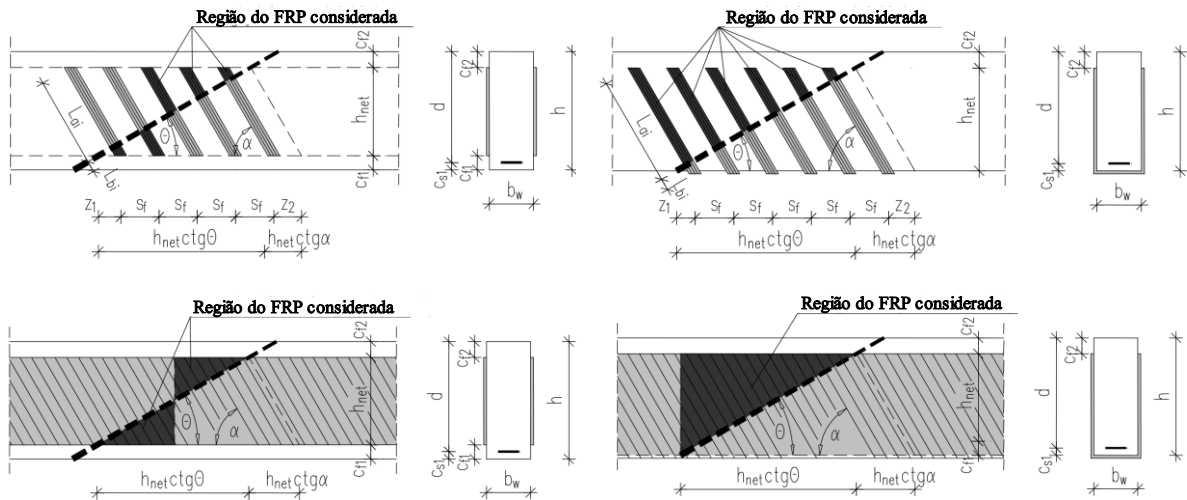


Figura 4.10 – Representação esquemática dos comprimentos de ancoragem disponíveis em ambos os lados da fissura crítica de cisalhamento. Fonte: Kotynia (2011)

Inicialmente, estima-se a inclinação da fissura crítica,  $\theta$ . Segundo o critério apresentado por Kotynia (2011), a inclinação da fissura depende da taxa de armadura transversal, e pode ser estimada por um dos ângulos apresentados na Equação (4.12).

$$\theta = \begin{cases} 35^\circ, & \rho_s < 0,1\% \\ 40^\circ, & 0,1\% \leq \rho_s \leq 0,2\% \\ 45^\circ, & \rho_s \geq 0,2\% \end{cases} \quad (4.12)$$

Sendo  $\rho_s = A_{sw}/(b_w s)$  a taxa de armadura transversal interna de aço.

A quantidade de FRP interceptada pela fissura crítica, para o caso discreto, pode ser determinada relacionando região de possível interseção entre o FRP e a fissura crítica, e o espaçamento entre os estribos, utilizando a Equação (4.13).

$$n_{f,min} = \left\lfloor \frac{h_{net}}{s_f} (\cot \theta + \cot \alpha) \right\rfloor \quad (4.13)$$

Em que  $n_{f,min}$ ,  $s_f$  e  $\alpha$  são, respectivamente, a quantidade de faixas de FRP interceptadas pela fissura crítica, o espaçamento entre duas faixas sucessivas e a inclinação das fibras do FRP em relação ao eixo da viga.  $h_{net}$  é a altura útil do FRP, considerada entre a extremidade superior do FRP e o centro geométrico das armaduras longitudinais, para o caso de reforço lateral; e considerado entre a extremidade superior e a borda inferior da seção, para os casos de reforço em forma de U. O operador  $\lfloor \cdot \rfloor$  indicar que valor é aproximado ao número inteiro inferior ao valor obtido.

Eventuais espaços entre as extremidades da fissura e as porções de FRP mais próximas a elas são representadas por  $z_1$  e  $z_2$ , consideradas, de forma aproximada, como iguais, e estimados por:

$$z_1 = z_2 = \frac{h_{net}(\cot \theta + \cot \alpha) - n_{f,min}s_f}{2} \quad (4.14)$$

O comprimento de aderência disponível na porção de FRP mais próxima às extremidades da fissura é representada por  $L_0$ , e pode ser estimada por

$$L_0 = z_1 \frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } (\theta + \alpha)} n_{f,min} \quad (4.15)$$

e é utilizado como valor inicial para os comprimentos de aderência disponíveis acima e abaixo da fissura crítica. Para a  $i$ -ésima faixa de FRP, os comprimentos de aderência disponíveis acima e abaixo da fissura crítica, respectivamente  $L_a^{(i)}$  e  $L_s^{(i)}$  (ver Figura 4.10), são dados por:

$$L_a^{(i)} = L_0 + iL_s \quad (4.16)$$

$$L_b^{(i)} = L_f^{(i)} - L_a^{(i)} \quad (4.17)$$

sendo  $L_s = s_f [\text{sen } \theta / (\text{sen}(\alpha + \theta))]$  a variação de comprimento de aderência entre faixas adjacentes e  $L_f^{(i)}$  o comprimento da  $i$ -ésima faixa de FRP.

Kotynia (2011), assim como outros autores (Mofidi e Chaallal, 2014; Monti e Liotta, 2007; Pellegrino e Modena, 2008; Chen e Teng, 2003; Carolin e Täljsten, 2005), considera diferentes comportamentos para reforços laterais e em forma de “U”, e por envolvimento completo. Nos dois primeiros, a força máxima que cada porção de FRP pode suportar será limitada pela ocorrência do descolamento (*debonding*) do sistema FRP do substrato de concreto, enquanto no último a falha usualmente se dá devido à ruptura do sistema FRP.

A força máxima que cada porção de FRP aderida ao concreto pode suportar depende do comprimento de aderência disponível. Kotynia (2011) considera que em reforços laterais (S, Figura 4.10-a), o comprimento de aderência disponível ( $L_{min}^{(i)}$ ) a ser considerado deverá ser o menor entre os comprimentos de aderência disponíveis abaixo ( $L_b^{(i)}$ ) e acima ( $L_a^{(i)}$ ) da fissura crítica. Para os casos de reforços em forma de U, é considerado que a porção de FRP abaixo da fissura crítica está bem ancorada e que o descolamento ocorrerá na porção superior da fissura, independentemente do comprimento de aderência ali disponível (Figura 4.10-b). Em casos de envolvimento completo, o descolamento não é considerado por Kotynia (2011), como será apresentado adiante. Portanto, os comprimentos de aderência a serem considerados são:

$$L_{min}^{(i)} = \begin{cases} \text{mín}\{L_a^{(i)}; L_b^{(i)}\}, & \text{FRP Lateral} \\ L_a^{(i)}, & \text{FRP em forma de U} \end{cases} \quad (4.18)$$

É importante destacar que essas considerações de Kotynia (2011) também estão presentes nos trabalhos de Pellegrino e Modena (2008), Triantafilou (1998), Monti e Liota (2007) e outros autores. Entretanto, para vigas reforçadas por envolvimento completo, Monti e Liota (2007) consideram também a aderência entre FRP e concreto até o momento do descolamento. Após o descolamento, é considerado que a porção de FRP passa a se comportar elasticamente até a ruptura, isto é, com as tensões proporcionais às deformações específicas.

#### 4.2.2.2 Máxima força resistida por uma faixa de FRP na eminência do descolamento

A força máxima que uma porção de FRP irá resistir está relacionada ao comportamento de aderência entre o sistema FRP e o substrato de concreto. Analiticamente, esse comportamento é modelado por meio de uma lei aderência-deslizamento (*bond-slip*). Esse modelo busca relacionar as tensões cisalhantes e os deslocamentos relativos (deslizamentos) entre o concreto e FRP, e no modelo da Kotynia (2011) é adotado o modelo proposto por Lu *et al.* (2005a). Nesse modelo, a força máxima que cada  $i$ -ésima porção de FRP pode suportar será:

$$P_i(\beta_1(L_i)) = \beta_1 w_f \sqrt{2E_f t_f G_f} \quad (4.19)$$

Onde  $w_f$  é a largura da porção de FRP perpendicular às fibras,  $E_f$  é o módulo de elasticidade e  $t_f$  é a espessura do FRP;  $G_f$  é a energia de fratura relacionada ao descolamento do FRP. O fator  $\beta_1$  considera o comprimento de aderência disponível do FRP, e pode ser estimada por:

$$\beta_1 = \begin{cases} \text{sen} \left( \frac{\pi L_i}{2 L_e} \right), & L_i < L_e \\ 1,0, & L_i \geq L_e \end{cases} \quad (4.20)$$

Sendo  $L_i$  e  $L_e$ , respectivamente, o comprimento de aderência disponível e efetivo, respectivamente. O comprimento efetivo de aderência ( $L_e$ ) é aquele que permite o completo desenvolvimento da lei aderência-deslizamento entre o FRP e concreto, resultando na máxima carga que o FRP aderido ao concreto pode suportar antes do completo descolamento.

Pelo modelo de Lu *et al.* (2005a), o comprimento efetivo de aderência pode ser estimado segundo a Equação (4.21).

$$L_e = a + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{\lambda_1 + \lambda_2 \text{tg}(\lambda_2 a)}{\lambda_1 - \lambda_2 \text{tg}(\lambda_2 a)} \quad (4.21)$$

com  $a$ ,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  dados por:

$$a = \frac{1}{\lambda_2} \text{sen}^{-1} \left[ 0,99 \sqrt{\frac{\delta_f - \delta_o}{\delta_f}} \right] \quad (4.22)$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\tau_{max}}{\delta_o E_f t_f}} \quad (4.23)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{\tau_{max}}{(\delta_f - \delta_o) E_f t_f}} \quad (4.24)$$

Nas Equações (4.22) a (4.24),  $\tau_{max}$ ,  $\delta_f$  e  $\delta_o$  são parâmetros da lei de aderência-deslizamento;  $\tau_{max}$  é a máxima tensão de cisalhamento possível por aderência;  $\delta_f$  e  $\delta_o$  são os deslizamentos (deslocamentos relativos) final e relativo à tensão de aderência máxima, respectivamente;  $E_f$  e  $t_f$  são o módulo de elasticidade e a espessura do FRP aderido ao concreto. Os parâmetros  $\delta_f$  e  $\delta_o$  podem ser estimados por:

$$\delta_f = \frac{0,4107}{\sqrt{f_{ct}}} \quad (4.25)$$

$$\delta_o = 0,0195\beta_w f_{ct} \quad (4.26)$$

Onde  $f_{ct}$  é a resistência à tração do concreto ao qual o FRP está aderido e  $\beta_w$ , que é um parâmetro que considera a razão entre as larguras da porção do FRP e o concreto ao qual está aderido, pode ser obtido pela Equação (4.27).

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2,0 - \left(\frac{w_f}{s_f}\right)}{1,0 - \left(\frac{w_f}{s_f}\right)}} \quad (4.27)$$

Finalmente, a energia de fratura desenvolvida no processo de descolamento é dada por:

$$G_f = 0,308\beta_w^2 \sqrt{f_{ct}} \quad (4.28)$$

#### 4.2.2.3 Correção do módulo de elasticidade do FRP

Com intuito de considerar a anisotropia do material na estimativa da força suportada por uma faixa de FRP, Kotynia (2011) propôs uma modificação no valor do módulo de elasticidade do FRP.

No modelo proposto, a abertura da uma fissura crítica de cisalhamento irá provocar deformações normais ao seu plano nos elementos interceptados por elas. Todavia, quando uma faixa de FRP é interceptada pela fissura de cisalhamento, a direção das fibras não necessariamente é normal à abertura de fissura, existindo um desvio angular  $\gamma$  dessa condição. Deste modo, o FRP será solicitado obliquamente à direção das fibras, reduzindo sua eficiência.

De modo a considerar esse fenômeno de modo simplificado, Kotynia (2011) propôs a utilização do módulo de elasticidade apresentado na Equação (4.29).

$$E_x(\gamma) = E_f \frac{1}{\cos^4 \gamma + k_1 \sen^4 \gamma + (k_2 - 2\nu) \cos^2 \gamma \sen^2 \gamma} \quad (4.29)$$

Nesta, o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) pode ser tomado como 0,35. Os fatores  $k_1$  e  $k_2$  dependem das propriedades do material em questão, e tem os valores de referência propostos por Kotynia (2011) apresentados na Tabela 4.3.

Fibras	$k_1$	$k_2$
GFRP com $E_f \leq 80$ GPa	4,42	8,76
GFRP com $E_f > 80$ GPa	2,44	5,06
CFRP	13,60	19,10
AFRP	15,30	27,80

Tabela 4.3 – Valores de referência para os parâmetros  $k_1$  e  $k_2$

Essa correção permitiu uma redução na dispersão dos resultados obtidos analiticamente pelo método proposto e resultados experimentais, conforme apresentado em Kotynia (2011).

## 4.2.1 Resistência ao esforço cortante devido ao FRP

### 4.2.2.4 Reforço por envolvimento completo

Quando o reforço se der por envolvimento completo, a resistência ao esforço cortante advinda do FRP poderá ser estimada considerando que todo o FRP interceptado pela fissura crítica de cisalhamento irá romper no estado limite último. Assim, a contribuição do FRP à resistência pode ser estimada por:



$$V_f = 2w_f t_f (k f_f) \frac{z}{s_f} (\cot \theta + \cot \alpha) \text{sen } \alpha \quad (4.30)$$

Em que  $w_f$ ,  $t_f$  e  $s_f$  são, respectivamente, a largura perpendicular à direção das fibras, a espessura e o espaçamento entre duas porções adjacentes de FRP; a projeção vertical da fissura de cisalhamento,  $z$ , pode ser aproximada como 0,9 da altura útil. O coeficiente redutor  $k$  considera de forma aproximada que uma falha com tensões menores do que  $f_f$  podem ocorrer devido concentrações de tensões nos cantos da seção transversal.

#### 4.2.2.5 Reforço por envolvimento parcial

Estimada a capacidade resistente de cada porção de FRP em função do seu comprimento de aderência, a contribuição do FRP ao esforço cortante é simplesmente obtida como a soma destas contribuições individuais, conforme Equação (4.31). Nessa expressão,  $P^{(i)}$  é máxima força que a  $i$ -ésima porção de FRP pode suportar antes do descolamento (Equação (4.31)).

$$V_f = 2 \sum_{i=1}^{n_{f,min}} P_i \cdot \text{sen } \alpha \quad (4.31)$$

### 4.3 PROPOSTA DE MODELO UNIFICADO

Nesta seção é proposta a unificação dos modelos propostos por Marí-Cladera (Cladera *et al.*, 2015; Marí *et al.*, 2015) e Kotynia (2011), uniformizando parâmetros compartilhados por ambos os modelos e propondo modificações em alguns procedimentos. Alguns destaques do modelo proposto são:

- A fissura crítica de cisalhamento é definida como reta, de inclinação  $\theta$  com o eixo do elemento, limitada na porção superior (ponta da trinca) pela linha neutra e limitada na porção inferior (boca da trinca) pelo centro geométrico das armaduras longitudinais; portanto, a porção de concreto abaixo das armaduras longitudinais será desconsiderada;
- A inclinação da fissura crítica,  $\theta$ , é mantida como um parâmetro de projeto, todavia, sem fixar um valor como proposto por Kotynia, Marí e Cladera. Essa consideração

busca a generalização e está de acordo com outros modelos (fib Bulletin 90, 2019; Eurocode 2, 2004; CND DT200, 2004);

- A fissura tem projeção vertical igual a  $d_{cr,y} = (d - x)$  e projeção horizontal  $d_{cr,x} = (d - x) \cot \theta$ , sendo o valor proposto por Mari-Cladera de  $0,85d$  para a projeção horizontal da fissura apenas um caso particular do aqui considerado. Essa consideração busca generalizar a formulação e permitir a realização de estudos futuros quanto as suas implicações;
- O confinamento provocado pelas armaduras transversais considerados (parâmetro  $v_s$  na parcela  $v_c$  no concrete *compression chord*) é tomado como o maior entre o causado pelo FRP e pelos estribos;
- A partir da compatibilidade de deformações ao longo da fissura crítica adotada por Mari-Cladera serão estimadas as deformações no FRP e nos estribos nos pontos de interseção destes com a fissura crítica;
- As deformações ao longo da fissura de cisalhamento são funções da posição relativa dos elementos (estribos e FRP) em relação à ponta da fissura, e referenciada à deformação máxima na boca da fissura;
- Uma transformação de deformações adequada será adotada para obtenção das deformações na direção dos elementos;
- A partir das deformações, as tensões nos estribos e FRP são obtidas utilizando um modelo constitutivo adequado para cada material;
- Para o FRP, é assumido o comportamento linear-elástico até que seja atingida a máxima força que uma porção de FRP é capaz de suportar antes do *debonding*, ou aquela referente à tensão de ruptura (assim como em Kotynia). Atingida essas deformações, a força suportada por uma dada porção será tomada igual a zero;
- Para o aço, será considerado um comportamento elástico-perfeitamente plástico;
- Para uma dada inclinação da fissura crítica,  $\theta$ , e um valor arbitrado de abertura máxima da fissura,  $\varepsilon_w$ , a contribuição dos estribos e FRP, respectivamente, será obtida pela soma das contribuições de cada porção individual destes;
- A resistência do membro para uma determinada inclinação será avaliada no valor de abertura de fissura crítica que resultar na maior contribuição conjunta FRP e estribos for máxima.

Essas considerações permitem uma maior generalização do modelo e a consideração da não ocorrência simultânea do escoamento total das armaduras transversais e o descolamento do FRP, não consideradas nos modelos originais.

Uma visão geral do método é apresentada resumida e esquematicamente no fluxograma presente na Figura 4.11.

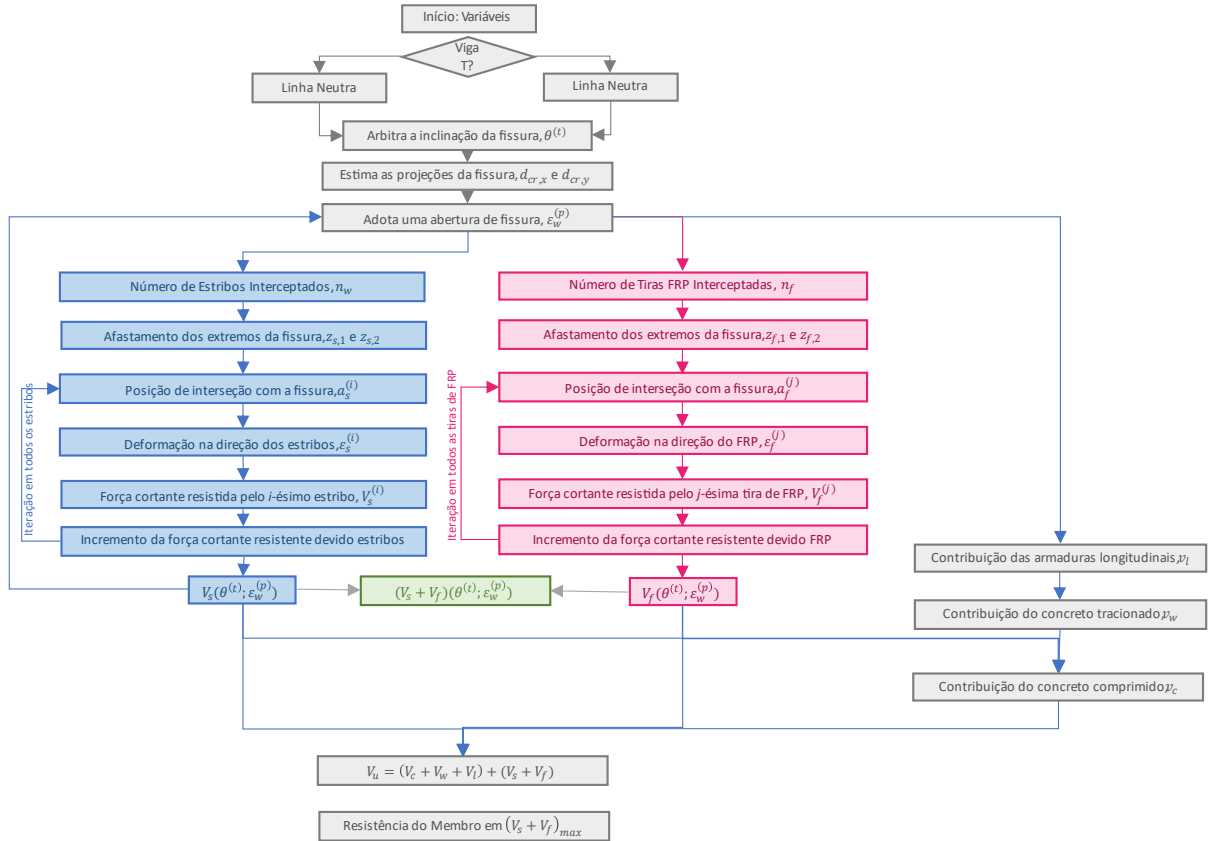


Figura 4.11 – Fluxograma do modelo unificado.

#### 4.2.2 Parâmetros geométricos da seção transversal

Os parâmetros geométricos da seção necessários para a utilização do método proposto são resumidos esquematicamente na Figura 4.12 para uma seção I genérica.

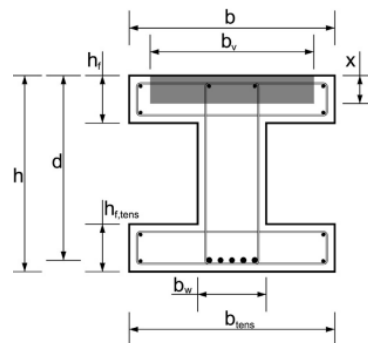


Figura 4.12 – Seção transversal padrão para aplicação do Método Unificado.

Em seções em forma de T e I, apenas uma porção da mesa mais próxima da alma contribui para a resistência ao cisalhamento, chamada de *largura efetiva* ( $b_v$ , região hachurada na Figura 4.12). Segundo Mari *et al.* (2005), a largura efetiva pode ser estimada por:

$$b_v = b_w + 2h_f \leq b \quad (4.32)$$

Para seções retangulares, as larguras da alma, da mesa e efetiva são consideradas iguais, isto é,  $b = b_v = b_w$ . Seções I não serão consideradas neste trabalho, embora os resultados aqui apresentados se apliquem a estas.

### 4.2.3 Linha neutra

A profundidade da linha neutra,  $x$ , em relação à fibra mais comprimida da seção é estimada considerando a seção transversal fissurada em flexão simples, desprezando-se para este fim a resistência à tração do concreto tracionado e considerando que as tensões no concreto comprimido se comportam elasticamente. Para seções retangulares e em forma de “T”, estas podem ser estimadas, respectivamente, pelas Equações (4.33) e (4.34).

$$\xi = \frac{x}{d} = \alpha_e \rho \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho}} \right) \quad (4.33)$$

$$\xi = \frac{x}{d} = [\delta(\eta - 1) + \eta \alpha_e \rho] \cdot \left( -1 + \sqrt{\frac{\delta^2(\eta - 1) + 2\eta \alpha_e \rho}{[\delta(\eta - 1) + \eta \alpha_e \rho]^2}} \right) \quad (4.34)$$

Sendo  $\delta = h_f/d$ ,  $\eta = b/b_w$ ,  $\alpha = E_s/E_c$  e  $\rho = A_s/(b \cdot d)$ ; destes,  $h_f$  é a espessura da mesa;  $b$  e  $b_w$  são a largura da mesa e da alma, respectivamente;  $d$  é a altura útil da seção transversal;  $E_s$  e  $E_c$  são, respectivamente, os módulos de elasticidade do aço das armaduras longitudinais e do concreto;  $A_s$  é a área de armadura longitudinal na seção transversal.

Em seções T, se a linha neutra estiver posicionada na mesa a análise pode ser conduzida considerando uma seção retangular. Um critério para se estimar *a priori* se a linha neutra estará localizada na mesa ( $x \leq h_f$ ) é:

$$\alpha_e \rho \leq \frac{1}{2} \frac{\delta^2}{(1 - \delta)} \quad (4.35)$$

#### 4.2.4 Inclinação da fissura crítica de cisalhamento

Em Cladera *et al.* (2015) é proposta a relação da Equação (4.36), obtida a partir de ensaios experimentais, para inclinação da linha neutra. Nesta, o termo do numerador é a projeção horizontal, e o denominador é a projeção vertical da fissura de cisalhamento.

$$\cot \theta = \frac{0,85d}{(d - x)} \quad (4.36)$$

Em vigas T, a fissura de cisalhamento apresenta segmentos com orientação diferente na mesa,  $\theta_f$ , e na alma,  $\theta_w$ . Em Cladera *et al.* (2015) é proposto um fator de correção para a inclinação da fissura de cisalhamento,  $K_\theta$ , que pode ser multiplicado à Equação (4.35) quando se tratar de seção T. Este fator é dado pela Equação (4.37).

$$K_\theta = \frac{(d - h_f) + (h_f - x) \cdot \frac{b_v}{b_w}}{d - x} \quad (4.37)$$

A relação apresentada indica que a projeção horizontal da fissura é aumentada por um fator  $K_\theta$  em relação àquela que seria apresentada em uma viga de seção transversal retangular. As inclinações da fissura na mesa, alma e a considerada no procedimento se relacionam na forma:

$$\cot \theta = \frac{(d - h_f) \cot \theta_w + (h_f - x) \cot \theta_f}{(d - x)} \quad (4.38)$$

Em Kotynia (2011), a inclinação da fissura crítica depende apenas da taxa de armadura transversal existente na viga no momento do reforço, conforme Equação (4.12), podendo assumir valores de  $35^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .

No presente modelo é proposto que a inclinação da fissura crítica de cisalhamento seja um parâmetro de projeto, isto é, deve ser arbitrado pelo projetista. Além disso, será considerada que

a fissura crítica terá uma única inclinação, igual à inclinação apresentada na alma, o que é um critério conservador e a favor da segurança.

#### 4.2.5 Contribuição dos estribos na resistência ao esforço cortante

A posição dos estribos relativos à ponta da fissura crítica pode ser obtida por meio de relações geométricas. Caracterizada a fissura crítica (sua orientação e projeções), conhecido os espaçamentos entre estribos ( $s_w$ ) e sua orientação ( $\alpha_w$ ), é possível definir a *região viável de interseção* para os estribos. Essa região é lugar geométrico em que os estribos ali contidos terão interseção com a fissura crítica de cisalhamento, representada pela região hachurada na Figura 4.13.

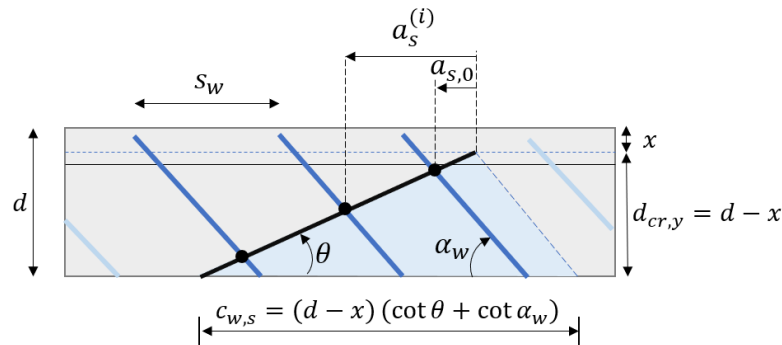


Figura 4.13 – Representação esquemática da posição dos estribos ao longo da fissura crítica.

A projeção horizontal da fissura crítica,  $d_{cr,x}$ , é obtida fazendo:

$$d_{cr,x} = (d - x) \cot \theta \quad (4.39)$$

onde,  $d_{cr,y} = (d - x)$  é a projeção vertical da fissura crítica de cisalhamento.

A quantidade de estribos interceptados pela fissura de cisalhamento,  $n_s$ , será, então, estimada por:

$$n_s = \left\lceil \frac{c_{w,s}}{s_w} \right\rceil + 1 = \left\lceil \frac{d - x}{s_w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha_w) \right\rceil + 1 \quad (4.40)$$

em que o operador  $[\cdot]$  representa que apenas a porção inteira da razão deverá ser considerada e  $s_w$  o espaçamento entre dois estribos consecutivos, medidos ao longo do eixo do elemento. Quando a razão  $c_{w,s}/s_w$  não resultar em um número inteiro, irá existir um afastamento,  $z_{w,1}$ , entre a ponta da fissura e o estribo adjacente. Considerando conservadoramente que os espaçamentos entre o último estribo e a boca da fissura,  $z_{w,2}$ , são iguais ao espaçamento entre o primeiro estribo e a ponta da fissura, estes podem ser obtidos pela Equação (4.41).

$$z_{w,1} = z_{w,2} = \frac{1}{2}[c_{w,s} - (n_s - 1)s_w] \quad (4.41)$$

A distância horizontal a partir da ponta da trinca para o ponto de interseção do  $i$ -ésimo estribo com a fissura de cisalhamento,  $a_s^{(i)}$ , pode ser obtida por relações geométricas e dada por:

$$a_s^{(i)} = [z_{w,1} + (i - 1)s_w] \frac{\cot \theta}{\cot \theta + \cot \alpha_w} \quad (4.42)$$

com  $i = 1, \dots, n_s$ .

As deformações específicas em qualquer direção em um ponto sob a fissura crítica de cisalhamento podem ser obtidas pela compatibilidade de deformações proposta por Cladera et al. (2015), em função da deformação equivalente a abertura máxima na boca da fissura,  $\varepsilon_w$ , e a partir de transformações de deformações adequadas (Figura 4.14).

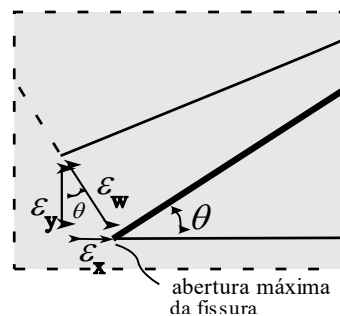


Figura 4.14 – Detalhe da compatibilidade de deformações ao longo da fissura.

As deformações específicas normais no  $i$ -ésimo estribo,  $\varepsilon_s^{(i)}$ , ao longo de seu eixo, podem, então, ser obtidas em função da abscissa do ponto de sua interseção com a fissura de cisalhamento:

$$\varepsilon_s^{(i)} = \left( \frac{a_s^{(i)}}{d_{cr,x}} \right) \varepsilon_w \cos^2 \gamma_s \quad (4.43)$$

sendo  $\varepsilon_w$  a deformação máxima de abertura da fissura crítica de cisalhamento, avaliada em sua boca;  $\gamma_s = \theta + \alpha_w - \frac{\pi}{2}$ , com  $\theta$  e  $\alpha_w$  em radianos.

A Equação (4.43) foi obtida pela compatibilidade de deformações normais ao plano da fissura crítica de cisalhamento, em um procedimento semelhante ao apresentado por Cladera et al. (2005) para obtenção das expressões da contribuição do concreto tracionado ao longo da fissura de cisalhamento, com as devidas transformações de deformação realizadas.

A contribuição da  $i$ -ésimo unidade à parcela de resistência atribuída aos estribos pode ser estimada por:

$$V_s^{(i)} = A_{sw} E_{sw} \varepsilon_s^{(i)} \sin \alpha_w \leq A_{sw} f_{yw} \sin \alpha_w \quad (4.44)$$

onde  $A_{sw}$  é a área de estribos na seção transversal,  $E_{sw}$  e  $f_{yw}$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade e a tensão de escoamento do aço dos estribos.

Após estimativa da contribuição de cada um dos estribos interceptados pela fissura crítica de cisalhamento, a contribuição total advinda dos estribos pode ser dada pela soma das contribuições de cada um dos estribos. Isto é:

$$V_s(\theta; \varepsilon_w) = \sum_{i=1}^{n_s} V_s^{(i)} \quad (4.45)$$

Conhecidas as contribuições individuais de cada estribo, bem como seu ponto de interseção com a fissura crítica de cisalhamento, é possível estimar a posição ( $\bar{a}_s$ ) de atuação da resultante  $V_s$  em relação à ponta da fissura pela Equação (4.46).

$$\bar{a}_s = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} V_s^{(i)} a_s^{(i)}}{V_s} \quad (4.46)$$



#### 4.2.6 Contribuição do FRP à resistência ao esforço cortante

É necessário, inicialmente, caracterizar a geometria do problema quanto à presença do reforço externo FRP. Enquanto os estribos, na maioria dos casos, se prolongam para além da fissura crítica de cisalhamento, o FRP pode ser interrompido em uma região abaixo da fissura crítica. Esse fato requer uma atenção especial, uma vez que alguns parâmetros geométricos adicionais são necessários, e são apresentados na Figura 4.15.

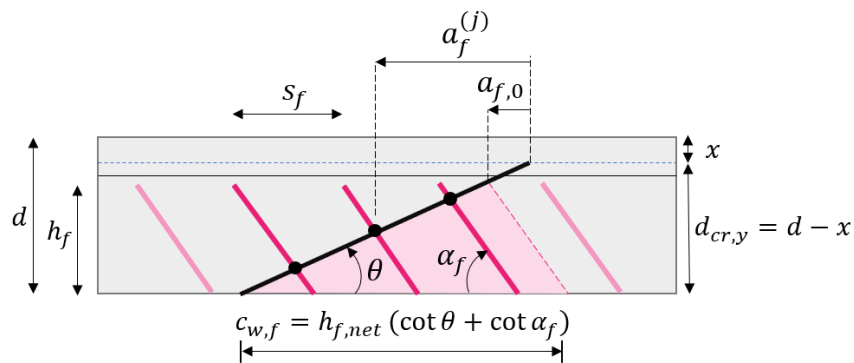


Figura 4.15 – Representação esquemática da posição do FRP ao longo da fissura crítica.

De forma semelhante aos estribos, é necessário definir uma região viável onde ocorrerá a interseção entre as tiras de FRP e a fissura crítica de cisalhamento. Comumente no reforço FRP lateral ou em forma de U, o reforço não se estende por toda a profundidade da seção transversal. No caso em que a extremidade superior do reforço está abaixo da linha neutra (ponta da trinca), é necessário ajustar a extensão da região viável de interseção. Assim, para o caso do FRP, a extensão horizontal da região viável,  $c_{w,f}$ , é obtida por:

$$c_{w,f} = h_{f,net} (\cot \theta + \cot \alpha_f) \quad (4.47)$$

sendo  $h_{f,net}$  o menor valor entre a altura da tira de FRP medida a partir do centro geométrico das armaduras longitudinais ( $h_f$ ) e  $d_{cr,y} = (d - x)$ .

A quantidade de tiras FRP interceptadas pela fissura de cisalhamento,  $n_f$ , analogamente ao caso dos estribos, é estimada por:

$$n_f = \left\lfloor \frac{c_{w,f}}{f} \right\rfloor + 1 = \left\lfloor \frac{h_{f,net}}{s_w} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha_w) \right\rfloor + 1 \quad (4.48)$$

Os espaçamentos entre o início da região viável (mais próxima a ponta da trinca) e a primeira tira de FRP pode ser calculada fazendo:

$$z_{f,1} = z_{f,2} = \frac{1}{2} [c_{w,f} - (n_f - 1)s_f] \quad (4.49)$$

A distância horizontal a partir da ponta da trinca para o ponto de interseção da  $j$ -ésima tira de FRP com a fissura de cisalhamento,  $a_f^{(j)}$ , também pode ser calculada analogamente aos estribos, utilizando a expressão a Equação (4.50).

$$a_f^{(j)} = a_{f,0} + [z_{f,1} + (j - 1)s_f] \frac{\cot \theta}{\cot \theta + \cot \alpha_f} \quad (4.50)$$

onde  $j = 1, \dots, n_f$  e  $a_{f,0}$  é um fator geométrico adicional devido a diferença entre  $d_{cr,y}$  e  $h_f$ , podendo ser obtido por:

$$a_{f,0} = \begin{cases} (d_{cr,y} - h_f) \cot \theta, & h_f < d_{cr,y} \\ 0, & h_f \geq d_{cr,y} \end{cases} \quad (4.51)$$

As deformações específicas normais na  $j$ -ésima tira de FRP,  $\varepsilon_f^{(j)}$ , ao longo da direção das fibras, podem, então, ser obtidas em função da abscissa do ponto de sua interseção com a fissura de cisalhamento, tal como feito para os estribos, conforme Equação (4.52).

$$\varepsilon_f^{(j)} = \left( \frac{a_f^{(j)}}{d_{cr,x}} \right) \varepsilon_w \cos^2 \gamma_f \quad (4.52)$$

em que  $\gamma_f = \theta + \alpha_f - \frac{\pi}{2}$ , com  $\theta$  e  $\alpha_f$  em radianos.

A força atuante em uma tira de FRP em função da abertura de fissura é calculada de maneira similar aos estribos pela Equação (4.53).

$$P_f^{(j)} = A_f E_f \varepsilon_f^{(i)} \quad (4.53)$$

sendo  $E_f$  o módulo de elasticidade do FRP e  $A_f = 2w_f t_f$  é a área da seção transversal de uma tira de FRP, em que  $w_f$  é a largura da tira, tomada perpendicular à direção das fibras, e  $t_f$  é sua espessura.

Devido à possibilidade de ocorrência do descolamento prematuro, a força atuante em uma tira de FRP deverá ser limitada. No presente modelo, a intensidade da força em uma tira de FRP não pode superar àquela correspondente a eminência do descolamento (Equação 4.19). Além disso, se para um dado estado de deformações a força estimada em uma tira, a partir das deformações, sugerir que será superada a carga máxima que ela pode suportar no descolamento, a contribuição desta tira deve ser considerada nula. Desta forma, busca-se aproximar o comportamento observado experimentalmente em que, após o descolamento completo, uma tira de FRP não contribui significativamente à resistência. Finalmente, a contribuição da  $j$ -ésima tira de FRP interceptada pela fissura de cisalhamento será:

$$V_f^{(j)} = \begin{cases} P_f^{(j)} \text{sen } \alpha_f, & P_f^{(j)} \leq 2P_i \text{sen } \alpha_f \\ 0, & P_f^{(j)} > 2P_i \text{sen } \alpha_f \end{cases} \quad (4.54)$$

A Equação (4.54) pode ser representada graficamente como na Figura 4.16.

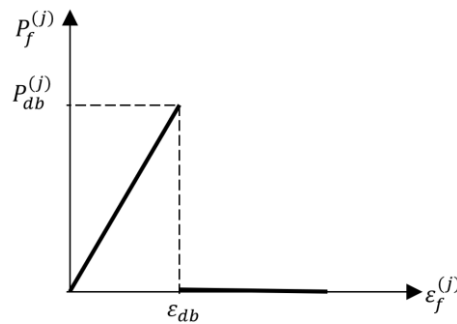


Figura 4.16 – Comportamento adotado para uma tira de FRP no modelo proposto.

Finalmente, a contribuição à resistência ao esforço cortante advinda do FRP pode ser calculada conforme Equação (4.55).

$$V_f(\theta; \varepsilon_w) = \sum_{j=1}^{n_f} V_f^{(j)} \quad (4.55)$$

#### 4.2.7 Deformações espessura de abertura da fissura crítica de cisalhamento

Conforme apresentado nas seções anteriores, a inclinação da fissura crítica,  $\theta$ , e a deformação específica referente à máxima abertura de fissura,  $\varepsilon_w$ , são, nesse modelo, parâmetros de projeto que devem ser arbitrados.

Por meio da compatibilidade de deformações ao longo da fissura crítica, e transformações de deformações adequadas, é possível relacionar às deformações máximas,  $\varepsilon_w$ , com as deformações na armadura longitudinal,  $\varepsilon_x$ , na boca da fissura. Assim, é possível relacionar as deformações máximas de abertura de fissura ao nível das armaduras, por exemplo, com a deformação que provocaria seu escoamento, o que indicaria uma possível mudança para um modo de falha por flexão. Entretanto, em vigas que falham por cisalhamento, a boca da fissura crítica estará localizada próxima aos apoios, locais onde as deformações nas armaduras longitudinais devem ser inferiores às que provocariam o seu escoamento.

Um outro caminho consiste em considerar um incremento gradual dos valores de abertura de fissura, por meio de  $\varepsilon_w$ , e verificar como se comportam as contribuições advindas do FRP e estribos. Deste modo, poder-se estimar curvas de contribuições individuais dos estribos e FRP para cada valor de abertura de fissura adotado. Por meio dessas curvas, é possível identificar para qual valor de deformação de abertura de fissura será máxima a contribuição conjunta e individuais do FRP e dos estribos.

Um exemplo esquemático das curvas deformação de abertura de fissura *versus* resistência ao cisalhamento é apresentado na Figura 4.17-a. Na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** b é apresentada esquematicamente a variação da contribuição conjunta dos estribos e FRP em função da deformação de abertura de fissuras e a orientação da fissura crítica de cisalhamento. As descontinuidades observadas na Figura 4.17-b são decorrentes do descolamento progressivo das faixas de FRP interceptadas pela fissura de cisalhamento.

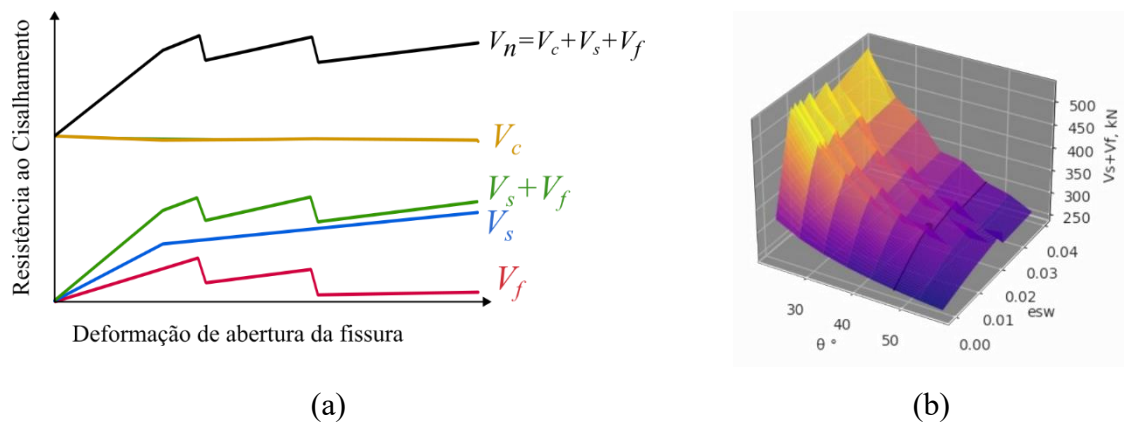


Figura 4.17 – a) Representação esquemática de curvas de contribuição à resistência e b) da superfície de resposta da contribuição conjunta do FRP e estribos.

Finalmente, no modelo proposto, a resistência total ao cisalhamento do membro será avaliada para os níveis de deformação de abertura de fissura em que a contribuição conjunta do FRP e estribos for máxima. Além da resistência devido aos estribos e FRP, são somadas às parcelas individuais advindas do efeito pino das armaduras longitudinais, concreto tracionado ao longo da fissura e concreto comprimido acima da linha neutra, como sugerido por Marí *et al.* (2015).

#### 4.4 RESULTADOS

A partir do método proposto apresentado nas seções anteriores, foi elaborado um programa computacional, denominado *FRP Lab*, elaborado sob a linguagem *Python*, cuja interface gráfica é apresentada na Figura 4.18. Este permite a avaliação de membros reforçados ao cisalhamento com reforço externo FRP aderidos externamente, considerando diferentes orientações para a fissura crítica de cisalhamento e deformações de abertura de fissura, obtendo uma superfície de resistência, às linhas do modelo apresentado neste trabalho.

Utilizando o *FRP Lab*, o método proposto foi testado em 462 resultados experimentais compilados no trabalho de Oller, Kotynia e Marí (2021), que contempla vigas com e sem armadura transversal de cisalhamento, de seções T e retangular, com reforços por envolvimento completo, em forma de U e lateral, discreto ou contínuo.

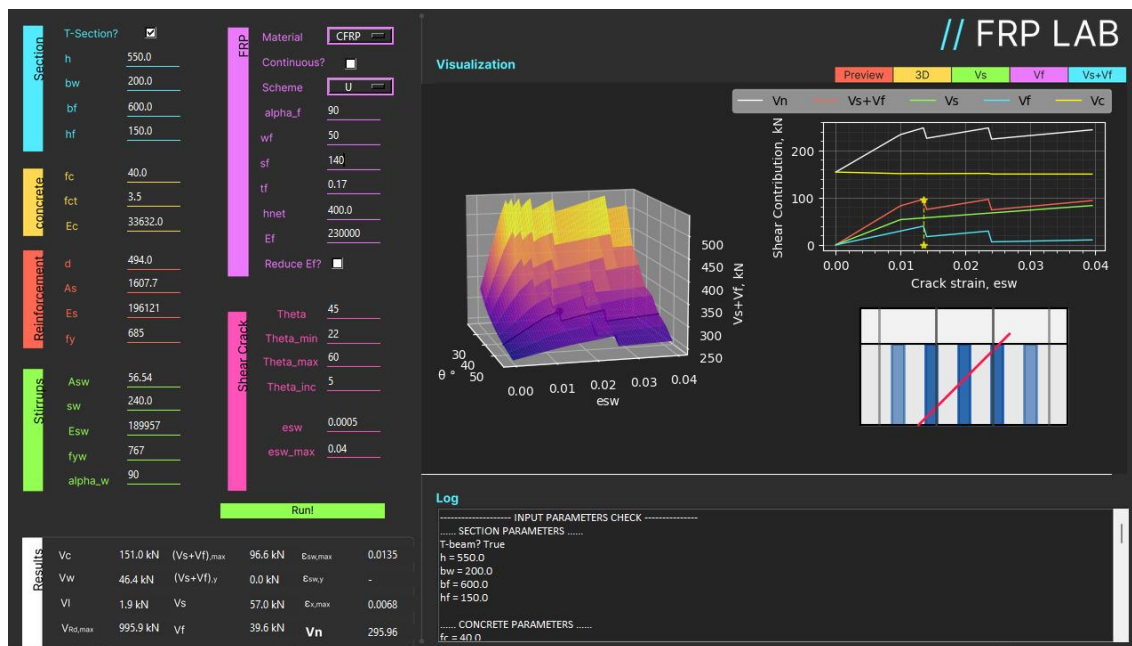


Figura 4.18 – Interface do programa *FRP Lab*.

Utilizando o *FRP Lab*, o método proposto foi testado em 264 resultados experimentais compilados no trabalho de Oller, Kotynia e Marí (2021), que contempla vigas com armadura transversal de cisalhamento, de seções T e retangular, com reforços por envolvimento completo, em forma de U e lateral, discreto ou contínuo.

#### 4.2.8 Análise de desempenho do modelo proposto

A Figura 4.19 apresenta a correlação entre os valores experimentais e os obtidos pelo modelo proposto, separados entre vigas com e sem estribos, para valores de resistência total e contribuição à resistência devido ao FRP.

Os resultados para resistência total dos elementos apresentam boa aderência com os resultados experimentais, com coeficiente de determinação  $R^2=0,88$  (ver Figura 4.19-a), demonstrando a eficácia do método proposto. O comportamento individual para vigas com e sem estribos é fundamental para entender melhor o comportamento e a robustez do modelo quanto à existência de armadura interna de cisalhamento. O comportamento para as vigas com estribos foi superior, apresentando coeficiente de determinação  $R^2=0,91$ , e uma menor dispersão nos resultados para todo o intervalo de resistência contemplado pelo banco de dados. Para as vigas sem estribos o coeficiente de correlação foi  $R^2=0,73$ , o que ainda pode ser considerado um bom resultado.

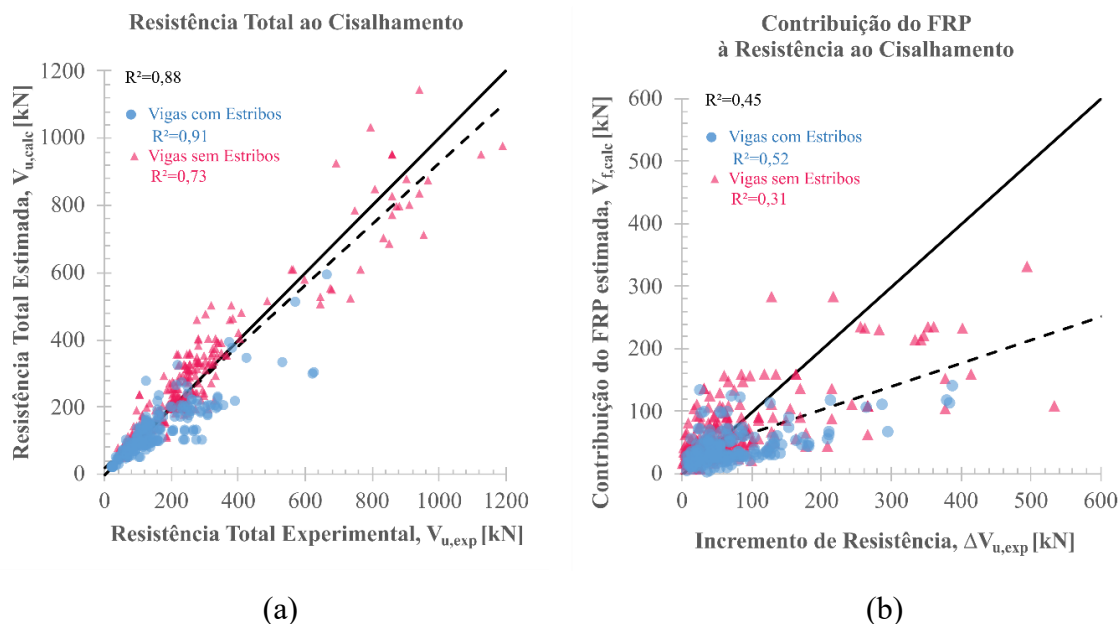


Figura 4.19 – Correlação entre os resultados obtidos pelo modelo proposto e dados experimentais para a resistência total dos elementos.

Na Figura 4.19-b é apresentado o comportamento na estimativa da contribuição do FRP à resistência ao cisalhamento. Na falta de resultados experimentais mais adequados, a contribuição ao cisalhamento obtido experimentalmente foi considerada como a diferença de resistência entre vigas semelhantes com e sem reforço FRP. Os resultados apresentam uma dispersão elevada quando comparados aos resultados de resistência total, apresentando coeficiente de determinação de  $R^2 = 0,44$ . O desempenho também foi superior para vigas com estribos, apresentando  $R^2 = 0,52$ , enquanto para as vigas sem estribos foi de  $R^2 = 0,31$ .

O desempenho do modelo proposto quanto ao tipo de reforço é apresentado na Figura 4.20, em termos da resistência total e incrementos de resistência devido ao FRP.

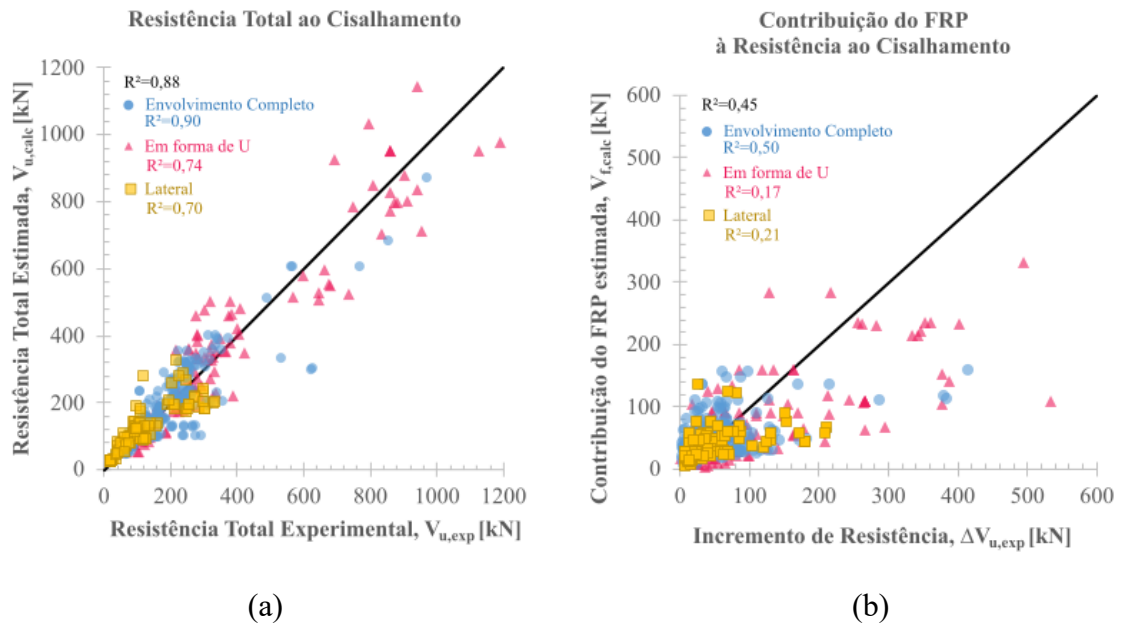


Figura 4.20 – Desempenho do modelo proposto em função do tipo de reforço para (a) a resistência total dos elementos e (b) contribuição do FRP.

Considerando a previsão da capacidade resistente total, o modelo apresenta um melhor desempenho para vigas reforçadas por envolvimento completo ( $R^2=0,90$ ), frente às vigas com reforço em forma de U ( $R^2=0,74$ ) e lateral ( $R^2=0,80$ ). Este comportamento é esperado pois o modo de falha para esse tipo de reforço é bem definido, caracterizado pela ruptura do FRP. Por outro lado, no reforço lateral e em forma de U, a falha usualmente se dá por descolamento prematuro e progressivo do FRP, fenômeno mais complexo de ser modelado.

Para a resistência atribuída ao FRP, o modelo apresenta um desempenho inferior para vigas reforçadas com FRP em forma de U ( $R^2=0,17$ ), próximo ao desempenho apresentado pelas vigas com reforço lateral ( $R^2=0,21$ ). Um desempenho superior foi observado para o envolvimento completo, apresentando um coeficiente de determinação de  $R^2=0,50$ . É importante ressaltar, que o modelo proposto é baseado no comportamento mecânico idealizado para o FRP e estribos.

A Figura 4.21 apresenta a comparação de desempenho do modelo proposto e modelos normativos para a resistência total dos elementos reforçados. Nesta comparação, para a estimativa da resistência total, o modelo proposto pelo ACI 440.2R (2017) foi combinado com o ACI 318 (2019), como recomendado pelo primeiro. De modo similar, as resistências devido



ao FRP calculadas com o fib Bulletin 14 (2001) e fib Bulletin 90 (2019) foram combinadas com o Eurocode 2 (1992), conforme recomendado nos referidos modelos.

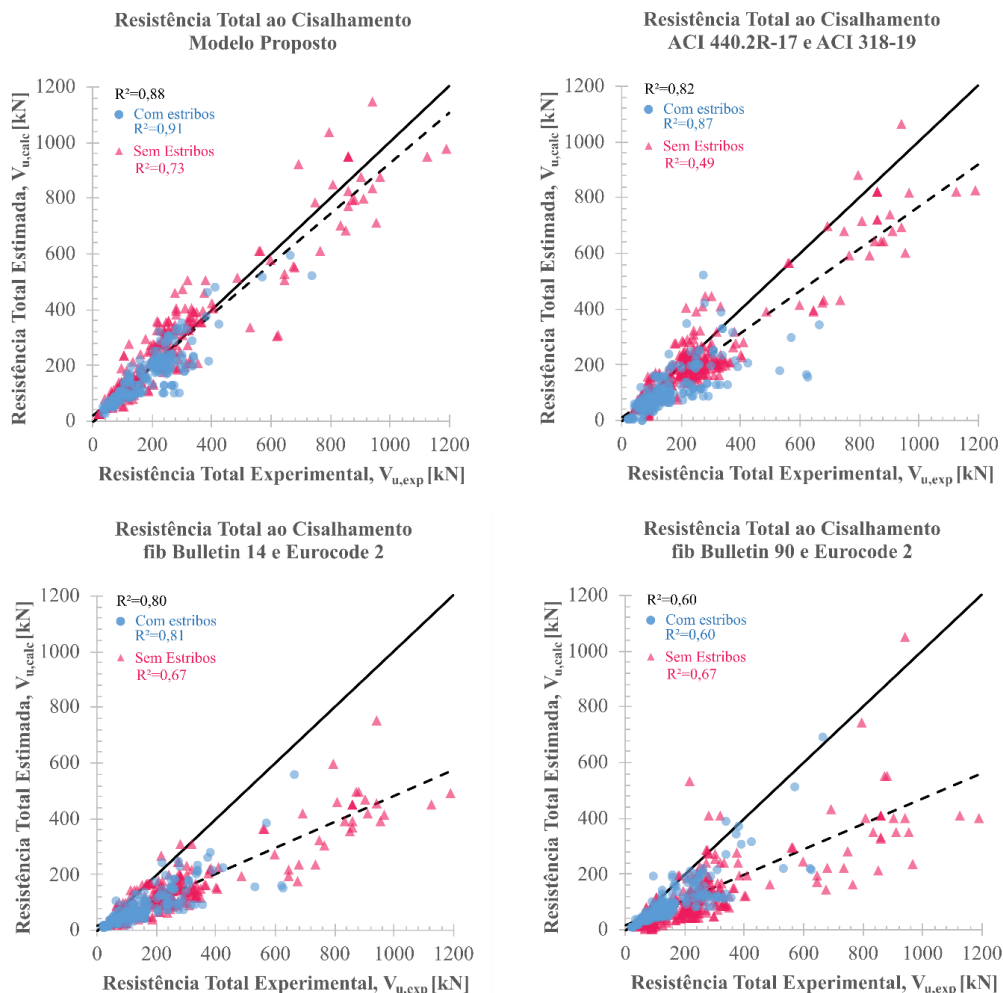


Figura 4.21 – Comparação de desempenho do modelo proposto frente à modelos normativos para a resistência total ao cisalhamento.

Em termos de correlação com os resultados experimentais, o modelo proposto apresenta um melhor ajuste, representado pelo coeficiente de determinação de  $R^2 = 0,88$ , e também uma menor dispersão dos resultados. O ACI 440.2R (2017) combinado com o ACI 318 (2019) apresentou o segundo melhor desempenho, com  $R^2 = 0,82$ , ainda que com uma maior dispersão dos resultados. Em seguida, o fib Bulletin 14 (2001) apresentou  $R^2=0,80$ , destacando-se por apresentar a maior parte dos resultados a favor da segurança, isto é, com as estimativas sendo inferiores às resistências observadas experimentalmente. Finalmente, o fib Bulletin 90 (2019) apresentou a menor correlação entre os resultados experimentais e as estimativas ( $R^2=0,60$ ).

A comparação de desempenho entre o modelo proposto e os normativos são apresentadas na Figura 4.22 para a contribuição do FRP à resistência ao cisalhamento. O ACI 440.2R (2017) apresentou menor ajuste aos resultados experimentais ( $R^2 = 0,27$ ), e elevada dispersão das estimativas.

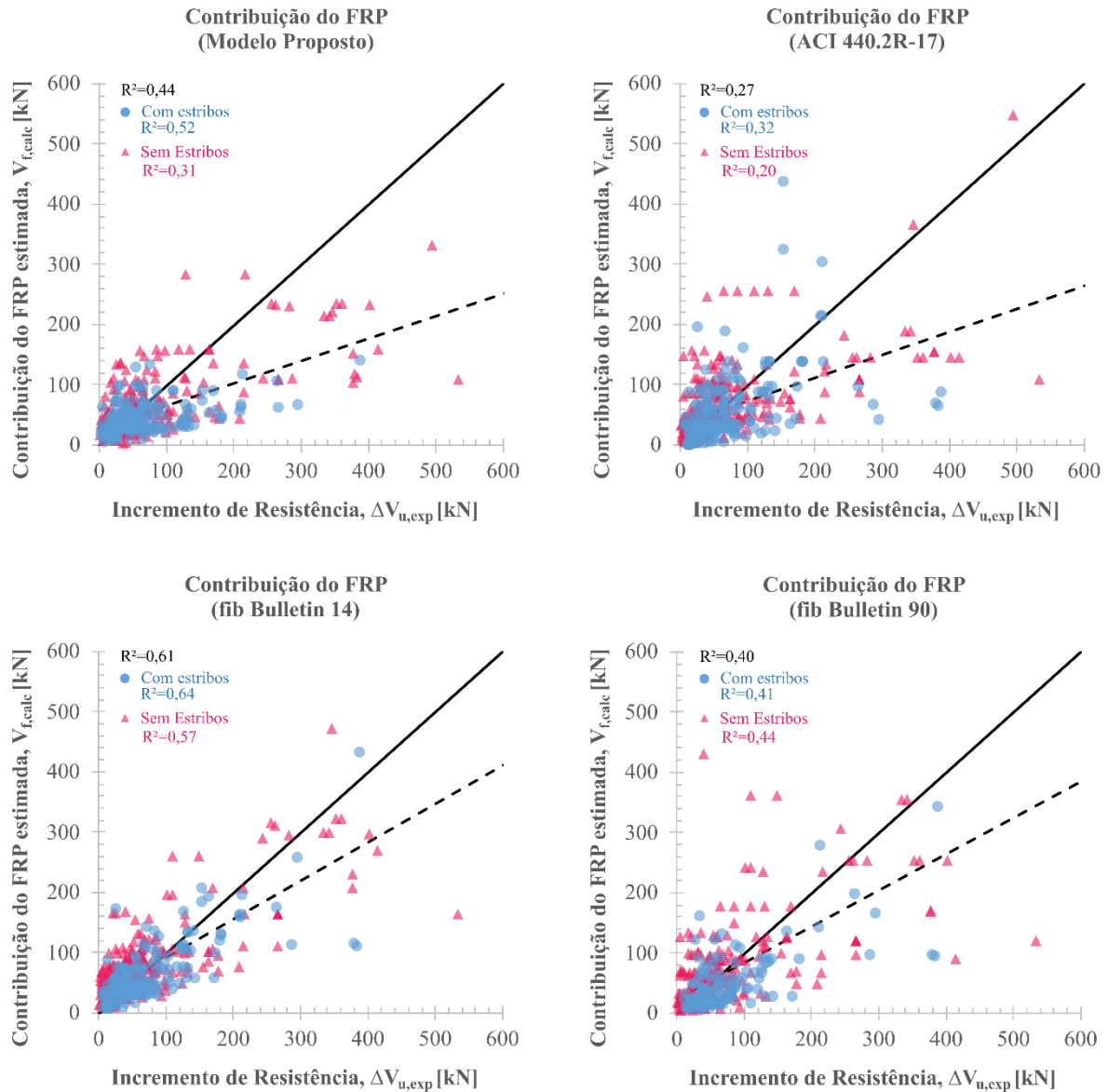


Figura 4.22 – Comparação de desempenho do modelo proposto frente à modelos normativos para a contribuição do reforço FRP ao cisalhamento.

É importante destacar que, quando comparado aos demais modelos, o modelo proposto apresenta maior simetria dos resultados em torno da reta de igualdade entre os resultados experimentais e estimados. Todavia, embora isso lhe confira um melhor ajuste aos dados experimentais, os modelos normativos apresentam uma tendência a apresentar resultados mais conservadores, o que tende a ser de interesse prático. Porém, a partir da adoção de valores

característicos e utilização adequada por meio de coeficientes de segurança, o modelo proposto poderá ser adequado para a utilização prática, apresentando mais resultados a favor da segurança. Finalmente, a proposta dos referidos coeficientes de segurança está além do escopo deste trabalho.

Em todos os casos apresentados, os modelos tendem a apresentar um melhor comportamento para as vigas com estribos do que para as vigas sem estribos. À exceção do fib Bulletin 90 (2019), em que o comportamento foi semelhante para vigas com ou sem estribos, com performance levemente superior para as vigas sem estribos.

#### 4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente seção foi apresentado uma proposta de modelo para a estimativa da resistência de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP aderido externamente. O modelo proposto consiste do uso conjunto dos modelos propostos por Marí e Cladera para a resistência ao cortante de vigas de concreto armado, e do modelo de Kotynia para a contribuição à resistência ao cisalhamento do reforço FRP.

A unificação dos modelos foi proposta considerando que a resistência ao cortante pode ser avaliada em função de uma fissura crítica de cisalhamento. Entre as modificações propostas no presente modelo está a consideração de uma orientação arbitrária da fissura crítica e a abertura progressiva das fissuras por meio de uma deformação de abertura de fissura representativa. Deste modo, as deformações nos pontos de interseção entre estribos e FRP com a fissura crítica podem ser avaliadas e a contribuição individual destes estimadas. Finalmente, para o caso de reforço lateral ou em forma de U, foi adicionado um artifício para desconsiderar a contribuição de uma dada porção de FRP após que ela se desprenda completamente do concreto, algo não contemplado no modelo proposto por Kotynia.

Como resultados, o modelo proposto apresenta uma superfície de resposta para a resistência total do elemento reforçado em função da abertura de fissuras e orientação da linha neutra. A resistência total do elemento reforçado é considerada como aquela onde a contribuição conjunta do FRP e estribos é máxima. Os resultados apresentados comprovam a eficácia do modelo proposto em estimar a capacidade total dos elementos reforçados, apresentando desempenho

superior aos modelos normativos com baixa dispersão dos resultados quando comparados à estes. Além disso, quanto à estimativa da contribuição individual do FRP à resistência, o modelo apresenta resultados competitivos, apresentando desempenho inferior apenas ao fib Bulletin 14.

Cabe destacar, que no fib Bulletin 14 as deformações no FRP são estimadas a partir de expressões empíricas baseada em resultados experimentais, o que explica parcialmente seu desempenho superior. Enquanto no modelo proposto, as deformações são obtidas por meio de comportamentos mecânicos de base metodológica mais racional. Não obstante, os resultados contribuem para demonstrar a robustez do modelo proposto, e o desenvolvimento de um aplicativo que pertita a utilização do modelo o aproxima de sua utilização cotidiana, ainda que mais testes sejam necessários.

Por fim, recomenda-se que em trabalhos futuros uma análise de confiabilidade seja empregada ao presente modelo, de modo que coeficientes de segurança adequados sejam obtidos, possibilitando sua utilização em aplicações da prática de projetos de reforço.

## 5 MODELAGEM NUMÉRICA

A presente seção apresenta uma metodologia para a modelagem de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento com sistemas FRP via Método dos Elementos Finitos. O principal objetivo desta seção é apresentar uma sistemática para obtenção um modelo numérico que permita estimar os possíveis mecanismos de falha dos elementos reforçados, e a partir deste estimar a capacidade resistente do elemento. Com seu êxito, o método poderá ser utilizado para realização de estudos futuros, entre eles os que busquem avaliar as parcelas de contribuição à resistência advindas dos diferentes mecanismos resistentes com maior precisão.

Na literatura técnica o número de trabalhos sobre o estudo numérico de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP é relativamente pequeno, e metodologias diversas são apresentadas, indicando não haver consenso sobre uma melhor estratégia a ser empregada. Entre os trabalhos de destaque e utilizados como referência neste trabalho estão: Lu et al. (2005b); Kotynia et al. (2008); You, Ayoub e Belarbi (2011); Chen, Chen e Teng (2012); Godat et al. (2012); Sayed, Wang e Wu (2014); Chen et al. (2015); Oller, et al. (2018); Naser, Hawileh e Abdalla (2021); Putter et al. (2021); e Hendricks e Roosen (2022).

### 5.1 TRABALHOS EXPERIMENTAIS DE REFERÊNCIA

Como referência para os modelos aqui desenvolvidos serão utilizados os resultados experimentais das vigas apresentados na seção experimental do presente trabalho, originalmente presentes em Salles Neto (2000), Silva Filho (2001) e Araújo (2002).

A ênfase será dada às vigas que apresentam reforço em forma de U com armadura interna de cisalhamento. Devido a ocorrência do descolamento do FRP, a obtenção de um modelo para vigas com esse tipo de reforço apresenta desafios adicionais em sua modelagem numérica. Além disso, são relatadas na literatura a ocorrência da falha sem a ocorrência de escoamento dos estribos neste tipo de reforço. Finalmente, as vigas com reforço em forma de U apresentadas no Capítulo 3 do presente trabalho apresentam distintas taxas de reforço, número de camadas, espaçamento e orientação para o reforço FRP, contribuindo para a escolha por modelar apenas esse tipo de reforço.

## 5.2 GEOMETRIA DAS VIGAS MODELADAS

No Capítulo 3 do presente trabalho foram apresentadas as geometrias, características de materiais, armaduras internas e reforço FRP das vigas modeladas na presente seção. As principais características das vigas modeladas são resumidas na Tabela 5.1 e a representação esquemática das armaduras internas é mostrada na Figura 5.1.

Viga	$f_c$ (MPa)	Orientação (°)	Camadas FRP	Espaçamento FRP (mm)
A5-2P-U90-1	40,0	90	1	230
A6-2P-U90-2	40,0	90	2	200
A7-2P-U45-1	40,0	45	1	230
A8-2P-U45-1	40,0	45	1	180
B4-2P-U90-3	43,8	90	3	200

Tabela 5.1– Resumo das propriedades das vigas modeladas numericamente.

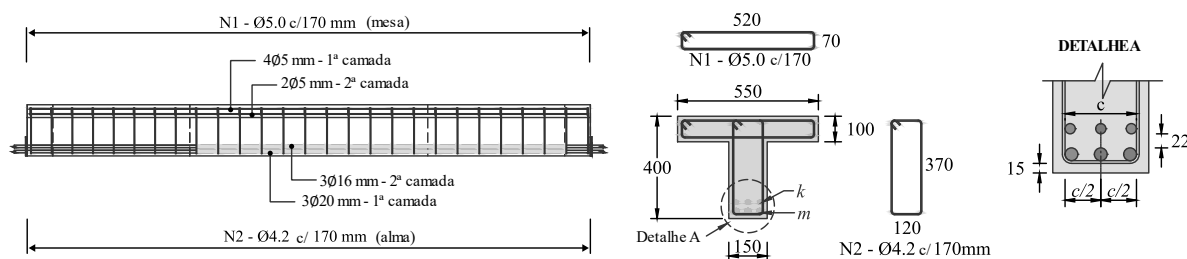


Figura 5.1– Detalhe das armaduras e reforço FRP para a viga A5-2P-U90-1. Fonte: adaptado de Salles Neto (2000).

## 5.3 VISÃO GERAL DO MODELO NUMÉRICO

A modelagem numérica das vigas apresentadas é realizada utilizando o programa *Diana 10.5*, baseado no Método dos Elementos Finitos. Neste é possível a modelagem bi e tridimensional, análise não-linear física e geométrica, modificação das propriedades do modelo ao longo de fases de análise (*phases*), e permite a automatização da geração do modelo, execução da análise, e obtenção dos resultados utilizando a linguagem de programação *Python*.

A modelagem geométrica dos espécimes buscou representar as características mais importantes dos modelos reais (experimentais) de modo que uma maior semelhança entre ambos os modelos

fosse alcançada. A Figura 5.2 apresenta esquematicamente a modelagem desenvolvida e suas características principais.

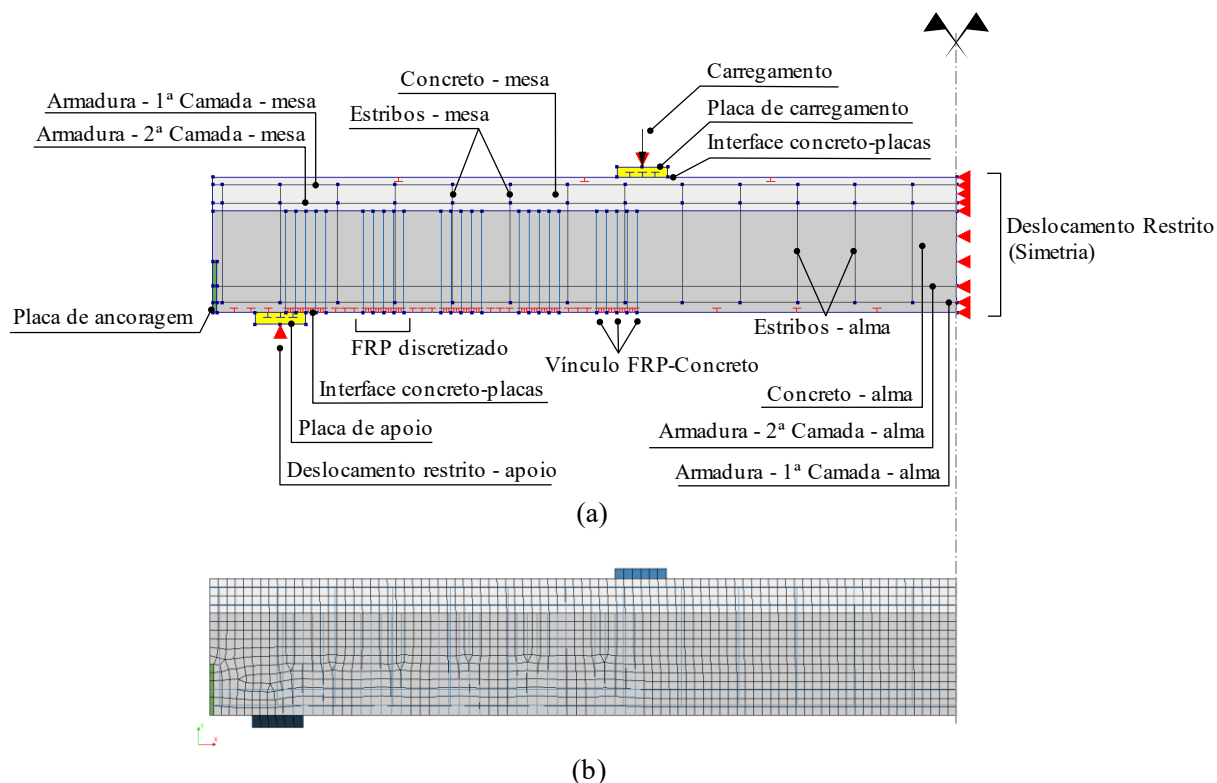


Figura 5.2 – Representação esquemática dos modelos (a) elaborados no *software* Diana e (b) detalhe da malha em elementos finitos.

Nos modelos das vigas, devido às condições de simetria de carregamento e apoios, foi possível modelar apenas metade da geometria em relação ao eixo de simetria. Para tanto, foram impostas restrições de deslocamento do tipo translações na direção horizontal no plano de simetria, tanto para as regiões que representam o concreto, quanto para as armaduras.

Em todas as análises foram utilizados modelos bidimensionais devido a comprovada eficácia apresentada em trabalhos anteriores (Putter, 2020; Putter et al. 2021; Chen, Chen e Teng, 2012; Chen *et al.*, 2015).

#### 5.4 MODELAGEM DOS MATERIAIS

Os materiais presentes na modelagem consistem no concreto da viga, aço das armaduras e seus diferentes tipos, aço das placas (apoio, carregamento e ancoragem), interfaces das condições de contorno (apoios e cargas, FRP-concreto e armaduras-concreto), e são descritos a seguir.

#### 5.4.1 Concreto

O Diana dispõe de diferentes modelos constitutivos em seu portfólio, cada um aplicações e características específicas. Devido às complexidades inerentes ao concreto, como comportamentos distintos à tração e à compressão, bem como comportamentos diferentes em distintos estados multiaxiais de tensão, é necessário a escolha de um modelo constitutivo que permita que tais características sejam aproximadas com satisfatório desempenho.

No presente trabalho, o *Total Strain Crack Model* é o modelo constitutivo adotado para o concreto, baseado em resultados e recomendações de trabalhos anteriores (Putter, 2021; You, Ayoub e Belarbi, 2012; Menin, Trautwein e Bittencourt, 2009). Este modelo é baseado na *Modified Compression Field Theory* (MCFT, Teoria do Campo de Compressão Modificado), proposto originalmente por Vecchio e Collins (1986), em uma abordagem denominada *smeared crack models* (modelos de fissura distribuída, em tradução livre). Nesta abordagem, as fissuras não são explicitamente modeladas (*discrete cracking*), mas seu efeito mecânico é considerado distribuído no interior do elemento (*smeared*) por meio de uma modificação nas deformações específicas contínuas internas.

O comportamento mecânico do concreto é definido com base em suas propriedades sob estado uniaxial de tensões, com comportamentos distintos à compressão e tração, contemplando os fenômenos de esmagamento e a fissuração.

O concreto tracionado é considerado ter um comportamento linear-elástico até ser atingida a resistência à tração do concreto,  $f_t$ . Após esse ponto, é considerado a ocorrência do abrandamento das tensões por deformação (*softening*). O comportamento uniaxial após o início da fissuração é modelado uma curva exponencial proposta por Hordijk (1991), baseada na energia de fratura do concreto tracionado. A Figura 5.3 mostra um esquema do diagrama tensão deformação do concreto em tração proposto por Hordijk (1991).



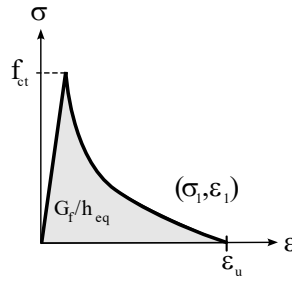


Figura 5.3 – Comportamento do concreto à tração adotado. Fonte: adaptado de DIANA FEA BV (2021).

De modo a reduzir a dependência da malha de elementos finitos, a área debaixo da curva tensão-deformação é parametrizada em função da dimensão característica dos elementos,  $h_{eq}$ . A relação entre tensões-deformações para o trecho não-linear proposto por Hordijk (1991) pode ser estimada seguindo a Equação (5.1).

$$\sigma = \begin{cases} f_t \left[ 1 + c_1 \frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_u} \cdot e^{\left(-c_2 \frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_u}\right)} - \frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_u} (1 + c_1^3) e^{-c_2} \right], & 0 \leq \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_u \\ 0, & \varepsilon_{cr} \geq \varepsilon_u \end{cases} \quad (5.1)$$

sendo  $c_1 = 3,0$  e  $c_2 = 6,93$ . A deformação última,  $\varepsilon_u$ , é estimada baseada na energia de fratura e no comprimento equivalente dos elementos pela Equação (5.2).

$$\varepsilon_u = 5,136 \frac{G_{F,I}}{h_{eq} f_t} \quad (5.2)$$

Na Equação (5.2), o parâmetro  $h_{eq}$  é o comprimento efetivo do elemento e é utilizado como referência para relacionar as deformações específicas e as aberturas de fissura no elemento (*crackband width*). No presente trabalho, a proposta de Rots (1988) é adotada, onde o comprimento efetivo de um elemento 2D é considerado aproximadamente  $h_{eq} = \sqrt{2}h$ , em que  $h$  é o lado do elemento.

Sob compressão, é considerado o comportamento uniaxial à compressão pode ser representado por dois trechos: um trecho linear-elástico até tensões de compressão de aproximadamente um terço da resistência à compressão do concreto; e um trecho parabólico, com valor máximo igual

a resistência à compressão do concreto,  $f'_c$ , e a deformação final é dependente da energia de esmagamento do concreto,  $G_{ch}$ , conforme esquematizado na Figura 5.4.

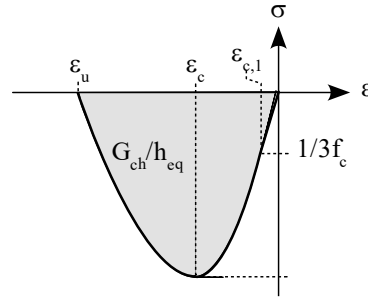


Figura 5.4 – Comportamento do concreto à compressão adotado. Fonte: adaptado de Diana FEA BV (2021).

A curva de parábólica pode ser obtida através da Equação Figura 5.3.

$$\sigma = \begin{cases} -\frac{1}{3} f_c \frac{\epsilon}{\epsilon_{c,1}}, & \epsilon_{c,1} < \epsilon \leq 0 \\ -\frac{1}{3} f_c \left[ 1 + 4 \left( \frac{\epsilon - \epsilon_{c,1}}{\epsilon_c - \epsilon_{c,1}} \right) - 2 \left( \frac{\epsilon - \epsilon_{c,1}}{\epsilon_c - \epsilon_{c,1}} \right)^2 \right], & \epsilon_c < \epsilon \leq \epsilon_{c,1} \\ -f_c \left[ 1 - \left( \frac{\epsilon - \epsilon_c}{\epsilon_u - \epsilon_c} \right)^2 \right], & \epsilon_u < \epsilon \leq \epsilon_c \\ 0, & \epsilon \leq \epsilon_u \end{cases} \quad (5.3)$$

onde  $\epsilon_{c,1}$  é a deformação referente à uma tensão de  $1/3f_c$ , e a deformação  $\epsilon_c$  é aquela onde a tensão máxima de compressão é alcançada, podendo ser dada por:

$$\epsilon_c = -\frac{5 f_c}{3 E_c} = 5\epsilon_{c,1} \quad (5.4)$$

Finalmente, a deformação última, que controla o decaimento pós-pico da curva, estimada pela Equação (5.5).

$$\epsilon_{cu} = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_c - \frac{3 G_{ch}}{2 h_{eq} f_c} \\ 2,5\epsilon_c \end{array} \right. \quad (5.5)$$

É importante destacar que as tensões e deformações de compressão são consideradas com o sinal negativo nas Equações (5.1)-(5.5).

As propriedades mecânicas utilizadas para a modelagem numérica do concreto foram baseadas em sua resistência à compressão,  $f_c$ , obtidas experimentalmente para o dia do ensaio. A partir deste único parâmetro, as demais propriedades foram estimadas segundo o proposto pelo fib Model Code 2010, com ajustes propostos nos trabalhos de Putter (2020) e Putter et al. (2021). As propriedades mecânicas foram estimadas segundo as expressões resumidas na Tabela 5.2.

Parâmetro	Equação
Resistência média a compressão, $f_{cm}$	$f_{cm} = f_c$ = resistência à compressão experimental no dia do ensaio. (5.6)
Resistência característica à compressão, $f_{ck}$	$f_{ck} = f_{cm} - \Delta f$ $\Delta f = 8 \text{ MPa}$ (5.7)
Módulo de Elasticidade Tangente na Origem Médio, $E_{cm}$	$E_{cm} = \alpha_i \cdot 21500 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3}$ onde $\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_c}{88}$ (5.8)
Resistência à tração média, $f_{ctm}$	$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3 f_{ck}^{2/3}, & f_{cm} < 50 \text{ MPa} \\ 2,12 \ln(1 + 0,1 f_{cm}), & 50 \text{ MPa} \leq f_{cm} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases}$ (5.9)
Energia de Fratura à Tração em Modo I, $G_f$	$G_f = 0,073 \cdot f_{cm}^{0,18}$ (5.10)
Energia de Esmagamento à Compressão, $G_c^*$	$G_c = 250 \cdot G_f$ (5.11)

\* Conforme Hendricks e Roosen, 2022.

Nota: todas as unidades em milímetros (mm) e Newtons (N).

Tabela 5.2 – Equações utilizadas no cálculo das propriedades mecânicas do concreto.

#### 5.4.2 Aço das armaduras

O aço das armaduras foi modelado considerando o comportamento elasto-plástico com endurecimento isotrópico. Os comportamentos uniaxiais utilizados na modelagem foram obtidos a partir de ensaios experimentais de tração, definidos em forma de uma curva multilinear a partir de pares de tensão de escoamento e deformações plásticas.

#### 5.4.3 Aço das placas de apoio, carga e ancoragem

Os apoios e pontos de aplicação de carga foram modelados considerando constituídos de placas metálicas, de modo a evitar concentração de tensões nestes pontos. Para esses elementos, foi considerado um material linear-elástico. De forma semelhante, as placas de ancoragem das armaduras longitudinais foram modeladas com o mesmo material.

#### 5.4.4 FRP

O FRP foi considerado como tendo comportamento linear-elástico até a ruptura, isto é, até que a tensão resistente para as fibras fosse alcançada. Além disso, foi considerado que ele só seria capaz de suportar tensões de tração, ignorando sua resistência à compressão (*no compression*).

#### 5.4.5 Interface aço-concreto

Na interface entre as placas de apoio e carga e o concreto da viga, o comportamento normal foi considerado do tipo *apenas compressão*, onde não eram admitidas tensões normais interfaciais de tração. Para o comportamento tangencial, foi considerada um comportamento elástico sem a existência de tensões cisalhantes de atrito (*frictionless*). Essa estratégia foi baseada na modelagem apresentada por Putter (2020), e a curva obtida para o comportamento normal da interface é apresentada na Figura 5.5.

#### 5.4.6 Interface entre concreto e as armaduras

As armaduras foram consideradas semi-embutidas no concreto, não possuindo graus de liberdade independentes, sendo os deslocamentos em suas extremidades obtidos em função dos deslocamentos dos elementos que a contém. O deslocamento relativo entre as armaduras e o concreto que as envolve foi considerado de forma aproximada, utilizando elementos de molas não-lineares conectando os nós dos elementos das armaduras e os elementos do concreto na vizinhança nos graus de liberdade referentes ao movimento de deslizamento.

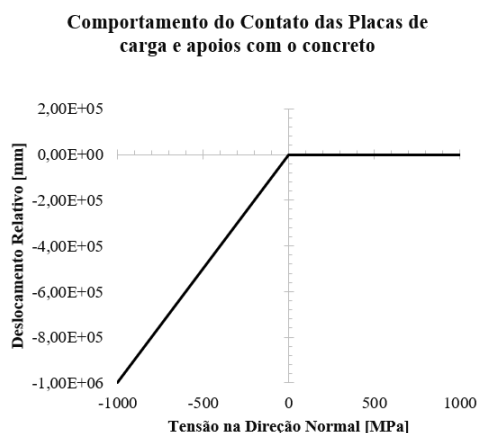


Figura 5.5 – Curva adotada para o comportamento normal da interface de contato entre o concreto e placas de apoio. Fonte: adaptado de Putter (2020).

No Diana 10.5, é possível considerar tal deslizamento relativo entre armaduras e concreto indicando a curva aderência-deslizamento (*bond-slip*) por meio de pares de tensões de cisalhamento e deslocamentos relativos. Algumas curvas pré-definidas estão disponíveis, e no presente trabalho a curva do fib Model Code 2010 (Equação (5.12)) para esse comportamento foi adotada.

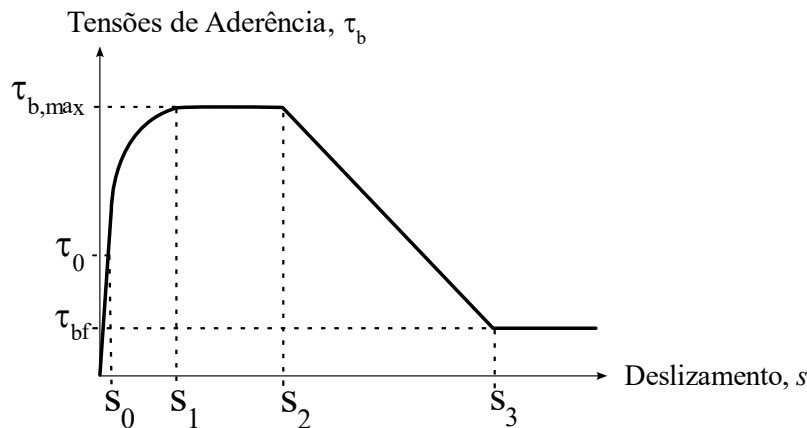


Figura 5.6 – Curva aderência-deslizamento adotada para a interface entre concreto e armaduras. Fonte: adaptado de fib Model Code (2010).

Para a obtenção dos parâmetros necessários para a definição da curva, foi considerado que o modo de falha seria do tipo por arrancamento (*pull-out*), conforme considerado no trabalho de Putter (2021) e Chen, Chen e Teng (2012). Os parâmetros usados na construção da curva são indicados na Tabela 5.3.

O parâmetro  $s_0$  representado na Figura 5.6 e presente na Tabela 5.3 não constam no modelo proposto pelo fib Model Code 2010, e representam um trecho linear-elástico considerado no modelo numérico. Essa é uma estratégia numérica adotada pelo Diana para evitar instabilidades, uma vez que a curva proposta pelo fib Model Code 2010 apresenta rigidez que tende ao infinito quando avaliada próxima à origem.

Condição de Aderência	$\tau_{b,max}$	$\tau_{bf}$	$s_0^*$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$\alpha$
Boa Condição	$2,5\sqrt{f_c}$	$0,4\tau_{b,max}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	1,0 mm	2,0 mm	Distância entre morsas	0,4
Outras Condições	$1,25\sqrt{f_c}$	$0,4\tau_{b,max}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	1,8 mm	3,8 mm	Distância entre morsas	0,4

Tabela 5.3 – Parâmetros utilizados na construção da curva aderência-deslizamento. Fonte:

adaptado de fib Model Code (2010).

Com base nos parâmetros da Tabela 5.3, a curva deslizamento *versus* tensão de aderência pode ser obtida utilizando as expressões na Equação (5.12).

$$\tau_b = \begin{cases} \tau_{b,max} \left( \frac{s}{s_1} \right)^\alpha, & 0 \leq s \leq s_1 \\ \tau_{b,max}, & s_1 \leq s \leq s_2 \\ \tau_{b,max} - (\tau_{b,max} - \tau_{bf}) \frac{(s - s_2)}{(s_3 - s_2)}, & s_2 \leq s \leq s_3 \\ \tau_{bf}, & s_3 < s \end{cases} \quad (5.12)$$

#### 4.2.1 Interface entre o concreto e o FRP

O comportamento de aderência entre o FRP e o concreto foi considerado utilizando o modelo simplificado proposto por Lu *et al.* (2005a), também semelhante ao apresentado por Chen, Chen e Teng (2012). O modelo relaciona as tensões cisalhantes de aderência e os deslocamentos relativos (deslizamentos) entre o substrato de concreto e o sistema FRP. Inicialmente o modelo apresenta um trecho curvo segundo uma lei de potência, até uma tensão de cisalhamento/aderência máxima,  $\tau_{max}$ . Em seguida, inicia o processo de descolamento, caracterizado pelo abrandamento das tensões segundo uma lei exponencial, até que o descolamento completo seja alcançado.

O modelo proposto por Lu *et al.* (2005a) pode ser descrito por:

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max} \sqrt{\frac{s}{s_0}}, & s \leq s_0 \\ \tau_{max} \cdot e^{-\alpha \left( \frac{s}{s_0} - 1 \right)}, & s \geq s_0 \end{cases} \quad (5.13)$$

Sendo:

$s_0 = 0,0195\beta_w f_t$  o deslizamento onde a tensão de cisalhamento máxima é alcançada;

$G_f = 0,308\beta_w^2 \sqrt{f_t}$  a energia de fratura do processo de desprendimento FRP;

$\alpha = \left( \frac{G_f}{\tau_{max} s_0} - \frac{2}{3} \right)^{-1}$  um parâmetro que controla o decaimento das tensões no trecho de abrandamento (*softening*);

$\beta_w = \sqrt{\left(2 - \frac{w_f}{s_f}\right) \left(1 + w_f/s_f\right)^{-1}}$  um parâmetro que leva em consideração a mobilização do concreto adjacente ao FRP aderido neste;

$\tau_{max} = 1,5\beta_w f_t$  a tensão de cisalhamento máxima.

Para simular a ancoragem do FRP na parte inferior da alma da viga, foi imposta a compatibilidade de deslocamentos (horizontais e verticais) aos vértices compartilhados pelos elementos de FRP e da aresta inferior da alma. Desta forma, não há deslocamentos relativos entre FRP e concreto nestes locais.

No presente trabalho, é proposta a modelagem do reforço utilizando o método semi-embutido, de modo semelhante ao utilizado para as armaduras internas. Assim, as propriedades de aderência-deslizamento poderão ser informadas de modo semelhante às armaduras longitudinais, o que facilita a modelagem e, segundo testes realizados pelos autores não presentes neste trabalho, reduzem a instabilidade numérica. No Diana, o comportamento aderência do FRP foi definido na forma de uma curva multilinear, definida a partir de pares de tensão cisalhante de aderência e deslocamento relativo,  $\tau - \delta$ , obtidos utilizando a Equação (5.13).

## 5.5 MODELAGEM DA GEOMETRIA

### 5.5.1 Concreto e placas de apoio, carregamento e ancoragem

As regiões de concreto e placas de apoio, aplicação de carga e ancoragem, foram modelados no Diana como elementos quadriláteros CQ16M, do tipo *Regular Plane Stress* (estado plano de tensões), com 8 nós, e 2 graus de liberdade por nó (translações), permitindo uma aproximação quadrática para os deslocamentos e geometria (Figura 5.7). Para a integração das tensões, foi utilizado o esquema de integração completa de Gauss, com 9 pontos de integração por elemento.

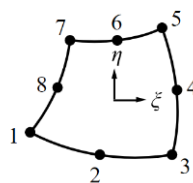


Figura 5.7 – Elemento CQ16M. Fonte: adaptado de Diana FEA BV (2021).

Testes conduzidos durante a elaboração do presente trabalho, em que o tamanho médio dos elementos foi variado entre 10 mm e 100 mm, indicaram que a utilização de elementos com lado de aproximadamente 50 mm, com aproximação quadrática para os deslocamentos e geometria, apresentou boa relação entre precisão e desempenho computacional. Todavia, de modo a melhor aproximar os resultados, exceto quando explicitado o contrário, a dimensão média dos elementos será considerada de 25 mm.

### 5.5.2 Armaduras Internas de Aço

As armaduras internas de aço foram modeladas utilizando elementos do tipo *bond-slip reinforcements* (armaduras com aderência-deslizamento) do Diana (Figura 5.8). Nesta abordagem, as armaduras podem ser modeladas como elementos de treliça (*Truss elements*, apenas com rigidez axial) ou de viga (*beam elements*, com rigidez axial e de flexão). Estes elementos não possuem graus de liberdade próprios, estando vinculados aos elementos que os envolve. A discretização destes elementos é definida pela interseção de sua geometria com os elementos que os envolve, de forma semelhante aos elementos embutidos (*embedded*). Todavia, devido à consideração de uma lei de aderência-deslizamento, elementos de mola são utilizados para conectar os nós dos elementos das armaduras e os elementos adjacentes de concreto, possibilitando o deslizamento entre eles.

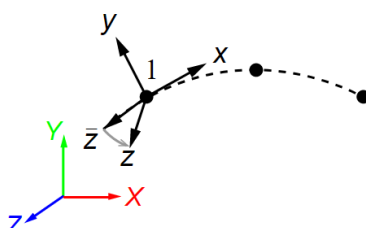


Figura 5.8 – Elemento *bond-slip reinforcements*. Fonte: adaptado de Diana FEA BV (2021).

O perímetro da interface entre os elementos de armadura e o concreto pode ser definido explicitamente ou calculado baseado nas dimensões dos elementos e sua seção transversal. Além disso, é possível a definição de “ancoragens” (*anchors*), aumentando a rigidez da ligação entre as armaduras e o concreto que as envolve, limitando, assim, o deslizamento experimentado nos extremos dos elementos. Tal estratégia é útil quando se deseja assegurar a perfeita aderência entre armaduras e concreto em regiões específicas.



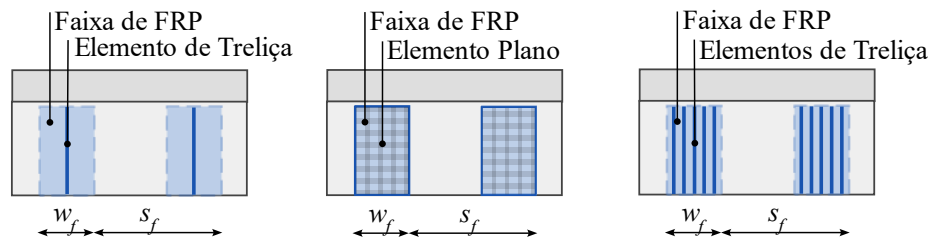
No presente trabalho, as armaduras internas longitudinais foram modeladas utilizando elementos semi-embutidos, com a consideração de uma lei aderência-deslizamento (*bond-slip reinforcements*). Os estribos foram modelados como embutidos, perfeitamente aderidos ao concreto circundante. Em todos os casos, elementos do tipo treliça com 3 nós (*Enhaced truss elements*) foram utilizados. A lei aderência-deslizamento utilizada foi a proposta pelo fib Model Code 2010 (Equação (5.12)), cujo a implementação está disponível no Diana 10.5, e foi apresentada em seções anteriores.

### 5.5.3 Reforço Externo FRP

Diferentes estratégias são possíveis para a modelagem do reforço externo FRP aderido ao concreto utilizando técnicas numéricas. Uma estratégia usual é a modelagem por elementos unidimensionais, como os de treliça, quando o reforço se dá por tiras estreitas de FRP (como, por exemplo, em Chen, Chen e Teng, 2010). Quando as razões entre largura e comprimento das tiras se eleva, a utilização de elementos bidimensionais pode ser viável (como utilizado por You, Ayoub e Belarbi, 2011).

Em testes realizados pelo autor, a primeira estratégia de modelagem demandou menor esforço computacional, todavia, não foi capaz de capturar o desprendimento não uniforme ao longo da largura da faixa de FRP, o que leva a resultados conservadores quando faixas muito largas são utilizadas. A segunda estratégia, embora seja capaz de superar, em teoria, esse obstáculo, requer um maior refino da malha para alcançar esse objetivo, elevando o esforço computacional demandado.

No presente trabalho, as faixas de FRP foram modeladas utilizando elementos de treliça, em uma estratégia semelhante à utilizada para as armaduras internas, utilizando modelos do tipo *bond-slip reinforcements*. Todavia, as faixas foram discretizadas em elementos de barra ao longo de sua largura, de modo a permitir a observação do descolamento progressivo em diferentes posições ao longo de sua largura, sem elevar tanto o custo computacional. As três estratégias discutidas são apresentadas na Figura 5.9.



a) único elemento de treliça, b) elementos de área e c) múltiplos elementos de treliça

Figura 5.9 – Diferentes estratégias para a modelagem numérica do FRP.

## 5.6 FASES DE ANÁLISE

Para simular adequadamente as condições de carregamento, geometria e materiais variáveis durante o ensaio, a análise numérica foi separada em fases de projeto, utilizando a ferramenta *Phases* do Diana.

As simulações foram divididas em quatro (4) fases distintas: I) atuação do peso próprio, II) carregamento de pré-fissuração e descarregamento, III) aplicação do reforço FRP sob peso próprio, e IV) aplicação do carregamento de ruptura. Na Fase I, apenas o carregamento referente ao peso próprio foi aplicado. Em seguida, na fase II, foi aplicado o carregamento para induzir a pré-fissuração. A carga foi aplicada na forma de uma força uniformemente distribuída na placa carregamento (Figura 5.2) em incrementos que produziam uma força resultante de 5 kN. O carregamento foi crescente até atingida uma força aplicada de aproximadamente 200 kN, quando finalmente as vigas foram descarregadas até só restar o peso próprio. Na Fase III nenhum carregamento adicional foi aplicado, sendo apenas os elementos referentes ao reforço FRP ativados nesta. Os demais elementos e materiais estiveram presentes durante todas as fases de análise. Por último, na Fase IV, o carregamento foi aplicado da mesma forma que na Fase II, todavia em incrementos que resultavam em uma força de 1 kN. O carregamento foi crescente até que fosse observada uma queda na capacidade resistente da viga.

A metodologia descrita acima busca aproximar as condições às quais foram submetidas as vigas nos ensaios experimentais. Além disso, a consideração da pré-fissuração em modelos numéricos presentes não estão presentes na literatura, segundo o conhecimento do autor, sendo essa uma contribuição do presente trabalho.

## 5.7 ANÁLISE E SOLUÇÃO NUMÉRICA

Em todas as fases de análise descritas anteriormente, a solução para o sistema de equações foi obtida utilizando o Método de Newton-Raphson junto ao algoritmo *line-search*. Os critérios de convergência adotados foram baseados em energia e força desbalanceada, respectivamente com limites de 0,001 e 0,01, sendo alcançada a convergência se algum dos dois critérios for atendido. Além disso, foi permitido o aceite de soluções que não atingissem os critérios estabelecidos acima. Todavia, foi monitorada a intensidade da violação dos critérios de convergência durante a análise. Se estas se prolongassem por muitos passos de carga, a simulação seria reiniciada com passos de cargas inferiores. Finalmente, o algoritmo *Arc-length* foi utilizado para auxiliar no ajuste automatizado dos passos de carga.

## 5.8 DADOS DE ENTRADA PARA AS VIGAS ANALISADAS

As vigas A5-A8 apresentavam as mesmas características de concreto (Grupo 1), e a viga B4 apresentava propriedades levemente diferentes (Grupo 2). Os valores para as propriedades utilizadas na presente seção foram obtidos segundo o exposto na seção 5.3.1, e são resumidas na Tabela 5.4.

Propriedades adotadas para o Concreto				
Propriedade	Parâmetro	Grupo I		Grupo II
		Fases I e II	Fases III e IV	Todas as Fases
Resistência à compressão	$f_c$ (MPa)	28	40	42,2
Resistência à tração	$f_{ct}$ (MPa)	2,21	3,02	3,16
Módulo de Elasticidade	$E_c$ (MPa)	26.171,1	30.405,9	31.127,2
Coefficiente de Poisson	$\nu$	0,2	0,2	0,2
Densidade	$\rho_c$ (kgf/m <sup>3</sup> )	2400	2400	2400
Energia de Fratura	$G_f$ (N.mm/mm <sup>2</sup> )	0,1330	0,1418	0,1432
Energia de Esmagamento	$G_{ch}$ (N.mm/mm <sup>2</sup> )	23,75	35,45	35,79
Fator de redução mínimo da resistência à compressão devido fissuração lateral	$\beta_c$	0,4	0,4	0,4
Estimativa da largura de banda de fissuração	-	Projeção da largura do elemento no plano da fissura (Rots)		

Tabela 5.4 – Parâmetros utilizados para a modelagem do concreto.

As propriedades mecânicas das armaduras foram obtidas diretamente das curvas tensão-deformação dos ensaios experimentais presentes em Salles Neto (2000), Silva Filho (2000) e Araújo (2002), e são apresentadas a seguir na Tabela 5.5. Os valores para tensão de escoamento apresentados foram obtidos considerando o limite de proporcionalidade entre tensões e deformações nos diagramas obtidos nos ensaios das armaduras.

<b>Propriedades adotadas para os aços das armaduras</b>			
<b>Diâmetro, mm</b>	<b><math>E_s</math> (MPa)</b>	<b><math>f_y</math> (MPa)</b>	<b>Comportamento de Endurecimento</b>
4,2	208.000	618	Curva Experimental
5,0	205.800	781	Curva Experimental
16,0	203.900	575	Curva Experimental
20,0	203.700	495	Curva Experimental

Tabela 5.5 – Parâmetros utilizados modelagem das armaduras.

Esses resultados diferem quanto aos presentes na Tabela 3.2, pois nessa última os valores apresentados são os valores convencionais de tensão de escoamento, isto é, obtidas como aquelas onde é observada uma deformação plástica de 0,2%.

Para o modelo de aderência entre as armaduras e o concreto, os valores utilizados para a obtenção das curvas (ver Equação (5.12)) são resumidos na Tabela 5.6.

<b>Parâmetros para a modelagem da interface entre concreto e armaduras</b>			
<b>Grandeza</b>	<b>Parâmetro</b>	<b>Grupo I</b>	<b>Grupo II</b>
Tensão cisalhante máxima	$\tau_{max}$ (MPa)	15,8	16,2
Tensão cisalhante última	$\tau_f$ (MPa)	6,3	6,5
Deslizamento inicial linearizado*	$s_0$ (mm)	0,001	0,001
Deslizamento relativo referente à tensão cisalhante máxima	$s_1$ (mm)	1,0	1,0
Deslizamento relativo referente ao início do abrandamento	$s_2$ (mm)	2,0	2,0
Deslizamento relativo referente a tensão última	$s_3$ (mm)	0,5 $\emptyset$	0,5 $\emptyset$
Expoente da função de endurecimento	$\alpha$	0,4	0,4
Módulo de Rigidez Normal para o trecho elástico	$K_n$ (N/mm <sup>3</sup> )	99.763,0	102.470,0
Módulo de Rigidez Tangente para o trecho elástico	$K_t$ (N/mm <sup>3</sup> )	997,6	1024,7

Tabela 5.6 – Parâmetros utilizados na modelagem da interface concreto-armaduras.

De forma a exemplificar, utilizando os valores da Tabela 5.6 para o Grupo I na Equação 5.12, se obtém a curva tensão de aderência *versus* deslizamento da Figura 5.10.

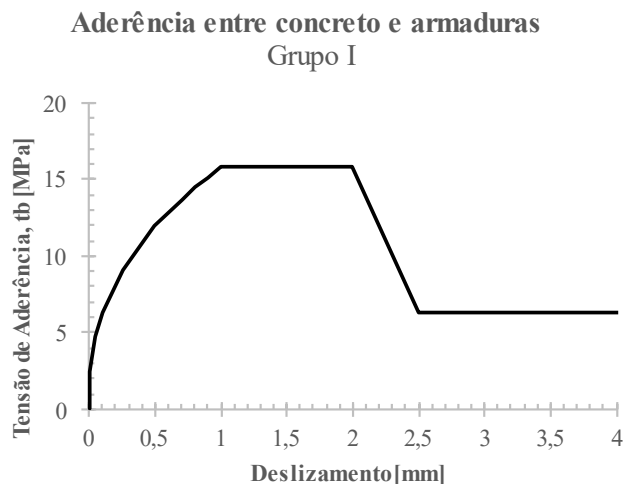


Figura 5.10 – Curva representativa do comportamento para aderência entre concreto e armaduras.

No contexto da aderência entre o FRP e o concreto, a Tabela 5.7 resume os valores adotados para os parâmetros. Utilizando os valores da Tabela 5.7 para o Grupo I e a Equação (5.13), obtém-se a curva tensão de aderência *versus* deslizamento apresentada na Figura 5.11, de forma ilustrativa.

<b>Parâmetros para a modelagem da interface entre concreto e FRP</b>			
<b>Grandeza</b>	<b>Parâmetro</b>	<b>Grupo I</b>	<b>Grupo II</b>
Resistência à tração do concreto	$f_{ct}$ (MPa)	3,02	3,16
Largura da faixa de FRP	$w_f$ (mm)	30	30
Espaçamento entre faixas sucessivas de FRP	$s_f$ (mm)	30	30
Fator de razão entre a largura e espaçamento do FRP	$\beta_w$	0,7454	0,7454
Deslizamento correspondente à máxima tensão de aderência	$s_0$ (mm)	0,0439	0,0459
Energia de Fratura	$G_f$ (N.mm/mm <sup>2</sup> )	0,2975	0,3042
Tensão máxima de aderência	$\tau_{max}$ (MPa)	3,38	3,5339
Expoente da curva de potência do trecho inicial	$\alpha$	0,7485	0,8284

Tabela 5.7 – Parâmetros utilizados na modelagem da interface concreto-FRP.

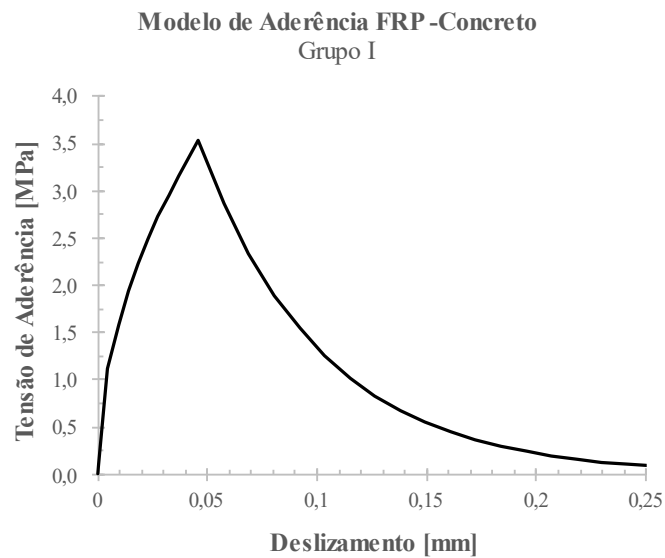


Figura 5.11– Curva representativa do comportamento para aderência entre concreto e FRP.

## 5.9 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os principais resultados da análise numérica. O desempenho dos modelos é avaliado primariamente comparando as curvas esforço cortante *versus* deslocamento no meio do vão. As deformações para os estribos e FRP são apresentadas em pontos relativos aos extensômetros dos ensaios experimentais. Finalmente, as distribuições das tensões de aderência entre concreto e FRP são apresentadas de modo a se avaliar indiretamente a ocorrência do descolamento das faixas de FRP. No Apêndice B são apresentados resultados experimentais adicionais para vigas reforçadas por envolvimento completo.

### 5.9.1 Esforço cortante-deslocamento no meio do vão e padrão de fissuração

As Figura 5.12 a Figura 5.16 apresentam as comparações dos comportamentos obtidos por meio do modelo numérico e experimentalmente, em termos do esforço cortante e deslocamento no meio do vão, bem como o padrão de fissuração em determinados níveis de carregamento. Para cada viga são destacados quatro (4) pontos de interesse, para os quais os resultados serão detalhados. Nas referidas figuras, o padrão de deformações foi obtido a partir das deformações principais máximas ( $\varepsilon_1$ ).

De uma maneira geral, é possível observar uma boa aderência entre os resultados numéricos e experimentais, em termos de rigidez, resistência ao esforço cortante e padrão de fissuração.

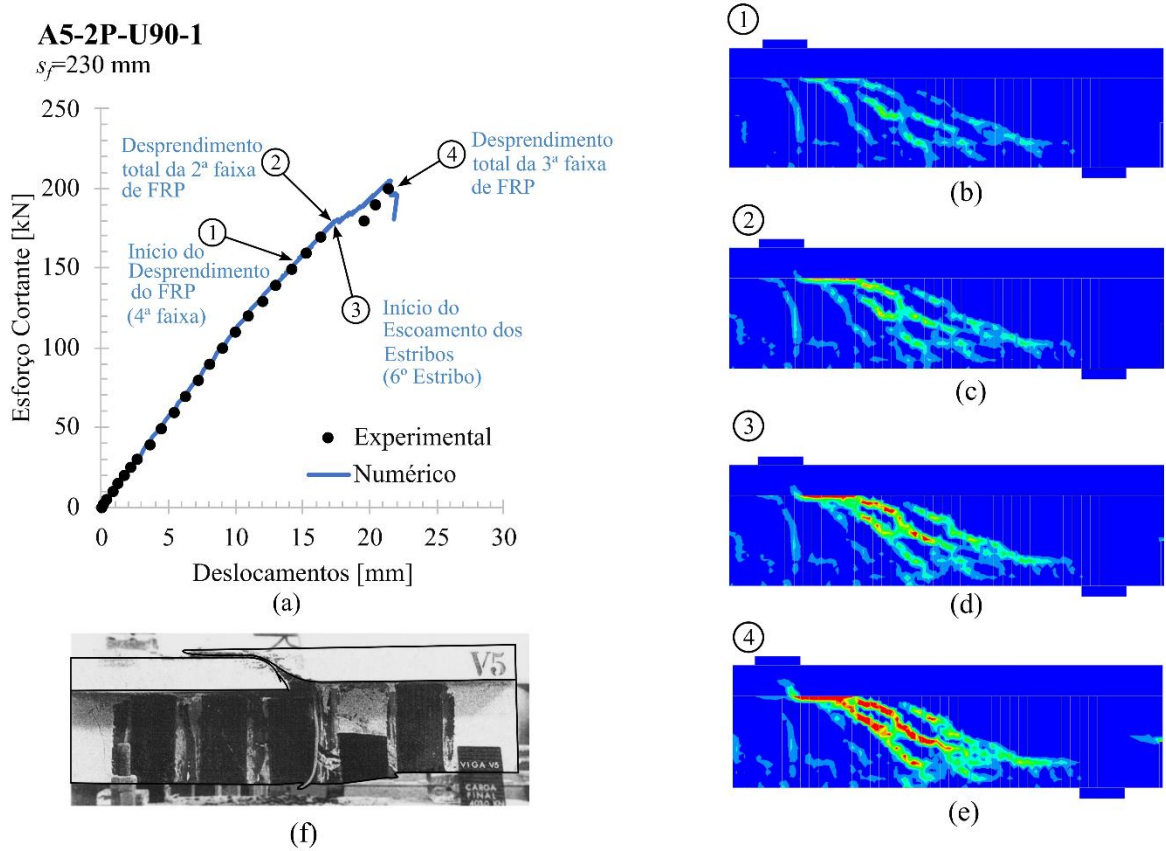


Figura 5.12 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga A5-2P-U90-1.

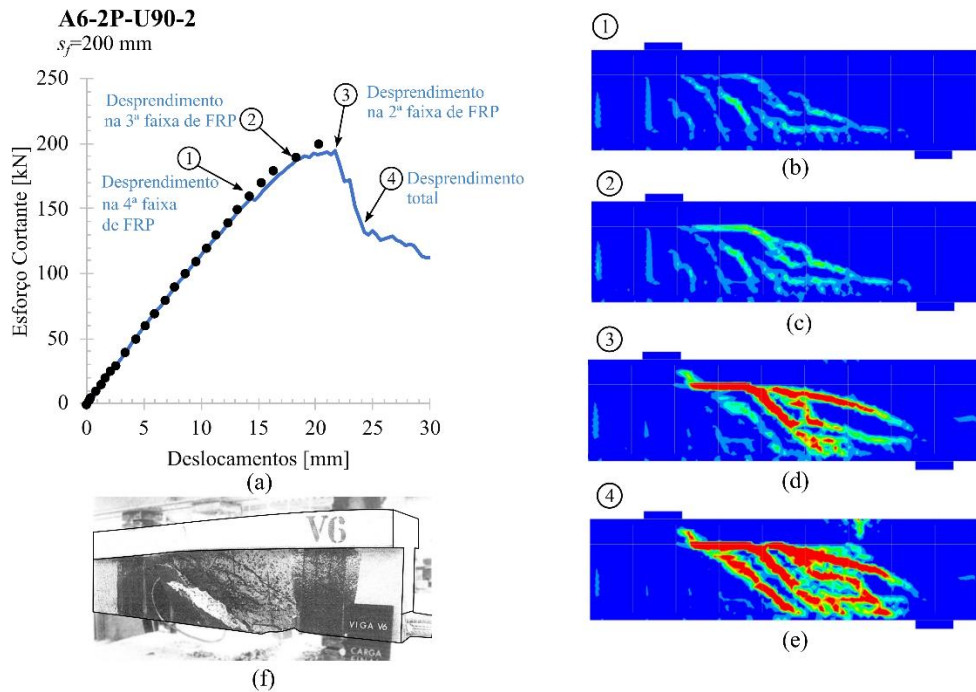


Figura 5.13 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga A6-2P-U90-2.

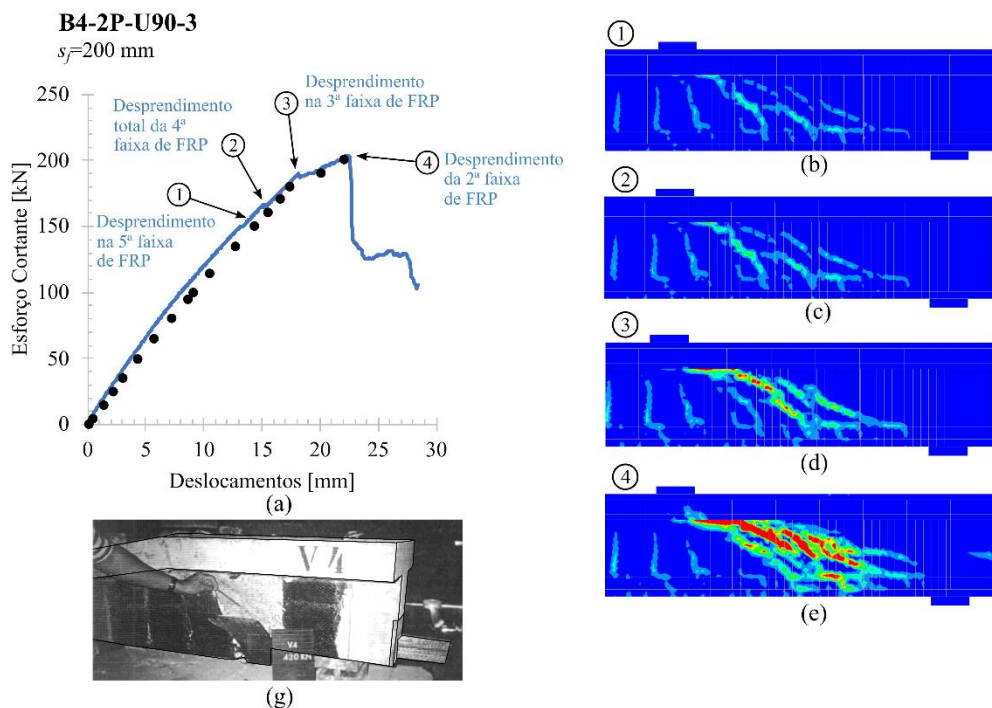


Figura 5.14 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga B4-2P-U90-3.



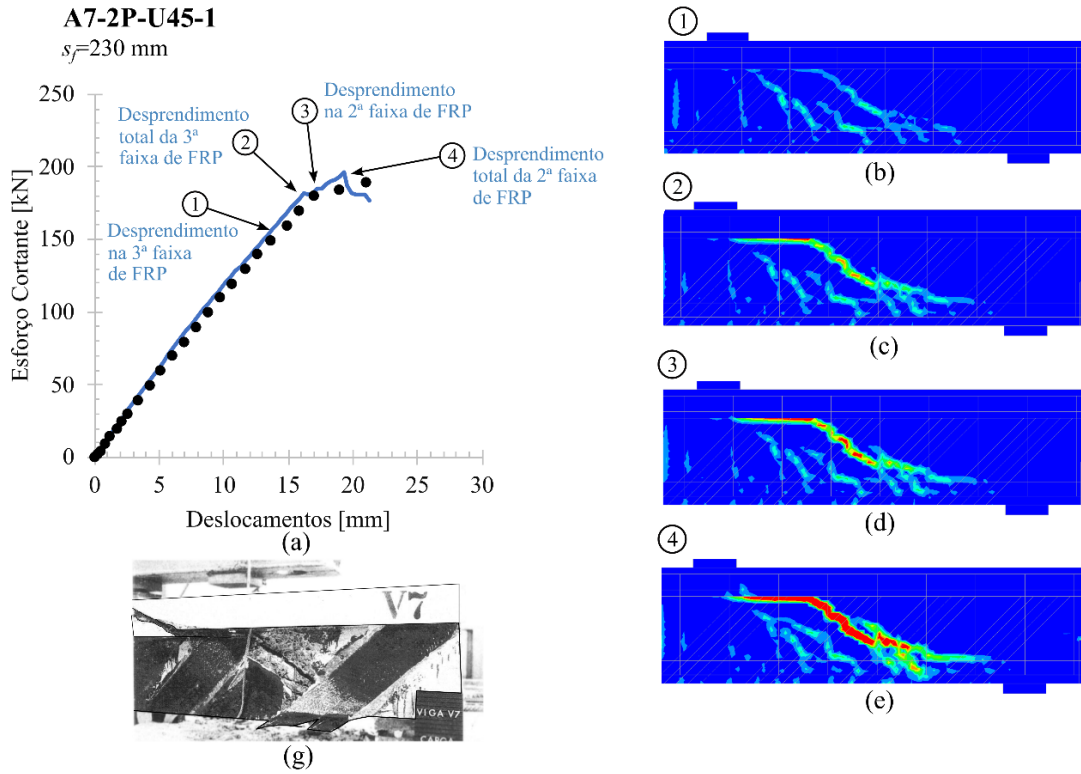


Figura 5.15 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga A7-2P-U45-1.

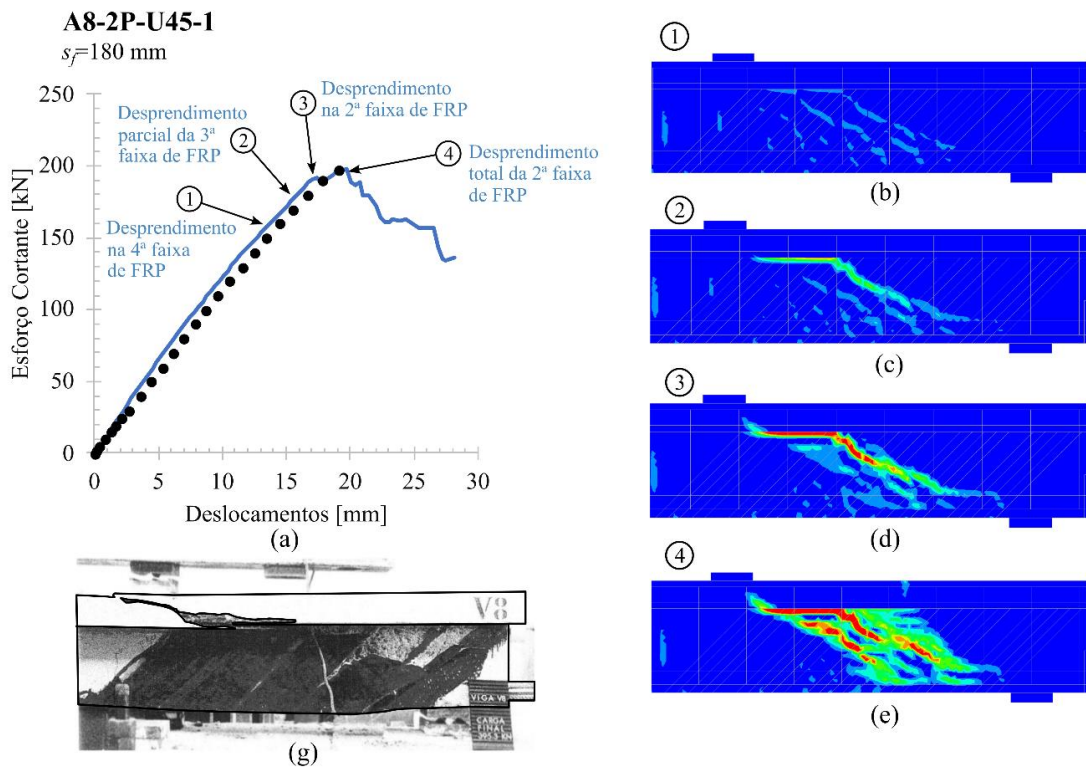


Figura 5.16 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga A8-2P-U45-1.

Para as vigas com o reforço a 90° (A5, A6 e B4, ver Figura 5.12-Figura 5.14), é possível observar a perda progressiva de rigidez conforme o descolamento é observado nas faixas de FRP, comportamento esse menos aparente nas vigas com o reforço a 45° (A7 e A8, ver Figura 5.15 e Figura 5.16). Nestas últimas, foi observado a ocorrência do descolamento mais cadenciado em cada faixa, enquanto nas vigas com reforço a 90°, o descolamento total de uma faixa ocorre quase que simultaneamente ao início do descolamento da mesma. Comparando as vigas A5-2P-U90-1, A6-2P-U90-2 e B4-2P-U90-3, que diferem quanto a quantidade de reforço FRP, evidencia-se a ineficiência na utilização um maior número de camadas de FRP nas vigas estudadas.

A Tabela 5.8 compara os valores de esforço cortante máximo efetivos (excluindo o peso próprio) obtidos experimentalmente, com a metodologia proposta no Capítulo 4, e via modelagem numérica.

Tipo	Elemento	Exp.	Numérico		Analítico			Analítico ( $E_f$ Corrigido) <sup>2</sup>			
		$V_{max}$ (kN)	$V_{max}$ (kN)	$\Delta V_{max}$ (kN)	(%)	$V_{max}$ (kN)	$\Delta V_{max}$ (kN)	(%)	$V_{max}$ [kN]	$\Delta V_{max}$ [kN]	(%)
Reforço em U	A5-2P-U90-1	201,5	205,0	3,5	1,7%	235,0	33,5	16,6%	204,0	2,5	1,2%
	A6-2P-U90-2	201,5	194,3	-7,2	-3,6%	229,0	27,5	13,6%	192,0	-9,5	-4,7%
	A7-2P-U45-1	201,5	196,7	-4,8	-2,4%	239,7	38,2	19,0%	206,9	5,4	2,7%
	A8-2P-U-45-1	197,5	198,4	0,9	0,4%	193,4	-4,1	-2,1%	193,4	-4,1	-2,1%
	B4-2P-U-90-3	210	203,5	-6,5	-3,1%	251,9	41,9	20,0%	204,5	-5,6	-2,6%

Tabela 5.8 – Resistências ao cortante obtidas experimental, numérica e analiticamente.

Os resultados apresentados na Tabela 5.8 comprovam a eficiência das metodologias empregadas neste trabalho, apresentando resultados de capacidade resistente com grande concordância com os valores experimentais para as vigas com reforço em forma de U.

## 5.9.2 Deformações no FRP e estribos

<sup>2</sup> Na Tabela 5.8, o termo *E<sub>f</sub> Corrigido* se refere à aplicação da correção do módulo de elasticidade do FRP para considerar o seu comportamento anisotrópico, conforme presente em Kotynia (2011), e apresentado no item 4.2.2.3 do presente trabalho.

As deformações para estribos e FRP obtidas na análise numérica são apresentadas nas Figura 5.17 a Figura 5.21. Os valores de deformações obtidos numericamente foram avaliados em posições na vizinhança do lugar geométrico provável da posição dos extensômetros nos ensaios.

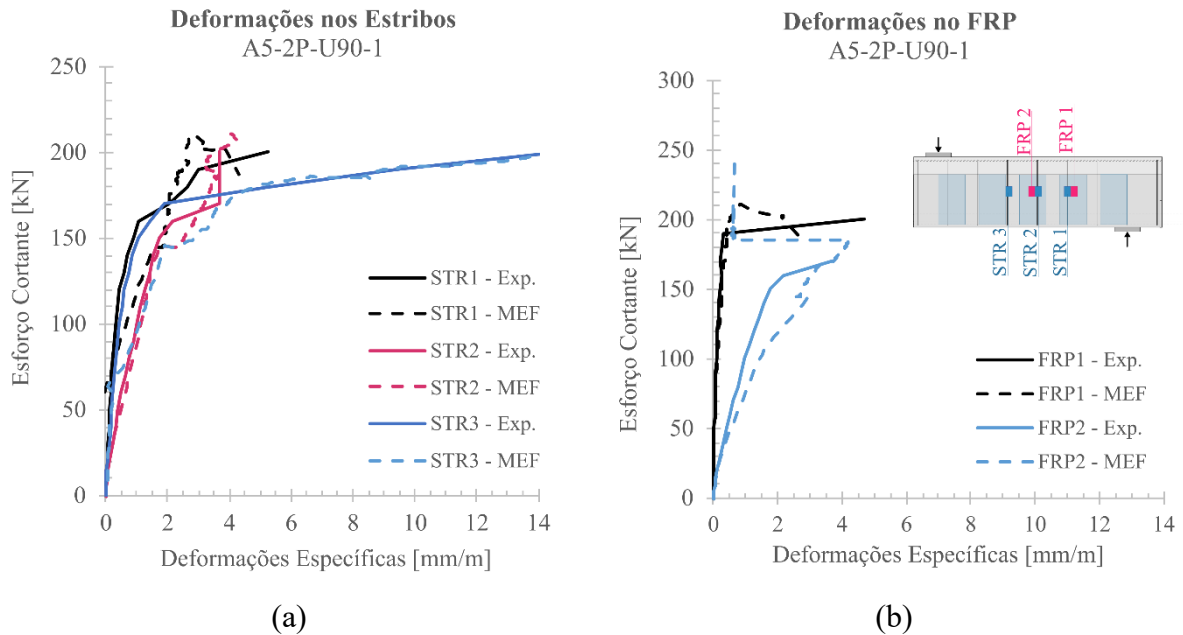


Figura 5.17 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga A5-2P-U90-1.

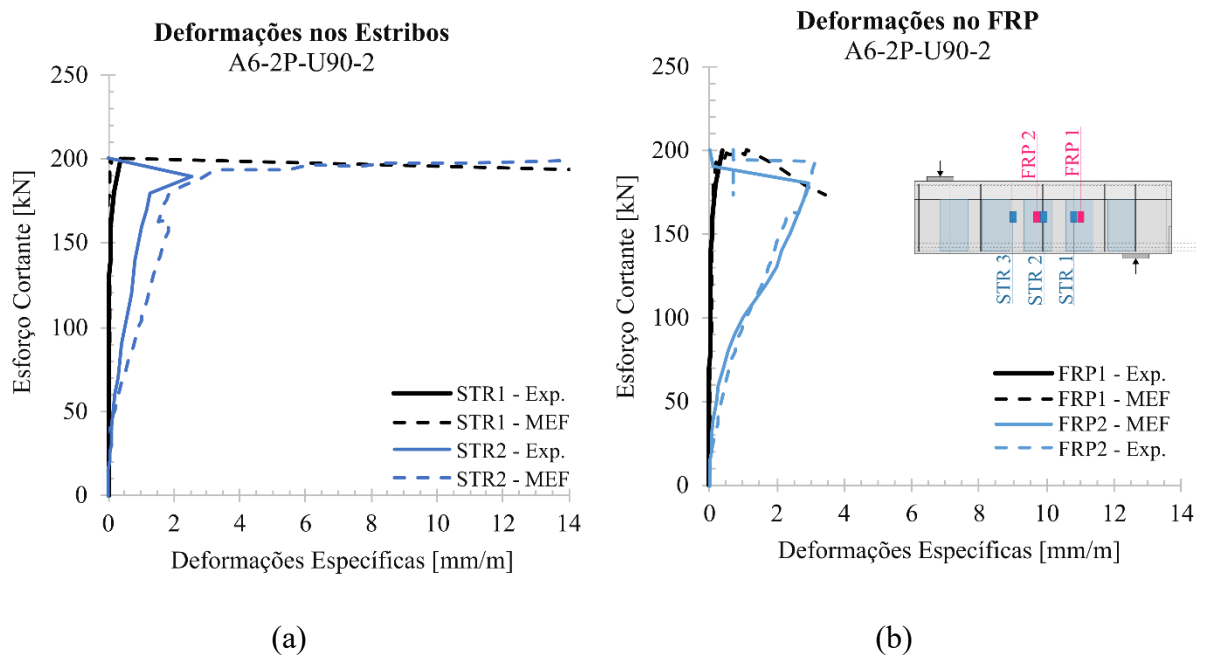


Figura 5.18 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga A6-2P-U90-2.

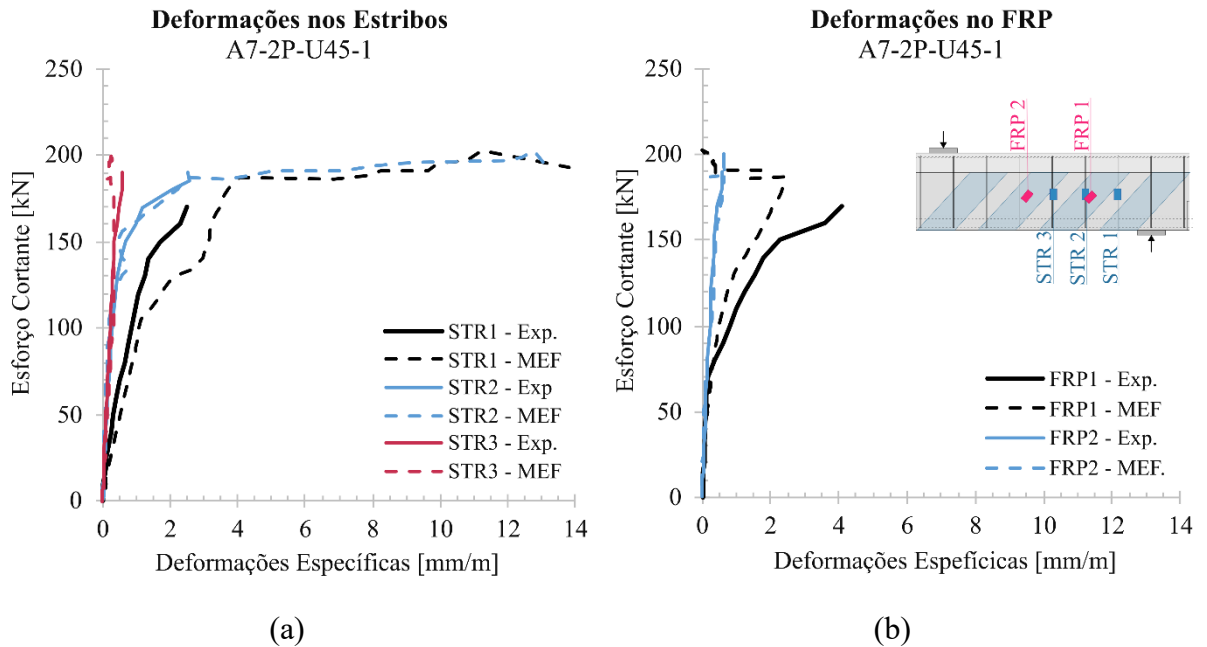


Figura 5.19 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga A7-2P-U45-1.

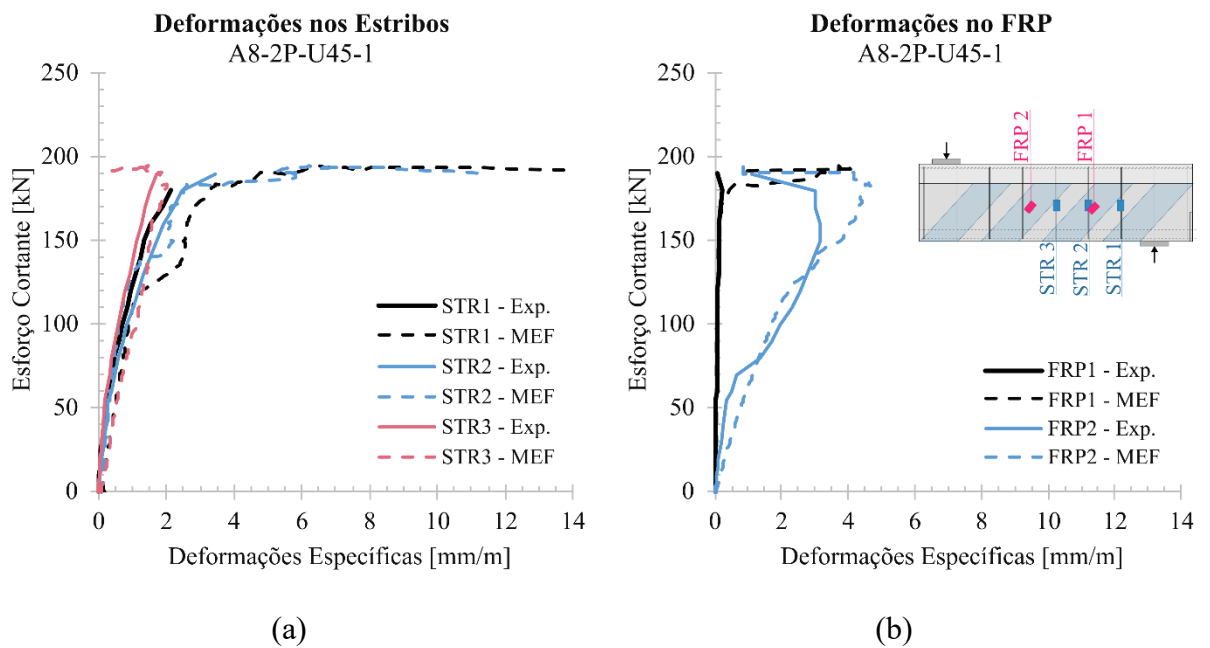


Figura 5.20 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga A8-2P-U45-1.

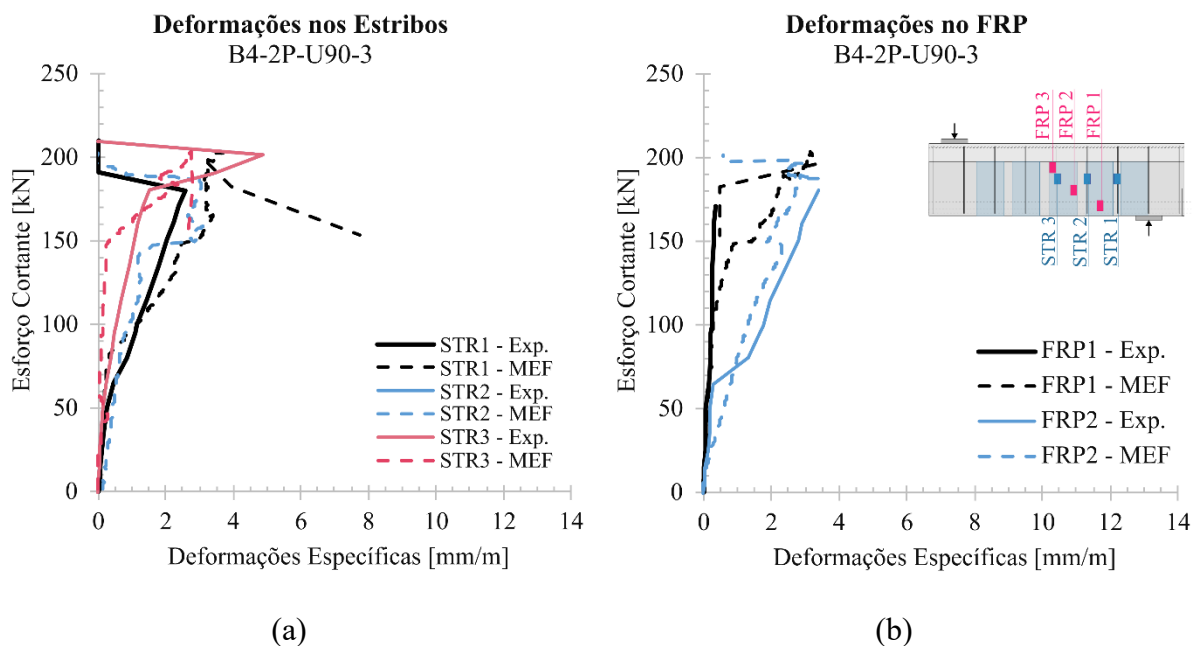


Figura 5.21 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para as deformações nos estribos (a) e FRP (b) para a viga B4-2P-U90-3.

Os resultados apontam uma boa aproximação dos resultados obtidos por meio do modelo numérico para as deformações, tanto para estribos quanto para o FRP. Devido a impossibilidade de se prever com exatidão a posição das fissuras, o resultado para as deformações pode não representar adequadamente o comportamento experimental, todavia, para as vigas estudadas no presente trabalho, considera-se que foi obtida uma boa precisão nos resultados.

### 5.9.3 Tensões de aderência entre FRP e concreto

As tensões cisalhantes de aderência são apresentadas nesta seção como uma forma indireta de se verificar a ocorrência do descolamento na modelagem numérica, apresentadas nas Figura 5.22 a Figura 5.26. Após atingida a resistência de aderência, as tensões de aderência reduzem repentinamente, caracterizando o descolamento do FRP do substrato de concreto.

É possível ver a eficácia da metodologia proposta para a discretização das faixas de FRP em múltiplos elementos de barra, tornando possível a observação do descolamento progressivo do reforço sem elevar significativamente o custo computacional. Finalmente, observa-se uma concordância entre os padrões de descolamento do FRP obtidos numérica e experimentalmente.

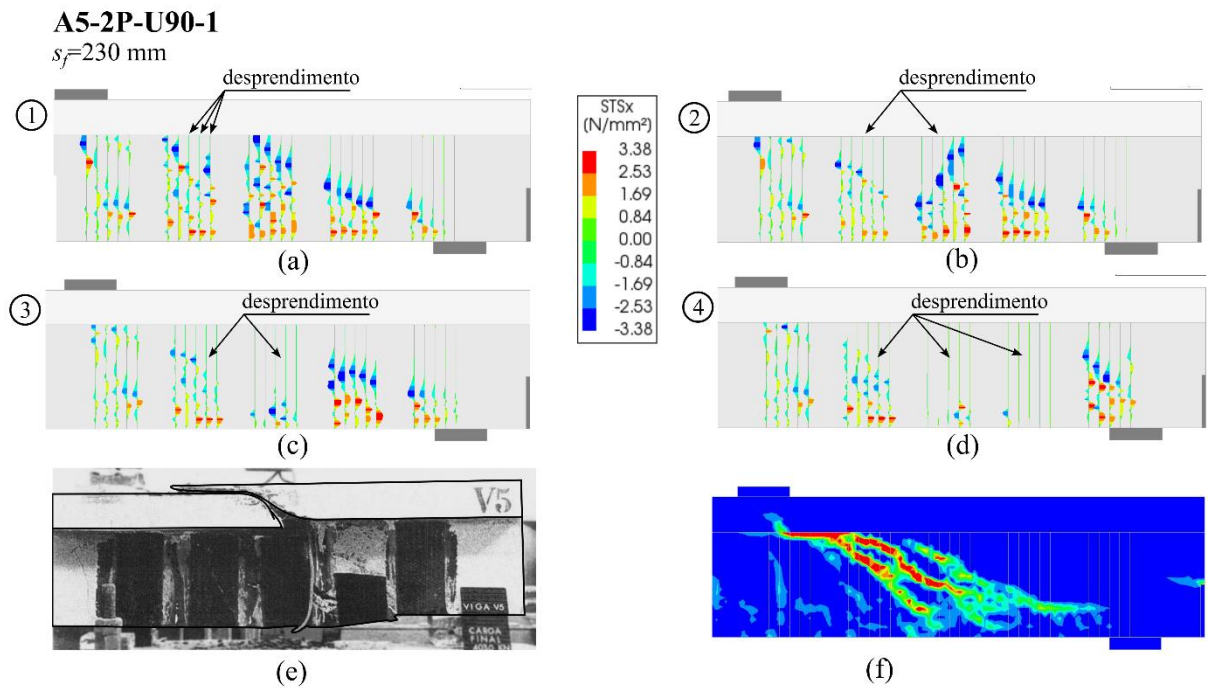


Figura 5.22 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga A5-2P-U90-1.

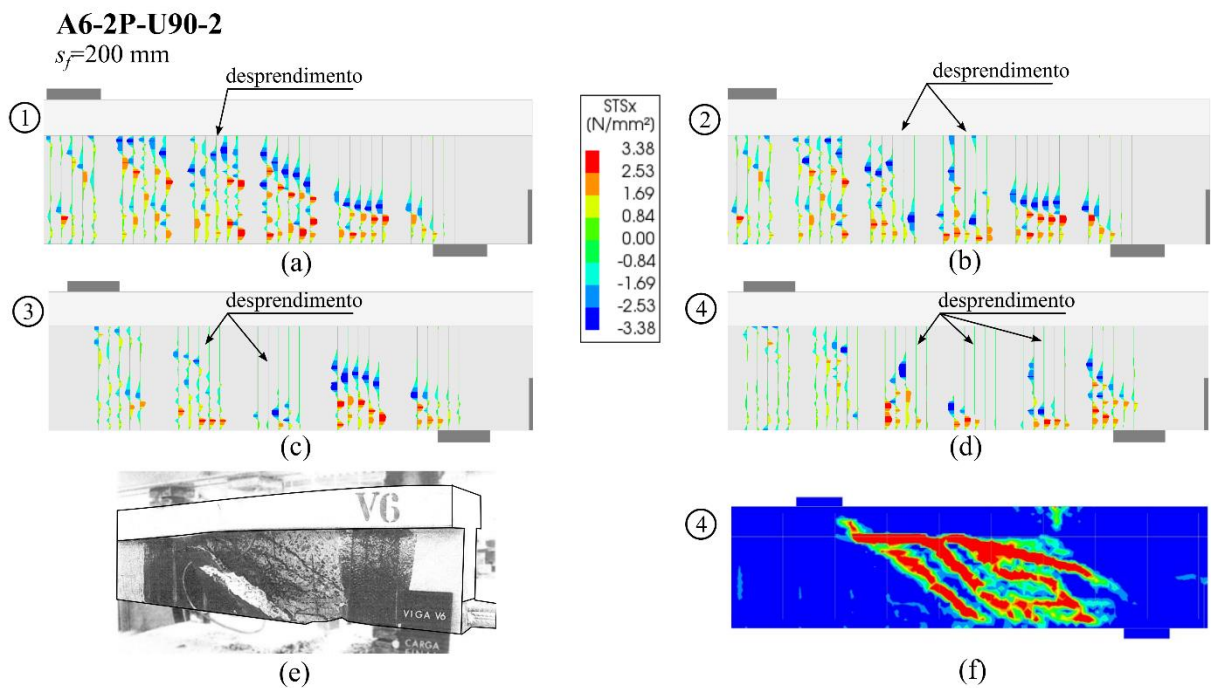


Figura 5.23 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga A6-2P-U90-2.

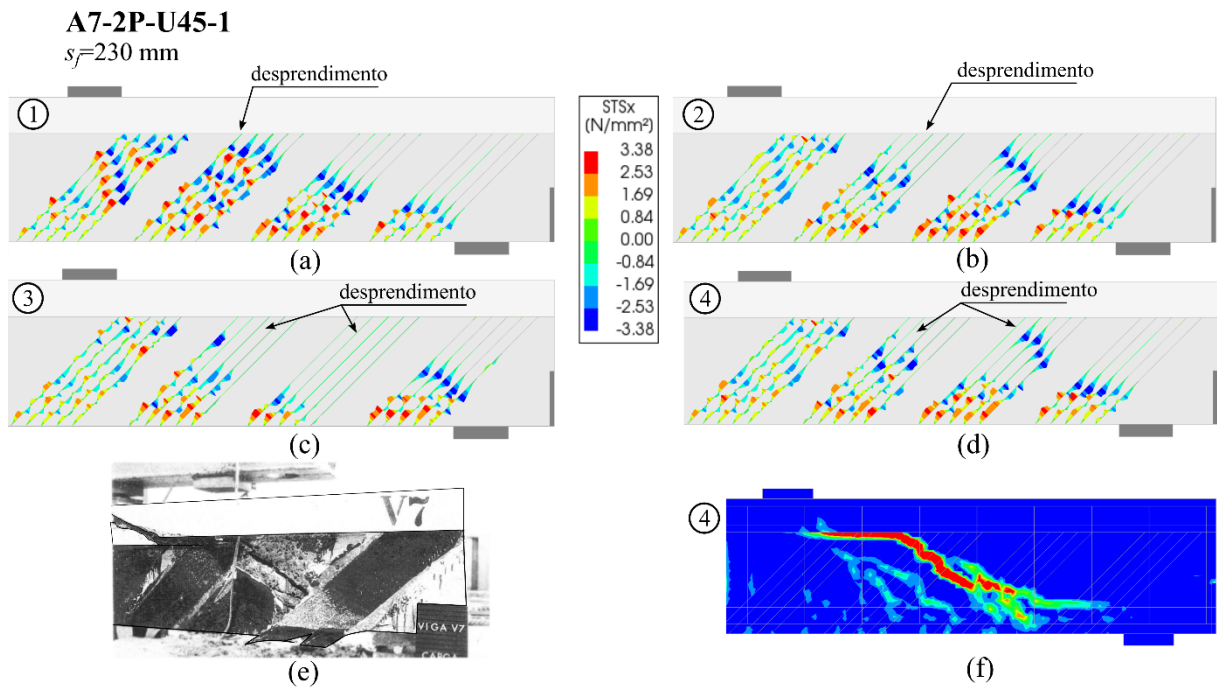


Figura 5.24 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga A7-2P-U45-1.

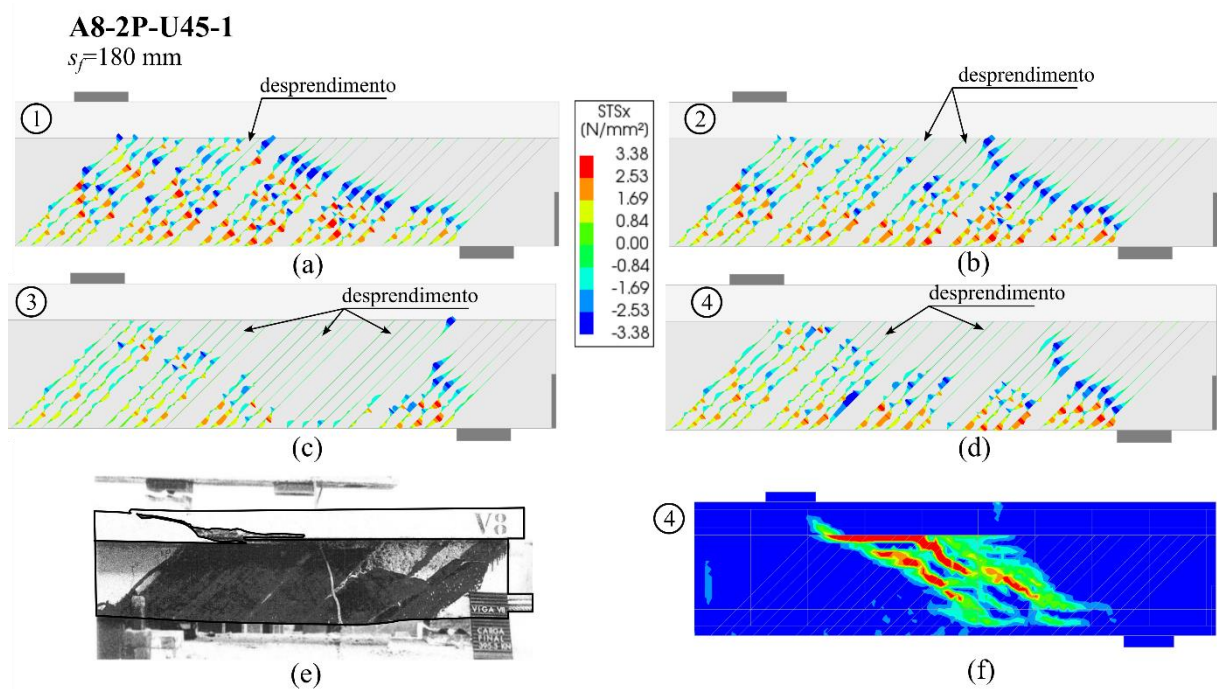


Figura 5.25 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga A8-2P-U45-1.

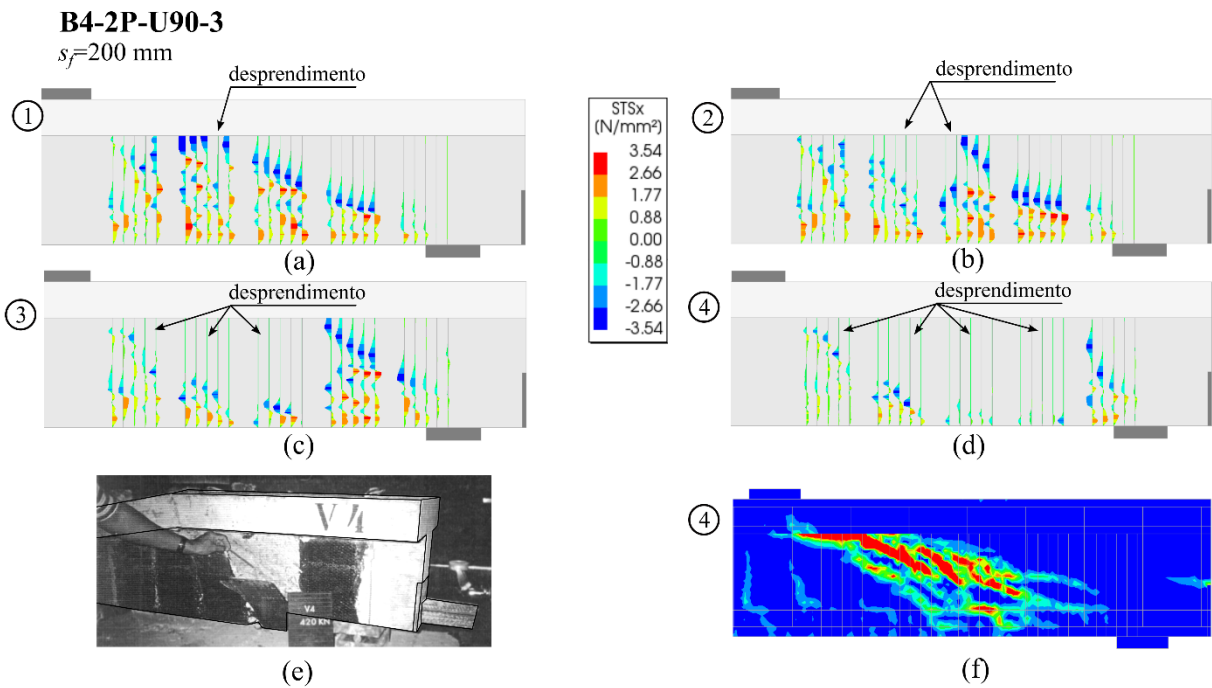


Figura 5.26 – Tensões de aderência entre concreto e FRP para a viga B4-2P-U90-3.

#### 5.9.4 Tensões de aderência entre concreto e armaduras longitudinais

A seguir são apresentadas as tensões de aderência entre o concreto e as armaduras longitudinais para a viga A5-2P-U90-1. Para nenhuma das vigas apresentadas nesta seção, as tensões de aderência máxima foram alcançadas, sendo o nível de tensões observado da ordem de 50 a 60% da resistência máxima. Estes resultados estão de acordo com os relatos da campanha experimental, onde a perda de aderência das armaduras longitudinais não foram observadas.



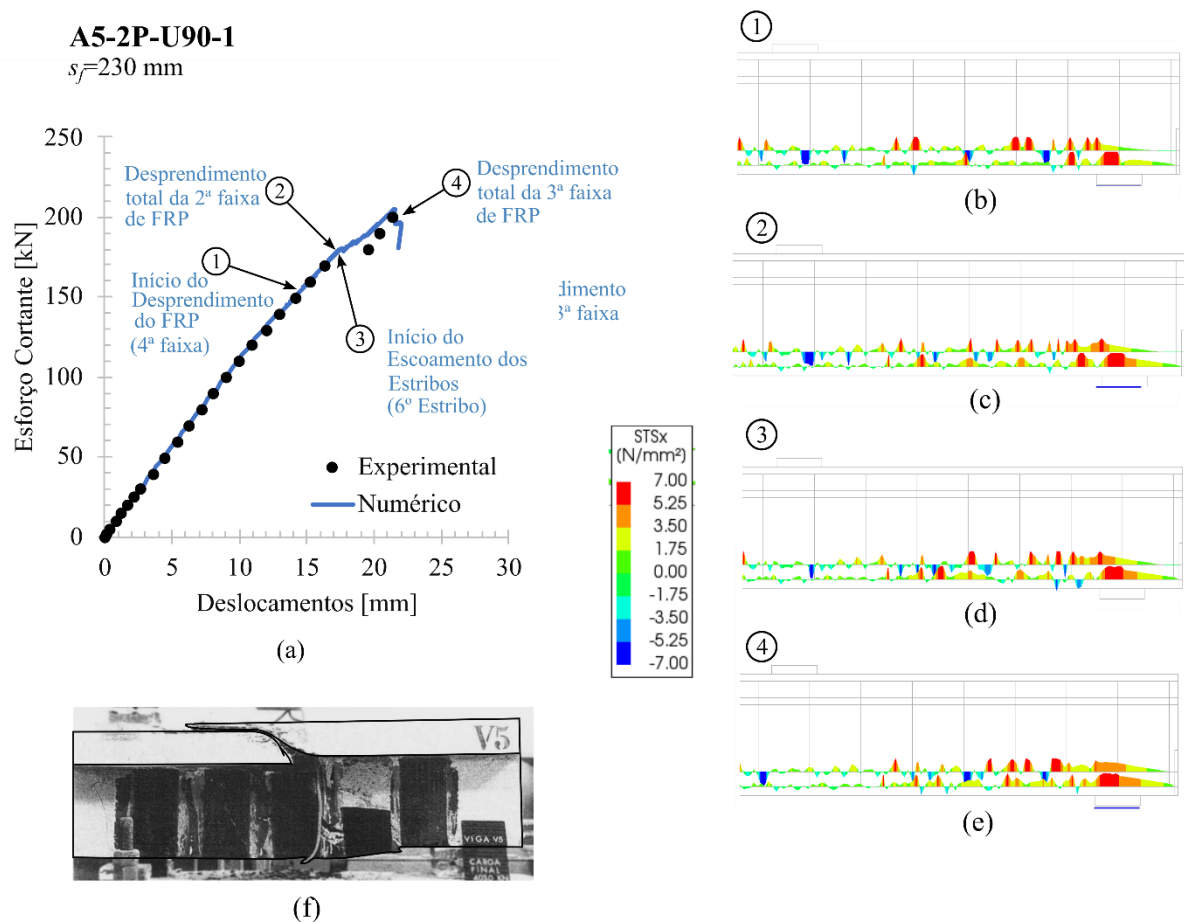


Figura 5.27 – Tensões de aderência entre concreto e armaduras longitudinais para a viga A5-2P-U90-1.

## 5.10 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção foi apresentada uma metodologia para a modelagem numérica de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento com FRP aderido externamente. O modelo apresentado apresentou boa aderência com os resultados experimentais, aproximando os comportamentos das vigas estudadas em termos da relação esforço cortante e deslocamento do meio do vão, deformações nos estribos e FRP, padrão de fissuração e resistência ao esforço cortante.

Entre as principais contribuições da metodologia empregada está a proposta de modelagem do reforço FRP de forma semelhante às armaduras internas de aço, isto é, utilizando um modelo semi-embutido de armaduras. Desta forma, é possível considerar um comportamento de tensão de aderência e deslizamento sem explicitamente utilizar modelos coesivos para simular o descolamento do FRP do concreto.

Outra contribuição do trabalho está na proposta de discretização das faixas de FRP em porções menores. Com o emprego dessa estratégia, é possível a consideração do descolamento progressivo de uma faixa de FRP, ao contrário de propostas que utilizam um único elemento de treliça para representar uma faixa de reforço. Essa proposta apresentou comportamento numericamente estável e não apresentou significativos aumentos no esforço computacional.

Diante do exposto, a metodologia apresentada poderá ser utilizada em trabalhos futuros para, entre outros, estimar numericamente a contribuição individual do FRP, estribos e mecanismos complementares atribuídos ao concreto. Finalmente, embora a metodologia tenha apresentado bons resultados para as vigas estudadas, destaca-se a necessidade de validar a metodologia em um número maior de vigas, com diferentes mecanismos de falha e tipos de reforço.

## 6 ESTIMATIVA DA CAPACIDADE RESISTENTE VIA APRENDIZADO DE MÁQUINA

Nesta seção será apresentada uma metodologia para a utilização de técnicas de aprendizado de máquina (*machine learning*) para a previsão da capacidade resistente de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento com sistemas FRP.

### 6.1 PARÂMETROS DE PROJETO

Os dados são parte essencial da modelagem utilizando técnicas de *machine learning*, como já mencionado. Em um mesmo nível de importância está a escolha dos parâmetros de projeto a serem considerados na análise. No escopo do reforço de vigas com FRP, esses parâmetros podem ser informações sobre a geometria das vigas (dados da seção transversal, comprimento etc.), propriedades dos materiais (módulo de Elasticidade, tensão de escoamento das armaduras, resistência à compressão do concreto etc.), características do reforço, entre outros. Uma vez escolhidos, esses parâmetros precisam ser conhecidos nos dados observados e servirão como variáveis de entrada para o modelo obtido ao final. Além dos parâmetros de entrada, é necessário escolher adequadamente quais parâmetros de saída desejam ser observados. Ainda no contexto do reforço com FRP, exemplos desses parâmetros são a resistência total ao cisalhamento da viga, o acréscimo de resistência devido a presença do reforço, as contribuições individuais de cada material, tanto em termos absolutos (em unidades de força, por exemplo), quanto em termos adimensionais (normalizados).

Na literatura técnica, diferentes estratégias têm sido adotadas para se escolher quais parâmetros são mais significativos para a confecção dos modelos, desde a utilização de técnicas usuais em *machine learning* – como a eliminação recursiva de características (Abuodeh, Abdalla e Hawileh, 2020) – à escolha arbitrária dos parâmetros baseados em modelos teóricos existentes (Rahman, Arafin e Billah, 2023; Kar e Biswal, 2020; Anvari, Babanajad e Gandomi, 2023).

Com intuito de investigar a influência da escolha do parâmetro de saída na previsão do comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado reforçadas com FRP por técnicas de ML, nesse trabalho serão aplicadas redes neurais artificiais (RNA) no banco de dados

compilado por Oller, Kotynia e Marí (2021), que contém 462 resultados experimentais, cada um deles com 24 variáveis selecionadas que carregam informações acerca da geometria das vigas, propriedades dos materiais e características do reforço. Serão analisadas 3 situações distintas que se diferem quanto à variável alvo adotada, sendo elas: resistência total do membro reforçado ( $V_u$ ), variação da resistência entre o membro sem e com reforço ( $V_f$ ) e a razão entre o incremento de resistência e a resistência sem reforço ( $V_f/V_{unst}$ ). A consistência do modelo implementado será verificada comparando seus resultados com aqueles obtidos segundo as recomendações do ACI 440.2R-17 (2017), fib Bulletin 90 (2019) e do fib Bulletin 14 (2001).

## 6.2 VALIDAÇÃO DA ARQUITETURA E TREINAMENTO DOS MODELOS

Nesse trabalho, RNA com múltiplas camadas ocultas foram empregadas na estimativa da resistência de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP segundo três configurações de variáveis alvo: resistência total do membro reforçado ( $V_u$ ), variação da resistência entre o membro sem e com reforço ( $V_f$ ) e razão entre o incremento de resistência e a resistência sem reforço ( $V_f/V_{unst}$ ). Estas foram implementadas utilizando a linguagem de programação *Python* 3, por meio da biblioteca *scikit-learn* (Pegregosa *et. al.*, 2011) e da classe *MPLRegressor*, que permite a construção de redes neurais artificiais do tipo *multilayer perceptron*.

Antes do treinamento das RNA, os dados de referência foram divididos em um grupo de treinamento (70%) e outro de teste (30%), onde cada um desses grupos continham dados exclusivos. Essa técnica reduz a tendência de ocorrência *overfitting*, isto é, a memorização dos dados pelas RNA em detrimento da capacidade generalização.

Na etapa de aprendizagem deve ser realizado um processo de otimização para obtenção da arquitetura que minimiza a raiz do erro quadrático médio (RMSE) tendo como variáveis de decisão a quantidade de neurônios na primeira e segunda camadas ocultas. Em função do custo computacional, o número máximo de neurônios foi limitado a 15. Com relação à função de ativação, foi adotada a função ReLU.

A otimização será realizada por meio do algoritmo Adam (Kingma, 2017), com taxa de aprendizado de 0,001, 10.000 iterações máximas permitidas e como função de perda (*loss function*) a raiz do erro quadrático médio (RMSE). Esse algoritmo é baseado no método do

gradiente descendente estocástico, com aproximações dos primeiros e segundo momentos de forma adaptativa (KERAS, 2023).

As métricas registradas e usadas na comparação dos resultados obtidos foram o erro absoluto médio (MAE), erro quadrático médio (MSE), a raiz do erro quadrático médio (RMSE) e o coeficiente de determinação ( $R^2$ ). Após identificado os modelos de melhor desempenho (menor RMSE) para cada um dos três cenários de variáveis alvo, estes foram utilizados para a obtenção dos resultados.

### 6.3 VARIÁVEIS DE PROJETO

As variáveis escolhidas para representar o problema buscam considerar os principais parâmetros presentes nas formulações teóricas, semelhante à utilizada por Mohammadi, Barros e Sena-Cruz (2023). Entre os parâmetros geométricos escolhidos estão: tipo da seção (“T” ou “Retangular”), altura da seção transversal ( $h$ ), largura da alma ( $b_w$ ), espessura da mesa ( $h_f$ ), largura da mesa ( $b_f$ ), altura útil da seção ( $d$ ), vão entre apoios ( $L_0$ ), razão entre o vão de cisalhamento e a altura útil da seção ( $a/d$ ).

Dos parâmetros associados ao concreto apenas a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) está presente. Referentes às armaduras longitudinais apenas a quantidade de armadura longitudinal de tração ( $A_s$ ) foi considerada. Com relação às armaduras transversais serão utilizadas: área de armadura por unidade de comprimento ( $A_{sw}/s_w$ ), a orientação em relação ao eixo longitudinal ( $\alpha_w$ ), o módulo de elasticidade ( $E_{sw}$ ) e a tensão de escoamento ( $f_{yw}$ ).

Para o reforço FRP as seguintes variáveis foram consideradas: largura de uma faixa perpendicular às fibras ( $w_f$ ), espaçamento entre duas faixas sucessivas ( $s_f$ ), orientação em relação ao eixo longitudinal da viga ( $\alpha_f$ ), espessura total por faixa de FRP ( $t_f$ ), módulo de elasticidade ( $E_f$ ) e tensão de ruptura ( $f_{fu}$ ) do FRP; continuidade do reforço (“contínuo” ou “descontínuo”); tipo de ancoragem (“ancorado” ou “Não-ancorado”), se é de envolvimento completo ou não (“F”) e o material utilizado (“CFRP”, “GFRP” ou “AFRP”). Todos os parâmetros contabilizam a utilização de 24 variáveis de entrada.

Com relação às variáveis de saída, usualmente emprega-se a diferença entre o esforço cortante resistido por uma viga reforçada com FRP ( $V_u$ ) e a resistência apresentada por uma viga similar sem reforço ( $V_{unst}$ ). Essa diferença é tomada como sendo a resistência devido à presença do FRP, representada por  $V_f$ . Todavia, a resistência total ao esforço cortante das vigas ( $V_u$ ) também pode ser tomada como variável alvo observada. Como a qualidade de resposta da RNA depende dessa escolha, os dois cenários serão simulados e as diferenças em termos de desempenho do modelo serão avaliadas. Adicionalmente, a razão entre o incremento de resistência e a resistência sem reforço, embora menos usual, também será considerada como variável alvo.

#### 6.4 BANCO DE DADOS

O banco de dados compilado por Oller, Kotynia e Marí (2021) foi utilizado como referência para a elaboração dos modelos no presente trabalho.

#### 6.5 CARACTERÍSTICAS DOS BANCOS DE DADOS

O banco de dados filtrado utilizado efetivamente para a construção do modelo apresenta 462 resultados experimentais de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP, dos quais 273 (59%) apresentam seção retangular e 189 (41%) seções em forma de T. Quanto ao tipo de envolvimento, 241 (52,5%) apresentam reforço em forma de U, enquanto 117 (25%) são reforçadas por envolvimento completo e 104 (22,5%) apenas lateralmente.

O reforço com fibras de carbono (CFRP) predominam com 393 (85%) vigas, as fibras de vidro (GFRP) foram utilizadas em 44 (9,5%) das vigas e 6 (5,5%) foram reforçadas com fibra de aramida (AFRP). O reforço discreto foi a solução utilizada em 255 (55%), enquanto o reforço contínuo esteve presente em 207 (45%) das vigas. A Tabela 6.1 apresenta um resumo dos principais parâmetros do banco de dados e alguns parâmetros estatísticos. As relações entre os parâmetros e sua relação com as resistências ao esforço cortante (da viga reforçada, de referência e variação) são apresentadas graficamente no Apêndice B.

Parâmetro	Variável	Média	Desvio Padrão	Mín.	25%	50%	75%	Máx.
Largura da alma (mm)	$b_w$	186,7	89,2	63,5	150	152	200	600
Altura da seção (mm)	$h$	388,6	174,5	102	300	360	420	1219
Espessura da mesa (mm)	$h_f$	43,1	57,5	0	0	0	100	203
Largura da mesa (mm)	$b_f$	202,8	272	0	0	0	450	1066,8
Vão entre apoios (mm)	$L_o$	2733,8	1277,1	600	1940	2670	3110	7520
Relação vão de cisalhamento-altura útil (mm/mm)	$ad$	3,1	0,5	2,4	2,8	3	3,3	6,9
Resistência a Compressão do Concreto (N/mm <sup>2</sup> )	$f_c$	33,5	10,6	12	27,4	32	40,8	71,4
Módulo de Elasticidade - Estribos (N/mm <sup>2</sup> )	$E_{sw}$	114564,8	99686,9	0	0	200000	200000	251500
Tensão de Escoamento - Estribos (N/mm <sup>2</sup> )	$f_{yw}$	257,4	239,3	0	0	270	500	665,3
Razão Área de Estribos-espacamento (mm <sup>2</sup> /mm)	$\frac{A_{sw}}{s_w}$	0,2	0,2	0	0	0,2	0,4	1,3
Área de Armadura Longitudinal (mm <sup>2</sup> )	$A_s$	2102,4	2257,9	100,5	942,5	1885	2123,7	12079,2
Altura útil da seção (mm)	$d$	337,2	157,8	85	250	320	361,7	1092
Espessura do FRP (mm)	$t_f$	0,4	0,5	0	0,1	0,2	0,4	4,0
Largura da Faixa do FRP (mm)	$w_f$	52,1	79,6		1	20	50,0	356
Espacamento do FRP (mm)	$s_f$	111,3	141,6	1	1	87,5	150,0	508
Módulo de Elasticidade - FRP (N/mm <sup>2</sup> )	$E_f$	192686,7	91281,7	5300	120000	230000	234000	640000
Tensão de Ruptura FRP (N/mm <sup>2</sup> )	$f_{fu}$	2960,1	1270,8	106	2427,6	3450	3792	4840
Profundidade do FRP na alma (mm)	$h_{frp}$	335,1	149,4	89	284	304	360	1016
Orientação do FRP (°)	$\beta$	83,5	15,7	45	90	90	90	90
Resistência ao Cisalhamento devido ao FRP (kN)	$V_f$	73,7	83,5	0,5	25,5	49	83,3	641,3
Resistência Total do Membro Reforçado (kN)	$V_u$	224,8	189,3	18,8	102,4	195	262,5	1192
Razão resistência devido ao FRP e a resistência total	$\frac{V_f}{V_u}$	0,6	0,4	0	0,3	0,5	0,8	2,1

Tabela 6.1 – Resumo dos principais parâmetros do banco de dados.

## 6.6 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados em função dos cenários de variáveis alvo considerados no treinamento das RNA. Para cada cenário é apresentado a arquitetura ótima das RNA (obtido por busca exaustiva), as métricas de desempenho e comentários acerca dos resultados apresentados. Convém destacar que uma das contribuições deste trabalho está em apresentar um modelo que contempla simultaneamente vigas com e sem estribos, independentemente do tipo de envolvimento, não usuais nos modelos normativos.

### 6.6.1 Cenário I – Incremento de resistência devido ao FRP, $V_f$

Considerando como variável alvo o incremento de resistência devido ao reforço FRP,  $V_f$ , o processo de otimização indicou que, com raiz do erro quadrático médio (RMSE) de 33 kN, a utilização de 12 e 13 neurônios para a 1ª e 2ª camadas ocultas, respectivamente, promove um melhor ajuste dos dados. Essa combinação ótima pode ser verificada na matriz apresentada na Figura 6.1, que correlaciona o erro quadrático médio para cada combinação de neurônios entre as camadas ocultas.

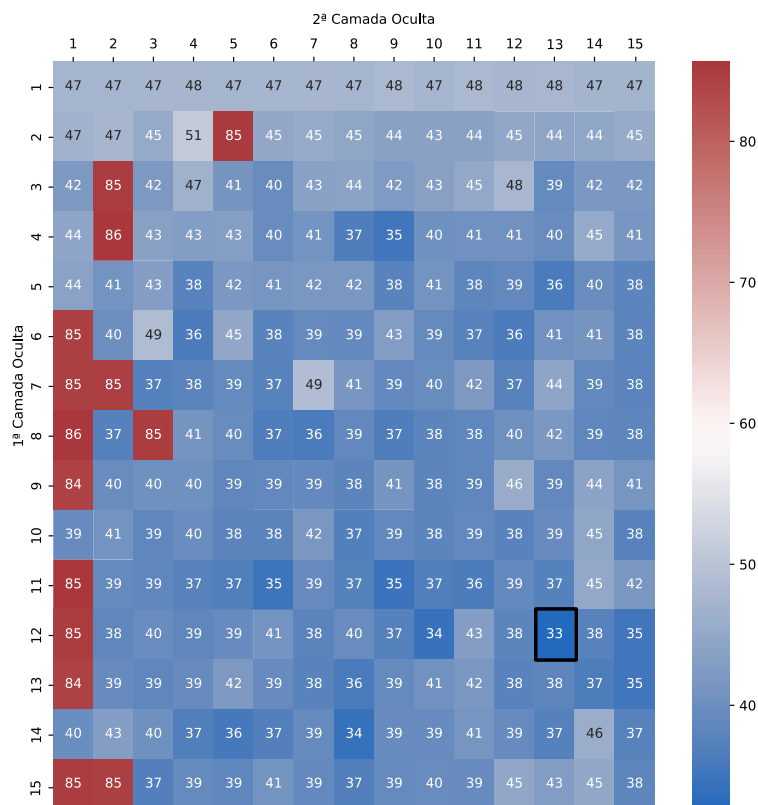


Figura 6.1 – Valores da RMSE em função da quantidade de neurônios da 1ª e 2ª camadas ocultas para o Cenário I.



A evolução dos valores da RMSE durante a etapa de teste é apresentada na Figura 6.2. É possível observar que os valores se estabilizam a partir de 3000 iterações (épocas), sendo, portanto, considerado que houve convergência no processo de otimização da RNA a partir disso.

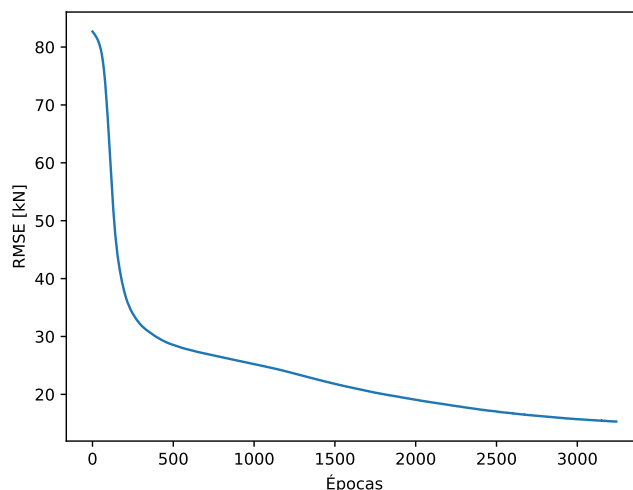


Figura 6.2 – Valores da RMSE durante o treinamento da RNA para o Cenário I.

A comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA no Cenário I é apresentada na Figura 6.3. A partir desta é possível perceber um bom ajuste entre os resultados obtidos pelas RNA e os resultados experimentais ( $R^2 = 0,882$ ) para o grupo de teste. Os resultados das medidas adotados na verificação do desempenho das RNA são mostrados na Tabela 6.2.

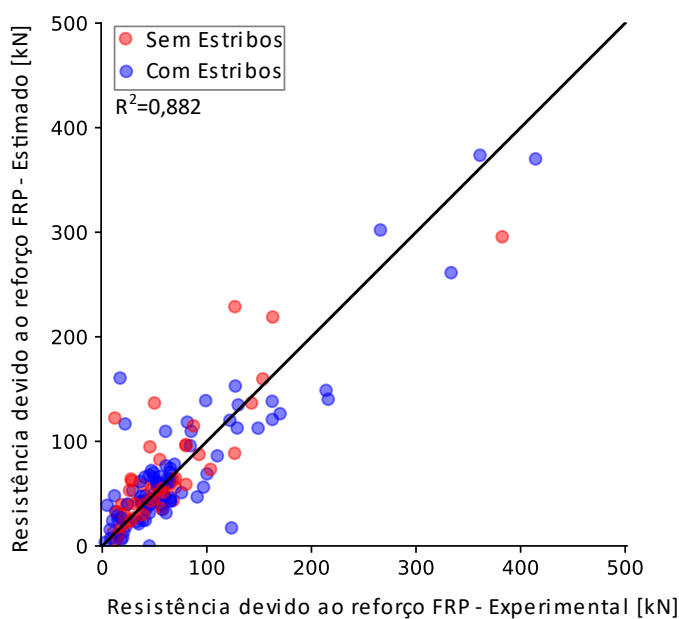


Figura 6.3 – Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA para o Cenário I para os dados de teste.

<b>Parâmetro</b>	<b>RNA</b>
Erro Absoluto Médio (MAE), kN	21,55
Erro Quadrático Médio (MSE), kN <sup>2</sup>	1066,80
Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE), kN	32,66
Coefficiente de determinação (R <sup>2</sup> )	0,882

Tabela 6.2 – Desempenho da RNA proposta no Cenário I para os dados de teste

Fonte: autoria própria.

Pode-se notar ainda pela Figura 6.3 que o modelo obtido neste trabalho tem performance semelhante para vigas com e sem estribos. A escolha por um modelo unificado, contemplando no mesmo modelo vigas com e sem estribos, permite que uma maior quantidade de dados seja utilizada no treinamento das RNA, melhorando, dessa forma, significativamente seu desempenho.

Na Figura 6.4 são apresentadas as relações entre os resultados experimentais e os obtidos de acordo com as recomendações do ACI 440.2R-17 (2017), fib Bulletin 90 (2019), fib Bulletin 14 (2001) e da proposta de RNA para todos os dados. Pode-se notar pela dispersão dos dados que todos os códigos levaram a resultados com concordância inferior aos obtidos pela RNA proposta. As medidas estatísticas empregadas na verificação do desempenho dos modelos concebidos e apresentadas na Tabela 6.3 corroboram que a RNA foi capaz de realizar predições mais assertivas quando comparadas às realizadas segundo recomendações de normas de padrão internacional. Além disso, destaca-se um desempenho superior da RNA proposta quanto aplicada em todo o banco de dados em relação à sua aplicação apenas nos dados de teste, comprovando seu potencial de generalização.

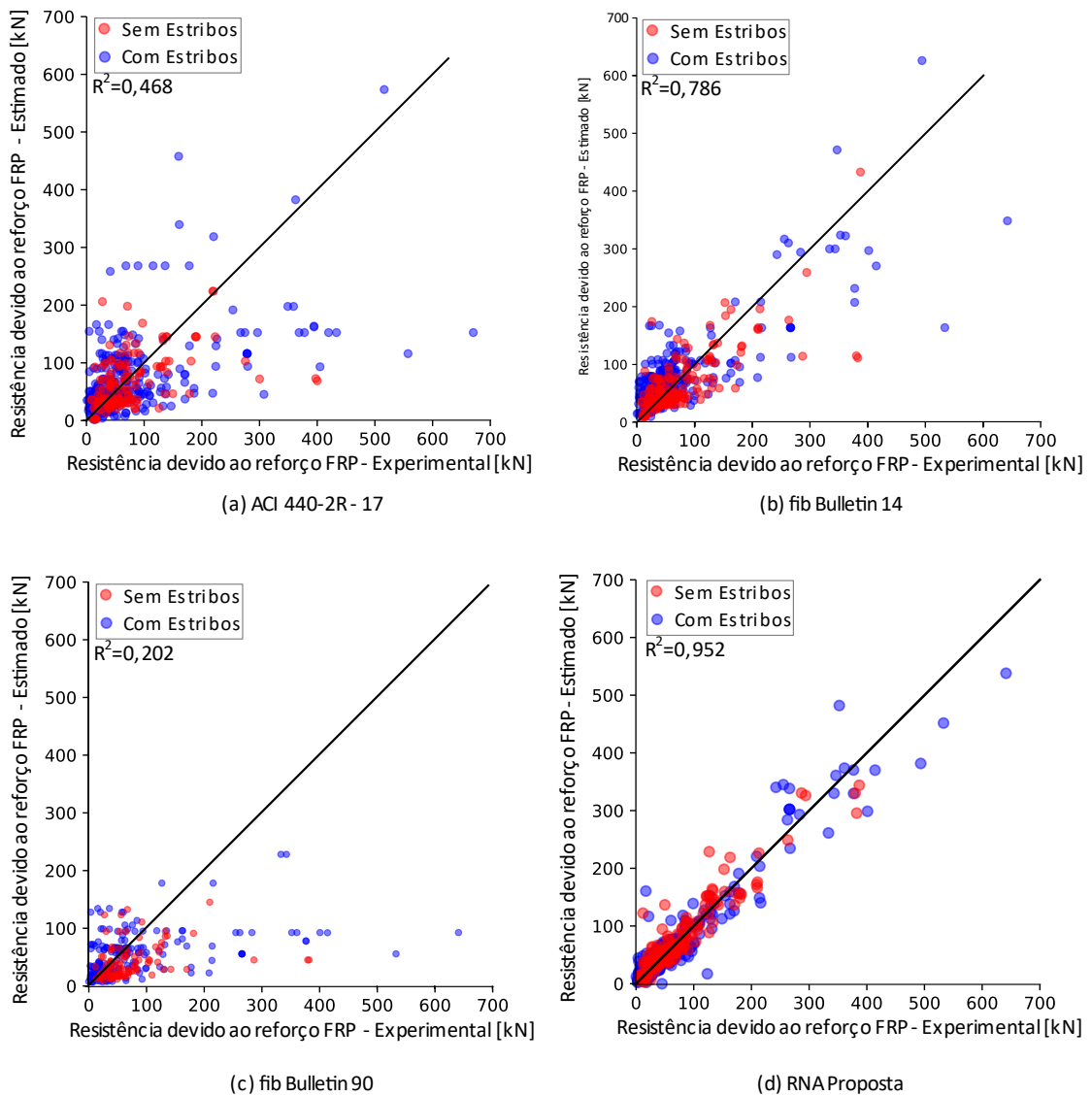


Figura 6.4 – Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA para o Cenário I para os dados de teste.

Parâmetro	ACI 440.2R-17	fib Bulletin 14	fib Bulletin 90	RNA
Erro Absoluto Médio (MAE)	45,85	35,33	49,72	15,83
Erro Quadrático Médio (MSE)	5438,63	2854,76	7719,41	647,72
Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	73,74	53,43	87,86	25,45
Coefficiente de determinação (R <sup>2</sup> )	0,467	0,786	0,202	0,952

Tabela 6.3 – Comparação do desempenho das normativas e da RNA proposta para o Cenário I para todos os dados.

### 6.6.2 Cenário II – Resistência total do membro reforçado com FRP, $V_u$

Nessa abordagem, a resistência total das vigas após o reforço ao cisalhamento com FRP,  $V_u$ , é tomada como variável alvo. Esse cenário foi proposto devido ao fato de a resistência total do

elemento ser o parâmetro de maior interesse do ponto de vista de projeto, independentemente de como está distribuída essa capacidade entre os mecanismos resistentes.

Nos modelos analíticos a resistência total é obtida pela soma das contribuições resistentes advindas do concreto, estribos e reforço FRP. Por meio das RNA a resistência total do elemento reforçado pode ser estimada em função das características da viga reforçada, bem como do reforço em si.

Conforme pode ser visto na Figura 6.5, o processo de otimização indicou que a utilização de 15 e 12 neurônios para a 1ª e 2ª camadas ocultas, respectivamente, conduz a uma menor RMSE (34 kN). A variação da RMSE durante o processo de aprendizado da RNA no Cenário II (Figura 6.6) mostra uma convergência a partir de 2000 iterações.

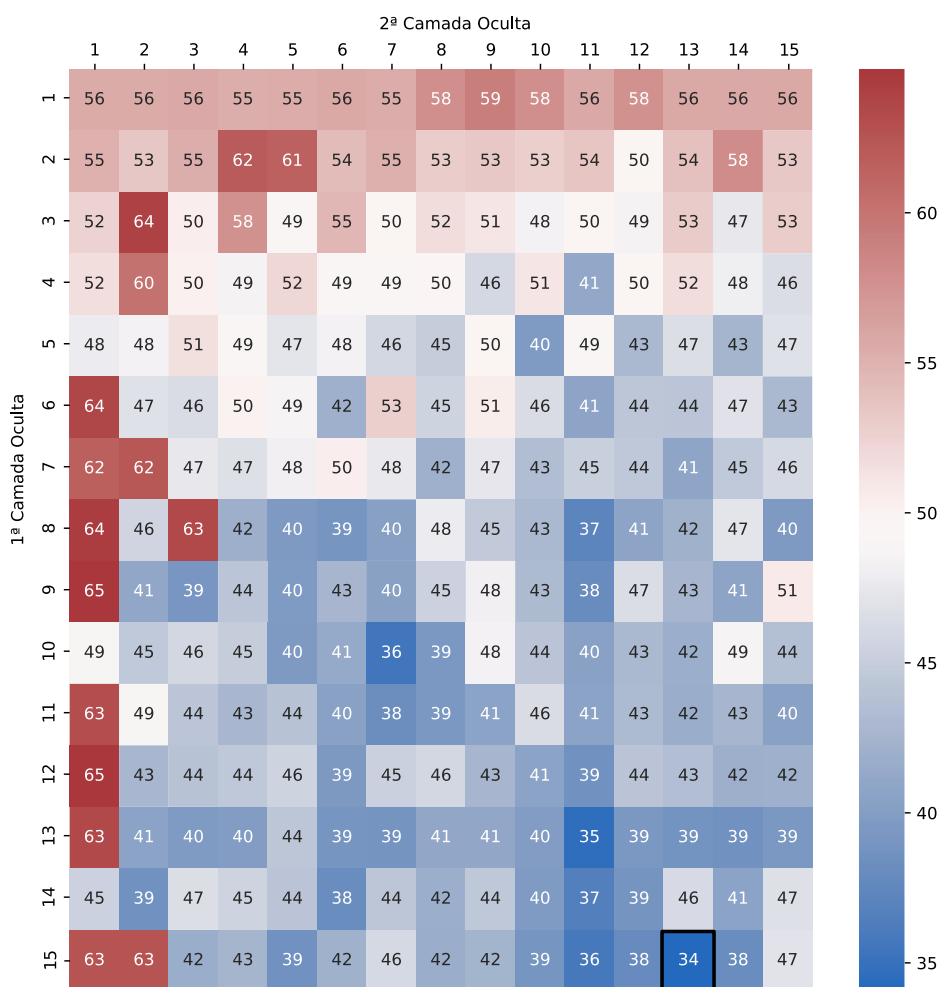


Figura 6.5 – Valores da RMSE em função da quantidade de neurônios da 1ª e 2ª camadas ocultas para o Cenário II

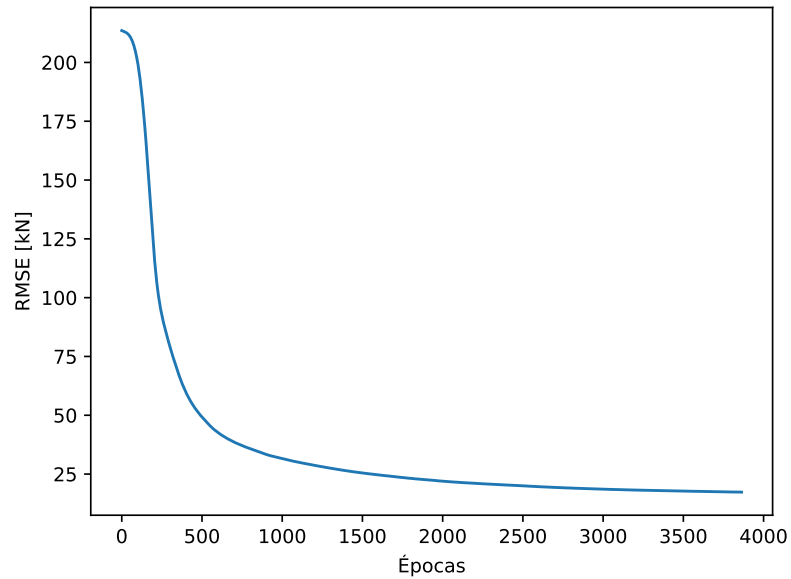


Figura 6.6 – Valores da RMSE durante o treinamento da RNA para o Cenário II.

O ajuste entre os resultados obtidos com a RNA do Cenário II e os resultados experimentais para a capacidade resistente total é apresentada na Figura 6.7. A partir desta é possível perceber a boa correlação entre os resultados experimentais e estimados pela RNA, tanto para as vigas com estribos quanto as vigas sem estribos. Esse resultado revela uma maior eficiência em se prever a capacidade resistente total do elemento do que apenas o incremento provocado pela adição do reforço FRP, que foi objeto no Cenário I e a apresentou  $R^2 = 0,882$ . As medidas adotadas na verificação do desempenho das RNA são apresentadas na Tabela 6.4.

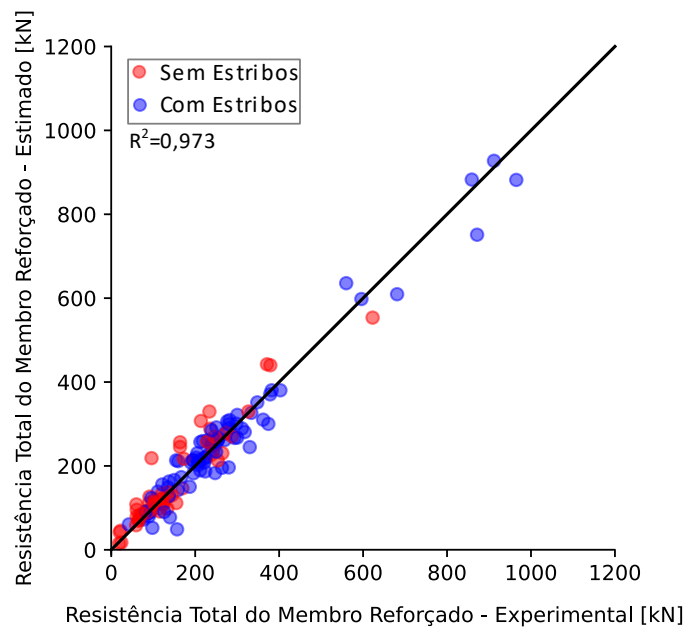


Figura 6.7 – Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA para o Cenário II para os dados de teste.

Parâmetro	RNA
Erro Absoluto Médio (MAE), kN	26,73
Erro Quadrático Médio (MSE), kN <sup>2</sup>	1442,57
Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE), kN	37,98
Coefficiente de determinação (R <sup>2</sup> )	0,973

Tabela 6.4 – Desempenho da RNA proposta no Cenário II para os dados de teste.

Os resultados obtidos de acordo com as recomendações do ACI 440.2R-17 (2017), fib Bulletin 90 (2019), fib Bulletin 14 (2001) e a RNA proposta, em comparação aos resultados experimentais, são apresentados na Figura 6.8 para todo o banco de dados. Assim como no cenário anterior, a RNA apresentou desempenho superior aos modelos das normativas, conforme pode ser visto nas medidas estatísticas empregadas apresentadas na Tabela 6.5.

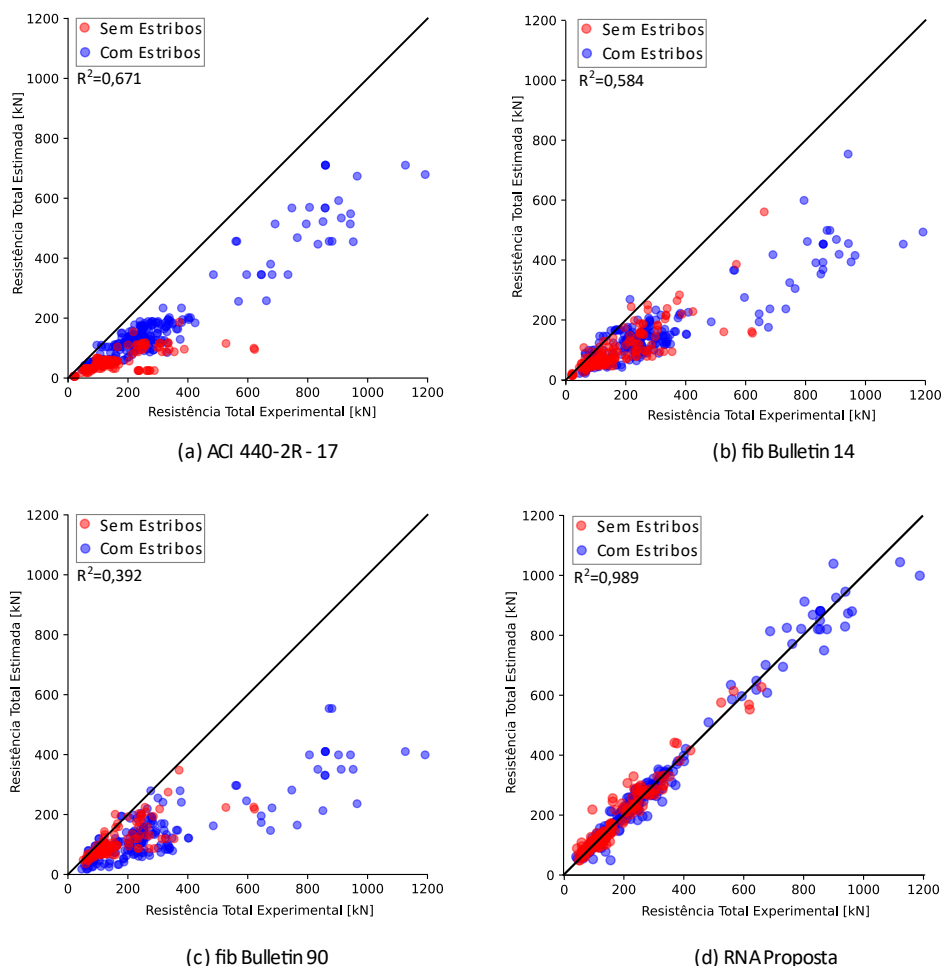


Figura 6.8 - Comparação entre os resultados dos modelos normativos e os obtidos pela RNA no Cenário II ( $V_u$ ) para todos os dados.

Parâmetro	ACI 440.2R-17	fib Bulletin 14	fib Bulletin 90	RNA
Erro Absoluto Médio (MAE)	112,84	110,47	127,16	17,57
Erro Quadrático Médio (MSE)	20818,89	24967,13	36095,02	852,40
Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)	144,29	158,01	189,98	29,19
Coefficiente de determinação ( $R^2$ )	0,671	0,584	0,392	0,988

Tabela 6.5 – Comparação do desempenho das normativas e da RNA proposta para o Cenário II para todos os dados.

Convém mencionar que a estimativa de resistência total para o fib Bulletin 14 e 90 foi obtida considerando que a resistência do membro não reforçado ( $V_c + V_s$ ) foi estimada pelo Eurocode 2 (2002). Nesta norma, a resistência do concreto não é considerada quando há presença de armaduras de cisalhamento, o que reduz a performance dos modelos frente aos resultados experimentais.

O desempenho superior da RNA proposta frente às normas está diretamente relacionado à capacidade de elas aprenderem o padrão intrínseco dos dados e por contemplar uma maior quantidade de parâmetros em suas estimativas. Um exemplo de parâmetro que não é adotado nas normativas é a relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da seção ( $a/d$ ).

Embora os resultados da RNA proposta se apresentem superiores, é importante destacar que as recomendações normativas possuem dispositivos para garantir a segurança de suas previsões. São exemplos desses dispositivos a limitação da tensão dos estribos à de escoamento, de modo a reduzir a abertura excessiva das fissuras de cisalhamento; limitação à máxima força cortante a ser resistida em conjunto pelos estribos e concreto, de modo a evitar o esmagamento da biela comprimida, entre outros. Esses pressupostos tendem a induzir a produção de resultados a favor da segurança, reduzindo as métricas de ajuste de curvas apresentadas.

Finalmente é importante destacar que a estimativa da resistência total do elemento reforçado tende a produzir resultados com melhor aderência às observações experimentais e menor dispersão quando comparados ao do Cenário I ( $V_f$  como variável alvo). Como observado por Oller, Kotynia e Mari (2021), esse fato pode ser explicado pela interação entre os diferentes componentes de resistência ao esforço cortante advindos do concreto, aço das armaduras e reforço FRP.

### 6.6.3 Cenário III – Incremento relativo da resistência, $V_f/V_{unst}$

Neste último cenário foi considerado como variável alvo o incremento relativo de resistência ( $V_f/V_{unst}$ ), obtido pela razão entre o incremento de resistência ( $V_f$ ) do membro reforçado e a resistência do membro sem reforço ( $V_{unst}$ ). Convém destacar que, embora não seja usual nas normas técnicas, essa variável é comumente utilizada em estudos experimentais como um parâmetro para medir a eficiência do reforço FRP, razão pela qual foi incluída nesse trabalho. Por não ser contemplado pelas normas técnicas, não será apresentada a comparação da RNA proposta com estimativas normativas.

Conforme pode ser notado na Figura 6.9, a otimização da arquitetura da RNA para esse caso indicou a utilização de 15 e 9 neurônios para a 1ª e 2ª camadas, respectivamente (RMSE = 0,27). A evolução da RMSE no Cenário III, apresentada na Figura 6.10, indica uma convergência com 160 iterações.

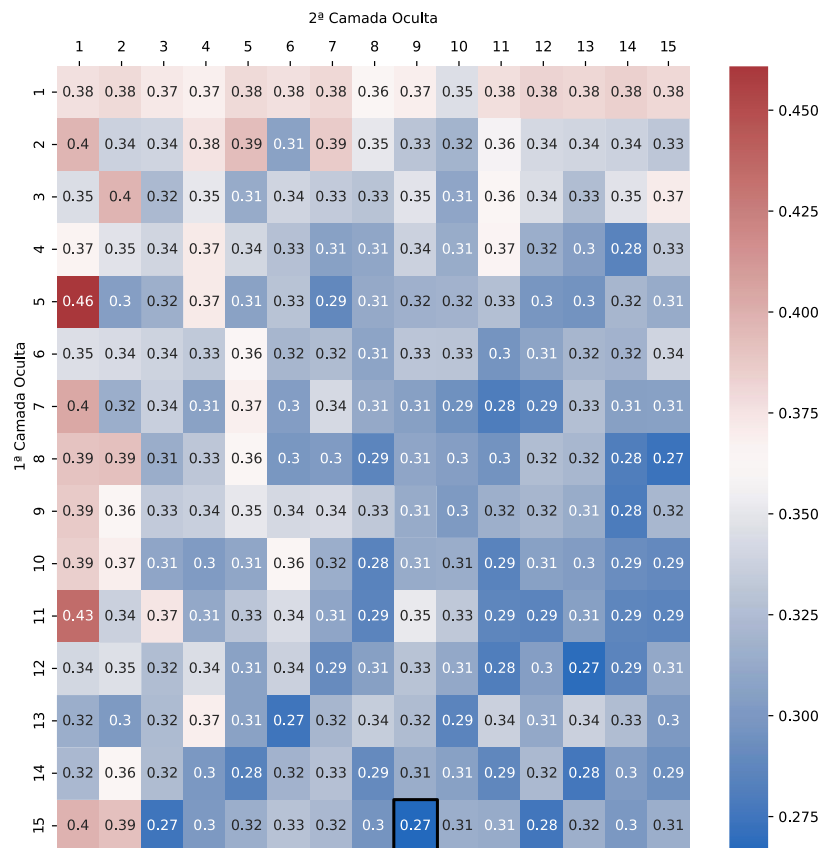


Figura 6.9 - Valores da RMSE em função da quantidade de neurônios da 1ª e 2ª camadas ocultas para o Cenário III.



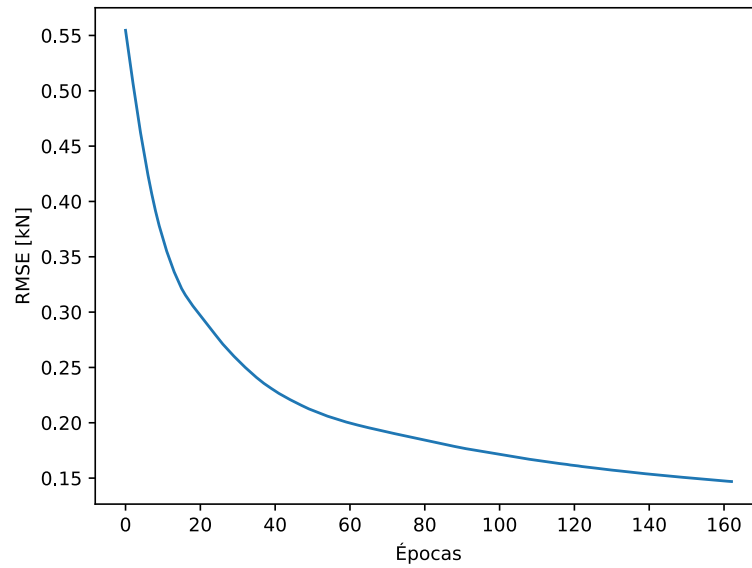


Figura 6.10 – Valores da RMSE durante o treinamento da RNA para o Cenário III.

Diferentemente dos Cenários I e II, foi possível observar nesse cenário, com base na Figura 6.11 que traz a relação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA, comportamentos distintos quanto à predição da variável alvo para elementos com e sem estribos. Por esta é possível notar ainda um maior incremento relativo de resistência nos elementos sem estribos de cisalhamento. Este fato pode estar relacionado à interação entre os estribos e FRP nas vigas reforçadas. A presença do FRP limita a abertura de fissuras de cisalhamento, limitando as deformações e, conseqüentemente, as tensões que podem ser desenvolvidas nos estribos. Essa limitação ao desenvolvimento de tensões nos estribos limita sua contribuição à resistência do elemento.

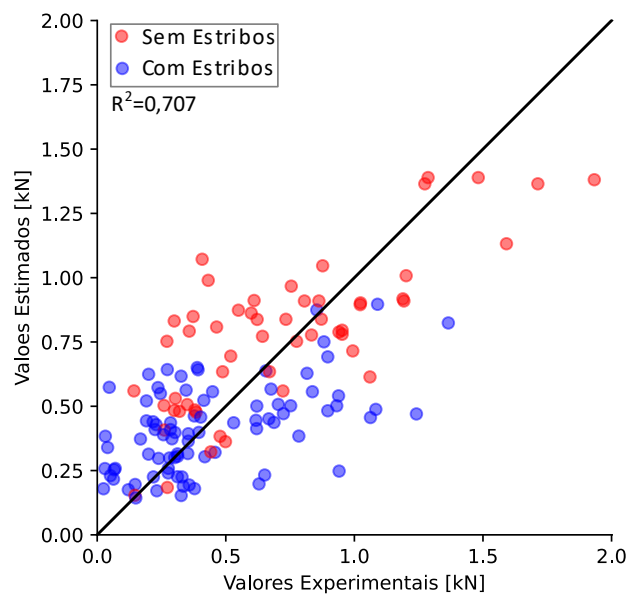


Figura 6.11 – Comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pela RNA no Cenário III para os dados de teste.

Dentre as três abordagens, a consideração do incremento relativo de resistência como variável alvo foi a que apresentou a menor aderência aos resultados experimentais ( $R^2 = 0,707$ ), bem como maior dispersão nos resultados (Figura 6.11). As métricas de desempenho para este cenário são apresentadas na Tabela 6.6.

<b>Parâmetro</b>	<b>RNA</b>
Erro Absoluto Médio (MAE), kN	0,21
Erro Quadrático Médio (MSE), kN <sup>2</sup>	0,07
Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE), kN	0,27
Coefficiente de determinação ( $R^2$ )	0,707

Tabela 6.6 – Desempenho da RNA proposta no Cenário III para os dados de teste.

## 6.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apresentados comprovam a eficiência da utilização de redes neurais artificiais em estimar a capacidade resistente de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento com FRP aderido externamente à superfície.

A metodologia empregada permitiu a obtenção de modelos unificados para vigas com e sem reforço, independentemente do seu tipo (em forma de U, lateral ou por envolvimento completo). Essa modelagem contrasta com os modelos teóricos que possuem tratamentos diferenciados em função do tipo de reforço adotado e presença de estribos.

Buscando avaliar a influência da modelagem do problema na eficiência das estimativas com as RNA, três cenários distintos foram propostos e o desempenho das RNA otimizadas foi observado. Foi possível observar que a escolha da variável alvo exerce influência significativa nos resultados, apresentando desempenho e dispersões diferentes.

A modelagem considerando a resistência total do membro reforçado como variável alvo produz melhores resultados, com coeficiente de determinação  $R^2 = 0,989$ , ao testar a RNA obtida em todos os dados disponíveis. A adoção da resistência devido ao FRP como variável alvo também apresentou performance superior aos modelos normativos, apresentando  $R^2 = 0,952$ , com pequena dispersão. O terceiro cenário, ainda que pouco usual na prática de projeto e com desempenho inferior aos demais ( $R^2 = 0,707$ ), também apresentou resultados satisfatórios e pode ser utilizado na avaliação de eficiência do reforço.

Os resultados mostraram níveis de desempenho equivalentes ou superiores aos obtidos por modelos teóricos tradicionais. Entretanto, mais estudos são necessários, principalmente quanto à engenharia de dados, isto é, escolha dos parâmetros a serem utilizados como variáveis de entrada da rede, tratamento de *outliers* e estudos quanto à capacidade de generalização dos modelos obtidos e à importância dos parâmetros de entrada nos resultados produzidos pelas RNA (análise de sensibilidade).

Convém destacar que o reforço de estruturas com FRP tem na sua aplicação em obras de arte especiais, como pontes e viadutos, elevada importância. A intervenção para os reparos nessas estruturas pode acarretar prejuízos econômicos, principalmente quando pertencentes a vias importantes de escoamento da produção. É sabido que no Brasil há um volume significativo de pontes e viadutos que necessitam ou necessitarão de reparo em breve devido a uma demanda reprimida de manutenção e intervenções. Assim, o FRP é uma alternativa atrativa devido à facilidade da aplicação, versatilidade e rápida liberação para uso após a intervenção de reforço.

Os resultados apresentados neste trabalho contribuem para uma estimativa mais assertiva da capacidade resistente dos elementos reforçados, resultando em segurança e economia. Ademais, devido aos modelos obtidos serem capazes de representar com baixa dispersão os resultados experimentais presentes na literatura, estes podem ser utilizados na geração de dados sintéticos para auxiliar no desenvolvimento de campanhas experimentais e testes de novos modelos teóricos em lacunas presentes nos bancos de dados. Finalmente, a metodologia e resultados apresentados contribuem para o avanço do estado da arte na aplicação de técnicas de aprendizado de máquina no projeto de reforço de estruturas, uma vez que as modelagens aqui apresentadas compreendem aspectos ainda não apresentados por outros autores.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho se propôs a investigar a capacidade resistente de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento com FRP aderido externamente sob diferentes perspectivas, podendo citar: experimental, numérica, analítica e por meio de aprendizado de máquina.

No capítulo 3 foi apresentado um estudo que apresenta uma metodologia para a estimativa experimental das parcelas de contribuição à resistência ao esforço cortante em vigas reforçadas com FRP. A partir dos resultados experimentais, as contribuições individuais dos estribos, FRP e concreto foi estimada. A influência do tipo de reforço e suas características nas contribuições dos materiais foi apresentada e discutida. Entre os principais destaques estão:

- Vigas reforçadas com FRP em forma de U apresentaram incremento da capacidade resistente inferiores na presença de estribos, comparados aos casos em que estes não estavam presentes;
- O aumento no número de camadas por faixa não produziu aumento de resistência proporcional à quantidade de material utilizado. Vigas com quantidades diferentes apresentaram incremento percentual da capacidade resistente semelhantes;
- Os resultados apontam que uma maior área aderida de FRP ao concreto pode ser mais eficaz do que aumentar a espessura das faixas;
- A utilização de ancoragem adicional pode ser eficaz em aumentar a capacidade resistente em vigas com reforço em forma de U. Entre os tipos estudados, a ancoragem adicional com vergalhões posicionados junto à mesa se mostrou a mais eficiente;
- O reforço por envolvimento completo foi a forma mais eficiente de reforço, em alguns casos, mudando o modo de falha de cisalhamento para flexão;
- No contexto das contribuições, o aumento da eficiência da ancoragem do FRP está diretamente ligado a um maior aumento da capacidade resistente.
- O incremento de resistência é maior quando as deformações no FRP são superiores.

Os resultados apontam que a metodologia apresenta tem potencial em contribuir para um melhor entendimento de como as diferentes fontes de resistência se comportam com a evolução do carregamento. A influência do tipo de reforço e suas características sobre as parcelas de contribuição também foram apresentadas. Os resultados evidenciam que a ancoragem do FRP é essencial para o maior desenvolvimento das deformações e, conseqüentemente, contribuição destes à resistência total do membro. Baseado nos resultados, evidencia-se também que os maiores incrementos de capacidade resistente foram apresentados pelos espécimes que apresentaram maior contribuição conjunta do FRP e estribos, independente se estes últimos escoam ou não. Finalmente, os resultados mostram que quando o reforço em forma de U foi utilizado, o escoamento das armaduras transversais não foi observado, ao contrário do que é considerado na maioria dos modelos teóricos atuais.

Motivado pela observação da possibilidade do não-escoamento das armaduras transversais, no Capítulo 4 foi proposto um modelo teórico capaz de estimar a capacidade resistente de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP em que a ocorrência dos estribos não é mandatória. O desenvolvimento dos modelos partiu daqueles propostos por Marí-Cladera (Cladera et al. 2015; Marí et al. 2015) e por Kotynia (2011), que apresentaram promissores resultados quando avaliados separadamente. No modelo idealizado no presente trabalho, a compatibilidade entre os dois modelos foi proposta com as modificações pertinentes apresentadas. Entre os destaques estão:

- A estimativa das contribuições dos estribos e FRP é feita a partir das deformações experimentadas por estes na interseção da fissura crítica de cisalhamento;
- O modelo proposto permite de desconsiderar a contribuição de porções de FRP quando estas atingem a carga de ocorrência do descolamento;
- É possível contemplar casos em que o escoamento dos estribos não ocorre;
- O modelo proposto apresentou o melhor desempenho nas estimativas de capacidade resistente dos membros reforçados com FRP, comparado à modelos tradicionais na literatura técnico-científica;
- As estimativas para a contribuição do FRP apresentam níveis satisfatórios, superior à maioria dos modelos estudados no presente trabalho;

No Capítulo 5 foi proposta uma metodologia para a simulação computacional de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP via elementos finitos. A metodologia proposta é relevante pois além de reproduzir com aceitável precisão os resultados experimentais, consiste em uma alternativa para estimar a contribuição das parcelas resistentes para resultados experimentais já existentes e explorar os resultados para configurações ainda não estudadas.

Para tanto, modelos numéricos foram concebidos no *software* Diana, considerando diferentes fontes de não-linearidade de comportamento (materiais, interfaces, geometria etc.), bem como o descolamento do FRP. Os modelos foram calibrados e comparados com resultados experimentais, apresentando boa aderência às vigas de referência relativas ao comportamento esforço cortante-deslocamento no meio do vão, deformações nos estribos e FRP, padrão de fissuração, capacidade resistente e previsão do descolamento das faixas de FRP.

Além disso, uma nova estratégia de modelagem do reforço FRP foi proposta através da discretização das faixas, permitindo uma boa relação entre precisão e desempenho computacional. Diante do exposto, o modelo proposto se destaca como uma alternativa viável ao estudo do comportamento de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP, podendo ser utilizado para a estimativa das contribuições à resistência.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentados resultados da utilização de um modelo de aprendizado de máquina, baseado em redes neurais artificiais, para a estimativa da capacidade resistente de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP.

Os resultados mostraram níveis de desempenho superiores aos obtidos por modelos teóricos tradicionais. Entre as características do modelo desenvolvido está a indistinção quanto ao tipo de reforço e presença ou não de estribos, devido a estratégia de modelagem adotada. Além disso, ao propor um modelo unificado para diferentes estratégias de reforço, uma maior quantidade de dados pode ser utilizada em seu treinamento, o que conduz a uma melhor capacidade de previsão.

A influência da escolha da variável alvo foi avaliada através de redes neurais artificiais de arquitetura otimizada. Os resultados indicam que uma maior precisão é obtida ao se

estimar a capacidade total do elemento reforçado. Essa conclusão vai de encontro aos resultados obtidos no Capítulo 4. Entretanto, o modelo de estimativa da contribuição individual do FRP também apresentou resultados satisfatórios, com maior capacidade de previsão do que os modelos analíticos presentes na literatura.

Entretanto, mais estudos são necessários, principalmente quanto à engenharia de dados, isto é, escolha dos parâmetros a serem utilizados como variáveis de entrada da rede, melhor codificação dos parâmetros de classe (discretos, como o tipo de envolvimento, tipo da seção etc.), otimização dos hiper parâmetros e estudos quanto à capacidade de generalização dos modelos obtidos. Além disso, devido a modelos dessa natureza serem considerados *caixas pretas*, um estudo sob a influência dos parâmetros de entrada nos resultados produzidos é de fundamental importância em trabalhos futuros.

## 7.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Baseado nos resultados obtidos no presente trabalho, sugere-se como propostas para trabalhos futuros:

- Estimativa da contribuição dos materiais utilizando um maior número de pontos monitorados experimentalmente: uma das limitações da metodologia proposta está no posicionamento adequado dos sensores para capturar as deformações na região de interseção com a fissura de cisalhamento;
- Realizar uma análise de confiabilidade do modelo analítico proposto no Capítulo 4. Essa proposta permitiria a avaliação da segurança do modelo proposto e proposição de coeficientes de segurança para seu uso em projetos;
- Realizar uma análise numérica semelhante à proposta no Capítulo 5, todavia considerando elementos tridimensionais;
- Utilizar o modelo numérico proposto para preencher lacunas no banco de dados experimentais para as vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP;
- Estimar a contribuição individual dos materiais para a resistência ao esforço cortante utilizando modelos numéricos;
- Avaliar como a escolha dos parâmetros de entrada influencia na performance dos modelos de aprendizado de máquina baseado em redes neurais artificiais, e qual sua influência sobre os resultados produzidos;

- Aplicar outros métodos de inteligência artificial para a estimativa da resistência de vigas reforçadas ao cisalhamento com FRP;



## REFERÊNCIAS

ABUODEH, O. R., ABALLA, J. A., HAWILEH, R. A., Prediction of shear strength and behavior of RC beams strengthened with externally bonded FRP sheets using machine learning techniques, *Composite Structures*, v. 234, 2020. DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.111698.

ACI COMMITTEE 318, ACI 318M-19: Building Code Requirements for Structural Concrete, Farmington Hills, Estados Unidos da América, 2019.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, ACI 440.2R-2017: Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures, Farmington Hills: ACI, 2017.

ANVARI, A. T., BABANAJAD, S., GANDOMI, A. H., Data-driven prediction models for total shear strength of reinforced concrete beams with fiber reinforced polymers using an Evolutionary Machine Learning Approach, *Engineering Structures*, v. 276, 2023. DOI: 10.1016/j.engstruct.2022.115292.

ARAÚJO, A. S., Reforço ao cisalhamento de vigas “T” de concreto armado com fibra de carbono com dois tipos de ancoragem, Universidade de Brasília (*dissertação de mestrado*), Brasília, 2002.

ARUTRUP, F., JORGENSEN, H. B., HOANG, L. C., The influence of small amounts of shear reinforcement on the shear-transferring mechanisms in RC beams: An analysis based on refined experimental measurements, *Structural Concrete*, v. 24, p. 2844-2861, 2022. DOI: 10.1002/suco.202200193.

AYENSA, A., OLLER, E., BELTRÁN, E., IBARZ, E., MARÍ, A., GARCIA, L., Influence of the flanges width and thickness on the shear strength of reinforced concrete beams with T-shaped cross section, *Engineering Structures*, v. 188, p. 506-518, 2019. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.03.057.

BAIRÁN, J., MARÍ, A., Multiaxial-coupled analysis of RC cross-sections subjected to combined forces, *Engineering Structures*, v. 29, p. 1722-1738, 2007a.

BAIRÁN, J., MARÍ, A., Shear-bending-torsion interaction in structural concrete members: a nonlinear coupled sectional approach, *Architecture Computational Methods Engineering*, v. 14, p. 249-278, 2007b.

CARNEIRO, R. J. F. M., Análise de vigas protendidas de pontes reforçadas à flexão com polímeros estruturados com fibras de carbono submetidas a carregamentos estático e cíclico, Tese (doutorado), Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2006.

CAROLIN, A., TÄLJSTEN, B., Theoretical study of strengthening for increased shear bearing capacity, *Journal of Composites Construction*, v. 9, p. 488-496, 2005. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2005)9:6(488).

CASTRO, E. K., Reforço em vigas T de concreto armado com vários tipos de compósitos colados em entalhes no cobrimento de concreto, Dissertação (mestrado), Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2005.

CHAALLAL, O., BOUSSELHAM, A., Mechanisms of shear resistance of concrete beams strengthened in shear with externally bonded FRP, *Journal of Composites for Construction*, v. 12, n. 5, 2008. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2008)12:5(499).

CHAALLAL, O., NOLLET, M. J., PERRATON, D., Strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded fibre-reinforced-plastic plates: Design guidelines for shear and flexure, *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 25, 692-708, 1998.

CHEN, J. F., TENG, J. G., Shear capacity of FRP-strengthened RC beams: FRP debonding, *Construction and Building Materials*, v. 17, p. 27-41, 2003.

CHEN, J. F., TENG, J. G., Shear capacity of FRP-strengthened RC beams: FRP debonding, *Construction and Building Materials*, v. 17, p. 27-41, 2003. DOI: 10.1016/S0950-0618(02)00091-0.

CHEN, G. M., CHEN, J. F., TENG., J. G., On finite element modelling of RC beams shear-strengthened with FRP, *Construction and Building Materials*, v. 32, p. 13-26, 2010. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2010.11.101.

CHEN, G. M., TENG, J. G., CHEN, J. F., ROSENBOOM, O. A., Interaction between steel stirrups and shear strengthening FRP strips in RC beams, *Journal of Composites for Construction*, v. 14, n. 5, p. 498-509, 2011. DOI: 10.1061/ASCECC.1943-5614.0000120.

CHEN, G. M., TENG, J. G., CHEN, J. F., XIAO, Q. G., Finite element modeling of debonding failures in FRP-strengthened RC beams: A dynamic approach, v. 158, p. 167-183, 2015. DOI: 10.1016/j.compstruc.2015.05.023.

CHOLLET, F., *Deep Learning with Python*, Manning Publications: Shelter Island, Estados Unidos, 2018.

CLADERA, A., MARÍ, A., RIBAS, C., BAIRÁN, OLLER, E., Predicting the shear-flexural strength of slender reinforcement concrete T and I shaped beams. *Engineering Structures*, v. 101, pp. 386-398, 2015. DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.07.025.

CLADERA, A., MARÍ, A., BAIRÁN, J., RIBAS, C., OLLER, E., The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams, *Structural Concrete*, v. 17, n. 6, 2016.

COLOTTI, V., Shear interaction effect between transverse reinforcements in FRP-strengthened RC beams, *Composites: Part B*, v. 45, p. 1222-1233, 2013. DOI: 10.1016/j.compositesb.2012.06.009.

CNR DT200, *CNR DT200 - Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures*, Roma: CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE, 2004.

DAFSTB. Erläuterungen und Beispiele zur DAfStb-Richtlinie "Verstärken von Betonbauteilen mit geklebter Bewehrung" (DAfStb-Heft, 595). Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2013.

LI, A., DIAGANA, C., DELMAS, Y., CFRP contribution to shear capacity of strengthened RC beams, *Engineering Structures*, v. 23, n. 10, pp. 1212-1220, 2001. DOI: 10.1016/S0141-0296(01)00035-9.

DIANA FEA BV, *DIANA Finite Element Analysis: User's Manual for Diana 10.5*, Delft: DIANA FEA BV, 2021. Disponível em: <https://manuals.dianafea.com/>. Acesso em novembro de 2023.

ESFANDIARI, M. J., BONDARABADI, H. R., SHEIKHOLAREFIN, S., MANSHADI, S. H. D., Numerical investigation of parameters influencing debonding of FRP sheets in shear-strengthened beams, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, p. 246-266, 2016.

ESLAMI, A., MOGHAVEM, A., SHAYEGH, H. R., et al., Effect of FRP stitching anchors on ductile performance of shear-deficient RC beams retrofitted using FRP U-wraps, *Structures*, v. 23, p. 407-414, 2020.

EUROCODE 2. Design of concrete structures - Part 1-1: *General rules and rules for buildings*. Brussels: European Committee for Standardization, 2004.

FERREIRA, D., OLLER, E. Numerical Analysis of Shear Critical RC Beams Strengthened in Shear with FRP Sheets, *Journal of Composites for Construction*, v. 17, 2013.

FIB BULLETIN 14, fib Bulletin 14 - *Externally Bonded FRP Reinforcement for RC Structures*, Lausanne: International Federation for Structural Concrete (fib), 2001.

FIB BULLETIN 90, fib Bulletin 90 - *Externally Applied FRP reinforcement for concrete structures*, Lausanne: International Federation for Structural Concrete (fib), 2019.

FIB MODEL CODE 2010, *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Lausanne: International Federation for Structural Concrete (fib), 2013.

GODAT, A., LABOSSIÈRE, P., NEALE, K. W., Numerical modelling of shear crack angles in FRP shear-strengthened reinforced concrete beams, *Australian Journal of Structural Engineering*, v. 11, p. 87-101, 2010.

GODAT, A., LABOSSIÈRE, P., NEALE, K. W., CHAALLAL, O., Behavior of RC members strengthened in shear with EB FRP: Assessment of models and FE simulation approaches, *Computers and Structures*, v. 92-93, p. 269-282, 2012. DOI: 10.1016/j.compstruc.2011.10.018.

HENDRICKS, M. A. N., ROOSEN, M. A., Guidelines for Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures, *Rijkswaterstaat Centre for Infrastructure*, Report RDT: 1016-1:2022, 2022.

HORDIJK, D. A., Local approach to Fatigue of Concrete, (tese de doutorado), Delft University of Technology, 1991.

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. JSCE Guidelines for Concrete, No. 23 - Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforcing Materials. Tokyo: JSCE, 1997.

KACHLAKEV, D., McCURRY, D. D., Behavior of full-scale reinforced concrete beams retrofitted for shear and flexural with FRP laminates, *Composites: Part B*, v. 31, p. 445-452, 2000.

KAR, S., BISWAL, K. C., FRP shear contribution prediction for U-wrapped RC T-beams using a soft computing tool, *Structures*, v. 27, p. 1093-1104, 2020. DOI: 10.1016/j.istruc.2020.06.023.

KHALIFA, A., GOLD, W. J., NANNI, A., AZIZ, A. M. I., Contribution of externally bonded FRP to the shear capacity of RC flexural members, *Journal of Composites for Construction*, v. 2, n. 4, p.195-202, 1998.

KHALIFA, A., NANNI, A., Rehabilitation of rectangular simply supported RC beams with shear deficiencies using CFRP composites, *Construction and Building Materials*, v.

16, p. 135-146, 2002.

KERAS, Keras: the Python deep learning API. Disponível em <https://keras.io/api>. Acesso em novembro de 2023.

KINGMA, D. P.; BA, J., Adam: a method for stochastic optimization, *3rd International Conference for Learning Representations*, San Diego, 2015.

KOTYNIA, R., BAKY, H. A., NEALE, K. W., EBEAD, U. A., Flexural strengthening of RC beams with externally bonded CFRP systems: Test results and 3D nonlinear FE analysis, *Journal of Composites for Construction*, v. 12, n. 2, 2008. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2008)12:2(190).

KOTYNIA, R. Wzmacnianie żelbetowych belek na ścinanie za pomocą kompozytów polimerowych. Łódź: Politechnika Łódzka, 2011.

LIMA, A. B., Reforço à Flexão de Vigas “T” de concreto armado através da inserção de compósitos de FRP no cobrimento de concreto, Dissertação (Mestrado), Universidade de Brasília, Brasília-DF, Brasil, 2004.

LU, X. Z., TENG, J. G., YE, L. P., JIANG, J. J., Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete, *Engineering Structures*, v. 27, p. 920-937, 2005a.

LU, X. Z., YE, L. P., TENG, J. G., JIANG, J. J., Meso-scale finite element model for FRP sheets/plates bonded to concrete, *Engineering Structures*, v. 27, p. 564-575, 2005b. DOI: 10.1016/j.engstruct.2004.11.015.

MANOS, G. C., THEOFANOUS, M., KATAKALOS, K., Numerical simulation of the shear behaviour of reinforced concrete rectangular beams specimens with or without FRP-strip shear reinforcement, *Advances in Engineering Software*, v. 67, p. 47-56, 2014.

MARÍ, A., BAIRÁN, J., CLADERA, A., OLLER, E., RIBAS, C., Shear-flexural mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. *Structure*

and *Infrastructure Engineering*, v. 11, n. 11, pp. 1399-1419, 2015. DOI: 10.1080/15732479.2014.964735.

MARÍ, A., BAIRÁN, J. M., CLADERA, A., OLLER, E., Shear Design and Assessment of Reinforced and Prestressed Concrete Beams Based on a Mechanical Model, *Journal of Structural Engineering*, 2016.

MENIN, R. C. G., TRAUTWEIN, L. M., BITTENCOURT, T. N., Smeared crack models for reinforced concrete beams by finite element method, *Ibracon Structures and Materials Journal*, v. 2, n. 2, p. 166-200, 2009.

MOFIDI, A., CHAALLAL, O., Shear strengthening of RC beams with externally bonded FRP composites: Effect of strip-width-to-strip-spacing ratio, *Journal of Composites for Construction*, v. 15, n. 5, pp. 732-742, 2011. DOI: 10.1061/(asce)cc.1943-5614.0000219.

MOFIDI, A., CHAALLAL, O., Tests and Design Provisions for Reinforced Concrete Beams Strengthened in Shear Using FRP Sheets and Strips, *International Journal of Concrete Structures and Materials*, v. 8, p. 117-128, 2014. DOI: 10.1007/s40069-013-0060-1.

MOHAMMADI, A., BARROS, J. A. O., SENA-CRUZ, J., A new model for predicting the shear strength of RC beams strengthened with externally bonded FRP sheets, *Composite Structures*, v. 319, 2023. DOI: 10.1016/j.compstruct.2023.117081.

MONTI, G., LIOTTA, M., Tests and design equations for FRP-strengthening in shear, *Construction and Building Materials*, v. 21, p. 799-809, 2007.

MORADI, E., NADERPOUR, H., KHEYRODDIN, A., An experimental approach for shear strengthening of RC beams using a proposed technique by embedded through-section FRP sheets, *Composite Structures*, v. 238, p. 1-13, 2020.

MOSALLAM, A. S., BANERJEE, S., Shear enhancement of reinforced concrete beams strengthened with FRP composite laminates, *Composites: Part B*, v. 38, p. 781-793, 2007.

NADERPOUR, H., ALAVI, S. A., A proposed model to estimate shear contribution of FRP in strengthened RC beams in terms of Adaptive Neuro-Fuzzy Interface System, *Composite Structures*, v. 170, p. 215-227, 2017.

NASER, M. Z., HAWILEH, R. A., ABDALLA, J., Modeling strategies of finite element simulation of reinforced concrete beams strengthened with FRP: A review, *Journal of Composites Science*, v. 5, n. 19, 2021.

NICÁCIO, W. G., Reforço à punção em lajes lisas de concreto armado com polímeros reforçados com fibra de carbono, Dissertação (mestrado), Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2013.

OLIVEIRA JÚNIOR, F. S., Resistência à flexão de viga “T” de concreto armado reforçadas com colagem externa e inserção de compósitos com fibra de carbono e barras de aço no concreto de cobrimento, Dissertação (mestrado), Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2005.

OLLER, E., FERREIRA, D., MARÍ, A., BAIRÁN, J. M., Numerical analysis of reinforced concrete beams strengthened in shear by externally bonded (EB) fibre reinforced Polymer (FRP) sheets, *Hormigón y Acero*, v. 69, n. 285, p. 113-120, 2018. DOI: 10.1016/j.hya.2017.04.022.

OLLER, E., PUJOL, M., MARÍ, A., Contribution of externally bonded FRP shear reinforcement to the shear strength of RC beams, *Composites: Part B*, v. 164, p. 235-248, 2019. DOI: 10.1016/j.compositesb.2018.11.065.

OLLER, E., KOTYNIA, R., MARÍ, A., Assessment of the existing models to evaluate the shear strength contribution of externally bonded FRP shear reinforcements, *Composite Structures*, v. 264, 2021. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.113641.

PELLEGRINO, C., MODENA, C., Fiber reinforced Polymer shear strengthening of reinforced concrete beams with transverse steel reinforcement, *Journal of Composites for Construction*, v. 6, n. 2, 2002. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2002)6:2(104).



PELLEGRINO, C., MODENA, C., Na experimentally based analytical model for the shear capacity of FRP-strengthened reinforced concrete beams, *Mechanics of Composite Materials*, v. 44, p. 231-244, 2008. DOI: 10.1007/s11029-008-9016-y.

PÉREZ, A. F., Reforço de vigas ao cisalhamento com compósito de fibra de carbono (PRFC), Dissertação (mestrado), Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2016.

PUJOL, M., Refuerzo cortante de estructuras de hormigón armado com laminados de polímeros reforzados com fibras (FRP): verificación experimental (em castelhano), Universitat Politècnica de Catalunya (tese de doutorado), Barcelona, 2018.

PUTTER, A., HENDRIKS, M. A. N., ROTS, J. G., YANG, Y., ENGEN, M., VAN DEN BOS, A. A., Quantification of the resistance modeling uncertainty of 19 alternative 2D nonlinear finite element approaches benchmarked Against 101 experiments on reinforced concrete beams, *Structural Concrete*, 2021. DOI: doi.org/10.1002/suco.202100574.

PUTTER, A., Towards a uniform and optimal approach for safe NLFEA of reinforced concrete beams, Delft University of Technology (*Dissertação de Mestrado*), 2020.

QAPO, M.; DIRAR, S.; JEMAA, Y., Finite element parametric study of reinforced concrete beams shear-strengthened with embedded FRP bars, *Composite Structures*, v. 69, n. 285, p. 113-120, 2018.

RAHMAN, J., ARAFIN, P., BILLAH, A.H. M. M., Machine learning models for predicting concrete beams shear strength externally bonded with FRP, *Structures*, v. 53, p. 514-536, 2023. DOI: 10.1016/j.istruc.2023.04.069.

ROJAS, N. R., Análise Computacional de Vigas Reforçadas ao Cisalhamento com Sistemas EB-FRP: Efeitos da Interação Estribos-Fibra, Dissertação (mestrado), Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2017.

ROTS, J. G., Computational modeling of concrete fracture, (*Tese de Doutorado*), Delft University of Technology, 1988.

ROUSAKIS, T. C., SARIDAKI, M., MAVROTHALASSITOU, S. A., HUI, D., Utilization of hybrid approach towards advanced database of concrete beams strengthened in shear with FRP, *Composites Part B*, v. 85, p. 315-335, 2016.

SALLES NETO, M., Comportamento ao cisalhamento de vigas “T” de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono, Universidade de Brasília (*dissertação de mestrado*), Brasília, 2000.

SANDEEP, M. S., TIPRAK, K., KAEWUNRUEN, S., PHEINSUSOM, P., PANSUK, W., Shear strength prediction of reinforced concrete beams using machine learning, *Structures*, v. 47, p. 1196-1211, 2023.

SANTOS, G., S., Aplicação de mantas de polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) como reforço à punção em lajes lisas de concreto armado, Tese (doutorado), Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2013.

SAS, G., TÄLJSTEN, B., BARROS, J., LIMA, J., CAROLIN, A., Are available models reliable for predicting the FRP contribution to the shear resistance of RC beams?, *Journal of Composite Construction*, v. 13, p. 514-534, 2009.

SAYED, A. H., XANG, X., WU, Z., Finite element modeling of the shear capacity of RC beams strengthened with FRP sheets by considering diferente failure modes, *Construction and Building Materials*, v. 59, p. 169-179, 2014.

SHAHBAZPANAHI, S., ALI, A. A. A., KAMGAR, A., FARZADNIA, N., Fracture mechanic modeling of fiber reinforced polymer shear-strengthened reinforced concrete beam, *Composites Part B: Engineering*, v. 68, p. 113-120, 2015.

SILVA, J. R., Reforço híbrido à flexão de vigas T de concreto armado com compósitos de fibras de carbono e fibras de vidro, Tese (doutorado), Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2014.

SILVA FILHO, J. N., Vigas “T” em concreto armado reforçadas ao cisalhamento com compósito de fibra de carbono, Universidade de Brasília (*dissertação de mestrado*), Brasília, 2001.

SPINELLA, N., Modeling of shear behavior of reinforced concrete beams strengthened with FRP, *Composite Structures*, v. 215, p. 351-364, 2019.

TÄLJSTEN, B., Strengthening concrete beams for shear with CFRP sheets, *Construction and Building Materials*, v. 17, p. 15-26, 2003.

THORENFELDT, E., TOMASZEWICZ, A., JENSEN, J. J., Mechanical Properties of high-strength concrete and applications in design, *Proc. Symp. Utilization of High-Strength Concrete*, Noruega, 1987.

TRIANAFILLOU, T., Shear strengthening of reinforced concrete beams using epoxy-bonded FRP composites, *ACI Structural Journal*, v. 95, n. 2, 1998.

VECCHIO, F. J., COLLINS, M. P., The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *ACI Journal*, v. 83, n. 22, p. 219-231, 1986.

VECCHIO, F. J., COLLINS, M. P., Compression response of cracked reinforced concrete, *Journal of Structural Engineering*, v. 119, n. 12, p. 3590-3610, 1993.

YOU, Y. M., AYOUB, A., BELARBI, A., Three-dimensional nonlinear finite-element analysis of prestressed concrete beams strengthened in shear with FRP composites, *Journal of Composites for Construction*, v. 15, n. 6, p. 896-907, 2011. DOI: 10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000226.

WIGHT, J. K., Reinforced Concrete: Mechanics and Design, 7ed, Pearson: New Jersey, 2016

## APÊNDICE A – Diagramas de contribuição ao esforço cortante para as vigas estudadas

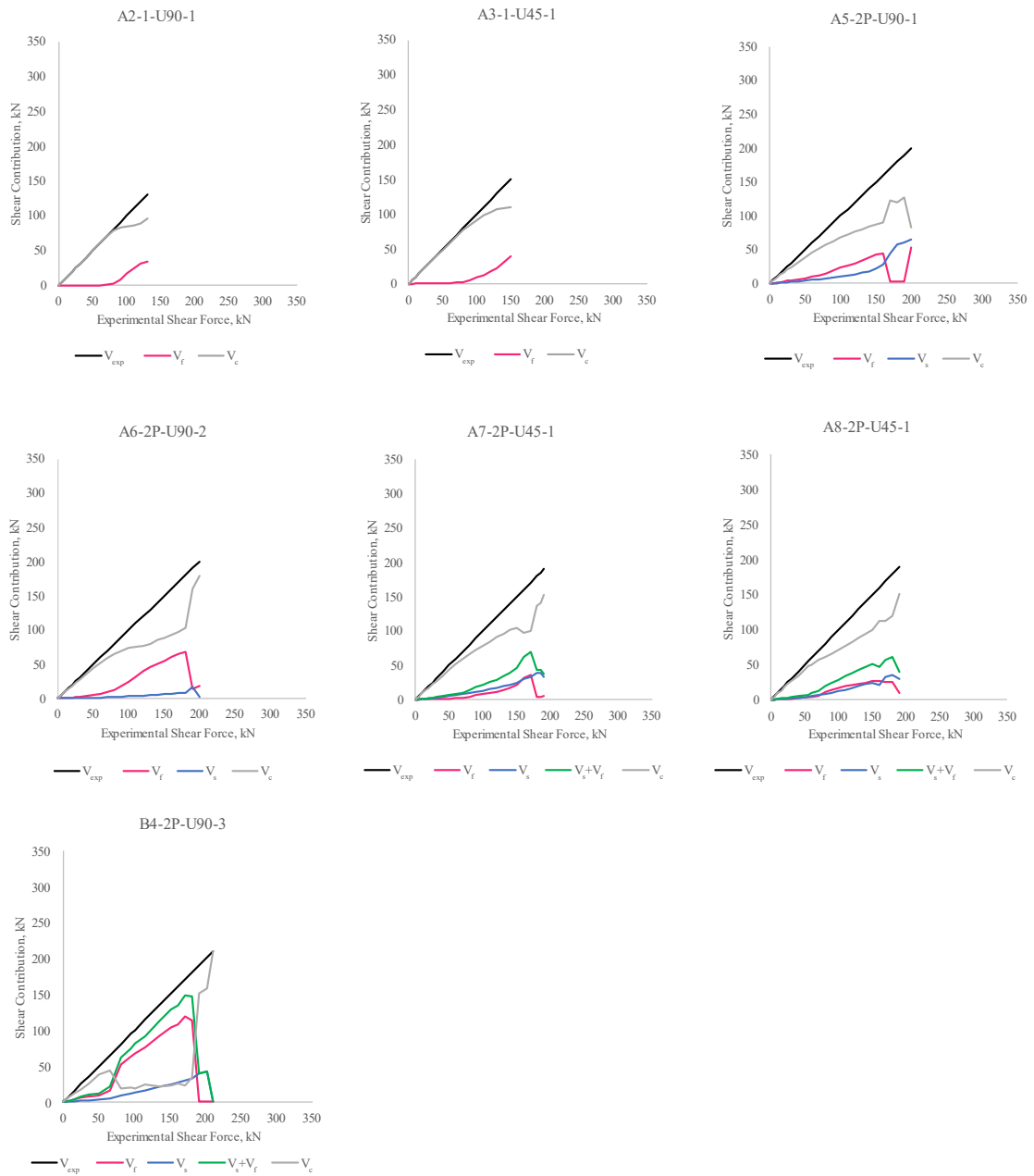


Figura A.1 – Evolução das contribuições ao esforço cortante – Vigas com reforço em forma de U.

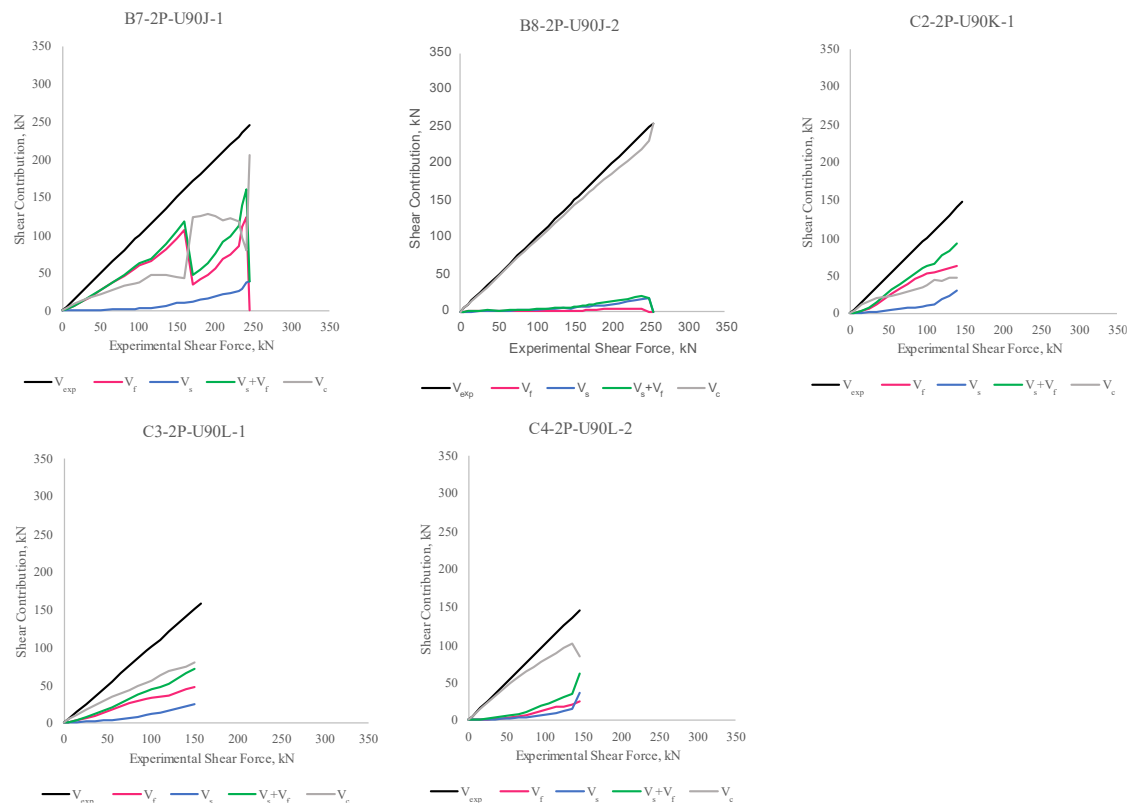


Figura A.2 – Evolução das contribuições ao esforço cortante – Vigas com reforço em forma de U com ancoragem adicional.

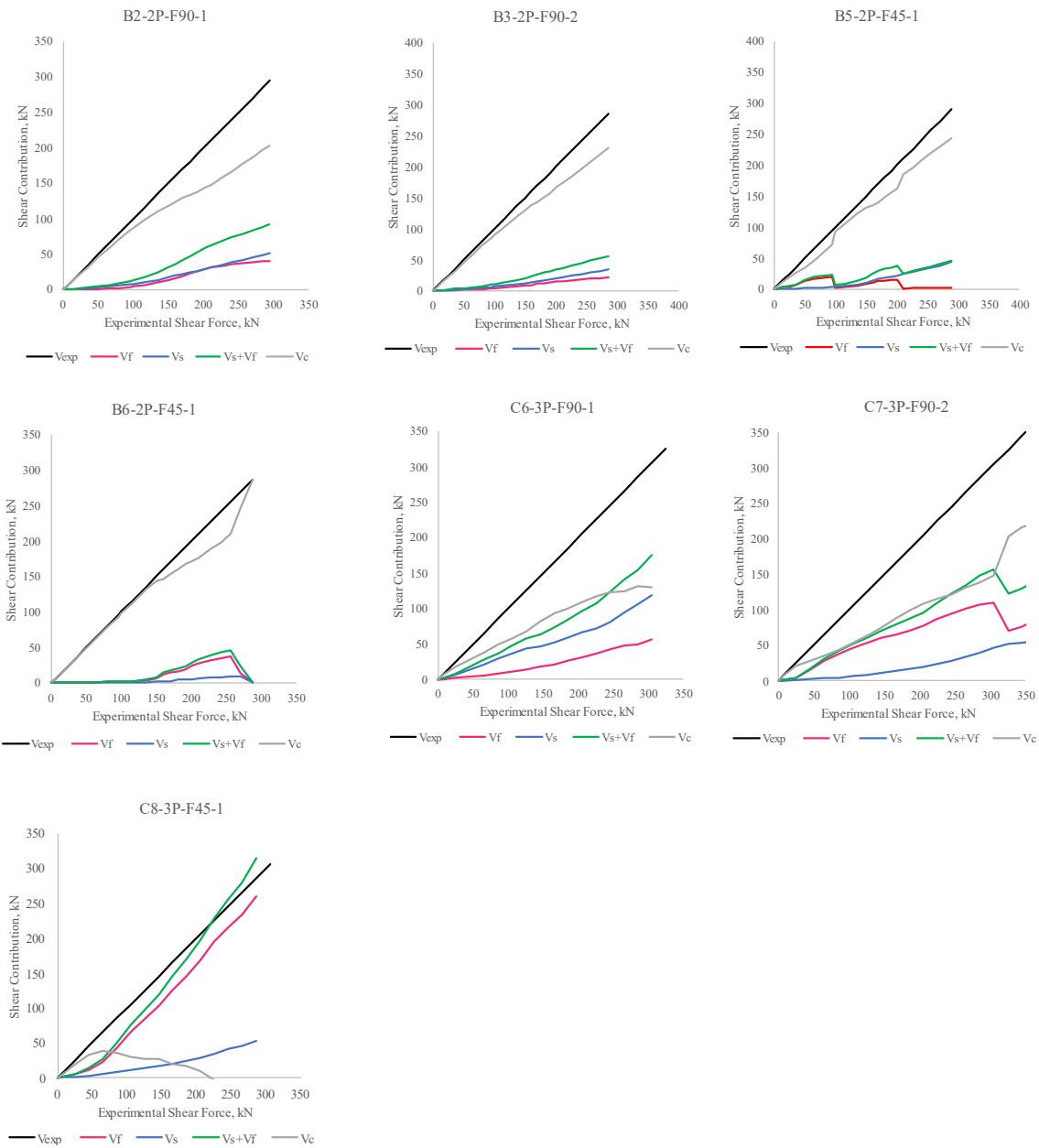


Figura A.3 – Evolução das contribuições ao esforço cortante – Vigas com reforço por envolvimento completo.

## APÊNDICE B – Outros resultados do estudo numérico

Nesta seção são apresentados resultados adicionais para o estudo numérico apresentado no Capítulo 5. Estes são resultado das simulações para exemplares de vigas reforçadas com envolvimento completo, sendo estas as vigas C7-3P-F90-2 e B3-2P-F90-2, que nos ensaios falharam por cisalhamento com ruptura do reforço FRP e por flexão, respectivamente.

Ressalta-se que na modelagem das vigas apresentadas nesta seção, o FRP foi considerado perfeitamente aderido ao concreto na região da mesa da viga, em virtude do preenchimento das aberturas realizadas para a passagem do FRP. Na região da alma, a interface FRP-concreto foi considerada como apresentada no Capítulo 5. A estimativa das propriedades dos materiais e estratégias de modelagem foram semelhantes às apresentadas no Capítulo 5. A Figura B.1 apresenta o comportamento esforço cortante *versus* deslocamento e padrão de fissuração no concreto para a viga C7-3P-F90-2.

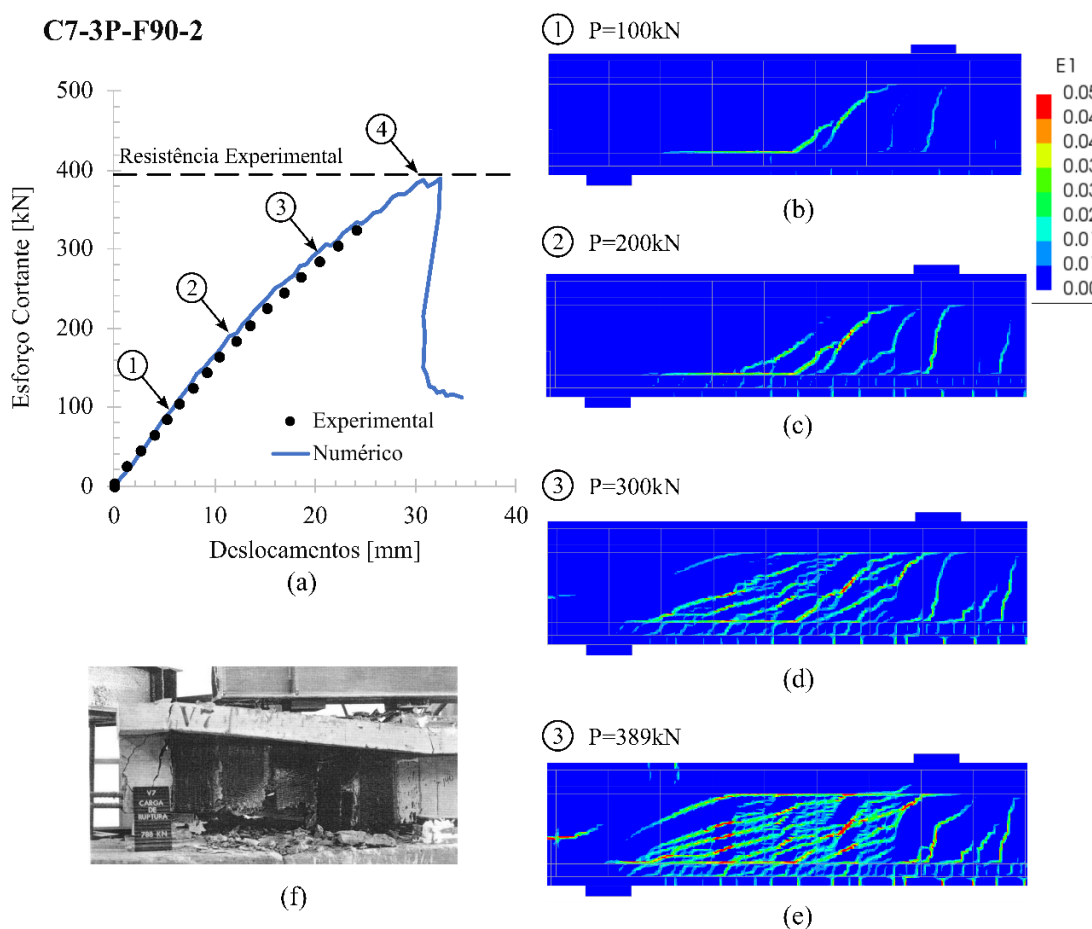


Figura B.1 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente e padrão de fissuração para a viga C7-3P-F90-2.

Na Figura B.2, apresenta-se as tensões normais, na direção das fibras, para o reforço FRP para a viga C7-3P-F90-2. É possível observar a evolução das tensões em um padrão semelhante ao das fissurações, bem como o elevado nível de tensões na segunda e terceira faixa de FRP, indicando a ruptura do reforço próximo ao centro geométrico das armaduras longitudinais.

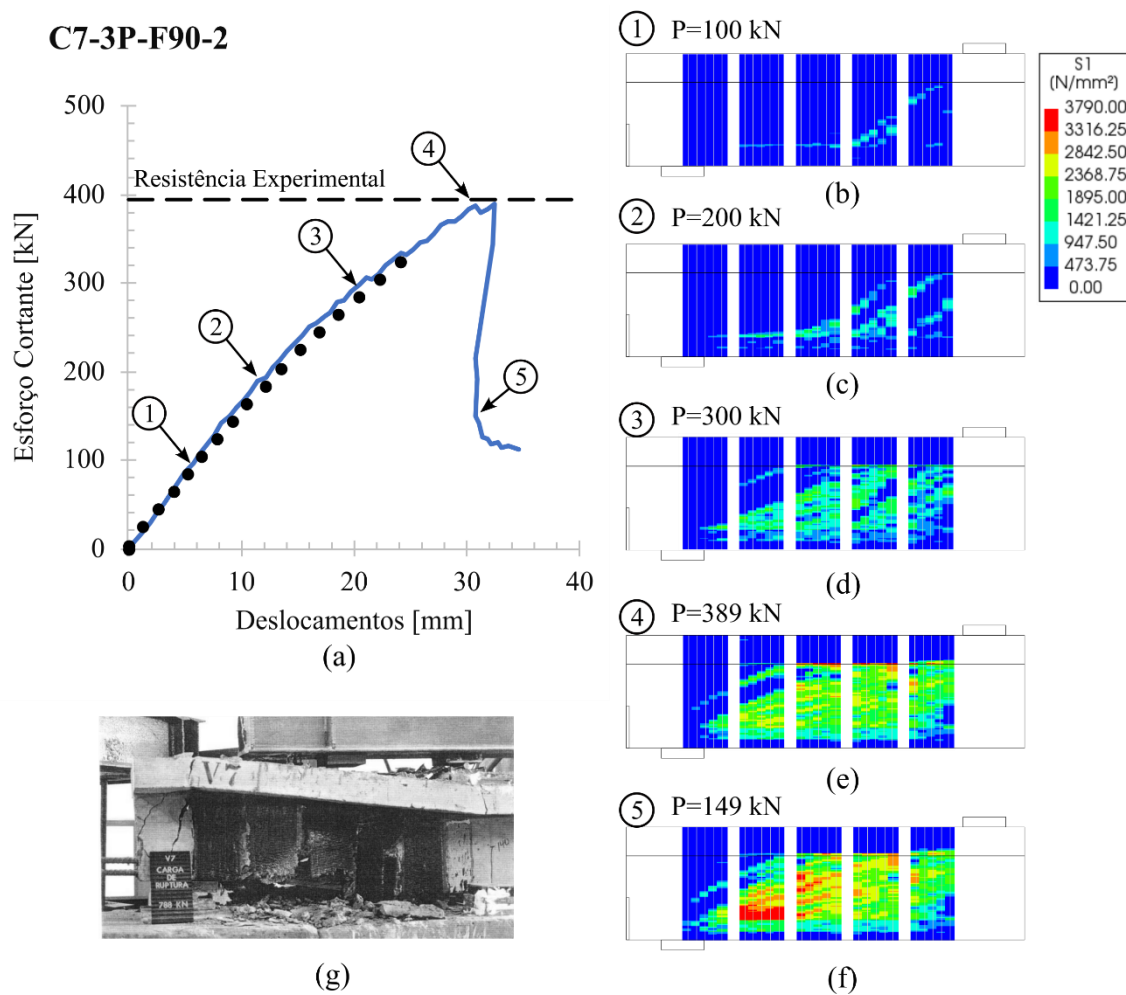


Figura B.2 – Tensões na direção das fibras no FRP para a viga C7-3P-F90-2.

As tensões de aderência entre as armaduras longitudinais e o concreto para a viga em questão são apresentadas na Figura B.3.



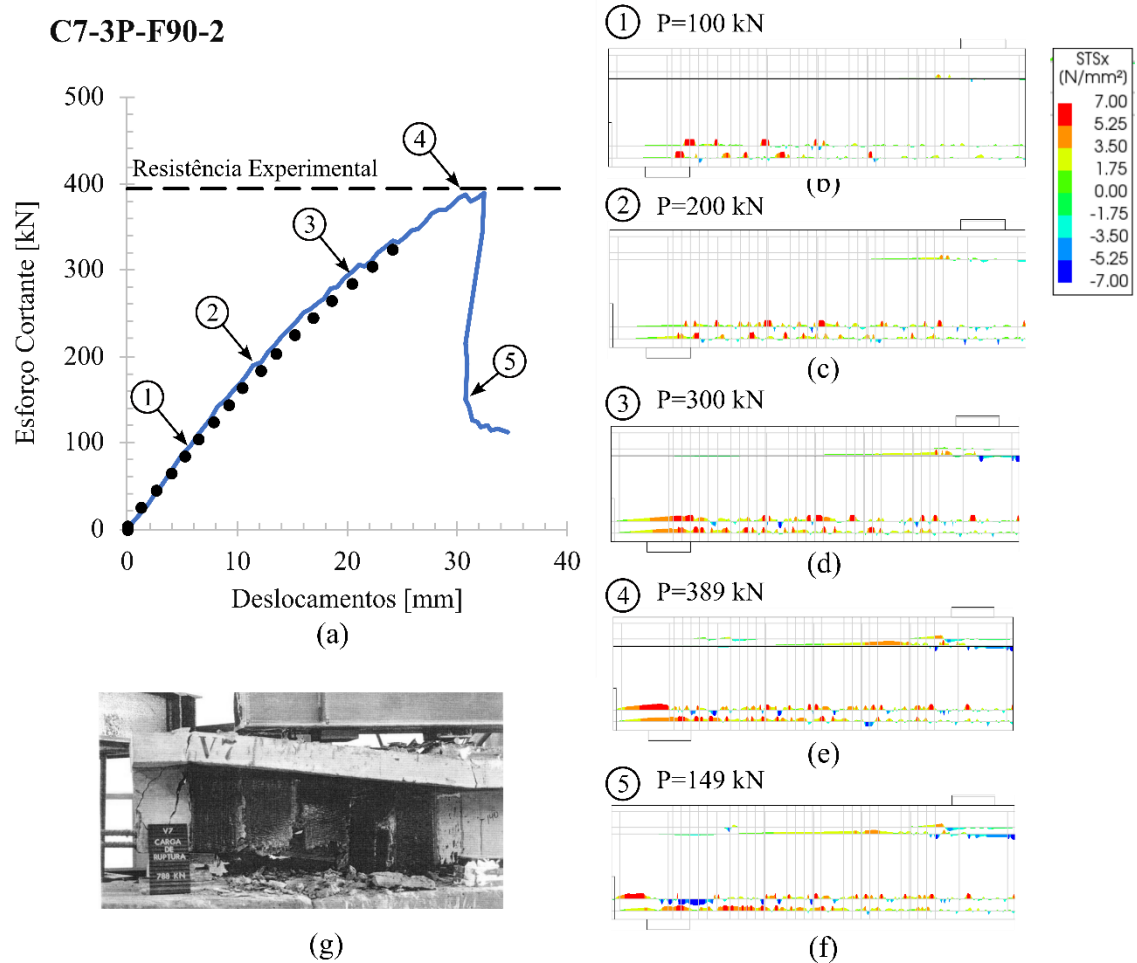


Figura B.3 – Tensões de aderência entre armaduras longitudinais e concreto para a viga C7-3P-F90-2.

A viga B3-2P-F90-2, que apresentou falha por flexão, tem seus resultados apresentados na Figura B4. Esta apresentou um comportamento dúctil, caracterizado por um aumento expressivo de deslocamentos no meio do vão sem incrementos significativos de resistência após um esforço cortante de 278 kN.

As fissuras inclinadas no vão de cisalhamento também apresentam um padrão semelhante ao idealizado pelos modelos de treliça, com espaçamento uniforme e inclinação aproximadamente constante. Ressalta-se que tanto na campanha experimental, quanto no modelo numérico, não foram observados esmagamento no concreto comprimido na mesa. Todavia, as tensões de escoamento foram alcançadas nas armaduras longitudinais.

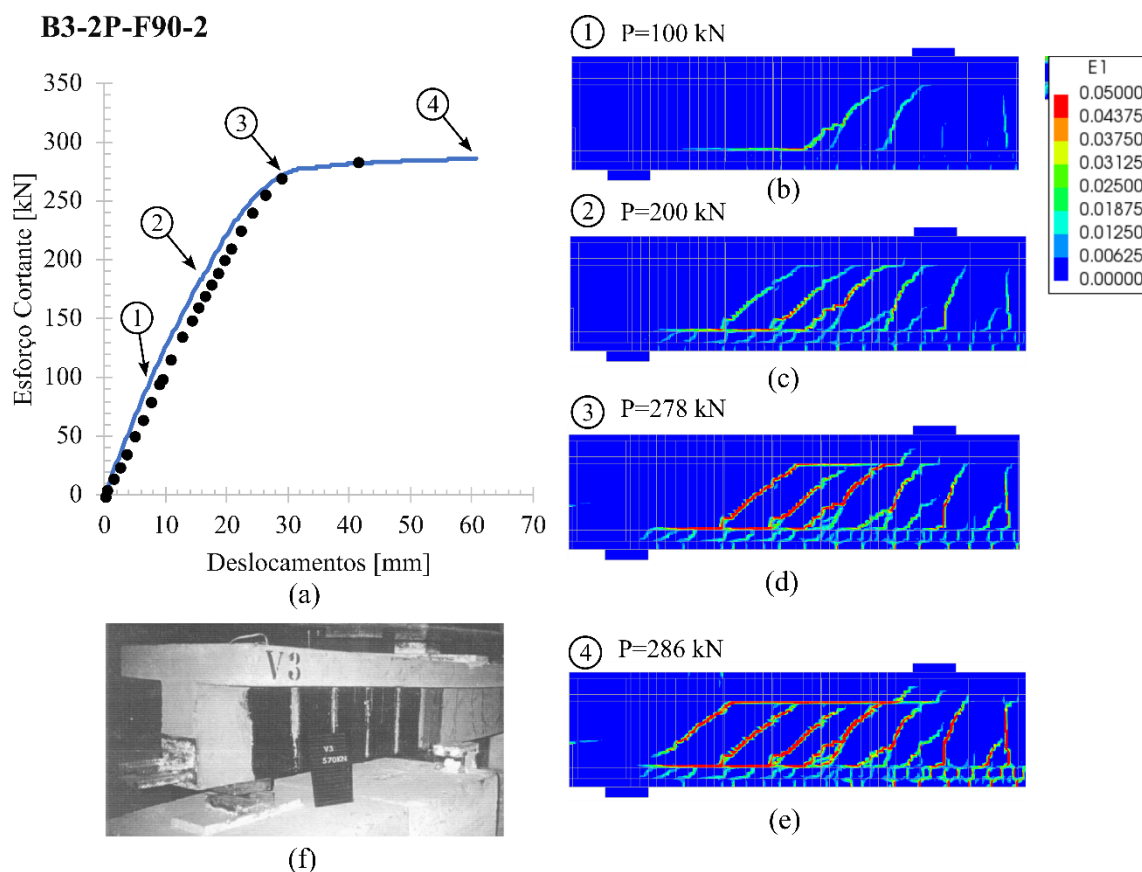


Figura B.4 – Esforço cortante e deslocamento no meio do vão obtidos numericamente, e padrão de fissuração para a viga B3-2P-F90-2.

Na Figura B.5 são apresentadas as tensões no FRP para a viga B3-2P-F90-2. O nível de tensões observadas é consideravelmente inferior às da viga C7-3P-F90-2, que difere desta apenas quanto à taxa de armadura longitudinal e, conseqüentemente, modo de falha. As tensões apresentadas na Figura B.5 apresentam-se em uma escala equivalente à 50% da tensão de ruptura do FRP, para fins de melhor visualização.

As tensões de aderência entre concreto e armaduras longitudinais para a viga B3-2P-F90-2 são apresentadas na Figura B.6.

Os resultados numéricos apresentados nesta seção confirmam a eficiência da estratégia em aproximar também o comportamento de vigas reforçadas por envolvimento completo. Fato este evidenciado pela boa aderência ao comportamento observado experimentalmente, tanto em termos de rigidez, estimativa do esforço cortante resistente máximo, e padrão de fissuração.

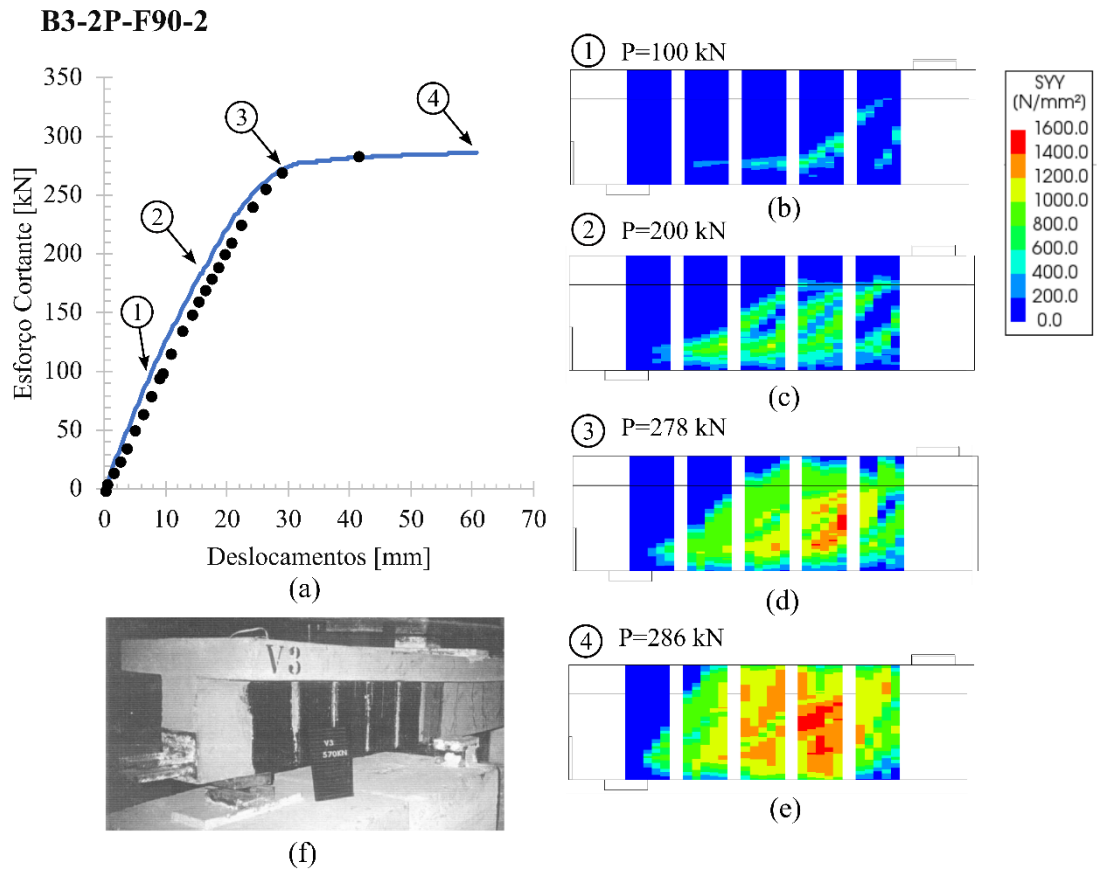


Figura B.5 – Tensões na direção das fibras no FRP para a viga B3-2P-F90-2.

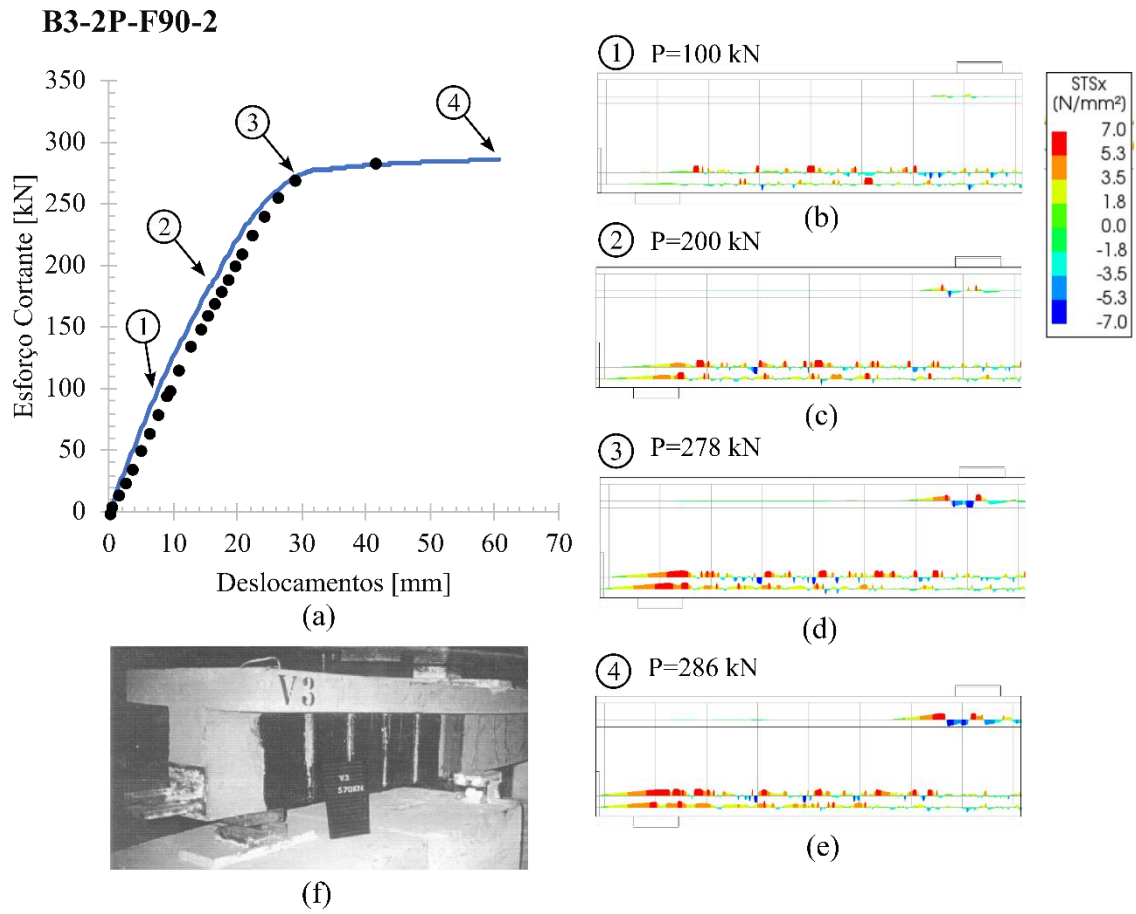


Figura B.6 – Tensões de aderência entre armaduras longitudinais e concreto para a viga B3-2P-F90-2.

## APÊNDICE C – Distribuição e correlação entre as variáveis do banco de dados

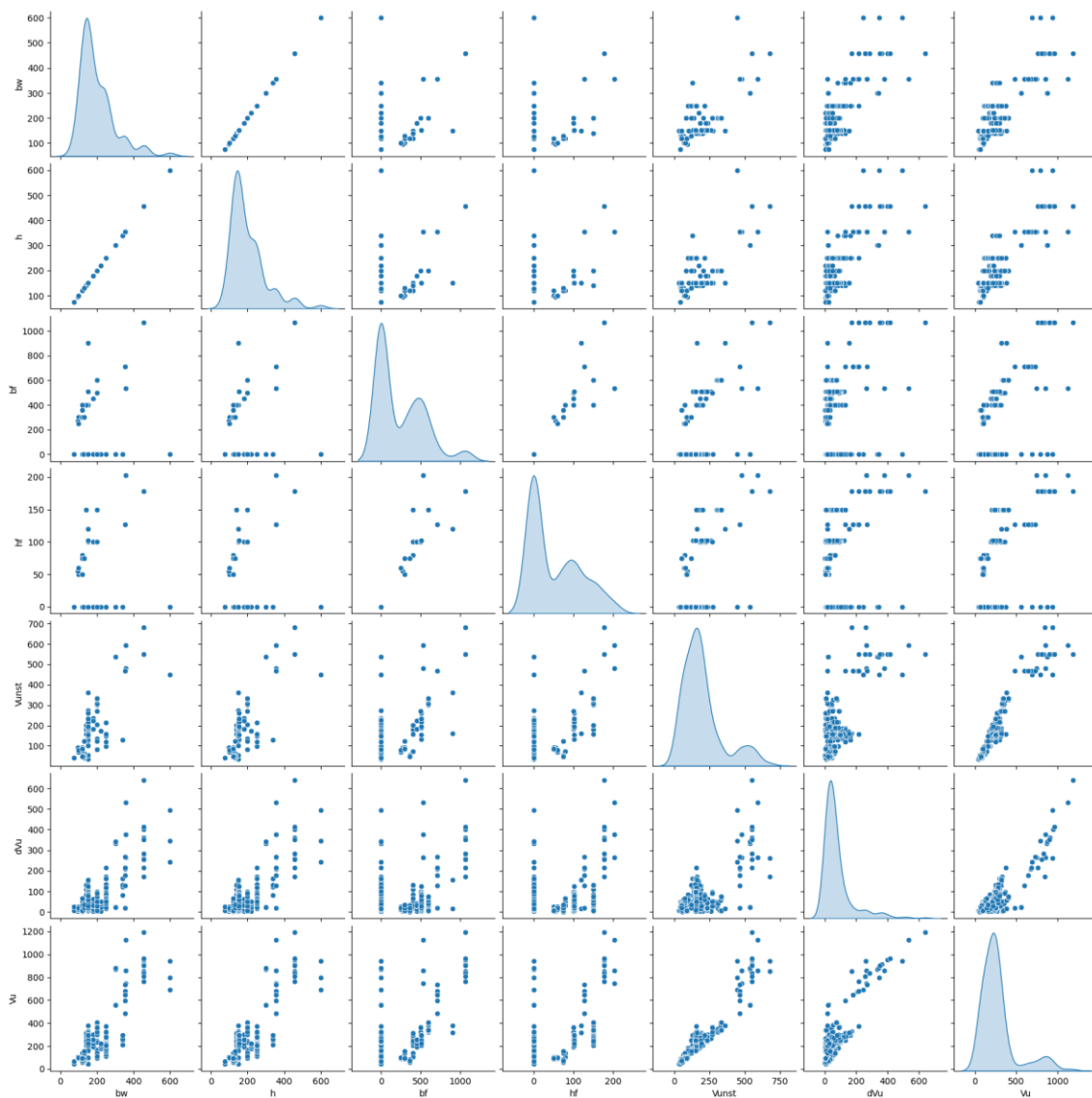


Figura C.1 – Distribuição e correlação entre as variáveis do banco de dados (Parte I).

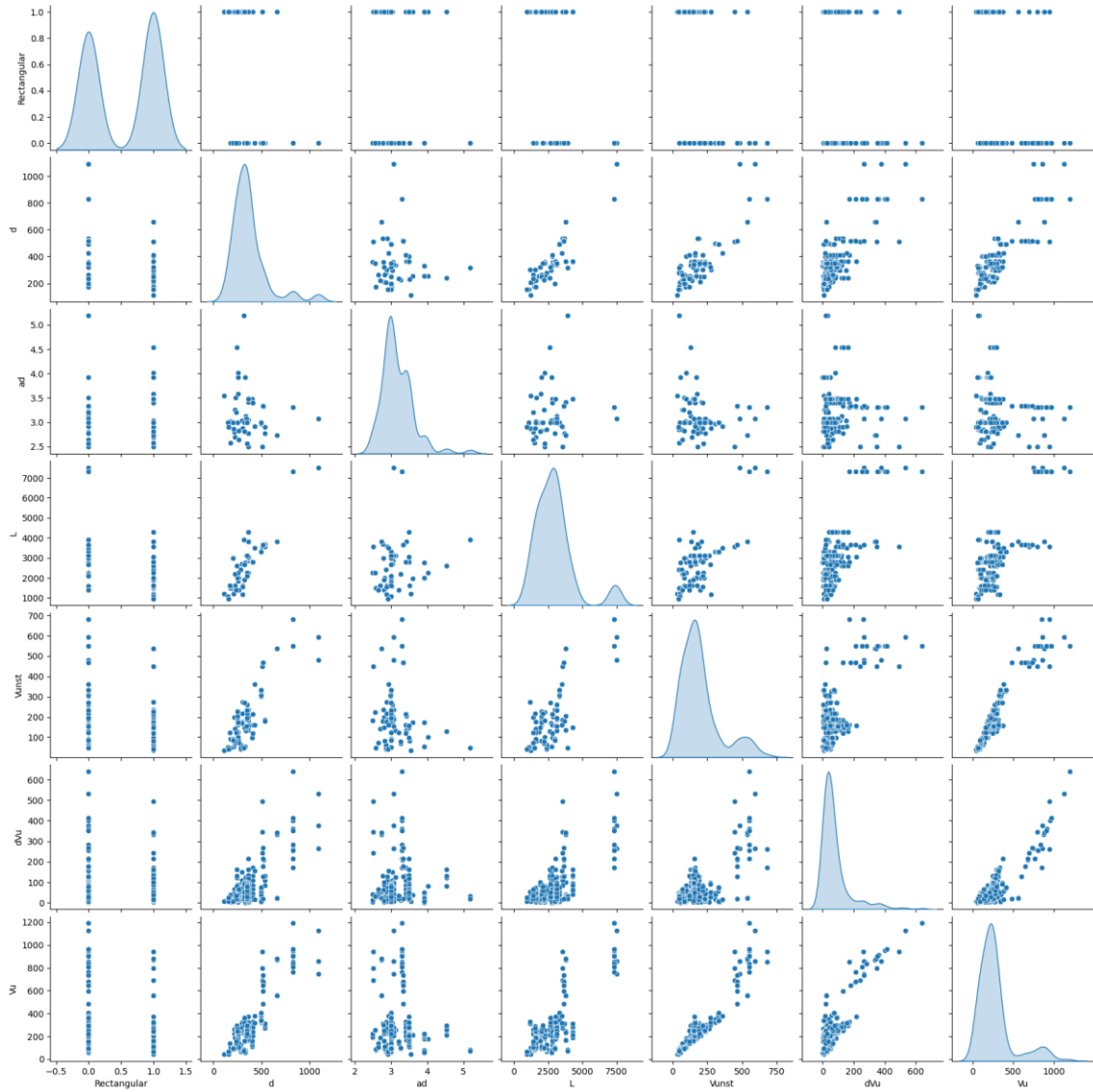


Figura C.2 – Distribuição e correlação entre as variáveis do banco de dados (Parte II).

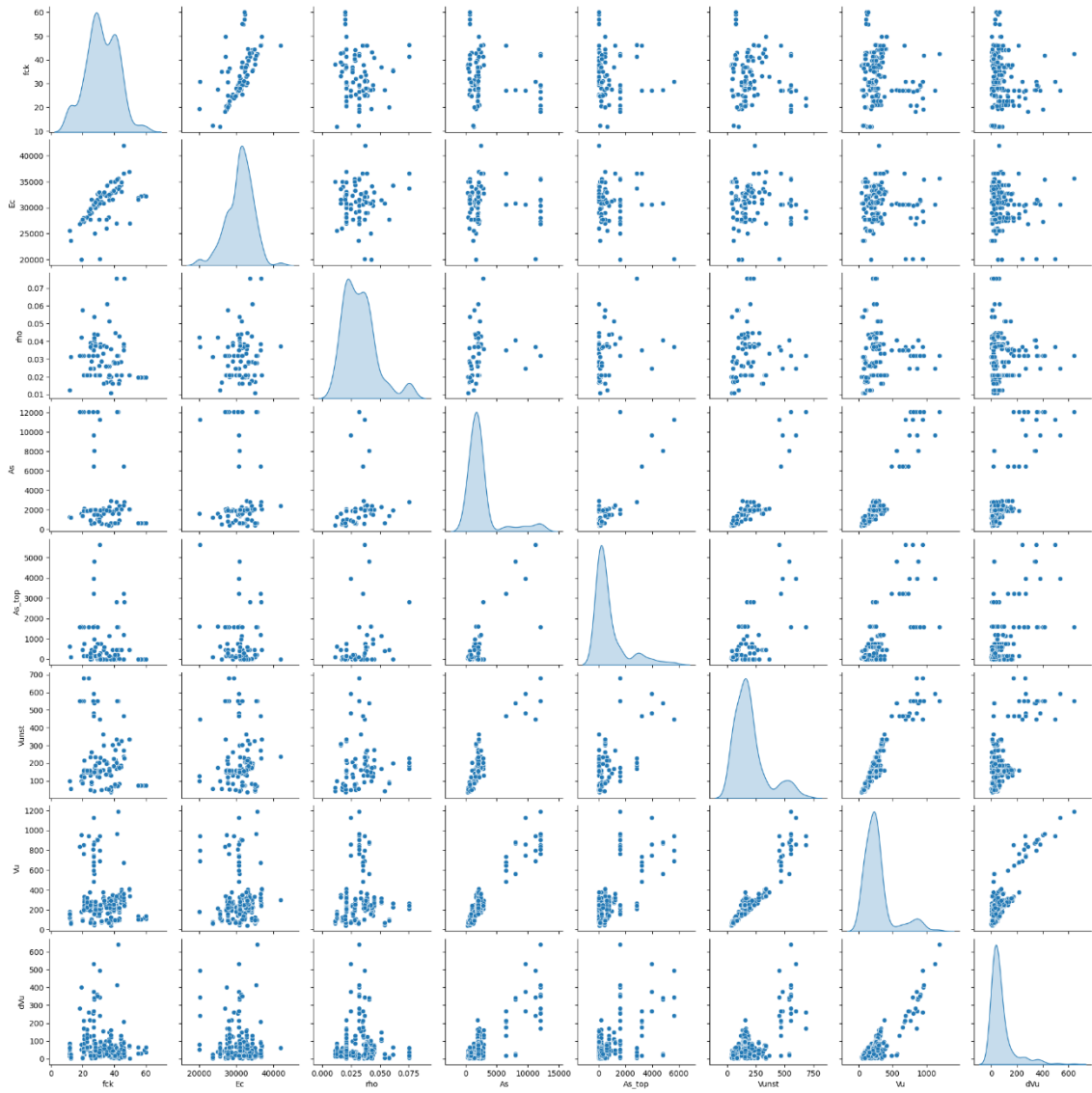


Figura C.3 – Distribuição e correlação entre as variáveis do banco de dados (Parte III).

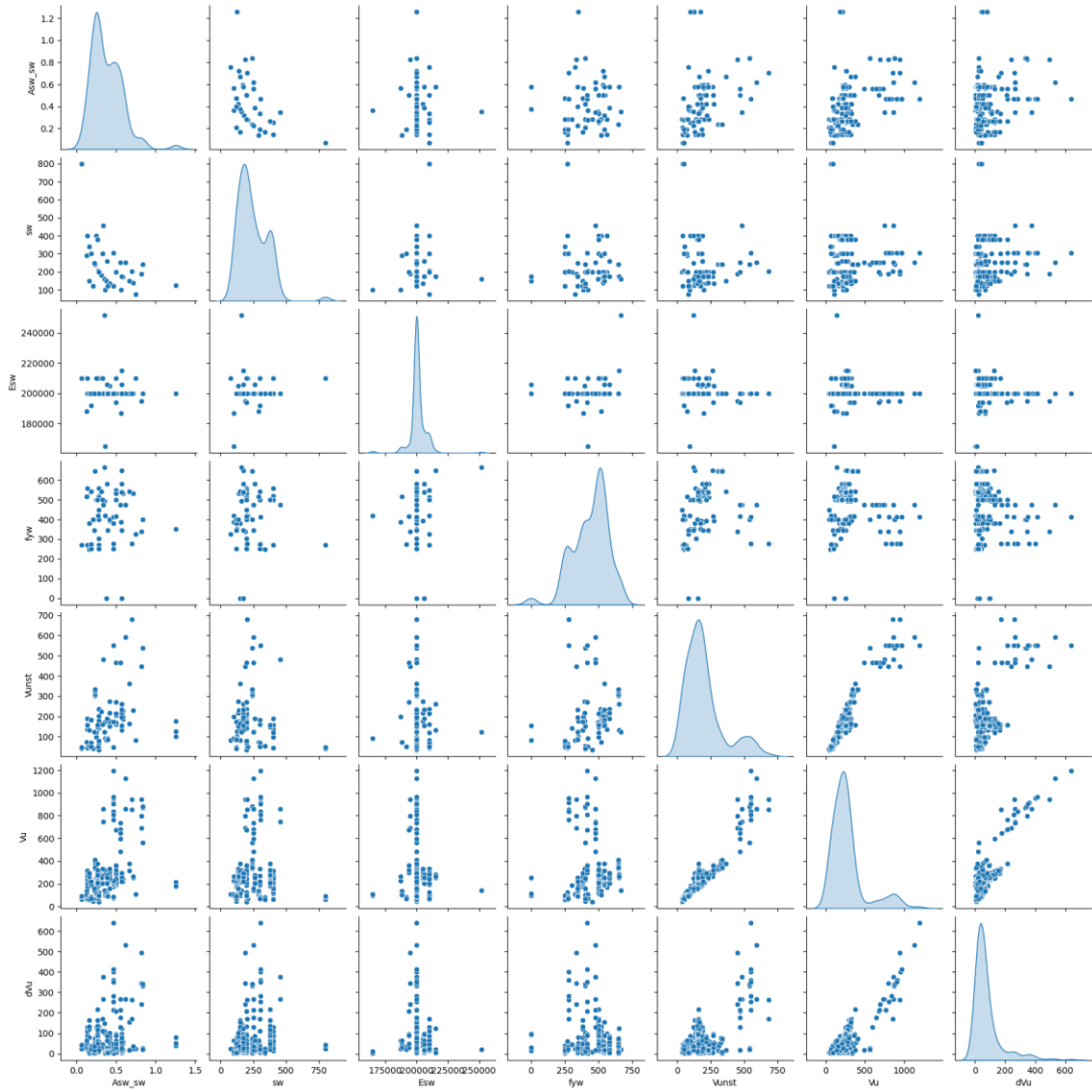


Figura C.4 – Distribuição e correlação entre as variáveis do banco de dados (Parte IV).



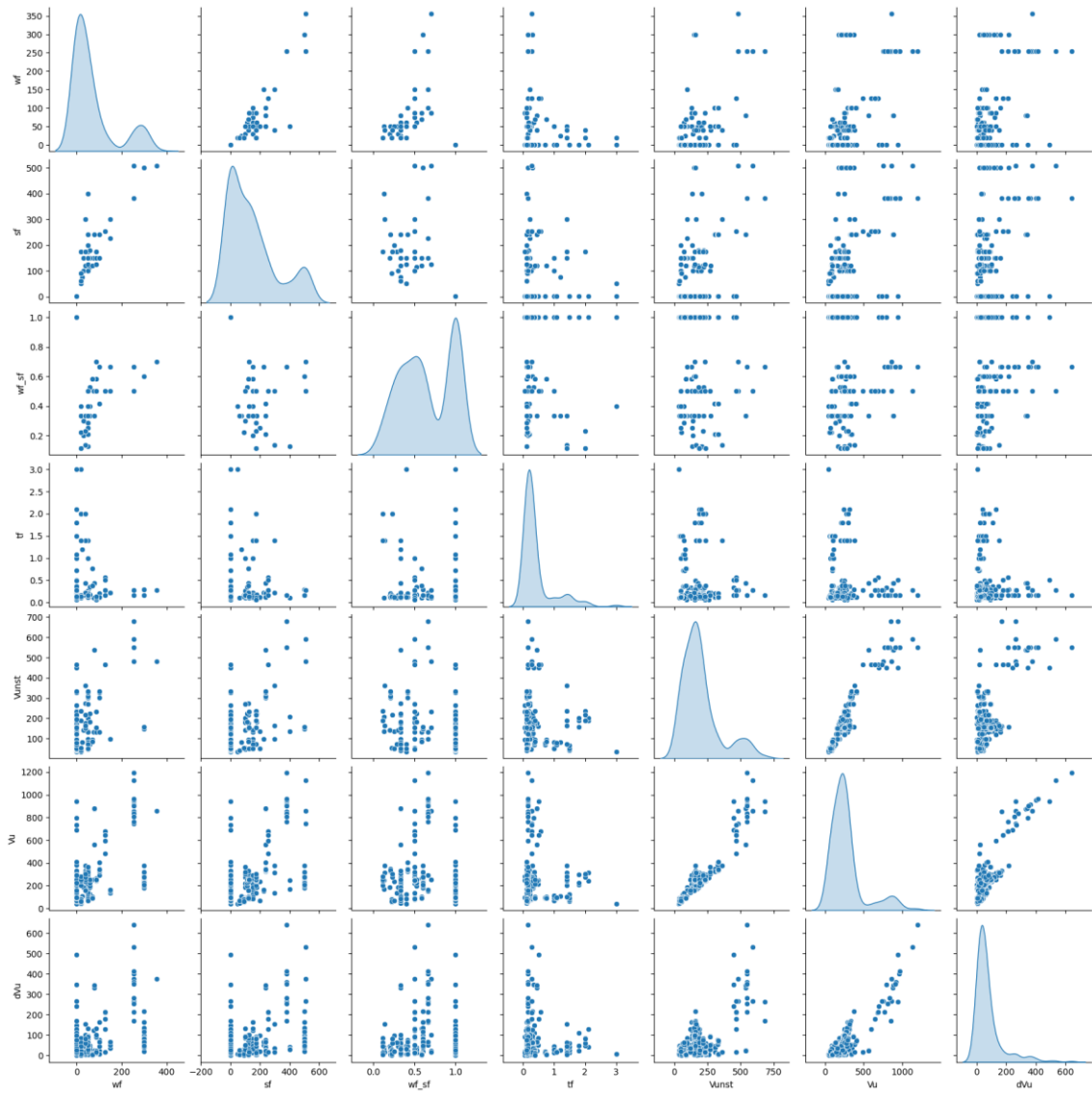


Figura C.5 – Distribuição e correlação entre as variáveis do banco de dados (Parte V).