



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA

**MÉTODO HÍBRIDO LATTICE-ELEMENTOS DISCRETOS PARA MODELAGEM
DE ENSAIOS VIRTUAIS DE LASTRO FERROVIÁRIO**

SAMUEL DE ALMEIDA TORQUATO E SILVA

ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, Ph.D.

COORIENTADOR: LEANDRO LIMA RASMUSSEN, Ph.D.

TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA

PUBLICAÇÃO G.TD-197/2024

BRASÍLIA / DF: JUNHO / 2024

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
CIVIL

**MÉTODO HÍBRIDO LATTICE-ELEMENTOS DISCRETOS PARA MODELAGEM
DE ENSAIOS VIRTUAIS DE LASTRO FERROVIÁRIO**

SAMUEL DE ALMEIDA TORQUATO E SILVA

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR**

APROVADA POR:

MARCIO MUNIZ DE FARIAS, Ph.D. (Universidade de Brasília)

(ORIENTADOR)

MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, Ph.D. (Universidade de Brasília)

(EXAMINADOR INTERNO)

**VERÔNICA TEIXEIRA FRANCO CASTELO BRANCO, Ph.D. (Universidade Federal
do Ceará)**

(EXAMINADORA EXTERNA)

LIEDI LEGI BARIANI BERNUCCI, Ph.D. (Universidade de São Paulo)

(EXAMINADORA EXTERNA)

DATA: BRASÍLIA/DF, 18 do JUNHO de 2024

FICHA CATALOGRÁFICA

TORQUATO E SILVA, SAMUEL DE ALMEIDA

Método híbrido lattice-elementos discretos para modelagem de ensaios virtuais de lastro ferroviário [Distrito Federal] 2024

xiv, 112 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia, 2024)

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

1. Geossintéticos

2. Estradas Vicinais

3. Solo mole

4. Modelos Físicos

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Torquato e Silva, S.A. (2024). Método híbrido lattice-elementos discretos para modelagem de ensaios virtuais de lastro ferroviário. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-197/2024, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 112 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Samuel de Almeida Torquato e Silva

TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Método híbrido lattice-elementos discretos para modelagem de ensaios virtuais de lastro ferroviário

GRAU / ANO: Doutor / 2024

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação demostrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Samuel de Almeida Torquato e Silva

Brasília/DF – Brasil

“Minha vida é andar por este país

Pra ver se um dia descanso feliz

Guardando as recordações

Das terras onde passei

Andando pelos sertões

E dos amigos que lá deixei”

Luiz Gonzaga do Nascimento

AGRADECIMENTOS

À minha família, que me acompanhou e deu o suporte e os ensinamentos necessários para atravessar tantos anos de formação, da creche ao doutorado, os meus pais, Flávio e Regina, e o meu irmão, Mateus.

Agradeço à minha companheira Ingrid, com quem compartilhei tantos importantes momentos de alegria, e onde tive acolhida durante parte importante dos duros anos em que se deram este doutorado. Teria sido muito mais difícil sem ela.

Agradeço ao meu orientador Márcio Muniz de Farias, por dividir seus conhecimentos comigo e me dar confiança, liberdade e todas as condições para conduzir esta pesquisa. Ao meu coorientador, Leandro Lima Rasmussen, direciono meus agradecimentos pelo apoio fundamental que me ofereceu durante estes anos.

Às amigas de tantos anos que tenho no Ceará, com quem vivi a Forria, o Vozão, as praças, as ruas, as praias e os bares da minha terra natal. Os melhores momentos da minha vida.

Às amigas que fiz em Brasília, com quem atravessei os difíceis anos brasileiros de 2018 a 2022, agravados por uma pandemia, eventos e situações que a importância deste documento não me permite adjetivar como gostaria. Enfim, muita turbulência. Mas, por conta dessas amigas, lembro muito mais da Comuna Olaria, da capoeira e do plantio, do Morro da Cruz, do Morro Azul, do Bar do Mendes, dos Sambas, das nossas *jams*, das Batalhas de São Sebas, da Copa do Mundo, das caminhadas e da festa ao fim de 2022. Elas me mantiveram vivo e, no fim, vencemos.

Esta tese também é dedicada à memória do camarada Alberto Maia.

RESUMO

A modelagem do lastro ferroviário pode ser realizada por diferentes abordagens, por meio de modelos contínuos ou discretos, os quais possuem suas vantagens e desvantagens comparativas. Métodos baseados em mecânica do contínuo costumam utilizar muitos parâmetros empíricos e demandam elevado esforço laboratorial para calibração. Métodos baseados em elementos discretos convencionais possuem elevada capacidade de representação do lastro ferroviário, mas devido a inconsistências físicas em sua formulação podem incorrer no mesmo problema. Este trabalho tem como objetivo propor o uso do método híbrido Lattice – Método dos Elementos Discretos (Híbrido LED) para modelagem de ensaios virtuais de lastro ferroviário. As vantagens do uso desta técnica são: (i) determinação simples dos parâmetros de entrada e otimização de esforços laboratoriais (ii) representação realista de geometrias complexas das partículas do lastro ferroviário (iii) visualização de fenômenos micromecânicos, como fraturamento de partículas; (iv) monitoramento de variáveis de estado ao longo das simulações, como estado de tensão, índices de quebra, porosidade e granulometria. Primeiramente, a calibração dos parâmetros foi realizada a partir de resultados obtidos na literatura de ensaios de laboratório em rocha granítica. Em seguida foram concatenados métodos de geração de partículas, discretização em Voronoi e algoritmos de empacotamento para construir modelos de amostras de lastro ferroviário. Esses modelos foram usados para simular ensaios mecânicos, quais sejam: compressão de partícula, compressão uniaxial confinada, compressão triaxial monotônica, compressão triaxial cíclica e módulo de resiliência. Houve consistência entre os resultados e observações empíricas relatadas na literatura. Além disso, foram observadas variações na granulometria dos corpos de prova durante as simulações, bem como as causas da falha do corpo de prova puderam ser investigadas, se ocorreram primordialmente por deslizamento ou por quebra dos agregados. Além disso, o método permitiu avaliar o tipo de ruptura predominante, se houve quebra nos cantos, fratura por compressão diametral ou esmagamento. Ao analisar esses elementos em conjunto, pode-se obter uma compreensão detalhada do comportamento mecânico do material em estudo. O método apresentou como principal desvantagem o custo computacional que, embora não torne seu uso proibitivo, é mais elevado que em métodos convencionais. Esta dificuldade pode ser superada com o uso de recursos computacionais como *clusters* e computação em nuvem. Finalmente, conclui-se que o método Híbrido LED é eficaz para simulação de ensaios laboratoriais de lastro ferroviário e capaz de representar geometrias complexas e diversas condições de contorno.

ABSTRACT

Railway ballast modeling can be performed by different approaches, through continuous or discrete models, which have their comparative advantages and disadvantages. Continuum mechanics-based methods often rely on numerous empirical parameters and require significant laboratory effort for calibration. Conventional discrete element methods have a high capacity to represent railway ballast; however, due to physical inconsistencies in their formulation, they may encounter similar issues. This study aims to propose the Hybrid Lattice-Discrete Element Method (Hybrid LED) for virtual modeling of railway ballast tests. The advantages of employing this technique include: (i) simplified determination of input parameters and optimization of laboratory efforts, (ii) realistic representation of complex geometries of railway ballast particles, (iii) visualization of micromechanical phenomena, such as particle fracturing, and (iv) monitoring of state variables throughout simulations, such as stress state, breakage indices, porosity, and particle size distribution. Initially, material parameters were defined based on laboratory test results obtained from the literature. Then, particle generation, Voronoi discretization and packing algorithms were used to build models of railway ballast samples. These models were used to simulate mechanical tests, namely single particle compression, confined uniaxial compression, monotonic triaxial compression and cyclic triaxial compression. There was consistency between the results and the empirical observations reported in the literature. In addition, variations in particle size distribution were observed during the simulations, and the causes of failure, primarily attributed to particle slippage or breakage, were investigated. Moreover, predominant particle breakage modes were assessed, such as corner breakage or crushing. By analyzing these elements together, a detailed understanding of the mechanical behavior of the studied material may be obtained. The primary drawback of the method was its computational cost, which, although not prohibitive, is higher than conventional methods. However, this challenge can be overcome through the utilization of computational resources such as clusters and cloud computing. In conclusion, the Hybrid LED method proves to be effective for simulating laboratory tests on railway ballast, capable of representing complex geometries and various boundary conditions.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. Contextualização e problema	15
1.2. Objetivos	20
2. REVISÃO DE LITERATURA	21
2.1. Ensaio triaxiais monotônicos e resistência ao cisalhamento	21
2.2. Modelos mecanístico-empíricos de previsão de deformação permanente	24
2.2. Modelos constitutivos elastoplásticos	27
2.3. <i>Shakedown</i> para lastro ferroviário	28
2.4. Quebra de partículas do lastro ferroviário	31
2.5. Método dos Elementos Discretos para modelagem do lastro ferroviário	39
3. METODOLOGIA	45
3.1. Método Híbrido Lattice-Elementos Discretos.....	47
3.1.1. Formulação Lattice – Rede de Molas e Corpos Rígidos (RMCR).....	47
3.1.2. Rotina de Integração Explícita	50
3.1.3. Modelo de Zona Coesiva.....	50
3.1.4. Critério de fratura	50
3.1.5. Evolução da fratura	52
3.1.6. Consideração do amortecimento	54
3.2. Geração de corpos de prova e empacotamento de partículas	57
3.3. Discretização das partículas	59
3.4. Modelagem de ensaios virtuais	60
3.4.1. Ensaio de rocha intacta	61
3.4.1.1. Compressão simples	64
3.4.1.2. Tração direta.....	64
3.4.1.3. Compressão Triaxial	64
3.4.1.4. Compressão diametral	65
3.4.2. Ensaio de compressão de partícula.....	65

3.4.3. Ensaio Uniaxial Confinado	67
3.4.4. Ensaio Triaxiais	68
3.4.4.1. Ensaio Triaxial Estático	69
3.4.4.2 Ensaio Triaxial Cíclico	70
3.4.4.3. Módulo de Resiliência (MR).....	71
4. RESULTADOS.....	73
4.1. Simulação de ensaios laboratoriais de rocha intacta	73
4.1.1. Ensaio de Tração Direta	73
4.1.2. Ensaio de Compressão Simples.....	74
4.1.3. Ensaio Triaxial Estático	75
4.1.4. Ensaio de Compressão Diametral	76
4.2. Simulação de ensaio de Compressão de partículas	77
4.3. Simulação de Ensaio monotônicos em Lastro Ferroviário	80
4.3.1. Ensaio Uniaxial Confinado	80
4.3.2. Ensaio Triaxial	84
4.4. Simulação de Ensaio Dinâmicos em Lastro Ferroviário	89
4.4.1. Ensaio de deformação permanente.....	89
4.4.2. Ensaio de Módulo de Resiliência	94
4.5. Custo computacional	98
5. CONCLUSÕES	100
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Envoltória de ruptura para enrocamentos. Fonte: Indraratna et al. (1993).....	22
Figura 2.2: Comportamento tensão-deformação típico de lastro ferroviário em ensaios triaxiais (Indraratna et al., 1998).....	23
Figura 2.3: Redução do ângulo de atrito com o aumento do índice de vazios inicial (Selig & Roner, 1987).....	24
Figura 2.4: Representação do modelo baseado em SSR (Chow et al., 2014).....	26
Figura 2.5: Resultados do modelo e de laboratório para índice de quebra B_g e deformação desviadora (Salim & Indraratna, 2004).....	27
Figura 2.6: Resultados de quebra por frequência e deformação axial permanente por ciclo (Indraratna et al., 2012).....	28
Figura 2.7: Comportamentos dos materiais granulares sob carregamento cíclico (Werkmeister et al., 2001).....	29
Figura 2.8: Relação entre σ_{1f} e σ_{1f}/σ_3 para diferentes categorias de <i>Shakedown</i> (Xiao et al., 2017).....	31
Figura 2.9: Amostras ensaiadas por Qian <i>et al.</i> (2014).....	32
Figura 2.10: Probabilidade de sobrevivência da partícula em função da tensão característica (A. F. L. Nakata et al., 1999).....	33
Figura 2.11: Diagrama de força por deslocamento para quartzo e ortoclásio (A. F. L. Nakata et al., 1999).....	34
Figura 2.12: Fragmentação do quartzo (a, b) e do ortoclásio (c, d) (A. F. L. Nakata et al., 1999).....	34
Figura 2.13: Modelo para fragmentação de partícula (Zhou et al., 2019).....	35
Figura 2.14: Representação gráfica dos parâmetros de cálculo do índice de Hardin (1985)...	37
Figura 2.15: Representação gráfica dos parâmetros de cálculo do BBI (Indraratna & Salim, 2005).....	37
Figura 2.16: Elementos discretos poliédricos (Mahmoud et al., 2016).....	40

Figura 2.17: Modelos de representação do agregado (Mahmoud et al., 2016)	41
Figura 2.18: Partículas modelados por meio de elementos circulares colados (Thakur et al., 2009).....	42
Figura 2.19: Modelagem por elementos discretos em aglomerados esféricos tridimensionais (Zhang et al., 2020)	43
Figura 2.20: Modelo em elementos discretos de aplicação de carga de dormente sobre lastro (Cui et al., 2022).....	44
Figura 3.1: Fluxograma da metodologia proposta	45
Figura 3.2: Ilustração do modelo Lattice em brita	48
Figura 3.3: Critério de Benzeggagh e Kenane (1996).....	52
Figura 3.4: Função do Modelo de Zona Coesiva	53
Figura 3.5: Modelo para determinação da equação da constante de amortecimento	56
Figura 3.6: Direções do empacotamento pelo método de avanços frontais. Fonte: Recarey et al. (2019)	57
Figura 3.7: Empacotamento de partículas com o uso da técnica de avanços frontais com corte nos limites do corpo de prova	58
Figura 3.8: Empacotamento de partículas com o uso da técnica de avanços frontais sem corte nos limites do corpo de prova	58
Figura 3.9: Partícula discretizada no início da otimização (contorno em vermelho).....	59
Figura 3.10: Partícula discretizada após otimização (contorno em vermelho)	60
Figura 3.11: Aproximação das envoltórias de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown (Hoek et al., 2002)	63
Figura 3.12: Corpo de prova virtual para a simulação do ensaio de compressão simples	64
Figura 3.13: Corpo de prova virtual para simulação do ensaio de compressão diametral	65
Figura 3.14: Esquema do ensaio virtual de compressão de partícula.....	66

Figura 3.15: Corpo de prova virtual para a simulação do ensaio de compressão uniaxial confinada	67
Figura 3.16: Granulometria do corpo de prova virtual para o ensaio de compressão uniaxial confinada	68
Figura 3.17: Granulometria do corpo de prova dos ensaios triaxiais.....	69
Figura 3.18: Corpo de prova dos ensaios triaxiais	69
Figura 3.19: Ciclos iniciais de carregamento do ensaio triaxial cíclico.....	71
Figura 3.20: Ciclos de carregamento do ensaio virtual de Módulo de Resiliência	72
Figura 4.1: Curvas de tensão e deformação para o ensaio virtual de tração direta	74
Figura 4.2: Curvas de tensão deformação para o ensaio virtual de compressão simples.....	75
Figura 4.3: Resultado do ensaio de compressão diametral virtual para diferentes rochas.....	76
Figura 4.4: Distribuição de fraturas no Modo I ou misto (vermelho) e Modo II (verde) para ensaio de compressão diametral virtual do material granítico	77
Figura 4.5: Resultado da simulação da compressão de uma partícula	78
Figura 4.6: Distribuição de tensões e fraturas no colapso da partícula	78
Figura 4.7: Resultados para compressão de diversas partículas.....	79
Figura 4.8: Influência do diâmetro nominal nas tensões de ruptura para 2 critérios	80
Figura 4.9: Curvas tensão e quebra em função do deslocamento para o ensaio de compressão uniaxial confinada	81
Figura 4.10: Distribuição de tensões modos de fratura para os cenários de quebras primárias e colapso.....	82
Figura 4.11: Distribuição da quebra por diâmetro e índice de quebra	83
Figura 4.12: Granulometrias inicial, após as quebras primárias e depois do colapso.....	83
Figura 4.13: Tensão vertical, tensão lateral e coeficiente de empuxo no repouso.....	84
Figura 4.14: Envoltória de ruptura e ângulo de atrito de pico para o ensaio virtual triaxial monotônico.....	85

Figura 4.15: Curvas de tensão-deformação para o ensaio virtual triaxial monotônico.....	86
Figura 4.16: Evolução das fraturas com a deformação vertical no ensaio virtual triaxial monotônico.....	86
Figura 4.17: Deformação volumétrica por deformação vertical para o ensaio virtual triaxial monotônico.....	87
Figura 4.18: Granulometria inicial e granulometrias finais para cada nível de confinamento do ensaio virtual triaxial monotônico.....	88
Figura 4.19: Distribuição das quebras por diâmetro para cada nível de confinamento do ensaio virtual triaxial monotônico.....	88
Figura 4.20: Deformação permanente acumulada por número de ciclos.....	90
Figura 4.21: Número de fraturas completas por número de ciclos.....	90
Figura 4.22: Deformação permanente no primeiro ciclo e razão de tensão desviadora aplicada e máxima.....	91
Figura 4.23: Relação de tensões para o ensaio virtual triaxial cíclico e aproximação de envoltória de limite de colapso.....	92
Figura 4.24: Distribuição da quebra por diâmetro para as simulações 3, 6, 9 e 11.....	93
Figura 4.25: Granulometria inicial e granulometrias finais para as simulações 3, 6, 9 e 11....	93
Figura 4.26: Distribuição de fraturas das simulações 9 e 6.....	94
Figura 4.27: Módulos de Resiliência das simulações Híbrido LED e (Diógenes et al., 2020)	96
Figura 4.28: Parâmetros de regressão e respectivos erros padrão do modelo de Módulo de Resiliência obtidos a partir dos dados de (D. F. Diógenes et al., 2020) e dos ensaios virtuais por meio do método Híbrido LED.....	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1: Características físicas, químicas, e mecânicas para a camada de lastro segundo a ISF-212.....	16
Tabela 1.2: Especificação de pedra britada para lastro da VALEC	17
Tabela 2.1: Índices de quebra para diversos pesquisadores	38
Tabela 3.1: Propriedades geométricas do lastro ferroviário obtidas por D. F. Diógenes (2021)	46
Tabela 3.2: Materiais para aplicação de carregamento dos ensaios virtuais	60
Tabela 3.3: Dados de laboratório para 7 materiais extraídos de ensaios realizados por Jackson et al. (1995)	61
Tabela 3.4: Parâmetros de entrada para simulação dos ensaios virtuais de 7 materiais rochosos	63
Tabela 3.5: Pares de tensão para o ensaio triaxial cíclico	70
Tabela 3.6: Pares de tensão para o ensaio virtual de Módulo de Resiliência.....	71
Tabela 4.1: Resultados dos ensaios virtuais de tração direta	73
Tabela 4.2: Resultados dos ensaios virtuais de compressão simples	74
Tabela 4.3: Resultados do ensaio triaxial estático virtual para rochas intactas.....	75
Tabela 4.4: Resultados do ensaio triaxial estático virtual	85
Tabela 4.5: Resultados de Módulo de Resiliência obtidos por Diógenes et al. (2020) e nos ensaios virtuais do presente trabalho.....	95
Tabela 4.6: Parâmetros de regressão do modelo de Módulo de Resiliência obtidos a partir dos dados de (Diógenes et al., 2020) e dos ensaios virtuais por meio do método Híbrido LED....	97
Tabela 4.7: Custo computacional do método Híbrido LED para diferentes ensaios virtuais de lastro ferroviário	98

1. INTRODUÇÃO

1.1. Contextualização e problema

De acordo com o Relatório Executivo do Plano Nacional de Logística 2025 (PNL-2025), produzido pela Empresa de Planejamento e Logística (2018), atualmente, o Brasil conta com 29 mil km de malha ferroviária. Destes, 7 mil km estão em operação, 13,5 mil km têm baixa densidade de tráfego e 8,5 mil km estão subutilizados, sem operação comercial. Adicionalmente, este modo é responsável por 15% da produção de transporte de cargas em 2015, desempenhando papel importante sobretudo no que diz respeito a minério de ferro e grãos agrícolas. A eficiência do modo ferroviário, 213 ton.km/L, face a 39 ton.km/L do modo rodoviário, por exemplo, motiva o PNL-2025 a projetar uma participação de 31% para 2025, mais que o dobro da proporção atual. Nesse contexto, a expectativa de expansão da malha ferroviária demanda a contínua modernização dos procedimentos de projeto, construção e manutenção para incrementar os ganhos de produtividade que esse modo proporciona.

Dois subsistemas principais compõem a ferrovia, quais sejam: o material rodante (veículos rebocados e tratores) e a via permanente, que consiste em infraestrutura e superestrutura. A camada final de terraplenagem, obras de arte correntes e especiais, e túneis formam a infraestrutura, enquanto trilhos, dormentes, lastro e sublastro compõem a superestrutura (Nabais, 2014). O objeto de pesquisa da presente tese concentra-se na superestrutura, mais especificamente, no lastro.

De acordo com Nabais (2014), duas das principais funções do lastro ferroviário, componente da via que suporta dormentes e trilhos, são:

- redistribuir as tensões para as camadas inferiores;
- impedir o deslocamento permanente dos dormentes, seja na direção vertical ou horizontal;
- facilitar a drenagem da superestrutura.

Excessivas deformações permanentes verticais, ou recalques, podem causar desconforto para os passageiros, restrições de velocidade e eventuais descarrilhamentos. Por sua vez, a drenagem deficiente pode gerar acúmulo de água no interior do lastro, conseqüente aumento de poropressão e risco estrutural devido à redução de resistência do material de lastro em condições não drenadas. O excesso de finos é causa da perda de drenagem por meio do processo de

colmatação. O lastro é responsável pela maior parte da deformação permanente de uma superestrutura ferroviária, bem como, em condições observadas na América do Norte por Selig & Waters (1994), pode ser responsável por cerca de 76% da própria colmatação.

Segundo Indraratna & Salim (2005), o lastro ferroviário é normalmente constituído por partículas rígidas e angulares derivadas de rochas não intemperizadas de alta resistência. Entretanto, quando submetidas aos carregamentos cíclicos ao longo de seu tempo de serviço, estas partículas tendem a se degradar continuamente. Isso decorre, por exemplo, da concentração de tensões nos contatos pontiagudos entre estas partículas, o que tende a arredondar seus contornos, reduzindo a angularidade e, conseqüentemente, o ângulo de atrito do lastro, o que contribui para a perda de resistência e aumento da deformação permanente (Qian *et al.* 2014). Adicionalmente, a geração de finos advindos da degradação tende a diminuir significativamente a permeabilidade do material. Os fenômenos de degradação, deformação permanente e perda de permeabilidade são, portanto, associados.

Entretanto, ainda segundo estes autores (Indraratna & Salim, 2005; Qian *et al.*, 2014), tanto a degradação das partículas como a deformação permanente do lastro não são comumente estimados em projetos de via permanente, o que ocorre devido à falta de entendimento sobre estes fenômenos no estado da prática da engenharia ferroviária. Ao invés de uma predição da evolução destes problemas ao longo da vida útil da ferrovia, utilizam-se critérios de desempenho, baseados em ensaios laboratoriais, do material que compõe a camada. Este paradigma se reflete na Instrução de Serviço Ferroviário do DNIT (ISF-212, 2015), baseada em especificações normativas da ABNT e da AREMA, assim como nas especificações da VALEC (atual INFRA), conforme apresentado nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1.1: Características físicas, químicas, e mecânicas para a camada de lastro segundo a ISF-212

Propriedade	Valor
Forma média das partículas (ABNT NBR 5564:2011)	Cúbica
Partículas máximas não cúbicas (ABNT NBR 5564:2011)	15%
Massa específica aparente mínima (ABNT NBR 5564:2011)	2500kg/m ³
Absorção máxima de água (ABNT NBR 5564:2011)	0,8%
Porosidade aparente mínima (ABNT NBR 5564:2011)	1,5%

Pureza/sulfato de sódio (ABNT NBR 5564:2011)	5,0%
Resistência ao desgaste – abrasão Los Angeles Máxima (ABNT NBR NM 51:2001)	30%
Resistência ao choque – índice de tenacidade Treton máximo (ABNT NBR 5564:2011)	25%
Resistência mínima à compressão axial (ABNT NBR 5564:2011)	100MPa

Tabela 1.2: Especificação de pedra britada para lastro da VALEC

Propriedade	Valor
Massa específica aparente mínima	2,4 t/m ³
Absorção máxima de água	1,0%
Porosidade máxima aparente	1,0%
Pureza/sulfato de sódio (ASTM C 88)	5,0%
Partículas planas ou alongadas	10%
Índice de Abrasão Los Angeles máximo	40%
Resistência ao Choque – Índice de Tenacidade Treton máximo (NBR 8938)	20%
Resistência mínima à compressão simples	100 MPa

Apesar de uma abordagem mecanicista de previsão de deformação permanente não ter ainda se estabelecido nas normas brasileiras, há diversos modelos mecanístico-empíricos desenvolvidos com este objetivo (Chow et al., 2014; Ishikawa et al., 2019; Selig & Waters, 1994). Tais modelos baseiam-se em formular equações a partir de parâmetros empíricos, ajustados com resultados de ensaios, físicos e mecânicos a fim de prever o fenômeno em estudo, neste caso, a deformação permanente do material granular.

Embora estas equações usualmente garantam boas correlações com ensaios laboratoriais, os cálculos são realizados considerando-se a mecânica do contínuo. A premissa do contínuo se distancia da realidade quando o material possui vazios relativamente grandes, caso da camada

de lastro devido a sua granulometria aproximadamente uniforme (Tutumluer et al., 2009), condição importante para garantir a permeabilidade necessária da estrutura.

McDowell et al. (1996) consideraram que as deformações plásticas ocorrentes eram em parte resultado da quebra das partículas originais submetidas aos esforços gerados pelo carregamento. Outros trabalhos (Åström & Herrmann, 1998; A. F. L. Nakata et al., 1999; Y. Nakata et al., 2001) realizaram esforços para aprofundar o entendimento sobre o processo e a modelagem de quebra de partículas, considerando mineralogia, granulometria, critérios de quebra, dentre outros aspectos do problema. Desde então as pesquisas têm avançado no sentido de compreender como se fragmentam as partículas (Zhou et al., 2019) e a mecânica do processo de quebra (Ferestade et al., 2017).

O Método dos Elementos Discretos (MED) (P. A. Cundall & Strack, 1979) é utilizado por diversos autores (Ergenzinger et al., 2012; Thakur et al., 2009; Tutumluer et al., 2009) por permitir que as partículas e os vazios possam ser representados mais fielmente. Tutumluer et al. (2013) estimaram a deformação permanente de uma via permanente utilizando o MED para modelagem do lastro e compararam com resultados com aqueles obtidos em campo. O erro relativo entre os valores de simulação e os de campo variou de 32 a 45% entre as seções de teste, sendo o valor estimado sempre maior que o observado. Embora tenha considerado diversas formas de partículas em sua modelagem, os autores não consideraram a quebra durante o processo de deformação. A tradicional utilização do MED apresenta as vantagens da precisa caracterização geométrica do lastro ferroviário, entretanto, as propriedades elásticas e de ruptura micromecânicas inseridas no modelo não apresentam correspondência direta com as respostas macromecânicas, o que demanda esforços extras de calibração e ensaios laboratoriais.

Outros modelos baseados em DEM permitiram a inclusão de elementos poliédricos que podem se quebrar para considerar mudanças na distribuição de tamanho de partículas durante o carregamento (Eliáš, 2014; Gladkyy & Kuna, 2017). Esses autores utilizaram critérios de falha clássicos (por exemplo, Von Mises, Mohr-Coulomb) para modelar a ruptura dos elementos poliédricos em fragmentos menores. Uma vez que o critério de falha do elemento é atingido, a partícula é subdividida em elementos poliédricos predefinidos de tamanho similar. A predefinição impossibilita uma modelagem realista da fragmentação da partícula, pois esta é função das condições de contorno às quais a partícula está submetida. Zhu et al. (2022) utilizam a abordagem semelhante para modelar ensaios triaxiais monotônicos de lastro ferroviário, porém com geometrias de harmônicos esféricos, tornando o método e os resultados mais

realistas. Entretanto, ainda há a limitação de padrões pré-estabelecidos de fragmentação das partículas.

O uso de conjuntos de elementos esféricos para simular a geometria de partículas de lastro é uma abordagem amplamente adotada que permite modelar também a quebra (Cui et al., 2022; Hossain et al., 2007; Hou et al., 2023; Liu et al., 2020; Mahmoud et al., 2016; Yan et al., 2015; Zhu et al., 2022). No entanto, os parâmetros do modelo micromecânico não correspondem às respostas macromecânicas ao usar aglomerados esféricos, sendo necessários procedimentos adicionais de calibração para estimar os parâmetros de entrada do modelo. Aela et al. (2023) apresentaram método para calibração de parâmetros para modelos de elementos discretos baseados em aglomerados esféricos. O método apresenta resultados bem ajustados na comparação entre modelo computacional e modelo de laboratório, mas necessita de uma extensiva campanha de ensaios, como outras metodologias baseadas em elementos discretos.

Rasmussen et al. (2018) e Rasmussen (2021) apresentaram o método Híbrido-Lattice Elementos Discretos (Híbrido LED) para modelagem de rochas. A partir de uma combinação do método Lattice de Rede de Molas e Corpos Rígidos (RMCR) (Bolander & Saito, 1998) e o MED, o método Híbrido LED incorpora vantagens de ambas as abordagens. Conforme apresentado por Asahina et al. (2015) e Asahina et al. (2018), propriedades aferidas a partir de ensaios de estados de tensão homogêneos como módulo de Young, resistência à tração e coeficiente de Poisson, dispensam calibração se considera-se que o material é também homogêneo. Isso vale para as propriedades de ângulo de atrito e coesão da rocha e os ensaios compressivos, uma vez que a solução numérica corresponde com boa aproximação às soluções analíticas. Esta correspondência entre resultados numéricos e analíticos confere facilidade de calibração de parâmetros de entrada, superando limitações do MED ao mesmo tempo que, em razão do caráter híbrido do método Híbrido LED, o material de lastro pode ser representado com precisão em suas características de forma e granulometria. Uma vantagem adicional é que os parâmetros do modelo possuem significado físico explícito, permitindo um entendimento mais robusto a respeito do fenômeno estudado.

Os trabalhos mencionados que se utilizam do método Híbrido LED, no entanto, restringem-se a problemas quase estáticos, como ensaios de compressão simples e triaxial monotônica, por exemplo, em corpos de prova cilíndricos de rochas intactas ou fraturadas. Sabe-se que o lastro ferroviário, no entanto, é submetido a condições de contorno diferentes e possui outra configuração geométrica. Trata-se de um empacotamento sem coesão de partículas confinadas

e submetidas a carregamento dinâmico. Desta forma, não é trivial a utilização do método Híbrido LED para problemas de lastro ferroviário, sendo necessário estabelecer uma metodologia apropriada para sua utilização. Esta metodologia deve contemplar as etapas de modelagem geométrica e mecânica do lastro ferroviário, bem como a imposição das condições de contorno.

A modelagem dos fenômenos por meio do método Híbrido LED pode propiciar resultados simultâneos a respeito da quebra de partículas do lastro ferroviário e sua deformação, além da observação micromecânica dos fenômenos. Assim, é possível, associar os resultados e variáveis macroscópicos aos fenômenos microscópicos, de modo que se possibilite não somente um ajuste de curvas para calibração, mas também um melhor entendimento dos resultados, e um aprofundamento na investigação do material.

1.2. Objetivos

O trabalho tem como objetivo geral propor uma metodologia de modelagem de ensaios virtuais para lastro ferroviário baseada no método Híbrido-Lattice Elementos Discretos (Híbrido LED). A fim de atingir esta meta, são estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Construir um fluxograma de utilização de técnicas de discretização de partículas, empacotamento de partículas e formulação do método Híbrido LED;
- Realizar as adaptações necessárias nestas técnicas para a modelagem do lastro ferroviário;
- Validar estas adaptações em ensaios mecânicos de rochas: compressão simples, tração direta e compressão triaxial;
- Construir laboratório de ensaios virtuais de lastro ferroviário.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Nesta revisão de literatura, serão considerados estudos sobre materiais granulares não coesivos em geral, como areias uniformemente graduadas e enrocamentos, por exemplo. Basear-se nos estudos a respeito destes materiais para elaborar pesquisas sobre lastro ferroviário é prática bastante comum entre pesquisadores da área, pois os fenômenos apresentam-se de maneira semelhante e os modelos de previsão de comportamento muitas vezes são os mesmos. Assim, ainda que o foco da pesquisa seja no lastro ferroviário, esta tese coleta contribuições de pesquisas realizadas sobre outros tipos de material, e espera-se que seu desenvolvimento também sirva de suporte para os mais diversos estudos.

2.1. Ensaaios triaxiais monotônicos e resistência ao cisalhamento

Indraratna et al. (1993) realizaram ensaios triaxiais estáticos de larga escala em enrocamentos a baixos e moderados níveis de tensão para estudar estabilidade de barragens. Segundo o estudo, a resistência ao cisalhamento dos materiais estudados é dependente da tensão de confinamento em uma relação não linear. Efetivamente, a elevados níveis de confinamento espera-se que o material apresente maior nível de quebra e isto altere sua resistência ao cisalhamento, o que justifica a não linearidade da relação. Marsal (1973) utilizou índices de quebra de partículas para caracterizar o comportamento mecânico de enrocamentos, porém Indraratna et al. (1993) argumentam que estes índices dependem de condições de contorno, não sendo apropriados para a caracterização do material. Dessa forma, assim como Brown & Hoek (1980) introduziram a resistência à compressão simples σ_c para normalização de envoltórias de ruptura rochas intactas e rochas fraturadas, Indraratna et al. (1993) aplicaram o mesmo parâmetro para a resistência ao cisalhamento de enrocamentos de acordo com a seguinte expressão:

$$\frac{\tau_n}{\sigma_c} = a \cdot \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_{UCS}} \right)^b \quad (2.1)$$

Onde τ_n é a tensão de cisalhamento, σ_n a tensão normal, a e b são parâmetros da envoltória e σ_{UCS} a resistência à compressão simples do material rochoso.

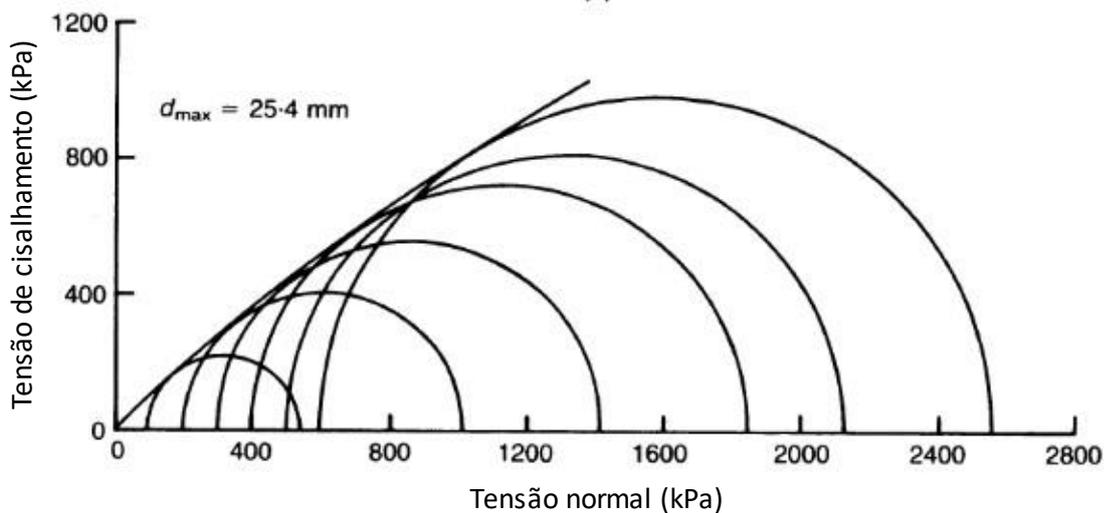


Figura 2.1: Envoltória de ruptura para enrocamentos. Fonte: Indraratna et al. (1993)

Os autores detectaram ainda a influência da tensão normal no ângulo de atrito interno do material, tendência também notada por estudos anteriores (Charles & Watts, 1980; Marsal, 1967). À medida que a tensão normal cresce, o ângulo de atrito diminui, o que pode ser atribuído à quebra de partículas granulares e perda de intertravamento. Ou, em termos dos pares de tensão para os ensaios triaxiais, à medida que a tensão confinante aumenta, a razão entre as tensões principais no momento da falha diminui.

Indraratna et al. (1998) conduziram ensaios triaxiais monotônicos em lastros ferroviários a níveis de tensão de confinamento condizentes com a ordem de grandeza encontrada em campo. As curvas de tensão-deformação apresentaram comportamento típico de materiais granulares não coesivos, contração volumétrica no início do carregamento e posterior dilatância, assim como curvatura suave nas vizinhanças do pico de carregamento (Figura 2.2).

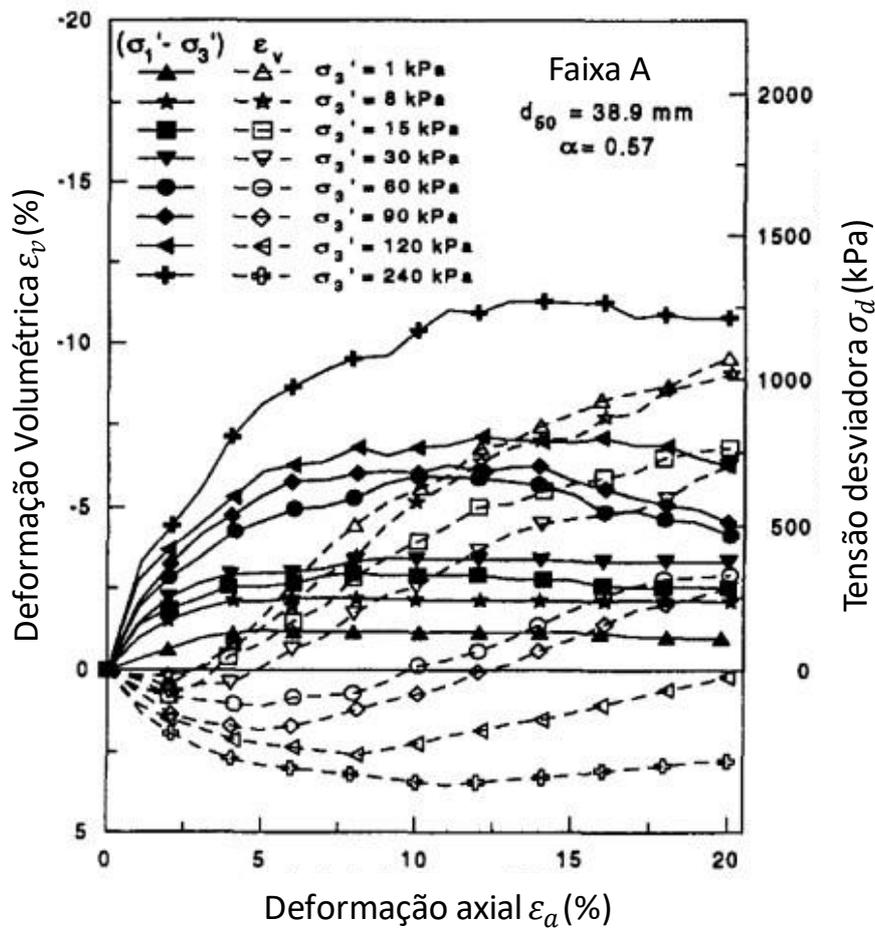


Figura 2.2: Comportamento tensão-deformação típico de lastro ferroviário em ensaios triaxiais (Indraratna et al., 1998)

Os resultados apontaram também que a resistência ao cisalhamento e o nível de quebra de partículas do lastro são dependentes da granulometria, da angularidade das partículas e do empacotamento, ou porosidade inicial (Figura 2.3). Lastros bem graduados e de baixa porosidade tendem a apresentar alta resistência ao cisalhamento (Raymond & Dyaljee, 1979; Selig & Roner, 1987), ao mesmo tempo que são suscetíveis a um nível elevado de quebra com a evolução do carregamento (Indraratna et al., 1998). Isto somado à menor permeabilidade de materiais bem graduados pode propiciar ao lastro ferroviário problemas de drenagem (Alabbasi & Hussein, 2019). As tendências inversas dos desempenhos mecânico e de drenagem com respeito à granulometria são importantes achados dos ensaios laboratoriais e o problema é observado em diversas pesquisas da área (Diógenes et al., 2020; Indraratna et al., 2016; Selig & Waters, 1994). Há variadas propostas e normas a respeito da granulometria, as quais convergem para a faixas que se limitam a partículas de 10-60mm de diâmetro (Alabbasi & Hussein, 2019).

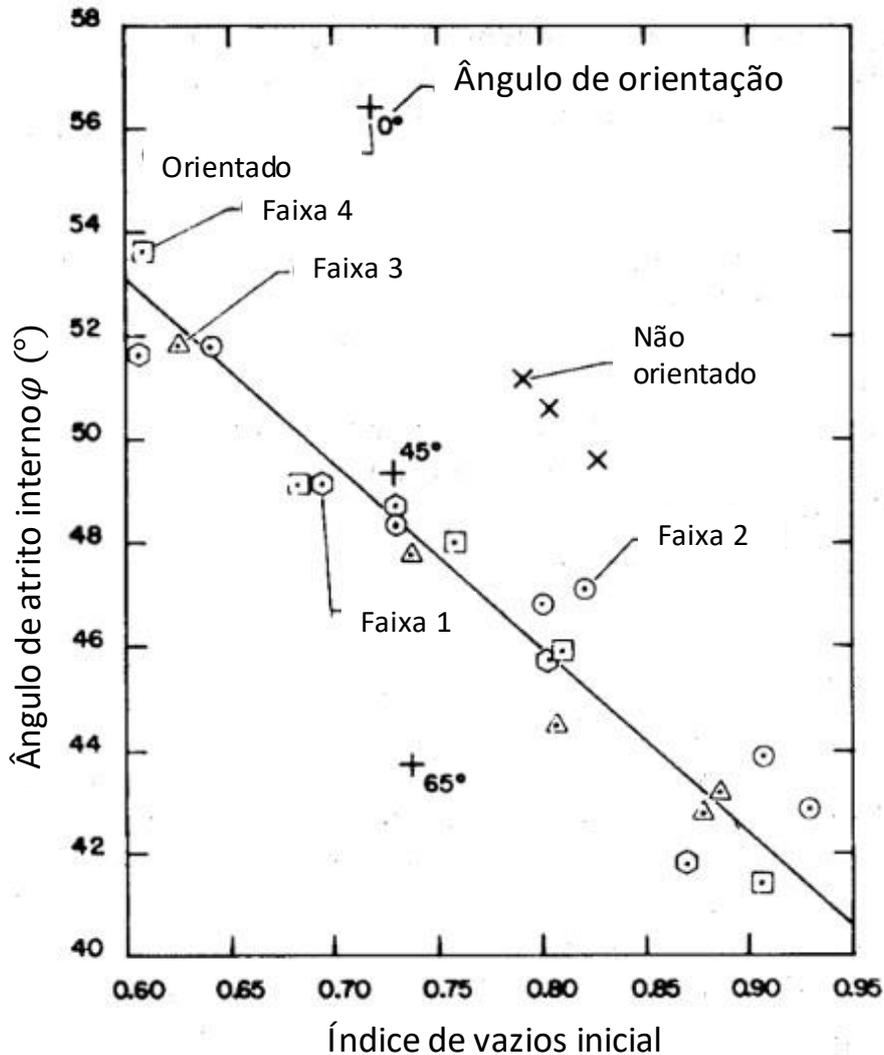


Figura 2.3: Redução do ângulo de atrito com o aumento do índice de vazios inicial (Selig & Roner, 1987)

2.2. Modelos mecanístico-empíricos de previsão de deformação permanente

Os estudos iniciais em deformação permanente para camadas granulares de superestrutura viária consistiram no desenvolvimento de modelos empíricos de predição, que foram continuamente melhorados pela coleta de dados e consideração de novas variáveis. Modelos inicialmente desenvolvidos para pavimentos rodoviários são costumeiramente utilizados para vias permanentes, uma vez que a base granular e o lastro ferroviário compartilham de características em comum, embora este tenha granulometria diferenciada, mais uniforme, em função da exigência de permeabilidade.

Monismith et al. (1975) utilizaram um modelo exponencial, para uma camada em um determinado estado de tensões, relacionando deformação permanente (ε_p) com o número de aplicações de carga (N) de acordo com a seguinte expressão:

$$\varepsilon_p = A \cdot N^B \quad (2.2)$$

onde A e B são parâmetros de regressão.

Este modelo tem como variável independente apenas o número de aplicações de carga (N); de modo que A e B são válidos apenas para condições específicas. A Equação 2.2 não considera o estado de tensões, que afeta diretamente a deformação permanente, conforme o próprio autor aponta em sua pesquisa. Os parâmetros empíricos A e B são válidos apenas para as tensões desviadora e confinante aplicadas no ensaio. Adicionalmente, não é realista considerar A e B constantes para uma camada inteira, uma vez que a distribuição de tensões não é homogênea e, além disso, o estado de tensões é função da geometria do pavimento, materiais utilizados e carregamento aplicado.

Uzan (1982) sugeriu um modelo que considera a deformação resiliente ε_r (Equação 2.3):

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_r} = \mu \cdot N^{-\alpha} \quad (2.3)$$

onde μ e α são parâmetros de regressão.

Guimarães (2009) apresentou um modelo que considera diretamente a tensão confinante σ_c , a tensão desviadora σ_d e o número de aplicações de carga N :

$$\varepsilon_p = \varphi_1 \cdot \sigma_c^{\varphi_2} \cdot \sigma_d^{\varphi_3} \cdot N^{\varphi_4} \quad (2.4)$$

onde φ_1 , φ_2 , φ_3 e φ_4 são parâmetros de regressão.

A Equação 2.4 considera, portanto, o estado de tensões. Guimarães (2009) obteve correlações consistentes para diferentes tipos de materiais granulares. Entretanto, é necessária a realização de elevada quantidade de ensaios para obter os parâmetros de regressão.

Variável não considerada nos modelos apresentados anteriormente, a resistência ao cisalhamento mostra-se uma das propriedades mecânicas mais fortemente relacionadas à

deformação permanente, segundo o relatório NCHRP 453 (Saeed et al., 2001). Chow et al. (2014) propõem um modelo baseado no conceito de *Shear Stress Ratio* (SSR), sigla em inglês para taxa de tensão de cisalhamento, dada pelas equações a seguir:

$$\varepsilon_p = A.N^B.\sigma_d^C.\left(\frac{\tau_f}{\tau_{max}}\right)^D \quad (2.5)$$

$$SSR = \frac{\tau_f}{\tau_{max}} \quad (2.6)$$

Os significados de τ_f e τ_{max} são representados na Figura 2.4.

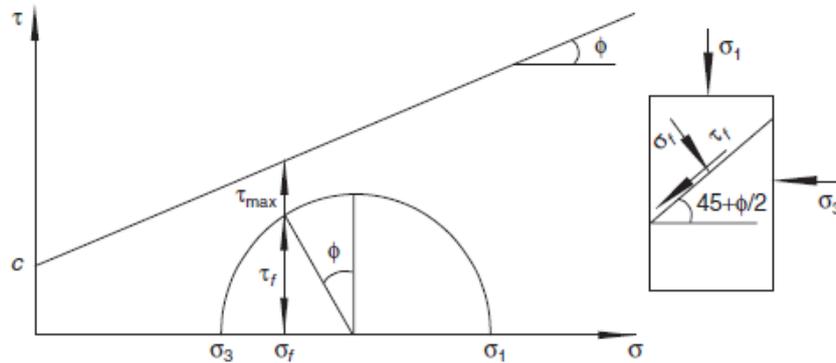


Figura 2.4: Representação do modelo baseado em SSR (Chow et al., 2014)

O modelo apresentou ajuste da ordem de R^2 próximo a 0,99 para matriz experimental que contemplava apenas 1 nível de tensão confinante σ_3 (34,5kPa), sendo necessária somente a variação de σ_1 para a calibração do modelo. Teoricamente esta tensão altera simultaneamente a tensão desvio σ_d e a SSR, que incorpora o efeito de confinamento. Por outro lado, o ensaio de resistência ao cisalhamento faz-se necessário, elevando o esforço experimental.

Ishikawa et al. (2019) mostram que o modelo de Chow *et al.* (2014) contempla inclusive a umidade indiretamente devido à SSR, uma vez que a presença de água altera a resistência ao cisalhamento, entretanto propõem modificações para incorporar o efeito da rotação de tensões principais, causada pela carga móvel dos veículos. Para isso, ao invés do ensaio triaxial, utiliza o ensaio de cisalhamento multi-anel. O modelo modificado da “University of Illinois at Urbana-Champaign” (UIUC), proposto por Ishikawa *et al.* (2019) é dado por:

$$\varepsilon_p = A.N^B.(\sigma_{a_{max}})^C.\left(\frac{1}{\tau_{max}}\right)^D.\exp\left(E.\frac{\tau_{a\theta_{max}}}{\sigma_{a_{max}}}\right) \quad (2.7)$$

Onde A , B , C , D e E são coeficientes de regressão, ε_p a deformação plástica, $\sigma_{a_{max}}$ e $\tau_{a\theta_{max}}$ respectivamente as tensões axiais e cisalhantes máximas, N é o número de ciclos de carregamento e τ_{max} a máxima tensão de cisalhamento suportada pelo material para o dado nível de tensão.

2.2. Modelos constitutivos elastoplásticos

A escassez de modelos constitutivos que incorporassem medidas quebras de partículas motivaram a formulação de um novo modelo elastoplástico para materiais constituídos de agregados graúdos (Salim & Indraratna, 2004). Os autores incorporaram a quebra à lei de fluxo do modelo de plasticidade por meio do ajuste de parâmetros empíricos. O modelo foi validado com base em resultados de ensaios triaxiais, demonstrando capacidade de representar os fenômenos do estado de deformação associado à quebra das partículas (Figura 2.5). As equações e os parâmetros do modelo são numerosos, por isso recomenda-se a consulta direta para o entendimento aprofundado da formulação. Ressalva-se que neste trabalho os autores restringiram a formulação a carregamentos monotônicos.

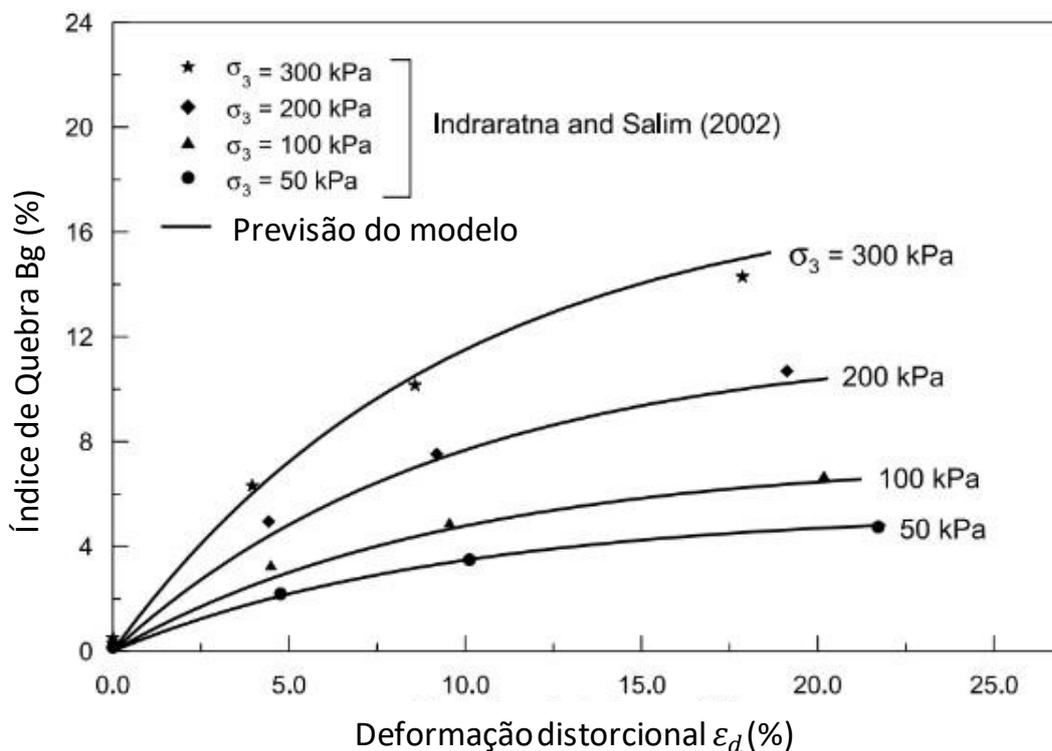


Figura 2.5: Resultados do modelo e de laboratório para índice de quebra Bg e deformação desviadora (Salim & Indraratna, 2004)

Indraratna et al. (2012) avançaram em relação ao modelo anterior e formularam um novo modelo semiempírico de densificação cíclica incorporando a quebra de partículas. O avanço na

formulação consiste principalmente na incorporação de superfície elástica expansível e parâmetros empíricos que relacionem histórico de tensão, frequência de carregamento, número de ciclos e índice de quebra. Assim, esta nova formulação é capaz de simular o comportamento do lastro ferroviário submetido a um elevado número de ciclos e captar o efeito da frequência nas curvas de tensões, deformações e quebra do material. O modelo foi validado para condições drenadas, típicas do lastro ferroviário quando não contaminado por excesso de finos, e apresentou-se ajustado aos dados laboratoriais (Figura 2.6).

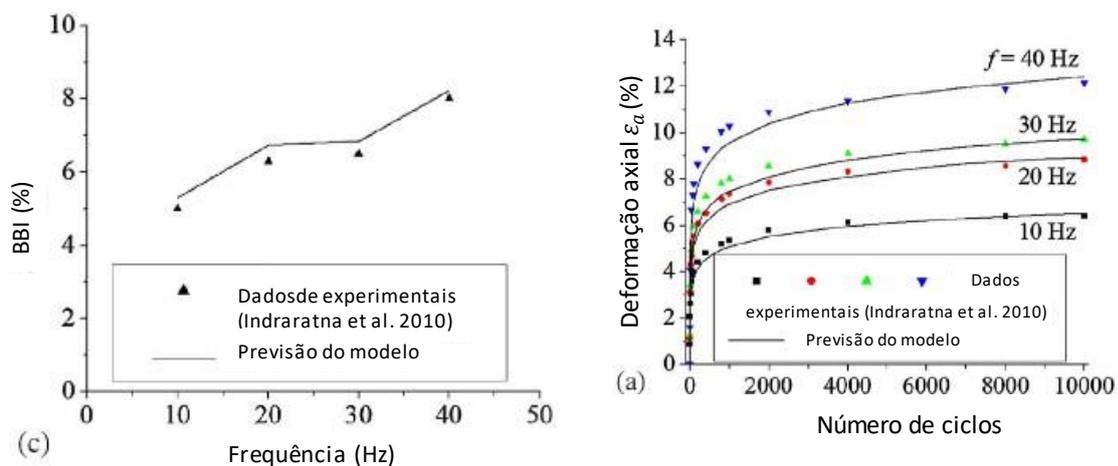


Figura 2.6: Resultados de quebra por frequência e deformação axial permanente por ciclo (Indraratna et al., 2012)

O modelo semiempírico de densificação cíclica emprega 9 parâmetros, os quais podem ser calibrados com base nos resultados de ensaios triaxiais estáticos e cíclicos drenados para diferentes pares de tensão e frequência de carregamento. O índice de quebra *Ballast Breakage Index* (BBI) também deve ser mensurado nestes ensaios, o que pode causar dificuldades operacionais, visto que para isso o ensaio precisa ser interrompido e o material retirado para verificação da granulometria.

2.3. *Shakedown* para lastro ferroviário

De acordo com Werkmeister et al. (2001), o conceito de *shakedown* envolve quatro categorias de comportamentos possíveis que um material granular não coesivo pode seguir quando submetido a carregamentos cíclicos triaxiais, quais sejam: Puramente Elástico (A), *Shakedown* Elástico (B), *Shakedown* Plástico (C), Colapso Incremental (D) (Figura 2.7).

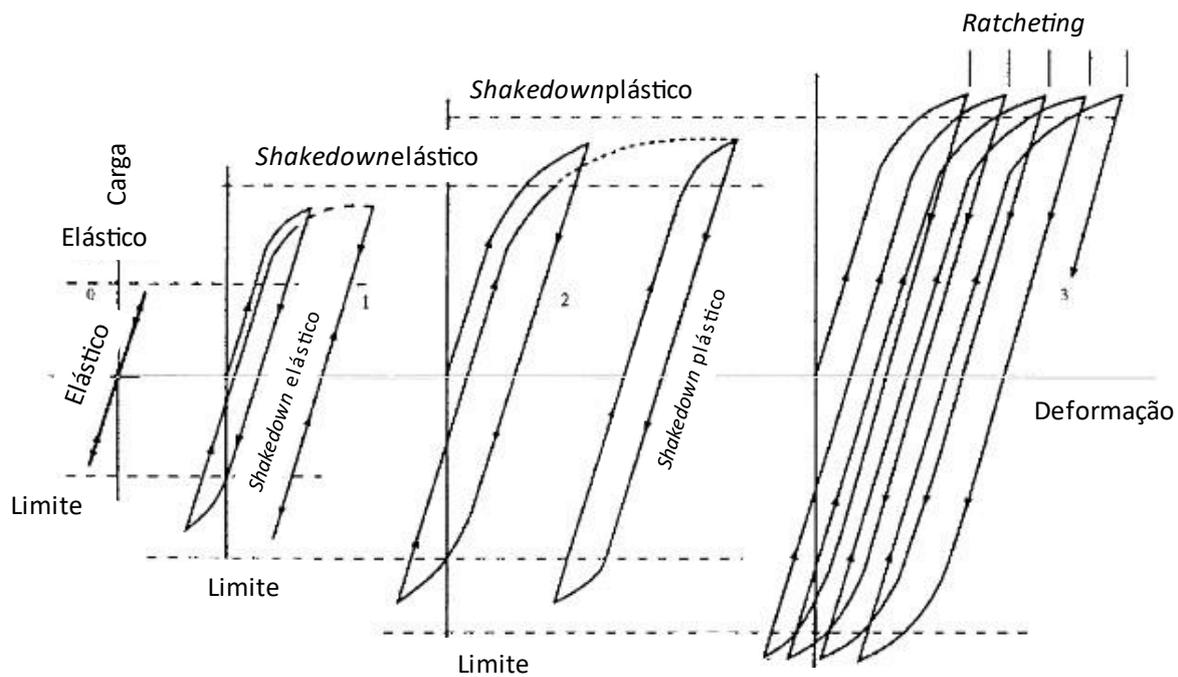


Figura 2.7: Comportamentos dos materiais granulares sob carregamento cíclico (Werkmeister et al., 2001)

Ainda segundo os mesmos autores, segue a descrição de cada categoria:

- **Puramente Elástico (A):** O estado de tensões aplicado no material não é suficiente para atingir qualquer estado de falha, dessa forma, ele segue na região elástica e não apresenta nenhuma deformação plástica.
- **Shakedown Elástico (B):** O material sofre algumas deformações plásticas nos primeiros ciclos de carregamento, mas em seguida atinge estabilidade, passando a deformar-se apenas elasticamente. O nível de tensão máximo que o material assim se comporta é chamado *Limite de Shakedown Elástico*.
- **Shakedown Plástico (C):** Nesta categoria, o nível de tensão é suficiente para provocar deformações plásticas durante um número mais elevado de ciclos de carregamento em relação ao *Shakedown Elástico*. Estas deformações plásticas têm tendência decrescente, e em dado momento tendem a zero. Nesse estágio, o material atinge comportamento resiliente, em que há histerese considerável, mas deformações plásticas não mais se acumulam.
- **Colapso, ou Colapso Incremental (D):** Em níveis mais elevados de tensão, próximos à falha do material, as deformações plásticas se acumulam significativamente a cada ciclo, e o material entra em colapso com pouco tempo de ensaio.

Na descrição das quatro categorias de resposta do material ao carregamento cíclico, utilizou-se o termo “nível de tensão” para fins de simplificação. Sabe-se, porém, que a resposta diz respeito ao estado de tensões, sendo dependente do nível de confinamento e da razão entre tensão desviadora e tensão confinante (Lackenby et al., 2007). Tensões confinantes reduzidas tendem a apresentar elevada quebra e/ou deformação permanente, devendo ser evitadas na estrutura da via permanente. Lackenby et al. (2007) também constataram com base em ensaios laboratoriais que existe uma tensão confinante ótima, na qual as deformações permanentes e quebras são minimizadas.

Além da tensão desviadora e da tensão confinante, a frequência também é uma propriedade do carregamento que influencia o regime de comportamento do material (Sun et al., 2014, 2016). Trata-se de um aspecto importante a ser considerado, especialmente porque tem relação direta com o uso em campo do material, sendo função da velocidade operacional do trem sobre a via permanente. Sun et al. (2016) realizaram ensaios triaxiais a frequências de 5 a 60Hz e verificaram que, para um mesmo par de tensão, a curva de deformação permanente por número de ciclos do material pode se enquadrar em diferentes categorias do *Shakedown*.

Xiao et al. (2017) estudaram o fenômeno a partir de ensaios virtuais de lastro ferroviário com o uso de elementos discretos esféricos. Os autores ajustaram envoltórias para demarcar os limites de *Shakedown* Plástico e Colapso, em função a tensão principal máxima σ_{1f} e tensão de confinamento σ_3 (Figura 2.8). Os autores concluíram que o valor de tensão aplicada para atingir os limites de *shakedown* plástico ou colapso crescia em função do confinamento. Isto é intuitivo, uma vez que o confinamento aumenta a resistência do material. Este acréscimo de resistência não é linear, diminuindo à medida que o confinamento aumenta, fenômeno semelhante ao descrito na Equação 2.1 e por Lackenby et al. (2007), sendo um comportamento típico de lastros ferroviários e enrocamentos.

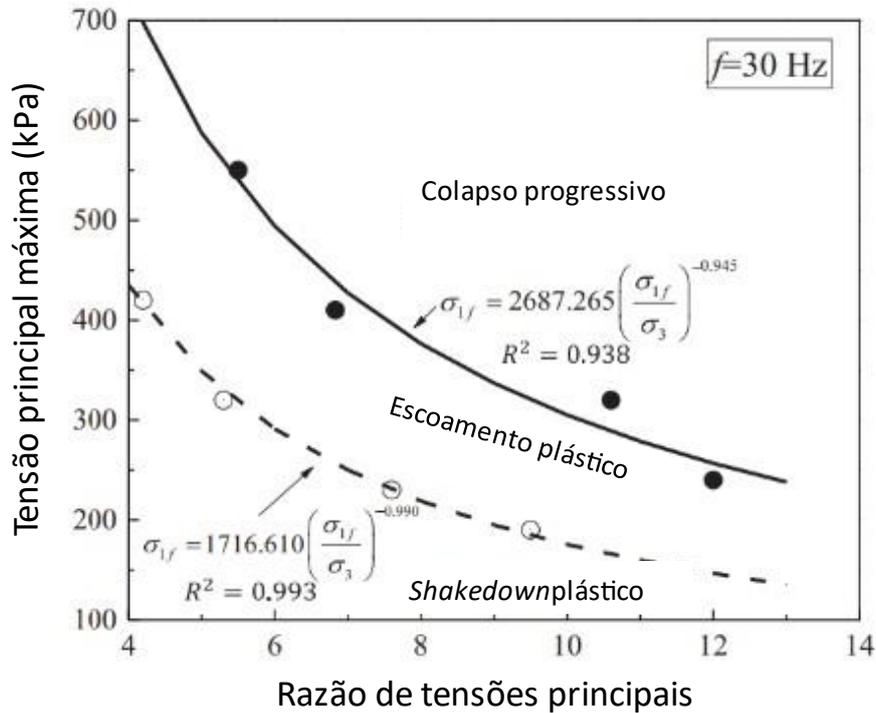


Figura 2.8: Relação entre σ_{1f} e σ_{1f}/σ_3 para diferentes categorias de *Shakedown* (Xiao et al., 2017)

O estudo de *Shakedown* para lastro ferroviário pode ser realizado por meio do Método dos Elementos Finitos (Wang et al., 2020; Zhuang et al., 2020). Os autores citados partem de soluções analíticas para a determinação dos limites de *Shakedown* e valem-se de análises de tensão e deformação para verificar se a estrutura terá comportamento admissível, isto é, se terá comportamento elástico ou resiliente após um acúmulo inicial de deformação permanente. Diferentemente dos modelos de elementos discretos, é um modelo de verificação, não de predição de deformação permanente. Para tanto, os autores necessitam dos parâmetros de resistência ao cisalhamento e de deformabilidade dos materiais da estrutura. Ressalta-se que não é uma abordagem necessariamente concorrente àquelas que utilizam MED, podendo ser até mesmo complementares.

2.4. Quebra de partículas do lastro ferroviário

Embora a relação entre a quebra de partículas e a deformação permanente, ou deformações plásticas, de solos tenha sido percebida de longa data (Billam, 1971), a evolução dos ensaios laboratoriais demonstra isso mais assertivamente. Qian *et al.* (2014) demonstraram este efeito mediante a utilização de três corpos de prova de lastro ferroviário, um intacto, outro degradado por meio do ensaio de abrasão Los Angeles e um terceiro semelhante ao anterior, porém sem

os finos gerados pela quebra das partículas (Figura 2.9). Após ensaio triaxial com 10.000 ciclos, 55kPa de tensão confinante e 165kPa de tensão desviadora, 0,4s de carregamento e 0,6s de repouso, os autores constataram que o lastro intacto apresentou 0,6% de deformação permanente, enquanto o degradado sem finos apresentou 0,92% e o degradado com finos 1,2%. Na avaliação dos autores, o fator para as diferenças dos resultados foi a perda de atrito gerada pela menor angularidade das partículas parcialmente rompidas e pela perda de contato entre partículas maiores em decorrência da presença dos finos gerados.

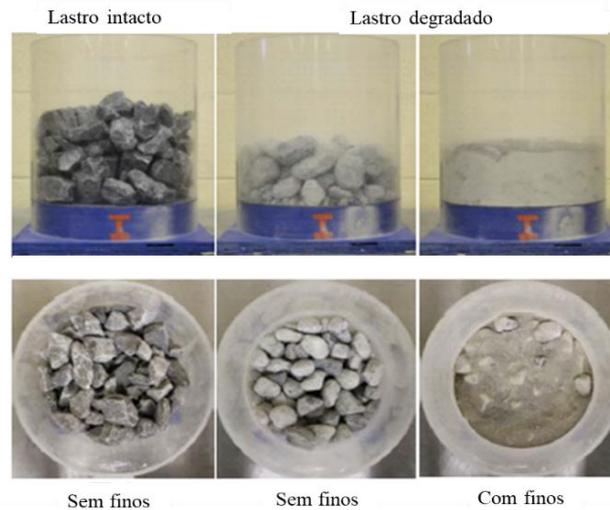


Figura 2.9: Amostras ensaiadas por Qian *et al.* (2014)

Antes, a fim de entender as propriedades que causaram a quebra das partículas, Billam (1971) executou ensaios de quebra de grãos de quartzo, obtendo resultados que indicavam que a quebra do grão estava associada ao seu tamanho. A relação pode ser explicada a partir do aumento da probabilidade de ocorrência de maior quantidade de fraturas pré-existentes em grãos de diâmetros mais elevados.

Mc Dowell *et al.* (1996) utilizaram o conceito de probabilidade na modelagem de quebra das partículas, sendo estas mais susceptíveis à quebra quanto maior fosse a tensão aplicada e o número de fraturas internas e menos susceptíveis quanto maior fosse o número de contatos na vizinhança e menor o diâmetro do grão. Este conceito encontra fundamento em Weibull (1951), que propôs uma distribuição probabilística que resolveria a questão da relação do tamanho da peça, como os grãos de quartzo de Billam (1971), e sua resistência por meio da teoria da “ligação mais fraca” (*weakest link*). A relação é dada a seguir:

$$P_s = \exp \left[- \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (2.8)$$

Onde P_s é a probabilidade de sobrevivência da partícula (ou de esta não quebrar), σ é a tensão "equivalente", definida pela força aplicada dividida pelo quadrado do diâmetro, m é o parâmetro da distribuição de Weibull, σ_0 é a tensão característica para a qual 37% das partículas sobrevivem para a Equação 2.8.

A distribuição de Weibull original resolve parte desta dependência entre as variáveis. Nakata et al. (1999), em ensaios de compressão de partículas, observaram que a distribuição de Weibull não resolvia a dependência de escala das partículas e suas resistências. Os autores, em razão disso, bem como McDowell et al. (1996), acrescentaram a variável de diâmetro nominal d_0 à distribuição de Weibull, resultando na seguinte expressão:

$$P_s = \exp \left[- \left(\frac{d}{d_0} \right)^3 \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (2.9)$$

O efeito da consideração do diâmetro na distribuição é demonstrado na Figura 2.10, quando apenas a tensão característica é normalizada pelo tamanho do grão as curvas são praticamente coincidentes.

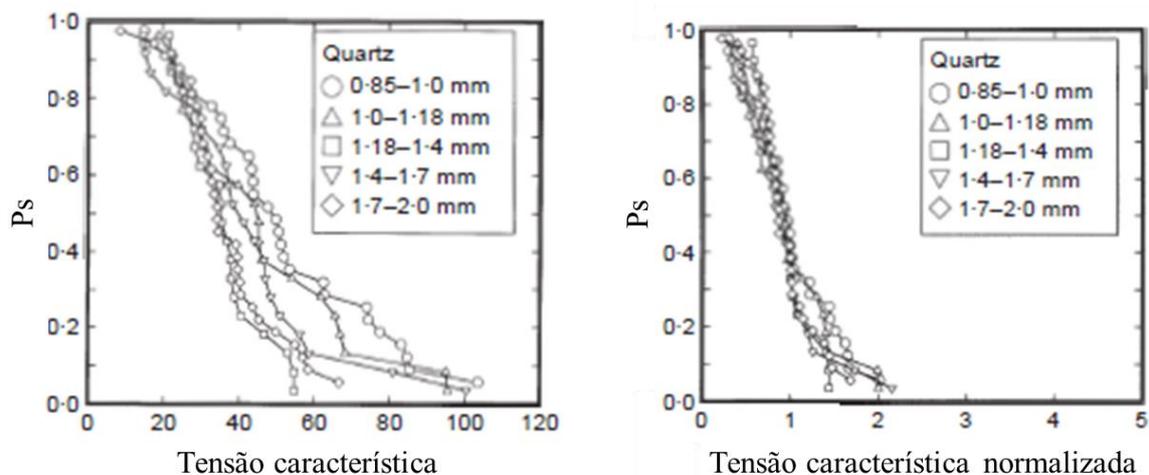


Figura 2.10: Probabilidade de sobrevivência da partícula em função da tensão característica (A. F. L. Nakata et al., 1999)

Nakata *et al.* (1999) apresentaram resultados que demonstram também diferentes formas de quebra a depender dos minerais que formam os grãos estudados. Os gráficos de força aplicada por deslocamento em ensaio de compressão simples para quartzo e ortoclásio, apresentados na Figura 2.11, exemplificam o fenômeno.

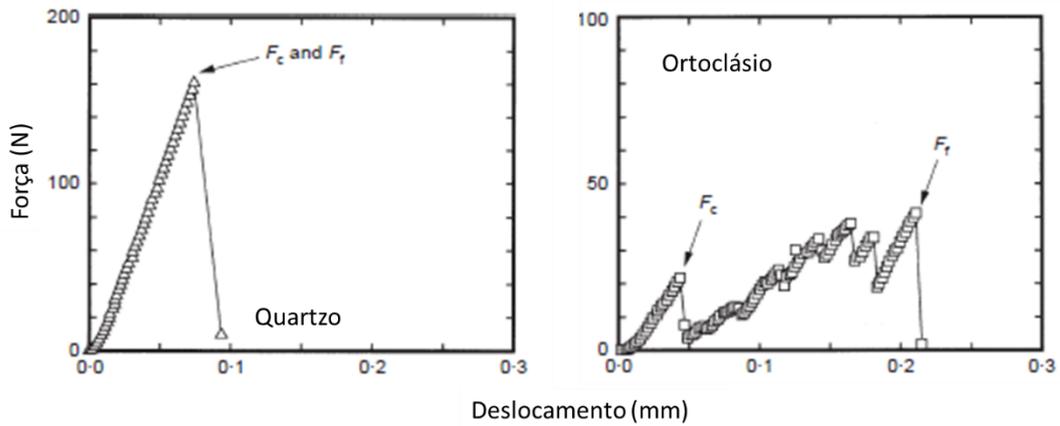


Figura 2.11: Diagrama de força por deslocamento para quartzo e ortoclásio (A. F. L. Nakata et al., 1999)

A explicação dada pelos autores para as diferentes formas das curvas é a localização das sucessivas fraturas locais que ocorrem até a quebra da partícula. Para o quartzo da Figura 2.11, a partícula após deslocamento de 0,07mm sofre uma fratura abrupta, se dividindo em poucos fragmentos. Entretanto, o ortoclásio apresenta comportamento distinto em decorrência de suas asperezas e falhas locais. Estas começam a quebrar a níveis de força inferiores (denominado no gráfico de F_c), entretanto, o núcleo da partícula ainda apresenta capacidade estrutural, vindo a romper posteriormente a um nível de força superior, ou F_f , conforme o gráfico. Na Figura 2.12 observa-se que o quartzo se fragmenta em poucas partes maiores e o ortoclásio em numerosas partes menores.

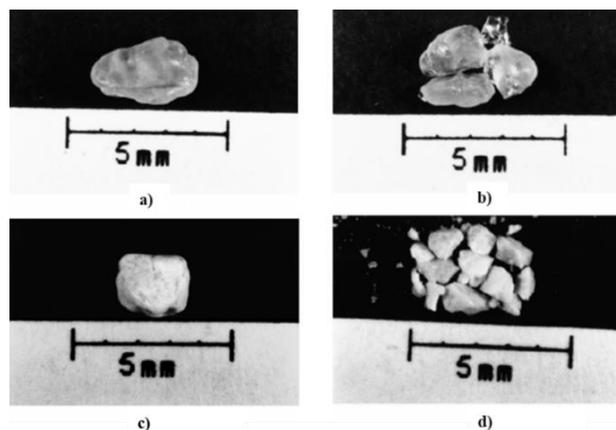


Figura 2.12: Fragmentação do quartzo (a, b) e do ortoclásio (c, d) (A. F. L. Nakata et al., 1999)

Nakata et al. (2001) relacionaram o comportamento à compressão uniaxial de material arenoso uniformemente graduado com a resistência à compressão entre placas de suas partículas. A abordagem consistiu em calcular a tensão característica média atuante nas partículas durante a

compressão do corpo de prova e compará-la com a resistência das partículas ao ensaio de compressão entre placas. Os autores concluíram que a relação existe, porém não é linear, pois a distribuição dos esforços internos não é uniforme e depende de fatores como porosidade, granulometria, forma das partículas e número total de contatos, os quais também se relacionam entre si. Algumas partículas suportam carregamentos de maior magnitude, enquanto o restante sustenta pequenos esforços ou praticamente nenhum (Cundall & Strack, 1979; Oda & Konishi, 1974; Rothenburg & Bathurst, 1992)). Dessa forma, uma distribuição probabilística de tensões nas partículas, e não seu valor médio, deve ser considerada para relacionar a resistência característica das partículas e o comportamento do corpo de prova.

Conforme demonstrado pelo estudo de Nakata et al. (1999), a configuração de fragmentação da partícula informa sobre seu processo de ruptura, sua composição mineralógica e sobre seus parâmetros de resistência. Zhou *et al.* (2019) realizaram ensaios de compressão simples de partículas e caracterizaram a distribuição dos fragmentos pós-ruptura. Os autores propuseram distribuição em dois níveis da massa acumulada dos fragmentos em função de seus diâmetros, ambas as grandezas normalizadas pela massa e pelo diâmetro da partícula original (Figura 2.13).

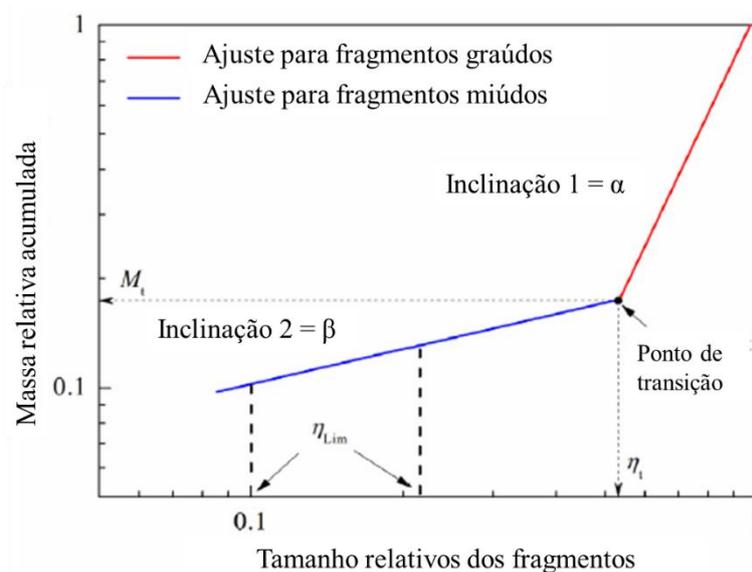


Figura 2.13: Modelo para fragmentação de partícula (Zhou et al., 2019)

Utilizando esta distribuição é possível reconstituir o grão original recursivamente. O modelo foi validado mediante comparação com os resultados experimentais. Entretanto, os autores alertam que, para a viabilidade computacional da utilização em simulações com elementos discretos, é necessário estabelecer um tamanho mínimo de fragmento para que a reconstrução

do grão. Caso contrário o número de fragmentos que constituem o grão pode tornar a simulação proibitiva.

Interessa a esta pesquisa, entretanto, a medida total de partículas rompidas no lastro ferroviário e a variação de sua distribuição granulométrica. Para tanto, existem os índices de quebra, que permitem a quantificação deste fenômeno. Os primeiros índices de quebra de partículas baseavam-se na variação do diâmetro de determinado percentual passante da amostra de material granular. Lee & Seed (1967) avaliaram a quebra segundo a variação do diâmetro correspondente ao 15% das partículas mais finas na distribuição granulométrica. Lade et al. (1996) utilizaram a medida do diâmetro que cruza a curva granulométrica em 10% passante. Avaliar apenas um diâmetro da distribuição granulométrica impõe uma série de limitações para o entendimento das causas e dos efeitos da quebra de partículas dos materiais granulares como, por exemplo, não permite que se avalie a perda de permeabilidade induzida pela variação granulométrica (un & Zheng, 2017).

Outra forma de quantificar a quebra de materiais granulares leva em consideração a curva granulométrica em sua totalidade ou determina uma faixa de diâmetros de interesse. O índice de quebra de Hardin (1985) calcula a razão entre o valor A, referente à área entre as granulometrias inicial e atual, e o valor D, referente à área entre granulometria teórica de quebra máxima e a granulometria inicial.

$$B_r = \frac{A}{D} \quad (2.10)$$

A curva granulométrica teórica de máxima quebra corresponde a uma linha vertical passando por $D = 0.074\text{mm}$ (Figura 2.14). Pode-se interpretar que o índice presume que a quebra máxima se dá quando todas as partículas se fragmentam em partículas de 0.074mm de diâmetro.

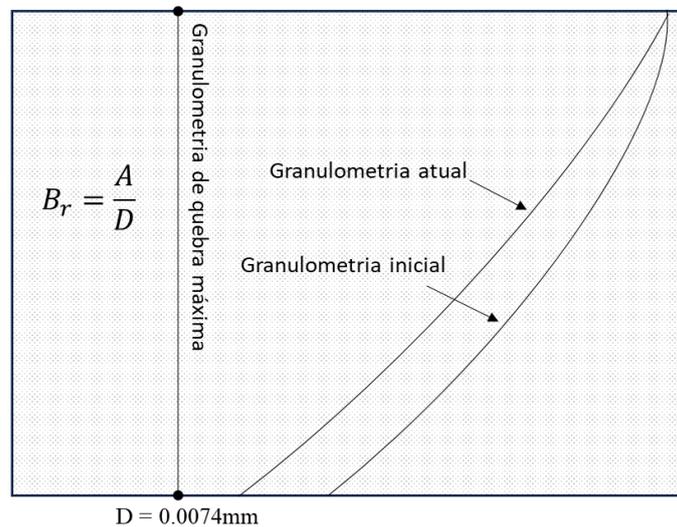


Figura 2.14: Representação gráfica dos parâmetros de cálculo do índice de Hardin (1985)

O índice *Ballast Breakage Index* (BBI) (Indraratna & Salim, 2005) segue raciocínio semelhante. A curva granulométrica de referência para o BBI é uma linha reta ilustrada na Figura 2.15. Pode-se interpretar que se trata de uma linha de graduação máxima possível da granulometria.

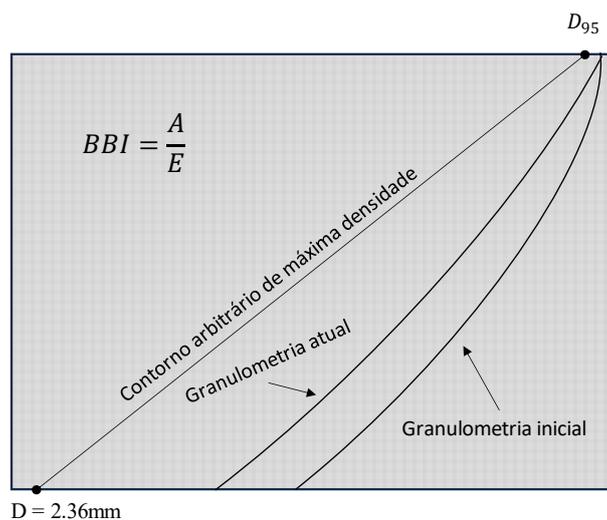


Figura 2.15: Representação gráfica dos parâmetros de cálculo do BBI (Indraratna & Salim, 2005)

O BBI é calculado pela seguinte expressão:

$$BBB = \frac{A}{E} \quad (2.11)$$

onde A é a área entre o contorno arbitrário de máxima densidade e a linha inicial, e E é a área entre a granulometria atual e a granulometria inicial.

O índice de quebra de Marsal (1967) B_g também considera toda a curva granulométrica do material para ser calculado:

$$B_g = \sum_i \Delta p_i \quad (2.12)$$

O cálculo consiste em somar a variação positiva do percentual retido em cada peneira Δp_i .

Além do valor do índice, a abordagem é interessante por considerar os valores das variações percentuais em cada peneira, pois assim se permite entender o tamanho das partículas que sofreram quebras, informação útil para o entendimento do fenômeno. O índice B_g , entretanto, possui a limitação de não ser normalizado por um denominador máximo teórico, podendo ultrapassar o valor de 100%.

Sun & Zheng (2017) apresentaram modificação do índice B_g , propondo a divisão da variação Δp_i pela diferença entre a porcentagem da curva granulométrica inicial e a porcentagem da curva fractal Δf_i para cada diâmetro, de acordo com a seguinte expressão:

$$B_g^m = \sum_o \frac{\Delta p_i}{\Delta f_i} \quad (2.13)$$

As duas principais formas de quantificação são, portanto, baseando-se em uma única peneira ou incorporando toda a curva granulométrica na quantificação da quebra. John et al. (2023), em artigo de revisão de literatura, fizeram um esforço de sistematização das diferentes formas medir a quebra das partículas em um corpo de prova, conforme o resumo da Tabela 3.

Tabela 2.1: Índices de quebra para diversos pesquisadores

Índice de Quebra	Fórmula	Referência
B_g	$B_g = 0.5 \sum_{j=1}^n (\Delta p_{ij} - \Delta p_{fj})$	(Marsal, 1967)
B_{15}	$B_{15} = \frac{D_{15i}}{D_{15f}}$	(Lee & Seed, 1967)
BI	$BI = \frac{D_{50i}}{D_{50f}}$	(Indraratna et al., 1993)
B_{10}	$B_{10} = 1 - \frac{D_{10f}}{D_{10i}}$	(Lade et al., 1996)
B_r	$B_r = \frac{A}{D}$	(Hardin, 1985)
B_f	$B_f = \frac{R}{100}$	(A. Nakata et al., 1999)
B_r^*	$B_r^* = \frac{B_t}{B_p}$	(Einav, 2007)
B_r^{**}	$B_r^{**} = \frac{0.0002634 \cdot L \cdot (R + S)}{C_u \cdot e \cdot Q}$	(Mehta & Patel, 2018)

2.5. Método dos Elementos Discretos para modelagem do lastro ferroviário

Sabendo que a premissa do meio contínuo não é a mais realista para o lastro composto por material granular, devido à quantidade e à dimensão dos vazios desta camada, pesquisadores utilizam também abordagem discreta para sua modelagem. Tutumluer et al. (2013) apresentaram estudos no qual utilizaram o MED para simular o comportamento de lastros em função de suas configurações de forma das partículas, frequências e magnitudes de carregamento. Os resultados das simulações confirmaram as influências destes fatores conforme observações anteriores de outros autores, bem como as curvas de deformação permanente seguiram a tendência apontada pelo modelo de Monismith et al. (1975), demonstrando que a abordagem discreta se mostrava apropriada e promissora para o tratamento do problema. Tutumluer et al. (2013) utilizaram elementos discretos poliédricos (Figura 2.16) sem consideração de quebra para simular a deformação permanente do lastro ferroviário e comparar com medidas realizadas em campo, isto é, validar um modelo de deformação permanente.

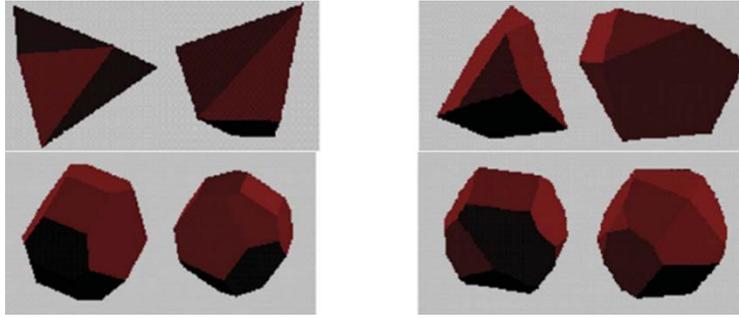


Figura 2.16: Elementos discretos poliédricos (Mahmoud et al., 2016)

Antes da simulação, os parâmetros do material foram calibrados com uso dos resultados de ensaio de cisalhamento direto, obtendo-se 20 MN/m e 10 MN/m para as rigidezes de contato normal e de cisalhamento, respectivamente, bem como 31° para ângulo de atrito entre partículas e 0.4 de amortecimento (*damping*) de contato. Os resultados de campo foram coletados de 4 trechos submetidos a carregamento de 35,75 toneladas por eixo por 580.000 passagens. Em campo, os trechos que continham partículas mais alongadas apresentaram deformação permanente maior que aqueles que continham partículas mais arredondadas, corroborando a tese de que a tendência à quebra contribui de maneira significativa para a deformação permanente. Os resultados da validação, entretanto, apontaram para erros de 32% a 45% entre o aferido em campo e o previsto em simulação, respectivamente, para 580.000 passagens, sendo a deformação permanente estimada sempre maior. É contraintuitivo que, mesmo sem considerar quebra de partículas, o modelo tenha tido resultados significativamente superiores aos de campo. Os autores apontam ainda que a distribuição desigual dos carregamentos entre os trilhos devido à superelevação gerou imprecisões nas medidas de recalques de campo.

Mahmoud et al. (2016) consideraram a quebra de partículas para a previsão da deformação permanente. Os autores modelaram de maneira bidimensional partículas compostas de diversos fragmentos colados, utilizando o BPM (do inglês, *Bonded Particle Model*) com critério de resistência à tração e ao cisalhamento (Figura 2.17). Três abordagens foram realizadas. Para a primeira vários fragmentos pequenos colados preenchem o contorno do grão. Na segunda, o contorno do grão foi preenchido com uma distribuição de fragmentos que minimizasse a quantidade destes, otimizando o custo computacional. Estas duas abordagens permitem que a quebra seja realizada de maneira sucessiva e simulam melhor as propriedades de forma do grão. A terceira, denominada pelo autor de método simplificado, idealizava o grão como circular e o preenchia com fragmentos de tamanhos diversos, os quais se separam quando determinado critério de ruptura é atingido.

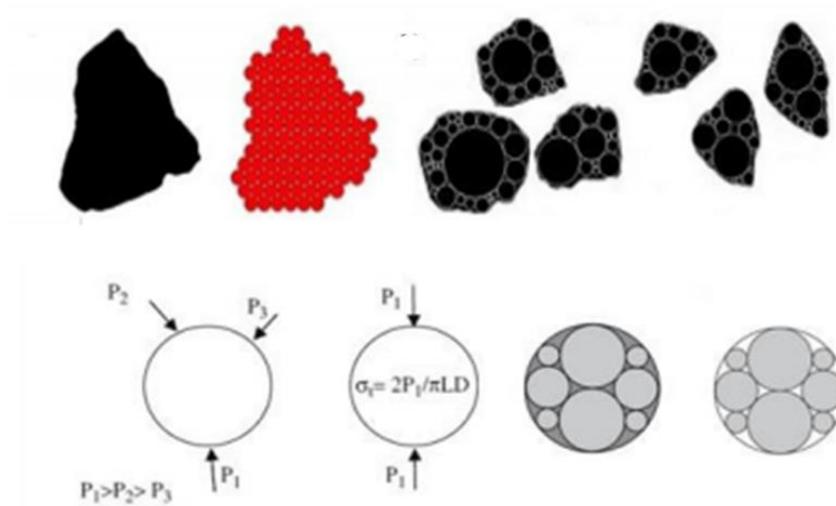


Figura 2.17: Modelos de representação do agregado (Mahmoud et al., 2016)

Após simulações de carga repetida sobre lastro, os autores concluíram que a primeira abordagem representava, de maneira mais realista, o comportamento do material. Estes argumentaram que a rotina de minimização de fragmentos da segunda abordagem não seria coerente com o modo de fragmentação do grão, bem como a não consideração da forma do grão do terceiro método.

A distribuição dos fragmentos após a quebra do grão é relevante tanto para a colmatação do lastro ferroviário quanto para sua deformação permanente, seja pela perda de agregados graúdos e geração de finos, redistribuição de tensões ou por reconfiguração de empacotamento. Porém, além desta distribuição é necessário estabelecer critérios de quebra para predição realista destes fenômenos. O BPM simula o grão como um conjunto de elementos rígidos circulares ou esféricos não uniformes, ligados entre si, que se separam quando um critério de ruptura do contato é atingido (Potyondy & Cundall, 2004). Matematicamente, a ligação se manifesta como uma restrição ao movimento relativo entre (Thakur et al., 2009) partículas na direção em que ela trabalha (Ergenzinger et al., 2012). Na Figura 2.18 é ilustrada esta forma de modelagem do grão.

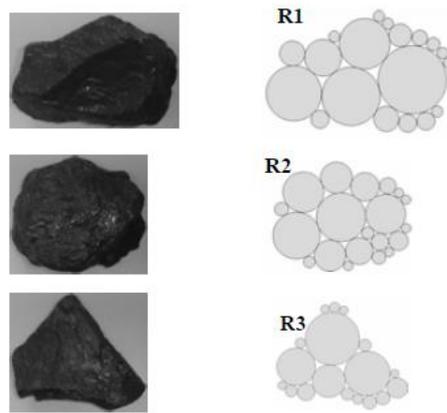


Figura 2.18: Partículas modelados por meio de elementos circulares colados (Thakur et al., 2009)

As propriedades físicas dos elementos consistem em rigidez normal (k_n) e tangencial (k_t), enquanto as de ligação entre estes variam de acordo com o material estudado. Potyondy e Cundall (2004) modelaram uma rocha granítica, ligando partículas de granito por cimento, simulando problemas de túneis e ensaios de compressão diametral. Thakur *et al.* (2009) estudaram o efeito da tensão confinante na quebra de partículas durante o ensaio triaxial, representando agregados como conjuntos de fragmentos de grão ligados. Mahmoud (2016) utilizou-se de expediente semelhante, simulando a deformação permanente do lastro ferroviário.

Zhang et al. (2020) apresentam método avançado de constituição de partículas a partir de aglomerado rígido de esferas. A partir de escaneamento de partículas e algoritmos de otimização, os autores construíram modelos tridimensionais realistas de partículas (Figura 2.19). Adicionalmente, também formularam modelo de membrana flexível para a aplicação de confinamento, a partir da técnica dos *clusters* de esferas. O método permite a análise de variáveis micro e macroscópicas e a explicação de respostas de deformabilidade e falha do corpo de prova. Entretanto, apesar da reprodução realista dos contornos das partículas, o modelo proposto necessita de extensiva campanha de calibração em razão de ser baseado em aglomerados esféricos.

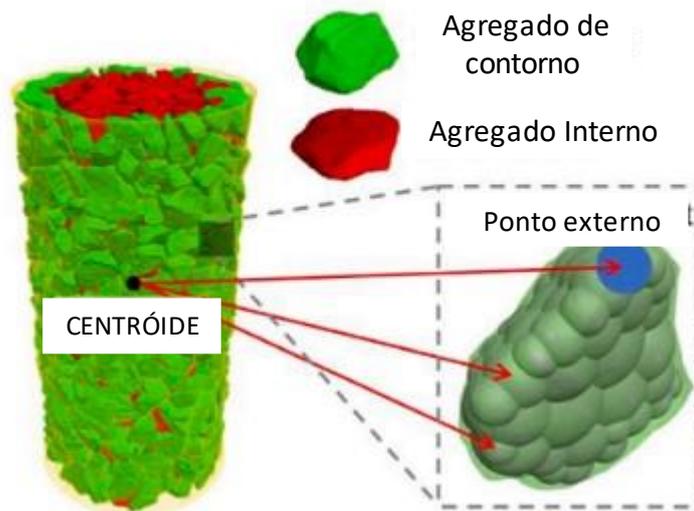


Figura 2.19: Modelagem por elementos discretos em aglomerados esféricos tridimensionais (Zhang et al., 2020)

Diversos outros autores investigam os fenômenos relativos ao lastro ferroviário com a modelagem de partículas por aglomerados esféricos (Cui et al., 2022; Hou et al., 2023; Liu et al., 2020; Zhu et al., 2022). Este método de representação do lastro ferroviário permite construir modelos de diferentes tipos de ensaio e mesmo simulações simplificadas de campo (Figura 2.20), ao mesmo tempo em que variáveis importantes como granulometria e forma são levadas em consideração, o que permite uma vasta gama de aplicações. A limitação comum a este tipo de abordagem é a necessidade de extensivas calibrações, pois as respostas macroscópicas do material rochoso não correspondem às propriedades microscópicas das esferas que aglomeradas compõem a sua forma. Em outras palavras, as propriedades mecânicas das esferas, como o módulo de Young, por exemplo, não são as mesmas propriedades das formas geométricas que elas representam quando aglomeradas.

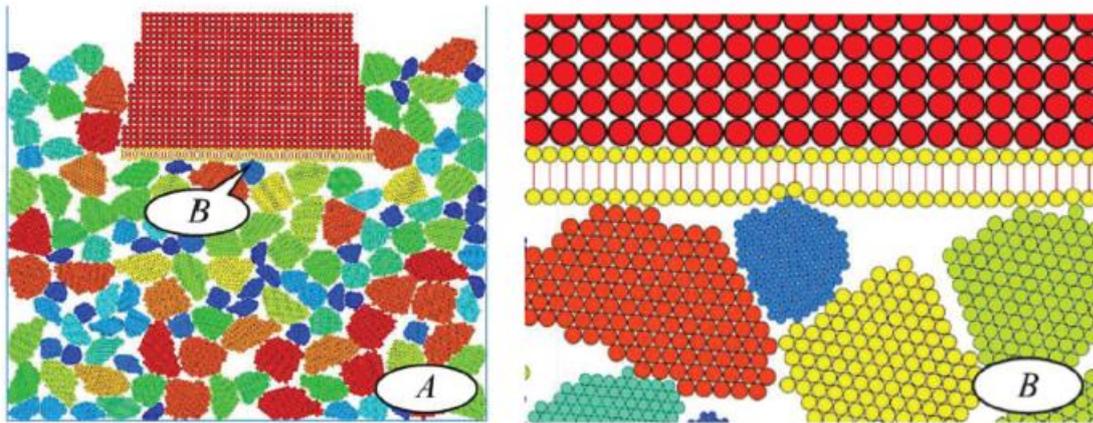


Figura 2.20: Modelo em elementos discretos de aplicação de carga de dormente sobre lastro (Cui et al., 2022)

Aela et al. (2023) procuram contornar este problema ao desenvolver um método de calibração para modelagem em elementos discretos de lastro ferroviário. O método envolve os ensaios de cilindro vazado, compressão confinada, cisalhamento direto e o ensaio de caixa. Os autores chegaram a curvas bem ajustadas entre modelo e ensaios de laboratório, porém a quebra de partículas não foi contemplada no estudo, restando como sugestão para pesquisas futuras.

3. METODOLOGIA

A proposta metodológica desta pesquisa parte da premissa de que o lastro ferroviário, para a simulação mecânica, é constituído de propriedades de duas naturezas, quais sejam: as geométricas, conferidas pelo processo de britagem, e as mecânicas da rocha que o originou. Dessa forma, parte-se destas duas frentes de caracterização laboratorial, geométrica para as britas e ensaios mecânicos de corpo de prova cilíndrico de rocha. De posse das propriedades de deformabilidade e fratura da rocha e das propriedades geométricas das britas, tem-se os parâmetros de entrada necessários para o método Híbrido LED. Com estes parâmetros de entrada pode-se realizar simulações de ensaios laboratoriais, como compressão de partícula, uniaxial confinado, triaxiais estáticos e dinâmicos, e mesmo de situações de campo, como o lastro comprimido por dormentes. A etapa seguinte é a interpretação dos resultados e avaliação do comportamento do lastro quanto à quebra, deformação permanente e rigidez. Nesta tese não são realizados ensaios laboratoriais, os dados são experimentais oriundos de D. F. Diógenes et al. (2020) e Jackson et al. (1995). Importante ressaltar que são materiais diferentes. O foco deste trabalho é, a partir destes dados, construir modelos de ensaio virtuais e executá-los com o método Híbrido LED. O resumo da metodologia proposta encontra-se na Figura 3.1.

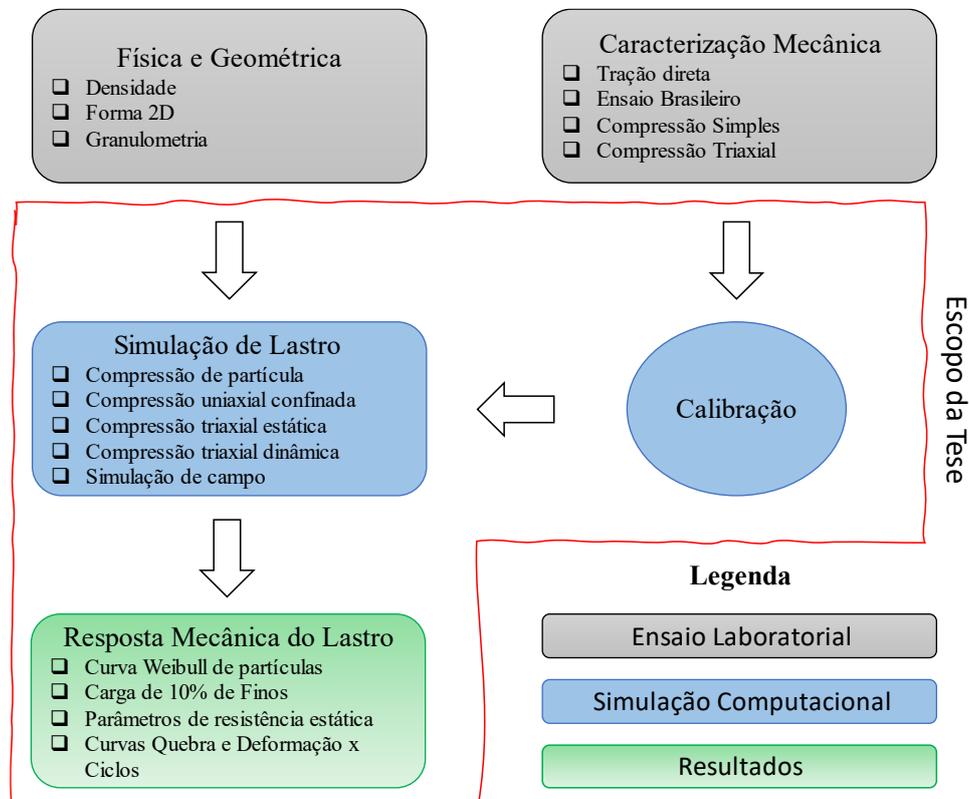


Figura 3.1: Fluxograma da metodologia proposta

Para a fase “Caracterização Física e Geométrica” do fluxograma utilizam-se os dados obtidos por D. F. Diógenes (2021). A autora caracterizou lastro da Ferrovia Transnordestina em diversos pontos da via permanente utilizando-se da ferramenta AIMS. A partir dos dados de imagem fornecidos, utilizou-se a técnica dos Descritores de Fourier 2D (Bowman *et al.*, 2001; Mollon & Zhao, 2012; Sun *et al.*, 2012) para a geração de partículas, que empacotadas pelo método do avanço frontal (Recarey *et al.*, 2019) deram origem aos corpos de prova virtuais para as simulações de ensaios de lastro deste capítulo.

Tabela 3.1: Propriedades geométricas do lastro ferroviário obtidas por D. F. Diógenes (2021)

Parâmetro/ Sistema de classificação	Propriedades de forma			
	Forma 2D	Esfericidade	Angularidade	Textura superficial
Média	8.47	0.64	3533.6	324.4
Al Rousan (2004)	Semialongado	Baixa	Sub-arredondado	Polida
Ibiapina (2018)	Semi- Circular	Baixa	Sub-arredondado	Lisa

A etapa “Caracterização Mecânica” é cumprida resgatando os dados laboratoriais de Jackson et al. (1995), apresentados com detalhe na seção 3.4.1. *Ensaio de rocha intacta*. A partir dos resultados dos autores, é possível verificar se os resultados dos ensaios virtuais pelo método Híbrido LED chegam a respostas numericamente similares com apenas uma interação, superando assim a etapa “Calibração do Fluxograma”. Ressalta-se que neste trabalho a formulação do método é adaptada para problemas de lastro ferroviário, por isso faz-se necessária essa revalidação, que decorre da natureza dinâmica e descontínua do problema.

Na seção 3.1. Método Híbrido Lattice-Elementos Discretos, apresenta-se a formulação do método Híbrido LED propriamente dito, suas considerações de cálculo e derivação de equações e adaptações para viabilizar a modelagem de problemas de lastro ferroviário. Nas seções posteriores seguem os detalhamentos dos modelos de ensaios virtuais do trabalho, com suas geometrias, condições de contorno, dentre outras considerações. Cumpre-se, desta forma, a etapa “Simulação de Lastro” da Figura 3.1, cujos resultados são analisados no capítulo posterior, dando fim às fases do fluxograma. Obviamente, não se exige que os resultados das simulações sejam iguais aos encontrados em laboratório por D. F. Diógenes et al. (2020), pois as propriedades mecânicas do material rochoso são extraídas de outra fonte (Jackson et al.,

1995). Entretanto, se o método Híbrido LED for apropriado para a modelagem do lastro ferroviário, espera-se que os resultados sejam consistentes com aqueles comumente encontrados na literatura.

3.1. Método Híbrido Lattice-Elementos Discretos

O método Lattice de resolução de problemas de elasticidade originou-se do desenvolvimento de Hrennikoff (1941), cuja abordagem baseava-se em interações de massas nodais por meio de molas e vigas elásticas. Com o avanço de pesquisas e capacidade computacional, métodos Lattice como o de Bolander e Saito (1988), Rede de Molas e Corpos Rígidos (RMCR), foram formulados. Outros autores (Asahina *et al.*, 2015; Rasmussen *et al.*, 2018; Rasmussen, 2021) apresentaram contribuições adicionais, garantindo vantagens importantes para os métodos do tipo Lattice, como a fidelidade com que as simulações representam parâmetros de deformabilidade e resistência de rochas isotrópicas e ortotrópicas. Desta forma, o atual estado da arte dos métodos Lattice os credencia a modelar as partículas do lastro ferroviário. O MED, por sua vez, incorpora-se ao Lattice em sua rotina de integração explícita e sua capacidade de representar geometrias diversas e meios descontínuos. Em resumo, o método Híbrido LED para lastro ferroviário utiliza-se do RMCR para os contatos coesivos dentro das partículas, e o MED para representar os contatos não coesivos entre as partículas e os materiais do contorno.

O autor esclarece de antemão que esta seção irá apresentar formulação tridimensional, pois assim foi escrita e implementada no código durante o desenvolvimento da tese. No entanto, para minimizar os custos computacionais e possibilitar um número de ensaios virtuais que permitissem aprofundamentos nas conclusões, modelos bidimensionais com uma espessura igual a 0,1 m na direção z serão utilizados para simular os ensaios virtuais de lastro nas seções subsequentes. Essa abordagem está alinhada com as metodologias empregadas por outros pesquisadores (Cui *et al.*, 2022; Xiao *et al.*, 2017), que também utilizaram técnicas de modelagem 2D para simular testes triaxiais em lastro. Os graus de liberdade são, conseqüentemente, reduzidos de três lineares e três rotacionais (3D) para dois lineares e um rotacional (2D). A tensão na direção perpendicular ao plano das figuras pode ser negligenciada, e nenhum deslocamento ocorre nessa direção.

3.1.1. Formulação Lattice – Rede de Molas e Corpos Rígidos (RMCR)

Na formulação RMCR, o domínio que descreve a rocha, no caso deste trabalho, as britas do lastro ferroviário, é discretizado em uma malha de corpos em forma de células de Voronoi (ou voronois) que herdam as propriedades do material rochoso original (Figura 3.2).

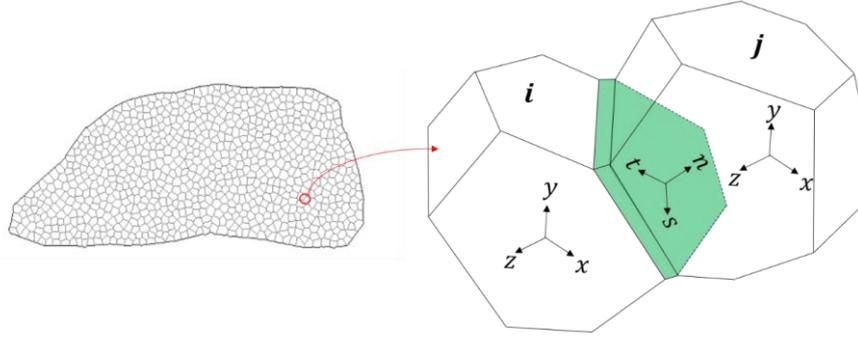


Figura 3.2: Ilustração do modelo Lattice em brita

No centroide de cada interface de dois corpos i e j , conforme exemplificado na Figura 3.2, as forças são regidas por três molas lineares (k_n , k_s e k_t) e três molas rotacionais ($k_{\varphi n}$, $k_{\varphi s}$ e $k_{\varphi t}$), atuantes na direção das coordenadas locais n , t e s . As rigidezes das molas são calculadas a partir do módulo de Young do material (E) e das propriedades geométricas do contato, quais sejam: área A_{ij} , distância entre núcleos dos voronoi h_{ij} e momentos de inércia da interface (J_p , I_{ss} e I_{tt}), de acordo com as seguintes equações:

$$k_n = k_s = k_t = \frac{E \cdot A_{ij}}{h_{ij}} \quad (3.1)$$

$$k_{\varphi n} = \frac{E \cdot J_p}{h_{ij}} \quad (3.2)$$

$$k_{\varphi s} = \frac{E \cdot I_{ss}}{h_{ij}} \quad (3.3)$$

$$k_{\varphi t} = \frac{E \cdot I_{tt}}{h_{ij}} \quad (3.4)$$

As forças e os momentos na interface são calculados a partir de equações lineares de maneira incremental, isto é, o incremento de força ΔF e de momento ΔM em cada direção é o produto da rigidez na respectiva direção pelo incremento de deslocamento ($\Delta\delta_n$, $\Delta\delta_s$ e $\Delta\delta_t$) ou de rotação ($\Delta\varphi_n$, $\Delta\varphi_s$ e $\Delta\varphi_t$), em coordenadas locais como a seguir:

$$\Delta F = k \cdot \Delta\delta \quad (3.5)$$

$$\Delta M = k_{\varphi} \cdot \Delta\varphi \quad (3.6)$$

As forças de contato calculadas são transmitidas em termos de coordenadas globais (x , y e z) aos corpos, que então se deslocam e rotacionam segundo as leis de Newton.

Percebe-se que o conjunto de equações apresentado não considera o efeito de Poisson, o que configuraria uma limitação do método. Asahina *et al.* (2015) introduziram o conceito de tensões fictícias para modelos bidimensionais de RMCR, possibilitando que o coeficiente de Poisson pudesse ser considerado no método sem que se gerasse tensões espúrias. A proposta dos autores é utilizada neste trabalho a fim de melhor aproximação do real comportamento mecânico dos materiais estudados.

A formulação do Método das tensões fictícias de Asahina *et al.* (2015) consiste em quatro etapas:

- i) Calcular o vetor de tensões principais σ_P para cada célula de voronoi adotando coeficiente de Poisson ν igual a zero.
- ii) Calcular um vetor de tensões fictícias σ_F , como se segue:

$$\sigma_F = \nu \cdot \hat{\mathbf{I}} \cdot \sigma_P \quad (3.7)$$

$$\text{onde } \hat{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

- iii) Obter tensões fictícias t_m^i para cada face dos voronoi:

$$\mathbf{t}_m^i = \mathbf{S}^i \mathbf{n}_m^i \quad (3.8)$$

onde i é o índice do voronoi, m é o índice da face, $\mathbf{S}^i = \mathbf{diag}(\sigma_{F,1}^i, \sigma_{F,2}^i, \sigma_{F,3}^i)$ e \mathbf{n} é o vetor unitário normal a cada face.

- iv) Calcular as forças fictícias f_m^i de acordo com a equação a seguir e então aplicá-las nas faces dos voronoi:

$$\mathbf{f}_m^i = \mathbf{t}_m^i \cdot A_m \quad (3.9)$$

Onde, A_m é a área da face do voronoi.

No momento que as forças fictícias são aplicadas, o efeito de Poisson se manifesta no modelo conforme o valor de seu coeficiente.

3.1.2. Rotina de Integração Explícita

Diferentemente do tradicional método Lattice de RMCR, o método Híbrido LED adota uma rotina de integração explícita tal qual o MED para calcular a movimentação dos corpos, o que permite a simulação de deslocamentos e rotações de magnitude elevada em relação a outros métodos de solução implícita. Assim como em Rasmussen *et al.* (2018), adota-se o método de integração explícita *leapfrog*, no qual as velocidades são conhecidas em passos de tempo intermediários anteriores à posição de acordo com as expressões:

$$v^{t+\frac{\Delta t}{2}} = v^{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{F^t}{m} \cdot \Delta t \quad (3.10)$$

$$\omega^{t+\frac{\Delta t}{2}} = \omega^{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{M^t}{I} \cdot \Delta t \quad (3.11)$$

$$x^{t+\Delta t} = x^t + v^{t+\frac{\Delta t}{2}} \cdot \Delta t \quad (3.12)$$

$$\theta^{t+\Delta t} = \theta^t + \omega^{t+\frac{\Delta t}{2}} \cdot \Delta t \quad (3.13)$$

Onde v é o vetor de velocidades lineares do corpo, ω o vetor de velocidades angulares, F o vetor de forças, x o vetor posição, θ o vetor rotação, m a massa, I o momento de inércia, t o tempo e Δt o incremento de tempo.

3.1.3. Modelo de Zona Coesiva

A fim de representar a quebra das partículas, utiliza-se o Modelo de Zona Coesiva (MZC) nas interfaces dos elementos que constituem cada brita da camada de lastro. Esta modelagem é aplicável a materiais dúcteis e quasi-frágeis, caso das rochas utilizadas para a fabricação do lastro ferroviário, como o granito, conforme demonstrado por Zang e Wagner (2000). O procedimento de cálculo desta seção (Modelo de Zona Coesiva) tem por referência Rasmussen (2018).

3.1.4. Critério de fratura

A interface entre elementos comporta-se como conjunto de molas intactas conforme ilustrado na seção 2.1. até que se atinja um critério de falha expresso a seguir, momento no qual a interface torna-se Zona de Processo de Fratura (ZPF):

$$F = 1 - \sqrt{\left[\frac{(\sigma_n)_-}{f_n}\right]^2 + \frac{\tau}{c + (\sigma_n)_+ \tan \varphi}} \quad (3.14)$$

Utilizando-se da seguinte notação (Equação 3.15):

$$(x)_- = \begin{cases} x, & x < 0 \\ 0, & x \geq 0 \end{cases}; \quad (x)_+ = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

onde σ_n é a tensão normal, f_n a resistência à tração, τ a tensão de cisalhamento, c a coesão e φ o ângulo de atrito da interface. Se a função de falha F é maior ou igual a zero, há surgimento da ZPF. Esta evolui de δ_m^0 (deslocamento relativo total entre os corpos no início do fraturamento) em processo de dano até atingir δ_m^f (deslocamento relativo total entre os corpos que encerra o processo de fraturamento), quando torna-se fratura e os corpos passam a interagir como elementos discretos.

No momento que o critério de falha é atingido, a partir das tensões normais e de cisalhamento, calculam-se as parcelas de energia G_I e G_{II} armazenadas na zona coesiva de acordo com as seguintes equações:

$$G_I = \frac{k_n \cdot \delta_n^2}{2} \quad (3.16)$$

$$G_{II} = \frac{k_s \cdot \delta_s^2}{2} \quad (3.17)$$

onde k_n e k_s são as constantes de mola dadas pela Equação 3.1, δ_n e δ_s são os deslocamentos relativos normal e de cisalhamento entre os corpos no início do fraturamento.

Em seguida, calcula-se a energia total G_C , a partir das energias de superfície específicas (G_{IC} e G_{IIC}) da rocha, e das energias acumuladas (G_I e G_{II}), utilizando o critério de Benzeggagh e Kenane (1996) (Critério B-K), ilustrado na Figura 3.3:

$$G_C = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \cdot \left[\frac{G_{II}}{G_I + G_{II}} \right]^2 \quad (3.18)$$

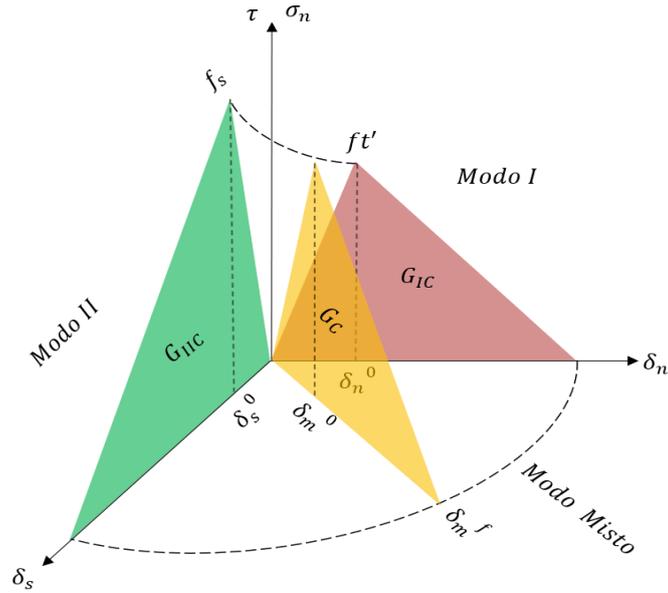


Figura 3.3: Critério de Benzeggagh e Kenane (1996)

Finalmente calcula-se a o deslocamento relativo δ_m^f na qual o processo de fraturamento se completa. Caso ocorra em Modo I ou Misto (apenas tração ou tração com cisalhamento, respectivamente) utiliza-se a expressão:

$$\delta_m^f = \frac{2 \cdot G_C}{\sqrt{(\sigma_n^0)^2 + (\tau_s^0)^2}} \quad (3.19)$$

ou no caso de Modo II (por cisalhamento de interface comprimida) utiliza-se:

$$\delta_m^f = \frac{2 \cdot G_{IIc}}{C + (\sigma_n)_+ \cdot \tan \varphi} \quad (3.20)$$

3.1.5. Evolução da fratura

Em Rasmunssen *et al.* (2018), os autores adotam um parâmetro de dano D que varia entre 0 e 1 para reger a evolução do fraturamento da zona coesiva. Quando o dano é nulo, molas trabalham com sua rigidez integral, que reduz linearmente à medida que o dano se aproxima da unidade e a fratura se completa. No presente trabalho, não se utiliza parâmetro de dano, mas aborda-se a evolução da fratura de maneira incremental, as forças de interação atuantes na zona coesiva diminuem na medida dos incrementos de comprimento de trinca. A escolha por essa abordagem se dá por motivos de consistência do método, uma vez que, conforme apresentado

na seção 2.1, o incremento de força se dá em relação ao incremento dos deslocamentos (Figura 3.4). Em síntese, ao invés de um parâmetro D atuar sobre as molas, as forças são recalculadas a partir do incremento de deslocamento na ZPF, conforme a formulação que se segue.

Seja T a resultante do vetor tensão (*traction*) no plano da interface dado por:

$$T = \sqrt{(\sigma_n)^2 + \tau^2} \quad (3.21)$$

A resultante do vetor de forças na interface é dada por:

$$F = T \cdot S \quad (3.22)$$

onde S é a área de interação entre os corpos.

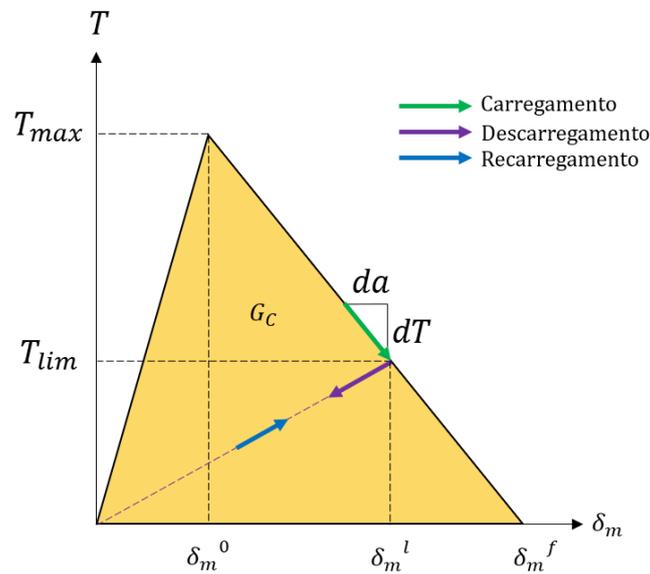


Figura 3.4: Função do Modelo de Zona Coesiva

Desta forma, a variação do módulo das forças na interface em função da evolução da trinca a é dada pela derivação da Equação 3.22, obtendo-se:

$$\frac{d|F|}{da} = \frac{dT}{da} \cdot S \quad (3.23)$$

$$\frac{dT}{da} = -\frac{T_{max}}{\delta_m^f - \delta_m^0} \quad (3.24)$$

$$\frac{d|F|}{da} = -\frac{T_{max}}{\delta_m^f - \delta_m^0} \cdot S \quad (3.25)$$

Expandindo F em Série de Taylor e truncando a partir do segundo termo, a variação de força resultante sobre a interface ΔF em função da progressão da trinca Δa pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta|F| = -\frac{T_{max}}{\delta_m^f - \delta_m^0} \cdot S \cdot \Delta a \quad (3.26)$$

Outros casos possíveis são o de descarregamento e o de recarregamento, apontados na Figura 3.4. Neles, não há progressão da trinca e a variação de forças é calculada conforme:

$$\Delta|F| = -\frac{T_{lim}}{\delta_m^l} \cdot S \cdot \Delta\delta_m \quad (3.27)$$

onde T_{lim} é a resultante do vetor tensão correspondente ao máximo deslocamento até então atingido δ_m^l e $\Delta\delta_m$ é o incremento de deslocamento.

A variação das componentes do vetor de forças se dá pela multiplicação da variação da resultante e o vetor de cossenos diretores \mathbf{n} (Equação 3.28):

$$\Delta\mathbf{F} = \Delta|F| \cdot \mathbf{n} \quad (3.28)$$

Onde \mathbf{n} é dado pela Equação 3.29:

$$\mathbf{n} = \left[\frac{(F_n)_-}{|F|}, \frac{F_s}{|F|}, \frac{F_t}{|F|} \right] \quad (3.29)$$

na qual n é a direção normal ao plano da interface, enquanto s e t as transversais.

3.1.6. Consideração do amortecimento

No método Híbrido LED para lastro ferroviário, considera-se o amortecimento de contato (P. Cundall, 1987), isto é, a dissipação de energia ocorre nos contatos do modelo, sejam eles coesivos ou não. O análogo mecânico utilizado é a associação em paralelo de mola elástica e amortecedor. A força do amortecedor atua sempre em sentido contrário à velocidade da colisão \mathbf{v} e é descrita pela Equação 3.30.

$$\mathbf{f}_a = -2 \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot m} \cdot \mathbf{v} \quad (3.30)$$

Onde c é a constante de amortecimento, que varia de 0 a 1, k é a constante elástica do contato e m a massa efetiva do contato. O valor de c igual a 1 significa amortecimento crítico, ou dissipação total da energia durante a colisão.

A escolha da constante de amortecimento deve se referenciar em dados coletados empiricamente. O coeficiente de restituição é o parâmetro usualmente escolhido para

modelagem de colisões entre materiais rochosos (Dias & Barroso, 2006; Imre et al., 2008; Peng, 2000; Sandeep et al., 2021). Para viabilizar o uso de base de dados da literatura é necessário, portanto, formular equação que relacione a constante de amortecimento como implementada no código dessa tese e o coeficiente de restituição.

Para atingir este objetivo, parte-se de modelo de um corpo de velocidade inicial $\dot{x}(0)$, constante elástica k e massa m colidindo com um substrato rígido de massa infinita. Considera-se ainda que:

- i) A colisão se inicia no instante $t = 0$ e finda quando os corpos perdem o contato;
- ii) O coeficiente de restituição é a razão entre a velocidade no fim do contato e a velocidade no início do contato

A solução analítica que descreve esta colisão é a do movimento harmônico amortecido e é dada por:

$$x(t) = A \cdot e^{-\frac{\gamma t}{2}} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (3.31)$$

Derivando-se a Equação 3.31, obtém-se a velocidade da colisão:

$$\dot{x}(t) = -A \cdot \frac{\gamma}{2} \cdot e^{-\frac{\gamma t}{2}} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) - A \cdot \omega \cdot e^{-\frac{\gamma t}{2}} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi) \quad (3.32)$$

onde A é a amplitude do movimento, $\gamma = 2 \cdot c \cdot \sqrt{k \cdot m}$, ω é a frequência angular de oscilação e φ o ângulo de fase da oscilação.

O fim da colisão ocorre na metade do período do oscilador harmônico amortecido, portanto, o coeficiente de restituição r pode ser escrito conforme a seguinte equação:

$$r = \frac{\dot{x}\left(\frac{T}{2}\right)}{\dot{x}(0)} \quad (3.33)$$

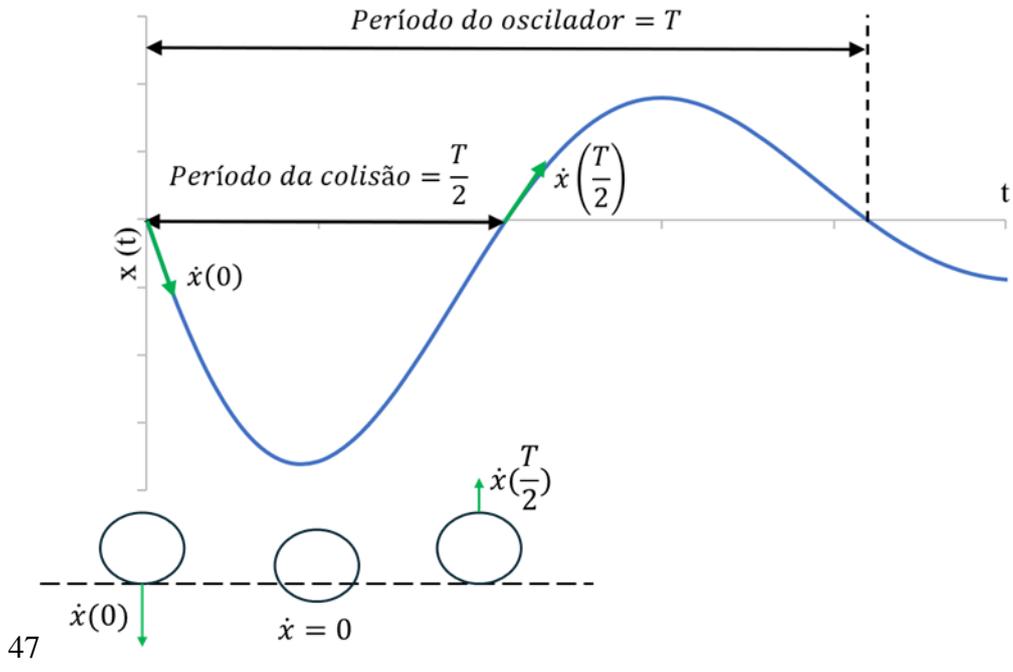
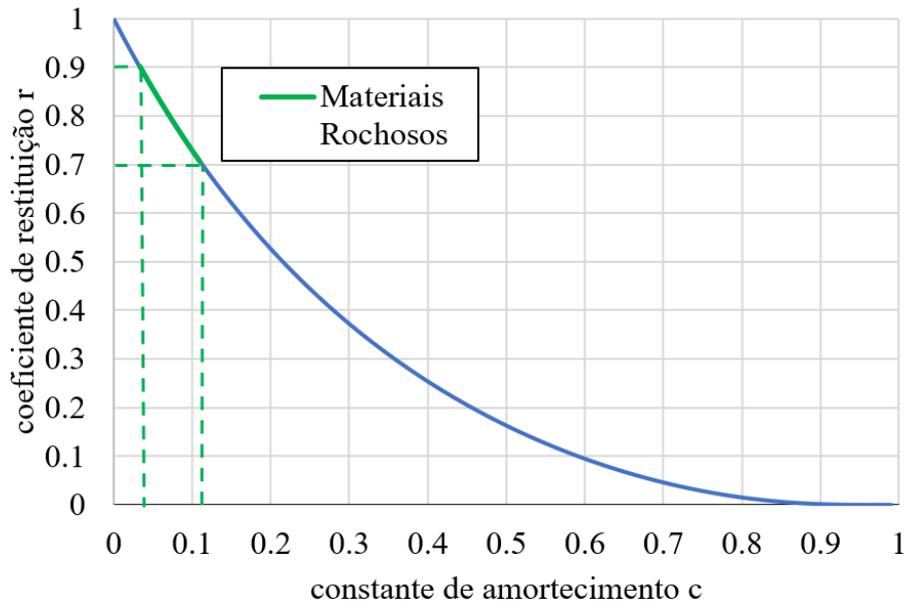


Figura 3.5: Modelo para determinação da equação da constante de amortecimento

Aplicando as condições iniciais e sabendo que $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\gamma^2}{4}}$, pode-se manipular a Equação 3.33 para a obtenção da equação a seguir, que relaciona a constante de amortecimento c e o coeficiente de restituição r para o problema posto.

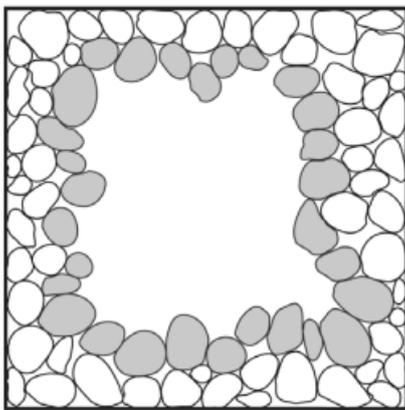
$$r = e^{\frac{-\pi.c}{\sqrt{(1-c^2)}}} \tag{3.34}$$

Coefficientes de restituição foram mensurados para diferentes condições experimentais para materiais rochosos na literatura (Dias & Barroso, 2006; Imre et al., 2008; Sandeep et al., 2021). Os valores encontrados têm limites em aproximadamente 0,7 e 0,9, o que equivale a constantes de amortecimento entre 0,033 e 0,110, de acordo com a Equação 3.34.

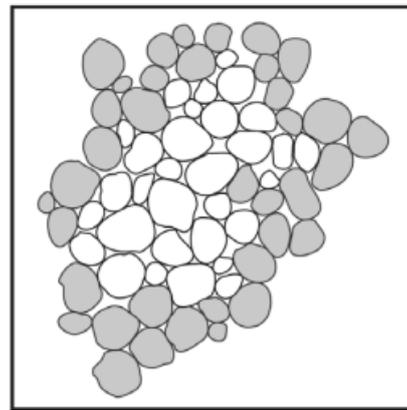


3.2. Geração de corpos de prova e empacotamento de partículas

A forma realista das partículas é obtida a partir de imagens escaneadas (D. F. Diógenes, 2021) e, posteriormente, utilizadas para gerar corpos de prova com algoritmos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa do Infralab/UnB (Recarey et al., 2018, 2019; Valera et al., 2023). Amostras virtuais que representam corpos de prova de ensaios de laboratório são geradas a partir de uma distribuição estatisticamente representativa do tamanho e da forma das partículas. O empacotamento das partículas é alcançado por meio do método dos avanços frontais (Recarey et al., 2019). Esta técnica pode ser aplicada preenchendo o espaço, aqui correspondente ao corpo de prova, a partir do contorno (*inwards*) ou a partir do centro (*outwards*) (Figura 3.6).



a) Empacotamento a partir do contorno (*inwards*)



b) Empacotamento a partir do centro (*outwards*)

Figura 3.6: Direções do empacotamento pelo método de avanços frontais. Fonte: Recarey et al. (2019)

Aqui, utiliza-se para a geração dos copos de prova virtuais a técnica dos avanços frontais *outwards*. É ilustrado na Figura 3.7 um exemplo de corpo de prova gerado a partir deste método. Percebe-se que as partículas foram cortadas nos limites do retângulo, técnica bastante conveniente para corpos de prova de materiais asfálticos serrados, por exemplo, mas que não será adotada no decorrer desta tese. Ao invés disso, permite-se que as partículas ultrapassem um pouco as dimensões para que não se viole a forma das partículas (Figura 3.8).

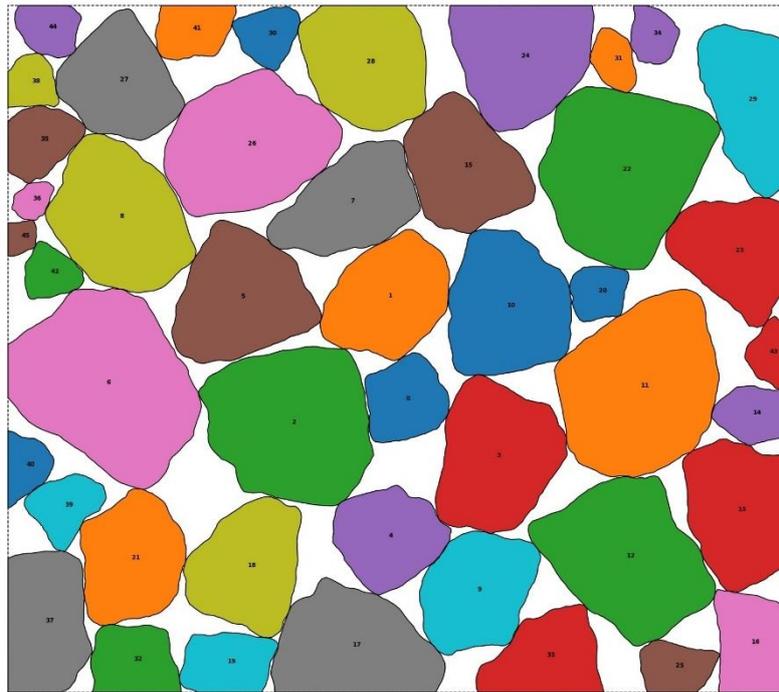


Figura 3.7: Empacotamento de partículas com o uso da técnica de avanços frontais com corte nos limites do corpo de prova

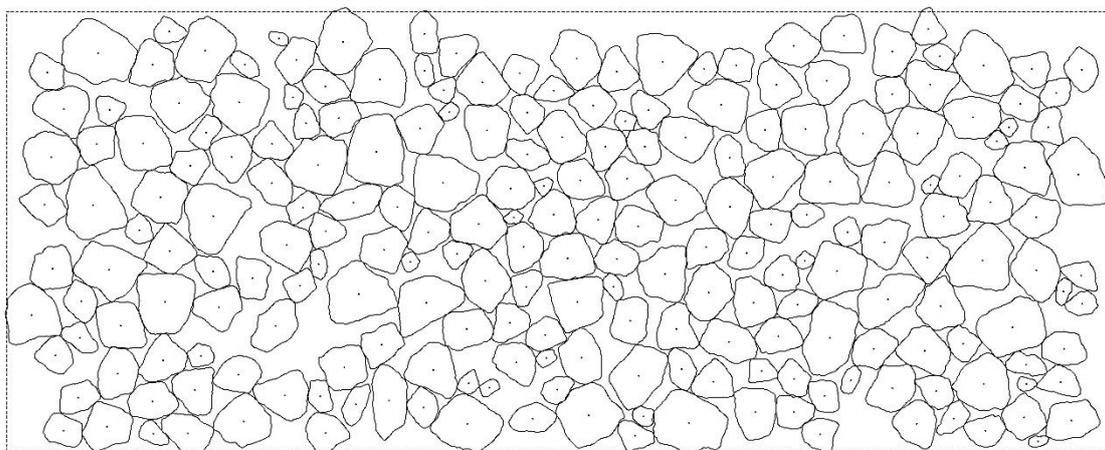


Figura 3.8: Empacotamento de partículas com o uso da técnica de avanços frontais sem corte nos limites do corpo de prova

3.3. Discretização das partículas

Após a etapa de compactação, as partículas são finalmente discretizadas em células de Voronoi usando a técnica descrita em Rasmussen et al. (2019) para modelagem de fraturas em túneis rochosos. Os autores modificaram o método de geração de malha de Merland et al. (2014) e o combinaram com outros três métodos, quais sejam: amostragem por discos de Poisson, método baseado em equilíbrio de forças (Persson & Strang, 2004) e método de juntas suaves (Mas Ivars et al., 2008). No presente trabalho, não são realizadas modificações do método proposto por Rasmussen et al. (2019). Entretanto, destaca-se que é a primeira vez que o método é utilizado para a discretização de partículas, sendo esta nova aplicação uma importante contribuição desta tese.

Na Figura 3.9 e na Figura 3.10 são apresentados o contorno da partícula e seu modelo discretizado em voronoi, antes e depois do algoritmo de otimização. A otimização é importante para que a forma da partícula seja tão realista quanto possível, pois uma discretização fora do contorno pode gerar intertravamentos artificiais, modificando de maneira espúria o atrito entre partículas.

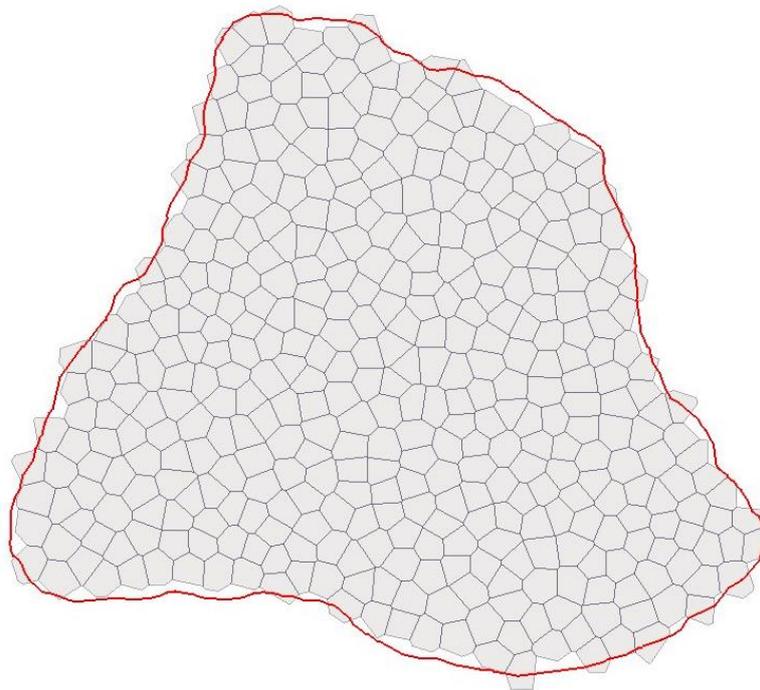


Figura 3.9: Partícula discretizada no início da otimização (contorno em vermelho)

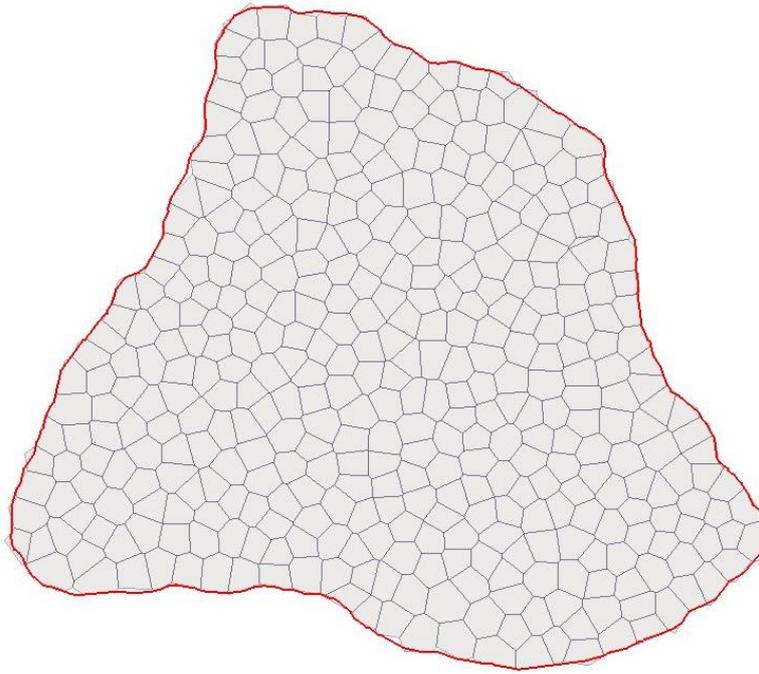


Figura 3.10: Partícula discretizada após otimização (contorno em vermelho)

3.4. Modelagem de ensaios virtuais

Para cada ensaio virtual escreve-se um *script* (roteiro) em linguagem Python, sendo necessário inserir neste código as propriedades dos materiais, as condições de contorno e um roteiro do ensaio propriamente dito, similar a uma programação de máquina de ensaio laboratorial. Os materiais utilizados nos ensaios desta tese são os rochosos, em forma de cilindro, partícula ou empacotamento de partículas, o aço, para as placas de carregamento, e a borracha, para a membrana de confinamento. As condições de contorno consistem nos graus de liberdade das peças inseridas e carregamentos impostos. Nas subseções a seguir são detalhados esses parâmetros do *script* para cada ensaio virtual.

Tabela 3.2: Materiais para aplicação de carregamento dos ensaios virtuais

Material	Densidade γ (kg/m ³)	Módulo de Young E (MPa)	Coefficiente de Poisson ν	Espessura (mm)	Constante de amortecimento c
Aço	3000	200.000	0,2	Variável	0,05
Borracha	1500	7,84	0,5	2,3	0,40

Para os ensaios de rocha intacta, quais sejam: Compressão Simples, Tração Direta, Compressão Diametral e Compressão Triaxial, serão utilizados nove materiais rochosos distintos, pois esta

etapa tem objetivo de validar as mudanças realizadas na formulação do H-LED e no código utilizado pelo grupo de pesquisa do Infralab/UnB, originalmente escrito pelo coorientador desta tese (Rasmussen, 2021; Rasmussen et al., 2018). Em seguida, para os ensaios de partícula individual e lastro ferroviário, são utilizados apenas os parâmetros do material Granito. Entende-se que estas simulações têm como finalidade apresentar os resultados do método e discuti-los à luz da literatura da área de geotecnia e da modelagem mecânica de lastro ferroviário, especificamente, verificando a consistência do método. Para esta finalidade é suficiente a utilização de único material, e estudos de sensibilidade a respeito do material podem ser produzidos posteriormente à defesa dessa tese.

3.4.1. Ensaios de rocha intacta

Na Tabela 3.3 constam respostas obtidas por meios de ensaios laboratoriais por Jackson et al. (1995) para nove materiais rochosos. Os resultados apresentados são relativos aos ensaios de compressão simples, tração direta e compressão triaxial. Do ensaio de compressão simples, têm-se os resultados de módulo de Young E , resistência à compressão simples σ_{UCS} , e o coeficiente de Poisson ν . O ensaio de tração direta fornece a resistência à tração σ_t , enquanto do ensaio de compressão triaxial se obtém o parâmetro de Hoek e Brown m_{H-B} (Hoek et al., 2002). O valor de σ_{3max} indica a maior tensão de confinamento utilizada no ensaio triaxial. No banco de dados consultado RocProp5, desenvolvido pela empresa RocSciense, não constava o valor da resistência à compressão para o corpo de prova submetido ao confinamento de σ_{3max} , desta forma, esta resistência foi estimada utilizando o parâmetro do modelo de Hoek-Brown, obtendo-se o valor σ_{1H-B} para referência de validação do modelo.

Tabela 3.3: Dados de laboratório para 7 materiais extraídos de ensaios realizados por Jackson et al. (1995)

Material	E (GPa)	σ_{UCS} (MPa)	σ_t (MPa)	ν	m_{H-B}	σ_{3max}	σ_{1H-B}
Granito	63,61	223,86	11,53	0,27	22,10	30,0	475,6
Basalto	62,93	98,87	11,83	0,38	3,26	30,0	169,4
Calcário	40,08	125,70	9,4	0,26	12,76	27,6	272,7
Tufo	58,79	50,83	9,95	0,29	3,72	20,0	99,8
Arenito	30,37	80,82	6,87	0,18	13,68	20,7	192,2

Riolito	80,75	111,98	12,48	0,39	3,29	100,0	322,2
Granodiorito	69,47	130,47	15,13	0,28	6,64	20,0	205,3

Uma vez que se supõe que o módulo de elasticidade de Young (E), o coeficiente de Poisson (ν) e os parâmetros do método H-LED são equivalentes micro e macroscopicamente para rochas intactas, os valores dos resultados dos ensaios de Jackson et al. (1995) são diretamente utilizados para essas propriedades elásticas. O mesmo raciocínio se aplica à resistência à tração σ_t . Esta suposição será verificada com os resultados das simulações destes ensaios.

A modelagem proposta nesta tese utiliza os parâmetros de Mohr-Coulomb, enquanto os dados laboratoriais utilizados são ajustados pelo modelo de Hoek-Brown. Hoek et al. (2002) apresentam equações para se chegar a uma equivalência aproximada entre os modelos (Figura 3.11). O ângulo de atrito φ e a coesão c são obtidos a partir das equações a seguir (Hoek et al., 2002):

$$\varphi = \sin^{-1} \left[\frac{6 \cdot a \cdot m_b \cdot (s + m_b \cdot \sigma'_{3n})^{a-1}}{2 \cdot (1 + a) \cdot (2 + a) + 6 \cdot a \cdot m_b \cdot (s + m_b \cdot \sigma'_{3n})^{a-1}} \right] \quad (3.35)$$

$$c = \sigma_{UCS} \cdot \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cdot \cos \varphi} \quad (3.36)$$

onde a e s são parâmetros empíricos da envoltória de Hoek-Brown iguais a 0,5 e a 1,0, respectivamente, para rochas intactas (Hoek et al., 2002), e $\sigma'_{3n} = \frac{\sigma'_{3max}}{\sigma_{UCS}}$.

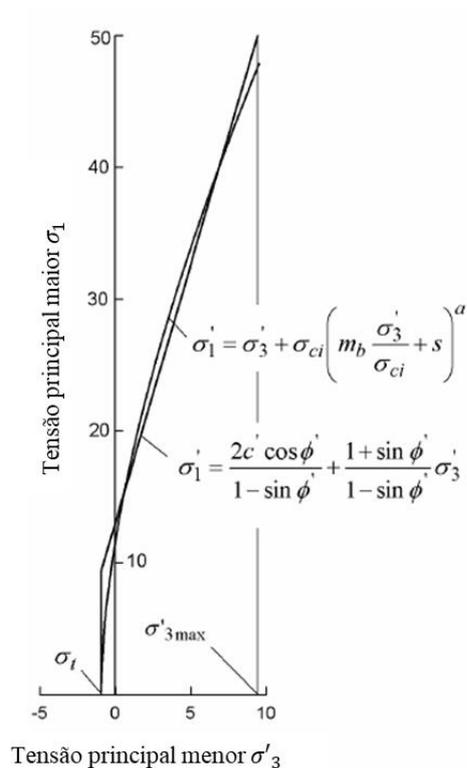


Figura 3.11: Aproximação das envoltórias de Mohr-Coulomb e Hoek-Brown (Hoek et al., 2002)

Desta forma, chega-se aos parâmetros de cada material, expostos na Tabela 3.4. Supõe-se que estes materiais rochosos se comportam de maneira frágil ou quase-frágil na fratura. Assim, foram adotados arbitrariamente os valores de 5 a 10 N.m para as energias de fratura no tipo I (G_{IC}) e tipo II (G_{IIC}), respectivamente.

Tabela 3.4: Parâmetros de entrada para simulação dos ensaios virtuais de 7 materiais rochosos

Material	γ (kg/m ³)	c	E (GPa)	ν	Φ (°)	C (MPa)	f_n (MPa)	G _{IC} (N.m)	G _{IIC} (N.m)
Granito	2670	0,05	63,61	0,27	54,7	35,60	11,53	5	10
Basalto	2850	0,05	62,93	0,38	28,7	29,30	11,83	5	10
Calcário	2260	0,05	40,08	0,26	46,4	25,20	9,40	5	10
Tufo	2550	0,05	58,79	0,29	29,1	14,90	9,95	5	10
Arenito	2450	0,05	30,37	0,18	46,1	16,30	6,87	5	10
Riolito	2600	0,05	80,75	0,39	23,5	36,70	12,48	5	10
Granodiorito	2840	0,05	69,47	0,28	40,7	29,97	15,13	5	10

3.4.1.1. Compressão simples

O carregamento do ensaio de compressão simples é caracterizado por deformação controlada à taxa de 5cm/s. As restrições das condições de contorno são limitadas às placas de carregamento, as quais se deslocam apenas na direção vertical e à taxa de carregamento escolhida. O corpo de prova para o ensaio de compressão simples é apresentado Figura 3.12

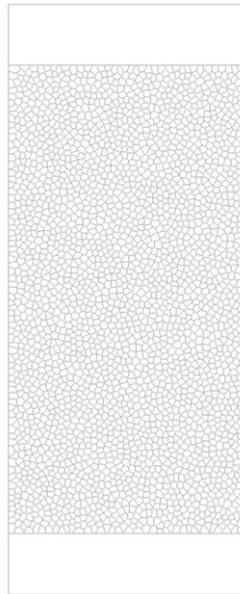


Figura 3.12: Corpo de prova virtual para a simulação do ensaio de compressão simples

3.4.1.2. Tração Direta

A configuração do ensaio de tração direta é similar à do ensaio de compressão simples. A diferença consiste no contato entre as placas e o material rochoso, enquanto para a compressão simples trata-se de contato simples, sem aderência, no caso da tração direta o contato é do tipo RMCR. As placas são aderidas ao material rochoso e a ruptura desta ligação não é permitida. Além da trivial diferença no sentido do carregamento, que é inverso ao do ensaio de compressão simples.

3.4.1.3. Compressão Triaxial

As condições do ensaio de compressão triaxial também é semelhante ao de compressão simples, porém o carregamento lateral de confinamento é imposto sobre o corpo de prova. Neste caso, temos as condições de contorno referentes ao carregamento:

- Carga vertical por deslocamento controlado das placas à taxa de 5cm/s;

- Confinamento por imposição de tensão lateral de compressão no valor de $\sigma_{3_{max}}$ apresentado na Tabela 3.3.

3.4.1.4. Compressão Diametral

O carregamento do ensaio de compressão diametral é aplicado com o auxílio de duas mandíbulas que compreendem um arco de aproximadamente 12° (Figura 3.13). As mandíbulas de curvatura interna foram propostas por Mellor e Hawkes (1971) para redução da tensão de contato, sendo um dispositivo amplamente utilizado e aceito pela *International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering* (IMSR) e *American Society for Testing and Materials* (ASTM) (Yuan & Shen, 2017). O corpo de prova possui diâmetro de 3cm e é submetido a uma taxa de carregamento de 5cm por segundo.

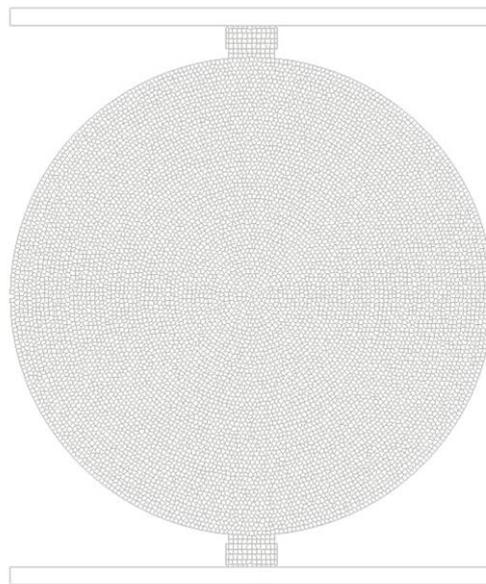


Figura 3.13: Corpo de prova virtual para simulação do ensaio de compressão diametral

3.4.2. Ensaio de compressão de partícula

Os ensaios consistem em compressão uniaxial de partícula a deslocamento ou força controlada. São conhecidos o volume e a massa da partícula intacta, bem como sua altura, demarcada pela distância inicial entre as placas de compressão. Diferentemente de outros trabalhos (McDowell e Bolton 1998; Nakata *et al.*, 1999; Xiao *et al.*, 2018), não foi utilizado o critério clássico da tensão características $\sigma = P/D^2$, sendo D o diâmetro da partícula. Adota-se aqui a amplitude do tensor de Love-Weber σ_{LW} como a tensão característica σ_c . A mudança de critério justifica-se em razão da variabilidade geométrica das partículas. Nakata *et al.* (1999) arbitram que o

diâmetro D é igual à distância entre as placas de carregamento. Isto é válido na medida que a partícula tenha formato próximo a de uma esfera e, a avaliar pelas imagens do trabalho dos autores, a aproximação é razoável. Entretanto, para muitas partículas de lastro ferroviário essa assertiva está longe da realidade, portanto, adota-se o critério descrito na Figura 3.14 e nas equações que se seguem.

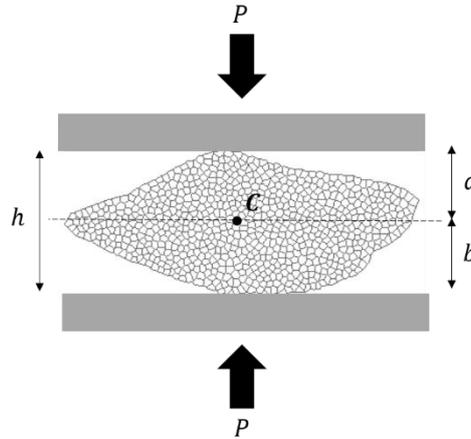


Figura 3.14: Esquema do ensaio virtual de compressão de partícula

$$\sigma_{LW} = \frac{1}{V} \sum f l^T \quad (3.37)$$

$$\sigma_{LW} = \frac{1}{V} \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ P \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -b & 0 \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{V} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -P \cdot (a + b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\sigma_c = |\sigma_{LW}| = 0 - \left[-P \cdot \frac{(a + b)}{V} \right] = P \cdot \frac{h}{V} \quad (3.39)$$

onde V é o volume da partícula, a a distância da placa superior ao centroide C da partícula, b a distância da placa inferior ao centroide, h a soma de ambas as distâncias, f o vetor que representa as forças externas atuantes na partícula e l o vetor posição do ponto de aplicação de cada uma dessas forças em relação ao centroide.

A respeito da amostragem, escolheu-se aleatoriamente 30 britas retidas nas peneiras 12.5mm, 19mm e 25mm, totalizando 90 amostras agregadas ao banco de imagens do trabalho de D. F. Diógenes (2021). Para ajuste das curvas de tensão de ruptura, utilizou-se a distribuição de Weibull (Weibull, 1951) em termos de Probabilidade de Falha P_f :

$$P_f = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_0}\right)^m} \quad (3.40)$$

3.4.3. Ensaio Uniaxial Confinado

Neste ensaio, é aplicado carregamento de velocidade constante de 5mm/s a um corpo de prova de 114x177mm em largura por altura, e o deslocamento lateral é restrito por paredes rígidas. A tensão vertical, a tensão lateral, o índice de vazios, a granulometria e o índice de quebra do lastro (BBI) (Indraratna & Salim, 2005) podem ser avaliados, simultaneamente, ao longo da simulação pelo método H-LED. O corpo de prova e sua respectiva granulometria são apresentados na Figura 3.15 e na Figura 3.16.

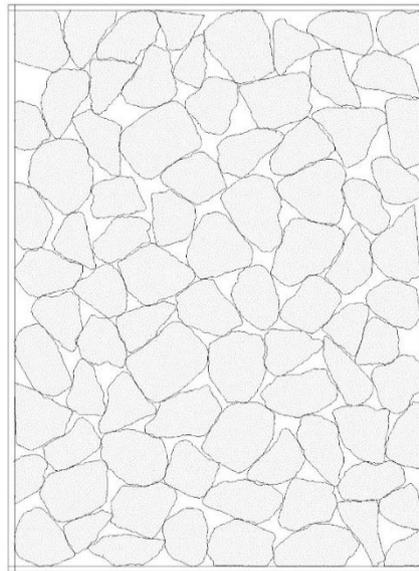


Figura 3.15: Corpo de prova virtual para a simulação do ensaio de compressão uniaxial confinada

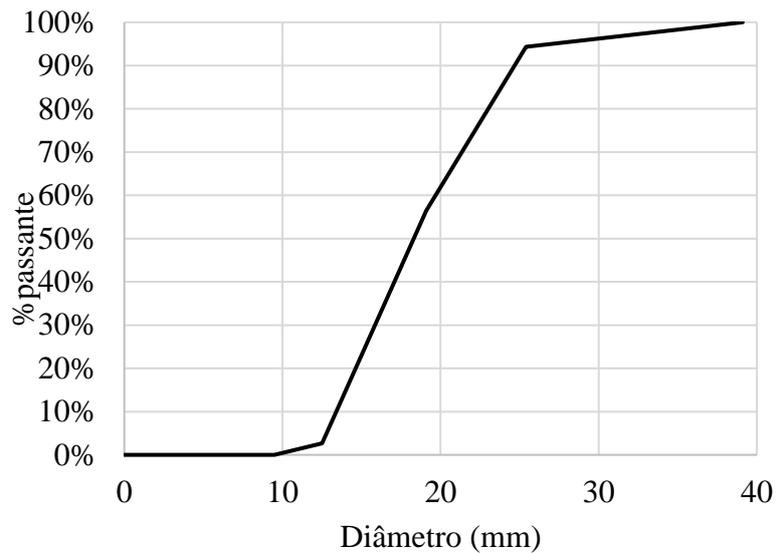


Figura 3.16: Granulometria do corpo de prova virtual para o ensaio de compressão uniaxial confinada

3.4.4. Ensaio Triaxiais

Para a simulação dos ensaios triaxiais, as dimensões da amostra foram escolhidas de acordo com o critério estabelecido por Marschi et al. (1972) e Indraratna et al. (1993), que afirmam que uma razão partícula-diâmetro de 1 para 6 é suficiente para que efeitos de escala sejam negligenciáveis. Como 98% da massa das partículas passa pela peneira de 25 mm (Figura 3.17), a amostra virtual possui diâmetro de 150 mm e altura de 300 mm (Figura 3.18). Os corpos de prova são constituídos por 239 partículas discretizadas em voronois de 2mm e formam no início do ensaio 659 contatos sem coesão, ou entre partículas diferentes, e 12.814 contatos coesivos, ou no interior das partículas. A porosidade inicial bidimensional é de aproximadamente 0.2, aplicando o *Loosest State Method* (Helland et al., 2005). Esse valor equivale a uma porosidade real em 3D de aproximadamente 0.47.

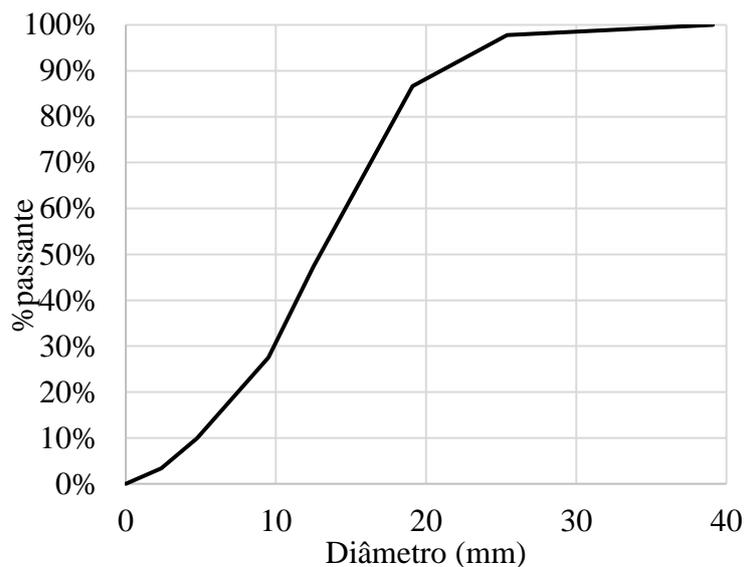


Figura 3.17: Granulometria do corpo de prova dos ensaios triaxiais

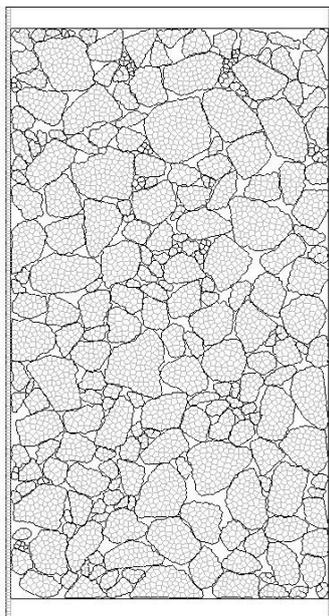


Figura 3.18: Corpo de prova dos ensaios triaxiais

3.4.4.1. Ensaio Triaxial Estático

Quatro diferentes níveis de tensão de confinamento (σ_3) foram aplicados (22,5, 45, 90 e 180 kPa), e a amostra virtual foi submetida a um carregamento controlado por deslocamento (5mm/s). A membrana de confinamento do ensaio triaxial é modelada como uma série de elementos poliédricos RMCR com baixo módulo de Young (7,84 MPa) e espessura (2,3 mm). Estes elementos são aderidos entre si e às placas metálicas de carregamento, não sendo estes contatos sujeitos à ruptura. A tensão de confinamento é atualizada a cada ciclo para atuar perpendicularmente à membrana, conforme proposto em Zhang et al. (2020).

Os resultados são avaliados conforme a envoltória de ruptura proposta por Indraratna et al. (1993) (Equação 2.1). A envoltória apresenta comportamento de tangente decrescente à medida que a tensão de confinamento cresce, portanto espera-se também que os ângulos de atrito na ruptura diminuam à medida que se aumente o confinamento do material.

3.4.4.2 Ensaio Triaxial Cíclico

O mesmo corpo de prova utilizado nas simulações do ensaio triaxial estático é empregado para os ensaios cíclicos, bem como a membrana de confinamento é modelada igualmente. A carga é controlada por um carregamento senoidal de frequência 40 Hz e valor de pico σ_1 . Foram aplicadas razões de tensão σ_1/σ_3 iguais a 3, 4 e 5, conforme mostrado na Tabela 3.5. A razão de tensão 5 não foi aplicada para o confinamento de 180 kPa, pois ultrapassou a resistência ao cisalhamento do material τ_f , ou a tensão desviadora máxima suportada $\sigma_{d_{max}}$. Um exemplo de carregamento cíclico para uma tensão de confinamento de 90 kPa e uma tensão vertical de 270 kPa é apresentado na Figura 3.19.

Tabela 3.5: Pares de tensão para o ensaio triaxial cíclico

Simulação	Tensão confinante σ_3 (kPa)	Tensão vertical no pico σ_1 (kPa)	$\sigma_1/\sigma_{d_{max}}$
1	22,5	67,5	0,30
2	22,5	90,0	0,45
3	22,5	112,5	0,60
4	45,0	135,0	0,35
5	45,0	180,0	0,53
6	45,0	225,0	0,71
7	90,0	270,0	0,46
8	90,0	360,0	0,69
9	90,0	450,0	0,92
10	180,0	540,0	0,58
11	180,0	720,0	0,87

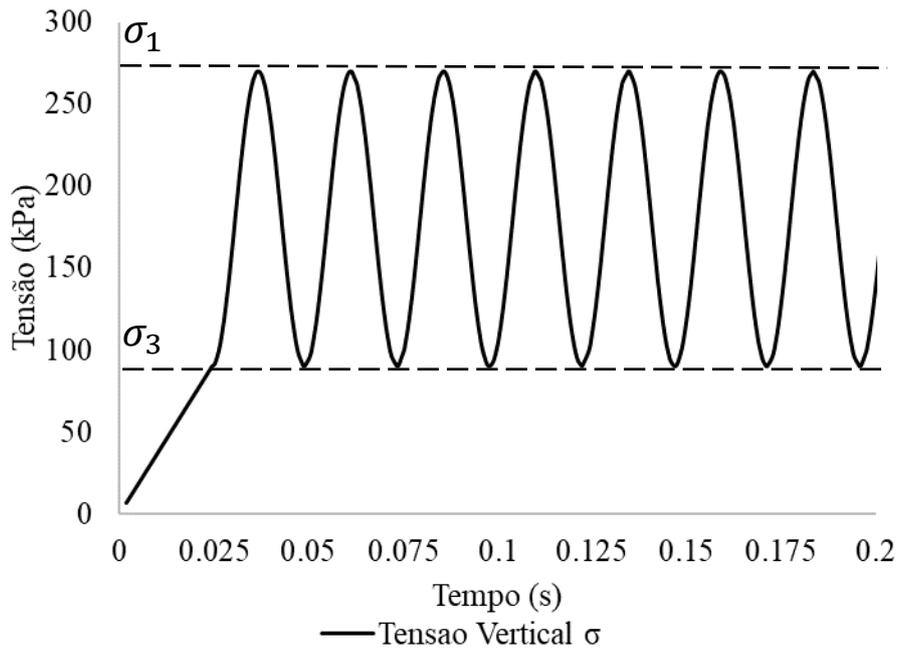


Figura 3.19: Ciclos iniciais de carregamento do ensaio triaxial cíclico

3.4.4.3. Módulo de Resiliência (MR)

O ensaio de módulo de resiliência se assemelha aos ensaios triaxiais anteriores, se diferenciando nas condições de contorno. O mesmo corpo de prova é utilizado para a realização de 5 simulações, cada uma com nível de tensão de confinamento constante e tensão desviadora variável. Na Tabela 3.6 são resumidas as combinações de carregamento das simulações, as quais foram replicadas dos ensaios de módulo de resiliência conduzidos por Diógenes et al. (2020).

Tabela 3.6: Pares de tensão para o ensaio virtual de Módulo de Resiliência

Simulação	Tensão confinante σ_3 (kPa)	Tensão desviadora σ_1 (kPa)
1	10	15 – 22 – 28
2	20	30 – 44 – 56
3	40	60 – 88 – 112
4	60	90 – 132 – 168
5	80	120 – 176 – 224

O ensaio se inicia na fase de confinamento, em seguida a tensão desviadora é aplicada. Caso a maior diferença entre as 5 leituras de deformação resiliente seja menor que 5%, passa-se ao próximo nível de tensão desviadora, e o MR do par de tensão computado é a média dos últimos

5 valores. Este é o critério adotado pela norma DNIT 134/2018-ME para o avanço no nível de tensão desviadora e cálculo do MR. Outras especificidades da norma não são adotadas, por exemplo, aqui adota-se a frequência de 40Hz para o carregamento. A implementação de *script* fidedigno à norma técnica pode ser objeto de estudo de trabalhos futuros. A Figura 3.20 exemplifica os ciclos e estágios de carregamento do ensaio virtual de módulo de resiliência.

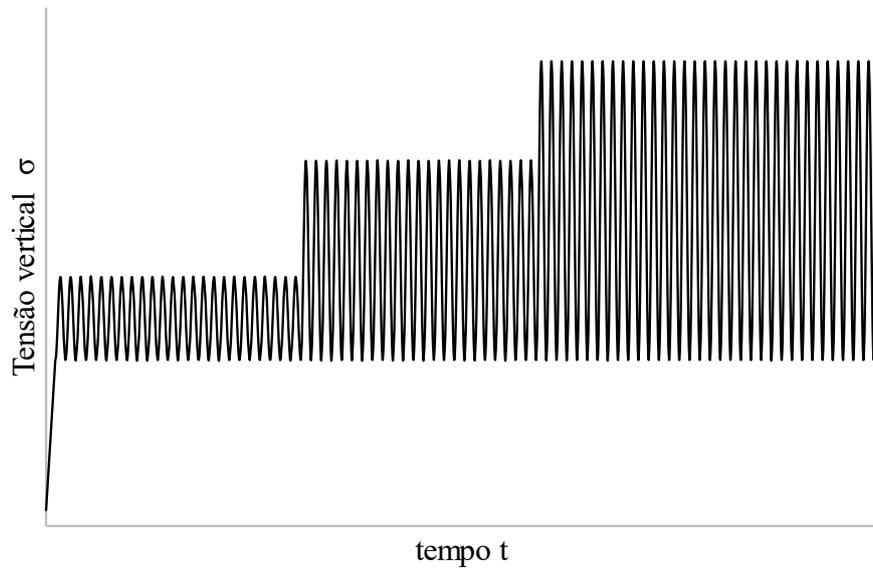


Figura 3.20: Ciclos de carregamento do ensaio virtual de Módulo de Resiliência

4. RESULTADOS

4.1. Simulação de ensaios laboratoriais de rocha intacta

Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações dos ensaios de tração direta, compressão simples, triaxial estático e compressão diametral. Os resultados dos três primeiros ensaios são comparados aos resultados de Jackson et al. (1995) para fins de validação. Para o último ensaio, verifica-se o padrão de ruptura do corpo de prova e a consistência entre parâmetros de resistência dos materiais e as resistências dos corpos de prova observadas na simulação.

4.1.1. Ensaio de Tração Direta

Os resultados apresentados na Tabela 4.1 demonstram que as previsões do modelo σ_{model} corresponderam aos dados laboratoriais σ_{ref} de Jackson et al. (1995) com diferenças menores que 1%. As curvas, coerentemente com a formulação apresentadas, são lineares até o momento da falha. Os baixos valores de G_{Ic} e G_{IIc} resultaram em ruptura frágil, valor de tensão bem definido no pico seguido de queda abrupta.

Tabela 4.1: Resultados dos ensaios virtuais de tração direta

Material	σ_{modelo} (MPa)	σ_{ref}(MPa)	Dif
Granito	11,55	11,53	0,17%
Basalto	11,83	11,83	0,00%
Calcário	9,43	9,40	0,32%
Tufa	9,98	9,95	0,30%
Arenito	6,90	6,87	0,44%
Riolito	12,50	12,48	0,16%
Granodiorito	15,14	15,13	0,07%

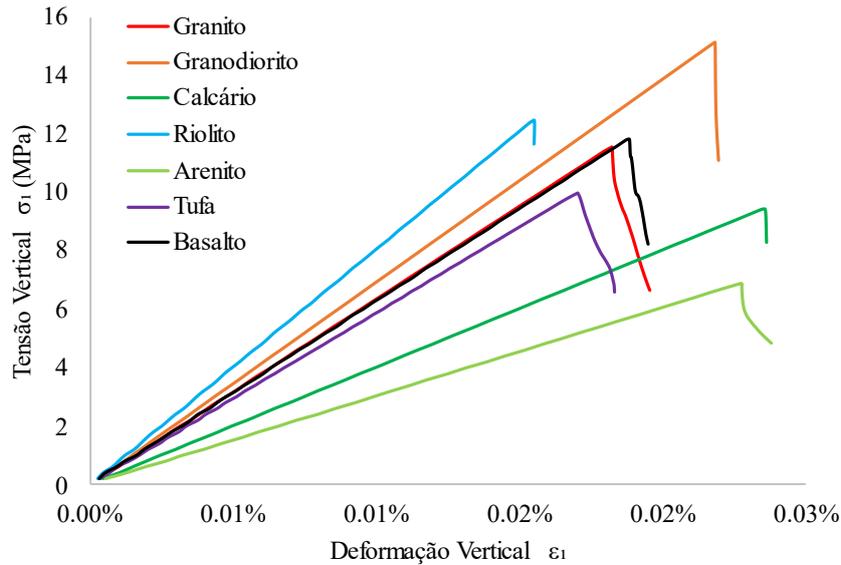


Figura 4.1: Curvas de tensão e deformação para o ensaio virtual de tração direta

4.1.2. Ensaio de Compressão Simples

Assim como para tração direta, os resultados extraídos do ensaio virtual de tração simples são muito similares aos obtidos em laboratório por Jackson et al. (1995) para todas as rochas e parâmetros abordados. As curvas tensão-deformação comportam-se linearmente até a falha, o que corresponde à formulação proposta (Figura 4.2). Os parâmetros elásticos módulo de Young E e coeficiente de Poisson ν são praticamente coincidentes, enquanto o erro para a resistência à compressão simples σ_{UCS} foi de 4,4% para o material basáltico e inferior a este valor para os outros materiais (Tabela 4.2).

Tabela 4.2: Resultados dos ensaios virtuais de compressão simples

Material	E_{model} (MPa)	E_{ref} (MPa)	Dif (%)	ν_{model}	ν_{ref}	Dif (%)	$\sigma_{UCS\text{model}}$ (MPa)	$\sigma_{UCS\text{ref}}$ (Mpa)	Dif (%)
Granito	63,41	63,61	-0,31%	0,27	0,27	0%	222,20	223,86	-0,7%
Basalto	62,67	62,93	-0,41%	0,38	0,38	0%	94,48	98,87	-4,4%
Calcário	39,95	40,08	-0,32%	0,26	0,26	0%	125,88	125,7	0,1%
Tufa	58,72	58,79	-0,12%	0,29	0,29	0%	48,67	50,83	-4,2%
Arenito	30,28	30,37	-0,30%	0,18	0,18	0%	79,26	80,82	-1,9%
Riolito	80,55	80,75	-0,25%	0,39	0,39	0%	109,93	111,98	-1,8%
Granodiorito	69,26	69,47	-0,30%	0,28	0,28	0%	130,14	130,47	-0,3%

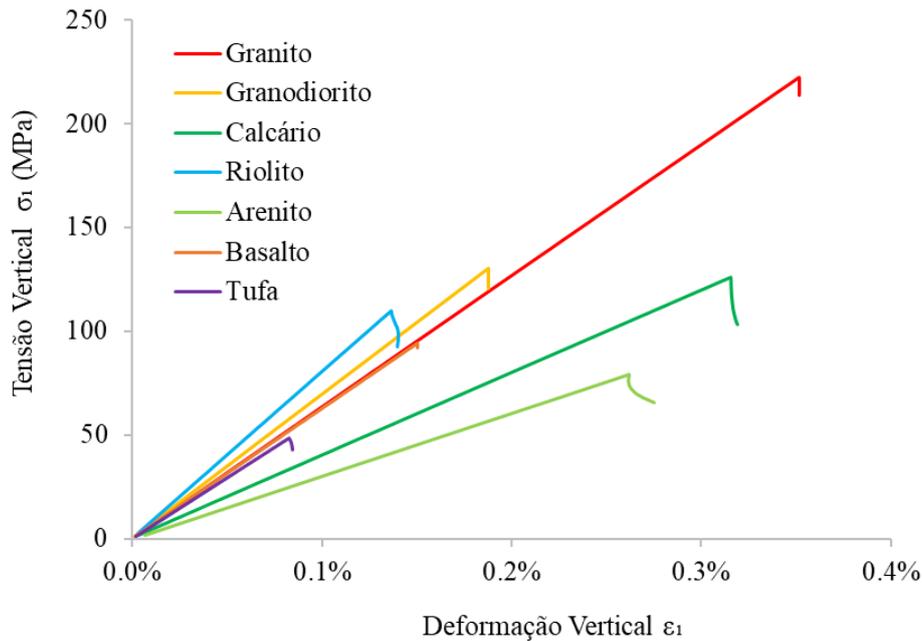


Figura 4.2: Curvas de tensão deformação para o ensaio virtual de compressão simples

4.1.3. Ensaio Triaxial Estático

Os resultados para o ensaio virtual triaxial estático seguiram a mesma tendência dos outros ensaios virtuais realizados, uma correspondência ajustada entre simulação e os obtidos em laboratório por Jackson et al. (1995). Os erros encontrados podem ser atribuídos às aproximações do modelo numérico e do próprio ajuste da conversão do parâmetro de Hoek-Brown em parâmetro de Mohr-Coulomb segundo a Equação 2.48. Ainda assim, considera-se satisfatório o erro máximo de 5,59% entre o modelo e o resultado de referência.

Tabela 4.3: Resultados do ensaio triaxial estático virtual para rochas intactas

Material	$\sigma_{1_{modelo}}$ (MPa)	$\sigma_{1_{H-B_{ref}}}$ (MPa)	Dif. (%)
Granito	453,15	475,57	4,71%
Basalto	173,42	169,44	-2,35%
Calcário	274,28	272,69	-0,58%
Tufa	105,30	99,78	-5,53%
Arenito	202,22	192,22	-5,20%
Riolito	326,43	322,22	-1,31%
Granodiorito	216,82	205,33	-5,59%

4.1.4. Ensaio de Compressão Diametral

Os resultados do ensaio virtual de compressão diametral não podem servir de validação pois não constam na base de Jackson et al. (1995), entretanto, observa-se que os materiais de propriedades de resistência mais elevadas também suportaram mais tensão, como esperado. Outro aspecto a ser observado é a distribuição dos modos de fratura, predominância do modo I ou misto no centro do corpo de prova e ocorrência de modo II mais próximo às mandíbulas. O padrão de ruptura obtido consta de maneira semelhante no trabalho de Yuan & Shen (2017).

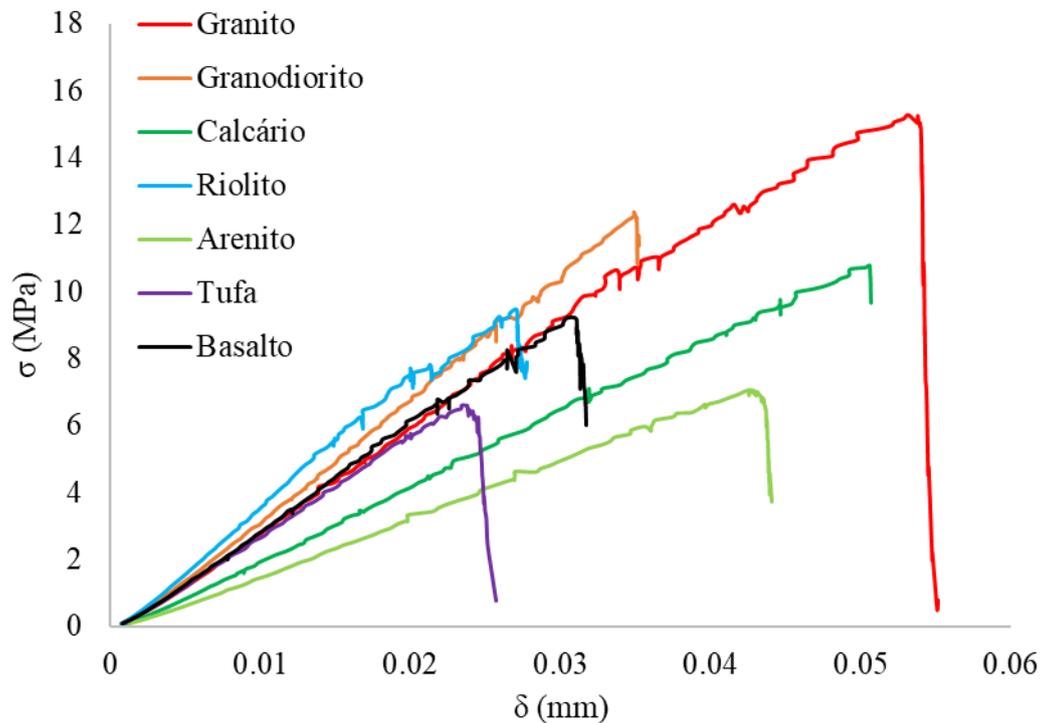


Figura 4.3: Resultado do ensaio de compressão diametral virtual para diferentes rochas

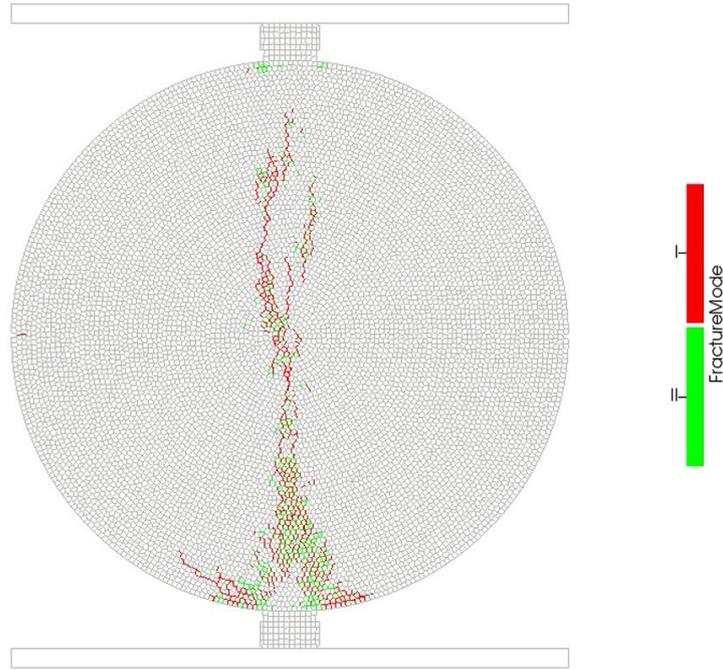


Figura 4.4: Distribuição de fraturas no Modo I ou misto (vermelho) e Modo II (verde) para ensaio de compressão diametral virtual do material granítico

4.2. Simulação de ensaio de Compressão de partículas

No gráfico da Figura 4.5 apresenta-se curva típica dos resultados obtidos das simulações. Em um primeiro momento, a partícula se acomoda aos pratos e não há crescimento acelerado de carga. Ao se atingir a estabilidade, o carregamento evolui com descontinuidades gerados por pequenas fraturas até a partícula atingir o colapso.

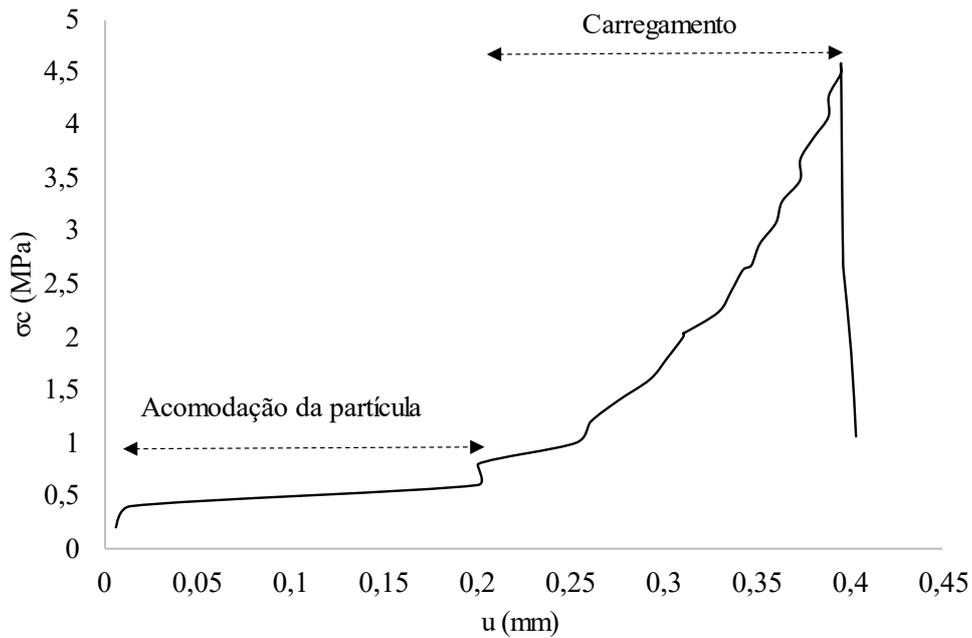
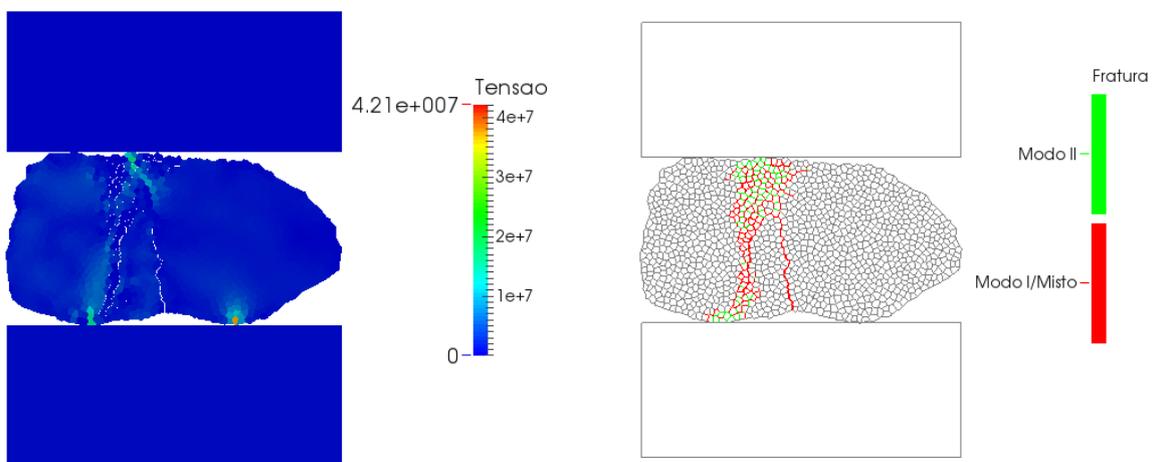


Figura 4.5: Resultado da simulação da compressão de uma partícula

Embora utilize-se a tensão característica como variável para mensurar a resistência das partículas, sabe-se que a distribuição de tensões não é uniforme em razão da geometria do problema. A modelagem utilizada capta a distribuição complexa de tensões (Figura 4.6a) e o fraturamento majoritariamente por tração (Modo I), causado pela flexão da rocha, apontado por McDowell (1996) como usual em partículas angulares. Observa-se também as fraturas por cisalhamento (Modo II) nas vizinhanças dos pontos de contato com o carregamento. McDowell e Bolton (1998) e Nakata *et al.* (1999) explicam que estas rupturas causam descontinuidades no carregamento antes do pico e ocorrem devido a quebras no contorno áspero da partícula, como é observado na Figura 4.5 e Figura 4.6b.



a) Distribuição da magnitude de tensões

b) Modos de fraturamento

Figura 4.6: Distribuição de tensões e fraturas no colapso da partícula

Das distribuições de Weibull da resistência das partículas para cada peneira, obtiveram-se ajustes elevados ($R^2 > 0,95$) e valores de σ_0 e m similares (Figura 4.7a, b e c), em torno de $\sigma_0 = 6$ MPa e $m = 2$. Para os dados agregados de todas as peneiras, observa-se também uma convergência em torno dos mesmos valores (Figura 4.7d), o que indica uma independência estatística entre o tamanho das partículas e suas resistências características (Figura 4.8).

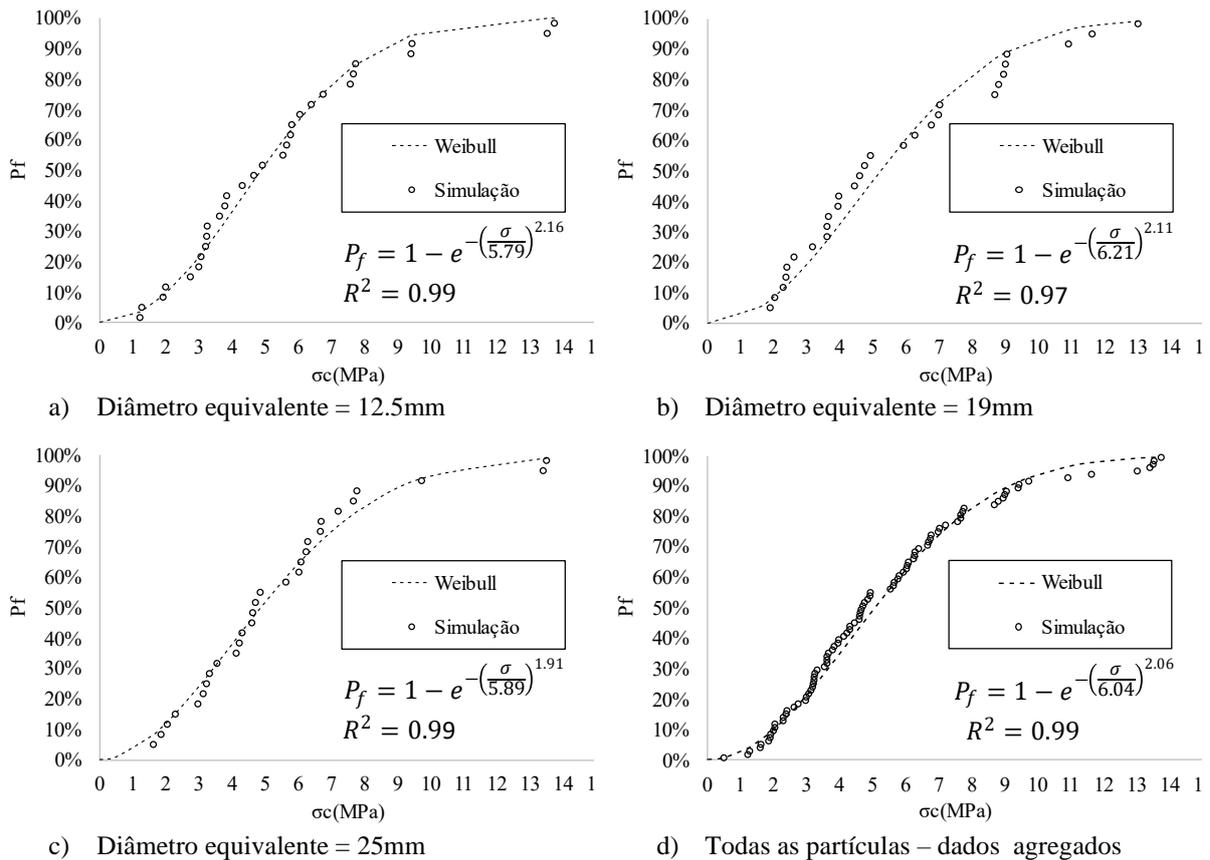


Figura 4.7: Resultados para compressão de diversas partículas

Valores de resistência característica das partículas independentes do diâmetro equivalente destas também foram observados em laboratório por Xiao *et al.* (2018). Nakata *et al.* (1999) caracterizaram partículas de quartzo e feldspato, obtendo relação de dependência resistência-diâmetro nominal para o primeiro material, porém reduzida correlação para o segundo. Os autores argumentam que a distribuição de falhas das partículas de quartzo e de feldspato possa ser a variável que explique os diferentes resultados para esta correlação. Diógenes *et al.* (2021) apontam para o processo de britagem como um fator que influencia a degradação das partículas do lastro ferroviário, e a influência do tamanho da partícula neste processo. Entretanto, neste experimento virtual considera-se que as partículas são um modelo oriundo de rocha intacta, sem

fraturas pré-existent, portanto não é esperado que haja influência de fatores de fabricação nos resultados de resistência obtidos destas simulações.

A Figura 4.8 exibe a dispersão entre os valores de tensão característica máxima e h para os critérios $\sigma_c = \frac{P}{d^2}$ (critério clássico) e $\sigma_c = \frac{Ph}{V}$ (critério adotado). Os resultados mostram que o critério clássico apresenta correlação substancialmente maior, ainda que fraca, em relação ao critério adotado nesta pesquisa. Sabe-se que as variabilidades dos ensaios de engenharia possuem fontes diversas, e que uma destas pode ser a forma de aferição das variáveis. O critério adotado justifica-se por melhor incorporar a variabilidade geométrica do material estudado, o que pode ser uma possível explicação para a menor dependência entre sua resistência e sua geometria (diâmetro nominal). Entretanto, ressalta-se que se trata apenas de experimento virtual com um único material, sendo necessários mais experimentos com maior diversidade de materiais para testar esta hipótese.

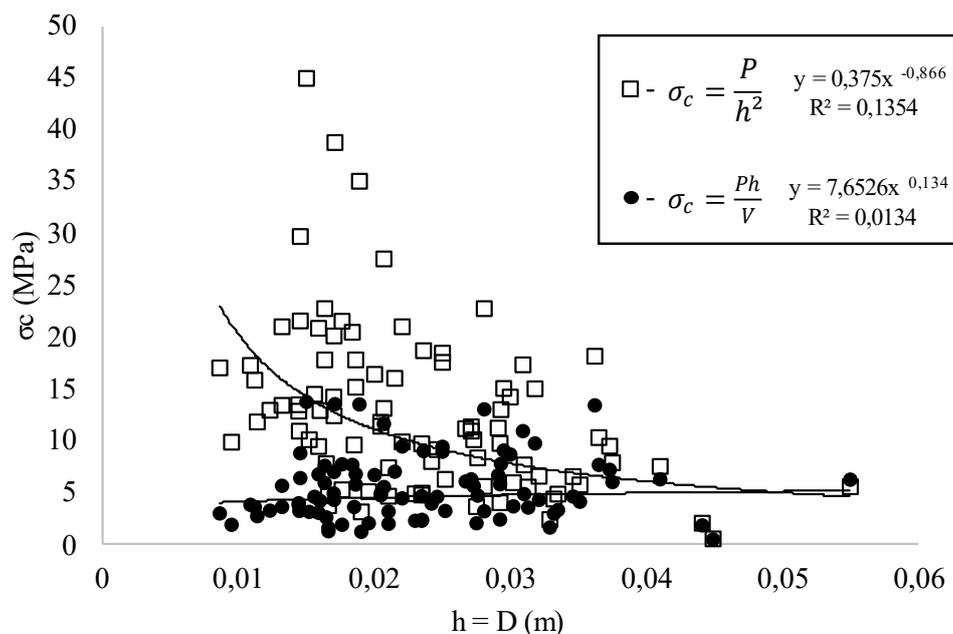


Figura 4.8: Influência do diâmetro nominal nas tensões de ruptura para 2 critérios

4.3. Simulação de Ensaio monotônicos em Lastro Ferroviário

4.3.1. Ensaio Uniaxial Confinado

A curva de tensão vertical-deslocamento é suave até a quebra das partículas primárias ($\sigma_1 \cong 550kPa$, $\sigma_3 \cong 240kPa$), caracterizada principalmente por fraturas nos cantos das britas (Figura 4.9) (Indraratna et al., 1997). Ainda que esse tipo de quebra em si não leve ao colapso

da amostra, há uma leve alteração na distribuição do tamanho das partículas e no BBI. Em seguida, desencadeia-se um comportamento descontínuo, causado por deslizamentos das partículas e quebras adicionais, culminando em uma tensão vertical máxima ($\sigma_1 \cong 1.300kPa$). Neste momento, as britas que suportam as linhas de força se rompem e a amostra entra em colapso (Figura 4.10d).

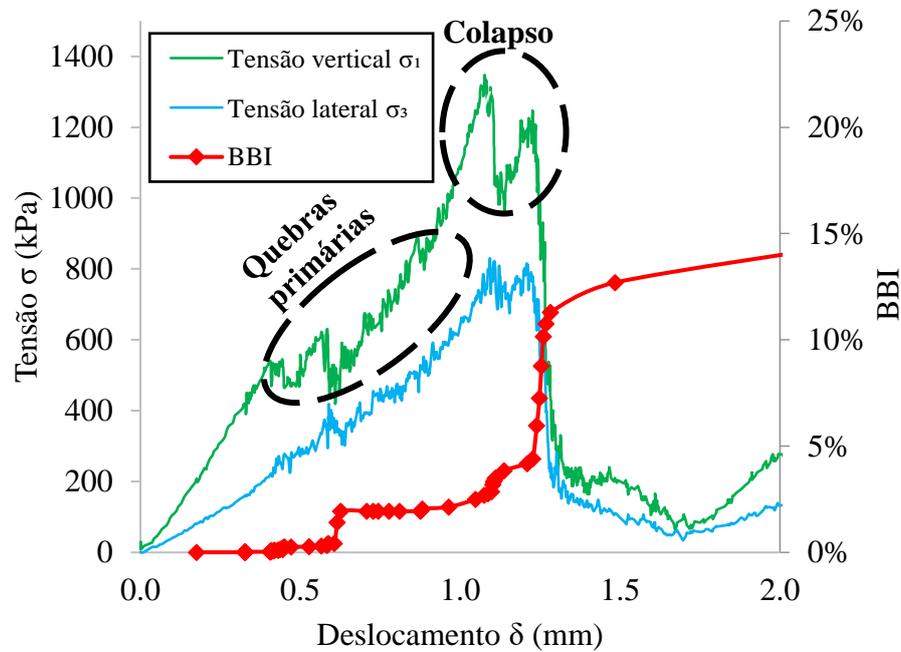
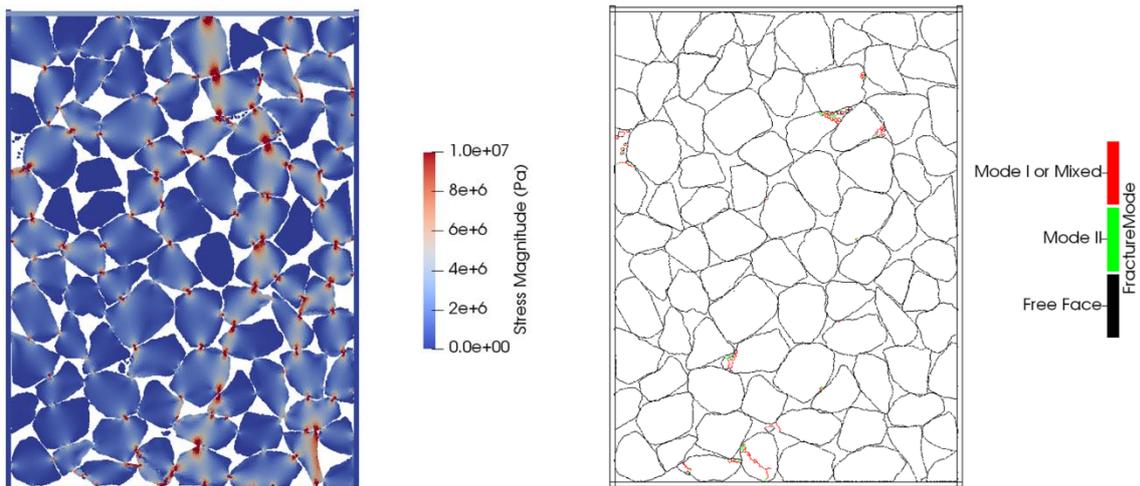
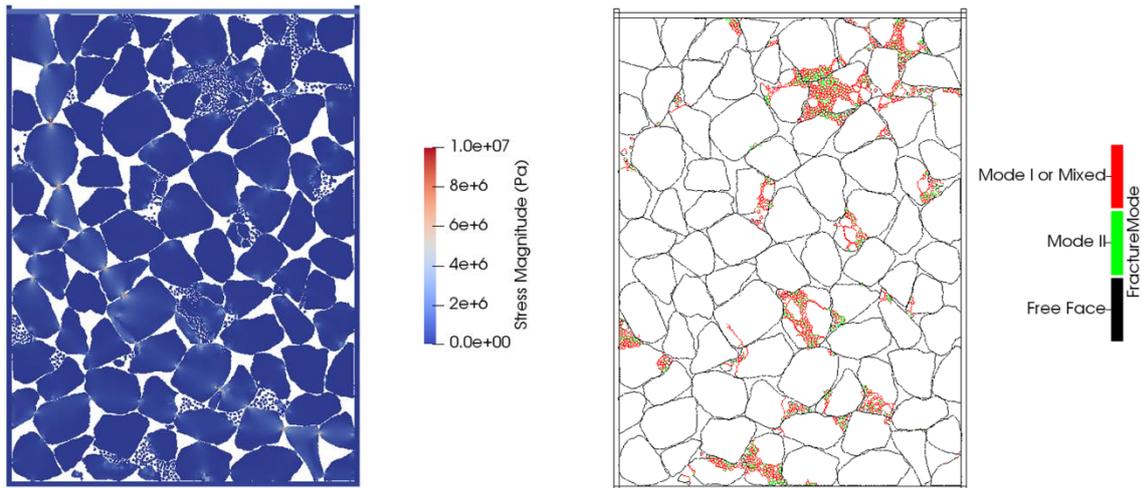


Figura 4.9: Curvas tensão e quebra em função do deslocamento para o ensaio de compressão uniaxial confinada



a) Quebras primárias – magnitude de tensão b) Quebras primárias – modos de fratura



c) Colapso – magnitude de tensão

d) Colapso – modos de fratura

Figura 4.10: Distribuição de tensões modos de fratura para os cenários de quebras primárias e colapso

A utilização de imagens para a visualização das tensões e dos modos de fratura, e os índices de quebra, como o Bg (Marsal, 1975), o qual representa o aumento percentual total dos agregados retidos em cada tamanho de peneira, são úteis para compreender os fenômenos microscópicos que ocorrem no lastro ferroviário. Na Figura 4.11 são apresentadas essas medições nos momentos primários de quebra e colapso. Observa-se que, na Figura 4.12, não há diferença relevante entre a granulometria inicial e a granulometria nas quebras primárias. No momento do colapso, entretanto, há partículas significativamente mais finas. A Figura 4.11b mostra que, na quebra primária, algumas partículas retidas na peneira de 25 mm perderam algumas asperezas, aumentando as partículas retidas na peneira de 19 mm e na parte inferior. No entanto, no momento do colapso, algumas partículas mais grossas (12,5, 19,5 e 25,4 mm) foram quebradas, gerando partículas mais finas (4,75, 2,36 e parte inferior). Esses índices e curvas fornecem uma descrição quantitativa da quebra, complementar à representação gráfica das distribuições de modo de fratura na Figura 4.10. A possibilidade do método Híbrido LED de apresentar ambos os tipos de resultados é uma vantagem que proporciona uma melhor compreensão do fenômeno de quebra.

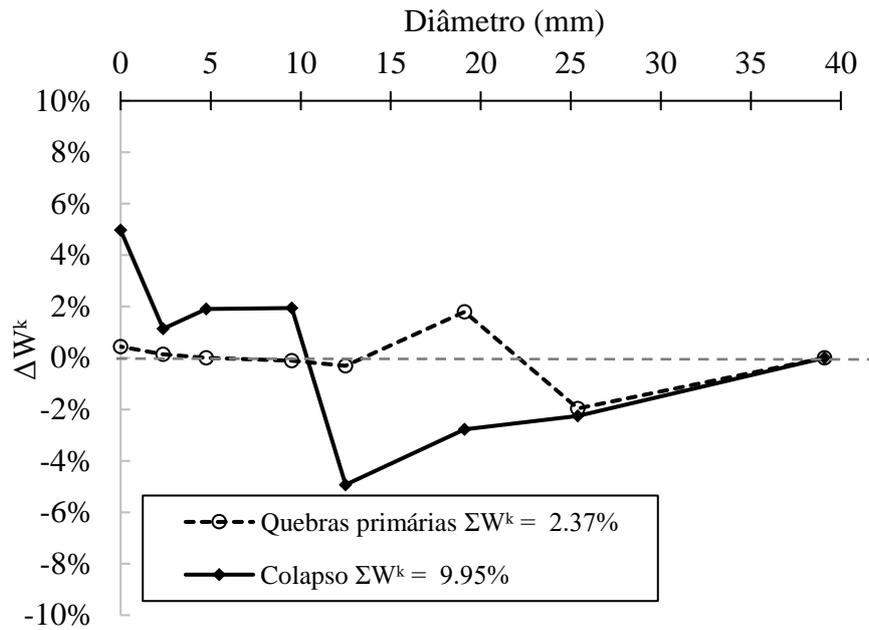


Figura 4.11: Distribuição da quebra por diâmetro e índice de quebra

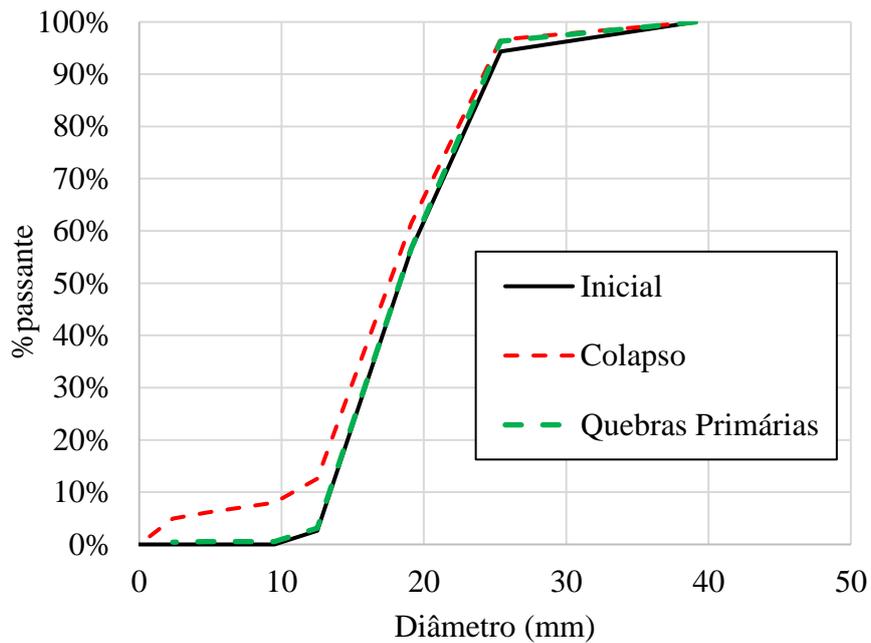


Figura 4.12: Granulometrias inicial, após as quebras primárias e depois do colapso

A simulação do ensaio uniaxial confinado também permite avaliar o coeficiente de empuxo no repouso K_0 do lastro ferroviário. O valor de K_0 estabiliza-se em torno de 0,40, superior em 0,05 em relação aos relatados por Ionescu (2004), os quais oscilaram de 0,30 a 0,35 para diferentes modos de carregamento e índices de vazios, dentro da faixa dos valores obtidos por Marsal (1973), que variaram entre 0,24 e 0,44. É importante a verificação da ordem de grandeza para

relatar a consistência dos resultados do método. Observa-se também da Figura 4.13 que K_0 cresce abruptamente quando se iniciam as quebras primárias. Nesta etapa, alguns contatos são desfeitos e forças de atrito no interior do lastro são dissipadas, fazendo reduzir o atrito macroscópico e elevando o coeficiente K_0 . Os fenômenos observados microscopicamente e sua respectiva resposta macroscópica corroboram a expressão clássica de Jaky (1944), o qual relaciona negativamente K_0 e o ângulo de atrito para materiais não coesivos.

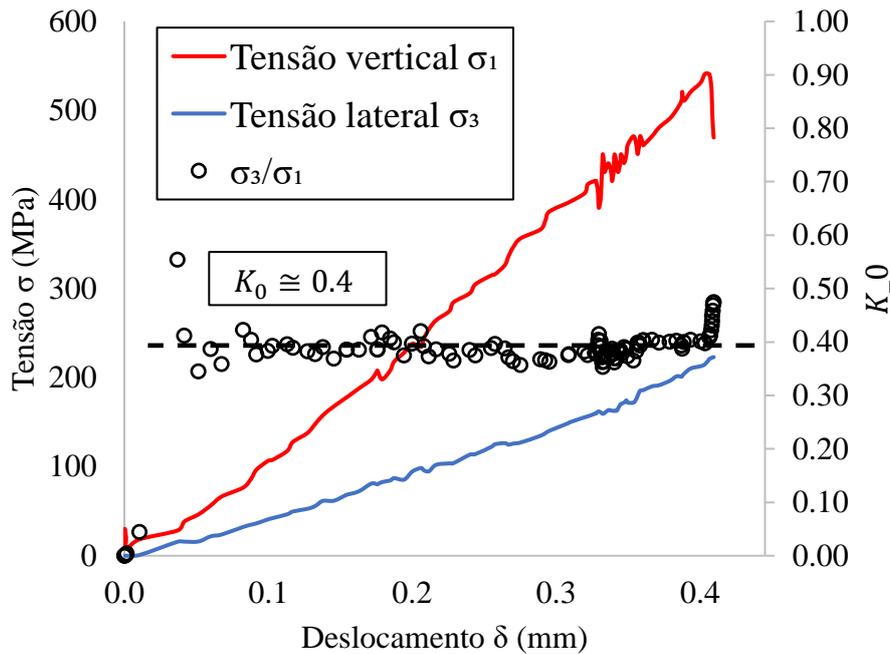


Figura 4.13: Tensão vertical, tensão lateral e coeficiente de empuxo no repouso

4.3.2. Ensaio Triaxial

Os círculos de Mohr no momento da falha são apresentados na Figura 4.14. Os ângulos de atrito de pico (φ), obtidos por linhas passam pela origem e são tangentes a cada círculo, também estão representados na ordenada do lado direito da figura. Os resultados, resumidos na Tabela 4.4, indicam elevado ângulo de atrito máximo ($\varphi > 45^\circ$) em níveis de tensão confinante mais baixos, e φ diminui à medida que o nível de confinamento aumenta. Esse padrão é esperado e foi observado por vários autores (Charles & Watts, 1980; Indraratna et al., 1993, 1998; Marsal, 1973; Marschi et al., 1972).

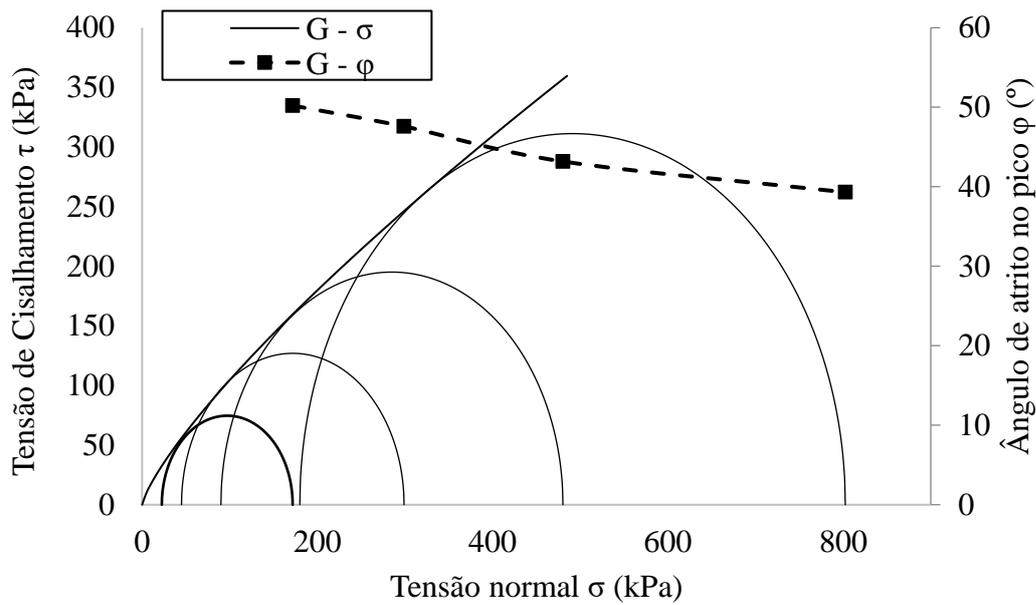


Figura 4.14: Envoltória de ruptura e ângulo de atrito de pico para o ensaio virtual triaxial monotônico

Tabela 4.4: Resultados do ensaio triaxial estático virtual

σ_3 (kPa)	$\sigma_{d_{max}}$ (kPa)	Ângulo de Atrito no pico ϕ (°)	$\sigma_{d_{max}} / \sigma_3$
22,5	172	50	6,6
45,0	299	48	5,6
90,0	480	43	4,3
180,0	802	39	3,5

Para baixas tensões confinantes (22,5 kPa), observou-se uma quebra irrelevante, e a falha por cisalhamento ocorreu devido ao deslizamento das partículas. No entanto, para tensões confinantes mais elevadas (180 kPa), o comportamento foi dominado pela quebra de partículas, o que é refletido pelas quedas abruptas da curva de tensão desviadora *versus* deformação vertical, conforme mostrado na Figura 4.15. A uma tensão confinante de 90 kPa, a o corpo de prova apresentou fraturamento progressivo, ilustrado pela curva do número total de fraturas pelas deformações verticais, apresentada na Figura 4.16.

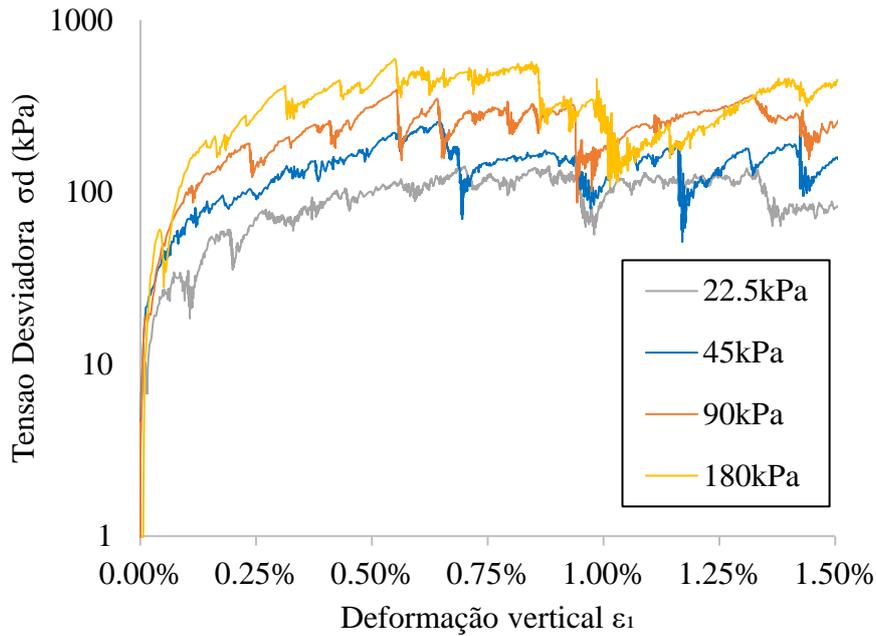


Figura 4.15: Curvas de tensão-deformação para o ensaio virtual triaxial monotônico

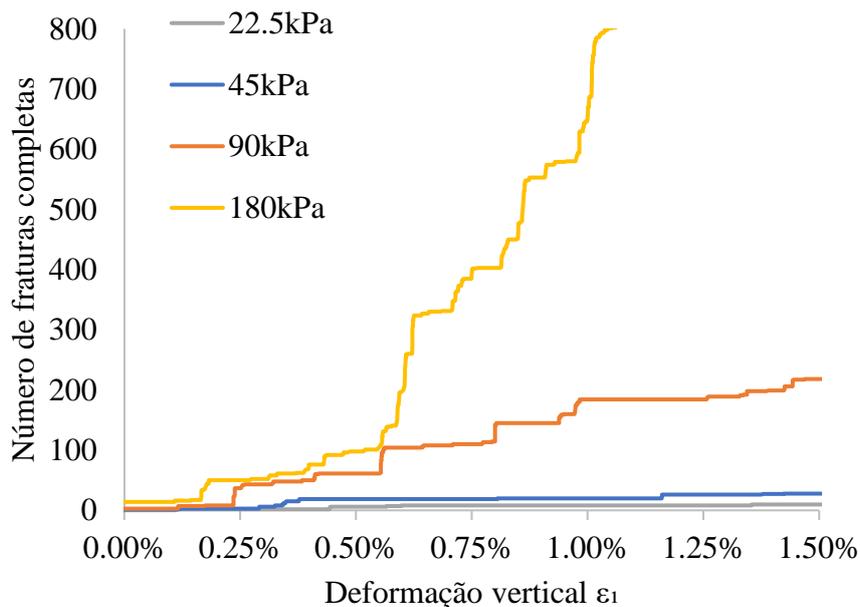


Figura 4.16: Evolução das fraturas com a deformação vertical no ensaio virtual triaxial monotônico

A curva de deformação volumétrica também é dependente da tensão confinante aplicada, os resultados apresentados na Figura 4.17 são típicos de materiais granulares não coesivos, sendo semelhantes aos obtidos por Indraratna et al. (1998) quando estudaram o comportamento do lastro ferroviário ao cisalhamento em ensaios de larga escala. A menores níveis de tensão de confinamento (22.5 e 45 kPa) há uma compactação rapidamente seguida de expansão

volumétrica, enquanto para 90 e 180 kPa o fenômeno da compactação é mais prolongado e a expansão inicia-se a maiores níveis de deformação axial. Ocorre, entretanto, que a deformação volumétrica volta a ser negativa para o confinamento de 180 kPa quando $\varepsilon_1 \approx 1\%$. Neste estágio as quebras também evoluem rapidamente e a tensão vertical tem queda abrupta, gerando uma recompactação do corpo de prova, neste momento com granulometria mais bem graduada.

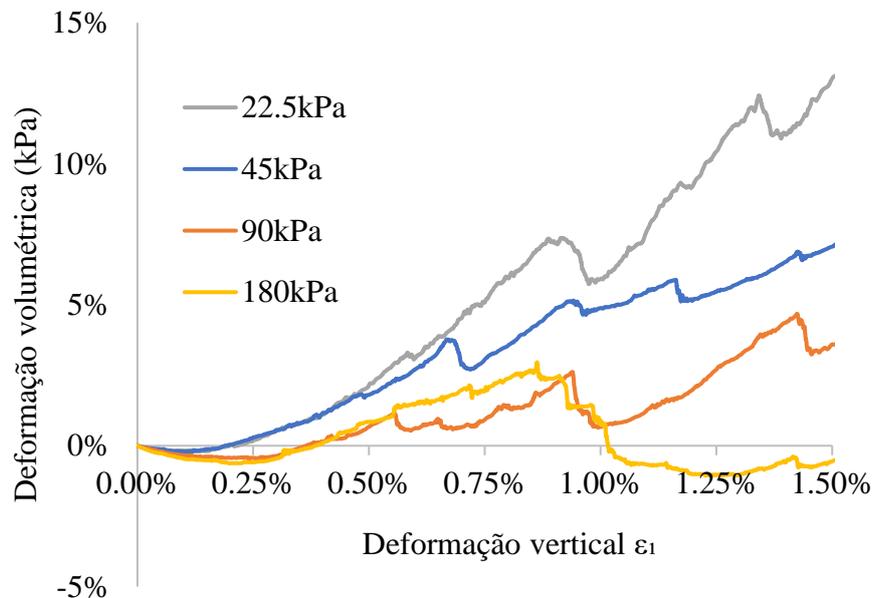


Figura 4.17: Deformação volumétrica por deformação vertical para o ensaio virtual triaxial monotônico

A quebra das partículas pode ser mais bem avaliada ao se visualizar as alterações nas curvas granulométricas e os índices de quebra de Marsal, conforme mostrado na Figura 4.18 e na Figura 4.19. Para tensões confinantes de até 90 kPa, houve pouca alteração nas granulometrias (Figura 4.18). É importante observar que apenas para uma tensão confinante de 180 kPa ocorreu a quebra de partículas maiores que 25 mm, conforme mostrado na Figura 4.19. De fato, verifica-se na Figura 13a que todas essas partículas se quebraram em pedaços menores, e 100% da massa de partículas passou pela peneira de 25 mm ao final do ensaio.

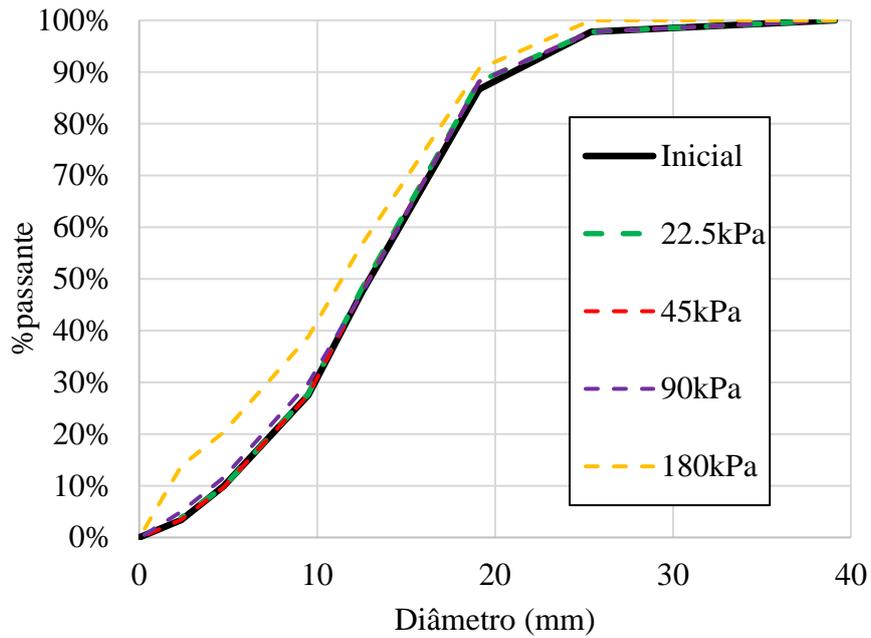


Figura 4.18: Granulometria inicial e granulometrias finais para cada nível de confinamento do ensaio virtual triaxial monotônico

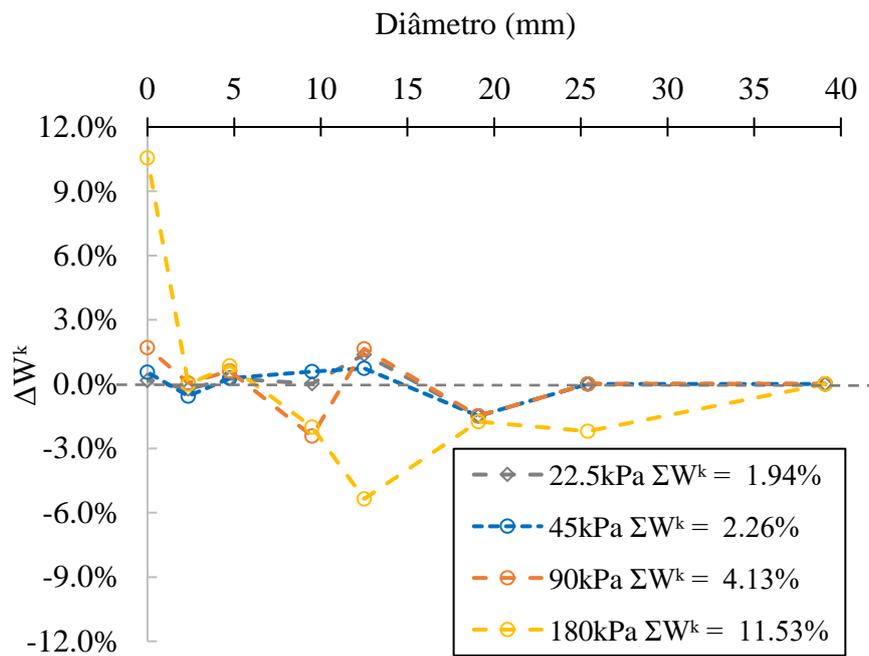


Figura 4.19: Distribuição das quebras por diâmetro para cada nível de confinamento do ensaio virtual triaxial monotônico

4.4. Simulação de Ensaio Dinâmico em Lastro Ferroviário

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações dos ensaios de deformação permanente e módulo de resiliência. Para o primeiro, avalia-se a estabilização das deformações, o colapso dos corpos de prova e a relação destes com o estado de tensões aplicado, o fraturamento e a quebra de partículas. O ensaio de módulo de resiliência é submetido aos mesmos pares de tensão que os aplicados por Diógenes et al. (2020) e os resultados são comparados para verificação da consistência do método H-LED.

4.4.1. Ensaio de deformação permanente

Para as Simulações 3, 6, 9 e 11 (Tabela 3.5), a Figura 15 mostra que o corpo de prova atinge colapso antes de completar 50 ciclos de carregamento. O aumento gradual tanto das deformações plásticas acumuladas, quanto do número de fissuras nas Simulações 8 e 10, indica um possível colapso incremental. Sun et al. (2016) observaram comportamento semelhante ao realizar testes cíclicos triaxiais em lastro. Eles notaram que, em frequências entre 30 e 60 Hz, o corpo de prova sofreu estabilização da taxa de deformação permanente em ciclos iniciais e falharam após vários ciclos de carregamento. Dessa forma, não se pode afirmar com certeza os intervalos de *shakedown* das simulações 8 e 10 uma vez que a taxa de deformação permanente e a quebra do material se estabilizaram. Por outro lado, as Simulações 1, 2, 4 e 5 parecem estar dentro do limite elástico do *shakedown*, pois não há evolução da deformação permanente ou da quebra para os últimos 10 ciclos.

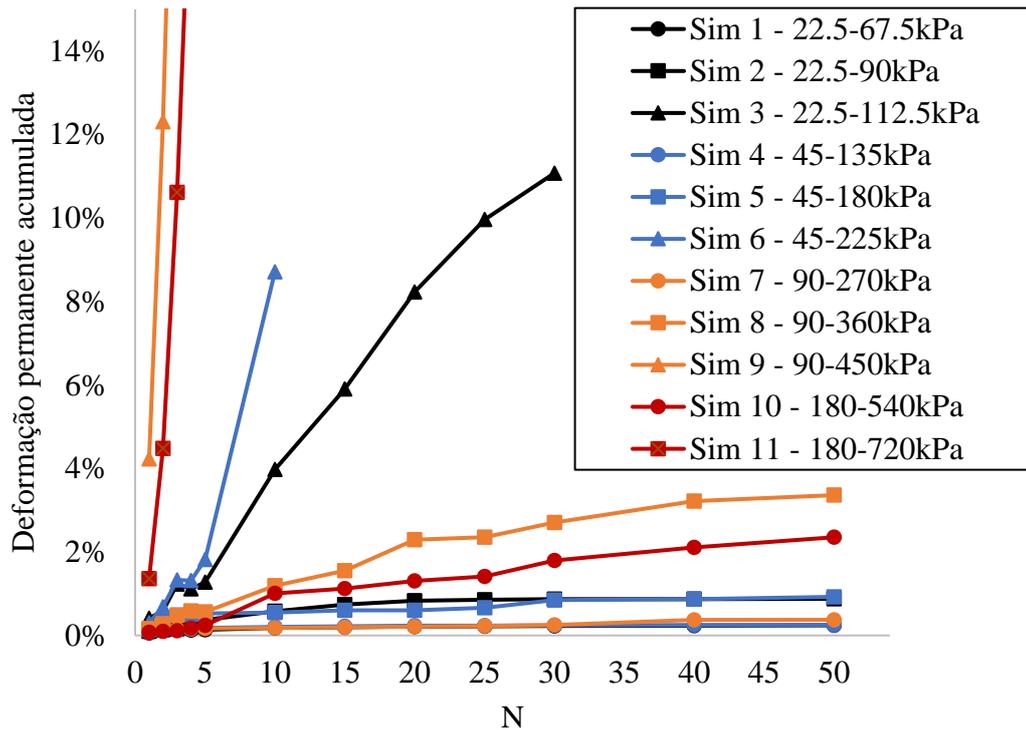


Figura 4.20: Deformação permanente acumulada por número de ciclos

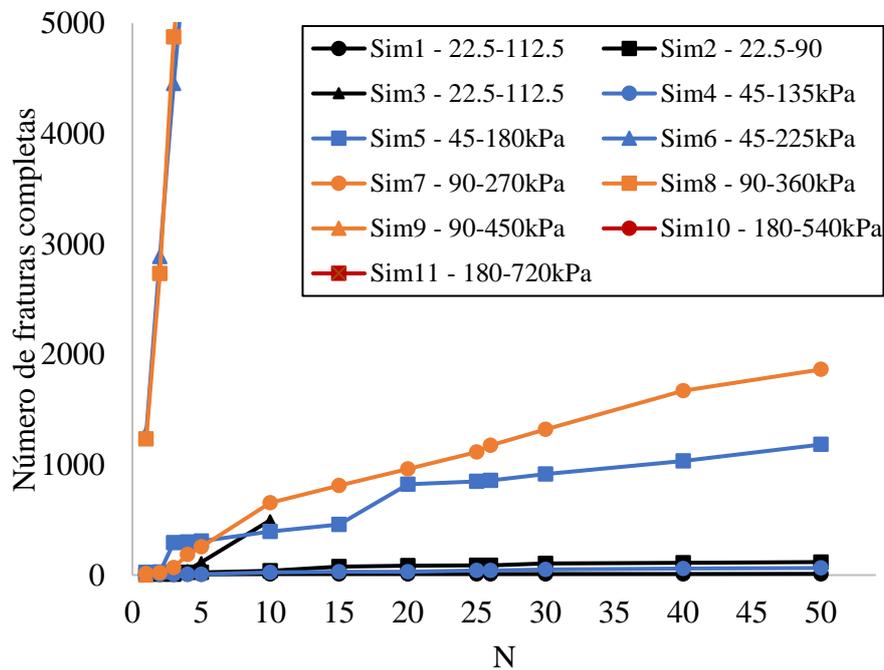


Figura 4.21: Número de fraturas completas por número de ciclos

Após a classificação qualitativa das curvas nas categorias postas por Werkmeister et al. (2001), observou-se a relação entre a deformação permanente no primeiro ciclo e a razão de tensão

desviadora aplicada e tensão desviadora máxima suportada para cada simulação (Figura 4.22). Esta razão pode ser entendida como um indicador de fator de segurança, similar à variável modelo de Ishikawa et al. (2019) para deformação permanente (Equação 2.7). Na Figura 4.22, os pontos em verdes são os que estabilizaram a deformação permanente e a quebra até os 50 ciclos, em preto, os que mantiveram alguma taxa de deformação permanente e quebra, mas não colapsaram, e, em vermelho, os que colapsaram. Observa-se a formação de limites que podem delimitar um valor tolerável para esta razão de tensões que garanta a estabilidade do lastro ferroviário. Para as condições de simulação estudadas, este valor parece se localizar nas vizinhanças de $\frac{\sigma_d}{\sigma_{dmax}} = 0.6$.

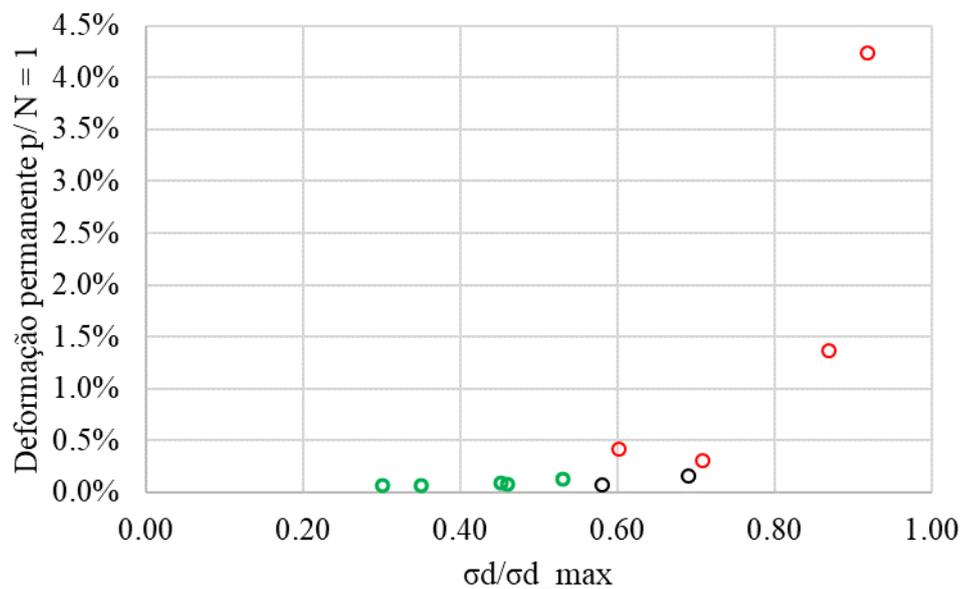


Figura 4.22: Deformação permanente no primeiro ciclo e razão de tensão desviadora aplicada e máxima

Há outras formas possíveis de visualização dos limites de *Shakedown* do material. Xiao et al.(2017) relacionaram a tensão vertical aplicada com a razão entre tensão máxima admissível σ_{1f} e a tensão confinante σ_3 . Aplicando os resultados a esta forma de visualização, tem-se uma curva que estabelece o limite de tensão para o qual o material entrará em colapso.

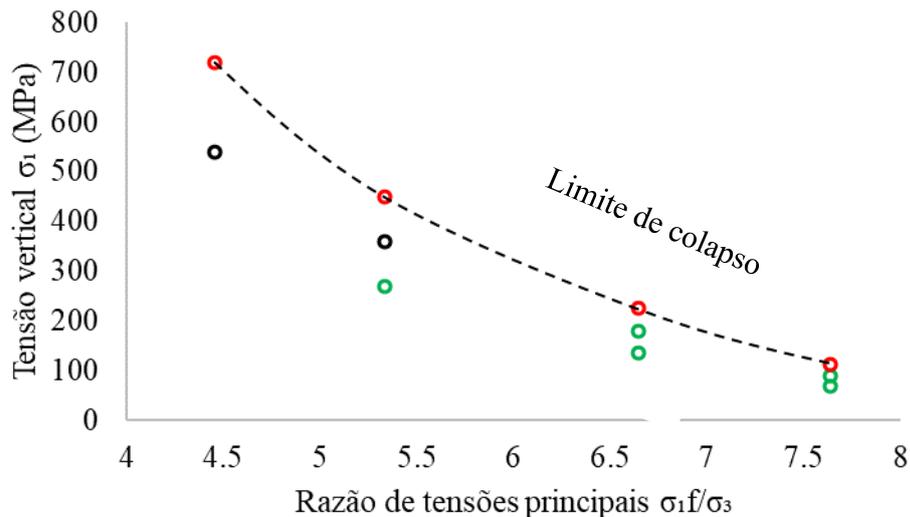


Figura 4.23: Relação de tensões para o ensaio virtual triaxial cíclico e aproximação de envoltória de limite de colapso

A estimação de envoltórias de *Shakedown* talvez uma das aplicações mais promissoras dos ensaios virtuais para lastro ferroviário, e, portanto, do método Híbrido LED, pois exige número considerável de amostras para o ajuste das curvas limite. Foge ao escopo deste trabalho fazer esta investigação em específico, especialmente em razão do elevado custo computacional que seria direcionado a uma única seção da tese, mas possíveis soluções para superar este limite são apontadas em 4.5. *Custo computacional*.

As simulações que romperam, no entanto, não entraram em colapso de maneira semelhante. Os corpos de prova na Simulação 3 e 6 passaram por alguns ciclos de carregamento antes da inflexão da curva, desencadeando a falha do material (Figura 4.20). Para as Simulações 9 e 11 acumularam uma grande quantidade de deformação plástica e esmagamento de partículas desde o primeiro ciclo de carregamento (Figura 4.20 e Figura 4.21). De acordo com o gráfico de índice de quebra (Figura 4.24), na Simulação 9, partículas com tamanhos de 19,1 mm e 12,5 mm reduziram sua distribuição de tamanho de partícula em 32 e 21 pontos percentuais, respectivamente. Por outro lado, partículas mais finas (peneira <2,34 mm) aumentaram em 24 pontos percentuais. A Simulação 6 sofreu falha por cisalhamento após várias instâncias de quebra de cantos e um número limitado de partículas se dividindo. Como resultado, não houve alterações significativas na distribuição de tamanho de partícula (PSD), e apenas uma pequena quantidade de partículas finas foi gerada (Figura 4.24 e Figura 4.25). Estas constatações podem ser mais bem visualizadas na Figura 4.26, onde é ilustrado o modo das fraturas em cada simulação.

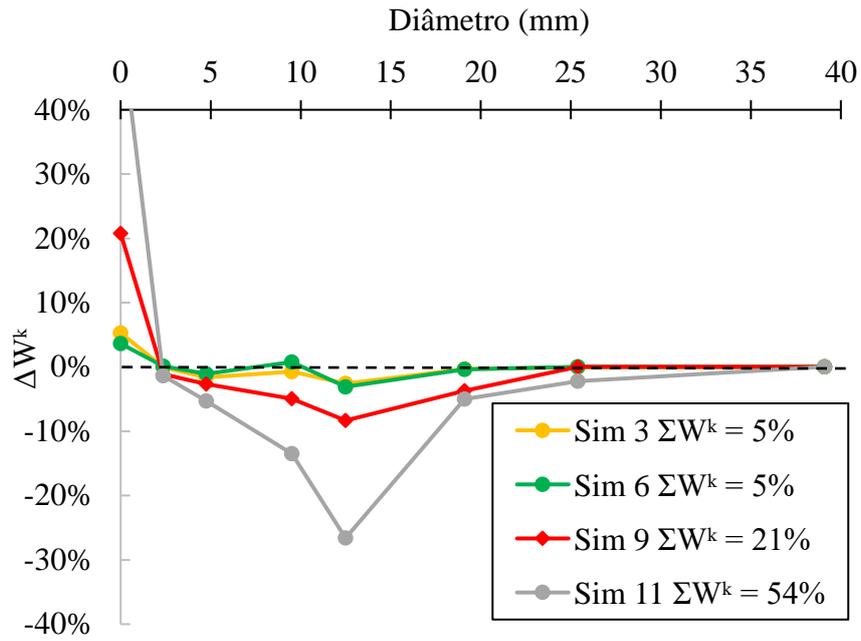


Figura 4.24: Distribuição da quebra por diâmetro para as simulações 3, 6, 9 e 11

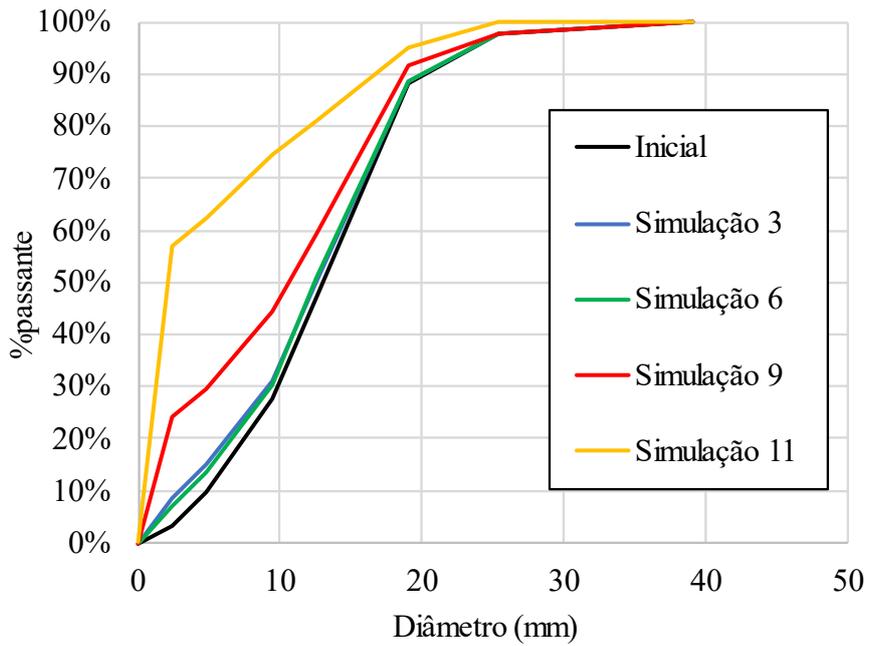
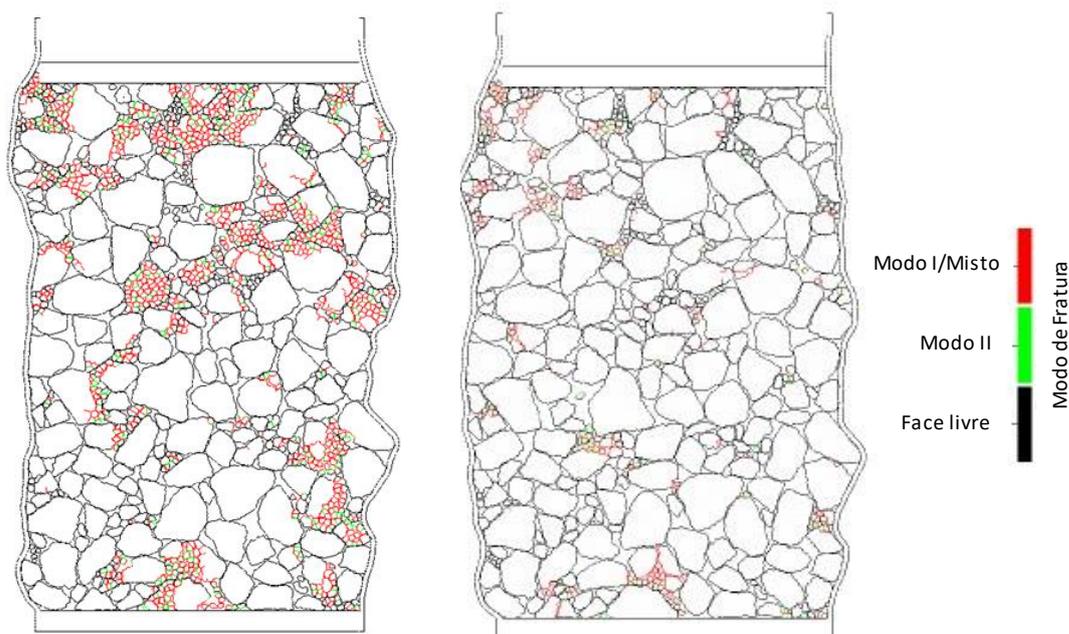


Figura 4.25: Granulometria inicial e granulometrias finais para as simulações 3, 6, 9 e 11



a) Distribuição de fraturas da Simulação 9

b) Distribuição de fraturas da Simulação 6

Figura 4.26: Distribuição de fraturas das simulações 9 e 6

4.4.2. Ensaio de Módulo de Resiliência

Ainda que não se espere que os resultados dos ensaios virtuais de Módulo de Resiliência sejam coincidentes com os obtidos por Diógenes (2021), a comparação é útil por três motivos, quais sejam: i) as propriedades de forma das partículas são obtidas do banco de imagens geradas por Diógenes (2021) e as propriedades mecânicas são oriundas de material granítico, disto pode-se inferir que haja aproximação entre os resultados; ii) as eventuais discrepâncias nos resultados obtidos pode ajudar a interpretação do fenômeno e mesmo detectar limites da modelagem por ensaios virtuais; iii) a comparação dos parâmetros da função de Módulo de Resiliência dará medida de uma primeira aproximação da eficácia da caracterização virtual por meio do método Híbrido LED. Os resultados para cada par de tensão do ensaio real (Diógenes et al., 2020) e virtual de Módulo de Resiliência constam na Tabela 4.5 e na Figura 4.27.

Nota-se que para a tensão confinante $\sigma_3 = 10$ kPa os resultados de MR do Híbrido LED se elevam suavemente com a tensão desviadora, enquanto os experimentais não apresentam tendência bem definida. Quando o confinamento é de 20 kPa, em Diógenes et al. (2020), os MR têm queda abrupta com o aumento da tensão desviadora. Observando os resultados em geral, percebe-se que os resultados de MR de laboratório não ultrapassam o valor de 201 MPa apesar dos aumentos da tensão de confinamento, indicando um limite imposto pela resistência

do material. Isto é, a partir de determinado nível de tensão, as partículas começam a romper, anulando os eventuais ganhos de forças de atrito mobilizados pelo aumento da tensão confinante.

Os resultados de MR obtidos das simulações tendem a apresentar valores superiores aos laboratoriais, indicando que os parâmetros de resistência do modelo construído com os dados de Jackson et al. (1995) sejam mais elevados. É importante ressaltar que o processo de britagem, o uso e o transporte causam danos nas partículas do lastro ferroviário o que as tornam mais suscetíveis à quebra (L. Diógenes et al., 2021), portanto é de se esperar que o material granítico do lastro coletado em campo tenha resistência inferior ao granito teórico desta tese, um modelo de rocha intacta com referência nos dados de Jackson et al. (1995).

Tabela 4.5: Resultados de Módulo de Resiliência obtidos por Diógenes et al. (2020) e nos ensaios virtuais do presente trabalho

σ_3 (kPa)	σ_d (kPa)	θ (kPa)	MR (MPa)	MR (MPa)	n_Fraturas
			(Diógenes et al., 2020)	H-LED	H-LED
10	5	12	112	128	0
10	12	14	125	130	0
10	18	16	114	136	0
20	10	23	170	184	1
20	24	28	123	164	1
20	36	32	120	164	2
40	20	47	201	216	9
40	48	56	145	256	9
40	72	64	146	255	9
60	30	70	195	225	6
60	72	84	172	290	6
60	108	96	174	264	11
80	40	93	194	283	29
80	96	112	197	297	32
80	144	128	201	180	59

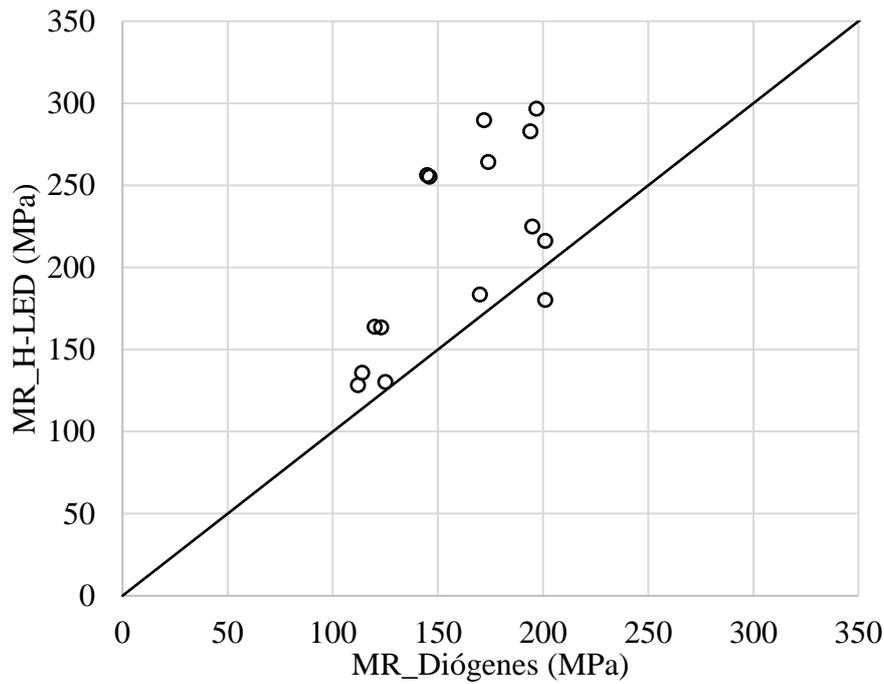


Figura 4.27: Módulos de Resiliência das simulações Híbrido LED e (Diógenes et al., 2020)

Embora o ensaio de Módulo de Resiliência seja operado a níveis de tensão relativamente baixos em comparação à resistência ao cisalhamento do material, fenômenos como acúmulo de deformações plásticas e quebra de partículas ocorrem durante o experimento e afetam seus resultados. Os resultados do ensaio virtual pelo método Híbrido LED mostram que para $\sigma_3 = 80$ kPa há uma queda drástica do valor de MR quando a tensão desviadora atinge o nível $\sigma_1 = 144$ kPa. Isto ocorre concomitantemente a um processo de fraturamento que rearranja a distribuição interna do material e reduz o valor de MR. O mesmo não ocorre para os níveis inferiores de tensão, para os quais não constam significativos fraturamentos ou redução do valor de MR.

O MR de materiais granulares pode ser modelado por diferentes equações, dentre as quais a descrita em Macêdo (1996). A linearização pode ser feita com a aplicação da função logaritmo a seguir, o que permite a realização de regressão linear múltipla sobre os resultados da Tabela 4.5.

$$MR = k_1 \sigma_3^{k_2} \sigma_d^{k_3} \quad (4.1)$$

$$\log MR = \log k_1 + k_2 \log \sigma_3 + k_3 \log \sigma_d \quad (4.2)$$

Os resultados da regressão, observados os valores médios dos parâmetros e os limites superiores e inferiores para 95% do grau de confiança de curva normal, indicam que a curva obtida com

os dados reais e a curva obtidas por meio dos ensaios virtuais nesta tese são relativamente próximas (Tabela 4.6 e Figura 4.28). Entretanto, não é coerente com a análise dos resultados da Tabela 4.5 verificar se os parâmetros são estatisticamente equivalentes, pois observou-se que os resultados das simulações atingem valores superiores a maiores níveis de confinamento por razões físicas. Portanto, ainda que haja superposição na distribuição estatística dos parâmetros de regressão, a demonstração de eventual igualdade estatística seria artificial e incoerente com a observação do fenômeno, não acrescentando ganho analítico a esta tese.

Tabela 4.6: Parâmetros de regressão do modelo de Módulo de Resiliência obtidos a partir dos dados de (Diógenes et al., 2020) e dos ensaios virtuais por meio do método Híbrido LED

(Diógenes et al., 2020)				
Parâmetro	Inf_95%	Sup_95%	Médio	valor p
k1	50,88	83,31	65,11	0,00%
k2	0,25	0,49	0,37	0,00%
k3	-0,22	-0,02	-0,12	2,05%
$R^2 = 0,83$				
Modelo H_LED				
Parâmetro	Inf_95%	Sup_95%	Médio	valor p
k1	41,59	94,79	62,79	0,00%
k2	0,15	0,55	0,35	0,26%
k3	-0,17	0,15	-0,01	89,66%
$R^2 = 0,73$				

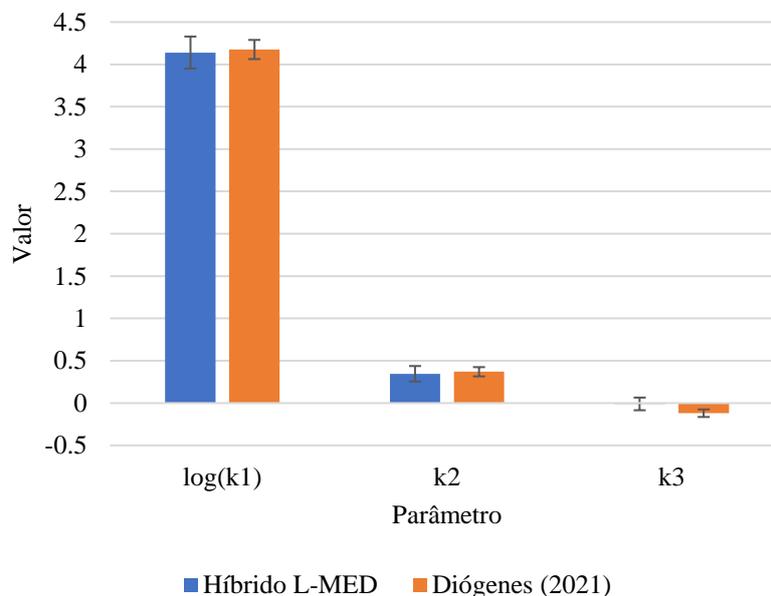


Figura 4.28: Parâmetros de regressão e respectivos erros padrão do modelo de Módulo de Resiliência obtidos a partir dos dados de (D. F. Diógenes et al., 2020) e dos ensaios virtuais por meio do método Híbrido LED

Os resultados dos ensaios virtuais de Módulo de Resiliência reforçaram a consistência do método proposto. Os parâmetros estatísticos extraídos destes resultados foram condizentes com respostas laboratoriais referenciadas e as diferenças podem ser explicadas pela menor resistência do material rochoso real ensaiado por Diógenes et al. (2020) em relação à rocha intacta idealizada pelo modelo. Desta seção, pode-se concluir que o método proposto fornece, no mínimo, razoável primeira aproximação ou estimação do Módulo de Resiliência para materiais de lastro ferroviário.

4.5. Custo computacional

As simulações foram realizadas utilizando o sistema operacional Ubuntu 18.04 Bionic Beaver, com um processador Intel Xeon Silver 4110 e 16 GB de memória DDR4 a 2666 MT/s. Os tempos de execução variaram significativamente dependendo de diversos fatores, como condições de carga (incluindo nível, frequência/velocidade), resistência ao cisalhamento da amostra, tipo de ensaio, número e tipo de contato, dentre outras variáveis. Por exemplo, simulações ensaios de rochas intactas podem ter duração relativamente curta. Por outro lado, simulações de ensaios de lastro exigem mais tempo para serem concluídas.

O custo computacional pode ser descrito em termos de passo de tempo, frequência de interações e tempo de execução; esses valores para cada teste virtual estão apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7: Custo computacional do método Híbrido LED para diferentes ensaios virtuais de lastro ferroviário

Ensaio	Passo de tempo	Interações/s	Tempo de execução
	<i>Tempo virtual</i> (segundos)	<i>Tempo real</i> (segundos)	<i>Tempo real</i> (horas)
Compressão de partícula	5.1E-08	280	0.1 a 2.5
Uniaxial	5.1E-08	39	16
Triaxial Estático	9.0E-08	39	48 a 67
Triaxial Cíclico	9.0E-08	45	0.71 a 175
Módulo de Resiliência	9.0E-08	45	Até 240

Embora o alto custo computacional não torne impraticável a modelagem de ensaios virtuais, esta desvantagem impõe dificuldades para a simulação utilizando maior número de amostras. A exploração desses cenários é um aspecto fundamental da linha de pesquisa desta tese, haja vista a variabilidade inerente ao lastro ferroviário. São infinitas as possibilidades de configuração de um corpo de prova para o mesmo material se considerarmos, por exemplo, apenas o arranjo das partículas. Dessa forma, o uso de abordagem estocástica para caracterização virtual do lastro ferroviário torna-se forte requisito para a obtenção de resultados com nível elevado de confiabilidade.

O uso de soluções computacionais avançadas, como *clusters* e computação em nuvem, devem ser consideradas para viabilizar o uso do método Híbrido LED em um número mais elevado de amostras. Rasmussen et al. (2019) utilizaram estas soluções para a simulação Lattice de túneis. Ao todo, os autores alocaram 40 instâncias virtuais para simular 200 variações de modelos de túnel, o que foi feito em pouco menos de 24 horas. Abordagem semelhante pode ser utilizada para os ensaios virtuais de lastro ferroviário com o método Híbrido LED, sendo a configuração e a quantidade das instâncias virtuais a serem determinadas de acordo as necessidades de prazo e escopo do estudo.

De acordo com a experiência do autor desta tese, uma caracterização virtual do material Granito realizada nesta seção RESULTADOS, com a alocação de 10 instâncias virtuais de configuração equivalente, duraria aproximadamente 240 horas, ou 10 dias. Entende-se que esta ordem de grandeza demonstra viabilidade do uso do método proposto para fins de pesquisa ou prestação de serviços de engenharia. Apesar de ser uma duração de tempo elevada em comparação a outros métodos, o Híbrido-LED apresenta vantagens comparativas que podem credenciá-lo a alternativa preferencial em diversas aplicações que envolvam caracterização virtual de lastro ferroviário.

5. CONCLUSÕES

O método Híbrido LED foi adaptado para a modelagem do lastro ferroviário e demonstrou resultados consistentes com a literatura para diferentes configurações de ensaios e condições de contorno. Nesta tese, realizou-se validação preliminar das alterações de formulação por meio da simulação de ensaios mecânicos para rochas, em seguida, procedeu-se à modelagem dos diversos ensaios virtuais propostos para lastro ferroviário. Os resultados, em geral, foram condizentes com o observado na literatura, corroborando a consistência do método Híbrido LED para lastro ferroviário. Especificamente, pode-se concluir desta pesquisa:

(i) Os resultados de simulação dos ensaios de rocha intacta corresponderam àqueles esperados dos dados laboratoriais sem a necessidade de exaustivas rodadas de calibração. A determinação dos parâmetros de entrada do método Híbrido LED é compatível com as soluções analíticas dos ensaios de rocha intacta.

(ii) A simulação do ensaio de compressão de partícula representou curvas de tensão-deformação, modos de ruptura e distribuição de fraturas condizentes com a experiência relatada na literatura para este tipo de ensaio. Além disso, propôs-se uma nova equação para calcular a tensão característica para partículas de lastro ferroviário, a qual mostrou-se menos suscetível a incorporar erros advindos da variabilidade geométrica das partículas.

(iii) O ensaio confinado uniaxial virtual representou fenômenos de quebras primárias, colapso, evolução dos índices de quebra e empuxo de repouso do lastro ferroviário. Também se observou, nesta simulação, a distribuição da quebra de partículas em função de seu tamanho, análise que se reproduziu também para os ensaios virtuais posteriores.

(iv) Para o ensaio triaxial monotônico virtual, a níveis mais baixos de tensão confinante, a falha por cisalhamento do lastro foi causada, principalmente, pelo deslizamento de partículas, e nenhuma alteração significativa na distribuição de tamanho de partículas foi observada. No entanto, para níveis de tensão mais altos, a falha do corpo de prova foi predominantemente influenciada pela quebra de partículas, ocorrendo de maneira concomitante ao deslocamento das curvas granulométricas.

(v) Os resultados dos ensaios triaxiais monotônicos virtuais mostraram-se bem ajustados à envoltória de ruptura para lastro ferroviário das mais referenciadas na literatura. A tendência de diminuição do ângulo de atrito no pico com a tensão confinante e em consonância com o

aumento na quebra de partículas foi observada. De maneira geral, o comportamento do lastro ferroviário ao cisalhamento foi representado em seus diversos aspectos pelas simulações.

(vi) O uso anterior do método Híbrido LED era principalmente limitado a cenários quase estáticos. Neste estudo, testes dinâmicos foram simulados e os resultados podem ser considerados satisfatórios, pois foram observados nos ensaios virtuais comportamentos referenciados na literatura. É importante ressaltar também a contribuição desta tese sobre a modelagem do coeficiente de amortecimento.

Diferentes índices de quebra foram obtidos para corpos de prova que colapsaram em simulações de testes de carga cíclica triaxial. Em níveis de tensão mais baixos, o colapso se iniciou junto a quebras de cantos, e apenas algumas partículas sofreram ruptura partindo-se aproximadamente ao meio. No entanto, para níveis de confinamento mais altos, um número significativo de partículas sofreu ruptura e se fragmentou em partículas menores, em processo de esmagamento, resultando na alteração significativa da curva granulométrica.

A possibilidade de visualizar as causas dos colapsos dos corpos de prova viabilizada pelo método Híbrido LED é um dos aspectos positivos de sua utilização. A partir desta avaliação pode-se compreender se o lastro está se rompendo por baixa resistência do material rochoso ou por falta de intertravamento, e a que níveis de tensão cada tipo de falha ocorre.

(vii) A simulação do ensaio de módulo de resiliência reproduziu a tendência de aumento desta variável com o confinamento do material, bem como sua diminuição com o acréscimo de tensões desviadoras. Estas tendências foram observadas a partir de equações de regressão, cujos parâmetros se assemelharam àqueles obtidos em laboratório pelas pesquisas que geraram os dados referenciados nesta tese. O exame mais aprofundado das simulações captou também as possíveis causas para os resultados de módulo de resiliência obtidos por meio do método Híbrido LED. Mais uma vez, o monitoramento das fraturas do corpo de prova junto à análise dos resultados macroscópicos demonstrou ser um elemento indispensável para o entendimento da resposta mecânica do lastro ferroviário.

(viii) Como desvantagem, pode-se observar o alto custo computacional do método Híbrido LED, em comparação com métodos mais simplificados. Este problema pode ser contornado com a utilização de *clusters* e instâncias virtuais de computação em nuvem. Com a utilização destas técnicas, a caracterização virtual detalhada de um material poderá durar entre 1 e 2 semanas, um prazo mais longo em comparação a outros métodos, porém viável para aplicações

de pesquisa e prestação de serviços de engenharia. Caberá avaliar se o nível de aprofundamento do método Híbrido LED é necessário para as finalidades do estudo.

(ix) Finalmente, conclui-se desta pesquisa que o método Híbrido LED permite a avaliação dos índices de quebra, visualização dos modos de fratura das partículas e dos mecanismos de falha do lastro ferroviário, incluindo quebra de cantos, esmagamento de partículas e deslizamentos durante as simulações. Além disso, respostas macroscópicas, como estados de tensão e deformação, também podem ser avaliadas com esse método. O monitoramento concomitante das respostas macroscópicas e acontecimentos microscópicos mostrou-se uma poderosa ferramenta de análise. Isto se verificou na interpretação dos resultados da pesquisa, o entendimento dos processos de falha e deformabilidade do corpo de prova geralmente estão ligados à ocorrência ou não dos diversos tipos de quebra observados durante os ensaios virtuais.

Para pesquisas futuras, sugere-se:

- a) Reproduzir os ensaios virtuais utilizando corpos de prova com diferentes propriedades geométricas para cada simulação e investigar a variabilidade dos resultados obtidos;
- b) Investigar também a influência das dimensões dos corpos de prova virtuais na variabilidade dos resultados obtidos;
- c) Formular esquema de calibração simplificado com base no ensaio de compressão simples e esmagamento de partícula;
- d) Validar a metodologia proposta partindo de dados de um único material caracterizado em suas propriedades de granulometria, forma, deformabilidade e resistência;
- e) Realizar simulações que reproduzam condições de campo ou de laboratório de larga escala;
- f) Estimar limites de *Shakedown* por meio de elevado número de simulações viabilizadas por computação em nuvem;
- g) Realizar simulações em corpos de prova em 3 dimensões.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aela, P., Zong, L., Yin, Z.-Y., Esmaeili, M., & Jing, G. (2023). Calibration method for discrete element modeling of ballast particles. *Computational Particle Mechanics*, *10*(3), 481–493. <https://doi.org/10.1007/s40571-022-00507-4>
- Alabbasi, Y., & Hussein, M. (2019). Large-scale triaxial and box testing on railroad ballast: a review. *SN Applied Sciences*, *1*(12), 1592. <https://doi.org/10.1007/s42452-019-1459-3>
- Asahina, D., Ito, K., Houseworth, J. E., Birkholzer, J. T., & Bolander, J. E. (2015). Simulating the Poisson effect in lattice models of elastic continua. *Computers and Geotechnics*, *70*, 60–67. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.07.013>
- Asahina, D., Pan, P., Tsusaka, K., Takeda, M., & Bolander, J. E. (2018). Simulating hydraulic fracturing processes in laboratory-scale geological media using three-dimensional TOUGH-RBSN. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, *10*(6), 1102–1111. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2018.09.001>
- Åström, J. A., & Herrmann, H. J. (1998). Fragmentation of grains in a two-dimensional packing. *The European Physical Journal B*, *5*(3), 551–554. <https://doi.org/10.1007/s100510050476>
- Bolander, J. E., & Saito, S. (1998). Fracture analyses using spring networks with random geometry. *Engineering Fracture Mechanics*, *61*(5–6), 569–591. [https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(98\)00069-1](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(98)00069-1)
- Brown, E. T., & Hoek, E. (1980). *Underground Excavations in Rock*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781482288926>
- Charles, J. A., & Watts, K. S. (1980). The influence of confining pressure on the shear strength of compacted rockfill. *Geotechnique*, *30*(4), 353–367. <https://doi.org/10.1680/geot.1980.30.4.353>
- Chow, L. C., Mishra, D., & Tutumluer, E. (2014). Framework for development of an improved unbound aggregate base rutting model for mechanistic-empirical pavement design. *Transportation Research Record*, *2401*, 11–21. <https://doi.org/10.3141/2401-02>

- Cui, X. H., Xiao, H., & Ling, X. (2022). Analysis of ballast breakage in ballast bed when using under sleeper pads. *Geomechanics and Geoengineering*, 17(3), 677–688. <https://doi.org/10.1080/17486025.2020.1864030>
- Cundall, P. (1987). Distinct Element Models of Rock and Soil Structures. In Allen & Unwin (Eds.), *Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics* (pp. 129–163).
- Cundall, P. A., & Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1), 47–65. <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>
- Dias, G. P., & Barroso, E. V. (2006). Determinação experimental do coeficiente de restituição normal de rochas: aplicação na previsão do alcance de blocos em encostas. *Anuário Do Instituto de Geociências*, 29(2), 149–167. https://doi.org/10.11137/2006_2_149-167
- Diógenes, D. F. (2021). *Avaliação multiescala de propriedades (petrográficas, físicas e morfológicas) de agregados e empacotamento de partículas para composição de lastros ferroviários* [PhD Dissertation]. Universidade Federal do Ceará.
- Diógenes, D. F., Castelo Branco, V. T. F., & Motta, L. M. G. (2020). Avaliação da relação entre comportamentos mecânico e hidráulico para lastro ferroviário. *TRANSPORTES*, 28(3), 61–74. <https://doi.org/10.14295/transportes.v28i3.1829>
- Diógenes, L., Maia, R., Bessa, I., Castelo Branco, V., Nogueira Neto, J., & Silva, F. (2021). The influence of crushing processes and mineralogy of aggregates on their shape properties and susceptibility to degradation. *Construction and Building Materials*, 284, 122745. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.122745>
- Einav, I. (2007). Breakage mechanics—Part II: Modelling granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 55(6), 1298–1320. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2006.11.004>
- Eliáš, J. (2014). Simulation of railway ballast using crushable polyhedral particles. *Powder Technology*, 264, 458–465. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2014.05.052>
- Ergenzinger, C., Seifried, R., & Eberhard, P. (2012). A Discrete Element Approach to Model Breakable Railway Ballast. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 7(4). <https://doi.org/10.1115/1.4006731>

- Ferestade, I., Hosseini Tehrani, P., & Heidary, R. (2017). Fracture toughness estimation of ballast stone used in Iranian railway. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 9(5), 892–899. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2017.03.017>
- Gladkyy, A., & Kuna, M. (2017). DEM simulation of polyhedral particle cracking using a combined Mohr–Coulomb–Weibull failure criterion. *Granular Matter*, 19(3), 41. <https://doi.org/10.1007/s10035-017-0731-8>
- Guimarães, A. C. R. (2009). *UM MÉTODO MECANÍSTICO-EMPÍRICO PARA A PREVISÃO DA DEFORMAÇÃO PERMANENTE EM SOLOS TROPICAIS CONSTITUINTES DE PAVIMENTOS*. UFRJ.
- Hardin, B. O. (1985). Crushing of Soil Particles. *Journal of Geotechnical Engineering*, 111(10), 1177–1192. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1985\)111:10\(1177\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1985)111:10(1177))
- Helland, E., Occelli, R., & Tadrist, L. (2005). Numerical study of cluster and particle rebound effects in a circulating fluidised bed. *Chemical Engineering Science*, 60(1), 27–40. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2004.06.048>
- Hoek, E., Carranza, C., & Corkum, B. (2002). Hoek-brown failure criterion – 2002 edition. *Proc. NARMS-TAC Conference*, 267–273.
- Hossain, Z., Indraratna, B., Darve, F., & Thakur, P. K. (2007). DEM analysis of angular ballast breakage under cyclic loading. *Geomechanics and Geoengineering*, 2(3), 175–181. <https://doi.org/10.1080/17486020701474962>
- Hou, W., Li, A., & Song, W. (2023). Discrete Element Analysis of Shape Effect on the Shear Behaviors of Ballast. *Scientific Reports*, 13(1), 14810. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-42070-9>
- Imre, B., Räbsamen, S., & Springman, S. M. (2008). A coefficient of restitution of rock materials. *Computers & Geosciences*, 34(4), 339–350. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2007.04.004>
- Indraratna, B., Ionescu, D., & Christie, H. D. (1998). Shear Behavior of Railway Ballast Based on Large-Scale Triaxial Tests. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 124(5), 439–449. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(1998\)124:5\(439\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(1998)124:5(439))

- Indraratna, B., & Salim, W. (2005). Mechanics of Ballasted Rail Tracks: A Geotechnical Perspective. In Taylor & Francis Ltd (Ed.), *BALKEMA_Proceedings and Monographs in Engineering, Water and Earth Sciences*. Taylor & Francis/Balkema.
- Indraratna, B., Sun, Y., & Nimbalkar, S. (2016). Laboratory Assessment of the Role of Particle Size Distribution on the Deformation and Degradation of Ballast under Cyclic Loading. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 142(7). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0001463](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001463)
- Indraratna, B., Thakur, P. K., Vinod, J. S., & Salim, W. (2012). Semiempirical Cyclic Densification Model for Ballast Incorporating Particle Breakage. *International Journal of Geomechanics*, 12(3), 260–271. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000135](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000135)
- Indraratna, B., Wijewardena, L. S. S., & Balasubramaniam, A. S. (1993). Large-scale triaxial testing of grey wacke rockfill. *Géotechnique*, 43(1), 37–51. <https://doi.org/10.1680/geot.1993.43.1.37>
- Ionescu, D. (2004). *Evaluation of engineering behaviour of railway ballast*. University of Wollongong.
- Ishikawa, T., Lin, T., Yang, J., Tokoro, T., & Tutumluer, E. (2019). Application of the UIUC model for predicting ballast settlement to unsaturated ballasts under moving wheel loads. *Transportation Geotechnics*, 18, 149–162. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2018.12.003>
- Jackson, R., Gorski, B., & Gyenge, M. (1995). *Geotechnical properties of rock*. Minister of Supply and Services Canada, Ottawa, ON (Canada). Other Information: PBD: 1995
- Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at earth. *Journal of Hungarian Society of Architects and Enginners*, 355–358.
- John, N. J., Khan, I., Kandalai, S., & Patel, A. (2023). Particle breakage in construction materials: A geotechnical perspective. *Construction and Building Materials*, 381, 131308. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2023.131308>
- Lackenby, J., Indraratna, B., McDowell, G., & Christie, D. (2007). Effect of confining pressure on ballast degradation and deformation under cyclic triaxial loading. *Géotechnique*, 57(6), 527–536. <https://doi.org/10.1680/geot.2007.57.6.527>

- Lade, P. V., Yamamuro, J. A., & Bopp, P. A. (1996). Significance of Particle Crushing in Granular Materials. *Journal of Geotechnical Engineering*, 122(4), 309–316. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1996\)122:4\(309\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:4(309))
- Lee, K. L., & Seed, H. B. (1967). Drained Strength Characteristics of Sands. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 93(6), 117–141. <https://doi.org/10.1061/JSFEAQ.0001048>
- Liu, G.-Y., Xu, W.-J., Sun, Q.-C., & Govender, N. (2020). Study on the particle breakage of ballast based on a GPU accelerated discrete element method. *Geoscience Frontiers*, 11(2), 461–471. <https://doi.org/10.1016/j.gsf.2019.06.006>
- Macêdo, J. A. G. (1996). *Interpretação de ensaios defletométricos para avaliação estrutural de pavimentos flexíveis*. UFRJ.
- Mahmoud, E., Papagiannakis, A. T., & Renteria, D. (2016). Discrete Element Analysis of Railway Ballast under Cycling Loading. *Procedia Engineering*, 143, 1068–1076. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.221>
- Marsal, R. J. (1967). Large Scale Testing of Rockfill Materials. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 93(2), 27–43. <https://doi.org/10.1061/JSFEAQ.0000958>
- Marsal, R. J. (1973). Mechanical properties of rockfill. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 12(4), 67. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(75\)90138-2](https://doi.org/10.1016/0148-9062(75)90138-2)
- Marschi, N. D., Chan, C. K., & Seed, H. B. (1972). Evaluation of Properties of Rockfill Materials. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 98(1), 95–114. <https://doi.org/10.1061/JSFEAQ.0001735>
- Mas Ivars, D., Potyondy, D., Pierce, M., & Cundall, P. (2008). The smooth-joint contact model. *8th World Congress on Computational Mechanics 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Eccomas*.
- McDowell, G. R., Bolton, M. D., & Robertson, D. (1996). The fractal crushing of granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(12), 2079–2101. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(96\)00058-0](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(96)00058-0)

- Mehta, A. A., & Patel, A. (2018). An investigation on the particle breakage of Indian River sands. *Engineering Geology*, 233, 23–37. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2017.12.001>
- Mellor, M., & Hawkes, I. (1971). Measurement of tensile strength by diametral compression of discs and annuli. *Engineering Geology*, 5(3), 173–225. [https://doi.org/10.1016/0013-7952\(71\)90001-9](https://doi.org/10.1016/0013-7952(71)90001-9)
- Merland, R., Caumon, G., Lévy, B., & Collon-Drouaillet, P. (2014). Voronoi grids conforming to 3D structural features. *Computational Geosciences*, 18(3–4), 373–383. <https://doi.org/10.1007/s10596-014-9408-0>
- Monismith, C. L., Ogawa, N., & Freeme, C. R. (1975). PERMANENT DEFORMATION CHARACTERISTICS OF SUBGRADE SOILS DUE TO REPEATED LOADING. *Transportation Research Record*. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:112511054>
- Nakata, A. F. L., Hyde, M., Hyodo, H., & Murata. (1999). A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test. *Géotechnique*, 49(5), 567–583. <https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.5.567>
- Nakata, A., Hyde, M., Hyodo, H., & Murata. (1999). A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test. *Géotechnique*, 49(5), 567–583. <https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.5.567>
- Nakata, Y., Kato, Y., Hyodo, M., Hyde, A. F. L., & Murata, H. (2001). One-Dimensional Compression Behaviour of Uniformly Graded Sand Related to Single Particle Crushing Strength. *Soils and Foundations*, 41(2), 39–51. https://doi.org/10.3208/sandf.41.2_39
- Oda, M., & Konishi, J. (1974). Microscopic Deformation Mechanism of Granular Material in Simple Shear. *Soils and Foundations*, 14(4), 25–38. https://doi.org/10.3208/sandf1972.14.4_25
- Peng, B. (2000). *Rockfall Trajectory Analysis: Parameter Determination and Application*. University of Canterbury.
- Persson, P.-O., & Strang, G. (2004). A Simple Mesh Generator in MATLAB. *SIAM Review*, 46(2), 329–345. <https://doi.org/10.1137/S0036144503429121>

- Potyondy, D. O., & Cundall, P. A. (2004). A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(8), 1329–1364. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2004.09.011>
- Qian, Y., Tutumluer, E., Hashash, Y. M. A., & Ghaboussi, J. (2014, April 2). Effects of Ballast Degradation on Permanent Deformation Behavior From Large-Scale Triaxial Tests. *2014 Joint Rail Conference*. <https://doi.org/10.1115/JRC2014-3806>
- Rasmussen, L. L. (2021). Hybrid lattice/discrete element method for bonded block modeling of rocks. *Computers and Geotechnics*, 130, 103907. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103907>
- Rasmussen, L. L., Cacciari, P. P., Futai, M. M., de Farias, M. M., & de Assis, A. P. (2019). Efficient 3D probabilistic stability analysis of rock tunnels using a Lattice Model and cloud computing. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 85, 282–293. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2018.12.022>
- Rasmussen, L. L., de Farias, M. M., & de Assis, A. P. (2018). Extended Rigid Body Spring Network method for the simulation of brittle rocks. *Computers and Geotechnics*, 99, 31–41. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2018.02.021>
- Raymond, G. P., & Diyaljee, V. A. (1979). Railroad Ballast Sizing and Grading. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 105(5), 676–681. <https://doi.org/10.1061/AJGEB6.0000803>
- Recarey, C., Cortés, L. A., Farias, M. M. de, Morales, I. P. P., Valera, R. R., & Oñate, E. (2018). Systemic characterization and evaluation of particle packings as initial sets for discrete element simulations. *Computational Particle Mechanics*, 5(3), 319–334. <https://doi.org/10.1007/s40571-017-0171-6>
- Recarey, C., Pérez, I., Roselló, R., Muniz, M., Hernández, E., Giraldo, R., & Oñate, E. (2019). Advances in particle packing algorithms for generating the medium in the Discrete Element Method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 345, 336–362. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.11.011>
- Rothenburg, L., & Bathurst, R. J. (1992). Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles. *Géotechnique*, 42(1), 79–95. <https://doi.org/10.1680/geot.1992.42.1.79>

- Saeed, A., Hall, J., & Barker, W. (2001). *Performance-Related Tests of Aggregates for Use in Unbound Pavement Layers*.
- Salim, W., & Indraratna, B. (2004). A new elastoplastic constitutive model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage. *Canadian Geotechnical Journal*, 41(4), 657–671. <https://doi.org/10.1139/t04-025>
- Sandeep, C. S., Senetakis, K., Cheung, D., Choi, C. E., Wang, Y., Coop, M. R., & Ng, C. W. W. (2021). Experimental study on the coefficient of restitution of grain against block interfaces for natural and engineered materials. *Canadian Geotechnical Journal*, 58(1), 35–48. <https://doi.org/10.1139/cgj-2018-0712>
- Selig, E. T., & Roner, C. J. (1987). Effects of particle characteristics on behavior of granular material. *Transportation Research Record*, 1131.
- Selig, E. T., & Waters, J. M. (1994). Track Geotechnology and Substructure Management. In *TRACK GEOTECHNOLOGY and SUBSTRUCTURE MANAGEMENT*. <https://doi.org/10.1680/tgasm.20139>
- Sun, Q. D., Indraratna, B., & Nimbalkar, S. (2014). Effect of cyclic loading frequency on the permanent deformation and degradation of railway ballast. *Géotechnique*, 64(9), 746–751. <https://doi.org/10.1680/geot.14.T.015>
- Sun, Q. D., Indraratna, B., & Nimbalkar, S. (2016). Deformation and Degradation Mechanisms of Railway Ballast under High Frequency Cyclic Loading. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 142(1), 04015056. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0001375](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001375)
- Sun, Y., & Zheng, C. (2017). Breakage and shape analysis of ballast aggregates with different size distributions. *Particuology*, 35, 84–92. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2017.02.004>
- Thakur, P. K., Indraratna, B., & Vinod, J. S. (2009). DEM simulation of effect of confining pressure on ballast behaviour. *Proceedings of the 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering: The Academia and Practice of Geotechnical Engineering, 1*. <https://doi.org/10.3233/978-1-60750-031-5-602>
- Tutumluer, E., Huang, H., Hashash, Y. M. A., & Ghaboussi, J. (2009). AREMA Gradation Affecting Ballast Performance Using Discrete Element Modeling (DEM) Approach.

Proceedings of the American Railway Engineering and Maintenance-of-Way Association Annual Conference, 45(1).

- Tutumluer, E., Qian, Y., Hashash, Y. M. A., Ghaboussi, J., & Davis, D. D. (2013). Discrete element modelling of ballasted track deformation behaviour. *International Journal of Rail Transportation*, 1(1–2), 57–73. <https://doi.org/10.1080/23248378.2013.788361>
- Uzan, J. E. (1982). *Permanent deformation in pavement design and evaluation*. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:107051106>
- Valera, R. L. R., González, J. I., de Oliveira Junior, M., de Farias, M. M., Fuentes, M. A. C., Martínez, R. T., Aguila, J. P., Anselmi, L. A. M., Morfa, C. A. R., & Oñate, E. (2023). Development and coupling of numerical techniques for modeling micromechanical discrete and continuous media using real particle morphologies. *Computational Particle Mechanics*, 10(1), 121–141. <https://doi.org/10.1007/s40571-022-00481-x>
- Weibull, W. (1951). A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 18(3), 293–297. <https://doi.org/10.1115/1.4010337>
- Werkmeister, S., Dawson, A. R., & Wellner, F. (2001). Permanent Deformation Behavior of Granular Materials and the Shakedown Concept. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 1757(1), 75–81. <https://doi.org/10.3141/1757-09>
- Xiao, J., Zhang, D., Wei, K., & Luo, Z. (2017). Shakedown behaviors of railway ballast under cyclic loading. *Construction and Building Materials*, 155, 1206–1214. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.07.225>
- Yan, Y., Zhao, J., & Ji, S. (2015). Discrete element analysis of breakage of irregularly shaped railway ballast. *Geomechanics and Geoengineering*, 10(1), 1–9. <https://doi.org/10.1080/17486025.2014.933891>
- Yuan, R., & Shen, B. (2017). Numerical modelling of the contact condition of a Brazilian disk test and its influence on the tensile strength of rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 93, 54–65. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2017.01.010>
- Zhang, J., Wang, X., Yin, Z.-Y., & Liang, Z. (2020). DEM modeling of large-scale triaxial test of rock clasts considering realistic particle shapes and flexible membrane boundary. *Engineering Geology*, 279, 105871. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2020.105871>

- Zhou, W., Xu, K., Ma, G., & Chang, X. (2019). On the breakage function for constructing the fragment replacement modes. *Particuology*, 44, 207–217. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2018.08.006>
- Zhu, Z., Wang, J., & Wu, M. (2022). DEM simulation of particle crushing in a triaxial test considering the influence of particle morphology and coordination number. *Computers and Geotechnics*, 148, 104769. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2022.104769>
- Zhuang, Y., Wang, K.-Y., & Li, H.-X. (2020). Shakedown solutions for ballasted track structure under multiple uniform loads. *Transportation Geotechnics*, 22, 100298. <https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2019.100298>