

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E**  
**AMBIENTAL**

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE**  
**EROSÃO POR ARRASTE**

**IVANA ALICE BRANDÃO DA COSTA**

**ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA**

**PUBLICAÇÃO: G.DM-414/2024**

**BRASÍLIA/DF: JULHO/2024**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE EROSÃO POR  
ARRASTE**

**IVANA ALICE BRANDÃO DA COSTA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E  
AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.**

**APROVADA POR:**

---

**MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, Ph.D. (UnB)  
(ORIENTADOR)**

---

**MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, D.Sc. (UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**MAURÍCIO MARTINES SALES, D.Sc. (UFG)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 12 DE JULHO DE 2024.**

# FICHA CATALOGRÁFICA

COSTA, IVANA ALICE BRANDÃO

Análise Numérica e Experimental de Erosão por Arraste

[Distrito Federal] 2024

xv, 76p., 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2024)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Erosão Laminar

2. Métodos numéricos

3. *Smoothed Particle Hydrodynamics*

4. Taxa de erosão

5. Canal Hidráulico

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

COSTA, I. A. B. (2024). Análise Numérica e Experimental de Erosão por Arraste. Publicação G.DM-414/2024, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 76 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Ivana Alice Brandão da Costa

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Análise Numérica e Experimental de Erosão por Arraste.

GRAU / ANO: Mestre / 2024

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Ivana Alice Brandão da Costa

SHIGS 706, Bloco C, Casa 3, Asa Sul  
Brasília/DF - Brasil

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, por guiar meus passos, ser minha fortaleza nos momentos difíceis e me proteger diariamente. Sem Ele nada seria possível.

Aos meus pais, Itana e José, por me incentivarem desde criança, a estudar e correr atrás dos meus sonhos. Eles são o meu maior apoio. À minha irmã Iasmine, por sempre estar ao meu lado me motivando a avançar.

À Fabrício Macêdo, que foi meu professor e orientador na graduação, também foi chefe e desde o começo um amigo, por me incentivar a sair da minha cidade para ser mestre em Geotecnia pela UnB, com certeza esse incentivo foi essencial para que eu pudesse estar aqui.

Ao meu orientador, professor Márcio Muniz, que foi fundamental para a elaboração deste trabalho. Sempre com disponibilidade e conhecimento, trazendo solução para todos os obstáculos que apareciam no caminho.

Agradeço ao programa P&D de Furnas, que fomentaram e viabilizaram as ferramentas necessárias para os desafios técnicos presentes aqui. Agradeço também ao Laboratório de Infraestruturas (InfraLab) da UnB pelos diferentes recursos providos.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior do Ministério da Educação (CAPES), pelo apoio econômico para o desenvolvimento deste trabalho.

À Elizabeth Zubeldia, pela solidariedade e disponibilidade para ajudar, colaborando diretamente com a realização deste trabalho.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia da Universidade de Brasília e a todos os professores, pelo conhecimento repassado, pelos exemplos e apoio.

Agradeço aos amigos feitos no Programa de Pós-Graduação em Geotecnia da Universidade de Brasília, pelo companheirismo diário. Aos amigos de Salvador, pela amizade mantida, por todo carinho e apoio. Aos amigos da Igreja Batista da Lagoinha e da república onde moro, com certeza vocês tornaram essa caminhada mais leve e divertida.

Obrigada!

Este projeto é financiado pela empresa FURNAS SA, na carteira de projetos de P&D-SEDIMENTOS TC 8000011107 ANEEL PD-0394-1705/2017, no contexto da Lei N° 9.991. A execução do projeto é liderada pela Universidade Federal de Goiás em parceria com a Universidade de Brasília, com início em julho de 2020.

## RESUMO

No presente trabalho são apresentadas modelagens numéricas e ensaios laboratoriais para simular problemas de erosão superficial por arraste de partículas, em canal de fluxo aberto. Para ambas as abordagens, o estudo visa prever uma taxa de material erodido de um leito de sedimentos, devido à ação da água. A análise dos resultados obtidos de forma experimental, busca avaliar os fatores que influenciam na taxa de erosão do leito, sendo estes, o aumento da velocidade do fluxo e a inclinação do canal. A análise dos resultados obtidos de forma numérica, busca alcançar valores de taxa de erosão semelhantes aos obtidos nos ensaios laboratoriais, comprovando a eficácia do método utilizado. Para as simulações numéricas foi utilizado o método numérico *Smoothed Particle Hydrodynamics – SPH*, por meio do código DualSPHysics implementado com o critério hidráulico fundamentado no parâmetro de Shields. O critério consegue estimar de forma adequada a massa de material erodido sob condições de fluxo de baixa velocidade em regiões superficiais, sendo ideal para problemas que envolvem canais de fluxo aberto. Também foram realizadas simulações numéricas com o código DualSPHysics contendo as implementações do critério de ruptura de Drucker-Prager, sem adição do critério hidráulico de Shields. Os resultados fornecidos por cada código foram comparados e analisados com base nos resultados dos ensaios laboratoriais. Para conduzir simulações numéricas do fenômeno erosivo, adota-se uma abordagem multifásica que integra modelos constitutivos de fluidos com princípios da hidráulica de canais abertos e critérios de ruptura da Geomecânica. Utilizando o método SPH, que é Lagrangeano e sem malha, é possível lidar eficientemente com problemas multifásicos que envolvem superfícies livres e grandes deslocamentos de material. Essa técnica permite realizar simulações sob diversas condições de fluxo em intervalos de tempo relativamente curtos. Na metodologia aqui proposta, a água e o sedimento são considerados como fluidos newtonianos e pseudo-newtonianos, respectivamente, sendo representados por partículas distribuídas ao longo do espaço físico.

## ABSTRACT

In the present work, numerical modeling and laboratory tests are presented to simulate problems of surface erosion due to particle entrainment, in an open flow channel. For both approaches, the study aims to predict a rate of material eroded from a sediment bed due to water action. The analysis of the results obtained experimentally seeks to evaluate the factors that influence the rate of bed erosion, namely the increase in flow speed and the slope of the channel. The analysis of the results obtained numerically seeks to achieve erosion rate values similar to those obtained in laboratory tests, proving the effectiveness of the method used. For the numerical simulations, the Smoothed Particle Hydrodynamics – SPH numerical method was used, through the DualSPHysics code implemented with the hydraulic criterion based on the Shields parameter. The criterion can adequately estimate the mass of eroded material under low-velocity flow conditions in superficial regions, making it ideal for problems involving open flow channels. Numerical simulations were also carried out with the DualSPHysics code containing the implementations of the Drucker-Prager rupture criterion, without the addition of the Shields hydraulic criterion. The results provided by each code were compared and analyzed based on the results of laboratory tests. To conduct numerical simulations of the erosion phenomenon, a multiphase approach is adopted that integrates fluid constitutive models with principles of open channel hydraulics and rupture criteria from Geomechanics. Using the SPH method, which is Lagrangian and meshless, it is possible to efficiently deal with multiphase problems involving free surfaces and large material displacements. This technique allows simulations to be carried out under different flow conditions in relatively short time intervals. In the methodology proposed here, water and sediment are considered as Newtonian and pseudo-Newtonian fluids, respectively, being represented by particles distributed throughout physical space.

# ÍNDICE

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1.	MOTIVAÇÃO .....	2
1.2.	OBJETIVO.....	2
1.3.	ESCOPO DO TRABALHO.....	3
<b>2.</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>5</b>
2.1.	ESTUDO DA EROÇÃO .....	5
2.1.1.	Ensaio Utilizados no Estudo da Erosão.....	6
2.2.	TRANSPORTE DE SEDIMENTOS .....	10
2.3.	MODELAGEM DE PROCESSOS EROSIVOS .....	13
2.3.1.	Modelos Empíricos .....	13
2.3.2.	Modelos numéricos.....	15
<b>3.</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>18</b>
3.1.	EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO .....	18
3.1.1.	Conservação de Massa.....	18
3.1.2.	Conservação de Momento Linear .....	18
3.1.3.	Conservação de Energia .....	19
3.2.	MODELO CONSTITUTIVO .....	20
3.2.1.	Classificação Reológica .....	21
3.2.2.	Modelos Tipo Bingham.....	21
3.3.	EQUAÇÃO DE NAVIER-STOKES .....	25
3.4.	FLUXO EM CANAIS ABERTOS .....	26
3.4.1.	Parâmetro de Shields .....	28
3.4.2.	Velocidade Cisalhante .....	29
3.4.3.	Regime de Escoamento .....	29
<b>4.</b>	<b>SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS.....</b>	<b>33</b>
4.1.	FORMULAÇÃO DO SPH.....	33
4.1.1.	Representação integral de uma função.....	34

4.1.2.	Representação integral da derivada de uma função.....	36
4.1.3.	Aproximação por partículas.....	38
4.2.	<b>APLICAÇÃO DO MÉTODO SPH NA MODELAGEM DE FLUIDOS.....</b>	<b>40</b>
4.2.1.	Aproximações SPH da densidade .....	40
4.2.2.	Aproximação SPH da equação do momento .....	41
4.3.	<b>SPH PARA EROSÃO.....</b>	<b>43</b>
4.3.1.	Critério de Von Misses e critério de Shields por Manenti (2012) e Ulrich (2013) ....	44
4.3.2	Critério de Drucker-Prager por Fourtakas & Rogers (2016).....	45
4.3.3	Critério de Shields por Zubeldía (2017).....	46
<b>5.</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>49</b>
5.1.	ETAPA EXPERIMENTAL .....	50
5.2.	ETAPA NUMÉRICA .....	53
5.2.1.	Resolução da malha de pontos .....	55
5.2.2.	Comparações com o critério de Drucker-Prager .....	59
<b>6.</b>	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>61</b>
6.1.	ENSAIOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	61
6.2.	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	64
6.2.1.	Resultado da Simulação com o critério de Drucker-Prager.....	66
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>69</b>
7.1.	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS .....	70
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>72</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Aparato do <i>Pinhole Test</i> (modificado de Sherard <i>et al.</i> , 1972). .....	7
Figura 2.2: Simulador de chuva portátil configurado com (1) três bicos oscilantes, (2) um barril para coletar o escoamento carregado de sedimentos para a segunda fase do experimento, (3) o modulo de refluxo para introduzir o escoamento adicional de (2) para estender o comprimento da inclinação e (4) três barris para coletar o excesso de água da chuva dos bicos oscilantes para circulação (Kaiser <i>et al.</i> , 2018). .....	8
Figura 2.3: Canal hidráulico de transporte de sedimentos (Zubeldia, 2017). .....	9
Figura 2.4: Aparelho de <i>Inderbitzen</i> (Lemos <i>et al.</i> , 2008). .....	10
Figura 2.5: Representação dos tipos de transporte de sedimentos. (modificado e retirado de: <a href="https://edisciplinas.usp.br">https://edisciplinas.usp.br</a> ). .....	13
Figura 2.6: Escoamento de um fluido através de um elemento de fluido com volume $\Delta V$ : (a) Elemento de fluido se movendo ao longo de uma linha de corrente com velocidade ( $v$ ) tangente a trajetória. (b) Elemento de fluido fixo no espaço com o escoamento passando através dele (Paiva, 2009). .....	16
Figura 3.1: Curvas de escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos de propriedades independentes do tempo de cisalhamento (retirado de: <a href="https://edisciplinas.usp.br">https://edisciplinas.usp.br</a> ). .....	22
Figura 3.2: Modelo regularizado de Papanastasiou para o fluido de Bingham com diferentes valores do parâmetro de regularização, $m$ . (Moreno & Cervera, 2015). .....	24
Figura 3.3: Modelo regularizado de Papanastasiou para o fluido de Herschel-Bulkley com diferentes valores do parâmetro de regularização, $m$ . (Moreno & Cervera, 2015). .....	24
Figura 3.4: Variação das tensões no modelo HBP. a) Influência do parâmetro $m$ . b) Influência do parâmetro $n$ (Zubeldia, 2017). .....	25
Figura 3.5: Função da tensão cisalhante total nas camadas do fluido num canal aberto (Gyr e Hoyer, 2006). .....	27
Figura 3.6: Equilíbrio entre as forças aceleradoras do fluxo e as forças de atrito no leito de um canal aberto (Gyr & Hoyer, 2006). .....	28
Figura 3.7: Tubo de Pitot (Labtrix, 2022). .....	31
Figura 4.1: Domínio de influência da função <i>kernel</i> , quando o domínio de influência está localizado dentro do domínio do problema (modificado de Liu & Liu, 2003). .....	37
Figura 4.2: Domínio de influência da função <i>kernel</i> , quando o domínio de influência se cruza com o domínio do problema (modificado de Liu & Liu, 2003). .....	37

Figura 4.3: Aproximação por partículas dentro do domínio de influência (modificado de Liu & Liu, 2003 <i>apud</i> Zubeldia, 2017).....	38
Figura 5.1: Fluxograma da metodologia utilizada. ....	49
Figura 5.2: Canal de transporte de sedimentos (Labtrix, 2022). ....	50
Figura 5.3: Perfil do leito de sedimentos no canal hidráulico. ....	51
Figura 5.4: Material granular utilizado – Esferas de vidro. ....	52
Figura 5.5: Curva granulométrica – Esferas de vidro (Braga, 2022). ....	52
Figura 5.6: Perfil do leito – Pontos de medição da lâmina de água. ....	55
Figura 5.7: Configuração do caso 2D, no DualSPHysics.....	56
Figura 5.8: Massa de material erodido coletada ao final do ensaio, para diferentes resoluções da malha de pontos. ....	57
Figura 5.9: Avanço da frente da onda para diferentes resoluções da malha de pontos.....	58
Figura 5.10: Representação do estado de tensões das esferas de vidro, pelas trajetórias (Braga, 2022).....	60
Figura 6.1: Ensaio de erosão por arraste. ....	61
Figura 6.2: Perfil do leito após o ensaio nas condições iniciais ( $Q = 10 \text{ m}^3/\text{h}$ e $i = 0 \%$ ). ....	62
Figura 6.3: Perfil do leito após ensaio na segunda condição ( $Q = 10 \text{ m}^3/\text{h}$ e $i = 1,5 \%$ ). ....	63
Figura 6.4: Perfil do leito após ensaio na terceira condição ( $Q = 15 \text{ m}^3/\text{h}$ e $i = 0 \%$ ). ....	63
Figura 6.5: Massa de material erodido por metro de largura para $t = 20\text{s}$ . ....	65
Figura 6.6: Massa de material erodido por metro de largura para $t = 20\text{s}$ – Drucker-Prager....	66
Figura 6.7: Visualização da simulação para $t = 1\text{s}$ , utilizando o critério de Shields.....	67
Figura 6.8: Visualização da simulação para $t = 1\text{s}$ , utilizando apenas o critério de Drucker-Prager. ....	67

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 5.1: Propriedades do material - Esferas de vidro (Potters, 2012).....	51
Tabela 5.2: Propriedades do leito de sedimentos. ....	53
Tabela 5.3: Testes para resolução da malha de pontos. ....	55
Tabela 5.4: Parâmetros utilizados na simulação – critério Shields. ....	58
Tabela 5.5: Parâmetros utilizados na simulação – critério Drucker-Prager. ....	59
Tabela 6.1: Resultados dos ensaios de erosão por arraste. ....	61

## LISTA DE ABREVIACÕES, NOMENCLATURA E SÍMBOLOS

$b$	largura do canal
$c$	coesão
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (Dinâmica de Fluidos Computacional)
CEL	Método Euleriano-Lagrangeano Acoplado
$d$	diâmetro de um grão de sedimento
$d_{50}$	diâmetro médio dos grãos de sedimento
$dp$	distância entre partículas
DP	Drucker-Prager
$e$	energia interna
EFG	Método de Galerkin sem Elementos
ENS	equações de Navier-Stokes
$F_i$	vetor de forças de corpo ou de massa
$g$	aceleração da gravidade
$h$	comprimento característico da função <i>kernel</i>
$H$	altura da lâmina de fluido
HBP	Herschel-Bulkley-Papanastasiou
$i$	inclinação do canal hidráulico
$J_1$	primeiro invariante do tensor de tensões
$J_{2D}$	segundo invariante da parte desviadora do tensor de tensões cisalhantes
$k_s$	rugosidade equivalente ou efetiva do grão
$m$	parâmetro que controla o crescimento exponencial das tensões em função da taxa de deformação no modelo Herschel-Bulkley-Papanastasiou
$m_n$	massa da partícula $n$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$m_e$	massa de sedimento erodida
MEF	Método dos Elementos Finitos
MVF	Método dos Volumes Finitos
$n$	índice que controla o comportamento não newtoniano (pseudo-plástico ou dilatante) do material no modelo Herschel-Bulkley-Papanastasiou
$N$	indica o número de pontos do domínio de influência da partícula
$N_p$	quantidade de partículas de sedimentos coletadas
$p$	pressão

PFEM	Método dos Elementos Finitos com Partículas
$Q$	vazão
$r_{ij}$	distância entre o ponto $i$ e o ponto $j$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$Re$	número de Reynolds
$Re_*$	número de Reynolds do sedimento
$R_H$	raio hidráulico
$S$	inclinação do leito do canal
SIG	Sistema de Informação Geográfica
SPH	<i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i>
$t$	tempo
USLE	Equação Universal de Perda de Solo
$u_i$	vetor velocidade
$u_{(z)}$	velocidade da partícula da água mais próxima à partícula de sedimento
$\bar{u}$	velocidade média
$u_*$	velocidade cisalhante
$u_n^\beta$	vetor velocidade da partícula $n$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$W_{ij}$	função <i>kernel</i> da partícula $i$ avaliada no ponto $j$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
WEPP	<i>Water Erosion Prediction Project</i>
$x_i$	vetor posição
$y$	posição de um ponto na água medida a partir do leito de sedimentos até a superfície livre
$z_o$	parâmetro de rugosidade do fundo
$\dot{\epsilon}_{kk}$	parte isotrópica do tensor da derivada temporal da taxa de deformação
$\dot{\epsilon}_{ij}^d$	parte desviadora do tensor da derivada temporal da taxa de deformação
$\epsilon_n^{\alpha\beta}$	tensor da derivada temporal da taxa de deformação da partícula $n$ , (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$\phi$	ângulo de atrito
$\kappa$	constante de von Karman
$\lambda$	constante relacionada com a viscosidade volumétrica
$\delta_{ij}$	delta de Kronecker

$\delta(x - x')$	função delta de Dirac
$\delta_v$	espessura da camada laminar (viscosa)
$\dot{\gamma}_{ij}$	parte desviadora do tensor da derivada temporal da taxa de deformação, em notação de engenharia
$\mu$	viscosidade dinâmica do fluido
$\mu_{ap}$	viscosidade dinâmica aparente do fluido
$\theta$	parâmetro de Shields
$\theta_c$	parâmetro crítico de Shields
$\rho$	densidade do fluido
$\rho_n$	densidade da partícula $n$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$\rho_s$	densidade dos sedimentos
$\rho_o$	densidade de referência
$\sigma_{ij}$	tensor de tensões totais
$\sigma_n^{\alpha\beta}$	tensor de tensões totais da partícula $n$ (nomenclatura do método <i>Smoothed Particles Hydrodynamics</i> )
$\frac{\partial}{\partial x_j} \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$	operador Laplaciano do vetor velocidade
$\tau$	tensão cisalhante total nas camadas de fluido de um canal aberto
$\tau_b$	tensão cisalhante no leito de um canal aberto
$\tau_{b,c}$	tensão cisalhante crítica no leito de um canal aberto
$\tau_{ij}$	tensor de tensões cisalhantes
$\tau_t$	tensão cisalhante devido à turbulência nas camadas de fluido de um canal aberto
$\tau_v$	tensão viscosa nas camadas de fluido de um canal aberto
$\tau^y$	tensão de escoamento
$\nu$	viscosidade cinemática do fluido
$\nabla_i$	operador Nabla
$\Omega$	volume que contém o vetor posição

## 1. INTRODUÇÃO

A erosão é um fenômeno que resulta no desgaste de solos e rochas, envolvendo a desagregação, deslocamento ou arraste de partículas. Os processos erosivos são extremamente complexos e influenciados por uma variedade de fatores, incluindo a presença de água, temperatura, topografia, tipo de solo, cobertura vegetal e outros elementos. Considerando o clima predominante no Brasil e os fatores relacionados ao desenvolvimento dos processos erosivos, dois aspectos são destacados: a erosividade da chuva e a erodibilidade do solo (Lima *et al.*, 2017).

Segundo Cruz Lima *et al.* (2017), a erosividade é a capacidade do agente erosivo (como gotas de chuva e o escoamento superficial) de desagregar e transportar o solo. Por outro lado, a erodibilidade é a resistência do solo ao processo erosivo, levando em conta suas características intrínsecas e fatores secundários, como os ciclos de umedecimento e secagem, e a composição da água que interage com o solo.

O agente erosivo mais estudado é a água, que pode gerar a erosão interna (*piping*) e a erosão de superfície. Camapum de Carvalho *et al.* (2001) indicaram que a atuação do fluxo resulta no desprendimento das partículas de solo por dois motivos: (i) a interação entre as moléculas de água e as partículas de solo e (ii) a presença de turbulência no fluxo. À medida que as moléculas de água se movem, exercem uma força de cisalhamento sobre as partículas de solo. Quando essa força supera a coesão e/ou as forças de atrito do solo, ocorre o desprendimento das partículas. Além disso, a turbulência gerada e pelo aumento da velocidade do fluxo e a presença de material sólido no fluido, também contribuem para esse desprendimento.

A erosão interna surge devido ao aumento da taxa de infiltração ou aumento do gradiente hidráulico, formando canais de fluxo no solo. Por outro lado, a erosão superficial ocorre devido ao escoamento da água que não se infiltra no solo, ocasionando o transporte de partículas, devido à força de cisalhamento gerada entre as moléculas de água e as partículas de solo. A erosão superficial é responsável pelo assoreamento de rios e reservatórios, afetando a capacidade de armazenamento de água e geração de energia nas usinas hidrelétricas. Visando diminuir a taxa de assoreamento de reservatórios é essencial a previsão da taxa de erosão do leito, para a identificação e o manejo das soluções, assim como para o desenvolvimento de planos de operação ao longo prazo.

No estudo dos processos erosivos, os ensaios laboratoriais e modelos numéricos são ferramentas imprescindíveis, permitindo simular os mecanismos fundamentais que controlam a erosão, bem como interação entre eles. Entretanto, a modelagem numérica dos fenômenos erosivos é uma tarefa muito complexa, envolvendo diversos fatores que são difíceis de abordar com métodos numéricos clássicos, dentre esses fatores está a interação solo-água, que gera o arraste e deposição das partículas de solo.

## **1.1. MOTIVAÇÃO**

A motivação desta pesquisa está relacionada aos problemas de erosão e assoreamento de reservatórios e cursos d'água, comuns em várias regiões do Brasil, sendo de grande interesse para as empresas de energia hidrelétrica. Ensaios laboratoriais, como o *Pinhole* (furo de agulha) e o *Inderbitzen*, são utilizados para determinar índices ou critérios de erodibilidade, a partir dos quais se determina o potencial de erosão do solo sob um determinado gradiente hidráulico. No entanto, faltam modelos que descrevam o mecanismo fundamental da erosão e que possam ser utilizados para prever fenômenos erosivos no contexto geotécnico. Além disso, os métodos numéricos clássicos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF), enfrentam dificuldades para simular problemas de grandes deslocamentos, como o arraste e a deposição de partículas.

Por tais motivos, este trabalho foi realizado utilizando uma abordagem experimental em um canal de transporte de sedimentos, combinada com a abordagem numérica usando o método *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH), para simular e prever os mecanismos do fenômeno erosivo.

## **1.2. OBJETIVO**

O objetivo desta dissertação é simular o processo erosivo por meio de ensaios laboratoriais em canal de fluxo aberto, juntamente com a simulação numérica utilizando o método numérico “*Smoothed Particle Hydrodynamics*” (SPH). Tal estratégia visa obter a previsão das taxas de transporte e deposição de partículas para o caso criado.

Para atingir este objetivo geral, propõem-se os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar as principais variáveis envolvidas no processo de erosão por arraste em canais abertos.

2. Desenvolver ensaios laboratoriais simulando problemas de transporte e deposição de sedimentos por arraste, utilizando canal hidráulico.
3. Modelar e simular em um código SPH pré-estabelecido o caso criado.

### 1.3. ESCOPO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em sete capítulos. A seguir será apresentado um breve resumo de cada um deles.

O Capítulo 1 apresenta a introdução do trabalho, mostrando o contexto geral e os aspectos que motivaram o estudo. Os objetivos também são apresentados aqui.

No Capítulo 2 é realizada uma breve revisão bibliográfica sobre o estudo do fenômeno da erosão, contendo ensaios laboratoriais e de campo para estudo e compressão dos processos da erosão. Ainda são apresentados conceitos básicos sobre transporte de sedimentos e modelagens empíricas e numéricas dos processos erosivos.

No Capítulo 3 é apresentado um referencial teórico contendo as equações fundamentais que regem a dinâmica de fluidos (equações de Navier-Stokes). Vários modelos Tipo Bingham são descritos, mostrando-se as vantagens e limitações de cada um deles. Conceitos sobre fluxo em canais abertos também são introduzidos.

O Capítulo 4 é dedicado à descrição do método *Smoothed Particles Hydrodynamics*, descrevendo a formulação geral do método e as formulações SPH que permitem simular problemas de erosão. As abordagens apresentadas referenciam contribuições relevantes já publicadas mostrando sua adequação para problemas específicos.

No Capítulo 5 é apresentada a metodologia adotada para a pesquisa, composta por ensaios laboratoriais utilizando um canal de transporte de sedimentos, em três condições propostas, e simulações numéricas de um dos casos ensaiados em laboratório, utilizando o código DualSPHysics para modelagem do problema.

O Capítulo 6 apresenta os resultados dos ensaios laboratoriais e das simulações numéricas, utilizando o código SPH com as implementações do critério hidráulico de Shields e comparando com o a simulação utilizando o código sem as implementações. Para a simulação são analisados fatores como a distância entre partículas ( $dp$ ) e a influência da rugosidade

equivalente ou efetiva do grão ( $k_s$ ) na quantidade de material erodido ao final do experimento numérico, utilizando como base o resultado do ensaio laboratorial.

O Capítulo 7 sintetiza as conclusões do trabalho e as sugestões para pesquisas futuras. Ainda são mostradas as referências bibliográficas.

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

O presente capítulo resume os conceitos fundamentais necessários para abordar o tema em questão. É realizada uma breve revisão bibliográfica sobre o estudo do fenômeno da erosão ao longo do tempo, ensaios laboratoriais para análise do fenômeno, transporte de sedimentos e modelagem dos processos erosivos.

### **2.1. ESTUDO DA EROSÃO**

Conforme mencionado no capítulo anterior, a erosão é um fenômeno natural que resulta da ação da água e do vento. Esse processo é condicionado por vários fatores, incluindo o tipo de solo, a presença de vegetação e a topografia do terreno. Atividades humanas, como a ocupação e o uso intensivo do solo, podem acelerar significativamente a erosão. Quando não controlada, a erosão pode causar danos consideráveis tanto às infraestruturas existentes quanto ao meio ambiente.

A pesquisa sobre erosão teve diferentes origens e enfoques ao redor do mundo. Na Europa, os estudos começaram a partir das ciências da geologia e geomorfologia, concentrando-se nas características físicas do solo e da paisagem (Humboldt, 1807). Nos Estados Unidos, a pesquisa foi impulsionada pela necessidade de entender e controlar o processo erosivo através de experimentos agrícolas (Bennett, 1933). No Brasil, as investigações sobre erosão de solos são relativamente recentes, datando dos anos 1950 com o pioneirismo do Instituto Agrônomo de Campinas (IAC). As primeiras pesquisas no Brasil focaram principalmente na erosão laminar, com longos períodos de experimentação que permitiram a adaptação e aplicação de modelos matemáticos de predição de perdas de solo, inicialmente desenvolvidos para regiões de clima temperado. Esses estudos serviram de base para pesquisas subsequentes, sendo replicados em diversas localidades do país (Pereira & Rodrigues, 2022).

Segundo Barros *et al.* (2007), o estudo da erosão não se distribui de maneira uniforme em relação aos temas investigados e aos métodos empregados. No entanto, as abordagens predominantes se concentram principalmente em duas linhas de pesquisa: a análise e estimativa dos fatores da Equação Universal de Perda de Solo (USLE) e a comparação experimental de diversos métodos de manejo e tipos de cobertura vegetal quanto à perda de solo por erosão.

A introdução da USLE, finalizada em 1964, despertou o interesse da comunidade científica brasileira na década de 1970. Seu principal objetivo era quantificar os fatores de erosividade da chuva e erodibilidade do solo, considerando diversas metodologias e condições físicas. Apenas nos anos 1990, começaram a surgir estudos sobre outros modelos de previsão de erosão, como o modelo WEPP (*Water Erosion Prediction Project*), além da exploração de métodos qualitativos e o desenvolvimento de índices para estimar a magnitude da erosão (Barros *et al.*, 2007).

O *Water Erosion Prediction Project* (WEPP) é um modelo computacional desenvolvido nos Estados Unidos para prever a erosão do solo causada pela água em diferentes condições de terreno, uso da terra e práticas de manejo. Foi iniciado pelo Serviço de Pesquisa Agrícola (ARS) do Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (USDA) em colaboração com outras agências e instituições. O WEPP foi projetado para simular a erosão hídrica considerando fatores como tipo de solo, declive do terreno, padrões de precipitação e práticas de manejo agrícola. Ele utiliza dados detalhados sobre características físicas do solo e condições climáticas para calcular a quantidade de solo perdido devido à erosão sob diferentes cenários. Isso inclui a avaliação dos efeitos de práticas de conservação, como cobertura vegetal, cultivo em faixas, e práticas de manejo de resíduos (Flanagan & Nearing, 1995).

### **2.1.1. Ensaios Utilizados no Estudo da Erosão**

No estudo da erosão, diversos ensaios e métodos são utilizados para investigar e quantificar os processos erosivos. Alguns dos ensaios mais comuns e importantes incluem:

- Ensaio *Pinhole* (Furo de Agulha): É um método utilizado para avaliar a erodibilidade interna de solos, especialmente solos coesivos como argilas dispersivas. Este teste mede a susceptibilidade do solo à erosão interna quando submetido ao fluxo de água sob pressão. Um pequeno furo é criado em uma amostra de solo e a água é passada através dele para medir a resistência à erosão interna (Sherard *et al.*, 1972).

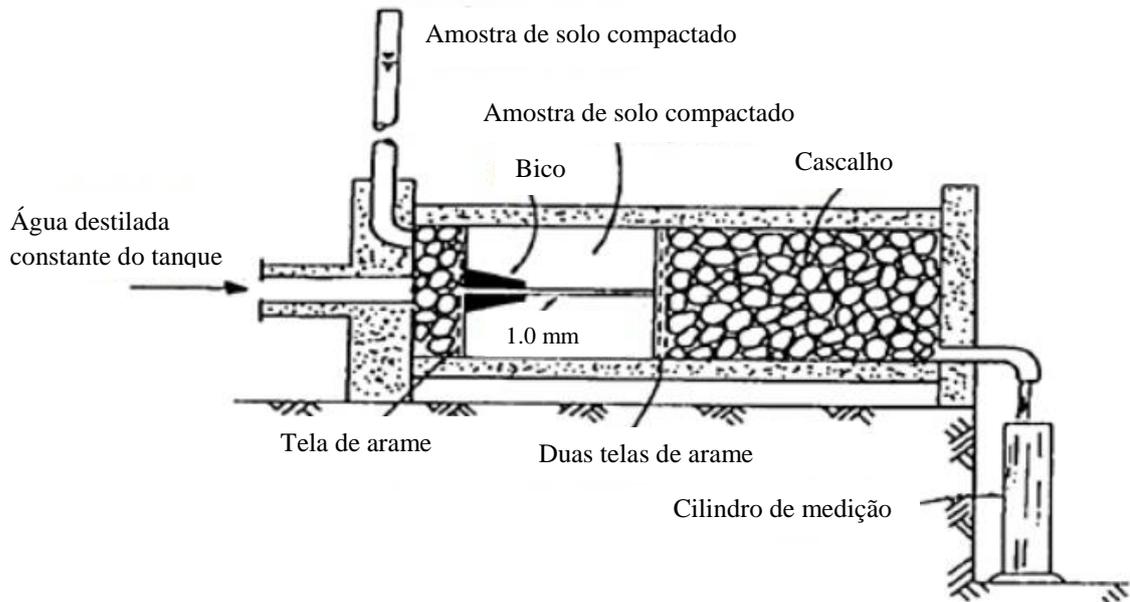


Figura 2.1: Aparato do *Pinhole Test* (modificado de Sherard *et al.*, 1972).

- Ensaio de Chuva Simulada: Simula condições de chuva para avaliar a erosão do solo em diferentes intensidades e durações de precipitação. É usado para estudar a perda de solo sob condições controladas.

Conforme Kaiser *et al.* (2018), infiltrômetros de aspersão, também conhecidos como simuladores de chuva, são ferramentas de pesquisa projetadas para replicar precipitações de água de maneira semelhante às chuvas naturais. A estimativa da taxa de infiltração estável com chuva natural pode ser cara e demorada. Portanto, o uso desses dispositivos permite controlar a intensidade, a duração e a frequência da precipitação. Isso facilita a medição da infiltração no campo e a calibração de modelos matemáticos que descrevem a infiltração da água em diferentes condições de solo. Bubenzer & Meyer (1965) foram pioneiros no desenvolvimento de simuladores de chuva para estudos de erosão em laboratório e consideram que o uso desses equipamentos é fundamental para obter dados sobre escoamento superficial e erosão em períodos curtos.



Figura 2.2: Simulador de chuva portátil configurado com (1) três bicos oscilantes, (2) um barril para coletar o escoamento carregado de sedimentos para a segunda fase do experimento, (3) o modulo de refluxo para introduzir o escoamento adicional de (2) para estender o comprimento da inclinação e (4) três barris para coletar o excesso de água da chuva dos bicos oscilantes para circulação (Kaiser *et al.*, 2018).

- Ensaio de Flume: O ensaio é utilizado para estudar o transporte de sedimentos e processos erosivos em um canal de laboratório, com águas controladas simulando condições fluviais. Permite a simulação de fluxo de água e sedimentos em diferentes condições de inclinação e vazão. Esse tipo de ensaio foi estudado por Zubeldia (2017) e também é o ensaio utilizado nesse estudo para simular o processo de erosão por arraste de partículas.

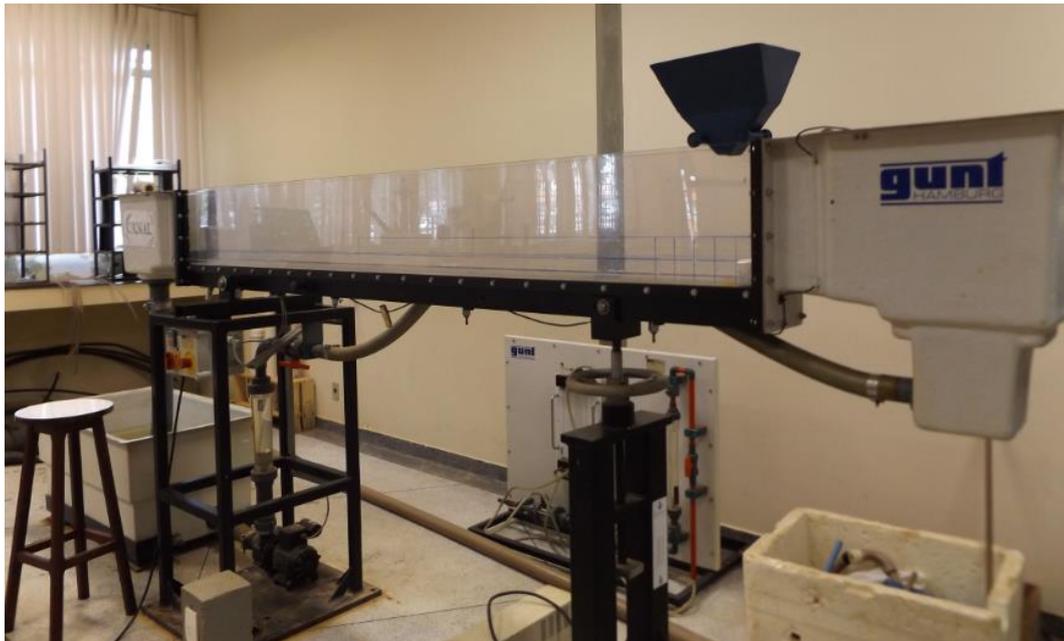


Figura 2.3: Canal hidráulico de transporte de sedimentos (Zubeldia, 2017).

- Ensaio *Inderbitzen*: O ensaio é utilizado para medir a resistência superficial de um solo à erosão causada pelo escoamento de água. Este teste é especialmente útil para estudar a suscetibilidade à erosão em encostas, taludes e outras áreas vulneráveis à erosão hídrica. Este método geralmente envolve a simulação de chuvas controladas aplicadas na parte superior da amostra de solo sobre uma superfície inclinada, simulando o escoamento superficial. A quantidade de solo erodido e transportado pela água é coletada e medida. A resistência do solo à erosão é avaliada com base na quantidade de solo removido e na forma como o solo se comporta sob a ação da água (Boardman & Poesen, 2006).

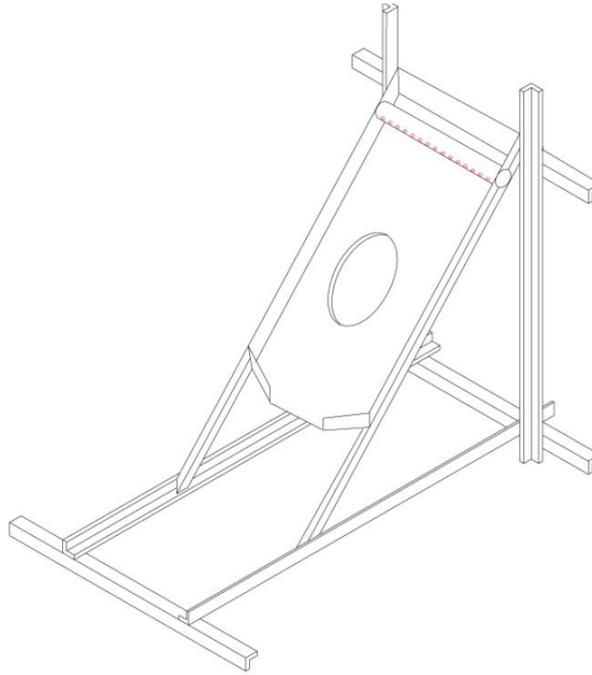


Figura 2.4: Aparelho de *Inderbitzen* (Lemos *et al.*, 2008).

- Monitoramento de Erosão em Campo: Métodos de campo que envolvem a instalação de dispositivos como trincheiras, que são instaladas nas áreas de estudo para capturar e medir o sedimento transportado pela água de escoamento superficial (Foster, 1982); anéis concêntricos, que medem a taxa de infiltração de água no solo, utilizando anéis de diferentes diâmetros, para avaliar a capacidade do solo de absorver água e, indiretamente, sua suscetibilidade à erosão (Philip, 1957). Também podem ser utilizadas técnicas de sensoriamento remoto e SIG, que utiliza imagens de satélite e drones para mapear e monitorar a erosão do solo em larga escala. Sistemas de Informação Geográfica (SIG) são utilizados para analisar e modelar os dados de erosão (Nichols & Johnson, 2020).

Esses ensaios são fundamentais para entender os mecanismos e taxas de erosão do solo, proporcionando dados essenciais para a compreensão e mitigação dos processos erosivos.

## 2.2. TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

A erosão está associada à desagregação, deslocamento ou arraste de partículas, conseqüentemente, ao transporte de sedimentos. Os sedimentos são partículas provenientes da fragmentação física ou química das rochas, bem como de agentes biológicos, que podem ser

transportadas por um fluido. Essas partículas são levadas pela água ou pelo vento desde o local de origem até os rios e áreas de deposição. Dessa forma, os sedimentos representam o material sólido que está suspenso na água ou depositado no leito dos cursos hídricos (Carvalho, 2008).

O transporte de sedimentos pelo fluxo de água é influenciado pelo tipo de material, pelas condições de fluxo e pelo tamanho das partículas. Tipicamente, as partículas se movem por meio de rolamento, deslizamento e saltos no leito do rio, ou podem ser transportadas como partículas suspensas no fluxo de água (Van Rijn, 1984). Essa variedade de modos de transporte ocorre devido às diferentes características e tipos de sedimentos. Segundo Cavalcante *et al.* (2005), a variação entre os diâmetros, a forma e a densidade relativa dos grãos são fatores que influenciam o comportamento do processo de transporte de carga de fundo, resultando em diferentes perfis de deposição hidráulica, fenômeno conhecido como segregação hidráulica ou transporte seletivo. Para uma determinada granulometria, sabe-se que os grãos em forma de esferas sedimentam mais rapidamente do que aqueles em forma de discos, e que minerais pesados se assentam antes dos minerais leves. Assim, as partículas mais achatadas e leves são favorecidas no processo de transporte em suspensão. Por outro lado, durante o transporte por arraste, as esferas rolam mais facilmente, deixando para trás as partículas mais achatadas.

Os diferentes tipos de transporte de sedimentos, influenciados pelos fatores citados acima, amplamente difundidos na literatura são: o transporte por arraste, por saltação e por suspensão (Pimenta, 1981 & Carvalho, 2008).

O transporte por arraste ocorre quando os materiais se deslocam ao longo do fundo do fluido em movimento, por rolamento ou escorregamento, sem perder o contato com o fundo. Esse tipo de transporte está relacionado aos esforços tangenciais ao longo do fundo, causados pela água em movimento, e é intensificado pelas forças ascensionais resultantes do fluxo turbulento. O transporte por arraste depende também da forma, tamanho e densidade das partículas que compõem a carga. Quando as condições de fluxo mudam, devido a uma redução na velocidade média do fluxo ou na intensidade da turbulência, as partículas maiores, mais densas e com menor esfericidade são deixadas para trás (Cavalcante, 2004).

Se o leito do canal for composto por sedimentos completamente desprovidos de coesão, observa-se que, quando a velocidade média da água atinge um certo valor, os grãos presentes no fundo começam a se movimentar, deslizando ou rolando sobre o leito, também em escoamento uniforme.

Os materiais transportados por arraste, assim como os sedimentos de maior diâmetro transportados em suspensão, são os primeiros a se depositar, formando um banco de depósitos em uma determinada posição do leito. As partículas finas em suspensão, cujas velocidades de queda são pequenas, conseguem se mover mais adiante, decantando-se lentamente em camadas praticamente horizontais que se estendem até o final do leito (Pimenta, 1981).

O transporte por saltação é um regime intermediário entre o transporte por arraste e o transporte em suspensão, no qual as partículas se movem através de uma série de saltos curtos. As partículas que não são suficientemente pequenas para serem transportadas em suspensão podem ser levantadas momentaneamente, deslocando-se para frente em uma série de saltos e avanços sucessivos (Jorge & Uehara, 1998).

O transporte em suspensão é característico dos materiais de granulometria fina, que se movem junto com o fluido como se fizessem parte dele. Isso ocorre quando a intensidade da turbulência é maior do que a velocidade de deposição das partículas, que são movimentadas pelos esforços tangenciais e pelas forças de ascensão (Jorge & Uehara, 1998).

No transporte em suspensão, as partículas deslocam-se dentro do fluido em movimento, como se fossem sustentadas por forças ascendentes que equilibram seus pesos. As partículas transportadas são geralmente muito pequenas e de granulometria fina; contudo, nas camadas inferiores da corrente fluida, podem existir grãos de maiores diâmetros, até alguns milímetros (Pimenta, 1981).

A origem das forças que mantêm as partículas em suspensão, contrariando seu próprio peso, é explicada pelo mecanismo de turbulência. A turbulência do escoamento tende a uniformizar a distribuição das velocidades, através da constante troca de partículas entre as camadas adjacentes de fluido. Como as partículas são bem mais densas que a água, a gravidade predomina sobre o empuxo de Arquimedes, resultando em uma força que tende a fazer a matéria sólida decantar. O estado de equilíbrio é o resultado da compensação entre o efeito da gravidade, menos o empuxo de Arquimedes de um lado, e a tendência de uniformização da concentração pela turbulência do outro (Cavalcante, 2004).

Na Figura 2.5 são ilustrados os tipos de transporte de sedimentos, respectivamente, por carga de arraste, saltação e suspensão.

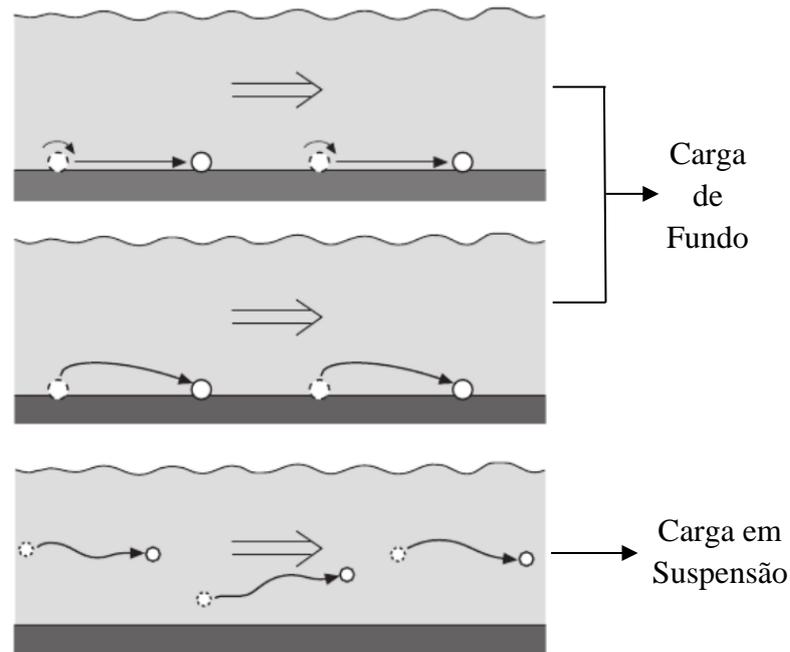


Figura 2.5: Representação dos tipos de transporte de sedimentos. (modificado e retirado de: <https://edisciplinas.usp.br>).

### 2.3. MODELAGEM DE PROCESSOS EROSIVOS

Apesar das complexidades do processo, tem-se alcançado formulações matemáticas para a análise de fenômenos erosivos. Os modelos matemáticos são divididos em empíricos e numéricos.

#### 2.3.1. Modelos Empíricos

A Equação Universal de Perda de Solo (USLE) é um modelo empírico desenvolvido nos EUA na década de 1960 pelo Serviço de Conservação de Solos do USDA para estimar a taxa média anual de erosão do solo em terrenos agrícolas. A USLE utiliza a fórmula:

$$A = R.K.LS.C.P \quad (0.1)$$

onde A é a perda de solo, R é o fator de erosividade da chuva, K é o fator de erodibilidade do solo, LS é o fator de comprimento e inclinação do terreno, C é o fator de cobertura e manejo do solo, e P é o fator de práticas conservacionistas. Embora amplamente usado em agricultura e conservação, a USLE é limitada por sua base empírica e natureza estática, não capturando eventos erosivos de curta duração ou mudanças sazonais (Flanagan & Nearing, 1995).

O *Water Erosion Prediction Project* (WEPP) é um modelo processual desenvolvido na década de 1980 pelo USDA para prever a erosão hídrica do solo. Lançado em 1995, o WEPP simula processos físicos que causam erosão, como hidrologia, dinâmica de sedimentos, vegetação e topografia, utilizando equações diferenciais parciais. Aplicado na predição de erosão em áreas agrícolas, florestas e construções, o WEPP é mais detalhado e dinâmico que a USLE, mas também mais complexo e exigente em termos de dados de entrada e recursos computacionais (Flanagan & Nearing, 1995).

Comparativamente, a USLE é mais simples e utiliza dados menos detalhados, sendo geralmente aplicada em agricultura. O WEPP, por outro lado, oferece melhor desempenho em grandes deformações e é usado em diversas áreas devido à sua modelagem física detalhada. Ambos os modelos são fundamentais para o manejo de terras e avaliação de impacto ambiental, mas possuem diferenças significativas em suas abordagens e aplicações.

Em geral, os modelos empíricos utilizados para calcular o transporte de sedimentos na engenharia são equações fenomenológicas ou macroscópicas. Esses modelos visam determinar a taxa de transporte de sedimento por unidade de largura de um canal e foram desenvolvidos sob as seguintes hipóteses (Gyr & Hoyer, 2006):

1. Consideram apenas materiais não coesivos, onde os parâmetros fundamentais para o transporte do material do leito são a densidade das partículas, a distribuição granulométrica e o índice de vazios.
2. Assumem condições de fluxo estacionário e uniforme, ou seja, a vazão é constante no tempo e a altura da lâmina de água não varia ao longo do canal, implicando que a seção transversal do canal permanece inalterada.

A primeira hipótese permite ignorar as forças eletrostáticas e eletromagnéticas presentes nas argilas. Assim, as únicas forças externas atuando nas partículas do leito são a força de atrito entre partículas e a força resultante da velocidade do fluxo. Uma partícula entra em movimento quando a tensão gerada pela componente de velocidade do fluxo paralela ao leito (tensão cisalhante no leito) supera uma tensão limite, que depende do atrito do leito. Esta tensão que inicia o movimento é chamada de tensão cisalhante crítica.

A segunda hipótese simplifica a descrição dinâmica do fluido, permitindo expressar as equações em função da velocidade média do fluxo. No entanto, a superfície do leito constitui uma condição de contorno que altera o estado do fluxo, de modo que a tensão cisalhante no leito depende da velocidade do fluido e da rugosidade do leito, geralmente introduzida por meio de parâmetros empíricos.

Com base nestes conceitos, vários modelos empíricos têm sido desenvolvidos. O primeiro modelo matemático de transporte de sedimentos foi formulado por Du Boys (1879) (*apud* Gyr & Hoyer, 2006). A equação de Du Boys pode ser escrita como:

$$q_s = K \cdot (\tau_b - \tau_{b,c}) \quad (2.2)$$

onde  $q_s$  é a taxa de transporte de sedimento por unidade de largura de um canal [kg/s/m],  $K$  é a erodibilidade do solo,  $\tau_b$  e  $\tau_{b,c}$  são a tensão cisalhante no leito e a tensão cisalhante crítica, respectivamente.

O modelo de Du Boys é eficaz para sedimentos com granulometria uniforme, mas sua precisão diminui conforme a uniformidade do material do leito diminui. O fator de correção leva em consideração características como densidade, granulometria e índice de vazios dos sedimentos, exigindo uma determinação empírica. No entanto, o modelo foi inovador ao introduzir a tensão cisalhante no leito como um parâmetro crucial no cálculo da taxa de transporte de sedimentos.

Após o trabalho de Du Boys, surgiram e foram ajustados outros modelos baseados em conjuntos de dados experimentais. Embora esses modelos resultem em equações simples e de implementação direta, eles são restritos às condições para as quais foram calibrados e, portanto, não são facilmente aplicáveis em contextos mais gerais.

### **2.3.2. Modelos numéricos**

A Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD, na sigla em inglês) envolve métodos numéricos baseados na Hipótese do Contínuo, utilizados para simular processos físicos que envolvem escoamento. O principal objetivo da mecânica dos fluidos é entender como os elementos do fluido interagem entre si e influenciam tanto o comportamento local, quanto o global do fluido.

Conforme Truesdell (1954), as quantidades físicas dos elementos de fluido variam ao longo do tempo e podem ser descritas pela abordagem Lagrangeana ou Euleliana. Na abordagem Lagrangeana, o fluido é representado por uma coleção de elementos que se movem com o escoamento, como ilustrado na Figura 2.6(a). Nessa abordagem, o referencial acompanha o movimento dos elementos de fluido, permitindo observar as propriedades das partículas individuais ao longo do tempo. Já na abordagem Euleliana, em vez de acompanhar o movimento dos elementos de fluido, pontos fixos no espaço (coordenadas espaciais) são utilizados para calcular as variações das quantidades físicas do fluido nesses pontos, conforme mostrado na Figura 2.6(b).

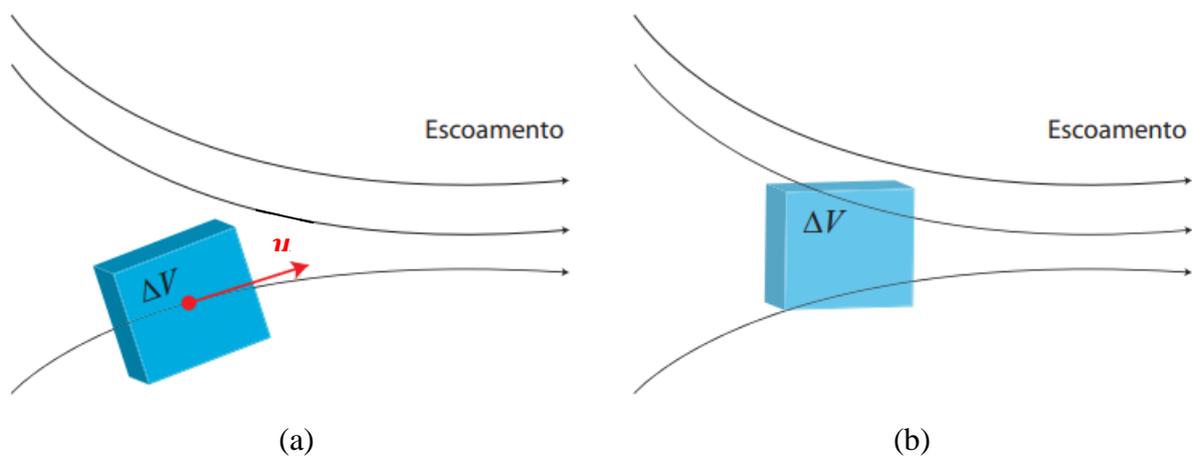


Figura 2.6: Escoamento de um fluido através de um elemento de fluido com volume  $\Delta V$ : (a) Elemento de fluido se movendo ao longo de uma linha de corrente com velocidade ( $\mathbf{u}$ ) tangente a trajetória. (b) Elemento de fluido fixo no espaço com o escoamento passando através dele (modificado de Paiva, 2009).

A abordagem Euleriana é amplamente utilizada em métodos baseados em malhas, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) (Zienkiewicz, 1977) e o Método dos Volumes Finitos (MVF) (Versteeg & Malalasekera, 2007). Contudo, ao simular problemas que envolvem grandes deformações, a precisão desses métodos é severamente comprometida devido às distorções nas malhas, o que exige refazer a malha (*remeshing*) em intervalos de tempo específicos. Esse processo de discretização resulta em perda de informações, levando a instabilidades numéricas (Durand & Farias, 2014).

Para mitigar esse problema, foram desenvolvidas algumas alternativas. Uma delas é a combinação de métodos Eulerianos e Lagrangeanos, como o Método Euleriano-Lagrangeano Acoplado (CEL) (Hans, 1999) e o Método de Elementos Finitos com Partículas (PFEM) (Oñate

*et al.*, 2004). Também foram criados métodos sem malha, como o Método de Galerkin sem Elementos (EFG) (Belytschko et al., 1994) e o Método de Hidrodinâmica de Partícula Suavizada (SPH) (Gingold & Monaghan, 1977; Lucy, 1977). Todas as siglas representam os nomes em inglês dos métodos. De acordo com Liu & Liu (2003), entre os métodos sem malha, o SPH é destacado por suas vantagens na simulação de problemas de dinâmica de fluidos e superfícies livres, devido à sua formulação totalmente Lagrangeana.

A solução numérica para o problema da erosão superficial pode ser abordada de várias maneiras, dada sua complexidade e a necessidade de acoplar as equações que descrevem a dinâmica do sedimento e da água. A abordagem desenvolvida por Oñate *et al.* (2011) utiliza o PFEM, que combina partículas e malha. Os autores estabeleceram um critério para determinar o início do movimento. Similar aos modelos empíricos na hidráulica de canais abertos, um valor limite é definido para determinar o movimento inicial. O parâmetro utilizado é o trabalho realizado pela força cisalhante entre a água e o sedimento em cada nó da malha, de modo que não há movimento até que um valor específico seja atingido. Acima desse valor, a partícula no nó é transportada de acordo com a velocidade do fluido. Após o movimento da partícula, a malha é atualizada para coincidir com a nova posição das partículas.

Fourtakas (2014) utilizou o método SPH para simular problemas de erosão superficial causados por escoamento de fluidos de alta velocidade. O sedimento foi modelado por partículas com velocidade e aceleração nulas até que as tensões na interface água-solo atingissem um limite determinado pelo critério de Drucker-Prager. A partir desse ponto, as partículas de sedimento se movem usando um modelo viscoplástico tipo Bingham, chamado Herschel-Bulkley-Papanastasiou. Zubeldia (2017) expandiu os estudos de Fourtakas (2014), adicionando ao código SPH parâmetros baseados no critério hidráulico de Shields para simular problemas de erosão superficial em escoamentos de baixa velocidade, típicos de canais fluviais.

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção são apresentados os principais pontos teóricos necessários para o entendimento e desenvolvimento dos programas numérico e experimental, que foram realizados para simular o processo erosivo.

#### 3.1. EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

O movimento dos fluidos é descrito pelas equações de Navier-Stokes (ENS). Estas equações estão fundamentadas em três princípios fundamentais da física: a conservação de massa, a conservação de momento linear e a conservação de energia. Cada um desses princípios é representado por uma equação que, em conjunto, descreve o comportamento de fluidos (líquidos e gases) em diferentes condições, sob a ótica da fluidodinâmica de meios contínuos.

##### 3.1.1. Conservação de Massa

A conservação de massa é expressa pela equação da continuidade, que garante que a massa de fluido em um volume fixo de controle ou volume elementar infinitesimal permanece constante ao longo do tempo. Em termos matemáticos, a equação da continuidade é dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_i \cdot (\rho \cdot u_i) = 0 \quad (3.1)$$

sendo  $\rho$  a densidade do fluido,  $u_i$  o vetor velocidade e  $\nabla_i = \partial/\partial x_i$  o operador Nabla. Nesta equação e em todas a seguir, usa-se a notação indicial com a convenção de Einstein, implicando uma soma sobre índices repetidos.

Nessa forma, a equação da continuidade é válida para todos os fluidos. Entretanto, quando um fluido for incompressível (densidade constante), simplifica-se para:

$$\nabla_i \cdot u_i = 0 \quad (3.2)$$

##### 3.1.2. Conservação de Momento Linear

A conservação de momento linear descreve como a velocidade do fluido muda no espaço e no tempo devido a forças internas e externas. A conservação de momento linear, em

condições de massa constante, equivale à segunda Lei de Newton. Tal lei, estabelece que as variações do momento linear são ocasionadas pelas forças resultantes agindo sobre o corpo, essas forças podem ser externas ou internas e são expressas por unidade de volume. Por tratar-se de uma grandeza vetorial, esta equação é expressa nos três eixos do sistema cartesiano, sendo dada por:

$$\rho \cdot \frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i \quad (3.3)$$

sendo  $F_i$  o vetor de forças de corpo ou de massa,  $\sigma_{ij}$  o tensor de tensões e  $\frac{D}{Dt}$  a derivada total ou material, que é definida por:

$$\frac{Df}{Dt} = u \cdot \nabla f + \frac{\partial f}{\partial t} \quad (3.4)$$

onde  $f$  é uma função qualquer.

Considerando apenas a força da gravidade como força de corpo a equação (3.3) pode ser reescrita como:

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + g_i \quad (3.5)$$

sendo  $g_i$  a força da gravidade.

### 3.1.3. Conservação de Energia

A conservação de energia baseia-se na primeira lei da termodinâmica, que estabelece que a taxa de variação da energia em um volume infinitesimal de fluido é determinada pelo fluxo líquido de calor, somado à taxa de variação do trabalho realizado pelas forças externas de massa e de superfície. Desconsiderando o fluxo de calor e as forças de massa, a taxa de variação da energia interna ( $e$ ) é dada pelo trabalho realizado pela pressão isotrópica, além da dissipação de energia devido às forças cisalhantes viscosas, ou seja:

$$\frac{De}{Dt} = \frac{\sigma_{ij}}{\rho} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.6)$$

onde,  $\sigma_{ij}$  é o tensor de tensões,  $\rho$  a densidade do fluido e  $u_i$  é o vetor velocidade.

Matematicamente, as ENS são um conjunto de equações diferenciais parciais não-lineares, obtidas por meio da relação entre as equações de conservação, (3.1), (3.3) e (3.6). No total são geradas cinco equações e onze incógnitas (a densidade  $\rho$ , o vetor de velocidades  $u_i$ , a energia interna  $e$ , seis componentes do tensor simétrico de tensões  $\sigma_{ij}$ ). Portanto, para solucionar o problema é necessário adicionar as relações constitutivas que descrevem o comportamento do fluido.

### 3.2. MODELO CONSTITUTIVO

Conforme mencionado na Seção 3.1, para solucionar as ENS é necessário adicionar modelos constitutivos que descrevem o comportamento do fluido, relacionando as componentes do tensor de tensões ( $\sigma_{ij}$ ) com outras variáveis. Para fluidos ideais, o tensor de tensões totais corresponde à soma de uma parte estática isotrópica, que se reduzem à pressão hidrostática, e uma parte viscosa (ou seja, parte isotrópica e desviadora), sendo expresso por:

$$\sigma_{ij} = -p \cdot \delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (3.7)$$

onde  $p$  é a pressão hidrostática,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker e  $\tau_{ij}$  é o tensor de tensões cisalhantes. O sinal é negativo na parte hidrostática devido à convenção de sinais, tida como positiva em compressão.

Para um fluido ideal, linear e isotrópico, o tensor de tensões cisalhantes é dado pela relação entre tensão e taxa de deformação, sendo:

$$\tau_{ij} = \lambda \cdot \delta_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{kk} + 2 \cdot \mu \cdot \dot{\epsilon}_{ij} \quad (3.8)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido,  $\dot{\epsilon}_{ij}$  e  $\dot{\epsilon}_{kk}$  são tensores de taxa de deformação e  $\lambda$  é uma constante relacionada com a viscosidade volumétrica, que geralmente é desprezada na Mecânica dos Fluidos, considerando um fluido incompressível e isotérmico (Kundu, 1990).

Diante do exposto, e com a utilização da notação de engenharia ( $\dot{\gamma}_{ij} = 2 \cdot \dot{\epsilon}_{ij}$ ), a equação (3.8) pode ser reescrita como:

$$\tau_{ij} = \mu \cdot \dot{\gamma}_{ij} \quad (3.9)$$

### 3.2.1. Classificação Reológica

Quanto à deformação, os fluidos podem ser classificados em: (i) elásticos, sendo sistemas que não escoam, com deformação reversível e que obedecem à Lei de Hooke; (ii) viscosos, sendo sistemas que escoam, com deformação irreversível. Caso a viscosidade seja constante, diz-se que o fluido obedece à Lei de Newton.

Quanto à relação entre taxa de deformação e tensão de cisalhamento, os fluidos podem ser classificados como: (i) fluidos Newtonianos, tendo viscosidade dinâmica constante e seguindo a Lei de Newton; (ii) fluidos Não Newtonianos, onde a relação entre a taxa de deformação e a tensão cisalhante não é constante, logo, a viscosidade dinâmica é expressa em função da taxa de deformação. Além disso, os fluidos não newtonianos ainda podem ser classificados como viscoelásticos, dependentes e independentes do tempo (Bird *et al.*, 2002).

Os fluidos não newtonianos independentes do tempo de aplicação da tensão de cisalhamento, podem ser classificados como (i) pseudoplásticos, pois quanto maior for a tensão cisalhante aplicada, menor será a viscosidade aparente; (ii) dilatantes, são aqueles que apresentam um aumento de viscosidade aparente com a tensão de cisalhamento; (iii) plásticos de Bingham, os quais apresentam uma relação linear entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação, a partir do momento em que se atinge uma tensão de cisalhamento inicial; (iv) Herschel-Bulkley, também chamados de Bingham generalizado, estes necessitam de uma tensão inicial para começar a escoar, assim como os plásticos de Bingham, entretanto, a relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação não é linear, dependendo de um expoente adimensional  $n$ , característico para cada fluido (Bird *et al.*, 2002).

### 3.2.2. Modelos Tipo Bingham

Os fluidos que necessitam de uma tensão de cisalhamento inicial para começarem a escoar, são comumente modelados pelos modelos tipo Bingham, já que estes introduzem o conceito de “tensão de escoamento”. O modelo de Bingham (1916) é dado por:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \left( \mu + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \right) \cdot \gamma_{ij} & \text{para } |\tau_{ij}| \geq \tau^y \\ \dot{\gamma}_{ij} &= 0 & \text{para } |\tau_{ij}| < \tau^y \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde  $\tau^y$  é a tensão de escoamento,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica e  $\dot{\gamma}_{ij}$  é o tensor da taxa de deformação desviadora ( $\dot{\gamma}_{ij} = 2 \cdot \varepsilon_{ij}$ ).

Uma partícula de fluido se move, ou seja, está em escoamento, quando a tensão cisalhante ( $\tau$ ) supera a tensão de escoamento ( $\tau^y$ ), sendo essa definida como, a tensão acima da qual começa a existir movimento do material. Neste modelo, quando alcançada a tensão de escoamento, o material passa a se comporta como um fluido newtoniano. Tendo isso em vista, entende-se que o modelo de Bingham original permite simular apenas fluidos newtonianos, mas com base nele, outros modelos têm sido desenvolvidos para simular fluidos não newtonianos.

Dentre os mais utilizados está o modelo proposto por Herschel & Bulkley (1926):

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \left( \mu \cdot |\dot{\gamma}_{ij}|^{n-1} + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \right) \cdot \dot{\gamma}_{ij} & \text{para } |\tau_{ij}| \geq \tau^y \\ \dot{\gamma}_{ij} &= 0 & \text{para } |\tau_{ij}| < \tau^y \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde o parâmetro  $n$  é introduzido para simular uma relação não linear entre a taxa de deformação e a tensão cisalhante. Se  $\tau^y = 0$  e  $n = 1$ , tem-se a equação (3.9). Se  $\tau^y \neq 0$  e  $n = 1$ , o modelo clássico de Bingham é simulado. Valores de  $n < 1$  representam materiais pseudo-plásticos, enquanto valores de  $n > 1$  simulam comportamentos dilatantes. Na Figura 3.1 pode-se observar as curvas de escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos de propriedades independentes do tempo de cisalhamento.

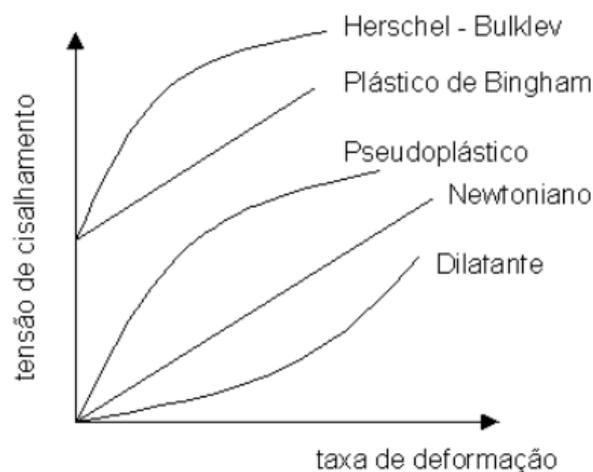


Figura 3.1: Curvas de escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos de propriedades independentes do tempo de cisalhamento (retirado de: <https://edisciplinas.usp.br>).

Conforme Zubeldia (2017), é possível relacionar a viscosidade aparente dos fluidos não newtonianos com a taxa de deformação, por meio da forma geral da equação de Herschel-Bulkley (equação (3.11)), obtendo-se:

$$\begin{aligned} \mu_{ap} &= \mu \cdot |\dot{\gamma}_{ij}|^{n-1} + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} & \text{para } |\tau_{ij}| \geq \tau^y \\ \mu_{ap} &= \infty & \text{para } |\tau_{ij}| < \tau^y \end{aligned} \quad (3.12)$$

No entanto, ocorre uma indefinição quando a taxa de deformação é igual a zero. Por essa razão, é comum definir um limite máximo para a viscosidade aparente (Manenti *et al.*, 2012). Papanastasiou (1987) resolveu esse problema propondo uma regularização exponencial para o termo da tensão de escoamento no modelo original de Bingham. A mesma ideia foi usada posteriormente com o modelo de Herschel-Bulkley.

O modelo descreve com uma única equação tanto as zonas de escoamento quanto as de não escoamento, por meio de uma função suavizada da viscosidade que depende da velocidade de deformação e de um parâmetro de regularização ( $m$ ) (Moreno & Cervera, 2015), resultando em:

$$\tau_{ij} = \left( \mu + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \left( 1 - e^{-m |\dot{\gamma}_{ij}|} \right) \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad (3.13)$$

Na Figura 3.2 é possível notar a influência do parâmetro de regularização  $m$ . Para  $m = 0$ , tem-se o modelo Newtoniano clássico. No entanto, mesmo simulando fluidos não newtonianos, o modelo não permite simular o comportamento de fluidos pseudo-plásticos ou dilatantes.

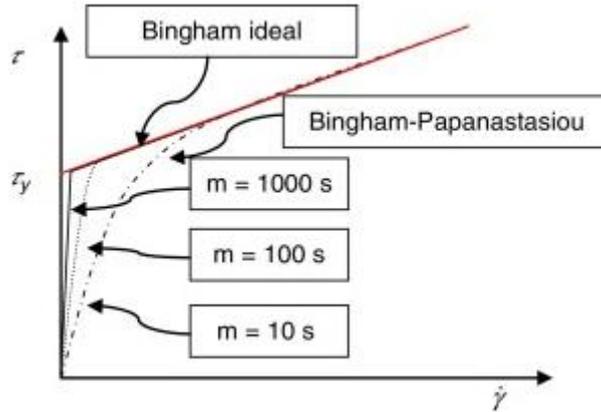


Figura 3.2: Modelo regularizado de Papanastasiou para o fluido de Bingham com diferentes valores do parâmetro de regularização,  $m$ . (Moreno & Cervera, 2015).

A regularização proposta por Papanastasiou também é aplicável ao modelo de Herschel-Bulkley, resultando no modelo Herschel-Bulkley-Papanastasiou (HBP), que aproveita as vantagens de ambas as equações que o originaram. O HBP é escrito como (Moreno & Cervera, 2015):

$$\tau_{ij} = \left( \mu \cdot |\dot{\gamma}_{ij}|^{n-1} + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \cdot (1 - e^{-m \cdot |\dot{\gamma}_{ij}|}) \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad (3.14)$$

A influência do parâmetro  $m$  no fluido de Herschel-Bulkley-Papanastasiou pode ser vista na Figura 3.3.

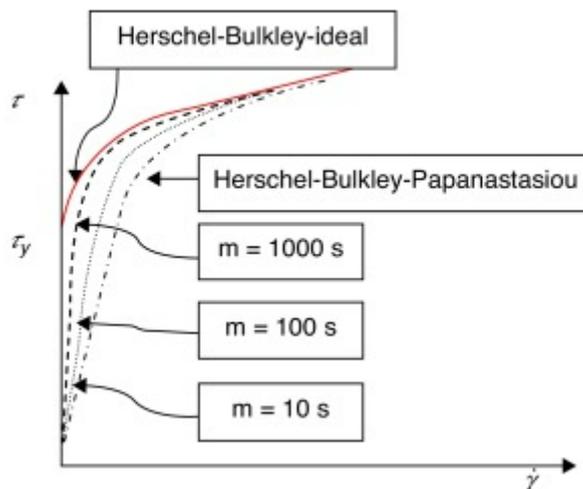


Figura 3.3: Modelo regularizado de Papanastasiou para o fluido de Herschel-Bulkley com diferentes valores do parâmetro de regularização,  $m$ . (Moreno & Cervera, 2015).

Enquanto o parâmetro  $m$  controla o crescimento exponencial das tensões em função da taxa de deformação,  $n$  é o índice que controla o comportamento não newtoniano (pseudo-plástico ou dilatante) do material. Nos gráficos da Figura 3.4 nota-se a influência destes parâmetros.

Em termos de viscosidade aparente, a equação (3.14) pode ser escrita como:

$$\mu_{ap} = \mu \cdot |\dot{\gamma}_{ij}|^{n-1} + \frac{\tau^y}{|\dot{\gamma}_{ij}|} \cdot (1 - e^{-m \cdot |\dot{\gamma}_{ij}|}) \quad (3.15)$$

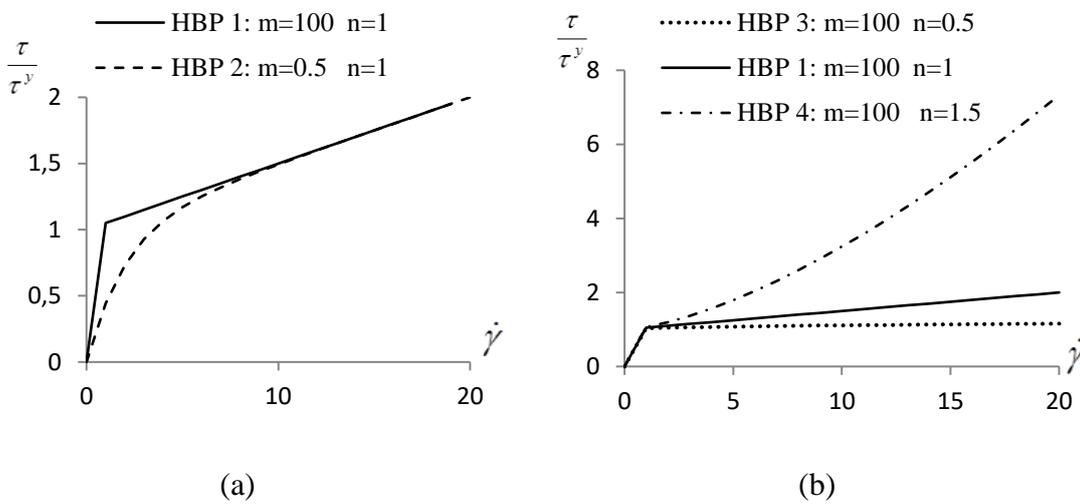


Figura 3.4: Variação das tensões no modelo HBP. a) Influência do parâmetro  $m$ . b) Influência do parâmetro  $n$  (Zubeldia, 2017).

### 3.3. EQUAÇÃO DE NAVIER-STOKES

Conforme visto nas seções anteriores, a partir das equações de conservação e do modelo constitutivo do fluido, a equação de Navier-Stokes pode ser expressa, para um fluido incompressível e isotrópico, como:

$$\rho \cdot \frac{Du_i}{Dt} = -\nabla_i p + F_i + \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.16)$$

onde,  $p$  é a pressão,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica e  $\frac{\partial}{\partial x_j} \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$  é o operador Laplaciano do vetor velocidade.

Tendo em vista que, resolver as equações de Navier-Stokes para condições específicas é extremamente desafiador, devido à sua natureza não-linear e complexidade, especificamente em regimes turbulentos, as simulações dos problemas de fluxo têm sido feitas com o auxílio de métodos numéricos, que compõem a denominada Dinâmica de Fluidos Computacional (em inglês, CFD).

### 3.4. FLUXO EM CANAIS ABERTOS

O fluxo em canal aberto é caracterizado por ter sua superfície exposta à pressão atmosférica. Esse tipo de fluxo é observado em rios e canais naturais e artificiais, nos quais pode ocorrer a erosão superficial do leito. Essa definição é de extrema importância para o estudo do assoreamento de rios e cursos d'água.

Em canais abertos, é comum o fluxo ser turbulento. No entanto, devido à rugosidade do fundo, a velocidade do fluido diminui e é estabelecido um regime laminar próximo ao leito. A espessura dessa camada laminar ( $\delta_v$ ) depende da rugosidade dos grãos e da forma do leito (Van Rijn, 1993). Consequentemente, a tensão total pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\tau = \tau_t + \tau_v \quad (3.17)$$

onde  $\tau$  é a tensão cisalhante total,  $\tau_t$  é a tensão devido à turbulência e  $\tau_v$  é a tensão viscosa.

A massa de fluido é composta por camadas paralelas. A tensão cisalhante no interior da massa de fluido, que surge devido ao deslocamento relativo entre essas camadas, é considerada como sendo uma função linear que cresce, partindo do valor nulo na superfície livre, até atingir o máximo valor no fundo (Gyr e Hoyer, 2006), como ilustrado na Figura 3.5(c). O parâmetro  $k_s$ , indicado como uma linha pontilhada na Figura 3.5(c), representa a rugosidade equivalente do grão, cujo valor é de 1 a 10 vezes o diâmetro médio das partículas do leito de sedimentos.

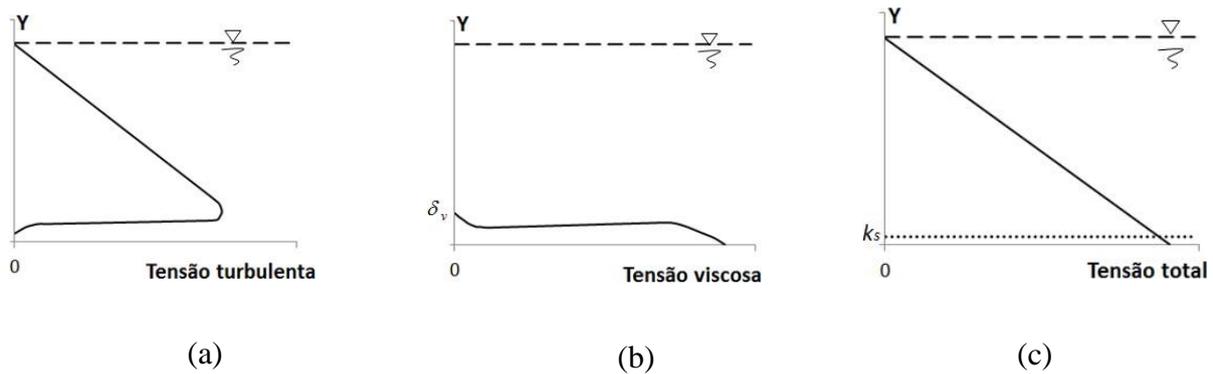


Figura 3.5: Função da tensão cisalhante total nas camadas do fluido num canal aberto (Gyr e Hoyer, 2006).

Conforme ilustrado na Figura 3.5, a tensão turbulenta ( $\tau_t$ ) atinge seu valor máximo quando a rugosidade do fundo começa a influenciar o fluxo, determinando a posição onde a espessura da camada laminar ( $\delta_v$ ) é definida. A partir desse ponto, a contribuição da tensão turbulenta diminui, enquanto a parcela viscosa aumenta. No entanto, é importante notar que a tensão cisalhante total ( $\tau$ ) continua a aumentar linearmente até alcançar seu valor máximo na superfície do leito. Esse valor máximo é conhecido como tensão cisalhante no leito ( $\tau_b$ ) e é responsável pelo movimento das partículas do leito (Gyr e Hoyer, 2006).

Conforme Zubeldia (2017), no contexto de um canal aberto, a tensão normal no leito é determinada pelo equilíbrio entre a força de atrito e a força aceleradora exercida pelo fluido. Em situações de fluxo estacionário e uniforme, onde a descarga é normal ao canal, o fluxo é acelerado pela ação da força gravitacional. Em um canal com inclinação  $S$ , a aceleração é gerada pela componente do peso na direção do fluxo, conforme ilustrado na Figura 3.6. Considerando que a inclinação do leito seja muito pequena, de forma que o  $\text{sen } \alpha \cong \tan \alpha$ , a tensão cisalhante no leito pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\tau_b = m \cdot g \cdot \tan \alpha = H \cdot \rho \cdot g \cdot S \quad (3.18)$$

onde  $m$  é a massa,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $H$  é a altura da lâmina de fluido,  $\rho$  é a densidade do fluido e  $S$  a inclinação do leito, como mostrado na Figura 3.6.

A tensão cisalhante no leito desempenha um papel crucial na remoção das partículas localizadas nas camadas superiores do solo. No entanto, é importante ressaltar que cada partícula requer uma tensão cisalhante específica para ser mobilizada, dependendo de sua

densidade e diâmetro. O valor crítico de tensão necessário para iniciar o movimento das partículas é chamado de tensão crítica ( $\tau_{b,c}$ ) (Zubeldia, 2017).

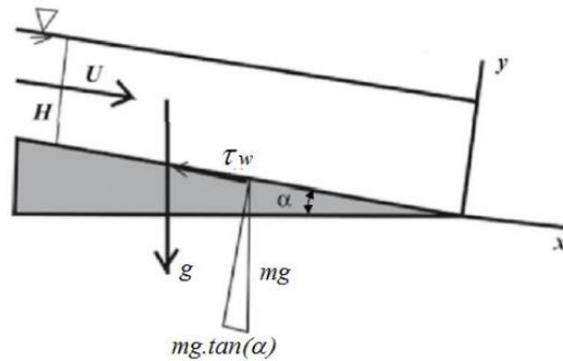


Figura 3.6: Equilíbrio entre as forças aceleradoras do fluxo e as forças de atrito no leito de um canal aberto (Gyr & Hoyer, 2006).

### 3.4.1. Parâmetro de Shields

Para leitos horizontais, a tensão cisalhante no leito pode ser expressa, de forma adimensional, pelo do parâmetro de Shields (Shields, 1936):

$$\theta = \frac{\tau_b}{(\rho_s - \rho) \cdot g \cdot d} \quad (3.19)$$

onde  $\tau_b$  é a tensão cisalhante no leito,  $d$  é o diâmetro das partículas,  $\rho_s$  é a densidade do grão e  $\rho$  é a densidade do fluido.

O parâmetro de Shields representa a relação entre a força exercida sobre a partícula e o peso desta. Substituindo o valor da tensão crítica na equação (3.19) é possível obter o parâmetro crítico de Shields ( $\theta_c$ ).

Conforme mencionado anteriormente, o início do movimento para grãos de diferentes diâmetros, ocorre sob diferentes tensões cisalhantes. Este fato é mais uma vez destacado na expressão do parâmetro de Shields, que relaciona o diâmetro da partícula com a tensão cisalhante.

### 3.4.2. Velocidade Cisalhante

Para resolver problemas relacionados à hidráulica de canais e ao transporte de sedimentos em canais abertos, é essencial estabelecer uma relação entre a tensão cisalhante e a velocidade em cada ponto do fluxo. Por meio de observações experimentais, é possível definir o perfil geral de velocidades dentro do fluido em um canal aberto.

Chezy (1775) (*apud* Zubeldia, 2017) apresentou uma equação empírica que permite relacionar a tensão cisalhante nas camadas de fluxo com a velocidade:

$$\tau = a \cdot \rho \cdot (\bar{u})^2 \quad (3.20)$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $\bar{u}$  é a velocidade média e  $a$  um parâmetro adimensional de ajuste.

A equação (3.20) tem sido utilizada para definir a velocidade cisalhante, da seguinte forma:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}} \quad (3.21)$$

### 3.4.3. Regime de Escoamento

O regime de escoamento refere-se ao padrão de fluxo da água em um curso hídrico, que pode ser influenciado por diversos fatores, como a topografia do terreno, a geometria do canal e a vazão da água. Existem diferentes regimes de escoamento que podem ocorrer, desde escoamentos laminar e turbulento até regimes intermediários.

Segundo Chow (1988), no escoamento laminar, a água flui em camadas paralelas suaves, sem turbulência significativa. Esse regime é caracterizado por um fluxo ordenado, em que as partículas de água se movem de maneira organizada, sem interações violentas entre si. É mais comum em velocidades baixas e fluidos com viscosidades elevadas. Por outro lado, o escoamento turbulento é caracterizado por movimentos caóticos e desordenados das partículas de água. Nesse regime, ocorrem vórtices, redemoinhos e mistura intensa de fluidos. É mais comum em velocidades altas e fluidos com viscosidades baixas. Entre esses dois extremos, existem regimes de escoamento intermediários, nos quais tanto a laminaridade quanto a

turbulência estão presentes, em diferentes proporções. Esses regimes são conhecidos como transição laminar-turbulento ou escoamento transicional (Chow, 1988).

Para determinar o regime de escoamento em um determinado sistema, o número de Reynolds é um parâmetro amplamente utilizado na mecânica dos fluidos. Ele leva em consideração a densidade do fluido, a velocidade do escoamento, a viscosidade dinâmica e as dimensões características do sistema.

Segundo White (2016), quando o número de Reynolds ( $Re$ ) é baixo, o escoamento tende a ser laminar, com camadas de fluido deslizando suavemente umas sobre as outras. À medida que o  $Re$  aumenta, o escoamento pode se tornar turbulento, com movimentos caóticos e vórtices se formando. Em canais abertos, o fluxo é considerado turbulento para  $Re > 500$  (Zubeldia, 2017).

O número de Reynolds ( $Re$ ) é calculado pela seguinte fórmula:

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot R_H}{\mu} \quad (3.22)$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $u$  é a velocidade do escoamento,  $R_H$  é o raio hidráulico e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido.

O raio hidráulico,  $R_H$ , é o comprimento característico, para canais, e é definido por:

$$R_H = \frac{\text{Área molhada}}{\text{Perímetro molhado}} = \frac{b \cdot y}{2 \cdot y + b} \quad (3.23)$$

onde  $b$  é a largura do canal e  $y$  é a altura da lâmina de água acima do fundo do canal.

A velocidade local do fluido,  $u$ , é determinada com auxílio do tubo de Pitot, que é utilizado para medida indireta da velocidade em escoamentos de fluidos incompressíveis. O princípio de funcionamento pode ser explicado pela aplicação da equação de Bernoulli em um aparato como o descrito na Figura 3.7.

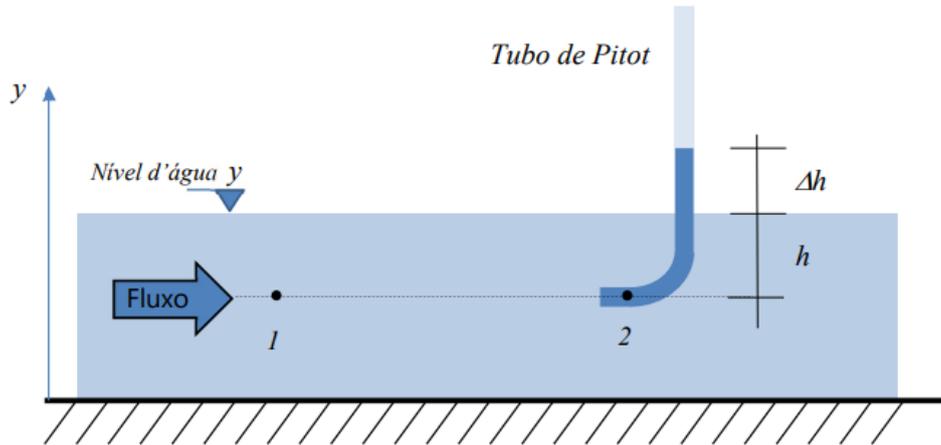


Figura 3.7: Tubo de Pitot (Labtrix, 2022).

Aplicando a equação de Bernoulli entre os pontos 1 e 2, assumindo ausência de perdas de fluxo entre esses dois pontos e utilizando um plano de referência que atravessa o centro do tubo, tem-se:

$$y_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = y_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} \quad (3.24)$$

Analisando as parcelas:

- Posição:  $y_1 = y_2 = 0$
- Velocidade:  $u_2 = 0 \rightarrow$  Ponto de estagnação
- Pressão:  $p_1 = \rho g h$ ;  $p_2 = \rho g (h + \Delta h)$

Após realizar as substituições, tem-se que a velocidade local do fluido é determinada por:

$$u_1 = u = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} \quad (3.25)$$

Considerando que o escoamento apresenta perfil de velocidades aproximadamente constante e sabendo que  $b$  é a largura do canal, a vazão pode ser estimada por:

$$Q = b \cdot y \cdot u \quad (3.26)$$

Southard (2006) trouxe a definição de uma grandeza similar ao número de Reynolds, que chamou de “Número de Reynolds do sedimento” e pode ser expresso como:

$$Re_* = \frac{u_* \cdot d_{50}}{\nu} \quad (3.27)$$

onde  $Re_*$  é o número de Reynolds do sedimento,  $u_*$  é a velocidade cisalhante,  $d_{50}$  é o diâmetro médio das partículas e  $\nu = \mu/\rho$  é a viscosidade cinemática do fluido.

Qualquer conjunto de dados experimentais pode ser ajustado para expressar a velocidade, de forma adimensional, como uma função do número de Reynolds do sedimento e da rugosidade relativa ( $H/d$ ) para uma dada posição adimensional ( $y/H$ ), por meio de equações empíricas (Zubeldia, 2017). Em geral a forma da equação depende da relação entre a espessura da camada laminar e o diâmetro das partículas que compõem o leito. Se a espessura da camada laminar for muito menor que o diâmetro das partículas, o fluxo é considerado “dinamicamente rugoso”.

Matematicamente, os limites entre fluxo suave e rugoso são definidos por meio do número de Reynolds do sedimento, de tal forma:

$$\begin{aligned} Re_* < 5 & \quad \text{fluxo suave} \\ Re_* > 70 & \quad \text{fluxo rugoso} \\ 5 < Re_* < 70 & \quad \text{fluxo transicionalmente rugoso} \end{aligned} \quad (3.28)$$

## 4. SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS

O método SPH, “hidrodinâmica das partículas suavizadas”, do acrônimo inglês *Smoothed Particle Hydrodynamics*, foi inicialmente apresentado tanto por Lucy (1977), quanto por Gingold e Monaghan (1977) para resolver problemas astrofísicos em um espaço tridimensional. Desde então tem sido usado em muitas áreas de pesquisa e utilizado para modelar uma variedade de problemas, mas sua principal área de utilização é no estudo de fluxo dinâmico de fluidos. O método SPH é um método numérico Lagrangeano onde o estado de um sistema é representado por um conjunto de partículas que possuem propriedades materiais individuais e se movem de acordo com as equações governantes de conservação. Em particular, nas simulações de escoamentos de fluidos, o método SPH captura facilmente a superfície livre ou a interface entre dois fluidos, tarefa essa bastante difícil ao utilizar métodos com malhas. Também leva vantagem em relação a outros métodos que não usam malhas, nos quais os elementos da discretização (nós ou partículas) são somente usados como pontos de interpolação, pois as partículas no método SPH também carregam propriedades físicas, movendo-se em função das interações entre si e de forças externas e guardando toda a dinâmica do escoamento.

Os fundamentos do método SPH estão na teoria da interpolação. Para se determinar o valor de uma grandeza num ponto qualquer do espaço, o método utiliza funções de suavização, também conhecidas como *kernels*, para interpolar os valores amostrados dentro da vizinhança do referido ponto.

### 4.1. FORMULAÇÃO DO SPH

A formulação SPH é frequentemente dividida em duas etapas principais. O primeiro passo é a *representação integral* ou a chamada *aproximação kernel* de funções de campo. O segundo é a *aproximação por partículas*.

Na primeira etapa, a integração da multiplicação de uma função arbitraria e uma função de suavização de *kernel* define uma representação integral de uma função. A representação integral de uma função é então aproximada por uma soma em um conjunto de partículas, a qual é geralmente chamada na literatura por aproximação por partículas. As equações apresentadas são baseadas na formulação apresentada por Liu e Liu (2003) e estão escritas conforme a nomenclatura comumente utilizada em SPH.

#### 4.1.1. Representação integral de uma função

O conceito de representação integral de uma função, usada no método SPH, inicia com a seguinte identidade:

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (4.1)$$

onde  $f$  é uma função do vetor de posição tridimensional  $x_i$ ,  $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$  é a função delta de Dirac e  $\Omega$  representa o volume que contém  $x_i$ . Variáveis em negrito denotam vetores.

A função delta de Dirac é dada por:

$$\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \begin{cases} 1 & \mathbf{x} = \mathbf{x}' \\ 0 & \mathbf{x} \neq \mathbf{x}' \end{cases} \quad (4.2)$$

A equação (4.1) indica que uma função pode ser representada de forma integral usando o delta de Dirac, desde que tal função seja contínua no domínio  $\Omega$ .

Se a função delta de Dirac for substituída por uma função de suavização  $W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)$ , a representação integral é dada por:

$$f(\mathbf{x}) \doteq \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \cdot d\mathbf{x}' \quad (4.3)$$

Onde  $W$  é a denominada função *kernel* e  $h$  é o comprimento característico da função *kernel*, que define o raio do domínio de influência em torno do ponto  $\mathbf{x}$ .

A equação (4.3) é denominada aproximação fundamental (*kernel approximation*) e o símbolo  $\langle \rangle$  é usado para indicar que se trata de uma representação integral aproximada da função integral  $f(\mathbf{x})$ . Assim, a equação (4.1) pode ser reescrita como:

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \cdot d\mathbf{x}' \quad (4.4)$$

A função de *kernel* deve satisfazer uma série de condições. Sendo elas:

1. Condição de normalização ou condição unitária: a integração da função sobre o domínio deve gerar o valor unitário.

$$\int_{\Omega} W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h). d\mathbf{x}' = 1 \quad (4.5)$$

2. Propriedade da função Delta: observada quando o comprimento de suavização se aproxima de zero.

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \quad (4.6)$$

3. Condição compacta: fora de uma dimensão preestabelecida ( $kh$ ), a função *kernel* deve ter valor nulo.

$$W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) = 0, \text{ para } |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| > kh \quad (4.7)$$

onde  $h$  é um parâmetro característico da função *kernel* e  $k$  é uma constante que define a área efetiva não nula desta.

Essa área efetiva é chamada de domínio de influência da função *kernel* para o ponto  $x_i$ . Usando a condição compacta, a integração em todo o domínio do problema é localizada como integração sobre o domínio de influência da função *kernel*. Portanto, o domínio de integração  $\Omega$  pode ser, e geralmente é, o mesmo que o domínio de influência.

Conforme pode ser observado na equação (4.7), o domínio de influência da função *kernel* é  $|\mathbf{x} - \mathbf{x}'| \leq kh$ , tendo isso em vista, os erros na representação integral SPH podem ser estimados aproximadamente usando a expansão da série Taylor de  $f(\mathbf{x}')$  em torno de  $x_i$ , onde  $f(\mathbf{x})$  é diferenciável. Logo, usando a equação (4.4) tem-se:

$$\begin{aligned} \langle f(\mathbf{x}) \rangle &= \int_{\Omega} [f(\mathbf{x}) + f(\mathbf{x}') \cdot (\mathbf{x}' - \mathbf{x}) + r((\mathbf{x}' - \mathbf{x})^2)] \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h). d\mathbf{x}' \\ &= f(\mathbf{x}) \cdot \int_{\Omega} W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h). d\mathbf{x}' \\ &+ f'(\mathbf{x}) \cdot \int_{\Omega} (\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h). d\mathbf{x}' + r(h^2) \end{aligned} \quad (4.8)$$

onde  $r$  representa o resíduo. Observa-se que  $W$  é uma função par em relação a  $x_i$ , logo,  $(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h)$  deve ser uma função ímpar, obtendo-se:

$$\int_{\Omega} (\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h). d\mathbf{x}' = 0 \quad (4.9)$$

Por meio da relação entre as equações (4.5) e (4.9), a equação (4.8) passa a ser expressa como:

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = f(\mathbf{x}) + r(h^2) \quad (4.10)$$

A partir da equação (4.10), nota-se que, a aproximação de *kernel* é de precisão de segunda ordem, desde que as condições citadas anteriormente sejam atendidas.

#### 4.1.2. Representação integral da derivada de uma função

A aproximação para a derivada espacial  $\nabla \cdot f(\mathbf{x})$  é obtida substituindo  $f(\mathbf{x})$  por  $\nabla \cdot f(\mathbf{x})$  na equação (4.4), obtendo:

$$\langle \nabla \cdot f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} [\nabla \cdot f(\mathbf{x}')]. W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h). d\mathbf{x}' \quad (4.11)$$

O operador diferencial da equação (3.4) pode ser transferido à função *kernel*, obedecendo:

$$[\nabla \cdot f(\mathbf{x}')]. W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) = \nabla \cdot [f(\mathbf{x}')]. W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) - f(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \quad (4.12)$$

Por meio da equação (4.11), se obtém:

$$\langle \nabla \cdot f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} \nabla \cdot [f(\mathbf{x}')]. W(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \cdot d\mathbf{x}' - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h). d\mathbf{x}' \quad (4.13)$$

A primeira integral no lado direito da equação (4.13) pode ser transformada, usando o teorema da divergência, em uma integral sobre a superfície  $S$  do domínio de integração  $\Omega$ . Ou seja:

$$\langle \nabla \cdot f(\mathbf{x}) \rangle = \int_S f(\mathbf{x}') \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h). \mathbf{n}. dS - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h). d\mathbf{x}' \quad (4.14)$$

onde  $\mathbf{n}$  é o vetor unitário normal à superfície  $S$ .

Como a função *kernel* é definida para ter um domínio compacto, quando o domínio de influência está localizado dentro do domínio do problema, a integral de superfície no lado direito da equação (4.14) é zero. Conforme pode ser visto na Figura 4.1.

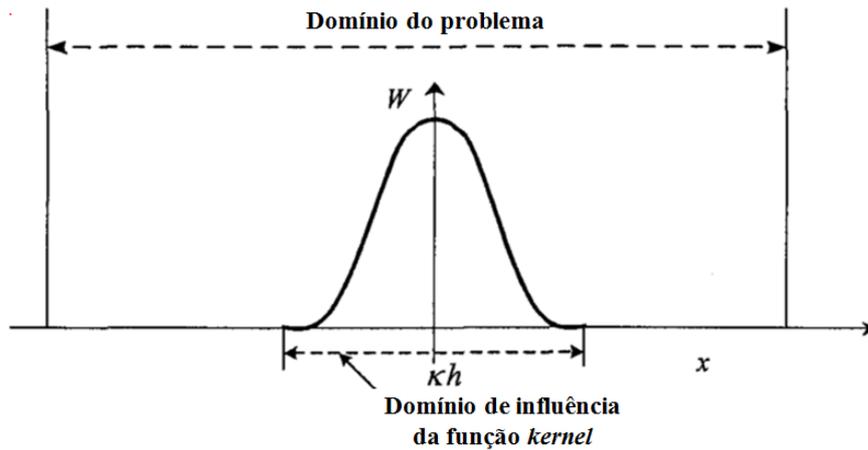


Figura 4.1: Domínio de influência da função *kernel*, quando o domínio de influência está localizado dentro do domínio do problema (modificado de Liu & Liu, 2003).

Se o domínio de influência se sobrepõe ao domínio do problema, a função de *kernel* é truncada pelo limite e a integral da superfície não é mais zero. Conforme ilustrado na Figura 4.2.

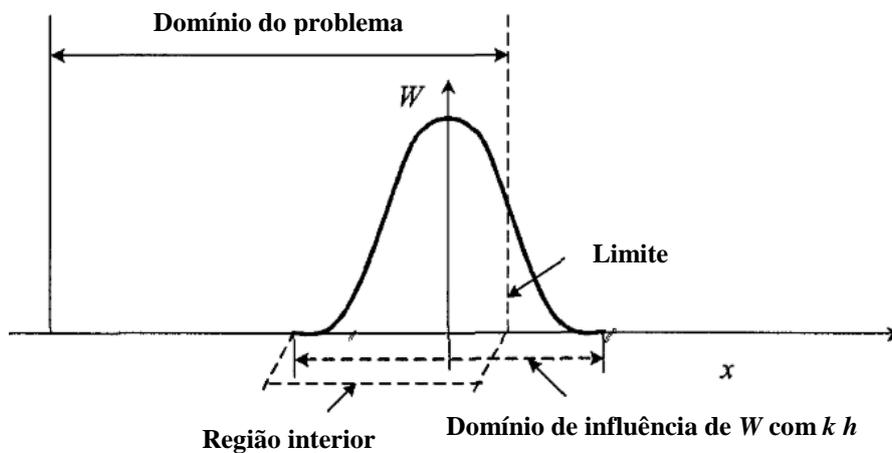


Figura 4.2: Domínio de influência da função *kernel*, quando o domínio de influência se cruza com o domínio do problema (modificado de Liu & Liu, 2003).

Se a integral superficial for tratada como zero na equação (4.14), modificações devem ser feitas para remediar os efeitos de contorno. Portanto, para aqueles pontos cujo domínio de influência está dentro do domínio do problema, a equação (4.14) pode ser simplificada:

$$\langle \nabla \cdot f(\mathbf{x}) \rangle = - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \cdot d\mathbf{x}' \quad (4.15)$$

A partir da equação (4.15), conclui-se que, a representação integral SPH da derivada de uma função de campo permite que o gradiente espacial seja determinado a partir dos valores da função e das derivadas da função *kernel*, em vez das derivadas da própria função.

### 4.1.3. Aproximação por partículas

No método SPH, todo sistema é representado por um número finito de partículas que carregam massa individual e ocupam um espaço individual. Isso é possível devido a aproximação por partículas.

As representações integrais contínuas relativas à aproximação do núcleo SPH (expressas nas equações (4.4) e (4.15)) podem ser convertidas em formas discretizadas de soma sobre todas as partículas no domínio de influência, conforme ilustrado na Figura 4.3.

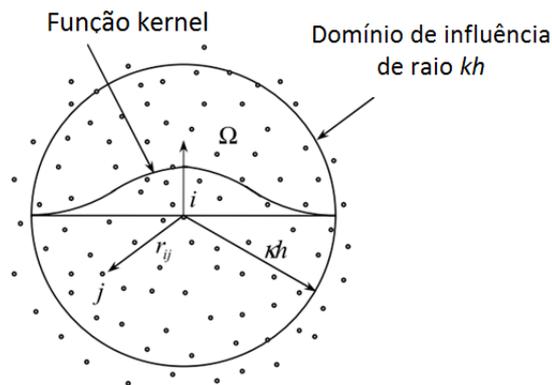


Figura 4.3: Aproximação por partículas dentro do domínio de influência (modificado de Liu & Liu, 2003 *apud* Zubeldia, 2017).

Se o volume infinitesimal  $d\mathbf{x}'$ , nas integrações vistas anteriormente, no local da partícula  $j$  for substituído pelo volume finito da partícula  $\Delta V_j$ , este estará relacionado à massa das partículas  $m_j$ , por meio da expressão:

$$m_j = \Delta V_j \cdot \rho_j \quad (4.16)$$

onde  $\rho_j$  é a densidade da partícula  $j$  dentro do domínio de influência.

A representação integral contínua de SPH para  $f(\mathbf{x})$  pode ser escrita na forma de aproximação por partículas discretizadas, do seguinte modo:

$$\begin{aligned}
f(\mathbf{x}) &= \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) \cdot d\mathbf{x}' \cong \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h) \cdot \Delta V_j \\
&= \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h) \cdot \frac{1}{\rho_j} \cdot (\rho_j \cdot \Delta V_j) \\
&= \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h) \cdot \frac{1}{\rho_j} \cdot (m_j)
\end{aligned} \tag{4.17}$$

ou:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \cdot f(\mathbf{x}_j) \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h) \tag{4.18}$$

Logo, a aproximação por partículas de uma função da partícula  $i$ , pode ser escrita da seguinte forma:

$$\langle f(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \cdot f(\mathbf{x}_j) \cdot W_{ij} \tag{4.19}$$

onde  $N$  indica o número de pontos dentro do domínio de influência da partícula na posição  $\mathbf{x}_i$  e  $W_{ij} = W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$  é a função *kernel* da partícula  $i$  avaliada em  $j$ .

Analogamente, a derivada espacial da função, expressa na equação (4.15), pode ser discretizada como:

$$\langle \nabla \cdot f(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \cdot f(\mathbf{x}_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \tag{4.20}$$

sendo  $\nabla_i \cdot W_{ij}$  a derivada direcional:

$$\nabla_i W_{ij} = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{r_{ij}} \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \tag{4.21}$$

onde  $r_{ij}$  é a distância entre a partícula  $i$  e  $j$ , como mostrado na Figura 4.3.

## 4.2. APLICAÇÃO DO MÉTODO SPH NA MODELAGEM DE FLUIDOS

Nessa seção é mostrado como é feito a aproximação SPH para simulações de escoamento de fluidos incompressíveis. Para isso, o fluido é representado como um sistema de partículas onde cada uma delas possui quantidades físicas do fluido como, por exemplo: massa, velocidade, densidade, viscosidade, pressão, etc. As equações apresentadas nesta seção estão escritas conforme a nomenclatura comumente utilizada em SPH. Os subscritos, em letras latinas, se referem à partícula SPH, enquanto os sobrescritos, em letras gregas, denotam a direção das coordenadas. A convenção da soma de Einstein é aplicada somente para os sobrescritos.

### 4.2.1. Aproximações SPH da densidade

A aproximação da densidade é muito importante no método SPH, já que a densidade basicamente determina a distribuição de partículas e a evolução do comprimento de suavização. Existem duas abordagens de aproximação, a primeira delas é conhecida como “densidade da soma”, que aplica diretamente as aproximações SPH à própria densidade, afirmando que a densidade de uma partícula é uma média ponderada de todas as partículas em seu domínio de influência.

Ao substituir a função  $f(\mathbf{x})$  pela função de densidade  $\rho$  na equação (4.19), a aproximação SPH para a densidade é obtida, sendo:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j \cdot W_{ij} \quad (4.22)$$

onde  $N$  é o número de partículas do domínio de influência da partícula  $i$  e  $m_j$  é a massa associada a partícula  $j$ .

A segunda abordagem é denominada de “densidade da continuidade”, que se aproxima da densidade de acordo com a equação da continuidade. A aproximação SPH é aplicada apenas à parte do divergente da velocidade. Assim, a versão SPH da equação da continuidade é tida como:

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \cdot \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \cdot \mathbf{u}_j^\beta \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} \quad (4.23)$$

Uma forma mais popular de densidade da continuidade é aplicar a seguinte identidade para colocar a densidade dentro do operador gradiente:

$$-\rho \cdot \frac{\partial \mathbf{u}^\beta}{\partial \mathbf{x}^\beta} = -\left( \frac{\partial(\rho \mathbf{u}^\beta)}{\partial \mathbf{x}^\beta} - \mathbf{u}^\beta \cdot \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{x}^\beta} \right) \quad (4.24)$$

Da mesma forma, se a aproximação SPH for aplicada apenas a cada gradiente, e a velocidade do lado de fora do segundo gradiente for avaliada na partícula na qual os gradientes são avaliados, a equação de densidade da continuidade mais usada é dada como:

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \cdot (\mathbf{u}_{ij}^\beta) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} \quad (4.25)$$

onde o termo  $\mathbf{u}_{ij}^\beta = (\mathbf{u}_i^\beta - \mathbf{u}_j^\beta)$  introduz a velocidade relativa das partículas.

Conforme Liu e Liu (2003), para simular fenômenos gerais de fluidos, a abordagem de densidade de soma pode produzir melhores resultados. Para simular eventos com forte descontinuidade como, por exemplo, explosão, impacto de alta velocidade, etc., a abordagem de densidade da continuidade é preferida.

#### 4.2.2. Aproximação SPH da equação do momento

De forma similar, a equação de conservação de momento linear é discretizada utilizando diretamente a aproximação dada pela equação (4.20), resultando em:

$$\frac{D\mathbf{u}_i^\alpha}{Dt} = \frac{1}{\rho_i} \cdot \sum_{j=1}^N m_j \cdot \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j} \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} \quad (4.26)$$

Esta equação envolve apenas uma partícula em cada termo do somatório e, na prática, melhores resultados têm sido obtidos quando se leva em conta a interação de pares de partículas. Entretanto, é possível reduzir os erros decorrentes do problema da inconsistência de partículas, quando se considera a seguinte identidade (Monaghan, 1992):

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial \mathbf{x}^\beta} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}^\beta} \cdot \left( \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho} \right) + \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho^2} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{x}^\beta} \quad (4.27)$$

Aplicando a aproximação por partículas SPH aos gradientes, obtém-se:

$$\frac{D\mathbf{u}_i^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \cdot \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} \quad (4.28)$$

O termo  $\sigma_n^{\alpha\beta}$  nas equações (4.26) e (4.28) corresponde ao tensor de tensões totais da partícula  $n$ . Para fechar o sistema é necessário incluir as equações constitutivas do material. Usando a equação (3.7) do modelo constitutivo, a equação (4.28) pode ser reescrita como:

$$\frac{D\mathbf{u}_i^\alpha}{Dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \cdot \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\alpha} + \sum_{j=1}^N m_j \cdot \left( \frac{\mu_i \varepsilon_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\mu_j \varepsilon_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\alpha} \quad (4.29)$$

Na equação (4.29), a primeira parte é referente à aproximação SPH para a pressão e a segunda parte à aproximação SPH para a força viscosa. No caso de um fluido, o tensor de tensões é dado pela soma de uma parte estática isotrópica e uma parte viscosa. Para a parcela correspondente às tensões viscosas, é necessário discretizar o tensor de taxa de deformação. Para isso, os gradientes de velocidades são aproximados por partículas SPH. Assim como na equação de balanço de massa, a velocidade é considerada como a velocidade relativa entre cada par de partículas. Por fim, o tensor de taxa de deformação é discretizado como (Liu & Liu, 2003):

$$\varepsilon_i^{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \cdot \mathbf{u}_{ji}^\beta \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\alpha} + \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \cdot \mathbf{u}_{ji}^\alpha \cdot \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} - \left( \frac{2}{3} \cdot \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \cdot \mathbf{u}_{ji} \cdot \nabla_i W_{ij} \right) \cdot \delta^{\alpha\beta} \quad (4.30)$$

Para fluidos incompressíveis, como é o caso da água, a parcela correspondente à pressão ( $p$ ), precisa ser calculada utilizando uma equação de estado que limite a variação da densidade a uma faixa muito pequena de valores. Esta abordagem é conhecida como “SPH levemente compressível” (WCSPH, em inglês *Weakly Compressible SPH*).

A pressão ( $p$ ) pode ser calculada por meio da equação de estado sugerida por Batchelor (1967) e tem a forma:

$$p = B. \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_o} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (4.31)$$

onde  $\rho_o$  é uma densidade de referência,  $B$  é um parâmetro que estabelece os limites para a variação da densidade e  $\gamma$  é uma constante. Geralmente, é assumido o valor de  $\gamma = 7$ , para garantir uma alta sensibilidade da pressão para pequenas variações da densidade.

O parâmetro  $B$  é o termo relacionado às flutuações de densidade do fluido e é estimado por:

$$B = \frac{c^2 \cdot \rho_o}{\gamma} \quad (4.32)$$

onde  $c$  é a velocidade do som. A velocidade do som representa a velocidade pontual mais rápida de propagação de onda naquele meio, nas simulações SPH ela é escolhida como sendo aproximadamente dez vezes a maior velocidade esperada no escoamento do fluido, isto é, um número de Mach em torno de 0,1.

### 4.3. SPH PARA EROSÃO

O método SPH tem sido amplamente utilizado em problemas da dinâmica de fluidos. Para simular transporte de partículas por arrasto e suspensão, foi utilizado por Ulrich & Rung (2010, 2012), Fourtakas *et al.* (2014) e Zubeldia (2017). Estes trabalhos demonstraram a conveniência de usar o método SPH para simular problemas de interação água-solo com grandes deslocamentos das partículas sólidas.

Manenti *et al.* (2012), Ulrich *et al.* (2013) e Fourtakas & Rogers (2016) desenvolveram uma abordagem denominada "observação da mistura", que considera a coexistência de materiais no mesmo ponto do domínio. Essa abordagem propõe o uso de apenas uma partícula (solo saturado ou água) em cada ponto físico do domínio. Dessa forma, o problema da erosão superficial do solo pela ação da água pode ser simulado considerando a interação de dois subdomínios, formados por partículas que representam dois materiais diferentes: água e solo saturado. A simulação do comportamento do solo saturado é feita por meio de modelos constitutivos de fluidos usando as propriedades da mistura.

#### 4.3.1. Critério de Von Mises e critério de Shields por Manenti (2012) e Ulrich (2013)

Na abordagem proposta por Manenti *et al.* (2012) e Ulrich *et al.* (2013), a água é modelada como um fluido newtoniano, enquanto as partículas de solo saturado permanecem estáticas até que um critério específico seja atingido. A partir desse ponto, o sedimento começa a escoar, e as partículas são transportadas por arraste ou suspensão, utilizando modelos constitutivos de fluidos viscosos. Em geral, os autores simulam o material em escoamento como um fluido pseudo-newtoniano.

Manenti *et al.* (2012) compararam um critério de ruptura do tipo Von Mises com um critério hidráulico baseado no parâmetro de Shields (equação (3.19)), observando que o critério hidráulico reproduziu melhor os resultados experimentais. Os cálculos para aplicar os critérios de escoamento são realizados apenas em uma fina camada de partículas na interface água-sedimento, enquanto as partículas de sedimento que estão fora dessa camada são tratadas como parte do contorno fixo.

Quando o critério de Shields é aplicado, o material erodido é simulado como um fluido newtoniano com uma viscosidade dinâmica constante de  $\mu = 1000$  Pa.s. Quando o critério de Von Mises é aplicado, o material em escoamento é simulado como um fluido pseudo-newtoniano, com uma tensão aparente calculada como a relação entre a tensão de escoamento e a taxa de deformação. No entanto, é necessário estabelecer um limite máximo para a viscosidade aparente, pois os valores encontrados são muito altos para taxas de deformação pequenas. Manenti *et al.* (2012) definiram o valor máximo para a viscosidade aparente em 1 GPa.s.

Ulrich *et al.* (2013) também adotaram um critério de ruptura do tipo Von Mises, mas sugeriram uma viscosidade aparente máxima entre 1 e 5 kPa.s. A diferença entre os valores recomendados por Manenti *et al.* (2012) e Ulrich *et al.* (2013) para a viscosidade aparente máxima sugere que este parâmetro está diretamente relacionado com o tipo de aplicação e a forma como as equações são implementadas. Nas pesquisas mencionadas, a utilização do parâmetro ocorreu para análises com diferentes finalidades.

Além da diferença nos valores máximos adotados para a viscosidade aparente, Ulrich *et al.* (2013) adicionaram uma camada fictícia ao longo da interface sedimento-água para simular a transição entre a viscosidade aparente do sedimento e a viscosidade dinâmica da água em aplicações em águas rasas. Posteriormente, Leonardi & Rung (2013) incluíram um critério

hidráulico, fundamentado no critério de Shields (equação (3.19)), para identificar o início do movimento por suspensão das partículas dentro da camada fictícia de Ulrich *et al.* (2013). Comparações qualitativas mostraram que o uso do critério de Shields gera padrões mais próximos dos resultados experimentais do que aqueles obtidos pela abordagem inicial de Ulrich *et al.* (2013).

#### 4.3.2. Critério de Drucker-Prager por Fourtakas & Rogers (2016)

No trabalho de Fourtakas & Rogers (2016) o critério de Drucker-Prager é utilizado para definir a tensão de escoamento ( $\tau^y$ ), e o comportamento do sedimento é modelado por meio do modelo HBP, descrito na equação (3.14).

A tensão de escoamento, valor acima do qual começa a existir movimento, pode ser calculada a partir do critério de ruptura como:

$$\tau^y = \sqrt{J_{2D}} = \alpha \cdot J_1 + \kappa \quad (4.33)$$

onde  $J_1$  é o primeiro invariante (traço) do tensor de tensões, que no caso dos fluidos é igual à pressão,  $J_{2D}$  é o segundo invariante da parte desviadora do tensor de tensões cisalhantes e os parâmetros  $\alpha$  e  $\kappa$  podem ser relacionados com as propriedades mecânicas do solo. Sendo:

$$\alpha = \frac{2 \cdot \sin \phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \phi)} \quad (4.34)$$

$$\kappa = \frac{6 \cdot c \cdot \cos \phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \phi)} \quad (4.35)$$

sendo  $c$  e  $\phi$  a coesão e o ângulo de atrito do solo, respectivamente.

A equação (4.33) indica que a tensão de escoamento aumenta com o aumento da pressão, ou seja, partículas próximas da superfície terão menor tensão de escoamento que as partículas localizadas em camadas inferiores, onde a pressão é maior.

Fourtakas & Rogers (2016) propuseram utilizar o modelo HBP para simular o comportamento do sedimento, calculando a viscosidade aparente conforme a equação (3.15). Desta forma, o fato de a tensão de escoamento ser calculada pela equação (4.33), garante que a viscosidade aparente aumente, com o aumento da profundidade da partícula no domínio de

sedimentos. Além disso, o termo que provoca a indefinição se anula quando a taxa de deformação é zero, eliminando a necessidade de estabelecer um valor de viscosidade aparente máxima. Assim, é possível calcular o tensor de tensões em todos os pontos do sedimento e, em seguida, atualizar a posição e a velocidade sem que haja necessidade de fixar a posição das partículas.

O modelo HBP permite simular diferentes comportamentos do fluido (dilatante e pseudo-plástico) em função do parâmetro  $n$ , com uma curva inicial suavizada pelo parâmetro  $m$ . Isto o torna muito flexível e aplicável a diversos materiais em problemas de engenharia.

A abordagem de Fourtakas & Rogers (2016), consegue modelar o efeito do impacto da água em camadas profundas do leito de sedimento, entretanto, apresenta problemas para reproduzir os efeitos de arraste na interface água-sedimento. Espera-se do modelo que, as partículas de sedimento próximas à superfície do leito apresentem tensões de escoamento baixas, cujo valor é decorrente da parcela de coesão do material. Para materiais sem coesão, a tensão de escoamento na superfície deveria ser nula, pois a pressão no sedimento nesse ponto é zero. Porém, esse comportamento não é verificado em todas as partículas ao longo da superfície, quando a abordagem de Fourtakas & Rogers (2016) é utilizada. Tais verificações foram apresentadas por Zubeldia (2017).

### 4.3.3. Critério de Shields por Zubeldia (2017)

A abordagem proposta por Zubeldia (2017), combina a implementação de um critério hidráulico, fundamentado na teoria de Shields (1936) com a abordagem proposta por Fourtakas & Rogers (2016), para partículas na superfície do leito, de forma a eliminar os problemas numéricos associados ao uso da equação de estado nessa região e produzir padrões de erosão mais realistas.

A relação analítica sugerida por Van Rijn (1993) foi adotada para calcular o parâmetro crítico de Shields:

$$\theta_c = 0,010595 \cdot \ln(Re_*) + \frac{0,110476}{Re_*} + 0,0027197 \quad \text{para } Re_* \leq 500 \quad (4.36)$$

$$\theta_c = 0,068 \quad \text{para } Re_* > 500$$

onde  $\theta_c$  é o parâmetro crítico de Shields e  $Re_*$  é o do número de Reynolds do sedimento.

O valor de  $\theta_c$  pode ser associado à tensão crítica utilizando uma expressão semelhante à equação (3.19), substituindo a tensão no leito ( $\tau_b$ ) pela tensão crítica ( $\tau_{b,c}$ ), resultando em:

$$\theta_c = \frac{\tau_{b,c}}{(\rho_s - \rho_a) \cdot g \cdot d_{50}} \quad (4.37)$$

onde  $\rho_s$  e  $\rho_a$  são as densidades do sólido e do fluido, respectivamente,  $g$  é a aceleração da gravidade, e  $d_{50}$  é o diâmetro médio das partículas. Assim, observa-se que o parâmetro crítico de Shields representa a forma adimensional da tensão que desencadeia o movimento das partículas.

Partindo da equação (4.36), nota-se que o parâmetro crítico de Shields depende da velocidade real do fluido. Zubeldia (2017) propôs calcular a velocidade por meio de uma função por parte, conforme sugerido anteriormente por Manenti *et al.* (2012). Sabendo que, em canais de fluxo aberto com fundo rugoso, uma camada laminar é desenvolvida entre o leito e a camada de fluxo turbulento (ver Figura 3.5), para a camada laminar, a velocidade é calculada como uma função linear, enquanto na camada turbulenta uma função logarítmica é utilizada. Tal processo é descrito como:

$$\begin{aligned} u_{(z)} &= \frac{u_*^2}{\nu} \cdot z && \text{para } z \leq \delta_v \\ \frac{u_{(z)}}{u_*} &= \frac{1}{\kappa} \cdot \ln\left(\frac{z}{z_o}\right) && \text{para } z > \delta_v \end{aligned} \quad (4.38)$$

sendo  $z$  a posição, medida a partir do leito até a superfície livre,  $\nu$  a viscosidade cinemática,  $\kappa = 0,41$  a constante de von Karman,  $z_o$  o parâmetro de rugosidade do fundo,  $u_*$  a velocidade cisalhante e  $u_{(z)}$  a velocidade da partícula da água mais próxima à partícula de sedimento cuja condição dinâmica (em repouso ou em movimento) está sendo avaliada.

Para determinar qual equação será utilizada, calcula-se a espessura da camada laminar ( $\delta_v$ ), sendo:

$$\delta_v = 11,6 \cdot \frac{\nu}{u_*} \quad (4.39)$$

O valor de  $z_o$  depende da condição dinâmica do fluido, podendo ser calculado como:

$$z_o = \begin{cases} 0,11 \cdot \frac{v}{u_*} & \text{para } \frac{k_s \cdot u_*}{v} < 5 \quad (\text{fluxo suave}) \\ 0,033 \cdot k_s & \text{para } \frac{k_s \cdot u_*}{v} > 70 \quad (\text{fluxo rugoso}) \\ 0,11 \cdot \frac{v}{u_*} + 0,033 \cdot k_s & \text{para } 5 < \frac{k_s \cdot u_*}{v} < 70 \quad (\text{fluxo transicional}) \end{cases} \quad (4.40)$$

onde  $k_s$  é a rugosidade equivalente ou efetiva do grão, também conhecida como rugosidade de Nikuradse, cujo valor é de 1 a 10 vezes o diâmetro médio das partículas (Nikuradse, 1933 *apud* Zubeldia, 2017). Foi implementado no DualSPHysics um processo iterativo para resolver a equação (4.39), tendo em vista que  $z_o$  depende de  $u_*$ .

A partícula de sedimento é movimentada quando a tensão atuante no leito ( $\tau_b$ ) é maior que a tensão cisalhante crítica ( $\tau_{b,c}$ ). O movimento da partícula é descrito conforme o modelo HBP, mas a tensão de escoamento ( $\tau^y$ ) é substituída pela tensão cisalhante crítica ( $\tau_{b,c}$ ).

Conforme as implementações realizadas no DualSPHysics por Zubeldia (2017), a partícula da água mais próxima da partícula de sedimento é identificada, em cada passo de tempo, durante a busca de partículas da vizinhança, e a distância vertical ( $z$ ) entre ambas as partículas é armazenada. Entretanto, o cálculo do parâmetro crítico de Shields ( $\theta_c$ ) e da tensão de cisalhamento crítica ( $\tau_{b,c}$ ) é realizado apenas na camada de partículas situadas na superfície do leito de sedimentos. Critérios para determinar se uma partícula de sedimento está localizada na proximidade da superfície também foram implementados, sendo eles: (1) ao menos uma partícula da água deve estar dentro do domínio de influência da partícula de sedimento e (2) a massa do sedimento interpolada segundo a aproximação secundária do SPH, deve ser menor que 40% da massa da partícula de sedimento.

A abordagem proposta por Zubeldia (2017) apresentou resultados satisfatórios nas simulações de erosão por arraste de partículas, sendo adota neste trabalho. O código DualSPHysics com as implementações do critério hidráulico, fundamentado parâmetro de Shields será utilizado para análise numérica do fenômeno de erosão, reproduzido nos ensaios laboratoriais utilizando um canal de transporte de sedimentos.

## 5. METODOLOGIA

Para o estudo da erosão por arraste, este trabalho se divide em duas fases de execução. A primeira fase está relacionada com a realização dos ensaios experimentais, com a finalidade de obter a taxa de erosão do material, sob as condições pré-estabelecidas. A segunda etapa apresenta uma abordagem numérica para um dos casos ensaiados no laboratório, com a mesma finalidade, previsão do transporte e deposição dos sedimentos, comparando com o modelo físico. Tal abordagem consiste em modelagem e simulação, por meio do código DualSPHysics que utiliza o método numérico SPH.

Na Figura 5.1 é apresentado o esquema metodológico que descreve as principais atividades necessárias para desenvolver a pesquisa.

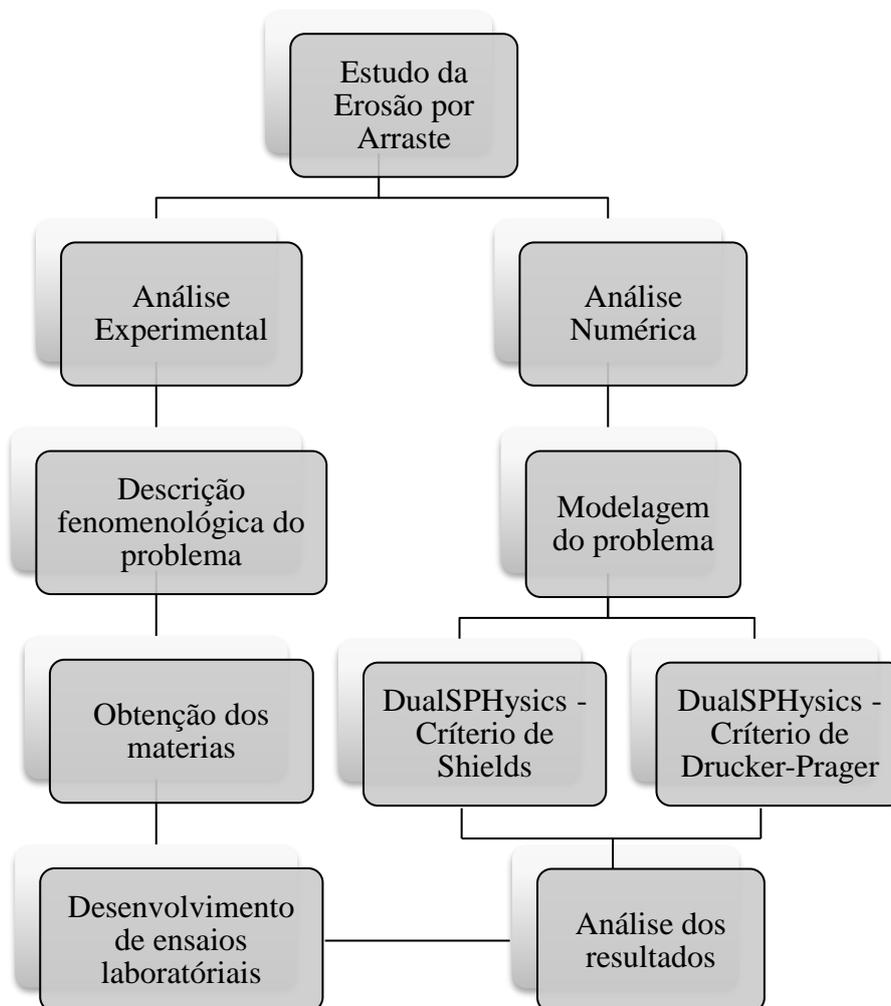


Figura 5.1: Fluxograma da metodologia utilizada.

## 5.1. ETAPA EXPERIMENTAL

Para reproduzir a erosão de um leito não coesivo sob condições de fluxo unidirecional sem impacto da água na superfície, foram realizados ensaios em um canal hidráulico em laboratório. Os ensaios foram realizados no Laboratório de Infraestrutura (Infralab), da Universidade de Brasília. Foi utilizado um canal modelo XL06.3, produzido pela Labtrix, de 3,0 m de comprimento e 0,30 m de largura, com paredes laterais em vidro temperado em peça única de 10 mm de espessura e 350 mm de altura. O fundo em material polimérico de baixa rugosidade com espessura de 15 mm (Labtrix, 2022). Na Figura 5.2 é mostrada uma foto do equipamento.

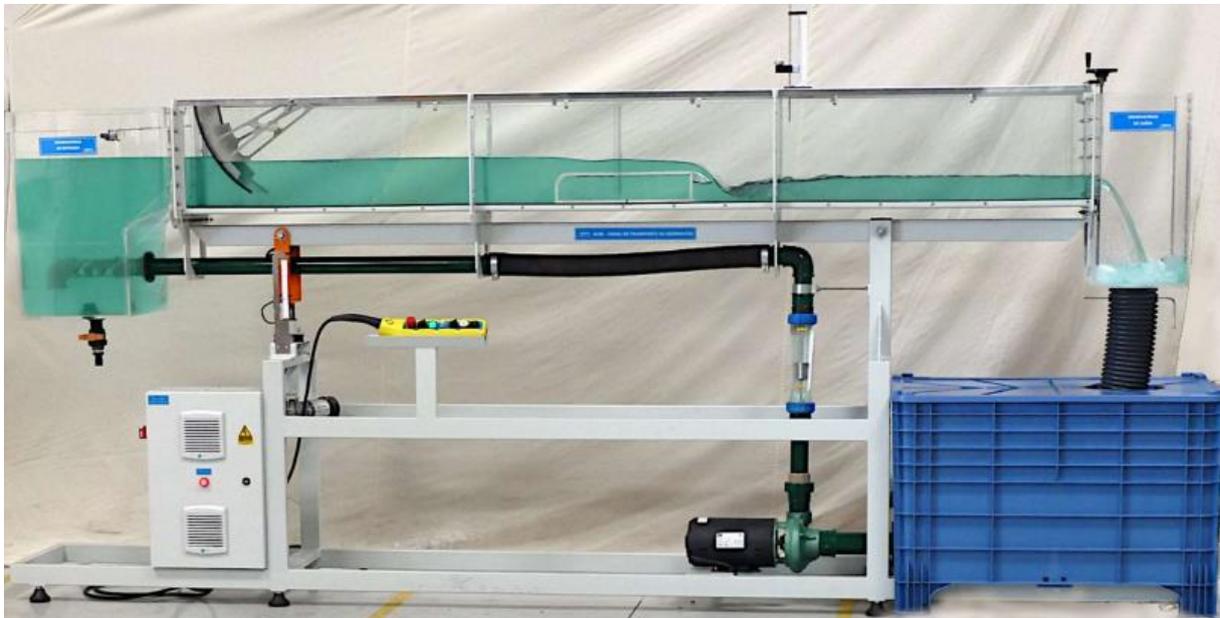


Figura 5.2: Canal de transporte de sedimentos (Labtrix, 2022).

O canal foi adaptado para incluir um leito de material granular com espessura de 5,5 cm e duas peças de concreto com seção retangular de 10,0 cm de comprimento e altura de 5,5 cm. A primeira peça foi utilizada na entrada de água, para conter os sedimentos no leito do canal e a segunda após 2,4 m do início do leito, definindo o comprimento total utilizado no experimento. Também foi utilizado um tecido como filtro logo após a saída de água, para coletar as partículas erodidas, além de um coletor de sedimentos dentro do reservatório pulmão, visando coletar o material que pudesse passar pelo filtro. As duas camadas de coletores foram utilizadas para determinar a quantidade de material erodido com maior precisão e reduzir as perdas à valores insignificantes. A Figura 5.3 ilustra o perfil do leito criado para o experimento.

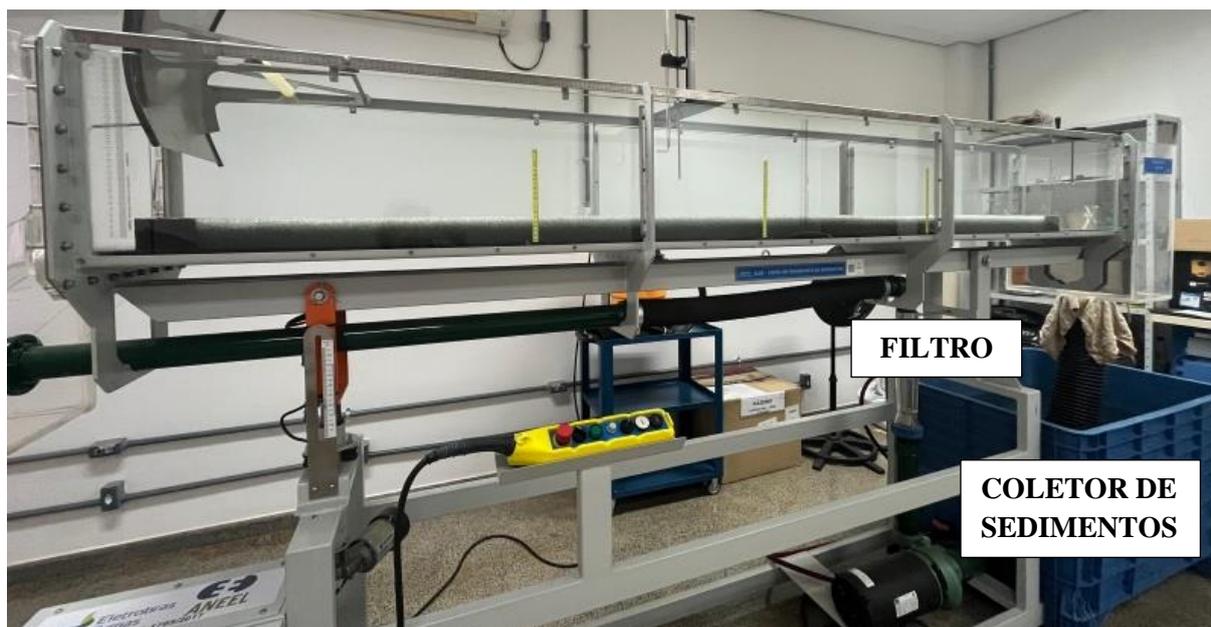


Figura 5.3: Perfil do leito de sedimentos no canal hidráulico.

O material usado para o leito é constituído por esferas de vidro de diâmetro entre 1,4 mm e 2,0 mm, sendo o diâmetro médio 1,8 mm, com densidade de 2500 kg/m<sup>3</sup>. Embora sejam de origem industrial, essas esferas podem ser empregadas na simulação do solo devido à sua geometria controlada, que se assemelha à maioria das geometrias adotadas em simulações discretas. As esferas de vidro são fornecidas pela empresa Potters Industrial Ltda, nomeadas como “A170”, compostas de silicatos inorgânicos, possuindo características granulométricas e morfológicas conhecidas. A textura do material pode ser visualizada na Figura 5.4, a curva granulométrica na Figura 5.5 e as demais propriedades são apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Propriedades do material - Esferas de vidro (Potters, 2012).

<b>Propriedades das esferas</b>	
Densidade aparente (g/cm <sup>3</sup> )	15
Densidade de massa (g/cm <sup>3</sup> )	2,5
Índice de Refração	1,50 - 1,52
Resistência a compressão (psi)	14.000 a 36.000
Dureza MOH	5 - 6.
Dureza Knoop 100g carga	515 kg/mm <sup>2</sup>

<b>Propriedades das esferas</b>	
Coeficiente estático de fricção	0,9 - 1,0
Composição	vidro tipo soda-cal
Silica livre	nenhuma



Figura 5.4: Material granular utilizado – Esferas de vidro.

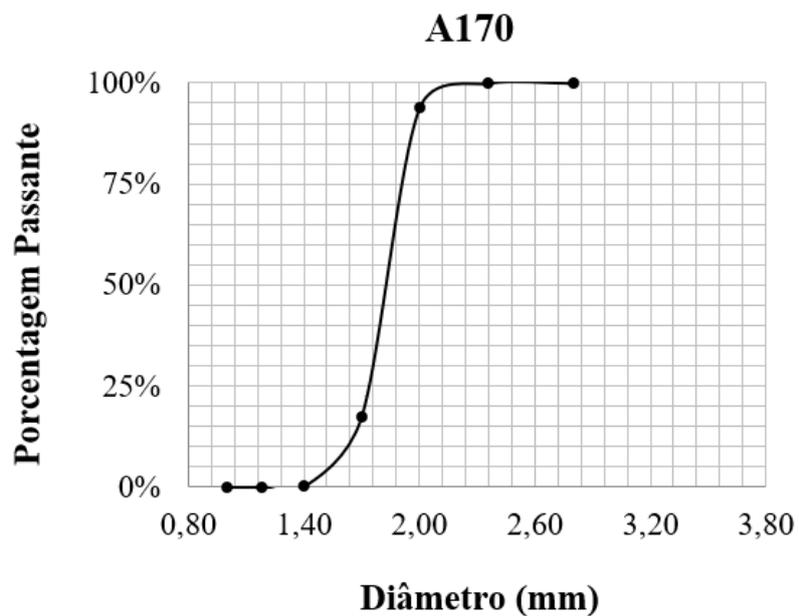


Figura 5.5: Curva granulométrica – Esferas de vidro (Braga, 2022).

O leito foi construído com o auxílio de um balde, aproximadamente a cada 3 kg de material pesado no balde, o mesmo era despejado sobre a base do canal hidráulico na posição horizontal e nivelado até atingir a altura pré-determinada de 5,5 cm. Na Tabela 5.1 são apresentadas as propriedades do leito construído.

O experimento foi repetido três vezes para cada configuração, nas quais foram variadas a vazão e inclinação do canal. É importante frisar que à cada ensaio o leito foi refeito. Todo o material utilizado para compor o leito foi pesado no início de cada experimento, assim como a quantidade erodida após o tempo definido de 20 segundos, chegando ao objetivo de adquirir uma taxa de erosão para tais condições. Na Tabela 5.2 são apresentadas as propriedades do leito construído.

Tabela 5.2: Propriedades do leito de sedimentos.

<b>Peso (kg)</b>	<b>Volume (m<sup>3</sup>)</b>	<b>Densidade média (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Porosidade (%)</b>	<b>Índice de vazios</b>
62,367	0,0396	1.574,92	37	0,59

Para realização dos ensaios foram estabelecidas três condições, visando verificar a influência da vazão e inclinação do canal sobre o fenômeno de erosão. A condição inicial foi estabelecida com vazão de 10 m<sup>3</sup>/h e inclinação de 0 %. Na segunda condição, a vazão foi mantida e a inclinação foi alterada para 1,5 %. Por fim, na última condição o canal foi colocado novamente na posição horizontal (0 %) e a vazão foi alterada para 15 m<sup>3</sup>/h.

## 5.2. ETAPA NUMÉRICA

Foi realizada simulação numérica por meio do código DualSPHysics contendo implementações feitas por Zubeldia (2017), utilizando o critério hidráulico de Shields. Conforme validado por ela, critérios hidráulicos fundamentados no parâmetro de Shields para partículas na superfície do leito, têm demonstrado eficácia na mitigação de problemas numéricos ligados à aplicação da equação de estado nessa região, resultando em padrões de erosão mais fiéis à realidade.

Para realizar a simulação numérica utilizando o código DualSPHysics são necessários três arquivos base (além dos códigos executáveis): um arquivo com extensão .XML, que contém todos os dados da geometria do caso, constantes e parâmetros, onde é possível alterar o tempo de simulação, o diâmetro das partículas, viscosidade, dentre outros; o segundo arquivo possui extensão .STL, é uma modelagem 3D do caso; no terceiro arquivo, com extensão .BAT, são configurados todos os programas executáveis que serão utilizados na simulação. Este arquivo é definido como um conjunto de comandos executados em lote (sequencialmente), é por meio da execução deste arquivo que o processo da simulação se inicia.

O XML é um arquivo de entrada para o código executável GenCase. Tal programa é uma ferramenta de pré-processamento que cria o estado inicial das partículas (posição, velocidade e densidade) e define os diferentes parâmetros SPH para a simulação. Após a execução do GenCase são gerados os arquivos binários de saída, que são os arquivos de entrada do código DualSPHysics. Assim que o caso é criado com o GenCase, o DualSPHysics é executado, o solucionador SPH é usado para resolver as interações fluido-fluido, fluido-sólido e sólido-sólido, a fim de definir a evolução temporal do sistema. Os arquivos de saída com o estado das partículas são armazenados na pasta de saída. Por padrão, o formato binário é usado. Uma vez finalizada a simulação, diferentes ferramentas de pós-processamento podem ser utilizadas para converter os arquivos binários de saída em outros formatos para analisar os resultados.

O código executável de pós-processamento utilizado nesse trabalho foi o PartVTK, para converter os arquivos binários de saída em arquivos com extensão .VTK, que podem ser analisados com a utilização do programa ParaView.

As simulações foram feitas para a primeira condição estabelecida nos ensaios laboratoriais, utilizando o canal hidráulico na posição horizontal (inclinação de 0%) e vazão de 10 m<sup>3</sup>/h. Para garantir a vazão constante, a velocidade das partículas na entrada do canal foi prescrita, equivalendo a  $u_x = 0,22$  m/s. Tal valor foi calculado utilizando a equação (3.26) ( $Q = b \cdot y \cdot u$ ), a partir da vazão pré-estabelecida e da altura média da lâmina de água medida nos pontos identificados como Y1, Y2 e Y3, ilustrados na Figura 5.6.

Os pontos foram marcados à 0,60 m do início do leito de sedimentos e possuem afastamento entre si de 0,60 m, dividindo o leito em quatro porções iguais. Os valores encontrados das alturas das lâminas de água foram 0,047 m, 0,043 m e 0,035 m, respectivamente, resultando assim em uma altura média de 0,042 m.

Os parâmetros do modelo HBP foram  $n = 1$  e  $m = 0$ , representando um comportamento tipo Bingham do material erodido.

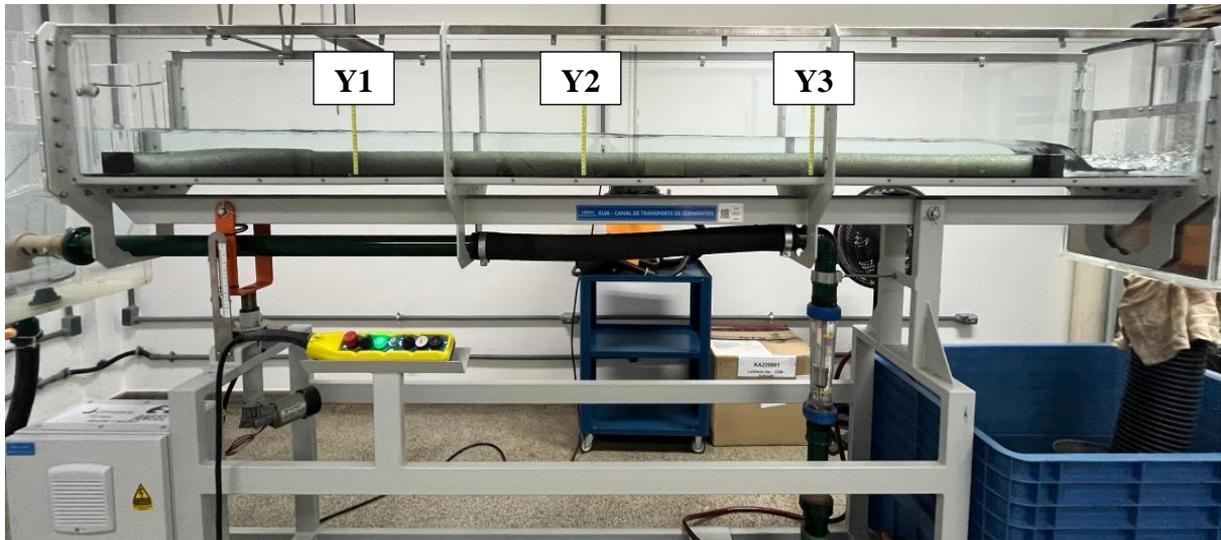


Figura 5.6: Perfil do leito – Pontos de medição da lâmina de água.

### 5.2.1. Resolução da malha de pontos

A resolução da malha de pontos a ser utilizada é definida pela distância entre partículas ( $dp$ ), e para determiná-la foi considerado dois critérios: (1) a massa de material erodido por metro de largura do canal (kg/m) ao final do experimento e (2) a velocidade de avanço da frente de onda.

Utilizando a primeira configuração estabelecida nos ensaios laboratoriais, inicialmente, foi avaliada a condição (1) para diferentes valores de  $dp$ , conforme mostrado na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Testes para resolução da malha de pontos.

$dp$ (m)	Quantidade de partículas da simulação
0,008	8.882
0,004	33.868
0,003	60.112
0,0025	85.868

Assim como no ensaio de laboratório, na geometria definida no modelo numérico também foi incluído um coletor a jusante do canal, para armazenar e quantificar as partículas erodidas após a passagem da onda de água. Conforme pode ser visto na Figura 5.7.

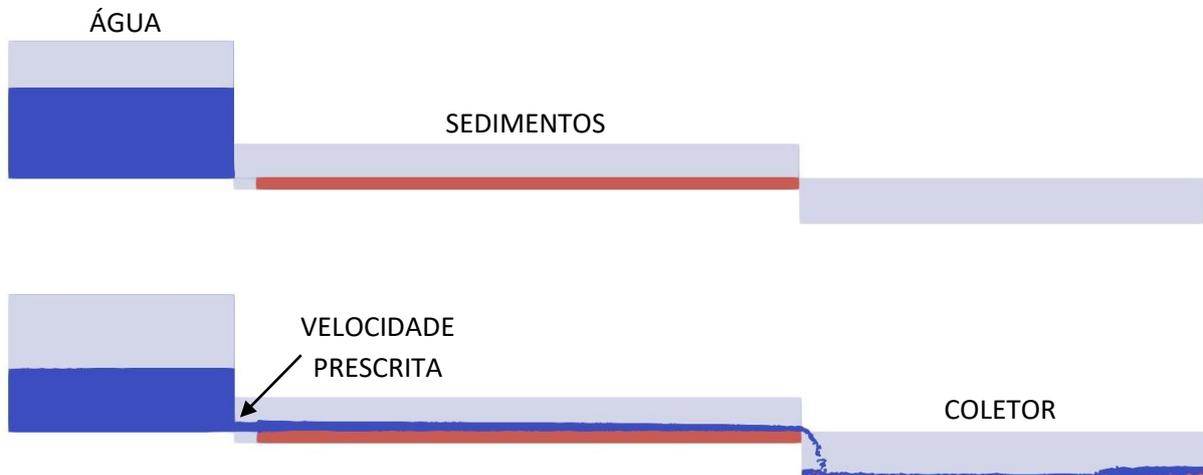


Figura 5.7: Configuração do caso 2D, no DualSPHysics.

A quantidade de partículas sólidas ( $Np$ ) coletadas após 20s de simulação foi quantificada e a massa de sedimento erodida foi calculada como:

$$m_e = dp \cdot dp \cdot \rho_s \cdot Np \quad (5.1)$$

sendo  $dp$  a distância entre partículas,  $\rho_s$  a densidade do sedimento e  $Np$  a quantidade de partículas de sedimento coletadas. A massa calculada conforme a equação (5.1) corresponde ao estado plano de deformação e está alinhada com o método de cálculo de casos 2D do código. A massa erodida é então comparada à massa coletada no experimento físico, sendo normalizada pela largura do canal experimental (0,30 m).

Com o objetivo de examinar o impacto do parâmetro de rugosidade equivalente ou efetiva do grão ( $k_s$ ) nos resultados, foram executados seis casos distintos, considerando relações  $k_s/d_{50} = 1, 2, 3, 5, 7$  e  $10$ . Esta análise é crucial dado que o parâmetro  $k_s$  foi estabelecido empiricamente por Nikuradse (1933) e não pode ser diretamente mensurado por meio de ensaios. Os resultados para diferentes rugosidades equivalentes do grão ( $k_s$ ), que mais se aproximaram dos valores obtidos nos ensaios são apresentados nos gráficos da Figura 5.8.

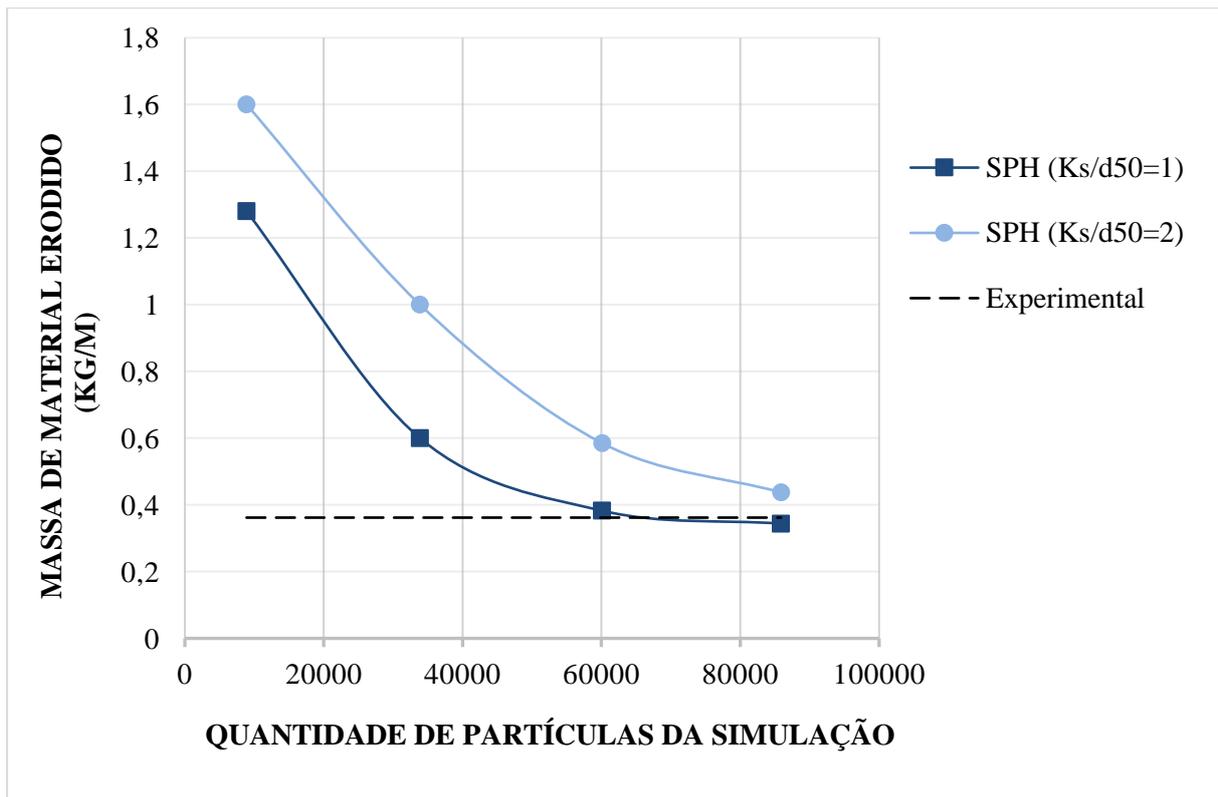


Figura 5.8: Massa de material erodido coletada ao final do ensaio, para diferentes resoluções da malha de pontos.

Observa-se que é viável reproduzir o resultado experimental utilizando diversas combinações de rugosidade equivalente do grão ( $k_s$ ) e resolução da malha de pontos ( $dp$ ). Para uma mesma resolução, valores mais altos de  $k_s$  conduzem a uma maior massa de sedimento erodido. Este achado é consistente com os resultados relatados por Manenti *et al.* (2012).

Observar a velocidade de avanço da frente de onda (condição (2)) possibilita eliminar a ambiguidade gerada pela condição (1). Nas simulações conduzidas, para distintas resoluções da malha de pontos, foi notado que a velocidade de avanço da frente de onda varia de acordo com a resolução empregada. Quanto menor a distância entre partículas ( $dp$ ), maior é a velocidade do avanço da onda, conforme ilustrado na Figura 5.9. Importante salientar que, as imagens contidas na Figura 5.9 foram capturadas no mesmo instante de tempo ( $t = 7s$ ) e em ambas estão representadas toda extensão do leito de sedimentos (2,40 m). O tempo determinado foi extraído da observação experimental. Nos ensaios laboratoriais a onda levou cerca de 7 segundos para percorrer os 2,40 m do leito de sedimentos construído no canal hidráulico, por esse motivo, a análise do avanço da frente de onda é uma condição escolhida para a determinação da malha de pontos ( $dp$ ).

As cores representadas na Figura (5.9) são referentes à densidade dos materiais numa escala de azul à vermelho, sendo as partículas de água (menor densidade) representadas pela cor azul e as partículas de sedimentos (maior densidade) representadas pela cor vermelha.

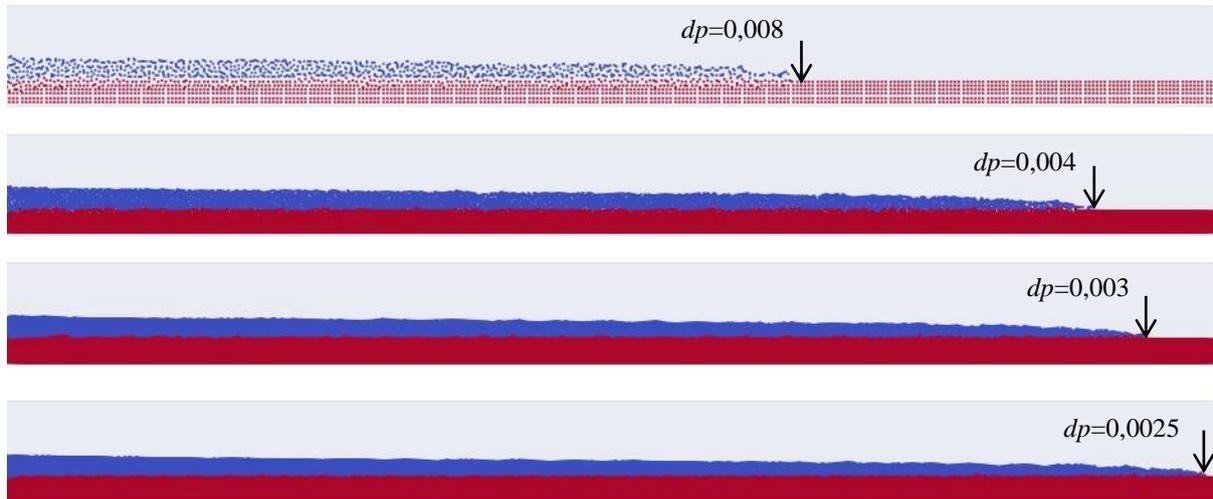


Figura 5.9: Avanço da frente da onda para diferentes resoluções da malha de pontos.

Diante do exposto, foi definida uma distância entre partículas  $dp = 0,0025$  m e uma rugosidade equivalente do grão  $k_s/d_{50} = 1$  para modelar o caso no canal hidráulico. Os parâmetros utilizados para a simulação são apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Parâmetros utilizados na simulação – critério Shields.

Parâmetro	Valor
Viscosidade da água (Pa. s)	$10^{-3}$
Viscosidade do sedimento (Pa. s)	$3 \cdot 10^{-3}$
Rugosidade equivalente do grão (m)	$0,0018 \left( \frac{k_s}{d_{50}} = 1 \right)$
$d_{50}$ (m)	0,0018
$n$ (-)	1
$m$ (-)	0

### 5.2.2. Comparações com o critério de Drucker-Prager

De forma semelhante à utilizada para simular a erosão por meio do código DualSHPhysics com as implementações do critério de Shields, também foi feita uma simulação numérica utilizando o código apenas com as implementações do critério de Drucker-Prager.

O caso foi configurado definindo as mesmas variáveis utilizadas na análise da simulação com o critério de Shields. Apresentando a distância entre partículas  $dp = 0,0025$  m e a rugosidade equivalente do grão  $k_s/d_{50} = 1$ . Os parâmetros utilizados para a simulação são apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5: Parâmetros utilizados na simulação – critério Drucker-Prager.

Parâmetro	Valor
Viscosidade da água (Pa. s)	$10^{-3}$
Viscosidade do sedimento (Pa. s)	$3 \cdot 10^{-3}$
Rugosidade equivalente do grão (m)	$0,0018 \left( \frac{k_s}{d_{50}} = 1 \right)$
Ângulo de atrito (graus)	27
Coesão (Pa)	0
$n$ (-)	1
$m$ (-)	0

O valor do ângulo de atrito do material foi obtido por meio do ensaio de compressão triaxial, apresentado na Figura 5.10.

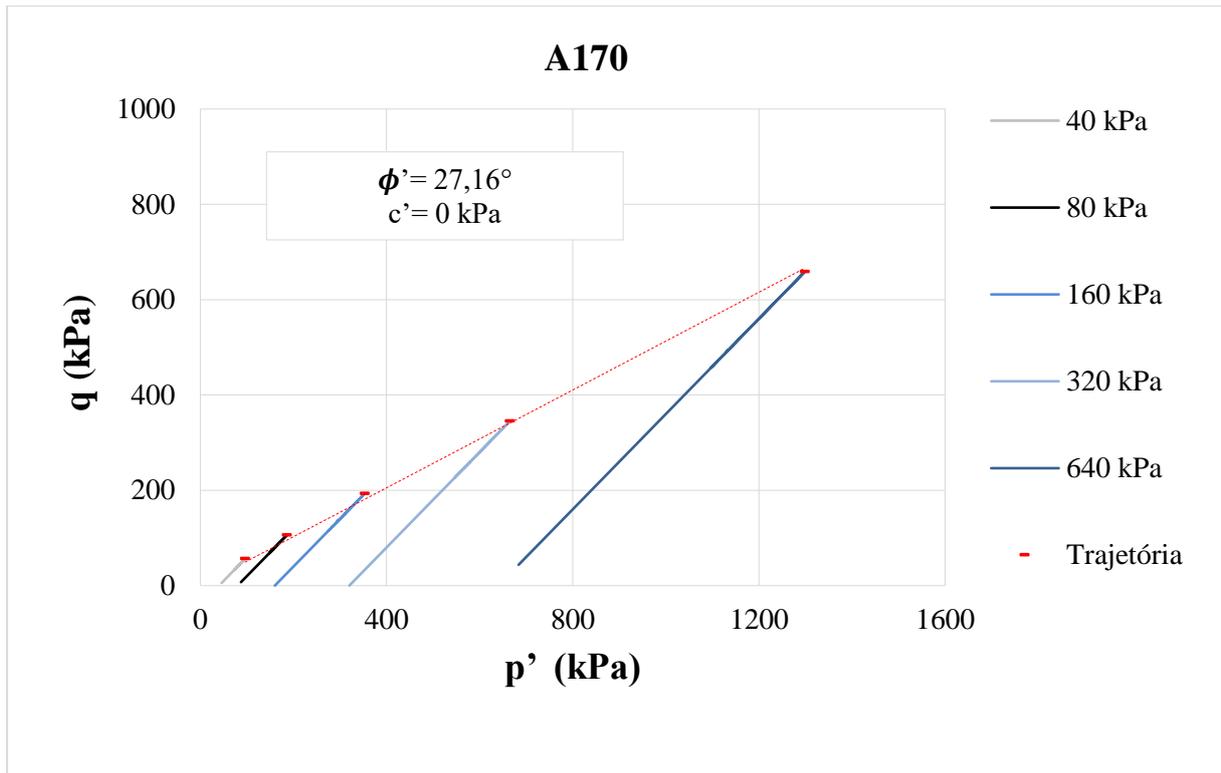


Figura 5.10: Representação do estado de tensões das esferas de vidro, pelas trajetórias (Braga, 2022).

## 6. RESULTADOS

Os resultados obtidos por meio das análises experimental e numérica são apresentados na presente seção. Inicialmente, são apresentados os ensaios realizados e os dados extraídos, na sequência as modelagens numéricas, comparando os resultados de ambas as análises.

### 6.1. ENSAIOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Na Figura 6.1 é mostrado um ensaio em andamento e na Tabela 6.1 os resultados obtidos dos ensaios.



Figura 6.1: Ensaio de erosão por arraste.

É possível notar que o local de maior erosão se encontra no início do trecho experimental, após o primeiro obstáculo. Neste ponto, o fenômeno erosivo ocorre devido ao impacto da água no leito e a alta velocidade inicial do fluxo, semelhante ao que acontece a jusante de vertedouros.

Tabela 6.1: Resultados dos ensaios de erosão por arraste.

<b>Ensaio de Erosão por Arraste</b>						
	Vazão (m <sup>3</sup> /h)	Inclinação (%)	Massa Total (g)	Massa Erodida (g)	Taxa (%)	Taxa Média (%)
1	10	0	62.367	127	0,2036	
2	10	0	62.367	118	0,1892	0,203
3	10	0	62.367	135	0,2164	

Ensaio de Erosão por Arraste						
	Vazão (m <sup>3</sup> /h)	Inclinação (%)	Massa Total (g)	Massa Erodida (g)	Taxa (%)	Taxa Média (%)
1	10	3	62.367	680	1,0903	
2	10	3	62.367	667	1,0694	1,087
3	10	3	62.367	686	1,0999	
1	15	0	62.367	302	0,4842	
2	15	0	62.367	317	0,5083	0,504
3	15	0	62.367	324	0,5195	

Na Tabela 6.1, pode-se observar que, ao aumentar a inclinação do canal ou a vazão do fluido, a taxa de erosão também aumenta. O fluxo é acelerado pela ação da força gravitacional, então quando o canal deixa a condição horizontal e passa a ter qualquer inclinação, a aceleração é gerada pela componente do peso na direção do fluxo. Com o aumento da inclinação, a força tangente atuante aumenta até superar a força resistente por atrito, fazendo com que mais partículas se desloquem. Com a alteração da vazão, os princípios são semelhantes, ao aumentar a vazão aumenta-se a velocidade do fluxo e a altura da lâmina de água, gerando também maior tensão cisalhante sobre as partículas do leito.

Nas Figuras 6.2, 6.3 e 6.4 são apresentados os perfis gerados após os ensaios nas três condições propostas, sendo possível notar a diferença no perfil do leito após o processo erosivo.

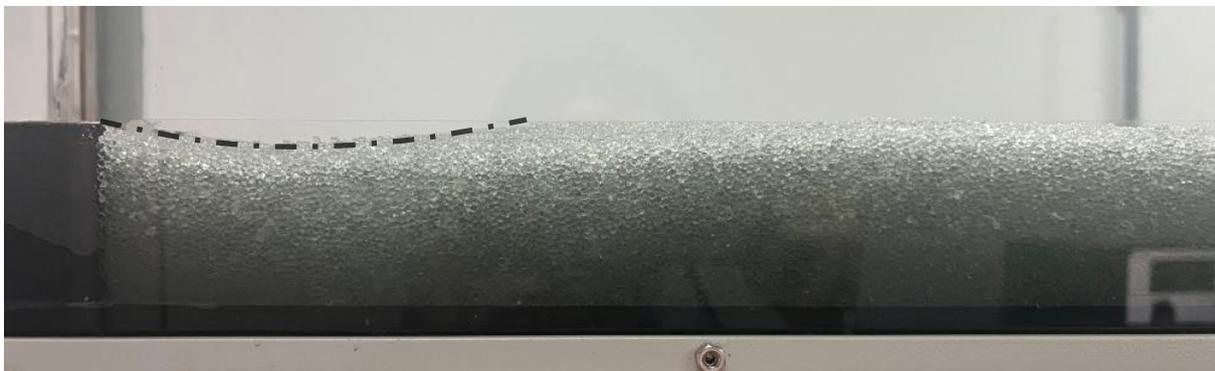


Figura 6.2: Perfil do leito após o ensaio nas condições iniciais ( $Q = 10 \text{ m}^3/\text{h}$  e  $i = 0 \%$ ).



Figura 6.3: Perfil do leito após ensaio na segunda condição ( $Q = 10 \text{ m}^3/\text{h}$  e  $i = 1,5 \%$ ).



Figura 6.4: Perfil do leito após ensaio na terceira condição ( $Q = 15 \text{ m}^3/\text{h}$  e  $i = 0 \%$ ).

Com base nas imagens dos leitos gerados após os ensaios e nos resultados quantitativos extraídos, conforme Tabela 4.2, nota-se que a vazão da água e a inclinação do canal hidráulico são variáveis diretamente relacionadas com o processo erosivo. O leito na segunda condição, onde a inclinação do canal foi aumentada em 1,5%, foi o mais afetado pelo processo erosivo, o perfil do leito próximo à entrada de água formou uma cunha mais profunda e prolongada, se comparada com a formada no leito da condição inicial. A taxa de erosão também foi expressivamente maior, a massa do material erodido foi cerca de 5 vezes maior do que na primeira condição.

Analisando a terceira condição, na qual a vazão foi aumentada 50% em relação a vazão da condição inicial, observa-se que o perfil do leito na proximidade da entrada de água apresentou uma concavidade um pouco mais profunda e a taxa de erosão foi cerca de 2,5 vezes maior do que o valor da primeira.

A seguir, a primeira condição será modelada e analisada de forma numérica por meio do código DualSPHysics, que utiliza a formulação do SPH, visando obter valores semelhantes de taxa de erosão para tais configurações do leito de sedimentos.

## **6.2. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS**

O caso foi configurado no DualSPHysics em 2D, usando uma distância entre partículas  $dp = 0,0025$  m, gerando 63.855 partículas de água e 19.180 partículas de sedimento.

A quantidade de partículas sólidas ( $Np$ ) coletadas após 20s de simulação foi quantificada e a massa de sedimento erodida foi calculada conforme equação (5.1).

A massa de material erodido, coletado nos três ensaios de laboratório realizados em condições idênticas, 20s após a entrada da água no canal, é representada nas três primeiras barras do gráfico da Figura 6.5. O valor medido nos ensaios foi normalizado pela largura do canal (0,30 m). No gráfico também é apresentada a massa de partículas de sedimento transportadas para o coletor nos experimentos numéricos, para  $t = 20$ s. A diferença percentual entre o valor numérico e a média dos valores experimentais é indicada em cima de cada resultado numérico.

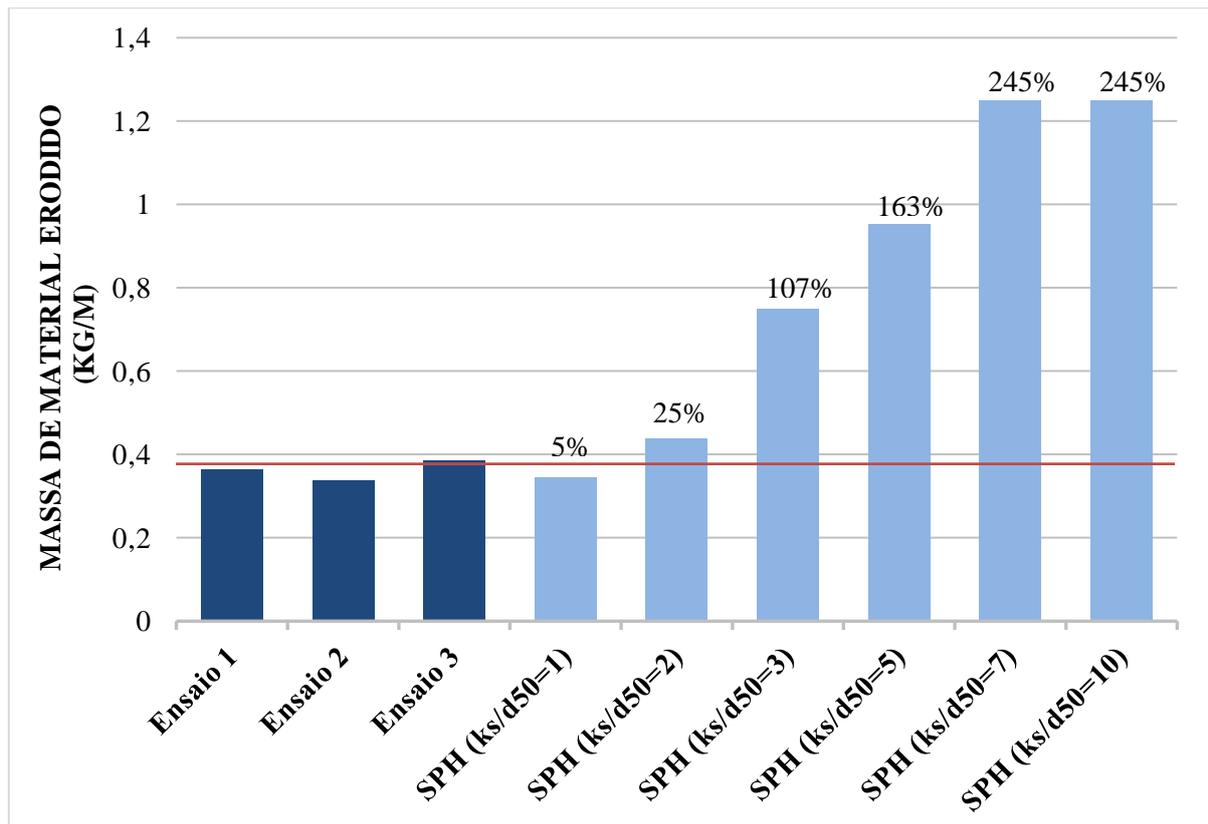


Figura 6.5: Massa de material erodido por metro de largura para  $t = 20s$ .

Nota-se que a massa de material transportado aumenta com o aumento do parâmetro  $k_s$  de forma significativa até  $k_s/d_{50} = 7$ , acima do qual parece não haver mais tanta influência do parâmetro. O resultado indica um comportamento de fluxo hidraulicamente rugoso para relações acima de  $k_s/d_{50} = 7$ , onde os grãos se encontram diretamente na camada turbulenta. Esse mesmo comportamento também foi visto nos estudos feitos por Zubeldia (2017). Para relações  $k_s/d_{50} < 7$ , o regime hidráulico varia entre transicional e suave, o que se reflete na diminuição da massa de material transportado com a redução de  $k_s$ . Este padrão também é coerente com resultados obtidos por Maneti *et al.* (2012) e Zubeldia (2017). Observa-se que a relação  $k_s/d_{50} = 1$  foi a que melhor representou a média da massa de sedimentos coletada nos ensaios.

É importante destacar que, nesta abordagem, as partículas que não atendem ao critério de Shields devem ser fixadas no leito (ou seja, têm velocidade nula), a fim de evitar deformações excessivas e pouco realistas do domínio de sedimentos (Manenti *et al.*, 2012; Ulrich *et al.*, 2013). Por essa razão, essa implementação é adequada para problemas de fluxo que impactam apenas a camada superficial do leito, como é o caso, por exemplo, dos canais fluviais.

### 6.2.1. Resultado da Simulação com o critério de Drucker-Prager

O resultado da simulação utilizando apenas o critério de Drucker-Prager, sem as implementações do critério de Shields, pode ser visto no gráfico da Figura 6.6.

Os dados representados referem-se: na primeira barra do gráfico à média da massa de material erodido, coletado nos três ensaios de laboratório realizados em condições idênticas, 20s após a entrada da água, normalizado pela largura do canal (0,30 m); nas demais barras, à massa de partículas de sedimento transportadas para o coletor no experimento numérico, também para  $t = 20s$ . A diferença percentual entre o valor numérico e a média dos valores experimentais é indicada em cima da barra do resultado numérico.

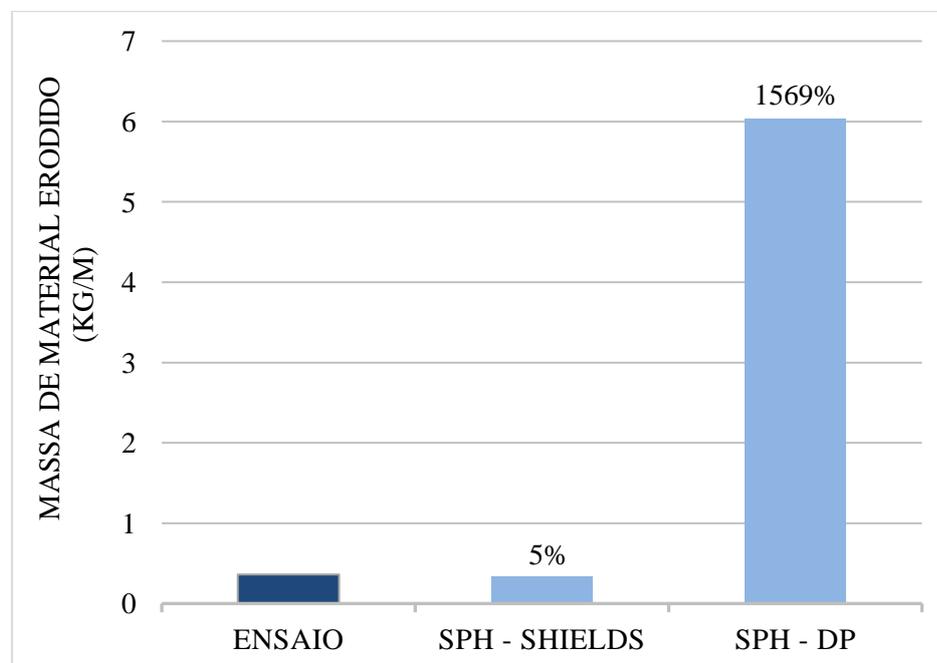


Figura 6.6: Massa de material erodido por metro de largura para  $t = 20s$  – Drucker-Prager.

Conforme visto na Figura 6.6, a taxa de erosão obtida na simulação numérica utilizando o código DualSPPhysics contendo apenas as implementações do critério de ruptura de Drucker-Prager, sem as implementações do critério hidráulico de Shields, foi muito maior do que o valor médio apresentado nos ensaios laboratoriais, demonstrando que as simulações com tal código não apresentam resultados próximos à realidade para os casos de erosão em canais com baixa velocidade de fluxo e sem impacto da água no leito.

Nas Figura 6.7 e 6.8 são apresentadas, para o tempo  $t = 1s$ , as configurações da modelagem utilizando o critério de Shields e Drucker-Prager, respectivamente. Assim como na Figura (5.9), a escala de cores é referente à densidade dos materiais, sendo as partículas de água (menor densidade) representadas pela cor azul e as partículas de sedimentos (maior densidade) representadas pela cor vermelha.

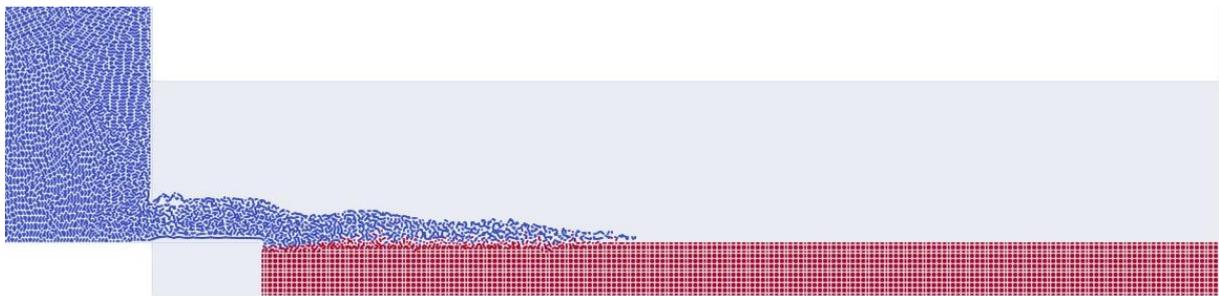


Figura 6.7: Visualização da simulação para  $t = 1s$ , utilizando o critério de Shields.

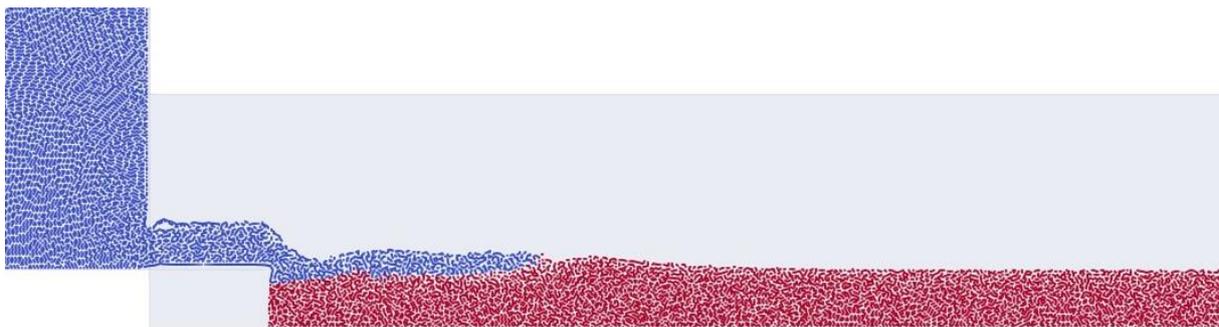


Figura 6.8: Visualização da simulação para  $t = 1s$ , utilizando apenas o critério de Drucker-Prager.

Na simulação utilizando o critério de Shields, as partículas das camadas mais profundas são fixadas no leito, evitando erosão excessiva, pois o critério é válido para a região superficial do leito. Isso é coerente com as situações reais de erosão laminar em canais fluviais. No caso de simulações para longos períodos de tempo, mais camadas seriam influenciadas pelo critério de Shields ao longo do tempo, tendo isso em vista, um menor número de partículas devem ser fixadas no leito.

Na simulação utilizando o critério de Drucker-Prager, sem as implementações do critério de Shields, é possível notar que o impacto da água no leito produz, além de erosão superficial, uma movimentação de material nas camadas mais profundas do leito, causando

erosões excessivas que não representam a realidade para casos de erosão laminar em canais fluviais. Entretanto, esse fenômeno é característico dos vertedouros de barragens. Nesses casos, a dinâmica das partículas que não são afetadas pelo critério de Shields, deve ser reproduzida utilizando um modelo apropriado.

## 7. CONCLUSÕES

Dentre muitas consequências, a erosão superficial é responsável pelo assoreamento de rios e reservatórios, afetando a capacidade de armazenamento de água e geração de energia nas usinas hidrelétricas. Tendo isso em vista, é essencial a análise dos fenômenos erosivos, para prevenção e desenvolvimento de planos de operação. Tradicionalmente, a erosão superficial tem sido investigada através de ensaios laboratoriais e modelos empíricos que buscam estimar a taxa de transporte de sedimentos em condições de fluxo estacionário e uniforme. No entanto, a modelagem numérica oferece uma ampla gama de possibilidades, permitindo simular diversas condições de fluxo e tipos de material do leito em um curto espaço de tempo.

Por meio da abordagem experimental foi possível notar a influência das condições do fluxo e das características que formam o leito, como as propriedades físicas e geométricas das partículas, no processo de transporte e deposição das partículas. As variáveis estudadas foram a vazão da água (relacionada diretamente com a velocidade) e a inclinação do canal hidráulico. Os resultados dos ensaios laboratoriais foram utilizados como comparação para as simulações numéricas.

O método *Smoothed Particles Hydrodynamics* (SPH) demonstrou ser uma ferramenta numérica adequada para simular os problemas de erosão superficial do solo causados pela ação da água, que requerem a consideração de superfícies livres, interação entre fases e grandes deslocamentos relativos entre pontos do domínio. Por ser um método sem malha e Lagrangeano, facilita o tratamento dos problemas de arraste de partículas.

Neste estudo, a erosão superficial foi tratada como um problema multifásico, utilizando uma abordagem conhecida como "observação da mistura", onde cada ponto do espaço físico contém uma única partícula. A água foi modelada como um fluido newtoniano, enquanto o sedimento foi representado por meio de uma abordagem pseudo-newtoniana, utilizando o modelo HBP.

O código DualSPHysics utilizado foi implementado por Zubeldia (2017) com um critério de erosão superficial, fundamentado no parâmetro de Shields e em conceitos da hidráulica de canais abertos. O critério implementado considera as principais variáveis envolvidas no processo de erosão superficial em canais abertos, como, o peso específico da água e do sedimento, diâmetro das partículas do leito e tensão cisalhante no leito.

O critério de Shields foi implementado na camada superficial do leito, fixando as partículas que permanecem imóveis. Analisar a rugosidade equivalente do grão nessas condições permitiu avaliar a influência desse parâmetro empírico na quantidade de material erodido. Verificou-se que um aumento na rugosidade equivalente do grão resulta em maiores massas erodidas, mas além de um certo ponto, esse parâmetro deixa de ter impacto. Esse comportamento é fortemente dependente do regime hidráulico.

Ademais, ficou claro que várias combinações de resolução da malha de pontos e valores de rugosidade equivalente do grão podem resultar na mesma quantidade de material erodido. Portanto, a escolha da resolução da malha de pontos deve considerar outros critérios, funcionando como uma nova condição de contorno. Neste trabalho, o critério complementar adotado foi o avanço da frente de onda.

Por fim, foi feita simulação numérica utilizando o código DualSPHysics baseado nas implementações realizadas por Fourtakas (2016), que considera o critério de Drucker-Prager sem as implementações do critério hidráulico de Shields. Observou-se que tal modelo não é coerente para representações de erosão por arraste de partículas sem impacto da água no leito, à baixa velocidade de fluxo. Tal modelo considera o impacto nas camadas mais profundas do leito, gerando valores de erosão distantes da realidade. Diante do exposto, justifica-se a necessidade de simular casos de erosão por arraste de partículas em canais de fluxo aberto, utilizando o critério hidráulico, fundamentado nos parâmetros de Shields.

## **7.1. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS**

Em complementação aos resultados obtidos neste trabalho são feitas as seguintes sugestões para pesquisas futuras:

- Realizar ensaios no canal de transporte de sedimentos com materiais de diferentes diâmetros e densidades;
- Realizar ensaios de viscosidade para diferentes concentrações de partículas no fluido;
- Atualizar o código numérico, implementando as modificações já realizadas para a versão mais atual do DualSPHysics, possibilitando modificações em um código base multifásico;
- Simular casos 3D, para realizar comparativos ainda mais realistas com os resultados experimentais;

- Avançar nas implementações do critério de Shields no código, incluindo diferentes valores críticos do parâmetro de Shields em função dos diâmetros das partículas e simular a erosão de leito com partículas heterogêneas de diferentes diâmetros e densidades.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRANTES, J.K., AZEVEDO, L.F.A., PAULA, I.B. (2012). Medição de escoamentos turbulentos utilizando velocimetria por imagem de partículas. In: ABCM, USP. Carmo, Assi, Meneghini, Aranha, Volpe. (Org.). 1ed.São Paulo: 2012, v.8, p. 133-209.
- BARROS, A.J.S., SOUZA, M.A. de, BERTOL, I., SCHICK, J., & MERTEN, G.H. (2007). Bibliometria da pesquisa brasileira em erosão acelerada do solo: instituições, temas, espaço e cronologia. Revista Brasileira de Ciência do Solo, 31(6), 1427-1438.
- BATCHELOR, G. K. (1967). An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge: Cambridge University Press.
- BELYTSCHKO, T., LU, Y.Y. & GU, L. (1994). Element-free galerkin methods. Int. J. Numer. Methods Eng., 37(2): 229–256.
- BENNETT, H. H. (1933). Annual Report of the Soil Erosion Service. Washington, DC: U.S. Government Printing Office.
- BINGHAM, E.C. (1916). An investigation of the laws of plastic flow. Bull. Bur. Stand., 13(2): 309.
- BIRD, R.B., STEWART, W.E., LIGHTFOOT, E.N. (2002). Transport Phenomena, 2<sup>a</sup> ed. Wiley, New York.
- BOARDMAN, J., & POESEN, J. (2006). Soil Erosion in Europe. John Wiley & Sons.
- BRAGA, A.L.M. (2022). Estudo da influência do tamanho e forma das partículas no comportamento mecânico de solos granulares. DISSERTAÇÃO de Mestrado, Publicação G.TD-382/22, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 114 p.
- BUBENZER, G.D., & MEYER, L.D. (1965). A method for determining rill erosion on steeper slopes. Soil Science Society of America Journal, 29(4), 446-448.
- CAMAPUM, J.C., LIMA, M.C., MORTARI, D. [et al.] (2001). Considerações sobre prevenção e controle de voçorocas. VII Simpósio Nacional de Controle de Erosão. Anais eletrônicos... Goiânia, Goiás: 2001.
- CAMAPUM, J.C., SALES, M.M., SOUZA, N.M., MELO. M.T.S. (Org.). (2006). Processos erosivos no centro-oeste brasileiro. Brasília: Universidade de Brasília: FINATEC. p. 39-88.
- CARVALHO, N.O. (2008). Hidrossedimentologia Prática. 2. ed.. Rio de Janeiro: Interciência, 2008. 599 p.
- CAVALCANTE, A.L.B. (2004). Modelagem e Simulação de Transporte por Arraste de Sedimentos Heterogêneos Acoplado ao Mecanismo de Tensão-deformação-poropressão Aplicado a Barragens de Rejeitos. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-019/04, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 313p.
- CAVALCANTE, A.L.B., FARIAS, M.M., ASSIS, A.P. (2005). Mathematical Sediment

- Transport Model of Heterogeneous Tailings. *Journal of Environmental Systems*, v. 32, p. 173-193.
- CHOW, V.T., MAIDMENT, D.R. & MAYES, L.W. (1988). *Open Channel Hydraulics*. McGraw-Hill.
- COSTA, I.A.B., FARIAS, M.M., COSTA NETO, J.A., GÓIS, F.M.B.M., LUZ, M.P. (2023). Estudo de Fluxo em escala de grãos. XXXIV Seminário Nacional de Grandes Barragens, Foz do Iguaçu, 16p.
- COSTA NETO, J.A. (2020). Interações fluido-sólido via Método Lattice Boltzmann e elementos discretos. 2020. xviii., 83 f., il. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) - Universidade de Brasília, Brasília.
- DURAND, R.D. & FARIAS, M.M. (2014). A local extrapolation method for finite elements. *Adv. Eng. Softw.*, 67: 1–9.
- ENGELUND, F. & HANSEN, E. (1967). *A monograph on sediment transport in alluvial streams*.
- FLANAGAN, D.C., & NEARING, M.A. (1995). USLE-M: Revised Universal Soil Loss Equation for Nonpoint Prediction. USDA Agricultural Research Service, NSERL Report No. 10.
- FOSTER, G.R. (1982). Modeling the erosion process. In Anderson, M. G., & Burt, T. P. (Eds.), *Process studies in hillslope hydrology* (pp. 343-376). John Wiley & Sons.
- FOURTAKAS, G. (2014). *Modelling multi-phase flows in Nuclear Decommissioning using SPH*. University of Manchester, Manchester, U.K.
- FOURTAKAS, G. & ROGERS, B.D. (2016). Modelling multi-phase liquid-sediment scour and resuspension induced by rapid flows using smoothed particle hydrodynamics (sph) accelerated with a graphics processing unit (gpu). *Adv. Water Resour.*,
- FOURTAKAS, G., ROGERS, B.D. & LAURENCE, D. (2014). 3-d sph modelling of sediment scouring induced by rapid flows. *Proceedings of the 9th SPHERIC International Workshop*, 9–16.
- GINGOLD, R.A. & MONAGHAN, J.J. (1977). Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 181: 375–389.
- GÓIS, F.M.B.M. (2023). Fluxo em Meio Poroso na Escala de Grãos com Morfologia Real Utilizando Métodos Numéricos Híbridos. Publicação G.DM-400/2023, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 112 p.
- GYR, A. & HOYER, K. (2006). *Sediment transport. A geophysical phenomenon*. Springer, Dordrecht, Holanda.
- HANS, M. (1999). Review: hydrocodes for structure response to underwater explosions. *Shock Vib.*, 6(4): 169–181.
- HERSCHEL, W. & BULKLEY, R. (1926). Konsistenzmessungen von gummi-benzollösungen. *Kolloid-Zeitschrift*, 39(4): 291–300.

- HUMBOLDT, A. (1807). *Essay on the geography of plants* (in French). Paris: Levrault.
- JORGE, F.N., UEHARA, K. (1998). *Águas Superficiais*. Geologia de Engenharia, Editora Oficina de Textos, Associação Brasileira de Geologia de Engenharia, ABGE, São Paulo, SP, pp. 101-109.
- KAISER, A., EHRHARDT, A., ELTNER, A. (2018). Addressing uncertainties in interpreting soil surface changes by multi-temporal high resolution topography data across scales. *Land Degradation and Development*. 29. 10.1002/ldr.2967.
- KUNDU, P.K., COHEN, I.M. (1990). *Fluid Mechanics*. Academic Press, San Diego, CA, 730p.
- LABTRIX (2022). Canal aberto modular – Transporte de sedimentos – Modelo XL06.3.
- LEMOS, C., SILVEIRA, C., MILANI, J., OKA-FIORI, C. & FIORI, A. (2008). avaliação da erosão entre sulcos em solos de diferentes classes de uso na bacia do rio da bucha (pr), através do aparelho de inderbitzen. *revista geografar*. 2. 10.5380/geografar.v2i2.12105.
- LIU, M.B., LIU, G.R. & LAM, K.Y. (2003). Constructing smoothing functions in smoothed particle hydrodynamics with applications. *J. Comput. Appl. Math.*, 155(2): 263–284.
- LIMA, M.C., ALMEIDA, J.G.R, MEDEIROS, G.F. (Org.). [et al.] (2017). *Erosão em borda de reservatório*. Capítulo 4: Sulcos, Ravinas e Voçorocas. Goiânia: Gráfica UFG. xxxiv, 584 p. (GECON; v. 3).
- LUCY, L.B. (1977). Numerical approach to testing the fission hypothesis. *Astron. J.*, 82: 1013– 1024.
- MANENTI, S., SIBILLA, S., GALLATI, M., AGATE, G. & GUANDALINI, R. (2012). Sph simulation of sediment flushing induced by a rapid water flow. *J. Hydraul. Eng.*, 138(3): 272–284.
- MORENO, E. & CERVERA, M. (2015). Stabilized mixed finite elements for confined Bingham and Herschel-Bulkley flows (in Spanish). Parte I: Formulación, *Rev. int. métodos numér. cálc. diseño ing.*, 32(2), p 100-109.
- NICHOLS, M.H., & JOHNSON, D.E. (2020). Monitoring and modeling soil erosion and sediment transport in small watersheds using a combined approach of field measurements and computer simulations. *Catena*, 190, 104523. doi:10.1016/j.catena.2020.104523.
- OÑATE, E., CELIGUETA, M.A., IDELSOHN, S.R., SALAZAR, F. & SUÁREZ, B. (2011). Possibilities of the particle finite element method for fluid-soil-structure interaction problems. *Comput. Mech.*, 48: 307–318.
- OÑATE, E., IDELSOHN, S.R., DEL PIN, F. & AUBRY, R. (2004). The particle finite element method — an overview. *Int. J. Comput. Methods*, 1(2): 267–307.
- PAIVA, A., PETRONETTO, F., TAVARES, G. & LEWINER, T. (2009). *Simulação de Fluidos sem Malha: Uma introdução ao método SPH*. Publicações Matemáticas, IMPA, 27º Colóquio Brasileiro de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). 200p.
- PAPANASTASIOU, T.C. (1987). Flows of materials with yield. *J. Rheol. (N. Y. N. Y.)*, 31(5).

- PEREIRA, J.S., & RODRIGUES, S.C. (2022). Estudos sobre Voçorocas: uma avaliação da produção científica brasileira (2009/2019). *Revista Sociedade & Natureza*, DOI: 10.14393/SN-v34-2022-65923.
- PHILIP, J.R. (1957). The theory of infiltration: 4. Sorptivity and algebraic infiltration equations. *Soil Science*, 84(4), 257-264.
- PIMENTA, C.F. (1981). *Curso de Hidráulica Geral*. Guanabara Dois, 2 vols., 436 p.
- POTTERS (2012). A-Series Technical Quality Products.
- RAFFEL, M., WILLERT, C., WERELEY, S., KOMPENHANS, J. (2007). *Particle Image Velocimetry – A Pratical Guide*. Second Edition, New York: Springer Verlag. 448 p.
- SHERARD, J.L., DUNNIGAN, L.P., & DECKER, R.S. (1972). Pinhole test for identifying dispersive soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 98(4), 589-603.
- SHIELDS, A. (1936). *Aplicação dos princípios de similaridade e turbulência ao movimento por arraste de partículas*. 26p. (em alemão).
- SOUTHARD, J. (2006). Flow in channels. *Special Topics: An Introduction to Fluid Motions, Sediment Transport, and Current-generated Sedimentary Structures (Lecture Notes)*, pp. 83–156.
- TRUESDELL, C. (1954). *The Kinematics of Vorticity*. (Indiana Univ. Press, Bloomington). *The Mathematical Gazette*. Pp. 232. 1955;39(330):325-325. doi:10.1017/S0025557200010950
- ULRICH, C., LEONARDI, M. & RUNG, T. (2013). Multi-physics sph simulation of complex marine- engineering hydrodynamic problems. *Ocean Eng.*, 64(0): 109–121.
- ULRICH, C. & RUNG, T. (2010). Sph modelling of water/soil-suspension flows. *Proceedings of the 5th International SPHERIC Workshop*.
- ULRICH, C. & RUNG, T. (2012). A simple sph model of water-soil interaction in porous media. *Proceedings of the 7th International SPHERIC Workshop*, Prato, Italy, 43–50.
- VAN RIJN, L.C. (1993). *Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas*. Aqua Publications, Amsterdam.
- VAN RIJN, L.C. (1984). Sediment transport, part I: bed load transport. *Journal of Hydraulic Engineering*. ASCE, v. 110, n. 10, p. 1431-1456.
- VERSTEEG, H. & MALALASEKRA, W. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Prentice Hall.
- WHITE, F. M. (2016). *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill Education.
- ZIENKIEWICZ, O. (1977). *The finite element method*. London : McGraw-Hill, Londres.
- ZUBELDIA, E.H. (2017). *Aplicação do método Smoothed Particle Hydrodynamics ao estudo de erosão superficial de solos*. Publicação G.TD-282/17. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 106 p.
- ZUBELDIA, E.H., FOURTAKAS, G., ROGERS, B.D., FARIAS, M.M. (2018). Multi-phase

SPH model for simulation of erosion and scouring by means of the shields and Drucker-Prager criteria. *Advances In Water Resources*, v. 117, p. 98-114, 2018.