Universidade de Brasília
Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação
Mestrado em Educação
Área de Concentração: Aprendizagem e Trabalho Pedagógico

ELISSANDRA DE OLIVEIRA DE ALMEIDA

COMO AS CRIANÇAS CONSTROEM PROCEDIMENTOS MATEMÁTICOS: RECONCEBENDO O FAZER MATEMÁTICA NA ESCOLA ENTRE MODELOS E ESQUEMAS

Brasília - DF
2006

ELISSANDRA DE OLIVEIRA DE ALMEIDA

COMO AS CRIANÇAS CONSTROEM PROCEDIMENTOS MATEMÁTICOS: RECONCEBENDO O FAZER MATEMÁTICA NA ESCOLA ENTRE MODELOS E ESQUEMAS

Dissertação apresentada à Comissão Examinadora da Faculdade de Educação, da Universidade de Brasília, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação, sob a orientação do Professor Dr. Cristiano Alberto Muniz.

Universidade de Brasília
Brasília - DF
2006

DEDICATÓRIA

A, Manoel e Maria (*in memoriam),*
meus pais, meus mestres e meus orientadores.

AGRADECIMENTOS

A Deus, dono de todo o conhecimento e Mestre dos mestres, de quem dependo.
A Luiz, meu esposo, Rafael e Ana Clara, meus filhos, pela imensa compreensão.
Ao meu orientador, professor Cristiano Muniz, pela humildade em dividir comigo o seu conhecimento, acrescentando ao meu e pela confiança em mim depositada.
Às minhas irmãs, Tânia e Do Carmo, pela ajuda com Ana Clara quando recém-nascida, época em que comecei o mestrado.
À Elizângela, irmã, amiga, companheira de estudo e leitora fiel deste trabalho, que muito me ajudou na redação e discussão do trabalho.
Ao meu irmão, Júnior, pela ajuda com a apresentação do trabalho em power-point.
Às amigas, Aldeci e Keula, grandes incentivadoras de minha participação no processo seletivo do mestrado.
À minha sogra, Hilda, pelo carinho e pelas incessantes orações em meu favor.
À minha Igreja, Assembléia de Deus Ebenézer, pelo amor fraternal e pelo apoio espiritual que dela recebi.
Aos professores da Universidade de Brasília, Renato Hilário, Benigna, Maria Helena e Érika, por trazerem suas contribuições a este trabalho, enriquecendo-o.
À Luciana, diretora da Escola Classe 50 de Ceilândia, que me recebeu como professora, amiga da escola e pesquisadora junto ao grupo docente.
Às demais colegas e amigas de trabalho da Escola Classe 50 de Ceilândia pela acolhida, pois foram, mesmo que indiretamente, tocadas por este trabalho.
À Raquel, Gil, Maris, Carla e Valéria pela atenção dispensada quando partilhando em nossas conversas sobre aprendizagem as descobertas feitas.
À Rose por abrir a sua sala de aula para minha entrada, contribuindo significativamente na construção desta dissertação, constituindo-se também pesquisadora.
A todos os alunos pesquisadores da terceira série que me ensinaram um novo jeito de aprender e fazer matemática.
E aos demais colegas de mestrado que acompanharam o nascer deste projeto, que contribuíram com suas sugestões e hoje podem vê-lo concretizado.

ELISSANDRA DE OLIVEIRA DE ALMEIDA

COMO AS CRIANÇAS CONSTROEM PROCEDIMENTOS MATEMÁTICOS: RECONCEBENDO O FAZER MATEMÁTICA NA ESCOLA ENTRE MODELOS E ESQUEMAS

COMISSÃO EXAMINADORA

____
Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz – Orientador
Universidade de Brasília (UnB) – Faculdade de Educação

____
Prof. Drª.Maria Helena Fávero – Examinadora Externa
Universidade de Brasília (UnB) – Instituto de Psicologia

____
Profª Drª Benigna Maria de Freitas Villas Boas - Membro
Universidade de Brasília (UnB) – Faculdade de Educação

____
Profª Drª Erika Zimmermann - Suplente
Universidade de Brasília (UnB) – Faculdade de Educação

RESUMO

O presente trabalho tem por interesse o acompanhamento do processo de aprendizagem em matemática, mediante a análise das produções espontâneas de crianças, a partir da interpretação que os alunos fazem dos algoritmos usados em sala de aula. A investigação busca compreender como as crianças organizam o pensamento matemático tomando por base de discussão teórica e epistemológica a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Desenvolvida segundo os princípios da pesquisa-ação, a investigação contou com a participação e colaboração dos alunos-pesquisadores e da professora-pesquisadora durante todo o seu desenvolvimento. Foi realizada em uma escola pública do Distrito Federal junto às aulas de matemática de uma 3ª série do Ensino Fundamental. A partir do entendimento do processo de construção de conceitos numa classe de situações (Teoria dos Campos Conceituais) e da concepção de crianças em "situação de dificuldade", acompanhamos a produção matemática delas, reconhecendo o conhecimento construído mediante as diversas formas de explicação (verbal, com material, por escrito) do sujeito. Este trabalho propõe a discussão quanto ao papel do professor face às produções inusitadas, ao sentido da mediação do conhecimento matemático, à avaliação, e, sobretudo, ao processo de organização do pensamento. Finalmente, apresenta as aprendizagens decorrentes do processo investigativo, apontando as limitações, os avanços e sugerindo novas investidas, em termos de pesquisa, na área de ensino e aprendizagem em matemática.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais. Situação de dificuldade. Algoritmos matemáticos. Produções espontâneas. Mediação do conhecimento matemático.

ABSTRACT

The present work has the objective of following the learning process in mathematics through the analysis of children's spontaneous productions, beginning from the interpretation students make of the algorithms used in the classroom. The investigation aims at trying to understand how children organize their mathematical reasoning, taking as a theoretical and epistemological discussion basis, The Conceptual Fields Theory by Gérard Vergnaud. Developed according to the principles of field research, the investigation had the participation and cooperation of student researchers and the teacher as a researcher during all its development. The study was conducted in a public school in the Federal District, in math classes of a 3rd grade group of Elementary School. From the understanding of how concepts are constructed in a class situation (The Conceptual Fields Theory) and the children's concept when caught in a "situation of difficulty", we followed their mathematical production, recognizing how knowledge was built through the several ways of explanation (verbal, written, with material). This work proposes the discussion of the teacher's role in face to the unusual production, when mathematical knowledge mediation is made necessary, to its evaluation, and, above all, the process of reasoning organization. Finally, it presents the outcome learning as a result of the investigative process, pointing at its limitations, progresses and suggesting new attempts in terms of research when involving the teaching and learning of mathematics.

Key-Words: The Conceptual Fields Theory, a situation of difficulty, Mathematical algorithms, spontaneous production, and mathematical knowledge mediation.

SUMÁRIO

LISTA DE SIGLAS E FIGURAS

SIGLAS

BIA – Bloco de Inicialização a Alfabetização
CA – Classe de Alfabetização
C.A.A's – Classes de Aceleração da Aprendizagem
C.B.A – Ciclo Básico de Alfabetização
DF – Distrito Federal
GESTAR – Programa de Gestão e Aprendizagem Escolar
PCN's – Parâmetros Curriculares Nacionais
PIE – Pedagogia para Professores em Exercício no Início de Escolarização
TCC – Teoria dos Campos Conceituais
T.R's – Turmas de Reintegração
UnB – Universidade de Brasília
UniCEUB – Centro Universitário de Brasília
ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

FIGURAS

INTRODUÇÃO

O movimento constante de ação-reflexão-ação voltado para o estudo dos fenômenos educacionais não pode ser encarado numa visão simplista que busque identificar causas quantificáveis para justificar fracassos nesta área.

A complexidade inerente a esses fenômenos não permite que lhes seja dado um trato isolado, como se suas ocorrências fossem próprias a um contexto em específico, pois poderíamos acabar em classificações e rotulações constituintes de alguns mitos que ainda rondam o contexto educacional.

Na tentativa de avançar no estudo dos fenômenos relacionados às situações de fracasso na aprendizagem em matemática, este trabalho propõe uma releitura do processo de ensino e de aprendizado (construção) de conceitos matemáticos pautado na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.

A historicidade da delimitação do objeto de investigação a partir de minhas experiências como aluna e educadora no que diz respeito à construção do conhecimento matemático, num conflito entre a reprodução de “modelos’’ e socialização de esquemas de pensamento, e a perspectiva de mudanças necessárias estão relatadas no primeiro capítulo.

Partindo dessa percepção de mudanças necessárias quanto ao ensino e aprendizado em matemática levanto questões de pesquisa e traço os objetivos, geral, específicos e de ação, que compõem a estrutura do projeto de pesquisa, os quais apresento no segundo capítulo.

No terceiro capítulo proponho uma reflexão sobre o fazer matemática (reproduzir ou construir conhecimento) sobre o sentido da matemática dentro e fora da escola. A partir disso, teço algumas considerações acerca das contribuições da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud e quanto à complexidade da construção de conceitos, enfocando o processo ensino e aprendizagem em matemática.

Em seguida, no quarto capítulo, reflito sobre o problema da pesquisa, destacando aspectos relacionados ao processo ensino e aprendizagem em matemática. Nessa reflexão abordo questões como o ensinar, o aprender, o papel do aluno, o papel da escola e o papel do professor.

A metodologia adotada, segundo os princípios da pesquisa-ação, é descrita no quinto capítulo. Nele constam, em linhas gerais, a concepção de pesquisa-ação adotada neste trabalho, a caracterização da professora pesquisadora, da turma e da escola. Descreve também os procedimentos desenvolvidos tendo em vista os objetivos da pesquisa.

A análise dos protocolos de algumas das crianças que participaram da pesquisa está no sexto capítulo. Neste espaço me dedico a relatar ao leitor o contexto da produção, a caracterização das crianças em termos de idade e tempo de escolarização, além da descrição analítica da produção e o trabalho de mediação/intervenção pedagógicas.

Decorrente de todo este trabalho de interpretação, análise e entendimento da produção das crianças, apresento no sétimo capítulo as aprendizagens em função do que as crianças pesquisadoras nos ensinaram: a mim, ao orientador da pesquisa e à professora pesquisadora.

Nas considerações finais deixo registradas as marcas da pesquisa em minha tarefa de pesquisadora educadora, de educadora pesquisadora, discutindo as principais dificuldades encontradas no percurso. Esclareço que muita coisa ainda precisa ser feita, e por isso, deixo o convite ao leitor que se interessa e ama a educação para continuar descobrindo e aprendendo com novas investigações.

CAPÍTULO I
HISTORICIDADE DA DELIMITAÇÃO DO OBJETO DE INVESTIGAÇÃO: COMO SURGIU O INTERESSE PELA PESQUISA?

No contexto escolar, nas mais diversas situações de ensino e de aprendizagem, observa-se o uso de "modelos", *a priori*, na condução do processo, sobretudo com ênfase centrada na aprendizagem. Decorrente desta observação, os "modelos" podem ser entendidos como sendo a reprodução das *representações do pensamento humano*[1] sobre um conhecimento que, socialmente validadas ao longo do tempo, foram consideradas universais, imutáveis e, por isso, passíveis de aplicação a uma variedade de situações e problemas.

Com base nesta proposição e no intuito de chamar a atenção para a importância dada aos "modelos" no processo de construção do conhecimento, bem como de implicações no processo de ensino e de aprendizado nas diferentes áreas de conhecimento, gostaria de refletir aqui sobre minha vivência/experiência quando aluna e como professora.

1.1 Vivências de uma aprendente

A influência dos "modelos" no ensino de conteúdos específicos manifestou-se no percurso de minha vida escolar, enquanto aluna, numa oscilação entre uma educação heteronômica e autonômica.

No decurso dos estudos, acreditava que os "modelos" eram necessários para garantir o meu sucesso escolar, já que as melhores notas

[1] O entendimento pessoal que tenho é que tais representações não dizem respeito ao acompanhamento do processo de construção do conhecimento elaborado pelo ser humano, antes, porém, apresentam uma única maneira de dar forma a esse conhecimento, não clarificando o como se chegou a tal formulação.

obtinham somente os alunos que conseguissem reproduzir tais “modelos” nos testes, provas e tarefas didáticas.

Recordo-me das aulas de História em que o professor elaborava um questionário sobre os conteúdos estudados. Aproximadamente 180 (cento e oitenta) questões eram respondidas durante as aulas, em forma de estudo dirigido. Depois, como instrumento avaliativo, uma grande *mesa redonda*[2] era montada na sala. Um a um, cada aluno respondia à pergunta feita, atribuindo-se 1 (um) ponto para cada resposta certa.

O “acompanhamento” da aprendizagem consistia em verificar o maior número possível de respostas dadas pelo aluno condizente com o gabarito do professor. Aqui, o modelo se caracterizava pela relação: pergunta X → resposta X, até mesmo porque o ensino de História, nessa época – início dos anos 90 (noventa) – prezava, em demasiado, o conhecimento dos fatos históricos a partir da memorização de datas e de nomes dos grandes “heróis”. “Conhecer” ou “saber” História, na prática do ensino tradicional, significava repetir os conhecimentos transmitidos tal como nos foram apresentados. A aprendizagem era concebida como capacidade de memorização.

No mesmo sentido das aulas de História, os “modelos” para aprender regras gramaticais, operações matemáticas, fórmulas para cálculo em física e química, etc. eram (e talvez ainda sejam) considerados recursos “eficazes” de ensino e “facilitadores” da aprendizagem. Transformados em “macetes[3]”, contribuiriam para o alcance de bons resultados em diversas situações escolares, em especial nas avaliativas, principalmente nas provas de vestibular.

A visão da funcionalidade dos “modelos” no ensino e na aprendizagem, tão enfaticamente reforçados pelos professores do Ensino Fundamental, sobretudo nas séries finais, indicou o caminho a prosseguir em meus estudos: “aprender” e internalizar esses “modelos”. Os “modelos” seriam, neste contexto,

[2] O termo *mesa redonda* caracteriza a disposição das carteiras universitárias em forma de semicírculo ou círculo, dependendo da quantidade de alunos, o que facilitava a visualização, por parte do professor, de cada aluno ao responder uma questão.

[3] Para algumas pessoas, decorrente de experiências pessoais, o macete é um atalho que alguém cria para atravessar, por exemplo, um matagal. Em termos de ensino, no caso de matemática, é uma fórmula “abreviada” do modelo para “facilitar” o alcance da resposta desejada, sem, contudo, levar em conta, assim como no “modelo”, o modo de pensar do aluno.

mecanismos facilitadores na resolução dos problemas que eram propostos pelo professor.

Percebi a importância dada a essa funcionalidade no momento em que busquei fazer uma contra-argumentação frente ao "modelo" imposto. Procurando expressar um jeito próprio de resolver problemas matemáticos, não encontrei apoio. Isto porque os professores explicavam os conteúdos valendo-se dos "modelos" como ponto de partida para "direcionar" o raciocínio dos alunos.

Embora timidamente, na sétima série (ano de 1988), tentasse esboçar no papel alguns traços da maneira como conseguia resolver certas operações, não posso deixar de mencionar que os "modelos" apresentados pelo professor haviam sido, de certa forma, por mim, *internalizados*[4].

Apesar da apreensão desses "modelos", por meio da realização de intermináveis exercícios que os reforçavam, ainda assim tentava criar, a partir desses "modelos", uma outra estrutura de resolução, pois, no meu entendimento não era necessário reproduzi-lo até o fim para se chegar à solução desejada.

Mesmo não incentivada achava que não era tolhida pelo professor. Este, algumas vezes, apresentava à turma o modo pelo qual algum aluno havia chegado à mesma resposta. Contudo, seu objetivo era mostrar que mesmo assim o "modelo" era o melhor caminho. Outras vezes, vinha até a nossa mesa, quando solicitado, e ouvia a explicação que dávamos, mas não estabelecia um diálogo visando ao fortalecimento dessa construção.

Este exemplo retrata minha crença de que o importante era assimilar esses "modelos" para todas as situações escolares propostas. Aprender, no contexto escolar, significava saber usar "modelos", tanto para mim, quanto para o professor. Não importava se utilizaríamos ou não esses "modelos" em situações diversas e fora do ambiente escolar, nem tampouco se valorizava as construções espontâneas dos alunos.

Neste contexto de ensino e de aprendizagem estavam bem definidos os papéis de aluno e de professor. Quem ensina e quem aprende eram posições

[4] Vale ressaltar que, a partir do momento que criava, em paralelo aos "modelos" apresentados, uma forma pessoal de resolver as operações, então a internalização não havia sido pura e nem absoluta.

localizadas em dois extremos. A dinâmica da aula se definia por um tipo de contrato imposto pelo professor que expressava suas concepções do que é ensinar e aprender.

Neste tipo de escola só havia espaço para as chamadas situações didáticas. E o que são tais situações didáticas? Refiro-me a estas de acordo com o sentido que lhe é dado no âmbito da Teoria das Situações de Guy Brousseau[5]. Segundo o didata (*apud.* MUNIZ, 2001):

> uma situação didática é aquela situação onde as ações cognitivas do aprendiz são guiadas por regras impostas e controladas por um educador, e nas situações ditas a-didáticas, as ações cognitivas do aprendiz têm como referência seus próprios valores e seus sistemas de controle interno de validação (p.16).

Como se vê, no processo de ensino e de aprendizagem, caracterizado anteriormente, todo o fazer do aluno, voltava-se para a satisfação de outro, no caso, o professor. Portanto, minha busca consistia em entender o sentido do aprender para a escola (situação didática) e para mim (situação a-didática). Hoje, como educadora, consciente da necessidade de ser mediadora e não reprodutora de conhecimentos, percebo que ao invés de serem o ponto de chegada, naquele momento, os "modelos" estavam sendo o ponto de partida. E meu comportamento diante de cada situação, previamente definida pelo professor, revelava, embora não compreendesse ainda, que a "internalização" dos "modelos" apresentados não havia sido tal qual o professor esperava.

As experiências escolares descritas traduziram os conflitos que vivi na diferenciação entre construção e reprodução do conhecimento. Sentia necessidade de expressar o meu jeito de pensar, de fazer e de aprender, sem, no entanto, ter oportunidade para tal.

---

[5] Guy Brousseau – pesquisador francês das didáticas das matemáticas, professor da Université de Bourdeaux. Propôs a noção de situações didáticas e a-didáticas como conceito central da Teoria das Situações.

Neste contexto de educação bancária, *aprender Matemática não era tão simples*[6]*. D*esenvolver o raciocínio equivalia ao treino de "modelos" em situações preestabelecidas, fechadas para a sua aplicação. Entretanto, isso não significava, como conseqüência imediata, que o aluno "*expert*" em resolver problemas matemáticos, a partir dos "modelos" impostos, o seria também na resolução de outras situações fora do contexto escolar nas quais não coubesse a aplicação desses mesmos "modelos". Portanto, a relação entre ensinar e aprender seguia a ordem: um ensino didático para uma aprendizagem didática em situações escolares.

Segundo Muniz (2001), este tipo de ensino

> está estruturado a partir da falsa idéia que o conhecimento matemático se efetiva com a garantia de reprodução de esquemas operatórios universais e imutáveis, não permitindo ao aluno expressar seus próprios esquemas de pensamento (p.28).

Dessa forma, o ensino e o aprendizado socialmente prestigiados eram tão somente aqueles próprios do contexto escolar. Nós (alunos) íamos à escola para aprendermos o que o professor tinha para nos ensinar - o que não significa que tal prática não seja, ainda, corrente. Não havia a preocupação em estabelecer uma estreita relação entre os conhecimentos prévios dos alunos e os conhecimentos curriculares. Portanto, reconhecer a criança[7] como ser epistêmico por natureza não era algo relevante.

Vygotsky (1998) afirma que o aprendizado das crianças se dá antes da escola, ou seja, *"qualquer situação de aprendizado com a qual a criança se defronta na escola tem sempre uma história prévia"* (p. 110). Entretanto, é, justamente, essa história prévia que a escola, de um modo geral, não tem por hábito priorizar.

---

[6] Quando me refiro à aprendizagem em Matemática não ser simples, reporto-me a existência de uma concepção do senso comum que encara a Matemática como disciplina difícil, acessível apenas a um pequeno grupo de pessoas privilegiadas intelectualmente, constituindo-se num instrumento de exclusão social.

[7] No contexto deste trabalho, sempre que for cabível, usaremos a palavra "criança" em vez de aluno, no sentido, de esclarecer, que o sujeito epistêmico não o é apenas na escola, mas, especialmente fora dela.

As experiências individuais de cada aluno com o conhecimento - suas construções cognitivas e formas de representação -, quando consideradas, são deixadas para segundo plano. Em primeiro plano está uma prática pedagógica profundamente enraizada na reprodução de "modelos" no processo de aprendizagem de conceitos matemáticos.

Tal prática pedagógica, baseada na concepção de que ao professor cabe ensinar (detentor do conhecimento) e ao aluno cabe aprender (receptor do conhecimento de outrem), foi marcante em minhas experiências escolares, especialmente quando estava na 8ª série (1989).

Imponência e superioridade eram características (percepção comum entre os alunos) da minha professora de matemática. Ela era exatamente aquele ser com uma alta capacidade intelectual (ao meu olhar de aluna), pertencente a uma elite portadora do saber. E nós, alunos, nesta condição, sequer podíamos ter a pretensão de achar que tínhamos algum tipo de saber que nos elevasse à condição de produtores de conhecimento.

Do início até o fim do período letivo as aulas foram marcadas pelo silêncio, frieza, solidão e total racionalidade, necessária nesse contexto, para aprender matemática. Eram aulas sempre expositivas. Não havia oportunidade mesmo para fazermos perguntas, expormos nossas dúvidas (ou lógicas). Lembro-me, como se fora ontem, quando certa vez a professora, como de costume, após fazer uma explicação sobre expressões algébricas (normalmente ficava de costas até terminar sua exposição) passou um exemplo no quadro. Após resolvê-lo passo-a-passo, sentou-se em sua cadeira, indicou a página do livro de matemática que deveríamos abrir e os exercícios a serem feitos.

Antes, porém, de cumprir aquele ritual, ousei dizer à professora que não havia entendido a explicação, de imediato ela me perguntou: *"Onde você não entendeu?"* Então, prontamente respondi: *"Eu não entendi tudo"*. Lá mesmo de sua cadeira, simplesmente, falou: *"É impossível alguém não ter entendido nada. Aponte no quadro qual parte você não conseguiu entender"*. Fiquei tão amedrontada que indiquei um lugar qualquer que não havia entendido. A professora levantou-se, foi ao quadro, não apagou o que havia feito e pôs-se a explicar, como da maneira anterior, a partir do lugar indicado, a resolução daquela expressão. Finda a explicação, voltou-se para o seu “trono” e nem se preocupou em saber se eu havia entendido ou não a “nova explicação”.

Esse era o clima de ensino e de aprendizado de matemática em nossa turma. A postura da professora deixava bem claro como deveríamos nos comportar (sempre ouvintes) e o que tínhamos que “aprender” (reproduzir). Alcançar um sete nas provas era uma raridade. A maioria dos alunos, e nela, eu, obtinha no máximo um cinco ou seis. Estudar matemática nunca foi tão penoso. Fomos submetidos a duvidar de nossa capacidade de aprender. Imperava a compreensão que a matemática era uma ciência tão pura e exata que não comportava outras formas de construir o conhecimento. Fazer de outro jeito, nem pensar! Por várias vezes vi meu caderno e provas rabiscados porque não havia seguido o “modelo” proposto. Paulatinamente aumentava o meu desgosto pelas aulas de matemática.

“A perda do sentido prático e do prazer pelo objeto, pela construção do conhecimento” (MUNIZ, 2001, p.33), se dá porque normalmente os professores entendem o conhecimento matemático como produto pronto, cabendo aos alunos, apenas consumi-lo. Conseqüentemente, a didática da matemática é reduzida ao desenvolvimento de atividades por meio das quais os alunos possam treinar esses conhecimentos. Ressalte-se que o objetivo, nesta perspectiva, é fazer com que o aluno chegue a solução desejada, por meio do cálculo padrão transmitido pelo professor.

Situações deste tipo eram comuns. Certa feita, a mesma professora pediu que resolvêssemos em casa os exercícios de uma página do livro didático sobre expressão algébrica. No dia seguinte, quando chamada à sua mesa para mostrar o caderno, disse-lhe que após inúmeras tentativas, havia uma expressão que não conseguira resolver. Afirmei que não tinha solução, pois mesmo seguindo o “modelo” para sua resolução e dele também fugindo para tentar chegar à resposta conforme o gabarito do livro, eu não conseguia encontrar o resultado esperado. Então, a professora pediu uma folha de caderno e pôs-se a resolver aquela expressão. Voltei ao meu lugar e aguardei. Alguns minutos depois, a professora me chama e mostra uma página inteira e meia repleta de “x”, “y”, números e disse: *“Está aí a resposta”*. Fiquei tão impressionada ao ver a expressão resolvida e com a resposta tal qual no livro, que pensei comigo mesma o quanto ainda faltava para aprender matemática.

Este sentimento que me sobreveio parece ser ainda muito comum em várias salas de aula nos dias de hoje. Quantas vezes os alunos se acham incapazes quando não conseguem corresponder às expectativas do professor! Na tentativa de realizar as atividades propostas seguindo o “modelo” dado, fazem um esforço enorme, buscando sempre estar de acordo com o que a escola quer e ensina. Contudo, nem sempre esse esforço é reconhecido. Pelo contrário, as tentativas dos alunos ao resolverem determinados problemas – expressões de sua forma de pensar, de construir conhecimento – são, na grande maioria das vezes, desconsideradas pelo professor.

Muniz (2004a), com base na análise de protocolos[8] de crianças consideradas pela escola com “dificuldades” na aprendizagem, assim se posiciona:

> as estruturas apresentadas via esquemas mentais são qualitativamente mais ricas e complexas do que aquelas ensinadas e cobradas pela escola, e mais, de difícil interpretação para o professor. [...] o aluno realiza uma atividade matemática muito mais complexa do que aquela que esperamos dela (p. 42).

Considero que a diferença entre as formas de pensar do professor e as do aluno, sobrepondo-se as primeiras sobre as segundas, reflete as dificuldades do processo avaliativo conduzido pela escola, ao mesmo tempo, que traduz as inquietações do aluno em não se sentir respeitado naquilo que sabe fazer.

Inquietações que, às vezes os alunos não sabem como (ou não têm oportunidade para) expressá-las. Por tais passei quando fui reprovada na 8ª série. Julgada por não “saber calcular” área de figuras geométricas, fui obrigada a

---

[8] Chamo protocolos quaisquer produções/registros feitos pelas crianças envolvendo sejam estruturas aditivas ou multiplicativas em operações ou problemas e que foram selecionados para posterior análise. Tais registros podem envolver desenhos, esquemas, textos, palavras, algoritmos formais etc.

concordar com a nota que ganhei pela minha aprendizagem: 4,95. Logo em frente à nota estava o resultado escrito em tamanho destacado: REPROVADA.

Desta trajetória estudantil restou uma lacuna. "O que é matemática?" "Como se aprende matemática?" "Que matemática é a certa ou a melhor?" "Como avaliar a aprendizagem em matemática"? "Avaliar o que o aluno *não sabe* ou ainda *não aprendeu* é mais importante que partir do que ele sabe e como sabe?" "Como contribuir para seu desenvolvimento cognitivo?"

1.2 Percepções de uma educadora

Terminado o 1º grau, seguindo os conselhos de minha mãe, após um ano de curso acadêmico, conclui os dois últimos anos do antigo 2º grau, hoje, Ensino Médio, cursando o magistério numa escola particular em Taguatinga – Distrito Federal.

Concluído o curso de magistério, em 1993, pude, em janeiro de 1994, prestar o concurso público para professor nível 1[9] da Fundação Educacional[10] do Distrito Federal, assumindo o cargo no segundo semestre letivo de 1995. Ainda em 1994, no mês de julho, ingressei na Universidade de Brasília[11] para cursar Pedagogia com habilitação para o magistério em início de escolarização.

Os primeiros meses de regência numa escola pública do Gama, em agosto de 1995, foram frustrantes. Como de costume, os mais novos contratados eram "jogados" nas turmas de alfabetização. Assumi a regência de uma turma de 1ª série, com 37 (trinta e sete) alunos, pela qual quatro professoras já tinham passado. Meu primeiro desafio foi grande. Após aplicar um teste de sondagem, início do mês de agosto de 1995, descobri que muitos alunos não discriminavam

[9] Professor nível 1 era a designação dada na época para os professores que possuíam certificação apenas em nível de 2º grau.

[10] A Fundação Educacional do Distrito Federal foi extinta anos depois e, atualmente, os professores da rede pública de ensino fazem parte do quadro de funcionários da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal.

[11] No decorrer do texto, sempre que aparecer a sigla UnB, a mesma estará se referindo à Universidade de Brasília.

letras e números, outros sequer sabiam o pré-nome (o primeiro nome). Além de tudo, era uma turma com 37 (trinta e sete) alunos. Inexperiente, ainda permaneci até a primeira quinzena de setembro. Não agüentando aquela situação e sem saber o que fazer, desesperada, pedi à direção da escola para sair da regência daquela turma e assumir outra atividade. Passei, então, a dar aulas de *dinamização*[12] até o fim do ano.

Em 1996, na mesma escola, fui indicada para a coordenação pedagógica. Rejeitei o cargo e assumi novamente uma turma de 1ª série. Inicialmente, nem eu mesma havia entendido por que passar pela mesma série. Contudo, hoje, percebo que a experiência nos anos de 1995 e 1996 nesta série, despertou em mim um prazer e paixão pela alfabetização que cada dia aumenta mais.

Simultaneamente ao trabalho, meus estudos no curso de graduação em Pedagogia pela Universidade de Brasília em muito contribuíram para meu aperfeiçoamento profissional. Disciplinas como: Psicogênese da Língua Escrita, Português, Matemática, Ciências, História e Geografia para Séries Iniciais foram importantes para ampliar meus conhecimentos e melhorar minha prática em sala de aula. Diferente de 1995, no ano seguinte, os resultados foram outros, e por sinal, bem melhores.

Em março de 1997, após entrar no concurso de remoção[13], consegui minha lotação em Ceilândia – Distrito Federal, onde moro desde junho de 1991. Apesar da proximidade entre a casa e o trabalho, tinha a faculdade. A distância continuava grande e o cansaço também.

Em exercício na Escola Classe 50 de Ceilândia, onde estive até o dia 13 de março de 2006, assumi uma turma de supletivo em nível de 4ª série. No meio do ano, a convite da direção, assumi a coordenação pedagógica. Não foi uma experiência agradável. Embora admirada e elogiada por alguns, não me

[12] A dinamização compreendia aulas de artes, religião e educação física, ministrada por um único professor em diferentes turmas no dia da coordenação pedagógica do professor regente.

[13] É assim chamado porque os professores que trabalham em outras cidades do Distrito Federal e entorno e têm interesse em lecionar em escolas mais próximas às suas residências passam por um processo seletivo que tem como principal critério o tempo de serviço. Concurso porque os professores concorrem a vagas existentes nas escolas de outras cidades. Portanto, os mais “velhos” de casa ficam na frente.

convenci a continuar no cargo no ano seguinte (1998), e retomei as atividades de professora regente em uma turma de 2ª série.

Na verdade, quando assumi a turma, fui informada de que se tratava de uma classe de 1ª série. Só por volta do início do 2º bimestre letivo de 1998, devido à questão da *promoção automática*[14]*,* a vice-diretora acompanhando o meu planejamento, explicou que os alunos estavam, ou ao menos deveriam estar, cursando a 2ª série.

Como já havia iniciado o trabalho voltado para alunos da 1ª série, tamanho foi o susto quando fiz o levantamento da situação escolar daquelas crianças. O que até hoje tomo por lição. O professor deve procurar conhecer quem são seus alunos, a situação escolar de cada um, e também suas famílias, sua realidade.

Naquela turma, foram reunidas crianças com o seguinte histórico: umas haviam cursado o pré-escolar (5 e 6 anos) e, a 1ª série com aprovação. Outras, mesmo tendo cursado o pré-escolar, ao chegarem na 1ª série foram reprovadas. Outras já haviam cursado a 1ª série duas vezes. Com a implantação da promoção automática, os que haviam sido reprovados foram aprovados para a 2ª série na metade do ano. Acrescente-se, ainda, a este quadro os alunos novos que foram chegando no decorrer do ano letivo. Uma verdadeira confusão!

Trabalhar nestas condições, realmente não foi fácil. Tive que em um ano alfabetizar e preparar essas crianças para alcançarem a 3ª série. De um total de 30 (trinta) alunos, 26 (vinte e seis) foram promovidos e 4 (quatro) ficaram reprovados. Neste momento, minha prática pedagógica não pôde privilegiar a construção de um ambiente de ensino e de aprendizado pautado no acompanhamento do raciocínio do aluno, de suas formulações. Não dava tempo! O contexto era muito complicado. E esta postura ainda é corrente em muitas escolas, em muitas salas de aula. Uma postura que pode ser modificada.

Foi mais um ano de muito aprendizado, de reconhecimento de minhas limitações, de avaliação da minha postura. Esse movimento de ação-reflexão-ação

---

[14] De acordo com a Secretaria de Estado de Educação do DF, à época Fundação Educacional, o aluno da 1ª série deveria ser promovido, ao final do período letivo, automaticamente, para a série seguinte.

foi contínuo nos anos de 1999 e 2000 quando assumi a função de coordenadora pedagógica.

A experiência na coordenação pedagógica, nesse momento, foi de grande importância para o meu crescimento profissional. Por meio das conversas com o grupo de professores, pude identificar anseios, angústias, expectativas, esperanças e vontade de melhorar, de crescer.

No final do ano 2000, tendo em vista a mudança da direção da escola, o grupo pediu que me candidatasse ao cargo. Inicialmente, relutei. Porém, depois de muita insistência, me inscrevi para o processo seletivo e, no ano seguinte, assumi a direção da Escola Classe 50 de Ceilândia.

Minhas preocupações agora, centravam-se no desenvolvimento dos alunos em nível de escola. Realizamos durante todo ano, a cada bimestre, os *testes de sondagem*[15]. A partir destes, identificávamos as mudanças necessárias, as ações que necessitavam ser implantadas e as que precisavam ser melhoradas, bem como, as dificuldades que surgiram. Tentamos. Infelizmente, nem tudo foi possível realizar. Somos imediatistas demais. Queremos tudo para ontem. Por vezes, não sabemos ouvir, não sabemos esperar. Mas alguns frutos foram colhidos. Não fomos (nem somos) perfeitos. Precisamos melhorar ainda mais. Aqueles que querem e acreditam, por mais que as situações sejam adversas, continuam tentando, crendo, esperando, fazendo e refazendo, recriando.

Nas palavras de Bortoni-Ricardo (2004), empreendemos um esforço no sentido de desenvolvermos outro tipo de pedagogia.

> Uma pedagogia que é culturalmente sensível aos saberes dos educandos está atenta às diferenças entre a cultura que eles representam e a da escola, e mostra ao professor como encontrar formas efetivas de conscientizar o educando sobre essas diferenças (p.38).

---

[15] Estes testes eram aplicados a cada bimestre visando identificar em que nível de psicogênese da língua escrita os alunos se encontravam, bem como, que habilidades já haviam desenvolvido em Matemática, quanto ao domínio das quatro operações fundamentais. Não eram atribuídas notas aos testes. Os professores faziam uma análise dos resultados encontrados, reestruturando o planejamento didático com fins de atender as necessidades das crianças.

Embora ainda possa haver uma imagem mais negativa que positiva a respeito da conduta do professor e do papel que vem sendo desempenhado pela escola, há escolas e profissionais abertos a mudanças, flexíveis às transformações que estão ocorrendo no contexto educacional. Por isso, não desvaneço, mas acredito nos esforços concentrados em alcançar, de fato, uma educação de qualidade.

Numa perspectiva de mudança, de escuta sensível, de postura flexível, em 2002 retomei minhas atividades docentes numa turma de 1ª série. Após um período de três anos afastada diretamente da sala de aula, mas atuando junto aos demais colegas, o que me aproximava dos alunos, iniciei o trabalho pedagógico com uma motivação maior ainda. Revigoravam-me a vontade e o desejo de fazer e de ser diferente naquele ano.

A experiência de trabalho nesta turma foi a fonte motivadora que me trouxe até o processo seletivo de mestrado em educação pela primeira vez em 2002. Era uma tentativa de aprender mais sobre o processo de alfabetização. Em 2003, impulsionada por novas experiências de sala de aula percebi que precisava também aprender mais sobre o processo de construção do conhecimento matemático. Dentre as muitas inquietações inerentes ao contexto educacional me chamava bastante a atenção a maneira como os meus alunos resolviam e tratavam as questões referentes aos conteúdos de matemática. Decidi-me então por essa linha de pesquisa.

Tradicionalmente, nós, professores, temos por prática, a transmissão dos conteúdos matemáticos por etapas e compartimentos. Por mais que aceitemos a possibilidade da interdependência entre um e outro conteúdo, os tratamos separadamente. Talvez por tornar mais cômodo ou mais prático o “acompanhamento” do desenvolvimento de nossos alunos. Sendo assim, achamos que a construção de determinados conceitos deve acompanhar um plano linear. Por exemplo, uma criança só conseguirá compreender o que é uma dezena, se necessariamente, compreender a quantificação dos numerais até 9 (nove).

Comumente ensinamos nossos alunos a resolverem operações aditivas começando pela unidade para depois somar os valores da dezena. Agimos como também nos foi ensinado. Talvez porque em nosso processo de formação, não nos foi dada a oportunidade de enxergar de outra maneira a resolução dessas operações. Assim, quando a resposta do aluno diverge do “modelo” de resolução, consideramos que o mesmo está com “dificuldades” de aprendizagem ou não compreendeu o processo. Não questionamos nosso aluno a respeito de sua forma de resolução, ao contrário, tornamos a explicar o mesmo “modelo” até que o aluno consiga reproduzi-lo, pois, de outra forma, não alcançará o “padrão” de aprendizado desejado.

As considerações de Pinto (2000), quanto ao estatuto do erro no processo educativo podem ser tomadas neste contexto como elemento indicador das concepções de ensino e aprendizagem em matemática.

Nesse sentido, quando a resposta do aluno em relação à solução esperada pelo professor é considerada pura e simplesmente como erro, ignora-se qualquer possibilidade de ser encarada como resultado de um conflito seja ele cognitivo, didático ou epistemológico. A partir deste entendimento, se manifesta o tipo de avaliação que deve ser praticado na escola. Segundo Pinto (2000),

> numa concepção de matemática excessivamente voltada para a transmissão de um conhecimento feito e estabelecido, com todo o aparato de rigor e exatidão de um conhecimento pronto para ser utilizado, o erro constitui algo que deve ser eliminado e punido: jamais analisado e tratado, pois representa a falha, o déficit, a negação, a inconsistência, a contradição, o engano, a dúvida, a incerteza, a incompletude; enfim, tudo o que uma ciência exata e rigorosa abomina em seu produto final (p. 18).

Portanto, nenhum professor se sentiria mal ou incomodado pelo fato de não ter observado o erro em uma perspectiva diferente daquela que por muito tempo foi considerada única.

Não considerando o erro como “déficit”, mas como “incompletude”, pois acreditava que uma resposta deveria ser considerada correta se reproduzisse tudo o que foi ensinado na escola, fui inquietada pela forma como uma aluna da minha turma de1ª série, em 2002, resolvia as operações de adição.

Sua resposta não estava errada, em termos de resultado numérico, mas o procedimento, a meu ver, estava incompleto. Assim, se em algum momento, o resultado de uma operação divergisse do meu, poderia considerá-la parcialmente correta, e isso significaria considerar que havia erro em função da não obediência às regras escolares.

Por isso, o jeito de fazer dessa aluna me despertou o interesse e me fez sentir a necessidade de parar, ouvir e entender o modo de pensar dos alunos. A resposta estava correta, mas o jeito de fazer era diferente.

Certa ocasião, após dar aos alunos uma atividade contendo somente operações de adição (eu pensava que estava ajudando na agilidade do raciocínio), os chamei um a um em minha mesa para corrigir as operações. Quando chegou a vez de Letícia[16], surpreendeu-me tamanha agilidade no momento da resolução das operações, pois a estive observando, tendo em vista a *situação*[17] particular que a levou para minha turma.

Recordo-me que, ao lhe perguntar como havia chegado ao resultado de uma das operações de adição com reserva[18] (24+19), ela respondeu que havia feito a soma nos dedos. Até então, tudo bem! Contudo, a aluna não havia indicado, segundo o "modelo", o aparecimento de um grupo de dez, bem como sua transferência para a "casa" da dezena.

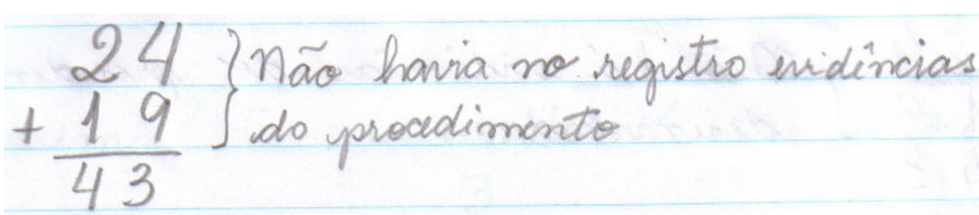


Figura 1.1: Transcrição da professora com observação quanto ao registro

---

[16] Nome fictício.

[17] Esta aluna foi matriculada no pré-escolar de 6 anos. Porém, a pedido da mãe foi feito um teste de sondagem, por meio do qual constatamos que a mesma apresentava condições de cursar a primeira série. Nesse teste, avaliamos somente alguns aspectos das habilidades já desenvolvidas em Português e Matemática. Por isso, mediante um de processo promoção, na época, válido nesse contexto, a mesma, foi transferida para a minha turma.

[18] Operações aditivas com reserva são aquelas em que a soma de valores na unidade formam uma dezena sendo necessário a transferência desse agrupamento, representado pelo numeral 1, por haver formado um grupo de dez, para a dezena.

A meu ver, era importante que o aluno demonstrasse, por meio do registro escrito, o processo da resolução. Reproduzir o “modelo” para resolver “corretamente” (passo-a-passo) aquele tipo de operação, em minha concepção, era básico. Mas Letícia não seguiu o “modelo”. Ao contrário, fez uma contagem progressiva partindo de 25 (vinte e cinco) até chegar ao valor final, 43 (quarenta e três).

Seu raciocínio pode ser expresso conforme esquema abaixo:

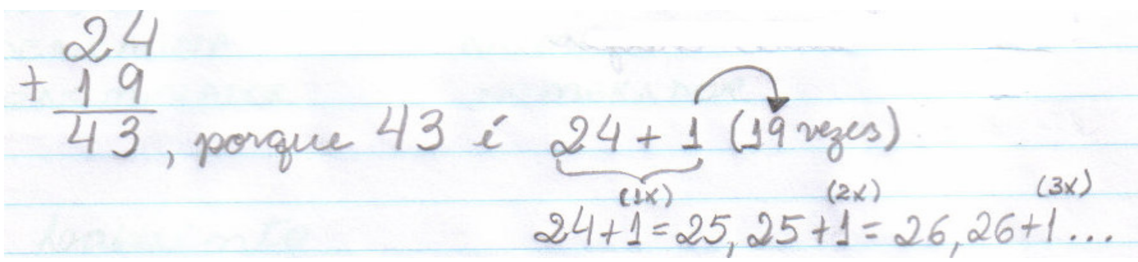


Figura 1.2: Registro da professora da explicação do procedimento feito por Letícia

Se há logicidade no raciocínio de Letícia? Com toda certeza! Porém, eu acreditava que seu raciocínio só poderia ser validado se estivesse segundo o “modelo”. A partir desse dia, procurei ser um pouco mais cuidadosa e atenciosa no sentido de oportunizar aos meus alunos momentos de explicação de seus procedimentos, mas ainda assim, não sabia como fazer a mediação pedagógica com a eficiência necessária para a construção e socialização de seus conhecimentos matemáticos. Infelizmente, acabava, por vezes, inúmeras e repetidas vezes, levando-os à reprodução dos “modelos”, orientando, conduzindo e fechando suas maneiras de pensar ao que “deveria” ser ensinado: unidade com unidade, dezena com dezena, o número maior em cima, o número menor embaixo, resolve-se da direita para a esquerda etc.

Depois que comecei a observar melhor a produção das crianças, percebi que nesta caminhada era preciso repensar o ensino, a aprendizagem, a avaliação, o currículo, meu processo de formação continuada e as finalidades sociais da Matemática. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (2001):

> A atividade matemática escolar não é “olhar para coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade (vol. 3, p. 19).

Mediante tudo o que foi aqui exposto, é que propus, em meu projeto de pesquisa para a seleção no mestrado, sugerir a outros colegas a superação de um dos maiores desafios e entraves que perdura na educação: **“Vamos fazer diferente?”**

1.3 Pensando sobre as mudanças necessárias

Refletir sobre a possibilidade de mudar o que já está alicerçado em nossa prática pedagógica e agir implica superar nossos medos, nossas limitações e redefinirmos nosso papel. A quem pertence a produção do conhecimento?.

Na verdade, sabemos muito pouco em relação ao que podemos aprender junto com o nosso aluno. Não admitimos que o aluno possa nos ensinar. Ensinar-nos que existe um vasto campo de conhecimento não limitado ao quadro de giz, ao livro didático, aos exercícios mimeografados, ao espaço escolar, mas que surge nas situações diárias de um saber-fazer que faz dessas crianças verdadeiros seres matemáticos.

O desafio que se nos impõem, refiro-me a todos os educadores, é de pesquisar, agir-refletir-agir, em relação aos velhos paradigmas, recomeçar e refazer o ensino e aprendizado de matemática, transformando-os em uma atividade prazerosa.

Diferente do que acontece na escola, no nosso dia-a-dia, mais do que aprender matemática, fazemos matemática porque ela faz parte da vida! Em nossas vivências diárias ela não ocupa, *a priori,* o status de ciência pura e racional, mas assume formas abertas e flexíveis de tratar diferentes situações de uma maneira mais criativa, mais desprendida, coletiva e interativa.

Fora dos muros da escola, o conhecimento matemático está em ação nas mais variadas situações do dia-a-dia com as quais o sujeito lida. Ele não está segmentado. Há uma interação com o conhecimento. Esta interação representa um nível de desempenho diferenciado se comparado ao que acontece no contexto escolar. Um pedreiro não escolarizado, por exemplo, usa suas habilidades matemáticas na realização de suas tarefas com grande precisão. Mas, por outro lado, essas habilidades parecem não validar suas ações em situações escolares.

Toledo (2004) em sua análise sobre habilidades matemáticas dos adultos, fazendo algumas considerações sobre o numeramento[19] destaca que

> a exigência de habilidades de *numeramento* se dá pelo fato de que o manejo de uma situação numérica não depende apenas dos conhecimentos técnicos pertinentes à matemática (regras matemáticas, operações e princípios), mas também das disposições, crenças, hábitos e sentimentos sobre a situação que o indivíduo tenha.
> O desempenho dos indivíduos nessas situações envolve a confluência de vários fatores, incluindo o conhecimento de domínios específicos e de estratégias, as habilidades cognitivas gerais, bem como o conhecimento de mundo que pode ter sido adquirido dentro ou fora da escola (p. 94).

O que se percebe é que nas situações e atividades do cotidiano, essas pessoas se vêem diante de contextos e conflitos por meio dos quais desenvolvem e usam habilidades matemáticas. Tais habilidades são de natureza e níveis diferentes, de acordo com as particularidades das situações nas quais são requeridas (em casa, no trabalho, no banco, no supermercado, num jogo etc.).

Este aspecto também é destacado por Pais (2002) ao questionar o significado educacional de problemas matemáticos que são dados para os alunos. Analisando um problema matemático retirado de um livro didático que envolvia valores de apartamentos luxuosos, o autor indaga como um aluno que mora numa

---

[19] Numeramento pode ser definido por “um agregado de habilidades, conhecimentos, crenças e hábitos da mente, bem como as habilidades gerais de comunicação e resolução de problemas, que os indivíduos precisam para efetivamente manejar as situações do mundo real ou pra interpretar elementos matemáticos ou quantificáveis envolvidos em tarefas” (CUMMING, GAL, GINSBURG *apud* TOLEDO, 2004, p. 94).

favela pode se sentir interessado em saber os preços de residenciais luxuosos, sem exercitar uma posição crítica.

Nesse sentido, questiona-se a finalidade do saber escolar nas e para as situações diárias. De que maneira, o saber escolar se relaciona com contextos cotidianos nos quais as pessoas estão inseridas se, por vezes, o ensino toma por referenciais sociais aqueles que se destinam a um pequeno grupo?

Pais (2002) propõe uma noção que considera em curso de formalização, mas com um alto valor para a compreensão do significado do saber escolar. O autor escreve que

> a contextualização do saber é uma das importantes noções pedagógicas que deve ocupar lugar de destaque na análise da didática contemporânea. Trata-se de um conceito didático fundamental para a expansão do significado da educação escolar. O valor educacional de uma disciplina expande na medida em que o aluno compreende os vínculos do conteúdo estudado com um contexto compreensível por ele (p. 27).

Por outro lado, isso não quer dizer que o saber cotidiano deve ocupar o lugar que é devido ao saber escolar. O autor destaca que, quando há um compromisso com o contexto vivenciado pelo aluno, atribuindo significado autêntico àquilo que estuda, e é por isso que deve estar próximo de sua realidade, dá-se sentido ao plano existencial do aluno (*ibid.*, p. 28).

Os objetivos do saber escolar e do saber cotidiano são diferentes. Portanto, o saber escolar deve servir, em seus propósitos, para "modificar o estatuto dos saberes que o aluno já aprendeu nas situações do mundo-da-vida" (*ibid.*, p. 28).

Entendo que, se o saber escolar não consegue aprimorar o saber cotidiano, além de propiciar ao aluno a aquisição de novas formas de saber, a dimensão do valor que lhe cabe pode tornar-se ínfima.

Em uma breve comparação sobre este aspecto, agora pelo prisma da educação em língua materna, Cox e Assis-Peterson (2001), analisando resultado de seus estudos sobre a forma como as crianças interagem com a escrita dentro e fora do contexto do escolar destacam que:

> enquanto as crianças interagem com a escrita a partir de múltiplos saberes lingüísticos, formulando hipóteses ora no solo de uma rica competência de falante de uma modalidade oral do português, ora no solo de um ainda incipiente saber sobre a escrita, as professoras interagem com a escrita somente a partir das convenções ortográficas e gramaticais (p. 70).

A colocação das autoras deixa transparecer que o fenômeno do distanciamento entre o saber escolar e o saber cotidiano se estende também a outras áreas da aprendizagem. E essa separação traduz a forma como o conhecimento é abordado no contexto escolar, em termos de ensino, e em como as pessoas, sejam crianças ou adultos, lidam com ele, em termos práticos.

Retomando o contexto que está sendo analisado, o que se percebe é que fora da escola os alunos são verdadeiros matemáticos, mas dentro dela parecem não conhecer sequer os numerais e nem serem capazes de construir as mais variadas relações entre diferentes conceitos.

Há, portanto, uma visão corrompida acerca do como se faz e como se aprende matemática. Como destacaram Cox e Assis-Peterson (*ibid.*), as professoras investigadas reduziam o trato da escrita ao que estava predito pela gramática e a regras ortográficas. Quanto ao ensino e aprendizado de matemática, também são comuns concepções de ensino que avaliam a aprendizagem com base no que está convencionado e que deve ser repassado pela escola aos alunos, ignorando desta maneira, o potencial dos alunos como competentes nesta área de conhecimento.

Carvalho (2004), em suas reflexões sobre alfabetismo, escolarização e educação matemática, faz um apontamento relevante quanto às questões apresentadas aos alunos nos problemas matemáticos, indicando um outro nível de entendimento da relação entre o saber escolar e o saber cotidiano. Assim, a autora escreve:

> As questões apresentadas no problema não podem estar fora do campo de significação das pessoas, por exemplo, não é suficiente abordar uma temática relativa ao cotidiano não escolar do aluno e lhe propor questões artificiais, que não surgem em sua prática social[20] (p. 108).

[20] Citação extraída de nota de rodapé.

Portanto, vê-se que os conhecimentos prévios dos alunos, a maneira como interagem com estes conhecimentos (normalmente em situações práticas e envolvendo outras pessoas), os atalhos criados na resolução de problemas, e as diferentes soluções obtidas acabam sobrepujados por outra forma de saber e de fazer. O sujeito passa a obedecer a regras impostas, reproduzindo-as mecanicamente para situações previamente definidas e restritas ao ambiente escolar.

Mesmo que a escola ainda permaneça presa a certos “estilos” de ensino, já se esboçam mudanças em termos de proposta curricular, como um indicativo da importância que o saber cotidiano vem adquirindo no processo educativo. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (2001):

> As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam uma inteligência essencialmente prática, que permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade matemática. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado (vol. 3, p. 37).

Portanto, o que se propõe e o que se busca é uma articulação necessária e possível entre o saber escolar e o saber cotidiano. Esta articulação leva a um processo de reflexão quanto às metodologias de ensino usadas, quanto à compreensão das habilidades das pessoas nas situações diárias, considerando-se suas competências para estas situações legítimas, reveladoras de um verdadeiro potencial de produção de conhecimento que não pode ser desprezada.

A expressão deste potencial deve ser entendida como a manifestação de múltiplas formas de saber, de fazer e de representar o conhecimento, e que deve ser levada em conta no processo de ensino e de aprendizagem.

CAPÍTULO II
CONCEBENDO A ESTRUTURA DA PESQUISA

2.1 Algumas considerações sobre ensino e aprendizagem em matemática

A relação entre o que o aluno pensa, como pensa, como faz e representa o conhecimento matemático e o que o professor sabe, pensa e como representa este conhecimento é aspecto relevante e imprescindível na análise do processo de ensino e aprendizagem.

Considerando o fenômeno didático neste processo, observa-se a existência de uma confrontação entre duas variáveis associadas à temporalidade: o tempo didático e o tempo da aprendizagem (PAIS, 2002).

Em função disto, acredita-se que a aprendizagem deve ocorrer segundo os parâmetros estabelecidos pelo tempo didático. Como destaca Pais (*ibid.*), este tempo se refere àquele “marcado nos programas escolares e nos livros didáticos em cumprimento a uma exigência legal” (p. 24).

Portanto, os fenômenos cognitivos que se relacionam com a aprendizagem acabam sendo erroneamente entendidos na mesma linearidade de apresentação do saber matemático.

Este nível de concepção, porém, já não pode ser mais considerado imutável. Além das contribuições de estudos na área da Psicologia sobre desenvolvimento e aprendizagem, houve também uma evolução significativa no campo de estudo sobre o ensino da Matemática e que continua em processo.

Knijnik (2004), em seu trabalho, buscou analisar algumas das dimensões do alfabetismo matemático e suas implicações curriculares, registrando um sentimento com relação ao ensino de matemática de profundo significado. Segundo a autora,

> Se houve um tempo em que não se questionou a matemática ensinada na escola como mera transposição do produzido pela matemática ocidental, se foi tomado como “natural” que os conteúdos a serem transmitidos às novas gerações estavam de uma vez por todas definidos e fixos, esse foi um tempo que já não existe mais (p. 222).

Esse posicionamento permite dizer que as mudanças já operadas no plano do ensino da Matemática têm contemplado a dimensão do processo educativo em termos do desenvolvimento da aprendizagem.

Torna-se evidente que o tempo do aluno é um e o tempo da escola, em termos de ensino, é outro. O tempo do aluno pode ser entendido como o tempo da aprendizagem, mencionado anteriormente. A esse respeito, Pais (*ibid.*) explica:

> O *tempo da aprendizagem* é aquele que está mais vinculado com as rupturas e conflitos do conhecimento, exigindo uma permanente reorganização de informações e que caracteriza toda a complexidade do ato de aprender. É o tempo necessário para o aluno superar os bloqueios e atingir uma nova posição de equilíbrio. Trata-se de um tempo que não é seqüencial e nem pode ser linear na medida em que é sempre necessário retomar concepções precedentes para poder transformá-las e cada sujeito tem seu próprio ritmo para conseguir fazer isto (p. 25).

Decorrentes deste aspecto merecem ser enfocados outros, a saber, o processo avaliativo e o de ensinamento dos objetos matemáticos, entendido este último no plano da transposição didática.

As implicações que se dão no campo da avaliação quanto à aprendizagem em matemática remetem a uma releitura de concepções rotineiras que permeiam a prática pedagógica. Pode ser analisado, por exemplo, o entendimento de quanto mais a aprendizagem corresponda ou se aproxime do que é ensinado na e pela escola maiores as chances de sucesso, e que, em contrapartida, quanto mais se diferencia do que a escola ensina e espera maiores as possibilidades de fracasso escolar.

O trabalho desencadeado pela releitura de concepções como esta permite que sejam redefinidas o sentido e função da avaliação de um modo geral, e que se analise como está estruturada no campo do ensino e da aprendizagem em matemática.

Villas Boas (2004) considera que a aprendizagem e a avaliação estão diretamente ligadas e que, portanto, a avaliação visa sempre ajudar a aprendizagem. A respeito da finalidade da avaliação a autora escreve

> A avaliação existe para que se conheça o que o aluno já aprendeu e o que ele ainda não aprendeu, para que se providenciem os meios para que ele aprenda o necessário para a continuidade dos estudos. Cada aluno tem o direito de aprender e continuar seus estudos. A avaliação é vista, então, como uma grande aliada do aluno e do professor. Não se avalia pra atribuir nota, conceito ou menção. **Avalia-se para promover a aprendizagem do aluno**[21] (p.29).

Nesta perspectiva, a avaliação envolve também o trabalho pedagógico não só da sala de aula, mas de toda a escola. O nível de entendimento quanto à finalidade da avaliação passa a ser concebido num contexto maior. Ele caracterizará os princípios e fins da educação delineados no próprio projeto político-pedagógico da escola.

Quando se diz que há, no processo educativo, de um modo geral, uma preocupação em fazer com que o aluno se aproprie do saber escolar mediante a assimilação dos conteúdos programáticos, percebe-se que tal consideração reflete como a escola concebe o ensino, a aprendizagem e a avaliação.

Como conseqüência, o que se vê é a repetição e reprodução do conhecimento pelos alunos, uma vez que a demanda curricular acaba sendo priorizada nas práticas pedagógicas, não permitindo ou oportunizando ao aluno pensar e fazer de outra maneira.

Remetendo esta discussão para o processo de ensino em matemática, vale destacar, a noção de transposição didática. A partir dela é possível compreender o processo de transformação pela qual passa o saber a ser ensinado.

Segundo definição dada por Chevallard (*apud* PAIS, 2002) a idéia de transposição didática pode ser compreendida como

---

[21] Grifo meu.

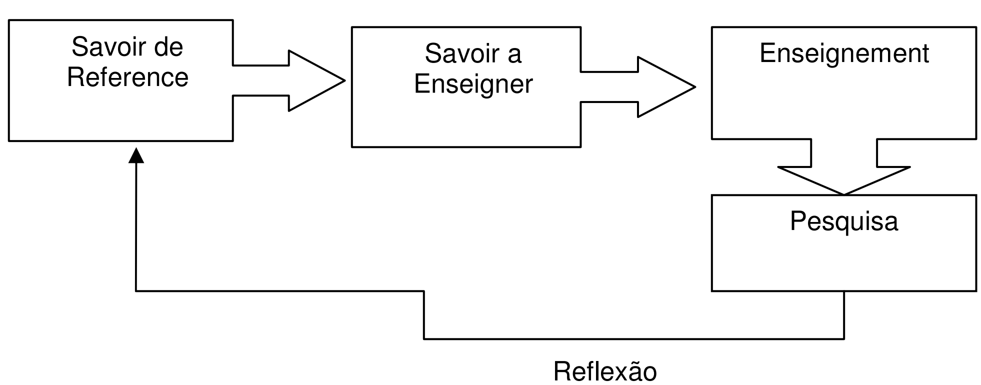
> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino é chamado de transposição didática (p. 19).

Portanto, o saber matemático passa por um processo de transformações e adaptações a fim de que possa ocupar o lugar de objeto de ensino. Uma vez assumindo a forma passível de ensinamento é preciso que haja efetivamente seu ensino.

Vergnaud (1996b) também discute a importância da transposição didática ao tratar da competência profissional. Segundo ele, a transposição didática envolve a transformação do conhecimento de referência (*savoir reference*) em um conhecimento de ensino (*savoir effectivement* enseigné). E acrescenta,

> Por exemplo, na matemática, Chevallard, que muito trabalhou esse conceito na França, distingue duas fases importantes. A primeira é a transformação do saber de referência (savoir savant) do matemático em um conhecimento para ser ensinado. E depois há uma segunda fase muito importante, que é a transformação do conhecimento a ser ensinado em ensinamento efetivamente ensinado em sala de aula (p. 68).

A partir desta explicação, o esquema abaixo procura retratar o papel da pesquisa no sentido de propor uma reflexão quanto a prática de ensino, considerando este processo de transformação (transposição didática) no espaço da sala de aula (se ocorre ou não e como acontece).



É preciso entender este processo como muito mais abrangente do que simplesmente repassar os conteúdos escolares tal qual estão nos currículos, programas e livros didáticos. Até mesmo os conteúdos escolares necessitam passar por outra transformação que corresponde aos ajustes cabíveis para que sejam considerados como efetivamente ensinados em sala de aula.

O que parece acontecer é que o professor não compreende como realizar a transposição didática. Tal fato, além de, possivelmente, gerar dificuldades em termos de aprendizagem para o aluno, pode representar, na verdade, as limitações do professor quanto ao conhecimento adequado do conteúdo, a não reflexão sobre as formas de ensino, e o mais importante, a dificuldade do professor em compreender como a criança está aprendendo.

Portanto, a clareza necessária ao professor sobre a importância da transposição didática remete a uma preocupação mais geral do processo educativo no contexto escolar. Mais geral porque vai além do saber ensinar. A noção de transposição didática envolve também a necessidade de saber como se aprende um saber.

Como destaca Vergnaud (1996a) quem se preocupa com a dinâmica da sala de aula, precisa também se interessar pelo conteúdo do conhecimento: o que é, quais são seus elementos estruturantes, como ensiná-lo e, ainda, deve, obrigatoriamente, se interessar pela forma **como as pessoas aprendem, especialmente, as crianças.**

2.2 Questões para investigação

A partir deste enfoque, concebendo a distância entre o tempo da escola e o tempo do aprendiz como um dos aspectos que interferem também na avaliação da aprendizagem, é que emergem alguns questionamentos relativos ao ensino e aprendizado de matemática, dentre os quais destaco:

1. Para o professor, até que ponto, os “modelos” utilizados no ensino e aprendizado[22] de conceitos matemáticos são importantes para “orientar” o raciocínio dos alunos ou podem vir a ser obstáculos didáticos para aprendizagens mais significativas?

2. Se o ensino e aprendizado de conceitos em matemática estão baseados na utilização dos “modelos” escolares, em que momentos o professor faz o acompanhamento da lógica utilizada pelo aluno para resolver situações-problema?

3. Que concepções sobre avaliação podem ser percebidas na prática pedagógica nas séries iniciais a partir do acompanhamento do processo de ensino e aprendizagem em matemática?

4. Como os alunos organizam seu pensamento a partir da “aprendizagem” de conceitos matemáticos com base nos “modelos” que lhes são impostos?

2.3 Traçando os objetivos

A partir das questões acima, os objetivos traçados envolvem aspectos relacionados aos conteúdos de ensino, à mediação pedagógica, considerando-a no processo avaliativo com base na perspectiva formativa da avaliação, à análise das concepções do professor e alunos quanto à reprodução de “modelos” X a produção de algoritmos espontâneos (dos alunos), visando estabelecer a conexão necessária entre professor↔conhecimento matemático↔aluno. Assim foram concebidos os objetivos desta pesquisa:

---

[22] Sempre que no texto aparecerem as expressões “aprendizado de conceitos matemáticos” ou “aprendizagem de conceitos matemáticos”, as mesmas dizem respeito ao processo de construção de tais conceitos pelo sujeito cognitivamente ativo.

2.3.1 Objetivo Geral

Identificar e analisar o raciocínio matemático do aluno, mediante a análise de seus registros, produzidos a partir das atividades escolares envolvendo algoritmos convencionais.

2.3.2 Objetivos específicos

- Analisar os sentidos atribuídos aos "modelos" no processo de aprendizagem de matemática, identificando-os mediante a interpretação dos registros produzidos pelos alunos.

- Identificar e analisar possíveis implicações dos "modelos" adotados no processo de ensino e de aprendizagem de matemática.

- Compreender a forma de organização do pensamento matemático do aluno mediante análise e interpretação de seus registros e entendimento de sua fala.

- Analisar os sentidos da mediação/intervenção pedagógicas, no contexto de ensino pautado no uso de "modelos", com base na perspectiva formativa da avaliação.

2.3.3 Objetivos específicos de ação

- Contribuir para um redimensionamento da prática pedagógica quanto ao processo de aprendizagem em matemática, analisando conjuntamente com a professora pesquisadora as produções matemáticas das crianças;
- Participar das aulas de matemática, e quando possível, discutir em termos de planejamento pedagógico, a estruturação de atividades visando valorizar as produções das crianças;

- Propor à professora pesquisadora uma análise do processo avaliativo, levando em consideração o sentido das produções das crianças;

- Realizar a mediação pedagógica como elemento necessário ao processo de entendimento da organização do pensamento das crianças;

- Favorecer a criação de espaços em sala de aula para as crianças socializarem suas produções, estimulando-as a falar sobre o que fizeram e pensaram.

CAPÍTULO III
ENQUADRAMENTO TEÓRICO

IMPLICAÇÕES E CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE GÉRARD VERGNAUD

3.1 Aprender matemática: do reproduzir ao construir

O contexto de ensino e de aprendizado de matemática ainda tem sido, nos dias atuais, fortemente marcado por práticas que prezam o raciocínio rápido, a alta capacidade de memorização e a reprodução de "modelos".

Isso decorre da ênfase que é dada ao tipo "ideal" de aprendizado nesta área, pelo qual perpassa a dimensão quantificável do aprendido e não a qualidade e o processo do aprendido. Conseqüentemente, o ensino caracteriza-se pela transmissão maciça do conhecimento matemático por meio de aulas, basicamente, e por vezes, somente expositivas, nas quais efetivamente são diferenciados os papéis de quem transmite e de quem recebe o conhecimento.

Diante deste quadro, tem sido difícil aceitar e pensar a constituição de "seres matemáticos", participantes, ativos no processo de construção do conhecimento que não reproduzem, meramente, conhecimento matemático, mas que fazem matemática.

Todavia, em sentido contrário a uma realidade que negligencia essa possibilidade, um dos trabalhos realizados por Muniz (2004a) revela o potencial de crianças em "situação de dificuldade[23]" no contexto de matemática, promovendo

---

[23] Quando a produção do aluno contradiz as expectativas do professor, uma vez que o aluno apresenta uma produção muito distante daquilo que na escola se considera como conhecimento matemático, constituímos o que denominamos de "situação de dificuldade"[...] A negação da produção acaba por produzir um fenômeno de exclusão epistemológica, criando a situação de dificuldade uma vez que a perspectiva da produção matemática do aluno não é validada pela escola (Muniz, 2004a, p. 61).

uma profunda reflexão, em relação aos paradigmas impostos sobre o que é realmente aprender matemática.

Suas contribuições se voltam para a necessidade de uma re-leitura da postura do professor na condição de mediador do conhecimento. Partindo dessa premissa, sua pesquisa mostra que é fundamental reconsiderar a formação docente a fim de que o contexto de ensino e de aprendizado de matemática possa ser re-significado com base na valoração da produção matemática diferenciada das crianças. Em outras palavras, leva o professor a aceitar as construções espontâneas dos alunos, enquanto efetiva produção do conhecimento matemático, sendo não somente flexível ante essas construções, mas, sobretudo, consciente do sentido que possuem para o aluno.

Em seus estudos, a análise não apenas cuidadosa, mas carinhosa que faz das produções das crianças em “situação de dificuldade”, demonstra que existe uma lógica nessas produções, que é revelada pelos esquemas desenvolvidos, os quais mesmo fugindo do “modelo” imposto pela escola, não deixam de ser uma produção matemática. Muniz (2004a) a esse respeito, afirma que

> a análise dos algoritmos produzidos por essas crianças, como exemplificamos, tem revelado a existência de esquemas mentais complexos e riquíssimos, indicando que elas possuem grande capacidade de aprendizagem e demonstram a presença de condutas cognitivas não condizentes com o conceito de criança em situação de dificuldade na aprendizagem matemática. Portanto, mesmo as ditas ‘em dificuldade’ apresentam uma produção matemática difícil de contestar, embora divirja da concepção de ‘fazer matemática’ dos nossos professores (p. 44).

A partir destas considerações, somos submetidos a um processo de discussão, como colocado pelo autor, de ordem epistemológica sobre o próprio conceito de matemática.

Tal discussão começa pela aceitação e entendimento dos esquemas mentais, representados nos algoritmos produzidos pelas crianças, sabendo-se que resultam de uma ampla teia de relações estabelecidas com o conhecimento em diferentes situações, a qual não se dá unicamente na escola. Em contrapartida, o menosprezá-los, reforça o caráter, infelizmente, ainda excludente, com relação àqueles que não conseguem reproduzir os algoritmos considerados “corretos”.

Acrescente-se ainda que esta discussão aponta, como já mencionado, para a questão da formação de professores. Como exigir uma mudança de postura se os professores não dispõem dos conhecimentos necessários para entender o processo de construção desses esquemas mentais?

O desafio consiste então, não no julgamento dos docentes, que por vezes se acham enclausurados pelo conteúdo, pela avaliação, ou pelas exigências não só escolares, como também sociais, mas em criar alternativas viáveis de mudança de ordem estrutural no processo de formação, seja inicial ou continuada, daqueles que já se acham envolvidos nessa trama e, bem como, dos que almejam a excelência da docência.

Desmistificar a idéia de que a escola, o professor, o ensino estão fadados ao fracasso, ou como muitos afirmam: já estão fracassados, requer o desprendimento e o envolvimento de todos aqueles que consideram a educação uma causa nobre a qual tem na escola e no professor os seus porta-vozes.

3.2 A matemática dentro e fora da escola

Dentre os muitos desafios que se colocam para a educação, o de fazer um ensino prazeroso traduzido em uma aprendizagem significativa pode ser considerado um dos mais difíceis.

Não foram, e não têm sido, poucos os esforços em termos de política educacional, na tentativa de minimizar os fatores que interferem no processo ensino e aprendizagem que trazem conseqüências negativas, sendo possível citar propostas como Vira Brasília, Escola Candanga, Ciclo Básico de Alfabetização (C.B.A.), Turmas de Reintegração (T.R’s), Jornada Ampliada, Classes de Aceleração da Aprendizagem (C.A.A’s) e, mais recentemente, o BIA (Bloco de

Inicialização a Alfabetização). Porém, permanece a pergunta: por que o índice de fracasso escolar, por vezes, em anos seguidos, quando não aumenta, continua inalterado?

Na verdade, a busca por uma proposta de educação que viabilize o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa deve implicar não somente o aluno como se ele fosse o único responsável pela aprendizagem, mas deve implicar também o professor, o currículo, a avaliação, a escola, a família, a sociedade como um todo.

Quando pensamos em uma etapa do processo educativo, por exemplo, o ensino fundamental, delineamos alguns aspectos que "julgamos" como pertinentes na análise das possíveis causas do fracasso escolar.

Se a abordagem for mais específica, como em classes de alfabetização, a enumeração de tais aspectos parece ser idêntica para todas as escolas, professores, alunos e famílias.

O hiato entre o que se sabe antes da escola e o que nela se aprende, a maneira como os alunos lidam com o conhecimento dentro e fora da escola, a avaliação que é feita pelo professor sobre o aprendido ou não pelo aluno revela que nem sempre o fracasso escolar é decorrente de uma "dificuldade" de aprendizagem, antes, demonstra que existe, ainda, uma certa estranheza por parte da escola quanto ao lidar com os diferentes saberes dos alunos e suas formas de expressão.

Dentro desse contexto, Carraher, Carraher e Schliemann (2001) destacam que a relação entre a formação do professor e as implicações de sua intervenção pedagógica, no ensino da matemática, implica, também, acrescentar ao grupo das visões sobre o fracasso escolar – fracasso do indivíduo, da classe ou do sistema social – a do fracasso da escola, o qual se manifestaria

> na incapacidade de aferir a real capacidade da criança, no desconhecimento dos processos naturais que levam a criança a adquirir o conhecimento e na incapacidade de estabelecer uma ponte entre o conhecimento formal que se deseja transmitir e o conhecimento prático do qual a criança, pelo menos em parte, já dispõe (p. 42).

Isso acontece porque a ação docente, na maioria das vezes, entra em conflito diante das demandas burocráticas no e do contexto escolar. Este conflito conduz tão somente a um reducionismo da prática pedagógica que não pode esperar. Uma prática que não compreende e nem interfere devidamente, quanto ao *tempo* do aluno, porque o ano letivo, a escola, a sociedade, a política educacional, mesmo em meio a tantas mudanças já ocorridas, ainda vivem baseados nos índices de aprovação/reprovação. Aprovação ou reprovação de quê? De quem?

Repensando essa questão em termos de ensino e aprendizado de matemática, a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud, base de apoio para muitas pesquisas e estudos (CARRAHER E SCHLIEMANN, 1998; FÁVERO, 2005; FRANCHI, 2002; PASSONI e CAMPOS, 2003; MELO, 2003; MUNIZ, 2004a; 2004b, MOREIRA, 2004; MORO et. al.; 2005), traz contribuição de suma relevância. A partir de seu conhecimento, é possível analisar com mais clareza a produção matemática dos alunos, especialmente daqueles que se encontram em "situação de dificuldade" mediante a compreensão – análise e interpretação – de seus esquemas mentais manifestos verbalmente, por gestos, condutas, e registros diversos.

Outro aspecto importante a ser considerado nesta área é que a aprendizagem em matemática não se limita ao saber escolar, isto é, começa e termina na escola. Fora da escola o aluno lida com situações diversas, apropriando-se delas, dando-lhes significado e agindo sobre elas, evidenciando assim, os diferentes modos de expressão desses significados no processo de construção do conhecimento matemático. Não só o conhecimento está em ação, como o sujeito em situação.

O estar em situação, neste sentido, quer dizer que o aluno está diante de problemas, tarefas, que o fazem mobilizar seus conhecimentos prévios e construir outros domínios, não podendo estes, serem desenvolvidos mecanicamente por meio de "modelos" fechados. O aluno atribui sentido, significados àquilo que faz.

Vergnaud (*apud* FRANCHI, 2002) falando a respeito da atividade cognitiva a partir dos procedimentos convencionais diz que:

> os procedimentos canônicos ou estandartizados não correspondem diretamente aos processos cognitivos envolvidos na sua resolução e, portanto, não podem ser ensinados diretamente (p.189).

Em outras palavras, acredito e assumo como pressuposto que, quando o ensino de matemática fecha-se na reprodução de "modelos", se inibe ou não se aceita a manifestação dos esquemas mentais dos alunos, negando a essência da produção matemática do ser epistêmico que é cada criança[24].

> Reconhecer o desenvolvimento e o uso do raciocínio matemático nas estratégias utilizadas pelas crianças no dia-a-dia é um primeiro passo no sentido de desenvolver atividades de ensino mais adequadas (SCHLIEMANN, 1998, p. 11-12).

Isto confirma que a maneira como as crianças lidam com situações que envolvem atividade matemática, fora do contexto escolar, não corresponde, diretamente, ao mesmo trato que é dado na escola. Significa que suas ações cognitivas não, necessariamente, levem aos mesmos procedimentos que são utilizados e repassados pela escola para se chegar ao "modelo".

Em função desta diferença, é comum, na escola, considerar um aluno "com dificuldade" de aprendizagem, porque o seu pensar e fazer não assume a forma canonizada. O aluno que não conseguiu "aprender" (reproduzir) o "modelo" ensinado pelo professor passa, então, a fazer parte dos índices estatísticos do fracasso escolar.

Mas este quadro pouco a pouco vem sendo modificado. Muniz (2004a; 2004b), a partir de seus estudos acerca da produção matemática de alunos considerados "com dificuldade" de aprendizagem pela escola, traz esclarecimentos importantes para professores, para pesquisadores e outros,

---

[24] A ZDP (Vygotsky, 1998) pertence a cada criança, enquanto ser epistêmico mergulhado **numa situação** histórico-cultural e pedagogicamente situada e de acordo com sua capacidade de produzir aquilo que, para ele, ainda não está pronto.

relacionados à área de ensino e aprendizagem de matemática, revelando que o ser matemático existente em cada aluno transcende os limites impostos pela aquisição de conceitos matemáticos via “modelos”.

Quanto a este aspecto, podem ser acrescentadas, ainda, as contribuições do trabalho de Schliemann e Carraher (1998). Segundo estes pesquisadores, “os algoritmos para a resolução de problemas aritméticos (por exemplo)[25] ensinados na escola nem sempre ajudam a resolver problemas fora do contexto escolar” (*ibid.,* p.15).

Outra abordagem que se junta a estas é a de Franchi (2002). A autora reforça a importância que deve ser dada aos procedimentos próprios do aluno.

> É essencial que ele possa utilizar seus próprios procedimentos a partir da representação que ele se faz da situação. A discussão e a socialização desses procedimentos em classe são fundamentais para a investigação dos conhecimentos em ação mobilizados na produção desses procedimentos, facilitando, no momento oportuno, a percepção pelos alunos das relações entre os vários procedimentos e a avaliação da maior ou menor eficiência e economia de cada um deles” (p. 189).

Portanto, se o ensino parte da valorização e compreensão das *produções espontâneas*[26] das crianças, entendendo que retratam os procedimentos pessoais dos alunos, a aprendizagem é muito mais produtiva e significativa em dois sentidos: primeiro, porque considera o fazer do aluno e, segundo, porque leva o aluno a compreender a utilização de um ou outro procedimento, seja o seu ou o que é ensinado pela escola.

---

[25] Acréscimo feito por mim.

[26] No contexto desta pesquisa, o sentido da expressão “produções espontâneas” está sendo concebido com base na **interpretação pessoal** de cada criança acerca dos “modelos” convencionais. Portanto, embora as crianças tenham experiências escolares anteriores, o que se está levando em conta é o fato de que mesmo com a influência dessas experiências sobre o fazer das crianças, ainda assim, cada uma pensa, interpreta e faz de maneira diversificada. Ou seja, mesmo com o ensino dos procedimentos subjacentes aos algoritmos convencionais, o sentido atribuído pelo professor pode não ser o mesmo atribuído pelo aluno e, é nesse enfoque que estão sendo consideradas as produções das crianças.

3.3 Conhecendo a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é segundo Vergnaud (*apud* FAVERO, 2005)

> uma teoria psicológica do conceito ou, melhor ainda, da conceituação do real: permite identificar e estudar as filiações e as rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual; permite igualmente analisar a relação entre os conceitos como conhecimentos explícitos e as invariantes operatórias que estão implícitas nas condutas do sujeitos em situação, assim como aprofundar a análise das relações entre significados e significantes (p. 245).

Portanto, além de oferecer uma abordagem à aprendizagem, relaciona-se também com a didática (FÁVERO, 2005). Posso concluir que justamente por voltar-se para o funcionamento cognitivo do sujeito em situação, implica considerar a didática não em nível de formas de ensino, mas num sentido maior, no qual estejam contempladas relações conceituais, epistemológicas, teóricas e práticas entre o ato de ensinar e o de aprender.

Considerando o valor desta teoria para os processos de aprendizagem, em especial, na área de matemática, é importante compreender alguns princípios que a fundamentam.

A começar pelo sentido do conceito, um dos princípios da TCC, segundo Vergnaud (*apud* PAIS, 2002)

> Um conceito é uma tríade que envolve um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; um conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito e um conjunto de significantes que podem representar os conceitos e as situações que permitem aprendê-los (p. 57).

A partir desta definição, “é por meio das situações e dos problemas a ser resolvidos que um conceito adquire sentido para um sujeito” (FÁVERO, 2005, p. 245). Em outras palavras, o conceito se manifesta numa classe de situações nas quais se observam os invariantes operatórios (teorema em ato e conceito em ato), adquirindo significado neste contexto.

Portanto, o processo de construção de conceitos demanda tempo. É preciso entender a complexidade das ações cognitivas dos sujeitos numa classe de situações, a fim de que seja possível identificar a formação dos conceitos.

Segundo Vergnaud (*apud* FÁVERO, 2005)

> Podemos distinguir duas classes de situação para as ações. A primeira são aquelas para as quais o sujeito dispõe no seu repertório das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato de uma situação, a um momento dado do seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias. A segunda são aquelas para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão, de hesitações, de tentativas abortadas, e o conduz, eventualmente, tanto ao sucesso como ao fracasso (p. 246).

Entendendo o funcionamento das ações dos sujeitos em uma ou em outra situação, será possível identificar o(s) esquema(s) construído(s). E o que são os esquemas?

"O esquema é a organização invariante da conduta para uma classe de situações dada" (VERGNAUD *apud* FÁVERO, 2005). Isso significa que de acordo com as classes de situações podem ser observados diferentes esquemas.

Como destaca Fávero (*ibid.*), se analisarmos as ações do sujeito numa classe de situações para as quais dispõe, dentre as competências necessárias, aquelas que possibilitem o tratamento relativamente imediato da situação, então, podem ser observadas "condutas altamente automatizadas, organizadas por um único esquema" (*ibid.*, p. 246).

Por outro lado, se numa classe de situações o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, é possível observar a presença de diferentes esquemas "que podem entrar em competição e, para chegar a solução pesquisada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados, de sorte que tal processo é acompanhado de descobertas" (*ibid.,* p. 246).

"É nos esquemas que se deve procurar os conhecimentos-em-ato, ou seja, os elementos cognitivos que permitem que a ação do sujeito seja operatória" (VERGNAUD *apud* FÁVERO, 2005, p. 247).

Em um esquema estão articulados os seguintes elementos: o objetivo, as regras de ação, tomada de informação e controle, os invariantes operatórios e as possibilidades de inferência (FÁVERO, 2005).

Em outros momentos, deste trabalho, alguns desses elementos serão retomados. Mas numa breve explicação **o objetivo** indica o que o sujeito pretende, **as regras de ação, tomada de informação e controle** se referem ao que faz, a partir de que e para que; **os invariantes operatórios** (teorema-em-ato e conceito-em-ato) dizem respeito, respectivamente, ao julgamento do sujeito quanto às proposições tidas por verdadeiras e às informações tidas por pertinentes; por fim, **as possibilidades de inferência** seriam "hipóteses" elaboradas pelo sujeito que o permitem adaptar-se às situações.

Portanto, "os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas, ou seja, da assimilação e da acomodação (Teoria Piagetiana)", conforme destaca Vergnaud (*ibid.*).

Além disso, na medida em que os esquemas caracterizam as atividades cognitivas do sujeito num conjunto de situações, é possível entender que se estabelece uma relação entre esquema e conceito: uma vez que um conceito se desenvolve ligado a outros conceitos e sempre articulado a um conjunto de situações.

Desta maneira, a dimensão do sentido do conceito deve ser entendida enquanto

> uma relação do sujeito com as situações e os significantes, ou seja, são os esquemas, isto é, as condutas e a sua organização evocadas no sujeito individual por uma situação ou um significante que constitui o sentido dessa situação ou desse significante para esse sujeito ou aquele (FÁVERO, 2005, p. 251).

Sucintamente falando, se as situações dão sentido aos conceitos, é preciso primeiramente, entender como se dá a relação dos sujeitos nas situações.

Relação que é diferenciada de um sujeito para outro. Esta relação evidencia que a dimensão afetiva intervém na dimensão cognitiva (*ibid.*). "Ou seja, os processos cognitivos e as respostas do sujeito são funções das situações com as quais esse sujeito é confrontado" (*ibid.*, p. 252).

Portanto, compreender a atividade cognitiva de um sujeito significa compreendê-la a partir de uma classe de situações com as quais o sujeito lida. Classe de situações que no contexto diário envolve o desenvolvimento de conceitos matemáticos, mas que precisam ser explorados com mais profundidade pela escola, nas situações que propõe.

Em linhas gerais, as considerações aqui apresentadas acerca da Teoria dos Campos Conceituais permitem vislumbrar que existe toda uma complexidade inerente ao ato de aprender que não pode ser ignorada pela escola, nem tampouco tratada didaticamente. Acompanhar o processo de aprendizagem envolve entender o funcionamento das estruturas cognitivas numa área específica de conhecimento.

3.4 A complexidade do processo de construção de conceitos

Quando um aluno chega à idade escolar, há quem acredite que é neste momento que ele vai começar a aprender. Para alguns, a escola estará introduzindo no aluno os saberes necessários para a vida, para o seu desenvolvimento, para o seu sucesso.

Para quem assim pensa, esta asserção pode ser considerada como imutável. Mesmo que o aluno possa ter algum tipo de "conhecimento" anterior, este deve ser moldado pelo saber escolar.

Desta maneira, a concepção de um bom ensino se baseia na eficiência da transmissão e a de aprendizagem significativa se baseia na capacidade de reprodução. Mas quando se fala em processo de construção de conhecimento e não em mera transmissão e reprodução, é preciso considerar a construção de um espaço no qual os alunos possam compartilhar seus saberes, confrontá-los, discuti-los, enxergá-los no conflito cognitivo gerado pelo processo adaptativo que o envolve.

Na aprendizagem de conceitos matemáticos, por exemplo, percebe-se que o processo de aprendizado de conceitos, normalmente, é solitário e silencioso. A fórmula, a regra, o "modelo" por si só já são suficientes para justificar o porquê em aprendê-los como tais. Os "modelos" acabam se constituindo em instrumentos de silenciamento dos aprendizes.

Assim sendo, reduz-se o desenvolvimento cognitivo à capacidade de memorização de "modelos" prontos e apropriados para situações pré-determinadas. Cabe, pois, investigar o que se perde em termos do desenvolvimento e aprendizagem na educação matemática das crianças neste contexto.

> Sabe-se que, a partir das investigações sobre o processo da formação de conceitos, um conceito é mais do que a soma de certos vínculos associativos formados pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não podendo ser aprendido por meio de simples memorização, só pode ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança já houver atingido o seu nível mais elevado (VIGOTSKI, 2000, p. 246).

Ou seja, os conceitos não podem ser ensinados diretamente à criança como se fossem passíveis de serem "apreendidos pela criança em forma pronta no processo de aprendizagem escolar e assimilados da mesma maneira como se assimila uma habilidade intelectual qualquer" (*ibid.*, p. 246-247).

E mais,

> Não menos que a investigação teórica, a experiência pedagógica nos ensina que o ensino direto de conceitos sempre se mostra impossível e pedagogicamente estéril. O professor que envereda por esse caminho costuma não conseguir senão uma assimilação vazia de palavras, um verbalismo puro e simples que estimula e imita a existência dos respectivos conceitos na criança mas, na prática, esconde o vazio. Em tais casos, a criança não assimila o conceito mais a palavra, capta mais de memória que de pensamento e sente-se impotente diante de qualquer tentativa de emprego consistente do conhecimento assimilado (*ibid.*, p. 247).

A partir destas considerações, torna-se evidente que o processo educativo realizado na escola deve propiciar efetivamente o desenvolvimento de conceitos. Falar de aprendizagem de conceitos implica necessariamente que se saiba que não existe uma transferência direta e operada exclusivamente pela escola, como se tal desenvolvimento se desse por mera transmissão. Antes, uma dimensão desenvolvimentista de aprendizagem, contemplaria que os conceitos são formados durante um longo e complexo processo de desenvolvimento cognitivo.

Nesta perspectiva, pesquisas a respeito da aprendizagem em matemática, com enfoque na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, têm fornecido subsídios necessários para repensar o ensino a partir de um outro olhar sobre o aprender.

Esta teoria, como já mencionado, chama a atenção à noção de situação e às ações dos sujeitos nestas situações. Segundo Franchi (2002), ”o conhecimento se constitui e se desenvolve no tempo em interação adaptativa do indivíduo com as situações que experiência” (p. 157).

Ou seja, estas situações não são, necessariamente, apenas situações escolares, mas podem ser entendidas como “um dado complexo de objetos, propriedades e relações num espaço e tempo determinados, envolvendo o sujeito e suas ações” (*ibid.*, p. 158).

Por sua vez, a escola pode (e deve) criar condições para que os alunos, valendo-se dos seus conhecimentos prévios, cheguem a novos conhecimentos, desenvolvendo procedimentos necessários para resolução de situações e problemas.

É pois, a relação que o sujeito estabelece com e nas situações que revela e explica as suas concepções e as suas ações. Esta relação refere-se aos esquemas de pensamento do sujeito em situação, exprimindo o conhecimento-em-ação.

Os esquemas de pensamento, de maneira sucinta, mais que estruturas rígidas e rotineiras, dizem respeito “à ‘forma estrutural da atividade’, à organização invariante da atividade do sujeito sobre uma classe de situações dadas”

(FRANCHI, 2002, p. 164). Os esquemas caracterizam e justificam o “modo de pensar e porque fazer” do sujeito, pois comportam invariantes operatórios (teoremas em ato e conceitos em ato), antecipações do objetivo a alcançar, regras de ação e inferências. Como o pensamento, mergulhado em situações é flexível, os esquemas devem revelar esta flexibilidade, complexidade, assim como o poder criativo e crítico do seu autor, a criança.

Adentrando o campo da avaliação, é preciso entender que neste processo, ela deve acompanhar toda a complexidade presente no funcionamento cognitivo. Segundo Depresbiteris (1991), a avaliação deveria buscar, referindo-se a uma perspectiva mais ampla da avaliação formativa,

> compreender o funcionamento cognitivo do aluno em face da tarefa proposta. Os dados de interesse prioritário são os que dizem respeito às representações da tarefa explicitadas pelo aluno e às estratégias ou processos que ele utiliza para chegar a certos resultados. Os “erros” do aluno constituem objeto de estudo particular, visto que são reveladores da natureza das representações ou das estratégias elaboradas por ele (p. 67).

Pensando, pois, no processo de construção de conceitos matemáticos, é importante diferenciar que, enquanto nos “modelos” os algoritmos são convencionais, universais e permanentes, os algoritmos presentes nos esquemas, por sua vez, são restritos, localmente validados, desenvolvidos em um dado momento pelo sujeito quando confrontado com uma situação ou classe de situações. Dito de outra maneira, enquanto o “modelo” é um para todos, os esquemas são diferenciados de um sujeito para outro mesmo que diante de situações semelhantes. Isto porque, no “modelo” não há a evocação de significado para o sujeito na situação. Já o esquema implica a relação do sujeito com a situação; o sentido para o sujeito está na situação.

O papel da mediação pedagógica dentro de um contexto de construção de conceitos torna-se vital, pois deve contribuir para que o aluno desenvolva um amplo e diversificado repertório de esquemas. Isto leva a compreensão de que “para um mesmo problema, ou uma mesma classe de situações, os alunos mobilizam diferentes esquemas” (FRANCHI, 2002, p. 169). Conseqüentemente, a ação pedagógica deve possibilitar a socialização desses esquemas; fazendo do ato de aprender um processo coletivo, de troca, de partilha e de reflexão.

Emerge, portanto, um novo tipo de aprendizagem. A concepção tradicional do ato de aprender como mera reprodução assume o sentido de aquisição de conhecimentos, mediante o desenvolvimento de um processo construtivo no qual a ação do aluno é fundamental. Como destaca Depresbiteris (1991),

> a finalidade verdadeira de uma aprendizagem superior consiste não simplesmente em produzir um modelo mas em resolver situações e, em alguns casos, criar, reinventar soluções. Nessa perspectiva, a situação de aprendizagem aponta na interação entre alunos diferentes, para aumentar a probabilidade de aferição dos conflitos no âmbito da experiência vivida, favorecendo sua conscientização. O aluno aprende quando consegue ultrapassar conflitos, integrar as contradições aparentes num conjunto de esquemas mais gerais que ele possuía (p. 63).

Buscando alcançar a verdadeira finalidade da aprendizagem, é preciso desfazer a separação entre o saber dentro e fora da escola, criando meios de mobilização e discussão das representações próprias dos alunos sobre um conhecimento.

Viabilizar no contexto escolar a criação de espaços por meio dos quais as crianças falem das próprias produções ajuda a fortalecer sua auto-estima. Favorecer a troca de opiniões (concepções sobre fazer e aprender) entre os alunos e entre estes e o professor, constitui-se em elemento fundamental para romper com o velho paradigma de que o pensamento do professor é superior e o único correto.

Num processo de reconstrução da dinâmica em sala de aula é modificada a concepção de ensino, de aprendizagem e, sobretudo, de avaliação. O que anteriormente era considerado “dificuldade de aprendizagem”, passa a ser analisado como processo construtivo de organização do pensamento, mediante conflitos cognitivos, que assumem formas de representação diferenciadas (esquemas) para cada sujeito.

CAPÍTULO IV
DIALOGANDO COM O PROBLEMA DE PESQUISA

Pensar, falar ou discutir sobre questões inerentes ao contexto educacional é, por natureza, um processo complexo e peculiar. A complexidade decorre da necessidade de um olhar meticuloso sobre as questões educacionais, entendendo-as como um conjunto de outras questões que estão interligadas e, às vezes, sobrepostas. Discutir, por exemplo, o problema da evasão escolar, implica também discutir aspectos quanto à avaliação, ao currículo, à garantia de permanência do aluno na escola, dentre outros.

Quanto à peculiaridade, é importante entender cada uma das questões, sabendo que o trato a ser-lhes dado não se limita a comprovações meramente estatísticas. Ao contrário, indica um processo de estudo *in loco* sobre os porquês, não visando generalizar as conclusões de tal estudo.

Contudo, é a partir do entendimento dos porquês e dos significados atribuídos pelo sujeito às situações escolares das quais participa que se abre um leque analítico maior. Este leque promove um movimento de ação-reflexão-ação e desencadeia um processo contínuo de pesquisa e de tomada de decisões necessário para a melhoria do ensino e a garantia de aprendizagens significativas.

Como parte deste movimento, uma re-leitura das práticas no ensino de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental (3ª série), a partir da análise do uso de “modelos” para a aprendizagem de conceitos matemáticos, vem contribuir para a desmistificação de que seu real aprendizado se limita à assimilação de tais “modelos” como necessários à construção do conhecimento matemático, o que na verdade, além de contraditório, é, segundo o entendimento defendido nesse trabalho, um grande equívoco.

Esta releitura da prática pedagógica remete, necessariamente, a uma redefinição de quem é o aluno, qual o seu papel no processo educativo. É preciso modificar as concepções de ensino para que também se modifiquem as de aprendizagem.

Neste processo, nasce um outro tipo de aluno, um outro tipo de aprender, um outro tipo de relação entre educador e educando. Freire (1992) já falava deste aspecto.

> Minha experiência vinha me ensinando que o educando precisa de se assumir como tal, mas assumir-se como educando significa reconhecer-se como sujeito que é capaz de conhecer e que quer conhecer em relação com outro sujeito igualmente capaz de conhecer, o educador e, entre os dois, possibilitando a tarefa de ambos, o objeto do conhecimento. Ensinar e aprender são assim momentos de um processo maior – o de conhecer, que implica re-conhecer. No fundo, o que eu quero dizer é que o educando se torna realmente educando quando e na medida em que *conhece*, ou vai conhecendo os conteúdos, os objetos cognoscíveis, e não na medida em que o educador *vai depositando* nele a descrição dos objetos, ou dos conteúdos (p. 47).

Compreender e olhar o educando nas condições daquele que quer conhecer, adentrando o campo de ensino e aprendizagem de matemática, deve produzir um sentimento e prática de valorização e aceitação da produção do aluno, considerando-a não segundo os pré-julgamentos da escola, em termos do que é ou não pedagogicamente correto, mas percebendo-a como resultado de um rico e complexo processo cognitivo.

Alguns estudos nesse sentido (CARRAHER e SCHILIEMANN, 1998; CARRAHER, CARRAHER e SCHILIEMANN, 2001; KAMII, 1990, 1995; MUNIZ, 2001, 2004a, 2004b etc.) têm mostrado que o potencial de aprendizado (VYGOTSKY, 1998) da criança está muito além do espaço único da escola. Não está limitado a quatro paredes e nem estruturado com base na reprodução de “modelos” convencionais.

Tais constatações revelam ainda que a relação da criança com o conhecimento matemático não se estabelece somente na escola. Em sua vida diária lida com esse mesmo conhecimento de um modo muito diferente do que é exigido no contexto escolar.

Lemos[27], prefaciando Teberosky (2001) a respeito do aprendizado da língua escrita, faz um apontamento que, por analogia, pode ser aplicado ao campo da matemática. Diz ela que

> a criança dispõe de um saber sobre a escrita ainda antes de entrar para a escola e de que este saber foi também construído através de sua participação em práticas sociais em que a escrita ganha sentido” (p. 8)

Da mesma maneira, a criança deve possuir um conhecimento prévio sobre os conceitos matemáticos. Conceitos que constroe também em práticas sociais que lhes dão sentido, funcionalidade, que fazem parte do seu dia-a-dia. Este conhecimento se manifesta em situações práticas e significativas para elas, que devem ser foco de nossa observação, descrição e análise, como, por exemplo, fazer uma pipa, jogar bola de gude, comprar doces ou pão, dividir os brinquedos entre os colegas, comparar quantidades, e em muitas outras tarefas rotineiras.

Para o ser epistêmico que é a criança, lidar com os mais variados conceitos matemáticos em situações diárias (jogos, brincadeiras, competições, etc.) é algo que ocorre naturalmente. Ela age e interage diretamente com o objeto de conhecimento, expressando sua forma de pensar, fazendo as representações necessárias e isso sem se preocupar com a adequação desse conhecimento, em seu nível pragmático, bem como, de sua apresentação segundo um modelo socialmente validado pela escola.

Muniz (2004a), neste sentido, nos oferece valiosa contribuição em sua pesquisa[28] a respeito da produção matemática de uma criança com necessidades especiais (deficiência auditiva), evidenciando claramente que tal produção por não ser reconhecida institucionalmente, é incompreendida pelo professor e, por isso, identificada como “problema de aprendizagem”. Vejamos o protocolo analisado:

---

[27] TEBEROSKY. Ana. Psicopedagogia da linguagem escrita. Tradução: Beatriz Cardoso. Prefácio: Claudia T. G. Lemos. 9ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.

[28] (Re) Educação Matemática: a mediação do conhecimento matemático. Esta pesquisa foi realizada em uma escola da Rede Pública do Distrito Federal num trabalho conjunto criança-professor-pesquisador-estudante através da pesquisa-ação.

24 : 3 = 8	Ao lado da divisão aparecia a estrutura abaixo. 9 – 1 9 – 1 <u>3 – 1</u> 7 + 1 = 8

Figura 4.1: Transcrição da produção da criança feita pelo pesquisador

Embora a resposta dada estivesse certa, a maneira como essa criança chegou a ela, através da estrutura acima, parecia demonstrar não haver nenhuma lógica. Muniz (*ibid.*), assim explica:

> A produção matemática de Maria[29] tem duas estruturas fundamentais: primeiro o registro do seu algoritmo espontâneo traduzindo seus esquemas mentais, e, segundo, o registro exigido pela escola, enquanto produto cultural (p. 41).

Por meio da análise de vários protocolos dessa criança, foi possível concluir que seu algoritmo escrito "traduzia fielmente seu pensamento operatório sobre quantidades numéricas formando agrupamentos" (*ibid.*, p. 41). E assim pôde ser entendida:

24 = 10 + 10 + 4. Buscando grupos de 3, temos:

$$\left.\begin{array}{r} 10 = 9 + 1 = 3 \times 3 + 1 \\ 10 = 9 + 1 = 3 \times 3 + 1 \\ 4 = 3 + 1 = \underline{1 \times 3 + 1} \end{array}\right\} \text{A soma de 1+1+1, forma o outro grupo de 3}^{30}$$

7 grupos de 3, mas restando 3, mais 1 grupo de 3, total, 8 grupos de três e resta zero.

Figura 4.2.: Interpretação da produção da criança

[29] Nome utilizado na pesquisa para identificar essa criança.
[30] Acréscimo feito por mim.

Portanto, pensando em entender porque o aprendizado dos mesmos conceitos matemáticos que a criança conhece fora da escola é, na maioria das vezes, considerado difícil pelos professores, precisamos acompanhar de perto como e se ocorre a mediação pedagógica, que princípios norteiam o ensino de matemática – o que é Matemática, como se aprende e como se faz – e como se dá a construção feita pelo aluno sobre o conhecimento matemático.

É, pois, o pensar com, o falar com e o discutir com os principais personagens do processo educativo – professor e alunos – que possibilitará conhecer e entender a dinâmica de aprender e ensinar, de como se faz matemática, o que se constitui um real desafio neste estudo acerca da aprendizagem matemática. Esse trabalho coletivo, de implicamento (BARBIER, 2004), contribuirá para que haja uma ruptura em relação à visão tradicional de ensino que, considerado via de mão única, fundamenta-se no saber do professor. Este, por sua vez, preenche o vazio representado pelo não-saber do aprendiz. Tal concepção ignora a capacidade de aprendizado do aluno enquanto ser epistêmico o que, conseqüentemente, reduz o ato de aprender a tarefas de memorização e reprodução do saber de outrem.

Dito de outra maneira, a busca de um real entendimento dos porquês pertinentes ao estudo de temáticas no processo educativo diz respeito à aproximação aos sujeitos e à participação de quem pesquisa com os mesmos (LÜDKE e ANDRÉ, 1986). Segundo Barbier (2004), a pesquisa deve propor mudanças e construir conhecimentos relativos a essas mudanças, e isso, só é possível a partir da compreensão do papel desempenhado pelo pesquisador em relação à realidade pesquisada.

> O pesquisador desempenha, então, seu papel profissional numa dialética que articula constantemente a implicação e o distanciamento, a afetividade e a racionalidade, o simbólico e o imaginário, a mediação e o desafio, a autoformação e a heteroformação, a ciência e a arte (p. 18).

Minha principal proposta, à professora e aos alunos, é romper com os limites impostos pela transmissão de saberes e a mera reprodução desses saberes pelos alunos, levando o professor a compreender-se no processo como pesquisador e conduzindo os aprendizes a um movimento de dessilenciamento.

Incentivá-los a externar e explorar suas formas de pensar, de construir o conhecimento, explicitando pela fala e registros suas construções é um desafio que este trabalho pretende vencer.

No caminho a ser percorrido, acredito que as crianças estarão reinventando a matemática. Mas para que esta reinvenção seja percebida pelo professor é preciso que aceite a existência da construção de conhecimento no fazer matemática da criança e que esse fazer revela atividade cognitiva.

Como destaca Petraglia (2003), “o pensamento não é estático, indica movimento: e é este movimento de ir e vir que permite a criação e com ela a elaboração do conhecimento” (p.69).

Captar tal movimento é objetivo e desafio metodológico desse estudo. Significa que queremos entender o pensamento da criança, acompanhando a forma de organização mediante a análise das produções matemáticas, enxergando o seu funcionamento nesse fazer. Apreender o movimento em movimento, mantendo-o em movimento.

Decorrente disto, analisar a importância do que é ensinado pela escola (como, por que e para quê) a partir da significação dada pelo aluno a este ensino e de sua compreensão quanto à utilidade do aprendido, é uma tarefa emergente.

Esta tarefa nos leva a refletir sobre a maneira como ensinamos, como a escola encara a aprendizagem. Segundo Kamii (1990):

> As escolas ensinam, tradicionalmente, a obediência e as respostas ‘corretas’. Assim, sem perceber (talvez não)[31], elas evitam o desenvolvimento da autonomia das crianças reforçando sua heteronomia (p.34).

Portanto, a condução do processo educativo em sentido contrário ao que é costumeiramente feito (que está impregnado nas práticas docentes) não pode ser realizada da noite para o dia. Mudar paradigmas envolve um movimento

[31] Acréscimo feito por mim.

complexo e difícil. Complexo, porque precisamos conhecer e entender as concepções de cada um. Difícil, porque precisamos descobrir pontos de consenso, sem desrespeitar as diferenças.

A necessidade desta mudança não pode fugir, contudo, ao entendimento de todos os envolvidos no processo educativo. Necessidade que leve a um contínuo processo de reflexão (e ação) sobre o que a escola ensina.

Como destacam Ceccon, Oliveira e Oliveira (1998):

> As crianças simplesmente não entendem a maior parte das coisas que a escola ensina nem sabem por que devem aprender tais coisas e não outras. A professora fala, fala, fala e os alunos escutam, cada um sentado no seu canto, sem saber muito bem por quê. Os exercícios escolares são, quase sempre, feitos em torno de problemas que não existem na vida real. Quando a professora faz uma pergunta, ela já sabe a resposta e só aceita como resposta certa isso que ela já sabe. A escola não ajuda os alunos a resolver problemas concretos, problemas que eles realmente entendem e para os quais estejam interessados em procurar a solução (p. 66).

Sendo assim, no contexto de uma mudança necessária no processo de ensino em matemática, que toma por base “modelos” para a aprendizagem de conceitos matemáticos, busca-se entender como a prática pedagógica pautada na transmissão desses “modelos” pode interferir na construção do conhecimento.

Significa que pretendemos entender como se dá o processo de construção do conhecimento pela criança, buscando identificar em que sentido o ensino de “modelos” *a priori* se articula a este processo.

Considerando que os “modelos” se constituem em elementos de validação do saber escolar, percebemos que toda produção matemática que foge ao “modelo” acaba sendo ignorada.

Moysés (1997), ao apontar a forma como os conteúdos escolares são trabalhados pela escola, inclusive, os de Matemática, explica:

> É como se o processo de escolarização encorajasse a idéia de que no “jogo da escola” o que conta é aprender vários tipos de regras simbólicas, aprendizagem essa que deve ser demonstrada no seu próprio interior (p. 59).

Ou seja, se os “modelos” existem, significa que eles têm um valor. Mas que valor é este? Será que estas formas de representação do conhecimento matemático são as únicas que realmente podem ser consideradas como produção do conhecimento? Se eles são um tipo de regra simbólica apropriada para o “jogo da escola”, podem porventura fechar a aprendizagem em torno de si mesmos?

Se entendemos a produção do conhecimento como produto de uma atividade criadora do ser humano, não podemos conceber que os “modelos” sejam a base deste processo. Neste mesmo entendimento, trabalhos como o de Kamii (1995, p.55) reprovam o ensino pautado única e exclusivamente em “modelos” (algoritmos convencionais).

> Defendemos a reinvenção da aritmética pelas crianças, porque, primeiro, o conhecimento lógico-matemático é o tipo de conhecimento que cada um pode e deve construir por meio de seu próprio raciocínio, e, segundo, as crianças têm que passar por um processo construtivo semelhante ao de nossos ancestrais, a fim de compreender os algoritmos usados atualmente. A terceira razão pela qual acreditamos que as crianças devam inventar procedimentos próprios é que o ensino dos algoritmos nas $1^{\underline{as}}$ séries do primeiro grau é prejudicial pelos motivos que apresentamos a seguir.
>
> 1. Os algoritmos forçam o aluno a desistir de seu raciocínio numérico.
> 2. Eles “desensinam” o valor posicional e obstruem o desenvolvimento do senso numérico.
> 3. Tornam a criança dependente do arranjo espacial dos dígitos (ou de lápis e papel) e de outras pessoas.

Com base nestas considerações, esse estudo busca analisar onde estes “modelos” se situam no processo de ensino e de aprendizado e que implicações podem trazer na construção do conhecimento matemático – se ativação ou não de processos internos do desenvolvimento.

De acordo com Vygotsky (1998), mediante o aprendizado, vários processos internos do desenvolvimento são despertados, operando somente quando a criança interage com pessoas em seu ambiente e quando em cooperação com seus companheiros.

Num contexto de ensino de matemática em que os “modelos” são usados como meio e fim, estes processos internos do desenvolvimento poderão ser despertados? Acredito que não, pois os “modelos” podem implicar mera memorização, e não criação, o que ao invés de levar a construção do conhecimento, pode engessá-lo.

Portanto, tornar não só as aulas de matemática prazerosas, mas o ato de aprender e fazer matemática, desmistificando a idéia de que esta disciplina é muito difícil, constitui-se um desafio a todo educador e pesquisador.

Desafio que pode ser superado quando se concebe o ato de ensinar como criador, crítico e não mecânico (FREIRE, 1996). Que contempla o ato docente pelo discente, compreendendo que ao ensinar se aprende e aprendendo se ensina (FREIRE, 2003). "A curiosidade do(a) professor(a) e dos alunos, em ação, se encontra na base do ensinar-aprender" (FREIRE, 1996, p. 81).

Considerar no ato de ensinar a produção dos alunos como forma de representar os conceitos matemáticos construídos (VERGNAUD *apud* MELLO[32], 2003), leva-nos a dar importância à mediação pedagógica como elemento indispensável no desenvolvimento e formação de um aluno autônomo, produtor e não reprodutor de conhecimentos.

Se, por outro lado, o ato de ensinar se reduz a mera transmissão de "modelos", o ato de aprender torna-se um processo de silenciamento dos saberes dos alunos, um distanciamento de sua realidade.

Neste contexto, na relação ensino-aprendizado não há parceria, negociação e nem diálogo, pois se fundamentaria numa dimensão (que acredito não ser real) de construção do conhecimento baseada na assimilação de um conceito isolado, pronto e acabado, representado pelo "modelo".

Assim, dessilenciar o aluno é procedimento central do método dessa investigação. Por isso, adentrar o espaço de sala de aula enquanto pesquisadora implica uma tomada de consciência acerca de minha atuação e intervenção, numa perspectiva contributiva, junto ao professor e alunos, especialmente, para aqueles que se encontram em "situação de dificuldade", re-olhando o ato de ensinar mediante o ato de aprender.

---

[32] Nina Cláudia de Assunção Mello. Mestre em Educação pela Universidade de Brasília. Dissertação de mestrado: "Uma professora-pesquisadora construindo – com e para seus alunos – um Ambiente Matematizador, fundamentado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. 2003".

Para tanto, acreditamos que possa ser possível construir coletivamente (pesquisadora, professora pesquisadora e alunos pesquisadores) um espaço em sala de aula de interação entre diferentes saberes, de confronto, de superação e de consolidação. Aproximar o que está distanciado, unir o que está disjunto, reunir o que está isolado; o que foi destacado por um processo de estancamento.

> Ao contrário do que se acredita, as crianças fazem funcionar espontaneamente suas aptidões sintéticas e analíticas; espontaneamente elas sentem as ligações e a solidariedade entre as coisas. Nós é que produzimos modos de separação que fazem constituir, no espírito delas, entidades separadas. E elas acabam acreditando que a história, a geografia, a matemática são entidades separadas" (MORIN *apud* PETRAGLIA, 2003).

Não só esta separação entre as diferentes áreas de conhecimento, como a própria separação dentro de uma mesma área, separando as partes do todo e vice-versa, como também, a separação entre o conhecimento e a vida, ainda são processos vívidos nas práticas escolares.

Segundo Morin (*apud* PETRAGLIA, 2003), é "impossível conhecer as partes sem conhecer o todo, assim como conhecer o todo sem conhecer particularmente as partes".

Em outras palavras, pensar e entender o conhecimento enquanto único, universal e acabado, implica negar o processo subjetivo de construção deste conhecimento – a relação individual do sujeito com o objeto de conhecimento.

Um aspecto que acaba também sendo negado, é a teia de relações existentes entre os aspectos – sócio, histórico e cultural – que dá forma e sentido a este conhecimento.

Por isso, identificar e analisar o sentido dado pela professora e, principalmente, pelos alunos aos "modelos", no ensino e aprendizado de conceitos matemáticos, remete-nos a compreensão dessa teia de relações existentes na construção do conhecimento matemático.

É um nível de compreensão que enxerga esta teia de relações perpassando a subjetividade tanto do professor como do aluno em relação ao conhecimento matemático.

Esta subjetividade diz respeito ao valor e á utilidade do ensinado e do aprendido, sendo possível perceber por meio dela os encontros e desencontros entre o saber escolar e o conhecimento dos alunos.

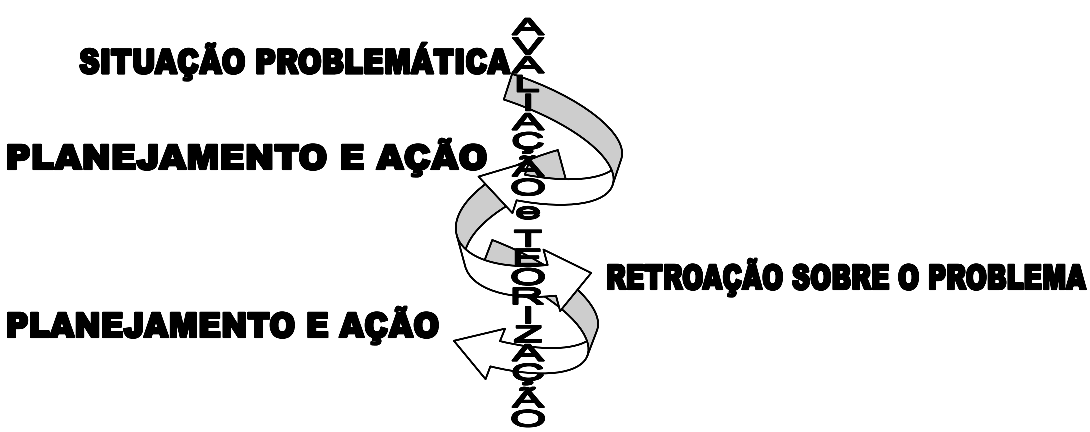
CAPÍTULO V
PROPOSTA METODOLÓGICA

5.1 Definindo os caminhos: uma pesquisa-ação

Pensar sobre a proposta metodológica implica necessariamente definir os caminhos a seguir em função do objeto motivo da investigação. Desta maneira, o sentido da investigação e a natureza da pesquisa devem levar em consideração as implicações epistemológicas decorrentes do foco de estudo.

Uma vez que o foco desta pesquisa é o processo de aprendizagem de conceitos matemáticos de crianças em séries iniciais, é preciso entender que a entrada no campo da pesquisa pressupõe um pleno envolvimento do pesquisador no contexto escolar.

Assim sendo, acredito que a realização dessa pesquisa, segundo os princípios da pesquisa-ação (Barbier, 2004), foi fundamental, pois a partir dos objetivos que foram delineados, pude me identificar com o grupo, participando e acompanhando o desenvolvimento do processo educativo. Desta maneira, tive condições de identificar a situação problemática, planejar em função dela, analisar os resultados, retomar a situação, replanejar, fazendo a articulação teórica, desencandeando, assim uma proposta em espiral, conforme diagrama abaixo:



Por isso, procurando conhecer e participar ativamente no campo da pesquisa foi muito importante a construção e manutenção de um contexto interativo entre pesquisadora, professora pesquisadora e alunos pesquisadores permeado por um processo dialógico.

Segundo González Rey (2002), “toda pesquisa qualitativa deve implicar o desenvolvimento de um diálogo progressivo e organicamente constituído, como uma das fontes principais de produção de informação” (p. 56). O entendimento do autor é que no diálogo se criam uma multiplicidade de climas por meio dos quais se manifestam diferentes níveis de conceituação das experiências.

São estes níveis diferenciados de conceituação que traduzem aspectos relevantes no processo de produção do conhecimento, pois a qualidade da troca de informações entre os participantes de uma pesquisa é diferente, por exemplo, do contexto diário das pessoas.

Esta constatação torna-se evidente quando o clima de uma pesquisa define a forma de interação entre os envolvidos. Ainda, segundo González Rey (*ibid.*) “o clima da pesquisa é um elemento significativo para a implicação dos sujeitos nela” (p. 56).

Acredito que, em função disto, os métodos e instrumentos utilizados na pesquisa puderam assumir um sentido interativo. Quanto a este aspecto, considero que a entrevista, a semi-estruturada, adequou-se para este fim.

Com base neste propósito, Lüdke e André (1986) defendem a existência de um caráter interativo na entrevista. Para elas, “a relação que se cria é de interação, havendo uma atmosfera de influência recíproca entre quem pergunta e quem responde” (p.33). É no processo interativo que os participantes da pesquisa se constituirão.

Este aspecto interativo, atrelado ao sentido da entrevista, remete-nos a uma consideração importante feita por González Rey (*ibid.*) quanto ao significado da comunicação no curso da pesquisa. Para ele

> A significação que atribuímos à comunicação rompe o esquema estímulo-resposta, que indiretamente imperou na pesquisa científica, e desloca o centro de atenção dos pesquisadores dos instrumentos para os processos

> interativo-construtivos que se constituem dinamicamente no curso da pesquisa (p. 57).

Considerando, pois, a necessidade deste rompimento, o tipo de entrevista sugerida pôde imbuir-se de dinamicidade, contribuindo no sentido da captação das expectativas, ansiedades e impressões dos envolvidos na pesquisa.

Com base na ênfase dada à importância da interação no contexto da pesquisa, um outro método pertinente foi a observação participante. Segundo os princípios da pesquisa-ação (BARBIER, 2004), esta deve ser concebida como uma observação predominantemente existencial, completa.

De acordo com Barbier (*ibid.*), este tipo de observação caracteriza-se pelo fato de o pesquisador estar envolvido, implicado, logo de início, pois é membro do grupo participante da pesquisa, antes mesmo da pesquisa começar.

5.2 Quem somos?

No capítulo primeiro deste trabalho me dediquei ao registro das vivências e experiências com a matemática no meu percurso estudantil e profissional. No relato, nestes dois momentos distintos e distantes de minha vida, mostro como nasceu minha relação com o objeto desta pesquisa.

Agora, abro espaço para o conhecimento dos outros membros participantes da pesquisa – a professora pesquisadora e os alunos pesquisadores.

Apresentá-los ao leitor se faz necessário, não apenas em função da necessidade de caracterização dos sujeitos que estão na pesquisa, mas também no sentido de enfatizar suas relações no processo de ensino e aprendizagem com a matemática.

Também é caracterizado o núcleo da pesquisa, retomando de certa forma, o envolvimento da pesquisadora com o grupo maior que dele faz parte, bem como, retrata sua atuação neste campo.

5.2.1 A professora pesquisadora

A professora participante na pesquisa faz parte do quadro da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal desde o ano de 2001, e foi designada, no mesmo ano, para regência na Escola Classe 50 de Ceilândia.

A professora já desempenhou as seguintes funções: professora regente de uma 3ª série no ano de 2001; no ano de 2002, em turma de 2ª série; no ano de 2003 em turma de 1ª série. No ano de 2004 desempenhou a função de coordenadora pedagógica, voltando a assumir turma, uma 3ª série no ano de 2005, na qual foi desenvolvida a pesquisa.

A turma de 3ª série em que lecionou tinha aulas pela manhã. Esta turma tinha uma característica peculiar, em relação às outras. Era uma turma reduzida em número, chamada de "Integração Inversa[33]" porque dela fazia parte uma aluna portadora de necessidades especiais (deficiência auditiva). Paralelamente à atividade docente, fazia o curso de Pedagogia, no Centro Universitário UniCEUB, conhecido como projeto "Professor Nota 10".

A professora cursava o 4º semestre quando a pesquisa chegou a sua sala de aula. O projeto "Professor Nota 10" é resultado de uma parceria da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal com a instituição mencionada. Além dele, também foi criado o PIE (Pedagogia para Professores em Exercício no Início de Escolarização), parceria firmada com a UnB. O objetivo dos cursos é o de formar em nível superior 5.000 (cinco mil professores) da rede. É um processo de formação continuada voltado para uma mudança da práxis pedagógica numa perspectiva de superação de velhos paradigmas.

Este aspecto favoreceu a apreensão pela pesquisadora, nas conversas durante a aula e em alguns momentos na coordenação pedagógica, das percepções da professora sobre o processo de ensino e aprendizagem em

[33] Segundo documento (Estratégia de Matrícula de 2006) emitido pela Secretaria de Educação do Distrito Federal, regulamentado pela Portaria nº 314 de 11/10/2005 as turmas de "Integração Inversa" são classes diferenciadas constituídas por alunos sem necessidades especiais e por até 6 (seis) alunos com necessidades educacionais especiais, com deficiência ainda não identificada para inclusão conforme modulação para cada área de deficiência.

matemática, articulando ao processo de formação continuada pelo qual passava e ao desenvolvimento da pesquisa, além de expressar suas inquietações.

Numa destas conversas, durante a coordenação pedagógica, a pesquisadora pediu a professora que falasse de sua prática de ensino em matemática antes da pesquisa.

Rose - Eu acho que estava deixando muito a desejar, principalmente no ensino de matemática... Então, o máximo que você coloca é ela pra fazer os pauzinhos, né? Então você não se preocupa com o registro ***da criança*** (ênfase na fala). *Você se preocupa com o que ela vai fazer no caderno ou na prova que você passar como avaliação. Você vai tirar por ali...*

No desenvolver da pesquisa, Rose pôde experimentar uma outra maneira de ver e avaliar a produção matemática de seus alunos. As inquietações desencadeadas foram muito mais intensas que aquelas relacionadas à sua prática pedagógica antes da pesquisa.

Mudanças foram operadas neste sentido. Talvez não se deram em profundidade e nem em curto prazo. Contudo, o simples fato de ver Rose mais preocupada com o fazer das crianças, buscando oportunizar ao máximo, mesmo em meio às cobranças curriculares e à pressão do tempo didático, que elas comunicassem seu pensamento, revestindo a relação professor e aluno por um novo tipo de contrato didático, já foi uma grande conquista.

Mediante o trabalho realizado na sala de Rose, foram plantadas novas sementes. Cada criança e a professora da turma se constituíram em uma destas sementes, e com certeza, elas vão levar consigo as boas lembranças deixadas pelo maravilhoso trabalhado que foi por nós construído.

Rose – Agora eu estou fazendo diferente... Até eles também mudaram (referindo-se às crianças). *Porque agora eles têm a preocupação de ali anotar o que eles acham... Antes não, você colocava lá a pergunta do problema e você queria de todo mundo igual.*

Como destaca Fávero (2005), quanto à contribuição da teoria piagetiana ao encarar o sujeito como ser ativo na construção do conhecimento, "*o homem* *passou a ser visto como um ser ativo, organizador de ações, elaborador de operações e, portanto, construtor de conhecimentos*" (p. 104).

Neste plano, com certeza Rose pôde encarar os seus alunos de outra maneira. A mudança de atitude das crianças constitui-se em motivo para que a professora também mudasse, pensasse e refletisse sobre sua prática pedagógica.

5.2.2 Os alunos pesquisadores

Para participar da pesquisa escolhi uma das quatro turmas de 3ª série da escola. Dois motivos me levaram a escolha desta série e da turma na qual a pesquisa foi desenvolvida.

Considerando que os primeiros anos de escolarização, referentes à 1ª e 2ª séries do Ensino Fundamental, correspondem à aprendizagem de conceitos básicos do processo de alfabetização, tanto da língua escrita como de matemática, optei por direcionar o foco da pesquisa para a 3ª série por acreditar que nesta fase o processo de alfabetização esteja mais avançado.

Desta maneira, a relação das crianças com a matemática, nutrida por suas experiências anteriores nas outras séries, ganha uma outra configuração. Por estarem na 3ª série, acredita-se que essas crianças tenham conhecimento apropriado dos conceitos básicos de matemática que foram ensinados nas primeiras séries.

Portanto, ao pretender investigar o processo de aprendizagem de conceitos matemáticos nesta fase de escolarização, acredito que será possível perceber como as crianças constroem os conceitos a partir dos "modelos" escolares, enfocando na interpretação que fazem destes "modelos".

Quanto à escolha da turma, prevaleceu a interação entre pesquisadora e professora pesquisadora desde antes da pesquisa. Com base no tecido relacional construído no ambiente de trabalho, mantínhamos um constante espaço de discussão e diálogo sobre a dinâmica da sala de aula, sobre a organização do trabalho pedagógico. Além disso, decidi realizar o trabalho na sala de aula de Rose pensando, também, na conciliação entre o horário da aula e as atividades acadêmicas das quais tanto a pesquisadora como a professora pesquisadora desenvolviam.

A turma da professora Rose era composta por 25 (vinte e cinco) estudantes. Destes, 14 (quatorze) eram meninas e 11 (onze), meninos.A faixa etária variava entre 9 (nove) e 15 (quinze) anos:

- 7 (sete) já estavam com 9 (nove) anos quando a pesquisa começou; 2 (dois) completariam até o meio do ano e, 1 (um), no mês de agosto.
- 4 (quatro) alunos na turma estavam para completar seus 10 (dez) anos de idade: que 1 (um) faria aniversário em maio e os outros 3 (três), no segundo semestre letivo.
- 5 (cinco) crianças já tinham 10 (dez) anos completos: uma criança faria 11 (onze) anos no mês de maio e as outras 4 (quatro) entre os meses de agosto e novembro.
- (dois) alunos já haviam feito 12 (anos) quando do início da pesquisa. Os outros 2 (dois) completariam, um no mês de maio e o outro no mês de outubro.
- Um aluno tinha 15 (quinze) anos de idade e um faria no mês de agosto.

No grupo de alunos que completariam 10 (dez) anos de idade, apenas 1 (um) era repetente. Ele havia sido reprovado no ano de 2004 quando já fazia a 3ª série. Portanto, em 2005, voltava a cursar a mesma série pela segunda vez.

Entre os que já tinham 10 (dez) anos de idade e iriam completar 11 (onze) anos, 1 (um) aluno foi reprovado na 1ª e 2ª séries, além de ter passado pelas duas classes de aceleração da aprendizagem, a de alfabetização e a de séries iniciais. Outros 4 (quatro) alunos foram reprovados na 2ª e 3ª séries, sendo

3 (três) e 1 (um), respectivamente. Nenhum destes alunos passou pelas classes de aceleração da aprendizagem.

A situação estudantil dos alunos que tinham ou fariam 12 (anos) de idade, era a seguinte:

- 1 (um) havia feito a 2ª série no ano de 2004. Não constava em seus documentos escolares o que aconteceu nos anos anteriores de escolarização.
- reprovados na 1ª ou na 2ª série, além de terem freqüentado, uma ou outra, ou ainda, as duas classes de aceleração da aprendizagem, estavam outros 3 (três) alunos do grupo.

Quanto aos alunos com 15 (quinze) anos de idade, os documentos escolares informavam que 1 (um) havia sido matriculado aquele ano na 3ª série. Não havia outras informações relacionadas ao percurso estudantil do aluno, porque a família deixou de entregar algum documento no ato da matrícula por motivo de transferência do aluno para a Escola Classe 50 de Ceilândia.

Já o outro aluno fez a 3ª série no ano de 2000. Foi reprovado. Consta dos documentos escolares que nos dois anos seguintes esteve matriculado na classe de aceleração da aprendizagem/alfabetização. No ano de 2003 foi matriculado na classe de aceleração da aprendizagem/séries iniciais e voltou para a 3ª série em 2004, sendo reprovado novamente.

De um modo geral, a situação escolar das crianças que tinham um histórico de reprovação demonstra um início de percurso estudantil traumático. Como se viu, em alguns casos, além de reprovações seguidas, isto é na mesma série, ou intercaladas, ou seja, entre uma série e outra, algumas crianças passaram por uma ou outra classe de aceleração, e em certos casos, pelas duas.

Das primeiras conversas com a professora, ficou claro que os casos de maior “dificuldade” na aprendizagem em matemática, referiam-se exatamente aos alunos que estavam “atrasados” na série.

As impressões da professora quanto à “dificuldade” destes alunos expressavam aspectos relacionados ao conceito de número e ao processo de resolução das operações.

Contudo, a partir das conversas com as crianças, surgia uma outra impressão quanto ao que estava concebido como “dificuldade” e que apontava em duas direções: a influência do processo de ensino de anos anteriores e as concepções das crianças construídas a partir dessa influência, implicando outras formas de fazer e entender matemática.

Lembro-me, por exemplo, de uma conversa que tive com um aluno, considerado pela avaliação escolar como “bom” em matemática. Ao lhe perguntar por que “pedia emprestado” da dezena para a unidade, numa ocasião em que resolvia uma operação envolvendo subtração com desagrupamento, muito espontaneamente assim me respondeu: “*Foi assim que a minha professora da 2ª série me ensinou”* (Miguel, 9 anos).

Um outro aluno, numa outra situação, ao me explicar o que representava o zero na multiplicação, me disse: *“Todo número multiplicado por zero dá zero, porque ele é o elemento neutro”* (Kaio, 10 anos).

Ainda uma outra aluna, falando sobre o significado do zero nas operações, fez uma “generalização” do conceito trabalhado (elemento neutro). Ao lhe perguntar como havia feito a resolução[34] de 7.650 – 248, ela aplicou o mesmo entendimento. Ressalte-se que noutra ocasião havia me dito: *“Toda vez que somar zero com zero vai dar zero”* (Suzana, 9 anos). Questionando-lhe porque fizera 0 – 8 = 8, ela transfere a explicação para o campo da subtração.

---

[34] A pesquisadora realizou a mediação pedagógica. A partir do diálogo travado a respeito da produção da criança, a mesma foi levada a refletir sobre a natureza da operação, demonstrando haver entendido o que de fato precisaria acontecer ao proceder a resolução de 0 – 8. Num determinado momento da conversa falou: *“Ih! To ficando doida, não dá. Peço emprestado para a dezena, aí dá 10, tiro 8 e sobra 2”* (transcrição da parte final do diálogo. Foi preciso interromper a conversa porque a aluna disse que precisava acompanhar a correção da atividade que estava sendo feita pela professora).

Observando o aluno Kaio resolver a seguinte operação, 8.739 + 9.875, peço-lhe que me explique o que está pensando enquanto resolve. Assim ele explica:

Kaio - (Indicando com dedo em cima e embaixo). Eu somei 9 + 5 que deu 14, 7 + 3 que deu 10 (não conta com a dezena formada da adição de 9 e 5), 8 + 7 que dá 16, não, 15 + 1 (refere-se à centena formada da soma de 7 e 3) e deu 16.

Pesquisadora - O que você quer dizer com esse "1"? (Refiro-me ao 1 que o aluno registra na centena, acima do 7 no numeral 8.739.) De onde ele veio?

Kaio – Veio da dezena.

A resposta do aluno deixa transparecer seu entendimento de que houve o aparecimento desta centena como resultado da soma na dezena dos valores 7 (sete) e 3 (três). Mas, quando lhe pergunto: *"Por que você o colocou aí"?* Kaio me responde: *"É porque não pode ficar dois números na dezena".*

Se atentarmos para a explicação que o aluno dá, vemos que na verdade, se vale de uma "regra" que é comumente ensinada para os alunos quando se trabalha adição com reserva. Normalmente, o professor diz que toda vez que na unidade der 10 (dez), deixa o 0 (zero) e sobe o 1 (um), porque não pode ficar dois números na "casinha" da unidade.

Os exemplos dados acima constituem parte de um conjunto bem mais amplo que caracteriza o fazer matemático destas crianças, revelando suas percepções e concepções, e que em muito nos ajudou para entendermos como estavam organizando seu pensamento mediante a análise de suas produções.

Contudo, as descobertas decorrentes da análise das produções revelam apenas uma parte de suas estruturas de pensamento. Com certeza, quanto mais pudermos aprofundar a análise mediante a ampliação dos espaços de troca entre pesquisadora e aluno, professor e aluno, aluno e aluno, quanto mais nos detivermos em pesquisar, analisar, interpretar e entender as construções de cada aluno, bem maior será o leque de conhecimentos a serem construídos.

A criação e manutenção de um espaço de valorização e socialização das produções espontâneas das crianças representam um ganho de suma relevância ao processo de ensino e de aprendizagem, pois desperta no professor um espírito investigativo, um contínuo desejo de estudo e de aprendizagem, bem como, eleva a auto-estima do aluno, favorecendo o seu desenvolvimento cognitivo e afetivo.

5.2.3 A escola

A sala de aula da 3ª série escolhida para participar na pesquisa é uma das 20 (vinte) da Escola Classe 50 de Ceilândia. Escola pública do Distrito Federal localizada no Setor P. Sul, um dos bairros de Ceilândia. Quando do início da pesquisa, em abril de 2005, constava nos dados da secretaria da escola, o total de 986 (novecentos e oitenta e seis) alunos matriculados.

A escola atende as seguintes modalidades e níveis de ensino: Educação Infantil (pré-escolar de quatro e cinco anos), Ensino Fundamental[35] (Bloco de Inicialização a Alfabetização – BIA -, 3ª e 4ª séries e Classes de Aceleração da Aprendizagem[36]) e Ensino Especial (uma turma).

Três foram os motivos que me fizeram trazer a pesquisa para esta escola. O primeiro, porque pretendo partilhar as contribuições desta pesquisa não apenas com o grupo dela participante, mas também, porque espero estendê-las ao corpo docente da Escola e à Diretoria Regional de Ensino de Ceilândia, sendo esta última, um instrumento de alcance junto a outras escolas, outros professores.

O segundo motivo diz respeito à minha atuação profissional nesta escola. Como já relatado no primeiro capítulo desse trabalho, nas diferentes funções desempenhadas, no decorrer dos anos em que lá estive, sempre me vi cada vez mais interessada em ajudar e ver o crescimento pedagógico da escola,

---

[35] Antes da implantação do Bloco de Inicialização a Alfabetização (BIA) que levou a entrada do terceiro período do pré-escolar no Ensino Fundamental, a escola atendia, também, à crianças com 6 (seis) anos de idade, que correspondia ao terceiro período da Educação Infantil.

[36] Segundo informações obtidas junto à escola, para o ano de 2006, os alunos matriculados nas Classes de Aceleração da Aprendizagem serão integrados às etapas II e III do BIA e às 3ª e 4ª séries. Portanto, a escola não oferecerá as Classes de Aceleração da Aprendizagem.

de um modo geral, e contribuir para o bom desempenho dos alunos no processo de aprendizagem.

Em conseqüência do motivo anterior, o terceiro refere-se justamente ao conhecimento da comunidade escolar construído durante os 8 (oito) anos em que trabalhei na escola. Portanto, minha relação com os professores, alunos e pais foi fortalecida durante este período, o que me dá segurança em relação à comunidade escolar, ao passo que deles recebo confiança em virtude do contato estabelecido.

Desta maneira, acredito que foi possível desde o início do trabalho de campo trazer junto ao grupo participante da pesquisa seus eixos norteadores, construindo com ele um plano de ação metodológico que possibilitasse alcançar os objetivos propostos.

5.3 A dinâmica da pesquisa

Definido o campo da pesquisa, acredito que a melhor maneira de estar lado-a-lado com professor, e, sobretudo, com os alunos, foi me aproximar e me envolver no contexto desde os primeiros dias de aula. Somente assim, poderia fazer anotações iniciais que comporiam meu diário de itinerância (BARBIER, 2004).

A entrada no campo da pesquisa se deu em três etapas. A primeira etapa foi, mediante o critério de escolha da turma, conversar com a professora acerca dos propósitos da pesquisa, esclarecendo o papel da pesquisadora, delineando, nesse primeiro momento, o nosso acordo. Este acordo visava envolver a professora na pesquisa antes mesmo da entrada da pesquisadora em sala de aula. Essa primeira etapa foi de fundamental importância no sentido de despertar na professora o sentimento da pesquisa, sua responsabilidade e sua constituição como professora pesquisadora.

A segunda etapa deu-se logo após a qualificação do projeto de pesquisa junto à Faculdade de Educação da UnB. Consistiu em socializar junto aos pais das crianças, de modo sucinto e de fácil entendimento, a proposta do trabalho que seria realizado na turma da 3ª série. Considero que este contato foi importante uma vez que as crianças estariam comentando em casa os acontecidos durante a aula. Sendo assim, para esclarecer o motivo da minha presença na turma, mesmo sendo conhecida das famílias das crianças, era preciso explicar que, naquele momento, eu estava assumindo uma outra função, a de pesquisadora, e que os beneficiados, em primeiro lugar, seriam os alunos.

Feita a comunicação com os pais, a terceira etapa foi proceder à reapresentação de Elissandra. Por quê? Porque eu não estaria ali apenas como uma das professoras da escola, nem como coordenadora pedagógica, nem como diretora ou vice-diretora, nem ainda como assistente de direção. Todas estas, funções que já desempenhei. Aos alunos me apresentei como alguém que estava ali para aprender com eles e para descobrir as coisas fantásticas que eles eram capazes de fazer em matemática. Sendo assim, disse-lhes que só estava ali por causa deles, justamente porque tudo aquilo que fizessem em matemática seria muito importante para que eu pudesse entender como eles estavam aprendendo e, também, para poder ajudá-los.

5.3.1 Em sala de aula

A minha chegada, efetivamente, em sala de aula, aconteceu no dia 2 (dois) de maio de 2005. Nas duas primeiras semanas de aula estive presente durante todo o turno de aula. Embora sendo conhecida da professora e dos alunos, me detive, durante este período, em observar, de um modo geral, a dinâmica da sala de aula. Pouco a pouco fui me envolvendo no contexto, me aproximando também dos alunos novos na escola, me identificando e me fazendo perceber como membro daquele grupo. Foi ainda, neste período, que propus à professora para que juntamente comigo estivesse participando das aulas de Educação Matemática I e II na Faculdade de Educação da UnB, o que de fato aconteceu.

Após as duas primeiras semanas participando de todas as aulas na turma de Rose, passei a freqüentar somente as aulas de matemática que aconteciam às segundas, quartas e quintas-feiras. O horário de aula era dividido em dois turnos: de 7h e 30 às 9h e 30 e de 10h e 30 às 12h e 30. O intervalo de tempo entre os dois turnos era, normalmente, reservado para o horário do lanche e recreio das crianças, dependendo do desenvolvimento da aula no primeiro turno.

O tempo da aula estava assim organizado para a professora poder trabalhar em dias específicos as disciplinas e conteúdos escolares. Entretanto, esta forma de organização não era rígida. Caso houvesse necessidade, toda uma manhã de aula poderia ser dedicada exclusivamente para uma disciplina.

As aulas de matemática aconteciam no segundo turno nas segundas e quartas-feiras, dividindo o tempo com português. Nas quintas-feiras eram dadas no primeiro turno, dividindo o tempo com ciências.

5.3.1.1 A observação participante

Durante as duas primeiras semanas de observação, embora objetivando compreender a dinâmica da sala de aula, não me portei passivamente em relação aos alunos. Cada dia sentei-me em um lugar diferente, desde que não atrapalhasse os alunos quanto à realização das tarefas que eram passadas no quadro.

Além disso, conversava com as crianças enquanto faziam as atividades. Às vezes, algumas delas chegavam até mim para perguntar o que era para ser feito. Em outros momentos, questionavam-me quanto à correção dos exercícios.

Desta maneira, o tipo de observação foi se configurando como participante. A meu ver, a observação participante contribuiu significativamente para o propósito da pesquisa, pois permitiu que o pesquisador desde o começo estabelecesse um contrato com o grupo.

Neste sentido, mais que participante a observação passou a ser completa, pois, mediante o estabelecimento de um contrato entre as partes – pesquisadora da UnB e pesquisadores da escola –, o objeto da pesquisa pôde ser contextualizado e identificado pelo grupo como algo que também lhes dizia respeito.

Com relação às características do contrato, Morin (*apud* BARBIER, 2004) destaca que

> deve estar aberto em todas as suas dimensões, tanto na problemática, na análise das necessidades, na definição dos problemas, nos questionamentos, quanto na metodologia, incluindo a construção de instrumentos de coleta de dados e a revisão da informação concernentes aos significados das ações (p. 120).

Portanto, o sentido do contrato, assim concebido, contribuiria para a constituição do pesquisador coletivo (BARBIER, 2004). Na verdade, este processo constitutivo deveria ser permeado por uma sensibilidade de postura e escuta, principalmente da pesquisadora da UnB e da professora pesquisadora. De postura, pois não poderia existir distanciamento (LÜDKE e ANDRÉ, 1986) entre o pesquisador (da universidade e professora) e os pesquisadores (alunos). De escuta, porque o pesquisador (da universidade e professora) precisou estar atento ao que ouviu, ao que viu e interpretou, não julgando o que seria melhor ou não, mais conveniente ou não, e sim, desenvolvendo uma escuta sensível (BARBIER, 2004) – a escuta interessante. Onde o que poderia parecer menos relevante teve grande significado.

A pesquisadora esteve participando, exclusivamente, das aulas de matemática no período de 16 (dezesseis) de maio a 19 (dezenove) de setembro de 2005, descontado desse período, o referente aos dias de recesso, feriados e “emendas” de feriado, em que obviamente, não teve aula.

5.3.1.2 Diário de itinerância: o diário de campo

O diário de itinerância (BARBIER, 2004) constituiu-se em um instrumento muito importante no campo da pesquisa. Nele foram registradas as tarefas propostas e as produções das crianças.

Neste diário, em um caderno dedicado somente às anotações da pesquisa, a pesquisadora registrou o tipo de tarefa proposta por ela ou pela professora pesquisadora, contextualizando a produção da criança.

Além disso, transcrevia do caderno das crianças suas produções (protocolos) ou ainda, pedia que as crianças registrassem neste caderno como haviam feito. Quando o registro era feito pelas crianças no caderno da pesquisadora, normalmente, ele derivava da atividade de mediação/intervenção pedagógicas. Em outros casos, quando da mediação/intervenção pedagógicas, a pesquisadora fazia as anotações à medida que as crianças iam explicando e registrando, no material, o procedimento desenvolvido.

Estas anotações foram elementos relevantes na atividade de análise das produções das crianças que será discutida mais à frente. Também foram registradas as transcrições das entrevistas feitas com a professora pesquisadora e com as crianças pesquisadoras durante o diálogo estabelecido entre elas e a pesquisadora.

5.3.1.3 Escutando, entendendo, dialogando: a entrevista

As entrevistas realizadas com as crianças pesquisadoras, embora sendo concebidas como semi-estruturada, foram ressignificadas com cada uma delas, contribuindo para o dessilenciamento dos alunos.

Diante das produções das crianças, a pesquisadora passou a fazer uma investigação do sentido epistemológico e prático que se manifestava em cada registro, buscando estabelecer as articulações teóricas.

Ao proceder a essa investigação sempre iniciava as conversas com as crianças dizendo que havia se interessado muito pelo que produziram e que desejava ouvi-las falar a respeito da produção. Neste momento, a vez e a voz eram exclusivamente delas.

Não sempre, mas na maioria das vezes, os seguintes questionamentos eram feitos às crianças: “Como foi que você fez para chegar a essa resposta?” “O que você estava pensando quando resolveu essa operação?” “Por que você fez assim?”

Estas questões serviram de motivadores para a continuidade do diálogo, e assim, as outras questões foram sendo elaboradas a partir do sentido das ações cognitivas das crianças manifesto na explicação de seu fazer.

Como recurso auxiliar foi feito gravação em áudio. As gravações foram de grande valia no processo investigativo, pois permitiram que fosse registrada a fala da criança enquanto reconstruía o procedimento desenvolvido. Entretanto, o mesmo foi introduzido aos poucos. Por quê? Nas primeiras gravações, algumas crianças pareciam se sentir inibidas diante do gravador. Paulatinamente, elas foram se soltando mais nas conversas. Deixou-se claro que seria importante gravar a conversa para que suas explicações não fossem esquecidas. Acredito que ao se mostrarem mais relaxadas, esse comportamento revelou o sentimento de confiança que foi gerado entre elas e a pesquisadora.

Contudo, mesmo com o auxílio do gravador, foram feitas anotações paralelas no caderno de campo. Anotações que me permitiram, na análise dos protocolos, registrar comportamentos e gestos (movimento da cabeça, movimento dos dedos, expressão facial).

Numa proposta de pesquisa-ação tanto a metodologia desenvolvida e os instrumentos usados devem promover um implicamento dos pesquisadores (a pesquisadora, a professora pesquisadora e os alunos pesquisadores). Por isso, enquanto pesquisadora me coloquei no contexto no sentido de contribuir junto à professora pesquisadora num processo de reflexão da prática pedagógica e, em relação aos alunos pesquisadores, busquei despertar neles um sentimento de autoconfiança, motivando-os em cada entrevista a acreditar em seu potencial, a não duvidar do valor de suas produções.

Refletir juntamente com a professora sobre a prática pedagógica no processo de ensino e aprendizagem em matemática foi um movimento construído ao longo da pesquisa. Durante as aulas, sempre que a produção de uma criança me chamava à atenção, embora não procedendo à uma análise detalhada e profunda naquele momento, mostrava para a professora.

Em outros momentos, trocávamos idéias, discutíamos o planejamento para as próximas aulas de matemática. Sua participação nas aulas de Educação Matemática I e II na UnB foram muito importantes no processo de releitura da prática pedagógica.

Quando participando da coordenação pedagógica, discutimos as mudanças que estavam ocorrendo, descobrimos as necessidades das crianças, identificamos as dificuldades.

Gradativamente, a professora pesquisadora passou a oportunizar mais espaços para os alunos falarem de seus modos de fazer. Recordo-me, quando Kaio resolvia a operação 432 dividido por 8, sentado ao meu lado, registrava no material dourado e no seu caderno, a meu pedido, o procedimento desenvolvido. Tendo terminado, percebeu que, no quadro, a professora pesquisadora havia registrado a solução conforme o algoritmo convencional. Kaio virou-se para mim e disse:

Kaio - O meu está diferente!

Pesquisadora – E porque está diferente significa que está errado? Nós não fizemos juntos com o material? Você também chegou à solução da operação!

Kaio levantou-se foi até à professora e lhe mostrou que havia chegado ao mesmo resultado, mas de outra maneira. Ainda em pé, de frente para o quadro, a professora respondeu que não havia entendido como ele tinha feito. Kaio passou, então, a lhe explicar porque o seu registro estava diferente. Na sua explicação ele mostrava a disposição espacial dos valores, indicando o processo de transformação pelos quais tinham passado quando usando o material dourado.

Percebi que a professora pesquisadora passou a dar mais importância ao fazer dos alunos, dando-lhes a chance de falar sobre ele. Sua prática revelava um processo de redefinição de postura quanto ao fazer matemático das crianças.

Certa feita, enquanto um aluno resolvia uma operação no quadro, a professora pesquisadora lhe perguntou:

Professora pesquisadora – Como é que você chegou a esse resultado?

O aluno olhou para ela e deu sinal de que iria apagar o que havia feito. Imediatamente, a professora pesquisadora replica:

Professora pesquisadora – Eu não disse que está errado! Não é para você apagar. O que eu quero é saber como foi que você fez!

Estes relatos retratam um começo de mudança de postura. Acredito que, mesmo com o fechamento da pesquisa na escola, esta necessidade de oportunizar aos alunos espaços para falarem de suas produções vai continuar existindo porque as crianças passaram a se expressar mais e, portanto,vão cobrar este espaço.

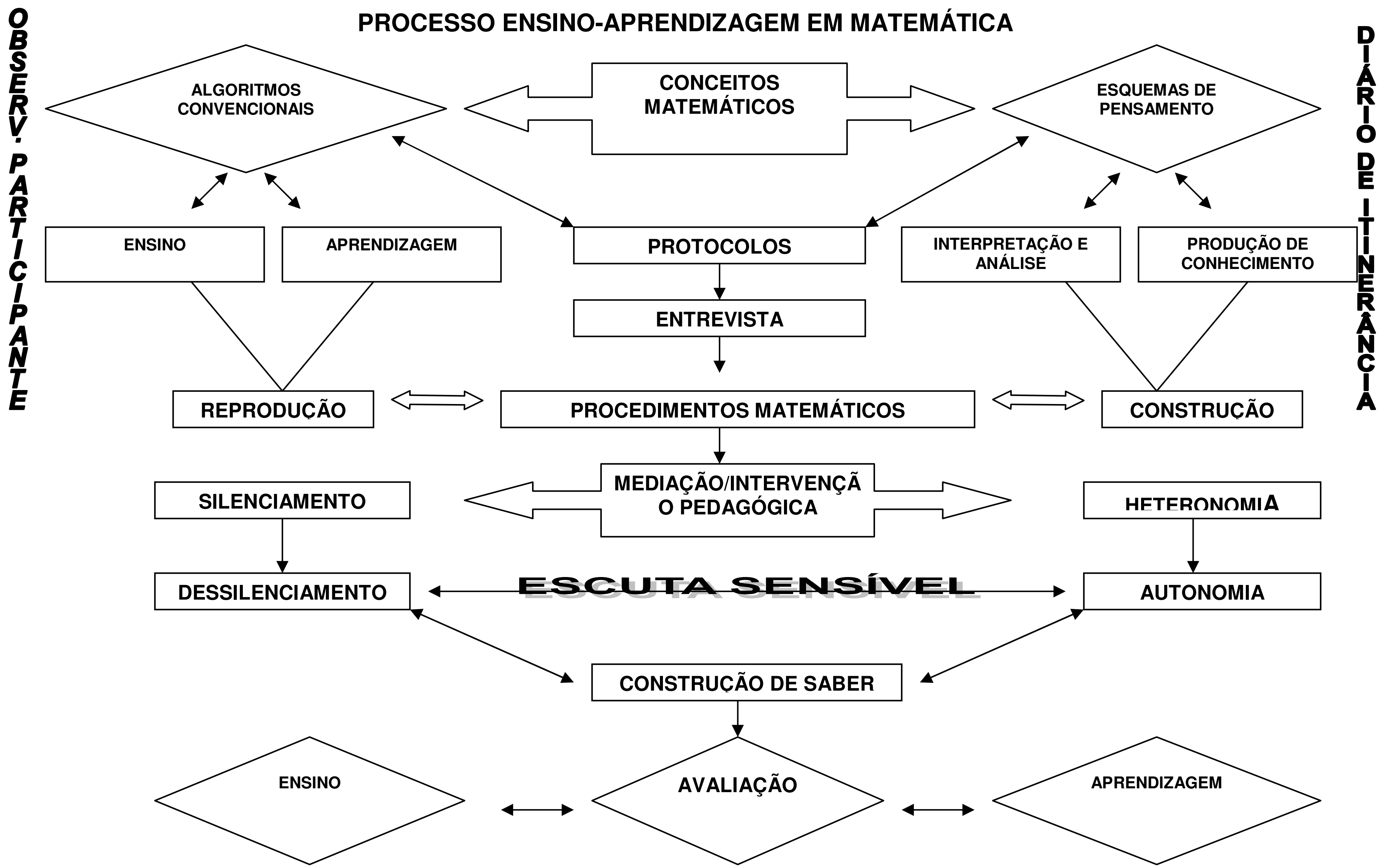
5.3.2 Descobrindo, aprendendo, construindo: a análise dos protocolos

Um dos momentos mais ricos desta pesquisa é resultado da articulação entre a explicação da criança e o trabalho interpretativo feito pela pesquisadora. Nesta etapa do desenvolvimento da proposta metodológica houve um imbricamento entre a fala da criança, o sentido do registro e a análise interpretativa das produções.

Cada um destes aspectos, entendidos em suas contribuições e implicações não só para a pesquisa, permitiu identificar um conjunto de aprendizagens e descobertas em nível epistemológico, teórico e de articulação com a práxis pedagógica.

Além disso, a partir do momento que as produções requeriam mais que o trabalho interpretativo do pesquisador, antes, dependiam da presença do aluno, de sua fala viabilizou-se, completamente, o seu processo de dessilenciamento e a garantia de validação de sua produção matemática enquanto caracterizadora de construção do conhecimento.

O diagrama a seguir, ilustra o procedimento metodológico concebido e desenvolvido no decurso desta pesquisa:


PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA
OBSERV. PARTICIPANTE
DIÁRIO DE ITINERÂNCIA
ALGORITMOS CONVENCIONAIS
CONCEITOS MATEMÁTICOS
ESQUEMAS DE PENSAMENTO
ENSINO
APRENDIZAGEM
PROTOCOLOS
INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE
PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO
ENTREVISTA
REPRODUÇÃO
PROCEDIMENTOS MATEMÁTICOS
CONSTRUÇÃO
SILENCIAMENTO
MEDIAÇÃO/INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA
HETERONOMIA
DESSILENCIAMENTO
ESCUTA SENSÍVEL
AUTONOMIA
CONSTRUÇÃO DE SABER
ENSINO
AVALIAÇÃO
APRENDIZAGEM

5.3.2.1 A seleção dos protocolos

Como mencionado no texto da pesquisa, este trabalho pretendia enfocar as crianças em “situação de dificuldade”. Contudo, pelo próprio envolvimento da pesquisadora com as crianças e vice-versa, foi preciso abraçar a todos. É claro que nem todas as produções puderam ser selecionadas.

Dentre as produções, foram selecionadas as que poderiam ser separadas em dois grupos:

> 1º **Produções inusitadas:** todo e qualquer tipo de registro incomum, estranho ao conhecimento da pesquisadora e da professora pesquisadora. Como possíveis características podem ser observadas a organização espacial, o registros pictóricos, esquemas, diagramas, setas/flechas indicando a seqüência do procedimento.
>
> 2º **Produções veladas:** todo e qualquer tipo de registro produzido que necessitasse de comunicação pelo aluno do procedimento desenvolvido. Aqui podem ser identificadas também as produções que embora tenham um registro familiar ou igual ao “modelo”, dependendo do contexto da produção, requeiram a explicitação oral e/ou material por parte do aluno quanto ao procedimento desenvolvido.

Quanto ao primeiro grupo, vale destacar, que além das produções de crianças consideradas, segundo a avaliação escolar, com “dificuldades” de aprendizagem em matemática, as das consideradas “boas” em matemática, também foram observadas, inesperadamente, por exigência delas mesmas.

Certo dia, ao realizar o trabalho de mediação pedagógica com uma das crianças que foram avaliadas com “dificuldades” na aprendizagem, lembro-me que uma das crianças “boas” em matemática me perguntou: *“Você não vai olhar* *também a minha?"* Este desejo me levou a uma descoberta significante: quando julgamos um aluno "bom" em matemática, dificilmente nos preocupamos com uma produção sua que divirja daquela que estamos acostumados a ver e esperar. Portanto, ignoramos e menosprezamos a sua atividade cognitiva. Achamos que uma ou outra operação "errada" representa, somente, falta de atenção.

Júlia, por exemplo, era considerada "boa" em matemática. Mas ao selecionar uma de suas produções, na qual constava a divisão de 96 por 5, descobri que seu "erro" não era meramente uma falta de atenção. Na verdade, o registro representava a sua forma de organização do pensamento naquela situação.

Por outro lado, quanto às produções veladas, elas contemplaram as produções inusitadas porque a pesquisadora não teria condições de realizar um trabalho interpretativo adequado sem que o aluno falasse, enquanto autor de sua obra. Mas também, envolveram aquelas produções que não indicavam qualquer pista do procedimento desenvolvido, sendo necessário o aluno falar e explicar o que pensou.

É importante destacar que as produções pertencentes ao primeiro grupo continham, às vezes, algumas pistas (disposição espacial dos valores, indicações no algoritmo de possíveis transformações ocorridas, registro pictórico ao lado das produções) do procedimento desenvolvido. Tais pistas eram tomadas por referência no processo interpretativo pela pesquisadora e pela professora pesquisadora (quando possível sua participação neste processo). Porém, quando o trabalho interpretativo não permitia avançar na análise, **sempre foi solicitada a fala da criança.**

Ainda, em relação às produções veladas, buscamos analisá-las nos reportando sempre ao contexto da produção. Isto porque o registro escrito não expressava a realidade do procedimento desenvolvido, especialmente nas situações em que as crianças dispunham de material.

Numa atividade proposta pela pesquisadora, pediu-se para que os alunos trabalhando em grupo registrassem no material disponibilizado o procedimento desenvolvido. Acreditava-se que com base no material os alunos poderiam construir outros tipos de procedimento. Foi selecionada, então, a seguinte produção: (63 – 26 = 37). No registro escrito aparecia a reprodução do algoritmo convencional. Contudo, ao pedir que a criança falasse sobre como fez, foi possível perceber, mediante sua fala, que o procedimento desenvolvido foi completamente diferente em relação ao que havia registrado.

Dentre as muitas produções obtidas procedeu-se à escolha de algumas para uma posterior análise com mais profundidade. A partir desta primeira escolha, foi feita uma pré-análise (ora pesquisadora e orientador da pesquisa, ora pesquisadora e professora pesquisadora) com base na qual foram retiradas ou acrescentadas produções, sempre reportando-se aos objetivos e questões propostos na pesquisa.

5.3.2.2 A pré-análise e a análise propriamente dita

Uma vez feita a seleção de algumas produções, procedeu-se a identificação do autor, data em que ocorreu a produção, contextualização da produção, descrição da produção levando à revelação do esquema e à articulação teórica.

Nesta primeira etapa, que será chamada pré-análise, buscou-se identificar elementos que poderiam ser discutidos com mais profundidade, uma vez que se manifestassem em diferentes produções.

Para tanto, pesquisadora e orientador de pesquisa formularam um modelo de “ficha-relatório” (ver Anexos) na qual pudessem ser registradas as primeiras constatações para aprofundamento na análise.

A partir do conteúdo destas “fichas-relatório”, foi feita então uma descrição minuciosa, inclusive com transcrição das entrevistas realizadas com as crianças, na qual se detalhou numa abordagem teórico-epistemológica a produção contextualizada.

O resultado deste detalhamento foi um texto descritivo-analítico da produção, com vistas à revelação dos esquemas de pensamento das crianças, ocultos em sua produção. As “fichas-relatório” continham os protocolos das crianças, que foram separadas para fins de análise em dois grupos: os das estruturas multiplicativas e os das estruturas aditivas (Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud).

O capítulo seguinte apresenta os resultados do processo de análise das produções das crianças, seguindo a divisão descrita acima.

CAPÍTULO VI
ENTRE O PENSAR E O FAZER

Esse capítulo dedica-se a apresentar a análise[1] dos protocolos de algumas crianças da turma participante na pesquisa, separando-os por campo conceitual, seja o das estruturas aditivas e/ou o das multiplicativas (Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud), destacando ainda, diferentes produções de um mesmo sujeito por campo conceitual, quando possível, e o contexto da produção (prova, atividade de casa, atividade em sala, trabalho em grupo etc.). Além disso, para a análise, muitas das vezes **a fala da criança sobre sua produção** acompanha o protocolo e constitui uma das unidades de análise.

Desta maneira, entender como o sujeito pensou, a partir do seu fazer e de sua fala em diferentes situações com vistas ao acompanhamento da produção do conhecimento matemático, permite-nos compreender o valor dos traços peculiares presentes em cada produção.

Aqui são levantadas questões de ordem conceitual e algumas implicações pedagógicas decorrentes da análise dos protocolos, uma vez que a investigação está centrada nas produções espontâneas das crianças construídas a partir da interpretação pessoal que fizeram dos algoritmos convencionais que lhes foram apresentados.

Com base na análise, podem ser destacados aspectos relacionados à visão de ensino da matemática, à avaliação, ao conteúdo, ao papel do professor e da pesquisadora, bem como, os que dizem respeito ao desenvolvimento cognitivo das crianças cujas produções foram analisadas.

Não foram descritas minuciosamente todas as produções, mas conforme o procedimento metodológico explicitado no capítulo anterior foram

[1] Para fins de esclarecimento, as informações quanto à faixa etária, tempo de escolarização e caracterização do percurso estudantil das crianças foram obtidas junto à secretaria da escola, extraídas da ficha de matrícula de cada uma. Estas informações foram apresentadas no capítulo anterior quanto à caracterização da turma e serão, quando necessário, aqui retomadas quanto à caracterização de cada criança.

selecionadas aquelas que pudessem apresentar ao leitor elementos epistemológicos e teóricos no fazer matemática das crianças.

6.1 Como Júlia[2] pensa quando está dividindo?

O protocolo analisado a seguir se relaciona a aspectos de ordem conceitual. Pode ser caracterizado, primeiramente, no grupo de produções inusitadas por campo conceitual, sendo este, o que se refere às estruturas multiplicativas (Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud) e no grupo das produções veladas, tendo em vista a necessidade de comunicação pela criança de sua produção.

De acordo com Vergnaud (*apud* FRANCHI, 2002) as situações que envolvem estruturas multiplicativas são aquelas que requerem, para sua resolução, uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações. Podem ser acrescentadas a este grupo as situações que requerem um pensamento acerca da noção de proporcionalidade.

A produção dessa criança, que aqui será chamada de Júlia – 8;11[3] anos, foi registrada numa situação de prova de fim de bimestre. Júlia é uma criança bastante espontânea e comunicativa. Iniciou sua escolarização aos 5 anos de idade e não foi reprovada nem na 1ª nem na 2ª série do Ensino Fundamental. De acordo com a professora não apresentava “dificuldades” de aprendizagem em matemática.

A escolha de seu protocolo deu-se, principalmente, em função de favorecer uma redefinição em termos de avaliação, quanto à caracterização de crianças consideradas “com dificuldades”. O que são essas “dificuldades”? Como admitir que essa ou aquela criança não “aprendeu” um determinado conteúdo

---

[2] Por questões éticas, no decorrer deste capítulo, os nomes das crianças cujos protocolos estão sendo analisados foram substituídos por nomes fictícios.

[3] As idades das crianças, quando couber, serão apresentadas em anos e meses, separando-os por ponto e vírgula e seguidos da indicação “anos”.

matemático? Sendo identificadas e compreendidas que possíveis “dificuldades” apresenta, como trabalhar com a criança para superá-las?

Além da aplicação da prova, a correção também foi acompanhada pela pesquisadora que esteve auxiliando, especialmente neste momento, partilhando e analisando com a professora os algoritmos registrados pelas crianças.

A seguir, está a situação proposta na prova para as crianças: “Resolva as operações”. Logo abaixo, está o registro da resolução feito por Júlia:

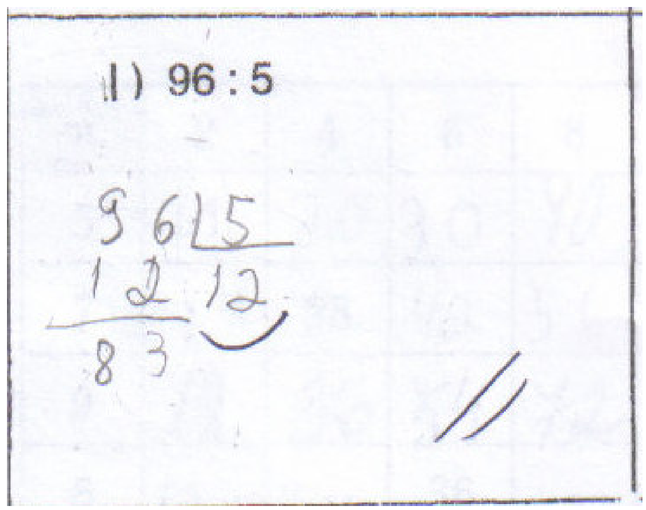


Figura 6.1. Resultado da operação encontrado por Júlia.

Após a devolução da prova já corrigida[4] para os alunos, a pesquisadora tendo previamente escolhido algumas, selecionara este caso, devido apresentar uma produção inusitada.

Inicialmente, tanto a pesquisadora como a professora, ao analisarem o registro, pensaram em diversas hipóteses de raciocínio desenvolvidas pela criança, mas não chegaram a um consenso quanto ao exato procedimento desenvolvido por Júlia. Entretanto, para proceder à análise, necessitamos pedir à criança que explicasse como havia chegado ao resultado registrado. Somente

[4] A situação apresentada foi copiada da prova original, constando inclusive, a marcação da professora considerando a resolução da operação errada.

depois da explicação dada pela aluna foi possível chegar à revelação de seu esquema de pensamento.

Antes de dar início a análise, é importante acrescentar ainda, que à criança foi pedido que fizesse, simultaneamente, o registro do procedimento desenvolvido. Veja a seguir como Júlia raciocinou, explicou e registrou o seu modo de pensar e fazer (registro feito no verso da prova).

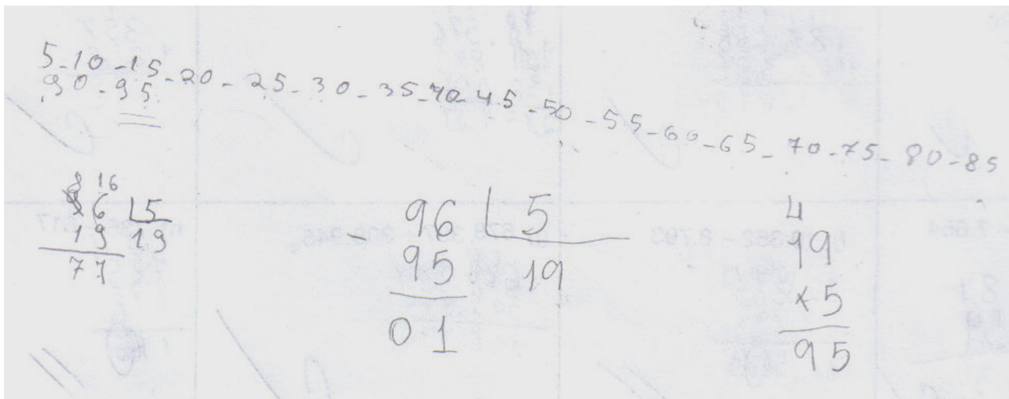


Figura 6.2. Registro de Júlia e da pesquisadora

Na parte superior, Júlia registrou uma contagem por agrupamento, visto que interpretou a operação 96:5 a partir da noção de medida. Logo abaixo, no canto à esquerda, registra por escrito como se daria a solução da operação. Nesse instante, Júlia percebeu que ao invés de 12 (doze) vezes o 5 (cinco), ela teria 19 (dezenove) vezes o 5 (cinco).

Júlia - "Ih! Não são doze, são dezenove". (Fala ao fazer a contagem de quantos grupos de cinco formou.)

Ficando claro o pensamento de Júlia, a pesquisadora passou a fazer algumas perguntas na tentativa de ajudar a aluna a compreender o procedimento convencional de resolução das operações envolvendo divisão.

Pesquisadora – Quantos grupos de 5 você contou?

Júlia – Dezenove.

Pesquisadora – Onde você vai registrar na divisão que encontrou 19 grupos de 5?

Júlia – Aqui embaixo. (Referindo-se ao quociente.)

Pesquisadora – Pois bem! Quando você conta os 19 grupos de 5, qual é quantidade final a que você chega? (Neste momento, Júlia já havia resolvido novamente a operação.).

Júlia – Noventa e cinco.

Pesquisadora – Então, quando você também escreve 19 embaixo de 96, significa que você está tirando 19 ou esse 19 é o total de grupos de 5 que você formou?

Júlia – (Em silêncio, pensativa). *Não. Esse dezenove aqui* (refere-se ao que escreveu em baixo de 96) *é o tanto de grupos de 5 que formei.*

Pesquisadora – Qual é, então, a quantidade total que você contou depois de dividir 96 em 19 grupos de 5.

Júlia – Noventa e cinco.

Pesquisadora – Então, você vai subtrair... (Júlia interfere.)

Júlia – Eu vou tirar 95 de 96 e vai sobrar 1.

Ao lado do registro de Júlia, a pesquisadora fez a resolução da divisão seguindo o modelo convencional, estabelecendo uma relação entre o que Júlia pensou, o que descobriu e o registro que é ensinado na escola.

Com base na explicação que a criança deu, conseguimos (pesquisadora e professora) compreender como pensou para chegar ao primeiro resultado (ver Figura 6.1). Sua explicação permitiu identificar que conceitos e teoremas em ato estavam sendo articulados.

Desta maneira, o procedimento desenvolvido por Júlia pôde ser assim entendido, a partir de sua fala:

1º. O conceito de divisão a que a criança recorreu foi o de medida, ou seja, quantos grupos de 5 (cinco) poderia fazer em 96 (noventa e seis);

2º. A divisão envolve uma contagem por agrupamento, isto é, contagem de grupos de 5 (cinco). Evocam uma relação aditiva entre os grupos – os grupos adicionados repetidas vezes – e também multiplicativa – número de grupos vezes a quantidade de elementos em cada grupo;

3º. A quantidade de grupos encontrados correspondeu ao total que deveria ser subtraído do valor que fora dividido. Assim, Júlia representou, inicialmente, 96 – 12 = 83, pois, 12 (doze) foi a quantidade de grupos de 5 (cinco) contados por ela. Repetindo o mesmo procedimento, depois de perceber que não seriam 12 (doze) e sim 19 (dezenove) grupos formados, resolve, agora, 96 – 19 = 77.

Decorrente da estrutura de organização do pensamento de Júlia foi possível identificar os *invariantes operatórios* (TCC) presentes em seu esquema nesta situação, os quais caracterizam ações de pensamento que conservam um padrão de fazer do sujeito numa classe de situações.

A seguir, segue outra produção de Júlia, registrada ao resolver um problema de matemática envolvendo divisão. Novamente observa-se a estrutura de pensamento anterior, confirmando a hipótese conceitual de invariantes operatórios.

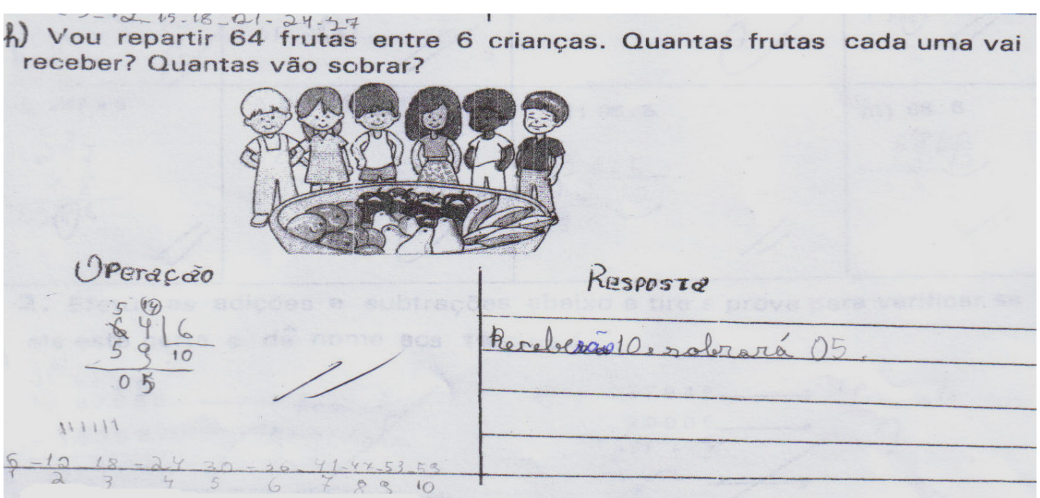


Figura 6.3. Resolução de um problema na mesma prova.

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, os invariantes operatórios envolvem conceitos em ato e teoremas em ato. Vergnaud (1996a) explica que

> A diferença é que um teorema em ato pode ser verdadeiro ou falso, enquanto que um conceito não é nem verdadeiro nem falso, mas apenas pertinente. Na vida nós selecionamos uma pequena parte da informação. E não só na matemática, mas na vida social, ao dirigir um automóvel. E são justamente esses conceitos em ação que nos permitem selecionar a informação pertinente. Simplesmente, se um raciocínio não entra em um teorema em ato, esse raciocínio não permite a resolução (p. 18).

Portanto, o teorema em ato presente na produção de Júlia pode ser assim representado:

9 6 | 5
- 1 9   19 → dezenove grupos de cinco

Sendo,

a | b
- n   n → quantas vezes o *b* cabe em *a*

Ou seja, quando "a" é dividido por "b" encontra-se "n". Então, "n" corresponde à quantidade a ser subtraída de "a". Seguindo esta estrutura resolutiva, Júlia pôde resolver a divisão com sucesso.

Segundo Bryant e Nunes (1997) este é um tipo de estrutura que envolve situações de correspondência um-para-muitos. De acordo com os pesquisadores, nestas situações, são envolvidos dois novos sentidos de número:

> a *proporção*, que é expressada por um par de números que permanece invariável em uma situação mesmo quando o tamanho do conjunto varia, e o

> *fator escalar*, que se refere ao número de replicações[5] aplicadas a ambos os conjuntos mantendo a proporção constante (p. 144).

A figura abaixo, extraída de Bryant e Nunes (1997), ilustra a concepção de situações que envolvem correspondência um-para-muitos.

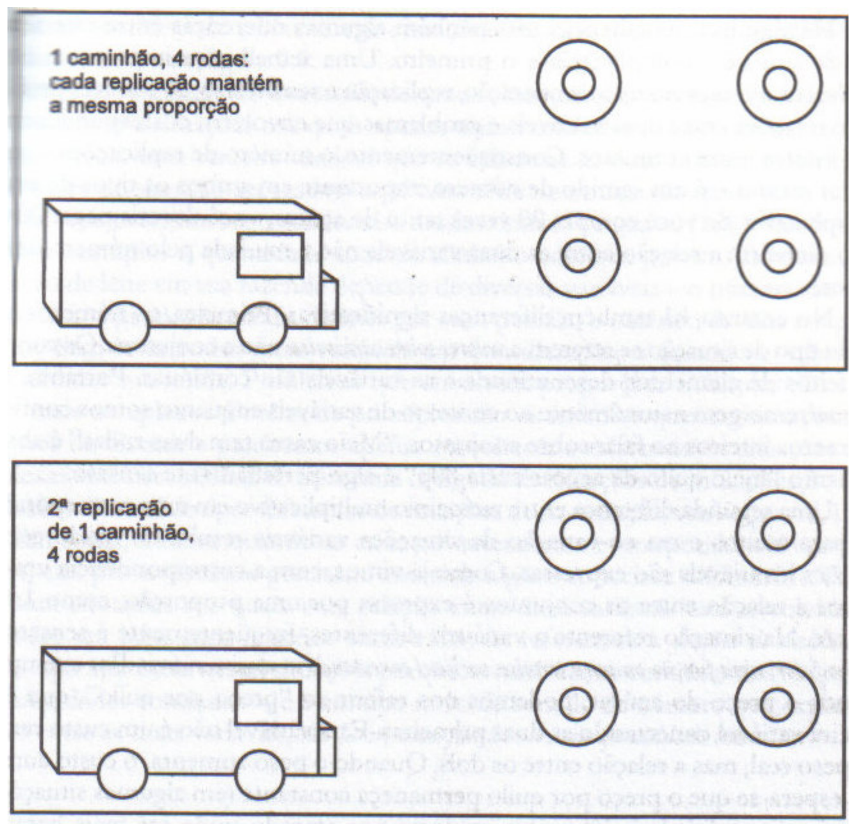


Figura 6.4. Correspondência um-para-muitos

Retomando a análise, se observarmos a Figura 6.3, veremos que, ao indicar a quantidade de grupos de 5 (cinco) que poderia ter até chegar em 96 (noventa e seis), Júlia percebeu que ao invés de 12 (doze), ela teria 19 (dezenove) grupos. Porém, o novo registro conservou a mesma estrutura do registro anterior,

[5] De acordo com Bryant e Nunes (1997) a replicação não se assemelha a tarefa de unir. Nesta, uma quantidade qualquer pode ser acrescentada a um conjunto. Na replicação soma-se a cada conjunto uma unidade correspondente para o conjunto de forma que a correspondência invariável um-para-muitos seja conservada.

conforme expresso no teorema. Somente após a mediação feita pela pesquisadora, a criança conseguiu compreender a organização espacial dos valores que aparecem numa divisão de acordo com o modelo convencional.

Conclui-se que Júlia, apesar de não representar a divisão conforme o algoritmo convencional, sabe perfeitamente o que é dividir. Para tanto, ela se valeu de seus conhecimentos prévios: para dividir faço uma distribuição por igual de uma certa quantidade em um determinado número de grupos.

A partir da pertinência dessa informação (conceito em ato), Júlia desenvolveu seu procedimento tendo claro que, se fizesse a contagem em grupos de 5 (cinco), chegaria a uma quantidade de grupos que representaria o valor real ou aproximado daquele que estava sendo dividido. Daí, se ela achasse esse total de grupos, significaria que essa quantidade deveria ser subtraída do valor inicial a ser dividido (teorema em ato).

Portanto, o seu modo de pensar e fazer consegue contemplar os conceitos subjacentes à divisão. O importante, neste contexto, foi deixá-la falar, explicar o seu raciocínio. Mediante sua fala, a aparente "incompreensão", do ponto de vista do professor, quanto ao entendimento de Júlia em relação ao processo resolutivo da divisão, revelou os conhecimentos articulados e construídos em seu fazer.

6.2 Júlia[6] multiplicando

Antes de falar como foi realizada a atividade é preciso esclarecer em que contexto foi originada, para um melhor entendimento da proposta feita às crianças pela pesquisadora. A definição do contexto de produção constitui outra unidade de análise neste trabalho.

Logo que iniciei a pesquisa de campo, em 2 de maio de 2005, a partir de observações iniciais das aulas, propus a professora da turma que participasse

[6] Quando da realização da atividade Júlia já estava com 9 anos e 1 mês.

das aulas de Educação Matemática I e II ofertadas pela Faculdade de Educação da UnB sob a regência do Professor Doutor Cristiano Alberto Muniz.

Assistíamos juntas, às aulas nas quartas-feiras, a cada 15 (quinze) dias. E eu sozinha, intercalando com as quartas-feiras em que a professora não podia estar, tendo em vista, o horário das aulas na faculdade e o da regência na 3ª série acontecerem no matutino. E também, em respeito às famílias das crianças que fizeram sua opção de matrícula do filho naquele turno, a fim de evitar possíveis desentendimentos.

Já na primeira aula a que assistimos, no dia 12 de maio de 2005, o professor deixou claro que era necessário montarmos o nosso kit matemático. Esse kit consistia em uma caixa, a gosto do estudante, contendo "cacarecos" (palitinhos, bolas de gude, botões, figurinhas, carrinhos e outros brinquedos em miniatura, além de materiais mais estruturados como ábaco, régua, calculadora, material dourado, réplica do dinheiro etc.).

A partir daí, a professora sugeriu aos seus alunos que montassem também sua caixinha matemática composta por diferentes materiais que auxiliariam na construção dos conceitos matemáticos.

As caixas foram encapadas pelos alunos em sala e identificadas com seus respectivos nomes. Eram deixadas na sala de aula e os alunos traziam aos poucos os materiais para serem colocados nelas. De acordo com o planejamento da aula usavam as caixinhas.

Visto que a proposta deste trabalho envolve o desenvolvimento de uma metodologia baseada na pesquisa-ação, foi necessário que dispusesse também de minha caixinha matemática. A partir de então, passei a levar minha caixa matemática para a sala nos dias em que eram dadas as aulas de matemática, colocando-a à disposição dos alunos para utilizarem os materiais que continha até que suas caixinhas estivessem completamente montadas.

Dentre os materiais de que dispunha, logo após a montagem da caixa, estava a réplica do dinheiro. Os alunos ainda não possuíam o dinheirinho, embora a professora logo nas primeiras aulas, tivesse me oferecido um outro tipo de réplica para trabalhar com um dos alunos.

Visto o interesse que os alunos haviam demonstrado em adquirir a réplica do dinheirinho, me propus a comprá-la para os mesmos a um valor de atacado, fazendo uma relação nominal dos que queriam, colocando uma quantidade a mais do que a solicitada.

Fiz, pois, a compra e de posse dos pacotes com a réplica do dinheirinho fui para a sala de aula dia 14 de setembro de 2005. Ao chegar na sala falei que já estava com o dinheirinho para lhes dar. Antes porém, lhes propus a seguinte situação-problema: Ontem, dia 13, tive que ir ao centro de Ceilândia. Fui convocada para prestar serviços junto a justiça eleitoral no dia 22 de outubro – dia do referendo. Aproveitei a ida até o cartório eleitoral e de lá fui para o Taguacenter[7]. Na loja em que comprei as réplicas do dinheirinho, encontrei o pacote com 100 (cem) notinhas a um preço de R$ 0,99 (noventa e nove centavos). Comprei 10 (dez) pacotes. Dei uma nota de R$ 10,00 (dez reais) para pagar pelos pacotes. Quanto custou a compra?

Em seguida, apresentei a nota fiscal da compra, explicando aos alunos o que era e o que vinha escrito em uma nota fiscal. Depois, registrei no quadro negro as seguintes informações, conforme esquema abaixo:

Descrição	*Quantidade*	*Valor Unitário*	*Total*
Dinheirinho c/ 100 mini toys	*10*	*R$ 0,99*	*?*

Gostaria de abrir um parêntese na descrição da atividade, para esclarecer que esta situação envolve, segundo Bryant e Nunes (1997), relações entre variáveis, ou seja, co-variação.

Aqui, o sentido dos números se refere a valores sobre variáveis e não a conjuntos. Em outras palavras, nessa situação, se discutiu o preço total da compra

[7] O Taguacenter é um conjunto comercial em Taguatinga – DF, onde concentram-se muitas lojas que vendem produtos por atacado.

que é uma terceira variável, conectando as outras duas: preço por pacote com réplica de dinheiro e a quantidade de pacotes comprados.

Neste contexto, posso representar a situação acima conforme esquema proposto por Bryant e Nunes (1997) para representar sentidos de número em situações que envolvem relações entre variáveis.

Na figura abaixo, transcrevi os dados da situação acima, registrando-os no esquema para explicar a co-variação no contexto mencionado.

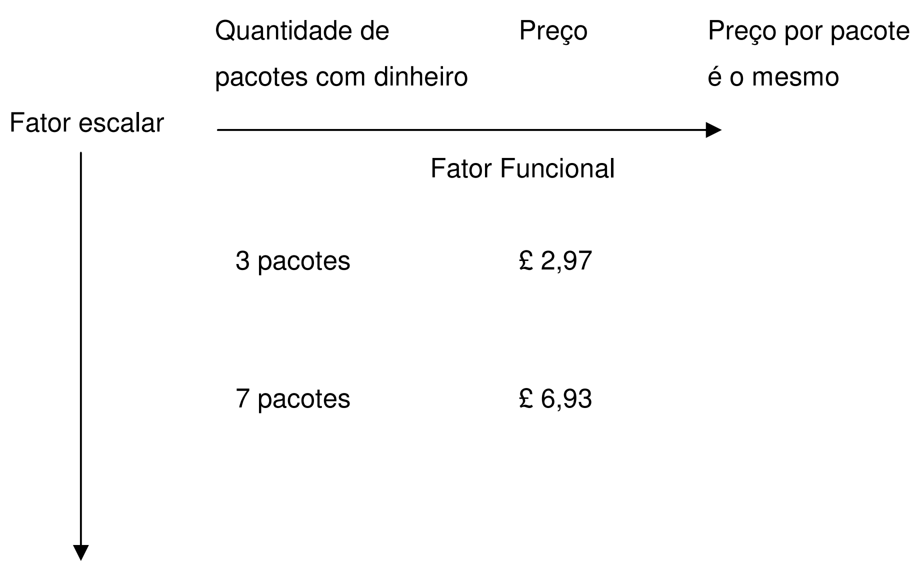


Figura 6.5. Sentidos de número em situações de co-variação (relação entre variáveis)

Continuando a descrição do contexto da produção, distribuí os pacotes para os alunos e pedi, que usando o material e registrando por escrito como iam fazendo, resolvessem a operação. Além disso, disponibilizei de meu material a réplica das moedas para aqueles que quisessem utilizá-las no momento da resolução.

Vale acrescentar que, em nenhum momento, disse aos alunos como deveriam resolver. Nem tampouco, pedi que chegassem a uma solução pela multiplicação ou pela adição. Apenas propus que me explicassem como representariam o pagamento pelos 10 (dez) pacotes, uma vez que teriam pago com uma nota de R$ 10,00 (dez reais). Ainda lhes orientei, informando que as demais notas do pacotinho poderiam ser utilizadas para resolverem a operação.

Logo abaixo, Figura 6.6, está o registro da resolução da situação-problema feito por Júlia.

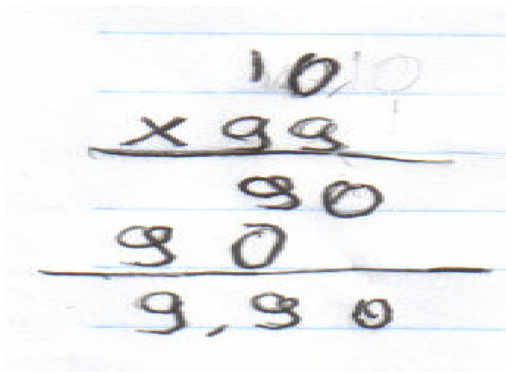


Figura 6.6. Resolução pela multiplicação

Sem qualquer preocupação em registrar tal qual no modelo convencional a multiplicação envolvendo inteiros, décimos e centésimos, Júlia realiza, com sentido, sua operação.

No algoritmo produzido a criança tentou registrar o procedimento convencional que é ensinado na escola, buscando aplicar os passos que, normalmente, são seguidos quando se apresenta pela primeira vez o “modelo". Ela aplicou estes passos da seguinte maneira:

1º. Multiplicou os algarismos do multiplicando, no caso, o 10 (dez) pelo multiplicador, R$ 0,99 (noventa e nove centavos);
2º. Iniciou a multiplicação da direita para a esquerda;
3º. Fez primeiro a multiplicação pela ordem das unidades do multiplicando por cada algarismo do multiplicador, ou seja, multiplicou o 9 (nove) das unidades de 9**9** (noventa e nove) pelo

0 (zero) do 10 (dez) e depois pelo 1 (um) do 10 (dez); registrando logo abaixo do traço de igualdade (____) o produto encontrado.

4º. Em seguida, fez a multiplicação pela ordem das dezenas do multiplicando por cada algarismo do multiplicador, ou seja, multiplicou o 9 (nove) da ordem das dezenas de **9**9 (noventa e nove) pelo 0 (zero) do 10 (dez) e depois pelo 1 (um) do 10 (dez); registrando logo abaixo do primeiro resultado encontrado, na ordem das dezenas em diante, o outro valor obtido.

5º. Por fim, adicionou os valores parciais resultantes da multiplicação entre os algarismos do multiplicando pelos do multiplicador e depois registrou o produto final.

Júlia teve a liberdade de registrar a sua operação a partir da interpretação que fez da situação-problema, não manifestando qualquer dificuldade em operar com valores envolvendo inteiros, décimos e centésimos, mesmo que seu registro não tenha se ocupado disso.

Vale destacar que nenhuma das crianças presentes neste dia errou a resolução da situação-problema, tenham feito pela multiplicação ou pela adição, ou ainda, demonstrando por meio das duas operações como resolveram.

Prosseguindo à análise, no Figura 6.7, logo abaixo, observa-se como Júlia explica por meio de uma frase seguida de uma operação de multiplicação e outra de subtração, o procedimento que desenvolveu para chegar ao resultado da situação-problema, revelando estratégias não manifestas no registro do algoritmo produzido. A explicação dada serve não apenas como complementação, mas também como um recurso de validação de seus conhecimentos mobilizados.

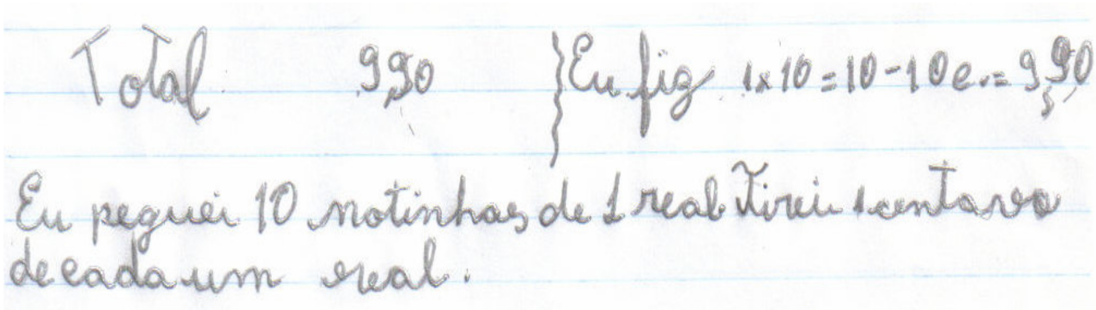


Figura 6.7. Registro escrito do procedimento: frase e operação

Agora, para entendermos a essência da melodia que se esconde nessa produção é preciso acompanhar o maestro enquanto rege. Então, vamos dar voz à criança para que, por meio do seu falar, esse registro se amplie em detalhes, ou seja, que se manifestem as notas, os sons, os arranjos, tudo o que compõe uma bela canção, mas que só pode ser compreendida em detalhes quando ouvida com atenção.

Ao pedir que Júlia me explicasse como procedera, o que foi feito no mesmo dia, enquanto os outros alunos faziam e partilhavam o material com os que não tinham e discutiam entre si as possibilidades de resolução, iniciei nossa conversa com a seguinte pergunta: Como você fez para descobrir o total da compra, sendo que você tinha apenas uma nota de R$ 10,00 (dez reais) para pagá-la?

Júlia – Primeiro eu troquei a nota de R$ 10,00 por 10 notinhas de 1 real. (Enquanto fala, vai representando no material a troca).

Pesquisadora – Se você trocou a nota de 10 reais por notinhas de 1 real, você ficou com quanto?

Júlia – Com 10 reais.

Pesquisadora – E agora, como é que você calculou o valor dos pacotes de dinheirinho se você só tem notas de 1 real? (À disposição da criança havia uma caixinha com réplicas das moedinhas em valores de R$ 0,01, R$ 0,05, R$ 0,10, R$ 0,25, R$ 0,50 e R$ 1,00).

Júlia – De cada 1 real eu tirei 1 centavo que dá 99 centavos. (Não usa as moedinhas, apenas explica oralmente).

Pesquisadora – Então, 99 centavos é o mesmo que 1 real menos 1 centavo?

Júlia – É. Aí eu faço isso por 10 vezes pra ter 99 centavos de cada pacotinho.

Pesquisadora – E depois que você tem 99 centavos de cada pacotinho, o que você faz?

Júlia – Eu somo as 10 notinhas de um real que dá 10 reais. Tiro um centavo de cada uma que dá 10 centavos. Depois tiro 10 centavos de 10 reais e dá 9 e 90.

Com base nesse diálogo, cheguei ao esquema de pensamento revelado pela explicação dada pela criança, apoiada na manipulação do material para representar o procedimento. Veja na figura 6.8 como ficou o esquema:

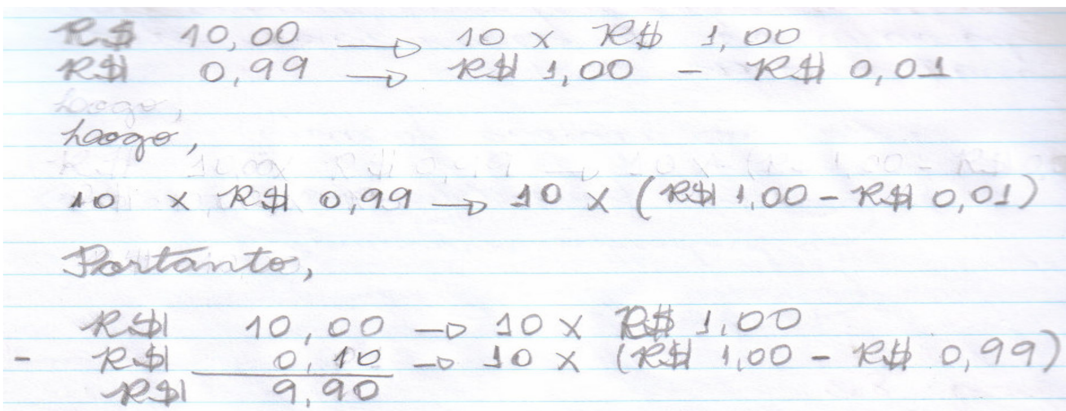


Figura 6.8. Revelação do esquema a partir da explicação da criança

A partir da articulação estabelecida entre o pensar e o fazer, mediada pela fala da criança, pela ação sobre algum tipo de material e pela ação da pesquisadora em relação a produção do aluno, é possível concluir que o registro escrito, convencional ou não, não é suficiente para contemplar a gama de conceitos e conhecimentos prévios utilizados quando o sujeito está em situação.

E o que significa o sujeito estar em situação? Significa que o mesmo se vê, se percebe, se apropria da situação que lhe é proposta, encarando-a como um desafio a ser superado, isto porque se faz presente nela. Há um problema para ser resolvido, e isso, difere em muito, em termos de desenvolvimento cognitivo, se, de outra maneira, à criança é pedido apenas que resolva operações. Um problema a resolver imprime um sentido ao que a criança terá que fazer.

Estando em situação o sujeito mobilizará seus conhecimentos anteriores para buscar uma solução. A situação provoca uma desestabilização no sujeito que, posto em conflito, é levado a avançar em suas construções. A situação dá sentido às ações psicológicas superiores, como nos ensina Júlia.

Moro (2005), em seu estudo sobre as notações[8] das crianças na iniciação matemática, destaca, com base em Vergnaud, como se dá a mudança de concepção das crianças diante de situações novas. Segundo a autora,

> Como os alunos só terão suas concepções alteradas quando seus esquemas prévios não se aplicam a novas situações, cabe, ao professor, não apenas oferecer-lhes situações de ativação de esquemas já disponíveis, mas situações que o levem a transformar esses esquemas, para sua reconstrução em novas relações diante dos dados novos (p. 44).

Nessa análise, não é o conhecimento de como se resolve no algoritmo convencional uma multiplicação envolvendo inteiros, décimos e centésimos o mais importante para Júlia, ela sequer está preocupada com seu registro, mas sim, em como fará o pagamento da compra a partir do desafio lançado.

Foi utilizando o material que se viu instigada a buscar uma solução para a situação-problema. O material contribuiu para provocar a ativação de seus conceitos e das relações a eles vinculados para alcançar um resultado.

A partir daí, seja para o pesquisador ou para o professor, haveria a possibilidade de enxergar os conhecimentos anteriores dos alunos e o processo de sua transformação como forma de organizar melhor e mais adequadamente a ação docente.

---

[8] Teixeira (2005) baseada em Lee e Karmiloff-Smith (1996) explica que "é preciso distinguir representação de notação. Representação se refere ao que é interno à mente, e notação, ao que é externo. Representação reflete como o conhecimento é construído na mente e notação estabelece o suporte das relações entre um referente e um signo. Notações não são meramente cópias idênticas, nem externalizações ilimitadas de representações internas. Notações têm suas próprias e singulares propriedades que refletem a relação dinâmica interativa entre notação e representação".

6.3 Que bicho é esse? Suzana vai dividir.

Suzana estava com 9;4 anos quando foi realizada a atividade. De acordo com documentos escolares, foi transferida de outra escola pública para a Escola Classe 50 de Ceilândia quando cursava a 1ª série. Não consta dos dados escolares quando iniciou a escolarização.

Para a professora, é uma aluna que apresenta dificuldades na resolução e interpretação de problemas matemáticos. A aluna é nova na série[9]. Fala pouco em sala, mas não parece ser tímida.

A atividade proposta pela pesquisadora foi sugerida pelo orientador da pesquisa e buscava descobrir como as crianças entendiam a divisão, se pela noção de partilha ou se pela noção de medida.

A sugestão nasceu de uma discussão sobre como é trabalhado na escola o conceito de divisão e por que, ao invés de resolver um problema que envolva uma divisão, normalmente, a criança acaba fazendo uma multiplicação.

Essa discussão aconteceu dia 01/06/05, uma quarta-feira, quando assistia à aula de Educação Matemática I na Faculdade de Educação da UnB, ministrada pelo Professor Doutor Cristiano Alberto Muniz.

Desta discussão chegou-se à consideração que a forma como os problemas são redigidos leva os alunos a trabalharem somente com uma noção de divisão - ou de partilha ou de quota[10]. Por isso, a criança tende a não efetuar a divisão conforme o professor espera, porque interpretou o problema de maneira diversa daquela que o professor achava que entenderia.

Quando um problema matemático envolve uma divisão com base na noção de partilha, significa que a quantidade no dividendo será distribuída em

---

[9] Quando aparecer no texto o termo “novo” ou “nova na série”, este diz respeito ao fato de o(a) aluno(a) não ter sido reprovado(a) na série que cursa atualmente.

[10] Segundo Bryant e Nunes (1997) a atividade de distribuir se aplica também a um tipo de situação que envolve raciocínio multiplicativo. A distribuição, neste sentido, leva a estabelecer uma relação entre dois ou mais conjuntos. De acordo com seus estudos (*ibid.*, p. 148), “as relações parte-todo estão também envolvidas em distribuição e divisão, mas há três elementos a ser considerados: o tamanho do todo, o número das partes e o tamanho das partes que deve ser o mesmo para todas as partes. Por exemplo, se há 20 doces (o todo) e 4 crianças para partilhá-los (4 partes), há 5 doces por criança (o tamanho da parte ou *quota*)”.

quantidades iguais para tantos quantos forem os grupos dados no divisor. Veja o exemplo:

a) Raquel tem 6 pirulitos para dividir entre duas amigas. Quantos pirulitos cada amiga de Raquel vai ganhar?

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{-\,6} & 3 \\ 0 & \end{array}$$

Sendo que,

$$\begin{array}{r|l} \text{pirulitos} & \text{amigas} \\ \cline{2-2} & \text{pirulitos} \end{array}$$

Ou seja, na divisão por partilha, "n" dividido por "a" é igual a "n". Neste problema, o que está sendo dividido é a quantidade pirulitos. Portanto, o resultado obtido será a quantidade de pirulitos que foi dada para cada amiga de Raquel.

Agora, quando falamos em divisão envolvendo a noção de medida, o que acontece é que no quociente será registrada a quantidade de vezes que o dividendo cabe no divisor. Observe o mesmo problema envolvendo a noção de medida:

b) Raquel quer colocar 6 pirulitos em sacolas separadas. Separando os pirulitos de 2 em 2, de quantas sacolas Raquel precisará?

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \cline{2-2} \underline{-\,6} & 3 \\ 0 & \end{array}$$

Sendo que,

$$\begin{array}{l|l} \text{pirulitos} & \text{pirulitos} \\ \cline{2-2} & \text{sacolas} \end{array}$$

Ou seja, quando dividido “a” por “a”, o resultado será “n”. Isto significa que ao separar os pirulitos em grupos com 2 pirulitos, o resultado será o número de grupos com 2 pirulitos (sacolas necessárias) que poderá ser formado com a quantidade de pirulitos que tinha para dividir.

Foi então, a partir da discussão dessas noções, que propus aos alunos a seguinte divisão: 41:3. Não apresentei a divisão dentro de uma situação-problema. Inicialmente, busquei ver como os alunos a resolveriam, uma vez que, fora de um contexto, o resultado seria uma divisão com resto.

Vale acrescentar que a professora ainda não havia trabalhado o conteúdo de divisão com os alunos na época em que foi realizada a atividade, 08/06/05. Neste dia, os alunos assistiram aula à tarde, porque a professora e a pesquisadora estiveram assistindo as já referidas aulas de Educação Matemática na Faculdade de Educação na UnB.

Inicialmente, ao chegar na sala disse para os alunos que gostaria que eles resolvessem uma operação para mim. Perguntei a eles: *“Como é que vocês podem fazer para dividir 41 por 3”*?

Logo de cara, ouvi muitos alunos dizerem: *“Ih! Eu não sei dividir não!”, “A professora ainda não ensinou pra gente como é que faz divisão”!, “Ah! É muito difícil”!*

Então, registrei no quadro a operação conforme o modelo convencional e disse a eles que, de alguma maneira, descobrissem como é que se poderia fazer aquela divisão.

A reação dos alunos foi imediata. Ao olharem o registro no quadro, fizeram um alvoroço. Parecia que estavam vendo um bicho-de-sete-cabeças (e até concordo com eles). Recordo-me quando Júlia se aproximou de mim e disse:

- "Nossa! Isso aí é uma divisão? Eu não dou conta de fazer divisão desse jeito não"!

Então, virei para ela e perguntei se tinha irmãos. Ela me respondeu afirmativamente, indicando nos dedos que tinha mais 2 irmãos. Disse a ela que pensasse no seguinte problema: Você tem 41 balinhas para dividir entre você e seus dois irmãos. Quantas balinhas você acha que seus irmãos e você irão ganhar?

Júlia olha para mim como que mais satisfeita e diz:

- "Ah! Agora dá pra fazer essa divisão".

Continuando a explicação, aproveitei o exemplo dado a Júlia e partilhei com toda a turma. Pedi-lhes que buscassem resolver a operação fazendo o registro por escrito da maneira que achassem melhor.

Alguns alunos desenharam crianças e balas, outros fizeram bolinhas, outros fizeram círculos com palitinhos e outros usaram somente números para representarem como fizeram a divisão.

Dentre todos os registros dos alunos, muito me chamou a atenção como Suzana escrevera a sua divisão. Além de, diferir muito da dos colegas pela aparência, seu registro não deixava claro o procedimento que desenvolvera, sendo de difícil entendimento para a pesquisadora e para a professora.

Logo abaixo está a maneira como Suzana registrou a divisão 41 por 3:

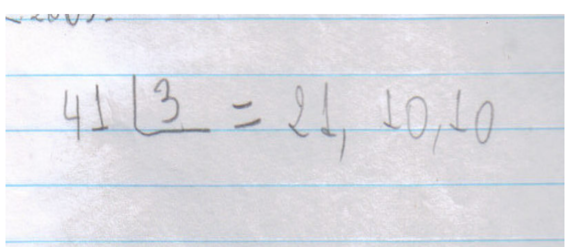


Figura 6.9. Algoritmo registrado por Suzana para a divisão sugerida

Da maneira como Suzana registrou, deduzi que fizera uma distribuição para três, devido à indicação dos valores separados por vírgula de 21, 10 e 10. Contudo, não consegui entender de imediato como fez a distribuição para chegar aos valores indicados.

Solicitei, então, a Suzana, que me explicasse o que pensou e como fez para chegar ao resultado apresentado. Era preciso que a aluna me ajudasse naquele momento a compreendê-la no seu fazer matemática.

Quero, antes de continuar, abrir um parêntese para informar que a maioria das produções dos alunos foi partilhada com a professora. Nestes momentos, discutia comigo como conseguiria fazer para entender, acompanhar, avaliar processualmente e, além disso, trabalhar os conteúdos curriculares.

As preocupações de Rose eram passíveis de compreensão, uma vez que cada produção que analisávamos conjuntamente nos causava tamanha inquietação, pois cada vez mais ficava claro o quanto os alunos produziam, conheciam, sabiam fazer, mas que não seria fácil apregoar a aceitação dessas produções e fazer com que outros colegas acreditassem e valorizassem o que estava sendo feito por aquelas crianças a medida que avançassem em seus estudos.

Neste sentido, a pesquisa-ação, com a participação da professora nas análises, acaba por se constituir numa valorosa oportunidade de formação continuada na Educação Matemática.

Em outros casos procedi à análise sozinha. Ainda assim, partilhava com a professora os achados, discutindo em termos de teoria os estudos mais recentes na área, e em termos de prática pedagógica que posturas o professor deveria adotar para, de fato, mudar a prática de ensino de matemática para a prática de educação matemática.

Mas, retomando a análise do protocolo de Suzana, quando lhe pedi que falasse de sua produção, assim passou a explicar-me:

> *Suzana - "Ah! Eu fui divindo".* (Aponta com o dedo indicador da mão direita para os valores registrados.)
>
> *Pesquisadora – Como você fez para dividir?*

Suzana – Eu primeiro tirei 10, depois mais 10 e depois mais 10.

Pesquisadora – E depois?Como você terminou de dividir?

Suzana – (Quase que murmurando.) *Eu continuei...* (Barulhos na sala, a aluna falou muito baixo sem que pudesse entender o que dissera).

Mesmo tendo insistido para que continuasse me explicando o procedimento desenvolvido, percebi que Suzana não conseguia me esclarecer o seu modo de pensar. Desta maneira, o trabalho interpretativo torna-se mais difícil, pois, não se deve fazer afirmações precipitadas quanto ao processo cognitivo subjacente à produção.

A partir de um cuidadoso e atencioso trabalho interpretativo com base nas pistas dadas por Suzana mediante sua fala, na figura 6.10 está o registro da revelação do esquema feito pela pesquisadora a partir das possíveis articulações entre o registro e a fala da criança.

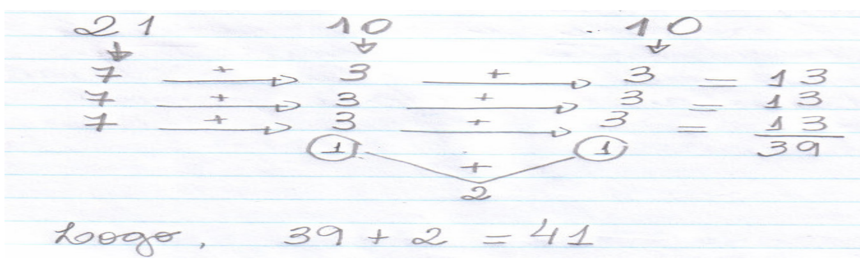


Figura 6.10. Revelação do esquema de Suzana

Escondida no algoritmo registrado por Suzana estava a noção de divisão por partilha. Isto é, cada um dos três valores indicados (21, 10, 10) conservava uma distribuição por igual de quantidades menores.

A estrutura de construção do esquema pôde ser explicada em duas fases. A primeira fase será descrita nas etapas a seguir:

1º Suzana faz uma primeira distribuição para três, iniciando pela quantidade representada na ordem das dezenas (4);

2º Para cada distribuição que faz, subtrai uma dezena da quantidade inicial (40 –10 = 30, 30 – 10 = 20, 20 – 10 = 10);

3º Tendo distribuído três dezenas – 10, 10 ,10 – restou-lhe, então, uma dezena e uma unidade (11);

4º A quantidade restante, 11, não pode ser repetida por três vezes. Daí, Suzana adiciona 11 + 10 (primeira dezena distribuída), totalizando 21.

Aparentemente, nessa primeira fase não há como identificar que a divisão por partilha tenha sido feita da maneira correta, uma vez que os valores registrados não são iguais entre todas as partes, exceto, nas duas últimas, em que se repete o 10 – dez (ver figura 6.10).

Contudo, se a quantidade 11 (onze) que restara depois que distribuiu as três primeiras dezenas não poderia ser adicionada de igual modo entre aquelas dezenas, por que Suzana, então, não fez a partilha um a um, distribuindo assim as 11 (onze) unidades restantes entre as dezenas que já havia distribuído?

Na verdade, quando Suzana adiciona 11 (onze) à primeira dezena, obtendo 21 (vinte e um), o seu pensamento já estava operando uma divisão por partilha. Vejamos como se deu, pois, a segunda fase de interpretação para construção do esquema:

1º A forma de registro da divisão feita por Suzana contempla sua estrutura de pensamento que retoma a operação inicial, 41 (quarenta e um) dividido para 3 (três);

2º Cada valor registrado (21, 10 , 10) contém internamente uma divisão por partilha;

3º Para cada valor registrado Suzana opera uma nova divisão, mantendo a distribuição para 3 (três);

4º O resultado da redistribuição para 3 (três) em cada quantidade registrada (21:3, 10:3 e 10:3) deve ser acompanhado numa leitura de cima para baixo (ver Figura 6.10. Em cada valor há uma segunda divisão por partilha).

5º Feita a redistribuição para 3 (três) em cada quantidade registrada, somam-se os valores obtidos, na horizontal, para encontrar o valor real da divisão de 41 (quarenta e um) para 3 (três), isto é, 21 (vinte e um) dividido para 3 (três) é igual a 3 (três) agrupamentos de 7 (sete). Nas dezenas subseqüentes, cada uma tem respectivamente, 3 (três) agrupamentos de 3 (três), restando 1 (um).

6º A partir da soma das seguintes parcelas 7+3+3, 7+3+3 e 7+3+3 (ver Figura 6.10. Fazer a leitura na vertical), obtêm-se o resultado 13 (treze), restando ainda, 2 (duas) unidades.

Como pôde ser observado, essa estrutura de pensamento foge completamente do passo-a-passo ensinado no “modelo convencional”. Contudo, não lhe pode ser retirado o aspecto de fidedignidade ao que fora proposto.

Em outras palavras, Suzana opera seguindo um dos conceitos da divisão – a partilha. O “problema” passa a ser, para o professor, a forma de registro apresentada que não dá nenhuma pista de que este conceito esteja claro para a criança, segundo avaliação do professor.

Como afirma Muniz (2004a), esse tipo de estrutura, embora complexo, é de uma riqueza infindável que não pode ser abrangida pelos algoritmos convencionais, uma vez que, o seu entendimento pelo professor implicará uma tomada de decisão que o coloque na posição de um constante investigador.

Será a partir da aceitação, análise e socialização de produções dessa natureza em sala de aula, e no coletivo da escola, que efetivamente o educador-pesquisador será capaz de enxergar conhecimentos prévios sendo articulados com novos conhecimentos.

Como já afirmava Vygotsky (1998), a criança traz consigo conhecimentos espontâneos que não se descartam ante a aprendizagem de conhecimentos científicos, mas que a estes se juntam, servindo-lhes de base para o desenvolvimento de estruturas cognitivas mais complexas.

A isto equivale dizer novamente que a criança não é uma tábua rasa onde são impressas as marcas de um saber científico, formal, escolar. Pensar assim significa assumir que a aprendizagem está inevitavelmente atrelada à institucionalização, não sendo relevante para o desenvolvimento cognitivo qualquer experiência prévia da criança, aquela que está fora dos espaços institucionais.

Portanto, onde está a dificuldade de Suzana? Com certeza, os conhecimentos prévios de que dispunha, embora, o conteúdo ainda não houvesse sido trabalhado, articulados ao seu fazer, são prova suficiente de que a educação, a escola, o ensino e o professor, como também, o pesquisador precisam redefinir suas concepções quanto ao que é efetivamente conhecimento matemático e como se desenvolve o processo de aprendizagem.

6.4 Deu 10, sobe e junta. Vale para a adição e também para a multiplicação

Um fato interessante observado durante a investigação e que se manifestou repetidas vezes por diferentes crianças, refere-se a um processo de "generalização[11]" de regras aplicado às diferentes operações.

Como, tradicionalmente, as operações são trabalhadas em separado, as crianças tendem, ao aprenderem uma nova operação, a aplicar as regras das operações anteriores à recentemente aprendida.

Isso não quer dizer que esse processo de "generalização" se faça meramente por uma incompreensão da criança quanto aos procedimentos

[11] Generalização no sentido que a criança transfere um esquema construído em uma dada situação para outras situações consideradas, a princípio, como similares.

subjacentes a cada operação. Antes, expressam como ela interpreta e assimila o "modelo" ensinado, buscando aplicar regras de resolução, em princípio, consideradas comuns a uma e a outra operação, mas modificadas no decorrer do processo em função da própria estrutura resolutiva de cada operação.

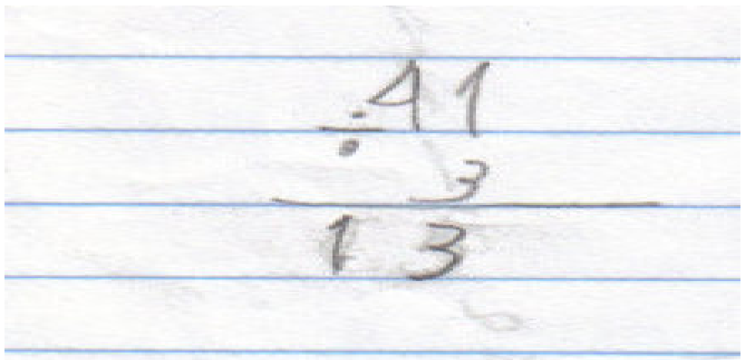


Figura 6.11. Registro feito por Miguel (9 anos) antes de conhecer o algoritmo convencional

O que quero dizer com isso é que, mesmo se o ensino está pautado somente na apresentação de "modelos" canonizados, não necessariamente os alunos os apreenderam tal qual lhes foram ensinados.

Como destaca Vergnaud (1996a) quando um raciocínio não entra em um teorema, o sujeito não consegue chegar a solução para o problema. Ou seja, para que um pensamento sobre determinada situação matemática se torne operacional, é preciso que encontre um caminho resolutivo, isto é, "se faço isso chego a isto".

Em outras palavras, o esquema de pensamento do sujeito obedece a uma estrutura cognitiva própria de cada indivíduo que orienta as ações mentais, direcionando-as a um objetivo – construir uma solução para certo tipo de situação. Neste sentido, cabe ao educador e ao pesquisador identificar os esquemas invariantes de um sujeito para outro.

Desta maneira, chega-se a compreensão da conservação de um padrão de resolução aplicado pelas crianças a diferentes problemas matemáticos que ajudam na identificação dos invariantes operatórios (TCC).

Numa forma mais simples de dizer, os invariantes operatórios são caracterizados como sendo aquilo que o sujeito fez de novo do mesmo jeito em um outro contexto, em outra situação, constituídos pelos conceitos e teoremas em ação. Corresponderia mais ou menos a dizer “eu já vi isso em um outro lugar”.

No caso das produções das crianças nesse contexto investigativo, os invariantes operatórios se expressam por meio de estruturas de resolução conservadas em diferentes operações matemáticas. Por isso, invariantes – que não mudam, e operatórios – provenientes de um saber fazer.

Analisando a produção de Suzana, situada no campo das estruturas multiplicativas (TCC), observei a partir da aplicação de uma regra usada em operações de adição com reserva – conhecida famosamente pelo “deu 10 (dez) vai 1 (um)”, como ela registrou diferentes operações de multiplicação, identificando onde estava esse “vai 1 (um)”.

Inicialmente, Suzana procede ao registro da multiplicação 12 x 5, armando a operação em seu caderno, indicando acima do um da dezena outro, dentro de um círculo, resultado da multiplicação de 5 x 2. A figura a seguir, contém a transcrição da operação pela pesquisadora.

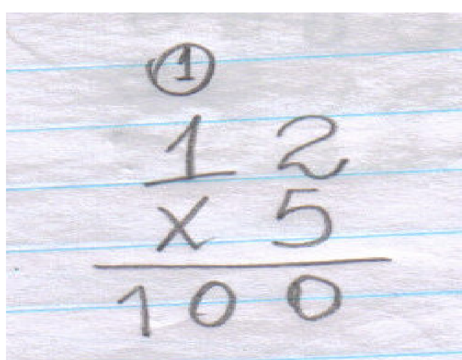


Figura 6.12. Registro feito no caderno de Suzana e transcrito pela pesquisadora

Pelo registro de Suzana não há dúvidas quanto à compreensão que tem acerca do procedimento de resolução com base no nosso sistema de numeração decimal. Toda vez que formamos dez unidades, elas são agrupadas e mudadas de lugar, seguindo a direção da troca no sentido da direita para a esquerda.

A troca é trabalhada, normalmente, em sala de aula por meio de registro indicativo de um novo agrupamento formado na ordem imediatamente superior. Daí, em muitos registros, via-se o "vai um" dentro de um círculo.

Contudo, este tipo de notação não indica que a criança entendeu adequadamente o que é a troca, uma vez que, se estiver usando algum tipo de material, a criança faz o agrupamento. Ao contrário, a troca não está no material, mas na ação do sujeito ao transferir o agrupamento para a ordem seguinte.

No caso de Suzana há uma mistura de procedimentos usados na adição com os da multiplicação[12]. Para ela, se o novo agrupamento formado na unidade, quando adicionando, é indicado registrando o numeral 1 (um) na ordem das dezenas e acima da quantidade que lá esteja para depois fazer uma nova adição nesta ordem, então, ela poderia repetir a mesma ação na multiplicação.

Ao repetir esse procedimento na multiplicação, Suzana acaba por justificar o valor encontrado por ela para a resolução de 12 x 5 como sendo igual a 100 (cem). Tal justificativa se dá em nível da interpretação que fez do modelo, o que acaba por validar seu pensamento.

Para chegar ao total 100 (cem), Suzana, após registrar a nova dezena formada (ver Figura 6.12), procede a uma adição entre o agrupamento formado e a quantidade de grupos de 10 (dez) indicada na ordem das dezenas, ou seja, um (novo agrupamento) mais 1 - um (dezena já existente, antes do novo agrupamento). Assim sendo, em seu entendimento, ela teria dois agrupamentos de 10 (dez), totalizando 20 (vinte), que seriam multiplicados por 5 (cinco). Por isso, o resultado seria 100 (cem) e não 60 (sessenta).

Esta análise seguiu à explicação dada pela criança:

Suzana - Eu juntei esse 1 (novo agrupamento) *com esse* (já indicado na dezena)*, e aí deu dois que eu multipliquei por cinco.*

---

[12] Não se trata neste caso da compreensão dos conceitos relativos as duas operações, mas da aplicação de regras de procedimento de uma em outra.

Procedendo então, à mediação pedagógica, a pesquisadora pediu que se sentasse próximo a ela, sugerindo que conversassem sobre o que havia feito. Assim ocorreu a conversa:

Pesquisadora – Suzana! Vamos ver o que é que você fez. Você está fazendo uma multiplicação. Como é que você está multiplicando?

Suzana – Eu vou multiplicar o 12 pelo 5.

Pesquisadora – O que você quer dizer com multiplicar o 12 pelo 5?

Suzana – É que eu vou ter que fazer o 12 cinco vezes.

Pesquisadora – Como é que você vai fazer isso? (Suzana escreve 12 + 12 + 24. Pára.)

Pesquisadora – Por que é que você parou? Você não está escrevendo aqui (aponta para o registro) *o 12 cinco vezes?*

Suzana – Estou. Mas acontece que eu não pensei assim.

Pesquisadora – E como é que você pensou?

Suzana – Que tem que fazer a operação aqui (aponta para a operação armada no caderno).

Pesquisadora – Ah! Ta certo. Você prefere fazer direto aqui, na operação. Então, olha só. Você tem 12 vezes cinco. Como é que você pensou quando fez a sua operação (refiro-me ao primeiro registro. Figura 6.12)*?*

Suzana – Eu comecei multiplicando o 2 por 5.

Pesquisadora – Como é que você fez essa multiplicação? (Suzana arma a operação, escreve ao lado 2 2 2 2 2, e logo abaixo 10. Registra na operação armada o zero abaixo do traço da igualdade na direção do 5 e sobe um, colocando-o dentro de um círculo, acima da letra "d" em maiúsculo, indicando a dezena)*. Olha só, vamos falar sobre o que você fez? Primeiro você multiplica o dois pelo cinco e dá dez. Aí, você escreve zero embaixo do cinco e coloca o um do dez lá na dezena. Por que você fez assim?*

Suzana – Porque quando eu multipliquei o dois pelo cinco que deu 10, eu tenho que colocar aqui (aponta na dezena).

Pesquisadora – Muito bem! Então, esse 10 foi o que você formou quando fez 2+2+2+2+2, que é duas vezes cinco. E agora, como é que você vai continuar a operação?

Suzana – Eu junto esse um (da dezena formada) *com esse aqui* (o do numeral 12)*, somo e multiplico por cinco.*

Pesquisadora – Entendi. Mas veja só. Esse um aqui de cima não é resultado do duas vezes 5 (balança a cabeça concordando) *? Então, ele faz parte do dez, do doze, ou ele apareceu depois que você multiplicou dois por cinco?*

Suzana – Ele apareceu depois que eu multipliquei dois pelo (cinco.

Pesquisadora – Se você tivesse multiplicado aqui (aponto 2 x 5) *e não tivesse dado dez pra você colocar lá na dezena, como é que você faria?*

Suzana – Aí eu teria que multiplicar só esse outro número (aponta o numeral 1 do 12) *por cinco.*

Pesquisadora – Muito bem! Então quer dizer que o que você está multiplicando é esse um aqui (do doze) *ou esse um* (indico o registrado posteriormente na dezena)*?*

Suzana – É só esse um (aponta, mostrando o 1 do 12).

Pesquisadora – Quanto é então que vai dar esse um (do doze) *por cinco? Quanto ele vale? Como é que você vai fazer* (Suzana escreve logo abaixo da seqüência 2 2 2 2 2, da seguinte maneira, 10 10 10 10 10)*? Quanto é que deu aí?*

Suzana – Deu cinco. Cinqüenta.

Pesquisadora – E agora? Deu cinqüenta porque você multiplicou o um do doze por 5. Esse um vale 10. Você formou cinqüenta aqui (aponto 1 do 12 vezes 5)*. Já esse outro um veio daqui* (mostro registro que fez do 2 x 5)*. Agora, nós temos que fazer o quê com esses valores?*

Suzana – (Meio que em dúvida) *Eu vou juntar?*

Pesquisadora – É isso ai! Por que é que nós vamos juntar? Porque o primeiro dez que você formou já foi resultado de uma multiplicação que você fez antes, o duas vezes cinco. Então, ele não estava aqui, junto com esse outro dez que já tinha na dezena. Esse dez aqui da dezena você também tem que multiplicar por cinco e depois juntar com o outro pra ver quanto que vai dar ao final. E aí? Quanto deu?

Suzana – (Escreve) *Sessenta.*

No quadro a seguir está o registro feito por Suzana em uma folha de rascunho que arrancou do seu caderno.

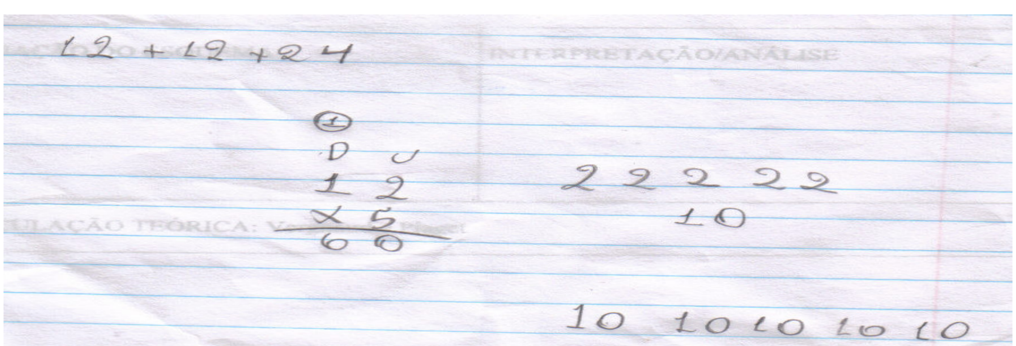


Figura 6.13. Etapas de resolução realizadas por Suzana durante o diálogo com a pesquisadora

Logo após a realização desta operação em conjunto com a pesquisadora, Suzana procede à resolução de outras semelhantes, fazendo o registro do procedimento tal qual fizera na situação anterior, após a mediação.

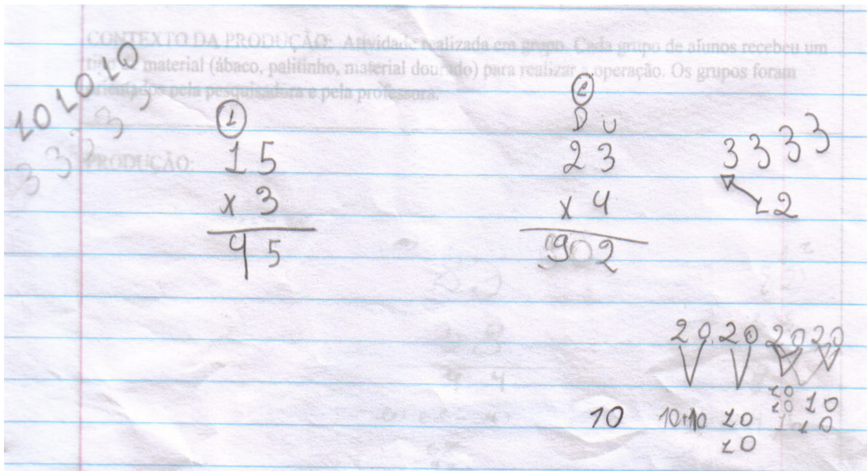


Figura 6.14. Outras produções de Suzana feitas no mesmo dia

As produções acima foram registradas pela criança que as resolveu sozinha, sentada em sua carteira e sem o acompanhamento da pesquisadora ou professora. Depois foram apresentadas, a pedido da pesquisadora. Tanto nessa, como na outra produção, Suzana fez a multiplicação a partir do conceito de adição de parcelas repetidas, mas fazendo essa adição a partir da decomposição dos valores da quantidade inicial.

Esses outros registros confirmam o que Suzana havia pedido anteriormente à pesquisadora – resolver direto na operação. Portanto, se ela vai resolver direto na operação, a multiplicação da quantidade constante no multiplicando corresponderá à adição de parcelas repetidas, sendo esta, o somatório dos valores relativos de cada algarismo.

A partir desta análise podem ser entendidos dois fenômenos ligados à prática educativa. O primeiro refere-se à forma como o professor ensina. O segundo, em conseqüência do primeiro, diz respeito à forma como o aluno aprende.

Em outras palavras, a forma como o professor ensina interfere na forma como o aluno aprende. Isso quer dizer que, embora nem sempre reproduzindo tal qual lhe fora ensinado, o aluno acaba imprimindo no seu jeito de fazer algumas marcas do jeito de ensinar do professor.

Normalmente, o professor ao introduzir o “conteúdo de multiplicação”, o faz mediante a apresentação da adição de parcelas repetidas, seguidas da apresentação do registro no algoritmo convencional, conforme o esquema abaixo:

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10 \leftrightarrow 5 \times 2 = 10$$

Trabalha inicialmente com valores menores que 10 (dez) no multiplicando, aumentando-os gradativamente, bem como, em relação à quantidade de algarismos no multiplicador.

Desta forma, quando Suzana pediu para resolver direto na operação, expressou essa maneira de ensino. É claro que, aqui, não está sendo discutida a pertinência ou não dessa prática.

Ao levantar este aspecto proponho uma reflexão sobre concepções de ensino e metodologias como questões importantes no processo educativo que se corporificam no fazer em sala de aula.

Portanto, o fazer do aluno representa, de alguma maneira, a forma interpretativa que concebe em relação ao que lhe foi ensinado, revestindo-se em compreensão ou não do ato docente.

Como apresentado na análise do registro de Suzana, vimos, também, uma compreensão parcial do que foi ensinado, uma vez que fez adaptações no procedimento convencional para dar continuidade ao seu raciocínio.

Na verdade, o fazer do aluno, mesmo que divergindo daquele esperado pelo professor, na maioria das vezes, toma por base o que lhe foi repassado por modelo como garantia de que em algum momento o seu pensar/fazer se parece com o do professor. Pensar e fazer que se faz real na fala: *“Meu professor disse* *que era pra fazer assim"*. Isso mostra que as crianças só sentem que sua produção tem valor quando corresponde à do professor. É um processo de legitimação que conserva a autoridade do professor em relação a um saber e fazer, exigindo do aluno que a confirme mediante a reprodução mecanizada dos conteúdos ensinados. Ou ainda, que ignore qualquer informação adicional – traços, rabiscos, desenhos, diagramas, que não sejam, segundo o professor, de interesse relevante.

Por isso, folhas de rascunhos servem apenas para conter essas "informações adicionais" de pouco interesse. Nelas estão os borrões, as manchas, os registros "incompreensíveis" que não despertam a atenção do professor e que são considerados sem valor, como retrata a fala de uma criança da turma.

Pesquisadora – Por que você apagou as coisas que você tinha feito ao lado da operação?

Aluna – Porque a professora só quer saber a resposta.

A partir dessa fala, surgem alguns questionamentos - "Como proceder a uma avaliação que pretende ser processual se ela estiver centrada apenas em resultados finais e esperados?" "O que vem a ser *resposta* numa produção matemática dentro da escola?" "Será somente o resultado numérico?" "E os procedimentos produzidos não seriam a alma desta resposta?" "O que fazer com os resultados *divergentes*?" "Em que momento se faz a mediação pedagógica quando a avaliação não é processual?" "Como é entendido o desenvolvimento da aprendizagem?"

6.5 Usando, mas reinterpretando o modelo, Lina vai dividindo

Lina estava com 11;4 anos quando realizou a atividade proposta pela professora. De acordo com os documentos escolares iniciou sua escolarização aos 6 (seis) anos de idade no ano de 2000. Cursou a 1ª série em 2001.

Reprovada, foi matriculada em 2002 na Classe de Aceleração da Aprendizagem[13] (Alfabetização). No mesmo ano foi remanejada para uma turma de 1ª série, pois não contemplava os quesitos necessários para ter sido matriculada naquela classe, ou seja, não estava com defasagem idade/série em 2 (dois) anos. Concluída a 1ª série foi promovida para a 2ª série no ano de 2003. Reprovada, foi matriculada no ano de 2004 em uma nova classe de aceleração, agora, a de Séries Iniciais e, aprovada para cursar a 3ª série no ano de 2005.

Lina era considerada uma criança com "dificuldades" na aprendizagem em matemática. Mas que "dificuldades" eram essas? Observando, dentre os protocolos selecionados para análise, percebi que em alguns as crianças aplicavam regras de resolução de uma determinada operação a partir do "modelo", sem, contudo, terem entendido tais regras.

A produção de Lina, por exemplo, retrata bem esse pensamento matemático dentro do "modelo" canônico. Ela aplica as regras de resolução da divisão para produzir uma resposta que é inicialmente esperada pelo professor, mas que ao contrário disso, resulta num registro esteticamente estranho e "sem sentido". Será esse o motivo da "dificuldade" de aprendizagem de Lina?

A figura 6.15 registra a produção de Lina numa situação de divisão. A operação foi registrada no quadro pela professora. Os alunos a copiaram em folha branca do tipo A4, resolveram e depois devolveram para a professora. O comando

[13] A título de esclarecimento, aqui no Distrito Federal, as Classes de Aceleração da Aprendizagem foram criadas com o objetivo de corrigir as distorções causadas pela reprovação das crianças em uma mesma série por dois anos consecutivos. O projeto das Classes de Aceleração prevê o atendimento de 25 alunos por classe, com 5 horas/relógio de aula por dia, totalizando 25 horas semanais. A regência, inicialmente, estava condicionada a dois professores com jornada de trabalho de 20 horas semanais cada um e um dia para coordenação, sendo que a coordenação acontecia em dias diferentes para cada professor. Isso acabava por implicar em um trabalho parcelado, uma vez que os professores não faziam o planejamento conjuntamente. Embora, em um dia da semana, normalmente nas quartas-feiras, os dois estivessem na sala, ainda assim o trabalho continuava dividido, pois os professores dividiam aquele dia em dois turnos de aula, um para cada, além de dividirem as disciplinas entre si. É claro, que a constatação de tal fato não deve ser considerado em um plano mais geral e sim como um indicativo do que acontecia em várias escolas. Ressalte-se também que quando a escola não dispunha de dois profissionais com jornada de trabalho de 20 horas semanais, a classe de aceleração poderia ser assumida por um profissional com jornada de trabalho de 40 horas semanais, divididas entre 25 horas de regência, o mesmo quantitativo se dois profissionais, diferenciando apenas quanto as horas de coordenação, que corresponderiam à 15 horas e 5 horas, respectivamente.

da atividade pedia que resolvessem as operações, lembrando dos diferentes materiais[14] que haviam aprendido a usar.

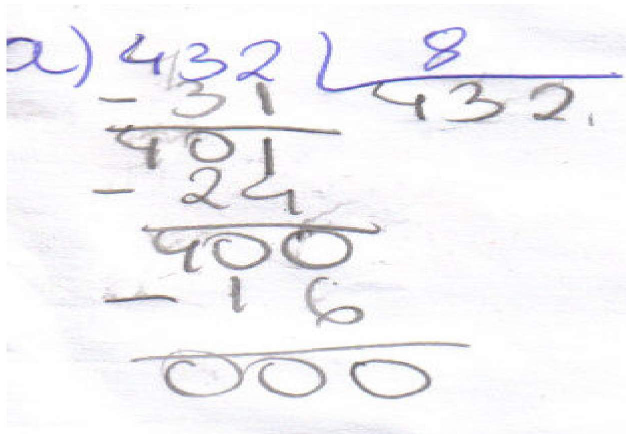


Figura 6.15. Registro de Lina para a divisão proposta

Pela forma como Lina apresentou o registro da divisão não deu para a pesquisadora nem para a professora pesquisadora entenderem o que a aluna havia feito. A única informação que ficou clara nesse registro foi que o valor 432 (valor do dividendo) foi repetido no quociente, mas sem revelar, em princípio, qualquer articulação com o desenvolvimento do processo resolutivo apresentado.

Um aspecto relevante que necessita ser aqui destacado é que o trabalho interpretativo do pesquisador-educador ou do educador-pesquisador não pode se restringir a uma análise exôgena, isto é, com base apenas na análise da configuração do modo como foi registrada a resolução da operação. Mas a partir do que foi apresentado em termos de configuração, deve-se procurar as raízes internas que deram suporte a esse fazer, isto é, que processos cognitivos envolvidos ajudariam a compreender a gênese do conhecimento que está sendo construído, pois normalmente, quando a solução em termos de procedimentos é diferente da conhecida do professor, sobretudo se o resultado final diverge

---

[14] No decorrer da pesquisa os alunos tiveram acesso a materiais como o ábaco, material dourado, canudinhos e palitinhos, réplica das notas de dinheiro, além de outros materiais que pudessem utilizar para contagem e resolução das atividades propostas.

daquele esperado, a tendência é considerar a produção do aluno como inadequada.

Portanto, um trabalho investigativo, seja no âmbito de uma pesquisa com finalidade de produção de um trabalho de caráter científico, seja no contexto de sala de aula voltado para redefinição da prática pedagógica, requer do pesquisador-educador e do educador-pesquisador uma postura analítico-reflexiva que promova um senso crítico-construtivo por meio do qual possam ser articulados fundamentos teóricos e práticas.

A análise do protocolo de Lina contribuiu significativamente para repensar posturas. De acordo com o percurso estudantil e considerações da professora, esta criança apresentava "dificuldades" na aprendizagem, e, em se tratando da aprendizagem dos conceitos matemáticos parecia não ser diferente. "Mas onde estava a *dificuldade*?" "Em Lina ou na pesquisadora e na professora pesquisadora?" "Quem realmente não estava sendo compreendido?" "Qual era efetivamente a *dificuldade*?" "E agora, o que fazer?"

Do ilógico ao lógico, do incompreensível ao compreensível, do estranho ao conhecido, do grosseiro ao refinado, da "dificuldade" à aprendizagem, é assim que a produção matemática de Lina pôde ser caracterizada, mostrando-nos que a forma de olhar, seja do pesquisador ou do professor, precisa ser modificada.

Para proceder à análise de seu protocolo, o trabalho interpretativo foi realizado em duas etapas complementares entre si. Na primeira, o procedimento adotado buscou, a partir de uma entrevista com a criança, identificar o desenvolvimento de seu raciocínio mediante as indicações do processo resolutivo que aplicou.

Foi com base nestas indicações que se tornou claro como a criança estava entendendo o modelo de resolução de divisão exata e o que significava a estrutura registrada. Além disso, foi possível também perceber como a aluna estava trabalhando com os conceitos matemáticos mobilizados na situação.

Já na segunda etapa de análise, a pesquisadora realizou um trabalho mediático voltado para a aplicação dos conceitos matemáticos usados por Lina. Criando uma situação-problema e disponibilizando material (réplica das notas de dinheiro) pretendi ajudá-la a compreender como se daria a solução mediante o procedimento de resolução de divisão exata no “modelo” convencional.

Ressalte-se que embora nesse momento estivesse sendo realizada a mediação pedagógica pela pesquisadora, ela não deixou de ter um caráter analítico e interpretativo. A partir da articulação entre o entendimento do procedimento desenvolvido por Lina e a reconstrução pela aluna, valendo-me do que fizera anteriormente, mas agora, dentro de uma situação-problema e com o auxílio de material, consegui vislumbrar a necessidade do desenvolvimento de uma avaliação formativa ante os conhecimentos mobilizados e construídos.

Em termos de análise, o que Lina pensou pode ser descrito a seguir, com base na entrevista feita pela pesquisadora. A descrição analítica que se segue refere-se à primeira etapa do trabalho interpretativo.

a) No “modelo” convencional é ensinado que a divisão é realizada operando-se da esquerda para a direita. Ou seja, são divididas primeiramente as quantidades que estão nas ordens cujo valor posicional é maior.
b) Lina aplica a regra. Ela inicialmente pensa em dividir 4 (centenas) para 8 (oito), contudo observa que esse valor não “permite” o procedimento.
c) No “modelo” convencional é preciso dividir, em princípio separadamente, os valores constituintes do dividendo pelo divisor registrando no quociente um valor que multiplicado pelo divisor seja igual ou se aproxime do dividendo.
d) Lina aplica essa regra. Contudo, se ela não pode dividir 4 (centenas) para 8, por outro lado, poderia dividir 32 por 8, tendo como total no quociente, 4. Lina não opera a transformação das dezenas (3) em unidades (30) adicionando-as a quantidade de unidades disponíveis (2), mas entende que 32 é mais que 4 (sem atentar para o valor posicional) e que, portanto, dá para dividir.

e) No “modelo” convencional é ensinado que o resultado da multiplicação do valor indicado no quociente pelo valor que está no divisor deve ser subtraído do dividendo.
f) Lina segue parcialmente essa regra. Mesmo iniciando a divisão pela quantidade 32, ao encontrar o total 4 no quociente, fazendo a multiplicação pelo divisor (8), chega ao resultado 31 e não 32. O total que encontra é subtraído de 432, valor do dividendo, registrando 401 como o novo valor do dividendo.
g) No “modelo” convencional de divisão exata tem-se a seguinte estrutura de resolução: dividendo por divisor igual ao quociente e, quociente vezes divisor igual ao dividendo ou “y”, sendo “y” um valor aproximado, que subtraído do dividendo sucessivas vezes, a cada vez que se procede a uma nova divisão, quando necessário, do dividendo (formado) pelo divisor até chegar a um valor que não seja possível de dividir;
h) Na resolução de Lina, após ter resolvido a primeira parte de sua divisão, surge uma dificuldade: o valor que dividira (32) era possível de resolução, porém ao encontrar num novo valor no dividendo (401), observa que “não dá” para operar dividindo-o por 8, pois o seu raciocínio está pensando em valores isolados, não em valores posicionais. Isso decorre da própria estrutura resolutiva que é trabalhada pela escola. As operações são apresentadas de forma estanque e descontextualizadas.
i) No “modelo” convencional quando uma quantidade registrada em uma determinada ordem não é passível de ser dividida, ela é transformada em unidades equivalentes a ordem imediatamente inferior, somando-se, caso necessário, às unidades decorrentes dessa transformação com as unidades já disponíveis nessa mesma ordem. Em outras palavras, no exemplo dado, o valor representado nas centenas (4) deveria ter sido transformado em dezenas para poder continuar a divisão. Isto significa que ao

invés de estar operando 432 por 8, a aluna faria uma nova leitura da divisão, sendo 43 (dezenas) divido por 8, chegando ao valor no quociente de 5 (dezenas). Multiplicado o resultado do quociente (5) por 8 totalizaria 40 (dezenas), que subtraídas de 43, tendo por resto 3 (dezenas). Estas, transformadas em unidades (30), seriam adicionadas as já existentes (2), formando 32 unidades que divididas por 8 resultariam em 4 unidades. Portanto, o valor final no quociente seria de 54.

j) Mediante o impasse interpretativo de Lina quanto ao procedimento resolutivo dado no modelo, ela opera da seguinte maneira: uma vez dividido 32 por 8, restando ainda no dividendo 401 para ser dividido e não conseguindo contemplar 40 dezenas e 1 unidade nesta quantidade, ela passa a dar continuidade realizando multiplicações entre o quociente e o divisor, registrando o resultado como minuendo no dividendo. Nesse procedimento, Lina passa a operar com os valores 3 e 2 do numeral 432. Multiplicando-os por 8 (ver Figura 6.15), cada um a seu tempo, obteve como resultados 24 e 16, respectivamente, e os subtrai do valor registrado no dividendo, no caso 401 – 24 (3x8) e 400 – 16 (2x8).

k) Tradicionalmente, é ensinado na escola o algoritmo da divisão para operações cujos valores no resto terminem em zero, ou seja, a divisão exata. Seguindo os passos: dividir, multiplicar e subtrair, o aluno faz a operação até zerar o dividendo.

l) Como a professora havia trabalhado recentemente esse tipo de divisão, Lina busca de alguma maneira, chegar a esse resultado na operação proposta, reproduzindo o ritual observado. Dentro de seu raciocínio é preciso construir um procedimento de resolução que leve ao total zero no dividendo. Embora na primeira subtração realizada 432-31= 401, sendo 31 resultado da multiplicação 8 (divisor) vezes 4 (quociente), decorrente da divisão de 32 por 8, Lina não prossegue com esse raciocínio ao operar 401 – 24 = 377 e 377 – 16 = 361. Ao contrário disso, ela fez 401 – 24= 400, sendo que o 24 é resultado do seguinte procedimento: 3 (do dividendo) vezes 8 (do divisor), repetiu o 3 no quociente. Em seguida, operou 2 (do dividendo) multiplicado pelo divisor (8). Chegou ao total 16 que foi subtraído de 400, zerando (000) o dividendo e registrando o 2 no quociente (Figura 6.15).

A explicação que acabara de ser dada pode ser apresentada na figura abaixo que procura ilustrar a revelação do esquema de pensamento de Lina para esta operação.

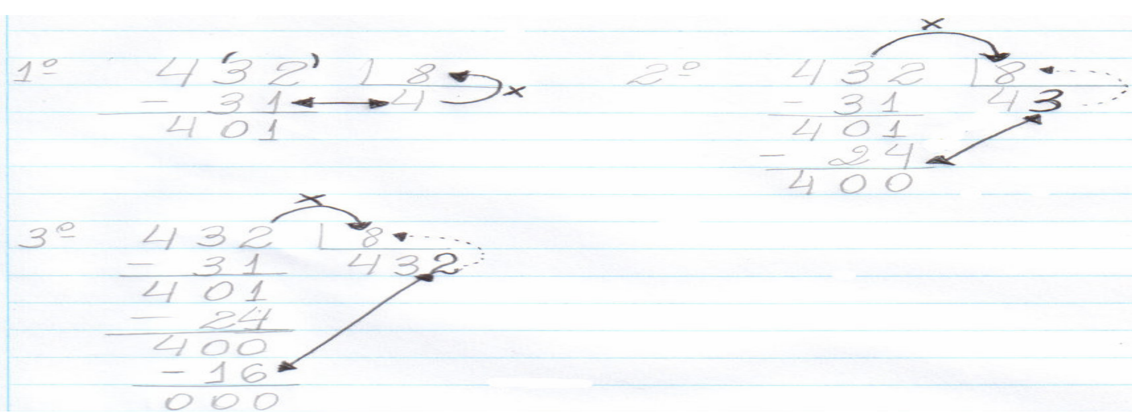


Figura 6.16 Registro da pesquisadora: os passos seguidos por Lina

Se, em termos de ensino e aprendizagem, o processo é encerrado aqui, então, chega-se a uma triste constatação – ou os professores não estão sabendo ensinar eficientemente os conteúdos escolares ou os alunos apresentam sérios comprometimentos quanto ao desenvolvimento cognitivo.

Contudo, mesmo que haja necessidade de investir na formação dos professores para um melhor desempenho quanto à sua prática pedagógica, é preciso também investir no aluno quanto à valorização de suas capacidades e estímulo ao aprimoramento de suas potencialidades. Ou seja, é preciso valorizar o aluno pelo que já sabe e ajudá-lo a transformar o desenvolvimento potencial em real (VYGOTSKY, 1998).

Assim, foi prosseguindo o trabalho interpretativo mediante a realização da mediação pedagógica que se manifestaram múltiplos saberes articulados ao registro da produção de Lina. Saberes que ficariam obscuros caso não lhe tivesse sido dada a oportunidade de socializar e explicar o seu modo de pensar e de fazer.

Descobri que, entre o pensar e o fazer, existe um longo caminho cognitivo percorrido pelo sujeito que só pode se tornar conhecido quando ele é levado a desenvolver sua competência de saber explicitar os objetos e as suas propriedades tão bem quanto é competente em saber fazer.

Ao propor uma situação-problema para a resolução da divisão, foi dado um significado ao procedimento. Com a disponibilização de material que servisse de suporte às ações de Lina, foi possível levá-la ao entendimento do procedimento convencional, a partir da atribuição de significados às estruturas numéricas.

A seguir é apresentado, na Figura 6.17, o registro feito pela pesquisadora do procedimento construído por Lina com base no material e a partir da situação-problema que lhe fora proposta.

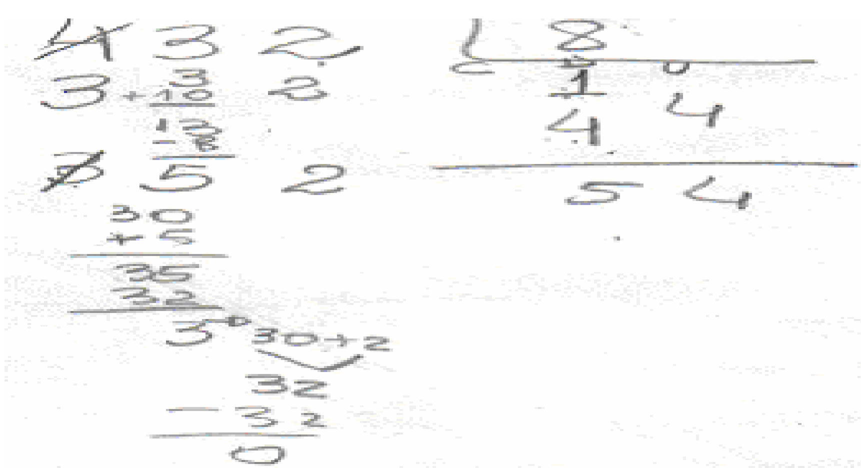


Figura 6.17. Registro da pesquisadora: o procedimento construído por Lina

O registro da pesquisadora deu-se logo em seguida à explicação que Lina dera ao primeiro registro feito (ver Figuras 6.15 e 6.16). Ele representa uma sucessão de passos seguidos por Lina para chegar à solução enquanto manipula réplicas das notas de dinheiro, fazendo a distribuição para bonequinhos de brinquedo.

Na situação-problema proposta, Lina deveria fazer o pagamento de oito pessoas por um serviço prestado, sendo que, o valor total do serviço foi de R$ 432,00 (quatrocentos e trinta e dois reais). A partir desta situação foi perguntado que valor cada pessoa iria receber.

Os trechos que se seguem fazem parte da entrevista realizada pela pesquisadora enquanto Lina ia registrando no material o que estava pensando em fazer para dividir R$ 432,00 (quatrocentos e trinta e dois reais) para 8 (oito) pessoas.

Pesquisadora – Quanto você tem para distribuir?

Lina – Quatrocentos e trinta e dois reais.

Pesquisadora – Então, pegue essa quantidade em dinheiro.

Lina – (Separa quatro notas de R$ 100,00, três notas de R$ 10,00 e duas notas de R$ 1,00)*. Ta aqui os R$ 432,00.*

Pesquisadora – Para quantas pessoas você terá que fazer a divisão?

Lina – Para oito (Pega de uma caixinha disponível do material da pesquisadora, 8 bonequinhos de brinquedo e os arruma em duas fileiras de quatro, uma em cima e outra logo abaixo, dando um espaço entre elas.)

Pesquisadora – Olhe para as notas que você tem? (Lina separa as notas de cem, das notas de dez e das notas de um real.) *Como é que você vai fazer para dar o mesmo tanto de dinheiro para cada uma dessas pessoas? Você tem que dividir todo o dinheiro. Tem alguma quantidade de notas que dê para você dar uma delas a cada uma das pessoas?*

Lina – Não. Eu só tenho quatro de cem e não dá porque precisaria de mais quatro. As de dez e as de um real também não dá, fica faltando.

Pesquisadora – O que você pode fazer então? Preste atenção que você tem notas de cem, notas de dez e notas de um real. Será que você pode fazer algum tipo de troca com as notas?

Lina – Posso. Eu posso pegar uma de cem e trocar por notas de dez?

Pesquisadora – Você acha que dá pra trocar? (Balança a cabeça afirmativamente e pega das notas restantes de seu pacotinho dez notas de R$ 10,00, contando com os lábios a seqüência 10, 20, 30, ... 100.)

Lina – Agora eu tenho essas notas de dez reais e mais essas outras três.

Pesquisadora – E o que você vai fazer com essas notas?

Lina – Se eu quiser, eu posso juntar e ficar com treze notas de R$ 10,00 e dar uma para cada pessoa (vai fazendo a distribuição) *e ainda vão sobrar cinco notas de R$ 10,00* (faz a contagem após ter distribuído oito notas).

Pesquisadora – Lina observe o que foi que você fez. (À medida que explico, vou refazendo o que a criança fez). *Você trocou uma nota de cem por dez notas de R$ 10,00. Depois você junta com as três notas que você já tinha. Então, com quantas notas de cem você ficou?*

Lina – Fiquei com três.

Pesquisadora – Onde é que está a nota de cem que você tirou daqui? (Referindo-me às quatro que tinha anteriormente.)

Lina – (Apontando com o dedo indicador)*. Está aqui nessas notas de dez que eu peguei. Dez notas de R$ 10,00 é o mesmo que R$ 100,00.*

Pesquisadora – Certo. Aí você junta com as três que já tinha e dá um total de ***13 notas***[15] *de R$ 10,00. O que foi que você distribuiu para cada pessoa? Qual é o valor que cada pessoa recebeu?*

Lina – Dez reais.

Pesquisadora – Então, cada uma dessas notas que você deu representa um grupo de dez notas de um real, por exemplo? (Balança a cabeça concordando)*. Vamos vê então como é que a gente pode registrar isso que você fez. Você tinha notas de cem reais em quantidade suficiente que cada pessoa pudesse ter ganhado pelo menos uma nota?*

Lina – Não (Registro no quociente a ordem das centenas e deixo em branco.).

Pesquisadora – Então, aqui na "casa" da centena você vai registrar alguma quantidade distribuída, quando você não tinha notas de cem suficientes para dar?

Lina – Não.

Pesquisadora – Mas você pegou uma nota de cem das quatro que você tinha. Tirando essa nota você ficou com três. (Risco o numeral quatro, escrevo logo abaixo três.)

Pesquisadora – A nota de cem que você trocou por notas de dez eu vou colocar onde? Não é mais de uma de cem, são notas de dez.

Lina – Coloca aqui. (Indicando na "casa" dezena, logo abaixo do três.*) E junta com essas três que já tem.* (Refere-se ao numeral três que já estava na ordem das dezenas.)

---

[15] Os trechos negritados na entrevista referem-se aos momentos que a aluna fala junto com a pesquisadora.

Pesquisadora – Juntando dá treze. Aí você distribui essas notas de dez para as pessoas que estão aqui. Qual foi a quantidade que cada uma ganhou?

Lina – Cada pessoa ganhou uma nota de dez. (Passa a mão sobre a distribuição feita, enquanto segura as notas restantes.)

Pesquisadora – O que foi que você distribui mesmo? Notas de dez? Onde então eu posso registrar nesse espaço (referindo-me ao quociente) *as notas de dez que você deu?*

Lina – Agora são dezenas, então tem que colocar o "dê" (refere-se à letra "D" de dezena) *e escrever o que eu dei.*

Pesquisadora – E qual foi a quantidade que você deu?

Lina – Uma nota de dez para cada (Registro no quociente. Ver Figura 6.16.)

Pesquisadora – Ao todo quantas notas você deu?

Lina – Oito.

Pesquisadora – De onde você tirou essas oito notas?

Lina – Dessas treze que eu tinha.

Pesquisadora – (Retornando ao registro escrito). *Então, Lina vamos registrar aqui logo abaixo do três* (casa das dezenas) *essas dez notas que você juntou* (faço uma adição) *e colocar o total treze. Depois, vamos tirar as notas que você distribuiu. Não são das treze que você tinha que você tirou oito?* (Olha para mim e diz que sim.) *Aí vai ficar treze menos oito e sobra cinco.* (Registro uma subtração.) *E agora, Lina o que é que você vai fazer?*

Lina – (Olha para as notas de cem. Fica quieta, em silêncio. Está pensando.) *Eu posso trocar essas três notas de cem, todas de uma vez, por notas de dez reais?*

Pesquisadora – Pode? E quantas notas vão dar?

Lina – Se pra primeira nota deu dez, então pra cada uma dessas (mostra as notas de cem) *também vai dar dez* (Conta nos dedos a seqüência 10, 20, 30.). *Vou pegar trinta notas de dez reais.*

Pesquisadora – E o que você vai fazer com essas notas que você pegou?

Lina – Eu posso juntar com essas outras aqui (aponta as cinco notas de dez que haviam restado da primeira distribuição.).

Pesquisadora – Espera aí, deixa eu registrar o que você está fazendo. As notas de cem viraram notas de dez. Então elas não vão mais estar aqui (aponto para a centena).

Lina – É. Pode riscar o três (centena).

Pesquisadora – Elas viraram (refiro-me as notas de cem) *trinta notas de dez reais* (registro na ordem das dezenas). *Aí a gente junta com essas cinco* (registro uma adição) *e fica com trinta e cinco notas de dez. E agora, você tem quantidade de notas suficientes que dá para distribuir pelo menos uma pra cada pessoa?*

Lina – Dá mais de uma (refere-se a quantidade que pode dar para cada pessoa).

Pesquisadora – E quantas notas você acha que cada uma pode ganhar?

Lina – (Como que fazendo uma conta nos dedos.) *Eu posso dar quatro notas pra cada uma e ainda vai sobrar três notas de dez reais.*

Pesquisadora – O que é que você ta dando?

Lina – Notas de dez reais.

Pesquisadora – Então, aqui (aponto o quociente) *eu vou colocar mais essas quatro notas que você deu. Como você já tinha dado uma nota de dez, lembra? Eu vou colocar aqui na dezena embaixo desse um as outras que você deu agora.*

Lina – Aí, eu sei que sobrou R$ 32,00 (olha para o dinheiro). *Agora é só dividir de novo. Se aqui, quando eu dividi trinta e cinco pra oito e deu quatro* (aponta para o quociente) *e multiplicando deu trinta e dois, então vai dar quatro de novo.*

Pesquisadora – Vai dar quatro o quê pra cada pessoa?

Lina – Vai dar R$ 4,00. Eu podia ter trocado as notas de dez por nota de um, mas eu já sei que quatro vezes o oito é trinta e dois. É o tanto que eu tenho.

Pesquisadora – Depois que você deu então os últimos R$ 32,00 que você tinha com quanto você ficou?

Lina – Com nada.

Pesquisadora – Agora, eu vou escrever aqui (represento com a letra "U" a ordem das unidades e escrevo quatro) *o tanto que você deu para cada uma das oito pessoas e aqui* (no dividendo) *o total que você deu ao todo. Presta atenção, porque eu escrevi esse quatro aqui* (apontando no quociente na ordem das unidades)*?*

Lina – É porque eu não estou dando mais notas de dez reais, agora elas valem um real.

Finda a explicação, concluo o registro mostrando para Lina que as quantidades registradas na dezena (quociente) são adicionadas, totalizando 5 (cinco) dezenas e 4 (quatro) unidades para cada pessoa (ver Figura 6.16). Depois, peço para que faça a conferência no material, confirmando se foi exatamente isso o que cada um recebeu. Por fim, explico as nomenclaturas (dividendo, divisor, quociente e resto) e o que cada uma significa na operação.

Deste exemplo, a constatação que fiz é que muitas vezes, e quem sabe na maioria das vezes, as crianças não efetuam a operação como esperado pelo professor porque não entenderam a organização espacial dos valores, o que não necessariamente seja condição *sine qua non* para que a solução seja alcançada.

Além disso, acrescentada à falta de sentido para o aluno quando a operação é apresentada isoladamente e fora de uma situação-problema, está a indisponibilidade de algum material que possa ajudá-lo a refletir sobre o processo resolutivo, procurando registrar no material algo que está no plano mental, mesmo que tal registro no material não expresse diretamente o que será registrado posteriormente por escrito.

Logo que concluí a reconstrução da produção de Lina, sem desprezar o que havia feito, mas partindo de sua primeira produção, fizemos uma comparação entre as produções. Lina observa a primeira, enruga a testa, não diz nada. Olhou para a outra e sorri, transmitindo um ar de satisfeita, como quem dissesse: “Era só isso”?

Até mesmo as operações subtrativas apresentadas na primeira produção, que pareciam confirmar uma falta de compreensão por parte de Lina em como operá-las, foram redefinidas num novo procedimento que revelou claramente que a aluna compreende não só as idéias subjacentes à subtração como conceitos relacionados à adição (quando junta as quantidades transformadas às já existentes, fazendo a sobrecontagem[16]), à multiplicação (quando é capaz de trabalhar com a adição de parcelas repetidas) e à divisão (quando demonstra compreender a sua operacionalização a partir da noção de quota/partilha).

6.6 Parece, mas não é. O que é então que Joyce está pensando?

Joyce é considerada uma aluna com muitas “dificuldades” na aprendizagem em matemática. No mês de maio de 2005 completou 12 (doze) anos de idade. Entrou para a escola em 1999, cursando o terceiro período do pré-escolar aos 6 (seis) anos de idade. Fez a primeira série nos anos de 2000 e 2001. Com defasagem idade/série de 2 (dois) anos, foi matriculada em uma Classe de Aceleração da Aprendizagem/Alfabetização no ano de 2002. Em 2003 fez a 2ª

---

[16] De acordo com Muniz (2004) é a capacidade que a criança tem em fazer uma adição de duas parcelas, conservando a primeira e continuando a contagem a partir da segunda.

série. No ano seguinte foi matriculada na Classe de Aceleração da Aprendizagem/Séries Iniciais e no ano de 2005, na terceira série.

O caso de Joyce não é único nem na turma e nem no sistema de ensino local. Muitas outras crianças da rede pública de ensino, aqui no DF, passam por esse processo de remanejamento entre as turmas regulares e as classes de aceleração, por causa de sucessivas reprovações. Sem contar que quando um aluno passa por uma classe de aceleração, seja ela qual for, e não é acelerado, isto é, não alcança o desempenho considerado para avanço em pelo menos uma série, ele volta para a série de origem.

Em outras palavras, se a criança foi reprovada dois anos seguidos na primeira série e no ano seguinte foi matriculada em uma classe de aceleração, caso não tenha avançado em seu desenvolvimento, ela volta para a primeira série no outro ano, completando um ciclo de três anos na mesma série.

Todo este contexto só vem reforçar cada vez mais as concepções esteriotipadas das crianças consideradas “com dificuldades”. As crianças apresentam diferenças de desenvolvimento e aprendizagem, mas a situação na qual se encontram (entre reprovações e classes de aceleração, ou seja lá o nome que tiver), levam-nas a uma crença de que de fato não conseguem “aprender”. Conseqüentemente, o professor desacredita de suas possibilidades de progresso, e o mais grave, as próprias crianças passam a se ver e sentirem-se como incapazes, “não inteligentes”, entregues a uma realidade (destino) que não pode ser mudada.

”Será que realmente é assim?” “Será que sucessivas reprovações podem atestar efetivamente uma deficiência no processo de aprendizagem, a ponto de que as crianças não consigam aprender?” “O que significa aprender?” “Como saber se uma criança *aprendeu* ou *não*?”

Questões como essas suscitam um acirrado e interminável debate acerca das finalidades da educação, do papel social da escola, do papel do professor, dos conteúdos curriculares e de sua adequação à realidade e às necessidades dos alunos e do processo avaliativo.

Se adentrarmos qualquer uma dessas temáticas, com certeza o espaço para o debate não será suficiente. Por outro lado, ao investirmos em trabalhos investigativos que não se destinam a apontar culpados, mas em identificar causas e propor possíveis soluções, teremos avançado em pelo menos um sentido – buscar conhecer elementos prováveis que interferem diretamente no processo ensino-aprendizagem, remetendo-os a uma análise mais local, isto é, a uma análise mais centrada na escola, mediante a atuação do professor para uma posterior investida no plano de políticas públicas de educação.

Quando aqui neste espaço discutimos aspectos relacionados às produções matemáticas de crianças ditas “com dificuldades” e até mesmo daquelas que não são assim avaliadas, persegue-se um objetivo fundamental que é o de compreender a forma como vêem, entendem e fazem matemática.

Segundo Muniz (2004b), toda criança é um ser epistêmico. Isto é, toda criança ou sujeito tem condições de criação, de produção de algum tipo de conhecimento.

Sendo assim, é preciso acreditar nesse ser epistêmico em seu fazer matemática como quesito imprescindível para um trabalho mediático que busque o entendimento do funcionamento das estruturas cognitivas imbricadas em cada produção do sujeito.

Nessa busca, a análise do protocolo de Joyce permitiu a identificação de suas habilidades, de suas potencialidades e de suas necessidades quanto à aprendizagem de conceitos em matemática. O que antes era definido como “dificuldade” passou a ser encarado como uma lacuna, em seu processo de alfabetização matemática, perfeitamente possível de ser preenchida mediante uma mediação e intervenção pedagógicas voltadas para tal fim.

A produção que se segue decorreu de atividade proposta em sala de aula pela professora da turma. A atividade pedia que os alunos armassem e resolvessem as operações. Sendo uma das alunas a que me interessava acompanhar, visto ser considerada uma criança “com dificuldades” em matemática, pedi à criança para ver como tinha resolvido as operações.

Considerando que o tipo de operação multiplicativa envolve uma configuração espacial (quando com dois algarismos no multiplicador), quanto ao registro do algoritmo mais complexa que as operações de adição e subtração, me interessei em observar como Joyce faria.

Bem, a operação envolvia apenas um algarismo no multiplicador, mesmo assim, chamou-me a atenção o fato de que a resolução da operação de Joyce não revelasse que a mesma tivesse tido qualquer problema quanto ao procedimento resolutivo.

A figura 6.18 registra a produção de Joyce. Esse registro foi transcrito do caderno da aluna pela pesquisadora que lhe pediu para refazer a operação e registrar por escrito, usando desenhos ou números ou o que achasse melhor, como havia chegado ao resultado.

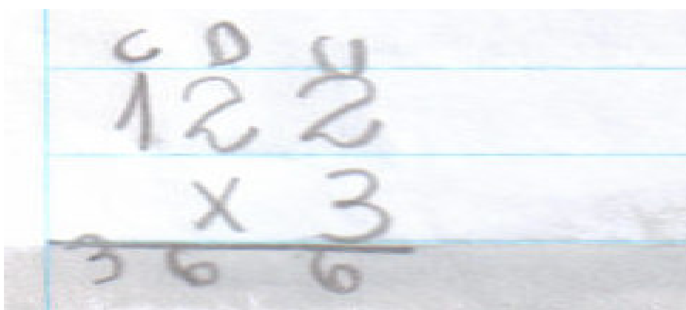


Figura 6.18. Transcrição da pesquisadora: operação resolvida por Joyce

Vale ressaltar no início da pesquisa a aluna mostrava-se muito tímida e retraída. Não se apresentava para participar da resolução[17] das operações junto à classe. Falava muito pouco e quando solicitada, pela pesquisadora, a explicar o que pensara acerca de uma determinada operação, sentia muita dificuldade em se expressar. Normalmente ficava de cabeça baixa, não olhava para a pesquisadora e praticamente sussurrava, sendo às vezes, impossível entender o que falava.

[17] A professora tinha por hábito fazer a correção coletiva das atividades. Escolhia alguns alunos para irem ao quadro e resolverem as operações, tanto das atividades passadas para casa como daquelas realizadas em sala. Fazia um rodízio para que todos os alunos pudessem participar, mas alguns se recusavam, dentre eles Joyce.

Foi preciso construir primeiramente um tecido relacional com Joyce, de maneira que ela pudesse confiar em mim. Não bastava, apenas, aproximar-me dela. Era preciso que Joyce se aproximasse de mim, que sentisse segurança em si mesma, que sentisse estar sendo acreditada e respeitada em seu saber e fazer matemática.

Ao fazer a transcrição do caderno de Joyce, não constava do mesmo qualquer registro pictórico ou de outro tipo que pudesse dar pistas que indicassem como foi encontrado o resultado.

Quanto à organização espacial dos valores, parecia não haver qualquer incompreensão da criança em termos de operacionalização dessa multiplicação. Antes, porém, de proceder à mediação pedagógica, acreditei que a aluna tivesse pensado em uma adição de parcelas repetidas, sendo, 122 + 122 + 122. Essa constatação inicial deu-se em função de a operação não exigir da aluna o cálculo com dois algarismos no multiplicador. Portanto, requeria um outro tipo de organização espacial. Além disso, não havia a necessidade de efetuar uma multiplicação, seguida de uma adição em decorrência do aparecimento de novos agrupamentos entre os primeiros valores multiplicados entre si.

Entretanto, entre o que pensei e o que Joyce pensou há, ao mesmo tempo, uma aproximação e um distanciamento. Aproximação e distanciamento que considero não como julgamento, em termos de certo ou "errado", em relação à produção de Joyce, mas que entendo, no contexto do trabalho interpretativo, como um aspecto que reforça a necessidade de comunicação da produção pela criança. Necessidade esta que esclarece onde está o próximo e o distante entre a análise e o real pensamento da criança.

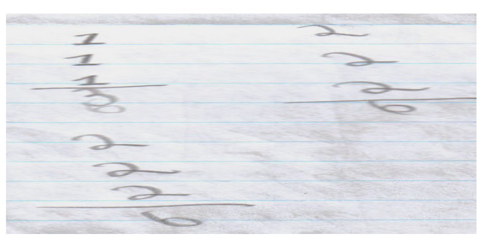


Figura 6.19. Registro escrito feito por Joyce: como pensou a resolução da operação

Observando o registro acima é possível notar que Joyce pensou em uma adição de parcelas repetidas (aproximação com o pensamento da pesquisadora – 1ª hipótese de resolução), contudo, essa compreensão não se deu em termos da quantidade total dada na operação, isto é, repetir o 122 por três vezes.

Ao registrar essa idéia de adição de parcelas repetidas, Joyce representou, inicialmente, os valores absolutos do numeral 122, operando-os separadamente em parcelas repetidas (distanciamento em relação ao pensamento da pesquisadora – 2ª hipótese de resolução). Ela fez: 1+1+1; 2+2+2 e 2+2+2. Ou seja, na estrutura do número, mas não no esquema de Joyce, as quantidades registradas são, respectivamente, as dadas nas centenas, dezenas e unidades.

Dessa primeira análise depreende-se que aluna possa não ter o conceito de número, o que interfere diretamente no procedimento de resolução adotado – soma dos valores absolutos em parcelas repetidas. Parece também, que mesmo fazendo esse tipo de resolução, Joyce realizasse uma decomposição, não de valores relativos, mas de valores absolutos.

"Mas o que foi que Joyce pensou?" "Que atividade cognitiva está sustentando a sua produção?" "Se o resultado da operação está correto, por que ao explicar o que pensou ela fez uma adição de valores absolutos?" "Joyce não sabe diferenciar valor absoluto de valor relativo?" "Não compreendeu o que significa o valor posicional no sistema de numeração decimal?"

Logo abaixo, a Figura 6.20 mostra o registro de uma segunda explicação de Joyce a partir da mediação pedagógica feita pela pesquisadora. A construção desse registro nasceu de entrevista feita a partir do primeiro registro explicativo.

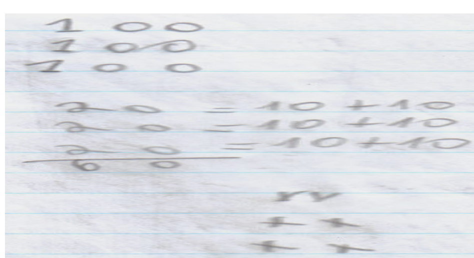


Figura 6.20. Ampliação da primeira explicação dada por Joyce

Para que a aluna chegasse a essa nova configuração do procedimento que desenvolveu para resolver a multiplicação, a pesquisadora procedeu a um diálogo, descrito a seguir.

Pesquisadora – Muito bem Joyce, a sua operação está correta. Mas como foi que você fez pra chegar a esse resultado (366)*?*

Joyce – Eu somei três vezes cada número.

Pesquisadora – Como você fez essa soma? (Faz o registro de 1+1+1; 2+2+2 e 2+2+2)*. Tudo bem! Então vamos ver aqui* (aponto para a operação) *o que é que você teria que fazer. A operação é 3 vezes 122. Isso significa que você tem que somar o 122 por três vezes?*

Joyce – É.

Pesquisadora – Vamos ler junto comigo o valor que você tem que multiplicar (apontando um a um, fazemos a leitura em conjunto)*. Agora, olha só. Você fez aqui* (apontando o registro da aluna) *1+1+1. O que quer dizer esse 1+1+1, quem é ele aqui nessa operação* (indico o 122)*?*

Joyce – (Aponta para o numeral um que está na posição da centena)*. É este aqui.*

Pesquisadora – Esse um aí vale quanto? Em que "casinha" ele está?

Joyce – Centena.

Pesquisadora – Então eu vou escrever em cima dele a letra "C" para indicar que está na centena. E esse dois (aponto o da ordem das dezenas) *é o mesmo dois que está aqui* (aponto para o da ordem das unidades)*?*

Joyce – Não. Esse primeiro dois (o da dezena) *vale vinte.*

Pesquisadora – Por que ele vale vinte?

Joyce – Porque está na dezena.

Pesquisadora – Agora eu vou escrever aqui em cima desse dois (o da ordem da dezena) *a letrinha "D" para indicar que ele está na dezena. Mas se ele está na dezena isso significa que eu tenho o que na casa da dezena? Nessa primeira casa* (centena) *nós colocamos a letra "C" porque você disse que o "um" está na centena. Quando um número está centena ele vale quanto?*

Joyce – Cem.

Pesquisadora – Quer dizer que a quantidade que está escrita na centena significa que eu tenho grupos de cem (Balança a cabeça afirmativamente)*? E aqui na dezena, eu tenho o que?*

Joyce – Grupos de dez.

Pesquisadora – Então esse dois significa que eu tenho dois grupos de dez e por isso ele vale vinte?

Joyce – É.

Pesquisadora – Tá certo. E esse outro dois (o da unidade)*. Ele ocupa que posição? Qual é a "casinha" dele?*

Joyce – A da unidade.

Pesquisadora – Esse dois (o da unidade) *vale o mesmo tanto que esse outro aqui* (o da dezena)*?*

Joyce – Não. Esse aqui (o da dezena) *vale vinte e esse aqui* (o da unidade) *vale dois.*

Pesquisadora – Então como é que você vai escrever agora a multiplicação do 122 por 3?

Depois dessa entrevista Joyce fez o registro da multiplicação repetindo o mesmo procedimento (ver Figura 6.20) adotado anteriormente. Primeiro, ela inicia a multiplicação da esquerda para a direita (no primeiro registro: 1+1+1, 2+2+2 e 2+2+2; no segundo registro: 100+100+100; 20+20+20 e "XX" + "XX" +XX"). Depois, tanto no primeiro como no segundo registro, ela conserva a adição em separado dos valores multiplicados, sejam eles absolutos ou relativos.

Essa conservação no padrão de resolução presente no procedimento de Joyce podemos chamar de invariante operatório na Teoria dos Campos Conceituais. Em outras palavras, é a conservação de um conjunto de ações cognitivas que torna o pensamento operatório, daí chega-se a compreensão de que o conhecimento está em ação.

Nesta situação, mesmo adicionando parcelas repetidas mediante a decomposição dos valores relativos dos algarismos no numeral dado, não há porque não validar o conhecimento matemático expresso na produção de Joyce.

Por isso, ao iniciar a análise do protocolo afirmei que o pensamento de Joyce aproximou-se e distanciou-se do meu, justamente como uma forma provocativa de levar o leitor a perceber que é necessário que o pesquisador educador ou educador pesquisador desloque o seu olhar sobre o que considera padrão, para poder enxergar a criatividade, a dinamicidade e o conhecimento que estão presentes em cada produção, ou seja, que busque entender o ponto de vista do outro, colocando-se no seu lugar,assumindo a maneira de ver e entender as coisas pela ótica do outro – o aluno.

Essa mudança de postura no processo de ensino e de aprendizagem ou no contexto investigativo contribui para que sejam redefinidas concepções e práticas avaliativas.

Isso equivale dizer que, por exemplo, no âmbito da aprendizagem em matemática, o processo avaliativo assumiria um caráter mais processual, formativo e não excludente, como ainda se tem visto.

6.7 Se a regra é assim, então todos seguem a mesma regra.

Tati, como será aqui chamada, é uma menina que já tem um percurso estudantil um tanto quanto tumultuado para a sua pouca idade. Nos documentos escolares consta que fez a primeira série em 1998 e a segunda série em 1999, na época, chamadas de primeira e segunda Classes de Alfabetização (CA), respectivamente. No ano de 2000 cursou a terceira série, sendo reprovada. Nos anos seguintes, 2001 e 2002 foi matriculada numa Classe de Aceleração da Aprendizagem/Alfabetização. Em 2003 foi remanejada para uma Classe de Aceleração da Aprendizagem, agora, a de Séries Iniciais e em 2004 fez a terceira série novamente, sendo outra vez reprovada.

Agora, em 2005, continua na terceira série estando com 15 anos de idade. De acordo com a professora, é uma aluna que apresenta “dificuldades” na aprendizagem de conceitos matemáticos.

Ao observar os registros da escola, vi que o desenvolvimento estudantil de Tati foi ocupado por um longo período nas séries destinadas a trabalhar os conceitos básicos da alfabetização em português e em matemática. Contando o tempo na 1ª e 2ª séries mais os anos na Classe de Aceleração da Aprendizagem/Alfabetização, Tati passou 4 (quatro) anos em turmas de alfabetização.

Essa informação remete-nos a uma análise de como vem sendo tratada a questão da aprovação e da reprovação dos alunos, sobretudo, nas duas primeiras séries do Ensino Fundamental.

"Que dificuldades o professor tem enfrentado e estão interferindo diretamente no desenvolvimento de uma prática pedagógica que dê conta de atender as necessidades dos alunos?"

Mais do que isso, questiona-se: "Como o trabalho pedagógico está organizado?" "Quais são os fundamentos do projeto político pedagógico da escola?" "Que projetos são elaborados, desenvolvidos e implantados ou reformulados no sentido de sanar as dificuldades encontradas quanto à situação dos alunos que passam por sucessivas reprovações?"

A produção de Tati, na figura a seguir, serve para mostrar em que sentido devemos caminhar para responder estas questões. A produção foi registrada em situação de prova bimestral, o 2º bimestre.

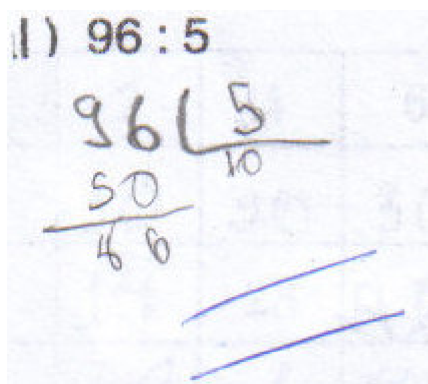


Figura 6.21. Resolução da divisão seguindo o comando: "Arme e efetue".

A análise do protocolo de Tati revela que a aluna está usando eficientemente as regras ensinadas na escola para resolver uma divisão. Dentre elas, a que diz respeito ao registro no quociente de um valor máximo que multiplicado pelo divisor possa chegar a uma resposta igual ou o mais perto possível do valor do dividendo.

Na verdade, antes de proceder ao ensino do conteúdo de divisão, os alunos são ensinados a decorar a tabuada de multiplicação. Aqueles livrinhos, hoje mais “bonitinhos”, antigamente impressos em papel semelhante ao usado em jornal, apresentam uma sucessão de multiplicações de 1 (um) a 10 (dez), trabalhadas em separado como tabuada de 2 (dois), de 3 (três), de 4 (quatro) e assim sucessivamente, com um valor máximo no multiplicador que é 10 (dez). Ou seja, a seqüência numérica termina sempre com algum algarismo – de 1(um) a 10 (dez) - multiplicado por 10 (dez).

Nesta forma de ensino, quando é ensinada uma outra operação[18], sobretudo se esta nova operação corresponde à inversa da anterior, é normal que os alunos façam uma “generalização”, aplicando as regras de uma operação em outra.

Essa aplicação de regras demonstra que o aluno faz as operações de forma tão mecanizada que não se preocupa em pensar numa outra forma de chegar a uma solução. O modelo parece ser tão mais eficiente que a criança acaba ignorando outros registros que porventura venha a fazer enquanto tenta resolver a operação.

Prova disto foi a reação de uma aluna que, depois de haver feito alguns rabiscos em seu caderno, bem como, outras operações para chegar a um resultado, apagou tudo. Ao lhe perguntar por que não havia deixado aquelas anotações, me disse que não era importante, porque a professora não iria se preocupar em ver aquilo.

Desta maneira, percebe-se que o aluno é levado a adotar o modelo canonizado, sem descartar, é claro, a importância também de seu aprendizado, como o único jeito que dá certo. Daí, se ao tentar aplicar fielmente o modelo, o seu raciocínio não consegue ressignificá-lo, ele vai, de alguma maneira, construir uma estratégia a partir do modelo, misturando as regras de resolução das diferentes operações ou usando as regras cabíveis parcialmente.

---

[18] Ressalte-se que normalmente, as operações são ensinadas separadamente. Primeiro as aditivas sem agrupamento e depois com agrupamento. Em seguida, são trabalhadas as subtrativas sem desagrupamento e depois com desagrupamento. Em terceiro, as multiplicativas com um algarismo no multiplicador, sendo posteriormente, aumentado esse número. E, por fim, as de divisão com um algarismo no divisor e depois com mais de um.

O registro de Tati, por exemplo, ao resolver a operação 96 dividido por 5, revela tal aspecto. A aluna registra no quociente o maior valor trabalhado na tabuada de multiplicação, colocando o 10 (dez) como a quantidade total que ao ser multiplicada por 5 (cinco) tem como produto 50 (cinqüenta). Sutraindo, 50 (cinqüenta) de 96 (noventa e seis), fica com um resto de 46 (quarenta e seis).

Porque Tati não continua a divisão? Se ela foi capaz de fazer 10 vezes 5 igual a 50 (cinqüenta), poderia ter feito depois, 9 vezes 5 igual a 45 (quarenta e cinco) e subtraindo este valor de 46 (quarenta e seis), teria como resto 1 (um)?

Na verdade, a não continuidade é fruto de uma dificuldade de ordem didática. Muitas vezes, o problema que as crianças enfrentam quando fazem o registro do algoritmo convencional nasce da forma como o mesmo é trabalhado em sala de aula. Os valores dos algarismos no dividendo são lidos na divisão como valores absolutos, assim como Tati fez inicialmente. Isto é, ao ler-se a divisão, é dito noventa e seis dividido por cinco, mas ao proceder às etapas de resolução, lê-se nove dividido por cinco, seis dividido por cinco sem tratar do significado de cada algarismo na estrutura numérica[19].

Essa prática de ensino termina por gerar um "vício". Exatamente porque a criança não é levada a compreender os conceitos associados à estrutura numérica e relacionados à operação, ela aprende a lidar com as operações isoladamente e fora de contexto significativo. Daí, acostuma-se a simplesmente reproduzir procedimentos sem entender sua necessidade ou finalidade.

Acrescente-se a isto, o fato de que, a criança não trabalha com algum tipo de material ou ainda, não construiu o conceito de número, ignorando, ao realizar a operação, o valor posicional dos algarismos. Ela se habitua a não refletir sobre a quantidade que está sendo dividida. Decorrente disto, a organização espacial dos resultados encontrados no algoritmo convencional causa confusão na cabeça da criança e ela não sabe onde registrar os valores.

Por isso, Tati não dá continuidade à sua divisão. Com certeza ela sabia que multiplicando 9 por 5, obteria como resultado 45 (quarenta e cinco),

---

[19] Isso revela o quanto a noção da estrutura do número do sujeito epistêmico influencia na determinação dos esquemas operatórios.

perfeitamente possível de ser subtraído de 46 (quarenta e seis), sendo este último, o resultado encontrado depois que subtrai 50 (10x5, sendo respectivamente, divisor vezes quociente) de 96 (noventa e seis). Mas onde ela colocaria o 9 (nove) no quociente? Ao lado do 10 (dez), registrando 109 (cento e nove)? Ou embaixo do 10 (dez), sem, contudo, deduzir que esse valor deveria ser acrescido ao 10 (dez), tendo como resultado no quociente 19 (dezenove)?

Embora não procedendo de nenhuma das maneiras conforme colocadas nos questionamentos acima, Tati cumpriu com o ritual – dividir, multiplicar e subtrair. Ela realizou aquilo que para ela é “dividir”.

Ainda, na mesma prova, numa outra operação de divisão Tati repete a mesma estrutura de resolução, o que confirma a conservação do padrão operatório desenvolvido nas duas situações. Isto é de importância neste estudo, pois o esquema de pensamento não pode ser considerado isoladamente em uma única situação (TCC). O esquema diz respeito às ações invariantes presentes em uma classe de situações.

Portanto, na análise, implica que seja observado se o esquema de pensamento é aplicado em mais de uma situação. Desta maneira, com base nos princípios da Teoria dos Campos Conceituais, é possível identificarmos onde está a articulação entre teoria e prática.

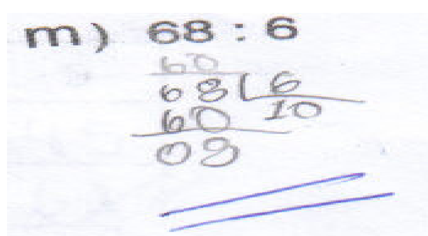


Figura 6.22. Outra operação feita por Tati: conservação de procedimentos

Fazendo a comparação do registro de Tati na primeira situação e agora nesta, observou-se que a resolução segue a mesma linha de raciocínio. Ou seja, denuncia a presença de determinados invariantes operacionais.

Os invariantes operatórios (TCC), conceito em ato e teorema em ato, podem ser caracterizados, respectivamente, como entendimento de que é preciso multiplicar o divisor por um valor máximo para poder chegar o mais perto possível do valor registrado no dividendo, em seguida, é preciso registrar o valor encontrado no quociente, multiplicá-lo pelo divisor, subtraí-lo do dividendo, encerrando a operação.

Bem, se Tati consegue operar corretamente até onde pôde ser analisado seu registro, por que seu procedimento não é validado pelo professor, pela escola? Por que a criança não é estimulada a pensar sobre o que está fazendo? Por que não é instigada a testar e confrontar suas hipóteses?

Infelizmente, não foi feita a mediação pedagógica com esta aluna, mas com certeza, caso tivesse ocorrido, Tati teria avançado em suas estruturas de pensamento.

Por fim, ficam para debate essas questões: “O que é que tem sido considerado como elemento de aprendizagem em matemática?” “Como é tratado aquilo que o sujeito já conseguiu construir?” “Como o professor deve agir frente às aprendizagens que o sujeito ainda não alcançou?”

6.8 É assim que Rebeca subtrai quando representa no material dourado

A produção constante no protocolo que está sendo analisado é de Rebeca – 9 anos. A aluna é nova na série. Não foi possível identificar pelos documentos escolares quando iniciou sua escolarização. Mas pude deduzir que pela sua data de nascimento não foi reprovada nas séries anteriores. Embora muito quieta, sempre que solicitada, participou ativamente das aulas.

De acordo com a professora, a aluna apresenta dificuldades em resolver problemas e operações em matemática. Dessa avaliação, me despertou uma dúvida quanto ao protocolo ora analisado. Mesmo assim, considerei a produção de autoria de Rebeca depois da explicação que me dera de como resolvera.

A atividade proposta foi realizada em grupos formados, cada um, por 4 (quatro) alunos, orientados pela pesquisadora e pela professora na realização da atividade. Ressalte-se que não foi possível observar do início ao fim a resolução das operações de cada grupo, tendo em vista a necessidade de auxílio em todos os grupos, até mesmo para explicação de como trabalhar com o material.[20]

Aos grupos foram distribuídos diferentes materiais: ábaco, material dourado, palitos, canudinhos. Pedimos que resolvessem um tipo de operação usando o material. As operações envolviam adição e subtração.

Além disso, os grupos deveriam registrar no material[21] o procedimento desenvolvido para resolução da operação, demonstrando como haviam chegado ao resultado. Também solicitamos que fizessem o registro do grupo em cartaz para posterior socialização, quando cada grupo explicaria para os demais colegas como resolveram a operação sugerida.

Apesar da solicitação de que os grupos fizessem o registro direto no cartaz, alguns alunos resolveram a operação em folhas avulsas, mas compartilhando o material enquanto resolviam. Nem todos registraram nessas folhas o procedimento desenvolvido com o material utilizado. Desta maneira, mesmo que todos no grupo tenham efetuado a operação, em alguns casos, obtive apenas o registro de um aluno que foi partilhado pelo grupo.

Dentre esses registros, escolhi o de Rebeca. O meu interesse consistiu na necessidade de saber o procedimento desenvolvido, visto que, apenas havia feito a representação no algoritmo convencional, mas não revelaram como chegou ao resultado trabalhando com o material dourado.

Vejamos na Figura 6.23 o registro feito por Rebeca para resolver a operação envolvendo uma subtração:

---

[20] Nenhum dos alunos conhecia o ábaco, por isso alguns sentiram muita dificuldade em manuseá-lo.Outros não entendiam como funcionava o material dourado. O trabalho com palitos e canudinhos foi mais fácil.

[21] O material do qual a criança dispõe ou lhe é oferecido para resolver uma determinada operação também é uma forma de registro, pois caracteriza o que a criança pensou.

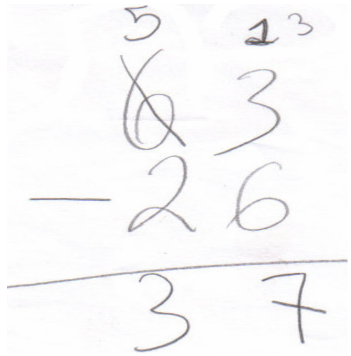


Figura 6.23. Produção de Rebeca partilhada pelo grupo

O registro da aluna demonstrou as estratégias de resolução ensinadas na escola. A subtração envolve uma atividade de desagrupamento. Isto é, o valor total a ser subtraído mesmo menor que o valor inicial, tem uma quantidade a ser subtraída numa determinada ordem no subtraendo maior que a quantidade na mesma ordem no minuendo. Portanto, é necessário que da ordem seguinte no minuendo, seja retirado um agrupamento para que a subtração possa ser resolvida.

Neste caso, a subtração 63 – 26 revelou que na primeira ordem (unidade), a quantidade a ser subtraída, 6 unidades, era maior que a quantidade disponível nessa mesma ordem, ou seja, 3 (três) unidades. Vendo que não poderia resolver três menos seis, a aluna recorreu ao desagrupamento de uma dezena. Fazendo um risco sobre o numeral seis, indica que uma dezena foi subtraída (desagrupada), restando cinco dezenas (ver Figura 6.23). À dezena subtraída foram adicionadas as três unidades existentes no valor inicial, totalizando assim treze unidades. Então, a aluna resolve treze menos seis e chega a diferença, que é sete.

Em seguida, Rebeca retomou a operação e fez a subtração na segunda ordem, isto é, nas dezenas. Ela resolveu cinco menos dois, chegando ao total de três (dezenas). Assim, o resultado final da operação 63 – 26 foi 37 (trinta e sete).

Como destacado em alguns estudos (SCHLIEMANN, 1998; MORO, 2005; MUNIZ, 2004a, 2004b) vemos que o ensino de matemática nas séries iniciais parece estar voltado para a apreensão de regras e procedimentos que muitas das vezes não levam a criança a uma reflexão sobre os conceitos que estão sendo trabalhados. Desta maneira, observa-se a reprodução mecânica de procedimentos que normalmente não traduzem, com precisão, como a criança chegou ao resultado, tenha ela trabalhado ou não com algum tipo de material.

O exemplo de Rebeca revelou uma possível reprodução mecânica de procedimentos presentes nos algoritmos convencionais. Tal fato foi constatado com maior clareza quando pedi à aluna que me explicasse, demonstrando com o material como fez a operação, uma vez que seu registro não deu qualquer pista de como resolvera usando o material dourado.

Espontaneamente, Rebeca não iniciou a resolução pela primeira ordem, ou seja, pela “casa” das unidades, mas sim, pela ordem das dezenas. A figura 6.24 mostra como a pesquisadora registrou o procedimento da criança enquanto a mesma explicava manipulando o material dourado.

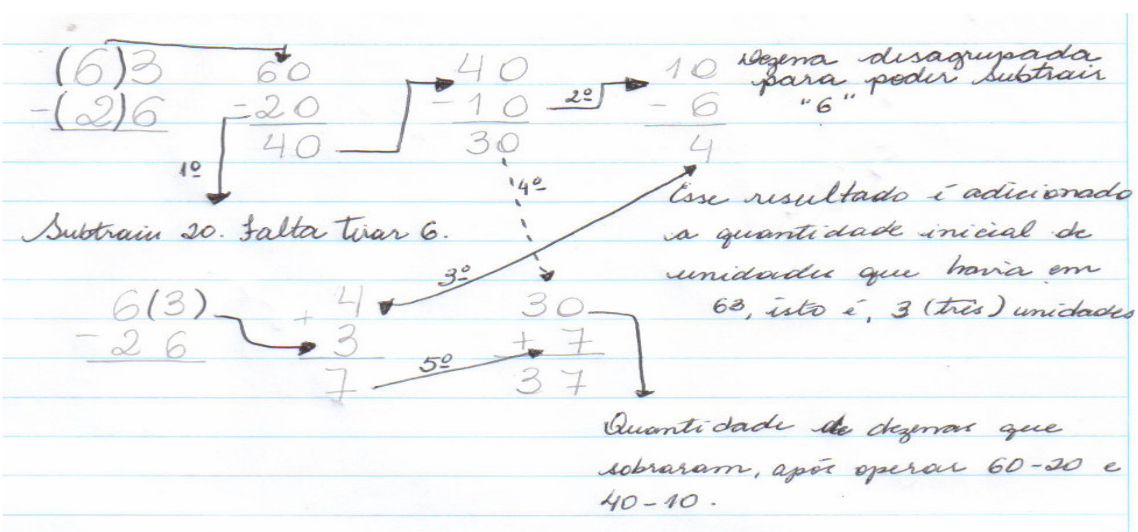


Figura 6.24. Registro da pesquisadora: o procedimento desenvolvido por Rebeca no material

Quando Rebeca representou com o material dourado a quantidade 63, percebeu que dispunha de seis barras com 10 (dez) unidades (dezenas) e três cubos soltos (unidades). Então, como não era possível fazer três menos seis, ela, imediatamente, pegou as duas dezenas do 26 (vinte e seis) e retirou de 6 (seis) dezenas, restando quatro dezenas (40).

Em seguida, das quatro dezenas restantes, tirou uma dezena, sobrando três dezenas (30). A dezena que foi retirada das quatro dezenas que sobraram da primeira subtração (60 – 20) é substituída por 10 (dez) unidades. Sem adicionar essas 10 (dez) unidades com as 3 (três) que já possuía, Rebeca pegou as 6 (seis) unidades do 26 (vinte e seis) e retirou daquelas 10 (dez) unidades, sobrando 4 (quatro). Ao chegar nesta etapa, ela já subtraiu 26 (vinte e seis) de 63 (sessenta e três).

Para finalizar a resolução da operação, Rebeca juntou as quatro unidades que restaram da segunda subtração *(10 – 6) com as unidades que possuía inicialmente, ou seja, três. Deu o total de 7 (sete) que foi, posteriormente, adicionado às dezenas que haviam sobrado, quando fez 40 – 10 = 30. Assim, o resultado final foi obtido com a adição de 30 + 7 = 37.

A descoberta que fiz a partir dessa análise foi que, quando manipulando um determinado tipo de material, a criança passa a explorar todas as possibilidades de resolução que o mesmo possa oferecer, conforme expresso na figura 6.24.

Porém, quando o material não permite, pelas suas próprias características, que os procedimentos a serem desenvolvidos sejam compatíveis com os ensinados na escola, a criança com base em seus conhecimentos prévios, cria outras estratégias que não poderiam ser exploradas se ficasse limitada a fazer pelo modelo convencional.

Um outro aspecto que passo a levantar é que esse tipo de operação – subtração com desagrupamento – da forma como é trabalhado na escola – não dá para tirar, “pede emprestado” – cria obstáculos didáticos quanto à compreensão por parte da criança de que, na verdade, ela dispõe não de valores isolados, como por exemplo, no 63 (sessenta e três), ela não tem 6 (seis) e 3 (três), mas sim sessenta e três unidades das quais é perfeitamente possível retirar vinte e seis unidades.

Essa dificuldade se torna mais perceptível quando na quantidade representada no minuendo aparece o 0 (zero), por exemplo, 100 – 28 = ?. A criança pode raciocinar da seguinte maneira: se não posso fazer zero menos oito (0 – 8), faço o contrário, oito menos zero (8 – 0). Daí, normalmente, se vê em operações deste tipo, a criança repetir no resultado, a quantidade que deveria ter subtraído.

Portanto, o trabalho em sala de aula permeado com situações significativas, com um material que sirva de auxílio e com uma mediação competente leva, de fato, a criança a desenvolver suas estruturas cognitivas, chegando a níveis cada vez mais complexos de pensamento.

Foi a partir do diálogo estabelecido com a criança que pude efetivamente perceber e entender que a resposta dada nessa operação, embora não despertasse estranheza nem em mim nem na professora, sequer representava a riqueza de pensamento presente nas suas construções.

É preciso, portanto, desenvolver essa prática na pesquisa e em sala de aula como elemento necessário a uma proposta de avaliação processual, diagnóstica, formativa e a um processo de ensino e aprendizagem de sucesso.

6.9 Como fizemos no material?

Dentre os aspectos que vêm sendo amplamente debatidos nesta investigação, quero agora destacar dois. O primeiro refere-se à importância de um processo de ensino em matemática pautado na apresentação de situações-problema e, o outro diz respeito à investigação/análise dos procedimentos desenvolvidos pela criança, apoiados em algum tipo de material.

Essa ênfase centra-se basicamente num entendimento inegável, confirmado até aqui, que quando os conceitos são trabalhados dentro de uma situação-problema, é requerida do sujeito uma atividade cognitiva que o leve a estabelecer um conjunto de relações matemáticas, que por sua vez, apelam para a utilização de esquemas já validados, bem como, a articulação com outros conceitos. Além disso, a oferta de uma base material no processo de resolução da situação-problema evidencia os procedimentos desenvolvidos pelo sujeito, favorecendo a compreensão da ação mental e sua representação no material, anteriormente ao registro simbólico.

O protocolo a seguir é fruto de uma atividade proposta pela pesquisadora e professora com um enfoque voltado para a realização de uma operação tendo uma base material para registrar o procedimento desenvolvido.

A atividade consistia em um trabalho de grupo em que os alunos resolvessem uma operação que seria registrada no quadro pela pesquisadora e discutissem entre si, como resolveriam.

Para tanto, foram oferecidos para cada grupo diferentes materiais – ábaco, material dourado, canudinhos, além de metade de uma folha de papel pardo[22] e pincel atômico na qual deveriam registrar o modo de resolução da operação para posterior socialização.

Nesse dia, 11/05/05, estavam presentes 22 (vinte e dois) alunos. Distribuídos em grupos compostos por 4 (quatro) alunos cada, totalizando 5 (cinco) grupos com 4 (quatro) e 1 (um) grupo com 2 (dois) alunos. Pedro e Tiago formaram o dueto cujo protocolo foi analisado.

Pedro estava, na época em que a atividade foi realizada, com 9 anos de idade. De acordo com a professora não apresentava "dificuldades" quanto à aprendizagem em matemática. Consta dos documentos escolares que não foi reprovado em nenhum ano, estando em situação regular na série, ou seja, cursando com a idade base – 9 anos, a terceira série.

Tiago completara 9 anos poucos dias antes da realização da atividade. Também não era, segundo a professora, um aluno com "dificuldades" em matemática. Iniciou o período de escolarização aos 6 anos de idade em 2002 e não foi reprovado em nenhuma série.

[22] Este papel é assim chamado em função da cor que normalmente é alaranjada ou em tom próximo ao marrom. Além disso, de um lado é áspero e do outro liso. Seu tamanho é de aproximadamente 56 X 96 cm.

Logo abaixo, no registro escrito, essas crianças procuraram mostrar como haviam resolvido com o material a resolução da operação 32 – 18 = 14. Acrescente-se que os mesmos receberam o material dourado para trabalharem conjuntamente.

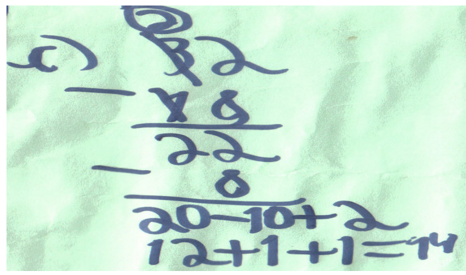


Figura 6.25 Registro feito pelos alunos: trabalhando com material dourado

Não foi feito um trabalho de mediação pedagógica após a apresentação pelas crianças de seu registro, até mesmo porque ao iniciarem o procedimento a pesquisadora os acompanhava, explicando que não deixassem de registrar no papel tudo o que iam fazendo, cada passo.

A partir do registro escrito feito pelos alunos foi possível observar que o mesmo expressa, embora não totalmente, um conjunto de ações, em termos de procedimentos, que, com certeza, não teriam sido explorados se a resolução estivesse limitada ao algoritmo convencional. Isto porque essas ações manifestam a exploração das formas possíveis (caminhos) de resolução a partir do material.

Desta maneira, o professor e/ou pesquisador terão a possibilidade de compreender que esses caminhos não se revelam quando se atenta somente para a resposta dada no algoritmo convencional. Este aspecto é altamente relevante frente ao nosso objeto de estudo: compreender como se constrói o conhecimento matemático mediante a análise das produções das crianças por meio das quais são revelados seus esquemas de pensamento a partir do uso, sentido e interpretação que fazem dos “modelos” convencionais ensinados na escola para resolução de problemas matemáticos.

Como Pedro e Tiago usaram o material dourado[23], vê-se claramente, pelo registro escrito, que a representação inicial feita no material foi a de separar a quantidade 32 (trinta e dois) da qual subtraíram 18 (dezoito). Assim sendo, os alunos pegaram três “barrinhas”, representando as dezenas e dois “cubinhos” soltos, representando as unidades.

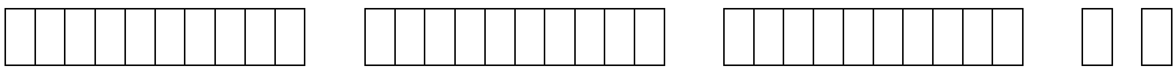


Figura 6.26. Possibilidade de organização do material a partir do registro dos alunos

Ao iniciarem a resolução, os alunos, com base no material, o fizeram em sentido contrário ao ensinado na escola. Eles registram a resolução da subtração da esquerda para a direita e não da direita para a esquerda.

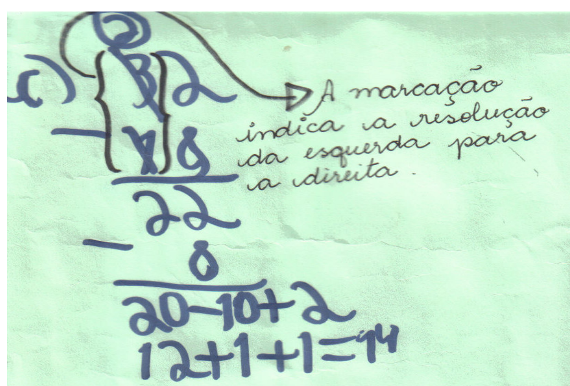


Figura 6.27. Indicação da pesquisadora: início da resolução – da esquerda para a direita

Como a operação (32 –18 = 14) requer um desagrupamento, tendo em vista, o fato de que na ordem das unidades a quantidade existente (2) não permite que sejam retiradas 8 (oito) unidades; no modelo convencional, obrigatoriamente,

[23] A observação da produção matemática revela-nos o quanto a estrutura do material representacional das quantidades numéricas acaba por influenciar na produção de esquemas mentais. Isso é importante para o conhecimento do professor, ou seja, indicando também a necessidade de oferta de material.

o aluno deveria proceder ao registro de que tal procedimento não é possível. Normalmente, os alunos fariam um traço sobre o numeral 2 (dois), e logo acima do mesmo registrariam a quantidade 12 (doze), indicando que da ordem das dezenas foi retirada uma dezena e agrupada na unidade, procedendo, em seguida, à subtração 12 – 8 = 4.

Entretanto, o material é estruturado de forma que a ação sobre ele não leva os alunos a esse raciocínio. Ao invés disso, eles retiram da ordem das dezenas uma dezena, operando na verdade 30 – 10 = 20. Isso significa que do total 18 (dezoito) eles já tiraram 10 (dez), faltando, ainda, tirar 8 (oito) unidades.

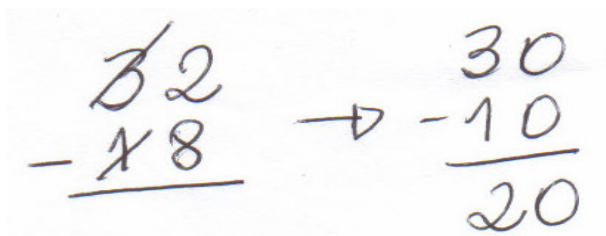


Figura 6.28. Procedimento realizado, embora não registrado

Continuando, os alunos registram a operação 22 – 8 (ver fragmento do registro logo abaixo), sem, no entanto, indicarem que o valor 22 (vinte e dois) é resultado da adição de 20 + 2 (não registrada no papel), e que pode ser identificado como sendo, respectivamente, derivado da operação 30 – 10 (ver Figura 6.28) e o 2 (dois) que é a quantidade de unidades existentes em 3**2** (trinta e dois).

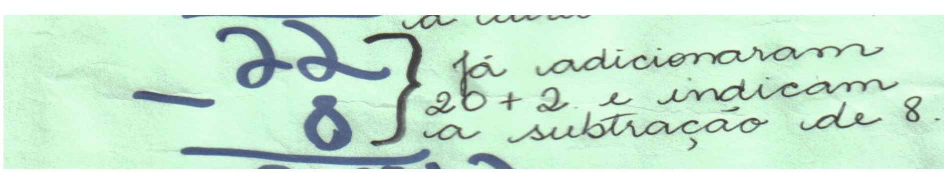
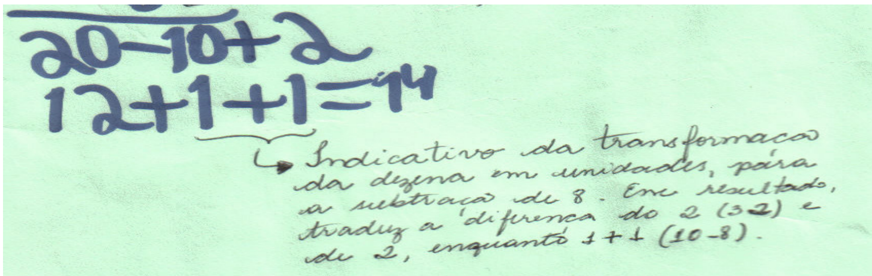


Figura 6.29. Registro no papel sem indicar o procedimento de resolução para 30-10+2, mas apenas o resultado

Depois, as crianças escreveram 20 – 10 + 2. A partir da indicação da subtração de uma dezena, percebe-se que há pistas da transformação dessa dezena em 10 (dez) unidades a fim de que pudessem continuar com a resolução.



6.30. A subtração de uma dezena, indica sua transformação em unidades

Em seguida, Pedro e Tiago registraram 12 + 1 + 1 = 14 (ver Figura 6.31). A partir da estrutura do registro, percebe-se que eles adicionaram as duas unidades que dispunham inicialmente à dezena resultante da subtração 20 – 10. Portanto, o resultado parcial é 10 + 2 = 12.

Posteriormente, atentando para o registro 1 + 1, vê-se que os alunos usaram um outro tipo de notação para indicar onde está o resultado da subtração 10 – 8, bem como, a transformação da dezena, que fora subtraída de 20 (vinte), em dez unidades. Assim, a quantidade restante (2) é registrada por meio da adição de um mais um (1 + 1), diferenciando-se da mesma quantidade constante no total 32, que é registrada pelo numeral 2.

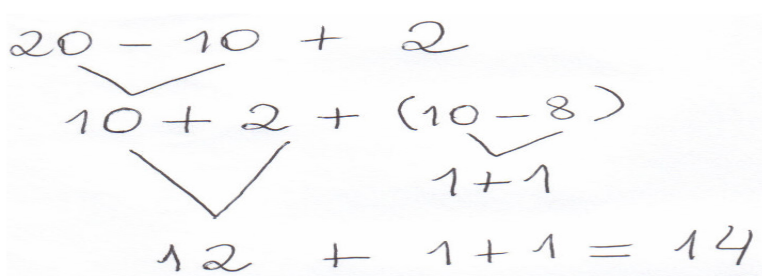


Figura 6.31. Esquema explicativo elaborado pela pesquisadora a partir da análise da produção

As conclusões tiradas a partir desse exemplo indicam que, utilizando o material, o aluno é levado a desenvolver procedimentos outros não esperados pelo professor. Assim, a estrutura do material influencia fortemente as ações cognitivas dos sujeitos que dele se utiliza para resolver determinada situação.

Além disso, o aluno busca representar no material as etapas de resolução da operação, valendo-se do registro escrito para demonstrar, quando possível, as transformações ocorridas (mesmo que parcialmente) durante o processo. Neste caso, a operação (20 – 10) indica o desagrupamento de uma dezena e sua transformação em unidades que é expressa no registro 1 + 1. Fica subtendida a subtração 10 – 8, embora não registrada no papel.

Um outro aspecto importante a ser levantado é o fato de se incentivar e pedir as crianças que não deixem de registrar o que estão pensando enquanto resolvem a operação, pois os seus registros constituem fonte importante para o pesquisador/professor acerca das operações mentais realizadas, favorecendo a percepção e identificação de seus esquemas de pensamento. Enfim, contribuem para a compreensão do processo de construção do conhecimento matemático, revelando as interpretações das crianças diante de uma determinada situação.

6.10 Não deu? “Pede emprestado”.

“Se uma criança apresenta alguma dificuldade na aprendizagem, o que essa dificuldade quer dizer?” “Onde está a sua origem?” “O que ela representa no processo educativo?”

Tais questionamentos surgiram a partir da análise dos protocolos. Mediante a interpretação da produção das crianças foram observados aspectos que nos remetem a uma reflexão mais ampla sobre o processo de ensino e de aprendizagem. Isso porque ao compreender o sentido cognitivo da produção das crianças, por vezes, reconheci não apenas suas construções, mas também identifiquei falhas no processo de alfabetização matemática.

Quero dizer com isso que, mesmo que a criança apresentasse alguma dificuldade, essa não se justificava somente pelo registro feito pelo aluno, mas apontava para a existência de uma lacuna nas etapas anteriores do processo educativo realizado pela escola.

É importante ressaltar que, embora a criança avançando nos estudos com ou sem reprovações, suas "dificuldades" expressavam que determinados conceitos não foram compreendidos devidamente. Portanto, fica a lacuna. "A criança não compreendeu porque o ensino não promoveu esse processo?" "Ou a criança não compreendeu porque o seu processo de aprendizagem não foi levado em conta?" "Ou ainda, terá sido em função de obstáculos didáticos, ontológicos ou epistemológicos?"

Desta maneira, infelizmente, o que se pode ver é a perpetuação e manutenção de um ciclo caracterizado basicamente em um pressuposto, a saber: o professor ensina, o aluno aprende; o professor não compreende a aprendizagem do aluno, então o aluno não aprendeu.

O que pode ser observado é que as práticas escolares, em relação ao ensino e aprendizagem em matemática, revelam uma grande dificuldade por parte do professor em entender toda a complexidade que envolve o ensinar e o aprender.

A maioria dos educadores, não só das séries iniciais, como também os de área específica, talvez, estes mais ainda, pouco sabem ou leram, ou ouviram, ou sequer entendem como acontece o processo de aprendizagem em matemática. E mais, na maioria das vezes não sabem como trabalhar os conceitos matemáticos em sala de aula de modo a ajudar os alunos na formação/construção (e não reprodução mecanizada) dos mesmos. Isso torna o conhecimento de estudos desta natureza vital para a formação do professor.

Por isso, as crianças passam por incompreendidas, "com dificuldades" na aprendizagem e o mais grave, não são em sua maioria acompanhadas como deveriam, pois, infelizmente, no dia-a-dia do ensino não é feito um trabalho de mediação pedagógica eficiente.

O protocolo de Joyce retrata bem esse contexto de crianças consideradas pela escola “com dificuldade”. Na concepção deste estudo investigativo não as consideraamos “com”, mas em “situação de dificuldade”.

A produção de Joyce, quando realizou uma subtração envolvendo desagrupamento, nos mostra que o procedimento desenvolvido deriva de sua concepção de número. Portanto, o procedimento desenvolvido se articula com concepções individuais (implicamento do sujeito), com a situação (contexto), com o material (outra forma de registrar procedimentos) e com as estruturas cognitivas necessárias que o sujeito dispõe ou não para resolver um problema (conhecimentos prévios).

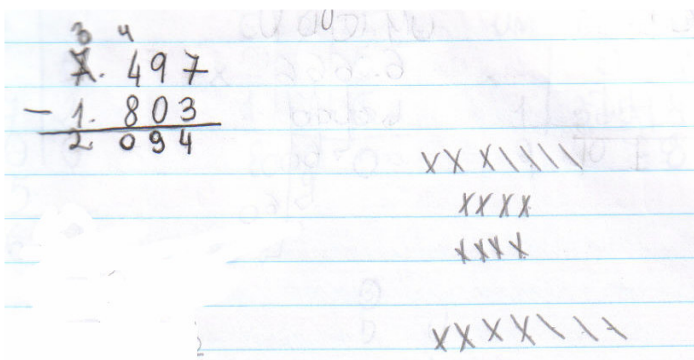


Figura 6.32. Joyce aplica a regra do “não deu, pede emprestado”.

Joyce realizava uma atividade em sala com o comando: “Arme e efetue as operações.[24]”. Ao lado da operação armada estava feito o registro pictórico (com tracinhos) que explicava como ela achou os valores registrados indicados na subtração (o resto ou diferença).

A aluna iniciou a resolução da subtração pela ordem das unidades. Ela operou 7 – 3 = 4. Ao lado da operação, seguindo a ordem de cima para baixo, foi

[24] Atividades do tipo “Arme e efetue” podem ser consideradas sem significado sócio-cultural e prático. Uma vez que nas atividades do dia-a-dia o sujeito lida com as operações, sua ação mental não se detém em fazer esse tipo de representação.

feito o registro pictórico desse procedimento. Joyce fez 7 (sete) tracinhos e depois riscou, um a um, 3 (três) tracinhos, conforme figura abaixo.

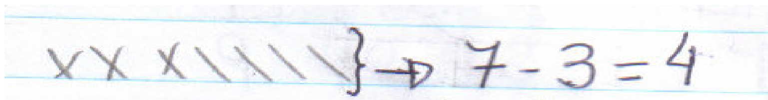


Figura 6.33. Transcrição da pesquisadora: o registro pictórico explicando o procedimento

Em seguida, resolveu na ordem das dezenas, 9 (nove) menos 0 (zero). Observando o registro pictórico, percebe-se que não há qualquer indicação ou marcação da criança referente a esse cálculo. Consta apenas, o resultado, 9 (nove).

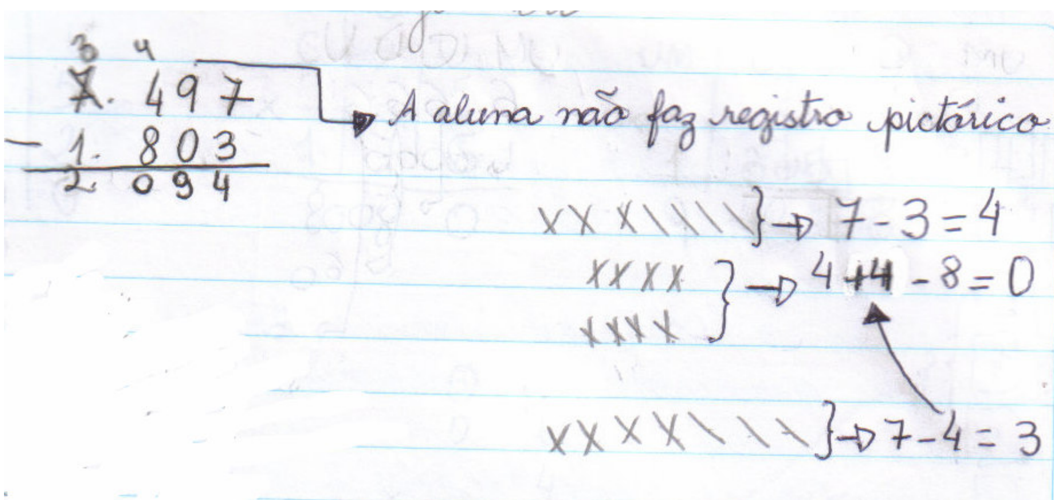


Figura 6.34. Apontamentos feito pela pesquisadora no registro pictórico de Joyce

Posteriormente, operando com as quantidades na ordem das centenas, Joyce se deparou com um obstáculo. Como resolver 4 - 8 =? Para ela não haveria como chegar a uma solução, pois não dava para tirar 8 (oito) quando só tinha 4 (quatro).

É aqui que entra a utilização da regra ensinada tradicionalmente na escola, “não deu, pede emprestado”, e que é tratada de forma mecânica, desprovida de significado das quantidades numéricas. Joyce revelou mediante seu registro não ter compreendido o que quer dizer o “pede emprestado”. Para ela não estava claro a necessidade de realizar um desagrupamento na ordem imediatamente seguinte (isto é, na ordem das unidades de milhar) à qual estava.

Em outras palavras, a aluna parecia não entender que, naquele momento, precisaria desagrupar uma unidade de milhar e transformá-la em 10 (dez) grupos de 100 (cem) para, então, juntar com as 4 (quatro) centenas que já tinha, totalizando 14 (quatorze) centenas. Desta maneira, poderia proceder a resolução de 14 – 8 = 6.

O que Joyce pensou e fez então? De fato, ela “pediu emprestado”, porém, não desagrupou uma unidade de milhar para transformá-la em centenas, antes, subtraiu do numeral 7 (sete), na ordem das unidades de milhar, a quantidade 4 (quatro). Aqui, a aluna estava lidando com os valores absolutos e não relativos (ver Figura 6.34).

Isto equivale a dizer que Joyce pensou da seguinte maneira: “como não posso tirar 4 (quatro) de 8 (oito), basta pedir 4 (quatro) emprestado ao 7 (sete)[25],; juntar com o 4 (quatro) que já tenho; então vai dar 8 (oito). Agora, eu posso resolver 8 – 8 = 0”.

O registro pictórico de Joyce demonstra claramente a operacionalização de tal pensamento. Logo após o primeiro registro com tracinhos, a aluna não fez o registro 4 (quatro) menos 8 (oito). Inicialmente, fez 4 (quatro) tracinhos. Depois, fez mais abaixo (fazendo a leitura de cima para baixo) um novo registro.

---

[25] Ao pedir 4 (quatro) emprestado, na unidade de milhar, para o 7 (sete), Joyce tem claramente a noção de que era o que lhe faltava para completar 8 (oito) a fim de que pudesse resolver 8 (oito) menos 8 (oito).

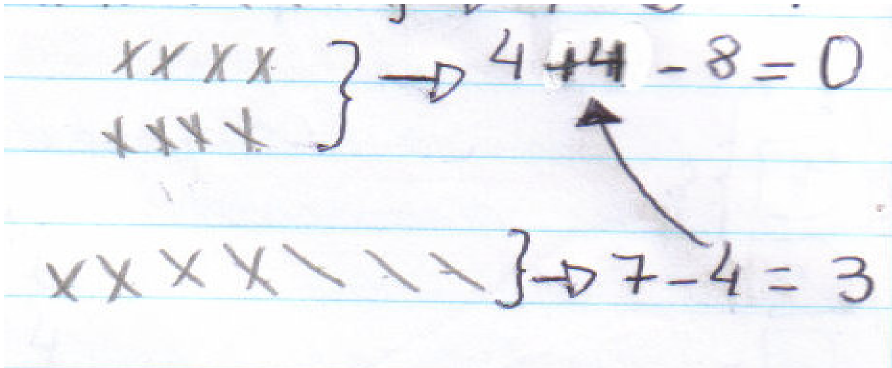


Figura 6.35. Registro pictórico de como Joyce “pede emprestado” com indicações da pesquisadora

O registro pictórico orienta as etapas de resolução que desenvolveu. Na figura acima fica evidente a subtração feita por Joyce, 7 – 4 = 3, sendo que a quantidade subtraída (4) seria adicionada à outra que já havia na ordem das centenas.

Continuando, Joyce fez um traço no numeral 7 (sete), conforme pode ser visto, logo abaixo, registrando acima do mesmo o numeral 3 (três) como resultado da subtração (7 – 4 = 3) que acabara de fazer e escrevendo a quantidade que subtraiu, isto é, 4 (quatro), logo acima do numeral 4 (quatro) indicado na ordem das centenas.

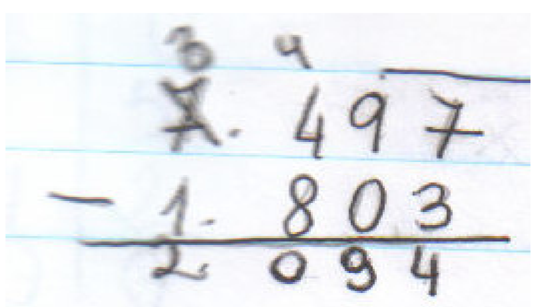


Figura 6.36. Registro na operação de como Joyce “pede emprestado”

Para continuar a resolução de onde havia parado (4 – 8 = ?), Joyce fez um novo registro pictórico no qual indicou a solução encontrada para essa etapa da subtração. Joyce fez 4 (quatro) traços entre o primeiro e o último registro pictórico. Em seguida, fez logo abaixo destes mais 4 (quatro) traços. O seu pensamento estava operando 7 – 3 = 4 e este resultado mais 4 (quatro) igual a 8 (oito). Logo, seria possível efetuar 8 – 8 = 0. Conforme se vê na Figura 6.35.

As indicações que aparecem ao lado dos registros pictórico e numérico de Joyce (ver Figura 6.34), foram feitas pela pesquisadora e servem para ilustrar os momentos em que a aluna fez as subtrações, e no caso desta última, quando operou 4 + 4 – 8 = 0.

Para finalizar a operação, Joyce resolveu 3 – 1 = 2. Se tivesse pensado nos numerais de acordo com o sistema numérico, teria feito 7 – 1 = 6 (sempre unidades de milhar). Enfim, chegou ao seguinte resultado: 7.497 – 1.803 = **2.**094. Ver Figura 6.34.

Isto revela que para Joyce sempre que o subtraendo é menor que o minuendo, em uma dada ordem, o resultado nesta será sempre 0 (zero), pois deverá buscar a diferença na ordem seguinte.

O registro pictórico de Joyce evidencia que ela faz a contagem um a um e não trata do valor decimal dos algarismos na estrutura numérica. Contudo, é evidente que ela pensa, tem conceitos, age, produz procedimentos.

Para estudiosos sobre o processo de aprendizagem de conceitos em matemática (BRYANT e NUNES; CARRAHER e SCHILIEMANN, KAMII, MUNIZ, FERREIRO[26] e outros) está claro que o conhecimento do conceito de número pela criança interfere diretamente nos procedimentos que desenvolve ao resolver as operações matemáticas.

Quando a criança tem a estrutura decimal do número bem trabalhada, ela é capaz de compreender processos de resolução presentes nas operações tais como agrupar, desagrupar e reagrupar.

[26] Vale destacar que a indicação de Emília Ferreiro neste grupo diz respeito à sua preocupação, embora não a central em seus estudos, quanto à compreensão no processo de alfabetização da aquisição também simultânea ao sistema de representação da língua escrita, a do sistema de representação por escrito de quantidades e de operações elementares com tais quantidades, destacado nesse trabalho as que dizem respeito à soma e a subtração e que nos mostram um pouco como as crianças observadas lidam com o cálculo em situação escolar e envolvendo dinheiro. Ver na bibliografia referência completa da obra.

Mas para entender como a criança está pensando, o que significam suas ações, em termos cognitivos, quais são suas concepções e noções é preciso realizar um trabalho de mediação pedagógica.

Entender o que Joyce fez, por exemplo, implicou a realização da mediação pedagógica. Para tanto, a pesquisadora buscou um suporte material que a permitisse acompanhar com entendimento o raciocínio de Joyce. A pesquisadora utilizou notas de dinheiro. As notas foram cedidas na época, 19/05/05, pela professora. Estas notas não eram réplicas dos originais da nossa moeda, mas tinham um símbolo que as identificava como dinheiro próprio para brincar.

Inicialmente, em sua origem, a situação continua sem contexto: trata-se de “arme e efetue”. Entretanto, a natureza do material proposto para registro das quantidades numéricas carrega em si uma situação altamente significativa para o aluno: é munida de valores monetários.

A pesquisadora pediu à criança que representasse com as réplicas do dinheiro a quantidade que possuía. Para tanto, propôs o seguinte problema[27]: “Uma pessoa tem depositado no banco a quantia de R$ 7.497, 00 (sete mil, quatrocentos e noventa e sete reais). Certo dia, essa pessoa estava andando no centro de Ceilândia, entrou em uma loja de eletrodomésticos e ficou encantada com uma geladeira. Animada a comprar o eletrodoméstico, realizou a compra que custou R$ 1.803,00 (mil, oitocentos e três reais). Para fazer o pagamento o comprador deu um cheque para pagamento à vista[28]. Quanto sobraria depositado no banco, depois que o cheque fosse descontado”?

Joyce começou a separar o dinheiro. Como não havia notas no valor de R$ 1.000,00 (mil reais), ela foi pegando notas de 500[29] (quinhentos). Para cada

[27] Aqui é apresentado um contexto para a resolução da operação.
[28] A criança tinha noção do que era um cheque, enquanto uma forma de pagamento. Além disso, sabia o que significava pagamento à vista (na hora), diferenciando de pagamento a prazo (para depois). Vale destacar que os alunos tinham acesso a encartes de supermercados e de outras lojas nas quais apareciam a indicação de pagamento à vista ou em parcelas com entrada para... (idéia de pagamento à prazo).
[29] Em nosso sistema monetário não existe tais notas. Contudo, no material disponibilizado, e conforme já mencionado anteriormente sobre suas características, as notas foram usadas pela criança para registrar a quantidade 1.000 (mil).

duas notas de 500 (quinhentos), contava 1.000 (mil) até chegar em 7.000 (sete mil).

Depois, separou as notas de 100 (cem), totalizando 400 (quatrocentos). Em seguida, contou 9 (nove) notas de 10 (dez) para representar 90 (noventa) e por último, contou 7 (sete) notas de um.

Para cada valor que Joyce ia representando nas notas, a pesquisadora lhe perguntava qual era a quantidade que estava pegando. Então, a pesquisadora registrou um a um os valores, decompondo-os com base no material que estava sendo utilizado por Joyce. Assim ficou o registro da pesquisadora:

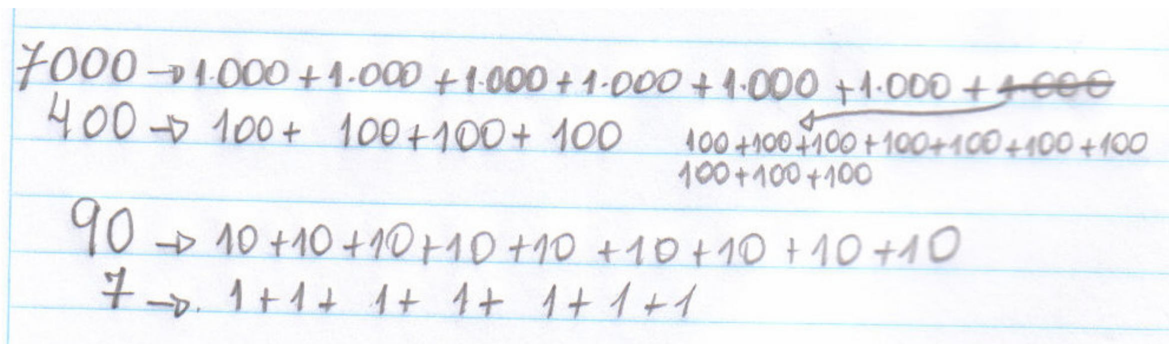


Figura 6.37. Registro feito pela pesquisadora durante a mediação

Quando Joyce foi questionada sobre qual era a quantidade que tinha representada nas notas, respondeu atribuindo valores “em dinheiro”. Ou seja, sete mil, quatrocentos e noventa e sete **reais** (R$ 7.497,00).

Depois, a pesquisadora perguntou para Joyce quanto ela deveria tirar daquele valor. Prontamente Joyce respondeu: *“mil, oitocentos e três”.* Então, a pesquisadora pergunta como a aluna irá fazer para retirar este valor.

Joyce – Eu vou começar pelo sete (aponta na ordem das unidades) *e vou tirar três e vai sobrar quatro* (a medida que Joyce fala a pesquisadora vai riscando no registro que fizera, o procedimento de Joyce).

Pesquisadora – Então, você vai começar por aqui (mostra na unidade)*? Em seguida, a pesquisadora mostra no caderno como ficou.*

Joyce – Agora, eu vou fazer nove menos zero. Como eu não preciso tirar nada, vai continuar nove do mesmo jeito.

Pesquisadora – Você quer dizer que eu não preciso fazer nenhum risco nas dezenas que estão aqui (mostra o caderno)*?*

Joyce – É.

Pesquisadora – Já que eu não vou mexer nessa quantidade, agora nós vamos para o valor que tem na centena. Quanto você tem na centena?

Joyce – Quatro.

Pesquisadora – Quatro o quê Joyce?

Joyce – (Olha para o dinheiro) *Quatro notas de cem?*

Pesquisadora – E quanto é quatro notas de cem?

Joyce – (Aponta no material, contando um a um.) *Cem, duzentos, trezentos, quatrocentos.*

Pesquisadora – Quanto você tem mesmo?

Joyce – Quatrocentos.

Pesquisadora – Ótimo! E agora, quanto é que você tem pra poder tirar esse oito aqui (mostro na centena a quantidade no subtraendo)*? Dá pra você tirar?*

Joyce – Fica parada, calada, pensativa. Não responde.

Pesquisadora – Olha só! Você não tem aqui (aponto na centena)*. Você já resolveu na unidade e na dezena. Agora, se você não tem na centena, onde é que tem uma quantidade de onde você poderia tirar o tanto que você quer?*

Joyce – (Olha o material e aponta com o dedo.) *Eu tenho aqui no sete.*

Pesquisadora – O que você tem aqui no sete?

Joyce – Notas de mil.

Pesquisadora – Muito bem! Você quer pegar aqui no sete para juntar com o quatro e depois tirar o oito, não é?

Joyce – É.

Pesquisadora – Será que você vai precisar pegar todo esse dinheiro que está aqui (refiro-me a sete mil)*?*

Joyce – (Olha para o material.) *Não.*

Pesquisadora – Que tanto você vai precisar tirar daí (Pega uma nota de quinhentos)*? Se você juntar essa nota de quinhentos com essas quatro de cem vai dar para tirar oito* (Balança a cabeça afirmativamente)*? Mas aqui* (mostro os valores de mil em mil, mesmo com duas notas de quinhentos os representando) *você não separou de mil em mil porque não é sete mil?*

Joyce – É.

Pesquisadora – Então, como é que você vai fazer? Se você tirar uma nota de quinhentos, sobra outra. Aí não vai mais ser mil. Será que vai ter como ficar seis mil e uma nota de quinhentos se você separou aqui (aponto no material) *de mil em mil?*

Joyce - Não.

Pesquisadora – Se você separou de mil em mil, significa que você só conta de um em um, mas sendo cada um desses que você conta, mil. Só pode ficar se for mil. Se eu tenho de mil em mil é porque eu fui contando assim: mil mais mil, mais mil... Então será que eu não posso tirar um grupo de mil daqui?

Joyce – (Um pouco insegura.) *Pode.*

Pesquisadora – Pega então aí mil (Joyce pega duas notas de quinhentos e me mostra)*. O que você vai fazer com esse mil que você pegou?*

Joyce – Vou juntar com quatro para depois tirar oito.

Pesquisadora – Se você vai juntar com o quatro, esse mil vem para centena como mil? Aqui na centena você não separou de cem em cem? Será que você pode trocar esse mil por notas de cem?

Joyce – (Olha para outras notas a disposição.) *Acho que eu posso.*

Pesquisadora – Se você acha que pode, quantas notas de cem você vai precisar para ter mil?

Joyce – (Faz a contagem cem a cem, mas fala muito baixo) *Cem, duzentos, trezentos...*

Pesquisadora – Conta mais alto pra eu poder ouvir que tanto você já contou.

Joyce – (Recomeça) *Cem, duzentos, trezentos, quatrocentos, quinhentos...*

Pesquisadora – Depois do quinhentos o que vem aí?

Joyce[30] – (Vacilante) *Sss...* ***Seeiscentos***[31]*.* (Continua sozinha.) *Setecentos, oitocentos, novecentos...* (Pára)

Pesquisadora – Você já contou até novecentos. Depois vem o...

Joyce – (Balbucia alguma coisa inaudível).

Pesquisadora – (Usando notas de dez e de um)*. E se agente fizer assim. Novecentos* e (mostro a nota de 10)*...*

Joyce – (Continua.) *E dez.* (A pesquisadora continua a seqüência de 10 em 10). *Novecentos e vinte, novecentos e trinta, novecentos e quarenta, novecentos e cinqüenta, novecentos e sessenta, novecentos e setenta, novecentos e oitenta, novecentos e noventa.* (Pára.)

Pesquisadora – O que é que vem depois do novecentos e noventa?

Joyce – Balança os ombros como quem não sabe o que dizer. (A pesquisadora pega notas de um.)

[30] A fala de Joyce pode ser transcrita da seguinte maneira: “Ssss...”; “Ssee...”; “Sseei...”; “Seiscentos”.

[31] O trecho negritado na entrevista se refere ao momento em que a pesquisadora fala junto com a criança.

Pesquisadora – Então vamos fazer assim. Você já contou até novecentos e noventa. Se a gente continuar contando daí, colocando agora mais um, depois mais um. Vai ficar novecentos e noventa e ...

Joyce – Um. Novecentos e noventa e dois[32] *... novecentos e noventa e nove.* (Pára.)

Pesquisadora – Você não sabe o que vem depois do novecentos e noventa e nove? (Aponto no material, as duas notas de quinhentos que separou e contou como mil.)

Joyce – (Com voz trêmula)*. Mil.*

Pesquisadora – Então Joyce o que foi que nós fizemos aqui? Nós pegamos as notas de quinhentos que você contou como mil e fomos trocando por notas de cem. Mas para você continuar contando, eu usei notas de dez e de um. Se a gente contar essas notas de dez e de um quanto será que a gente vai ter?

Joyce – (Conta as notas, movimentando os lábios)*. Cem.*

Pesquisadora – Se essas notas de dez e de um deram cem, eu posso trocar por uma de cem para juntar com essas outras aqui não posso?

Joyce – Acho que pode.

Pesquisadora – Porque é que pode Joyce? Porque aqui (na centena) *você colocou só notas de cem. E o mil que você tirou lá do sete, você substitui por notas de cem. Conta agora quantas notas de cem você tem na mão.*

Joyce – Dez.

Pesquisadora – Ótimo! Agora, você tem dez notas de cem que é o mesmo que mil. Aqui (na centena) *você tem mais essas quatro. Será que vai dar para tirar essas oito aqui do mil oitocentos e três?*

Joyce – Vai.

Pesquisadora – Como é que você pode fazer? (Joyce separa as quatro que já tinha e depois retira das dez notas de cem outras quatro. Depois que faz a pesquisadora mostra no caderno e fala pra Joyce o que ela fez.)

Pesquisadora – Agora que você tirou oito notas de cem, quantas sobraram?

Joyce – (Conta uma a uma.) *Seis.*

Pesquisadora – O que ficou faltando a gente tirar agora?

Joyce – O um (aponta na unidade de milhar).

Pesquisadora – Mas olha só. Quando você tirou aquele mil e colocou na centena, trocando por notas de cem, o que aconteceu aqui no sete mil? Continua com sete mil?

Joyce – Não.

Pesquisadora – Quanto tem agora nos montinhos de mil?

Joyce – Seis.

---

[32] Continua a contagem até chegar em novecentos e noventa e nove.

Pesquisadora – Se você vai ter que tirar esse outro um aqui, na operação lá (mostro a operação armada)*, de onde que você vai tirar ele?*

Joyce – Do sete.

Pesquisadora – Mas você ainda tem sete?

Joyce – Não.

Pesquisadora – Então na verdade você vai tirar de que quantidade que sobrou?

Joyce – Do seis.

Pesquisadora – Tirando mil de seis mil vai sobrar...

Joyce – Cinco.

Após a mediação e intervenção pedagógicas, a pesquisadora passa para o registro do procedimento de Joyce na operação, fazendo a leitura da subtração da direita para a esquerda.

No momento em que fiz a leitura, no sentido da direita para a esquerda, fui mostrando no meu caderno de campo onde estavam os valores que Joyce encontrou. Nessa leitura busquei reforçar junta à criança o que, de fato, estava acontecendo com as quantidades e por que, agora, deu um outro resultado. A figura abaixo registra um novo registro da mesma operação, agora, com o resultado segundo os valores relativos.

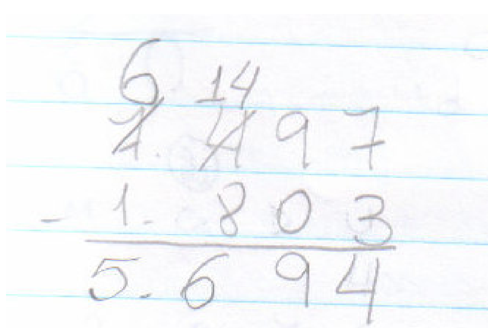


Figura 6.38. Novo registro da operação feito pela pesquisadora

É necessário ressaltar que não foi fácil o trabalho de mediação. Joyce se mostrava muito insegura. Tinha medo de responder. Falava tão baixo que, por vezes, não conseguia ouvir o que dizia.

O relato da situação descrita ocorreu logo no início da pesquisa depois de duas semanas de observação da dinâmica de sala de aula. Portanto, parecia que Joyce não entendia por que alguém estava interessada pelo que ela fazia.

Além disso, durante as duas primeiras semanas de observação, após conversa com a professora a respeito da situação de Joyce, ficou muito claro que sua timidez refletia todo um processo de silenciamento. Joyce não se sentia capaz, sua auto-estima estava muito baixa.

Durante toda a conversa foi preciso que a pesquisadora insistisse para que falasse de como estava pensando, sem medo. O papel da pesquisadora era justamente de entender como eles fizeram, de aprender com eles. Além disso, expliquei que as perguntas que foram feitas significavam que eu não sabia como ela havia pensando e feito a operação, por isso, ela precisaria me dizer. Só ela (Joyce) poderia fazer, nem mesmo a professora saberia explicar para a pesquisadora como ela havia chegado à resposta.

Por fim, logo após a realização da mediação, a pesquisadora pediu que Joyce fizesse uma outra operação, agora sem desagrupamento, mas que registrasse no material e no caderno como foi que fez.

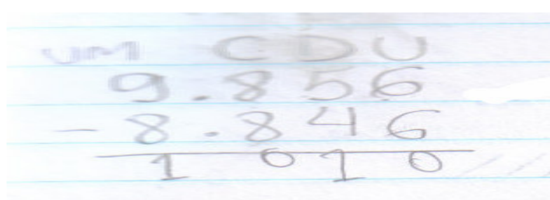


Figura 6.39. Outra operação feita por Joyce

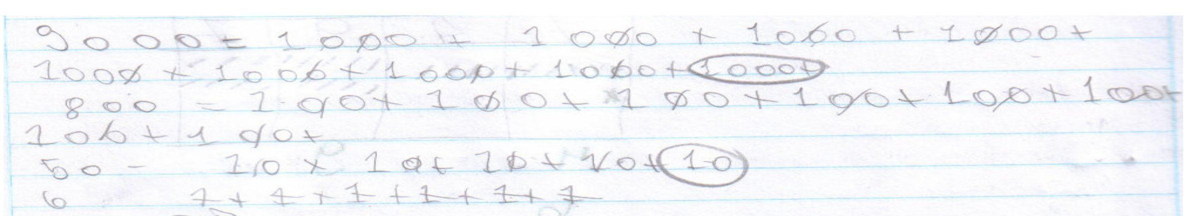


Figura 6.40 Registro de Joyce do procedimento feito no material

Nesta outra situação Joyce faz a representação tal qual a anterior. Ao proceder a subtração ordem por ordem, indica no registro onde está o resultado, circulado pela pesquisadora. Ver figura acima.

Enfim, fica para reflexão o fato de que determinadas lacunas durante o processo ensino-aprendizagem podem ser perfeitamente preenchidas por meio de uma atitude descentrada do professor que deixa de ver e encarar a aprendizagem da criança com base naquilo que considera como aprendido ou não.

Até o término da pesquisa em sala de aula, nasceu outra Joyce. Da timidez, a sorrisos largos e espontâneos. Do silêncio, a uma criança falante, ousada, corajosa. Do temor, ao risco. Da insegurança, ao desafio.

Por mais que aqui não tenha havido o tempo necessário para preencher todas as lacunas encontradas no processo educativo pelo qual Joyce passou, recompensa-me o fato de que Joyce se redescobriu. Do medo gigantesco de se expor, de falar, de se expressar, de se arriscar, vi Joyce discutir com os colegas sua forma de pensar, ouvi dizer que tinha que respeitar o jeito que o colega fez, vi estimular os colegas a irem ao quadro e fazerem como tinham pensado, vi Joyce mostrar a todos o que fez e como fez.

CAPÍTULO VII
O QUE APRENDEMOS?

As considerações que farão parte deste capítulo visam apresentar ao leitor um conjunto de aprendizagens tão importantes quanto as adquiridas pelas crianças pesquisadoras que, se descobrindo como seres matemáticos autênticos, nos ensinaram (professor e pesquisadora) uma nova matemática, um outro tipo de ensino, uma outra forma de avaliar, um outro jeito de aprender.

Cada sessão que compõe este último capítulo visa discutir um aspecto relacionado ao processo de ensino e de aprendizagem que, destacado durante toda a pesquisa, será aqui retomado quanto as implicações epistemológicas, pedagógicas e profissionais em relação à postura do educador pesquisador, mas sobretudo, do pesquisador educador.

Os temas apresentados não se esgotam nessa discussão nem em si mesmos, mas seu debate sugere que sejam revisitados em cada nova pesquisa, em cada sala de aula, em cada escola, em todo o sistema educacional de nosso país.

"O que aprendemos na pesquisa participativa com a parceria epistemológica das crianças"? É com esse questionamento que trago ao conhecimento dos leitores as grandes descobertas alcançadas com a ajuda das crianças e que constituem cada tópico que será apresentado a seguir.

7.1 A fala da criança

Sem sombra de dúvida, não teria sido possível avançar na análise dos protocolos que foram apresentados nesta pesquisa sem a efetiva participação do sujeito-autor[33] como um interlocutor fundamental no processo comunicativo que foi construído entre pesquisadora/professora –aluno – pesquisadora/professora.

A fala da criança pode ser considerada elemento imprescindível num trabalho interpretativo, segundo a natureza da investigação, e deve ser considerada na prática pedagógica. No contexto desta pesquisa, foi ponte central para conduzir o pesquisador e orientador da pesquisa (e em alguns casos o próprio professor) nas análises, uma vez que revelava e/ou complementava os registros feitos pelos alunos, bem como, reforçavam o sentido do fazer matemática de cada um, desembaçando em várias situações a visão, não só do pesquisador, como a do professor face as magníficas construções feitas por essas crianças.

Este estudo nos faz considerar a fala da criança como objeto de profunda reflexão na prática pedagógica pela sua implicação em tal. A necessidade de comunicação da produção mostrou que não se deve julgar o que a criança aprendeu com base, apenas, naquilo que o professor sabe a respeito de sua produção escrita e do que espera da criança.

Este aspecto pode ser compreendido sob dois ângulos distintos, mas complementares entre si. O primeiro diz respeito à ação do professor em relação à produção do aluno. É preciso admitir que sem ouvir a criança, não há como efetivamente compreendê-la, entendê-la em suas produções. Não dá para simplesmente olhar por cima e de fora algo que está no âmago do eu da criança, que não se expressa em sua completude e complexidade pelo que está dado no exterior, mas que se oculta em seu pensamento, por vezes, e porque não dizer quase sempre, silenciado, negligenciado, ignorado.

Um professor que sabe ouvir constitui-se, por sua vez, em alguém que sabe dialogar, que sabe entender o outro quando se coloca na posição do outro. Freire (1996) já falava da importância e necessidade do saber ouvir, mais do que o falar na prática docente. Assim o autor escreve:

---

[33] O entendimento de sujeito-autor que tenho é aquele que considera o sujeito como epistêmico e consciente de suas construções, de suas descobertas, de novas aprendizagens adquiridas com significado.

> não é falando aos outros, de cima para baixo, sobretudo, como se fôssemos os portadores da verdade a ser transmitida aos demais, que aprendemos a *escutar*, mas é *escutando* que aprendemos a *falar com eles* (p. 113).

A partir dessa constatação, aprendemos que se não buscássemos junto ao aluno as explicações que para nós – pesquisadora (e orientador) e professora – estavam obscuras, não conseguiríamos chegar à realidade expressa nas diferentes produções, correndo o risco de julgarmos precipitadamente o conhecimento que a criança tem, se o tivéssemos considerado, apenas, em relação à resposta numérica dada.

Nesse sentido, o segundo aspecto refere-se à necessidade de oportunizar na práxis à criança espaços para falar, explicar e mostrar como pensou e como fez; encorajando-a a expressar suas idéias, suas concepções, seus modos de fazer, seus conhecimentos.

Como destaca Tahan (1998) as propostas de trabalho (em sala[34]) devem reunir certas condições, dentre as quais propõe:

> contemplar diferentes procedimentos; admitir diferentes respostas; **fornecer o debate e a circulação de informação**[35]; garantir a integração com a numeração escrita convencional; propiciar uma crescente autonomia na busca de informações; aproximar, na medida do possível, o uso escolar do uso social da notação numérica (p. 31).

O espaço que se abre, seja o de confrontação, o de troca, o de explicitação ou ainda, o de explicação entre professor e aluno, pesquisador e aluno, aluno e aluno, aluno e professor, aluno e pesquisador constitui-se em outro elemento do processo comunicativo que precisa (deve) ocorrer em sala de aula.

Este espaço representa a integração entre diferentes saberes. O saber da escola, o saber do professor, o saber do pesquisador, o saber do outro aluno e o meu saber (sujeito-autor). Nele se consolida o sentido e o valor do meu saber (sujeito-autor) mediante o meu (sujeito-autor) fazer.

---

[34] Acréscimo feito por mim.
[35] Grifo meu.

Portanto, retomaria-se aqui, com destacada ênfase, um dos grandes princípios do processo de ensino e de aprendizagem: o favorecimento de uma aprendizagem significativa. Mas para quem? Para o aluno enquanto sujeito ativo na construção do conhecimento.

Com base nesta asserção, esta investigação aponta de que maneira toda criança deve ser acreditada em seu potencial de aprendizagem. Mostra que ao ouvir a criança, deixá-la falar, contribui para a elevação da auto-estima (da criança) e serve para (re)orientar a prática pedagógica a fim de que se construa uma dinâmica em sala que estimule as capacidades cognitivas dos alunos.

Moro et al. (2005), nesse sentido, apresentam uma nova forma de ver e entender as capacidades das crianças quanto a aprendizagem em matemática e destacam que

> ser bom em matemática' é algo que não precisa ficar restrito a um pequeno punhado de crianças talentosas, mas pode ser encontrado em grande maioria dos alunos de nossas escolas, se lhes for dada a oportunidade adequada de elaborar os conceitos matemáticos, ao mesmo tempo em que elaboram coordenadamente, formas de expressá-los verbalmente e registrá-los por escrito (p. 14).

Mais uma vez é reforçada a importância de favorecer a expressão verbal e escrita da criança, levando-se em consideração os conceitos matemáticos que foram elaborados, ajudando-as a chegarem as formas de notação convencional, sem, contudo, menosprezar os seus registros espontâneos.

Como observado no caso de Júlia, por exemplo, a explicação da criança permitiu que a professora (e a pesquisadora) compreendesse o porquê do resultado registrado, embora o mesmo não tenha sido reconsiderado pela professora em função do procedimento desenvolvido.

Acredito que não houve uma atitude de menosprezo ao feito da criança, nem tão pouco um comportamento de quem faz “ouvido de mercador” por parte da professora.

Na verdade, a professora enxergou que conceitos e relações foram articulados na produção de Júlia, porém, a própria cobrança exercida não só pela escola, de um modo geral, mas pela família, pela sociedade, de que a validação do conhecimento em matemática, decorrente também de um quadro histórico nesta área marcado pela reprodução tal qual do que foi ensinado, seja conferida por meio da produção de respostas esperadas, acabam pressionando o professor a não investir esforços nesse sentido.

Ou seja, há a predominância ainda forte de um processo de ensino e de aprendizagem em matemática que valoriza, *a priori*, a apreensão das formas convencionais de notação das operações matemáticas. Em contrapartida, também, não avança no desenvolvimento de uma prática pedagógica na qual o saber da criança seja efetivamente valorizado, assim como não é trabalhada adequadamente a importância da aprendizagem de formas de notação convencionais.

De um modo geral, o ensino fica assim limitado à apresentação de modelos convencionais e, a aprendizagem limitada à reprodução de tais modelos. Conseqüentemente, a fala do aluno acaba por não ser considerada como instrumento riquíssimo de afirmação do próprio eu da criança, uma vez que pela sua explicação, mediante a fala, o sujeito se assume na condição de criador, de detentor exclusivo de direitos autorais do conhecimento que está sendo construído.

Não seria necessário explicitar "*n*" motivos por meio dos quais seja importante enfatizar o papel que a fala da criança assume no contexto educativo, e sua relevância, no espaço de sala de aula enquanto *locus* privilegiado de troca de saberes e produção de conhecimento.

Acredito que a discussão resgatada neste espaço já serve de indicativo do quanto ainda há para se descobrir, há para se fazer, há para se repensar, há para se (re)considerar no processo educativo quando se tem em mente que o papel do professor é ajudar o aluno a alcançar novas aprendizagens, sem, contudo, negar suas concepções, seus conhecimentos prévios, sem negar o próprio sujeito, pois, em seu pensar, em seu fazer e em seu falar está manifesto um pouco de sua essência.

Portanto, fica lançado o desafio para os educadores pesquisadores assumirem como sua a necessidade de dar vez e voz a essas crianças, constituindo-se em fomentadores de uma prática pedagógica pautada pela constante necessidade de investigação, enxergando, sobretudo, o espaço de sala de aula e toda a dinâmica nela presente como um amplo e rico laboratório de aprendizagens para o professor e para os alunos.

7.2 O sentido do registro

O que se esconde por detrás de um tipo de notação completamente divergente daquela esperada e conhecida pelo professor? A aparência do registro por escrito de uma operação ou ainda a resposta numérica pode ser considerada como testemunho incontestável do nível de aprendizagem[36] de uma criança?

A partir do feito de Júlia, na situação em que resolve o problema envolvendo dinheiro, observei que a maestria com que uma criança rege seus conhecimentos não se revela numa apresentação esteriotipada de um saber fazer. Ela se desnuda quando a criança passa a registrar tal qual numa partitura as notas em harmonia que produzem uma melodia.

Essas notas representam, na análise de seu protocolo, as explicações orais e as construções registradas muito bem ordenadas e coordenadas entre si, que permitem ao professor, ao pesquisador, ao psicólogo e a outros profissionais compreender como se desenvolve a canção, o ritmo, isto é, o pensamento, os processos cognitivos.

Mas se para se sentir envolto em uma canção, faz-se necessário absorvê-la pelo ouvir, percebendo as mais diversas combinações entre notas, ritmos, instrumentos e sons. Assim também, para conhecer e entender o aluno em suas produções é preciso ouvi-lo, é preciso lê-lo, é preciso enxergá-lo em suas

[36] Quando falo de qualidade de aprendizagem refiro-me à avaliação que é feita pelo professor face a produção do aluno e que em muitas situações se define na fala do professor quando este se contenta em dizer: “Esse aprendeu”; “Esse não aprendeu”. Mas “não” aprendeu o quê e como?

construções e desafiá-lo em seus conhecimentos prévios para que desenvolva competências mais complexas.

Quando pedi aos alunos que não só resolvessem, mas que de alguma forma fizessem o registro por escrito explicando o procedimento desenvolvido, tornou-se claro, que o pensar matemático do aluno não se reduz a registrar apenas números, mas em produzir frases, em fazer desenhos, em criar algoritmos.

Sequerra (1998) reforça a importância do professor em propor às crianças que registrem a estratégia que utilizaram ao resolver uma operação. Segundo ela, esse incentivo leva a criança a entender mais claramente o próprio raciocínio. O registro revela-se como uma legítima situação metacognitiva. Além disso, contribui para o crescimento da classe como um todo, pois, a partir da socialização de seus registros[37], a confrontação e a discussão serão mais produtivas.

As implicações pedagógicas para a organização do trabalho pedagógico são claras. Além da importância dada a fala da criança, o registro da produção e a oportunidade de socialização da mesma indicam que caminhos estão sendo trilhados pelo professor no processo educativo.

Da metodologia de ensino, mediante a forma de apresentação do conteúdo (transposição didática), à avaliação fica evidente como o professor concebe o que é matemática, como se aprende matemática, como se faz matemática.

A valorização do registro da criança e a discussão do tipo de registro de cada um em sala de aula revelam as fronteiras entre as produções espontâneas e os algoritmos convencionais que são ensinados.

Essas fronteiras suscitam questões como; “Qual o valor social dos algoritmos convencionais”? “Por que devemos ensinar as operações matemáticas

[37] Esse processo é denominado segundo Guy Brousseau – Teoria das Situações (*apud* MUNIZ, 2004), de institucionalização. Como destaca Muniz (2004), a institucionalização se refere ao momento em que o professor, enquanto mediador, observando que a criança mobiliza conceitos ou propriedades matemáticas sem mostrar estar consciente disso, então, destaca e traz ao conhecimento da criança, formalizando os conteúdos matemáticos.

aos alunos”? “O que representa para a aprendizagem em matemática o ensinamento dos algoritmos convencionais aos alunos”?

A discussão, embora longa, é profícua. O que aprendemos com a análise das diferentes formas de registro dos alunos, pictóricas[38] ou não; numéricas ou não; com desenhos ou não; com frases ou não, é que quando estimulados a pensar sobre o que fizeram – metacognição – os alunos são capazes de atribuir sentido ao registro por eles produzido.

Os alunos se encontram em seus registros. Se encontram porque, mesmo em certos casos, quando alguns alunos não conseguem explicar com clareza o que fizeram, passam a compreender que seu registro tem valor. E mais do que isso, ele próprio passa a tomar consciência de sua produção matemática.

Os seus registros, apoiados em sua fala, são chaves que abrem portas para o “desconhecido”, mas não temível. Neles se manifestam, de certa forma, os “porquês” do saber-fazer de cada criança.

Por outro lado, se não se leva em conta a produção espontânea da criança, dificilmente, a aprendizagem do algoritmo *a priori* contribuirá para a busca da compreensão dos conceitos relacionados a cada algoritmo.

Nesse sentido, resgatamos a discussão acerca de nosso objeto de estudo que é a relação entre “modelos” (algoritmos convencionais) e esquemas (produções espontâneas) na produção do conhecimento matemático.

A partir desta breve retomada, somos levados a considerar os esquemas de pensamento derivados da interpretação que as crianças fazem dos modelos convencionais e articulados aos conhecimentos prévios de que dispõem, representando conflitos e processos cognitivos na construção de procedimentos.

Entre os “modelos” e os esquemas manifestaram-se as concepções das crianças relativas à natureza das operações, bem como, à compreensão de conceitos que a essas operações se articulam. Na análise de suas produções se fizeram presentes estruturas de pensamento que caracterizavam o conhecimento matemático em ação.

---

[38] Chamo de registros pictóricos aqueles nos quais não estejam impressos escritos numéricos nem explicações por escrito, mas que podem se valer de traços, pontinhos, bolinhas e outros desenhos.

Reforçando a discussão entre "modelos" e produções espontâneas, Deus e Tahan (1998) chamam a atenção quanto ao trabalho com os algoritmos convencionais, esclarecendo que o mesmo possa ser simultâneo e complementar com o processo de entendimento de natureza das operações.

Desta maneira, as produções espontâneas das crianças não são colocadas em segundo plano, pelo contrário, quando a criança compreende a natureza da operação caminha para uma aproximação entre seu registro e a notação convencional.

As produções espontâneas contempladas neste estudo expressam, por exemplo, as estratégias pessoais de cálculo de cada criança. Mais do que um mero registro diferente do modelo canonizado, as produções espontâneas revelam, como destaca Vergnaud, a ponta de um iceberg, o que podemos denominar de "esquema". Elas podem ser consideradas apenas como um rastro das operações mentais complexas e peculiares de cada sujeito.

Portanto, enquanto o algoritmo convencional é trabalhado de forma mecanizada, padronizada, desprovida de significado; a produção espontânea da criança tem muito a dizer sobre o seu saber e fazer matemática, revelados em termos de esquemas e revelando invariantes operacionais (Teoria dos Campos Conceituais) que dão sustentação à atividade cognitiva.

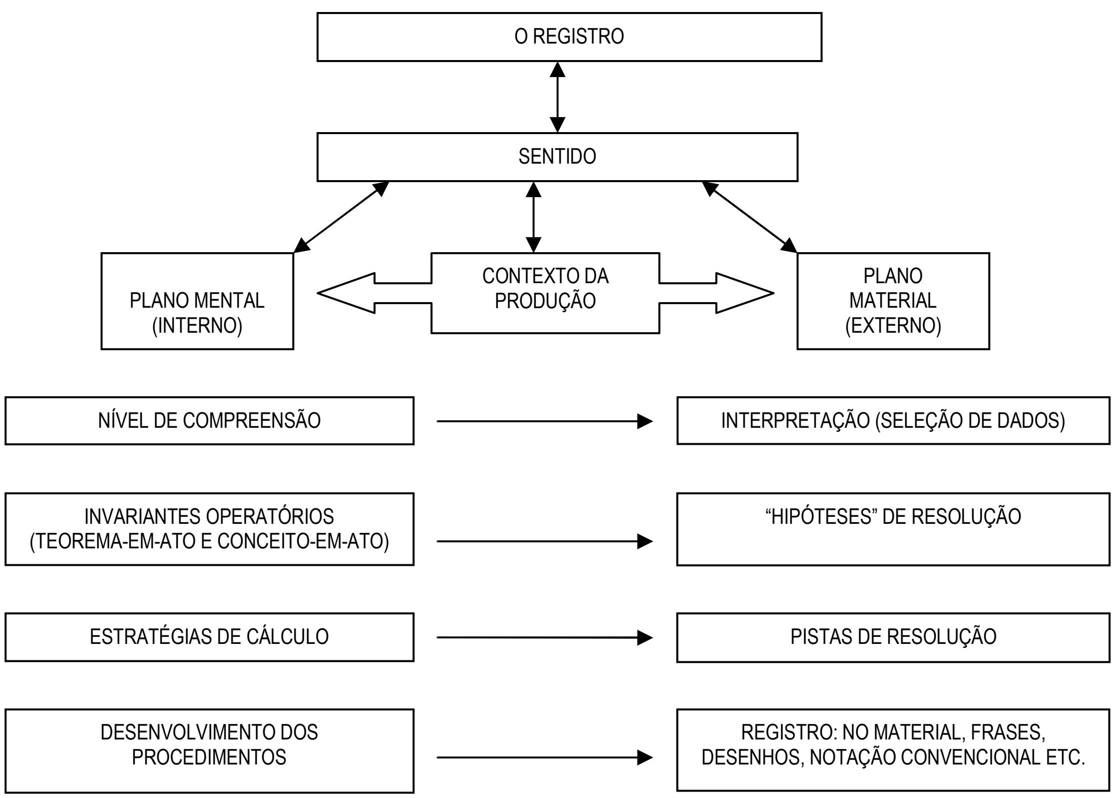
O registro de uma produção espontânea não é, porém, fim em si mesmo. A partir dele é que se chega a outras descobertas, a outros entendimentos, a outros pensamentos, a outros esquemas de ação mental.

Bryant e Nunes (1997) ao pesquisarem acerca de como as crianças pensam sobre problemas matemáticos e qual o significado da matemática para elas, mostram que existe uma engenhosidade e persistência das crianças em seu processo de construção do conhecimento matemático.

Segundo estes pesquisadores, mesmo crianças mais novas quando diante de problemas matemáticos, apresentam soluções que não podem ser consideradas, em sua totalidade, como descartáveis, mesmo que porventura estejam erradas. Frente as soluções que as crianças apresentaram, a partir de dados de seus estudos, concluíram que se faziam presentes elementos de pensamento genuíno e inteligente, e por sua vez, dignos de respeito e encorajamento.

O sentido do registro da criança não se dá, portanto, pela reprodução de procedimentos estereotipados que são apresentados e ensinados pelo professor no “modelo” convencional.

Esse sentido diz respeito, às operações mentais que estão sendo aplicadas na busca por uma solução, a partir da interpretação que a criança faz do “modelo” convencional, segundo o contexto em que é dado. Expressa ações cognitivas (interno) que se articulam a um conjunto de formas de representação dessas ações no plano material (externo).



Essas operações mentais são desencadeadas a partir do nível de compreensão da criança sobre o problema a resolver. A partir daí, ela passa a selecionar dados que possam ser tomados no processo de solução.

Com base nessa seleção, a criança põe em funcionamento, dentre as competências de que dispõe, aquelas que podem ser aplicadas à situação. Ao valer-se dessas competências, a criança usa elementos cognitivos que tornem sua ação operatória (invariantes operacionais). Estes elementos levam a criança a testar “hipóteses” de resolução.

Nas “hipóteses” de resolução testadas para chegar a uma solução, na verdade, a criança usa estratégias de cálculo. São estas estratégias que indicam as pistas de resolução, que podem ser observadas, em alguns casos, nas produções das crianças.

As estratégias desenvolvidas expressam ainda, os procedimentos construídos, em termos de ações cognitivas (plano interno) e que podem ser representados, parcialmente, no plano material (externo). Ou seja, a atividade cognitiva da criança ganha uma forma de representação externa (procedimentos registrados por escrito, verbalmente, a partir de uma base material, pictoricamente), mas que por si só, não dá conta de abranger a complexidade que lhe é inerente.

O sentido do registro, portanto, é muito mais profundo que a aparência externa que lhe possa ser dada. Observado no contexto em que foi produzido, o registro favorece à compreensão das ações das crianças, devendo levar o professor a analisá-las mais detalhadamente.

Ferreiro (2001), em sua pesquisa sobre como crianças argentinas chegavam à aquisição da escrita numérica e à compreensão das operações de somar e subtrair, após observar o abismo que separa o sentido prático das operações em situações significativas para essas crianças e a forma como são ensinadas na escola as referidas operações, assim se coloca:

> O cálculo com dinheiro é, portanto, correto ou *aproximadamente correto*. O cálculo com lápis e papel não apenas é incorreto, mas também,disparatado,

> porque está fora de todo controle racional; é uma espécie de mecânica cega, que pode conduzir ao imprevisível (p. 119-120).

E acrescenta, em nota de rodapé:

> Mecânica sistematizada, no entanto, para muitas crianças, pois que construída como **aproximação a um mecanismo, o da professora, que lhe é misterioso**[39] (p. 120).

Eis um exemplo das fronteiras entre a produção espontânea e o sistema de notação escolar que as crianças são obrigadas a copiar, reproduzir mesmo que não entendam como é o convencional e qual a sua funcionalidade para suas vidas.

Em um outro trabalho, Ferreiro e Teberosky (1999) destacam a pertinência da teoria piagetiana para a compreensão dos processos de aquisição da leitura e da escrita, fazendo uma analogia com os processos de construção do conhecimento lógico-matemático.

Primeiramente, deixam claro que o método (enquanto ação do meio) não pode criar aprendizagem. "A obtenção de conhecimento é um resultado da própria atividade do sujeito" (*ibid.,* p. 31).

Da colocação acima podemos concluir que, em se tratando da aquisição de conceitos matemáticos, esta não se limita nem gira em torno da aprendizagem do método escolar para resolver problemas matemáticos como bem vimos no capítulo precedente .

Em segundo, diferenciam um sujeito intelectualmente ativo de um que não o seja. Em sua concepção, as autoras caracterizam um sujeito intelectualmente ativo não pela quantidade de coisas que faz nem porque tem uma atividade observável. Para elas, o sujeito intelectualmente ativo é aquele que

> compara, exclui, ordena, categoriza, reformula, comprova, formula hipóteses, reorganiza, etc., em ação interiorizada (pensamento) ou em ação efetiva (segundo seu nível de desenvolvimento). Um sujeito que está

---

[39] Grifo meu.

> realizando materialmente algo, porém, segundo as instruções ou o modelo para ser copiado, dado por outro, não é, habitualmente, um sujeito intelectualmente ativo (*ibid.,* p. 32).

O que por vezes, e rotineiramente, não se percebe, ou se faz não perceber, é que a aprendizagem é um processo dinâmico, ativo por natureza, pois, o sujeito da aprendizagem não é uma estátua ou um ser inamovível, alheio ao que está à sua volta. Assim se revelaram as crianças em nosso estudo!

O processo de aprendizagem, em essência, nos remete ao entendimento que o educador precisa ter acerca de desenvolvimento cognitivo, de potencialidades, de limites, de erros, de acertos, de desequilíbrios, de acomodações, de superação de erros, de avanço de estruturas simples às mais complexas de pensamento.

Por tudo o que foi discutido até aqui em nossas análises, a aprendizagem não pode ser concebida como prática reprodutiva de um saber de outrem, de um fazer de outrem, de um jeito de ver e entender o mundo do jeito que o outro quer.

Nesse sentido, Ferreiro e Teberosky (1999) destacam a necessidade de se compreender o sujeito da aprendizagem não como receptor de um conhecimento que é recebido de fora para dentro, mas como um produtor de conhecimento.

> Se um sujeito aprendeu a tabuada de memória sem compreender as operações que a formam, ao esquecer de “quanto é” 7 x 8, por exemplo, somente poderá restituir o conhecimento esquecido dirigindo-se a alguém que o possua, pedindo-lhe que o restitua. Se pelo contrário, compreendeu o mecanismo de produção desse conhecimento, poderá restituí-lo por si mesmo (e não de uma só maneira, mas sim de múltiplas maneiras). No primeiro caso, temos um sujeito continuamente dependente de outros que possuem conhecimento e que podem outorgá-lo. No segundo caso, temos um sujeito independente porque compreendeu os *mecanismos de produção desse conhecimento* e, por conseguinte, converteu-se em criador do conhecimento (p. 34).

Por ora, com base nas considerações apresentadas, nada pode ter mais valor e ser da maior importância do que aquilo que é propriedade exclusiva do sujeito, enquanto, derivada de seu esforço pessoal como nos revelaram Júlia, Suzana, Tati, Lina, Joyce, Pedro e Tiago, além dos outros. Por isso, será muito mais produtivo o processo de ensino quando valorizado no processo de aprendizagem o conhecimento construído por quem aprende.

Em suma, é preciso repensar a prática de ensino de algoritmos convencionais sob o entendimento de que sua reprodução não significa efetivamente construção dos conceitos que a eles possam estar relacionados. Mas quando confrontados com as produções espontâneas das crianças ajudam as próprias crianças a compreenderem a natureza dos primeiros mediante a comparação de procedimentos. Como destaca Ferreiro (2001), em seu estudo, **a escola não está acostumada com esse tipo de confrontação** (*Grifo meu*).

Além disso, quando há por parte do professor uma efetiva preocupação em entender o sentido do registro do aluno, sua postura, nesse sentido, revela que há uma concepção diferente da tradicional de como as crianças aprendem matemática e como significam essa aprendizagem em seu dia-a-dia.

7.3. O trabalho interpretativo

A análise dos protocolos trouxe para discussão dois aspectos importantes relacionados ao trabalho interpretativo do pesquisador e do professor. O primeiro diz respeito à necessidade de se compreender a análise enquanto um momento no qual pesquisador e professor buscam evidências do conhecimento construído pela criança: aprendizagem e produção do conhecimento se articulam profundamente. O segundo refere-se ao entendimento de que, em certos casos, o que o pesquisador e o professor acham a respeito da produção do aluno pode não ser exatamente o que a criança pensou: compreender implica um necessário reconhecimento do processo interpretativo e teórico que isso envolve.

Por isso, o trabalho interpretativo do pesquisador e do professor precisa ser cuidadoso, não pretendendo ser fim em si mesmo no processo de produção de conhecimento, mas em possibilitar que sejam entendidas as ações mentais das crianças mediante a análise dos protocolos.

Além disso, deve servir para mostrar ao pesquisador e ao professor suas limitações face as produções espontâneas das crianças que são em sua essência complexas. Como destaca Muniz (2001), esse tipo de construção não é de fácil entendimento por parte do professor. E em certos momentos, também não o foram para o pesquisador.

Assim sendo, não só o pesquisador em sua produção acadêmica como o professor em sua prática pedagógica necessitam assumir uma postura analítico-reflexiva que leve a um senso crítico-construtivo, como já mencionado nesta pesquisa.

Digo uma postura analítico-reflexiva porque é preciso, a partir da investigação, estabelecer critérios claros e bem definidos de escolha dos achados para posterior análise, sendo este processo movido pela constante necessidade de reflexão sobre o que está posto, sobre as descobertas e o que fazer a partir delas. Assim, investigação e postura analítico-reflexiva devem ser elementos na constituição da práxis pedagógica.

Daí chega-se a um senso crítico-construtivo porque as novas descobertas permitem enfatizar o que já foi estudado, revelar novos aspectos que necessitam ser estudados e aprofundar outros já conhecidos, promovendo um avanço no processo de produção de conhecimento.

Por isso, diante de produções inusitadas como a de Lina, pergunta-se: Como o pesquisador educador ou o educador pesquisador deve agir? Em que se baseará o trabalho interpretativo? Como proceder a análise?

Em todo o tempo tem sido destacado neste trabalho o quanto foi importante dar voz às crianças, dar-lhes a oportunidade de argumentar sobre o seu pensar e fazer, além de levá-las a uma atividade cognitiva, como destaca Vergnaud (1996b), que envolve a habilidade de usar a forma predicativa do conhecimento, isto é, o saber explicitar os objetos e suas propriedades.

O que inicialmente parecia incompreensível foi sendo clareado, pouco a pouco, em cada conversa com as crianças, a partir das interações construídas, dos elos refeitos, do diálogo amigável e compreensível.

Aquilo que indicava uma possível “dificuldade” passava a ser visto, acolhido e entendido como um esforço cognitivo de produzir conhecimento mediante a utilização de conhecimentos prévios (Vygotsky, 1998), o que é parte essencial do processo denominado aprendizagem.

Desta maneira, quando em algumas situações o pesquisador observou que o pensamento da criança lhe era familiar por se aproximar do seu, e em outras não, por ser desconhecido do pesquisador, vem reforçar a necessidade de se desenvolver no contexto da sala de aula, um constante sentimento de empatia. Torna-se fundamental acolher cognitivamente o outro (a criança) em seus múltiplos jeitos de ver, fazer e entender para poder compreendê-lo, aceitá-lo, respeitá-lo.

7.4. Trabalhando com situações-problema

Existe diferença entre o trabalho pedagógico no contexto de ensino e de aprendizagem das operações matemáticas envolvendo situações-problema e o que trata isoladamente cada uma das delas? Qual?

De repente para alguns professores pode não haver nenhuma diferença, se ele considerar a aprendizagem em matemática como reprodução de procedimentos que são ensinados a criança.

Por outro lado, se o professor é um ávido defensor de um ensino melhor e de uma aprendizagem significativa, então, há uma diferença abismal entre um trabalho pautado em situações-problema em relação ao que não é.

A diferença não é quantitativa, mas **qualitativa**. Qualitativa porque na situação-problema o professor pode observar como a criança entende o que está sendo proposto, qual é a problemática no processo de elaboração do procedimento resolutivo.

Desta maneira, a aprendizagem não é encarada como maior número de respostas "corretas". Entendendo, nesse contexto, o certo e o errado como juízo de valor emitido pelo professor sobre o fazer da criança.

A aprendizagem, no processo de ensino e aprendizagem de matemática, permeada por situações-problema representará as potencialidades das crianças ao resolverem-nas. Esta é a proposta do GESTAR[40], na qual nos embasamos.

E onde está a diferença? A diferença se dá em nível conceitual e prático em relação ao trabalho pedagógico que se nutre dos problemas elaborados pelo professor ou copiados dos livros didáticos e aquele que envolve a resolução de situações-problema.

Numa concepção tradicional do que é aprendizagem em matemática, os problemas servem para reforçar as operações que foram ensinadas pelo professor. Normalmente, as operações são trabalhadas antes dos problemas. E quando o aluno se põe a resolver os problemas, estes não ajudam efetivamente no processo de mobilização e desenvolvimento das estruturas cognitivas.

A utilização dos problemas serve para garantir que o aluno compreendeu este ou aquele procedimento relacionado a uma e outra operação, sem, contudo, implicar a articulação entre diferentes conceitos, pois, fecha a resolução num único procedimento, e consequëntemente, numa única resposta, essencialmente, numérica.

Por outro lado, se ao aluno é dada a oportunidade de trabalhar com diferentes situações-problema antes de ser apresentado um novo conceito

---

[40] Programa de Gestão e Aprendizagem Escolar (GESTAR). É um programa de gestão pedagógica da escola, orientado para a formação continuada de professores do ensino fundamental, avaliação diagnóstica e reforço da aprendizagem dos estudantes. Tem como objetivo principal elevar o desempenho escolar dos alunos nas disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa. Inova as estratégias de qualificação do professor e o processo de ensino e aprendizagem dos alunos. O programa utiliza recursos de educação a distância e atende professores de 1ª a 4ª série de escolas públicas. A partir de 2004, também passa a atender professores de Matemática e Língua Portuguesa de 5ª a 8ª série. Fonte: http//www.mec.ogr.br

matemático, veremos que se desencadeará um processo de ativação de estruturas cognitivas. Situação-problema envolve a presença de conflitos cognitivos que levam o aluno a usar seus conhecimentos prévios numa dinâmica de confrontação, de argumentação, de variação de procedimentos, de socialização e de validação de resultados.

No contexto da situação-problema, o problema é de natureza diversa daquele tradicionalmente trabalhado na escola, que dá pistas de resolução, não provoca argumentação, não leva o aluno a testar hipóteses de raciocínio e que não requer da criança um trabalho interpretativo sobre o desafio que está sendo lançado.

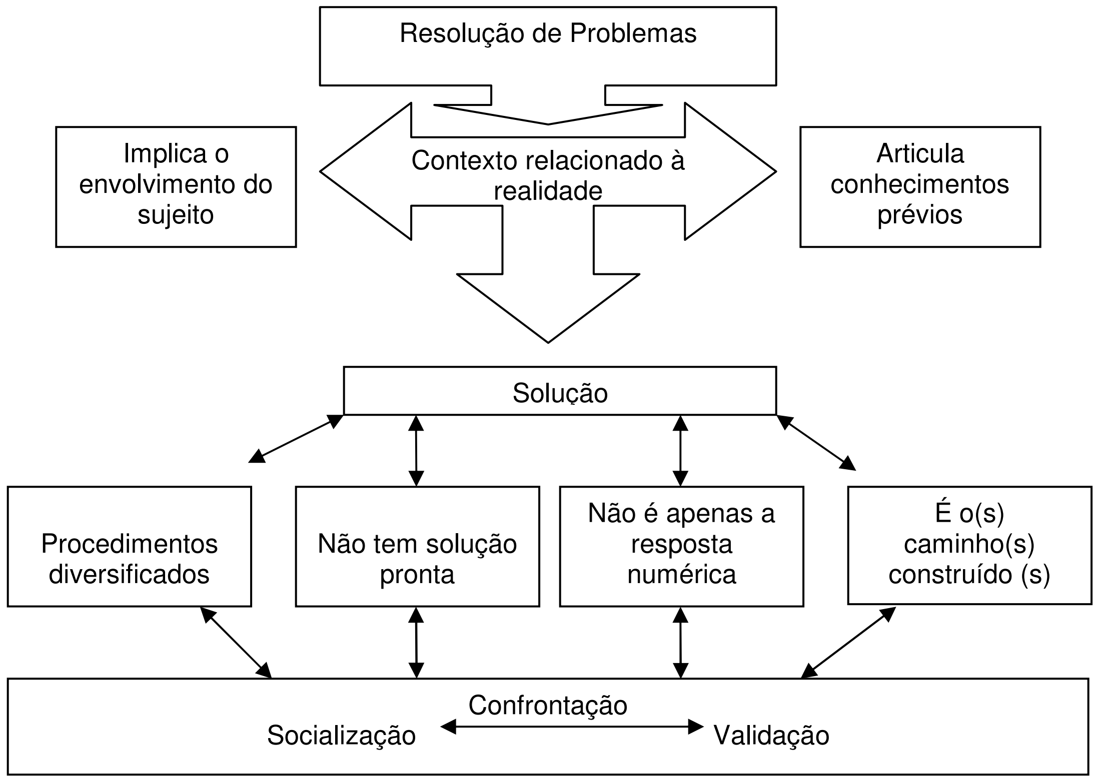
A natureza do problema presente em uma situação-problema é muito mais abrangente e não se limita ao contexto escolar, ao espaço da sala de aula, ao livro didático. Ele envolve aspectos da realidade, não apresenta resultados e procedimentos previamente passíveis de conhecimento do professor. É um tipo de problema que põe em funcionamento as estruturas cognitivas das crianças para novas aprendizagens, não para reprodução de procedimentos já presentes no repertório do aluno.

O verdadeiro problema[41] envolve mais do que saber dizer “é para juntar”, “é para multiplicar”, “é para subtrair” ou “é para dividir”. Lembrando que, nos termos tradicionais, nem sempre a criança sabe o que é para ser feito, daí ouvimos: “É de mais ou de menos”? “Que conta é”?

Além disso, o ensino de matemática pautado em problemas desse tipo não requer do aluno um necessário trabalho interpretativo, pois, o que se busca é achar a resposta que o professor espera.

De modo sucinto, o esquema abaixo busca representar a natureza da resolução de um problema com enfoque na situação-problema. É importante, ressaltar que nesse sentido, a situação-problema antes de implicar em um desafio para quem se propõe a resolvê-la, é impulsionadora da aprendizagem.

[41] Ver a situação-problema sugerida, neste trabalho, pela pesquisadora às crianças, na situação em que tinham que resolver o problema do pagamento dos pacotes com réplicas de dinheiro (ver p. 99).



Como enfatizado na proposta do GESTAR, trabalhar com situações-problema leva à mobilização de diferentes conteúdos matemáticos num mesmo espaço e de forma articulada.

Ao invés de apresentar isoladamente uma a uma as operações matemáticas e depois “testar” a aprendizagem ou não das mesmas mediante a apresentação de problemas que não põem o sujeito em ação reflexiva sobre o sentido do seu fazer, ganha-se muito mais em termos de argumentação, de criatividade, de capacidade de interpretação quando se trabalha com situações-problema.

Segundo Teixeira (2005), as crianças têm suas concepções modificadas ou menos estereotipadas se lhes for dada a oportunidade de vivenciarem diferentes situações, envolvendo objetos e relações matemáticas.

Tal afirmação implica que se tenha claro que por vezes as crianças aplicam seus conhecimentos prévios dentro do modelo canonizado, não importando se a forma de apresentação desses conhecimentos se dará tal qual o modelo. E quando são valorizadas as suas produções espontâneas, as crianças agirão de maneira não mecanizada, mas conseguirão entender os conceitos que estão sendo trabalhados, sobretudo se têm origem nas situações-problemas como vimos no caso de Lina ao efetuar a divisão de 432 por 8.

Assim, esperamos que o professor compreenda que na situação-problema a criança é levada a se envolver, a se implicar na busca pela solução, a usar com entendimento os conhecimentos de que dispõem. Não estamos falando de um método, mas de uma concepção renovada de prática de ensino que visa promover a aprendizagem, valorizando os saberes prévios das crianças.

Em seus estudos, Starepravo e Moro (2005) destacaram que é preciso levar em conta aquilo que o aluno traz para a sala de aula. Usando os conhecimentos próprios[42], a criança é capaz de refletir sobre o que faz, ao invés de simplesmente, reproduzir sem lógica algoritmos aprendidos mecanicamente.

Entretanto, o que pode ser visto são práticas de ensino em matemática que apresentam, primeiramente, de um modo geral, os algoritmos convencionais das operações matemáticas, para só depois apresentarem problemas para os alunos resolverem.

Desta maneira, a criança se vê obrigada por duas vezes a reproduzir fielmente os algoritmos convencionais. Primeiro, porque lhes foi ensinado inicialmente decorar os passos de resolução desses algoritmos. Segundo, porque, embora apresentando problemas posteriormente, estes por sua vez, apelam para pistas de resolução que levam necessariamente à aplicação de algum algoritmo convencional, sem reflexão pela criança sobre o procedimento adotado.

Portanto, como nos mostraram nossos sujeitos neste estudo, é preciso estimular as crianças em suas produções no contexto de situações-problema, deixando-as livre para construírem suas hipóteses de resolução e a partir daí o professor fazer a mediação competente que ajude o aluno construir novos conhecimentos.

[42] A partir disso, fica a questão: Mas quais são os “conhecimentos próprios” destas crianças? São epistemologicamente iguais ao do professor? Têm a mesma significação e uso que o do professor?

7.5. Com ou sem material?

Até bem pouco tempo a concepção de que era preciso trabalhar com material concreto em sala de aula foi entendida como panacéia no contexto de ensino de Matemática. De repente, ouvimos no discurso de professores a ênfase e exigência de se trabalhar "concretamente". A preocupação do ensino centrou-se na necessidade de que a aprendizagem significativa correspondia a "aprendizagem concreta".

De acordo com Selva (1998)

> A defesa indiscriminada do uso do material concreto no ensino de matemática baseou-se numa interpretação simplista das características dos estágios de desenvolvimento da criança propostos por Piaget (p. 95).

Contudo, ainda a autora destaca que o próprio Piaget (1969) e Ginsrbug (1981)[43], este último, analisando a contribuição da teoria piagetiana para a educação, repreendem esse tipo de interpretação.

Fugindo à apreciação do tema em uma discussão mais demorada, ao apresentarmos esta sessão com a questão: "Com ou sem material?", não pretendemos enfocar a aprendizagem nos termos mencionados acima.

A conversa que queremos ter com o leitor tem por assunto o trabalho em sala de aula com suporte material a fim de que a criança expresse nele suas ações mentais, refletindo sobre estas.

Quando procedemos à análise dos protocolos das crianças que fazem parte deste trabalho, destacamos como o material revela estruturas de pensamento que não se fazem perceptíveis se o aluno opera apenas no algoritmo convencional.

---

[43] A citação das obras de Piaget (1969) e Ginsburg (1981) foram feitas por Selva (1998) em seu estudo sobre "A influência de diferentes tipos de representação na resolução de problemas de divisão". Este estudo fez parte de sua dissertação para obtenção do grau de mestre em Psicologia pela Universidade Federal de Pernambuco. Suas contribuições compõem o CAPÍTULO V da obra organizada por Ana Lúcia Schliemann e David Carraher (1998). A referência consta na bibliografia.

Não queremos dizer com isso que somente mediante o uso de algum tipo de material foi possível compreendermos as estruturas de pensamento das crianças. Na verdade, a oferta de material, do não estruturado ao estruturado[44], demonstrou que ao reproduzir mecanicamente o procedimento subjacente às operações matemáticas tal qual ensinadas na escola, o aluno não reflete sobre o que está fazendo.

Como ainda destaca Selva (1998)

> Muitos professores tratam o material concreto como um fim em si mesmo. Ou seja, a apresentação do material, por si só já garantiria a compreensão do aluno. Entretanto, mais importante do que o tipo de material utilizado parece ser **o modo como se trabalha com o material e a criação de situações**[45] que lhe dão significado e que proporcionam oportunidade para que relações sejam estabelecidas, percebidas ou analisadas pelos alunos (p. 97).

Portanto, não é o material pelo material que ajuda a criança a compreender certos conceitos que estão sendo trabalhados, mas a pertinência do uso do material em uma situação. A **situação**[46] realça a importância do material que está sendo usado.

Além disso, Selva (1998) ainda destaca o fato de que há preferências quanto a certos tipos de material (material dourado, por exemplo) a outros (palitos de picolé, dedos das mãos) que são muitas vezes usados de forma espontânea pela criança.

No âmbito desta pesquisa, quando aos alunos foi pedido que registrassem no material (a esse respeito, ver capítulo V) o que estavam pensando, e comparando, posteriormente, com o registro escrito (lápis e papel),

---

[44] Chamo material estruturado todo aquele que representa, de alguma maneira, o nosso sistema numérico: base 10 (material dourado, réplicas de dinheiro). E o não-estruturado é aquele que não revela as características do sistema de numeração (palitinho, canudinho etc.) e, portanto, dependendo da situação-problema na qual a criança esteja imersa, seria adequado substituí-lo pelo material estruturado. Por exemplo, no material estruturado a criança pode facilmente, em termos práticos, representar o valor mil usando, no caso o material dourado, o bloco maior; com o dinheiro, pode pegar dez notas de R$ 100,00. Já no material não-estruturado, teria que fazer a contagem um a um até obter a quantidade mil.

[45] Grifo meu.

[46] Este assunto será retomado em sessão específica neste capítulo.

foi possível observar que eles conseguiram compreender, em termos de procedimentos, a lógica subjacente aos algoritmos convencionais, uma vez que o material ajudou na compreensão dessa lógica na estrutura decimal. O material aparece como uma possibilidade de registro de esquemas. Ele constituiu-se em espécie de linguagem pictórica.

Como exemplo claro e evidente dessa compreensão (o que fazer para resolver uma operação e qual o sentido disso) podemos relembrar o protocolo de Lina que registra uma situação em que precisava fazer a divisão de 432 por 8.

No primeiro registro, Lina usa mecanicamente os procedimentos escolares – dividir, multiplicar e subtrair, repetindo-os, sem expressar um entendimento quanto ao porquê fazia daquela maneira. Resultado, Lina chega a um registro estanho à compreensão do professor e do pesquisador.

Como entender o que Lina fez? Ficar apenas no plano das conjecturas sem realizar a mediação pedagógica em nada ajudaria. Pensar sobre o que a criança pensou sem dialogar com o sujeito-autor seria colocar palavras em sua boca, sem que ela as tenha dito. Portanto, foi necessário realizar a mediação pedagógica.

A pesquisadora de posse da produção da criança pediu, como já mencionado na análise do protocolo no capítulo anterior, que explicasse como havia pensado para chegar ao resultado registrado. Com entendimento acerca da produção de Lina, a pesquisadora propôs uma situação-problema e pediu à criança para usar a réplica do nosso dinheiro enquanto resolvia a operação.

Observando agora em um contexto significativo e com manipulação do material, a pesquisadora compreendeu que a criança tinha conceitos, sabia usá-los, mas não sabia reproduzi-los no modelo convencional. Havia, como destaca Ferreiro (2001), uma distância entre o procedimento no modelo convencional e o procedimento em uma situação prática.

Além da situação-problema, o material contribuiu para que Lina pensasse (e comunicasse) sobre o procedimento desenvolvido na resolução daquela divisão, o que antes não tinha levado em conta, pois bastava apenas cumprir o ritual – dividir, multiplicar e subtrair - para alcançar um resultado.

Por fim, Lina realiza a operação com êxito. Depois, ao final da tarefa, comparamos as duas situações, a resposta é imediata, a criança olha a primeira, olha a segunda e sorri. Isto bastou para que a pesquisadora percebesse como a aluna se sentiu feliz, pois sabia fazer.

Não só no caso de Lina, mas também com Joyce podemos constatar a relevância do material. Ao resolver a subtração 7.497 – 1.803, Joyce parecia não saber como funcionava o procedimento de resolução desta operação, uma vez que envolve um desagrupamento.

Em sua primeira produção, opera com os valores sem demonstrar entendê-los na estrutura numérica, isto é, sem compreender os valores posicionais dos numerais. Isso pode revelar uma determinada concepção de atividade matemática pela criança: trata-se de um agir, mesmo que não se compreenda o que se faz. Essa concepção acaba por interferir no procedimento que desenvolve.

Quando a pesquisadora sugere a resolução usando material, aqui novamente usava réplica de dinheiro, embora, não o nosso, Joyce atribui os devidos valores à quantidade registrada.

O que podemos concluir é que o material[47] cumpre uma função no contexto da aprendizagem de conceitos matemáticos. Ele pode ter um valor social, como o dinheiro, e mesmo outro tipo de material usado, trabalhado adequadamente pelo professor junto às crianças traz ganhos consideráveis ao processo.

Poderíamos rediscutir sua importância, retomando um a um os protocolos analisados, bem como, apresentar outros obtidos na pesquisa, porém, achamos essencial destacar que o concreto não é o material em si, o concreto é o sentido atribuído pela criança ao seu fazer, e nesse âmbito, o material cumpriu seu papel.

[47] O material não precisa ser necessariamente “concreto”, mas representacional como as cédulas.

7.6. Sentidos da mediação e intervenção pedagógicas na construção de procedimentos pela criança

Nossa reflexão sobre o papel da mediação e da intervenção pedagógicas no processo de ensino e de aprendizagem não pretende colocá-las em lados opostos, como se uma levasse ao menosprezo da outra.

Entendemos, no contexto desta pesquisa, que o papel da mediação pedagógica é provocar no aluno o desenvolvimento de suas potencialidades, mais do que dizer (prescrever receitas metodológicas) o que é para ser feito.

Por outro lado, entendemos também que a intervenção pedagógica operada como mediação traz benefícios ao processo, pois não pretende induzir e controlar a ação do aluno em nível de "se você fizer isso, vai chegar àquilo", "se não fizer o que eu falo, não vai chegar a lugar algum".

Quando, porém, a ação pedagógica se reveste de um caráter puramente interventivo, o professor passa a maior parte do tempo a ditar regras. Manifesta-se um tipo de contrato didático[48] (Teoria das Situações) no qual todo o fazer do aluno é direcionado pelo professor, pela escola.

Porém, quando a natureza da intervenção visa à estimulação cognitiva do sujeito em situações de conflito, e o professor ajuda o aluno a compreender certas relações que não esteja conseguindo enxergar naquele momento, fez-se a mediação pedagógica.

Nesse sentido, a concepção de intervenção pedagógica não se adianta ao processo, pondo em dúvida o potencial da criança, ou simplesmente ignorando que o possua. Ela se torna útil se contribui para que o aluno supere conflitos.

---

[48] O entendimento da noção de *contrato didático* é proposto por Brousseau (*apud* BRASIL, 2005). "Esse contrato é constituído por um conjunto de regras implícitas ou explícitas que definem o papel do aluno como do professor no processo de produção de conhecimento. Assim o contrato didático, base da situação didática diz respeito a esse conjunto de regras que rege a totalidade do funcionamento da prática pedagógica. As regras do contrato acabam por definir o que se pode e não se pode, o que se deve o que não se deve, o que é desejável e não desejável no processo de construção do saber, acaba por definir as ações realizadas pelos alunos no processo de aprendizagem".

Na análise do protocolo de Joyce envolvendo uma subtração, pode-se ver que não houve apenas mediação pedagógica. Em alguns momentos, a pesquisadora também fez a devida intervenção.

Vale ressaltar que não foi uma intervenção previamente planejada. Em meio ao processo de mediação, pode acontecer, como foi com Joyce, de o aluno simplesmente não conseguir avançar em certo momento. A partir da mediação ficou claro que ela tem conhecimentos, sabe fazer, mas, às vezes, parece não reagir à ação do professor. É como se existisse um obstáculo imenso que a inibia de tal maneira, que acaba se retraindo.

É claro (e quando necessário) que se deve fazer a intervenção pedagógica (ela também faz parte do processo de ensino e aprendizagem), contudo, ela não pode ser tomada como uma ação de sobreposição do saber e fazer do professor em relação ao saber e fazer do aluno.

Nesse sentido, a intervenção não contribui para a aprendizagem, pois, dificilmente, se o professor é apenas interventor, ele não deixa e não estimula o aluno a pensar.

A forma como a intervenção ocorrerá está determinada, justamente, na concepção que o professor tem de seu papel em sala de aula – mero transmissor de conhecimentos ou estimulador, produtor, criador, transformador de conhecimentos.

Se a educação avança, se o ensino avança, o professor deve também acompanhar esse avanço e avaliar adequadamente como as mudanças afetarão o processo, pensando sempre no aluno.

Vygotsky (2001) falando sobre um novo tipo de professor destaca:

> Assim, a mais importante exigência que se faz a um professor nas novas condições é a de que ele deixe inteiramente a condição de estojo e desenvolva todos os aspectos que respiram dinamismo e vida (p. 449).

Por isso, as situações vivenciadas neste estudo revelam que a ação do professor é mais do que saber para repassar. É mais do que inundar os alunos com conhecimento como se fosse uma bomba, pois, se esse é o seu limite, então pode ser substituído por um manual, por um dicionário, por um mapa, por uma excursão (VIGOTSKI, 2000).

O sentido da nova concepção do papel do professor implica que sua prática não deve ser indiferente às exigências de um aluno que de passivo e mero ouvinte é contemplado hoje como ativo, responsável também pela produção do conhecimento. O novo professor é alguém que está sempre aprendendo, estudando, pesquisando, lendo, conhecendo, observando, aplicando, avaliando, corrigindo-se.

> O professor deve beber em uma fonte abundante. Não basta que ele saiba o que, segundo as suas exigências, devem saber os seus alunos, e que à noite ele prepare precipitadamente as respostas para as perguntas que provavelmente lhes serão feitas na aula do dia seguinte. Só pode passar informações em forma interessante aquele que for capaz de dar cem vezes mais do que efetivamente tem que dar (VIGOTSKI, 2000, p. 451).

As nossas análises acabam por nos revelar que tal “fonte abundante” pode e deve ser a busca da compreensão das produções matemática de nossas crianças. Portanto, a ação do professor se reveste de propriedades propulsoras, impulsionadoras, motivadoras, inquietadoras. Não dá ao aluno a comida na boca, mas ensina a trabalhar por ela e aprender a comer.

“Até hoje o aluno tem permanecido nos ombros do professor. Tem visto tudo com os olhos dele e julgado tudo com a mente dele” (VIGOTSKI, 2001, p. 452). Tal fato é o retrato de um cenário educativo no qual o professor mais intervém do que media.

Enfatizar o papel vital da mediação pedagógica eficaz, no contexto escolar, nos remete a um claro entendimento que o educador trabalha no sentido de ajudar o aluno a caminhar sozinho.

O desafio que se coloca, não só para a pesquisa, para o pesquisador, mas em sala de aula para o professor no processo educativo e em se tratando da aprendizagem em matemática, é, justamente, “Como fazer a mediação diante de produções complexas se o mediador não compreende o processo”? “Como ajudar o aluno a caminhar sozinho se o professor não sabe como auxiliá-lo a ficar em pé"?

Em quantas salas de aula, Brasil a fora, seres matemáticos como Suzana (uma das crianças pesquisadoras deste trabalho), cujo protocolo faz parte da análise no capítulo anterior, estão em plena ação. Sabem fazer, mas por vezes, não conseguem explicar o que fizeram. Além disso, não lhes é dada a oportunidade de verbalizarem, socializarem suas produções, tendo esses momentos em sala como um exercício diário.

Vergnaud (1996b) observando diferentes especialistas no exercício de suas funções esclarece que ao serem solicitados a explicar como desempenhavam suas tarefas não evidenciavam com clareza os conceitos que estavam trabalhando, embora tivessem êxito naquilo que faziam. Esses especialistas mesmo tendo um elevado nível de conhecimento, por vezes, não sabiam explicitar com propriedade a rede de conceitos que estavam sendo articulados em seu fazer. Por isso, o autor destaca que

> um dos problemas do ensino é desenvolver ao mesmo tempo a forma operatória do conhecimento, isto é, o saber-fazer, e a forma predicativa do conhecimento, isto é, saber explicitar os objetos e suas propriedades (p. 13).

Então, se os alunos estão silenciados, amedrontados por serem vítimas de um processo avaliativo, coercitivo, seletivo e excludente, agravado pela "dificuldade" em aprenderem uma disciplina que consideram nada fácil, é preciso dessilenciá-los, levá-los a darem voz ao seu saber, mostrarem suas construções, suas descobertas.

Quantas Suzanas já receberam sua punição porque fazem diferente, produzem algo, na visão do professor, esteticamente feio, confuso, aparentemente ininteligível. Para a grande maioria dos professores não há como atestar que por detrás de tal produção exista algum tipo de conhecimento lógico, aplicável, válido.

Em contrapartida, aqui, neste espaço de pesquisa, de estudo e de aprendizado, abriu-se um espaço para esta Suzana expor de alguma maneira o seu saber-fazer, mesmo que no começo não tenha ficado muito claro para a pesquisadora e para a professora pesquisadora. Foi a compreensão de sua produção que nos tornou mais educador, mais educadora e mais humana.

Onde há mediação não existe sombra de dependência, de medo, de cobrança, de sujeição cega. Há em contrapartida, tolerância, respeito mútuo, empatia, atenção, responsabilidade, esmero.

Vale lembrar que não estamos colocando a mediação pedagógica como único elemento responsável por um processo de aprendizagem produtivo. Ela é apenas um. Juntam-se a ela, uma prática de ensino adequada, um processo avaliativo formativo, uma orientação curricular renovada (preocupada com as necessidades sócio-culturais), o estabelecimento de um contrato didático transparente, negociado e não imposto. Tais elementos objetivam ajudar o sujeito da aprendizagem a ter sucesso, a confiar em si próprio, a continuar na busca pelo saber, participando ativa e efetivamente de sua construção.

7.7. Como fica a avaliação diante do alto potencial das crianças, especialmente, as consideradas, em situação de dificuldade?

Há quem diga que já se discutiu, se estudou e se falou muito sobre avaliação. É verdade. Já se discutiu muito, se estudou muito e se falou muito, mas não tudo. Por isso, retomar o tema neste capítulo se faz importante por dois motivos. O primeiro porque é preciso conceber uma nova forma de avaliar o ensino e a aprendizagem em matemática. O segundo porque precisamos enxergar melhor o que quer dizer crianças em situação de dificuldade, especialmente, quando se rotulam **crianças com dificuldades** aquelas que foram por sucessivas vezes reprovadas, justificando a reprovação pelas “dificuldades” que apresentavam.

Quanto ao primeiro motivo, um dos objetivos da pesquisa destinava-se a investigar crianças em situação de dificuldade. Ou seja, crianças que não **tinham dificuldade**, mas que em função da avaliação escolar, em seu sentido tradicional, eram consideradas **com dificuldades**. Isso implica, no estudo, deslocar a dificuldade, antes situada no sujeito, para o espaço relacional e epistemológico aluno-professor. Assim, a dificuldade não é concebida nem em um nem em outro, mas na natureza epistemológica de tal relação pedagógica.

Para melhor esclarecer o que queremos dizer com crianças em situação de dificuldade, nos referimos àquelas (e isso não quer dizer que as crianças que foram reprovadas sucessivas vezes estejam sempre em situação de dificuldade) que em **algum momento** no processo de ensino e de aprendizagem apresentam dificuldades, ou foram socialmente assim concebidas.

Apresentar dificuldades, nesse sentido, significa que podem existir lacunas, as quais não devem ser identificadas tão somente no processo de aprendizagem como se a dificuldade fosse do aluno. Antes, porém, o que nos mostraram os protocolos analisados é que tais lacunas não foram, na verdade, preenchidas durante o processo de ensino.

Em outras palavras, as crianças em situação de dificuldade no entendimento desta pesquisa, são aquelas que, em determinados momentos em contexto de sala de aula, apresentam um nível de compreensão, acerca de um assunto de estudo, que merece ser melhor e mais profundamente observado.

Se voltarmos à análise dos protocolos apresentada no capítulo anterior, poderemos observar algumas produções de crianças consideradas pela avaliação escolar como “boas” em matemática. Contudo, em um momento, observou-se que suas produções mostravam a existência de uma lacuna. Essa lacuna traduzia justamente a distância entre o nível de compreensão do aluno sobre um assunto e o que a escola esperava que o mesmo tivesse compreendido.

Por exemplo, quando Júlia estava realizando a operação de divisão, ela fez a divisão corretamente, entretanto, não compreendia a organização espacial dos valores decorrente do procedimento necessário para resolver esse tipo de operação de acordo com a notação convencional.

Aqui, a lacuna identificada refere-se a aparente incompreensão por parte da aluna quanto ao processo resolutivo da operação, embora, tal fato não lhe retire a propriedade de saber e de saber-fazer matemática.

Entretanto, o que considero de suma relevância é que se uma criança considerada “boa” em matemática não é acompanhada em suas produções, o que não era para ser dificuldade pode vir a ser. Ou seja, se o professor considera um aluno bom e não busca investigar a natureza cognitiva, em nível de ações mentais e esquemas de pensamento, de suas produções, nega-lhe o direito de refletir sobre o seu pensar, e conseqüentemente, furta-se à obrigação de realizar a mediação pedagógica a fim de que esta criança avance em suas estruturas cognitivas.

Portanto, considerar uma criança em situação de dificuldade implica, a meu ver, obrigatoriamente, que o professor, no zelo de sua prática, reconheça qual a necessidade do sujeito da aprendizagem, vale dizer, sujeito ativo, dinâmico, um ser epistêmico.

Esta é uma das faces da moeda reveladas nesta investigação. A outra que nos remete para o segundo motivo diz respeito às crianças repetentes. Como se sabe, há um consenso, talvez bem mais frágil hoje, que as crianças que repetem, repetem porque “têm” dificuldades. Então, se “têm” dificuldades é aceitável que não consigam avançar em seus estudos.

Como forma de denunciar a fragilidade deste consenso, basta revisitarmos a análise dos protocolos[49] de Lina, de Suzana, de Tati, de Joyce, por exemplo.

Essas crianças, consideradas com dificuldades na aprendizagem em matemática e com uma carreira estudantil (inicial ainda) marcada por sucessivas reprovações, nos mostraram que as dificuldades não são suas, mas são nossas quando ignoramos o que pensam, o que fazem, o que falam.

Vejo nestes exemplos, assim como Ferreiro (2001); Carraher, Carraher e Schliemann (2001); Muniz (2004a, 2004b); dentre outros, uma prova

[49] Embora, tenha obtido um número considerável de protocolos que poderiam ter sido analisados em sua totalidade e apresentados nesta pesquisa, me vi obrigada a fazer uma seleção entre eles, tomando por base que os selecionados pudessem dar conta dos objetivos desta pesquisa. É claro que não desmerecendo as outras produções, sua não inserção neste trabalho não lhes tira o prestígio e relevância, mas considero que as que foram apresentadas contribuíram para uma releitura das práticas de ensino de matemática. Além disso, os protocolos que aqui não apareceram, poderiam ser inclusos na dissertação até para complementar ou reforçar as descobertas feitas, porém não tive a pretensão de provocar nenhum tipo de convencimento nos leitores quanto à discussão que está sendo travada, por repetição.

incontestável do potencial cognitivo dessas crianças, do elevado nível de seus conhecimentos. E isso nos remete a uma discussão epistemológica do sentido de "dificuldade".

Ferreiro (2001) em sua análise com um grupo de repetentes nos mostra que os tipos de erros cometidos pelas crianças observadas estavam relacionados com a maneira de resolver os problemas matemáticos e não com os erros construtivos da psicogênese.

Além disso, reforça a grande distância que ainda existe entre o saber-fazer na e para a escola e o saber-fazer prático. Sendo este último um saber fazer qualitativamente diferente. Normalmente na escola não se atribui sentido aos conceitos presentes em cada operação matemática, mas na vida prática as crianças os validam porque sabem a funcionalidade dos mesmos. Ainda a autora comenta:

> Quando as vemos com o lápis na mão, vemos sujeitos que delegaram sua inteligência à mecânica de procedimentos cegos, ou que encontram soluções locais para escapar de uma dificuldade que nem sequer conseguem avaliar em seus justos termos (p. 128).

Assim sendo, essas crianças com certeza tinham um grande potencial, eram inteligentes, eram competentes naquilo que faziam, mas se viam inibidas e coagidas em seu conhecimento, pois precisavam aprender o jeito da escola, o jeito do professor.

Semelhante a estas crianças, as mencionadas anteriormente podem ser entendidas da mesma forma. Com exceção de Suzana, que não havia reprovado em nenhuma série, mas era considerada com dificuldades na aprendizagem em matemática, as demais haviam sido reprovadas em séries anteriores ou na terceira série, além de terem sido remanejadas entre uma e outra Classe de Aceleração da Aprendizagem[50].

---

[50] Para fins de esclarecimento junto aos leitores que não conhecem a estrutura das Classes de Aceleração da Aprendizagem no contexto de ensino do Distrito Federal, vale ressaltar que sua criação toma por pressuposto o que dispõe a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional em seu art. 24, inciso V, alínea b: "possibilidade de aceleração dos estudos para alunos com atraso escolar" (Lei nº 9.394 de 20/12/1996).

Essas classes têm por finalidade promover a aceleração das crianças de acordo com as necessidades de aprendizagem que apresentem, seja na área de alfabetização ou quanto às habilidades requeridas para as séries iniciais, mas especificamente, àquelas da 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental[51].

Desta maneira, só poderia cursar a Classe de Aceleração da Aprendizagem/Alfabetização aquela criança que não teve seu processo de alfabetização “concluído” e com retenção por dois anos[52] consecutivos na 1ª ou na 2ª séries, períodos escolares em que são, normalmente, trabalhados conceitos iniciais de letramento em português e em matemática.

Na Classe de Aceleração da Aprendizagem/Séries Iniciais, correspondente às 3ª e 4ª séries, deveria ser matriculada a criança que, embora estando alfabetizada, apresentasse alguma “dificuldade na aprendizagem”, sobretudo, em Português e Matemática.

A situação de Tati, por exemplo, considerada neste contexto, representa uma das distorções no sistema de ensino. De acordo com sua idade deveria estar cursando a primeira série do ensino médio, entretanto, a questão que se coloca não é “Porque ela não está no ensino médio”? A questão é “Que mudanças estão sendo operadas no sistema de ensino, nas escolas, nas salas de aula para evitar que outras crianças cheguem à mesma condição (temporária) em que essa aluna se encontra”?

Digo condição temporária, pois é inadmissível que um aluno esteja permanentemente em dificuldades. Se o mesmo encontra-se em processo de aprendizagem, tais dificuldades são próprias do processo, e assim como, o processo tende a avançar, tais dificuldades tendem também a ser superadas.

Fica em aberto onde está, pois, a gênese dessas dificuldades que são atribuídas às crianças. Com certeza, a sucessão de reprovações pode acentuar possíveis dificuldades que uma criança apresente, retirando dela seu sentimento

[51] Vale destacar que estamos nos referindo às Classes de Aceleração no contexto de ensino de 1ª à 4ª séries do Ensino Fundamental. Portanto, não podemos afirmar como tais classes estão organizadas, além do que diz a lei, nos níveis de escolarização de 5ª série em diante.

[52] A retenção por dois anos numa mesma série, configurando atraso idade/série, também é válido para a Classe de Aceleração da Aprendizagem/Séries Iniciais.

de autoconfiança, aumentando sua baixa auto-estima e criando uma auto-imagem de aluno-problema.

A partir da análise da produção de Tati revela-se um aspecto fundamental que deve ser considerado no processo avaliativo. Se o aluno tem dificuldades, então, ele não consegue progredir. Agora, se por um momento ele apresenta uma dificuldade, significa que ela pode deixar de existir.

Quando Vygotsky (1998) destaca a importância do papel do outro no desenvolvimento cognitivo de um sujeito, acertadamente nos mostra que o outro assume um lugar no processo que é vital. O outro serve de impulsionador na ativação das estruturas mentais mais avançadas.

A isso equivale dizer, que não só seu par, mas, sobretudo, o professor, tem uma importância supra no processo de ensino e de aprendizagem de uma pessoa. Se eu não estou com meu par (se não se efetiva de fato o acolhimento cognitivo), sendo estimulado na zona de desenvolvimento proximal, ao professor caberá a responsabilidade de levar a criança ao aprimoramento de seu desenvolvimento potencial, transformando-o em real.

Se este estímulo não acontece, a tendência é aceitar que a criança não consegue avançar na aprendizagem e, por isso, não tem condições de prosseguir com sucesso nos estudos.

Muniz (2004b), na análise de protocolo de um aluno de terceira série em uma escola pública do Distrito Federal, nos dá mais um exemplo, da concepção que a escola tem de criança com dificuldade. Por outro lado, seu estudo contribui para confirmar o que estamos propondo em termos de conceituação do que vem a ser criança em situação de dificuldade.

No caso mencionado acima, a criança faz uma operação de multiplicação, porém a forma do registro não condiz com a notação convencional. De imediato, a professora se dirige ao pesquisador e atesta que não há porque promover a criança para a série seguinte quando não sabe multiplicar[53].

Neste sentido, os resultados da presente pesquisa contribuem para uma rediscussão das práticas de ensino, especialmente em matemática, com

---

[53] Para maiores detalhes acerca deste exemplo, consultar a bibliografia.

ênfase em aspectos relacionados à formação de professores, à avaliação, ao conteúdo, aos processos cognitivos, ao processo de ensino e de aprendizagem, de um modo geral. O que não esgota em absoluto as discussões e indica a necessidade de novas investigações neste campo.

A análise dos protocolos registrada no capítulo anterior revelou que a aparente dificuldade apresentada pela criança nas situações envolvendo a aprendizagem de conceitos em matemática, na verdade, não representa um não saber, no sentido de um não aprender. Antes pelo contrário, as crianças aplicam seus conhecimentos prévios em tais situações e fazem adaptações que julgam necessárias, por sua vez desconhecidas do professor em nível de processos cognitivos e de registro, para realizarem com êxito as atividades propostas.

O que estamos buscando em termos de avaliação é uma concepção e práticas avaliativas que sejam efetivamente formativas, processuais. Tomamos por fundamento da prática pedagógica que a finalidade maior do ensino é a aprendizagem. Portanto, ao se avaliar a aprendizagem, deve-se avaliar o ensino. Se a aprendizagem avança, é sinal de que o ensino tem melhorado.

Uma revisão da concepção de avaliação da aprendizagem em matemática pode e deve trazer importantes subsídios para uma revisão da avaliação em outros campos de conhecimento.

Numa perspectiva de redefinição da avaliação no processo educativo, Sousa (1991) e Villas Boas (2004), dentre outros autores, nos mostram que não se avalia apenas o aluno. Na avaliação da aprendizagem do aluno deve se considerar a organização do trabalho pedagógico. Essa consideração remete a uma ampliação do conceito de avaliação formativa. Como destaca Villas Boas (2004, p. 35)

> Admitindo-se que a escola realiza trabalho pedagógico e não simplesmente processo de ensino e aprendizagem, em que apenas o professor ensina e apenas o aluno aprende, torna-se fácil compreender a necessidade de ampliação do conceito de avaliação formativa, estendendo-a a todos os sujeitos envolvidos e a todas as dimensões do trabalho. Segundo essa perspectiva, abandona-se a avaliação unilateral (pela qual somente o aluno é avaliado e apenas pelo professor), classificatória, punitiva e excludente, porque a avaliação pretendida compromete-se com a aprendizagem e o sucesso de todos os alunos. Para que isso aconteça, é necessário que todos

> os profissionais da educação que atuam na escola também tenham oportunidade de se desenvolverem e se atualizarem. O sucesso do seu trabalho conduz ao sucesso do aluno. Toda a escola participa desse ambiente de aprendizagem e desenvolvimento. Portanto, todas as dimensões do trabalho escolar são avaliadas, para que se identifiquem os aspectos que necessitam de melhoria (*id.,* 2001, p. 185).

Contemplando essa ampliação, posso dizer que muda-se a prática avaliativa de um professor, do corpo docente, do corpo administrativo, enfim, da escola de ensino fundamental.

7.8. A pesquisa na sala de aula: um espaço de formação continuada

Sem pretender aprofundar a discussão sobre a relação entre ensino e pesquisa, o que já vem ocorrendo (ANDRÉ, 2001; LÜDKE, 2001; SANTOS, 2001 etc.), não poderia deixar de destacar a importância da pesquisa como um elemento no processo de formação continuada do professor.

Acredito que esse processo não se restrinja apenas ao que acontece nos limites de uma instituição, mas compreendo em sua dimensão prática quando o professor com base em suas experiências diárias se vê inquietado a buscar soluções para problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem.

Não quero com isso discutir a postura do professor pesquisador à luz dos dilemas quanto ao seu perfil e natureza de seu trabalho, (SANTOS, 2001). Quero destacar sim a provocação que a pesquisa dentro da escola traz para a prática docente.

Talvez haja quem possa discordar e não acreditar na possibilidade que de fato a pesquisa em sala de aula traga ganhos para o professor, para o ensino, para a aprendizagem, para a educação. Contudo, se a pesquisa deve contribuir para que um conhecimento seja construído não há por que duvidar da sua influência, imediata ou não, duradoura ou não em relação à prática pedagógica.

Pensando nessa possibilidade, acredito que a pesquisa realizada (pesquisa-ação), com a 3ª série participante deste estudo, contribuiu de alguma maneira para a ressignificação da prática pedagógica, não apenas na sala da professora pesquisadora, mas em nível de escola. Isto porque houve momentos em que a própria professora pesquisadora (e também a pesquisadora em alguns casos) socializou com as colegas de trabalho o que estava acontecendo em sua sala de aula. Portanto, a professora pesquisadora (e até mesmo as outras colegas) foi provocada em sua prática, uma vez que também refletiu sobre o saber e o fazer matemática de outros alunos, pois esteve inclusive analisando junto com colegas de outras séries as produções espontâneas das crianças dessas séries.

Nesse contexto, em que a pesquisa assume um papel enquanto espaço (provocativo) de formação continuada, faço minhas as palavras de Santos (2001)

> O que está sendo enfatizado é a necessidade de se formar um docente inquiridor, questionador, investigador, reflexivo e crítico. Problematizar criticamente a realidade com a qual se defronta, adotando uma atitude ativa no enfrentamento do cotidiano escolar, torna o docente um profissional competente que, por meio de um trabalho autônomo, criativo e comprometido com ideais emancipatórios, coloca-o como ator na cena pedagógica (p. 23).

Não obstante as fronteiras existentes entre ensino, pesquisa e prática docente (Lüdke, 2001), esta pesquisa se desenvolveu com base na interação aluno ↔ pesquisador ↔ professor ↔ aluno, dando-lhes o devido *status*. Não houve pretensão em assumir uma postura “iluminada” (*id.*, *ibid.*), pois a razão de sua realização não estava única e exclusivamente na universidade, mas na sala de aula.

O que quero dizer é: se nos limitamos a compreender a importância da pesquisa somente em nível institucional, que ganhos seriam advindos de sua realização se não puder se vincular ao trabalho que é realizado em sala de aula pelos professores?

Como mencionado anteriormente, não pretendo retomar discussões que já se instauraram quanto à relevância da pesquisa acadêmica, à inserção da pesquisa nas escolas, à qualidade das pesquisas realizadas pelos professores e nem ainda, quanto à pertinência ou não do termo professor pesquisador, se este está em sala de aula ou se está na academia.

Não posso ignorar é claro, como destaca André (2001), que ensino e pesquisa se articulam em vários sentidos, e em outros, se diferenciam. E ainda, que para não incorrermos no risco de usarmos a forma professor pesquisador genericamente, como se essa nova percepção fosse panacéia, precisamos "passar a tratar das diferentes maneiras de articular ensino e pesquisa na formação e na prática docente" (*id.*, *ibid.,* p. 61).

Desta maneira, compreendo que esta pesquisa pode, de alguma maneira, ajudar a esclarecer em que sentido a pesquisa se articula com a prática docente e a formação de professores. No sentido que a pesquisa é produção de conhecimento, ao entrar no espaço das escolas, de cada sala de aula, leva o professor (e o aluno) a se enxergar como produtor de conhecimento, pois a produção do conhecimento na pesquisa deriva do que é aprendido com cada professor (com cada aluno).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

E isto foi apenas o começo.

Pode parecer contraditório iniciar estas considerações finais com a frase acima. Contudo, entendo que cada pesquisa “concluída” representa, na verdade, um fator de motivação para que outras sejam realizadas.

Acredito que esta pesquisa trouxe mais que contribuições acadêmicas. Assim como outras que se dedicam a estudar aspectos relacionados ao processo de ensino e de aprendizagem, creio que por meio desta, também, se descortinaram outras temáticas para investigação.

Nesse sentido, tendo em vista a finalidade desta pesquisa, não foi possível contemplar, **em profundidade,** outras temáticas para estudo que dela decorreram como: a mediação do conhecimento matemático, o processo avaliativo no contexto de ensino e de aprendizagem de matemática, currículo, formação continuada do professor de séries iniciais, a importância do material concreto como elemento que possa facilitar o processo de aprendizagem em matemática, a relevância do trabalho com situações-problema, a alfabetização matemática etc.

Entretanto, o fato de a realização desta pesquisa poder proporcionar que outras temáticas possam ser abordadas com mais profundidade, em trabalhos futuros, já é de grande relevância.

Considero que suas contribuições se dão nesse propósito. Levar os possíveis leitores deste trabalho (pedagogos, psicólogos, matemáticos, educadores matemáticos e outros) a refletirem sobre a necessidade de realizar novas investigações, de descobrir novas temáticas, de pesquisar um assunto não sobre a educação, mas para a educação.

A realização desta pesquisa, seguindo os princípios da pesquisa-ação, foi de suma importância. Ao me colocar como pesquisadora, sem, contudo, esquecer-me de meu papel também de educadora, pude me colocar mais próxima dos alunos e da professora.

Assistir e participar das aulas, ter a liberdade de interromper, respeitosamente, a professora durante as aulas, conversar com as crianças e observá-las na realização das tarefas, trabalhar em grupo com elas, trocar e propor sugestões à professora, registrar as produções das crianças, pedir às crianças para explicarem suas produções foram momentos preciosíssimos, de profundo valor, uma rica aprendizagem.

Receber das crianças uma carta dando boas-vindas, ler suas produções de texto com o tema "Por onde anda a matemática"? e saber que, mesmo na minha ausência numa ou outra aula, elas se mostravam indagadoras, investigadoras, ativas e criativas, me dá a grande satisfação em saber que nasceram bons frutos.

De repente, me vi sentada ao lado de um aluno que em outra ocasião sequer me permitia ver o seu caderno. De repente vi Joyce sorridente e falante, corajosa a mostrar suas produções e não ter mais medo de fazer, embora, noutro momento, sua produção de texto registrasse que muitas pessoas têm medo da matemática. Assim como ela tinha.

Saber que quase levei à loucura a professora com os seus muitos "meu Deus", me faz sentir tranqüila. Tranqüila porque ela também se constituiu educadora matemática. Analisou até produção de alunos de outras séries. Partilhou com os colegas o que estava acontecendo em sua sala.

Fico muito feliz porque esta pesquisa trouxe inquietação ao corpo docente da Escola Classe 50 de Ceilândia. De alguma maneira, todos foram contaminados pelos seus efeitos.

Se estas são algumas ilustrações daquilo que foi conquistado com esta pesquisa, não posso deixar de mencionar o fato de que algumas lacunas vão se formando.

Tendo em vista que o projeto da pesquisa tinha por objeto analisar os esquemas das crianças, diante de situações escolares na aprendizagem de conceitos matemáticos, não foi possível realizar um trabalho de mediação pedagógica com maior intensidade. O tempo da aula não permitia, era preciso que as crianças, com as quais dialogava a respeito de suas produções, acompanhassem as atividades planejadas.

Outro aspecto a destacar é que algumas das dificuldades que observei, quando as crianças realizavam certas atividades, estavam relacionadas à aprendizagem de conceitos básicos que são normalmente trabalhados nas séries anteriores, como por exemplo, compreensão do sistema de numeração decimal.

Quanto à avaliação, embora havendo um redimensionamento por parte da professora pesquisadora na forma de avaliar, em termos, de buscar compreender como a criança aprende, do que pode significar o “erro” e, da importância da mediação pedagógica, ainda assim, não foi possível contemplar esse processo totalmente reformulado, tendo por concepção o sentido formativo da avaliação. Contudo, a partir do momento que a professora passou a pensar sobre o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos mediante o entendimento de suas produções, sua atitude já dava pistas de uma sensível, mas importante mudança nesse contexto.

Em termos de currículo as barreiras foram maiores. Não que houvesse uma pretensão por parte desta pesquisa propor o abandono do currículo para o desenvolvimento de um novo projeto de ensino, mas que havendo a possibilidade se tentasse trabalhar os objetos matemáticos com mais sentido para os alunos a partir das descobertas decorrentes da análise de seus esquemas.

Essa dificuldade não é única e nem exclusiva da professora, mas tantos outros sentem o mesmo em relação às exigências curriculares, além de outros fatores que consideram prejudiciais ao processo.

Mais que uma constatação, a transcrição de um trecho da entrevista realizada pela pesquisadora com a professora **é a expressão de um apelo**. Assim, a professora se expressou:

Professora – Bom! Na verdade, Elissandra, é complicado [pausa] na sala de aula! Porque como você sabe, lá não é nada estático, né?. Você está lidando com a criança o tempo todo E assim... Eu acho que estava deixando muito a desejar, principalmente no ensino de matemática, porque antes da pesquisa, eu sabia que sempre houve... sempre houve uma preocupação com o concreto, com o jeito que a criança faz, com a estrutura que ela usa pra *aprender, né? Só que você nunca faz um trabalho bem feito quando você tem conteúdo pra vencer. Você quer vencer o conteúdo, então você acha que a maneira mais fácil da criança aprender, é ela aprender aquele modelo, e ir lá no livro e que você já está acostumada a ensinar.*

O que descobri é que as inquietações da professora remetem ao enfoque dado por Pais (2002) quanto ao tempo didático e ao tempo da aprendizagem. Um confronto que ainda permanece.

Se há boa vontade do professor em fazer um bom trabalho (como houve no caso da professora pesquisadora), em ajudar o aluno no processo de aprendizagem, em realizar uma avaliação processual e formativa, onde é necessário operar a mudança para que efetivamente esse bom trabalho, essa ajuda, essa avaliação aconteçam? Será que o problema é meramente curricular? Ou será a questão da formação do professor? Ou ainda, quem sabe, pensar em outras formas avaliativas que não as que já existem, como provas, relatórios, trabalhos etc?

No suscitar dessas questões, tantas outras podem ser enumeradas e,com certeza, cada uma delas implica uma nova pesquisa, uma nova investigação, uma nova abordagem.

As situações vividas durante a pesquisa não foram exemplos delatores, nem este foi o propósito da pesquisa, do que acontece ou não em sala de aula, do que o professor faz ou deixa de fazer, antes, se constituíram em ricas fontes de informação sobre a necessidade de novas pesquisas.

Deixo, então, o convite a você, querido leitor que está tendo a oportunidade de tomar conhecimento de todas as inquietações aqui relatadas. Um fato é certo, ainda há muito para se descobrir, para aprender, para melhorar. Cada sala de aula é um apelo veemente para que futuros pesquisadores, e os que já estão neste percurso, não deixem de olhar a causa da educação, não deixem de **amá-la.**

REFERÊNCIAS

ANDRÉ. Marli. *Pesquisa, formação e prática docente*. In: ANDRÉ. Marli (org.). *O papel da pesquisa n formação e na prática dos professores.* 4ª ed.. Campinas, SP: Papirus, 2001.

ANDRÉ. Marli E. D. A. E LÜDKE. Menga. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.* São Paulo: EPU, 1986.

BARBIER. René. *A pesquisa-ação.* Brasília: Líber Livro, 2004.

BORTONI-RICARDO. Stella Maris. *Educação em língua materna: a sociolingüística na sala de aula.* São Paulo: Parábola Editorial, 2004.

BRASIL (1996) Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB - nº 9.394.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Matemática: Caderno de Teoria e Prática.* In: PROGRAMA DE GESTÃO E APRENDIZAGEM ESCOLAR – GESTAR II. FUNDESCOLA. FNDE, 2005.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Parâmetros Curriculares Nacionais. Vol. 3. Matemática. Secretaria da Educação Fundamental. 3ª ed. Brasília, A Secretaria, 2001.

BRYANT. Peter e NUNES. Terezinha. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

CAMPOS. Tânia Maria Mendonça e PASSONI. João Carlos. *Revisitando os problemas aditivos de Vergnaud de 1976* In: MACHADO. Sílvia Dias Alcântara (org.). A*prendizagem em matemática*. São Paulo: Papirus, 2003.

CARVALHO. Dione Lucchesi de. *Alfabetismo, escolarização e educação matemática: reflexões de uma professora de matemática.* In: u. Maria da Conceição Ferreira Reis (org.). *Letramento no Brasil: Habilidades* matemáticas. São Paulo: Global, 2004.

CECCON. Claudius e OLIVEIRA. M. Darcy. e R. Darcy*. A vida da na escola e a escola da vida.* 17ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1988.

COX. Maria Inês Pagliarini e ASSIS-PETERSON. Ana Antônia de. *A palavra: uma dissonância entre professores e aprendizes da escrita.* In: COX. Maria Inês Pagliarini e ASSIS-PETERSON. Ana Antônia de (orgs.). *Cenas de sala de aula*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 200, pp. 51-80.

DEPRESBITERIS. Lea. *Avaliação da aprendizagem – Revendo conceitos e posições.* In: SOUSA. Clarilza Prado de (org.). *Avaliação do rendimento escolar.* 11ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1991, p. 27-50.

DEUS. Jorgina de Fátima Pereira e TAHAN. Simone Pinocchia. *Algoritmos de multiplicação e divisão.* In: *Matemática 2*. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação à Distância., 1998, pp. 24-31, (Cadernos da TV Escola, PCN na Escola).

FÁVERO. Maria Helena. *Psicologia e conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender.* Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2005.

FERREIRO. Emília. *Alfabetização em processo*. 14ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

FRANCHI. Ana. *Considerações sobre a teoria dos campos conceituai*s. In: *Educação matemática: uma introdução*. 2ª ed. São Paulo: EDUC, 2002, p. 155-196.

FREIRE. Paulo*. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa.* 28ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

_____________. *Pedagogia da esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido*. 12ª ed.. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.

GONZÁLEZ REY. Fernando Luís. *Pesquisa qualitativa em Psicologia: caminhos e desafios.* São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2002.

KAMII. Constance. *A criança e o número*. 31ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2003.

KAMII. Constance. e LIVINGSTON. Sally Jones. *Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget.* 6ª ed.. Campinas, SP: Papirus, 1995.

KNIJNIK. Gelsa. *Algumas dimensões do alfabetismo matemático e suas implicações curriculares.* In: FONSECA. Maria da Conceição Ferreira Reis (org.). *Letramento no Brasil: Habilidades* matemáticas. São Paulo: Global, 2004.

LÜDKE. Menga. A *complexa relação entre o professor e a pesquisa*. In: ANDRÉ. Marli (org.). *O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores*. 4ª ed.. Campinas, SP: Papirus, 2001.

MELLO. Nina C. de A. *Uma professora-pesquisadora construindo – com e para seus alunos – um Ambiente Matematizador, fundamentado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.* Dissertação de Mestrado. Brasília: Universidade de Brasília, 2003.

MOYSÉS. Lúcia*. Aplicações de Vygotsky à educação matemática.* Campinas, São Paulo: Papirus, 1997.

MOREIRA. M. A. *A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e a pesquisa nesta área.* www.if.ufrgs.br

MORO. Maria Lúcia Faria. *Notações na iniciação matemática: a repetição de grandezas na raiz da multiplicação.* In: MORO. Maria Lúcia e SOAES. Maria Tereza Carneiro (orgs.). *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola*. Curitiba: Editora da UFPR, 2005.

MORO. Maria Lúcia Faria e STAREPRAVO. Ana Ruth. *As crianças e suas notações na solução de problemas de multiplicação*. In: MORO. Maria Lúcia e SOARES. Maria Tereza Carneiro (orgs.). *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola.* Curitiba: Editora da UFPR, 2005.

MUNIZ. Cristiano A. *Educação e Linguagem Matemática* . Módulo I, Vol. 2. Brasília: UNB, 2001, pp. 13-94.

_______________. *A criança das séries iniciais faz matemática?* In: PAVANELLO. R. M. (org.) *Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: A pesquisa e a* *sala de aula*. Biblioteca do Educador Matemático. Coleção SBEM, Vol. 2. São Paulo, 2004a, pp. 37-47

__________________. *Mediação do conhecimento matemático: (re) educação matemática.* Revista *Ícone Educação*, Uberlândia, v. 10, n. 1-2, p. 59-72, jan./dez. 2004b.

MUNIZ. Cristiano A. e IUNES. Silvana. *Fundamentos teóricos e metodológicos da matemática I.* In: Guia de Formação para Professores das Sereis Iniciais. Livro 9. UniCeub. Centro Universitário de Brasília, 2004c, pp. 99-193.

PAIS. Luiz Carlos. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.* 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PETRAGLIA. Izabel C*. EDGAR MORIN: A Educação e a complexidade do ser e do saber.* 8ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

PINTO. Neuza Bertoni*. O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino da matemática elementar.* Campinas, SP: Papirus, 2000.

SANTOS. Lucíola L. C. P. *Dilemas e perspectivas na relação entre ensino e pesquisa*. In: ANDRÉ. Marli (org.). *O papel da pesquisa n formação e na prática dos professores.* 4ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SCHLIEMANN. Analúcia. *Da matemática da vida diária à matemática da escola.* In: SCHLIEMANN. Ana Lúcia e CARRAHER. David (orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos – ensino e pesquisa.* 2ª ed. São Paulo: Papirus, 1998, pp. 11-38.

SCHLIEMANN. Analúcia e CARRAHER. David (orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos – ensino e pesquisa.* 2ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1998.

SCHLIEMANN. Ana Lúcia e CARRAHER. Terezinha e David. *Na vida dez, na escola zero.* 12ª ed. São Paulo: Cortez, 2001.

SELVA. Ana Coelho Vieira. *Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão.* In: In: SCHLIEMANN. Ana Lúcia e CARRAHER. David (orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos – ensino e pesquisa.* 2ª ed. São Paulo: Papirus, 1998, pp. 95-120.

SEQUERRA. Mirian Louise. *Inventando estratégias de cálculo.* In: *Matemática 1*. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação à Distância., 1998, pp. 47-54, (Cadernos da TV Escola, PCN na Escola).

SOUSA. Sandra Zákia Lian. *Revisando a teoria da avaliação da aprendizagem*. In: SOUSA. Clarilza Prado de (org.). *Avaliação do rendimento escolar.* 11ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1991, p. 27-50.

TAHAN. Simone Pinocchia. *A vida numérica na sala de aula.* In: *Matemática 1*. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação à Distância.L 1998, pp. 24-31, (Cadernos da TV Escola, PCN na Escola).

TEBEROSKY. Ana. *Psicopedagogia da linguagem escrita.* 9ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.

TEBEROSKY. Ana e FERREIRO. Emília. *Psicogênese da língua escrita*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

TEIXEIRA. Leny Rodrigues Martins. *As representações da escrita numérica: questões para pensar o ensino e a aprendizagem.* In: MORO. Maria Lúcia e SOAES. Maria Tereza Carneiro (orgs.). *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola.* Curitiba: Editora da UFPR, 2005.

TOLEDO. Maria Elena Roman de Oliveira. *Numeramento e escolarização: o papel da escola no enfrentamento das demandas.* In: FONSECA. Maria da Conceição Ferreira Reis (org.). *Letramento no Brasil: Habilidades* matemáticas. São Paulo: Global, 2004.

VERGNAUD. Gerard. *A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.* In: Revista do GEEMPA. *Tempo de romper para fecundar.* Porto Alegre, 1996a, nº 4, julho, pp.9-20.

__________________. *A formação de competências profissionais.* In: Revista do GEEMPA. *Tempo de romper para fecundar.* Porto Alegre, 1996b, nº 4, julho, pp.63-76.

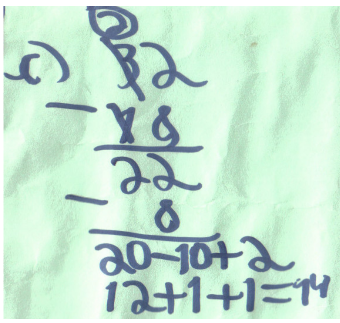
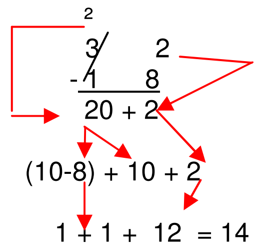
VILLAS BOAS. Benigna Maria de Freitas. *Portfólio, avaliação e trabalho pedagógico.* Campinas, SP: Papirus, 2004.

VIGOTSKI. L. S*. A formação social da mente.* 6ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

_______________. *A construção do pensamento e da linguagem.* São Paulo: Martins Fontes, 2000.

_______________. *Psicologia Pedagógica*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

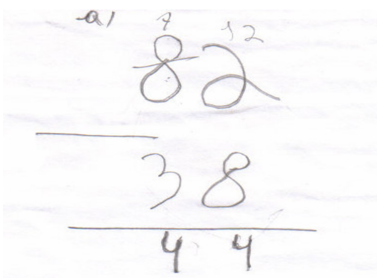
ANEXO A: Protocolos analisados pela pesquisadora

<table>
<tr><td>Nº:</td><td>DATA: 11/05/05</td><td colspan="2">SUJEITO: Pedro e Tiago:</td></tr>
<tr><td colspan="4">CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Atividade trabalhada em grupo. A pesquisadora propôs diferentes operações. Cada grupo recebeu um tipo de material (ábaco, material dourado, canudinho etc.,) para resolver a operação sugerida. Os alunos desta equipe utilizaram o material dourado. Realizaram a tarefa juntos e foram registrando simultaneamente as etapas de resolução.</td></tr>
<tr><td colspan="2">PRODUÇÃO:

</td><td colspan="2">REVELAÇÃO DO ESQUEMA

</td></tr>
<tr><td colspan="4">INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE:
Os alunos representam com o material dourado – 3 dezenas e 2 unidades. Subtraem: 3d –1d = 2d (20). Adicionam: 2d + 2 u = 22. Para subtrair as 8 unidades restantes de 22, eles fazem uma troca. Pegam 1 dezena e substituem por 10 unidades, retiram as 8 unidades que faltam ser subtraídas e registram as 2 unidades que sobraram da seguinte maneira: 1 + 1. Antes porém de juntar essas unidades derivadas da subtração 10 – 8, os alunos pegam as 2 unidades da quantidade inicial (32) e adicionam à dezena restante da subtração: 20 –10 = 10, totalizando então, 12. Então, acrescentam a essa soma (10+2=12), as duas unidades que surgiram da transformação de uma dezena em 10 unidades, das quais foram retiradas 8.</td></tr>
<tr><td colspan="4">ARTICULAÇÃO TEÓRICA:
Em Muniz, encontramos suporte para reforçarmos a importância de favorecer a utilização de materiais que possibilitem a criança expressar de certa maneira a sua organização de pensamento.
Ao manipular esses materiais a criança descobre as possibilidades e os limites inerentes à própria estrutura do material. Assim sendo, quando em contato com diferentes materiais em situações semelhantes é capaz de realizar de desenvolver procedimentos variados e, portanto, chegar a conclusões sobre a adequação ou não de um determinado material para um determinado tipo de situação-problema, e ainda, compreenderá que uma mesma operação em situações diferentes pode produzir resultados diversos.</td></tr>
</table>

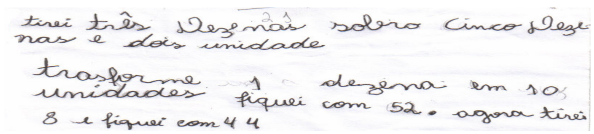
Nº:	DATA: 11/05/05	SUJEITO: Mateus

CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Atividade realizada em grupo. Cada grupo de alunos recebeu um tipo de material (ábaco, palitinho, material dourado) para realizar a operação. Os grupos foram orientados pela pesquisadora e pela professora. A operação apresentada foi dada fora de uma situação-problema. Aos alunos foi pedido que registrassem ou por escrito ou com desenhos como pensaram para resolver a operação.

PRODUÇÃO:



REVELAÇÃO DO ESQUEMA



$$\begin{array}{r} \cancel{8}\,2 \\ -\ \underline{3\,8} \\ 5\,2 \end{array} \qquad 5\,2 \qquad (4d + 1d) + 2u=52$$

$$\begin{array}{rr} \multicolumn{2}{c}{4d \text{ e } 1d+2u} \\ 4 & (\cancel{1}2) \\ - & \underline{8} \\ 4 & 4 \end{array}$$

INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE

A resposta dada pelo aluno confere exatamente com o modelo escolar de resolução de subtração envolvendo desagrupamento, mas a partir do registro escrito da explicação de seu procedimento, vê-se claramente que seu esquema de pensamento é diferente do procedimento constante no algoritmo escolar.

Contrariamente, ao que é ensinado na escola – inicia-se a resolução da subtração da direita para a esquerda – o aluno parte da esquerda para a direita, pois a quantidade representada na dezena é suficiente para subtrair três dezenas, restando 5 dezenas.

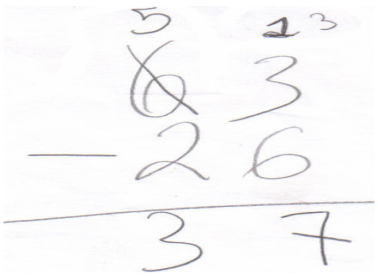
Compreendendo o processo de desagrupamento, o aluno transforma uma dezena em 10 unidades sem alterar a quantidade restante da primeira subtração (40+10=50), e adicionando à dezena transformada as duas unidades, subtrai oito, obtendo ao final conforme seu registro tanto no algoritmo apresentado como na explicação o total de 44.

ARTICULAÇÃO TEÓRICA: O procedimento desenvolvido pelo sujeito para se chegar a um resultado não está expresso na resposta alcançada. E mesmo que as etapas desenvolvidas pelo sujeito na resolução sejam passíveis de conhecimento do educador, é mediante a explicação pelo sujeito do como foi feito que se manifestam as suas estruturas de pensamento as quais dão suporte a este fazer, mas que não acompanham o resultado, pois há um maior interesse na resposta dada que o procedimento desenvolvido para construí-la, sendo este na verdade um valioso instrumento de conhecimento matemático do sujeito e de novas formas de avaliação dessas produções.

Nº:	DATA: 11/05/05	SUJEITO: Rebeca

CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Atividade realizada em grupo. Cada grupo de alunos recebeu um tipo de material (ábaco, palitinho, material dourado) para realizar a operação. Os grupos foram orientados pela pesquisadora e pela professora. A operação apresentada foi dada fora de uma situação-problema. Aos alunos foi pedido que registrassem ou por escrito ou com desenhos como pensaram para resolver a operação.

PRODUÇÃO:



REVELAÇÃO DO ESQUEMA

$\cancel{6}$ (3)
\- 2 6
4 3

3 1
$\cancel{4}$ 3
\- 6
30 +10 +3

30 + (1+1+1+1+1~~+1+1+1+1+1~~+) +3

30 + 4 + 3 = 37

INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE

A REVELAÇÃO DO ESQUEMA só foi possível mediante a explicação pela criança de seu procedimento, pois ao lado da operação não havia qualquer registro de como fora feito, embora se tivesse pedido para que os alunos fizessem.
O aluno inicia a subtração pela dezena, pois a quantidade na unidade (3) não é suficiente para realizar a operação, ou seja, subtrair 6. À quantidade restante na dezena (4 d) a criança adiciona a reserva que tinha na unidade (3), restando então, 43. Desagrupa uma dezena (40 –10), mas exprime por meio de uma adição: 30 + 10 + 3, o valor 43. A dezena desagrupada não é adicionada a quantidade já constante na unidade, mas dela subtrai-se a quantidade 6, fazendo posteriormente uma nova adição, que pode ser assim representada 30 + (10 – 6) + 3 ⟶ 30+4+3=37.

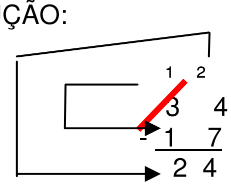
ARTICULAÇÃO TEÓRICA:

Subjacente ao modelo convencional para resolução de uma subtração envolvendo desagrupamento, percebe-se que a criança cria estratégias diferenciadas na busca por uma solução. Esta por sua vez, decorre de um esforço para realizar os ajustes necessários para produzi-la.
Além disso, segundo Vergnaud, o sujeito trabalha não apenas com um conceito, mas com uma classe de conceitos quando em situação. Neste caso, o sujeito parte do conceito principal de subtração, mas por meio de sucessivas adições em paralelo com outras subtrações, chega ao resultado.

Nº:	DATA: 11/05/05	SUJEITO: Joyce

CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Atividade passada pela professora no quadro. O exercício pedia que os alunos resolvessem as operações. A atividade realizada pela aluna foi acompanhada pela pesquisadora e depois transcrita de seu caderno para o caderno da pesquisadora. A aluna, segundo avaliação da professora, tem muita dificuldade em matemática.

PRODUÇÃO:



REVELAÇÃO DO ESQUEMA

1º) 3 - 1 = 2
2º) 1 → registro da primeira subtração
3º) 2 → registro do resultado da subtração 3-1
4º) 4 – 7 = [?], então, 4-7 = 4

INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE

A aluna inicia a resolução da direita para a esquerda. Através de seu registro é possível identificar o procedimento utilizado para realizar a subtração. Representando com traços a quantidade 7 unidades, a aluna primeiramente conta um a um até totalizar 7, depois risca um a um, três tracinhos, obtendo 4 como resultado. Ao subtrair 9-0 não faz registro com traços, pois, a quantidade a ser subtraída não altera o valor inicial, ou seja, 9. Ao chegar em 4-8 (centenas), registra primeiramente 4 tracinhos, logo embaixo faz mais 4 e depois risca um a um os oito tracinhos, restando zero. Os quatro últimos traços adicionados aos primeiros foram obtidos da quantidade representada na unidade dos milhares (7). A aluna registra 7 traçinhos, risca um a um 4 tracinhos que são adicionados a quantidade constante na centena (4) para poder obter 8, e então, realizar a subtração 8-8=0. Da quantidade restante na classe dos milhares (7-4=3) torna a subtrair, retirando 1 de 3, restando 2, ficando o resultado da operação 7.497-1.803 = 2.094.

ARTICULAÇÃO TEÓRICA:

Estudos na área (Kamii, Muniz) revelam que o conhecimento do conceito de número pela criança é fundamental para aprendizagem em matemática. Uma vez que a criança tem a estrutura do número bem trabalhada, ela é capaz de compreender processos de resolução presentes nas operações tais como agrupar, desagrupar e reagrupar.

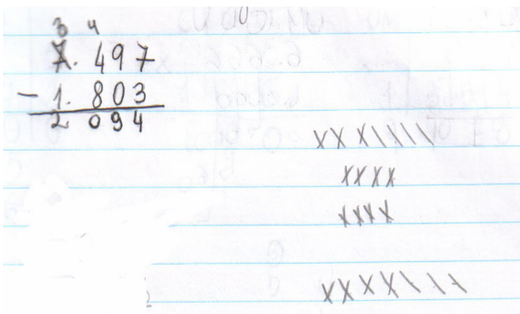
A dificuldade que muitas vezes o professor acredita que um aluno tenha em sua aprendizagem tem seu nascedouro na má formação de conceitos básicos que fundamentam estruturas mais complexas, por conseguinte, será comum nas produções das crianças a aplicação de regras de resolução sem entendimento real do que significam, levando a criança a fazer ajustes, considerados “absurdos” pelo professor e que na verdade, expressam uma não compreensão do como se faz no algoritmo convencional.

É, pois, de suma importância trabalhar os conceitos, apresentando às crianças diferentes situações-problema, além do uso de materiais variados que ajudam na construção de formas diversas de procedimento.

Nº:	DATA: 19/05/05	SUJEITO: Joyce:

CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Correção de atividade de casa no quadro. A professora escolhe aleatoriamente alunos para resolverem as operações, faz a correção e os alunos acompanham. As operações não foram dadas em contexto de situação-problema. A produção da criança foi transcrita de seu caderno para o caderno da pesquisadora.

PRODUÇÃO:



REVELAÇÃO DO ESQUEMA

7. ~~4 9~~ 7
- 1. 8 0 3

1º) 7 = 1 ~~+ 1~~+ 1 ~~+ 1~~ ~~+1~~ +1 +1 → 7-3= 4
2º) 9 = 9 –0 → 9
3º) 4 = 1 + 1 + 1 + 1 e 1 + 1 + 1 + 1 → 8 –8 =0
4º) 7 = 1 ~~+ 1~~+ 1 ~~+ 1~~ ~~+1~~ +1 ~~+1~~ → 7-4=3 e 3 – 1 = 2

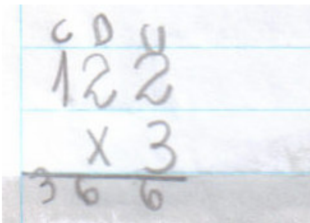
INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE
A aluna inicia a resolução da direita para a esquerda. Através de seu registro é possível identificar o procedimento utilizado para realizar a subtração. Representando com traços a quantidade 7 unidades, a aluna primeiramente conta um a um até totalizar 7, depois risca um a um, três tracinhos, obtendo 4 como resultado. Ao subtrair 9-0 não faz registro com traços, pois, a quantidade a ser subtraída não altera o valor inicial, ou seja, 9. Ao chegar em 4-8 (centenas), registra primeiramente 4 tracinhos, logo embaixo faz mais 4 e depois risca um a um os oito tracinhos, restando zero. Os quatro últimos traços adicionados aos primeiros foram obtidos da quantidade representada na unidade dos milhares (7). A aluna registra 7 traçinhos, risca um a um 4 tracinhos que são adicionados a quantidade constante na centena (4) para poder obter 8, e então, realizar a subtração 8-8=0. Da quantidade restante na classe dos milhares (7-4=3) torna a subtrair, retirando 1 de 3, restando 2, ficando o resultado da operação 7.497-1.803 = 2.094.

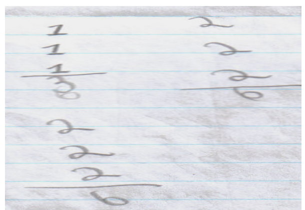
ARTICULAÇÃO TEÓRICA:
Estudos na área (Kamii, Muniz) revelam que o conhecimento do conceito de número pela criança é fundamental para aprendizagem em matemática. Uma vez que a criança tem a estrutura do número bem trabalhada, ela é capaz de compreender processos de resolução presentes nas operações tais como agrupar, desagrupar e reagrupar.
A dificuldade que muitas vezes o professor acredita que um aluno tenha em sua aprendizagem tem seu nascedouro na má formação de conceitos básicos que fundamentam estruturas mais complexas, por conseguinte, será comum nas produções das crianças a aplicação de regras de resolução sem entendimento real do que significam, levando a criança a fazer ajustes, considerados “absurdos” pelo professor e que na verdade, expressam uma não compreensão do como se faz no algoritmo convencional.
É, pois, de suma importância trabalhar os conceitos, apresentando às crianças diferentes situações-problema, além do uso de materiais variados que ajudam na construção de formas diversas de procedimento.

Nº:	DATA: 02/06/05	SUJEITO: Joyce

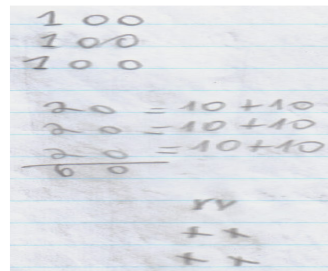
CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Atividade de arme e efetue passada em sala pela professora. Os alunos resolviam as operações e a correção era feita no quadro. A professora escolhia alguns alunos para resolverem as operações enquanto os outros acompanhavam a resolução e faziam as correções necessárias.

PRODUÇÃO:





REVELAÇÃO DO ESQUEMA



INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE

Analisando a resposta dada pela criança em paralelo com a primeira explicação registrada pela mesma logo ao lado de sua produção, parece haver uma não compreensão do valor posicional dos números.
Como há uma adição do valor absoluto dos numerais (1+1+1, 2+2+2 e 2+2+2), aparentemente, a aluna não demonstra compreender a adição do 122 três vezes. Juntamente com a pesquisadora a criança faz uma análise de sua produção chegando ao algoritmo 100+100+100, 20+20+20 e xx + xx + xx.
Observe que além da compreensão do valor 122 que aparece decomposto, a criança explica para a pesquisadora que o 20 equivale a duas dezenas. Além disso, a diferenciação entre 2 dezenas e 2 unidades se faz mais nítida ainda, em relação a primeira produção, quando a criança registra as unidades usando a letra “x”.
Note-se ainda, que tanto a primeira produção como a segunda conservam a mesma ordem de resolução – da esquerda para a direita.

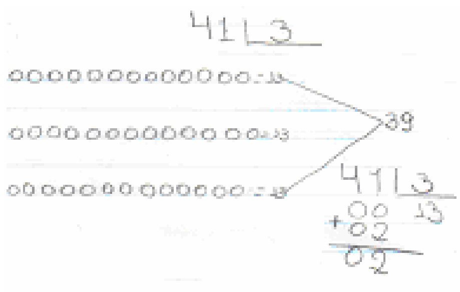
ARTICULAÇÃO TEÓRICA:

Para a resolução de uma operação a criança não recorre apenas ao que é dado, mas trabalha com outros conceitos. Mesmo que a resposta dada, neste caso, expresse um saber fazer envolvendo apenas a multiplicação, tanto na primeira produção quanto em sua análise, resultando no segundo algoritmo, observa-se que a criança conserva um padrão de resolução, o que Vergnaud chama de invariantes operatórios, neste caso, a adição em separado dos valores sejam eles o 1+1+1, 2+2+2 e 2+2+2 ou o 100+100+100, 20+20+20 e xx + xx + xx revelando o processo de decomposição da quantidade a ser multiplicada e a indicação clara de ordem de resolução da esquerda para a direita.

Nº: | DATA: 11/05/05 | SUJEITO: Jeane

CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Apresentação do algoritmo da divisão pela pesquisadora. O conteúdo de divisão ainda não havia sido trabalhado pela professora. A pesquisadora registrou no quadro negro a divisão 41 por 3 e pediu aos alunos que cada um resolvesse a seu modo, fazendo a representação de como chegaram ao resultado. A divisão sugerida foi apresentada fora de uma situação-problema.

PRODUÇÃO:



REVELAÇÃO DO ESQUEMA

41|3

41 –1 = 40	40-1 = 39	39 –1=38
38 –1 = 37	37-1 = 36	36 –1=35
35 –1 = 34	34-1 = 33	33 –1=32
32 –1 = 31	31-1 = 30	30 –1=29
29 –1 = 28	28-1 = 27	27 –1=26
26 –1 = 25	25-1 = 24	24 –1=23
23 –1 = 22	22-1 = 21	21 –1=20
20 –1 = 19	19-1 = 18	18 –1=17
17 –1 = 16	16-1 = 15	15 –1=14
14 –1 = 13	13-1 = 12	12 –1=11
11 –1 = 10	10-1 = 9	9 - 1= 8
8 –1 = 7	7-1 = 6	6 - 1= 5
5 –1 = 4	4 -1 = 3	3 - 1= 2
(13)	(13)	(13)

INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE

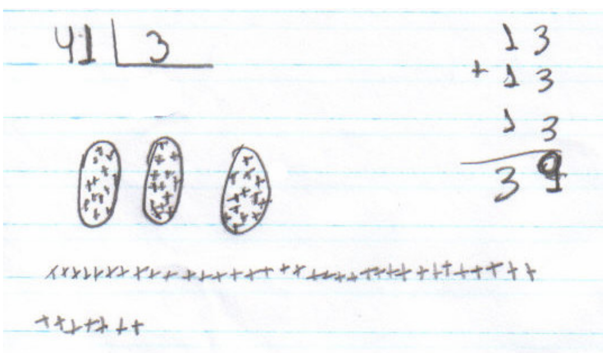
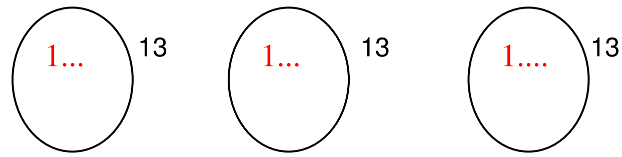
Embora o registro escrito e o desenho da aluna não revele a totalidade do procedimento desenvolvido, percebe-se que a divisão por partilha foi realizada corretamente. Na verdade, a criança não começa fazendo a distribuição com base na quantidade máxima que pode ser colocada em cada linha (ver o desenho), ou seja, 13 para cada, mas através de subtrações sucessivas vai distribuindo uma a uma as 41 bolinhas, indicando por meio da elaboração de um algoritmo a quantidade restante (2), o total distribuído (13), além da indicação da quantidade “00” como reforço da quantidade máxima que foi dada, servindo como esclarecimento da não possibilidade de realizar mais nenhuma distribuição para três e, portanto, encerrando a divisão.

ARTICULAÇÃO TEÓRICA:

Como expresso na produção da aluna o que vemos é um conjunto de conceitos matemáticos sendo trabalhados simultaneamente para produção de uma solução. É a articulação entre diferentes conceitos o fundamento da teoria dos “Campos Conceituais” de Gerard Vergnaud.

A resposta obtida é apenas a expressão final de um complexo processo de elaboração desenvolvido pelo sujeito e que não pode ser tomada como referência padrão da aprendizagem ou não de determinados conceitos.

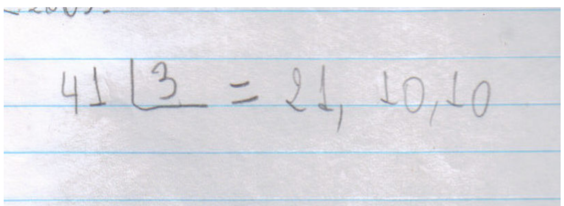
De acordo com Muniz, cada sujeito desenvolve procedimentos que lhes são peculiares, pois representam a forma de pensar pessoal de cada um. Acrescenta ainda, que quando utilizando diferentes materiais o sujeito também desenvolve diferentes procedimentos, pois busca no material a possibilidade de representação de seu esquema de pensamento.

<table>
<tr><td>Nº:</td><td>DATA: 14/09/05</td><td>SUJEITO: Cassiane:</td></tr>
<tr><td colspan="3">CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Atividade passada em sala pela professora com o seguinte comando: Resolva as operações abaixo. Lembre-se dos diferentes materiais que você aprendeu a usar. Posteriormente, a atividade foi recolhida pela professora. A criança não usava neste momento nenhum material para resolução da operação.</td></tr>
<tr><td colspan="2">PRODUÇÃO:
</td><td>REVELAÇÃO DO ESQUEMA
$\cancel{1}+1+\cancel{1}+1+\cancel{1}+1+\cancel{1}+\cancel{1}+1+1+1+1...=41$

13 + 13+ 13 = 39 + 1 + 1 $\rightarrow$ 41</td></tr>
<tr><td colspan="3">INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE:
Antes de iniciar a divisão a aluna registra a quantidade a ser dividida (41) com tracinhos. Na verdade cada tracinho é contado numa adição repetida (1+1+1...) até chegar ao total final (41). Depois, tendo em vista, ser uma divisão para três, representa com “círculos” três grupos. Para realizar a divisão, a cada tracinho registrado nos conjuntos, outro é riscado na representação do total de tracinhos que serão distribuídos. A aluna repete esta ação até distribuir de modo igual entre os conjuntos 13 tracinhos. Então, através de uma adição, confirma a quantidade de tracinhos distribuídos (13+13+13), totalizando 39. Esta conferência, entretanto, acontece primeiramente, quando vai riscando um a um os tracinhos registrados em cada conjunto, encerrando o procedimento riscando os dois últimos tracinhos representados na sucessão (1+1+1...) os quais adicionados ao total distribuído (39), totalizam 41.</td></tr>
<tr><td colspan="3">ARTICULAÇÃO TEÓRICA:
Embora sendo uma operação de dividir, percebe-se claramente que a aluna mesmo não tendo ainda, o conhecimento do algoritmo convencional, realiza a operação com base na noção de partilha, ou seja, dar o “mesmo tanto” para outros. Isso reforça o que Muniz destaca ao enfatizar que a criança lida com o conhecimento matemático em seu cotidiano e que cria estratégias diferentes para resolver uma operação diferentemente de como faria na escola. Dividir de forma igual é uma ação corriqueira que se manifesta nas brincadeiras e jogos rotineiros que acontecem fora e dentro da escola.
O registro da operação no algoritmo dado tem pouca importância, pois a operacionalidade do pensamento não está nele, mas sim nos contructos pelo sujeito desenvolvidos para se chegar a ele.
A validade do pensamento não está na resposta final que venha a ser dada, mas em caminhos traçados pelo sujeito para expressar com fidedignidade suas concepções.</td></tr>
</table>

º:	DATA: 08/06/05	SUJEITO: Suzana	:

CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Apresentação do algoritmo da divisão pela pesquisadora. O conteúdo de divisão ainda não havia sido trabalhado pela professora. A pesquisadora registrou no quadro negro a divisão 41 por 3 e pediu aos alunos que cada um resolvesse a seu modo, fazendo a representação de como chegaram ao resultado. A divisão sugerida foi apresentada fora de uma situação-problema.

PRODUÇÃO:



REVELAÇÃO DO ESQUEMA

$$\begin{array}{ccccccc}
\mathbf{21} & & \mathbf{10} & & \mathbf{10} & & \\
\mathbf{7} & + & \mathbf{3} & + & \mathbf{3} & = & \mathbf{13} \\
\mathbf{7} & + & \mathbf{3} & + & \mathbf{3} & = & \mathbf{13} \\
\mathbf{7} & + & \underline{\mathbf{3}} & + & \underline{\mathbf{3}} & = & \mathbf{13} \\
 & & \mathbf{1} & + & \mathbf{1} & = & \underline{\mathbf{2}} \\
 & & & & & & \mathbf{41}
\end{array}$$

INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE

Mesmo não explicitando com total clareza o como fez, pela fala da aluna combinada ao seu registro, é possível enxergar o que não se manifesta no algoritmo padrão, uma vez que a divisão foi efetuada com sucesso sem a preocupação quanto a representação espacial da divisão como trabalhada pela escola.

Ao ser questionada sobre como chegou ao resultado, a aluna respondeu que havia feito a distribuição para três. De sua explicação depreende-se que os valores apresentados no algoritmo por ela construído (21/10/10) revelam a compreensão da divisão de 41 por três. Embutido em cada valor existe um processo de divisão por partilha, mesmo que nesse contexto apareça um valor que não possa ser dividido, no caso, o resto (2).

Além disso, a compreensão do conceito de partilha não aparece numa estrutura conhecida pelo professor, antes está expressa no esquema 7/7/7, 3/3/3 + 1 e 3/3/3 + 1, o que não desqualifica o processo construído pela criança, mas revela a riqueza de pensamento no seu fazer matemático.

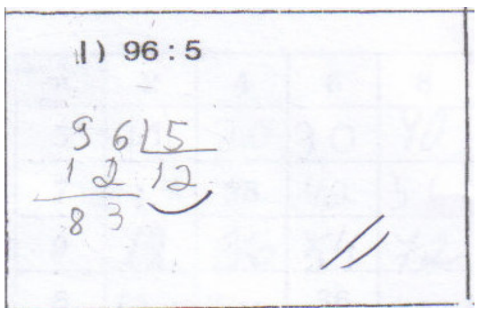
ARTICULAÇÃO TEÓRICA:

Com base em teóricos como Muniz e Vergnaud destacam-se dois aspectos importantes presentes nessa construção. O primeiro, de acordo com Muniz (2004), diz respeito às estruturas de pensamento como construções complexas e ricas que requerem do professor um olhar mais acurado para uma mediação eficiente. O segundo, como destacado por Vergnaud (1996), refere-se ao fato de que nem sempre a criança/sujeito consegue explicar com clareza o procedimento realizado. É um saber fazer com propriedade, contudo nem sempre fácil de se explicar como foi feito.

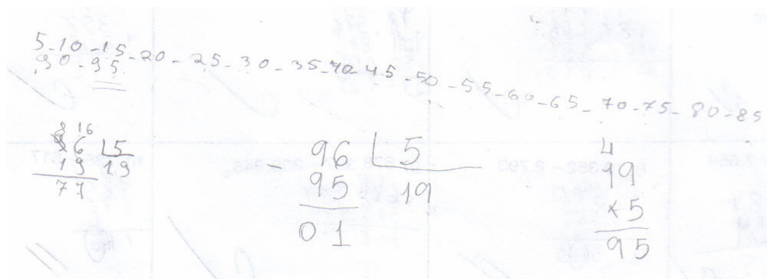
Nº:	DATA: 06/07/05	SUJEITO: Júlia

CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Aplicação de prova pela professora referente ao 2º bimestre. A pesquisadora não só acompanhou a aplicação da prova como também auxiliou na correção. Os protocolos selecionados foram apreciados em conjunto pela professora e pesquisadora quanto a análise do algoritmo registrado pela criança. Ressalte-se que a revelação do esquema deu-se quando da entrega da prova aos alunos, momento em que a pesquisadora chamou algumas crianças para que lhes falassem de suas produções.

PRODUÇÃO:



REVELAÇÃO DO ESQUEMA



9 x 5 → 5 – 10 – 15 – 20 – 25 – 30 – 35 – 40 - 45

INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE:

Após a criança ter recebido a prova, fato que não se deu no mesmo dia, a pesquisadora pede que a mesma explique o que pensou no momento em que resolveu a operação. Antes da explicitação pela criança havia uma interpretação por parte da pesquisadora, a qual foi compartilhada com a professora, de que a criança pudesse ter registrado o numeral 12 no quociente como representando a quantidade de grupos com 5 contados pela criança, sem contudo, ter ficado claro porque também aparecia em 96 – 12. A explicação dada pela criança confirma a análise inicial. No verso da prova ela registra, fazendo sucessivas adições, o que representa uma contagem por agrupamento de 5 em 5, a quantidade de vezes que contou o numeral 5 até chegar em 95. No momento em que chega ao total 19 e não 12, diz que contou errado. Embora, durante a prova, a professora tivesse dado papéis para rascunho, a criança diz ter feito a conta "na cabeça". Então, peço que faça o registro da operação com o total que de grupos formados. A criança torna a repetir a mesma estrutura constante na prova. Contudo, deixa claro que tanto o 19 que aparece no quociente e é repetido na resolução da subtração: 96 - 19, representa a quantidade de grupos que ela encontrou e que, portanto, são esses grupos que deverão ser subtraídos de 96. Observe que acontece o mesmo no registro da operação na prova quando o quociente 12 também se repete em 96 – 12. Então, a pesquisadora questiona se o valor que ela encontrou após a contagem de 5 em 5 é 19 ou 95. A criança responde que é 95. Daí, a pesquisadora pergunta à criança: "Se você pegou o 95 e dividiu em grupos de 5, descobrindo que pode formar 19 grupos, então você vai subtrair de 95 a quantidade de grupos ou o total a que você chegou contando 19 vezes o 5?" A criança olha para a operação e responde que vai retirar o total a que chegou (95). Então, a pesquisadora torna a registra novamente a divisão (96: 5) e explica para a criança a disposição espacial dos valores encontrados. Desta, maneira, a criança descobriu que o resultado final dessa divisão foi 1 e não 83. A pesquisadora ainda pergunta para a criança: "Será que 19 vezes o 5, que foi a quantidade de vezes que você contou o 5, vai dar de fato 95? De que outra maneira você poderia fazer?" A criança arma uma multiplicação (19x5). Resolve 9x5, usando os dedos. Para cada dedo adiciona 5 (5,10,15,20,25,30,35,40,45); registra as 5 unidades, eleva as 4 dezenas, multiplica 5 x 1, sabendo que este um vale 10 e adiciona as 4 dezenas que resultaram da multiplicação de 9x 5, confirmando o total de 95.

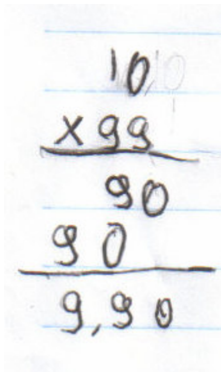
ARTICULAÇÃO TEÓRICA:

A explicação dada pela criança revela alguns princípios da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud como: a manifestação de mais de um conceito e os invariantes operatórios.
Além disso, vale destacar que é importante dar voz à criança para que ela possa esclarecer o que está obscuro aos olhos seja do pesquisador, seja do professor. Tal aspecto é considerado por Muniz de grande importância, visto que considera a criança como um ser epistêmico e matemático, e, portanto, produtor de conhecimento.
Vale enfatizar também a importância do outro seja seu par ou um adulto na construção do conhecimento. Vigostki traz relevantes contribuições nesse sentido, ao destacar a importância da presença do outro e o papel da mediação, sobretudo, o papel do professor como mediador.

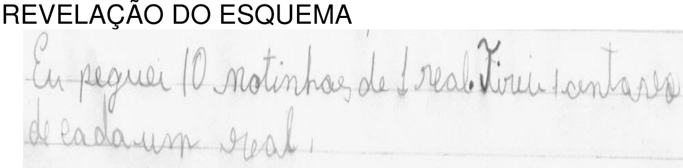
Nº:	DATA: 14/09/05	SUJEITO: Júlia

CONTEXTO DA PRODUÇÃO: A situação-problema foi proposta pela pesquisadora. O contexto de criação da situação-problema foi a compra pela pesquisadora de pacotes com a réplica do dinheiro para alguns alunos. A pesquisadora mostra a nota fiscal aos alunos, transcreve as informações constantes na nota para o quadro, exceto o valor total, e pede para que os alunos digam o valor pago pela compra, sendo que o valor de cada pacote é de R$ 0,99 e foram comprados 10 pacotes.

PRODUÇÃO:



REVELAÇÃO DO ESQUEMA



10 x $\underbrace{\text{(R\$ 1,00 – R\$ 0,01)}}$ ⟶ 10,00 – 0,10 = 9,90

(R$ 1,00 – R$ 0,01)
(R$ 1,00 – R$ 0,01)
(R$ 1,00 – R$ 0,01)
\+ . .
. .
. .
(R$ 1,00 – R$ 0,01)
(R$ 10,00 – R$ 0,10) = R$ 9,90

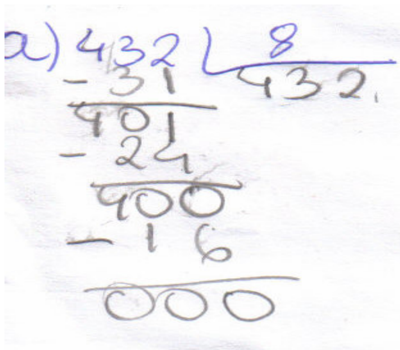
INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE:
A aluna resolve primeiramente pelo algoritmo padrão de multiplicação: 10 pacotes vezes o valor unitário R$ 0,99. Contudo, no algoritmo não tem qualquer preocupação em indicar a quantidade multiplicada como valor em moeda. Visto que foi pedido que usando o dinheiro os alunos simulassem o pagamento da compra, a aluna registra por escrito que utilizou 10 notas no valor de R$ 1,00. Como não dispunha de moedinhas para fazer a representação do valor unitário (R$ 0,99), opera da seguinte maneira: R$ 1,00 – R$ 0,01 ⟶ R$0,99. Desta maneira, sabe que obtém o valor unitário, mesmo sem representá-lo. Daí, repete essa estrutura de pensamento por 10 vezes (quantidade de pacotes comprados), fazendo simultaneamente uma adição, chegando a: R$ 10,00 – R$ 0,10 = R$ 9,90.

ARTICULAÇÃO TEÓRICA:
De acordo com estudos na área da didática da matemática, desenvolvimento cognitivo e aprendizagem em matemática entendemos que a operacionalização do pensamento não está no algoritmo registrado. Antes, por sua vez, se manifesta nos procedimentos desenvolvidos, os quais revelam esquemas de pensamento.
Contudo, é preciso que haja por parte do professor um incentivo para que o aluno explicite sua forma de pensar, de fazer por meio de algum tipo de registro (números, desenhos, frases etc.,) a fim de que se torne conhecido pelo professor tais estruturas que não se expressam numa resposta por si só.
Além disso, o contexto de situação-problema com o auxílio de algum material, leva o aluno a um empenho muito maior, pois se sente envolvido pela situação. Manipulando o material, descobre a necessidade de explorar todas as possibilidades de representação por meio do material.
Desta maneira, é necessário repensar, sobretudo, currículo, avaliação e formação de professor na busca por um real entendimento do que é matemática, de como se faz, o que significam as produções de cada aluno: o conhecimento matemático que dispõem e que não é, na maioria das vezes, respeitado.

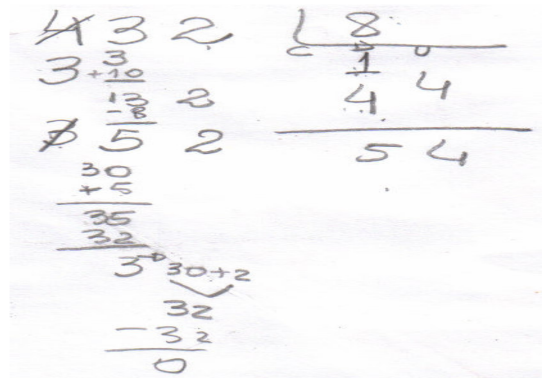
Nº:	DATA: 14/09/05	SUJEITO: Lina

CONTEXTO DA PRODUÇÃO: Atividade passada em sala pela professora com o seguinte comando: Resolva as operações abaixo. Lembre-se dos diferentes materiais que você aprendeu a usar. Posteriormente, a atividade foi recolhida pela professora. A criança não usava neste momento nenhum material para resolução da operação. Recriação do esquema através da mediação da pesquisadora, trabalhando a operação em uma situação-problema e utilizando material (réplica do dinheiro e bonecos).

PRODUÇÃO:



RECRIAÇÃO DO ESQUEMA



INTERPRETAÇÃO/ANÁLISE:

Como me chamou atenção a maneira pela qual a aluna havia chegado a construção do algoritmo da divisão, após sua primeira explicação (vide protocolo de nº) do procedimento desenvolvido, entendi que havia um conhecimento claro quanto ao conceito de divisão. Contudo, havia uma confusão em relação ao modelo escolar de como dividir. Criando uma situação-problema e de posse da réplica do dinheiro (material da caixa matemática da aluna), pedi que representasse com as notas o valor que seria dividido. Acrescentando ao contexto os bonecos, através de questionamentos, lhe perguntei como faria a distribuição. Atenta aos valores que possuía (centena, dezena e unidade), disse que trocaria uma nota de 100 por 10 notas de 10, deixando as outras três notas reservadas. Observando o material, junta 3d+10d= 13d e distribui 1d para cada um dos bonecos. Da sua explicação e do seu fazer, faço o registro das dezenas distribuídas e subtrai-o valor total dado, ou seja, 8, restando 3 notas de 100, 5 notas de 10 e 2 notas de um. Partindo do que havia feito anteriormente, a aluna me pergunta se pode trocar as 3 notas de 100 de uma só vez por notas de 10. Lhe pergunto quantas notas terá; ela adiciona nos dedos 10+10+10=30. Então, juntando com as 5 notas de 10 tem no total 35 notas que distribui para os 8 bonecos. Lhe pergunto ainda, se a quantidade de notas é suficiente para ela dar mais de uma nota para cada boneco, ela responde afirmativamente. Então lhe pergunto, se você der uma nota para cada boneco, quantas notas você vai ter dado? Ela responde: 8. Obervando o material na mão, vai fazendo multiplicações sucessivas (8x1;8x2;8x3;8x4), e diz: Posso dar 4 notas de 10 para cada um dos bonecos e vão sobrar três. Após o registro de sua explicação, volto a lhe perguntar o que pode fazer com as notas (de 10 e de um) que tem. Novamente, me diz que pode trocar as notas de 10 por notas de um, ficando com 30u+2u=32u. Prontamente, já fala que pode dar mais de uma nota para cada boneco e repetindo as multiplicações possíveis, distribui 4 notas de um para cada, não restando nenhuma nota.

ARTICULAÇÃO TEÓRICA:

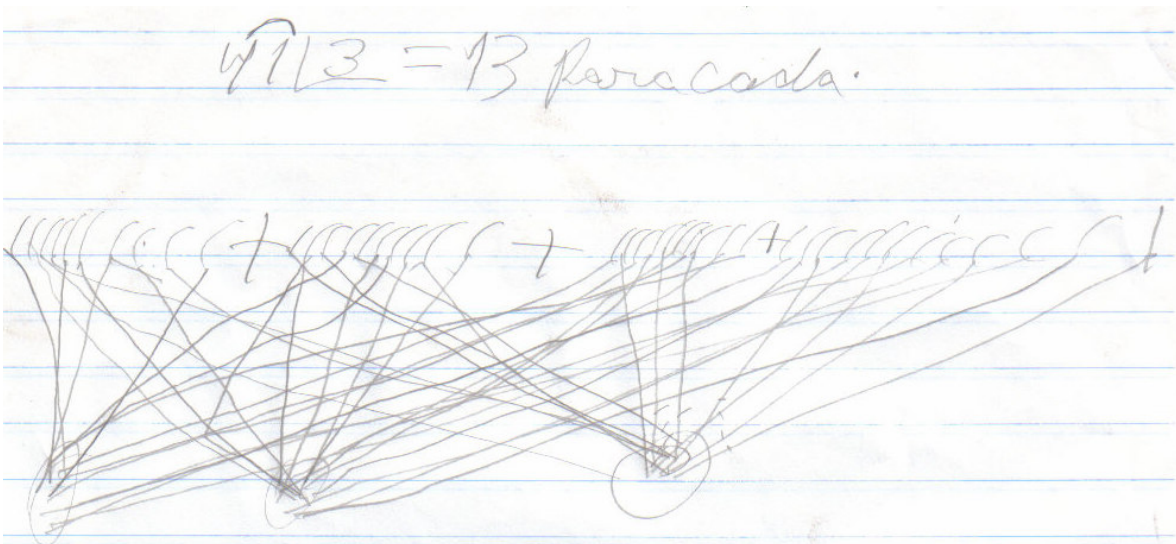
Em Muniz, vemos que é importante o trabalho envolvendo situações-problema como meio de garantir uma apropriação pela criança da situação. Reforça ainda que é preciso a manipulação pela criança de materiais diversos, pois, estes, além de envolverem diferentes procedimentos, permitem à criança fazer diversas articulações, concluindo que uma mesma operação quando numa situação-problema pode ter diferentes respostas. Outro aspecto relevante a ser considerado é que com a manipulação do material fica mais clara a organização do pensamento da criança.

Usando o material a criança expressa entender o que é transformar centena em dezenas, dezenas em unidades, não tendo nenhum problema quanto ao conceito de número, mas na verdade, não está familiarizada com o algoritmo convencional, pois não lhe atribuí significado.

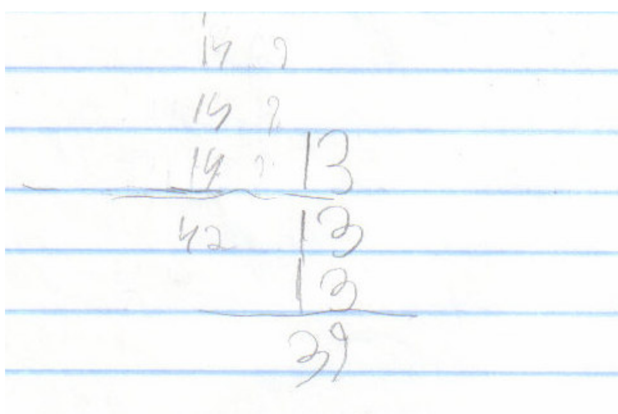
ANEXO B: Outras produções

1. Situação de divisão proposta pela pesquisadora: 41/3

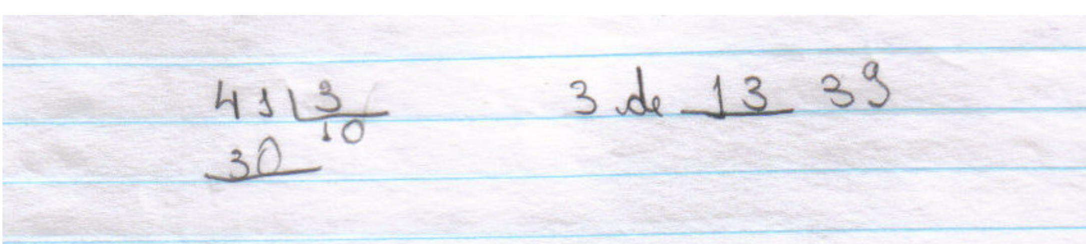
Produção de Fábio



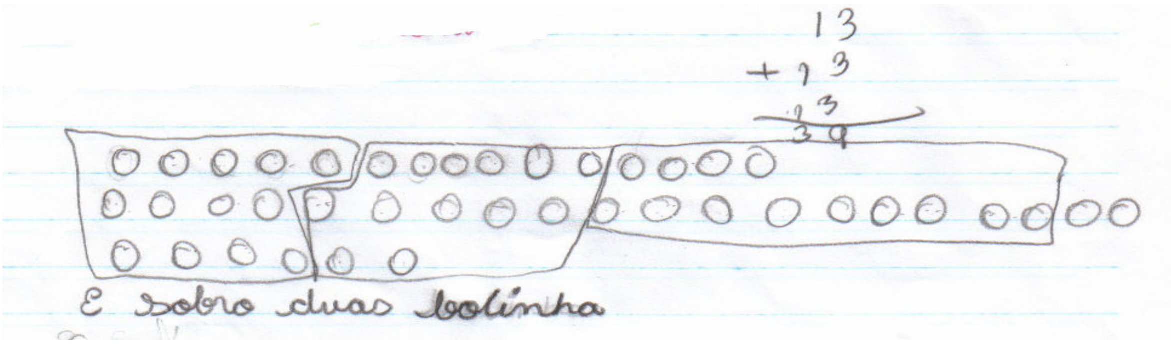
Produção de Vítor



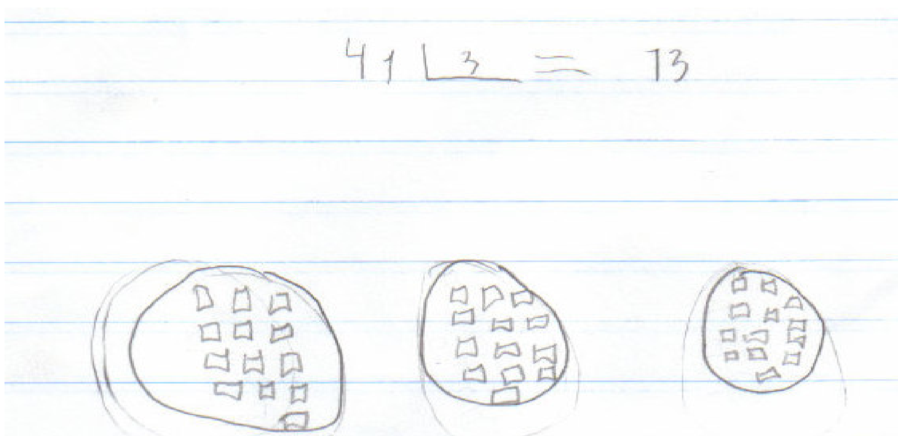
Produção de Tati



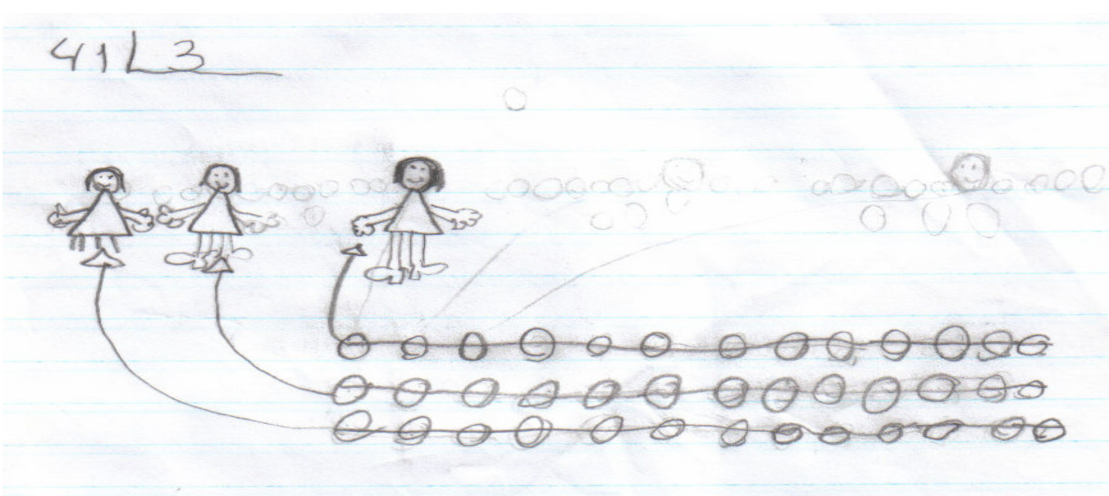
Produção de Lina



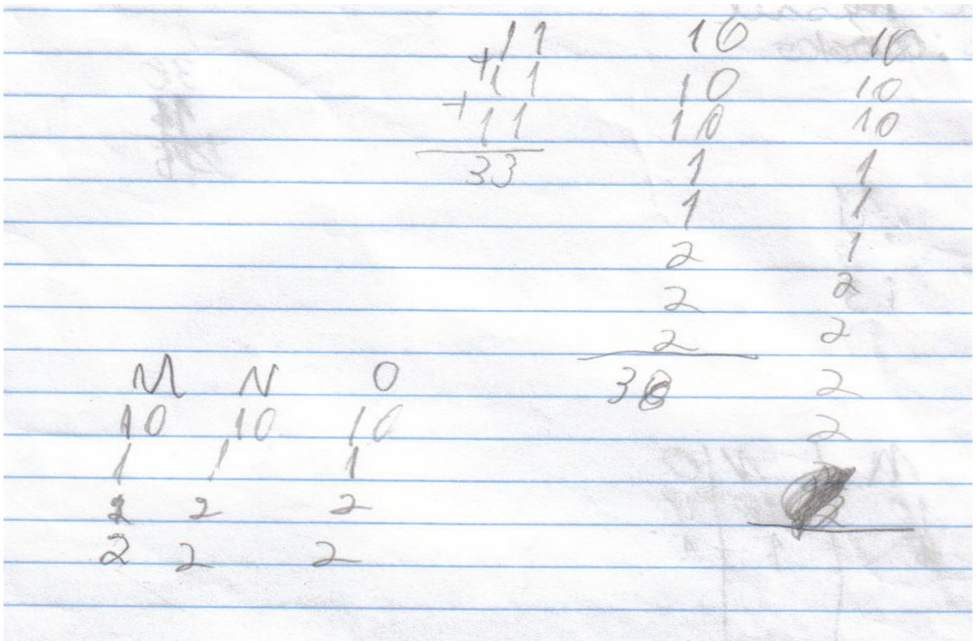
Produção de Lúcio



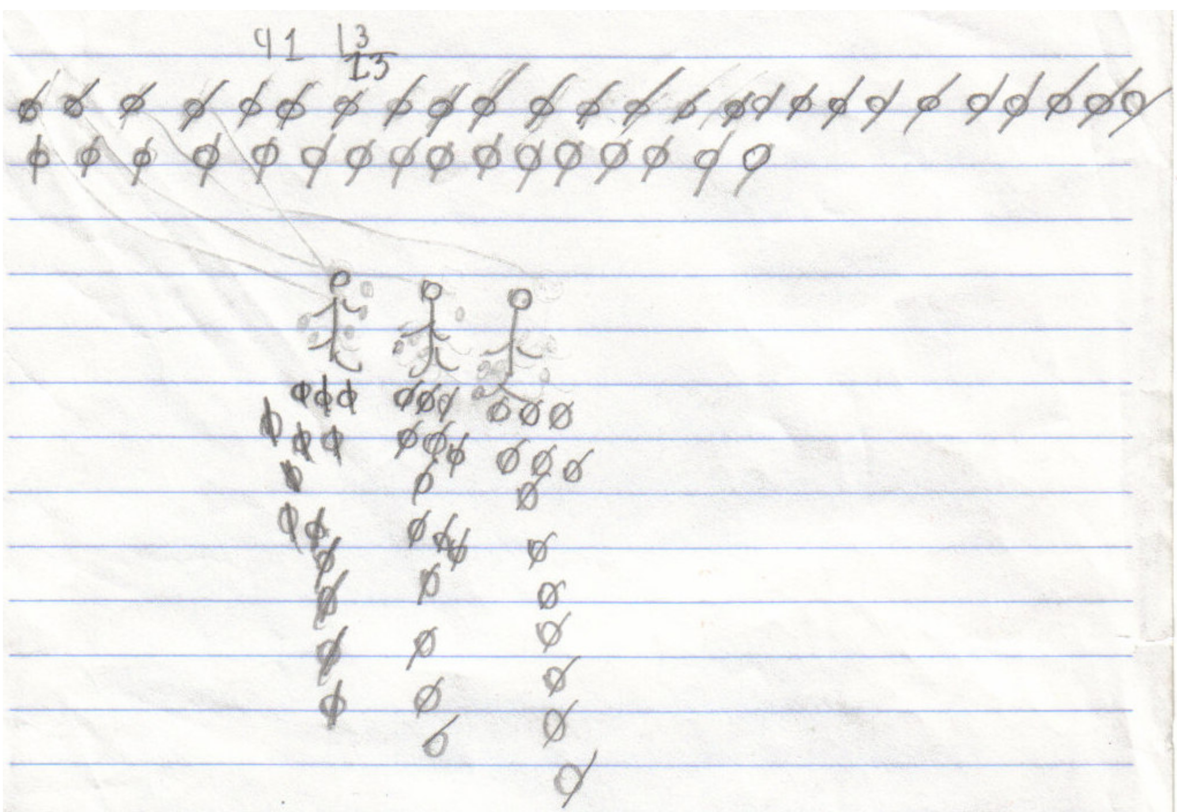
Produção de Valquíria



Produção de Miguel

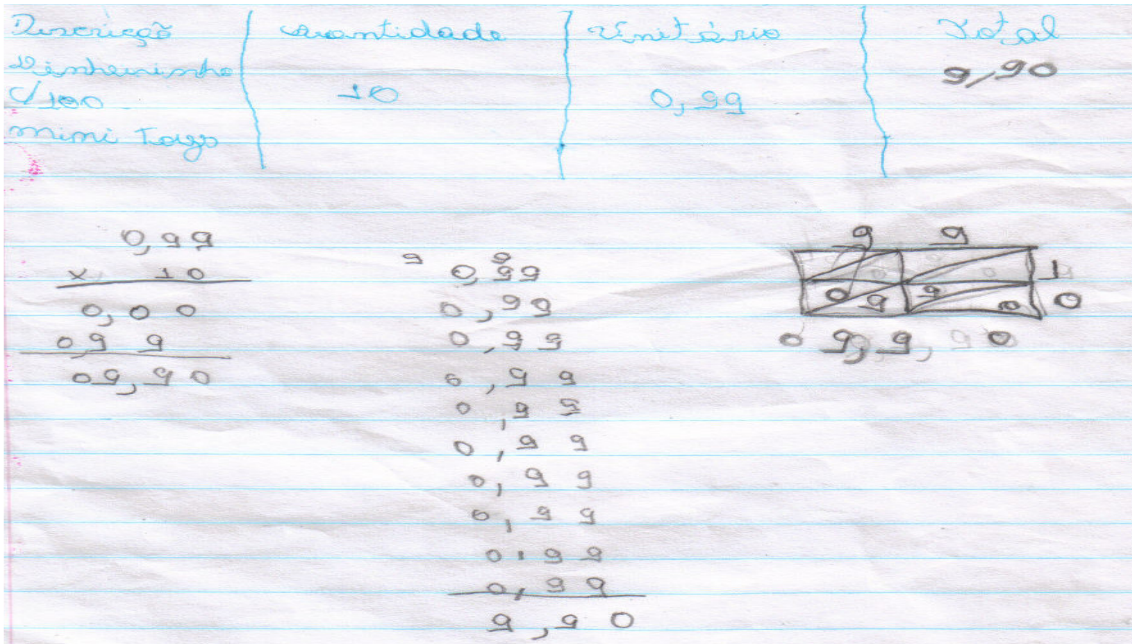


Produção de Joyce

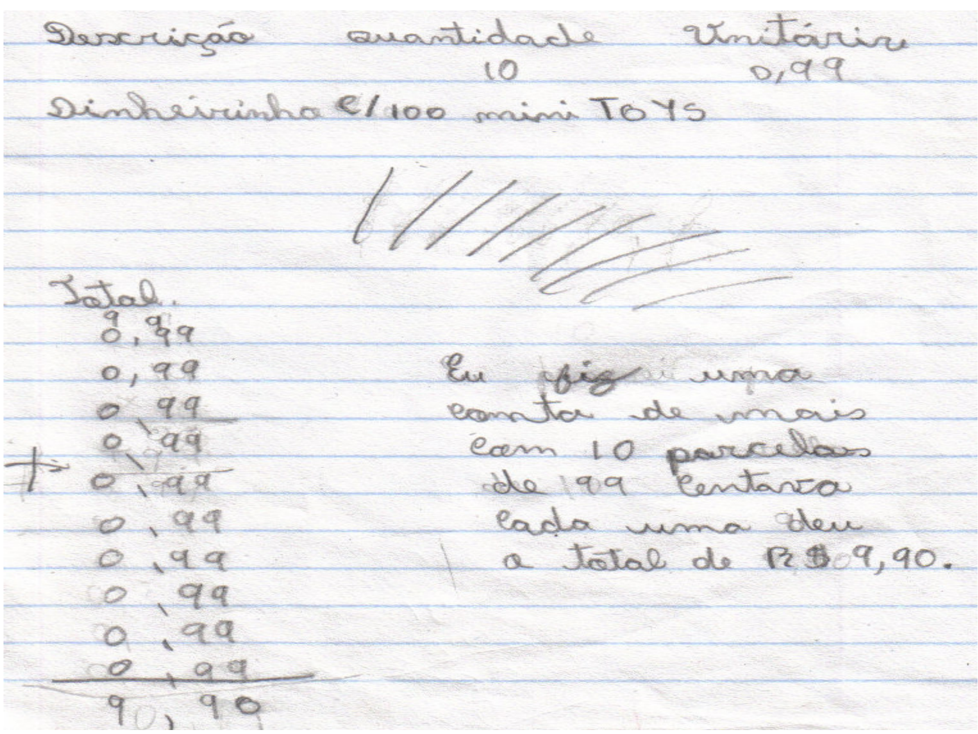


2. Registros de procedimentos para a situação-problema proposta pela pesquisadora referente à compra e pagamento dos pacotes de dinheirinho

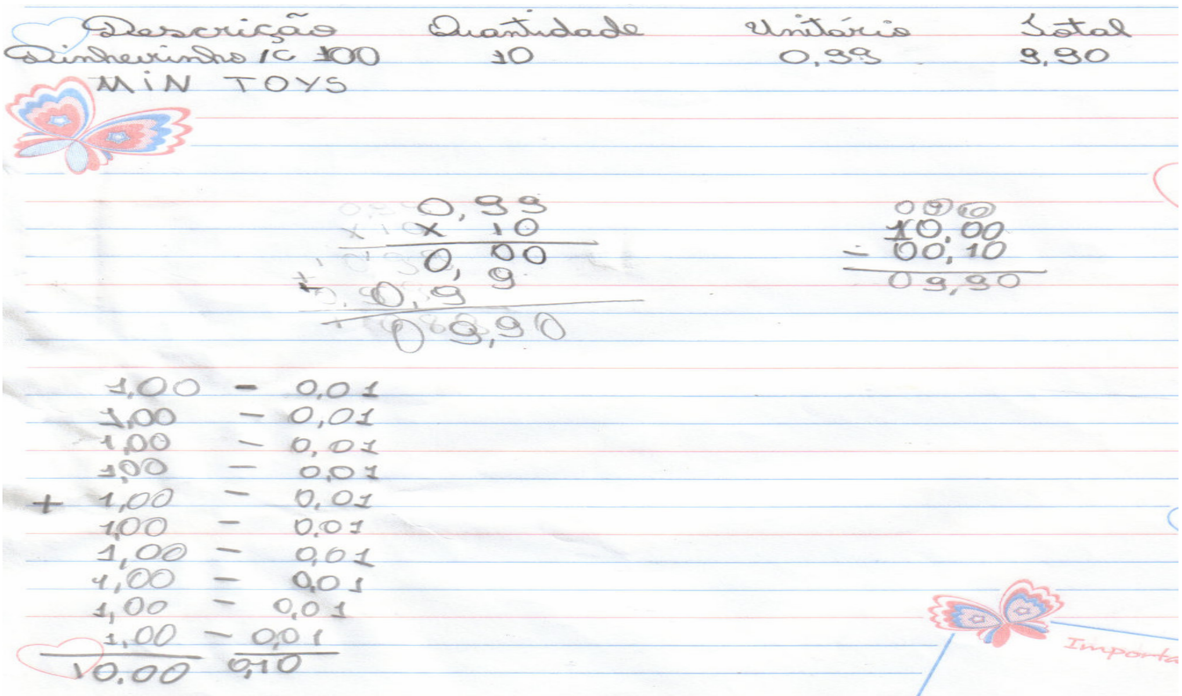
Produção de Cassiane



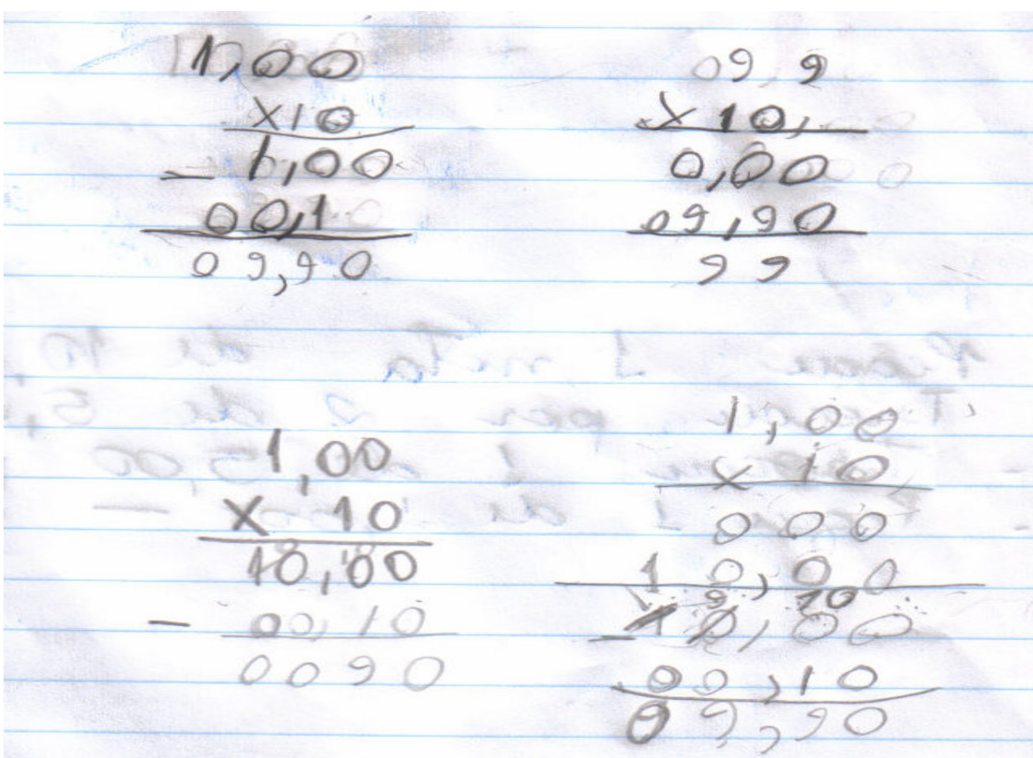
Produção de Tati



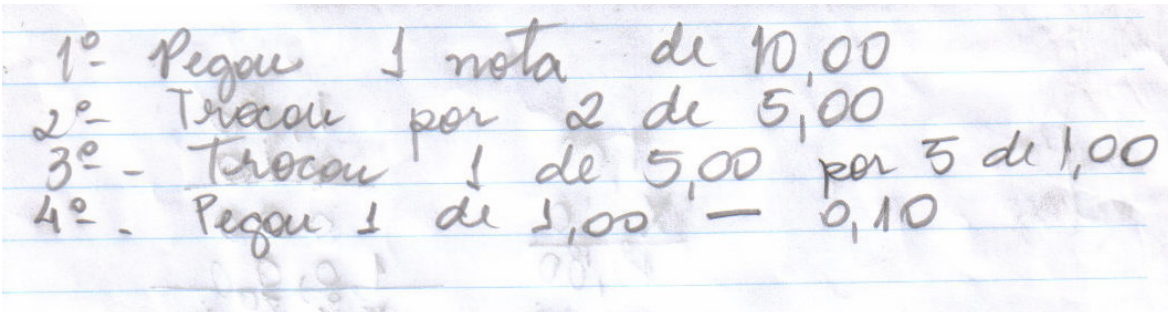
Produção de Jeane



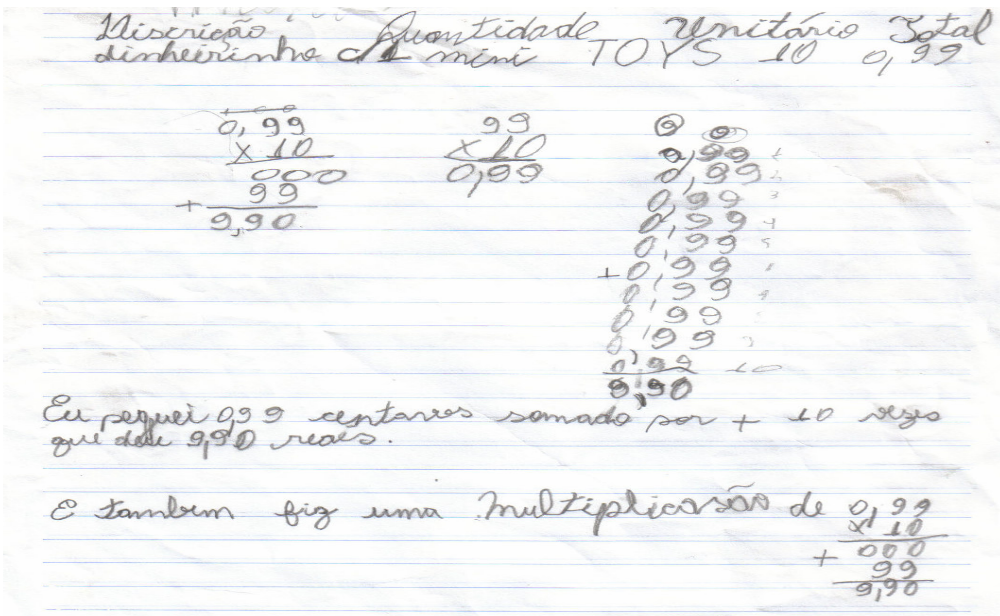
Produção de Marcelo. O registro sem e com mediação da pesquisadora, respectivamente, o de cima e o de baixo



Anotações da pesquisadora enquanto Marcelo explica o procedimento


1º Pegou 1 nota de 10,00
2º Trocou por 2 de 5,00
3º Trocou 1 de 5,00 por 5 de 1,00
4º Pegou 1 de 1,00 — 0,10

Produção de Miguel


Discrição Quantidade Unitário Total
dinheirinho c/ mini TOYS 10 0,99

0,99 × 10 = 000 + 99 = 9,90

99 × 10 = 0,99

0,99 + 0,99 + 0,99 + 0,99 + 0,99 + 0,99 + 0,99 + 0,99 + 0,99 + 0,99 = 9,90

Eu peguei 0,99 centavos somado por + 10 vezes que deu 9,90 reais.

E tambem fiz uma multiplicasão de 0,99 × 10 = 000 + 99 = 9,90

Nota fiscal apresentada pela pesquisadora


PAGO

ORCAMENTO No. 0152560076
CLIENTE...... 000001-CLIENTE GERAL
VENDEDOR..... LUIS

REFERENCIA	DESCRICAO	QUANT	UNITARIO	TOTAL
33100-001	DINHEIRINHO C/100 MINI TOYS	10	0,99	9,90

Total do Pedido: 0,99 9,90

PARCELA	VENCIMENTO	VALOR	TIPO
001	13/09/05	9,90	Dinheiro

Total das Parcelas.: 9,90

MS6_IF DATA : 13/09/05
CLAUDIA

ANEXO C: Carta coletiva de boas-vindas para a pesquisadora e produções de texto com o tema sugerido pela pesquisadora: "Por onde anda a matemática"?

Escola Classe 30 de ceilândia, 04 de maio de 2004

Carta coletiva

Olá, Elissandra.

Como vai você? Espero que você esteja muito bem.

Estamos muito felizes por você está aqui conosco.

Sabemos que você é professora, mas que também é aluna da Universidade de Brasília e está fazendo mestrado.

Para isso você precisa observar as nossas atividades de matemática.

Anotar os nossos erros e acertos e investigar como chegamos aos resultados, nos ajudando a compreender a matemática.

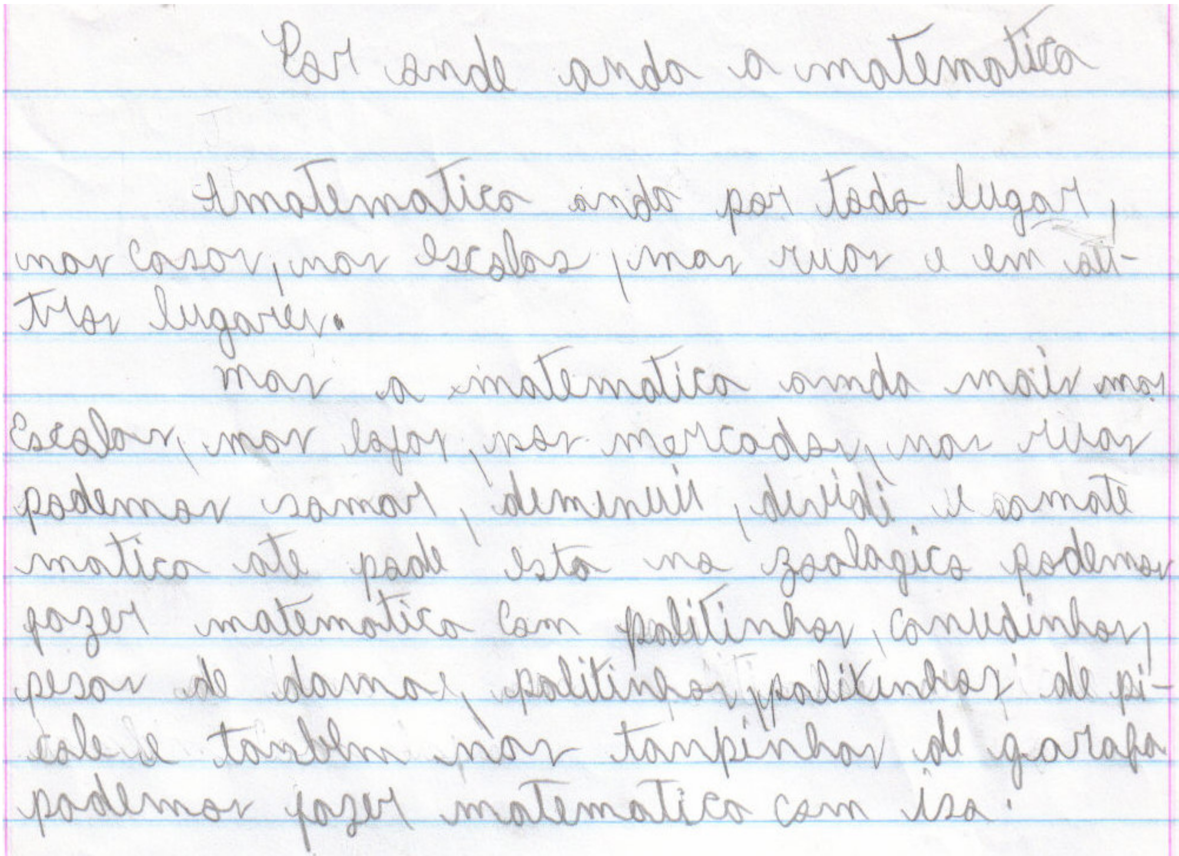
Desejamos que o seu trabalho dê frutos faremos o possível para lhe ajudar a alcançar bons resultados.

Lhe desejamos boa sorte e muito sucesso.

Beijos, de toda a sala

Tais, Jennyfer, Kauan, Marcos.P, Jhon, Ketlyn, Cristiane, Tatiane, wallace, Regina, Ana Beatriz, Misael, marcos.V, Drielly, Gabriel, Ayrton, Ana Caroline, Lauan, Jessica Cristina dos Santos, valéria, Wilson, Jales, Jobsimara, Ana gabriela, Wagner,

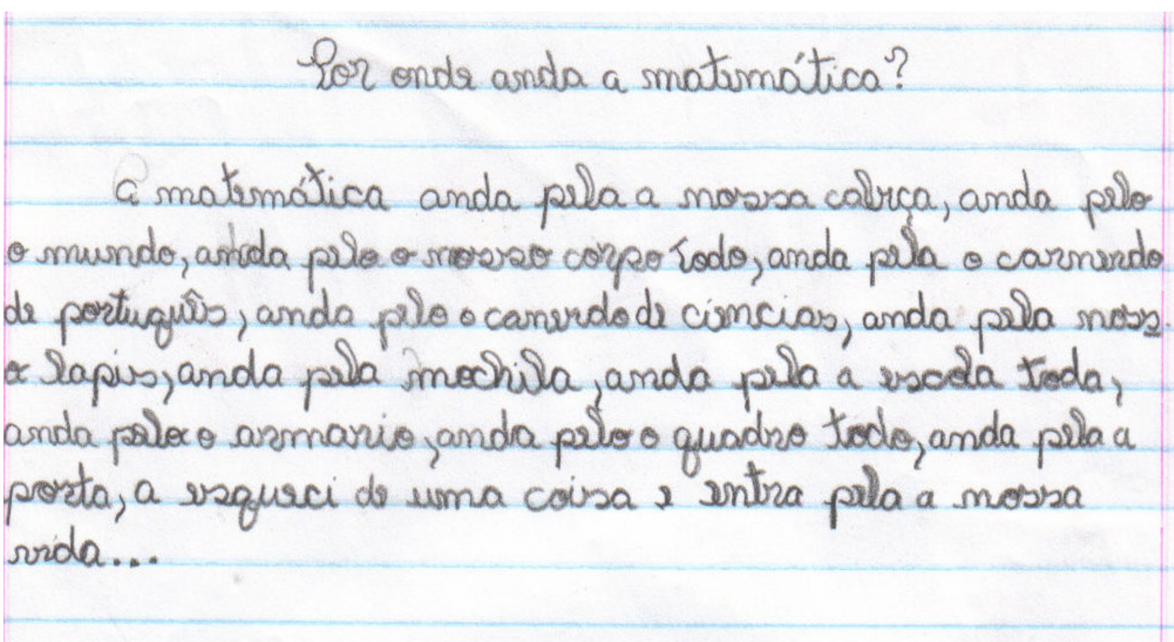
Produção de texto de Tiago



Por onde anda a matematica

A matematica anda por todo lugar,
nas casas, nas escolas, nas ruas e em ou-
tros lugares.
mas a matematica anda mais nas
Escolas, nas lojas, nos mercados, nas ruas
podemos somar, deminuir, dividi e a mate-
matica ate pode esta no zoologico podemos
fazer matematica com palitinhos, canudinhos,
pesos de damas, palitinhos, palitinhos de pi-
cole e tambem nas tampinhas de garafa
podemos fazer matematica com isso.

Produção de texto de Josiane



Por onde anda a matemática?

a matemática anda pela a nossa cabeça, anda pelo
o mundo, anda pelo o nosso corpo todo, anda pela o caderndo
de português, anda pelo o caderndo de ciências, anda pela nossa
o lapis, anda pela mochila, anda pela a escola toda,
anda pelo o armario, anda pelo o quadro todo, anda pela a
porta, a esqueci de uma coisa e entra pela a nossa
vida...

Produção de texto de Joyce

Poradí onde anda matemática

A matemática anda pelo o mundo todo. A matem
ática anda pelos o lugares o atéi pela o nosso tama
nho, pela nossa chorário e tamlém pela nossa motéria de portu
guês, de Estudo sociais e de ciências. A matemática é usad
para muitas coissas e também a matemática é usa
da pela o nosso corpo. Ela é usada e matemático e também tem
muitos gogos como: nunca dez e também, tem pessoas que
naô tem oportunidade de aprender. Para aprender a
matemática é preciso estudar muito. Existem pesoas
que tem medo de aprender à matemática.

Produção de texto de Kátia

Por onde anda a Matemática

A matemática anda pelo nossos crebro e sobre nossos, pen
samentos. Ela trasimite para nós humanos a saber contar e fazer
varias coisas e ela não só ajuda a agente apremder mais a entender
mundo, ficamos mais emtelijentes, mais quem acredita que a matemáti
ca pode ser muito preciosa, ela pode se muito chato.

A matemática e muito importante para todo mundo mais tem ge
nte que pensa que matemática e facil, mais a matemática não e
brincadeira. Usamos a matemática na sala de aula através portu
guês. Estudo Sociais e ciencias e por incrivel que pareca na
aula de Educacaõ artistica.

ANEXO D : Réplicas das notas de dinheirinho usadas pela pesquisadora durante a mediação pedagógica

1. Réplicas usadas com Lina

2. Réplicas usadas com Joyce