



Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Humanas  
Departamento de Economia

# Mestrado Profissional Gestão Econômica de Negócios

## Estratégias de *Hedge*

### Investimentos em Mercados Emergentes:

As estratégias de *hedge* pela *duration* e pela convexidade – a “Trava Borboleta” – são eficientes para os títulos da dívida externa brasileira ?

MAURICIO DA SILVA VENANCIO PIRES

Brasília (DF)

2006



# **Mestrado Profissional Gestão Econômica de Negócios**

## **Estratégias de *Hedge***

### **Investimentos em Mercados Emergentes:**

**As estratégias de *hedge* pela *duration* e pela convexidade – a “Trava Borboleta” – são eficientes para os títulos da dívida externa brasileira ?**

**Mauricio da Silva Venancio Pires**

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Silveira Vieira Cabral

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da UnB – Universidade de Brasília – Departamento de Economia, para obtenção do título de Mestre em Gestão Econômica de Negócios.

Brasília (DF)

2006

MAURICIO DA SILVA VENANCIO PIRES

Matrícula 05/25952

**Estratégias de *Hedge***

**Investimentos em Mercados Emergentes:**

**As estratégias de *hedge* pela *duration* e pela convexidade – a “Trava Borboleta” – são eficientes para os títulos da dívida externa brasileira ?**

Dissertação aprovada como requisito para a obtenção do título de **Mestre em Gestão Econômica de Negócios** do Programa de Pós – Graduação em Economia – Departamento de Economia da Universidade de Brasília, por intermédio do Centro de Investigação em Economia e Finanças. Comissão Examinadora formada pelos professores:

---

Prof. Rodrigo Silveira Veiga Cabral, Doutor.

Orientador

---

Prof. Mardílson Fernandes Queiroz, Doutor.

Banca

---

Prof. José Franco Medeiros de Moraes, Doutor.

Banca

Brasília, 16 de outubro de 2006.

## FICHA CATALOGRÁFICA

PIRES, Mauricio da Silva Venancio

As estratégias de *hedge* pela *duration* e pela convexidade – a “Trava Borboleta” – são eficientes para os títulos da dívida externa brasileira? Brasília, UnB, Programa de Pós-Graduação em Gestão Econômica de Negócios, 2006. 125 p.

Dissertação: Mestrado em Gestão Econômica de Negócios (Área: Economia)

Orientador: Rodrigo Silveira Vieira Cabral, Doutor.

1. Renda Fixa 2. Trava Borboleta 3. Convexidade 4. *Duration*

I. Universidade de Brasília

II. Título. As estratégias de *hedge* pela *duration* e pela convexidade – a “Trava Borboleta” – são eficientes para os títulos da dívida externa brasileira?

Cessão de Direitos

NOME DO AUTOR: Mauricio da Silva Venancio Pires

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL: As estratégias de *hedge* pela *duration* e pela convexidade – a “Trava Borboleta” – são eficientes para os títulos da dívida externa brasileira?

GRAU/ANO: mestre/2006

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado profissional e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos ou científicos. O autor reserva direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Mauricio da Silva Venancio Pires

## **Dedicatória**

*Aos meus pais, Clairê de Sousa Pires e Nely da Silva Venancio Pires, que se foram prematuramente, pela referência de caráter, lealdade e obstinação. Vocês hoje e sempre estarão presentes no meu coração.*

## **Agradecimentos**

A conclusão desse trabalho só foi possível graças a vários intervenientes e nesse espaço eu gostaria de citar cada um deles em especial, mesmo sabendo que, possivelmente, estarei sendo injusto por não citar outros nomes também de igual importância.

Agradeço à Márcia Nalu, ao Professor Paulo Coutinho e ao Professor André Rossi, responsáveis pela coordenação e direção do curso.

Agradeço aos demais professores por me mostrarem as possibilidades que o assunto permitia e os cuidados que impunha. Especialmente agradeço ao meu orientador que, em todos os momentos, mostrou-se confiante e tem sido peça fundamental para o êxito deste trabalho de dissertação.

Agradeço aos colegas do curso, em especial à Angela Aranha e à Virgínia Ribeiro que, durante o curso foram minhas companheiras em diversos trabalhos de pesquisa, com elas compartilhei momentos de “fortes emoções” e enriquecimento do saber.

Agradeço aos meus colegas de trabalho do Banco do Brasil, pelo apoio moral e intelectual, em especial ao Doutor em Finanças Adonirio Panzzieri Filho, ao Diretor da Diretoria Internacional Augusto Braúna, ao Gerente Executivo da GERIN Marcelo Moser, à minha tradutora Diana Rúbia, aos meus colegas da DIAFI, Adão, Abner, Adriano, Cláudia, Cristina, Márcio, Marcelo, Walter e aos estagiários Bruno e Elainy.

Agradeço aos meus amigos de sempre: Ana Rosa, Fajardo, Bel, Aldo, Cristina, Geraldo, Irene, Fernando, Heloísa, Roberto, Janete, Júnior, Marco Giovanne, Reinaldo, Vicente, Ana Maria, Mauro, Solange, Sérgio Nazaré, Cláudia e Eleonora.

Agradeço à minha esposa Margarete, aos meus filhos Renata, Vinícius e Gustavo, ao meu futuro genro Murilo e à minha futura nora Marina, aos meus irmãos Sérgio, Norma e Rogério, ao meu cunhado Fernando, às minhas cunhadas Eliana e Mônica, à minha sogra Maria do Carmo, aos meus cunhados Ricardo, Márcia Cristina e Mônica, e seus respectivos cônjuges, Cláudia, Paulo e Edwagner, aos meus sobrinhos, aos meus

parentes do Rio de Janeiro (RJ), de Campos dos Goytacazes (RJ), de Niterói (RJ), de São Luis (MA), São Paulo (SP), de Belo Horizonte (MG) e de Paranatinga (MT), enfim, faço um agradecimento a todos pela paciência e pelo estímulo que me deram durante esses dois anos.

## RESUMO

### *Português*

A pesquisa objetiva testar empiricamente, se as estratégias de imunização pela *duration* e pela convexidade – a “Trava Borboleta” – utilizadas no mercado internacional como instrumentos de *hedgde* para a variação de taxas de juros em títulos, são eficientes quando aplicadas aos títulos emitidos em dólares pelo governo brasileiro no mercado global – os *Brazilian Global Bonds*.

Palavras-chave : Instrumentos de *hedgde* , Duração, Convexidade, Trava Borboleta,

- Inglês

### *Abstract*

*The research aims to empirically test whether the strategies of immunization by duration and by convexity - The Butterfly Trade – used in the international market as hedge instruments for bonds interest rate variation are efficient when applied to bonds issued in dollars by brazilian government in the global market - the Brazilian Global Bonds.*

**Keywords: Fixed Income, Butterfly Trade, Butterfly Spread, Butterfly Barbells, Convexity, Duration.**

# ÍNDICE

I - INTRODUÇÃO .....	16
1. Histórico .....	16
2. Justificativas para a Pesquisa.....	20
II – A IMUNIZAÇÃO PELA <i>DURATION</i> .....	25
1. Revisão do Conceito e aplicação.....	25
2. Cálculo estimado da variação de preços de um título, a partir de sua <i>Duration</i> Modificada .....	32
3. Imunização da variação de preços pela Duração de títulos de renda fixa .....	36
4. Exemplo de criação de uma carteira imunizada a partir de duas carteiras existentes, uma ativa e outra passiva com YTM idênticas.....	37
5. Imunização pela duration: relaxando a hipótese dos títulos terem cupons iguais e mantendo a variação linear das taxas de juros.....	42
6. Imunização pela duration: títulos com cupons diferentes e variação não linear das taxas de juros. ..	45
7. Teste da estratégia com títulos do governo brasileiro emitidos no exterior – Brazilian Global Bonds. ....	48
III – A IMUNIZAÇÃO PELA CONVEXIDADE.....	52
1. Revisão do Conceito e aplicação.....	52
2. Cálculo estimado da variação de preços de um título, a partir de sua <i>Duration</i> Modificada e Convexidade.....	54
IV – A ESTRATÉGIA DA <i>TRAVA BORBOLETA</i> .....	59
1. Conceito e aplicação .....	59
2. Teste a: verificação se a Trava Borboleta é eficiente para deslocamentos paralelos nas taxas de juros em títulos de mesmo coupon e prazo, mas com YTM diferentes .....	61
3. Teste b: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente para deslocamentos paralelos nas taxas de juros em títulos de mesmo coupon, mas com YTM e prazos diferentes.....	66
4. Teste c: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente para deslocamentos paralelos nas taxas de juros em títulos com coupons, YTM e prazos diferentes.....	70
5. Teste d: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente para deslocamentos não paralelos nas taxas de juros em títulos de mesmo coupon, mas com YTM e prazos diferentes.....	75
6. Teste e: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente para deslocamentos não paralelos nas taxas de juros em títulos de coupons, YTM e prazos diferentes .....	83
7. Teste f: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente quando aplicada empiricamente com Treasury Bonds.....	89
8. Teste g: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente quando aplicada empiricamente com Brazilian Global Bonds.....	92

9. Alternativas não evidenciadas.....	105
<b>V – TESTES DOS <i>HEDGES</i> PELA <i>DURATION</i> E DA TRAVA BORBOLETA DOS <i>BRAZILIAN GLOBAL BONDS</i> UTILIZANDO OS PREÇOS LIMPOS.....</b>	<b>107</b>
1. Imunização pela duration dos Brazilian Global Bonds com os preços limpos.....	107
2. Imunização pela convexidade – Trava Borboleta – dos Brazilian Global Bonds com os preços limpos .....	110
<b>VI – CONSIDERAÇÕES FINAIS:.....</b>	<b>118</b>
<b>VII – BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>123</b>

Nº	FIGURAS	Página
1	Evolução da Libor USD 6 meses. Fonte: <i>Bloomberg System</i>	17
2	Spread do Risco Brasil de 5 anos <i>over USD – Treasury</i> do mesmo período. Fonte: <i>Bloomberg System</i>	19
3	Histórico dos desvios-padrão do <i>US Treasury</i> de 5 anos. Fonte: <i>Bloomberg System</i> .	20
4	Cálculo do valor presente de um título.	30

Nº	GRÁFICOS	Página
1	Comparação entre diversas datas das curvas 802. Fonte: <i>Bloomberg System</i>	23
2	Evolução das YTM dos Globals 09, 27 e 34	27
3	Evolução das <i>durations</i> dos Globals 09, 27 e 34	28
4	Evolução das <i>durations</i> modificadas dos Globals 09, 27 e 35	28
5	Evolução das convexidades dos Globals 09, 27 e 36	29
6	Curva Preço x Taxa de Juros e reta tangente.	32
7	Curva Preço x Taxa de Juros e reta tangente com estimativa de erro no cálculo.	35 e 52
8	Resultado da imunização pela <i>duration</i> frente a diferentes variações nas taxas de juros.	41
9	Resultado da imunização pela <i>duration</i> frente a diferentes variações lineares nas taxas de juros.	44
10	Resultado da imunização pela <i>duration</i> frente a diferentes variações não lineares nas taxas de juros.	47
11	Resultado das estimativas de preços e seus erros pela <i>duration</i> e pela convexidade para diferentes variações nas taxas de juros.	57
12	Percentual de efetividade das estimativas de preços calculadas pela <i>duration</i> e pela convexidade em relação ao preço realizado.	57
13	Variação das YTM dos Globals 09, 27 e 34 ao longo do período de observação.	97
14	Comportamento da <i>duration</i> do Global 09	98
15	Comportamento das <i>durations</i> dos Global 27 e 34	99

Nº	EQUAÇÕES	Página
1	Macaulay Duration	26
2	Duration Modificada	27
3	Expansão de Taylor	33 e 53
4	Estimativa de preço com base na <i>duration</i>	33
5	Cálculo da quantidade de títulos para imunizar a carteira ativa	39
6	Cálculo da carteira remanescente Z	39
7	Estimativa de preço com base na <i>duration</i> e na convexidade.	53
8	Fórmula ampliada da <i>Duration Modificada</i> .	54
9	Convexidade.	54
10	Cálculo da <i>duration</i> modificada do portfólio central	59
11	Cálculo do termo $\alpha$ para a Trava Borboleta. 11	59

<b>Nº</b>	<b>TABELAS</b>	<b>Página</b>
1	Comparação entre as <i>Yields to Maturity</i> (YTM) da curva 802 de diversas datas. Fonte: <i>Bloomberg System</i> .	21 e 22
2	Cálculo da <i>duration</i> e da <i>duration</i> modificada de um título.	30
3	Cálculo da <i>duration</i> e da <i>duration</i> modificada de um título com elevação da YTM	31
4	Cálculo da <i>duration</i> e da <i>duration</i> modificada de um título com redução da YTM	31
5	Cálculo do erro da estimativa do preço pela <i>duration</i> .	35
6	Carteiras hipotéticas Ativa e Passiva com YTM iguais.	38
7	Cálculo do preço do título ativo A, após acréscimo na taxa de juros.	40
8	Cálculo do preço do título passivo X, após acréscimo na taxa de juros.	40
9	Resultado da imunização pela <i>duration</i> frente a diferentes variações nas taxas de juros.	41
10	Nova carteira hipotética passiva, agora com YTM diferente da carteira hipotética ativa.	43
11	Cálculos dos preços do título ativo A e passivo X após acréscimo linear na taxas de juros.	43
12	Resultado da imunização pela <i>duration</i> frente a diferentes variações lineares nas taxas de juros.	44
13	Carteiras hipotéticas Ativa e Passiva com YTM diferentes.	46
14	Cálculos dos preços do título ativo A e passivo X após acréscimo linear na taxas de juros.	46
15	Resultado da imunização pela <i>duration</i> frente a diferentes variações não lineares nas taxas de juros.	47
16	Carteiras Ativa e Passiva compostas por <i>brazilian global bonds</i> em 31.01.2005.	49 e 109
17	Resultado da imunização da carteira de <i>brazilian global bonds</i> em 15.02.2005.	49
18	Resultado da imunização da carteira de <i>brazilian global bonds</i> em 30.03.2005.	50
19	Resultado da imunização da carteira de <i>brazilian global bonds</i> em 30.06.2005.	50
20	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço de um título hipotético.	54
21	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço de um título hipotético aumentando a YTM.	55
22	Cálculo da variação de preço estimado pela convexidade e pela <i>duration</i> com o acréscimo de 1% na YTM.	55
23	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço de um título hipotético diminuindo a YTM.	55
24	Cálculo da variação de preço estimado pela convexidade e pela <i>duration</i> com o decréscimo de 1.5% na YTM.	56
25	Resultado das estimativas de preços e seus erros pela <i>duration</i> e pela convexidade para diferentes variações nas taxas de juros.	56
26	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço de três títulos hipotéticos para o tempo 1.	61
27	Cálculo da convexidade de uma carteira de 2 títulos.	62
28	Cálculo da Trava Borboleta para o tempo 1.	63
29	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço de três títulos hipotéticos com deslocamento paralelo de taxas de juros para o tempo 2.	63
30	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2.	64
31	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.	64
32	Cálculo da Trava Borboleta para o tempo 2.	64

Nº	TABELAS	Página
33	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço de três títulos hipotéticos para o tempo 3 com deslocamentos paralelos das taxas de juros.	65
34	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 com deslocamentos paralelos das taxas de juros.	65
35	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.	66
36	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de prazos diferentes para o tempo 1.	67
37	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço da carteira de títulos de A + C	67
38	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos, de prazos diferentes, para o tempo 2.	68
39	Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de prazos diferentes, após deslocamento linear na estrutura a termo de taxa de juros.	69
40	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.	69
41	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos, de prazos diferentes, para o tempo 3.	70
42	Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de prazos diferentes, após deslocamento linear na estrutura a termo de taxa de juros.	70
43	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.	70
44	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de prazos, <i>coupons</i> e YTM diferentes para o tempo 1.	71
45	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço da carteira de títulos de A + C	72
46	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de prazos, <i>coupons</i> e YTM diferentes para o tempo 2.	73
47	Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de prazos, <i>coupons</i> e YTM diferentes, após deslocamento linear na estrutura a termo de taxa de juros.	73
48	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.	74
49	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos, de prazos, <i>coupons</i> e YTM diferentes, para o tempo 3.	75
50	Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de prazos, <i>coupons</i> e YTM diferentes, após deslocamento linear na estrutura a termo de taxa de juros.	75
51	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.	76
52	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço de três títulos hipotéticos para o tempo 2 com deslocamentos não lineares das taxas de juros.	77
53	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.	77
54	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.	78
55	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço de três títulos hipotéticos de mesmo <i>coupon</i> , mas de prazos e YTM diferentes para o Tempo 1.	78
56	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço da carteira de títulos de A + C	79
57	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de mesmo <i>coupon</i> , mas com prazos e YTM diferentes para o tempo 2.	80
58	Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de mesmo <i>coupon</i> , mas de prazos e YTM diferentes, após deslocamento não linear na estrutura a termo de taxa de juros.	80
59	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.	81
60	Cálculo da Trava Borboleta para o tempo 2	81
61	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de mesmo <i>coupon</i> , mas com prazos e YTM diferentes para o tempo 3.	82

<b>Nº</b>	<b>TABELAS</b>	<b>Página</b>
62	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 com deslocamentos não lineares das taxas de juros.	82
63	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.	83
64	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de <i>coupons</i> , prazos e YTM diferentes para o tempo 1.	84
65	Cálculo da <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada, convexidade e preço da carteira de títulos de A + C	85
66	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de <i>coupons</i> , prazos e YTM diferentes para o tempo 2.	86
67	Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de <i>coupons</i> , prazos e YTM diferentes, após deslocamento não linear na estrutura a termo de taxa de juros.	86
68	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.	87
69	Cálculo da Trava Borboleta para o tempo 2	87
70	Cálculo das <i>durations</i> , <i>durations</i> modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de <i>coupons</i> , prazos e YTM diferentes para o tempo 3.	88
71	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 com deslocamentos não lineares das taxas de juros.	88
72	Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.	89
73	Deslocamentos das YTM dos <i>Treasury bonds</i> escolhidos para a <i>Trava Borboleta</i>	90
74	Cálculo das quantidades de cada título envolvidos na Trava Borboleta dos <i>treasury bonds</i>	91
75	Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com <i>treasury bonds</i> , em 31.05.2006	91
76	Cálculo da Trava Borboleta de <i>treasury bonds</i> para 31.05.2006	91
77	Resultado financeiro da <i>Trava Borboleta</i> , com <i>treasury bonds</i> , em 30/06/2006	91
78	Cálculo da <i>Trava Borboleta</i> de <i>treasury bonds</i> para 30.06.2006.	92
79	Resultado financeiro da Trava Borboleta, com <i>treasury bonds</i> , em 31/07/2006	92
80	Dados históricos de preço limpo, preço sujo, YTM, <i>duration</i> , <i>duration</i> modificada e convexidade dos títulos Globals 09, 27 e 34	94 e 95
81	Cálculo da <i>Trava Borboleta</i> da carteira de <i>globals</i> para 02.01.2004	95 e 102
82	Resultado da imunização da carteira de <i>globals</i> pela <i>trava borboleta</i> para as demais datas, se permanecesse inalterada a estrutura de <i>hedge</i> montada em 02.01.2004	96
83	Variação das YTM dos Globals 09, 27 e 34 ao longo do período de observação	97
84	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de <i>globals</i> para 17.02.2004	99
85	Resultados financeiros da carteira de <i>globals</i> pela imunização pela <i>trava borboleta</i> nos cinco períodos subseqüentes.	99
86	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de <i>globals</i> para 30.03.2004	100
87	Resultados financeiros da carteira de <i>globals</i> pela imunização pela <i>trava borboleta</i> nos cinco períodos subseqüentes.	100
88	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de <i>globals</i> para 17.05.2005	101
89	Resultados financeiros da carteira de <i>globals</i> pela imunização pela <i>trava borboleta</i> nos nove períodos subseqüentes.	101
90	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de <i>globals</i> para 30.09.2004.	101
91	Resultados financeiros da carteira de <i>globals</i> pela imunização pela <i>trava borboleta</i> nos doze períodos subseqüentes.	102

<b>Nº</b>	<b>TABELAS</b>	<b>Página</b>
92	Resultados financeiros da trava borboleta em 30.06.2004, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.	103
93	Resultados financeiros da trava borboleta em 03.01.2005, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.	104
94	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 03.01.2005	104
95	Resultados financeiros da trava borboleta em 30.06.2005, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base	105
96	Resultados financeiros da trava borboleta em 03.01.2006, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.	106
97	Mercado de Contratos Futuros de Taxas de Juros atrelados a títulos públicos do governo brasileiro emitidos no exterior.	107
98	Resultado da imunização da carteira de <i>brazilian global bonds</i> em 15.02.2005.	109
99	Resultado da imunização da carteira de <i>brazilian global bonds</i> em 30.03.2005.	110
100	Resultado da imunização da carteira de <i>brazilian global bonds</i> em 30.06.2005.	110
101	Cálculo da <i>Trava Borboleta</i> da carteira de globals para 02.01.2004	111 e 115
102	Resultado da imunização da carteira de globals pela <i>trava borboleta</i> para as demais datas, se permanecesse inalterada a estrutura de <i>hedge</i> montada em 02.01.2004	111
103	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 17.02.2004	112
104	Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos cinco períodos subseqüentes.	112
105	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 30.03.2004	113
106	Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos cinco períodos subseqüentes.	113
107	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 17.05.2005	114
108	Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos nove períodos subseqüentes.	114
109	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 30.09.2004.	114
110	Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos doze períodos subseqüentes.	115
111	Resultados financeiros da trava borboleta em 30.06.2004, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.	116
112	Resultados financeiros da trava borboleta em 03.01.2005, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.	117
113	Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 03.01.2005	117
114	Resultados financeiros da trava borboleta em 30.06.2005, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base	118
115	Resultados financeiros da trava borboleta em 03.01.2006, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.	119

# I - INTRODUÇÃO

## 1. Histórico

Ao se pesquisar na história do Brasil verifica-se que data o início do século XIX os primeiros empréstimos internacionais com banqueiros ingleses que os seus governantes obtiveram para financiar a nossa independência e tentar modernizar o país até então colonizado.<sup>1</sup>

Durante o século XIX e boa parte do século XX, o financiamento do crescimento da economia brasileira, como as de outros países ditos emergentes, era fomentado basicamente por empréstimos bilaterais, que aumentaram de forma acentuada durante a década de 70 incentivados pelas baixas taxas ofertadas por bancos europeus que estavam com excesso de recursos advindos de investidores árabes (obtidos com a alta de petróleo).

Ao final da década de 80 e início de 90 essas taxas de juros se elevaram significativamente e os empréstimos, que na sua maioria eram pactuados de forma pós-fixada, tendo como indexadores a Libor.<sup>2</sup> acrescido de um *spread*, tornaram o endividamento difícil de ser cumprido, elevando o risco sistêmico da comunidade financeira internacional.

---

<sup>1</sup> O Brasil durante a sua independência foi obrigado a assinar tratado de comércio e navegação com a Inglaterra, como *conditio sine quae non* para apoio à guerra da independência. Portugal exigiu vultosa indenização, para liberar o Brasil de ser sua colônia. A Inglaterra, para não perder a dominação, paga (em 1824) a indenização a Portugal e o Brasil vira devedor de 3 milhões de libras esterlinas, agravando a dependência econômica e o endividamento externo – **A história da dívida externa brasileira, Alex Oliveira Rodrigues de Lima, NF Online, Abril-2004.**

<sup>2</sup> A LIBOR é a abreviação de *London Interbank Offered Rate*, ou seja, a taxa de oferta praticada no mercado interbancário de Londres.



Figura 1: Evolução da Libor – USD 6 meses. Fonte: *Bloomberg System*.

Diante da situação, o Secretário do Tesouro dos Estados Unidos – *Nicholas Brady* – elaborou programa de reestruturação da dívida de 17 países emergentes que se encontram na América Latina, África, Ásia e Europa Oriental, que tinham emitido USD 170 bilhões de títulos.<sup>3</sup>

Este programa foi denominado de “Plano *Brady*”, que consistia na diminuição do valor da dívida externa, mediante a redução do principal ou das taxas de juros. Previa, também, a emissão de títulos com diferentes prazos de pagamentos e a substituição de obrigações com taxas de juros flutuantes por títulos com taxas fixas, que ficaram conhecidos no mercado financeiro internacional como “*Brady Bonds*”.<sup>4</sup>

No entanto, os *brady bonds* eram vistos no mercado como títulos atrelados à reestruturação de dívidas, parte delas inadimplentes, e como tais, sofriam restrições de compra de parcela significativa da comunidade financeira internacional. Em alguns estatutos de fundos de investimentos dos Estados Unidos não permitiam a alocação de recursos nesses títulos.

<sup>3</sup> Guillermo Parra-Bernal e Vivianne C. Rodrigues – *Bloomberg Description*

<sup>4</sup> O Brasil aderiu ao Plano *Brady* em abril de 1994.

E foi dessa forma que, com a dívida vencida reescalada, os países emergentes foram se integrando ao mercado internacional de capitais que hoje é o responsável pelo financiamento da grande maioria das economias. Aos poucos o Brasil e os demais países emergentes passaram a emitir títulos, denominados globais, ora para substituir os *brady bonds* existentes, ora para financiar suas necessidades de caixa para o seu desenvolvimento.

Os títulos globais têm maior absorção no mercado, pois não têm aquela vinculação com reestruturação de dívida não paga que discriminava os *brady bonds*, e como isso lhes proporciona maior capilaridade à sua distribuição. O governo brasileiro atua em 3 mercados, que em geral é definido conforme o lastro da emissão: o samurai (ienes), o euromercado (euros) e os denominados globais (US dólares).

A Resolução do Senado Federal nº 20, de 16.11.2004, revogou as Resoluções SF nº 57, de 1995, e nº 69, de 1996, e estabeleceu novo limite para as emissões de títulos no mercado internacional: US\$ 75 bilhões. O estoque com posição em 31.12.2005 era de USD 60.15 bilhões, deste total cerca de USD 43 bilhões referiam-se aos títulos globais.<sup>5</sup>

A taxa de remuneração desses títulos no mercado internacional reflete uma combinação do seu prazo e do risco atribuído pelo mercado para cada país o que torna uma alternativa de investimento para instituições financeiras e investidores internacionais, que buscam nos mercados emergentes uma maior rentabilidade para seus recursos, dada à diferença existente entre as taxas praticadas nestes países e nas economias ditas desenvolvidas.

---

<sup>5</sup> Fonte: Governo Federal – MINIFAZ/Secretaria do Tesouro Nacional

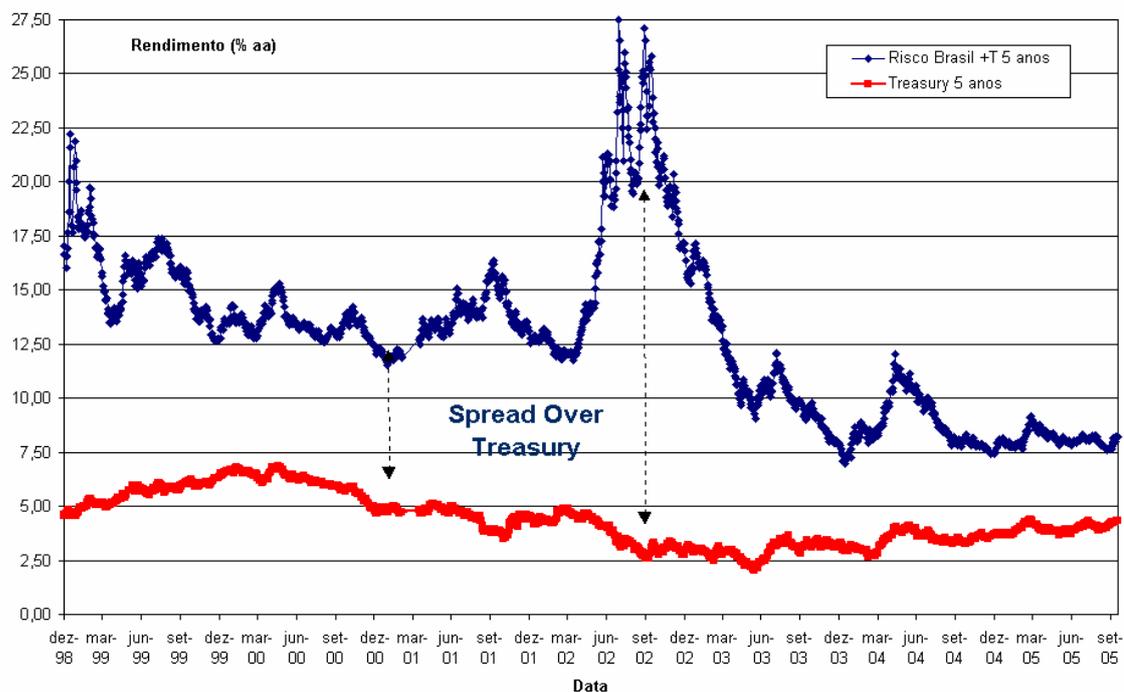


Figura 2: *Spread* do Risco Brasil de 5 anos over USD – Treasury do mesmo período. Fonte: Bloomberg System.

O crescimento significativo da volatilidade das taxas de juros no mercado internacional nos anos 70/80 fez com que os investidores buscassem maior proteção aos seus investimentos em títulos.

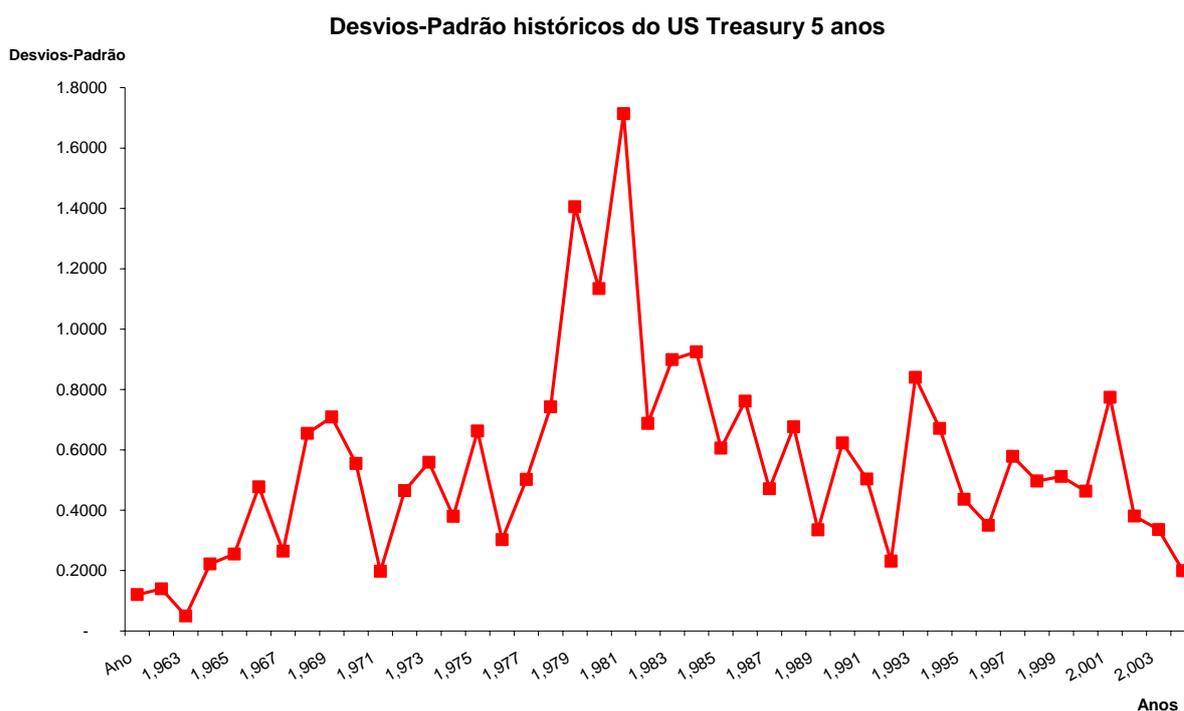


Figura 3: Histórico dos desvios-padrão do *US Treasury* de 5 anos. Fonte: *Bloomberg System*

Dessa forma, o investimento em títulos de países emergentes tornou-se uma boa opção para os administradores de carteira de renda fixa na busca de melhor rendimento frente às remunerações atreladas aos títulos dos países desenvolvidos.

A legislação<sup>6</sup> em vigor orienta que a contabilização dos títulos deve ser feita de três formas: (a) mantê-los em carteira até o vencimento – nesse caso os títulos não são marcados a mercado, (b) em carteira de *trading* – para os títulos negociados frequentemente e as perdas ou ganhos são contabilizados como despesas e receitas de imediato, e (c) em carteira de “títulos disponíveis para venda” – onde os títulos podem ser negociados a qualquer momento, nesse caso os ganhos e perdas são contabilizados no resultado do semestre e apartados em conta destacada do Patrimônio Líquido.

## **2. Justificativas para a Pesquisa**

<sup>6</sup> Resolução BACEN 3068, de 08.11.2001.

Os deslocamentos da curva de taxas de juros afetam sistematicamente os preços de todos os títulos de renda fixa. As técnicas de imunização contra variações de taxas de juros, sejam elas pela *duration* ou pela convexidade podem reduzir ou até mesmo eliminar esse efeito.<sup>7</sup>

A literatura sobre o tema é ampla, no entanto não existem registros de estudos empíricos sobre o assunto que envolvam títulos de países emergentes, como é o caso brasileiro.<sup>8</sup>

Outro ponto importante a se assinalar é a premissa básica e quase óbvia verificada em livros-texto e estudos realizados de imunização de que os deslocamentos na estrutura a termo das taxas de juros são paralelos ou apresentam pequenas variações. No entanto, com dados coletados das taxas de juros (YTM - *yields to maturity*) dos títulos da dívida pública brasileira no exterior<sup>9</sup>, pode-se observar nas tabelas 1-a e 1-b que no caso brasileiro essa característica não se manifesta, ou seja, os deslocamentos não são lineares e esta falta de linearidade é, em diversas situações, bem acentuada.

Anos	Deslocamentos das taxas de juros									
	(A) 1/2/2002	(B) 20/6/2002	(C) 30/7/2002	(D) 18/6/2003	(B) - (A)	(C) - (B)	(C) - (A)	(D) - (C)	(D) - (B)	(D) - (A)
0.25	7.8700	15.3900	33.2776	2.6640	7.5200	17.8876	25.4076	-30.6136	-12.7260	-5.2060
0.50	8.4900	15.9800	33.6941	2.7831	7.4900	17.7141	25.2041	-30.9110	-13.1969	-5.7069
1.00	9.0200	16.5400	34.7735	2.9989	7.5200	18.2335	25.7535	-31.7746	-13.5411	-6.0211
2.00	9.1700	17.5100	34.7261	5.1111	8.3400	17.2161	25.5561	-29.6150	-12.3989	-4.0589
3.00	10.6800	19.0200	32.1680	7.9465	8.3400	13.1480	21.4880	-24.2215	-11.0735	-2.7335
4.00	11.2600	18.9800	28.5397	8.2777	7.7200	9.5597	17.2797	-20.2620	-10.7023	-2.9823
5.00	12.1800	19.4500	29.5798	8.7205	7.2700	10.1298	17.3998	-20.8593	-10.7295	-3.4595
7.00	12.4800	19.6000	29.4630	9.8426	7.1200	9.8630	16.9830	-19.6204	-9.7574	-2.6374
8.00	12.8700	19.6100	29.1987	9.8555	6.7400	9.5887	16.3287	-19.3432	-9.7545	-3.0145
9.00	12.8600	18.9600	28.5863	9.6547	6.1000	9.6263	15.7263	-18.9316	-9.3053	-3.2053
10.00	12.6700	18.5500	28.8510	9.7876	5.8800	10.3010	16.1810	-19.0634	-8.7624	-2.8824
15.00	13.8200	19.2300	29.6655	11.1417	5.4100	10.4355	15.8455	-18.5238	-8.0883	-2.6783
20.00	13.7100	18.5300	25.7068	10.2745	4.8200	7.1768	11.9968	-15.4323	-8.2555	-3.4355
25.00	13.7200	18.0100	24.8203	10.4618	4.2900	6.8103	11.1003	-14.3585	-7.5482	-3.2582
30.00	13.6100	18.2700	29.1193	11.4727	4.6600	10.8493	15.5093	-17.6466	-6.7973	-2.1373

Tabela 1-a: Comparação entre as *Yields to Maturity* (YTM) da curva dos títulos brasileiros emitidos no exterior em diversas datas. Fonte: *Bloomberg System*.

<sup>7</sup> Elton, Edwin J., Gruber, Martin J., Brown, Stephen J., Goetzmann, William N. – Moderna Teoria de Carteiras e Análises de Investimentos. São Paulo: Atlas, 2004. – 462/463 p

<sup>8</sup> Fonte de consulta: [www.proquest.umi.com](http://www.proquest.umi.com) – site da *ProQuest Information and Learning Company*

<sup>9</sup> Curva dos títulos brasileiros emitidos no exterior – *global bonds*, denominada como curva 802 no *Bloomberg System*.

Anos	Deslocamentos das taxas de juros									
	(A) 15/6/2005	(B) 30/6/2005	(C) 15/7/2005	(D) 29/7/2005	(B) - (A)	(C) - (B)	(C) - (A)	(D) - (C)	(D) - (B)	(D) - (A)
0.25	3.5611	3.4584	3.7155	3.8976	-0.1027	0.2571	0.1544	0.1821	0.4392	0.3365
0.50	3.8908	3.7387	3.9669	4.2026	-0.1521	0.2282	0.0761	0.2357	0.4639	0.3118
1.00	4.4181	4.3415	4.4604	4.6255	-0.0766	0.1189	0.0423	0.1651	0.2840	0.2074
2.00	5.4587	5.2143	5.1496	5.4092	-0.2444	-0.0647	-0.3091	0.2596	0.1949	-0.0495
3.00	5.9943	5.6379	5.7543	5.9981	-0.3564	0.1164	-0.2400	0.2438	0.3602	0.0038
4.00	6.4818	6.3940	6.5073	6.6595	-0.0878	0.1133	0.0255	0.1522	0.2655	0.1777
5.00	6.9508	6.7005	6.7160	7.0753	-0.2503	0.0155	-0.2348	0.3593	0.3748	0.1245
7.00	7.7076	7.4341	7.3621	7.6633	-0.2735	-0.0720	-0.3455	0.3012	0.2292	-0.0443
8.00	7.7091	7.4130	7.5427	7.9080	-0.2961	0.1297	-0.1664	0.3653	0.4950	0.1989
9.00	8.0127	7.6592	7.7717	8.1090	-0.3535	0.1125	-0.2410	0.3373	0.4498	0.0963
10.00	7.7193	7.6005	7.7023	7.9603	-0.1188	0.1018	-0.0170	0.2580	0.3598	0.2410
15.00	8.7406	8.4264	8.5402	8.7695	-0.3142	0.1138	-0.2004	0.2293	0.3431	0.0289
20.00	8.6388	8.4013	8.4423	8.6862	-0.2375	0.0410	-0.1965	0.2439	0.2849	0.0474
25.00	9.2824	9.0269	9.0573	9.2396	-0.2555	0.0304	-0.2251	0.1823	0.2127	-0.0428
30.00	8.4218	8.2254	8.2837	8.5331	-0.1964	0.0583	-0.1381	0.2494	0.3077	0.1113

Tabela 1-b: Comparação entre as *Yields to Maturity* (YTM) da curva dos títulos brasileiros emitidos no exterior em diversas datas. Fonte: *Bloomberg System*.

Os deslocamentos das taxas de juros – sejam eles mais acentuados, como se observa na Tabela 1-a, ou menos como na Tabela 1-b – não são lineares.

Graficamente, observa-se:

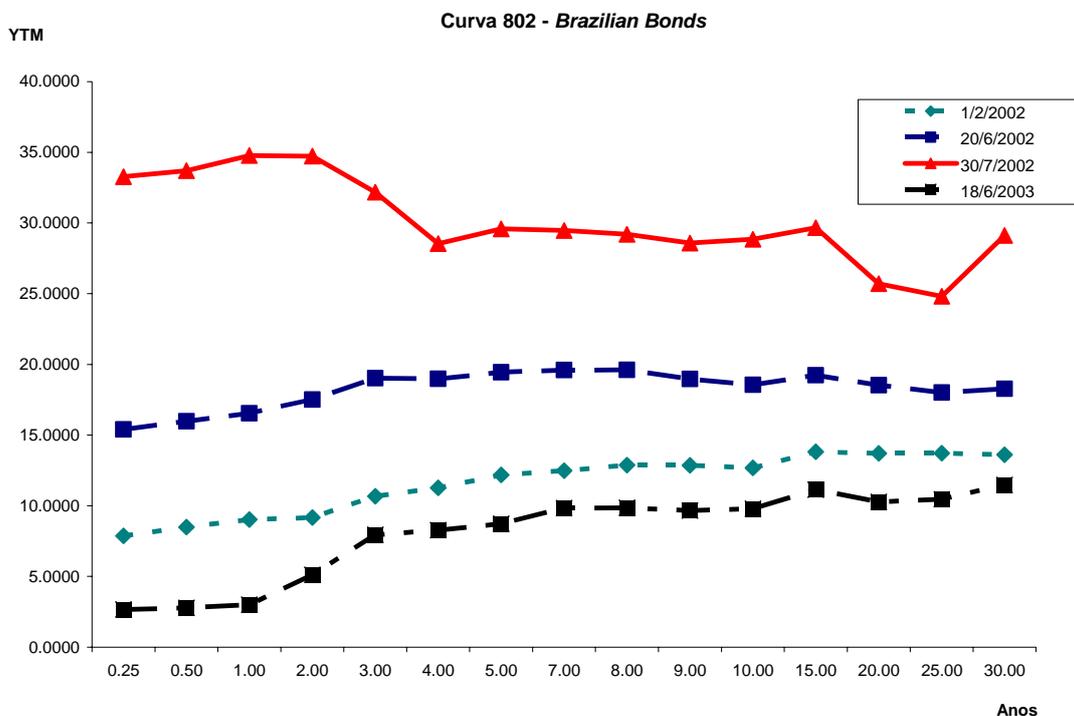


Gráfico 1-a: Comparação entre diversas datas das curvas 802. Fonte: *Bloomberg System*

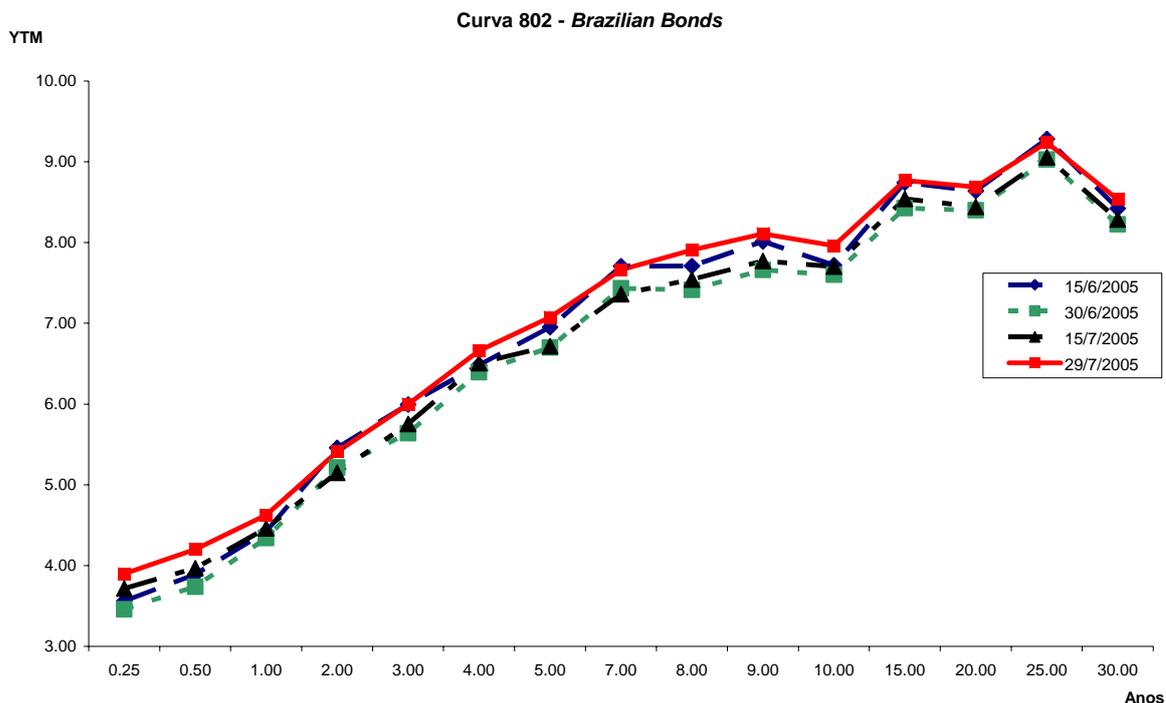


Gráfico 1-b: Comparação entre diversas datas das curvas 802. Fonte: *Bloomberg System*

Esta dissertação terá como objetivo testar se as travas pela *duration* e pela convexidade – “Trava Borboleta” – são efetivas para pequenas e grandes variações nas taxas de juros, se a suas efetividades se alteram com o tempo ou, ainda, se os deslocamentos lineares das taxas de juros são pressupostos para as suas efetividades, uma vez que esse último ponto é considerado como básico pela extensa cobertura dos livros-texto sobre a matéria.

Entre os estudos publicados sobre o assunto, um se destaca por alertar justamente para essa premissa básica, é o *The Pros and Cons of Butterfly Barbells*, onde o seu autor Michael Christensen da Universidade de Southampton – Inglaterra, destaca que a estratégia da “Trava Borboleta” vem sendo ativamente utilizada em estratégias de investimentos com o objetivo de se obter elevação de ganhos ou neutralizar riscos para deslocamentos paralelos nas taxas de juros, no entanto – ele ressalta – empiricamente a curva estrutural das taxas de juros pode se mover de forma não linear e causar consequências trágicas para a estratégia.

Portanto, a pesquisa mostra-se relevante, pois o volume de títulos emitidos pelo governo brasileiro é suficiente para um investidor estruturar um portfólio diferenciado com vencimentos de 2007 até 2040 e deve ser vista como uma investigação se as estratégias colocadas em prática no mercado financeiro internacional são eficazes para os títulos brasileiros.

## II – A IMUNIZAÇÃO PELA *DURATION*

### 1. Revisão do Conceito e aplicação

*Duration*, que em português é traduzido como duração, é também conhecido no mercado financeiro internacional como *Macaulay Duration* em homenagem a Frederick Macaulay<sup>10</sup> que apresentou estudo em 1938 da forma de cálculo do prazo-médio de um título, tempo até o vencimento, taxa de remuneração do papel (*coupon*) e a rentabilidade até o vencimento (*Yield to Maturity* – YTM<sup>11</sup>).

A *duration* também é utilizada como medida de sensibilidade de um título frente a mudanças nas taxas de juros, uma vez que as oscilações na cotação de um título de renda fixa representam risco para o investidor.

O livro-texto *Investments*<sup>12</sup>, dos autores Zvi Bodie, Alex Kane e Alan J. Marcus, enumera regras para a *duration*, entre as quais se destacam:

Regra 1: a *duration* de um título que não paga *coupon* equivale ao seu tempo até o vencimento, bem como um título que paga *coupon* e tenha vencimento para dois anos terá *duration* menor que um título de mesmo vencimento e que não pague *coupons*;

Regra 2: Para títulos de um mesmo vencimento, a *duration* será maior quando a taxa do *coupon* for menor;

---

<sup>10</sup> MACAULAY, F. *Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in United States Since 1856*. New York: National Bureau of Economic Research, 1938. Cap.2, p 48.

<sup>11</sup> *Yield to Maturity* – YTM, rendimento de um título até o seu vencimento, em português o termo é conhecido como TIR – Taxa Interna de Retorno.

<sup>12</sup> *Investments*, - Bodie, Kane & Marcus, 3ª ed, 1995, cap 15, pgs 455-458

Regra 3: Para títulos com a mesma taxa de *coupon*, a *duration* cresce quanto maior for o seu tempo até o vencimento;

Regra 4: Mantidos outros fatores constantes, a *duration* de um título que paga *coupon* é maior quando a *YTM* é menor;

Regra 5: a *duration* de um título perpétuo é obtida por  $(1+y)/y$ . Por exemplo, um título que paga 10% de *coupon* terá *duration* de  $1.10/0.10 = 11$  anos, para um *coupon* de 8%, a *duration* seria de  $1.08/0.08 = 13.5$  anos.

A *duration* (D) pode ser obtida por:

$$D = \sum_{t=1}^T \left[ \left( \frac{C_t}{(1+i)^t} \right) \times t_i + \left( \frac{AM_t}{(1+i)^t} \right) \times t_i + \left( \frac{FV}{(1+i)^t} \right) \times t_i \right] \text{ (eq 01-a)}$$

onde:

$C_t$  = *coupons* periódicos (trimestral, semestral ou anual) pagos pelo emissor ao investidor do título;

$AM_t$  = amortizações do capital, quando previstas;

$FV_t$  = valor de resgate do título – 100% do valor de face da emissão ou o resíduo não amortizado no período;

$PV$  = valor presente após o desconto do fluxo de caixa do título, no mercado financeiro é tratado de forma percentual e é conhecido como o preço de negociação do título;

$t_i$  = prazo a partir da emissão do título;

$i$  = *YTM*

A variação nos preços de um título pode ser medida quando há variação nas taxas de juros, essa relação é dada por:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D \times \left[ \frac{\Delta(1+i)}{1+i} \right] \text{ (eq 01-b)}$$

Da equação 01-b definiu-se como *Modified Duration* ou *Duration* Modificada a relação

$$D^* = \frac{D}{(1+i)} \text{ (eq 02-a)}$$

Que pode ser reescrita por:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D^* \times \Delta i \text{ (eq 02-b)}$$

É importante se observar os comportamentos, ao longo da vida útil de um papel, das suas YTM, *duration*, *duration* modificada e convexidade, gráficos 2, 3, 4 e 5, respectivamente:

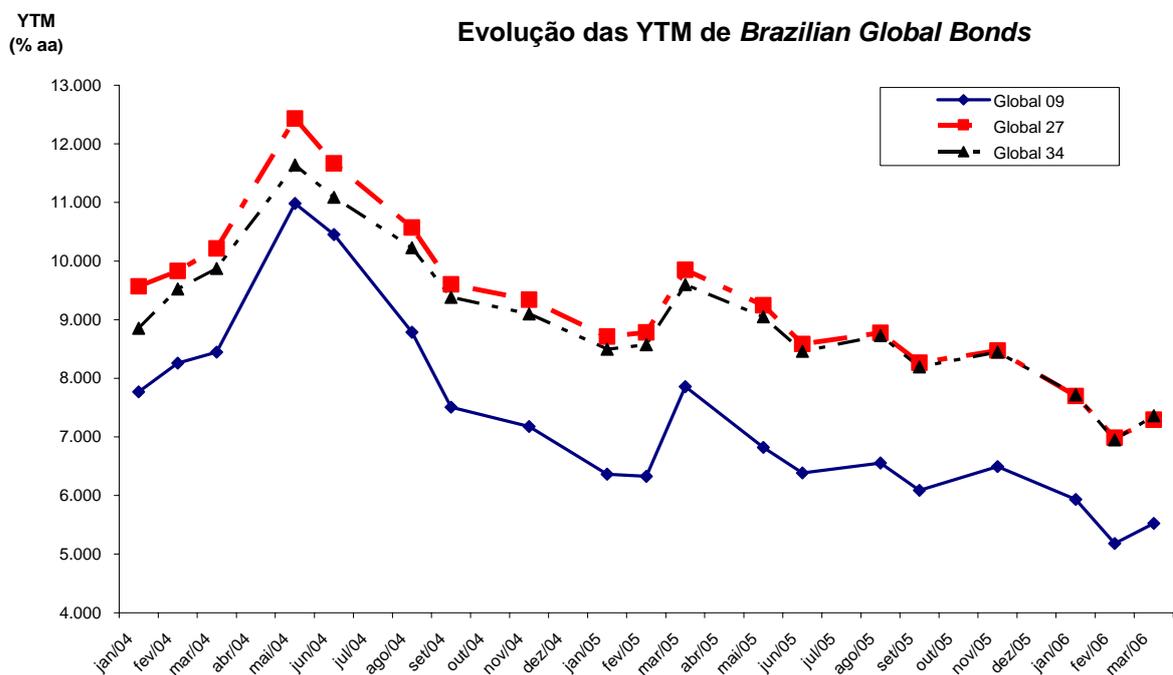


Gráfico 2: Evolução das YTM dos Globals 09, 27 e 34.

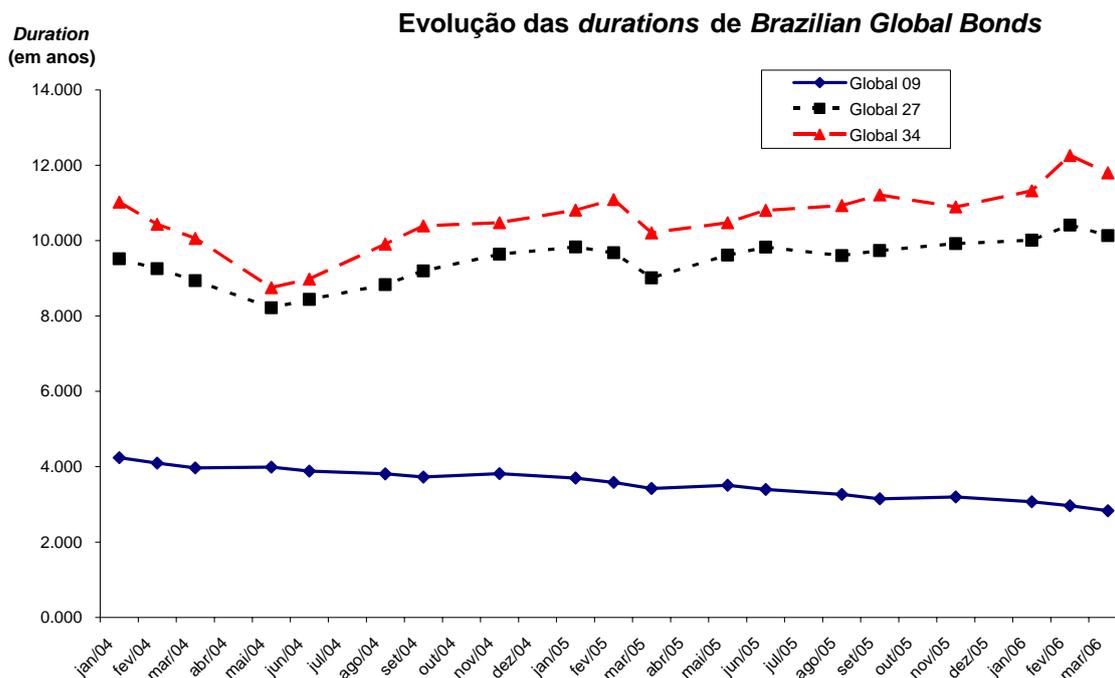


Gráfico 3: Evolução das *durations* dos Globais 09, 27 e 34

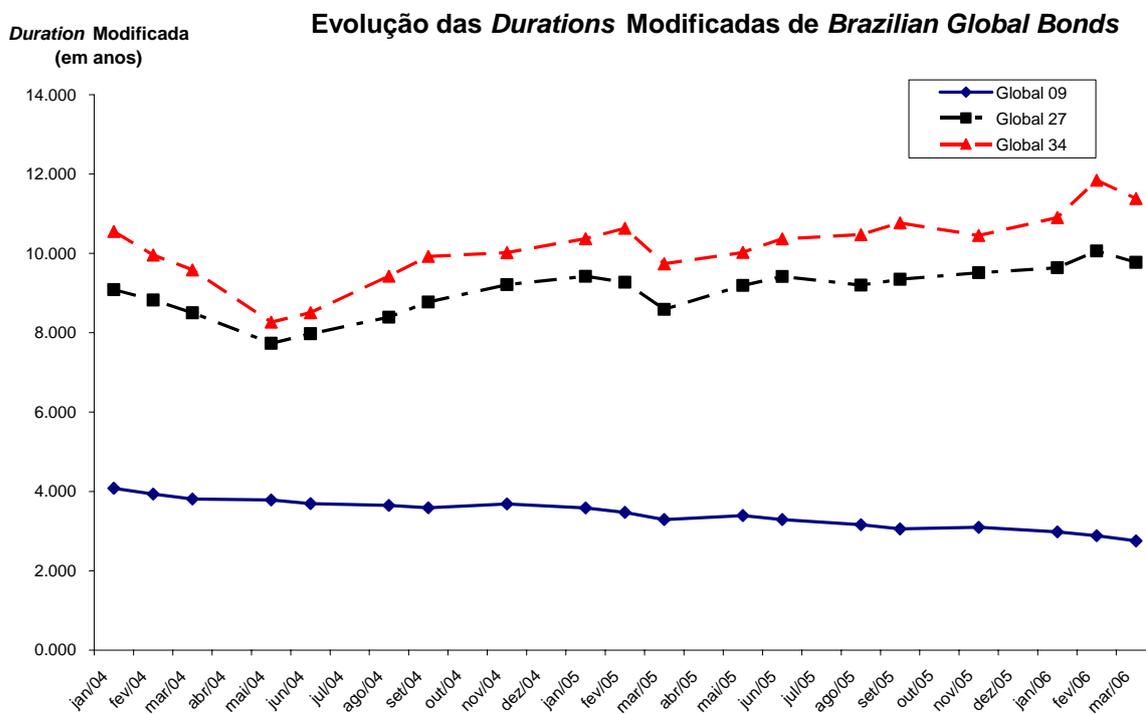


Gráfico 4: Evolução das *durations* modificadas dos Globais 09, 27 e 34

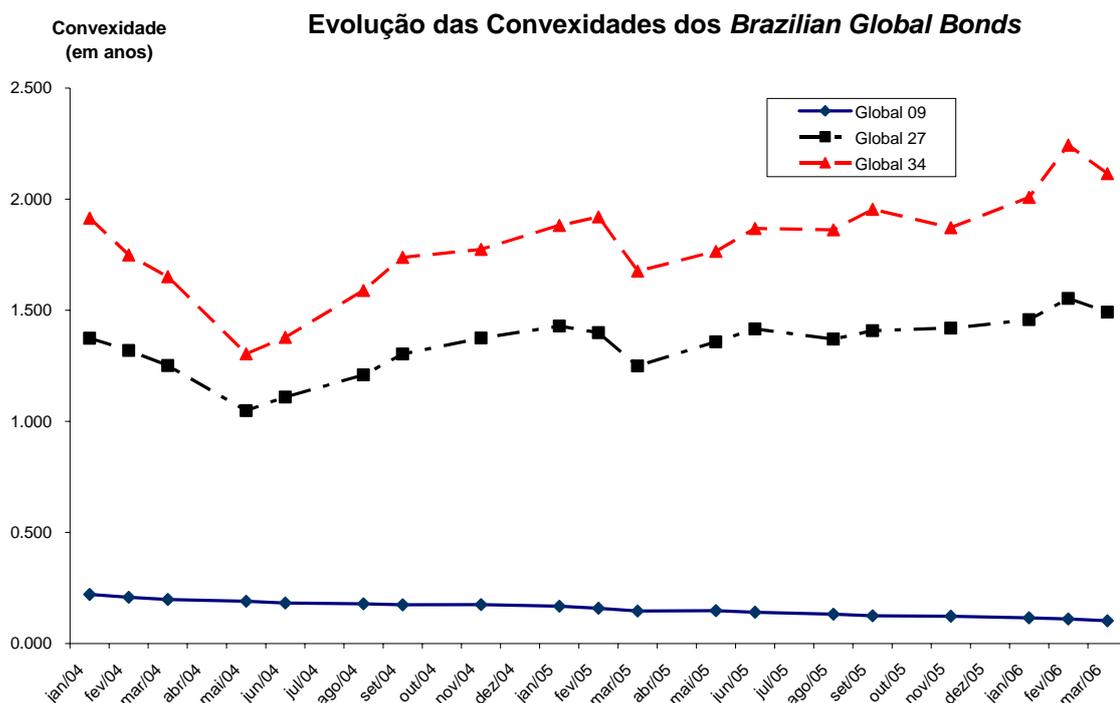


Gráfico 5: Evolução das *durations* modificadas dos Globals 09, 27 e 34

Essas oscilações são originadas de uma combinação de fatores: variações nas taxas de juros, menor tempo até o vencimento, pagamento de *coupon* entre outros.

Exemplo:

Seja um título com vencimento em 5 anos, cupons anuais de 10% , valor de face de \$ 100 e *Yield to Maturity* de 10% aa.

Considerando que para o cálculo da *duration* precisamos trazer a valor presente o fluxo de caixa do título,

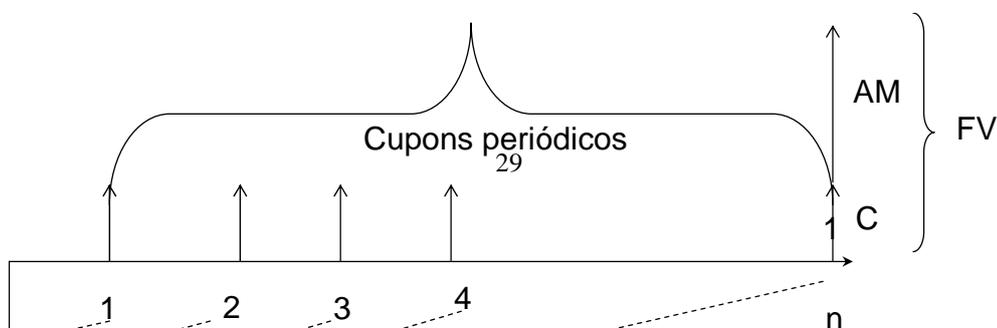


Figura 4: Cálculo do valor presente de um título.

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	10.00%
1	10.00	0.90909	9.09	0.09091	0.0909		
2	10.00	0.82645	8.26	0.08264	0.1653		
3	10.00	0.75131	7.51	0.07513	0.2254		
4	10.00	0.68301	6.83	0.06830	0.2732		
5	110.00	0.62092	68.30	0.68301	3.4151		
		$\sum =$	100.00	$\sum =$	4.1699	D* =	3.7908

Tabela 2: Cálculo da *duration*, da *duration* modificada e do preço de um título.

A *duration* encontrada é de 4.1699 anos. Observa-se que no exemplo a soma dos fluxos de pagamentos descontados é igual ao valor de face do título, uma vez que a *YTM* é igual ao cupom (10% aa). Como a cotação ou preço dos títulos no mercado financeiro é dado em termos percentuais, neste caso o seu preço está ao par ou 100%.

No entanto, é fato que nos lançamentos de títulos possa ocorrer uma demanda excessiva pelo papel por achar que o seu preço irá se valorizar ou, por outro lado, para que a torne atrativa a sua compra a empresa ofereça melhor condição de compra. Com isso a remuneração do papel em relação ao cupom irá se reduzir no primeiro caso e aumentar no segundo, com reflexos no seu valor presente.

Na prática, temos duas situações: podemos calcular o preço de um título, dado o seu rendimento até o vencimento (YTM) e o seu preço ou determinar o cupom de um título para que ele permita ter um rendimento até o vencimento (YTM) adequado ao praticado pelo mercado para aquela *duration* e preço de emissão.

Aqui iremos trilhar pela primeira alternativa. No exemplo, se a YTM desejada para a emissão seja de 11% aa e considerando que o cupom do título desde a sua emissão até o seu vencimento não se altera, o seu preço de emissão seria:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	11.00%
1	10.00	0.90090	9.01	0.09355	0.0935		
2	10.00	0.81162	8.12	0.08428	0.1686		
3	10.00	0.73119	7.31	0.07593	0.2278		
4	10.00	0.65873	6.59	0.06840	0.2736		
5	110.00	0.59345	65.28	0.67785	3.3892		
		$\Sigma =$	96.30	$\Sigma =$	4.1527	D* =	3.7412

Tabela 3: Cálculo da *duration*, da *duration* modificada e do preço de um título com elevação da YTM

O preço do título ficaria cotado abaixo do par, pois cairia para 96.30%. Da mesma forma se a empresa desejasse uma YTM de 9% aa, o seu preço de emissão seria:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	9.00%
1	10.00	0.91743	9.17	0.08831	0.0883		
2	10.00	0.84168	8.42	0.08102	0.1620		
3	10.00	0.77218	7.72	0.07433	0.2230		
4	10.00	0.70843	7.08	0.06819	0.2728		
5	110.00	0.64993	71.49	0.68816	3.4408		
		$\Sigma =$	103.89	$\Sigma =$	4.1869	D* =	3.8412

Tabela 4: Cálculo da *duration*, da *duration* modificada e do preço de um título com redução da YTM

O preço do título passaria a ficar cotado acima do par, pois subiria para 103.89%. Observa-se também que a variação da YTM provoca alterações nas *durations* do mesmo título em todos os casos, uma vez que tivemos alterações no preço e na taxa de juros do título.

Embora a *duration* seja utilizada como uma medida de sensibilidade do preço de um título a partir de variações nas taxas de juros, cabe à *Duration* Modificada, que é o conceito obtido a partir da Expansão de Taylor até a primeira derivada, e mede a variação ao redor do ponto de tangência da curva Preço x Taxa de Juros de um título, ser a mais utilizada no mercado financeiro internacional.

Ou seja, estima-se a variação de preço a partir da variação esperada para as taxas de juros e da *duration* modificada do papel.

Preço x Taxa de Juros

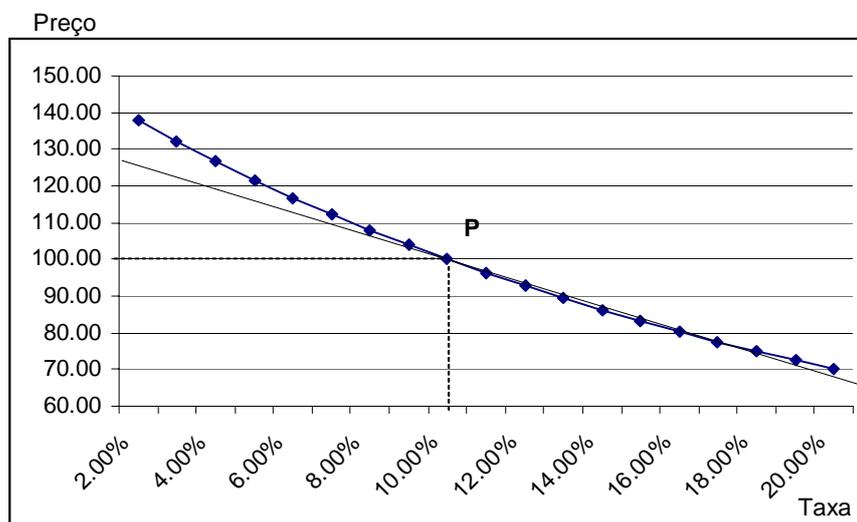


Gráfico 06: Curva Preço x Taxa de Juros e reta tangente.

## 2. Cálculo estimado da variação de preços de um título, a partir de sua *Duration* Modificada

Considerando que a expansão de Taylor pode ser expressa por:

$$y = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x - x_0) + \frac{d^2 f}{dx^2} \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \frac{d^3 f}{dx^3} \frac{(x - x_0)^3}{3!} + \dots \quad (\text{Eq 03})$$

Para cálculos de primeira ordem, desprezam-se as derivações de grau 2 ou superiores, e obtém-se:

$$y = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x - x_0)$$

Para a função relacionada, encontra-se:

$$\frac{\left(\frac{\Delta P}{\Delta i}\right)}{P} = \text{Variação no preço do título decorrente de uma variação na taxa de juros}$$

$$\frac{\left(\frac{\Delta P}{\Delta i}\right)}{P} = -\left(\frac{\Delta P}{\Delta i} \times \frac{1}{P}\right) = -\frac{D}{(1+i)}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{-D}{(1+i)} \times \Delta i$$

onde  $D = \text{Macaulay Duration}$

$$\text{e } D^* = \frac{D}{(1+i)}$$

onde  $D^* = \text{Duration Modificada}$

A variação de preços de um título pode ser estimada por:

$$\Delta P = -P \times D^* \times \Delta i \quad (\text{Eq 04})$$

Utilizando o exemplo anterior, o cálculo obtido para a redução da taxa de 10% para 9% aa:

$$\Delta P = -P \times D^* \times \Delta i$$

P <sub>1</sub> =	100.00
D* =	3.7908
Δi =	-1.00%
DP =	3.79
P <sub>2</sub> =	103.79

Enquanto o calculado pelo fluxo foi de 103.89

No exemplo em que o emissor aumentou a rentabilidade do papel de 10% para 11%, seria encontrado pela fórmula da *duration*:

$$\Delta P = -P \times D^* \times \Delta i$$

P <sub>1</sub> =	100.00
D* =	3.7908
Δi =	1.00%
DP =	(3.79)
P <sub>2</sub> =	96.21

Observa-se que aqui também a estimativa do preço pela *duration* não é exata em relação ao preço calculado de 96.30, e esse erro será tão maior quanto maior for o Δi em módulo, uma vez que a estimativa é obtido da reta tangente da curva ΔP em relação a Δi, havendo portanto, um erro de estimativa entre a curva e a reta tangente.

## Preço x Taxa de Juros

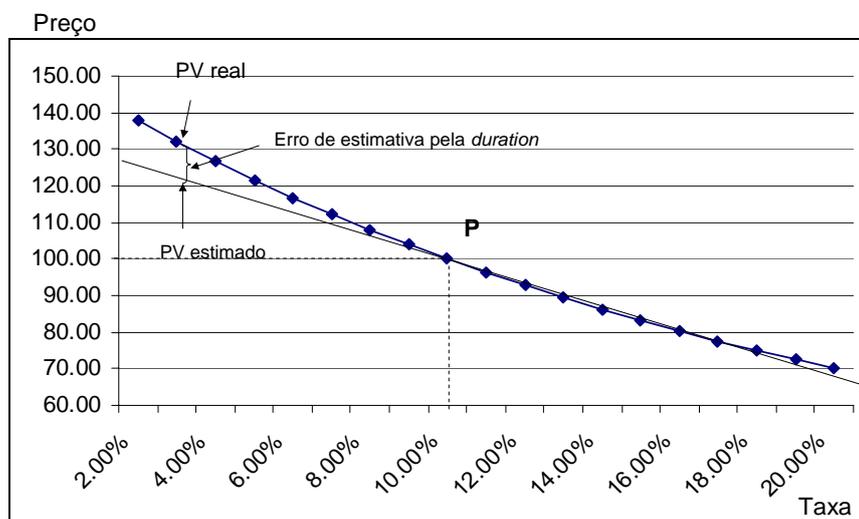


Gráfico 07: Curva Preço x Taxa de Juros e reta tangente

$\Delta i$	Preço Calculado	Preço Estimado	Erro percentual
-8.000%	137.71	130.33	(5.36%)
-3.000%	112.30	111.37	(0.83%)
-2.000%	107.99	107.58	(0.38%)
-1.000%	103.89	103.79	(0.10%)
-0.750%	102.90	102.84	(0.06%)
-0.500%	101.92	101.90	(0.02%)
-0.250%	100.95	100.95	0.00%
0.250%	99.06	99.05	(0.01%)
0.500%	98.13	98.10	(0.03%)
0.750%	97.21	97.16	(0.05%)
1.000%	96.30	96.21	(0.09%)
2.000%	92.79	92.42	(0.40%)
3.000%	89.45	88.63	(0.92%)
8.000%	74.98	69.67	(7.08%)

Tabela 05: Cálculo dos erros da estimativa de preço pela *duration*.

Assim pode-se afirmar que, para pequenas variações nas taxas de juros, a estimativa de preços pela *duration* é válida, para variações elevadas – sejam elas positivas ou negativas – a estimativa embute um erro que precisa ser mais bem analisado.

Outra importante observação é que a primeira derivada da variação do preço do título em relação à variação da taxa de juros é sempre negativa, ou seja, quando a taxa de juros se reduz o preço aumenta e vice-versa. Assim, obteve-se:

$$\frac{\Delta P}{\Delta i} < 0$$

### **3. Imunização da variação de preços pela Duração de títulos de renda fixa**

Os últimos anos da década de 1970 e os primeiros da década de 1980 foram marcados pelo reflexo no mercado financeiro dos choques externos das elevações abruptas do barril de petróleo.

Na ocasião prosperaram estudos na comunidade financeira sobre a utilização da *duration* como medida de volatilidade de preços. A imunização permite que se proteja um título, ou uma carteira de títulos, de mudanças nas taxas de juros de mercado.

Inicialmente o estudo irá considerar um investidor, seja ele pessoa física ou jurídica, que tenha em seu ativo apenas títulos da empresa A em seu portfólio e que deseje reduzir seu risco com possíveis perdas com o investimento com variações de taxas de juros.

Para esse intento o investidor teria duas opções: na primeira, caso fosse uma empresa, poderia emitir um título próprio no mercado. Dessa forma a empresa investidora ficaria com títulos da empresa A no ativo e títulos de sua emissão no passivo. No entanto é preciso se determinar o volume exato para neutralizar o impacto. E na segunda opção ela alugaria algum título já existente no mercado.

Para o primeiro caso, o mais simples seria replicar todas as condições do título do ativo, mas nem sempre isso é possível, seja pela demanda de mercado, seja pela possível diferença na avaliação dos riscos das duas empresas ou ainda seja porque a tal empresa já tenha feito uma

emissão antes e já esteja posicionada em seu passivo com papéis na mão de seus investidores, ou ainda, talvez a principal, não haveria vantagem alguma para a empresa comprar um título que necessitasse a emissão de outro para o seu *hedge*, pois ela não ganharia nunca.

Sendo assim, o primeiro caso será descartado. Para a segunda opção precisa-se saber o valor que a empresa precisaria disponibilizar para efetuar o *hedge*.

A estrutura do *hedge* utilizada baseou-se na constituição de uma carteira de títulos necessária para a imunização para outras duas já existentes nas pontas ativa e passiva.

#### **4. Exemplo de criação de uma carteira imunizada a partir de duas carteiras existentes, uma ativa e outra passiva com YTM idênticas.**

Neste exemplo será utilizada uma carteira ativa composta de apenas 1 título com  $YTM = coupon = 8\%$  aa, valor de face \$ 100.00 e prazo de 4 anos.

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	8.00%
1	8.00	0.92593	7.41	0.07407	0.0741		
2	8.00	0.85734	6.86	0.06859	0.1372		
3	8.00	0.79383	6.35	0.06351	0.1905		
4	108.00	0.73503	79.38	0.79383	3.1753		
		$\sum =$	100.00	$\sum =$	3.5771	D* =	3.3121

e uma carteira passiva X, também de 1 título de própria emissão, com  $YTM$  também de 8% aa, prazo de 5 anos, com o seguinte fluxo:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	8.00%
1	4.00	0.92593	3.70	0.03704	0.0370		
2	6.00	0.85734	5.14	0.05144	0.1029		
3	8.00	0.79383	6.35	0.06351	0.1905		
4	10.00	0.73503	7.35	0.07350	0.2940		
5	113.80	0.68058	77.45	0.77451	3.8726		
		$\sum =$	100.00	$\sum =$	4.4970	D* =	4.1639

Tabela 06: Carteiras hipotéticas Ativa e Passiva.

Na data  $D_0$  foi considerado o  $PV_A = 100$  e a quantidade de X necessária para imunizar a carteira ativa Z dada<sup>13</sup> por:

$$Z = PV_A + X, \text{ onde } Z \text{ é o valor presente da nova carteira e } \frac{dZ}{di} = 0 \text{ e } di \neq 0$$

Assim a carteira Z está imune a variações na taxa de juros .

Matematicamente, verifica-se:

$$\frac{dZ}{di} = \left( \frac{dPV_A}{di} \right) di + \left( \frac{dX}{di} \right) di = 0$$

$$\frac{dZ}{di} = \left( \frac{dPV_A}{di} + \frac{dX}{di} \right) di = 0 \quad (1)$$

Ao se multiplicar os termos dentro dos parênteses por  $PV_A \times \frac{1}{PV_A}$  e por  $X \times \frac{1}{X}$

Não se altera a expressão e passa-se a trabalhar com a  $D^*$  para as carteiras A e X:

$$D_A^* = \left( \frac{1}{PV_A} \times \frac{dPV}{di} \right) \quad (2) \text{ e } D_X^* = \left( \frac{1}{X} \times \frac{dX}{di} \right) \quad (3)$$

<sup>13</sup> Ferreira, Luiz Francisco Rogé, Manual de Gestão de Renda Fixa, Ed Bookman (2004), pg 58-60.

Ao substituírmos (2) e (3) na equação (1), obtém-se:

$$\frac{dZ}{di} = PV_A \times \left( \frac{1}{PV_A} \times \frac{dPV_a}{di} \right) + X \times \left( \frac{1}{X} \times \frac{dX}{di} \right) = 0$$

$$PV_A \times D_A^* + X \times D_X^* = 0 \text{ ou:}$$

$$X = -PV_A \times \frac{D_A^*}{D_X^*} \text{ (Eq 05)}$$

onde

$$X = -100 \times \frac{3.3121}{4.1639}$$

$X = -79.5432$ . Dessa forma é necessária a venda de parte de X para que a carteira fique imunizada.

Ficou então constituída uma carteira Z, composta pelas carteiras ativa A e passiva X, que está imunizada para pequenas variações de taxas de juros, de tal forma que

$$PV_Z = PV_A + X \text{ (Eq 06).}$$

$$PV_Z = 100 - 79.5432 = 20.4568$$

Para 1% de variação na *yield to maturity*, a mudança seria de 8% para 9%, e o efeito em PVa foi:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	9.00%
1	8.00	0.91743	7.34	0.07585	0.0759		
2	8.00	0.84168	6.73	0.06959	0.1392		
3	8.00	0.77218	6.18	0.06384	0.1915		
4	108.00	0.70843	76.51	0.79072	3.1629		
		$\sum =$	96.76	$\sum =$	3.5694	D* =	3.2747

Tabela 07: Cálculo do preço do título ativo A, após acréscimo na taxa de juros.

Prejuízo da carteira ativa:  $(PV_A \text{ depois} - PV_A \text{ antes}) = 96.76 - 100.00 = -3.24$

e em PV<sub>x</sub> foi:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	9.00%
1	4.00	0.91743	3.67	0.03793	0.0379		
2	6.00	0.84168	5.05	0.05219	0.1044		
3	8.00	0.77218	6.18	0.06384	0.1915		
4	10.00	0.70843	7.08	0.07321	0.2929		
5	113.80	0.64993	73.96	0.76440	3.8220		
		$\sum =$	95.94	$\sum =$	4.4487	D* =	4.0814

Tabela 08: Cálculo do preço do título passivo X, após acréscimo na taxa de juros.

$PV_x \text{ depois} = 95.94 \times 0.795432 = 76.3137$

Lucro da Carteira Passiva:

$(PV_x \text{ antes} - PV_x \text{ depois}) = 79.5432 - 76.3137 = 3.23$

$\Delta Z = dZ = dPV_A + dX = -3.24 + 3.23 = -0.01$  que é aproximadamente igual a zero.

Estendendo-se a variação linear para diversos pontos, encontra-se:

Varição linear	Varição percentual conjunta
(7.00%)	(0.920%)
(5.00%)	(0.430%)
(3.00%)	(0.140%)
(1.00%)	(0.010%)
(0.50%)	(0.004%)
0.00%	0.00%
1.00%	(0.01%)
3.00%	(0.12%)
5.00%	(0.30%)
7.00%	(0.55%)

Tabela 09: Resultado da imunização pela *duration* frente a diferentes variações nas taxas de juros.

Graficamente, encontra-se:

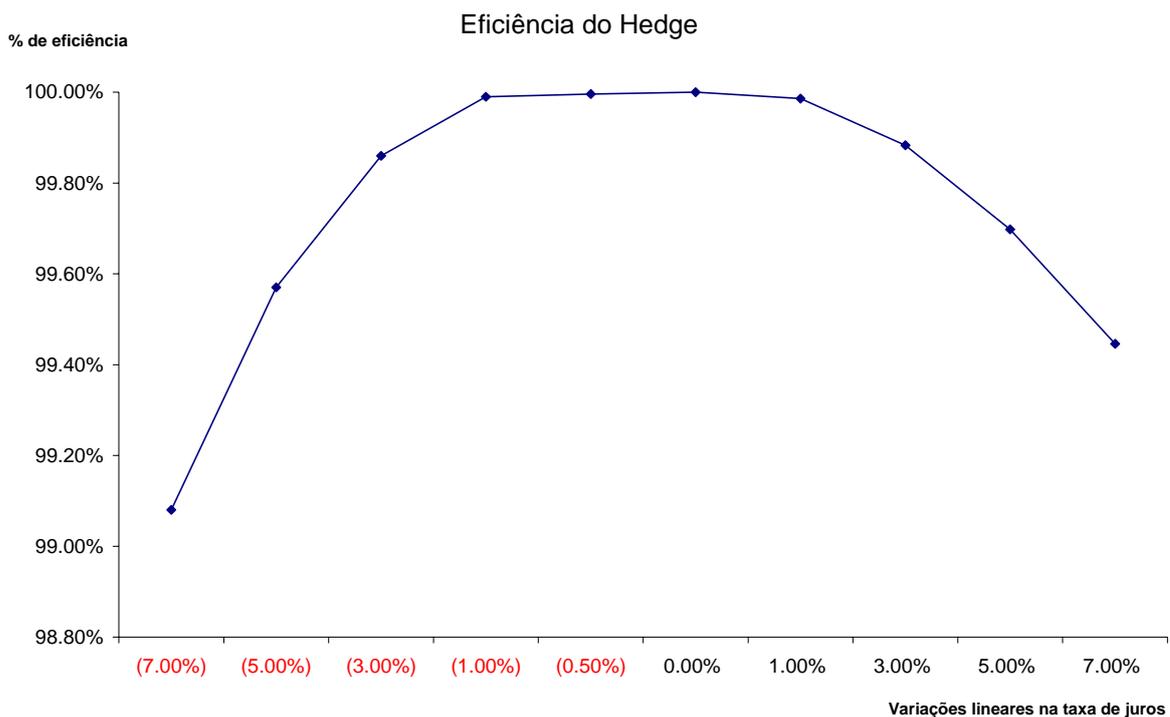


Gráfico 08: Resultado da imunização pela *duration* frente a diferentes variações nas taxas de juros.

Conclusões:

- a) quando as carteiras ativa e passiva têm títulos com cupons iguais e as variações são lineares, embora os prazos dos títulos sejam diferentes a imunização pela *duration* é efetiva.

- b) Considerando que para o segmento de renda variável o limite de perda deve ser estabelecido conforme o apetite ao risco de seu investidor, o trabalho aqui irá considerar que o investidor desses papéis seja conservador e estabeleça o seu  $V@R^{14}$  de tal forma que deseje limitar seus ganhos/perdas em não mais do que 5% do seu investimento. Dessa forma, poder-se-ia inferir que se ao invés de emitir o título ela optasse por alugá-lo, o seu custo poderia ser obtido a partir da diferença entre os 5% e a estimativa máxima de variação que a instituição financeira estivesse projetando para o período. Assim, se esperasse uma elevação da YTM de 7 pontos percentuais, o custo máximo do aluguel seria de  $5\% - 0.55\% = 4.45\%$ .

### **5. Imunização pela duration: relaxando a hipótese dos títulos terem cupons iguais e mantendo a variação linear das taxas de juros.**

Seja a mesma carteira ativa da tabela 06, portanto ela é composta de apenas 1 título com *yield to maturity* = cupom = 8 % aa, valor de face \$ 100.00 e prazo de 4 anos.

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	8.00%
1	8.00	0.92593	7.41	0.07407	0.0741		
2	8.00	0.85734	6.86	0.06859	0.1372		
3	8.00	0.79383	6.35	0.06351	0.1905		
4	108.00	0.73503	79.38	0.79383	3.1753		
	$\Sigma =$		100.00	$\Sigma =$	3.5771	D* =	3.3121

e agora a carteira passiva X, também de 1 título de própria emissão, com *yield to maturity* de 10% aa, prazo de 5 anos, com o seguinte fluxo:

<sup>14</sup>  $V@R$ : medida do risco agregado de mercado enfrentado por uma empresa, ou seja, o montante de dinheiro que uma empresa poderia perder ou realizar devido às alterações de preço nos mercados relacionados. Com o  $V@R$ , tenta-se responder à seguinte questão: "Qual a perda máxima esperada em uma carteira dado um horizonte de tempo e uma probabilidade para essa ocorrência?" A resposta teria a seguinte forma, por exemplo: "para 95% de confiança não se espera uma perda superior a R\$ 2.000,00 no horizonte de 21 dias".

Carteira Passiva X						
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM = 10.00%
1	4.00	0.9091	3.64	0.03636	0.0364	
2	6.00	0.8264	4.96	0.04959	0.0992	
3	8.00	0.7513	6.01	0.06011	0.1803	
4	10.00	0.6830	6.83	0.06830	0.2732	
5	126.53	0.6209	78.56	0.78564	3.9282	
		$\Sigma$	100.00	$\Sigma$	4.5173	D* = 4.10661

Tabela 10: Nova carteira hipotética passiva, agora com YTM diferente da carteira hipotética ativa.

Em  $D_0$  a quantidade de X necessária para imunizar a carteira ativa é dada por:

$$X = -100 \times \frac{3.3121}{4.10661}$$

$$X = -80.6529$$

$$PV_z = 100 - 80.6529 = 19.3471$$

Para 1% de variação na *yield to maturity*, representa a mudança de 8% para 9% na carteira ativa e de 10% para 11% na carteira passiva, e o efeito em  $PV_a$  foi:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	9.00%
1	8.00	0.91743	7.34	0.07585	0.0759		
2	8.00	0.84168	6.73	0.06959	0.1392		
3	8.00	0.77218	6.18	0.06384	0.1915		
4	108.00	0.70843	76.51	0.79072	3.1629		
		$\Sigma =$	96.76	$\Sigma =$	3.5694	D* =	3.2747

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM	11.00%
1	4.00	0.90090	3.60	0.03754	0.0375		
2	6.00	0.81162	4.87	0.05073	0.1015		
3	8.00	0.73119	5.85	0.06093	0.1828		
4	10.00	0.65873	6.59	0.06862	0.2745		
5	126.53	0.59345	75.09	0.78218	3.9109		
		$\Sigma =$	96.00	$\Sigma =$	4.5072	D* =	4.0605

Tabela 11: Cálculos dos preços do título ativo A e passivo X após acréscimo linear na taxas de juros.

As variações observadas nos PV seriam:

	Depois	Antes	Total	Lucro/Perda percentual
Prejuízo da carteira ativa	96.76	100.00	(3.24)	(3.24%)
Lucro da carteira passiva	(77.43)	(80.65)	3.23	3.23%
	<b>Lucro/prejuízo</b>			<b>(0.013%)</b>

Que também é aproximadamente igual a zero. Fazendo para outras variações, observou-se:

Variação linear	Variação percentual conjunta
(7.00%)	(0.826%)
(5.00%)	(0.391%)
(3.00%)	(0.131%)
(1.00%)	(0.013%)
(0.50%)	(0.003%)
0.00%	0.000%
1.00%	(0.013%)
3.00%	(0.106%)
5.00%	(0.274%)
7.00%	(0.503%)

Tabela 12: Resultado da imunização pela *duration* frente a diferentes variações lineares nas taxas de juros.

Graficamente, observou-se:

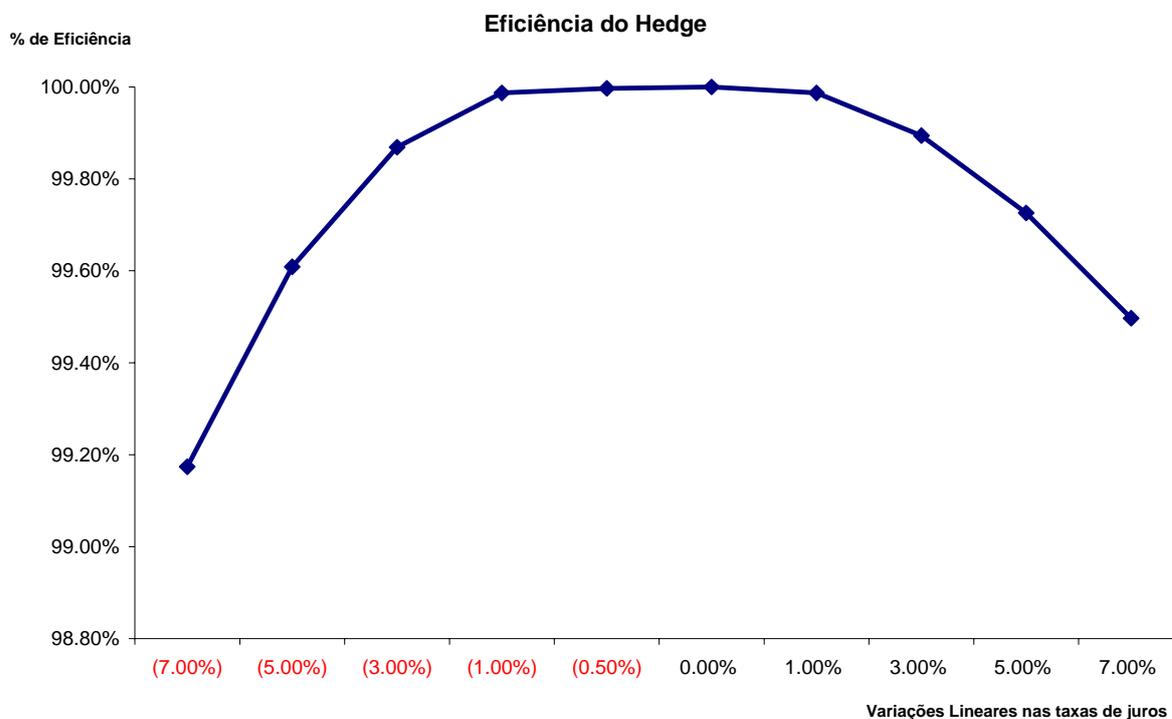


Gráfico 09: Resultado da imunização pela *duration* frente a diferentes variações lineares nas taxas de juros.

Conclusões:

- a) mantendo-se a premissa de variações lineares na estrutura a termo de taxas de juros, o *hedge* também se mostrou eficiente com títulos de diferentes cupons, portanto a hipótese inicial de se fazer *hedge* com títulos com cupons iguais pode ser relaxada;
- b) mantendo-se a premissa de que o investidor considera 5% o seu valor em risco, poderíamos estimar o custo do aluguel do título para a carteira passiva, pois se esperasse uma elevação ou queda da YTM de 7 pontos percentuais, o custo máximo do aluguel seria de  $5\% - 0.826\% = 4.174\%$ .

## ***6. Imunização pela duration: títulos com cupons diferentes e variação não linear das taxas de juros.***

Até aqui o trabalho apresentou uma condição forte para os itens 4 e 5 anteriores. A alteração linear nas taxas de juros. A seguir essa condição será flexibilizada, pois serão feitas simulações com diferentes variações das taxas de juros.

Utilizando os mesmos dados da proposição do item 5, no entanto considerando uma variação da YTM ativa de 1.5% e a passiva de 2%, observou-se:

De:

Carteira Ativa A						
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM = 8.00%
1	8.00	0.9259	7.41	0.07407	0.0741	
2	8.00	0.8573	6.86	0.06859	0.1372	
3	8.00	0.7938	6.35	0.06351	0.1905	
4	108.00	0.7350	79.38	0.79383	3.1753	
		$\Sigma$	100.00	$\Sigma$	3.5771	D* = 3.31213

Carteira Passiva X						
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM = 10.00%
1	4.00	0.9091	3.64	0.03636	0.0364	
2	6.00	0.8264	4.96	0.04959	0.0992	
3	8.00	0.7513	6.01	0.06011	0.1803	
4	10.00	0.6830	6.83	0.06830	0.2732	
5	126.53	0.6209	78.56	0.78564	3.9282	
		$\Sigma$	100.00	$\Sigma$	4.5173	D* = 4.10661

Tabela 13: Carteiras hipotéticas Ativa e Passiva com YTM diferentes.

Para:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM = 9.50%
1	8.00	0.91324	7.31	0.07675	0.0767	
2	8.00	0.83401	6.67	0.07009	0.1402	
3	8.00	0.76165	6.09	0.06401	0.1920	
4	108.00	0.69557	75.12	0.78915	3.1566	
		$\Sigma =$	95.19	$\Sigma =$	3.5656	D* = 3.2562

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	YTM = 12.00%
1	4.00	0.89286	3.57	0.03874	0.0387	
2	6.00	0.79719	4.78	0.05188	0.1038	
3	8.00	0.71178	5.69	0.06176	0.1853	
4	10.00	0.63552	6.36	0.06893	0.2757	
5	126.53	0.56743	71.80	0.77870	3.8935	
		$\Sigma =$	92.20	$\Sigma =$	4.4970	D* = 4.0152

Tabela 14: Cálculos dos preços do título ativo A e passivo X após acréscimo linear na taxas de juros.

	Depois	Antes	Total	Lucro/Perda percentual
Prejuízo da carteira ativa	95.19	100.00	(4.81)	(4.81%)
Lucro da carteira passiva	(74.36)	(80.65)	6.29	6.29%
			<b>Lucro/prejuízo</b>	<b>1.484%</b>

$$\Delta Z = dZ = dPV_A + dX = -4.81 + 6.29 = 1.4845$$

O resultado encontrado já não é tão próximo de zero. Estendendo para outras variações, observou-se:

Varição da taxa na carteira Ativa	Varição da taxa na carteira Passiva	Lucro/Prejuízo em termos percentuais
(7.00%)	(9.00%)	(11.081%)
(5.00%)	(6.50%)	(7.167%)
(3.00%)	(4.25%)	(5.155%)
(1.00%)	(2.00%)	(3.599%)
(0.50%)	(1.00%)	(1.726%)
0.00%	0.00%	0.000%
1.00%	0.50%	(1.605%)
3.00%	2.00%	(3.016%)
5.00%	3.00%	(5.671%)
7.00%	4.00%	(8.017%)

Tabela 15: Resultado da imunização pela *duration* frente a diferentes variações não lineares nas taxas de juros.

Graficamente, observou-se:

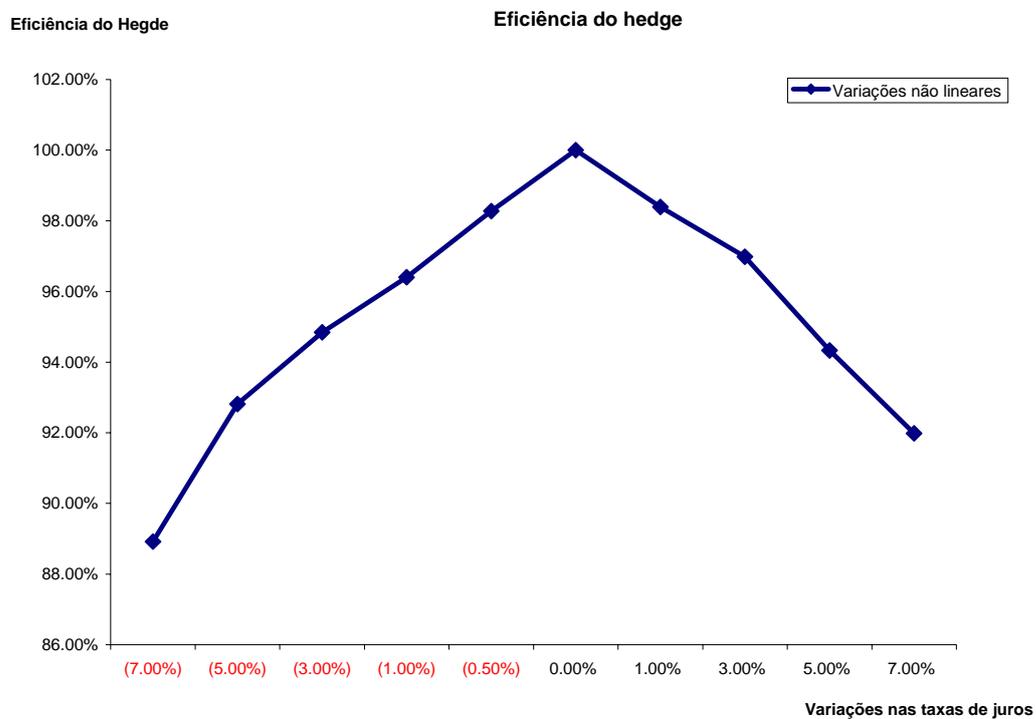


Gráfico 10: Resultado da imunização pela *duration* frente a diferentes variações não lineares nas taxas de juros.

Conclusões:

- a) quando as simulações envolvem variações diferenciadas nas taxas de juros de cada título, o cuidado deve ser maior, pois embora possa se afirmar que o *hedge* é eficiente, ficou evidenciado que somente para pequenas alterações ele é mais efetivo;
- b) o custo do aluguel de um título poderia ser calculado, embora o seu cálculo ficasse dependente de mais de uma projeção. Agora teria que se projetar às variações tanto para a carteira ativa quanto para a carteira passiva.

## **7. Teste da estratégia com títulos do governo brasileiro emitidos no exterior – Brazilian Global Bonds.**

Seja uma carteira ativa dada por um título brasileiro emitido no exterior, cujo vencimento será em 15.05.2027, o denominado Global 27.

Será verificada a possibilidade de construir uma estratégia de imunização às variações nas taxas de juros, tendo na ponta passiva outro título brasileiro para o mesmo mercado, o de vencimento em 21.01.2034.

Ambos os títulos não pagam amortizações intermediárias, apenas *coupons* semestrais de 10.00 % e 8.25% aa, respectivamente.

Considerando-se os dados obtidos no sistema *Bloomberg* para o dia 03.01.2005, observa-se:

3/1/2005

		<b>Carteira Ativa A</b>				
<b>Global 27</b>		Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Dur Mod
		113.80	115.15	8.711	9.830	9.420

		<b>Carteira Passiva X</b>				
<b>Global 34</b>		Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Dur Mod
		97.36	101.10	8.496	10.810	10.370

Tabela 16: Carteiras Ativa e Passiva compostas por *brazilian global bonds* em 31.01.2005.

A quantidade de Global 34 necessária para imunizar as variações de preço/YTM do Global 27, é dada por:

$$x = - \frac{(PS_{G27} \times D_{G27}^*)}{D_{G34}^*}$$

No caso, tem-se:

$$X = -104.6011$$

E a carteira Z seria:

$$\text{Carteira Z} = A + X \quad 10.5489$$

Em 15.02.2005, o resultado da trava poderia ser verificado, e o resultado seria:

15/2/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada
Carteira Ativa (G27)	113.00	115.53	8.783	9.677	9.270
Carteira Passiva (G34)	96.57	97.14	8.571	11.091	10.635

Resultado Financeiro	PV atual	PV anterior	Varição	Varição %
Carteira Ativa (G27)	115.53	115.15	0.38	0.33%
Carteira Passiva (G34)	101.61	105.75	(4.14)	(3.91%)
Total			(3.76)	(3.58%)

Tabela 17: Resultado da imunização da carteira de *brazilian global bonds* em 15.02.2005.

Fazendo os cálculos com os dados de 30.03.2005, verificou-se:

15/2/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada	
Carteira Ativa (G27)	113.00	115.53	8.783	9.677	9.270	
Carteira Passiva (G34)	96.57	97.14	8.571	11.091	10.635	x = -100.702

30/3/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada
Carteira Ativa (G27)	102.43	106.23	9.851	9.012	8.589
Carteira Passiva (G34)	86.88	88.48	9.598	10.205	9.738

Resultado Financeiro	PV atual	PV anterior	Variacão	Variacão %
Carteira Ativa (G27)	106.23	115.53	(9.30)	(8.05%)
Carteira Passiva (G34)	88.48	97.14	(8.66)	(8.91%)
Total			(17.96)	(16.96%)

Tabela 18: Resultado da imunização da carteira de *brazilian global bonds* em 30.03.2005.

Em relação ao dia 30.06.2005, ficou sendo:

30/3/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada	
Carteira Ativa (G27)	102.43	106.23	9.851	9.012	8.589	
Carteira Passiva (G34)	86.88	88.48	9.598	10.205	9.738	x = -93.6958

30/6/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada
Carteira Ativa (G27)	115.07	116.34	8.585	9.823	9.419
Carteira Passiva (G34)	97.76	101.43	8.458	10.804	10.365

Resultado Financeiro	PV atual	PV anterior	Variacão	Variacão %
Carteira Ativa (G27)	116.34	106.23	10.11	9.52%
Carteira Passiva (G34)	101.43	88.48	12.95	14.64%
Total			23.06	24.15%

Tabela 19: Resultado da imunização da carteira de *brazilian global bonds* em 30.06.2005.

## Conclusões:

- a) A prática evidenciou os exemplos teóricos apresentados anteriormente. O modelo respondeu a sua missão de imunizar quando as variações nas taxas de juros eram pequenas (dia 15.02.2005), se considerarmos que grau do risco desse investidor é de 5%, nos outros pontos o modelo não foi eficiente;
- b) Corrobora para essa evidência o fato de os títulos do governo brasileiro emitidos no exterior não apresentarem deslocamentos paralelos de taxas de juros, e estarem sujeitos a variações ora mais e ora menos intensas, refletindo o seu grau de risco perante a comunidade financeira internacional;
- c) dessa forma não seria um modelo adequado para proteção.

### III – A IMUNIZAÇÃO PELA CONVEXIDADE

#### 1. Revisão do Conceito e aplicação.

Pelo que foi apresentado no tópico anterior, a *duration* tem utilização limitada, uma vez que ela só pode ser considerada eficiente para pequenas variações nas taxas de juros ou quando a variação na sua estrutura a termo for linear.

É fato que voltando ao gráfico 03 - Preço x Taxa de juros, observa-se que há um erro considerável de estimativa do PV de um título pela *duration*.

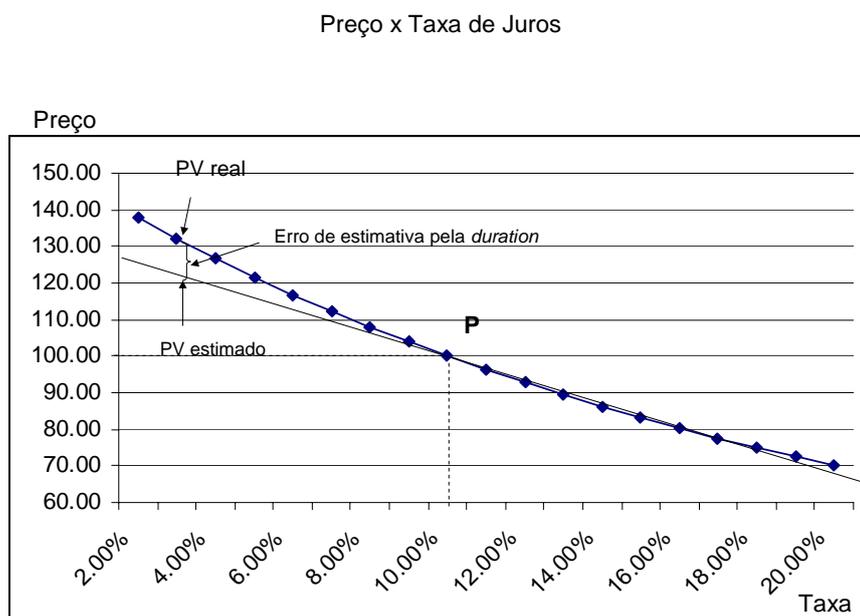


Gráfico 07: Curva Preço x Taxa de Juros e reta tangente com estimativa de erro no cálculo.

Os livros-texto sugerem que uma tentativa de melhorar o resultado da imunização de uma carteira de títulos está na utilização do segundo grau da Expansão de Taylor – a convexidade.

Se a *duration* é a tangente a curva da Preço x Taxa de Juros, ou seja, a sua derivada de 1º grau, a convexidade, por sua vez, é a derivada da *duration* ou a 2ª derivada da função preço (também aqui citada como valor presente) em relação a oscilações na taxa de juros.

Revisitando a equação 03 da expansão de Taylor:

$$y = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x-x_0) + \frac{d^2 f}{dx^2} \frac{(x-x_0)^2}{2!} + \frac{d^3 f}{dx^3} \frac{(x-x_0)^3}{3!} + \dots \text{ (Eq 03)}$$

Para cálculos de segunda ordem, desprezam-se as derivações de grau 3 ou superiores, e obtém-se:

$$y = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x-x_0) + \frac{d^2 f}{dx^2} \frac{(x-x_0)^2}{2!}$$

Para a função que estamos relacionando, tem-se a estimativa de variação de preço com base na *duration* e na convexidade, pois:

$$\frac{dP}{P} = \frac{1}{P} \times \left( \frac{dP}{di} \times di + \frac{1}{2!} \times \frac{d^2 P}{di^2} \times (di)^2 \right)$$

onde,

$$D^* = \frac{1}{P} \times \frac{dP}{di} \quad \text{e} \quad C = \frac{1}{P} \times \frac{d^2 P}{di^2}$$

$$\frac{dP}{P} \cong D^* \times di + \frac{1}{2} \times \frac{1}{P} \times \frac{d^2 P}{di^2} \times (di)^2$$

$$\text{ou } \frac{dP}{P} \cong -(D^* \times di + C \times (di)^2) \text{ (Eq 07)}$$

para variações infinitesimais de preço. Para variações discretas tem-se:

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -\left(D^* \times \Delta i + C * (\Delta i)^2\right) \text{ (Eq 07)}$$

Onde  $D = \text{Macauly Duration}$

$D^* = \text{Duration Modificada}$ , que pode ser expressa por:

$$D^* = \frac{1}{P} \times \left[ -\frac{1}{(1+i)} \times \sum_{t=1}^T \frac{c_t \times t}{(1+i)^t} \right] \text{ (Eq 08)}$$

e  $C = \text{Convexidade}$ , que pode ser expressa por :

$$C = \frac{1}{P} \times \left[ \frac{1}{(1+i)^2} \times \sum_{t=1}^T \frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t} \right] \text{ (Eq 09)}$$

## 2. Cálculo estimado da variação de preços de um título, a partir de sua Duration Modificada e Convexidade

Exemplo para o cálculo da convexidade:

Seja um título com vencimento em 5 anos, cupons anuais de 10% , valor de face de \$ 100 e Yield to Maturity de 10% aa.

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM
1	10.00	0.90909	9.09	0.09091	0.0909	18.18	0.0082645	0.1503	10.00%
2	10.00	0.82645	8.26	0.08264	0.1653	49.59	0.0082645	0.4098	
3	10.00	0.75131	7.51	0.07513	0.2254	90.16	0.0082645	0.7451	
4	10.00	0.68301	6.83	0.06830	0.2732	136.60	0.0082645	1.1289	
5	110.00	0.62092	68.30	0.68301	3.4151	2,049.04	0.0082645	16.9342	
6		$\Sigma =$	100.00	$\Sigma =$	4.1699		$\Sigma =$	19.3683	$D^* =$

3.7908

Tabela 20: Cálculo da duration, duration modificada, convexidade e preço de um título hipotético.

Variando a TIR de 10% para 11%, encontra-se:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	11.00%
1	10.00	0.90090	9.01	0.09355	0.0935	18.02	0.0084277	0.1519		
2	10.00	0.81162	8.12	0.08428	0.1686	48.70	0.0084277	0.4104		
3	10.00	0.73119	7.31	0.07593	0.2278	87.74	0.0084277	0.7395		
4	10.00	0.65873	6.59	0.06840	0.2736	131.75	0.0084277	1.1103		
5	110.00	0.59345	65.28	0.67785	3.3892	1,958.39	0.0084277	16.5047		
6		$\sum =$	96.30	$\sum =$	4.1527		$\sum =$	18.9168	D* =	3.7412

Tabela 21: Cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço de um título hipotético aumentando a YTM.

Ou seja, o preço reduziu para 96.30 , caiu 3.70.

Da equação 07, obter-se-ia:

	Estimativa pela Covexidade	Estimativa pela Duration	Preço Anterior
P	100.00	100.00	100.0000
D*	3.7908	3.79	Preço Atual
$\Delta i$	1.00%	1.00%	
C	19.3683		96.3000
$\Delta i^2$	0.01%		Varição Observada
$\Delta P$	(3.6939)	(3.7908)	(3.7000)

Tabela 22: Cálculo da variação de preço estimado pela convexidade e pela duration com o acréscimo de 1% na TIR.

o decréscimo da YTM para 8.5% representaria:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	8.50%
1	10.00	0.92166	9.22	0.08702	0.0870	18.43	0.0080205	0.1478		
2	10.00	0.84946	8.49	0.08020	0.1604	50.97	0.0080205	0.4088		
3	10.00	0.78291	7.83	0.07392	0.2218	93.95	0.0080205	0.7535		
4	10.00	0.72157	7.22	0.06813	0.2725	144.31	0.0080205	1.1575		
5	110.00	0.66505	73.15	0.69072	3.4536	2,194.65	0.0080205	17.6021		
6		$\sum =$	105.91	$\sum =$	4.1953		$\sum =$	20.0697	D* =	3.8667

Tabela 23: Cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço de um título hipotético diminuindo a YTM.

Já pelas estimativas da convexidade e da *duration*, encontra-se:

	Estimativa pela Convexidade	Estimativa pela Duration	Preço Anterior
P	100.00	100.00	100.0000
D*	3.7908	3.79	Preço Atual
$\Delta i$	(1.50%)	(1.50%)	
C	19.3683		105.9110
$\Delta i^2$	0.02%		Varição Observada
$\Delta P$	5.9041	5.6862	5.9110

Tabela 24: Cálculo da variação de preço estimado pela convexidade e pela duration com o decréscimo de 1.5% na YTM.

Para outros pontos obtém-se:

$\Delta i$	Preço Calculado	Preço Estimado Duration	Margem de erro pela duration	Preço Estimado pela Convexidade	Margem de erro pela convexidade
(8.00%)	137.71	130.33	(5.360%)	136.52	(0.859%)
(3.00%)	112.30	111.37	(0.828%)	112.24	(0.050%)
(2.00%)	107.99	107.58	(0.380%)	107.97	(0.020%)
(1.00%)	103.89	103.79	(0.096%)	103.89	(0.002%)
(0.75%)	102.90	102.84	(0.058%)	102.90	(0.002%)
(0.50%)	101.92	101.90	(0.020%)	101.92	(0.000%)
(0.25%)	100.95	100.95	(0.004%)	100.95	(0.000%)
0.25%	99.06	99.05	(0.010%)	99.06	(0.002%)
0.50%	98.13	98.10	(0.031%)	98.13	(0.001%)
0.75%	97.21	97.16	(0.051%)	97.21	0.001%
1.00%	96.30	96.21	(0.093%)	96.31	0.006%
2.00%	92.79	92.42	(0.399%)	92.81	0.017%
3.00%	89.45	88.63	(0.917%)	89.50	0.055%
8.00%	74.98	69.67	(7.08%)	75.87	1.186%

Tabela 25: Resultado das estimativas de preços e seus erros pela duration e pela convexidade para diferentes variações nas taxas de juros.

Graficamente obtém-se:

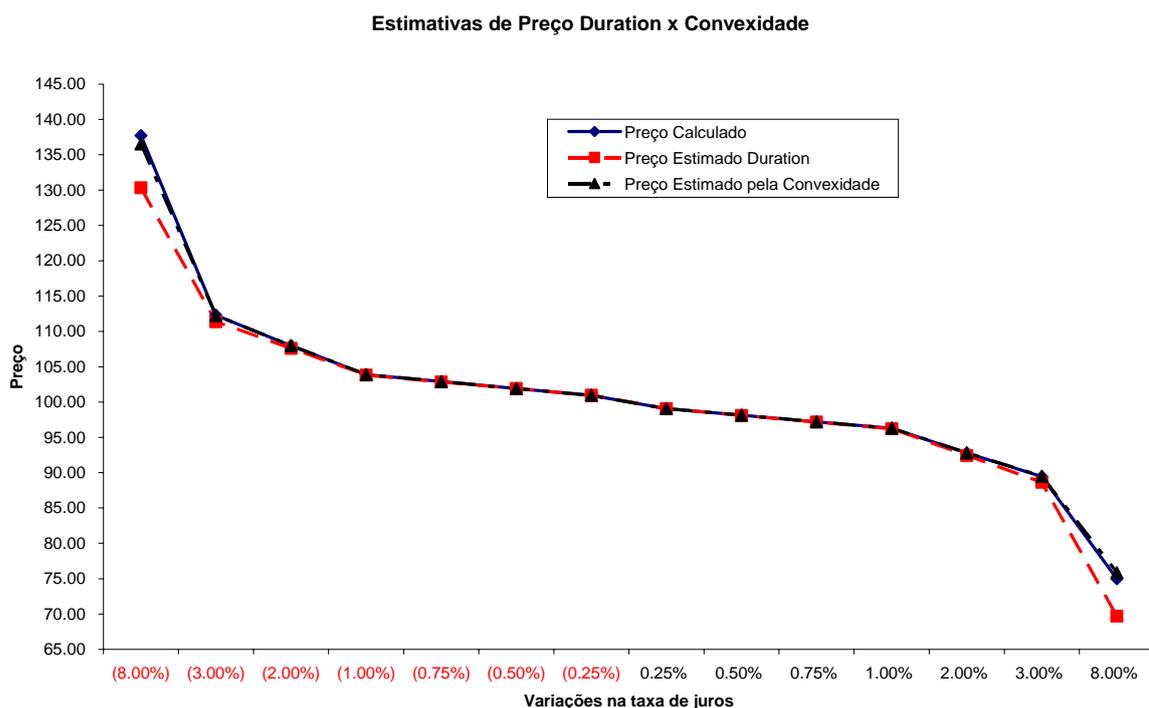


Gráfico 11: Resultado das estimativas de preços e seus erros pela duration e pela convexidade para diferentes variações nas taxas de juros.

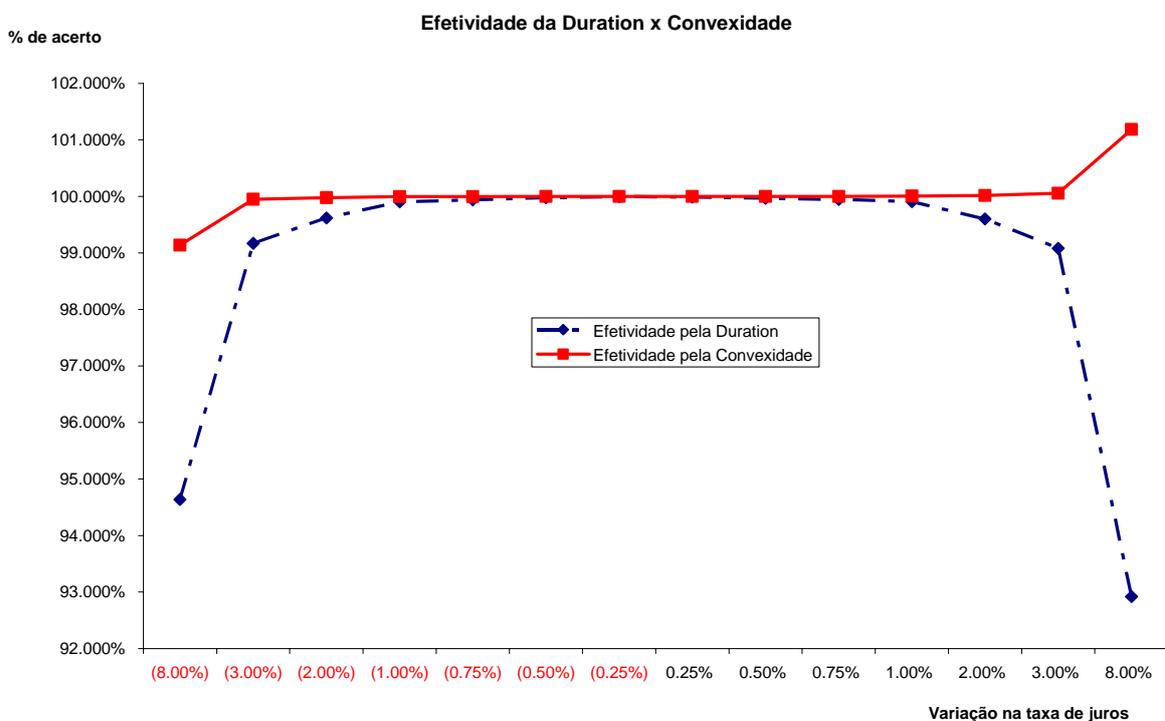


Gráfico 12: Percentual de efetividade das estimativas de preços calculadas pela *duration* e pela convexidade em relação ao preço realizado.

No gráfico 11 percebe-se que para as maiores taxas a *duration* se afasta, enquanto a convexidade forma praticamente uma mesma linha com a variação de preços observada. No gráfico 12 comprova que a estimativa de preços pela convexidade é de maior eficiência, independente da magnitude da variação das taxas de juros, o que já era esperado teoricamente.

Dessa forma, ao depararmos o que foi visto pela *duration* e pela convexidade temos, financeiramente, importantes conclusões:

- a) A *duration* reflete quanto o preço do título varia em decorrência de uma variação da *yield*. Trata-se de uma medida de ganho ou perda em potencial, pois quanto maior a *duration*, maior a variação no preço decorrente da variação de 1 unidade na *yield*, seja esta variação positiva ou negativa;
- b) Enquanto a *duration* pode ser considerada uma medida de risco, a convexidade é uma medida de segurança, pois quanto maior a convexidade, maior a variação positiva no preço decorrente de uma variação negativa de 1 unidade *yield*, e menor a variação negativa no preço decorrente de uma variação positiva de 1 unidade na *yield*.

Portanto, dado dois portfólios com a mesma *duration*, o investidor irá preferir sempre aquele de maior convexidade.

## IV – A ESTRATÉGIA DA TRAVA BORBOLETA

### 1. Conceito e aplicação

Uma tentativa de melhorar a performance dos *hedges* de títulos está na utilização da convexidade em travas. Uma das mais utilizadas no mercado financeiro é denominada de “Trava Borboleta” (*Butterfly trade, Butterfly spread ou Butterfly Barbells*).

A dissertação tem como objetivo verificar se a “Trava Borboleta” apresenta ganho de qualidade em termos de *hedge* em relação ao apresentado com as *durations* dos títulos.

A estratégia da Trava Borboleta impõe as seguintes premissas para a montagem de cada portfólio<sup>15</sup>:

- a) O valor financeiro advindo da venda do título (2) deve ser inteiramente utilizado na compra dos outros dois títulos (1+3);
- b) A *duration* modificada do portfólio vendido (2) deve ser igual à do portfólio comprado (1+3). Isso implica em que o valor da *duration* modificada do portfólio de venda seja uma média ponderada das *durations* dos outros dois portfólios. Será utilizada a variável auxiliar  $\alpha$  para se fazer a ponderação.

$$D_2^* = \alpha D_1^* + (1 - \alpha) D_3^* \quad (\text{Eq 10})$$

$$\alpha = \left( \frac{D_2^* - D_3^*}{D_1^* - D_3^*} \right) \quad (\text{Eq 11})$$

- c) A convexidade do portfólio comprado (1+3) deve ser superior à do portfólio vendido (2).

---

<sup>15</sup> Ferreira, Luiz Francisco Rogé, Manual de Gestão de Renda Fixa, Ed Bookman (2004), pg 100

Nos tópicos anteriores as comparações foram feitas a partir de 1 título no ativo frente a outro no passivo, aqui ao se introduzir uma carteira com dois títulos o que torna o cálculo um pouco mais robusto.

Outro ponto a se destacar é a introdução da convexidade nos cálculos, a tentativa tem como objetivo verificar se a sua utilização absorverá com maior eficiência os deslocamentos das curvas de juros, uma vez, como visto anteriormente, a eficiência da *duration* é restrita para pequenas variações.

No cálculo de cada uma das hipóteses é considerada a venda de USD 1 milhão do título central e calculado o valor financeiro das compras dos títulos das extremidades pela multiplicação de alfa vezes 1 milhão e (1-alfa) vezes 1 milhão (Eq 10).

A partir do valor financeiro de cada título é calculada a quantidade de títulos transacionada dividindo-a pelo seu preço-sujo. Essas quantidades são utilizadas para calcular em dias posteriores os valores transacionados e apurados os resultados financeiros advindos de estar vendido no título 2 e comprado nos títulos 1 e 3.

Para se verificar a eficiência da *Trava Borboleta* foram feitos as seguintes testes:

- a) deslocamentos paralelos nas taxas de juros e utilização de títulos de mesmo *coupon* e prazo, mas com YTM diferentes;
- b) deslocamentos paralelos nas taxas de juros e utilização de títulos de mesmo *coupon*, mas com YTM e prazos diferentes;
- c) deslocamentos paralelos nas taxas de juros e utilização de títulos de *coupons*, YTM e prazos diferentes;
- d) deslocamentos não paralelos nas taxas de juros e utilização de títulos de mesmo *coupon*, mas com YTM e prazos diferentes;
- e) deslocamentos não paralelos nas taxas de juros e utilização de títulos de *coupons*, YTM e prazos diferentes;
- f) teste empírico com *US Treasuries* – títulos emitidos pelo governo federal dos Estados Unidos;
- g) teste empírico com *brazilian global bonds*.

## 2. Teste a: verificação se a Trava Borboleta é eficiente para deslocamentos paralelos nas taxas de juros em títulos de mesmo coupon e prazo, mas com YTM diferentes

A partir de três títulos A, B e C, de mesmo prazo de vencimento (5 anos), mesmo *coupon* de 10% aa, mas com YTM de 9%, 10% e 13% ao ano, respectivamente, foram simulados cálculos dos valores presentes (PV), das *durations*, das *durations* modificadas e convexidades para cada título:

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_t}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	9,00%
1	10,00	0,91743	9,17	0,08831	0,0883	18,35	0,0081017	0,1487		
2	10,00	0,84168	8,42	0,08102	0,1620	50,50	0,0081017	0,4091		
3	10,00	0,77218	7,72	0,07433	0,2230	92,66	0,0081017	0,7507		
4	10,00	0,70843	7,08	0,06819	0,2728	141,69	0,0081017	1,1479		
5	110,00	0,64993	71,49	0,68816	3,4408	2,144,77	0,0081017	17,3763		
6		$\sum =$	103,89	$\sum =$	4,1869		$\sum =$	19,8327	D*	3,8412

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_t}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	10,00%
1	10,00	0,90909	9,09	0,09091	0,0909	18,18	0,0082645	0,1503		
2	10,00	0,82645	8,26	0,08264	0,1653	49,59	0,0082645	0,4098		
3	10,00	0,75131	7,51	0,07513	0,2254	90,16	0,0082645	0,7451		
4	10,00	0,68301	6,83	0,06830	0,2732	136,60	0,0082645	1,1289		
5	110,00	0,62092	68,30	0,68301	3,4151	2,049,04	0,0082645	16,9342		
6		$\sum =$	100,00	$\sum =$	4,1699		$\sum =$	19,3683	D*	3,7908

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_t}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	13,00%
1	10,00	0,88496	8,85	0,09893	0,0989	17,70	0,0087553	0,1550		
2	10,00	0,78315	7,83	0,08755	0,1751	46,99	0,0087553	0,4114		
3	10,00	0,69305	6,93	0,07748	0,2324	83,17	0,0087553	0,7281		
4	10,00	0,61332	6,13	0,06857	0,2743	122,66	0,0087553	1,0740		
5	110,00	0,54276	59,70	0,66746	3,3373	1,791,11	0,0087553	15,6817		
6		$\sum =$	89,45	$\sum =$	4,1181		$\sum =$	18,0501	D*	3,6443

Tabela 26: Cálculos das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos para o tempo 1.

Para que a estratégia da “Trava Borboleta” seja eficiente, deve-se verificar se a carteira composta pelos títulos de *duration* modificada menor e maior (títulos A e C) na ponta ativa é superior a do título de *duration* modificada intermediária (título B) na ponta passiva.

Feitos os cálculos, verifica-se que a premissa “c” para assegurar a eficiência da Trava Borboleta<sup>16</sup> não está sendo obedecida, uma vez que a convexidade do fluxo resultante dos títulos (A + C) é inferior à do título B:

	YTM	Duration	Convexidade
Título A	9.00%	4.1869	19.8327
Título B	10.00%	4.1699	19.3683
Título C	13.00%	3.5456	18.0501
Carteira A+C	10.90%	4.1550	18.9618

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	Títulos A + C		$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	10.90%
				$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$					
	(193.34)									
1	20.00		18.02	0.09322	0.0932	36.07	0.0042056	0.1517		
2	20.00		16.25	0.08404	0.1681	97.57	0.0042056	0.4103		
3	20.00		14.65	0.07579	0.2274	175.97	0.0042056	0.7400		
4	20.00		13.22	0.06836	0.2735	264.45	0.0042056	1.1122		
5	220.00		131.20	0.67858	3.3929	3.934.65	0.0042056	16.5476		
6		$\Sigma =$	193.34	$\Sigma =$	4.1550	$\Sigma =$	$\Sigma =$	18.9618		

Tabela 27: cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço da carteira composta pelos títulos A + C.

A não observância dessa condição é proposital, pois será dessa forma que será verificada a sua importância de ela ser obedecida para esta situação.

Dessa forma, em princípio, fica-se com as outras duas premissas da estratégia da Trava Borboleta, a utilização dos recursos da posição vendida para a aquisição da posição comprada (premissa a) e a *duration* modificada do portfólio vendido deve ser igual a do comprado (premissa b), assim a composição da carteira comprada é dada pelo  $\alpha$  obtido da seguinte identidade:  $D^*_b = (D^*_a \times \alpha) + [D^*_c \times (1-\alpha)]$

Ao se considerar que a posição vendida do título B dessa carteira hipotética é de \$ 1.000.000,00, o valor comprado é distribuído por  $\alpha$  do título A e  $(1 - \alpha)$  do título C, de tal forma que no tempo 1 o resultado financeiro é zero.

Por sua vez, a quantidade de cada título é apurada pela divisão do valor de cada título pelo preço no tempo 1.

<sup>16</sup> Página 59 desta Dissertação.

Como resultado, verifica-se:

TEMPO 1					
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	103.89	9.00%	3.8412	716,279	744,140.01
Título B	100.00	10.00%	3.7908	1,000,000	(1,000,000.00)
Título C	89.45	13.00%	3.6443	286,042	255,859.99
					0.00
	$\alpha =$	74.41%	3.7908		

Tabela 28: Cálculo da Trava Borboleta para o tempo 1.

Para o tempo 2 foi considerado um deslocamento paralelo na curva de taxa de juros da ordem de 5%, donde se obtém:

Tempo 2										
Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	14.00%
1	10.00	0.87719	8.77	0.09929	0.0993	17.54	0.0087098	0.1528		
2	10.00	0.76947	7.69	0.08710	0.1742	46.17	0.0087098	0.4021		
3	10.00	0.67497	6.75	0.07640	0.2292	81.00	0.0087098	0.7055		
4	110.00	0.59208	65.13	0.73721	2.9488	1,302.58	0.0087098	11.3452		
5		$\sum =$	88.35	$\sum =$	3.4515		$\sum =$	12.6055	D*	3.0277
Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	15.00%
1	10.00	0.86957	8.70	0.10144	0.1014	17.39	0.0088206	0.1534		
2	10.00	0.75614	7.56	0.08821	0.1764	45.37	0.0088206	0.4002		
3	10.00	0.65752	6.58	0.07670	0.2301	78.90	0.0088206	0.6960		
4	110.00	0.57175	62.89	0.73366	2.9346	1,257.86	0.0088206	11.0950		
5		$\sum =$	85.73	$\sum =$	3.4426		$\sum =$	12.3445	D*	2.9935
Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	18.00%
1	10.00	0.84746	8.47	0.10798	0.1080	16.95	0.0091512	0.1551		
2	10.00	0.71818	7.18	0.09151	0.1830	43.08	0.0091512	0.3943		
3	10.00	0.60863	6.09	0.07755	0.2327	73.04	0.0091512	0.6684		
4	110.00	0.51579	56.74	0.72295	2.8918	1,134.74	0.0091512	10.3642		
5		$\sum =$	78.48	$\sum =$	3.4155		$\sum =$	11.6020	D*	2.8945

Tabela 29: Cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço de três títulos hipotéticos com deslocamento paralelo de taxas de juros.

Multiplicando-se os preços obtidos pelas quantidades calculadas no Tempo 1 para cada título, obtém-se o resultado financeiro do Tempo 2:

TEMPO 2						
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1
Título A	88.35	9.00%	716,279	632,797.98	744,140.01	(111,342.03)
Título B	85.73	10.00%	1,000,000	(857,251.08)	(1,000,000.00)	142,748.92
Título C	78.48	13.00%	286,042	224,484.58	255,859.99	(31,375.41)
			Total	31.48	0.00	31.48
						Ganho/Perda financeira
						0.003%

Tabela 30: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2.

Fazendo para outros deslocamentos paralelos, obtém-se:

Deslocamento Paralelo	Ganho/Perda financeira
(7.000%)	(0.004%)
(5.000%)	(0.003%)
(3.000%)	(0.002%)
(1.000%)	0.000%
0.000%	0.000%
1.000%	0.001%
3.000%	0.002%
5.000%	0.003%
7.000%	0.004%

Tabela 31: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.

Dado o sucesso da estratégia do tempo 1/2, a estrutura de *hedge* para o período do tempo 2/3 foi revista, utilizando a mesma concepção anterior:

Dessa forma, a composição da carteira no tempo 2 ficou sendo:

TEMPO 2					
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	77.50	14.00%	3.9048	959,737	743,755.46
Título B	74.54	15.00%	3.8631	1,341,497	(1,000,000.00)
Título C	66.51	18.00%	3.7419	385,283	256,244.54
					0.00
	$\alpha =$	74.38%	3.8631		

Tabela 32: Cálculo da Trava Borboleta para o tempo 2.

Para o tempo 3 foi considerado, por hipótese, um deslocamento paralelo de 1.5% na estrutura a termo de taxa de juros, obtendo-se:

**Tempo 3**

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	15.50%
1	10.00	0.86580	8.66	0.09890	0.0989	17.32	0.0085625	0.1483		
2	10.00	0.74961	7.50	0.08563	0.1713	44.98	0.0085625	0.3651		
3	110.00	0.64901	71.39	0.81548	2.4464	856.70	0.0085625	7.3355		
4		$\sum =$	87.55	$\sum =$	2.7166		$\sum =$	7.6689	D* =	2.3520

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	16.50%
1	10.00	0.85837	8.58	0.10037	0.1004	17.17	0.0086154	0.1479		
2	10.00	0.73680	7.37	0.08615	0.1723	44.21	0.0086154	0.3609		
3	110.00	0.63244	69.57	0.81348	2.4404	834.83	0.0086154	7.1924		
4		$\sum =$	85.52	$\sum =$	2.7131		$\sum =$	7.7212	D* =	2.3288

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	19.50%
1	10.00	0.83682	8.37	0.09559	0.0956	16.74	0.0087719	0.1468		
2	10.00	0.70027	7.00	0.07999	0.1600	42.02	0.0087719	0.3686		
3	110.00	0.58600	64.46	0.73630	2.2089	773.52	0.0087719	6.7852		
4		$\sum =$	79.83	$\sum =$	2.4645		$\sum =$	7.3006	D* =	2.0623

Tabela 33: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos com deslocamento paralelo de taxas de juros para o tempo 3.

E o resultado financeiro de:

TEMPO3						
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 3	Valor Financeiro no Tempo 2	Diferença Tempo 3 - Tempo 2
Título A	87.55	15.50%	841,875	737,024.72	743,755.46	(6,730.73)
Título B	85.52	16.50%	1,166,519	(997,613.55)	(1,000,000.00)	2,386.45
Título C	79.83	19.50%	326,511	260,656.29	256,244.54	4,411.74
			Total	67.46	0.00	67.46
						Ganho/Perda financeira
						0.007%

Tabela 34: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 com deslocamentos paralelos das taxas de juros.

Simulando para outros deslocamentos da taxa de juros, obtém-se:

Deslocamento Paralelo	Ganho/Perda financeira
(7.000%)	0.004%
(5.000%)	0.005%
(3.000%)	0.005%
(1.000%)	0.006%
0.000%	0.006%
1.000%	0.007%
3.000%	0.007%
5.000%	0.008%
7.000%	0.008%

Tabela 35: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.

Conclusão: a Trava Borboleta mostrou-se eficiente para deslocamentos paralelos das taxas de juros, quando os títulos envolvidos têm o mesmo *coupon* e prazo, mas com YTM diferentes. A não observância da premissa da convexidade não prejudicou a eficiência do *hedge*.

### 3. Teste b: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente para deslocamentos paralelos nas taxas de juros em títulos de mesmo *coupon*, mas com YTM e prazos diferentes

A hipótese de que os títulos são do mesmo prazo é relaxada, agora os títulos A, B e C têm prazos de 5, 6 e 7 anos, respectivamente, no Tempo 1 a posição ficou sendo a seguinte:

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$\bar{w}_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = \bar{w}_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	9.00%
1	10.00	0.91743	9.17	0.08831	0.0883	18.35	0.0081017	0.1487		
2	10.00	0.84168	8.42	0.08102	0.1620	50.50	0.0081017	0.4091		
3	10.00	0.77218	7.72	0.07433	0.2230	92.66	0.0081017	0.7507		
4	10.00	0.70843	7.08	0.06819	0.2728	141.69	0.0081017	1.1479		
5	110.00	0.64993	71.49	0.68816	3.4408	2,144.77	0.0081017	17.3763		
6		$\sum =$	103.89	$\sum =$	4.1869		$\sum =$	19.8327	D*	3.8412

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$\bar{w}_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = \bar{w}_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	10.00%
1	10.00	0.90909	9.09	0.09091	0.0909	18.18	0.0082645	0.1503		
2	10.00	0.82645	8.26	0.08264	0.1653	49.59	0.0082645	0.4098		
3	10.00	0.75131	7.51	0.07513	0.2254	90.16	0.0082645	0.7451		
4	10.00	0.68301	6.83	0.06830	0.2732	136.60	0.0082645	1.1289		
5	10.00	0.62092	6.21	0.06209	0.3105	186.28	0.0082645	1.5395		
6	110.00	0.56447	62.09	0.62092	3.7255	2,607.87	0.0082645	21.5526		
7		$\sum =$	100.00	$\sum =$	4.7908		$\sum =$	25.5262	D*	4.3553

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$\bar{w}_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = \bar{w}_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	13.00%
1	10.00	0.88496	8.85	0.10203	0.1020	17.70	0.0090295	0.1598		
2	10.00	0.78315	7.83	0.09029	0.1806	46.99	0.0090295	0.4243		
3	10.00	0.69305	6.93	0.07991	0.2397	83.17	0.0090295	0.7509		
4	10.00	0.61332	6.13	0.07071	0.2829	122.66	0.0090295	1.1076		
5	10.00	0.54276	5.43	0.06258	0.3129	162.83	0.0090295	1.4703		
6	10.00	0.48032	4.80	0.05538	0.3323	201.73	0.0090295	1.8216		
7	110.00	0.42506	46.76	0.53909	3.7736	2,618.37	0.0090295	23.6426		
8		$\sum =$	86.73	$\sum =$	5.2240		$\sum =$	29.3770	D*	4.6230

Tabela 36: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de prazos diferentes para o tempo 1.

O portfólio resultante dos títulos A e C ficou sendo:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	Títulos A + C				C	YTM	11.12%
				$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$			
	(190.62)									
1	20.00		18.02	0.09455	0.0946	36.00	0.0042486	0.1529		
2	20.00		16.25	0.08524	0.1705	97.19	0.0042486	0.4129		
3	20.00		14.65	0.07687	0.2306	174.92	0.0042486	0.7432		
4	20.00		13.22	0.06934	0.2774	262.36	0.0042486	1.1147		
5	120.00		76.92	0.40352	2.0176	2,124.98	0.0042486	9.0283		
6	10.00		4.80	0.02520	0.1512	223.11	0.0042486	0.9479		
7	110.00		46.76	0.24528	1.7170	2,944.80	0.0042486	12.5113		
8		$\Sigma =$	190.62	$\Sigma =$	4.6588		$\Sigma =$	24.9112		

Tabela 37: Cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço da carteira de títulos de A + C

Dessa forma, mais uma vez a premissa “c” – de que a convexidade do portfólio comprado deve ser maior que a do título vendido<sup>17</sup> – será desconsiderada e, caso necessário, testada.

	YTM	Duration	Convexidade
Título A	9.00%	4.1869	19.8327
Título B	10.00%	4.7908	25.5262
Título C	13.00%	5.2240	29.3770
Carteira A+C	11.12%	4.6588	24.9112

As quantidades de A, B e C no tempo 1, foram:

	TEMPO 1				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	103.89	9.00%	3.8412	329,602	342,422.57
Título B	100.00	10.00%	4.3553	1,000,000	(1,000,000.00)
Título C	86.73	13.00%	4.6230	758,170	657,577.43
					0.00
	$\alpha =$	34.24%	4.3553		

Utilizando o mesmo deslocamento paralelo das taxas de juros de 5% , obteve-se:

<sup>17</sup> Página 59 desta Dissertação.

**Tempo 2**

Título A

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$W_{t_2} = \frac{PV_t}{\sum PV}$	$Duration = W_{t_2} \times t_2$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	14.00%
1	10.00	0.87719	8.77	0.09929	0.0993	17.54	0.0087098	0.1528		
2	10.00	0.76947	7.69	0.08710	0.1742	46.17	0.0087098	0.4021		
3	10.00	0.67497	6.75	0.07640	0.2292	81.00	0.0087098	0.7055		
4	110.00	0.59208	65.13	0.73721	2.9468	1,302.68	0.0087098	11.3452		
5		$\sum =$	88.35	$\sum =$	3.4515		$\sum =$	12.6055	D* =	3.0277

Título B

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$W_{t_2} = \frac{PV_t}{\sum PV}$	$Duration = W_{t_2} \times t_2$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	15.00%
1	10.00	0.86957	8.70	0.10447	0.1045	17.39	0.0090840	0.1580		
2	10.00	0.75614	7.56	0.09084	0.1817	45.37	0.0090840	0.4121		
3	10.00	0.65752	6.58	0.07899	0.2370	78.90	0.0090840	0.7167		
4	10.00	0.57175	5.72	0.06869	0.2748	114.35	0.0090840	1.0388		
5	110.00	0.49718	54.69	0.65702	3.2851	1,640.68	0.0090840	14.9039		
6		$\sum =$	83.24	$\sum =$	4.0829		$\sum =$	17.2296	D* =	3.5504

Título C

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$W_{t_2} = \frac{PV_t}{\sum PV}$	$Duration = W_{t_2} \times t_2$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	18.00%
1	10.00	0.84746	8.47	0.11767	0.1177	16.95	0.0099721	0.1690		
2	10.00	0.71818	7.18	0.09972	0.1994	43.09	0.0099721	0.4297		
3	10.00	0.60863	6.09	0.08451	0.2535	73.04	0.0099721	0.7283		
4	10.00	0.51579	5.16	0.07162	0.2865	103.16	0.0099721	1.0287		
5	10.00	0.43711	4.37	0.06069	0.3035	131.13	0.0099721	1.3077		
6	110.00	0.37043	40.75	0.56579	3.3947	1,711.39	0.0099721	17.0662		
7		$\sum =$	72.02	$\sum =$	4.5553		$\sum =$	20.7297	D* =	3.8604

Tabela 38: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos, de prazos diferentes, para o tempo 2.

O resultado financeiro obtido, foi de:

**TEMPO 2**

	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1	
Título A	88.35	14.00%	329,602	291,187.55	342,422.57	(51,235.01)	
Título B	83.24	10.00%	1,000,000	(832,392.25)	(1,000,000.00)	167,607.75	
Título C	72.02	13.00%	758,170	546,027.94	657,577.43	(111,549.50)	Ganho/Perda financeira
Total				4,823.25	0.00	4,823.25	0.482%

Tabela 39: Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de prazos diferentes, após deslocamento linear na estrutura a termo de taxa de juros.

Testando a Trava para outros deslocamentos lineares, encontrou-se:

Deslocamento Paralelo	Ganho/Perda financeira
(7.000%)	1.672%
(5.000%)	1.318%
(3.000%)	1.045%
(1.000%)	0.837%
0.000%	0.753%
1.000%	0.680%
3.000%	0.565%
5.000%	0.482%
7.000%	0.426%

Tabela 40: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.

Dado o sucesso da estratégia do tempo 1/2, a estrutura de *hedge* para o período do tempo 2/3 foi revista, utilizando a mesma concepção anterior:

Dessa forma, a composição da carteira no tempo 2 ficou sendo:

TEMPO 2					
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	88.35	9.00%	3.8412	841,875	743,755.46
Título B	85.73	10.00%	3.7908	1,166,519	(1,000,000.00)
Título C	78.48	13.00%	3.6443	326,511	256,244.54
					0.00
	$\alpha =$	74.38%	3.7907		

E para o período 3, foi feito um deslocamento paralelo nas taxas de juros de 3% e foi encontrado:

Tempo 3									
Título A									
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	Duration = $Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM
1	10.00	0.86207	8.62	0.09963	0.0996	17.24	0.0085890	0.1481	16.00%
2	10.00	0.74316	7.43	0.08589	0.1718	44.59	0.0085890	0.3830	
3	110.00	0.64066	70.47	0.81448	2.4434	845.67	0.0085890	7.2635	
4		$\sum =$	86.52	$\sum =$	2.7148		$\sum =$	7.7945	D* = 2.3404
Título B									
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	Duration = $Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM
1	10.00	0.86470	8.55	0.10578	0.1058	17.09	0.0090413	0.1546	17.00%
2	10.00	0.73051	7.31	0.09041	0.1808	43.83	0.0090413	0.3963	
3	10.00	0.62437	6.24	0.07288	0.2318	74.92	0.0090413	0.6774	
4	110.00	0.53365	58.70	0.72653	2.9061	1,174.03	0.0090413	10.6148	
5		$\sum =$	80.80	$\sum =$	3.4245		$\sum =$	11.8430	D* = 2.9270
Título C									
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	Duration = $Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM
1	10.00	0.83333	8.33	0.11889	0.1189	16.67	0.0099073	0.1651	20.00%
2	10.00	0.69444	6.94	0.09907	0.1981	41.67	0.0099073	0.4128	
3	10.00	0.57870	5.79	0.08256	0.2477	69.44	0.0099073	0.6880	
4	10.00	0.48225	4.82	0.06880	0.2752	96.45	0.0099073	0.9556	
5	110.00	0.40188	44.21	0.63068	3.1534	1,326.20	0.0099073	13.1391	
6		$\sum =$	70.09	$\sum =$	3.9933		$\sum =$	15.3606	D* = 3.3278

Tabela 41: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos, de prazos diferentes, para o tempo 3.

O resultado financeiro obtido, foi de:

TEMPO 3						
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1
Título A	95.20	12.00%	405,787	386,294.59	358,493.35	27,801.24
Título B	91.08	10.00%	1,201,357	(1,094,154.67)	(1,000,000.00)	(94,154.67)
Título C	80.35	13.00%	890,744	715,750.70	641,506.65	74,244.05
			Total	7,890.62	0.00	7,890.62
						Ganho/Perda financeira
						0.789%

Tabela 42: Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de prazos diferentes, após deslocamento linear na estrutura a termo de taxa de juros.

Testando a Trava para outros deslocamentos lineares, encontrou-se:

Deslocamento Paralelo	Ganho/Perda financeira
(7.000%)	2.629%
(5.000%)	2.087%
(3.000%)	1.648%
(1.000%)	1.295%
0.000%	1.146%
1.000%	1.013%
3.000%	0.789%
5.000%	0.614%
7.000%	0.480%

Tabela 43: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.

Conclusão: a Trava Borboleta mostrou-se eficiente para deslocamentos paralelos das taxas de juros, quando os títulos envolvidos têm o mesmo *coupom*, mas com prazos e YTM diferentes. A não observância da premissa da convexidade não prejudicou a eficiência do *hedge*.

#### **4. Teste c: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente para deslocamentos paralelos nas taxas de juros em títulos com coupons, YTM e prazos diferentes**

A hipótese de que os títulos têm o mesmo *coupom* é relaxada, agora os títulos A, B e C no Tempo 1 apresentam a seguinte configuração:

Título A										YTM	9,00%
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C			
1	10,00	0,91743	9,17	0,08831	0,0883	18,35	0,0081017	0,1487			
2	10,00	0,84168	8,42	0,08102	0,1620	50,50	0,0081017	0,4091			
3	10,00	0,77218	7,72	0,07433	0,2230	92,66	0,0081017	0,7507			
4	10,00	0,70843	7,08	0,06819	0,2728	141,69	0,0081017	1,1479			
5	110,00	0,64993	71,49	0,68816	3,4408	2,144,77	0,0081017	17,3763			
6		$\sum =$	103,89	$\sum =$	4,1869		$\sum =$	19,8327	D*	3,8412	

Título B										YTM	10,00%
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C			
1	15,00	0,90909	13,64	0,11198	0,1120	27,27	0,0067866	0,1851			
2	15,00	0,82645	12,40	0,10180	0,2036	74,38	0,0067866	0,5048			
3	15,00	0,75131	11,27	0,09254	0,2776	135,24	0,0067866	0,9178			
4	15,00	0,68301	10,25	0,08413	0,3365	204,90	0,0067866	1,3906			
5	15,00	0,62092	9,31	0,07648	0,3824	279,41	0,0067866	1,8963			
6	115,00	0,56447	64,91	0,53306	3,1984	2,726,41	0,0067866	18,5030			
7		$\sum =$	121,78	$\sum =$	4,5105		$\sum =$	23,3976	D*	4,1005	

Título C										YTM	13,00%
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C			
1	20,00	0,88496	17,70	0,13515	0,1352	35,40	0,0059801	0,2117			
2	20,00	0,78315	15,66	0,11960	0,2392	93,98	0,0059801	0,5620			
3	20,00	0,69305	13,86	0,10584	0,3175	166,33	0,0059801	0,9947			
4	20,00	0,61332	12,27	0,09367	0,3747	245,33	0,0059801	1,4671			
5	20,00	0,54276	10,86	0,08289	0,4145	325,66	0,0059801	1,9475			
6	20,00	0,48032	9,61	0,07335	0,4401	403,47	0,0059801	2,4128			
7	120,00	0,42506	51,01	0,38949	2,7264	2,856,41	0,0059801	17,0817			
8		$\sum =$	130,96	$\sum =$	4,6476		$\sum =$	24,6774	D*	4,1129	

Tabela 44: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de prazos, cupons e YTM diferentes para o tempo 1.

O portfólio resultante dos títulos A e C ficou sendo:

Títulos A + C										YTM	11,40%
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C			
	(234,85)										
1	30,00		26,87	0,11443	0,1144	53,86	0,0034309	0,1848			
2	30,00		24,08	0,10253	0,2051	145,03	0,0034309	0,4976			
3	30,00		21,58	0,09190	0,2757	260,38	0,0034309	0,8933			
4	30,00		19,35	0,08240	0,3296	389,54	0,0034309	1,3365			
5	130,00		82,35	0,35064	1,7532	2,272,82	0,0034309	7,7979			
6	20,00		9,61	0,04090	0,2454	439,42	0,0034309	1,5076			
7	120,00		51,01	0,21719	1,5203	3,155,51	0,0034309	10,8264			
8		$\sum =$	234,85	$\sum =$	4,4438		$\sum =$	23,0441			

Tabela 45: Cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço da carteira de títulos de A + C

Dessa forma, mais uma vez a premissa “c” – de que a convexidade do portfólio comprado deve ser maior que a do título vendido<sup>18</sup> – será desconsiderada e, caso necessário, testada.

<sup>18</sup> Página 59 desta Dissertação.

	YTM	Duration	Convexidade
Título A	9.00%	4.1869	19.8327
Título B	10.00%	4.5105	23.3976
Título C	13.00%	4.6476	24.6774
Carteira A+C	11.40%	4.4438	23.0441

As quantidades de A, B e C no tempo 1, foram:

TEMPO 1					
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	103.89	9.00%	3.8412	43,924	45,632.82
Título B	121.78	10.00%	4.1005	821,178	(1,000,000.00)
Título C	130.96	13.00%	4.1129	728,757	954,367.18
					0.00
	$\alpha =$	4.56%	4.1005		

Utilizando o mesmo deslocamento paralelo das taxas de juros de 5% , obteve-se para o Tempo 2:

Tempo 2										
Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	14.00%
1	10.00	0.87719	8.77	0.09929	0.0993	17.54	0.0087098	0.1528		
2	10.00	0.76947	7.69	0.08710	0.1742	46.17	0.0087098	0.4021		
3	10.00	0.67497	6.75	0.07640	0.2292	81.00	0.0087098	0.7065		
4	110.00	0.59208	65.13	0.73721	2.9488	1,302.58	0.0087098	11.3452		
5		$\sum =$	88.35	$\sum =$	3.4515		$\sum =$	12.6055	D* =	3.0277
Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	15.00%
1	15.00	0.86957	13.04	0.13043	0.1304	26.09	0.0075614	0.1973		
2	15.00	0.75614	11.34	0.11342	0.2268	68.05	0.0075614	0.5146		
3	15.00	0.65752	9.86	0.09863	0.2959	118.35	0.0075614	0.8949		
4	15.00	0.57175	8.58	0.08576	0.3431	171.53	0.0075614	1.2970		
5	115.00	0.49718	57.18	0.57175	2.8588	1,715.26	0.0075614	12.9698		
6		$\sum =$	100.00	$\sum =$	3.8560		$\sum =$	15.8736	D* =	3.3522
Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	18.00%
1	20.00	0.84746	16.95	0.15841	0.1584	33.90	0.0067123	0.2275		
2	20.00	0.71818	14.36	0.13425	0.2685	66.18	0.0067123	0.5785		
3	20.00	0.60863	12.17	0.11377	0.3413	146.07	0.0067123	0.9805		
4	20.00	0.51579	10.32	0.09641	0.3857	206.32	0.0067123	1.3849		
5	20.00	0.43711	8.74	0.08171	0.4085	262.27	0.0067123	1.7604		
6	120.00	0.37043	44.45	0.41546	2.4927	1,866.97	0.0067123	12.5317		
7		$\sum =$	107.00	$\sum =$	4.0551		$\sum =$	17.4635	D* =	3.4365

Tabela 46: Cálculo das durations, durations modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de prazos, coupons e YTM diferentes para o tempo 2.

O resultado financeiro obtido foi de:

TEMPO 2						
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1
Título A	88.35	14.00%	43,924	38,805.00	45,632.82	(6,827.82)
Título B	100.00	15.00%	821,178	(821,177.82)	(1,000,000.00)	178,822.18
Título C	107.00	18.00%	728,757	779,734.72	954,367.18	(174,632.46)
			Total	(2,638.10)	0.00	(2,638.10)

Ganho/Perda financeira  
(0.264%)

Tabela 47: Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de prazos, *coupons* e YTM diferentes, após deslocamento linear na estrutura a termo de taxa de juros.

Testando a Trava para outros deslocamentos lineares, encontrou-se:

Deslocamento Paralelo	Ganho/Perda financeira
(7.000%)	1.529%
(5.000%)	0.982%
(3.000%)	0.562%
(1.000%)	0.246%
0.000%	0.121%
1.000%	0.014%
3.000%	(0.152%)
5.000%	(0.264%)
7.000%	(0.333%)

Tabela 48: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.

Dado o sucesso da estratégia do tempo 1/2, a estrutura de *hedge* para o período do tempo 2/3 foi revista, utilizando a mesma concepção anterior:

Dessa forma, a composição da carteira no tempo 2 ficou sendo:

TEMPO 2					
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	88.35	14.00%	3.0277	233,498	206,284.54
Título B	100.00	15.00%	3.3522	1,000,000	(1,000,000.00)
Título C	107.00	18.00%	3.4365	741,823	793,715.46
					0.00

$\alpha =$  20.63% 3.3522

E para o período 3, foi feito – mais uma vez – um deslocamento paralelo nas taxas de juros de 3% e foi encontrado:

### Tempo 3

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{i \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	17,00%
1	10,00	0,85470	8,55	0,10111	0,1011	17,09	0,0086418	0,1477		
2	10,00	0,73051	7,31	0,08642	0,1728	43,83	0,0086418	0,3788		
3	110,00	0,52437	68,68	0,81247	2,4374	824,17	0,0086418	7,1223		
4		$\sum =$	84,53	$\sum =$	2,7114		$\sum =$	7,6488	D* =	2,3174

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{i \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	18,00%
1	15,00	0,84746	12,71	0,13828	0,1383	25,42	0,0078123	0,1986		
2	15,00	0,71818	10,77	0,11718	0,2344	64,64	0,0078123	0,5050		
3	15,00	0,60863	9,13	0,09931	0,2979	109,55	0,0078123	0,8559		
4	115,00	0,51579	59,32	0,64523	2,5809	1,186,31	0,0078123	9,2679		
5		$\sum =$	91,93	$\sum =$	3,2515		$\sum =$	10,8273	D* =	2,7555

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{i \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	21,00%
1	20,00	0,82645	16,53	0,17027	0,1703	33,06	0,0070360	0,2326		
2	20,00	0,69301	13,86	0,14072	0,2814	81,96	0,0070360	0,5767		
3	20,00	0,56447	11,29	0,11630	0,3489	135,47	0,0070360	0,9532		
4	20,00	0,46651	9,33	0,09611	0,3845	186,60	0,0070360	1,3129		
5	120,00	0,38554	46,27	0,47660	2,3830	1,387,96	0,0070360	9,7657		
6		$\sum =$	97,07	$\sum =$	3,5680		$\sum =$	12,8411	D* =	2,9488

Tabela 49: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos, de prazos, *coupons* e YTM diferentes, para o tempo 3.

O resultado financeiro obtido, foi de:

TEMPO 3							Diferença Tempo 2 - Tempo 1	Ganho/Perda financeira
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1			
Título A	84,53	17,00%	233,498	197,383,00	206,284,54	(8,901,53)		
Título B	91,93	18,00%	1,000,000	(919,298,15)	(1,000,000,00)	80,701,85		
Título C	97,07	21,00%	741,823	720,117,76	793,715,46	(73,597,70)		
Total				(1,797,38)	0,00	(1,797,38)	(0,180%)	

Tabela 50: Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de prazos, *coupons* e YTM diferentes, após deslocamento linear na estrutura a termo de taxa de juros.

Testando a Trava para outros deslocamentos lineares, encontrou-se:

Deslocamento Paralelo	Ganho/Perda financeira
(7.000%)	0.861%
(5.000%)	0.538%
(3.000%)	0.283%
(1.000%)	(0.067%)
0.000%	0.003%
1.000%	0.067%
3.000%	(0.180%)
5.000%	0.260%
7.000%	(0.314%)

Tabela 51: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos paralelos das taxas de juros.

Conclusão: a Trava Borboleta mostrou-se eficiente para deslocamentos paralelos das taxas de juros, quando os títulos envolvidos têm *coupon*, prazos e YTM diferentes. A não observância da premissa da convexidade não prejudicou a eficiência do *hedge*.

### **5. Teste d: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente para deslocamentos não paralelos nas taxas de juros em títulos de mesmo coupon, mas com YTM e prazos diferentes**

Para o Tempo 1 foram considerados os mesmos dados do “Teste b” que verificou o deslocamento paralelo nas taxas de juros para os títulos de mesmo coupon, mas com YTM e prazos diferentes. Para o Tempo 2 foi considerado um deslocamento não paralelo ascendente, ou seja, os impactos sobre a estrutura da curva de taxa de juros aumentaram mais para os títulos de maior *duration* modificada. Foram considerados + 1%, + 2% e + 3% , respectivamente para os títulos A, B e C, e o resultado obtido foi:

**Tempo 2**

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	10,00%
1	10,00	0,90909	9,09	0,09091	0,0909	18,18	0,0082645	0,1503		
2	10,00	0,82645	8,26	0,08264	0,1653	49,59	0,0082645	0,4098		
3	10,00	0,75131	7,51	0,07513	0,2254	90,16	0,0082645	0,7451		
4	110,00	0,68301	75,13	0,75131	3,0053	1,502,63	0,0082645	12,4184		
5		$\sum =$	100,00	$\sum =$	3,4869		$\sum =$	13,7236	D* =	3,1699

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	12,00%
1	10,00	0,89286	8,93	0,09622	0,0962	17,86	0,0085913	0,1534		
2	10,00	0,79719	7,97	0,08591	0,1718	47,83	0,0085913	0,4109		
3	10,00	0,71178	7,12	0,07671	0,2301	85,41	0,0085913	0,7338		
4	10,00	0,63552	6,36	0,06849	0,2740	127,10	0,0085913	1,0920		
5	110,00	0,56743	62,42	0,67267	3,3633	1,872,51	0,0085913	16,0874		
6		$\sum =$	92,79	$\sum =$	4,1355		$\sum =$	18,4775	D* =	3,6924

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	16,00%
1	10,00	0,86207	8,62	0,11068	0,1107	17,24	0,0095410	0,1645		
2	10,00	0,74316	7,43	0,09541	0,1908	44,59	0,0095410	0,4254		
3	10,00	0,64066	6,41	0,08225	0,2467	76,88	0,0095410	0,7335		
4	10,00	0,55229	5,52	0,07091	0,2836	110,46	0,0095410	1,0539		
5	10,00	0,47611	4,76	0,06113	0,3056	142,83	0,0095410	1,3628		
6	110,00	0,41044	45,15	0,57963	3,4778	1,896,24	0,0095410	18,0920		
7		$\sum =$	77,89	$\sum =$	4,6153		$\sum =$	21,8321	D* =	3,9787

Tabela 52: Cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço de três títulos hipotéticos para o tempo 2 com deslocamentos não lineares das taxas de juros.

O resultado financeiro obtido foi:

TEMPO 2						
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1
Título A	100,00	10,00%	329,602	329,602,19	342,422,57	(12,820,38)
Título B	92,79	10,00%	1,000,000	(927,904,48)	(1,000,000,00)	72,095,52
Título C	77,89	13,00%	758,170	590,550,76	657,577,43	(67,026,67)
			Total	(7,751,52)	0,00	(7,751,52)
						Ganho/Perda financeira (0,775%)

Tabela 53: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 com deslocamentos não lineares das taxas de juros.

No entanto, simulando para outros deslocamentos, sejam ascendentes, descendentes e variados, obteve-se:

Título A	Título B	Título C	Ganho/Perda financeira
(5.000%)	(6.000%)	(7.000%)	4.158%
(3.000%)	(4.000%)	(5.000%)	3.506%
(1.000%)	(2.000%)	(3.000%)	2.975%
0.000%	0.000%	0.000%	0.753%
1.000%	3.000%	5.000%	(1.885%)
3.000%	5.000%	7.000%	(1.677%)
5.000%	7.000%	9.000%	(1.482%)
9.000%	7.000%	5.000%	2.865%
5.000%	9.000%	7.000%	7.241%
4.000%	9.000%	6.000%	10.088%
1.000%	3.000%	2.000%	4.983%
2.000%	3.000%	1.000%	6.513%
(6.000%)	(5.000%)	(7.000%)	10.619%

Tabela 54: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.

Dado os resultados observados, verificou-se a necessidade de fazer prevalecer a premissa “c”<sup>19</sup> para que a convexidade do portfólio comprado seja superior ao vendido. Assim foi feita uma redução da YTM do título A (de 9% para 7% aa) e o resultado ficou sendo:

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	7,00%
1	10.00	0.93459	9.35	0.08322	0.0832	18.69	0.0077777	0.1454		
2	10.00	0.87344	8.73	0.07778	0.1556	52.41	0.0077777	0.4076		
3	10.00	0.81630	8.16	0.07269	0.2181	97.96	0.0077777	0.7619		
4	10.00	0.76290	7.63	0.06793	0.2717	152.58	0.0077777	1.1867		
5	110.00	0.71299	78.43	0.69838	3.4919	2.352.85	0.0077777	18.2998		
6		$\sum =$	112.30	$\sum =$	4.2205		$\sum =$	20.8013	D*	3.9444

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	10,00%
1	10.00	0.90909	9.09	0.09091	0.0909	18.18	0.0082645	0.1503		
2	10.00	0.82645	8.26	0.08264	0.1653	49.59	0.0082645	0.4098		
3	10.00	0.75131	7.51	0.07513	0.2254	90.16	0.0082645	0.7461		
4	10.00	0.68301	6.83	0.06830	0.2732	136.60	0.0082645	1.1289		
5	10.00	0.62092	6.21	0.06209	0.3105	186.28	0.0082645	1.5395		
6	110.00	0.56447	62.09	0.62092	3.7255	2.607.87	0.0082645	21.5526		
7		$\sum =$	100.00	$\sum =$	4.7908		$\sum =$	25.5262	D*	4.3553

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	13,00%
1	10.00	0.88496	8.85	0.10203	0.1020	17.70	0.0090295	0.1598		
2	10.00	0.78315	7.83	0.09029	0.1806	46.99	0.0090295	0.4243		
3	10.00	0.69305	6.93	0.07991	0.2397	83.17	0.0090295	0.7509		
4	10.00	0.61332	6.13	0.07071	0.2829	122.66	0.0090295	1.1076		
5	10.00	0.54276	5.43	0.06258	0.3129	162.83	0.0090295	1.4703		
6	10.00	0.48032	4.80	0.05538	0.3323	201.73	0.0090295	1.8216		
7	110.00	0.42506	46.76	0.53909	3.7736	2.618.37	0.0090295	23.6426		
8		$\sum =$	86.73	$\sum =$	5.2240		$\sum =$	29.3770	D*	4.6230

<sup>19</sup> Página 59 desta Dissertação.

Tabela 55: Cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço de três títulos hipotéticos de mesmo *coupom*, mas de prazos e YTM diferentes para o Tempo 1.

O portfólio resultante dos títulos A e C ficou sendo:

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	Títulos A + C				C	YTM	10.11%
				$W_{t_i} = \frac{PV_{t_i}}{\sum PV}$	$Duration = W_{t_i} \times t_i$	$\frac{t \times (t + 1) \times c_t}{(1 + i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1 + i)^2}$			
	(199.03)									
1	20.00		18.20	0.09142	0.0914	36.33	0.0041439	0.1505		
2	20.00		16.57	0.08323	0.1665	98.97	0.0041439	0.4101		
3	20.00		15.09	0.07583	0.2275	179.77	0.0041439	0.7449		
4	20.00		13.76	0.06915	0.2766	272.09	0.0041439	1.1275		
5	120.00		83.86	0.42132	2.1066	2,223.96	0.0041439	9.2158		
6	10.00		4.80	0.02413	0.1448	235.63	0.0041439	0.9764		
7	110.00		46.76	0.23492	1.6444	3,138.60	0.0041439	13.0059		
8		$\Sigma =$	199.03	$\Sigma =$	4.6578		$\Sigma =$	25.6313		

Tabela 56: Cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço da carteira de títulos de A + C

Dessa forma, a premissa “c” – de que a convexidade do portfólio comprado deve ser maior que a do título vendido<sup>20</sup> – será considerada.

	YTM	Duration	Convexidade
Título A	7.00%	4.2205	20.8013
Título B	10.00%	4.7908	25.5262
Título C	13.00%	5.2240	29.3770
Carteira A+C	10.11%	4.6578	25.6313

As quantidades de A, B e C no tempo 1, foram:

TEMPO 1					
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	112.30	7.00%	3.9444	351,284	394,493.47
Título B	100.00	10.00%	4.3553	1,000,000	(1,000,000.00)
Título C	86.73	13.00%	4.6230	698,134	605,506.53
					0.00
	$\alpha =$	39.45%	4.3553		

Utilizando os mesmos deslocamentos das taxas de juros de + 1%, + 2% e + 3%, respectivamente para os títulos A, B e C, e obteve-se para o Tempo 2:

<sup>20</sup> Página 59 desta Dissertação.

**Tempo 2**

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$W_{t_i} = \frac{PV_t}{\sum PV}$	$Duration = W_{t_i} \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	8,00%
1	10,00	0,92593	9,26	0,08684	0,0868	18,52	0,0080407	0,1489		
2	10,00	0,85734	8,57	0,08041	0,1608	51,44	0,0080407	0,4136		
3	10,00	0,79363	7,94	0,07445	0,2234	95,26	0,0080407	0,7660		
4	110,00	0,73503	80,85	0,75830	3,0332	1,617,07	0,0080407	13,0024		
5		$\sum =$	106,62	$\sum =$	3,5042		$\sum =$	14,3309	D*	3,2446

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$W_{t_i} = \frac{PV_t}{\sum PV}$	$Duration = W_{t_i} \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	12,00%
1	10,00	0,89266	8,93	0,09622	0,0962	17,86	0,0085913	0,1534		
2	10,00	0,79719	7,97	0,08591	0,1718	47,83	0,0085913	0,4109		
3	10,00	0,71178	7,12	0,07671	0,2301	85,41	0,0085913	0,7338		
4	10,00	0,63552	6,36	0,06849	0,2740	127,10	0,0085913	1,0920		
5	110,00	0,56743	62,42	0,67267	3,3633	1,872,51	0,0085913	16,0874		
6		$\sum =$	92,79	$\sum =$	4,1355		$\sum =$	18,4775	D*	3,6924

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$W_{t_i} = \frac{PV_t}{\sum PV}$	$Duration = W_{t_i} \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	16,00%
1	10,00	0,86207	8,62	0,11088	0,1107	17,24	0,0095410	0,1645		
2	10,00	0,74316	7,43	0,09541	0,1908	44,59	0,0095410	0,4254		
3	10,00	0,64066	6,41	0,08225	0,2467	76,88	0,0095410	0,7335		
4	10,00	0,55229	5,52	0,07091	0,2836	110,46	0,0095410	1,0539		
5	10,00	0,47611	4,76	0,06113	0,3056	142,83	0,0095410	1,3628		
6	110,00	0,41044	45,15	0,57963	3,4778	1,896,24	0,0095410	18,0920		
7		$\sum =$	77,89	$\sum =$	4,6153		$\sum =$	21,8321	D*	3,9787

Tabela 57: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de mesmo *coupon*, mas com prazos e YTM diferentes para o tempo 2.

O resultado financeiro obtido foi de:

TEMPO 2						
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1
Título A	106,62	8,00%	351,284	374,553,43	394,493,47	(19,940,04)
Título B	92,79	10,00%	1,000,000	(927,904,48)	(1,000,000,00)	72,095,52
Título C	77,89	13,00%	698,134	543,787,43	605,506,53	(61,719,10)
			Total	(9,563,62)	0,00	(9,563,62)

Ganho/Perda financeira (0,956%)

Tabela 58: Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de mesmo *coupon*, mas de prazos e YTM diferentes, após deslocamento não linear na estrutura a termo de taxa de juros.

No entanto, simulando para outros deslocamentos, sejam ascendentes, descendentes e variados, obteve-se:

Título A	Título B	Título C	Ganho/Perda financeira
(5.000%)	(6.000%)	(7.000%)	2.663%
(3.000%)	(4.000%)	(5.000%)	2.198%
(1.000%)	(2.000%)	(3.000%)	1.825%
0.000%	0.000%	0.000%	1.714%
1.000%	3.000%	5.000%	(1.885%)
3.000%	5.000%	7.000%	(1.514%)
5.000%	7.000%	9.000%	(1.328%)
9.000%	7.000%	5.000%	1.905%
5.000%	9.000%	7.000%	9.946%
4.000%	9.000%	6.000%	10.088%
7.000%	5.000%	3.000%	2.174%
2.000%	3.000%	1.000%	5.772%
(5.000%)	(6.000%)	(7.000%)	2.663%

Tabela 59: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.

Dado os resultados observados no Tempo 2, a estrutura de *hedge* foi atualizada:

TEMPO2					
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	130.46	2.00%	3.4853	349,501	455,965.21
Título B	126.71	10.00%	4.1056	789,198	(1,000,000.00)
Título C	119.67	13.00%	4.6255	454,615	544,034.79
					0.00
	$\alpha =$	34.24%	4.2351		

Tabela 60: Cálculo da Trava Borboleta para o tempo 2.

Para o Tempo 3 foram feitos deslocamentos da estrutura a termo da taxa de juros de + 2%; +5% e +6.5 % , respectivamente para os títulos A, B e C, e obteve-se:

**Tempo 3**

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	10,00%
1	10,00	0,90909	9,09	0,09091	0,0909	18,18	0,0082645	0,1503		
2	10,00	0,82645	8,26	0,08264	0,1653	49,59	0,0082645	0,4098		
3	110,00	0,75131	82,64	0,82645	2,4793	991,74	0,0082645	8,1962		
4		$\sum =$	100,00	$\sum =$	2,7355		$\sum =$	8,7562	D*	2,4869

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	17,00%
1	10,00	0,85470	8,55	0,10578	0,1058	17,09	0,0090413	0,1546		
2	10,00	0,73051	7,31	0,09041	0,1808	43,83	0,0090413	0,3963		
3	10,00	0,62437	6,24	0,07728	0,2318	74,92	0,0090413	0,6774		
4	110,00	0,53365	58,70	0,72653	2,9061	1,174,03	0,0090413	10,6148		
5		$\sum =$	80,80	$\sum =$	3,4245		$\sum =$	11,8430	D*	2,9270

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	22,50%
1	10,00	0,81633	8,16	0,12640	0,1264	16,33	0,0103182	0,1685		
2	10,00	0,66639	6,66	0,10318	0,2064	39,98	0,0103182	0,4126		
3	10,00	0,54399	5,44	0,08423	0,2527	65,28	0,0103182	0,6736		
4	10,00	0,44407	4,44	0,06876	0,2750	88,81	0,0103182	0,9164		
5	110,00	0,36251	39,88	0,61743	3,0872	1,196,28	0,0103182	12,3435		
6		$\sum =$	64,58	$\sum =$	3,9476		$\sum =$	14,5145	D*	3,2226

Tabela 61: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de mesmo *coupon*, mas com prazos e YTM diferentes para o tempo 3.

O resultado financeiro obtido foi de:

TEMPO3						
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1
Título A	100,00	10,00%	427,637	427,637,42	455,965,21	(28,327,79)
Título B	80,80	10,00%	1,077,697	(870,750,78)	(1,000,000,00)	129,249,22
Título C	64,58	13,00%	698,451	451,086,88	544,034,79	(92,947,92)
Total				7,973,51	0,00	7,973,51

Ganho/Perda financeira  
0,797%

Tabela 62: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 com deslocamentos não lineares das taxas de juros.

Simulando para outras variações não lineares, observou-se:

Título A	Título B	Título C	Ganho/Perda financeira
(5.000%)	(6.000%)	(7.000%)	1.086%
(3.000%)	(4.000%)	(5.000%)	0.942%
(1.000%)	(2.000%)	(3.000%)	0.836%
0.000%	0.000%	0.000%	(0.132%)
1.000%	3.000%	5.000%	(1.175%)
3.000%	5.000%	7.000%	(0.966%)
5.000%	7.000%	9.000%	(0.773%)
9.000%	7.000%	5.000%	1.337%
5.000%	9.000%	7.000%	6.471%
4.000%	9.000%	6.000%	8.900%
7.000%	5.000%	3.000%	1.431%
2.000%	3.000%	1.000%	4.581%
(5.000%)	(6.000%)	(7.000%)	1.086%

Tabela 63: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.

#### Conclusões:

- a) Aqui também foi considerado que o investidor desses papéis seja conservador e estabeleça o seu V@R de tal forma que limite seus ganhos/perdas em não mais do que 5% do seu investimento;
- b) Dessa forma a trava se mostrou eficiente somente quando a premissa da convexidade passou a ser adotada e mesmo quando o deslocamento das taxas de juros, ascendente ou descendente, obedeceu a uma escala crescente em módulo, de acordo com a *duration* modificada dos títulos envolvidos;
- c) ela também se mostrou eficiente, independente da direção e do ordenamento das variações das taxas de juros, quando essas variações foram pequenas;
- d) sem querer invalidar a eficiência da trava, cabe o registro que ela não demonstra a mesma robustez se considerado que, em determinados momentos considerados atípicos de mercado que, por fatores diversos<sup>21</sup>, os deslocamentos podem ser um tanto

<sup>21</sup> Esses fatores poderiam ser, entre outros: proximidade do vencimento de um dos títulos, notícias de que o emissor iria comprá-lo, falta de liquidez do título no mercado secundário ficando um dos títulos sem cotação, aumento/queda repentina e acentuada do risco-país, divulgação de melhora ou piora no *rating* de crédito pelas Agências Internacionais (Moody's, Fitch e Standard and Poors), desequilíbrio na condição 3 – a convexidade dos títulos (A+B) fique inferior à convexidade do título C, maior demanda do mercado em relação aos demais títulos para operações compromissadas (*Repo – Repurchase Agreement*); política monetária do governo, proximidade de eleições presidenciais etc.

quanto aleatórios e o título de *duration* modificada intermediária apresentar maior variação que os demais.;

- e) Portanto, pode-se afirmar que na quase totalidade dos casos, o teste teórico da *Trava Borboleta* com títulos de mesmo *coupon* é eficiente.

## 6. Teste e: Verificação se a *Trava Borboleta* é eficiente para deslocamentos não paralelos nas taxas de juros em títulos de coupons, YTM e prazos diferentes

Para o “Teste e” foram relaxadas todas as hipóteses restritivas para verificar a eficiência teórica de um grupo de títulos, que obedeça às premissas da *Trava Borboleta*<sup>22</sup>.

Para o Tempo 1 foi considerado:

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	7.00%
1	10.00	0.93458	9.35	0.08322	0.0832	18.69	0.0077777	0.1454		
2	10.00	0.87344	8.73	0.07778	0.1556	52.41	0.0077777	0.4076		
3	10.00	0.81630	8.16	0.07269	0.2181	97.96	0.0077777	0.7619		
4	10.00	0.76290	7.63	0.06793	0.2717	152.58	0.0077777	1.1867		
5	110.00	0.71299	78.43	0.69838	3.4919	2,352.85	0.0077777	18.2998		
6		$\sum =$	112.30	$\sum =$	4.2205		$\sum =$	20.8013	D* =	3.9444

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	10.00%
1	15.00	0.90909	13.64	0.11198	0.1120	27.27	0.0067866	0.1851		
2	15.00	0.82645	12.40	0.10180	0.2036	74.38	0.0067866	0.5048		
3	15.00	0.75131	11.27	0.09254	0.2776	135.24	0.0067866	0.9178		
4	15.00	0.68301	10.25	0.08413	0.3365	204.90	0.0067866	1.3906		
5	15.00	0.62092	9.31	0.07648	0.3824	279.41	0.0067866	1.8963		
6	115.00	0.56447	64.91	0.53306	3.1984	2,726.41	0.0067866	18.5030		
7		$\sum =$	121.78	$\sum =$	4.5105		$\sum =$	23.3976	D* =	4.1005

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$	C	YTM	13.00%
1	20.00	0.88496	17.70	0.13515	0.1352	35.40	0.0059801	0.2117		
2	20.00	0.78315	15.66	0.11960	0.2392	93.98	0.0059801	0.5620		
3	20.00	0.69305	13.86	0.10584	0.3175	166.33	0.0059801	0.9947		
4	20.00	0.61332	12.27	0.09367	0.3747	245.33	0.0059801	1.4671		
5	20.00	0.54276	10.86	0.08289	0.4145	325.66	0.0059801	1.9475		
6	20.00	0.48032	9.61	0.07335	0.4401	403.47	0.0059801	2.4128		
7	120.00	0.42506	51.01	0.38949	2.7264	2,856.41	0.0059801	17.0817		
8		$\sum =$	130.96	$\sum =$	4.6476		$\sum =$	24.6774	D* =	4.1129

Tabela 64: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de *coupons*, prazos e YTM diferentes para o tempo 1.

O portfólio resultante dos títulos A e C ficou sendo:

<sup>22</sup> Página 57 desta Dissertação.

Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	Títulos A + C				C	YTM	10.54%
				$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^2}$			
	(243.26)									
1	30.00		27.04	0.11118	0.1112	54.28	0.0033645	0.1826		
2	30.00		24.40	0.10029	0.2006	147.32	0.0033645	0.4956		
3	30.00		22.02	0.09054	0.2716	266.55	0.0033645	0.8968		
4	30.00		19.90	0.08179	0.3271	401.90	0.0033645	1.3522		
5	130.00		89.28	0.36703	1.8352	2,363.34	0.0033645	7.9514		
6	20.00		9.61	0.03949	0.2369	460.50	0.0033645	1.5494		
7	120.00		51.01	0.20968	1.4678	3,332.86	0.0033645	11.2133		
8		$\Sigma =$	243.26	$\Sigma =$	4.4504		$\Sigma =$	23.6413		

Tabela 65: Cálculo da *duration*, *duration* modificada, convexidade e preço da carteira de títulos de A + C

Dessa forma, a premissa “c” – de que a convexidade do portfólio comprado deve ser maior que a do título vendido<sup>23</sup> – será considerada.

	YTM	Duration	Convexidade
Título A	7.00%	4.2205	20.8013
Título B	10.00%	4.5105	23.3976
Título C	13.00%	4.6476	24.6774
Carteira A+C	10.54%	4.4504	23.6413

As quantidades de A, B e C no tempo 1, foram:

	TEMPO 1				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	112.30	7.00%	3.9444	65,517	73,576.20
Título B	121.78	10.00%	4.1005	821,178	(1,000,000.00)
Título C	130.96	13.00%	4.1129	707,419	926,423.80
					0.00
	$\alpha =$	7.36%	4.1005		

Utilizando os mesmos deslocamentos das taxas de juros de + 1%, + 2% e + 3%, respectivamente para os títulos A, B e C, e obteve-se para o Tempo 2:

<sup>23</sup> Página 58 desta Dissertação.

**Tempo 2**

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	8.00%
1	10.00	0.92593	9.26	0.08664	0.0868	18.52	0.0060407	0.1489		
2	10.00	0.85734	8.57	0.08041	0.1608	51.44	0.0060407	0.4136		
3	10.00	0.79383	7.94	0.07445	0.2234	95.26	0.0060407	0.7660		
4	110.00	0.73503	80.85	0.75830	3.0332	1,617.07	0.0060407	13.0024		
5		$\sum =$	106.62	$\sum =$	3.5042		$\sum =$	14.3309	D*	3.2446

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	12.00%
1	15.00	0.89286	13.39	0.12066	0.1209	26.79	0.0071940	0.1927		
2	15.00	0.79719	11.96	0.10791	0.2158	71.75	0.0071940	0.5161		
3	15.00	0.71178	10.68	0.09635	0.2890	128.12	0.0071940	0.9217		
4	15.00	0.63552	9.53	0.08602	0.3441	190.66	0.0071940	1.3716		
5	115.00	0.56743	65.25	0.58866	2.9443	1,957.62	0.0071940	14.0831		
6		$\sum =$	110.81	$\sum =$	3.9141		$\sum =$	17.0852	D*	3.4947

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	16.00%
1	20.00	0.86207	17.24	0.15027	0.1503	34.48	0.0064770	0.2233		
2	20.00	0.74316	14.86	0.12954	0.2591	89.18	0.0064770	0.5776		
3	20.00	0.64066	12.81	0.11167	0.3350	153.76	0.0064770	0.9959		
4	20.00	0.55229	11.05	0.09627	0.3851	220.92	0.0064770	1.4309		
5	20.00	0.47611	9.52	0.08299	0.4150	285.67	0.0064770	1.8503		
6	120.00	0.41044	49.25	0.42926	2.5756	2,068.63	0.0064770	13.3985		
7		$\sum =$	114.74	$\sum =$	4.1200		$\sum =$	18.4785	D*	3.5517

Tabela 66: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de *coupons*, prazos e YTM diferentes para o tempo 2.

O resultado financeiro obtido foi de:

TEMPO 2						
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1
Título A	106.62	8.00%	65,517	69,857.23	73,576.20	(3,718.98)
Título B	110.81	12.00%	821,178	(909,982.69)	(1,000,000.00)	90,017.31
Título C	114.74	16.00%	707,419	811,685.17	926,423.80	(114,738.63)
			Total	(28,440.30)	0.00	(28,440.30) (2.844%)

Tabela 67: Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com títulos de *coupons*, prazos e YTM diferentes, após deslocamento não linear na estrutura a termo de taxa de juros.

Simulando para outras variações não lineares, observou-se:

Título A	Título B	Título C	Ganho/Perda financeira
(5.000%)	(6.000%)	(7.000%)	5.659%
(3.000%)	(4.000%)	(5.000%)	4.715%
(1.000%)	(2.000%)	(3.000%)	3.943%
0.000%	0.000%	0.000%	0.073%
1.000%	3.000%	5.000%	(5.218%)
3.000%	5.000%	7.000%	(4.824%)
5.000%	7.000%	9.000%	(4.448%)
9.000%	7.000%	5.000%	4.279%
5.000%	9.000%	7.000%	4.821%
4.000%	9.000%	6.000%	7.428%
7.000%	5.000%	3.000%	4.839%
2.000%	3.000%	1.000%	6.117%
(5.000%)	(6.000%)	(7.000%)	5.659%

Tabela 68: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 2 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.

Dado os resultados observados no Tempo 2, a estrutura de *hedge* foi atualizada:

TEMPO 2					
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Valor Financeiro
Título A	106.62	8.00%	3.2446	174,084	185,615.43
Título B	110.81	12.00%	3.4947	902,410	(1,000,000.00)
Título C	114.74	16.00%	3.5517	709,772	814,384.57
					0.00
	$\alpha =$	18.56%	3.4947		

Tabela 69: Cálculo da Trava Borboleta para o tempo 2.

Para o Tempo 3 foram feitos deslocamentos da estrutura a termo da taxa de juros de + 2%; +5% e +6.5 % , respectivamente para os títulos A, B e C, e obteve-se:

**Tempo 3**

Título A										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	10,00%
1	10,00	0,90909	9,09	0,09091	0,0909	18,18	0,0082645	0,1503		
2	10,00	0,82645	8,26	0,08264	0,1653	49,59	0,0082645	0,4098		
3	110,00	0,75131	82,64	0,82645	2,4793	991,74	0,0082645	8,1962		
4		$\sum =$	100,00	$\sum =$	2,7355		$\sum =$	8,7562	D* =	2,4889

Título B										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	17,00%
1	15,00	0,85470	12,82	0,13565	0,1356	25,64	0,0077292	0,1982		
2	15,00	0,73051	10,96	0,11594	0,2319	65,75	0,0077292	0,5082		
3	15,00	0,62437	9,37	0,09909	0,2973	112,39	0,0077292	0,8687		
4	115,00	0,53365	61,37	0,64932	2,5973	1,227,40	0,0077292	9,4868		
5		$\sum =$	94,51	$\sum =$	3,2621		$\sum =$	11,0618	D* =	2,7881

Título C										
Tempo (t)	Fluxo de Pagamentos (cupons e resgate)	Fator de desconto para PV	Fluxo de Pagamentos Descontados (PV)	$Wt_i = \frac{PV_i}{\sum PV}$	$Duration = Wt_i \times t_i$	$\frac{t \times (t+1) \times c_t}{(1+i)^t}$	$\frac{1}{P} \times \frac{1}{(1+i)^t}$	C	YTM	22,50%
1	20,00	0,81633	16,33	0,17571	0,1757	32,65	0,0071719	0,2342		
2	20,00	0,66639	13,33	0,14344	0,2869	79,97	0,0071719	0,5735		
3	20,00	0,54399	10,88	0,11709	0,3513	130,56	0,0071719	0,9363		
4	20,00	0,44407	8,88	0,09559	0,3823	177,63	0,0071719	1,2739		
5	120,00	0,36251	43,50	0,46817	2,3409	1,305,03	0,0071719	9,3596		
6		$\sum =$	92,92	$\sum =$	3,5371		$\sum =$	12,3776	D* =	2,8874

Tabela 70: Cálculo das *durations*, *durations* modificadas, convexidades e preços de três títulos hipotéticos de *coupons*, prazos e YTM diferentes para o tempo 3.

O resultado financeiro obtido foi de:

TEMPO 3						
	Preço	YTM	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1
Título A	100,00	10,00%	174,084	174,083,69	185,615,43	(11,531,75)
Título B	94,51	17,00%	902,410	(852,899,90)	(1,000,000,00)	147,100,10
Título C	92,92	22,50%	709,772	659,496,98	814,384,57	(154,887,59)
			Total	(19,319,24)	0,00	(19,319,24) (1,932%)

Ganho/Perda financeira

Tabela 71: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 com deslocamentos não lineares das taxas de juros.

Simulando para outras variações não lineares, observou-se:

Título A	Título B	Título C	Ganho/Perda financeira
(5.000%)	(6.000%)	(7.000%)	3.817%
(3.000%)	(4.000%)	(5.000%)	3.202%
(1.000%)	(2.000%)	(3.000%)	2.687%
0.000%	0.000%	0.000%	0.115%
1.000%	3.000%	5.000%	(3.492%)
3.000%	5.000%	7.000%	(3.299%)
5.000%	7.000%	9.000%	(3.108%)
9.000%	7.000%	5.000%	2.900%
5.000%	9.000%	7.000%	4.697%
4.000%	9.000%	6.000%	6.998%
7.000%	5.000%	3.000%	3.278%
2.000%	3.000%	1.000%	4.957%
(5.000%)	(6.000%)	(7.000%)	3.817%

Tabela 72: Resultado financeiro da Trava Borboleta para o tempo 3 para diferentes deslocamentos não lineares das taxas de juros.

#### Conclusões:

- a) Aqui também foi considerado que o investidor desses papéis seja conservador e estabeleça o seu V@R de tal forma que limite seus ganhos/perdas em não mais do que 5% do seu investimento;
- b) Dessa forma a trava mostrou eficiência limitada, ou seja, apresentou menor robustez que o observado no “Teste d”. Verificou-se no Tempo 2, por exemplo, variações superiores a 5% em situações que, em outros Testes, o *hedge* mostrava eficiência;
- c) No entanto, ela e mostrou eficiente, independente da direção e do ordenamento das variações das taxas de juros, quando essas variações foram pequenas;
- d) Portanto, a *Trava Borboleta* não pode ser utilizada de forma abrangente, pois embora os seus pressupostos tenham sido obedecidos à risca, o resultado do “Teste e” não foi conclusivo.

## **7. Teste f: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente quando aplicada empiricamente com Treasury Bonds**

O “Teste f” teve o objetivo verificar a eficiência empírica da “*Trava Borboleta*” com *Treasury Bonds* – títulos emitidos pelo governo dos Estados Unidos.

Os papéis escolhidos foram:

- US Treasury N/B T 5/8 – 03/15/09;
- US Treasury N/B T 6 – 11/15/27;
- US Treasury N/B T 4 ½ - 02/15/36.

Os dados referentes a preços, duration modificada e convexidade foram obtidos do Sistema *Bloomberg*, dessa forma os cálculos ficam centrados na Trava Borboleta e nos resultados financeiros.

Foram feitas observações nas datas de 28/04, 31/05, 30/06 e 31/07.2006. As variações das YTM dos papéis nesses períodos não foram acentuadas e nem paralelas:

Título	YTM	Deslocamento
T 09	4.873	
	4.994	0.121
	5.123	0.129
	4.925	(0.198)
T 27	5.304	
	5.360	0.056
	5.301	(0.059)
	5.158	(0.143)
T 36	5.162	
	5.229	0.067
	5.187	(0.042)
	5.065	(0.122)

Tabela 73: Deslocamentos das YTM dos *Treasury bonds* escolhidos para a *Trava Borboleta*.

Para a data inicial, a “Trava Borboleta” ficou sendo:

28/4/2006

	Preço	D*	Convexidade	Quantidade	Valor Financeiro
T 9	94.32	2.7150	0.0890	276,615	260,914.27
T 27	112.92	12.0600	2.0870	885,583	(1,000,000.00)
T 36	90.21	15.3590	3.5060	819,340	739,085.73

0.00

$\alpha = 26.09\%$  12.0600

Tabela 74: Cálculo das quantidades de cada título envolvidos na Trava Borboleta dos *treasury bonds*

Em 31.05.2006 o resultado financeiro obtido foi de:

31/5/2006

	Preço	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 2	Valor Financeiro no Tempo 1	Diferença Tempo 2 - Tempo 1	
T 9	93.809	276,615	259,489.70	260,914.27	(1,424.57)	
T 27	109.476	885,583	(969,500.53)	(1,000,000.00)	30,499.47	
T 36	90.325	819,340	740,068.94	739,085.73	983.21	Ganho/Perda financeira
		Total	30,058.11	0.00	30,058.11	3.006%

Tabela 75: Cálculo do resultado financeiro obtido com a Trava Borboleta, com *treasury bonds*, em 31.05.2006.

Dado os resultados observados em 31.05.2006, a estrutura de *hedge* foi atualizada:

31/5/2006

	Preço	D*	Covexidade	Quantidade	Valor Financeiro
T 9	93.81	2.6220	0.0830	251,657	236,077.00
T 27	109.48	12.2650	2.1130	913,442	(1,000,000.00)
T 36	90.33	15.2450	3.4700	845,749	763,923.00

0.00

$\alpha = 23.61\%$  12.2650

Tabela 76: Cálculo da Trava Borboleta de *treasury bonds* para 31.05.2006.

Em 30.06.2006 o resultado financeiro obtido foi de:

30/6/2006

	Preço	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 3	Valor Financeiro no Tempo 2	Diferença Tempo 3 - Tempo 2	
T 9	94.003	251,657	236,565.22	236,077.00	488.21	
T 27	110.906	913,442	(1,013,062.22)	(1,000,000.00)	(13,062.22)	
T 36	90.888	845,749	768,684.57	763,923.00	4,761.57	Ganho/Perda financeira
		Total	(7,812.44)	0.00	(7,812.44)	(0.781%)

Tabela 77: Resultado financeiro da Trava Borboleta, com *treasury bonds*, em 30/06/2006.

Dado os resultados observados em 30.06.2006, a estrutura de *hedge* foi atualizada:

30/6/2006					
	Preço	D*	Convexidade	Quantidade	Valor Financeiro
T 9	94.00	2.5410	0.0790	248,399	233,502.14
T 27	110.91	12.2280	2.1040	901,664	(1,000,000.00)
T 36	90.89	15.1790	3.4500	843,343	766,497.86
				0.00	
$\alpha = 23.35\%$		12.2280			

Tabela 78: Cálculo da *Trava Borboleta* de *treasury bonds* para 30.06.2006.

Em 31.07.2006 o resultado financeiro obtido foi de:

31/7/2006						
	Preço	Quantidade	Valor Financeiro no Tempo 3	Valor Financeiro no Tempo 2	Diferença Tempo 3 - Tempo 2	
T 9	95.104	248,399	236,237.01	233,502.14	2,734.87	
T 27	113.402	901,664	(1,022,505.55)	(1,000,000.00)	(22,505.55)	
T 36	93.183	843,343	785,852.59	766,497.86	19,354.73	Ganho/Perda financeira
		Total	(415.95)	0.00	(415.95)	(0.042%)

Tabela 79: Resultado financeiro da *Trava Borboleta*, com *treasury bonds*, em 31/07/2006

Conclusões:

- a) Aqui também foi considerado que o investidor desses papéis seja conservador e estabeleça o seu V@R de tal forma que limite seus ganhos/perdas em não mais do que 5% do seu investimento;
- b) O exercício quis mostrar, em uma pequena amostra, a eficiência limitada da *Trava Borboleta* como instrumento de *hedge*. Embora tenha sido feita com poucos pontos, observou-se que nos momentos de variação reduzida das taxas de juros o instrumento de *hedge* atendeu ao esperado, já no único período em que os preços se movimentaram de forma um pouco mais acentuada (para os padrões de um título norte-americano) a eficiência reduziu, mas ainda em níveis aceitáveis.

## **8. Teste g: Verificação se a Trava Borboleta é eficiente quando aplicada empiricamente com Brazilian Global Bonds**

Para se evidenciar empiricamente o modelo da Trava Borboleta, foram escolhidos três títulos emitidos no exterior pelo governo brasileiro, com vencimentos em 2009, 2027 e 2034, adotando os seguintes procedimentos:

- Coleta do Sistema *Bloomberg* dos dados praticados e simulados relativos a preços, juros acumulados, *durations* e *durations* modificadas em mercado a cada 45 dias para o período de 02.01.2004 a 31.03.2006;
- Foram feitos testes com dados históricos e dados simulados para três movimentos paralelos na curva de YTM em relação aos finais de cada semestre e ano em relação ao início do ano em curso, considerando dois acréscimos – 50 e 500 pontos-base – e um decréscimo de 100 pontos-base;
- a análise considerou que aos preços de cada título fossem incorporados os cupons acumulados, uma vez que são esses os preços de negociação dos papéis dada a sua marcação a mercado. Dessa forma foi considerado com o que mercado convencionou chamar de “preço-sujo”.

### **Resultados obtidos:**

Dados originais:

<b>Global 09</b>						
<b>Dados observados</b>						
	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Dur Mod	Convexidade
02/01/04	130.86	133.96	7.770	4.239	4.081	0.221
17/02/04	127.74	132.65	8.259	4.097	3.934	0.208
30/03/04	126.35	133.00	8.445	3.970	3.809	0.198
17/05/04	114.04	115.33	10.983	3.990	3.782	0.190
30/06/04	116.09	119.11	10.453	3.886	3.693	0.182
16/08/04	123.28	128.15	8.787	3.808	3.648	0.179
30/09/04	128.90	135.55	7.507	3.723	3.589	0.174
15/11/04	129.88	131.09	7.176	3.813	3.681	0.175
03/01/05	133.08	136.22	6.363	3.699	3.585	0.168
15/02/05	132.56	137.39	6.327	3.583	3.473	0.159
30/03/05	124.96	131.61	7.857	3.423	3.293	0.146
16/05/05	128.83	130.08	6.821	3.510	3.394	0.148
30/06/05	130.03	133.05	6.383	3.395	3.290	0.141
15/08/05	128.54	133.37	6.554	3.267	3.163	0.132
30/09/05	129.73	136.38	6.089	3.150	3.057	0.125
15/11/05	127.29	128.50	6.492	3.194	3.094	0.123
03/01/06	128.63	131.77	5.933	3.068	2.979	0.116
15/02/06	130.74	135.57	5.181	2.961	2.886	0.110
31/03/06	128.51	135.16	5.524	2.831	2.755	0.102

<b>Global 27</b>						
<b>Dados observados</b>						
	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Dur Mod	Convexidade
02/01/04	105.13	106.45	9.569	9.518	9.083	1.374
17/02/04	102.65	105.24	9.830	9.256	8.822	1.319
30/03/04	99.19	102.99	10.214	8.937	8.503	1.251
17/05/04	82.60	82.66	12.432	8.215	7.734	1.048
30/06/04	87.76	89.03	11.665	8.441	7.976	1.109
16/08/04	96.16	98.72	10.570	8.833	8.390	1.209
30/09/04	104.77	108.57	9.602	9.197	8.775	1.303
15/11/04	107.33	107.33	9.340	9.642	9.212	1.375
03/01/05	113.80	115.15	8.711	9.830	9.420	1.429
15/02/05	113.00	115.53	8.783	9.677	9.270	1.399
30/03/05	102.43	106.23	9.851	9.012	8.589	1.249
16/05/05	108.20	108.23	9.246	9.616	9.191	1.358
30/06/05	115.07	116.34	8.585	9.823	9.419	1.416
15/08/05	112.97	115.50	8.776	9.602	9.199	1.370
30/09/05	118.56	118.56	8.267	9.735	9.348	1.408
15/11/05	116.21	116.21	8.474	9.918	9.515	1.420
03/01/06	125.16	128.14	7.697	10.008	9.637	1.457
15/02/06	134.46	134.46	6.987	10.412	10.060	1.553
31/03/06	130.27	134.06	7.293	10.131	9.775	1.491

Global 34						
Dados observados						
	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Dur Mod	Convexidade
20/01/04	93.70	93.70	8.853	11.022	10.555	1.915
17/02/04	87.45	88.07	9.523	10.436	9.961	1.749
30/03/04	84.45	86.05	9.875	10.058	9.585	1.651
17/05/04	71.86	74.54	11.641	8.749	8.268	1.304
30/06/04	75.45	79.12	11.088	8.979	8.507	1.378
16/08/04	81.68	82.28	10.227	9.910	9.428	1.589
30/09/04	88.73	90.33	9.382	10.391	9.926	1.738
15/11/04	91.34	93.98	9.099	10.478	10.022	1.774
03/01/05	97.36	101.10	8.496	10.810	10.370	1.882
15/02/05	96.57	97.14	8.571	11.091	10.635	1.920
30/03/05	86.88	88.48	9.598	10.205	9.738	1.676
16/05/05	91.86	94.52	9.048	10.478	10.025	1.765
30/06/05	97.76	101.43	8.458	10.804	10.365	1.868
15/08/05	95.01	95.58	8.727	10.930	10.473	1.862
30/09/05	100.59	102.19	8.194	11.209	10.768	1.954
15/11/05	97.90	100.54	8.445	10.893	10.451	1.872
03/01/06	106.06	109.80	7.718	11.325	10.904	2.008
15/02/06	115.93	116.50	6.949	12.257	11.845	2.243
31/03/06	110.43	112.03	7.362	11.801	11.382	2.115

Tabela 80: Dados históricos de preço limpo, preço sujo, YTM, *duration*, *duration* modificada e convexidade dos títulos Globals 09, 27 e 34.

Com os dados de 02.01.2004, foi possível fazer a seguinte estrutura de trava:

Data	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
2/1/2004					
Global 09	133.96	7.770	4.081	169,731	227,371.02
Global 27	106.45	9.569	9.083	(939,408)	(1,000,000.00)
Global 34	93.70	8.853	10.555	824,577	772,628.98
$\alpha =$	22.74%		9.0830	Total	0.00

Tabela 81: Cálculo da *Trava Borboleta* da carteira de globals para 02.01.2004.

Mantendo essa estrutura de *hedge*, por todo o período analisado, observou-se:

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
17/02/04	132.65	225,147.55	105.24	(988,633.16)	93.70	772,628.98	9,143.37	0.91%
30/03/04	133.00	225,741.61	102.99	(967,496.48)	88.07	726,205.27	(15,549.60)	-1.55%
17/05/04	115.33	195,750.22	82.66	(776,514.80)	86.05	709,548.81	128,784.24	12.88%
30/06/04	119.11	202,166.04	89.03	(836,355.10)	74.54	614,639.96	(19,549.10)	-1.95%
16/08/04	128.15	217,509.68	98.72	(927,383.75)	79.12	652,405.60	(57,468.47)	-5.75%
30/09/04	135.55	230,069.74	108.57	(1,019,915.45)	82.28	678,462.24	(111,383.47)	-11.14%
15/11/04	131.09	222,499.76	107.33	(1,008,266.79)	90.33	744,840.72	(40,926.31)	-4.09%
03/01/05	136.22	231,206.93	115.15	(1,081,728.51)	93.98	774,937.79	(75,583.78)	-7.56%
15/02/05	137.39	233,192.78	115.53	(1,085,298.26)	101.10	833,647.70	(18,457.78)	-1.85%
30/03/05	131.61	223,382.36	106.23	(997,933.30)	97.14	800,994.44	26,443.49	2.64%
16/05/05	130.08	220,785.48	108.23	(1,016,721.47)	88.48	729,586.04	(66,349.95)	-6.63%
30/06/05	133.05	225,826.47	116.34	(1,092,907.47)	94.52	779,390.51	(87,690.48)	-8.77%
15/08/05	133.37	226,369.61	115.50	(1,085,016.44)	101.43	836,368.81	(22,278.02)	-2.23%
30/09/05	136.38	231,478.50	118.56	(1,113,762.33)	95.58	788,131.03	(94,152.80)	-9.42%
15/11/05	128.50	218,103.74	116.21	(1,091,686.24)	102.19	842,635.59	(30,946.91)	-3.09%
03/01/06	131.77	223,653.92	128.14	(1,203,757.63)	100.54	829,030.07	(151,073.64)	-15.11%
15/02/06	135.57	230,103.68	134.46	(1,263,128.23)	109.80	905,385.93	(127,638.61)	-12.76%
31/03/06	135.16	229,407.79	134.06	(1,259,370.60)	116.50	960,632.61	(69,330.19)	-6.93%

Tabela 82: Resultado da imunização da carteira de globals pela *trava borboleta* para as demais datas, se permanesse inalterada a estrutura de *hedge* montada em 02.01.2004.

Foi mantida a premissa de que o investidor desses papéis é conservador e estabeleceu o seu V@R de tal forma que limitaria seus ganhos/perdas em não mais do que 5% do seu investimento.

Dessa forma a estrutura de *hedge* idealizada em 02.01.2004 não apresentaria desempenho satisfatório para todo o período, ou seja, permanecer com a mesma estrutura de *hedge* por muito tempo não parece ser recomendável.

Os motivos pela não eficiência do *hedge* podem ser, a princípio, dois: deslocamentos não lineares das taxas de juros e a necessidade de atualizar a estrutura de *hedge*, dado o comportamento observado nas *durations* ao longo do período analisado.

Com relação à primeira suspeita, verifica-se que o comportamento das YTM dos títulos envolvidos foi:

Datas	Deslocamentos observados					
	Global 09		Global 27		Global 34	
	YTM	Varição YTM	YTM	Varição YTM	YTM	Varição YTM
02/01/04	7.770		9.569		8.853	
17/02/04	8.259	0.489	9.830	0.261	9.523	0.670
30/03/04	8.445	0.186	10.214	0.384	9.875	0.352
17/05/04	10.983	2.538	12.432	2.218	11.641	1.766
30/06/04	10.453	(0.530)	11.665	(0.767)	11.088	(0.553)
16/08/04	8.787	(1.666)	10.570	(1.095)	10.227	(0.861)
30/09/04	7.507	(1.280)	9.602	(0.968)	9.382	(0.845)
15/11/04	7.176	(0.331)	9.340	(0.262)	9.099	(0.283)
03/01/05	6.363	(0.813)	8.711	(0.629)	8.496	(0.603)
15/02/05	6.327	(0.036)	8.783	0.072	8.571	0.075
30/03/05	7.857	1.530	9.851	1.068	9.598	1.027
16/05/05	6.821	(1.036)	9.246	(0.605)	9.048	(0.550)
30/06/05	6.383	(0.438)	8.585	(0.661)	8.458	(0.590)
15/08/05	6.554	0.171	8.776	0.191	8.727	0.269
30/09/05	6.089	(0.465)	8.267	(0.509)	8.194	(0.533)
15/11/05	6.492	0.403	8.474	0.207	8.445	0.251
03/01/06	5.933	(0.559)	7.697	(0.777)	7.718	(0.727)
15/02/06	5.181	(0.752)	6.987	(0.710)	6.949	(0.769)
31/03/06	5.524	0.343	7.293	0.306	7.362	0.413

Tabela 83: Variação das YTM dos Globals 09, 27 e 34 ao longo do período de observação.

Graficamente, observou-se:

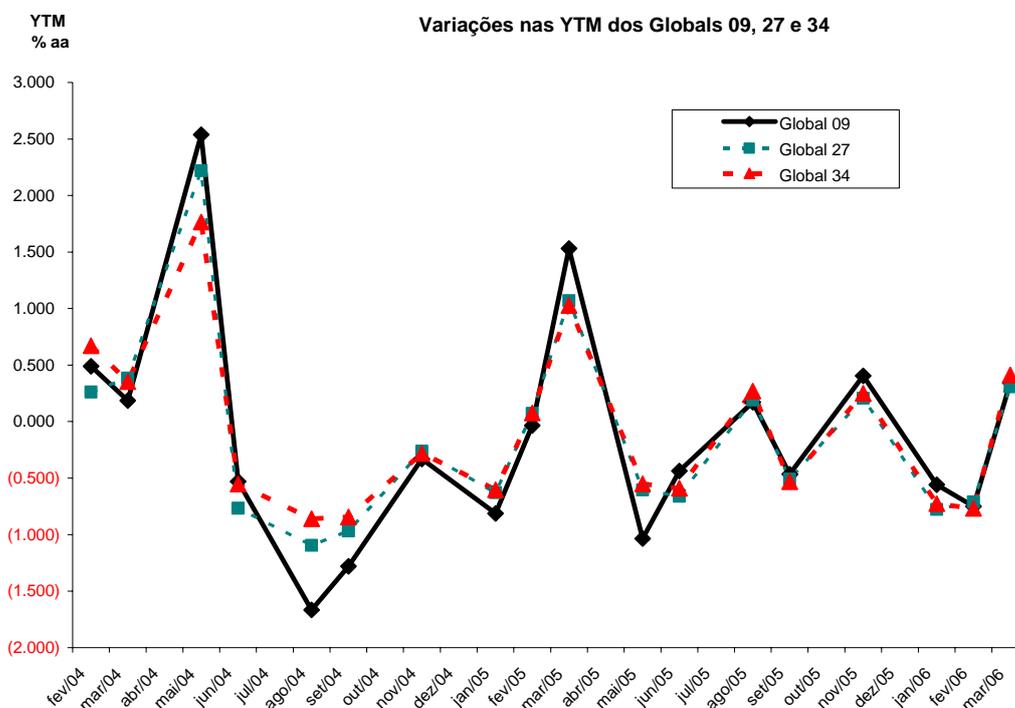


Gráfico 13: Variação das YTM dos Globals 09, 27 e 34 ao longo do período de observação.

Portanto, de fato, os deslocamentos não foram lineares no período. Mais adiante serão feitas simulações de deslocamentos lineares para se verificar se a estrutura de *hedge* é perfeita.

Com relação à segunda suspeita, de fato as *durations* se alteraram frequentemente no período:

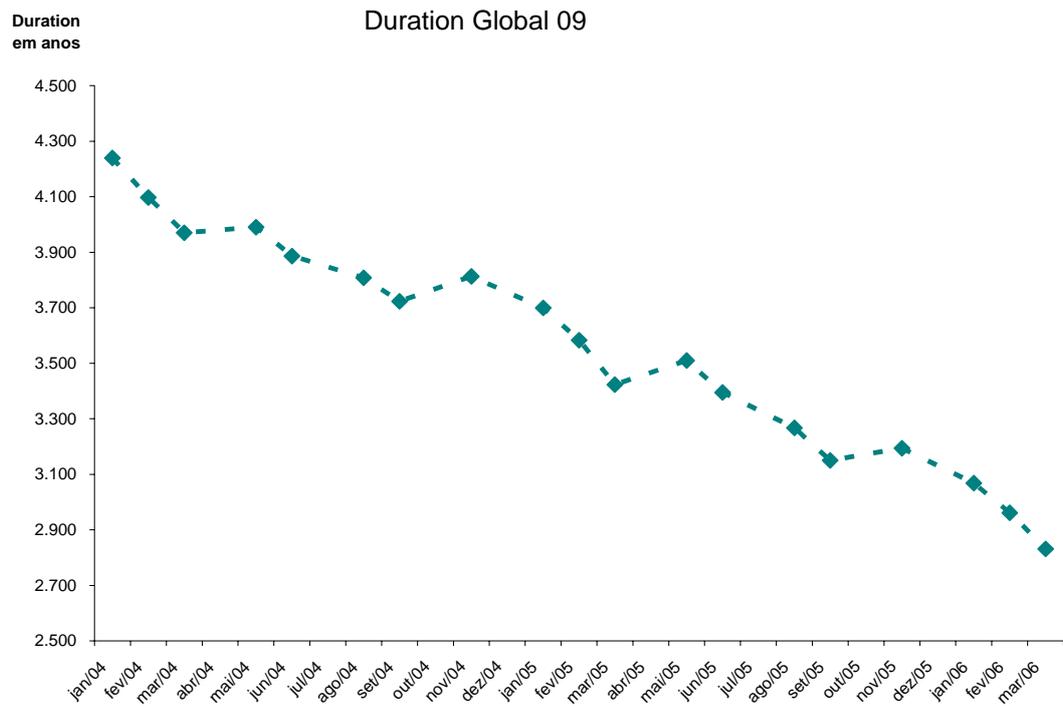


Gráfico 14: Comportamento da duration do Global 09 no período analisado.

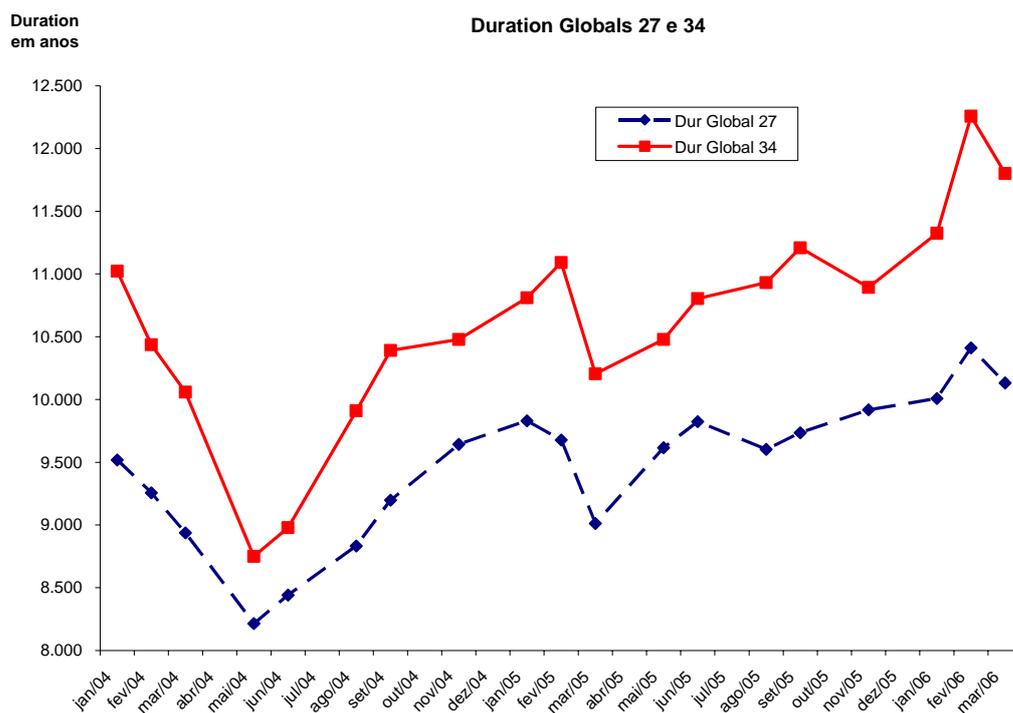


Gráfico 15: Comportamento das *durations* dos Global 27 e 34 no período analisado.

Atualizando a estrutura de *hedge* para os dados de 17.02.2004, observou-se:

Data	17/2/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	132.65	8.26	3.934	142,467	188,982.91
Global 27	105.24	9.83	8.822	(950,209)	(1,000,000.00)
Global 34	88.07	9.52	9.961	920,878	811,017.09
$\alpha =$	18.90%		8.82200	Total	0.00

Tabela 84: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 17.02.2004.

Percebe-se que os valores envolvidos de 17.02.2004 mudaram significativamente em relação a 02.01.2004, e os resultados financeiros para os cinco períodos subsequentes foram:

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
30/03/04	133.00	189,481.55	102.99	(978,620.30)	88.07	811,017.09	21,878.34	2.19%
17/05/04	115.33	164,307.57	82.66	(785,442.80)	86.05	792,415.36	171,280.13	17.13%
30/06/04	119.11	169,692.83	89.03	(845,971.11)	74.54	686,422.32	10,144.04	1.01%
16/08/04	128.15	182,571.88	98.72	(938,046.37)	79.12	728,598.53	(26,875.96)	-2.69%
30/09/04	135.55	193,114.46	108.57	(1,031,641.96)	82.28	757,698.26	(80,829.23)	-8.08%

Tabela 85: Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos cinco períodos subsequentes.

Quando comparados com os resultados anteriores, verifica-se que permanecem elevados os percentuais de ganho/perda nos dias 17/05/04 e 30/09/2004. Nota-se que nessas datas as variações nos preços e, por consequência, nas YTM, foram mais acentuadas que nos outros períodos.

Desempenho semelhante se observa nas atualizações da estrutura de *hedge* para o dia 30.03.2004:

Data	30/3/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	133.00	8.45	3.8090	140,847	187,326.87
Global 27	102.99	10.21	8.5030	(970,968)	(1,000,000.00)
Global 34	86.05	9.88	9.5850	944,420	812,673.13
$\alpha =$	18.73%		8.50300	Total	0.00

Tabela 86: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 30.03.2004.

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
17/05/04	115.33	162,439.16	82.66	(802,602.19)	86.05	812,673.13	172,510.09	17.25%
30/06/04	119.11	167,763.18	89.03	(864,452.86)	74.54	703,970.43	7,280.75	0.73%
16/08/04	128.15	180,495.78	98.72	(958,539.66)	79.12	747,224.85	(30,819.04)	-3.08%
30/09/04	135.55	190,918.48	108.57	(1,054,180.02)	82.28	777,068.51	(86,193.03)	-8.62%
15/11/04	131.09	184,636.69	107.33	(1,042,140.01)	90.33	853,094.29	(4,409.03)	-0.44%

Tabela 87: Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos cinco períodos subsequentes.

No entanto cabe observar que nada se pode afirmar para as estruturas de *hedge* feitas em dias de preços de picos de alta ou de baixa, como os dias 17/05 ou 30/09/2004, a estrutura tanto poderia se mostrar ineficaz (17/05), bem como – até certo ponto – eficaz no curto prazo (30/09/2004) :

Data	17/5/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	115.33	10.98	3.782	103,214	119,037.00
Global 27	82.66	12.43	7.734	(1,209,775)	(1,000,000.00)
Global 34	74.54	11.64	8.268	1,181,866	880,963.00
$\alpha =$	11.90%		7.73400	Total	0.00

Tabela 88: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 17.05.2005

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
30/06/04	119.11	122,938.50	89.03	(1,077,062.67)	74.54	880,963.00	(73,161.17)	-7.32%
16/08/04	128.15	132,269.07	98.72	(1,194,289.86)	79.12	935,092.46	(126,928.33)	-12.69%
30/09/04	135.55	139,906.93	108.57	(1,313,452.70)	82.28	972,439.43	(201,106.34)	-20.11%
15/11/04	131.09	135,303.57	107.33	(1,298,451.49)	90.33	1,067,579.65	(95,568.26)	-9.56%
03/01/05	136.22	140,598.46	115.15	(1,393,055.89)	93.98	1,110,717.77	(141,739.66)	-14.17%
15/02/05	137.39	141,806.07	115.53	(1,397,853.04)	101.10	1,194,866.63	(60,980.33)	-6.10%
30/03/05	131.61	135,840.29	106.23	(1,285,143.96)	97.14	1,148,064.74	(1,238.94)	-0.12%
16/05/05	130.08	134,261.11	108.23	(1,309,339.46)	88.48	1,045,715.13	(129,363.22)	-12.94%
30/06/05	133.05	137,326.57	116.34	(1,407,452.21)	94.52	1,117,099.84	(153,025.80)	-15.30%

Tabela 89: Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos nove períodos subsequentes.

Data	30/9/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	135.55	7.51	3.589	133,996	181,631.69
Global 27	108.57	9.60	8.775	(921,065)	(1,000,000.00)
Global 34	90.33	9.38	9.926	905,976	818,368.31
$\alpha =$	18.16%		8.77500	Total	0.00

Tabela 90: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 30.09.2004.

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
15/11/04	131.09	175,655.46	107.33	(988,578.80)	90.33	818,368.31	5,444.98	0.54%
03/01/05	136.22	182,529.46	115.15	(1,060,606.06)	93.98	851,436.44	(26,640.16)	-2.66%
15/02/05	137.39	184,097.21	115.53	(1,064,106.11)	101.10	915,941.95	35,933.06	3.59%
30/03/05	131.61	176,352.24	106.23	(978,447.08)	97.14	880,065.29	77,970.45	7.80%
16/05/05	130.08	174,302.10	108.23	(996,868.38)	88.48	801,607.75	(20,958.53)	-2.10%
30/06/05	133.05	178,281.78	116.34	(1,071,566.73)	94.52	856,328.72	(36,956.23)	-3.70%
15/08/05	133.37	178,710.57	115.50	(1,063,829.79)	101.43	918,931.67	33,812.46	3.38%
30/09/05	136.38	182,743.85	118.56	(1,092,014.37)	95.58	865,932.06	(43,338.45)	-4.33%
15/11/05	128.50	172,184.96	116.21	(1,070,369.35)	102.19	925,817.09	27,632.71	2.76%
03/01/06	131.77	176,566.64	128.14	(1,180,252.37)	100.54	910,868.48	(92,817.25)	-9.28%
15/02/06	135.57	181,658.49	134.46	(1,238,463.66)	109.80	994,761.88	(62,043.30)	-6.20%
31/03/06	135.16	181,109.10	134.06	(1,234,779.40)	116.50	1,055,462.29	1,791.99	0.18%

Tabela 91: Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos doze períodos subsequentes.

O estudo agora irá se concentrar nas simulações de deslocamentos paralelos.

Revisitando a tabela 81, em 02.01.2004 a estrutura de *hedge* era a seguinte:

Data					
2/1/2004	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	133.96	7.770	4.081	169,731	227,371.02
Global 27	106.45	9.569	9.083	(939,408)	(1,000,000.00)
Global 34	93.70	8.853	10.555	824,577	772,628.98
$\alpha =$	22.74%		9.0830	Total	0.00

Tabela 81: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 02.01.2004

Com deslocamentos paralelos ascendentes de 50 e 500 pontos base (bp) e descendente de 100 bp, estimou-se para 30.06.2004<sup>24</sup>:

<sup>24</sup> As estimativas de preço são feitas na tela YA – Yield Analysis no Bloomberg System

Data	Mais 50 BP			
30/6/2004	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	129.26	169,731	219,393.69	
Global 27	101.74	(939,408)	(955,753.88)	
Global 34	92.66	824,577	764,053.37	Ganho/perda
		Total	27,693.19	2.77%

Data	Menos 100 BP			
30/6/2004	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	136.90	169,731	232,361.10	
Global 27	116.74	(939,408)	(1,096,665.10)	
Global 34	108.20	824,577	892,192.69	Ganho/perda
		Total	27,888.69	2.79%

Data	Mais 500 BP			
30/6/2004	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	109.48	169,731	185,820.99	
Global 27	71.95	(939,408)	(675,904.18)	
Global 34	63.98	824,577	527,564.59	Ganho/perda
		Total	37,481.40	3.75%

Tabela 92: Resultados financeiros da trava borboleta em 30.06.2004, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.

e para o início do ano seguinte, estimou-se:

Data		Mais 50 BP		
3/1/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	127.31	169,731	216,083.94	
Global 27	101.82	(939,408)	(956,505.40)	
Global 34	92.76	824,577	764,877.95	Ganho/perda
		Total	24,456.49	2.45%

Data		Menos 100 BP		
3/1/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	134.25	169,731	227,863.24	
Global 27	116.71	(939,408)	(1,096,383.28)	
Global 34	108.24	824,577	892,522.52	Ganho/perda
		Total	24,002.49	2.40%

Data		Mais 500 BP		
3/1/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	109.14	169,731	185,243.90	
Global 27	72.13	(939,408)	(677,595.12)	
Global 34	64.10	824,577	528,554.08	Ganho/perda
		Total	36,202.87	3.62%

Tabela 93: Resultados financeiros da trava borboleta em 03.01.2005, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.

Fazendo um realinhamento da carteira em 03.01.2005, encontrou-se:

Data					
3/1/2005	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	136.22	6.363	3.585	102,786	140,014.74
Global 27	115.15	8.711	9.420	(868,432)	(1,000,000.00)
Global 34	101.10	8.496	10.370	850,628	859,985.26
$\alpha =$	14.00%		9.42000	Total	0.00

Tabela 94: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 03.01.2005

E os resultados financeiros em 30.06.2006 ficaria sendo:

Data	Mais 50 BP			
30/6/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	130.97	102,786	134,618.49	
Global 27	109.78	(868,432)	(953,365.18)	
Global 34	96.03	850,628	816,858.40	Ganho/perda
		Total	(1,888.28)	-0.19%

Data	Menos 100 BP			
30/6/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	137.61	102,786	141,443.46	
Global 27	126.57	(868,432)	(1,099,174.99)	
Global 34	112.49	850,628	956,871.83	Ganho/perda
		Total	(859.70)	-0.09%

Data	Mais 500 BP			
30/6/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	113.40	102,786	116,559.03	
Global 27	76.52	(868,432)	(664,524.53)	
Global 34	65.72	850,628	559,032.95	Ganho/perda
		Total	11,067.45	1.11%

Tabela 95: Resultados financeiros da trava borboleta em 30.06.2005, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.

e em relação ao início de 2006, encontrou-se:

Data	Mais 50 BP			
3/1/2006	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	128.18	102,786	131,750.76	
Global 27	109.80	(868,432)	(953,538.86)	
Global 34	96.13	850,628	817,709.03	Ganho/perda
		Total	(4,079.07)	-0.41%

Data	Menos 100 BP			
3/1/2006	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	134.03	102,786	137,763.73	
Global 27	126.42	(868,432)	(1,097,872.34)	
Global 34	112.51	850,628	957,041.96	Ganho/perda
		Total	(3,066.65)	-0.31%

Data	Mais 500 BP			
3/1/2006	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	112.53	102,786	115,664.80	
Global 27	76.70	(868,432)	(666,087.71)	
Global 34	65.85	850,628	560,138.77	Ganho/perda
		Total	9,715.85	0.97%

Tabela 96: Resultados financeiros da trava borboleta em 03.01.2006, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.

Conclusão: as simulações de deslocamentos paralelos na estrutura a termo de taxas de juros dos *brazilian global bonds* evidenciaram a eficiência da *Trava Borboleta*.

## 9. Alternativas não evidenciadas

- Robert W. Kolb e Raymond Chiang [1981]<sup>25</sup> desenvolveram estratégia baseada no primeiro grau da Expansão de Taylor, onde se buscava eliminar a perda financeira de um título fazendo uma estrutura de *hedge* com contratos de taxas de juros futuras.
- Laurie S. Goodman e N.R. Vijayaraghavan [1987]<sup>26</sup> aperfeiçoaram tal estratégia ao utilizar o segundo grau da Expansão de Taylor – a convexidade, uma vez que o modelo até então utilizado era eficiente para pequenas variações da taxa de juros do mercado, mas não respondia tão bem para variações maiores da taxa de juros.

<sup>25</sup> Kolb, W Robert e Chiang, Raymond, "Improving Hedging Performance Using Interest Rate Futures", Financial Management (pré-1986); Outono 1981; 10,4; ABI/INFORM Global pg.72

<sup>26</sup> Goodman, Laurie, e N.R.Vijayaraghavan, "Combining Various Futures Contracts to Get Better Hedges", Advances in Futures and Options Research, Vol. 3, 1989, pg 257 – 268.

c) Em 30.09.2005, a Bolsa Mercadorias e Futuros – BM&F criou os Contratos Futuros Referentes a Dívida Soberana Brasileira – Global Bonds e A-Bond.

- Os contratos são expressos em preço unitário (PU), que é o valor, em dólares para cada US\$ 100.00 de valor de face do título objeto de negociação, com até três casas decimais.
- Os contratos, com vencimentos para os meses de janeiro, abril, julho e outubro, são liquidados financeiramente pela Bolsa, mediante o registro de operações de natureza inversa (compra ou venda) à da posição, na mesma quantidade de contratos, pela Taxa Referencial da BM&F, referente a cada um dos títulos envolvidos.
- No entanto, pelo menos até o momento, esse mercado não tem a profundidade necessária para que essas estratégias sejam aplicadas. O boletim de junho da BM&F mostra que somente o título Global 2040 responde por 96% de todo o movimento em volume e em contratos.

Contratos Futuros de Taxas de Juros - Janeiro a Junho/2006					
Mercado	Contratos negociados	Volume USD MM	Contratos em aberto	% em Contratos	% em Volume
A-bond 2018	160	8.4	80	2.08%	1.78%
Global 2014	0	0	0	0.00%	0.00%
Global 2015	160	8.3	80	2.08%	1.76%
Global 2019	2	0.1	1	0.03%	0.02%
Global 2040	7,387	454.8	1,660	95.82%	96.44%
Total	7,709	471.6	1,821	100.00%	100.00%

Fonte: [www.bmf.com.br](http://www.bmf.com.br)

Tabela 97: Mercado de Contratos Futuros de Taxas de Juros atrelados a títulos públicos do governo brasileiro emitidos no exterior.

## **V – TESTES DOS *HEDGES* PELA *DURATION* E DA TRAVA BORBOLETA DOS *BRAZILIAN GLOBAL BONDS* UTILIZANDO OS PREÇOS LIMPOS**

Considerando os efeitos observados nos tópicos anteriores com os preços sujos, este tópico tem o propósito de verificar se os resultados obtidos nos testes realizados com os *Brazilian Global Bonds* seriam alterados caso fossem feitos com os preços limpos, ou seja, sem que considerassem os juros até a data de negociação.

Esta alternativa se justifica pelo fato de os juros acruados serem obtidos em função do cupom e da contagem de dias e, portanto, não são afetados por variações na *yield*. Como o objetivo do hedge é proteger o portfólio contra variações na *yield*, a inclusão de um componente que não depende da *yield* poderia comprometer a análise.

### **1. *Imunização pela duration dos Brazilian Global Bonds com os preços limpos***

Seja uma carteira ativa dada por um título brasileiro emitido no exterior, cujo vencimento será em 15.05.2027, o denominado Global 27.

Será verificada a possibilidade de construir uma estratégia de imunização às variações nas taxas de juros, tendo na ponta passiva outro título brasileiro para o mesmo mercado, o de vencimento em 21.01.2034.

Ambos os títulos não pagam amortizações intermediárias, apenas *coupons* semestrais de 10.00 % e 8.25% aa, respectivamente.

Considerando-se os dados obtidos no sistema *Bloomberg* para o dia 03.01.2005, observa-se:

3/1/2005

**Carteira Ativa A**

**Global 27**

Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Dur Mod
113.80	115.15	8.711	9.830	9.420

**Carteira Passiva X**

**Global 34**

Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Dur Mod
97.36	101.10	8.496	10.810	10.370

Tabela 16: Carteiras Ativa e Passiva compostas por *brazilian global bonds* em 31.01.2005.

A quantidade de Global 34 necessária para imunizar as variações de preço/YTM do Global

27, é dada por:

$$x = - \frac{(PL_{G27} \times D_{G27}^*)}{D_{G34}^*}$$

No caso, tem-se:

$$x = - 103,375$$

E a carteira Z seria:

$$\text{Carteira Z} = A + Z = 10,4253$$

Em 15.02.2005, o resultado da trava poderia ser verificado, e o resultado seria:

15/2/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada
Carteira Ativa (G27)	113.00	115.53	8.783	9.677	9.270
Carteira Passiva (G34)	96.57	97.14	8.571	11.091	10.635

Resultado Financeiro	PV atual	PV anterior	Varição	Varição %
Carteira Ativa (G27)	113.00	113.80	(0.80)	(0.70%)
Carteira Passiva (G34)	99.83	100.65	(0.82)	(0.81%)
Total			(1.62)	(1.51%)

Tabela 98: Resultado da imunização da carteira de *brazilian global bonds* em 15.02.2005.

Fazendo os cálculos com os dados de 30.03.2005, verificou-se:

15/2/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada
Carteira Ativa (G27)	113.00	115.53	8.783	9.677	9.270
Carteira Passiva (G34)	96.57	97.14	8.571	11.091	10.635

x = -98.496

30/3/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada
Carteira Ativa (G27)	102.43	106.23	9.851	9.012	8.589
Carteira Passiva (G34)	86.88	88.48	9.598	10.205	9.738

Resultado Financeiro	PV atual	PV anterior	Varição	Varição %
Carteira Ativa (G27)	102.43	113.00	(10.57)	(9.35%)
Carteira Passiva (G34)	85.57	95.12	(9.54)	(10.03%)
Total			(20.11)	(19.39%)

Tabela 99: Resultado da imunização da carteira de *brazilian global bonds* em 30.03.2005.

Em relação ao dia 30.06.2005, ficou sendo:

30/3/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada
Carteira Ativa (G27)	102.43	106.23	9.851	9.012	8.589
Carteira Passiva (G34)	86.88	88.48	9.598	10.205	9.738

x = -90.344

30/6/2005	Preço Limpo	Preço Sujo	YTM	Duration	Duration Modificada
Carteira Ativa (G27)	115.07	116.34	8.585	9.823	9.419
Carteira Passiva (G34)	97.76	101.43	8.458	10.804	10.365

Resultado Financeiro	PV atual	PV anterior	Varição	Varição %
Carteira Ativa (G27)	115.07	102.43	12.64	12.34%
Carteira Passiva (G34)	88.32	78.49	9.83	12.52%
Total			22.47	24.86%

Tabela 100: Resultado da imunização da carteira de *brazilian global bonds* em 30.06.2005.

Conclusões:

- a) o teste realizado com preços limpos não alterou a eficiência da trava para os *Brazilian Global Bonds*;
- b) dessa forma também não seria um modelo adequado para proteção.

## 2. Imunização pela convexidade – Trava Borboleta – dos *Brazilian Global Bonds* com os preços limpos

Com os dados de 02.01.2004, foi possível fazer a seguinte estrutura de trava:

Data	2/1/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	130.86	7.770	4.081	173,751	227,371.02
Global 27	105.13	9.569	9.083	(951,239)	(1,000,000.00)
Global 34	93.70	8.853	10.555	824,577	772,628.98
$\alpha =$	22.74%		9.08300	Total	0.00

Tabela 101: Cálculo da *Trava Borboleta* da carteira de globals para 02.01.2004.

Mantendo essa estrutura de *hedge*, por todo o período analisado, observou-se:

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
17/02/04	127.74	221,944.77	102.65	(976,437.80)	93.70	772,628.98	18,135.95	1.81%
30/03/04	126.35	219,538.31	99.19	(943,534.43)	87.45	721,101.14	(2,894.98)	-0.29%
17/05/04	114.04	198,144.31	82.60	(785,733.31)	84.45	696,363.82	108,774.81	10.88%
30/06/04	116.09	201,711.42	87.76	(834,788.73)	71.86	592,541.28	(40,536.02)	-4.05%
16/08/04	123.28	214,200.67	96.16	(914,730.89)	75.45	622,127.12	(78,403.11)	-7.84%
30/09/04	128.90	223,967.23	104.77	(996,613.59)	81.68	673,523.03	(99,123.33)	-9.91%
15/11/04	129.88	225,659.57	107.33	(1,020,965.32)	88.73	731,663.97	(63,641.77)	-6.36%
03/01/05	133.08	231,231.78	113.80	(1,082,472.46)	91.34	753,127.72	(98,112.96)	-9.81%
15/02/05	132.56	230,324.80	113.00	(1,074,919.62)	97.36	802,767.28	(41,827.55)	-4.18%
30/03/05	124.96	217,123.17	102.43	(974,345.07)	96.57	796,327.33	39,105.43	3.91%
16/05/05	128.83	223,843.87	108.20	(1,029,250.61)	86.88	716,392.80	(89,013.94)	-8.90%
30/06/05	130.03	225,923.67	115.07	(1,094,600.76)	91.86	757,423.77	(111,253.32)	-11.13%
15/08/05	128.54	223,338.25	112.97	(1,074,643.76)	97.76	806,115.06	(45,190.44)	-4.52%
30/09/05	129.73	225,411.11	118.56	(1,127,818.05)	95.01	783,455.68	(118,951.26)	-11.90%
15/11/05	127.29	221,168.10	116.21	(1,105,406.85)	100.59	829,442.36	(54,796.39)	-5.48%
03/01/06	128.63	223,501.58	125.16	(1,190,542.78)	97.90	807,244.73	(159,796.46)	-15.98%
15/02/06	130.74	227,159.05	134.46	(1,279,046.10)	106.06	874,505.51	(177,381.54)	-17.74%
31/03/06	128.51	223,286.13	130.27	(1,239,179.65)	115.93	955,965.51	(59,928.02)	-5.99%

Tabela 102: Resultado da imunização da carteira de globals pela *trava borboleta* para as demais datas, se permanesse inalterada a estrutura de *hedge* montada em 02.01.2004.

Foi mantida a premissa de que o investidor desses papéis é conservador e estabeleceu o seu V@R de tal forma que limitaria seus ganhos/perdas em não mais do que 5% do seu investimento.

Dessa forma a estrutura de *hedge* idealizada em 02.01.2004 não apresentaria desempenho satisfatório para todo o período, ou seja, permanecer com a mesma estrutura de *hedge* por muito tempo não parece ser recomendável.

Atualizando a estrutura de *hedge* para os dados de 17.02.2004, observou-se:

Data	17/2/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	127.74	8.26	3.934	147,947	188,982.91
Global 27	102.65	9.83	8.822	(974,194)	(1,000,000.00)
Global 34	87.45	9.52	9.961	927,396	811,017.09
$\alpha =$	18.90%		8.82200	Total	0.00

Tabela 103: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 17.02.2004.

Percebe-se que os valores envolvidos de 17.02.2004 mudaram significativamente em relação a 02.01.2004, e os resultados financeiros para os cinco períodos subseqüentes foram:

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
30/03/04	126.35	186,933.85	99.19	(966,302.64)	87.45	811,017.09	31,648.29	3.16%
17/05/04	114.04	168,717.15	82.60	(804,693.66)	84.45	783,195.21	147,218.69	14.72%
30/06/04	116.09	171,754.50	87.76	(854,932.83)	71.86	666,426.78	(16,751.56)	-1.68%
16/08/04	123.28	182,388.92	96.16	(936,804.06)	75.45	699,701.75	(54,713.40)	-5.47%
30/09/04	128.90	190,705.01	104.77	(1,020,662.65)	81.68	757,506.34	(72,451.29)	-7.25%

Tabela 104: Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos cinco períodos subseqüentes.

Quando comparados com os resultados anteriores, verifica-se que permanecem elevados os percentuais de ganho/perda nos dias 17/05/04 e 30/09/2004. Nota-se que nessas datas as variações nos preços e, por conseqüência, nas YTM, foram mais acentuadas que nos outros períodos.

Desempenho semelhante se observa nas atualizações da estrutura de *hedge* para o dia 30.03.2004:

Data		30/3/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	126.35	8.45	3.8090	148,258	187,326.87	
Global 27	99.19	10.21	8.5030	(1,008,166)	(1,000,000.00)	
Global 34	84.45	9.88	9.5850	962,301	812,673.13	
$\alpha =$	18.73%		8.50300	Total	0.00	

Tabela 105: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 30.03.2004.

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
17/05/04	114.04	169,071.87	82.60	(832,755.32)	84.45	812,673.13	148,989.68	14.90%
30/06/04	116.09	172,115.61	87.76	(884,746.45)	71.86	691,509.76	(21,121.08)	-2.11%
16/08/04	123.28	182,772.39	96.16	(969,472.73)	75.45	726,037.14	(60,663.21)	-6.07%
30/09/04	128.90	191,105.96	104.77	(1,056,255.67)	81.68	786,017.38	(79,132.32)	-7.91%
15/11/04	129.88	192,550.00	107.33	(1,082,064.72)	88.73	853,869.25	(35,645.48)	-3.56%

Tabela 106: Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos cinco períodos subsequentes.

No entanto cabe observar que nada se pode afirmar para as estruturas de *hedge* feitas em dias de preços de picos de alta ou de baixa, como os dias 17/05 ou 30/09/2004, a estrutura tanto poderia se mostrar ineficaz (17/05), bem como – até certo ponto – eficaz no curto prazo (30/09/2004) :

Data		17/5/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	114.04	10.98	3.782	104,383	119,037.00	
Global 27	82.60	12.43	7.734	(1,210,639)	(1,000,000.00)	
Global 34	71.86	11.64	8.268	1,225,943	880,963.00	
$\alpha =$	11.90%		7.73400	Total	0.00	

Tabela 107: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 17.05.2005

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
30/06/04	116.09	121,179.98	87.76	(1,062,432.66)	71.86	880,963.00	(60,289.68)	-6.03%
16/08/04	123.28	128,683.01	96.16	(1,164,174.77)	75.45	924,949.85	(110,541.91)	-11.05%
30/09/04	128.90	134,550.36	104.77	(1,268,386.58)	81.68	1,001,362.91	(132,473.31)	-13.25%
15/11/04	129.88	135,567.05	107.33	(1,299,378.94)	88.73	1,087,804.18	(76,007.71)	-7.60%
03/01/05	133.08	138,914.60	113.80	(1,377,658.87)	91.34	1,119,715.49	(119,028.77)	-11.90%
15/02/05	132.56	138,369.73	113.00	(1,368,046.39)	97.36	1,193,517.29	(36,159.37)	-3.62%
30/03/05	124.96	130,438.73	102.43	(1,240,045.52)	96.57	1,183,942.67	74,335.88	7.43%
16/05/05	128.83	134,476.25	108.20	(1,309,923.61)	86.88	1,065,099.71	(110,347.65)	-11.03%
30/06/05	130.03	135,725.71	115.07	(1,393,094.51)	91.86	1,126,102.66	(131,266.14)	-13.13%

Tabela 108: Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos nove períodos subsequentes.

Data	30/9/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	128.90	7.51	3.589	140,908	181,631.69
Global 27	104.77	9.60	8.775	(954,472)	(1,000,000.00)
Global 34	88.73	9.38	9.926	922,292	818,368.31
$\alpha =$	18.16%		8.77500	Total	0.00

Tabela 109: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 30.09.2004.

	Global 09		Global 27		Global 34		Resultado Financeiro:	% de ganho/perda
	Preço	Valor	Preço	Valor	Preço	Valor		
15/11/04	129.88	183,004.13	107.33	(1,024,434.48)	88.73	818,368.31	(23,062.03)	-2.31%
03/01/05	133.08	187,523.05	113.80	(1,086,150.62)	91.34	842,375.58	(56,251.99)	-5.63%
15/02/05	132.56	186,787.51	113.00	(1,078,572.11)	97.36	897,897.57	6,112.97	0.61%
30/03/05	124.96	176,081.32	102.43	(977,655.82)	96.57	890,694.47	89,119.97	8.91%
16/05/05	128.83	181,531.64	108.20	(1,032,747.92)	86.88	801,287.46	(49,928.82)	-4.99%
30/06/05	130.03	183,218.31	115.07	(1,098,320.13)	91.86	847,180.72	(67,921.10)	-6.79%
15/08/05	128.54	181,121.60	112.97	(1,078,295.31)	97.76	901,642.08	4,468.36	0.45%
30/09/05	129.73	182,802.63	118.56	(1,131,650.28)	95.01	876,297.49	(72,550.16)	-7.26%
15/11/05	127.29	179,361.66	116.21	(1,109,162.93)	100.59	927,733.72	(2,067.55)	-0.21%
03/01/06	128.63	181,254.05	125.16	(1,194,588.15)	97.90	902,905.62	(110,428.48)	-11.04%
15/02/06	130.74	184,220.16	134.46	(1,283,392.19)	106.06	978,136.99	(121,035.04)	-12.10%
31/03/06	128.51	181,079.33	130.27	(1,243,390.28)	115.93	1,069,250.24	6,939.28	0.69%

Tabela 110: Resultados financeiros da carteira de globals pela imunização pela trava borboleta nos doze períodos subsequentes.

O estudo agora irá se concentrar nas simulações de deslocamentos paralelos.

Revisitando a tabela 101, em 02.01.2004 a estrutura de *hegde* era a seguinte:

Data	2/1/2004				
	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	130.86	7.770	4.081	173,751	227,371.02
Global 27	105.13	9.569	9.083	(951,239)	(1,000,000.00)
Global 34	93.70	8.853	10.555	824,577	772,628.98
$\alpha =$	22.74%		9.08300	Total	0.00

Tabela 101: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 02.01.2004

Com deslocamentos paralelos ascendentes de 50 e 500 pontos base (bp) e descendente de 100 bp, estimou-se para 30.06.2004<sup>27</sup>:

Data	Mais 50 BP			
30/6/2004	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	126.23	173,751	219,326.33	
Global 27	100.47	(951,239)	(955,710.29)	
Global 34	88.99	824,577	733,791.38	Ganho/perda
		Total	(2,592.57)	-0.26%

Data	Menos 100 BP			
30/6/2004	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	133.88	173,751	232,618.31	
Global 27	115.47	(951,239)	(1,098,396.21)	
Global 34	104.53	824,577	861,930.70	Ganho/perda
		Total	(3,847.19)	-0.38%

Data	Mais 500 BP			
30/6/2004	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	106.46	173,751	184,975.69	
Global 27	70.69	(951,239)	(672,431.18)	
Global 34	60.31	824,577	497,302.60	Ganho/perda
		Total	9,847.11	0.98%

Tabela 111: Resultados financeiros da trava borboleta em 30.06.2004, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.

e para o início do ano seguinte, estimou-se:

<sup>27</sup> As estimativas de preço são feitas na tela YA – Yield Analysis no Bloomberg System

Data		Mais 50 BP		
3/1/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	124.17	173,751	215,747.06	
Global 27	100.47	(951,239)	(955,710.29)	
Global 34	89.03	824,577	734,121.22	Ganho/perda
		Total	(5,842.02)	-0.58%

Data		Menos 100 BP		
3/1/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	131.11	173,751	227,805.40	
Global 27	115.36	(951,239)	(1,097,349.85)	
Global 34	104.51	824,577	861,765.79	Ganho/perda
		Total	(7,778.66)	-0.78%

Data		Mais 500 BP		
3/1/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	106.00	173,751	184,176.44	
Global 27	70.78	(951,239)	(673,287.29)	
Global 34	60.37	824,577	497,797.35	Ganho/perda
		Total	8,686.49	0.87%

Tabela 112: Resultados financeiros da trava borboleta em 03.01.2005, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.

Fazendo um realinhamento da carteira em 03.01.2005, encontrou-se:

Data					
3/1/2005	Preço	YTM	D*	Quantidade	Resultado Financeiro
Global 09	133.08	6.363	3.585	105,209	140,014.74
Global 27	113.80	8.711	9.420	(878,766)	(1,000,000.00)
Global 34	97.36	8.496	10.370	883,350	859,985.26
$\alpha =$	14.00%		9.42000	Total	0.00

Tabela 113: Cálculo da Trava Borboleta da carteira de globals para 03.01.2005

E os resultados financeiros em 30.06.2006 ficaria sendo:

Data	Mais 50 BP			
30/6/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	121.74	105,209	128,081.89	
Global 27	108.52	(878,766)	(953,636.33)	
Global 34	92.37	883,350	815,950.27	Ganho/perda
		Total	(9,604.17)	-0.96%

Data	Menos 100 BP			
30/6/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	134.59	105,209	141,601.30	
Global 27	125.31	(878,766)	(1,101,181.06)	
Global 34	108.82	883,350	961,261.32	Ganho/perda
		Total	1,681.56	0.17%

Data	Mais 500 BP			
30/6/2005	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	110.38	105,209	116,130.11	
Global 27	75.25	(878,766)	(661,271.05)	
Global 34	62.05	883,350	548,118.59	Ganho/perda
		Total	2,977.65	0.30%

Tabela 114: Resultados financeiros da trava borboleta em 30.06.2005, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.

e em relação ao início de 2006, encontrou-se:

Data	Mais 50 BP			
3/1/2006	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	125.18	105,209	131,701.09	
Global 27	108.45	(878,766)	(953,021.20)	
Global 34	92.40	883,350	816,215.28	Ganho/perda
		Total	(5,104.83)	-0.51%

Data	Menos 100 BP			
3/1/2006	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	130.89	105,209	137,708.55	
Global 27	125.07	(878,766)	(1,099,072.02)	
Global 34	108.78	883,350	960,907.98	Ganho/perda
		Total	(455.49)	-0.05%

Data	Mais 500 BP			
3/1/2006	Preço	Quantidade	Resultado Financeiro	
Global 09	109.38	105,209	115,078.01	
Global 27	75.35	(878,766)	(662,149.81)	
Global 34	62.11	883,350	548,648.60	Ganho/perda
		Total	1,576.80	0.16%

Tabela 115: Resultados financeiros da trava borboleta em 03.01.2006, com simulações de elevação da YTM em 50 e 100 pontos-base (BP) e redução de 500 pontos-base.

Conclusão: as simulações de deslocamentos paralelos na estrutura a termo de taxas de juros dos *brazilian global bonds* evidenciaram também a eficiência da *Trava Borboleta*, quando são utilizados os preços limpos.

## VI – CONSIDERAÇÕES FINAIS:

O objetivo central desse trabalho foi evidenciar se as estratégias de *hedge* no mercado de renda fixa, a partir das *durations* e convexidades dos títulos – a “Trava Borboleta”, podem ser utilizadas com títulos brasileiros emitidos no exterior – os *Brazilian Global Bonds*.

Para este propósito foram utilizados dados hipotéticos e dados históricos de três *Brazilian Global Bonds*, bem como simulados deslocamentos paralelos na estrutura a termo de taxas de juros.

Pode-se chegar a algumas conclusões importantes, as quais se destacam:

Conclusões Gerais:

- a) os livros-texto e os diversos artigos que tratam sobre as estruturas de travas se baseiam na economia norte-americana onde o deslocamento das taxas de juros ocorre de forma menos acentuada que nos países cujo risco de investimento é maior
- b) a estrutura a termo de taxas de juros dos títulos brasileiros emitidos no exterior não apresenta uma relação linear entre os seus diversos vencimentos e essas variações são, por vezes, elevadas.

Estratégia de *Hedge* pela *Duration*:

- a) os testes da estratégia de *hedge* com base na *duration* revelaram-se eficientes em duas situações: quando as variações de preços, e por conseguinte das taxas de juros, são pequenas, e quando são feitos deslocamentos paralelos na estrutura a termo de taxas de juros. As simulações feitas com deslocamentos não paralelos minaram a eficiência do *hedge*;
- b) os testes empíricos com *Brazilian Global Bonds* confirmaram o que foi visto nos testes teóricos e apenas em momentos de pequenas variações nas taxas de juros a

estratégia foi efetiva, com os dados analisados chegou-se a conclusão que, dada a variação histórica nas taxas de juros, a estratégia de *hedge* pela *duration* se reveste de elevado risco e não deve ser utilizada para os títulos brasileiros;

- c) as simulações com os *Brazilian Global Bonds* foram feitas tanto com os preços acrescidos dos juros até o momento da negociação (preço sujo) e sem a incorporação dos juros (preço limpo), não havendo diferença significativa entre elas.

#### Estratégia de *Hedge* pela Convexidade – *Trava Borboleta*:

- a) A eficiência da *Trava Borboleta* foi medida por 7 testes (5 teóricos e 2 empíricos). No início teve-se a preocupação de verificar até aonde a influência da convexidade era fator de sucesso da trava e assim, a partir de um teste com diversas restrições que contribuíam para a sua eficiência, foram incluídas a cada teste uma restrição em relação ao teste anterior, com o objetivo de aferir os pontos de influência para a Trava, bem como até que ponto a convexidade seria fundamental e por fim conferiu, empiricamente com *treasuries* e *brazilian global bonds*, se a *Trava Borboleta* seria um instrumento útil;
- b) Os testes realizados foram:
- “Teste a”: partiu-se da premissa de deslocamentos paralelos na estrutura a termo da taxa de juros para uma estrutura de trava que tinha títulos com o mesmo prazo e *coupon*, diferenciando-se pelas YTM. Concluiu-se que a Trava Borboleta era eficiente, no entanto não se poderia precisar se o seu sucesso seria pelo fato de os deslocamentos serem paralelos, ou se os títulos tinham prazos e *coupons* iguais;
  - “Teste b”: foram mantidos os deslocamentos paralelos e os *coupons*, no entanto os títulos passaram ter prazos diferentes. A eficiência da Trava Borboleta também se fez presente. Ou seja, ficou evidenciado que não é necessário escolher títulos do mesmo prazo para se elaborar uma *Trava Borboleta*, quando os deslocamentos da estrutura a termo das taxas de juros são paralelos e os títulos têm *coupons* iguais;

- “Teste c” : ainda com deslocamentos paralelos, foi retirada a restrição de que os títulos deveriam ter o mesmo *coupon*. A eficiência da Trava Borboleta também se fez presente. Ou seja, ficou evidenciado que não é necessário escolher títulos do mesmo prazo e mesmo *coupon* para se elaborar uma *Trava Borboleta*, quando os deslocamentos da estrutura a termo das taxas de juros são paralelos.
- “Teste d” : feito para títulos de *coupons* idênticos, porém de prazos diferentes e com deslocamentos não lineares na estrutura a termo das taxas de juros. A eficiência da Trava Borboleta também se fez presente. Ou seja, ficou evidenciado que não é necessário escolher títulos do mesmo prazo assim como os deslocamentos da estrutura a termo das taxas de juros não precisam ser paralelos para se elaborar uma *Trava Borboleta*, quando os títulos têm *coupons* iguais.
- “Teste e” : feito para títulos de *coupons* e prazos diferentes e com deslocamentos não lineares na estrutura a termo das taxas de juros. Neste teste foi necessário adequar o exemplo para a premissa até então desprezada da convexidade, e só dessa forma a Trava Borboleta foi eficiente e ainda assim apenas para pequenas variações nas taxas de juros, ou seja, ficou evidenciado que para títulos de *coupons* e prazos diferentes e quando ocorrem deslocamentos não lineares na estrutura a termo de taxas de juros a Trava Borboleta só é eficiente para as pequenas variações.
- “Teste f” : foi feito de forma empírica com títulos do governo dos Estados Unidos – *Treasury Bonds* . Embora tenha sido uma pequena amostra, pode-se observar que a *Trava Borboleta* foi eficiente – confirmando o que foi analisado nos Testes “a” a “e”, dado que as alterações nas taxas de juros norte-americanas não foram acentuadas no período coletado;
- “Teste g” pode ser dividido em duas etapas: na primeira delas buscou-se simular o comportamento dos *Brazilian Global Bonds* caso eles tivessem

deslocamentos paralelos na estrutura a termo de taxas de juros. Nessa situação a *Trava Borboleta* mostrou-se eficiente, confirmando o que foi visto nos testes teóricos. Na segunda etapa foram feitos testes da *Trava Borboleta* com dados históricos e os resultados observados foram melhores que os realizados com a Trava pela *duration*, no entanto, na prática o comportamento das taxas de juros não é linear e embora aparente maior robustez, demonstrou que em períodos de maior variação ela não foi eficiente, o que também corrobora com os testes teóricos;

- as simulações com os *Brazilian Global Bonds* foram feitas tanto com os preços acrescidos dos juros até o momento da negociação (preço sujo) e sem a incorporação dos juros (preço limpo), não havendo diferença significativa entre elas.

Do que foi analisado conclui-se que a imunização pela convexidade – Trava Borboleta – apresenta resultado mais eficaz que o *hedge* feito pela *duration*. Essa eficiência é possível e justificada pela utilização da segunda derivada da curva Preço x Taxa de Juros que reduz o erro da sua estimativa.

No entanto, a eficiência da Trava Borboleta só é possível de se materializar em casos específicos. Um deles seria a sua utilização com títulos que tenham a mesma taxa de *coupon*, mas esta é sem dúvida uma restrição muito forte. Por exemplo, no caso brasileiro, não teríamos 3 *brazilian global bonds* que remunerem a mesma taxa de *coupon* que satisfizessem essa condição.

A outra condição de sucesso da Trava Borboleta seria na ocorrência de pequenas alterações no deslocamento da estrutura a termo de taxas de juros ou que fossem paralelos, o que – no caso brasileiro, também ficou evidenciado que não é, pelo menos até a história recente, prática usual.

Uma alternativa passível de verificação que poderia superar esses impasses seria a utilização do mercado futuro de taxas de juros atrelados a títulos da dívida externa brasileira que, no momento, ainda é incipiente no Brasil e concentrado em apenas 1 título.

No entanto, pode se observar que, também para o caso brasileiro, a estrutura de *hedge* denominada “Trava Borboleta” apresentou ganho de eficiência em relação ao modelo feito pela *duration*, no entanto esse ganho de eficiência não seria o suficiente para eliminar os riscos de sua utilização.

Em resposta à questão título da dissertação, em que pese as Travas pela *duration* e pela convexidade – *Trava Borboleta* – sejam utilizadas no mercado internacional de renda fixa, este estudo não as recomendam para os *brazilian global bonds* enquanto perdurarem as oscilações nas taxas de juros até então verificadas.

No entanto, a comunidade financeira internacional dá como certa a ascensão dos títulos brasileiros para o nível de “grau de investimento – *investment grade*” nos próximos 2 anos, e isso significa que os *bonds* brasileiros teriam aceitação irrestrita, com o que, os problemas aqui detectados possivelmente seriam superados.

## VII – BIBLIOGRAFIA

### Livros:

- Ferreira, Luiz Francisco Rogé . Manual de Gestão de Renda Fixa. Porto Alegre: Bookman, 2004. 51-66; 94-105p;
- Elton, Edwin J., Gruber, Martin J., Brown, Stephen J., Goetzmann, William N. Moderna Teoria de Carteiras e Análises de Investimentos. São Paulo: Atlas, 2004. 461-482p;
- Fabozzi, Frank J., editor, Fazozzi, T. Dessa, editor. The Handbook of Fixed Income Securities, 4ª ed., 1995. 833-839;896-926p;
- Bodie, Zvi, Kane, Alex , Marcus, Alan J., Investments, 3ª ed., 1996. 453-458 p.

### Artigos:

- Kolb, Robert W., Chiang, Raymond. *Improving Hedging Performance Using Interest Rate Futures. Financial Management (pre-1986); Autumn 1981; 10,4; ABI/INFORM Global;*
- Goodman, Laurie S. and N. R. Vijayaraghavan. "Generalized Duration Hedging With Futures Contracts," *Review of Futures Markets*, 1987, v6(1), 94-108p;
- Grieves, Robin. *Butterfly Trades. Journal of Portfolio Management*, 1999, vol. 26, Iss.1, 87-89p;
- Szigeti, Tibor. *When Curves Bulge, Swap Like a Butterfly. Bloomberg Magazine*. 04/2000. 126-127p;
- Nicholas, Joseph G. *An Introduction to Fixed-Income Arbitrage. Bloomberg Magazine*. 06/2000. 114-119p;
- Orsdel, Leslie V., Streeto, Mike e Meuchner, Gerard. *Barbells Paump Up Investors' Profits. Bloomberg Magazine* 04/1993. 18-19p;
- Cox, John C., Ingersoll, Jonathan E. Jr e Ross, Stephen A. *A Theory of the Term Structure of Interest Rates. Econometrica*, Vol. 53, Nº 2, março 1985.385-407p;
- Daigler, Robert T., Copper, Mark. *Simultaneously Hedging Bond Duration and Convexity. Derifatives Quartely; fall 1998; 5,1; ABI/INFORM Global*, 50-59p;
- Mitra, Sid. *Investment Strategies for Fixed-Income Securities. Journal of Financial Planning. Denver: oct 1993. Vol 6, Iss. 4; 166-169p;*
- Chreistiensen, Michael. *The Pros and Cons of Butterfly Barbells.*

### Base de Dados:

- Sistema *Bloomberg*