



**Universidade de Brasília
Departamento de Ciências Econômicas**

**ASSOCIAÇÃO DE UM MODELO
TEÓRICO DE CURVA DE JUROS AO
APREÇAMENTO DE TÍTULOS
PÚBLICOS EXTERNOS**

HELENA MULIM VENCESLAU

Brasília - 2005



**Universidade de Brasília
Departamento de Ciências Econômicas**

**ASSOCIAÇÃO DE UM MODELO
TEÓRICO DE CURVA DE JUROS AO
APREÇAMENTO DE TÍTULOS
PÚBLICOS EXTERNOS**

HELENA MULIM VENCESLAU

Dissertação apresentada ao Departamento de Economia
da Universidade de Brasília sendo parte dos requisitos
para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. PAULO COUTINHO

Brasília - 2005

Dedico este trabalho aos meus
pais Leleir e Izabel.

AGRADECIMENTOS

Agradeço o apoio da minha família, pais e irmãos, pois sem a compreensão, a paciência o carinho e a força nos momentos difíceis, eu jamais teria vencido mais esta etapa.

O apoio e o carinho de todos os novos amigos que fiz ao longo desta jornada que foram fundamentais para ultrapassar os obstáculos do caminho.

Ao meu orientador, Paulo Coutinho, que não me deixou abandonar o curso no momento em que estava decidida a fazê-lo e colaborou para a execução do trabalho.

Ao amigo Rodrigo Cabral que contribui com discussões fundamentais para o engrandecimento da pesquisa.

Agradeço ao apoio recebido da Secretaria do Tesouro Nacional, dos meus coordenadores, gerentes e colegas de trabalho que foram essenciais para a realização deste projeto.

Agradeço sobretudo a Deus.

SUMÁRIO

I - INTRODUÇÃO.....	5
II - CONCEITOS GERAIS.....	7
1 - Definição e Características dos Títulos Públicos Emitidos no Exterior.....	7
2 - Curva de Juros.....	13
III - OS MODELOS DE TAXAS DE JUROS.....	23
1 - Modelos de Equilíbrio.....	24
2 - Modelos de Não-Arbitragem.....	28
IV - METODOLOGIA.....	30
V - RESULTADOS.....	36
VI - CONCLUSÕES.....	46
VII - BIBLIOGRAFIA.....	49
VIII - ANEXOS.....	54

SUMÁRIO

I - INTRODUÇÃO.....	5
II - CONCEITOS GERAIS.....	7
1 - Definição e Características dos Títulos Públicos Emitidos no Exterior.....	7
2 - Curva de Juros.....	13
III - OS MODELOS DE TAXAS DE JUROS.....	23
1 - Modelos de Equilíbrio.....	24
2 - Modelos de Não-Arbitragem.....	28
IV - METODOLOGIA.....	30
V - RESULTADOS.....	36
VI - CONCLUSÕES.....	46
VII - BIBLIOGRAFIA.....	49
VIII - ANEXOS.....	54

I. INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é o de tentar fornecer um novo instrumento técnico/teórico de análise para emissão de títulos públicos de dívida externa brasileira. No processo de emissão procura-se observar momentos de boa receptividade para títulos de países emergentes, em que os bancos intermediadores da operação captam tais demandas. Os títulos soberanos de países considerados mercado emergente são concorrentes dos *high yield*¹ americanos.

Atualmente existe uma curva de juros externa para os títulos públicos brasileiros. Apesar de ter sido formada a partir de emissões para vencimentos aleatórios, pois cada emissão foi determinada pela existência de demanda para o respectivo prazo e não necessariamente pela necessidade de compor uma curva, é possível estabelecer tal curva por meio de procedimentos teóricos. A duas metodologias mais conhecidas e utilizadas, a que utiliza o *bootstrapping* e outra que considera o esquema de taxas *flat forward*, serão expostas com detalhes neste trabalho. A partir da formação da curva zero² por meio de uma dessas metodologias é possível construir uma curva de juros para o Brasil a partir das taxas negociadas no mercado financeiro internacional.

A partir da curva real fornecida pelo preço dos títulos no mercado secundário iremos testar um modelo teórico para verificar seu ajuste em relação à curva de mercado. Questões como o ajuste do modelo, ou melhor, o erro de previsão entre os preços teóricos e os preços de mercado, serão respondidas.

Se verificarmos um bom ajuste do modelo poderemos utilizá-lo como mais um instrumento na tomada de decisão da emissão de títulos da dívida externa. Ou seja, além dos critérios subjetivos que estão ligados às condições de mercado como por exemplo,

¹ Títulos de empresas privadas americanas que apresentam fator de risco semelhantes aos de economias emergentes, e assim, oferecem maior rentabilidade.

² Curva de juros ou estrutura a termo da taxa de juros para fatores de cupom zero, ou seja, curva de juros para estrutura de títulos sem pagamento de cupom. Será mais detalhada no Capítulo 2.

demanda favorável, menor risco associado ao país, que gera taxas de captação mais baixas, etc., o modelo poderá oferecer informações como a taxa justa em relação a curva para títulos a serem emitidos. Neste caso, será possível identificar a priori se é mais barato emitir um título de 10 anos ou um de 30 anos em relação ao preço justo e à curva de mercado para aquela o período que se pretende realizar tal oferta.

Cabe ressaltar que a resposta do modelo não é a condição necessária e suficiente para decidir sobre a emissão ideal, até porque as situações de mercado no momento da escolha dos títulos são bastante importantes, porém, a sinalização do modelo pode ajudar nos momentos de dúvida ou indefinição sobre o tipo de título (prazo e outras características) a ser oferecido no caso de existir certa indiferença entre os outros fatores de mercado. Devemos lembrar que outros fatores como prazo médio, duração, necessidade de refinanciamento³, etc. são estatísticas importantes para a dívida ao se considerar uma nova captação.

Este trabalho apresentará a seguinte estrutura: na seção 2 tópico 1 será apresentada uma breve definição da estrutura da dívida externa brasileira assim como suas principais características, no tópico 2 estarão as definições de curva par, curva *duration* e curva zero, assim como da técnica de *bootstrapping* e *flat forward*. A teoria de modelos de fatores desenvolvida para o caso de análise de curvas de juros com uma pequena revisão bibliográfica será apresentada na seção 3. Na seção 4 estará a explicação do modelo utilizado neste trabalho. A seção 5 apresentará os resultados encontrados e a seção 6 trará as conclusões obtidas.

³ Em determinados momentos é possível optar por colocações um pouco mais custosas em razão de maior volume e prazo de captação, por exemplo, se for necessário captar US\$4 bilhões e a demanda para prazo de 10 anos está em torno de US\$ 1bilhão e, por outro lado, é possível captar US\$2 bilhões para 30 anos talvez se opte por captar por 30 anos, mesmo que o título seja mais caro do que o de 10 anos.

II. CONCEITOS GERAIS

1 – Definição e Características dos Títulos Públicos Emitidos no Exterior

a) Dívida Renegociada (Contratual)

A dívida externa brasileira passou por algumas renegociações ao longo da década de 80 e início dos anos 90 que geraram o que hoje é conhecido por dívida renegociada, que está dividida entre a dívida com o Clube de Paris e os títulos BIB, IDU e *Bradies*. Estes títulos compõem a dívida pública contratual, onde se insere o Clube de Paris, e a dívida mobiliária, caracterizada por títulos como os citados.

O Clube de Paris é uma instituição informal que reúne um grupo de países credores⁴ com o objetivo de renegociar dívidas de governos de países com dificuldade financeira para honrar o pagamento de empréstimos contratados no passado. Para ter acesso a esta renegociação o país em questão deveria aderir a um programa de estabilização aprovado pelo FMI. Em novembro de 1983 o governo brasileiro firmou o acordo global⁵ com representantes de 16 países, a partir do qual foram assinados acordos bilaterais entre o Brasil e cada país credor, com condições específicas para cada um⁶. Portanto, a dívida do Clube de Paris é uma dívida contratual e não tem título envolvido na operação.

No âmbito do Plano Brasileiro de Financiamento⁷ (PBF), firmado com credores externos privados, foram emitidos os BIB (*Brazil Investment Bond Exchange Agreement*). Os

⁴ Em geral os países participantes do Clube de Paris são integrantes da OCDE.

⁵ *Agreed Minute on the Consolidation of the Debt of Brazil*.

⁶ Com cada país foram determinadas taxas de juros aplicáveis, estrutura do fluxo, datas e moeda de pagamento.

⁷ O Brasil apresentou o pedido de adesão voluntária ao PBF em 1982 e todo o processo de definição e renegociação durou de 1983 a 1986. Em 1987 foi estabelecida a securitização da dívida, que consistiu em trocar a dívida contratual por títulos (ou bônus).

IDU (*Interest Due and Unpaid*) foram emitidos em 1991 para honrar os juros devidos e não pagos entre 1989 e 1990.

Outra parte dos credores externos privados assinou, em 1994, o acordo de renegociação da dívida pública brasileira chamado de Plano *Brady*. Os objetos deste acordo são os títulos conhecidos como *Brady Bonds*:

- *Discount Bond* - DB
- *Par Bond*
- *Front-Loaded Interest Reduction Bond* - FLIRB
- *Front-Loaded Interest Reduction with Capitalization Bond* - C Bond
- *Debt Conversion Bond* - DCB
- *New Money Bond* - NMB
- *Eligible Bond* - EI

A característica de cada título é bastante específica o que gerou grande diversidade de fluxo de pagamento. A seguir apresentamos uma tabela resumo com as principais características de cada dívida:

Tabela 1- Características dos *Bradies*

Título	Dt Emis.	Dt Vcto	Montante (bilhões)	Cupom (%a.a.)	Amortização	Colateral*
BIB	31/08/89	15/09/13	US\$1,06	6%	30 parcelas semestrais a partir de 15/03/1999	Não
IDU	20/11/92	01/01/01	US\$7,13	De 7,8125% a 8,75%, depois libor semestral + 13/16%	A partir de 1994 em 15 parcelas semestrais de 1% a 12,3%	Não
Par	15/04/94	15/04/24	US\$8,45	Crescente de 4% a 6% até o 7º ano	Bullet	Sim

Discount	15/04/94	15/04/24	US\$7,28	Libor semestral + 13/16%	Bullet	Sim
FLIRB	15/04/94	15/04/09	US\$1,74	De 4% a 5% até o 6º ano, depois libor semestral + 13/16%	13 parcelas semes- trais a partir de 15/04/2003	Sim
C-Bond**	15/04/94	15/04/14	US\$7,41	Crescente de 4% a 8% a cada 2 anos	21 parcelas semes- trais a partir de 15/04/2004	Não
DCB	15/04/94	15/04/12	US\$8,49	Libor semestral + 7/8%	17 parcelas semes- trais a partir de 15/04/2004	Não
New Money	15/04/94	15/04/09	US\$2,24	Libor semestral + 7/8%	17 parcelas semes- trais a partir de 15/04/2001	Não
EI	15/04/94	15/04/06	US\$5,63	Libor semestral + 13/16%	Variável a partir de 1997 de 1% a 8% do principal	Não

Fonte: Secretaria do Tesouro Nacional

Apesar do *C-Bond* não ser o título com maior volume de emissão, em razão da característica de seu fluxo, que apresenta capitalização, tornou-se o título de maior volume em mercado e, conseqüentemente, com maior volume de negociação⁸. Este título tornou-se referência tanto para observar o desejo dos investidores em terem posições compradas ou vendidas em Brasil de acordo com posições compradas ou vendidas neste título no mercado financeiro internacional, assim como é o título de maior peso na composição do EMBI+BR⁹.

⁸ Os títulos que apresentam maior volume de negócios são ditos os de maior liquidez.

⁹ EMBI+ (*Emerging Market Bond Index-plus*) é um índice montado pelo Banco JP Morgan que é utilizado como referência no mercado financeiro como medida da volatilidade dos preços e da qualidade dos ativos dos países de mercados emergentes.

Alguns *bradies* sofreram reduções de estoque em mercado ao longo dos processos de troca (*exchange*). A razão da realização destas trocas de títulos, também conhecidas como operações de *liability management* (gerenciamento de passivos), é de interesse tanto do administrador da dívida pública quanto do detentor do *brady bond*. Neste sentido, podemos listar as seguintes vantagens para cada agente:

- administrador da dívida:

- a) retira do seu passivo um título com características geralmente esdrúxulas e que afeta negativamente a curva de juros do país;
- b) emite título com características de mercado, melhorando tanto o perfil da dívida quanto o fator de risco (EMBI).

- detentor do *brady bond*:

- a) entrega um título que tem pouca negociação no mercado secundário¹⁰;
- b) adquire um título com boa liquidez no mercado secundário que poderá ser transformado em dinheiro a qualquer momento.

b) Dívida Soberana

Atualmente os títulos que representam a maior parte do estoque da dívida externa brasileira são os denominados soberanos¹¹. A emissão destes títulos representou o retorno do Brasil ao mercado financeiro internacional. As primeiras emissões foram realizadas no Japão, na Europa e logo depois, nos Estados Unidos.

¹⁰ Define-se mercado primário como aquele formado pelos compradores primeiros do título. Ou seja, a emissão inicial, feita pelo país, se dá no âmbito do mercado primário. Por outro lado, mercado secundário é aquele em que os detentores dos títulos negociam com outras instituições, e os fazem passar “de mão em mão”.

¹¹ Este nome advém da definição de dívida soberana, que é aquela formada por títulos emitidos pelo governo do país no mercado financeiro internacional.

Em razão da crise financeira enfrentada pelo México em 1994, o mercado financeiro norte-americano não se apresentava com apetite de “emprestar” dinheiro para países emergentes. Neste sentido, o Brasil optou por retornar com as emissões soberanas primeiramente no mercado de euroiões, em maio de 1995, emitindo um título no montante de Y\$ 80 bilhões (aproximadamente US\$943 milhões), com prazo de 2 anos e 6% a.a. de taxa de juros. Em julho do mesmo ano a emissão ocorreu no mercado alemão, onde foram vendidos DM\$ 1 bilhão (equivalente a US\$ 723 milhões) por um prazo de 3 anos e juros de 9% a.a.

Em outubro de 1996 foi emitido o primeiro Global (nome do título emitido no mercado dos Estados Unidos) que apresentou um volume de emissão da ordem de US\$ 750 milhões, prazo de 5 anos e cupom de juros de 8,875% a.a.

Os títulos soberanos apresentam, como características gerais, o fato de serem, em sua maioria, títulos prefixados¹² que apresentam pagamento de cupom de juros semestral e resgate do valor principal na data de vencimento. Não apresentam capitalização e nem colaterais. Essas características são as mais comuns para ativos de renda fixa negociados no mercado financeiro, o que garante maior facilidade de negociação, e, conseqüentemente, maior liquidez no mercado secundário.

O processo de emissão destes títulos no mercado internacional caracteriza-se por ofertas públicas não regulares, cujos montantes de emissão são definidos por meio de uma Resolução do Senado. Até o ano de 2004 a Resolução permitia a emissão externa dentro de limites que sempre tinham que ser atualizados por novas publicações. Em 16/11/2004 foi publicada a Resolução nº 20 de 2004 que ampliou a permissão do montante a ser emitido, concedendo maior liberdade ao Tesouro Nacional quanto a operações de administração da dívida pública.

¹² Prefixados são aqueles títulos que pagam rentabilidade fixa.

O Banco Central (BC), por meio de um acordo firmado com o Tesouro Nacional (TN), era o responsável pelas emissões no mercado internacional até o ano de 2003. Entretanto, no início de 2004 foi assinado um novo acordo em que o Banco Central deveria transferir em definitivo esta responsabilidade para o Tesouro Nacional até o fim de 2004. Dentro deste acordo foi formado o Comitê da Dívida Externa (CODEX) integrado por representantes do BC e do TN. O CODEX foi responsável por decidir as emissões externas ao longo de 2004, funcionando como instrumento de transição na passagem da responsabilidade. A partir de janeiro de 2005 o TN adquiriu a competência plena nas decisões de emissão no mercado internacional.

O processo de emissão, ao estar em responsabilidade do TN, tem como referência a estratégia de financiamento adotada pela instituição, a partir da qual serão definidos, com base em uma análise de condições de mercado, as melhores opções quanto a prazo, moeda e mercados a serem acessados em determinado momento.

A colocação dos títulos conta com a colaboração de instituições financeiras selecionadas, levando-se em consideração critérios de desempenho destas no mercado a ser acessado. Neste sentido, bancos que negociam bastantes títulos brasileiros no mercado secundário sinalizam que conhecem os clientes deste ativo e serão bons intermediadores. Após a análise das condições financeiras do título, definidas suas características gerais (prefixado, pagamento semestral de cupom, prazo, *yield* de emissão, etc), e observado o processo legal requerido para cada emissão, é feito o anúncio do lançamento do título e determinada a data de liquidação, quando o emissor receberá os recursos, e os investidores terão a custódia dos papéis emitidos.

Em anexo segue uma tabela com as principais características dos títulos soberanos emitidos até o presente momento: cupom de juros, *yield* e montante emitido.

2 – Curvas de Juros

Curvas de juros são aquelas que representam as taxas de juros associadas a determinado ativo ao longo do tempo. Neste sentido, é possível encontrar vários conceitos e formas de utilização para cada uma delas.

O mercado financeiro em cada país determina o ativo que funcionará como *benchmark* (padrão) para a formação da curva de juros. Tal determinação se dá em função, principalmente, da maior liquidez do ativo de referência. Nos EUA tal curva é representada pela taxa dos títulos públicos americanos emitidos no mercado doméstico e negociados no mercado secundário, no mercado brasileiro a curva mais líquida é a formada pela negociação de contratos de DI (Depósitos Interfinanceiros) Futuros na BMF (Bolsa Mercantil e de Futuros), onde estão explicitados os juros nominais¹³.

As curvas de juros encontradas em mercados líquidos são referência para precificação de outros ativos que serão emitidos ou que devem ser precificados em operações de gerenciamento de passivo¹⁴. Porém, não necessariamente a referência que se tem em mercado apresenta características idênticas ao que se pretende precificar, como, por exemplo, datas de vencimento, cupom de juros, e outros. Neste caso, algumas técnicas são utilizadas para padronizar a curva. A seguir apresentaremos as definições mais importantes relacionadas às curvas de juros.

a) Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ETTJ)

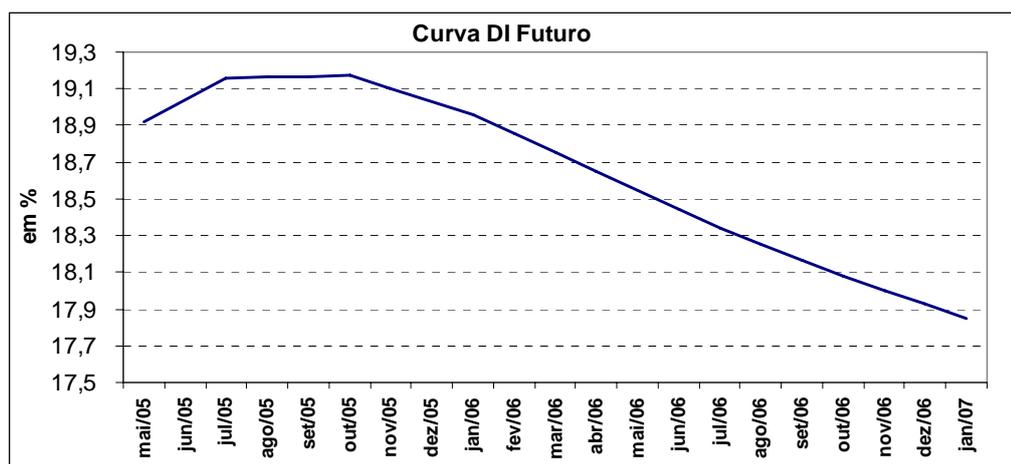
A ETTJ é a curva de juros nominais representada pela taxa de juros para diferentes prazos (1 mês, 3, 6, 12, 24 meses, etc.) com referência no ativo mais líquido, expressa na

¹³ Pela hipótese da não-arbitragem é possível afirmar que curvas para ativos indexados a índice de preços ou à variação cambial devem apresentar taxas de juros reais compatíveis com a curva de juros nominais.

¹⁴ Operações de gerenciamento de passivo são aquelas em que é aceito um ativo que existe em troca de um novo a ser emitido. Neste caso, o ativo aceito em base de troca geralmente apresenta baixa liquidez e precisa ser precificado com referência em ativos líquidos para que se obtenha o preço relativo da troca.

mesma base¹⁵. O gráfico a seguir mostra esta curva no mercado brasileiro em 31/01/2005.

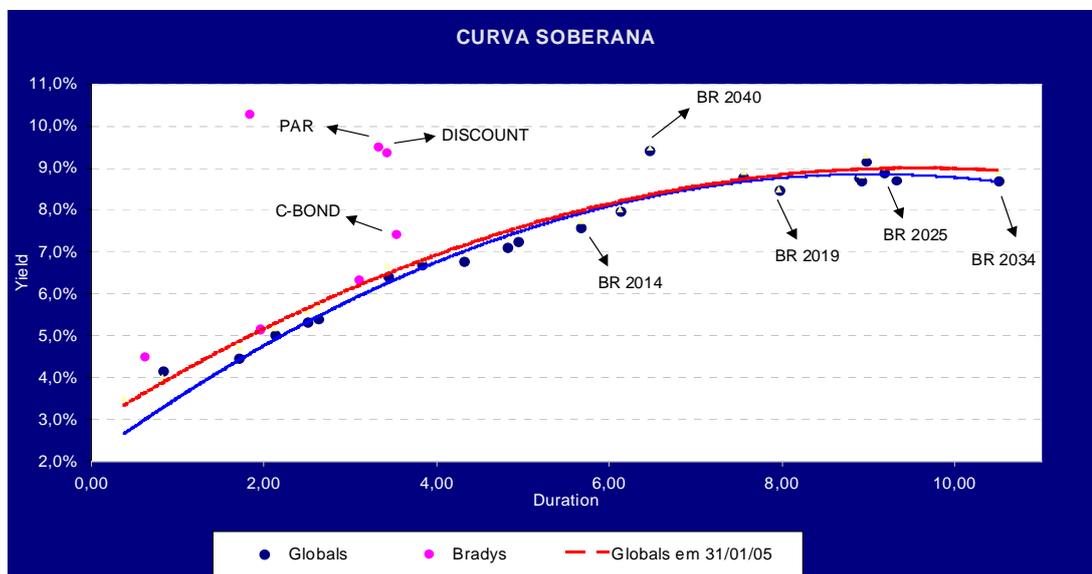
Gráfico 1- Curva DI Futuro



Fonte: BMF

Este outro gráfico abaixo representa a ETTJ do Brasil no mercado internacional, em que são utilizadas como *benchmark* as taxas dos títulos públicos emitidos pela república no mercado norte-americano e referenciados em dólar.

Gráfico 2 - Curva de taxas Títulos Globais e *Bradies*



Fonte: *Bloomberg*

O formato ascendente é o mais comum para este tipo de curva, pois espera-se que as taxas de juros de longo prazo sejam mais altas do que as de curto prazo por causa do maior custo do dinheiro para prazos mais longos. Em razão de no Brasil atualmente existir a perspectiva de redução dos juros no longo prazo a curva se apresenta com perfil descendente.

b) Curva à Vista (*spot*) x Curva a Termo (*forward*)

A curva de juros pode ser apresentada por meio de taxas à vista (*spot*) ou taxas a termo (*forward*). Entende-se por taxa à vista aquela que representa o juro de hoje (D0) até o vencimento do contrato. Por exemplo, uma taxa à vista de 17%a.a. para um prazo de vencimento de 1 ano, quer dizer que de hoje até o vencimento em 1 ano a taxa de juros é de 17%a.a. A ETTJ é representada por um conjunto de taxas à vista.

¹⁵ Isto significa dizer que não se trabalha com taxa efetiva, que será diferente para cada período, e sim com uma taxa expressa em base anual. No mercado financeiro internacional o padrão de contagem de dias é o 30/360, enquanto no Brasil é utilizado o padrão dias úteis/252.

A taxa a termo representa a taxa de juros implícita entre dois prazos. Por exemplo, se a taxa à vista para 1 ano é de 17% a.a. e a taxa à vista para 2 anos é de 18% a.a., existe uma taxa implícita (taxa a termo = i_T) para o segundo ano, que não será 1% e deve ser encontrado a partir da seguinte fórmula:

$$i_T = \frac{(1 + 0,18)^{\frac{\text{dias_úteis}}{252}}}{(1 + 0,17)^{\frac{\text{dias_úteis}}{252}}} - 1 = \frac{(1,18)^{\frac{604}{252}}}{(1,17)^{\frac{252}{252}}} - 1 = 27,08\%$$

onde: *dias_úteis* é a quantidade de dias úteis compreendidos entre hoje e a data de vencimento do contrato.

c) Curva Par

A curva par é aquela formada pela taxa representativa do ativo em cada vencimento. Se utilizarmos os ativos representativos de taxas de juros nominais que não pagam cupom de juros intermediários, a curva par é a própria ETTJ, porém para um ativo indexado a índice de preço, por exemplo, ela será formada pelas diferentes taxas destes ativos encontrados no mercado¹⁶.

¹⁶ No mercado doméstico brasileiro é possível encontrar curva par para ativos indexados a IGPM, por meio das taxas das NTN-C no mercado secundário; IPCA, com as taxas das NTN-B; variação cambial, por meio das NTN-D e NBCE; e outros.

Tabela 2 - Taxas do mercado secundário de NTN-C

NTN-C - Taxa (% a.a.)/252	
Data de Vencimento	Tx. Indicativas
1/7/2005	11,2907
1/12/2005	10,4187
1/12/2006	9,5672
1/12/2006	9,5672
1/4/2008	9,4495
1/3/2011	8,4772
1/7/2017	8,3179
1/4/2021	8,3136
1/1/2031	8,3245

Em: 31/01/2005

Fonte: ANDIMA

Tabela 3 - Taxas do mercado secundário de NTN-B

NTN-B - Taxa (% a.a.)/252	
Data de Vencimento	Tx. Indicativas
15/8/2006	8,8252
15/5/2009	8,8798
15/11/2013	8,8559
15/5/2015	8,8574
15/3/2023	8,8961
15/8/2024	8,8979
15/11/2033	8,9351
15/5/2045	9,0801

Em: 31/01/2005

Fonte: ANDIMA

Os quadros acima representam taxas ao par.

d) Curva Duration (Duração)

Duração é uma medida, em prazo, do tempo em que o ativo de renda fixa está exposto a alterações em seu valor em razão de variações nas taxa de juros, ou seja, é o tempo em

que tal ativo está exposto ao risco da taxa de juros¹⁷. Existem várias maneiras de se calcular a duração. A mais simples se mostra com a seguinte formulação:

$$D = \frac{\sum_i C_i T_i}{\sum_i C_i} \quad (1)$$

onde: D = duração do título

C_i = cotação do fluxo

T_i = prazo de vencimento do fluxo i

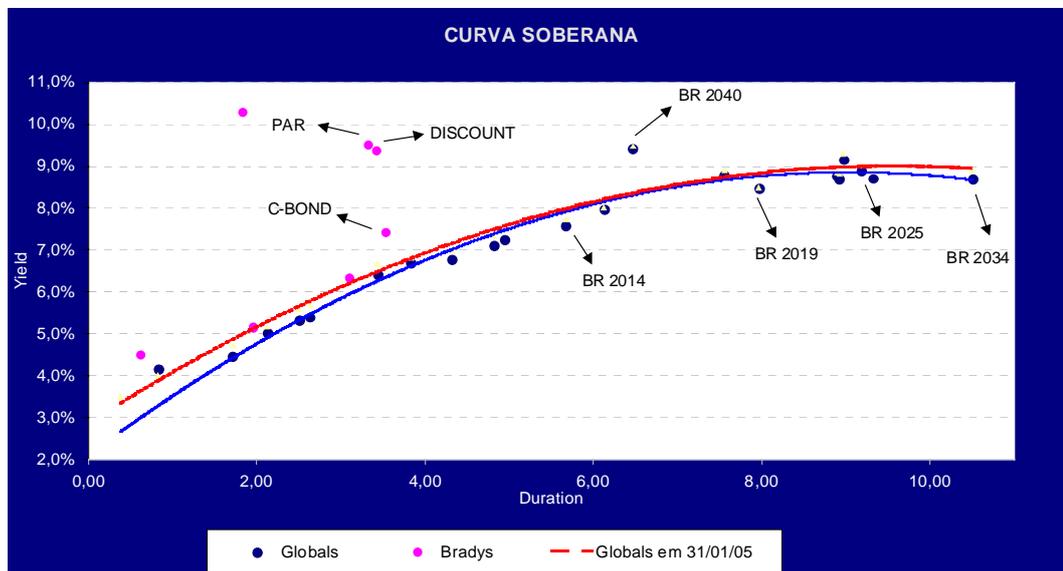
Esta medida considera os valores dos cupons de juros pagos periodicamente para o prazo correspondente à taxa do título. Exemplificando temos que:

- a) título NTN-B com vencimento em 15/08/2009 apresenta prazo de 5 anos;
- b) este título paga cupons semestrais de 6% a.a.;
- c) apresenta uma taxa de 8,88% a.a.;
- d) sua duração será de 45 meses.

Portanto, a taxa de 8,88% a.a. relacionada a este título vale para o período de 3,75 anos e não para 5 anos. A validade da duração neste caso é tornar comparáveis taxas de títulos com pagamento de cupons de juros. Neste sentido, é possível construir uma curva de juros, a exemplo da curva par, onde agora o eixo X será representado pela duração e não mais pelo vencimento do título. O gráfico a seguir mostra a curva de juros soberana brasileira dada em função da duração.

¹⁷ As medidas mais conhecidas são: *duration*, *modified duration* e *duration de McCauley*.

Gráfico 3 - Curva duração x *yield* para títulos soberanos



Fonte: *Bloomberg*

Entretanto, a curva de duração apresenta uma importante limitação, pois, podemos estar comparando fluxos muito diferentes que se igualam na medida de duração. Por exemplo, um desses fluxos pode apresentar pagamentos mensais de juros e resgate do montante total do principal na data de vencimento e o segundo fluxo apresentar amortização do montante principal juntamente com o pagamento periódico de juros. Pelo fato da duração ser uma medida de “média ponderada pelos prazos” leva ao equívoco de se comparar, para a mesma duração, taxas formadas por fluxos estabelecidos de maneira completamente diferente. Se estiver sendo utilizada a taxa de um para precificar o outro, estaria sendo cometido um erro grave, em razão das diferenças qualitativas dos fluxos.

e) Curva Zero

A curva zero surge no sentido de minimizar as distorções da curva de duração. Ela é construída de acordo com taxas de juros à vista que não têm pagamento intermediário de cupom. A curva de juros formada a partir das taxas de títulos prefixados *bullet* e *zero*

*cupon*¹⁸ é uma curva zero¹⁹. Esta curva possibilita encontrar a taxa associada a cada data de vencimento, diferentemente da curva de duração, que associa taxas à duração do fluxo, seja ele expresso em dias, meses ou anos.

É possível criar, a partir de títulos com pagamentos intermediários de cupom, uma curva zero. Isto torna bastante abrangente a utilização da curva zero, pois viabiliza a utilização de curvas formadas por títulos indexados ou ainda por títulos com diferentes fluxos de pagamentos para a precificação de ativos a serem emitidos.

Dentre os diferentes métodos de construção da curva zero a partir de diferentes fluxos, apresentaremos os mais utilizados²⁰:

1) *Bootstrapping*:

Consiste em descontar a valor presente o fluxo de cada título pela taxa à vista de mercado relativa a cada cupom de juros. Tomemos o título global com vencimento em 15/07/2005, cupom semestral de 9,625%a.a. e taxa par de 4,55%a.a.. Suponhamos também que existe uma curva de taxas à vista formada por outros ativos de mercado com extensão até 15/07/2005. Em 29/09/2003 o fluxo do título para obtenção da taxa par é estabelecido da seguinte forma:

$$TaxaParGlobal2005 = \frac{P}{(1 + t_{xpar})^{2 * n^{\circ} dias}} + \sum_1^n \frac{c}{2} \frac{1}{(1 + t_{xpar})^{2 * n^{\circ} dias}} \quad (2)$$

Onde: p = montante do principal

$$c = 9,625$$

$$t_{xpar} = 4,55\%$$

$$n^{\circ} dias = \text{fração ano do número de dias entre 29/09/2003 e o vencimento de cada}$$

¹⁸ Um ativo *bullet* é aquele que paga o principal apenas no vencimento e um *zero coupon* é o que paga os juros também no vencimento.

¹⁹ No Brasil a curva formada pelas taxas das LTN ou dos DI's Futuro é uma curva zero.

²⁰ Estes métodos são mais utilizados em razão da facilidade computacional (baixo custo) e das respostas satisfatórias obtidas.

cupom ou principal

n = quantidade de cupons a vencer

Para encontrarmos a taxa zero correspondente ao vencimento deste título o cálculo é o seguinte:

$$TaxaZeroGlobal2005 = \frac{P}{(1 + tx\grave{a}vista)^{2*n^{\circ}dias}} + \sum_1^n \frac{c}{2} \frac{1}{(1 + tx\grave{a}vista)^{2*n^{\circ}dias}} \quad (3)$$

O fluxo é descontado da mesma forma, porém agora utilizamos uma taxa de desconto diferente para cada cupom, pois, existe uma curva de taxas à vista para cada ponto de vencimento do fluxo explicitado no quadro abaixo:

Tabela 4 - Curva brasileira soberana zero

Data	Taxa à vista
15/01/04	3,22%
15/07/04	1,74%
15/01/05	3,57%
15/07/05	4,35%

Elaboração própria

Dessa forma ao descontarmos o fluxo encontraremos um novo valor presente. A partir disso, buscamos através do atingir meta do excel uma taxa zero com base no fluxo que faça seu VP ser igual ao VP da par e assim obtemos a taxa zero de 4,39%a.a. para este vencimento.

O primeiro ponto a partir do qual construiremos toda a curva zero deve ser um ativo sem pagamentos intermediários, neste caso, deve-se utilizar um título que está a um período do vencimento, se este título não existir, deve-se buscar um ativo semelhante em mercado que permita a construção do primeiro ponto²¹.

²¹ No caso da curva soberana brasileira, quando não é possível utilizar títulos globais para o primeiro ponto, utiliza-se títulos domésticos indexados à variação cambial (NTN-D ou NBCE).

Este método apresenta dois problemas eventuais:

- i) a existência ou criação do primeiro ponto;
- ii) a liquidez dos títulos utilizados para criar o *bootstrapping* ao longo da curva. Neste caso, ao utilizarmos títulos de baixa liquidez ou com preço fora da curva por problema de precificação na emissão, poderemos ter uma taxa a termo bastante instável, que pode inviabilizar a construção da curva zero para determinados pontos.

2) *Flat Forward* ou Taxa a Termo Constante

Este método surge com o intuito de corrigir a instabilidade da taxa a termo. A facilidade está em utilizar, para a construção da curva, apenas títulos líquidos no mercado secundário, evitando assim a utilização de taxas fora da curva. A partir dos pontos escolhidos para construção da curva são calculadas as taxas a termo entre cada ponto que são mantidas constantes para encontrar os pontos intermediários.

Essas taxas a termo entre cada título são utilizadas para descontar os cupons intermediários, funcionando como uma curva de taxas à vista, porém, com valores repetidos.

Tomemos o exemplo anterior e suponhamos que um título com vencimento em 01/07/2004 apresente taxa par de 3,09% a.a. Neste caso a taxa a termo entre este e o Global 2005 será:

$$TaxaTermo = \left(\frac{(1 + 4,55\%)^2}{(1 + 3,09\%)} - 1 \right) = 6,03\% \text{ a.a.}$$

E assim os cupons do título com vencimento em 2005 serão descontados todos por esta taxa a termo.

III. OS MODELOS DE TAXAS DE JUROS

Os modelos de taxas de juros são utilizados para obter preços para outros ativos a partir dos preços teóricos encontrados nestes modelos. O ideal é que estes modelos tenham soluções explícitas, com fórmulas explícitas para os valores de instrumentos mais simples como títulos e opções de títulos.

Para que um modelo de taxas de juros tenha aplicação prática é necessário: i) especificar as variáveis de estado que representam o estado do sistema; ii) fornecer a descrição estatística da maneira como as variáveis de estado se comportam com o tempo; e, iii) fornecer um procedimento de precificação de derivativos de taxas de juros a partir da descrição estatística.

Modelos de taxas de juros também são conhecidos como modelos de curvas de rendimento ou Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ETTJ). Existem várias formas de classificar os modelos de taxas de juros²², porém no âmbito deste trabalho especificaremos como: a) modelo de equilíbrio; e, b) modelo de não-arbitragem.

Os modelos de equilíbrio optam por modelar a dinâmica da taxa de juros instantânea, a partir da qual taxas para outros vencimentos podem ser derivadas sob várias hipóteses sobre o prêmio de risco. Os modelos de não-arbitragem focam no ajuste perfeito da estrutura a termo em cada momento do tempo para garantir a não existência de arbitragem, que é bastante importante para precificar derivativos. Os principais representantes de cada categoria são: Vasicek (1977) e Cox, Ingersoll e Ross - CIR

²² Segundo James e Webber (2002) os modelos apresentam classificados em 6 categorias, a saber:

- i) Modelos de Taxa de Juros Afim – representados por Duffie e Kan (1994) e (1996);
- ii) Modelos de Curva de Juros - do tipo HJM (1992);
- iii) Modelo de Mercado – o que encontra-se em Jamishidian (1997);
- iv) Modelos de Preço de Kernel – em Constantinides (1992);
- v) Modelos Positivos – exemplo em Flesaker e Hughston (1996);
- vi) Modelos *Consol* – como o de Brennan e Schwartz (1979).

(1985) nos de equilíbrio e Hull e White (1990) e Heath, Jarrow e Morton – HJM (1992) para os modelos de não-arbitragem.

1 - Modelos de Equilíbrio

São aqueles que tem como pressupostos as variáveis econômicas e derivam um processo para definir a taxa de juros de curto prazo, a partir da qual é possível encontrar os preços dos títulos e as curvas de rendimento. Dentro desta classe de modelos estão os chamados modelos de fatores, que apresentam formulações para um ou mais fatores.

A análise de fatores se utiliza de uma técnica estatística para definir o formato e o movimento das curvas de juros. Assume que variações nas taxas de juros têm poucas fontes e que estas afetam todas as taxas de juros em diferentes graus. A grande contribuição da análise de fatores é que a grande variedade de fatores econômicos que influenciam as mudanças de taxas de juros pode ser compactada em poucas variáveis, denominados de fatores, que capturam as variações nos determinantes das taxas de juros.

Parte do processo de recorrer a um modelo de fatores é verificar o quanto esta hipótese é razoável. O modelo de fatores funciona muito bem ao analisar variações e retornos de ativos em taxa de juros quando comparados a ativos de renda variável (ações).

Cada fator tem um impacto sobre a variação das taxas de juros independente, ou seja, não existe correlação entre eles (são vetores ortogonais). Esta característica é dada pela maneira como estes fatores são definidos por construção. Os fatores podem apresentar valores positivos ou negativos.

i) Modelos de Um Fator: classe mais simples de modelos, onde o processo de taxas de curto prazo r é a solução da equação estocástica diferencial sob a forma:

$$dr_t = \mu(r_t)dt + \sigma(r_t)d\omega_t \quad (4)$$

onde: r_t = taxa de juros de curto prazo

ω = movimento browniano padrão que é martingale sob φ .

$\mu : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

como r é processo de Markov sob φ , temos:

$$p_{t,r} = F(r_t, t) \quad (5)$$

e a curva de juros completa será:

$$y_t = \{y_{t,m} : m \geq 0\} \quad (6)$$

definida por

$$y_{t,m} = -\frac{1}{m} \log p_{t,t+m} \quad (7)$$

Por este motivo se aplica o título de Modelo de Um Fator, pois a única variável de estado, neste caso a taxa de curto prazo, determina todas as taxas na curva e é uma estatística suficiente para encontrar todas as taxas futuras. Podemos dizer ainda que a taxa de juros de curto prazo é a única fonte de incerteza.

Enquanto estes modelos são simples e facilmente tratáveis apresentam variações que fazem com que a taxa calculada seja diferente da taxa observada no mercado. O mais indicado é desenvolver algumas calibrações relacionadas ao tempo de maneira a torná-los mais realistas. Neste caso, a maioria dos modelos de um fator é da seguinte forma:

$$dr_t = [\alpha_1(t) + \alpha_2(t)r_t + \alpha_3(t)r_t \log r_t]dt + [\beta_1(t) + \beta_2(t)r_t]^\gamma d\omega_t \quad (8)$$

onde: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1$ e β_2 são os coeficiente relacionados ao tempo.

Os modelos de um fator desenvolvidos por Vasicek (1977) e CIR (1985) apresentam a importante propriedade de reversão à média. Vasicek deriva uma forma geral para a ETTJ utilizando uma equação diferencial parcial para modelar os preços dos títulos que tem solução na forma de integral estocástica. CIR constroem a curva de rendimento baseados em um modelo de equilíbrio geral intertemporal de um fator. As equações a seguir representam o Vasicek e o CIR respectivamente, ambos estendidos:

$$dr_t = \alpha(\theta(t) - r_t)dt + \sigma dz_t \quad (9)$$

$$dr_t = \alpha(\theta(t) - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t} dz_t \quad (10)$$

Nos dois casos a ETTJ depende linearmente da taxa corrente de curto prazo. A diferença entre os dois é que no modelo desenvolvido por Vasicek é possível a ocorrência de taxas de juros negativa, já no modelo CIR, ao introduzir o fator $\sqrt{r_t}$ na taxa de juros, a possibilidade de taxa negativa é eliminada.

Black, Derman e Toy - BDT (1990) desenvolvem em um modelo de um fator o modelo de taxa de juros para preços de ativos prefixados, onde o fator único é a taxa de juros de curto prazo. A estrutura das taxas de longo e suas volatilidades estimadas são utilizadas para construir árvores de taxas curtas futuras, que poderão ser utilizadas para medir a sensibilidade dos ativos às variações da taxa de juros. Dada uma estrutura a termo de mercado e a árvore de taxas curtas, o modelo poderá ser utilizado para precificar opções.

ii) Modelos Multi-Fator: são utilizados por responderem de maneira mais razoável aos testes estatísticos, apesar de apresentarem dificuldades computacionais mais complicadas.

Litterman *et al.* (1991) estimam um modelo para a ETTJ em que as taxas de curto prazo futuras dependem de 3 variáveis: 1) taxa de juros de hoje, 2) grau de convergência da taxa longa na taxa de curto prazo e 3) a volatilidade desta taxa longa, derivando uma curva zero para o período de preços de 5 anos. Eles constatam que as variações destas variáveis explicam satisfatoriamente os movimentos passados da curva. A volatilidade das taxas de juros exerce um efeito fundamental na determinação da ETTJ e entender o seu comportamento é fundamental para analisar o comportamento dos ativos de renda fixa.

Litterman e Scheinkman (1991) concluíram que o modelo de 3 fatores ortogonais explica mais de 86% dos movimentos da ETTJ americana. Estes fatores podem ser imaginados como 3 parâmetros que caracterizam os movimentos da ETTJ e são assim definidos:

- 1) nível - que está relacionado aos movimentos paralelos da curva, responsável por explicar 73%. A duração é uma medida amplamente utilizada para, aproximadamente, medir os movimentos paralelos da curva, e assim, é utilizada como *proxy* para estratégias de *hedge*, porém, ela não consegue captar os demais movimentos da curva, e acaba deixando a posição exposta aos outros movimentos;
- 2) inclinação - apesar de não corresponder exatamente a nenhuma medida de inclinação comumente utilizada. Alguns choques decorrentes deste fator geram queda na curva até 5 anos e elevam para vencimentos longos;
- 3) curvatura - que eleva a curvatura da ETTJ para vencimentos abaixo de 20 anos. A curvatura está fortemente relacionada à volatilidade.

Knez *et al.* (1994) comparam os resultados de modelos de 3 e 4 fatores para explicar os retornos de ativos de renda fixa, concluindo mais uma vez, que o trabalho em apresentar 4 fatores não aumenta de forma considerável a capacidade de explicação do modelo.

Almeida *et al.* (1998) apresentam um modelo de estimação da ETTJ para títulos de empresas brasileiras emitidos no mercado financeiro americano. Eles partem do

princípio do modelo de 3 fatores apresentado por Litterman e Scheinkman (1991) para medir a curva de diferença (*spread over treasury*- SOT) entre a curva de títulos americanos (*treasury*) e a curva de juros brasileira formada por títulos emitidos no mercado americano. Partem da idéia de que a curva americana é padrão (*benchmark*) e que a curva de *spread* se movimenta em relação a ela. Neste sentido, são considerados movimentos outros além dos paralelos.

2 - Modelos de Não-Arbitragem

O foco dos modelos de equilíbrio está em simular uma estrutura de juros a partir da taxa de curto prazo, sendo assim, estes modelos estão sujeitos a não refletirem a curva de juros de forma exata. Os modelos de não-arbitragem tomam a ETTJ existente como dada e, assim, buscam minimizar os erros dos modelos de equilíbrio.

Heath, Jarrow e Morton – HJM (1992), desenvolvem um modelo com metodologia baseada em *martingale* equivalente que apresenta uma curva *forward* inicial e uma família de potenciais processos estocásticos para movimentos posteriores, tudo isso funcionando em um ambiente de equilíbrio de mercado em que não há possibilidade de arbitragem. Podemos representar este modelo por meio da seguinte equação:

$$dF(t, T) = m(t, T, \Omega_t)dt + \alpha_1(t, T)F(t, T)dz_1 + \alpha_2(t, T)F(t, T)dz_2 \quad (11)$$

onde: $F(t, T)$ = taxa a termo instantânea

$m(t, T, \Omega_t)$ = desvio instantâneo

$\alpha(t, T)F(t, T)$ = desvio padrão

O modelo apresentado por Hull e White (1993) mostra-se como uma extensão do HJM.

A escolha de um modelo para a estrutura de juros depende do foco da pesquisa a ser realizada. Entretanto, é importante que o modelo apresente três importantes características, independentemente do grupo ao qual pertença, seja de equilíbrio seja de não arbitragem, como destacamos a seguir:

- 1) o modelo deve se ajustar aos preços de mercado, tanto à curva de rendimento quanto à estrutura de volatilidade corrente;
- 2) deve ter boas propriedades dinâmicas, como a dinâmica da taxa de curto prazo, de toda a curva e da precificação de outros instrumentos;
- 3) deve ser tratável, tanto em termos computacionais quanto à existência de solução explícita para instrumentos simples.

Neste sentido, as diferentes teorias podem ser adotadas a depender do foco da pesquisa e da pergunta que se pretende responder.

IV. METODOLOGIA

O escopo deste trabalho é encontrar uma estrutura a termo de juros teórica que apresente um bom ajuste em relação à curva de mercado para títulos públicos brasileiros emitidos no mercado financeiro norte-americano. Neste sentido, optamos por trabalhar com um modelo de equilíbrio multifatorial apresentado por Almeida *et al.* (1998).

O modelo foi testado para a curva de títulos brasileiros privados emitidos no mercado dos EUA mostrando boa resposta. Apesar dos títulos privados emitidos no exterior apresentarem fator de risco, na maioria dos casos²³, superior ao da República, ao mesmo tempo estão sujeitos às intempéries de mercado que afetam os títulos soberanos, por isso adotamos a hipótese de que o modelo utilizado para analisar títulos privados também poderia ser utilizado para títulos públicos.

Foram utilizados apenas os títulos da dívida soberana que são os de estrutura padrão no mercado de renda fixa, assim considerados todos os que apresentam pagamento de cupom de juros semestral e resgatam o valor do principal no vencimento do título. O problema em utilizar os *bradies* nesta análise é de que iríamos inserir uma dificuldade de cálculo e de parâmetros no modelo, pois os *bradies* muitas vezes não são comparáveis ao longo do tempo por apresentarem regras de amortização parcial, garantias sobre o pagamento de alguns cupons, etc.

Para simular os movimentos da curva de rendimentos é necessário decompor a estrutura a termo em seus fatores dinâmicos mais importantes e a análise de componentes principais (ou de modelos multi-fator) será utilizada para obter os mais importantes fatores que explicam a dinâmica da curva de juros.

²³ As exceções, no caso brasileiro, são os títulos emitidos pela Petrobrás, pois, ela tem como garantia de receitas a exclusividade na exploração do petróleo, e, portanto, consegue captar recursos no exterior muitas vezes mais baratos do que o governo federal brasileiro.

Usualmente, os modelos apresentados para encontrar a curva de juros no mercado internacional para outros países, tendo como referência a curva de juros americana, consideram apenas deslocamentos paralelos. Para países emergentes não se pode afirmar essa hipótese, principalmente em razão da melhora apresentada por estes no acesso ao mercado internacional com títulos de prazo longo. Isto significa dizer que a consideração da influência da curvatura e da convexidade entre as duas curvas são primordiais e, neste sentido, a metodologia apresentada por Almeida *et al.* (1998) supõe que a curva de juros para os títulos de mercado emergente apresentam uma trajetória polinomial acima da curva de juros americana.

A curva de juros para a República brasileira deverá ser obtida a partir da seguinte equação:

$$R(t) = B(t) + S(t), \forall t \in [0, 1] \quad (12)$$

onde: $R(t)$ é a curva de juros para os títulos brasileiros

$B(t)$ é a curva de juros americana (*benchmark*)

$S(t)$ é a curva de *spread* dos juros brasileiros sobre o americano

O objetivo é modelar a curva $S(t)$ que pode ser descrita como um polinômio que deve satisfazer necessidades de modelagem e operacionais. Dentre estas podemos citar as seguintes:

- 1) os três fatores apresentados em Litterman e Scheinkman (1991), quais sejam, movimentos paralelos, variações na inclinação e mudanças de curvatura, devem ser capturados;
- 2) qualquer função contínua $S(t)$ definida no conjunto compacto $[0,1]$ deve apresentar a maior acurácia possível;

3) problemas como multicolinearidade devem ser evitados e, para tanto, técnicas para detectar influência de observações também devem ser combinadas com estimação robusta para lidar com títulos sem liquidez.

Experimentações citadas por Almeida *et al.* (1998) mostram que escrevendo a função spread $S(t)$ como uma combinação linear de polinômio de Legendre todos estes requerimentos são satisfeitos. Entretanto, não quer dizer que polinômios de Legendre sejam a única escolha. Outros polinômios ortogonais podem ser utilizados também.

O polinômio de Legendre de grau n é definido no conjunto compacto $[-1, 1]$ de acordo com a expressão:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} \left[(x^2 - 1)^n \right], \forall n = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Estes polinômios apresentam importantes características (Sansone [1959]). Eles são utilizados para resolver problemas como interpolação de funções e na aproximações de integrais numéricas, como ilustrado em livros clássicos de análise numérica (como em Hildebrand [1956]).

Os quatro primeiros polinômios são:

$P_0(x) = 1$, é uma reta de inclinação 0° que cruza o eixo $XP(X)$ em $(0,1)$ no conjunto compacto $[-1,1]$.

$P_1(x) = x$, é uma reta com inclinação de 90° que cruza o eixo $XP(X)$ em $(0,0)$ no conjunto compacto $[-1,1]$.

$P_2(x) = 0,5(3x^2 - 1)$, é uma parábola simétrica que tem ponto mínimo em $(0,0)$ e máximos em $(-1,1)$ e $(1,1)$.

$P_4(x) = 0,5(5x^3 - 3x)$, é uma curva ascendente com um ponto de máximo e um de mínimo no conjunto $[-1,1]$.

Dessa forma podemos afirmar que tais polinômios estão assim relacionados:

$P_0(x) \Rightarrow$ aos movimentos paralelos (nível);

$P_1(x) \Rightarrow$ à variação na inclinação;

$P_2(x) \Rightarrow$ a alterações na curvatura; e

$P_3(x) \Rightarrow$ a dupla variação na curvatura.

Ao estendermos a definição do polinômio para o conjunto $[0, l]$ e fazendo:

$$x = \frac{2t}{l} - 1, \text{ para } t \in [0, l] \quad (14)$$

assumiremos que $S(t)$ é:

$$S(t) = \sum_{n \geq 0} c_n P_n \left(\frac{2t}{l} - 1 \right), \forall t \in [0, l] \quad (15)$$

Os três componentes principais (movimentos paralelos, mudança na inclinação e variação de curvatura) podem ser modelados ao mesmo tempo ou separadamente utilizando casos especiais da expressão anterior. Por exemplo, podemos obter um movimento paralelo fazendo com que $c_1 = c_2 = \dots = 0$. Neste caso teremos:

$$R(t) = B(t) + c_0 P_0 \left(\frac{2t}{l} - 1 \right) = B(t) + c_0, \forall t \in [0, l] \quad (16)$$

Como outro exemplo suponha que queiramos testar se variações na inclinação são estatisticamente significantes ao estimar a estrutura a termo no mercado de eurobônus emergente. Substituindo $c_0 = c_2 = \dots = 0$ temos:

$$R(t) = B(t) + c_1 P_1 \left(\frac{2t}{l} - 1 \right), \forall t \in [0, l] \quad (17)$$

O modelo pode ser ajustado e a hipótese nula $H_0 : c_1 = 0$ testada contra a hipótese alternativa $H_1 : c_1 \neq 0$ a um dado nível de significância. Se a hipótese nula é rejeita em favor da alternativa, podemos concluir que variações na inclinação são importantes na estimação de $R(t)$, e não devem ser ignoradas.

A curva americana apresenta movimentos de variação de preços muito pequenos relativamente aos preços dos títulos brasileiros. Neste caso, utilizamos a curva dos *strips* de cupons de juros das *treasuries* negociados no mercado secundário, pois apresentam liquidez elevada e não há quebra de informações²⁴.

Desta forma é necessário obter os coeficientes c_0 , c_1 e c_2 de forma que o valor dos títulos soberanos calculados sejam próximos aos preços obtidos no mercado na solução de $S(t)$ para cada global analisado. A metodologia estatística utilizada para tal consiste em:

- (i) partimos de um conjunto inicial qualquer c_0 , c_1 e c_2 ;
- (ii) calculamos o erro quadrático médio entre o preço calculado dos títulos externos e seu respectivo valor de mercado, e
- (iii) modificamos ligeiramente os coeficientes c_0 , c_1 e c_2 com o objetivo de reduzir tal erro;

repetimos o procedimento até que os coeficientes convirjam para pontos de equilíbrio e o erro se aproxime do mínimo²⁵.

A partir daí, geramos todos os preços teóricos para a base de dados analisadas. A tabela a seguir mostra o resultado para o dia 21/08/2003 como exemplo:

²⁴ A cada emissão de novos títulos no mercado americano estes passam a ser os negociados pelo mercado, sendo que os de emissão em anos anteriores são "esquecidos", desta forma, se utilizássemos a curva formada pelos títulos originais teríamos uma quebra na seqüência dos dados a cada ano, pois não estamos trabalhando com o prazo dos títulos e sim com datas de vencimentos fixos.

Tabela 5 - Preços de mercado e preços teóricos calculados

Título	Preço de Mercado	Preço Teórico	Diferença
Global 2005	107,6	105,5	-2,1
Global 2006	107,0	107,0	-0,1
Global JAN2007	106,2	107,6	1,5
Global JUL2007	106,7	108,3	1,6
Global MAR2008	111,2	112,6	1,3
Global 2009	121,5	124,1	2,6
Global 2010	107,7	110,8	3,1
Global 2012	99,4	99,3	-0,1
Global 2013	95,1	92,7	-2,3
Global 2020	101,5	105,0	3,6
Global ABR2024	74,9	74,6	-3,5
Global 2027	85,6	83,4	-2,2
Global 2030	102,8	102,5	-0,3

Fonte: *Reuters* e elaboração própria

A diferença entre o preço de mercado e o preço calculado resulta de imperfeições do modelo e/ou de distorções dos preços de mercado. Desta forma, apresentaremos os resultados obtidos, onde é possível concluir sobre a validade dos preços calculados obtidos e a aplicabilidade ou não de tal modelo para a precificação de títulos públicos brasileiros emitidos no mercado internacional de dólares.

²⁵ Metodologia descrita em Cançado 2003.

V. RESULTADOS

Os resultados da pesquisa foram obtidos por meio da diferença logarítmica entre o preço teórico calculado e o preço de mercado observado no mesmo dia, o que gera o erro de previsão do modelo. Como exemplo, consideremos o título com vencimento em 2005, no dia 01/06/2001 o preço teórico obtido foi de US\$ 87,26 e o preço de mercado observado foi de US\$ 91,75, o erro de previsão foi de -0,050146.

O erro é medido de acordo com a seguinte fórmula:

$$\text{Erro} = \ln \text{ preço teórico (PT)} - \ln \text{ preço de mercado (PM)} \quad (18)$$

onde \ln é o logaritmo natural do preço.

Quanto menor a dispersão do resultado em relação ao eixo "X", ou seja, quanto mais próximo de zero está o erro, melhor foi a previsão do modelo em relação ao preço de mercado, a não ser que ocorram distorções de preços que possam ser explicadas por outros motivos que geraram volatilidades inesperadas.

Neste sentido, foi possível observar para todos os vencimentos de títulos, sendo eles de prazo mais curto ou de longo prazo e, ainda, independentemente do nível de liquidez no mercado secundário, que em todos os momentos de crise nos mercados financeiros os modelos se mostraram como mal previsores.

A seguir iremos traçar considerações a respeito dos resultados de alguns títulos que estarão agrupados em três diferentes categorias identificadas de acordo com seus prazos²⁶: a) curto prazo: até 7 anos para o vencimento, b) médio prazo: entre 7,1 anos e

²⁶ Os prazos são definidos em relação ao primeiro dia de dados coletados e suas respectivas datas de vencimento.

15 anos, e, c) longo prazo: acima de 15 anos. Em anexo seguem os gráficos com os demais resultados obtidos.

Considerações Gerais

O período considerado para análise neste trabalho foi de janeiro de 2001 a dezembro de 2003. Dentre os eventos mais relevantes ocorridos no período que causaram impacto no mercado financeiro e principalmente nos preços dos títulos brasileiros no exterior, podemos citar:

- i) ataque terrorista ao World Trade Center em Nova Iorque em 11 de setembro;
- ii) incerteza quanto às eleições presidenciais brasileiras pelo fato do candidato Lula apresentar maior percentual de aprovação nas pesquisas no segundo semestre de 2002;
- iii) reafirmação dos contratos e da continuidade da política de estabilização brasileira ao longo do ano de 2003.

a) Curto Prazo

A seguir podemos observar os títulos com vencimento em 2005, 2006, julho de 2007 e março e abril de 2008. A partir do segundo semestre de 2002 o sinal do erro sofre alteração de negativo para positivo, além de aumentar, em números absolutos. Isto se explica pelo período de incerteza política vivida no Brasil pela possível eleição de Lula para presidente da república.

Após a posse de Lula como presidente houve a certeza de que o novo governo não quebraria contratos preestabelecidos com credores domésticos e internacionais e que tinha a intenção de continuar com as regras de controle da inflação e geração de superávits primários para as contas públicas. No segundo semestre de 2002 o risco Brasil, medido pelo EMBI+BR alcançou 2.443 pontos em 27/09/2002 superando o

record de máxima histórico que havia ocorrido em 15/01/1999 com 1.770 pontos. Ao longo de 2003 o cenário positivo voltou a se firmar de maneira tão consistente que no

final do ano verificou-se novo *record* histórico, mas dessa vez de baixa, em que o EMBI+BR alcançou 463 pontos em 31/12/2003. O gráfico a seguir denota este movimento:

Gráfico 4 - EMBI +BR de dezembro de 1998 a dezembro de 2003.



Fonte: *Bloomberg*

A melhora nos números da economia brasileira se refletiram na melhora do mercado de títulos brasileiros, o que os levou mais uma vez a fugirem da previsibilidade do modelo, o que explica o aumento considerável do erro para os todos os títulos soberanos brasileiros ao longo de 2003.

Gráfico 5 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vencimento em 2005.

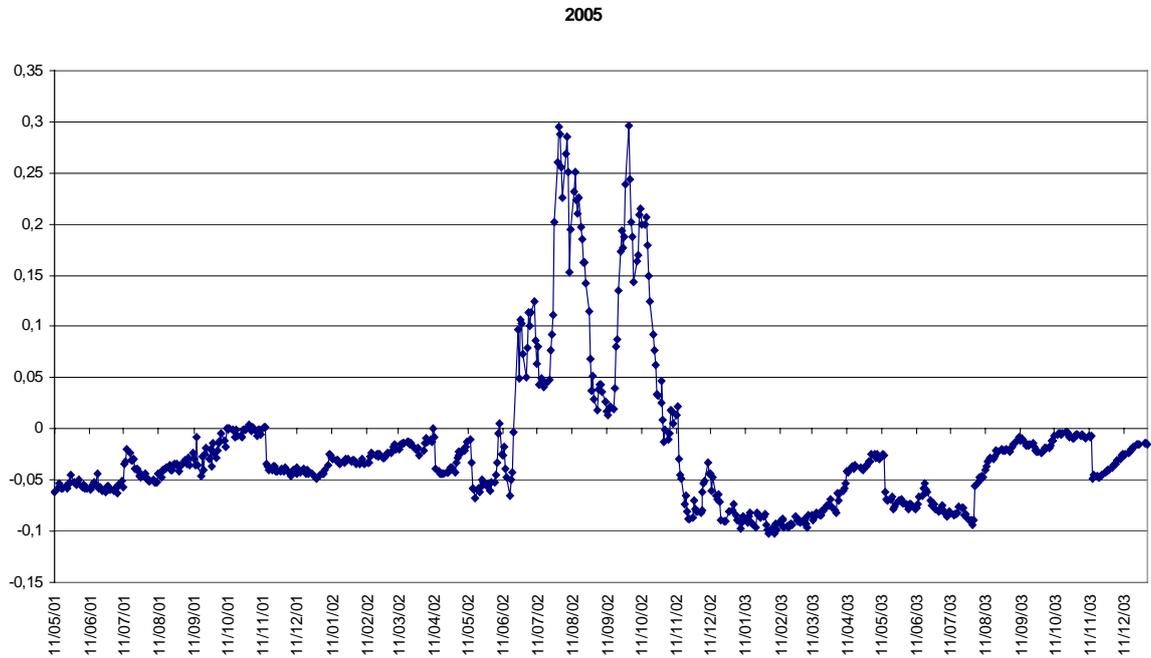


Gráfico 6 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vencimento em 2006.

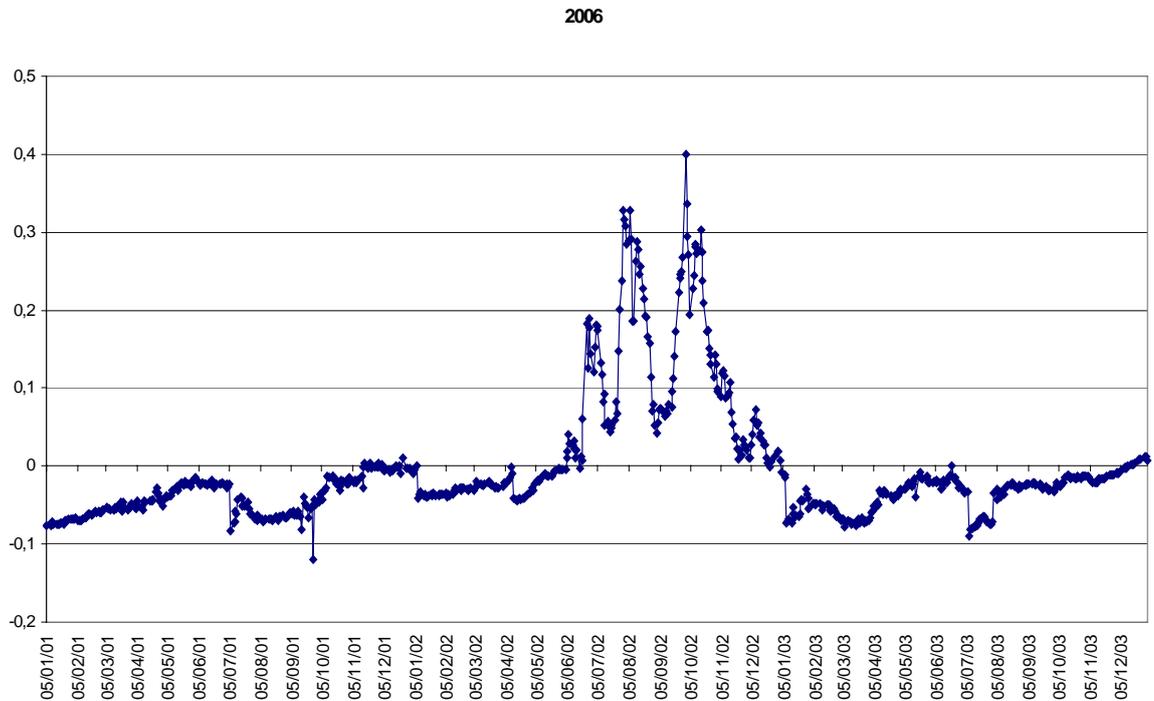


Gráfico 7 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vcto. em Julho de 2007.

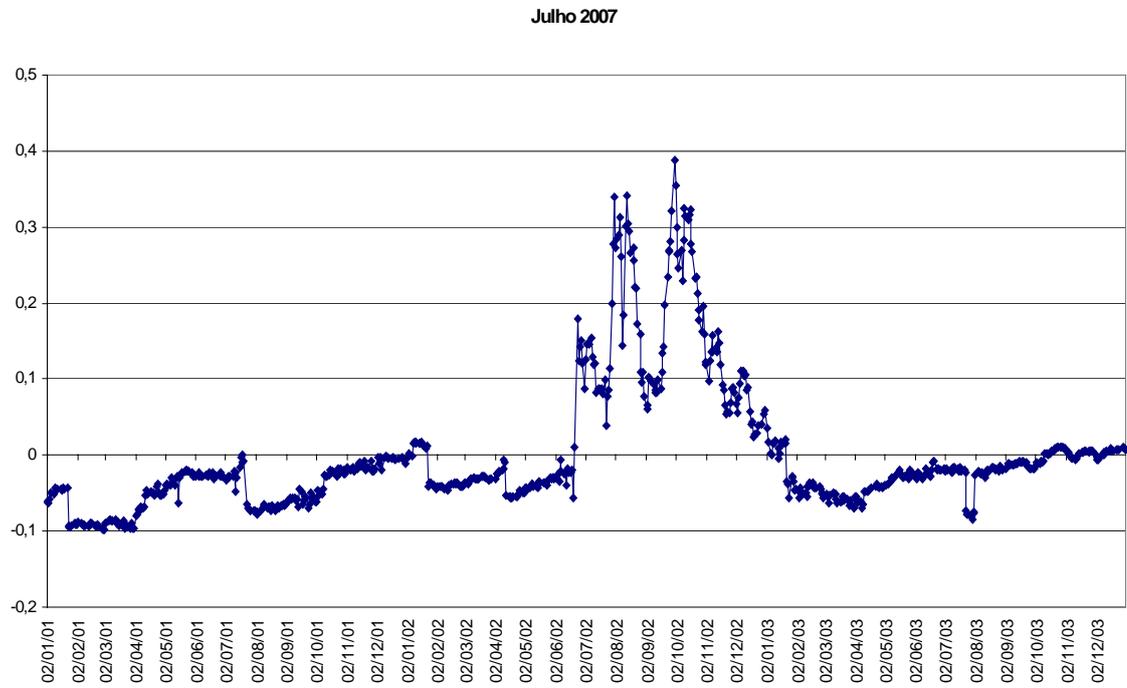


Gráfico 8 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vcto. em Abril de 2008.

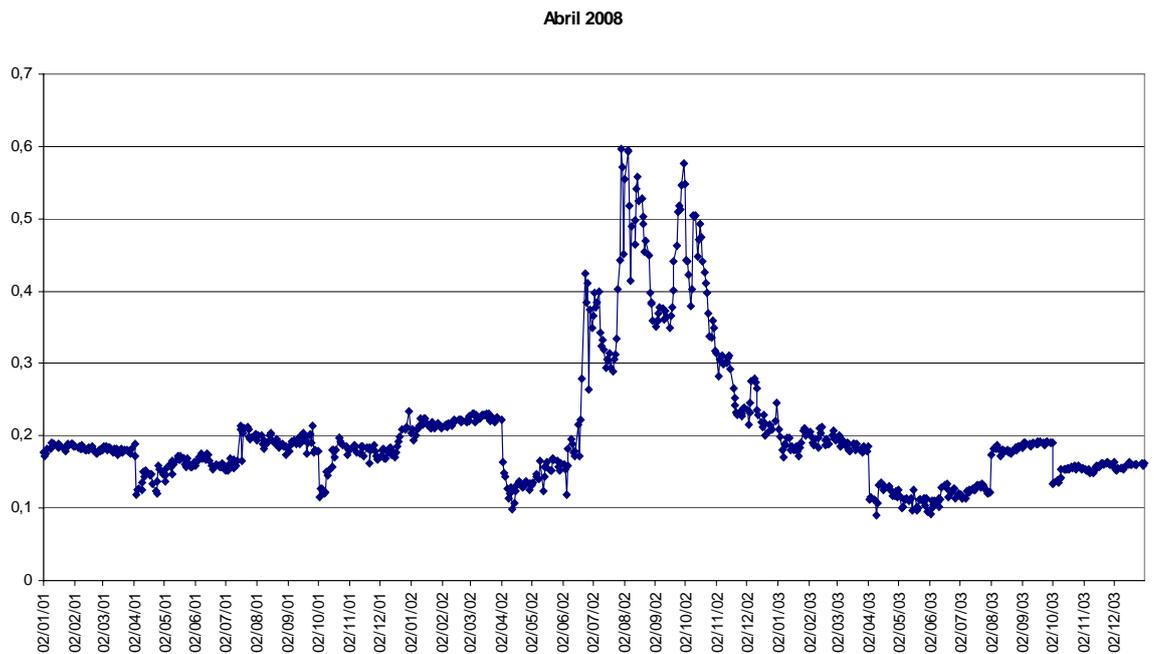
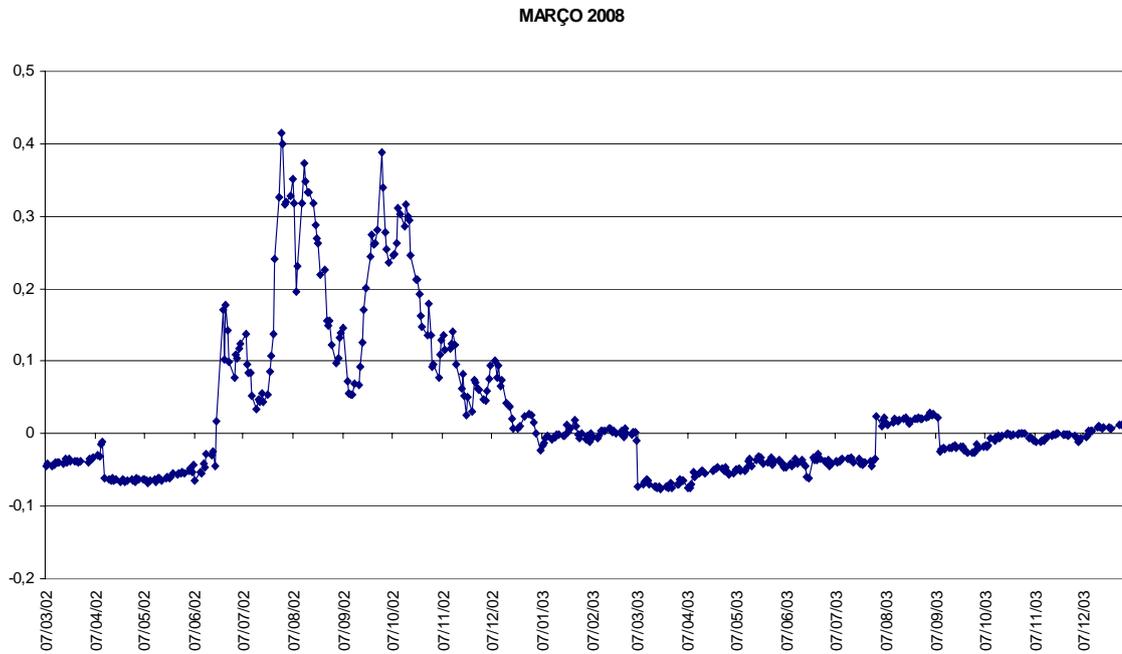


Gráfico 9 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vcto. em Março 2008.



b) Médio Prazo

Nos gráficos dos títulos com vencimento em 2009 e 2012 notamos a ocorrência dos maiores erros de previsão no período da turbulência pré-eleitoral brasileira, por motivos explicados anteriormente. Os demais títulos de médio prazo foram emitidos no ano de 2003 e são apresentados no anexo.

Gráfico 10 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vencimento em 2009.

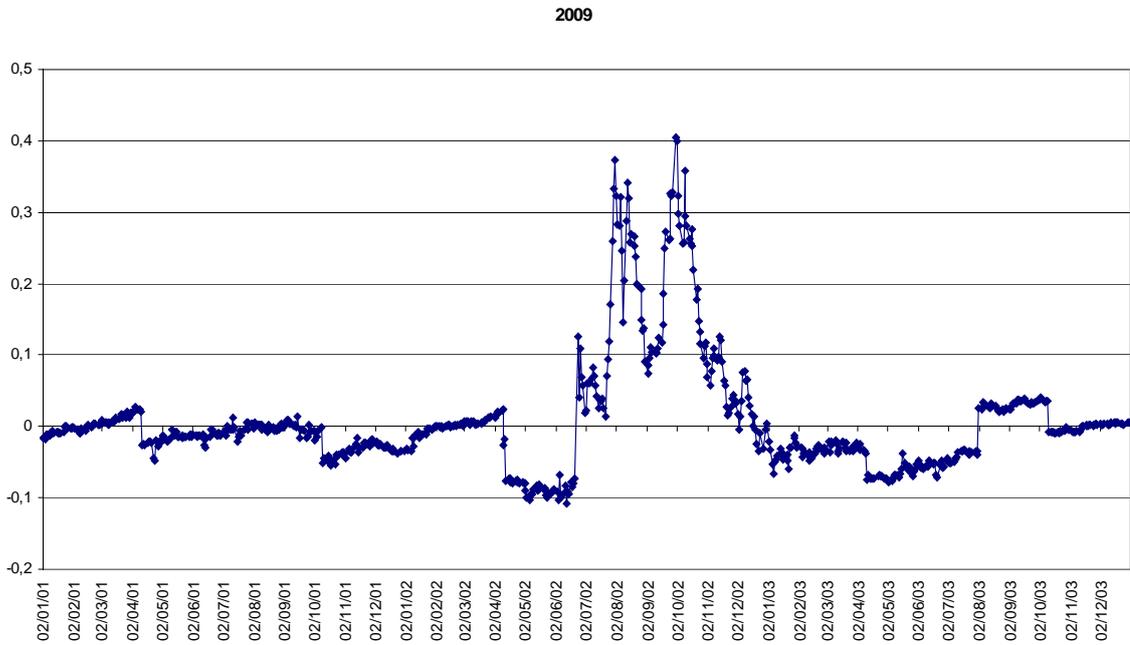
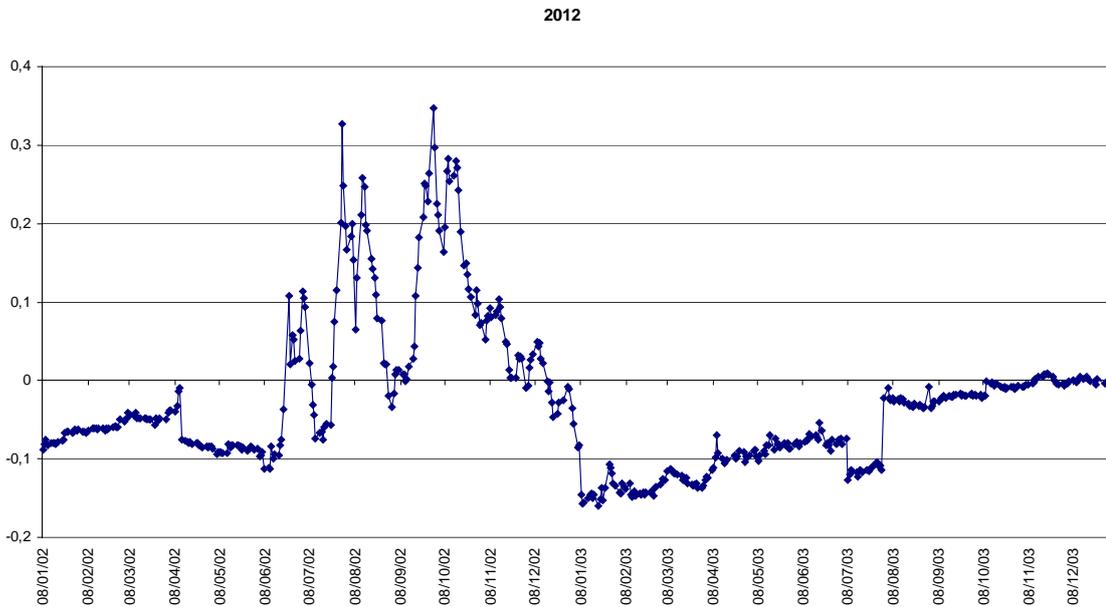


Gráfico 11 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com veto. em 2012.



c) Longo Prazo

Os títulos com vencimento a partir de 2020 também apresentam estruturas de erros bastante semelhantes aos de curto e médio prazo. Deixam claro que a quebra de expectativas em função das eleições brasileiras e a melhora do cenário interno, também em velocidade acima da esperada, no ano de 2003 afetaram a precificação teórica.

A seguir apresentamos os gráficos para os prazos mais longos. O título com vencimento em agosto de 2024 é apresentado no anexo por ter sido emitido em 2003.

Gráfico 12 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vencimento em 2020.

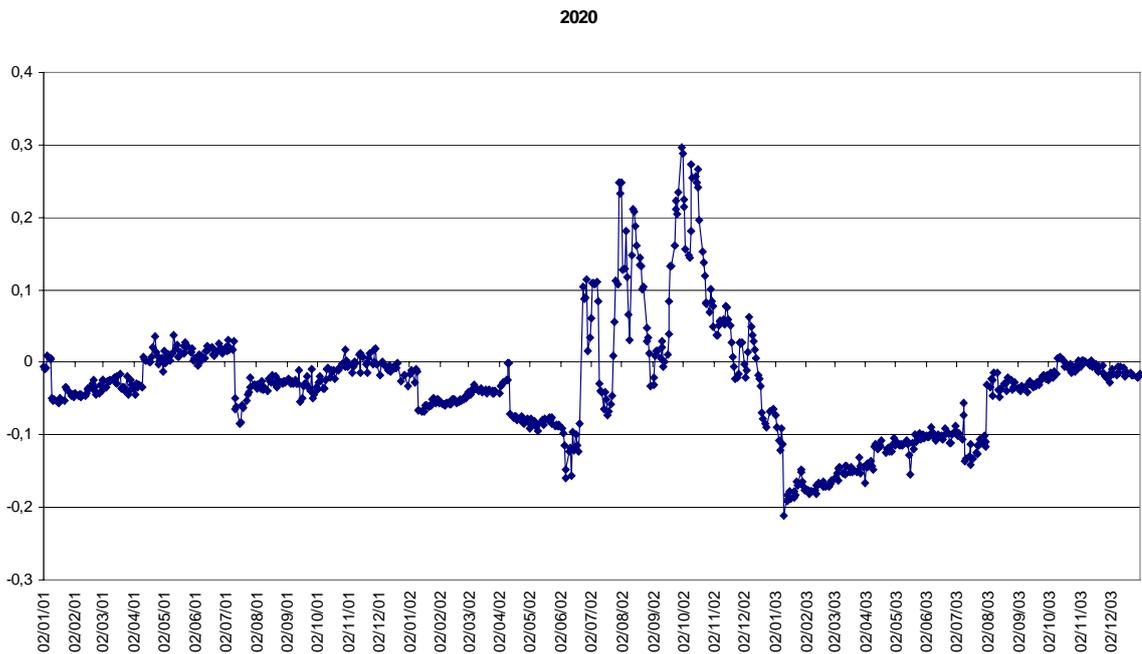


Gráfico 13 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vcto em Abril de 2024.

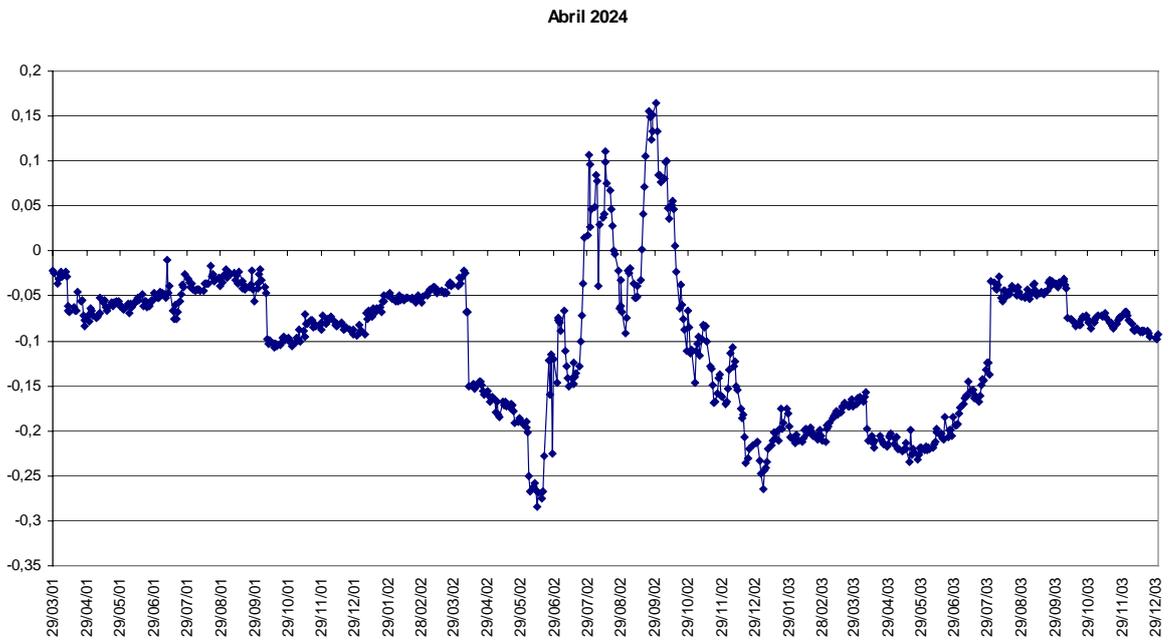


Gráfico 14 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vencimento em 2027.

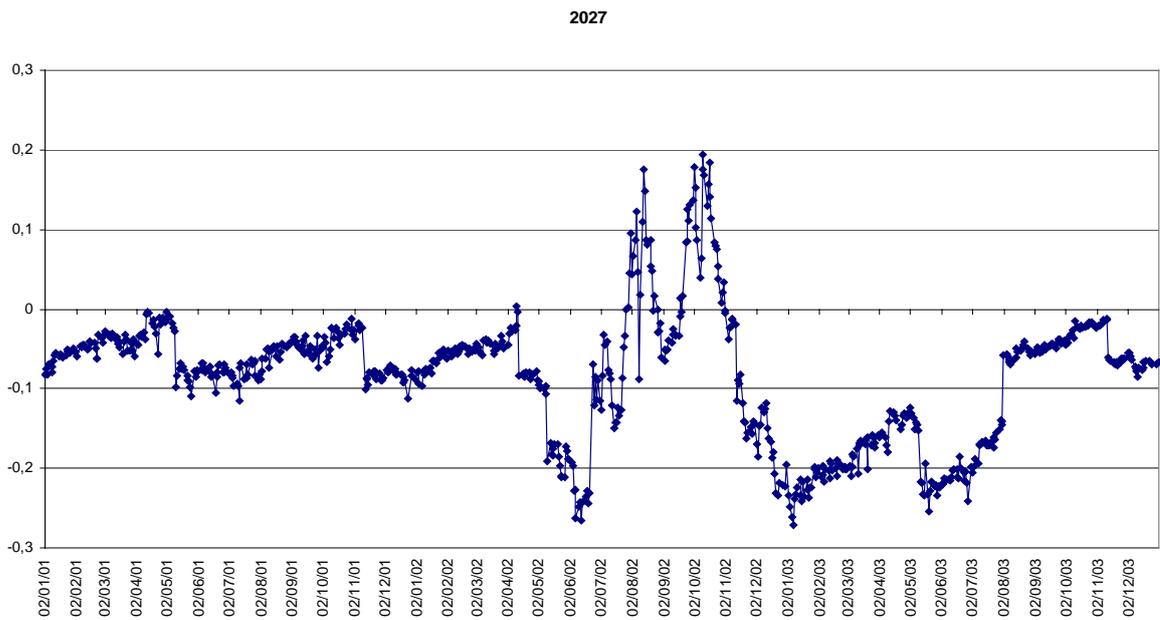
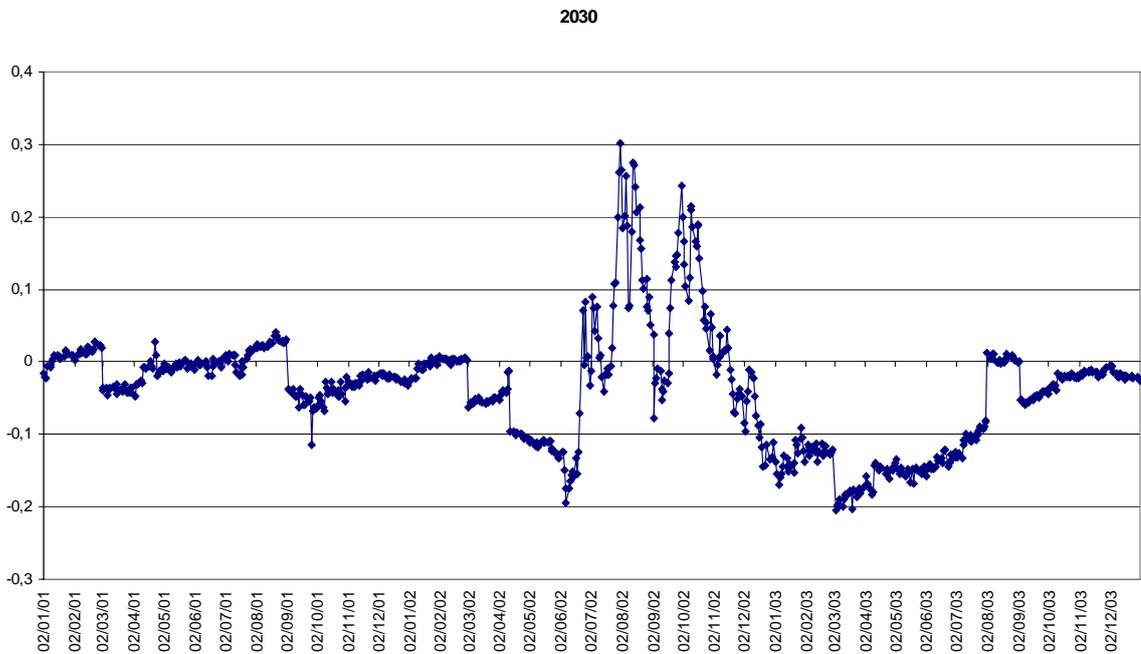


Gráfico 15 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vencimento em 2030.



O título com vencimento em 2040 não compõe os resultados deste trabalho. Em vários pontos do tempo não foi possível ao modelo calcular seu preço teórico. Isto é explicado pelo fato deste título apresentar uma cláusula de *call* a partir de 2015, o que torna sua precificação sujeita a outros critérios e, neste sentido, alguma parte dos agentes de mercado acreditam que este título deve ser precificado como um título de vencimento em 2015 mais um prêmio sobre a *call*. Como dito anteriormente, a preferência no teste do modelo, foi a de optar por títulos sem especificidades na precificação, razão pela qual os *bradies* não fizeram parte da amostra.

VI. CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho era analisar o modelo teórico proposto por Almeida *et al*, com base no Polinômio de Legendre, no sentido de verificar sua aplicabilidade à previsão de preços para os títulos emitidos pela República brasileira no mercado financeiro internacional. A amostra dos títulos foi limitada aos chamados globais, que são títulos da dívida soberana denominados em dólar que apresentam características de contagem de dias, pagamento de cupons de juros e resgate do principal semelhantes.

De acordo com os resultados obtidos, verificamos que é possível explicar os grandes erros de previsão em razão de quebras inesperadas de expectativas dos agentes, o que nos faz supor que o modelo responde bem as previsões em momentos de tranquilidade dos mercados.

O grande evento responsável pelo maior erro de previsão do modelo em todos os prazos dos títulos foi a incerteza no cenário político brasileiro no segundo semestre de 2002. Outro responsável por erros de previsão ao longo de 2003 foi a melhora das apostas do mercado financeiro em relação ao Brasil, que se deu em velocidade positivamente inesperada.

Vemos que o evento que abalou o mundo em 11 de setembro, pouco ou nada ofereceu de erro de previsão do modelo. Este fato é justificado pelo motivo deste evento ter abalado o mercado como um todo, ou seja, afetou todos os parâmetros do modelo. Neste sentido, podemos concluir que o modelo não tem a capacidade de prever variações de preços que ocorrem única e exclusivamente com os objetos de pesquisa.

Podemos concluir também que:

- (i) $PT = PM \Rightarrow \text{Erro} = 0$, neste caso dizemos que o preço de mercado está justo em relação ao preço teórico;

- (ii) $PT > PM \Rightarrow \text{Erro} > 0$, sinaliza que o preço de mercado é menor do que seria pela verificação teórica, então dizemos que o título está barato;
- (iii) $PT < PM \Rightarrow \text{Erro} < 0$, com erro negativo o modelo teórico fornece um preço menor ao verificado na negociação do mercado secundário, que então se mostra caro.

Ao verificarmos a possibilidade de utilização deste modelo como bom previsor de preços é possível utilizá-lo tanto sob a ótica do agente que pretende lançar novos títulos em mercado como também com o objetivo de investimento por meio de aquisição de títulos existentes no mercado financeiro.

Ótica do Tesouro Nacional

Esta ferramenta pode auxiliar o Tesouro Nacional não só em novas captações como também em operações de administração de passivos como resgate antecipado de títulos.

- a) Novas emissões: para novas emissões deve-se construir uma curva de mercado com base nos preços de mercado e outra curva para os respectivos preços teóricos. Neste caso são construídas tanto a curva de duração quanto a curva zero. A partir da comparação entre a teórica e a de mercado para cada metodologia é possível verificar o que seria o preço justo teórico de determinado título, e, assim, utilizar como instrumento de barganha no momento da oferta do ativo como justificativa ao preço sugerido.
- b) Resgate antecipado: neste caso, ao comparar as duas curvas, a República terá a possibilidade de verificar em que ponto da curva os títulos em mercado estão caros ou baratos para tentar ajustar seus preços, ou por meio de resgate antecipado quando o título estiver barato, ou por meio de reabertura da emissão quando este se apresentar caro.

Ótica do Investidor

A ótica do agente que quer aplicar seus recursos na rentabilidade do título é bastante semelhante à ótica do Tesouro Nacional quando pretender atuar em resgate antecipadoXreabertura (reoferta). Neste sentido, o investidor, a partir do resultado do modelo deverá comprar o título quando verificar que o preço de mercado estiver abaixo do preço teórico calculado, pois assim estará comprando o título barato. Neste caso, para que o preço de mercado se ajuste ele deverá subir no futuro. No caso do título apresentar preço de mercado maior do que o preço teórico, é o momento do investidor "sair" da posição, ou até mesmo, fazer uma venda a descoberto.

Dessa forma mostramos que o modelo se comporta bem em suas previsões e a verificação de erros em relação aos preços de mercado pode estar denotando possibilidades de ganhos ou perdas futuros. Este é um forte instrumento tanto para administradores de dívida quanto para gestores de aplicação financeira.

VII. BIBLIOGRAFIA

Almeida, C., Duarte, A. e C. Fernandes, 1998. "Decomposing and Simulating the Movements of Term Structures of Interest Rates in Emerging Eurobond Markets". *The Journal of Fixed Income*, vol. 8, nº 1, 21-30.

Ang, A. e M. Piazzesi, 2001. "A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomic and Latent Variables". *Working Paper*, nº 8363. National Bureau of Economic Research.

Babbs, S., 1996. "A Family of Itô Process Models for the Term Structure of Interest Rates". *Vasicek and Beyond - approaches to building and applying interest rate models*. (Risk Publications : London).

Bessada, O. e G. da Silveira, 2003. "Análise de Componentes Principais de Dados Funcionais: uma Aplicação às Estruturas a Termo de Taxas de Juros". *Trabalhos para Discussão*, nº 73. Banco Central do Brasil.

Black, F., Derman, E. e W. Toy, 1990. "A One-Factor Model of Interest Rates and its Application to Treasury Bond Options". *Financial Analysts Journal*, vol. 46, 33-39.

Bliss, R., 1997. "Movements in the Term Structure of Interest Rates". *Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review*, Fourth Quarter, 16-33.

Bolder, D. e D. Strélski, 1999. "Yield Curve Modelling at the Bank of Canada". *Technical Report*, nº 84. Bank of Canada.

Brace, A., Gatarek, D., e M. Musiela, 1996. "The Market Model of Interest Rate Dynamics". *Vasicek and Beyond - approaches to building and applying interest rate models*. (Risk Publications : London).

Brennan, M. e E. Schwartz, 1979. "A Continuous Time Approach to the Pricing of Bonds". *Journal of Banking and Finance*, vol. 3.

Cançado, P., 2003. "Determinando o Preço dos Soberanos". *Unibanco Research - Fixed Income*, 24 de março de 2003.

Constantinides, G. M., 1992. "A Theory of the Nominal Term Structure of Interest Rates". *Review of Financial Studies*, vol. 5, 531-552.

Cox, J., Ingersoll, J., e S. Ross, 1985. "A Theory of the Term Structure of Interest Rate". *Econometrica*, vol. 53, 385-467.

Dai, Q. e K. Singleton, 1997. "Specification Analysis of Affine Term Structure Models". *Working Paper*, nº 6128. National Bureau of Economic Research.

Darba, G. 2003. "Estimating the Benchmark Yield Curve - A new approach using Stochastic Frontier Functions". *Indian School of Business, India*, mimeo.

Diebold, F. e C. Li, 2002. "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields". *Working Paper Series of Wharton Financial Institutions Center*, mimeo. (<http://www.ssc.upenn.edu/~diebold>).

Diebold, F., L. Ji e C. Li, 2004. "A Three-Factor Yield Curve Model: Non-Affine Structure, Systematic Risk Sources, and Generalized Duration". University of California, mimeo.

Diebold, F. e R. Mariano, 1994. "Comparing Predictive Accuracy". *Working Paper*, nº 169. National Bureau of Economic Research.

Duffee, G. e R. Stanton, 2001. "Estimation of Dynamic Term Structure Models". *Haas School of Business (U. C. Berkeley), mimeo.*

Duffee, G., 2000. "Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models". *Haas School of Business, mimeo.*

Duffie, D., 1994. "State-Space Models of the Term Structure of Interest Rates". *Philosophical Transactions of the Royal Society*, series A, vol. 347, 577-586.

Duffie, D. e R. Kan, 1994. "Multi-Factor Term Structure Models". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, vol. 347, 577-586.

Duffie, D. e R. Kan, 1996. "A Yield-Factor Model of Interest Rates". *Mathematical Finance*, vol. 6, 379-406.

Evans, C. e D. Marshall, 2001. "Economic Determinants of the Nominal Treasury Yield Curve".

Flesaker, B. e L. P. Hughston, 1996. "Positive Interest". *Risk*, 9/1, 46-49.

Heath, D., Jarrow, R., e A. Morton, 1992, "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation". *Econometrica*, vol. 60, 77-105.

Hildebrand, F.B., 1956. "Introduction to Numerical Analysis". New York: McGraw Hill.

Hull, J.C. e A. D. White, 1993. "One-Factor Interest Rate Models and The Valuation of Interest-Rate Derivatives Securities". *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 5, 235-254.

James, J. e N. Webber, 2002. "Interest Rate Modelling". (Wiley: England)

Jamishidian, F., 1987. "Princing of Contingent Claims in the One-Factor Term Structure Model". *Trading Analysis Group (Merril Lynch Capital Markets)*, July.

Jamishidian, F., 1997. "Libor and Swap Market Models and Measures". *Finance and Stochastics*, vol. 1, 290-330.

Knez, P., Litterman, R. e J. Scheinkman, 1994. "Exploration Into Factors Explaining Money Market Returns". *The Journal of Finance*, vol. 49, n° 05, 1861-1882.

Krippner, L., 2002. "The OLP Model of the Yield Curve: A New Consistent Cross-Sectional and Inter-Temporal Approach". *Victoria University of Wellington*, mimeo.

Litterman, R., e J. Scheinkman, 1991. "Common Factors Affecting Bond Returns". *The Journal of Fixed Income*, June, 54-61.

Litterman, R., Scheinkman, J., L. Weiss, 1991. "Volatility and the Yield Curve". *The Journal of Fixed Income*, June, 49-53.

Nelson, C. e A. Siegel, 1987. "Parsimonious Modeling of Yield Curves". *The Journal of Business*, vol. 60, n° 04, 473-489.

Peña, I., Rubio, G. e G. Serna, 1999. " Why do Smile? On the Determinants of the Implied Volatility Function". *Journal of Banking and Finance*, vol. 23, 1151-1179.

Pesaran, M. e A. Timmermann, 1992. "A Simple Nonparametric Test of Predictive Performance". *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 10, n° 04, 461-465.

Rogers, C., e O. Zane, 1996. "Fitting Potential Models to Interest Rate and Foreign Exchange Data". *Vasicek and Beyond - approaches to building and applying interest rate models*. (Risk Publications : London).

Sundaresan, S., 1991. "Futures Prices on Yields, Forward Prices, and Implied Forward Prices from Term Structure". *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 26, 409-424.

Tice, J. e N. Webber, 1997. "A Non-Linear Model of the Term Structure of Interest Rates". *Warnick Business School, UK*, mimeo.

Vasicek, O., 1977. "An Equilibrium Characterization of the Term Structure". *Journal of Financial Economics*, vol. 5, 177-188.

VIII. ANEXOS



DIVIDA MOBILIARIA EXTERNA Características das Emissões Voluntárias

TÍTULOS	Data do Lançamento	Data da Emissão	Vencimento	Preço Emissão	Moeda Local	Líder(es)	Na moeda local
Yen 1997	24.05.95	19.06.95	19.06.97	100,000	JPY	Nomura Sec.	80.000.000.000
DM 1998	21.06.95	20.07.95	20.07.98	100,500	DEM	Dresdner Bank	1.000.000.000
Samurai 2001	04.03.96	22.03.96	22.03.01	100,000	JPY	Nomura Sec.	30.000.000.000
Caravela 1999	16.04.96	15.05.96	15.05.99	100,000	ESC	Finantia	12.000.000.000
Eurolibra 1999	29.05.96	11.06.96	11.06.99	100,394	GBP	Midland Bank	100.000.000
Global 2001	28.10.96	05.11.96	05.11.01	99,857	USD	J.P.Morgan Swiss Bank	750.000.000
DM 2007	04.02.97	26.02.97	26.02.07	101,900	DEM	Credit Suisse F.Boston	1.000.000.000
Paralel 2002							
Franco Francês	28.04.97	21.05.97	21.05.02	100,755	FRF	Banque Paribas	1.000.000.000
Florim Holandês				101,325	NLG	ING Barings	400.000.000
Schilling Austríaco				101,100	ATS	Creditanstalt BankVerein	2.000.000.000
						J.P.Morgan	2.243.930.000
Global 2027	1ª Tranche	04.06.97	09.06.97	15.05.27	93,234	Goldman Sachs	(Exchange)
						USD	756.070.000
							(New money)
	2ª Tranche	20.03.98	27.03.98	15.05.27	98,350	J.P.Morgan Goldman Sachs	500.000.000
							(Reabertura)
Eurolira 2017	03.06.97	26.06.97 10.07.97	26.06.17 26.06.17	101,300	ITL	Deutsche M. Grenfell	500.000.000.000
							250.000.000.000
Eurolibra 2007	14.07.97	30.07.97	30.07.07	101,088	GBP	Barclays De Zoete Credit Suisse F.Boston	150.000.000
Euroeuro 2003	09.02.98	03.03.98	03.03.03	99,863	XEU	Paribas SBC Warburg	500.000.000
EuroDM 2008	23.04.98	23.04.98	23.04.08	101,450	DM	ABN Amro Dresdner	750.000.000
Global 2008	31.03.98	07.04.98	07.04.08	99,738	US\$	Merril Lynch	1.250.000.000
Global 2004	1ª Tranche						2.000.000.000
							(New money)
	2ª Tranche	19.04.99	30.04.99	15.04.04	99,070	Salomon Smith Barney Morgan Stanley D. Witter	1.000.000.000
							(Exchange)
Euro 2002	1ª Tranche	08.07.99		99,440		Credit Suisse First Boston Dresdner Bank	700.000.000
	2ª Tranche	27.07.99	29.07.99	29.07.02	99,800	Credit Suisse First Boston Dresdner Bank	100.000.000
							(Reabertura)
Euro 2004	1ª Tranche	09.09.99		98,500		ABN Amro Paribas	300.000.000.000
	2ª Tranche	17.09.99	30.09.99	30.09.04	98,900	ABN Amro Paribas	100.000.000
							(Reabertura)
	3ª Tranche	27.09.99		99,200		ABN Amro Paribas	100.000.000
							(Reabertura)
Global 2009		18.10.99	25.10.99	15.10.09	99,444	Chase Securities J.P.Morgan	2.000.000.000
Euro 2006	1ª Tranche	28.10.99	17.11.99	17.11.06	99,500	Credit Suisse First Boston	500.000.000
	2ª Tranche	04.11.99	17.11.99	17.11.06	100,875	Deutsche Bank	200.000.000
Euro 2001		12.11.99	26.11.99	26.11.01	99,850	Dresdner Bank	600.000.000
Euro 2010		14.01.00	04.02.00	04.02.10	98,540	BNP Paribas Deutsche Bank	750.000.000
Global 2020		19.01.00	26.01.00	15.01.20	96,394	Chase Securities Goldman Sachs	1.000.000.000
	1ª Tranche	24.02.00	06.03.00	06.03.30	93,299	Merril Lynch	1.000.000.000

Global 2030	1ª Tranche	24.02.00	06.03.00	06.03.30	93,299	USD	Merrill Lynch	1.000.000.000
	2ª Tranche	22.03.00	29.03.00	06.03.30	98,250		Morgan Stanley D. Witter	600.000.000 (Reabertura)
Samurai 2003		30.03.00	17.04.00	17.04.03	100,000	JPY	Nomura Sec.	60.000.000.000
Euro 2005		20.06.00	05.07.00	05.07.05	99,226	EUR	Credit Suisse First Boston Schroder Salomon Smith Barney	750.000.000
		18.04.01	09.05.01	05.07.05	101,250			500.000.000 (Reabertura)
Global 2007	1ª Tranche	19.07.00	26.07.00	26.07.07	94,588	USD		1.000.000.000
	2ª Tranche	11.04.01	17.04.01	26.07.07	100,500		Goldman Sachs Merrill Lynch	500.000.000 (Reabertura)
Global 2040		09.08.00	17.08.00	17.08.40	80,203	USD	Goldman Sachs, Chase e Morgan Stanley D. Witter	5.157.311.000
Euro 2007	1ª Tranche	19.09.00	05.10.00	05.10.07	98,772	EUR	J.P.Morgan	500.000.000
	2ª Tranche	02.10.00			99,500		UBS Warburg	250.000.000 (Reabertura)
Samurai 2006		28.11.00	22.12.00	22.03.06	100,000	JPY	Nomura, Bank of Tokyo- Mitsubishi, Kokusai	60.000.000.000
Global 2006		04.01.01	11.01.01	11.01.06	98,895	USD	Morgan Stanley D. Witter Bear Sterns	1.500.000.000
Euro 2011		09.01.01	24.01.01	24.01.11	97,357	EUR	Dresdner Kleinwort Merrill Lynch	1.000.000.000
Global 2024		07.03.01	22.03.01	15.04.24	71,270	USD	Salomon Smith Barney Credit Suisse First Boston	2.150.000.000
Samurai 2007		16.03.01	10.04.01	10.04.07	100,000	JPY	Nomura Sec.	80.000.000.000
Global 2005		10.05.01	17.05.01	17.07.05	94,660	USD	Deutsche Bank J.P.Morgan Chase	1.000.000.000
Samurai 2003 B		31.07.01	30.08.01	28.08.03	100,000	JPY	Nomura Securities Daiwa Securities	200.000.000.000
Global 2012		07.01.02	11.01.02	11.01.12	91,040	USD	J.P. Morgan Sec. Inc. Salomon Smith Barney	1.250.000.000
Global 2008 B		05.03.02	12.03.02	12.03.08	99,004	USD	Goldman Sachs Merrill Lynch	1.250.000.000
Euro 2009		21.03.02	02.04.02	02.04.09	99,769	EUR	ABN Amro Dresdner Kleinwort	500.000.000
Global 2010		10.04.02	16.04.02	15.04.10	98,086	USD	J.P. Morgan Chase Morgan Stanley DW	1.000.000.000
Global 2007 B		29.04.03	06.05.03	16.01.07	97,939	USD	UBS Warburg Merrill Lynch	1.000.000.000
Global 2013		10.06.03	17.06.03	17.06.13	97,993	USD	Deutsche Bank Goldman Sachs	1.250.000.000
Global 2011	1a. Tranche				93,717			
	2a. Tranche	30.07.03	07.08.03	07.08.11	90,485	USD	J.P.Morgan Morgan Stanley	500.000.000
Global 2024 B		30.07.03	07.08.03	15.04.24	75,581 ¹	USD	J.P.Morgan Morgan Stanley	824.702.000
Global 2011 (Reabertura)		11.09.03	18.09.03	07.08.11	96,500	USD	Citigroup Goldman Sachs	750.000.000
Global 2010 N		15.10.03	22.10.03	22.10.10	98,992	USD	Merrill Lynch Credit Suisse First Boston	1.500.000.000
Global 2034		12.01.04	20.01.04	20.01.34	94,723	USD	Citigroup Deutsche Bank	1.500.000.000
Floater 2009		21.06.04	28.06.04	29.06.09	99,245	USD	Goldman Sachs Merrill Lynch	750.000.000
Global 2014		07.07.04	14.07.04	14.07.14	98,192	USD	Deutsche Bank Morgan Stanley & Co.	750.000.000
Euro 2012 ²		08.09.04	24.09.04	24.09.12	98,881	EUR	UBS Limited	750.000.000

Euro 2012²	08.09.04	24.09.04	24.09.12	98,881	EUR	UBS Limited Dresdner Bank AG London Branch	750.000.000
Euro 2012 (Reabertura)³	22.09.04	30.09.04	24.09.12	101,875	EUR	UBS Limited Dresdner Bank AG London Branch	250.000.000
Global 2019	06.10.04	14.10.04	14.10.19	97,780	USD	Citigroup Global Markets Inc. J.P. Morgan Securities Inc.	1.000.000.000
Global 2014 (Reabertura)	03.12.04	08.12.04	14.07.14	114,750	USD	J.P. Morgan Securities Inc. Morgan Stanley & Co.	500.000.000
Euro 2015	20.01.05	03.02.05	03.02.15	98,800	EUR	BNP Paribas Deutsche Bank A.G. London	500.000.000
Global 2025	31.01.05	04.02.05	04.02.25	98,610	USD	Deutsche Bank Securities Inc. UBS Securities LLC	1.250.000.000
Global 2015	28.02.05	07.03.05	07.03.15	99,829	USD	Citigroup Global Markets Inc. J.P. Morgan Securities Inc.	1.000.000.000
Total - Res. SF 57/1995⁴							
Total - Res. SF 69/1996⁴							
Total - Res. SF 20/2004⁴						Disponível >>	71.601.575.000
Total Geral							57.403.959.025

OBSERVAÇÕES:

O pagamento do principal, para todos os títulos, ocorre integralmente na data do vencimento.

O sombreamento em cor cinza denota os títulos que já venceram.

A fonte em cor azul denota os títulos emitidos antes da vigência da Resolução SF nº 20/2004.

1 Preço da emissão considerando preço sujo.

2 O valor em dólares apresentado para o Euro 2012 na Coluna J foi calculado utilizando-se a taxa PTAX de 24.09.2004: 1 EURO = US\$ 1,2284.

3 O valor em dólares apresentado para o Euro 2012 (Reabertura) na Coluna J foi calculado utilizando-se a taxa PTAX de 30.09.2004: 1 EURO = US\$ 1,2436.

4 A Resolução do Senado Federal nº 20, de 16.11.2004, revogou as Resoluções SF nº 57, de 1995, e nº 69, de 1996, e estabeleceu novo limite para as emissões de títulos no mercado internac

5 Valor em dólares estimado pela cotação de 1 Euro = US\$ 1,29685, de 03.02.2005.

RESULTADOS DEMAIS TÍTULOS

Gráfico 16 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vencimento em 2010.

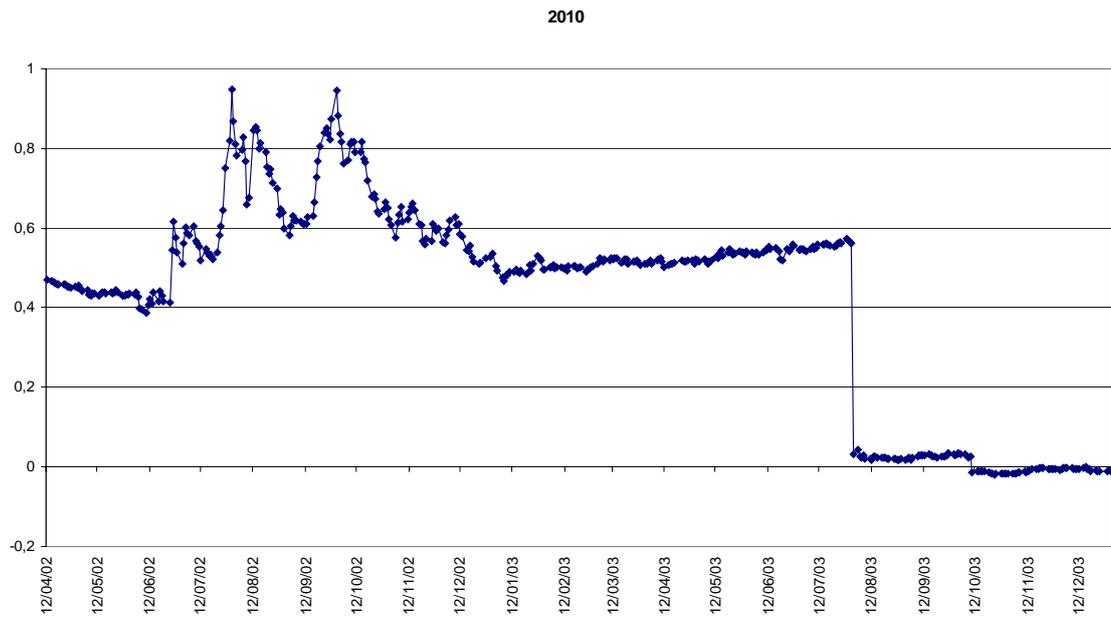


Gráfico 17 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vencimento em 2011.

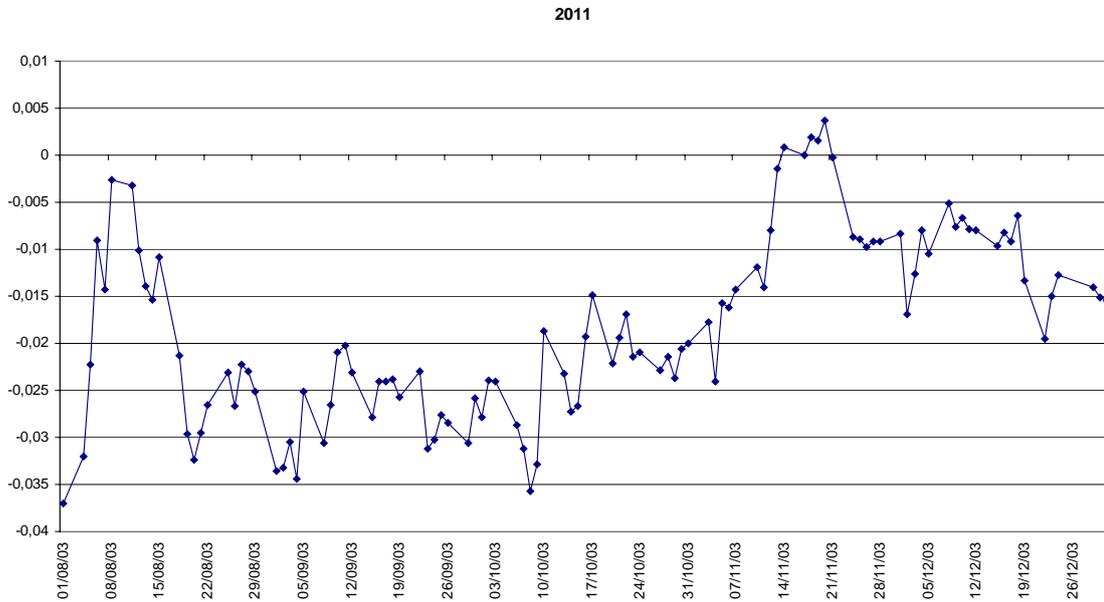


Gráfico 18 – Gráfico de erro de previsão para o título Global com vencimento em 2013.

