



**ESTUDO NUMÉRICO E ANALÍTICO COM BASE  
EXPERIMENTAL DA INSTABILIDADE DE BARRAS DE AÇO  
COM EXTREMIDADES ESTAMPADAS DE TRELIÇAS  
ESPACIAIS**

**HENRIQUE DE ARAUJO ROSA CRUZ**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**FACULDADE DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO NUMÉRICO E ANALÍTICO COM BASE  
EXPERIMENTAL DA INSTABILIDADE DE BARRAS DE  
AÇO COM EXTREMIDADES ESTAMPADAS DE  
TRELIÇAS ESPACIAIS**

**HENRIQUE DE ARAUJO ROSA CRUZ**

**ORIENTADOR: PROF. LUCIANO MENDES BEZERRA**  
**COORIENTADOR: ENG.º WELINGTON VITAL DA SILVA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E  
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.DM – 13A/22**  
**BRASÍLIA – DF, DEZEMBRO DE 2022**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

ESTUDO NUMÉRICO E ANALÍTICO COM BASE  
EXPERIMENTAL DA INSTABILIDADE DE BARRAS DE AÇO  
COM EXTREMIDADES ESTAMPADAS DE TRELIÇAS  
ESPACIAIS

HENRIQUE DE ARAUJO ROSA CRUZ

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL.

**APROVADA POR:**

---

Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD (PECC/UnB)  
(Orientador)

---

Eng.º Welington Vital da Silva, DSc (PECC/UnB)  
(Coorientador)

---

Prof. William Taylor Matias Silva, Dr.Ing (PECC/UnB)  
(Examinador interno)

---

Prof. Cleirton André Silva de Freitas, DSc (UFCA)  
(Examinador externo)

BRASÍLIA/DF, 15 de dezembro de 2022.

## FICHA CATALOGRÁFICA

CRUZ, HENRIQUE DE ARAUJO ROSA

Estudo Numérico e Analítico com Base Experimental da Instabilidade de Barras de Aço com Extremidades Estampadas de Treliças Espaciais [Distrito Federal] 2022.

xii, 159 p., 210 x 279 mm (ENC/ FT/UnB, Mestre, Engenharia Civil, 2022)

Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Barras de aço com extremidades estampadas

2. Ligação típica

3. Treliças espaciais

4. Estruturas metálicas

I ENC/FT/UnB

II Título (Mestre)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

CRUZ, H. de A. R. (2022). Estudo Numérico e Analítico com Base Experimental da Instabilidade de Barras de Aço com Extremidades Estampadas de Treliças Espaciais. Dissertação de Mestrado, Publicação DM-13A/22, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, xii, 159 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Henrique de Araujo Rosa Cruz

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Estudo Numérico e Analítico com Base Experimental da Instabilidade de Barras de Aço com Extremidades Estampadas de Treliças Espaciais

GRAU / ANO: Mestre em Engenharia Civil / 2022

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de Mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Henrique de Araujo Rosa Cruz  
SQN 107 Bloco F Apartamento 101  
70743-060 – Brasília/DF - Brasil  
henrique.aracruz@gmail.com

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor Luciano Mendes Bezerra pela orientação deste trabalho. Pelo apoio irrestrito desde a graduação na minha trajetória acadêmica.

Ao colega de pesquisa e coorientador Welington Vital da Silva, pela minha introdução à linha de pesquisa aqui explorada. Pela ajuda fraterna e disponibilidade com reuniões fora de expediente, sem poupar esforços para contribuir à evolução do trabalho.

Aos demais colegas do PECC, com os quais pude dividir as experiências vividas no curso. Sem dúvida, a ajuda mútua no enfrentar dos desafios compartilhados fez do caminho trilhado mais suave, mesmo que essencialmente árduo. Agradeço pela amizade. Pelas conversas simples de corredor aos debates mais construtivos, os quais levarei em memória.

A todos os mais próximos, entre familiares, amigos e colegas de trabalho. Em especial, aos meus pais, Júnio e Ceomar. Suas palavras e ações de incentivo me inspiraram diante das dificuldades. Seus ensinamentos ao longo da vida, pelo testemunho de fortaleza e bom ânimo, constituem fonte própria de impulsão dos meus maiores propósitos, aos quais esta dissertação se integra.

## RESUMO

No campo da engenharia de estruturas metálicas, um dos sistemas estruturais frequentemente adotados é o de treliças espaciais, sendo aplicado em uma ampla variedade de tamanhos e formas, no geral com barras de seções transversais circulares vazadas como seus elementos constituintes. A fim de se promover a sua montagem de forma prática e eficiente, assim como por razões econômicas, uma alternativa usual escolhida pelos projetistas é a de se realizar a estampagem das extremidades de suas barras e associá-las em conexões parafusadas. Apesar de este método construtivo apresentar uma gama de vantagens quanto às tecnologias disponíveis no mercado e já se encontrar presente em um número expressivo de projetos de engenharia executados internacionalmente, ainda se faz necessária a condução de mais estudos que avaliem o seu comportamento estrutural singular, cuja contribuição eventualmente subsidie o estabelecimento de critérios normativos específicos. Neste sentido, esta pesquisa se destina à caracterização do comportamento de barras de aço com extremidades estampadas sob carregamento de compressão isoladamente, em que as instabilidades globais ou as deformações locais excessivas representam uma parcela significativa das causas dos colapsos estruturais. A associação de análises numéricas pelo método dos elementos finitos (MEF) com dados experimentais previamente coletados é executada, sendo os seus respectivos resultados o cerne do objeto de análise crítica deste trabalho. As simulações numéricas se baseiam no método de Riks modificado, complementadas em parte por análises modais, cujos resultados demonstram a manifestação dos modos de falha supracitados em protótipos com índices de esbeltez que variam no espectro de 20 a 200. São avaliados ainda os efeitos da introdução de imperfeições geométricas iniciais na constituição dos modelos desenvolvidos, de forma a se determinar a redução de resistência última à compressão dos perfis ensaiados numericamente que são susceptíveis a tal variação de condições. Por fim, são investigadas as formulações analíticas que descrevem o fenômeno sob a ótica da instabilidade global apresentada na literatura clássica, segundo o modelo de barra com vinculações semirrígidas à flexão e submetido a carga axial de compressão, assim como pela abordagem de instabilidades globais e locais que se encontra incorporada às expressões normativas vigentes.

Palavras-chave: Barras de aço com extremidades estampadas; treliças espaciais; instabilidades globais e locais; estruturas metálicas.

## ABSTRACT

In the field of steel structures engineering, three-dimensional trusses is one of the frequently adopted structural systems. It is applied in a wide variety of sizes and shapes, generally with hollow circular cross-section bars as its constituent elements. In order to promote its assembly in a practical and efficient way, as well as due to economic reasons, a common alternative chosen by the designers is to carry out the stamping of the ends of their bars and associate them in bolted connections. Although this constructive method has some advantages regarding the technologies available on the market and is already present in a significant number of engineering projects executed worldwide, it is still necessary to conduct more studies to assess its unique structural behavior, whose contribution may eventually subsidize the establishment of specific normative criteria. In this sense, this research aims to characterize the behavior of isolated end-flattened steel bars under compression loading, in which global instabilities or excessive local deformations represent a significant part of the causes of structural collapse. The association of numerical analyzes by the finite element method (FEM) with previously collected experimental data is performed, and their respective results are the core of the object of critical analysis of this work. Numerical simulations are based on the modified Riks method, complemented in part by modal analyses, whose results demonstrate the occurrence of the aforementioned failure modes in prototypes with slenderness ratios varying in the spectrum from 20 to 200. The analyzes go further into evaluation of the effects of initial geometric imperfections in the constitution of the developed models, in order to determine the ultimate compression strength reduction of the numerically tested profiles that are susceptible to such variation of conditions. Finally, the analytical formulations that describe the phenomenon from the perspective of global instability presented in the classical literature are investigated, according to the bar model with semi-rigid connections to bending and subjected to axial compression load, as well as the approach of global and local instabilities which is incorporated into the current normative expressions.

Keywords: End-flattened steel bars; three-dimensional trusses; global and local instabilities; steel structures.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Treliça espacial desenvolvida por Alexander Graham Bell (Souza, 2003) .....	1
Figura 1.2 – Sistema Mero: Representação real (a) e desenho esquemático (b) (Gholizad e Safari, 2016).....	2
Figura 1.3 – Sistema Space Deck: Detalhe construtivo (John Chilton, 2000).....	3
Figura 1.4 – Configurações básicas do sistema Pyramitec: triangular (a), hexagonal (b) e quadrada (c) (Hwang, 2010).....	4
Figura 1.5 – Colapso estrutural do Hartford Civic Center Coliseum em Connecticut, EUA: vistas superior (a) e lateral (b) (Martin e Delatte, 2012).....	5
Figura 1.6 – Colapso estrutural de centro esportivo na província de Girona, Espanha: vista superior (a) e detalhe de falha dos elementos estruturais da cobertura (b) (Alegre <i>et al.</i> , 2012)5	5
Figura 1.7 – Colapsos estruturais do Shah Alam Stadium: vista superior após o primeiro colapso (a) e detalhe de falha da cobertura no segundo colapso (b) (Gul e Mehr Ali, 2016)....	6
Figura 1.8 – Colapso estrutural do Ginásio Nilson Nelson em Brasília: vista superior da cobertura original (a) e vista interna da cobertura atual (b) (Sampaio, 2004) .....	7
Figura 1.9 – Colapso estrutural do Centro de Convenções de Manaus: vistas superior (a) e interna (b) (Freitas, 2008).....	7
Figura 1.10 – Colapso estrutural do Aeroporto Internacional de Belém: detalhes da ruína das conexões da cobertura (Freitas, 2008).....	8
Figura 1.11 – Colapso estrutural do Ginásio Georgiana Pflueger ou Ginásio Castelinho: vista superior após o colapso (a) e detalhe de falha da cobertura (b) (Araújo, 2019) .....	8
Figura 1.12 – Sistema estrutural em treliça espacial: barras com extremidades estampadas e ligação típica com parafuso único (Silva, 2020) .....	9
Figura 1.13 – Sistema estrutural em treliça espacial: barras com extremidades estampadas e ligação típica com nó de aço (Silva, 2020) .....	9
Figura 1.14 – Sistema estrutural em treliça espacial: barras com ponteiras e conjunto de barras tipicamente utilizadas no Brasil (Silva, 2020) .....	10
Figura 1.15 – Configuração de conexão de barras de aço com extremidades estampadas (a) e o colapso de uma treliça espacial (b) (Bezerra <i>et al.</i> , 2009) .....	11
Figura 2.1 – Viga-coluna bi-apoiada sob carga concentrada transversal e carregamento axial de compressão (Timoshenko e Gere, 1961) .....	18
Figura 2.2 – Viga-coluna bi-apoiada sob carga momento concentrada em uma extremidade e carregamento axial de compressão (Timoshenko e Gere, 1961) .....	19
Figura 2.3 – Viga-coluna bi-apoiada sob cargas momento concentradas em ambas as extremidades e carregamento axial de compressão (Timoshenko e Gere, 1961) .....	21
Figura 2.4 – Viga-coluna bi-apoiada sob carregamento axial de compressão e extremidades elasticamente engastadas (Timoshenko e Gere, 1961).....	21
Figura 2.5 – Força crítica de coluna bi-rotulada com excentricidade de carregamento de compressão ou imperfeições geométricas (Silva, 2020) .....	27
Figura 2.6 – Gráfico $\chi$ x $\lambda_0$ para barras prismáticas submetidas à força axial de compressão (NBR8800, 2008).....	29
Figura 2.7 – Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados (NBR8800, 2008) 29	29
Figura 2.8 – Configurações de sistemas de conexões de treliças espaciais utilizados no Brasil: nó típico (a), nó de aço (b) e nó com ponteira (c) (Souza e Gonçalves, 2006).....	31
Figura 2.9 – Ensaio experimental de protótipo de treliça espacial composta por barras de extremidades estampadas (Souza e Gonçalves, 2002).....	32
Figura 2.10 – Configuração de conexão de barras de aço com extremidades estampadas após execução de ensaio experimental (Souza e Gonçalves, 2002).....	32

Figura 2.11 – Configuração típica do ensaio de barras isoladas com extremidades estampadas (Dundu, 2014) .....	33
Figura 2.12 – Modos de falha de barras isoladas com extremidades estampadas: flambagem global por flexão (a) ou deformação excessiva da zona de transição de seções (b) e (c) (Dundu, 2014) .....	34
Figura 2.13 – Enrijecimento de barras de aço com extremidades estampadas (Mazon <i>et al.</i> , 2018).....	35
Figura 2.14 – Utilização de espaçadores (em vermelho) e placas de reforço (em azul) na conexão de barras de aço com extremidades achatadas (Bezerra <i>et al.</i> , 2009).....	36
Figura 2.15 – Execução do ensaio experimental de um protótipo de treliça espacial de barras com extremidades estampadas: conexões com espaçadores e placas de reforço em aço (a) e falha global da estrutura (b) (Bezerra <i>et al.</i> , 2009) .....	36
Figura 2.16 – Execução do ensaio experimental de um protótipo de treliça com o uso de espaçadores em polímero reforçado com fibra de vidro (Silva <i>et al.</i> , 2018) .....	37
Figura 2.17 – Execução do ensaio experimental de um protótipo de treliça com o uso de espaçadores em concreto com fibra de aço (Silva <i>et al.</i> , 2020) .....	38
Figura 2.18 – Execução do ensaio experimental de um protótipo de treliça com o uso de espaçadores em concreto encapsulado com fibra de aço (Silva <i>et al.</i> , 2020) .....	38
Figura 2.19 – Ensaio de tração à temperatura ambiente de amostra do aço AISI 1020 (Silva, 2020).....	40
Figura 2.20 – Diagramas tensão <i>versus</i> deformação de amostras ensaiadas do aço AISI 1020: extremidade das barras (a), região central das barras (b) e outra extremidade das barras (c) (Silva, 2020).....	40
Figura 2.21 – Detalhes do pórtico metálico desenvolvido para a realização dos ensaios de barras isoladas: vista isométrica (a), vista frontal (b) e vista lateral (c) (Silva, 2020).....	42
Figura 2.22 – Detalhes do pórtico metálico desenvolvido para a realização dos ensaios de barras isoladas: vista superior em corte (a), detalhe da base do pórtico (b) e detalhe da parte móvel (c) (Silva, 2020).....	42
Figura 2.23 – Detalhes geométricos das barras ensaiadas (Silva, 2020).....	44
Figura 2.24 – Posicionamento dos LVDTs para a execução dos ensaios: registro da configuração real dos aparatos experimentais (a) e a sua representação gráfica (b) (Silva, 2020).....	46
Figura 2.25 – Gráficos de força <i>versus</i> deslocamento dos ensaios EBE250 (a) e EBE400 (b) (Silva, 2020).....	47
Figura 2.26 – Gráficos de força <i>versus</i> deslocamento dos ensaios EBE525 (a) e EBE650 (b) (Silva, 2020).....	47
Figura 2.27 – Gráficos de força <i>versus</i> deslocamento dos ensaios EBE800 (a) e EBE915 (b) (Silva, 2020).....	48
Figura 2.28 – Gráficos de força <i>versus</i> deslocamento dos ensaios EBE1050 (a) e EBE1175 (b) (Silva, 2020).....	48
Figura 2.29 – Gráficos de força <i>versus</i> deslocamento do ensaio EBE1325 (Silva, 2020).....	49
Figura 2.30 – Execução dos exemplos de ensaio EBE250 (a), EBE800 (b) e EBE1325 (c) (Silva, 2020).....	50
Figura 2.31 – Flambagem local das extremidades das barras nos exemplos de ensaio EBE250 (a), EBE800 (b) e EBE1325 (c) (Silva, 2020).....	50
Figura 3.1 – Geometria base dos modelos numéricos desenvolvidos: Dimensões referentes às barras com extremidades estampadas dos ensaios EBE250 a EBE1325 ( $20 \leq \lambda \leq 100$ ) .....	53
Figura 3.2 – Detalhes da geometria base dos modelos numéricos desenvolvidos: regiões de seção original circular, de transição de seções e de seção estampada.....	53

Figura 3.3 – Geometria base dos modelos numéricos desenvolvidos: Dimensões referentes às barras com extremidades estampadas dos ensaios EBE1325 a EBE2650 ( $100 \leq \lambda \leq 200$ ) .....	54
Figura 3.4 – Geometria base dos modelos numéricos desenvolvidos: Dimensões referentes às barras ideais com seções transversais circulares constantes ( $20 \leq \lambda \leq 200$ ) .....	55
Figura 3.5 – Configurações de importação das geometrias das barras com extremidades estampadas ao software Abaqus® e a criação de partes singulares .....	56
Figura 3.6 – Exemplo de constituição de parte singular dos modelos numéricos .....	56
Figura 3.7 – Dados de tensão verdadeira vs. deformação plástica do aço AISI 1020.....	58
Figura 3.8 – Definição das propriedades mecânicas do aço AISI 1020 no software Abaqus® – Comportamento elástico do material.....	59
Figura 3.9 – Definição das propriedades mecânicas do aço AISI 1020 no software Abaqus® – Comportamento plástico do material .....	60
Figura 3.10 – Configurações de criação e edição das características de seção dos modelos numéricos no software Abaqus® .....	61
Figura 3.11 – Exemplo de partição dos modelos de barras com extremidades estampadas ....	61
Figura 3.12 – Detalhe de partição dos modelos de barras com extremidades estampadas: região estampada e região original circular.....	62
Figura 3.13 – Criação de fase de análise com aplicação do procedimento do tipo estático geral de Riks modificado no software Abaqus®.....	63
Figura 3.14 – Edição de fase de análise com a prescrição de não-linearidade geométrica.....	63
Figura 3.15 – Edição de fase de análise com a definição dos parâmetros de incremento.....	64
Figura 3.16 – Configurações de criação e edição de restrição do tipo <i>Kinematic Coupling</i> no software Abaqus®.....	65
Figura 3.17 – Detalhe de restrição entre um ponto de referência e a superfície adjacente do furo de uma região estampada nos modelos numéricos .....	65
Figura 3.18 – Criação de condições de contorno no software Abaqus® .....	66
Figura 3.19 – Edição de condições de contorno no software Abaqus®: restrições atribuídas às extremidades estampadas (a), aos pontos de referência da extremidade móvel (b) e aos pontos de referência da extremidade fixa (c) .....	67
Figura 3.20 – Representação gráfica das condições de contorno no software Abaqus®: restrições atribuídas às extremidades estampadas (a), aos pontos de referência da extremidade móvel (b) e aos pontos de referência da extremidade fixa (c) .....	67
Figura 3.21 – Configurações de criação e edição de carregamentos no software Abaqus®. Unidade das cargas em Newtons (N) .....	68
Figura 3.22 – Representação gráfica dos carregamentos no software Abaqus®: 04 cargas concentradas de compressão de 250 N agrupadas em pares, totalizando-se um carregamento inicial de 1,0 kN. ....	68
Figura 3.23 – Exemplo de especificação de dimensões dos elementos finitos no software Abaqus®.....	69
Figura 3.24 – Dimensões máximas dos elementos finitos no software Abaqus®: 5 mm para a geometria geral dos modelos e 2 mm para as bordas dos furos. ....	70
Figura 3.25 – Configuração do tipo de elemento finito aplicado às malhas dos modelos no software Abaqus® .....	70
Figura 3.26 – Especificação de controles de malha no software Abaqus® .....	71
Figura 3.27 – Detalhe de malha de elementos finitos tipo <i>shell</i> dos modelos numéricos desenvolvidos no software Abaqus® .....	71
Figura 3.28 – Criação e edição de trabalho de análise numérica no software Abaqus® .....	72
Figura 3.29 – Monitoramento e interrupção das análises numéricas no software Abaqus® ...	72
Figura 3.30 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 20$ .....	73

Figura 3.31 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 30$ .....	74
Figura 3.32 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 40$ .....	74
Figura 3.33 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 50$ .....	75
Figura 3.34 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 60$ .....	75
Figura 3.35 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 70$ .....	76
Figura 3.36 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 80$ .....	76
Figura 3.37 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 90$ .....	77
Figura 3.38 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 100$ .....	77
Figura 3.39 – Propriedades geométricas da seção circular original (a) e da seção estampada (b), em milímetros .....	78
Figura 3.40 – Passo de simulação no software Abaqus® com o início da plastificação da região de transição de seções transversais nas extremidades estampadas dos modelos numéricos. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa) .....	80
Figura 3.41 – Desenvolvimento dos campos de tensão nos modelos numéricos no software Abaqus®. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa).....	82
Figura 3.42 – Exemplo de constituição de parte singular dos modelos numéricos para a segunda fase de simulações.....	85
Figura 3.43 – Detalhe de malha de elementos finitos tipo <i>shell</i> dos modelos numéricos desenvolvidos no software Abaqus® referente à segunda fase de simulações .....	85
Figura 3.44 – Criação de fase de análise com aplicação do procedimento do tipo <i>Linear perturbation - Buckle</i> no software Abaqus® .....	86
Figura 3.45 – Configuração do <i>Step</i> tipo <i>Buckle</i> para análise modal no software Abaqus®... 86	86
Figura 3.46 – Edição manual das configurações de análise no software Abaqus® para registro dos deslocamentos nodais nos arquivos de saída das simulações do tipo <i>Buckle</i> .....	87
Figura 3.47 – Configuração de trabalho das simulações do tipo <i>Buckle</i> no software Abaqus® .....	87
Figura 3.48 – Criação de fase de análise com aplicação do procedimento do tipo estático geral de Riks modificado no software Abaqus® referente à segunda fase de simulações .....	88
Figura 3.49 – Edição de fase de análise com a prescrição de não-linearidade geométrica referente à segunda fase de simulações.....	89
Figura 3.50 – Edição de fase de análise com a definição dos parâmetros de incremento referente à segunda fase de simulações.....	89
Figura 3.51 – Configuração de trabalho das análises pelo método de Riks modificado no software Abaqus® referente à segunda fase de simulações.....	90
Figura 3.52 – Edição manual das configurações de análise no software Abaqus® para incorporação das imperfeições geométricas nas simulações pelo método de Riks modificado .....	91
Figura 3.53 – Monitoramento e interrupção das análises numéricas no software Abaqus® referente à segunda fase de simulações.....	91
Figura 3.54 – Modo de flambagem principal de exemplo de modelo numérico no software Abaqus®. Unidade dos deslocamentos em milímetros (mm).....	92

Figura 3.55 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 100$ .....	94
Figura 3.56 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 120$ .....	94
Figura 3.57 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 140$ .....	95
Figura 3.58 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 160$ .....	95
Figura 3.59 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 180$ .....	96
Figura 3.60 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 200$ .....	96
Figura 3.61 – Deslocamentos referentes à flambagem global de exemplo de modelo numérico com índice de esbeltez ( $\lambda$ ) igual a 200 no software Abaqus®, em milímetros (mm).....	97
Figura 3.62 – Tensões de von Mises referentes à flambagem global de exemplo de modelo numérico no software Abaqus®, em Megapascals (MPa).....	98
Figura 3.63 – Tensões de von Mises nas extremidades de exemplo de modelo numérico no software Abaqus®, em Megapascals (MPa).....	98
Figura 3.64 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> das simulações numéricas dos modelos de barra de aço com extremidades estampadas – $20 \leq \lambda \leq 200$ .....	100
Figura 3.65 – Dados de LPF máx. vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos de barra de aço com extremidades estampadas.....	100
Figura 3.66 – Edição manual das configurações de análise no software Abaqus® para incorporação das imperfeições geométricas nas simulações numéricas.....	102
Figura 3.67 – Monitoramento e interrupção das análises numéricas no software Abaqus® referente à terceira fase de simulações.....	103
Figura 3.68 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 90$ .....	104
Figura 3.69 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 100$ .....	105
Figura 3.70 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 120$ .....	105
Figura 3.71 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 140$ .....	106
Figura 3.72 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 160$ .....	106
Figura 3.73 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 180$ .....	107
Figura 3.74 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas – $\lambda = 200$ .....	107
Figura 3.75 – Dados de LPF máx. vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos de barra com e sem imperfeições geométricas iniciais.....	109
Figura 3.76 – Dados de $P_{ult}$ vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos de barra de aço com extremidades estampadas e da aplicação dos critérios de dimensionamento da norma ABNT NBR 8800:2008.....	111
Figura 3.77 – Exemplo de constituição de parte singular dos modelos numéricos para a quarta fase de simulações.....	114
Figura 3.78 – Configurações de criação de restrição do tipo <i>Rigid Body</i> no software Abaqus®.....	114

Figura 3.79 – Detalhe de restrição entre um ponto de referência e a superfície externa adjacente nos modelos numéricos .....	115
Figura 3.80 – Criação de condições de contorno no software Abaqus® .....	115
Figura 3.81 – Edição de condições de contorno no software Abaqus®: restrições atribuídas aos pontos de referência da extremidade móvel (a) e aos pontos de referência da extremidade fixa (b) .....	116
Figura 3.82 – Representação gráfica das condições de contorno no software Abaqus®: restrições atribuídas aos pontos de referência da extremidade móvel (a) e aos pontos de referência da extremidade fixa (b) .....	116
Figura 3.83 – Configurações de criação e edição de carregamentos no software Abaqus®. Unidade das cargas em Newtons (N) .....	117
Figura 3.84 – Representação gráfica dos carregamentos no software Abaqus®: 01 carga concentrada de compressão de 1,0 kN .....	117
Figura 3.85 – Detalhe de malha de elementos finitos tipo <i>shell</i> dos modelos numéricos desenvolvidos no software Abaqus® referente à quarta fase de simulações .....	118
Figura 3.86 – Edição manual das configurações de análise no software Abaqus® para incorporação das imperfeições geométricas nas simulações numéricas .....	119
Figura 3.87 – Modo de flambagem principal de exemplo de modelo numérico no software Abaqus®. Unidade dos deslocamentos em milímetros (mm) .....	120
Figura 3.88 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 20$ .....	122
Figura 3.89 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 30$ .....	122
Figura 3.90 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 40$ .....	123
Figura 3.91 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 50$ .....	123
Figura 3.92 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 60$ .....	124
Figura 3.93 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 70$ .....	124
Figura 3.94 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 80$ .....	125
Figura 3.95 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 90$ .....	125
Figura 3.96 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 100$ .....	126
Figura 3.97 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 120$ .....	126
Figura 3.98 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 140$ .....	127
Figura 3.99 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 160$ .....	127
Figura 3.100 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 180$ .....	128
Figura 3.101 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 200$ .....	128
Figura 3.102 – Passo de simulação no software Abaqus® com a plastificação da seção transversal de exemplo de modelo numérico. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa) .....	130

Figura 3.103 – Passo de simulação no software Abaqus® com a flambagem global de exemplo de modelo numérico. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)	130
Figura 3.104 – Dados de $P_{ult}$ vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos de barras de aço ideais e com extremidades estampadas	131
Figura 3.105 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 20$	132
Figura 3.106 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal – $\lambda = 30$	132
Figura 3.107 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 40$	133
Figura 3.108 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 50$	133
Figura 3.109 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 60$	134
Figura 3.110 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 70$	134
Figura 3.111 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 80$	135
Figura 3.112 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 90$	135
Figura 3.113 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 100$	136
Figura 3.114 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 120$	136
Figura 3.115 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 140$	137
Figura 3.116 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 160$	137
Figura 3.117 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 180$	138
Figura 3.118 – Dados de LPF vs. <i>Arc length</i> para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais – $\lambda = 200$	138
Figura 3.119 – Passo de simulação no software Abaqus® com a plastificação da seção transversal de exemplo de modelo numérico com imperfeições geométricas iniciais. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)	140
Figura 3.120 – Passo de simulação no software Abaqus® com transição entre modos de falha de exemplo de modelo numérico com imperfeições geométricas iniciais. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)	140
Figura 3.121 – Passo de simulação no software Abaqus® com a flambagem global de exemplo de modelo numérico com imperfeições geométricas iniciais. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)	141
Figura 3.122 – Dados de $P_{ult}$ vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos com imperfeições geométricas iniciais e da aplicação de critérios normativos	141
Figura 4.1 – Detalhes geométricos do modelo da estrutura treliçada tridimensional. Unidades das medidas em milímetros (mm) (Freitas, 2008)	143
Figura 4.2 – Propriedades geométricas dos banzos. Unidades das medidas em milímetros (mm) (Freitas, 2008)	143
Figura 4.3 – Propriedades geométricas das barras diagonais. Unidades das medidas em milímetros (mm) (Freitas, 2008)	143

Figura 4.4 – Detalhe das barras diagonais após a dobra das extremidades estampadas. Unidades das medidas em milímetros (mm) (Freitas, 2008) .....	144
Figura 4.5 – Modelo numérico da estrutura treliçada tridimensional (Freitas, 2008).....	145
Figura 4.6 – Diagrama de esforços axiais do modelo numérico da estrutura treliçada tridimensional (Freitas, 2008) .....	145
Figura 4.7 – Diagrama de momentos fletores do modelo numérico da estrutura treliçada tridimensional (Freitas, 2008) .....	145

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Detalhes gerais das barras ensaiadas (Silva, 2020) .....	43
Tabela 3.1 – Propriedades geométricas e mecânicas da seção circular original e da seção estampada .....	79
Tabela 3.2 – Carga última de resistência dos protótipos de barras de aço com extremidades estampadas .....	81
Tabela 3.3 – Autovalores ou carregamentos, em kilonewtons (kN), referentes às análises modais executadas no software Abaqus® .....	93
Tabela 3.4 – Imperfeições geométricas iniciais referentes aos modelos numéricos no software Abaqus®.....	101
Tabela 3.5 – Autovalores ou carregamentos, referentes às análises modais executadas no software Abaqus®, e cargas críticas de Euler, em kilonewtons (kN).....	121
Tabela 4.1 – Propriedades geométricas e mecânicas gerais dos modelos de barras com extremidades estampadas .....	146
Tabela 4.2 – Determinação dos coeficientes de rigidez à flexão dos modelos de barras com extremidades estampadas .....	146
Tabela 4.3 – Determinação dos coeficientes de rigidez à flexão dos modelos de barras com extremidades estampadas (Continuação) .....	146

## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

$A$ :	Área de seção transversal
$A_g$ :	Área bruta de seção transversal
$b$ :	Distância do local de aplicação da força concentrada $Q$ à extremidade B da estrutura
$c$ :	Distância do eixo neutro à fibra extrema da seção transversal
$E$ :	Módulo de elasticidade do material
$EI$ :	Rigidez à flexão da seção transversal
$e$ :	Excentricidade do carregamento
$I$ :	Momento de inércia de área da seção transversal
$I_e$ :	Índice de excentricidade
$K$ :	Coefficiente de flambagem
$l$ :	Comprimento da estrutura
$l_e$ :	Comprimento efetivo ou comprimento de extremidade estampada
$M_a$ :	Carga momento concentrada na extremidade A da estrutura
$M_b$ :	Carga momento concentrada na extremidade B da estrutura
$M_e$ :	Momento fletor elástico
$M_{max}$ :	Momento fletor máximo atuante na estrutura
$M_{pl}$ :	Momento fletor plástico
$N_{c,Rd}$ :	Força axial resistente de cálculo
$N_{c,sd}$ :	Força axial de compressão solicitante de cálculo
$N_e$ :	Força axial de flambagem elástica
$n$ :	Modo de flambagem da estrutura;
$P$ :	Carga de compressão axial da estrutura
$P_{cr}$ :	Carga crítica de Euler
$P_{ult}$ :	Carga última de resistência
$Q$ :	Carga transversal concentrada ou fator de redução total associado à flambagem local
$r$ :	Raio de giração da seção transversal
$W$ :	Módulo elástico da seção transversal
$x$ :	Coordenada horizontal da estrutura no sistema cartesiano
$y$ :	Coordenada vertical da estrutura no sistema cartesiano
$Z$ :	Módulo plástico da seção transversal

- $\alpha$ : Coeficiente de rigidez da extremidade A da estrutura
- $\beta$ : Coeficiente de rigidez da extremidade B da estrutura
- $\gamma_{a1}$ : Coeficiente de ponderação da resistência do aço estrutural relacionado aos estados-limites últimos de escoamento, flambagem e instabilidade
- $\varepsilon$ : Deformação verdadeira
- $\varepsilon_{el}$ : Deformação elástica
- $\varepsilon_{eng}$ : Deformação de engenharia
- $\varepsilon_{pl}$ : Deformação plástica
- $\lambda$ : Índice de esbeltez
- $\lambda_0$ : Índice de esbeltez reduzido
- $\sigma$ : Tensão verdadeira
- $\sigma_E$ : Tensão de escoamento
- $\sigma_{eng}$ : Ângulo de fase da função harmônica de índice "k"
- $\sigma_{m\acute{a}x}$ : Tensão normal máxima atuante na estrutura
- $\theta_a$ : Ângulo de rotação na extremidade A da viga-coluna
- $\theta_b$ : Ângulo de rotação na extremidade B da viga-coluna
- $\chi$ : Fator de redução associado à resistência à compressão

*ABNT* – Associação Brasileira de Normas Técnicas

*AISC* – American Institute of Steel Construction

*ANSI* – American National Standards Institute

*EBE* – Ensaio de Flambagem de Barras com Extremidades Estampadas

*FEM* – Finite Element Method

*HBM* – Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH

*LABEST* – Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília

*LPF* – Load Proportionality Factor

*LVDT* – Linear Variable Differential Transformer

*MEF* – Método dos Elementos Finitos

## SUMÁRIO

FICHA CATALOGRÁFICA .....	iv
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA .....	iv
CESSÃO DE DIREITOS .....	iv
AGRADECIMENTOS .....	v
RESUMO .....	vi
ABSTRACT .....	vii
LISTA DE FIGURAS .....	viii
LISTA DE TABELAS .....	xv
LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS .....	xvi
SUMÁRIO .....	xviii
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Objetivos .....	11
1.1.1. Objetivo geral .....	11
1.1.2. Objetivos específicos.....	12
1.2. Organização da dissertação .....	13
1.3. Contribuição deste trabalho .....	13
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
2.1. Instabilidade .....	16
2.2. Critérios normativos segundo a NBR 8800:2008 e a NBR 16239:2013 .....	27
2.3. Estudos sobre barras com extremidades estampadas de treliças espaciais .....	30
3. ANÁLISES NUMÉRICAS .....	51
3.1. Geometria dos modelos propostos .....	52
3.2. Constituição das modelagens numéricas – Primeira fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 100.....	55
3.3. Resultados das simulações – Primeira fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 100 .....	73
3.4. Constituição das modelagens numéricas – Segunda fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 100 a 200.....	84
3.5. Resultados das simulações – Segunda fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 100 a 200 ....	92
3.6. Constituição das modelagens numéricas – Terceira fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 200 e introdução de imperfeições geométricas .....	101
3.7. Resultados das simulações – Terceira fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 200 e introdução de imperfeições geométricas.....	104
3.8. Constituição das modelagens numéricas – Quarta fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 200 de barras ideais.....	113
3.9. Resultados das simulações – Quarta fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 200 de barras ideais.....	120

4. INVESTIGAÇÃO ANALÍTICA .....	142
5. CONCLUSÕES.....	148
5.1. Conclusões gerais.....	148
5.2. Sugestões para trabalhos futuros.....	152
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	153

## 1. INTRODUÇÃO

A aplicação de treliças espaciais como solução de sistema estrutural em diversos tipos de obras de engenharia é notória. Tal fato se deve a um conjunto de fatores, como a sua inerente resiliência e a sua eficiência na transmissão de carregamentos atuantes, os quais, no geral, permitem o projeto de estruturas esbeltas e economicamente vantajosas. Estas são frequentemente adotadas como estruturas de suporte de coberturas de ginásios esportivos, aeroportos, armazéns, galpões industriais e estações de trem – em suma, obras em que se objetiva vencer grandes vãos e manter o valor do peso próprio da estrutura em um patamar ótimo.

As estruturas reticuladas espaciais tiveram origem após o século XVIII, concomitantemente com o início da utilização do ferro fundido como material estrutural. O uso do aço nessas estruturas veio logo em seguida, com a sua primeira aplicação de maiores proporções referenciada em 1811 na cúpula de Bellange e Brunet, tendo esse processo se intensificado na construção civil ao final do século XIX. No início do século seguinte, surgiram alguns sistemas estruturais em treliças espaciais cujas concepções básicas inspiram muitos daqueles desenvolvidos na atualidade. O cientista e inventor escocês Alexander Graham Bell propôs nessa época um sistema estrutural de treliças espaciais constituído por barras de aço de dimensões uniformes, conectadas por nós simples e repetitivos. Essas características conferiam às treliças a possibilidade da sua total pré-fabricação, o que se permitia vislumbrar, desde então, as vantagens da construção industrializada (Souza, 2003). A Figura 1.1 mostra Bell ao lado de uma de suas treliças espaciais, em setembro de 1907.

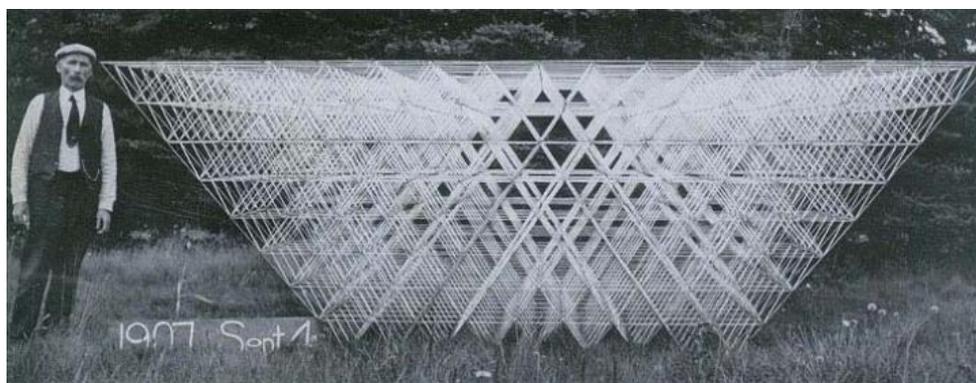


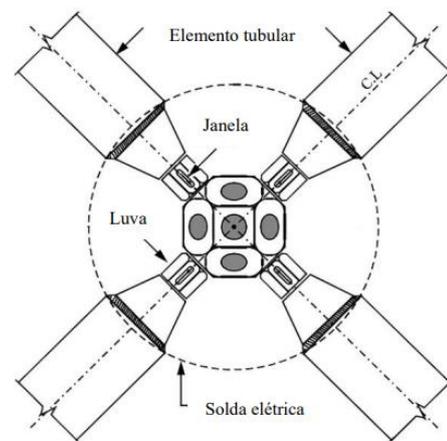
Figura 1.1 – Treliça espacial desenvolvida por Alexander Graham Bell (Souza, 2003)

A partir de meados do século XX, principalmente nas décadas que sucederam a segunda guerra mundial, o desenvolvimento das treliças espaciais se acelerou com o financiamento de estudos científicos e com a incorporação deste sistema aos novos projetos da época. Na tese de doutorado de Hwang (2010), realizou-se uma pesquisa sobre o histórico do desenvolvimento de conexões de treliças espaciais e mostrou-se o seu panorama atual no que diz respeito às pesquisas correntes no contexto global e às tecnologias aplicadas nos projetos de engenharia. Ênfase é dada aos seguintes sistemas principais de conexão: sistema Mero; sistema Space Deck e sistema Pyramitec.

Introduzido em 1942 pelo Dr. Mengerinhausen, o sistema Mero tem sido muito popular entre projetistas, sendo utilizado em diversas instalações industriais, igrejas, ginásios e cúpulas. É composto de membros tubulares com extremidades rosqueadas, as quais são conectadas a um nó esférico e metálico com furos vazados, que permite a conexão de até 18 membros e apresenta diâmetros na faixa de 46,5 mm a 350 mm. O sistema Mero possui a vantagem de garantir que todos os eixos dos membros conectados passem através do centro do nó, eliminando possíveis excentricidades de cargas. A Figura 1.2 ilustra este sistema de conexão.



(a)



(b)

Figura 1.2 – Sistema Mero: Representação real (a) e desenho esquemático (b) (Gholizad e Safari, 2016)

Há mais de 50 anos o sistema de conexão Space Deck foi introduzido no Reino Unido. Seu uso foi praticamente destinado às estruturas espaciais de indústrias e fábricas com a repetitiva aplicação modular. A unidade básica é uma pirâmide invertida de base quadrada constituída de cantoneiras e quatro membros diagonais ou travamentos. As unidades são

interconectadas com parafusos nos membros do nível superior e por barras de aço de alta resistência entre os nós do nível inferior, conforme a Figura 1.3.

O sistema Space Deck é utilizado para vãos menores que 40 m e com módulos de altura padrão de 1,2 m, sendo a profundidade estrutural mínima de 0,75 m. Com o intuito de suportar maiores cargas e vãos do que o usual, unidades de 1,5 m e 2,0 m com a mesma altura se encontram disponíveis no mercado.

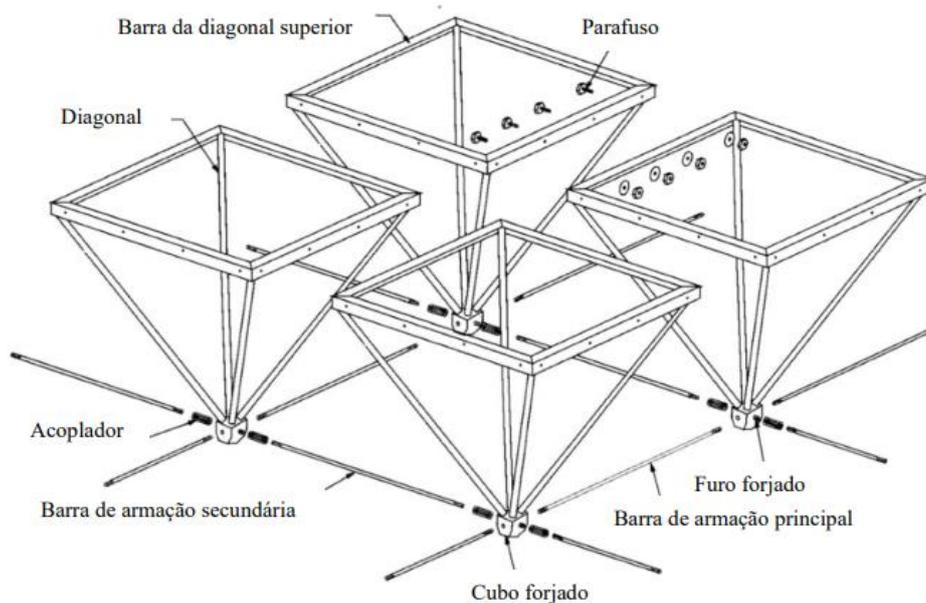


Figura 1.3 – Sistema Space Deck: Detalhe construtivo (John Chilton, 2000)

Após a introdução do sistema Space Deck como tecnologia de treliças espaciais, a ideia de unidades estruturais piramidais continuou a ser desenvolvida por muitos outros projetistas, apesar de contarem com detalhes de conexão diferentes. O sistema Pyramitec, o qual foi proposto pelo projetista francês M. S. du Chateau, foi um destes casos. Esse sistema consiste em estruturas espaciais pré-fabricadas de formato piramidal, sendo os seus membros de base representados por cantoneiras soldadas e suas diagonais em tubos de aço que se conectam a uma peça de ápice, a qual por sua vez recebe barras de travamento. Enquanto o sistema Space Deck faz uso somente de pirâmides de base quadrada, o sistema Pyramitec também proporciona a possibilidade de aplicação de módulos de base triangular e hexagonal, como mostra a Figura 1.4.

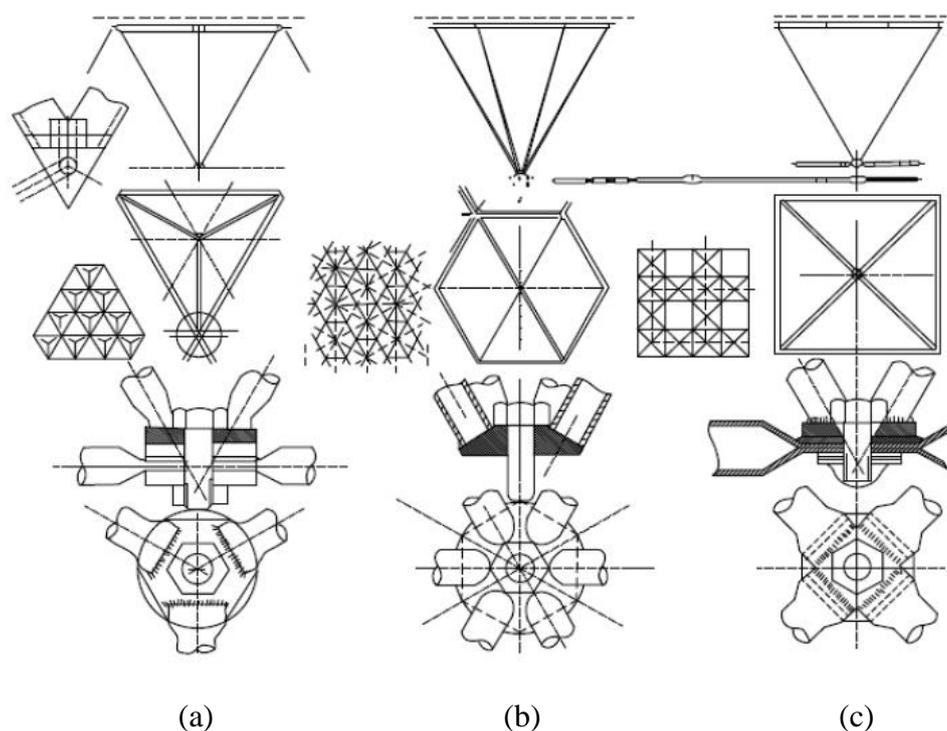


Figura 1.4 – Configurações básicas do sistema Pyramitec: triangular (a), hexagonal (b) e quadrada (c) (Hwang, 2010)

Junto aos aspectos benéficos e aos sucessos de projetos que fazem uso dessas estruturas, há um histórico de falhas de engenharia que constituem as causas de colapso de um número expressivo de treliças espaciais ao redor do mundo. No âmbito internacional, Precupas *et al.* (2012) analisaram a falha do pavilhão ROMEXPO ocorrido no inverno de 1963-1964 em Bucareste, Romênia; Martin e Delatte (2012) descrevem a falha global do Hartford Civic Center Coliseum sob uma tempestade de neve em 18 de Janeiro de 1978, na cidade de Connecticut, EUA; e em condições similares de tempo, ocorreu o colapso de um centro esportivo em 2010 na província espanhola de Girona, sendo o episódio reportado por Alegre *et al.* (2012). As Figuras 1.5 e 1.6 ilustram estes dois últimos casos.

Além destes eventos, ocorridos há mais de pelo menos uma década, observa-se que os colapsos de estruturas de treliças espaciais também têm sido recorrentes nos últimos anos. Outros episódios tiveram repercussão no campo da engenharia, estimulando-se a realização de perícias e a elaboração de estudos acadêmicos, como o caso de falha estrutural da cobertura de um pavilhão industrial localizado no norte da Turquia em 2012 (Piroglu *et al.*, 2014) e do duplo colapso da treliça espacial do Shah Alam Stadium na Malásia em 2009 e 2013 (Michael e Razak, 2013; Gul e Mehr Ali, 2016), o qual se encontra indicado na Figura 1.7.



(a)



(b)

Figura 1.5 – Colapso estrutural do Hartford Civic Center Coliseum em Connecticut, EUA: vistas superior (a) e lateral (b) (Martin e Delatte, 2012)



(a)



(b)

Figura 1.6 – Colapso estrutural de centro esportivo na província de Girona, Espanha: vista superior (a) e detalhe de falha dos elementos estruturais da cobertura (b) (Alegre *et al.*, 2012)

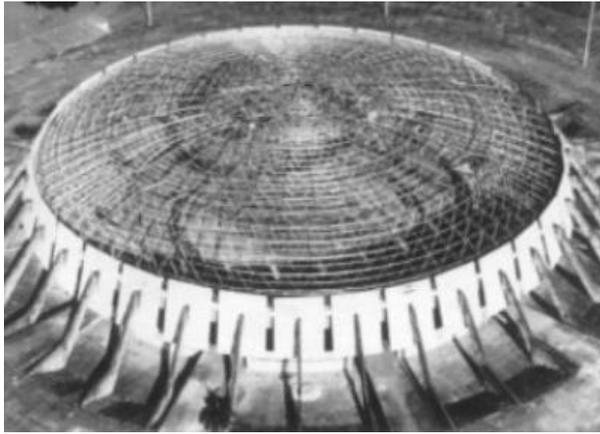


(a)

(b)

Figura 1.7 – Colapsos estruturais do Shah Alam Stadium: vista superior após o primeiro colapso (a) e detalhe de falha da cobertura no segundo colapso (b) (Gul e Mehr Ali, 2016)

A realidade brasileira no que tange aos episódios de falha estrutural de treliças espaciais se assemelha ao panorama mundial, com problemas cuja origem remete às premissas, especificações ou uso inadequado de ferramentas de projeto, sendo constatados também eventuais equívocos na sua execução. Como exemplo de ruínas de obras nacionais contidas neste contexto, têm-se o colapso da primeira cobertura projetada para o Ginásio Nilson Nelson durante a sua execução no ano de 1978 em Brasília, representando uma das primeiras ocorrências que se tem registro (Souza, 1998); o colapso do Centro de Convenções de Manaus em abril de 1994 (Nogueira e Varelada, 1994), em que problemas na avaliação prévia dos esforços das barras da treliça e erros de execução de soldas nas suas ligações foram fatores determinantes ao ocorrido (Lozano, 1994); o colapso parcial da cobertura do Aeroporto Internacional de Belém em 1999, com a falha local das ligações da estrutura espacial ainda em fase de montagem (Souza, 2003; Freitas *et al.*, 2016) e o colapso recente do Ginásio Georgiana Pflueger, popularmente conhecido como Ginásio Castelinho, anexo poliesportivo do Estádio Castelão, em março de 2019 na cidade de São Luís do Maranhão, sucedido após chuva local intensa. As Figuras 1.8 a 1.11 apresentam detalhes dos episódios referidos.

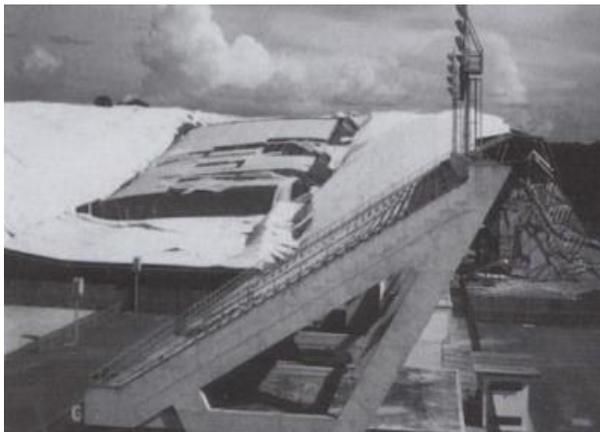


(a)



(b)

Figura 1.8 – Colapso estrutural do Ginásio Nilson Nelson em Brasília: vista superior da cobertura original (a) e vista interna da cobertura atual (b) (Sampaio, 2004)



(a)



(b)

Figura 1.9 – Colapso estrutural do Centro de Convenções de Manaus: vistas superior (a) e interna (b) (Freitas, 2008)



(a)

(b)

Figura 1.10 – Colapso estrutural do Aeroporto Internacional de Belém: detalhes da ruína das conexões da cobertura (Freitas, 2008)



(a)

(b)

Figura 1.11 – Colapso estrutural do Ginásio Georgiana Pflueger ou Ginásio Castelinho: vista superior após o colapso (a) e detalhe de falha da cobertura (b) (Araújo, 2019)

Existem três tipos predominantes de sistemas estruturais em treliças espaciais utilizados no Brasil, diferenciados entre si pelas características das regiões de conexão que, por sua vez, são denominadas genericamente como ligações típicas (Silva, 2020). No primeiro, as extremidades das barras da treliça são previamente estampadas e furadas, sendo a união delas realizada com auxílio de parafuso único. A Figura 1.12 apresenta detalhes desta forma de conexão. Quanto ao segundo tipo, as barras possuem extremidades com a mesma configuração descrita anteriormente, sendo, entretanto, acopladas com dispositivos de ligação, definidos em algumas literaturas desta área de pesquisa como nós de aço (Souza e Gonçalves, 2006). O

terceiro e último tipo de treliça espacial difere-se dos demais pelo fato de nas extremidades das barras não se utilizar o processo de estampagem: para se promover a ligação das barras com o dispositivo de conexão, realiza-se um corte em cada um dos seus extremos, onde chapas de aço reentrantes são fixadas por meio de solda, as quais são denominadas de ponteiros e que recebem os parafusos da ligação. Exemplos destes dois tipos de conexão e do conjunto de barras típicas nacionais estão representados nas figuras 1.13 e 1.14.

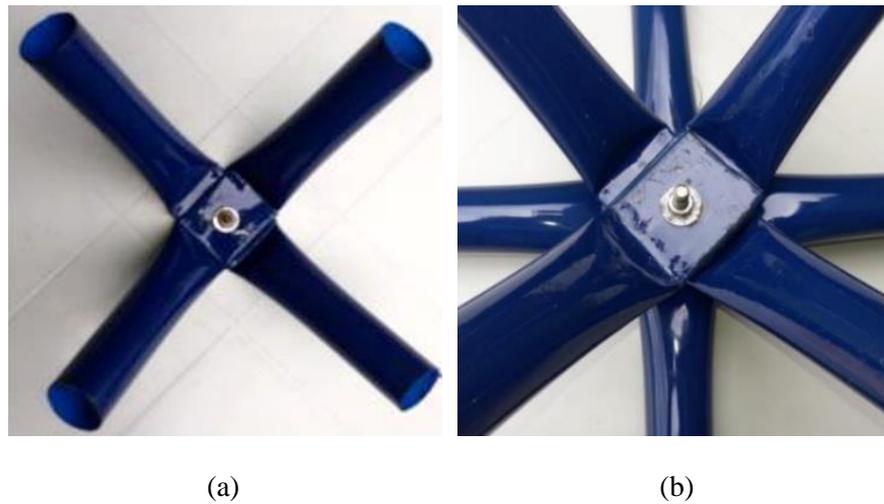


Figura 1.12 – Sistema estrutural em treliça espacial: barras com extremidades estampadas e ligação típica com parafuso único (Silva, 2020)

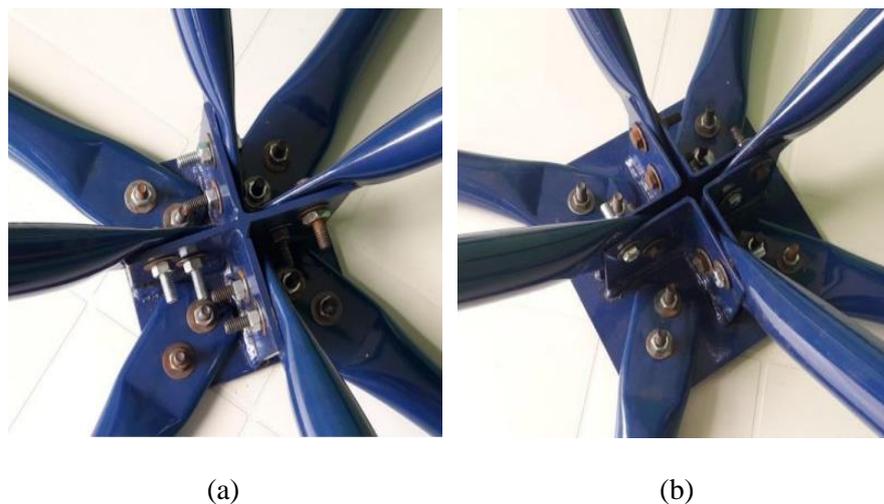


Figura 1.13 – Sistema estrutural em treliça espacial: barras com extremidades estampadas e ligação típica com nó de aço (Silva, 2020)



(a)

(b)

Figura 1.14 – Sistema estrutural em treliça espacial: barras com ponteiros e conjunto de barras tipicamente utilizadas no Brasil (Silva, 2020)

O modelo de treliças espaciais que tem sido amplamente adotado na atualidade como sistema estrutural no Brasil e em diversos outros países é aquele composto de barras de seções transversais circulares vazadas, cujas extremidades são previamente estampadas para se promover o acoplamento com outros membros de conexão por uso de parafuso único. A simplicidade e os baixos custos do seu sistema construtivo são fatores relevantes na sua escolha de uso entre projetistas (Bezerra *et al.*, 2009). Apesar deste fato, algumas de suas características críticas, como potenciais momentos fletores gerados por excentricidade nas conexões e a rigidez reduzida devido ao processo de achatamento, devem ser devidamente consideradas na concepção de projetos. É imperativo o estabelecimento de critérios normativos específicos que proporcionem uma aplicação eficiente e segura deste tipo de elemento estrutural. A Figura 1.15 mostra um exemplo destes membros constituintes de treliças. Nela são apresentados detalhes do referido sistema de conexão e retratadas as falhas de alguns elementos diagonais de treliça devidas às características supracitadas.



(a)

(b)

Figura 1.15 – Configuração de conexão de barras de aço com extremidades estampadas (a) e o colapso de uma treliça espacial (b) (Bezerra *et al.*, 2009)

Estabelecido o cenário de aplicação de treliças espaciais na concepção de projetos, observando-se os potenciais desastres associados aos riscos de falha, é evidente a necessidade de se desenvolver estudos científicos que procurem compreender o comportamento dessas estruturas sob diferentes abordagens. Uma dessas, a qual determina o escopo geral desta pesquisa, é de se realizar análises numéricas dos seus elementos estruturais sob carregamento de compressão, com foco no tipo de treliça de barras de aço com extremidades estampadas, e de se desenvolver formulações analíticas que possam traduzir matematicamente o seu comportamento físico. Como base deste estudo, faz-se uso de dados e resultados experimentais prévios referentes às teses de doutorado de Freitas (2008) e de Silva (2020).

## 1.1. Objetivos

### 1.1.1. Objetivo geral

O objetivo principal deste trabalho é a avaliação numérica e a investigação analítica do comportamento estrutural de barras de aço isoladas com extremidades estampadas, constituintes de treliças espaciais com ligação típica, que se encontram submetidas a carregamento axial de compressão e susceptíveis a instabilidades globais e locais.

### *1.1.2. Objetivos específicos*

Constituem objetivos específicos desta pesquisa:

- Avaliação e tratamento dos resultados experimentais obtidos no trabalho de Silva (2020), com a devida inserção das propriedades mecânicas do aço ensaiado nos modelos numéricos desenvolvidos;
- Elaboração e análise de 09 modelos numéricos em elementos finitos de barras de aço isoladas com extremidades estampadas, baseados nos espécimes ensaiados experimentalmente por Silva (2020), cujos índices de esbeltez ( $\lambda$ ) variam entre os valores limites de 20 e 100, e aos quais são aplicados carregamentos axiais de compressão;
- Elaboração e análise de 06 modelos numéricos em elementos finitos de barras de aço isoladas com extremidades estampadas, cujos índices de esbeltez ( $\lambda$ ) situam-se na faixa complementar de 100 a 200, e aos quais são aplicados carregamentos axiais de compressão;
- Elaboração e análise de 07 modelos numéricos em elementos finitos de barras de aço isoladas com extremidades estampadas, cujos índices de esbeltez ( $\lambda$ ) situam-se no espectro de 90 a 200, e aos quais são aplicados carregamentos axiais de compressão simultaneamente à introdução de imperfeições geométricas iniciais normativas;
- Elaboração e análise de 28 modelos numéricos em elementos finitos de barras de aço isoladas ideais, cujos índices de esbeltez ( $\lambda$ ) situam-se no espectro de 20 a 200, e aos quais são aplicados carregamentos axiais de compressão simultaneamente ou não à introdução de imperfeições geométricas iniciais normativas para validação dos modelos desenvolvidos com extremidades estampadas;
- Análise comparativa entre os resultados obtidos pela modelagem das barras de aço com extremidades estampadas e aqueles previstos pela aplicação dos critérios normativos da ABNT NBR 8800:2008;
- Investigação de formulação analítica para a caracterização do comportamento estrutural de barras de aço com extremidades estampadas sob carregamentos axiais de compressão, considerando-se os nós de ligação como vinculações

semirrígidas à flexão e um conjunto de dados numéricos apresentados no trabalho de Freitas (2008);

- Confronto entre resultados experimentais, analíticos e numéricos, em específico quanto à capacidade resistente dos elementos estruturais e aos limites de aplicabilidade de cada metodologia.

## **1.2. Organização da dissertação**

A presente dissertação foi subdividida em 5 capítulos.

O capítulo 1 introduz o contexto em que o tema do trabalho se encontra, de forma a se apresentar os fatores motivadores e justificativos da sua abordagem e se estabelecer os objetivos gerais e específicos a serem cumpridos.

O capítulo 2 destina-se à descrição da revisão bibliográfica utilizada para a produção desta obra, em que são expostas as contribuições de cada referência no que concerne os seus fundamentos teóricos. Apresentam-se os resultados obtidos nos ensaios experimentais realizados por Silva (2020) e o devido tratamento dos seus dados para integração aos estudos propostos.

O capítulo 3 constitui-se pela análise numérica das barras de aço com extremidades estampadas de treliças espaciais, na qual são detalhadas as etapas de elaboração dos modelos em elementos finitos e são apresentados os seus respectivos resultados.

O capítulo 4 contém as investigações analíticas que caracterizam o comportamento dos elementos estruturais em estudo sob prismas complementares, com base nos dados numéricos apresentados por Freitas (2008).

No capítulo 5 são apresentadas as conclusões da dissertação e as sugestões para trabalhos futuros.

Ao final da dissertação são elencadas as referências utilizadas nesta pesquisa.

## **1.3. Contribuição deste trabalho**

O desenvolvimento da presente dissertação de mestrado representa uma extensão dos estudos numéricos atuais sobre treliças espaciais constituídas por barras de aço com extremidades estampadas. A contribuição do trabalho à esta linha de pesquisa consiste, essencialmente, na caracterização dos modos de falha dessas barras quando submetidas de

forma isolada a carregamentos axiais de compressão, para uma faixa de índices de esbeltez que varia de 20 a 200. Nesta caracterização, realizada com a condução de um estudo numérico via análises não lineares e pelo uso do Método dos Elementos Finitos (MEF), são avaliadas as cargas últimas de resistência e a configuração deformada dos espécimes na sua falha.

A modelagem numérica das barras, executada com auxílio do software Abaqus®, contou com dados de entrada bem definidos, no que tange à geometria base e às propriedades mecânicas do aço que constituem os protótipos, as quais foram determinadas no trabalho experimental de (Silva, 2020). Ao início da produção da dissertação, a proposta da pesquisa se delimitava na reprodução numérica dos experimentos de compressão axial das barras de aço com extremidades estampadas realizados na referida tese. Entretanto, dadas as incertezas no controle das condições de contorno impostas às barras nos ensaios, conforme relatos do autor, a comparação direta entre os resultados das duas frentes de pesquisa foi considerada inapropriada. Dessa forma, foram aplicadas restrições de deslocamento e de rotação às extremidades das barras dos modelos numéricos que traduzem de maneira idealizada o comportamento do pórtico metálico confeccionado para fixar os protótipos ensaiados.

Quanto ao carregamento aplicado nos modelos numéricos das barras com extremidades estampadas, atém-se neste estudo ao caso de compressão axial centrada dos protótipos. Devido às excentricidades frequentemente observadas em ligações deste tipo de barra nas treliças espaciais, em especial nos seus elementos diagonais, a consideração de flexo-compressão desses elementos pode ser necessária para o seu dimensionamento estrutural. O estudo do efeito dessas excentricidades, em diversos níveis e combinações, constitui-se potencialmente numa sub-área de pesquisa a ser explorada por trabalhos futuros.

Alguns tópicos adicionais são investigados ao longo da execução das análises numéricas, como a influência de imperfeições geométricas iniciais na resistência última dos protótipos, a evolução dos campos de tensão nas suas estruturas com o decorrer do carregamento e o comportamento estrutural de barras ideais com seção transversal homogênea. Ressalta-se a dificuldade de convergência das simulações numéricas em sua totalidade, inerente à modelagem de problemas de instabilidade estrutural, a qual foi superada após extenso trabalho de calibração dos parâmetros referentes ao método de análise adotado. Os resultados das simulações numéricas foram comparados com aqueles obtidos pela aplicação de formulações da norma brasileira ABNT NBR 8800:2008. Ênfase é dada à importância da realização de estudos paramétricos com as propriedades geométricas das barras com extremidades estampadas, de

forma a se investigar pela frente numérica a existência de correlação entre a resistência última dos perfis metálicos e as suas esbeltezes ou relações diâmetro-espessura.

Como frutos do trabalho desta dissertação, apresentou-se o artigo *Numerical analysis of compressed end-flattened steel bars of three-dimensional trusses* no congresso *XLI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering – XLI CILAMCE* e publicou-se na revista italiana *Frattura ed Integrità Strutturale* o artigo intitulado *Numerical analysis of isolated end-flattened steel bars under compression in space trusses* – DOI: 10.3221/IGF-ESIS.63.21.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. Instabilidade

O conceito geral de estabilidade, quanto ao sentido denotado pelo termo no campo da engenharia estrutural, é definido como a característica apresentada pelo sistema em que a distância entre o seu estado perturbado e o seu estado básico permanecem dentro de limites prescritos no domínio do tempo e para perturbações arbitrariamente definidas (Silva, 2020). De semelhante valia, pode-se intuitivamente ter noção do seu significado através da definição do seu próprio antônimo, a instabilidade, que se atendo ao seu sentido simples de dicionário, é o atributo pertencente ao sistema em que pequenas mudanças de estado causam ainda maiores mudanças. A causa mais frequente de instabilidade em estruturas é a flambagem, que conceitualmente apresenta particularidades para utilização devida, mas que de maneira formal refere-se à flexão ou ao empenamento de uma barra ou superfície fora do seu eixo ou plano sob a ação de uma força longitudinal de compressão (McGuire, 1968).

Dentre os primeiros estudos devotados ao entendimento do fenômeno da estabilidade estrutural, aqueles que tiveram proeminência no estabelecimento dos seus fundamentos teóricos foram os de autoria de Leonhard Euler (1707-1783). Baseado nos conhecimentos da época sobre resistência dos materiais, com significativa contribuição dos trabalhos da família Bernoulli, Euler se dedicou principalmente à descrição das formas geométricas das curvas elásticas (Timoshenko, 1953). No seu livro intitulado “*Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*” (Leonhard, 1744), são apresentados os desenvolvimentos matemáticos referentes à flambagem de colunas ideais, com a determinação da carga originária do fenômeno, denominada carga crítica de Euler. A partir da solução da equação diferencial que rege o problema presente nesta referência, as cargas críticas para diferentes vínculos nos apoios são obtidas diretamente com a aplicação das condições de contorno adequadas. O caso de barras ou colunas bi-rotuladas é provavelmente aquele assumido na prática com mais frequência, sendo conhecido como o caso fundamental de flambagem (Timoshenko e Gere, 1961). As Equações 2.1 e 2.2, a seguir, apresentam as fórmulas de carga crítica de Euler para este caso, de forma a abranger os seus diversos modos de flambagem, e para o caso geral, quanto ao primeiro modo de flambagem dos diferentes vínculos de apoio padrões, respectivamente.

$$P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (2.1)$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(Kl)^2} \quad (2.2)$$

em que:

$P_{cr}$  é a carga crítica de Euler;

$n$  é o modo de flambagem da estrutura;

$E$  é o módulo de elasticidade;

$I$  é o momento de inércia de área da seção transversal;

$K$  é o coeficiente de flambagem;

$l$  é o comprimento da estrutura.

Nestas equações,  $EI$  representa a rigidez à flexão da seção transversal, enquanto o produto  $Kl$  é denominado como o comprimento de flambagem da estrutura.

Além desta abordagem clássica do estudo da estabilidade de colunas e barras ideais, a análise pode ser ampliada para se representar outras situações manifestadas com frequência na engenharia, como a atuação simultânea de carregamentos axiais e transversais na estrutura e apoios com restrições semirrígidas. Considerando-se estes dois aspectos, Timoshenko e Gere (1961) iniciam a resolução analítica do problema proposto com o desenvolvimento da equação diferencial característica de uma viga-coluna bi-apoiada submetida a uma carga transversal concentrada adicionalmente ao carregamento axial de compressão – ver Equação 2.3, com referência à Figura 2.1.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = -\frac{Qb}{EI} x \quad (2.3)$$

onde:

$$k = \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (2.4)$$

$x, y$  são as coordenadas da estrutura no sistema cartesiano;

$Q$  é a carga transversal concentrada;

$b$  é a distância do local de aplicação de  $Q$  à extremidade B da estrutura;

$l$  é o comprimento da estrutura;

$P$  é a carga de compressão axial da estrutura;

$EI$  é a rigidez à flexão da seção transversal.

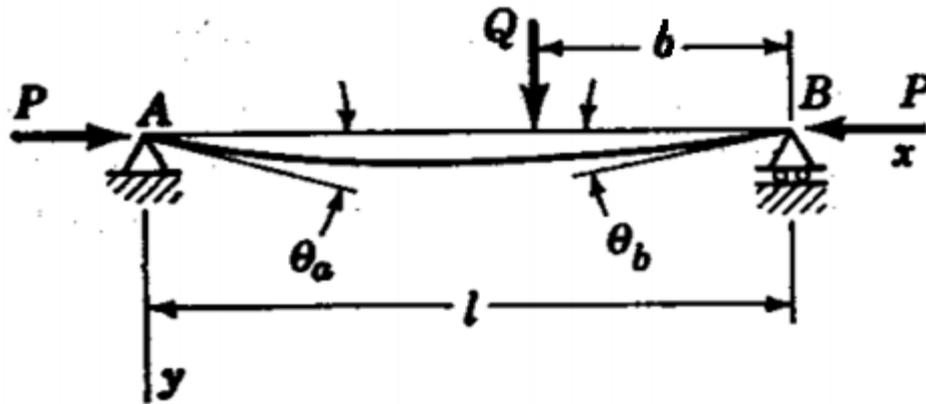


Figura 2.1 – Viga-coluna bi-apoiada sob carga concentrada transversal e carregamento axial de compressão (Timoshenko e Gere, 1961)

A solução desta equação diferencial envolve a divisão da viga-coluna em dois trechos, cujo ponto de distinção é o local de aplicação da carga concentrada  $Q$ . A deflexão apresentada pela estrutura em cada trecho, assim como a tangente da curva ao longo do seu comprimento são determinados pelas seguintes Equações 2.5 a 2.8.

$$y = \frac{Q \operatorname{sen}(kb)}{Pk \operatorname{sen}(kl)} \operatorname{sen}(kx) - \frac{Qb}{Pl} x \quad 0 \leq x \leq l - b \quad (2.5)$$

$$y = \frac{Q \operatorname{sen}(k(l - b))}{Pk \operatorname{sen}(kl)} \operatorname{sen}(k(l - x)) - \frac{Q(l - b)}{Pl} (l - x) \quad l - b \leq x \leq l \quad (2.6)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q \operatorname{sen}(kb)}{P \operatorname{sen}(kl)} \cos(kx) - \frac{Qb}{Pl} \quad 0 \leq x \leq l - b \quad (2.7)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Q \operatorname{sen}(k(l-b))}{P \operatorname{sen}(kl)} \cos(k(l-x)) + \frac{Q(l-b)}{Pl} \quad l-b \leq x \leq l \quad (2.8)$$

Com o conhecimento da solução para uma única carga concentrada, observa-se que o caso de uma carga de momento fletor aplicada na extremidade da viga-coluna torna-se uma solução particular daquela: para uma distância  $b$  na Figura 2.1 que se aproxime de zero simultaneamente com o aumento da carga concentrada  $Q$ , o produto  $Qb$  permanece finito e igual a  $M_b$ . Dessa forma, obtém-se no limite a flexão da estrutura com uma carga momento concentrada  $M_b$  na sua extremidade B – ver Figura 2.2 –, cuja curva de deflexões é expressa à partir da Equação 2.5 pela substituição de  $\operatorname{sen}(kb) = kb$  e  $Qb = M_b$ , conforme a Equação 2.9.

$$y = \frac{M_b}{P} \left( \frac{\operatorname{sen}(kx)}{\operatorname{sen}(kl)} - \frac{x}{l} \right) \quad (2.9)$$

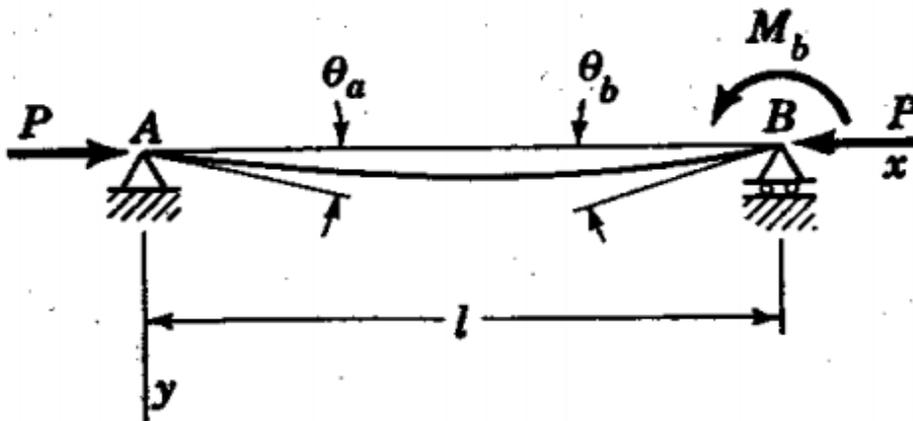


Figura 2.2 – Viga-coluna bi-apoiada sob carga momento concentrada em uma extremidade e carregamento axial de compressão (Timoshenko e Gere, 1961)

Para o desenvolvimento das formulações que se objetiva demonstrar, faz-se necessário ter as equações que determinam os ângulos de rotação  $\theta_a$  e  $\theta_b$  nas extremidades da viga-coluna. Esses ângulos são considerados positivos quando os extremos rotacionam no sentido de momentos fletores positivos, como ilustrados na Figura 2.2. Tomando-se a derivada da Equação 2.8 e restringindo-se a análise para ângulos pequenos, tem-se a rotação da estrutura nos pontos A e B conforme as Equações 2.10 e 2.11.

$$\theta_a = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} = \frac{M_b}{P} \left(\frac{k}{\text{sen}(kl)} - \frac{1}{l}\right) = \frac{M_b l}{6EI} \frac{3}{u} \left(\frac{1}{\text{sen}(2u)} - \frac{1}{2u}\right) \quad (2.10)$$

$$\theta_b = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = -\frac{M_b}{P} \left(\frac{k \cos(kl)}{\text{sen}(kl)} - \frac{1}{l}\right) = \frac{M_b l}{3EI} \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\text{tg}(2u)}\right) \quad (2.11)$$

em que:

$$u = \frac{kl}{2} = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (2.12)$$

Observando-se o conjunto de equações apresentado, nota-se que as expressões  $M_b l / 6EI$  e  $M_b l / 3EI$ , para os ângulos produzidos pela ação única do momento fletor, são multiplicadas por funções trigonométricas que representam a influência da força axial nos ângulos de rotação das extremidades da viga-coluna. Para as equações que se seguem, adota-se a notação simplificada introduzida pelas Equações 2.13 e 2.14.

$$\phi(u) = \frac{3}{u} \left(\frac{1}{\text{sen}(2u)} - \frac{1}{2u}\right) \quad (2.13)$$

$$\psi(u) = \frac{3}{2u} \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\text{tg}(2u)}\right) \quad (2.14)$$

Valores numéricos dessas expressões podem ser encontrados em tabela de apêndice da obra de Timoshenko e Gere (1961).

Se duas cargas concentradas de momento fletor são aplicadas sobre ambas as extremidades da estrutura concomitantemente, as soluções para as deflexões e tangentes de curva deste caso podem ser obtidas com o uso do princípio da superposição. Quanto aos deslocamentos a serem determinados, soma-se os efeitos produzidos pelas cargas individuais, de forma a se obter a curva de deflexões expressa pela Equação 2.15 e ilustrada na Figura 2.3.

$$y = \frac{M_b}{P} \left(\frac{\text{sen}(kx)}{\text{sen}(kl)} - \frac{x}{l}\right) + \frac{M_a}{P} \left[\frac{\text{sen}(k(l-x))}{\text{sen}(kl)} - \frac{l-x}{l}\right] \quad (2.15)$$

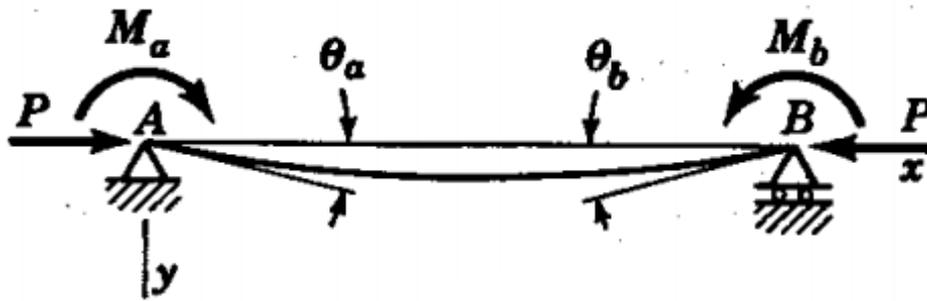


Figura 2.3 – Viga-coluna bi-apoiada sob cargas momento concentradas em ambas as extremidades e carregamento axial de compressão (Timoshenko e Gere, 1961)

Com base nas Equações 2.10 e 2.11 e as notações propostas nas Equações 2.13 e 2.14, o uso da superposição de efeitos fornece as expressões que determinam os ângulos de rotação  $\theta_a$  e  $\theta_b$  nas extremidades da viga-coluna, conforme as Equações 2.16 e 2.17.

$$\theta_a = \frac{M_a l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_b l}{6EI} \phi(u) \quad (2.16)$$

$$\theta_b = \frac{M_b l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_a l}{6EI} \phi(u) \quad (2.17)$$

Como um caso mais geral de um problema estaticamente indeterminado, tem-se uma viga-coluna com extremidades elasticamente engastadas, de acordo com a ilustração apresentada na Figura 2.4. Esta configuração de estrutura e carregamento pode ser observada em diversas obras de engenharia, como por exemplo, pilares de um edifício conectados rigidamente com as suas vigas, assim como elementos de treliças espaciais.

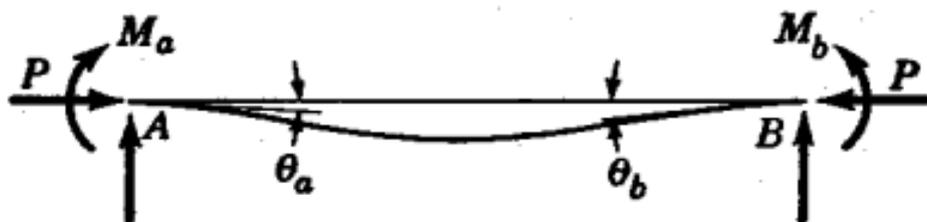


Figura 2.4 – Viga-coluna bi-apoiada sob carregamento axial de compressão e extremidades elasticamente engastadas (Timoshenko e Gere, 1961)

Se  $\theta_a$  e  $\theta_b$  são os ângulos de rotação das extremidades da viga-coluna, os momentos fletores em ambas as regiões podem ser determinados conforme as Equações 2.18 e 2.19.

$$M_a = -\alpha\theta_a \quad (2.18)$$

$$M_b = -\beta\theta_b \quad (2.19)$$

onde:

$\alpha, \beta$  são os coeficientes de rigidez das extremidades.

Os momentos e ângulos são tomados como positivos nas direções indicadas na Figura 2.4. Os fatores  $\alpha$  e  $\beta$  são coeficientes que definem o grau de fixação existente nas extremidades da estrutura. O coeficiente em um dos extremos é igual numericamente ao momento fletor reativo para uma rotação local unitária, sendo que o seu valor pode variar de zero, condição relativa a um apoio simples, até infinito, para um engaste perfeito. Com a manipulação algébrica e devida associação das Equações 2.16 a 2.19, a relação dos momentos fletores e dos coeficientes de rigidez das extremidades da viga-coluna são sintetizadas no conjunto das Equações 2.20 e 2.21.

$$-\frac{M_a}{\alpha} = \frac{M_a l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_b l}{6EI} \phi(u) \quad (2.20)$$

$$-\frac{M_b}{\beta} = \frac{M_b l}{3EI} \psi(u) + \frac{M_a l}{6EI} \phi(u) \quad (2.21)$$

Com o isolamento de um dos termos entre os momentos fletores  $M_a$  ou  $M_b$ , deriva-se então a Equação 2.22, característica do fenômeno apresentado. Para valores específicos de  $\alpha$  e  $\beta$ , esta equação pode ser resolvida e o valor da carga crítica determinado.

$$\left[ \frac{1}{\alpha} + \frac{l}{3EI} \psi(u) \right] \left[ \frac{1}{\beta} + \frac{l}{3EI} \psi(u) \right] - \left[ \frac{l}{6EI} \phi(u) \right]^2 = 0 \quad (2.22)$$

No caso particular de simetria das condições de contorno e de equivalência entre os módulos dos carregamentos, tem-se que  $\alpha$  e  $\beta$  ou  $M_a$  e  $M_b$  têm relação direta entre si, respectivamente. O resultado desta consideração são dois possíveis comportamentos para a

estrutura, correspondentes às duas raízes da solução da Equação 2.22, as quais se referenciam aos estados de deformação simétricos e antissimétricos da viga-coluna. Atendo-se primeiramente ao caso simétrico de deformação, a sua solução se apresenta na Equação 2.23.

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{l}{3EI}\psi(u) + \frac{l}{6EI}\phi(u) = 0 \quad (2.23)$$

Com a substituição das funções  $\psi(u)$  e  $\phi(u)$  – ver Equações 2.13 e 2.14 – nesta expressão, e com o uso da identidade trigonométrica constante na Equação 2.24, obtém-se alternativamente a sua nova forma, conforme a Equação 2.25.

$$tg(u) = \frac{(1 - \cos(2u))}{\sen(2u)} \quad (2.24)$$

$$\frac{tg(u)}{u} = -\frac{2EI}{\alpha l} \quad (2.25)$$

Os valores de “u” determinados com esta equação encontram-se entre os limites  $\pi/2$  e  $\pi$ . Quando assume o valor de  $\pi/2$ , o coeficiente de rigidez  $\alpha$  é igual a zero, o que significa que a viga-coluna possui extremidades com rotação livre, e o valor da carga crítica é definido pelo caso fundamental expresso na Equação 2.1, no primeiro modo de flambagem. Quanto à estrutura com extremidades em engastes perfeitos, o coeficiente  $\alpha$  tende a infinito, o valor de  $u$  é  $\pi$ , e a carga crítica de flambagem corresponde à sua solução clássica, apresentada na Equação 2.26. Para valores intermediários do coeficiente de rigidez, a Equação 2.25 pode ser resolvida diretamente com o auxílio de tabelas da função  $tg(u)/u$ .

$$P_{cr} = \frac{4 \pi^2 EI}{l^2} \quad (2.26)$$

O caso de flambagem antissimétrica da viga-coluna, referente à segunda raiz da Equação 2.22, pode ser representado pelas Equações 2.27 e 2.28.

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{l}{3EI}\psi(u) - \frac{l}{6EI}\phi(u) = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{3}{u} \left( \frac{1}{u} - \frac{1}{\operatorname{tg}(u)} \right) = -\frac{6EI}{\alpha l} \quad (2.28)$$

A resolução desta equação também pode ser realizada com auxílio de tabela que contenha a sua parte da esquerda, a qual corresponde à expressão  $\psi(u)$  com  $u$  em substituição à  $2u$ . Como uma das condições limitantes, tem-se  $\alpha$  igual a zero para apoios rotulados, o que implica em um valor de  $u$  igual a  $\pi$  e uma carga crítica correspondente à Equação 2.28. Para o engaste perfeito em ambas as extremidades,  $\alpha$  tende a infinito e  $u$  assume o valor de 4,493. A carga crítica referente a este caso está apresentada na Equação 2.29.

$$P_{cr} = \frac{8.18 \pi^2 EI}{l^2} \quad (2.29)$$

O fenômeno da instabilidade estrutural relativo à flambagem trata-se, conforme a terminologia adotada nesta área do conhecimento, de uma bifurcação na trajetória de equilíbrio de um corpo submetido a um carregamento de compressão crítico. A aplicabilidade das formulações apresentadas anteriormente limita-se ao regime elástico do material constituinte da estrutura, ou seja, à região do seu gráfico de tensão *versus* deformação em que há proporcionalidade entre essas duas grandezas. Entretanto, devido à necessidade de compreensão de um conjunto de fatores que influem nas situações práticas de projeto de estruturas com elementos comprimidos, como a presença de imperfeições iniciais nas peças, excentricidades nos carregamentos, não-linearidades físicas e geométricas, entre outros, houve continuidade no desenvolvimento de estudos sobre o tema.

No que diz respeito à tensão normal máxima atuante sobre um elemento estrutural prismático sob carregamento de compressão, em que são observadas imperfeições geométricas iniciais ou excentricidades na aplicação desta carga, por exemplo, nota-se que a sua intensidade pode ser determinada conforme a Equação 2.30.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{P}{A} + \frac{M_{max} c}{I} \quad (2.30)$$

em que:

$\sigma_{m\acute{a}x}$  é a tensão normal máxima atuante na estrutura;

$P$  é a carga de compressão;

$A$  é a área da seção transversal;

$M_{max}$  é o momento fletor máximo atuante na estrutura;

$c$  é a distância do eixo neutro à fibra extrema;

$I$  é o momento de inércia de área em relação ao eixo de flexão da seção transversal.

Para situações usuais na engenharia, nas quais os carregamentos e as condições de contorno de uma estrutura são simétricos, é possível determinar o seu momento fletor máximo solicitante de forma simples, sabendo-se de antemão que o local onde ocorre é no centro do vão em que se estende. Ao se derivar duas vezes a Equação 2.15 e estabelecer as referidas condições de contorno e de carregamento, o valor do momento máximo pode ser expresso pela Equação 2.31:

$$M_{m\acute{a}x} = -EI \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{x=l/2} = M_0 \sec(u) \quad (2.31)$$

na qual  $M_0$  é o momento fletor atuante nas extremidades da estrutura.

Dessa forma, ao se associar as Equações 2.30 e 2.31, obtém-se a conhecida fórmula da secante para a máxima tensão atuante sobre a estrutura. Além das considerações mencionadas, ao se verificar que o seu material constituinte apresenta uma tensão de escoamento característica, como é o caso padrão de estruturas de aço, pode-se limitar a sua capacidade resistente a este valor, conforme alguns critérios de dimensionamento indicados pela literatura e pelos critérios normativos vigentes. A inclusão dessa consideração às análises incorpora a não-linearidade física da estrutura ao problema em questão. Para a sua visualização, com a tensão média atuante sendo a variável de interesse, a fórmula da secante é apresentada com o aspecto proposto pela Equação 2.32, que por representar uma equação transcendental é essencialmente de difícil solução analítica.

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{1 + \frac{ec}{r^2} \sec\left(\frac{l}{2r} \sqrt{\frac{P}{EA}}\right)} \quad (2.32)$$

em que:

$e$  é a excentricidade do carregamento;

$r$  é o raio de giração da seção transversal, definido conforme a Equação 2.33.

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (2.33)$$

Com base nas Equações 2.1 e 2.32 foram construídas as curvas apresentadas no gráfico da Figura 2.5, em que se adotou como material estrutural um aço com tensão de escoamento ( $\sigma_E$ ) de 250 MPa e módulo de elasticidade ( $E$ ) de 200 GPa. A análise contempla um modelo de coluna bi-rotulada, com índice de excentricidade ( $I_e$ ) e índice de esbeltez ( $\lambda$ ) – ver definições nas Equações 2.34 e 2.35 – se estendendo de zero a um e de zero a 200, respectivamente. Vale ressaltar que, quando a excentricidade é igual a zero, a curva obtida coincide com a curva fundamental de Euler para uma coluna com carga axial de compressão centrada.

$$I_e = \frac{ec}{r^2} \quad (2.34)$$

$$\lambda = \frac{l}{r} \quad (2.35)$$

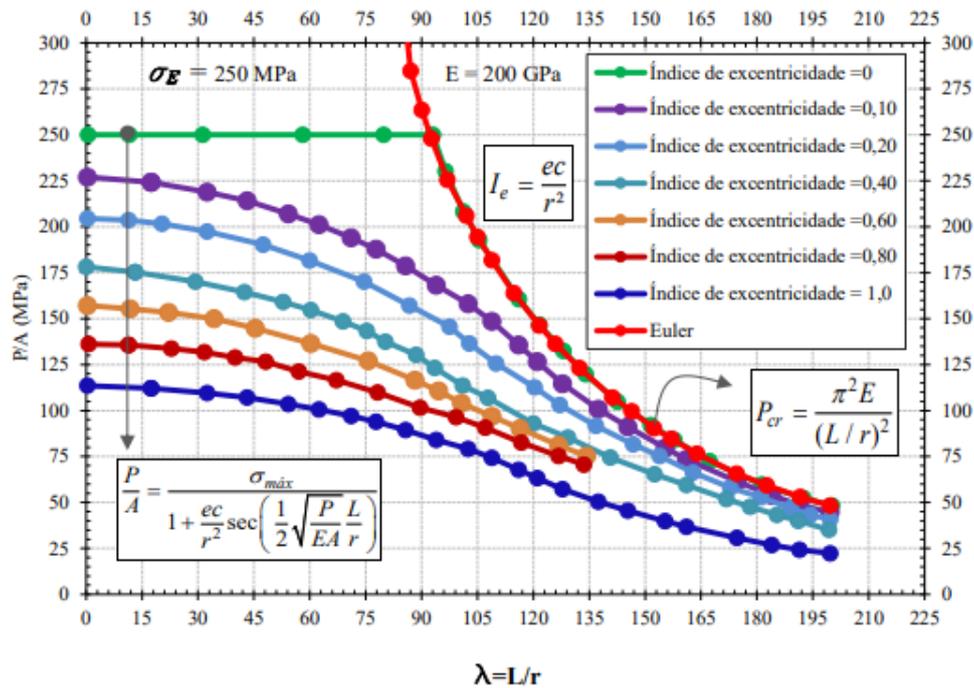


Figura 2.5 – Força crítica de coluna bi-rotulada com excentricidade de carregamento de compressão ou imperfeições geométricas (Silva, 2020)

A partir da análise da Figura 2.5, conclui-se que, para menores valores de índice de esbelteza ( $\lambda$ ), a capacidade de resistência da estrutura distingue-se notoriamente para os diferentes índices de excentricidades avaliados. Na medida em que se objetiva tornar tal estrutura mais esbelta, evidenciam-se menores diferenças entre os valores característicos de força crítica.

## 2.2. Critérios normativos segundo a NBR 8800:2008 e a NBR 16239:2013

Para o dimensionamento de barras prismáticas submetidas à força axial de compressão, a norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 – *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios* apresenta critérios bem estabelecidos, os quais são baseados na metodologia de cálculo introduzida pela norma americana ANSI/AISC 360-05 (AISC, 2005). De forma geral, objetiva-se satisfazer a relação definida na Equação 2.36:

$$N_{c,Sd} \leq N_{c,Rd} \quad (2.36)$$

em que:

$N_{c,Ed}$  é a força axial de compressão solicitante de cálculo;

$N_{c,Rd}$  é a força axial resistente de cálculo.

O esforço axial solicitante de cálculo é determinado considerando-se os efeitos dos carregamentos sobre a estrutura, combinados com os devidos coeficientes de ponderação das ações para os estados-limites pertinentes à análise. Por sua vez, o esforço axial resistente de cálculo é determinado conforme a Equação 2.37, expressa a seguir:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi Q A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (2.37)$$

sendo que:

$\chi$  é o fator de redução associado à resistência à compressão;

$Q$  é o fator de redução total associado à flambagem local, obtido conforme o Anexo F da referida norma;

$A_g$  é a área bruta da seção transversal da barra;

$\gamma_{a1}$  é o coeficiente de ponderação da resistência do aço estrutural relacionado aos estados-limites últimos de escoamento, flambagem e instabilidade.

O fator de redução associado à resistência à compressão apresenta duas expressões que o definem, segundo a Equação 2.38, cuja aplicação é realizada determinando-se previamente o valor do índice de esbeltez reduzido ( $\lambda_0$ ) expresso na Equação 2.39, onde  $N_e$  é a força axial de flambagem elástica, obtida conforme o Anexo E da norma NBR 8800:2008. A Figura 2.6 representa graficamente a relação dessas duas grandezas, enquanto a Figura 2.7 contém referências dos coeficientes de flambagem para as condições de apoio usuais de projeto.

$$\text{Para } \lambda_0 \leq 1,5: \quad \chi = (0,658)^{(\lambda_0)^2} \quad (2.38. a)$$

$$\text{Para } \lambda_0 > 1,5: \quad \chi = \frac{0,877}{(\lambda_0)^2} \quad (2.38. b)$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} \quad (2.39)$$

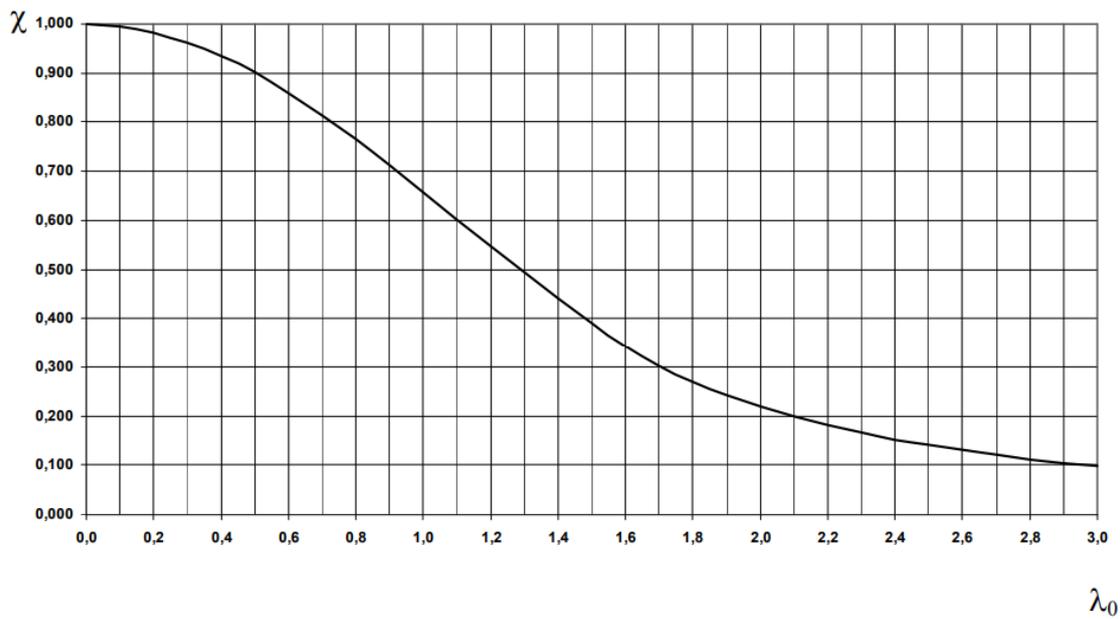


Figura 2.6 – Gráfico  $\chi \times \lambda_0$  para barras prismáticas submetidas à força axial de compressão (NBR8800, 2008)

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
<b>A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem</b>						
Valores teóricos de $K_x$ ou $K_y$	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
<b>Código para condição de apoio</b>	Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres					

Figura 2.7 – Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados (NBR8800, 2008)

Quanto ao fator de redução associado à resistência à compressão, vale ressaltar que, para perfis tubulares laminados a quente (sem costura) ou tratados termicamente para alívio de tensões (com ou sem costura), a norma ABNT NBR 16239:2013 – *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares* propõe

modificações para a sua expressão. A contribuição trazida pela referida norma traduz-se na sintetização do conjunto de expressões apresentado na Equação 2.38 em uma única formulação. Esta se encontra expressa na Equação 2.40, introduzida a seguir:

$$\chi = \frac{1}{(1 + \lambda_0^{4,48})^{1/2,24}} \quad (2.40)$$

onde o valor do índice de esbeltez reduzido ( $\lambda_0$ ) é determinado conforme a norma NBR 8800:2008.

### **2.3. Estudos sobre barras com extremidades estampadas de treliças espaciais**

De acordo com Souza e Malite (2005), no Brasil existe uma variedade de sistemas de conexão de treliças espaciais e de fabricantes. Entretanto, de forma geral nenhum desses sistemas é patenteado, com exceção do sistema Mero, que é utilizado em algumas obras nacionais. Na maioria dos casos, estes sistemas são desenvolvidos a partir da experiência do próprio fabricante e da reprodução de outros sistemas, não sendo submetidos a análises experimentais que comprovem a sua segurança e confiabilidade.

Neste estudo os autores descrevem dois tipos de conexões de estruturas espaciais comumente encontrados no País, quais sejam o que denominam de nó de aço e o de nó típico ou nó amassado. O primeiro diz respeito ao sistema em que as barras são conectadas por parafusos a um nó composto por chapas soldadas e que teoricamente elimina eventuais excentricidades de carga. O segundo é aquele referente ao presente estudo, em que as extremidades de barras de aço são previamente estampadas e sobrepostas na conexão, com um parafuso promovendo o confinamento do conjunto. Sua aplicação tem sido popular devido aos seus baixos custos de fabricação e montagem inerentes.

Em um trabalho futuro, Souza e Gonçalves (2006) acrescentam ao rol de conexões de treliças espaciais frequentemente utilizados no Brasil mais um tipo, denominado pelos autores de nó com ponteira. Nesta alternativa, chapas de ponteiras são soldadas internamente às barras da treliça para prover a conexão com um nó de chapas planas, sem o amassamento das extremidades dos elementos estruturais. A Figura 2.8 apresenta as configurações das três tecnologias descritas.

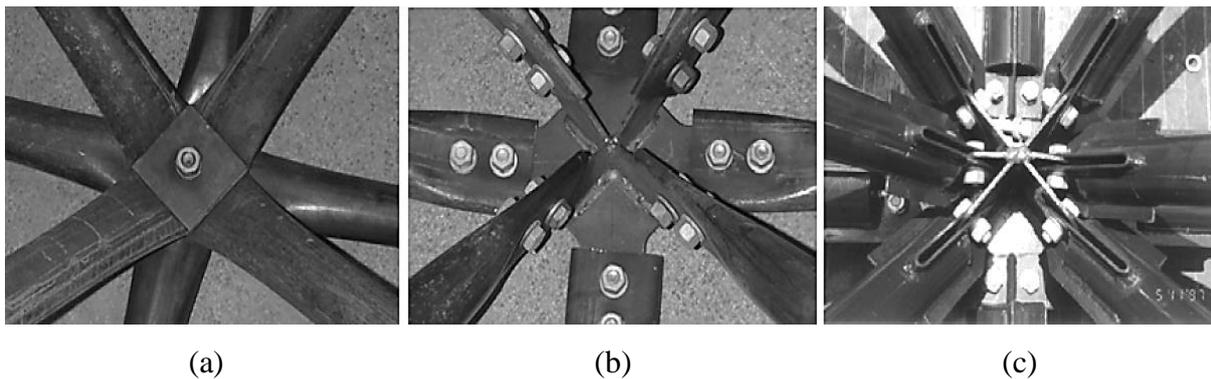


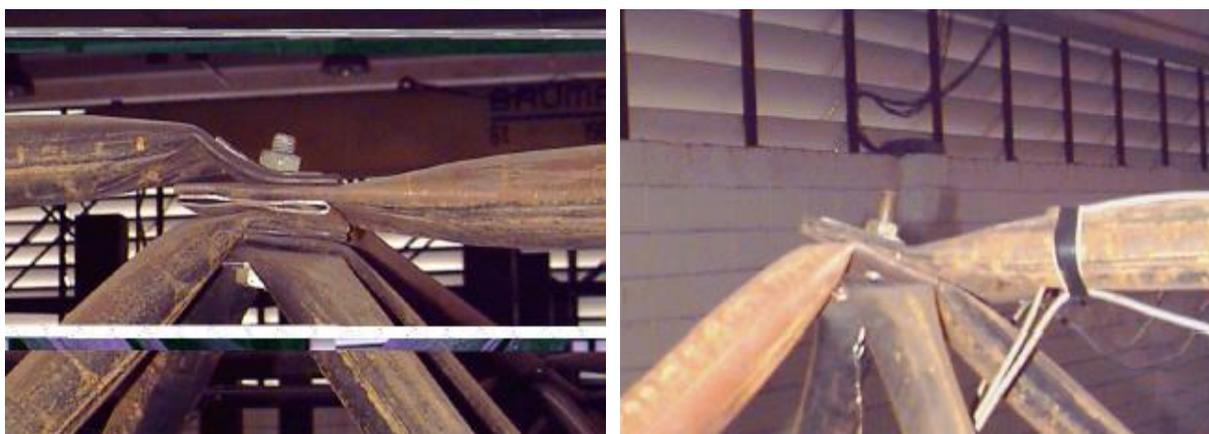
Figura 2.8 – Configurações de sistemas de conexões de treliças espaciais utilizados no Brasil: nó típico (a), nó de aço (b) e nó com ponteira (c) (Souza e Gonçalves, 2006)

Segundo outro trabalho dos autores Souza e Gonçalves (2002), a taxa de redução na resistência à compressão de barras de aço componentes de treliças espaciais devido ao processo de estampagem de suas extremidades é função de suas classificações em uma faixa de esbeltez. Para elementos que apresentem flambagem em regime inelástico, com índices de esbeltez inferiores a 60, o valor da redução de resistência é no geral superior a 20%. Já para aqueles que se situam na faixa de índice de esbeltez entre 70 e 120, a redução na força normal resistente varia entre 5% e 10%.

Quando avaliada a resistência global de um protótipo de treliça espacial ensaiado no estudo de Souza e Gonçalves (2002), este apresentou uma capacidade de resistência de cerca de 60% daquela prevista por análise linear e barras com inércia constante. Neste caso, a falha estrutural foi caracterizada pela ruína das ligações, nas quais se evidenciaram rotações excessivas, escorregamento relativo entre barras e plastificação local. As rotações excessivas aconteceram, principalmente, devido a forças excêntricas presentes nos nós, sendo o aumento significativo nos deslocamentos verticais devido ao escorregamento relativo entre barras um aspecto deste sistema de ligação a ser considerado. Os resultados experimentais e numéricos tiveram maior aproximação quando o modelo teórico de treliça espacial foi constituído por barras com variação de inércia e calculado por análise não-linear. As Figuras 2.9 e 2.10 apresentam o protótipo de treliça espacial construído, assim como as deformações locais nas extremidades estampadas das suas barras depois de conduzidos os ensaios experimentais.



Figura 2.9 – Ensaio experimental de protótipo de treliça espacial composta por barras de extremidades estampadas (Souza e Gonçalves, 2002)



(a)

(b)

Figura 2.10 – Configuração de conexão de barras de aço com extremidades estampadas após execução de ensaio experimental (Souza e Gonçalves, 2002)

Vendrame e Gonçalves (2002) conduziram um estudo em linhas semelhantes à referência anterior. Nas suas conclusões, ressaltou-se que a rigidez dos nós das treliças tem influência fundamental na distribuição de esforços nos seus elementos e que, entretanto de uso comum na prática de projetos, os modelos teóricos convencionais não são capazes de reproduzir o modo de colapso observado experimentalmente, caracterizado pela rotação excessiva dos nós e pela plastificação da região estampada dos furos.

A importância da pesquisa executada por Dundu (2014) acerca das características de resistência e estabilidade de treliças espaciais constituídas de barras de aço com extremidades achatadas é notória. Nesta o autor mostra que existem duas formas de falha para os elementos estruturais em questão, quando submetidos a carregamentos de compressão: Flambagem global por flexão ou deformação excessiva da zona de transição de seções. Existe uma correlação significativa entre a forma de falha que um elemento em específico apresenta e sua respectiva esbeltez. Além disso, foi mostrado que a relação diâmetro-espessura também exerce influência na manifestação de um dos fenômenos em detrimento do outro. As conclusões obtidas ao término do estudo foram que barras com elevados índices de esbeltez e baixas relações diâmetro-espessura tendem a falhar por flambagem global por flexão; já as barras que apresentavam índice de esbeltez baixo e elevadas relações diâmetro-espessura no geral falharam por deformação excessiva nas zonas de transição das suas extremidades. Vale ressaltar que também foi avaliado no referido trabalho o impacto que o número de furos da conexão das barras exerce em suas resistências, verificando-se que estas não sofreram alterações mensuráveis ao variar o referido fator. As Figuras 2.11 e 2.12 apresentam a configuração representativa do ensaio de barras isoladas com extremidades estampadas e os seus diferentes modos de falha obtidos após a execução dos experimentos.



Figura 2.11 – Configuração típica do ensaio de barras isoladas com extremidades estampadas (Dundu, 2014)

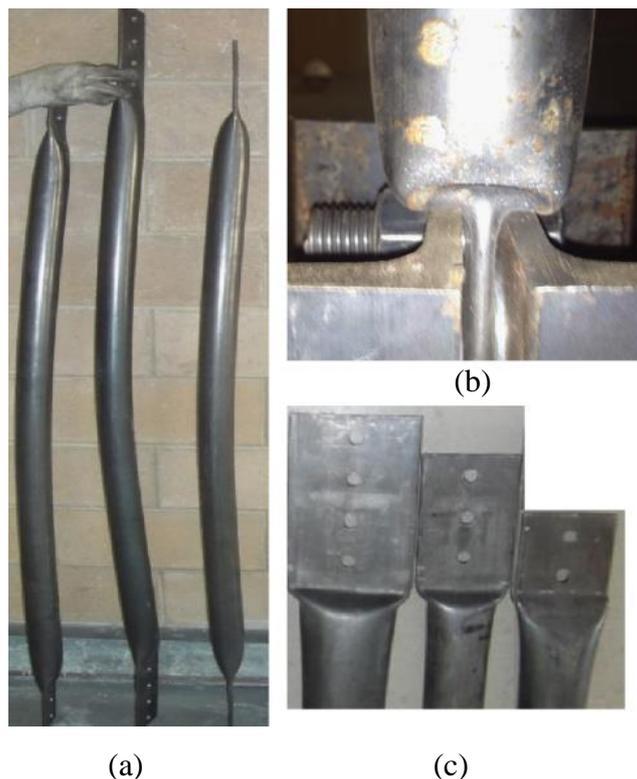


Figura 2.12 – Modos de falha de barras isoladas com extremidades estampadas: flambagem global por flexão (a) ou deformação excessiva da zona de transição de seções (b) e (c) (Dundu, 2014)

A fim de se contornar a redução de rigidez relativa ao processo de achatamento das barras de aço de treliças espaciais, alguns autores propõem diferentes soluções. Mazon *et al.* (2018) apresentaram um método eficiente de enrijecimento de barras com extremidades estampadas, em que as bordas da região de achatamento permanecem sobrelevadas em relação ao seu centro, conforme a Figura 2.13. Tal fato permite que o momento de inércia da seção transversal modificada das peças seja maior em relação ao caso usual em que estas são completamente achatadas, o que confere, por conseguinte, maior estabilidade e resistência à compressão daquela alternativa em detrimento desta, quando envolvidas eventuais excentricidades no fenômeno. Além disso, o aumento de rigidez das barras com o método proposto resultou em uma modificação de seu modo de falha principal. Ao invés de deformações excessivas nas pontas das barras devido à plastificação serem a causa do colapso, com o enrijecimento das suas extremidades observou-se uma redistribuição de tensões nas peças, de forma que a flambagem global tornou-se o modo de falha preponderante tanto nos ensaios experimentais quanto nas análises numéricas.

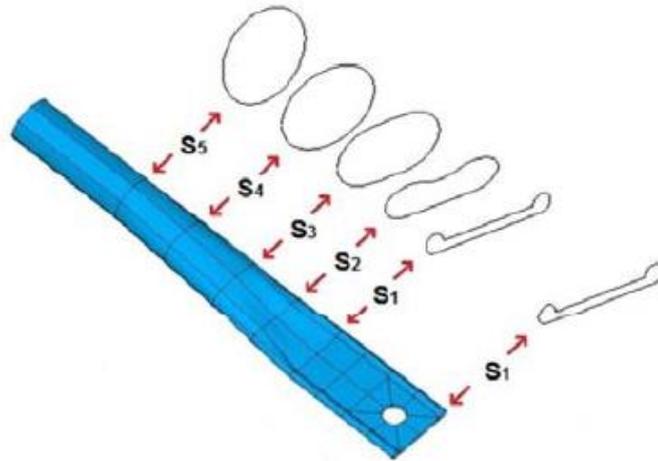


Figura 2.13 – Enrijecimento de barras de aço com extremidades estampadas (Mazon *et al.*, 2018)

As conclusões do trabalho de Koushky *et al.* (2007) corroboram a importância do tema do artigo anterior. Nestas enfatiza-se a influência do achatamento parcial das extremidades das barras de aço para que a rigidez do membro não seja excessivamente reduzida. Outra conclusão de significativo impacto é que o comprimento da região de achatamento das barras tem relação estreita com as deflexões da estrutura que compõem.

Dois alternativas efetivas para se melhorar o desempenho estrutural de treliças espaciais compostas por barras com extremidades estampadas foram apresentadas no trabalho de Bezerra *et al.* (2009). Uma vez que a presença de excentricidades e a diminuição de inércia das seções transversais das barras são problemáticas evidentes para a resistência e estabilidade da estrutura, o trabalho sugere tratá-las com a utilização de espaçadores e placas de reforço em aço, respectivamente. Ao se utilizar nos ensaios apenas os espaçadores, a resistência dos protótipos quanto a falhas locais aumentou em 53%, sendo que, quando combinados com as placas de reforço, o conjunto ofereceu um aumento de 68%. Quanto ao colapso global da estrutura, apenas se utilizando espaçadores, o ganho de resistência foi de 7%, sendo tal número aumentado para 17% quando as placas de reforço são associadas. A Figura 2.14 ilustra a utilização desses componentes na região de conexão das barras de aço com extremidades estampadas, enquanto a Figura 2.15 apresenta a execução do ensaio experimental de um protótipo representativo.

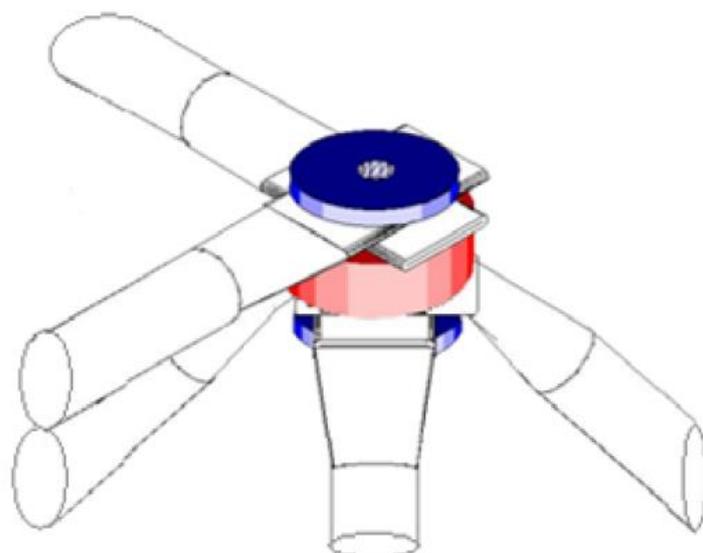


Figura 2.14 – Utilização de espaçadores (em vermelho) e placas de reforço (em azul) na conexão de barras de aço com extremidades achatadas (Bezerra *et al.*, 2009)



(a)

(b)

Figura 2.15 – Execução do ensaio experimental de um protótipo de treliça espacial de barras com extremidades estampadas: conexões com espaçadores e placas de reforço em aço (a) e falha global da estrutura (b) (Bezerra *et al.*, 2009)

Nesta linha de pesquisa, Silva *et al.* (2018) e Silva *et al.* (2020) propuseram diferentes aplicações para o uso dos espaçadores no subtipo de treliças espaciais em questão, em especial no que tange aos materiais empregados nas suas confecções. Os estudos envolvem quatro combinações de materiais principais, a saber: polímero reforçado com fibra de vidro; concreto com fibra de sisal, concreto com fibra de aço e concreto encapsulado com fibra de aço. Os

resultados apresentados nos dois estudos reforçam os anteriores quanto ao aumento de resistência da estrutura aos colapsos global e local ao se associar os espaçadores às suas conexões, em que o uso da primeira combinação de materiais de composição promoveu um acréscimo de 22,5% na capacidade de resistência da estrutura, comparativamente à treliça sem a sua presença; para os espaçadores fabricados com concreto e fibra de sisal, os resultados dos ensaios apontaram dificuldades quanto à trabalhabilidade do conjunto na confecção dos espécimes, de forma que não se prosseguiu à sua aplicação nos protótipos das treliças; quanto aos espaçadores com concreto reforçado por fibras de aço, observou-se que a combinação de materiais não resistiu às altas tensões nas conexões e trincas radiais desenvolveram-se nos espaçadores; por sua vez, a utilização do concreto encapsulado com fibras de aço apresentou a maior eficiência dentre as alternativas supracitadas, com os seus protótipos de treliças ensaiados experimentalmente alcançando um aumento de resistência de 36% em relação às treliças de barras estampadas sem espaçadores. As Figuras 2.16 a 2.18 apresentam as execuções dos ensaios referidos.



(a)

(b)

Figura 2.16 – Execução do ensaio experimental de um protótipo de treliça com o uso de espaçadores em polímero reforçado com fibra de vidro (Silva *et al.*, 2018)



Figura 2.17 – Execução do ensaio experimental de um protótipo de treliça com o uso de espaçadores em concreto com fibra de aço (Silva *et al.*, 2020)



Figura 2.18 – Execução do ensaio experimental de um protótipo de treliça com o uso de espaçadores em concreto encapsulado com fibra de aço (Silva *et al.*, 2020)

Com base no cenário de trabalhos desenvolvidos nesta linha de pesquisa, nota-se que ainda existem diversos campos de conhecimento a serem explorados para o entendimento integral dos fenômenos concernentes ao comportamento estrutural das barras de aço com extremidades estampadas. Neste intuito, Silva (2020) realizou uma série de ensaios experimentais que avaliam a resistência, o modo de falha, entre outros aspectos, de espécimes dessas barras quando submetidas isoladamente a carregamentos de compressão, a qual se apresenta a seguir e que inspira o estudo numérico conduzido nesta dissertação.

Na tese de doutorado de Silva (2020), foram realizados extensos estudos sobre o comportamento estrutural de treliças espaciais, em especial sobre as alternativas de conexão dos seus elementos constituintes por representarem uma região crítica quanto às origens das falhas e dos colapsos das obras executadas. Faz-se no referido trabalho uma pesquisa geral sobre o histórico dos sistemas estruturais de treliças espaciais desenvolvidos em níveis global e nacional, com a apresentação das suas características inerentes, além de se propor novos sistemas patenteados. Para os experimentos conduzidos, ênfase foi dada ao sistema estrutural tipicamente adotado em projetos no Brasil e em diversos outros países, qual seja o de treliças espaciais de barras de aço com extremidades estampadas, em que a conexão dos membros é realizada com auxílio de parafuso único. Devido ao escopo definido para a presente dissertação e visando-se manter a sua objetividade, somente a referência desta parte dos experimentos será apresentada e discutida. Os ensaios de determinação das propriedades mecânicas do aço utilizado e os ensaios de barras isoladas, no que concerne às suas metodologias de execução e os seus resultados obtidos, são tratados neste trabalho como fontes diretas subsidiárias de informação para o seu desenvolvimento e para a sua análise crítica.

O aço carbono utilizado nos experimentos, conforme nomenclatura estabelecida pelo *American Iron and Steel Institute (AISI)* e pela *Society of Automotive Engineers (SAE)*, é denominado AISI 1020. A boa conformabilidade e soldabilidade deste tipo de aço estimulam a sua especificação frequente em projeto, sendo um material de usual aplicação na construção de treliças espaciais para vãos de até 30 m. Os critérios que regulamentam a sua produção e o fornecimento de tubos de aço-carbono estão prescritos na norma brasileira ABNT NBR 8261:2019 – *Tubos de aço-carbono, com e sem solda, de seção circular, quadrada ou retangular para usos estruturais – Requisitos*.

Os tubos utilizados para a execução da referida pesquisa foram adquiridos na metalúrgica Grupo Gravia Ltda, em Brasília, e entregues no Laboratório de Estruturas – LABEST – da Universidade de Brasília. Para a avaliação das propriedades mecânicas do aço ensaiado, fez-se uso da infraestrutura de laboratório do Instituto Federal de Brasília, no *campus* de Samambaia Sul, onde foram realizados ensaios de tração à temperatura ambiente. Com auxílio da máquina universal modelo EMIC DL-30000/23-300, que apresenta capacidade de carga de 300 kN, os ensaios foram conduzidos em um total de 09 corpos-de-prova do lote fornecido à uma taxa de extensão de 0,010 mm/min, em que se extraíram amostras das extremidades e das regiões centrais das barras. A Figura 2.19 exemplifica a execução deste experimento, sendo

apresentados na Figura 2.20 os resultados do conjunto de ensaios com os diagramas tensão *versus* deformação.

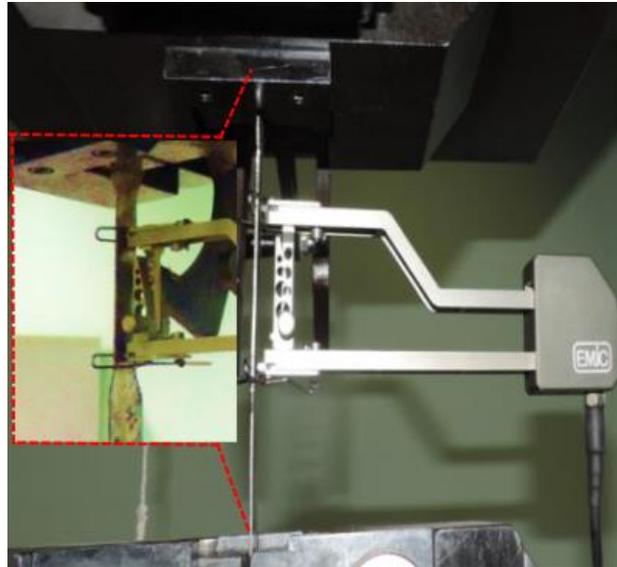


Figura 2.19 – Ensaio de tração à temperatura ambiente de amostra do aço AISI 1020 (Silva, 2020)

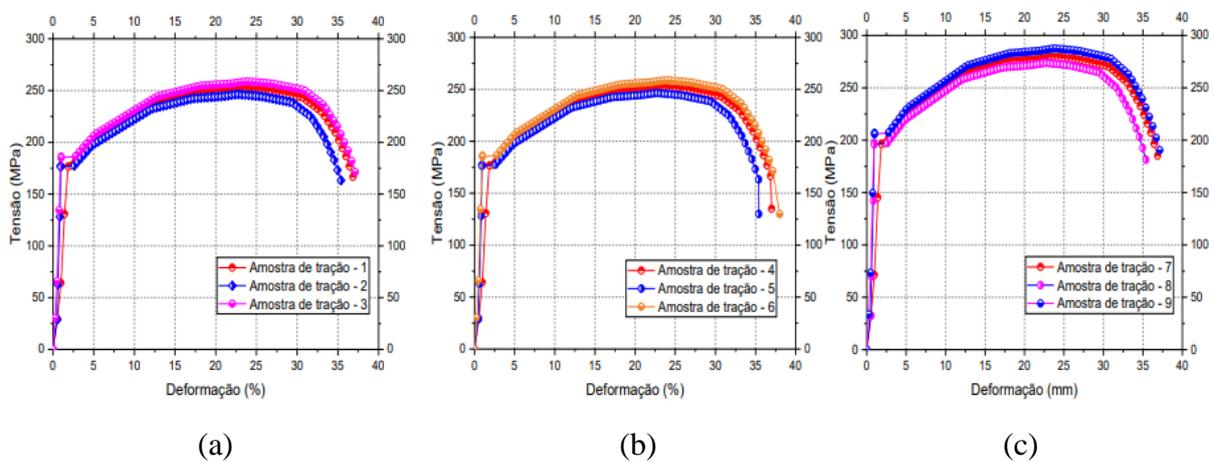


Figura 2.20 – Diagramas tensão *versus* deformação de amostras ensaiadas do aço AISI 1020: extremidade das barras (a), região central das barras (b) e outra extremidade das barras (c) (Silva, 2020)

Os valores obtidos nos experimentos descritos para as propriedades mecânicas do material estão consistentes com as especificações do fabricante, em que o módulo de elasticidade se encontra próximo de 200 GPa, a resistência média ao escoamento e a resistência última foram determinadas em 198 MPa e 273 MPa, respectivamente. Além disso, o

alongamento de ruptura aferido, com base de medida de 50 mm, foi de 0,3 de deformação (mm/mm), e o coeficiente de Poisson associado foi de 0,29.

Aferidas as propriedades mecânicas do aço utilizado nesta pesquisa, prosseguiu-se à realização dos ensaios nas barras isoladas com extremidades estampadas, com o intuito de se analisar principalmente as resistências, os modos de falha e os deslocamentos dos espécimes. Para tanto, o trabalho se iniciou com o planejamento e a confecção do pórtico metálico apresentado nas Figuras 2.21 e 2.22. A sua estrutura é formada pela associação de dois tubos de aço ASTM A36 com uma base de perfis W 200x31,3 em aços ASTM A572 Gr. 50 e ASTM A6/A6M, sendo que no sistema articulado fixo foram utilizados mais dois perfis U 15,24x4,88. O sistema de apoio móvel e a viga de reação na extremidade superior do pórtico foram construídos com chapas de aço ASTM A36 de espessura igual a 20 mm. Para a soldagem dos seus componentes, fez-se uso da máquina de solda MIG 350 Ultramig MF Trifásica 220 V da empresa fabricante Brax Soldas, com arco elétrico, gás de proteção e alimentação de rolo de arame de 1,2 mm. O limite de carga do atuador hidráulico usado em conjunto ao pórtico desenvolvido foi de 50 kN. Os espécimes são fixados rigidamente aos apoios do pórtico com auxílio de um par de parafusos por extremidade. O autor dos ensaios observa, entretanto, que na região de apoio móvel das barras houve liberação parcial da extremidade ao giro no plano de flexão da seção transversal das peças, de forma a se configurar um engaste não perfeito, ou seja, um apoio semirrígido.

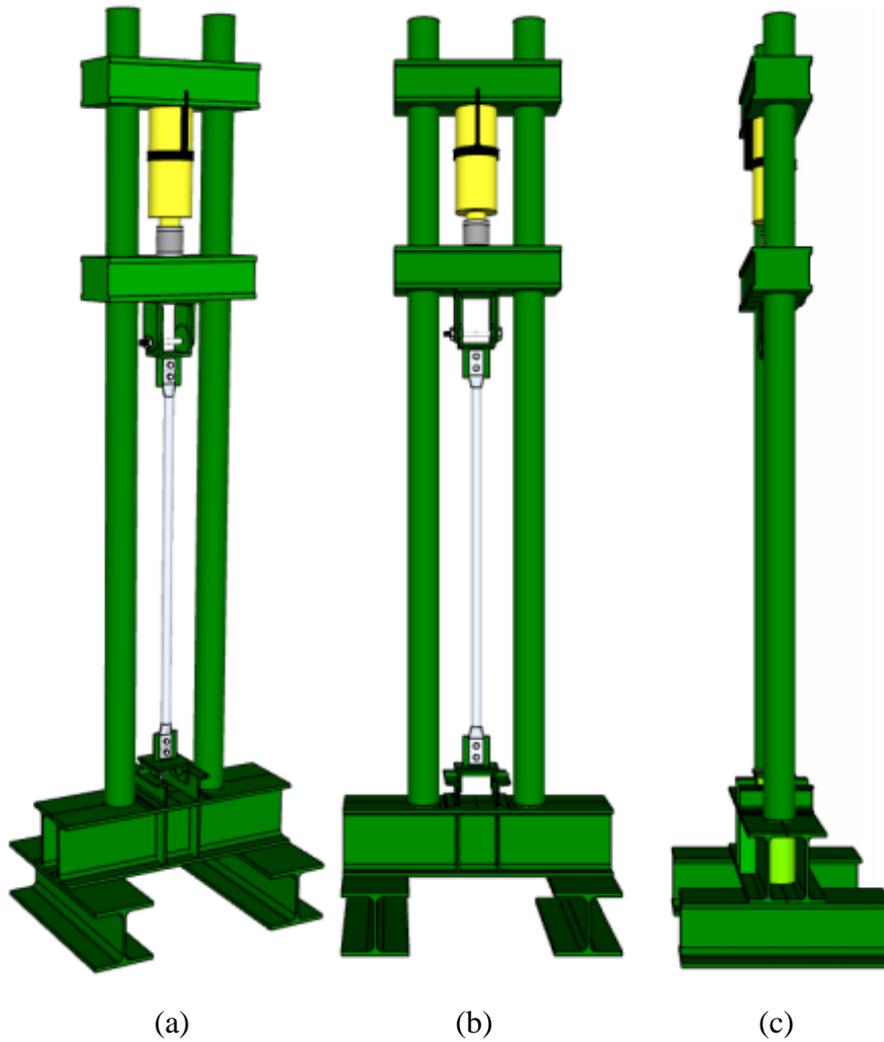


Figura 2.21 – Detalhes do pórtico metálico desenvolvido para a realização dos ensaios de barras isoladas: vista isométrica (a), vista frontal (b) e vista lateral (c) (Silva, 2020)

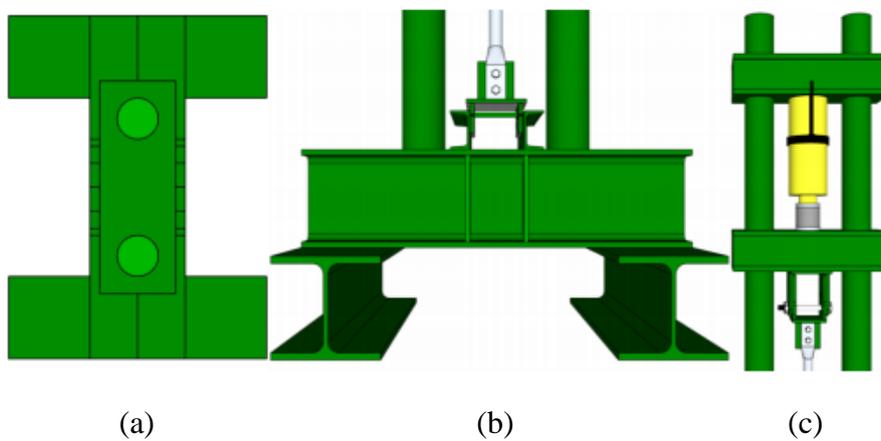


Figura 2.22 – Detalhes do pórtico metálico desenvolvido para a realização dos ensaios de barras isoladas: vista superior em corte (a), detalhe da base do pórtico (b) e detalhe da parte móvel (c) (Silva, 2020)

A fim de se sintetizar a identificação das barras ensaiadas, propôs-se a seguinte nomenclatura: Ensaio de Flambagem de Barras com Extremidades Estampadas (EBE), termo seguido pelo valor do comprimento efetivo e pelo número de identificação do espécime de referência. Quanto aos comprimentos efetivos das barras, definidos pelo comprimento contido entre as regiões das extremidades estampadas, estes foram determinados com base nos índices de esbeltez abordados nesta pesquisa, que variam em 9 valores na escala entre 20 e 100. O limite superior do índice de esbeltez foi assim estabelecido devido às limitações geométricas do pórtico de ensaio. As dimensões principais das barras ficaram estabelecidas, portanto, no intervalo de 490 mm a 1565 mm. Outras das suas dimensões características são o diâmetro externo de 38 mm e a espessura de 0,95 mm.

Para a variação de índices de esbeltez sugerida, e considerando-se a realização de 3 ensaios para cada valor assumido, totalizam-se 27 ensaios em barras isoladas com extremidades estampadas. A Tabela 2.1 e a Figura 2.23 fornecem os detalhes sobre os espécimes ensaiados.

Tabela 2.1 – Detalhes gerais das barras ensaiadas (Silva, 2020)

Identificação do espécime ensaiado	Comprimento efetivo (mm)	Diâmetro externo (mm)	Índice de esbeltez
EBE250-01 EBE250-02 EBE250-03	250	38	20
EBE400-01 EBE400-02 EBE400-03	400	38	30
EBE525-01 EBE525-02 EBE525-03	525	38	40
EBE650-01 EBE650-02 EBE650-03	650	38	50
EBE800-01 EBE800-02 EBE800-03	800	38	60
EBE915-01 EBE915-02 EBE915-03	915	38	70
EBE1050-01 EBE1050-02 EBE1050-03	1050	38	80
EBE1175-01 EBE1175-02 EBE1175-03	1175	38	90
EBE1325-01 EBE1325-02 EBE1325-03	1325	38	100

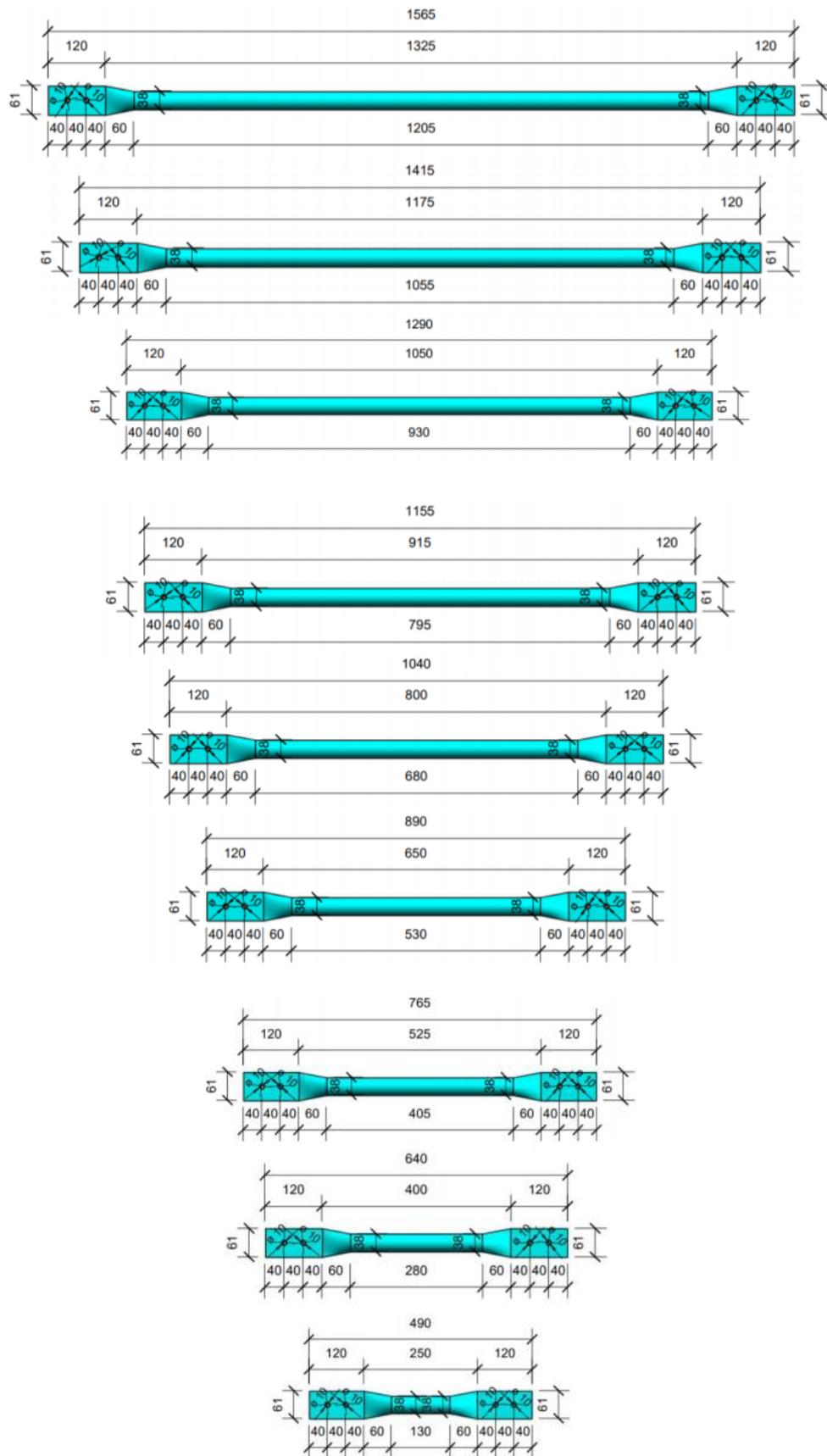


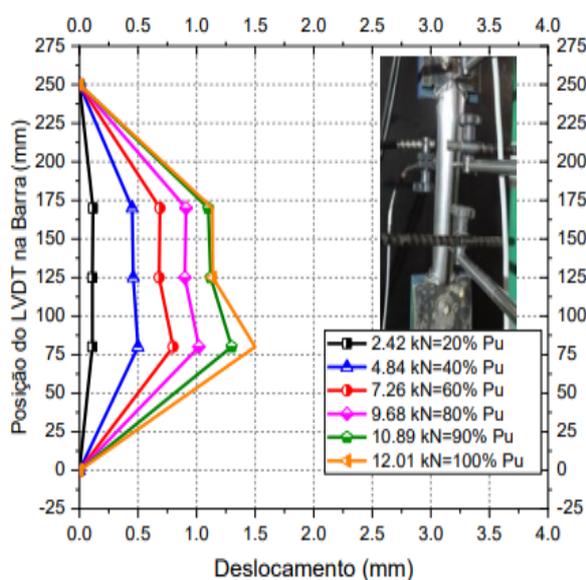
Figura 2.23 – Detalhes geométricos das barras ensaiadas (Silva, 2020)

A instrumentação dos ensaios experimentais, com intuito de se monitorar e se registrar as informações relativas às cargas aplicadas e aos deslocamentos apresentados pelos espécimes de barras, foi constituída pelo sistema de aquisição de dados Spider 8 da HBM (*Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH*) associado ao software Catman e aos equipamentos de leitura. A taxa de aquisição de dados foi de 1 Hz e o passo de carga adotado foi de 0,10 kN. Para o monitoramento dos deslocamentos induzidos nas barras foram instalados 5 transdutores de deslocamento, sensores conhecidos como LVDTs por referência à sua sigla em inglês, cuja tradução no singular significa transformador linear variável diferencial. O posicionamento dos LVDTs foi realizado de forma a se extrair os dados de deslocamento em regiões características ao longo do comprimento dos espécimes: o LVDT-1 foi instalado acima da viga móvel, com a agulha do transdutor posicionada sobre uma chapa de 8 mm de espessura presente entre a célula de carga e o atuador hidráulico, com o objetivo de se monitorar os deslocamentos verticais do espécime ensaiado; o LVDT-2 e o LVDT-3 foram fixados nas barras verticais do pórtico construído, sobre regiões a 180 mm de distância das extremidades estampadas de cada espécime, com a medida dos deslocamentos horizontais nestes locais; por fim, o LVDT-4 e o LVDT-5 foram dispostos sobre as mesmas estruturas que os dois anteriores, entretanto em nível com a região central das barras ensaiadas, para se mensurar os deslocamentos máximos previstos no fenômeno de flambagem global. A representação do posicionamento dos LVDTs para a execução dos ensaios em questão pode ser visualizada com auxílio da Figura 2.24. O carregamento foi aplicado sobre o eixo longitudinal de simetria da barra, posicionado paralelamente ao sentido da gravidade. A célula de carga responsável por aplicá-lo também proveio do fabricante HBM.

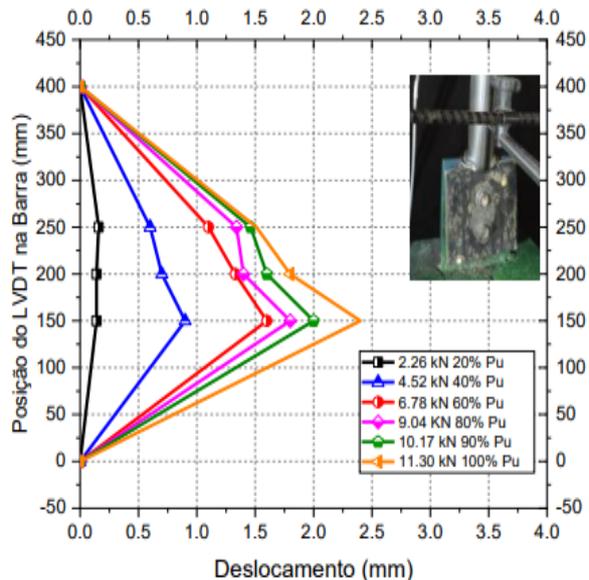


Figura 2.24 – Posicionamento dos LVDTs para a execução dos ensaios: registro da configuração real dos aparatos experimentais (a) e a sua representação gráfica (b) (Silva, 2020)

Realizado o conjunto de ensaios com as barras de extremidades estampadas, para cada índice de esbelteza avaliado nesta pesquisa foram agrupados os seus respectivos resultados gráficos de força *versus* deslocamento, de forma a se apresentar o comportamento característico médio dos espécimes, conforme as Figuras 2.25 a 2.29. Os deslocamentos apresentados referem-se às leituras do LVDT-2 ao LVDT-5. Ressalta-se que os resultados apresentados estão contidos nos limites máximos de carga suportados pelas barras ensaiadas, uma vez que o estudo das suas resistências pós-flambagem, ou seja, depois de configurada a falha estrutural e a perda de rigidez acentuada das barras, não constituem a finalidade de pesquisa desta dissertação.

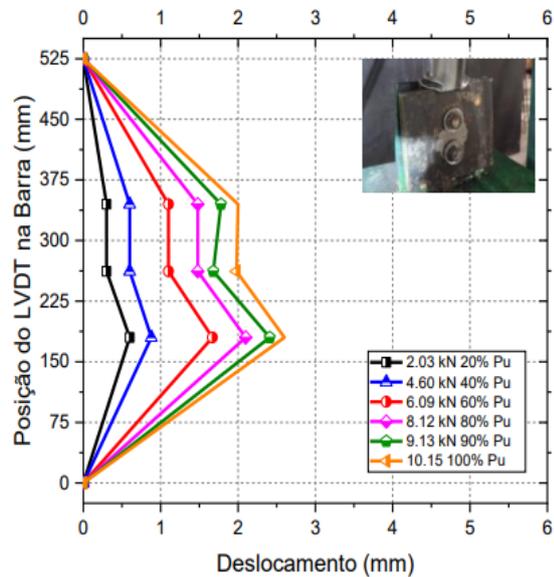


(a)

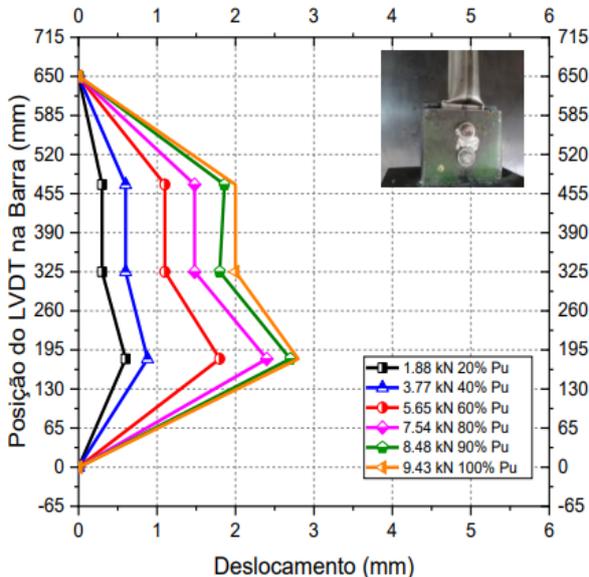


(b)

Figura 2.25 – Gráficos de força *versus* deslocamento dos ensaios EBE250 (a) e EBE400 (b)  
(Silva, 2020)

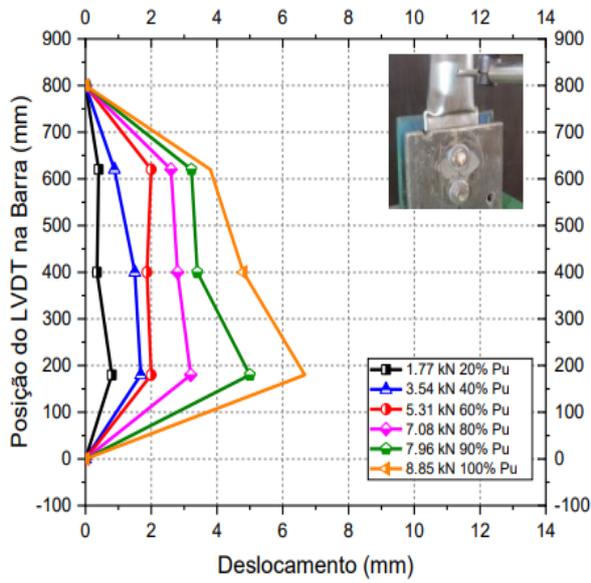


(a)

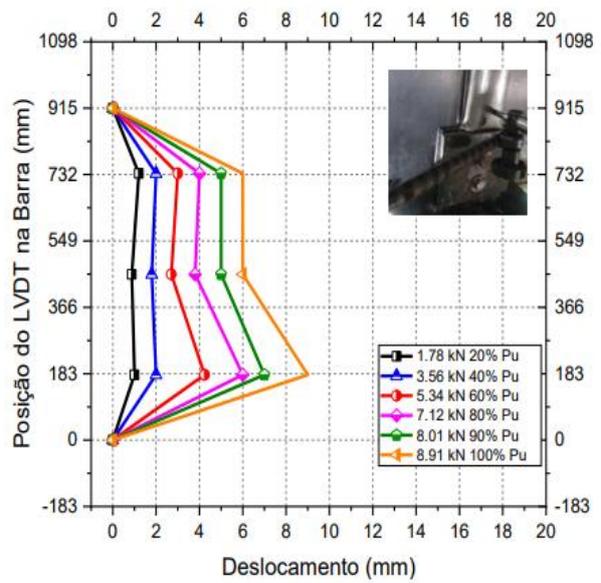


(b)

Figura 2.26 – Gráficos de força *versus* deslocamento dos ensaios EBE525 (a) e EBE650 (b)  
(Silva, 2020)

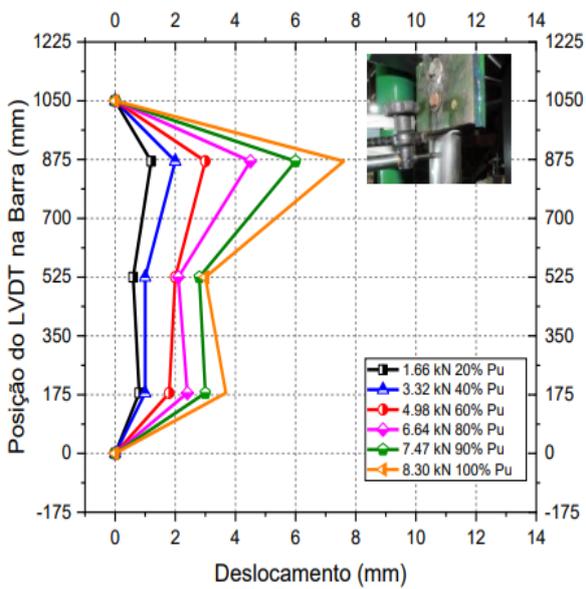


(a)

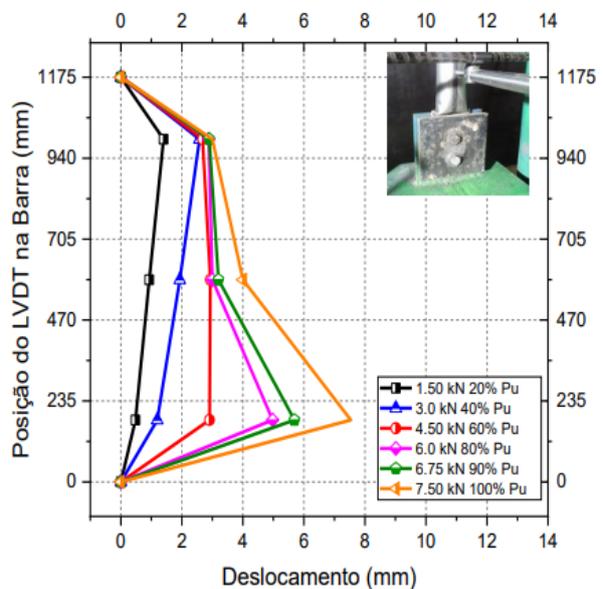


(b)

Figura 2.27 – Gráficos de força *versus* deslocamento dos ensaios EBE800 (a) e EBE915 (b) (Silva, 2020)



(a)



(b)

Figura 2.28 – Gráficos de força *versus* deslocamento dos ensaios EBE1050 (a) e EBE1175 (b) (Silva, 2020)

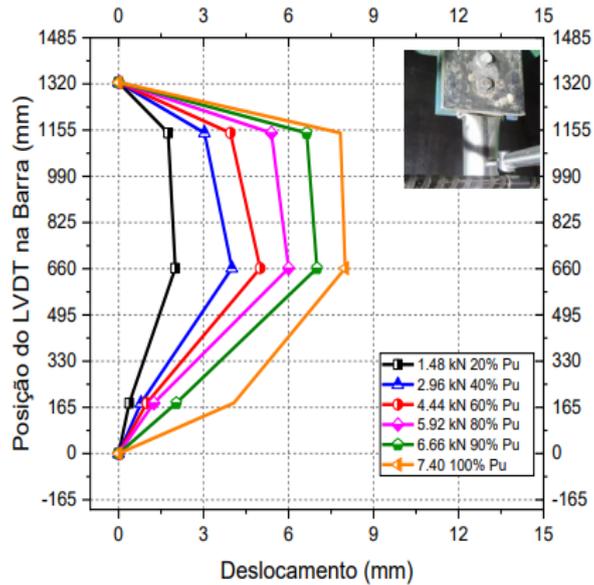


Figura 2.29 – Gráficos de força *versus* deslocamento do ensaio EBE1325 (Silva, 2020)

Segundo os resultados obtidos com os ensaios experimentais, observou-se que não ocorreu a flambagem global das barras com extremidades estampadas, de forma que as regiões de achatamento de seção comprometeram significativamente a resistência dos espécimes para a faixa de índices de esbeltez avaliada. Na Figura 2.30 está apresentada a configuração dos ensaios para diversos índices de esbeltez das barras, enquanto na Figura 2.31 tem-se o detalhamento da falha local dos espécimes. Foi percebido nas regiões próximas às ligações a flambagem local com empenamento da seção crítica, seguida pelo esmagamento da extremidade estampada, o que caracteriza o modo de falha predominante das barras. A ruptura das barras dos ensaios EBE ocorreu de maneira abrupta, com deslocamento médio do centro das barras para a carga máxima resistente igual a 5,3 mm. Já a variação do valor desta carga, considerando-se os resultados extremos de 12,0 kN e 7,5 kN dos ensaios EBE250 e EBE1325, respectivamente, apresentou uma redução total de 37,5% para o referente aumento no índice de esbeltez. Tais resultados serão objeto de comparação com aqueles das análises numéricas desenvolvidas.

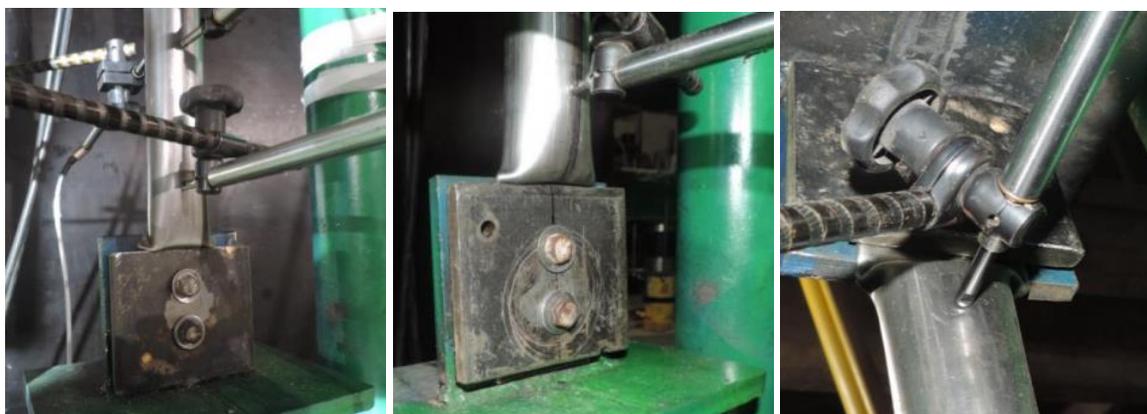


(a)

(b)

(c)

Figura 2.30 – Execução dos exemplos de ensaio EBE250 (a), EBE800 (b) e EBE1325 (c) (Silva, 2020)



(a)

(b)

(c)

Figura 2.31 – Flambagem local das extremidades das barras nos exemplos de ensaio EBE250 (a), EBE800 (b) e EBE1325 (c) (Silva, 2020)

### 3. ANÁLISES NUMÉRICAS

Objetivando-se estender a compreensão do fenômeno de instabilidade de treliças espaciais compostas por barras de aço com extremidades estampadas, propõe-se neste trabalho a análise numérica sistêmica dos seus elementos constituintes submetidos isoladamente a carregamento de compressão. Para tanto, em uma primeira fase são desenvolvidos 09 protótipos em elementos finitos destas barras, cujas propriedades geométricas e mecânicas se baseiam nos espécimes ensaiados por Silva (2020). Tais simulações abarcam um espectro de índices de esbeltez ( $\lambda$ ) que varia de 20 a 100, sendo este o parâmetro principal de categorização escolhido para o presente estudo dada a sua influência preditiva no fenômeno investigado. Com os resultados obtidos, prossegue-se então à sua comparação com os dados dos experimentos de referência, de forma a se analisar a aplicabilidade dos modelos numéricos. São explorados os conceitos de carga máxima de resistência à compressão, deslocamentos máximos e deformações, assim como os campos de tensão desenvolvidos nas estruturas durante a aplicação do carregamento.

Complementarmente, são constituídos outros 06 protótipos com índices de esbeltez na faixa de 100 a 200, para os quais são realizadas séries de simulações compostas, baseadas em combinações de análise modal com análise pelo método de Riks modificado. A série de simulações numéricas é então estendida para uma terceira fase de modelagens, na qual são aplicadas imperfeições geométricas iniciais aos 07 protótipos de maior esbeltez do espectro em estudo com o intuito de se determinar a redução de carga última de resistência dos perfis susceptíveis a esta alteração de condições. Para tanto, faz-se uma comparação entre os resultados numéricos obtidos com aqueles apresentados nas fases precedentes e com aqueles preconizados pelas formulações constantes na norma brasileira ABNT NBR 8800:2008.

Para concluir esta seção da dissertação, realiza-se uma quarta fase de simulações numéricas, em que são analisados no total 28 novos modelos de barras de aço de treliças espaciais idealizadas, cujo diferencial está no fato de que a seção circular original é mantida inalterada ao longo de todo o comprimento dos protótipos. São então estruturadas 14 análises de barras retilíneas submetidas a carregamento de compressão axial, acrescidas de outras 14 simulações com a introdução de imperfeições geométricas iniciais. Com estas simulações, tem-se como objetivo a continuação de validação dos dados extraídos nas demais simulações, assim como a avaliação do efeito isolado da presença da geometria estampada das barras ensaiadas numericamente.

### 3.1. Geometria dos modelos propostos

A partir das características geométricas das barras de aço com extremidades estampadas ensaiadas por Silva (2020), como indicadas na Figura 2.23, a concepção das geometrias de base dos modelos numéricos foi realizada com auxílio do software AutoCAD®. Foi utilizado o ambiente de modelagem 3D do programa e as suas respectivas ferramentas, sendo a estrutura das barras projetada integralmente por elementos de superfície sem espessura e situados sobre o eixo geométrico de cada região. O processo de desenho técnico no programa se iniciou pelos extremos das barras, com a representação das regiões achatadas por quatro superfícies retangulares ortogonais – duas principais e duas secundárias, em termos de áreas de extensão – e dos seus pares de furos referentes às conexões parafusadas. Em seguida, modelou-se a parte central dos protótipos, em que a seção circular original das barras associada ao uso dos elementos de superfície conferem o seu aspecto final de cilindro reto. Por fim, realizou-se a modelagem das regiões de transição de seção transversal, em que transições de geometria graduais e suaves entre as duas regiões descritas foram realizadas com a utilização da ferramenta *Loft* do software. As Figuras 3.1 e 3.2 apresentam os resultados obtidos com a execução desta etapa do trabalho. Conforme explicado na seção desta dissertação destinada à descrição dos ensaios experimentais, a nomenclatura atribuída às barras diz respeito ao Ensaio de Flambagem de Barras com Extremidades Estampadas (EBE), especificado com o valor do comprimento efetivo do espécime de referência.

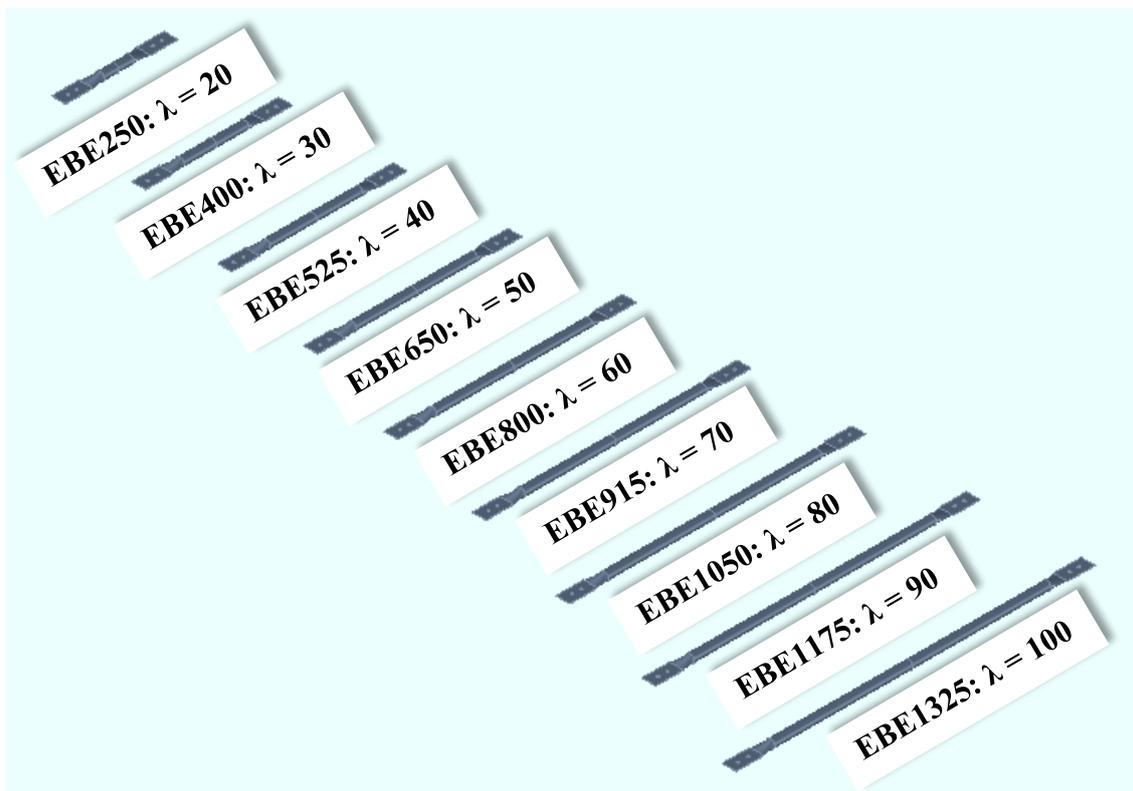


Figura 3.1 – Geometria base dos modelos numéricos desenvolvidos: Dimensões referentes às barras com extremidades estampadas dos ensaios EBE250 a EBE1325 ( $20 \leq \lambda \leq 100$ )

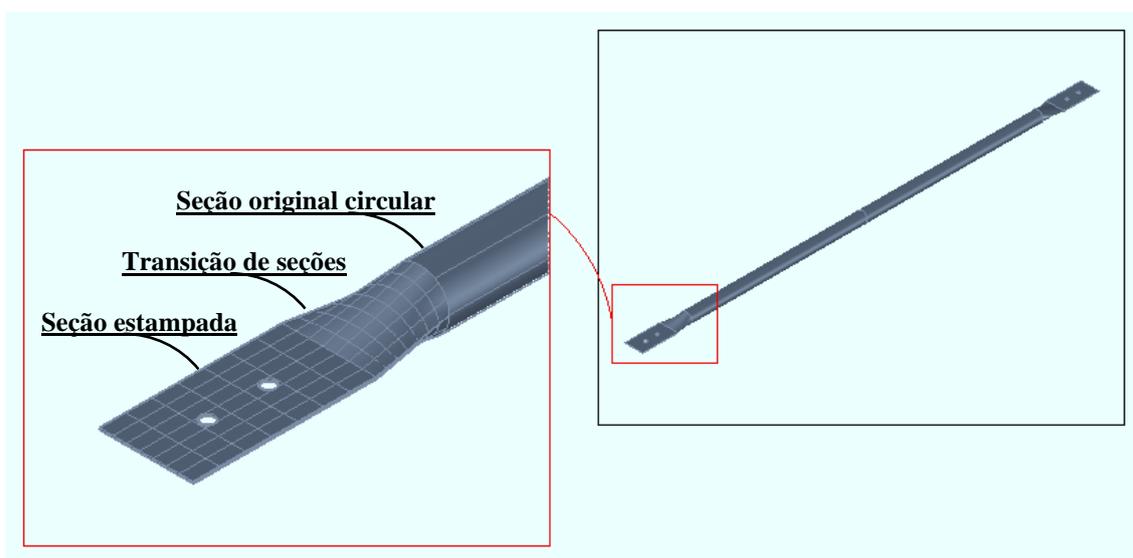


Figura 3.2 – Detalhes da geometria base dos modelos numéricos desenvolvidos: regiões de seção original circular, de transição de seções e de seção estampada

A configuração geométrica dos demais espécimes com extremidades estampadas avaliados neste trabalho, cujos índices de esbeltez variam de 100 a 200, foi modelada em etapa posterior pela contínua extensão dos comprimentos deste primeiro conjunto, obtendo-se as geometrias apresentadas na Figura 3.3. Dessa forma, as regiões estampadas e de transição de seções transversais se mantiveram com as suas características originais. Ressalta-se que o limite superior desta faixa de índices de esbeltez estudada foi determinado com base nas prescrições normativas contidas na norma NBR 8800:2008, as quais especificam tal valor como o limite absoluto de projeto de barras comprimidas.

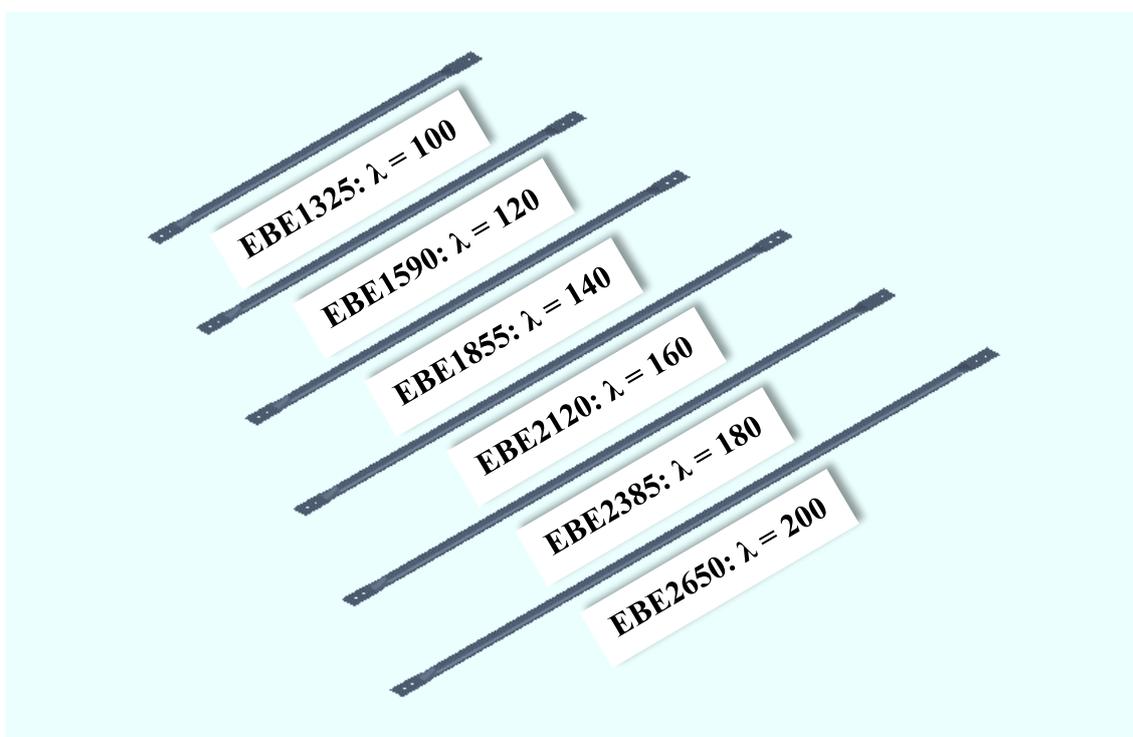


Figura 3.3 – Geometria base dos modelos numéricos desenvolvidos: Dimensões referentes às barras com extremidades estampadas dos ensaios EBE1325 a EBE2650 ( $100 \leq \lambda \leq 200$ )

Com base na geometria dos modelos de barras de aço com extremidades estampadas, foram desenvolvidas as geometrias das barras ideais com seções transversais circulares constantes ao longo do comprimento de cada uma, a integrarem a quarta fase de simulações numéricas. Para tanto, fez-se uso dos arquivos produzidos anteriormente e realizou-se a devida adaptação das extremidades dos protótipos. A Figura 3.4 ilustra as geometrias das barras ideais em projeto.

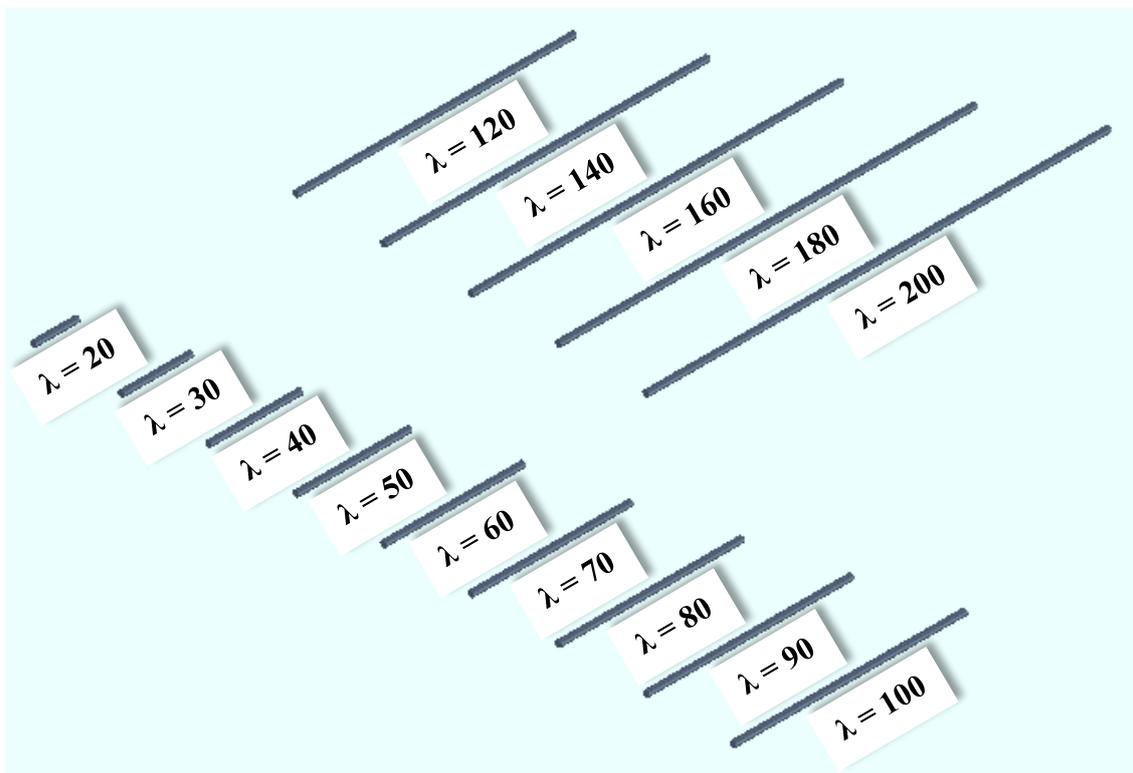
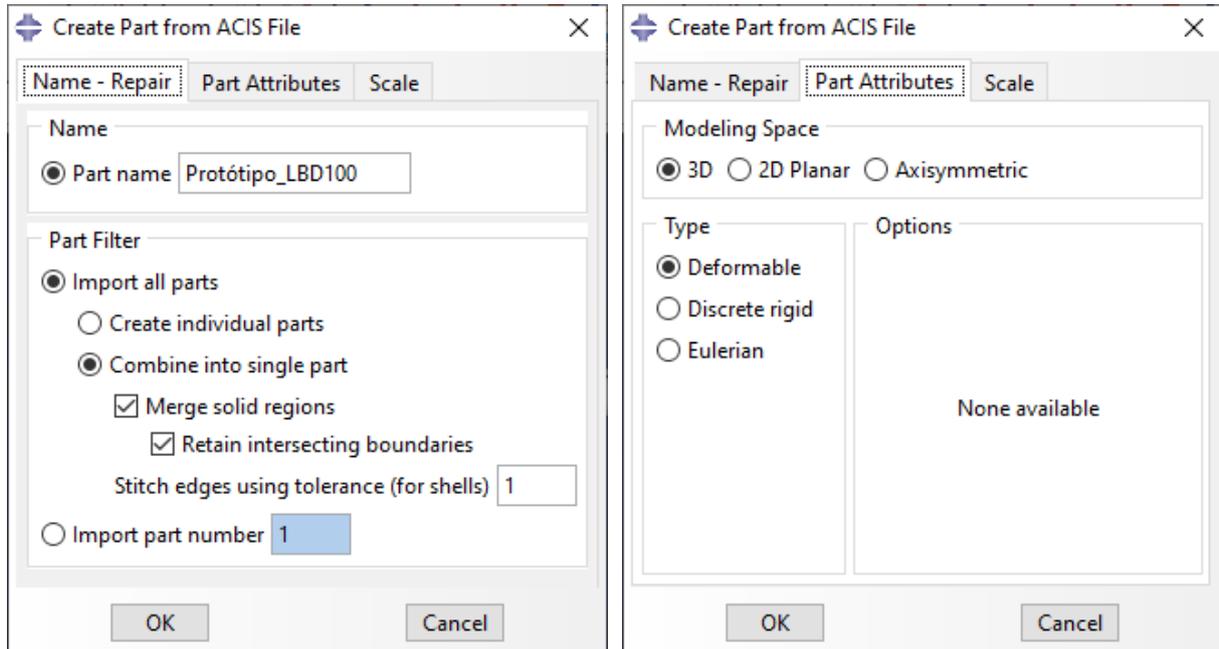


Figura 3.4 – Geometria base dos modelos numéricos desenvolvidos: Dimensões referentes às barras ideais com seções transversais circulares constantes ( $20 \leq \lambda \leq 200$ )

As geometrias das barras projetadas foram exportadas individualmente em arquivos de formato SAT (*Standard ACIS Text*) para a constituição dos modelos numéricos.

### 3.2. Constituição das modelagens numéricas – Primeira fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 100

Para a execução da análise numérica dos protótipos avaliados nesta pesquisa, fez-se uso das ferramentas computacionais fornecidas pelo software Abaqus®, um programa estruturado com base no Método dos Elementos Finitos (MEF). Inicialmente, cria-se um modelo de simulação do tipo *Standard* para cada barra de referência e realiza-se a importação dos arquivos SAT com as geometrias pré-concebidas no software AutoCAD®. Tais geometrias são importadas ao programa como partes singulares, com a junção das regiões sólidas e retendo-se os limites de intersecção originais, e às quais são atribuídos o espaço de modelagem tridimensional e a configuração básica de partes deformáveis. O referido processo e o seu resultado se encontram exemplificados nas Figuras 3.5 e 3.6. A nomenclatura atribuída a cada modelo numérico faz referência ao índice de esbeltez ( $\lambda$ ) do protótipo em análise.



(a)

(b)

Figura 3.5 – Configurações de importação das geometrias das barras com extremidades estampadas ao software Abaqus® e a criação de partes singulares

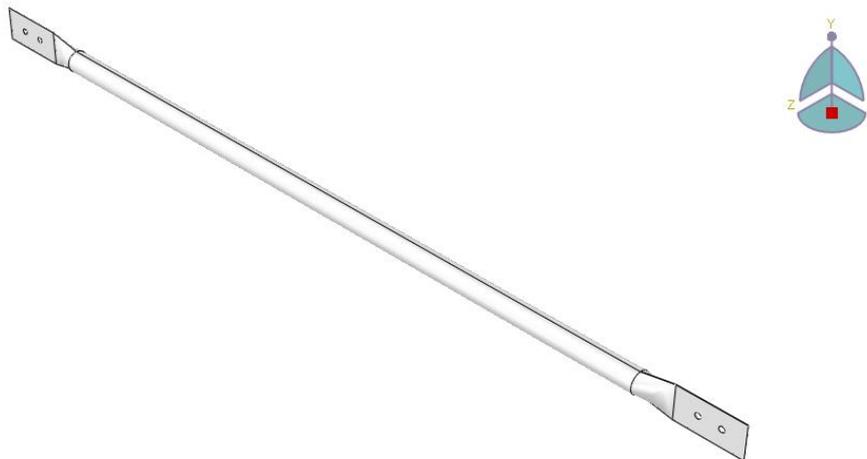


Figura 3.6 – Exemplo de constituição de parte singular dos modelos numéricos

Verificada a consistência das configurações e das medidas dos modelos na importação de dados ao Abaqus®, prosseguiu-se à modelagem das propriedades mecânicas do aço utilizado na pesquisa. Por referência ao trabalho de Silva (2020), aplicou-se as propriedades do aço AISI

1020 aos modelos de barra individuais, conforme apresentadas na seção 2.3 desta dissertação. Para a definição do comportamento plástico do material, ressalta-se que o software estabelece que os dados de entrada de tensão e deformação devem ser informados na sua forma verdadeira, ou seja, em tensões e deformações que efetivamente atuam nas estruturas, e em ordem crescente de valor. Assim, com base em um conjunto representativo de dados dos ensaios de tração, disponibilizados diretamente pelo autor dos experimentos em tabelas de pares ordenados de tensão e deformação de engenharia, a sua inserção no programa foi realizada após a devida conversão dos dados em tensões e deformações verdadeiras e a filtragem dos valores pertinentes ao estudo. A execução deste procedimento foi conduzida com a aplicação sucessiva das Equações 3.1 a 3.3 em planilha Excel. Os resultados obtidos com a conversão dos dados originais em tensões verdadeiras e deformações plásticas estão apresentados na Figura 3.7. As Figuras 3.8 e 3.9 contêm a aplicação dos dados de entrada para a reprodução do material no software.

$$\sigma = \sigma_{eng}(1 + \varepsilon_{eng}) \quad (3.1)$$

$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_{eng}) \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon - \varepsilon_{el} = \varepsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (3.3)$$

em que:

$\sigma$  é a tensão verdadeira;

$\varepsilon$  é a deformação verdadeira;

$\sigma_{eng}$  é a tensão de engenharia;

$\varepsilon_{eng}$  é a deformação de engenharia;

$\varepsilon_{pl}$  é a deformação plástica;

$\varepsilon_{el}$  é a deformação elástica;

$E$  é o módulo de elasticidade do material.

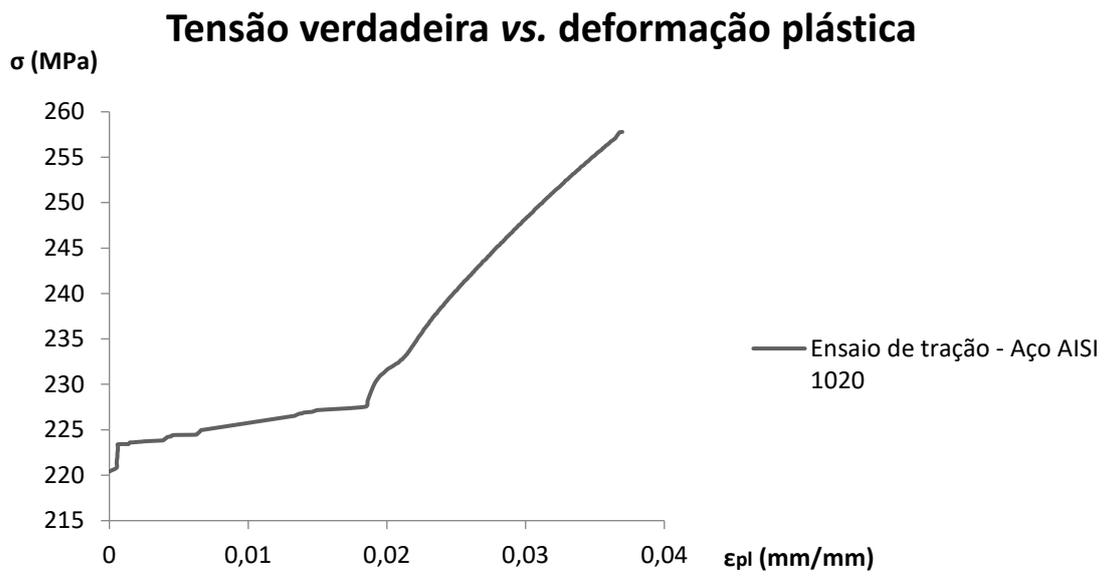


Figura 3.7 – Dados de tensão verdadeira vs. deformação plástica do aço AISI 1020

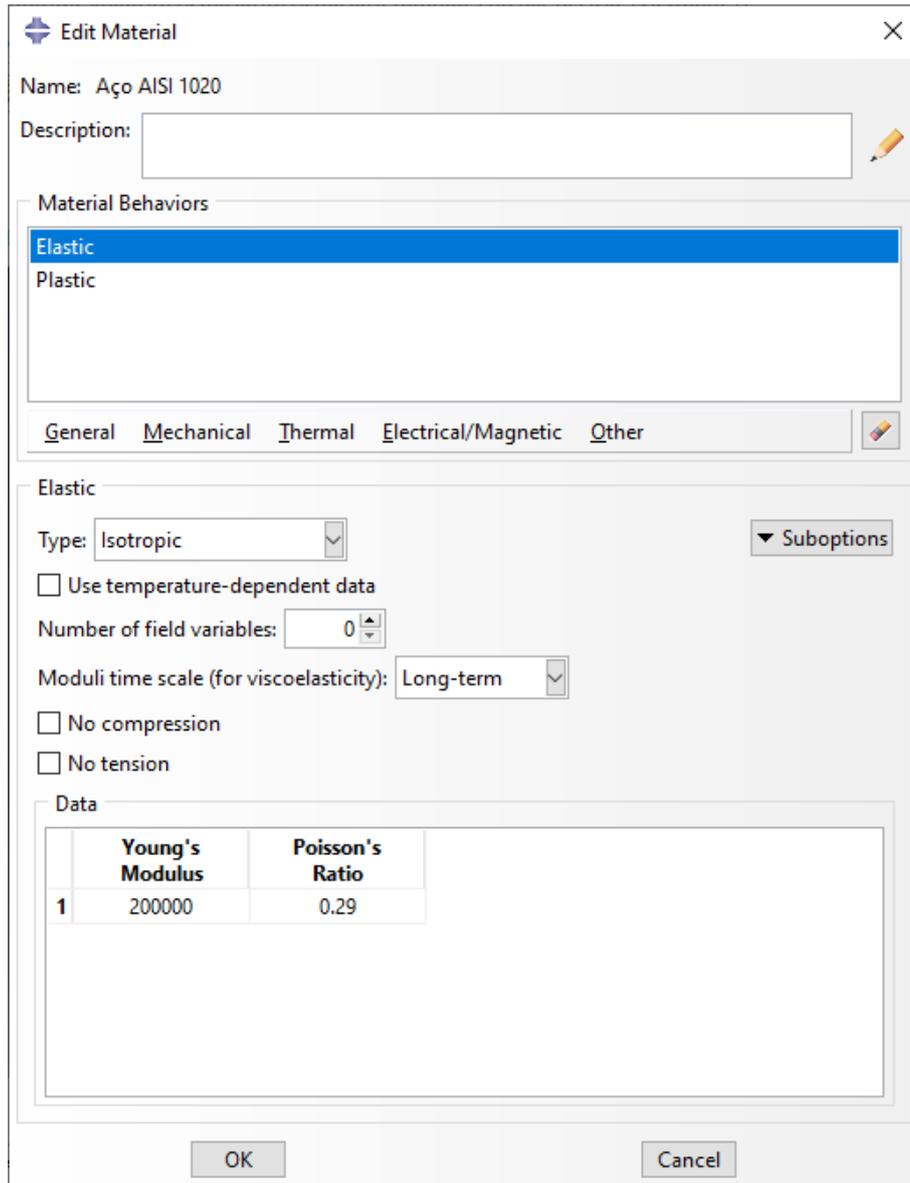


Figura 3.8 – Definição das propriedades mecânicas do aço AISI 1020 no software Abaqus® – Comportamento elástico do material

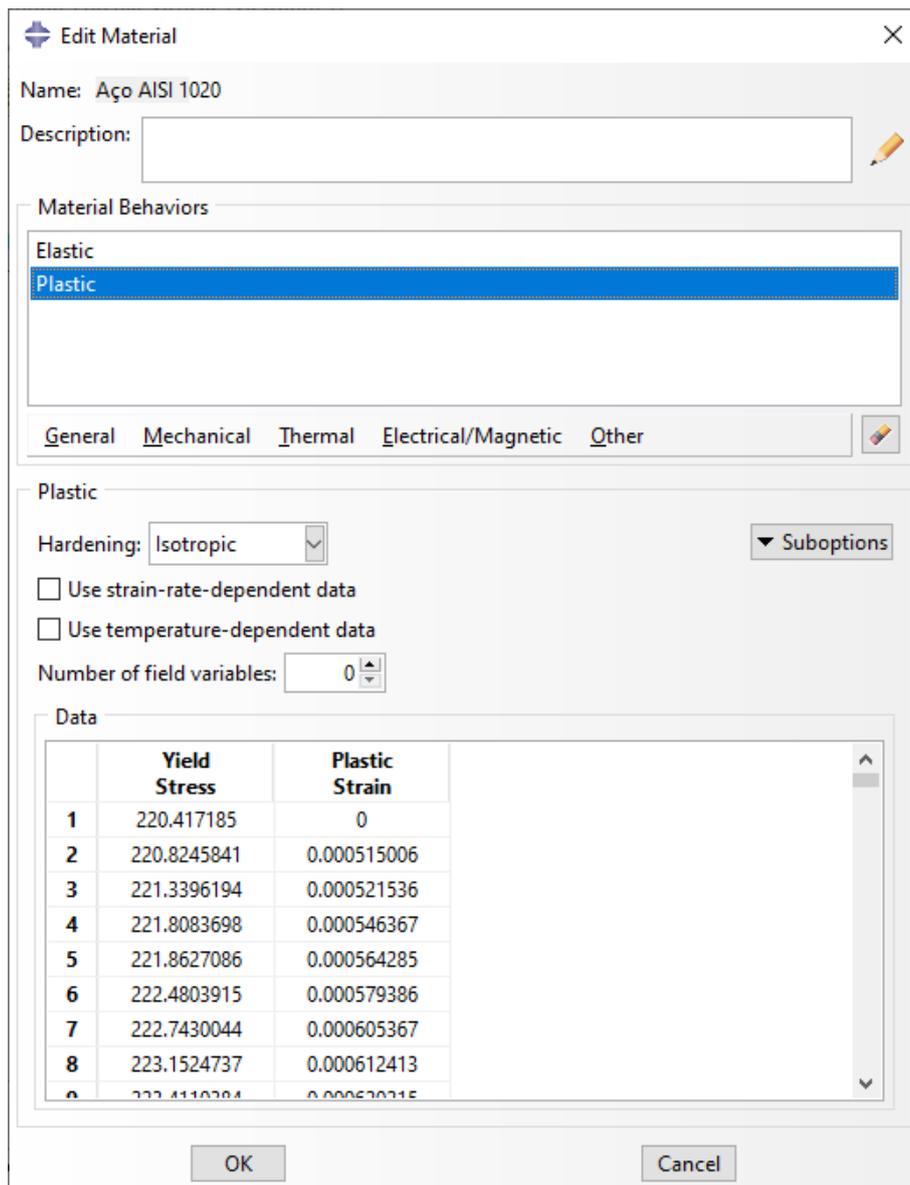


Figura 3.9 – Definição das propriedades mecânicas do aço AISI 1020 no software Abaqus® – Comportamento plástico do material

Uma vez definido o material de composição das barras com extremidades estampadas dentro do programa, faz-se necessária a criação e a atribuição de uma seção transversal característica às geometrias dos modelos. Pelo fato de as estruturas dos protótipos serem compostas essencialmente por chapas finas, cuja espessura é igual a 0.95 mm, adotou-se seção do tipo *shell* como a sua forma representativa. A Figura 3.10 apresenta a aplicação destas configurações no software. A fim de se proporcionar aos modelos a geração de malhas estruturadas de elementos finitos, são feitas partições de geometria em algumas regiões das barras: nas seções estampadas, as chapas são divididas em seis sub-regiões através de partições

que passam pelos centros dos furos relativos às conexões parafusadas; e na seção circular original, são realizadas duas partições longitudinais e diametralmente opostas ao longo do comprimento das barras. As Figuras 3.11 e 3.12 ilustram os processos detalhados nesta fase do trabalho.

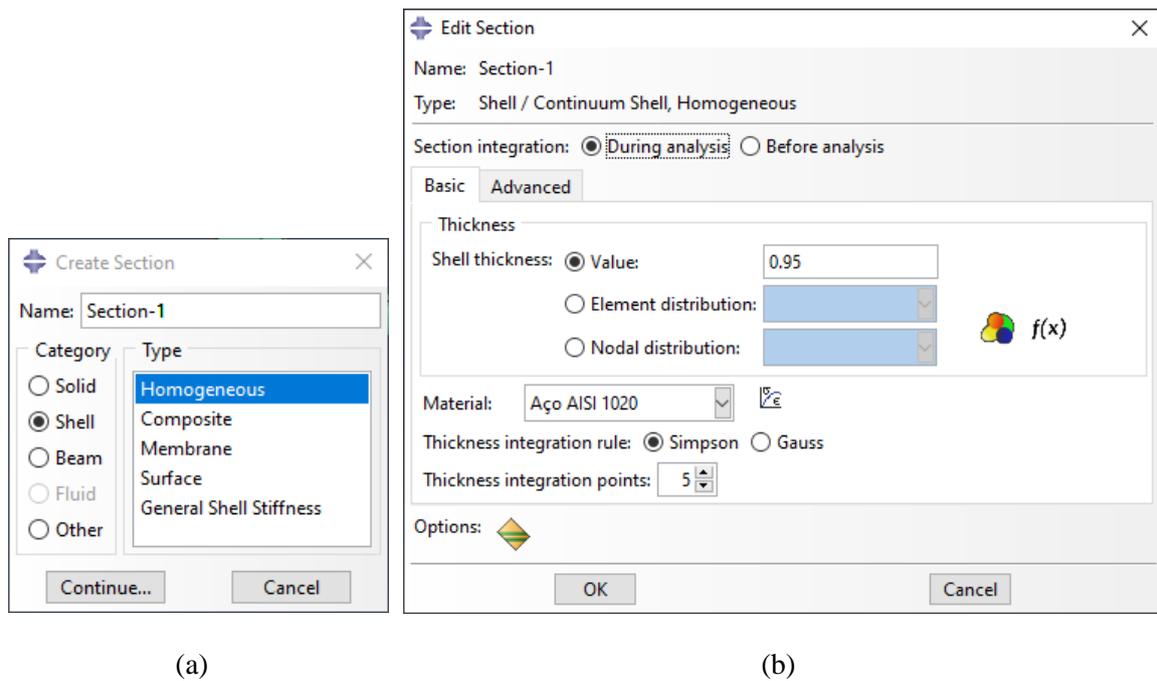


Figura 3.10 – Configurações de criação e edição das características de seção dos modelos numéricos no software Abaqus®



Figura 3.11 – Exemplo de partição dos modelos de barras com extremidades estampadas

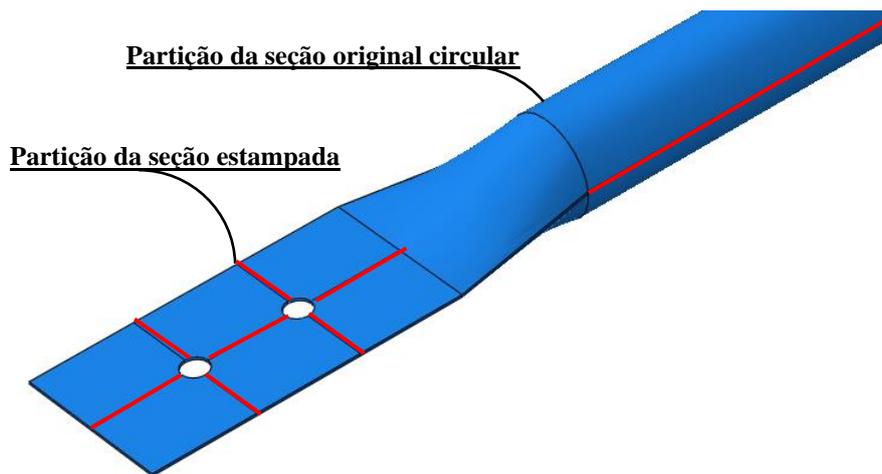


Figura 3.12 – Detalhe de partição dos modelos de barras com extremidades estampadas: região estampada e região original circular

Na seção *Step* do ambiente de modelagem do software, são determinadas as configurações da análise numérica a ser realizada. Por padrão, o programa apresenta uma fase inicial pré-definida, na qual se pode incluir as condições de contorno de partida do sistema. Para a definição da técnica e dos parâmetros de análise, criou-se uma nova fase sequente, em que o tipo de procedimento estabelecido foi o estático geral de Riks modificado. Tal escolha dentre as técnicas de solução disponibilizadas pelo programa embasa-se no fato de que o método de Riks modificado é aplicável na previsão de colapso instável de estruturas que apresentam não-linearidades geométrica e física, o que se enquadra no contexto desta pesquisa segundo os resultados experimentais de referência e a tipologia das falhas estruturais observadas em obras de engenharia. Por se tratar o próprio carregamento como uma variável adicional à simulação, o referido método faz uso do comprimento de arco (ou *arc length*, termo técnico em inglês usualmente utilizado) como a grandeza de base para se medir o progresso da solução, sendo determinada ao longo do caminho de equilíbrio estático no espaço carga-deslocamento. Em seguida, edita-se a fase recém-criada com a prescrição de não-linearidade geométrica à análise e o ajuste dos seus parâmetros de incremento. As Figuras 3.13 a 3.15 apresentam a execução do procedimento descrito.

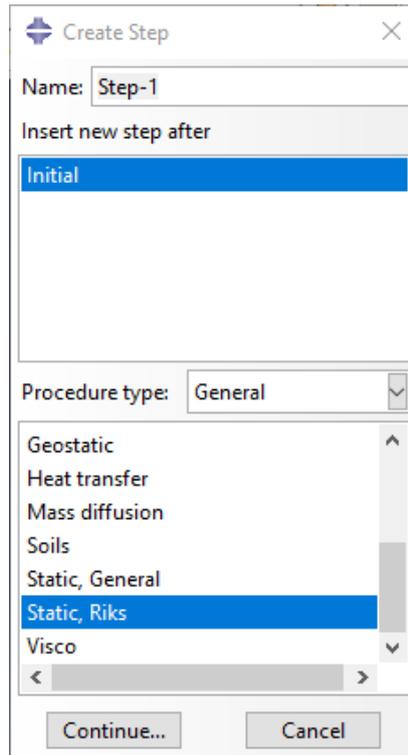


Figura 3.13 – Criação de fase de análise com aplicação do procedimento do tipo estático geral de Riks modificado no software Abaqus®

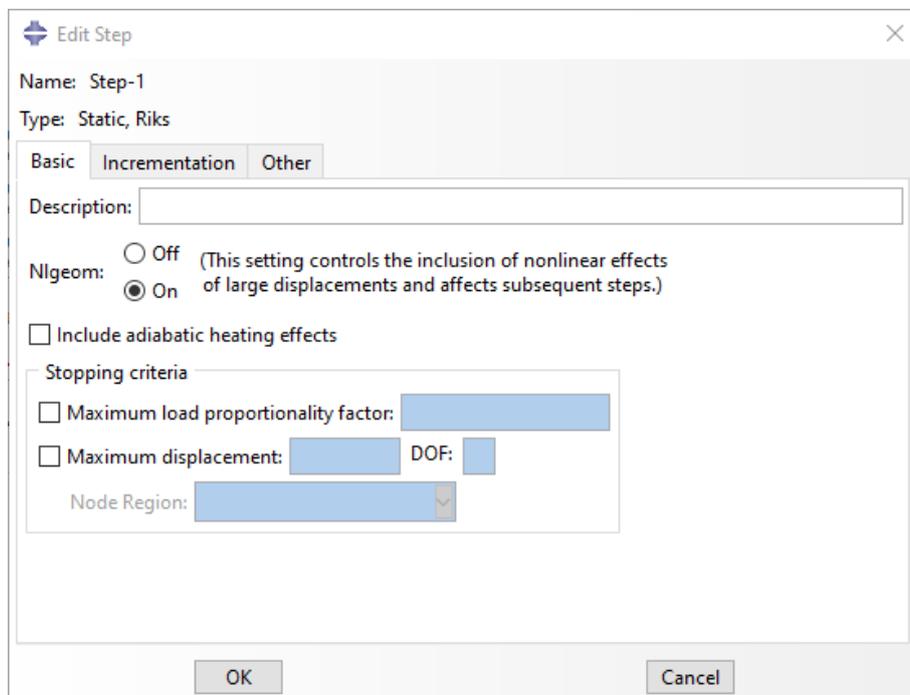


Figura 3.14 – Edição de fase de análise com a prescrição de não-linearidade geométrica

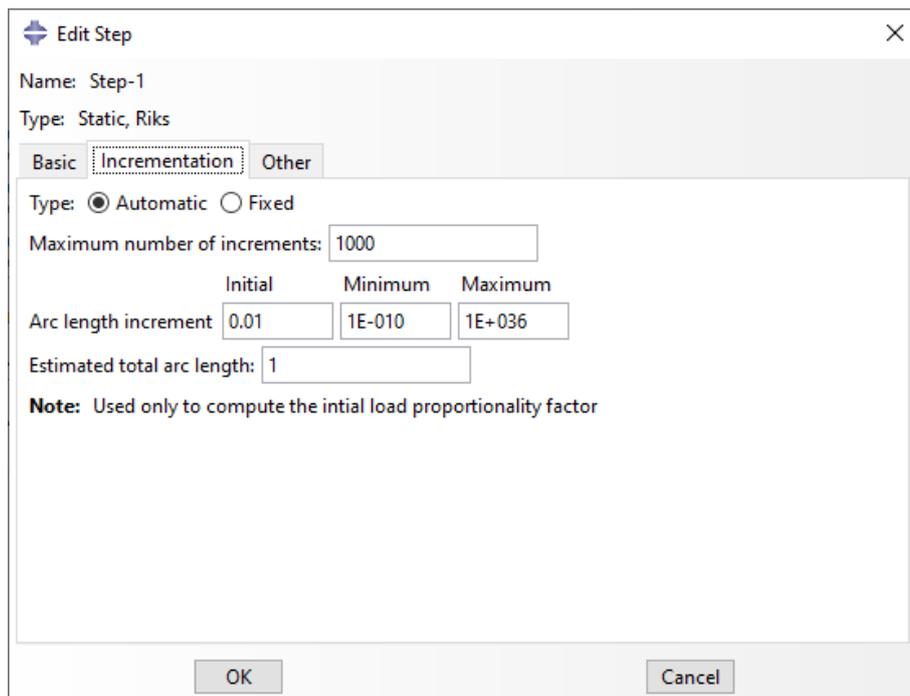


Figura 3.15 – Edição de fase de análise com a definição dos parâmetros de incremento

A definição de pontos de referência realizada em seguida teve o intuito de prover locais de entrada de carregamentos e de atribuição de condições de contorno aos modelos numéricos. Na seção *Interaction* do software, foram estabelecidos pontos de referência no centro de cada um dos furos previstos para as conexões parafusadas nas regiões estampadas das barras. A determinação de vínculos entre eles e as bordas dos furos foi feita com uma restrição do tipo *Kinematic Coupling*, em que os seis graus de liberdade no espaço tridimensional são individualmente associados pela informação do ponto de controle e da superfície-alvo. As Figuras 3.16 e 3.17 trazem detalhes dos pontos de referência e dos seus respectivos vínculos com a estrutura das barras modeladas.

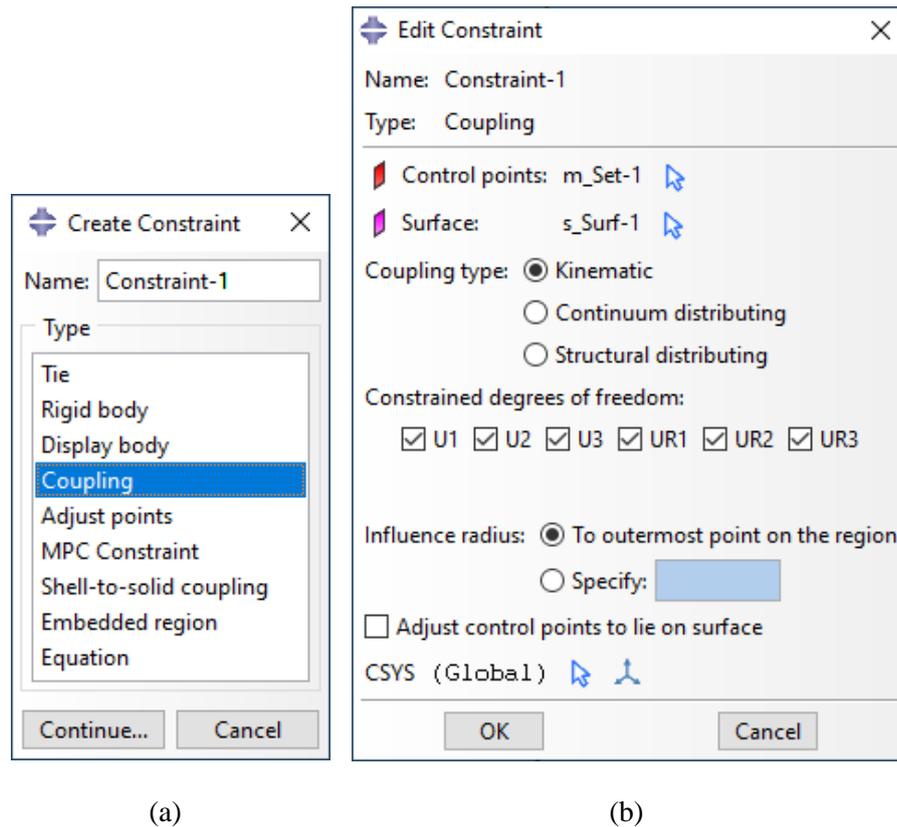


Figura 3.16 – Configurações de criação e edição de restrição do tipo *Kinematic Coupling* no software Abaqus®

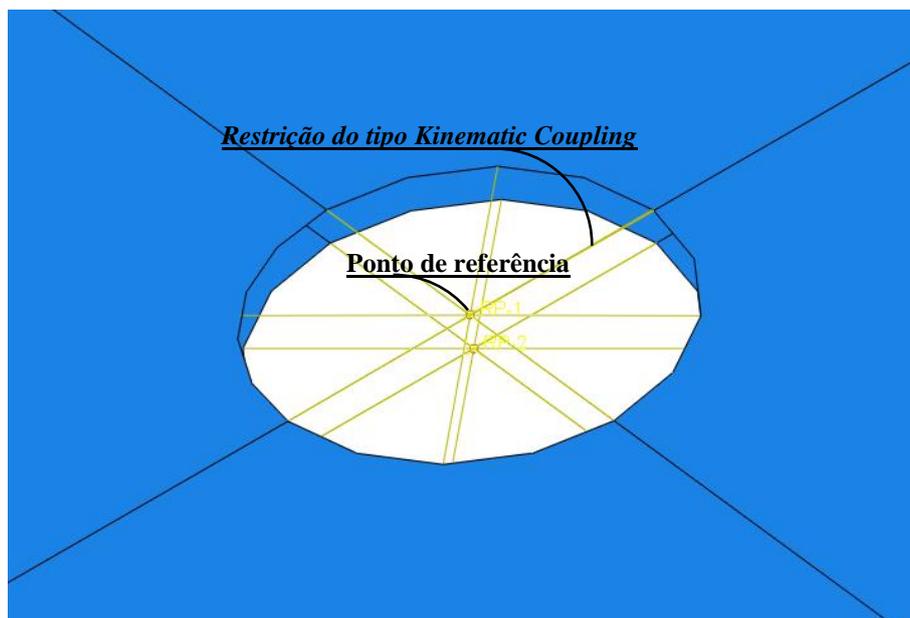


Figura 3.17 – Detalhe de restrição entre um ponto de referência e a superfície adjacente do furo de uma região estampada nos modelos numéricos

A utilização da seção *Load* do software Abaqus® destina-se à modelagem dos carregamentos e das condições de contorno aos quais os protótipos estão submetidos, sendo adotados em correspondência àqueles estabelecidos pelos ensaios experimentais – ver seção 2.3 desta dissertação. A princípio foram aplicadas as condições de contorno aos modelos, em que as vinculações impostas pelas extremidades fixa e móvel do pórtico metálico foram introduzidas nas simulações como restrições de deslocamento e rotações das regiões estampadas das barras, conforme representadas nas Figuras 3.18 a 3.20. Quanto ao carregamento de compressão a ser atribuído aos modelos, uma vez que o uso do método de Riks modificado tem por objetivo neste trabalho determinar a sua magnitude máxima antes da perda de rigidez da estrutura e do seu respectivo colapso, o valor inicial de carga deve ser inferior a tal limite. Com base nos resultados experimentais, que indicam cargas últimas de resistência entre algumas unidades ou dezenas de kilonewtons (kN) para os diferentes níveis de esbeltez das barras, adotou-se o valor inicial de carga igual a 1,0 kN. Para cada modelo numérico, este valor foi subdividido igualmente em quatro cargas concentradas nos pontos de referência da sua extremidade móvel, como se apresentam nas Figuras 3.21 e 3.22.

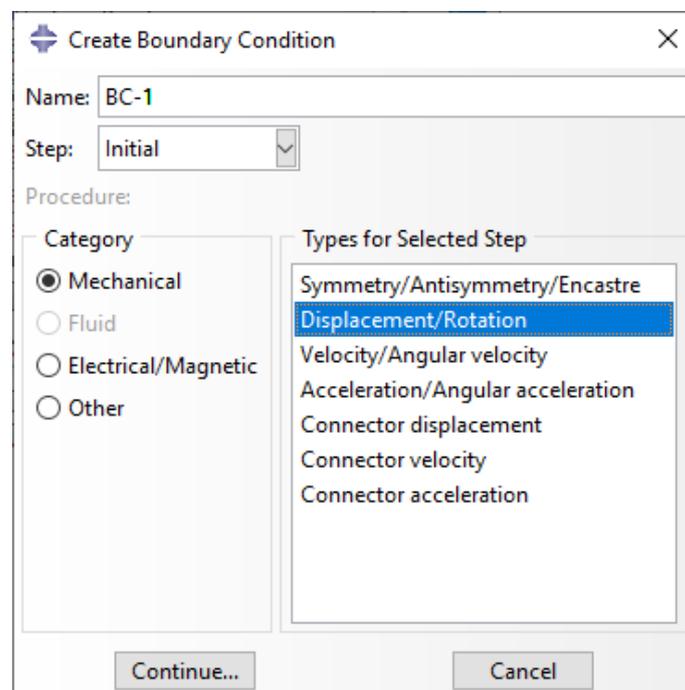
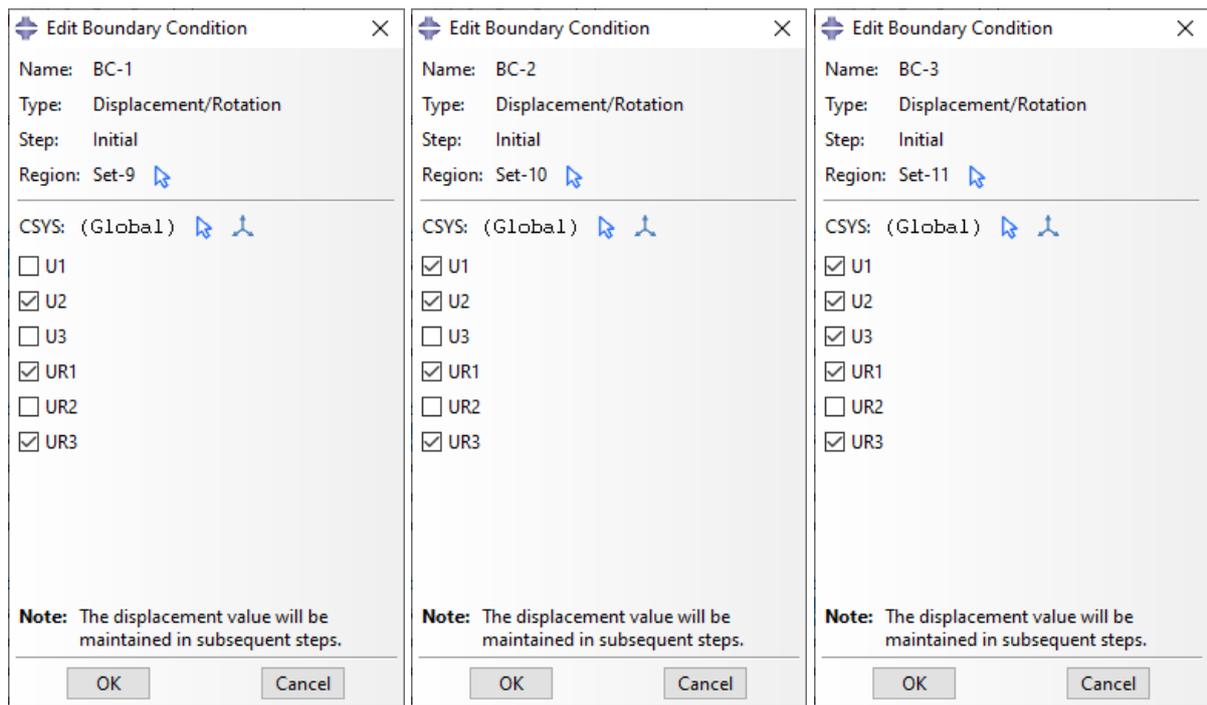


Figura 3.18 – Criação de condições de contorno no software Abaqus®

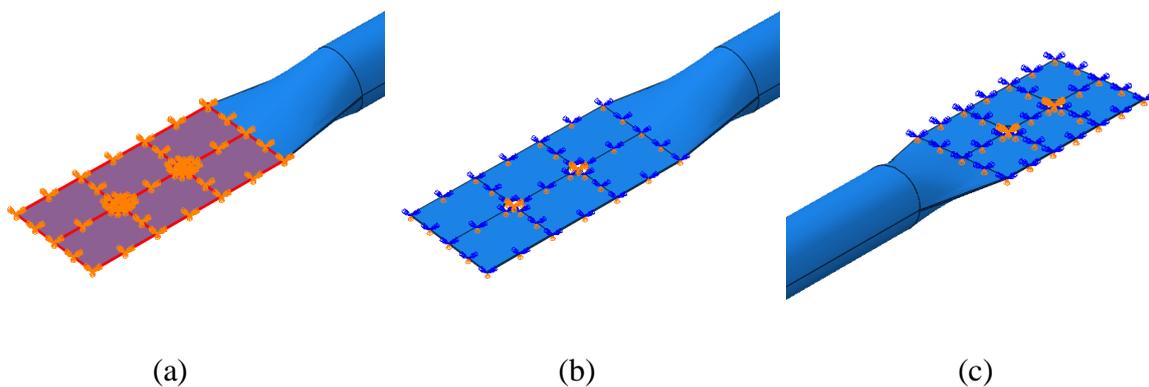


(a)

(b)

(c)

Figura 3.19 – Edição de condições de contorno no software Abaqus®: restrições atribuídas às extremidades estampadas (a), aos pontos de referência da extremidade móvel (b) e aos pontos de referência da extremidade fixa (c)

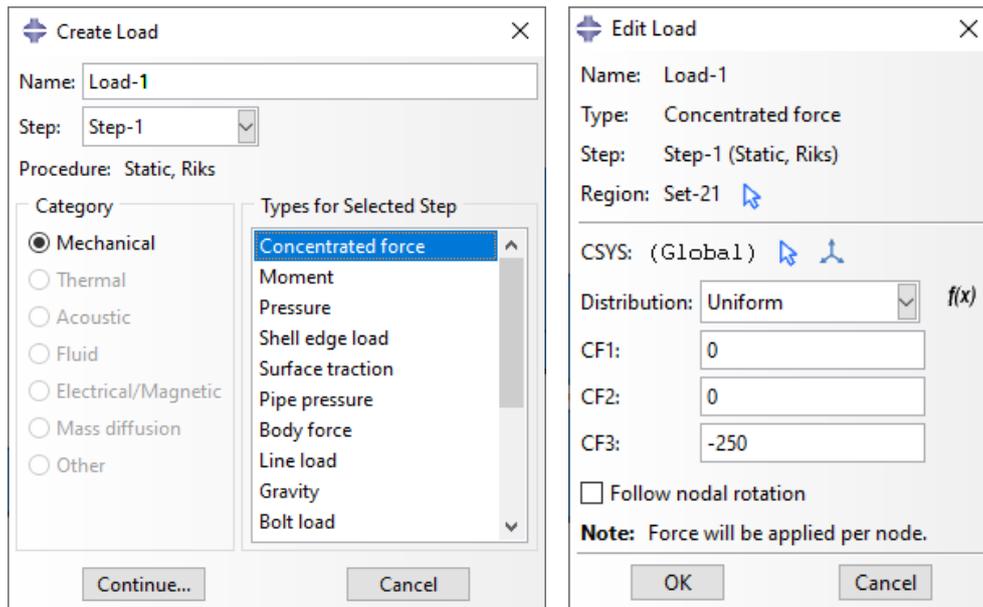


(a)

(b)

(c)

Figura 3.20 – Representação gráfica das condições de contorno no software Abaqus®: restrições atribuídas às extremidades estampadas (a), aos pontos de referência da extremidade móvel (b) e aos pontos de referência da extremidade fixa (c)



(a)

(b)

Figura 3.21 – Configurações de criação e edição de carregamentos no software Abaqus®.

Unidade das cargas em Newtons (N)

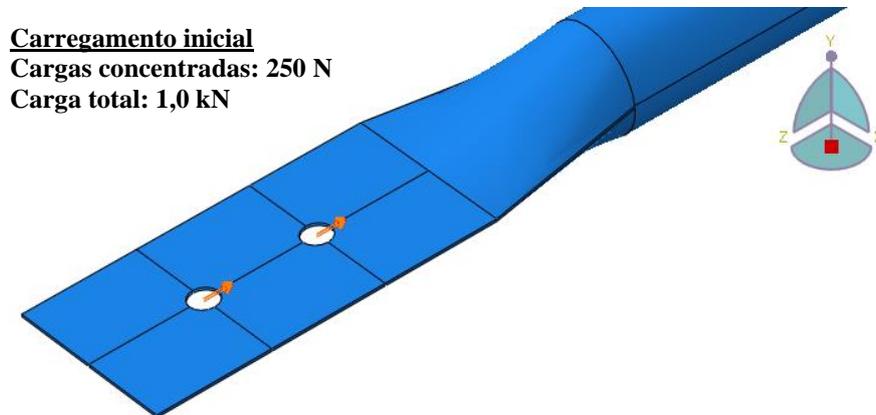


Figura 3.22 – Representação gráfica dos carregamentos no software Abaqus®: 04 cargas concentradas de compressão de 250 N agrupadas em pares, totalizando-se um carregamento inicial de 1,0 kN.

O prosseguimento da modelagem das barras de aço com extremidades estampadas no software Abaqus® se deu com o desenvolvimento das malhas de elementos finitos na seção *Mesh* do programa. A partir das partições previamente realizadas na geometria dos protótipos, foram prescritas subdivisões de domínio ao longo das suas arestas com o objetivo de se

controlar o tamanho dos elementos gerados em cada região específica. Para a geometria geral dos modelos, impôs-se uma restrição superior de tamanho para os elementos igual a 5 mm, enquanto à geometria dos furos das conexões parafusadas foram atribuídas dimensões máximas de 2 mm. Tais valores foram adotados com a ponderação entre os critérios de precisão dos resultados e o custo computacional envolvido nas simulações, considerando-se as experiências adquiridas em estudo piloto. Conforme a descrição das etapas iniciais da modelagem, as barras estudadas são representadas por modelos numéricos com seções transversais do tipo *shell*, e portanto devem conter elementos finitos desta mesma classe. Dentre a biblioteca de elementos finitos do software, escolheu-se o tipo S4R para a execução das simulações. Este é um tipo de elemento *shell* de quatro nós adequado para estruturas de espessura fina, que faz uso de integração reduzida e do controle de *hourglass* para a obtenção dos resultados. Quanto às técnicas de geração de malha disponibilizadas pelo programa, o processo de partição de geometria já aludido permitiu também a aplicação da técnica estruturada aos modelos numéricos. A este procedimento foi adicionado o algoritmo de minimização de transição de malhas, visando-se garantir a regularidade de formato dos elementos finitos e, assim, a acurácia dos resultados. As Figuras 3.23 a 3.27 ilustram as sub-etapas contidas nesta fase do trabalho.

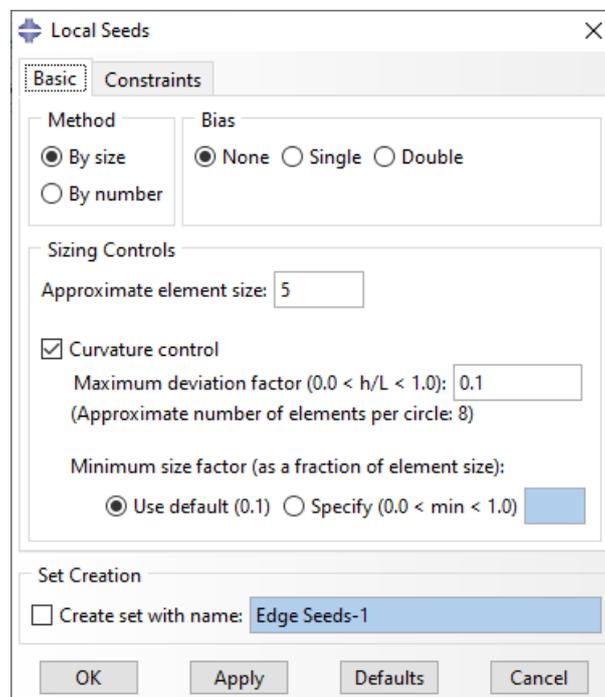


Figura 3.23 – Exemplo de especificação de dimensões dos elementos finitos no software Abaqus®

**Dimensões máximas dos elementos finitos**

**Geometria geral: 5 mm**

**Bordas dos furos: 2 mm**

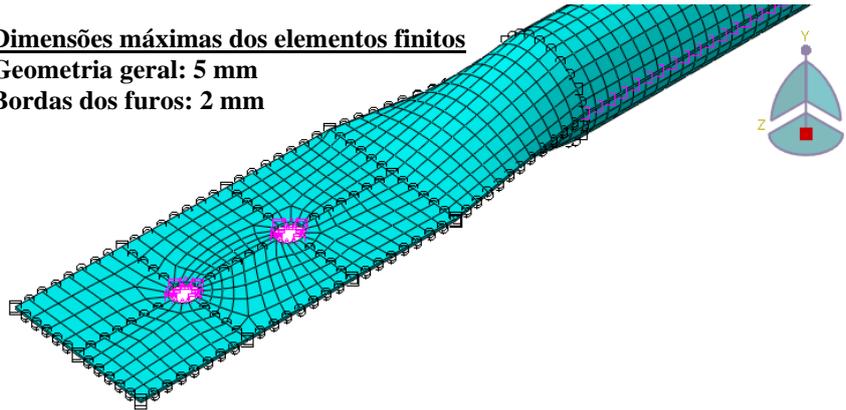


Figura 3.24 – Dimensões máximas dos elementos finitos no software Abaqus®: 5 mm para a geometria geral dos modelos e 2 mm para as bordas dos furos.

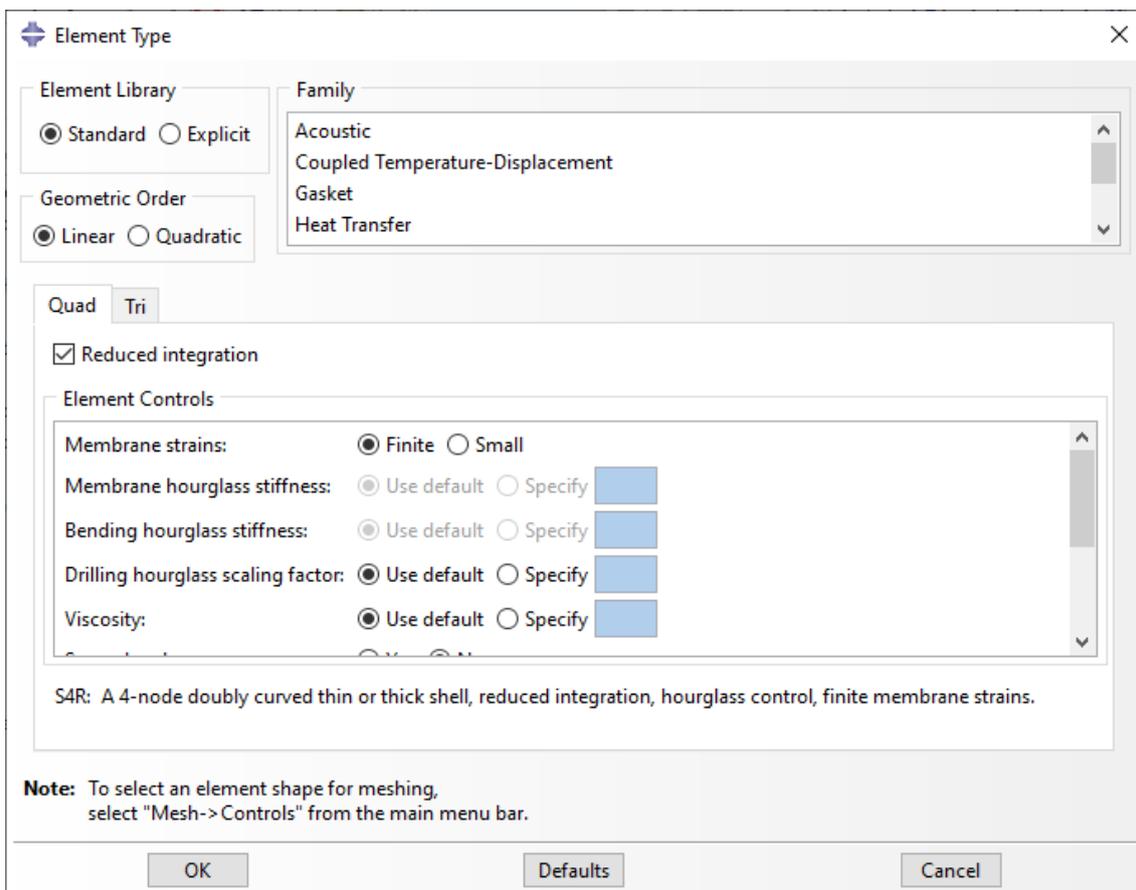


Figura 3.25 – Configuração do tipo de elemento finito aplicado às malhas dos modelos no software Abaqus®

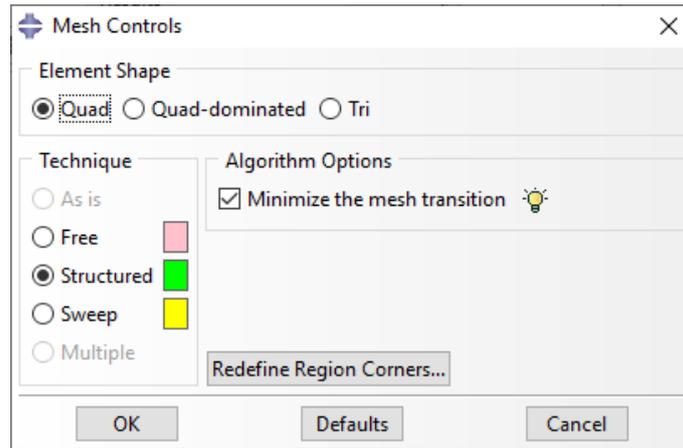


Figura 3.26 – Especificação de controles de malha no software Abaqus®

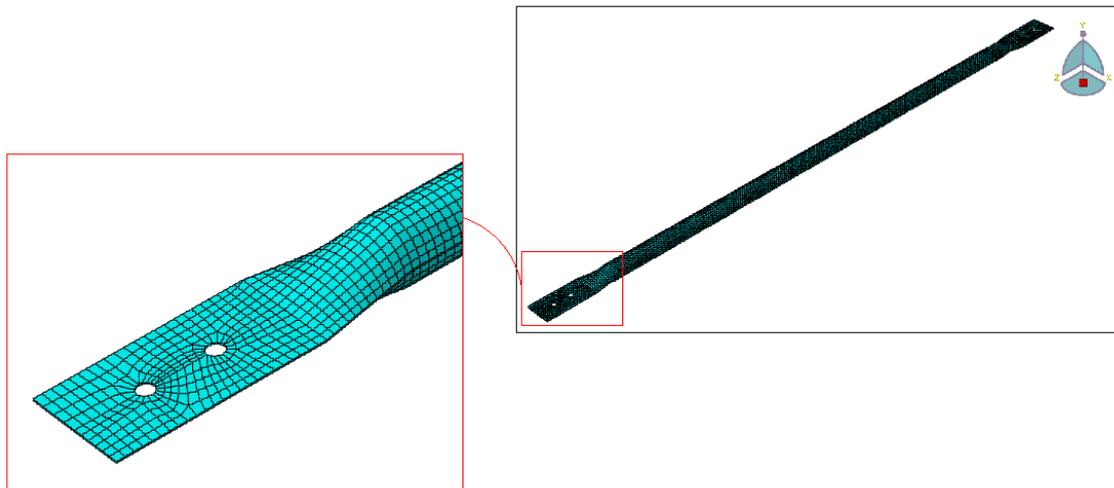


Figura 3.27 – Detalhe de malha de elementos finitos tipo *shell* dos modelos numéricos desenvolvidos no software Abaqus®

Para se executar as simulações propostas, um trabalho de análise numérica na seção *Job* do programa Abaqus® é criado para cada modelo desenvolvido. O processo de criação e edição dos critérios de simulação se encontra indicado na Figura 3.28. Visto que o propósito da presente dissertação se atém à análise do comportamento estrutural das barras de aço com extremidades estampadas até a configuração de perda de rigidez do sistema, as simulações foram monitoradas e interrompidas logo após o atingimento deste primeiro ponto crítico dos modelos. Tal fato corroborou também à otimização do esforço computacional empregado nas análises numéricas em questão. O procedimento de monitoramento e interrupção das análises é realizado através da janela de interface com o usuário apresentada na Figura 3.29.

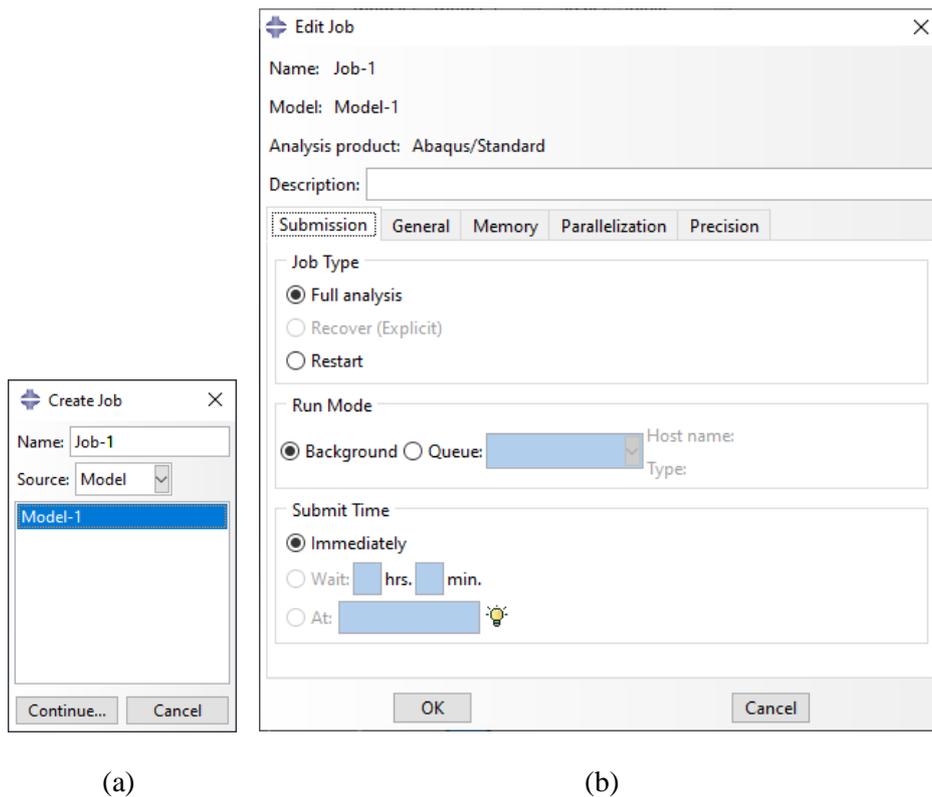


Figura 3.28 – Criação e edição de trabalho de análise numérica no software Abaqus®

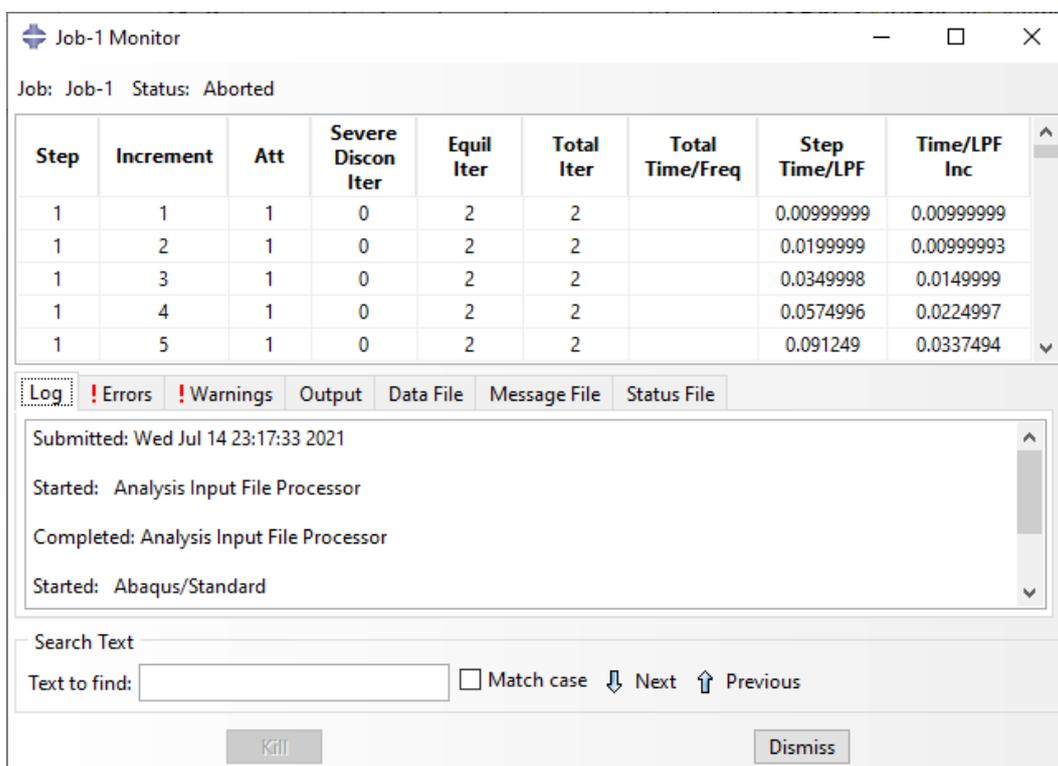


Figura 3.29 – Monitoramento e interrupção das análises numéricas no software Abaqus®

### 3.3. Resultados das simulações – Primeira fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 100

As simulações numéricas foram executadas com carregamento de compressão crescente sobre os modelos de barras em estudo, sendo finalizadas após o atingimento da carga última de resistência relativa a cada índice de esbeltez de referência. Para tanto, realizou-se o monitoramento da trajetória de equilíbrio dos protótipos com base nos dados de incremento da análise e do fator de proporção de carga ou LPF, na sigla em inglês para o termo *Load Proportionality Factor*. Esta grandeza representa o valor pelo qual se deve multiplicar a carga inicialmente aplicada aos modelos para se determinar o carregamento atuante na estrutura, em um dado estágio ou incremento. Uma vez que foi estabelecida a carga total de 1,0 kN ao início das simulações, o LPF indica diretamente a carga aplicada sobre os modelos, em kilonewtons. Ao se obter incrementos negativos para o LPF, configura-se assim a passagem pelo primeiro ponto crítico da trajetória de equilíbrio dos espécimes. A sua caracterização em termos de magnitude de carga atuante, distribuição de tensões e configuração de deformações nas estruturas é o enfoque deste trabalho. A seguir, nas Figuras 3.30 a 3.38, estão apresentados os gráficos de LPF vs. *Arc length* para os modelos de barras com extremidades estampadas, com índices de esbeltez ( $\lambda$ ) variando de 20 a 100.

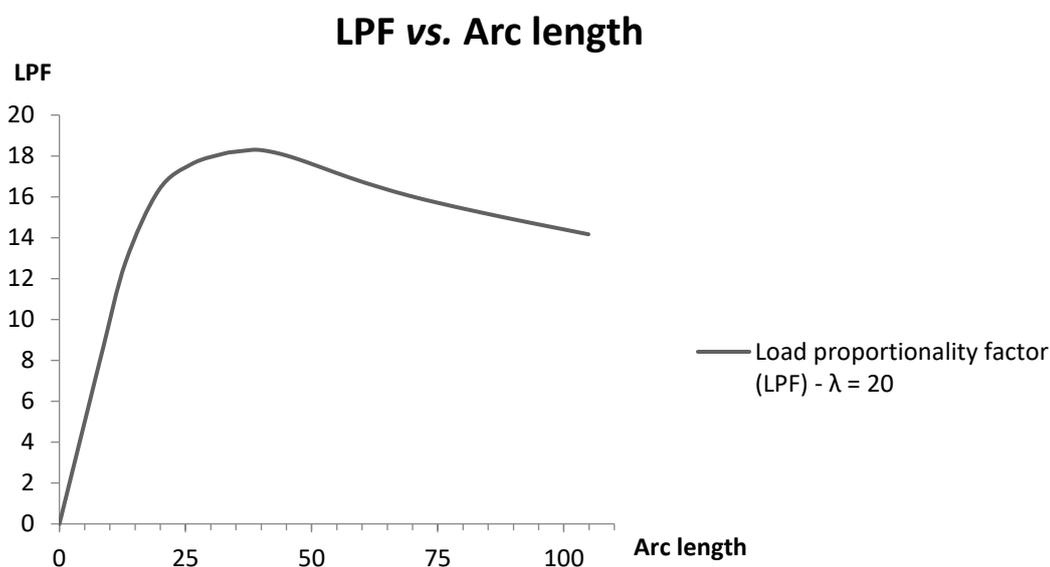


Figura 3.30 – Dados de LPF vs. *Arc length* para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 20$

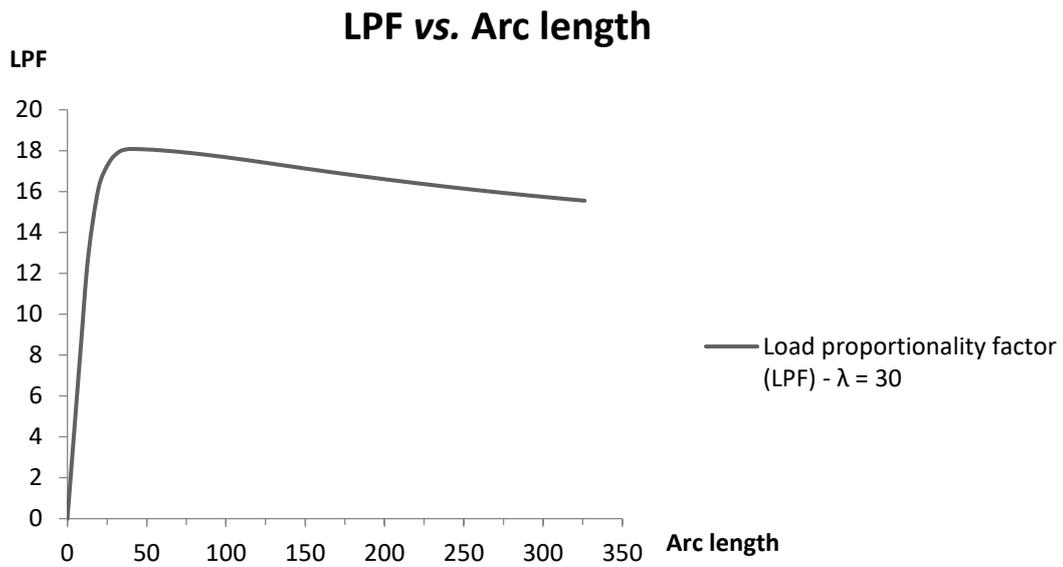


Figura 3.31 – Dados de LPF vs. *Arc length* para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 30$

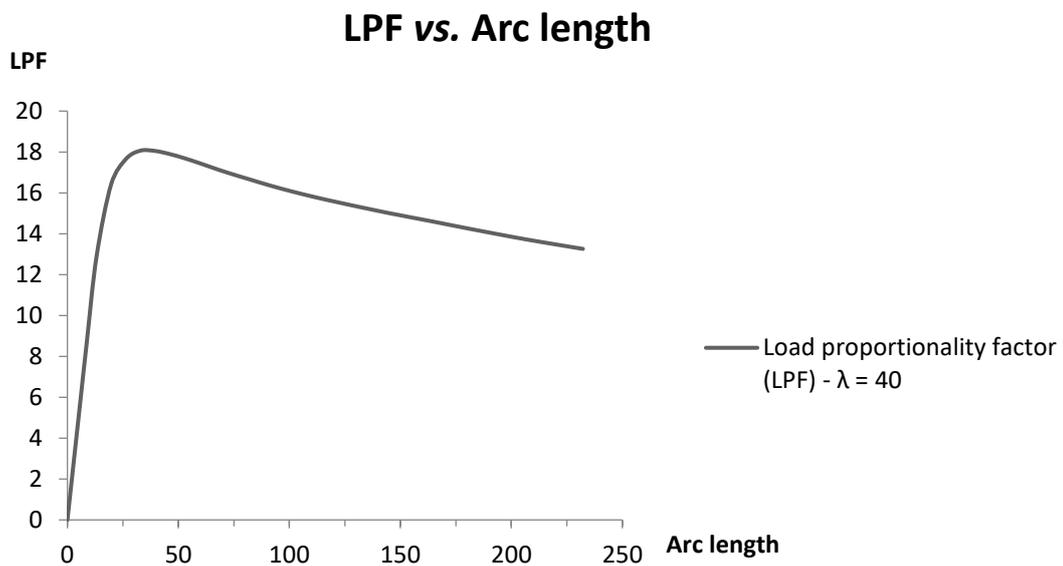


Figura 3.32 – Dados de LPF vs. *Arc length* para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 40$

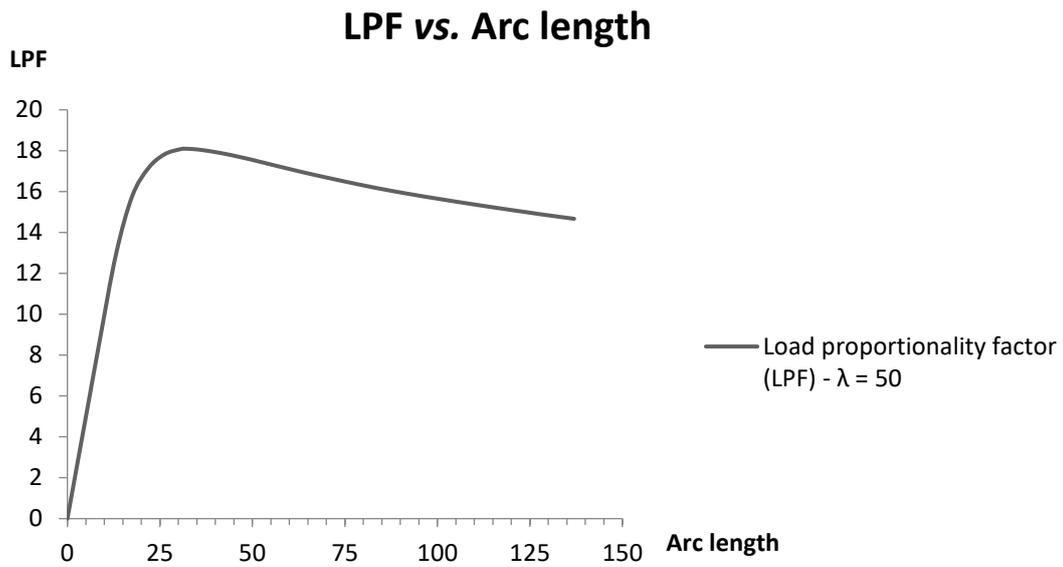


Figura 3.33 – Dados de LPF vs. *Arc length* para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 50$

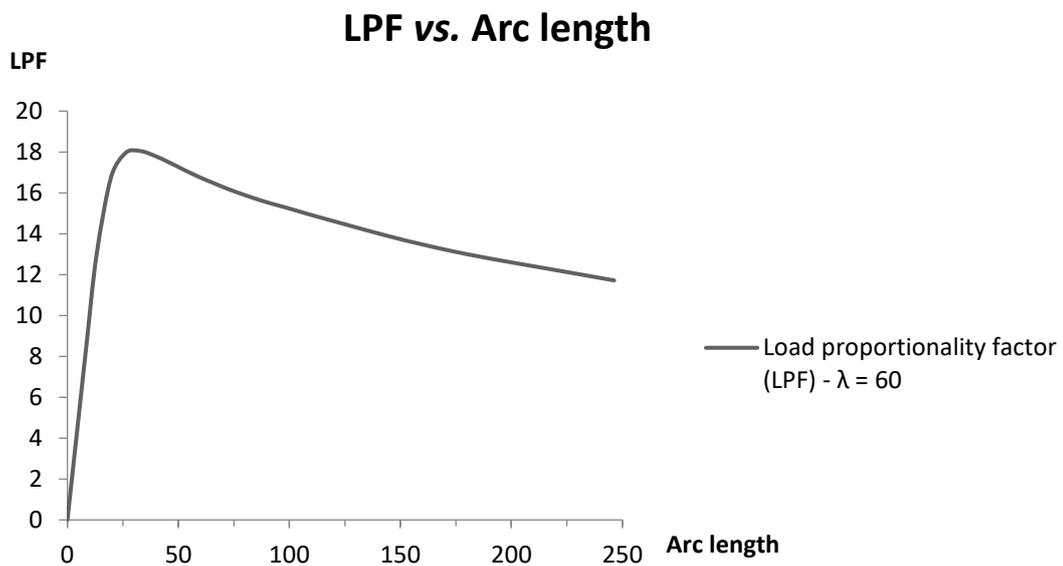


Figura 3.34 – Dados de LPF vs. *Arc length* para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 60$

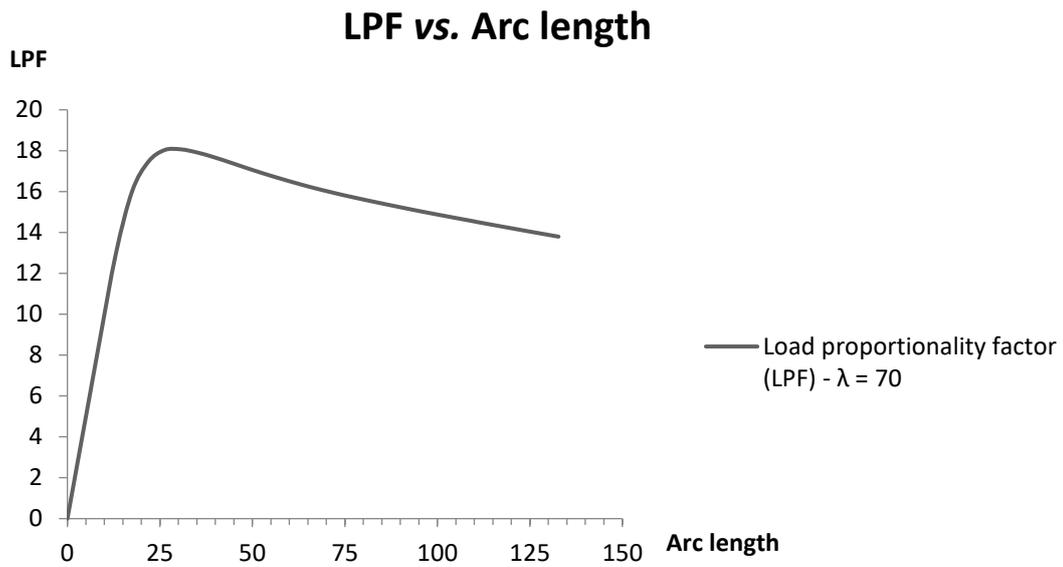


Figura 3.35 – Dados de LPF vs. *Arc length* para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 70$

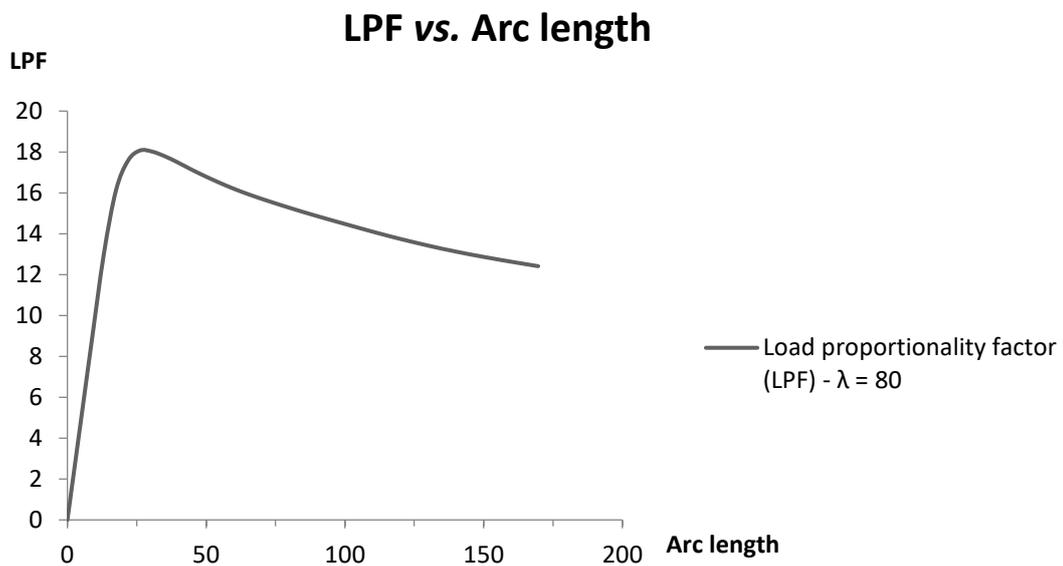


Figura 3.36 – Dados de LPF vs. *Arc length* para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 80$

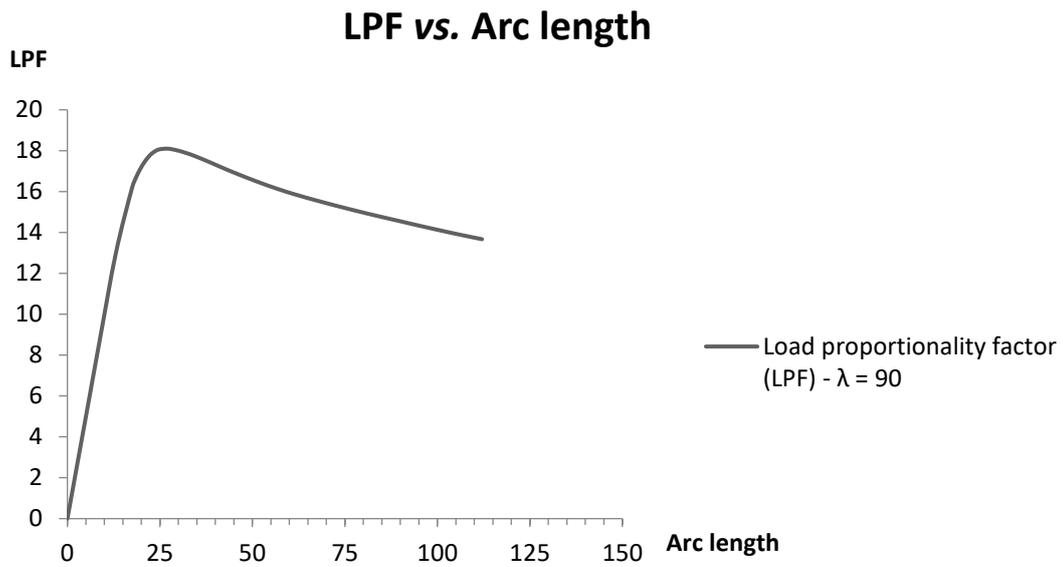


Figura 3.37 – Dados de LPF vs. *Arc length* para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 90$

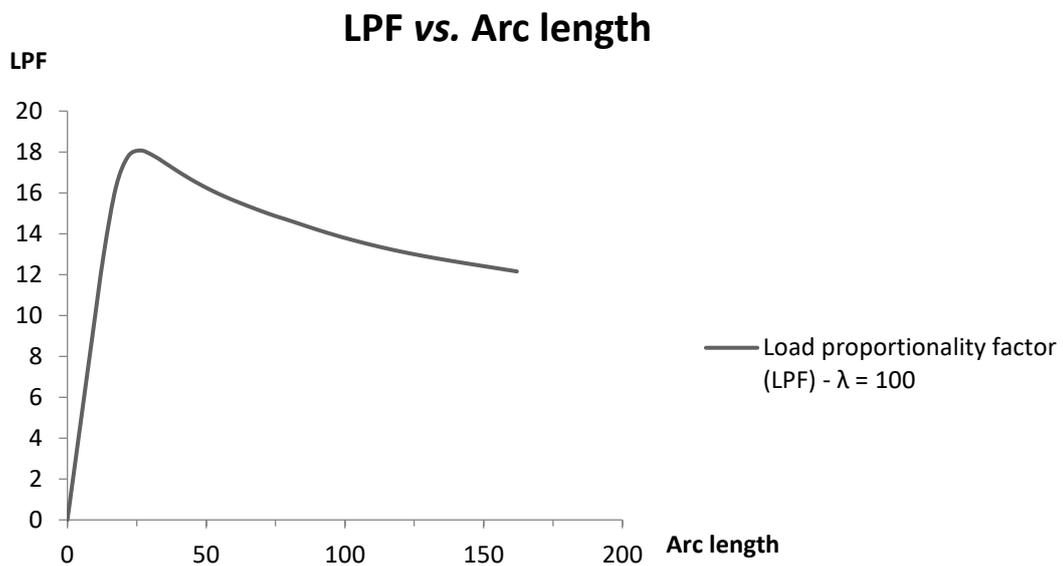


Figura 3.38 – Dados de LPF vs. *Arc length* para simulação numérica de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 100$

Com base nos resultados colhidos, observa-se que o valor de carga última de resistência dos modelos numéricos, representado pelos fatores de proporção de carga máximos, não

apresentou correlação significativa com a esbeltez das barras, sendo obtido para este o valor médio aproximado de 18,0 kN. Tal fato é corroborado pelo modo de falha manifestado pelos protótipos, em que a falha local das regiões de transição de seções transversais nas suas extremidades foi presente na totalidade dos modelos desenvolvidos. Os ensaios experimentais apresentaram conclusões coincidentes no aspecto da forma de falha estrutural das barras com extremidades estampadas para esta faixa de esbeltez. Entretanto, houve notória divergência quanto aos valores de carga última de resistência dos modelos, assim como das suas relações com o índice de esbeltez dos espécimes.

Uma primeira constatação ao se comparar diretamente as execuções dos ensaios experimentais e as simulações numéricas são as diferenças no controle das condições de contorno em cada frente de pesquisa. Enquanto nos ensaios experimentais a fixação das extremidades estampadas das barras não correspondia a um engaste perfeito, permitindo-se surgirem pequenos giros locais, nas modelagens numéricas foi possível se fixar os protótipos de forma ideal. Já que excentricidades e momentos fletores têm um papel relevante na resistência local dessas estruturas, a possibilidade das suas presenças nos experimentos pode ter originado a divergência de resultados em questão. A Figura 3.39 e a Tabela 3.1 ilustram a diferença de resistência à flexão dos perfis circular original e estampado.

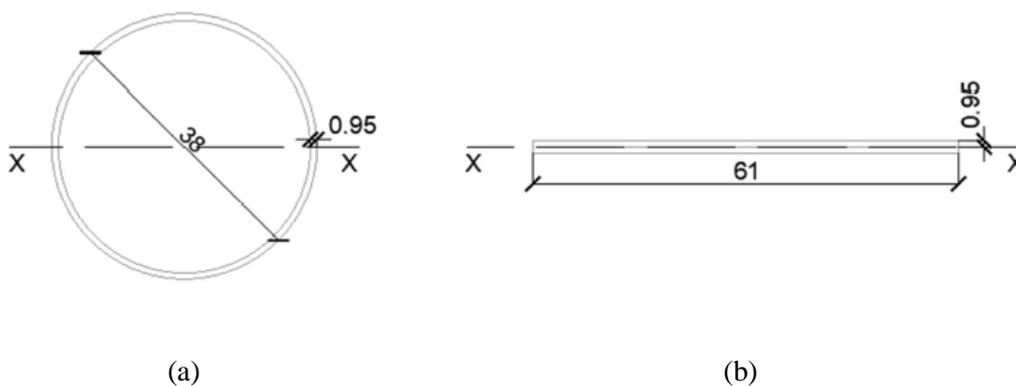


Figura 3.39 – Propriedades geométricas da seção circular original (a) e da seção estampada (b), em milímetros

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas e mecânicas da seção circular original e da seção estampada

Propriedade	Seção circular original	Seção estampada
Momento de inércia, eixo X-X ( $I_{xx}$ )	18986 mm <sup>4</sup>	34,87 mm <sup>4</sup>
Módulo elástico da seção (W)	999,26 mm <sup>3</sup>	36,70 mm <sup>3</sup>
Módulo plástico da seção (Z)	1304,35 mm <sup>3</sup>	55,05 mm <sup>3</sup>
Momento elástico ( $M_e$ )	197,85 N.m	7,27 N.m
Momento plástico ( $M_p$ )	258,26 N.m	10,90 N.m

Quanto às geometrias dos espécimes, existem dois aspectos relevantes que evidenciam as diferenças entre os ensaios experimentais e as simulações numéricas, quais sejam a configuração final da região de transição de seções transversais e a presença de imperfeições geométricas iniciais. A referida região, localizada entre a seção circular original e a seção estampada, apresenta efetivamente uma geometria complexa, sendo modelada com auxílio da função *Loft* do software AutoCAD®, que cria uma curva espacial suave entre os seus extremos. Para as imperfeições geométricas das barras ensaiadas experimentalmente, por elas também poderem gerar excentricidades entre o eixo longitudinal das barras e a linha de carregamento, as suas existências têm efeito redutor sobre a carga última de resistência das estruturas.

Outro fator a ser ressaltado nesta análise são as tensões e deformações residuais envolvendo o fenômeno de plastificação parcial das barras no que concerne à sua fabricação. O processo de estampagem das extremidades dos tubos de aço não somente pode reduzir a espessura das suas paredes localmente, como também tem o potencial de ocasionar a plastificação de alguns pontos mais solicitados. Uma vez que não se tem definidas informações precisas sobre o perfil de tensões e deformações residuais das barras, ou mesmo sobre as suas condições de fabricação, como a carga aplicada no procedimento de estampagem e a sua respectiva duração, as simulações foram executadas com o material inicialmente em estado inalterado. Este fato possivelmente representa uma fonte complementar para as diferenças observadas entre os resultados experimentais e numéricos.

Apesar de a modelagem em elementos finitos apresentada se constituir de um conjunto de simplificações em relação ao fenômeno físico observado nas estruturas espaciais das obras de engenharia, os resultados obtidos nesta etapa do trabalho permitem conclusões adicionais quanto ao comportamento estrutural das barras com extremidades estampadas isoladamente. As falhas dos espécimes ocorreram de forma local nas regiões de transição de seções transversais das barras, em concordância com os dados experimentais coletados. Com o monitoramento do LPF no decorrer de cada simulação numérica, observa-se com precisão a

formação do primeiro ponto de plastificação nestas regiões quando o valor de incremento do parâmetro torna-se negativo – ou seja, quando se inicia a perda de rigidez do sistema. A Figura 3.40 exemplifica o passo de simulação descrito. Para as análises de tensão realizadas nesta dissertação, adotou-se o critério de tensões equivalentes de von Mises como referência, dada a sua ampla aplicabilidade no campo das estruturas metálicas, conforme Hansen (2006).

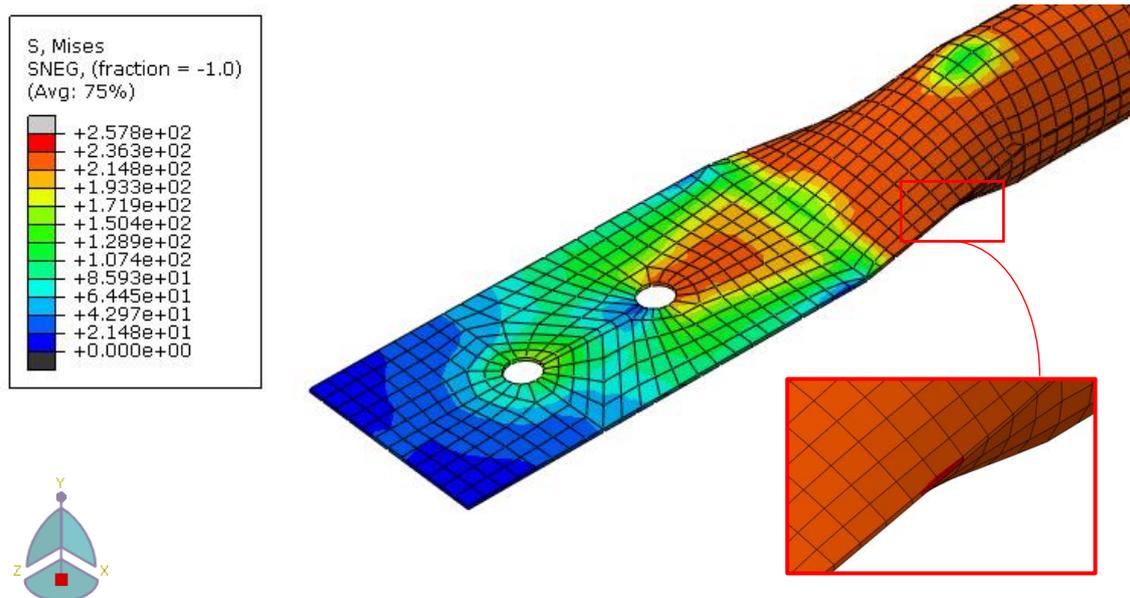


Figura 3.40 – Passo de simulação no software Abaqus® com o início da plastificação da região de transição de seções transversais nas extremidades estampadas dos modelos numéricos. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)

Em virtude das condições ideais pertinentes ao processo de modelagem numérica, como aquelas elencadas nos parágrafos anteriores, verifica-se que os resultados obtidos representam um limite superior de carga de ruptura ao dimensionamento das barras com extremidades estampadas. A consideração nas análises de apoios semirrígidos, imperfeições geométricas ou excentricidades iniciais de carregamento, tensões ou deformações residuais, por exemplo, tem potencial de reduzir a carga última de resistência dos elementos estruturais em questão. Com efeito, as cargas máximas apontadas pelos protótipos nas Figuras 3.30 a 3.38 são todas superiores àquelas indicadas pelos ensaios experimentais de referência. A Tabela 3.2 apresenta a comparação entre os resultados obtidos pelas duas frentes de pesquisa. Apesar desta comparação, reitera-se que as condições de contorno aplicadas em cada abordagem do estudo não apresentam absoluta compatibilidade. O fato de as cargas últimas de resistência dos estudos

numéricos apresentarem pouca variabilidade atrelado ao modo de ruptura local da totalidade dos espécimes indica que tais valores se traduzem basicamente na resistência da região de transição de seções transversais das barras. Dessa forma, com a modificação dos padrões geométricos das barras, em especial da extensão da região de transição de seções transversais, assim como da relação diâmetro-espessura da seção circular original, prevê-se uma mudança correspondente no valor da carga última resistida pelos espécimes, mesmo que mantidos os índices de esbeltez no intervalo de referência de 20 a 100.

Tabela 3.2 – Carga última de resistência dos protótipos de barras de aço com extremidades estampadas

Índice de esbeltez ( $\lambda$ )	$P_{ult,numérico}$ (kN)	$P_{ult,experimental}$ (kN)
20	18,30	12,01
30	18,08	11,30
40	18,06	10,15
50	18,09	9,43
60	18,05	8,85
70	18,07	8,91
80	18,08	8,30
90	18,05	7,50
100	18,07	7,40

Por fim, um aspecto de potencial impacto a estudos ulteriores nesta linha de pesquisa sobre a eficiência estrutural das barras quanto às suas propriedades geométricas, sobretudo na região de transição de seções transversais, é o desenvolvimento dos campos de tensão no decorrer do carregamento de compressão. A avaliação da distribuição das tensões de von Mises nos modelos numéricos foi realizada nos sucessivos passos de análise e para todo o conjunto de índices de esbeltez de referência, de forma que se observou uma absoluta uniformidade entre os dados coletados. Na Figura 3.41 são apresentados os estágios de carregamento em termos de porcentagem da carga última de resistência ( $P_{ult}$ ) e os campos de tensão de uma simulação numérica representativa.

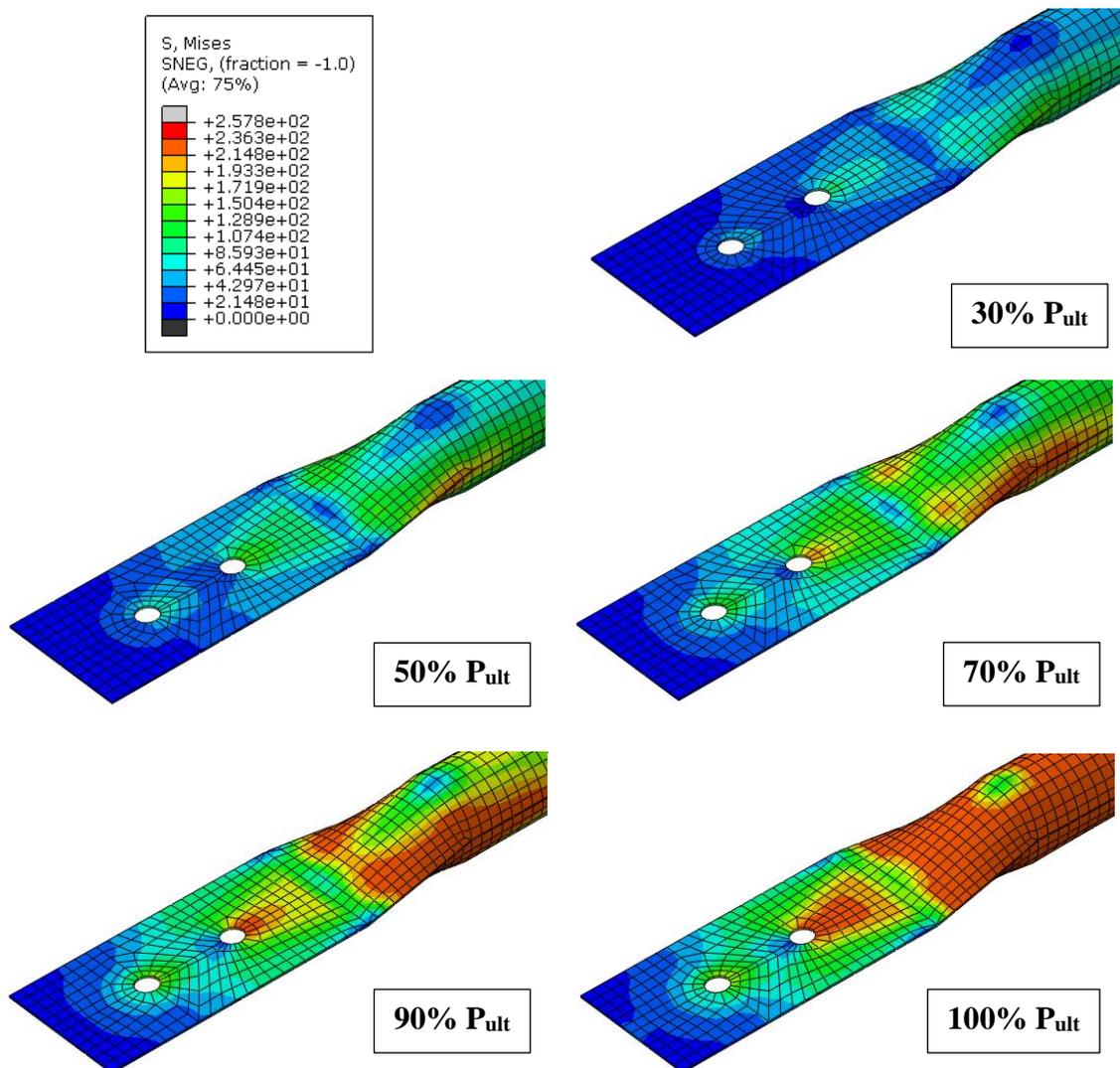


Figura 3.41 – Desenvolvimento dos campos de tensão nos modelos numéricos no software Abaqus®. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)

A partir da análise destes resultados, observam-se algumas características gerais dos modelos numéricos que tanto os validam quanto permitem conclusões adicionais sobre o fenômeno investigado. A princípio, nota-se a concentração de tensões no local de aplicação do carregamento de compressão nos protótipos, com a sua intensidade sendo comparativamente maior no furo mais interno em relação ao externo. À medida que se analisa as seções transversais da região estampada após os furos, no sentido do centro das barras, são percebidos o espraiamento e a homogeneização dos esforços, conforme previsto pelo princípio de Saint-Venant. Quando se atinge a zona de transição de seções transversais, a distribuição das tensões torna-se mais complexa devido à geometria variável das suas seções transversais, em que se

nota uma concentração de tensões maior nas laterais dos modelos com o alívio conjugado de tensões nas sub-regiões superior e inferior. Visualizando-se os modelos em planta, como apresentados na Figura 2.23, evidencia-se a excentricidade de carga existente entre as extremidades laterais das regiões estampadas e a região de seção circular original, o que corrobora o fato de haver uma maior sollicitação das laterais dos protótipos em detrimento das sub-regiões complementares. Ao se avaliar a região de seção circular original dos modelos, é notória uma nova uniformização das tensões ao passo que se examina seções transversais mais próximas ao centro geométrico das barras.

### 3.4. Constituição das modelagens numéricas – Segunda fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 100 a 200

As modelagens numéricas das barras com extremidades estampadas com índices de esbeltez ( $\lambda$ ) no espectro de 100 a 200 seguiram a metodologia descrita para as modelagens precedentes, no que tange à execução da geometria das barras e inserção das propriedades do aço AISI 1020 no software, assim como à aplicação das condições de contorno, aos carregamentos e à definição das malhas de elementos finitos. Entretanto, devido à susceptibilidade destes modelos mais esbeltos ao modo de falha por flambagem global, este conjunto complementar de análises numéricas necessitou da implementação de ajustes na sua abordagem. Para a certificação de que os modelos desenvolvidos anteriormente não apresentam tendência ao referido modo de falha, procedeu-se à inclusão do modelo com índice de esbeltez igual a 100, o mais esbelto do primeiro grupo, também nesta nova série de simulações.

Devido à simetria dos protótipos em estudo quanto à geometria, condições de contorno e carregamento axial de compressão, a eventual manifestação de flambagem global nas análises numéricas pela aplicação única do método de Riks modificado mostra-se impossibilitada – após a bifurcação da trajetória de equilíbrio, em tais circunstâncias não há prioridade ao caminho energeticamente mais estável, qual seja aquele com a configuração da estrutura flambada. Dessa forma, os modelos necessitam de um mecanismo adicional para que o modo de falha em questão possa ser capturado nas simulações.

A forma escolhida nesta dissertação para a superação da problemática apresentada se baseia na introdução de imperfeições iniciais nos modelos numéricos. Para tanto, o tipo de análise previamente conduzido foi substituído por uma análise numérica composta, resultante da associação sequencial de uma análise modal do tipo *Buckle* com uma análise pelo método de Riks modificado.

A execução da análise modal das barras tem por finalidade a obtenção da configuração deformada de cada protótipo, com geometria inicial perfeitamente linear, pela determinação do primeiro e principal modo de flambagem, correspondente ao menor carregamento a causar a sua instabilidade. A configuração do software para o desempenho desta tarefa se resume, para cada modelo, à criação de uma análise do tipo *Buckle* na sua seção *Step*, com a informação do número de autovalores requisitados e o número máximo de iterações permitidas. A fim de que os autovalores obtidos representem diretamente o carregamento gerador do respectivo modo de flambagem, o carregamento inicial total foi mantido como unitário. Com o registro dos

deslocamentos dos nós de malha nos arquivos de resultados do programa, tais informações são incorporadas às condições iniciais de geometria das análises ulteriores pelo método de Riks. A construção das análises do tipo *Buckle* e suas configurações estão apresentadas nas Figuras 3.42 a 3.47.

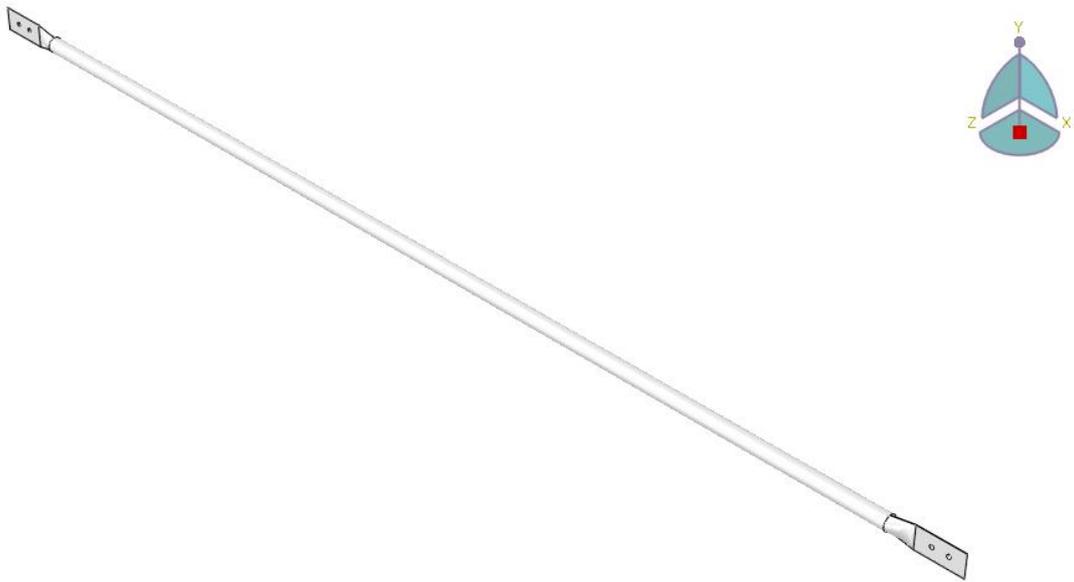


Figura 3.42 – Exemplo de constituição de parte singular dos modelos numéricos para a segunda fase de simulações

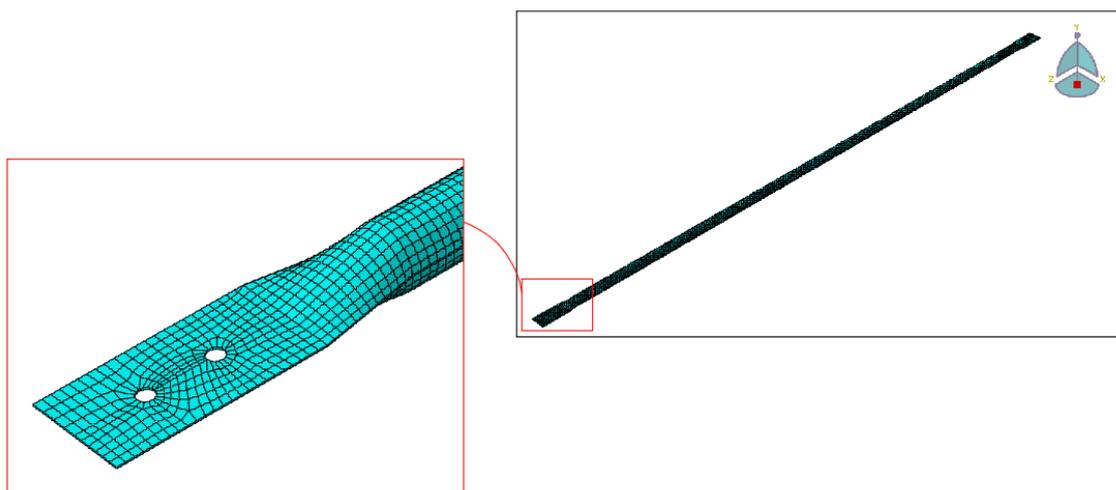


Figura 3.43 – Detalhe de malha de elementos finitos tipo *shell* dos modelos numéricos desenvolvidos no software Abaqus® referente à segunda fase de simulações

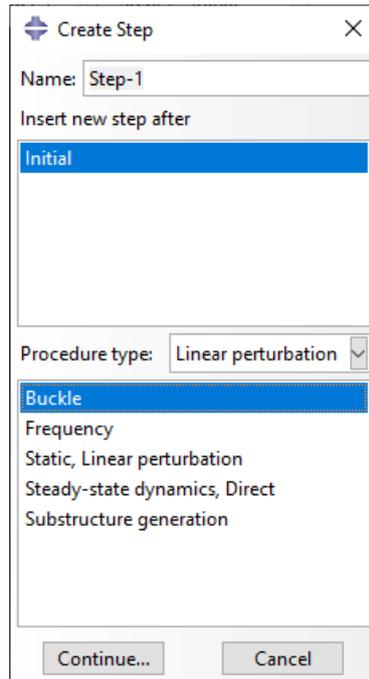


Figura 3.44 – Criação de fase de análise com aplicação do procedimento do tipo *Linear perturbation - Buckle* no software Abaqus®

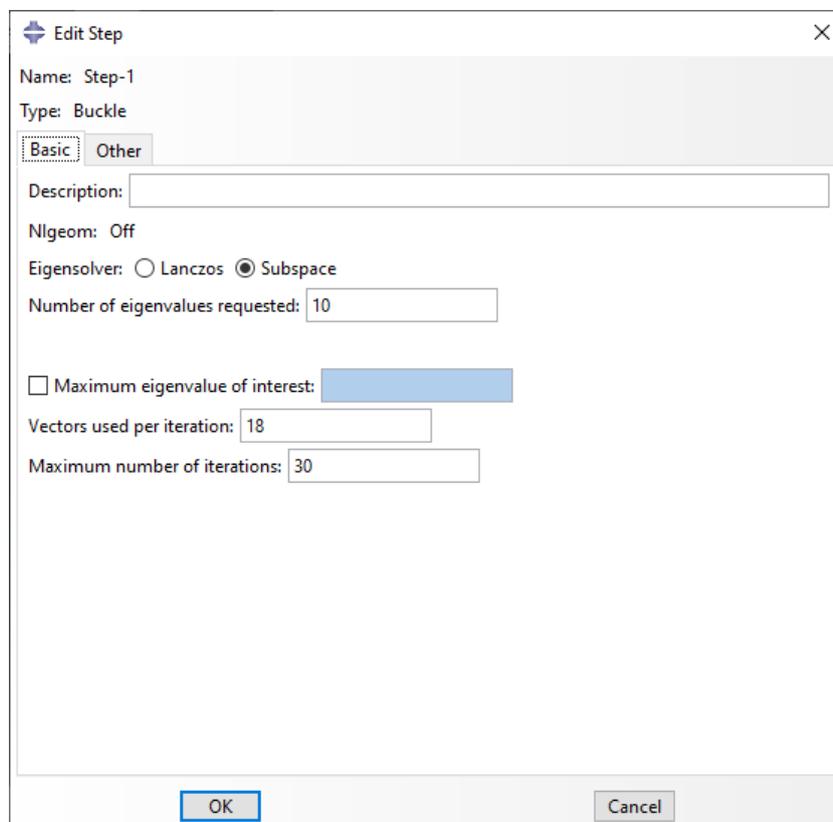


Figura 3.45 – Configuração do *Step* tipo *Buckle* para análise modal no software Abaqus®

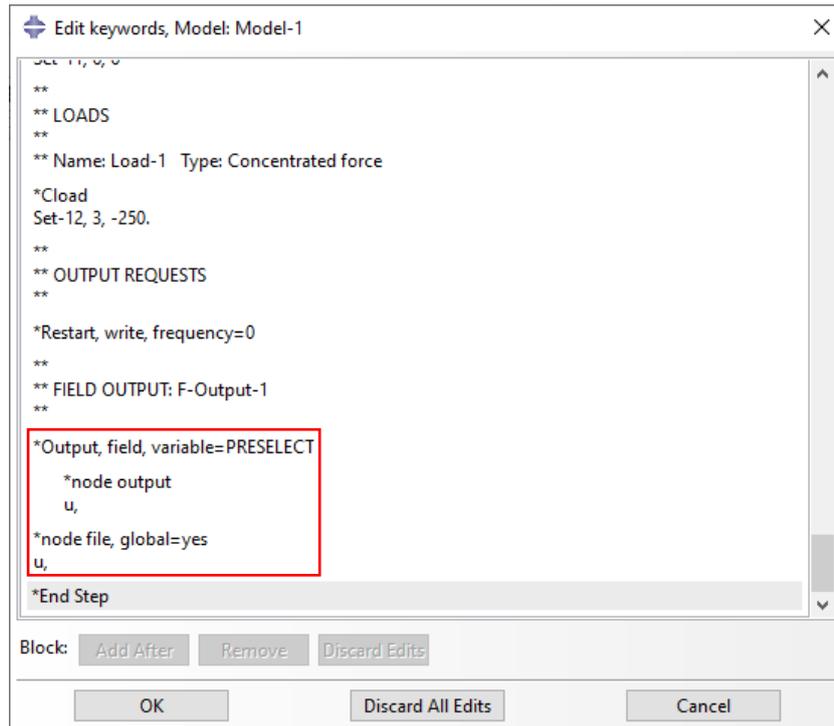
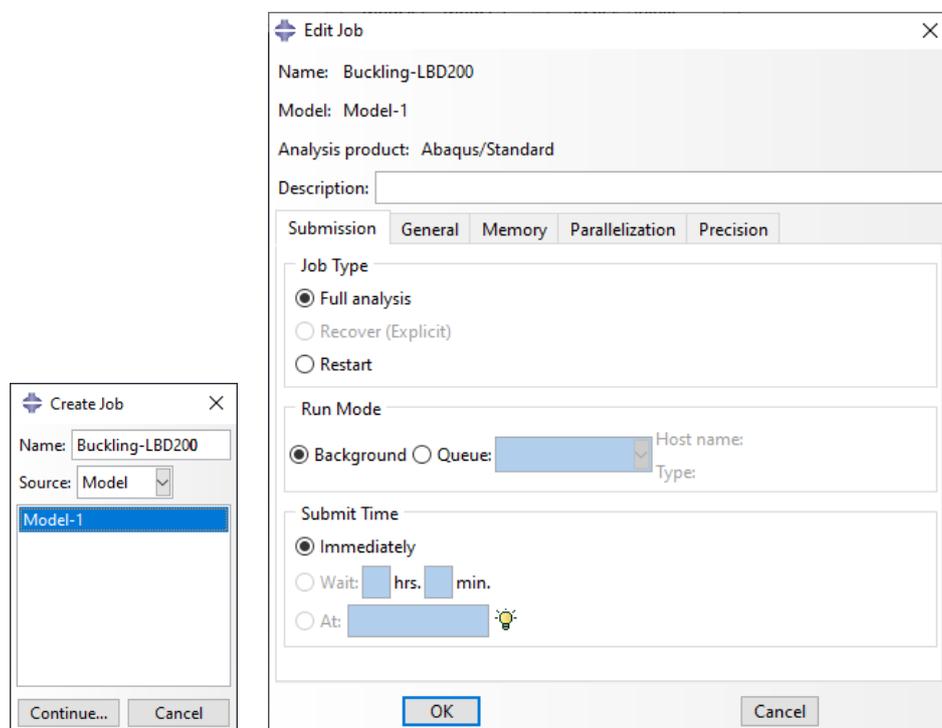


Figura 3.46 – Edição manual das configurações de análise no software Abaqus® para registro dos deslocamentos nodais nos arquivos de saída das simulações do tipo *Buckle*



(a)

(b)

Figura 3.47 – Configuração de trabalho das simulações do tipo *Buckle* no software Abaqus®

Concluídas as simulações do tipo *Buckle* deste conjunto de protótipos, prosseguiu-se à constituição das análises numéricas referentes à combinação do método de Riks modificado com as imperfeições geométricas dos modelos de barras com extremidades estampadas. A partir dos modelos já desenvolvidos, foram realizados ajustes nas suas seções *Step* e *Job* para configurar o tipo de análise pelo método de referência e criar uma simulação à parte. As Figuras 3.48 a 3.51 resumem este procedimento.

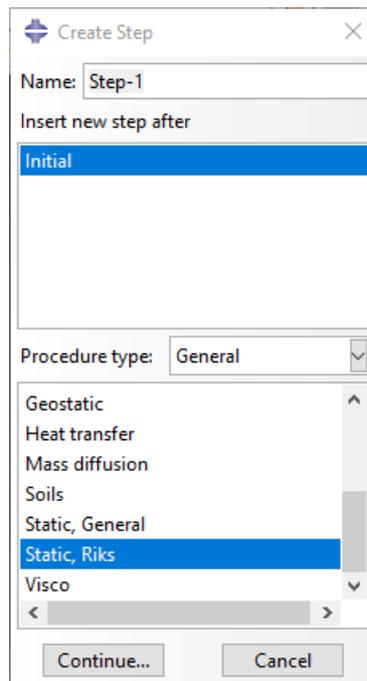


Figura 3.48 – Criação de fase de análise com aplicação do procedimento do tipo estático geral de Riks modificado no software Abaqus® referente à segunda fase de simulações

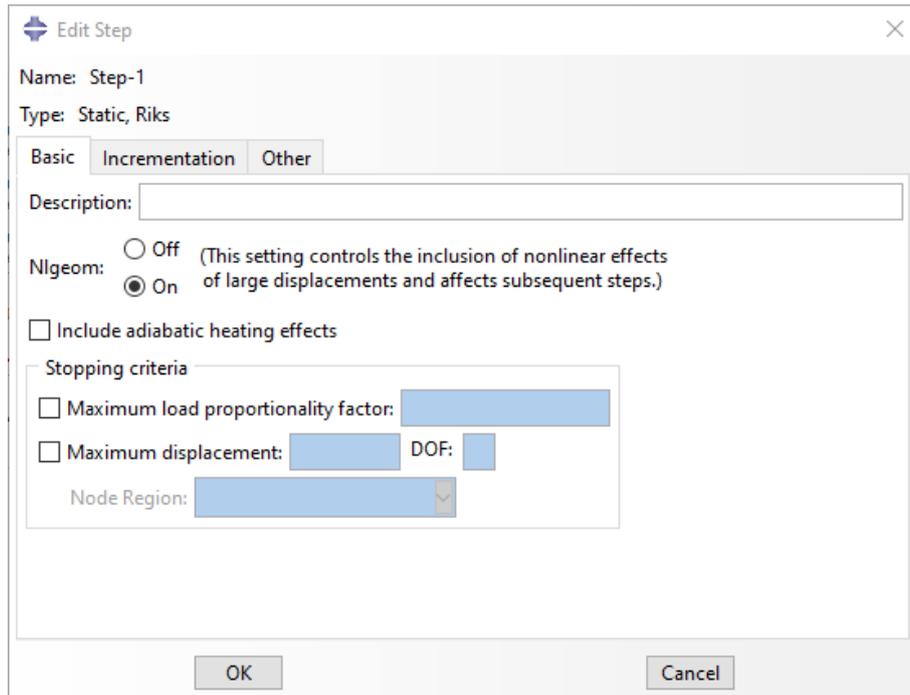


Figura 3.49 – Edição de fase de análise com a prescrição de não-linearidade geométrica referente à segunda fase de simulações

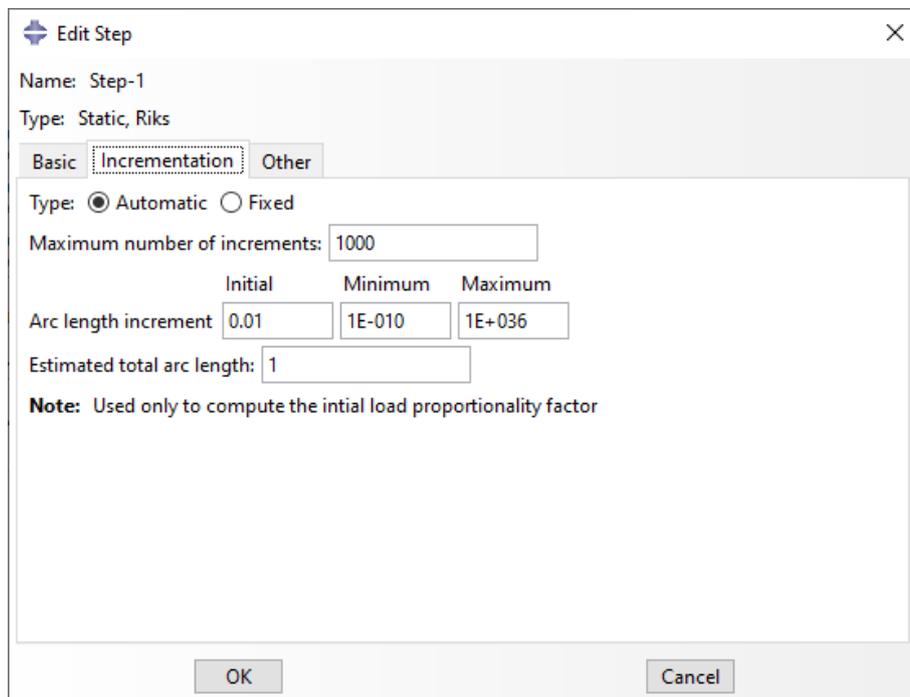


Figura 3.50 – Edição de fase de análise com a definição dos parâmetros de incremento referente à segunda fase de simulações

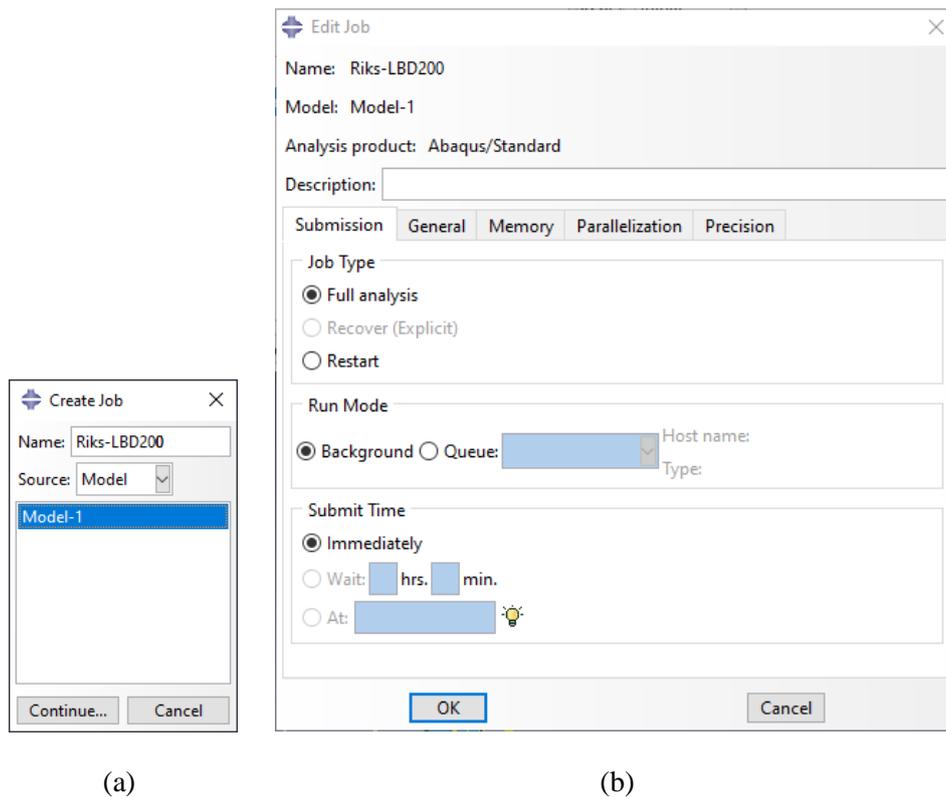


Figura 3.51 – Configuração de trabalho das análises pelo método de Riks modificado no software Abaqus® referente à segunda fase de simulações

Em seguida, as configurações manuais do software foram acessadas para a incorporação dos dados de imperfeição geométrica às análises a serem conduzidas. Nesta etapa, são informados ao programa os arquivos nos quais os deslocamentos nodais das simulações do tipo *Buckle* foram registrados, assim como a sua respectiva etapa de análise, a identificação do modo de flambagem e o fator pelo qual tais deslocamentos deverão ser multiplicados. Uma vez que a proposta desta dissertação se atém à uma concepção idealizada dos protótipos, em termos de simetria de geometria, carregamento e condições de contorno, o fator de multiplicação dos deslocamentos nodais foi restringido ao valor ínfimo de 1% da espessura da parede do tubo original, em mm. Tal valor foi estabelecido com base em experiências de simulações preliminares, de forma que o artifício externo da introdução de imperfeições geométricas nos modelos numéricos como apresentado, para permitir eventual flambagem global das estruturas estudadas, não compromete a acurácia dos resultados finais. A Figura 3.52 ilustra a execução deste processo, após o qual as simulações foram iniciadas e monitoradas com a metodologia apresentada para o primeiro espectro de índices de esbeltez avaliado – ver a janela de interação com o usuário do software contida na Figura 3.53.

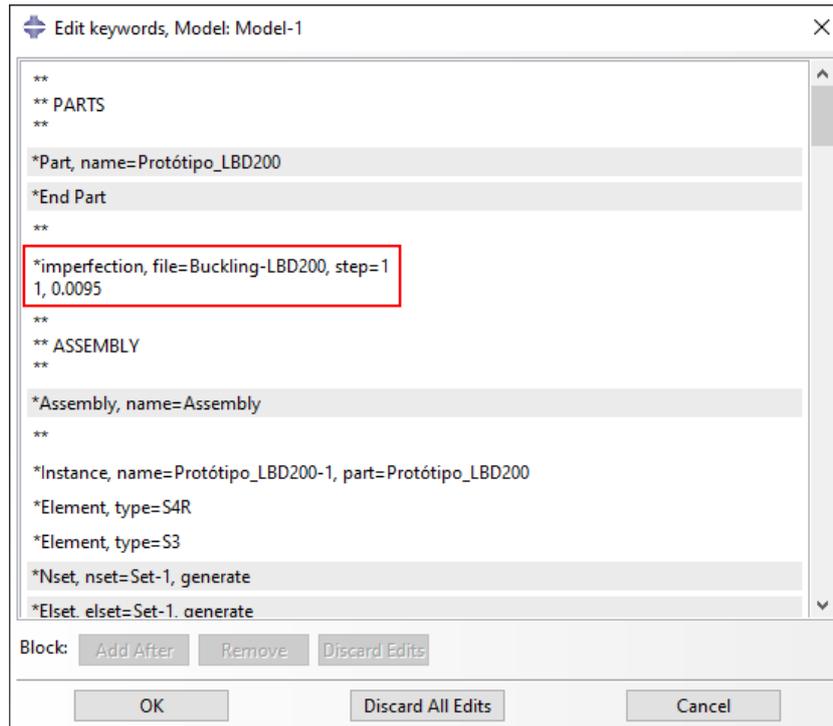


Figura 3.52 – Edição manual das configurações de análise no software Abaqus® para incorporação das imperfeições geométricas nas simulações pelo método de Riks modificado

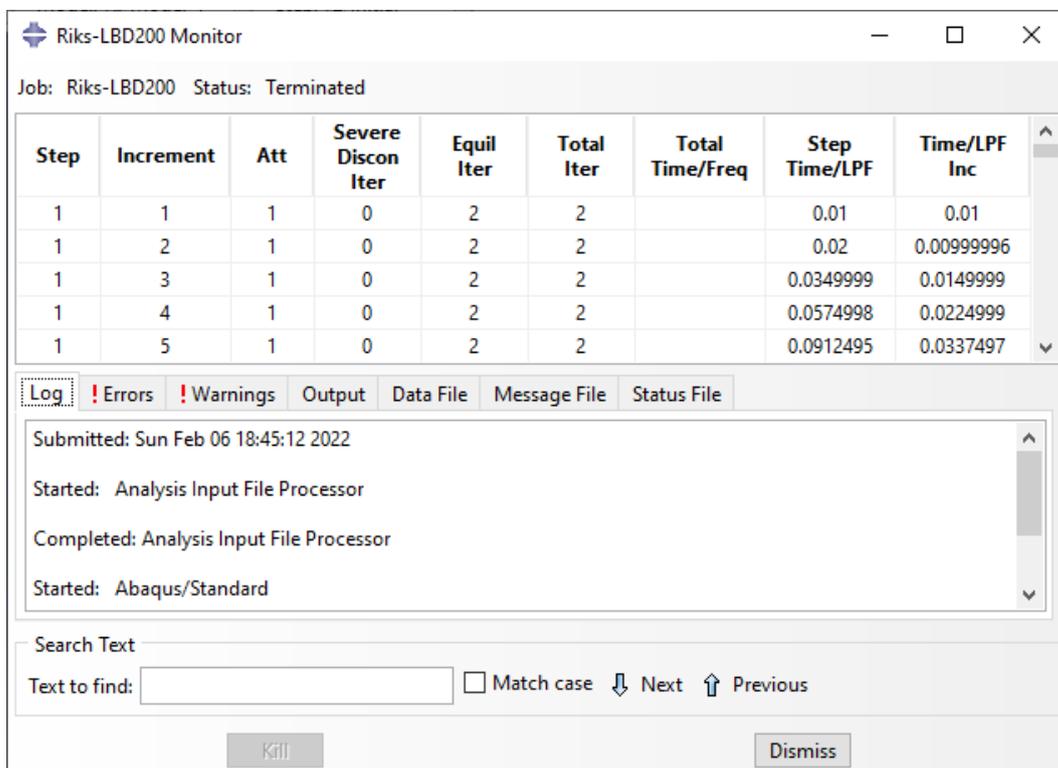


Figura 3.53 – Monitoramento e interrupção das análises numéricas no software Abaqus® referente à segunda fase de simulações

### 3.5. Resultados das simulações – Segunda fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 100 a 200

A execução da primeira etapa desta fase de simulações, referente à aplicação do procedimento do tipo *Linear perturbation – Buckle* aos modelos numéricos com índices de esbeltez ( $\lambda$ ) na faixa de 100 a 200, resultou na determinação dos principais modos de flambagem global dos protótipos em estudo. A tradução destes modos de flambagem em deslocamentos nodais foi efetivamente registrada nos arquivos de saída do software Abaqus®, sendo disponibilizada de forma visual ao usuário do programa com auxílio das suas ferramentas de pós-processamento. Na Figura 3.54 observa-se a configuração deformada de um exemplo de protótipo avaliado, em que os seus deslocamentos foram majorados com um fator de escala de  $1e+02$  para melhor visualização do fenômeno em questão.

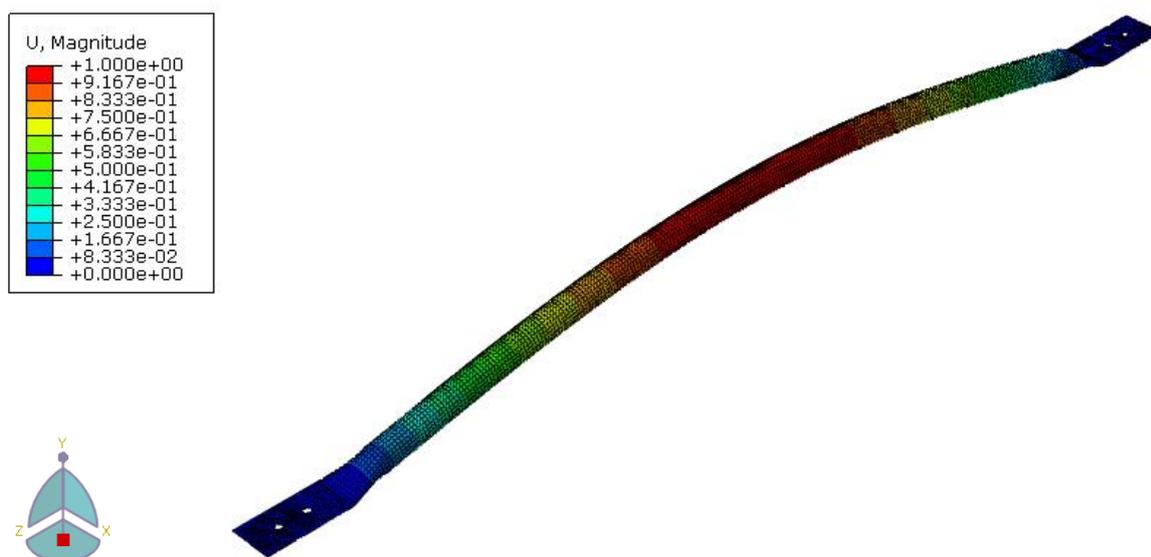


Figura 3.54 – Modo de flambagem principal de exemplo de modelo numérico no software Abaqus®. Unidade dos deslocamentos em milímetros (mm)

Deste conjunto de simulações, um ponto complementar de avaliação, a validar os resultados do estudo, são os autovalores referentes ao modo de flambagem principal de cada barra ensaiada numericamente. Reitera-se que, pelo fato de a carga inicial aplicada aos modelos ser unitária, para unidade de força em kilonewtons, os autovalores calculados representam exatamente os carregamentos resultantes dos modos de flambagem observados. As suas magnitudes, resumidamente apresentadas na Tabela 3.3, estabelecem um limite superior aos valores a serem determinados pelas análises com o método de Riks modificado associadas às imperfeições geométricas das barras, no que concerne aos menores índices de esbeltez

avaliados. Este fato se deve à característica linear das análises modais e à sua limitação inerente para a previsão da carga última de falha de elementos estruturais curtos ou medianamente esbeltos submetidos a carregamentos de compressão. Ao se comparar o autovalor obtido para o modelo de índice de esbeltez igual a 100 com a carga última determinada na primeira fase de simulações, nota-se que a falha local das extremidades estampadas ocorre a um nível de carregamento aproximadamente 25% inferior ao da flambagem global do protótipo.

Tabela 3.3 – Autovalores ou carregamentos, em kilonewtons (kN), referentes às análises modais executadas no software Abaqus®

Índice de esbeltez ( $\lambda$ )	Autovalor ou carregamento (kN)
100	24,09
120	17,03
140	12,71
160	9,88
180	7,92
200	6,50

Com a conclusão da série de análises modais, deu-se prosseguimento às modelagens numéricas com a incorporação das imperfeições geométricas registradas nos seus arquivos de saída às análises pelo método de Riks modificado. A execução dos demais passos de constituição dos modelos, de inicialização e monitoramento das simulações seguiu a metodologia estabelecida na primeira fase das análises numéricas. O desenvolvimento da trajetória de equilíbrio dos protótipos foi acompanhado a partir das variações e tendências do fator de proporção de carga (LPF, na sigla em inglês), conforme se apresentam nas Figuras 3.55 a 3.60 em conjunto com os seus respectivos dados de *Arc length*. Os valores máximos obtidos para este fator, representantes dos pontos críticos dos ensaios numéricos, se traduzem nas cargas últimas de resistência dos modelos em estudo.

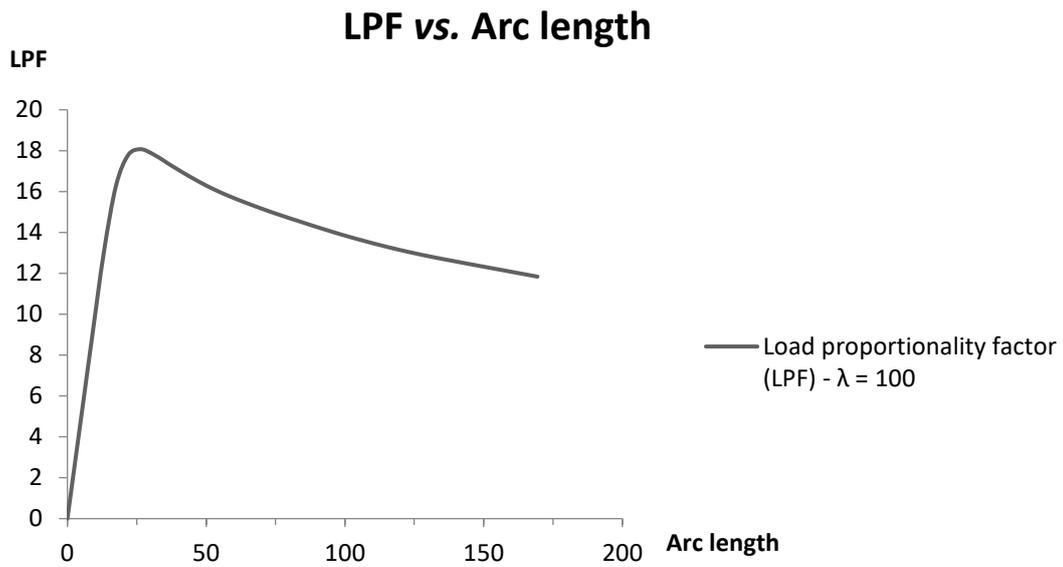


Figura 3.55 – Dados de LPF vs. *Arc length* para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 100$

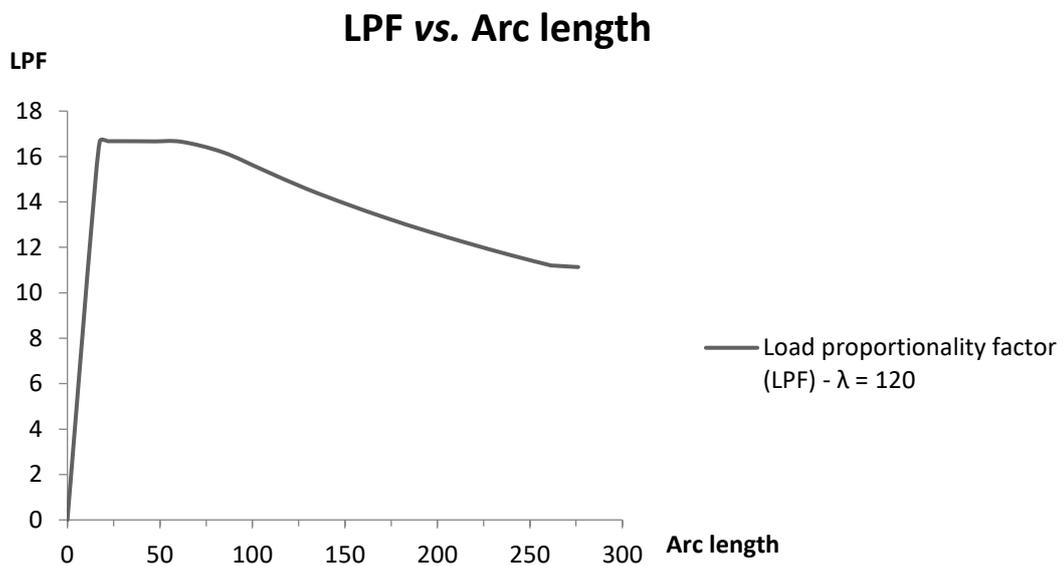


Figura 3.56 – Dados de LPF vs. *Arc length* para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 120$

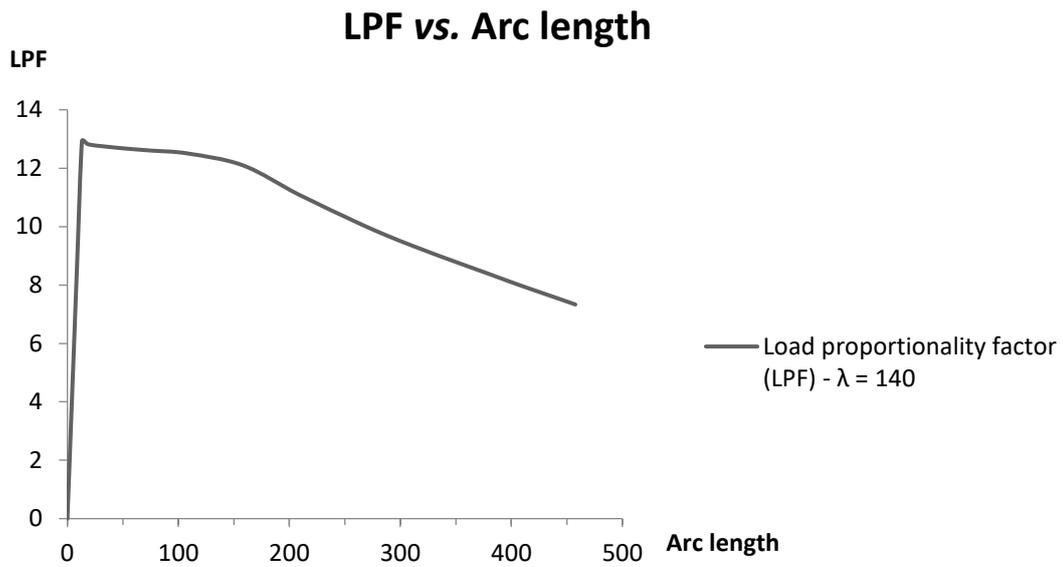


Figura 3.57 – Dados de LPF vs. *Arc length* para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 140$

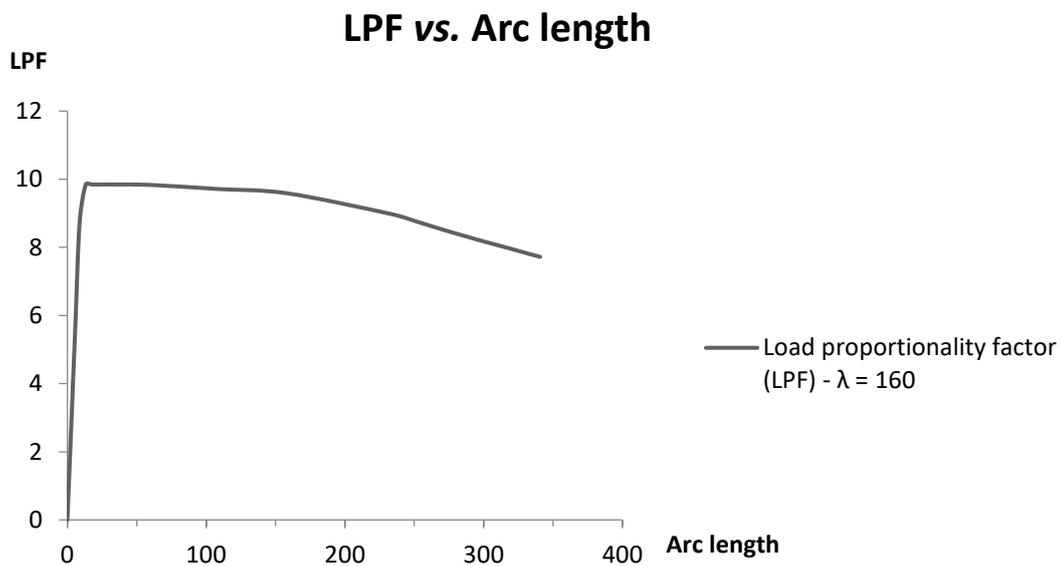


Figura 3.58 – Dados de LPF vs. *Arc length* para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 160$

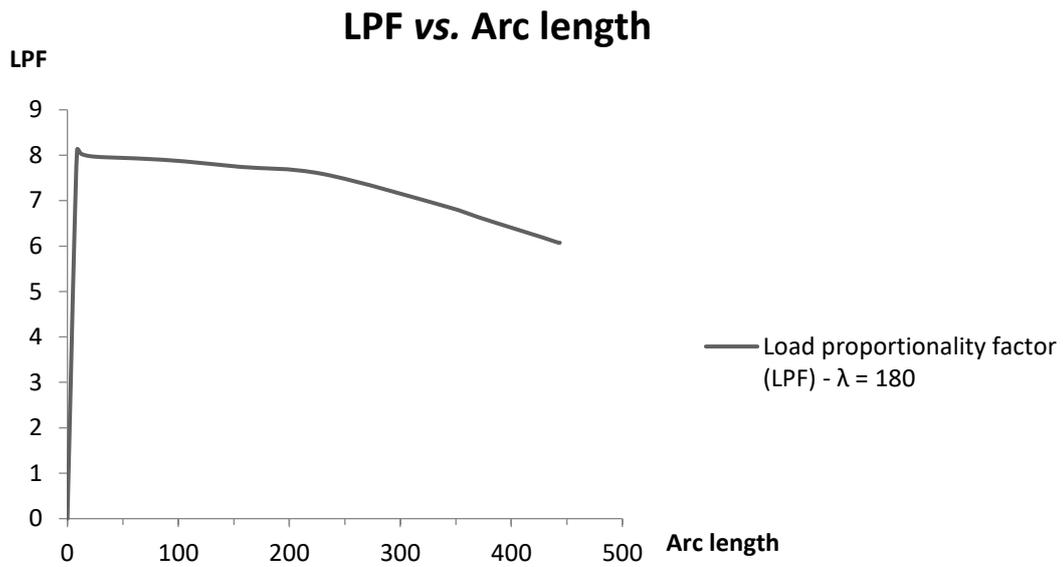


Figura 3.59 – Dados de LPF vs. *Arc length* para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 180$

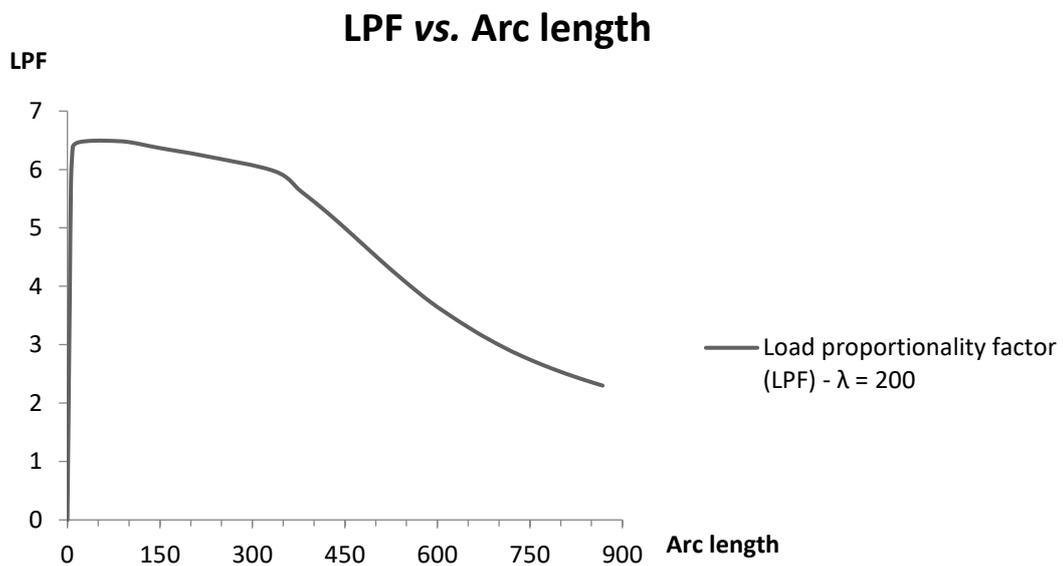


Figura 3.60 – Dados de LPF vs. *Arc length* para segunda fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 200$

Pela análise dos resultados colhidos, o primeiro fato constatado é a equivalência entre as simulações de primeira e segunda fases do protótipo com índice de esbeltez igual a 100. Tanto no que concerne ao modo de falha estrutural apresentado pelos espécimes, qual seja a deformação excessiva e o colapso das suas extremidades, quanto à própria magnitude da carga última de resistência à compressão, os modelos tiveram consistência. Nesse sentido, a segunda fase de simulações teve o papel de ratificar os resultados obtidos na fase precedente, de forma que, segundo os conceitos basais da teoria da instabilidade, e por extensão, considerou-se a validação dos protótipos menos esbeltos na execução deste mesmo par de simulações. Devido ao fato de os protótipos com índices de esbeltez até 100 prescindirem de análises modais, esforço computacional é poupado ao se realizar as análises numéricas compostas exclusivamente para o conjunto de barras com índices de esbeltez na faixa de 100 a 200.

À medida que os resultados dos demais modelos são avaliados, em ordem crescente de índice de esbeltez, nota-se uma redução gradual do valor de carga última de resistência dos protótipos. Um fator comum deste conjunto de simulações é o modo de falha dos espécimes, em que a flambagem global prevaleceu sobre as instabilidades locais. As Figuras 3.61 a 3.63 ilustram o colapso de um dos modelos ensaiados numericamente, no incremento de análise referente à sua carga última de resistência e, dessa forma, ao início da sua instabilidade global. Para prover maior nitidez à visualização da deformada do espécime, aplicou-se um fator de escala de  $5e+01$  aos deslocamentos da malha de elementos finitos.

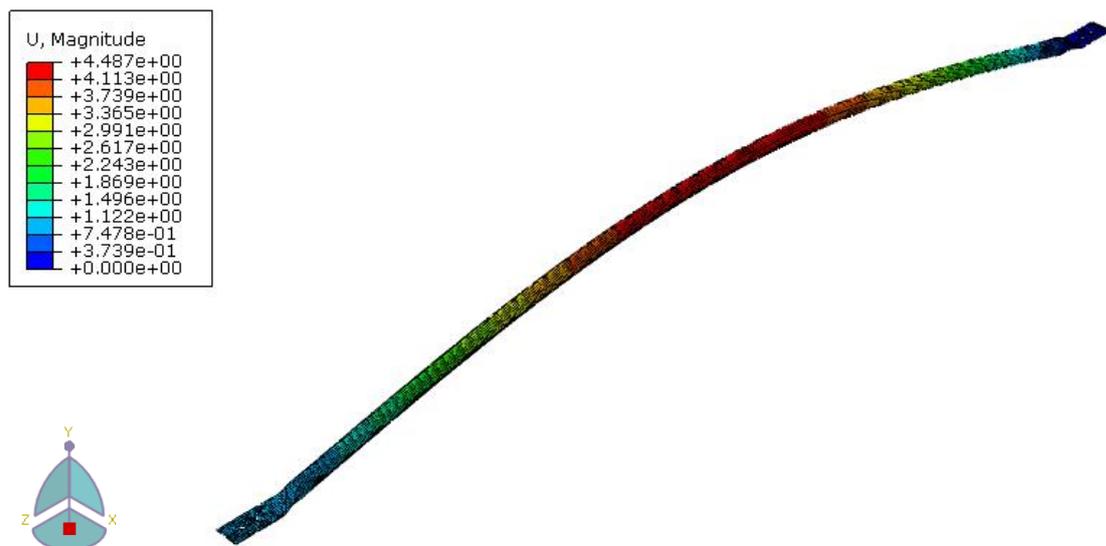


Figura 3.61 – Deslocamentos referentes à flambagem global de exemplo de modelo numérico com índice de esbeltez ( $\lambda$ ) igual a 200 no software Abaqus®, em milímetros (mm)

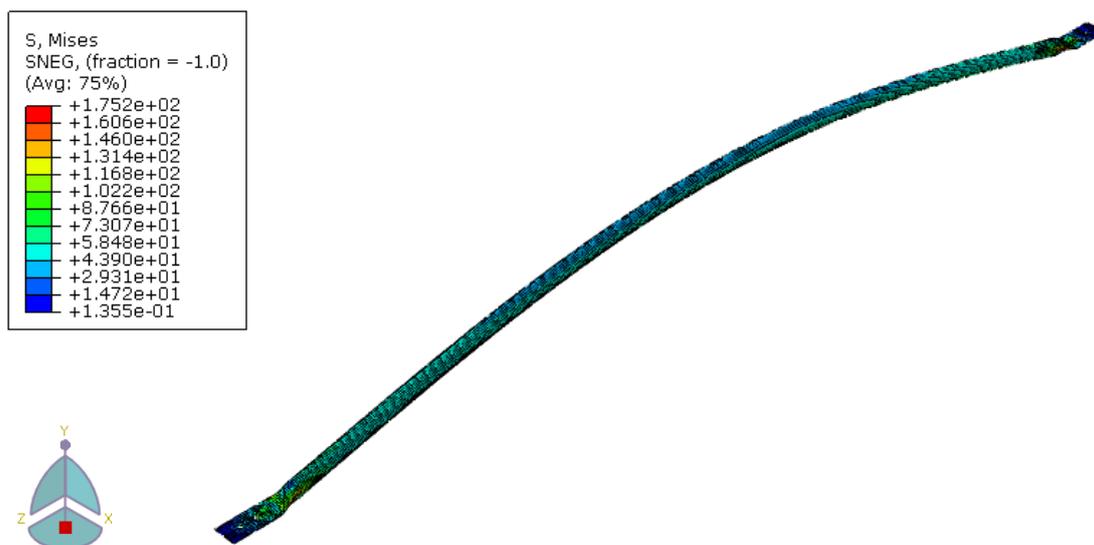


Figura 3.62 – Tensões de von Mises referentes à flambagem global de exemplo de modelo numérico no software Abaqus®, em Megapascals (MPa)

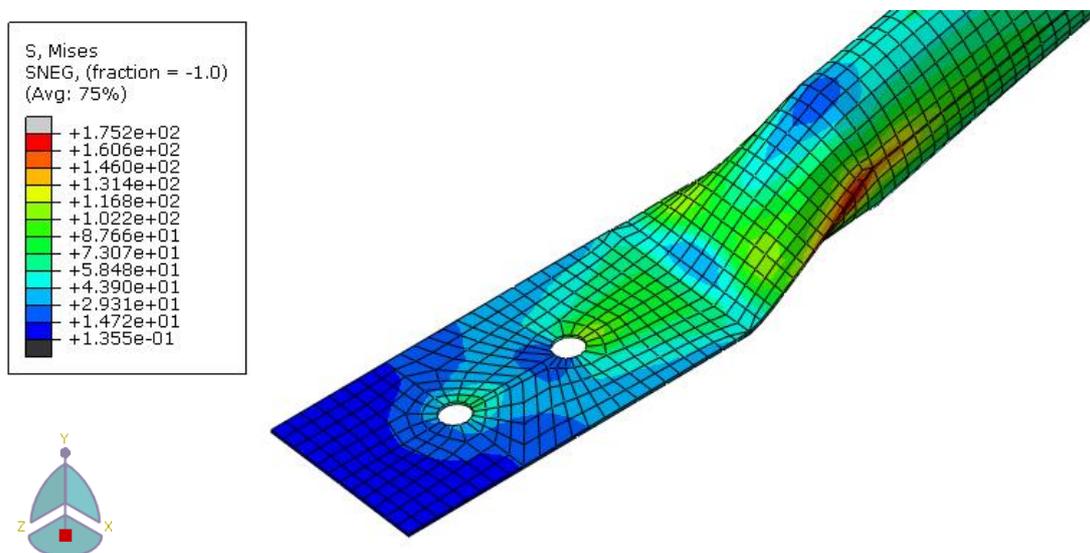


Figura 3.63 – Tensões de von Mises nas extremidades de exemplo de modelo numérico no software Abaqus®, em Megapascals (MPa)

Os resultados de deslocamentos e tensões dos espécimes com índices de esbeltez contidos na faixa de 120 a 200, conforme apresentados graficamente, indicam uma transição breve entre as falhas por deformação local excessiva das extremidades estampadas e por flambagem global dos protótipos. Em tal transição, observa-se uma plastificação parcial nas

regiões de transição de seções transversais do modelo com índice de esbeltez igual a 120, sendo, entretanto, a instabilidade global o seu modo de colapso característico. Nas análises numéricas seguintes, relativas aos três modelos de esbeltezes imediatamente maiores, constata-se uma redução no nível e uma mudança na localidade das maiores tensões manifestadas pelos modelos. Neste conjunto de análises, as tensões críticas dos protótipos se deslocaram das extremidades estampadas das barras às suas regiões centrais. Para concluir a série de simulações, o comportamento estrutural do modelo com índice de esbeltez igual a 200 sob carga de compressão se definiu pela flambagem global do protótipo ainda em regime elástico linear. Tal fato é atestado pelo nível de tensões de von Mises atingido nesta etapa da análise, cujas intensidades se situam integralmente abaixo da resistência ao escoamento do aço AISI 1020.

Se comparados os dados de autovalor das simulações do tipo *Buckle* com aqueles referentes à carga última de compressão da segunda série de análises numéricas pelo método de Riks modificado com imperfeições geométricas iniciais, é evidenciada a proximidade dos resultados obtidos pelas duas abordagens para os protótipos com índices de esbeltez de 120 a 200. Este fato se dá pela natureza da falha estrutural por flambagem global desses espécimes, na qual são capturados os deslocamentos laterais das barras semelhantemente. Entretanto, em termos de acurácia dos resultados, atribui-se primazia aos dados obtidos com as simulações completas em detrimento aos das análises modais devido à consideração das não linearidades físicas e geométricas na constituição dos modelos numéricos do primeiro conjunto.

Uma vez conduzido o conjunto de simulações que se objetiva com as duas primeiras fases de análises numéricas, em que o espectro de índices de esbeltez normativo foi coberto em sua íntegra, os resultados obtidos são sintetizados nas Figuras 3.64 e 3.65. Como observado nos seus conteúdos, a carga última de resistência dos modelos apresenta um decaimento gradual a partir do índice de esbeltez igual a 100, de forma que os modelos de maior esbeltez apresentaram predominantemente falha por instabilidade global. Ao se igualar a tensão de escoamento do aço utilizado na pesquisa com a tensão a causar a flambagem global das barras modeladas, prevista pela formulação de Euler, determina-se que o índice de esbeltez resultante deste estado de carregamento seja de aproximadamente 95, o que corrobora à validação do modo de falha capturado para cada modelo desenvolvido.

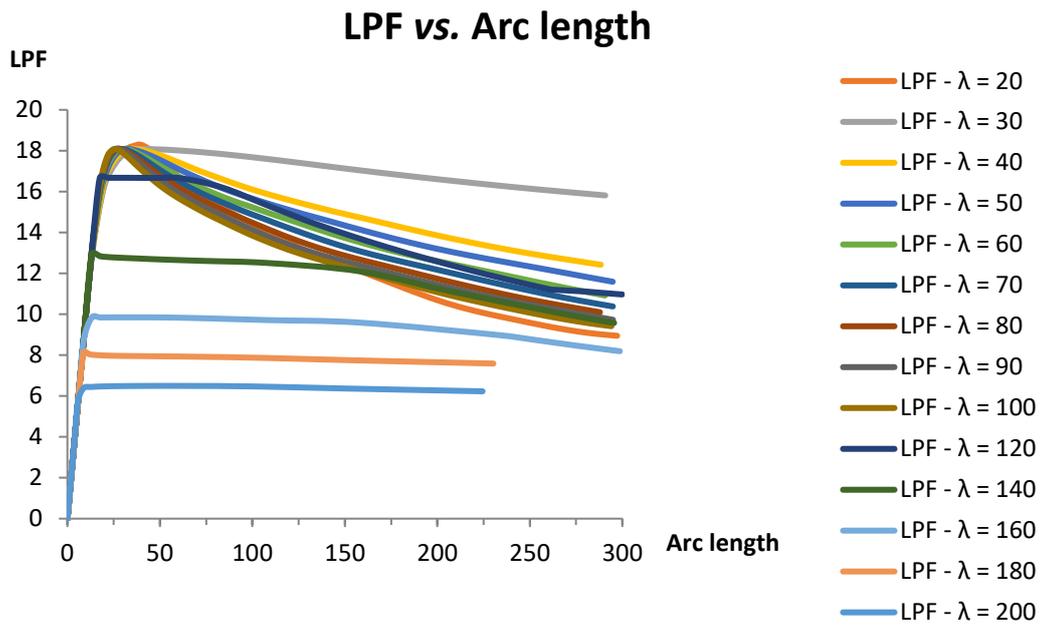


Figura 3.64 – Dados de LPF vs. Arc length das simulações numéricas dos modelos de barra de aço com extremidades estampadas –  $20 \leq \lambda \leq 200$

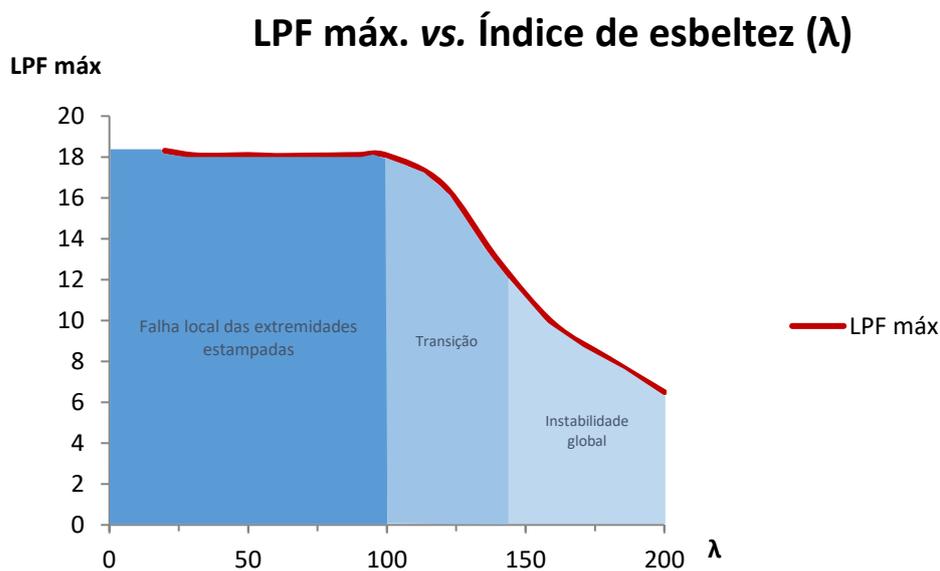


Figura 3.65 – Dados de LPF máx. vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos de barra de aço com extremidades estampadas

### 3.6. Constituição das modelagens numéricas – Terceira fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 200 e introdução de imperfeições geométricas

Após a execução das modelagens numéricas apresentadas nas seções anteriores, em que os modelos de barras com extremidades estampadas foram constituídos por protótipos retilíneos comprimidos axialmente, prosseguiu-se ao estudo da influência de imperfeições geométricas iniciais dos perfis nas suas respectivas cargas últimas de resistência. Tais imperfeições geométricas, traduzidas na falta de retilineidade das barras, têm diversidade de origem, como as imprecisões inerentes ao processo de fabricação dos perfis, aos seus transportes e manuseios, como também o processo de estampagem das suas extremidades.

De acordo com Galambos *et al.* (1996), as formulações propostas pelo *American Institute of Steel Construction* (AISC) para dimensionamento de perfis lineares comprimidos, as quais subsidiam os critérios presentes na norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, são baseadas em uma imperfeição geométrica inicial de aspecto senoidal, com valor máximo de 1/1500 do comprimento da peça (l). Com base nesta informação, foram determinados os valores de excentricidade a serem aplicados como deslocamento lateral inicial aos modelos numéricos, cujas magnitudes máximas estão apresentadas na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Imperfeições geométricas iniciais referentes aos modelos numéricos no software Abaqus®.

Índice de esbeltez ( $\lambda$ )	l (mm)	l/1500 (mm)
20	250	0,1667
30	400	0,2667
40	525	0,3500
50	650	0,4333
60	800	0,5333
70	915	0,6100
80	1050	0,7000
90	1175	0,7833
100	1325	0,8833
120	1590	1,0600
140	1855	1,2367
160	2120	1,4133
180	2385	1,5900
200	2650	1,7667

As análises numéricas conduzidas nesta etapa do trabalho foram estruturadas conforme a metodologia descrita para a segunda fase de simulações, na qual, para cada índice de esbeltez

de referência, são realizadas uma combinação de análise modal com análise pelo método de Riks modificado. A diferença essencial entre as duas fases de simulação em questão reside na magnitude dos deslocamentos aplicados: ao passo em que na segunda fase de modelagem os deslocamentos iniciais aplicados são ínfimos, com o intuito exclusivo de servir como um artifício para a manifestação de flambagem global das barras suscetíveis a este fenômeno, na etapa atual são introduzidos nos modelos deslocamentos de maior ordem de grandeza, baseados nos critérios normativos supracitados, objetivando-se aferir o seu efeito na resistência última dos protótipos estudados.

O primeiro modelo escolhido para constituição da nova série de simulações numéricas foi o de índice de esbeltez ( $\lambda$ ) igual a 100, uma vez que este se situa no centro do espectro de esbeltezes avaliado. Para a sua modelagem, fez-se uso da análise modal já processada na etapa precursora, sendo associada a uma análise pelo método de Riks que contém o devido fator de imperfeição inicial apresentado na Tabela 3.4. A Figura 3.66 ilustra a inserção desta informação nas configurações do software Abaqus® e a Figura 3.67 apresenta a janela de monitoramento e controle da execução da simulação.

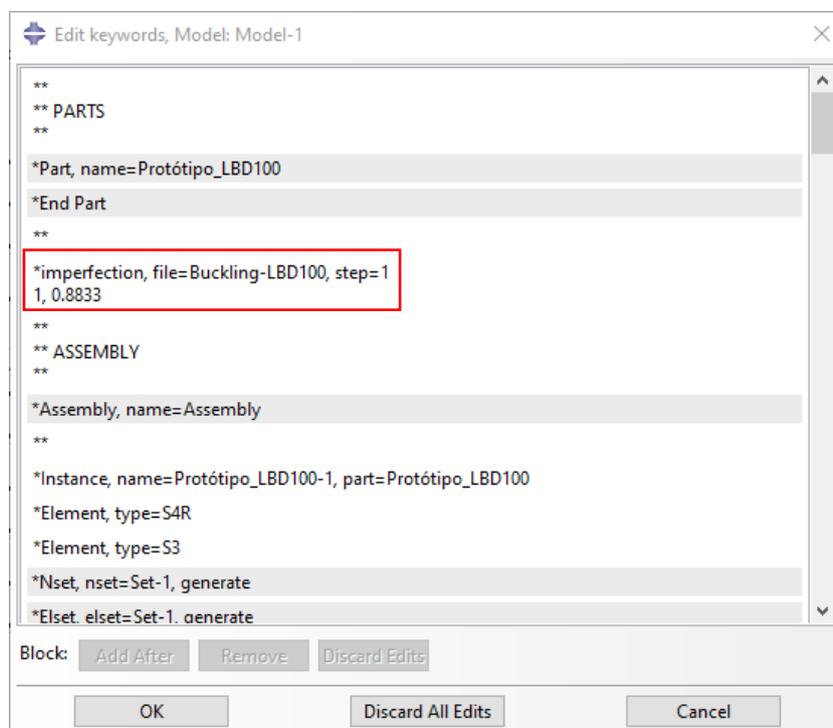


Figura 3.66 – Edição manual das configurações de análise no software Abaqus® para incorporação das imperfeições geométricas nas simulações numéricas

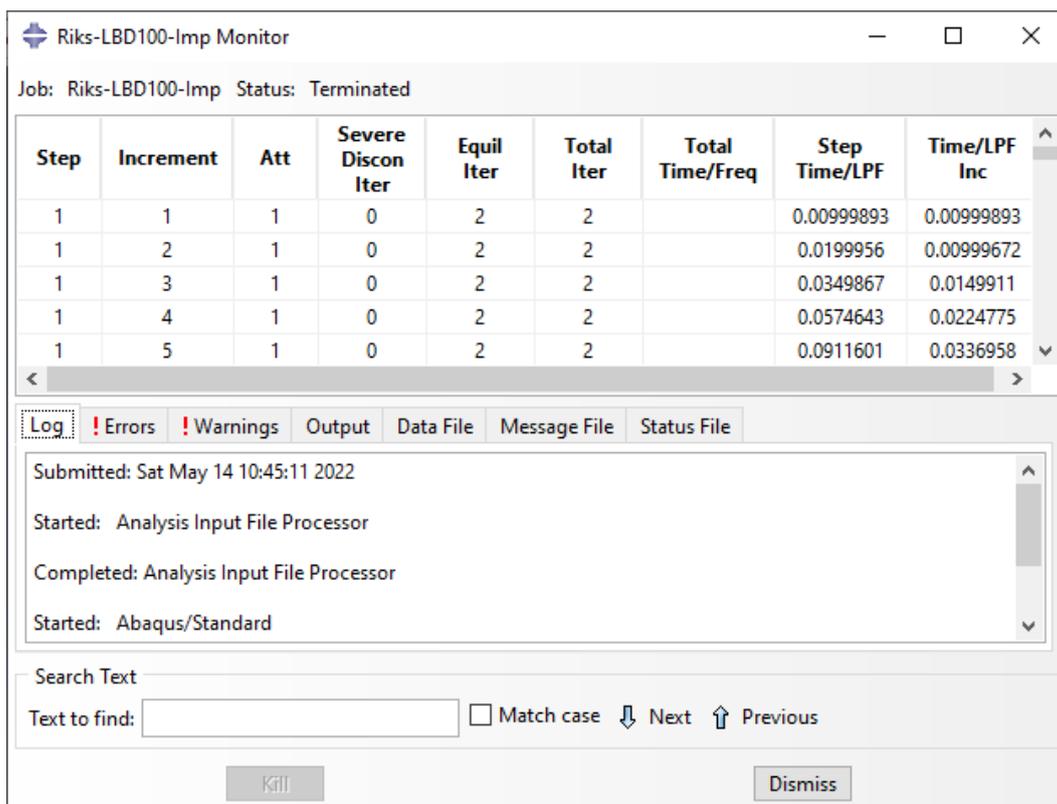


Figura 3.67 – Monitoramento e interrupção das análises numéricas no software Abaqus® referente à terceira fase de simulações

Adicionalmente à análise numérica do protótipo com índice de esbeltez igual a 100, os resultados obtidos com a sua condução tiveram por objetivo complementar a delimitação do conjunto de novas simulações que são pertinentes ao caso avaliado; isto é, com a execução desta análise preliminar, permitiu-se determinar os limites inferior e superior do espectro de índices de esbeltez – estabelecidos, respectivamente, em 90 e 200 – dentro dos quais a introdução de imperfeições geométricas iniciais nos modelos tem impacto sobre os seus resultados de resistência última. À medida que se apresente os resultados gerais coletados na terceira fase de simulações, o processo decisório de definição da gama de índices de esbeltez que requerem a produção de novas análises numéricas nesta etapa do trabalho será detalhado.

### 3.7. Resultados das simulações – Terceira fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 200 e introdução de imperfeições geométricas

A partir da introdução de imperfeições geométricas iniciais aos modelos numéricos de barras de aço com extremidades estampadas e sendo realizadas simulações compostas pelos procedimentos do tipo *Linear perturbation – Buckle* associados ao método de Riks modificado, foi constatada notoriamente uma redução de carga última de resistência de um determinado conjunto de protótipos. Nas Figuras 3.68 a 3.74 são apresentados os valores de fator de proporção de carga (LPF), em conjunto com os seus respectivos dados de *Arc length*, referentes às simulações de terceira fase dos modelos das barras pertencentes à faixa de índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 90 a 200.

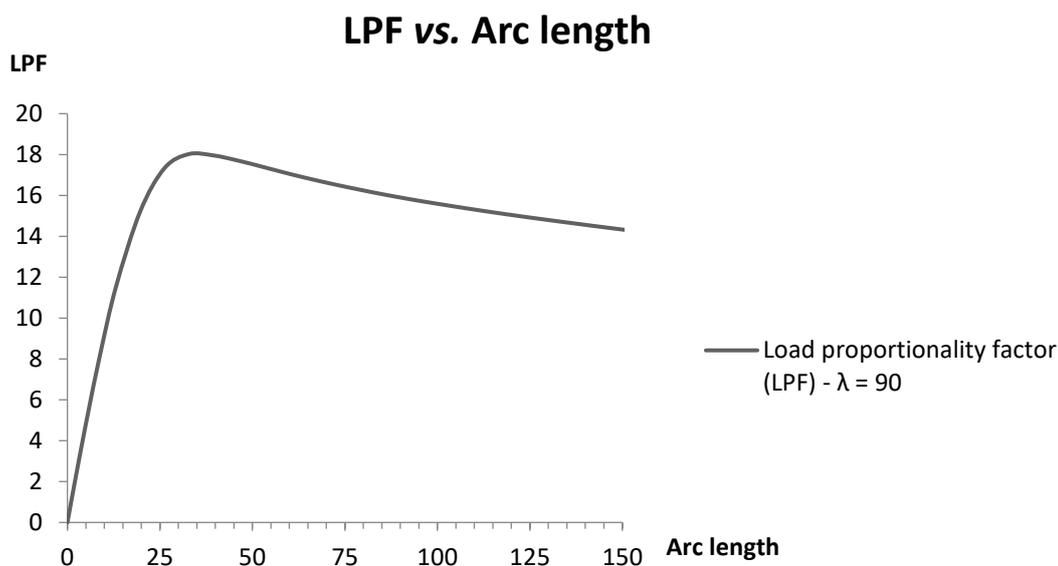


Figura 3.68 – Dados de LPF vs. *Arc length* para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 90$

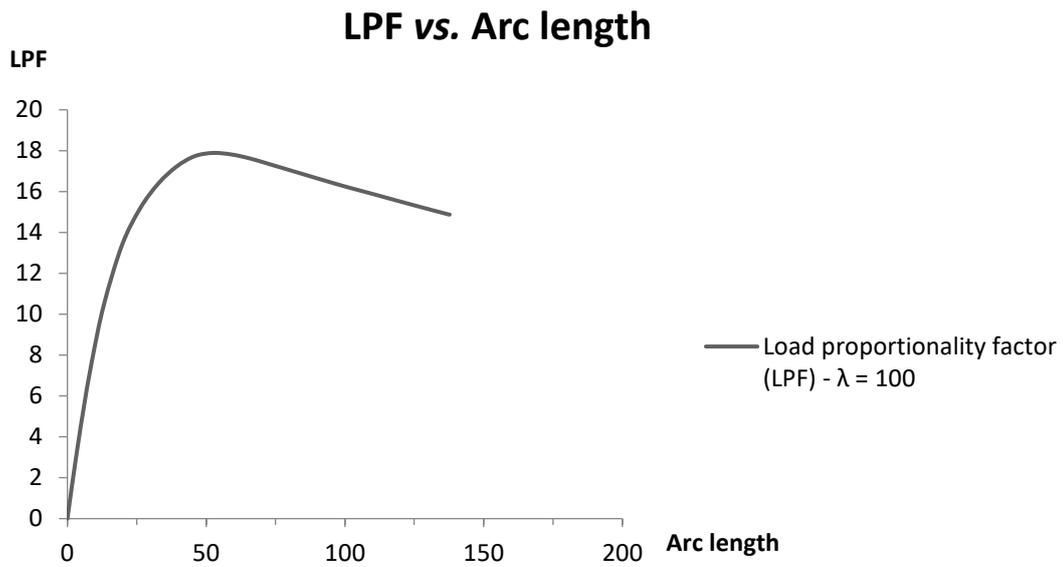


Figura 3.69 – Dados de LPF vs. *Arc length* para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 100$

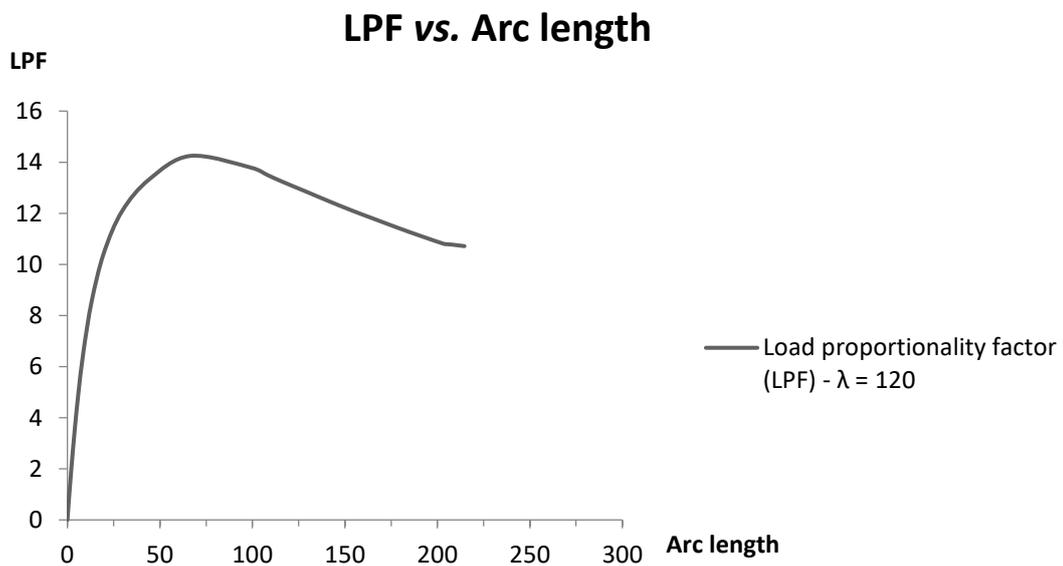


Figura 3.70 – Dados de LPF vs. *Arc length* para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 120$

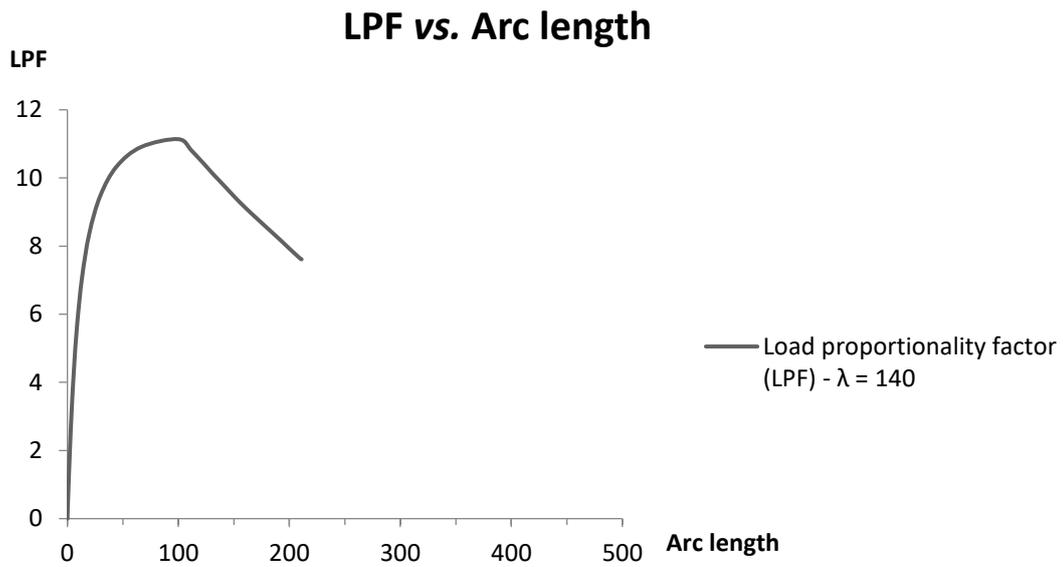


Figura 3.71 – Dados de LPF vs. *Arc length* para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 140$

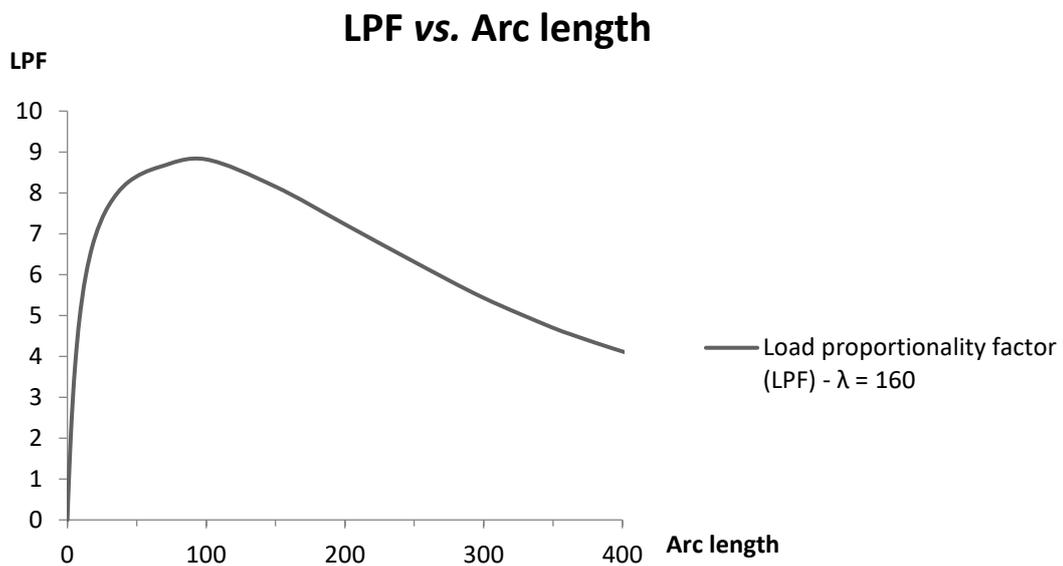


Figura 3.72 – Dados de LPF vs. *Arc length* para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 160$

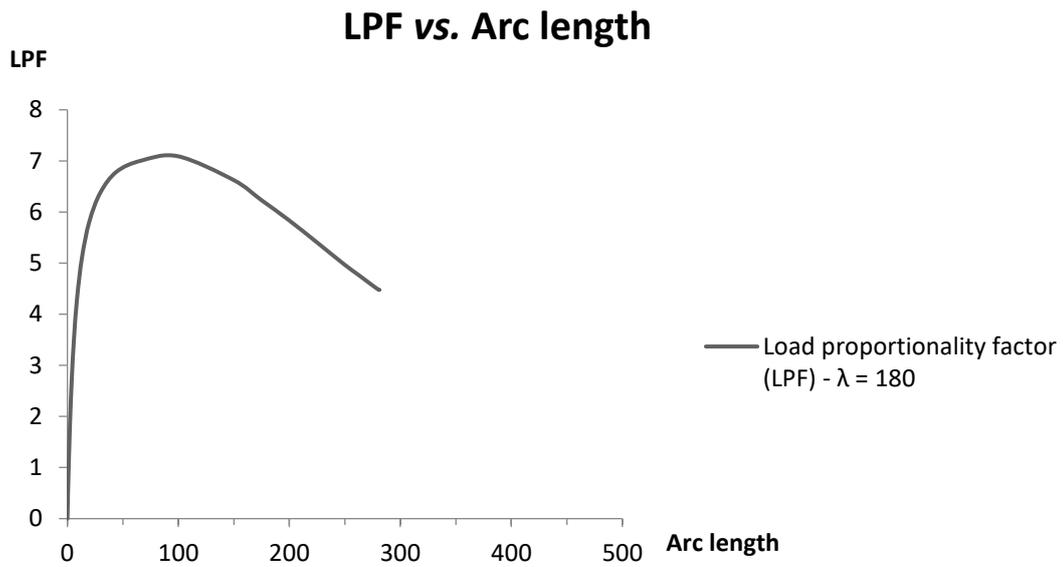


Figura 3.73 – Dados de LPF vs. *Arc length* para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 180$

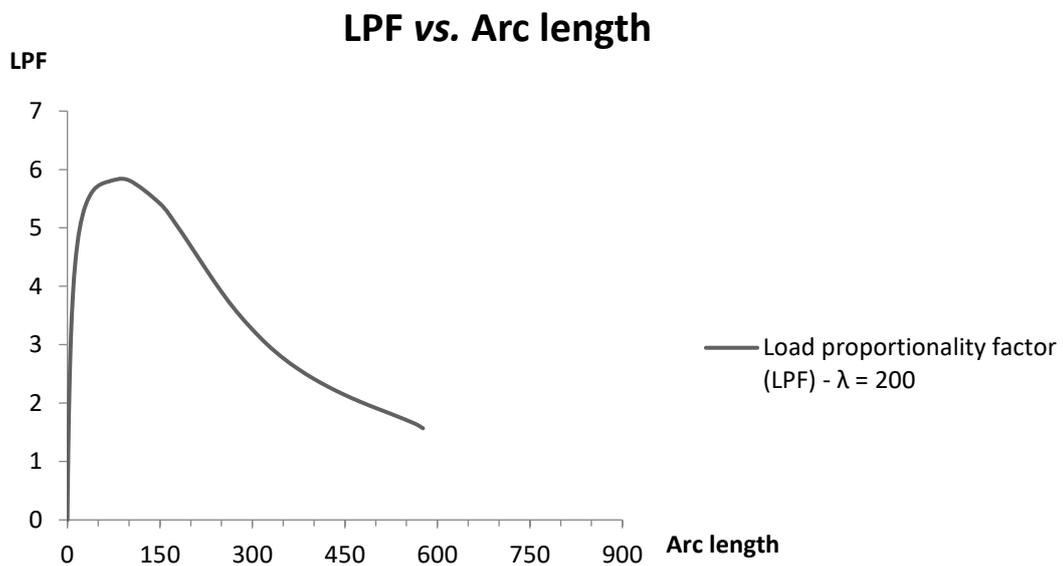


Figura 3.74 – Dados de LPF vs. *Arc length* para terceira fase de simulações numéricas de modelo de barra de aço com extremidades estampadas –  $\lambda = 200$

Como descrito nos procedimentos de modelagem dos protótipos, o primeiro protótipo avaliado nesta série de simulações foi aquele de índice de esbeltez igual a 100, dada a sua esbeltez aproximadamente mediana em relação ao conjunto completo de modelos desenvolvidos. Com a análise dos seus dados colhidos, conforme se apresentam na Figura 3.69, observa-se uma diminuição de 0,1 kN na carga última de resistência do perfil quando comparada à do modelo de mesma esbeltez da segunda fase de simulações. Tal diferença de resistência, de aproximadamente 0,5%, apesar de ínfima, motivou a criação do modelo com índice de esbeltez igual a 90, com o objetivo de se investigar se a tendência de convergência de resultados entre a primeira e a terceira etapas de simulações seria constatada. Segundo os dados contidos na Figura 3.68, a previsão de aproximação de carga última de resistência entre os modelos com e sem imperfeição geométrica inicial foi confirmada, com a referida diferença de resultados sendo desconsiderada. Por conseguinte, para protótipos menos esbeltos, deduz-se que a introdução de excentricidades normativas na geometria dos modelos não tem impacto significativo nas suas resistências a cargas de compressão.

À medida em que se avalia os resultados obtidos nas demais análises numéricas de terceira fase, em ordem crescente de índice de esbeltez, evidencia-se uma influência gradativamente maior da presença de imperfeições geométricas nos protótipos sobre os seus respectivos valores de resistência última à compressão. Este fato ratifica as previsões estabelecidas ao início das simulações, no que tange à redução expressiva desta resistência para estruturas que, por natureza, são esbeltas e inerentemente mais suscetíveis à falha por instabilidade global. Se observadas as derivadas dos gráficos supramencionados, em específico nas regiões localizadas após o atingimento dos pontos críticos de carregamento de compressão, nota-se como, comparativamente aos dados coletados na segunda fase de simulações, as inclinações das curvas se acentuam. Este comportamento é um indicativo de como as estruturas das barras tornaram-se mais instáveis depois da consideração de imperfeições geométricas iniciais nos modelos. A Figura 3.75 apresenta, em conjunto, os resultados dos estudos de resistência à compressão axial dos modelos de barra com e sem a introdução das imperfeições geométricas previstas em norma.

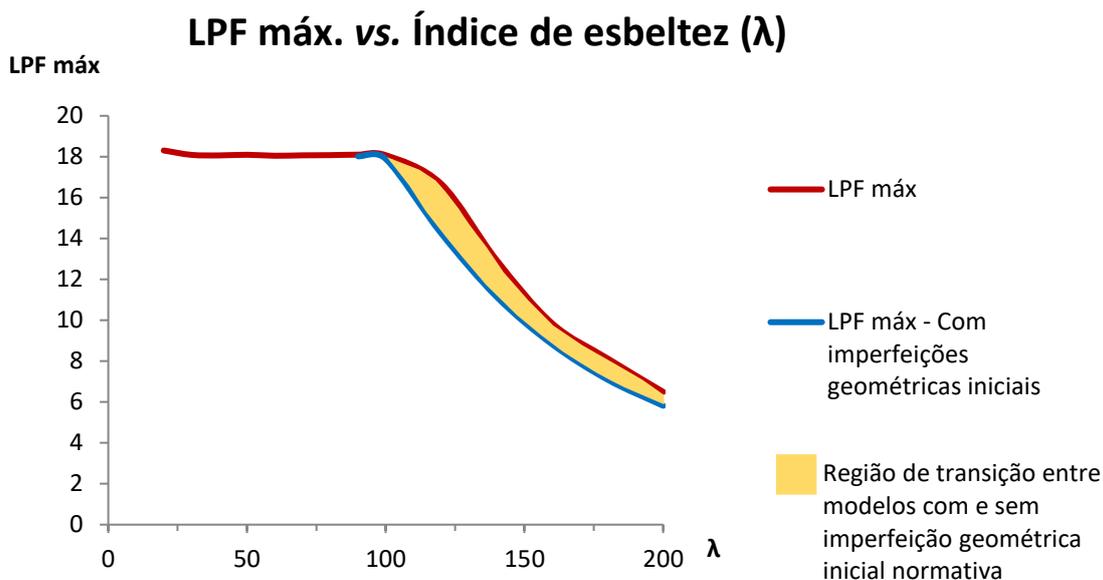


Figura 3.75 – Dados de LPF máx. vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos de barra com e sem imperfeições geométricas iniciais

A região destacada entre as duas curvas apresentadas na Figura 3.75 evidencia a perda de resistência dos perfis tubulares com extremidades estampadas ao se impor excentricidades na geometria dos modelos numéricos. Observa-se que, para índices de esbeltez nas imediações superiores de 100, a redução de resistência à compressão dos perfis torna-se significativa em valor absoluto. Ao se avaliar os modelos com índices de esbeltez próximos à parte superior do espectro, as diferenças entre os casos avaliados ainda são visivelmente expressivas, mas não maiores que as verificadas no seu centro, as quais chegam a 2,42 kN ( $\lambda=120$ ). Entretanto, em termos percentuais, nota-se um comportamento mais homogêneo dos resultados de diminuição de carga última resistente nos protótipos constituintes da faixa de índices de esbeltez entre 120 e 200; para estes, tal redução manteve-se em torno dos limites de 10 a 15%.

Nas análises da série de simulações de terceira fase desta dissertação, foram avaliados ainda os modos de falha que os protótipos com imperfeições geométricas iniciais manifestaram ao atingirem as suas devidas cargas últimas de resistência. Ao se caracterizar a falha de cada um dos referidos modelos, constatou-se uma correspondência aproximada entre os ensaios numéricos sem excentricidades geométricas com aqueles que as incorpora como condições iniciais de simulação. A diferença entre os resultados reside essencialmente no aspecto da geometria deformada dos protótipos sujeitos à flambagem global ou que se encontram na região superior da zona de transição de modos de falha, em que foram observadas curvas mais abruptas

nos modelos que contam com a geometria pré-modificada. Este fato possivelmente é atribuído ao efeito da introdução da imperfeição geométrica no aumento dos esforços internos de momento fletor das estruturas e, por consequência, nos raios de curvatura das suas seções transversais.

A metodologia de dimensionamento em estado-limite último de elementos lineares comprimidos referentes à norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, conforme apresentada na seção 2.2 deste trabalho, abarca os efeitos locais e globais de instabilidade manifestados por estruturas assim caracterizadas, para uma gama de configurações geométricas de seção transversal. Entretanto, para o caso de barras com extremidades estampadas, as disposições normativas não indicam uma abordagem específica para a determinação da influência do processo de estampagem e da geometria consequente na resistência estrutural do elemento avaliado. Com os resultados colhidos nesta dissertação objetiva-se, dessa forma, investigar os limites de aplicabilidade das formulações apresentadas na referida norma para o caso em estudo.

Para se verificar o aspecto das curvas de carga última *vs.* índice de esbelteza relativas aos ensaios numéricos e aos valores normativos, a Figura 3.76 contém a plotagem dos conjuntos de dados de forma simultânea, sendo o conjunto relativo à frente numérica subdividido em duas curvas –  $P_{ult}$ -Numérico e  $P_{ult}$ -Numérico modificado, referentes às simulações sem e com imperfeições geométricas iniciais, respectivamente. A curva que diz respeito à capacidade resistente dos perfis prevista pelos critérios de dimensionamento da norma supracitada, denominada  $P_{ult}$ -Normativo, se apresenta na Figura 3.76 em termos de valores característicos. Tal escolha, em detrimento de uma comparação com resistência à compressão de projeto normativa, tem por objetivo se comparar os resultados numéricos e analíticos sob mesmo critério de variabilidade nas propriedades mecânicas do aço, uma vez que, nas simulações numéricas, o material componente das barras modeladas é deterministicamente constituído. Por consequência, este procedimento permite uma avaliação mais isolada do efeito da estampagem na resistência à compressão axial dos perfis tubulares.

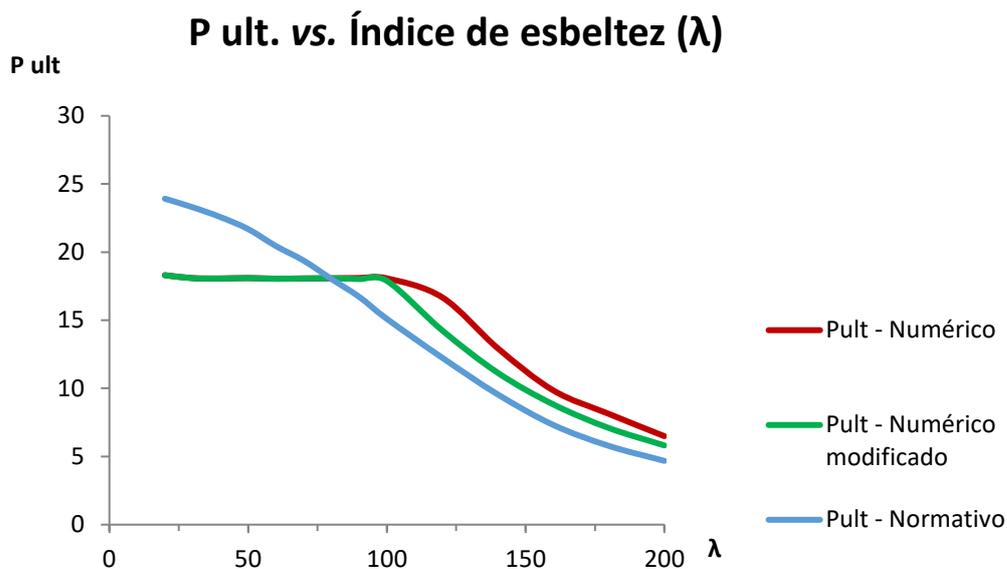


Figura 3.76 – Dados de  $P_{ult}$  vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos de barra de aço com extremidades estampadas e da aplicação dos critérios de dimensionamento da norma ABNT NBR 8800:2008

Com a análise dos resultados apresentados nesta seção do trabalho, um primeiro fato constatado é a distância aproximadamente constante entre as curvas de resistência à compressão dos modelos das frentes numérica e analítica, em específico na região de maiores índices de esbeltez. Em termos percentuais, a diferença de resistência entre as duas curvas, tomando-se como referência os valores normativos, varia entre os limites de 16 e 25%. Uma vez que as dimensões principais e imperfeições geométricas iniciais das barras, assim como as suas condições de contorno, foram aplicadas de forma equivalente nas duas abordagens propostas, tal diferença é atribuída à consideração de tensões residuais nas formulações normativas e na sua respectiva ausência nos modelos numéricos. A constituição das modelagens com a incorporação deste fator, em conjunto com o perfil das tensões e deformações plásticas residuais relativas ao processo de estampagem das extremidades das barras, representa por si só uma extensa frente de pesquisa futura, cujas informações na atualidade, para o caso em estudo, ainda são escassas ou mesmo inexistentes.

Quando avaliados os resultados colhidos para as barras com índices de esbeltez menores que 80, nota-se que a resistência característica dos perfis determinada pelos critérios da NBR 8800:2008 supera aquela prevista pelos ensaios numéricos. Nas suas simulações, demonstra-se na frente numérica a falha local das extremidades estampadas como um limitante à carga de

resistência axial à compressão das barras contidas nesta faixa do espectro de índices de esbeltez avaliado. Este fato pode ser reconhecido graficamente pela porção horizontal das curvas  $P_{ult}$ -Numérico e  $P_{ult}$ -Numérico modificado da Figura 3.76. A diferença de resistência entre as curvas numéricas e analítica atinge percentuais de até 24%, em relação aos valores de referência do caso normativo. Observa-se, dessa forma, a limitação das formulações analíticas normativas para tratar do caso exposto, sendo necessários ajustes parciais no processo de dimensionamento de barras curtas e medianamente esbeltas ou uma ampla reformulação que envolva o espectro de índices de esbeltez de maneira integral.

Para se derivar equações que possam representar analiticamente e estatisticamente o comportamento estrutural de barras de aço com extremidades estampadas, recomenda-se a realização de ensaios experimentais paramétricos, com a variação de propriedades geométricas e mecânicas dos perfis, como, por exemplo, as suas relações diâmetro-espessura e a tensão de escoamento do aço empregado. Em todo o caso, quanto aos critérios de dimensionamento a serem utilizados no projeto de barras de treliças espaciais, ressalta-se a importância da consideração de excentricidades nas ligações dos perfis, em especial nos seus elementos diagonais, cujos eixos longitudinais no geral apresentam distância não desprezível aos pontos de atuação das cargas normais solicitantes. Tais excentricidades de carga normal se traduzem em um estado de flexo-tração ou flexo-compressão dos perfis, o que minora as suas resistências comparativamente a situações de carga axial.

### 3.8. Constituição das modelagens numéricas – Quarta fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 200 de barras ideais

Com o intuito de se prosseguir com a validação dos resultados apresentados nas três fases anteriores de análises numéricas, em que os modelos de barras de aço de treliças espaciais foram compostos exclusivamente por extremidades estampadas, a quarta fase de simulações é constituída pela modelagem numérica de barras ideais, cujas propriedades geométricas são compatíveis com as dos demais modelos desenvolvidos, exceto pelo fato de a seção circular original ser mantida constante ao longo dos eixos longitudinais dos protótipos. Dessa forma, características como o diâmetro, a espessura e o comprimento de cada peça foram preservados nos novos modelos, com o objetivo de se buscar isolar o efeito da geometria estampada das extremidades das barras nas suas resistências à compressão axial, para a faixa de índices de esbeltez em estudo. Quanto aos comprimentos das peças em específico, ressalta-se que as barras ideais foram projetadas com dimensões equivalentes aos comprimentos efetivos das barras com extremidades estampadas, ou seja, com extensões iguais às distâncias entre as seções mais internas das regiões estampadas dos primeiros modelos. Tal medida se deve ao fato de que os pontos de inflexão das barras com extremidades estampadas quando flambadas situam-se aproximadamente ao final da região de transição de seções transversais e no início da região estampada, dadas as condições de contorno aplicadas nos ensaios numéricos. A Figura 3.4 ilustra as geometrias projetadas com o auxílio do software AutoCAD®.

Na concepção das simulações numéricas realizadas nesta etapa do trabalho, fez-se uso da metodologia aplicada na segunda e terceira fases de análises numéricas, embasada na combinação de análise modal do tipo *Buckle* com análise pelo método de Riks modificado. Em um primeiro momento, as análises modais foram estruturadas de forma a se identificar os autovalores e autovetores principais dos modelos de barras ideais com índices de esbeltez ( $\lambda$ ) na faixa de 20 a 200, sendo registrados os deslocamentos nodais das malhas de elementos finitos dos 14 modelos desenvolvidos – ver procedimento de modelagem na seção 3.4 desta dissertação. Para o devido processamento dos protótipos, necessitou-se executar algumas adaptações relativas às condições de contorno e de entrada do carregamento nas extremidades das barras, devido às próprias mudanças de geometria previstas para essas regiões. A fim de se permitir a conexão entre os pontos de referência e as superfícies externas das barras, foram utilizadas restrições do tipo *Rigid Body*, com a associação entre ambos sendo intermediada por elementos rígidos, de maneira a se criar um vínculo direto entre os seus deslocamentos e

rotações. As configurações das análises do tipo *Buckle* estão apresentadas nas Figuras 3.77 a 3.85.



Figura 3.77 – Exemplo de constituição de parte singular dos modelos numéricos para a quarta fase de simulações

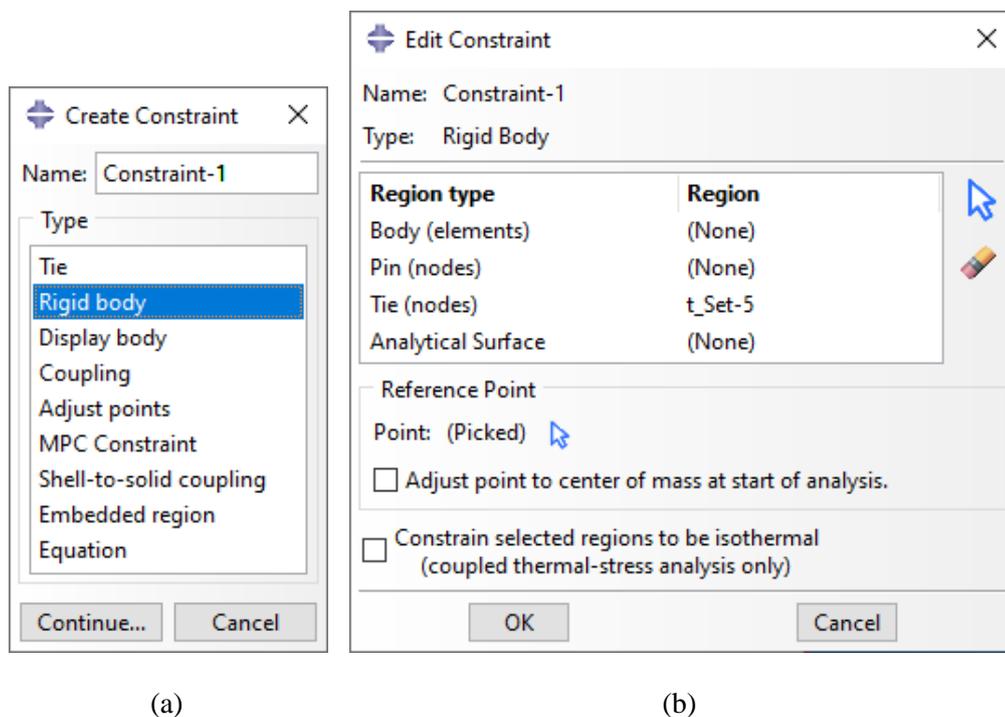


Figura 3.78 – Configurações de criação de restrição do tipo *Rigid Body* no software Abaqus®

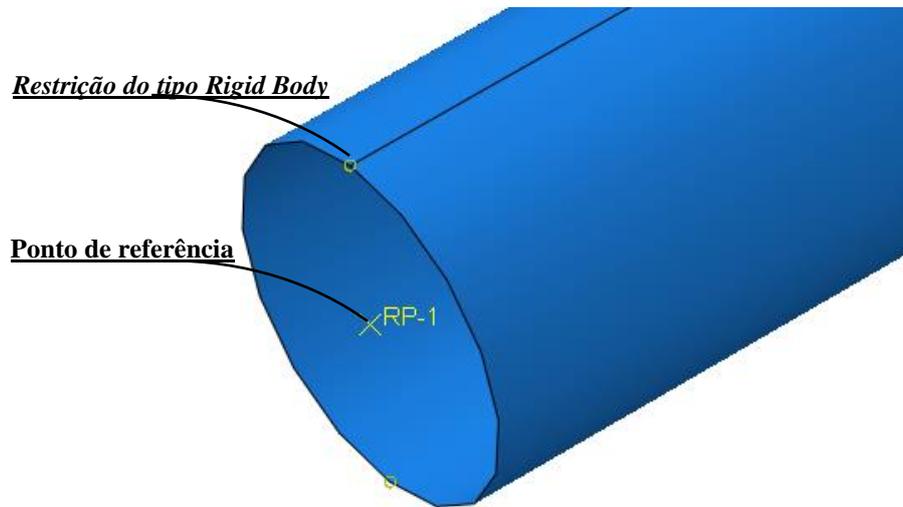


Figura 3.79 – Detalhe de restrição entre um ponto de referência e a superfície externa adjacente nos modelos numéricos

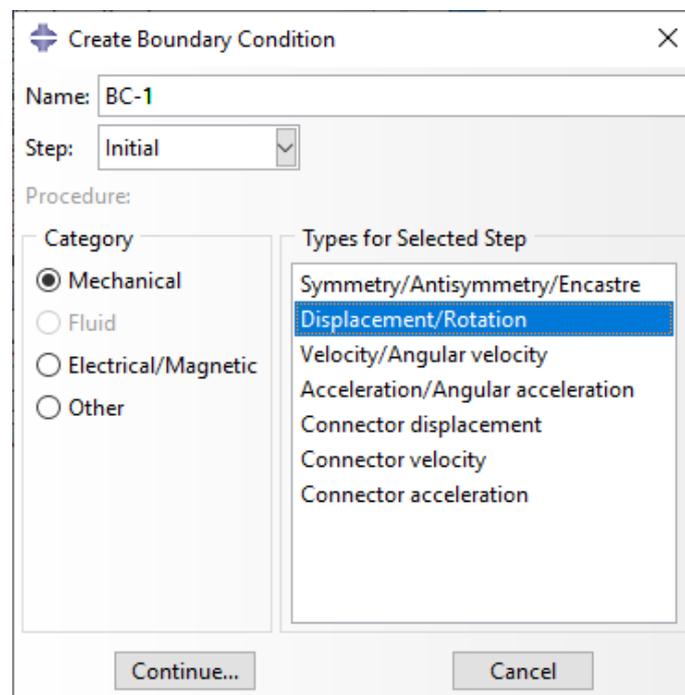
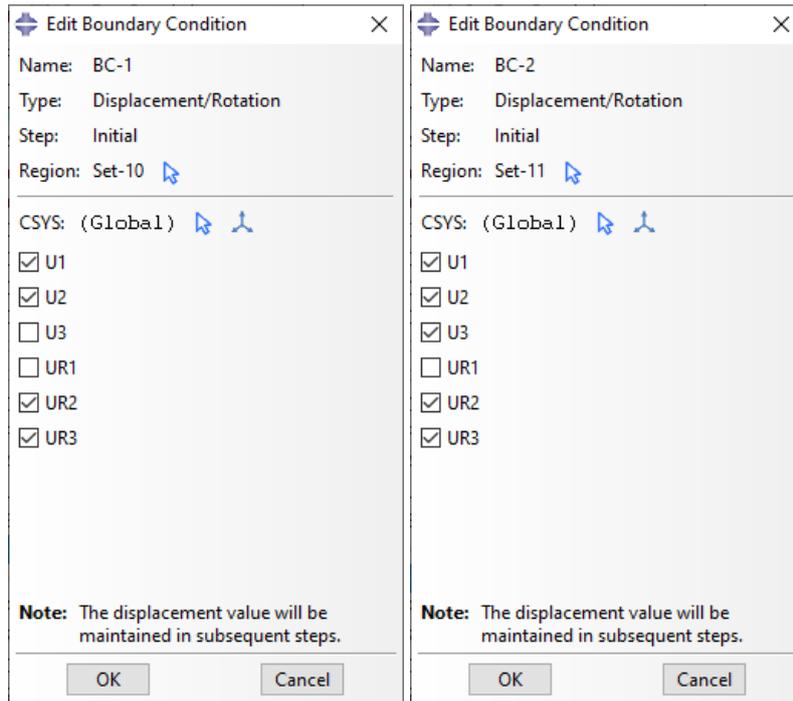


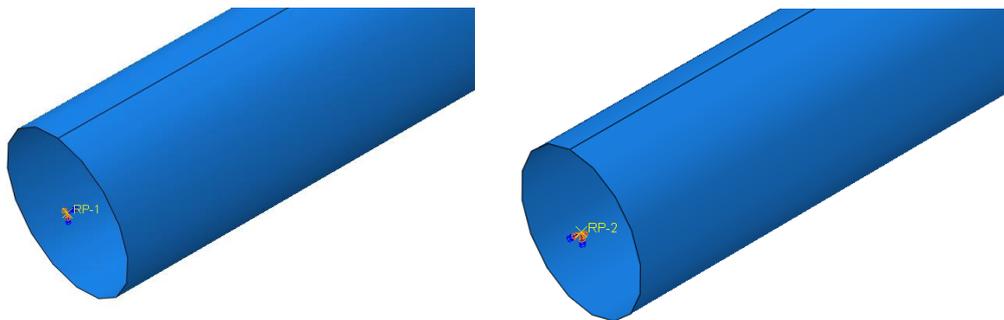
Figura 3.80 – Criação de condições de contorno no software Abaqus®



(a)

(b)

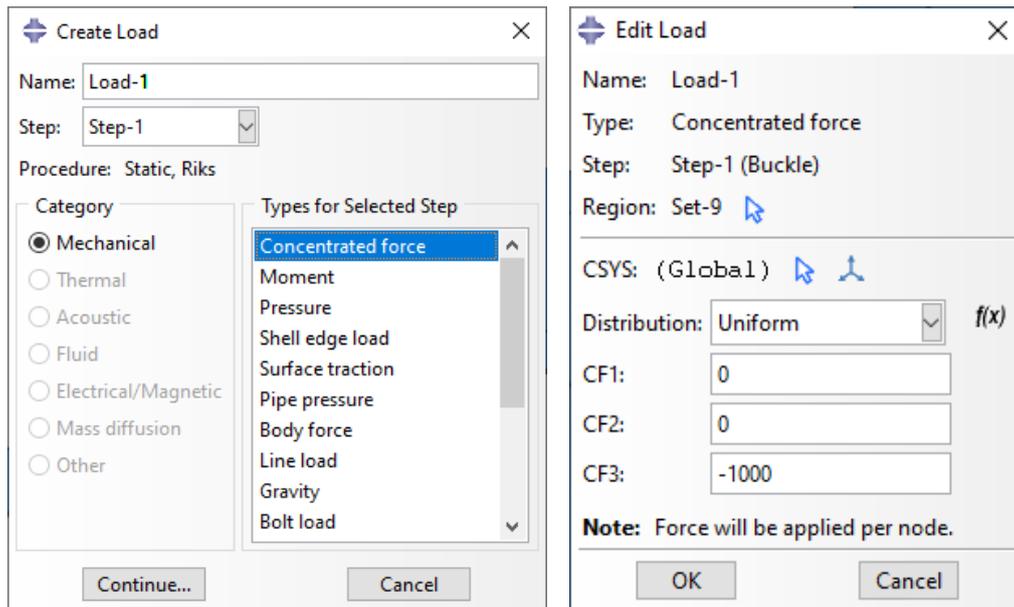
Figura 3.81 – Edição de condições de contorno no software Abaqus®: restrições atribuídas aos pontos de referência da extremidade móvel (a) e aos pontos de referência da extremidade fixa (b)



(a)

(b)

Figura 3.82 – Representação gráfica das condições de contorno no software Abaqus®: restrições atribuídas aos pontos de referência da extremidade móvel (a) e aos pontos de referência da extremidade fixa (b)



(a)

(b)

Figura 3.83 – Configurações de criação e edição de carregamentos no software Abaqus®.

Unidade das cargas em Newtons (N)

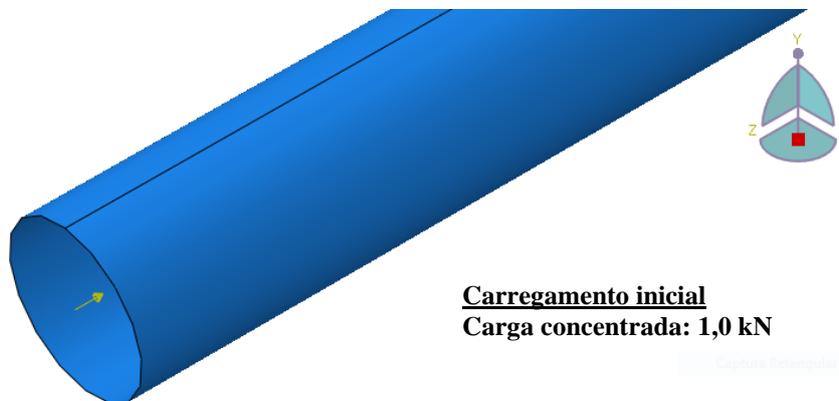


Figura 3.84 – Representação gráfica dos carregamentos no software Abaqus®: 01 carga concentrada de compressão de 1,0 kN

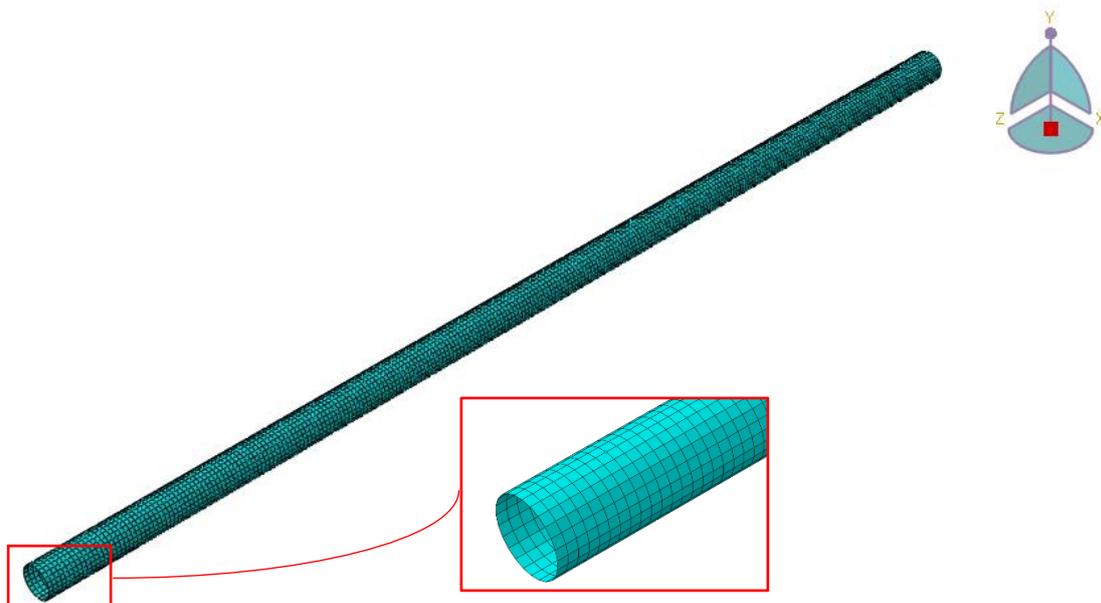


Figura 3.85 – Detalhe de malha de elementos finitos tipo *shell* dos modelos numéricos desenvolvidos no software Abaqus® referente à quarta fase de simulações

A partir dos deslocamentos dos nós de malha exportados pelas análises modais dos protótipos, foram então constituídas duas sub-séries de análises pelo método de Riks modificado, cada qual composta por 14 simulações, e diferenciadas pela ausência ou presença de imperfeições geométricas iniciais normativas. O primeiro conjunto ensaiado contou com barras ideais aproximadamente retilíneas, nas quais foram aplicados um fator multiplicativo dos deslocamentos nodais na ordem de 1% da espessura da parede das barras, em conformidade com o critério utilizado na segunda fase de simulações numéricas. Quanto ao segundo conjunto de simulações, a este foram aplicados os fatores de multiplicação contidos na Tabela 3.4, os quais têm origem em literatura e norma internacional de referência. A prescrição destes fatores multiplicativos nas configurações de programação do software está ilustrada na Figura 3.86. Os resultados obtidos com as simulações compostas supracitadas são apresentados e discutidos na seção seguinte desta dissertação.

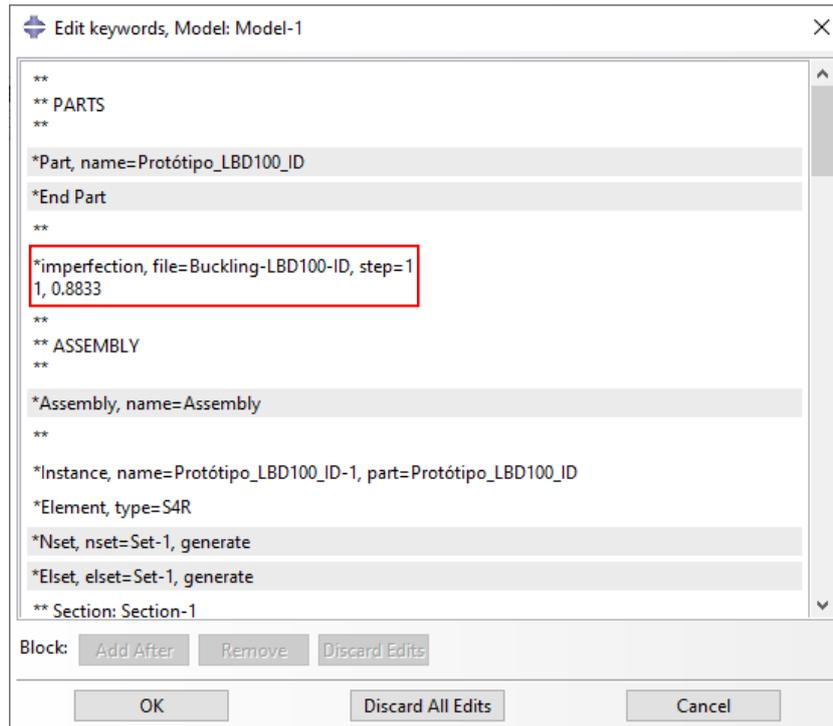


Figura 3.86 – Edição manual das configurações de análise no software Abaqus® para incorporação das imperfeições geométricas nas simulações numéricas

### 3.9. Resultados das simulações – Quarta fase: Índices de esbeltez ( $\lambda$ ) de 20 a 200 de barras ideais

A estruturação e seguinte execução das análises modais com o procedimento do tipo *Linear perturbation – Buckle* dos modelos numéricos de barras ideais, cujos índices de esbeltez ( $\lambda$ ) situam-se na faixa de 20 a 200, tiveram por resultado a determinação dos seus autovetores e autovalores principais, manifestados nos modos de flambagem, em regime elástico, e nas respectivas cargas geradoras da instabilidade, respectivamente. A Figura 3.87 exemplifica a configuração deformada de um dos protótipos avaliados, à qual se aplicou uma majoração de deslocamentos com fator de escala igual a  $1,325e+02$  para melhor visualização do aspecto da flambagem global do protótipo, e a Tabela 3.5 apresenta os autovalores resultantes em paralelo com as cargas críticas de Euler para barras ideais bi-rotuladas.

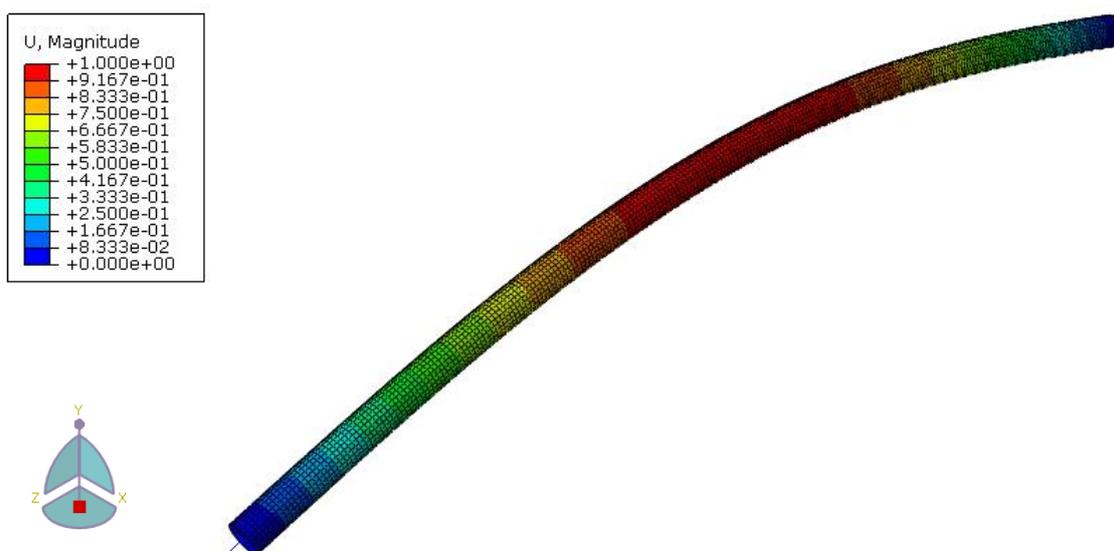


Figura 3.87 – Modo de flambagem principal de exemplo de modelo numérico no software Abaqus®. Unidade dos deslocamentos em milímetros (mm)

Tabela 3.5 – Autovalores ou carregamentos, referentes às análises modais executadas no software Abaqus®, e cargas críticas de Euler, em kilonewtons (kN)

Índice de esbeltez ( $\lambda$ )	Autovalor ou carregamento (kN)	Carga crítica de Euler (kN)
20	576,57	599,63
30	238,34	234,23
40	140,56	135,97
50	92,41	88,70
60	61,31	58,56
70	46,97	44,76
80	35,73	33,99
90	28,57	27,14
100	22,49	21,35
120	15,63	14,82
140	11,49	10,89
160	8,80	8,34
180	6,96	6,59
200	5,64	5,34

Ao se observar os dados colhidos com as referidas análises modais, o primeiro fato constatado é a proximidade destes com os resultados previstos pela formulação analítica de Euler, o que corrobora à validação dos modelos desenvolvidos. Em segundo lugar, com base nos resultados obtidos pela aplicação dos critérios de dimensionamento da norma ABNT NBR 8800:2008, conforme apresentados na Figura 3.76, é notório que, para os menores índices de esbeltez, a carga última de resistência das barras se aproxima do valor de 24,0 kN. Uma vez que o modo de falha manifestado por essas barras é caracterizado predominantemente pela falha local da sua seção transversal, em regime inelástico, prevê-se que os protótipos numéricos comecem a apresentar a flambagem global a partir do índice de esbeltez igual a 100, em consonância com os dados levantados nas fases de simulação anteriores. Esta afirmação é avaliada após a execução da série completa de simulações.

A continuidade das modelagens numéricas se deu com a estruturação das simulações baseadas no método de Riks modificado para os modelos sem imperfeições geométricas significativas, com desenvolvimento de eixo longitudinal aproximadamente retilíneo. As 14 rodadas de simulações abarcam todo o espectro de índices de esbeltez em estudo e seguem a metodologia de modelagem estabelecida na segunda fase das análises numéricas. As Figuras 3.88 a 3.101 contêm os dados de fator de proporção de carga e comprimento de arco extraídos do software Abaqus®.

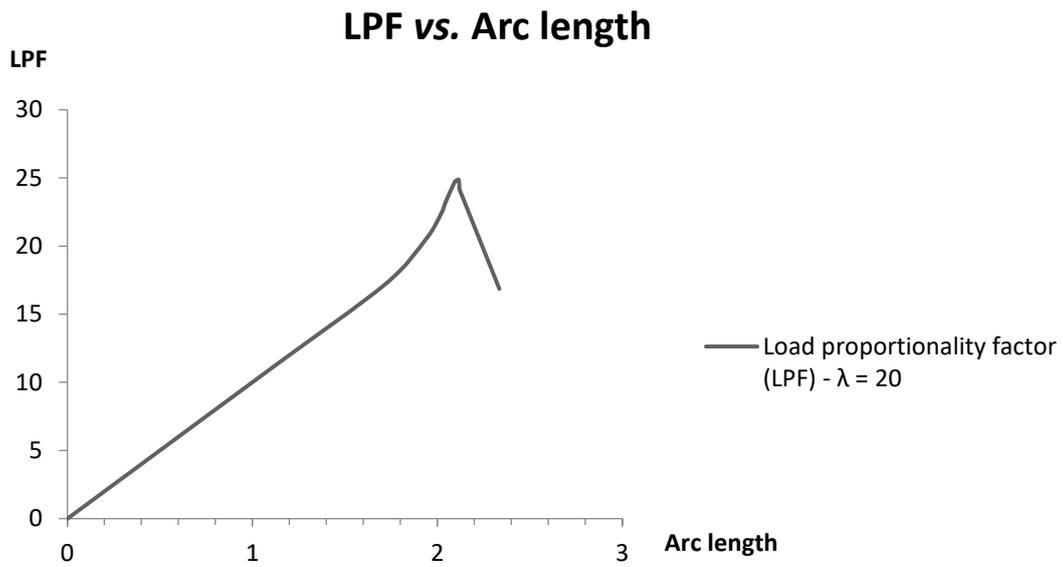


Figura 3.88 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 20$

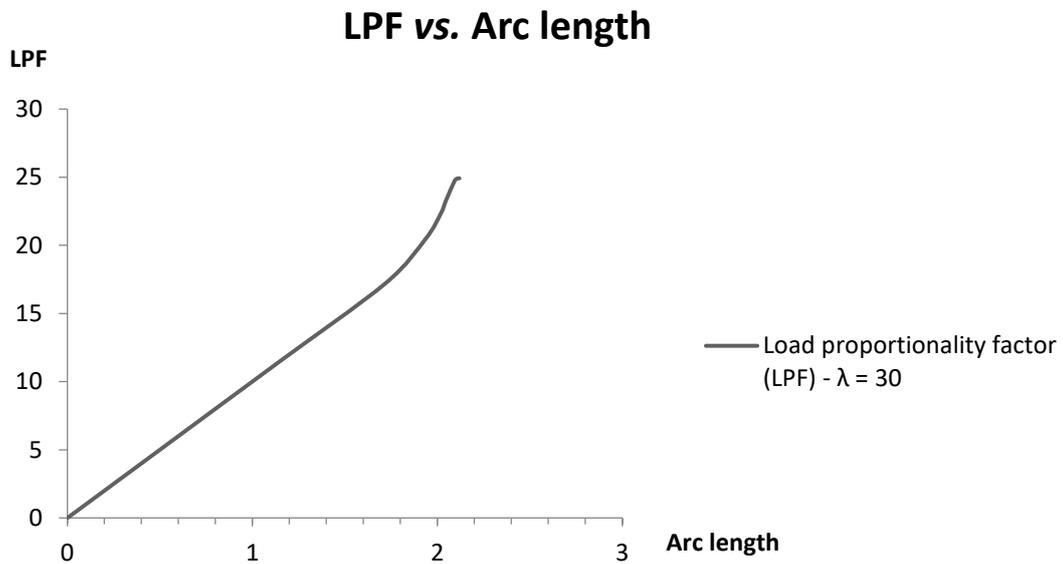


Figura 3.89 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 30$

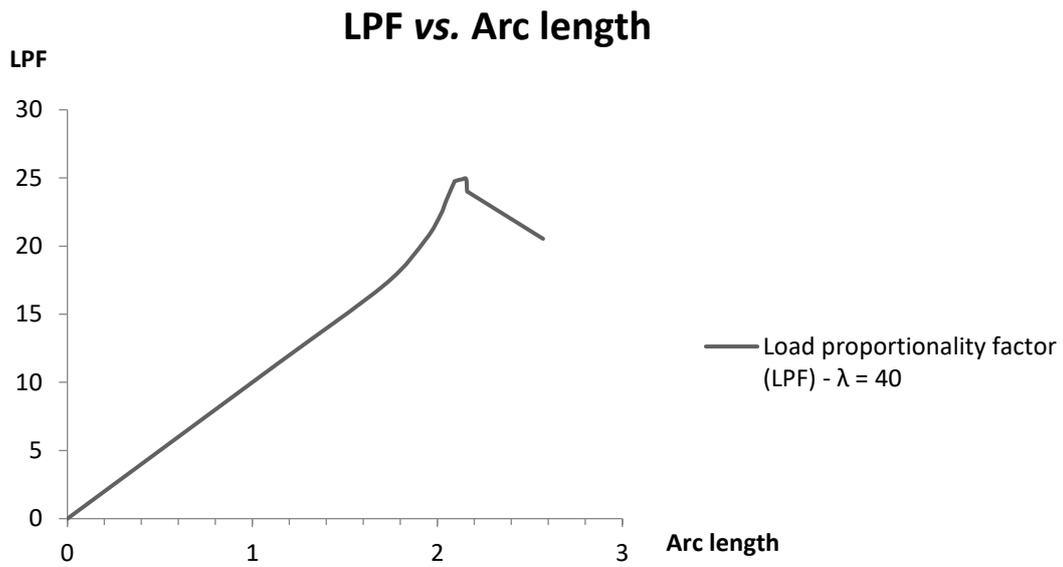


Figura 3.90 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 40$

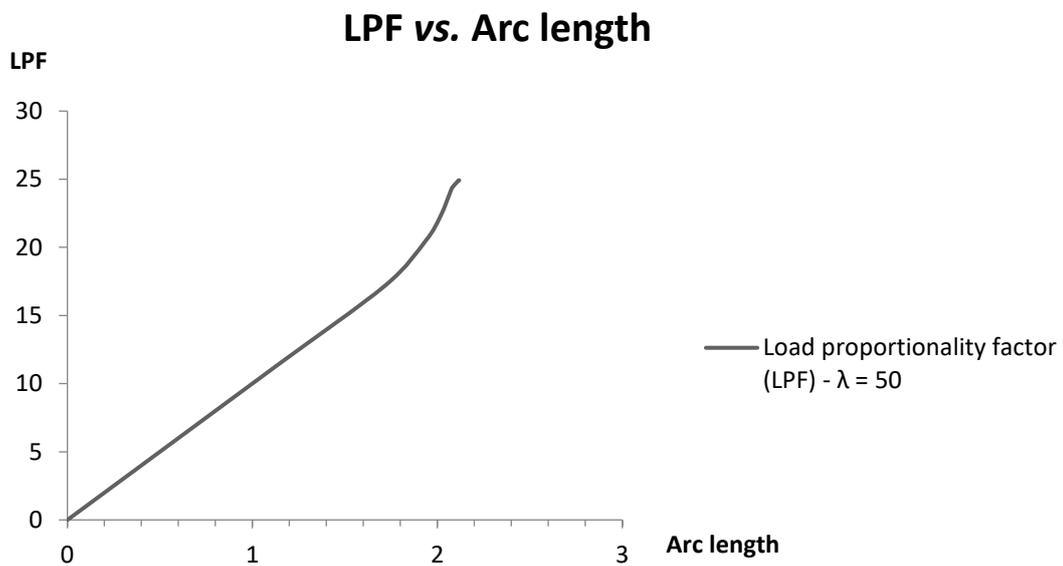


Figura 3.91 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 50$

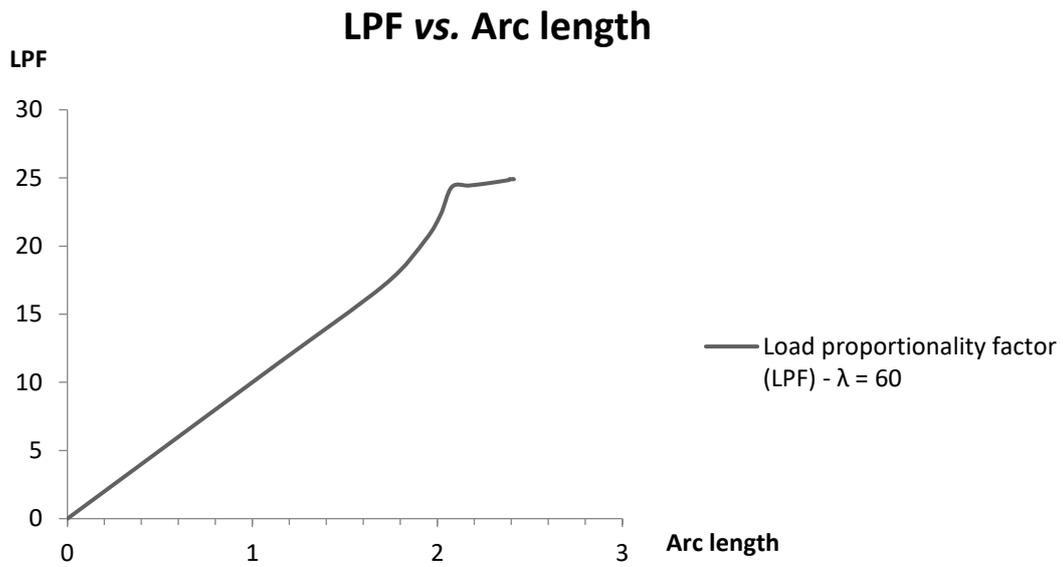


Figura 3.92 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 60$

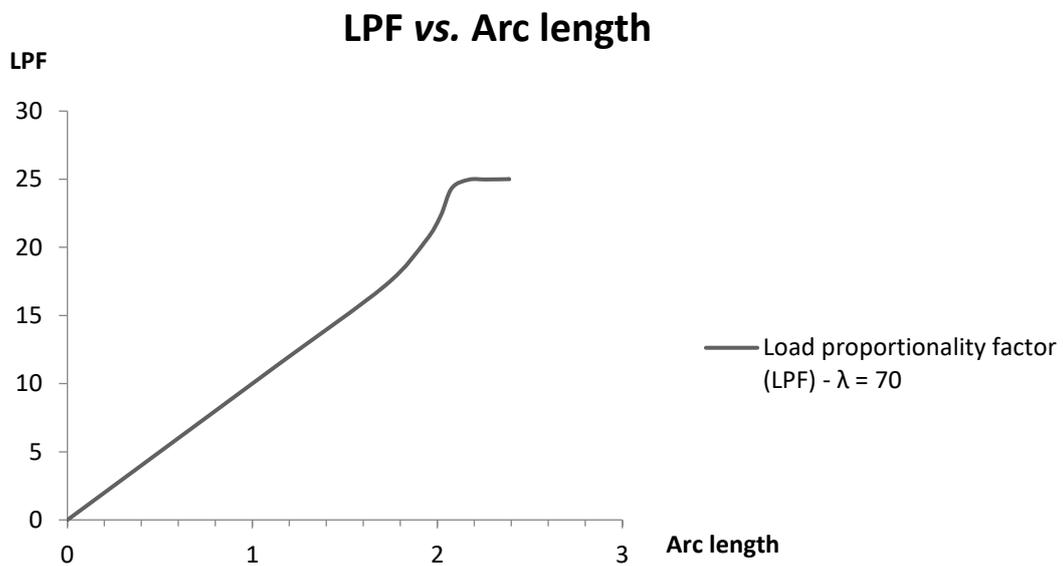


Figura 3.93 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 70$

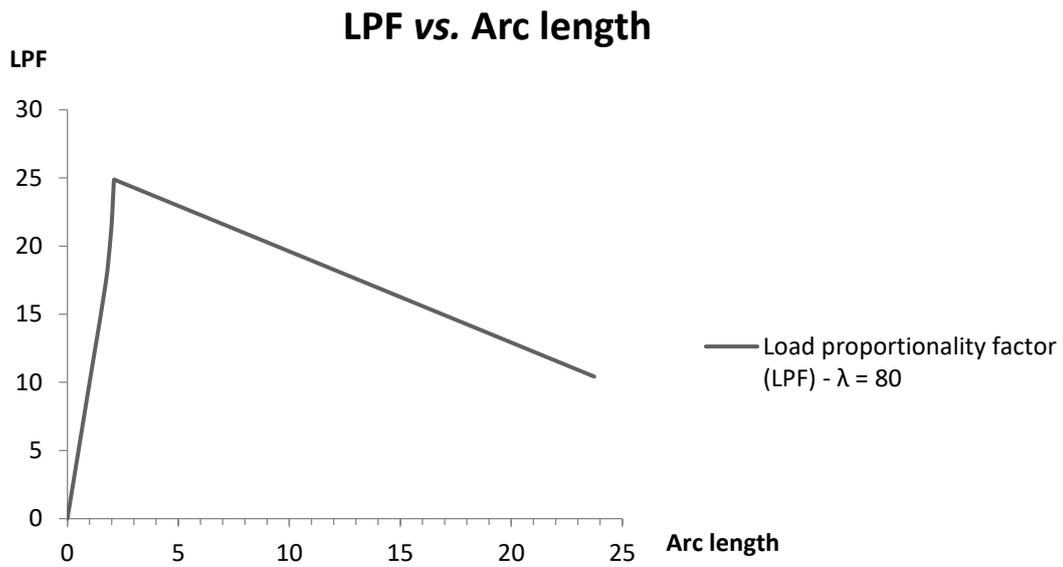


Figura 3.94 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 80$

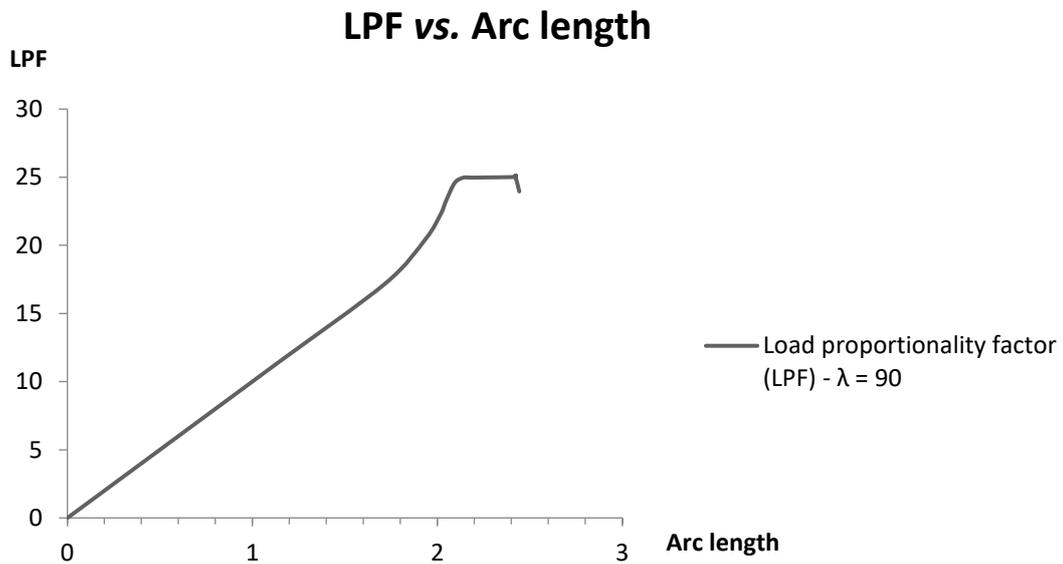


Figura 3.95 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 90$

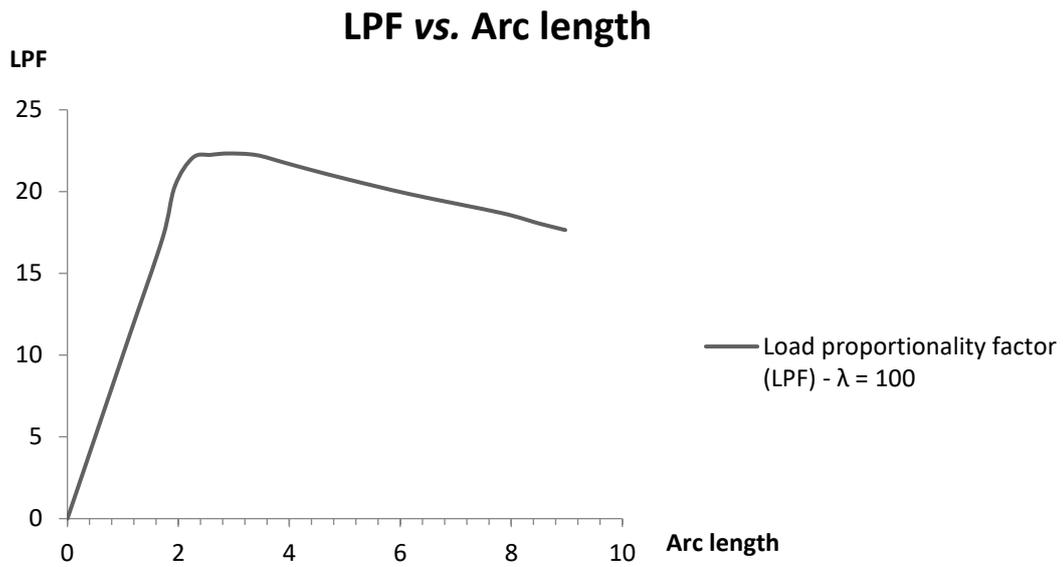


Figura 3.96 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 100$

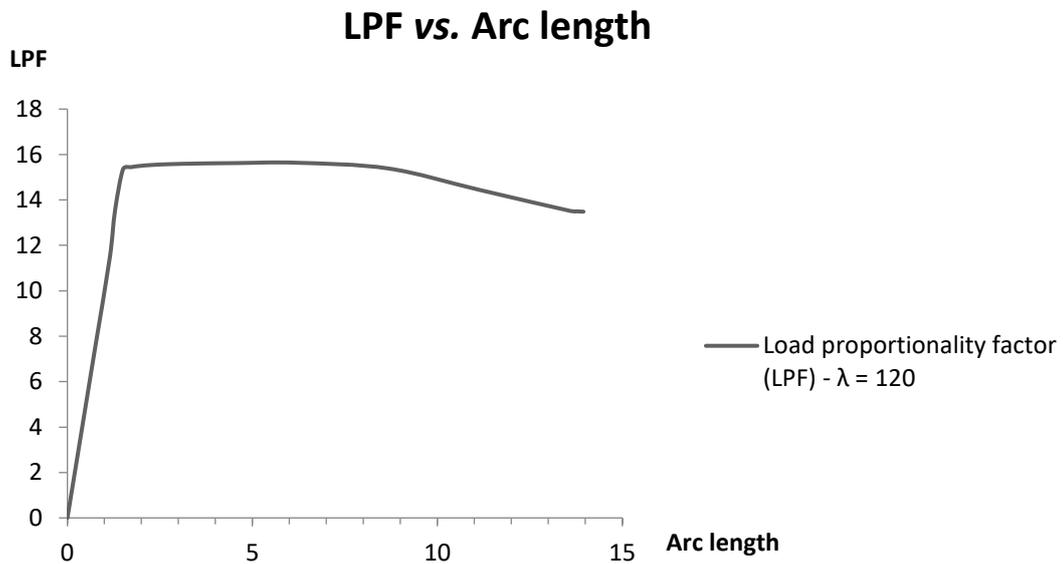


Figura 3.97 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 120$

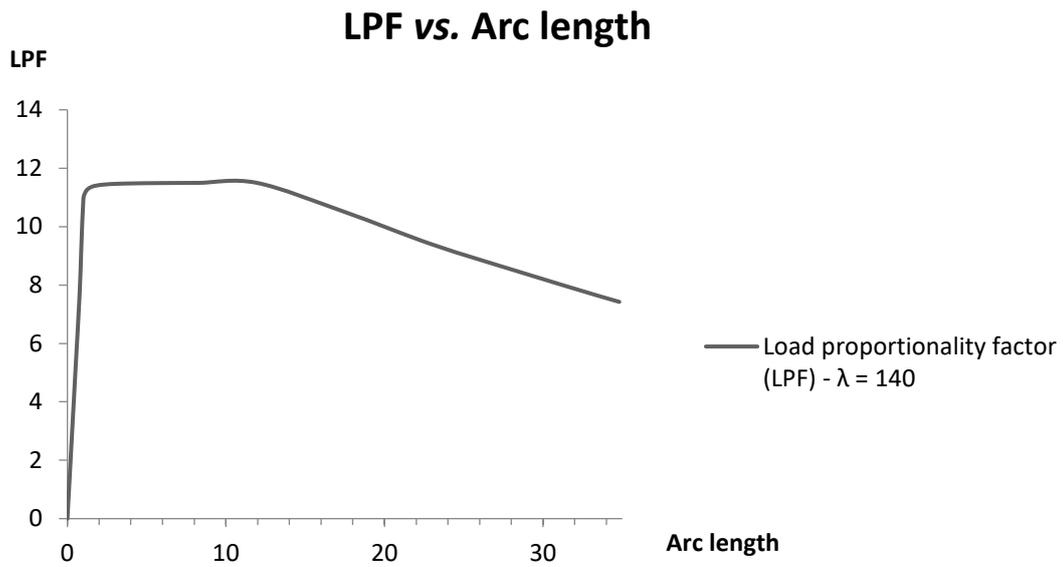


Figura 3.98 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 140$

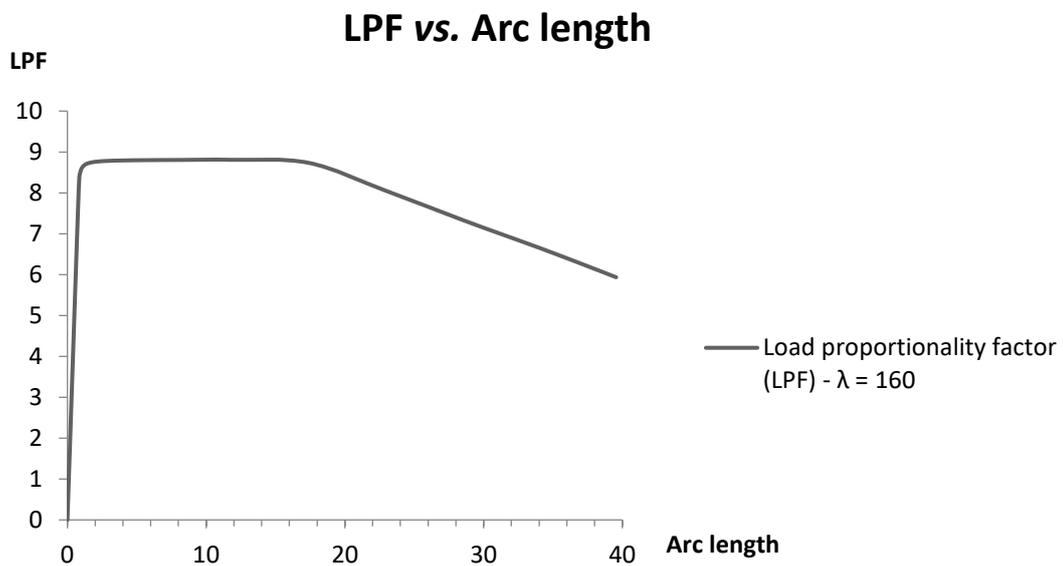


Figura 3.99 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 160$

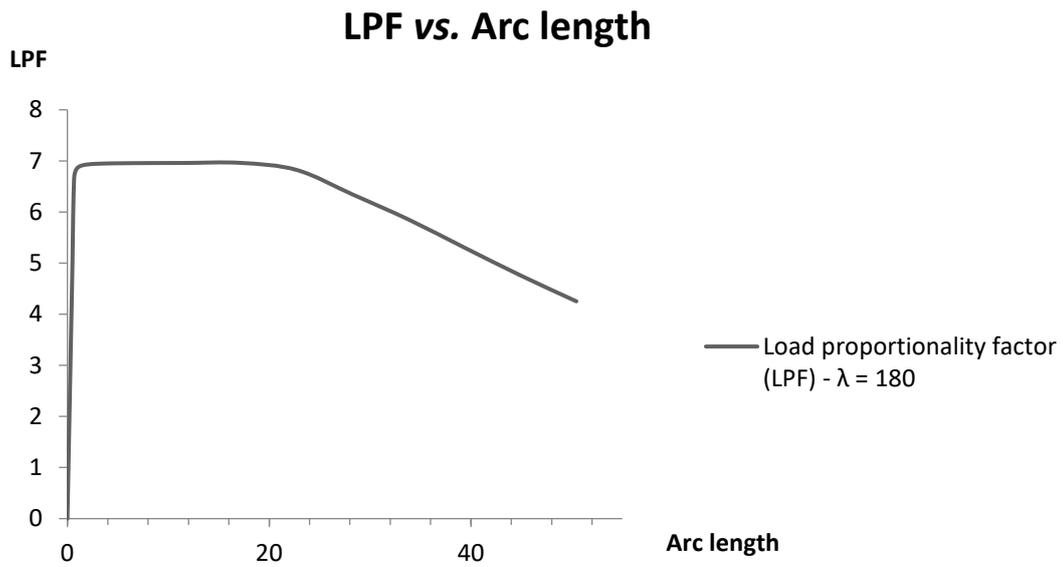


Figura 3.100 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 180$

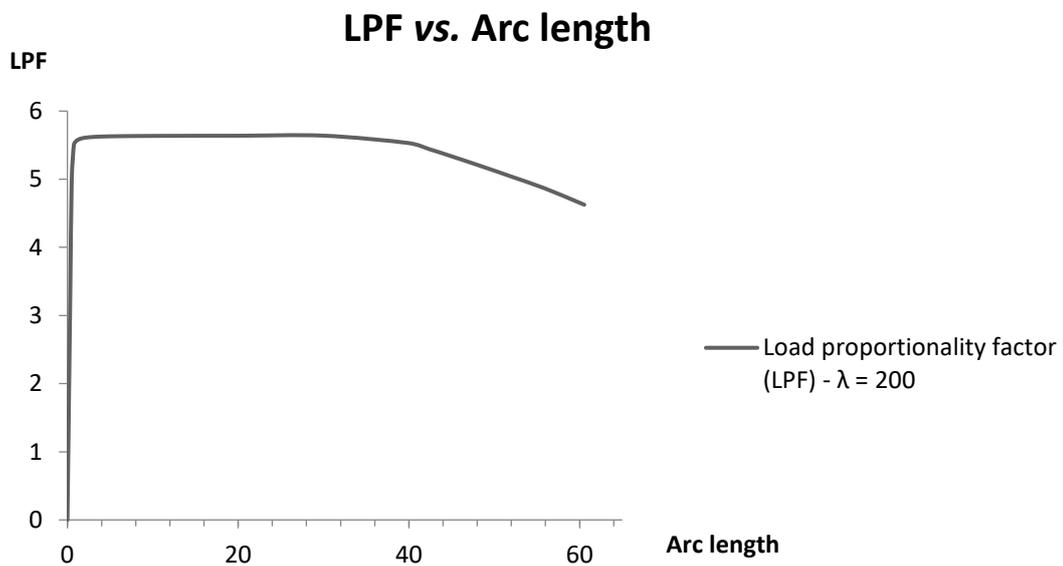


Figura 3.101 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 200$

A análise dos resultados obtidos nesta série de simulações numéricas conduz à constatação de que há um patamar de carga última de resistência bem definido para os protótipos de pequena e média esbeltezes, para os quais a carga de aproximadamente 25,0 kN acarreta a falha dos espécimes. Tal patamar é constituído pelos modelos de barra com índices de esbeltez até o valor de 90, sendo o modo de falha destes protótipos invariavelmente a falha local por plastificação da seção transversal dos protótipos. Os dados de fator de proporção de carga dos demais espécimes, cujos índices de esbeltez se situam na faixa de 100 a 200, apresentam uma gradual redução com o aumento desta propriedade e a flambagem global torna-se o modo de falha característico destes modelos. Este fato ratifica a previsão realizada durante a fase das análises modais dos protótipos de que o conjunto de modelos com índices de esbeltez iguais a 90 e 100 simboliza a transição entre os modos de falha mencionados. Os dois comportamentos descritos, relativos às diferentes regiões do espectro de índices de esbeltez avaliado, são semelhantes aos daqueles resultantes da primeira e da segunda fases de simulações com os modelos de barras de aço com extremidades estampadas. Uma diferença evidente entre os resultados dos dois tipos de modelo está na magnitude da carga última de resistência dos protótipos, em que o primeiro grupo discutido resiste a uma carga máxima de compressão axial de 18,0 kN. Nas Figuras 3.102 e 3.103 estão demonstrados os modos de falha de protótipos de barras ideais sem imperfeições geométricas, e na Figura 3.104 são apresentados simultaneamente os gráficos de carga última de resistência à compressão dos modelos numéricos retilíneos com e sem extremidades estampadas.

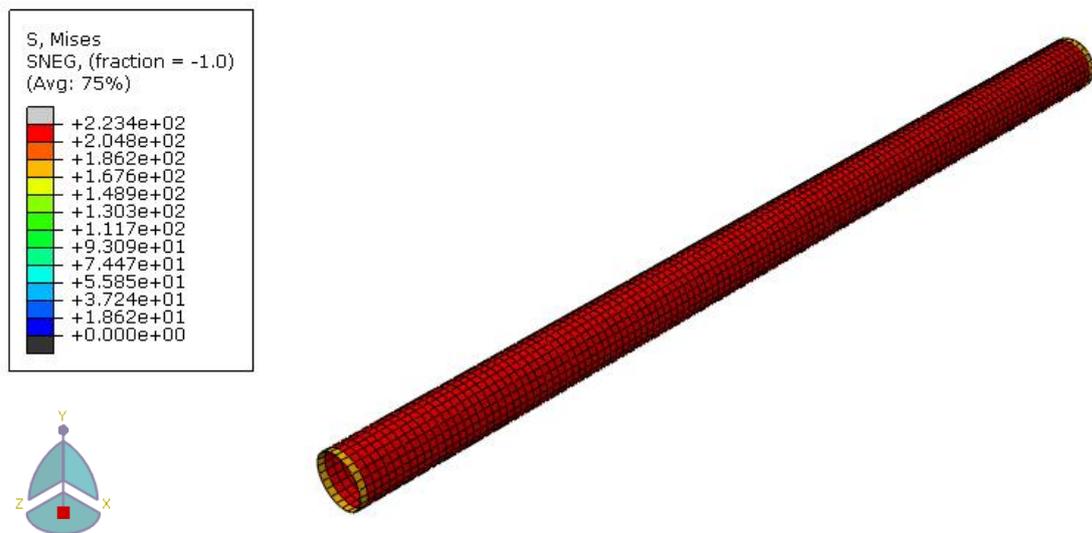


Figura 3.102 – Passo de simulação no software Abaqus® com a plastificação da seção transversal de exemplo de modelo numérico. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)

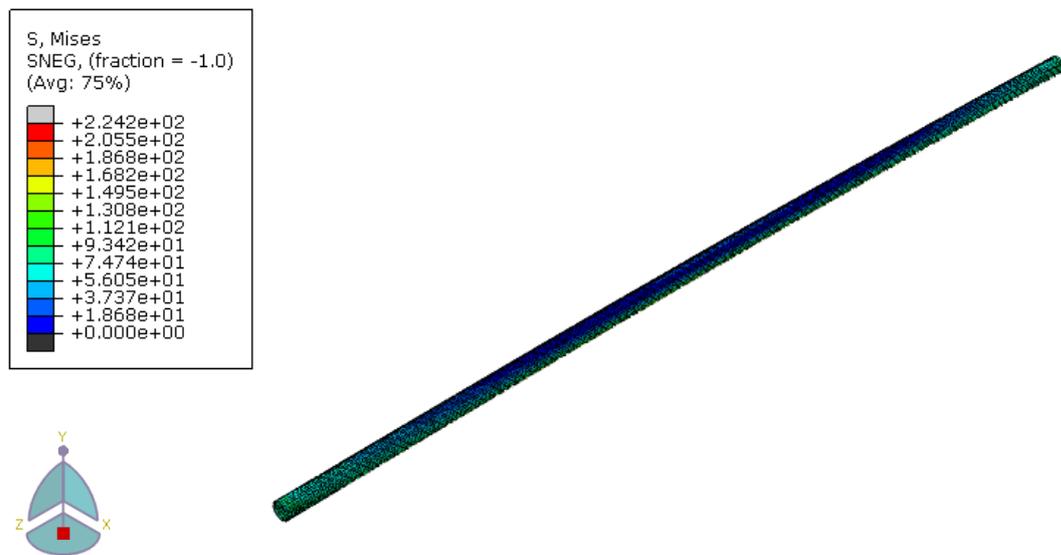


Figura 3.103 – Passo de simulação no software Abaqus® com a flambagem global de exemplo de modelo numérico. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)

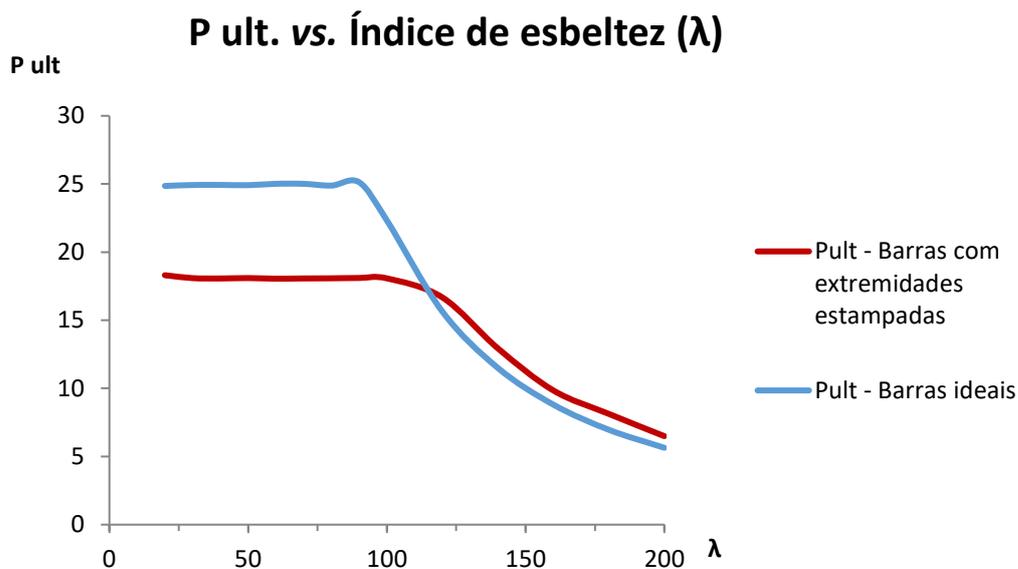


Figura 3.104 – Dados de  $P_{ult}$  vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos de barras de aço ideais e com extremidades estampadas

Uma vez que no projeto de treliças espaciais deve-se considerar a natureza probabilística das condições dos elementos que as integram, faz-se necessário conhecer o efeito que eventuais imperfeições geométricas possam acarretar sobre a resistência da estrutura aos carregamentos atuantes. Com o objetivo de se estender as comparações feitas entre as barras com e sem extremidades estampadas, além de se trazer à análise uma maior aplicabilidade prática, foram desenvolvidas as 14 simulações numéricas pelo método de Riks modificado com a associação de imperfeições geométricas iniciais de norma – ver Tabela 3.4 – às geometrias das barras ideais. As Figuras 3.105 a 3.118 contêm os valores de fator de proporção de carga (LPF) e seus respectivos dados de *Arc length* para a presente fase de simulações numéricas.

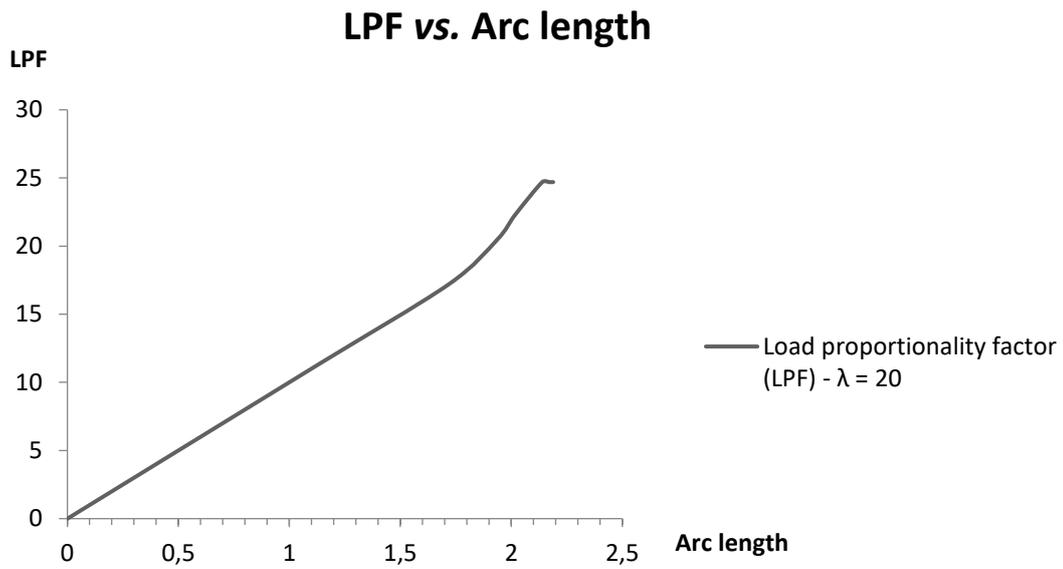


Figura 3.105 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 20$

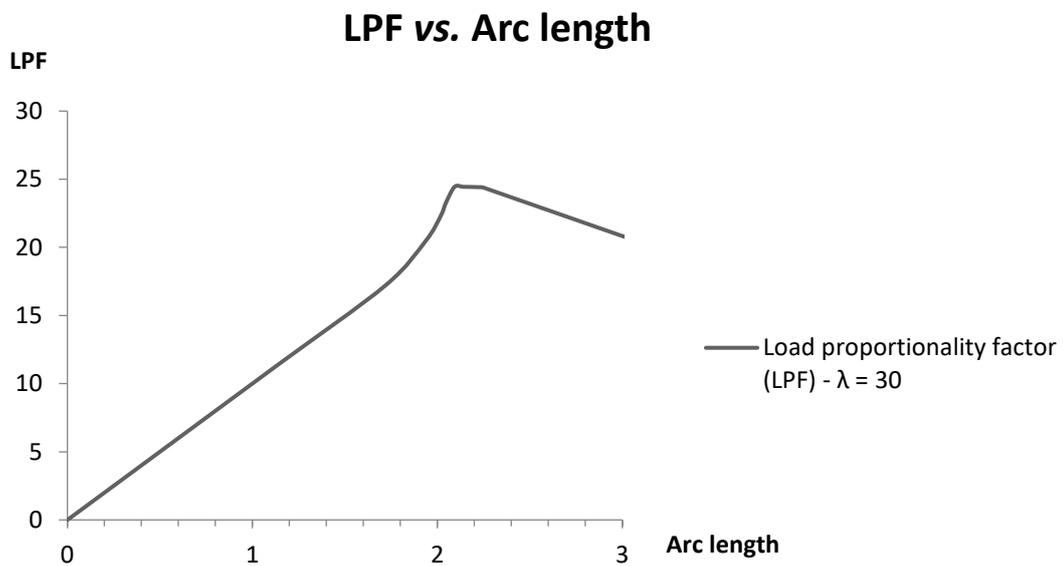


Figura 3.106 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal –  $\lambda = 30$

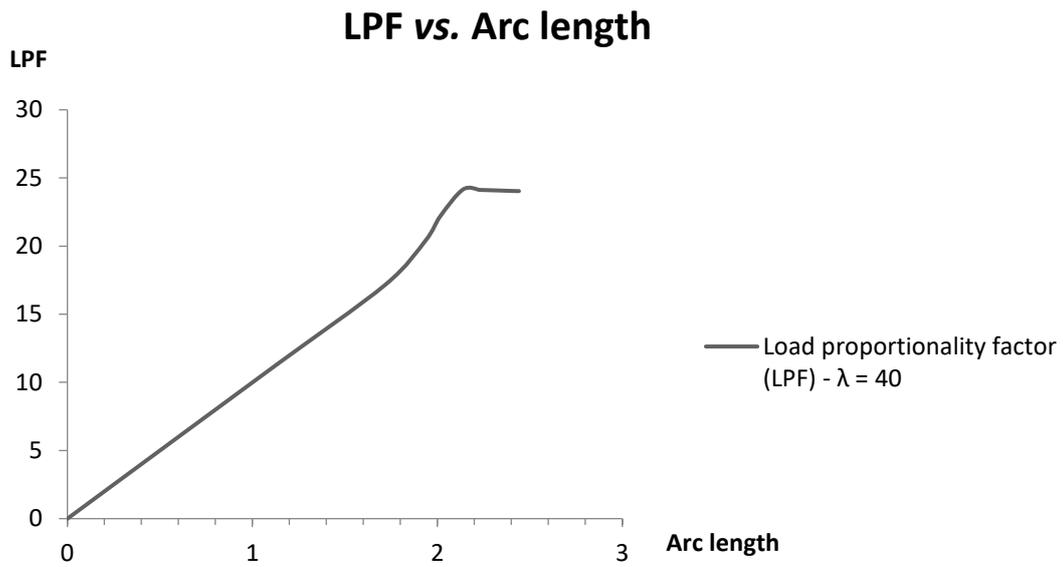


Figura 3.107 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 40$

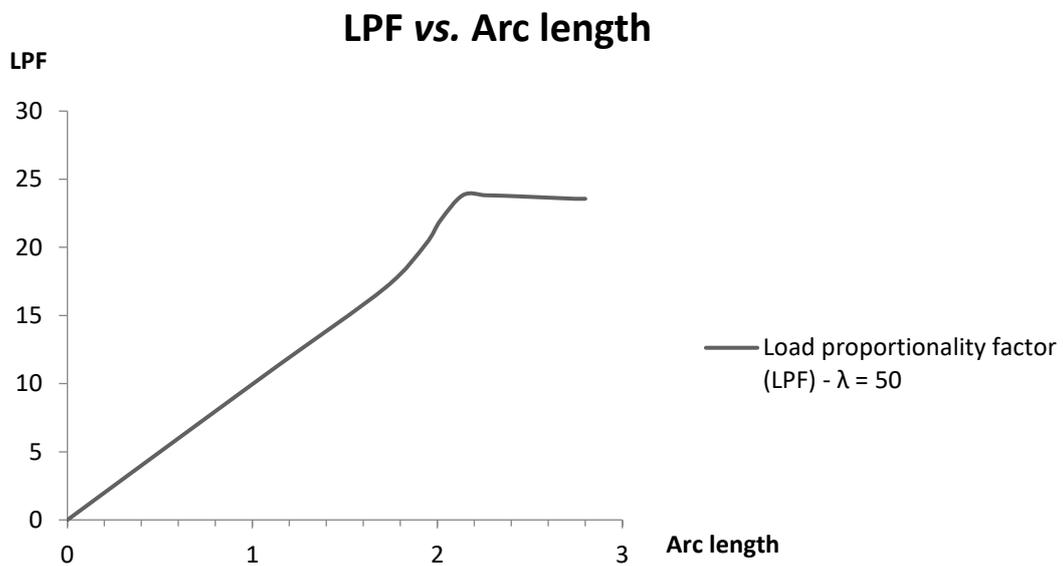


Figura 3.108 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 50$

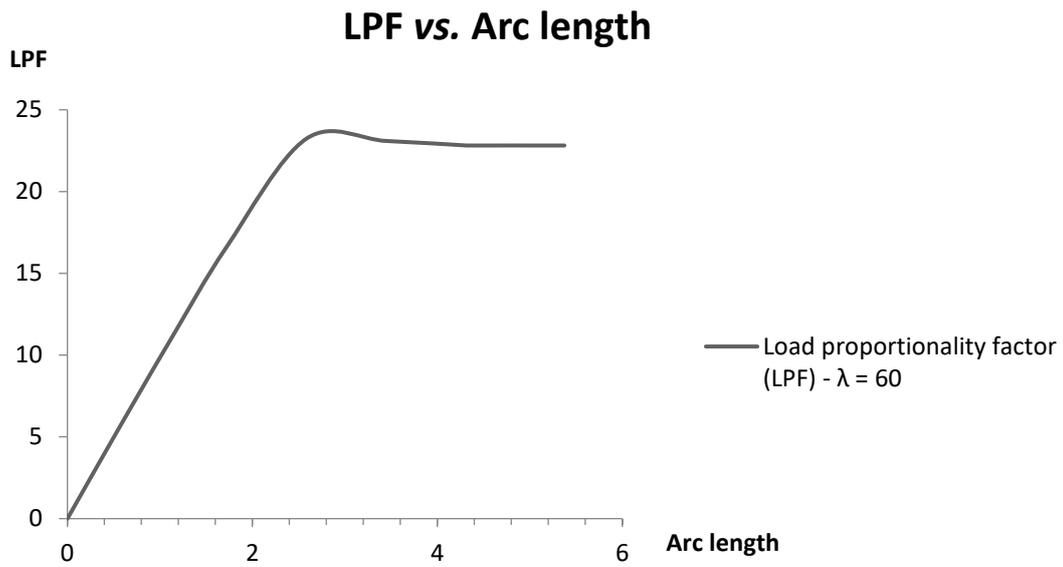


Figura 3.109 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 60$

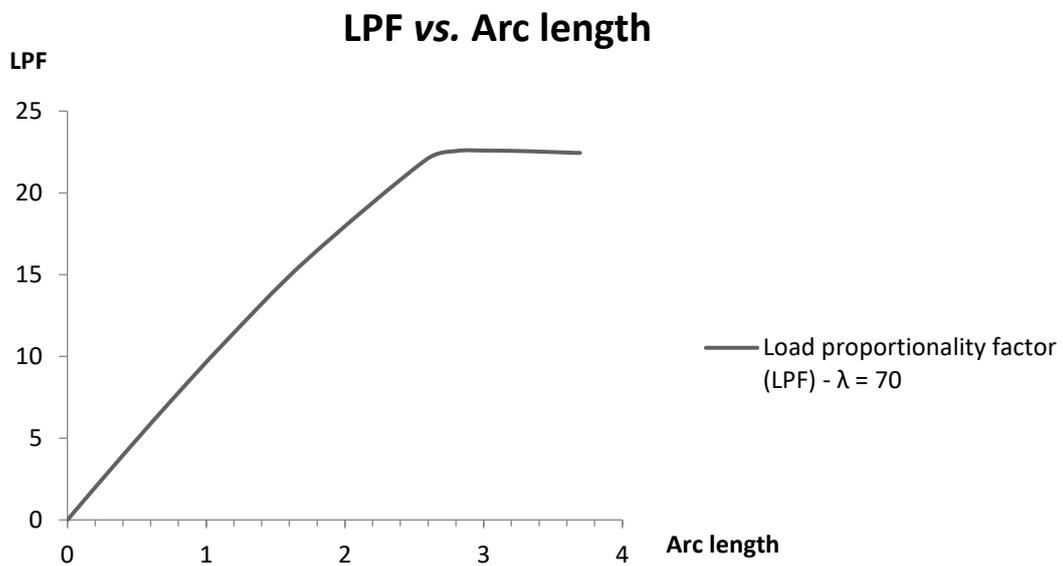


Figura 3.110 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 70$

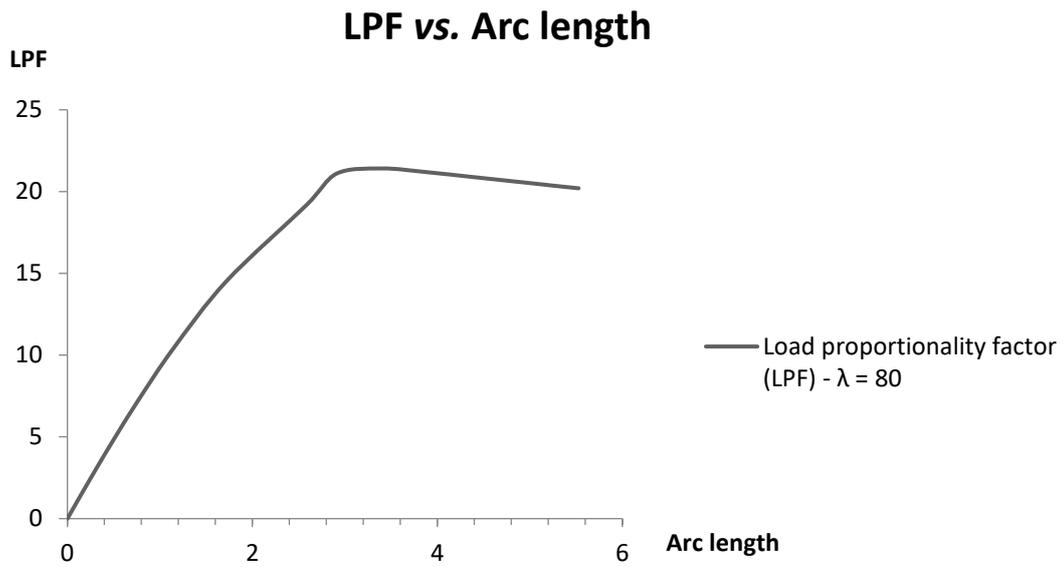


Figura 3.111 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 80$

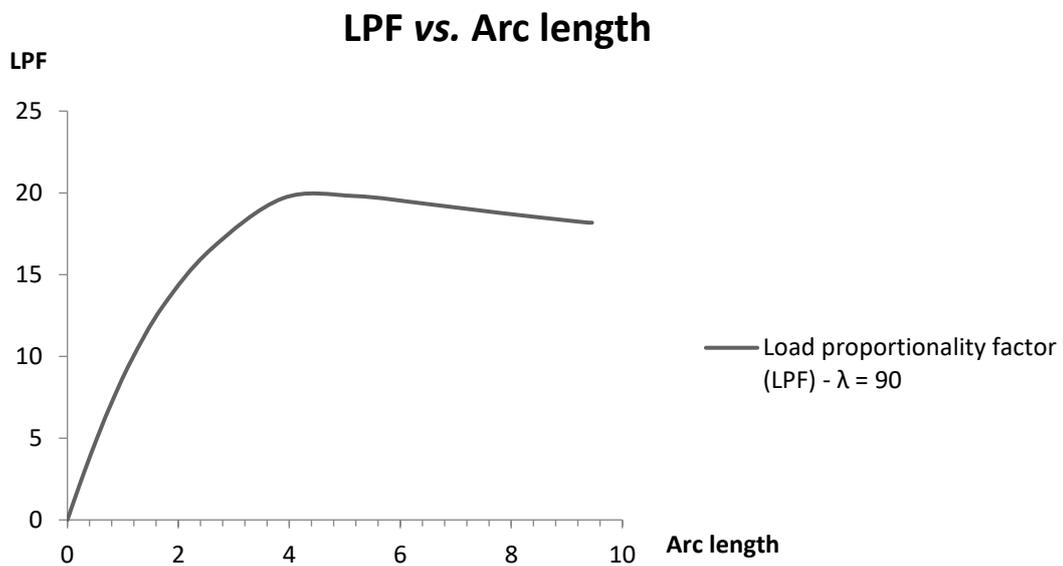


Figura 3.112 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 90$

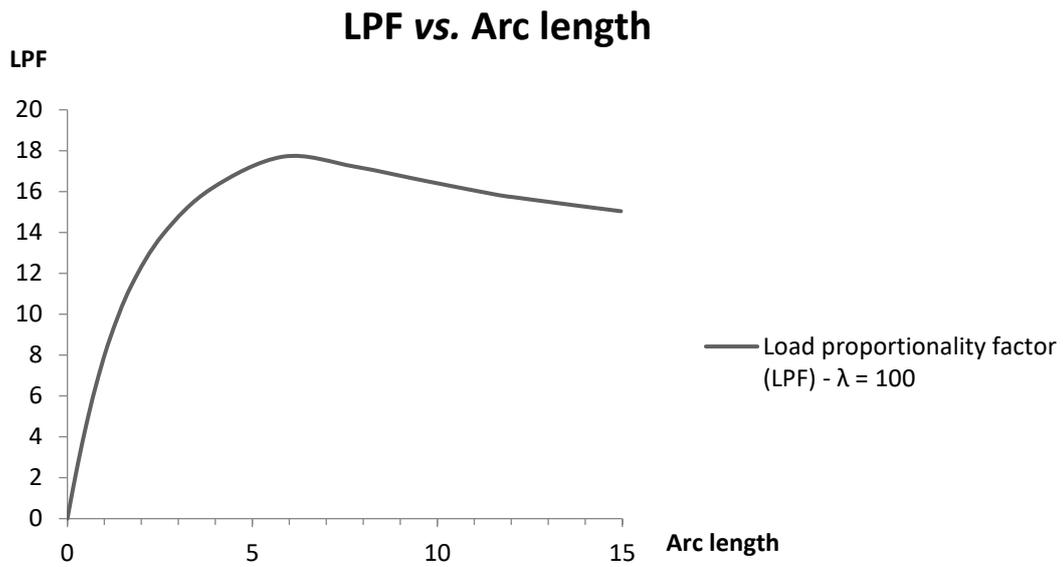


Figura 3.113 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 100$

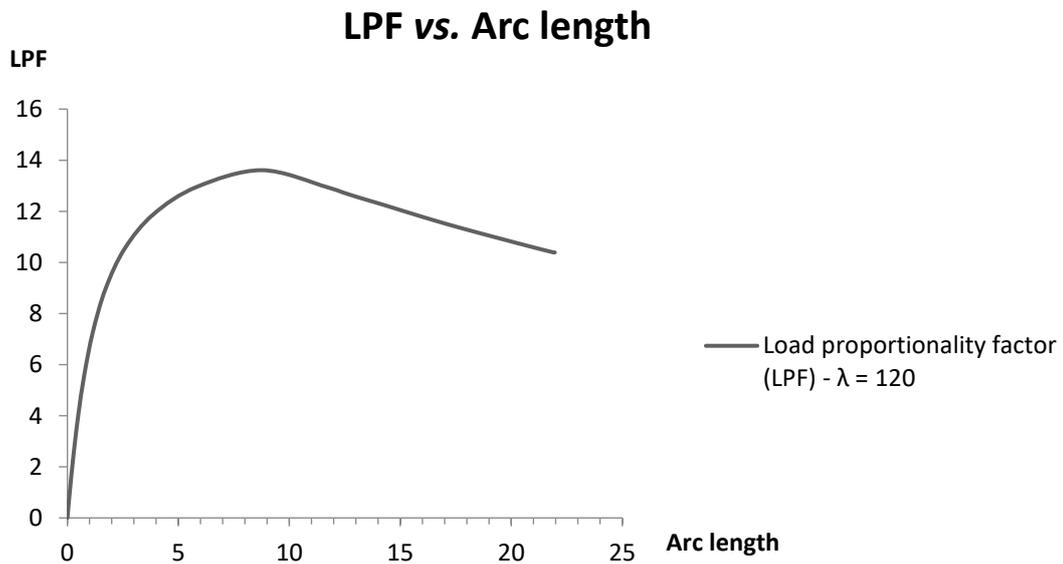


Figura 3.114 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 120$

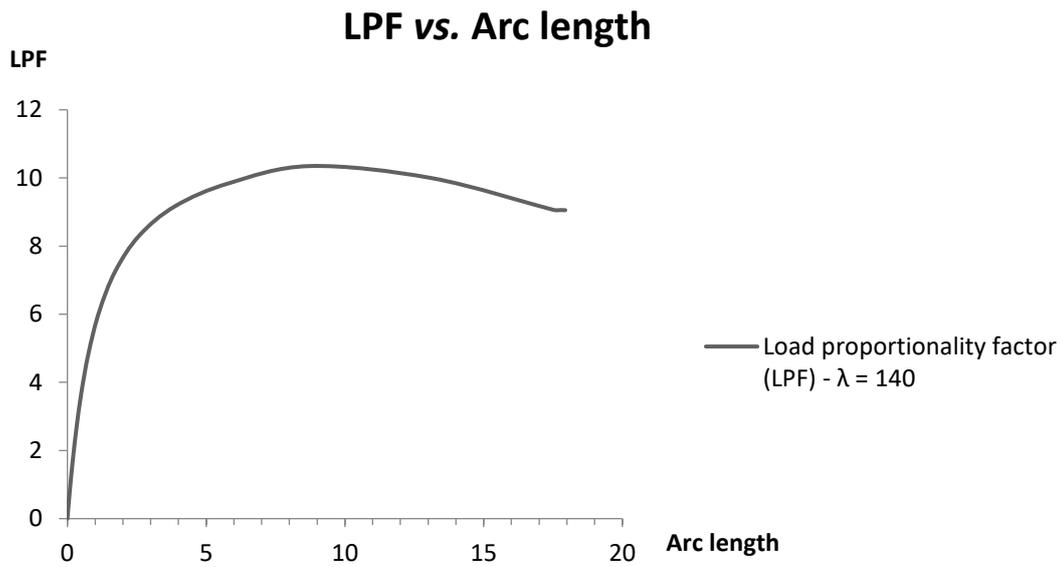


Figura 3.115 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 140$

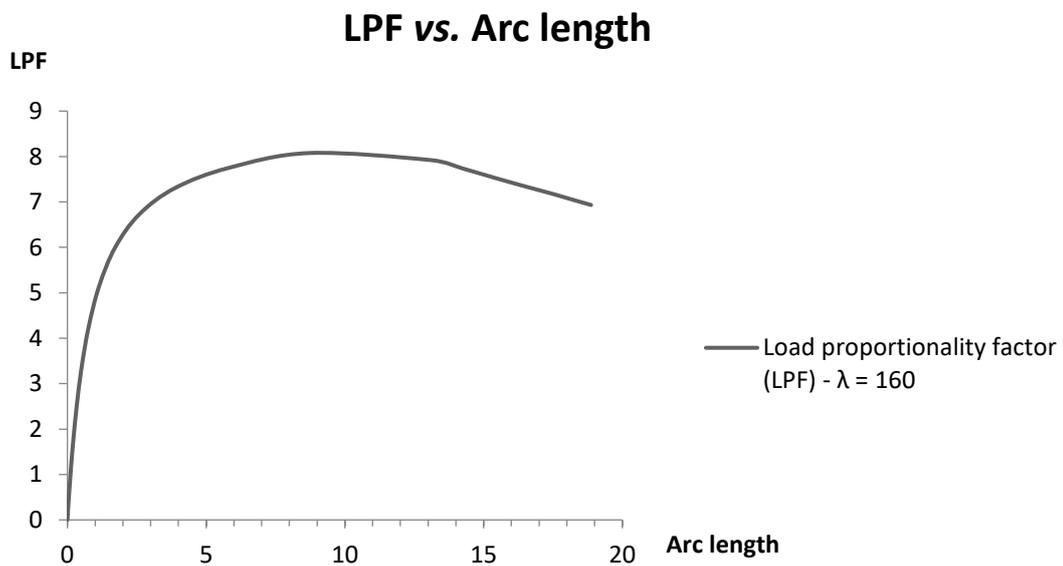


Figura 3.116 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 160$

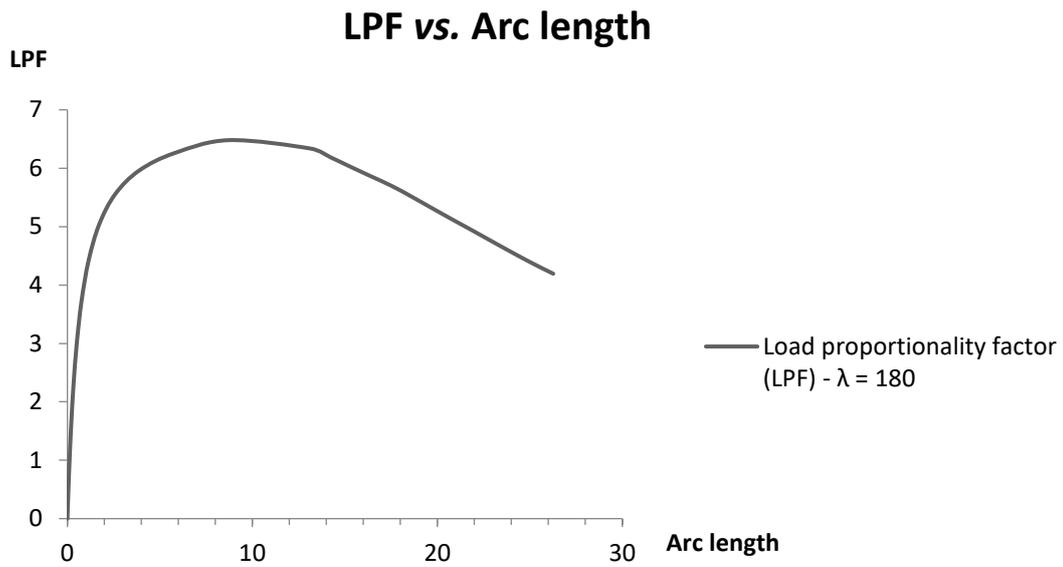


Figura 3.117 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 180$

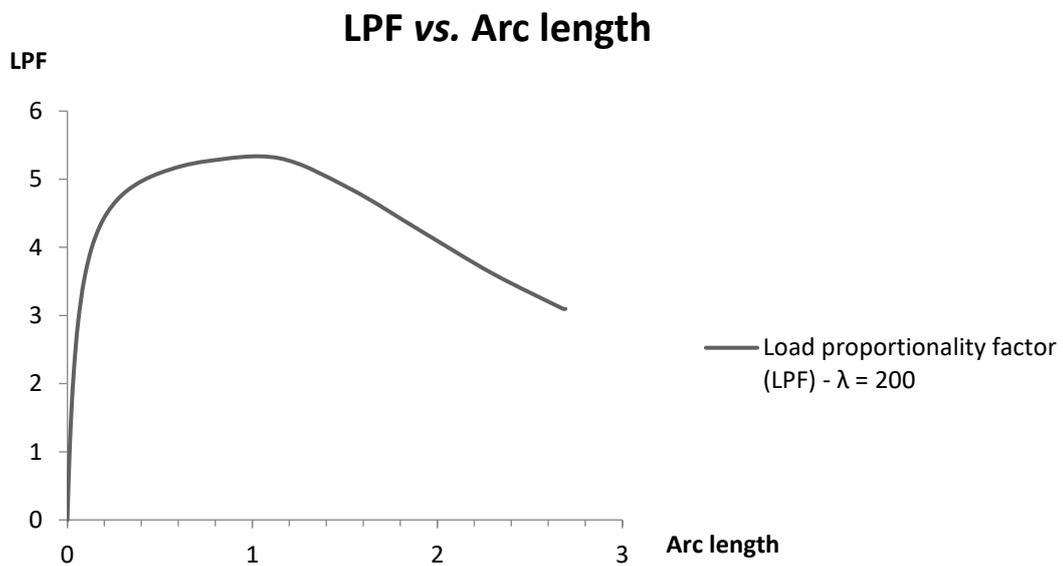


Figura 3.118 – Dados de LPF vs. *Arc length* para quarta fase de simulações numéricas de modelo de barra ideal com imperfeições geométricas iniciais –  $\lambda = 200$

A introdução de imperfeições geométricas iniciais normativas nos modelos numéricos de barras ideais tem por resultado a diminuição gradual da carga última de resistência à compressão axial, quando os protótipos são avaliados em ordem crescente de índice de esbeltez. Tal comportamento se diferencia daquele típico das barras ideais retilíneas, o qual se caracteriza pelo estabelecimento de um patamar de carga resistente para a faixa de índices de esbeltez menores, conseqüente do limite de resistência ao escoamento do aço da seção transversal dos protótipos. Similarmente, este mesmo comportamento se distingue daquele próprio das barras com extremidades estampadas, cuja resistência à plastificação da região de transição de seções transversais se traduz no patamar de carga resistente para os protótipos curtos e medianamente esbeltos. Para a totalidade do espectro de índices de esbeltez em estudo ( $20 \leq \lambda \leq 200$ ), nota-se que os dados de carga última de resistência dos modelos numéricos de barras ideais com imperfeições geométricas superam as cargas determinadas analiticamente com as formulações presentes na norma NBR 8800:2008. A justificativa para esta diferença está calcada no fato de que os dados normativos são baseados em estudos de cunho experimental, dos quais a variabilidade de parâmetros e não linearidades físicas dos materiais são inerentes e podem alterar a previsão de resistência das barras. Entretanto, a comparação entre estas duas abordagens revela um comportamento qualitativo consistente entre as frentes numérica e normativa, de forma que ambas reafirmam o fato de que a estampagem das extremidades das barras reduz significativamente, em até 26%, a resistência última à compressão de barras com esbeltez pequena à média. Por conseguinte, evidencia-se a necessidade do desenvolvimento de diretrizes normativas para o dimensionamento de barras prismáticas constituídas por extremidades estampadas em específico. As Figuras 3.119 a 3.121 apresentam a transição entre os modos de falha típicos das barras ideais, dos regimes plástico ao elástico, e a Figura 3.122 mostra graficamente o comparativo dos resultados das análises numéricas com imperfeições geométricas iniciais, para modelos com e sem extremidades estampadas, e da aplicação dos critérios de norma para barras com seção transversal homogênea.

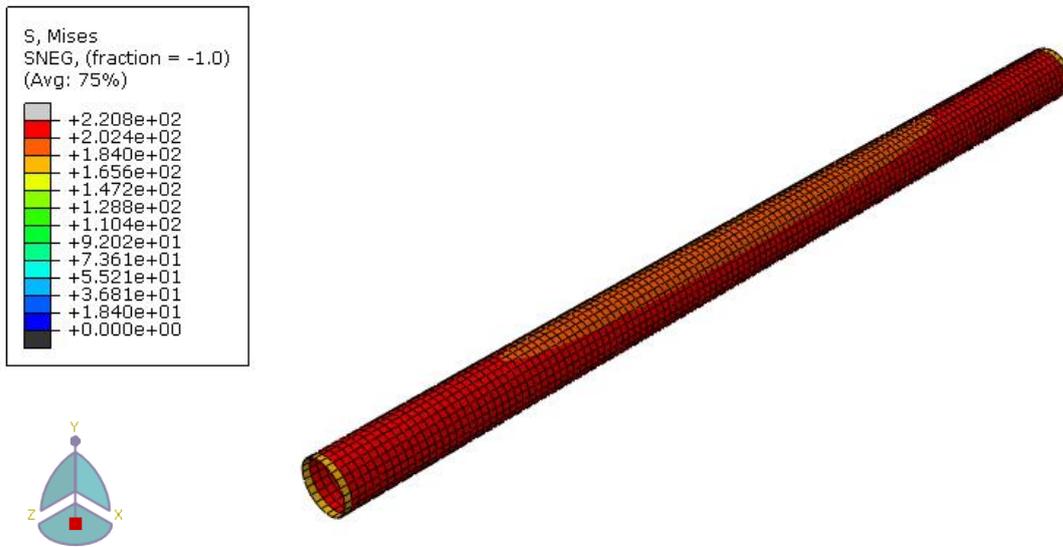


Figura 3.119 – Passo de simulação no software Abaqus® com a plastificação da seção transversal de exemplo de modelo numérico com imperfeições geométricas iniciais. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)

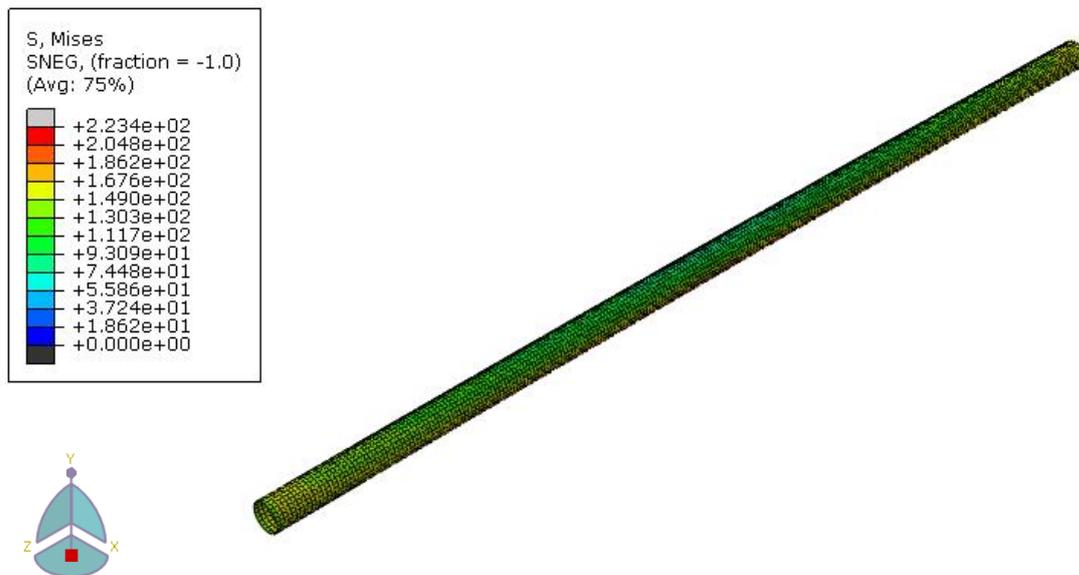


Figura 3.120 – Passo de simulação no software Abaqus® com transição entre modos de falha de exemplo de modelo numérico com imperfeições geométricas iniciais. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)

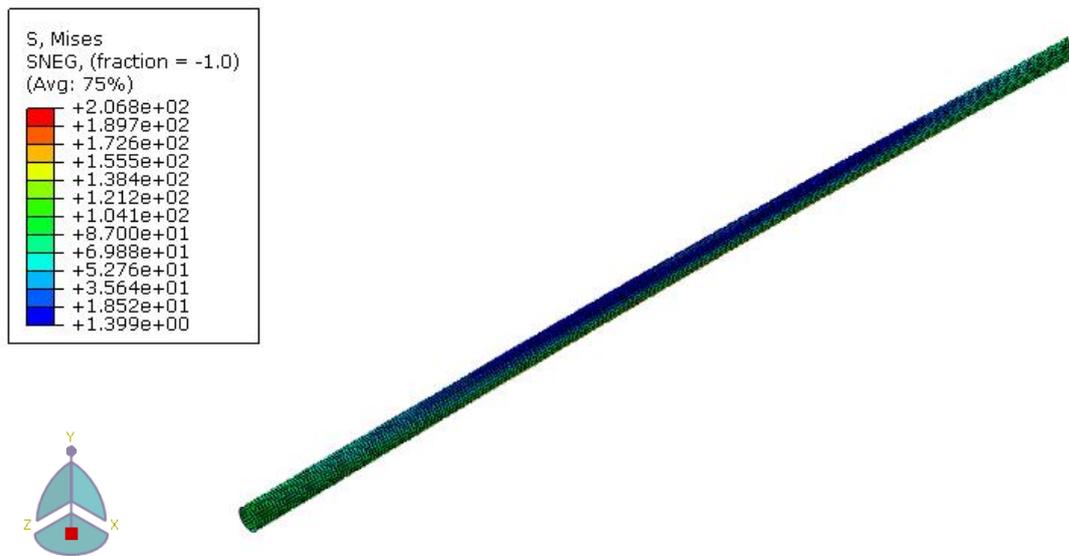


Figura 3.121 – Passo de simulação no software Abaqus® com a flambagem global de exemplo de modelo numérico com imperfeições geométricas iniciais. Unidade das tensões de von Mises em Megapascals (MPa)

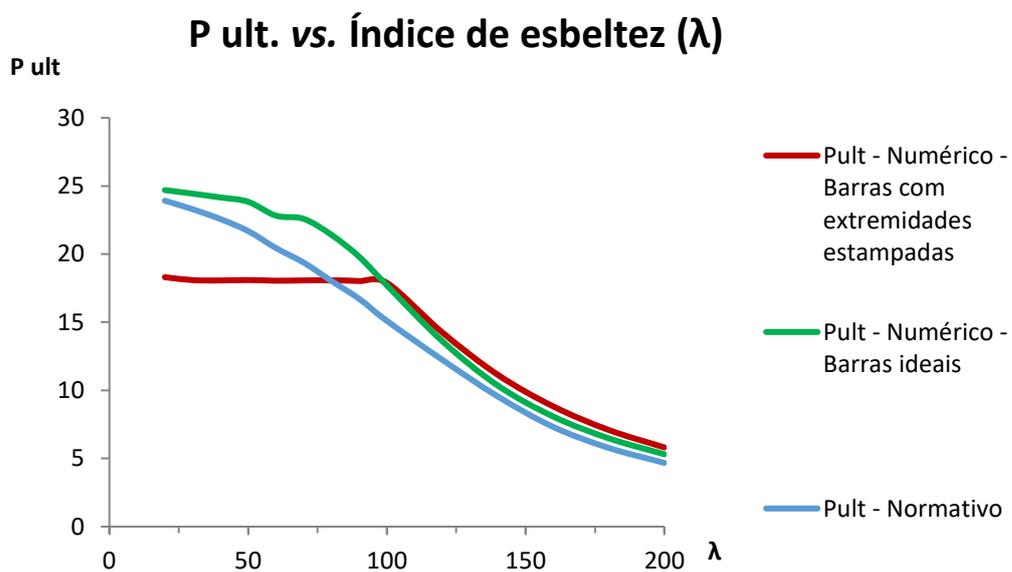


Figura 3.122 – Dados de  $P_{ult}$  vs. Índice de esbeltez ( $\lambda$ ) das simulações numéricas dos modelos com imperfeições geométricas iniciais e da aplicação de critérios normativos

## 4. INVESTIGAÇÃO ANALÍTICA

A instabilidade de elementos estruturais comprimidos, em especial de elementos lineares, é um fenômeno a ser considerado na etapa de dimensionamento de treliças espaciais dos projetos de engenharia. No caso de treliças compostas por barras com extremidades estampadas, quando observado o comportamento estrutural das conexões parafusadas simples, alguns fatos devem ser levados em conta neste processo. Com base nas formulações apresentadas por Timoshenko e Gere (1961), detalhadas na seção 2.1 deste trabalho, objetivava-se determinar os coeficientes de rigidez à flexão das extremidades estampadas das barras de um exemplo de treliça espacial modelado numericamente. Para tanto, faz-se uso dos resultados obtidos na tese de doutorado de Freitas (2008), na qual o autor apresenta um estudo numérico-experimental, em conjunto com formulações analíticas, sobre as excentricidades nas ligações das barras estampadas e os efeitos da aplicação de espaçadores nessas conexões.

No que concerne à parte numérica da tese supracitada, foram desenvolvidos protótipos de treliças com diversas configurações de ligações no software SAP 2000. A Figura 4.1 ilustra o caso pertinente à esta dissertação, em que são utilizadas ligações parafusadas simples na constituição do modelo de referência. Este protótipo é composto por um sistema modular piramidal com base de 1000 mm e altura de 707 mm, cujo ângulo de inclinação das barras diagonais foi adotado como 45°. Os banzos e diagonais são formados por tubos de diâmetro de 25,4 mm e espessura de 1,5 mm, como mostrados nas Figuras 4.2 e 4.3. A Figura 4.4 apresenta o detalhe das barras diagonais em sua configuração final, após a dobra das suas extremidades. Quanto às propriedades mecânicas dos tubos que compõem a treliça modelada, adotou-se módulo de elasticidade igual a 205000 MPa, coeficiente de Poisson de 0,3, peso específico de 77 kN/m<sup>3</sup> e as especificações comerciais do aço ASTM A36 ou MR250, com tensão de escoamento igual a 250 MPa.

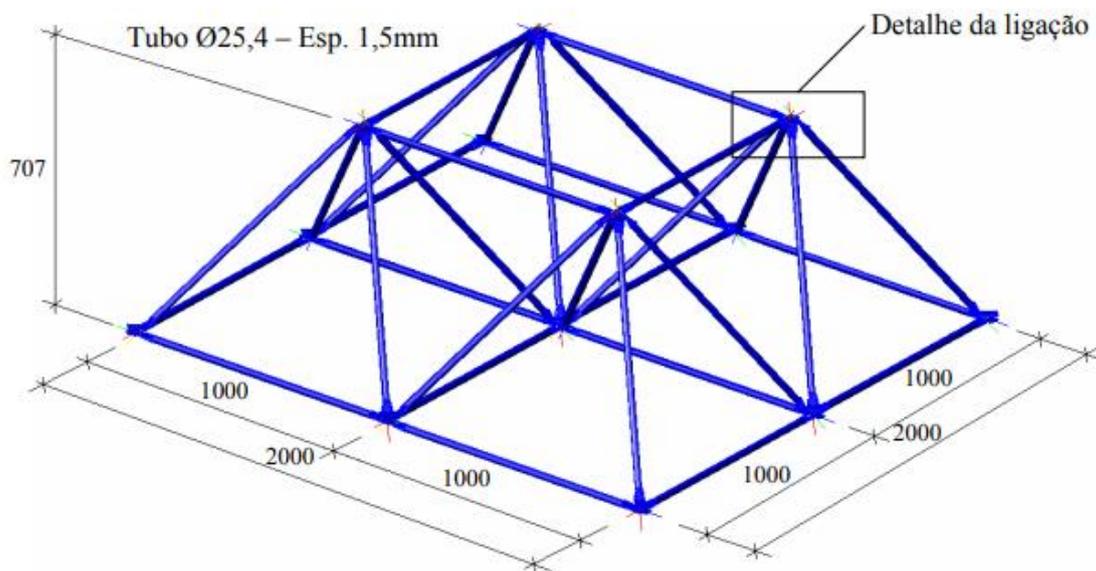


Figura 4.1 – Detalhes geométricos do modelo da estrutura treçada tridimensional. Unidades das medidas em milímetros (mm) (Freitas, 2008)

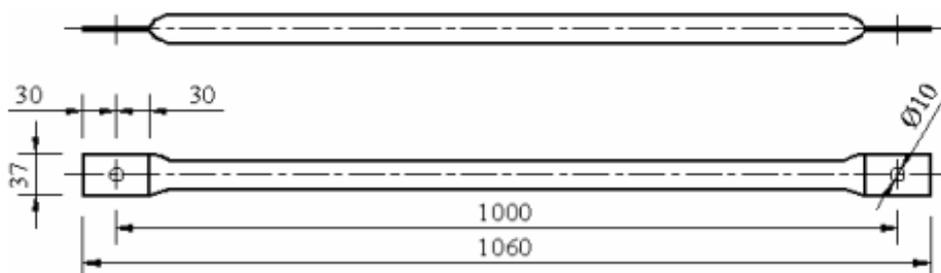


Figura 4.2 – Propriedades geométricas dos banzos. Unidades das medidas em milímetros (mm) (Freitas, 2008)

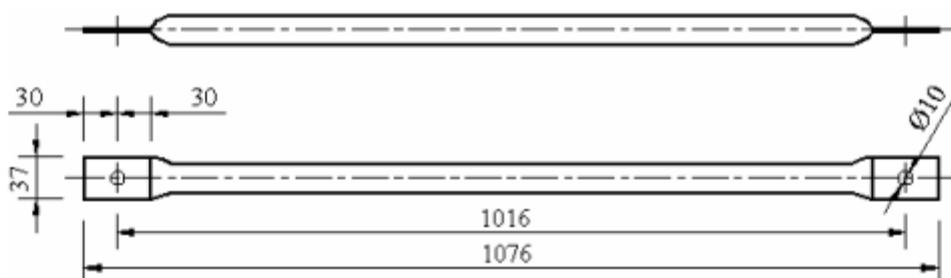


Figura 4.3 – Propriedades geométricas das barras diagonais. Unidades das medidas em milímetros (mm) (Freitas, 2008)

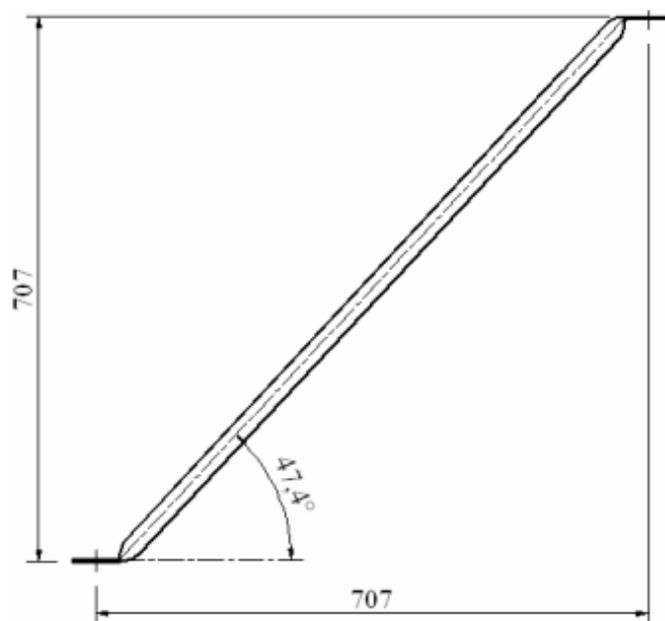


Figura 4.4 – Detalhe das barras diagonais após a dobra das extremidades estampadas.

Unidades das medidas em milímetros (mm) (Freitas, 2008)

Na discretização do protótipo de treliça espacial foram utilizados 32 elementos tipo *Frame* com seção transversal tubular. Nas ligações da estrutura foram utilizados 64 elementos tipo *Frame* com seção retangular em conjunto com 77 nós, com o intuito de se simular as extremidades estampadas. Foram aplicadas restrições de terceiro gênero nos nós 10, 11, 12 e 13, sendo o carregamento solicitante de 37 kN aplicado no nó 9, cuja intensidade foi determinada em seção à parte e com base nos critérios normativos contidos na ABNT NBR8800:1986. As Figuras 4.5 a 4.7 apresentam, respectivamente, o arranjo e identificação dos elementos constituintes do modelo estrutural, assim como os esforços resultantes da execução da simulação numérica.

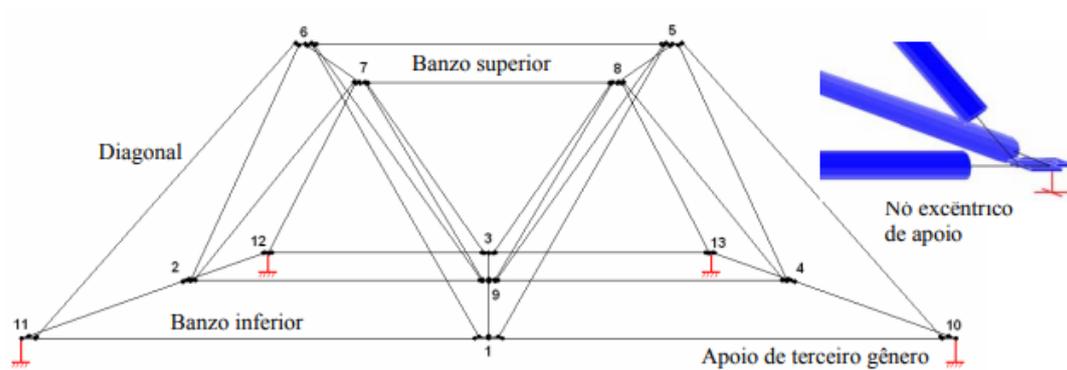


Figura 4.5 – Modelo numérico da estrutura treliçada tridimensional (Freitas, 2008)

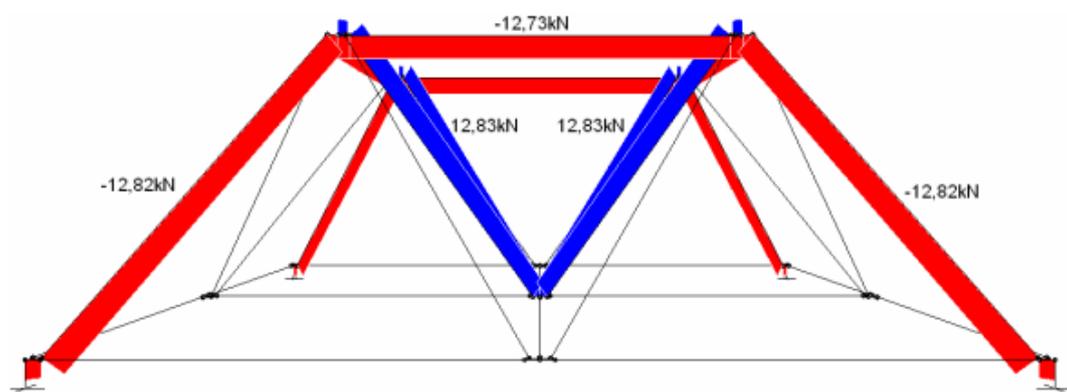


Figura 4.6 – Diagrama de esforços axiais do modelo numérico da estrutura treliçada tridimensional (Freitas, 2008)

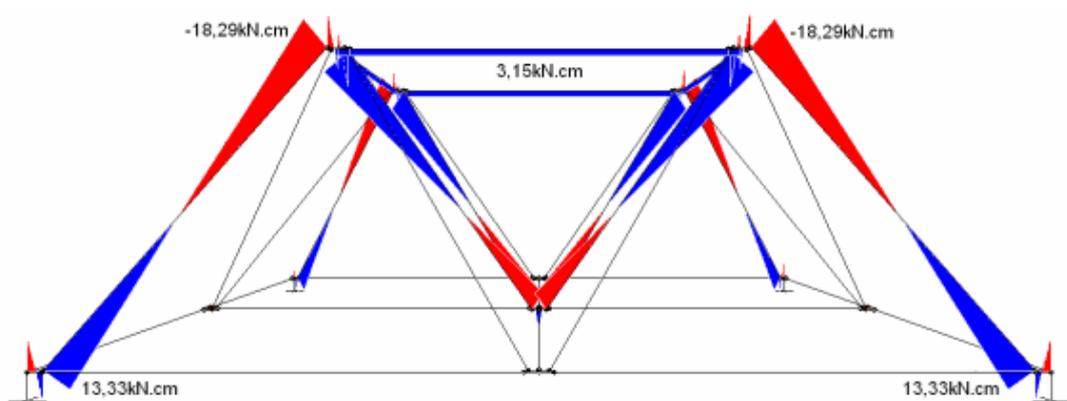


Figura 4.7 – Diagrama de momentos fletores do modelo numérico da estrutura treliçada tridimensional (Freitas, 2008)

Ao se avaliar os resultados apresentados na tese referenciada, é notório que os esforços internos determinados com as simulações numéricas divergem do comportamento estrutural padrão de treliças espaciais. Enquanto nos modelos idealizados de estruturas desta natureza é

esperado que a transferência de esforços ocorra predominantemente pela sua parcela axial, o modelo numérico demonstra que os seus elementos de barra estão submetidos em parte a flexo-compressão e flexo-tração. Tal fato é atribuído à configuração geométrica das ligações típicas entre as extremidades estampadas das barras, onde são observadas excentricidades entre o eixo dos elementos confluentes aos nós da treliça – por sua vez, inerentes a este tipo de conexão. Este efeito desfavorável à capacidade de carga da estrutura pode ser minimizado com a aplicação de espaçadores, conforme os trabalhos complementares desenvolvidos pelo autor.

Uma vez que o enfoque do presente estudo se destina à análise de instabilidade de elementos lineares sob carregamento de compressão, prossegue-se à verificação das formulações analíticas desta subseção do capítulo com base nos resultados das barras flexo-comprimidas do protótipo numérico. Aplicando-se as Equações 2.20 e 2.21 em conjunto com os esforços internos dos banzos superiores e diagonais externas da treliça espacial, obtém-se os coeficientes de rigidez das extremidades destes elementos, referentes às ligações típicas. As Tabelas 4.1 a 4.3 sintetizam os dados utilizados e as etapas de cálculo deste procedimento, assim como os resultados obtidos com a sua aplicação.

Tabela 4.1 – Propriedades geométricas e mecânicas gerais dos modelos de barras com extremidades estampadas

Propriedades gerais	Valor
Módulo de elasticidade (E)	205000 MPa
Momento de inércia da seção circular original (I)	8073 mm <sup>4</sup>
Comprimento de extremidade estampada (l <sub>e</sub> )	60 mm

Tabela 4.2 – Determinação dos coeficientes de rigidez à flexão dos modelos de barras com extremidades estampadas

Elemento	Comprimento (l) (mm)	Comprimento efetivo (l <sub>e</sub> ) (mm)	Carga axial (P) (kN)
Banzo superior	1060	940	12,73
Barra diagonal	1076	956	12,82

Tabela 4.3 – Determinação dos coeficientes de rigidez à flexão dos modelos de barras com extremidades estampadas (Continuação)

Elemento	Momento fletor da extremidade A (kN.cm)	Momento fletor da extremidade B (kN.cm)	u	α (N.mm/rad)	β (N.mm/rad)
Banzo superior	3,15	3,15	1,303494	-1257012	-1257012
Barra diagonal	13,33	-18,29	1,330359	29137387,1	-4648761,5

A utilização do modelo de barra com inércia constante e apoios semirrígidos à descrição do comportamento estrutural dos ensaios experimentais, como antevisto e constatado pelas informações apresentadas, não produziu resultados numéricos razoáveis. Ao se analisar a teoria base deste modelo, com o seu conjunto de premissas e expressões que descrevem a sua mecânica, alguns fatores causais para tanto se evidenciam. O primeiro deles diz respeito ao aspecto da falha estrutural dos espécimes numéricos comparativamente à forma de falha prevista pela frente analítica. Enquanto aquele se define pelo estado de transição entre deformações excessivas nas extremidades estampadas e deflexões transversais ao longo do comprimento das barras, esta se apresenta puramente como a instabilidade global dos perfis. Os regimes elástico e plástico de falha dos elementos estruturais não se compatibilizam entre as duas abordagens. Outro fator se relaciona com a própria validade do domínio das equações adotadas. Uma vez que a resistência à flambagem elástica de uma peça biapoiada e comprimida encontra-se entre os limites estabelecidos pela teoria clássica de Euler, simbolizados pelos sistemas birrotulado e biengastado, a solução de um sistema semirrígido deve estar contida no seu intervalo. Em termos do parâmetro adimensional “ $u$ ” das formulações de Timoshenko e Gere (1961), o espaço de soluções está contido entre os limites de  $\pi/2$  e  $\pi$  para o caso de flambagem simétrica e de  $\pi$  e 4,493 para o caso de instabilidade global antissimétrica. Entretanto, ao se compará-lo com os resultados contidos na Tabela 4.3, ou se confrontar as cargas últimas de resistência empíricas com o limite inferior de resistência à flambagem teórico de aproximadamente 25 kN, relativo ao sistema birrotulado e com o maior índice de esbeltez de referência, é notório que os valores experimentais são inferiores em magnitude. O cálculo dos coeficientes de rigidez à flexão das extremidades modificadas das barras resultou em valores negativos, o que, por sua vez, corrobora o fato de a formulação apresentada não ser diretamente aplicável ao caso particular destes ensaios experimentais.

## 5. CONCLUSÕES

### 5.1. Conclusões gerais

Com o objetivo de se aprofundar o entendimento dos fenômenos de instabilidade global e local de treliças espaciais constituídas por barras de aço com extremidades estampadas e ligações típicas parafusadas, o estudo apresentado nesta dissertação demonstrou, através de uma série de modelagens numéricas baseada inicialmente na tese de Silva (2020) e a partir dela expandida, o comportamento estrutural desses elementos quando submetidos individualmente a carregamentos de compressão. De forma complementar, foram investigadas as aplicações de equações analíticas ao tema exposto, de forma a se utilizar os resultados colhidos na frente numérica da tese de doutorado de Freitas (2008) e desta dissertação às formulações apresentadas por Timoshenko e Gere (1961) e pela norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, respectivamente.

A partir do desenvolvimento dos estudos numéricos com auxílio do software Abaqus®, subdivididos em quatro fases de simulação com modelos de índices de esbeltez ( $\lambda$ ) variam de 20 a 200, constatou-se duas formas principais de falha das barras com extremidades estampadas, a saber: a flambagem global, caracterizada pelo deslocamento lateral ao longo do comprimento dos perfis comprimidos axialmente; e as instabilidades locais das zonas de transição de seções transversais dos modelos ensaiados. A primeira destas se manifestou nos protótipos mais esbeltos do espectro de índices de esbeltez avaliado, sendo a resistência dos perfis uma função desta mesma propriedade. Por outro lado, os modelos curtos e medianamente esbeltos apresentaram a segunda forma de falha elencada e concordaram em um único valor de carga resistente, de maneira à falha local por deformações excessivas das extremidades das barras constituir um patamar limitante de resistência característico. Ressalta-se que, para os protótipos com índices de esbeltez acima entre 100 e 140, foram verificadas transições entre os modos de falha supramencionados, em que ambos foram combinados em proporções variáveis no ato do atingimento da resistência à compressão axial das barras modeladas.

Quanto à tese de referência de Silva (2020), foram utilizadas as propriedades geométricas e mecânicas das suas barras ensaiadas experimentalmente para compor os protótipos numéricos integrantes da primeira fase do estudo, cujos índices de esbeltez variam de 20 a 100. Conduzidas as simulações numéricas, observou-se uma semelhança no aspecto

de falha das barras entre as duas abordagens, qual seja a instabilidade local e deformações excessivas das extremidades dos perfis. No entanto, houve notória divergência entre os valores de carga última de resistência dos perfis quando comparadas as frentes de pesquisa entre si, em que a parte experimental apresentou valores variáveis em função da esbeltez dos espécimes, enquanto as análises numéricas se caracterizaram por um valor de carga resistente uniforme. Este fato foi atribuído essencialmente às diferenças no controle das condições de contorno, na geometria da zona de transição de seções transversais e nas tensões e deformações plásticas residuais das barras ensaiadas.

Para a segunda fase de simulações, referente às barras com índices de esbeltez de 100 a 200, as análises pelo método de Riks modificado foram complementadas por análises modais processadas previamente, com o intuito de se possibilitar a manifestação de flambagem global para aqueles modelos que apresentassem susceptibilidade a este fenômeno. A incorporação do modelo com índice de esbeltez igual a 100 também nesta nova série de simulações foi realizada para se atestar, de fato, a propensão exclusiva à falha local das extremidades estampadas dos modelos que sejam tão ou menos esbeltos quanto este. Com os resultados colhidos para o modelo com tal esbeltez, evidencia-se a sua compatibilidade com o modelo referente à primeira fase das análises numéricas, em termos do modo de falha por deformação excessiva e colapso das extremidades dos protótipos, assim como quanto à própria magnitude da carga última de resistência à compressão apresentada por ambos. O produto das simulações com os demais modelos, quando dispostos em ordem crescente de índice de esbeltez, indica uma redução progressiva na carga última de resistência dos protótipos. Um aspecto característico deste conjunto de simulações é o modo de falha dos espécimes, no qual a flambagem global foi predominante sobre as instabilidades locais nas extremidades estampadas das barras; entretanto, ressalta-se que foi identificada uma superposição dos modos de falha supracitados para protótipos com índices de esbeltez situados na faixa entre 100 e 140.

Na terceira fase das modelagens em elementos finitos em específico, foram introduzidas imperfeições geométricas iniciais aos modelos previamente concebidos. Em suma, os resultados obtidos apontam que tal medida não apresenta efeito sobre os modelos com índices de esbeltez menores ou iguais a 90 em termos de resistência à compressão axial, sendo o seu impacto no modelo com  $\lambda$  igual 100 considerado como ínfimo, com 0,5% de redução na resistência determinada pelas etapas precedentes. Quanto aos modelos com índices de esbeltez de 120 a 200, notou-se, entretanto, uma redução homogênea desta resistência em

valores percentuais, os quais variam de 10 a 15% em relação aos modelos sem imperfeições geométricas iniciais. Para a totalidade dos ensaios numéricos desta fase, os modos de falha manifestados pelos protótipos tiveram os aspectos mantidos comparativamente aos demais modelos desenvolvidos. Em relação aos modelos de barra com resistência à compressão axial determinada pelos critérios normativos da ABNT NBR 8800:2008, observou-se uma diferença de resistência aproximadamente constante e não desprezível entre as frentes numérica e analítica dos perfis de maiores índices de esbeltez do espectro em estudo. Tal diferença foi atribuída à consideração de tensões residuais nas formulações normativas, que por sua vez preveem uma resistência inferior a este conjunto de elementos estruturais. Quanto às barras de índices de esbeltez menores que 80, as resistências estabelecidas pela norma de referência superam aquelas dos ensaios numéricos em até 24%. Pelo fato de as extremidades estampadas das barras limitarem o valor da resistência dos perfis curtos e medianamente esbeltos e alterarem os momentos de inércia destas regiões nos perfis em geral, fazem-se necessários ajustes ou integral reformulação dos critérios de norma de dimensionamento de elementos lineares submetidos a carregamento axial de compressão para a consideração do presente caso.

A quarta fase de simulações foi destinada à extensão da validação dos resultados colhidos nas demais análises numéricas a partir da modelagem de barras ideais, às quais se atribuiu geometria retilínea ou se introduziu imperfeições geométricas iniciais normativas. Os dados de resistência última à compressão dos modelos com a primeira destas características indicaram a existência de um patamar de carga resistente de aproximadamente 25,0 kN para os protótipos com índices de esbeltez até o valor de 90, cujo modo de falha geral foi a plastificação da seção transversal típica. Já os fatores de proporção de carga máximos demonstram uma redução notória e gradual quando os seus espécimes de índices de esbeltez na faixa de 100 a 200 são dispostos em ordem crescente quanto a esta propriedade, sendo a flambagem global o modo de falha característico deste conjunto. A consideração de imperfeições geométricas iniciais nos modelos numéricos tem por efeito a variação da carga última de resistência ao longo do espectro de índices de esbeltez em sua totalidade. O gráfico que relaciona a carga de resistência à compressão destes protótipos com as suas respectivas esbeltezes evidencia um comportamento distinto daquele das barras com extremidades estampadas, caracterizado pela existência de um patamar de carga resistente para os protótipos curtos e medianamente esbeltos. Os valores de carga última de resistência dos modelos numéricos de barras ideais com imperfeições geométricas são superiores às cargas

previstas pelas formulações analíticas da norma NBR 8800:2008, para todo o espectro de índices de esbeltez em estudo ( $20 \leq \lambda \leq 200$ ). Este fato se justifica pela natureza empírica dos dados normativos, cuja variabilidade de parâmetros e não linearidades físicas dos materiais podem influir na previsão de resistência das barras. A análise conjunta das frentes numérica e normativa aponta, por outro lado, a um comportamento qualitativo compatível entre as duas abordagens, em que a estampagem das extremidades das barras reduz em até 26% a resistência última à compressão de barras com índices de esbeltez menores ou iguais a 100. Com esta evidência adicional, reitera-se a importância do estabelecimento de diretrizes normativas que tratem efetivamente do dimensionamento de barras prismáticas com extremidades estampadas.

Por fim, pela frente analítica desta dissertação, em específico aquela referente ao modelo de barra com inércia constante e apoios semirrígidos, não foram produzidos resultados de valores razoáveis com a utilização dos dados de Freitas (2008). No que tange à descrição do fenômeno em estudo, há diferença no caráter da falha estrutural entre as frentes numérica e analítica, além de que o domínio de validade das equações aplicadas é restrito. Para treliças espaciais compostas por barras de esbeltez elevada, as formulações de Timoshenko e Gere (1961) possivelmente tornam-se aplicáveis, dado que a falha destes elementos estruturais ocorre por flambagem global em regime elástico.

## 5.2. Sugestões para trabalhos futuros

No sentido de se expandir o domínio de conhecimento da linha de pesquisa apresentada nesta dissertação, são propostas as seguintes ideias para trabalhos futuros:

- Estudo numérico-experimental dos efeitos do processo de estampagem das extremidades das barras de aço constituintes de treliças espaciais na produção de tensões e deformações residuais plásticas locais;
- Estudo paramétrico das propriedades geométricas e mecânicas dos perfis utilizados em treliças espaciais, com variação das relações diâmetro-espessura e das curvas tensão *versus* deformação do aço utilizado;
- Estudo dos efeitos da introdução de excentricidades no carregamento de compressão de barras com extremidades estampadas quanto ao comportamento estrutural e à resistência última dos perfis;
- Desenvolvimento analítico descritivo do comportamento estrutural de barras de aço com extremidades estampadas, com a caracterização das falhas globais e locais dos perfis, a abordagem dos regimes elástico e plástico e a consideração de carregamentos de compressão excêntricos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 8261:2019 – *Tubos de aço-carbono, com e sem solda, de seção circular, quadrada ou retangular para usos estruturais – Requisitos*. Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 10 p., 2019.

ABNT NBR 8800:2008 – *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 237 p., 2008.

ABNT NBR 16239:2013 – *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edificações com perfis tubulares*. Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), 85 p., 2013.

ANSI/AISC 360-05 – *Specification for Structural Steel Buildings*. American Institute of Steel Construction (AISC), 2005.

ALEGRE, V.; RÓDENAS, V.; VILLALBA, S. **Colapso de la cubierta metálica de un polideportivo; patologías singulares y recurrentes**. *Rev. ALCONPAT*, n. 2, p. 37-45, 2012.

ARAÚJO, W. **Ginásio Castelinho**. Disponível em: <http://edwilsonaraujo.com/tag/ginasio-castelinho/>.

ARISTIZABAL-OCHOA, J. D. **K-Factor for columns in any type of construction: Nonparadoxical approach**. *Journal of Structural Engineering*, p. 1272-1290, 1994.

ARISTIZABAL-OCHOA, J. D. **Static Stability of Beam-Columns under Combined Conservative and Nonconservative End Forces: Effects of Semirigid Connections**. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 131, n. 5, p. 473-484, 2005.

BEZERRA, L. M.; FREITAS, C. A. S.; MATIAS, W. T.; NAGATO, Y. **Increasing load capacity of steel space trusses with end-flattened connections**. *Journal of Constructional Steel Research*, n. 65, p. 2197-2206, 2009.

CAMPOS, L. M. B. C.; MARTA, A. C. **On the prevention or facilitation of buckling of beams.** *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier Ltd, vol. 79, p. 95-104, 2014.

CHILTON, J. **Space Grid Structures.** *Architectural Press*, 180 p., 2000.

DUNDU, M. **Effect of flattening circular hollow sections in truss and dome structures.** *Thin-Walled Structures Journal*, vol. 80, p. 57-65, 2014.

EL-SHEIKH, A. I.; EL-BAKRY, H. **Experimental study on behavior of new space truss system.** *Journal of Structural Engineering*, p. 845-853, 1996.

EL-SHEIKH, A. **Development of a New Space Truss System.** *Journal of Construction Steel Research*, Elsevier Science Ltd, vol. 37, n. 3, p. 205-227, 1996.

EL-SHEIKH, A. **Failure mode and strength of space truss compression chord members.** *Engineering Structures*, Elsevier Science Ltd, vol. 21, p. 395-405, 1999.

EL-SHEIKH, A. **New space truss system – From concept to implementation.** *Engineering Structures*, Elsevier Science Ltd, vol. 22, p. 1070-1085, 2000.

FREITAS, C. A. S. **Análise teórico-experimental da conexão estampada de treliça espacial de aço sob carregamentos estático e cíclico.** *Tese de doutorado em Estruturas e Construção Civil*, Publicação E.TD-002A/08, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 270p, 2008.

FREITAS, C. A. S.; BEZERRA, L. M.; ARAÚJO, R. M.; SOUSA, E. C.; ARAÚJO, G. M.; BEZERRA, E. A. **New experimental results of the research on reinforced node in space truss.** *Advanced Steel Construction*, vol. 13, n. 1, p. 30-44, 2017.

FREITAS, C. A. S.; BEZERRA, L. M.; ARAÚJO, R. M.; ARAÚJO, G. M. **Experimental and numerical investigation of the space-truss with reinforce of the stamped connection.** *International Conference on Sustainable Design, Engineering and Construction*, p. 423-430, 2012.

FREITAS, C. A. S.; BEZERRA, L. M.; MELO, C. E.; ARAÚJO, G. M. **Experimental and numerical study of the steel space-truss with reinforce of the stamped connection.** *Mecánica Computacional*, Asociación Argentina de Mecánica Computacional, vol. 29, p. 587-607, 2010.

FREITAS, C. A. S.; BEZERRA, L. M.; SILVA, R. S. Y. C. **Numerical and Experimental Study of Steel Space Truss with Stamped Connection.** *Journal of Civil Engineering and Architecture*, vol. 5, n. 6, p. 494-504, 2011.

FREITAS, C. A. S.; CAVALCANTE, O. R. O.; ARAÚJO, R. M.; ARAÚJO, G. M.; SOUSA, E. C. **Numerical investigation of the space-truss with reinforce of the stamped connection after calibration model in experimental study.** *Blucher Mechanical Engineering Proceedings*, vol. 1, n. 1, 2014.

FREITAS, C. A. S.; NOBREGA, M. M. S.; BEZERRA, E. A.; CAVALCANTE, O. R. O. **Polymer Composite with Sisal Fiber used for Node Reinforce in Space-Truss With Stamped Connection.** *Applied Mechanics and Materials*, vol. 719-720, p. 202-205, 2015.

GALAMBOS, T. V.; LIN, F. J. **Basic Steel Design with LRFD.** *Prentice Hall*, 320 p., 1996.

GHASEMI, M.; DAVOODI, M. R.; MOSTAFAVIAN, S. A. **Tensile Stiffness of MERO-Type Connector Regarding Bolt Tightness.** *Journal of Applied Sciences*, vol. 10, n. 9, p. 724-730, 2010.

GHOLIZAD, A.; SAFARI, H. **Two-Dimensional Continuous Wavelet Transform Method for Multidamage Detection of Space Structures.** *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 14 p., 2016.

GUL, F. A.; ALI, C. M. **Sultan Mizan Zainal Abidin Stadium Roof Collapse, Kuala Terengganu, Malaysia (Lack of Safety Issues).** *International Journal of Mathematics and Statistics*, vol. 2, n. 3, p. 14-23, 2016.

HAN, Q.; LIU, Y.; XU, Y. **Study on the Assembled Hub joints in single-layer reticulated domes.** *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Annual Symposium*, p. 1-8, 2017.

HANSEN, T. **Theory of Plasticity for Steel Structures – Solutions for Fillet Welds, Plate Girders and Thin Plates.** *PhD thesis*, Technical University of Denmark, Birch & Krogboe A/S Consultants and Planners, 239 p., 2006.

HWANG, K. J. **Advanced investigations of grid spatial structures considering various connection systems.** *Doctoral dissertation*, University of Stuttgart, 2010.

HANAOR, A. **A Summary Survey of Prefabricated Spatial Frame Systems.** *International Journal of Space Structures*, vol. 10, n. 3, p. 175-186, 1995.

HANAOR, A. **Characteristics of Prefabricated Spatial Frame Systems.** *International Journal of Space Structures*, vol. 10, n. 3, p. 151-173, 1995.

IFAYEFUNMI, O. **Buckling behavior of axially compressed cylindrical shells: Comparison of theoretical and experimental data.** *Thin-Walled Structures Journal*, vol. 98, p. 558-564, 2015.

KOUSHKY, A. L.; DEHDASHTI, G.; FIOUZ, A. **Nonlinear Analysis od Double-Layer Grids with Composite Nodes under Symmetric and Unsymmetrical Gravity Loads.** *International Journal of Space Structures*, vol. 22, n. 2, 2007.

LEONHARD, E. **Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes.** 323 p., 1744.

LOZANO, A. **Laudo culpa construtora por acidente em Manaus.** *Folha de São Paulo*, 3 de agosto de 1994. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/fsp/1994/8/03/cotidiano/17.html>.

MAIOLA, C. H.; MALITE, M. **Análise teórica e experimental de treliças metálicas espaciais constituídas por barras com extremidades estampadas.** *Cadernos de Engenharia de Estruturas*, São Carlos, v. 8, n. 20, p. 105-125, 2002.

MARTIN, R.; DELATTE, N. J. **Another Look at Hartford Civic Center Coliseum Colapse.** *International Journal of Civil and Environmental Engineering*, n. 6, p. 246-251, 2012.

MAZON, A. A.; SARMANHO, A.; NUNES, G.; ROQUETE, L.; NEIVA, L. H.; SOUZA, F. **Numerical analysis of truss systems with stiffened flattened end-bars.** *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 15, n. 3, 24 p., 2018.

MCGUIRE, W. **Steel Structures.** *Prentice-Hall, Inc*, 1112 p., 1968.

MICHAEL, A. O.; RAZAK, A. R. **The Study of Claims Arising from Building Collapses: Case Studies from Malaysia, Nigeria, Singapore and Thailand.** *Civil and Environmental Research*, International Institute for Science, Technology and Education (IISTE), vol. 3, n. 11, 2013.

NOGUEIRA, W.; VARELLADA, C. **Sambódromo de Manaus desaba e fere 25.** *Folha de São Paulo*, p. 2, 21 de abril de 1994. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/fsp/1994/4/21/cotidiano/12.html>.

PAPADOPOULOS, C. M.; LORICCO, M. T. **Symmetry-adapted computation: A case study of the Bucharest Dome.** *Joint International Conference on Computing and Decision Making in Civil and Building Engineering*, Montréal, Canada, p. 2842-2851, 2006.

PIROGLU, F.; OZAKGUL, K. **Partial collapses experienced for a steel space truss roof structure induced by ice ponds.** *Engineering Failure Analysis*, Elsevier Ltd, vol. 60, p. 155-165, 2016.

PIROGLU, F.; OZAKGUL, K.; INSKENDER, H.; TRABZON, L.; KAHYA, C. **Site investigation of damages occurred in a steel space truss roof structure due to ponding.** *Engineering Failure Analysis*, Elsevier Ltd, vol. 36, p. 301-313, 2014.

PRECUPAS, V.; IVAN, A.; IVAN, M. **Dynamic Analysis of the Dome with Arches and Rings from Romexpo Bucharest.** *International Journal of Civil and Environmental Engineering*, vol. 6, n. 9, p. 1-6, 2012.

SAMPAIO, T. S. **Análise numérica, via MEF, de ligações em treliças metálicas espaciais.** *Dissertação de mestrado*, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 273 p., 2004.

SILVA, W. V. **Estudo experimental, estático e dinâmico, analítico e numérico de estruturas tridimensionais em aço com correções na ligação típica estampada.** *Tese de doutorado em Estruturas e Construção Civil*, Publicação E.TD-5A/20, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 390 p., 2020.

SILVA, W. V.; BEZERRA, L. M.; FREITAS, C. A. S.; SILVA, R. S. Y. R. C. **Experimental analysis of steel space trusses with correction of the stamped connection with glass fiber reinforced polymer spacer.** *International Journal of Engineering Sciences & Research Technology*, vol. 7, p. 117-127, 2018.

SILVA, W. V.; SILVA, R.; BEZERRA, L. M.; CLEIRTON, A. S. F.; BONILLA, J. **Experimental Analysis of Space Trusses Using Spacers of Concrete with Steel Fibers and Sisal Fibers.** *Materials*, vol. 13, 22 p., 2020.

SOUSA, W. C. A.; IKEDA, I. J. **Análise não linear de estruturas: Aplicação do método do comprimento de arco de Crisfield.** *Revista de Engenharia e Tecnologia*, v. 9, n. 3, p. 148-163, 2017.

SOUZA, A. S. C. **Contribuição ao estudo das estruturas metálicas espaciais.** *Dissertação de mestrado*, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 146 p., 1998.

SOUZA, A. N.; MALITE, M. **Análise do projeto de estruturas metálicas espaciais: Ênfase em coberturas.** *Cadernos de Engenharia de Estruturas*, São Carlos, v. 7, n. 27, p. 27-58, 2005.

SOUZA, A. S. C.; GONÇALVES, R. M.; MAIOLA, C. H.; MALITE, M. **Theoretical Analysis of the Structural Performance of Space Trusses Commonly Used in Brazil.** *International Journal of Space Structures*, vol. 18, n. 3, p. 167-179, 2003.

SOUZA, A. S. C.; GONÇALVES, R. M.; NARDIN, S.; CALADO, L. **A Strategy of Numerical Analysis of Space Truss Connections with Stamped Bar Ends.** *International Journal of Space Structures*, vol. 23, n. 3, p. 143-152, 2008.

SOUZA, A. S. C.; GONÇALVES, R. M. **Análise teórica e experimental de treliças espaciais.** *Cadernos de Engenharia de Estruturas*, São Carlos, v. 8, n. 31, p. 31-61, 2006.

SOUZA, A. S. C.; GONÇALVES, R. M. **Contribuição ao estudo das estruturas metálicas espaciais.** *Cadernos de Engenharia de Estruturas*, São Carlos, n. 20, p. 75-103, 2002.

TIMOSHENKO, S. P. **History of Strength of Materials.** *McGraw-Hill Book Company, Inc*, 452 p., 1953.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of Elastic Stability.** *McGraw-Hill Book Company, Inc*, 541 p., 1961.

VENDRAME, A. M.; GONÇALVES, R. M. **Análise numérica e experimental de estruturas espaciais constituídas de barras de extremidades estampadas: Estudo dos nós.** *Cadernos de Engenharia de Estruturas*, São Carlos, n. 20, p. 43-74, 2002.

YAN, J.; QIN, F.; CAO, Z.; FAN, F.; MO, Y. L. **Mechanism of coupled instability of single-layer reticulated domes.** *Engineering Structures*, Elsevier Science Ltd, vol. 114, p. 158-170, 2016.

YANG, Y. B.; YANG, C. T.; CHANG, T. P.; CHANG, P. K. **Effects of member buckling and yielding on ultimate strengths of space trusses.** *Engineering Structures*, Elsevier Science Ltd, vol. 19, n. 2, p. 179-191, 1997.