



**ESCOAMENTO EM TORNO DE UM PRISMA QUADRADO:
UM ESTUDO NUMÉRICO DE MODELOS DE TURBULÊNCIA**

RODOLFO ALVES CARVALHO

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL**

**BRASÍLIA/DF
AGOSTO – 2022**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ESCOAMENTO EM TORNO DE UM PRISMA
QUADRADO: UM ESTUDO NUMÉRICO DE MODELOS DE
TURBULÊNCIA**

RODOLFO ALVES CARVALHO

ORIENTADOR: LINEU JOSÉ PEDROSO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

PUBLICAÇÃO: E.DM – 10A/22

BRASÍLIA/DF

AGOSTO – 2022

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ESCOAMENTO EM TORNO DE UM PRISMA QUADRADO:
UM ESTUDO NUMÉRICO DE MODELOS DE TURBULÊNCIA**

RODOLFO ALVES CARVALHO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Prof. Lineu José Pedroso, Dr. Ing. (ENC/UnB)
ORIENTADOR

Prof. Raul Dario Durand Farfan, PhD. (ENC/UnB)
EXAMINADOR INTERNO

Prof. Fernando Akira Kurokawa, Dsc (Escola Politécnica/USP)
EXAMINADOR EXTERNO

BRASÍLIA/DF, 31 DE AGOSTO DE 2022

FICHA CATALOGRÁFICA

CARVALHO, RODOLFO ALVES

Escoamento em Torno de Um Prisma Quadrado: Um Estudo Numérico de Modelos de Turbulência [Distrito Federal] 2022.

xxii, 133p., 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2022).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

1. CFD

2. Modelos de Turbulência

3. Métodos Numéricos

4. Prisma Quadrado

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Mestre)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

Carvalho, Rodolfo Alves (2022). **Escoamento Em Torno de Um Prisma Quadrado: Estudo Numérico de Modelos de Turbulência**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM - 10A/22, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília-DF, 133p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Rodolfo Alves Carvalho

TÍTULO: ESCOAMENTO EM TORNO DE UM PRISMA QUADRADO: UM ESTUDO NUMÉRICO DE MODELOS DE TURBULÊNCIA

GRAU: Mestre

ANO: 2022

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Rodolfo Alves Carvalho

SQSW 104 B AP 303

70670-402 Brasília-DF – Brasil.

rodolfoalvescarvalho@yahoo.com.br

AGRADECIMENTOS

A Deus – O Todo – o qual dedico minhas ações.

Aos nossos antepassados, os quais forneceram a alicerce do hoje.

A minha amada mãe, sem a qual o amor, em seu aspecto puro e desinteressado, eu não conheceria.

A meu amado pai, sem o qual eu não conheceria o reto alinhamento entre palavra e ação.

A minhas irmãs, por me mostrarem o real conceito de família.

A meus irmãos, por serem fiéis companheiros.

A meu amigo Vinícius, por me mostrar o valor de uma verdadeira amizade.

A meu amigo Fernando, pelo tempo e ensinamento dedicados.

A minha amada esposa Leticia, pela paciência e carinho dedicados a mim.

A meus filhos, pela oportunidade de amá-los.

A todos que de algum modo participam e participaram de minha caminhada.

A meu orientador, Prof. Lineu José Pedroso, pelos valiosos ensinamentos.

A todos os membros e alunos do PECC, pela oportunidade do convívio que tivemos.

Dedicado à minha família

RESUMO

ESCOAMENTO EM TORNO DE UM PRISMA QUADRADO: UM ESTUDO NUMÉRICO DE MODELOS DE TURBULÊNCIA

Autor: Rodolfo Alves Carvalho

Orientador: Lineu José Pedroso, Dr. Ing

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, agosto de 2022.

O avanço do conhecimento técnico-científico na área de engenharia possibilita a concepção estruturas cada vez mais esbeltas e com menor peso específico. Estruturas metálicas com membranas tensionadas, por exemplo, além de apresentarem formas arrojadas não platônicas, possuem baixo peso próprio, portanto, são extremamente sensíveis a ação do vento. Estruturas esbeltas e com elevadas alturas estão sujeitas a altas cargas de vento que podem induzir estados limites não toleráveis e até mesmo ao colapso dessas estruturas. As ações provocadas pelo escoamento em uma estrutura dependem, dentre outros fatores, de sua forma. Considerando a relevância prática das estruturas com forma quadrada, este trabalho visa reduzir a lacuna de estudos para os prismas quadrados por meio da modelagem numérica bidimensional do escoamento externo turbulento através da dinâmica dos fluidos computacional (CFD) no software ANSYS Fluent®. Simulou-se o mesmo escoamento apresentado por Bosch e Rodi (1998), com $Re = 22 \times 10^3$. Os parâmetros relevantes para validação do modelo foram comparados aos dados apresentados por Lyn e Rodi (1994). Para esse escoamento, avaliou-se o desempenho dos modelos de turbulência *RSM*, *SA* e *SST k – ω* que utilizam a abordagem RANS. O modelo *SA*, com custo computacional inferior, apresentou o pior desempenho geral, superestimando as quantidades flutuantes analisadas. O modelo *SST k – ω* apresentou bom desempenho na região das paredes, onde são avaliadas as principais quantidades de interesse para a engenharia. Por sua vez, o modelo *RSM*, com custo computacional superior, teve desempenho geral muito próximo ao do modelo *SST k – ω* na região das paredes, porém com maior acurácia nas medidas realizadas no escoamento. Constatou-se uma importante lacuna a ser preenchida através do desenvolvimento de um modelo de turbulência que apresente adequado desempenho, tanto no escoamento quanto na região da parede, razoável custo computacional e que seja capaz de transpor as limitações dos modelos de viscosidade turbulenta existentes.

Palavras-chave: CFD, Modelos de Turbulência, Métodos Numéricos, Prisma Quadrado.

ABSTRACT

ESCOAMENTO EM TORNO DE UM PRISMA QUADRADO: UM ESTUDO NUMÉRICO DE MODELOS DE TURBULÊNCIA

Author: Rodolfo Alves Carvalho

Advisor: Lineu José Pedroso, Dr. Ing.

Postgraduate Program in Structures and Civil Construction

Brasilia, August of 2022.

The advancement of technical-scientific knowledge in engineering enables the design of increasingly slender structures with less specific weight. Steel structures with tensile membranes, for example, besides presenting bold non-platonic shapes, have low self-weight, so they are extremely sensitive to the action of the wind. Slender tall structures are subject to high wind loads that can induce unsafe stress states and may lead them to collapse. The loads induced by the flow in a structure are directly associated with its shape. Considering the practical relevance of square-shaped structures, this work aims to reduce the study gap for square prisms through two-dimensional numerical modeling of turbulent external flow through computational fluid dynamics (CFD) in ANSYS Fluent® software. The same flow presented by Bosch and Rodi (1998) was simulated. To validate the simulation, relevant flow parameters were compared to the data presented by Lyn and Rodi (1994). The performance of turbulence models RSM, SA e SST $k-\omega$ were evaluated. The SA model, with lower computational cost, presented the worst overall performance, overestimating the floating quantities analyzed. The SST $k-\omega$ model presented a superior performance in the region of the walls, where the main quantities of interest for engineering are evaluated. In turn, the RSM model, with higher computational cost, had similar performance to the SST $k-\omega$ model in the wall region, but greater accuracy in the domain measurements. An important absence was noticed in the development of a turbulence model that has accurate performance, both in the domain and in the wall region, reasonable computational cost, and transposes the limitations of the existing turbulent viscosity models.

Keywords: CFD, Turbulence Models, Numerical Methods, Square Prism.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Colocação do Problema	4
1.2	Objetivos	5
1.3	Metodologia	5
1.4	Escopo e Limitações	6
1.5	Contribuições	7
1.6	Organização	7
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1	Introdução	9
2.2	Estudos Experimentais	11
2.3	Estudos Numéricos	13
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
3.1	Equações de Conservação	18
3.1.1	Conservação de massa	20
3.1.2	Conservação de momento linear	21
3.1.3	Escoamento turbulento	26
3.1.4	Camada Limite de Uma Placa Plana	34
3.1.5	Equações Médias de Reynolds (RANS) Para Um Fluido Incompressível	36
3.2	Modelos de Turbulência Baseados Nas Equações Médias de Reynolds	38
3.2.1	Modelo $k - \varepsilon$	40
3.2.2	Modelo $k - \omega$	43
3.2.3	Modelo SST $k - \omega$	43
3.2.4	Modelo Spalart-Allmaras (<i>SA</i>)	45
3.2.5	Modelo RSM	46
3.2.6	Funções de Parede	47
3.3	Aerodinâmica: Conceitos e Terminologias	48
3.3.1	Conceitos Aerodinâmicos	49
3.3.2	Terminologias Relevantes	50

4	ASPECTOS COMPUTACIONAIS	52
4.1	Método dos Volume Finitos	52
4.2	Algoritmos de Solução Para Problemas de Convecção-Difusão	52
4.2.1	Esquema de solução para o acoplamento pressão-velocidade	52
4.3	Métodos Para Discretização Espacial.....	54
4.3.1	Método para cálculo do Gradiente - Esquema de Mínimos Quadrados Baseado na Célula	55
4.3.2	Esquema de Segunda Ordem Para Interpolação da Pressão	55
4.3.3	Esquema Upwind de Segunda Ordem.....	55
4.4	Métodos Para Discretização Transiente – Esquema de Segunda Ordem Implícito..	56
5	VALIDAÇÃO DO MODELO	57
5.1	Características do Escoamento	60
5.2	Modelo Computacional e Condições de Contorno	61
5.3	Validação Quantitativa do Teste de Independência de Malha	63
5.4	Avaliação Qualitativa do Teste de Independência de Malha	65
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	76
6.1	Simulação com Modelo de Turbulência RSM	76
6.2	Simulação com Modelo de Turbulência <i>SST – $k\omega$</i>	86
6.3	Simulação com Modelo de Turbulência Spalart-Allmaras (<i>SA</i>)	96
6.4	Discussão e Resultados Complementares.....	106
7	CONCLUSÕES, PERSPECTIVAS E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 126	
7.1	Conclusões.....	126
7.2	Perspectivas e Recomendações Para Trabalhos Futuros	127
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	129

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 - (a) 432 Park Avenue, arranha-céu com 426 m de altura, concluído em 2015 (Reproduzido de Hypheness, 2021) e (b) ICC - International Commerce Centre , arranha-céu com 484 m e 108 andares, inaugurado em 2010 (Reproduzido de Skycrapercenter, [s.d.].....	2
Figura 1-2 - (a) ponte, (b) pilar e (c) ponte em construção (Reproduzido de Sakowski, [s.d.].....	3
Figura 1-3 - (a) escoamento externo para o caso real (tridimensional) e (b) Seção transversal do caso tridimensional adotada no estudo para o modelo bidimensional simplificado. (Reproduzido de Mills, 2018).....	5
Figura 1-4 - Metodologia do estudo numérico: (1a) Teste de independência de malha, (1b) validação simulação x experimento e (2) simulações com diferentes modelos de turbulência	6
Figura 2-1 - Escoamento turbulento em torno de cilindros retangulares com diferentes relações entre os lados apresentado por Bearman e Trueman (1972)	10
Figura 2-2 - Modelo de formação de vórtices demonstrando a interação entre camadas cisalhantes Gerrard (1966).....	11
Figura 2-3 - Campo vetorial de velocidades médias obtidas por Lyn e Rodi (1994)	12
Figura 2-4 - Exemplo de aplicação CFD para o escoamento de ar e água no entorno do Santuário de Itsukushima localizado no mar do Japão. (Tu, Yeoh e Liu, 2018).....	14
Figura 2-5 - Visualização das estruturas de Kelvin-Helmholtz (superior) e da esteira de vórtices de Von-Kármán (inferior). (Trias, Gorobets e Oliva, 2015).....	16
Figura 3-1- Elemento de fluido para descrição das equações de conservação. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).....	19
Figura 3-2 – Balanço de massa em um elemento infinitesimal de fluido. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).....	20
Figura 3-3 - Estado de tensão de um elemento de fluido. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).....	23
Figura 3-4 - Componentes de tensão na direção x. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).....	23
Figura 3-5- Série temporal da medição de velocidades em um ponto de um escoamento turbulento. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).	26
Figura 3-6 - Cascata de energia da turbulência. (Reproduzido de Ting, 2016).	27

Figura 3-7 - Vórtices maiores na camada limite turbulenta. O escoamento externo a camada limite é estacionário, sendo U constante; os vórtices se movem com flutuações de velocidades aleatórias da ordem um décimo de U . O tamanho do maior vórtice (l) é comparado a espessura da camada limite (δ). (Reproduzido de Corrsin e Kistler, 1954).	28
Figura 3-8 - Espectro de energia $[E(\kappa)]$, é a energia cinética por unidade de massa e unidade de comprimento de onda da flutuação em torno de um determinado comprimento de onda κ . (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).	29
Figura 3-9 - (a) Perfil de velocidade com ponto de inflexão e (b) Perfil de velocidade sem ponto de inflexão. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).	30
Figura 3-10 – Processo de transição na camada limite de uma placa plana. (Reproduzido de Simon, 2017).	32
Figura 3-11 - Mescla de pontos turbulentos e subsequente transição para o e turbulento na camada limite de uma placa plana. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).	33
Figura 3-12 – Volume de controle bidimensional em um escoamento cisalhante turbulento. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007)	36
Figura 3-13 - Camada limite turbulenta: perfil da velocidade adimensional como função da distância da parede em comparação com dados experimentais. (Reproduzido de Tu, Yeoh e Liu 2018).	48
Figura 3-14 – Representação esquemática dos fenômenos observados para os escoamentos médio e instantâneo (Reproduzido de Nanda, 2016).	50
Figura 4-1 - Visão geral dos métodos de solução segregados. (Reproduzido de Fluent, 2001).	53
Figura 4-2 - Visão geral dos métodos de solução acoplados. (Reproduzido de Fluent, 2001).	54
Figura 5-1 – Ilustração esquemática do escoamento (Autor)	60
Figura 5-2 - Sistema de Coordenadas adotado para o cilindro. Os pontos visíveis no domínio foram inseridos para melhorar a análise dos resultados	61
Figura 5-3 - Modelo Computacional, (a) domínio utilizado, (b) Condições de contorno, (c) discretização da camada limite para a malha média e (d) discretização da camada limite para a malha refinada.....	62
Figura 5-4 - Variação do coeficiente médio de arrasto (Cd) em função do número de ciclos de desprendimento de vórtices (Ns) considerados para cálculo desse valor médio.....	63

Figura 5-5 – Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0$ para o modelo de malha média.....	69
Figura 5-6 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 14 T_s$ para o modelo de malha média	70
Figura 5-7 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 24 T_s$ para o modelo de malha média	71
Figura 5-8 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 34 T_s$ para o modelo de malha média	72
Figura 5-9 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 44 T_s$ para o modelo de malha média	73
Figura 5-10 Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 54 T_s$ para o modelo de malha média	74
Figura 5-11 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \geq t_0 + 54 T_s$ para o modelo de malha média	75
Figura 6-1 - Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotada em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo RSM.....	77
Figura 6-2 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas (+1sigma) e com os resultados experimentais de Bosch, Kappler e Rodi (1996).....	82
Figura 6-3 - Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas e resultados experimentais de Bosch, Kappler e Rodi (1996).	83
Figura 6-4 – Coeficiente de pressão médio (linha tracejada com ponto duplo) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) e com os resultados experimentais de Bearman e Obasaju (1982). ...	84
Figura 6-5 – Valor médio do coeficiente de pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotada em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio	

(linha tracejada), com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e com os dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).	85
Figura 6-6 - Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo $SST - k\omega$	87
Figura 6-7 - Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial de velocidades médias para o modelo $SST - k\omega$. Neste gráfico é destacado a região da esteira onde a simetria no gráfico de contorno seria esperada.	87
Figura 6-8 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas e com os resultados experimentais de Bosch (1996).	92
Figura 6-9 - Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas e com os resultados experimentais de Bosch (1996).	93
Figura 6-10 – Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linhas tracejadas finas) e com os resultados experimentais de Bearman (1982).	94
Figura 6-11 – Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada), com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).	95
Figura 6-12 - Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo SA.	97
Figura 6-13 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas (+1sigma) e com os resultados experimentais de Bosch (1996).	102

Figura 6-14 - Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas e resultados experimentais de Bosch (1996).....	103
Figura 6-15– Coeficiente de pressão médio (linha tracejada com ponto duplo) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) e com os resultados experimentais de Bearman (1982).	104
Figura 6-16 – Valor médio do coeficiente de pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada), com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e com os dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).....	105
Figura 6-17 – Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo <i>RSM</i>	108
Figura 6-18 – Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo <i>SST – $k\omega$</i>	108
Figura 6-19 – Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo <i>SA</i>	109
Figura 6-20 – Campo vetorial da média de velocidades apresentados por Lyn e Rodi (1994).	110
Figura 6-21 - Campo vetorial da média de velocidades do modelo <i>RSM</i>	111
Figura 6-22 - Campo vetorial da média de velocidades do modelo <i>SST-kw</i>	111
Figura 6-23 - Campo vetorial da média de velocidades do modelo <i>SA</i>	111
Figura 6-24 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas ($+1\sigma$), para o modelo <i>RSM</i> , e com os resultados experimentais de Bosch (1996).	112
Figura 6-25– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do	

escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas (+1sigma), para o modelo $SST - k\omega$, e com os resultados experimentais de Bosch (1996).	113
Figura 6-26– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotada em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas (+1sigma), para o modelo SA , e com os resultados experimentais de Bosch (1996).	113
Figura 6-27– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotada para os modelos RSM , $SST - k\omega$ e SA , e com os resultados experimentais de Bosch (1996).	114
Figura 6-28 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotada em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas, para o modelo RSM , e resultados experimentais de Bosch (1996). .	115
Figura 6-29– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotada em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas, para o modelo $SST k - \omega$, e resultados experimentais de Bosch (1996).	115
Figura 6-30– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotada em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas, para o modelo SA , e resultados experimentais de Bosch (1996).	116
Figura 6-31– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (u) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ para os modelos RSM , $SST k - \omega$ e SA , e resultados experimentais de Bosch (1996).	116
Figura 6-32 - Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linhas tracejadas finas) para o modelo RSM e com os resultados experimentais de Bearman (1982).	118

Figura 6-33 - Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linhas tracejadas finas) para o modelo $SST k - \omega$ e com os resultados experimentais de Bearman (1982).....	118
Figura 6-34 – Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linhas tracejadas finas) para o modelo SA e com os resultados experimentais de Bearman (1982).	119
Figura 6-35 – Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro para os modelos RSM, SA e $SST - k\omega$ com os resultados experimentais de Bearman (1982).....	119
Figura 6-36– Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) para o modelo RSM , com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).....	121
Figura 6-37– Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) para o modelo $SST k - \omega$, com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).	121
Figura 6-38– Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) para o modelo SA, com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).....	122
Figura 6-39– Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) para os modelos $RSM, SST k - \omega$ e SA com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 - Parâmetros Relevantes do escoamento apresentados por vários pesquisadores mediante ensaios experimentais.....	12
Tabela 2-2 - Parâmetros Relevantes do escoamento apresentados por alguns pesquisadores mediante estudos numéricos	15
Tabela 3-1 – Modelos de Turbulência	38
Tabela 3-2 - Descrição dos termos das equações 3-29a e 3-29b	40
Tabela 3-3 - Descrição dos termos das equações 3-35a e 3-35b	42
Tabela 3-4 - Termos da equação 3-38 para o modelo de turbulência $k-\omega$	43
Tabela 3-5 - Termos da equação 3-39 para o modelo de turbulência $k-\omega$	44
Tabela 3-6 - Constantes do modelo SA	46
Tabela 3-7 – Termos da eq. 3-46.	46
Tabela 5-1 – Apresentação dos critérios para validação do modelo com as constatações de seu atendimento. Adaptado de Versteeg e Malalasekera (2007).	59
Tabela 5-2 - Descrição das Malhas Utilizadas.....	62
Tabela 5-3 - Constantes do modelo RSM utilizado para validação do modelo (Ansys, 2020).....	64
Tabela 5-4 - Parâmetros Relevantes do teste de independência de malha.....	65
Tabela 5-5 - Avaliação qualitativa de um ciclo de desprendimento de vórtices para as malhas média e refinada. Mapa de contorno do módulo da velocidade longitudinal do escoamento para um ciclo de desprendimento de vórtices. A legenda do mapa é apresentada na segunda linha da tabela, elucida-se que a mesma escala é utilizada para todos os gráficos apresentados nesta tabela.....	67
Tabela 6-1 – Apresentação de um ciclo de desprendimento de vórtices pelo critério Q . T_s diz respeito ao período de desprendimento de vórtices e t_0 ao início do ciclo de desprendimento de vórtices. Os instantes seguintes a t_0 são apresentados como fração de T_s subsequentes a t_0	79
Tabela 6-2 – Apresentação de um ciclo de desprendimento de vórtices pelo critério Q . T_s diz respeito ao período de desprendimento de vórtices e t_0 ao início do ciclo de desprendimento de vórtices. Os instantes seguintes a t_0 são apresentados como fração de T_s subsequentes a t_0	89

Tabela 6-3 – Apresentação de um ciclo de desprendimento de vórtices pelo critério Q. T_s diz respeito ao período de desprendimento de vórtices e t_0 ao início do ciclo de desprendimento de vórtices. Os instantes seguintes a t_0 são apresentados como fração de T_s subsequentes a t_0 .	99
Tabela 6-4 – Resumo das medidas nas regiões analisadas para os diferentes modelos de turbulência	109
Tabela 6-5 – Erro RMS para u / u_{inf} em relação a $y = 0$	114
Tabela 6-6– Erro RMS para u / u_{inf} em relação a $y = 1D$	116
Tabela 6-7– Erro RMS para C_p no perímetro ABCD.	119
Tabela 6-8 – Erro RMS para C_p no eixo $y = 0D$	122
Tabela 6-9 – Resumo dos Parâmetros Relevantes do Escoamento	124
Tabela 6-10 – Diferenças percentuais para os Parâmetros Relevantes do Escoamento	124
Tabela 6-11- Resumo das medidas dos Erros RMS	124
Tabela 6-12 - Índices de Desempenho para os modelos	125

LISTA DE SIGLAS E ABREVIACOES

AIAA	Instituto Americano de Aeronáutica e Astronáutica
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional
DNS	Simulação Numérica Direta
ERCOTAC	Comunidade Europeia de Pesquisa em Fluidos, Turbulência e Combustão
IG	ndice de Desempenho Global
IM	ndice de Desempenho nas medidas realizadas no escoamento
IP	ndice de Desempenho nos parâmetros relevantes
LDV	Técnica de Velocimetria a Laser Doppler
LES	Simulação de Grandes Vórtices
MED	Medida
PISO	Pressure-Implicit Splitting of Operators
RANS	Equações de Navier-Stokes Médias de Reynolds
RMS	Raiz quadrada média
RSM	Modelo de turbulência de Tensões de Reynolds
SA	Spalart-Allmaras
Sigma	Desvio padrão
SIMPLE	Semi-Implicit Pressure Linked Equation
<i>Upwind</i>	Esquema de discretização do termo convectivo

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área superficial do corpo
B	Face do Fundo
C	Constante de proporcionalidade
C_D	Coeficiente de arrasto
$C'_{D_{rms}}$	Valor da média quadrática da componente flutuante do coeficiente de arrasto
CFL	Número de Courant
C_L	Coeficiente de sustentação
$C'_{L_{rms}}$	Valor da média quadrática da componente flutuante do coeficiente de sustentação
C_μ	Constante adimensional
C_p	Coeficiente de pressão
$\overline{C_p}$	Coeficiente de pressão estática médio
d, D	Dimensão do lado do quadrado, Dimensão característica do cilindro paralela ao escoamento
δ	Espessura da camada limite
$\Delta n_{cilindro}$	Número de divisões equidistantes ao longo do perímetro do cilindro
Δt	Passo de tempo
ΔT	Intervalo de tempo
Δt^*	Passo de tempo adimensional
δ_x, δ_y e δ_z	Dimensões dos lados paralelos a x, y e z respectivamente
E	Face Leste
E	Energia espectral do escoamento turbulento
ε	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa
η	Escala de comprimento para os menores vórtices
f	Frequência
F_D	Força de Arrasto
F_L	Força de Sustentação
$\Gamma_{\phi,eff}$	Representa o coeficiente de difusão efetiva
Γ	Constante de difusividade
h	Dimensão característica do cilindro perpendicular ao escoamento
$k(t)$	Energia cinética instantânea do escoamento
k	Energia cinética turbulenta
K	Energia cinética média
κ	Constante de Von Kàrman, Número de onda do vórtice
k_s	Rugosidade superficial
L	Comprimento característico do obstáculo
l	Tamanho do vórtice na camada limite, Escala de Comprimento para os maiores vórtices, escalas de turbulência de comprimento
λ	Segunda constante de viscosidade, Comprimento de onda do vórtice

L_f	Comprimento de recolamento
l_m	Comprimento de mistura
L_x	Tamanho do domínio na direção x em relação ao diâmetro do cilindro
L_y	Tamanho do domínio da direção y em relação ao diâmetro do cilindro
μ	Viscosidade dinâmica
μ_t	Viscosidade turbulenta, velocidade de atrito
N	Face Norte
n	Número de pontos amostrais
$N_{células}$	Numérico de células da respectiva malha
N_x	Número de divisões na direção x (paralela ao escoamento)
N_y	Número de divisões na direção y (perpendicular ao escoamento)
p, P	Pressão, pressão superficial, componente de pressão normal
P_∞	Pressão uniforme a montante do cilindro
ϕ	Variável genérica
Q	Critério Q é definido como o segundo invariante do tensor gradiente de velocidades
$R_{e_{crit}}$	Número de Reynolds Crítico
$R_{e_{x,crit}}$	Número de Reynolds medido no início da instabilidade do escoamento laminar
$R_{e_{x,tr}}$	Número de Reynolds medido no término da transição do escoamento laminar para turbulento
R_{e_l}	Número de Reynolds associado a escala de turbulência dos vórtices
R_{e_y}	Número de Reynolds medido a uma distância y da parede
ρ	Densidade
S	Face Sul
S_ϕ	Termo fonte
S_{tr}	Número de Strouhal
T	Face do Topo
t	Instante de tempo
T	Temperatura, Escala de tempo para os maiores vórtices
t_0	Instante de tempo relativo ao início de um ciclo de desprendimento de vórtices
τ	Componente de tensão de cisalhamento, Escala de tempo para os menores vórtices
τ_w	Tensão cisalhante na parede, Tensão de atrito
T_s	Período de desprendimento de vórtice
θ	Ângulo entre a direção do vento incidente e o vetor de força resultante
\bar{u}	Velocidade média, componente média de velocidade
\mathbf{u}	Vetor de velocidade
u	Componente longitudinal de velocidade
u	Escala de velocidade para os menores vórtices
U	Componente média da velocidade

u'	Componente flutuante de velocidade
$u'(t)$	Componente flutuante de velocidade
U_0	Velocidade no escoamento não perturbado
u_{inf}	Velocidade uniforme a montante do cilindro
U_{inf}, U_{∞}	Velocidade uniforme a montante do cilindro (escoamento não perturbado)
ν	Escala de turbulência de velocidade, viscosidade cinemática do fluido, Escala de velocidade para os maiores vórtices
$\tilde{\nu}$	Parâmetro de viscosidade turbulenta de eddy
W	Face Oeste
x_i	Valor da variável no ponto analisado para o cálculo de erro quadrático médio
y	Distância normal a parede
y^+	Distância adimensional da parede

NOTAÇÕES

$\bar{*}$	Média temporal
$*'$	Componente flutuante
$*_{rms}$	Raiz quadrática média

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO

Os fenômenos atinentes a interação fluido-estrutura tem se tornado cada vez mais relevantes no contexto da engenharia estrutural. O avanço do conhecimento técnico-científico na área de engenharia possibilita a concepção estruturas cada vez mais esbeltas e com menor peso específico. No Egito antigo, a estrutura de uma pirâmide pouco se importava com a ação da sucção do vento ou do desprendimento alternado de vórtices, dado seu elevado peso-próprio e alta rigidez. No entanto, mais leves e esbeltas, as estruturas atuais são mais sensíveis aos efeitos da turbulência e aos fenômenos associados ao escoamento. Estas, por sua vez, devem ser dimensionadas considerando, com adequada acurácia, os efeitos do escoamento. Estruturas metálicas com membranas tensionadas, por exemplo, além de apresentarem formas arrojadas não platônicas, possuem baixo peso próprio, portanto, são extremamente sensíveis a ação do vento.

Não obstante, em solo tupiniquim, ao mesmo tempo em que as estruturas ficam mais sensíveis aos efeitos dos ventos, os dados meteorológicos, impactados pelas mudanças climáticas, com maior frequência indicam a ocorrência de ciclones e ventos fortes. Ainda em nossa memória, o Ciclone Catarina, com ventos de até 175 km/h , causou mortes, desabrigou milhares de famílias e danificou um incalculável número de edificações, deixando um prejuízo estimado em 400 milhões de dólares. Em maio de 2022, com ventos que poderiam trazer rajadas de furação (velocidade acima de 120 km/h), o poderoso ciclone Yakecan (o som do céu em tupi-guarani) caminhava ruma aos arranha-céus de Balneário Camboriú, desviando sua rota nos últimos momentos após tangenciar a costa do Rio Grande do Sul e retornar ao Atlântico Sul.

Evidencia-se cada vez mais necessário o desenvolvimento de técnicas e ferramentas confiáveis e acessíveis a comunidade técnica capazes de capturar os efeitos da interação fluido-estrutura para previsão dos efeitos estáticos e dinâmicos provocados pelo vento.

Neste contexto, sabe-se que os cilindros retangulares são recorrentes na engenharia, um caso particular desta forma é o quadrado, razão entre os lados igual a um. Estruturas com forma quadrada são de grande interesse para a engenharia civil, aplicações são vistas em pilares de pontes, torres, estruturas de contraventamento de edifícios altos, dentre outras.

Casos recentes de arranha-céus com forma quadrada, conforme Figura 1-1, são os edifícios 432 Park Avenue, concluído em 2015 com uma altura de 426 m, e o ICC – International Commerce Centre, inaugurado em 2010 com um altura de 484 m. Elenca-se que o 432 Park Avenue já foi tema de um artigo no jornal *The New York Times* com o nome *The Downside to Life in a Supertall Tower: Leaks, Creaks, Breaks* (o efeito colateral de viver em uma torre muito alta: vazamentos, rangidos e quebras). Dentre outras queixas relatadas pelos moradores, o balanço da edificação provocado pelo vento era motivo grande insatisfação.



Figura 1-1 - (a) 432 Park Avenue, arranha-céu com 426 m de altura, concluído em 2015 (Reproduzido de Hypesness, 2021) e (b) ICC - International Commerce Centre , arranha-céu com 484 m e 108 andares, inaugurado em 2010 (Reproduzido de Skycrapercenter, [s.d.]).

Não obstante, tem-se a ponte *Beipanjiang Bridge Duge*, considerada a mais alta do mundo, com 720 mestras de vão e uma altura de 565 metros, inaugurada em 2016, foi a primeira ponte a superar a barreira de 500 metros de altura. Conforme Figura 1-2, nesta obra a forma da seção transversal dos pilares é quadrada.



Figura 1-2 - (a) ponte, (b) pilar e (c) ponte em construção (Reproduzido de Sakowski, [s.d.]).

O escoamento no entorno de cilindros quadrados ainda é pouco estudado. Em função de sua natureza simétrica, o problema mais estudado é o do cilindro circular. Não há numerosos estudos para a forma quadrada apesar de sua relevância nas aplicações de engenharia.

A dinâmica dos fluidos computacional (CFD) abarca a resolução numérica das equações que regem o comportamento dinâmica dos fluidos de modo representativo dos sistemas físicos. Comparado ao experimento, o CFD tem uma iminente vantagem associada a vasta possibilidade de obtenção dos valores de interesse em todo o domínio. C. Hastings escreveu em 1955: “*The purpose of computing is **insight** not numbers*” (*O propósito da computação é insight, não números*).

Através do estudo numérico é possível a visualização do escoamento em todo o domínio ensaiado – em contraponto a posições específicas onde se tem instrumentos de

medição – podendo, deste modo, auxiliar em melhor compreensão do fenômeno físico, desde que se garanta adequada acurácia nos resultados da simulação.

Por fim, ressalva-se que em uma simulação CFD a adoção de um modelo de turbulência adequado é fundamental para a representatividade dos resultados. Conforme ANSYS (2020), a fidelidade das previsões numéricas é diretamente dependente do modelo de turbulência adotado.

1.1 Colocação do Problema

O efeito do escoamento externo pode induzir as estruturas a estados de tensões críticos e devem ser adequadamente considerados pelo engenheiro. Estruturas esbeltas e com elevadas alturas estão sujeitas a altas cargas de vento que podem induzir estados limites não toleráveis e até mesmo ao colapso dessas estruturas.

As ações provocadas pelo escoamento em uma estrutura dependem, dentre outros fatores, de sua forma. Os efeitos da turbulência estão diretamente associados as características da fonte da perturbação.

Destaca-se que estudos experimentais para cilindros retangulares são escassos, dado que a maior parte dos pesquisadores segue a tendência de estudo das seções circulares. Valores altos do coeficiente de arrasto estão vinculados ao desprendimento regular de vórtices. Percebe-se também a forte relevância da relação entre os lados da seção retangular nos coeficientes aerodinâmicos e no número de Strouhal. Ao contrário do cilindro circular, no qual o ponto de descolamento é variável, no cilindro retangular isto não ocorre.

Considerando a relevância prática da forma quadrada, este estudo visa reduzir a lacuna de estudos para os cilindros quadrados por meio da modelagem numérica bidimensional do escoamento externo turbulento através da dinâmica dos fluídos computacional (CFD) no software ANSYS Fluent® que utiliza o método dos volumes finitos.

Em virtude de limitação de recursos computacionais, conforme Figura 1-3, o escoamento externo tridimensional foi simplificado para o caso bidimensional representativo de uma seção transversal do modelo real. Para os fins desse estudo, considera-se uma seção transversal intermediária na qual os efeitos tridimensionais do escoamento não são preponderantes.

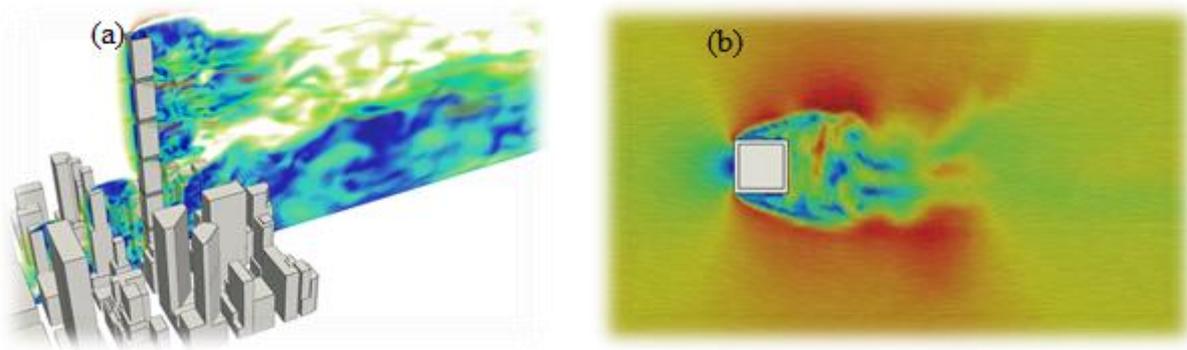


Figura 1-3 - (a) escoamento externo para o caso real (tridimensional) e (b) Seção transversal do caso tridimensional adotada no estudo para o modelo bidimensional simplificado. (Reproduzido de Mills, 2018).

Deste modo, realiza-se um estudo numérico bidimensional do escoamento externo em torno de uma seção transversal quadrada representativa cilindro prismático rombudo em escoamento monofásico, não oscilatório e não uniforme (escoamento cisalhante) por meio da dinâmica dos fluídos computacional (CFD).

1.2 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é realizar um estudo numérico comparativo do escoamento bidimensional externo no entorno de um cilindro quadrado fixo pela dinâmica dos fluídos computacional por três diferentes modelos de turbulência RANS: RSM, SST- $k\omega$ e SA. Os objetivos específicos são:

- i. Avaliar os parâmetros relevantes pelos diferentes modelos de turbulência;
- ii. Analisar o escoamento sob diferentes perspectivas, principalmente na região da esteira do cilindro; e
- iii. Analisar o desempenho dos modelos de turbulência estudados comparando-os aos dados experimentais disponíveis.

1.3 Metodologia

A metodologia, em linhas gerais, consiste em realizar um conjunto de simulações numéricas do escoamento externo a um cilindro quadrado prismático em domínio bidimensional através da dinâmica dos fluídos computacional (CFD).

Conforme Figura 1-4, faz-se uma abordagem incremental que consiste em duas etapas principais: (1) validação e (2) simulações numéricas. Inicialmente, na subetapa 1a, é realizado um teste de independência de malha para a simulação do escoamento externo de um cilindro prismático de seção transversal quadrada com modelo de turbulência RSM. Em seguida, na

subetapa 1b, os resultados são validados ante os dados experimentais apresentados por Lyn e Rodi (1994). Concluída a validação, inicia-se a segunda etapa, onde serão realizadas as simulações adicionais para os modelos de turbulência *SA* e *SST k - ω* , matendo-se inalterados os demais parâmetros do modelos RSM cuja validação ocorreu na primeira etapa.

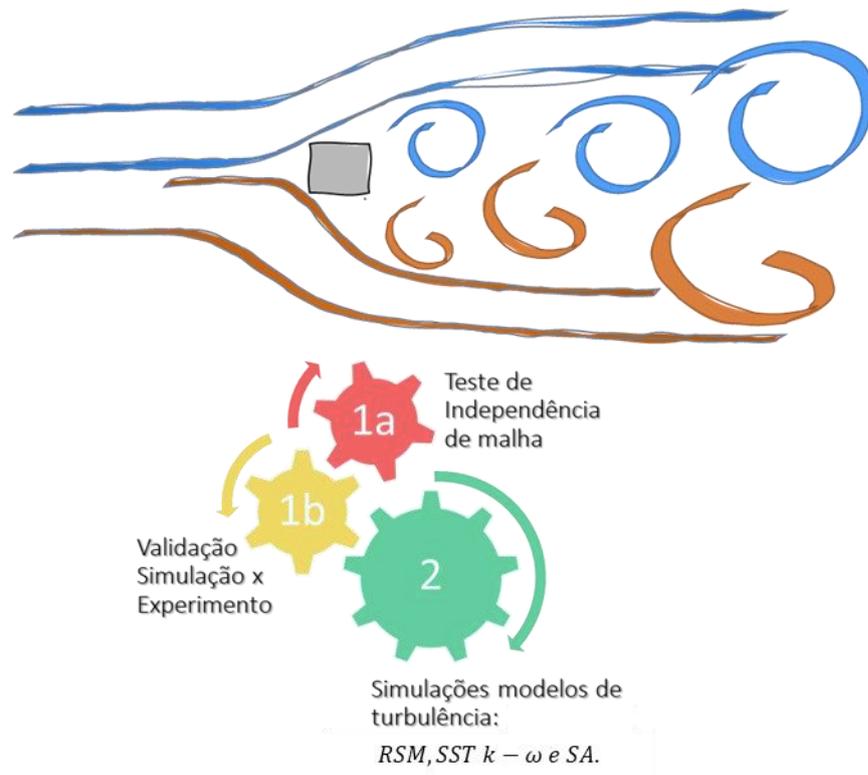


Figura 1-4 - Metodologia do estudo numérico: (1a) Teste de independência de malha, (1b) validação simulação x experimento e (2) simulações com diferentes modelos de turbulência

1.4 Escopo e Limitações

O escopo deste trabalho trata essencialmente do estudo numérico bidimensional do escoamento externo em torno de uma seção transversal quadrada representativa cilindro prismático rombudo em escoamento monofásico, não oscilatório e não uniforme (escoamento cisalhante) por meio da dinâmica dos fluídos computacional (CFD). As limitações são listadas a seguir:

- Os resultados das simulações são comparados aos dados experimentais disponíveis na literatura;
- Não se efetua análise experimental, valendo-se de dados de outros autores.

- Em face as limitações dos recursos computacionais, considerando o elevando tempo de processamento para análises CFD mais complexas, os modelos analisados limitaram-se aos casos bidimensionais e turbulências por meio de equações RANS.
- Para todas as simulações o cilindro é considerado rígido.

1.5 Contribuições

Contribuiu-se para o departamento de Engenharia Civil da Universidade de Brasília, no âmbito do grupo de dinâmica e fluido-estrutura, como continuação de trabalhos anteriores de Ribeiro e Pedroso (2015), Silva e Pedroso (2019), Silva e Pedroso (2020), França Júnior, Ribeiro e Pedroso (2019) e Freitas et al. (2021), com os seguintes tópicos:

- i. Apresentou-se uma metodologia para estudo numérico comparativo do escoamento bidimensional externo no entorno de um cilindro quadrado fixo pela dinâmica dos fluidos computacional por modelos de turbulência RANS;
- ii. Obteve-se resultados numéricos consolidados dos casos estudados de modo a ampliar o repositório de estudos para o cilindro quadrado; e
- iii. São fornecidos resultados como referência para a precisão e adequação dos diferentes modelos de turbulência para o escoamento estudado.

1.6 Organização

A organização deste trabalho se dá em oito capítulos, como segue:

- O capítulo 01 traz uma introdução sobre o tema desta dissertação. Apresenta-se o problema a ser estudado, os fundamentos que o motivam, a metodologia adotada no estudo, bem como os objetivos gerais e específicos. Acrescenta-se ainda o escopo e limitações do trabalho e as contribuições do estudo.
- O capítulo 02 traz uma revisão bibliográfica acerca dos estudos mais relevantes na área sobre o escoamento no entorno de um cilindro quadrado. São ponderadas as principais contribuições de cada autor no contexto do presente trabalho.
- O capítulo 03 traz a fundamentação teórica base do problema estudado. Apresentam-se as equações dominantes e a base conceitual para o problema em estudo.

- O capítulo 04 apresenta os aspectos computacionais para solução do problema numérico. Como as equações são modeladas, as simplificações adotadas e os esquemas e métodos numéricos para resolução.
- O capítulo 05 apresenta os resultados do CFD relativos à validação e verificação do modelo, correspondente a primeira etapa do estudo conforme metodologia apresentada.
- O capítulo 06 apresenta os resultados e discussões das simulações realizadas para os modelos de turbulência utilizados. Também são comparados os resultados das simulações com os dados experimentais disponíveis.
- O capítulo 07 apresenta as conclusões, perspectivas e recomendações para trabalhos futuros.
- O capítulo 08 apresenta as Referências Bibliográficas.

CAPÍTULO 2

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresenta-se a revisão bibliográfica dos estudos numéricos e experimentais correlacionados ao cilindro quadrado estacionário (não oscilante). Inicialmente, apresenta-se uma introdução a respeito dos aspectos importantes para o escoamento desta forma. Após, são apresentados os estudos experimentais e numéricos para o escoamento turbulento.

2.1 Introdução

Em aplicações de engenharia civil, é notória a relevância do cilindro retangular. Ao contrário do cilindro circular, no qual o ponto de descolamento é variável com o número de Reynolds, no cilindro retangular isto não ocorre. Conforme Berger (1988), em virtude da geometria das quinas, o descolamento sempre ocorrer no canto vivo a barlavento para $R_e > 54$.

O escoamento turbulento no entorno de cilindros quadrados tem recebido pouca atenção dos pesquisadores em comparação com a forma circular. Embora espere-se semelhanças no escoamento, principalmente na esteira, são constatadas diferenças nas escalas de comprimento e velocidade que podem apresentar correlação entre as estruturas de vórtices coerentes e incoerentes (ou aleatórias) características de turbulência.

Bearman (1984) discute em seu estudo que corpos com cantos possuem pontos de separação fixo nas quinas, sendo que para número de Reynolds baixo, quando a separação inicialmente ocorre, o escoamento permanece estável, contudo, com o aumento da velocidade do fluido, após um valor crítico de número de Reynolds, há ocorrência de instabilidade que provoca um comportamento transiente e aleatório da esteira.

Bearman (1984) indica que um fator crítico para a formação da esteira de vórtices é a interação mútua entre duas camadas cisalhantes separadas. Cada vez que um vórtice é despreendido uma flutuação na força de arraste é gerada.

Corpos rombudos retangulares tem o descolamento a barlavento no canto vivo. Todavia, apesar desta semelhança, a relação entre os lados é determinante para o padrão da esteira. Conforme Figura 2-1, Bearman e Trueman (1972) apresenta a correlação entre a

relação dos lados de uma seção retangular e outros parâmetros de interesse: coeficiente de arrasto e número de Strouhal. Destaca-se que embora uma placa fina ($d/h = 0.2$) e a seção quadrada ($d/h = 1$) apresentem aproximadamente o mesmo coeficiente de arrasto, o número de Strouhal é inferior quando a relação dos lados é 1 (um). Esta característica se dá porque o comprimento de formação do vórtice a partir do ponto de descolamento do escoamento (canto vivo a barlavento) é maior para o cilindro quadrado. Deste modo, haverá mais difusão da camada cisalhante e ela será mais espessa, influenciando a frequência de despreendimento de vórtices.

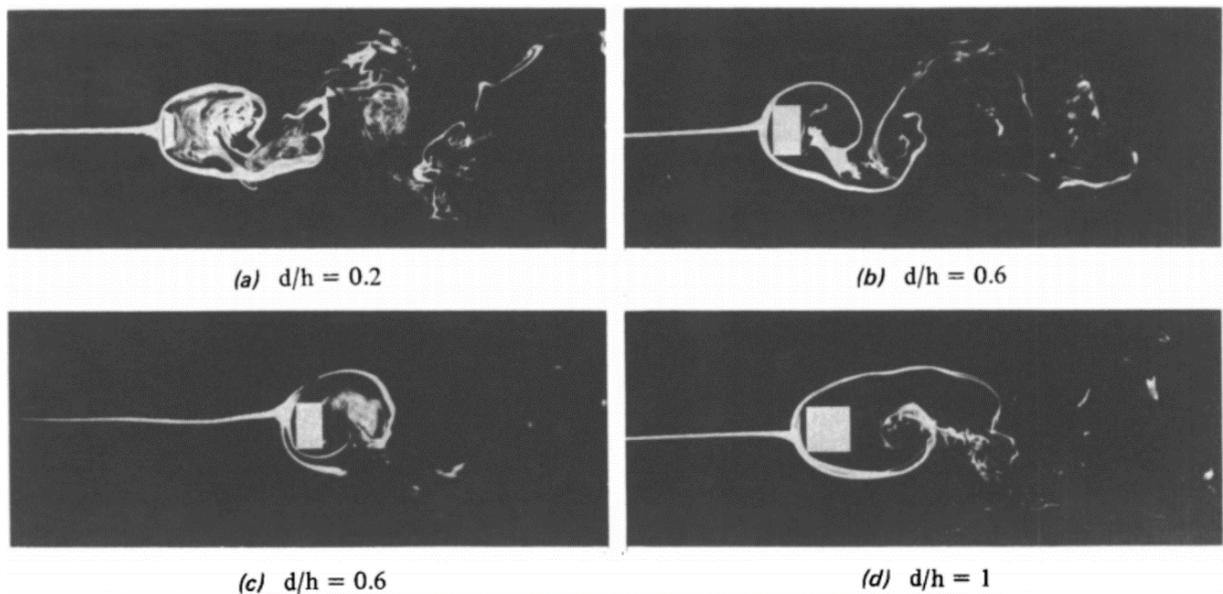


Figura 2-1 - Escoamento turbulento em torno de cilindros retangulares com diferentes relações entre os lados apresentado por Bearman e Trueman (1972)

Conforme discute Gerrard (1966), um vórtice cresce continuamente alimentado pela circulação da camada cisalhante até que ele se torna forte o suficiente para atrair a outra camada cisalhante pela esteira. O efeito da camada atraída, com vorticidade em sentido contrário, interrompe a alimentação do vórtice e ele para de crescer. Neste momento, ocorre o despreendimento do vórtice. Assim, como a camada cisalhante do cilindro quadrado apresenta maior difusividade, ela irá levar menos tempo para ter vorticidade suficiente para atrair a camada oposta, interromper seu crescimento e se desprender. Portanto, a frequência de despreendimento de vórtices tende a diminuir com o aumento do comprimento de difusão.

O modelo de formação de vórtices de Gerrard (1966) é ilustrado na Figura 2-2. A interação entre as camadas cisalhantes apresenta um papel importante e são possíveis três opções: O fluido (a) é envolto no vórtice em crescimento, (b) se mistura a camada cisalhante ou (c) é recirculado para a face traseira do cilindro.

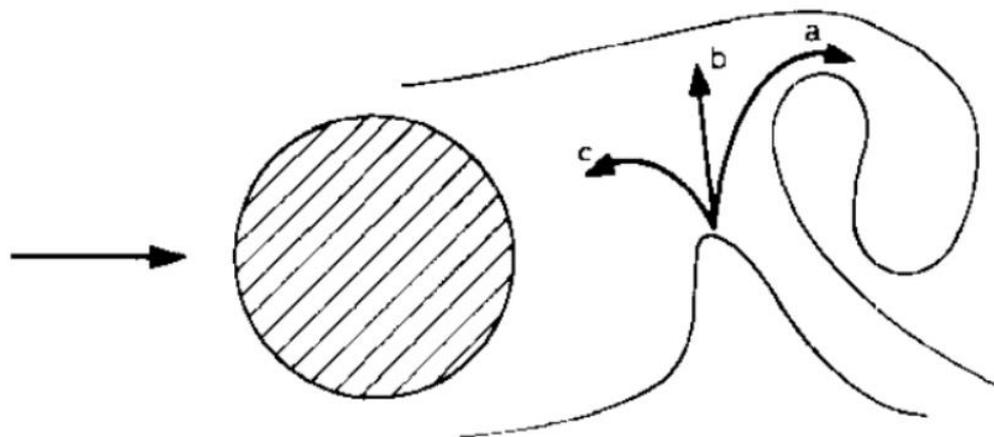


Figura 2-2 - Modelo de formação de vórtices demonstrando a interação entre camadas cisalhantes Gerrard (1966).

2.2 Estudos Experimentais

Estudos experimentais para escoamento turbulento no entorno de um cilindro quadrado são apresentados por Parkinson e Brooks (1961), Vickery (1966), Nakaguchi, Hashimoto e Muto (1968), Pocha (1971), Bearman e Trueman (1972), Bostock e Mair (1972), Lee (1975), Bearman e Obasaju (1982), Okajima (1982), Durão, Heitor e Pereira (1988), Norberg (1993), Luo et al. (1994), Lyn e Rodi (1994), Lyn et al. (1995), Bosch, Kappler e Rodi (1996), Verstappen e Veldman (1998), Noda e Nakayama (2003) e Minguez et al. (2011). Os estudos mais antigos apresentam medições com termo anemômetro de fio e de filme quente para medições de velocidade. No entanto, os estudos mais recentes já se valem da técnica de velocimetria laser (LDV) que permite obtenção da velocidade instantânea, velocidade média e a tensão de Reynolds em determinado ponto. Esta técnica substitui as medições com anemômetros de fio e de filme quente utilizados nas décadas de 1960 e 1970.

Os parâmetros relevantes do escoamento no entorno do cilindro quadrado obtidos através dos estudos experimentais são apresentados na Tabela 2-1.

Tabela 2-1 - Parâmetros Relevantes do escoamento apresentados por vários pesquisadores mediante ensaios experimentais.

Autor	$Re / 10^4$	S_{tr}	C_D	$C'_{D_{rms}}$	$C'_{L_{rms}}$	Lf (D)
Experimental						
Parkinson, 1961	6.6	-	2.30	-	-	-
Vickery, 1966	10	0.120	-	-	1.32	-
Nakaguchi et al, 1967	6	0.126	2.00	-	-	-
Pocha, 1971	9.1	0.120	2.06	0.19	-	-
Bearman, 1972	22-70	0.124	2.14	-	-	-
Bostock, 1972	10	-	2.22	-	-	-
Lee, 1975	17.6	0.122	2.07	-	1.23	-
Bearman e Obasaju, 1982	2.2	0.130	-	-	1.2	-
Okajima, 1982	2.2	0.134	-	-	-	-
Durao et al, 1988	1.4	0.139	-	-	-	-
Norberg, 1993	2.2	0.130	2.10	-	-	-
Luo et al., 1994	3.4	0.130	2.21	0.18	1.21	-
Lyn e Rodi, 1994	2.1	0.132	2.10	-	-	-
Lyn et al, 1995	2.1	0.135	2.15	-	-	1.37
Bosch e Rodi, 1996	2.2	0.135-0.139	2.05-2.23	-	-	-
Vertappen e Veldman, 1998	2.2	0.133	2.09	0.179	1.45	-
Noda e Nakayama, 2003	6.89	0.131	2.16	0.207	1.18	-
Minguez et al., 2011	21.4	0.130	2.10	-	-	-

O estudo de Lyn e Rodi (1994) apresenta medições do campo de velocidades do escoamento com velocimetria laser (LDV) para um cilindro quadrado em número de Reynolds $Re = 21 \times 10^3$. Os pesquisadores encontraram um número de Strouhal (S_t) igual $S_t = 0.132 \pm 0.004$. Devido a qualidade das medições, é mantido um banco de dados pelo ERCOFTAC com os resultados desse estudo que fica disponível aos pesquisadores através do caso número 43. A Figura 2-3 apresenta o campo vetorial de velocidades médias no entorno do cilindro obtido no estudo.

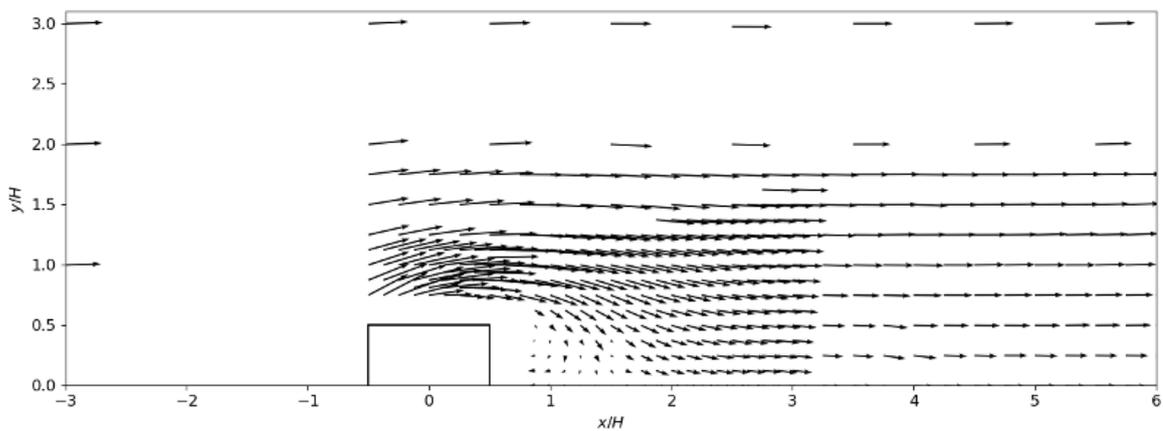


Figura 2-3 - Campo vetorial de velocidades médias obtidas por Lyn e Rodi (1994)

2.3 Estudos Numéricos

Conforme Mathews et al. (1988), após a década de 70, intensificaram-se os estudos e desenvolvimento de técnicas numéricas para investigação do escoamento em torno de corpos rombudos. Deste então, grande esforço é despendido para o desenvolvimento de recursos computacionais e aplicações para a solução numérica de problemas de escoamento de fluidos. Algumas vantagens da análise numérica são descritas pelo autor:

- i. Menor tempo para realização do estudo comparado a ensaios experimentais;
- ii. Maior facilidade para simulação em escala integral comparado a ensaios em túneis de vento;
- iii. Eliminação de problemas de escala e redução de custos associadas aos ensaios experimentais; e
- iv. Maior disponibilidade aos pesquisadores e projetistas a simulação pelo computador do que a ensaios em laboratório.

Conforme Tu, Yeoh e Liu (2018), a aplicação de técnicas numéricas a mecânica dos fluídos da origem a dinâmica dos fluidos computacional (CFD). Tem-se como resultado um novo ramo da mecânica dos fluídos que integra, além da matemática, a ciência da computação. No início, a técnica CFD estava presente apenas nas indústrias de alta tecnologia. Contudo, cada vez mais está presente na prática moderna de engenharia. A técnica se tornou uma das três maneiras de se resolver problemas de mecânica dos fluídos, a saber: (a) Técnicas experimentais, (b) Técnicas analíticas e (c) CFD. Na engenharia civil, as aplicações possíveis são aquelas derivadas dos problemas que abarcam a interação fluido-estrutura, problemas de dispersão, problemas de conforto técnico-acústica, dentre outras. Conforme Figura 2-4, é possível a previsão numérica de eventos que, ainda que experimentalmente, são de difíceis reprodução e mensuração.

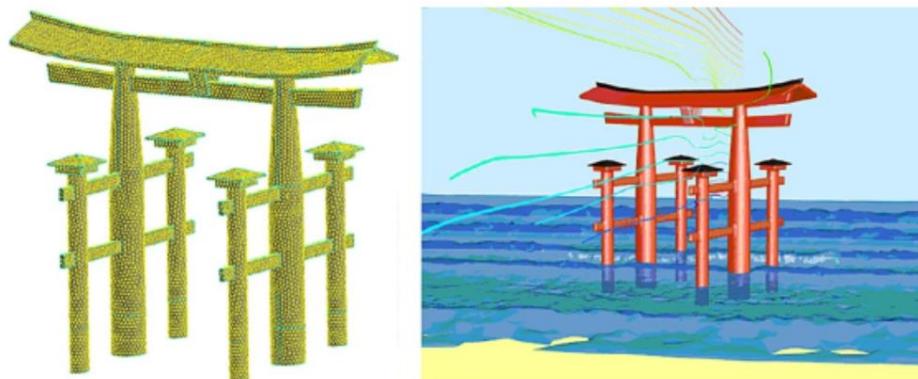


Figura 2-4 - Exemplo de aplicação CFD para o escoamento de ar e água no entorno do Santuário de Itsukushima localizado no mar do Japão. (Tu, Yeoh e Liu, 2018).

Conforme Murakami e Mochida (1995), a previsão numérica do escoamento turbulento no entorno de um cilindro quadrado é um dos problemas mais desafiadores no campo do CFD. O escoamento é complicado, caracterizado pela separação no canto vivo a barlavento que introduz uma curvatura aerodinâmica íngreme, recirculação a sotavento, desprendimento de vórtices, dentre outros fenômenos.

A partir da década de 90, estudos numéricos foram realizados para o escoamento no entorno de um cilindro quadrado. Estudos para o escoamento turbulento são de grande interesse, pois representam a realidade da maior parte dos escoamentos no âmbito da engenharia civil.

Os estudos do escoamento turbulento no entorno de um cilindro quadrado se diferenciam principalmente no modelo de turbulência utilizado. Nos estudos, geralmente em $Re = 22 \times 10^3$, o domínio divide-se em bidimensional e tridimensional. As simulações RANS são essencialmente bidimensionais. Já os estudos que modelam a turbulência por LES são em maior parte tridimensionais. Por fim, as simulações numéricas diretas (DNS) são tridimensionais.

Hanjalic (2005) discute as perspectivas para aplicação dos diferentes modelos de turbulência. O autor apresenta a expectativa que o uso da metodologia RANS tende a prevalecer nas aplicações práticas com maior número de simulações tridimensionais. As técnicas LES e DNS são esperadas para aplicação de pesquisa com pouca difusão no campo industrial. Espera-se que o desenvolvimento de recursos computacionais e a maturidade das aplicações permitam melhor resolução da espacial no domínio e esquemas de discretização melhores.

Pela técnica DNS, tem-se a simulação de Trias, Gorobets e Oliva (2015). Por meio da técnica LES, estudos são apresentados por Murakami e Mochida (1995), Rodi et al. (1997), Rodi (1997), Sohankar, Davidson e Norberg (1999), Ochoa e Fueyo (2004), Minguez et al. (2011), Cao e Tamura (2016), Cao e Tamura (2016), Liu et al. (2018) e Chen, Djideli e Xie (2020). Pela técnica RANS, os estudos são numerosos e abarcam diferentes modelos de turbulências. Citam-se os estudos apresentado por Franke (1991), Kato e Launder (1993), Przulj e Younis (1993), Murakami e Mochida (1995), Bosch e Rodi (1998) e Freitas et al. (2021).

Os parâmetros relevantes do escoamento no entorno de um cilindro quadrado obtidos através de estudos numéricos são apresentados na Tabela 2-2.

Tabela 2-2 - Parâmetros Relevantes do escoamento apresentados por alguns pesquisadores mediante estudos numéricos

Autor	$R_e / 10^4$	S_{tr}	C_D	$C'_{D_{rms}}$	$C'_{L_{rms}}$
DNS					
Trias et al., 2015	2.2	0.132	2.18	0.205	1.71
LES					
Muraki e Mochida, 1995	10	0.132	2.09	0.13	1.6
Rodi et al., 1997	2.2	0.09-0.15	2.02-2.77	0.14-0.27	1.15-1.79
Rodi, 1997	2.2	0.13	2.3	0.14	1.15
Sohankar et a., 2000	2.2	0.126-0.132	2.03-2.32	0.16-0.20	1.23-1.54
Ochoa e Fueyo, 2004	2.14	0.139	2.01	0.22	1.4
Minguez et al., 2011	2.14	0.141	2.2	-	-
Cao and Tamura, 2016	2.2	0.126-0.138	2.11-2.30	0.086-0.273	1.25-1.54
Li et all, 2018	10	0.129	2.085	0.218	1.135
Che, Djidjeli e Xie, 2020	2.2	0.135	2.246	0.14	1.445
RANS					
Standard k-ε two layer, Franke e Rodi, 1991	2.2	0.124	1.79	-	0.32
RSM wall function, Franke e Rodi, 1991	2.2	0.136	2.15	0.38	2.11
RSM two layer, Franke e Rodi, 1991	2.2	0.159	2.43	0.08	1.84
Modified k-ε wall function, Launder e Kato, 1993	2.2	0.127	1.66	-	-
Modified k-ε wall function, Younis e Przulj, 1993	2.2	0.132	2.33	0.92	2.36
RSM wall function, Muraki e Mochida, 1995	2.2	0.136	2.15	0.38	2.11
RSM two layer, Muraki e Mochida, 1995	2.2	0.159	2.43	0.08	1.84
Modified k-ε wall function, Muraki e Mochida, 1995	2.2	0.145	2.05	0.03	1.16
Standard k-ε wall function, Bosch, 1996	2.2	0.126	1.618	-	-
Modified k-ε wall function, Bosch, 1996	2.2	0.146	2.108	-	-
Standard k-ε wall function, Bosch e Rodi, 1998	2.2	0.126	1.618	0.0003	0.05
Modified k-ε wall function, Bosch e Rodi, 1998	2.2	0.146	2.108	0.0325	1.012
Standard k-ε two layer, Bosch e Rodi, 1998	2.2	0.122	1.75	0.0012	0.178
SST k-ω, Freitas e Pedroso, 2019	2.2	0.133	2.084	-	-

Trias, Gorobets e Oliva (2015) estudaram numericamente o escoamento turbulento no entorno de um cilindro quadrado com $R_e = 22 \times 10^3$ pela técnica Simulação Numérica

Direta (DNS), conforme apresentado na Fig. 2-5. Os autores utilizaram um domínio de $30.5D \times 54D \times \pi D$ com um total de $1271 \times 1174 \times 216$ (322,305,264) nós. Os resultados analisados pelos autores convergiram com os dados experimentais, tanto nas proximidades do corpo quanto na esteira, e apontam que a dinâmica da região da esteira é caracterizada principalmente pelo desprendimento de vórtices de Von Kármán.

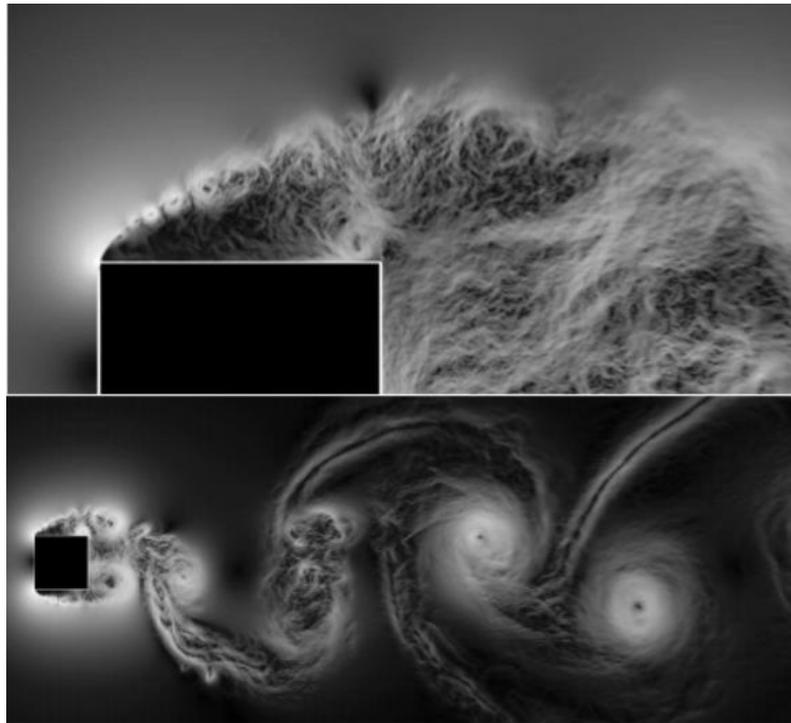


Figura 2-5 - Visualização das estruturas de Kelvin-Helmholtz (superior) e da esteira de vórtices de Von-Kármán (inferior). (Trias, Gorobets e Oliva, 2015)

Murakami e Mochida (1995) apresentam análise crítica de diferentes modelos de turbulência. Concluem que o modelo de turbulência LES estudado, embora tenha boa acurácia, requer uma quantidade expressiva de tempo de processamento. A seguir, apresentam-se as conclusões do estudo:

- O modelo *standard k - ε* (SKE) não reproduz o desprendimento de vórtices adequadamente;
- O modelo *Reynolds Stress Model* (RSM) consegue prever o desprendimento de vórtices com discrepâncias entre os experimentos, a exemplo da superestimativa da flutuação periódica do escoamento; e
- O modelo *Large Eddy Simulation* (LES) apresentou o melhor desempenho com boa concordância aos dados experimentais

- Necessita-se do desenvolvimento de modelos de turbulência confiáveis e simples e que demandem menor tempo de processamento para as simulações CFD

Bosch e Rodi (1998) apresentam um estudo numérico bidimensional com a comparação de vários modelos de turbulência RANS para o escoamento turbulento ($R_e = 22 \times 10^3$) no entorno de um cilindro quadrado. Os melhores resultados foram obtidos para o modelo *Modified k - ε two layer*, com destaque para a concordância do comprimento da zona de recirculação que coincidiu com os resultados experimentais.

Davis, Rinehimer e Uddin (2012) apresentam um estudo numérico tridimensional com a comparação de vários modelos de turbulência RANS para o escoamento turbulento ($R_e = 12 \times 10^3$) no entorno de um cilindro quadrado validado por dados experimentais. Foram analisados os modelos $k - \epsilon$, $k - \omega$ e $v^2 - f$. O modelo $k - \epsilon$ apresenta uma maior região de recirculação, enquanto o gráfico de contorno de velocidades dos modelos $k - \omega$ e $v^2 - f$ são bem similares. O modelo com melhor acurácia foi o $v^2 - f$, sendo que o perfil de velocidades para o modelo $k - \epsilon$ foi o que apresentou a maior discrepância em relação aos dados experimentais. As médias temporais das linhas de fluxo para os modelos $v^2 - f$ e $k - \omega$ se aproximaram bastantes dos experimentos. O número de Strouhal mais próxima daqueles obtidos pelo experimento foi obtido pelo modelo $v^2 - f$. Os autores concluem que o modelo $v^2 - f$ é potencialmente adequado para simulação com separação massiva do escoamento.

Apresentou-se, portanto, revisão bibliográfica a respeito dos trabalhos relacionados a modelos de turbulência RANS aplicado ao escoamento externo do cilindro prismático estacionário com seção transversal quadrada.

CAPÍTULO 3

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresenta-se a fundamentação teórica necessária ao desenvolvimento do trabalho. São apresentadas as equações que governam o fenômeno e suas bases conceituais. Relevante parte dos conceitos e definições deste capítulo foram reproduzidos de Versteeg e Malalasekera (2007) e para que o texto não fique exaustivo, far-se-á referência aos autores somente quando as informações forem provenientes de outra fonte.

3.1 Equações de Conservação

As equações que governam o escoamento do fluido provêm do princípio físico da conservação, a saber: (a) conservação de massa, (b) segunda lei de Newton: a variação do momento linear é igual à soma de forças em uma partícula de fluido e (c) a taxa de variação de energia é igual a soma da taxa de calor adicional e a taxa de trabalho realizado em uma partícula de fluido.

O fluido é tratado como um contínuo, ou seja, o comportamento do fluido é descrito pela mecânica estatística em escala macroscópica ($partícula \geq 1\mu m$), ignorando-se a estrutura molecular do material e o movimento molecular.

As propriedades macroscópicas que descrevem o comportamento do fluido são: (a) velocidade, pressão, densidade, temperatura e suas respectivas derivadas temporais e espaciais, que são, em princípio, valores médios de um número suficientemente grande de moléculas. Essas propriedades dos fluidos são descritas em função das coordenadas espaciais e da variável temporal, ou seja: $\rho(x, y, z, t)$, $p(x, y, z, t)$, $T(x, y, z, t)$ e $\mathbf{u}(u, v, w, t)$, para densidade, pressão, temperatura e velocidade, respectivamente.

Para as equações de conservação apresentadas neste capítulo, considera-se um elemento de fluido conforme apresentado na Fig. 3-1, com dimensões de seus lados δ_x , δ_y e δ_z , no qual as faces são rotuladas como N, S, E, W, T e B e correspondem, respectivamente, a Norte, Sul, Leste, Oeste, Topo e Fundo. As direções positivas para o sistema de coordenadas são definidas e o centro do elemento de fluido é apresentado na coordenada (x, y, z) .

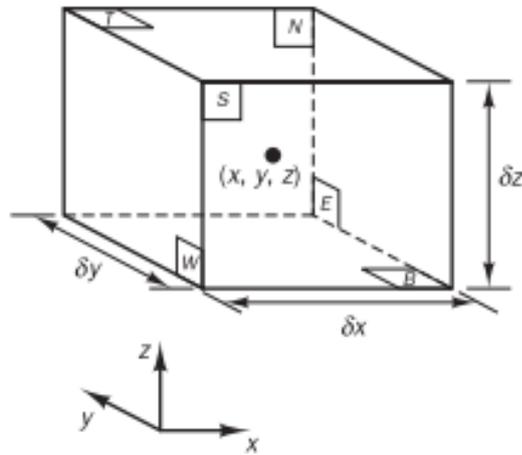


Figura 3-1– Elemento de fluido para descrição das equações de conservação. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).

Considera-se, também, que a dimensão do elemento é pequena a ponto de ser adequadamente expresso pelos dois primeiros termos da expansão por série de Taylor. Por exemplo, a pressão nas faces W e E, respectivamente, situadas a uma distância $\frac{1}{2} \delta x$ a partir do centro do elemento, seria descrita pelas expressões 3-1 e 3-2.

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \quad (3-1)$$

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \quad (3-2)$$

Não obstante, elucida-se que as equações de conservação que descrevem a dinâmica dos fluidos possuem propriedades comuns e são descritas de uma forma geral de equações de transporte, denominada equação de transporte da propriedade ϕ . Para uma variável geral ϕ , pode-se escrever a forma conservativa (ou divergente) para todas as equações do fluido (equação de transporte) conforme equação 3-3.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad}(\phi)) + S_\phi \quad (3-3)$$

Na equação 3-3 os termos Γ e S_ϕ representam, respectivamente, a constante de difusividade e o termo fonte. Conforme descrito acima, ρ e \mathbf{u} são a densidade e o vetor velocidade, respectivamente.

3.1.1 Conservação de massa

A equação de conservação de massa para um elemento de fluido é apresentada na equação 3-5. Essa equação para um escoamento incompressível pode ser simplificada, conforme apresentado na equação 3-6. A Fig. 3-2 exibe o balanço de massa em um elemento infinitesimal de fluido. A taxa de aumento de massa no elemento de fluido é descrita na expressão 3-4a, cujo balanço de massa é descrito na expressão 3-4b.

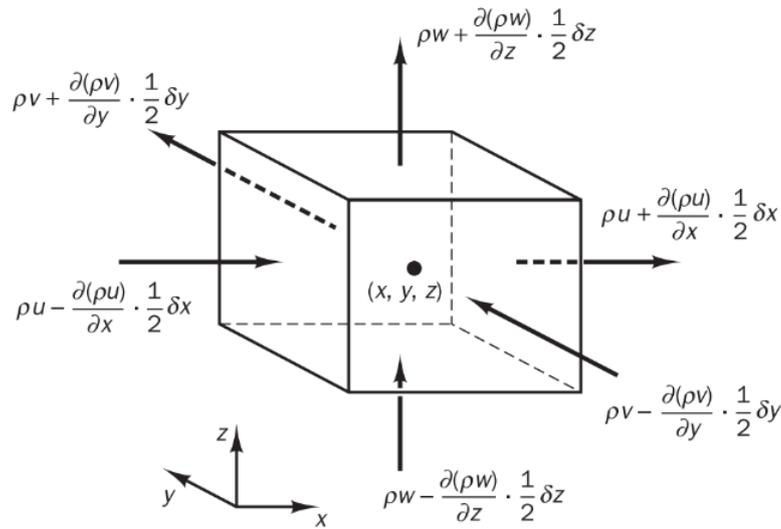


Figura 3-2 – Balanço de massa em um elemento infinitesimal de fluido. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta_x \delta_y \delta_z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} (\delta_x \delta_y \delta_z) \quad (3-4a)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta_x \right) \delta_y \delta_z - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta_x \right) \delta_y \delta_z \right\} \\ & + \left\{ \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta_y \right) \delta_x \delta_z - \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta_y \right) \delta_x \delta_z \right\} \quad (3-4b) \\ & + \left\{ \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta_z \right) \delta_x \delta_y - \left(\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta_z \right) \delta_x \delta_y \right\} \end{aligned}$$

Para a conservação de massa, tem-se 3-4a igual a 3-4b, conforme equação 3-5.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} (\delta_x \delta_y \delta_z) = & \left\{ \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta_x \right) \delta_y \delta_z - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta_x \right) \delta_y \delta_z \right\} \\
& + \left\{ \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta_y \right) \delta_x \delta_z - \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta_y \right) \delta_x \delta_z \right\} \\
& + \left\{ \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta_z \right) \delta_x \delta_y - \left(\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta_z \right) \delta_x \delta_y \right\} \quad (3-5)
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = \mathbf{0}$$

Para o caso de um escoamento incompressível, a variável temporal da densidade é nula, e a equação 3-5 pode ser simplificada conforme equação 3-6.

$$\text{div}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (3-6)$$

3.1.2 Conservação de momento linear

A descrição lagrangeana será utilizada para uma determinada propriedade que é função da posição e do tempo. Descrevendo-se esta propriedade por unidade de massa como ϕ , tem-se a derivada total ou substantiva com relação ao tempo ao se rastrear uma partícula de fluido conforme expressão 3-7.

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} u + \frac{\partial \phi}{\partial y} v + \frac{\partial \phi}{\partial z} w \quad (3-7)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \text{grad}(\phi)$$

A expressão 3-7 pode ser generalizada para uma variável ϕ , conforme expressão 3-8.

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho \phi \mathbf{u}) \quad (3-8)$$

A expressão 3-8 relaciona a taxa de mudança no tempo de ϕ por unidade de volume mais a taxa líquida de escoamento que sai do elemento de fluido por unidade de volume, que está diretamente relacionada com a derivada substancial de ϕ , conforme equação 3-9.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \rho \left[\frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \text{grad}(\phi) \right] + \phi \left[\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u}) \right] = \rho \frac{D\phi}{Dt} \quad (3-9)$$

Portanto, para um elemento de fluido, a conservação da propriedade ϕ pode ser descrita a partir da expressão 3-10.

<i>Taxa de variação de ϕ no elemento de fluido</i>	+	<i>Taxa líquida de fluxo de ϕ saindo do elemento</i>	=	<i>Taxa de variação de ϕ para a partícula de fluido</i>	(3-10)
--	---	--	---	---	--------

Para a conservação de momento linear, conforme a segunda lei de Newton, tem-se a expressão 3-11.

<i>Taxa de variação de Momento linear na partícula de fluido</i>	=	<i>Soma de forças na partícula de fluido</i>	(3-11)
--	---	--	--------

Destaca-se que atuam dois tipos de força no elemento: forças de superfície (pressão, viscosidade, etc) e forças de corpo (força de Coriolis, força eletromagnética, força de gravidade). Os elementos da força de corpo são contemplados na equação de conservação do momento linear como termos fonte.

O estado de tensão de um elemento de fluido é apresentado na Figura 3-3. Na Figura 3-4 é apresentado o estado de equilíbrio para um elemento de fluido para as componentes na direção x . Na figura, as componentes normais são descritas pela letra p e as componentes tangenciais são descritas pela letra τ .

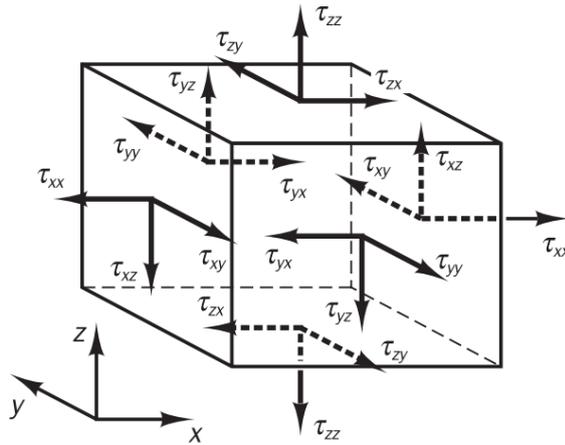


Figura 3-3 - Estado de tensão de um elemento de fluido. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007)

Para a direção x, conforme Fig. 3-4, o equilíbrio de forças é apresentado nas equações 3-12a, 3-12b, 3-12c para as faces (E-W), (N-S) e (T-B), respectivamente. A força total por unidade de volume é igual a soma dessas equações dividido por $\delta_x \delta_y \delta_z$, conforme equação 3-12..

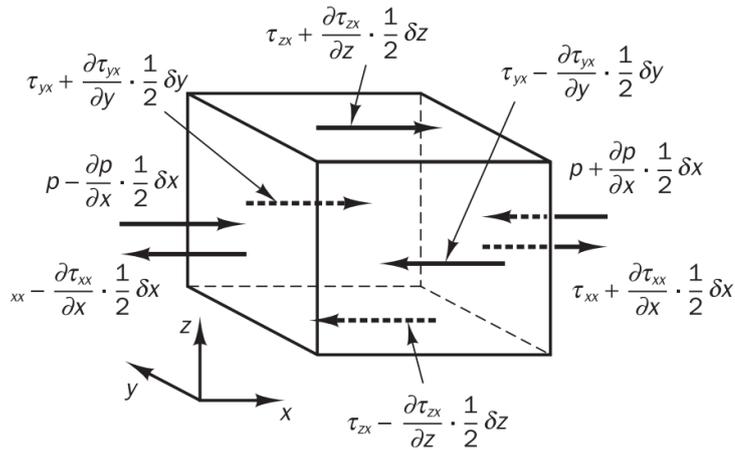


Figura 3-4 - Componentes de tensão na direção x. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007)

$$\left[\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta_x \right) - \left(\tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta_x \right) \right] \delta_y \delta_z + \left[- \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta_x \right) + \left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta_x \right) \right] \delta_y \delta_z \quad (3-12a)$$

$$= \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \delta_x \delta_y \delta_z$$

$$-\left(\tau_{yx} - \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta_y\right) \delta_x \delta_z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta_y\right) \delta_x \delta_z = \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} \delta_x \delta_y \delta_z \quad (3-12b)$$

$$-\left(\tau_{zx} - \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta_z\right) \delta_x \delta_y + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta_z\right) \delta_x \delta_y = \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \delta_x \delta_y \delta_z \quad (3-12c)$$

$$\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \quad (3-12)$$

A conservação de momento linear para a direção x, portanto, é expresso pela equação 3-13a. O termo fonte é definido por S_{Mx} para direção x.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (3-13a)$$

Analogamente, para as direções y e z, tem-se as equações 3-13b e 3-13c.

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (3-13b)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (3-13c)$$

Pela convenção de tensão de tração positiva, no termo da pressão (p), adotou-se a convenção contrária para a tensão viscosa normal (τ).

Para um escoamento sujeito as forças de gravidade, tem-se os termos fontes definidos como: $S_{Mx} = S_{My} = 0$ e $S_{Mz} = -\rho g$, sendo g a aceleração da gravidade.

Para um fluido newtoniano, a tensão viscosa é proporcional a taxa de deformação. A forma tridimensional da lei de Newton para fluidos viscosos envolve duas constantes de proporcionalidade: a constante de viscosidade dinâmica, μ , que relaciona a tensões a deformações lineares e a segunda constante de viscosidade, λ , que relaciona a tensão com a deformação volumétrica. As nove componentes, nas quais seis são independentes, são descritas na equação 3-14. A constante λ tem pequeno efeito prático, por isso não é muito estudada, sendo tomada igual a $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ para gases e para líquidos incompressíveis ela não tem relevância dado que $div(\mathbf{u}) = 0$.

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) \\
\tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) \\
\tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) \\
\tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\
\tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\
\tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)
\end{aligned} \tag{3-14}$$

Substituindo os valores de 3-14 nas equações 3-13a, 3-13b e 3-13c, obtém-se as equações de Navier-Stokes. Para a direção x, tem-se a equação 3-15 e para as demais dimensões basta que se realize as substituições de modo análogo.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + S_{Mx} \tag{3-15}$$

Para maior simplicidade, os termos viscosos da equação 3-15 podem ser rearranjados, conforme equação 3-16.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\
&= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
&+ \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \operatorname{div}(\mathbf{u})) \right] = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + [S_{Mx}]
\end{aligned} \tag{3-16}$$

De modo análogo, os termos viscosos da equação de Navier-Stokes (NS) podem ser rearranjados para as equações nas direções y e z.

Na equação 3-16, o termo entre colchetes, devido a sua pequena contribuição, foi simplificando como um termo fonte adicional, redefinindo o termo fonte conforme equação 3-17.

$$S_M = S_M + [S_M] \tag{3-17}$$

Assim, tem-se as equações de Navier-Stokes de modo simplificado e que serão utilizadas no método dos volumes finitos, conforme as equações 3-18a, 3-18b e 3-18c, para as direções x, y e z respectivamente.

$$\frac{\rho Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } \mathbf{u}) + S_{M_x} \quad (3-18a)$$

$$\frac{\rho Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } \mathbf{u}) + S_{M_y} \quad (3-18b)$$

$$\frac{\rho Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } \mathbf{u}) + S_{M_z} \quad (3-18c)$$

3.1.3 Escoamento turbulento

Os escoamentos laminares, caracterizados por baixo número de Reynolds, não são correntes nos problemas práticos de Engenharia. Escoamentos em dutos ou abertos, jatos, camadas limites de placas e os de maior complexidade se tornam instáveis a partir de um número de Reynolds e, conseqüentemente, turbulentos. A turbulência é caracterizada por um comportamento caótico e aleatório no qual as propriedades variam constantemente com o tempo.

O escoamento turbulento ocorre para valores acima de um número de Reynolds crítico (Re_{crit}), a partir do qual ocorre uma mudança substancial no escoamento e há uma variação no campo de velocidades, pressão e demais propriedades do fluido de maneira caótica e randômica.

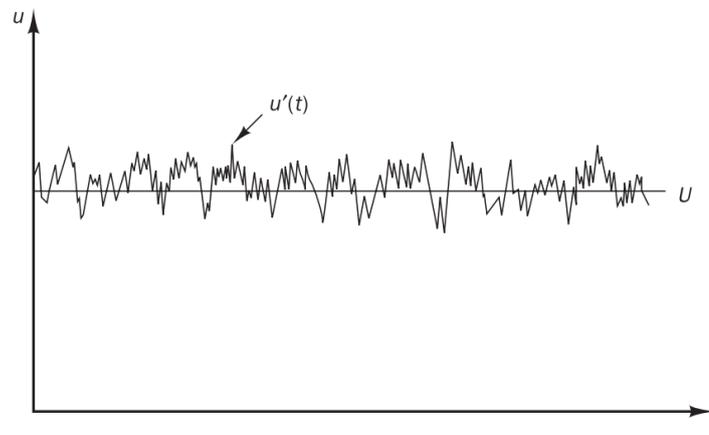


Figura 3-5- Série temporal da medição de velocidades em um ponto de um escoamento turbulento. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).

A natureza aleatória da turbulência permite um tratamento estatístico do fenômeno. A velocidade é decomposta em duas parcelas, uma média (U) e outra flutuante ($u'(t)$), ou seja, $u(t) = U + u'(t)$. Esta técnica é chamada de decomposição de Reynolds, conforme figura 3-5.

Ainda que o escoamento tenha suas propriedades variando bidimensionalmente, a turbulência sempre terá uma característica espacial tridimensional. Além disso, existirá estruturas rotacionais, denominadas vórtices, com um amplo espectro de comprimento de escala. Os vórtices maiores interagem com o escoamento e extraem energia dele através de um processo chamado de alongamento de vórtice, formando uma cascata de energia conforme Fig. 3-6. Conforme Távora (2011), o processo de alongamento de vórtices é responsável pela propagação do movimento em uma vasta gama de comprimentos de onda, sendo esta interação entre os variados comprimentos de onda em todas as direções associada às não-linearidades da equação de Navier-Stokes.

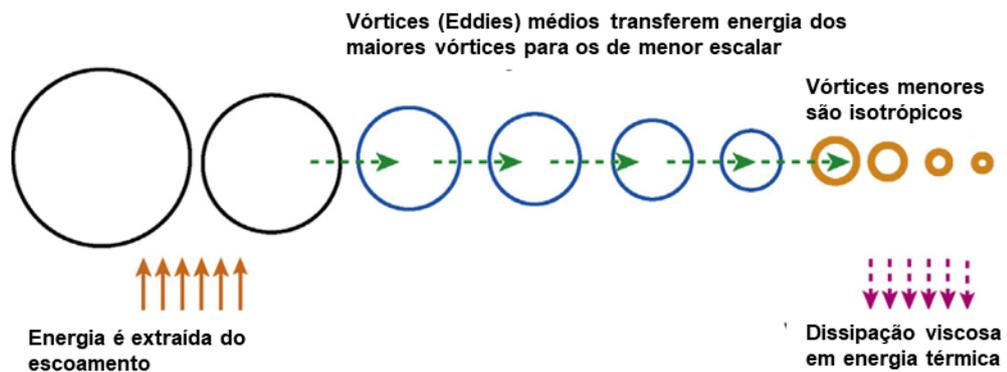


Figura 3-6 - Cascata de energia da turbulência. (Reproduzido de Ting, 2016).

Os maiores vórtices (escalas maiores) são responsáveis pela maior parte da energia cinética, esta energia é transferida para os menores vórtices (escalas menores) que a dissipam em forma de calor por meio da ação da viscosidade molecular, caracterizando assim um processo de cascata de energia e a presença de um espectro contínuo de escalas. Os maiores vórtices se esticam (alongamento de vórtices) e formam os menores vórtices e este processo se repete continuamente até que se atinja a escala de Kolmogorov, a partir da qual a energia é dissipada e os vórtices desaparecem.

A Fig. 3-7 apresenta a fronteira esquemática de uma camada limite turbulenta, onde o tamanho do maior vórtice (l) é comparado a espessura da camada limite (δ).

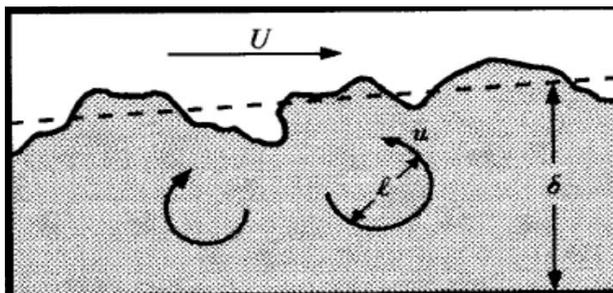


Figura 3-7 - Vórtices maiores na camada limite turbulenta. O escoamento externo a camada limite é estacionário, sendo U constante; os vórtices se movem com flutuações de velocidades aleatórias da ordem um décimo de U . O tamanho do maior vórtice (l) é comparado a espessura da camada limite (δ). (Reproduzido de Corrsin e Kistler, 1954).

As escalas de Kolmogorov são as menores escalas em um escoamento turbulento e são estatisticamente independentes das maiores escalas da turbulência e do escoamento médio. Portanto, as escalas de comprimento, velocidade e tempo dos menores vórtices são função exclusiva da taxa de dissipação e da viscosidade. (Ting, 2016)

Os maiores vórtices possuem velocidades e comprimentos característicos da mesma ordem de grandeza do escoamento médio, ou seja, são caracterizados por Reynolds de mesma ordem e, conseqüentemente, predominam os efeitos de inércia nesta escala. O número de Reynolds dos menores vórtices é igual a 1 (um), ou seja, os efeitos viscosos se igualam aos de inércia, onde ocorrem as dissipações viscosas que implicam nas perdas de energia associadas aos escoamentos turbulentos.

Os escoamentos turbulentos, devido ao processo de cascata, possuem um espectro de energia ($E(\kappa)$) amplo em uma vasta gama de números de ondas ($\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$), sendo λ o comprimento de onda do vórtice, conforme figura 3-8.

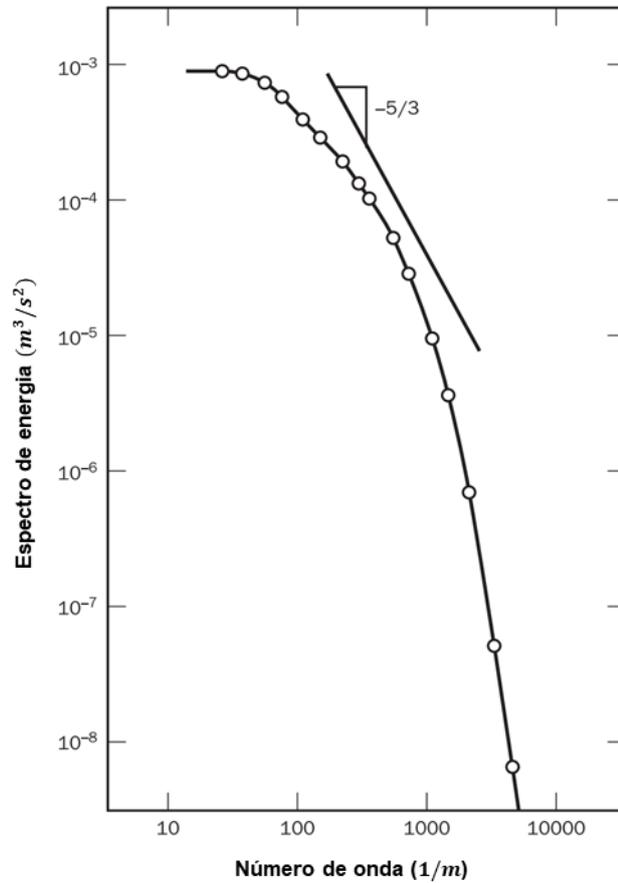


Figura 3-8 - Espectro de energia $[E(\kappa)]$, é a energia cinética por unidade de massa e unidade de comprimento de onda da flutuação em torno de um determinado comprimento de onda κ . (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).

A relação entre as escalas de comprimento, tempo e velocidade entre os menores vórtices, η, τ e v , respectivamente, e maiores vórtices, l, T e v , respectivamente, obtidas através de análise dimensional são apresentas nas equações 3-19a a 3-19c, respectivamente.

$$\frac{\eta}{l} \approx R_{el}^{-\frac{3}{4}} \quad (3-19a)$$

$$\frac{\tau}{T} \approx R_{el}^{-\frac{1}{2}} \quad (3-19b)$$

$$\frac{v}{v} \approx R_{el}^{-\frac{1}{4}} \quad (3-19c)$$

Para os maiores vórtices, dado que a escala da turbulência está associada com a escala de seu processo de produção (espessura da camada limite (δ), comprimento característico do obstáculo (L), rugosidade superficial (k_s)), ele tem características completamente anisotrópicas.

Para os menores vórtices, contudo, como dependem da taxa de dissipação de energia turbulenta (ε) e da viscosidade cinemática do fluido (ν), são isotrópicos. Uma análise dimensional conclui que a energia espectral dos menores vórtices tem a relação: $E(\kappa = 1/\eta) \approx \nu^{5/4} \varepsilon^{1/4}$. Portanto, a energia espectral dos menores vórtices depende apenas da taxa de dissipação de energia e não está relacionada as demais variáveis do problema. Tem-se, também, que os menores turbilhões para um número alto de Reynolds para o escoamento médio em um fluxo turbulento são isotrópicos (não direcionais).

Há uma região de vórtices de tamanhos intermediários, em que não tem seu comportamento independente da inércia ou da ação viscosa. O comprimento de escala destes vórtices é $\frac{1}{\kappa}$ e a energia espectral atende a relação: $E(\kappa) = \alpha \kappa^{-5/3} \varepsilon^{2/3}$, cuja constante $\alpha \approx 1.5$. Conforme figura 3-8, a sobreposição entre vórtices de larga e pequena escalas está localizada próxima de $\kappa \approx 10^3$.

A transição de escoamento laminar para turbulento é consequência de um fenômeno de instabilidade associado com a presença de camadas cisalhantes no escoamento.

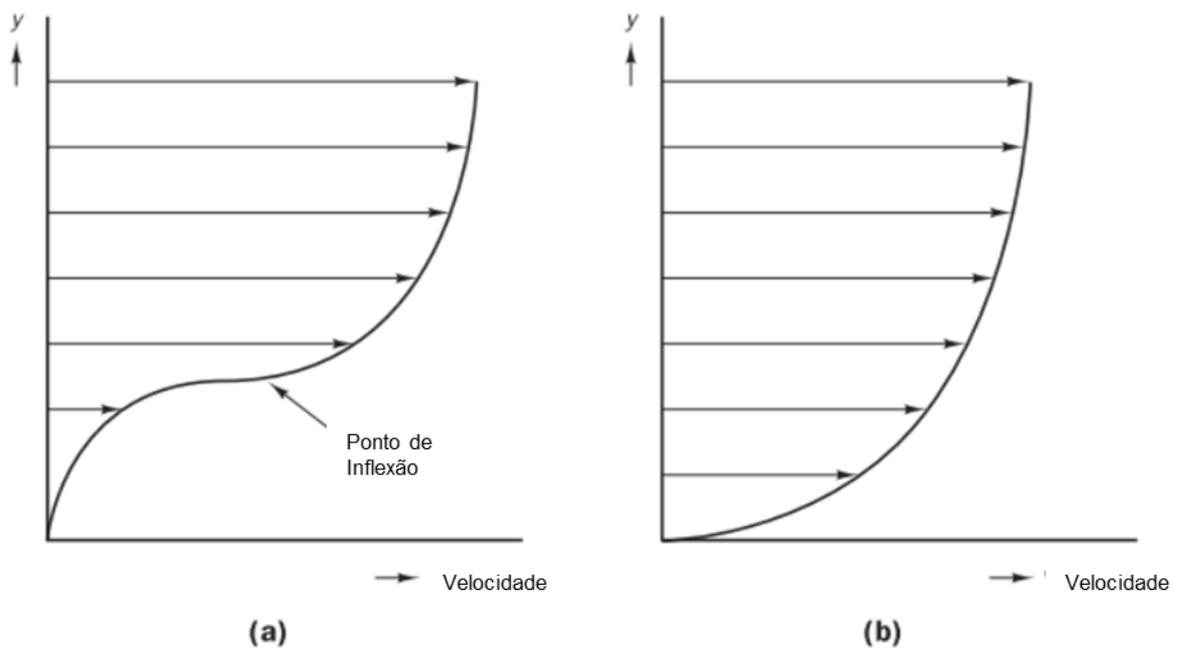


Figura 3-9 - (a) Perfil de velocidade com ponto de inflexão e (b) Perfil de velocidade sem ponto de inflexão. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).

Uma análise da hidrodinâmica indica que em um fluxo laminar invíscido com perfil de velocidade contendo um ponto de inflexão, conforme Fig. 3-9a, é instável a perturbações infinitesimais, denominada instabilidade inviscida. Ela está presente em fluxo de jatos, camadas em mistura, esteiras e na camada sobre placas planas com gradiente de pressão adverso ($\partial p/\partial x > 0$). Neste tipo de instabilidade o papel da viscosidade é amortecer as flutuações e estabilizar o escoamento para Reynolds pequeno.

Para um perfil de velocidade sem ponto de inflexão em escoamento laminar, conforme Fig. 3-9b, tem-se o fenômeno de instabilidade viscosa. A teoria inviscida prever estabilidade incondicional para este tipo de escoamento, associado a escoamento próximos a barreiras sólidas sem gradiente de pressão adverso ($\partial p/\partial x \leq 0$). O efeito da viscosidade prover amortecimento para baixo número de Reynolds, contudo contribui para a instabilidade para Reynolds intermediário.

Existe uma região de transição do escoamento laminar para turbulento sempre anterior ao fluxo completamente turbulento e a distância entre o início da instabilidade ($Re_{x,crit}$) e o término da transição ($Re_{x,tr}$) depende do grau de amplificação das perturbações instáveis.

Para a camada limite de uma placa plana, escoamento sem ponto de inflexão no perfil de velocidade, ocorre a instabilidade viscosa, onde a teoria prever a perda da estabilidade em $Re_{\delta} = 10^3$ (δ é a espessura da camada limite). O processo de transição é ilustrado na figura 3-10.

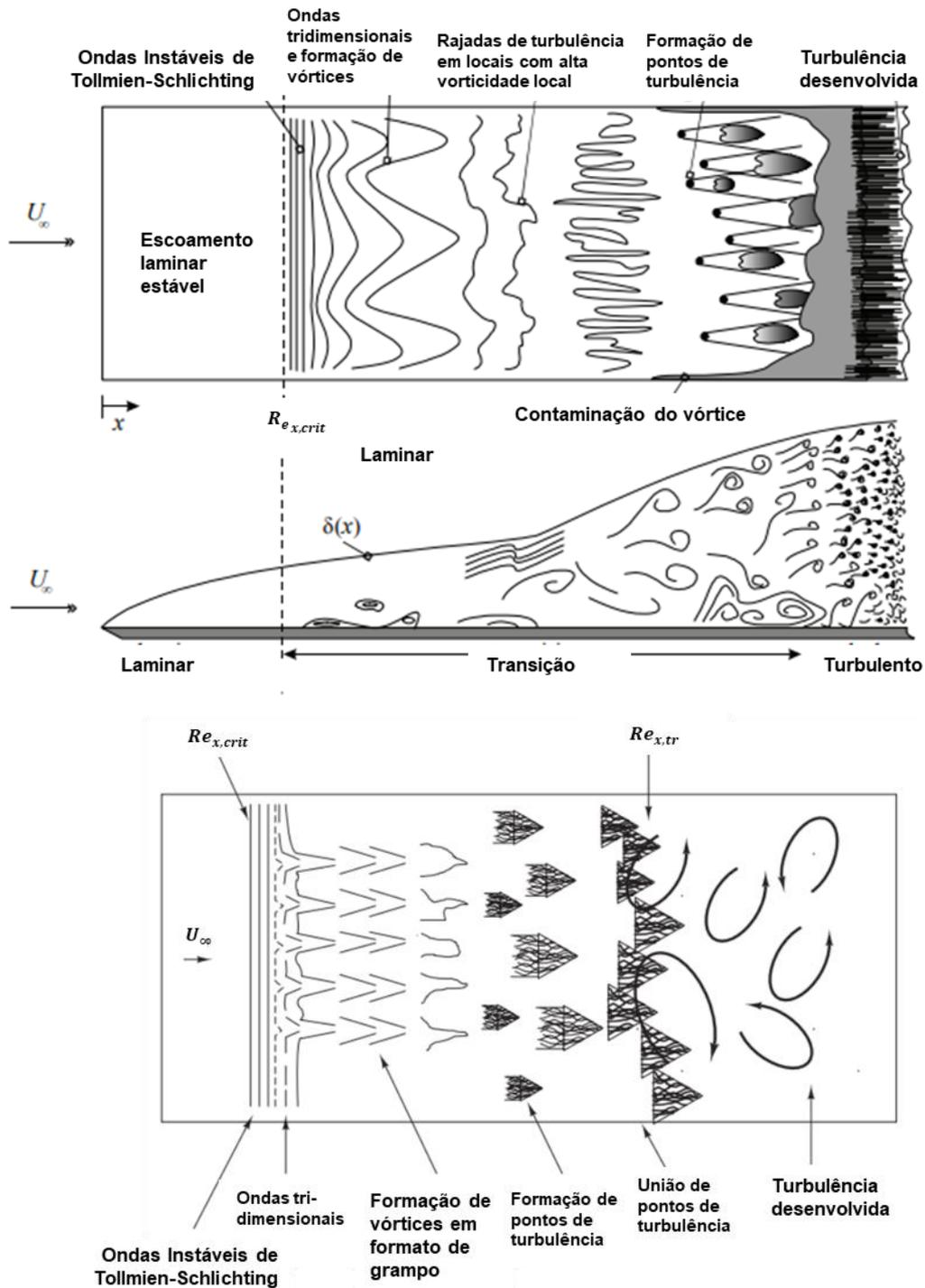


Figura 3-10 – Processo de transição na camada limite de uma placa plana. (Reproduzido de Simon, 2017).

Inicialmente, para um escoamento laminar, em $Re_{x,crit} = 91 \times 10^3$ ocorre a instabilidade bidimensional denominada ondas de Tollmien-Schlichting (T-S waves) que são amplificadas na direção do escoamento. Para pequenas amplitudes destas ondas ocorre atenuação e o escoamento permanece laminar. Caso a amplitude seja suficientemente elevada, ocorre um segundo mecanismo de instabilidade não-linear em que as ondas de Tollmien-

Schlichting se tornam tridimensionais e finalmente assumem a forma de um vórtice em formato de grampo em Λ (hairpin vórtices). No mecanismo mais comum de transição (tipo K) os vórtices em forma de grampo de cabelo são alinhados. Acima dos vórtices em formato de grampo de cabelo induz-se uma região de alto cisalhamento que se intensifica, alonga e enrola. Na sequência, ocorre a transição para um processo em cascata de quebra das camadas cisalhantes em unidades menores e um espectro de frequência dos parâmetros mensuráveis do escoamento se tornam aleatórios. Formam-se, portanto, regiões localizadas com mudanças intensas e randômicas de tempo e localização próximo a parede sólida. Surgem destas localidades pontos triangulares turbulentos que são carregados pelo escoamento e se espalham para os lados causando um aumento na quantidade de escoamento laminar que participa do movimento turbulento. A transição completa ocorre com mescla de pontos turbulentos em localidades ativas com outros pontos turbulentos transportados pelo escoamento, este processo ocorre para $Re_{x,tr} \approx 10^6$, conforme figura 3-11.

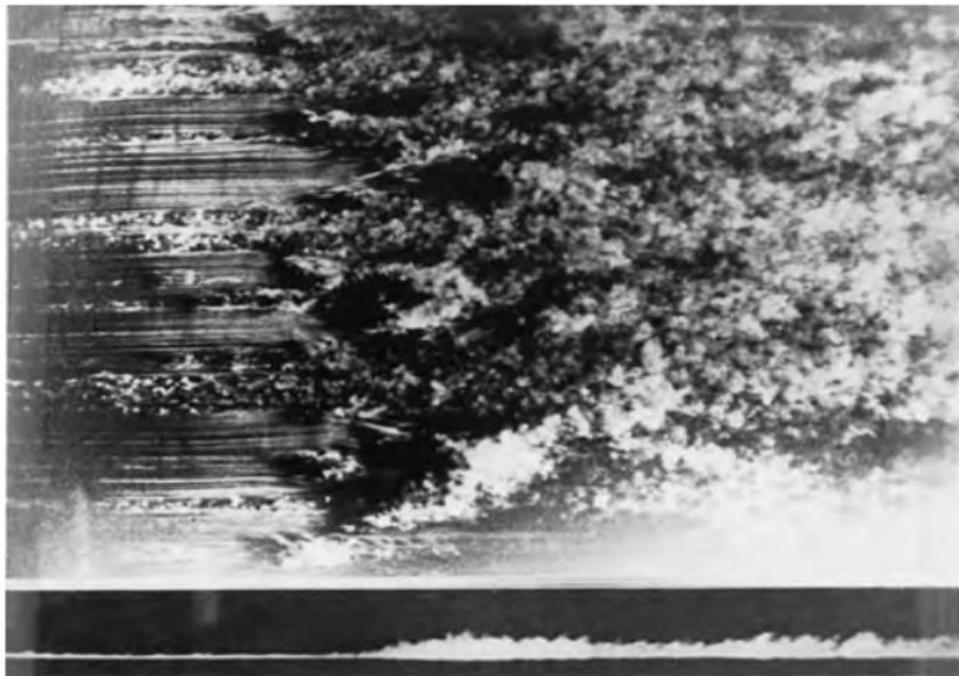


Figura 3-11 - Mescla de pontos turbulentos e subsequente transição para o e turbulento na camada limite de uma placa plana. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007).

Há um processo típico para a transição do escoamento laminar para turbulento, sendo:

- (a) Amplificação de pequenas perturbações;
- (b) O desenvolvimento de áreas com estruturas rotacionais concentradas;
- (c) A formação de áreas com movimentos de pequenas escalas; e

(d) Finalmente, o aumento e mescla das áreas de movimento de pequena escala em escoamento completamente turbulento.

O modelo de transição apresentado, válido para escoamento subsônico incompressível, é fortemente afetado pelo gradiente de pressão, a intensidade da perturbação, a rugosidade superficial e a transferência de calor.

A metodologia de RANS utilizada no software Ansys Fluent® ignora este fenômeno de transição. Elenca-se, contudo, que a região de transição compreende uma pequena parcela do domínio e os erros provenientes desta simplificação são pequenos.

3.1.4 Camada Limite de Uma Placa Plana

O escoamento turbulento nas proximidades de uma parede sólida difere de um escoamento livre turbulento. Baseando-se o número de Reynolds na distância y do contorno sólido ($Re_y = Uy/\nu$), tem-se uma faixa de valores em que os efeitos de inércia são predominantes, todavia, a medida em que se aproxima da superfície sólida, há uma região cujos efeitos da viscosidade são preponderantes ($Re_y \leq 1$). Próximo da parede sólida, os parâmetros do escoamento livre não têm influência e a velocidade é função exclusiva de y , densidade (ρ), viscosidade (μ) e tensão cisalhantes na parede (τ_w), ou seja, $U = f(y, \rho, \mu, \tau_w)$. Através de uma análise dimensional, obtém-se a equação 3-20, denominada lei da parede. Nessa equação tem-se dois grupos relevantes de parâmetros adimensionais, u^+ e y^+ . Também, a escala de velocidade é $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, denominada velocidade de atrito.

$$u^+ = U/u_\tau = f(\rho u_\tau y/\mu) = f(y^+) \quad (3-20)$$

Na medida em que se afasta da fronteira sólida, os efeitos da viscosidade são desprezíveis, ou seja, espera-se que a velocidade seja influenciada pelo efeito retardador da parede na tensão de cisalhamento da parede, contudo sem efeito da viscosidade. A escala de comprimento apropriada para esta região é a espessura da camada limite (δ), portanto, $U = g(y, \delta, \rho, \tau_w)$. Através de uma análise dimensional, tem-se a equação 3-21, denominada lei de defeito da velocidade (ou lei da esteira).

$$u^+ = U/u_\tau = g(y/\delta) \rightarrow (U_{max} - U)/u_\tau = g(y/\delta) \quad (3-21)$$

A camada limite turbulenta adjacente a uma fronteira sólida é composta de duas regiões: (a) Região interna (10 – 20%) da espessura da camada limite, composta por três

subcamadas, (i) subcamada linear (viscosidade predomina), (ii) camada de buffer (viscosidade e inércia de mesma ordem de grandeza) e (iii) camada da lei logarítmica (tensão turbulenta de Reynolds predomina) e (b) Região externa (ou camada da lei da esteira), onde predominam os efeitos de inércia.

A subcamada linear (ou viscosa) é extremamente fina ($y^+ < 5$) e se assume que a tensão de cisalhamento é constante e igual a tensão de cisalhamento na parede (τ_w). Tem-se, também, que na superfície sólida o fluido é estacionário ($U(y=0) = 0$), o perfil de velocidades para esta região é descrito na equação 3-22.

$$\tau(y) = \mu \partial U / \partial y \approx \tau_w \rightarrow U = \tau_w y / \mu \rightarrow u^+ = y^+ \quad (3-22)$$

A região logarítmica é externa a subcamada viscosa ($30 < y^+ < 500$) e os efeitos de inércia e viscosidade são relevantes. O comprimento de escala da turbulência, definido como o comprimento de mistura ($l_m = \kappa y$) conforme proposto por Prandtl, onde κ é a constante de Von Kàrman com valor igual a 0.41, permite a definição da relação funcional entre u^+ e y^+ , conforme equação 3-23, denominada lei logarítmica, onde $B \approx 0.55$ ou $E \approx 9.8$. A equação 3-23 é válida na região $0.02 \leq y/\delta \leq 0.2$.

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (3-23)$$

Na região externa, onde não é mais válida a lei logarítmica, a descrição da velocidade é obtida pela lei de defeito da velocidade (ou lei da esteira). Deve haver uma região no domínio onde a lei de defeito da velocidade é igual a lei logarítmica, conforme equação 3-24, onde A é uma constante.

$$\frac{U_{max} - U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) + A \quad (3-24)$$

A estrutura de multicamadas é uma característica universal de camadas limite próximas a superfícies sólidas. Como a turbulência é gerada e mantida pelo cisalhamento no escoamento médio, onde a tensão de cisalhamento é alta, as quantidades relacionadas a turbulência também serão. Com a ausência do cisalhamento ou outro gerador de turbulência, ela decai e o escoamento tende a isotropia. Na fronteira sólida, as estruturas do escoamento são dominadas pelo cisalhamento na parede e o amortecimento das flutuações de velocidade (turbulência) perpendiculares ao contorno. Apesar das características comuns, as estruturas da

turbulência são fortemente influenciadas pelas condições do escoamento e dependentes de sua geometria.

3.1.5 Equações Médias de Reynolds (RANS) Para Um Fluido Incompressível

Para um volume de controle estacionário em um escoamento turbulento, conforme ilustrado na figura 3-12, a presença dos vórtices implica em uma transferência de momento linear devido a convecção causada por eles. Deste modo, as camadas de escoamento experimentam tensões de cisalhamento adicionais devido a turbulência, denominadas tensões de Reynolds.

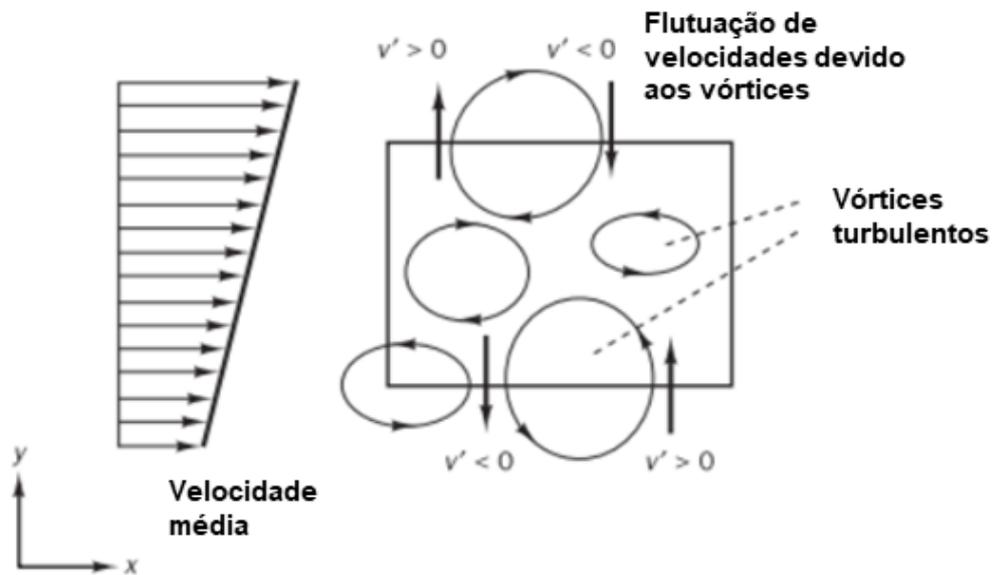


Figura 3-12 – Volume de controle bidimensional em um escoamento cisalhante turbulento. (Reproduzido de Versteeg e Malalasekera, 2007)

Reynolds propôs a decomposição das variáveis do escoamento em uma componente média e outra flutuante. Através desta composição, as equações de transportes irão gerar as equações médias de Reynolds. Decompondo-se as variáveis do escoamento em uma parcela média e outra flutuante, têm-se as relações apresentadas nas equações 3-25 e 3-26.

$$\mathbf{u}(u, v, w) = \mathbf{U} + \mathbf{u}' \rightarrow u = U + u', v = V + v', w = W + w' \quad (3-25)$$

$$p = P + p' \quad (3-26)$$

Aplicando a equação 3-25 na equação da continuidade (3-6), obtém-se a equação 3-27.

$$\text{div}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \rightarrow \text{div}(\mathbf{U} + \mathbf{u}') = 0 \rightarrow \text{div}(\mathbf{U}) = 0 \quad (3-27)$$

Para a equação a equação de conservação do momento linear na direção x (3-13a), de modo análogo para as demais direções, aplicando-se nela as equações 3-25 e 3-26, obtém-se a

equação 3-28a, de modo similar, para as demais direções, tem-se as equações 3-28b e 3-28c. Os termos individuais da equação 3-13a após o processo de média são apresentados na equação 3-28.

$$\overline{\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)} = \frac{\partial U}{\partial t} \quad | \quad \overline{u\mathbf{u}} = \text{div}(U\mathbf{U}) + \text{div}(\overline{u'\mathbf{u}'}) \quad (3-28)$$

$$-\frac{1}{\rho} \overline{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad | \quad \overline{v \text{div}(\text{grad}(u))} = v \text{div}(\text{grad}(U))$$

$$\underbrace{\frac{\partial U}{\partial t}}_I + \underbrace{\text{div}(U\mathbf{U})}_{II} + \underbrace{\text{div}(\overline{u'\mathbf{u}'})}_{III} = -\underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}}_{IV} + \underbrace{v \text{div}(\text{grad}(U))}_V \quad (3-28a)$$

$$\underbrace{\frac{\partial V}{\partial t}}_I + \underbrace{\text{div}(V\mathbf{U})}_{II} + \underbrace{\text{div}(\overline{v'\mathbf{u}'})}_{III} = -\underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y}}_{IV} + \underbrace{v \text{div}(\text{grad}(U))}_V \quad (3-28b)$$

$$\underbrace{\frac{\partial W}{\partial t}}_I + \underbrace{\text{div}(W\mathbf{U})}_{II} + \underbrace{\text{div}(\overline{w'\mathbf{u}'})}_{III} = -\underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}}_{IV} + \underbrace{v \text{div}(\text{grad}(U))}_V \quad (3-28c)$$

Os termos (I), (II), (IV) e (V) já existiam na equação 3-13, contudo, o processo de obtenção dos valores médios introduz os novos termos (III) nas equações médias. Esses termos envolvem o produto de flutuação de velocidades e estão associados com a transferência de momento linear devido à convecção dos vórtices.

As equações 3-28a, 3-28b e 3-28c podem ser reescritas conforme equações 3-29a, 3-29b e 3-29c com os termos III do lado direito da equação de modo a explicitar o efeito da tensão adicional devido à turbulência.

$$\underbrace{\frac{\partial U}{\partial t}}_I + \underbrace{\text{div}(U\mathbf{U})}_{II} = -\underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}}_{IV} + \underbrace{v \text{div}(\text{grad}(U))}_V + \underbrace{\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{u'w'})}{\partial z} \right]}_{III} \quad (3-29a)$$

$$\underbrace{\frac{\partial V}{\partial t}}_I + \underbrace{\text{div}(V\mathbf{U})}_{II} = -\underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y}}_{IV} + \underbrace{v \text{div}(\text{grad}(V))}_V + \underbrace{\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'v'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'^2})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'w'})}{\partial z} \right]}_{III} \quad (3-29b)$$

$$\underbrace{\frac{\partial W}{\partial t}}_I + \underbrace{\text{div}(W\mathbf{U})}_{II} = -\underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}}_{IV} + \underbrace{v \text{div}(\text{grad}(W))}_V + \underbrace{\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'w'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'w'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{w'^2})}{\partial z} \right]}_{III} \quad (3-29c)$$

Os termos adicionais nas equações são tensões devido a turbulência e denominados tensões de Reynolds. Estes termos são explicitados nas expressões 3-30a e 3-30b, para tensões normais e de cisalhamento, respectivamente.

$$\tau_{xx} = -\rho \overline{u'^2} \quad | \quad \tau_{yy} = -\rho \overline{v'^2} \quad | \quad \tau_{zz} = -\rho \overline{w'^2} \quad (3-30a)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho \overline{u'v'} \quad | \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = -\rho \overline{u'w'} \quad | \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = -\rho \overline{v'w'} \quad (3-30b)$$

A correlação entre os diferentes pares da componente flutuante da velocidade devido aos vórtices garante que as tensões de cisalhamento não nulas e elevadas em comparação as tensões viscosas em um escoamento turbulento. As equações 3-29a, 3-29b e 3-29c são denominadas equações médias de Reynolds.

O modelo matemático numérico a ser utilizada neste trabalho adotada a técnica das equações médias de Reynolds em virtude de seu baixo custo computacional e razoável acurácia, em contraste as simulações LES (Large eddy simulation) ou DNS (Direct Numerical Simulation) com alto custo computacional e precisão superior.

3.2 Modelos de Turbulência Baseados Nas Equações Médias de Reynolds

Os modelos de turbulência baseados na metodologia RANS tratam a turbulência através de seus valores médios no tempo e são suficientes para a maioria das aplicações em engenharia.

Conforme equações 3-29a, 3-29b e 3-29c é necessário o desenvolvimento de um modelo para os termos adicionais relacionados as tensões de Reynolds a fim de fechar a solução do sistema de equações. Os modelos de turbulência, em geral, são classificados conforme o número extra de equações que introduzem no sistema para resolução dos termos adicionais, conforme tabela 3-1.

Tabela 3-1 – Modelos de Turbulência

Número extra de equações	Nome
Zero	Modelo de comprimento de mistura, Cebeci-Smith, Baldwin-Lomax, Johnson-King, Modelo dependente da rugosidade
Uma	Prandtl, Spalart-Almaras, Baldwin-Barth

Duas	modelos $k-\varepsilon$ (Padrão, RNG, Realizable), modelos $k-\omega$ (Wilcox, Wilcox modificado, SST), modelo $k-\tau$, e ASM (Algebraic Stress Models)
Três	Transição $k-kl-\omega$
Quatro	Langtry-Menter 4-equation Transitional SST Model, v^2-f , $\zeta-f$ e SST de Transição.
Sete	Equações de Reynolds

Os principais modelos são baseados na viscosidade turbulenta (eddy viscosity, μ_t) que adotam a hipótese de Boussinesq proposta em 1877. Esta proposição assume que as tensões de Reynolds são proporcionais as taxas médias de deformação, conforme equação 3-31 (em notação indicial). O termo k desta equação corresponde à energia cinética turbulenta por unidade de massa, $k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$.

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3-31)$$

Os modelos de turbulência que adotam a hipótese de Boussinesq diferem na forma que modelam a viscosidade turbulenta (μ_t). Os modelos de zero equações, definem os valores da viscosidade turbulenta (μ_t) através de relações algébricas em função da posição. Os demais modelos adotam uma descrição mais sofisticada e genérica, contudo com maior custo computacional, através de equações extras de transporte das propriedades da turbulência.

O modelo de equações de Reynolds (também denominados modelos de segunda ordem), com sete equações adicionais, aplicam as equações de transporte para as tensões de Reynolds. É adicionada uma equação de transporte para cada componente de tensão de Reynolds, no total de seis, e uma nova equação de transporte para a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta (ε).

3.2.1 Modelo $k - \varepsilon$

O modelo $k - \varepsilon$ foca em resolver equações adicionais de transporte para os mecanismos que afetam a energia cinética turbulenta.

A energia cinética instantânea do escoamento turbulento, $k(t)$, é dividida em duas parcelas, a energia cinética média (K), $K = 1/2 (U^2 + V^2 + W^2)$, e a energia cinética turbulenta (k), $k = 1/2 (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$, ou seja, $k(t) = K + k$.

A taxa de deformação (s_{ij}) e as tensões (τ_{ij}) também são decompostas em suas componentes médias e flutuantes, ou seja, $s_{ij} = S_{ij} + s'_{ij}$ e $\tau_{ij} = T_{ij} + \tau'_{ij}$.

Pode-se obter as equações para o transporte de energia cinética média (K) e energia cinética turbulenta (k) multiplicando-se as equações médias de Reynolds, respectivamente, pelas componentes de velocidade U_i e u'_i , obtendo-se deste modo as equações 3-32a e 3-32b, cujos termos são descritos na tabela 3-2.

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho K)}{\partial t}}_I + \underbrace{div(\rho K \mathbf{U})}_{II} = \underbrace{div(-P \mathbf{U})}_{III} + \underbrace{2\mu \mathbf{U} S_{ij}}_{IV} - \underbrace{\rho \mathbf{U} \overline{u'_i u'_j}}_V + \underbrace{-2\mu S_{ij} \cdot S_{ij}}_{VI} + \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j} \cdot S_{ij}}_{VII} \quad (3-32a)$$

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}}_I + \underbrace{div(\rho k \mathbf{U})}_{II} = \underbrace{div\left(-\overline{p' \mathbf{u}'}\right)}_{III} + \underbrace{2\mu \overline{\mathbf{u}' s'_{ij}}}_{IV} - \underbrace{\rho \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j u'_j}}_V + \underbrace{-2\mu \overline{s'_{ij} \cdot s'_{ij}}}_{VI} - \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j} \cdot S_{ij}}_{VII} \quad (3-32b)$$

Tabela 3-2 - Descrição dos termos das equações 3-29a e 3-29b

<i>Termo</i>	<i>Equação de K (3-29a)</i>	<i>Equação de k (3-29b)</i>
<i>I</i>	+ Taxa de mudança da energia cinética média (K)	+ Taxa de mudança de energia cinética turbulenta (k)
<i>II</i>	+ Transporte de K por convecção	+ Transporte de k por convecção
<i>III</i>	+ Transporte de K por pressão	+ Transporte de k por pressão
<i>IV</i>	+ Transporte de K pelas tensões viscosas	+ Transporte de k pelas tensões viscosas
<i>V</i>	+ Transporte de K pelas tensões de Reynolds	+ Transporte de k pelas tensões de Reynolds
<i>VI</i>	- Taxa de dissipação de K pela	- Taxa de dissipação de k

VII	viscosidade	– Taxa de destruição de K pela	+ Taxa de Produção de k
		produção de turbulência	

Os termos VII nas equações 3-32a e 3-32b são iguais em módulo, contudo, de sinais opostos, ou seja, há destruição da energia cinética média para produção de energia cinética turbulenta. A taxa de dissipação viscosa por unidade de volume, termo VI da equação 3-32b, é normalmente escrita como um produto entre a densidade (ρ) e a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa (ε), ou seja, $\varepsilon = 2\nu \overline{s'_{ij} \cdot s'_{ij}}$, cuja dimensão de ε é m^2/s^3 . Este termo é de ordem similar ao da produção de energia cinética turbulenta (k) e nunca desprezível. Para alto número de Reynolds, o termo de transporte viscoso (IV) da equação 3-32b é pequeno comparado aos termos de transporte pelas tensões de Reynolds (V) e de taxa de dissipação (VI) de k .

O modelo padrão $k - \varepsilon$ tem duas equações, uma para k e outra para ε visando representar a escala de velocidade e escala de comprimento da turbulência de larga escala conforme equações 3-33a e 3-33b.

$$v = k^{1/2} \tag{3-33a}$$

$$l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \tag{3-33b}$$

Através de análise dimensional, a viscosidade turbulenta pode ser definida conforme equação 3-34, onde C_μ é uma constante adimensional e C é uma constante de proporcionalidade entre μ_t e as escaladas de turbulência de velocidade (v) e de comprimento (l).

$$\mu_t = C\rho vl = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{3-34}$$

Portanto, o modelo padrão $k - \varepsilon$ utiliza as equações de transporte 3-35a e 3-35b, cujos termos são descritos na tabela 3-3.

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}}_I + \underbrace{div(\rho k \mathbf{U})}_{II} = \underbrace{div\left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} grad(k)\right]}_{III} + \underbrace{2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij}}_{IV} - \underbrace{\rho \varepsilon}_V \quad (3-35a)$$

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t}}_I + \underbrace{div(\rho \varepsilon \mathbf{U})}_{II} = \underbrace{\left(div\left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} grad(\varepsilon)\right] \right)}_{III} + \underbrace{C_1 \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij}}_{IV} - \underbrace{C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}}_V \quad (3-35b)$$

Tabela 3-3 - Descrição dos termos das equações 3-35a e 3-35b

Termo	Equação de k (3-35a)	Equação de ε (3-35b)
<i>I</i>	+ Taxa de mudança da energia cinética turbulenta (k)	+ Taxa de mudança da taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa (ε)
<i>II</i>	+ Transporte de k por convecção	+ Transporte de ε por convecção
<i>III</i>	+ Transporte de k por difusão	+ Transporte de ε por difusão
<i>IV</i>	+ Taxa de produção de k	+ Taxa de produção de ε
<i>V</i>	– Taxa de destruição de k	– Taxa de destruição de ε

As equações de transporte 3-35a e 3-35b possuem cinco constantes ajustáveis que para o modelo $k - \varepsilon$ padrão são definidas conforme equação 3-36.

$$C_\mu = 0.09 \mid \sigma_k = 1.00 \mid \sigma_\varepsilon = 1.30 \mid C_{1\varepsilon} = 1.44 \mid C_{2\varepsilon} = 1.92 \quad (3-36)$$

Destaca-se que os termos de produção e destruição da energia cinética turbulenta estão relacionados, dado que a velocidade e comprimento de grande escala da turbulência são definidos através do termo dissipativo ε de pequena escala, de modo a fechar o problema. Caso contrário, ter-se-ia uma produção ou destruição ilimitada de energia cinética turbulenta, o que não é observado nos experimentos reais. Tem-se, deste modo, o valor de dissipação ε de mesma ordem do valor de produção k .

Por fim, para obtenção das tensões de Reynolds, termos *III* das equações 3-29a, 3-29b e 3-29c, são então obtidos através da equação 3-37.

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3-37)$$

3.2.2 Modelo $k - \omega$

Relevante parte dos conceitos e definições deste capítulo foram reproduzidos de Qin (2022) e para que o texto não fique exaustivo, far-se-á referência aos autores somente quando as informações forem provenientes de outra fonte.

O modelo $k - \omega$ resolve duas equações adicionais para determinação da viscosidade turbulenta, uma para a energia cinética turbulenta (k) e outra para a taxa específica de dissipação de energia cinética turbulenta ($\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k}$).

A forma geral para o modelo de turbulência é apresentada na equação 3-38, cujos termos são descritos na Tab. 3-4, onde ϕ representa a variável, $\Gamma_{\phi,eff}$ representa o coeficiente de difusão efetiva e S_ϕ o termo fonte. A tabela descreve cada um destes termos para o modelo $k - \omega$.

$$\rho \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_{\phi,eff} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} \right] = S_\phi \quad (3-38)$$

Tabela 3-4 - Termos da equação 3-38 para o modelo de turbulência $k-\omega$

ϕ	$\Gamma_{\phi,eff}$	S_ϕ	<i>Coefficientes e Constantes</i>
k	$\mu + \sigma_k \mu_t$	$\mu_t \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2 + C_\mu \omega$	$\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = \frac{k}{\omega}$ $C_\mu = 0.09 \mid \sigma_k = 0.5$
ω	$\mu + \sigma_\omega \mu_t$	$\alpha \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2 + \beta \omega$	$\alpha = 0.56 \mid \beta = 0.075 \mid \sigma_\omega = 0.5$

3.2.3 Modelo SST $k - \omega$

Relevante parte dos conceitos e definições deste capítulo foram reproduzidos de Qin (2022) e para que o texto não fique exaustivo, far-se-á referência aos autores somente quando as informações forem provenientes de outra fonte.

O modelo SST $k - \omega$ combina os modelos $k - \varepsilon$, no escoamento livre, e $k - \omega$ próximo à parede. A transição é feita através de uma função de mistura que garante uma

transição suave. Deste modo, o modelo consagra bom desempenho, uma vez que o modelo $k - \varepsilon$ tem bom comportamento no escoamento livre, ele é utilizado no escoamento livre, ao contrário, o modelo $k - \omega$ é utilizado próxima a parede.

A forma geral para o modelo de turbulência é apresentada na equação 3-39, cujos termos são descritos na Tab. 3-5, onde ϕ representa a variável, $\Gamma_{\phi,eff}$ representa o coeficiente de difusão efetiva e S_{ϕ} o termo fonte. A tabela 3-5, descreve cada um destes termos para o modelo $k - \omega$.

$$\rho \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_{\phi,eff} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_j} \right] = S_{\phi} \quad (3-39)$$

Tabela 3-5 - Termos da equação 3-39 para o modelo de turbulência k- ω

ϕ	$\Gamma_{\phi,eff}$	S_{ϕ}	<i>Coefficientes e Constantes</i>
k	$\mu + \sigma_k \mu_t$	$P + C_{\mu} \omega$	$P = \min \left[\mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, 10 C_{\mu} k \omega \right]$ $C_{\mu} = 0.09 \mid$ $\sigma_{k_1} = 0.85 \mid \sigma_{k_2} = 1$ $\alpha_1 = 0.56 \mid \alpha_2 = 0.44$ $\mid \beta_1 = 0.075 \mid \beta_2 = 0.0828$ $\sigma_{\omega_1} = 0.5 \mid \sigma_{\omega_2} = 0.856$ $F = \frac{2(1 - F_1) \sigma_{\omega_2}}{\omega} \frac{dk}{dy} \frac{d\omega}{dy}$
ω	$\mu + \sigma_{\omega} \mu_t$	$\alpha \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2 + F$ $+ \beta \omega$	$F_1 = \tanh(\xi^4) \mid$ $F_2 = \tanh(\eta^2), \eta = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{C_{\mu} \omega y}, \frac{500\mu}{\omega y^2} \right)$ $\xi = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{C_{\mu} \omega y}, \frac{500\mu}{\omega y^2} \right), \frac{4k\sigma_{\omega_2}}{CD_{\omega} y^2} \right]$ $CD_{\omega} = \max \left(\frac{2\sigma_{\omega_1}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right)$ $\mu_t = \frac{\sqrt{C_{\mu}} k}{\max(\sqrt{C_{\mu}} \omega, S F_2)}$

As constantes com subscrito “1” são provenientes do modelo $k - \omega$ e com o subscrito “2” provém do modelo $k - \varepsilon$. Deste modo, uma constante qualquer C é avaliada da seguinte forma: $C = C_1 F_1 + C_2 (1 - F_1)$.

3.2.4 Modelo Spalart-Allmaras (SA)

O modelo de Spalart-Allmaras (**SA**) apresenta apenas uma equação adicional para o parâmetro de viscosidade turbulenta de eddy ($\tilde{\nu}$). Este modelo foi inicialmente desenvolvido para aplicações na indústria aeroespacial, nas quais apresentou bom desempenho.

Na Eq. 3-40, $f_{v1} = f_{v1}(\tilde{\nu}/\nu)$ é uma função de amortecimento da parede, cujo valor é nulo na parede e um no escoamento livre. As funções $f_{v2} = f_{v2}(\tilde{\nu}/\nu)$ e $f_w = f_w(\tilde{\nu}/\tilde{\Omega}\kappa^2 y^2)$, definidas nas Eqs. 3-42 e 3-43, respectivamente, são funções de amortecimento da parede adicionais. As constantes do modelo são definidas na Tab 3-6.

A viscosidade turbulenta (μ_t) é calculada conforme Eq. 3-40.

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1} \quad (3-40)$$

As tensões de Reynolds (τ_{ij}) são calculadas conforme Eq. 3-41.

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'} = \rho \tilde{\nu} f_{v1} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3-41)$$

A equação de transporte para o parâmetro de viscosidade turbulenta de eddy ($\tilde{\nu}$) é apresentada na Eq. 3-42.

$$\frac{\partial(\rho \tilde{\nu})}{\partial t} + \text{div}(\rho \tilde{\nu} u) = \frac{1}{\sigma_v} \text{div} \left[(\mu + \rho \tilde{\nu}) \text{grad}(\tilde{\nu}) + C_{b2} \rho \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \right] + C_{b1} \rho \tilde{\nu} \tilde{\Omega} - C_{w1} \rho \left(\frac{\tilde{\nu}}{\kappa y} \right)^2 f_w \quad (3-42)$$

O parâmetro de vorticidade ($\tilde{\Omega}$) é calculado conforme Eq. 3-43. A vorticidade média (Ω) é definida pela Eq. 3-44 e o tensor de vorticidade (Ω_{ij}) é definido pela Eq. 3-45.

$$\tilde{\Omega} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{(\kappa y)^2} f_{v2} \quad (3-43)$$

$$\Omega = \sqrt{2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} \quad (3-44)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (3-45)$$

Tabela 3-6 - Constantes do modelo SA

$\sigma_v = 2/3$	$\kappa = 0.4187$	$C_{b1} = 0.1355$	$C_{b2} = 0.622$	$C_w = C_{b1} + \kappa^2 \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma_v}$
------------------	-------------------	-------------------	------------------	---

3.2.5 Modelo RSM

Relevante parte dos conceitos e definições deste capítulo foram reproduzidos de Pope (2001) e para que o texto não fique exaustivo, far-se-á referência aos autores somente quando as informações forem provenientes de outra fonte. Conforme ANSYS (2020), para um escoamento com elevada curvatura das linhas de corrente, recomenda-se a utilização do modelo RSM devido a sua capacidade de lidar com a anisotropia da turbulência.

Nos modelos de turbulência de tensões de Reynolds equações adicionais de transporte são resolvidas para as componentes do tensor de Reynolds ($u'_i u'_j$) e para a dissipação de energia cinética turbulenta (ε). Prescinde-se da hipótese de viscosidade turbulenta e das deficiências dos modelos associadas a ela. Nos modelos RSM as variáveis conhecidas são as componentes médias de velocidade (\bar{u}), a pressão (p), as componentes flutuantes de velocidade ($u'_i u'_j$) e a dissipação de energia cinética turbulenta (ε). A equação de transporte para as tensões de Reynolds (eq. 3-46) são obtidas pela equação de Navier-Stokes

$$\underbrace{\frac{\overline{D}}{D_t} u_i u_j}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} T_{kij}}_{II} = \underbrace{P_{ij}}_{III} + \underbrace{R_{ij}}_{IV} - \underbrace{\varepsilon_{ij}}_V \quad (3-46)$$

Os termos da eq. 3-46 são discutidos na Tab. 3-7. Destaca-se que o termo IV da eq. 3-46, tensor de taxa de pressão-deformação é a quantidade de maior importância a ser modelada. Nos modelos de tensões de Reynolds este termo é modelado como uma função local de $u'_i u'_j$, ε e $\partial \bar{u}_i / \partial x_j$.

Tabela 3-7 – Termos da eq. 3-46.

<i>Termo</i>	<i>Descrição</i>	<i>Forma</i>
<i>I</i>	Convecção do fluxo médio	Forma fechada
<i>II</i>	Tensor de fluxo de tensão de Reynolds	Requer modelagem para fechamento
<i>III</i>	Tensor de produção de turbulência	Forma fechada

IV	Tensor de taxa de pressão-deformação	Requer modelagem para fechamento
V	Tensor de dissipação	Requer modelagem para fechamento

Os modelos utilizados neste trabalho com suas respectivas constantes são detalhadamente apresentados em ANSYS (2020).

3.2.6 Funções de Parede

Relevante parte dos conceitos e definições deste capítulo foram reproduzidos de Tu, Yeoh e Liu (2018) e para que o texto não fique exaustivo, far-se-á referência aos autores somente quando as informações forem provenientes de outra fonte.

Nas proximidades das paredes, ao invés de explicitamente resolver o escoamento, é comum a resolução indireta por funções de parede. Através desta abordagem, a região próxima a parede é caracterizada em termos de variáveis adimensionais em relação a condição local da parede. Sendo distância normal a parede (y) e a componente de velocidade paralela a parede (\bar{u}), pode-se definir as variáveis adimensionais velocidade adimensional ($U^+ = \bar{u}/u_\tau$) e distância adimensional da parede ($y^+ = y\rho\mu_\tau/\mu$). Sendo μ_t a velocidade de atrito definida como $\mu_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, sendo τ_w a tensão cisalhante na parede. Deste modo, pode-se estabelecer funções de parede universais na forma $U^+ = f(y^+)$.

Conforme Fig.3-13, para y^+ inferior a 5 ($\log(5) \approx 0.7$), as forças viscosas são dominantes e, portanto, essa camada é conhecida como subcamada laminar. A função universal é dada por $U^+ = y^+$.

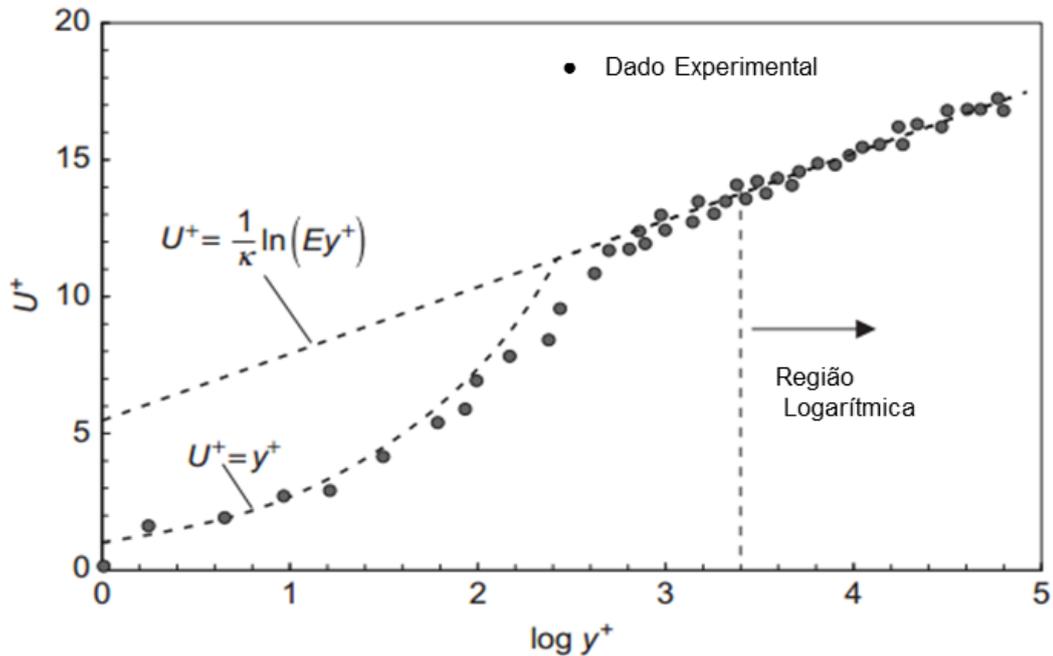


Figura 3-13 - Camada limite turbulenta: perfil da velocidade adimensional como função da distância da parede em comparação com dados experimentais. (Reproduzido de Tu, Yeoh e Liu 2018).

Fora da subcamada laminar, os efeitos da difusão turbulenta são relevantes e a descrição do comportamento é descrito por uma relação logarítmica na forma $U^+ = 1/k \ln(E y^+)$, com os valores das constantes universais $k (\approx 0.8)$ e $E (\approx 9.8)$ válidos para superfícies lisas em alto número de Reynolds. Esta relação é válida para a faixa de $30 < y^+ < 500$.

As relações acima apresentadas foram obtidas para a configuração de escoamento de Couette com hipótese de pequenos gradientes de pressão, equilíbrio local de turbulência (produção k igual sua dissipação) e uma camada de tensão constante próxima a parede.

O modelo de funções de paredes escaláveis utilizado neste trabalho para o modelo RSM é detalhadamente apresentado em ANSYS (2020). O modelo de funções de parede escalável garante resultados consistentes para refinamento de malha independentemente do valor de y^+ .

3.3 Aerodinâmica: Conceitos e Terminologias

Neste capítulo são apresentados conceitos e terminologias aerodinâmicas relevantes para o contexto deste trabalho. Os conceitos apresentados neste tópico foram reproduzidos de Nanda (2016) e para que o texto não fique exaustivo far-se-á referência aos autores somente quando as informações forem provenientes de outra fonte.

3.3.1 Conceitos Aerodinâmicos

Um corpo imerso em um escoamento está sujeito a forças aerodinâmicas na sua superfície em contato com o meio externo. Há dois fenômenos principais que causam tensões na estrutura, o efeito da pressão e o efeito do atrito. A parcela de pressão é predominante em corpos não aerodinâmicos, tendo menor relevância a força de atrito. A força total pode ser decomposta em duas parcelas, uma na direção do vento incidente e outra perpendicular a esta, sendo denominadas, respectivamente, forças de arrasto e sustentação.

Na equação 3-39 a parcela referente a força de arrasto é apresentada. Nessa equação, F_D é a força de atrito, P é a pressão superficial, τ_w é a tensão de atrito, θ é o ângulo entre a direção do vento incidente e o vetor de força resultante no ponto e A é a área superficial do corpo. De modo análogo, a equação 3-40 apresenta a definição da força de sustentação.

$$F_D = \int (-P \cos(\theta) + \tau_w \sin(\theta)) dA \quad (3-39)$$

$$F_L = \int (-P \sin(\theta) + \tau_w \cos(\theta)) dA \quad (3-40)$$

A partir das forças resultantes no corpo, pode-se obter coeficientes adimensionais. Com relação a força de arrasto, tem-se o coeficiente de arrasto definido pela equação 3-41.

$$C_D = \frac{F_D}{0.5 \rho U_\infty^2} \quad (3-41)$$

De modo análogo, com relação a força de sustentação, tem-se o coeficiente de sustentação definido pela equação 3-42.

$$C_L = \frac{F_L}{0.5 \rho U_\infty^2} \quad (3-42)$$

Considerando-se apenas a parcela de pressão, pode-se definir o coeficiente de pressão, conforme equação 3-43.

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{0.5\rho U_\infty^2} \quad (3-43)$$

O número de Reynolds é caracterizado como a relação entre as forças de inércia e forças de viscosidade, classificando o escoamento como laminar, turbulento ou em transição. É definido pela equação 3-44, onde D é a dimensão característica do prisma e ν é a viscosidade cinemática do fluido.

$$R_e = \frac{\text{Forças de Inércia}}{\text{Forças Viscosas}} = \frac{U_\infty D}{\nu} \quad (3-44)$$

O número de Strouhal é definido pela equação 3-45, onde f_s é a frequência de desprendimento de vórtices. Esse número relaciona a frequência predominante de desprendimento de vórtices com a velocidade do escoamento.

$$S_{tr} = \frac{\text{Forças de Inércia}}{\text{Forças Viscosas}} = \frac{f_s D}{U_\infty} \quad (3-45)$$

3.3.2 Terminologias Relevantes

As terminologias relevantes relacionadas aos fenômenos observados no escoamento externo a um cilindro quadrado são apresentadas neste tópico.

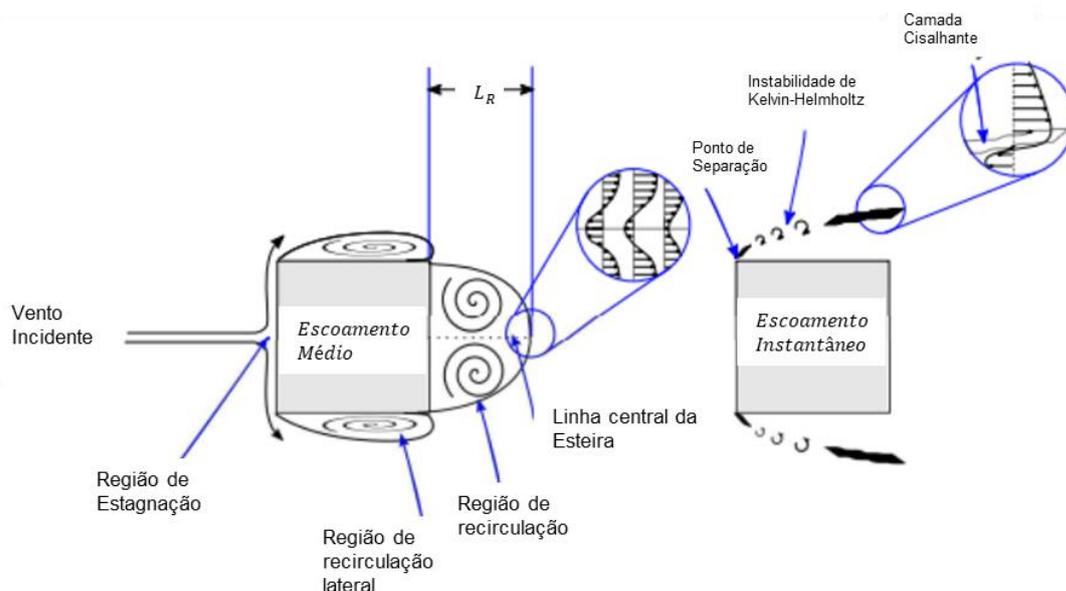


Figura 3-14 – Representação esquemática dos fenômenos observados para os escoamentos médio e instantâneo (Reproduzido de Nanda, 2016).

Conforme figura 3-14, abaixo são destacadas as terminologias relevantes relativas ao escoamento externo de um cilindro quadrado:

- i. Região de recirculação: A região de recirculação atrás do corpo é delimitada pelo contorno em que a componente longitudinal do vetor velocidade média é nula. O comprimento L_R é definido como o comprimento desta região.
- ii. Região de estagnação: No centro da face a barlavento do cilindro se encontra a região de estagnação, onde a pressão dinâmica é nula e a pressão estática é máxima. Há elevada curvatura das linhas de corrente nesta região.
- iii. Ponto de separação: Para o cilindro com as quinas vivas o ponto de separação é fixo e ocorre nessas quinas. O efeito das quinas vivas provoca anisotropia significativa na região de recirculação lateral.
- iv. Camada cisalhante separada: A partir do ponto de separação, uma região de recirculação lateral se desenvolve provocando elevado gradiente no perfil de velocidade lateral. Este gradiente apresenta ponto de inflexão que é uma configuração instável gerando instabilidade. Quando o escoamento se separa, a camada cisalhante laminar encontra instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz que induz a transição de uma camada cisalhante laminar para turbulenta.

CAPÍTULO 4

4 ASPECTOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo são apresentados os métodos matemáticos aplicados a computação que são utilizados para resolução das equações de transporte em todo o domínio pelo software Ansys Fluent® 2020 (Student License). Os aspectos computacionais são introduzidos de modo sumário neste capítulo, todavia são detalhadamente apresentados em ANSYS (2020).

4.1 Método dos Volume Finitos

O método dos volumes finitos (FVM), ou volumes de controle, trata de discretizar o domínio em pequenos volumes de controle onde as equações de transporte são resolvidas. A forma geral da equação de transporte para um volume de controle infinitesimal foi apresentada em 3-3. O passo fundamental do método trata de integrar estas equações no domínio, produzindo a forma da equação 4-1.

$$\int_{CV} \left(\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} \right) dV + \int_{CV} \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) dV = \int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad}(\phi)) dV + \int_{CV} S_\phi dV \quad (4-1)$$

Em contraste com o Método dos Elementos Finitos (FEM), no qual os elementos são caracterizados pelos seus nós (vértices), no FVM, os volumes finitos (análogos aos elementos do FEM) são caracterizados pelo seu baricentro.

4.2 Algoritmos de Solução Para Problemas de Convecção-Difusão

Os problemas de convecção e difusão requerem técnicas específicas que lidam com as diferentes características de cada uma destas propriedades, convecção e difusão, para que erros de ordem numérica sejam minimizados. Não obstante, as equações de transporte trazem consigo acoplamentos que necessitam ser considerados no esquema de modelagem numérica a fim de não se gerar perturbações indesejadas nos resultados.

4.2.1 Esquema de solução para o acoplamento pressão-velocidade

Há duas categorias principais de algoritmos, os segregados e os acoplados. Os algoritmos segregados apresentam menor custo computacional e convergência mais rápida com menores problemas de estabilidade, contudo possuem menor acurácia. Nesta categoria,

as equações de momento linear são resolvidas de modo independente das equações de correção de pressão, que são corrigidas a posteriori, e por fim as equações de turbulência são resolvidas, conforme figura 4-1.

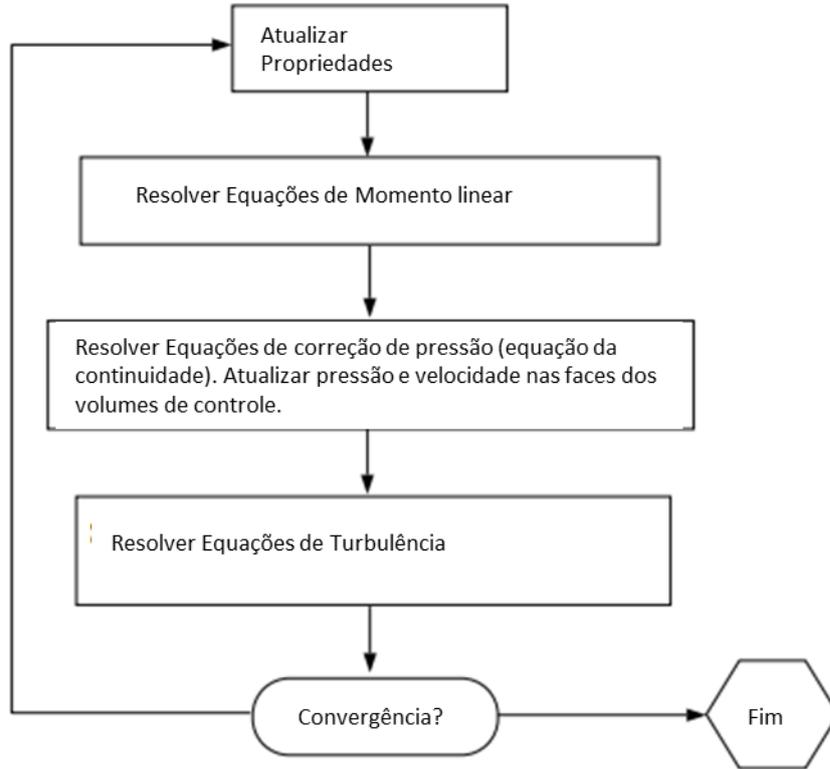


Figura 4-1 - Visão geral dos métodos de solução segregados. (Reproduzido de Fluent, 2001).

Por outra lado, os algoritmos acoplados apresentam maiores acurácia e custo computacional. Em virtude das não-linearidades das equações de momento linear, são necessárias várias iterações para garantia da convergência. Nesta categoria, as equações de momento linear e continuidade são resolvidas ao mesmo tempo

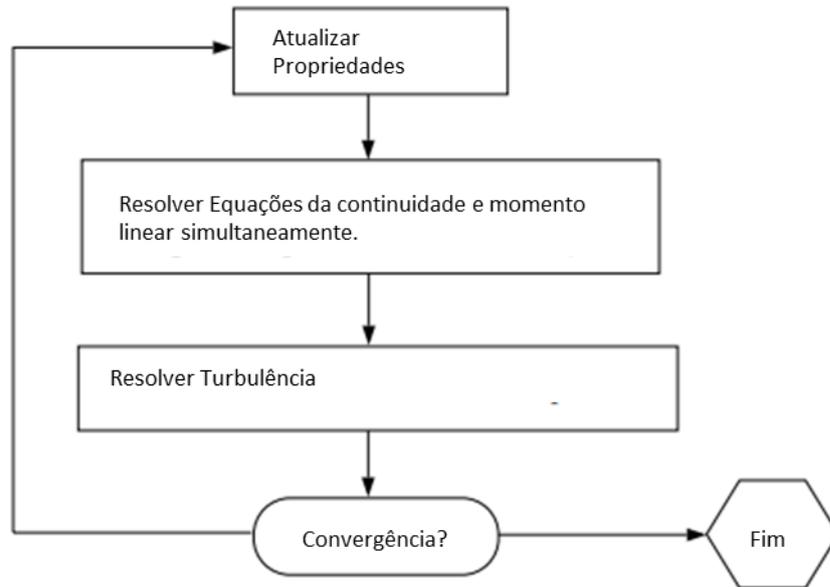


Figura 4-2 - Visão geral dos métodos de solução acoplados. (Reproduzido de Fluent, 2001).

4.2.1.1 SIMPLE – *Semi-implicit method for pressure linked equations*

O algoritmo SIMPLE é um método de solução segregado desenvolvido por Patankar e Spalding (1972) e, essencialmente, trata de assumir um valor arbitrário para o campo de pressões para resolução das equações de momento linear e depois corrigi-lo com uma equação de pressão obtida pela equação da continuidade. A partir desta equação de pressão obtém-se um de um campo de corretores de pressão que servirá para atualização dos campos de velocidade e pressão. O campo de pressão inicialmente arbitrado é melhorado a cada interação até que se tenha convergência nos campos de velocidade e pressão.

Para resolução do problema “desacoplamento par-ímpar”, o software ANSYS Fluent utiliza um esquema de interpolação similar ao proposto por Rhie e Chow (1983) para obtenção no fluxo na face do volume de controle.

4.3 Métodos Para Discretização Espacial

Os valores das variáveis são calculados no centro das células. Todavia, é necessária sua reconstrução nas faces dos elementos para resolução do sistema de equações. Deste modo, são utilizados esquemas e métodos de discretização que serão apresentados nos tópicos seguintes.

4.3.1 Método para cálculo do Gradiente - Esquema de Mínimos Quadrados Baseado na Célula

O valor do gradiente é necessário para a construção dos valores de escalares no centro das células, para cálculo de termos secundários de difusão e para a derivada de velocidades. O gradiente de uma variável é utilizado para discretização dos termos de convecção de difusão nas equações de conservação.

A partir do teorema de Green-Gaus, também conhecido como teorema da divergência, os gradientes no volume de controle são calculados a partir dos fluxos em suas faces. O esquema baseado na célula assume que o valor da variável na face do volume de controle é dado pela média dos valores no centro das células vizinhas.

O esquema de mínimos quadrados baseada na célula avalia o gradiente assumindo que a solução varia de modo linear entre os centros de duas células vizinhas.

4.3.2 Esquema de Segunda Ordem Para Interpolação da Pressão

O esquema de interpolação de pressão visa a obtenção dos valores de pressão na face das células. O esquema de segunda ordem utiliza o esquema de diferença centrais para reconstrução da pressão nas faces do elemento.

Os termos difusivos são interpolados através de esquema de diferenças centrais e possuem acurácia de segunda ordem, contudo, os termos convectivos podem ser interpolados de várias maneiras e com ordens variáveis de acurácia.

4.3.3 Esquema Upwind de Segunda Ordem

Os valores das variáveis transportadas nas faces dos elementos para resolução dos termos de convecção são requeridos. Pelo esquema Upwind, através da interpolação dos valores centrais, a partir da direção normal da componente de velocidade, interpola-se os valores das quantidades de interesse para obtenção de seu valor na face da célula.

No esquema Upwind de segunda ordem, a variável de interesse na face da célula é calculada a partir da expansão de Taylor da solução considerando o centro da célula e os termos de segunda ordem. O valor na face da célula é obtido através do valor da variável no centro da célula adicionado ao seu gradiente na direção da componente normal da velocidade vezes o produto escalar do vetor deslocamento nesta direção.

4.4 Métodos Para Discretização Transiente – Esquema de Segunda Ordem Implícito

A discretização temporal envolve a integração da equação diferencial em cada passo de tempo. A discretização implícita é incondicionalmente estável com relação ao passo de tempo e resolvido de modo iterativo. Destaca-se que ANSYS (2020) não recomenda o uso de esquemas explícitos para a resolução de problemas transientes cujo escoamento é incompressível.

CAPÍTULO 5

5 VALIDAÇÃO DO MODELO

Neste capítulo serão apresentados o modelo numérico, as técnicas e métodos computacionais utilizados, bem como as condições de contorno consideradas. Inicialmente, apresenta-se a simulação para o teste de independência de malha para uma discretização média e outra refinada. Em seguida, a partir dos parâmetros relevantes do escoamento, valida-se o modelo que será utilizado como base para as demais simulações deste trabalho, nas quais exclusivamente o modelo de turbulência utilizado sofrerá alteração.

Conforme Zipfel e Schetz (2014), simulações aerodinâmicas raramente podem ser completamente linearizadas. As equações que tratam da dinâmica dos fluidos computacional são sensíveis as condições iniciais e podem ser caracterizadas por um processo estocástico. Deste modo, sabe-se que a natureza dos erros também é aleatória. Enfatiza-se, portanto, que há três componentes essenciais para uma simulação fluido-numérica: (1) Validação da simulação, (2) os parâmetros de entrada da simulação e o (3) processo de pós-processamento.

O pós-processamento realizado para análise dos resultados tratou em um intervalo de tempo em que as variáveis aleatórias analisadas tivessem a média temporal independente do início do período escolhido. Deste modo, é assumido que se trabalha com um processo estocástico ergódico.

Os parâmetros de entrada que dizem respeito ao escoamento foram obtidos através dos estudos de Lyn e Rodi (1994), conforme estudo de caso 43 do ERCOFTAC. Os demais parâmetros de entrada foram os mesmos especificados em ANSYS (2020).

Por validação, conforme ERCOFTAC (2000), entende-se como o processo pelo qual se visa garantir que a simulação numérica é uma boa representação da realidade. Nesta etapa, verifica-se a validade das simplificações do modelo e também o efeito das aproximações do modelo nos resultados. Trata da realização de comparações sistemáticas entre os resultados numéricos e os dados experimentais confiáveis e apropriados ou até mesmo com as soluções algébricas. É um processo moroso que demanda grande quantidade de tempo.

Para simulações com escoamento similares, ERCOFTAC (2000) recomenda que as simulações novas devem ter por base os mesmos parâmetros para o modelo calibrado no qual se tem dados disponíveis. Deste modo, os novos modelos numéricos terão uma estimativa

mais precisa, dado que as novidades dirão respeito apenas as variáveis que se alteram no novo escoamento.

Conforme Zipfel e Schetz (2014), a validação do modelo é uma das principais etapas de uma simulação numérica. Deve-se, nesta etapa, certificar-se de que as simplificações introduzidas são adequadas para o problema em particular. Segundo ERCOFTAC (2000), o processo de validação tem por finalidade garantir que o modelo representa adequadamente a realidade, sendo este um processo necessário para todas as aplicações da simulação computacional.

Conforme Versteeg e Malalasekera (2007), a métrica que indica um nível elevado de confiança em uma simulação validada leva em consideração dois aspectos principais de incerteza: (i) a diferença entre o resultado experimental e a simulação numérica é suficientemente pequena e (ii) a incerteza do experimento é pequena. Com relação ao primeiro item, neste trabalho serão comparadas as grandezas número de Strouhal (S_{tr}) e coeficiente de arrasto (C_D), devido à relevância destas grandezas na engenharia estrutural. A incerteza do experimento, segundo item, foi reduzida utilizando-se para esta validação os resultados de Lyn e Rodi (1994). Neste experimento utilizou-se a técnica de velocimetria a laser, cuja precisão é superior a técnica de anemômetro de fio de filme quente. A incerteza do resultado relacionada ao número de Strouhal é 0.004. Não obstante, pela qualidade do experimento, este resultado é mantido no banco de dados do ERCOFTAC como estudo de caso número 43.

Oberkampf e Trucano (2002) também elencam que além da etapa de comparação dos resultados com ensaios experimentais de notória qualidade, também é necessário que uma validação se atente aos erros numéricos, as incertezas nos dados de entrada e na incerteza dos dados experimentais.

Deste modo, os elementos considerados na validação do presente modelo levam em consideração os cuidados com a seleção do experimento e com a adequada modelagem e discretização do problema. Os critérios observados na definição do modelo numérico são ordenadamente apresentados na tabela 5-1.

Tabela 5-1 – Apresentação dos critérios para validação do modelo com as constatações de seu atendimento. Adaptado de Versteeg e Malalasekera (2007).

CRITÉRIO	DEFINIÇÃO	FORMAR DE ATENDER AO CRITÉRIO	CONSTATAÇÃO DO ATENDIMENTO AO CRITÉRIO
CONSISTÊNCIA	<ul style="list-style-type: none"> . Erro de discretização tende a zero com o refinamento da malha . Erro de truncamento tende a zero com o refinamento da malha 	<ul style="list-style-type: none"> .Esquema de Solução de Elevada Ordem .Teste de Convergência de malha 	<ul style="list-style-type: none"> . Teste de convergência de malha validado (maior variação entre o resultado da malha utilizada e a de maior refinamento inferior a 10%). . Número de Courant adotado é aproximadamente 1. . Adotado esquemas de Segunda Ordem
CONVERGÊNCIA	<ul style="list-style-type: none"> . Solução numérica tende a zero com o refinamento da malha 	<ul style="list-style-type: none"> . Consistência e estabilidade durante as iterações e convergência 	<ul style="list-style-type: none"> . Os modelos convergiram em todas as interações, cujo critério para prosseguir a próxima iteração é que o resíduo das equações de conservação fosse inferior a 10^{-6}
CONSERVAÇÃO	<ul style="list-style-type: none"> . Não há desequilíbrio nas equações de conservação 	<ul style="list-style-type: none"> . Leis de conservação são aplicadas as equações do escoamento e ao método numérico 	<ul style="list-style-type: none"> . critério para prosseguir a próxima iteração é que o resíduo das equações de conservação fosse inferior a 10^{-6}
ESTABILIDADE	<ul style="list-style-type: none"> . O método de solução numérica não amplifica os erros que aparecem no processo de solução numérica 	<ul style="list-style-type: none"> . Método Interativo - Quando a solução não diverge . Método temporal - Quando uma solução limitada é produzida 	<ul style="list-style-type: none"> . critério para prosseguir a próxima iteração é que o resíduo das equações de conservação fosse inferior a 10^{-6} . A solução não divergiu, preservando a conservação das quantidades no domínio e respeitando as condições de contorno
LIMITE	<ul style="list-style-type: none"> . Solução numérica deve estar dentro dos limites próprios . Quantidade físicas não negativas . Outras quantidades devem estar dentro dos intervalos possíveis 	<ul style="list-style-type: none"> . Esquemas de solução de elevada ordem . Refinamento local da malha 	<ul style="list-style-type: none"> . critério para prosseguir a próxima iteração é que o resíduo das equações de conservação fosse inferior a 10^{-6} . A solução não divergiu, preservando a conservação das quantidades no domínio e respeitando as condições de contorno
RAZOABILIDADE	<ul style="list-style-type: none"> . Quando o modelo produz resultados fisicamente realistas 	<ul style="list-style-type: none"> . Escolha adequada de modelos . Validação com dados experimentais 	<ul style="list-style-type: none"> . A divergência do modelo com os dados experimentais utilizado na validação foi sempre inferior a 10%

5.1 Características do Escoamento

Simulou-se o mesmo escoamento apresentado por Bosch e Rodi (1998), com $R_e = 22 \times 10^3$. Os parâmetros relevantes para validação do modelo foram comparados aos dados apresentados por Lyn e Rodi (1994). Tem-se, portanto, a simulação do escoamento externo no entorno de um cilindro quadrado prismático com velocidade longitudinal constante conforme Figura 5-1. A simulação transiente foi realizada em domínio bidimensional devido às características deste escoamento, conforme apresentam Lyn e Rodi (1994).

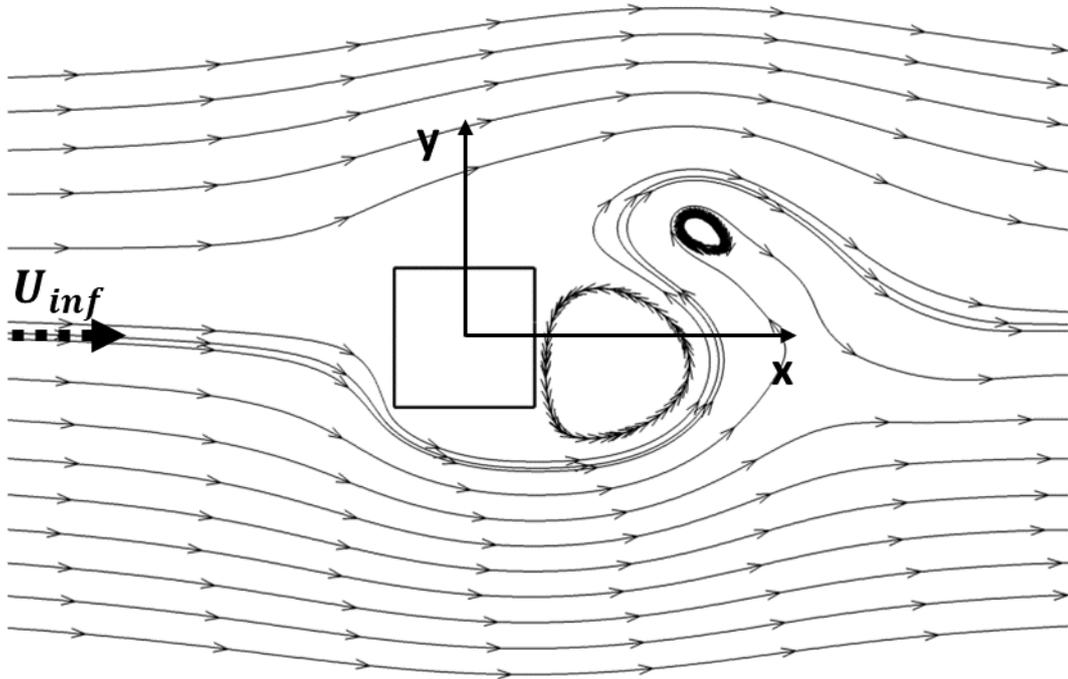


Figura 5-1 – Ilustração esquemática do escoamento (Autor)

O cilindro quadrado prismático estudado tem lado de 2cm, considerado suficiente mente extenso na direção perpendicular ao escoamento de modo a ser adequadamente representando por um escoamento bidimensional. O sistema de coordenadas é apresentado em escala na Figura 5-2.

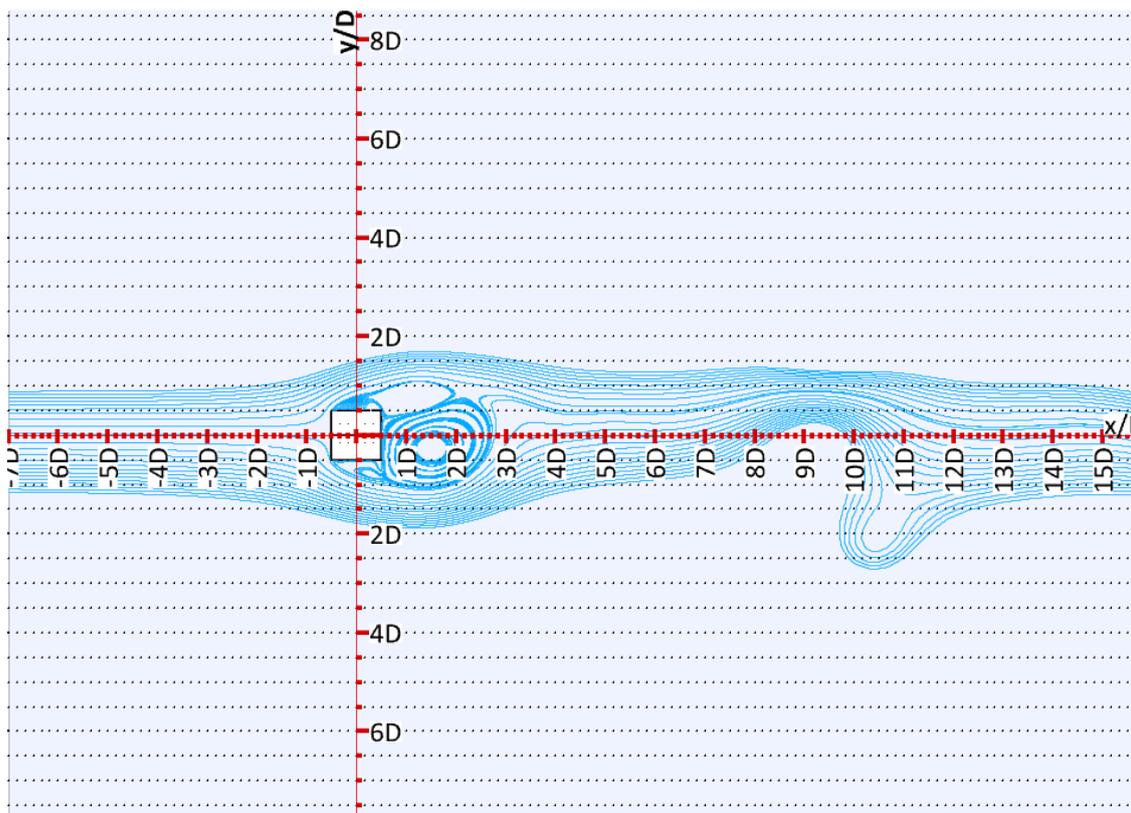


Figura 5-2 - Sistema de Coordenadas adotado para o cilindro. Os pontos visíveis no domínio foram inseridos para melhorar a análise dos resultados

5.2 Modelo Computacional e Condições de Contorno

Conforme modelo computacional apresentado na Figura 5-3, o domínio utilizado é o mesmo estudado por Chen, Djidjeli e Xir (2020), com dimensões $27D \times 20D$ nas direções paralela e perpendicular ao escoamento, respectivamente. O eixo de ordenadas está locado no baricentro do cilindro e o domínio tem dimensão $7D$ e $20D$, a barlavento e sotavento, respectivamente. Elucida-se que foram feitos testes com outras malhas e verificou-se que a dimensão $7D$ a barlavento não causa perturbação no escoamento. As condições de contorno são: velocidade imposta na fronteira a barlavento do cilindro, a condição de gradiente nulo é utilizada na fronteira a sotavento, e a condição de simetria nas fronteiras paralelas ao escoamento (Ressalta-se que essa condição somente é válida porque o fluxo é paralelo a essa fronteira). Na superfície do cilindro é utilizada a condição de contorno de não deslizamento.

Para obtenção de um parâmetro $y^+ \leq 5$ a superfície do cilindro foi discretizada com um mínimo de 200 pontos e uma altura da primeira célula adjacente parede de $3 \times 10^{-5} m$. A discretização da fronteira foi feita de modo a se ter um mínimo de 15 células na camada limite do cilindro para todas as simulações realizadas. Destaca-se que na malha refinada obteve-se um parâmetro $y^+ < 1$, enquanto na malha média o mesmo parâmetro foi $y^+ \leq 5$.

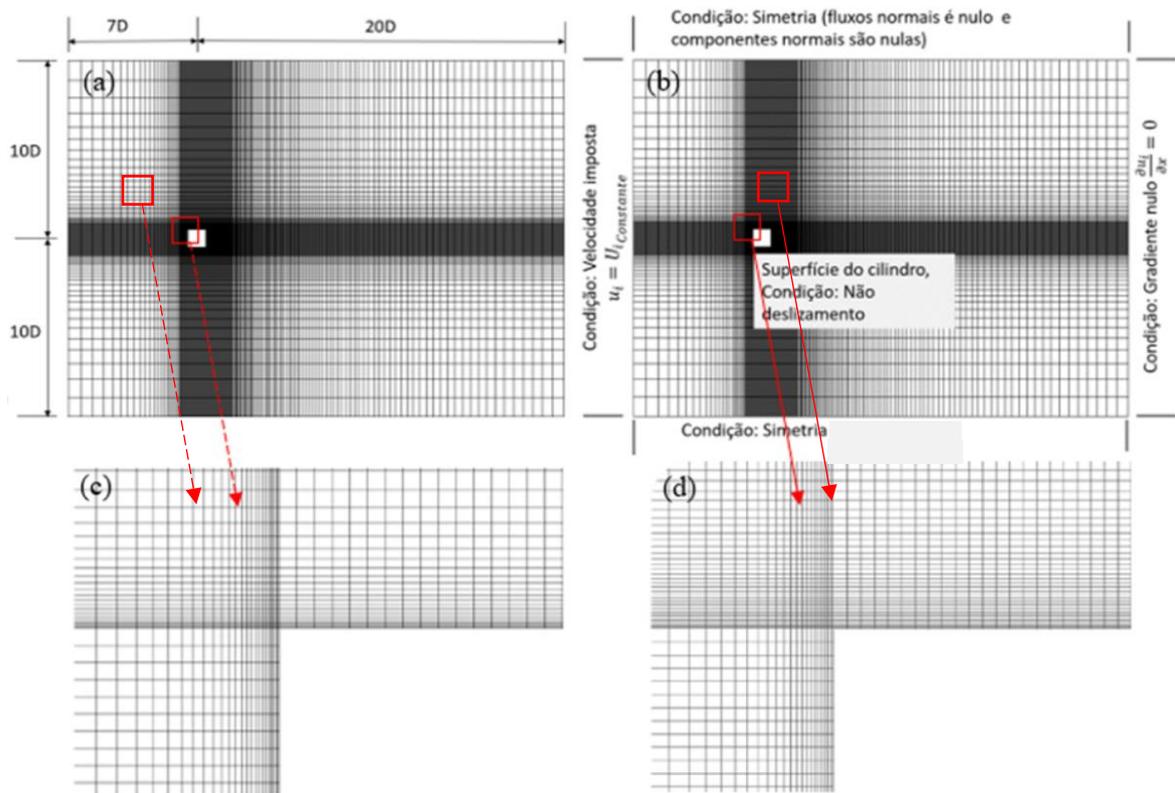


Figura 5-3 - Modelo Computacional, (a) domínio utilizado, (b) Condições de contorno, (c) discretização da camada limite para a malha média e (d) discretização da camada limite para a malha refinada

Para todas as malhas, a taxa de inflação da malha a partir das fronteiras do cilindro foi de 1.03. As características das duas malhas são apresentadas na Tabela 5-2. Nesta tabela, $N_{células}$ representa o número de células da respectiva malha, N_x representa o número de divisões na direção x (paralela ao escoamento), N_y representa o número de divisões na direção y (perpendicular ao escoamento), L_x representa o tamanho do domínio na direção x em relação ao lado do cilindro, L_y representa o tamanho do domínio da direção y em relação ao lado do cilindro e $\Delta n_{cilindro}$ representa o número de divisões equidistantes ao longo do perímetro do cilindro.

Tabela 5-2 - Descrição das Malhas Utilizadas

Autor	$N_{células}$	N_x	N_y	L_x	L_y	$\Delta n_{cilindro}$
Presente, Malha média	47292	610	160	27D	20D	200
Presente, Malha Refinada	84215	660	275	27D	20D	300

O passo de tempo adimensional escolhido para todas as simulações é de $\Delta t^* = \Delta t U_0/D = 8.5 \times 10^{-4}$. O máximo número de Courant adotado foi de $CFL = u\Delta t/dx \approx 1$.

Para o cálculo da média dos parâmetros relevantes do escoamento, foi utilizado o intervalo de tempo equivalente a 10 (dez) desprendimentos de vórtices $\Delta T = 10 \times T_s$, sendo T_s o período de desprendimento de vórtices, conforme Figura 5-4. O início deste período foi considerado a partir do momento em que o valor médio da grandeza analisada no intervalo considerado pudesse ser considerado estatisticamente independente desse início, ou seja, os valores iniciais foram desconsiderados até que a simulação apresentasse um desprendimento regular de vórtices.

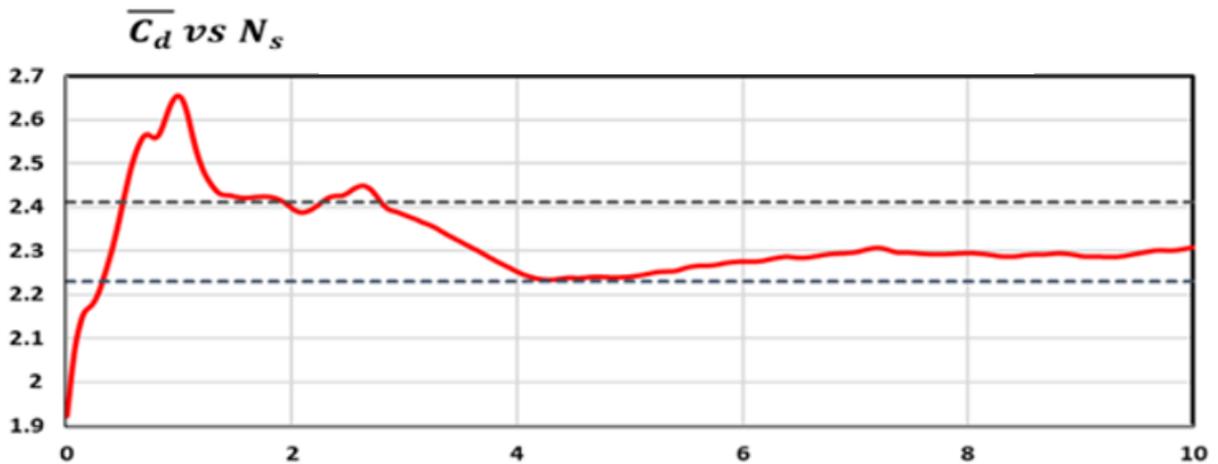


Figura 5-4 - Variação do coeficiente médio de arrasto ($\overline{C_d}$) em função do número de ciclos de desprendimento de vórtices (N_s) considerados para cálculo desse valor médio

5.3 Validação Quantitativa do Teste de Independência de Malha

Para o teste de independência de malha foi utilizado o modelo de turbulência de tensões de Reynolds (RSM). As constantes do modelo utilizado são descritas na Tabela 5-3. Adotou-se um modelo de ordem quadrática para o termo Pressão-Deformação. A condição de contorno das paredes foi resolvida através da equação da energia cinética turbulenta (*k – equation*). Para a região de escoamento da parede do cilindro adotou-se o modelo de funções de parede escaláveis.

Tabela 5-3 - Constantes do modelo RSM utilizado para validação do modelo (Ansys, 2020)

Modelo				
RSM, Quadratic Pressure-Strain, Scalable Wall Functions, Wall BC from k-equation				
C_μ	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	C_1	C_1^*
0.09	1.44	1.83	3.4	1.8
C_2	C_3	C_3^*	C_4	C_5
4.2	0.8	1.3	1.25	0.4

O esquema para acoplamento pressão-velocidade utilizado foi o SIMPLE. Embora o manual do software (ANSYS, 2020) recomende o algoritmo PISO para os casos transientes, os testes feitos ao longo do desenvolvimento deste trabalho não demonstraram diferença nos resultados embora o tempo de simulação tenha aumentado consideravelmente. Esta constatação também fora apresentada por Freitas et al. (2021). Adotou-se como critério de convergência para cada passo de tempo que os resíduos das equações de conservação de massa e momento linear fossem inferiores a 10^{-6} .

Para a discretização espacial, adotou-se o gradiente calculado pelo método dos mínimos quadrados baseado na célula. Para o termo de pressão, adotou-se o esquema de segunda ordem. Para as demais equações, adotou-se o esquema *Upwind* de segunda ordem. Para a discretização transiente, adotou-se o esquema de segunda ordem implícito. Um fator de relaxação de 0.75 foi aplicado a todas as variáveis para otimizar a convergência e estabilidade da solução. A opção de extrapolação das variáveis foi adotada pois melhorou a convergência nos testes realizados sem introduzir problemas de estabilidade no problema.

Para validação do modelo e do teste de independência de malha, conforme Tabela 5-4, analisou-se a convergência de parâmetros relevantes do escoamento, os quais foram validados com os dados experimentais apresentados por Lyn e Rodi (1994).

Tabela 5-4 - Parâmetros Relevantes do teste de independência de malha

Autor	$N_{células}$	S_{tr}	C_D	$Var(\%)_{S_{tr}}$	$Var(\%)_{C_D}$
Presente, Malha média	47292	0.141	2.18	6.9%	3.7%
Presente, Malha Refinada	84215	0.139	2.30	5.3%	9.5%
Lyn e Rodi, 1994	-	0.132	2.10	0.0%	0.0%

Conforme Tabela 5-4, a diferença constatada entre os dois modelos para o número de Strouhal (S_{tr}) foi de 1.5% e para o coeficiente de arrasto (C_D) foi de 5.27%. Estes valores indicam convergência e independência da malha para as simulações. Não obstante, a malha média para o modelo escolhido, apresentou boa correlação com os resultados experimentais de Lyn e Rodi (1994). Constatou-se uma diferença de 6.9% para o número de Strouhal e 3.7% para o coeficiente de arrasto. Estes valores indicam boa correlação com os experimentos.

Conforme Murakami (1993), para um mesmo método numérico, o tempo de processamento é proporcional ao tamanho da malha. Necessita-se, portanto, uma escolha adequada entre as variáveis precisão e tempo de processamento. Neste contexto, como a malha média contém apenas 56% do número de células da malha refinada, ela representa menor custo computacional. Assim, optou por utilizá-la nas simulações que irão compor o presente trabalho.

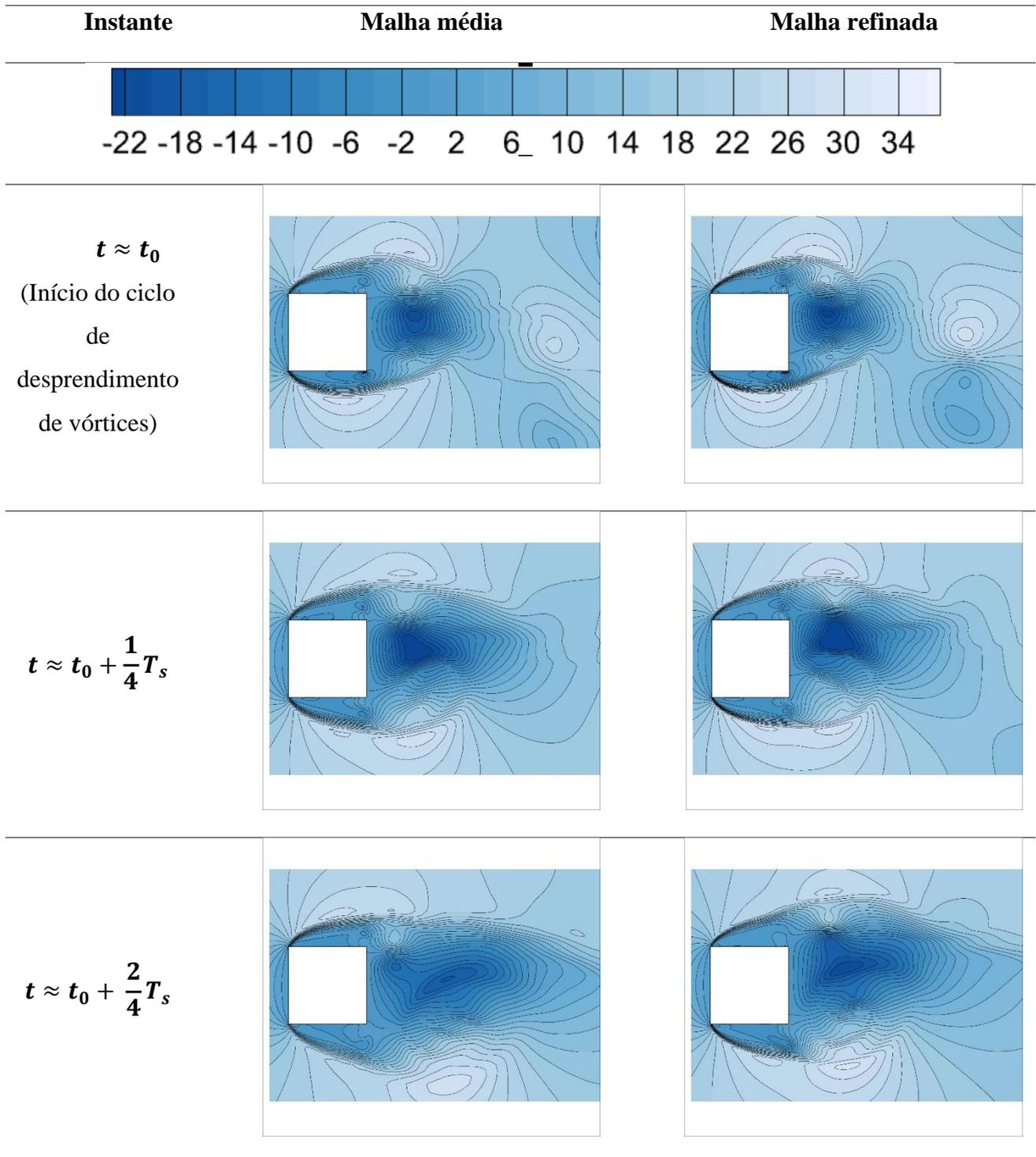
5.4 Avaliação Qualitativa do Teste de Independência de Malha

Neste tópico apresenta-se uma análise qualitativa do escoamento, com foco em um ciclo de desprendimento de vórtices para os modelos com malha refinada e malha média. Em virtude de limitações de hardware, não foi possível apresentar os mesmos instantes de desprendimento de vórtices nesta análise. Para isto, seria necessária elevada capacidade de armazenamento de dados de cada simulação, além de elevado tempo em cada passo de tempo para se salvar os dados de cada instante (passo de tempo). Deste modo, são apresentados resultados em instantes próximos, porém não exatamente os mesmos. Não obstante, conforme será apresentado adiante, este fato não traz prejuízo a avaliação qualitativa dos modelos.

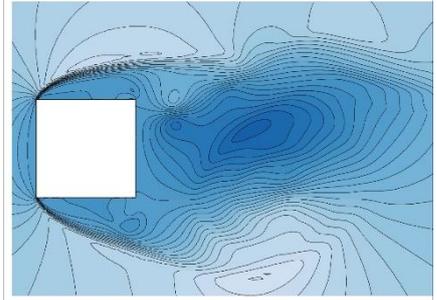
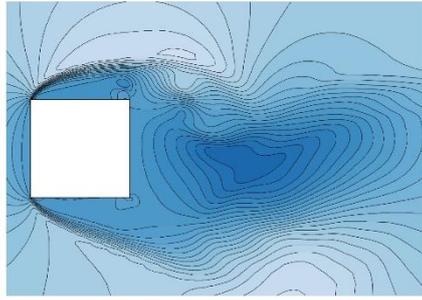
Na Tabela 5-5 - Avaliação qualitativa de um ciclo de desprendimento de vórtices para as malhas média e refinada, é apresentado o mapa de contorno do módulo da velocidade longitudinal do escoamento para um ciclo de desprendimento de vórtices, os instantes de tempo são apresentados como uma fração de T_s (Período de desprendimento de vórtice). No

instante $t = t_0$ tem-se o início de um ciclo de desprendimento de vórtices. Nos instantes subsequentes são apresentados as frações de T_s após início do ciclo. Optou-se por apresentar cada instante de cada malha em colunas adjacentes para melhor avaliação das diferenças. Através de análise qualitativa comparativa, não se observa alterações ou divergências significativas entre os modelos de malha média e refinada.

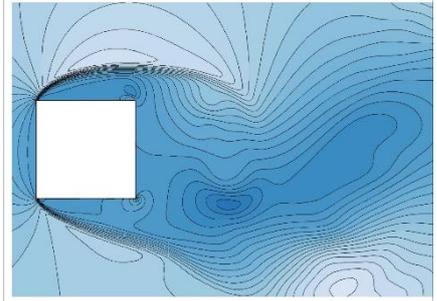
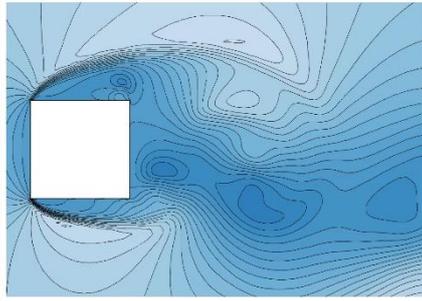
Tabela 5-5 - Avaliação qualitativa de um ciclo de desprendimento de vórtices para as malhas média e refinada. Mapa de contorno do módulo da velocidade longitudinal do escoamento para um ciclo de desprendimento de vórtices. A legenda do mapa é apresentada na segunda linha da tabela, elucida-se que a mesma escala é utilizada para todos os gráficos apresentados nesta tabela.



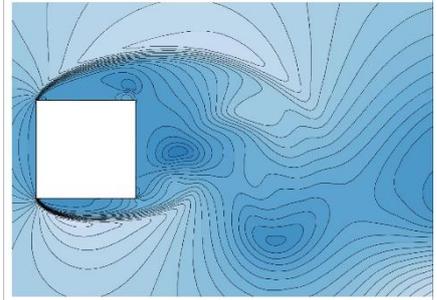
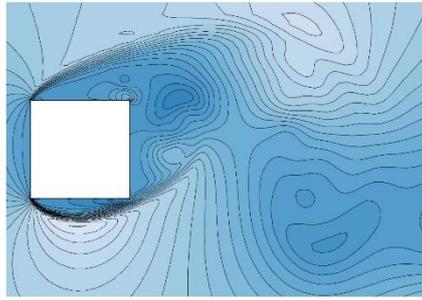
$$t \approx t_0 + \frac{3}{4}T_s$$



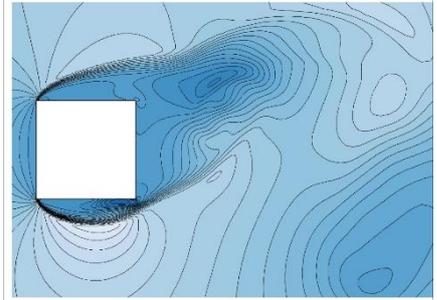
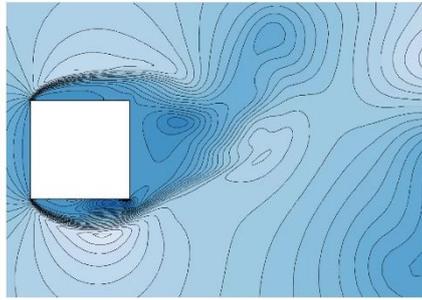
$$t \approx t_0 + \frac{4}{4}T_s$$



$$t \approx t_0 + \frac{5}{4}T_s$$



$$t \approx t_0 + \frac{6}{4}T_s$$



Conforme apresentado na tabela 5-6, no início do ciclo de desprendimento de vórtices se tem a formação de um núcleo de baixa pressão (altas velocidades) paralelo a face superior do cilindro, conforme Figura 5-5 – onde se tem um vórtice superior em início de formação e um vórtice inferior já se desprendendo

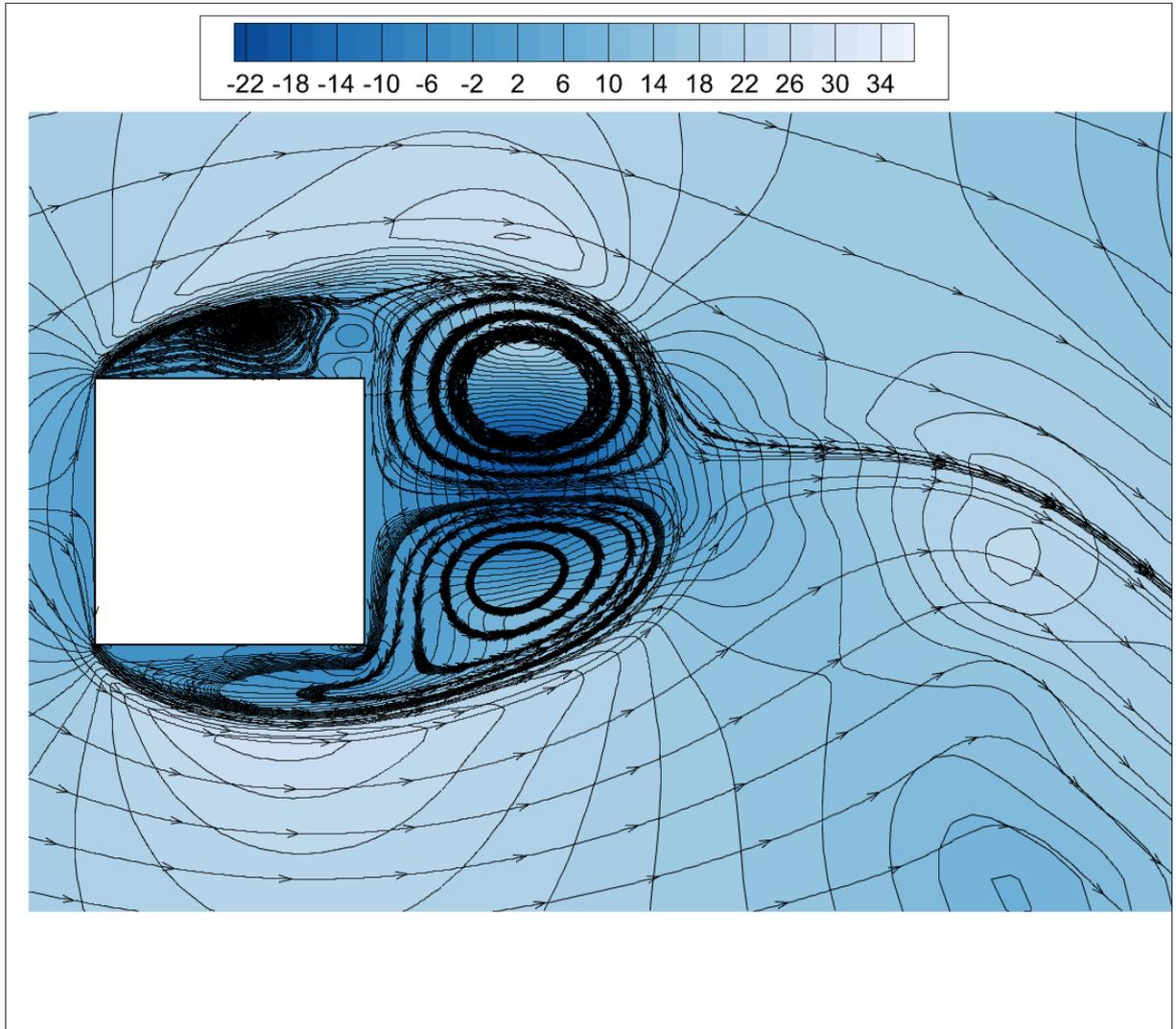


Figura 5-5 – Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0$ para o modelo de malha média

Na Figura 5-6, tem-se o vórtice superior ainda em formação e o vórtice inferior aumentando de tamanho. Neste instante, o vórtice inferior já começa a receber a camada cisalhante superior com vorticidade contrária e a perder força. Encontra-se, portanto, na iminência de seu desprendimento. Por outro lado, o vórtice menor continua a receber contribuição da camada cisalhante superior, aumentando de tamanho e intensidade.

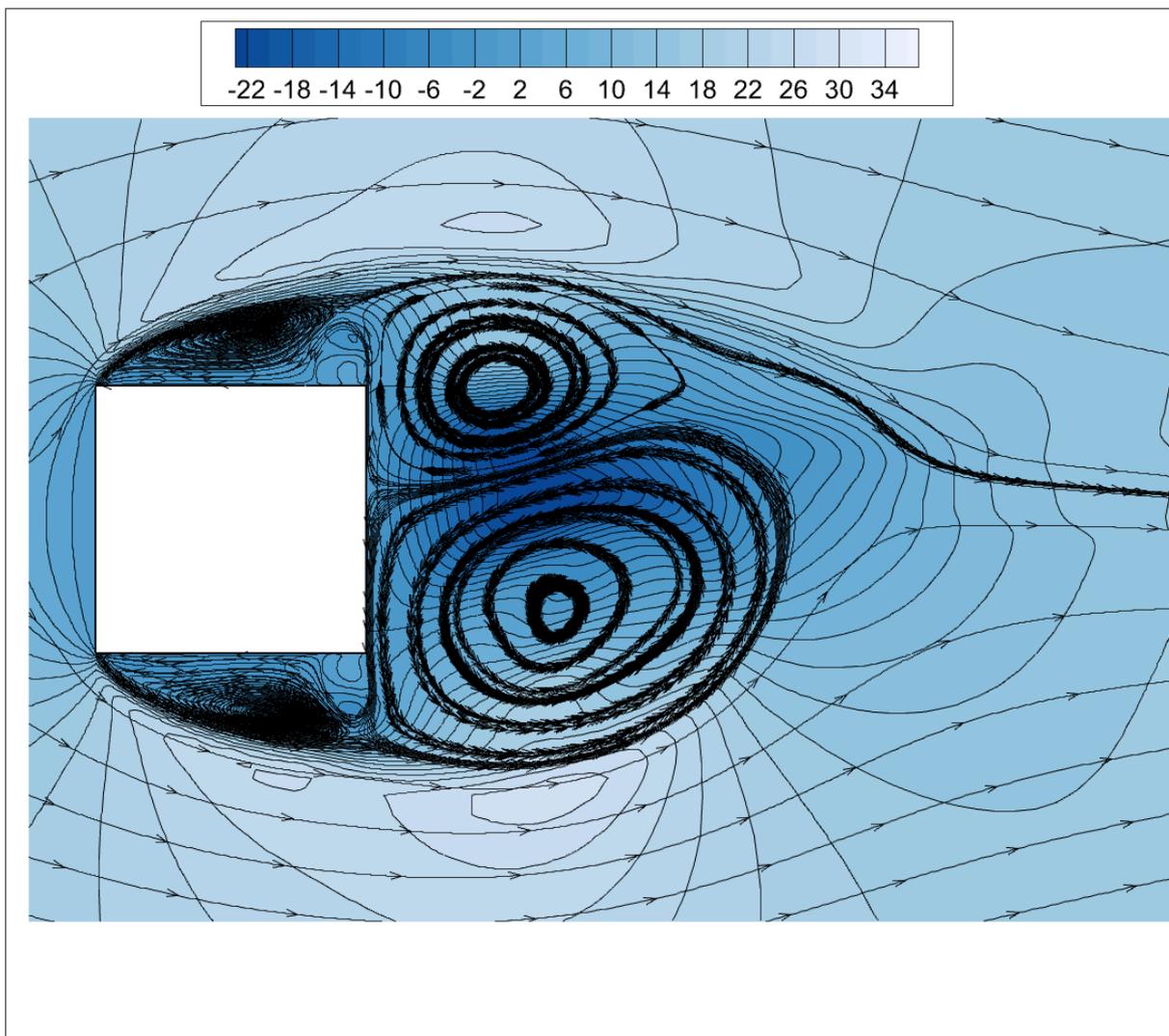


Figura 5-6 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 1/4 T_s$ para o modelo de malha média

Na Figura 5-7, tem-se o vórtice inferior desprendendo-se em direção a esteira e o vórtice superior aumentando de tamanho. Neste instante, o vórtice inferior caminha a jusante na esteira. O vórtice superior recebe contribuição da camada superior de mesma vorticidade e aumenta de tamanho e intensidade.

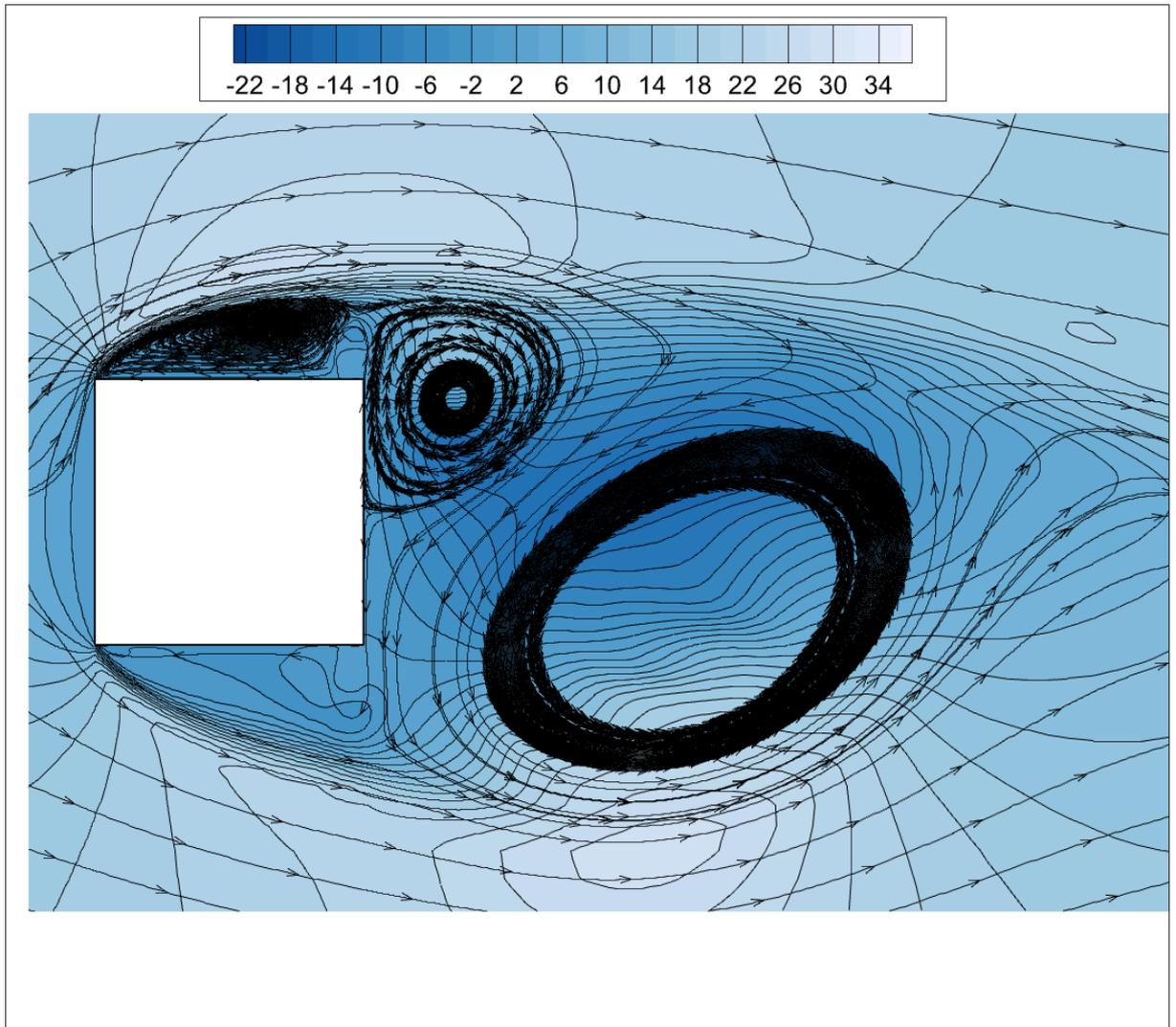


Figura 5-7 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 2/4 T_s$ para o modelo de malha média

Na Figura 5-8, o vórtice inferior segue a jusante na esteira e o vórtice superior aumenta de tamanho. O vórtice superior recebe contribuição da camada inferior de vorticidade contrária. A camada cisalhante oposta alimenta-o, porém já se encontra com tamanho suficientemente grande e na sua iminência de desprendimento.

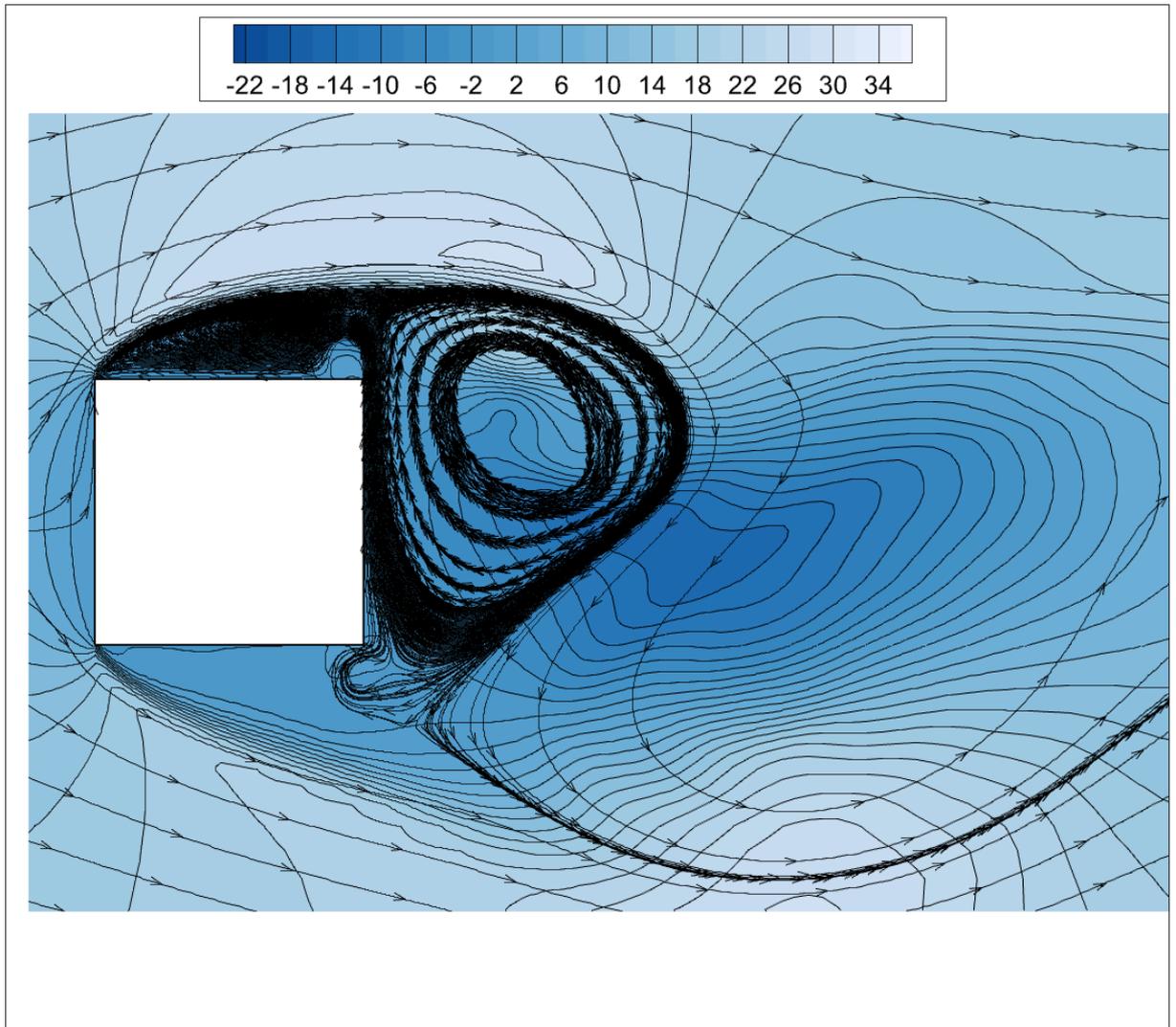


Figura 5-8 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 3/4 T_s$ para o modelo de malha média

Na Figura 5-9, o vórtice superior atingiu seu tamanho máximo e se desprende a jusante na esteira. Neste momento, conforme modelo de Gerrard (1966), inicia-se a formação de novo vórtice. Parte da camada cisalhante presente no lado oposto com circulação de sinal contrário retorna para a traseira do cilindro iniciando a formação de novo vórtice.

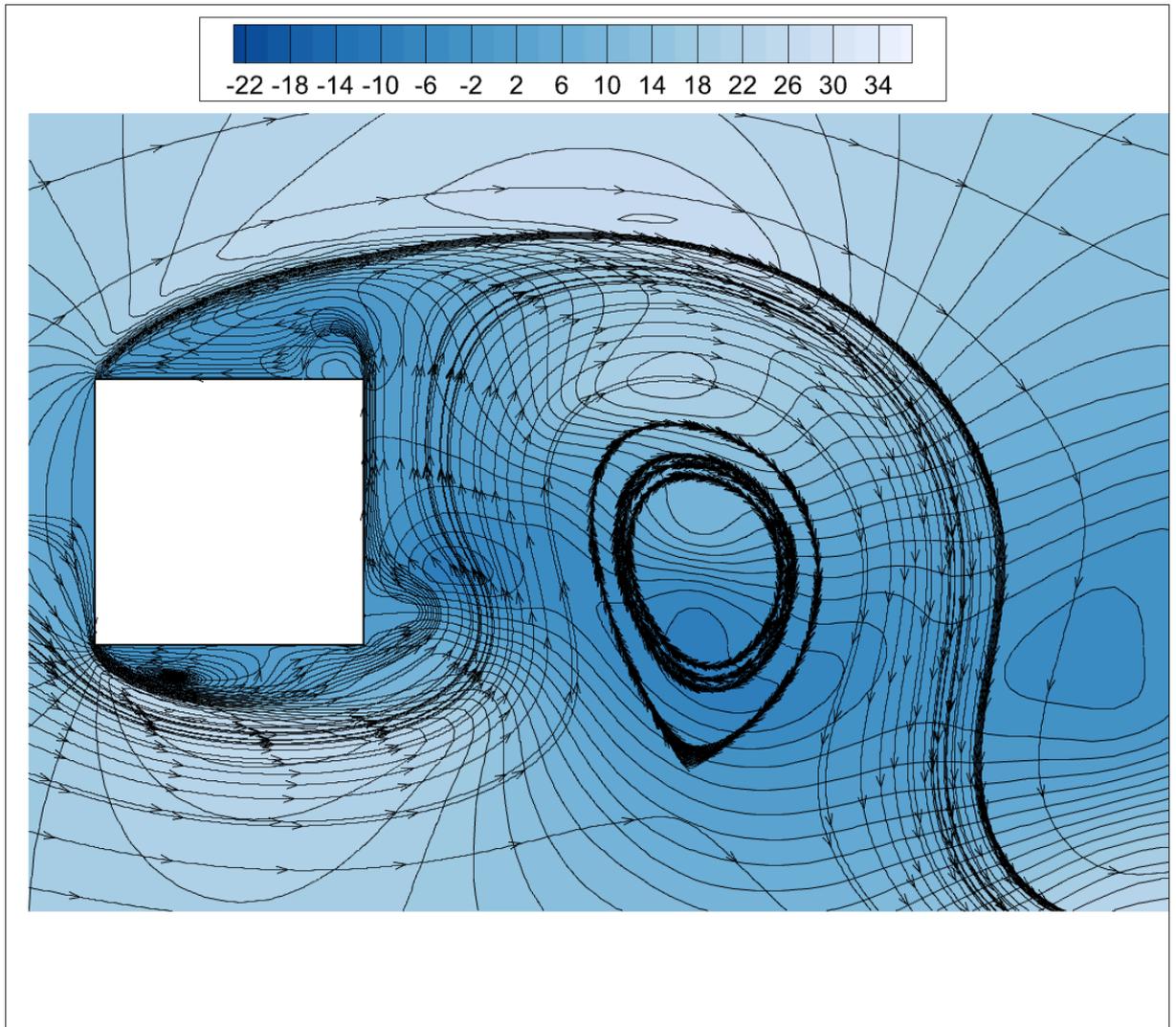


Figura 5-9 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 4/4 T_s$ para o modelo de malha média

Na Figura 5-10, o vórtice segue a jusante na esteira. O novo vórtice segue sendo alimentado pela camada cisalhante e ganhando força. Seu tamanho aumentará até que atinja um determinado valor no qual se desprenderá e seguirá na direção do escoamento, desprendendo-se do cilindro. Deste modo, o ciclo repete-se de modo alternado, dando continuidade a esteira de vórtices.

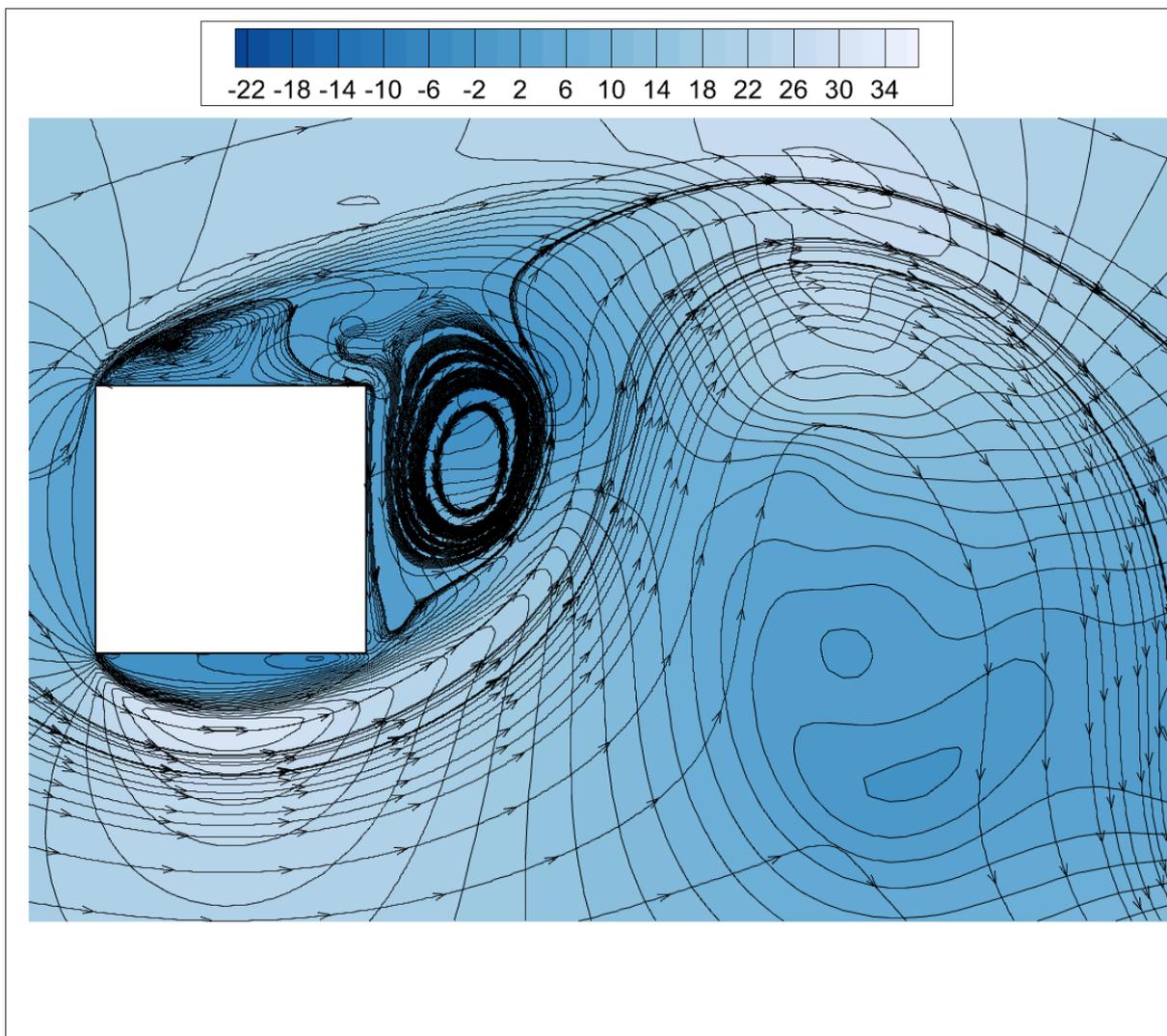
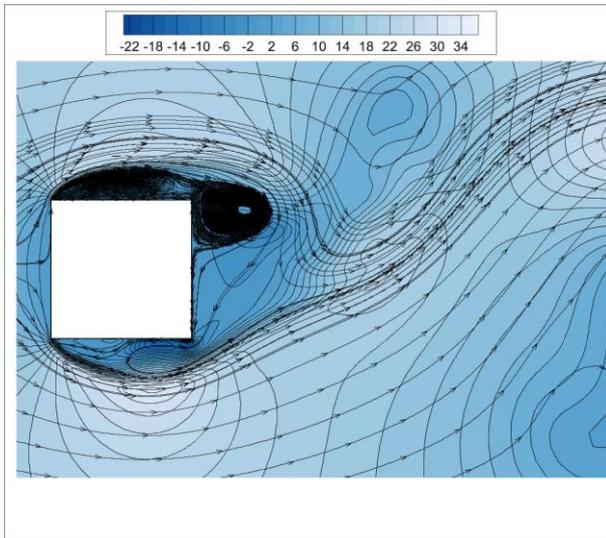
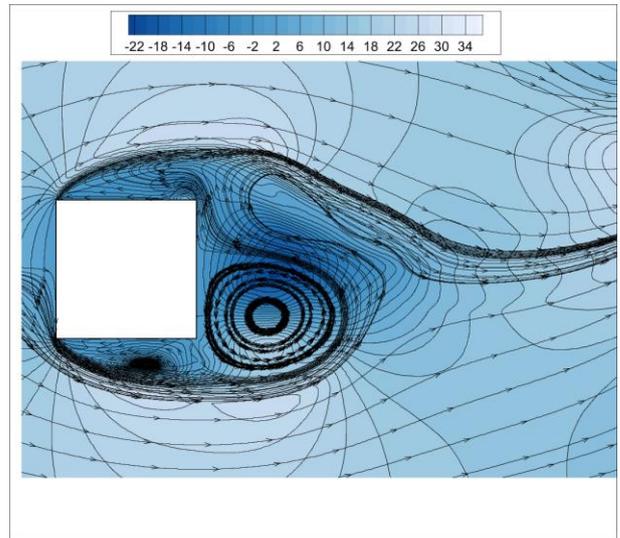


Figura 5-10 Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \approx t_0 + 5/4 T_s$ para o modelo de malha média

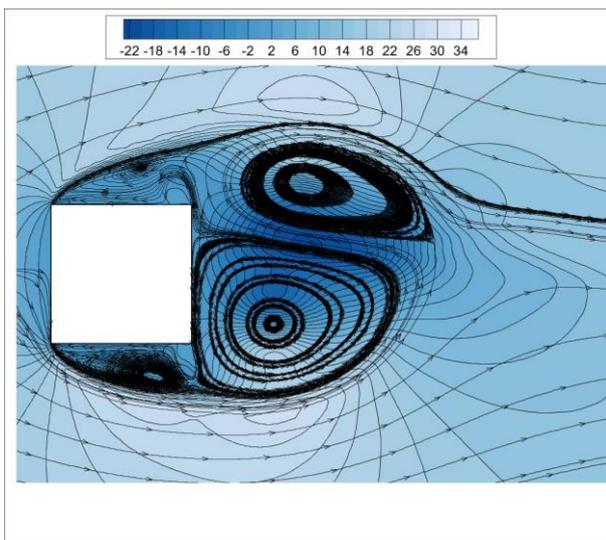
Na Figura 5-11, é apresentado o ciclo se repetindo. O fenômeno tem a mesma natureza, alternando-se o desprendimento, ora superior ora inferior. Nesta figura, são apresentados instantes subsequentes ao desprendimento supracitado de modo ilustrativo. O mesmo fenômeno é observado em ambos os modelos, malhas média e refinada, conforme fora apresentado na Tabela 5-5.



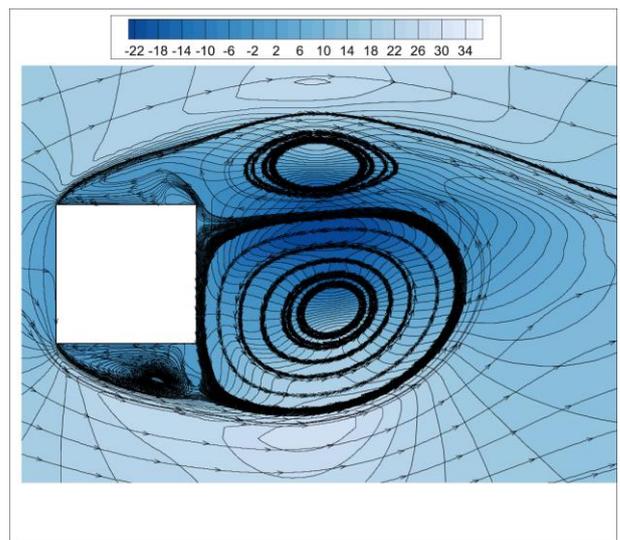
$$t \approx t_0 + 5/4 T_s$$



$$t \approx t_0 + 6/4 T_s$$



$$t \approx t_0 + 7/4 T_s$$



$$t \approx t_0 + 8/4 T_s$$

Figura 5-11 - Mapa de contorno de velocidades longitudinais e linhas de fluxos para o instante $t \geq t_0 + 5/4 T_s$ para o modelo de malha média

Entende-se, por fim, que a etapa de validação do modelo está concluída com condições para se prosseguir com as demais simulações deste trabalho conforme proposto na metodologia apresentada no capítulo 1.

CAPÍTULO 6

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo apresentam-se os resultados das simulações para os diferentes modelos de turbulência estudados neste trabalho. São comparados os parâmetros relevantes e outras medidas no escoamento, como a distribuição de velocidades médias na linha central do escoamento.

As simulações apresentadas nos subtópicos seguintes têm por base o modelo de malha média validado no capítulo 5, diferindo-se exclusivamente quanto ao modelo de turbulência utilizado na simulação em estudo. Deste modo, somente irá se descrever os modelos de turbulência com seus respectivos parâmetros, dado que as demais configurações já estão descritas no capítulo anterior.

Os resultados deste capítulo são apresentados por tópicos, inicialmente apresentam-se os resultados individualizados para a simulação numérica de cada modelo de turbulência. Neste momento discute-se os aspectos e os achados destas simulações a fim de averiguar sua pertinência face aos dados experimentais disponíveis. Por fim, são apresentados os resultados agrupados para fins de comparação entre os diferentes modelos. Entende-se que deste modo consegue-se apresentar os resultados com maior objetividade e reportá-los em maior detalhe, restando a análise comparativa final o papel de integrar os achados em cada uma das simulações destacando as principais diferenças observadas para cada modelo.

6.1 Simulação com Modelo de Turbulência RSM

Para as simulações com modelo de turbulência RSM adotou-se o esquema de ordem quadrática para o termo Pressão-Deformação. A condição de contorno das paredes foi resolvida através da equação da energia cinética turbulenta (*k – equation*). A escolha do modelo com funções paredes se deve aos ótimos resultados obtidos por Murakami e Mochida (1995) em estudo similar com o modelo RSM. Para a região de escoamento da parede do cilindro adotou-se o modelo de funções de parede escaláveis. Utilizou-se os valores padronizados para as constantes para do modelo apresentados em ANSYS (2020).

Na Figura 6-1 é apresentado o mapa de contorno dos valores médios da componente longitudinal de velocidade (*u*) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente

longitudinal de velocidade média para o modelo RSM. Constata-se a presença de uma região com velocidades negativas, indicando a presença de recirculação nas faces laterais e traseira do cilindro. Esta região está centrada em relação ao eixo horizontal ($y = 0$) do cilindro e apresenta um comprimento aproximado de $1.1D$, distância medida perpendicular ao centro da face traseira do cilindro. Para melhor visualização, a região de transição de velocidades médias positivas para negativa é apresentada no mapa com a cor cinza claro, destacando-a. No centro da parte frontal do cilindro, conforme já se esperava, é observado um trecho com velocidades médias nulas, caracterizando corretamente a região de estagnação. Por fim, constata-se que a região afastada em $1/2 D$ do cilindro nas faces laterais é a que apresenta maiores gradientes de velocidade. Na face frontal, esta região é observada afastada $1.5D$ do cilindro. Para a face traseira, observa-se um elevado gradiente até uma distância aproximada de $1.5D$ desta aresta.

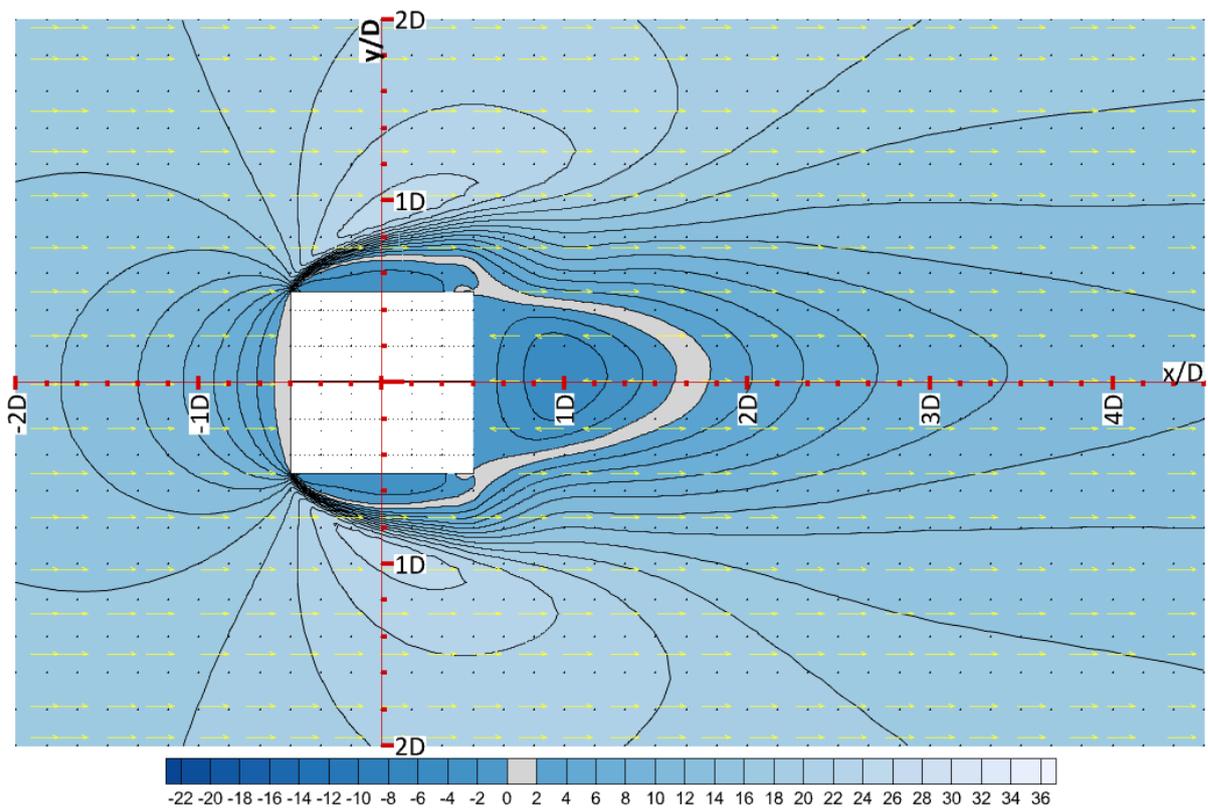


Figura 6-1 - Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotada em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo RSM.

Na Tabela 6-1 é apresentado um ciclo de desprendimento de vórtices nos quais as estruturas rotacionais coerentes são capturadas pelo um mapa de contorno do critério Q , regiões preenchidas pela cor azul. Conforme Zhan et al. (2019), o critério Q é definido como o segundo invariante do tensor gradiente de velocidades, onde o critério $Q > 0$ indica a

existência de um vórtice coerente. Pela definição de Q , este critério indica regiões onde a magnitude da vorticidade é superior a taxa de deformação do fluido. T_s diz respeito ao período de desprendimento de vórtices e t_0 ao início do ciclo de desprendimento de vórtices. Os instantes seguintes a t_0 são apresentados como fração de T_s subsequentes a t_0 .

No instante t_0 observa-se um vórtice superior em formação e outro vórtice inferior na iminência de seu desprendimento. As linhas de corrente auxiliam a visualização das estruturas rotacionais, já as áreas coloridas em azul indicam a existência de vórtices pelo critério $Q > 0$, ou seja, regiões onde a magnitude de vorticidade supera a taxa de deformação do fluido. Não obstante, os vetores de velocidade são plotados em conjunto com o mapa de contorno, de modo a auxiliar a observação dos pontos onde há estruturas rotacionais.

No instante $t \approx 1/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior continua a ser alimentado pela camada cisalhante superior, aumentando de tamanho. O vórtice inferior já está na iminência de seu desprendimento, neste momento recebe contribuição da camada cisalhante superior com vorticidade contrária.

No instante $t \approx 2/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior continua a ser alimentado pela camada cisalhante superior, porém seu tamanho permanece sem grandes alterações. O vórtice inferior já se desprende, contudo continua a receber contribuição da camada cisalhante superior com vorticidade contrária.

No instante $t \approx 3/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior continua a ser alimentado pela camada cisalhante superior, percebendo-se aumento expressivo em seu tamanho. O vórtice inferior segue a jusante, percebendo cada vez menos da camada cisalhante superior com vorticidade contrária.

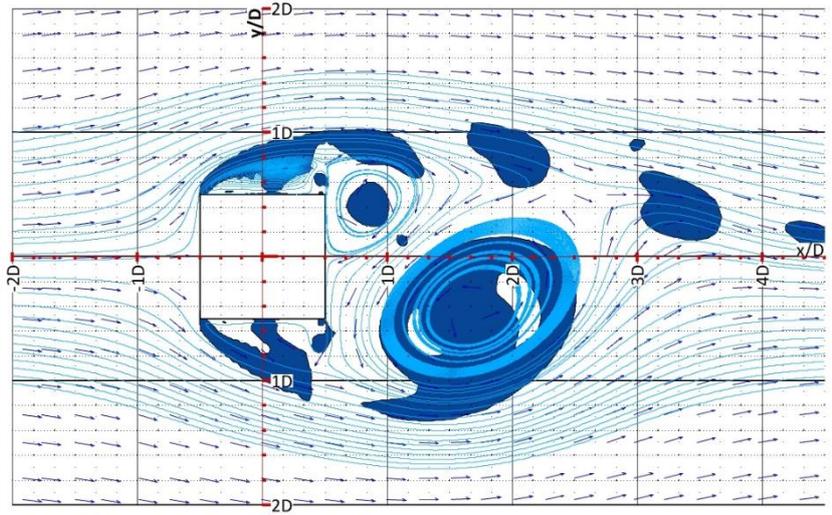
No instante $t \approx 4/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior com tamanho expressivo e na iminência de seu desprendimento. Pela sua força, atrai a camada cisalhante oposta com vorticidade contrária.

No instante $t \approx 5/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior com tamanho expressivo já se desprende do cilindro e segue a jusante na esteira.

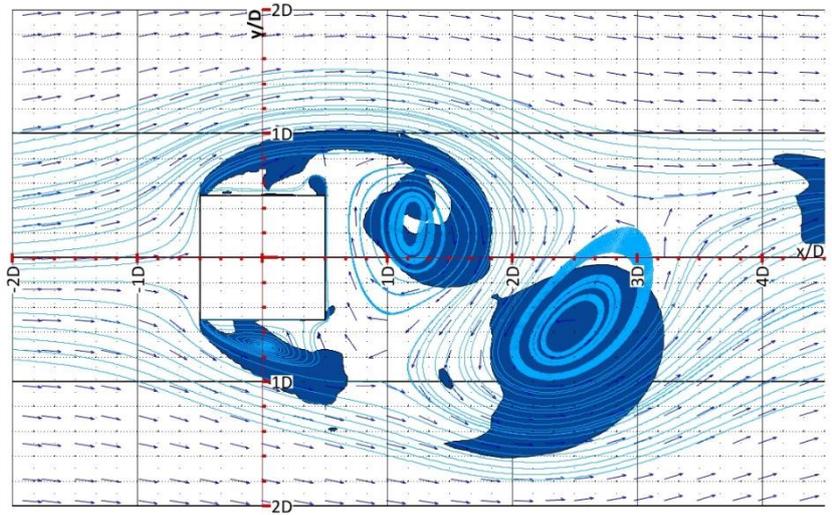
Tabela 6-1 – Apresentação de um ciclo de desprendimento de vórtices pelo critério Q. T_s diz respeito ao período de desprendimento de vórtices e t_0 ao início do ciclo de desprendimento de vórtices. Os instantes seguintes a t_0 são apresentados como fração de T_s subsequentes a t_0 .

Instante	Mapa de Contorno - Critério Q
$t = t_0 \rightarrow \frac{0}{4}T_s$ (Início do ciclo de desprendimento de vórtices)	
$t \approx \frac{1}{4}T_s$	

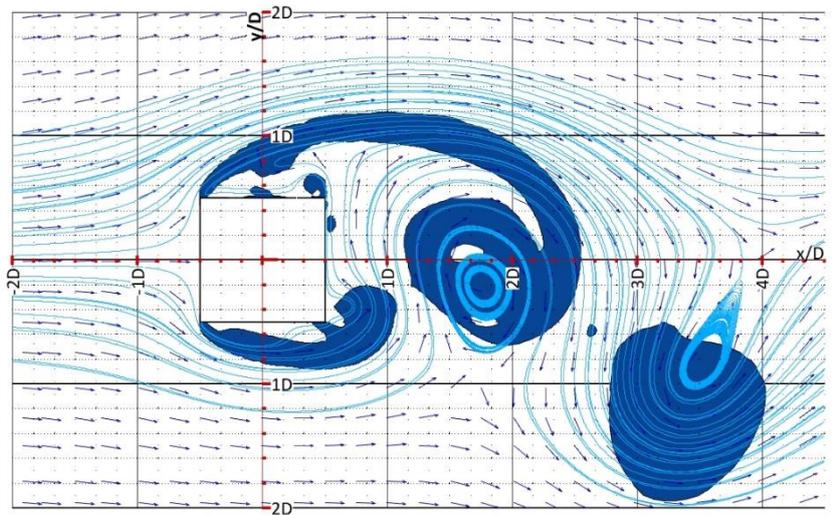
$$t \approx \frac{2}{4} T_s$$



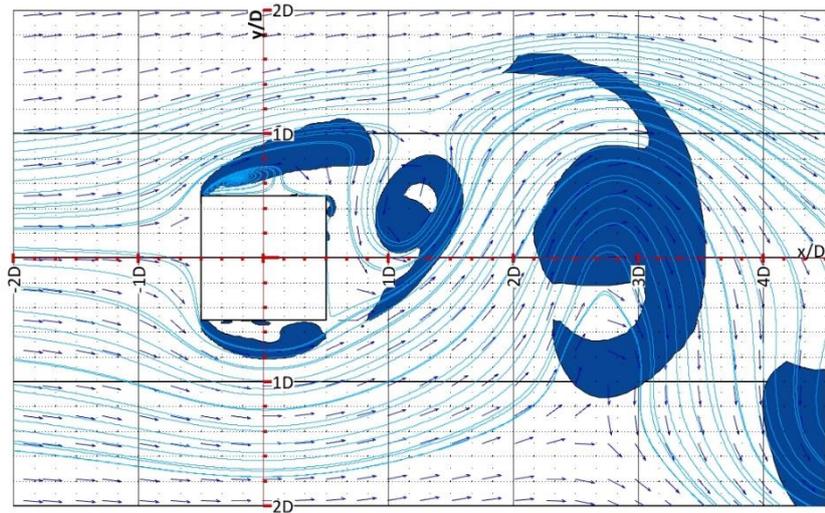
$$t \approx \frac{3}{4} T_s$$



$$t \approx \frac{4}{4} T_s$$



$$t \rightarrow \frac{5}{4} T_s$$



A Figura 6-2 representa a variação da média temporal da componente longitudinal de velocidade ao longo da linha central do escoamento ($y = 0D$) obtida pelo modelo de turbulência RSM e plotada em conjunto com os dados experimentais Bosch, Kappler e Rodi (1996). A curva vermelha representa o valor médio da variável, enquanto as linhas vermelhas tracejadas delimitam a região de um desvio padrão da média. Os eixos ordenados são destacados em vermelho, cujo eixo horizontal representa a posição relativa x/D , conforme apresentado no capítulo 5, e o eixo vertical a velocidade média (\bar{u}) de cada ponto normalizada pela velocidade uniforme a montante do cilindro (u_{inf}).

Percebe-se boa correlação do resultado com os dados experimentais, observado que estão contidos na região de um desvio padrão. A fronteira de um desvio padrão, delimitada pelas linhas tracejadas vermelhas, demonstram que os valores experimentais estão por completo inseridos nela.

Com referência ao valor médio da simulação pelo modelo de turbulência RSM, observa-se que na posição $x/D = 3$ há uma inversão na polaridade das diferenças com os dados experimentais. Para $x/D < 1.5$, os valores experimentais de \bar{u}/u_{inf} coincidem com os numéricos. Por outro lado, para $x/D > 1.5$, os valores experimentais de \bar{u}/u_{inf} são ligeiramente superiores aos simulados. Não obstante, na ausência de resultados de Bosch, Kappler e Rodi (1996) para $x/D > 3.5$ não é possível afirmar que a continuidade da tendência observada para $x/D > 1.5$.

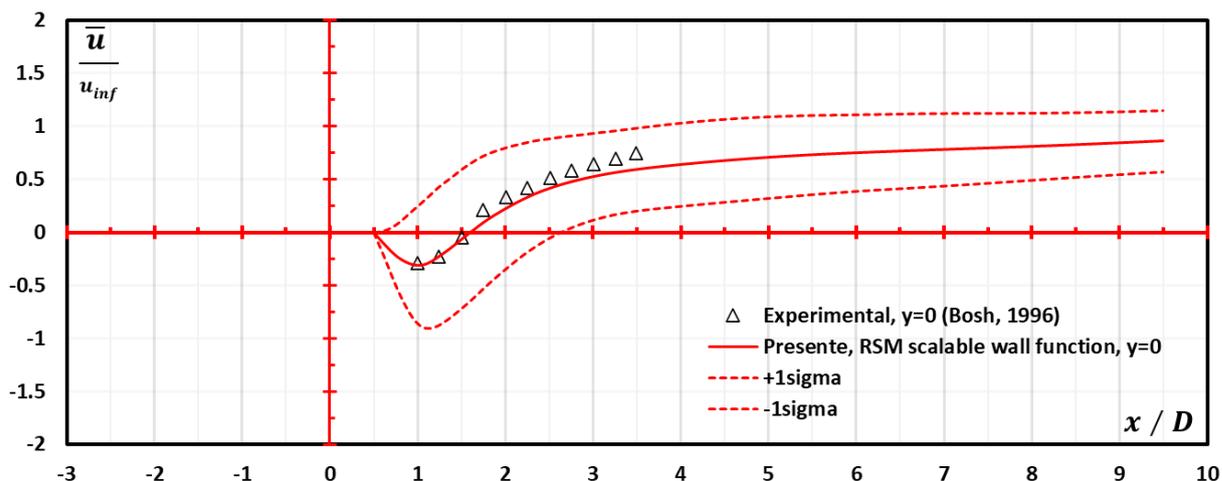


Figura 6-2 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas ($\pm 1\sigma$) e com os resultados experimentais de Bosch, Kappler e Rodi (1996).

A Figura 6-3 representa a variação da média temporal da componente longitudinal de velocidade ao longo da linha horizontal $y = 1D$ do escoamento obtida pelo modelo de turbulência RSM plotada em conjunto com os dados experimentais de Bosch, Kappler e Rodi (1996). A curva vermelha representa o valor médio da variável, enquanto as linhas vermelhas tracejadas delimitam a região de um desvio padrão da média. Os eixos ordenados são destacados em vermelho, cujo eixo horizontal representa a posição relativa x/D , conforme apresentado no capítulo 5, e o eixo vertical a velocidade média (\bar{u}) de cada ponto normalizada pela velocidade uniforme a montante do cilindro (u_{inf}).

Constata-se boa correlação do resultado com os dados experimentais, observado que estão contidos na região de um desvio padrão. A fronteira de um desvio padrão, delimitada pelas linhas tracejadas vermelhas, demonstram que os valores experimentais estão por completo inseridos nela. Para $x/D < 2$, observa-se os valores simulados coincidentes com os obtidos por Bosch, Kappler e Rodi (1996). Por outro lado, para $x/D > 2$, é percebido maior dispersão dos resultados. Todavia, na ausência de dados experimentais, não é possível concluir se a tendência persiste e se algum momento extrapola a fronteira de um desvio padrão.

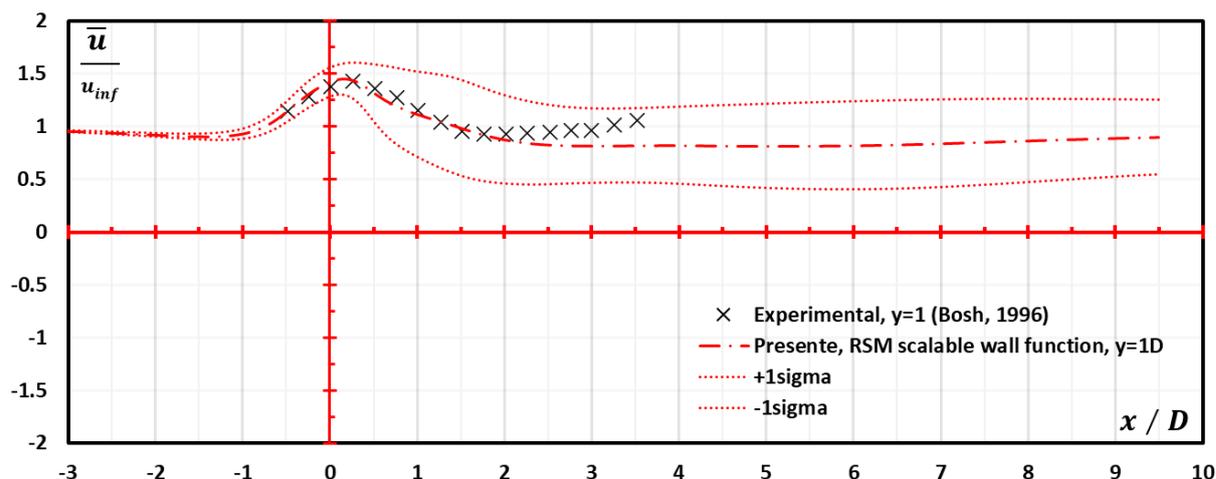


Figura 6-3 - Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas e resultados experimentais de Bosch, Kappler e Rodi (1996).

A Figura 6-4 representa a variação da média temporal do coeficiente de pressão estático (\bar{C}_p), definido como a razão entre a pressão estática e a pressão dinâmica no ponto considerado, no perímetro ABCD do cilindro.

A curva vermelha com traço e ponto duplo diz respeito aos valores obtidos a partir do modelo de turbulência RSM, já as linhas tracejadas demarcam a região de um desvio padrão deste valor médio. Os dados experimentais de Bearman e Trueman (1972) são apresentados como linha preta contínua para fins de análise comparativa dos resultados.

No ponto A, conhecido como ponto de estagnação, observa-se boa convergência com os resultados experimentais. No trecho AB, na medida em que se aproxima da quina B, tem-se maior divergência. Não obstante, os valores são próximos e estão contidos dentro da região de um desvio padrão.

No trecho BC tem-se o maior desvio padrão observado, com melhor convergência dos resultados numéricos nas extremidades. Percebe-se no trecho intermediário maior desvio frente aos dados experimentais, todavia ainda se tem a curva de Bearman e Obasaju (1982) contida na região de um desvio padrão.

Por fim, no trecho CD observa-se boa correlação entre as curvas próximo a quina C. A medida em que se aproxima do ponto D a dispersão entre as curvas aumenta.

No trecho BCD, devido a presença da parede, observa-se maiores gradientes de velocidade e pressão. Dado que o modelo RSM adotado trata estes efeitos por funções de

parede, percebe-se que essa aproximação conjugada as demais simplificações do modelo numérico influíram sobre os resultados subestimando-os frente aos dados de Bearman e Obasaju (1982).

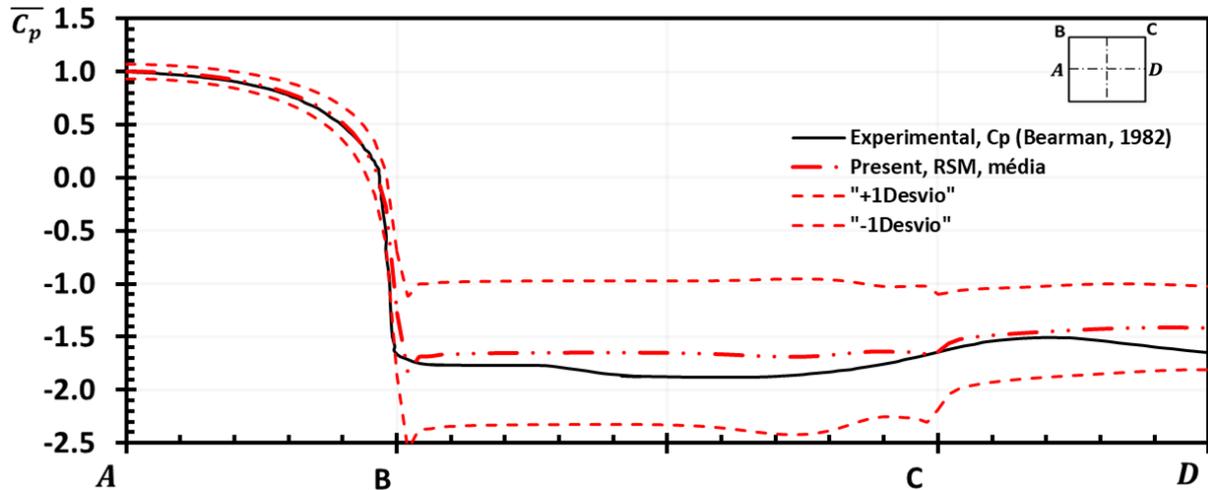


Figura 6-4 – Coeficiente de pressão médio (linha tracejada com ponto duplo) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) e com os resultados experimentais de Bearman e Obasaju (1982).

A Figura 6-5 representa a variação da média temporal do coeficiente de pressão estático ($\overline{C_p}$), definido como a razão entre a pressão estática e a pressão dinâmica no ponto considerado, na linha central do escoamento ($y = 0D$). O resultado numérico para o modelo RSM é apresentado em pela curva vermelha com linha traço-ponto, o respectivo intervalo de um desvio padrão desta média é delimitado pelas linhas vermelhas tracejadas. A linha preta apresenta os resultados de Trias et al (2015), o qual foi obtido por simulação numérica direta (DNS). Elucida-se que a simulação de Trias et al (2015), embora não seja o experimento físico, tem relevância em termos de precisão pois foi elaborada através da técnica DNS, a qual tem o maior nível de precisão conhecido para o campo do CFD. Por fim, os resultados de Nakamura e Ohya (1984) são apresentados por marcadores do tipo triângulo.

Para $x/D < 1$, os resultados experimentais estão fora da região de um desvio padrão. No intervalo $1 < x/D < 2$ tem-se maior proximidade com os valores experimentais. Embora não haja convergência, é percebido que os dados de Nakamura e Ohya (1984) estão contidos no intervalo de um desvio padrão. Esta tendência é preservada para $x/D > 2$, na qual se observa uma estabilização da dispersão dos resultados. Portanto, constata-se que a presente simulação numérica não foi capaz de reproduzir adequadamente os resultados experimentais de Nakamura e Ohya (1984), visto que para $x/D < 1$ a região de um desvio padrão não contém estes dados.

Com referência ao resultado de Trias et al (2015), percebe-se que ele também foi incapaz de capturar com precisão os resultados experimentais. Para $x/D > 3$ é observada melhor convergência, a qual é creditada a ocorrência de menores gradientes de pressão nesta região. A principal diferença observada em relação a presente simulação diz respeito ao comportamento da curva obtida pelo modelo RSM, na qual a alteração em seu raio de curvatura é observada com atraso face aos dados numéricos de DNS. A simulação de Trias et al (2015), embora não tenha precisão em capturar o resultado de Nakamura e Ohya (1984), apresenta o mesmo comportamento destes, ou seja, atinge valores mínimos e máximos em coordenadas próximas as constatadas pelo experimento físico. Este comportamento não é observado para o modelo RSM, no qual os pontos notáveis do gráfico são observados em posições distintas daquelas reportadas por Nakamura e Ohya (1984).

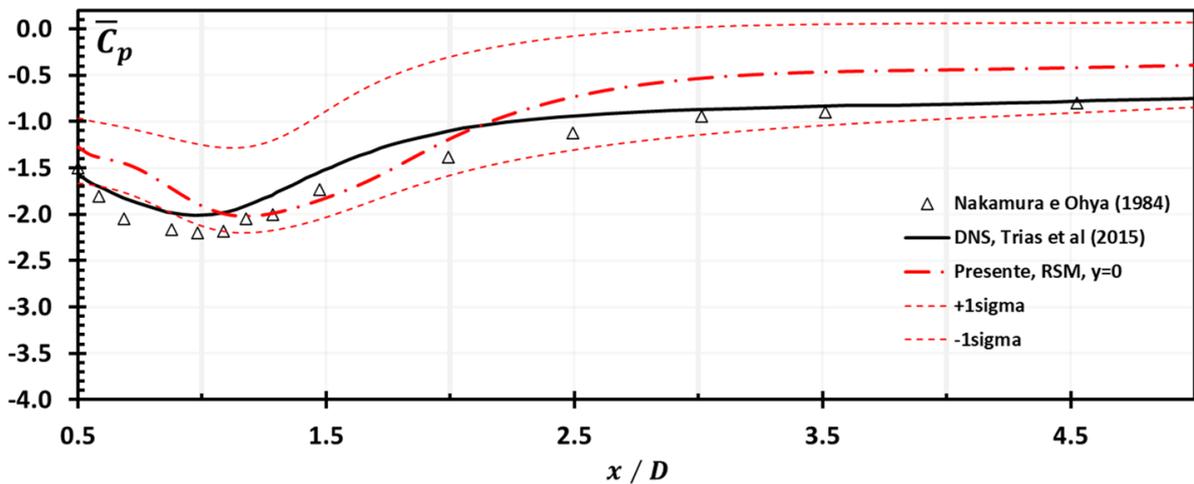


Figura 6-5 – Valor médio do coeficiente de pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotada em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada), com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e com os dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).

Para os parâmetros relevantes, tem-se os valores de número de Strouhal igual a 0.141, valor superior aos dados experimentais de Lyn et al. (1995), igual a 0.135. O desvio da simulação ao experimento é de 4.4%, denotando, portanto, boa correlação. Encontrou-se o valor do coeficiente de arrasto (C_D) do cilindro igual 2.18 com o modelo de turbulência RSM, ao passo que Lyn et. all (1995) encontrou o valor de 2.15. Portanto, os valores da simulação são 1.4% superiores aos dados experimentais de referência. Deste modo, observa-se que embora se constate as divergências no coeficiente médio de pressão no perímetro ABCD, conforme Figura 6-4, analisando-se os parâmetros relevantes estes desvios são atenuados. Assim, tem-se boa concordância entre os dados desta simulação e os resultados apresentados por Lyn et. all (1995).

6.2 Simulação com Modelo de Turbulência $SST - k\omega$

Para as simulações com modelo de turbulência $SST-k\omega$, utilizou-se os valores recomendados em ANSYS (2020) para as constantes. Não se utilizou nenhum parâmetro de correção ou limitação para o modelo, como as correções para baixo Reynolds. Esta parametrização foi utilizada com sucesso para escoamentos similares por Freitas et al. (2021) e Sarmiento et al. (2020). As demais configurações e a malha utilizada estão apresentadas no capítulo 5. Reitera-se que as alterações introduzidas para a simulação deste tópico dizem respeito exclusivamente ao modelo de turbulência adotado. Desse modo, espera-se que a interferência de outras variáveis, como discretização do domínio ou diferentes esquemas numéricos, não influirão nos resultados.

Na Figura 6-6 é apresentado o mapa de contorno dos valores médios da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo $SST - k\omega$. Constata-se a presença de uma região com velocidades negativas, indicando a presença de recirculação nas faces laterais e traseira do cilindro. Esta região está deslocada em relação ao eixo horizontal ($y = 0$) do cilindro e apresenta um comprimento aproximado de $0.68D$, distância medida perpendicular ao centro da face traseira do cilindro. Principalmente na região da esteira, conforme destacado na Figura 6-7, esperava simetria em relação a reta $y = 0$ no mapa de contorno de velocidades longitudinais médias. Sobre a natureza desta divergência, requer-se maiores estudos para sua compreensão, o que extrapola o escopo do presente trabalho. Assume-se que em virtude das hipóteses simplificadoras do modelo $SST - k\omega$, ele foi incapaz de reproduzir o comportamento físico esperado para esta região de grande recirculação, gradiente de pressão adverso e elevada curvatura das linhas de corrente.

Na Figura 6-6, para melhor visualização, a região de transição de velocidades médias positivas para negativa é apresentada no mapa com a cor cinza claro, destacando-a. No centro da parte frontal do cilindro, conforme já se esperava, é observado um trecho com velocidades médias nulas, caracterizando corretamente a região de estagnação. Por fim, constata-se que a região afastada em $1/3 D$ do cilindro nas faces laterais é a que apresenta maiores gradientes de velocidade. Na face frontal, esta região é observada afastada $1/2 D$ do cilindro. Para a face traseira, observa-se um elevado gradiente até uma distância aproximada de $1D$ desta aresta.

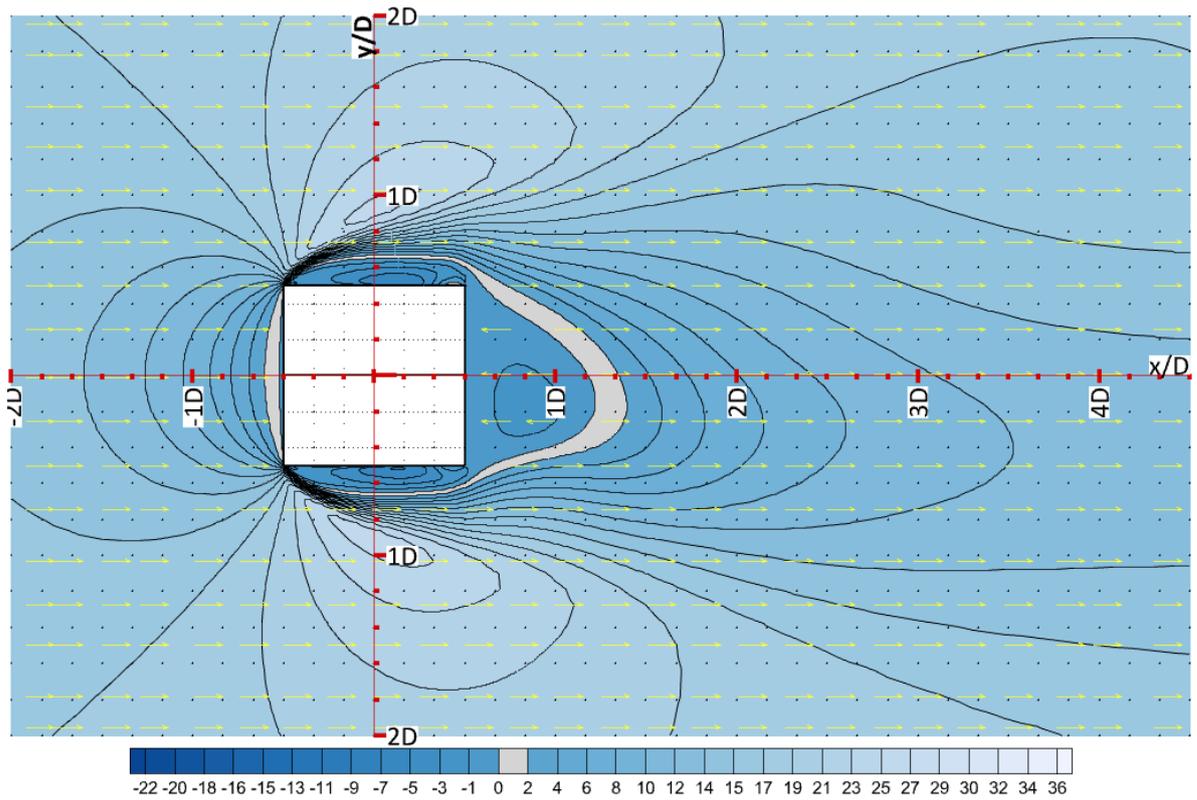


Figura 6-6 - Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo $SST - k\omega$.

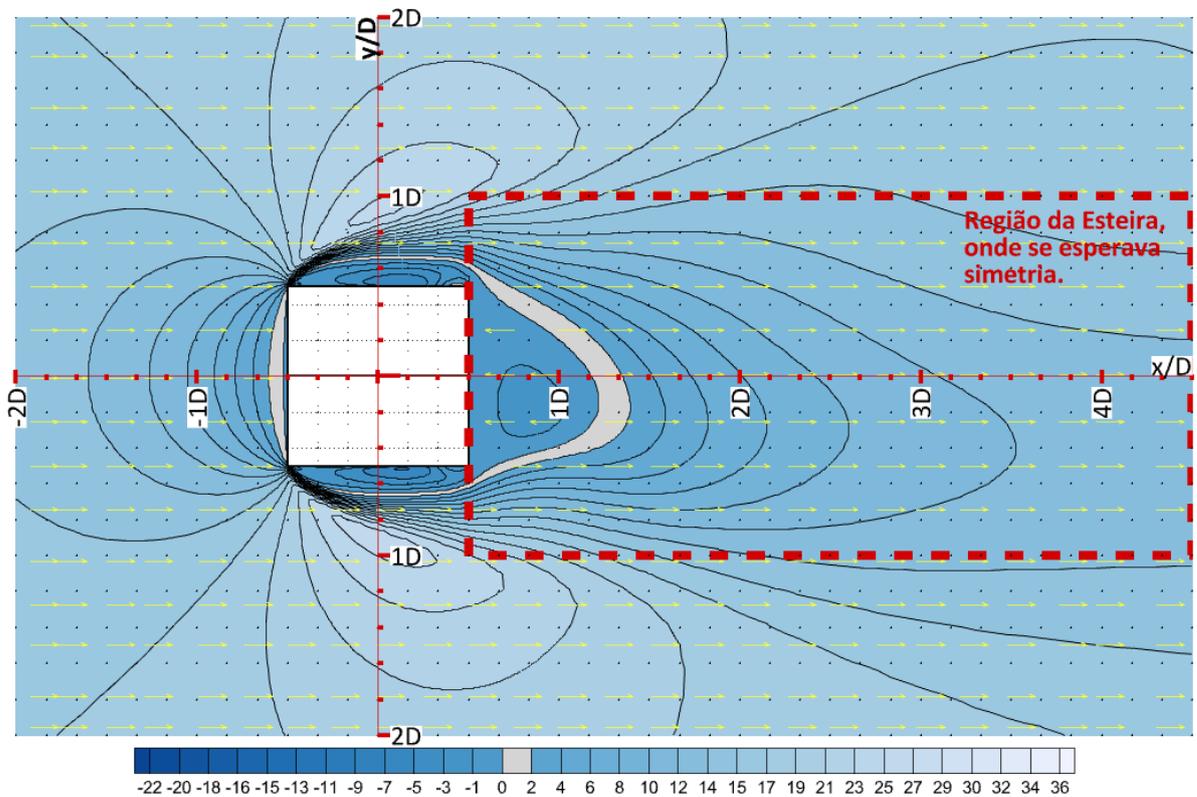


Figura 6-7 - Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial de velocidades médias para o modelo $SST - k\omega$. Neste gráfico é destacado a região da esteira onde a simetria no gráfico de contorno seria esperada.

Na Tabela 6-2 é apresentado um ciclo de desprendimento de vórtices nos quais as estruturas rotacionais coerentes são capturadas pelo um mapa de contorno do critério Q , regiões preenchidas pela cor azul. Conforme Zhan et al (2019), o critério Q é definido como o segundo invariante do tensor gradiente de velocidades, onde o critério $Q > 0$ indica a existência de um vórtice coerente. Pela definição de Q , este critério indica regiões onde a magnitude da vorticidade é superior a taxa de deformação do fluido. T_s diz respeito ao período de desprendimento de vórtices e t_0 ao início do ciclo de desprendimento de vórtices. Os instantes seguintes a t_0 são apresentados como fração de T_s subsequentes a t_0 .

No instante t_0 observa-se um vórtice superior em formação e outro vórtice inferior em desenvolvimento. As linhas de corrente auxiliam a visualização das estruturas rotacionais, já as áreas coloridas em azul indicam a existência de vórtices pelo critério $Q > 0$, ou seja, regiões onde a magnitude de vorticidade supera a taxa de deformação do fluido. Não obstante, os vetores de velocidade são plotados em conjunto com o mapa de contorno, de modo a auxiliar a observação dos pontos onde há estruturas rotacionais.

No instante $t \approx 1/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior continua a ser alimentado pela camada cisalhante superior, aumentando de tamanho. O vórtice inferior continua em processo de consolidação, percebe-se neste momento um maior alongamento de sua estrutura.

No instante $t \approx 2/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior continua a ser alimentado pela camada cisalhante superior, percebendo aumento em seu tamanho. A camada cisalhante inferior, com vorticidade contrária, é atraída por essa estrutura rotacional, face sua magnitude. O vórtice inferior permanece em consolidação, constatando-se maior alongamento de sua forma.

No instante $t \approx 3/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior está na iminência de seu desprendimento, continuando a atrair a camada cisalhante inferior. O vórtice inferior percebe expressivo aumento em seu tamanho e apresenta uma forma mais homogênia com menor alongamento. A jusante, percebendo cada vez menos da camada cisalhante superior com vorticidade contrária.

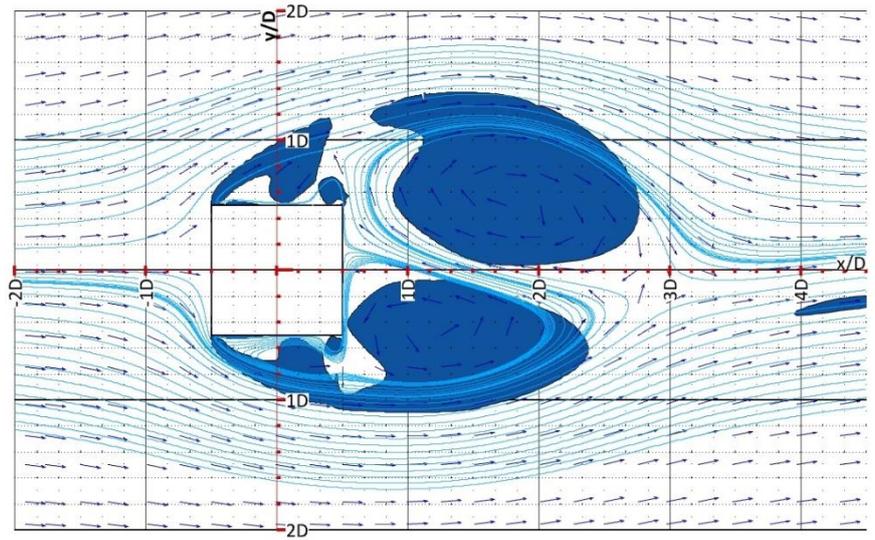
No instante $t \approx 4/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior com tamanho expressivo já se desprende. O vórtice inferior, pela sua força, atrai a camada cisalhante oposta com vorticidade contrária. Está na iminência de seu desprendimento.

No instante $t \approx 5/4 T_s$, observa-se que o vórtice inferior com tamanho expressivo já se desprendeu do cilindro e segue a jusante na esteira. Um novo vórtice superior está em processo de formação, dando início a um novo ciclo de desprendimento.

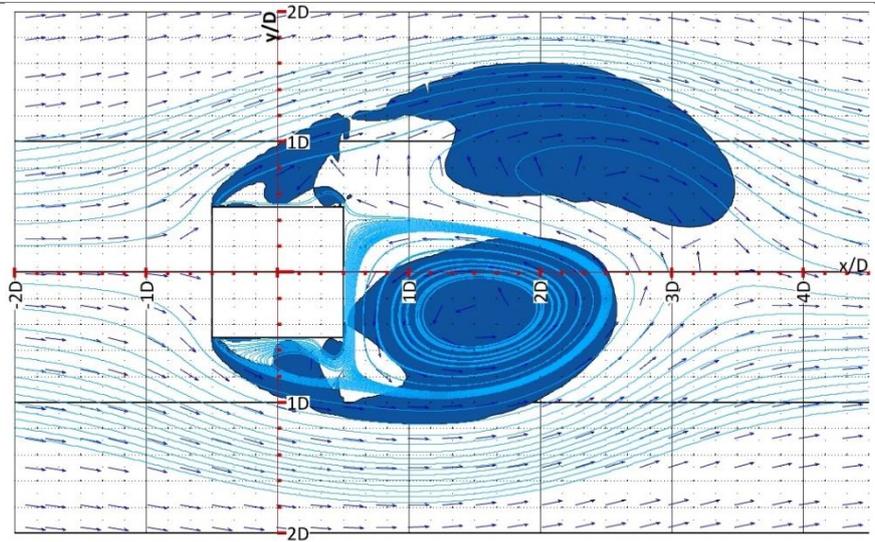
Tabela 6-2 – Apresentação de um ciclo de desprendimento de vórtices pelo critério Q. T_s diz respeito ao período de desprendimento de vórtices e t_0 ao início do ciclo de desprendimento de vórtices. Os instantes seguintes a t_0 são apresentados como fração de T_s subsequentes a t_0 .

Instante	Mapa de Contorno - Critério Q
$t = t_0 \rightarrow \frac{0}{4} T_s$ <p>(Início do ciclo de desprendimento de vórtices)</p>	
$t \approx \frac{1}{4} T_s$	

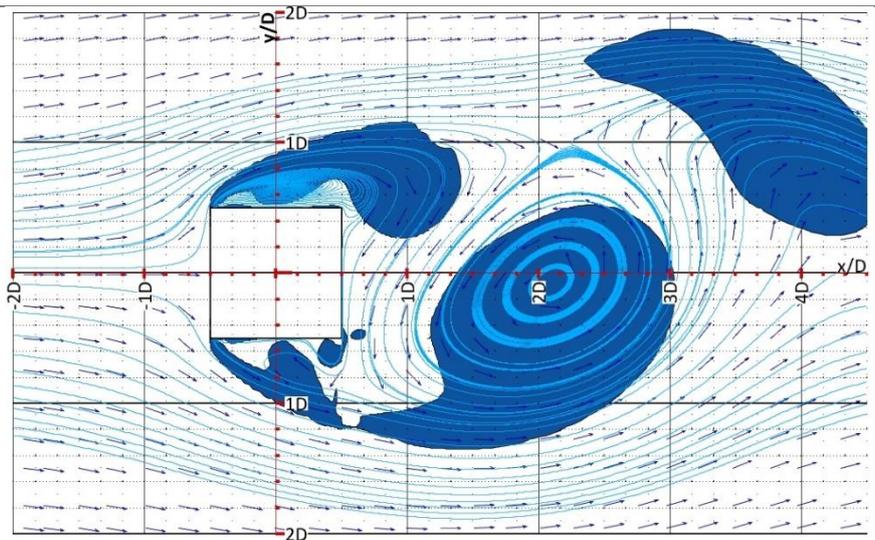
$$t \approx \frac{2}{4}T_s$$

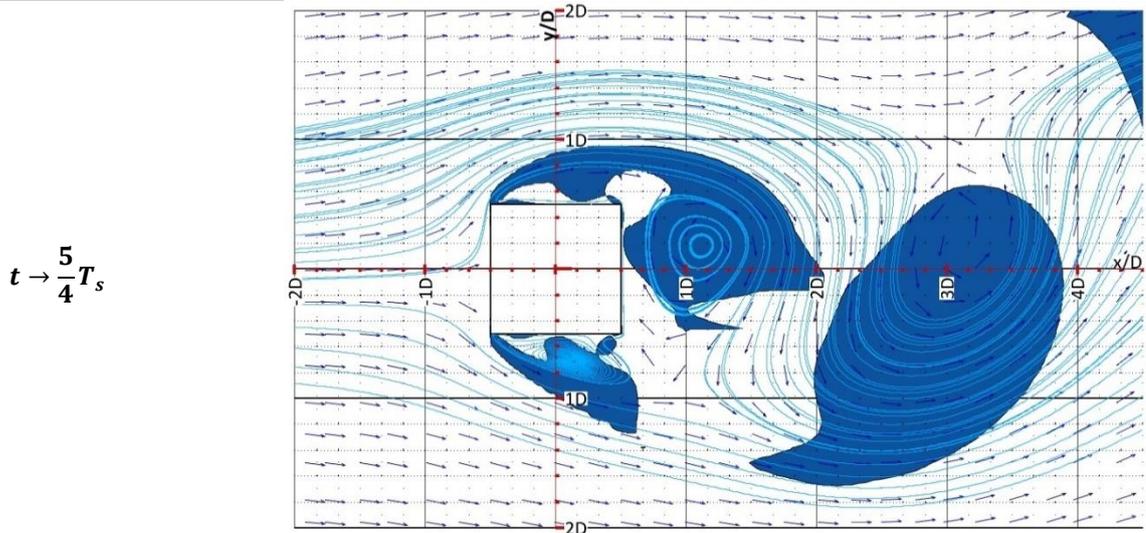


$$t \approx \frac{3}{4}T_s$$



$$t \approx \frac{4}{4}T_s$$





A Figura 6-8 representa a variação da média temporal da componente longitudinal de velocidade ao longo da linha central do escoamento ($y = 0D$) obtida pelo modelo de turbulência $SST - k\omega$ e plotada em conjunto com os dados experimentais de Bosch (1996). A curva roxa em linha traço-ponto representa o valor médio da variável, enquanto as linhas roxas tracejadas delimitam a região de um desvio padrão dessa média. Os eixos ordenados são destacados em vermelho, cujo eixo horizontal representa a posição relativa x/D , conforme apresentado no capítulo 5, e o eixo vertical a velocidade média (\bar{u}) de cada ponto normalizada pela velocidade uniforme a barlavento do cilindro (u_{inf}).

Percebe-se positiva correlação do resultado com os dados experimentais, observado que estão contidos na região de um desvio padrão. A fronteira de um desvio padrão, delimitada pelas linhas tracejadas vermelhas, demonstram que os valores experimentais estão por completo limitados a ela. Para $x/D < 2$, região de maior recirculação e curvatura das linhas de corrente, observa-se que os valores médios são subestimados pelo modelo. Para $x/D > 2$, estes valores são mais próximos da média e o modelo reproduz o experimento com maior acurácia.

Elucida-se que a turbulência é gerada nas quinas a barlavento, com elevada anisotropia, e tende a uniformização à medida que o escoamento se afasta do cilindro. Dado que o modelo $SST - k\omega$ trabalha com variáveis que descrevem a turbulência de modo indireta e linear, ou seja, não através de suas componentes, conforme modelo RSM, era esperado que na região mais próxima do cilindro ($x/D < 2$) se observasse maior desvio dos resultados experimentais, dado que é onde há maior anisotropia.

Com referência ao valor médio da simulação pelo modelo de turbulência SST – $k\omega$, observa-se que na posição $x/D = 3.5$ há coincidência com os dados experimentais. Para $x/D < 3.5$, os valores experimentais de \bar{u}/u_{inf} são inferiores aos do modelo numéricos. Não obstante, na ausência de resultados de Bosh (1996) para $x/D > 3.5$ não é possível afirmar que a continuidade da tendência observada para $x/D > 3.5$.

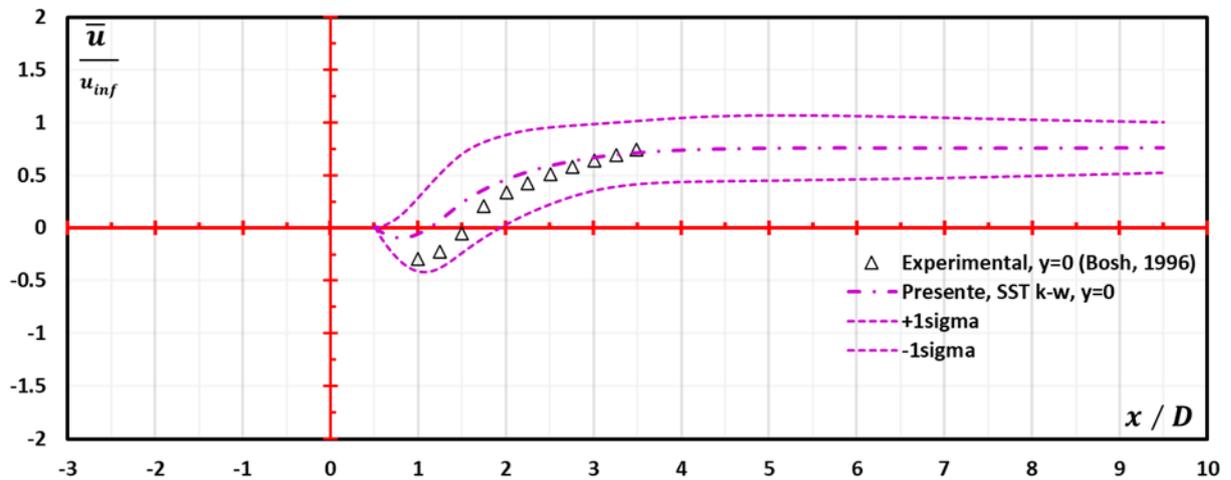


Figura 6-8 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas e com os resultados experimentais de Bosch (1996).

A Figura 6-9 representa a variação da média temporal da componente longitudinal de velocidade ao longo da linha horizontal $y = 1D$ do escoamento obtida pelo modelo de turbulência SST – $k\omega$ plotada em conjunto com os dados experimentais de Bosch (1996). A curva roxa traço-ponto representa o valor médio da variável, enquanto as linhas roxas tracejadas delimitam a região de um desvio padrão dessa média. Os eixos ordenados são destacados em vermelho, cujo eixo horizontal representa a posição relativa x/D , conforme apresentado no capítulo 5, e o eixo vertical a velocidade média (\bar{u}) de cada ponto normalizada pela velocidade uniforme a montante do cilindro (u_{inf}).

Constata-se boa correlação do resultado com os dados experimentais, observado que estão contidos na região de um desvio padrão. A fronteira de um desvio padrão, delimitada pelas linhas tracejadas vermelhas, demonstram que os valores experimentais estão por completo inseridos nela. Para $x/D < 2$, observa-se os valores simulados coincidentes com os obtidos por Bosh (1996). Por outro lado, para $x/D > 2$, é percebido maior dispersão dos resultados. Todavia, na ausência de dados experimentais, não é possível concluir se a tendência persiste e se algum momento extrapola a fronteira de um desvio padrão.

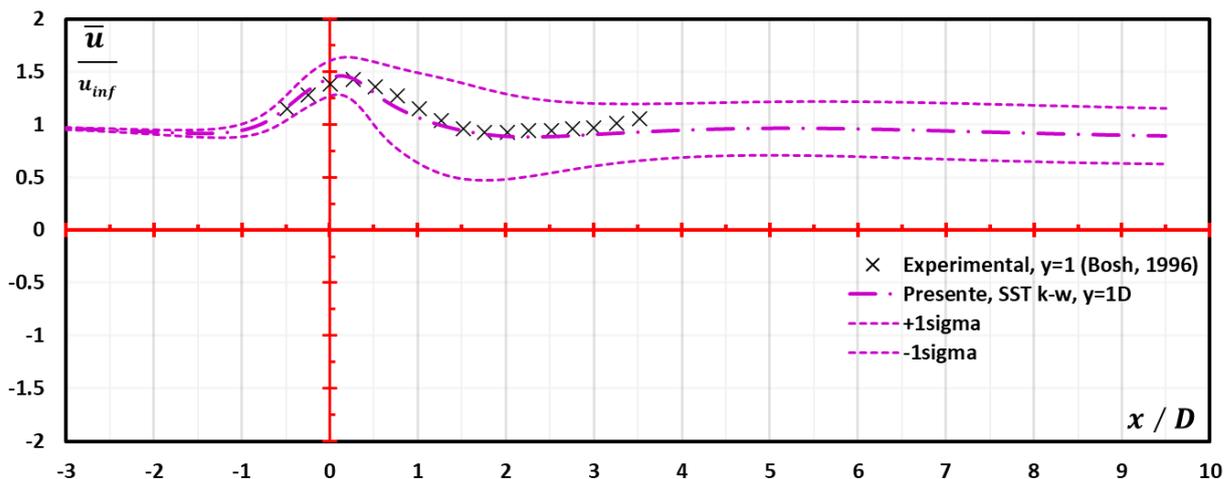


Figura 6-9 - Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas e com os resultados experimentais de Bosch (1996).

A Figura 6-10 representa a variação da média temporal do coeficiente de pressão estático ($\overline{C_p}$), definido como a razão entre a pressão estática e a pressão dinâmica no ponto considerado, no perímetro ABCD do cilindro.

A curva vermelha com traço e ponto duplo diz respeito aos valores obtidos a partir do modelo de turbulência $SST - k\omega$, já as linhas tracejadas demarcam a região de um desvio padrão deste valor médio. Os dados experimentais de Bearman (1982) são apresentados como linha preta contínua para fins de análise comparativa dos resultados.

No ponto A, conhecido como ponto de estagnação, observa-se boa convergência com os resultados experimentais. No trecho AB, na medida em que se aproxima da quina B, tem-se maior divergência. Não obstante, os valores são próximos e estão contidos dentro da região de um desvio padrão.

No trecho BC tem-se o maior desvio padrão observado, com boa convergência dos resultados numéricos. Observa-se maior desvio dos resultados experimentais na medida em que se aproxima da quina C, todavia ainda se tem a curva de Bearman (1982) contida na região de um desvio padrão.

Por fim, no trecho CD observa-se boa correlação entre as curvas próximo a quina C. A medida em que se aproxima do ponto D a dispersão entre as curvas média e experimental aumenta.

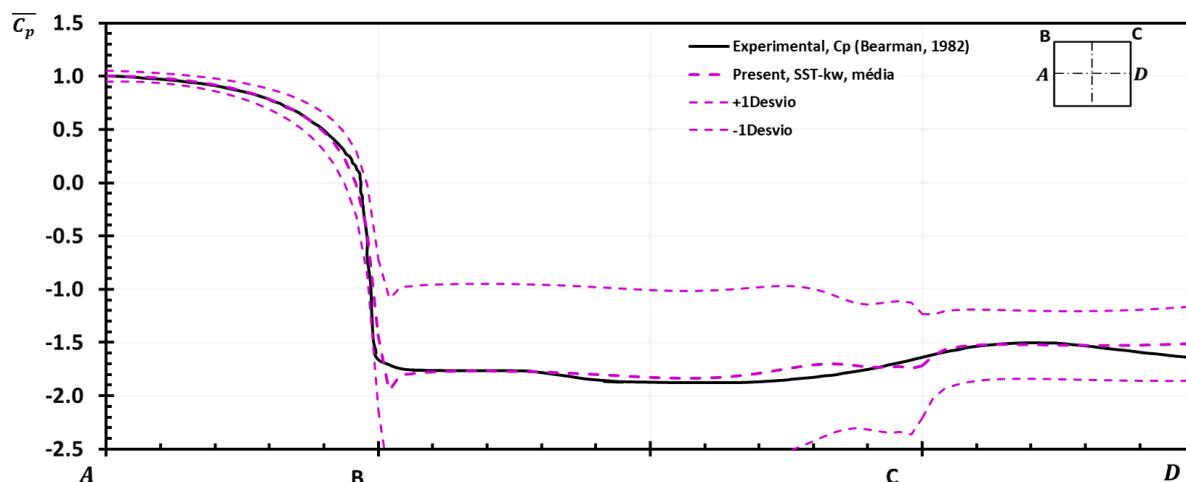


Figura 6-10 – Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linhas tracejadas finas) e com os resultados experimentais de Bearman (1982).

A Figura 6-11 representa a variação da média temporal do coeficiente de pressão estático ($\overline{C_p}$), definido como a razão entre a pressão estática e a pressão dinâmica, na linha central do escoamento ($y = 0D$). O resultado numérico para o modelo $SST - k\omega$ é apresentado em pela curva roxa espessa tracejada, o respectivo intervalo de um desvio padrão desta média é delimitado pelas linhas roxas finas tracejadas. A linha preta apresenta os resultados de Trias et al (2015), o qual foi obtido por simulação numérica direta (DNS). Elucida-se que a simulação de Trias et al (2015), embora não seja o experimento físico, tem relevância em termos de precisão pois foi elaborada através da técnica DNS, a qual tem o maior nível de precisão conhecido para o campo do CFD. Por fim, os resultados de Nakamura e Ohya (1984) são apresentados por marcadores do tipo triângulo.

Para $x/D < 1$, os resultados experimentais estão fora da região de um desvio padrão. No intervalo $1 < x/D < 1.5$ tem-se maior proximidade com os valores experimentais. Embora não haja convergência, é percebido que os dados de Nakamura e Ohya (1984) estão contidos no intervalo de um desvio padrão. Esta tendência é preservada para $x/D > 1.5$, na qual se observa uma tendência de estabilização da dispersão dos resultados. Constata-se que a presente simulação numérica não foi capaz de reproduzir adequadamente os resultados experimentais de Nakamura e Ohya (1984), visto que para $x/D < 1$ a região de um desvio padrão não contém estes dados. Entende-se que a elevada curvatura das linhas de corrente nesta região (recirculação predomina) e da presença da parede, sendo a pressão obtida de

modo indireto pelo esquema numérico SIMPLE, são fatores que contribuem para a divergência com resultados de Nakamura e Ohya (1984).

Com referência ao resultado de Trias et al (2015), percebe-se que ele também foi incapaz de capturar com precisão os resultados experimentais. Para $x/D > 3$ é observada melhor convergência, a qual é creditada a ocorrência de menores gradientes de pressão nesta região. A principal diferença observada em relação a presente simulação diz respeito ao comportamento da curva obtida pelo modelo $SST - k\omega$, na qual a alteração em seu raio de curvatura é observada com atraso face aos dados numéricos de DNS. A simulação de Trias et al (2015), embora não tenha precisão em capturar o resultado de Nakamura e Ohya (1984), apresenta o mesmo comportamento destes, ou seja, atinge valores mínimos e máximos em coordenadas próximas as constatadas pelo experimento físico. Este comportamento não é observado para o modelo $SST - k\omega$, no qual os pontos notáveis do gráfico são observados em posições distintas daquelas reportadas por Nakamura e Ohya (1984).

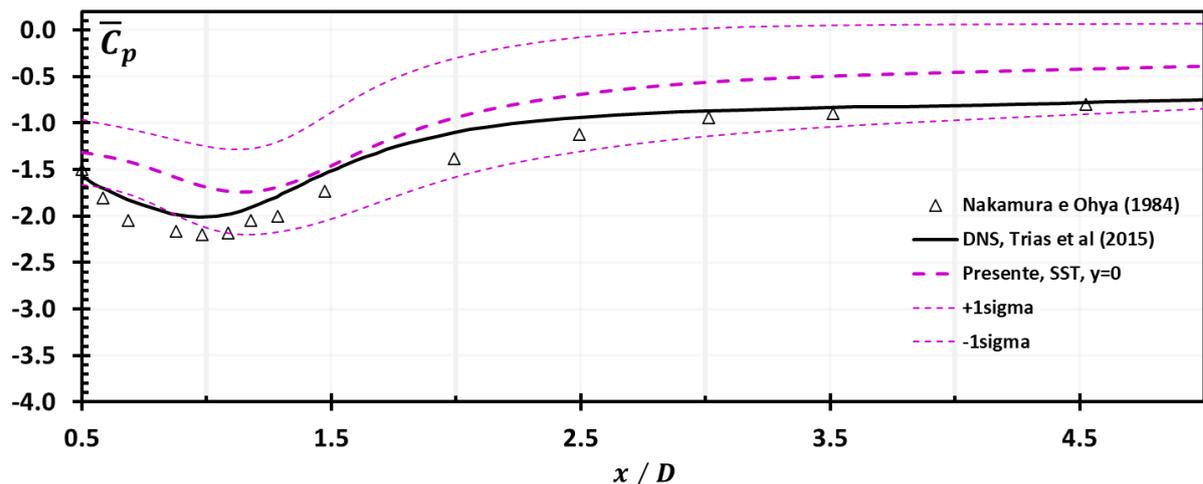


Figura 6-11 – Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada), com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).

Para os parâmetros relevantes, tem-se os valores de número de Strouhal igual a 0.133, valor ligeiramente inferior ao de Lyn et al (1995), igual a 0.135. O desvio da simulação ao experimento é de 0.98%, denotando, portanto, boa correlação. Encontrou-se o valor do coeficiente de arrasto (C_D) no cilindro igual 2.18 com o modelo de turbulência $SST - k\omega$, ao passo que Lyn et. all (1995) obteve o valor de 2.15 para o parâmetro, sendo o valor da simulação 1.4% superior. Deste modo, observa-se que devido as ligeiras divergências no

coeficiente médio de pressão no perímetro ABCD, conforme Figura 6-10, obteve-se boa correlação com o experimento. Portanto, tem-se boa concordância entre os dados desta simulação e os resultados apresentados por Lyn et. all (1995).

6.3 Simulação com Modelo de Turbulência Spalart-Allmaras (SA)

Para as simulações com modelo de turbulência **SA**, utilizou-se os valores dos constantes recomendados em ANSYS (2020). O termo de produção de viscosidade turbulenta foi modelado considerando a magnitude da vorticidade conforme proposto por Spalart and Allmaras. Utilizou-se os termos de correção de curvatura e de canto, o primeiro em virtude da elevada curvatura do escoamento em estudo, o segundo devido ao escoamento secundário que aparece nas quinas consequência da anisotropia das tensões normais nesta região, conforme recomendado em Menter, Lechner e Matyushenko (2021).

Na Figura 6-12 é apresentado o mapa de contorno dos valores médios da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo SA. Constata-se a presença de uma região com velocidades negativas, indicando a presença de recirculação nas faces laterais e traseira do cilindro. Esta região está deslocada em relação ao eixo horizontal ($y = 0$) do cilindro e apresenta um comprimento aproximado de $0.85D$, distância medida perpendicular ao centro da face traseira do cilindro. Para melhor visualização, a região de transição de velocidades médias positivas para negativa é apresentada no mapa com a cor cinza claro, destacando-a. No centro da parte frontal do cilindro, conforme já se esperava, é observado um trecho com velocidades médias nulas, caracterizando corretamente a região de estagnação. Por fim, constata-se que a região afastada em $0.3D$ do cilindro nas faces laterais é a que apresenta maiores gradientes de velocidade. Na face frontal, esta região é observada afastada $0.8D$ do cilindro. Para a face traseira, observa-se um elevado gradiente até uma distância aproximada de $1.3D$ desta aresta.

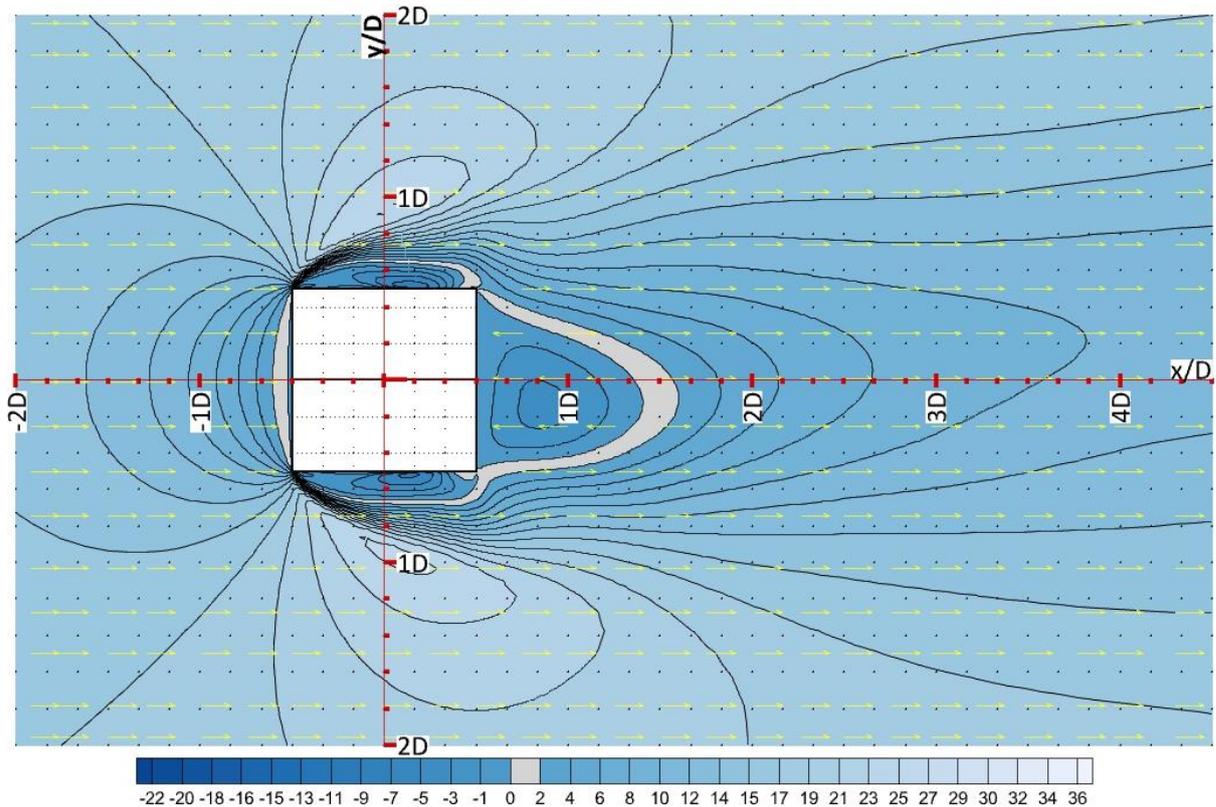


Figura 6-12 - Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo SA.

Na Tabela 6-3 é apresentado um ciclo de desprendimento de vórtices nos quais as estruturas rotacionais coerentes são capturadas pelo um mapa de contorno do critério Q , regiões preenchidas pela cor azul. Conforme Zhan et al (2019), o critério Q é definido como o segundo invariante do tensor gradiente de velocidades, onde o critério $Q > 0$ indica a existência de um vórtice coerente. Pela definição de Q , este critério indica regiões onde a magnitude da vorticidade é superior a taxa de deformação do fluido. T_s diz respeito ao período de desprendimento de vórtices e t_0 ao início do ciclo de desprendimento de vórtices. Os instantes seguintes a t_0 são apresentados como fração de T_s subsequentes a t_0 .

No instante t_0 observa-se um vórtice superior em consolidação e outro vórtice inferior no início de sua formação. As linhas de corrente auxiliam a visualização das estruturas rotacionais, já as áreas coloridas em azul indicam a existência de vórtices pelo critério $Q > 0$, ou seja, regiões onde a magnitude de vorticidade supera a taxa de deformação do fluido. Não obstante, os vetores de velocidade são plotados em conjunto com o mapa de contorno, de modo a auxiliar a observação dos pontos onde há estruturas rotacionais.

No instante $t \approx 1/4 T_s$, observa-se que o vórtice superior continua a ser alimentado pela camada cisalhante superior, aumentando de tamanho. O vórtice inferior está em processo de consolidação, neste momento recebe contribuição da camada cisalhante inferior.

No instante $t \approx 2/4 T_s$, observa-se que o vórtice inferior continua a ser alimentado pela sua camada cisalhante, porém seu tamanho permanece sem grandes alterações. O vórtice superior já se desprendeu, contudo continua a receber contribuição da camada cisalhante inferior com vorticidade contrária.

No instante $t \approx 3/4 T_s$, observa-se que o vórtice inferior continua a ser alimentado pela camada cisalhante superior, percebendo-se aumento expressivo em seu tamanho. O vórtice superior segue a jusante, percebendo cada vez menos da camada cisalhante superior com vorticidade contrária.

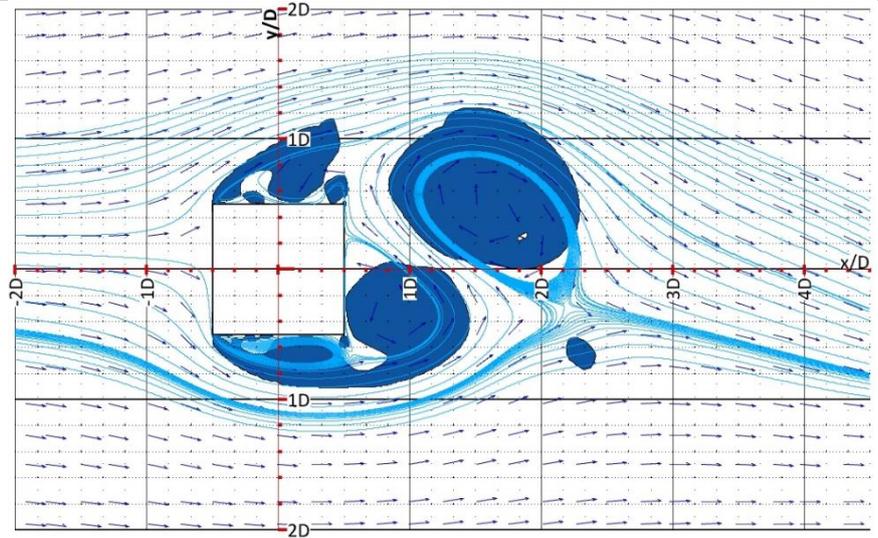
No instante $t \approx 4/4 T_s$, observa-se que o vórtice inferior com tamanho expressivo e no instante de seu desprendimento. Pela sua força, atrai a camada cisalhante oposta com vorticidade contrária.

No instante $t \approx 5/4 T_s$, observa-se que o inferior superior com tamanho expressivo já se desprendeu do cilindro e segue a jusante na esteira.

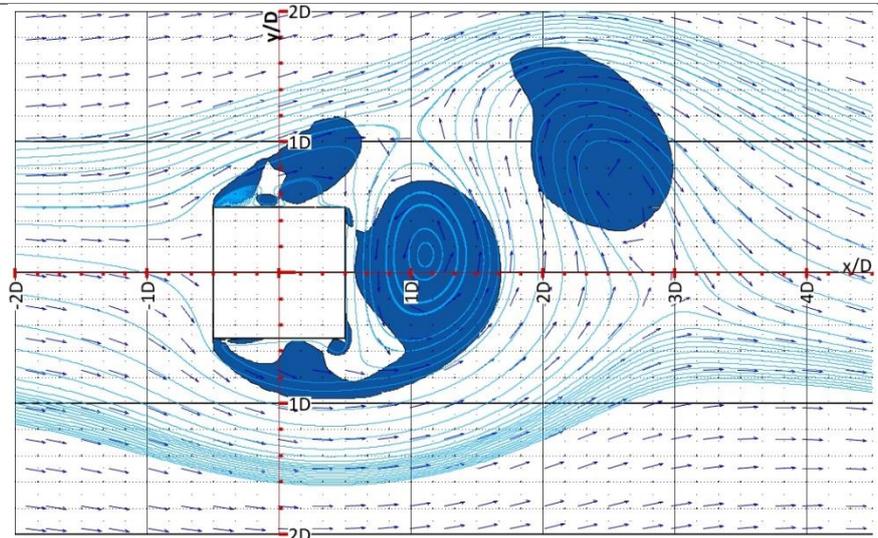
Tabela 6-3 – Apresentação de um ciclo de desprendimento de vórtices pelo critério Q. T_s diz respeito ao período de desprendimento de vórtices e t_0 ao início do ciclo de desprendimento de vórtices. Os instantes seguintes a t_0 são apresentados como fração de T_s subsequentes a t_0 .

Instante	Mapa de Contorno - Critério Q
$t = t_0 \rightarrow \frac{0}{4}T_s$ (Início do ciclo de desprendimento de vórtices)	
$t \approx \frac{1}{4}T_s$	

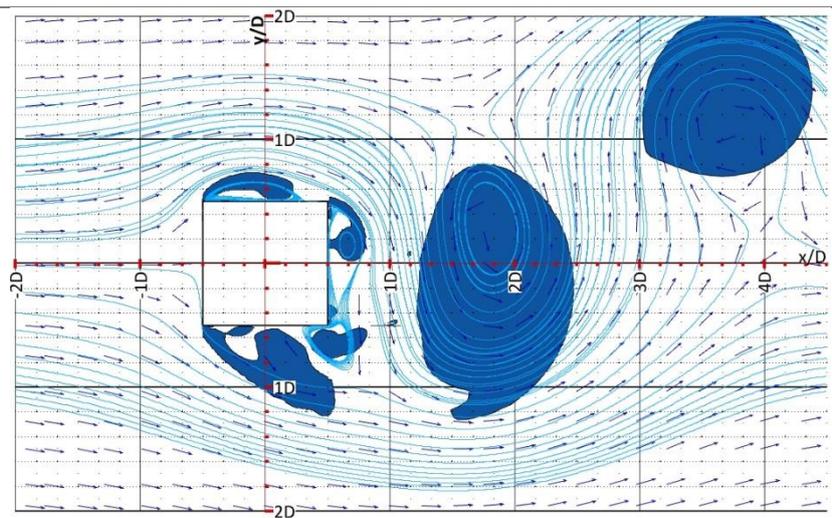
$$t \approx \frac{2}{4}T_s$$

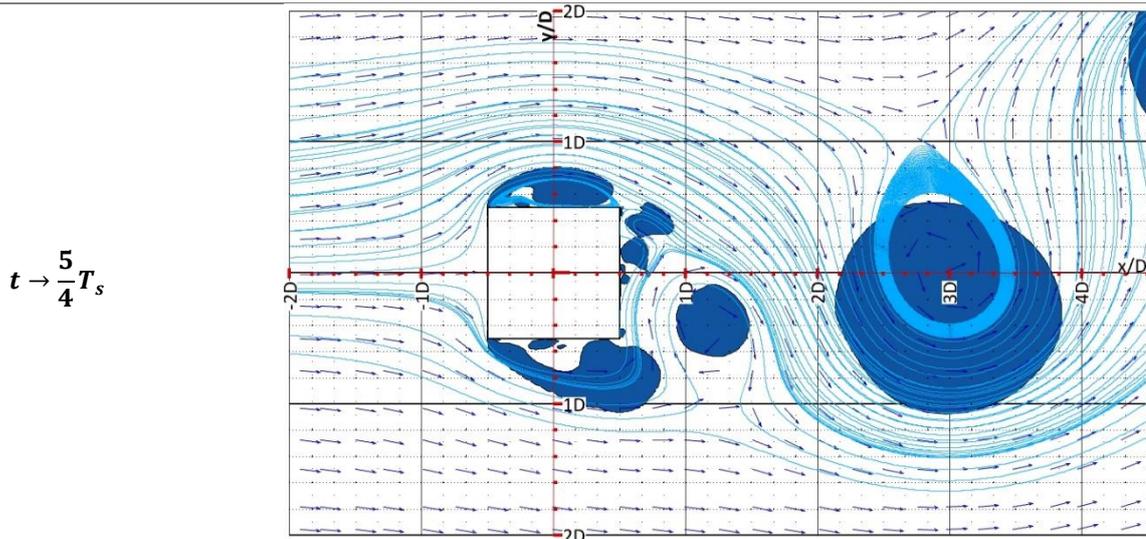


$$t \approx \frac{3}{4}T_s$$



$$t \approx \frac{4}{4}T_s$$





A Figura 6-13 representa a variação da média temporal da componente longitudinal de velocidade ao longo da linha central do escoamento ($y = 0D$) obtida pelo modelo de turbulência SA e plotada em conjunto com os dados experimentais de Bosch (1996). A curva azul traço-ponto representa o valor médio da variável, enquanto as azuis tracejadas delimitam a região de um desvio padrão da média. Os eixos ordenados são destacados em vermelho, cujo eixo horizontal representa a posição relativa x/D , conforme apresentado no capítulo 5, e o eixo vertical a velocidade média (\bar{u}) de cada ponto normalizada pela velocidade uniforme a montante do cilindro (u_{inf}).

Percebe-se boa correlação do resultado com os dados experimentais, observado que estão contidos na região de um desvio padrão. A fronteira de um desvio padrão, delimitada pelas linhas tracejadas vermelhas, demonstram que os valores experimentais estão por completo inseridos nela.

Com referência ao valor médio da simulação pelo modelo de turbulência SA, observa-se que na posição $x/D = 2$ há uma inversão na polaridade das diferenças com os dados experimentais. Para $x/D \approx 2$, os valores experimentais de \bar{u}/u_{inf} coincidem com os numéricos. Por outro lado, para $x/D > 2$, os valores experimentais de \bar{u}/u_{inf} são ligeiramente inferiores aos simulados. Para $x/D < 2$, observa-se o inverso, ou seja, os valores simulados são superiores. Não obstante, na ausência de resultados de Bosh (1996) para $x/D > 3.5$ não é possível afirmar que a continuidade da tendência observada para $x/D > 2$.

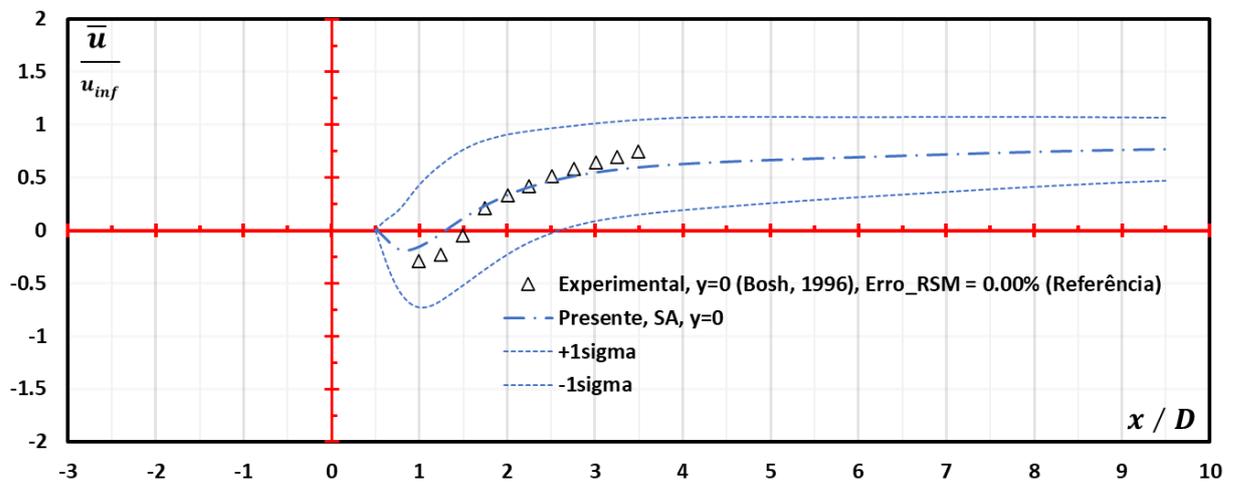


Figura 6-13 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas (± 1 sigma) e com os resultados experimentais de Bosch (1996).

A Figura 6-14 representa a variação da média temporal da componente longitudinal de velocidade ao longo da linha horizontal $y = 1D$ do escoamento obtida pelo modelo de turbulência SA plotada em conjunto com os dados experimentais de Bosch (1996). A curva azul traço-ponto representa o valor médio da variável, enquanto as linhas azuis tracejadas delimitam a região de um desvio padrão da média. Os eixos ordenados são destacados em vermelho, cujo eixo horizontal representa a posição relativa x/D , conforme apresentado no capítulo 5, e o eixo vertical a velocidade média (\bar{u}) de cada ponto normalizada pela velocidade uniforme a montante do cilindro (u_{inf}).

Constata-se boa correlação do resultado com os dados experimentais, observado que estão contidos na região de um desvio padrão. A fronteira de um desvio padrão, delimitada pelas linhas tracejadas azuis, demonstram que os valores experimentais estão por completo inseridos nela. Para $x/D < 0$, observa-se os valores simulados coincidentes com os obtidos por Bosh (1996). Por outro lado, para $x/D > 0$, é percebido maior dispersão dos resultados. Todavia, na ausência de dados experimentais, não é possível concluir se a tendência persiste e se algum momento extrapola a fronteira de um desvio padrão. Para $x/D > 1.5$ é observado aumento da diferença, que segue aumentando até onde se tem resultados experimentais para análise ($x/D = 3.5D$). Embora seja percebido uma tendência a extrapolação da região de um desvio padrão, não é possível inferir que a extrapolação dos dados se daria na mesma tendência.

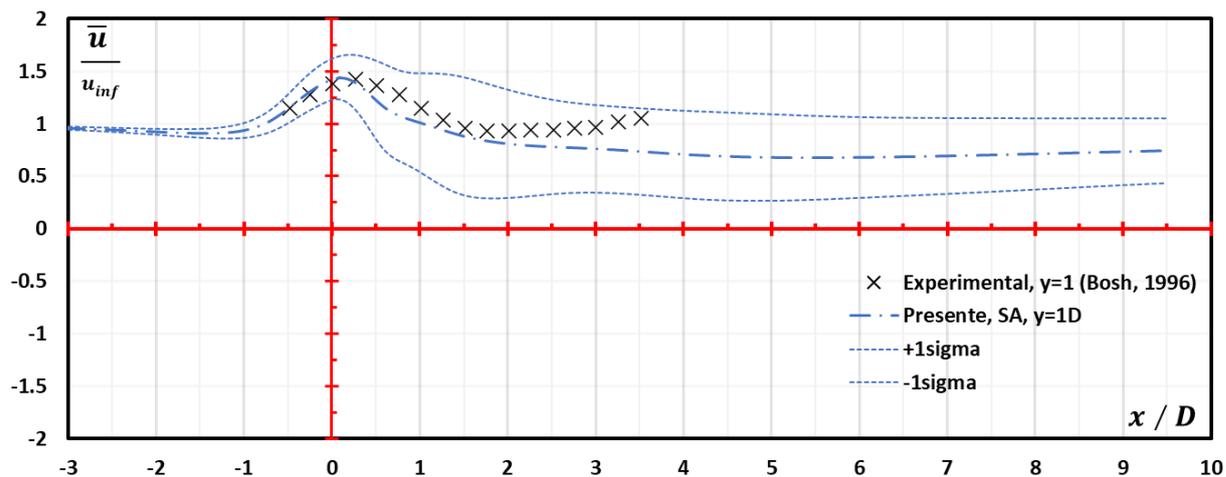


Figura 6-14 - Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas e resultados experimentais de Bosch (1996).

A Figura 6-15 representa a variação da média temporal do coeficiente de pressão estático ($\overline{C_p}$), definido como a razão entre a pressão estática e a pressão dinâmica no ponto considerado, no perímetro ABCD do cilindro.

A curva azul com traço espesso diz respeito aos valores obtidos a partir do modelo de turbulência SA, já as linhas tracejadas demarcam a região de um desvio padrão deste valor médio. Os dados experimentais de Bearman (1982) são apresentados como linha preta contínua para fins de análise comparativa dos resultados.

No ponto A, conhecido como ponto de estagnação, observa-se boa convergência com os resultados experimentais. No trecho AB, na medida em que se aproxima da quina B, tem-se maior divergência. Não obstante, os valores são próximos e estão contidos dentro da região de um desvio padrão.

No trecho BC tem-se o maior desvio padrão a medida em que se aproxima de C, com melhor convergência dos resultados numéricos no trecho intermediário. Percebe-se nos trechos extremos maior desvio frente aos dados experimentais, todavia ainda se tem a curva de Bearman (1982) contida na região de um desvio padrão.

Por fim, no trecho CD não se observa boa correlação entre as curvas próximo a quina C. A medida em que se aproxima do ponto D a dispersão entre as curvas não apresenta convergência. Neste trecho observa-se a menor convergência no perímetro analisado.

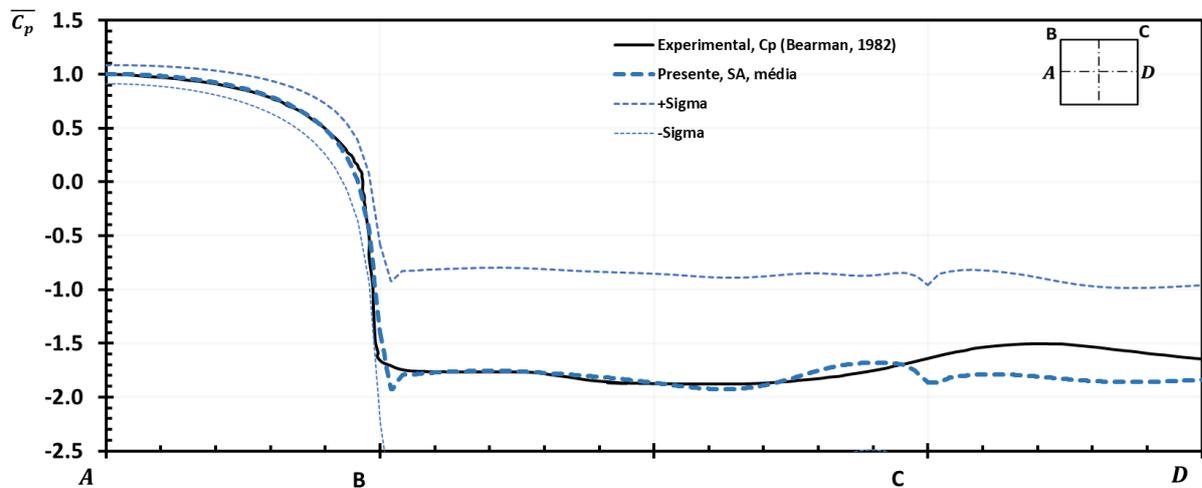


Figura 6-15– Coeficiente de pressão médio (linha tracejada com ponto duplo) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) e com os resultados experimentais de Bearman (1982).

A Figura 6-16 representa a variação da média temporal do coeficiente de pressão estático ($\overline{C_p}$), definido como a razão entre a pressão estática e a pressão dinâmica no ponto considerado, na linha central do escoamento ($y = 0D$). O resultado numérico para o modelo SA é apresentado em pela curva azul com linha traço-ponto, o respectivo intervalo de um desvio padrão desta média é delimitado pelas linhas azuis tracejadas. A linha preta apresenta os resultados de Trias et al (2015), o qual foi obtido por simulação numérica direta (DNS). Elucida-se que a simulação de Trias et al (2015), embora não seja o experimento físico, tem relevância em termos de precisão pois foi elaborada através da técnica DNS, a qual tem o maior nível de precisão conhecido para o campo do CFD. Por fim, os resultados de Nakamura e Ohya (1984) são apresentados por marcadores do tipo triângulo.

Para $x/D < 1$, os resultados experimentais estão contidos da região de um desvio padrão, porém divergem. No intervalo $1 < x/D < 1.5$ tem-se maior proximidade com os valores experimentais. Embora não haja convergência, é percebido que os dados de Nakamura e Ohya (1984) estão contidos no intervalo de um desvio padrão. Esta tendência é preservada para $x/D > 1.5$, na qual se observa uma estabilização da dispersão dos resultados. Portanto, constata-se que a presente simulação numérica não foi capaz de reproduzir adequadamente os resultados experimentais de Nakamura e Ohya (1984), visto que para $x/D < 1$ a variação do gradiente não foi capturada pelo modelo SA.

Com referência ao resultado de Trias et al (2015), percebe-se que ele também foi incapaz de capturar com precisão os resultados experimentais. Para $x/D > 3$ é observada

melhor convergência, a qual é creditada a ocorrência de menores gradientes de pressão nesta região. A principal diferença observada em relação a presente simulação diz respeito ao comportamento da curva obtida pelo modelo SA, na qual a alteração em seu raio de curvatura não é observada para $x/D < 1$. Para $x/D > 1$, embora se observe correlação positiva entre as duas curvas, o modelo SA aumenta sua divergência a medida em que o escoamento marcha a jusante. A simulação de Trias et al (2015), embora não tenha precisão em capturar o resultado de Nakamura e Ohya (1984), apresenta o mesmo comportamento destes, ou seja, atinge valores mínimos e máximos em coordenadas próximas as constatadas pelo experimento físico. Este comportamento não é observado para o modelo SA, no qual os pontos notáveis do gráfico são observados em posições distintas daquelas reportadas por Nakamura e Ohya (1984).

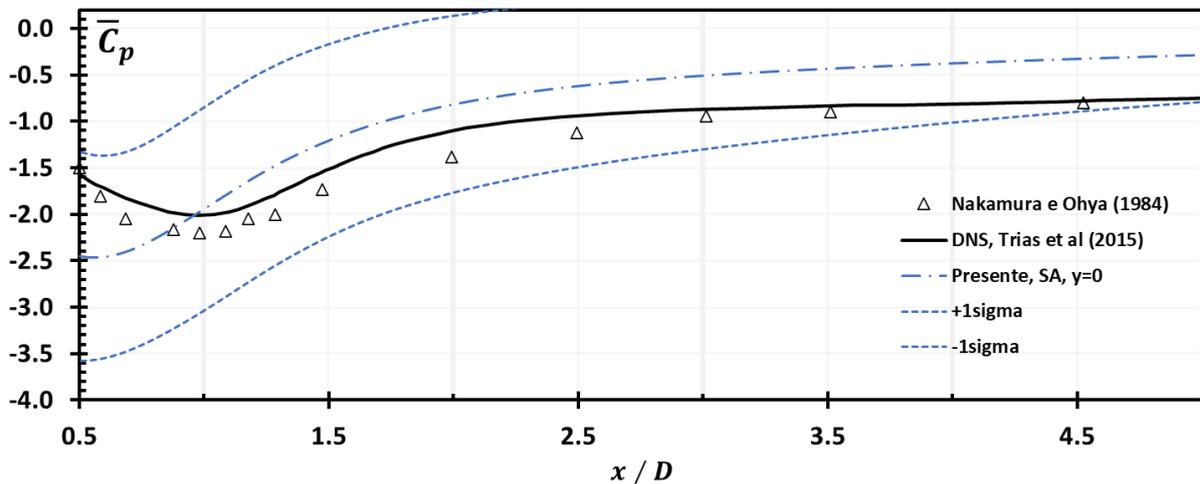


Figura 6-16 – Valor médio do coeficiente de pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada), com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e com os dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).

Para os parâmetros relevantes, tem-se os valores de número de Strouhal igual a 0.133, valor inferior aos dados experimentais de Lyn et al (1995), igual a 0.135. O desvio da simulação ao experimento é de 1.5%, denotando, portanto, boa correlação. Encontrou-se o valor do coeficiente de arrasto (C_D) do cilindro igual 2.49 com o modelo de turbulência SA, ao passo que Lyn et. all (1995) encontrou o valor de 2.15. Portanto, os valores da simulação são 15.66% superiores aos dados experimentais de referência. Deste modo, observa-se que os desvios no trecho CD do coeficiente médio de pressão, conforme Figura 6-15, prejudicou a acurácia do modelo. Não obstante, tem-se boa concordância entre os dados desta simulação e os resultados apresentados por Lyn et. all (1995).

6.4 Discussão e Resultados Complementares

Nos tópicos anteriores, apresentou-se os resultados individualizados para cada modelo de turbulência. Os resultados foram comparados aos dados experimentais disponíveis e, a partir destas observações, discutiu-se as diferenças. Neste tópico, por fim, serão apresentados e analisados os resultados consolidados dos modelos *RSM*, *SST – $k\omega$* e *SA*. As diferenças observadas e discutidas nos tópicos precedentes agora serão postas lado a lado de modo a possibilitar uma análise comparativa entre os modelos.

$$ErrO_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^{Experimental} - x_i^{CFD})^2} \quad \text{Eq. 6-1}$$

Os erros com referência aos dados experimentais serão descritos qualitativamente e, quando aplicável, quantitativamente serão cálculos pelo erro quadrático médio, conforme equação Eq. 6-1. Nessa equação n representa o número de pontos amostrais, x_i representa o valor da variável no ponto analisado, cujos sobrescritos Experimental e CFD referem-se, respectivamente, ao valor de referência (experimento numérico ou físico) e ao valor da presente simulação numérica.

As Figuras 6-17, 6-18 e 6-19 apresentam o mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotada em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para seu respectivo modelo de turbulência. Nestas figuras, são destacadas as regiões 01, 02 e 03. Respectivamente, representam a região de estagnação, a região de descolamento e a região de recirculação traseira do cilindro.

Para o modelo *RSM*, na região 01, observa-se que nas proximidades do cilindro há um elevado gradiente de velocidades. No eixo $y = 0$, tem-se a posição x/D onde $u/u_{inf} = 0.99$ igual a -5.15. Ainda no mesmo eixo, tem-se a posição x/D onde $u/u_{inf} = 0.10$ igual a -0.57. Na região 02, no eixo $x = 0$, tem-se a posição y/D onde $u/u_{inf} = 0.99$ igual a 0.80. Ainda no mesmo eixo, tem-se a posição y/D onde $u = 0.0$ igual a 0.67. Para a região 03, onde observa-se elevada recirculação, tem-se no eixo $y = 0$, onde $u = 0.0$ tem-se a posição $x/D = 1.60$.

Para o modelo *SST $k - \omega$* , na região 01, observa-se que nas proximidades do cilindro há um elevado gradiente de velocidades. No eixo $y = 0$, tem-se a posição x/D onde $u/u_{inf} = 0.99$ igual a -5.02. Ainda no mesmo eixo, tem-se a posição x/D onde $u/u_{inf} =$

0.10 igual a -0.57. Na região 02, no eixo $x = 0$, tem-se a posição y/D onde $u/u_{inf} = 0.99$ igual a 0.78. Ainda no mesmo eixo, tem-se a posição y/D onde $u = 0.0$ igual a 0.65. Para a região 03, onde observa-se elevada recirculação, tem-se no eixo $y = 0$, onde $u = 0.0$ tem-se a posição $x/D = 1.18$.

Para o modelo *SA*, na região 01, observa-se que nas proximidades do cilindro há um elevado gradiente de velocidades. No eixo $y = 0$, tem-se a posição x/D onde $u/u_{inf} = 0.99$ igual a -5.00. Ainda no mesmo eixo, tem-se a posição x/D onde $u/u_{inf} = 0.10$ igual a -0.62. Na região 02, no eixo $x = 0$, tem-se a posição y/D onde $u/u_{inf} = 0.99$ igual a 0.77. Ainda no mesmo eixo, tem-se a posição y/D onde $u = 0.0$ igual a 0.51. Para a região 03, onde observa-se elevada recirculação, tem-se no eixo $y = 0$, onde $u = 0.0$ tem-se a posição $x/D = 1.35$.

Tabela 6-4 Na Tabela 6-4, os valores apresentados acima são sintetizados. Na região 03, com relação a medida MED-05, observa-se diferenças superiores a 18% entre os modelos *RSM* e *SA* e superiores a 28% entre os modelos *SST k - ω* e *RSM*.

Observa-se pouca discrepância entre os modelos na região 01. Na região 02, para a medida 04, os modelos *RSM* e *SST k - ω* apresentam valores próximos. Ao contrário, o modelo *SA* apresenta divergência superiores a 21% com relação as demais simulações. Por sua vez, na região 03, os modelos apresentam expressiva divergência, percebendo-se a maior zona de recirculação para o modelo *RSM* e a menor para o modelo *SST - kω*. O modelo *SA* apresenta um valor intermediário.

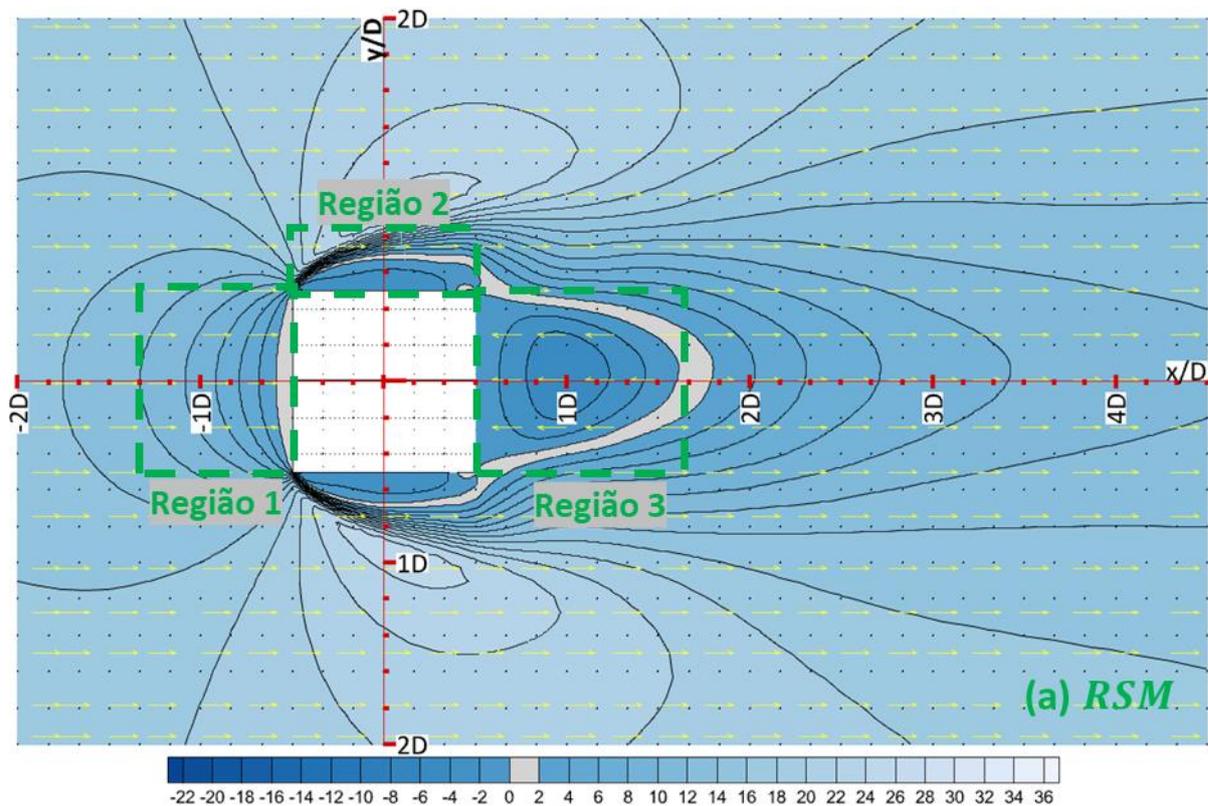


Figura 6-17 – Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo RSM .

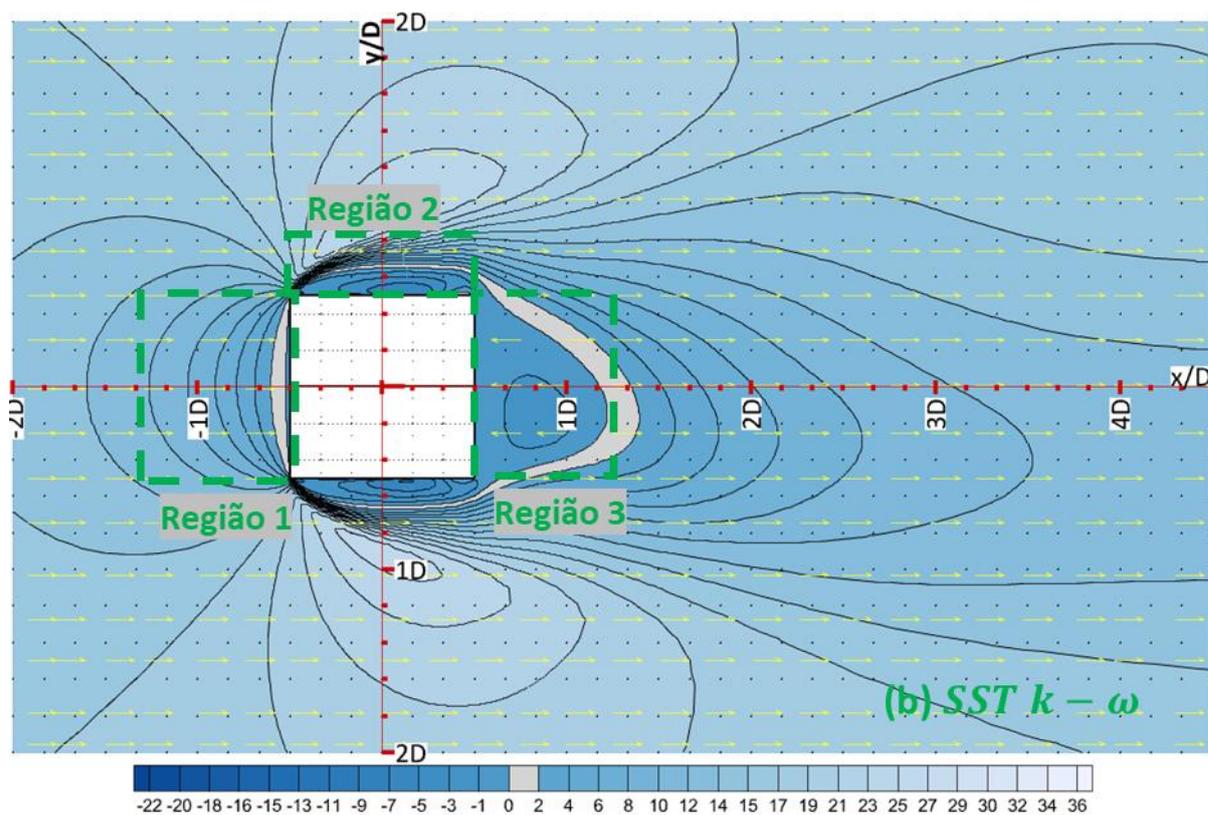


Figura 6-18 – Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo $SST - k\omega$.

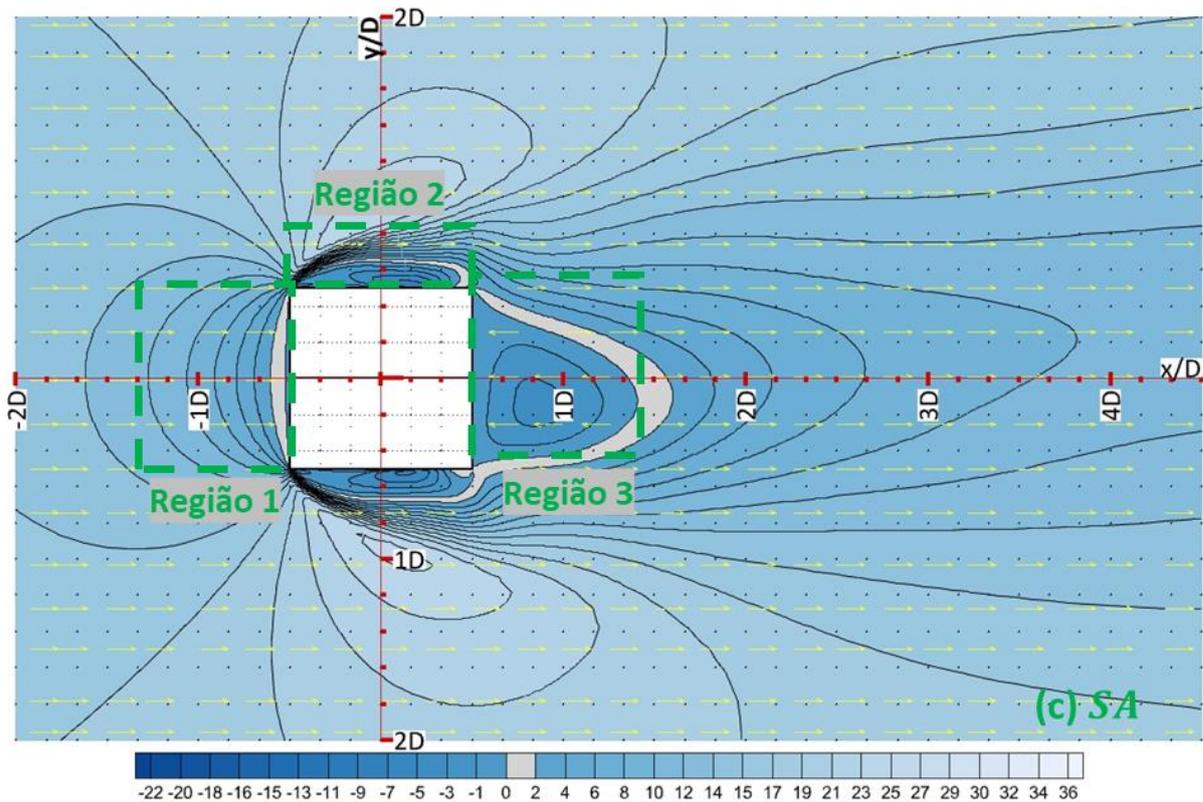


Figura 6-19 – Mapa de contorno do valor médio da componente longitudinal de velocidade (u) plotado em conjunto com o campo vetorial da componente longitudinal de velocidade média para o modelo SA.

Tabela 6-4 – Resumo das medidas nas regiões analisadas para os diferentes modelos de turbulência

REGIÃO	MEDIDA	RSM	$SST - k\omega$	SA
01	MED-01 $\left[\frac{x}{D}\right]_{u=0.99*u_{inf}}$	-5.15	-5.02	-5.00
01	MED-02 $\left[\frac{x}{D}\right]_{u=0.10*u_{inf}}$	-0.57	-0.57	-0.62
02	MED-03 $\left[\frac{y}{D}\right]_{u=0.99*u_{inf}}$	0.80	0.78	0.77
02	MED-04 $\left[\frac{y}{D}\right]_{u=0}$	0.67	0.65	0.51
03	MED-05 $\left[\frac{x}{D}\right]_{u=0}$	1.60	1.18	1.35

Nas Figuras Figura 6-20, Figura 6-21, Figura 6-22 e Figura 6-23 são apresentados os campos vetoriais de velocidade média para o experimento de Lyn e Rodi (1994), dos

resultados das simulações com os modelos *RSM*, *SST – $k\omega$* e *SA*, respectivamente. Observando-se uma bolha de recirculação na região imediatamente a jusante do cilindro, é possível medi-la e compará-la com os resultados experimentais.

Lyn e Rodi (1994), conforme Figura 6-20, apresentam medidas que indicam a presença de uma região de recirculação com dimensão igual a 1.02D, medida em relação ao ponto $x/D = 0.5$, na reta $y = 0$.

Para o modelo *RSM*, conforme Figura 6-21, apresentam-se medidas que indicam a presença de uma região de recirculação com dimensão igual a 1.10D, medida em relação ao ponto $x/D = 0.5$, na reta $y = 0$.

Para o modelo *SST – $k\omega$* , conforme Figura 6-22, apresentam-se medidas que indicam a presença de uma região de recirculação com dimensão igual a 0.68D, medida em relação ao ponto $x/D = 0.5$, na reta $y = 0$.

Para o modelo *SST – $k\omega$* , conforme Figura 6-23, apresentam-se medidas que indicam a presença de uma região de recirculação com dimensão igual a 0.85D, medida em relação ao ponto $x/D = 0.5$, na reta $y = 0$.

Constata-se que, com relação aos dados experimentais, os modelos *SST $k - \omega$* e *SA* subestimam o tamanho bolha de recirculação. O modelo *RSM* superestima esse valor, sendo observada uma maior zona de recirculação.

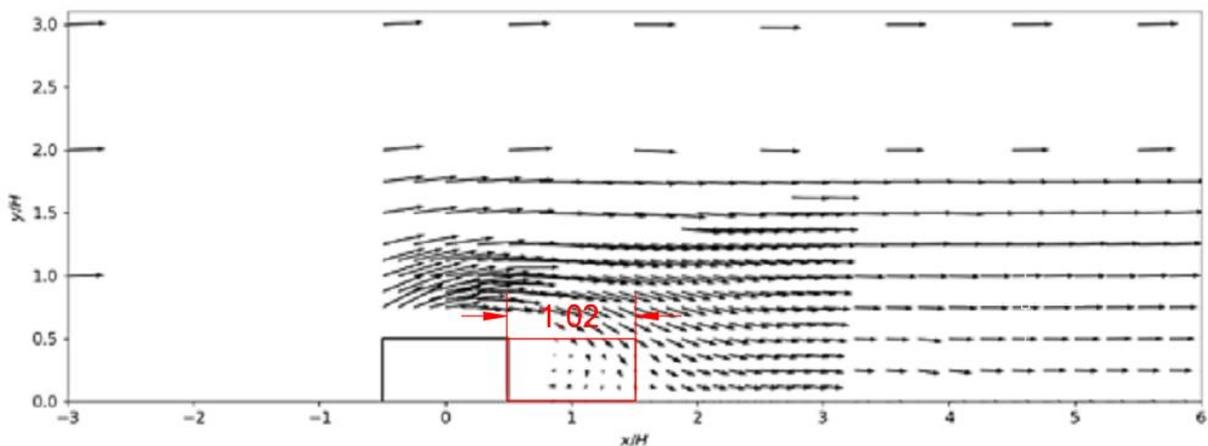


Figura 6-20 – Campo vetorial da média de velocidades apresentados por Lyn e Rodi (1994).

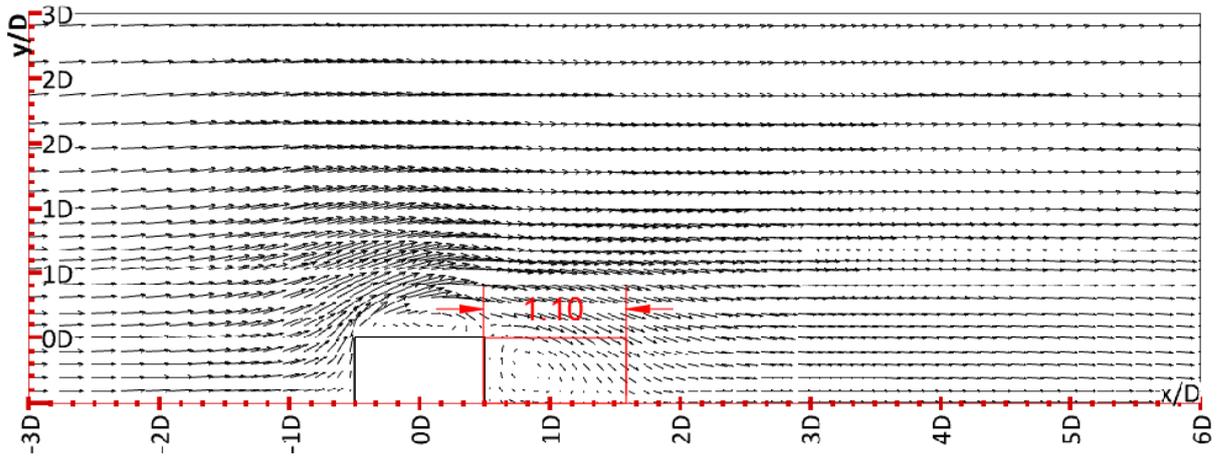


Figura 6-21 - Campo vetorial da média de velocidades do modelo RSM

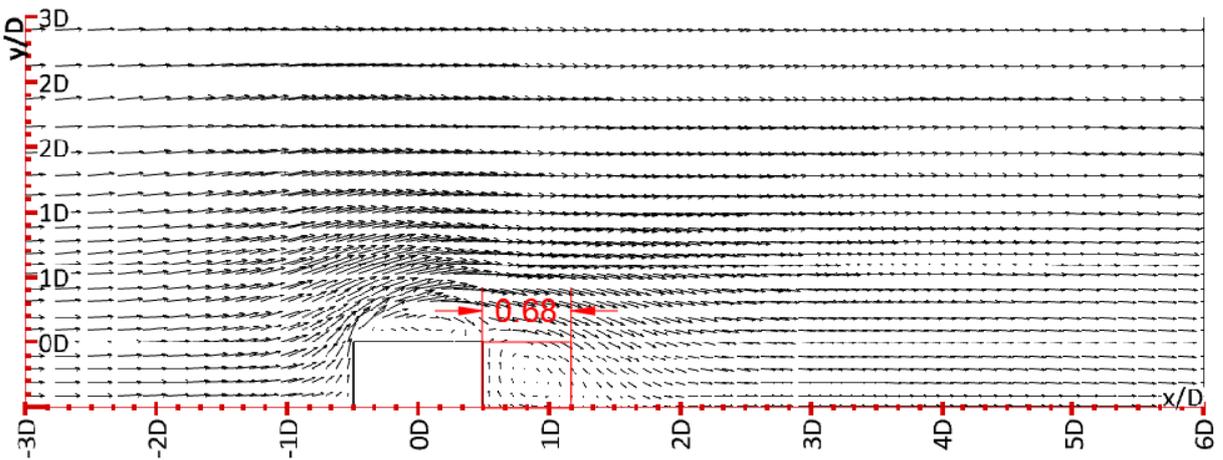


Figura 6-22 - Campo vetorial da média de velocidades do modelo SST-kw

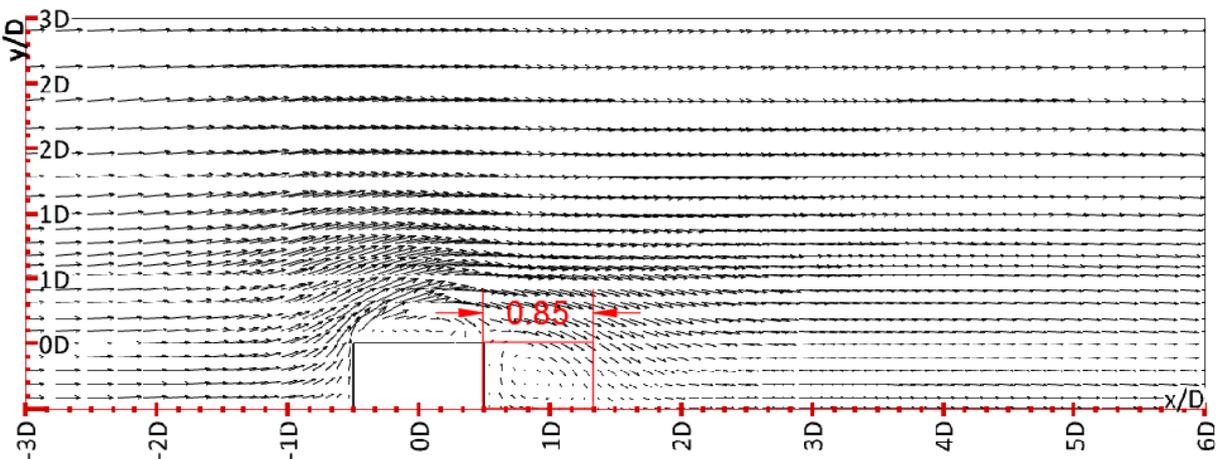


Figura 6-23 - Campo vetorial da média de velocidades do modelo SA

Nas figuras 6-24, 6-25, 6-26 e 6-27, para os modelos *RSM*, *SST k – ω* e *SA*, são apresentados os gráficos de variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$), plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas ($\pm 1\sigma$) para as três primeiras figuras, com os resultados experimentais de Bosch (1996).

Conforme Figura 6-25, observa-se que a região de um desvio padrão é mais estreita para o modelo *SST – kω* em comparação aos demais modelos. A melhor convergência com os resultados experimentais de Bosh (1996) é percebida para o modelo *RSM*, conforme Figura 6-24.

Conforme Figura 6-27, o modelo *RSM* é o que apresenta melhor convergência, capturando o elevado gradiente existente na região. Com relação ao erro quadrático médio, avaliado em relação aos pontos medidos por Bosh (1996), o modelo *RSM* foi o que apresentou menor divergência, com $Erro_{RMS} = 10.01\%$, seguido pelo modelo *SA* com $Erro_{RMS} = 11.37\%$ e finalmente o modelo *SST k – ω* com $Erro_{RMS} = 15.92\%$. Estes valores são sumarizados na Tabela 6-5 – Erro RMS para \bar{u} / u_{inf} em relação a $y = 0$.

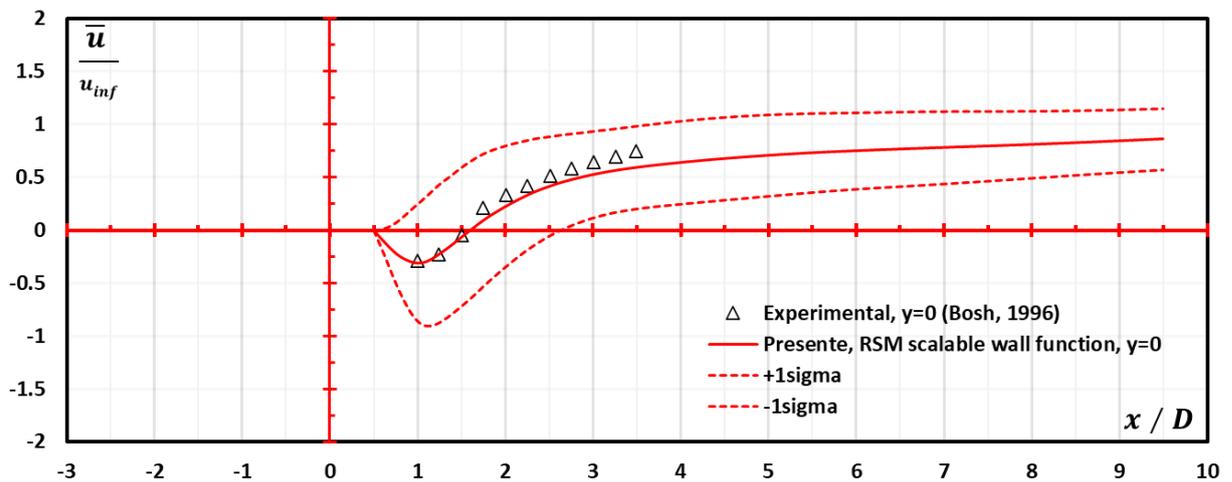


Figura 6-24 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas ($\pm 1\sigma$), para o modelo *RSM*, e com os resultados experimentais de Bosch (1996).

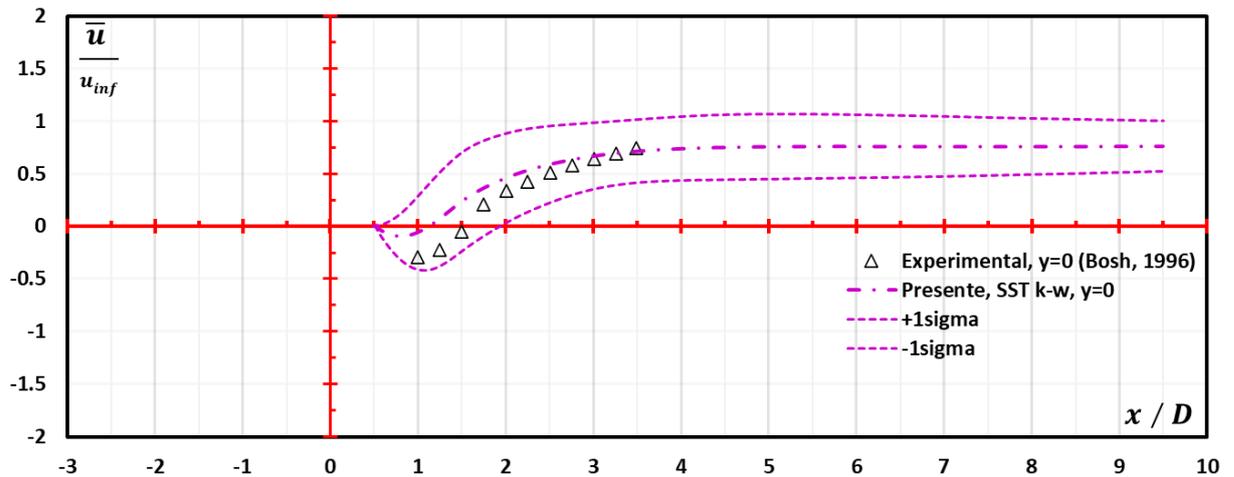


Figura 6-25– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotado em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas ($\pm 1\sigma$), para o modelo $SST - k\omega$, e com os resultados experimentais de Bosch (1996).

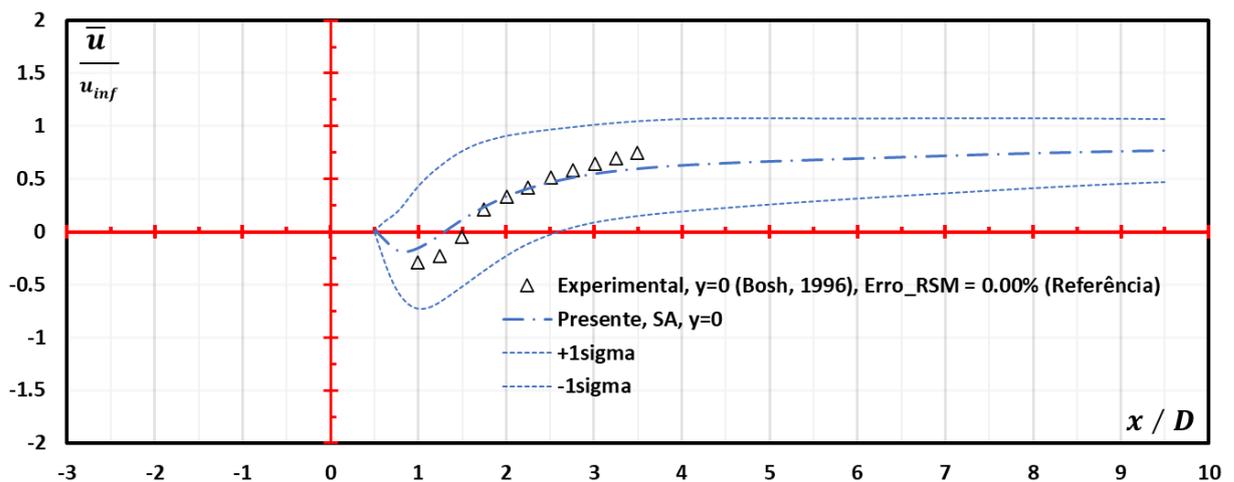


Figura 6-26– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotada em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas ($\pm 1\sigma$), para o modelo SA, e com os resultados experimentais de Bosch (1996).

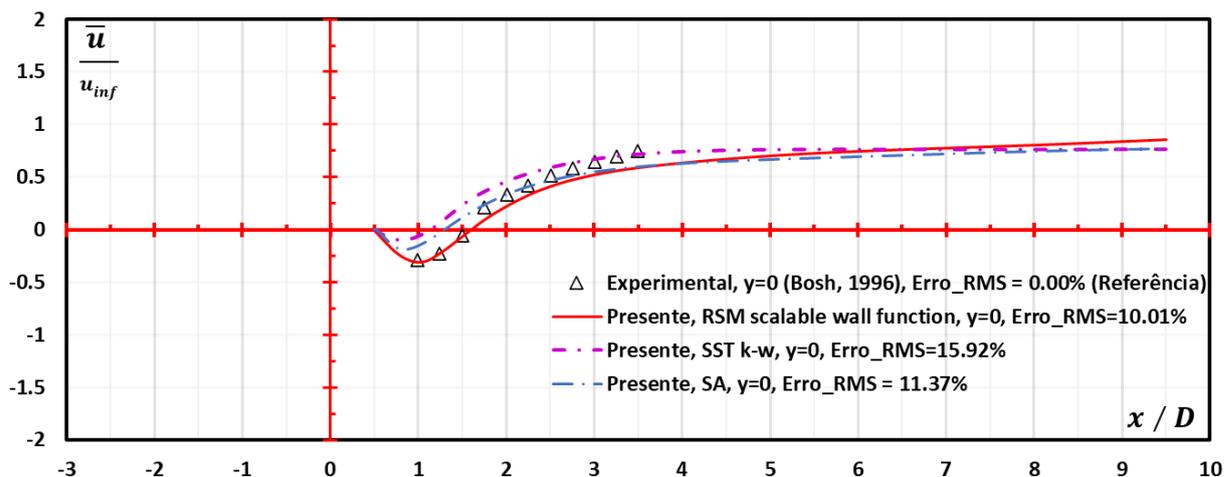


Figura 6-27– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha central do escoamento ($y = 0$) plotada para os modelos *RSM*, *SST – $k\omega$* e *SA*, e com os resultados experimentais de Bosch (1996).

Tabela 6-5 – Erro RMS para \bar{u} / u_{inf} em relação a $y = 0$

MEDIDA	<i>RSM</i>	<i>SST – $k\omega$</i>	<i>SA</i>
ERRO_RMS_ U/uinf_y=0	10.01%	15.92%	11.37%

As Figuras 6-28, 6-29, 6-30 e 6-31 representam a variação da média temporal da componente longitudinal de velocidade ao longo da linha horizontal $y = 1D$ do escoamento obtida pelos modelos de turbulência *RSM*, *SST $k - \omega$* e *SA* plotada em conjunto com os dados experimentais de Bosch (1996). Para as três primeiras figuras, as linhas tracejadas delimitam a região de um desvio padrão da média. Os eixos ordenados são destacados em vermelho, cujo eixo horizontal representa a posição relativa x/D , conforme apresentado no capítulo 5, e o eixo vertical a velocidade média (\bar{u}) de cada ponto normalizada pela velocidade uniforme a montante do cilindro (u_{inf}).

O modelo *SST $k - \omega$* , conforme Figura 6-29, é o que apresenta menor desvio, sendo observado melhor convergência com os resultados de Bosch (1996) do que os demais modelos. Com relação ao erro quadrático médio, definido pela Eq. 6-1, conforme apresentado na Figura 6-31, o modelo *SST $k - \omega$* foi o que apresentou menor divergência, com $Erro_{RMS} = 6.95\%$, seguido pelo modelo *RSM* com $Erro_{RMS} = 10.09\%$ e finalmente o modelo *SA*, com $Erro_{RMS} = 15.86\%$. Estes valores são sumarizados na Tabela 6-5 – Erro RMS para \bar{u} / u_{inf} em relação a $y = 0$.

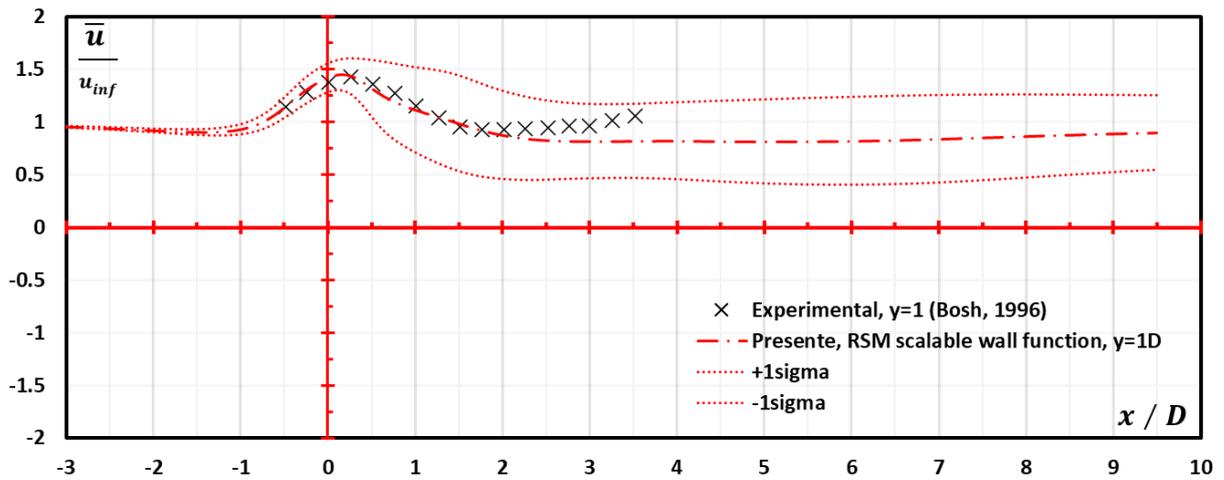


Figura 6-28 – Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotada em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas, para o modelo *RSM*, e resultados experimentais de Bosch (1996).

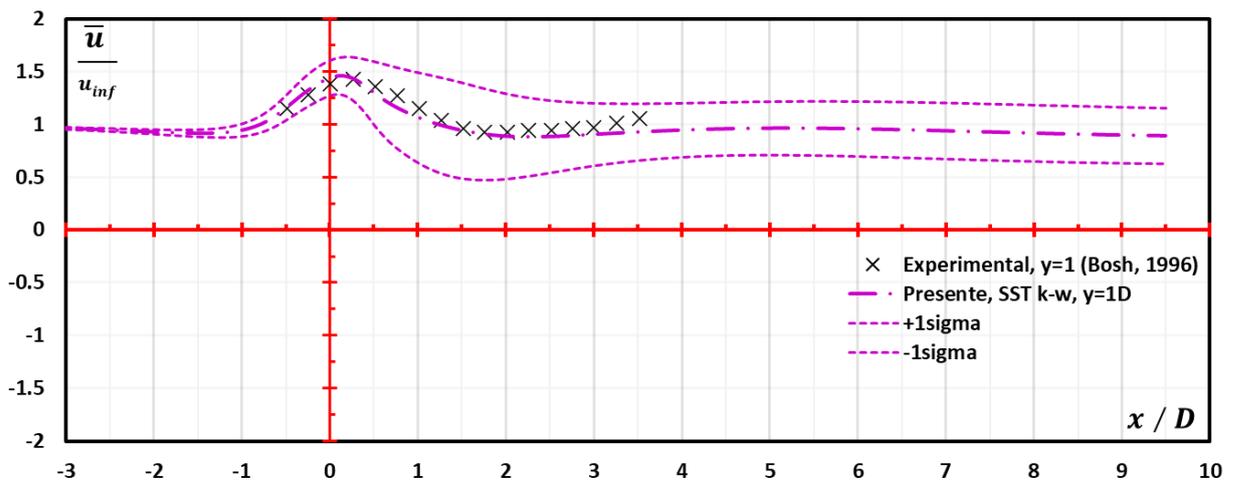


Figura 6-29– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotada em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas, para o modelo *SST k – ω* , e resultados experimentais de Bosch (1996).

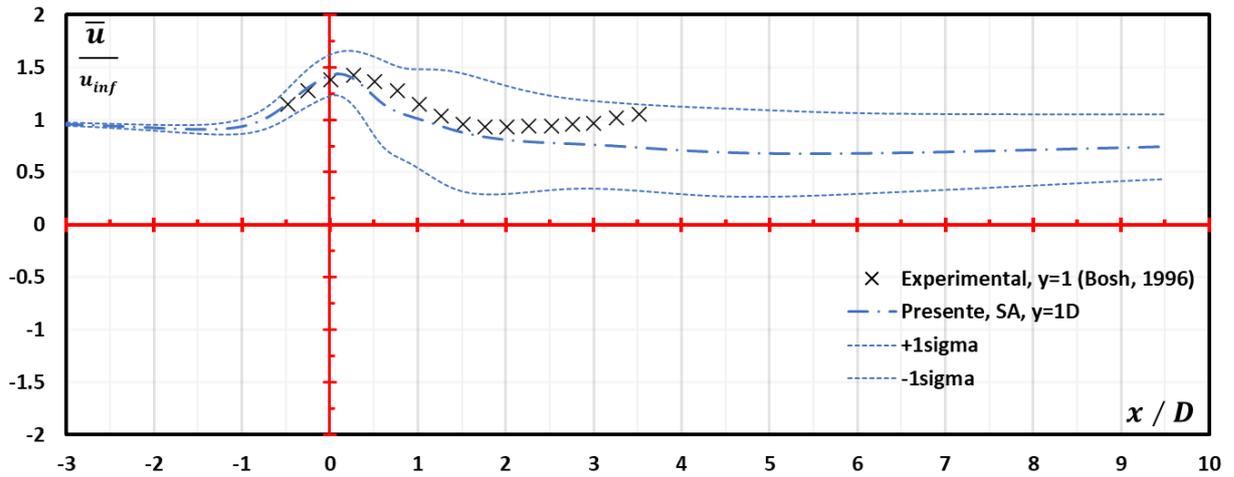


Figura 6-30– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ plotada em conjunto com a região de um desvio padrão do valor médio pelas linhas tracejadas, para o modelo *SA*, e resultados experimentais de Bosch (1996).

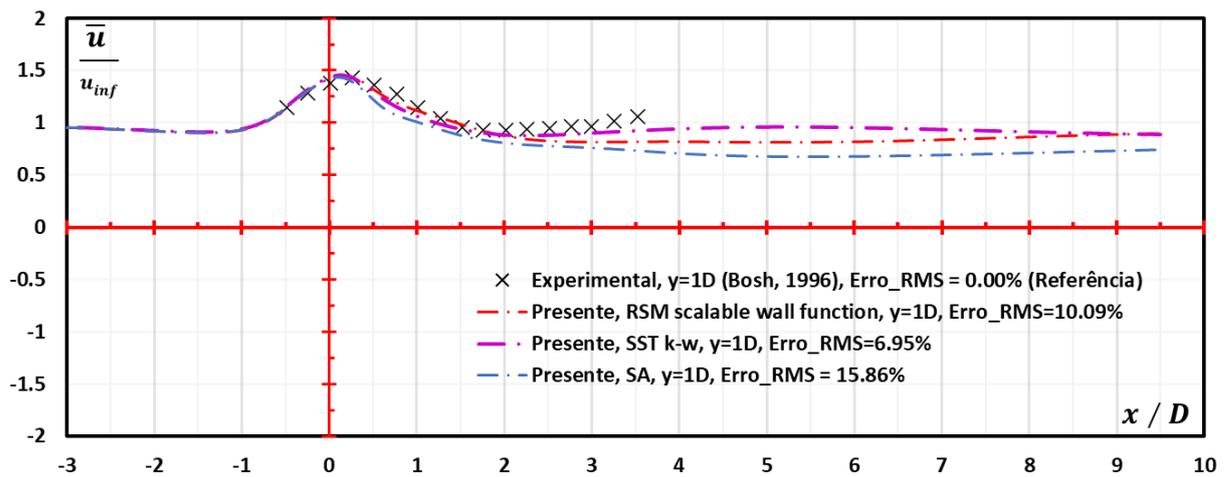


Figura 6-31– Variação do valor da média temporal da componente longitudinal de velocidade (\bar{u}) normalizada pela velocidade no infinito (u_{inf}) ao longo da linha horizontal do escoamento $y = 1D$ para os modelos *RSM*, *SST k - ω* e *SA*, e resultados experimentais de Bosch (1996).

Tabela 6-6– Erro RMS para \bar{u} / u_{inf} em relação a $y = 1D$

MEDIDA		<i>RSM</i>	<i>SST - kω</i>	<i>SA</i>
ERRO_RMS_	U/uinf_y=1D	10.09%	6.95%	15.86%

As Figuras 6-32, 6-33, 6-34 e 6-35 representam a variação da média temporal do coeficiente de pressão estático ($\overline{C_p}$), definido como a razão entre a pressão estática e a pressão dinâmica no ponto considerado, no perímetro ABCD do cilindro. Nas três primeiras, as linhas tracejadas demarcam a região de um desvio padrão deste valor médio. Os dados experimentais de Bearman (1982) são apresentados como linha preta contínua para fins de análise comparativa dos resultados.

No ponto A, conhecido como ponto de estagnação, observa-se boa convergência com os resultados experimentais. No trecho AB, na medida em que se aproxima da quina B, tem-se maior divergência, porém não são observadas grandes divergências entre os modelos. Não obstante, os valores são próximos e estão contidos dentro da região de um desvio padrão, conforme figuras 6-32, 6-33 e 6-34.

No trecho BC tem-se o maior desvio padrão observado, com boa convergência dos resultados numéricos, principalmente para o modelo *SST k - ω* . Observa-se maior desvio dos resultados experimentais na medida em que se aproxima da quina C, todavia ainda se tem a curva de Bearman (1982) contida na região de um desvio padrão.

Por fim, no trecho CD observa-se boa correlação entre as curvas próximo a quina C para os modelos *RSM* e *SST k - ω* . A medida em que se aproxima do ponto D a dispersão entre as curvas média e experimental aumenta.

As principais diferenças observadas aparecem no trecho *CD*, sendo que o modelo *SA* superestima o coeficiente de pressão nesta região. Ao contrário, este mesmo coeficiente é subestimado para o modelo *RSM*. A melhor convergência é observada para o modelo *SST k - ω* .

O modelo *SST k - ω* , conforme Figura 6-33, é o que apresenta menor desvio, sendo observado melhor convergência com os resultados de Bearman (1992) do que os demais modelos. Com relação ao erro quadrático médio, definido pela Eq. 6-1, conforme apresentado na Figura 6-35, o modelo *SST k - ω* foi o que apresentou menor divergência, com $Erro_{RMS} = 9.67\%$, seguido pelo modelo *RSM* com $Erro_{RMS} = 15.10\%$ e finalmente o modelo *SA*, com $Erro_{RMS} = 15.64\%$. Estes valores são sumarizados na Tabela 6-7.

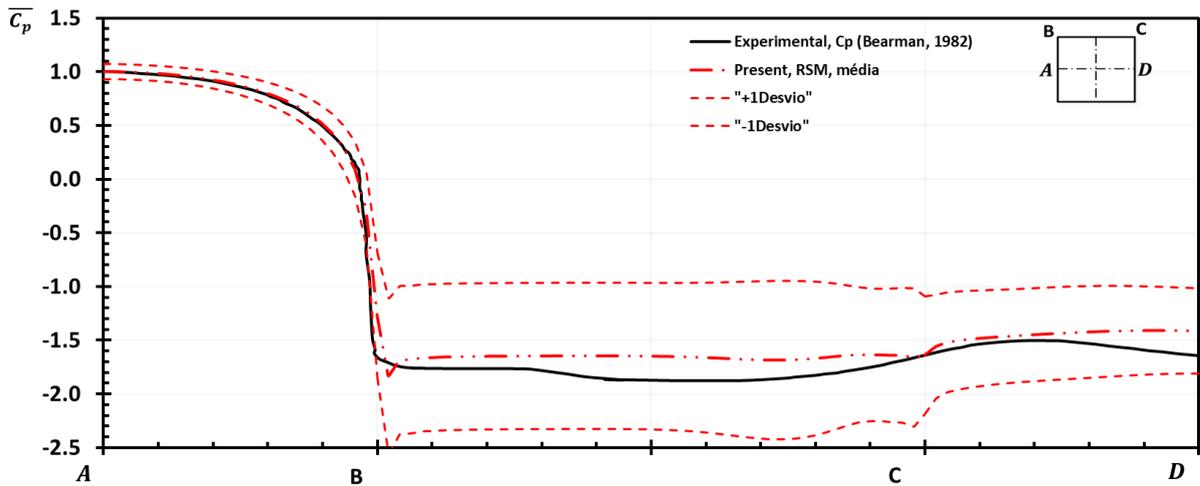


Figura 6-32 - Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linhas tracejadas finas) para o modelo *RSM* e com os resultados experimentais de Bearman (1982).

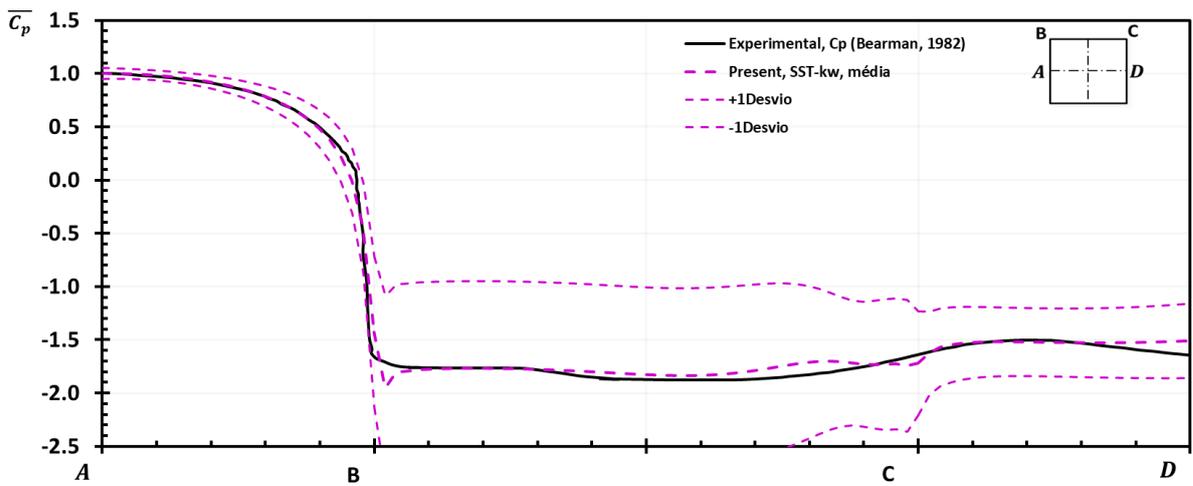


Figura 6-33 - Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linhas tracejadas finas) para o modelo *SST $k-\omega$* e com os resultados experimentais de Bearman (1982).

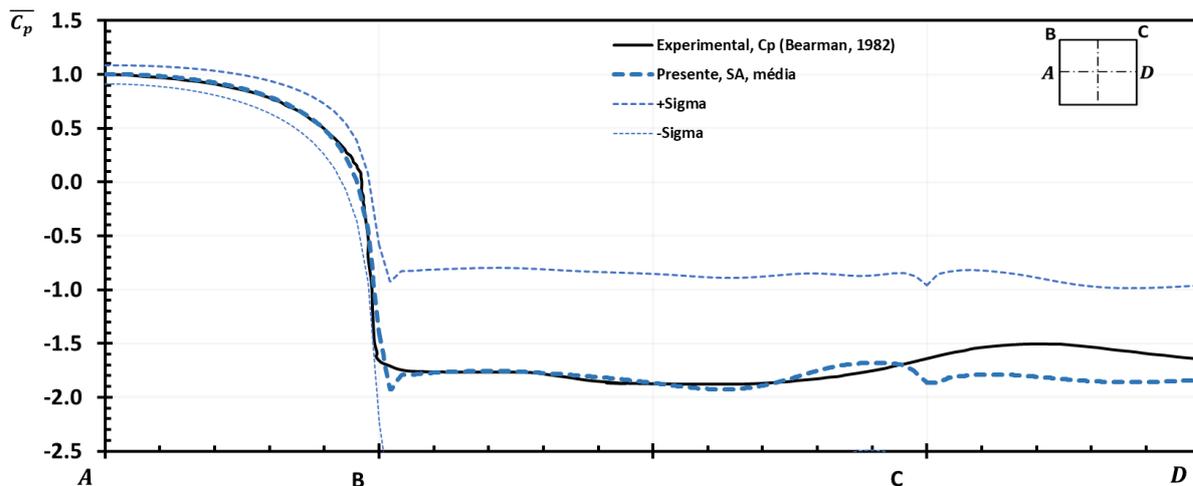


Figura 6-34 – Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linhas tracejadas finas) para o modelo SA e com os resultados experimentais de Bearman (1982).

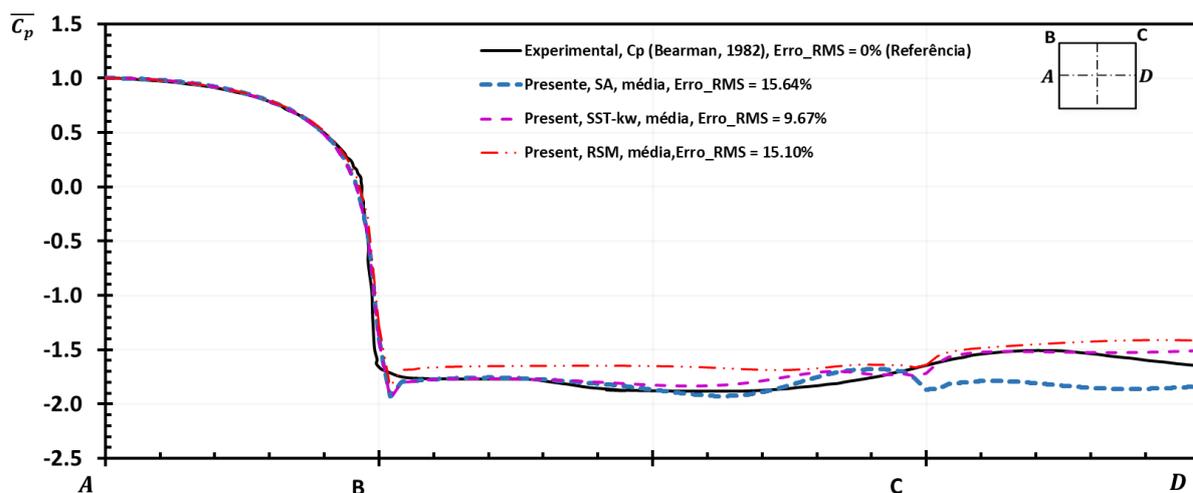


Figura 6-35 – Coeficiente de pressão médio (linha tracejada espessa) no perímetro ABCD do cilindro para os modelos *RSM*, *SA* e *SST – k ω* com os resultados experimentais de Bearman (1982).

Tabela 6-7– Erro RMS para \bar{C}_p no perímetro ABCD.

MEDIDA		<i>RSM</i>	<i>SST – kω</i>	<i>SA</i>
ERRO_RMS_	Cp_ABCD	15.40%	9.67%	15.64%

As Figuras 6-36, 6-37, 6-38 e 6-39 representam a variação da média temporal do coeficiente de pressão estático ($\overline{C_p}$), definido como a razão entre a pressão estática e a pressão dinâmica, na linha central do escoamento ($y = 0D$). Nas três primeiras figuras, o intervalo de um desvio padrão do valor média é delimitado pelas linhas finas tracejadas. A linha preta apresenta os resultados de Trias et al (2015), o qual foi obtido por simulação numérica direta (DNS). Elucida-se que a simulação de Trias et al (2015), embora não seja o experimento físico, tem relevância em termos de precisão pois foi elaborada através da técnica DNS, a qual tem o maior nível de precisão conhecido para o campo do CFD. Por fim, os resultados de Nakamura e Ohya (1984) são apresentados por marcadores do tipo triângulo.

Observa-se que os modelos *SST k - ω* e *RSM* convergem entre si para $x/D > 3$, comportamento não observado no modelo *SA*. Para $x/D < 2$ é observado uma curva com concavidade voltada para cima nas simulações de Trias et al (2015) e no experimento de Nakamura e Ohya (1984). Este mesmo comportamento é observado nos modelos *SST k - ω* e *RSM*, porém o ponto de valor mínimo diverge. No modelo *SA* a curva se inicia em um valor mínimo para $x/D = 0.5$ e cresce à medida que se avança a jusante do cilindro. O modelo *RSM* é o que apresentou melhor comportamento para o gradiente de pressões. No modelo *SST k - ω* , o gradiente de pressões é subestimado, dado que a variação da curvatura observado no gráfico é inferior ao de Nakamura e Ohya (1984).

O modelo *SA*, conforme Figura 6-39, é o que apresenta menor desvio, sendo observado melhor convergência com os resultados de Nakamura e Ohya (1984) do que os demais modelos. Com relação ao erro quadrático médio, definido pela Eq. 6-1, conforme apresentado na Figura 6-39, o modelo *SA* foi o que apresentou menor divergência, com $Erro_{RMS} = 27.51\%$, seguido pelo modelo *RSM* com $Erro_{RMS} = 33.76\%$ e finalmente o modelo *SST k - ω* , com $Erro_{RMS} = 42.48\%$. Estes valores são sumarizados na Tabela 6-8.

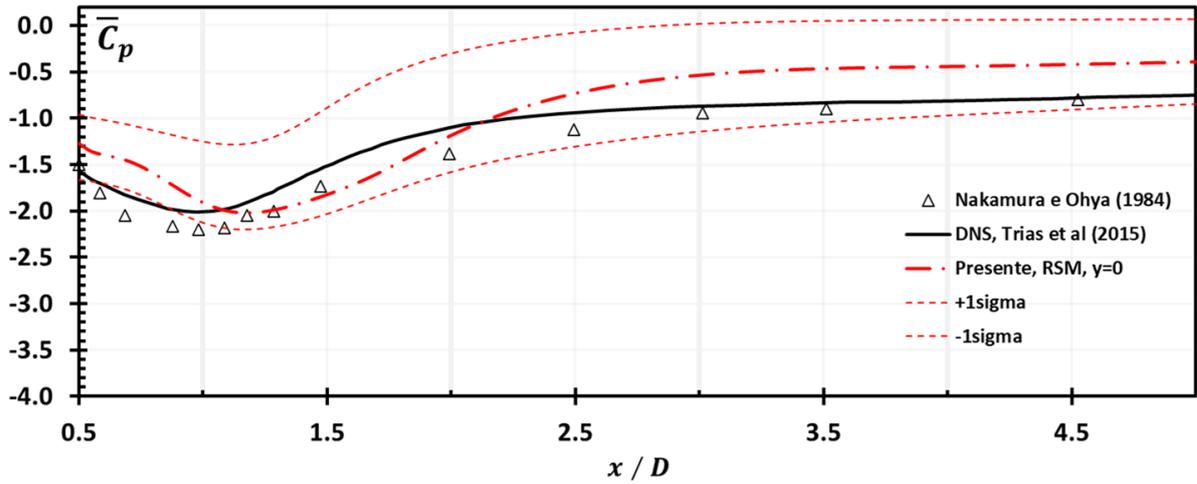


Figura 6-36– Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) para o modelo *RSM*, com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).

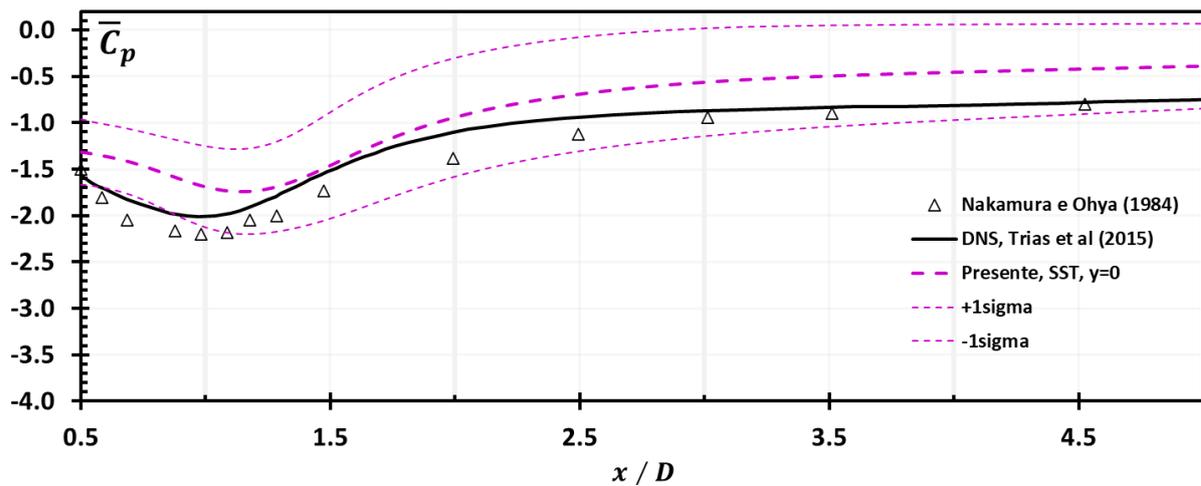


Figura 6-37– Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) para o modelo *SST k-omega*, com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).

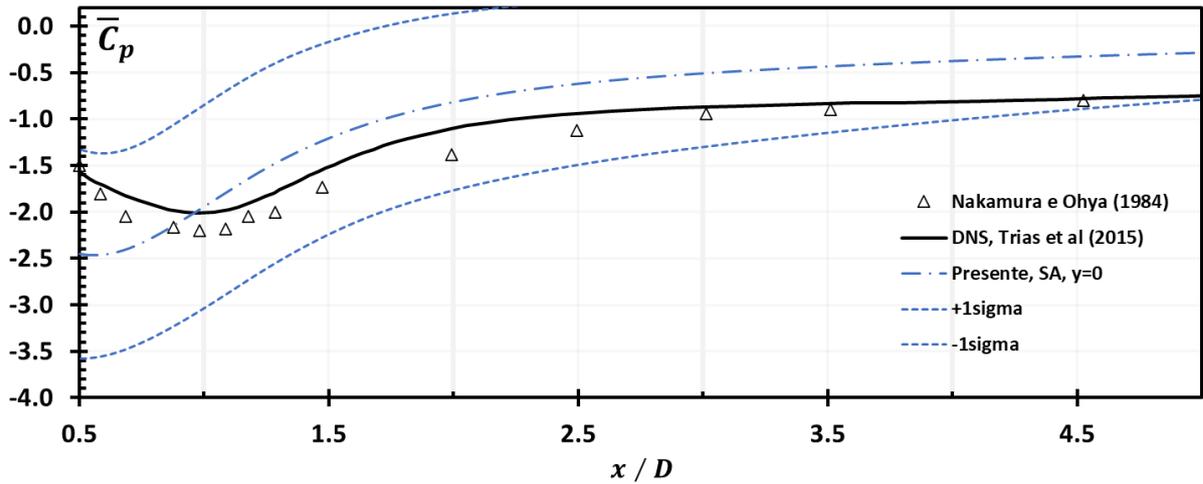


Figura 6-38– Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) para o modelo SA, com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).

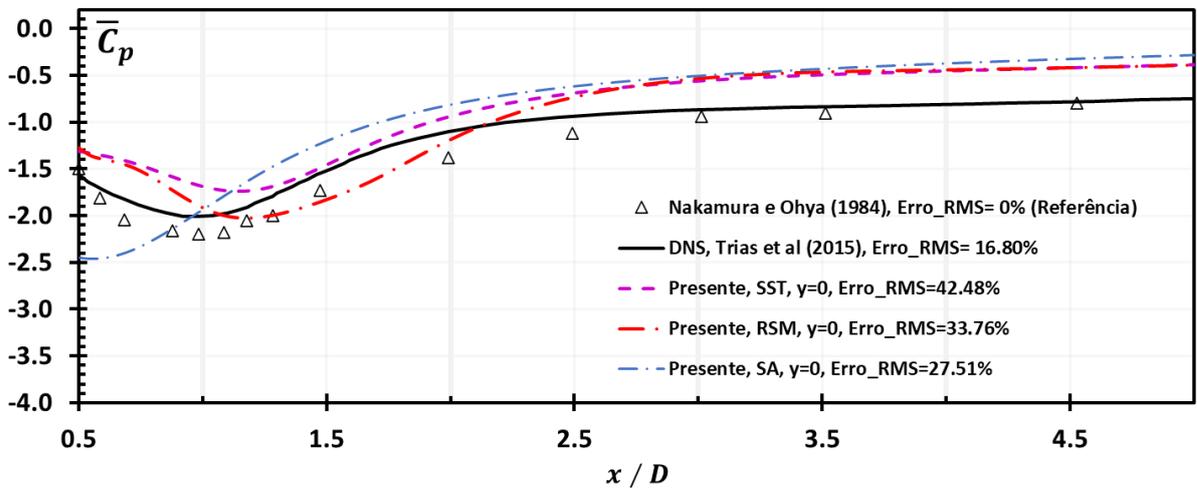


Figura 6-39– Valor médio da pressão estática (linha tracejada com ponto) na linha central do escoamento a partir do centro da face traseira até a distância de cinco diâmetros deste ponto plotado em conjunto com a faixa de um desvio padrão do valor médio (linha tracejada) para os modelos RSM, SST $k - \omega$ e SA com os resultados da simulação DNS de Trias et al (2015) e dados experimentais de Nakamura e Ohya (1984).

Tabela 6-8 – Erro RMS para \bar{C}_p no eixo $y = 0D$.

MEDIDA		<i>RSM</i>	<i>SST – $k\omega$</i>	<i>SA</i>
ERRO_RMS_	$C_p_{y=0D}$	33.76%	42.48%	27.51%

A Tabela 6-9 resume os parâmetros relevantes do escoamento para os modelos *RSM*, *SST k – ω* e *SA*, para a simulação *DNS* de Trias et al. (2015) e o experimento de Lyn e Rodi (1994). A Tabela 6-10, obtida através da Tabela 6-9, apresenta as diferenças percentuais entre os valores de referência e as simulações. O comprimento de recolamento ($L_f(D)$) é apresentado normalizado pelo diâmetro do cilindro. Os modelos *SA* e *SST k – ω* subestimam o valor de $L_f(D)$ em relação aos resultados de Lyn e Rodi (1994) e Trias et al. (2015).

O modelo *SST k – ω* foi o que melhor reproduziu os resultados de Lyn e Rodi (1994) e Trias et al (2015). Para o número de Strouhal (S_{tr}), coeficiente de arrasto (C_D) e o comprimento de recolamento ($L_f(D)$) a diferença com base nos resultados de Lyn e Rodi (1994) foi de -1.5% , 1.2% e -33.3% , respectivamente. Com relação as componentes flutuantes de arrasto ($C'_{D_{rms}}$) e de sustentação ($C'_{L_{rms}}$), obtidas pela raiz do valor quadrático médio (RMS), comparadas aos resultados de Trias et al (2015), a diferença foi de 22% e -11.7% , respectivamente.

O modelo *RSM* apresentou bons resultados em relação a Lyn e Rodi (1994) e Trias et al (2015). Para o número de Strouhal (S_{tr}), coeficiente de arrasto (C_D) e o comprimento de recolamento ($L_f(D)$) a diferença com base nos resultados de Lyn e Rodi (1994) foi de 4.4% , 2.0% e 7.8% , respectivamente. Com relação as componentes flutuantes de arrasto ($C'_{D_{rms}}$) e de sustentação ($C'_{L_{rms}}$), obtidas pela raiz do valor quadrático médio (RMS), comparadas aos resultados de Trias et al (2015), a diferença foi de 46.3% e -28.7% , respectivamente.

O modelo *SA* apresentou as maiores divergência entre os resultados em relação a Lyn e Rodi (1994) e Trias et al (2015). Para o número de Strouhal (S_{tr}), coeficiente de arrasto (C_D) e o comprimento de recolamento ($L_f(D)$) a diferença com base nos resultados de Lyn e Rodi (1994) foi de -2.7% , 6.6% e 16.7% , respectivamente. Com relação as componentes flutuantes de arrasto ($C'_{D_{rms}}$) e de sustentação ($C'_{L_{rms}}$), obtidas pela raiz do valor quadrático médio (RMS), comparadas aos resultados de Trias et al (2015), a diferença foi de 246.3% e 22.2% , respectivamente.

Tabela 6-9 – Resumo dos Parâmetros Relevantes do Escoamento

Autor	$R_e / 10^4$	S_{tr}	C_D	$C'_{D_{rms}}$	$C'_{L_{rms}}$	$L_f(D)$
Presente, RSM (Medium Mesh)	2.2	0.141	2.19	0.3	1.22	1.1
Presente, SST-KW (Medium Mesh)	2.2	0.133	2.18	0.25	1.51	0.68
Presente, SA (Medium Mesh)	2.2	0.131	2.29	0.71	2.09	0.85
Lyn et al, 1995	2.1	0.135	2.15	-	-	1.02
Trias et al., 20115	2.2	0.132	2.18	0.205	1.71	1.04

Tabela 6-10 – Diferenças percentuais para os Parâmetros Relevantes do Escoamento

Autor	$R_e / 10^4$	S_{tr}	C_D	$C'_{D_{rms}}$	$C'_{L_{rms}}$	$L_f(D)$
Presente, RSM (Medium Mesh)	2.2	4.44%	2.01%	46.34%	-28.65%	7.84%
Presente, SST-KW (Medium Mesh)	2.2	-1.48%	1.21%	21.95%	-11.70%	-33.33%
Presente, SA (Medium Mesh)	2.2	-2.71%	6.57%	246.34%	22.22%	-16.67%
Lyn et al, 1995	2.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Trias et al., 20115	2.2	-2.22%	1.40%	0.00%	0.00%	1.96%

Tabela 6-11- Resumo das medidas dos Erros RMS

MEDIDA		RSM	SST – $k\omega$	SA
ERRO_RMS_	U/uinf_y=0	10.01%	15.92%	11.37%
ERRO_RMS_	U/uinf_y=1D	10.09%	6.95%	15.86%
ERRO_RMS_	Cp_ABCD	15.40%	9.67%	15.64%
ERRO_RMS_	Cp_y=0D	33.76%	42.48%	27.51%

Estabeleceu-se um critério objetivo para avaliação quantitativa do desempenho dos modelos de turbulência estudados. Para as diferenças percentuais de cada parâmetro relevante calculou-se o erro médio quadrático com base nos valores da Tabela 6-10 conforme Eq. 6-1.

$$I_i = 1 - \text{Erro}_{RMS} \quad \text{Eq. 6-2}$$

Conforme Eq. 6-2, definiu-se o índice de desempenho para os parâmetros relevantes (IP) para cada modelo de turbulência a partir deste Erro RMS. De modo análogo, definiu-se o índice de desempenho para as medidas (IM) dos Erros RMS apresentados Tabela 6-11, onde são sumarizados os erros RMS apresentados neste tópico. Por fim, define-se um índice de desempenho global (IG), cálculo de modo análogo, porém com base nos Erros RMS para os parâmetros relevantes e para as medidas. Os valores destes índices são apresentados na Tabela 6-12.

Tabela 6-12 - Índices de Desempenho para os modelos

Autor	IP	IM	IG
<i>Índices de Desempenho</i>			
Presente, RSM (Medium Mesh)	0.75	0.80	0.78
Presente, SST-KW (Medium Mesh)	0.81	0.77	0.79
Presente, SA (Medium Mesh)	-0.11	0.81	0.20

Conforme Tabela 6-12, sendo o IG máximo igual a 1, observa-se que o modelo $SST\ k - \omega$ apresenta o maior IG dentre os modelos estudados, igual a 0.79. Os índices IM não diferem muito para os modelos RSM e SA , porém é inferior para o modelo de duas equações ($IM = 0.77$). Constatam-se maiores diferenças para os índices IP. O modelo $SST\ k - \omega$ foi o que melhor reproduziu os valores experimentais ($IP = 0.81$). Para o modelo SA ($IP = -0.11$), o valor negativo é justificado pelo fato do modelo ter superestimado a componente flutuante do coeficiente de arrasto. O modelo RSM apresentou desempenho intermediário, com IP igual a 0.75.

Neste capítulo, foram apresentados e discutidos os resultados numéricos realizadas neste trabalho. As simulações foram comparadas com resultados numéricos e experimentais disponíveis na literatura.

CAPÍTULO 7

7 CONCLUSÕES, PERSPECTIVAS E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo são apresentadas as conclusões do presente trabalho, apresentadas perspectivas e recomendações para trabalhos futuros.

7.1 Conclusões

Os modelos turbulência RANS foram testados e validados para escoamentos simples, nos quais as linhas de corrente apresentam pequena curvatura e a recirculação é amena. O escoamento externo a um quadrado apresenta elevada curvatura nas linhas do escoamento, descolamento, recirculação e um escoamento secundário nas proximidades das quinas a barlavento. (Murakami, 1993).

Os modelos de turbulência estudados apresentam as simplificações provenientes da hipótese de equações médias proposta por Reynolds. Não obstante, os modelos SST- $k\omega$ e SA tem origem na hipótese de viscosidade turbulenta (comportamento isotrópico). O modelo RSM, em que pese seu maior rigor físico, apresenta simplificações para torná-lo um problema fechado que também introduzem imprecisão. As hipóteses simplificadoras e/ou necessárias para a completa modelagem do problema dão origem aos diferentes modelos de turbulência e são fontes de erro.

O modelo SA, desenvolvido para aplicações na indústria aeronáutica (corpos aerodinâmicos), apresentou o pior desempenho ($IG = 0.20$). Este comportamento se deve principalmente ao fato dele ter tido dificuldade em reproduzir o valor das componentes flutuantes.

O modelo RSM apresentou melhor capacidade de lidar com a curvatura das linhas de corrente do escoamento, conforme Tabela 6-5. Com desempenho geral intermediário ($IG = 0.78$), foi o que melhor previu o tamanho da bolha traseira de recirculação.

O modelo SST $k - \omega$ apresentou melhor capacidade de lidar com a distribuição de pressão nas arestas do cilindro, melhor reproduzindo os valores dos parâmetros relevantes ($IP = 0.81$). Teve o pior desempenho nas medidas realizadas no escoamento ($IM = 0.77$), com dificuldade em reproduzir a curvatura das linhas de corrente. Com o melhor desempenho

geral ($IG = 0.79$), este modelo apresentou um bom equilíbrio entre custo computacional e acurácia.

O modelo *SA*, com custo computacional inferior, apresentou o pior desempenho geral, superestimando as quantidades flutuantes analisadas. O modelo *SST k – ω* apresentou bom desempenho na região das paredes, onde são avaliadas as principais quantidades de interesse para a engenharia. Por sua vez, o modelo *RSM*, com custo computacional superior, teve desempenho geral muito próximo ao do modelo *SST k – ω* na região das paredes, porém com maior acurácia nas medidas realizadas no escoamento.

Conforme Hadzic (1999), os modelos que adotam a hipótese de Boussinesq, dado que a viscosidade turbulenta subentende comportamento isotrópico das tensões normais de Reynolds, são incapazes de lidar com efeitos da anisotropia da turbulência, escoamentos secundários e efeitos da curvatura. Nestes termos, embora o modelo *SST k – ω* tenha apresentado bom desempenho na região da parede, obteve erro de 33% no comprimento de recirculação (L_f) e o pior desempenho nas medidas realizadas no escoamento. O modelo *RSM*, ainda que se tenha utilizado funções de parede, apresentou boa acurácia e desempenho equilibrado tanto na parede quanto nas medidas do escoamento, porém a um custo computacional superior.

Conclui-se, por fim, que há uma importante lacuna a ser preenchida através do desenvolvimento de um modelo de turbulência que apresente adequado desempenho, tanto no escoamento quanto na região da parede, razoável custo computacional e que seja capaz de transpor as limitações dos modelos de viscosidade turbulenta.

7.2 Perspectivas e Recomendações Para Trabalhos Futuros

O presente estudo apresentou uma metodologia para o estudo qualitativo e quantitativo do escoamento externo no entorno de um cilindro quadrado fixo. As simulações foram feitas em domínio bidimensional. Entende-se que, a partir da metodologia apresentada, outros modelos de turbulência podem ser estudados em domínios bidimensional e tridimensional. A partir de novos resultados, pode-se adequadamente quantificar e qualificar a adequação de cada modelo para aplicação em escoamentos de natureza similar.

Deste modo, recomenda-se para trabalhos futuros, aplicando a metodologia ora apresentada:

- i. Reproduzir as simulações numéricas deste trabalho com outros modelos de turbulência *RSM* sem funções de parede e compará-las com os resultados apresentados;
- ii. Reproduzir as simulações numéricas deste trabalho com modelos não lineares de viscosidade turbulenta e compará-las com os resultados apresentados; e
- iii. Reproduzir as simulações numéricas deste trabalho com modelos de turbulência *ASM* (Modelo Algébrico de Tensões de Reynolds) e compará-las com os resultados ora apresentados.

Espera-se que tais estudos irão estabelecer melhores relações de desempenho e limitações objetivas para cada modelo de turbulência. Deste modo, conforme proposição de Murakami (1993), será possível o estabelecimento de parâmetros e critérios objetivos a respeito da adequação de cada modelo de turbulência para os diferentes tipos de simulações.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS, INC. **ANSYS Fluent Theory Guide** ANSYS, , 2020.

BEARMAN, P. W. Vortex shedding from oscillating bluff bodies. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 16, p. 195–222, 1984.

BEARMAN, P. W.; OBASAJU, E. D. An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating square-section cylinders. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 119, p. 297–321, jun. 1982.

BEARMAN, P. W.; TRUEMAN, D. M. An Investigation of the Flow around Rectangular Cylinders. **Aeronautical Quarterly**, v. 23, n. 3, p. 229–237, ago. 1972.

BERGER, E. ON A MECHANISM OF VORTEX EXCITED OSCILLATIONS OF A CYLINDER. Em: KRAMER, C.; GERHARDT, H. J. (Eds.). . **Advances in Wind Engineering**. Amsterdam: Elsevier, 1988. p. 301–310.

BOSCH, G.; KAPPLER, M.; RODI, W. Experiments on the flow past a square cylinder placed near a wall. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 13, n. 3, p. 292–305, out. 1996.

BOSCH, G.; RODI, W. Simulation of vortex shedding past a square cylinder with different turbulence models. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 28, n. 4, p. 601–616, 1998.

BOSTOCK, B. R.; MAIR, W. A. Pressure Distributions and Forces on Rectangular and D-shaped Cylinders. **Aeronautical Quarterly**, v. 23, n. 1, p. 1–6, fev. 1972.

CAO, Y.; TAMURA, T. Large-eddy simulations of flow past a square cylinder using structured and unstructured grids. **Computers & Fluids**, v. 137, p. 36–54, 28 set. 2016.

CHEN, Y.; DJIDJELI, K.; XIE, Z.-T. Large eddy simulation of flow past stationary and oscillating square cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 97, p. 103107, 1 ago. 2020.

CORRSIN, S.; KISTLER, A. L. **The Free-stream Boundaries of Turbulent Flows**. [s.l.] NACA, 1954.

DAVIS, P. L.; RINEHIMER, A. T.; UDDIN, M. **A Comparison of RANS-Based Turbulence Modeling for Flow over a Wall-Mounted Square Cylinder**. May 2012. **Anais...** Em: 20TH ANNUAL CONFERENCE OF THE CFD SOCIETY OF CANADA. Canmore, Alberta, Canada: maio 2012.

DURÃO, D. F. G.; HEITOR, M. V.; PEREIRA, J. C. F. Measurements of turbulent and periodic flows around a square cross-section cylinder. **Experiments in Fluids**, v. 6, n. 5, p. 298–304, 1 jan. 1988.

ERCOFTAC - Best Practice Guidelines - Industrial Computational Fluid Dynamics of Single-Phase Flows. 1.0 ed. [s.l: s.n.].

FLUENT, INC. **Fluent 6.0 User's Guide**, 28 nov. 2001.

FRANÇA JÚNIOR, D. DE O.; RIBEIRO, P. M. V.; PEDROSO, L. J. Simplified expressions for dynamic behavior of cylindrical shells uncoupled and coupled with liquids. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 16, n. 6, p. e208, 2019.

FRANKE, R. Rodi, 1991," **Calculation of Vortex Shedding Past a Square Cylinder with Various Turbulence Models**". W., Proceedings of 8th Symposium on Turbulent Shear Flow. **Anais...**1991.

FREITAS, M. et al. Stability evaluation of overtopped hydraulic structures using computational fluid dynamics. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 48, n. 3, p. 341–346, mar. 2021.

GERRARD, J. H. The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 25, n. 2, p. 401–413, jun. 1966.

HADZIC, I. **Second-Moment Closure Modelling of Transitional and Unsteady Turbulent Flows**. TU Delft Faculty of Applied Sciences: 1999-02-08, 8 fev. 1999.

HANJALIC, K. Will RANS Survive LES? A View of Perspectives. **Journal of Fluids Engineering**, v. 127, n. 5, p. 831–839, 1 set. 2005.

HYPENESS, R. **Capitalismo decadente: O prédio de R\$ 17 bilhões que está se desfazendo em Manhattan**. Disponível em: <<https://www.hypeness.com.br/2021/03/inundacoes-e-elevadores-quebrados-o-predio-de-r-17-bilhoes-que-esta-se-desfazendo-em-manhattan/>>. Acesso em: 26 abr. 2021.

KATO, M.; LAUNDER, B. E. **The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders**. Preparation of 9th Symposium on Turbulent Shear Flow. [s.l: s.n.].

LEE, B. E. The effect of turbulence on the surface pressure field of a square prism. **J. Fluid Mech**, v. 69, n. 2, p. 263–282, 1975.

LIU, Y. Z. et al. A new modeling approach for transversely oscillating square-section cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 81, p. 492–513, 1 ago. 2018.

LUO, S. C. et al. Effects of incidence and afterbody shape on flow past bluff cylinders. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 53, n. 3, p. 375–399, 1 dez. 1994.

LYN, D. A. et al. A laser-Doppler velocimetry study of ensemble-averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 304, p. 285–319, 10 dez. 1995.

LYN, D. A.; RODI, W. The flapping shear layer formed by flow separation from the forward corner of a square cylinder. **Journal of fluid Mechanics**, v. 267, p. 353–376, 1994.

MATHEWS, E. H. et al. Numerical prediction of wind loads on buildings. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 31, n. 2, p. 241–250, 1 dez. 1988.

MENTER, F. R.; LECHNER, R.; MATYUSHENKO, A. **Best Practice: RANS Turbulence Modeling in Ansys CFD**. [s.l.] ANSYS, 2021.

MILLS, F. **How Tall Buildings Tame the Wind**. Disponível em: <<https://www.theblm.com/video/how-tall-buildings-tame-the-wind>>. Acesso em: 10 maio. 2022.

MINGUEZ, M. et al. Experimental and high-order LES analysis of the flow in near-wall region of a square cylinder. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, 8th International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements, Marseille, France, June 9 to 11, 2010. v. 32, n. 3, p. 558–566, 1 jun. 2011.

MURAKAMI, S. Comparison of various turbulence models applied to a bluff body. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 46–47, p. 21–36, ago. 1993.

MURAKAMI, S.; MOCHIDA, A. On turbulent vortex shedding flow past 2D square cylinder predicted by CFD. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Third Asian-Pacific Symposium on Wind Engineering. v. 54–55, p. 191–211, 1 fev. 1995a.

MURAKAMI, S.; MOCHIDA, A. On turbulent vortex shedding flow past 2D square cylinder predicted by CFD. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Third Asian-Pacific Symposium on Wind Engineering. v. 54–55, p. 191–211, 1 fev. 1995b.

NAKAGUCHI H.; HASHIMOTO K.; MUTO S. An Experimental Study on Aerodynamic Drag of Rectangular Cylinders. **The Journal of the Japan Society of Aeronautical Engineering**, v. 16, n. 168, p. 1–5, 1968.

NANDA, S. **Flow past a square prism: A numerical study**. Netherlands: TECHNICAL UNIVERSITY OF DELFT, 18 maio 2016.

NODA, H.; NAKAYAMA, A. Reproducibility of flow past two-dimensional rectangular cylinders in a homogeneous turbulent flow by LES. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Fifth Asia-Pacific Conference on Wind Engineering. v. 91, n. 1, p. 265–278, 1 jan. 2003.

NORBERG, C. Flow around rectangular cylinders: Pressure forces and wake frequencies. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 49, n. 1, p. 187–196, 1 dez. 1993.

OCHOA, J. S.; FUEYO, N. Large Eddy Simulation of the flow past a square cylinder. p. 18, 2004.

OKAJIMA, A. Strouhal numbers of rectangular cylinders. 1982.

PARKINSON, G. V.; BROOKS, N. P. H. On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders. **Journal of Applied Mechanics**, v. 28, n. 2, p. 252–258, 1 jun. 1961.

PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 15, n. 10, p. 1787–1806, 1 out. 1972.

POCHA, J. J. On unsteady flow past cylinders of square cross-section. **Ph. D. thesis**, 1971.

POPE, S. B. Turbulent Flows. **Measurement Science and Technology**, v. 12, n. 11, p. 2020–2021, out. 2001.

PRZULJ, V.; YOUNIS, B. A. Some aspects of the prediction of Turbulent Vortex Shedding from Bluff Bodies. **ASME-PUBLICATIONS-FED**, v. 149, p. 75–75, 1993.

QIN, G. **Computational Fluid Dynamics for Mechanical Engineering**. Disponível em: <<https://www.routledge.com/Computational-Fluid-Dynamics-for-Mechanical-Engineering/Qin/p/book/9780367687298>>. Acesso em: 10 maio. 2022.

RHIE, C. M.; CHOW, W. L. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. **AIAA Journal**, v. 21, n. 11, p. 1525–1532, nov. 1983.

RIBEIRO, P. M. V.; PEDROSO, L. J. Uma abordagem com superposição modal para problemas de interação fluido-estrutura. **Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería**, v. 32, n. 2, p. 79–90, abr. 2016.

RODI, W. et al. Status of large eddy simulation : Results of a workshop. **Status of large eddy simulation : Results of a workshop**, v. 119, n. 2, p. 248–262, 1997.

RODI, W. Comparison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Proceedings of the 3rd International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics and Applications. v. 69–71, p. 55–75, 1 jul. 1997.

SAKOWSKI, E. **Beipanjiang Bridge Duge - HighestBridges.com**. Disponível em: <https://www.highestbridges.com/wiki/index.php/Beipanjiang_Bridge_Duge>. Acesso em: 10 maio. 2022.

SARMENTO, C. V. S. et al. From numerical prototypes to real models: a progressive study of aerodynamic parameters of nonconventional concrete structures with Computational Fluid Dynamics. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 13, n. 3, p. 628–643, jun. 2020.

SILVA, S. F. DA; PEDROSO, L. J. Interaction dam-reservoir: study of conservative and dissipative effects. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 12, n. 4, p. 858–873, ago. 2019.

SILVA, R. C.; PEDROSO, L. J. **Contribution to Reliability Assessment of Concrete Dams under Dynamic Effects**. . Em: THE NINTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL STRUCTURES TECHNOLOGY. Athens, Greece: [s.d.]. Disponível em: <<http://www.ctresources.info/ccp/paper.html?id=4858>>. Acesso em: 26 abr. 2021

SIMON, B. J. **Active Cancellation of Tollmien-Schlichting Waves under Varying Inflow Conditions for In-Flight Application**. [s.l.] Technischen Universität Darmstadt, 2017.

SKYSCRAPERCENTER. **International Commerce Centre - The Skyscraper Center**. Disponível em: <<https://www.skyscrapercenter.com/building/international-commerce-centre/137>>. Acesso em: 10 maio. 2022.

SOHANKAR, A.; DAVIDSON, L.; NORBERG, C. Large Eddy Simulation of Flow Past a Square Cylinder: Comparison of Different Subgrid Scale Models. **Journal of Fluids Engineering**, v. 122, n. 1, p. 39–47, 15 nov. 1999.

TÁVARA, D. I. M. **Estudo Numérico de Jato Circular Espiralado Incidente em uma Placa Aquecida**. Rio de Janeiro, Brazil: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO, Fevereiro 2011.

TING, D. S.-K. Basics of Engineering Turbulence. Em: TING, D. S.-K. (Ed.). . **Basics of Engineering Turbulence**. [s.l.] Academic Press, 2016. p. 256.

TRIAS, F. X.; GOROBETS, A.; OLIVA, A. Turbulent flow around a square cylinder at Reynolds number 22,000: A DNS study. **Computers & Fluids**, v. 123, p. 87–98, 21 dez. 2015.

TRUCANO, T. G.; OBERKAMPF, W. L. Verification and validation in computational fluid dynamics. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 38, p. 209–272, 2002.

TU, J.; YEOH, G. H.; LIU, C. **Computational fluid dynamics: a practical approach**. [s.l.] Butterworth-Heinemann, 2018.

VERSTAPPEN, R. W. C. P.; VELDMAN, A. E. P. Spectro-consistent discretization of Navier-Stokes: a challenge to RANS and LES. Em: DIJKSTRA, D. et al. (Eds.). . **Floating, Flowing, Flying: Pieter J. Zandbergen's Life as Innovator, Inspirator and Instigator in Numerical Fluid Dynamics**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1998. p. 163–179.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. [s.l.] Pearson education, 2007.

VICKERY, B. J. Fluctuating lift and drag on a long cylinder of square cross-section in a smooth and in a turbulent stream. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 25, n. 3, p. 481–494, jul. 1966.

ZHAN, J. (詹杰民) et al. Comparison between the Q criterion and Rortex in the application of an in-stream structure. **Physics of Fluids**, v. 31, n. 12, p. 121701, dez. 2019.

ZIPFEL, P. H.; SCHETZ, J. A. **Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics**. [s.l.: s.n.].