



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB
FACULDADE DE EDUCAÇÃO – FE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – PPGE**

ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA

**LESSON STUDY: CONTRIBUIÇÕES À FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Brasília – DF
2022

ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA

**LESSON STUDY: CONTRIBUIÇÕES À FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Tese apresentada à Banca de Defesa da Faculdade de Educação – FE, do Programa de Pós-graduação - PPGE da Universidade de Brasília - UNB, como requisito para a obtenção do título de Doutora em Educação, com a orientação da Professora Dra. Regina da Silva Pina Neves.

Linha de pesquisa: Educação em Ciências e Matemática.

Brasília - DF
2022

Ficha catalográfica

JR0721 Julio de Oliveira Rocha, Andreia
Lesson Study: Contribuições à formação de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental. / Andreia Julio de Oliveira Rocha; orientador Regina da Silva Pina Neves. -- Brasília, 2022.
189 p.

Tese (Doutorado - Doutorado em Educação) -- Universidade de Brasília, 2022.

1. Lesson Study. . 2. Formação de Professores. A. 3. Aprendizagem Matemática. . 4. Ensino Fundamental.. 5. Formação. I. da Silva Pina Neves, Regina , orient. II. Título.

ANDRÉIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA

**LESSON STUDY: CONTRIBUIÇÕES À FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE
MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Regina da Silva Pina Neves
Orientadora
Universidade de Brasília (UnB)
Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE

Profa. Dra. Maria Raquel Miotto Morelatti
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”
Programa de Pós-Graduação em Educação – FCT/UNESP
Membro Externo

Profa. Dra. Edda Curi
Universidade Cruzeiro do Sul
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – UNICSUL
Membro Externo

Profa. Dra. Raquel Carneiro Dörr
Universidade de Brasília (UnB)
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT
- UNB
Membro Interno

Prof. Dr. Cleyton Hércules Gontijo
Universidade de Brasília (UnB)
Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE
Suplente

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, em especial, a minha mãe Nazaré (*in memoriam*) e a meu pai Miguel (*in memoriam*), dois anjos que, com um amor incondicional, possibilitaram a realização desse sonho. Quis Deus que não pudessem estar presentes fisicamente, mas sei que onde estiverem estarão olhando e felizes por NOSSA realização. Saibam que vocês foram minha maior sorte nesta vida.

Gratidão

Por suas vidas,

Pelo dia que se inicia,

Pela dor da falta que me alucina,

Pelo dia que termina,

Pelo descanso na noite que chega.

Pelos afagos recebidos,

Pelos conselhos dados;

Pela falta que sinto desses conselhos;

Pelo seu cheiro que me acompanha pai,

Pelo seu cheiro que me acompanha mãe,

Pela certeza de que um novo dia sempre virá,

Pela certeza de que nos encontraremos de novo,

Gratidão sempre.

Sempre.



AGRADECIMENTOS

Não poderia deixar de agradecer, aqui, aos meus irmãos e, em especial, às minhas irmãs: Lenise, Zélia, Adriana e Fabiana que sempre estiveram e sei que sempre estarão ao meu lado. Foram muitas dores e batalhas enfrentadas e enfrentaremos todas as que vierem sempre juntas pelo amor que sempre nos uniu. Essa é nossa conquista!

Às irmãs adotivas que a vida me presenteou: Andrea Moura, Deborah Villeth, Gilva, Renata Teixeira, Bianca e Vanda Pazos.

Ao meu esposo Carlos e a meus filhos Lenah e Mateus, por me apoiarem e suportarem minhas ausências.

À orientadora, professora e amiga Regina Pina que, de forma humana, me abraçou e dividiu comigo essa caminhada, apoiando, ensinando, respeitando e, acima de tudo, cuidando. Registro aqui a minha admiração por sua sempre disponibilidade e tranquilidade em trabalhar com os desafios que nos foram impostos durante nosso percurso.

Deixo aqui ainda meu agradecimento à professora Otília Dantas e à professora Maria Clarisse, sou grata pelo apoio e carinho a mim dedicados durante vários momentos de adversidades; saibam que gratidão aqui é a palavra de ordem.

Aos amigos de Doutorado Joana, Janaina e Aldileia, pelo apoio incondicional.

Ao amigo Ernesto que sempre esteve presente com uma palavra de apoio.

A minha irmã de alma Rosana, que sempre esteve comigo.

À Rede Marista, em nome de Deysiane, Rodrigo, pelo apoio e incentivo nessa jornada.

À Aynara, Fernanda, Renata, Ilce, companheiras no Marista, por pequenos gestos que se tornaram gigantes nessa caminhada.

À banca examinadora, constituída pelas professoras Dra. Maria Raquel Miotto Morelatti e Dra. Edda Curi, que desde a qualificação contribuíram substancialmente para a elaboração desta pesquisa.

Aos professores que constituíram o grupo de pesquisa da Lesson Study.

Gratidão.

RESUMO

Este estudo aborda a Formação de Professores de Matemática por meio d Lesson Study (LS), que é um processo de desenvolvimento profissional cuja origem é o Japão no século XX. Para concretizar a pesquisa, foram realizados estudos teóricos sobre o conhecimento e desenvolvimento profissional do professor e a formação do professor que ensina Matemática no Brasil. Igualmente, foi realizado um aprofundamento teórico sobre o Lesson Study, especialmente, na formação de professores que atuam nos anos finais do ensino fundamental. Nesse escopo, a presente pesquisa tem como objetivo geral: compreender as contribuições da LS na ampliação do conhecimento do professor sobre a disciplina que ministra e sobre as necessidades didáticas que ela impõe a sua prática docente. Para tanto, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa e interpretativa, integrando professores, estudantes e pesquisadora para a realização de um ciclo de LS. Os dados foram coletados por meio da observação participante, gravação em vídeo e em áudio das sessões, transcrições das gravações, questionários, videoaulas e diário de bordo. Vislumbrou-se a constituição de um espaço formativo e as ações de estudo, planejamento, desenvolvimento e análise da aula investigativa. Os resultados evidenciam maior entendimento por parte dos professores sobre o que é necessário observar em relação aos conteúdos, às aprendizagens, aos estudantes, antes, durante e após a elaboração e aplicação de um planejamento de aula. Os achados da pesquisa mostraram também que o LS pôde incentivar um engajamento destes professores no sentido de compreenderem a importância da elaboração de estratégias com um foco na didática e em diferentes contextos, minimizando entraves de formação profissional.

Palavras-chave: Lesson Study. Formação de Professores. Aprendizagem Matemática. Ensino Fundamental.

SUMMARY

This study addresses Mathematics Teacher Training through Lesson Study (LS), which is a professional development process whose origin is Japan in the 20th century. To carry out the research, theoretical studies were carried out on the knowledge and professional development of the teacher and the training of the teacher who teaches Mathematics in Brazil. Likewise, a theoretical deepening was carried out on Lesson Study, especially in the training of teachers who work in the final years of elementary school. In this scope, the present research has as general objective: to understand the contributions of SL in the expansion of the professor's knowledge about the discipline he teaches and about the didactic needs that it imposes on his teaching practice. Therefore, a qualitative and interpretative research was developed, integrating professors, students, and researcher to carry out a SL cycle. Data were collected through participant observation, video and audio recording of the sessions, transcripts of recordings, questionnaires, video classes and a logbook. The constitution of a training space and the actions of study, planning, development, and analysis of the investigative class were envisioned. The results show a greater understanding on the part of the teachers about what is necessary to observe in relation to the contents, the learning, the students, before, during and after the elaboration and application of a lesson plan. The research findings also showed that the SL could encourage these teachers to engage to understand the importance of developing strategies with a focus on didactics and in different contexts, minimizing obstacles to professional training.

Keywords: Lesson Study. Teacher training. Mathematical Learning. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fontes do conhecimento de Shulman.....	30
Figura 2 – Modelos de Shulman	32
Figura 3 – Conhecimento profissional e didático.....	33
Figura 4 – Classes de estudos japoneses.....	56
Figura 5 – Fases do Lesson Study (LS)	58
Figura 6 – Lesson Study no Brasil concluídos até agosto de 2021 Erro! Indicador não definido.	
Figura 7 – Lesson Study	79
Figura 8 – Elaboraões sobre o Lesson Study.....	92
Figura 9 – Registros da 2ª sessão.....	92
Figura 10 – Segunda sessão de LS	94
Figura 11 – Contagem de objetos concretos	99
Figura 13 – Registros da 3ª sessão.....	104
Figura 14 – Registros da 4ª sessão.....	112
Figura 15 – Plano de aula de Ponte	114
Figura 16 – Registros da 5ª sessão.....	119
Figura 17 – Documentos analisados.....	120
Figura 18 – Registros da 6ª sessão.....	125
Figura 19 – Primeiro plano de aula apresentado	127
Figura 20 – Registros da 7ª sessão.....	130
Figura 21 – Espaço físico utilizado	133
Figura 22 – Primeira parte do segundo plano apresentado	136
Figura 24 – Parte final do segundo plano apresentado	138
Figura 26 – Registros do Matome.....	142
Figura 27 – Registros da organização do Matome	143
Figura 28 – Registro do primeiro momento do Matome.....	144
Figura 29 – Registros da atividade do Matome 2.....	148
Figura 30 – Registros da atividade do Matome 3.....	148
Figura 31 – Registros da atividade do Matome 4.....	150
Figura 32 – Registros da atividade do Matome 5.....	151
Figura 33 – Registros da atividade do Matome 6.....	151
Figura 34 – Registro da atividade do Matome 7.....	152
Figura 35 – Registros da atividade do Matome 8.....	153

Figura 36 – Elaborações dos estudantes Matome 9	154
Figura 37 – Registros da atividade do Neriage 1	155
Figura 38 – Registros da atividade do Neriage 2	159

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Artigos seleccionados para leitura.....	40
Quadro 2 – Resumo Histórico	55
Quadro 3 – Etapas do LS.....	59
Quadro 4 – Delineamento das Sessões	81
Quadro 5 – Diferenças entre a primeira e a segunda versão dos planos elaborados	141

LISTA DE SIGLAS

EFAF	Ensino Fundamental Anos Finais.
EFAI	Ensino Fundamental Anos Iniciais.
EM	Ensino Médio.
EUA	Estados Unidos da América
GIEM/UNB	Grupo de Investigação em Educação Matemática do Departamento de Matemática da UnB.
IFES	Instituto Técnico Federal do Espírito Santo.
LS	Lesson Study.
PUC – SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
UCS	Universidade Cruzeiro do Sul.
UFA	Universidade do Amazonas.
UFES	Universidade Federal do Espírito Santo.
UFSCAR	Universidade Federal de São Carlos.
UFSS	Universidade Federal da Fronteira do Sul
UNB	Universidade de Brasília.
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas.
USP	Universidade de São Paulo.
UVA	Universidade do Vale do Acaraú
SBEM – DF	Sociedade Brasiliense de Educação Matemática – Distrito Federal.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Relembrando os dois lados da Ponte.....	14
1.2 Relevância do estudo e objetivos	22
3 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA (PEM) NO BRASIL	37
3.1 Convergências nos estudos sobre a formação de PEM.....	48
4 LESSON STUDY (LS): APRENDER A APRENDER	51
4.1 Origem histórica do Lesson Study (LS)	54
4.2 Lesson Study (LS) e o Ensino Exploratório.....	61
4.3 Lesson Study (LS) no Brasil.....	64
4.4 Lesson Study (LS) nos Anos Finais do Ensino Fundamental.....	65
4.5 Prospecções e convergências	71
5 METODOLOGIA	75
5.1 O percurso metodológico.....	75
5.2 Onde nos encontramos em relação à teoria.....	76
5.3 Contexto de realização da pesquisa.....	78
5.4 Um olhar sobre a organização	79
5.5 Os instrumentos de coletas de dados.....	84
5.5.1 Questionário	84
5.5.2 Gravações de áudio e vídeo.....	84
5.5.3 As observações.....	84
5.5.4 O Diário de Bordo.....	85
5.5.5 O Livro didático	85
6. O DESENVOLVIMENTO DE UM CICLO DE LESSON STUDY (LS)	87
6.1 1ª Sessão.....	87
6.1.2. Os sujeitos e a relação à priori construídas sobre os conceitos.....	87
6.2 2ª sessão.....	92
6.3. 3ª sessão.....	98
6.3.1. Números inteiros origem e possibilidades	98
6.3.2. Números inteiros e a aprendizagem em sala de aula.....	102
6.3.3 Sobre a sessão	104

6.4. 4ª sessão	111
6.5. 5ª Sessão	118
6.5.1 <i>A importância de se trabalhar a ideia de medida</i>	123
6.5.2 <i>A segunda e a ideia de relação</i>	123
6.5.3 <i>A ideia Matemática (utilizando a reta numérica)</i>	123
6.5.4 <i>Trabalhar com saldos bancário</i>	123
6.5.5 <i>Antecipações apresentadas pelo grupo pesquisado</i>	123
6.5.6 <i>Antecipações apresentadas pela pesquisadora</i>	124
6.6. 6ª Sessão	125
6.7. 7ª Sessão	130
5.13 A 2ª versão do plano apresentado	134
6.8. 8ª Sessão: Matome (aplicação)	142
6.9. 9ª Sessão Neriage	155
7. ACHADOS, CONSIDERAÇÕES PERSPECTIVAS FUTURAS	159
8. REFERÊNCIAS	170
APÊNDICE A – PESQUISAS SOBRE LESSON STUDY NO BRASIL	180
APÊNDICE B – LEITURAS REALIZADAS EM LESSON STUDY	183
APÊNDICE C – PARECER DO CONSELHO DE ÉTICA	184
APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	185
APÊNDICE E – AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM	18

1 INTRODUÇÃO

Quando a educação não é libertadora, o sonho do oprimido é ser o opressor. (Paulo Freire)

1.1 Relembrando os dois lados da Ponte

Revisitar a infância, o princípio, o lado inicial da ponte, acredito ser importante e indispensável para que possamos compreender a trajetória e o objeto de estudo de Doutorado. A princípio, podemos nos reportar a Ângelus Silésius (1624), um místico religioso e médico católico alemão, que afirma que temos dois olhos. Com um deles enxergamos o efêmero, o que desaparece, e com o outro veríamos as coisas “eternas da alma”. Essa perspectiva de olhar para o passado, principalmente quando vislumbramos as “coisas eternas da alma”, seria para esta pesquisadora o marco para a ressignificação da aprendizagem.

A Memória Educativa, como dispositivo de pesquisa, é o que orienta o percurso deste trabalho. Esse dispositivo foi utilizado na pesquisa realizada por Almeida e Rodrigues (1998) no módulo: Imersão no Processo Educativo das Ciências e da Matemática, integrante do Programa de Aperfeiçoamento de Professores de Ensino Médio (Pró-Ciências). Intenciona-se, com esta pesquisa, uma ressignificação dos processos e possibilidades práticas de professores dessa área de conhecimento, compreendendo a trajetória de vida e suas práticas docentes. Essa dinâmica nos apresenta uma perspectiva de formação que contempla a dimensão histórica do sujeito pesquisador como marco inicial da aprendizagem e de sua construção científica.

Lembro-me que, no ano escolar equivalente ao atual sexto ano do Ensino Fundamental, uma figura emblemática marcou minha vida, a professora Hercília, autoritária, nervosa, o “monstro da Matemática”. Antes de conhecê-la, sabia de sua fama de reprovadora, de que não ensinava direito. Mesmo com a fama, eu tinha vontade de estudar com ela. Afinal, ela era o “monstro” e eu era o “diabo louro”, apelido ganhado por minhas “aventuras escolares”. Foi um encontro de almas, hoje compreendo que, naquela época, minha querida professora já vislumbrava uma

mudança em sua metodologia. Admirava tudo o que ela fazia, apesar de ser considerada “grossa”, nunca se dirigiu a mim com “grosseria” em relação aos erros em minhas atividades, ao contrário, sempre me tratava com muito cuidado, pois sabia de minha admiração pela Matemática. Sempre reconhecia minha vontade em compreender o que era apresentado. Certo dia, Hercília trabalhou com a obra de Malba Tahan, “O Homem que Calculava”, contou suas histórias e nos pediu que as explicássemos. O que para muitos era uma tortura, para mim era um presente, já que em casa os meus pais, mesmo com pouco estudo, sempre nos estimularam à leitura.

Um dia, nas aulas de Matemática, nos foi proposto que escrevêssemos uma peça teatral que envolvesse alguns dos conteúdos já trabalhados em sala de aula. Acredito que tenha surgido daí minha paixão pelos cenários investigativos e resoluções de problemas matemáticos, pelo trabalho com o ensino de forma diferenciada. Foi o meu primeiro contato com essa metodologia, mesmo que de forma não sistematizada. Descobri que poderia criar e aprender Matemática. No ano seguinte, continuei a ter aulas com a professora Hercília. Encenamos pequenas peças maravilhosas! Isso mesmo! Peças matemáticas. Foi uma descoberta maravilhosa, como imaginar representar números? Vivia cada momento. Mas o ano terminou com uma notícia triste, minha querida professora estava sendo transferida, fiquei anos sem notícias dela até que, em 2018, descobri que ela não estava mais conosco. Não fisicamente.

Algum tempo depois, ao ingressar na Escola Industrial de Taguatinga, cursando o segundo grau, como era chamado o atual Ensino Médio, que tinha como objetivo a preparação para o ingresso na faculdade, sempre me reportava às aulas “diferenciadas ministradas pela professora Hercília”, que instigava a buscar os porquês da aprendizagem. Com esse mesmo olhar, iniciei a licenciatura em Matemática, na Universidade Católica de Brasília. Curso este que concluí na Universidade Potiguar, no Rio Grande do Norte. No primeiro semestre de faculdade, ministrei aulas particulares e de reforço escolar em um programa da Universidade Católica que atendia estudantes de escolas públicas. Com a transferência para a Universidade Potiguar, iniciei o trabalho como professora substituta. Recordo-me que foi uma época difícil, pois a política educacional neste país sempre tratou seus professores de forma desrespeitosa, haja vista as escolas sucateadas e a falta de materiais didáticos adequados. Naquela época, minha sobrevivência dependia das aulas particulares que eu ministrava e da ajuda de minha família, em especial dos

meus pais e de minha irmã. Assim, tive a oportunidade de ministrar aulas de Matemática da 5ª série até o segundo grau (atuais, sexto ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio). Aproveitei essa oportunidade para aprender, observando a prática de colegas mais experientes, analisando suas ações em sala de aula; sempre tentava algum tipo de inovação, atenta, ouvia todas as conversas sobre metodologias utilizadas em sala.

Na década de 1990, comecei o trabalho com projetos, tinha sede de mudança e meus estudantes amavam, pois eu era a professora que tomava a frente de tudo, levava-os para o pátio e lá realizava as aulas, pedia sugestões de temas e formas de trabalho que eles achavam interessantes. Normalmente, estudava o que deveria ministrar e sempre me questionava: como os meus estudantes poderiam compreender aquele conteúdo? O passo seguinte: apresentava o conceito; em seguida, solicitava que pesquisassem sobre o conteúdo (se era difícil? se tinham visto falar?), eram questionamentos bem simples, que podiam melhorar meu planejamento. Sentia que estavam inseridos no processo de aprendizagem. Mas essas ações, naquela época, não tinham de minha parte nenhuma pretensão de sistematização acadêmica, era muito intuitiva, a pergunta que me fazia o tempo todo era: o que faz sentido para estes sujeitos da aprendizagem?

E a ponte se fez...

Meu professor de Cálculo Diferencial e Integral, Jessé Duarte (1994), ao iniciar sua aula, disse que tinham solicitado a ele que divulgasse a Semana da Matemática que seria realizada na Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN. Não tinha ideia de que essa semana mudaria minha vida. Era um evento interno que ocorria anualmente na UFRN. Durante o evento, os convidados se alternavam entre palestras, oficinas e mesas redondas; em quase todas as atividades, era sempre enfatizada a Educação Matemática, formas diferentes de ensinar Matemática e eu, encantada, acompanhava cada uma das atividades, com uma sede de quem tinha acabado de descobrir a água no deserto. Que mundo era aquele?

Concluí! Continuaría meus estudos em Educação Matemática. Enfim, conseguiria explicar por que era tão importante que meus estudantes participassem, que tivessem voz ativa, que fossem contemplados no planejamento de minhas aulas de Matemática. Desse modo, assim que concluí a Licenciatura em Matemática, iniciei uma especialização na UFRN, em ensino de Matemática. Nessa ocasião, tive a oportunidade de desenvolver uma atividade e de aplicá-la em sala de aula no âmbito

de uma disciplina ofertada pela professora Dr.^a Arlete de Jesus Brito. A atividade apoiava-se na Engenharia Didática (MACHADO, 2008) e buscava minimizar dificuldades em relação à aprendizagem de proporção.

Nessa época, em paralelo a minha atuação na escola pública, ministrava aulas em uma escola particular; então, apliquei a atividade nas duas escolas e analisei o resultado. Hoje, avalio que fiz uma avaliação superficial, pois ela se restringiu a observar se os resultados alcançados pelos estudantes nas duas instituições eram iguais ou diferentes. Concluí, àquela época, que os estudantes da escola pública alcançaram um aproveitamento melhor do que os da escola particular. Hoje, percebo que, na verdade, não estabeleci critérios para essa afirmação e que minhas conclusões foram apressadas. No entanto, essa experiência inicial foi importante para a minha formação, consegui observar que, tendo oportunidades, os estudantes poderiam “sonhar”, era o contrário do que ouvi por toda minha vida, na periferia em que fui criada.

Essas observações encaminharam essa pesquisadora, enquanto sujeito e estudante, a um ponto inicial do processo de construção e reconstrução da sua identidade de professora-educadora. Tomei consciência de que a sociedade está mudando, a escola está se transformando e que as propostas de ensino devem acompanhar essas mudanças. Era, então, uma “conscientização” das diferentes influências sociais, afetivas no êxito ou “não” do processo de ensino e aprendizagem. Esse processo de conscientização trouxe, ainda, a compreensão de que a educação, nos últimos anos, vem sendo considerada uma área essencial no desenvolvimento econômico e social das nações. Isso reforça a importância de pesquisas sobre os modos como se ensina, como se aprende e como são propostas a formação inicial e continuada de professores.

Acredito que a escolha do tema de uma pesquisa não ocorre por acaso. O tema surge quando o pesquisador retoma sua interioridade. Assim, esse pesquisador é estimulado a encontrar, em sua história, suas vivências, os motivos que o levaram à temática de sua pesquisa.

Ao finalizar a Especialização, fiz a seleção para o Mestrado, sendo aprovada, sob a orientação da professora Dr.^a Arlete de Jesus Brito. Minha pesquisa, no início, era o ensino de Matemática por meio da música, mas, com o andamento dos estudos, a relação que eu confiava existir entre essas duas áreas de conhecimento ia muito além. Acreditava que a relação Matemática/música era restrita às frações, porém,

durante os estudos, encontrei a relação entre os logaritmos de Napier e as progressões aritméticas e Geométricas. A aplicação desse trabalho intitulado: “Ensino de logaritmos a partir de uma perspectiva histórica”, me trouxe nova experiência com a investigação de forma realmente sistematizada. Assim, vislumbrei um estudante que trabalhasse com harmonia e compreensão, entendendo os padrões matemáticos, com criatividade.

A pesquisa realizada no Mestrado demonstrou que o conteúdo de logaritmos nos traz inúmeras possibilidades de trabalho pedagógico, como, por exemplo: o aprofundamento do estudo da relação música e logaritmos; ou até mesmo criar situações que o relacionem com as progressões geométricas e aritméticas que poderiam levar ao reconhecimento mais profundo sobre as propriedades dos logaritmos. Isso porque, ao utilizarmos uma sequência didática que utiliza a história do logaritmo como um direcionador, podemos trazer discussões sobre conceitos, propriedades e aplicações que serão de grande utilidade para a compreensão do conteúdo.

Durante o Mestrado, paralelamente, trabalhava com Ensino fundamental e Médio e iniciei meu trabalho com o Ensino Superior e a formação de professores no Rio Grande do Norte; era o momento em que anunciavam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (1996), e todas as mudanças que se iniciaram com este documento, o que trouxe à tona a necessidade de oportunizar um curso superior em Pedagogia para professores que já estavam atuando em sala de aula, mas que não tinham a titulação condizente para exercer o cargo.

Dentre muitas instituições que ofereciam o referido curso, estava a Universidade do Vale do Acaraú (UVA). Viajava todo final de semana, com vários colegas para a Universidade, ministrando disciplinas como Metodologias da Matemática no curso de Pedagogia e formações com professores das cidades interioranas – além de oficinas com os professores das Secretarias de Educação. Cada cidade que visitava, passava cerca de 2 (dois) dias, ou um final de semana, e cada uma tinha uma realidade diferente, com estudantes diferentes, histórias típicas da região ou cidade, costumes que deveriam ser observados. Foram cerca de 10 (dez) anos exercendo essa atividade profissional, na qual mais aprendi do que ensinei. Nesse período, realizava muitas leituras com o objetivo de me auxiliar no uso de metodologias que privilegiassem a interação entre os estudantes e destes com o professor e o estímulo à curiosidade. Paulo Freire já se destacava nessas leituras

como um referencial ao discutir que a tarefa do professor é “a de ensinar e não transferir conhecimento”. Seus estudos indicavam que os exercícios repetitivos com memorizações para a obtenção do conhecimento matemático não corresponderiam às exigências sociais. Preparações para avaliações externas à escola, vestibulares, concursos, não poderiam ser prerrogativas para a aprendizagem.

O ano de 1998 era um momento de mudanças. O desafio era, enquanto professores, estimular o estudante a aprender, utilizando, para isso, estímulos que eles traziam de suas vivências para a sala de aula, reorientando as aprendizagens. Em outras palavras, percebo que isso era uma espécie de crítica ao ensino de uma Matemática “perfeita”, “exata” e “infalível”. Hoje, percebo o quanto tudo isso se une ao discutido no artigo “Educação Matemática Crítica” (SKOVSMOSE, 2001, p. 10), ao defender que o ensino deve ser “orientado pelo interesse em emancipação”. Assim, as aulas de Matemática não poderiam ser reduzidas à reprodução mecânica de algoritmos e fórmulas. Esse mesmo autor afirma ainda que é “inaceitável que o professor (apenas) tenha um papel decisivo e prescritivo. Em vez disso, o processo educacional deve ser entendido como um diálogo” (SKOVSMOSE, 2001, p. 18).

De volta à Brasília em 2005, continuei ministrando aulas no Ensino Superior, como professora e exercendo, também, a função de coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática, de um Centro Universitário de Brasília. Nesse período, fui responsável pela implantação do Laboratório de Matemática e pela realização de vivências Matemáticas (oficinas práticas) e encontros científicos neste ambiente. Com a implantação, o ambiente passou a ser utilizado por todos os licenciandos do curso para a elaboração de oficinas e atividades diferenciadas para serem aplicadas junto aos estudantes e professores das redes pública e particular do Distrito Federal e entorno. Muitos dos materiais produzidos, nesse ambiente, foram construídos nos Estágios Supervisionados durante o planejamento de aulas.

Desse modo, fui ampliando minha experiência com o planejamento de aulas e oficinas, juntamente com estagiários e professores e pude observar o impacto na aula ministrada na receptividade dos estudantes. Tudo isso levou-me a participar, juntamente com os licenciandos em Matemática da instituição, dos *Circuitos de Vivências em Educação Matemática*, oferecidos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Distrito Federal, em parceria com a Universidade de Brasília, a Secretaria de Estado e Educação do Distrito Federal e demais

instituições privadas de ensino superior. Nos Circuitos, atendíamos com oficinas escolas públicas e particulares, por meio de agendamentos.

Exercer as funções de docente e coordenadora de um curso de formação inicial de professores de Matemática exigiu de minha parte muita dedicação e estudo. Lembro-me de noites em claro, pensando o curso, suas fragilidades, suas necessidades e a dificuldade de unir os formadores que atuavam no curso. Nessas horas, sempre “falava alto” o fato de “ser” professora e “estar” coordenadora; buscava dirigir as ações no cotidiano, procurando encaminhar a solução dos conflitos de modo a contribuir com o desenvolvimento do curso com foco na aprendizagem dos futuros professores de Matemática. Foram várias ações nesse sentido: a manutenção de um professor preocupado com a aprendizagem em disciplinas do início do curso, a contragosto de vários estudantes, mas com o reconhecimento deles de que o referido docente era competente; a criação de grupos de estudo para auxiliar licenciandos em situação de dificuldade de aprendizagem; a observação dos programas das disciplinas por pares de formadores; a sistematização, em forma de artigos, de experiências práticas desenvolvidas por formadores do curso, entre muitas outras.

Objetivei a atuação da coordenação no sentido de que o foco da aula fosse a aprendizagem. Assim, iniciou-se um diálogo com o corpo docente sobre a discussão de como poderíamos “melhorar”, atuando junto aos professores e dialogando sobre as metodologias utilizadas. Esse “melhorar” era no sentido de compreender um domínio de conhecimento investigativo, sobre o processo de ensino e aprendizagem, visando à formação humana. Dito de outro modo, tínhamos a responsabilidade de compreender as teorias e fundamentos conceituais e procedimentais sobre a relação entre formadores e licenciandos em situações que envolvessem o ensinar e o aprender. Minha base para essa postura como coordenadora foi a leitura de Tardif (2002), que apresentava uma discussão sobre os conhecimentos dos professores no trabalho, argumentando, de forma positiva, sobre a perspectiva de que o conhecimento seria uma construção coletiva que é partilhada por seus pares e sustentada por meio do sistema educativo que o originou e, assim, era legitimado.

Do outro lado da ponte.

Após um longo período como coordenadora, passei a sentir necessidade de mudanças, não se tratava de mudanças financeiras, e sim realizações pessoais. Eu me sentia com uma sede de partilhar minhas experiências, minhas vivências sobre a formação de professores, dentro do âmbito educacional, afinal qual é o sentido de se

estudar, aprender, fazer, e não partilhar esses conhecimentos? Ao final do Mestrado tive, a oportunidade de tentar o doutorado, mas minha formação sempre foi para mim coisa extremamente séria, não me sentia madura o bastante para um doutoramento, sempre acreditei que, para o que me propunha, no caso trabalhar com a formação de professores, precisava ter vivência.

A oportunidade não demorou a chegar... fui selecionada para um trabalho como Analista Educacional de uma rede privada de ensino. No início me assustei, muita responsabilidade, mas logo entendi quais eram os processos, dentre estes a formação de professores, para mim uma realização. Uma das várias atribuições do cargo era a elaboração de cursos de formação de professores. Isso trouxe a essa pesquisadora um renascimento, afinal precisava continuar ensinando e aprendendo.

Tive a oportunidade de elaborar cursos de formação para professores sobre Resolução de problemas, Cenários investigativos em Matemática para todos os segmentos, incorporando aos cursos vivências, como as Olimpíadas de Matemática, os Concursos de Ciências, a implantação de laboratórios de Matemática. Tudo isso gerou muitos aprendizados, em especial, pelos desafios impostos pela Educação a Distância e a utilização da plataforma educativa da referida instituição. Dessa maneira, vivenciei experiências de gravação de videoaulas, atendimento via *chat* e *e-mail* da plataforma, criação de fóruns de discussão sobre os assuntos dos cursos, recebimento e devolutiva de atividades, orientação a professores via plataforma sobre o desenvolvimento de ações práticas em salas de aula da educação básica, entre muitas outras.

Assim, durante minha trajetória profissional, tive a oportunidade de reunir conhecimentos matemáticos e didáticos, de sentir o prazer em aprender, de ver professores formando nova visão sobre o aprendizado de seus estudantes, aceitando as diversas experiências que eles traziam para a sala de aula (sem a intenção aqui de defender uma visão espontaneísta em que deveríamos repetir na sala as experiências do estudante fora da escola). A ideia é que o discente incorpore seu conhecimento do senso comum, como princípio ou aspecto parcial de noções que está estudando, com propostas de situações problematizadoras.

Como consequência de toda essa minha história, chego a esse momento tão esperado de Doutorado, um novo tempo de muito trabalho, muita pesquisa, muitos desafios e descobertas. Em minha entrevista para o doutoramento, me foi questionado: Por que demorou tanto para buscar o doutoramento? Expliquei

exatamente isso, eu precisava amadurecer, aprender, para realizar discussões que pudessem realmente ser valiosas para mim e para meus colegas de profissão.

Já no doutorado e com o início das leituras sobre o *Lesson Study* (LS), pude compreender muitas de minhas vivências em educação, como o trabalho com a resolução de problemas, e entender melhor os percursos utilizados pelos estudantes durante a resolução de suas tarefas. O LS acabou por unificar expectativas e realidades dessa pesquisadora. Sempre busquei a construção de um “cenário investigativo” de aprendizagem, em que os estudantes fossem construindo suas resoluções, considerando suas vivências. Estes seriam mediados por professores capazes de estimular a aprendizagem a partir de situações matemáticas instigantes e ainda ter compreensão conceitual e pedagógica desse conhecimento matemático, com respeito aos estudantes, ao seu pensamento e ao seu fazer, de modo que os estudantes coletivamente pudessem planejar, organizar estratégias, buscando e encontrando uma solução. Por tudo isso... sei que chegarei do outro lado da ponte.

1.2 Relevância do estudo e objetivos

Esta pesquisa traz a materialização de experiências vividas em sala de aula por esta pesquisadora, como práticas, oficinas, planejamento, formação de professores, mas que não tinham uma “sistematização”. O *Lesson Study* (LS) apresenta explicação para muitas das observações realizadas por esta pesquisadora durante seu percurso profissional em ensino de Matemática e formação de professores. Um ponto importante a se destacar, quando se trabalha com o LS, é a comunicação e a colaboração. Isso porque o trabalho colaborativo impacta positivamente durante o processo de ensino e aprendizagem do professor de Matemática e, conseqüentemente, de seus estudantes. Nesse caso, essas comunicações devem ter um sentido mais objetivo e com intencionalidade, encaminhando as ações para a busca de solução ou de estratégias de respostas. Nesse sentido, Alro (2006, p. 12) afirma que:

A comunicação tem um sentido mais profundo do que se percebe à primeira vista. Em *Freedom to learn*, publicado primeiramente em 1969, [...] aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais. E conseqüente, a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os

participantes. Em outras palavras, o contexto em que se dá a comunicação afeta a aprendizagem dos envolvidos no processo.

D'Ambrosio (2012) compreende e afirma que, em toda a sociedade e cultura e em todos os espaços e tempos, o conhecimento parte de uma busca por respostas em diferentes situações, em diversos contextos sociais, individuais e culturais, como as relações de indivíduos que compartilham de uma mesma cultura (intraculturais) e, ainda, por indivíduos e culturas diferentes (interculturais). Para esse autor, as formas de comunicação, o acesso às informações nos apresenta um novo olhar para os processos educacionais, o que geraria novas informações ou novos conhecimentos, que o autor define como “inovação”. Desse modo, as atividades elaboradas pelos docentes e desenvolvidas junto a um grupo de estudantes do Ensino Fundamental – Anos Finais precisam aguçar a criatividade na busca de respostas ou soluções que desencadeiam o entendimento conceitual e prático do processo de aprendizagem.

Mas por que Lesson Study (LS)? Não queremos, aqui, afirmar que nossos professores de Matemática não sejam competentes, mas acreditamos que talvez os conhecimentos aprendidos por esses atores do processo de ensino possam ser enriquecidos de modo a minimizar dificuldades de aprendizagem que surgem, segundo Carvalho (2017), de certas características da Matemática ou que permeiam a Matemática, como a exigência da abstração. Acreditamos que a riqueza do trabalho em LS está no fato de se promover o empoderamento das situações e de possíveis conceitos envolvidos em cada uma delas. A beleza está em incentivar professores e estudantes a lidarem com realidades, dando novos sentidos e utilidades para esses conhecimentos. Assim, as percepções e visões são respeitadas, discutidas e analisadas e, por fim, aferidas ou reconstruídas. Corroborando esse pensamento, Carvalho (2017, p. 39) afirma que:

Não vivemos para ficções, mas não vivemos sem a abertura propiciada pelo fictício. A matemática partilha com a poesia esse potencial de criar novos mundos, inspirados na realidade, mas cheios de encantamento. Para enfrentar as dificuldades com o ensino da matemática, mais do que despertar o interesse pelas suas aplicações práticas, é fundamental desvelar sua beleza intrínseca, sua vocação para a apreensão dos padrões e das regularidades na natureza, suas relações diretas com os ritmos, com a música, com as artes de modo geral. É preciso compreendê-la como um sistema básico de expressão e compreensão do mundo.

Ensinar Matemática é uma constante busca por problemas e suas soluções. Durante esse processo, teremos movimentos inesperados, numa lógica que pode não ser a esperada, mas que poderá ser validada ou não. A figura de Maurits Cornelis Escher (1898 - 1972), um artista holandês que trabalhava com xilogravuras (processo de utilização de madeira como base), mostra que tudo é mutável, dimensional e algo que acreditamos ser pode não ser, dependendo do olhar dos nossos professores e estudantes, pois deles partirão as hipóteses, as conclusões e a validação.

Para Meyer (2011), em tudo o que observamos, passamos ou vivemos podemos encontrar conhecimentos matemáticos. Ao observar uma montanha, podemos descobrir, por exemplo, formas geométricas e realizar cálculos aproximados sobre suas dimensões, o que nos encaminha ao entendimento de que os conceitos são apresentados independentemente do nosso conhecimento sobre eles. Por meio de uma observação, podemos, ainda, reconhecer conceitos e, por que não, comprovar esses conceitos realizando análises dos cenários nos quais são apresentados. Essa percepção faz do planejamento do professor um momento especial que deve ser construído de modo a oportunizar o trabalho prático, que não seja apenas assistido ou aprendido, mas elaborado com a participação de professores e estudantes.

Assim, buscou-se com esta pesquisa responder ao seguinte questionamento: De que modo o LS pode auxiliar a formação do professor de Matemática, ampliando sua compreensão sobre a aprendizagem dos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental?

Entende-se que, numa dimensão heurística de aprendizagem, ou seja, naturalmente, o homem age de forma intuitiva na busca pela solução de um problema seja ele matemático ou não. De modo natural, já se inicia uma investigação, a busca por respostas. Esse olhar é corroborado por Sacristán (1998, p. 85), quando afirma

A vida em sala de aula deve ser interpretada como uma rede viva de troca, criação e transformação de significados”, “aprender matemática” não é simplesmente compreender o que já está feito e disponível, mas vai além, pois o sujeito é capaz de fazer investigações de natureza matemática, percebendo que a Matemática pode ter utilidade e que, por meio dela, é possível realizar intervenções no mundo.

Acreditamos que deva ser priorizado o envolvimento do estudante como uma condição fundamental para o processo de ensino e de aprendizagem, o que fará com que ele mobilize seus percursos cognitivos e afetivos com vista a atingir seus

objetivos. Nessa percepção, o professor será um “ator” importante do processo, que consideramos extremamente complexo: ao mesmo tempo em que ensina ele aprende, uma vez que se qualifica a comunicação entre o estudante e o professor e vice-versa.

Segundo Skovsmose (2001), não existem receitas prontas, fórmulas mágicas, procedimentos infalíveis. Assim, devemos insistir na busca de caminhos para desvendar o que poderia ser um ensino de Matemática mais significativo. Dessa forma, compreendemos o LS como uma experiência de ensino e aprendizagem norteada pelo estudo e planejamento que busca um embasamento teórico, a colaboração e a antecipação das “dificuldades” dos estudantes. As situações trabalhadas são sistematizadas, mas não têm uma resposta ou uma demarcação definida. A ideia é que o estudante se organize de forma a encontrar a solução para a situação Matemática que lhe foi apresentada, e ele deve utilizar conceitos matemáticos e sua vivência para alcançar a solução.

Partimos do pressuposto de que, em um LS, podemos explorar, mais detalhadamente, os conceitos ou objetos de estudos propostos, o que possibilita um encontro com a Matemática ensinada na sala de aula. Essa concepção é corroborada por Brocardo e Oliveira (2016, p. 9) quando afirmam que:

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado.

Para esses autores, em um LS, podem ser apontadas questões que exijam maior abstração, pois afirmam que os estudantes poderão produzir significados que os entusiasmem com o estudo da Matemática e acreditam que o processo apresenta novas possibilidades de os estudantes compreenderem melhor as temáticas estudadas.

Acreditamos que a relevância desta pesquisa esteja no fato de percebermos que, em um LS, podemos nos desvencilhar das “amarras” de um ensino pautado somente em respostas prontas, com a rotina vista nas aulas de Matemática em que o professor, na maior parte das vezes, age como o detentor do conhecimento e os

estudantes apenas como seres passivos, com os diálogos entre educando e educador reduzidos. O LS, quando bem elaborada e desenvolvida, pode orientar o docente a trazer a produção de significados dos discentes, uma vez que os discentes poderão desenvolver certa autonomia para lidar com as informações necessárias para a resolução da situação apresentada ou sistematizada pelo grupo.

Nesta pesquisa, o LS é considerado uma estratégia de formação profissional de professores que abrange a investigação, a colaboração e o planejamento de aulas. O estudo apresenta um diferencial dentre outras pesquisas que é o olhar sob o LS, de forma a analisar que contribuições ele pode trazer para a prática do professor de Matemática. A escolha por essa metodologia deu-se por ser o LS permeada por momentos e ações. Essa percepção permite o desenvolvimento profissional do professor, o que acreditamos o encaminhará, de forma colaborativa, a pensar em sua atuação profissional e, ainda, antecipar dificuldades de seus estudantes durante o processo de ensino aprendizagem.

Trata-se, assim, de uma possibilidade de intervir e promover o desenvolvimento do professor de Matemática. A partir dos objetivos de investigação, foram delimitados 4 (quatro) pressupostos:

- O conhecimento pode influenciar o saber profissional do professor. (SHULMAN, 1987; PONTE E QUARESMA, 2012).
- A formação do professor na licenciatura pode orientar a tomada de decisão durante o planejamento da aula de Matemática (FIORENTINI, 1987; PONTE, 2012).
- O trabalho colaborativo pode auxiliar o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. (CANAVARRO, 2003; FIORENTINI, 2019).
- O trabalho com o LS pode auxiliar nas elaborações das antecipações por parte do professor. (ISODA; ARCAVI; LORCA, 2007; SOUZA; WROBEL; 2017; BEZERRA; MORELATTI, 2020).

Nessa perspectiva tem-se como objetivo geral:

Compreender as contribuições do LS na ampliação do conhecimento do professor sobre a disciplina que ministra e sobre as necessidades didáticas que ela impõe a sua prática docente.

Para alcançar este objetivo, foram considerados os seguintes objetivos específicos:

- caracterizar o grupo de professores participantes quanto às suas práticas docentes e concepções sobre a aprendizagem matemática dos estudantes;
- identificar as contribuições da literatura especializada sobre o ensino e a aprendizagem do tópico curricular de números inteiros definido para o estudo;
- analisar as contribuições das diferentes etapas do Lesson Study (LS) para o desenvolvimento profissional docente.

A tese está organizada, inicialmente, em cinco sessões, assim constituídas: a *primeira* sessão reúne elementos da trajetória acadêmica e profissional da pesquisadora, delimitando os vínculos com o objeto de investigação que se delinea; a *segunda* sessão discute o conhecimento e sua influência no desenvolvimento profissional do professor; a *terceira* sessão apresenta elementos da pesquisa brasileira sobre o professor que ensina Matemática; a quarta sessão sintetiza informações sobre o LS; a *quinta* sessão apresenta as escolhas metodológicas e apresenta as sessões realizadas e as análises iniciais. Por fim, os achados da pesquisa, considerações e perspectivas futuras, onde são apresentadas as percepções sobre o estudo realizado.

2 O DESENVOLVIMENTO DE UM CICLO DE LESSON STUDY

O maior inimigo do conhecimento não é a ignorância, é a ilusão do conhecimento. (Stephen Hawking)

Quando compreendemos que a Matemática se constitui em representações de ideias, sejam por imagens, explicações, demonstrações, agregamos a preocupação em tornar este conhecimento compreensível aos estudantes, visto que: “o processo de criação da Matemática surge fértil em acontecimentos inesperados”, (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA 2016, p.15). Para estes mesmos autores, ao trabalharmos a resolução de um problema matemático, podem ser promovidas outras descobertas, além da objetivada inicialmente, a qual pode ser tão ou mais importante. Esse fato justifica o trabalho de investigação Matemática, tornando o percurso interessante por termos um início com um final desconhecido, pelos inúmeros conhecimentos que podem ser evidenciados (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2016).

Ponte (2016), norteado pelos estudos de Braumann¹ (2002), afirma que a aprendizagem da Matemática não se restringe à compreensão de conceitos matemáticos. Para aprender a matemática, é necessário aprender com os erros e os acertos, explorando, elaborando hipóteses, testando e refinando essas hipóteses e, por fim, analisando, argumentando sobre o trabalho realizado. Em cada uma dessas ações, a participação dos professores é necessária e influenciará a qualidade do trabalho.

Para que o professor atue de modo competente e consciente do que é necessário em cada ação frente ao ensino de conteúdos matemáticos aos estudantes, ele precisa de qualificação, de preparação profissional. Sobre esse aspecto, Quaresma (2018, p. 22) elenca que:

Uma das vertentes do desenvolvimento profissional diz respeito ao conhecimento profissional. Existem diversos modelos teóricos sobre o conhecimento e as práticas necessárias e importantes (requeridas) para o ensino da Matemática que, de um modo geral, sublinham a necessidade de conhecimento do conteúdo e conhecimento didático. Na base da maior parte dos modelos que conceptualizam o

¹ Braumann, segundo Ponte 2016, dedica-se ao estudo de modelos matemáticos em Biologia.

conhecimento do professor de Matemática, estão as ideias de Shulman (1986). Para este autor, era preciso considerar não só o conhecimento do conteúdo específico e do currículo, mas era também necessário dar atenção a uma categoria especial, que designa de pedagogical content knowledge.

Para Shulman (1987), baseado nos estudos de Fenstermacher (1986), o professor é capaz de transformar a compreensão dos conteúdos, assim como as habilidades e as representações pedagógicas de forma a proporcionar a compreensão de seus estudantes. Assim, o autor organiza em categorias o conhecimento necessário ao professor:

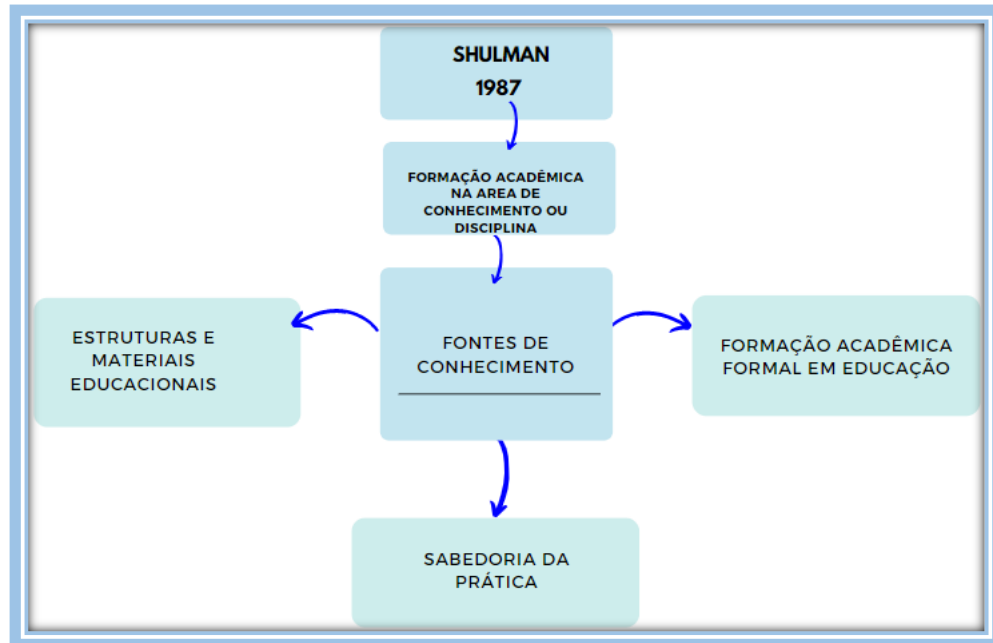
- conhecimento do conteúdo;
- conhecimento pedagógico geral, com especial referência aos princípios e estratégias mais abrangentes de gerenciamento e organização de sala de aula, que parecem transcender a matéria;
- conhecimento do currículo, particularmente dos materiais e programas que servem como “ferramentas do ofício” para os professores;
- conhecimento pedagógico do conteúdo, esse amálgama especial de conteúdo e pedagogia que é o terreno exclusivo dos professores, seu meio especial de compreensão profissional;
- conhecimento dos estudantes e de suas características;
- conhecimento de contextos educacionais, desde o funcionamento do grupo ou da sala de aula, passando pela gestão e financiamento dos sistemas educacionais, até as características das comunidades e suas culturas; e • conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação e de sua base histórica e filosófica (SHULMANN,1987, p. 206).

Para esse autor, dentre essas categorias, o conhecimento pedagógico do conteúdo se destaca por identificar os conhecimentos que orientam o processo de ensino. Isso porque existiria uma “combinação de conteúdo e pedagogia no entendimento de tópicos específicos, problemas ou questões que são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e aptidões dos estudantes e apresentados no processo educacional em sala de aula” (SHULMANN,1987, p. 207). Assim, entendemos que esse conhecimento nos auxilia a entender a noção de professor especialista e de professor não especialista.

Shulmann (1987) apresenta quatro fontes básicas para o ensino: a) a formação acadêmica na área específica; b) os subsídios ou materiais educacionais institucionalizados, como: (currículo; materiais didáticos; financiamentos); c) pesquisas que afetam direta ou indiretamente os professores (escolarização, ensino

e desenvolvimento, entre outros); e d) sabedoria advinda da própria prática. A Figura 1, a seguir, organiza essas afirmações.

Figura 1 – Fontes do conhecimento de Shulman



Fonte: Elaborada pela pesquisadora baseada em Shulman (1987).

Ao olharmos para cada uma dessas fontes, podemos compreender algumas nuances que se constituem como a base de conhecimento para o professor de Matemática. A formação acadêmica tem como base os referenciais teóricos e estudos específicos das áreas de conhecimento, juntamente com a produção historicamente construída na academia. “Também deveria entender teorias alternativas de interpretações e crítica, e como elas podem se relacionar com questões de currículo e de ensino” (SHULMANN, 1987, p. 207).

Esse olhar evidencia algo essencial para a profissão do professor, o entendimento das estruturas curriculares de sua disciplina, sua organização curricular, a capacidade de identificar as ideias e as habilidades basilares e como podem ser acrescidas novas ideias para a área de conhecimento que, nesta pesquisa, é a de Matemática. O professor deverá, para além da disciplina que ministra, ter a compreensão humanista que se denota quando se pretender proporcionar ou facilitar uma nova compreensão (SCHWAB, 1964 *apud* SHULMAN, 1987). Esses aspectos podem ser considerados como eixo central da base do conhecimento para o ensino, isso considerando a diversidade de estudantes em uma sala de aula e adequações

de explicações de um mesmo conceito, com o intuito de promover o entendimento desses estudantes.

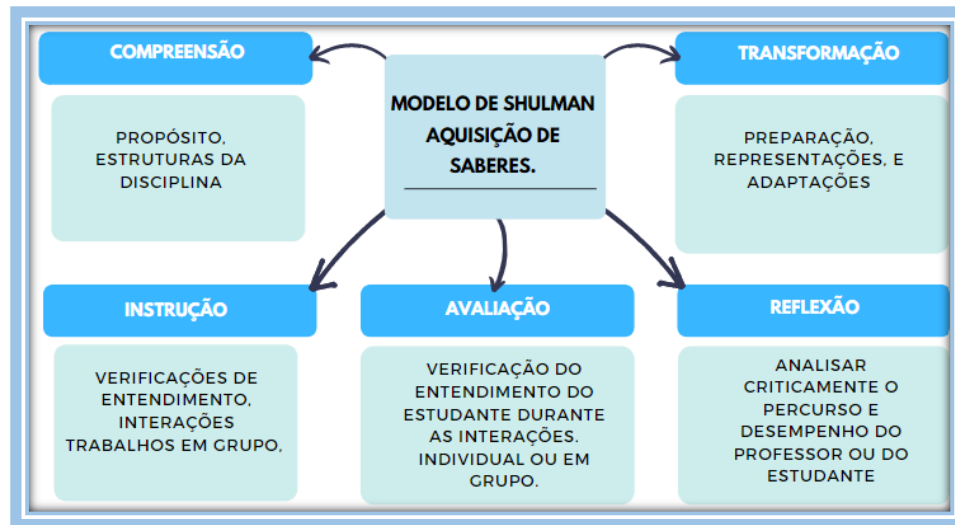
Sabemos que os materiais educacionais são criações humanas repletas de interesses sociais, econômicos, políticos, educacionais, entre outros e que estes são utilizados com mais ou menos autonomia e consciência pelo professor durante o processo de ensino e de aprendizagem. Como materiais, podemos pensar o próprio currículo, o livro didático, os instrumentos avaliativos, as diretrizes para a gestão escolar e a gestão financeira. Diante de tudo isso, o professor de Matemática deve conhecer, ambientar-se e decidir-se sobre esses materiais de modo a organizar sua prática docente (SHULMAN, 1987).

A formação acadêmica formal em educação é considerada por Shulman como o mais importante fator de influência à aprendizagem, por seu aspecto normativo e teórico, em que as políticas, métodos da pesquisa empírica, estudos conceituais e didáticos são aplicados nas diferentes áreas de ensino e aprendizado. O autor trata ainda do desenvolvimento humano, dos fundamentos filosóficos e da ética na educação. Para Shulman, a sabedoria da prática diz respeito à aquisição de saberes com a prática de professores. Por isso, para ele:

Quando examinamos a qualidade do ensino, a ideia de influenciar as justificativas ou razões para as decisões dos professores enfatiza precisamente o que deve ser enfatizado: as características do raciocínio pedagógico que levam a ações pedagógicas ou podem explicá-las. [...]. O ensino é ao mesmo tempo eficaz e normativo; concerne tanto aos meios quanto aos fins. Processos de raciocínio estão subjacentes a ambos. A base de conhecimento deve, portanto, lidar com os propósitos da educação e também com os métodos e estratégias adotadas para educar (SHULMAN, 1987, p. 214).

Esse modelo apresentado envolve um conjunto de ideias, de ações, e raciocínios pedagógicos, que se apresentam de forma não linear de atividades realizadas pelo professor, envolvendo:

Figura 2 – Modelos de Shulman



Fonte: Elaborada pela pesquisadora, baseada em Shulman (1987).

O ponto de partida e de chegada do processo é um ato de compreensão. Além disso, podem apresentar novas compreensões (propósitos de estudantes, de ensino e consolidações de experiências) e, dessa maneira, chegar a um novo começo. Toda essa discussão traz à tona a importância de raciocínios matemáticos, cruciais para o ensino, neste caso, da Matemática (SHULMAN, 1987).

Ribeiro (2001), citado por de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 6), afirma que: “em síntese, os professores precisam ser capazes de realizar análises eficientes e fluentes de erros matemáticos, uma prática comum entre os matemáticos no decorrer de seu próprio trabalho”. O autor elenca, ainda, a importância de o professor conhecer e reconhecer os diferentes percursos utilizados pelos estudantes durante a resolução de uma tarefa que lhe foi apresentada. Nessa direção, torna-se importante que o professor possa confrontar essas diferentes formas de soluções, o que possibilitará uma análise do conhecimento matemático utilizado, para que se complemente com uma interpretação dos erros e a explicação de procedimentos que envolvem a solução encontrada.

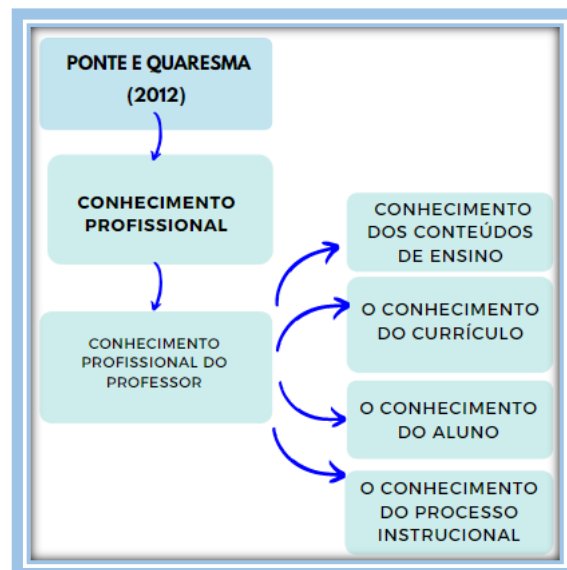
Alguns pesquisadores, dentre eles Ball, Thames e Phelps (2008), a partir das discussões de Shulman (1987), desenvolveram novos conceitos de conhecimento direcionado ao ensino: conhecimento comum do conteúdo (aquele ensinado em sala de aula), como exemplo desse conhecimento tem-se “uma resposta errada”; conhecimento especializado de conteúdo (interpretações sobre o conteúdo necessárias ao professor), que seria o dimensionamento do erro; conhecimento do

conteúdo e dos estudantes (relação entre estudantes e a Matemática), este engloba a familiaridade com os erros comuns aos estudantes; e o conhecimento do conteúdo e do ensino (envolve as estratégias de planejamento), que engloba a seleção da abordagem de ensino que seja eficiente para superar as dificuldades dos aspectos de conteúdo. Esses autores inserem, ainda, o conhecimento curricular dentro do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Ball, Thames e Phelps (2008) trazem à tona uma discussão sobre o conhecimento do professor (especializado), como sendo um conhecimento não comum do conteúdo ou diferente do conhecimento de um não especialista. Eles defendem que o ensino, por sua complexidade, requer uma compreensão e raciocínios que estariam além daquilo que é ensinado em sala de aula. O ensino seria a combinação entre o conteúdo matemático e uma previsão sobre as motivações, dificuldades ou até mesmo facilidades que estes estudantes podem apresentar.

Ponte e Quaresma (2012), embasados em Shulman (1987), consideram a distinção entre o conhecimento profissional do professor, destacando o conhecimento didático em quatro vertentes por sua importância durante o processo de ensino e aprendizagem, como mostra a Figura 3, a seguir.

Figura 3 – Conhecimento profissional e didático



Fonte: Elaborada pela pesquisadora a partir da leitura de Ponte (2012).

Para Ponte (1999), a didática é mais de que um domínio da prática profissional e se constitui como um campo da ciência no qual é investigado e produzido conhecimento. Nessa ótica, o Professor que Ensina Matemática (PEM) necessita ter

conhecimento de conteúdo e conhecimento didático. Esses conhecimentos são essencialmente orientados para a ação e se desdobram em quatro grandes domínios ou categorias:

(1) **o conhecimento dos conteúdos de ensino**, incluindo as suas interrelações internas e com outras disciplinas e as suas formas de raciocínio, de argumentação e de validação; (2) **o conhecimento do currículo**, incluindo as grandes finalidades e objetivos e a sua articulação vertical e horizontal; (3) **o conhecimento do aluno**, dos seus processos de aprendizagem, dos seus interesses, das suas necessidades e dificuldades mais frequentes, bem como dos aspectos culturais e sociais que podem interferir positiva ou negativamente no seu desempenho escolar; e (4) **o conhecimento do processo instrucional**, no que se refere à preparação, condição e avaliação da sua prática letiva. Este conhecimento, longe de estar isolado, relaciona-se de um modo muito estreito com diversos aspectos do conhecimento pessoal e informal do professor da vida quotidiana como o conhecimento do contexto (da escola, da comunidade, da sociedade) e o conhecimento que ele tem de si mesmo (PONTE, 1999, p. 3).

Isabel Alarcão (1989) corrobora essa ideia quando define a didática como um conjunto de fenômenos de ensino e de aprendizagens dos vários componentes e níveis de ensino, que objetiva contribuir para o melhoramento dos processos educativos de forma sistematizada que podem incluir a investigação. “Estuda uma variedade de questões diretamente associadas ao ensino-aprendizagem, como a elaboração dos currículos e materiais, os processos de construção dos saberes, a influência dos fatores contextuais” (ALARCÃO, 1989, p.5), entre outros.

Considerando a atuação do professor, este deve aplicar o seu conhecimento, de forma a raciocinar matematicamente, mediando o processo propositivo dos estudantes. Em um primeiro momento, podem-se apresentar dificuldades durante as possíveis reformulações, análises necessárias com o uso de elementos matemáticos, seria um momento de “pensar em voz alta” com os estudantes. Nessa perspectiva, cria-se um espaço de compreensão comum que exigirá uma participação concreta e objetiva dos estudantes e dos professores.

Entendemos que o trabalho relativo ao ensino de Matemática perpassa pelo currículo e por diretrizes. O professor deve ser capaz de propor aos estudantes uma diversidade de oportunidades ou tarefas que lhes encaminhem a atingir os diversos objetivos curriculares. Dessa forma, terá de se preocupar tanto com a aprendizagem dos conteúdos matemáticos quanto com a capacidade de aprender desse estudante.

Uma atividade profissional envolve uma forte acumulação de experiência num domínio bem definido, sendo todo o grupo profissional que define (e constantemente redefine) o valor das soluções encontradas para os problemas que surgem no dia a dia. As situações de prática profissional são marcadas pela complexidade, especificidade, instabilidade, desordem e indeterminação (SCHÖN, 1983 Apud PONTE et al., 1999, p. 22).

Por outro lado, os estudantes devem assumir a responsabilidade de expressar seus interesses, questões e compreensão, no que diz respeito à resolução de problema que lhe foi apresentado. A criação de um ambiente favorável a essas atividades Matemáticas é de responsabilidade do professor, que deve ter o entendimento que representa em sala de aula uma comunidade de estudos matemáticos e esse conhecimento deve estar presente naquele ambiente. A forma como os problemas e os diálogos são organizados pode encaminhar o raciocínio matemático e, por consequência, estimular a formulação e reformulação de problemas.

Podemos pensar que, para que estes estudantes consigam visualizar os conhecimentos matemáticos envolvidos, o professor, de certa forma, deverá explicitar o conhecimento que utilizará e, desse modo, abrir espaço para a argumentação sobre uma utilidade ou estratégia de solução para uma tarefa de aula a eles apresentadas. Ele “[...] precisa seguir os argumentos dos estudantes enquanto eles vagueiam em vários terrenos e com isso reunir evidência para suportar ou desafiar as suas conjecturas, e apoiar os estudantes quando eles tentam fazer o mesmo uns com os outros” (LAMPERT, 1990, p. 41).

Para Lampert (1990), dentre muitas questões complexas que envolvem o papel do professor, podemos elencar a possibilidade de intervenção na construção e, por que não dizer, na validação dos conhecimentos dos estudantes. Esses processos não podem ser realizados de forma descontextualizada, mas, sim, de forma gradativa, com situações que o encaminhe para a busca de estratégias de solução. Esses diálogos podem ser incrementados com ferramentas, conhecimentos matemáticos específicos e vivências individuais.

Assim, entendemos que o professor deve ser confiante em seus conhecimentos específicos e didáticos em Matemática. “Essa confiança reside, não em saber as respostas, ou mesmo as técnicas corretas, mas antes em ser capaz de obter uma

conjectura plausível, de saber especializar, generalizar e explorar em torno da questão, [...] até que se possam realizar alguns progressos” (MASON, 1996, p. 80).

Nesse sentido, ao participar de um LS, o professor poderá ampliar seus conhecimentos sobre a disciplina que ministra e sobre as necessidades didáticas que ela impõe a sua prática docente. Partimos do pressuposto de que o professor de Matemática pode ter dificuldades para exercer seu papel com a qualidade que lhe é esperada, ou seja, com conhecimentos básicos necessários para lecionar o componente de Matemática e, para isto, é necessário valorizar a formação didática que se apresenta como um suporte ao ensino considerado específico para a área. Desse modo, neste estudo, utilizaremos para análise as categorias de Ponte (2012) apresentadas anteriormente.

Acreditamos que a relevância desta pesquisa está no fato de analisar esses achados sobre o conhecimento didático: para o ensino; para o conhecimento do aluno e de sua aprendizagem; para o conhecimento de currículo e, ainda, da prática letiva no contexto de LS, em que encontramos contribuições relevantes para a prática deste profissional.

3 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA (PEM) NO BRASIL

*“Você não pode ensinar nada a ninguém, mas pode ajudar as pessoas a descobrirem por si mesmas.”
(Galileu Galilei)*

Ao pensarmos a formação do Professor que Ensina Matemática (PEM), retornamos com frequência à ideia de que este necessita ter um domínio sólido dos conceitos matemáticos, mas essa formação engloba vários outros domínios. Para Quaresma (2018, p. 23), “na sua tradição mais forte, a formação de professores procura promover o seu conhecimento, tanto pedagógico como dos conteúdos de ensino”, o que acaba por possibilitar, na medida do possível, a este profissional uma antecipação dos desafios que lhes serão apresentados durante sua prática profissional.

Esse pensamento é corroborado por Hammond e Bransford (2019, p. 3), quando afirmam que “se melhoria na educação é o objetivo, não é suficiente apenas preparar bons professores e mandá-los para as escolas. Se é esperado que os educadores sejam eficazes, eles devem trabalhar em contextos nos quais possam usar o que sabem”. Outro ponto elencado pelos pesquisadores é: “[...] as escolas precisam continuar se transformando para criar condições dentro das quais o ensino e a aprendizagem [...] possam ocorrer, e os educadores devem estar preparados para fazer parte desse processo de transformação” (HAMMOND; BRANSFORD, 2019, p.4); isso ocorre quando o que move professores e gestores é a aprendizagem de seus estudantes.

Em uma pesquisa realizada com professores, Hammond e Bransford (2019) mostraram que os docentes, preocupados com sua prática, tinham em comum elementos de ensino que os destacavam em seus resultados no que diz respeito à aprendizagem de seus estudantes: como as expectativas eram explicitadas para os estudantes; os trabalhos dos estudantes estavam expostos por toda a parte; os professores circulavam pela sala de aula durante as atividades. As atividades eram realizadas em pequenos grupos e, praticamente, inexistia o arranjo tradicional de mesas e cadeiras. Os estudantes eram incentivados a questionar, discutir, comentar, entre outros.

Um dos maiores compromissos do professor preocupado com sua prática é o aprendizado de seus estudantes, mas é preciso um trabalho “árduo”, para que se chegue a esse objetivo. Além da “preocupação”, é necessário ter conhecimentos, e ainda momentos de formação continuada, com partilha de suas experiências e elaborações em diálogos com outros profissionais.

Para encantar os alunos com a matemática, o professor precisa ser encantado. [...] todo professor precisa de um chão disciplinar, tem de conhecer bem o que ensina, [...] não a risco de uma boa formação sem uma aprendizagem consistente dos conteúdos a serem ensinados, com a estrutura e a fundamentação adequada. CARVALHO et.al. (2017, p.63)

Para compreendermos melhor esse encantamento, podemos nos nortear pela diferenciação apresentada por Moreira e David (2015, p. 21), quando diferenciam a prática do matemático e a prática do professor de Matemática. Os autores afirmam que o matemático “tem como características mais importantes, a produção de resultados originais de fronteira”, neste caso, esse profissional preocupa-se em desenvolver generalizações. “Por sua vez o professor de Matemática da escola básica desenvolve-se num contexto educativo, o que coloca a necessidade de uma formação, fundamentalmente, diferente desse profissional” (MOREIRA; DAVID, 2015, p. 21). No caso do professor, busca-se planejar formas acessíveis dos conhecimentos matemáticos para a compreensão dos estudantes, com preocupação em analisar suas elaborações, seus erros; o foco é a aprendizagem destes estudantes e, para isso, é indicada uma postura indagativa.

Para Lima (2010, p. 9), “a formação de professores a partir de uma postura indagativa tem se mostrado como um dos pilares para a melhoria qualitativa dos saberes docentes necessários ao desenvolvimento do trabalho pedagógico”. O mesmo autor reflete ainda que “a educação assume uma tarefa social de despertar no homem a consciência de si e do outro no mundo, contribuindo, de forma relevante, para o seu crescimento formativo e informativo” (LIMA, 2010, p.9). Para ele, essa postura indagativa pode e deve ser associada a um processo de colaboração com seus pares. Essa partilha de experiências poderá enriquecer os planejamentos pedagógicos. Nessa postura pode ser identificado um dos pilares que é o conhecimento de sua prática, com uma aprendizagem contínua, norteadada por discussões de conteúdos conceituais que proporcionem a esses profissionais realizar

“intervenções pedagógicas” em sala de aula de forma que sejam eficazes para a aprendizagem dos estudantes. Ao encaminhar a aprendizagem, o pesquisador afirma ainda que:

Embora o mundo no século XXI, aponte para novos arranjos dos saberes educacionais que contribuam para a formação de um novo homem; denuncia-se um discurso desvinculado com a realidade, pelo uso dos referenciais do paradigma do saber unidimensional (LIMA, 2010, p.16).

Nesse sentido, Moreira e David (2015, p. 23) afirmam que é necessário “o desenvolvimento de uma prática pedagógica visando à compreensão do fato, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente e conveniente na sua vida escolar e extraescolar”. Dessa forma, em se tratando da prática pedagógica da Matemática, a forma “rigorosa” do certo ou do errado não se configura como a única forma aceitável de se chegar à resolução de uma situação. Podemos pensar, aqui, no desenvolvimento da capacidade de argumentação, de uma aprendizagem cativada, negociada com os estudantes que estão na fase de desenvolvimento de saberes matemáticos (MOREIRA; DAVID, 2015). Logo, acreditamos que a formação do PEM perpassa por um processo de elaborações durante toda a sua vivência escolar, para que se possa encorajar uma reestruturação de ideias vigentes e promover a construção de novas ideias, de novas percepções, com o estímulo à reflexão e ao trabalho colaborativo.

Sob esta ótica, sentimos a necessidade de reunirmos alguns estudos sobre a formação de PEM no Brasil, intencionando compreender, nessas pesquisas, quais percursos esses pesquisadores trilharam, quais os referenciais norteadores para esses estudos e quais resultados apresentam. Desse modo, optamos por dialogarmos com estudos publicados no Brasil, nos últimos cinco anos, na forma de “mapeamentos” e revisões sistemáticas, entendendo-os como espaços fundamentais de socialização da pesquisa científica e de seus resultados.

Para tanto, realizamos uma pesquisa na plataforma Sucupira, priorizando, periódicos com Qualis A1, A2 e B1 e selecionamos artigos que realizaram mapeamentos, metassínteses e/ou revisão sistemática sobre a formação do PEM. Após a leitura, elegemos aqueles que dialogavam com o nosso objeto de pesquisa, os quais são organizados no Quadro 1, apresentado a seguir.

Quadro 1 – Artigos selecionados para leitura

Autor(es) Organizador(es)	Ano	Título	Composição²
Dario Fiorentini e Vanessa Moreira Crecci	2017	Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam Matemática	FP1
Maria Aparecida Vilela Mendonça Pinto Coelho	2017	Grupos colaborativos na formação de professores: uma revisão sistemática de trabalhos brasileiros	FP2
Bruna Larissa Cecco, Luci T. M. dos Santos Bernardi e Nadir Castilho Delizoicov	2017	Formação de Professores que Ensinam Matemática: um olhar sobre as redes sociais e intelectuais do BOLEMA	FP3
Dário Fiorentini; Cármem Lúcia Brancaglioni Passos e Rosa Catarina Rodrigues de Lima	2016	Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001 – 2012.	FP4.1
			FP4.2
			FP4.3
			FP4.5
			FP4.6
FP4.7			
Anderson Adelmo Silva e Barbara Lutaif Bianchini	2020	Mapeamento das teses brasileiras relacionadas à formação continuada de professores que ensinam Matemática: período 2007-2018	FP5
Edda Curi	2021	Lesson Study: contribuições para Formação de Professores que Ensinam Matemática	FP6

Fonte: Elaborado por esta pesquisadora.

No primeiro artigo, intitulado “Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001 – 2012”, a busca foi pela compreensão do modo como as pesquisas de formação continuada concebem e investigam os saberes e conhecimentos profissionais de PEM, em um mapeamento e Estado da Arte da Pesquisa Brasileira (2001 a 2012). Esse projeto, coordenado pelo Grupo de Estudos e Pesquisas sobre formação de Professores de Matemática (GEPFPM), contou com equipes de diferentes estados do Brasil que realizaram um

² FP 1 – Formação de Professores artigo 1; FP2 – Formação de Professores artigo 2; FP3 - Formação de Professores artigo 3; FP4.1, Formação de Professores Artigo contido no estudo FP4; FP4.2, Formação de Professores Artigo contido no estudo FP4; FP4.1FP4.2; FP4.3; FP4.4; FP4.5; FP4.6; FP4.7 Formação de Professores Artigo contido no estudo FP4.; FP5, Formação de Professores Artigo 5 FP6. Formação de Professores Artigo 6;

mapeamento sobre o “estado da arte”, de estudos que dizem respeito ao PEM. Para tanto, a pesquisa foi dividida em duas fases:

Fase 1 – participaram sete equipes de diferentes regiões do País, as quais foram incumbidas da tarefa de localizar e mapear as pesquisas de Mestrado e Doutorado publicadas em sua região, com o foco em Educação e Ensino de acordo com a Capes. Foram mapeadas 858 pesquisas entre teses e dissertações. Ainda nesta fase, foram identificados os aspectos físicos, as tendências metodológicas e os focos temáticos de cada uma das pesquisas.

Fase 2 – As pesquisas foram divididas em categorias: formação inicial - 63 estudos; Formação Inicial e continuada – 8 estudos; contextos e aspectos - 61 estudos. Ainda neste momento e buscando mapear temáticas relativas à Formação Continuada (FC), os pesquisadores consideraram 9 blocos temáticos previstos no projeto, “saberes e conhecimentos profissionais”; “Aprendizagem docente e desenvolvimento profissional”; “Cursos/programas/projetos/disciplinas de formação docente”; “Outros focos de estudo: práticas letivas ou profissionais do PEM; “Atitudes, crenças, concepções e representações do PEM”; “Identidade e profissionalidade do PEM”; “História do PEM e/ou de sua formação Formador de professores que ensinam Matemática” (FIORENTINI; CRECCI, 2017, p.3).

Após completar a 2ª fase, os autores Fiorentini e Crecci (2017), com o propósito de compreender como as pesquisas concebem e investigam os saberes e conhecimentos do PEM, decidiram por uma revisão sistemática. Para isso, utilizaram os 13 trabalhos mapeados e relativos a “saberes e conhecimentos profissionais”. Anteriormente a essa análise, os pesquisadores apresentaram uma discussão sobre o conhecimento e saberes profissional do professor. Concebem aqui “saber”³, conforme Fiorentini *et al.* (1998).

O terceiro artigo analisado “Grupos colaborativos de professores: uma revisão sistemática de trabalhos brasileiros (FP2)”, a pesquisadora, após uma análise sobre o mapeamento realizado sobre os professores que ensinam Matemática, que foi desenvolvido por Fiorentini *et al.* (2002), optou por um aprofundamento com o foco em práticas colaborativas, escolhendo um grupo de 6 trabalhos, mapeados no estudo, o que, segundo a autora, poderia gerar melhores compreensões sobre o tema.

³ Saber é definido como uma categoria ampla que engloba várias formas de saber fazer, ser e conhecer e que podem ser implícitas (inconscientes) ou explícitas (conscientes). O conhecimento se diferencia por ser explícito e implícito, após a sua sistematização. (FIORENTINI *et al.*, 1988).

Coelho (2017) realizou um estudo na forma de metanálise sobre práticas colaborativas, norteadas por referenciais como Passos *et al.* (2006), que afirma: as práticas encaminharam o PEM a ser protagonista de sua cultura profissional e de seu desenvolvimento docente e que essa prática deve ser munida de materiais de trabalho, reconhecimentos de grupos de estudos dentro das escolas, como forma de substituir programas de capacitações já instituídos pelas políticas públicas e, ainda, que a formação do PEM deve se realizar de modo integrado às práticas sociais e ao cotidiano escolar.

A autora utiliza aportes teóricos com Tardif (2002) (saber plural); Cochran-Smith e Lytle (1999) (conhecimento local); Ferreira (2003), Fiorentini (2004), Nacarato, (2005) (contextos colaborativos e resignificação de práticas pedagógicas). Destacam-se os estudos de Fiorentini (2004) que privilegiam os trabalhos colaborativos, entendendo a colaboração como uma característica da condição humana, resultante da dinâmica das relações “o fato de ser ouvido, por si só, estabelece uma relação dialógica” (BAKHTIN, 2000 apud COELHO 2017, p. 349).

Na análise metodológica, foi adotada uma revisão sistemática e a realização de uma metassíntese. Dos referenciais apresentados nos estudos de Fiorentini e Crecci (2017), foram analisados seis trabalhos com o foco no grupo. Essas pesquisas foram lidas de forma integral e organizadas em uma tabela fechada e separada por categorias.

Dentro desta sistematização, elencamos “dois”, por se tratar do nosso foco de investigação que dista sobre aprendizagem no Ensino Fundamental: Digiovani (2005), com questões investigativas em grupos de estudos do Ensino Fundamental e Médio, que expõe uma dependência dos PEM em relação às decisões externas (secretarias, estudos teóricos), mas revela, ainda, um desenvolvimento a partir da prática. O autor destaca o efeito da “voz do saber” de uma participante da pesquisa, neste caso a própria autora que, ao coordenar o grupo, acabava por se tornar a “voz” mais importante ou mais “ouvida”. Para a autora, sua voz era tida como a voz do “saber”. Apesar dessa dificuldade, a experiência trouxe pontos positivos, como a integração do grupo e a possibilidade de produção de conhecimentos para os outros lerem e referendarem, num verdadeiro trabalho colaborativo.

Consideramos, ainda, o estudo de Costa (2011) sobre contribuições em relação à participação em grupos de estudos aplicados a professores do Ensino Fundamental e Médio. O trabalho foi realizado com um grupo de seis professores de Matemática de

escolas públicas, cujo foco foi o estudo de tecnologias para o ensino da Matemática. Em suas conclusões, destaca que um dos pontos positivos do trabalho colaborativo foi a possibilidade ampliada de discutir a educação.

De modo geral, nas conclusões deste terceiro artigo é perceptível a defesa da autora sobre a importância de a formação continuada ser desenvolvida na própria escola. Além disso, ela defende que trabalho colaborativo é uma excelente alternativa para incentivar o desenvolvimento do professor de Matemática.

O quarto artigo analisado é intitulado “Formação de Professores que Ensinam Matemática: um olhar sobre as redes sociais e intelectuais do BOLEMA (FP3)”, as autoras apresentam um histórico relativo ao Boletim de Educação Matemática (BOLEMA - *online*), periódico vinculada à Universidade Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp), criado em 1985. Para a escolha dos artigos, as autoras trabalharam com a seleção de Passos⁴ (2009, 2007) e, a partir disso, relacionaram os artigos usando o mesmo critério, restringindo-se a artigos publicados na revista no período de 2008 a 2015.

Sobre a área de Educação Matemática, elas clarificam que os estudos em relação à Formação de PEM vêm aumentando. Essa constatação pode ser encontrada nos trabalhos de pesquisadores como Fiorentini *et al.* (2002) e Melo (2010), o que evidencia a importância do tema.

A pesquisa utilizou a Análise de Redes Sociais (ARS ou SNA do inglês Social Network Analysis) que é uma metodologia qualitativa com conceitos e terminologias próprias, como: nó, aresta, ator, elos relacionais, grau nodal, centralidade, grafos, densidade, clusters, entre outros (CECCO *et al.*, 2017). As “redes” são configuradas a partir das inúmeras conexões (arestas) entre os atores (nós ou vértices), representadas por grafos (diz respeito ao número de conexões com outras pesquisas). Esse recurso denota a conectividade dos autores em rede, uma maior atividade interna (relação com outros trabalhos e parceiros pesquisadores, numa relação de autoria e coautoria). Nesse modelo, os “Cutpoints” (conectores) são considerados um “nó” importante já que agem como um conector entre dois diferentes blocos. Já os “clusters” são os agrupamentos de pesquisadores que se relacionam dentro do grafo ou da imagem.

⁴ Critério utilizado: Artigos publicados no boletim BOLEMA, que continham palavras-chave: “formação de professores”, a partir de artigos, Comunicações e Seção especial apresentadas no Periódico BOLEMA.

O estudo evidenciou, no que diz respeito à estrutura intelectual dos artigos, que as palavras mais recorrentes foram: Licenciatura, Formação Inicial, e Formação Continuada de professores, Currículo, TICS. Em relação aos eixos temáticos, como o apresentado por Fiorentini (1994) e Melo (2010), eles podem ser divididos em 3 categorias: Formação Inicial, Formação Continuada e Desenvolvimento Profissional. As autoras identificaram o “Cluste” ou o maior número de trabalhos que tratam de formação inicial. Como conclusões, o estudo clarifica que: em se tratando dos artigos analisados, ou seja, aqueles publicados no Periódico BOLEMA, no período definido, em se tratando de autoria e coautoria, não existem relações compartilhadas, mas, sim, pesquisadores pesquisando uma mesma temática. Ponderam, ainda, que a produção de conhecimento está vinculada às pós-graduações.

O quinto estudo, intitulado “Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001 – 2012” (FP4), foi coordenado pelo GEPFMP, com a participação de pesquisadores de todas as regiões do País. Ele teve início em outubro de 2013, para ser desenvolvido, em sua primeira fase, por sete equipes, responsáveis por cada um dos mapeamentos regionais de pesquisas (teses e dissertações), que tinham como foco de estudo o professor que ensina matemática. Essas pesquisas tiveram como ponto de partida quatro contextos:

1. Formação Inicial (Licenciatura em matemática e licenciatura em Pedagogia); 2. Formação Continuada (grupos de estudo, comunidades de aprendizagem docente, cursos de formação continuada e desenvolvimento profissional); 3. Formação inicial/continuada (pesquisas que envolvem futuros professores e professoras em exercício, com aquelas que focalizam o Pibid); e 4. Estudo de outros contextos e aspectos relativos ao PEM, que não necessariamente centram foco de análise nos processos de formação inicial (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016).

Para além desses contextos, os pesquisadores, apoiados em André (2010) e Marcelo Garcia (1999), utilizaram ainda de cinco indicadores⁵. Destes, podemos destacar o segundo indicador que considera as pesquisas que utilizaram a prática do professor, no que diz respeito a sua formação continuada, suas práticas formativas e

⁵ * existência de um objeto de estudo singular; * utilizar metodologias e modelos próprios de prática e de pesquisa; * existência de uma comunidade de pesquisadores envolvidos e centrados na investigação desse objeto de estudo; * incorporação ativa dos sujeitos da pesquisa (professores) no desenvolvimento da pesquisa, assumindo progressivamente parceria, protagonismo e autoria nos estudos produzidos;

investigativas baseadas em trabalhos colaborativos (universidade/ escola) e ainda em Estudos de aula ou Lesson Study (LS), objeto de estudo desta pesquisa. Os autores definem o mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e descrições de aspectos físicos, temáticos e metodológicos das pesquisas encontradas. Desse modo, o foco de sistematização foi o PEM, no âmbito de programas brasileiros.

Nesse estudo, os pesquisadores se mostram impressionados com o número elevado de Programas de Pós-Graduação no Brasil e, ainda, com a expansão de Mestrados profissionais, tanto na área de Ensino, quanto na área de Educação, o que explica, por exemplo, a quantidade de orientadores (375) neste período, mas com uma média de 2 a 3 trabalhos orientados, com o foco na PEM, o que pode indicar, ainda, segundo os pesquisadores, o reduzido número de grupos de pesquisa ou linhas de pesquisa em Educação Matemática que tem como objeto investigar o PEM. Sobre a abordagem metodológica preferida, indicaram que tem sido a qualitativa, que ocorreu em noventa por cento (90%) das pesquisas realizadas. A maioria não justifica o porquê desse tipo de abordagem. Sobre a natureza das pesquisas, predominou a pesquisa empírica ou de campo.

No estudo “Mapeamento das teses brasileiras relacionadas à formação continuada de professores que ensinam Matemática: período de 2007-2018” (FP5), os autores apresentam uma pesquisa relacionada ao pensamento algébrico no período de 2007 – 2018. Foram mapeadas, no Banco de Dissertações e Teses da Capes, 57 pesquisas; nestas foram realizadas a leitura do resumo, após a leitura, o mapeamento foi delimitado em: Formação continuada (23); Formação inicial (33 e 1 tese não estava disponível). Já no BDTD, foram mapeados 28 trabalhos. Para a análise, os autores utilizaram a proposta de Bardin⁶ (2016) que, de forma simplificada, sugere a escolha dos documentos a serem submetidos à análise do pesquisador. Em seguida, houve a formulação de hipótese e objetivos e, ainda, a identificação dos indicadores que fundamentam a interpretação dos estudos.

Em um segundo momento, foi retomada a exploração do material para que se organizassem as possíveis categorias. Silva e Bianchini (2020) elencam seu

⁶ A pré-análise; A exploração do material; O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. (BARDIN, 2016)

entendimento sobre mapeamentos, norteados por Fiorentini *et al.* (2016)⁷. No estudo, os pesquisadores realizaram uma pesquisa sobre a formação continuada e afirmam que esta seria concebida como “espaço de reflexão inerente ao profissional” e, desse modo, não dependeria de tempo de carreira. Isso porque seria desenvolvida em paralelo a sua carreira e que encaminha o professor à superação da formação inicial, o que implica em importantes contribuições.

Ainda sobre a PEM, os autores apresentam o conceito de identidade docente “não como algo que se possui, mas sim algo que se desenvolve durante a vida” (SILVA; BIANCHINI, 2020, p.6). Nesse olhar, a formação em serviço pode gerar um espaço rico para discussões sobre a aprendizagem e, ainda segundo os autores, traz a compreensão de que a identidade profissional abrange a participação em formações continuadas.

No sétimo estudo, intitulado: “Lesson Study: contribuições para a Formação de Professores que Ensinam Matemática” (FP6), Curi (2021) utiliza como metodologia o Lesson Study (LS) no projeto “Discussões curriculares: contribuições de grupos de colaborativos para a execução e implementação de novo currículo para a Matemática”. Participaram estudantes e professores da rede pública municipal de São Paulo e o estudo foi norteadado pela reflexão sobre ações formativas ou metodologias de estudo de aula com o uso de materiais curriculares produzidos pela Secretária Municipal de Educação de São Paulo, no ano de 2018.

A pesquisa apresenta um histórico do Lesson Study (LS) ou Estudos de aula (EA) que, na perspectiva da autora “tem o objetivo de melhorar as aprendizagens dos estudantes e o desenvolvimento profissional do professor” (CURI, 2021, p. 2). Como aporte teórico sobre LS, são utilizados: Stigler e Hiebert (2009) para a compreensão da prática e Dudley (2015) no trabalho colaborativo. No que diz respeito às etapas do LS, os aportes teóricos, entre outros, foram Lewis e Hurd (2011). Segundo a autora, no LS são formulados objetivos das aulas, o planejamento de forma detalhada, atentos aos aspectos de aprendizagem e dificuldades, conhecimentos prévios, objetivos a serem alcançados pelos estudantes; proposições de novas ideias. No estudo,

⁷ [...] entendemos o mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos (Fiorentini *et al.*, 2016, p.18, grifos do autor).

participam professores experientes, que contribuem com ideias, recursos, sugestões, comentários, e tudo que possa enriquecer as discussões e auxiliar na realização das tarefas. Do mesmo modo, ela defende que a condução das aulas, observação e coleta de dados é realizada por um professor, enquanto os demais registram, destacando as aprendizagens, ações e falas que poderão revelar obstáculos e entendimentos. Os professores poderão identificar as dúvidas, avaliando e analisando a experiência e os dados coletados de maneira coletiva.

O grupo responsável pela pesquisa, Grupo de Pesquisa Conhecimentos, Crenças e Prática de professores que ensinam Matemática (CCPPM), trabalha com materiais curriculares e sequências de ensino, o que já se diferencia de outras pesquisas. Isso se deve, segundo a autora, à organização da própria rede de ensino. Nesse grupo, é mantida a participação de pesquisadores que atuam como parceiros mais experientes e com conhecimentos teóricos e de pesquisa. Eles utilizam, ainda, documentos curriculares e outros materiais destinados à formação de professores. Para a autora, o LS vem se destacando no Brasil, lembrando o fato de que a cidade de São Paulo recebeu pesquisadores japoneses para ministrar cursos na Universidade de São Paulo, mas, segundo a autora, “é mais usado em pesquisa do que como uma política de formação de professores” (CURI, 2021, p. 3). Ela afirma ainda que a L S se revela promissora na formação de professores desde que o contexto das redes de ensino se modifique.

Após essa imersão em vários estudos, aos poucos, foi se delineando uma percepção sobre qual concepção de “desenvolvimento profissional” seria nosso foco, que até então não se mostrava muito clara. Foi em estudos de pesquisadores, como Ponte, que clarificamos o conceito de formação profissional e desenvolvimento profissional.

A formação pode ser encarada de modo mais amplo do que é habitual, não necessariamente subordinada a uma lógica de transmissão de um conjunto de conhecimentos. Na realidade, não há qualquer incompatibilidade entre as ideias de formação e de desenvolvimento profissional. A formação pode ser perspectivada de modo a favorecer o desenvolvimento profissional do professor, do mesmo modo que pode, através do seu “currículo escondido”, contribuir para reduzir a criatividade, a autoconfiança, a autonomia e o sentido de responsabilidade profissional. O professor que se quer desenvolver plenamente tem toda a vantagem em tirar partido das oportunidades de formação que correspondam às suas necessidades e objetivos (PONTE, 1998, p. 191).

Assim, neste estudo, concordamos com Ponte (1998), que afirma que o desenvolvimento profissional do professor pode ocorrer de diferentes formas, apesar de estar inteiramente conectado com a formação. Esse mesmo autor pontua ainda que, para exercer sua atividade em relação ao conhecimento, atitudes e valores, é imprescindível que este profissional tenha.

Para o autor o profissional poderá ser chamado a tomar decisões em diferentes momentos de sua atividade e sua resposta exigirão dele competências teóricas e práticas. Para esta pesquisadora, esse desenvolvimento está diretamente ligado à ação, ao processo e à condição de preparar-se para um próximo passo, para além da fase em que se encontra. Surge do “conflito” entre o lugar em que se está e o lugar onde se quer chegar, em termos de desenvolvimento de sua prática, de seu intelecto.

3.1 Convergências nos estudos sobre a formação de PEM

De modo geral, destaca-se a importância do banco de dados da Capes como fonte de informações, pertinentes aos estudos realizados no meio acadêmico. Isso porque todas as pesquisas utilizaram de forma direta ou indireta este repositório.

Em relação às abordagens metodológicas, notamos a prevalência da abordagem qualitativa. Nesse contexto, destacou-se o uso dos diários de campo ou diários de bordo, o que consideramos importante para esse tipo de pesquisa, permitindo “refletir sobre o ponto de vista do autor e sobre os processos mais significativos da dinâmica em que está imerso. [...] um guia para reflexão sobre a prática, favorecendo a tomada de decisão” (PORLÁN; MARTÍN, 1997, p. 19-20). Essa abordagem pode permitir um desenvolvimento integral e, porque não dizer, plural da prática do professor, se consideramos os saberes o seu repertório conceitual e em um contexto de sala de aula que seja motivador para o pensar e o aprendizado dos estudantes. Observamos, ainda, a utilização de abordagem quali-quantitativa, o que pode indicar uma preocupação em analisar os estudos com métodos matemáticos, aliados à abordagem qualitativa, que permite apresentar uma realidade específica dos grupos a serem pesquisados. Essa associação é vista por essa pesquisadora de forma positiva, pois uma observa os dados matematicamente e a outra observa as intenções, as significações das ações realizadas durante os estudos.

Em relação aos instrumentos utilizados nos estudos, observam-se: entrevista (estruturada, semiestruturada ou narrativa); questionário; observação e registro de

aulas; Videogravação e/ou áudio gravação, Diário de campo, Relato ou narrativa (oral ou escrito); uso de protocolos ou fichas para coleta de dados; documentos. Ao observarmos os diferentes instrumentos, compreendemos a preocupação dos pesquisadores ao escolher o instrumento e garantir que este adeque-se ao objeto estudado, mesmo que em alguns estudos observe-se pouca informação sobre os instrumentos utilizados.

As pesquisas que envolvem conhecimentos, de modo geral, investigam a formação dos formadores, observando o que pode influenciar no seu desenvolvimento profissional, como condições de trabalho, suas escolhas relativas ao planejamento e conteúdo. Essa percepção é importante visto que o foco recai na formação profissional do PEM, se preocupando com os saberes já existentes, sem desconsiderar possíveis interferências no espaço da sala de aula durante a prática desse profissional e a aprendizagem dos estudantes. Isso nos possibilita a “defesa” dos saberes e conhecimentos nos processos de formação continuada. Nessa perspectiva, podemos destacar pesquisadores como: Tardif (1991), Shulman (1986,1987), Zeichner (1993), Cochran-Smith e Lytle (1999), Freire (1996), Nóvoa (1995), Perrenoud (2002); Pimenta (2002), Schön (1992).

Sobre o desenvolvimento profissional do professor, destacam-se autores como Fullan e Hargreaves (2001), Fiorentini e Crecci (2013), que são pesquisadores citados nas pesquisas com a perspectiva de que ensinar não é apenas uma coleção de habilidades técnicas e nem um “ajuntamento de conhecimentos, ensinar é ir além, pois exprime valores crenças, o ser professor e a comunicação”. Esse olhar é corroborado por essa pesquisadora, que entende o professor como um produtor de conhecimento e o estudante como protagonista de seu aprendizado, tendo suas ações mediadas pelo professor e por seu planejamento.

Sobre os trabalhos colaborativos, os artigos analisados destacam os pesquisadores Fiorentini (2004), Nacarato (2005), Tardif (2002), entre outros, e a valorização dos conhecimentos dos próprios professores, que se baseiam em suas vivências cotidianas e no conhecimento de seu meio, partilhados em trabalhos em conjunto.

Em síntese, os artigos analisados apontam para a escassez de estudos que assumem a prática do PEM como elemento central, ao mesmo tempo em que defendem a realização de novos estudos que promovam a reflexão e a colaboração no ambiente de trabalho do professor. Tudo isso nos mostra que, mesmo a área tendo

avançado em número de estudos, se faz necessário que tais estudos sejam realizados com os PEM, considerando seus anseios e suas necessidades, levando em conta o que é relevante para eles, de modo a possibilitar a ampliação de seus conhecimentos matemáticos e didáticos.

Assim, consideramos que o LS pode contribuir nessa direção ao convidar o PEM à prática reflexiva e colaborativa, ao permitir que ele saia do isolamento que muitas vezes o impede de conhecer novas possibilidades de ensino. No LS, ele pode integrar um espaço de interlocução sobre sua prática, norteado por questões teóricas e metodológicas atuais da pesquisa em Educação Matemática.

4 LESSON STUDY (LS): APRENDER A APRENDER

*Matemática, vista corretamente, possui não apenas verdade, mas também suprema beleza - uma beleza fria e austera, como a da escultura".
(Bertrand Russell)*

Esta pesquisa considera que, no âmbito da nossa sociedade, estamos em uma constante transformação. Essa constatação, como é de se esperar, é refletida no ambiente escolar e no processo de ensino e aprendizagem. Para Hargreaves (2001), nossa sociedade está reivindicando saberes⁸ e competências⁹ para uma formação de sujeitos que possam ser capazes de promover o seu próprio aprendizado. Essa mesma sociedade espera do professor constante atualização em sua forma de aprender e, sobretudo, de ensinar. É Sabido que essa “exigência”, não converge com a realidade dessa profissão. “[...] pesa verificar que o cansaço e o desânimo manifestados por tanto professores [...] sentem-se solitários, desapoiados pelos dirigentes, pelas comunidades e pelos governos” (ALARCÃO, 2007, p. 8). Esses desapontamentos podem ser explicados quando observamos que o apoio a esse profissional, geralmente, é advindo de cursos, simpósios, autoformações. Na maioria dos casos, o papel desse profissional continua sendo o de executar e repetir uma “receita”. Essa formação é vista, então, como paliativa, isso porque não é capaz de resolver os complexos problemas da prática pedagógica (SCHNETZLER, 2000).

Ao discutirmos as atualizações e formas de aprendizagem, precisamos compreender, em um primeiro momento, a formação do professor, orientada pelo domínio do conteúdo, pelo contexto de vida de estudantes e professores. Além disso, é preciso destacar a compreensão de que esse profissional, reconhecendo essas diversidades, deve ter de elaborar um planejamento que não seja separado do estudante, mas que possa possibilitar o planejamento de tarefas, definidas por Ponte (2014, p.4), como: “desdobramentos da atividade”. As tarefas propostas serão o objeto

⁸ Entendemos “saberes” como: o “que resultam do próprio exercício da atividade profissional dos professores. Esses saberes são produzidos pelos docentes por meio da vivência de situações específicas relacionadas ao espaço da escola e às relações estabelecidas com alunos e colegas de profissão. Nesse sentido, “incorporam-se à experiência individual e coletiva sob a forma de habitus e de habilidades, de saber-fazer e de saber ser” (TARDIF, 2002, p. 38).

⁹ competência é definida aqui como: “a capacidade de agir eficazmente num determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem se limitar a eles, é preciso que alunos e professores se conscientizem das suas capacidades individuais que melhor podem servir o processo cíclico de Aprendizagem-Ensino-Aprendizagem” (PERRENOUD, 2000).

da atividade dos estudantes; são, então, ações relativas às atividades realizadas pelos estudantes. “A tarefa é interpretada sob a influência de diversos fatores, e a atividade é condicionada pelas ações do professor, que são também realizadas e interpretadas segundo as atitudes e concepções, respectivamente, do professor e do aluno” PONTE (2014, p. 4).

Dessa forma, segundo o autor, apesar de proporcionar o trabalho com a Matemática, as tarefas não apresentam os conceitos e os procedimentos de forma direta, o que pode encaminhar ações diferenciadas para a resolução de um problema. Essa ideia é corroborada por Hammond e Bransford (2019.p.1) quando afirmam que: [...] “diariamente, os professores tomam decisões complexas que dependem de vários outros tipos de conhecimento e discernimentos, [...] não basta a preparação dos professores com conteúdo”.

Um dos desafios, nesse sentido, é que estamos falando aqui de professores que vivenciaram um ensino conceitual, distanciado de práticas de ensino em Matemática. Nessa perspectiva, é necessário um engajamento de gestores e professores para que sejam promovidas estratégias em contextos de modo que o professor seja capaz de utilizar seu conhecimento de forma eficaz, minimizando entraves durante o processo de ensino e de aprendizagem. Como discutido no item anterior, acreditamos que isso pode ser alcançado por meio do trabalho colaborativo, com momentos de partilha e aprendizado nos quais escola e universidade compreendam (juntas) a prática de sala de aula.

Alarcão (2005) defende a postura reflexiva do professor dentro do ambiente escolar¹⁰. Fontana e Fávero (2013, p. 5), norteadas por Alarcão, afirmam que:

a atitude reflexiva do professor pode fazer com que os próprios estudantes se tornem reflexivos, por meio das propostas de trabalho que lhes forem feitas em aula, do modo como lhes forem apresentadas e da forma de avaliação e reflexão sobre as ações desenvolvidas.

Para Perrenoud (2002), inspirado nos estudos de Schön (1992), todos somos capazes de refletir na ação e sobre a ação, o que não nos garante uma prática

¹⁰ “Uma escola concebida como uma organização que continuamente se pensa a si própria, na sua missão social e na sua organização, e confronta-se com o desenrolar da sua atividade em um processo heurístico simultaneamente avaliativo e formativo. [...] Atribui-se aos professores a capacidade de serem atores sociais, responsáveis em sua autonomia, críticos em seu pensamento, exigentes em sua profissionalidade coletivamente assumida. Solicita-se dos dirigentes escolares a capacidade de liderança mobilizadora de vontades e ideias partilhadas e a efetiva gestão de serviços e recurso” (ALARCÃO, 2001, p. 11-12).

reflexiva. Em uma prática verdadeiramente reflexiva, deve ser realizada a análise da ação. “[...] sua realidade não é medida por discursos ou intenções, mas pelo lugar, pela natureza, e pelas consequências da reflexão no exercício cotidiano da profissão [...] em função da experiência de competências e dos saberes profissionais” (PERRENOUD, 2002, p.13).

Para este mesmo pesquisador, “não há ação complexa sem reflexão sobre o processo” (PERRENOUD, 2002, p. 30), assim, refletir na ação é se perguntar sobre o que acontece ou acontecerá, o que pode ser feito, qual o melhor caminho. Em contraponto, refletir sobre a ação, é considerar nossa própria ação como objeto de reflexão. Nesse momento, podemos comparar, investigar o que foi ou poderia ser feito, o que outro profissional traria para o enriquecimento sobre a investigação.

No planejamento da aula¹¹, a reflexão sobre a ação poderá desencadear um processo de compreensão, aprendizagem e integração de conhecimentos, o que na prática poderá mobilizar saberes, experiências, procedimentos. Dessas mobilizações podem emergir: raciocínios, antecipações, sínteses, o reconhecimento de diferentes representações, percursos, análises conceituais, no que diz respeito à resolução de problemas e, porque não dizer, uma “apropriação” ou aprofundamento dos conhecimentos e conceitos que se apresentarem durante esse processo.

Com esse olhar voltado para o desenvolvimento da prática do professor e da aprendizagem dos estudantes, compreendendo que na reflexão sobre a ação é possível trabalhar a compreensão de conceitos matemáticos, chegamos ao “Jugyou kenkyuu” ou Lesson Study (LS) que pode ser definida como:

[...] uma forma de desenvolvimento profissional ao longo da vida no qual as equipes de professores, colaborativamente, busca planejar, pesquisar e estudar uma aula que será ministrada a fim de decidir qual a melhor estratégia para que seus alunos possam melhor aprender aquele objeto do conhecimento. Assim, busca, na formação do professor reflexivo, a colaboração de cada um para que o grupo de docentes possa observar e planejar o ensino de um conteúdo escolar (ARAGÃO; PREZOTTO; AFFONSO, 2015 apud BEZERRA, 2017, p.59).

Souza e Wrobel (2017) definem o LS como um agente que se presta à formação inicial ou continuada de professores e proporciona um olhar reflexivo com discussões

¹¹ “Tarefas e atividades de aprendizagem (a) Duração esperada (b) Atividade dos alunos e possíveis dificuldades (c) Respostas do professor e aspectos a ter em atenção (d) Objetivos e avaliação (e)”. (PONTE *et al.*, 2015).

colaborativas e investigativas que podem ser realizadas. Bonotto, Giovelli e Scheller (2019) corroboram o que aponta Souza e Wrobel (2017) quando definem o LS como um espaço de desenvolvimento profissional que, de forma contínua, reflexiva e colaborativa, permite a discussão das ideias para a identificação do objeto de estudo. Ponte e Quaresma (2011) afirmam que o LS contribui para que o estudante se coloque de forma ativa diante e durante o processo de aprendizagem.

Diante das definições apresentadas por diferentes pesquisadores, iniciamos uma imersão sobre o LS e nos deparamos com o uso de várias nomenclaturas utilizadas para denominá-la. Bezerra (2017), em sua pesquisa, nos clarifica quando apresenta a denominação original utilizada no Japão “Jyugyo Kenkyu”, que se difere das utilizadas em outros países como: “Lesson Study” nos Estados Unidos, “Estudos de Aula/Estudos de Lição” em Portugal, ou “Estudio de Clases” na Espanha, e Brasil “Pesquisa de Aula/Estudo e Planejamento de Lições”.

4.1 Origem histórica do Lesson Study (LS)

O LS tem sua origem no Japão, século XX, foi utilizado como um caminho de atuação para diversos atores, como os professores, gestores, estudantes e especialistas convidados para diálogos sobre o objeto de estudo de um LS. Assim, permite aos participantes o compartilhamento e a discussão sobre os elementos que constituem o conceito, a didática de aplicação, as adversidades do trabalho com um determinado conteúdo (aprendizagem mútua). Os professores das Universidades são chamados a contribuir com seus conhecimentos e experiências. No Japão, é considerada uma política pública, que envolve processos dinâmicos, colaborativos e reflexivos sob o processo de desenvolvimento profissional de professores e da aprendizagem dos estudantes (ISODA; ARCAVI; LORCA, 2007).

Durante esta pesquisa, por meio das leituras e análises de artigos, teses e livros, encontramos alguns termos utilizados no contexto do LS que, em nosso entendimento, carecem de explicações. Apresentamos, a seguir, alguns termos originais de seu desenvolvimento no Japão (SOUZA; WROBEL, 2017).

- **Jugyou kenkyuu:** nome original do Lesson Study (LS).
- **Bansho:** aula registrada na lousa - objetiva uma exposição das estratégias utilizadas para solucionar as situações apresentadas.
- **Hatsumon:** questão a ser trabalhada.

- **Konaikenshu:** formação continuada de professores.
- **Neriage:** compartilhamento por parte dos estudantes de seus entendimentos com o auxílio do professor.

Segundo Isoda, Arcavi e Lorca (2007), dois períodos históricos definiram as bases para o desenvolvimento do LS na sociedade japonesa, como pode ser observado no Quadro 2:

Quadro 2 – Resumo Histórico

PÉRIODO	Histórico – Períodos políticos Japão
<p>EDO (1603 a 1868)</p>	<p>Sistema de divisão por classes sociais e o isolamento surgem as primeiras “escolas do templo”, que vinham para suprir uma necessidade das classes dominantes. Uma educação literária e numérica era oferecida de forma autônoma em escolas do templo, através da instrução individualizada.</p>
<p>MEIJI (1868 a 1911)</p>	<p>Promulgado o Código de Educação e instituiu uma escola para professores – escola normal – em Tóquio Com o objetivo de disseminar a cultura ocidental. Essa promulgação permitia uma mudança nos currículos e nos métodos de ensino japonês, oportunizando a introdução de novas formas de ensino, abre-se discussões sobre métodos e ensino orientados pela experiência, pela participação. O governo convidou professores estrangeiros para ensinar assuntos desse hemisfério; eles introduziram na escola normal o conceito de ensino de todas as classes, uma modalidade então rara mesmo no Ocidente. Em 1880, por dificuldades financeiras o governo japonês fechou as escolas normais, restando apenas a de Tóquio com estudos e disseminações de instruções coletivas e ainda com a participação de estrangeiros convidados (ISODA; ARCAVI; LORCA 2007). Professores e estudantes eram instruídos a aprenderem conteúdos de forma coletiva com observações da classe, dos estudantes, sugestões de materiais didáticos e sessões críticas.</p>

Fonte: Isoda, Arcavi e Lorca (2007, p. 35-39); Tomasi (2020 apud ISODA, 2007).

Observando a Figura 4, tem-se uma ideia das mudanças no ensino japonês após a promulgação do Código de Educação. “Este período viveu a influência dos métodos de aprendizagem de Pestalozzi, que dedicava à humanização do ensino, a autonomia dos estudantes, norteados por três aspectos: mente, coração e mão” (ARAÚJO, 2011, p. 94).

Figura 4 – Classes de estudos japoneses



Fonte: Isoda, Arcavi e Lorca (2007, p. 35).

Nesse período, fica evidenciado que o ensino passa a ser focado no estudante:

A concepção do ensino começou a experimentar uma mudança que se traduziu no interesse por formular novos métodos igualmente adequados com a natureza das crianças. Certamente a figura emblemática desta busca de novos métodos mais adaptados às crianças foi Pestalozzi, que tratou de entender e melhorar a educação popular (COSTA, 2014, p.7 apud EBY, 1962).

Essas mudanças permitiram, por exemplo, que estudantes pudessem elaborar seus conhecimentos, segundo suas necessidades e o professor estudar e utilizar diferentes métodos para ensinar a Matemática. Desse modo, à medida que o Japão se enriquecia, houve a possibilidade de todos estudarem nas escolas primárias.

Em 1920, novos métodos foram apresentados, baseados pela filosofia educacional, tendo como um de seus representantes John Dewey¹². Era o momento no qual os professores de escolas do governo começaram a propor metodologias de ensino, fortalecendo o planejamento colaborativo ou entre pares, que se tornou a base para métodos, como o trabalho com a resolução de problemas. Em 1943, no Japão, os livros de Matemática eram integrados, centrados em processos matemáticos e resolução de problemas. Acreditamos que isso se deu pelo fato de que, após observarem que os estudantes eram capazes de aprender sozinhos e por meio da resolução de problemas, eles ainda eram capazes de elaborar suas perguntas ou dialogar sobre perguntas de outros. Em 1960, Shigeru Shimada foi um dos autores de

¹² John Dewey (1859-1952) é filósofo Norte-americano que inspirou no Brasil o movimento Escola Nova. Defendia a corrente filosófica do pragmatismo ou instrumentalismo. Na Pedagogia defendia a educação progressista onde a educação da criança deveria ser o todo. (físico, emocional e intelectual). BECK (2016).

um projeto intitulado “projeto de avaliação com problemas de final aberto”. Esse projeto acabou por se expandir na década seguinte em outros “estudos de classes”; atualmente, essas atividades são conhecidas como “resoluções finais abertas” ou situações problemas com a possibilidade de diferentes caminhos para a resolução.

Na década de 1980, Jerry Becker, Tatsuro, entre outros pesquisadores, iniciaram estudos sobre a resolução de problemas de forma conjunta com os Estados Unidos da América (EUA), o que contribuiu para que o assunto se tornasse conhecido também naquele país. Segundo Bezerra e Morelatti (2020, p. 56), no “Japão há três categorias de capacitação para o trabalho com o LS: a organizada pelo governo, pela escola e a voluntária”. As autoras, baseadas nos estudos de pesquisadores, como Stigles e Hiebet (2016), afirmam que no Japão o Lesson Study (LS) é um processo de investigação que encaminha as produções de aprendizagens que, possivelmente, poderão melhorar os processos de ensino.

Essa capacitação é percebida pelos professores como parte de sua cultura, eles a veem como algo que afirma a ideia de que a educação é o caminho para a transformação de uma nação. Essa ideia é reforçada pelo estado japonês que investiu na formação de seus professores, em especial, no final do período Meiji. Esse período trouxe ao Japão renovações políticas, religiosas, que são socialmente profundas; era a busca pelo estado-nação moderno, derrubando um estado de governo teocrático, ditatorial. Nesse período, nem toda a população tinha acesso às escolas (ISODA; ARCAVI; LORCA, 2007).

Atualmente, é um momento colaborativo em que o profissional, com o apoio de políticas públicas, é incentivado a participar de LS (BEZERRA; MORELATTI; 2020). Essa participação, juntamente com a valorização das experiências, acaba por fazer com que os professores japoneses queiram participar de LS em vários momentos de sua carreira.

O trabalho de colaboração é considerado comum aos profissionais na cultura japonesa, isso porque está enraizada a crença de que essa atividade colaborativa traz melhoramentos às práticas (BEZERRA; MORELATTI, 2020). Para Bonotto, Giovelli e Scheller (2019), o LS no Japão consiste em desenvolver o professor, desde as séries iniciais até as finais, de forma conceitual, colaborativa e reflexiva, tendo sempre o estudante e suas necessidades de aprendizagem como objetivos.

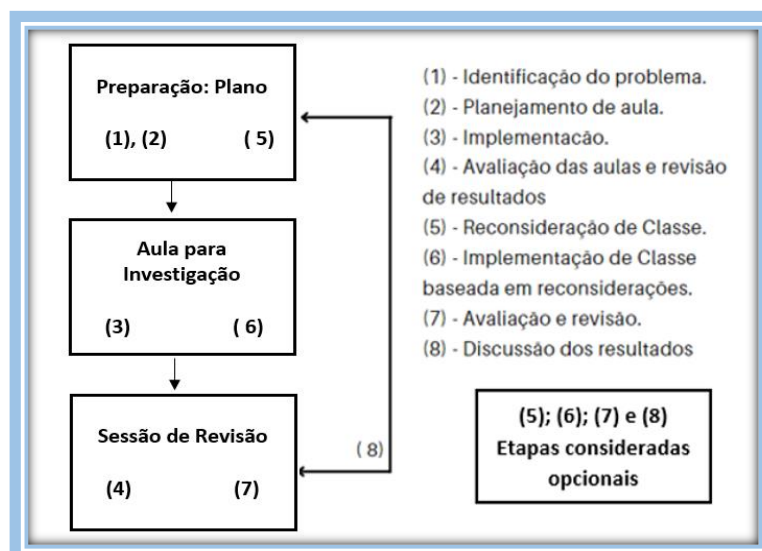
Historicamente, o jugyou Kenkyuu está inserido em outro processo o “kounaikenshuu”. Em seu estudo, as autoras Bonotto e Scheller (2019, p. 4),

apresentam uma tradução do texto de Stigler e Hiebert, (2009), que clarifica esse processo.

Gerido por professores, o kounaikenshuu consiste em um conjunto diversificado de atividades que, juntas, constituem um processo abrangente de melhoria da escola. Os professores trabalham juntos em grupos de nível de série, em grupos temáticos (por exemplo, matemática ou artes da linguagem) e em comissões especiais (o comitê de tecnologia, por exemplo). As atividades desses vários grupos são coordenadas por um plano de melhoria escolar que define as metas e o foco para os esforços de cada ano. Uma percentagem significativa de professores também se envolve em grupos distritais que se reúnem à noite, geralmente mensalmente. Os professores passam uma quantidade considerável de tempo todo mês em kounaikenshuu.

Nesse contexto, a L Study trata de processos de melhoramentos norteados pela prática de sala de aula e apoiados por políticas públicas em seu país de origem. Trata-se de uma atividade iniciada no Japão, que visa, por meio de um trabalho colaborativo, enriquecer experiências de aprendizagem que buscam o desenvolvimento dos professores e, sobretudo, o fortalecimento da aprendizagem dos estudantes. O LS é desenvolvido por meio de fases, como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Fases do Lesson Study (LS)



Fonte: Traduzida e adaptada de Isoda, Arcavi e Lorca (2007, p. 27).

Murata (2011) e Souza e Wrobel (2017), a partir de experiências em LS desenvolvidas no Brasil, afirmam que ele potencializa a prática do professor em

conjunto com a aprendizagem dos estudantes. A partilha de forma colaborativa e o fato de poder contar com a experiência de outros professores otimizam e qualificam o trabalho em sala de aula e pode, em sua aplicação, ser dividida em três etapas:

Quadro 3 – Etapas do LS

Planejamento	Execução	Reflexão
<p>Momento em que os professores se reúnem para definição do conteúdo escolar e o caminho a ser percorrido de forma criteriosa, com objetivos gerais, específicos e todo o detalhamento dos procedimentos, recursos a serem utilizados e ainda avaliam a elaboração do plano de aula de forma colaborativa, intenciona o planejamento de situações, previsões de possíveis questionamentos por parte dos estudantes, consideram seus conhecimentos prévios e garantindo sua participação ativa durante a aula.</p>	<p>Momento de aplicação das tarefas organizadas no planejamento, durante a execução a atenção estará voltada para o professor (fala, encaminhamentos), e para os estudantes e as movimentações pertinentes ao momento de aprendizagem, sempre com o foco na valorização do erro como momento que irá auxiliar seu processo de aprender. (observações da lousa, compartilhamentos de ideias).</p>	<p>Momento de reunião e de forma colaborativa são discutidos e analisados os encaminhamentos dados ao planejamento pelo professor, refletir sobre as reflexões e aprendizagens dos estudantes, elencando possíveis discussões não previstas no planejamento da tarefa.</p>

Fonte: Murata (2011, p.2).

Como sabemos, a resolução de problemas ocupa lugar de destaque em um LS. Onuchic (1999, p. 207) afirma que “o problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento; problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação dos conceitos”. Já para Polya (1995 p. 81):

Resolver um problema é encontrar, por meios apropriados, um caminho onde nenhum é conhecido à partida, encontrar o caminho para sair de uma dificuldade, encontrar o caminho para contornar um obstáculo, atingir um fim desejado que não é imediatamente atingível.

Segundo Maldaner (2011), a década de 1960 foi marcada pelo “início”, ou por uma maior ênfase, das discussões sobre resolução de problemas (RPs). Estas se tornaram mais “acaloradas” quando ocorreu o lançamento do livro de George Polya, a “Arte de Resolver problemas”. No prefácio a sua primeira tiragem, registra-se:

Uma grande descoberta resolve um problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida a sua marca na mente e no caráter (POLYA, 1995, p. 5).

Ainda segundo o autor, o professor que intenciona desenvolver a capacidade de resolver problemas de seus estudantes deveria “trabalhar” de forma a incentivá-los à resolução de situações; ele deveria apresentar situações oportunizando prática e, ao mesmo tempo, realizar indagações ou questionamentos para que o estudante pudesse descobrir que seus questionamentos seriam o início de um processo de aprendizagem: “o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato Matemático qualquer” (POLYA, 1995, p. 3). Nessa perspectiva, o professor tem como um de seus deveres auxiliar seus estudantes, oportunizando o máximo de experiências possíveis. Isso deverá ocorrer de forma o mais natural possível, visto que “o estudante deverá ser auxiliado, nem demais nem de menos, mas de tal forma que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho” (POLYA, 1995, p. 17).

Ao procurar realmente ajudar o aluno, com discrição e naturalidade, o professor é repetidamente levado a fazer as mesmas perguntas e a indicar os mesmos passos. Assim, em inúmeros problemas, temos de indagar: qual a incógnita? Podemos variar as palavras e indagar a mesma coisa de maneiras diferentes: Do que é que se precisa? O que é que se quer? O que é que se deve procurar? A finalidade destas indagações é focalizar a atenção do aluno na incógnita. Algumas vezes obtém-se o mesmo efeito de maneira mais natural, com uma sugestão: considere a incógnita! A indagação e a sugestão visam ao mesmo objetivo: ambas tendem a provocar a mesma operação mental (POLYA, 1995, p. 18).

Sugere, ainda, que se generalizem os questionamentos realizados com e para os estudantes; que o professor se utilize do “bom senso” para encaminhar os questionamentos para o objetivo que se quer alcançar. Polya (1995, p. 2) ressalta que:

Há dois objetivos que o professor pode ter em vista ao dirigir a seus alunos uma indagação ou uma sugestão [...]primeiro auxiliá-lo a

resolver o problema que lhe é apresentado; segundo desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio.

Para se chegar a uma solução de um problema, Polya (1995) apresenta quatro fases: 1/ compreender o problema; 2/ identificar os inter-relacionamentos entre as informações e elaborar um plano; 3/ executar o plano de resolução e 4/ rever e discutir a resolução completa.

Nesse sentido, ao desenvolver um LS é preciso garantir o espaço da problematização, do levantamento de hipóteses, da investigação, da prática autônoma dos estudantes. É preciso fazer com que os conceitos matemáticos sejam estudados em minúcias pelos estudantes de modo a minimizar as dificuldades em relação a sua aprendizagem e sua utilização em contextos diversos. Desse modo, tem-se ampliado o interesse por desenvolver LS apoiados no Ensino Exploratório, de modo a reconstruir as ações discentes e docentes na sala de aula de Matemática.

4.2 Lesson Study (LS) e o Ensino Exploratório

No segundo capítulo, discutimos aspectos do conhecimento profissional do professor de Matemática, momento em que elencamos a ênfase dada por Ponte (2012) ao conhecimento didático por sua importância durante o processo de ensino e aprendizagem. Nesta sessão, estamos discutindo as origens do LS, suas etapas, seu foco na aprendizagem do estudante, no desenvolvimento do professor e a importância de desenvolvê-lo a partir do Ensino Exploratório.

Notamos que, em vários países, busca-se construir oportunidades de aprendizagem para os estudantes de modo que estes desenvolvam uma Matemática de descobertas, que possa ser comunicada entre seus pares com argumentos convincentes, validados e que se sustente teoricamente. Corroborando esse olhar, Quaresma (2018), norteadas pelos estudos de Maaß e Artigue (2013), afirma que:

O trabalho de natureza exploratória proporciona oportunidades para os alunos construírem e aprofundarem a sua compreensão de conceitos, procedimentos, representações e ideias matemáticas, bem como conceberem, concretizarem e justificarem as suas próprias estratégias de resolução. O papel do professor é selecionar e propor

tarefas adequadas e promover o envolvimento dos alunos na sua resolução. Cabe-lhe acompanhar e apoiar os alunos, mas sem se sobrepor a estes na resolução das tarefas e, na sequência, proporcionar momentos em que os alunos apresentam as suas resoluções e em que se sistematizam as aprendizagens (QUARESMA, 2018, p.41).

Para que o ensino exploratório ocorra, pressupõe-se que: “os alunos tenham a possibilidade de ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgir com significado e, simultaneamente, de desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação Matemática” (CANAVARRO, 2011, p.11). O autor afirma ainda que, nesse processo, o professor tem papel fundamental nas escolhas das tarefas e no delineamento das explorações matemáticas.

Assim, preocupa-se com observar e ouvir os estudantes ou grupos; avaliar as suas ideias matemáticas, buscando compreender e avaliar a validade Matemática de suas resoluções (CANAVARRO, 2011). Ao observar os estudantes (durante o monitoramento) e o percurso feito na busca em realizar a tarefa apresentada, o professor, no ensino exploratório, preocupa-se em “circular”, entre os grupos, sem responder as questões, mas coletando informações. Sua intenção é descobrir que ideias matemáticas estes estudantes estão explorando, considerando a diversidade e a validade dos conhecimentos matemáticos utilizados e, desse modo, definir quais são outros possíveis caminhos a seguir.

Outra prática, comumente realizada no ensino exploratório, são as anotações, observações, discussões e seleções de possíveis resoluções importantes e que podem ser partilhadas com os seus pares. Para Canavarro (2011, p. 16), “o propósito das discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos”. Logo, Canavarro (2011) destaca que, ao desenvolvermos o ensino exploratório, devemos considerar como necessário:

- Escolher de forma criteriosa as tarefas matemáticas, pois dessa escolha desprenderá as aprendizagens dos estudantes.
- Aprofundar os conhecimentos matemáticos e antecipar as dificuldades e questionamentos dos estudantes.
- Gerenciar o tempo utilizado para a realização da tarefa de aula.

- Promover e direcionar os comentários e encaminhamentos apresentados aos estudantes.
- Prever a utilização de recursos que agilizem a comunicação dos estudantes.
- Organizar o espaço físico de modo a registrar o conhecimento e as produções coletivas.
- Favorecer a discussão de ideias.
- Promover um ambiente propício e encorajador da aprendizagem.

Diante do exposto, observamos que o desenvolvimento do LS, por meio do Ensino Exploratório, pode propiciar aos estudantes oportunidades únicas de pensar, elaborar e compreender o conhecimento matemático utilizado para a resolução de uma tarefa. Além disso, pode promover, entre os professores participantes do LS, a compreensão sobre o modo como as abordagens didáticas facilitam ou prejudicam a aprendizagem Matemática dos estudantes.

Esse pensamento nos encaminha, mais uma vez, a ideia de uma aprendizagem “viva” da Matemática, aquela permeada pelos cenários investigativos, para além do trabalho tradicional, se distanciando das repetições, norteadas por questionamentos, que foge do paradigma do exercício, ao trabalhar com situações problemas ou proposições de problemas a serem resolvidos. Para Alro e Skovsmose (2006, p. 55 – 56):

Abandonar o paradigma do exercício para entrar em um ambiente de aprendizagem diferente, que chamamos de cenários para investigação. Eles são por natureza, abertos. Cenários podem substituir exercícios. Os alunos podem formular questões e planejar linhas de investigação de forma diversificada. Eles podem participar do processo de investigação. [...] o que acontece se...? Deixa de pertencer apenas ao professor e passa a poder ser dita pelo aluno também.

Um cenário investigativo serve, então, como uma solução que pode envolver o professor e os estudantes em situações diferenciadas e a serem solucionadas que, em seu planejamento, podem encaminhar a aprendizagem. Para que isso ocorra, resta apenas que estes atores aceitem participar dessa construção e, assim, o trabalho em um “cenário”, muitas vezes desconhecido, mas que, ao mesmo tempo, pode apresentar situações em que os conceitos já conhecidos possam ser utilizados. Estamos falando

aqui ainda de um caminho em que a didática de trabalho predomina e permeará a construção dos conceitos.

4.3 Lesson Study (LS) no Brasil

Para nos situarmos sobre o desenvolvimento do LS no Brasil, em um primeiro momento, realizamos um mapeamento das pesquisas realizadas nas diferentes regiões do país. A partir da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, foram utilizados os termos “Lesson Study”, “Estudo de Aula” e “Estudos de Aulas” como delimitadores. Para melhor direcionarmos a análise, selecionamos, a partir da leitura dos resumos, estudos com foco em Matemática, Formação de professores da Educação Básica (Ensino Fundamental – Anos iniciais e Finais e Ensino Médio).

Nesse contexto, observa-se que as pesquisas iniciais foram realizadas na região sudeste do país, alcançando o maior número de estudos na formação continuada de professores. Igualmente, nota-se a ampliação do número de pesquisas nas regiões sul, centro-oeste e nordeste. Vale ressaltar que na região centro-oeste, o Departamento de Matemática, da Universidade de Brasília tem se constituído em centro de pesquisa em LS na formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática. Aspectos importantes do desenvolvimento do LS no Brasil podem ser observado nos Anais do I Seminário Internacional de Lesson Study (LS) no Ensino de Matemática (I SILSEM¹³), realizado em maio de 2021, pelo Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM – UnB), Grupo de Pesquisa Prática Pedagógica em Matemática (PRAPEM – Unicamp), Grupo de Sábado (GdS – Unicamp) e demais instituições parceiras.

Um estudo desenvolvido no Ensino Fundamental Anos Iniciais (EFAI), por exemplo, foi o de Bezerra (2017) que organiza um processo de formação continuada no contexto de Lesson Study (LS) e analisa as aprendizagens construídas pelos professores participantes. Os resultados mostram que os participantes reagiram de modos diferentes à experiência formativa, ao mesmo tempo em que confirmam fatores, como a reflexão, o trabalho em grupo e o domínio do conteúdo matemático. A melhor compreensão da relação entre teoria e prática pedagógica foi decisiva para a aprendizagem dos professores. Além desses resultados, a autora defende o LS

¹³ Disponível em: <https://www.even3.com.br/silsem/>.

como importante processo formativo quando se busca ampliar os conhecimentos matemáticos e pedagógicos dos professores.

Outro estudo, também desenvolvido nos anos iniciais, é o de Utimura (2019) que utilizou o LS como metodologia para o trabalho sobre os racionais positivos com sete professoras, do quarto ano do Ensino Fundamental, durante um curso de extensão. Como resultados do estudo, destacam-se a ampliação dos conhecimentos matemáticos das professoras, especialmente quanto ao significado de quociente, e a constatação de que elas trabalhavam mais o significado parte-todo.

4.4 Lesson Study (LS) nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Minha experiência como formadora de professores de Matemática (cerca de 20 anos) mostra-nos as dificuldades conceituais e didáticas que os professores apresentam ao ministrarem conteúdos, como: campo aditivo e multiplicativo; frações; proporcionalidade; equações; entre outros, trabalhados pela primeira vez ou de forma mais aprofundada no EFAF. Logo, interessou-nos focar este segmento nos estudos em LS já realizados.

Para esse momento, utilizamos uma abordagem qualitativa e interpretativa (GIL, 2006), tendo como objetivo compreender as investigações brasileiras sobre o LS em Matemática, realizados no EFAF. O estudo interpretativo se configura como a última etapa das fontes bibliográficas, busca relacionar o problema com a solução proposta, indo além deles, realizando uma ligação com outros conhecimentos obtidos.

O critério para a seleção dos estudos deste mapeamento foi ser realizado na formação de professores de Matemática dos EFAF, no período de 2010 a 2020. Do mesmo modo que nas consultas anteriores, utilizamos o banco de teses e dissertações da Capes. Após uma primeira delimitação, realizamos a leitura dos trabalhos para identificar aqueles com o foco almejado. Assim, realizamos a leitura de 4 teses de doutorado, dentre as quais foi identificada 1 (uma) que se adequou ao critério estabelecido. Das 14 dissertações de Mestrado, após a leitura, identificamos trabalhos com foco em: tecnologias, experiências formativas, estudos sobre o contexto da aula, estudos sobre geometria, Estágio Supervisionado, Resolução de problemas, divisão, entre outros, desenvolvidos nos Anos iniciais e Ensino Médio. No entanto, aplicado o critério estabelecido, foram selecionadas 5 (cinco) pesquisas. Dos 22 artigos científicos coletados, 3 (três) se adequaram ao critério estabelecido. Para

as análises dos estudos, observamos: questão de pesquisa/ objetivo, referencial teórico, metodologia e resultados, como mostra o quadro no apêndice B.

Em E1, de Felix, (2010), observamos um estudo de natureza qualitativa e interpretativa junto a estudantes do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública de São Paulo, tendo os pesquisadores como objetivo: refletir sobre sua própria prática docente. Desse modo, o foco deu-se nos saberes e conhecimentos dos professores, tendo como referência a proposta curricular para o componente de Matemática do Estado de São Paulo. Os conteúdos trabalhados foram de: frações, ângulos e polígonos, utilização de réguas e compassos para trabalho com triângulos, teorema de Tales, em forma de sequências didáticas. Como principais aportes teóricos, utilizou-se Shulman (1986), para este, segundo Felix, (2010, p.7) “o conhecimento é formado por três bases do conhecimento: o conhecimento específico da disciplina, o conhecimento pedagógico e o conhecimento do contexto” e Polya (1995) para o trabalho com a resolução de problemas.

O estudo fundamentou-se na metodologia da Lesson Study (LS), apresentando como estrutura metodológica: Reflexão (Etapa 1); Planejamento/ propor (Etapa 2); Execução (Etapa 3); Avaliação (Etapa 4); Em E1 é destacado a resolução de problemas como um apoio ao desenvolvimento dos diferentes níveis de aprendizagem; evidencia que o conhecimento dos estudantes pode ser um rico recurso a sua aprendizagem quando apresentado e discutido com a turma de forma colaborativa. Enfatiza, ainda, que o conhecimento pedagógico e conceitual do professor pode ir além do discutido pelo currículo e livros didáticos.

E2, de Neto, (2013), após uma análise crítica sobre o currículo de Matemática do Estado de São Paulo, com foco no componente de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de São Paulo, propõe a elaboração de sequências didáticas sobre os conteúdos: Múltiplo Divisor Comum, Máximo Divisor Comum, frações, operações com frações, decimais e figuras planas. Essas elaborações foram norteadas pela resolução de problemas (POLYA, 1995) e aplicadas. Podemos intuir pelo texto que o aplicador foi o próprio pesquisador. Como percurso metodológico, a pesquisa apresenta as fases do LS apoiados em: Fernandez e Yoshida (2004), Fujii (2014), Isoda *et al.* (2007) de forma adaptada que dizem respeito: à Reflexão (1ª Etapa); ao Planejamento/ propor (2ª Etapa); à Execução (3ª Etapa); e à Avaliação (4ª Etapa). Nesta última, o autor ressalta ter sido realizada uma retomada das etapas anteriores; ele alia, ainda, a esse percurso o trabalho com as

etapas da resolução problemas de Polya (1995). Como conclusões, elencam que a Lesson Study (LS) auxiliou a potencializar o Currículo, já que foi possível conciliar a álgebra com a geometria, e o modelo pictórico se mostrou importantíssimo para o passo inicial da algebrização.

E3, de Ponte, Quaresma e Pereira, (2016), realiza uma pesquisa de natureza qualitativa e interpretativa, com o objetivo de compreender as potencialidades do estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional e os desafios que se colocam para a sua realização. Para isso, elaboram um estudo com cinco professores do 5º e 6º ano do ensino fundamental (indicadas pela direção), em uma escola de Lisboa. Utilizam o Estudo de aula em uma sequência de tarefas e séries de aplicação definidas pelos partícipes da pesquisa (professores, equipe gestora da escola). Como aportes teóricos, dentre outros, esse estudo utiliza Lewis, Perry e Hurd (2009), além de conhecimentos sobre o conteúdo pedagógico.

Como metodologia de trabalho, foram realizadas 12 sessões para o estudo de aula, divididas em etapas, como: a observação, o planejamento e a reflexão. Na primeira, foram apresentados os pressupostos desta metodologia e discutida a programação do trabalho; da 2ª sessão a 6ª, foi realizado um aprofundamento do conhecimento sobre o tópico de trabalho, como: análise de documentos; resolução de tarefas; definições dos tópicos de pesquisa; análise de diagnóstico das turmas de aplicação; definição de casos de generalização dos tópicos a serem trabalhados no caso os números racionais; discussão sobre alterações das tarefas planejadas; discussão sobre possíveis dificuldades e estratégias de aplicação e sobre a síntese a ser realizada no final da observação entre outros.

Na sessão 7, ocorreu a observação da aula e, na sessão 8, os participantes dedicaram-se à reflexão sobre a aula. Com base nestas reflexões (sessão de 9 a 12), as professoras prepararam um plano para uma segunda aula, seguindo os mesmos passos realizados na primeira etapa e, na sessão 12, refletiram sobre as aulas. Por fim, os dados (em um diário de bordo, vídeos aulas, áudios) foram transcritos e analisados. Como aporte teórico, esse estudo utiliza Lewis, Perry e Hurd (2009), Murata (2011); Lesson Study (LS) ou Estudo de aula de acordo com Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012); raciocínio (indutivo e dedutivo) e trabalho colaborativo e formação de professores de acordo com a pesquisa de Ponte (2002).

O estudo apresenta todas as etapas do LS, utilizado na sua forma original, com a presença de observadores, diálogos colaborativos, oportunidades de elaboração de

tarefas diversificadas e reflexões pré e pós-aula, com o olhar na aprendizagem dos estudantes e na formação do PEM. Como conclusões, evidenciou-se que a resolução de problemas facilitou a compreensão conceitual da Matemática, permitindo a análise de disparidades e exploração de diferentes olhares. As professoras participantes elencaram o valor do raciocínio matemático, das generalizações e justificações para a aprendizagem da matemática.

E4, de Neves, (2018), elabora uma proposta de instrumento de avaliação nos moldes de um Lesson Study (LS), norteado por: Fernandez e Yoshida (2004), Fujii (2014), Isoda e Olfos (2009), Isoda (2010, 2016), Gaigher, Souza e Wrobel (2017). Desse modo, evidenciaram-se a preocupação com a didática, em preparar o professor para potencializar a aprendizagem dos estudantes em aulas de Matemática. A pesquisa concluiu que é extremamente importante o detalhamento no planejamento de cada uma das etapas da LS, considerando o currículo e o conhecimento prévio dos estudantes e os impactos do conteúdo para as futuras aprendizagens em Matemática e, ainda, para preparar o professor para a organização e condução dos momentos de aula.

E5, de Boreli, (2019), teve como objetivo investigar as contribuições que os Estudos de aula acarretam no desenvolvimento dos professores. A pesquisa foi realizada com 2 (dois) professores licenciados em Matemática de uma escola privada. Analisou as dificuldades dos estudantes, as proposições realizadas para superação dessas dificuldades, as relações que o professor estabeleceu com os conhecimentos produzidos em pesquisas e investigou que uso os professores fazem dos materiais e da pesquisa no processo de preparação de aula.

O estudo, de natureza qualitativa e interpretativa, utilizou como aportes teóricos para a formação de professores: Shulman (1996, 1997), Ponte (2002) e Curi (2005); para a discussão sobre o desenvolvimento profissional, embasou-se em Hargreaves (2001), sobre o conhecimento de números inteiros, dentre outros, teve como referencial Glaeser (1985), que traz elementos que nos possibilitam analisar as mudanças pelas quais os professores passam durante o processo de ensino, permitindo que eles próprios visualizem a melhoria da aprendizagem de seus estudantes.

O estudo de aula foi realizado em seis encontros, em três fases: o planejamento (escolha do tema, estudos teóricos, análise de livro didático, planejamento de atividades complementares ao material didático). A implementação da aula

acompanhamento e observação da aula planejada, com registros escritos (diários de bordo, gravações, resoluções dos estudantes) e a reflexão: momento de análise de todo processo realizado em sala de aula, verificando se os objetos traçados foram alcançados, verificando se havia necessidade ou não de ajuste. Como resultados, os autores destacam a ampliação do conhecimento do currículo e do conteúdo.

E6, de Richit e Ponte, 2020, analisa, por meio de entrevistas, os conhecimentos profissionais de sete professores de Matemática do ensino básico de escolas públicas de Lisboa, que participaram de estudos de aula sobre números racionais. Cada um dos quais com 12 sessões de cerca de duas horas, sob a coordenação de uma equipe de professores-pesquisadores do Instituto de Educação, da Universidade de Lisboa. Como aportes teóricos, utilizaram Roldão (2007), Ponte (2014 e 2012) e Canavaro (2003); para o conhecimento e a formação profissional, Stygler e Hiebert, (2016); e para Estudos de aula, embasaram-se em Ponte *et al.* (2016).

Como resultado, os autores ressaltam que os estudos de aula sinalizam perspectivas para a formação de professores de Matemática no cenário nacional e apontam uma mudança na prática profissional, isso pelo fato de oportunizar aos participantes situações de trabalho colaborativo, que possibilitam o crescimento profissional a partir do diálogo e do apoio mútuo.

Acrescentamos a este mapeamento três pesquisas realizadas no Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) sobre LS, publicadas no Brasil em formato de E-book devido à sua riqueza de detalhes sobre a LS desenvolvida.

Em E7 (SOUZA; WROBEL, 2017), as autoras apresentam a primeira obra da série “Lesson Study (LS)” em Matemática, que objetiva comunicar experiências de LS para introduzir a temática discutida. Elas justificam o estudo como sendo um projeto que pode encaminhar uma reconstrução de propostas para a escola básica, tendo como ponto de partida as práticas escolares. No percurso escolhido, apresentam a concepção de Schulman (1986) sobre o conhecimento pedagógico e os aspectos que tornam possível a aprendizagem. O estudo é realizado a partir do “Problema do café com leite”, como descrito a seguir.

Suponha que você tenha uma xícara cheia de café do respectivo e saborosíssimo líquido negro e um copo alto cheio de leite, cerca de 6 vezes o tamanho da xícara. Mergulhe uma colher de chá na xícara de café e despeje o seu conteúdo no copo de leite. Depois, volte a mergulhar a mesma colher no copo que agora tem a mistura e devolva à xícara de café. Completada essa operação, qual destas afirmações

está certa? 1) Há mais café no copo de leite do que leite na xícara de café. 2) Há tanto café no copo de leite quanto leite na xícara de café. 3) Há mais leite na xícara de café do que café no copo de leite (SOUZA; WROBEL, 2017, p. 23).

A pesquisa discorre sobre a importância do trabalho com a resolução de problemas, com professores do 3.^o e 4.^o ciclo do Ensino Fundamental, e objetivava contribuir para as suas práticas letivas. Como conclusões, dentre outras, pode-se elencar, segundo Souza e Wrobel (2017, p.75), “[...] todas essas reflexões e ponderações provocadas nos professores, utilizando o Lesson Study (LS) como método de Formação Continuada foi algo extremamente rico e valioso”. O estudo destaca, ainda, as mediações realizadas pelas pesquisadoras, considerando as ponderações dos professores e, sobretudo, mediando os processos desencadeados pelos estudos conceituais e matemáticos.

Em E8 de Souza (2020), os autores apresentam o problema “Peixes para Contar e Estimar” e ressaltam uma característica do problema, que é não apresentar uma narrativa contada em linguagem natural ou não apresentar uma representação evidenciada para a sua solução. Para Souza *et al.* (2018, p. 27):

Na Psicologia Cognitiva, problemas desse tipo podem ser categorizados como em um *continuum* de clareza das representações mentais. As representações geralmente envolvem percepções, pensamentos, uso de memória(s) na mente da pessoa durante operações cognitivas. Ao contrário, exercícios de Matemática com representações bem definidas costumam promover menos estímulos internos.

A escolha do problema reflete uma preocupação com a formação destes profissionais e com as possíveis reflexões que seriam realizadas.

Flora gosta muito de peixes. O maior dos seus aquários é para os peixes vermelhos. São muitos e como estão sempre em movimento Flora não consegue ter ideia de quantos são, mas gostaria de saber a quantidade aproximada. Resolveu então fazer o seguinte: mergulhou uma pequena rede e apanhou alguns peixes. Ao contá-los constatou serem 38. Com uma tinta permanente, marcou-os na cauda com um ponto preto. Voltou a lançá-los no aquário e eles se misturaram com os que lá tinham ficado. No dia seguinte, mergulhou de novo a mesma rede e desta vez contou 33 peixes. Destes, 7 tinham a marca preta. Aproximadamente, quantos peixes vermelhos tem Flora? (SOUZA *et al.*, 2018, p. 24-25).

Dando continuidade à série: “Lesson Study de Matemática”, Campos *et al.* (2021) comunicam, seguindo as mesmas etapas citadas anteriormente, o LS focado em “Dividir e compartilhar” que, segundo as autoras, se detém em uma operação que os estudantes mais apresentam dificuldades na interpretação e na resolução. O planejamento foi norteado por premissas em que as professoras tiveram o cuidado para que fossem trabalhados nas tarefas:

[...] 4 tipos de divisão, quais sejam: 1) números naturais no dividendo e no divisor e ausência de zero no quociente; 2) um zero no quociente; 3) dois zeros não sequenciais no quociente; 4) um número não inteiro no quociente, com a vírgula seguida de um zero, ou seja, o algarismo da ordem dos décimos seria o zero (CAMPOS *et al.*, 2021, p.34).

Outra premissa foi cuidar do tipo de perguntas que seriam feitas aos estudantes. Para as autoras “[...] Perguntas do tipo: “O que vocês entenderam do problema?” ou “Como vocês resolveriam?” são amplas e prejudicam o fluxo de raciocínio. Esses questionamentos foram repensados e substituídos por: “[...] quais são os dados do problema? ou “O que o problema está pedindo?”(2021, p. 33). Como resultados, evidenciou-se uma maior compreensão conceitual por parte dos estudantes. O planejamento colaborativo promoveu a diversidade de pensamentos, estratégias e bagagens matemáticas. Os participantes foram unânimes em afirmar que sem o pensar coletivo eles teriam mais dificuldade em planejar a aula e prever reações e respostas dos estudantes.

4.5 Prospecções e convergências

Para compreender os principais resultados apresentados nos estudos realizados e identificar possíveis lacunas, elaboramos uma síntese dos estudos. As pesquisas: E1, E5 e E8 utilizam como aporte teórico Shulman (1986), destacando o conhecimento pedagógico do conteúdo e sua importância na formação do PEM. Isso nos mostra o quanto é preciso garantir que os professores desenvolvam tanto o domínio do conteúdo quanto da didática. Souza *et al.* (2017, p.7) afirmam que:

Shulman (1986) propõe a noção de conhecimento pedagógico de conteúdo, como o conhecimento sobre os aspectos do conteúdo que o fazem ensinável a outros, isto é, como um conhecimento sobre o conteúdo para o ensino, que não pode ser reduzido a uma versão do conhecimento de conteúdo.

Os estudos mostram o quanto essa compreensão impactou, positivamente, o desenvolvimento profissional dos professores.

Em E1, E2 E4; E5, E6 e E7 podemos encontrar como aporte teórico Isoda *et al.* (2012), uma obra referencial sobre o Lesson Study (LS), traduzida do Japonês pelos autores, que discute aspectos históricos da LS, mostrando sua aplicação por professores e como melhorar, a partir dele, o trabalho com a Matemática em sala de aula. O acesso à literatura especializada sobre a LS, em especial, a que descreve os processos de desenvolvimento da LS na cultura escolar japonesa, ajuda-nos a entender sua dinamicidade e as exigências em função das características culturais de cada país.

Sobre as etapas da LS, evidenciamos que, mesmo com adaptações, todos os estudos realizaram, ao menos, as quatro etapas essenciais da LS (identificação do problema, planejamento da aula, implementação ou aplicação, avaliação e revisão dos resultados). O quadro do Anexo B reúne os instrumentos, contextos e percurso dos LS desenvolvidos.

Os estudos são, em sua maioria, de natureza qualitativa e interpretativa, mesmo aqueles que trabalharam com a elaboração de uma avaliação - (E4) e (E7). Para Gil (2002), em uma pesquisa qualitativa, fica evidenciado que os conhecimentos a serem produzidos têm a influência direta do pesquisador quando dá explicação das situações que podem ser observadas no trabalho pedagógico. “Estes elementos serão analisados à luz de um referencial teórico, como também a partir das explicações construídas nas vivências e experiências adquiridas no contexto ao qual o pesquisador está imerso” (GIL, 2002, p.16).

E1, E2, E5 e E8, pautam-se na resolução de problemas segundo Polya (1995). Para esse autor, um problema pode ser simples, mas precisa promover o desafio, a curiosidade, a capacidade inventiva de resolução por meios próprios. Isso poderá promover, no estudante, a autoconfiança pela descoberta, que é considerada por Polya como algo que pode gerar o gosto pela criação que este levará por toda vida.

De modo geral, os estudos assumiram a resolução de problemas em situações que demandavam dos estudantes ações investigativas e, dos professores, mediações

bem planejadas. Assim, notamos que nos estudos não estava em foco um problema de aplicação puramente conceitual/procedimental, mas a noção de situações problemas, que ampliavam as possibilidades da compreensão de um conteúdo por parte dos professores e dos estudantes. Logo, nota-se que os estudos realizados priorizaram a problematização, o levantamento de hipóteses, a investigação, a autonomia dos estudantes, alguns em aproximação com o *ensino exploratório*. Tudo isso se contrapõe à abordagem tradicional, a ótica dos exercícios predomina e as ações dos professores e dos estudantes pautam-se nesse *paradigma*.

Igualmente, os estudos enfatizam que o planejamento necessita ser “pensado” e direcionado para que auxilie, de fato, a construção e o desenvolvimento da aula de Matemática de qualidade. Eles sugerem, ainda, que se generalizem os questionamentos realizados com e para os estudantes, que o professor se utilize do “bom senso” para encaminhar os questionamentos de acordo com o objetivo que se quer alcançar.

Nos estudos realizados, nota-se que o principal objetivo das tarefas, para além do desenvolvimento profissional do professor, foi a aprendizagem dos estudantes; em uma espécie de “espiral”, uma depende da outra. Por exemplo: o aprendizado do estudante depende de um planejamento fundamentado conceitualmente por parte dos professores participantes das pesquisas, (reportam entraves; utilizam suas experiências de forma colaborativa). Outro ponto importante é a busca em desenvolver o conhecimento matemático dos professores e dos estudantes, inicialmente por meio de percepções e sentidos norteados por leituras, visualização e manipulação, com o auxílio de figuras; sistematizações realizadas pelos próprios estudantes ou professores e, posteriormente, pelo estímulo à formulação de hipóteses, bem como à busca pela validação, que ocorreu quando o conteúdo foi sistematizado. As tarefas não foram desenvolvidas com o intuito de servir como um manual para ensinar os conteúdos, mas como um apoio aos professores que desejavam trabalhar os conteúdos de maneira diferenciada, proporcionando, ao estudante, participar da construção da Matemática. Esse olhar corrobora com a explicação dada por Osório e Meirinhos, (2014), e utilizada nesta pesquisa, quando afirmam que a cooperação e a colaboração no âmbito acadêmico distinguem em função do grau de divisão do trabalho. A cooperação pode ser evidenciada no momento em o que as tarefas são subdivididas em subtarefas realizadas

individualmente. Na colaboração, o grupo realizam a tarefa de forma conjunta. (OSÓRIO e MEIRINHOS, 2014).

Muitos professores de Matemática, no cotidiano de suas salas de aula, conseguem perceber a necessidade de se buscar maneiras ou práticas que possam tornar a aprendizagem mais significativa. Não obstante a isso, busca-se um planejamento sob a ótica crítica da Matemática, em que “novos” conhecimentos, “novos” caminhos e novas soluções poderão ser construídos por meio do desenvolvimento do LS.

Pelos estudos analisados, observam-se poucos estudos em LS abarcando tópicos curriculares dos anos finais do ensino fundamental, considerados de difícil tratamento pelos professores, como é o caso de equações, funções, entre outros. Logo, entendemos que há espaço para o desenvolvimento de LS neste segmento de modo a contribuir com a formação e o desenvolvimento profissional de professores de Matemática e, conseqüentemente, com a aprendizagem discente.

5 METODOLOGIA

*A educação, qualquer que seja ela, é sempre uma teoria do conhecimento posta em prática.
(Paulo Freire)*

Para Sacristán e Gómez (1998, p. 19), a educação em sua amplitude cumpre uma função que é de socialização “a sala de aula como qualquer grupo ou instituição social pode ser descrita como um cenário vivo de interações, que se intercambiem explicita ou tacitamente ideias, valores e interesses diferentes do seguidamente enfrentado”. Sobre essa perspectiva, Fernández (1990 *apud* SACRISTÁN; GOMES, 1998, p. 17) complementa:

A escola é um cenário permanente de conflitos [...] O que acontece na aula é o resultado de um processo de negociação informal que se situa em algum lugar intermediário entre o que o professor/a ou a instituição escolar querem que os(as) estudantes façam e o que estes estão dispostos a fazer.

Essa ideia de “conflito”, quando pensamos em LS, nos leva à compreensão que, ao trabalharmos a Matemática, não podemos nos restringir a um único objetivo, mas compreender que as descobertas encontradas durante o percurso podem ser de extrema importância. O imprevisível e a inovação poderão ser de grande valia para o processo de compreensão dos conceitos matemáticos.

Assim, o estudo integra um grupo de professores que atua nos anos finais do ensino fundamental, que foram convidados a participar do desenvolvimento de um ciclo de LS, assumindo como desafio o tópico curricular de Números inteiros, escolhido por eles de forma consensual.

5.1 O percurso metodológico

Ao entendermos a escola como um cenário de conflitos, divergência, convergência, como também de inovação e colaboração, percebemos que o Lesson Study (LS) pode trazer benefícios no que diz respeito ao ensinar e ao aprender tanto de professores quanto de estudantes. Para tanto, a abordagem de pesquisa foi qualitativa e interpretativa, entendendo-a como um fenômeno social, com interações, investigações e a sua realidade é condicionada pela situação de investigação. Sob

esta ótica a “investigação ocorre numa relação de grande proximidade com os investigadores, observando os fenómenos e o ambiente, procurando perceber o significado das ações do seu ponto de vista e recolhendo os documentos” (QUARESMA, 2018, p. 49). Isso possibilitou o desenvolvimento da pesquisa de modo mais flexível e sensível às prováveis mudanças.

O paradigma interpretativo surge na pesquisa educacional a partir do reconhecimento da relevância da educação como um ambiente em que as pessoas interagem, interpretam e constroem sentidos em função da capacidade de interpretar seu mundo.

Sendo assim, buscamos construir um ambiente favorável ao diálogo, à cooperação, à colaboração, de modo que os professores participantes tivessem confiança para socializarem suas dificuldades e suas experiências e habilidades profissionais; um ambiente que possibilite aos pesquisadores e aos participantes a “interpretação dinâmica e totalizante da realidade, visto que os fatos não podem ser relevados fora de um contexto social, político, econômico etc.”, trata-se aqui de uma oposição ao positivismo¹⁴ (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 6).

5.2 Onde nos encontramos em relação à teoria

Na realidade, muito se discute sobre encaminhamentos pedagógicos, mas a busca por novos horizontes em termos de metodologia é o que nos move e nos orienta na escolha em percorrer um determinado caminho ou percurso metodológico. De forma racional, evitar a estagnação da racionalidade é termos a clareza de que um caminho metodológico demanda uma diversidade de escolhas, definindo onde, como e com quais recursos a ação poderá ser realizada. Outro ponto que pode ser ressaltado é garantir certa regularidade, no sentido de sequência de estudos de modo que essas decisões tenham elementos que encaminhem para a continuidade.

Nesse contexto, entendemos que a parte teórica sempre será imprescindível. E, na atualidade, talvez por um apego ao ensino tradicional, pode reverberar em

¹⁴ Positivismo: concebe uma visão estática, fixa e fotográfica, tangível e mensurável da realidade, cuja tônica remete-se à observação e análise dos fenômenos sociais, e conseqüentemente, educacionais, dentro de uma ótica experimental e quantitativa, baseada na impessoalidade dos dados e nas clausuras laboratoriais (MARTINES *et al.*, 2011, p. 39).

processos de não aprendizagem por parte dos estudantes dos conceitos em Matemática. Para D'Ambrosio (2021. p.35):

Talvez o maior dos entraves a uma elaboração mais racional e atual do ensino da matemática seja o de nos apegarmos em demasia aos esquemas tradicionais. Aliás, parece-nos não haver outra justificativa, além da tradição, para a estrutura atual do ensino. As aquisições mais recentes da Matemática moderna e da psicologia não são consideradas no panorama geral do ensino. Entre a Matemática como ela é estruturada atualmente e como é ensinada em escolas médias há diferença de séculos, quando não de milênios. Consequência direta disto é a falta de unidade que o aluno nota na matéria. A falta do estudo das transformações e figuras evidencia a falta de preocupação nesse sentido

Podemos compreender que, apesar de termos encontrado muitos estudos ou produções sobre a prática em Matemática, o elemento central nem sempre é a colaboração. Porém, acreditamos que ela é uma ação importante para o desenvolvimento profissional, ao mesmo tempo em que defendemos a realização de novos estudos que promovam a reflexão e a colaboração no ambiente de trabalho do professor, de modo que se observe e se considere seus anseios e sua prática, possibilitando a ampliação de seus conhecimentos matemáticos e didáticos.

Quando pensamos na prática, tem-se, na atualidade, um discurso da falta de tempo, de apoio, de diálogos sobre as demandas de ordem prática que surgem na sala de aula de Matemática.

Outro ponto que podemos elencar, considerando a experiência desta pesquisadora, é de que muitos docentes com a formação específica em Matemática trazem uma percepção de que se o conteúdo for “dominado”, eles conseguirão alinhar esses conteúdos a metodologias adequadas. Dessa forma, eles entendem as práticas ou teorias, apresentadas em sua formação, como um caminho para o desenvolvimento de seu planejamento, na elaboração de suas tarefas em Matemática.

Esta percepção foi construída a partir de teóricos sobre desenvolvimento profissional do professor. Nesse sentido, Fiorentini e Crecci (2013) afirmam que ensinar não é apenas uma coleção de habilidades técnicas, é ir além. Esse olhar é corroborado por esta pesquisadora, que entende o professor como um produtor de conhecimento e de seu aprendizado, tendo suas ações mediadas pela sua formação e por seu planejamento.

Podemos destacar, ainda, Nacarato (2005), Tardif (2002) que elencam a valorização dos saberes dos próprios professores, suas vivências e o conhecimento de seu meio e de suas necessidades que podem ser compartilhadas de forma colaborativa. Outro balizador de nossos estudos, quando trabalhamos com a colaboração, é Fiorentini (2004) que afirma que nos grupos de colaboração podemos encontrar a ideia de voluntariedade, de identidade e espontaneidade (querer participar), liderança e corresponsabilidade (percursos são negociados) e ainda um apoio mútuo entre os partícipes do estudo.

5.3 Contexto de realização da pesquisa

É importante apresentar, aqui, um contexto diferente do ocorrido durante a elaboração deste estudo, isso porque, na sociedade mundial, as escolas estavam voltando de um longo período fechado por conta de uma pandemia (da Covid-19), período em que todos foram obrigados a se isolar e a usar máscaras. Todos os setores da sociedade foram afetados (economia, saúde e a educação, entre outros). Assim, o nosso estudo se iniciou em um momento de maior controle dessa pandemia, muito difícil para o mundo e não foi diferente para a educação, para os estudantes e para os professores.

Nesse contexto, a escola de aplicação é uma instituição privada, localizada no distrito federal, que teve suas atividades subitamente suspensas, em média por 1 (um) ano, iniciando, em sua maioria, na modalidade de aula *online* e, dessa forma, se mantendo até quatro meses antes do desenvolvimento do ciclo de LS que integra a presente pesquisa. Esse contexto nos fez realizar muitas adaptações em nosso percurso, como, por exemplo, realizar as sessões com os professores de modo virtual e somente o desenvolvimento da aula de investigação e sua análise de forma presencial. Isso porque as escolas ainda estavam se adaptando. De certa forma, o “momento” acabou estimulando/provocando os professores a “reaprenderem a ensinar”, buscando tecnologias e planejamentos diferenciados. Enfim, a singularidade do momento trouxe a busca pela capacitação em metodologias, sobretudo aquelas com o uso de tecnologias.

Foi em meio de tantas adversidades que iniciamos a pesquisa, com as escolas retornando para o ensino híbrido. Com professores e estudantes “estafados” de um período de afastamento, dominados ainda por incertezas, mas motivados pela

retomada. Esse contexto nos trouxe muita dificuldade na organização dos horários com os professores pelo aumento substancial do trabalho deste profissional para dar vazão a todas as situações de entraves de aprendizagem apresentados pelos estudantes, durante esse período com o auxílio de internet, de colegas, enfim, um período que respostas eram sempre apresentadas, mas que não refletiam a aprendizagem dos estudantes.

Para a elaboração desta pesquisa, estabelecemos como critério de participação professores com experiência em sala de aula. Assim, reunimos quatro professores Licenciados em Matemática de uma mesma escola e que lecionavam ou que tinham experiência com turmas do 7º ano. A turma de aplicação foi escolhida pelos professores participantes entre as quatro turmas de 7º ano existentes na escola. A justificativa dada para a escolha foi o fato de que a turma era a que mais apresentava entraves de aprendizagem em relação ao conteúdo de Números inteiros. A adesão dos professores se deu de forma voluntária, assumindo características singulares de diálogos, cooperação e colaboração em função de suas experiências formativas, as quais serão detalhadas mais adiante. Por uma questão de organização, os participantes serão denominados a partir deste momento como: D1, D2, D3, D4.

A estrutura física da escola conta com salas de aulas acondicionadas, pátio para a recreação, laboratórios de informática, sala *google*, biblioteca bem equipada, laboratórios de informática, química, biológica e física, quadras de esportes, piscinas para prática esportivas, lanchonetes, secretarias e salas de atendimento individual.

5.4 Um olhar sobre a organização

O LS foi desenvolvido ao longo de 9 (nove) sessões, realizadas no período de março a maio de 2022, sendo sete sessões virtuais e duas presenciais, cada sessão teve a duração média de duas horas. Definimos que nas sessões perpassaríamos pelas quatro fases obrigatórias do LS, como denotado a seguir:

Figura 6 – Lesson Study



Fonte: Traduzida e adaptada de Isoda, Arcavi e Lorca (2007, p. 27).

Cada sessão assumiu alguns pressupostos teóricos que embasaram as ações dos participantes e os diálogos empreendidos ao longo das etapas. Quais sejam:

a) **Atividade:** Inclui a execução de tarefas, que engloba ações físicas ou mentais, refere-se essencialmente ao estudante e as suas decisões dentro de um contexto específico. Neste contexto, a tarefa se insere dentro da atividade (PONTE, 2015). Este mesmo autor afirma ser pela atividade e sobre as reflexões desencadeadas que o estudante aprenderá. Ele elenca, ainda, que a atividade é composta por dois elementos: a tarefa e a situação didática elaborada pelo professor.

b) **Tarefa:** representa os objetivos de cada uma das ações da atividade e é realizada pelo estudante. Nesta pesquisa, foi elaborada pelo grupo e apresentada aos estudantes pelo professor regente. Em seguida, ela foi interpretada. Para Chirstiansen e Walther (1986 apud PONTE, 2015, p. 15), “a tarefa proposta torna-se objeto da atividade dos alunos”. Sob essa ótica, as tarefas são definidas pelo autor como: “ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática” (PONTE, 2015, p.16). Por consequência, para ele, as tarefas devem envolver os estudantes, estimulando a compreensão, formulação e resolução de situações problemas, apresentando a Matemática como uma atividade humana e em

desenvolvimento. As tarefas deverão ser sensíveis às experiências, promovendo a disposição dos estudantes em realizá-las. Podem ser abertas ou fechadas desde que sejam desafiadoras; devem apresentar nível de dificuldade adequado aos estudantes e o tempo destinado a sua realização deve ser condizendo com sua complexidade.

c) **Colaboração:** O trabalho colaborativo entre professores, entre estudantes e entre estudantes e professores pressupõe a partilha de experiências que pode contribuir para mudanças e por promover reflexões sobre encaminhamentos dados às atividades de aula. Para Hargreaves (2001), o trabalho colaborativo se constitui de forma espontânea e voluntária e pode ser compreendido como uma forma de desenvolver o profissional das diversas áreas de conhecimento, isso pelo fato de que estes sujeitos são submetidos a situações e desafios para os quais se espera um posicionamento, condizente ou não ao esperado.

Quadro 4 – Delineamento das Sessões

Etapa 1: Planejamento	
<p>1ª Sessão NP¹⁵</p> <p>Duração: 2h</p> <p>Dia: 14/03</p>	<p>No primeiro encontro foi apresentada o Lesson Study Escrita do Diário de bordo pela pesquisadora.</p> <p>A sessão teve como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Caracterizar o grupo de professores participantes quanto às suas práticas docentes e concepções sobre a aprendizagem Matemática dos estudantes; ✓ Identificar as contribuições da literatura especializada sobre o ensino e a aprendizagem do tópico curricular definido para o estudo;
<p>2ª Sessão NP</p> <p>Duração: 2h</p> <p>Dia 22/03.</p>	<p>No segundo encontro, os professores foram convidados a realizar um diálogo sobre as leituras dos textos enviados antecipadamente quais sejam:</p> <p>Texto 1: Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática – João Pedro da Ponte.</p> <p>Texto 2: Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? – Dario Fiorentini.</p> <p>A sessão teve como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Estabelecer com o grupo os objetivos da aula de investigação. ✓ Apresentar os tópicos curriculares sugeridos pelos professores e suas respectivas justificativas. ✓ Definir de modo consensual os conteúdos que seriam abordados na aula investigação.

¹⁵ NP. Não Presencial

	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Diferenciar os conceitos de Atividade e Tarefa no âmbito das leituras realizadas. ✓ Refletir coletivamente e de forma colaborativa sobre possíveis dificuldades que justifiquem a escolha do conteúdo a ser estudado durante a LS. ✓ Escrever o Diário de bordo pela pesquisadora.
<p>3ª Sessão NP</p> <p>Duração: 2h</p> <p>Dia 05/04.</p>	<p>No terceiro encontro, os professores foram convidados a realizar um diálogo sobre as leituras dos textos enviados antecipadamente quais sejam:</p> <p>Texto 3: Lesson Study como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática sobre o Conceito de Volume, dos autores Roger Artur Jähring Wanderley e Maria Alice Veiga Ferreira de Souza, 2020.</p> <p>Texto 4: Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios, da autora Ana Paula Canavarro. 2011.</p> <p>A sessão teve como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Compreender o Ensino exploratório da Matemática, no que diz respeito às ações dos estudantes e dos professores. ✓ Compreender a dinâmica do Lesson Study, norteadas pelos artigos lidos antecipadamente pelo grupo, com foco na formação profissional e na elaboração do planejamento realizado.
<p>4ª Sessão NP</p> <p>Duração: 2h</p> <p>Dia 12/04.</p>	<p>No quarto encontro, os professores foram convidados a realizar um diálogo sobre as leituras dos textos enviados antecipadamente quais sejam.</p> <p>Texto 5: de João Pedro da Ponte, Marisa Quaresma, Joana Mata Pereira. Intitulado: “É Mesmo necessário fazer plano de aula.</p> <p>A sessão teve como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Conhecer um percurso de planejamento, em detalhes, sobre o Lesson Study, analisando cada um dos pontos discutidos no artigo. ✓ Diferenciar o planejamento apresentado e a experiência de planejamento do grupo
<p>5ª Sessão NP</p> <p>Duração: 2h</p>	<p>No quinto encontro, os professores foram convidados a dialogar sobre currículo, discutindo sobre os números inteiros nesta organização, para isso, foi realizada a análise de três livros:</p> <p>A sessão teve como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Apresentar uma análise sobre a forma com que o conteúdo de números inteiros foi realizado. ✓ Apresentar uma análise sobre o aprofundamento conceitual apresentado no livro didático analisado.

<p>6ª Sessão NP</p> <p>Duração: 2h</p>	<p>No sexto encontro, os professores foram convidados a dialogar sobre planejamento da aula investigativa, apresentando a primeira proposta de planejamento para a aula.</p> <p>Teve como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Refletir sobre limites e possibilidades do plano elaborado. ✓ Resolver tarefa de aula elaborada e identificar possíveis alterações.
<p>7ª Sessão NP</p> <p>Duração: 2h</p>	<p>No sétimo encontro, os professores foram convidados a realizar um diálogo sobre o planejamento apresentado na sessão anterior.</p> <p>A sessão teve como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Revisitar o planejamento e as antecipações. (possíveis estratégias de solução, dúvidas por parte dos estudantes). ✓ Definir o modo colaborativo como a tarefa seria apresentada e o modo como os estudantes a realizaria. ✓ Eleger colaborativamente os pontos a serem observados durante a aula investigativa.
Etapa 2: Implementação	
<p>8ª Sessão P¹⁶</p> <p>Duração: 2h</p>	<p>No oitavo encontro, os professores do grupo realizaram a aplicação do planejamento da aula elaborado de forma colaborativa na turma de 7º ano.</p> <p>A sessão teve como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Aplicar o planejamento de aula elaborado durante as sessões. ✓ Observar os encaminhamentos dados pelos estudantes durante as tarefas realizadas. ✓ Observar os encaminhamentos dados pela professora regente (PR) durante aula. ✓ Realizar anotações de possíveis entraves e melhoramentos para diálogos durante o Neriage.
Etapa 3: Reflexão e avaliação dos resultados	
<p>9ª Sessão P</p> <p>Duração: 2h</p>	<p>No nono encontro, os professores do grupo realizou a discussão sobre a tarefa realizada.</p> <p>A sessão teve como objetivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Realizar uma análise conjunta sobre a aplicação e realização das tarefas de aula propostas. (Neriage). ✓ Elencar pontos de melhoramentos no planejamento elaborado.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

¹⁶ **P** - Sessão presencial.

5.5 Os instrumentos de coletas de dados

Os dados foram coletados durante as sessões, por meio do uso de instrumentos como: questionário, observação, diário de bordo e gravações.

5.5.1 Questionário

Definido por Marconi e Lakatos (1999, p. 200) como “instrumento de coleta de dados constituído por uma série de perguntas, que devem ser respondidas por escrito”. Nesse instrumento, foram apresentadas questões abertas, aquelas que nos permite coletar as informações a partir de sua linguagem própria. E ainda questões fechadas (Vide: APÊNDICE F)

5.5.2 Gravações de áudio e vídeo

Todas as sessões foram gravadas, degravadas e analisadas, pois se constituíram em uma rica fonte de informações que apoiaram a análise de dados. Nelas foram captadas e identificadas informações importantes para o trabalho de investigação do LS. Seu uso foi definido na pesquisa pelo momento, como já sinalizado de um retorno pós-pandemia, em que as escolas, em sua maioria, ainda se encontravam com ensino remoto ou em reorganização curricular, com muitos estudantes com déficit de aprendizagens. Temos o entendimento de que as gravações, apesar de não fornecerem respostas definitivas, se tornam um importante instrumento para o entendimento e a compreensão das aprendizagens estabelecidas. A audição e comparação de gravações auxiliaram na compreensão das decisões tomadas durante o percurso da pesquisa.

5.5.3 As observações

Definidas por Marconi e Lakatos (1999, p. 227) como sendo o momento em que se “utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se deseja estudar”. Neste LS, os observadores, durante a experimentação, foram

orientados a não interagirem com os estudantes, se restringiram a observar e tomar notas sempre com o olhar em possíveis perguntas ou comentários durante a realização das tarefas; as respostas dos estudantes aos questionamentos do professor; suas generalizações, observações, justificativas, negociações, entaves de linguagem Matemática.

5.5.4 O Diário de Bordo

O Diário de Bordo se constitui em uma forma de registro escrito do professor e da pesquisadora de suas observações sobre a prática realizada. Este instrumento serviu como um local de exposição de observações sobre os aspectos didáticos observados pelos participantes durante o LS, relativos às discussões realizadas. Os professores registraram pontos de discussões, entaves observados durante o desenvolvimento da aula investigação, acertos, dificuldades, facilidades, as atitudes dos estudantes, as propostas de ação, as possíveis soluções apresentadas durante o processo. Desse modo, o diário de bordo foi um registro de extrema importância para a análise dos dados.

A preocupação era não perder informações importantes, por isso, o diário de bordo foi utilizado em todas as sessões. Os dados (encontros *on-line* e presencial, discussões, ponderações, instrumentos elaborados pelos professores e pelos estudantes) foram organizados, transcritos e analisados em cada uma das etapas estabelecidas, sempre com o olhar em nosso problema e objetivo de pesquisa. Ponderamos ser o discurso dos professores e estudantes o nosso foco, seus encaminhamentos, suas percepções sobre a dinâmica do LS, a forma de trabalhar colaborativamente, com reflexões durante a elaboração sobre as decisões tomadas pelos estudantes. Por fim, análise dos documentos produzidos durante a realização da pesquisa.

5.5.5 O Livro didático

Ao consideramos o livro didático como um ponto de apoio para o PEM, entendemos que ele é utilizado como fonte de recursos conceituais e, em muitos casos, como o único recurso. Assim, compreendemos que esse recurso irá influenciar na preparação das aulas, no planejamento e na organização das avaliações. Buscou-

se, neste LS, dialogar sobre a importância da utilização para além do livro didático, de outros referenciais teóricos que possam nortear, aprofundar o planejamento para o ensino da Matemática. Esse pensamento é apontado por Sacristan (2000, p. 158.) quando afirma que:

Seguramente, entre nós, a melhoria do ensino também se deve, em boa parte, à maior qualidade dos livros-texto, mas falta, no entanto, uma política de intervenção decidida para fomentar a pesquisa e experimentação de materiais alternativos; algo que as editoras ou não podem se permitir quando são fracas, ou não têm necessidade de fazê-lo para colocar seus produtos no mercado quando são fortes.

Com esse pensamento, definimos que o ponto de partida seria a análise dos livros utilizados e escolhidos pelo grupo. Em especial, os capítulos que abordam números inteiros. Desse modo, propusemos ao grupo a análise de 3 (três) livros didáticos nas versões para professor e para os estudantes. Antes de iniciar, apresentamos as seguintes perguntas: Qual a importância do livro didático para o seu planejamento? Você pesquisa sobre o conteúdo a ser trabalhado em outros materiais?

Dentre os livros analisados, 1 (um) é utilizado na escola de aplicação no 7º ano e os outros dois foram escolhidos pelos PEM, como uma referência para o ensino de Matemática. Quais sejam:

- ✓ **Utilizado na escola:** Giovani, Giovani Jr e Castrucci - A conquista da Matemática dos autores– Ed. FTD, Livro do aluno - 2019. ISBN 978859602352.
- ✓ **Extra:** Patáro, P. M. e Balestri, R. Matemática Essencial 7 — 2019. Ed. Scipione. ISBN: 9788547402389.
- ✓ **Extra:** Martins, L. F. e Garcia, G. M. R. Compartilha Matemática- ORG. Ed. Moderna. 2020. ISBN: 978851612591

6. O DESENVOLVIMENTO DE UM CICLO DE LESSON STUDY (LS)

6.1 1ª Sessão

Na primeira sessão, foi aplicado o questionário e realizado um diálogo com os professores sobre suas expectativas. Nesse momento, nenhum dos professores sabia, de forma clara, sobre o que seria a pesquisa. Todos tinham a expectativa de qualificar seus planejamentos. Durante a sessão, compreendemos que nem um dos participantes tinha tido contato com o Lesson Study (LS), buscávamos atingir os seguintes objetivos:

- caracterizar o grupo de professores participantes quanto às suas práticas docentes e concepções sobre a aprendizagem Matemática dos estudantes;
- identificar as contribuições da literatura especializada sobre o ensino e a aprendizagem do tópico curricular definido para o estudo.

6.1.2. *Os sujeitos e a relação à priori construídas sobre os conceitos*

No questionário, algumas informações sobre o grupo de professores emergiram, tais como: o professor D1 é iniciante, sendo seu primeiro semestre ministrando o componente de Matemática. O professor D2 tem cerca de 5 (cinco) anos de experiência e os professores D3 e D4 possuem entre 16 e 20 anos de experiência em sala de aula. Todos trouxeram expectativas de aprendizagem para além de sua formação inicial.

D1: Crescimento profissional. Acredito que essa experiência irá me proporcionar conhecimentos que servirão de subsídios em minha prática pedagógica.

D2: Aprendizado, capacitação, cooperação e principalmente colaboração para o desenvolvimento e novas iniciativas na educação.

D3: Muita produtividade e conhecimento

D4: Aumentar meu leque de conhecimento da prática.

D2, D3, D4, já traziam vivências práticas em escolas da educação básica, porém poucas oportunidades de momentos formativos. Logo, a constituição do grupo foi marcada pela singularidade em função das características pessoais, profissionais e sociais de seus membros, imprimindo ao estudo características comuns ao “estudo de caso”. Essa modalidade de pesquisa pode ser explicada por Ponte (2006, p. 2) como: “uma situação específica que se supõe ser única e especial”. De acordo com Gil (2002), o estudo de caso busca esclarecer as “decisões tomadas” durante uma investigação, a fim de entender os resultados dentro de seu contexto. Entretanto, no LS, temos ciência de que os verdadeiros caminhos são construídos ao longo do percurso, de forma ética e colaborativa, permitindo, ao professor participante seu direito de voz e de escuta.

Com o questionário aplicado e respondido pelos professores, obtivemos ainda, algumas informações sobre a percepção de planejamento. Quando perguntados sobre a necessidade do conhecimento do currículo para o planejamento, todos afirmaram ser importante. Porém, a resposta de D2 nos chamou a atenção:

D2: Sim, totalmente, as coisas mudam, os tempos mudam, há uma necessidade de atualizar a forma de aplicação para continuar transmitindo o conhecimento, e o planejamento colabora com isso, dentre vários fatores que implicam nesse sucesso, um por exemplo é o fato de que o planejamento de conteúdos na prática induz a atualização da aula.

Na resposta de D2 e durante nossos diálogos na 1ª sessão, os professores apresentaram a ideia do currículo estruturador como sendo o momento de organizar os conteúdos. Em nenhum momento elencaram uma percepção diferente, como, por exemplo, o “Currículo oculto”. Percebe-se que o entendimento desses professores se restringe à organização de conceitos já explícitos em documentos, como a matriz curricular da escola. Não demonstraram a percepção de que podem organizar esses conteúdos com recortes da realidade e com os fenômenos que podem ser compreendidos dentro desse conceito. Essa prática de trabalhar os conteúdos conforme a realidade, na maioria das vezes, ocorre quando solicitadas pela gestão da escola, na aplicação de projetos, elaborações em momentos específicos, como feiras, apresentações teatrais.

A partir do questionário, outras informações foram organizadas: dos 4 professores dois têm entre 39 e 54 anos de idade e os outros dois têm entre 30 e 39 anos. 50% dos participantes têm entre 1 e 5 anos de conclusão da licenciatura em Matemática, os outros dois participantes têm entre 16 e 20 anos de conclusão. Todos estudaram em instituições particulares, D1 e D4 na Universidade Católica de Brasília D2, na Universidade Estácio e D3 no Centro Universitário Nove de Julho – Uninove. D4 possui pós-graduação em Gestão e Orientação Escolar e D3 tem mestrado em Economia. D1 e D2 ainda não possuem pós-graduação.

Sobre as formações das quais participaram e as que desejavam participar: D1 buscou participar de formações voltadas às tecnologias; D2 buscou participar de *lives*, com temáticas voltadas, principalmente, à auxiliar na sua atuação sobre cuidados mentais, tanto para professores como para os alunos. D3 buscou formações sobre o Novo Ensino Médio e sobre o uso de tecnologias. Já D4 buscou formações sobre novas tecnologias, principalmente na escola de atuação.

O motivo dessa busca, conforme acreditamos, nos foi dado nesta 1ª sessão de LS, quando os professores elencaram que a pandemia os fez se “transformar”, que a tecnologia era pouco utilizada em suas aulas e, de repente, tiveram que trabalhar de forma *online* por causa da pandemia de Covid-19. Essa mudança brusca trouxe à tona não somente a falta de traquejo com a tecnologia, mas também muitos casos de depressão entre os professores e estudantes e isso foi foco de preocupação para esse grupo.

Sobre o planejamento realizado pelos professores para o ano letivo de 2022, os questionamentos realizados foram: Relate como foi realizado o planejamento pedagógico para o ano de 2022, em sua escola. Considera condizente com a realidade dos estudantes? Os gestores participaram destes momentos de planejamento? Sugerimos, ainda, que a resposta fosse detalhada.

As respostas dadas foram objetivas. Todos os quatro professores afirmaram ter sido realizado no começo do ano, em dois momentos, um com as orientações gerais e depois por área de conhecimento e, ainda, com a participação da direção e da coordenação no primeiro momento. Afirmaram que não tinham, naquele momento, muitas discussões sobre os conteúdos específicos. Eles tiveram como objetivo realizar o planejamento anual e os planejamentos de aula de investigação eram construídos normalmente quando surgia a necessidade.

Foram convidados a pensar em qual conteúdo curricular consideravam necessitar de uma maior atenção no seu planejamento de aula, e que considerassem para a resposta a realidade dos estudantes de sua turma de atuação. Nesse momento, foi dialogado que o conteúdo escolhido seria colocado em discussão no contexto do Lesson Study (LS). Obtivemos como escolha: Equação do 1º grau; Números inteiros; Geometria, e Campo aditivo e multiplicativo. Após diálogos com o grupo, pensando na turma em que seria desenvolvida a aula investigação, foi definido o conteúdo de Números inteiros.

A justificativa apresentada pelos professores foi de que os números inteiros sempre traziam desafios de aprendizagem, pelo fato de trazer muitas informações “novas” para os estudantes. Para o grupo, tratava-se de um conjunto numérico “novo” a ser apresentado aos estudantes e, por isso, era importante trabalhar seu planejamento.

Em seguida, buscamos investigar se consideravam importante ter maior aprofundamento conceitual, levando em conta o planejamento. Convém ressaltar termos solicitado uma justificativa. Como respostas obtivemos:

D1: Sim é importante, o conhecimento de estudos sobre os conteúdos matemáticos.

D2: Sim, sem entender o conceito é difícil entrar na prática. O estudo de referenciais teóricos e do currículo é muito importante e ainda de estudos sobre os conteúdos.

D3: Sim, com certeza, esse é um item dentre outros, que eu já responderia normalmente como a citação de melhoria do ensino. O ensino da Matemática precisa de aprofundamento, tanto na parte conceitual quanto experimental e prática. Isso deveria vir via uma organização do currículo.

D4: Sim, é importante sempre a parte teórica e depois a parte prática.

Pelas respostas, podemos identificar que o grupo compreende ser o conceito importante para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática, mas podemos observar a existência de uma “hierarquia”, na qual o conceito deve vir antes da prática. Nesse caso, apesar de denotarem uma relação de dependência, são pensadas como duas ações em que a prática não poderá ser realizada sem o trabalho anterior com o conceito.

Essa percepção trata o trabalho conceitual e a prática como fases diferentes de um planejamento, concebidas hierarquicamente numa sequência, em que a prática não pode anteceder à construção do conceito. E acabam por enfatizar a teorização em detrimento da prática. Em contraponto a esta percepção, podemos pensar no desenvolvimento da capacidade de argumentação, de uma aprendizagem cativada, negociada com os estudantes que estão na fase de desenvolvimento de conhecimentos matemáticos (MOREIRA; DAVID, 2015), como já sinalizada em nosso estudo teórico, o que nos encaminha ao entendimento de que a formação do PEM perpassa por um processo de elaborações durante toda a sua vivência escolar.

O grupo ainda apresentou possíveis causas de entraves em relação à aprendizagem dos estudantes em Matemática no 7º ano do ensino fundamental, como: falta de pré-requisitos; descompromisso por parte dos estudantes; excesso de conteúdos; entre outros.

Por fim, eles foram convidados a responder sobre a mudança relativa ao seu fazer pedagógico, refletindo o que ela pode representar para a sua área de atuação? E para seus estudantes?

Buscava-se compreender qual a importância que esse professor dava a sua formação e sua predisposição a essas mudanças, tendo em vista que a expectativa era de que suas respostas denotassem anseios de mudanças, de “algo novo”. As respostas fornecidas alinhavam-se a estas expectativas:

D1: É muito importante, as mudanças.

D2: Pode representar o acompanhamento do tempo, não podemos ficar parados, todo tempo a educação se transforma e o professor precisa acompanhar.

D3: Na minha experiência, vejo que há, sim, uma necessidade de aplicação de mudanças, o que me faz ver com otimismo a iniciativa.

D4: A mudança muda o tempo inteiro, precisamos sempre acompanhar esse processo.

Compreendemos que, no grupo de professores, alguns tinham muita experiência e outros nem tanto, e isso se mostrou ao nosso olhar como positivo, tendo em vista a oportunidade de trocas entre os mais experientes em processos de ensino da Matemática em escolas do Ensino Fundamental e profissionais com menos experiências.

6.2 2ª sessão

Após conhecermos um pouco mais os partícipes da pesquisa, deu-se continuidade às sessões e em cada uma delas consideramos como referencial para a análise os estudos de Ponte (1998, 2012),

E ainda norteadas pela LS, podemos resumir o percurso da seguinte forma:

Figura 7 – Elaboraões sobre o Lesson Study



Fonte: Traduzida e adaptada de Isoda; Arcavi; Lorca, (2007, p. 27).

Nessa perspectiva, para atingirmos nosso objetivo geral: Compreender as contribuições do LS na ampliação do conhecimento do professor sobre a disciplina que ministra e sobre as necessidades didáticas que ela impõe á sua prática docente e, ainda, o nosso terceiro objetivo específico: analisar as contribuições das diferentes etapas do Lesson Study (LS) a partir da intervenção realizada tendo como foco o desenvolvimento profissional docente, deu-se sequência à investigação com as sessões do Lesson Study (LS).

Participaram da segunda sessão, D1, D2, D3, D4, e a pesquisadora. Como nas sessões anteriores, utilizamos o “Teams”, uma plataforma que possibilita a gravação de áudio e imagem.

Figura 8 – Registros da 2ª sessão

	
<p>Apresentação da 2ª sessão</p>	<p>Grupo de pesquisa – Professores Licenciados em matemática – Apresentação do grupo.</p>
	
<p>Diálogos realizados</p>	<p>Diferenciações entre formas de trabalhos em sala de aula</p>

Fonte: Acervo da pesquisa.

Os professores demonstravam empolgação em participar da sessão. No primeiro momento, retomamos as discussões da primeira sessão que, de modo geral, giraram em torno do entendimento do que era o Lesson Study (LS) e, ainda como já sinalizado, solicitamos que respondessem ao questionário. Em seguida, o grupo foi convidado a realizar uma discussão sobre as leituras dos textos enviados antecipadamente, quais sejam: João Pedro da Ponte, Intitulado: “Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática” (PONTE, 2014) e Dario Fiorentini: “Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente?” (FIORENTINI, 2019, p. 40-46).

Intencionávamos com essas leituras que eles compreendessem a importância da colaboração para a realização das construções. Podemos retomar, aqui, a ideia do desenvolvimento da capacidade de argumentação, de uma aprendizagem cativada, negociada com os estudantes que estão na fase de desenvolvimento de conhecimentos matemáticos (MOREIRA; DAVID, 2015).

Procurávamos clarificar que o conteúdo escolhido seria colocado em discussão por sua importância nas próximas sessões. Como já sinalizado

anteriormente, a primeira escolha: Equação do 1º grau; Números inteiros; Geometria e Campo aditivo e multiplicativo. Durante os diálogos, os professores descartaram Equação do 1º grau com o argumento de que os entraves apresentados em sua compreensão eram devido ao fato de não compreenderem as regras de sinais. O grupo descartou o conteúdo de campo aditivo e multiplicativo por não ser um conteúdo do 7º ano, entenderam que era utilizado, mas não apresentado, em sua forma inicial, no 7º ano. O conteúdo de Geometria eles consideraram não ser um conteúdo necessário para este momento, pelo grau de dificuldade apresentado para o 7º ano. Definiram, então, Números inteiros.

A justificativa pedagógica apresentada pelos professores foi a de que os números inteiros sempre traziam um desafio de aprendizagem, pelo fato de trazer muitas informações “novas” para os estudantes. Para o grupo, tratava-se de um conjunto numérico “novo”, porém, ao mesmo tempo, “velho”, quando pensavam em uma espécie de “continuidade” do conjunto dos números naturais, já conhecido pelos estudantes, e, por isso, era importante trabalhar seu planejamento.

Dando continuidade e norteados pelos textos lidos, realizamos um diálogo sobre a diferenciação entre atividades e tarefas de aulas de modo colaborativo. Trabalhamos com um “Padlet” (recurso tecnológico), no qual cada participante deveria definir, considerando as leituras realizadas, os pontos a seguir de forma isolada. Cada um inseriu sua definição de: D1 planejamento, D2: cooperação, D3: tarefa de aula, D4: colaboração. Como na imagem registrada do momento.

Figura 9 – Segunda sessão de LS



Fonte: Aplicativo Padlet, com a elaboração colaborativa entre professores e a pesquisadora.

As definições inseridas foram (optamos por descrevê-las aqui para facilitar a visualização, pois na imagem a visualização pelo tamanho tornaria essa ação mais difícil):

- ✓ Planejamento: é um documento no qual está registrado tudo que se pretende fazer durante a aula, o objetivo da aula e a metodologia. É um documento muito importante.
- ✓ Cooperação: o trabalho cooperativo conta com algumas variáveis que se tornam aplicações práticas para que ele exista, tais como: voluntariedade, identidade e espontaneidade.
- ✓ Colaboração: é uma forma de trabalhar em parceria, de trabalhar em equipe.
- ✓ Tarefa de aula: a tarefa tem como objetivo uma ação, porém nem sempre por meio da tarefa o professor consegue verificar a aprendizagem.

Após a inserção, de forma colaborativa, eles foram orientados a reunir as informações para que pudessem dar coerência às elaborações e a seus entendimentos. É o que mostram as falas a seguir:

D4: Acho que se juntarmos às escritas dá para entender muito do que está no texto, quando falamos de cooperação e colaboração.

D2: Eu entendi a dinâmica como a professora D4, momento eu coopero e outro eu colaboro. No momento acho que estávamos

escrevendo trechos de forma separada... quando estávamos conversando professora aí sim, estamos colaborando para que o texto e o entendimento fiquem mais coerente. Muito boa essa construção conjunta.

D3: São várias cabeças pensando com um mesmo objetivo, que é compreender o que está ocorrendo.

D1: Também entendi assim.

Podemos observar o entendimento, por parte dos professores, sobre a importância de um trabalho colaborativo; foi evidenciado, ainda, que esta forma de trabalhar pode trazer aos participantes uma noção de que as discussões podem ser sistematizadas com mais clareza e encaminhar ao entendimento do todo. Essa percepção pode ser encontrada em teóricos, como Hargreaves (1988), que afirma ser o princípio da colaboração a vontade de querer trabalhar junto com os colegas de forma espontânea.

Na sequência, nas discussões do encontro, buscou-se compreender o que são “atividades” e “tarefas”. Para isso, o texto norteador foi o estudo João Pedro da Ponte, Intitulado: “Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática” (PONTE, 2014).

D3: Fizemos uma leitura bem cuidadosa. E acho que a tarefa é uma ação dentro da atividade.

D2: Ficou bem semelhante ao que a professora D3, falou no meu entendimento, Porque Foi bastante a narrativa do texto. Ele passa a ideia de atividade como um todo, como o conjunto, o componente onde vai ter a aprendizagem, dá a ideia de que isso ocorra desde que você tenha o aluno ativo no processo de ensino e aprendizagem e a tarefa né? Ela é uma ação dentro da atividade então ela não é o responsável por si só da aprendizagem.

D1: Entendi.

D4: Na verdade as tarefas são ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem de Matemática.

D2: Então a tarefa ela pode ter ou não essa potencialidade. Né? E o que que vai depender essa potencialidade do planejamento e dos objetivos de aprendizagem que a gente tem.

D4: Então ela pode dar lugar a diversas atividades conforme a forma e o modo como ela for proposta. A forma de organização dos trabalhos dos alunos, o ambiente que a gente vai colocar como aprendizagem.

P: E o que concluíram com isso?

D4: Que quando eu penso numa atividade dentro dela está inserida a minha tarefa de aula.

D3: Que a gente não vai pegar uma lista de exercícios dos nossos livros didáticos e colocar uma sequência para os meninos? Se não vai ficar desconexo.

Durante a sessão, notamos uma grande experiência em ensino de Matemática por dois dos professores, D3 e D4, que têm mais de 20 anos de experiência em sala de aula. Foi evidenciada a pouca experiência dos outros dois professores. D1, por exemplo, se restringiu concordar ou entender, apesar de, juntamente com D2, demonstrar empolgação em participar e ouvir os demais colegas. De certo modo, o equilíbrio foi mantido, pois de um lado havia muita experiência e da outra muita vontade de aprender. Vale ressaltar a seriedade dos professores com a leitura e discussão dos textos.

Foi observada a dificuldade de D1 em se posicionar, nos momentos de discussão, sempre acenando com um “concordo” ou “está bem”. O que pode denotar um não entendimento da proposta ou certa dependência em relação ao já exposto pelos outros colegas.

D4:___São várias cabeças pensando com um mesmo objetivo, que é compreender o que está ocorrendo.

D1:___também entendi assim.

Ou

D1: Como outro colega colocou, os estudantes sentem muita dificuldade em fazer as atividades...

Esse trecho pode ser explicado pela cultura docente ou a “balcanização” que clarifica termos em algumas pesquisas, como sendo uma colaboração que divide, na qual um indivíduo age com “conformismo” em relação às colocações ou ideias dos outros.

Considerando a classificação de Ponte (2012), cuja base é o conhecimento didático com o conhecimento da Matemática para o ensino; conhecimento do aluno e de sua aprendizagem; conhecimento de currículo e o conhecimento de sua prática, nessa sessão, são perceptíveis que as experiências desses profissionais funcionaram como primeiros degraus de sua caminhada de formação profissional. Isso se evidencia pelas trocas ou mesmo pelas concordâncias em relação às ideias discutidas entre os participantes do LS. Esse nosso olhar se justifica na medida em que se consideram

as experiências vivenciadas por esses sujeitos em suas salas de aulas e ainda pela experiência dos diálogos, que foram oportunizadas pelo LS, que permitiu uma preparação do PEM para externar suas opiniões relativas aos planejamentos ou às discussões realizadas. Até aquele momento, o sentimento desta pesquisadora era de que D1 e D2 estavam sempre aguardando uma aprovação dos demais colegas para validar seu pensamento. E D3 e D4 ainda aguardavam uma “validação” da pesquisadora, para justificar suas observações.

Sobre didática, podemos destacar, no caso de D1 e D2, pouco amadurecimento em relação ao conhecimento para o ensino, o que justificaria as respostas sempre retomando as já apresentadas pelos outros colegas, sempre reafirmando a ideia apresentada.

6.3. 3ª sessão

Iniciamos essa sessão com um breve estudo sobre os números inteiros, conteúdo definido pelo grupo. Essa introdução foi elaborada pela pesquisadora com o objetivo de elencar pontos de discussão que norteiam o currículo sobre os números inteiros e, ainda, para nos amparar em algumas discussões realizadas com o grupo participante do LS.

6.3.1. Números inteiros origem e possibilidades

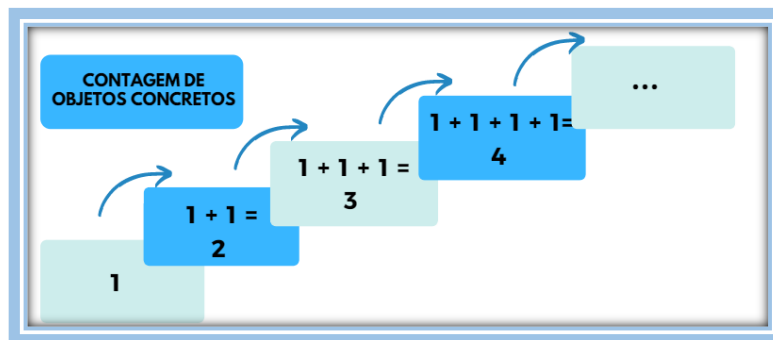
A capacidade de elaborações matemáticas, no que diz respeito a aritméticas realizadas pelo homem, durante um longo tempo, acabou por direcionar a sistematização dos números inteiros que, como todas as outras descobertas matemáticas, partiram de uma necessidade prática de uso em relações comerciais (trocas, pagamentos dívidas, entre outras). Com esse pensamento, compreendemos que o entendimento desse conjunto se deve a descobertas matemáticas anteriores registradas dentro da história da Matemática a seu modo, com junções de conhecimentos e registros matemáticos nas diversas partes do mundo, estando ligado diretamente à evolução e às sistematizações dos números naturais.

É necessário, aqui, o entendimento de que os números trazem, em sua essência, o conceito de unidade, e a essa unidade podemos agregar a ideia de contagem que se inicia pelo número um. Para Paterlini (2017 p. 16):

Do ponto de vista quantitativo, o número um representa a nossa percepção diante de um objeto considerado em sua unidade. Em outros termos, um é um conceito abstrato, representante de uma ideia universal, que construímos quando observamos do ponto de vista quantitativo, cada objeto em sua unidade. O número **um** é também chamado unidade.

A junção de várias unidades acabou por formar o que chamamos de números naturais, que pode ser traduzido como uma sequência de somas de unidades. Desse modo, se pode ter uma ideia de contagem.

Figura 10 – Contagem de objetos concretos



Fonte: Elaborada e adaptada a partir de Partelini (2017, p.17).

Com o tempo, a história da Matemática avançou com novas sistematizações e pôde ser reconhecida como uma ciência exata que poderia, na medida do possível, produzir conhecimentos de forma sistematizada sobre todos os aspectos teóricos e práticos. Nessa evolução, foram sendo sistematizados os conhecimentos matemáticos sobre o conjunto dos números inteiros. Ele foi elaborado a partir das sistematizações já existentes para os números naturais. Essa sistematização pode ser compreendida com a resposta dada por Giuseppe Peano (1858-1932) quando, em seus estudos, apresentou a teoria relativa aos números naturais.

Giuseppe Peano compreendeu que era necessária uma linguagem para que um sistema de numeração possa ser representado e, ainda, um olhar sobre as diferentes formas de representação que devem levar em conta necessidades de aplicação e a técnica disponível (PATERLINI 2017). Assim:

1. Existe uma função $s: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ e associa a cada $n \in \mathbb{N}$ um elemento $s(n) \in \mathbb{N}$, chamado o sucessor de n .
2. A função $s: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ é injetiva.
3. Existe um único elemento, denotado por "1", no conjunto \mathbb{N} , tal que $1 \neq s(n), \forall n \in \mathbb{N}$.
4. Se um subconjunto $X \subset \mathbb{N}$ é tal que $1 \in X$ e $s(X) \in X \Rightarrow X = \mathbb{N}$.

(CONSOLI; GUILHERME, 2017, p.6)

Os axiomas elaborados por Peano garantem a sucessão numérica (1º axioma), a propriedade da função (2º axioma), a neutralidade de "1", no sentido de não ser sucessor de nenhum outro número a partir do qual todo o conjunto é iniciado (3º axioma). Já o quarto axioma formaliza a ideia da sequência de operações que são realizadas para a sistematização dos conjuntos dos números naturais.

Outro ponto que precisa ser compreendido é a necessidade de existência do zero. No sistema posicional, ele é tido como aquele que irá ocupar a casa vazia, porém esse número assume grande importância para o desenvolvimento de definições e fórmulas Matemáticas, não somente para o conjunto dos números naturais.

A criação de um símbolo para representar o nada constitui um dos atos mais audazes do pensamento, uma das maiores aventuras da razão. Essa criação é relativamente recente (talvez pelos primeiros séculos da era cristã) e foi devida às exigências da numeração escrita. Todos conhecem o princípio em essa numeração se baseia e qual é o papel que nela desempenha o símbolo zero. Uma coisa em que nem toda a gente repara é que essa numeração constitui uma autêntica maravilha que permita, não só escrever muito simplesmente os números, como efetuar as operações (CARAÇA, 1951, p.6).

Se pensarmos um pouco, compreende-se que o conjunto dos números naturais é o conjunto de números positivos. Para melhor entendimento da relação entre os números naturais e os números inteiros, pode-se considerar a afirmação de Parterlini (2017, p. 189):

A Álgebra também apresenta situações em que se faz necessário considerar os números naturais com a qualidade de negatividade. Por exemplo, ao procurar uma possível solução x da equação $7+x = 3$, vemos que nenhum número natural pode exercer esse papel. Percebemos que o valor quantitativo de x deve ser 4, mas x deve agir na operação $7 + x$ de forma oposta à adição usual. É necessário que $+ x$ opere retirando quatro unidades de 7, para resultar 3. Essas observações nos trazem a ideia de considerar, para cada número

natural $n \neq 0$, um outro número, quantitativamente igual a n , mas de qualidade oposta. Chamaremos de negativos a esses números.

A sistematização do conjunto dos números inteiros não foi algo simples de ocorrer. Historicamente, estamos falando de uma evolução de pensamento que levou séculos. Surgiram, nesse caminho, problemas como dificuldades em trabalhar os números negativos isoladamente, dificuldades de trabalhos com a reta numérica, dificuldades em reconhecer o zero absoluto e o zero como origem, entre outras; isso trouxe à tona um olhar diferente para a aplicação, um outro contexto até então desconhecido (TEIXEIRA, 1993).

Para esse mesmo autor, as propriedades do sistema de números inteiros acabam por ganhar novo significado, pois, no caso dos naturais, os sinais são utilizados de forma operatória, isso porque: “ou se retira” ou “se acrescenta” algo, nos números inteiros, trata-se de acréscimos ou decréscimos. Na prática, o que ocorre é que podemos chegar a generalizações que são expressas nas regras de adição: sinais iguais somam-se e conservam o sinal; sinais diferentes somam-se e conservam o sinal do maior ou os opostos são subtraídos e conservamos o sinal do maior em módulo. As operações de adição e subtração ganham novo significado, na história da Matemática, após a utilização do zero pelos babilônios em estudos astronômicos, mesmo que o utilizando como um símbolo de representação do vazio.

Segundo Caraça (1951), o zero é o primeiro número dos conjuntos dos números inteiros, trata-se de uma descoberta historicamente recente. Assim, para esse autor, as ideias de sequência e contagem estão associadas aos números inteiros. De modo geral, temos as representações do zero absoluto (contagem); zero origem (medida); zero como valor posicional (representação do vazio); zero como operatório (dado).

Em relação às operações, Caraça (1951, p. 101) apresenta as operações de adição e subtração:

$$\begin{aligned}
 (p - q) + (r - s) &= p - q + r - s & \text{e} & & (p - q) - (r - s) &= p - q - r + s \\
 &= p + r - q - s & & & &= (p + s - q - r) \\
 &= (p + r) - (q + s) & & & &= (p + s) - (q + r)
 \end{aligned}$$

O autor elenca ainda que, em particular, tem-se que:

$$a + (-b) = a + (0 - b) = a + 0 - b = a - b$$

$$a - (-b) = a - (0 - b) = a + b - 0 = a + b.$$

Este mesmo autor afirma, ainda, que, ao realizarmos a soma de um número negativo, essa ação equivale a subtrair um número positivo com o mesmo módulo; e que, ao subtrairmos um número negativo, equivale a somar um positivo com o mesmo módulo. Poderá ser apresentado não como um conjunto novo, mas como um número natural $n \neq 0$, um outro número, quantitativamente igual a n , mas de qualidade oposta.

6.3.2. Números inteiros e a aprendizagem em sala de aula

Em sala de aula, o trabalho com o raciocínio quantitativo e o pensamento funcional, como as relações e as variedades das representações dos números inteiros, é preconizado pela Base Nacional Comum Curricular em suas competências para o 7º ano. Nesta pesquisa nos atemos somente as operações de adição e subtração.

Habilidades EF07MA03 - Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

Habilidades EF07MA04 - Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros (BRASIL, 2018, p. 307).

Acreditamos que o contato de nossos estudantes com os números inteiros se inicia bem antes do 7º ano, com a análise de pontuação de jogo na quantificação de pontos ganhos e perdidos, saldos bancários, que são, mesmo que de forma não sistematizada, comentados pelos pais. O mesmo ocorre com as variações de temperaturas, que se apresentam por meio de Jornais regionais e nacionais, internet entre outros.

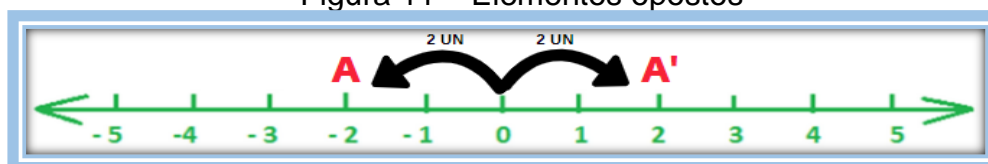
Não podemos fugir ao fato de que esse conhecimento sobre números inteiros parte de um senso comum e essa constatação pode, sim, influenciar a forma de apresentação desses conceitos por parte dos professores, dos livros didáticos e, ainda, o entendimento de nossos estudantes sobre esse conceito. Caberá ao PEM desprender-se da ideia não sistematizada ou informal e traduzi-la com seu conhecimento formal e conceitual em Matemática.

Desse modo, é necessário que, além de compreender as propriedades dos números inteiros, os estudantes aprendam a aplicá-las em diferentes contextos. Entendemos, aqui, como contexto o trabalho primeiro com situações que exijam do estudante a utilização prática desse conteúdo e também o trabalho com as propriedades dos números inteiros. Nesse caso, o professor deve buscar um aprofundamento para além dos livros didáticos que, na maioria das vezes, apresentam esse conteúdo como um conjunto novo e em situações que não requerem uma maior abstração por parte dos estudantes, como utilização de regras de sinais ou a exemplificação de sua utilização para a movimentação de uma conta bancária. Não se apresenta, por exemplo, uma discussão sobre o zero e suas diferentes representações.

Um estudo sobre as propriedades desse conjunto poderá ser oportuno para o aprofundamento do conceito relativo aos números inteiros. Algumas propriedades dos números inteiros são:

- a) Fechamento: a soma de dois números inteiros é sempre um número inteiro (adição e subtração).
- b) Associativa: $a + (b + c) = (a + b) + c$.
- c) Comutativa: $a + b = b + a$.
- d) Elemento Neutro: $a + 0 = 0 + a = a$ elemento neutro da adição e subtração.
- e) Unívoca: o resultado da adição de dois números inteiros é único.
- f) Monotônica: Uma desigualdade não se altera, ao somarmos um mesmo número a ambos os membros.
- g) Elemento oposto para todo Z em Z , existe $-Z$.

Figura 11 – Elementos opostos



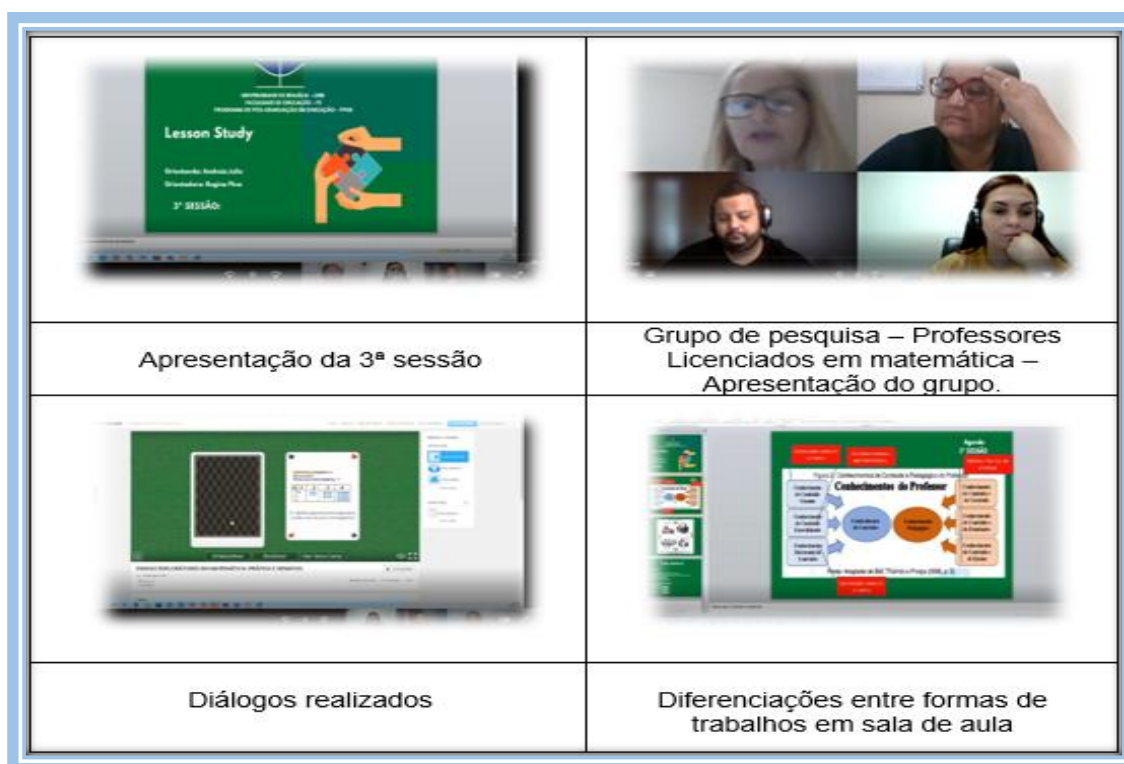
Fonte: Elaborada e adaptada a partir de Partelini (2017).

Por fim, acreditamos na necessidade de que o trabalho com os números inteiros seja realizado para além do uso de expressões e regras de sinais ou a representação em reta numérica.

6.3.3 Sobre a sessão

Participaram da terceira sessão D1, D2, D3, D4 e a pesquisadora. Como nas sessões anteriores, utilizamos para a gravação o aplicativo “Teams”. A aula foi realizada com o uso de um recurso tecnológico “Wordwal”, no qual o grupo pôde jogar um baralho. As cartas deste baralho continham as perguntas a serem respondidas e discutidas.

Figura 12 – Registros da 3ª sessão



Fonte: Dados da pesquisa.

No primeiro momento, retomamos as discussões das sessões anteriores, lembrando o nosso objetivo que era o planejamento e desenvolvimento de um plano de aula sobre números inteiros, conteúdo definido como sendo o nosso foco nas sessões anteriores. Dando prosseguimento, o grupo foi convidado a realizar uma discussão sobre as leituras dos textos enviados antecipadamente quais sejam:

1ª leitura: “Lesson Study como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática sobre o Conceito de Volume” de Roger Artur Jähring Wanderley e Maria Alice Veiga Ferreira de Souza (Wanderley; Souza, 2020).

2ª Leitura: “Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios” de Ana Paula Canavarro (Canavarro, 2011).

Nesse momento, o estudo foi direcionado para que os professores pudessem compreender a LS, norteados por questões discutidas no 2º artigo, no qual são apresentadas as potencialidades que o conhecimento de conteúdo e a formação profissional podem trazer na construção do conceito de volume e a elaboração do planejamento pelos professores de Matemática. Serve também para compreender o ensino exploratório.

A primeira questão levantada foi se os professores tinham gostado das leituras realizadas ao que obtivemos como respostas:

D4: Eu acho muito interessante esses textos. Ele é bom de ler. Você vai indo... Você viaja. São coisas que a gente parece estar vendo. Parece que você está dentro de uma sala de aula. É um negócio. Se você pensar essa é a mesma sensação.

D1: Ele é bem interessante mesmo. Ele mostra como a gente deve agir ali, né? Estou aprendendo muito.

Objetivávamos, com essa pergunta, compreender qual a relação feita entre a leitura realizada e sua prática em sala de aula. Isso foi evidenciado por suas respostas e a leitura se tornou prazerosa por mostrar a prática ou situações facilmente encontradas em seu cotidiano.

Quando foi perguntado qual o entendimento do que seria o ensino exploratório em Matemática, D3 respondeu:

D3: Eu estava pensando sobre isso aqui, é que essa parte do ensino exploratório ela é considerada uma parte muito difícil para a maioria dos professores. Eu acredito que seja porque o professor de Matemática isso antigamente, hoje em dia a gente está mudando muito esse discurso. Mas ele é um professor ainda que vive dentro da casinha. Então, por exemplo, essa questão de resolução de problemas, né? Nem todo professor que tem paciência para seguir esse detalhamento que a gente sabe que são muito demoradas. O momento de o cuidado com o aluno fazer, o momento do professor e circular na sala como está escrito no texto, ou o momento da partilha. Muitas vezes é mais fácil? O professor abre a página do livro, resolve lá no quadro e acabou e a gente sabe que isso é um desafio

para gente e para toda equipe da nossa área. Porque muita coisa já mudou, mas a gente ainda tem esse discurso de que isso é bobagem, que se faz alguma coisa diferente a gente perde muito tempo. Eu acredito que isso seja algo assim que para muitos ainda seja um grande obstáculo. Essa parte exploratória de você fazer o passo a passo que você defende aí e que o aluno ele tem que tem que ser protagonista, entendeu? Ele tem que seguir todas as etapas de forma ativa e intencional.

D2: Concordo. Professor tem que saber cada etapa do processo, né? O momento certo de andar pela sala, também tem que saber selecionar bem como já discutimos antes e a atividade como um todo e dentro dessa atividade como tarefas e uma coisa que ela falou que é realmente legalmente condiz com a nossa realidade e não é fácil o professor de Matemática ele é muito assim pragmático. E o ensino Exploratório traz essa percepção de ensino ativo. Proposital.

D1: Eu acho que é ser objetivo. A gente fala que é objetividade. E realmente até o exemplo que a professora D3, deu ele quer chegar a abrir ali um exercício e explicar. No exploratório tem que elaborar todo esse tipo de desenvolvimento para trazer o conhecimento.

D2: Agora eu acrescento o seguinte isso é já com experiência e prática. É algo que eu vejo muito. É porque não tem tempo mesmo de trabalhar de forma exploratória. Entendeu? Ou o currículo não permite ou a grade horária as condições, a falta de pré-requisito. Enfim, como os problemas externos que surgem. Então não dá condição de você trabalhar como se deveria.

D1: É trazer algo novo... acho que o professor de Matemática até tenta trazer algo novo sabe? mas só que o tempo dele não permite ...eu acho que eles também têm um bloqueio eu até tento fazer diferentes ali, mas o tempo acaba. Não dá para terminar. Os alunos não entendem aquilo como uma questão de aprendizado na Matemática. é assim que eu me sinto. Mas podemos trazer esta fala para que eles possam discutir, não é? Acho que isso é uma forma de ensino exploratório.

Nesse momento, intencionávamos chamar a atenção dos professores sobre o trabalho com o ensino exploratório em Matemática e a diferença em relação ao planejamento tradicionalmente realizado por eles. Fica subentendido, em suas falas, que o ensino exploratório exige do professor um olhar mais aprofundado em seu planejamento.

Nesse caso, as tarefas, como já discutidas na sessão anterior, podem se tornar valiosas para, por exemplo, uma discussão coletiva em sala de aula com os estudantes. Nesse momento, a pesquisadora relembrou a ideia do protagonismo do estudante, a importância de um trabalho coletivo que possa auxiliar o processo de ensino e

aprendizagem em Matemática. Explorar, neste caso, diz respeito ao aprofundamento dos conceitos por parte do professor e dos estudantes.

Outro ponto discutido foi de que no LS defendíamos o ensino exploratório já que buscávamos nos aprofundar no conceito de números inteiros. Como pode ser observado na fala de:

D3: Isso mesmo... várias pessoas inquietas e reunidas num espaço, mesmo com o cansaço do dia a dia, essa loucura que a gente vive, seja na escola pública ou na escola particular e a gente tá aqui querendo fazer diferente explorar, planejar.

Ou de

D2: Imagina a gente fazendo esse planejamento. O que nos move é fazer diferente. Isso é mais forte que tudo.

Outra pergunta feita ao grupo foi como apresentar e acompanhar o trabalho dos estudantes?

D2: Acompanhar o trabalho autônomo é aquela parte do “de olho ali”, até porque também tem outras etapas que a gente explora com essa observação. Que é o que mantém o objetivo que você enquanto professor quer no seu controle, na sua mão não passa do limite e nem vai para o poder do aluno.

D3:Concordo. Essa questão de acompanhar o trabalho é extremamente importante no desenvolvimento de competência e habilidade que envolvam como na BNCC. Só que a gente não pode achar que o planejamento não é necessário. O aluno, ele vai desenvolver essa autonomia, mas sem o direcionamento, o planejamento do professor...eu posso deixá-lo seguir os passos dele, mas eu tenho que estar muito preparado para trás desse processo, se não é só mais uma aula. Eles não têm essa autonomia eles podem desenvolver durante todo esse período, o professor precisa também repensar seu planejamento se for necessário. Até na faculdade ainda está isso. Por isso que muitos quando chegam lá a faculdade ainda levam um “baque”, porque têm escola Faz tudo, entrega na mãozinha! Ele vai desenvolver a autonomia a longo é em longo prazo na minha opinião não é do dia para a noite e a gente tem que estar na retaguarda aí bem-preparado.

D1: Concordo com a D3 que é preciso também um direcionamento, agora vocês podem ir seguir, caminhar sozinho, mas se precisar eu estou aqui.

Nesse momento, os professores deixam claro que estão falando de um acompanhamento e do planejamento que deve promover a autonomia, mas de forma

que o estudante possa recorrer ao professor e este, para atendê-lo, realizar possíveis modificações em seu planejamento, o que poderá, por exemplo, guiar-se pelas dificuldades dos estudantes. É quando o professor percebe a aprendizagem de seu estudante e o caminho que ele precisa percorrer. Esse momento de “perceber” é necessário ser lembrado no momento da atividade elaborada. Essa importância é identificada na fala de:

D1__É um desafio muito grande para nós, Professores incentivar a valorização da Matemática deles assim, e atrai a realidade o cotidiano, no esporte, na tecnologia, com a criação de oficinas. Eu acho que isso vai aguçando a mente deles e eles participando com interesse.

Dentro do nosso planejamento, como podemos realizar as antecipações de aprendizagem? Esse foi outro questionamento levantado para o grupo. Nesse momento, a fala foi feita por D2 e os outros participantes, ao final, poderiam colaborar com suas observações, mas as manifestações foram apenas de concordo.

D2 __eu só consigo antecipar as dificuldades que o meu aluno tem quando eu consigo conhecer a ideia ou antecipar o conceito historicamente esse conceito, como ele caminha... Então a gente precisa conhecer historicamente o que são realmente os números inteiros, ou seja, só posso antecipar algo sobre o que conheço na prática ou e teoricamente. Eu acho.

Nesta fala de D2, é apresentada uma percepção da importância de se aprofundar nos conceitos trabalhados pelos estudantes. Entender dentro do currículo o que se tem o que se pode fazer sobre os conceitos e conteúdos foco de um planejamento e, ainda, concluir que as antecipações só poderão ocorrer se tiver domínio daquele conteúdo proposto.

Outra pergunta levantada foi: por que monitorar a tarefa de Matemática em sala de aula?

D2: Porque você vai meio que direto ao ponto. Você já chega chegando! Olha para aquele aluno ah! Foi isso que eu errei. Porque você já falou! porque você já passou andando. Então a gente ficar monitorizando a tarefa é para isso né? também para se apropriar dos resultados dele. O texto fala disso também. Sobre você se apropriar do resultado do aluno e poder organizar as respostas e até o final de maneira que quando você apresentar os resultados você as ajusta né? Apresente na ordem mais adequada para ter o melhor resultado, melhor aproveitamento. Não sair de qualquer ordem de qualquer jeito não gerar uma confusão. É o professor mantendo as rédeas!

D1: Precisa ver os sinais de que eles aprenderam ou não!

Nesse caso, os professores perceberam que é necessário observar como está se desenvolvendo as aprendizagens dos estudantes, observar como se apresentam as dificuldades e até por meio do semblante deles poderá identificar a existência ou não da aprendizagem.

Outra questão apresentada para o grupo foi porque é importante selecionar e identificar as melhores soluções encontradas por um grupo e em que isso irá reverberar em na LS?

D3: Quando eu olho e vou separar essas práticas é porque eu já tenho um conhecimento prévio e eu consigo identificar aquilo que realmente cresceu nesse sentido, em termos de aprendizagem. Eu acho que até a questão do erro é importante identificar dentro dos grupos. Para o LS, porque vai ser um momento de partilha dos estudantes poderão colaborar com os outros.

D4: Nesse momento poderemos conversar de erros e acertos, e até mesmo amadurecer nosso planejamento para por exemplo uma aplicação futura.

D3: E tem mais só com uma preparação e um bom planejamento conseguimos fazer isso.

D1, D2, apenas disseram: Eu concordo.

Nesse momento, ficou evidenciado que o grupo de professores já vislumbra o trabalho nas sessões como uma preparação para uma investigação, na qual será necessário identificar a real aprendizagem dos estudantes durante uma aula investigativa e reconhecem a importância da partilha e da colaboração entre os estudantes durante o ensino e a aprendizagem de um determinado conteúdo.

E, por fim, a última pergunta realizada na sessão foi: Qual a importância de sequenciar a ordem das situações investigativas?

D3: Então, se você tem tudo de forma organizada, eu acho que vai e volta, a gente vem na questão do planejamento. Se você tem um planejamento bem escolhido, sequenciado, você não pula etapas...porque você não pode entrar em sala e fazer na forma que você quer. Existe um passo a passo para isso. Por mais que o planejamento seja planejado. Mas eu acho que esse seria um ponto. A sequência ela é importante mesmo para ordenar os que você quer avaliar. Então como é que eu faço isso? Se eu estabelecer uma sequência o meu passo a passo. Eu nunca sei se é Polya ou se é

Pólya que fala. quando ele fala da resolução de problemas, da importância da resolução de problemas para Matemática, coloca uma sequência didática para gente refletir em cima disso. Então eu acho que tudo é parte da questão do planejamento e de conhecimento do assunto mesmo e da importância tanto na identificação dos acertos quanto dos erros. No sentido do planejamento ...que a ideia é você aplicar e depois você reformula esse planejamento... o que pode ser adequado aqui nele? Olha isso aqui que aconteceu, que interessante, né? Então, isso é importantíssimo mesmo.

D2: Eu entendi no texto que o professor precisa de interpretar e compreender como os alunos resolvem a tarefa e de explorar as suas respostas. E por isso é considerado um grande desafio, né? Realmente isso é um desafio mesmo. O que a gente precisa meio que entrar na mente ali e saber o que está de acordo e cada um é de um jeito. É isso? uma liberdade de aprendizagem, né?

D3: Eu concordo com D2, isso mesmo! Esse aí é o é um dos maiores desafios na minha opinião que a gente tem. Por que você entende essa parte de investigação, e para trabalhar com ela tem que conhecer o assunto ou o conceito né? e de exploração não é uma tarefa fácil ela está além das coisas que a Universidade ensina ela vai na prática né?

D2: Eu ainda acho que assim, pelo que eu estou entendendo, esses dias que a gente tem conversado, é um trabalho, é a gente entende a importância de um trabalho colaborativo. É a gente entender a importância do professor mais uma vez o que todo mundo repete em toda a jornada pedagógica, mas muitas as vezes não vai para a prática de que a gente é mediador, que o aluno deve ser protagonista, mas que por trás precisa disso tudo existe um planejamento e aí esse estudo traz para a gente a importância disso, a importância das tarefas, a importância do planejamento baseado em pesquisa. Então assim, é algo que a gente precisa entender que é importante para que a aula flua também, para que as coisas aconteçam. Outra coisa é conhecer o conteúdo a fundo o que a Universidade não nos prepara.

D4: Se você é didático, o planejamento é um instrumento que normalmente a gente costuma olhar para o tempo, organização, pegar, por escola e tudo mais, se a gente começar a fazer, por exemplo, atividades e organizações em cada um dos conteúdos em pouco tempo você tem vários estudos para você poder trabalhar de maneira mais tranquila. A universidade não prepara para isso. Eu não sabia nem o que era um cenário investigativo.

D3: Um estudo é um trabalho investigativo de elaboração de tarefas de aulas de forma colaborativa. É um processo, né? Exatamente isso.

Nas discussões realizadas pelos professores, fica explicitado o entendimento da necessidade de um planejamento que abarque maior profundidade e conhecimento do conteúdo e dos conceitos que o envolvem. É perceptível, ainda, a compreensão

da importância da investigação, o que, para eles, a universidade não prepara, precisam buscar em outros momentos essa formação.

Considerando a classificação de Ponte (1998, 2012) realizamos a análise da sessão:

Os participantes demonstraram que é necessário que exerçam seu papel de professor. A fala de D2, quando afirma ter o professor que interpretar e compreender como os estudantes resolvem suas tarefas por serem um desafio, vai ao encontro do que prevê Ponte, quando afirma que o conhecimento didático abarca esse conhecimento de como se ensina, como são nossos estudantes e como se dá o processo de aprendizagem.

Já D2 e D4 afirmam que a universidade não prepara para a prática de um planejamento como um instrumento, com tarefas que trabalhem os cenários investigativos. D2 elenca, ainda, a importância do conhecimento aprofundado destes conteúdos matemáticos para que se tenha um planejamento baseado pela pesquisa destes conteúdos, como é solicitado em um trabalho com o LS.

Outro ponto importante a destacar é nosso entendimento de que se trata de um LS de um ensino exploratório, que prevê uma tarefa Matemática exploratória/investigativa; nesse momento, nota-se que D1 arguiu sobre importância da resolução de problemas em Matemática. D2 falou de “liberdade de aprendizagem” durante o trabalho de interpretação e compreensão de como os alunos resolvem as tarefas, Já D3 apresentou o termo investigação e a importância em conhecer o “assunto”; e, por fim, D4 usou o termo cenário investigativo e mostra já uma compreensão de que o estudo tem uma relação direta com a formulação desses cenários ou de situações problemas e, ainda, que o professor deve ser preparado didaticamente para esse trabalho. Afirmou também que a universidade não o prepara para isso. Esses olhares corroboram o que preveem ALRO e SKOVSMOSE (2006) quando sugerem ser necessário abandonar o paradigma do exercício para entrar em um ambiente de aprendizagem.



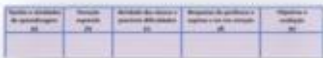

6.4. 4ª sessão

Na quarta sessão, os professores foram convidados a realizar um diálogo sobre as leituras do texto enviado antecipadamente, qual seja: “É mesmo necessário fazer plano de aula?” (PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA, 2015). Buscou-se discutir

sobre o planejamento, considerando currículo, percepções e conteúdo definido. A ideia era que tivessem o contato com um planejamento que trabalhou o Lesson Study (LS), analisando os pontos discutidos no artigo e trazer a experiência desses professores.

Participaram dessa sessão D2, D3, D4. A professora D1 justificou sua ausência por motivos de saúde.

Figura 13 – Registros da 4ª sessão

	
<p>Apresentação da 4ª sessão</p>	<p>Grupo de pesquisa – Professores Licenciados em matemática – Apresentação do grupo.</p>
	
<p>Diálogos realizados</p>	<p>Diferenciações entre formas de trabalhos em sala de aula</p>

Fonte: Dados da pesquisa.

No texto trabalhado, os autores dividem o planejamento em tarefas de aprendizagem, atentando-se ao tempo, à organização e às antecipações de possíveis dificuldades que poderão se apresentar durante o processo de aplicação. A ideia era que pudessem analisar um planejamento ou percurso feito com o detalhamento e cuidado que deveria ser aplicado em um LS e, a partir disso, que compreendessem ou tivessem novas expectativas sobre o planejamento a ser elaborado e aplicado ao final do LS. A falta de leitura detalhada por parte do grupo dificultou as discussões.

Eles justificaram o ocorrido por terem tido um excesso de demandas a serem realizadas na semana e de rotina da escola de atuação. Para que a sessão pudesse ser realizada, a pesquisadora foi realizando inserções sobre o texto:

P: o texto apresenta um planejamento, sobre uma receita de bolo, onde é dividido o planejamento com atividades de aprendizagem, o tempo de atividades, análise dos estudantes e as dificuldades possíveis. As respostas do professor. E os aspectos que vão precisar ter atenção e o objetivo de avaliação.

Após essa ponderação, um participante sinalizou que tinha realizado uma rápida leitura.

D2: dentro dele está assim. O problema é sobre a receita de bolo. Então na primeira questão a Fernanda faz um bolo de limão para a sobremesa de jantar. Na primeira questão que quantidade de açúcar é necessário para fazer um bolo para três pessoas explicam como chega a sua resposta.

P: outro ponto destacado pelos autores do texto era as diferenciações de trabalho em sala de aula, onde a capacidade de improviso das respostas a situações inesperadas por parte do professor seria decisiva. A aula a ser planejada deveria ser detalhada, não envolvendo só a descrição das atividades a serem realizadas, mas com a previsão dos acontecimentos que podem ter respostas já construídas pelo professor.

Foi discutido com ao grupo que o artigo abordava o modo de elaborar o plano de aula na perspectiva do LS, iniciando pela unidade didática; depois demonstrava como foi a construção desse planejamento, desde a fase preparatória até a fase da elaboração do plano de aula propriamente dito. Dentro desse planejamento, os autores apresentam as unidades didáticas que devem ser foco, juntamente com as orientações curriculares, as unidades, o tempo e os recursos, as finalidades e os objetivos de aprendizagem. Dessa forma, o planejamento poderia alcançar a participação dos estudantes de forma colaborativa; isso porque, para a preparação do planejamento, o professor deve considerar as aprendizagens dos estudantes, seus interesses, de modo a tornar o planejamento interessante para este sujeito. Para os autores, todos os detalhes precisam ser organizados para que se possa aplicar o planejamento em sala de aula. Pensar nos objetivos de aprendizagem, na seleção de tarefas que possam ser úteis para atender ao objetivo. Além disso, é preciso antecipar entraves e até mesmo identificar potencialidades.

Elencou-se, ainda, ser necessário prever dificuldades e facilidades dos nossos estudantes. Dentro do plano de aula, o texto apresentava dois aspectos principais. Aquilo que é comum e a sucessão de tarefas que serão desenvolvidas. No que diz respeito aos aspectos comuns, é preciso considerar os objetivos, as aprendizagens, o objetivo principal, os objetivos complementares; e, na estratégia geral de aplicação, o que ela vai incluir, quais são os eventos, qual é o período de trabalho e os recursos utilizados. Pensando nisso, os autores apresentam esse esquema de elaboração de um plano de aula que foge do planejamento de tradicional.

Figura 14 – Plano de aula de Ponte

Tarefas e atividades de aprendizagem (a)	Duração esperada (b)	Atividade dos alunos e possíveis dificuldades (c)	Respostas do professor e aspectos a ter em atenção (d)	Objetivos e avaliação (e)

Fonte: Recorte realizado da imagem original de Ponte et al. (2015, p. 28).

Ainda pela não leitura por parte dos participantes, o grupo, de forma colaborativa, resolveu dividir o planejamento em partes e cada um apresentaria as considerações dos demais colegas. Foi sinalizado, nesse momento, que precisávamos compreender o planejamento e o que ele trazia de diferente dos planejamentos que estavam habituados a fazer, já que seria essencial para futuras construções. Essas discussões deveriam ocorrer de forma colaborativa. Foi, então, estabelecidos 30 minutos para que cada um pudesse se organizar. Ao final desse tempo, iniciamos as discussões.

D3: para ver se eu entendi direito a tarefa. Eu fiquei responsável pela parte da introdução e eu confesso a vocês... quando eu li o texto eu achei extremamente interessante à divisão que ele faz né? Eu acho que planejamento é isso mesmo, a gente tem que pensar a que público que você quer atingir, você tem que pensar no tempo, você tem que pensar nos recursos para que no momento da aplicação disso aqui não falte nada, né? Então eu achei interessante quando ele coloca aí a questão da introdução, essa introdução sem uma introdução coletiva hoje em dia se fala muito em questão de protagonismo do aluno, escuta do que ele tem pra trazer, porque ele tem história pra contar, ele tem vivência, ele tem experiência e eu acho que essa introdução

seria pra isso. Não só o professor atividade, mas ouvir um pouco dos alunos o que que eles entendem sobre. Foi o que eu pensei. Certo.

P: dentro desse planejamento, que está acostumada, você vê um diferencial?

D3: Eu vi diferencial na parte documental. Porque assim, eu vou ser muito franca, ... na prática a gente já está um tempinho em sala de aula na prática isso a gente já faz só não estrutura dessa forma na sua percepção não é isso? A minha percepção sim só não é estruturada.

[...]. Eu sou muito a favor do planejamento. Eu gosto da parte burocrática. Eu sou a favor do que você registra. E aí quando você faz isso com antecedência, quando você faz isso com calma você pela estrutura que ele apresenta aqui... dificilmente você vai esquecer-se de alguma etapa, entendeu? Dificilmente você vai esquecer alguma etapa porque fica mais fácil para você, é diferente quando o professor chega nenhum planejamento para fazer isso em sala de aula. Vai ficar um monte de lacuna. É tem professor também que acha que fazer o planejamento é achar que está perdendo tempo. Tem professor que quer fazer tudo ali, chega na hora e as coisas não vão andar. Não anda. Numa sala você vai fazer de um jeito na outra vai sendo diferente e o negócio não vai sair se você não se sentar para se programar né? E objetivo você quer chegar né? Você precisa planejar para você chegar num certo objetivo e eu acredito que sem um planejamento é mais difícil.

Nesse instante, e observando as reações dos participantes, a pesquisadora notou que D4 sussurrou a palavra antecipação. Então, foi feita a seguinte pergunta:

P: quando nesse planejamento ele tenta antever as dificuldades que o estudante pode apresentar? você concorda? O que você acha disso? Você acha que isso é importante?

D4: Sim, é bem importante realmente fazer isso... Buscar no aluno as dificuldades que é para gente tentar rever isso aí, seria o quê? Uma aula invertida mais ou menos? é onde você pega para falar alguma coisa, trazer primeiro os o conhecimento do aluno? O conhecimento prévio para você tentar fazer esse planejamento, também é muito interessante, né?

D2: eu acho que há uma ressalva eu concordo com essa questão que nós devemos nos antecipar...eu acho que mesmo antes de se apresentarem esses projetos novos aí a gente já tentava fazer isso e antecipar ao que eventualmente vai ser a questão do aluno. Mas é impossível se antecipar totalmente. E aí a gente vê o resultado do ciclo do Lesson Study depois a gente analisa e eventualmente modifica. Porque na Matemática tem disso. Às vezes eu vou lá e aplico a aula. Aí eu tentei me antecipar. Talvez isso fez com que melhorasse um pouco. Mas vai surgir novas dúvidas. Os alunos cada um tem sua forma de pensar. E aí eu posso ter sido surpreendido na aula. De maneira que eu que tenho que estar capacitado isso aí também vai um

pouco da experiência. Conseguir desenvolver o trabalho ali naquele momento e aperfeiçoar posteriormente. Então é nessa parte aí que eu discordei de amarrar eu sentia antecipação amarrada. Eu gosto de antecipar. Muitas vezes eu já dei aula assim onde antes do aluno perguntar eu já falava tu vais perguntar tal coisa né? Ele com a mão levantada eu usava isso como estratégia para brincar né? Eles como é que você sabe? Eu falei todo mundo tem essa dúvida! Mas outras vezes surgiram dúvidas inovadoras e até porque os tempos mudam a gente tenta adequar exemplificação da realidade deles então a gente não sabe o que vai vir né? To discordando né?

P: A ideia é essa D2, não é nenhuma discordância e sim a forma de gente olhar e analisar.

D4: Quando a gente fala de antecipação é tentar antever as dificuldades, dúvidas, perguntas que os estudantes possam ter durante o processo de aprendizagem em sua sala de aula [...] você vai com certeza se deparar com situações que você não tinha previsto. E na grande maioria das vezes você não consegue prever todas. Você vai chegar numa sala e ele vai levantar algo que você vai falar, nossa! De onde é que saiu isso? Mas saiu. Então as antecipações elas foram reais? Conseguiu fazer o projeto caminhar? O estudante conseguiu terminar essa atividade que a gente planejou?

Após esse primeiro momento, iniciaram-se as ponderações sobre cada questão apresentada no texto, pensadas para o trabalho com a receita de bolo.

1ª - Que quantidade de açúcar é necessário para fazer um bolo para três pessoas?

D3: essa questão do tempo, quando a tarefa começa a ser executada, eu acho mais difícil de você administrar. Então ali eu acredito que seja uma média mais ou menos. Porque com o tempo em sala de aula a gente aprende a controlar bem. Esses cinco minutos pode ser que vire dez, pode ser que vire três e aí você usa os outros minutos para outra coisa ou aproveita desse em outras coisas, né? Eu acho que essa estrutura no meu ponto de vista ela fica claro para o professor, mas é uma linguagem mais complexa para ser apresentado para o aluno. Por exemplo, se eu fosse montar essa aula, eu ia trazer alguma coisa prática aqui. Ou eu ia pedir para usar a cozinha experimental da escola, mas aí eu também entendo que essa é uma realidade da escola que eu trabalho e que pode não ser de outros lugares. Ou eu usar algum até mesmo o que tinha no laboratório que a gente já trabalhou Andréia, que a gente usa material reciclado mesmo para fazer alguma coisa, pra mostrar pros alunos isso de forma mais concreta ou interessante lembrar que isso aí é o seu planejamento, não é o planejamento que vai ser entregue pra estudante.

Neste momento foi ressaltado que este planejamento foi elaborado pelo professor, e que as acomodações poderiam ser feitas para uma nova aula investigativa.

D3: mesmo sendo o meu planejamento eu colocaria outras coisas aqui, eu não deixaria dessa forma numa linguagem tão assim matematicamente falando, entendeu? Ah, não entendeu isso, vamos lá fazer uma regra de três. Não, eu ia trazer um vídeo, eu ia trazer, sei lá, alguma outra coisa diferente, uma prática.

D4: entrando até nesse quadro aí que a D3 está falando, realmente eu achei assim uma linguagem bem mais complexa, né? Então a gente tinha que procurar outros meios aí para tentar bulir esse negócio aí.

D2: E batendo também na tecla aqui que comentaram aí... eu também achei um pouco puxada a linguagem que eles usaram. Né? Mas aí é aquela questão. É a gente que se vira nos trinta adapta e traz para a realidade deles. A gente também tem como professor essa responsabilidade de inovar, de trazer justamente o que se pede, a nova possibilidade.

D1: eu concordo.

Ficou evidenciado que a tarefa apresentada pelos autores no texto trouxe à tona uma discussão conceitual aprofundada que “influenciou”, de certa forma, os professores do grupo. Acredito que possa ter acontecido de os professores entenderem uma aula não tradicional como aquela que utiliza metodologias diferenciadas. Entretanto, podemos observar que, na maioria das vezes, as falas denotam que, na prática, há uma “restrição” ao uso da teoria apresentada nos livros didáticos; isso pode ser explicado pela questão das condições de trabalho ou até pela não percepção de uma necessidade em aprofundar os conceitos. Uma certa “acomodação” por encontrar uma sistematização, mesmo que limitada, em livros didáticos adotados e, ainda, por nortear-se em avaliações externas, que acabam fortalecendo essa postura por parte dos docentes.

Considerando a classificação de Ponte (1998, 2012), realizamos a análise da sessão. Podemos elencar alguns pontos que, na análise, foram ressaltados:

Em relação ao conhecimento para o ensino, a fala de D2, quando busca explicar sua não concordância em relação às “antecipações”, denota uma incompreensão entre o que realmente é definido pelo autor como antecipação. O autor orienta a realização um estudo conceitual e metodológico sobre possíveis dificuldades que poderão se apresentar, durante o processo de aplicação de uma tarefa, num contexto de aula sob a ótica de um LS. Ainda em sua fala, D2 utiliza o termo

“amarrado”, no sentido de conter o processo de ensino aprendizagem do estudante, e mais adiante observa: “Muitas vezes eu já dei aula assim onde antes do aluno perguntar... eu já falava tu vais perguntar tal coisa né?”; isso denota uma confusão em relação à compreensão de antecipar entraves conceituais e se antecipar a pensamentos que são recorrentes por parte dos estudantes num contexto de aula, sobre um determinado conteúdo matemático. Acreditamos que seu entendimento sobre as antecipações, nesse momento, tenha se confundido com algumas decisões metodológicas assumidas por ele num contexto de sua prática.

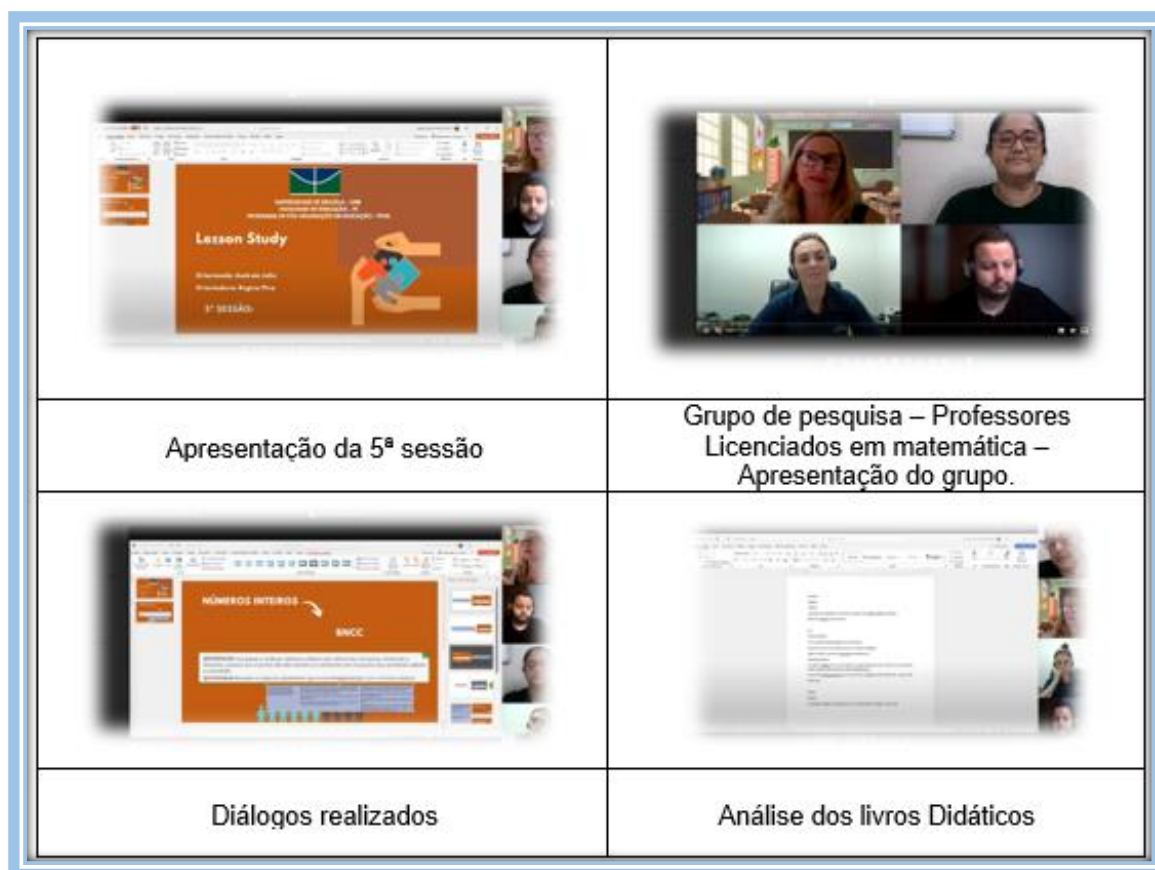
Esse momento retrata uma necessidade de um maior conhecimento para o ensino, de didática e, até mesmo, do currículo. Assim, concordamos com Ponte (1998, 2012) que elenca a necessidade de clarificar análises didáticas referentes a conceitos e a estratégias no sentido de orientar uma combinação entre a teoria e as formas de trabalho em sala. Essa constatação é evidenciada quando o participante D4 afirma: “quando a gente fala de antecipação é tentar antever as dificuldades, dúvidas, perguntas que os estudantes possam ter durante o processo de aprendizagem [...]. E na grande maioria das vezes você não consegue prever todas”.

A discussão abordou o conhecimento do aluno, da aprendizagem e do currículo. Isso organiza os caminhos a serem traçados em relação ao planejamento, contemplando as orientações didáticas do componente, neste caso de Matemática, expressas em documentos que orientam a educação no Brasil, que preveem, dentre outras coisas, quando um determinado conteúdo deverá ser apresentado, em um determinado ano de aprendizagem ou até mesmo em um segmento, o que é elencado nos comentários de D3: “mesmo sendo o meu planejamento eu colocaria outras coisas aqui, eu não deixaria dessa forma numa linguagem tão assim matematicamente falando, [...]. eu não, eu ia trazer um vídeo, eu ia trazer, sei lá, alguma outra coisa diferente, uma prática”. Ele demonstra conhecimento sobre o contexto educacional de sua comunidade, sobre as necessidades de seus estudantes e sua fala é confirmada pelos outros participantes, o que demonstra ainda uma preocupação de todos com esse contexto de elaborações.

6.5. 5ª Sessão

Participaram da quinta sessão D1, D2, D3, D4 e a pesquisadora. Como nas sessões anteriores, utilizamos o aplicativo “Teams” para a gravação.

Figura 15 – Registros da 5ª sessão



Fonte: Dados da pesquisa.

Os professores foram convidados a dialogar sobre o currículo e os livros didáticos utilizados pela escola, onde realizaríamos a aplicação do estudo. Intencionávamos que os professores analisassem como eram trabalhados o conteúdo de números inteiros nos livros didáticos e que expusessem sua opinião sobre a forma, a didática, a metodologia utilizada nesses materiais, além de apresentarem a matriz de referência utilizada pela escola de atuação. Antes da análise, a pesquisadora apresentou as habilidades¹⁷ encontradas na BNCC, uma solicitação do grupo sobre os números inteiros, quais sejam:

➤ **Habilidades EF07MA03**

- ✓ Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

¹⁷ Ao professores participantes do Lesson definiram pelo trabalho direcionado ao campo aditivo.

➤ **Habilidades EF07MA04**

- ✓ Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Os quatro documentos analisados foram:

Figura 16 – Documentos analisados

<p>✓ Utilizado na escola: GIOVANI, GIOVANI JR e CASTRUCCI - A conquista da matemática- Ed. FTD, Livro do aluno - 2019.</p>		<p>✓ Bianchini, Matemática 7 - Ed. Moderna.2018.</p>	
<p>✓ PATÁRO, P. M. e BALESTRI, R. Matemática Essencial 7 — 2019. Ed. Scipione</p>		<p>✓ Matriz Curricular para as Competências - Ensino Fundamental - Anos Finais - Rede La Salle - 2018</p>	

Fonte: Dados da pesquisa.

Sobre o livro: “A conquista da Matemática”, observou-se:

D1: esse livro aqui ele trabalha os números inteiros é uma explicação bem simples e sintético é uma maneira bem simples de entender nos números negativos ele trabalha através de gráficos. Ele dá exemplos do conjunto dos números do módulo de um número inteiro explica passo a passo de uma forma bem ilustrativa com exemplos, com: Trena, fita métrica. Ele é bem ilustrativo! Mas não vi nada de diferente!
D4: Eu trabalho com ele professora e ele é bem didático, aprofunda na medida, tem alguns exemplos com muitas imagens os meninos gostam muito, e pensando no currículo parece que está bem de acordo aqui com as nossas matrizes. Trabalha o conceito de forma bem didática. Ver isso: Desconhece o pedagógico e o didático não se reconhece como profissional.

D1: quando eu lembro da BNCC, acho que ele atende.

P: Mais alguma observação vocês querem fazer? Ele trabalha com situações problemas investigativos?

D1: trabalha sim, mais com termômetros, trenas.

D4: muita aplicação direta do conceito.

Sobre o livro: “Bianchini, Matemática 7”, foi realizado o seguinte diálogo:

P: o que pode nos dizer sobre este material professor?

D2: professora esse material acompanha muito o solicitado pela BNCC. Ele apresenta os números inteiros como se fossem números do cotidiano dos estudantes, mas também tem muita história dos números inteiros. faz uma associação com os comerciantes da idade média. Ele usa uma linguagem mais simplificada, diferente daquela dos planejamentos da aula anterior aqui do nosso grupo.

Sobre o livro “Matemática Essencial”, observou-se:

P: O que pode nos dizer sobre este material professor?

Esse, livro aqui é meio parecido com o que a D1, comentou. ele começa o capítulo contando uma história dos pinguins coloca lá a questão de números positivos negativos e aí depois uma curiosidade que eu vi diferente do outro, né? que a escola usa, é ele propõe um jogo, um dominó com números inteiros e aí depois é o de sempre. Termômetro, régua, falar de temperatura, aí um pouco de exercício e pronto. Saber disciplinar somente. Perspectiva conteudista. Explicar quem fala mais de quem éco. Mostrar que o que era a na 1ª e na 2ª.

P: O que que te fez escolher ele para a gente aqui hoje?

D3: Olha eu acho que foi quando eu abri o livro na verdade eu nunca trabalhei com ele. Acho que esse foi um dos um dos critérios. Pegar um livro que eu não conhecia. me chamou atenção a questão do jogo que ela indica lá mas aí depois quando eu abri mesmo o capítulo para olhar a fundo já não vi tanta diferença. Lembra de falar da formação

Sobre o livro a matriz utilizada na escola campo, todos se restringiram a dizer que trabalhava as mesmas habilidades apresentadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Apesar de termos a expectativa de que os professores realizassem uma análise, principalmente, conceitual dos livros didáticos no que diz respeito aos números inteiros, não foi o que ocorreu. O grupo fez uma análise que consideramos influenciada pelo paradigma tradicional, ou podemos nos arriscar aqui a definir como extremamente superficial, no sentido que se ateuve a olhar para questões visuais e pouco se atentaram à elaboração conceitual ou não que pudesse se apresentar nesse material. Ficou evidenciado um olhar mais conteudista.

Tendo em vista a apresentação realizada, durante a sessão, foi apresentado pela pesquisadora alguns pontos analisados e que eram pertinentes ao conteúdo de números inteiros, numa tentativa de que vislumbrassem um pouco além da forma com que o conteúdo é trabalhado tradicionalmente nos livros didáticos. Como ponto de atenção, dialogamos sobre a forma de apresentação do conteúdo de números inteiros nestes livros didáticos, os quais, na maioria das vezes, tratam os conteúdos de forma não aprofundada, sendo necessária uma busca por outros referenciais que possam dar um melhor embasamento às discussões.

Um dos pontos elencados foi que é tradicional que os números inteiros sejam apresentados como mais um conjunto numérico (TEIXEIRA, 1993). Em relação ao zero, ele é apresentado como um marco que dividiria, na reta numérica, os valores positivos e negativos; em nenhum dos livros didáticos analisados pôde ser encontrada a perspectiva sobre a relatividade de sua posição se tomar como referência a sua origem. Em relação ao zero, acreditamos ser necessária uma análise sob a ótica posicional, operatória, medida e, ainda, analisá-lo como discreto e contínuo.

A partir dos diálogos iniciados, D3 elencou que agora entendia que os professores deveriam aprofundar os conceitos e que, realmente, não tinha pensado daquela forma.

D3: Então a gente tem que trabalhar o conceito do zero e o de número né? Porque a turma tem que relacionar a ideia de contagem né? Então nesse livro aqui a única característica já apresentada aos estudantes sobre a contagem que pode ser considerada para os números inteiros é a medidas de temperatura, acho que estou precisando estudar mais um pouquinho né?

Neste momento, de forma a contribuir com D3, foi lembrando que mesmo essas discussões produzidas poderiam estar apoiadas nas ideias intuitivas, mas não restritas a estas ideias. Isso porque os estudantes precisam compreender as regras de cálculos pela observação de regularidades e ainda pela aplicação das operações fundamentais, saldo de pontos, em situações investigativas, nas quais há “falta”, de orientação e posições relativas que podem ser trabalhadas: “D2: É a ideia de bancos não é professora?” Outros pontos de atenção foram apresentados pela pesquisadora e dialogados com os professores sobre sua pertinência:

.6. 5.1 A importância de se trabalhar a ideia de medida

A partir dos diálogos, é necessário trabalhar o conceito de número. Nessa percepção, a única característica já apresentada aos estudantes sobre a contagem, que pode ser considerada para os números inteiros é a medida. Podemos pensar em medidas de temperatura, transformações ou representações de mudanças de estados ou situações.

6.5.2 A segunda e a ideia de relação

O trabalho com saldos de pontos, diferenças entre fusos horários, devem estar apoiado nas ideias intuitivas, mas não restrito a estas ideias.

6.5.3 A ideia Matemática (utilizando a reta numérica)

Neste caso, podemos pensar ainda que os números inteiros podem ser trabalhados em diferentes situações investigativas, nas quais as “faltas” de orientação e posições relativas podem ser trabalhadas. Pode-se, ainda, trabalhar o conceito de números opostos.

6.5.4 Trabalhar com saldos bancário

Para os professores, trabalhar com saldos bancários é considerado significativo para os estudantes. Eles justificam esse posicionamento por ser um trabalho que está “diretamente” ligado ao cotidiano dos estudantes.

6.5.5 Antecipações apresentadas pelo grupo pesquisado

- O estudante pode relacionar os números inteiros somente a números negativos.
- O não reconhecimento por parte dos estudantes de números positivos como números inteiros em uma situação de resolução problemas.
- Dificuldades em utilizar as regras de sinais.

- Dificuldades em relacionar os números inteiros a diferentes contextos.

6.5.6 Antecipações apresentadas pela pesquisadora

- Dificuldades em diferenciar um valor relativo de um valor absoluto em uma situação de resolução problemas.
- O estudante não perceber as regularidades nas operações realizadas.
- A não compreensão do zero como um elemento que pode definir o valor relativo de um número inteiro.

Ao final da sessão, D3 afirmou já ter o conhecimento desses pontos, mas que nunca tinha parado para realizar elaborações ou planejamentos que não fossem aqueles apresentados nos livros didáticos. “D3: __acho que estou precisando estudar mais um pouquinho né?”


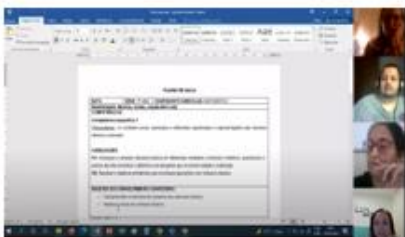
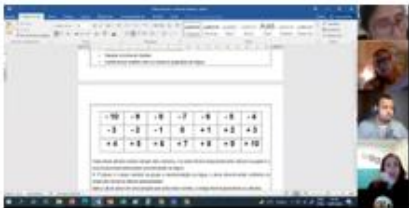

Essa afirmação de D3 demonstra que os diálogos colaborativos realizados durante as sessões de LS podem, sim, encaminhar e produzir certa “inquietação” em relação a um aprimoramento profissional, necessário à formação do PEM, haja vista ter identificado uma necessidade de formação. O que é corroborado por Ponte (2012), quando afirma ser importante um aprofundamento didático e que o conteúdo é o cerne desse aprofundamento. Cabe ao professor, neste momento, agir sobre esse conhecimento. A gestão do conteúdo que está inserido no currículo tem a ver com o modo como o professor interpreta e planeja suas aulas, de forma mais ou menos abrangente. Para esse planejamento, é necessário que o professor observe diferentes fatores que vão além de conteúdo e tempo. A sua ação é influenciada pelo currículo, pela escolha do material didático, pelos estudantes e por todo um contexto social.

Ainda sobre o conhecimento de conteúdo, as elaborações e observações realizadas sobre o conteúdo de números inteiros nos livros didáticos são superficiais, restringindo-se apenas àquilo observado de forma “primária”, como uso de jogos, sem explicar os porquês de sua utilização; a aplicação direta na reta, como na forma tradicional, ou a utilização em situações que envolvem finanças, sem analisar se, dessa forma, estas se apresentam contextualizadas. Isso demonstra uma necessidade de formação profissional que prepare esse PEM para algumas análises que lhes são impostas quando mais aprofundadas. Nesse caso, acreditamos que o LS possa ter despertado essa necessidade de aprimoramento.

6.6. 6ª Sessão

Participaram da sexta sessão D2, D3, D4 e a pesquisadora. Como nas sessões anteriores, utilizamos para a gravação o aplicativo “Teams”. D1, por motivos de saúde, não pôde participar desta sessão. Nesta sessão, tivemos muitas quedas de energia, quando retornamos, a gravação não pôde ser reiniciada. Assim, algumas observações foram sendo anotadas por essa pesquisadora.

Figura 17 – Registros da 6ª sessão

	
<p>Apresentação da 6ª sessão - Grupo de pesquisa – Professores Licenciados em matemática – Apresentação do grupo</p>	<p>Diálogos sobre o planejamento da tarefa.</p>
	
<p>Diálogos sobre o planejamento da tarefa</p>	<p>Diálogos sobre o planejamento da tarefa</p>

Fonte: Dados da pesquisa.

Os professores foram convidados a dialogar sobre planejamento da aula investigativa, apresentando a primeira proposta de planejamento para a aula que trabalhasse o conteúdo de números inteiros. Foram dialogados aspectos comuns ao plano de aula, como o objetivo, as estratégias gerais, a importância do trabalho autônomo dos estudantes e a ideia da colaboração. Os professores deveriam explicar

quais os recursos seriam utilizados e como seria o desenvolvimento da tarefa de aulas. Discutiu-se, ainda, a duração da tarefa planejada.

Sobre os aspectos conceituais, foi discutido o objetivo de cada um dos momentos, considerando os diálogos realizados nas sessões anteriores.

Buscou-se realizar antecipações de dificuldades e até mesmo das facilidades que os estudantes teriam em relação ao conteúdo e realizar a reflexão sobre os conceitos. Outro ponto foi pensar a realização das tarefas para a aula como se fossem estudantes e, desse modo, tentar identificar, de maneira mais eficaz, as antecipações. Além disso, buscou-se refletir sobre os limites e as possibilidades para os estudantes realizarem as tarefas organizadas no plano elaborado. O plano foi apresentado:

D3: A gente teve algumas dúvidas e com certeza a gente vai precisar de orientações para gente montar. Uma das dúvidas foi a gente teve a impressão de que você não queria que a gente trabalhasse com o que está muito “batido” então o que que a gente fez? A gente foi atrás da matriz da escola para procurar as competências e as habilidades relacionadas a números inteiros.

D2: Na questão dos objetivos a gente colocou só a identificação do conjunto e a realização das somas e subtrações.

D3: A gente pensou em construir uma régua grande tá? que a gente pudesse colocar no fundo da sala de aula. Nessa régua a gente teria o zero como origem. E aí para não ficar tão grande do dez até o menos dez só. Tá? E aí formar duplas na sala. e os alunos trabalhariam com a questão de posição.

D1: pra fazer essa associação dos sinais se é positivo, se é negativo, se soma, ou se subtrai.


P: Então enquanto um faz a conta retira as cartas o outro faz a movimentação nessa reta numerada. Qual o objetivo dessa tarefa em termos de conceitos? O conceito de zero? Vocês pensaram quanto tempo que eles iam levar, por exemplo, para essa primeira questão? a gente pode aumentar um pouquinho mais a complexidade das tarefas?

D1: Uma meia hora. Porque eles são muito agitados.

D2: Precisamos discutir a questão do zero. E o parâmetro quando ele descobrir o parâmetro dele vai ter que ser o zero porque o pensa com comigo. Se a gente falar assim o zero é origem. Eu já estou dando um conceito que ele precisa deduzir. É essa a ideia profundidade do planejamento. Então vocês encontraram uma forma lúdica da gente trabalhar essas questões numéricas. é que eu faço o estudante entender que dentro desse escopo a gente está trabalhando é importante.

D3: Que tipo de perguntas a gente pode estar fazendo para ele. Ele não pode fazer somente uma relação entre um conjunto novo. Talvez uma experiência com o termômetro

Figura 18 – Primeiro plano de aula apresentado

PLANO DE AULA						
DATA:		SÉRIE: 7º ANO		COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA		
PROFESSORES: RENATA, VILMA, JAQUELINE E LUIZ						
COMPETÊNCIAS						
Competência específica 1 (Re)conhecer, no contexto social, operações e diferentes significados e representações dos números inteiros e racionais.						
HABILIDADES						
H1. Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. H2. Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.						
OBJETOS DO CONHECIMENTO/ CONTEÚDOS:						
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Compreender a estrutura do conjunto dos números inteiros. ✓ Realizar somas de números inteiros. 						
ESTRATÉGIAS:						
Aula expositiva para apresentação da proposta.						
Promover aprendizado através da resolução de problemas.						
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Propor problemas aos alunos para observação da capacidade de resolução que eles estão desenvolvendo. ✓ Através de aula expositiva apresentar o conjunto dos números inteiros e suas operações (adição e subtração) 						
Utilizar gamificação e/ou ludicidade como proposta de intervenção.						
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Construir uma régua numerada de - 10 ao 10 com uma fita adesiva larga, que possa ficar no chão da sala sempre objetivando a transmissão do conhecimento. 						
						
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Separar a turma em duplas. ✓ Confeccionar cartões com os números propostos na régua. 						
- 10	- 9	- 8	- 7	- 6	- 5	- 4
- 3	- 2	- 1	0	+ 1	+ 2	+ 3
+ 4	+ 5	+ 6	+ 7	+ 8	+ 9	+ 10
Cada dupla deverá sortear sempre dois números, um aluno ficará responsável pelo cálculo no papel e o outro ficará responsável pela movimentação na régua. O 1º passo é o aluno mostrar ao grupo a movimentação na régua, o aluno deverá andar conforme os sinais dos números inteiros apresentados. Após o aluno parar em uma posição que acha estar correta, o colega deverá apresentar os cálculos.						
RECURSOS UTILIZADOS:						
<ul style="list-style-type: none"> • Quadro branco • Pincel • Livro • Papel, caneta e uma fita adesiva larga 						
OUTROS: O planejamento como instrumento norteador do trabalho docente é também flexível e busca em suas especificidades desenvolver o senso crítico do aluno, torná-lo engajado, mobilizando desta forma todo conhecimento de modo que ele possa ser o protagonista de sua própria história, tendo no papel do professor um mediador e articulador.						

Fonte: Dados da pesquisa.

Pode ser observada muita insegurança por parte dos professores, sobre o que realmente poderiam trabalhar, quando falávamos sobre o conceito, sobre as antecipações. Desse modo, definimos que na, sessão seguinte, faríamos um exercício de tentar identificar essas antecipações e entender o que eram realmente. Após o término da sessão e analisando o planejamento apresentado algumas Observações podem ser realizadas.

Ao definirem as habilidades “**H1**. Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. **H2**. Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros”, estabeleceu-se uma expectativa de que o conteúdo fosse trabalhado de forma contextualizada, em situações que envolvessem as operações de adição e subtração. Além disso, havia a necessidade de se elaborar e resolver situações problemas que envolvessem as operações de números inteiros.

Na primeira versão do planejamento das tarefas de aulas, os professores demonstram uma percepção de que as tarefas eram restritas à realização de uma atividade prática, que envolveria, por exemplo, as “cartas” ou um material didático. Entendemos, de forma coletiva, que da forma apresentada não se constituía uma “situação problema”, mas uma aplicação direta de regras de sinais; acreditamos que essa atividade possa até promover “aprendizagens”, porém de forma inicial.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira, (2016), ao trabalharmos a “resolução de um problema matemático”, podemos promover outras descobertas além da objetivada inicialmente a qual pode ser tão ou mais importante. Esse fato pode justificar o trabalho com tarefas matemáticas que tornem o percurso de resolução interessante, no qual a situação possa apresentar um início, mas um final desconhecido pelos inúmeros conhecimentos que podem ser evidenciados.

Em seu planejamento, eles demonstram uma tendência a trabalhar com o paradigma do exercício. Nesse caso, reforça-se a ideia dos estudantes que esperam do professor a apresentação de um determinado conteúdo, foco para a aprendizagem e definido pelo professor. A proposição de ideias destes estudantes não seria o foco, pois esperam ser comandados e avaliados pelo professor (ALRO; SKOVSMOSE, 2006). É uma aferição do modelo tradicional de aula, pelo planejado a teoria antecederia a prática, a investigação. Não estamos afirmando aqui ser “equivocado”, isso porque compreendemos que, em um planejamento isso pode ocorrer. O que se

percebe é que, dessa forma, o proposto não atenderia às habilidades definidas no próprio planejamento.

Durante os diálogos realizados com os professores, foi levantado esse questionamento. Seria possível mudar a ordem de organização, por exemplo, fazendo perguntas que aguçassem a curiosidade e a vontade em realizar as tarefas apresentadas para os estudantes ou iniciarmos com uma prática?

D3: Acredito que sim, podemos trabalhar de forma prática primeiro.

D1: Mas eles não já estão fazendo a prática.

D2: Está mais direta, eu acho que situação problema não é isso? Tipo precisa planejar realmente um problema.

D1: Não entendi.

D3: Deixa ver seu eu entendi... então quando eu trabalho com as cartinhas lá, não estou contextualizando. Porque não é uma situação contextualizada. Não tem problema.

D1: Ah tá!

Sobre o conhecimento para o ensino, a fala de D3 nos apresenta uma ideia de que a contextualização requer a intervenção do estudante no processo de aprendizagem, fazendo as conexões entre os conhecimentos. Acreditamos que este estudante só poderá realizar estas participações se, de alguma forma, lhe for apresentado o embasamento teórico para colocar-se de maneira questionadora. No caso do planejamento apresentado, é observada certa “confusão” entre realizar uma atividade com materiais manipuláveis e a perspectiva de contextualização. Na tarefa planejada, o aluno irá aplicar regras de sinais da forma como são apresentadas nos livros didáticos sem um contexto de resolução e de entendimento dos significados.

Outro ponto observado nesse plano sobre o conhecimento de conteúdo foi o fato de elencarem o campo aditivo como foco em suas habilidades. No entanto, em alguns momentos, utilizam somente uma das operações que fazem parte desse campo.

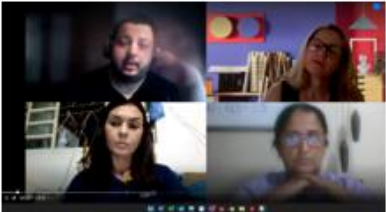


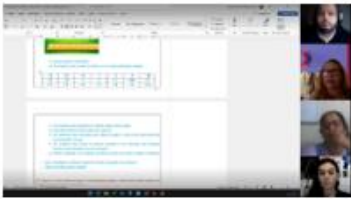
No final da sessão, a pesquisadora falou sobre o foco no objetivo do planejamento, orientando que retomassem as questões conceituais. A expectativa era que pensassem em questões que trabalhassem o processo de aprendizagem dos

números inteiros. Com isso, esperava-se que o planejamento fosse se transformando em algo que se encaminhasse a proposta de um LS.

6.7. 7ª Sessão

Participaram desta sétima sessão D1, D2, D3 e a pesquisadora. Como nas sessões anteriores, utilizamos o aplicativo Teams para a gravação.

Figura 19 – Registros da 7ª sessão

	
<p>Apresentação da 7ª sessão - Grupo de pesquisa – Professores Licenciados em matemática – Apresentação do grupo</p>	<p>Diálogos sobre a organização da aplicação</p>
	
<p>Diálogos sobre o planejamento da tarefa e organização da sala de aula.</p>	<p>Diálogos sobre o planejamento da tarefa de aula.</p>

Fonte: Dados da pesquisa.

Nesta sessão, iniciamos com alguns questionamentos sobre o planejamento porque, após a análise realizada pela pesquisadora dos planos de ação, algumas situações puderam ser observadas e, também, para sanar algumas dúvidas relativas ao que foi pensado e elaborado na primeira versão. A primeira questão levantada foi: como seria na prática a aplicação?

D3: Eu acho que é sim possível pensar na prática. Como pensamos em uma atividade de movimentação... para eles isso já vai ser muito claro porque tem espaço para frente e o para traz, tem um ponto de referência. Depois a gente leva a teoria.

Nesse momento, uma dúvida levantada por D3, que era a professora regente, foi sobre a escolha do ambiente, sobre o ambiente da sala Google. A pesquisadora orientou o grupo sobre a importância da partilha e visualização por todos das resoluções realizadas, em um quadro ou papel madeira; essa ação seria realizada pela professora regente.

Outro questionamento foi: Acreditam ser possível iniciar a aula com algumas perguntas investigativas que possam instigar os estudantes a novas proposições? Pensando em um cenário investigativo?

D3: Eu tenho medo porque eles já conhecem o conteúdo.

D2 Eu também acho. Eu não sei se eles conseguem
Essas questões podem fugir do assunto. Está tudo “batido”.

D4: Nós vamos fazer perguntas, mas eles já vão saber as respostas.

P: Não sairá nada de novo?

D4: Claro que eu acredito que sairá algo novo.

Outro questionamento realizado pela pesquisadora: onde vocês acreditam estar a resolução de problemas no plano de aula elaborado por vocês?

D1: Eu vejo quando a gente trabalha o termômetro.

P: mas não tem esse problema no planejamento.

D1 eu sei, isso só vai ocorrer se trabalharmos o termômetro.

P: então você está me dizendo que não temos a situação mais que irão inserir uma situação problema?

D1: eu trabalharia do jeito que está colocado aí, com a teoria e depois um bom exemplo do cotidiano seria quando se trabalha com as temperaturas dos países, por exemplo. .

P: Então teríamos que entrar na situação problema?

D1: Tem ainda a questão do tempo né?

P: Precisamos compreender se temos ou não temos problema no planejamento?

D2: eu acho que não tem.

Nesse momento, a pesquisadora elencou que devemos ter clareza do objetivo de nosso planejamento. Isso porque, sem essa clareza, poderíamos continuar trabalhando de forma tradicional. Outro questionamento foi: o que é uma situação problema?

D2: para mim é quando vou falar coisas do cotidiano. Quando faz parte da vida deles.

D1: E o que pode ocorrer no cotidiano e vai ajudar a solucionar outros problemas.

D3: Penso como se fosse um algoritmo. Um passo a passo. É como uma receita de bolo, com um passo a passo. Então para resolver o problema não é assim do nada. Por isso é que brigamos tanto na nossa área para sair da questão sem contexto... para mudar a forma de trabalhar com a Matemática em sala de aula.

Esse diálogo sobre o questionamento do que seria uma situação problema, demonstra um desconhecimento de conteúdo, de metodologia e até mesmo de currículo. Isso porque eles não conseguiam, naquele momento, compreender o que é uma situação problema que, segundo Polya (1995, p. 81), seria: “encontrar, por meios apropriados, um caminho onde nenhum é conhecido à partida, encontrar o caminho para sair de uma dificuldade, encontrar o caminho para contornar um obstáculo, atingir um fim desejado que não é imediatamente atingível”, ou seja, encontrar uma solução a um desafio ainda não resolvido.

O grupo realizou um diálogo entre eles sobre suas dúvidas. Essa não foi uma orientação dada pela pesquisadora, mas partiu do próprio grupo quando entenderam ser necessário o entendimento do que seria um “problema” para que o planejamento se tornasse “mais abrangente” ou aprofundado. Ao final, eles compreenderam a definição de situação elaborada por Polya (1995), quando D3 acabou por fazer a ponte entre sua fala e as etapas para a resolução de problemas, elencadas pelo autor. Essa constatação já denota certo “amadurecimento” e um olhar diferenciado em relação ao planejamento da tarefa a ser aplicada na última sessão do LS.

Em seguida dialogamos sobre alguns combinados em relação à organização da aplicação da aula planejada. Quais sejam:

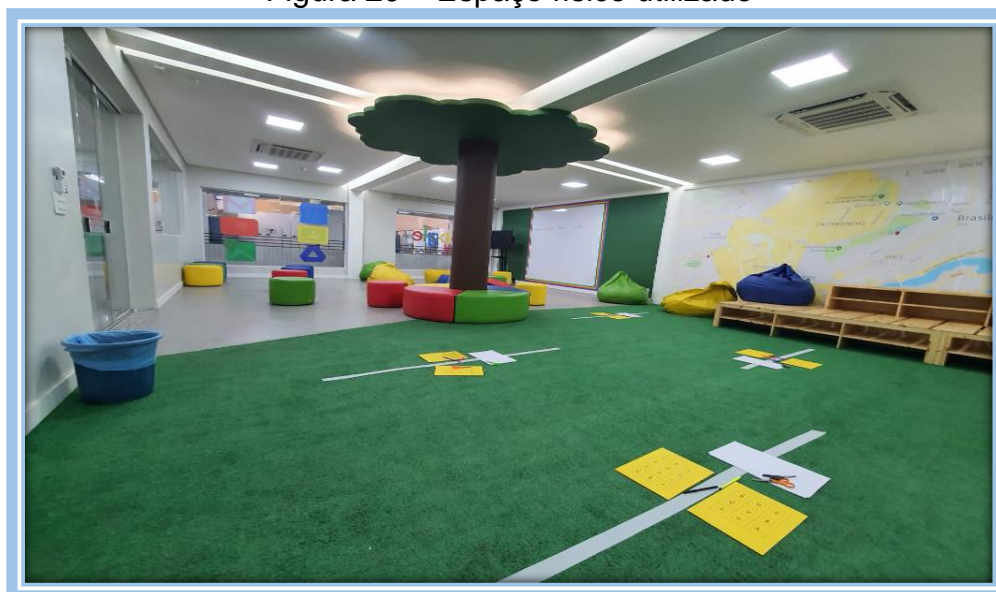
a) Espaço físico

- Realizar a atividade na sala “Google”; os professores a escolheram por ser um ambiente mais tranquilo e agradável para os estudantes. Dentro desse ambiente, são disponibilizados pufes, bancos e tapetes, assim como televisão e quadro negro. Todos queriam que o ambiente escolhido fosse organizado e acolhedor.

b) Organização da aplicação das tarefas de aulas

- A turma seria dividida em grupos 4 grupos de 6 estudantes.
- Seriam disponibilizadas canetinhas, fitas adesivas, tesouras e fichas para os estudantes.
- Todas as discussões deveriam ser anotadas no quadro negro pela professora regente.
- Foi sugerida a participação de um estagiário da escola para auxiliar na questão da disciplina; mas, após discutirmos de forma colaborativa, entendeu-se que não seria interessante já que ele não participou de todo o processo de planejamento e, ainda, pela não necessidade de auxílio.
- Os alunos iniciariam a aula no espaço onde teria um tapete, por ser “acolhedor” segundo a professora regente.

Figura 20 – Espaço físico utilizado



Fonte: Acervo da escola campo.

- c) Professora Regente. A regente durante a aula foi orientada a:
- Atentar-se às suas falas, no sentido de não apresentar as respostas e, sim, buscar que os diálogos viessem dos estudantes ou da turma, incentivando-os a questionar, a buscar soluções.
 - Anotar todas as observações e respostas dos estudantes de forma organizada para que todos na turma pudessem visualizar no quadro negro. E discuti-las.
 - Atentar-se às perguntas e as respostas dos estudantes.
 - Deixar que os estudantes se posicionassem diante das tarefas que lhes seriam apresentadas.
- d) Professores observadores:
- Os professores observadores, não poderiam realizar sugestões durante a aula,
 - Deveriam anotar toda e qualquer observação dos estudantes que considerassem pertinentes e necessárias.
- e) A turma de desenvolvimento.

A professora regente descreveu a turma da seguinte forma.

Trata-se de uma turma de 24 estudantes. Neste grupo, temos um estudante cadeirante com o qual deveríamos ter todo o cuidado em inseri-lo na atividade. Trata-se de uma turma extremamente aplicada, porém muito agitada. Acreditava que talvez tivéssemos problemas com indisciplinas.

Sobre aprendizagem: Ela elencou que a turma tinha dois estudantes que se destacavam pela capacidade de argumentação, por isso acreditava que, assim que se iniciasse a aula, esses estudantes se mostrariam como protagonistas. Mas a turma tinha três estudantes que se mostravam com algumas dificuldades de aprendizagem em Matemática.

De modo geral, eram estudantes acompanhados em suas aprendizagens por seus pais que ela considera “bem exigentes”, todos de classe média alta.

5.13 A 2ª versão do plano apresentado

Os professores buscaram dialogar suas dúvidas entre eles, no grupo de Whatsapp, em ligações entre eles, que não foram gravadas e nem tiveram a participação da pesquisadora. Isso denota um amadurecimento sobre a perspectiva da elaboração de um planejamento como pretendido em no LS, já que consideraram importante um aprofundamento.

Acreditamos que nossos diálogos, na última sessão do LS, e também o aprofundamento, realizado de forma autônoma pelo grupo, influenciaram para que a segunda versão do plano sofresse algumas mudanças. Outro ponto que contribuiu para isso foi o entendimento, por parte do grupo, de que o planejamento da forma como estava, sem a intervenção, continuaria a apresentar o que já trabalhavam em sala de aula, que era, em geral, restrito ao apresentado aos livros didáticos. Esse ainda foi um dos motivos pelo qual elaboramos a análise do plano e a elaboração de perguntas ao grupo como já apresentado anteriormente

a) O plano definido:

Na primeira parte, foram organizadas todas as informações pertinentes a um plano de aula já utilizado pelos professores em seu cotidiano, apesar de serem orientados a realizar toda e qualquer alteração que achassem necessária para uma melhor organização de sua aula.

Pode se observar de diferente entre a proposta anterior é que neste a regente foi acrescentada. Há, ainda, uma pequena orientação no próprio plano de que os observadores focassem e anotassem as informações que considerassem importantes.

As habilidades se mantiveram as mesmas e também se conservou a ideia de promover o aprendizado por meio da resolução de problemas. Os dados foram organizados como na Figura 22, apresentada a seguir:

Figura 21 – Primeira parte do segundo plano apresentado


PLANO DE AULA	
DATA:	SÉRIE: 7º ANO COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA
PROFESSOR REGENTE: <input type="text"/>	
<input type="text"/>	
COMPETÊNCIAS	
Competência específica 1 (Re)conhecer, no contexto social, operações e diferentes significados e representações dos números inteiros e racionais.	
HABILIDADES	
H1. Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.	
H2. Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.	
OBJETOS DO CONHECIMENTO/ CONTEÚDOS:	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Compreender o conjunto dos números inteiros. ✓ Trabalhar o conjunto dos números inteiros em uma reta numérica. ✓ Trabalhar as operações utilizando a reta numérica. 	
ESTRATEGIAS:	
1º momento: 10 min	<ul style="list-style-type: none"> ✓ O que são os números inteiros? ✓ Você sabe como surgiram? ✓ E por que podem ter sido criados? ✓ Onde você percebe os números inteiros? ✓ Por que o zero foi criado? ✓ Qual a função do zero. <div style="text-align: center;">  </div> <p>Obs.: professor anote as respostas dos estudantes no quadro para retomar ao final da aula</p>

Figura 22 – Segunda parte do segundo plano apresentado

2º momento: 10 min

Professor proponha as seguintes situações:

a) O número - 5 é mais negativo em relação ao -1. Isso acontece por quê?

Resp.: o - 5 está mais distante do zero na reta numérica.

b) Observe agora:

c) Porque o -9 é considerado um menor número enquanto o 8 é considerado maior?

R: Neste momento a ideia é que o estudante apresente sua explicação e já pense na possibilidade de referencial no caso o zero.

Obs.: Importante professor que você não fale sobre o zero.

3º momento: 50 min

Procedimentos:

✓ Construir uma régua numerada do - 10 ao 10 com uma fita adesiva larga, que possa ficar no chão da sala sempre objetivando As elaborações e construções conceituai

- 10	- 94	- 81	- 17	-2 6	- 5	- 4
- 33	- 29	- 13	0	+ 21	+ 48	+ 34
+ 44	+ 53	+ 6	+ 67	+ 81	+ 9	+ 10

a) separar a turma em duplas.

b) Os estudantes irão recortar os cartões com os números propostas na régua.

c) Os estudantes irão embaralhar as cartelas e dispor entre a dupla.

d) Cada dupla deverá sortear sempre dois números.

e) Um estudante ficará responsável pelo cálculo no papel e o outro ficará responsável pela movimentação na régua.

f) Os estudantes irão localizar os números sorteados na reta numerada. (um estudante localiza o outro estudante realiza a operação)

Figura 23 – Parte final do segundo plano apresentado

<p>✓ Após a localização o professor regente irá orientar a operação a ser realizada.</p> <p>✓ Serão realizadas quantas rodadas?</p> <p>O 1º passo é o aluno mostrar ao grupo a movimentação na régua, o aluno deverá andar conforme os sinais dos números inteiros apresentados.</p> <p>Após o aluno parar em uma posição que acha estar correta, o colega deverá apresentar os cálculos.</p>
<p>RECURSOS UTILIZADOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Quadro branco ● Pincel ● Livro ● Papel, caneta e uma fita adesiva larga
<p>OUTROS: O planejamento como instrumento norteador do trabalho docente é também flexível e busca em suas especificidades desenvolver o senso crítico do aluno, torná-lo engajado, mobilizando desta forma todo conhecimento de modo que ele possa ser o protagonista de sua própria história, tendo no papel do professor um mediador e articulador.</p>

Fonte: Dados da pesquisa.

Nesta segunda versão do plano, os professores apresentaram uma estratégia diferente com a inserção de perguntas investigativas. Eles justificaram que essas perguntas poderiam fazer surgir outras perguntas e, ainda, porque buscavam atender a um dos pontos estabelecidos como habilidades a serem desenvolvidas, durante a aplicação da aula investigativa, que era resolver e elaborar tarefas que envolvessem operações com números inteiros.

Como estratégias, eles elaboraram perguntas a serem apresentadas aos estudantes, cada uma com um objetivo:

- ✓ A primeira pergunta: o que são números inteiros?

Com esse questionamento eles intencionavam compreender se os estudantes, que já conheciam o conjunto, ainda o viam como um novo conjunto ou como um conjunto ao qual os números negativos eram acrescentados. Desse modo, poderiam ser identificados alguns entraves de compreensão.

- ✓ A segunda e terceira pergunta: Você sabe como surgiram os números inteiros? Por que eles podem ter sido criados?

Essas perguntas tinham como objetivo lembrar com eles as histórias apresentadas pelo professor sobre a origem dos números inteiros e ainda quebrar um pouco o “gelo”, no início da aula investigativa.

- ✓ A quarta pergunta: Onde você percebe os números inteiros?

A pergunta tinha dois objetivos: identificar se os estudantes conseguiam perceber esses números no seu cotidiano e se eles reportariam somente o que foi apresentado e discutido no livro didático, utilizado por eles. O referido livro trabalha com os números inteiros basicamente na reta numérica e com alguns exemplos de uso em situações que envolvem contas bancárias, expressões numéricas como método de fixação de regras, conforme podemos verificar na Figura 25 a seguir:

Figura 24 – Atividades do livro didático

11. Calcule o valor de:

- $7 + 20 - 4 + 23$
- $-17 - 14 + 32$
- $27 - 16 - 10 + 1$
- $-25 - 21 - 40 - 86$
- $35 + 18 + 62 + 115$
- $-75 + 70 + 50 - 61 - 14$
- $84 - 79 - 81 + 86 + 10$
- $-64 - 96 - 77 + 200 - 37$

12. (Prova Brasil) Cintia conduzia um carrinho de brinquedo por controle remoto em linha reta. Ela anotou em um quadro os metros que o carrinho andava cada vez que ela acionava o controle. Escreveu valores positivos para as idas e negativos para as vindas.

Vez	Metros
Primeira	+17
Segunda	-8
terceira	+13
Quarta	+4
Quinta	-22
Sexta	+7

Apos Cintia acionar o controle pela sexta vez, a distância entre ela e o carrinho era de: Alternativa b.

- 11 m
- 11 m
- 27 m
- 27 m

13. No dia 1º de agosto o saldo bancário da empresa de Cláudio era R\$ 8400,00. No período de 2 a 8 de agosto, o extrato da empresa mostrava a seguinte movimentação:

Data	Movimento	Valor (em reais)
2/8	crédito	10200
4/8	débito	15000
5/8	débito	9500
8/8	crédito	8000

Usando a adição de números inteiros, responda:

- Qual é o saldo bancário da empresa de Cláudio no dia 8º de agosto?
- Com o saldo do dia 8, Cláudio vai pagar o aluguel no valor de 3000 reais. Qual será o saldo da empresa, após esse pagamento? -900 reais.

14. Caio tirou o extrato bancário de sua conta corrente e verificou que havia R\$ 1900,00. Ele pagou contas com três cheques: um de R\$ 400,00 para o supermercado, outro de R\$ 600,00 para a prestação do carro e outro de R\$ 1300,00 para o aluguel. Qual é o valor que Caio deve depositar na conta para, após os descontos, não ficar com saldo negativo? Caio deve depositar pelo menos 400 reais.

15. Na figura a seguir, qual é o número inteiro que se deve colocar no lugar da letra A? É da 811 da CT

+	71	+ (-2)	= -2
-	-2	+ (-10)	= -12
-	-9	+ (-10)	= -19
-	-14	+ (-3)	= -17
-	-14	+ (-3)	= -17

16. Determine o número inteiro que se deve colocar no lugar de x para que sejam verdadeiras as igualdades:

- $x + (+10) = +16 - 6$
- $x + (-2) = -10 - 8$
- $x + (-20) = 0 - 20$
- $x + (-9) = +9 + 18$
- $(-15) + x = -1 - 14$

17. Sabe-se que, na atmosfera, a temperatura diminui cerca de 1 °C a cada 20 metros de afastamento da superfície terrestre. Quando a temperatura na superfície é +25 °C, qual será a temperatura na atmosfera a uma altura 11 km? -10 °C.

10. Observe o extrato bancário de Roberto:

Data	Histórico	Valor
1/8	Saldo anterior	236,00
4/8	Cheque compensado	-51,00
	Saque cartão	-400,00
	Depósito	+1320,00
7/8	Cheque compensado	-92,00
	Cheque compensado	-813,00
8/8	Cheque compensado	-45,00
10/8	Cheque compensado	-184,00
	Cheque compensado	-90,00
	Depósito	+352,00
	Saque cartão	-150,00
	Conta de luz	-46,00
	Cheque compensado	-120,00

O saldo final de Roberto no dia 10/8/2019 foi: Alternativa b.

- positivo em 83 reais.
- negativo em 83 reais.
- positivo em 120 reais.
- negativo em 150 reais.

- ✓ A quinta e sexta pergunta: por que o zero foi criado e qual a função do zero?

Eles intencionavam entender como o zero é compreendido pelos estudantes. Se o veriam como um marco que dividiria na reta numérica valores positivos e negativos; isso porque em nenhum dos livros didáticos analisados pôde ser encontrada a perspectiva sobre a relatividade de sua posição se tomar como referência a sua origem.

- ✓ A sexta pergunta por que o conjunto é chamado de Z?

Essa questão objetivava a compreensão por parte dos estudantes do uso de uma letra “Morta” e que não necessariamente estaria ligada ao nome do conjunto.

Como procedimentos, o plano trouxe a seguinte perspectiva:

No segundo momento, o professor regente apresentaria uma situação em que os números negativos eram utilizados em uma reta numérica e faria alguns questionamentos sobre maior ou menor. A expectativa é que os estudantes apresentassem sua explicação. Acreditava-se que já iriam falar do zero como referencial.

No terceiro momento, o objetivo era o trabalho aplicado à régua numerada, em que os estudantes deveriam, utilizando as regras de sinais e ainda o conceito de maior e menor, trabalhar com cartelas numeradas as operações de adição e subtração de números inteiros. A expectativa era que, durante a aula investigativa, os estudantes realizassem a operação e explicitassem como haviam chegado à resposta. Neste momento, no plano apresentado, os professores explicitaram cada passo que deveria ser realizado durante a aplicação.

No quarto momento, o planejamento descreve a orientação para a professora regente das solicitações de deveriam ser realizadas para a elaboração das tarefas por parte dos estudantes. Ao final do plano, foi apresentado o material a ser utilizado durante a aplicação.

O Quadro 5, apresentado a seguir, mostra as principais mudanças ocorridas no planejamento entre a primeira e a segunda versão.

Quadro 5 – Diferenças entre a primeira e a segunda versão dos planos elaborados

Quadro comparativo entre a 1ª e a 2ª versão do plano elaborado	
1º Plano de aula apresentado	2º Plano de aula apresentado
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Não apresentava o professor regente. ✓ Pouca preocupação com o conceito. ✓ Maior preocupação com a dinâmica da atividade. ✓ Não trabalho com perguntas investigativas. ✓ Sem definição do trabalho em grupo. ✓ Não separação dos momentos do planejamento. (passo a passo) ✓ Apresentação de uma na tabela com os valores baixos, o que poderia diminuir a complexidade na realização da atividade pelos estudantes. ✓ Sem inserção de observações para o professor. ✓ Não definição dos materiais a ser utilizado durante a aplicação. ✓ Não apresentação de situação investigativa. ✓ Sem definição de cores diferenciadas para os cartões. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Apresentava o professor regente. ✓ Maior preocupação com o conceito. ✓ Manteve uma preocupação com a dinâmica da atividade. ✓ Inserção de perguntas investigativas. ✓ Definição do trabalho em grupo. ✓ Separação dos momentos do planejamento. ✓ Definido os materiais a ser utilizados durante a aplicação ✓ Apresentação de uma na tabela com os valores mais altos para que os estudantes tivessem a oportunidade de encontrar maior complexidade na realização das operações. ✓ Define que os cartões deveriam ser coloridos. ✓ Definição de que os estudantes ao final elaborariam uma situação investigativa. ✓ Com inserção de orientações para o professor.

Fonte: dados da pesquisa.

Durante a sessão, em muitos momentos, os professores demonstravam preocupação com a indisciplina dos estudantes, com as dificuldades que a regente poderia ter com a turma. A pesquisadora explanou algumas dúvidas que se apresentaram durante a análise do planejamento. Uma dessas dúvidas foi se poderíamos ou não mudar a ordem entre aplicação prática e a teoria. A primeira a responder foi a participante D3, seguida da resposta dos outros participantes confirmando: “é sim possível”. A sessão foi encerrada após definirmos os quantitativos e materiais que deveriam ser disponibilizados, e a professora regente responsabilizou-se pela reserva da sala e outras organizações que se fizessem necessárias.

6.8. 8ª Sessão: Matome (aplicação)

Participaram dessa oitava sessão D1, D2, D3, D4 e a pesquisadora e 16 estudantes dos 24 alunos matriculados na turma. A professora explicou que muitos estavam de atestado. Como nas sessões anteriores, utilizamos para a gravação o aplicativo Teams. A diferença é que, por respeito à orientação da escola, trabalhamos somente com áudio. Os registros foram feitos com fotos que serão apresentadas na sequência.

Aplicamos um filtro nas imagens para não permitir a identificação dos estudantes que participaram da sessão.

Figura 25 – Registros do Matome



Fonte: Dados da pesquisa.

A sessão começou com a preparação do espaço da sala para receber os estudantes, alguns diálogos sobre como poderíamos melhor organizar esses espaços, dividindo e organizando todo o material, como demonstrado nas falas e observações abaixo. Consideramos este um momento importante porque foi a ocasião para se organizar pequenos detalhes sobre a distribuição física do espaço.

D2: A professora D3, vai reforçar o trabalho, vamos desmarcar na reta, depois mandar recortar os números, que mais?

D4: Ah, boa coisa que agora que D2 falou, quando eles acharem o resultado eles têm que colocar nessa reta, mais ou menos a posição que eles acham que esse número está, é isso? Deixa-me só ajeitar isso aqui, só um sinal pra eles cortar e marcar na reta? Não, foi assim não tinha um esquema que ia ser uma operação?

D3: Ela vai escolher o número que ela tem. É isso? Eu vou falar mais. Grupo um, pega um número tal e tal. Aí eles vão pegar. agora vocês vão subtrair isso disso e vai falar também falar é que dá.

D4: Andreia, eu quero saber o seguinte, faltou uma coisa pra eu descobrir, quando eles falarem pra mim o resultado da operação, que eles vão fazer que eu vou falar o número, eles vão achar o número na carteirinha.

D1: Gente, podia pedir que eles escolhem os dois números, você só fala a operação adição e subtração. É, foi por isso que eu pensei na gente vai falar, e o grupo um, escolhe aqueles números e se levanta para mim.

Figura 26 – Registros da organização do Matome



Fonte: Dados da pesquisa.

Após a organização, a turma veio acompanhada por professores não regentes e partícipes do grupo de observação, D1 e D4 na sala. Recepcionaram os estudantes: D2 e D3. Iniciou-se a aplicação. Deste momento em diante D4, será chamada de PR: professora regente.

PR: E aí, tudo bem? Podemos começar?

Todos: sim.

PR: A atividade hoje é uma atividade bem interessante e como eu falei para vocês lá em sala, a gente precisa da colaboração para que dê certo. Estava com saudade de vocês, então pronto... Hoje a gente vai ter aula com cinco professores de Matemática de uma vez e mais dois

outros professores que também. Prestem atenção! o nosso primeiro passo é dividir vocês, quando a gente faz essa divisão, vocês terão que ir lá aonde estão separados o espaço para os quatro grupos. Se sobrar alguém, a gente coloca um a mais. Vamos lá. Aqui, por exemplo, eu quero quatro alunos sentados aqui atrás dessa fita aqui, ó. Vamos? Todo mundo vai se organizar. Isso, sem correr. Vamos lá, sem correr.

Após essa primeira organização, a professora solicitou aos estudantes que, naquele primeiro momento, olhassem para frente para que ela pudesse explicar a tarefa de aula a ser realizada. Elogiou os estudantes elencando que sabia que eles gostavam de responder e participar. Fez alguns combinados com a turma, como, por exemplo, quando alguém quisesse falar, que levantasse a mão e os outros deveriam ficar em silêncio para escutar a fala do colega. Explicou, ainda, que todas as elaborações (respostas as tarefas de aula), de forma objetiva, seriam colocadas no quadro para que todos pudessem ver e dialogar sobre possíveis concordâncias ou divergências em suas respostas.

Figura 27 – Registro do primeiro momento do Matome



Fonte: dados da pesquisa.

PR: Participando que eu sei que vocês gostam bastante de responder, é só levantar a mão que todo mundo vai poder falar, tá bom?

Após esse momento, iniciou a tarefa planejada com as perguntas investigativas conforme estava estabelecido no planejamento:

PR: Alguém sabe, alguém lembra como que surgiu, de onde surgiu esse conjunto Z? alguém sabe por que a letra Z?

Alguns estudantes responderam de modo afirmativo ao questionamento da professora. Essa postura pode denotar que eles já se sentiam mais tranquilos com tanta gente dentro da sala de aula.

Desse momento em diante, todo o estudante que participar com suas elaborações foi nominado na sequência, do primeiro ao último, A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, na sequência que iniciar a sua fala, Assim, o aluno que foi o primeiro a falar então passou a ser nominado por A1, e todas as vezes que se manifestar continuará a ser denominado por A1, e assim sucessivamente com os outros participantes.

A1: Processo de contagem, não é? Com pedras.

PR: Muito bem, a contagem é com pedra e tudo mais, mas essa época da contagem das pedras alguma necessidade ou não?

A2: Uma altitude, uma altura. Profundidade. Temperatura, né?

A Professora regente logo faz outro questionamento:

PR: vocês conseguem enxergar então a aplicação dos números inteiros no dia a dia de vocês?

A1: Sim.

Nesse momento, em relação ao conhecimento apresentado por eles, é evidenciado que o estudante faz uma relação entre os números inteiros e aquilo que lhe foi apresentado em sala pelo professor ou pelo material utilizado, como o livro didático: A2: “Uma altitude, uma altura, Profundidade, temperatura?” Mas não estabelece uma relação histórica sobre o conceito ou o momento do surgimento desse conjunto.

Já em relação ao conhecimento do professor, neste momento, ele não observa a relação estabelecida pelos estudantes no que diz respeito à história, apesar de este tópico ter sido dialogado durante as sessões de LS, quando discutíamos a origem dos números inteiros e realizamos reflexões sobre ser ou não um conjunto novo. Dando continuidade, a PR questiona os estudantes sobre identificarem ou não os números inteiros em seu cotidiano. Ela obtém como resposta um objetivo “sim” do estudante A1.

A expectativa era de que o professor pudesse utilizando seus conhecimentos e os diálogos realizados para formular outros questionamentos que pudessem levar os estudantes à busca de respostas e destas emergissem novos conhecimentos. Por exemplo: você acha que naquela época já existiam equipamentos que mediam temperaturas? Ou profundidades? Se não, como você explicaria sua resposta?

O diálogo continua com a professora perguntando como eles organizariam alguns números numa reta numérica

A3: O zero no meio.

PR: Vocês entendem por que o A3 falou do zero que tem que ficar no meio, por quê?

A3: É como se fosse tipo uma divisão entre os números negativos e positivos. Da direita positivo. Da esquerda negativo.

A2: Depende quando tem zero. Quando tem e quando que não vai ter o zero? Você coloca o número mais próximo... menos dois menos quatro cinco.

A professora regente, aproveitando-se dessa fala, realizou outros questionamentos:

PR: O número menos cinco, ele é mais negativo em relação ao menos um?

A5: O menos cinco é considerado um número menor e quando o oito é maior. Qualquer número positivo é maior, que qualquer número negativo.

A6: Como é que você falou aí? Positivo é maior do que qualquer outro negativo.

A5: Isso. Qualquer número positivo será sempre maior que o número negativo.

PR: Isso mesmo. Vocês sabem qual é o último número a ser descoberto?

A6: O um professora.

A3: O zero professora.

A2: O um professora.

A7: O zero professora.

As respostas dos estudantes denotam já certo conhecimento sobre a origem desses números. Isso se confirma com a seguinte resposta:

A3: “É como se fosse tipo uma divisão entre os números negativos e positivos.

Dando prosseguimento ao planejamento, PR expôs um pouco da história da origem dos números, afirmando que o número 1 teria sido o primeiro a ser descoberto, o zero teria sido o último e que todos tinham sua importância, o zero era especial, se colocassem ele dentro de um conjunto que eles já conheciam. Lembrou ainda que os matemáticos tinham a necessidade de representar o vazio. Alguns, por exemplo, os gregos, representam um espaço em branco, mas, com o passar do tempo, o zero foi descoberto.

A5: Por que ele foi o último negócio, porque você tem que representar o nada ou alguma coisa. Então, tipo assim, como é que eu represento nada?

PR: E isso implica muita coisa para os matemáticos. Por fim, ele foi definido para representar como o conjunto A5 falou o “nada”.

A3: Mas sendo definido por algo e ele entra dentro de que alguma coisa né? Os naturais?

PR: Muito bem, conjunto dos números naturais,

Nesse momento, a professora regente aproveitou para perguntar sobre quem teria sido o conjunto que surgiu primeiro e ainda perguntou o que representaria o zero para a Matemática.

A5: os naturais uai! É lógico. Olha só é um número para mostrar que não tem nada, olha só que interessante. Não tem nada, né?

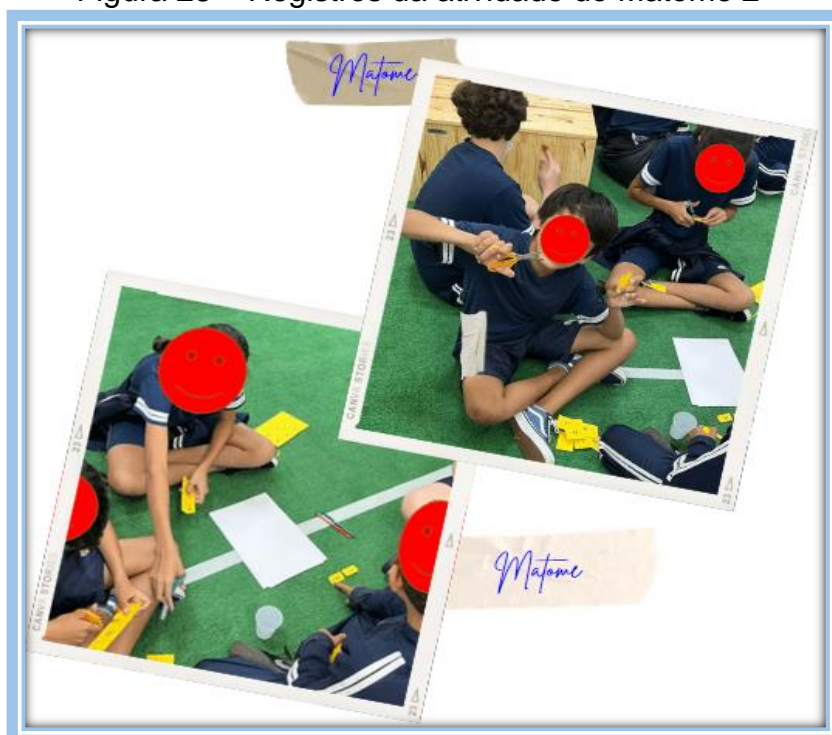
A resposta de A5 reafirma uma dificuldade já sinalizada em nossos diálogos sobre o reconhecimento do zero como um elemento de posição; normalmente os estudantes veem esse número como algo que está ali, mas somente para representar o “nada”.

Neste momento, PR considerou importante falar sobre a importância dos livros didáticos que eles haviam trabalhado para aprender as operações matemáticas, o que

não estava elencado dentro do planejamento. Afirmou que só era possível realizar as operações de adição e subtração a partir do momento que conhecemos o zero. Consideramos essa fala mais um sinal de que os diálogos realizados durante as sessões de LS, de certa forma, influenciaram em decisões sobre encaminhamentos realizados por PR.

Dando continuidade, ela solicitou que os grupos se reunissem no local indicado, fazendo um círculo ao redor do material para dar continuidade à tarefa planejada. Orientou os estudantes a recortarem as fichas entregues a eles, que se organizassem para realizarem essa ação.

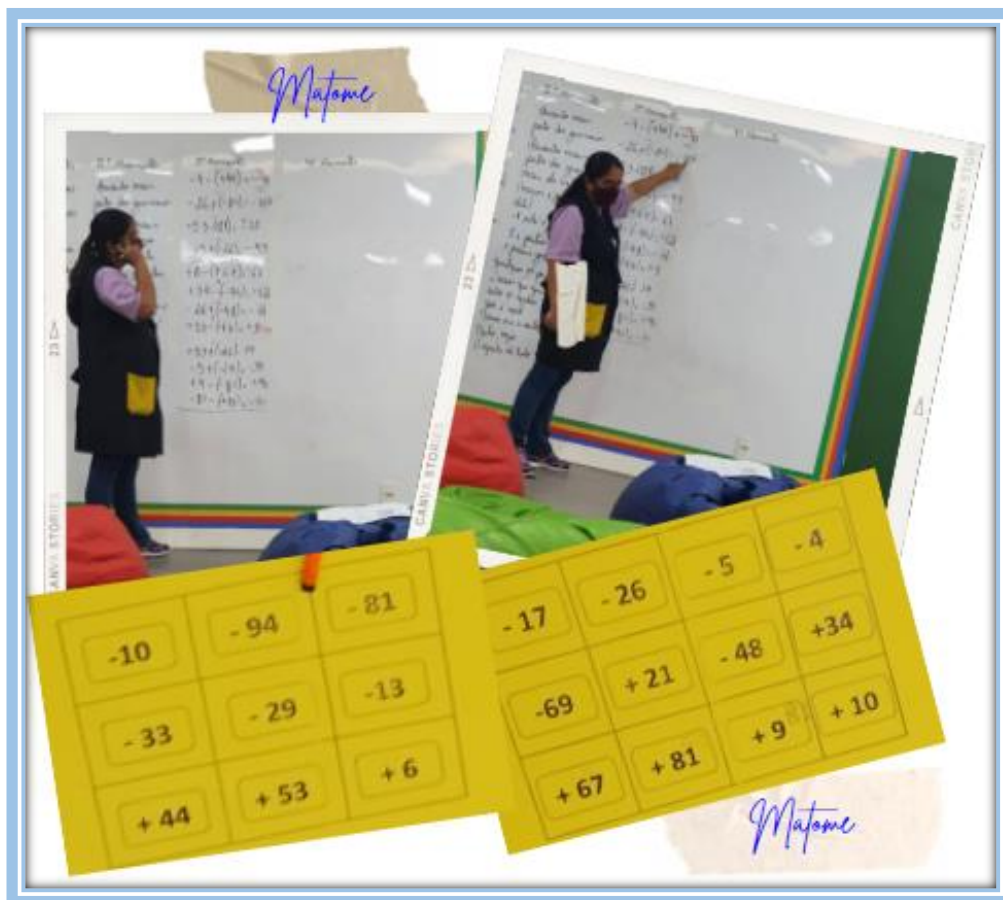
Figura 28 – Registros da atividade do Matome 2



Fonte: Dados da pesquisa.

Após este momento, cada um dos grupos iniciou suas atividades que consistia em realizar os cálculos que lhes eram solicitados. Os estudantes escolhiam dois dos números que recortaram na tabela, apresentavam a professora e esta definia a operação que realizariam. Após a feitura do cálculo, os estudantes eram solicitados a explicar o percurso escolhido por eles. A professora, como combinado, manteve suas anotações sempre à frente e visível para todos os estudantes.

Figura 29 – Registros da atividade do Matome 3



Fonte: Dados da pesquisa.

PR: O grupo da Cecília, eu gostaria que vocês escolhessem de forma aleatória dois números. Viu?
Quais são os números que vocês escolhem?

A8: Quarenta e quatro positivos e quatro negativos.

PR: Eu quero saber quanto que dá?. É subtração mais quarenta e quatro, não é?

A5: Quanto que você falou A8? Quantos são os números?

PR: Ele disse menos quarenta. Menos quarenta. Vamos lá.

A8, então, respondeu menos 40, mais foi corrigido imediatamente pela colega A5: “não é quarenta, tem que ver o sinal”.

A8: Sim. Vai ser sistema de ponto?

PR: Não, não, se preocupem com isso, não é uma competição, tá? É uma aula para a gente realizar. Quanto dá a soma desses dois números que vocês colocaram aí.

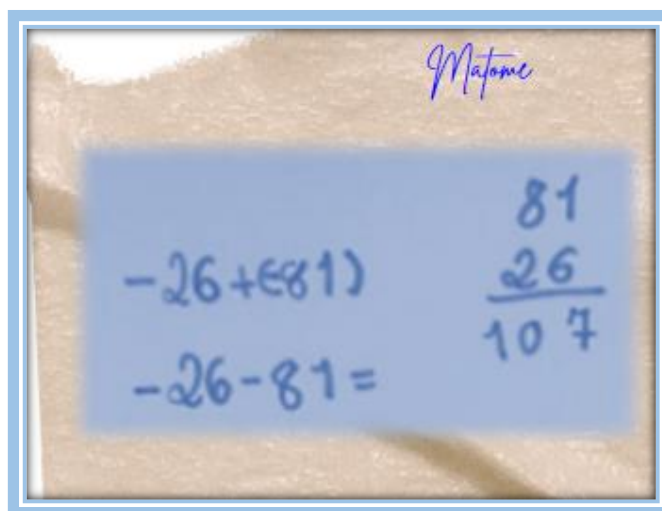
A2: Esses números que você falou menos vinte e seis e menos oitenta e um?

Isso tia?

PR: Tá eu quero saber, me fale o resultado dessa operação de adição. Você vai fazer as contas antes, usar a folha pode.

A2: é mais menos oitenta um. O maior menos o menor? Oitenta e um. Oito. Peraí. A diferença entre eles subtraídos por mais vinte e seis. Quanto? Menos cento e sete tia.

Figura 30 – Registros da atividade do Matome 4



Fonte: Dados da pesquisa.

PR: Adoroooo! O grupo aqui das meninas, dois números de forma aleatória.

A10: cinquenta e três e mais vinte e um. Os dois são positiva tia.

PR: Eu quero que vocês façam a subtração.

A10: Se tira cinquenta e três de vinte e um e ...

A11: Ei... não tem que ser do maior, tirar o menor... se não vai dar problema e nós vamos errar.

Nesse momento, podemos observar que o diálogo e a atenção do grupo eram grandes, PR mostrou-se sempre atenta às respostas e às dúvidas dos estudantes e eles correspondiam, mostrando muita preocupação em acertar, todos estavam atentos! Com essa observação de A11, a resposta dada por A10 foi:

A10: 32, mas foi corrigido imediatamente por A11,

A11: Nãooooo, é positivo pois o cinquenta e três é o maior e positivo. Blz?

PR: Isso, concordam todos?

Todos: sim.

PR: O próximo grupo

A5: Menos sessenta e nove menos vinte e seis.

PR: Eu quero que vocês adicionem esses dois valores. Tem que embaralhar as cartas depois para a gente não ter resposta pronta

Cálculo realizado pelo estudante:

Figura 31 – Registros da atividade do Matome 5

Matome

$$- 63 + (-26) = -79$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ + 26 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 30 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$+ 53 - (-48) = 101$$

$$- 8 - (+10) = -18$$

Fonte: Dados da pesquisa.

A13: Noventa e cinco tia.

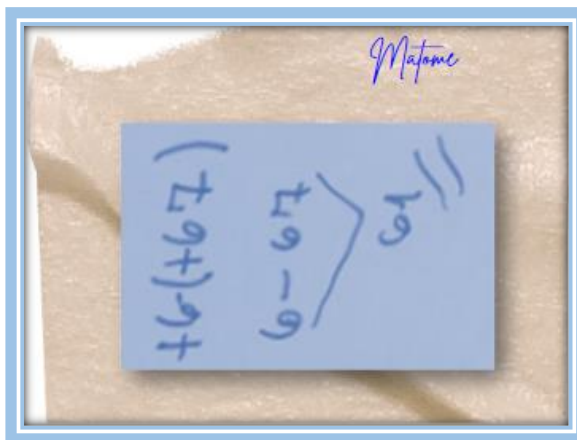
PR: Certo. O Próximo Grupo

A8: Seis e menos sessenta e sete tia.

PR: Eu quero que vocês subtraíam esses dois números.

A13: Sessenta e um. Essa é fácil!

Figura 32 – Registros da atividade do Matome 6



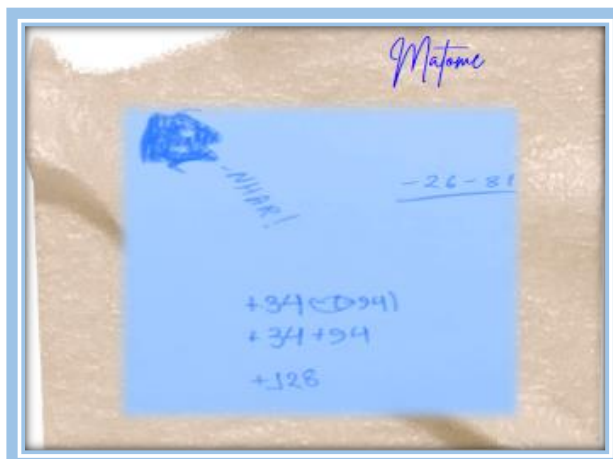
Fonte: Dados da pesquisa.

PR: Grupo do Joaquim dois números de forma aleatória, vamos lá. Agora quero uma subtração.

A2: Menos noventa e quatro e trinta e quatro

A4: Cento e vinte e oito tia.

Figura 33 – Registro da atividade do Matome 7



Fonte: dados da pesquisa

PR: Vamos lá! Agora uma adição

A6: Menos vinte e seis e menos quarenta e. Menos vinte e seis e menos quatro e dois? Quarenta e oito. Ah somar? Menos vinte e seis somados com menos de quatro e oito.

Menos setenta e quatro né? Porque são todos negativos.

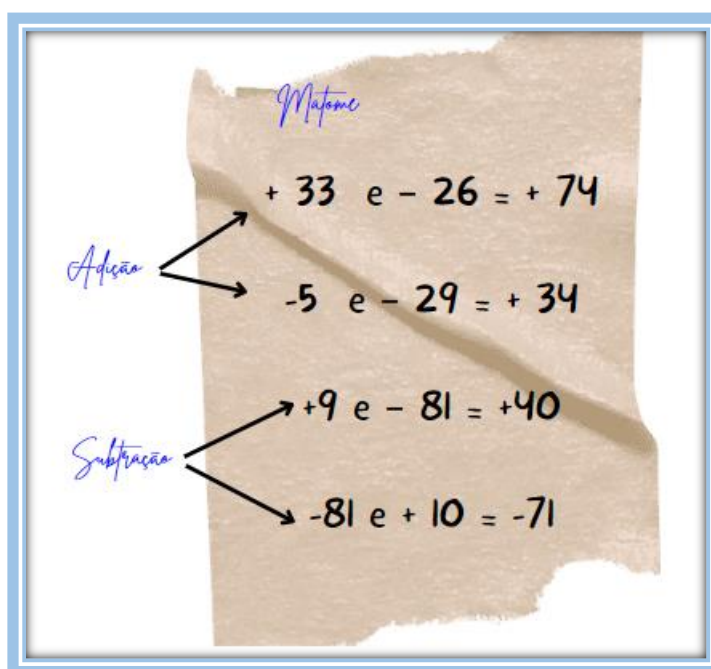
PR: Isso Outro grupo dois números aleatórios. Quero subtração.

A8: Menos cinquenta e três e menos quarenta e oito tia. é cinco positivo tia.

Nessa última operação, os estudantes não elaboraram a operação escrita, já responderam de forma direta.

Desse ponto em diante, a professora deixou livre. Isso porque alguns já se mostravam um pouco cansados e queriam fazer algo diferente. Então, puderam escolher os números e responder. Desse modo, todos acabaram por apresentar as respostas corretas, sem realizarem nenhuma outra observação já que somente 3 alunos quiseram responder e fizeram de forma individual, enquanto os outros só diziam que eles eram os “cabeções”. As escolhas e suas respectivas respostas foram:

Figura 34 – Registros da atividade do Matome 8




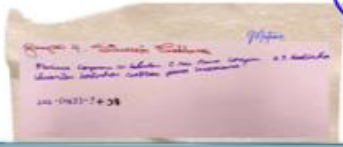


Fonte: Dados da pesquisa.

Para o último momento de aplicação, a professora regente explicou aos estudantes que eles tinham recebido algumas folhas e que agora nos passaríamos a um próximo passo, que era o de elaborar uma situação investigativa em grupo que trabalhasse o conceito de números inteiros. A expectativa era que pudéssemos elaborar questões que trabalhassem diferentes perspectivas de utilização dos números inteiros.

Na sequência, o registro das situações elaboradas foi encaminhado pelos estudantes. Após a elaboração, a professora regente solicitou que os grupos trocassem as questões entre si e cada um encontrasse a solução para as situações que lhes foram apresentadas.

Figura 35 – Elaborações dos estudantes Matome 9

Situação	Resolução dos estudante												
<p>CLARA TEM UM SALDO BANCÁRIO DE R\$: 2500, 00, OBSERVE A TABELA ABAIXO MOSTRANDO SEUS GASTOS POR MÊS:</p> <table border="1"> <tr> <td>TV</td> <td>R\$ 250,00</td> </tr> <tr> <td>ROUPIAS</td> <td>R\$ 300,00</td> </tr> <tr> <td>DIVERSOS</td> <td>R\$ 50,00</td> </tr> <tr> <td>GÁS</td> <td>R\$ 150,00</td> </tr> <tr> <td>INTERNET</td> <td>R\$ 200,00</td> </tr> <tr> <td colspan="2">Mais a mensalidade escolar</td> </tr> </table>  <p>1</p>	TV	R\$ 250,00	ROUPIAS	R\$ 300,00	DIVERSOS	R\$ 50,00	GÁS	R\$ 150,00	INTERNET	R\$ 200,00	Mais a mensalidade escolar		<p>A8: __ SOMEI TUDO QUE ERA POSITIVO E DEPOIS TIREI O QUE ERA NEGATIVO E DEU R\$: 1550,00</p>
TV	R\$ 250,00												
ROUPIAS	R\$ 300,00												
DIVERSOS	R\$ 50,00												
GÁS	R\$ 150,00												
INTERNET	R\$ 200,00												
Mais a mensalidade escolar													
<p>JOÃO TEM UM SALÁRIO DE R\$: 2.60,00, GASTOU 1624,00 POR MÊS. CALCULE O SALDO BANCÁRIO DE JOÃO AO FINAL DO ANO, CONSIDERANDO QUE ELE COMEÇOU O MÊS DE JANEIRO, DEVENDO R\$:344,00, AO SEU AMIGO E QUE GANHOU R\$:560,00 DE ANIVERSÁRIO NO MÊS CINCO.</p>  <p>2</p>	<p>A5: __ NOS SOMAMOS 2.600, REAIS COM 560,00 QUE ELE GANHOU. DAI NÓS TIRAMOS OS 1624,00 QUE É O QUE ELE GASTA POR MÊS E DEU ISSO AQUI $2.600 + 560,00 = 3240$. DAI TIRAMOS AINDA: 1624 E DEU 18.368</p>												
<p>MARIA TEM R\$:2.000,00 E GANHOU R\$:3.000,00 DE SALÁRIO, ELA DECIDIU QUE IRIA GASTAR 1.200,00, EM UM CELULAR, R\$: 2.567,00 EM UMA TELEVISÃO, E R\$: 500,00 EM UMA CANETA TOSCH, E R\$: 700,00 EM UM CARRINHO DE CONTROLE REMOTO. QUANTO SOBROU? ELA SAIU EM PREJUÍZO OU LUCRO?</p>  <p>3</p>	<p>A3: A GENTE PEGOU 2000 MAIS 3000 E DEU 5000 AI PEGOU: $5000 - 1200 - 2567 - 500 - 700 = 1233$. AI A GENTE PEGOU $1233 - 500 - 700 = 33$. AI A GENTE ACNA QUE ELA OBTVE LUCRO.</p> <p>A8: PROFESSORA TEM OUTRO JEITO DE FAZER ISSO: PR: QUAL?</p> <p>A8: SOMANDO TODOS OS NÚMEROS NEGATIVOS E DEPOIS SUBTRAI PELO MAIOR POSITIVO.</p> <p>PR: TÁ. VOCÊS INDICAM QUE ELA TEVE LUCRO.</p> <p>A3: SIM TIA.</p>												
<p>MARIANA COMPROU 101 BALINHAS. E SEU PRIMO COMEU 63 BALINHAS. QUANTAS BALINHAS SOBROU PARA MARIANA?</p>  <p>4</p>	<p>PR: __ COMO VOCÊ FEZ ESSA QUESTÃO</p> <p>A11: __ EU TIREI DAS 101 BOLINHAS DAS 63 QUE ELA TINHA COMIDO E DEU ISSO PROFESSORA.</p>												

Fonte: Dados da pesquisa.

Um ponto que consideramos relevante é que em todas as situações os estudantes, apesar dos diálogos realizados durante a Matome do LS, utilizaram em todas as situações elaboradas informações já conhecidas por meio do uso do livro didático.

Durante toda a aplicação, notou-se a preocupação por parte do professor regente em cumprir o planejamento elaborado pelo grupo durante as sessões de LS, como sinalizado em alguns momentos o professor regente se utilizou de diálogos para realizar algumas acomodações durante o percurso da aplicação, o que consideramos positivo e é corroborado por Ponte e Santos (1998) quando clarificam que, numa tarefa

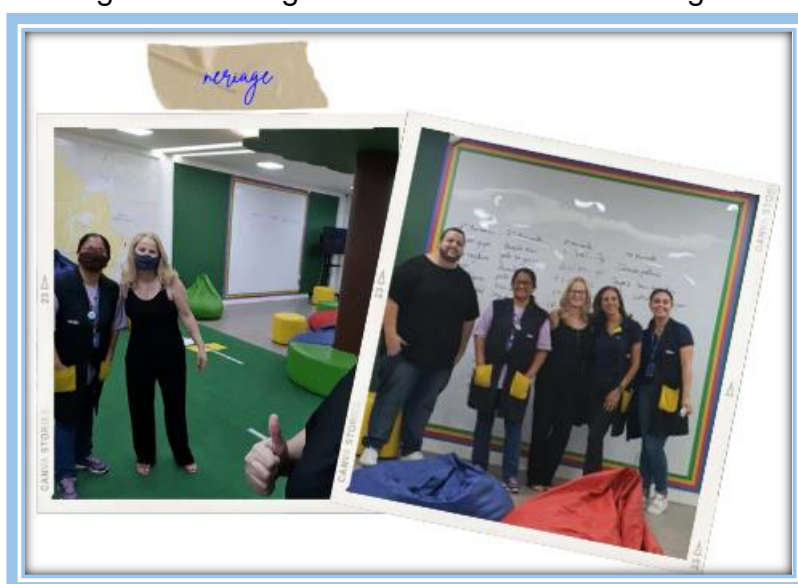
de aula de cunho exploratório, podem surgir momentos de possíveis explanações do professor e ainda de uma sistematização das aprendizagens por ele conduzidas e ainda que são previstas durante uma Matome no Lesson Study (LS). Esse posicionamento só pôde ser tomado quando PEM tem conhecimento do conteúdo, do currículo e até mesmo de seus estudantes e das práticas em sala de aula.

Ressaltamos que algumas das resoluções apresentadas pelos estudantes apresentaram entraves conceituais em sua resolução. Assim, elas foram assumidas pela pesquisadora e participantes, nas discussões coletivas, como elemento essencial da prática docente rumo á compreensão da aprendizagem dos estudantes.

6.9. 9º Sessão Neriage

Após a finalização da aula, o grupo se reuniu para realizar um trabalho de análise de como tinha sido a aplicação e elencar observações que considerassem pertinentes. Nenhum dos professores realizou anotações, a não ser a professora regente, que fez anotações No quadro como pode ser observado nas imagens abaixo:

Figura 36 – Registros da atividade do Neriage 1



Fonte: Dados da pesquisa.

Esse momento não foi gravado, sendo registrado pela pesquisadora por meio de anotações. É importante ressaltar a dificuldade dos professores em expor suas impressões. Foram realizados diversos questionamentos, como quais dificuldades vocês observaram durante a sessão? Sendo obtido como resposta direta de: D1:

“alguns tinham dificuldade em trabalhar ainda as operações fundamentais” e D4 complementa: “essa é uma dificuldade de todas as turmas da escola”.

Ao serem perguntados sobre os conceitos trabalhados, os professores afirmaram que os estudantes já tinham um bom entendimento sobre os conceitos. Em relação à dinâmica da sala de aula, D3 afirmou: “eu mudaria somente o número de estudantes em cada grupo diminuiria e aumentaria o tempo”.

Ao ser questionado sobre o porquê do aumento do tempo de aula, justificou que acreditava que teria mais oportunidade de os estudantes discutirem suas ideias. Já D4 afirmou: “professora, eu me surpreendi com os meninos, com a participação e até com a forma com que se organizaram”.

Outro ponto observado pelos professores foi as dificuldades em relação às respostas anotadas no quadro negro, visto que houve a necessidade de serem corrigidas pelos outros colegas, o que, para eles, tratava-se de uma “desatenção” em relação à tarefa a ser realizada. Observaram, ainda, que todas as situações elaboradas pelos estudantes estavam relacionando os números inteiros às questões financeiras:

D4: Professora, eu acho que isso se deu porque estamos trabalhando o projeto e nele sempre falamos de saldos negativos e positivos em banco.

D3: Mais será que estávamos certos quando afirmamos que é do cotidiano deles?

D1: Eu acho que não, é do cotidiano dos pais. E acho que muitos pais nem falam com os estudantes sobre isso.

D3: Eu já fiz essa pergunta em sala em outro momento e é verdade, os pais pagam, mas não explicam de onde vem o dinheiro.

D4: Então não é cotidiano.

D1: Não mesmo.

D4: E no nosso livro traz como se fosse do cotidiano né?

D3: Sim, mas o que eu também observei professora, é que no nosso livro o 0, é só para dividir os positivos dos negativos.

D1: Então para usar o livro a gente precisaria comparar com outros né?

D2: Verdade, mais aí entre a questão tempo. É triste.

Outro ponto discutido foi sobre a complexidade das atividades, iniciada com a fala de:

D4: Eu aumentaria a complexidade das atividades realizadas.

D2: Os meninos são muito bons acho que poderíamos ter trabalhado com temperaturas... ou com mapas.

D1: Eu já acho que poderíamos discutir mais sobre o zero.

Sobre os encaminhamentos dados pela professora regente, todos afirmaram que não observaram nem uma dificuldade, apesar de achar que, no início, ela parecia um pouco nervosa.

Outro ponto em que todos concordaram é que numa próxima oportunidade seria interessante trabalhar com situações que aguçassem mais a curiosidades dos estudantes, já que no planejamento eles aplicaram muito as regras de sinais.

D3: Acho professora que acabou ficando cansativo para eles, e isso foi uma falha no nosso planejamento.

D1: Eu concordo.

D2: Na verdade professora o que eu acho é que só entendemos o processo mesmo quando a gente aplicou aula.

D3: Na verdade D2, e que entendemos o processo mais só enxergamos os melhoramentos que poderíamos ter feito, quando aplicamos.

D1: Pois é... dá para ver que poderíamos ter feito muita coisa diferente.

Nesse momento, perguntei aos professores: por que isso acontece?

D3: Professora é tempo. É tempo de amadurecer. Eu, por exemplo, sempre uso outros livros no meu planejamento, mas não ia atrás de entender o conceito, na minha cabeça ela já estava muito claro! Ai a gente começa a estudar um monte de texto, que tira a gente da caixinha. Teve coisa que eu já trabalhava, mas nem sabia.

D4: E a gente começa a ver que a gente sabe muito pouco.

D2: Verdade é dureza.

Por fim, todos os professores agradeceram pela experiência vivida no LS, assim como a pesquisadora realizou os agradecimentos pela participação e pelo dedicação de cada um dos participantes.

7. ACHADOS, CONSIDERAÇÕES PERSPECTIVAS FUTURAS

Figura 37 – Registros da atividade do Neriage



Fonte: Dados da pesquisa.

Em nosso estudo, apresentamos uma discussão sobre aspectos do conhecimento profissional do PEM, momento em que elencamos a ênfase dada por Ponte (1998, 2012), a qual afirma que a aprendizagem não se limita a saber pensar, é preciso um conhecimento que envolve saberes e competências. Nessa perspectiva, surge a necessidade do PEM conhecer de forma aprofundada o conteúdo, o currículo e o estudante. Nesse sentido, avaliamos o quanto o estudo sobre o tópico curricular de números inteiros pode ser mais aprofundado, considerando, por exemplo, as contribuições do estudo de Bruno (1997), quando apresenta uma análise sobre propostas de ensino dos números negativos, destacando ser essencial trabalhar as dimensões abstratas (sistemas numéricos e escritas matemáticas), retas (identificações de números na reta e com vetores) e contextual (utilidade e uso dos números).

Discutimos, ainda, as origens do LS, suas etapas, seu foco na aprendizagem do estudante, no desenvolvimento do professor e a importância de desenvolvê-lo a partir da perspectiva do ensino exploratório que, de forma geral, pode encaminhar o PEM e os estudantes à construção de conceitos e procedimentos com significado, ao mesmo tempo em que poderão desenvolver capacidades matemáticas como a

resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação Matemática” (CANAVARRO, 2011).

Nesse entendimento, para que ocorra a aprendizagem dos estudantes de forma eficaz, o PEM, num ambiente de exploração, é orientado a observar os estudantes em suas falas, ações e questionamentos e o percurso feito na busca em realizar a tarefa apresentada, com interferências que intencionem o desenvolvimento crítico dos estudantes durante o processo de realização, coletando informações, e as ideias matemáticas apresentadas pelos estudantes e realizar proposições, considerando essas análises e os caminhos didáticos em seu planejamento. Esses cuidados foram tidos durante as sessões do LS.

Podemos retomar canavarro (2011) que destaca algumas necessidades para o desenvolvimento dessa abordagem de ensino, dentre elas: a escolha criteriosa dos caminhos tomados durante o planejamento das aulas de Matemática pelo PEM, considerando aprofundamento e a realização de dificuldades dos estudantes. Escolher de forma criteriosa as tarefas matemáticas, pois dessa escolha dependerá as aprendizagens dos estudantes; prever a utilização de materiais e recursos, assim como a organização dos espaços, a promoção de diálogos e ideias e ainda o encorajamento a aprendizagem. O desenvolvimento do LS, por meio do Ensino Exploratório, pode propiciar ao PEM oportunidades únicas de pensar, elaborar e compreender o conhecimento matemático.

Retornando à didática como apresentada por Ponte (1999), quando afirma que esta seria mais um campo da ciência, objetivamos identificar indícios, quando possível, das categorias preconizadas pelo pesquisador. Nosso intuito foi compreender as contribuições do LS na ampliação do conhecimento do professor sobre a disciplina que ministra e sobre as necessidades didáticas que ela impõe a sua prática docente. As categorias analisadas foram: a) **conhecimento dos conteúdos de ensino**; b) **o conhecimento do currículo**; c) **o conhecimento do aluno**; d) **o conhecimento do processo instrucional**. Após essa análise, elencamos alguns pontos importantes que se apresentaram durante cada uma das sessões.

Sobre o currículo: num primeiro momento, os PEM se mostraram muito “seguros” em relação ao conhecimento do conteúdo matemático, mesmo aqueles que não tinham muita experiência ou vivência em sala de aula. Alguns apresentavam “excesso de confiança”. A percepção destes professores sobre o trabalho de ensino denotava certa “hierarquização”, em que o conceito sempre estaria à frente da prática.

Sobre o conteúdo para os PEM, deveria ser explicado primeiro e depois poderia realizar uma prática. Esse olhar é desmistificado se considerarmos o trabalho com números inteiros por exemplo, por meio de introduções construtivas que se baseia no trabalho como as similaridades do conjunto dos números inteiros com os números naturais, construindo o conjunto dos números a partir de pares ordenados, considerando as operações aditivas e multiplicativas, ou mesmo por meio de modelos como sinalizado por (CID, 2003).

Se retomarmos Ponte, quando apresenta o conhecimento de conteúdo, em que se espera a apresentação de uma aprendizagem permeada por momento de possibilidades de argumentações, de raciocínio por parte dos estudantes e até mesmo a validação, entendemos que essa não foi a realidade apresentada no planejamento, que apesar de a primeira versão ter sido retomada, na segunda versão do planejamento, o grupo não apresentou um aprofundamento como preconizado por Ponte. (1999) e CID, (2003)

Essa postura ou forma de trabalho por parte dos professores evidencia ainda uma visão de um ensino tradicional, ligado ao paradigma do exercício e pode ser desmistificado pela afirmação já apresentada nesta pesquisa, durante os estudos sobre a formação profissional do PEM, em que nos utilizamos da fala de D'Ambrósio (2021, p.35) que afirma: “talvez o maior dos entraves a uma elaboração mais racional e atual do ensino da Matemática seja o de nos apegarmos em demasia aos esquemas tradicionais.”

Estávamos diante de um grupo que, pela primeira vez, participava de um LS ou de um estudo que incentivou a participação colaborativa para a construção de um planejamento. Nesse caso, os professores não foram chamados a participar apenas de uma elaboração de seu planejamento, mas a dialogar e se colocar de forma crítica, expor suas opiniões, sugerindo e justificando suas escolhas, partilhando suas experiências. Esses professores foram desafiados a pensar e dialogar sobre uma forma diferente da organização tradicional de ensino da Matemática.

Os diálogos realizados durante as sessões trouxeram à tona para o grupo a importância de expor suas ideias. Isso está de acordo com Fiorentini (2004), que afirma que, nos grupos de colaboração, podemos encontrar a ideia de voluntariedade, de identidade e espontaneidade (querer participar), liderança e corresponsabilidade (percursos são negociados) e, ainda, um apoio mútuo entre os partícipes do estudo. Essa postura foge às experiências que o grupo estava acostumado a participar. Trata-

se, aqui, de uma exposição de conhecimentos que devem ser apresentados aos outros participantes.

Sobre o conhecimento do instrucional, para Ponte (1999, 2012), o desenvolvimento profissional do professor pode ocorrer de diferentes formas e para exercer sua atividade, no que diz respeito ao conhecimento, atitudes e valores, é imprescindível que este profissional tenha, dentre outras características, um bom conhecimento e uma boa relação com a Matemática. Desse modo, se retomarmos essa perspectiva do autor, fica evidenciado neste estudo que a preparação, as condições e a própria prática letiva do professor devem ser considerados não forma isolada, mas considerando seus conhecimentos pessoais, seu cotidiano e o contexto escolar.

Era esperado um planejamento baseado em conceitos matemáticos, nos livros didáticos trabalhados e discutidos, o que de certa forma ocorreu, mas que, se tivéssemos a oportunidade de um trabalho com maior tempo para discussões e planejamento poderia ter avançado para estudos de conceitos matemáticos para além dos livros didáticos.

Previamente à escolha do conteúdo, realizamos a análise de alguns livros didáticos, porém a expectativa de que essa análise dos professores fosse aprofundada, ao menos sobre os conceitos, não foi correspondida, pois ela ficou restrita à forma como os conteúdos eram apresentados. Não houve uma análise ou questionamento sobre a forma, sobre os conceitos, restringindo-se aos aspectos superficiais, no sentido de se ater o olhar para questões visuais e pouco se atentaram para a discussão conceitual dos conteúdos. Ficou evidenciado um olhar mais conteudista.

Após a intervenção da pesquisadora facilitadora, surgiram alguns comentários sobre o livro didático, como o realizado por D2 sobre o livro analisado: “[...]. faz uma associação com os comerciantes da idade média. Ele usa uma linguagem mais simplificada, diferente daquela dos planejamentos da aula anterior aqui do nosso grupo”. Isso demonstra que as colaborações, os diálogos realizados, mesmo que em seu tempo, proporcionaram ao PEM o amadurecimento de seu olhar em relação a sua formação e sua postura em relação ao planejamento. Nesse momento da análise dos livros didáticos, mesmo que não correspondessem à expectativa da pesquisadora, é necessário relatar que se tornou um momento de grande aprendizagem para todos,

pois ficou evidenciado para o PEM que esta era a forma que ele analisava o material utilizado em sua sala de aula.

Outro momento importante do LS foi a realização, com o grupo, de uma discussão participativa e colaborativa sobre as tarefas de ensino e sobre práticas colaborativas. A ideia era dar “voz” às justificativas de cada um dos participantes. Esse momento foi pensado para que pudessem compreender melhor o percurso de um LS. No olhar da pesquisadora, ficou evidenciado que a escolha do conteúdo foi feita sem muita preocupação sobre sua importância para o desenvolvimento dos estudantes, ou mesmo no desenvolvimento de competências. Ele foi escolhido pelo fato de os estudantes ainda terem dificuldades em “decorar” as regras de sinais ou porque consideravam um “novo conjunto numérico”, o que já demonstra o pouco conhecimento sobre a estruturação curricular da Matemática. Foi evidenciada uma maior experiência de alguns participantes, por se exporem mais, elencando justificativas, contextualizando suas escolhas. Em contraponto, algumas falas de participantes se restringiam a consentir, confirmando as escolhas realizadas.

Outro ponto evidenciado foi a dificuldade de entendimento sobre as antecipações de dificuldades dos estudantes por parte do PEM que necessita de um profundo conhecimento de conteúdo. Podemos compreender que da reflexão sobre a ação podem emergir: raciocínios, antecipações e melhores elaborações do planejamento de aula. Este pensamento é corroborado por Souza e Wrobel (2017) quando definem o LS como um agente que proporciona um olhar reflexivo no qual as discussões colaborativas e investigativas podem ser realizadas.

Durante as sessões, os professores demonstraram satisfação e empolgação quando realizavam as leituras e relacionavam os assuntos discutidos a sua prática, como na fala “eu acho muito interessante esses textos. Ele é bom de ler. Você vai indo... Você viaja. São coisas que a gente parece estar vendo. Parece que você está dentro de uma sala de aula”. Nesse sentido, Alro (2006, p. 12) afirma que: “o contexto em que se dá a comunicação afeta a aprendizagem dos envolvidos no processo”.

Esse momento ainda pode ser considerado um processo instrucional que, segundo Ponte (1999, p. 3):

Refere à preparação, condição e avaliação da sua prática letiva. Este conhecimento, [...] relaciona-se de um modo muito estreito com diversos aspectos do conhecimento pessoal e informal do professor em sua vida cotidiana como o conhecimento do contexto (da escola,

da comunidade, da sociedade) e o conhecimento que ele tem de si mesmo.

Um ponto a ser destacado foi a fala dos professores quando afirmam que a universidade não os prepara para a prática de um planejamento a partir da abordagem do ensino exploratório. Desse modo, fica evidenciado que os partícipes do LS já se colocavam de forma mais crítica diante das informações e indagações realizadas. Acreditamos que esta fala tenha sido alimentada pelos diálogos e negociações realizadas durante as sessões de LS, com um olhar voltado para o desenvolvimento da prática do professor e da aprendizagem dos estudantes, compreendendo que, na reflexão sobre a ação, de forma colaborativa é possível trabalhar a compreensão de conceitos matemáticos. Esse é o pensamento balizador de um Lesson Study (LS).

O entendimento desses professores sobre as dificuldades em relação à formação do professor que ensina Matemática, em nosso país, foi um ponto de atenção. Para eles, é importante o conhecimento aprofundado dos conteúdos matemáticos, para que se possa fazer um planejamento norteado pela pesquisa, como preconiza o LS. Esse olhar é corroborado por Ponte (1998) quando afirma ser importante o conhecimento do conteúdo, da prática e de um aprofundamento do conhecimento do currículo, dominando os processos de instruções para que se promova a aprendizagem em Matemática.

Buscando antecipar as possíveis dificuldades dos estudantes foi realizado um diálogo com o grupo sobre o que seriam as antecipações, os monitoramentos e a organização das tarefas de aula, conforme o que preconiza Ponte, Quaresma, Mata-Pereira (2015) (Sessão 4) sobre as características ou possibilidades de um planejamento em LS. Nesse estudo, discutiu-se um “exemplo” de caminho percorrido, no qual se detalhava o que era uma tarefa de aula, as antecipações e os cuidados que foram tomados a serem tomados na etapa do planejamento.

Apresentamos alguns olhares por meio de questionamentos para que o grupo pudesse interagir e construir um conhecimento mais aprofundado sobre o conteúdo de números inteiros, realizar suas elaborações no planejamento e, até mesmo, em suas antecipações. Essa ação foi necessária após a observação da pesquisadora e facilitadora do LS, ao verificar uma não profundidade nos diálogos iniciais sobre o planejamento.

Durante os diálogos sobre os cuidados e os percursos, a expectativa foi de que o planeamento se apresentasse de uma forma não “tradicional”, trabalhando os conceitos, orientando-se pelo currículo, incluindo as grandes finalidades e objetivos e a sua articulação vertical que, de forma simplificada, diz respeito ao que ensinamos no ano atual e a sua relação entre os anos anteriores e posteriores (pré-requisitos de conteúdos) que é necessário ao planeamento, e ao aspecto horizontal, que diz respeito à identificação e consciencialização dos diversos temas em Matemática e aos aspectos transversais às diversas áreas de conhecimento, como preconizado por Ponte (1999). Porém, a expectativa não se tornou realidade no primeiro plano apresentado. Os professores, apesar de compreenderem o LS, tiveram dificuldades em elaborar um planeamento que abarcasse um olhar mais investigativo, que fosse orientado pelos diálogos realizados durante as sessões. O plano apresentado pode ser pensado pelo que pontuam Alro e Skovsmose (2006, p.3) “é uma aferição ao modelo tradicional de aula, pelo planeado a teoria antecederia a prática, a investigação”.

Nesse momento, a pesquisadora ou facilitadora optou por dialogar sobre possíveis possibilidades de adequações ao plano elaborado, observando, por exemplo: sobre o cuidado em direcionar-se pelo objetivo estabelecido ou que focassem na aprendizagem dos estudantes, levantando questionamentos, como: seria possível mudar a ordem de organização, por exemplo, fazendo perguntas que aguçassem a curiosidade e a vontade em realizar as tarefas apresentadas para os estudantes ou iniciarmos com uma prática?

No segundo plano de aula apresentado, já se pode observar um amadurecimento maior do grupo, que ainda apresentou certa dificuldade em elaborar um planeamento com foco em tarefas contextualizadas, mas apresentando problemas de aplicação puramente conceitual/procedimental. Observou-se, no entanto, que foram ampliadas as possibilidades de compreensão do conteúdo por meio das atividades, como, por exemplo, a inserção de questionamentos no início que poderiam despertar a percepção e a participação no processo de aprendizagem dos estudantes. Identificamos também uma preocupação com os fundamentos do Lesson Study (LS), apresentando como estrutura metodológica: a reflexão questionamentos elaborados a serem apresentados aos estudantes.

Podemos ressaltar que o esperado por esta pesquisadora era um planeamento baseado em conceitos matemáticos, nos livros didáticos trabalhados e discutidos de

forma aprofundada. Entendo que, numa próxima oportunidade, faz-se necessário reservar um tempo maior para as discussões conceituais e Matemáticas com os professores partícipes da pesquisa.

Sobre o conhecimento do estudante, o que se evidenciou foi um elevado interesse em realizar as tarefas. Podemos ainda observar que o interesse pode ter sido aumentado pela presença de pessoas externas à escola ou pela presença de professores diferentes ao seu habitual. Essa percepção advém da observação da facilidade dos estudantes em realizar a proposta apresentada. Pude entender aqui que o planejamento da tarefa poderia ter sido ampliado conceitualmente.

O planejamento foi aplicado em nosso Matome ou 8ª sessão; apesar de algumas limitações, trouxe à tona um maior entendimento sobre as etapas de um LS. Destacamos a elaboração inicial com a realização das perguntas que visavam a participação dos estudantes como um apoio ao desenvolvimento dos diferentes níveis de aprendizagem. Durante a aplicação, a professora regente e os demais demonstraram que tinham muita afinidade com o grupo de estudantes, sabiam dizer até quem poderia responder o que. Relatavam a rigidez com que as famílias organizavam e cobravam desses estudantes, inclusive sobre a participação neste momento de “atividade diferenciada”. A professora regente conseguiu encaminhar de forma positiva a aula como planejada; em alguns momentos, solicitava um sinal de que estava realizando tudo “correto”, o que acreditamos seja natural, afinal, todos foram colocados em uma situação nova de aprendizagem, planejamento e por que não dizer julgamento.

Esse pensamento nos encaminha, mais uma vez, a ideia de uma aprendizagem “viva” da Matemática, aquela permeada pelos cenários investigativos, para além do trabalho tradicional, preconizada por Skovsmose (2001), em seus estudos sobre os cenários investigativos.

Ao retomarmos cada um das sessões realizadas neste Lesson Study (LS), podemos observar a importância do conhecimento curricular para o planejamento da aula investigação. Além disso, destaca-se a importância de uma formação desse PEM para além da sala do curso de licenciatura, isso porque esse profissional, durante a atuação em sala, é sempre apresentado a diferentes desafios.

Outro ponto evidenciado é a forma com que os planejamentos, na maioria das vezes, são direcionados pelos livros didáticos. Isso porque ele é considerado como referência conceitual e de aprofundamento, sendo compreendido como aquele capaz

de conduzir o planejamento de suas tarefas de aula. Um desses momentos pode ser destacado quando a professora regente, durante a “Matome”, decide ser importante falar sobre os livros didáticos que eles haviam trabalhado para aprender as operações matemáticas, o que não estava elencado dentro do planejamento. Ela afirmou aos estudantes que só foi possível realizar as operações de adição e subtração a partir do momento que conhecemos o zero. Essa postura pode denotar que os diálogos realizados durante as sessões do LS, de certa forma, influenciaram em decisões sobre encaminhamentos realizados pela professora.

Essa perspectiva nos encaminha a Ponte *et al.* (2015) que afirmam: “A capacidade de improviso e de resposta a situações inesperadas por parte do professor é decisiva, levando-o a tomar decisões em cada momento, e perante as circunstâncias concretas que se vão colocando”. Os autores trazem ainda que esse improviso não exige este professor de uma preparação de sua aula no que diz respeito ao planejamento.

Defendemos, aqui, que a Lesson Study (LS) pode promover o desenvolvimento profissional do PEM por meio de suas sessões e elaborações. Isso foi clarificado, durante o desenvolvimento de cada uma das sessões, pois se observou o entendimento de que existe uma necessidade “crucial”, que é o conhecimento didático do PEM. Esse pensamento é corroborado por Ponte (2005, 1998, 2012), que enfatiza o conhecimento didático e, dentro deste, conhecimento o PEM, entende que ele precisa atentar-se ao conhecimento da Matemática para o ensino, dos conhecimentos dos estudantes e de suas aprendizagens, do conhecimento de currículo e o conhecimento de sua prática. É tempo de amadurecer o que é denotado, por exemplo, na fala de D4:

Eu por exemplo sempre uso outros livros no meu planejamento, mas não ia atrás de entender o conceito, na minha cabeça ela já estava muito claro! Ai a gente começa a estudar um monte de texto, que tira a gente da caixinha. Teve coisa que eu já trabalhava, mas nem sabia.

Durante as sessões do LS, foi perceptível um maior entendimento sobre que é necessário observar em relação aos conteúdos, as aprendizagens, aos estudantes, antes, durante e após a elaboração e aplicação de um planejamento de aula. Isso se considerarmos as “trocas” entre profissionais com “mais” experiências e outros com menos. Essa constatação foi evidenciada em diversos momentos quando concordam,

discordam sobre as ideias e olhares apresentados no grupo e pelo grupo durante o LS. Essa percepção é importante, visto que foca a formação profissional do PEM, se preocupando com os saberes já existentes, sem desconsiderar possíveis interferências no espaço da sala de aula durante a prática desse profissional e a aprendizagem dos estudantes.

Esse nosso olhar se justifica, ainda, ao considerar as experiências vivenciadas por esses sujeitos em suas salas de aulas e pela experiência dos diálogos oportunizadas pelo LS. Por meio dele foi possível uma preparação do PEM para externar suas opiniões relativas aos planejamentos ou discussões realizadas.

O LS pôde incentivar um engajamento destes professores no sentido de compreenderem a importância da elaboração de estratégias com um foco na didática e em diferentes contextos, minimizando entraves de formação profissional. Desse modo, acreditamos ser importante que o PEM perceba que não basta abrir um livro ou uma apostila para que seus alunos aprendam, afinal matemática não deve ser ensinada por meio de uma abordagem superficial e mecânica sem os vínculos com situações que fazem sentido para o aluno. Alguns aspectos da Matemática, como resolver problemas, discutir ideias, checar informações e ser desafiado devem estar presentes em todas as aulas. Tais entendimentos foram construídos, de modo similar, em ciclos de LS junto a licenciandos em matemática, como mostram os estudos de Pina Neves e Fiorentini (2021) e Pina Neves, Fiorentini e Silva (2022).

Durante o LS, em alguns momentos, percebi a necessidade de incentivar os professores em se aprofundar mais em suas pesquisas e, até mesmo, realizar as leituras de forma mais aprofundada para que tivessem subsídios em suas argumentações e diálogos. Foi perceptível, também, o certo “cansaço”, justificado por eles pelo excesso de demandas em suas rotinas de trabalho. Um ponto positivo foi a leveza das discussões, o respeito ao trabalho que estávamos realizando.

Como sugestão para aprofundamento, creio que um trabalho junto a estes atores, como foco nas possibilidades de aprofundamento dos conceitos, obstáculos epistemológicos, com um percurso norteado por situações de ensino que possam centrar-se na evolução do conhecimento dos estudantes e na própria evolução conceitual do conteúdo de números inteiros. Dessa forma, pode-se construir uma ponte entre o que é apresentado nos livros didáticos e os estudos realizados sobre o conteúdo que nos balizam para diversos aprofundamentos e até para uma mudança sob a forma com que são trabalhados nos livros didáticos, traria uma grande

contribuição para a formação do PEM, em uma sequência de Lesson Study (LS), na perspectiva das aprendizagens dos estudantes e na formação desses profissionais que ensinam matemática.

Como pesquisadora, penso ser importante apresentar um pouco de minhas percepções pessoais durante todo o processo de elaboração da pesquisa, isso porque em minha experiência de anos lecionando no ensino fundamental, médio e superior, sempre primei pelo trabalho com a investigação, e foi só aqui, utilizando o Lesson Study (LS), que pude dar um nome a toda essa “paixão” pela aprendizagem matemática. Foi como se um mundo se abrisse e informasse: agora você encontrou o seu “lugar metodológico”, e aqui que reconheço e que consegui nomear meus estudos dando vazão a Andreia pesquisadora, apaixonada pela prática do ensino da Matemática, pela construção de cenários investigativos, num contexto repleto de Educação Matemática pela história da Matemática, e pelo Lesson Study (LS).

8. REFERÊNCIAS

ALARCÃO, I. Para uma revalorização da didáctica. **Aprender**, [s.l.], v. 7, p. 5-8, março, 1989.

ALARCÃO, I. **Formação reflexiva de professores: estratégias de supervisão**. Portugal: Porto Editora, 2005.

ALARCÃO, I. (Org.) **Escola reflexiva e nova racionalidade** [recurso eletrônico] Porto Alegre: Artmed, 2007. Disponível em: [Escola Reflexiva e Nova Racionalidade - Isabel Alarcão - Google Livros](#). Acesso em: 15 Ago. 2021.

ALMEIDA, I. M. Z. P. de; RODRIGUES, M. A. M. **Imersão no Processo Educativo das Ciências e da Matemática**. Módulo Comum. Programa de aperfeiçoamento de Professores de Ensino Médio (Pró-Ciências). Brasília, UNAB (Universidade Aberta do Distrito Federal), 41p. MEC/CAPES/FAPDF/UNAB – SE- GDF, 1998.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 160 p.

ANDERSON A.P.; BIANCHINI, B. L. Mapeamento das teses brasileiras relacionadas à formação continuada de professores que ensinam Matemática: Período 2007-2018. Revista Eletrônica de Educação Matemática – **REVEMAT**, Florianópolis, v. 15, p. 01-22, jan./dez., 2020. Universidade Federal de Santa Catarina. Disponível em: [Vista do Mapeamento das teses brasileiras relacionadas à formação continuada de professores que ensinam matemática: período 2007-2018 \(ufsc.br\)](#) Acesso em: 20 ago. 2021.

ANDRÉ, M. E. D. A. Formação de professores: a constituição de um campo de estudos. **Educação**, Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174-181, 2010.

ARAGÃO, A. M. F.; PREZOTTO, M.; AFFONSO, B. F. Reflexividades e Parceria no Cotidiano da Escola: O Método de Formação Docente Lesson Study. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 12. 2015, Curitiba/PR. **Anais** [...]. Curitiba/PR: PUC, 2015. p. 16113- 16124.

ARAÚJO, N. C. **A presença do educador Pestalozzi na educação**. 2011. xi, 81 f. Monografia (Licenciatura em Pedagogia)- Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

BAKHTIN, M. M. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G.. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n.5, p. 389–407, 2008.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Edição revista e ampliada. São Paulo: Edições 70 Brasil, [1977] 2016.

BRUNO, A. La enseñanza de los números negativos aportaciones de una investigación. **Revista de didáctica de las matemáticas**. Nº 29, marzo de 1997, p.

5 -18 . Disponível em: <https://mdc.ulpgc.es/cdm/ref/collection/numeros/id/268>
Acesso em set. 2022.

BECK, C. **John Dewey: teoria e prática no ensino.** Andragogia Brasil. 2016.
Disponível em: <https://andragogiabrasil.com.br/john-dewey/> Acesso em: 20 ago. 2021.

BEZERRA, R. C. **Aprendizagens e Desenvolvimento Profissional de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Contexto da Lesson Study.** 2017. Tese (Doutorado)- Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP, Rio Claro/SP, 2017.

BEZERRA, R. C; MORELATTI, M. R. M. **Lesson Study: Um Contexto de e para Aprendizagem Docente.** p. 56-58, 2020. Editora Appris. Edição do Kindle.

BONOTTO, L. D.; GIOVELLI, I.; SCHELLER, M. Lesson Study, e Formação de Professores: Um Olhar para produções acadêmicas na forma de Dissertações e Teses. **Revista Educere**, v. 14, n. 32, Mai./ago. 2019.

BRAUMANN, C. A. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da Matemática. *In*: PONTE, JP et al. (Org.). **Atividades de investigação n / D aprendizagem da matemática e na formação dos professores.** Lisboa: Secção de Educação Matemática da Spce, 2002. p. 5-24.

CAMPOS, N. Q. *et al.* **Dividir e Compartilhar.** Vila Velha, ES: Edifes, 2021. 135 p. : il – (Lesson study em Matemática; v. 3).

CANAVARRO, A. P. **Práticas de ensino da Matemática: duas professoras, dois currículos.** 2003. Tese (Doutorado)- Universidade de Lisboa. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses, 2003.

CANAVARRO, A. P. **Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios,** Universidade de Evora, 2011. Disponível em: [APCanavarro 2011 EM115 pp11-17 Ensino Exploratório.pdf](#) Acesso em: 29 out. 2021.

CARVALHO, A. M. P. (Org.) **Formação continuada de professores: uma releitura das áreas do cotidiano – 2ª ed.** São Paulo: Cengage, 2017. 176p.

CECCO, B. L. *et al.* Formação de professores que ensinam matemática: um olhar sobre as redes sociais e intelectuais do BOLEMA. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 59, p. 1101-1122, dez. 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/GmTrXFKTb4q9ZsssrXbYqtw/?format=pdf>, Acesso em: 12 ago. 2021.

CID, E. La Investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión, **Seminário matemático garcia de de galdeano –** Universidade de Zaragoza, n. 25, 2003. Disponível em: <https://studylib.es/doc/8140236/la-investigaci%C3%B3n-did%C3%A1ctica-sobre-los-n%C3%BAmeros-negativos> Acesso em set. 2022.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. Relationships of knowledge and practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, London: Sage, n. 24, p. 249-305, 1999. Disponível em:

<https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.3102/0091732x024001249>. Acesso em: 22 maio 2020.

COELHO, M. A. V. M. P., Grupos colaborativos na formação de professores: uma revisão sistemática de trabalhos brasileiros. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 2, p.345-361, maio/ago.2017. Disponível em: [Artigo\(uepa.br\)](http://Artigo(uepa.br)), Acesso em: 12 ago. 2021.

CONSOLI, A.; GUILHERME, J. **Números inteiros via os axiomas de Peano**. 2017. Monografia - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, Brasil - 13083-859 Segundo Semestre de 2017. Disponível em: https://www.ime.unicamp.br/~ftorres/ENSINO/MONOGRAFIAS/Afonso_TN18.pdf. Acesso em: 12 ago. 2021.

CORBO, O. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de Matemática para a exploração de noções concernentes aos números irracionais na Educação Básica**. 2012. Tese (Doutorado)- Universidade Bandeirante, São Paulo, 2012.

COSTA, A. D. As concepções e contribuições de Pestalozzi, Grube Parker e Dewey para o ensino da aritmética no nível elementar – UFRS, **Hist. Educ.** [online], Porto Alegre, v. 18, n. 42, Jan./abr. 2014.

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa, 2005.

CURI, E. Lesson Study: Contribuições para a Formação de Professores que Ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, INMA/UFMS, v.14, n. 34, 2021.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23. ed. Campinas: Editora Papyrus, 2012.

D'AMBROSIO, U. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. Número especial. p. 34–38 Costa Rica, 2021.

DIGIOVANI, A. M. P. **Entre a sensibilidade e a razão: múltiplas vozes de professores de matemática enunciadas em um processo reflexivo**. 2005. Dissertação (Mestrado)- Setor de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

DUDLEY, P. **Lesson Study: professional learning for our time**. Abingdon: Routledge, 2015.

FELIX, T. F. **Pesquisando a melhoria de aulas de matemática seguindo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a Metodologia da Pesquisa de Aula** (Lesson_Study). 2010. 137p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas)- UFSCar, São Carlos, 2010.

FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. **Lesson Study**: a japanese approach to improving mathematics teaching and learning. New Jersey, EUA: Autores Associados, 2004. 250 p.

FERREIRA, A. C. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de Matemática**: uma experiencia de trabalho colaborativo. 2003. Tese (Doutorado em Educação)- Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**. O caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação. 1994. Tese (Doutorado)- Faculdade de Educação da Unicamp, Campinas, 1994.

FIORENTINI, D. A didática e a prática de ensino mediadas pela investigação sobre a prática. *In*: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. R. (Orgs.). **Conhecimento local e conhecimento universal**: pesquisa, didática e ação docente. v. 1. Curitiba: Champagnat, 2004. p. 243-258.

FIORENTINI, D. *et al.* Formação de professores que ensinam matemática : um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 137-159, 2002. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/pdf/edur/n36/n36a09.pdf>. Acesso em: 18 set. 2021.

FIORENTINI, D.; Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? *In*: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. . Autêntica. 2019. p. 40-46.

FIORENTINI, D.; COELHO, M. A. V. M. Aprendizagem profissional de professores em comunidades investigativas. **Leitura. Teoria & Prática**, v. 58, n.30, 2012, p. 1053-1062.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação? *Formação Docente – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores*, v. 5, n. 8, p. 11-23, 30 jun. 2013.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. M. Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.25, n1, jan./abr.2017, p.164-185. Disponível em: [F1 - Metassíntese PEM 2017.pdf](https://www.fe.unicamp.br/biblioteca/e-book-mapeamento-pesquisa-PEM). Acesso em: 20 ago. 2021.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática**: Período 2001 a 2012 (1a ed.). Campinas: FE-Unicamp, 2016. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/biblioteca/e-book-mapeamento-pesquisa-PEM>. Acesso em: dez. 2016.

FIORENTINI, D.; SOUZA JR, A. J. de; MELO, G. F. A. de. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. **Cartografias do trabalho docente: professor (a)-pesquisador (a)**. Campinas: Mercado de Letras/ALB, p. 307-335, 1998.

FISCHBEIN, E. The interaction between the formal, the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity, In: **Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline**. Mathematics Education Library. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994, p. 231-245.

FONTANA, J. M; FÁVERO, A. A. Professor Reflexivo: uma Integração entre a teoria e prática. **REI**, [s. l.], v. 8, n. 17, 2013. Disponível em: Professor Reflexivo (ideau.com.br). Acessado em: 16 Ago. 2021.

FRANCISCO, F. T. **Pesquisando a melhoria de aulas de matemática seguindo a proposta curricular do estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (Lesson Study)**. 2010. 137f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FUJII, T. Implementing japanese lesson study in foreign countries: misconceptions revealed. **Mathematics Teacher Education and Development**, Australásia, Australia, v. 16, n. 1, p. 2- 18, jun. 2014.

GAIGHER, V. R; SOUZA, M. A. V.; WROBEL, J. S. Planejamentos colaborativos e reflexivos de aulas baseadas em resolução de problemas verbais de matemática. **Vidya**, Santa Maria, v. 37, n. 1, p. 51-73, jan/jun. 2017.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa** – 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIOVANNI JR.,J. R.; CASTRUCCI, B. A conquista da matemática. São Paulo: Ed. FTD, Livro do professor, 2019.

GLAESER, G. Epistemologia dos números negativos. **Boletim do GEPEM**, nº17, p.29- 124, 1985.

GODFREY, M.; DENBY, T. The methodology of systematic reviews: conception of the process. **Centre for health and Social Care, Institute of Health Science and Public Research**: University of Leeds, 2006.

HAMMOND, L. D; BRANSFORD, J. **Preparando os professores para um mundo em Transformação: o que devem aprender e estar Aptos a Fazer**. Porto Alegre: Penso, 2019.

HARGREAVES, A. **Os professores em tempos de mudança**. Lisboa: McGraw-Hill, 2001.

ISODA, M. Lesson Study: problem solving approaches in mathematics education as a Japanese Experience. **Procedia-Social and Behavioral Sciences**, Koh Samui, Thailand, v. 8, p. 17-27, mar. 2010.

ISODA, M.; ARCAVI, A.; LORCA, A. M. El Estudio de Clases Japonés en matemáticas: **Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global**. 3. ed. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2007.

ISODA, M.; OLFOS, R. **El enfoque de Resolución de Problemas**: En la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2009.

JIMÉNEZ, E. A. **Quando professores de Matemática da escola e da universidade se encontram**. 2002. Tese (Doutorado)- Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2002.

LAMPERT, M. Quando o problema não é a questão e a solução não é a resposta: Conhecimento e ensino matemático. **American Educational Research Journal**, [s. l.], v. 27, n. 1, p. 29-63, 1990.

LEWIS, C.; HURD, J. **Lesson study, Step by step, How teacher learning communities improve instruction**. Portsmouth: Etats-Unis, 2011.

LEWIS, C. C.; PERRY, R. R.; HURD, J. Improving mathematics instruction through lesson study: A theoretical model and North American case. **Journal of Mathematics Teacher Education, Netherlands**, v. 12, n. 4, p. 263-283, 2009.

LIMA, P. G. **Formação de professores**: por uma ressignificação do trabalho pedagógico na escola. Dourados, MS : Editora da UFGD, 2010.

MAAß, K.; ARTIGUE, M. Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. **ZDM Mathematics Education**, [s. l.], v. 45, p. 779-795, 2013.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática, *In*: MACHADO, S. D. A.(org.) **Educação Matemática Uma (nova) introdução**. SP: EDUC 2008.

MALDANER, A. **Educação Matemática**: fundamentos teórico-práticos para professores dos anos iniciais. Porto Alegre: Mediação, 2011.

MARCELO GARCIA, C. **Formação de professores para uma mudança educativa**. Porto: Porto Editora, 1999.

MARCONI M. A. E; LAKATOS, E. M. **Metodologia Científica** 3ª ed. São Paulo: Atlas, 1999.

MASON, J. Resolução de problemas matemáticos no Reino Unido: Problemas fechados e exploratórios. *In*: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Ed.) **Investigar para aprender matemática**: Textos selecionados, Lisboa: Projecto MPT e APM. 1996 (publicado em Francês em 1991).

MEGID, M.A.B.A. Construção Matemática em sala de aula: uma Experiência com números inteiros. *In*: FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. (Org.) **Por trás da porta, que Matemática acontece?** Campinas: Editora Gráfica FE/UNICAMP – CEMPEM, 2001, p. 144 – 187

MELO, M. de L. S. **Estudo da prática pedagógica de professores de matemática IV ciclo da rede municipal de Belém.** 2010. 266 f. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

MEYER, Ivanise Corrêa Rezende. **Brincar e viver: projetos em Educação Infantil.** 4ª. Ed. Rio de Janeiro: 2011.

MOREIRA P. C.; DAVID, M. S. M. **A formação Matemática do professor-Licenciatura e prática docente escolar.** Belo Horizonte, Autêntica. 2015.

MURATA, A. **Introduction:** conceptual overview of lesson study. Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education, 2011. Disponível em: [Pesquisa de estudo de aula e prática em educação matemática. Aprendendo juntos | Solicitar PDF \(researchgate.net\)](#). Acesso: 02 ago. 2021.

NACARATO, A. M. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática:** investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo, Musa Editora, 2005.

NOVAES, D. V. **Concepções de professores da Educação Básica sobre variabilidade estatística.** 2011. 205f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

NÓVOA, A. **Profissão Professor.** Porto: Porto Editora, 1995.

OLIVEIRA, A. J. **O Ensino dos logaritmos a partir de uma perspectiva histórica.** - Natal, RN, 2005. 123 p. Dissertação (Mestrado) - Centro de Ciências Exatas e da Terra. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, UFRN 2005.

ONUCHIC, L. de L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectiva.** São Paulo: UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs). **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí, Paco Editorial: 2014.

OSÓRIO, J. O; MEIRINHOS, M. **A colaboração em ambientes virtuais:** aprender e formar no século XXI – Centro de Investigação em Educação, Universidade de Minho Associação. Ed. ArcaComum, 2014. Disponível em: <https://1library.org/article/para-uma-defini%C3%A7%C3%A3o-de-coopera%C3%A7%C3%A3o-e-colabora%C3%A7%C3%A3o.zkkpddpz> Acessado em set. de 2022.

PASSOS, A. M. **Um estudo sobre a formação de professores de Ciências e Matemática**. 2009. 139p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

PATERLINI, R. R. **Aritmética dos números inteiros**. Departamento de Matemática, UFSCar. 2017. Disponível em: <https://bitlybr.com/HlrPKPQ> Acessado em: 23 de abr. de 2022.

PAULA, Andrey de *et al.* Lesson Study Híbrido: experiências de aprendizagem docente na fronteira entre universidade e escola. *In: FALA OUTRA ESCOLA*, 9. 2019, Campinas. **Anais eletrônicos [...]**. Campinas, Galoá, 2019. Disponível em: <https://proceedings.science/fala-outra-escola-2019/papers/lesson-study-hibrido--experiencias-de-aprendizagem-docente-na-fronteira-entre-universidade-e-escola>. Acesso em: 15 jul. 2022.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. trad. Patrícia Chitton iRamos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

PIMENTA, S. G. Professor reflexivo: construindo uma crítica. *In: PIMENTA, S. G.; GHEDIN, E. (Orgs.). Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito*. São Paulo: Cortez, 2002.

PINA NEVES, R. da S., & FIORENTINI, D. (2021). Aprendizagens de futuros professores de matemática em um estágio curricular supervisionado em processo de Lesson Study. **Perspectivas da Educação Matemática**, 14(34), 1-30. <http://dx.doi.org/10.46312/pem.v14i34.12676>

PINA NEVES, R. da S., FIORENTINI, D., & SILVA, J. M. P. da (2022). Lesson Study Presencial e o Estágio Curricular Supervisionado em Matemática: contribuições à aprendizagem docente. **Paradigma**, 43(1), 409-442. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p409-442.id1178>

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P. **Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional**. *In: TAVARES, J.; PEREIRA, A.; PEDRO, A. P. ; SÁ, H. A. (Eds.), Investigar e formar em educação: Actas do IV Congresso da SPC . Porto: SPCE, 1999. p. 59-72*

PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. *In: Planas, N. (ed.), Educación matemática: Teoría, crítica y práctica*. Barcelona: Graó, 2012.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. *In: PONTE, J. P. (ed.). Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27. Disponível em: [\(PDF\) Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática \(researchgate.net\)](#). Acesso em: 12 ago. 2021.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. A abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: Um estudo de desenvolvimento curricular. **Quadrante**, V, 20, n.1,p. 53-81, 2011.

PONTE, J. P. da; QUARESMA, M. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. **Interacções**, Lisboa, Portugal, v. 8, n. 22, p. 196-216, jan. 2012.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. - É mesmo necessário fazer plano de aula? 2015a. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2292/2998> Acesso em: 20 jan. 2022.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. Exercícios, problemas e explorações: Perspetivas de professoras num estudo de aula. **Quadrante**, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015b.

SCHNETZLER, R. P. O professor de Ciências: problemas e tendências de sua formação. *In*: PACHECO, R. P.; ARAGÃO, R.M.R. (Org.) **Ensino de Ciências: fundamentos e abordagens**. CAPES/UNIMEP, 2000.

SCHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. *In*: NÓVOA, A. Os professores e sua formação. **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

SHULMAN, L. S. Knowledge and Teaching Foundations of the New Reform. A **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, primavera 1987 - (Copyright by the President and Fellows of Harvard College). Traduzido e publicado com autorização. Tradução de Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano.

SHULMAN, L. S. Paradigms and research programs for the study of teaching. *In*: WITTRICK, M. C. (Ed.). **Handbook of research on teaching**. 3. ed. Nova York: Macmillan, 1986a. p. 3-36

SILESIUS, A. **Moradas** (36 poemas) Tradução de Marco Luchesi. Introdução de Faustino Teixeira, Goiânia, GO: martelo, 2017.88p. (Coleção cabeça de poeta)

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papyrus, 2001, Coleção Perspectivas em Educação Matemática, SBEM, 160 p.

SOUZA, M. A. V. F; WROBEL, J. S. **Café, Leite e Matemática**. 1. ed. Vitória - ES: Edifes, 2017. 86p

SOUZA, M. A. F. *et al.* **Peixes para contar e estimar** – Vitória, ES : Edifes, 2018. 114 p. ; il. – (Lesson Study em Matemática; v. 2).

STIGLER, J.; HIEBERT, J. **The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom.** New York: Free Press, 2009.

TAHAN, Malba. **O Homem que Calculava.** 1ª ed. Rio: ABC, 1938

TALL, D. Cognitive aspects of proof, with special reference to the irrationality of $\sqrt{2}$, in: **Proceedings of the Third International Conference for the Psychology of Mathematics Education**, Warwick, 206-207, 1979.

TARDIF, M. **Saberes docentes e saberes docentes e formação profissional** Petrópolis: Vozes, 2002.

TARDIF, M; LESSARD, C.; LAHAYE, L. Os professores face ao saber: um esboço de uma problemática do saber docente. **Teoria e Educação**: Porto Alegre. n.4, 1991.

TEIXEIRA, L.R. M. Aprendizagens operatórias de números inteiros: obstáculos e dificuldades. **Proposições**, v. 4, n° 1, mar. de 1993. Disponível em: <https://bitlybr.com/Yd8Duxs5> . Acesso em: 24 Mai. 2022.

UTIMURA, G. Z. **Conhecimento profissional de professoras de 4º ano centrado no ensino dos números racionais positivos no âmbito do estudo de aula.** São Paulo, 2019. 195 p. : il.

WANDERLEY, R.; SOUZA, M. A. Lesson Study como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática sobre o Conceito de Volume. **Perspectivas da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 13, p. 1-20, 2020.

WALLS . Disponível em: <https://www.walsnet.org/about-wals/> Acesso em: 22 jun. 2022.

ZEICHNER, K. M. **A formação reflexiva de professores: Ideias e Práticas.** Lisboa: EDUCA, 1993.

ZULATTO, R. B. A. **A natureza da aprendizagem Matemática em um ambiente online de formação continuada de professores.** 2007. Tese de Doutorado. Rio Claro: Universidade, 2007.

APÊNDICE A – Pesquisas sobre Lesson Study no Brasil

Quadro 5: Quadro sistematizado de pesquisas sobre Lesson Study no Brasil

Ref.	Autor	País	Referencial teórico	Objetivos	Metodologia	Resultados
E1	Francisco T. Felix Dissertação	BRA 2010 -	Schulman(1986); Polya (1995);	Refletir sobre a prática docente do autor no ensino da Matemática.	Utilizou a pesquisa de aula, os sujeitos foram estudantes do 6º E 7º anos de uma escola pública de São Paulo.	Evidenciou-se maior interesse dos estudantes; Melhora na aprendizagem dos conceitos de Geometria trabalhados.
E2	Luciano Alves Carrijo Neto Dissertação	BRA (2018)	Isoda M.; Arcavi, A.; Mena Lorca, A.; Polya, G.	Trabalhar a reflexão por parte dos professores, com o estudo de planejar e aplicar sequencias didáticas de aprendizagem	Utilizou a resolução de problemas para o trabalho com estudantes de 6º ano, segundo o Currículo de São Paulo.	Evidenciou-se que ao aliamos o Lesson Study e a resolução de problemas podemos ter uma “facilidade da aprendizagem por parte dos estudantes dos conceitos apresentados
E3	Ponte; Quaresma; Pereira; Baptista Artigo.	POR (2016)	Fernández; Cannon; Chokshi, 2003; Perry; Lewis, 2009.	Compreender a potencialidade do estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional e os desafios que se colocam à sua realização.	5 (cinco) professoras lecionando no 5.º e no 6.º ano. Em sessões quinzenais para o trabalho com tarefas matemáticas sobre os Números racionais. A sessão 1 apresentação de estudo de aula. As sessões 2 a 6 aprofundamento de conhecimento e preparação da aula. A sessão 7 observação sessão 8 reflexão. As sessões 9 a 12 as professoras refletiram sobre duas aulas.	O estudo de aula permite integrar contributos da teoria e de investigações anteriores (introduzidos principalmente nas sessões através das tarefas propostas e das discussões conduzidas pela equipe formadora), ao mesmo tempo que valoriza a experiência e os conhecimentos profissionais dos professores envolvidos
E4	Tamiris M. Neves. Dissertação.	BRA (2018)			Utilizou a metodologia do Lesson Study para o trabalho como o conceito de Área e Perímetro com estudantes do 6º ano. Elaborou uma Proposta de um instrumento de avaliação das aulas	
E5	Suzete de Souza Boreli Tese	BRA (2019)	(Gatti, 2008; Shulman, (1996, 1997); Ponte, 2002; Curi, 2005 Guskey (1986) e Loucks-Hosley (2003), Glaeser	Investigar quais são as contribuições que a metodologia de	Investigar quais são as contribuições que a metodologia de formação “Estudos de Aula” acarreta no desenvolvimento	Como resultados as autoras elencam o favorecimento do desenvolvimento profissional do professor, num processo colaborativo, ao estudar e

			(1985), Bruno (1997)	formação "Estudos de Aula" acarreta no desenvolvimento profissional de professores de Matemática do Ensino Fundamental	profissional de professores de Matemática do Ensino Fundamental. (7º ano)	compartilhar conhecimentos sobre suas práticas realizaram uma revisão nos seus processos de ensino
E6	Richit; Ponte. Artigo	POR (2020)	Roldão, (2007; 2014); Ponte, (2014) Canavarro, (2003); (Shulman, 1986)	Examinar os conhecimentos profissionais de professores evidenciados em estudos de aula, segundo a perspectiva dos participantes. Tendo como base a especificidade da dinâmica de desenvolvimento dos estudos de aula.	Professores do 1.º ao 3.º ciclo do ensino básico de Lisboa, que tomaram parte em estudos de aula em 2013-2014, cujo foco se centrava na abordagem exploratória de temas curriculares da matemática dos respectivos ciclos de ensino.	Os resultados sinalizam perspectivas para a formação de professores de matemática no cenário nacional, pois a dinâmica do estudo de aula pode oportunizar aos participantes vivenciar situações de trabalho colaborativo, que possibilita o crescimento profissional a partir do diálogo, do apoio mútuo, incentivo pessoal e da troca de experiências entre pares. Pode ainda favorecer mudanças na prática profissional em matemática.
Séries de Livros norteados pela Lesson Study						
	Autor	País	Referencial teórico	Objetivos	Metodologia	Resultados
E7	Souza e Wrobel - Ebook	BRA (2017)	Abrantes, 1989; Baldin, (2009), Campos (2018; D'Ambrósio (2015); Fiorentini (2003) Ferreira (2003; Polya (1978); Ponte et al (2014); Onuchic et al. (2014);	Contribuir para suas práticas de ensino em aulas de Resolução de Problemas, visando o desenvolvimento cognitivo dos estudantes em suas compreensões textuais, ampliação do repertório de estratégias, interação entre estudantes e entre estudantes e professor.	Participaram da pesquisa 17 professores de Matemática do (3º e 4º ciclo) no ES, o método foi qualitativo, interpretativo,	Para além dos limites da aplicação [...] é possível uso do mesmo problema para pessoas com qualquer bagagem matemática, a depender da linguagem usada e/ou do modo como explicamos.

E8	Souza Ebook.	BRA (2020)	Abrantes, 1989; Baldin, (2009), Campos (2018; D'Ambrósio (2015); Fiorentini (2003) Ferreira (2003; Polya (2005); Ponte et al (2014)	Contribuir para suas práticas de ensino em aulas de Resolução de Problemas, visando o desenvolvimento cognitivo dos alunos em suas compreensões textuais, ampliação do repertório de estratégias, interação entre alunos e entre aluno e professor.	Participaram da pesquisa 17 professores de Matemática do (3º e 4º ciclo) no ES, o método foi qualitativo, interpretativo, Realizado um estudo sobre equações do 1º grau.	Concluem que: a não existência de um algoritmo preestabelecido para resolver o problema estudado nos leva a muitas possíveis estratégias para solucioná-lo, o que permite trabalhar com a diversidade de abordagens e o alargamento do pensamento matemático do aluno.
----	--------------	------------	---	---	--	--

Fonte: Elaborado pela pesquisadora norteada pelos artigos supracitados.

APÊNDICE B – Leituras realizadas em Lesson Study

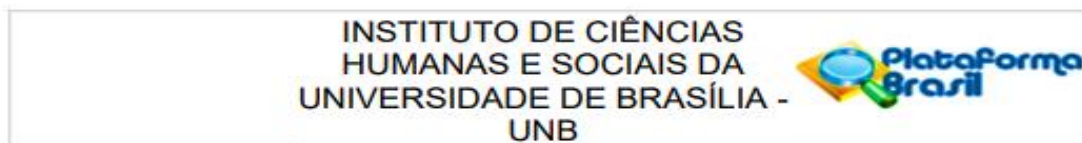
Lesson Study Leituras realizadas

QUADRO RESUMO: LESSON STUDY - LEITURAS REALIZADAS					
Contexto	Estudo	Série	Instrumento/contexto	Conteúdo	Etapas da Lesson Study
EFAF	E1	6º e 7º ano.	Plano de aula/resolução de problemas.	Frações; Polígonos.	Reflexão; Planejamento/propor; Execução; Avaliação.
	E2	6º ano.	Sequência didáticas/resolução de problemas.	MMC; MDC;; Frações; Decimais; Geometria plana.	Reflexão; Planejamento/propor; Execução; Avaliação.
	E3	5º e 6º ano.	Plano de aula/Tarefas planejadas.	Racionais não negativos.	Todas as Etapas.
	E4	6º ano.	Tarefa planejada e Quiz; objeto final: Avaliação.	Área e Perímetros.	Análise de etapas da Lesson: Reflexão; Planejamento/propor; Execução; Avaliação.
	E5	7º ano.	Livro didático; Elaboração de tarefas Planejadas.	Números inteiros.	Reflexão; Planejamento/propor; Execução; Avaliação
	E6	1º ciclo (1º ao 4º ano); 2º ciclo (5º ao 6º ano); 3º ciclo (7º ao 9º ano).	Entrevistas Semiestruturadas; gravações; fotografias; registros escritos; interações entre os estudantes e professores.	Números Racionais.	Experiências na participação de Lesson Study.
	E7	3º ciclo (7º ao 9º ano); Ensino Secundário.	Resolução de problemas abertos. Gravações; fotografias; registros escritos; interações entre os estudantes e professores.	Proporcionalidade; Porcentagem; Transformação de medidas; Álgebra; Generalizações; análise do todo discreto.	Planejamento; Execução; Reflexão; Avaliação.
	E8	2º ciclo (5º ao 6º ano); 3º ciclo (7º ao 9º ano).	Resolução de problemas; Gravações; fotografias; registros escritos; interações entre os estudantes e professores.	Quantidade; Proporcionalidade; Equação Polinomial de 1º grau.	Planejamento; Execução; Reflexão; Avaliação.

Fonte: Estudos realizados conforme: quadro sistematizado anexo

APÊNDICE C – Parecer do Conselho de Ética

Parecer de aprovação Conselho de Ética – Instituto de Ciências Humanas e Sociais da Universidade de Brasília – UNB – Plataforma Brasil



Continuação do Parecer: 5.235.802

Outros	Curriculos_Lattes_Regina_da_Silva.pdf	03/12/2021 18:54:42	ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA	Aceito
Outros	Curriculos_Lattes_Andreia_Julio.pdf	03/12/2021 18:54:23	ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA	Aceito
Outros	Instrumentos_de_coleta_de_dados.docx	03/12/2021 18:44:26	ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Aceite_Institucional_CEF14.docx	03/12/2021 18:41:57	ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA	Aceito
Solicitação Assinada pelo Pesquisador Responsável	carta_de_encaminhamento.pdf	03/12/2021 18:34:39	ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA	Aceito
Cronograma	Cronograma.docx	03/12/2021 18:24:46	ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA	Aceito
Folha de Rosto	Folha_de_rosto_Andreia_Juliof.pdf	28/11/2021 21:11:31	ANDREIA JULIO DE OLIVEIRA ROCHA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

BRASILIA, 10 de Fevereiro de 2022

Assinado por:
ANDRE VON BORRIES LOPES
(Coordenador(a))

Endereço: CAMPUS UNIVERSITÁRIO DARCY RIBEIRO - FACULDADE DE DIREITO - SALA BT-01/2 - Horário de
Bairro: ASA NORTE CEP: 70.910-900
UF: DF Município: BRASILIA
Telefone: (61)3107-1592 E-mail: cep_chs@unb.br

APÊNDICE D – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido



Universidade de
Brasília Faculdade
de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) E/OU TERMO DE ASSENTIMENTO

Você está sendo convidado a participar da pesquisa “*LESSON STUDY: CONTRIBUIÇÕES A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS*” de responsabilidade *Andreia Julio de Oliveira Rocha*, aluno(a) de *Doutorado acadêmico*, da *Universidade de Brasília*. O objetivo desta pesquisa será: investigar como a Lesson Study, pode auxiliar a formação do PEM, no que diz respeito ao planejamento e a aprendizagem dos estudantes no 7º ano-EFAF, em escolas públicas do Distrito Federal. Assim, gostaria de consultá-lo(a) sobre seu interesse e disponibilidade de cooperar com a pesquisa.

Você receberá todos os esclarecimentos necessários antes, durante e após a finalização da pesquisa, e lhe asseguro que o seu nome não será divulgado, sendo mantido o mais rigoroso sigilo mediante a omissão total de informações que permitam identificá-lo(a). Os dados provenientes de sua participação na pesquisa, tais como questionários, entrevistas, gravação ou filmagem, ficarão sob a guarda do pesquisador responsável pela pesquisa.

A coleta de dados será realizada por meio de Diário de bordo/ gravações de áudio/ transcrição. Relatos escritos; Relatos verbais (transcritos); Notações matemáticas de professores e de estudantes; Interações discursivas entre os participantes. É para estes procedimentos que você está sendo convidado a participar. Sua participação na pesquisa não implica em nenhum risco.

Espera-se com esta pesquisa investigar como a Lesson Study, pode auxiliar a formação do PEM, no que diz respeito ao planejamento e a aprendizagem dos estudantes no 7º ano - EFAF Sua participação é voluntária e livre de qualquer

remuneração ou benefício.

Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper sua participação a qualquer momento. A recusa em participar não irá acarretar qualquer penalidade ou perda benefícios.

Em caso de dúvida, estarei a disposição Andreia Julio de Oliveira Rocha– Universidade de Brasília (UnB) cujo contato poderá ser feito a partir do telefone (61) 985236071 e a partir do e-mail: andreiajuliomatema@gmail.com

Este projeto foi revisado e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa do Instituto de Ciências Humanas da Universidade de Brasília - CEP/IH. As informações com relação à assinatura do TCLE ou os direitos do sujeito da pesquisa podem ser obtidos através do e-mail do CEP/IH cep_ih@unb.br .

Este documento foi elaborado em duas vias, uma ficará com o(a) pesquisador(a) responsável pela pesquisa e a outra com o senhor(a).

Assinatura do(a) participante

Andreia Julio de Oliveira Rocha

Brasília, ____ de ____ de 2021

APÊNDICE E – Autorização de uso de imagem



Universidade de Brasília Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE

Orientadora responsável: Prof^a. Dr^a Regina da Silva Pina Neves

Pesquisador responsável: Andreia Julio de Oliveira Rocha

USO DE IMAGEM

Autorizo o uso de minha imagem e áudio, para fins da investigação sobre LESSON STUDY: CONTRIBUIÇÕES A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS, sendo seu uso restrito à pesquisa.

Assinatura do participante da pesquisa

Andreia Julio de Oliveira Rocha

CONTATO:

A pesquisadora envolvida com o referido projeto é a professora Andreia Julio de Oliveira Rocha – Universidade de Brasília (UnB) cujo contato poderá ser feito a partir do telefone (61) 985236071 e a partir do e-mail: andreiajuliomatema@gmail.com

