



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DE MESTRADO
PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

**COMPREENSÃO DA GRAVIDADE ATRAVÉS DO TRATAMENTO
ASTRONÔMICO DAS IMAGENS DAS LUAS GALILEANAS EM
SALA DE AULA**

Joaquim Borges de Sousa Filho

Brasília – DF
2022



COMPREENSÃO DA GRAVIDADE ATRAVÉS DO TRATAMENTO ASTRONÔMICO DAS IMAGENS DAS LUAS GALILEANAS EM SALA DE AULA

Joaquim Borges de Sousa Filho

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade de Brasília (UnB) no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Prof^a. Dr^a. Vanessa Carvalho de Andrade
Orientadora

Brasília – DF
2022

FOLHA DE APROVAÇÃO

JOAQUIM BORGES DE SOUSA FILHO

**COMPREENSÃO DA GRAVIDADE ATRAVÉS DO TRATAMENTO
ASTRONÔMICO DAS IMAGENS DAS LUAS GALILEANAS EM
SALA DE AULA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade de Brasília (UNB) no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada em:

BANCA EXAMINADORA:

Prof^a. Dr^a. Vanessa Carvalho de Andrade
(Presidente IF-UNB)

Prof. Dr. Wytler Cordeiro dos Santos
(UnB Gama)

Prof. Dr. Rendisley Aristóteles dos Santos Paiva
(Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal)

Prof. Dr. Marcello Ferreira
(IF-UnB)

Prof^a. Dr^a. Mariana Penna Lima Vinteti
(IF-UnB)

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Divisão de Informação e Documentação

Filho, Joaquim Borges de Sousa
Compreensão da Gravidade Através do Tratamento Astronômico das Imagens das Luas Galileanas em Sala de Aula / Joaquim Borges de Sousa Filho.
Brasília - DF: UNB / IF, 2022.

Dissertação de Mestrado – Curso de Física. Área de Ensino de Física – Universidade de Brasília. 2022. Orientadora: Profª. Dra. Vanessa Carvalho de Andrade.

1. Ensino de Física. 2. Movimento planetário. 3. Gravidade. I. Filho, Joaquim Borges de Sousa. II. Universidade de Brasília, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. III. As Leis de Kepler e Gravitação Universal: Conceitos, Experimentos e Simuladores.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FILHO, Joaquim Borges de Sousa. **Compreensão da Gravidade Através do Tratamento Astronômico das Imagens das Luas Galileanas em Sala de Aula**. 2022. Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Joaquim Borges de Sousa Filho

TÍTULO DO TRABALHO: Compreensão da Gravidade Através do Tratamento Astronômico das Imagens das Luas Galileanas em Sala de Aula.

TIPO DO TRABALHO / ANO: Dissertação / 2022

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação pode ser reproduzida sem a autorização do autor.

Joaquim Borges de Sousa Filho
UnB – Campus Darcy Ribeiro – Asa Norte
720910-900 – Brasília – DF - Brasil

Dedico este trabalho à minha esposa Fernanda,
ao meu filho Pedro Lucas, à minha filha Ana
Karoliny e a minha mãe. Direne Gomes, estes
representam as minhas inspirações...

Agradecimentos

Sobretudo a Jesus Cristo, que nos concede a compreensão por meio da fé e da razão.

À minha amada esposa Fernanda, pela paciência. Ao meu filho Pedro Lucas e à minha filha Ana Karoliny. Aos quais muitas vezes tive que me ausentar devido aos estudos. A minha mãe pelas motivações.

A todos os que corroboraram com palavras de motivações, e que de alguma forma contribuíram para a minha caminhada durante o curso deste mestrado, foram de grande impulso para os momentos de dificuldades.

Ao orientador professor e doutor Ivan Soares Ferreira, a quem pouco conheci e pouco tempo de convívio, mas ainda sim foi possível admirá-lo pelo grande conhecimento da Física e preocupação com um Ensino de Física de qualidade para os alunos do Ensino Médio. Que Cristo possa conceder a ele um descanso eterno.

À minha orientadora professora e doutora Vanessa Carvalho de Andrade, uma pessoa admirável, muito inteligente e humana no Ensino de Física, com uma visão de educação bem além dos dias atuais. Agradeço-lhe pelas orientações e pelas aulas durante este meu engendramento.

À Sociedade Brasileira de Física por disponibilizar o Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física. À Universidade de Brasília. A CAPES pelo apoio financeiro.

Aos meus colegas do Cepi Professor Sérgio Fayad pela colaboração e enfim, pelos meus alunos que mesmo diante das dificuldades impostas por este momento pandêmico devido a Covid-19, participaram com louvor e cooperaram para com o desenvolvimento do produto educacional.

Totus Tuus Mariae
(São João Paulo II)

Resumo

Em consequência do desprovimento de livros didáticos que possam atender assuntos de forma mais específica e detalhada acerca de Astronomia e Astrofísica com ênfase nas leis de Kepler e Gravitação Universal, constatou-se a importância de idealizar um material que pudesse conter uma sequência didática, e que atendesse o anseio de contribuir minimamente aos estudantes, que são os protagonistas da aprendizagem. Em conformidade com o engendramento proposto no nosso trabalho, salienta-se conveniente a abordagem por meio do referencial teórico à luz das asserções elaboradas por Vygotsky pertinente ao sociointeracionismo, mesmo em um contexto em que as aulas ocorreram no formato síncrono em virtude do desencadeamento pandêmico da Covid-19. A dinâmica das aulas desenvolveu-se através da propositura teórica de Carvalho (2013) concernente a Sequência de Ensino Investigativo, focalizada na recomendação de aproximar o discente de um processo diferente na perspectiva da compreensão das leis do movimento planetário e também da ação gravitacional. O Produto Educacional traz, com ênfase nas subdivisões das aulas, um conjunto de questões para que o mediador tenha conhecimento do histórico prévio do aluno, ou seja, o saber cultural e social relativo aos planetas e os seus comportamentos. Em seguida é apresentado aos discentes um problema não experimental, com base nas pesquisas realizadas por Galileu em janeiro do ano de 1610 na observação das Luas de Júpiter. Na segunda aula, foi desempenhada pelos estudantes uma investigação sobre o contexto histórico da Astronomia e as contribuições dos observadores da época, o que foi apresentado pelos mesmos via Google Met. Seguindo em frente, realizou-se a inserção das geometrias cônicas, para que os atores integrantes pudessem diferenciar as categorias de curvaturas através da excentricidade com o uso de simuladores de Matemática disponibilizado pela Universidade Aberta e Ensino à Distância da Universidade do México. Foi desenvolvido por meio de programas de software educacionais da Physics at School simulações das leis de Kepler. Enquanto que para a Gravitação Universal, foram feito uso de simuladores do Phet da Universidade da Califórnia. Contudo, vale ressaltar que para um detalhamento melhor, o capítulo propriamente de Física traz um tratamento das leis de Kepler realizado por meio das Equações de Lagrange que, de maneira geral, possibilita uma visão ampla e favorece ao colega professor um entendimento mais profundo do comportamento planetário. Por fim, é exposto um comparativo entre as respostas de um questionário apresentado no início do Ensino Investigativo e outro no final realizando uma síntese geral do processo de aprendizagem proposto

Palavras-Chave: Ensino de Física, Leis de Kepler, Gravitação Universal, Vygotsky, Ensino Investigativo, Simuladores de Física e Matemática.

Abstract

As a result of the lack of textbooks that can address subjects in a more specific and detailed way about astronomy and astrophysics with an emphasis on the laws of Kepler and Universal Gravitation, It was found the importance of idealizing a material that could contain a didactic sequence, and that would meet the desire to contribute minimally to students, who are the protagonists of learning. In accordance with the engineering proposed in our work, it is convenient to approach the theoretical framework in the light of the assertions made by Vygotsky relevant to socio-interactionism, even in a context where classes took place in synchronous format due to the pandemic triggering of Covid-19. The dynamics of the classes was developed through the theoretical proposition of Carvalho (2013) concerning the Sequence of Investigative Teaching, focused on the recommendation to bring the student closer to a different process from the perspective of understanding the laws of planetary motion and also gravitational action. The Educational Product brings, with emphasis on the subdivisions of the classes, a set of questions so that the mediator has knowledge of the previous history of the student, that is, the cultural and social knowledge related to the planets and their behaviors. The students are then presented with a non-experimental problem, based on the research carried out by Galileo in January 1610 on the observation of the Moons of Jupiter. In the second class, the students performed an investigation on the historical context of astronomy and the contributions of the observers of the time, which was presented by them via Google Met. Moving forward, the insertion of the conical geometries was carried out, so that the members could differentiate the categories of curvatures through eccentricity with the use of Mathematics simulators provided by the Open University and Distance Education of the University of Mexico. It was developed through educational software programs from Physics at School simulations of Kepler's laws. Whereas for Universal Gravitation, Phet simulators from the University of California were used. However, it is worth noting that for further detail, the actual chapter of Physics brings a treatment of Kepler's laws carried out through the Lagrange equations which, In general, it allows a broad vision and favors a deeper understanding of planetary behavior. Finally, a comparison is presented between the answers of a questionnaire presented at the beginning of Investigative Teaching and another at the end performing a general synthesis of the proposed learning process

Key words: Physics Teaching, Kepler Laws, Universal Gravitation, Vygotsky, Investigative Teaching, Physics Simulators and Mathematics.

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Ordem de exposição de revisão de literatura	28
Tabela 02: - Proposta para uma Investigação Científica	50
Tabela 03: Planejamento de Componentes Curriculares e Carga Horária para os Cepis	92
Tabela 04: Planejamento dos Conteúdos.....	95
Tabela 05 – Antigas civilizações e observadores	106
Tabela 06 – Excentricidades e energias.....	108

LISA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC: Base Nacional do Currículo Comum;

Cepi: Centro de Ensino em Período Integral;

CM: Centro de massa;

CTS: Ciência, Tecnologia e Sociedade;

EaD: Educação a Distância;

EM: Ensino Médio;

GDPI: Gratificação de Dedicção Plena Integral;

IDEB: Índice de Desenvolvimento da Educação Básica;

LDB: Lei de Diretrizes e Bases;

OBA: Olimpíada Brasileira de Astronomia;

OBF: Olimpíada Brasileira de Física;

OBFEP: Olimpíada Brasileira de Escola Pública;

OGF: Olimpíada Goiana de Física;

PCN: Parâmetro Curricular Nacional;

RCC: Representantes de Componentes Curriculares;

SD: Sequência Didática;

SEI: Sequência de Ensino Investigativo

SRE: Subsecretaria Regional de Educação;

TIC: Tecnologia da Informação e Comunicação;

ZDP: Zona de Desenvolvimento Proximal;

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Órbitas de Kepler	80
Figura 02: Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação-ação.....	97
Figura 03: Curvas Cônicas	108
Figura 04 – Simulador das Cônicas.....	110
Figura 05: Simulador das Leis de Kepler	110
Figura 06: Simulação da Primeira Lei de Kepler	111
Figura 07: Simulação da Lei das Áreas	111
Figura 08: Movimento circular para diferenciar do movimento elíptico	112
Figura 09: Simulação da Segunda Lei de Kepler	112
Figura 10: Simulação da Terceira Lei de Kepler – Planetas Internos	113
Figura 11: Simulação da Terceira Lei de Kepler – Planetas Externos	115
Figura 12: Simulação de Gravidade e Órbita	115
Figura 13: Simulador de Força Gravitacional Para Dois Corpos	116
Figura 14: Simulação Gravitacional com variação da massa e da distância	116
Figura 15: Pergunta Acerca do Movimento da Lua em Relação à Terra	117
Figura 16: Resposta do aluno LP3B	118
Figura 17: Resposta do aluno LM3D	118
Figura 18: Resposta da aluna JP3D	118
Figura 19: Resposta da aluna AP3A.....	119
Figura 20: Resposta da aluna GV3D	119
Figura 21: problema não experimental de MO3B.....	120
Figura 22: problema não experimental de SF3A.....	120
Figura 23: problema não experimental de AP3A	121
Figura 24: problema não experimental de JS3B.....	121
Figura 25: problema não experimental de LM3D	121
Figura 26: problema não experimental de DR3C.....	121
Figura 27: Resposta de DR3B	122
Figura 28: Resposta de RM3A	122
Figura 29: Resposta de LM3D.....	122

Figura 30: Resposta de RM3A	123
Figura 31: Resposta de RS3A.....	123
Figura 32: Resposta de JS3B	123
Figura 33: Resposta de SF3A	123
Figura 34: Resposta de JP3D.....	124
Figura 35: Resposta de MO3B	124
Figura 36: Resposta de RM3A	124
Figura 37: Resposta de MV3B	125
Figura 38: Resposta de LM3D.....	125
Figura 39: Resposta de LM3D.....	126
Figura 40: Resposta de LM3D	126
Figura 41: Resposta de LM3D.....	126
Figura 42: Resposta de LM3D	126
Figura 43: Resposta de LM3D.....	126
Figura 44: Resposta de LM3D.....	126
Figura 45: - Apresentação sobre a Antiga Civilização Chinesa	127
Figura 46: As Mansões Celestiais na Astronomia Chinesa.....	128
Figura 47: Os Animais Celestiais na Cultura Chinesa	128
Figura 48: Apresentação da aluna RM3A sobre Mapa Astral Chinês.....	129
Figura 49: Apresentação do aluno LF3C sobre Astronomia na Mesopotâmia.....	125
Figura 50: Mapa da Antiga Mesopotâmia	130
Figura 51: Métodos Matemáticos da Antiga Mesopotâmia.....	130
Figura 52: Símbolos dos Zodíacos dos Mesopotâmicos	131
Figura 53: As Divindades da Antiga Civilização Egípcia.....	131
Figura 54: O Pensamento do Geocentrismo dos Egípcios	132
Figura 55: Contribuições de Anaxágoras na Astronomia	132
Figura 56: Contribuições de Filolaus de Crotona na Astronomia	133
Figura 57: Contribuições de Platão na Astronomia.....	133
Figura 58: Contribuições de Platão na Astronomia.....	134
Figura 59: Eratóstenes de Cirene na Astronomia	134
Figura 60: Esfera Armilar e o Experimento de Eratóstenes	135
Figura 61: Híparco de Nicéia	135
Figura 62: Cláudio Ptolomeu e o Modelo Geocêntrico.....	136
Figura 63: As Leis de Kepler.....	137

Figura 64: Sistematização Individual do conhecimento do aluno JS3B	138
Figura 65: Sistematização Individual do conhecimento da aluna RM3A	138
Figura 66: Sistematização Individual do conhecimento da aluna MO3B	139
Figura 67: Sistematização Individual do conhecimento da aluna GV3D.....	140
Figura 68: Simulador de Matemática das Cônicas	141
Figura 69: Apresentação da aluna RM3A – Projeção do círculo	141
Figura 70: Apresentação da aluna MO3B – A construção da Elipse	142
Figura 71: Apresentação do aluno JS3B – A rotação da Elipse no Eixo Y.....	142
Figura 72: Apresentação do aluno LM3D – Construção da Parábola no Eixo X.....	143
Figura 73: Apresentação do aluno LM3D – Análise da Excentricidade (e).....	143
Figura 74: Apresentação do aluno LF3C – Construção da Hipérbole.....	144
Figura 75: Resposta de MO3B	144
Figura 76: Resposta de SF3A	144
Figura 77: Resposta de MV3B	145
Figura 79: Resposta de JP3D.....	145
Figura 80: Resposta de RS3A.....	145
Figura 81: Resposta de DR3B	146
Figura 82: Resposta de GV3D.....	146
Figura 83: Resposta de LM3D.....	146
Figura 84: Resposta de MO3B	147
Figura 85: Trajetória circular desenvolvida por um corpo celeste	147
Figura 86: Trajetória e descrição dos elementos que compõe a elipse.....	148
Figura 87: Descrição do movimento parabólico	148
Figura 88: Simulação da Primeira Lei de Kepler – Lei das Órbitas – LP3B	149
Figura 89: Simulação da Segunda Lei de Kepler – Lei das Áreas – MO3B	149
Figura 90: Terceira Lei de Kepler – Lei dos Períodos – Planetas Internos – Apresentação da aluna BR3C	150
Figura 91: Simulação da Terceira Lei de Kepler – Lei dos Períodos – Planeta Externos – Apresentação da aluna GV3D	150
Figura 92: Sistematização individual do conhecimento sobre Leis de Kepler da aluna LP3B.....	151
Figura 93: Conceito de trajetórias e órbitas da aluna LP3B	152
Figura 94: Representação gráfica das Leis de Kepler da aluna SF3A.....	153
Figura 95: Representação da Segunda Lei de Kepler do aluno DR3C.....	154

Figura 97: Sistematização individual do conhecimento sobre Leis de Kepler do aluno MO3B	156
Figura 98: Sistematização individual do conhecimento sobre Leis de Kepler do aluno JS3B.....	156
Figura 99: Simulação da Gravitação Universal pelo aluno LM3D	157
Figura 100: Apresentação da aluna BR3C - trajetória elíptica do planeta em relação ao Sol.....	157
Figura 101: Apresentação do aluno LM3D – Massa e Gravidade	158
Figura 102: Apresentação do aluno JS3B – Satélite orbitando o planeta Terra	158
Figura 103: Apresentação da aluna MO3B – Interação de gravitacional: Planeta, Sol e Lua	159
Figura 104: Sistematização Individual do Conhecimento da aluna RM3A	160
Figura 105: Sistematização Individual do Conhecimento da aluna SF3A	161
Figura 106: Sistema Solar.....	164
Figura 107: Júpiter e as Luas Galileanas	165

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01 – A função de $f(x)$	54
Gráfico 02 – elemento de comprimento ds	54
Gráfico 03 – Perturbações $H(x)$ que ocorrem em $y(x)$	56
Gráfico 04 – Posição relativa.....	63
Gráfico 05 – Posição relativa de r	64
Gráfico 06 - Posição relativa em relação a R	64
Gráfico 07 – Centro de Massa de R	65
Gráfico 08 – Energias potenciais.....	81
Gráfico 09 – Energia potencial efetiva	82
Gráfico 10 – Determinação do r_{\min} a partir do θ	83
Gráfico 11 – Semieixo maior e semieixo menor da elipse	84
Gráfico 12 – Semieixo menor da elipse.....	85
Gráfico 13 – Raio vetor	87
Gráfico 14 – Segunda Lei de Kepler	88
Gráfico 15: Referente à questão 1 acerca do histórico prévio	162
Gráfico 16: Referente à questão 2 acerca do histórico prévio	163
Gráfico 17: Referente à questão 3 acerca do histórico prévio	164
Gráfico 18: Referente à questão 4 acerca do histórico prévio	164
Gráfico 19: Referente à questão 5 acerca do histórico prévio	165
Gráfico 20: Referente à questão 6 acerca do histórico prévio	166
Gráfico 21: Referente à questão 7 acerca do histórico prévio	167
Gráfico 22: Referente à questão 8 acerca do histórico prévio	167
Gráfico 23: Referente à questão 9 acerca do histórico prévio	168
Gráfico 24: Referente à questão 1 acerca do histórico prévio	169
Gráfico 25: Referente à questão 2 acerca do histórico prévio	170
Gráfico 26: Referente à questão 3 acerca do histórico prévio	170
Gráfico 27: Referente à questão 4 acerca do histórico prévio	171
Gráfico 28: Referente à questão 5 acerca do histórico prévio	172
Gráfico 29: Referente à questão 6 acerca do histórico prévio	173
Gráfico 30: Referente à questão 7 acerca do histórico prévio	174

Gráfico 31: Referente à questão 8 acerca do histórico prévio	174
Gráfico 32: Referente à questão 9 acerca do histórico prévio	175
Gráfico 33: Referente à questão 10 acerca do histórico prévio	176
Gráfico 34: Referente à questão 11 acerca do histórico prévio	177

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA	20
1.1 Introdução.....	20
1.2 Justificativa.....	21
1.3 Proposta da questão de pesquisa e delimitação.....	26
1.4 Objetivos e Hipóteses.....	26
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	35
3.1 Breve introdução da vida e contribuição de Vygotsky	35
3.1.1 Funções psicológicas superiores	36
3.1.2 Mediação simbólica e internalização	38
3.1.3 Zona de desenvolvimnto proximal	41
3.1.4 Formação de conceitos científicos na idade escolar.....	43
3.2 Ensino Investigativo	44
3.2.1 Abordagem histórica do ensino investigativo	44
3.2.2 Sequência de ensino investigativo.....	47
3.2.3 Planejamento da sequência de ensino investigativo.....	50
4. O FORMALISMO LAGRANGIANO APLICADO AS LEIS DE KEPLER.....	52
4.1 Introdução.....	52
4.2 Introdução ao Princípio do Cálculo Variacional	53
4.3 Coordenadas generalizadas	59
4.4 As equações de força central para dois corpos.....	60
4.5 Problemas de força central para dois objetos	63
4.6 Centro de massa e coordenadas relativas – massa reduzida.....	64
4.7 Momento angular ou conservação do momento angular	68
4.8 As equações de movimento em termos das equações de Lagrange	70
4.9 Potencial efetivo	72
4.10 Determinação da equação da órbita de um corpo	74
4.11 O problema de Kepler	77
4.12 Movimento planetário e as Leis de Kepler.....	83
4.12.1 Análise da elipse quanto ao seu semieixo maior.....	84
4.12.2 Análise de elipse quanto ao seu semieixo menor	85

4.13	Segunda lei de Kepler ou Lei das Áreas	86
4.14	A Terceira lei de Kepler ou Lei dos Períodos	88
5.	METODOLOGIA.....	90
5.1	Descrição do colégio	90
5.2	Descrição dos estudantes.....	93
5.3	Metodologia e tipo de pesquisa.....	96
6.	DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL.....	99
6.1	Descrição das aulas	100
7.	APRESENTAÇÃO DOS DADOS OBTIDOS	117
8.	ANÁLISES E RESULTADOS	162
8.1	Critérios para análises	162
8.2	Análises dos gráficos das questões abertas de conhecimentos prévios	162
8.3	Análises dos gráficos dos conhecimentos adquiridos	168
8.4	Sínteses das análises.....	177
9.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	179
10.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	181
	APÊNDICE B – Questões Abertas	185
	APÊNDICE C – Sistematização Individual Do Conhecimento	188
	APÊNDICE D - Problema Não Experimental	189
	APÊNDICE E – Sistematização Dos Conhecimentos Elaborados	190
	APÊNDICE F – Contribuição Histórica Das Antigas Civilizações E Dos Observadores Na Astronomia	192
	APÊNDICE G – A Geometria Das Cônicas	201
	APÊNDICE H – Questões Abertas	211

1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

1.1 Introdução

A vida humana sempre esteve associada a eventos astronômicos, o seu desenvolvimento ocorre ao longo dos anos decorrente de observações do comportamento dos planetas, Sol, Lua e as estrelas. Toda investigação de antigas civilizações como da Mesopotâmia estava relacionada com fatos religiosos, mas se transforma em necessidades da vivência diária. Desta maneira existe a interferência na vida tanto social quanto econômica.

Em função de determinadas estrelas apresentarem brilho muito intenso, sabiam com antecedência quando iria ocorrer a chegada da primavera, do verão, do outono e do inverno. Por outro lado, a observação astronômica, além de ser motivada pela sua principal atividade econômica - a agricultura - era estimada também pela ausência de luz nos grandes centros da época, o que facilitava muito a observação dos astros (MOURÃO, 2000, p. 13).

Embora existissem povos que tinham a Astronomia como algo místico envolvendo cultos diversos e ao mesmo tempo medo daquilo que era desconhecido, ela foi se tornando uma aliada para a própria sobrevivência através do comportamento de corpos celestes observáveis. O que era místico foi com o transcorrer dos anos transfazendo em análises da mudança do clima, orientando o plantio e a colheita para as suas demandas. Crenças foram se transformando em verificações mais seguras com o passar das gerações, tão logo o uso da Astronomia foi literalmente expandindo a visão de cientistas através da aplicação da matemática, mais precisamente da geometria, com a tentativa de clarificar e antecipar quais seriam os próximos eventos naturais, e no que poderia resultar em consequência da mobilidade dos astros.

Um fato histórico oriundo da Astronomia e cultural em relação à sociedade era a falta de conhecimento do que era um eclipse e os seus efeitos:

Acreditem ou não, isso aconteceu na capital do Pará, em 23 de agosto de 1887. Durante um eclipse da Lua, o povo saiu às ruas em enorme algazarra, disposto a assustar o monstro com o ruído de latas velhas, foguetes e até tiros de revólver e espingardas (MOURÃO, 2000, p.23).

Este comportamento não era exclusivo no Brasil, mas outros povos como da África, Índia, China e América, tanto do Norte quanto do Sul. Embora o estudo da Astronomia seja muito antigo para algumas civilizações, a compreensão de muitos eventos sucedidos pela natureza ainda não havia sido alcançada por pessoas de outros países.

Indaga-se, então, o motivo pelo qual deve acontecer o Ensino de Astronomia na educação básica, pois ela tanto é inerente à existência humana quanto é inexorável para o entendimento de fenômenos que ocorrem no cotidiano do estudante. “A Astronomia tem a capacidade de despertar

sentimentos em todo tipo de pessoa” (SOLER e LEITE, 2012, p.371), permite expandir a consciência de mundo, existe à vontade ou desejo de querer saber mais de como tudo procede, como ocorrem as estações do ano, o movimento periódico dos planetas, a locomoção dos corpos celestes, a existência da gravidade, etc. Os diversos encorajamentos são fomentados em alunos a partir de filmes, livros, divulgação científica, sensacionalismos, documentários, entre outras informações obtidas na educação formal, que ocorrem sistematicamente, e em meios informal, que não tem preocupação com elucidações verídicas.

Para Soler e Leite (2012), a partir de dados levantados categoricamente em 180 trabalhos de periódicos, são destacados motivos que justificam a educação em Astronomia: despertar de sentimentos, relevância sócio-histórico-cultural, ampliação de visão de mundo, contextualização e interdisciplinaridade. Langhi e Nardi (2014), com análises do pensamento de outros pesquisadores na área, sustentam pontos que corroboram para a pauta em discussão, que são: a contribuição da Educação em Astronomia para História e Filosofia da Ciência e CTS; auxílio no planejamento de atividades experimentais e a prática de observação do céu.

De forma geral, embora os PCNs apontem a necessidade do Ensino de Astronomia, existe ainda uma grande defasagem para que isso ocorra com excelência nas salas de aula das escolas públicas. Considerando também que a BNCC elucida pontos a serem abordados e como devem ser discutidos com os estudantes, encontram-se dificuldades impostas tanto pela falta de infraestrutura das escolas quanto à ausência de formação acadêmica ou continuada por parte dos professores atuantes. Os problemas identificados para que o conhecimento chegue aos estudantes com um olhar mais sensível ao mundo científico provocam falhas na própria estrutura do ensino e da aprendizagem.

1.2 Justificativa

O meu interesse pelo Ensino de Astronomia é oriundo do trabalho que desempenho no colégio público, na função de professor regente, uma proposta construída pela experiência que adquiri durante os últimos oito anos. O Centro de Ensino de Período Integral do Estado de Goiás denominado de Cepi que funciona com nove aulas diárias, direcionado por um Projeto Político Pedagógico que norteiam as suas diversas atividades. Neste modelo, tem-se tanto o núcleo comum quanto núcleo diversificado. No núcleo diversificado existem as disciplinas eletivas, no qual o professor tem a oportunidade de oferecer aos alunos um estudo diferenciado daqueles normalmente promovidos, mas que possam ensinar suporte de aprendizagem ao núcleo comum, e neste sentido a proposta que desenvolvo para o Ensino de Astronomia com temáticas variadas é com a possibilidade de atender a uma demanda que manifesta interesse nesta área. Ressalta-se

também as diversas participações do Cepi nos programas externos como OBF, OBA, OGF, OBFEP com os quais o colégio é inscrito com o objetivo de potencializar nos estudantes a disposição em querer conhecer e participar. Tem-se que destacar que as aulas do núcleo comum se tratando de Física são apenas duas por semana, o que por sua vez reduz e muito o volume de conteúdos aplicado pelo professor. Neste contexto, a Astronomia é um conteúdo quase não explorado pelo educador ou totalmente omitido em sala de aula. Com isso, o aluno desenvolve sérios problemas nesta área do conhecimento.

Considere também que o currículo referência do Estado de Goiás norteia os conteúdos de Astronomia para o Ensino Fundamental, porém não aponta para o Ensino Médio como conteúdo obrigatório na disciplina de Física o ensino de Astronomia. O que por sua vez isenta completamente o professor de inserir nas suas aulas o estudo das Leis de Kepler e Gravitação Universal, que é o mínimo exigido de acordo com os PCNs e com a BNCC para o Ensino Médio.

Em outubro e novembro de 2011 foi elaborado o documento base no qual fomentou as discussões por todo o período da bimestralização, resultando, com a participação de 500 professores, na apreciação e validação prévia do documento. Em 2012, foram realizadas formações nas 40 regionais do estado com a participação de mais de 4 mil professores, que avaliaram e replanejaram os conteúdos da proposta encaminhada e definiram-se Representantes de Componentes curriculares – RCCs - para cada Subsecretaria Regional de Educação - SRE do estado de Goiás. (GOIÁS, P. 9 e 10)

Diante da proposta do Currículo Referência, toda a organização foi seletizada por educadores de cada área, assim, após a assembleia dos professores de Física para discutir e planejar quais conteúdos deveria ser inseridos e conceber o programa de ensino, percebe-se que não foi consentido ou recomendado anexar temas de Astronomia, que por sua vez ocorreria no Ensino Médio, e não houve a distribuição como expectativa e ou temática nas séries posteriores. Pela minha experiência como docente do colégio público do Estado de Goiás, existem alguns pontos a serem citados por causar tamanho dano no Ensino de Astronomia: Primeiramente, é fato de que nem todos os professores que lecionam Física são necessariamente formados em Física, e parte dos que são devidamente formados em Física, em sua maioria, advém de uma graduação em licenciatura, que nem sempre é beneficiada com disciplinas que tragam o estudo de Astronomia, Astrofísica, Cosmologia, etc. Segundo, professores que são formados em outras áreas complementam muitas vezes a sua carga horária com disciplinas diferentes da sua formação para fechar o seu horário, infelizmente isso é uma prática contínua em nossa realidade. A necessidade de formação para os professores é fundamental para a condução das aulas nesses temas e essencial para a aprendizagem dos estudantes.

A soma de todos esses fatores traz falhas profundas no ensino das diversas ciências, sobretudo em Astronomia.

Além de todos estes fatores apresentados existem outros que em suma, complementam a realidade do Ensino de Astronomia. Siemsen e Lorenzetti (2007) apresentam, em sua pesquisa a partir de trabalhos de dissertação e teses, elementos que podem esclarecer as rupturas inerentes ao ensino, dentre as quais é mencionada a falta de uma sequência didática, enfatizando a escassez de planejamento, aulas apenas expositivas-dialogadas, a inexistência de produção de materiais específicos que possam auxiliar na compreensão de conteúdos, a falta de cursos presenciais ou no formato EaD para professores, oficinas e jogos lúdicos para os alunos.

Langhi (2011), numa revisão bibliográfica acerca das concepções alternativas de crianças e adolescentes com idades entre sete e dezesseis anos, reforça as imprecisões quanto ao movimento e órbita do planeta Terra, as fases da Lua, as estações do ano, a falta de conceitos introdutórios que possam solidificar o conhecimento e ser suporte para outros estudos mais profundos. Revela também o uso de fontes diversificadas que contém erros em definições científicas, como livros e mídias. As dificuldades do Ensino de Astronomia contemplam todas as etapas do ensino básico, um tanto mais para professores de ciências, pois de maneira geral, estes possuem formação em química ou biologia, faltando a eles a formação em Astronomia.

O termo “concepção alternativa” faz referência a uma ideia sobre determinado fenômeno natural previamente concebida por alunos e/ou professores e que é posteriormente trazida para a sala de aula (LANGHI E NARDI, 2005, p.4)

A concepção alternativa é, de forma sensível, o conhecimento de vida do aluno, sendo necessário que seja reconstruída pelo professor com base na percepção científica, rompendo assim o entendimento do senso comum. E se caso isso não acontecer, este mesmo estudante arrastará consigo uma inverdade por uma vida inteira. Deve-se priorizar o ensino com qualidade acerca de Astronomia, começando com as séries fundamentais, como é proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, sempre associando à realidade de vida do estudante e ao mesmo tempo desmistificando fatos não científicos.

(...) pesquisas revelam que as principais concepções alternativas em Astronomia encontradas no ensino em geral são: as diferenças entre as estações do ano são causadas devido à distância da Terra em relação ao Sol; as fases da Lua são interpretadas como sendo eclipses lunares semanais; persistência de uma visão geocêntrica do Universo; existência de estrelas entre os planetas do Sistema Solar; desconhecem o movimento aparente das estrelas no céu com o passar das horas, incluindo o movimento circular das mesmas no polo celeste; associam a presença da Lua exclusivamente ao céu noturno, admirando-se do seu aparecimento durante certos dias em plena luz do Sol; associam a existência da força de gravidade com a presença de ar, acreditando que só existe gravidade onde houver ar ou alguma atmosfera. (LANGHI E NARDI, 2005, p.4)

Os fatos apresentados diante dos obstáculos evidenciados provêm do senso comum, do misticismo, leituras de ficção ou de divulgação de materiais sensacionalistas que não têm comprometimento com a verdade ou com a ciência. Contudo, a formação do professor e a pesquisa serão o caminho norteador e imprescindível para o ensino e aprendizagem dos alunos.

Ressalta-se a importância de aprofundar, em nível acadêmico, o estudo de Astronomia para realizar uma transposição didática com a devida qualidade, expondo na prática, dentro do possível a ocorrência dos fenômenos como o movimento dos planetas em relação ao Sol, os eclipses, as fases da Lua e as consequências destes preciosos eventos. Pela visão da educação formal, Langhi e Nardi (2010) afirmam que muitos conteúdos não são abordados no ensino básico de Astronomia, abandonando assim conceitos que são fundamentais.

Langhi e Nardi (2007) evidenciam aspectos inerentes aos livros didáticos de ciências que por sua vez, em muitas regiões do Brasil, são a única fonte de pesquisa, algo preocupante pois contém, frequentemente, diversos erros conceituais. Ainda, nas palavras dos autores, destacam-se erros mais comuns: as estações do ano, a Lua e suas fases, movimento e inclinação da Terra, constelações, órbitas planetárias, dimensões dos astros e órbitas planetárias, número de satélites e anéis, pontos cardeais e aspectos históricos e filosóficos associados à Astronomia.

Observa-se categoricamente que existe a devida importância do Ensino de Astronomia, no entanto, existe a demanda para que aulas sejam ministradas, partindo tanto de alunos que carregam conhecimentos engendrados de fatos superficializados e docentes sem a formação exigida. Neste raciocínio, Langhi e Nardi (2010) fazem a seguinte sugestão quanto ao Ensino de Astronomia no Brasil, iniciado em 1958, a partir de análises realizadas em diversos estudos:

É importante que futuras elaborações de programas de formação continuada para professores, que contemplem a área de astronomia, norteiem-se em resultados de pesquisas na área de educação em astronomia, do ensino de ciências e da formação de professores, o que poderá proporcionar, além de processos formativos docentes adequados às suas reais necessidades, fontes seguras de informações a partir dos estabelecimentos categorizados neste trabalho, para que professores possam ter acesso, não apenas a temas e conteúdos específicos de astronomia, mas também, a metodologias e técnicas adequadas para o ensino de astronomia, bem como à produção da pesquisa em ensino de astronomia. (LANGHI e NARDI, 2010, p. 2).

A formação acadêmica deve contemplar e beneficiar meios e técnicas para ensinar, norteando caminhos para o pesquisador, provendo o mesmo de fontes seguras, habilitando-o a distinguir dentre as diversidades de informações propagadas popularmente como verdade. Essa é uma preocupação do MNPEF, pois existe a necessidade de apresentar a realidade aos seus mestrandos no ensino de Física diante das circunstâncias vivenciadas: muitos alunos no ensino básico não estão aprendendo com eficácia. Este programa nos relata que é preciso observar atentamente aos pressupostos existentes nas salas de aula e adequar metodologias com categorias que sejam relevantes, tanto para que o professor possa ensinar como para que o aluno possa aprender. É significativo acentuar que nenhuma metodologia possui um sucesso na sua totalidade, mas é preciso que as mesmas sejam empregadas (e testadas) a fim de que haja a compreensão dos conteúdos por parte dos alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) advindos de princípios reguladores da LDB que descreve as perspectivas a serem alcançadas que possam atender as atuais demandas estudantis, com o olhar direcionado para o Ensino Médio. Nesse sentido, dentro da sua proposta de ensino, os PCNs ressaltam a importância de que:

A formação do aluno deve ter como alvo principal a aquisição de conhecimentos básicos, a preparação científica e a capacidade de utilizar as diferentes tecnologias relativas às áreas de atuação. (BRASIL, 2002, p. 15).

A obtenção de conhecimento não deve ser superficializada e, ainda que seja básica, deve perpassar em caráter científico. A escola deve começar, a partir de conhecimentos já adquiridos pelo aluno, a inserir novos saberes que não só possam sobrepor os precedentes e muito menos gerar concepções alternativas, mas que de fato possam formar novas possibilidades para a compreensão de sua realidade e com isso elaborar pensamentos ajustados aos fenômenos cotidianos.

Espera-se que o ensino de Física, na escola média contribua para a formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte da própria natureza em transformação. (BRASIL, 2002, p. 29).

O ensino não deve ser apenas uma mecanização de exercícios ou repetição de pensamentos para serem memorizados integralmente; deve resultar em uma iniciação à ciência como saber científico de acordo com a capacitação dos aprendizes, associar o que se aprende com os fenômenos naturais, e ao mesmo tempo ser capaz de deduzir explicações correlatas aos conteúdos em classe. Com o avanço da ciência e com a sua divulgação através do desenvolvimento de novas tecnologias, a educação não pode ser omissa, se restringindo a um ensino que não atende o estudante contemporâneo. Neste contexto, o Ensino de Astronomia que está vinculado à história da humanidade não é tratado com a importância que deveria, apesar dos direcionamentos indicados pelos PCNs como conteúdo que devem ser exposto aos alunos no Ensino Médio.

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica a hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2019, p. 9).

A BNCC focaliza que, a partir da curiosidade do estudante, devem ser incorporados critérios investigativos voltados para a ciência, ampliando no sujeito uma visão mais detalhada, promovendo análises, fomentando a capacidade de levantamento de dados com o tabelamento de informações e, diante de uma situação problema, sugerindo meios para a sua resolução. Sendo assim, o aluno deixa de ser passivo e passa a ser proativo e protagonista do conhecer, o que o leva a ser o centro da aprendizagem.

1.3 Proposta da questão de pesquisa e delimitação

A pesquisa desenvolvida neste trabalho consiste na elaboração de um Produto Educacional versado na apresentação de uma perspectiva que visa alcançar os estudantes no ensino-aprendizagem das leis de Kepler e da Gravitação Universal. Para tanto, dentro dos pressupostos ditados pela realidade de sala de aula, há a proposta de responder o seguinte problema: *De que maneira a análise do posicionamento orbital das Luas Galileanas, através de uma sequência de ensino investigativo, pode contribuir para o ensino-aprendizagem das Leis de Kepler e para a compreensão da Gravitação Universal dos estudantes?* A intenção deste projeto é apresentar, ao decorrer desta investigação, ferramentas que possam contribuir com um material que pretende auxiliar tanto ao professor quanto o estudante na aprendizagem de Astronomia.

1.4 Objetivos e hipóteses

O objetivo desta proposta de trabalho é ir além daquilo que é recomendado pelos livros didáticos. Produzindo um material que tanto possa auxiliar aos colegas professores quanto possa colaborar na aprendizagem dos estudantes. Através de um planejamento investigativo defendendo o pressuposto de que as aulas de Astronomia não devem ser apenas feitas expositivamente, mas dialogadas. A aprendizagem será mediada por meio de materiais de pesquisas, de cunho histórico e com o uso de simuladores expondo aos alunos que a ciência é feita com dedicação, tentativas e erros, construindo e desconstruindo hipóteses e pensamentos diversos de acordo com o contexto de cada época e investigativos. Tendo em vista que através de dados fornecidos para que haja uma interação entre os estudantes e a construção de perspectivas teóricas, é proposto ferramentas que possam contrapor o senso comum e com as suas concepções alternativas. Porém sendo dosada para que não tenha os mesmos rigores de um laboratório de pesquisa com pessoas devidamente formada e especializada na área de estudo.

Considerando tudo o que foi mencionado anteriormente, é delimitado como proposta dessa dissertação, a elaboração de um produto educacional acerca do Ensino de Astronomia e Astrofísica perpassando por:

- O histórico prévio dos estudantes;
- Uma análise imagética das Luas Galileanas;
- A historicidade do modelo Geocêntrico ou ptolemaico para o Heliocentrismo;
- Investigação dos dados que Kepler herdou de Brahe para a criação das suas leis;
- A Gravitação Universal de Newton com a sua generalização nas leis de Kepler;
- Elaboração de uma Sequência de Ensino Investigativo;

Para melhor compreensão da estrutura da dissertação será detalhada a especificação dos capítulos que compõem a mesma. O capítulo 2 é destinado à revisão bibliográfica publicados nos últimos 12 anos. O capítulo 3 relata algumas das teorias de Vygotsky pertinente ao ensino-aprendizagem correlata à proposta de Carvalho quanto a Sequência de Ensino Investigativo. O capítulo 4 traz uma abordagem acerca do Formalismo Lagrangeano, priorizando as Leis de Kepler para explicação do movimento planetário. No capítulo 5 é pormenorizado o colégio, estudantes e a natureza da pesquisa. Em se tratando do capítulo 6 são descritos: o produto educacional e as aulas. No capítulo 7 são apresentados os dados obtidos. O capítulo 8 é relatada uma análise dos questionários aplicados na primeira aula em confronto com o conjunto de perguntas aplicadas na última aula, e uma síntese com os principais resultados são apresentadas. No capítulo 9 é exposto as considerações finais. Finalmente, no capítulo 10 as referências bibliográficas. Por fim, o apêndice A é dedicado à apresentação do Produto Educacional e outros apêndices complementam o texto principal do trabalho. Por fim, o apêndice A é dedicado à apresentação do Produto Educacional e outros apêndices complementam o texto principal do trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, será apresentada uma revisão versada nos estudos efetivados desta pós-graduação (mestrado) strictu sensu. Foram pesquisados artigos, livros e dissertações acerca das concepções alternativas, do desenvolvimento histórico da Astronomia, da evolução do modelo Geocêntrico para o Heliocêntrico com vistas às Leis de Kepler e por fim a Gravitação Universal. Considerou-se trabalhos publicados nos últimos 12 anos para o embasamento da investigação. Como forma de organização, foi elaborada uma tabela com o ano da publicação, autores de cada pesquisa, instituição, a sua categoria e o título. Este modelo de tabela com a exposição dos trabalhos foi embasado no estudo de Simon (2016):

Ano	Autor	Instituição	Tipo	Título
2009	Gilmar Praxedes e Luiz O. Q Peduzzi;	Universidade Federal de Santa Catarina;	Artigo	Tycho Brahe e Kepler na Escola: Uma Contribuição à Inserção de Dois Artigos em Sala de Aula;
2012	Rodolfo Langhi e Roberto Nardi;	Escrituras Editora;	Livro	Educação em Astronomia: Repensando a formação de professores;
2015	C.M. Porto	Universidade Federal do Rio de Janeiro;	Artigo	Panorama Geral da Obra Astronômica de Kepler;
2016	Alexandre dos Reis Gomes;	Universidade Federal Fluminense;	Dissertação	Miniplanetário do Planisfério Celeste Sul para o Ensino de Astronomia no Ensino Médio;
2016	Julio Cesar Goncalves Damasceno	Universidade Federal do Rio Grande;	Dissertação	O Ensino de Astronomia Como Facilitador nos Processos de Ensino e Aprendizagem;
2016	Rodrigo de Almeida Simon;	Universidade de São Carlos;	Dissertação	Do Geocentrismo à Gravitação Universal: Proposta e Implementação de Uma Sequência Didática Para o Ensino Médio
2017	Evandro Luis da Cunha	Universidade Federal da Santa Catarina	Dissertação	Da Astronomia Básica a Astrofísica: Um Curso Para Ensino Médio;
2018	Thyago Teixeira Vasconcelos;	Universidade Federal do Ceará	Dissertação	O Uso da Astronomia com o Auxílio de Tecnologias e Dinâmicas para o Ensino de Física;
2019	Carlos Eduardo Ferraz Moraes;	Universidade Federal Fluminense	Dissertação	O Ensino de Astronomia Considerando a Lei 11645/08: Contribuições das Culturas Indígenas Brasileiras Africanas
2020	Luana Paula Goulart de Menezes e Michel Corci Batista.	Universidade Federal de Maringá;	Artigo	Concepções de Mestrados em Ensino de Física Sobre o Sistema Solar Sob a Perspectiva das Leis de Kepler;
2021	Gabriel Luiz Nalon Macedo;	Universidade Federal de Maringá;	Artigo	Material de Apoio para Abordagem das Três Leis de Kepler no Ensino Médio;

Tabela 01 – Ordem de exposição de revisão de literatura.

Para Gomes (2016), o ensino de Astronomia e Astrofísica são respaldados diante da importância do impacto do estudo e pesquisas dos antigos filósofos e cientistas. No desenvolvimento da humanidade, principalmente aqueles que fizeram uso deste conhecimento ao longo da história para sobreviver. Expandindo a sua visão acerca dos períodos climáticos que os favoreciam na agricultura, por exemplo, permitindo a criação de técnicas para os fenômenos naturais envolvendo chuva, frio ou a seca.

Desde a antiguidade, nos primórdios da civilização humana, o homem procura entender os fenômenos da natureza, de forma a contribuir para uma melhor qualidade de vida. Dentre os vários fenômenos, destacamos os Astronômicos, pois, por exemplo, foi com o auxílio do estudo das estações do ano que o homem deixou de ser nômade para se firmar em uma região, pois se podia prever a melhor época para o plantio e para a colheita. Através das posições das estrelas no firmamento, o homem pode se orientar e comandar navegações através dos oceanos e mares. (GOMES, 2016, P.48).

A presença da Astronomia na educação, trás a realidade aos estudantes, que essa ciência não nasceu pronta e acabada, que muitos, antes deles, dedicaram arduamente para aprender e dominar as observações, construir análises mais detalhadas do comportamento dos planetas, assim como de todo o sistema solar. A Astronomia não pode ser pensada apenas como mais uma ciência, mas entender que as demais trabalhadas em conjunto auxiliam na formação e estruturação de eventos diários que ocorrem nos dias atuais.

Este processo histórico deve ser considerado na educação e na formação de nossos alunos, uma vez que estamos falando de uma das mais antigas das ciências, a Astronomia. Esta contribuiu muito para o avanço tecnológico e social da humanidade e o que se percebe é que raramente seus conceitos são ensinados e discutidos em sala de aula da educação básica. (GOMES, 2016, P.48).

Salienta-se considerar ao sujeito enquanto estudante do processo histórico das ciências, transcender aos livros didáticos, reconhecendo o dinamismo que o homem cultivou ao longo dos anos, é preciso mostrar que tudo o que se tem hoje, vem de uma época longínqua, enquanto que, as antigas civilizações partiram apenas da curiosidade e da necessidade de sobrevivência. Desta maneira, com o passar do tempo houve uma ruptura das crenças que eram um ponto de partida, transformando-as em ciência, que pudesse atender as suas necessidades na agricultura, navegações, determinação das estações, etc.

Vasconcelos (2018) na sua proposta de trabalho do uso da Astronomia com o auxílio de tecnologias como práticas para o ensino médio, afirma a falta de interação entre as ciências quando é feito uso dos livros didáticos recomendados no colégio, reconhece que em suma, novas habilidades florescidas contribuem para a proposta de problemas que estão diretamente envolvidos com o meio ambiente, aumentando assim potencialmente a visão em relação ao universo.

A Astronomia tem seu grande caráter interdisciplinar, além de ser um conteúdo que chama a atenção dos alunos e professores, ela possibilita diversas interfaces com outras disciplinas, tais como a Química, Biologia, História, Geografia, Filosofia, Educação Artística e principalmente a Física, tornando-se assim uma disciplina

integradora de conhecimentos e constituindo um instrumento de transmissão de conhecimento científico. (VASCONCELOS, 2018, p.14).

Há uma preocupação existente de que o saber possa inter-relacionar com as demais ciências, não seja um estudo isolado, sendo o caráter de interdisciplinar proporcionado a um viés de ação que ocorra mutuamente com as outras áreas a ser dominadas na ciência. Embora a Astronomia, Astrofísica e Cosmologia tenha uma abordagem com maior afinco na disciplina de Física, existe naturalmente uma participação também por meio das demais ciências, ou seja, este não é um conhecimento descontínuo ou disperso, mas apresenta uma inserção em outras diversas áreas do saber.

Damasceno (2016) destaca em suas observações e focaliza a importância do uso de tecnologias digitais que possam privilegiar no ensino de Astronomia para o Ensino Médio (EM), já que os livros didáticos são bastante carentes de qualidade e quantidade de informações que possam abranger os conteúdos de forma satisfatória em relação a outras fontes extraescolares, como revistas, livros, filmes e vários sítios disponíveis na internet. Outro ponto relevante é a falta de uma formação continuada por parte dos professores, sendo que muitos nunca tiveram na sua graduação um curso de Astronomia e nunca fizeram nenhum curso nesta área, e com total falta de conhecimentos de materiais que poderiam servir de assistência para entendimento deste saber que é tão vasto. Damasceno (2016) evidencia que embora os PCN's orientam o uso de Tecnologia da Informação e comunicação TIC para melhor compreensão dos conteúdos, essa realidade ainda se encontra muito distante das salas de aula de muitas escolas públicas, contudo, outro aspecto inerente a toda essa situação, é o docente saber fazer da TIC de acordo com as necessidades exigentes, elaborar projetos que contemplem o cotidiano dos alunos através de recursos computacionais.

No início, os softwares educacionais, eram desenvolvidos apenas para as áreas das ciências da natureza e suas tecnologias (Física, Química e Biologia) e matemática e suas tecnologias, com a transferência da produção dos objetos de aprendizagem para as universidades, o que ocorreu em 2004, então passaram a ser desenvolvidos para outras áreas do conhecimento e também passou a abranger não somente o ensino médio, mas também o fundamental o profissionalizante e o superior. Atualmente encontramos na rede mundial de computadores, vários objetos de aprendizagem que são específicos para o ensino de astronomia, como por exemplo, o Celestia, Stellarium, Kstar entre outros.(DAMASCENO, 2016, p. 36)

Embora os softwares para a pesquisa científica tivessem um caráter mais acadêmico, foi com o tempo sendo adaptada para atender a novos eventos para o Ensino Fundamental e ao Ensino Médio, originando os simuladores de Física, o que facilita para o aluno entender como determinados fenômenos naturais ocorrem e como procedem, estimulando-o a querer a aprender melhor.

Simon (2016) na sua proposta de trabalho fazendo uma análise do “Geocentrismo à Gravitação Universal” trás uma apresentação histórica da evolução do pensamento científico com relação ao posicionamento do Sol e da Terra, perpassando pelos conceitos Aristotélicos, em seguida pelo geocentrismo de Ptolomeu, o heliocentrismo de Copérnico, as contribuições de Brahe, as Leis de Kepler, as observações Galileanas e por fim a formulação da Lei de Gravitação Universal de Newton. Simon (2016) propôs uma sequência didática (SD) adequando as exigências e normas dos PCNs para o Ensino Médio para as turmas da terceira série:

O entendimento da visão geocêntrica de mundo, e a partir dela a mudança histórica de paradigma até que se assumisse a dinâmica do Sistema Solar considerando o modelo heliocêntrico, tendo como base explicativa as Leis de Kepler e a Gravitação Universal, ideia centra da nossa SD. (SIMON, 2016, p.16).

Com base nos temas estruturadores dos PCNs, o objetivo é apresentar aos estudantes uma visão ampliada tanto de fatos históricos quanto da própria revolução da ciência expondo as concepções da visão geocêntrica até a compreensão do mundo atual e entendimento do sistema solar como é aceito atualmente.

Moraes (2017) trás uma abordagem histórica que contempla a partir de Aristóteles com teorias filosóficas e físicas correspondentes ao comportamento de elementos naturais assim como os corpos celestes, fazendo a alusão aos pensadores anteriores a Aristóteles e Platão quanto a perfeição das órbitas dos planetas que ocorriam em formato circular.

O modelo de Ptolomeu seguiu as ideias de Platão e Aristóteles quanto as órbitas formarem círculos perfeitos. Porém as observações astronômicas eram incompatíveis com o modelo de Ptolomeu. Por isso Ptolomeu desenvolveu um sistema de epiciclos (...) em que esses astros se movimentariam. Segundo Ptolomeu, um epiciclo é a órbita circular descrita por um planeta, enquanto o centro dessa órbita descreve outra igualmente circular ao redor da Terra (MORAES, 2017, p.26).

Moraes (2017) empenha-se em discorrer as ideias basilares quanto aos primeiros pensamentos dos movimentos dos planetas, do Sol e da Lua, percebendo a centralidade da Terra, e construção de um sistema que pudesse explorar o seu funcionamento estrutural. Com tudo, apresenta um relato cronológico de acontecimentos que foram desencadeados a partir do modelo planetário de Copérnico transcorrendo pelas Leis de Kepler chegando assim à Lei da Gravitação Universal de Newton. Acerca da pesquisa do ensino de Astronomia, faz referência a percepção da visão das culturas indígenas, enfatiza que é preciso que na abordagem e aprendizagem de assuntos inerentes a Astronomia faz-se necessário apresentar aos estudantes outras linhagens históricas de povos diferentes além daqueles que são mencionados normalmente nos livros didáticos como os mesopotâmicos, Chinês, Egípcia e Grega por exemplo. Em seu trabalho de dissertação trás a luz do conhecimento as contribuições e impactos das observações realizadas por tribos indígenas

brasileiras, denominadas de Astronomia Cultural, relatando a associatividade que era realizada pelos índios dos eventos celestes com as ocorrências de fenômenos naturais no seu cotidiano.

Cunha (2017) estabelece uma crítica oriunda na desinformação provocada por meios que propagam informações acerca de Astronomia, na sua concepção tudo isso trás uma contribuição no analfabetismo científico, e por este motivo fomenta nas suas discussões a necessidade de uma formação de qualidade para aqueles que são formadores de informação, pois se acredita que por meio do universo escolar podem-se transformar as concepções alternativas em conceitos científicos. Afirma também que, assim como existem formas diferentes de ensinar, existe maneiras diferentes de si aprender, no entanto, quando o individuo tem a liberdade de procurar os meios por conta própria para adquirir tais conhecimentos, acabam cometendo erros de fenomenologia quanto a Astronomia, que por sua vez fica a cargo do professor para ensinar adequadamente. Cunha (2017) apresenta o contexto histórico da evolução da Astronomia e dos seus temas com finalidade de ampliar a visão dos estudantes, reconstruindo o caminho da Astronomia básica até a Astrofísica, elucidando elementos culturais dos primeiros astrônomos, as grandes construções antigas, dentre elas o observatório de Stonehenge, localizado na Inglaterra. As argumentações aqui propostas deixa clara a importância de explicar junto aos alunos o modelo Geocêntrico, o modelo Heliocêntrico e as suas implicações provocadas ao longo dos anos que impactou o posicionamento do planeta Terra e do Sol com relação ao Sistema Solar. A cada um destes modelos forçaram tanto a Ptolomeu a criação da teoria do epiciclo, reforçando o geocentrismo, quanto ao heliocentrismo defendida por Copérnico.

Uma grande preocupação no ensino de Física é apresentar aos alunos conteúdos sólidos, consistentes com embasamentos científicos, abandonando o senso comum, que muitas vezes são encontrados em meios de informação que não tem a devida preocupação de formar, mas de apenas distribuir uma quantidade de teorias sem uma confirmação de cunho acadêmico, o mesmo se aplica ao ensino de Astronomia, pois todos os dias são disseminados através de programas de televisão, livros e sites sem vínculos com a responsabilidade em esclarecer dúvidas pertinentes a este tema. Langhi e Nardi (2012) apresenta o resultado de uma série de pesquisas conhecido com “movimento das concepções espontâneas”, que toma uma linha de raciocínio distante daquela prevista pelos PCNs, originando nos seus aprendizes pensamentos errônea, apresentando conceitos totalmente descaracterizados das teorias que foram comprovadas durante anos de estudo.

Embora este movimento de pesquisa já tenha tido o seu auge, as concepções alternativas em astronomia parecem persistir atualmente. Para explicar fenômenos de astronomia, tende-se a utilizar representações idealizadas e simplificadas, distantes do observável do cotidiano, provocando nas crianças, em especial, ideias prévias, ou concepções espontâneas, com opiniões que oferecem dificuldades conceituais. De fato, poucas pessoas têm a mais vaga ideia de nossa situação no cosmo ou da hierarquia universal dos conjuntos de corpos celestes e de nossa posição na Terra, havendo professores que

explicam erroneamente com embasamento unicamente em livros didáticos. (LANGHI E NARDI, 2012, p. 95).

As diferentes maneiras de realizar o ensino de forma errada são qualificadas por outros termos que no final do processo trás como resultado uma falha catastrófica na aprendizagem, considerando que as fontes de pesquisa acerca de Astronomia deixam bastantes dúvidas, assim como os livros didáticos disponibilizados pelo governo federal as instituições escolares públicas. Dentro do ensino médio, o ensino fundamental II é os mais afetados, pois aqui Astronomia é inicialmente apresentada às crianças através de professores de Ciências, que geralmente são profissionais com formação acadêmica em biologia, ou seja, sem uma formação específica que possa contemplar no conhecimento correto. Os estudantes do ensino médio trás na sua bagagem cognitiva uma carga de informações distorcidas em muitos aspectos teóricos, cabendo ao professor de Física uma reconstrução nos seus pressupostos, apresentando outras fontes de investigação confiáveis, assim como sites, livros ou programas que discorre com exclusividade tais assuntos. Em suas verificações, Langui e Nardi (2012), apresenta que além dos livros didáticos serem um dos responsáveis por levar aos agentes da aprendizagem conteúdos com abordagens equivocada, aponta também a formação de baixa qualidade acadêmica dos mediadores, sendo estes muitas das vezes propagadores de erros conceituais, distanciando o aprendiz de eventos reais, produzindo assim uma série de confusões conceituais.

De acordo com Macedo (2021), foi elaborado uma proposta para uma abordagem mais incisiva com perspectiva históricas acerca do desenvolvimento das Leis de Kepler com a finalidade de desenvolver nos estudantes o pensamento crítico. A sua pesquisa foi dividida em duas etapas, sendo a primeira a produção de textos históricos iniciando a partir da percepção cosmológica ainda na Grécia Antiga ao movimento planetário, e a segunda era estabelecer materiais para uso em aula, o quais eram direcionados aos professores de Física que lecionavam no Ensino Médio. Foram preparados seis textos e sete sugestões de aulas para ser ministradas, delineando uma trajeto que pudesse cronologicamente que pudesse estruturar e facilitar o entendimento dos estudantes. Com este engendramento, o autor relata ter conduzido os alunos a uma compreensão da Gravitação Universal por meio das leis de movimento de Kepler de forma mais favorável.

Praxedes e Peduzzi (2009) em sua pesquisa dimensiona a análise de dois artigos intitulados de “Entrevista com Tycho Brahe e “Entrevista com Kepler – do seu nascimento à descoberta das duas primeiras leis”. Por conseguinte é sintetizado ambos trabalhos que exprime intenção de facilitar a assimilação e o percurso dos caminhos descritos ao longo dos anos até que as teorias de Kepler fossem bem fundamentadas e apresentadas a sociedade. Não obstante, o objetivo era salientar dois fatores importantes; o primeiro era focalizar a relevância da presença da história,

filosofia e sociologia no ensino de ciências para estudantes do Ensino Médio, pois acredita-se que haveria uma motivação por parte dos mesmos pela aprendizagem; em segundo, a necessidade de uma linguagem mitigada que pudesse ser acessível aos alunos do ensino básico, assim como para os professores.

No trabalho desenvolvido por Porto (2015), é realizada uma abordagem da visão histórica panorâmica das contribuições kepleriana, com o intuito de produzir um material que pudesse atender as necessidades de uma literatura específica a nível acadêmico para a formação de professores, ressaltando que embora os interesses pelas ideias cosmológicas de Kepler sejam bastante divulgados no Brasil, grande parte dos livros não são disponibilizados em Português, salientado o fato de engendrar meios que atenda essa demanda. A proposta era a elaboração de uma pesquisa cronológica das quatro principais obras astronômicas de Kepler, a saber: Mistério Cosmográfico, Astronomia Nova, Harmonia dos Mundos e por fim, Epitome de Astronomia Copernicana, com o objetivo de “evidenciar as etapas históricas do desenvolvimento do pensamento científico do autor”. (PORTO, 2015, p.3601-1).

Menezes e Batista (2020) realiza uma investigação qualitativa acerca das concepções de mestrandos do MNPEF no Ensino de Física quanto às leis de Kepler se tratando da órbita e da velocidade dos planetas, anexando nesta perspectiva informações adicionais que por eventualidade estes atores pudessem contribuir. Este levantamento foi proposto aos estudantes ingressantes no período de 2018 e 2019 localizado no estado do Paraná. As questões proposta aos discentes foram inspiradas do artigo “Student Ideas About Kepler’s Laws And Planetary Orbital Motions”. (Yu, Sahami e Denn, 2010). Objetivo deste esforço era ter noção do conhecimento destes acadêmicos quanto à representação do Sistema Solar, as velocidades dos planetas no momento que estão orbitando o Sol, descrição do tipo de órbita, a relação das estações do ano com a trajetória do planeta e por fim sobre a Gravitação Universal. Em suas considerações finais, Menezes e Batista (2020) afirmam que embora os acadêmicos tenham feito faculdade de Física e exercem a função de professores apresentaram respostas com bastantes erros, começando com a representação do sistema solar, com planetas todos alinhados realizando o mesmo período de movimento e com diâmetros todos iguais, confusão nas velocidades dos planetas, muitos responderam que não tinham conhecimentos acerca de vários assuntos e por fim a dificuldade na compreensão no tipo de trajetória realizada.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Breve introdução da vida e contribuição de Vygotsky

Levi Semenovich Vygotsky (1896 – 1934) nasceu em 1896 em uma pequena cidade chamada Orsha próxima de Minsk, capital da Bielo-Rússia. Ele era filho de uma família judia bastante culta que também viveu em Gomel, localizada na Bielo-Rússia. Acompanhado por um tutor, estudou em casa até o ingresso no nível secundário que com empenho concluiu aos 17 anos e aos 18 anos entrou para a faculdade de medicina, embora ao mudar para Moscou transferisse o curso para direito e paralelo a este cursou Literatura e História da arte. No ano da Revolução Russa, precisamente no ano de 1917, Vygotsky concluiu o curso de Direito, apresentou um trabalho denominado de Psicologia da Arte, que mais tarde por volta de 1965 foi publicado na Rússia, e ao fim da conclusão do curso, retornou a Gomel. Em Gomel, lecionou na escola de formação de professores, era uma cidade provinciana, teve grande influência por pesquisadores em linguagem sobre os processos de pensamentos que eram a atuação de Vygotsky na escola de formação, que de certa forma o colocou diretamente em contato com crianças com defeitos congênitos, e na tentativa de auxiliar a cada uma a desenvolver a sua potencialidade, interessou-se por produções acadêmicas relativas à psicologia. O engendramento de Vygotsky ocorre com apoio de pesquisadores, entre outros e de maneira direta de A.R. Luria e A. N. Leontiev. Juntos partem do pressuposto que as dadas pesquisas atuais tanto na psicologia subjetiva de Chelpanov quanto a tentativa de reduzir a consciência humana à simples esquemas reflexos, poderiam, contudo apresentar um padrão que pudesse com ênfase explicar a psicologia humana. Apresentado a sua conjectura, Vygotsky começa dedicar a longos textos advindos da Alemanha, França Inglaterra e América, e com base na sua análise, conclui-se que a psicologia naquele momento se encontrava em crise. Essa visão apresentada com base em diversos textos da psicologia dos seus antecessores deixava explícito que a psicologia havia se tornado para muitos pesquisadores na área, uma ciência natural, em que o seu objetivo era explicar os processos elementares sensoriais e reflexos (OLIVEIRA, 1992), tendendo a psicologia experimental fazendo uso de métodos experimentais no sentido de proximidade das ciências experimentais. Assim como a psicologia natural, existiam os psicólogos fenomenológicos, denominada também de psicologia mental, objetivando descrever características dos processos psicológicos superiores, aqui buscava tornar o homem com mente e consciente. Diante desta divisão, e Vygotsky observando a crise na psicologia, ele faz o esforço de uma nova abordagem que pudesse sintetizar tanto a psicologia como ciência natural que estava direcionada para as funções elementares e a psicologia fenomenológicas que por sua vez estava preocupada em estudar as funções psicológicas superiores. A partir desta síntese novos rumos e

propostas serão desenvolvidos. No entanto, diante desta crise e com uma nova abordagem na psicologia, em evidente três pensamentos elementares de Vygotsky a serem discorridos:

- *Primeiro*, as funções psicológicas possuem respaldo biológico, ou seja, o cérebro é o órgão primordial para o desempenho mental, sendo assim, é o resultado de um processo evolutivo, não é imutável e nem é fixo.
- *Segundo*, as funções psicológicas superiores de um indivíduo são oriundos da interação da sua evolução histórica e cultural com os seus fatores biológicos, por este motivo que as pesquisas de Vygotsky são baseadas também em pressupostos norteadores que se debruçam no materialismo dialético, ou seja, o sócio cultural do homem.
- *Terceiro*, a relação entre indivíduo e mundo, toda ação ou atividade entre o homem e sociedade não é direta e sim mediada através de instrumentos e símbolos, são ferramentas que auxiliam na execução de práticas humanas. A relação de indivíduo e sociedade que é resultante da interação do homem e o seu meio de vivência, ou seja, seu meio sócio cultural, e aqui pode se explicitar as funções psicológicas superiores do homem que são oriundos da comunicação dos fatores biológicos, a constituição física do homem com os fatores culturais que evoluem com o transcorrer da sua história.

3.1.1 Funções psicológicas superiores

De acordo com a psicologia antiga e moderna, frente à divisão entre a psicologia como ciência natural e fenomenológica, apresenta uma abordagem sem a padronização de uma teoria base, o que para Vygotsky a cisão dentro da psicologia contribuiu para difícil pesquisa de vários psicólogos de compreender a junção do pensamento e da linguagem, não observando a interdependência entre essas duas partes, sendo assim, elas foram abordadas como elementos e estudadas separadamente, sem considerar as características que se associavam, não permitindo aos mesmos a relevância e a interligação. Por consequência desta cisão, fica claro que não foi alcançado anteriormente o entendimento das relações entre as funções psicológicas superiores e elementares, desvinculando profundamente, realizando um estudo de forma isolada.

O estudo do pensamento e da linguagem é uma das áreas da psicologia em que é particularmente importante se ter uma clara compreensão das relações interfuncionais. Enquanto não compreendermos a inter-relação de pensamento e palavra, não poderemos responder, e nem mesmo colocar corretamente, qualquer uma das questões mais específicas desta área. Por mais estranho que pareça, a psicologia nunca investigou essa relação de maneira sistemática e detalhada. As relações interfuncionais, em geral, não receberam, até agora, a atenção que merecem. Os métodos de análise atomísticos e funcionais, predominantes na última década, trataram os processos psíquicos isoladamente. Métodos de pesquisa foram desenvolvidos e aperfeiçoados com a finalidade de estudar funções isoladas, enquanto sua interdependência e sua organização na estrutura da consciência como um todo permaneceram fora do campo de investigação. (VIGOTSKY, 1961, p.1).

É então desenvolvido por Vygotsky a partir de observações, estudos e pesquisas em relação aos seus antecessores um método correspondente à análise de unidade das funções. O seu

objetivo não era aprofundar isoladamente, mas por unidade, considerando as suas características, mecanismos de funcionamento de cada uma de acordo com a sua natureza própria e ao mesmo a relação entre elas, não descartando assim a operação motora quando as duas estão conectadas. A partir deste método, várias outras relações que na psicologia antiga não se fazia ou que era desconecta por muitos psicólogos, começou a ter uma nova argumentação nesta ótica, como por exemplo, o pensamento verbal em seus componentes, pensamento e a palavra, som, palavra e significado, etc.

As pesquisas inquiridas por Vygotsky junto com os seus colaboradores, apresenta dentre outras a preocupação de assimilar a relação entre humanos e o ambiente social e físico. Essa demanda exige uma leitura mais profunda daqueles que precedem a perceber essa conformidade. Por volta do século xx, o psicólogo alemão Karl Stumpf criou algumas proposições em seus estudos e pesquisas a qual apresentou uma relação entre a criança e o desenvolvimento da botânica. Porém, devido ao seu desenvolvimento de maturação ser em demasia complexa para ser descrito no seu comparativo principalmente no que tange nas funções psicológicas superiores, a psicologia abandona essa ideia, por outro lado, a psicologia moderna é tomada por outra proposta nada evasiva, que é a comparação com a zoologia. A tentativa de procurar respostas satisfatórias para a psicologia infantil com base na psicologia animal. A psicologia moderna apresenta explicação científica para um novo padrão, que são os modelos da zoologia para a compreensão da psicologia infantil e o seu desenvolvimento. É de importância relevante que as respostas para esse assunto são conferidos através da experiência com chimpanzés e mais tarde idealizadas nas creches, produzindo resultados significativos que representam uma extensão correspondente de características humanas em animais inferiores. Outra colaboração vem de Wolfgang Kohler, confrontando aspectos específicos observados em chimpanzés com o comportamento de crianças, observando com detalhes na inteligência prática. K Buhler em suas pesquisas descreveu semelhanças práticas na execução em atividades manuais perfazendo uso de instrumentos primitivos. Desta maneira Buhler percebeu manifestações exatamente iguais de inteligência prática tanto em crianças quanto em chimpanzés. Charlotte Buhler em suas averiguações realizou observações em detalhes de uma criança no seu primeiro ano de vida, descobrindo atividades da mesma que demonstrava nos seus primeiros seis meses de vida, a inteligência prática, ou seja, o simples manuseio de instrumentos, no entanto, K Buhler aponta indícios de que a fala inteligente procede-se pelo raciocínio técnico constituindo assim o ponto de partida para o desenvolvimento cognitivo. A partir das inúmeras análises Buhler deixa claro que:

Os processos obtidos pelos chimpanzés são completamente independentes da linguagem e, no caso do ser humano, mesmo mais tardiamente na vida, o raciocínio técnico, ou o raciocínio em termos de instrumentos, está longe de vincular-se à linguagem e a conceitos, diferentemente de outras formas de raciocínio. (VYGOTSKY, 2007, p.7).

Segundo Vygotsky, de acordo com a abordagem de Shapiro e Gerke, a prática social desenvolve os seus aspectos por meio de imitação, ou seja, a criança ao observar como um adulto manipula instrumentos e objetos, a criança o imita que por sua vez cria para si um modelo que será ao longo do tempo refinado e compreendido, no entanto eles afirmam que estes modelos influenciam apenas em relações motoras, não contribuindo em nada nos construtos na estrutura interna das operações intelectuais infantis e a fala desenvolvida é uma adaptação social, “enquanto que para Guillaume e Meyerson” (VIGOTSKY, 2007, p. 8) está associada tipicamente a comportamentos humanos, com base em experimentos realizados com macacos antropóides através da manipulação de instrumentos.

Outra contribuição significativa foram as engendradas pesquisas de Piaget, que desenvolveu investigações acerca das ideias infantis, partindo do pressuposto que a criança não era a representação miniatura de uma pessoa adulta e muito menos a sua mente. Piaget passava pelas dificuldades da sua época em relação à crise da psicologia:

Enquanto não dispusermos de um sistema unanimemente aceito, que incorpore todo o conhecimento psicológico existente, qualquer descoberta factual importante levará à criação de uma nova teoria que se ajuste aos fatos recentemente observados. (VIGOTSKY, 2008, p. 12).

Com isso Piaget desenvolve métodos próprios através da compilação de vários fatos e análises de registros, assim foram explanados vários processos investigativos que são instrumentos valiosos para a psicologia, somando com este está o fato peculiar de estudos referente aos traços característicos no campo do pensamento da criança e a fala egocêntrica, a qual é atribuída o comportamento infantil e o uso de signos.

3.1.2 Mediação simbólica e internalização

Para compreender as funções psicológicas superiores ou processos mentais superiores na concepção de Vygotsky, é preciso entender a relação social, ambiental e cultural do indivíduo, o que ocorre não de maneira direta, mas através de um processo indireto, ou seja, a interação do sujeito acontece mediada por meio de instrumentos ou de signos. “O instrumento é um elemento interposto entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza” (OLIVEIRA, 1992), sendo assim tanto o indivíduo transforma o seu meio quanto ele é transformado por este mesmo meio, dado que estes eventos trazes consigo a internalização em suas estruturas de consciência, observa-se desde já que tal concepção contrasta tanto a abordagem inatista quanto a abordagem ambientalista, é preciso ressaltar que neste parecer o indivíduo não é imutável, fixo, pronto e acabado mesmo em idade adulta, pois a sua relação com o meio ou a sua interação seja ela social ou cultural é contínua e contribui para as mudanças em relação a outros indivíduos. As percepções apresentadas por Vygotsky quanto às contribuições

culturais podem acarretar vicissitudes no psiquismo, ou seja, os resultados de cada sujeito são variáveis correlacionadas com o seu modo de vida e não um fator genético hereditário, sendo assim, a cada tipo de cultura desenvolve variações nas estruturas do psiquismo de cada indivíduo, não podendo criar um juízo generalizante afirmando de que todos já nascem com características inatas sem a possibilidade de mudanças.

Durante muitas décadas, antes que eu conhecesse Vigotskii, houve um debate muito difundido acerca da questão que consiste em saber se as pessoas que crescem sob circunstâncias culturais diversas serão diferentes no que tange às capacidades intelectuais básicas que desenvolverão quando adultas. Já no começo do século, Durkheim admitia que os processos básicos da mente não são manifestações da vida interior do espírito ou o resultado da evolução natural; a mente origina-se na sociedade. As ideias de Durkheim foram a base de um grande número de estudos e discussões. Entre aqueles que desenvolveram a questão destaca-se o psicólogo francês Pierre Janet, ao propor que as formas complexas da memória, assim como as ideias complexas de espaço, tempo e número, originavam-se na história concreta de uma sociedade; elas não eram categorias intrínsecas da mente como a psicologia idealista clássica acreditava. (LURIA, 2018, p.39).

As funções psíquicas superiores tomam a sua complexidade não ao nascer, mas a partir do seu nascimento da criança e “as características eminentemente humanas são transmitidas não pela hereditariedade e sim pela apropriação da cultura” (AITA e TULESKI, 2017) o seu desenvolvimento e aprendizagem diferente daquela que ocorre no espaço escolar, é caracterizada na sua relação social apresentado a expansão das funções tanto elementares quanto superiores. Por este motivo a cultura em que abriga o homem pode modifica-lo assim como ele pode causar intervenção nela, por está causa a elaboração da ideia da mediação por instrumento apresentada por Vygotsky está literalmente ancorada a cultura do indivíduo e também ao seu contexto histórico, pois a sua ação com o meio não ocorre de maneira direta, é preciso dispor de ferramentas que possam auxiliar na sua ação, ou seja, a interação do homem com o meio tem como objetivo a sua remodelação, que por sua vez transforma o homem atendendo as suas necessidades.

Segundo ele, organismo e meio exercem influência recíproca, por tanto o biológico e o social não estão dissociados. Nesta perspectiva, a premissa é de que o homem constitui-se como tal através de suas interações sociais, portanto, é visto como alguém que transforma e é transformado nas relações produzidas em uma determinada cultura. É por isso que seu pensamento costuma ser chamado de sócio-interacionista. (REGO, 2007, p.93).

Uma caracterização importante da medição por instrumento é o uso de materiais concretos para a realização de experimentos com alunos, como por exemplo, o uso de telescópios. Considerando que o sujeito tem a possibilidade de observar alguns planetas e outros objetos cósmicos a olho nu, a sua interação com o meio é direto, mas sem receber com detalhes as informações em sua ótica, então a necessidade do uso de telescópios torna a sua observação mediada por um instrumento que favorece o seu campo de visão não somente daquele objeto em

questão, mas de diversos outros. Este instrumento de visualização por sua vez modifica as percepções do sujeito, permitindo que ele possa provocar intervenção no meio, sendo assim, “na perspectiva sócio-interacionista, Vygotsky confirma a mediação entre o universo objetivo e o subjetivo” (ZANOLLA, 2012).

Outra forma de mediação são signos que auxiliam na compreensão e na internalização da informação recebida. O signo por sua vez é responsável por atuar na função psicológica superior, auxilia e orienta no comportamento humano. No entanto, para Vygotsky, havia na sua época muitos conflitos em diferenciar a mediação por instrumentos e a mediação por signos, sendo assim ele apresenta a pontos importantes como forma de orientação:

A função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza. O signo, por outro lado, não modifica em nada o objeto da operação psicológica. Constitui um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente. Essas atividades são tão diferentes uma da outra, que a natureza dos meios por elas utilizados não pode ser a mesma. (VIGOTSKI, 2007, p.55).

Enquanto que a mediação por instrumento é uma ação concreta em que o homem transforma o meio, a mediação por signos tem uma ação puramente no psíquico do sujeito, não haverá uma atuação do consciente acerca do signo, mas uma transformação e orientação quanto nas estruturas internas e internalização.

Nesta relação mediada por instrumentos e signos, a sua combinação tem uma ação na atividade psicológica que foi denominada por Vygotsky como função psicológica superior ou comportamento superior. Embora tal relação tenha uma importância valiosa, as duas procedem igualmente, ou seja, através da interação social. Tem-se assim que “as formas conscientes do homem aparecem impulsionadas e moldadas pela mediação da linguagem: não pensamos sem palavras” (MARTINS, Moser, 2012, p. 14), observa-se aqui que a atividade desenvolvida passa de intencional para consciente. Os signos demonstram de acordo com os estudos de Vygotsky ser muito mais profundo quando se refere na internalização, pois ao longo do seu desenvolvimento, o indivíduo deixar de fazer uso dos signos externos e faz a representação internamente, ou seja, os signos internos, a partir deste ponto são usados para se lembrar de alguma coisa, são realizadas representações mentais. O signo após ter um significado é mediado internamente, o indivíduo compartilha com outros do seu meio cultural e por fim torna-se uma representação social.

3.1.3 Zona de desenvolvimento proximal

Com o objetivo de explicitar a diferença entre aprendizagem e desenvolvimento e se opondo a exposição dos seus predecessores, Vygotsky apresenta o seu novo conceito que explora a disparidade acerca da aprendizagem do aluno antes e depois de fazer parte do espaço escolar,

com isso foi observado que aluno pode dispor de dois tipos de aprendizagem, o primeiro é o pré-escolar, que se refere à vida antes de adentrar à escola e a segunda tende ao período da idade escolar. De acordo com Vygotsky (2007), que tanto Koffka quanto outros aceitavam a diferença tanto entre a aprendizagem pré-escolar quanto o escolar, dado que o primeiro era designado de não sistematizado, ou seja, uma aprendizagem não formativa e estava associada com a família e a própria sociedade sem a preocupação com a formação escolar específica, e a segunda era a sistematizada, aprendizagem voltado inteiramente ao universo escolar, educação direcionada atendendo a planejamento previamente preparada e formativa. Para explicar a aprendizagem com consistência ele elabora um novo conceito que é a zona de desenvolvimento proximal. Ela é retratada como uma região na qual pode se observar a relação de aprendizagem e desenvolvimento da criança, ressaltando a diferença entre os períodos pré-escolar e escolar.

A zona de desenvolvimento proximal provê psicólogos e educadores de um instrumento através do qual se pode entender o curso interno do desenvolvimento. Usando esses métodos podemos dar conta não somente dos ciclos e processos de maturação que já foram completados, com também daqueles processos que estão em estado de formação, ou seja, que estão apenas começando a amadurecer e a se desenvolver. Assim, a zona de desenvolvimento proximal permite-nos delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não somente ao que já foi atingido através do desenvolvimento, como também àquilo que está em processo de maturação. (VIGOTSKI, 2007, p. 98).

A zona de desenvolvimento proximal apresenta um vasto campo tanto para psicólogos quanto para educadores para a percepção das variadas formas de como aluno apreende. A zona de desenvolvimento proximal é o ajuntamento de duas extremidades ou níveis. O nível de desenvolvimento real, que é o desenvolvimento das funções mentais que já foram definidas, sobretudo atividades que o aluno seja capaz de realizar com suas próprias capacidades e habilidades, e o nível de desenvolvimento potencial, atividades em que o aluno ainda não é capaz apenas com as suas habilidades e conhecimento de realizar sozinho, isso demanda de funções que estão em processo de formação. De acordo com o livro “Mind in Society”:

Vygotsky resumia a três as concepções sobre a relação entre aprendizagem e desenvolvimento, disponíveis na sua época: uma posição que assumia a independência entre ambos os processos, uma segunda que defendia que aprendizagem era desenvolvimento, e uma terceira que buscava uma superação das anteriores posições extremadas, sugerindo uma terceira via de reconciliação e combinação entre elas. Foi por não se reconhecer em nenhuma delas que encetou os estudos que o conduziram ao postulado da existência da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), onde o aprendiz, o instrutor e o conteúdo interagem com o problema para o qual se procura. (FINO, 2001, p.9).

As concepções mencionadas resultam das implicações que se encontra na zona de desenvolvimento imediata, pois são ferramentas para compreender como ocorre a aprendizagem e a sua consecução. É importante considerar que a zona de desenvolvimento proximal amplia a

visão do educador provendo-o de um campo vasto de possibilidades de como proceder ao planejar a sua aula. Dentre as implicações da ZDP tem-se que a primeira é a “janela de aprendizagem”, especificando que aprender individualmente existe suas barreiras, no entanto, quando em grupo, os indivíduos apresentam variadas formas de aprendizagem, é salutar a ocorrência da imitação do aluno.

Porque quando afirmamos que a criança age por imitação, isto não quer dizer que ela olhe outra pessoa nos olhos e imite. Se eu vi alguma coisa hoje e faço a mesma coisa amanhã, eu o faço por imitação. Quando em casa uma criança resolve problemas depois de ter visto a amostra em sala de aula, ela continua a agir em colaboração, embora nesse momento o professor não esteja ao seu lado. (VIGOTSKI, 2009, p.342).

A imitação não é realizada de qualquer coisa, pois só acontece de acordo com aquilo que se tem um conhecimento anterior a isto, ou seja, um conhecimento prévio, sendo assim, quando o educador iniciar a aula com um determinado assunto, é preciso partir a história de vivência do sujeito. A segunda é o “educador como mediador”, fundamentalmente, o professor auxilia o aluno na compreensão dos valores, identificação de habilidades e capacidades que contribuirá na interiorização do conhecimento e na tomada de consciência associada a apropriação da resolução de problemas. O professor como mediador não assume a responsabilidade do aluno de aprender, porém aponta o caminho a ser percorrido, nesta percepção, o aluno deve ser o centro do saber, o educador um fio condutor, um meio para um fim. Por último tem-se “a mediação pelos pares”. Dado que a relação social ou interação social entre os alunos os coloca em um nível de maior entendimento, resulta também da imitação daquele com dificuldades com o de maior facilidade, colaborando para a interiorização, perfazendo a zona de desenvolvimento proximal e aderindo a zona de desenvolvimento potencial. O par passou a ser o mediador que corrobora na estruturação com o uso de signos.

3.1.4 A formação de conceitos científicos na idade escolar

Dentre as diversas análises de Vygotsky, a relação entre pensamento e linguagem, a significação da palavra ocupa a centralidade das suas teorias. Proporcionando profundo favorecimento que está enraizado na sua cultura e história de vida do indivíduo. O significado é uma parte constituinte e importante da palavra, que por sua vez torna-se um dinamismo e expressão do pensamento. A unicidade do pensamento e fala resulta o pensamento verbal, o que por sua vez coopera para o que se denomina de significado da palavra, corroborado para a maturação das funções psicológicas.

Uma palavra sem significado é um som vazio; o significado, portanto, é um critério da ‘palavra’, seu componente indispensável. Pareceria, então, que o significado poderia ser visto como um fenômeno da fala. Mas, do ponto de vista da psicologia, o significado de cada palavra é uma generalização ou um conceito. E como as generalizações e os

conceitos são inegavelmente atos de pensamento, podemos considerar o significado como um fenômeno do pensamento. (OLIVEIRA, 1992, p.48).

Como o significado de uma dada palavra é desenvolvido ao curso da história de um conjunto ou grupo de pessoas, ela é pautada na relação tanto com o mundo físico quanto com o social. O conhecimento adquirido neste caso é direto, não sendo mediado, e, portanto é o que Vygotsky denomina de conceito cotidiano. Os conceitos construídos por uma criança fora do espaço escolar adequam-se a sua vida sócio histórico e de interação. Portanto não existe uma preocupação inicialmente que estes conceitos sejam a nível escolar, ao contrário, não existe um vínculo científico. Por outro lado, quando a criança adentra o espaço escolar, os conceitos deixam de ser cotidiano e corriqueiro e passa a ser conceito a nível científico, ou seja, para que o aluno atinja certo nível de conhecimento, o seu aprender não será direto, mas sim indireto, e todo o saber da ciência será mediada por um professor. Mas tem um fator relevante na passagem dos conceitos cotidianos para os conceitos científicos, é que os conceitos cotidianos que a criança trás consigo, é inicialmente uma bagagem de saberes, certo ou errado, mas é um conhecimento prévio e partindo dele o professor tem como mediar o conhecimento ao nível necessário. O educador é um mediador entre o indivíduo e o saber, uma linha bastante tênue, sendo assim, a sua ação ocorre exatamente dentro da zona de desenvolvimento proximal, a sua visão neste campo de atuação lhe oferece inúmeras possibilidades e dinamismo no engendramento do conhecer.

Nos conceitos científicos que a criança adquire na escola, a relação com um objeto é mediada, desde o início, por algum outro conceito. Assim, a própria noção de conceito científico implica certa posição em relação a outros conceitos, isto é, um lugar dentro de um sistema de conceitos. É nossa tese que os rudimentos de sistematização primeiro entram na mente da criança, por meio do seu contato com os conceitos científicos, e são depois transferidos para os conceitos cotidianos, mudando a sua estrutura psicológica de cima para baixo. (VIGOTSKI, 2008, P. 116).

Existe a sistematização de conceitos em que um conceito existe a partir de outro conceito, isso implica na necessidade de conhecer a história que a criança trás da sua realidade de vida, ou seja, são os seus conhecimentos prévios que são superficiais, mas que oferecem possibilidade de crescimento mediante os conceitos científicos.

3.2 ENSINO INVESTIGATIVO

3.2.1 Abordagem histórica do ensino investigativo

A educação vem sofrendo distintas modificações desde metade do século XIX decorrente das modificações oriundas da própria sociedade, relativo às configurações “políticas, históricas e filosóficas” (ZÔMPERO e LABURÚ, 2011). Novas tendências à educação surgem tanto em

países europeus quanto nos Estados Unidos. Havia por volta do século XX uma necessidade de estimular o pensamento investigativo científico na educação, tão logo as ideias do filósofo John Dewey causaram grandes influências nas escolas americanas. Ainda nos Estados Unidos surgiu a Pedagogia Progressista como forma de ir contra os pensamentos do filósofo Herbart que defendia duramente a Pedagogia Tradicional. Na ótica de Herbart, o ensino deveria se pautar em três pontos relevantes que era: O governo, onde o aluno sofreria duras punições por não apresentar os devidos rendimentos de aprendizagem nas aulas; a disciplina, que tinha como objetivo desenvolver caráter moral e por fim a instrução educativa, em que a sua finalidade era conduzir o aluno a um despertar pela aprendizagem. Ao longo dos anos a Pedagogia Progressista de Dewey capitava novos seguidores.

No final do século XIX, surgiu o Movimento Progressista, que era contrário às ideias de Herbart e dos Jesuítas. Os adeptos dessa nova pedagogia defendiam o ensino centrado na vida, na atividade, aliando teoria e prática, sendo o aluno participante ativo de seu processo de aprendizagem. Dewey foi precursor dessas ideias. Seu nome tem sido associado à aprendizagem por projetos e por resolução de problemas. (ZÔMPERO e LABURÚ, 2011).

Dewey defendia que no ensino deveria ser pautada na experiência e a relação na educação científica, que por sua vez é a experiência do sujeito que está devidamente relacionada com a sua vivência de mundo, ou seja, é preciso associar inicialmente o que vai ensinar com que já aprendeu informalmente, para que a partir deste ponto possa construir uma experiência com a sala de aula.

Havia cientistas tanto europeus quanto americanos que defendiam que o fato de que ter escolas que ofereciam disciplinas como a prática de lógica indutiva então os estudos tinham a inspeção dos fenômenos que ocorriam e a partir deste engendrar a sua peroração, desta maneira explicada o uso na educação no mesmo que ocorre em um laboratório, fortalecendo a ideia da educação científica. Por meio do livro de Dewey: *Logic: The Theory of Inquiry*, publicado em 1938, foi inserida na educação científica o termo *inquiry* que entre alguns significados, também é dado como *Investigação Científica ou Ensino Investigativo*. A finalidade era levar para a sala de aula os mesmos usos de termos de um laboratório, sendo que a partir da proposição de um dado problema, obter a formação de hipótese, coleta de informações e conclusões.

Como é bem sabido, nos anos 1960, nos Estados Unidos, houve um movimento com o objetivo de aprimorar o Ensino de Ciências para ajudar os alunos a se tornarem criativos solucionadores de problemas e, com isso, formar cientistas capazes de competir com os russos em termos tecnológicos e militares. (BATISTA E SILVA, 2018, p.97).

Essa relevância para nova formulação de uma investigação científica para a educação científica ficou mais explícita quando os russos lançaram o satélite Sputnik (ZÔMPERO e LABURÚ, 2011), isso fez os Estados Unidos se sentissem ameaçados e percebeu a necessidade de fazer com que os seus alunos no nível acadêmico pudessem estudar com os olhos voltados para a ciência e determinando novas formas de prevenção de defesa.

Dewey se apropria da concepção de método científico como um conjunto de etapas que caracterizam a investigação científica. Assim, o conhecimento para Dewey busca, a partir da utilização do método científico, refletir a possibilidade de atuação em questões sociais e morais. (ANDRADE, 2011).

No pensamento inicial de Dewey, fazer o ensino investigativo considerando o mesmo para o método científico era a sua preocupação com os acontecimentos sociais e econômicos na qual seria preciso preparar e treinar o estudante para estes desafios e como solucioná-los, logo os olhos deste filósofo estava voltado inicialmente para o desenvolvimento da sociedade americana.

No final de 1980 os Estados Unidos produziu um documento denominado de *Science For All Americans*, em que era aconselhado que o Ensino de Ciências deveria ser de acordo com os mesmos modos operante da investigação científica, considerando todos os processos do método científico como: observar, anotar, manipular, descrever, fazer perguntas e tentar encontrar respostas para as perguntas. (ZÔMPERO e LABURÚ, 2011), e em 1996, outro documento publicado denominado de *National Science Education Standards* que elucida a proposta da Alfabetização Científica apresentando assim a dada importância ao Ensino por Investigação (ZÔMPERO e LABURÚ, 2011 et BARROW, 2006).

Quanto ao desenvolvimento do Ensino Investigativo no Brasil, ocorre diante das reformas curriculares para o ensino de ciências nas décadas de 1950 e 1960, frente a um momento delicado pela dura falta de matéria-prima ocasionada pela 2ª Guerra Mundial, neste período o Brasil tentava superar a crise e tornar-se autossuficiente. O processo de crescimento do Brasil e independência industrial, segundo Krasilchik (2000, p.86) dependia do desenvolvimento tecnológico e científico, para tanto observou-se a necessidade do investimento e reformulação curricular do ensino para que fosse atendido a demanda do Brasil para os avanços científicos.

No Brasil, a necessidade de preparação dos alunos mais aptos era defendida em nome da demanda de investigadores para impulsionar o progresso da ciência e tecnológica nacionais das quais dependia o país em processos de industrialização. A sociedade brasileira, que se ressentia da falta de matéria-prima e produtos industrializados durante a 2ª Guerra Mundial e no período pós-guerra, buscava superar a dependência e se tornar auto-suficiente, para o que uma ciência autóctone era fundamental. (KRASILCHIK, 2000, P.86).

É observado que a escola torna-se a saída para o desenvolvimento da sociedade e crescimento de um país, o investimento nos jovens no sistema acadêmico faz com que a ciência não tenha neutralidade frente aos problemas sociais, ou seja, a ciência não se desenvolve por si só, apenas por uma necessidade própria, mas no geral, cada país tem o seu desenvolvimento com olhar voltado para a educação, sendo assim, espera-se formar novos cientistas que possam contribuir para o crescimento de novas perspectivas.

Logo, no final da década de 1990 já teria sido inserida a abordagem investigativa nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

Investigar tem, contudo, um sentido mais amplo e requer ir mais longe, delimitando os problemas a serem enfrentados, desenvolvendo habilidades para medir e quantificar, seja com réguas, balanças, multímetros ou com instrumentos próprios, aprendendo a identificar os parâmetros relevantes, reunindo e analisando dados, propondo conclusões. Como toda investigação envolve a identificação de parâmetros e grandezas, a competência em Física passa necessariamente pela compreensão de suas leis e princípios, de seus âmbitos e limites. (BRASIL, 1999, P. 231).

Na formulação dos Parâmetros Curriculares Nacionais apresenta a preocupação no ensino aprendizagem dos estudantes, a relevância em fazer uma analogia em como conduzir o ensino em sala de aula. Fica explícito que de acordo com as orientações dos PCN's de 1999, o ensino investigativo abrange todas as áreas do conhecimento, não apenas direcionada às Ciências da Natureza ou Ciências Exatas. Ainda com base nos PCN's de 1999, afirma-se:

A aprendizagem das Ciências da Natureza, qualitativamente distinta daquela realizada no Ensino Fundamental, deve contemplar formas de apropriação e construção de sistemas de pensamento mais abstratos e ressignificados, que as trate como processo cumulativo de saber e de ruptura de consensos e pressupostos metodológicos. A aprendizagem de concepções científicas atualizadas do mundo físico e natural e o desenvolvimento de estratégias de trabalho centradas na solução de problemas e finalidade da área, de forma a aproximar o educando do trabalho de investigação científica e tecnológica, como atividades institucionalizadas de produção de conhecimentos, bens e serviços. (BRASIL, 1999, P. 33).

A observância feita pelos PCN's é que tudo deve culminar para o trabalho investigativo científico, e o seu objetivo como resultado final é a produção intelectual que possa contribuir para a sociedade que compõe o estudante. Essa expressão realça a importância de que a escola deve centra-se no estudante quando se refere ao desenvolvimento intelectual investigativo científico. A Base Nacional Curricular Comum proposto pelo Ministério da Educação reafirma este mesmo parâmetro quanto ao ensino investigativo:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (Brasil, 2017, p. 9).

A BNCC (2017) aponta processos a ser desenvolvidos quanto ao período de formação intelectual começando a partir do ensino básico para atender a demanda da sociedade, ou seja, o estudante não apenas um mero observador deste meio, ele é sujeito participante que através da preparação por ensino investigativo será capaz de propor soluções cabíveis, “as modalidades de ação do processo investigativo propostas na BNCC consideram a diversidade de atividades envolta na construção de entendimento sobre os conhecimentos científicos e sobre a própria ciência”. (SASSERON, 2018, p. 1061).

3.2.2 Sequência de ensino investigativo

O aluno como sujeito integrante da sociedade sofre tais modificações e recebem o produto final de pensamentos produzidos ao longo da história. Devido à quantidade exacerbada de informações para a formação do caráter, personalidade e acadêmica do indivíduo inserido na escola, com tempo de permanência reduzida no ambiente escolar, infelizmente boa parte dos conteúdos ou são abandonados no decorrer do ano ou são mal ensinados. Existe muito mais quantidade do que propriamente qualidade no ensino, e aqui pode se abrir a discussão quanto à falta de qualidade tanto na forma de transmitir o conteúdo quanto na qualidade do conteúdo como matéria a ser ensinado. Primeiramente, uma das grandes dificuldades é saber ensinar, é que existem muitas preocupações com tecnologias em sala de aula, e tem se grande quantidade de aplicativos entre outros que podem facilitar o ensino, mas devido à realidade a qual nos colocamos que é o ensino público, falta muito querer de políticas públicas para que este possa alavancar, no entanto, existem outros meios como, por exemplo, a pesquisa em autores psicólogos e pedagogos, que através de seus estudos e pesquisas nos deixaram muitas informações importantes que podem auxiliar o educador na forma de ensinar propriamente dito, aqui um padrão ou uma fórmula que resolva tudo, mas diante dos pressupostos apresentada a realidade de cada instituição escolar existem meios que possa amenizar o impacto da dificuldade de transmitir o teor do assunto. Falta tempo aos educadores devido a uma enorme quantidade de aulas, atividades diversas impostas pelo currículo escolar e falta da formação continuada para dedicação ao estudo e pesquisa. O Segundo ponto relevante, é o conteúdo na sua essência que é transmitido ao estudante na construção do conhecimento científico, motivando o aprendiz a querer saber mais. Porém, dado os pontos apresentado anteriormente, de forma geral, os materiais mais acessados pelos professores e alunos são os livros didáticos fornecidos a instituição, que por sua vez demanda de informações que colapsa com a realidade do indivíduo, ou seja, em vários livros falta à historicidade dos objetos abordados, cronologia na disposição dos conteúdos, cientistas que contribuíram firmemente com a pesquisa, quais dificuldades obtiveram no decorrer das suas descobertas, os seus acertos e erros, a partir do que iniciou a sua caminhada, o desenvolvimento de uma linguagem específica da área entre tantos outros.

O objetivo de fazer o uso da Sequência de Ensino Investigativa (SEI) é propor através de uma sequência didática, meios que possa contribuir potencialmente para a aprendizagem dos conteúdos de Física, essencialmente no ensino de Astronomia.

O ensino Investigativo visa, entre outras coisas, que o aluno assuma algumas atitudes típicas do fazer científico, como indagar, refletir, discutir, observar, trocar ideias, argumentar, explicar e relatar suas descobertas. Isso faz que o EI seja uma estratégia didática em que os professores deixam de simplesmente fornecer conhecimentos aos alunos, que passam a ser mais ativos, e não meros receptores de informações. É necessário que as atividades contribuam para o desenvolvimento da capacidade de reflexão dos alunos, de modo que o conhecimento anterior gere um novo. Assim, o professor deve orientar os alunos ao longo do processo de investigação, proporcionando

condições para que entendam e compreendam o que estão fazendo. (BATISTA E SILVA, 2018, p. 97).

A grande preocupação em um ensino investigativo é orientar o indivíduo a aprender em grupo através da interação social fazendo um paralelo entre o que se sabe, ou seja, a informação que trás do seu cotidiano que é o senso comum com o conhecimento científico. O foco principal não é levar a informação de uma vez, mais deixar que no decorrer da sua interação com os indivíduos do seu grupo, ela possa surgir aos poucos mediada inicialmente pelo professor e mediada por instrumentos resultante de uma problematização como ponto de partida. Tudo deve propiciar para uma aprendizagem científica, mas não se pode esperar que os conceitos a ser formados seja nos padrões de um laboratório de Física.

Temos de deixar bem claro que existe uma distância muito grande entre os cientistas, os físicos e os alunos que aprendem Física na escola básica no que diz respeito aos objetivos que têm diante da Física e da construção de entendimento. Nossos alunos ainda pouco conhecem sobre o que seja Física, não tem todo o conhecimento prévio de um cientista nem ainda o desenvolvimento intelectual destes. Portanto, precisamos ter cuidado para não pensarmos em nossos alunos como cientistas mirins, mas estudarmos os principais aspectos do processo científico e adaptá-los para o ensino. (CARVALHO e SASSERON, 2015, p.2).

Considere que o aluno não participa de um meio acadêmico universitário e o material a ser utilizado deve favorecer um pensamento mais crítico delineado por um conjunto de perguntas que aguçar os seus pensamentos, e conseqüentemente mais argumentos surgirão a medida que os conceitos do senso comum forem se desfazendo, e de acordo com Zômpero e Laburú (2011), atualmente o ensino por investigação é usada com outras finalidades, sendo para o desenvolvimento cognitivo e relativo a procedimentos para a elaboração de hipóteses, anotação e análise de dados aliado a capacidade de argumentação.

Um argumento relevante apresentada por Carvalho (2013) pautado nas pesquisas de Piaget, foi o estudo de reequilíbrio na qual é fomentado pontos norteadores para o início tanto do planejamento quanto do ensino-aprendizagem do sujeito.

O entendimento da necessidade da passagem da ação manipulativa para ação intelectual na construção do conhecimento – neste caso incluindo o conhecimento escolar – tem um significado importante no planejamento do ensino, pois a finalidade das disciplinas escolares é que o aluno aprenda conteúdos e conceitos, isto é, constructos teóricos. Desse modo o planejamento de uma sequência de ensino que tenha por objetivo levar o aluno a construir um dado conceito deve iniciar por atividades manipulativas. (Carvalho 2013, p. 3).

Os elementos auxiliares apresentados que é tanto a ação manipulativa quanto a ação intelectual contribuem para a construção do conhecimento, no entanto é preciso compreender os fatores engendrados a cada qual. Inicialmente pode-se considerar que na ação manipulativa ponderam-se as experiências cotidianas, a vivência, no geral, o seu conhecimento prévio, uma bagagem que incorporam a sua formação do seu conhecimento. Na ação manipulativa, o educador deve direcionar bem o seu planejamento propiciando um ambiente que possa privilegiar o

aprendizado, ter em questão o conteúdo a ser abordado. A ação manipulativa deve ser realizada por intermédio do educador, pois o centro da aprendizagem não será através da exposição do conteúdo diretamente da consecução pelo professor, mas é oriunda de uma problematização que pode ser um experimento, uma imagem ou um dado texto, a elaboração de como vai se prosseguir dependerá dos pressupostos observados pelo educador, por este motivo a importância de um planejamento que contemple a realidade dos alunos, para Sasseron (2015, p. 59):

Uma sequência de ensino investigativa é o encadeamento de atividades e aulas em que um tema é colocado em investigação e as relações entre esse tema, conceitos, práticas e relações com outras esferas sociais e de conhecimento possam ser trabalhadas.

Cabe salientar a importância do erro na aprendizagem, que ocorre na execução das atividades propostas e cabe ao educador considerar que o erro apresentado pelos estudantes é um caminho para compreender o motivo pelo qual ele não está compreendendo o que foi proposto, precisando da intervenção do educador para que o estudante tenha conscientização da aprendizagem.

Para Carvalho (2013), as teorias Vygotskyana trás contribuições, como a “interação social mediada pela utilização de artefatos sociais e culturalmente construídos”, pois potencializa tanto a interação do indivíduo com experimento quanto com o social, ampliando a visão do educador dentro do seu planejamento. Outro ponto relevante é a observância da teoria da Zona de Desenvolvimento Proximal, que auxilia na construção estratégica a ser explorada no decorrer das aulas, considerando sempre como ponto de partida os conhecimentos prévios imbuídos de conceitos formados do senso comum.

3.2.3 Planejamento da Sequência de Ensino Investigativa

Alguns elementos essenciais para a elaboração do planejamento da Sequência de Ensino Investigativa (SEI) devem ser elencados para a composição do delineamento e aplicação da SEI. Após a elucidação do planejamento, o importante é criar um ambiente investigativo na sala durante as aulas de ciências. A SEI deve ser proposta com atividades alinhadas e direcionadas com a pesquisa que o estudante deve desenvolver, pois se torna necessário perfilar o caminho a percorrer e não desviar da sua investigação. Não obstante, a sua argumentação e raciocínio não perderão o foco em relação à problematização. É necessário compreender a estrutura da SEI, para a elaboração do seu planejamento e aplicação. Cada fase ou etapa deve estar em consonância norteando o olhar do estudante mediada através de categorias e subcategorias:

Fase	Categorias	Subcategorias
Fase 1	Apresentação	Realizar aos estudantes inicialmente o planejamento e o que se espera, em seguida realizar uma sondagem do

		conhecimento;
Fase 2	Problematização	Problemas experimentais
		Problemas não experimentais
		Problemas teóricos
Fase 3	Solucionando o problema	Os estudantes em grupo, através da interação social propõem pelo dialogo meios para interpretar e responder;
Fase 4	Sistematização por leitura	É importante o aprofundamento através de um texto mais científico e maleável para a aprendizagem;
Fase 5	Sistematização individual	O aluno é orientado a escrever ou a desenhar o que entendeu propondo teorias, hipóteses, palavras ou frases;

Tabela 02: - Proposta para uma Investigação Científica

A SEI é sempre iniciado por um problema que seja experimental, não experimental ou teórico. O problema em questão vem sempre posterior à apresentação do que ocorrerá aos alunos para conscientizar eles do seu envolvimento e participação em todo arranjo a ser desenrolado. Neste contexto é preciso estimular os estudantes, sendo assim, torna-se importante considerar que a problematização deve ser ancorado com a sua realidade cultural, moldado de acordo com o seu conhecimento prévio, que é o ponto de partida da investigação. A problematização pode ser dividida em subcategorias, ou seja, pode ser uma demonstração experimental, realizada diretamente pelo professor, pode ser não experimental, que pode ocorrer através de imagens, desenhos, ou por fim pode ser um experimento teórico, que é através de um texto que se queira explorar cientificamente. No momento em que os estudantes são colocados em grupos, ocorre então à interação social, a troca de informação, neste momento por causa das diferenças de conhecimento e cultural, existe a contribuição e aceção cognitiva, a passagem para ação intelectual, com questionamentos e formação de respostas compostas de hipóteses, teorias, distanciamento do senso comum e aproximação dos conceitos científicos. Essa discussão deve ser amplificada pelo educador junto aos alunos no momento oportuno, junto à intervenção do professor para melhor qualidade do conteúdo. A sistematização por leitura intensifica a aprendizagem com maiores detalhes, por fim, por intermédio da sistematização individual, pode acompanhar o crescimento do aluno mediante o que será registrado por ele, ou seja, em uma folha de papel, consideram-se palavras, frases, hipóteses, teorias, desenhos, etc.

4. O FORMALISMO LAGRANGIANO ÀS LEIS DE KEPLER

4.1 Introdução

O ensino das leis de Kepler do movimento planetário para o Ensino Médio é sem dúvida bastante raso, sem um vínculo histórico ou filosófico; os livros didáticos de forma geral não trazem muitas informações acerca de como foram desenvolvidas ou quais tipos de pesquisas tiveram que ser empenhadas para descobri-las. Contudo, se tratando do ensino básico, as leis de movimento dos planetas estão vinculadas de maneira sucinta à Gravitação Universal de Newton. Não há preocupação em separá-las e explorar um pouco mais a sua origem ou de fomentar uma reflexão sobre sua grande importância e sobre as previsões que podem ser realizadas a partir deste estudo. Este conteúdo é muitas vezes passado sem uma motivação que apresenta aos estudantes a beleza da Astronomia, e assim não compreendem “o movimento dos corpos celestes - planetas, luas, cometas, estrelas duplas e similares” (MARION, THORNTON, 2012, p.253).

Esse capítulo, norteado pelo formalismo Lagrangiano, tem como objetivo apresentar as leis de Kepler em um nível matemático mais aprofundado. O conceito da Força Central proporcional ao quadrado do inverso da distância possibilitou a compreensão sobre o Problema de Kepler e

podemos dizer que o formalismo de Newton na Mecânica Clássica trouxe contribuições fundamentais para o estudo do movimento planetário.

E na sequência histórica, através de dois artigos publicados em 1835 e 1836, o Princípio de Hamilton traz com uma nova abordagem às equações de Newton, bastante aplicável a fenômenos observáveis e com alcance ainda maior. Dele decorre o Formalismo de Lagrange, com uma estética e charme encantadores, em suas equações diferenciais na aplicação ao movimento planetário.

Neste capítulo é realizada inicialmente uma abordagem introdutória ao Cálculo Variacional, para apresentar a equação de Euler-Lagrange. Seguido pelo Princípio de Hamilton para as equações de Lagrange que resultam finalmente nas Leis de Kepler. É importante que o colega professor, ao folhear esse pequeno esboço, possa compreender a importância de aprofundar o olhar sobre esses fenômenos observáveis à luz da Física, compreender sua exposição por meio da Matemática e finalmente, repassar toda essa informação de forma que seja mitigada aos alunos do ensino básico, mostrando a eles o valor destes estudos.

Um ponto de partida a ser posto com empenho para compreender a equação de Lagrange acompanhada do princípio de Hamilton é conhecer o cálculo das variações, ao menos uma introdução que possa contribuir para o entendimento das equações de movimento que surgirão em decorrência das observações a partir deste princípio. Sendo assim, será possível conhecer e aplicar a Lagrangiana correspondente à força central a qual são submetidos os planetas que orbitam o sol, como alternativa mais elegante ao formalismo newtoniano, que a mais deverá ser desconsiderado.

No entanto, para este trabalho, a pesquisa foi direcionada para o formalismo de Lagrange. O cálculo das variações tem origem através de Isaac Newton no ano de 1686, e nos anos posteriores ganhou a atenção de ilustres matemáticos que contribuíram com afinco. No entanto, propostas de resolução de problemas mais complexos envolvendo este cálculo são oriundos do Princípio de Fermat, sendo um deles o da propagação da luz por um dado caminho no menor intervalo de tempo.

Para que se possa ter consciência da gênese da equação de Lagrange, será abordada a parte introdutória do princípio do cálculo das variações; deste modo o ponto de chegada será a equação de Euler-Lagrange, partindo-se do princípio de Hamilton e finalmente serão alcançadas as equações do movimento planetário, resultando na estruturação das leis de Kepler.

4.2 Introdução ao princípio do cálculo das variações

Neste início, será enunciado o lema fundamental pra o princípio dos cálculos das variações que será norteador para o estudo.

Lema Fundamental do Cálculo da Variação:

Sejam $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ dada e $\eta(x): [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função arbitrária tal que $\eta(a) = \eta(b)$ que deve ser nula, ou seja, $\eta(a) = \eta(b) = 0$, e ressalta-se que tanto a função $f(x)$ quanto $\eta(x)$ são devidamente contínuas, também possuem tanto a derivada primeira contínua quanto as segundas derivadas contínuas.

Então, se:

$$\int_{x_a}^{x_b} f(x)\eta(x)dx = 0.$$

para qualquer $\eta(x)$, vale dizer que $f(x) = 0$;

O objetivo inicial do cálculo das variações é solucionar a função $y(x)$, sendo que a integral:

$$I = \int_{x_a}^{x_b} f[y(x), y'(x), x]dx.$$

Que pode ser quantificada como máximo e mínimo denominado de extremo. Logo, pode-se reescrever as funções na integral da seguinte maneira: $y'(x) = \frac{dy}{dx}$ e x é uma variável independente da variável dependente $y(x)$, enquanto que o funcional I dependerá da função $y(x)$, incluindo aí os limites de integração.

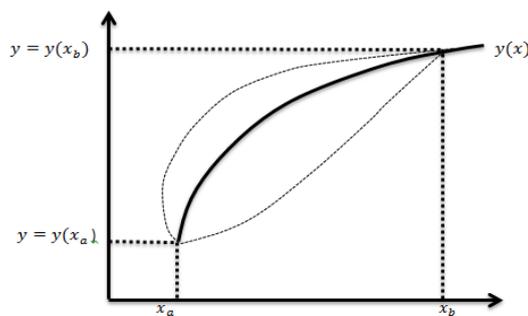


Gráfico 01 – A função de $f(x)$

Neste caso, a função $y(x)$ deve sofrer variação até um valor extremo de I para ser encontrado. Logo, se $y(x)$ fornecer um valor mínimo à integral I , consequentemente uma função qualquer da vizinhança e independente fará com que I aumente.

Um problema muito famoso era o da braquistócrona que quer dizer tempo mínimo ou ação mínima, ou seja, o menor intervalo de tempo para realizar determinado caminho entre dois pontos tais como x_a e x_b :

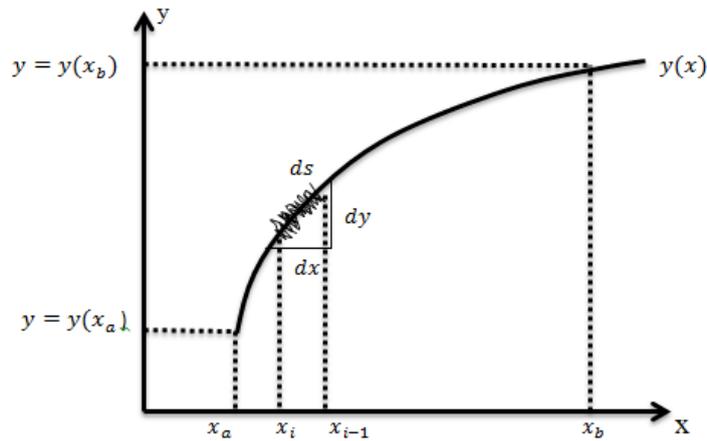


Gráfico 02 – elemento de comprimento ds.

Considerando que de acordo como o gráfico 2, o espaço de x_i a x_{i-1} , é o espaço infinitesimal, ou seja um elemento ds , em que pela determinação do seu comprimento, tem-se:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

Aplicando a fatoração na equação:

$$ds = \sqrt{dx^2 \left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)}$$

$$ds = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$ds = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx.$$

Dado que $y' = \frac{dy}{dx}$,

pode-se reescrever a equação da seguinte maneira:

$$ds = \sqrt{1 + (y')^2} dx.$$

De tal maneira, o elemento total da curva dado por L é:

$$L = \int_{x_a}^{x_b} \sqrt{1 + (y')^2} dx.$$

A equação acima apresenta o comprimento da curva de $x_a \leq x \leq x_b$, logo, para minimizar a integral acima para ser o menor comprimento possível, o integrando pode ser denotado por $f = f(x, y, z)$, ou seja, $f = f(x, y(x), y'(x))$. Tal função depende das quantidades $x, y(x)$ e $y'(x)$, de forma que:

$$I = \int_{x_a}^{x_b} f(x, y, y') dx.$$

Para minimizar I, as condições abaixo deverão ser consideradas:

1º) $y(a) = y_a$

2º) $y(b) = y_b$

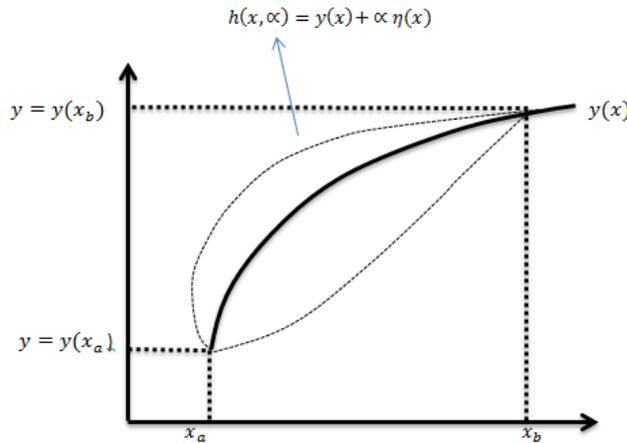


Gráfico 03 – Perturbações H(x) que ocorre em y(x)

Considerando que a curva denominada de $y(x)$ possa ter perturbações, que possam ter os mesmos pontos nos extremos x_a e x_b , mas os demais pontos sejam diferentes da curva $y(x)$, a função que denota tal perturbação será $\bar{y}(x)$. Sendo assim, o que se quer é determinar a variação entre o extremizante ($y(x)$) e a sua perturbação.

De acordo com Taylor (2013), é possível definir uma função auxiliar h com o parâmetro α

$$h(x, y) = y(x) + \alpha\eta(x),$$

sendo que $\eta(x)$ é uma função arbitrária e contínua, tanto na derivada primeira quanto na derivada segunda, e também é importante ressaltar que $\eta(x_a) = \eta(x_b) = 0$.

Dado que se $h(x, y) = y(x) + \alpha\eta(x)$ com $\eta(x_a) = 0$,

então $h(x, 0) = y(x)$, o mesmo é análogo se tratando $\eta(x_b) = 0$, o que torna $h(x, \alpha) = y(x)$ e se $\alpha = 0$, tem-se que $h(x, 0) = y(x) + \alpha\eta(x)$, assim temos $h(x, 0) = y(x)$.

Retomando a integral I :

$$I = \int_{x_a}^{x_b} f(x, y, y') dx.$$

Analisando o parâmetro α , estima-se que:

$$I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} f(x, h(x, \alpha), h'(x, \alpha)) dx.$$

Tendo que se $\alpha = 0$, então:

$$h(x, 0) = y(x)$$

$$h'(x, 0) = y'(x)$$

Aplicando a derivada na integral tem-se:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} \int_{x_a}^{x_b} f(x, h, h') dx.$$

Ao colocar $\frac{d}{d\alpha}$ dentro da integral, ele passa a operar nas funções internas:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} \frac{d}{d\alpha} f(x, h, h') dx.$$

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} \frac{d}{d\alpha} f((x, h(x, \alpha), h'(x, \alpha))) dx \quad (4.1)$$

Agora aplica-se a regra da cadeia na parte do integrando:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{d\alpha} + \frac{\partial f}{\partial h} \frac{dh}{d\alpha} + \frac{\partial f}{\partial h'} \frac{dh'}{d\alpha}.$$

Considerando o primeiro termo acima:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{d\alpha}$$

Nota-se que x é independente de α , portanto este termo é nulo:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{d\alpha} = 0.$$

Quanto ao segundo termo da derivada total:

Sendo $\frac{dh}{d\alpha}$ e $h(x, \alpha) = y + \alpha\eta$, dado que a função f depende de α , então ele é nulo quando derivado, e a derivada de $\alpha\eta(x)$ é:

$$\frac{d}{dx} \alpha\eta(x) = \eta(x).$$

Sendo assim, tem-se que:

$$\frac{\partial f}{\partial h} \frac{dh}{d\alpha} = \frac{\partial f}{\partial h} \cdot \frac{d}{d\alpha} [y + \alpha\eta(x)].$$

O que resulta em:

$$\frac{\partial f}{\partial h} \frac{dh}{d\alpha} = \frac{\partial f}{\partial h} \eta(x).$$

Observando e analisando o terceiro termo referente a derivada total, é análoga ao segundo termo, ou seja:

$$\frac{\partial f}{\partial h'} \frac{dh'}{d\alpha} \text{ em que } h'(x, \alpha) = f + \alpha\eta'(x).$$

Com isso, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial h'} \frac{dh'}{d\alpha} &= \frac{\partial f}{\partial h'} \cdot \frac{d}{d\alpha} [f' + \alpha\eta'(x)] \\ \frac{\partial f}{\partial h'} \frac{dh'}{d\alpha} &= \frac{\partial f}{\partial h'} \eta'(x). \end{aligned}$$

Retomando a integral:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} \frac{d}{d\alpha} f((x, h(x, \alpha), h'(x, \alpha))) dx.$$

E fazendo as devidas substituições:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} \left[\frac{\partial f}{\partial h} \eta(x) + \frac{\partial f}{\partial h'} \eta'(x) \right] dx.$$

Aplicando a soma das integrais:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} \frac{\partial f}{\partial h} \eta(x) dx + \int_{x_a}^{x_b} \frac{\partial f}{\partial h'} \eta'(x) dx.$$

Para a resolução da segunda integral, será usada a integração por partes, fazendo uso da seguinte notação:

$$\int u dv = u v - \int v du$$

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} \frac{\partial f}{\partial h} \eta(x) dx + \frac{\partial f}{\partial h} \eta(x) dx \Big|_a^b - \int_{x_a}^{x_b} \eta(x) \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial h'} \right) dx.$$

No entanto, por $\eta(x)$ em que pode ser $\eta(x_a) = \eta(x_b) = 0$, então:

$$\frac{\partial f}{\partial h} \eta(x) = 0$$

O que resulta em:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} \frac{\partial f}{\partial h} \eta(x) dx - \int_{x_a}^{x_b} \eta(x) \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial h'} \right) dx,$$

Colocando os dois termos dentro da mesma integral:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} \left[\frac{\partial f}{\partial h} \eta(x) - \eta(x) \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial h'} \right) \right] dx.$$

Colocando $\eta(x)$ em evidência:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = \int_{x_a}^{x_b} \eta(x) \left[\frac{\partial f}{\partial h} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial h'} \right) \right] dx.$$

Considere que $\alpha = 0$, a função h torna-se:

$$h(x, 0) = y(x)$$

$$h'(x, 0) = y'(x)$$

logo:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha)_{(\alpha=0)} = \int_{x_a}^{x_b} \eta(x) \left[\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) \right] dx.$$

E impondo:

$$\frac{d}{d\alpha} I(\alpha) = 0$$

$$\int_{x_a}^{x_b} \eta(x) \left[\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) \right] dx = 0.$$

Sendo $\eta(x)$ uma função arbitrária, pelo lema fundamental, parte do integrando deve ser nulo:

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) = 0.$$

E isso implica que:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) = \frac{\partial f}{\partial y}. \quad (4.2)$$

O que leva a equação de Euler-Lagrange.

4.3 Coordenadas generalizadas

Qualifica-se por números de graus de liberdade a quantidade de variáveis independentes que são necessárias especificar para conhecer completamente a configuração de um dado sistema. Para estabelecer completamente a posição de um sistema com N graus de liberdade são necessárias N variáveis independentes. Essas variáveis são denominadas por coordenadas generalizadas. A seleção das coordenadas generalizadas é conhecida como parametrização do problema. As coordenadas generalizadas de um sistema com N graus de liberdade serão representadas por $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$ ou ainda de uma forma geral e compacta por q .

Para Symon (1996), quando um sistema físico é descrito por um sistema de coordenadas generalizadas, sem especificar quais são estas coordenadas, denota-se usualmente cada coordenada por q e com índice numérico. Sendo assim, um conjunto de N coordenadas generalizadas seria então escrito como $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$.

Logo, uma partícula que se move num plano poderá ser descrita por duas coordenadas q_1 e q_2 , que em casos especiais, podem ser as coordenadas cartesianas x e y , coordenadas polares r e θ , ou qualquer outra escolha de pares apropriados. Uma dada partícula que se move no espaço será localizada por três coordenadas, que podem ser as cartesianas (x, y, z) ou esféricas (r, θ, φ) e ainda as cilíndricas (ρ, z, φ) , ou de forma geral (q_1, q_2, q_3) .

Para cada configuração do sistema, as coordenadas generalizadas devem ter um conjunto definido de valores, e assim as coordenadas $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$ serão funções das coordenadas cartesianas e possivelmente também do tempo, no caso de um sistema de coordenadas em movimento:

$$q_1 = q_1(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, X_N, Y_N, Z_N, t)$$

$$q_2 = q_2(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, X_N, Y_N, Z_N, t)$$

$$q_3 = q_3(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, X_N, Y_N, Z_N, t)$$

Como as coordenadas $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$ especificam a configuração do sistema, deve ser possível expressar as coordenadas cartesianas em termos das coordenadas generalizadas.

$$x_1 = x_1 (q_1, q_2, q_3, \dots, q_{3N}, t)$$

$$y_1 = y_1 (q_1, q_2, q_3, \dots, q_{3N}, t)$$

$$z_1 = z_1 (q_1, q_2, q_3, \dots, q_{3N}, t)$$

Quando se descreve um sistema de partículas usando um conjunto de coordenadas generalizadas $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$, a derivada em relação ao tempo \dot{q}_k , de uma coordenada q_k qualquer é denominada velocidade generalizada associada a esta coordenada. A velocidade generalizada associada à coordenada cartesiana x_i é exatamente o componente correspondente da velocidade \dot{x}_i , de uma partícula localizada por esta coordenada.

4.4 As equações de movimento de Lagrange

Considere uma dada partícula que esteja movimentando livremente em três dimensões (x, y, z) , estando elas sujeitas a uma força conservativa $\vec{F}(\vec{r})$, e ressaltando que a sua energia cinética seja expressa matematicamente por:

$$T = \frac{1}{2} m v^2.$$

Essa mesma equação pode ser reescrita por:

$$T = \frac{1}{2} m |\dot{\vec{r}}|^2. \quad (4.3)$$

Sendo o movimento proposto para três dimensões:

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad (4.4)$$

Ou ainda:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m \dot{z}^2.$$

Além da energia cinética, é preciso considerar também a energia potencial da partícula:

$$U = U(\vec{r}). \quad (4.5)$$

Reescrevendo para três dimensões:

$$U = U(x, y, z). \quad (4.6)$$

Em função das energias cinética e potencial, a função Lagrangiana pode ser assim definida:

$$\mathcal{L} = T - U. \quad (4.7)$$

A Lagrangiana é formada pela diferença entre duas quantidades que são a energia Cinética $T(\vec{r})$ e energia potencial $U(\vec{r})$. A Lagrangiana depende também tanto da posição da partícula quanto (x, y, z) e das suas derivadas $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$. De outra forma, pode-se escrever a Lagrangiana como:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}).$$

Pode-se perceber duas equações geradas pelas suas derivadas:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = -\frac{\partial U}{\partial x} = \vec{F}(x).$$

E também:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 \right) = m \dot{x} = p_x.$$

Neste mesmo seguimento, a segunda lei de Newton é originada das três equações resultantes do formalismo de Lagrange:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} \right). \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} \right). \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}} \right). \quad (4.10)$$

As equações de Newton referentes à sua segunda lei são conseqüentemente equivalentes às três equações denotadas acima, no que concerne ao menos para análise de uma partícula, tão logo a trajetória descrita pelas equações newtoniana apresenta uma correspondência com as equações de Lagrange.

Com base na equação de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}. \quad (4.11)$$

De acordo com a equação 4.11, verifica-se que possui a mesma forma que às equações (4.6), (4.7) e (4.8), no entanto isso implica que a integral:

$$I = \int_{t_A}^{t_B} \mathcal{L} dt. \quad (4.12)$$

é estacionária para a trajetória descrita pela partícula, devido a isso essa função é denominada de integral de ação que por sua vez é o princípio de Hamilton.

De acordo com o princípio de Hamilton:

O caminho real descrita por uma partícula entre os pontos A e B para um intervalo de tempo considerado, que vai de t_A e t_B , é tal que a integral da ação é:

$$I = \int_{t_A}^{t_B} \mathcal{L} dt$$

é estacionária, para o intervalo da trajetória entre os pontos A e B no decorrer do caminho real.

As equações de Lagrange foram escritas matematicamente em termos das coordenadas cartesianas, no entanto, é também possível mostrar que elas são válidas para todos os sistemas de coordenadas, ou seja, ao invés de coordenadas cartesianas $\vec{r} = (x, y, z)$, pode-se utilizar as coordenadas esféricas polares (r, θ, φ) ou as cilíndricas polares (ρ, θ, z) , ou ainda para as coordenadas generalizadas (q_1, q_2, q_3) , ressaltando que as propriedades aplicadas para a cada posição \vec{r} especificarão apenas um valor para (q_1, q_2, q_3) :

$$q_i = q_i(\vec{r}).$$

lembrando que o índice i tem valores 1, 2, 3; e também pode ser escrita na forma inversa:

$$\vec{r} = \vec{r}(q_1, q_2, q_3). \quad (4.13)$$

Tal afirmação nos dá à garantia que para qualquer valor de $\vec{r}(q_1, q_2, q_3)$ há um único ponto de (q_1, q_2, q_3) , sendo assim, a partir de (4.13) pode-se reescrever (x, y, z) e $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ para (q_1, q_2, q_3) e $(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3)$, logo, a Lagrangiana pode ser posta em função das coordenadas generalizadas: $\mathcal{L} = \mathcal{L}(q_1, q_2, q_3, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3)$ ou de forma generalizada

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i). \quad (4.14)$$

Definida a Lagrange em termos das coordenadas generalizadas, é possível aplicar na integral de ação:

$$I = \int_{t_A}^{t_B} \mathcal{L}(q_1, q_2, q_3, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3) dt \quad (4.15)$$

Dessa forma a integral I passa a ter um valor inalterado na mudança de variáveis, contudo afirma-se que I é estacionária em se tratando da variação no decorrer do caminho, portanto deve ser válida para o novo sistema de coordenadas, conseqüentemente o caminho verdadeiro deve compatibilizar as três equação (4.7), (4.8) e (4.9), ou seja:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1}. \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_2}. \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_3} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_3}. \quad (4.18)$$

Contudo, as coordenadas cartesianas devem ser substituídas por coordenadas generalizadas. As equações dinâmicas de Lagrange podem ser generalizadas para um sistema de N -partículas, ou seja:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}. \quad (4.19)$$

Com relação às coordenadas generalizadas, tem-se que $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}$ atua com uma força e o que pode ser denominada de força generalizada, enquanto que $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}$ desempenha a sua atuação como momento, podendo ser identificado de momento generalizado.

4.5 Problemas de força central para dois objetos

Considere inicialmente dois corpos de massas m_1 e m_2 . Serão tratados como partículas de dimensões pontuais, com posições são dadas por \vec{r}_1 e \vec{r}_2 e forças atuantes nelas são \vec{F}_{12} e \vec{F}_{21} . As forças poderão ser adquiridas com base na energia potencial $U(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$, elas são conservativas, e em se tratando de Astronomia e Astrofísica, os objetos em questão poderão ser o planeta Terra e o Sol, sendo a força com características gravitacionais associada a energia potencial:

$$U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = - \frac{Gm_1m_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}. \quad (4.20)$$

Ressaltando que a distância por estes objetos cósmicos é denotada pelas suas posições \vec{r}_1 e \vec{r}_2 , então tem-se que:

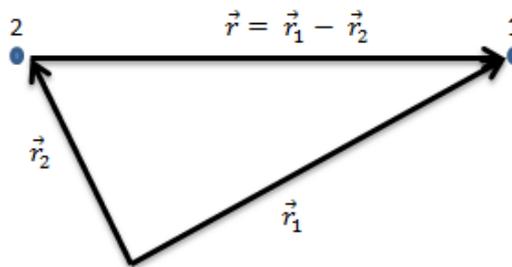


Gráfico 04 – Posição relativa

O vetor \vec{r} é dado pela subtração entre \vec{r}_1 e \vec{r}_2 e a força é dependente de seu módulo, ou seja, da distância entre as partículas. Tal propriedade é verdadeira para sistemas isolados, como a interação de um planeta e o Sol, sendo também invariante no movimento de translação, isto é, ocorrendo o deslocamento dos objetos para uma nova posição sem alterar as posições relativas dos corpos, as forças não sofrerão modificações. Percebe-se que:

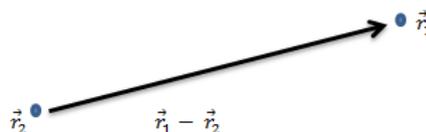


Gráfico 05 – Posição relativa de r

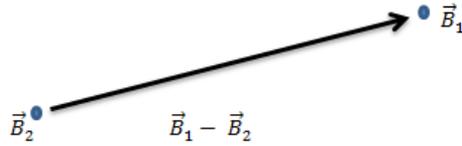


Gráfico 06 - Posição relativa em relação a B

Logo, se um objeto deslocar de \vec{r}_2 para \vec{r}_1 e a força \vec{F}_{12} for a mesma para a nova posição de \vec{B}_2 para \vec{B}_1 , a força se conserva e depende apenas das posições $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$, dessa maneira, tem-se que:

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{B}_1 - \vec{B}_2.$$

Pode-se então afirmar que a força é descrita como uma função:

$$\vec{F}_{21} = \vec{F}_{12}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Ou seja:

$$\vec{F}_{21} = \vec{F}_{12}(\vec{r}).$$

Ressalta-se que para um sistema isolado, a função $U(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ é invariante na translação, logo ela só dependerá de $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$, o que leva ao fato de que se uma força conservativa é central expressa por $\vec{F}_{21} = \vec{F}_{12}\hat{r}$ conclui-se que o potencial $U(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ depende apenas da magnitude do $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$ e não depende da direção de $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$, sendo:

$$U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = U(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|).$$

Evidencia-se aqui que o potencial U depende do vetor r:

$$U = U(r).$$

Embora, tratando-se da interação entre um planeta e o Sol, centralizando a força no Sol, expressa-se matematicamente o formalismo Lagrangeano por:

$$\mathcal{L} = T(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - U(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

Sendo que:

$$U(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = U(r)$$

Logo:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m_1 \dot{r}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{r}_2^2 - U(r). \quad (4.21)$$

4.6 Centro de massa e coordenadas relativas: massa reduzida

Dado que o formalismo a ser aplicado é o Lagrangiano, então se faz necessário também escolher as coordenadas convenientes. Pode-se considerar como coordenadas a posição relativa \vec{r} e a posição centro de massa \vec{R} expressa por:

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_1 m_1 + \vec{r}_2 m_2}{M}. \quad (4.22)$$

Sendo m_1 e m_2 a massa dos corpos e M a massa total dos dois objetos.

$$M = m_1 + m_2. \quad (4.23)$$

É válido afirmar que o momento \vec{P} dos dois corpos é o mesmo em que se as massas dos mesmos estivessem centralizadas no centro de massa e dessa maneira poderia ser descrita como:

$$\vec{P} = M\dot{\vec{R}}. \quad (4.24)$$

Salientando que $M = m_1 + m_2$ e propondo que $\dot{\vec{R}}$ seja constante, é possível priorizar um centro de massa que não ofereça movimento, ou seja, que possa permanecer em repouso. A utilização de um referencial do CM torna-se notável, pois permite simplificar a análise do movimento.

A posição (\vec{R}) que está associada ao CM e a posição relativa \vec{r} podem ser usadas como coordenadas generalizadas quando são referidas à dinâmica de dois corpos que estão interligados. Neste caso, a energia potencial apresenta configuração $U = U(r)$ e pode-se obter a expressão da energia cinética T substituindo as variáveis antigas \vec{r}_1 e \vec{r}_2 pelas novas variáveis \vec{r} e \vec{R} :

$$\dot{\vec{R}} = \frac{m_1 \dot{\vec{r}}_1 + m_2 \dot{\vec{r}}_2}{m_1 + m_2}. \quad (4.25)$$

Sendo que a posição da relativa (r) é dado por:

$$r = r_1 - r_2$$

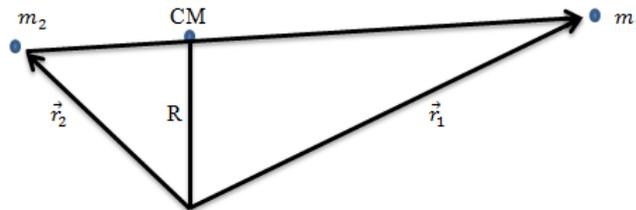


Gráfico 07 – Centro de Massa de R

para encontrar a posição r_1 em função de R tem-se que:

$$r_2 = r_1 - r. \quad (4.26)$$

Substituindo a equação (4.26) na equação (4.25):

$$R = \frac{m_1 r_1 + m_2 (r_1 - r)}{m_1 + m_2}$$

$$R = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_1 - m_2 r}{m_1 + m_2}$$

$$R = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_1 - m_2 r}{m_1 + m_2}$$

$$R = \frac{r_1(m_1 + m_2) - m_2 r}{m_1 + m_2}$$

Considerando que: $M = m_1 + m_2$

$$R = \frac{r_1 M - m_2 r}{M}$$

$$r_1 = R + \frac{m_2}{M} r. \quad (4.27)$$

para encontrar a posição r_2 em função de R tem-se que:

$$r = r_1 - r_2.$$

(4.28)

Substituindo a equação (4.26) na equação (4.25):

$$R = \frac{m_1(r + r_2) + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

$$R = \frac{m_1 r + m_1 r_2 + m_2 r_2}{m_1 + m_2}$$

$$R = \frac{m_1 r + r_2(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$R = \frac{m_1 r + r_2 M}{M}$$

$$R = \frac{m_1}{M} r + r_2$$

$$r_2 = R - \frac{m_1}{M} r. \quad (4.29)$$

Em posse das informações referentes às equações (4.27) e (4.29), será determinada a energia cinética:

$$T = \frac{1}{2} m v^2.$$

Podendo ser reescrita em termos da posição relativa:

$$T = \frac{1}{2} (m_1 \dot{r}_1^2 + m_2 \dot{r}_2^2). \quad (4.30)$$

Substituindo às equações (4.27) e (4.29) na equação (4.30), tem-se:

$$T = \frac{1}{2} \left[m_1 \left(\dot{R} + \frac{m_2}{M} r \right)^2 + m_2 \left(\dot{R} - \frac{m_1}{M} r \right)^2 \right]$$

$$T = \frac{1}{2} \left[M \dot{R}^2 + \frac{m_1 m_2 \dot{r}^2}{M} \right]. \quad (4.31)$$

Para a quantidade de $\frac{m_1 m_2}{M}$ que equivale à $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ usa-se o parâmetro μ que está relacionando à massa reduzida:

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (4.32)$$

Substituindo na equação (4.31) temos:

$$T = \frac{1}{2} \left[M \dot{R}^2 + \frac{m_1 m_2 \dot{r}^2}{m_1 + m_2} \right]$$

$$T = \frac{1}{2} \left[M \dot{R}^2 + \mu \dot{r}^2 \right]$$

Portanto:

$$T = \frac{1}{2} M \dot{R}^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2. \quad (4.33)$$

Observando a equação (4.33), o primeiro termo é função do momento linear \dot{R} e o segundo é função da velocidade \dot{r} . Com isso pode-se fazer a aplicação da equação (4.33) na equação Lagrangiana:

$$\mathcal{L} = T - U$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} M \dot{R}^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 - U(r). \quad (4.34)$$

A equação (4.34) pode ser reescrita separando o seu centro de massa da energia cinética e energia potencial:

$$\mathcal{L} = \left[\frac{1}{2} M \dot{R}^2 \right] + \left[\frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 - U(r) \right]. \quad (4.35)$$

O primeiro termo da equação (4.35) contém informações do centro de massa que é \dot{R} enquanto que o segundo termo está relacionando à posição relativa \dot{r} , matematicamente é possível encontrar as equações de movimento para dois objetos, dado que a equação de Lagrange independe de \dot{R} por ele ser constante, se tratando uma partícula livre, com isso $\dot{R} = 0$, logo o centro de massa é conservativo, reescrevendo a equação (4.35):

$$\mathcal{L} = 0 + \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 - U(r)$$

Ou ainda:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 - U(r). \quad (4.36)$$

Levando em consideração a equação (4.36), uma partícula livre apresenta energia cinética $\frac{1}{2}\mu\dot{r}^2$ e energia potencial $U(r)$, que por sua vez pode ser deduzida matematicamente a partir da equação Lagrangeana quando a força é conhecida:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}}$$

Sendo:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} (-U(r)) = -\frac{\partial}{\partial r} U(r) = -\vec{F}(r) = -\nabla U(r).$$

Enquanto que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{r}} \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 \right) = \mu\ddot{r}.$$

Com isso pode-se afirmar que:

$$\mu\ddot{r} = -\nabla U(r).$$

Portanto, tendo em vista que R é uma constante, é possível escolher um referencial inercial em que o centro de massa esteja em repouso, resultando em um momento linear nulo. Com isso, a equação (4.35) pode ser interpretada como a equação que descreve um único corpo com massa reduzida μ , o que facilita os cálculos para a dinâmica de dois corpos.

4.7 Momento angular ou conservação do momento angular

Como o sistema possui simetria esférica, sabe-se que o momento angular total é conservado, dessa maneira:

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2. \quad (4.37)$$

O momento angular total é igual a soma do momento angular das partículas. É possível escrever o momento angular total em termos das novas coordenadas e R , permanecendo a lei de conservação inalterada. Assim, de acordo com a equação (4.37) tem-se:

$$\vec{L} = \vec{r}_1 \times \vec{p}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{p}_2$$

$$\vec{L} = m_1 \vec{r}_1 \times \dot{\vec{r}}_1 + m_2 \vec{r}_2 \times \dot{\vec{r}}_2. \quad (4.38)$$

Para o referencial do CM, tem-se que $\dot{R} = 0$, leva a seguinte mudança nas equações (4.27) e (4.29):

$$\dot{\vec{r}}_1 = \dot{R} + \frac{m_2 \vec{r}}{m_1 + m_2}$$

que agora passa a ser

$$\dot{\vec{r}}_1 = \frac{m_2 \vec{r}}{m_1 + m_2}. \quad (4.39)$$

O mesmo se aplica a:

$$\dot{\vec{r}}_2 = - \frac{m_1 \vec{r}}{m_1 + m_2}. \quad (4.40)$$

Substituindo as equações (4.39) e (4.40) na equação (4.38):

$$\begin{aligned} \vec{L} &= m_1 \left(\frac{m_2 \vec{r}}{m_1 + m_2} \right) \times \frac{m_2 \dot{\vec{r}}}{m_1 + m_2} + m_2 \left(\frac{m_1 \vec{r}}{m_1 + m_2} \right) \times \frac{m_1 \dot{\vec{r}}}{m_1 + m_2} \\ \vec{L} &= \frac{m_1 m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} \vec{r} \times \dot{\vec{r}} + \frac{m_2 m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \vec{r} \times \dot{\vec{r}}. \end{aligned}$$

Colocando as massas em evidência:

$$\vec{L} = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} (m_1 + m_2) \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$$

$$\vec{L} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$$

Ressalta-se que a massa reduzida é dada pelo fator μ :

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Portanto, o momento angular de uma partícula é dado por:

$$\vec{L} = \mu \vec{r} \times \dot{\vec{r}}. \quad (4.41)$$

É importante observar a conservação do momento angular implica que o ângulo formado pelos vetores $\dot{\vec{R}}$ e \vec{r} é constante e que o plano compreendido por eles é fixo (e ortogonal ao momento angular). Conclui-se, portanto, que no referencial CM, o movimento de dois corpos é reduzido a um problema de apenas duas dimensões, para coordenadas planas ou polares.

4.8 As equações de movimento em termos das equações Lagrangianas

Com o intuito de resolver o problema de um corpo no espaço bidimensional, é preciso definir o tipo de sistemas de coordenadas para ser aplicado no plano. Será adotado o sistema de coordenadas polares r e θ no formalismo de Lagrange. Relembrando a equação (4.35):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mu \dot{\vec{r}}^2 - U(r).$$

Dado que a derivada de $\dot{\vec{r}}$ pode ser expressa por:

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}. \quad (4.42)$$

Substituindo a equação 5.40 na equação 5.34:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mu (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) - U(r). \quad (4.43)$$

Sendo assim, a variável cíclica neste ponto é θ , com isso:

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\theta} = 0$$

E de acordo com as equações de Lagrange

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\theta} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}},$$

consequentemente, estabelecendo a taxa de variação de Lagrange em relação $\dot{\theta}$, tem-se como resposta zero por ser uma constante:

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\theta} = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \left(\frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \mu r^2 \dot{\theta}^2 \right)$$

Resolvendo a equação de Lagrange em termos de θ :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} = \mu r^2 \dot{\theta}. \quad (4.44)$$

Resolvendo a equação de Lagrange em função de r :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{L}}{dr} &= \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{r}} \left(\frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 \right) \\ \frac{d\mathcal{L}}{dr} &= \mu \ddot{r}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

A equação 5.43 é denominada de equação radial devido à r ;

Dessa maneira tem-se que:

$$\mu \ddot{r} = \mu r \dot{\theta}^2 - U(r)$$

Reescrevendo a equação:

$$\mu \ddot{r} = \mu r^2 \dot{\theta}^2 - \frac{dU(r)}{dr}. \quad (4.46)$$

Retomando a equação (4.44) em que $\mu r^2 \dot{\theta}$ é uma quantidade constante, representa o momento angular (\vec{L}), ou seja:

$$\vec{L} = \mu \vec{r}^2 \dot{\theta}. \quad (4.47)$$

E de acordo com a equação acima, pode-se determinar o valor para $\dot{\theta}$:

$$\dot{\theta} = \frac{\vec{L}}{\mu \vec{r}^2}. \quad (4.48)$$

Revedo a equação (4.46) aplicada a uma partícula que esteja em movimento referente a uma dimensão, o termo $\mu r^2 \dot{\theta}^2$ é uma força centrífuga, neste caso, tem-se uma força centrífuga (\vec{F}_{cf}):

$$\vec{F}_{cf} = \mu \vec{r} \dot{\theta}^2. \quad (4.49)$$

Reescrevendo a eq. (4.46) em termos de \vec{F}_{cf} :

$$\mu \ddot{r} = -\frac{dU(\vec{r})}{d\vec{r}} + \vec{F}_{cf}. \quad (4.50)$$

Logo, pela segunda lei de Newton aplicada a apenas uma partícula em movimento, a mesma estará sujeita tanto a uma força real $-\frac{dU(r)}{dr}$ quanto a uma força centrífuga \vec{F}_{cf} . Com isso, pode-se expressar a força centrífuga em função do momento angular, substituindo a eq. (4.48) na eq. (4.49):

$$\vec{F}_{cf} = \mu r \left(\frac{\vec{L}}{\mu r^2} \right)^2$$

Resultando:

$$\vec{F}_{cf} = \frac{\vec{L}^2}{\mu r^3}. \quad (4.51)$$

Agora, a força centrífuga é dada em termos do momento angular. A Lagrangeana pode ser reescrita em termos do momento angular:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \mu r^2 \dot{\theta}^2 - U(r).$$

Substituindo a eq. (4.48) na equação:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \mu r^2 \left(\frac{L}{\mu r^2} \right)^2 - U(r)$$

Resultando em:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{L^2}{2\mu r^2} - U(r). \quad (4.52)$$

O termo encontrado, $\frac{L^2}{2\mu r^2}$, mencionado na expressão é denominado de energia potencial centrífuga (U_{cf}). Isso significa que o momento angular leva a partícula a manter a velocidade mínima, mas ao ponto que se aproxima da força central, existe um aumento na velocidade da partícula, e se porventura for se afastando do centro, a velocidade tende a diminuir.

4.9 Potencial efetivo

Diante das informações alcançadas até aqui, é possível denotar a equação radial:

$$\vec{F}_{cf} = \frac{d}{dr}(-U_{cf}) \quad (4.53)$$

Assim, a eq. (4.50) é retomada sob os aspectos apresentados na eq. (4.53):

$$\mu\ddot{r} = -\frac{d}{dr}[U(r) + U_{cf}(r)]. \quad (4.54)$$

pode-se definir o potencial efetivo $U_{ef}(r)$ como a soma da energia potencial do problema mais uma energia potencial centrífuga, que surgiu como contribuição do momento angular.

:

$$U_{ef}(r) = U(r) + U_{cf}(r). \quad (4.55)$$

Sendo essa equação constituída de três partes importantes, ou seja, o potencial efetivo $U_{ef}(r)$, o potencial físico e real $U(r)$ e por fim a energia potencial centrífuga $U_{cf}(r)$. Dessa maneira pode ser realizada uma análise da energia do sistema. Por se tratar de um sistema conservativo, ela é constante no movimento:

$$E = T + U$$

Com isso a energia possui a seguinte contribuição:

$$E = \frac{1}{2}\mu(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) + U(r). \quad (4.56)$$

Realizando a substituição da eq. 5.46 na eq. 5.54, tem-se:

$$E = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2\mu r^2} + U(r). \quad (4.57)$$

Fica claro na equação da energia, o termo cinético $\frac{1}{2}\mu\dot{r}^2$, o termo da energia potencial centrífuga $\frac{L^2}{2\mu r^2}$, e também a energia potencial $U(r)$. Considerando os termos na energia, observa-se que a mesma faz com que o objeto que orbita um corpo de grande quantidade de massa seja direcionado no sentido oposto do centro enquanto está orbitando o mesmo devido ao sinal positivo do termo.

Olhando para a energia em relação ao potencial efetivo, ela pode ser expressa assim:

$$E = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + U_{ef}(r). \quad (4.58)$$

Isolando \dot{r} na equação, tem-se:

$$\dot{r} = \pm \sqrt{\frac{2}{\mu}[E + U_{ef}(r)]}. \quad (4.59)$$

Dessa maneira, quanto \dot{r} tem valor zero, ou seja, $\dot{r} = 0$, a energia potencial é máxima, e neste momento a sua energia cinética é zero, logo, este ponto é denominado de ponto de retorno.

Conseqüentemente, verifica-se que os pontos de retorno são tais que $\dot{r} = \frac{dr}{dt} = 0$, entretanto, $E - U_{ef}(r)$ partícula tem acesso somente nos pontos onde a relação é dada por $E - U_{ef}(r) \geq 0$.

A eq. (4.59) pode ser mostrada em termos de $\theta(r)$,

Considerando as derivadas:

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} \quad \text{e} \quad \dot{r} = \frac{dr}{dt}$$

Aplicando a regra da cadeia, tem-se:

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dr} \dot{r}. \quad (4.60)$$

Fazendo a substituição da eq. (4.48) na eq. (4.60):

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{L}{\mu r^2 \dot{r}}. \quad (4.61)$$

Substituindo a eq. (4.59) na eq. (4.61):

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dr} &= \pm \frac{L}{\mu r^2 \sqrt{\frac{2}{\mu} [E + U_{ef}(r)]}} \\ d\theta &= \pm \frac{L}{\mu r^2 \sqrt{\frac{2}{\mu} [E + U_{ef}(r)]}} dr \end{aligned}$$

Integrando os dois membros:

$$\int d\theta = \pm \int \frac{L}{\mu r^2 \sqrt{\frac{2}{\mu} [E + U_{ef}(r)]}} dr$$

Logo:

$$\Delta\theta = \pm L \int \frac{1}{r^2 [2\mu(E - U_{ef}(r))]^{\frac{1}{2}}} dr. \quad (4.62)$$

Salientando que $\Delta\theta$ representa o trânsito completo que uma partícula realiza em torno do seu centro. Ao observar os dois sinais, é relevante adotar apenas um dentre eles para efetivar os cálculos, e nesta perspectiva a escolha feita é o sinal positivo, pois a partir do instante em que um planeta começa a realizar o seu movimento, ele não pode parar e depois retornar, é mantido o movimento continuamente, e por conseguinte, o momento angular mantém-se constante. Com isso pode-se expressar a integral com o sinal positivo e com os seus limites.

$$\Delta\theta = L \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{1}{r^2 [2\mu(E - U_{ef}(r))]^{\frac{1}{2}}} dr$$

Ressaltando também que a órbita é simétrica, a equação é multiplicada por 2:

$$\Delta\theta = 2L \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \frac{1}{r^2 [2\mu(E - U_{ef}(r))]^{\frac{1}{2}}} dr \quad (4.63)$$

Podem ser feitas duas considerações aqui:

- A órbita do corpo é denominada fechada, nos casos em que a cada volta realizada, o planeta retorne ao mesmo ponto de partida;
- A órbita do corpo é denominada aberta, nos casos de efetivar diversas voltas e não retornar ao mesmo ponto de partida;

4.10 Determinação da equação da órbita de um corpo

O objetivo deste estudo é propor meios para encontrar a órbita de um corpo definindo seu tipo e formato. Assim, a órbita pode ser elíptica, parabólica, circular ou hiperbólica.

Retomando a eq. (4.43):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mu(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - U(r)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\mu r^2\dot{\theta}^2 - U(r)$$

e considerando que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}} = 0$$

Logo:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\mu r^2\dot{\theta}^2 - U(r) \right] - \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{r}} \left[\frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\mu r^2\dot{\theta}^2 - U(r) \right] = 0$$

$$\mu r \dot{\theta}^2 - \frac{\partial U(r)}{\partial r} - \frac{d}{dt} (\mu \dot{r}) = 0$$

$$\mu r \dot{\theta}^2 - \frac{\partial U(r)}{\partial r} - \mu \ddot{r} = 0,$$

ressaltando que, pela segunda lei de Newton, o termo $\frac{\partial U(r)}{\partial r}$ é uma força $\vec{F}(r)$. Sendo assim:

$$\mu \vec{r} \dot{\theta}^2 - \vec{F}(r) - \mu \ddot{\vec{r}} = 0$$

isolando a força:

$$\vec{F}(r) = \mu \ddot{\vec{r}} - \mu \vec{r} \dot{\theta}^2$$

Colocando μ em evidência:

$$\vec{F}(r) = \mu(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \quad (4.64)$$

Para encontrar a trajetória realizada por um corpo ao orbitar outro, é preciso conhecer o raio em função do ângulo, ou seja, $r = r(\theta)$. Dado que a dependência da força central com a distância se dá pelo seu inverso, é conveniente fazer a seguinte mudança de coordenada:

$$u = \frac{1}{r} \quad (4.65)$$

Neste caso, encontrando a quantidade de u , assim, o valor de r será o inverso, portanto:

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{du}{dr} \frac{dr}{d\theta}$$

$$\frac{du}{d\theta} = - \frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta}$$

Sabe-se que a regra da cadeia referente a $\frac{dr}{d\theta} = \frac{dr}{dt} \frac{dt}{d\theta}$, com isso:

$$\frac{du}{d\theta} = - \frac{1}{r^2} \dot{r} \frac{dt}{d\theta} \quad (4.66)$$

Substitui-se a eq. (4.48) na eq. (4.66), chega-se a equação:

$$\frac{du}{d\theta} = - \frac{\mu \dot{r}}{\bar{L}} \quad (4.67)$$

Efetua-se a derivada segunda:

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{d^2}{d\theta^2} \left(- \frac{\mu \dot{r}}{\bar{L}} \right)$$

Reescreve-se as derivadas:

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} = - \frac{\mu}{\bar{L}} \frac{d}{dt} \frac{dr}{d\theta}$$

Estabelece-se a regra da cadeia para $\frac{dr}{d\theta}$, tem-se:

$$\frac{dr}{d\theta} = - \frac{\mu}{\bar{L}} \frac{d}{dt} \left[\frac{dr}{dt} \frac{dt}{d\theta} \right]$$

Logo:

$$\begin{aligned} \frac{d^2u}{d\theta^2} &= - \frac{\mu}{\bar{L}} \frac{d}{dt} \dot{r} \frac{1}{\dot{\theta}} \\ \frac{d^2u}{d\theta^2} &= - \frac{\mu}{\bar{L} \dot{\theta}} \frac{d}{dt} \ddot{r} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Substituindo a eq. (4.48) na eq. (4.68):

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} = - \frac{\mu}{\vec{L} \frac{\vec{L}}{\mu r^2}} \frac{d}{dt} \dot{r}$$

Dessa maneira, isolando \dot{r} , resulta em:

$$\dot{r} = - \frac{L^2}{\mu^2 r^2} \frac{d^2u}{d\theta^2}. \quad (4.69)$$

Retomando a eq. (4.48) e elevando ao quadrado:

$$\dot{\theta}^2 = \frac{L^2}{\mu^2 r^4}$$

$$r\dot{\theta}^2 = \frac{L^2}{\mu^2 r^3}$$

Dado que se $u = \frac{1}{r}$ então $u^3 = \frac{1}{r^3}$:

$$r\dot{\theta}^2 = \frac{L^2}{\mu^2} u^3 \quad (4.70)$$

Substituindo as eq. (4.69) e (4.70) na eq. (4.64):

$$\vec{F}(r) = \mu \left(- \frac{L^2}{\mu^2 r^2} \frac{d^2u}{d\theta^2} - r \frac{L^2}{\mu^2} u^3 \right)$$

Sendo que $r = \frac{1}{u}$:

$$\vec{F}\left(\frac{1}{u}\right) = \mu \left(- \frac{L^2}{\mu^2 \left(\frac{1}{u}\right)^2} \frac{d^2u}{d\theta^2} - r \frac{L^2}{\mu^2} u^3 \right)$$

Multiplicando os dois membros por $\frac{\mu}{L^2 u^2}$, o que leva ao seguinte resultado:

$$\frac{\mu}{L^2 u^2} \vec{F}\left(\frac{1}{u}\right) = - \frac{d^2u}{d\theta^2} - u$$

Consequentemente, tem-se que:

$$- \frac{\mu r^2}{L^2} \vec{F}(r) = \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r}. \quad (4.71)$$

Sendo essa a equação diferencial para encontrar $r(\theta)$ ou $\vec{F}(\theta)$.

4.11 O problema de Kepler

Com base nas informações anteriores, é possível começar a considerar o problema de Kepler, considerando inicialmente a sua primeira lei quanto ao formato da trajetória do deslocamento de um planeta para realizar uma volta ao redor do Sol. Para tanto, será focalizada a equação da trajetória expressa na eq. (4.63):

$$\Delta\theta = \int \frac{L}{r^2} [2\mu (E - U_{ef}(r))]^{-\frac{1}{2}} dr$$

Considerando também que:

$$U(r) = -\frac{k}{r}$$

Portanto, o potencial efetivo é dado por:

$$U_{ef}(r) = -\frac{k}{r} + \frac{L^2}{2\mu r^2}.$$

O propósito a seguir é encontrar a resolução para a equação da trajetória. Com isso, a equação do potencial efetivo será substituída na eq. (4.63):

$$\Delta\theta = \int \frac{L}{r^2} \left[2\mu \left(E - \left(-\frac{k}{r} + \frac{L^2}{2\mu r^2} \right) \right) \right]^{-\frac{1}{2}} dr$$

Efetuando o produto de 2μ pela quantidade entre parênteses:

$$\Delta\theta = \int \frac{L}{r^2} \left[2\mu E + 2\mu \frac{k}{r} - \frac{2\mu L^2}{2\mu r^2} \right]^{-\frac{1}{2}} dr$$

Com o objetivo de eliminar a variável L que é o momento angular de dentro do radical, será multiplicado pelo inverso do mesmo, resultando em:

$$\Delta\theta = \int \frac{1}{r^2} \left[\frac{2\mu E}{L^2} + \frac{2\mu k}{rL^2} - \frac{1}{r^2} \right]^{-\frac{1}{2}} dr. \quad (4.72)$$

Considerando a mudança de variável, em que $u = \frac{1}{r}$, porém neste caso, deseja-se reescrever a eq. (4.73). Assim, calcula-se a sua derivada:

$$\frac{du}{dr} = \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2}$$

Logo:

$$dr = -r^2 du. \quad (4.73)$$

Substituindo a eq. (4.73) na equação (4.72), tem-se o seguinte:

$$\Delta\theta = \int \frac{1}{r^2} \left[\frac{2\mu E}{L^2} + \frac{2\mu k}{\frac{1}{u}L^2} - \frac{1}{\left(\frac{1}{u}\right)^2} \right]^{-\frac{1}{2}} - r^2 du$$

Leva-se ao seguinte resultado:

$$\Delta\theta = - \int \left[\frac{2\mu E}{L^2} + \frac{2\mu k u}{L^2} - u^2 \right]^{-\frac{1}{2}} du$$

Faz-se a resolução dos termos dentro da integral por meio da aplicação da complementação dos quadrados:

$$\Delta\theta = - \int \left[\frac{2\mu E}{L^2} + \left(\frac{\mu k}{L^2} \right)^2 + \frac{2\mu k u}{L^2} - u^2 - \left(\frac{\mu k}{L^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} du$$

Agora, fazendo a separação dos termos:

$$\Delta\theta = -\int \left[\frac{2\mu E}{L^2} + \left(\frac{\mu k}{L^2} \right)^2 - \left(u - \frac{\mu k}{L^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} du. \quad (4.74)$$

Percebendo que na integral apenas o conjunto no segundo parêntese possui o termo u , logo os primeiros e segundos termos serão denominados de constante, que serão chamados de D :

$$D = \frac{2\mu E}{L^2} + \left(\frac{\mu k}{L^2} \right)^2. \quad (4.75)$$

Enquanto que os terceiro e quarto termos que é o quadrado da diferença, será identificado como $D\cos^2\alpha$, ou seja:

$$D\cos^2\alpha = \left(u - \frac{\mu k}{L^2} \right)^2. \quad (4.76)$$

Logo:

$$\sqrt{D}\cos\alpha = u - \frac{\mu k}{L^2}. \quad (4.77)$$

Finalmente, pode-se escrever o diferencial du como:

$$du = d(\sqrt{D}\cos\alpha)$$

Resultando em:

$$du = -\sqrt{D}\operatorname{sen}\alpha \, d\alpha. \quad (4.78)$$

Substituindo as eq. (4.76) e (4.78) na equação (4.74):

$$\Delta\theta = -\int [D - D\cos^2\alpha]^{-\frac{1}{2}} (-\sqrt{D}\operatorname{sen}\alpha) d\alpha$$

$$\Delta\theta = \sqrt{D} \int \frac{1}{\sqrt{D}} \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha}} d\alpha$$

$$\Delta\theta = \int d\alpha$$

$$\Delta\theta = \Delta\alpha. \quad (4.79)$$

Devido às condições iniciais, escolhendo o ângulo θ inicial igual a zero e também tendo α com valor igual a zero, logo o raio será mínimo (r_{\min}). No entanto, retomando a eq. (4.77):

$$\sqrt{D}\cos\alpha = u - \frac{\mu k}{L^2}$$

$$u = \sqrt{D} \cos\theta + \frac{\mu k}{L^2}. \quad (4.80)$$

Retomando a eq. (4.75) e substituindo na eq. (4.80):

$$u = \sqrt{\frac{2\mu E}{L^2} + \left(\frac{\mu k}{L^2}\right)^2} \cos\theta + \frac{\mu k}{L^2}$$

Dado que estabelecendo a resolução, tem-se que:

$$u = \frac{\mu k}{L^2} \left[1 + \sqrt{\frac{2L^2 E}{\mu k} + 1} \cos\theta \right]. \quad (4.81)$$

Considerando que $u = \frac{1}{r}$ e substituindo na eq. (4.81):

$$\frac{1}{r} = \frac{\mu k}{L^2} \left[1 + \sqrt{\frac{2L^2 E}{\mu k^2} + 1} \cos\theta \right]$$

Logo:

$$\frac{L^2}{\mu k r} = 1 + \sqrt{\frac{2L^2 E}{\mu k} + 1} \cos\theta. \quad (4.82)$$

Considerando que a quantidade $\frac{L^2}{\mu k}$ seja igual ao fator γ e a quantidade de $\sqrt{\frac{2L^2 E}{\mu k} + 1}$ será identificado pelo fator e , ou seja:

$$\gamma = \frac{L^2}{\mu k} \quad (4.83)$$

$$e = \sqrt{\frac{2L^2 E}{\mu k} + 1}. \quad (4.84)$$

Substituindo os fatores na eq. (4.82):

$$\frac{\gamma}{r} = 1 + e \cos\theta \quad (4.85)$$

É importante salientar, que o raio da trajetória r depende do ângulo θ , então a expressão matemática deve ser denotada por $r(\theta)$, nestes termos, tem-se:

$$\frac{\gamma}{r(\theta)} = 1 + e \cos\theta$$

Isolando o raio em função do ângulo $r(\theta)$:

$$r(\theta) = \frac{\gamma}{1 + e \cos\theta}. \quad (4.86)$$

A equação acima corresponde à trajetória descrita por uma partícula. Em outros termos, a variável "e" representa a excentricidade, ou seja, por ela existe a perspectiva de compreender o tipo ou o formato geométrico do caminho especificado por um corpo ao orbitar outro corpo, o que poderia ser uma elipse, círculo, parábola ou hipérbole. No entanto, pelo valor encontrado da excentricidade e , pode-se representar a sua trajetória:

- $e = 0$: Círculo
- $0 < e < 1$: Elipse
- $e = 1$: Parábola
- $e > 1$: Hipérbole

Retomando a eq. (4.84):

$$e^2 = \frac{2L^2 E}{\mu k} + 1$$

Como o objetivo de encontrar a energia em termos da excentricidade, tem-se:

$$E = \frac{\mu k (e^2 - 1)}{2L^2} \tag{4.87}$$

Para tanto, a energia expressa na equação 5.85, deixa claro a sua dependência com a excentricidade, em outras palavras, a energia está relacionada ao formato da trajetória descrita por uma partícula. Contudo, a partir de valores atribuídos à excentricidade, pode-se chegar aos seguintes resultados para a energia E :

- $e = 0$: $E < 0$ - energia mínima para a energia potencial mínima $U(r)$ - Círculo
- $0 < e < 1$: $E < 0$ - Elipse
- $e = 1$: $E = 0$ - Parábola
- $e > 1$: $E > 0$ - Hipérbole

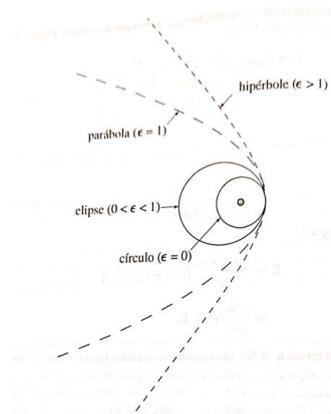


Figura 01 – Órbitas de Kepler (TAYLOR, 2013, P.314)

Sendo que $r_{máx}$ e $r_{mín}$ são também denominados de apsides, e correspondem aos pontos de retorno, enfatizando que o periélio é o ponto em que a Terra está mais próxima do Sol e o afélio, momento em que este se encontra mais afastado do Sol. É possível fazer uma análise um pouco mais detalhada quanto às energias potenciais e a energia decorrente ao movimento de uma partícula. De acordo com a energia potencial efetiva:

$$U_{ef}(r) = U(r) + U_{cf}(r)$$

Ou seja:

$$U_{ef}(r) = -\frac{Gm_1m_2}{r} + \frac{L^2}{2\mu r^2}.$$

E considera-se que

$$\mu\ddot{r} = -\frac{d}{dr}U_{ef}(r)$$

Pode-se perceber a relação que existe entre a energia potencial efetiva e a aceleração \ddot{r} da partícula. Através do gráfico 08, verifica-se que:

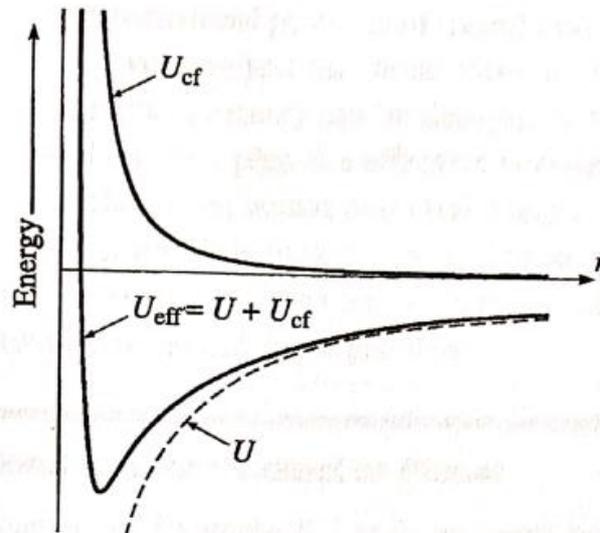


Gráfico 08 – Energias potenciais (TAYLOR, 2013, P.301)

Pode-se fazer a seguinte análise da órbita de um planeta ou de um cometa em relação ao Sol:

- Se o raio (r) for muito grande ou ter um raio máximo ($r_{m\acute{a}x}$), logo a força centrípeta será desprezível, a força da gravidade sempre está direcionada em direção ao Sol. E o sinal negativo de U é apenas uma questão de onde se coloca a referência. Quando o r é grande, a função U_{eff} tende a zero (assíntota) e sua derivada (portanto a força) tende a zero. As duas funções $U(r)$ e U_{cf} se comportam assim, indo a zero no infinito
- Sendo o raio (r) pequeno, ou seja, raio mínimo ($r_{m\acute{i}n}$), a energia potencial centrípeta ($U_{cf}(r)$) sobrepõe a força gravitacional, conseqüentemente, quando o cometa se aproxima do Sol a aceleração (\ddot{r}) aponta para fora, assim como a energia potencial centrífuga ($U_{cf}(r)$), e por fim a energia potencial efetiva ($U_{ef}(r)$) muda o seu sinal para positiva;

Para tornar mais completa a análise, é preciso observar o movimento da partícula em relação à órbita, analisando o comportamento do corpo quanto à energia (E), considerando seu vínculo com a excentricidade (e). É possível assim, traçar o seguinte gráfico:

:

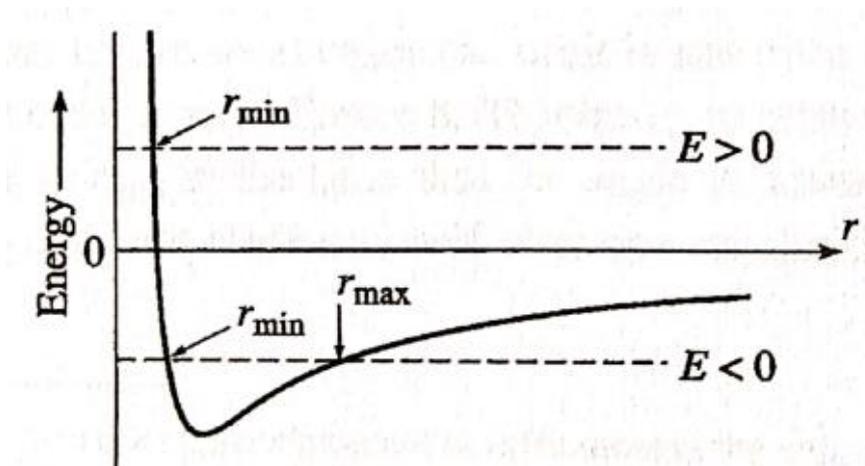


Gráfico 09 – Energia potencial efetiva (TAYLOR, 2013, P.303)

- Quando $E > 0$, nesta área, de acordo com o gráfico 09, o corpo não está confinado movimento livre para r_{min} em uma região, em que ele pode se mover para qualquer lugar, só existe a restrição de não ir abaixo da linha da origem, sendo assim $E \geq U_{ef}(r)$, considera-se então que ao passar pelo ponto em que o raio é mínimo (r_{min}), o seu deslocamento segue para o infinito, por conseguinte não haverá um ponto de retorno, apresentando dessa forma um movimento de trajetória de formato hiperbólica, com órbita ilimitada, em outros termos, de órbita aberta;
- Quando $E = 0$, descreve o movimento no formato de uma parábola, e em sua trajetória a partícula passa próximo do foco, ou seja, o raio é mínimo (r_{min}), ressaltando que há um ponto de retorno à direita, onde o gráfico $E = 0$ cruza a função $U(r)$, com órbitas ilimitadas e segue a seu caminho para o infinito;
- Para $E < 0$, neste espaço apresentado no gráfico 09, são designados dois pontos de retorno, classificados como órbitas fechadas ou limitadas denominadas por raio mínimo (r_{min}) e raio máximo (r_{max}), por consequência o planeta está confinado entre estes dois pontos;
- Em se tratando da $E < 0$ que por sua vez é igual ao valor mínimo da energia potencial efetiva $U_{ef}(r)$, os pontos de retorno de raio mínimo e máximo ficam agrupados, ou seja, confinam a partícula em um raio fixo, desenvolvendo assim um movimento circular;

Com isso foi possível fazer uma verificação tanto das energias potenciais quanto da energia, pois cada um destes fatores, essas duas grandezas estão definindo o tipo de trajetória desenvolvida por um planeta ou cometa ao orbitar o Sol. Portanto, agora, serão abordadas as leis do movimento planetário.

4.12 Movimento planetário e as leis de Kepler

Para começar a discorrer a cerca das Leis de Kepler, será necessário retomar as eq. 5.81, 5.82 e 5.84, sendo elas respectivamente:

$$\gamma = \frac{L^2}{\mu k} \quad e = \sqrt{\frac{2L^2 E}{\mu k} + 1} \quad r(\theta) = \frac{\gamma}{1 + e \cos \theta}.$$

Inicialmente, pode-se observar o raio mínimo quando o ângulo $\theta = 0^\circ$, dessa forma, é feita uma representação através do gráfico 10:

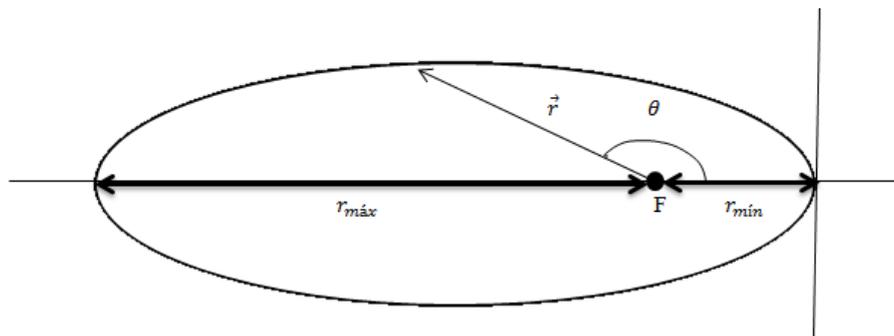


Gráfico 10 – Determinação do $r_{mín}$ a partir do θ

Logo, uma vez atribuído o valor para o ângulo θ , pode ser substituída na eq. (4.86), e encontrado o seguinte valor para o raio mínimo:

$$r_{mín} = \frac{\gamma}{1+e}. \tag{4.88}$$

4.12.1 Análise da elipse quanto ao seu semieixo maior

Contudo, de acordo com o gráfico 11 da elipse, observando o semieixo maior, observa-se que:

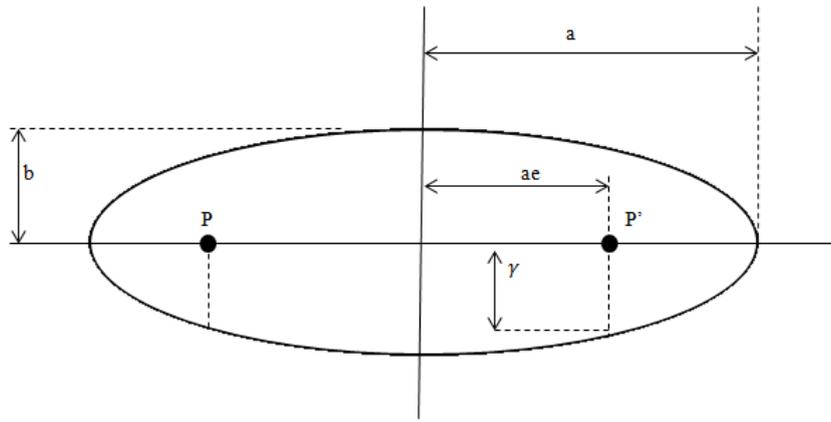


Gráfico 11 – Semieixo maior e semieixo menor da elipse

$$r_{\min} = a - ae$$

Colocando o termo em evidência:

$$r_{\min} = a(1 - e). \quad (4.89)$$

Considerando a igualdade das eq. (4.88) e (4.89), tem-se:

$$a = \frac{\gamma}{1 - e^2}. \quad (4.90)$$

Substituindo as eq. (4.83) e (4.84) na eq. (4.90):

$$a = \frac{\frac{L^2}{\mu k}}{1 - \left(\sqrt{\frac{2L^2 E}{\mu k} + 1} \right)^2}$$

O que resulta em:

$$a = - \frac{k}{2E}. \quad (4.91)$$

Neste caso, quanto maior for a energia, menor será o semieixo, logo, o movimento é elíptico, pois a energia é negativa. Não obstante, na eq. (4.91), é apropriado colocar a energia em módulo:

$$a = \frac{k}{2|E|}$$

Agora, é possível investigar o raio máximo quando o ângulo $\theta = \pi$, ou seja, o ângulo é totalmente oposto quando referido ao raio mínimo. Fazendo a substituição na eq. (4.86):

$$r_{\max} = \frac{\gamma}{1 + e \cos \pi}$$

Por conseguinte, foi encontrado:

$$r_{\max} = \frac{\gamma}{1 - e}. \quad (4.92)$$

Ressaltando que o valor do raio máximo de acordo com o gráfico 12 para o semieixo maior:

$$r_{\text{máx}} = a + ae$$

Logo:

$$r_{\text{máx}} = a(1 + e). \quad (4.93)$$

Igualando as eq. (4.92) e (4.93), tem-se o seguinte valor para o semieixo maior:

$$a = \frac{\gamma}{1 - e^2}. \quad (4.94)$$

Tanto a eq. (4.90) quanto a eq. (4.94) que são referentes ao semieixo apresentam a mesma equação para "a". Fazendo a substituindo das eq. (4.83) e (4.84) na eq. (4.31), é possível perceber que:

$$a = \frac{k}{2|E|}$$

Ou seja, tanto para o raio máximo ou mínimo, o semieixo maior é o inverso do modulo da energia.

4.12.2 Análise da elipse quanto ao seu semieixo menor

Sendo que r é a distância do centro da órbita até o foco, e salientando que b é o semieixo menor, dado que " ae " é parte do semieixo maior, pode-se encontrar o valor para r , é através da aplicação do teorema de Pitágoras.

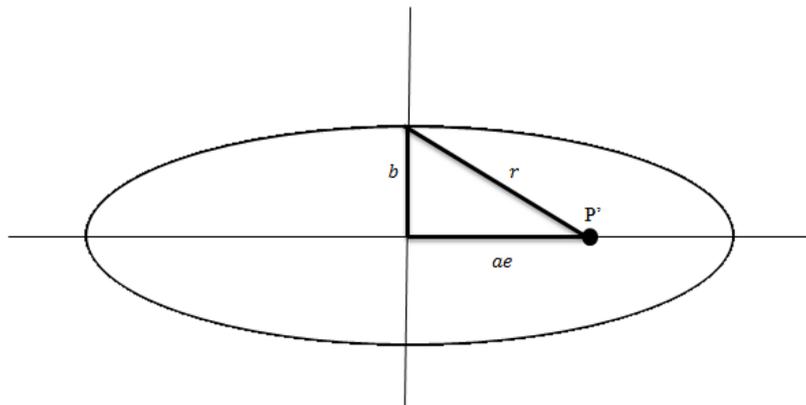


Gráfico 12 – Semieixo menor da elipse

Observando o gráfico 12, tendo os semieixos em função do centro da órbita, é determinado o valor de r :

$$r^2 = b^2 + (ae)^2. \quad (4.95)$$

Entretanto, considere que a medida de r que acontece à direita entre b e ae , também ocorre à esquerda do semieixo menor. Desta maneira o raio máximo será:

$$2r = a(1 - e) + a(1 + e)$$

Resultando em:

$$r = a$$

Substituindo a na eq. (4.95) no lugar da variável r :

$$a^2 = b^2 + (ae)^2$$

Chega-se ao seguinte valor:

$$b = a\sqrt{1 - e^2}. \quad (4.96)$$

Agora, substituindo a eq. (4.94) na eq. (4.96):

$$b = \left(\frac{\gamma}{1 - e^2}\right)\sqrt{1 - e^2}$$

Deste modo, obtém-se o seguinte resultado:

$$b = \frac{\gamma}{\sqrt{1 - e^2}}. \quad (4.97)$$

Para encontrar o valor para o semieixo menor, deve-se substituir a eq. (4.8) e (4.84) na eq. (4.97):

$$b = \frac{\frac{L^2}{\mu k}}{\sqrt{1 - \left(\sqrt{\frac{2L^2 E}{\mu k} + 1}\right)^2}}$$

Assim é obtida a seguinte resolução:

$$b = \frac{L}{\sqrt{2|E|\mu}} \quad (4.98)$$

Considerando que o momento angular é constante assim como a massa reduzida, o semieixo menor é inversamente proporcional a raiz quadrada da energia em módulo.

4.13 Segunda Lei de Kepler Ou A Lei das Áreas

A velocidade vetorial areolar é a taxa de variação da área varrida pelo vetor posição, ou seja, pelo raio que liga dois corpos:

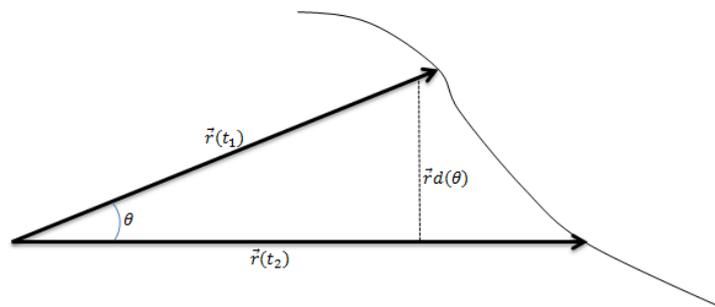


Gráfico 13 – Raio vetor

Dado dois raios vetor de posição $\vec{r}(t_1)$ e $\vec{r}(t_2)$, por conseguinte é calculado o valor da área com um ângulo $d\theta$ e um arco infinitesimal $\vec{r}d\theta$, logo:

$$dA = \frac{1}{2}r \cdot rd\theta$$

Os dois lados da equação devem ser divididos por dt para encontrar a taxa de variação:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{r^2}{2} \frac{d\theta}{dt} \quad (4.99)$$

Salientando aqui que:

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

e lembrando que:

$$\dot{\theta} = \frac{L}{\mu r^2}$$

Pode-se substituir as duas últimas equações na eq. (4.99), resultando:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{r^2}{2} \dot{\theta}$$

Em seguida:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{r^2}{2} \frac{L}{\mu r^2}$$

Consequentemente, o valor determinado foi:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2\mu} \quad (4.100)$$

Enfim, essa é a segunda lei de Kepler ou a Lei das Áreas. De acordo com as informações adquiridas, uma representação pode contribuir com uma maior exploração dessa lei:

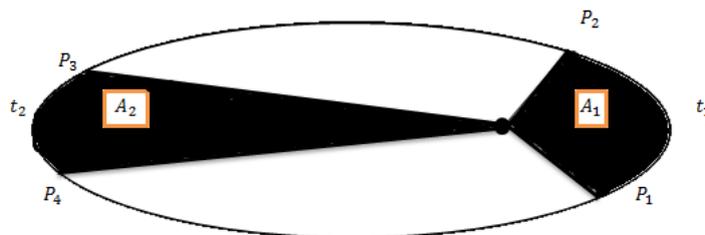


Gráfico 14 – Segunda Lei de Kepler

Com base nas demonstrações matemáticas e com o gráfico 14, se $A_1 = A_2$ então $t_1 = t_2$, portanto, se a área A_1 que foi varrida pelo raio vetor for à mesma para A_2 , conclui-se que os intervalos de tempo t_1 e t_2 são iguais, em vista disso, verifica-se que a velocidade do planeta será maior quando está mais próximo do Sol, no periélio, e mais lento quando está mais afastado, no afélio.

4.14 A Terceira lei de Kepler ou lei dos períodos

O período de movimento é o intervalo de tempo para completar a órbita. Com posse dessa informação, é possível determinar o período de revolução de outros planetas. De acordo com a segunda lei de Kepler e isolando o elemento de área, tem-se que:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2\mu}$$

$$dA = \frac{L}{2\mu} dt$$

Integrando os dois membros com os limites estabelecidos em cada termo:

$$\int_0^A dA = \int_0^T \frac{L}{2\mu} dt$$

A integral do elemento de área vai de zero até a área total da elipse, enquanto que a integral do segundo membro vai do limite inferior zero até ao limite superior T , evidenciando que o momento angular L e a massa reduzida μ são grandezas constantes, dado isso:

$$A = \frac{L}{2\mu} \int_0^T dt$$

E dessa forma, tem-se que:

$$T = \frac{2\mu A}{L}. \quad (4.101)$$

Todavia, consta-se que A é a área da elipse, portanto o seu cálculo é dado por $A = \pi ab$. Fazendo uso do semieixo maior e semieixo menor, com isso, será retomado a eq. (4.94) que por sua vez será substituída na eq. (4.97), obtendo:

$$b = \sqrt{a\gamma}. \quad (4.102)$$

Entretanto, o valor encontrado deve ser substituído na equação da área da elipse:

$$A = \pi a \sqrt{a\gamma}$$

Logo:

$$A = \pi a^{\frac{3}{2}} \gamma^{\frac{1}{2}}. \quad (4.103)$$

Substituindo a eq. (4.103) na equação do período:

$$T = \frac{2\mu\pi}{L} \left(\pi a^{\frac{3}{2}} \gamma^{\frac{1}{2}} \right)$$

Com a possibilidade de eliminar as raízes que contém o semieixo maior e também o fator γ , eleva-se os dois membros ao quadrado:

$$(T)^2 = \left(\frac{2\mu\pi}{L} \left(\pi a^{\frac{3}{2}} \gamma^{\frac{1}{2}} \right) \right)^2$$

Resultando em:

$$T^2 = \frac{4\mu^2}{L^2} \pi^2 a^3 \gamma$$

Evocando a eq. (4.83) e substituir na equação dos períodos:

$$T^2 = \frac{4\mu^2}{L^2} \pi^2 a^2 \frac{L^2}{\mu k}.$$

Ocasiona-se:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\mu\pi^2}{k}.$$

O que leva por fim à terceira lei de Kepler ou Lei dos Períodos. Em termos da equação encontrada, o primeiro membro envolve o período (T) o semieixo maior (a), enquanto que o segundo membro é composto por μ , k , π , que são quantidades constantes. A conclusão é que a razão entre o quadrado do período pelo cubo da distância de um planeta, que se movimenta em torno do centro, é sempre a mesma.

5. METODOLOGIA

A pergunta motivadora para concepção desta pesquisa e que fomenta discussões posteriores é:

De que maneira a análise do posicionamento orbital das Luas Galileanas, através de uma sequência de ensino investigativo, pode contribuir para o ensino-aprendizagem das Leis de Kepler e para a compreensão da Gravitação Universal dos estudantes?

O objetivo desta proposta de trabalho é ir além daquilo que é recomendado pelos livros didáticos. Produzindo um material que tanto possa auxiliar os professores quanto colaborar na

aprendizagem dos estudantes. Através de um planejamento investigativo, defendendo o pressuposto de que as aulas de Astronomia não devem ser apenas feitas expositivamente, mas dialogadas e mediadas através de materiais de pesquisas, de cunho histórico e com o uso de simuladores expondo aos alunos que a ciência é feita com dedicação, tentativas e erros, construindo e desconstruindo hipóteses e pensamentos diversos de acordo com o contexto de cada época. As investigações realizadas pelos alunos ocorrerão através de dados fornecidos para que haja uma interação entre os estudantes e a construção de perspectivas teóricas contrapondo com o senso comum e com as suas concepções alternativas, porém sendo dosada para que não tenha os mesmos rigores de um laboratório de pesquisa com pessoas preparadas academicamente na área de estudo.

A proposta do capítulo é contextualizar a escola onde a pesquisa foi realizada e apresentar o relato das atividades junto aos estudantes. Trata-se de uma escola pública inserida no programa do Centro de Ensino em Período Integral da Secretária de Educação do Estado de Goiás. A pesquisa partiu da aplicação de uma Sequência de Ensino Investigativo – SEI para a terceira série do EM.

Em seguida será exposto o desenho da metodologia que é a pesquisa-ação que é uma das formas de investiga-ação que atua no aspecto qualitativo.

5.1 Descrição do colégio

O colégio Estadual Professor Sérgio Fayad Generoso foi fundado no ano de 1994 com um total de 18 salas de aula, localizado na Avenida Maestro João Luis do Espírito Santo, setor California na cidade de Formosa-GO. A partir do ano de 2010 passou a funcionar apenas na modalidade Ensino Médio. Até o ano de 2013 a instituição desempenhava a sua função educacional no modo regular com atendimento nos períodos matutino, vespertino e noturno, chegando a um quantitativo de aproximadamente 2160 alunos no total.

Com base na Lei 17.920 de 27 de dezembro de 2012 foram originados os os primeiros Centros de Ensino em Período Integral também denominado de Cepi, do estado de Goiás, e no dia 27 de setembro de 2013 de acordo com a Lei 18.167 a Unidade Escolar Professor Sérgio Fayad Generoso foi transformado em Centro de Ensino em Período Integral Professor Sérgio Fayad ou simplesmente Cepi Professor Sérgio Fayad. Os objetivos propostos e exigidos do estado para que exista a eficácia esperada dos Cepis a luz do artigo 1º, são (GOIÁS, 2017, p.1):

II – os Centros de Ensino em Período Integral têm por objetivo maior eficiência administrativa e educacional, com produção de impactos positivos na qualidade do ensino, aplicando modelo pedagógico específico, com vistas à obtenção de maior

eficiência educacional mediante expansão do tempo de permanência dos alunos e professores neles;

III – os Centros de Ensino em Período Integral são integrados pelas unidades escolares de turno integral do Ensino Fundamental e Médio;

IV – os Centros de Ensino em Período Integral têm como objetivo formar indivíduos autônomos, solidários e competentes por meio de formação escolar de excelência, que permita ao aluno desenvolver conhecimentos e habilidades necessários ao pleno desenvolvimento da pessoa humana e ao exercício da cidadania, através de conteúdo pedagógico, cultural e social.

De forma geral, os Cepis têm apresentado grande destaque tanto no Ideb quanto no índice de aprovação dos alunos nos processos seletivos regulares, como as provas de vestibular convencional, por exemplo. A escola é exitosa também quanto às provas do Enem para adentrar as universidades.

Os professores regentes e os alunos permanecem por um período de 9h no colégio, iniciando as suas atividades às 7:30 e finalizando às 17h. Para que o quadro de magistério possam prestar 40h semanais de trabalho, existe além do salário base, uma Gratificação de Dedicção Plena Integral – GDPI, ficando expresso que neste horário citado o profissional fica proibido de qualquer outra prática monetária que o possa privá-lo de permanecer na instituição escolar.

Esse modelo de instituição se diferencia substancialmente do modelo regular. A sua matriz curricular para as três séries do ensino médio é dividida em núcleo comum e núcleo diversificado.

   									
ESTADO DE GOIÁS SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO SUPERINTENDÊNCIA DE EDUCAÇÃO INTEGRAL - ENSINO MÉDIO									
NÚCLEO	ÁREA DE CONHECIMENTO	COMPONENTES CURRICULARES	SÉRIES/CARGA HORÁRIA ANUAL						
			1ª EM	CH/A	2ª EM	CH/A	3ª EM	CH/A	
NÚCLEO BÁSICO COMUM (BNCC)	LINGUAGENS, CÓDIGOS E SUAS TECNOLOGIAS	Língua Portuguesa	6	240	6	240	6	240	
		Arte	1	40	1	40	1	40	
		Educação Física	2	80	2	80	2	80	
		Língua Estrangeira Moderna - Inglês	2	80	2	80	2	80	
	MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS	Matemática	6	240	6	240	6	240	
		CIÊNCIAS DA NATUREZA E SUAS TECNOLOGIAS	Física	2	80	2	80	2	80
			Química	2	80	2	80	2	80
	Biologia		2	80	2	80	2	80	
	CIÊNCIAS HUMANAS E SOCIAIS APLICADAS	História	2	80	2	80	2	80	
		Geografia	2	80	2	80	2	80	
		Filosofia	1	40	1	40	1	40	
		Sociologia	1	40	1	40	1	40	
		Língua Estrangeira Moderna - Espanhol	2	80	2	80	2	80	
NÚCLEO DIVERSIFICADO	TRANSDISCIPLINAR	Práticas Experimentais	2	80	2	80	2	80	
		Estudo Orientado I	2	80	2	80	2	80	
		Estudo Orientado II	2	80	2	80	2	80	
		Preparação Pós-Médio	2	80	2	80	4	160	
		Projeto de Vida	2	80	2	80	0	0	
		Protagonismo Juvenil	2	80	2	80	2	80	
		Eletivas	2	80	2	80	2	80	
SUBTOTAL DO NÚCLEO BÁSICO COMUM (BNCC)			29	1160	29	1160	29	1160	
SUBTOTAL DO NÚCLEO DIRIGIDO			2	80	2	80	2	80	
SUBTOTAL DO NÚCLEO DIVERSIFICADO			14	560	14	560	14	560	
TOTAL GERAL			45	1800	45	1800	45	1800	

Tabela 03: Planejamento de Componentes Curriculares e Carga Horária para os Cepis

As disciplinas do núcleo comum são as ciências como: História, Geografia, Matemática, Física entre outros; e o núcleo diversificado, que por sua vez oferece o suporte necessário para que o núcleo comum possa acontecer com a qualidade na vida necessária ao estudante que passa o seu dia todo na escola. O núcleo diversificado é composto por (i) *Estudo Orientado I*, aplicação, por professores responsáveis, de avaliação em formato de provas em blocos, que ocorre toda semana; (ii) o *Estudo Orientado II*, disponibilização de informações importantes sobre vestibulares, técnicas de estudo, orientações e motivações para manter o estudo diário; (iii) *Preparação Pré-Vestibular* ou *PPM*, que possui como foco as disciplinas em que os alunos apresentam grande dificuldade de aprendizagem, ocorrendo uma vez por semana para auxiliar em revisões que preparam para o vestibular e demais processos avaliativos; (iv) *Prática Experimental* ou *Prática de Laboratório* de Física, Química e Biologia, com o objetivo de apresentar à dinâmica dos experimentos que possam efetivar a aprendizagem que iniciou teoricamente; (v) *Projeto de Vida*, que é aplicada apenas na primeira e segunda série, tem a finalidade de motivar cada sujeito a pensar e planejar o seu futuro, e tudo o que foi elaborado como meta, deve ter como ponto de

partida no início da terceira série; (vi) o *Clube Juvenil ou Protagonismo Juvenil*, projetos desenvolvidos e executados pelos próprios estudantes que se tornam protagonistas. Eles ensinam os seus colegas alguma habilidades que possuem, como música, pintura, desenho, poesia, etc. Cada clube tem o acompanhamento de professores para orientá-los; por fim tem-se as (vii) *Eletivas*, é um cardápio oferecido pelos professores com propostas diferentes daquelas trabalhadas em sala de aula, no entanto, tudo que é abordado neste momento deve servir como suporte que possa contribuir e alavancar a aprendizagem no núcleo comum, neste caso, cada proposta deve ser muito bem pensada com o fim de favorecer, colaborar e promover um ensino de qualidade ensino aprendizagem.

O produto educacional foi elaborado para aplicação nas primeiras séries, dado que o tema “Astronomia e Astrofísica”, possui largo potencial para ser desenvolvido nessas turmas. No entanto, devido aos seguintes fatores, a aplicação ocorreu estritamente para a 3ª série do EM, sendo alunos de quatro turmas diferentes. Primeiramente, o responsável pelo produto educacional não era o professor regente das turmas, o que resultou em vários obstáculos, dada a ausência de acesso direto às mesmas. Em segundo lugar, a pesquisa foi aplicada no período de pandemia de COVID 19, em 2020, com as escolas funcionando no modo híbrido e com as defasagens de aprendizado decorrentes das dificuldades de implementação do ensino remoto, além do prejuízo nos demais fatores sociais sentidos pelos estudantes. Assim, os mesmos ainda estavam muito aquém dos conteúdos esperados, pré-requisitos para a abordagem dos assuntos referentes às Leis de Kepler e Gravitação Universal. As dificuldades com a baixa qualidade e falta de acesso da internet, assim como a falta de computadores, ou acesso limitado aos mesmos, trouxeram desafios a serem superados, não presentes na rotina escolar. Em muitos casos, os estudantes tinham apenas o aparelho celular e os dados que dispunham para acessar as aulas eram bastante reduzidos. É preciso elucidar que durante o período de março até dezembro do ano 2020, este colégio teve como único recurso digital o aplicativo do What’sApp para fazer com que as informações chegassem até os alunos, transmitindo enorme quantidade de materiais em pdf disponibilizando links de aulas que os próprios educandos gravaram e postavam em seus canais do Youtube. Esses foram, portanto, os recursos acessíveis no período.

5.2 Descrição dos estudantes

O produto educacional foi aplicado, como dito, nas terceiras séries do Ensino Médio, e o aplicador é o próprio professor regente, que foi efetivado nos meses de junho e julho de 2021. Não

foi possível fazer a sua execução do projeto com todos os estudantes, considerando que muitos alunos tinham a necessidade de buscar no colégio o material já impresso, por não dispor nem de computadores ou de celulares com internet. Havia também muitos alunos que não estavam participando regularmente das aulas online devido a questões familiares, outros estavam trabalhando no mesmo período e outros tinham mudado de cidade ou de estado. Diante destes empecilhos, foi enviado o convite a quarenta estudantes matriculados nas quatro turmas dos terceiros anos, mas apenas dezenove concordaram com a sua presença para as aulas online. Após a confirmação da participação, foi preciso imprimir o material confeccionado do produto educacional e entregar pessoalmente nas casas dos dezoito estudantes, sendo que apenas uma aluna prontificou-se a imprimir o material na sua casa. Foram necessárias duas horas para a entrega de todo o material impresso. A possibilidade de se elaborar um material no Google Forms foi cogitada, no entanto, seriam necessários momentos em que o sujeito tivesse acesso à aula online e ao impresso ao mesmo tempo, o que seria inviável para uma parcela dos estudantes. Todo o material foi entregue uma semana antes das aulas ocorrerem.

Para o ano de 2021, o colégio por conta própria determinou que, para melhor aprendizagem do seu alunado, seria feito o uso da plataforma Google Classroom ou Google Sala de Aula no seu formato gratuito. O mesmo não dispunha de ajuda financeira para adquirir a versão paga da mesma plataforma, com disponibilização de maiores recursos didáticos.

É preciso ressaltar que embora o modelo do colégio no presencial fosse período integral, no híbrido, a demanda das aulas foram flexibilizadas, ou seja, estavam disponíveis apenas no online no matutino, enquanto que o período vespertino era destinado para que houvesse aula de reforço por parte dos professores, para auxiliar os estudantes na resolução de atividades que apresentassem dúvidas. Estes horários ficavam disponíveis entre às 13h20min até às 15h. Com isso, o produto educacional ficou organizado das 15h10min até 16h10min para o grupo I e das 16h20min até 17h20min para o grupo II.

A tabela abaixo apresenta a disposição das aulas quanto aos dias, horários e conteúdos abordados:

Dias	Data	Aulas	Conteúdos
Segunda	21/06/2021	2h/a	Explorando o conhecimento;
Quarta	23/06/2021	2h/a	Análise Imagética das Luas Galileanas;
Sexta	25/06/2021	2h/a	Contribuição Histórica das Antigas Civilizações e dos Observadores na Astronomia;
Segunda	28/06/2021	2h/a	A Geometria das Cônicas e Suas Aplicações na Astronomia;
Quarta	30/06/2021	2h/a	As Leis de Kepler – Com Uso de Simuladores;
Sexta	02/07/2021	2h/a	Gravitação Universal - Com Uso de Simuladores

Tabela 04: Planejamento dos Conteúdos

A proposta original da Sequência de Ensino Investigativo associada ao sociointeracionismo de acordo com a teoria de Vygotsky foi preconcebida para ser desenvolvida e concretizada presencialmente, mas houve a necessidade de uma readaptação diante dos pressupostos posteriores que forçaram tais mudanças, contudo, pôde se fazer uso tanto presencial quanto no híbrido.

O produto educacional foi aplicado no decorrer de seis dias, distribuídos por duas semanas, e devido ao fato do momento ser de grande dificuldade devido à pandemia referente ao novo Covid-19, iniciado e propagado no Brasil no início do ano de 2020, a escola em que foi aplicado o produto educacional encerrou seu atendimento presencial no dia 16 de março de 2020 e retornando do online no dia 13 de setembro de 2021.

As aulas foram planejadas para 1h:40 min, no entanto, para que não prolongasse muito cada uma delas devido às condições de acesso, foram divididas em dois momentos. Por ser baseada em ensino investigativo, uma parte da aula foi online e a outra parte foi destinada para pesquisas e atividades intrínsecas ao que foi proposto para cada apresentação. Dessa maneira, ao final de cada encontro, deixou-se encaminhado o que deveria ser feito para a aula posterior.

Em setembro de 2021, já em meados do terceiro bimestre, uma pequena porcentagem dos estudantes retornou à escola, mas em apenas uma parte do período e com horários reduzidos, obedecendo todo um protocolo de biossegurança proposto pelo estado de Goiás; e os demais estudantes continuaram por meio de materiais impressos. Aproveitando a oportunidade cogitou-se a oportunidade aplicar o mesmo projeto para as turmas no presencial, mas infelizmente não houve espaço permitido para isso, com o tempo reduzido. Ainda era necessário rever conteúdos para minimizar os impactos provocados pelo ensino online com pouca aprendizagem e com muitos conteúdos em atraso, sobretudo com preocupações em relação à aproximação do Enem em que todos os estudantes haviam sido inscritos.

5.3 Metodologia e tipo de pesquisa

De maneira geral, a pesquisa-ação é uma investigação da própria teoria com o intuito de aperfeiçoar a prática, assim como salienta Tripp (2005). Para Engel (2000), a proposta da pesquisa-ação é conciliar à teoria à sua ação ou por conseguinte a sua prática, e com isso elaborar o desenvolvimento junto com entendimento real e consolidado. Engel (2000) ainda reforça que a pesquisa-ação é oriunda da necessidade de preencher uma falha entre teoria e a prática.

Além da área educacional, a pesquisa-ação pode ser aplicada em qualquer ambiente de interação social que se caracterize por um problema, no qual estão envolvidos pessoas, tarefas e procedimentos. (ENGEL, 2000, p.3).

Notabiliza-se que a sala de aula é um ambiente social em que ocorre quase em todo tempo a interação sociocultural, em que a aprendizagem à luz de Vygotsky ocorre em primeiro lugar no nível interpessoal, ou seja, um contato com o ambiente socialmente, e em segundo, no nível intrapessoal, neste caso, o conhecimento é internalizado. Através da pesquisa-ação, pode ocorrer as devidas intervenções realizadas pelo mediador (professor) que pode ser ao mesmo tempo o investigador.

Para o engendramento deste tipo de pesquisa, uma característica que vale notabilizar é o fato de o investigador ter a liberdade de interferir na pesquisa para propor inovações mesmo ainda no transcorrer do desenvolver do processo.

Entre as diversas definições possíveis, daremos a seguinte: a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (THIOLLENT, 1986, p.9).

Levando em consideração a pesquisa empírica, a pesquisa-ação tem como relevância a descrição de ocorrências consistentes através tanto de observações quanto de ações nos meios sociais, tendo em vista a pesquisa teórica que auxilia na fundamentação necessária. É preciso enfatizar que em uma pesquisa qualitativa, a pesquisa-ação verificará as informações obtidas e observadas usualmente com integridade descritiva, reforçando o contexto em que se desenvolve a investigação. Vale salientar que para uma pesquisa-ação possa ser qualificada, é indispensável à ação ou participação dos sujeitos inseridos em todo o encadeamento averiguador.

Para Tripp (2005), a pesquisa-ação não apresenta um conceito bem definido devido aos diferentes processos pelos quais ela foi se desenvolvendo ao longo da sua história, ou seja, por se exibir sob vários os aspectos e também por ser útil a inúmeras aplicações às distintas áreas do saber.

A pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos, mas mesmo no interior da pesquisa-ação educacional surgiram variedades distintas. (TRIPP, 2005, p. 445).

Essa proposta metodológica oferece a possibilidade de ampliar a visão durante toda sequência de ideias para que o projeto seja bem aplicado, pois pode ser controlado, ajustado e avaliado durante todo o seu transcurso, viabilizando perceber pontos inesperados que possam interferir na sua execução.

Por ser uma pesquisa participativa, preocupada com a resolução de um problema coletivo, no qual pesquisadores e participantes da situação investigada estão envolvidos de modo a contribuírem com a transformação da realidade, a pesquisa-ação é muitas vezes entendida como uma metodologia restrita a grupos sociais pertencentes às classes sociais populares, vista como forma de engajamento sócio-político em prol das classes minoritárias. Porém, pode ser discutida em áreas de atuação técnico-organizativa, com objetivos e focos próprios do campo da pesquisa a que se aplica, que tem seus compromissos sociais e ideológicos definidos. (CORRÊA, CAMPOS, ALMAGRO, 2018, p.64).

Embora a pesquisa-ação se apresente sob várias formas de investigação-ação, ela deve seguir sistematicamente um ciclo para agir no campo da prática que será o planejar, implementar, descrever e avaliar, que de acordo com Tripp (2005), o termo ciclo é um modo de aprimoramento da prática em relação ao seu investigar. “Nos desenhos de pesquisa-ação, o pesquisador e os participantes precisam interagir constantemente com os dados”. (SAMPIERI, COLLADO, LUCIO, 2013, p. 515).

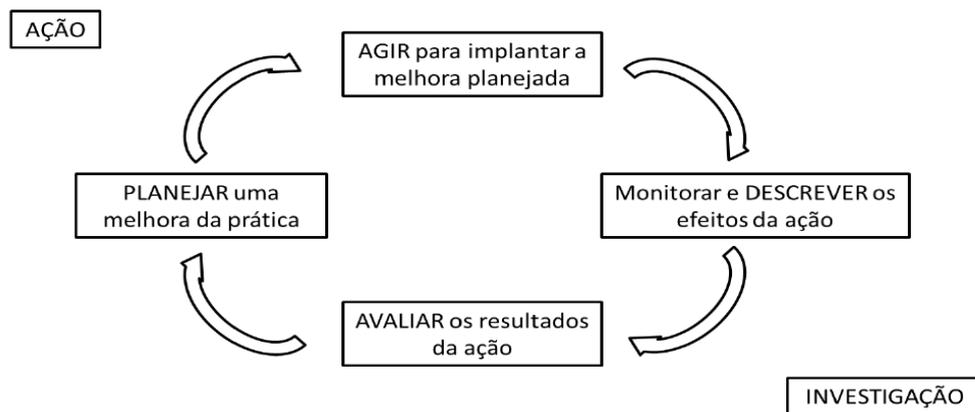


Figura 02: Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação-ação – (TRIPP, 2005, p.446)

Sampieri, Collado e Lucio (2013) reforçam que as três fases em suma que desenham a pesquisa-ação é observar, pensar e agir, sendo assim, salienta ainda que tudo deve cautelosamente ser repetido até que se resolva o problema proposto inicialmente.

Contudo, Sampieri, Collado e Lucio (2013) propõe um diagrama com os pontos fundamentais que se encontram no diagrama de Tripp (2005), acrescentado alguns outros tópicos que possa ampliar a pesquisa-ação, sempre retomando desde o princípio até que o problema indicado seja encontrado a solução.

Triollent (1986) em seu livro intitulado de Metodologia da Pesquisa-ação disponibiliza um roteiro que seria um ponto para iniciar a investigação, salientando a flexibilidade do mesmo e as intervenções possíveis durante todo o processo, as etapas passo a passo do roteiro é: fase exploratória, o tema da pesquisa, a colocação dos problemas, o lugar da teoria, hipóteses, seminário, campo de observação, amostragem e representatividade, coleta de dados, aprendizagem, saber formal e saber informal, plano de ação e por fim a divulgação.

A pesquisa-ação difere desses outros tipos de investigação-ação por utilizar técnicas de pesquisa consagradas, com a finalidade de descrever os efeitos das mudanças observadas na prática da investigação-ação. Técnicas como coleta de grupos, questionários, entrevistas que são instrumentos reconhecidos como pertencentes a pesquisa convencional, porém apropriados pela pesquisa-ação não no sentido de se levantar dados ou relatórios para serem arquivados, mas para elucidar a realidade, gerando conhecimento sobre a mesma, subsidiando as possíveis interpretações a respeito do ambiente pesquisado. (CORRÊA. CAMPOS, ALMAGRO, 2018, p.63).

A pesquisa-ação possibilita uma investigação-ação teórico na prática, percebendo o contexto de dentro para fora, ou seja, não é apenas o assunto em suma que é investigado, mas também a resposta dos estudantes em relação a todo o contexto apresentado a eles. Dessarte, a investigação-ação pressupõe que o ambiente, em se tratando deste trabalho de dissertação, é a sala de aula; diante de uma proposta de ensino, faz com que seja a mesma um objeto de pesquisa que elucidada não exaurir com as falhas na estrutura do ensino-aprendizagem das leis de Kepler e Gravitação Universal, mas amenizar os impactos na percepção dos alunos na forma de aprender. Contudo, para Porto, Cruz e Porto (2020), para este tipo de metodologia, conta-se com o empenho da participação ativa dos indivíduos inseridos no grupo para análise da situação e tomada de decisão, ou seja, torna-os conscientes das circunstâncias, comprometendo-se em solucionar o problema proposto.

6. DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Diante da dificuldade do ensino de Astronomia e Astrofísica no Ensino Médio, a proposição do produto educacional tem como sugestão auxiliar na elaboração de uma sequência

didática com uma metodologia pautada no Ensino Investigativo, que por sua vez faz do estudante um ser protagonista da aprendizagem, enquanto que o professor, o mediador. Este engendramento é realizado à luz das teorias de Vygotsky, em que o conhecimento é transferido via a interação social, observando o histórico cultural e ambiental.

Os fatores que motivaram à construção deste produto educacional estão arrolados em fazer com que o aluno pudesse assumir uma postura de pesquisador dentro dos limites intelectuais possíveis para a sua série e conhecimento, acumulando experiências que possam levá-lo a desenvolver uma lógica de raciocínio para outros momentos da Física e áreas diversas. Contudo, o material que será descrito não tem o objetivo de elucidar uma resposta para todos os problemas existentes em sala de aula, se tratando da aprendizagem, mas atende em parte o anseio do ensino de Astronomia, partindo das contribuições das observações das Luas Galileanas até efetivação da teoria da Gravitação Universal por Newton.

A preocupação central ao iniciar o estudo, é tomar uma direção diferente daquela apresentada nos livros didáticos utilizados nos colégios públicos para o EM, em que o conteúdo é inserido muitas das vezes sem um contexto cronológico histórico, matemático e sem que o estudante pudesse ter uma vivência prática, seja ela uma visita ao laboratório, uso de telescópios ou de softwares para realizar simulações de movimento dos corpos celestes do nosso sistema solar. Outro elemento importante é a interdisciplinaridade já que este conteúdo contém de afinidade com outras ciências. A matemática é um exemplo, com o tema da geometria das cônicas, pois através delas o estudante terá condições de assimilar a sutil distinção entre circunferência e elipse para órbita do planeta Terra em relação ao Sol.

O plano de ensino a ser aqui apresentado, foi organizado como uma Sequência de Ensino Investigativo – SEI, com base nas orientações de Ana Maria Pessoa de Carvalho (2013), respeitando todas as etapas de organização e estruturação segundo as exigências denotadas no seu livro Ensino de Ciências por Investigação – condição para implementação em sala de aula de 2013 da editora Cengage Learning. De acordo com este material, existem algumas fases a serem seguidas, que enfatizam o ensino investigativo.

Para introduzir um conteúdo para os Estudantes, seria importante, segundo Carvalho (2013), partir da elaboração de um problema, o que poderia variar de acordo com a sua natureza. Assim, pode ser de ordem experimental, na qual o aluno precisa manipular os instrumentos para alcançar um possível resultado que atende a resolução esperado com relação à problemática exposta pelo mediador (professor); ou poderia ser um problema não experimental, que poderia ser retratado por uma imagem, gravura de jornal ou de internet, textos ou ideias corroboradas dos estudantes junto ao docente.

Em seguida têm-se as seguintes fases:

- Fase de distribuição do material experimental ou não experimental com a problematização pelo educador;
- Fase em que os estudantes apresentam uma possível resposta ou solução;
- Fase da sistematização dos conhecimentos;
- Fase de escrever e/ou desenhar;

Essas fases não são necessariamente todas aplicadas em uma só aula, pode ser distribuído de acordo com o planejamento desenvolvido pelo docente, e da realidade para que o ensino aprendizagem dos conteúdos relevantes. A partir destes pontos especificados, será descrito cada uma das aulas correlacionando-as tanto com as propostas de Vygotsky quanto com as orientações de Carvalho para uma SEI.

Cronologicamente, tudo foi organizado em forma de encontros, sendo que em cada haveria duas horas aulas, portanto, seis encontros totalizando doze horas aulas.

6.1 Descrição das aulas

6.1.1 Aula 1 – com duração de 2 h/a

Tema: levantamento dos conceitos espontâneos;

O objetivo desta aula é a apresentação de todo o planejamento aos estudantes e em seguida a proposição de uma investigação dos conceitos espontâneos acerca de temas relevantes de Astronomia e Astrofísica. Esses temas são de fundamental importância para o desenvolvimento e asserções de novos assuntos que servirão como base para as acepções das Leis de Kepler e a Gravitação Universal.

Inicialmente, pretende-se, após discorrer aos alunos a estruturação de todo o projeto e o seu funcionamento, fazer um investigação do que se conhece e o quanto este saber se aproxima ou se afasta do conhecimento científico.

Para Vieira e Longhini (2011, p.2), “Antes e ao mesmo tempo de sua entrada e permanência na escola, os alunos constroem representações acerca do conhecimento tanto científico quanto do cotidiano.” É importante previamente ter noção do que o estudante traz de bagagem para o meio escolar, isso é valorizar o seu saber, mesmo sendo com erros conceituais, pois este é o ponto de partida que potencializa o sujeito adquirir os conceitos científicos.

Em outras palavras, e vemos o mundo e tentamos compreender seu funcionamento, com “óculos conceituais”. Inicialmente com conceitos cotidianos, alternativos, espontâneos, ou pré-conceitos, que vão dando lugar aos conceitos científicos. Pelo papel que os conceitos desempenham, sua aprendizagem tem sido objeto de muitas investigações, principalmente quando se pensa na instrução formal e no papel da escola de facilitadora na construção do conhecimento científico por parte de seus alunos. (NÉBIAS, 1999, P.133).

Embora os conceitos cotidianos estejam imbuídos com vários erros de ordem acadêmica, é dessa forma que o indivíduo consegue enxergar, por não ter uma fonte confiável de pesquisa e por não se encontrar em um ensino formal. Contudo existe um esforço por parte daquele que aprende, apresentando curiosidade em compreender aquilo que é distante da sua realidade de vida. Embora se fale muito de Astronomia e Astrofísica, existem diversos erros inerentes aos efeitos gravitacionais provocados no planeta Terra e também nos seus habitantes, como pode afirmar Vieira e Longhini (2011, p.5):

Complementa ainda, citando o jornal da cidade de Piracicaba de 08 de agosto de 1999, que faz a seguinte descrição sobre as influências da Lua: “todos já sabemos que a Lua influencia as marés, a gravidez, o corte de cabelos, as plantações e até o organismo humano. Mas ela também influencia os signos, de acordo com cada fase. O humor, a impulsividade, o romantismo e até mesmo as relações de negócios”.

Pode-se perceber aqui, que tudo aquilo que não é compreendido decorrente deste fenômeno na sua funcionalidade, é de alguma maneira atribuída aos efeitos gravitacionais. Existe uma preocupação maior ainda, pois é um veículo de grande alcance que propaga informações sem um embasamento que científico que o aprove, e assim são formados os alunos no meio informal no seu cotidiano.

O ponto de partida dessa discussão é o fato de que o aprendizado das crianças começa muito antes de elas frequentarem a escola. Qualquer situação de aprendizado com a qual a criança se defronta na escola em sempre uma história prévia (VYGOTSKY, 2007, p. 94)

Para Vygotsky é necessário analisar a história prévia do sujeito ao começar a sua vida escolar, pois desde o momento que nasce, começa a ter aprendizagens diversas, a maturação desenvolve associada às suas funções psicológicas superiores, com isso amplifica o seu saber a respeito dos objetos que ele tem contato. Contudo, Vygotsky apresenta neste processo para o aprendizado e desenvolvimento, a zona de desenvolvimento proximal, característica a ser observada no aluno quando inicia o seu dinamismo na aprendizagem na educação formal. Assim, antes que se possa ensinar algo, primeiro é preciso levar em conta o que o estudante traz da sua realidade de vida, dos conceitos cotidianos. O que o sujeito sabe fazer sozinho e sem auxílio foi denominado de zona de desenvolvimento real, e é neste momento que adentra a proposta desta aula em relação ao produto educacional: aplicar um conjunto de perguntas subjetivas que são questões abertas que elucidam os pontos relevantes para o desenvolvimento do conhecimento acerca das suas experiências, práticas e hábitos tendentes à Astronomia e Astrofísica. Este estímulo por meio de indagações está exposto no apêndice B. A investigação aplicada contém questões que perpassam pelo sistema solar, as Luas Galileanas, as Leis de Kepler, os movimentos orbitais e por fim a Gravitação Universal. Estes pontos são relevantes por dois motivos: primeiro para entender o que os alunos sabem e em segundo para observar se haverá necessidade de modificar o planejamento que já está em andamento.

6.1.2 Aula 2 – com duração de 2 h/a

Tema: Análise Imagética das Luas Galileanas;

Para essa aula foi levantada a seguinte problemática aos educandos:

De que maneira poderia se determinar a posição de cada um dos quatro primeiros satélites naturais (Lua Galileanas) diferenciando-as enquanto estão orbitando o planeta de Júpiter?

A elaboração desta indagação pretende despertar no estudante a curiosidade e ao mesmo tempo a tentativa de cogitar uma resposta, mesmo que seja duvidosa e com conclusões teóricas incertas. Considera-se que exista a interação social entre os próprios colegas e mediada pelo professor. Essa prática não experimental, segundo Carvalho (2013), é o ponto de partida para que se possa inserir a questão no cotidiano dos alunos novos saberes.

Outras vezes o problema pode ser proposto com bases em outros meios como figuras de jornal ou internet, texto ou mesmo ideias que os alunos já dominam: são os problemas não experimentais. Entretanto, qualquer que seja o tipo de problema escolhido, este deve seguir uma sequência de etapas visando dar oportunidade aos alunos de levantar e testar suas hipóteses, passar da ação manipulativa à intelectual estruturando o seu pensamento e apresentando argumentações discutidas com os seus colegas e com os seu professor. (CARVALHO, 2013, p.10).

A problematização supera as expectativas da curiosidade dos alunos; ela contribui para introduzir os novos elementos inseridos nas aulas posteriores, permitindo a troca de informações, a interação social, levantamento de hipóteses, a sugestão de novos pensamentos. E por fim, serve também, de acordo com Carvalho (2013), como atividade manipulativa que conduz a uma ação intelectual.

O objetivo desta aula, através do problema oferecido, que os estudantes possam realizar uma análise por meio de um conjunto de imagens disponibilizadas no apêndice D, que se trata da investigação empenhada por Galileu Galilei:

Eis que no sétimo dia de janeiro do presente ano de 1610, na primeira hora da noite, enquanto contempla com o óculo os astros celestes, apareceu Júpiter. Dispondo então de um instrumento excelente, percebi (coisa que antes não me havia acontecido em absoluto pela debilidade do outro aparelho) que o acompanhavam três estrelinhas, pequeninas, ainda que claríssimas, as quais por mais que considerasse que eram do número das fixas, me produziram certa admiração, pois pareciam dispostas exatamente em linha reta paralela à eclíptica e também mais brilhantes que as outras de magnitude parecida. (CAMENIETZ, 2009, p.57).

As observações empreendidas por Galileu resultaram em uma série de anotações datadas do dia 07 de janeiro de 1610 até no dia 31 do mesmo mês. E, de acordo com os seus relatos, houve inicialmente algumas dúvidas ao tentar identificar os corpos celestes que orbitavam Júpiter, mas no decorrer do seu estudo foi possível compreender que eram os satélites do planeta mencionado.

Após a apresentação de todo contexto, e dentro das suas possibilidades, os alunos se empenharão em conseguir identificar a cada um dos satélites, os quais são denominados de Io,

Europa, Ganimedes e Calisto. Como forma de orientação, será assegurado um material com algumas perguntas, que se encontra no apêndice E. A sequência é pensada para que os alunos possam manter o foco e ao mesmo tempo possa gerar o diálogo com os seus demais colegas. Neste momento é importante elucidar a interação social, em que cada um expõe o seu ponto de vista. E sempre diante de uma investigação do experimento, que é o apêndice D. O conjunto de perguntas, denominado por Carvalho (2012) de sistematização dos conhecimentos, auxilia na verificação das informações, enquanto promove a mudança nas suas funções psicológicas superiores. Aos poucos, ocorre a saída da ação manipulativa em direção à ação intelectual, ou seja, há construção de novos saberes, rompendo os conceitos cotidianos para os conceitos científicos.

Após os estudantes finalizarem a resolução do problema não experimental, será realizada pelo professor junto aos alunos a “sistematização dos conhecimentos elaborados nos grupos” (CARVALHO, 2012, p.9), ou seja:

Quando o professor vê que os grupos já terminaram de resolver o problema é hora de recolher o material experimental, pois senão os alunos continuam brincando com os mesmos, desfazer os grupos pequenos e organizar a classe para um debate entre todos os alunos e o professor. O ideal é um grande grupo, em círculo, onde cada aluno possa ver todos os seus colegas, entretanto muitas vezes esse formato não é possível em algumas escolas. Nesta etapa o papel do professor é bastante importante. Agora a aula precisa proporcionar espaço e tempo para a sistematização coletiva do conhecimento. Ao ouvir o outro, ao responder à professora, o aluno não só relembra o que fez como também colabora na construção do conhecimento que está sendo sistematizado. Através de perguntas – principalmente a pergunta ‘como vocês conseguiram resolver o problema?’ – ele vai buscando a participação do aluno, levando-os a tomar consciências do que fizeram. É a etapa da passagem da ação manipulativa à ação intelectual.

Concluindo este momento, será distribuída a cada um dos participantes uma folha em branco que é a sistematização do conhecimento, onde será relatado, através de imagens, desenhos, palavras, teorias, hipóteses, etc, o que houve de aprendizagem. O estudante terá a liberdade de se expressar da sua melhor maneira, a fim de demonstrar do seu entendimento abordado no experimento através das perguntas.

6.1.3 Aula 3 – com duração de 2 h/a

Tema: Contribuição Histórica das Antigas Civilizações e dos Observadores na Astronomia

Um fator importante para a concepção desta aula é a preocupação em tornar os sujeitos participantes minimamente conscientes do desenvolvimento científico ao longo da história da ciência; levá-los a entender que para conceber determinados pensamentos há necessidade de grande esforço, passando por erros, incertezas e muitas vezes pelo doloroso recomeço, até se provar a existência de algo em estudo. É completamente considerável que o aluno torne-se conhecedor dos percalços e dificuldades encontradas para se construir uma teoria ou instrumentos

que possam cooperar para uma vida mais agradável à humanidade. De acordo com os PCN (2002, p.217), aqueles que estão no caminho do aprender devem “reconhecer o sentido histórico da ciência e da tecnologia, percebendo seu papel na vida humana em diferentes épocas e na capacidade humana de transformar o meio”. Diante da evolução de estudos diversos de Astronomia e Astrofísica, espera-se que a apresentação da sua historicidade possa alavancar o interesse dos estudantes e levá-los a associar o passado com o presente, promovendo a assimilação de novos conhecimentos, rompendo assim as suas concepções alternativas.

A história, a filosofia e a sociologia da ciência não têm todas as respostas para essa crise, porém possuem algumas delas: podem humanizar as ciências e aproximá-las dos interesses pessoais, éticos, culturais e políticos da comunidade; podem tomar as aulas de ciências mais desafiadoras e reflexivas, permitindo, deste modo, o desenvolvimento do pensamento crítico; podem contribuir para um entendimento mais integral de matéria científica, isto é, podem contribuir para a superação do mar de falta de significação que se diz ter inundado as salas de aula de ciências, onde fórmulas e equações são recitadas sem que muitos cheguem a saber o que significam; (MATTHEWS, 1995, p. 165).

A proposta do ensino investigativo com tratamento histórico em Física possibilita o enfoque na aprendizagem; não se espera fazer do sujeito um especialista em assuntos específicos, mas deixá-lo à parte de assuntos inerentes aos temas com interpelações em sala de aula e até mesmo no seu cotidiano. Logo, se almeja que as inserções de fatores históricos em pesquisas destinadas aos alunos possam fazer com que tenham uma reflexão de teor científico.

Nesta exposição, percebe-se que é indispensável denotar a historicidade dos eventos, das antigas civilizações, observadores e astrônomos que contribuíram largamente para o desenvolvimento e crescimento da ciência como é constatado atualmente.

A história de uma abordagem no ensino das ciências nos currículos poderá contribuir para uma compreensão considerada mais adequada da natureza da ciência e da tecnologia. (SCHEID, 2018, p.446).

A abordagem da história pode subsidiar para que o estudante não tenha que aprender um dado conteúdo de maneira isolada e desconectada do seu contexto original, o que por sua vez pode ser aliado à vivência do mesmo, e assim presume-se que possa provocar nele interesse e admiração pela aprendizagem.

Uma abordagem histórica do conhecimento científico tem um extraordinário valor pedagógico, um grande significado cultural que associado à filosofia da ciência tem uma relevante contribuição à compreensão epistemológica da construção deste conhecimento. (LOGUERCIO E PINO, 2006, p. 69).

Acredita-se que a elucidação dos fatos ocorridos no período do desenvolvimento dos aspectos científicos possa servir tanto para ampliar a compreensão, quanto obter significação efetiva da circunstância documentada, de assuntos relevantes acerca de Astronomia e Astrofísica.

Sendo este um tema interessante, os episódios ocorridos ao longo da observação dos fenômenos e a elaboração de instrumentos para servir de apoio à pesquisas mais detalhadas,

promovem nos alunos uma nova percepção da própria ciência e ao mesmo tempo amplia a sua visão de mundo, estendendo-o a ter uma melhor percepção da natureza à sua volta. Ainda de acordo com Scheid (2018, p. 445):

O ensino de ciências não está apenas relacionado a ensinar as teorias, os fatos e os princípios das disciplinas, mas também se refere aos modos de elaboração do conhecimento, das mudanças ocorridas ao longo do tempo e da maneira que estão relacionadas com a sociedade em sua época.

É importante que o sujeito possa se apropriar de fatos históricos da ciência que são de extrema relevância para a compreensão da evolução da ciência, e dessa maneira entenda neste caso, teorias de Astronomia que foram atualizadas na sua realidade, ocupando o lugar dos seus conceitos cotidianos promovendo novos comportamentos nas suas funções psicológicas superiores.

A história das ciências não pode substituir o ensino comum das ciências, mas pode complementá-lo de várias formas. O estudo adequado de alguns episódios históricos permite compreender as interrelações entre ciência, tecnologia e sociedade, mostrando que a ciência não é uma coisa isolada de todas as outras mas sim faz parte de um desenvolvimento histórico, de uma cultura, de um mundo humano sofrendo influência e influenciando por sua vez muitos aspectos da sociedade. (MARTINS, 2006, p. 21).

Para o produto educacional elaborado, foi considerado o levantamento histórico realizado de maneira investigativa pelos estudantes, de forma a cooperar em aspectos correlacionados com eventos naturais e astrofísicos observados no cotidiano. Essa aula foi idealizada com o objetivo de que o estudante pudesse, a partir de tópicos disponibilizados a eles, realizar uma busca de eventos que estão concatenados com as Leis de Kepler e Gravitação Universal. Após a pesquisa, o estudante deverá realizar uma apresentação, seja por meio de slides, vídeo ou apenas explicações diretas. Os temas a ser distribuídos pelo mediador aos estudantes serão:

Antigas Civilizações e observadores	Períodos
Astronomia Chinesa	2137 a.C.
Astronomia na Mesopotâmia	2000 a.C.
Astronomia Egípcia	3500 a.C.
Astronomia Grega	401 a.C.
Tales de Mileto	640 – 546 a.C.
Anaximander de Mileto	190 -125 a.C.
Pitágoras de Samos	582 – 500 a.C.
Anaxagoras	500 – 428 a.C.
Filolaus de Crotona	470 – 390 a.C.
Platão	427 – 347 a.C.
Eudócio de Cnido	408 – 355 a.C.
Aristóteles de Estágia	384 -322 a.C.
Aristarco de Samos	310 – 230 a.C.
Eratóstenes de Cirene	276 – 194 a.C.
Hiparco de Niceia	190 – 125 a.C.

Cláudio Ptolomeu	90 – 168 d.C.
Nicolau Copérnico	1473 – 1543
Tycho Brahe	1546 – 1601
Galileu Galilei	1564 – 1642
Johannes Kepler	1572 – 1630
Isaac Newton	1642 – 1727

Tabela 05 – Antigas civilizações e observadores

A pesquisa foi sequenciada em ordem cronológica e a sua apresentação poderá ser realizada por cada estudante, respeitando essa mesma ordem. É disponibilizado no apêndice F do produto educacional um material com estes mesmos assuntos, que poderá ser usado pelo colega professor que resolva fazer uso deste. O conteúdo viabilizado em cada lauda é o que se espera da verificação do alunado por meio de livros ou por meio de sites de busca. Para Carvalho (2013), a “leitura de texto de sistematização” leva o aprendiz a solidificar o seu conhecimento, efetivando assim a sua aprendizagem.

6.1.4 Aula 4 – com duração de 2h/a

Tema: A geometria das cônicas e suas aplicações na Astronomia

A relação entre Física e Matemática torna-se cada vez mais estreita à medida que os fenômenos naturais vão se tornando mais complexos de serem bem compreendidos, e é natural que a ciência expresse o seu pensamento de forma bastante abstrata. Assim, as teorias da Física possuem sua base em representações de linguagem Matemática, o que torna seu estudo de difícil acesso àqueles que possuem pouco ou nenhum conhecimento específico.

No ensino de Física, a linguagem matemática é muitas vezes considerada como a grande responsável pelo fracasso escolar. É comum professores alegarem que seus alunos não entendem Física devido à fragilidade de seus conhecimentos matemáticos. Para muitos, uma boa base matemática nos anos que antecedem o ensino de Física é garantia de sucesso no aprendizado. (PIETROCOLA, 2002, p.90)

Uma das grandes dificuldades na aprendizagem dos conteúdos de Física apresentada pelos alunos no ensino médio é o uso da matemática aplicada como forma de explicação dos fenômenos, para a melhor compreensão dos conceitos. Embora não se exija um aprofundamento complexo matemático para o desenvolvimento e entendimento teórico, que de forma geral é bastante elementar, é preciso que o aprendiz tenha um conhecimento bastante sólido, pois é um quesito importante na resolução de soluções práticas.

No Ensino Médio, é preciso que os professores tenham certo cuidado ao exigir dos alunos a Matemática necessária para uma verificação na Física, pois estes atores ainda não dispõem de

acervo que lhes possa favorecer em demonstrações com alto nível de abstração. Certamente espera-se que o estudante, chegando à primeira série, traga consigo um quantitativo prévio de informação que possa auxiliar cognitivamente, no entanto isso quase sempre é subjacente ao cotidiano.

Se tratando de Astronomia e Astrofísica, é preciso que o indivíduo possa correlacionar a parte Matemática com conceitos teóricos que façam sentido dentro da sua realidade de vida. Assim, o período de rotação e translação da Terra pode ser comparado com o outros planetas do nosso sistema solar, Também são comparáveis as dimensões astronômicas, volume e massa estelar, velocidade de deslocamento de cometas, etc.

Um dentre os vários tópicos de matemática útil como ferramenta na Astronomia e Astrofísica, é o uso da geometria das cônicas que revela grande importância para distinguir o tipo de trajetória realizada pelos corpos celestes nas suas órbitas. Existe muita confusão em diferenciar se o movimento do planeta Terra em relação ao Sol é circular ou elíptico. A análise completa considera, ainda, tanto a parábola quanto a hipérbole, para movimentos gerais de corpos celestes sob ação da gravitação.

O estudo da geometria das curvas não objetiva um aprofundamento matemático, mas visa o aluno conhecer como ocorre a formação das curvas, as suas propriedades, os elementos constitutivos além de aprender a diferenciá-los através da excentricidade. Esse conhecimento matemático será fundamental para entender a natureza das órbitas, de acordo com a tabela abaixo:

Natureza das órbitas		
Excentricidade (e)	Energia Total (E)	Curvatura Cônica
$e = 1$	$E = 0$	Parábola
$e > 1$	$E > 0$	Hipérbole
$e < 1$	$E < 0$	Elipse
$e = 0$	$E = -\frac{mk^2}{2L^2}$	Círculo

Tabela 06 – Excentricidades e energias.

Ou seja, a excentricidade está intrinsicamente alinhada com a energia de um corpo, que por sua vez define o tipo de trajetória que desenvolve. Para que se tenha uma percepção visível de forma geométrica, é apresentada uma aplicação das curvas cônicas nas órbitas de corpos celestes.

E para cada curva é colocado o valor da sua excentricidade, começando a partir do círculo (excentricidade igual a zero) e aumentando o mesmo para a obtenção da elipse.

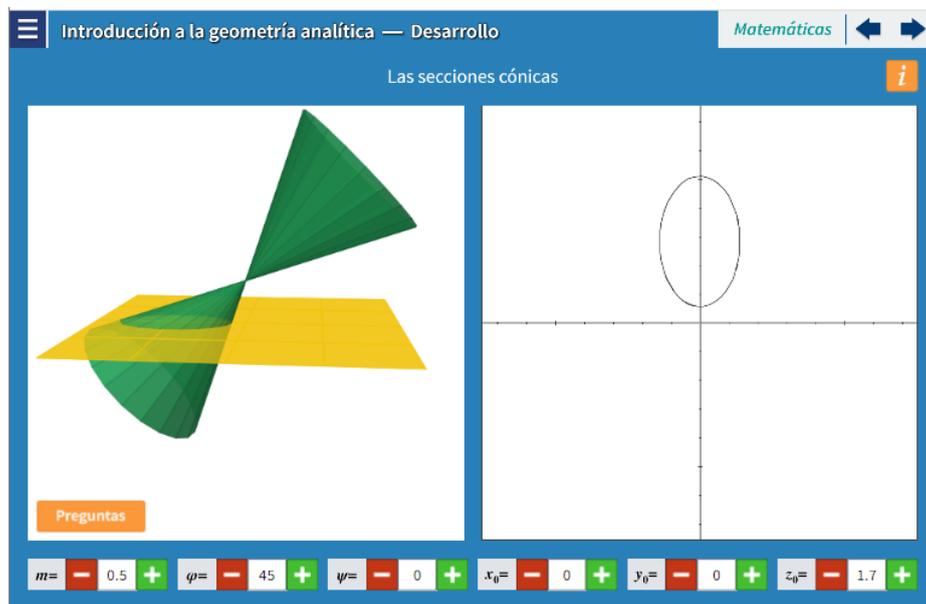


Figura 03 – Simulador das Cônicas

Para auxiliar os estudantes de forma mais prática, foi oferecido uma simulação de geometria das cônicas, para aprender a construir cada uma das quatro curvas através da manipulação dos cones em um plano. Este simulador é um software livre oferecido pela Universidade Aberta e Ensino à Distância da Universidade do México, que disponibiliza programas computacionais de Matemática para o Ensino Superior relativo ao Ensino Superior de Álgebra Linear direcionado a Introdução á Geometria Analítica, hospedado no site: http://prometeo.matem.unam.mx/recursos/Licenciatura/Un100/recursos/ Un_003_IntroduccionALaGeometriaAnalitica/index.html. Após o momento no simulador, os estudantes recebem um texto disponível no apêndice G, que de acordo com Carvalho (2013) é uma leitura sistemática para aprofundar o conhecimento, ou seja, tudo o que foi visto simulando, agora será refinado através de uma leitura.

6.1.5 Aula: 05 – Com duração de 2h/a

Tema: As Leis de Kepler – com uso de simulador - Vascak, Física na Escola HTML5.

A aula com uso de simulador para as Leis de Kepler objetiva potencializar a aprendizagem do indivíduo, que por sua vez apresenta a limitação em compreender o que seus olhos não podem perceber. Isso focaliza inúmeras dúvidas que não são solucionadas com o livro didático, que frequentemente traz poucas informações que sejam realmente sólidas tanto no nível histórico

quanto matemático. Embora as Leis de Kepler aparentem ser de fácil entendimento para os professores, para os estudantes “este entender” fica bem distante da sua realidade. Sua dificuldade é perceptível quando, por exemplo, é pedido a ele que determine o número de contagens de anos de revolução de outro planeta do sistema solar comparado ao tempo de rotação do planeta Terra.

O simulador possui a possibilidade de criar nestes atores uma visão científica, eliminando a interferências de conceitos inapropriados, rompendo as barreiras de pressupostos aprendidos em meios de divulgação que não sejam de caráter científico. A partir do uso de programas computacionais é apresentada a cada aprendiz uma nova dimensão da ciência que amplia o cognitivo. Todo este aparato pode ser compreendido à luz das teorias de Vygotsky (2007) e correspondem a uma forma de estímulo artificial ou também autogerados que ele denomina de signos. Ou seja, o simulador é um signo que auxilia na mudança dos processos mentais superiores, e enfim, pode conduzir à aprendizagem de Astronomia. Com isso, estes estímulos permitem ir muito mais longe, pois a aprendizagem deixa de ser direta e passa a ser mediada, ou seja, indireta, contribuindo para que a informação recebida seja internalizada.

O simulador a ser usado para explorar cada uma das três Leis de Kepler é o FÍSICA NA ESCOLA HTML5, do professor Vladimír Vaščák. É um programa computacional que permite fazer o experimento e está disponibilizado no site <https://www.vascak.cz/physicsanimations.php?l=en>. Este software de Física permite realizar várias animações e simulações e neste caso fazemos o uso específico da sua aplicação em Astronomia e Astrofísica. Será feita a seguir uma verificação mais detalhada das imagens propostas aos estudantes.

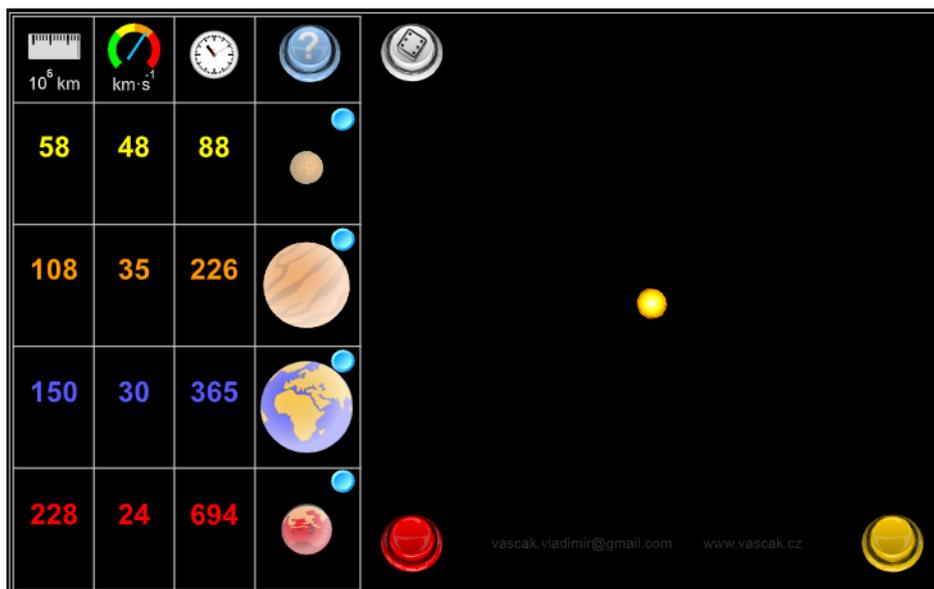


Figura 04: Simulador das Leis de Kepler

A figura 04 retrata a tela inicial para as simulações e animações das Leis de Kepler, que traz algumas informações importantes para a compreensão do comportamento dos planetas no

nosso sistema solar, facilitando assim o entendimento do processo de funcionamento de como se movimentam Mercúrio, Vênus, Terra e Marte. Na primeira coluna, é apresentada a distância em quilômetros (km) de cada um dos planetas ao Sol; na segunda coluna, a velocidade média de deslocamento translacional, e por fim, na terceira coluna demarca o número de revolução realizado por cada corpo celeste em dias.

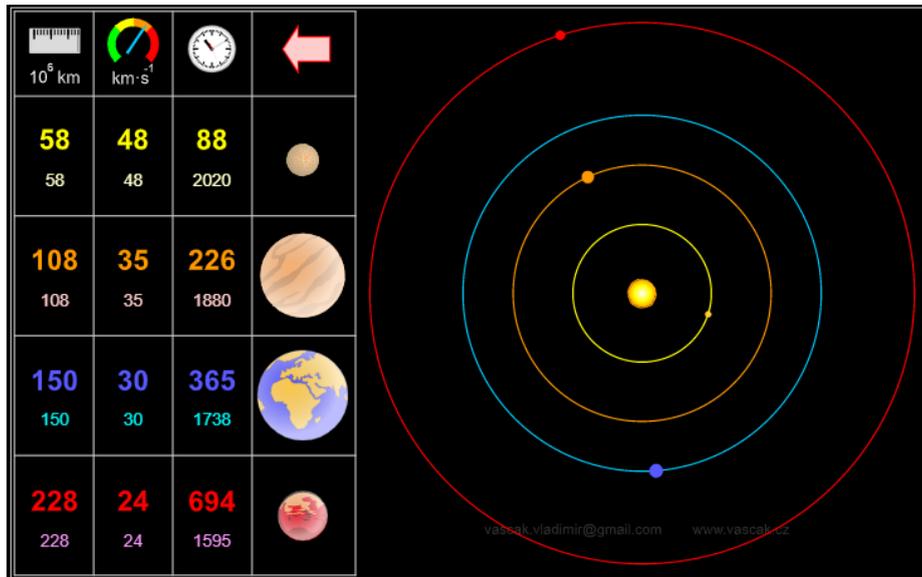


Figura 05: Simulação da Primeira Lei de Kepler

Na Figura 05 tem-se a disposição dos quatro primeiros planetas orbitando o Sol, cada qual movimentando de acordo a sua velocidade de translação, cada um se apresenta de uma cor correspondente ao seu planeta, para que não haja confusão por parte dos estudantes. Essa distribuição e distanciamento dos planetas permitem explicar aos aprendizes o fato destes corpos celestes não serem totalmente visíveis.

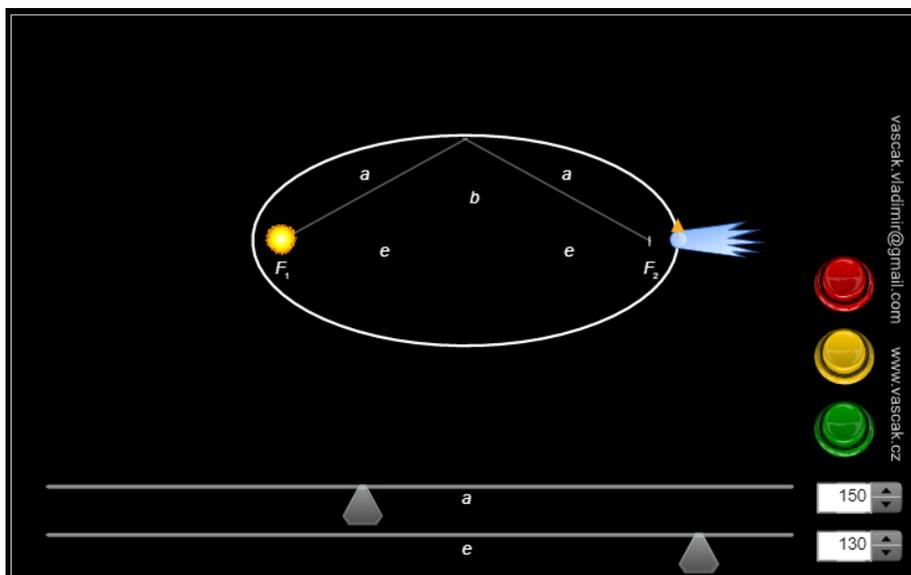


Figura 06: Simulação da Lei das Áreas

A Figura 07 inicia a investigação sobre a primeira Lei de Kepler, ou seja, (NUSSENZVEIG, 2002, p.194) “as órbitas descritas pelos planetas em redor do Sol são elipses, com o Sol num dos focos”. Diante dos aparatos dados no simulador, é possível ampliar ou reduzir tanto o valor da excentricidade (e) quanto da distância (a). Outro dispositivo que pode auxiliar também é o marcador de cores, à direita, com as seguintes funções: a vermelha faz parar o funcionamento, a amarela produz movimentos lentos e a verde reinicia a simulação. De acordo com as geometrias das cônicas, é importante elucidar ao estudante a ocupação do Sol em um dos focos.

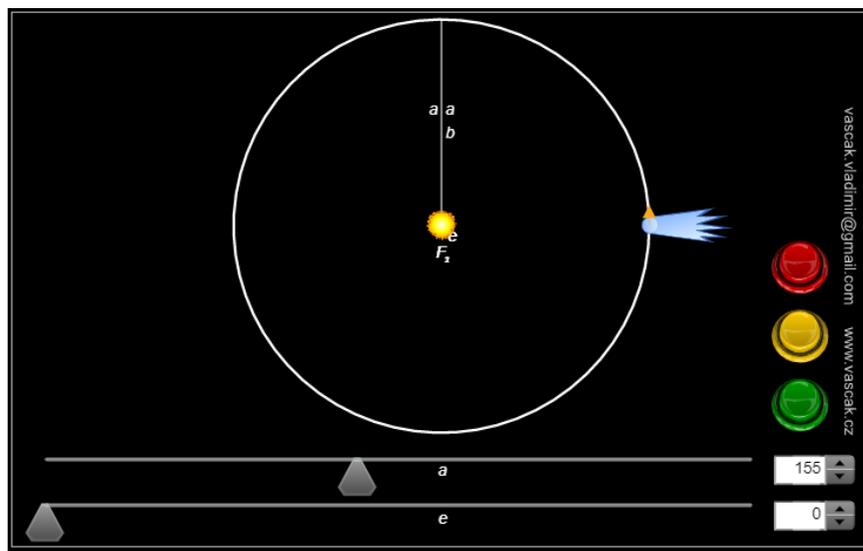


Figura 07: Movimento circular para diferenciar do movimento elíptico

A Figura 08 tem a sua importância ao explicitar o papel da excentricidade, pois este quantitativo vai diferenciar o formato de elipse e círculo. Embora seja quase perceptível dentro da sua realidade, deve-se esclarecer que enquanto para a cônica elíptica a excentricidade deve ser superior a zero ($e > 0$), a cônica circular terá valor igual a zero ($e = 0$).

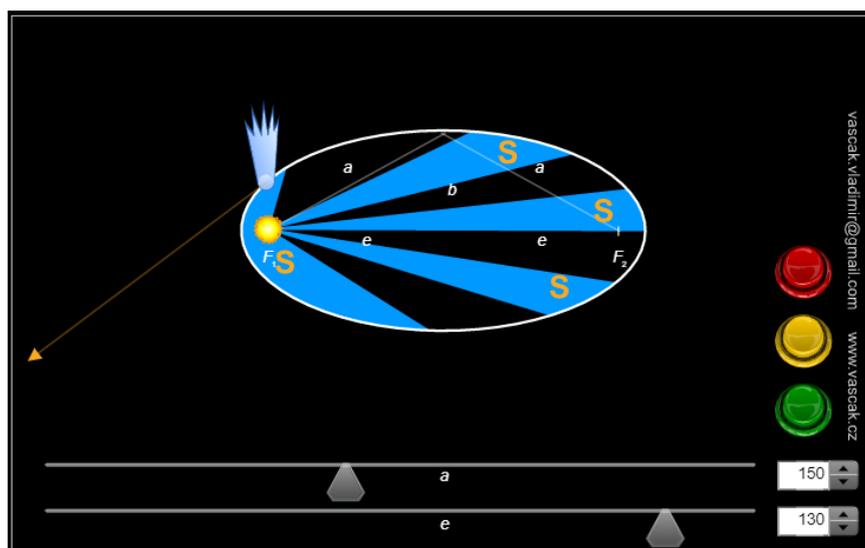


Figura 08: Simulação da Segunda Lei de Kepler

A Figura 09 possibilita a investigação da segunda Lei de Kepler, sendo que (NUSSENZVEIG, 2002, p.194) “o raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais”. Um ponto relevante é o ensino das variações da velocidade que ocorre no movimento translacional, sobretudo no afélio e no periélio, e isso pode ser descrito facilmente levando o indivíduo a observar a área varrida pelo raio vetor.

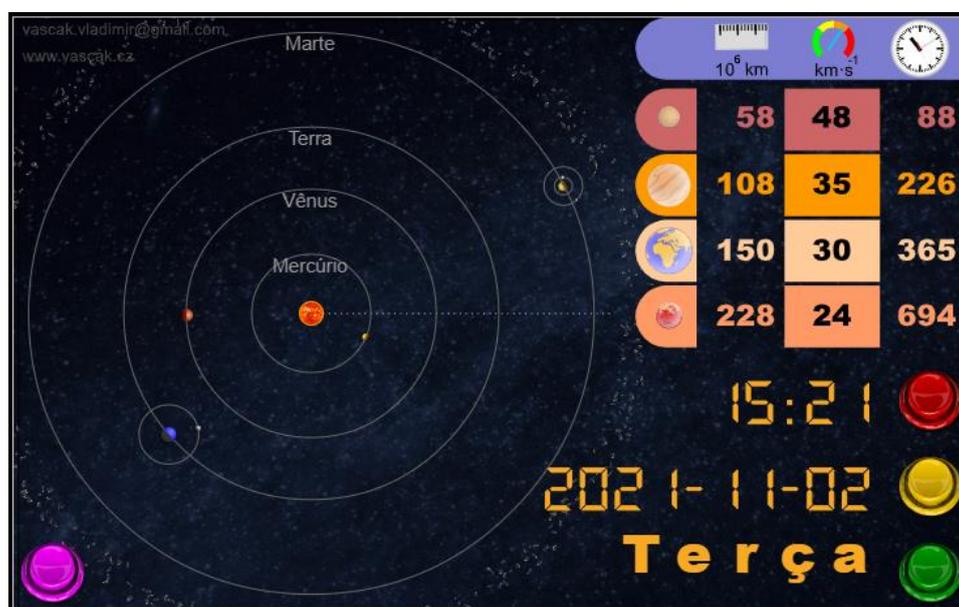


Figura 109: Simulação da Terceira Lei de Kepler – Planetas Internos

A Figura 09 trata da simulação para a terceira lei de Kepler aplicada aos planetas internos, que se apresenta como (NUSSENZVEIG, 2002, p.195) “os quadrados dos períodos de revolução de dois planetas quaisquer estão entre si como os cubos de suas distâncias médias ao Sol”. A verificação desta lei está tanto para o período de translação quanto de rotação, permitindo que os estudantes compreendam o motivo de alguns corpos celestes precisarem de um tempo maior para completar uma volta ao Sol e também uma quantidade de horas para a sua rotação. Estes corpos estão presos dentro do Cinturão de Kuiper, o que de acordo com Oliveira e Saraiva (2013), já

havia sido previsto pelos então astrônomos Kenneth Essex Edgeworth no ano de 1949 e Gerard Peter Kuiper por volta de 1951. No ano de 1992 haviam sido descobertos cerca de 6400 asteroides proeminentes candidatos do Cinturão de Kuiper, apresentando em média um diâmetro de aproximadamente de 100 km. Nesta simulação tem-se a possibilidade de trabalhar as diferenças entre asteroide, meteoro e meteorito; estes conceitos causam grandes confusões nos alunos. Nesta simulação é possível observar os meteoros contornando um imenso círculo logo após Marte, assim como é possível fazer um acompanhamento do dia, hora, mês e ano da órbita dos planetas.



Figura 10: Simulação da Terceira Lei de Kepler – Planetas Externos

Dando continuidade na terceira Lei de Kepler, são apresentados na Figura 10 os planetas após o Cinturão de Kuiper, que são: Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. Aqui são apresentados os períodos de revolução e as distâncias médias. Nesta simulação o professor tem a oportunidade de falar acerca das Unidades Astronômicas ou UA, pois já adentra as unidades de distâncias astronômicas, aprofundando ainda mais o conhecimento do sistema solar.

6.1.6 Aula: 06 – Com duração de 2h/a

Tema: A Gravitação Universal – com uso de software educacional - simulador Phet de Física;

De acordo com Oliveira (1992), os signos têm como função ser um instrumento psicológico, ou seja, são uma ferramenta que pode contribuir no desempenho de práticas psicológicas. Com este intuito, para uma abordagem investigativa na Gravitação Universal, foi

proposto fazer uso de software educacional que procede como um mediador simbólico na construção do conhecimento. Uma das dificuldades do sujeito neste processo de aprendizagem é o de conseguir lembrar aquilo que foi estudado, pois a informação não foi internalizada, contudo também não consegue em consequência produzir uma representação mental.

Para Vygotsky (2007), existe uma acentuada diferença entre a mediação por instrumento e signos. O instrumento é o que molda um dado objeto ou ambiente, a ação do homem para acontecer indiretamente. Em outras palavras, no desmatamento para realizar determinado plantio para consumo, deixa-se de usar diretamente as mãos e passa-se a utilizar uma enxada; essa ferramenta é um instrumento para conformar este ambiente às suas necessidades. Enquanto que o signo tem como objetivo condicionar uma ação psicológica, agir no intelecto do indivíduo, porém, também não é uma atividade direta, mas mediada por uma operação externa ou marca externa.

O software educacional a ser usado é o programa livre do Phet, que pode ser localizado no site <https://phet.colorado.edu/>, desenvolvido pela Universidade da Califórnia, nos EUA, e pode ser facilmente instalado em aparelhos celulares, tablet, notebooks e computadores de mesa. Nesta plataforma é disponibilizado diversos experimentos nas áreas de Física, Química, Biologia e Matemática. As práticas aqui oferecidas são experimentos que contribuem com uma animação bastante dinâmica, que enriquece visualmente e auxilia no ensino aprendizagem, no que tange Astronomia e Astrofísica. O simulador impactará na compreensão do funcionamento das estruturas envolvendo o Sol e os planetas, em especial a Terra, através da interação gravitacional e também a relação de força entre corpos de diferente quantidade de massa.

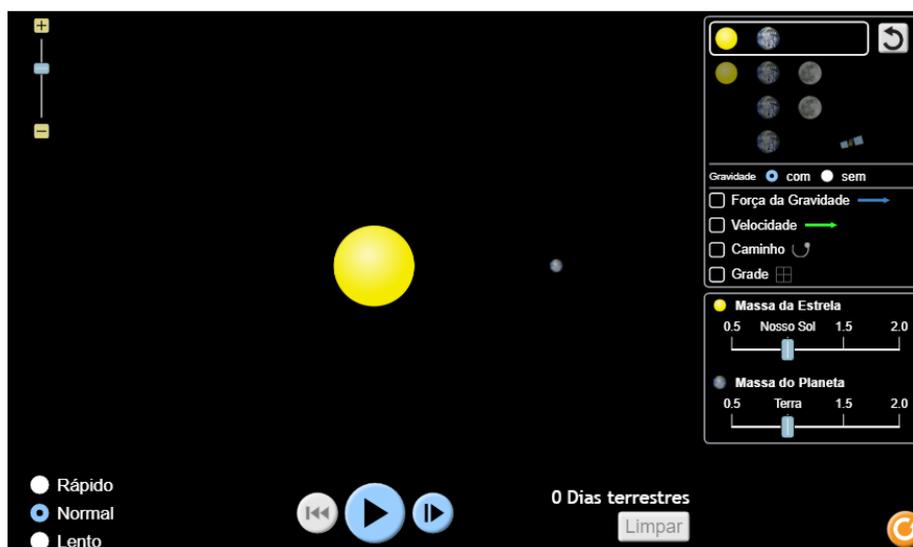


Figura 11: Simulação de Gravidade e Órbita

Na Figura 11 tem o início a simulação de Gravidade e Órbita envolvendo o Sol e o planeta, com a possibilidade de acrescentar outros objetos como a Lua ou retirar o Sol e deixar apenas o planeta com o seu satélite, podendo incluir outras variáveis como a alteração da massa dos corpos celestes, redução ou aumento de força gravitacional e velocidade. Existem inúmeras explorações que corroboram na aprendizagem de Astronomia, que podem ir desde o tipo de modelo cosmológico ao comportamento de objetos que realizam os movimentos orbitais e suas causas.

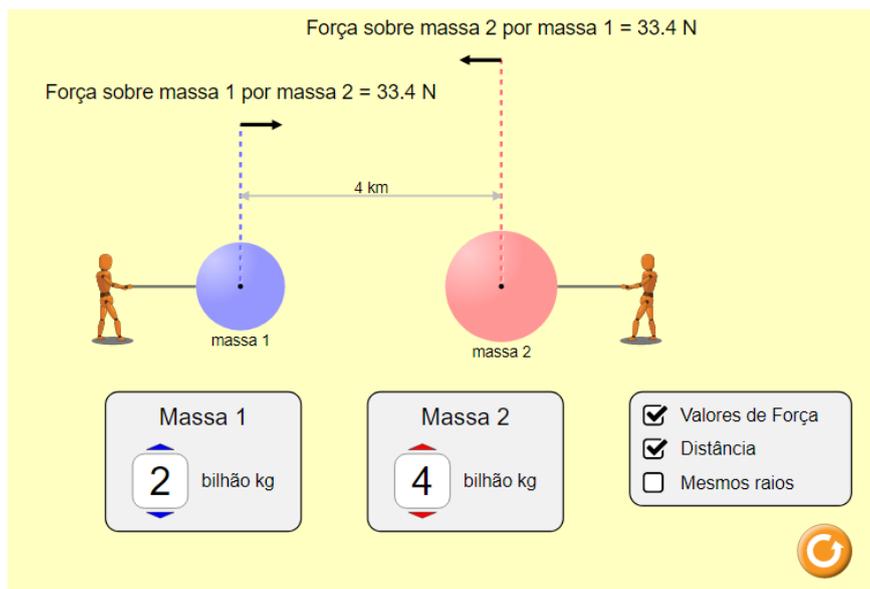


Figura 12: Simulador de Força Gravitacional Para Dois Corpos

No experimento Força Gravitacional, Figura 12, considerou-se a sua posição, a dimensão do objeto e quantidade de força. As modificações na distância provocam alterações na força; neste evento foi considerada a relação entre o Sol e um determinado planeta.

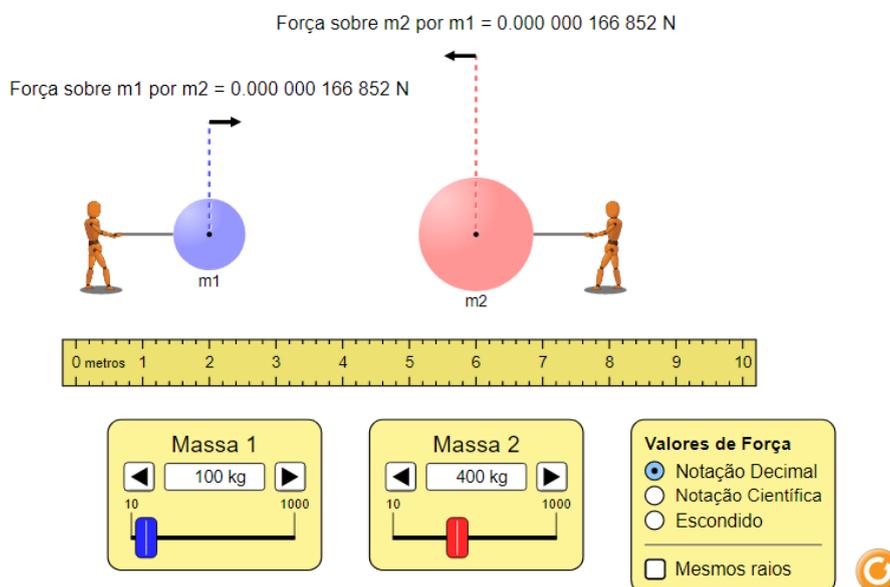


Figura 13: Simulação Gravitacional com variação da massa e da distância

Na Figura 13, embora seja possível alterar as mesmas variáveis do experimento anterior, ela explora a escrita matemática, que será importante para Física para análises posteriores, como a notação científica. Considera também que a distância apresentada é dada em metros, alterando o valor da força.

A representação mental ocorre a partir do momento em que uma marca externa ou um estímulo é oferecido ao aluno; neste ponto verifica-se a importância dos softwares educacionais. Cada simulador de Astronomia tem a função indireta, quando é visualizada pelo estudante toda a estruturação da imagem e dinamismo, facilitando na compreensão da força gravitacional do Sol em relação ao planeta. Sendo assim, o uso de marcas externas transformam-se em processos internos de mediação e a essa operação denomina-se de internalização. Logo, são desenvolvidos sistemas simbólicos, que tem por sua vez o objetivo de organizar os signos internalizados em uma disposição bastante articulada e complexa. Agora, as marcas externas (signos) deixam de ser usados e passam a usar os signos internos que são as representações mentais, que poderão substituir objetos reais. A necessidade destes experimentos virtuais é para que o estudante consiga construir nas suas funções psicológicas superiores uma representação da força gravitacional apenas através dos signos internalizados.

7. RELATO DA APLICAÇÃO E DADOS OBTIDOS

Aula 1

O produto educacional foi arrolado através dos encontros online por meio da plataforma Google Meet por um período de 1h40min, e dadas as privações quanto à internet disponível dos discentes, configurou-se que cada encontro teria a duração de 1h e outros 40 minutos destinados aos alunos para a realização das atividades propostas a eles no modo off-line. Para que houvesse maior explanação dos conteúdos e para maior interação sociocultural, os estudantes foram divididos em dois grupos, havendo desta maneira dois momentos diferentes para as aulas.

O objetivo desta aula foi a apresentação de todo o produto educacional, disponibilização do material impresso e por fim a realização de um levantamento dos conhecimentos acerca de Astronomia e Astrofísica. Embora estivessem presentes online nove estudantes para essa aula,

apenas sete conseguiram participar, pois os outros dois alegaram problemas na conexão da internet.

Após a apresentação de toda a estrutura do projeto, foi recomendado aos aprendizes que respondessem às questões disponíveis no apêndice B de ordem subjetiva para uma investigação dos conhecimentos. Assim, realizou-se a verificação dos conceitos espontâneos acerca de temas relevantes de Física, com fundamental importância para o desenvolvimento e asserções de novos assuntos que servirão como base para a compreensão das Leis de Kepler e a Lei da Gravitação Universal.

Em seguida, serão exteriorizadas algumas das questões com as respostas discorridas e comentadas pelos atores responsáveis. A identificação dos estudantes participantes será realizada por meio de siglas, para preservar a sua identidade.

I – A partir das suas experiências, explique por qual motivo a Lua movimenta em torno do planeta Terra;



Figura 15: Pergunta Acerca do Movimento da Lua em Relação à Terra

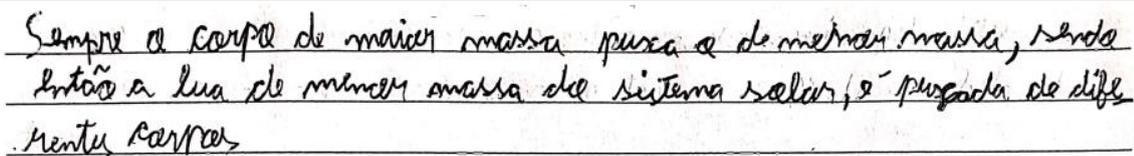
Para essa atividade, alguns termos que são palavras técnicas usadas adequadamente em Astronomia, foram trocadas por outras; para essa questão a palavra *órbita* foi substituída por *em torno*. O objetivo é saber se o estudante conhece essas diferenças de aplicação e se nas suas respostas ele faria uso do termo correto ou do termo que se encontra no enunciado.

A lua se movimenta em torno da terra porque é um satélite natural do planeta. Assim ela é atraída pela terra.

Figura 16: Resposta do aluno LP3B

Na explicação acima o termo *gravidade* fica subentendido pela palavra *atraída* e ao mesmo tempo constata uma simplificação do conhecimento em se tratando de compreender as causas que

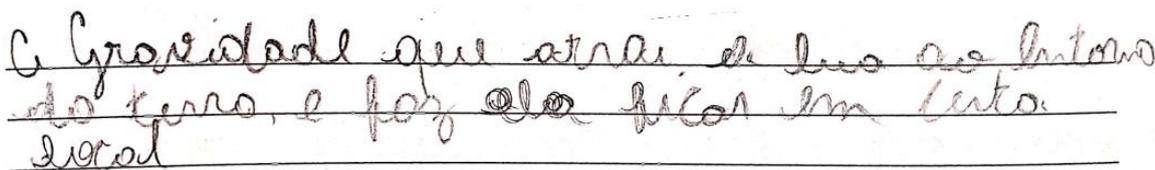
provocam o real motivo da órbita da Lua. Não é considerado aqui pelo estudante a quantidade de energia armazenada no corpo em movimento que pode forçá-lo a realizar tal trajetória.



Sempre o corpo de maior massa puxa o de menor massa, sendo
então a lua de menor massa do sistema solar, é puxada de dife-
rentes formas

Figura 17: Resposta do aluno LM3D

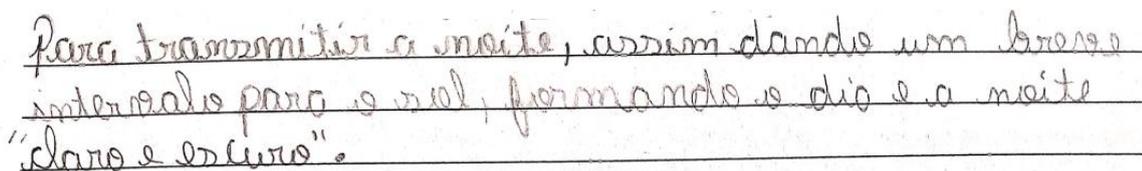
O estudante não utiliza a terceira lei de Newton, sobre a “ação e reação”. Assim, ele acredita que apenas o corpo mais massivo “puxa” ou atrai o menos massivo, enquanto na realidade as forças sentidas pelos dois são iguais em módulo e o que se observa é a aceleração (centrípeta) provocada no corpo de menor massa.



A gravidade que atrai a lua ao redor
do terra, e faz ela ficar em certa
local

Figura 18: Resposta da aluna JP3D

De maneira geral o estudante compreende que a gravidade possui uma força de interação atrativa, mas não sabe se expressar de maneira científica. Logo observa-se o uso de expressões de conceitos espontâneos quando se trata da aproximação da Lua em relação a Terra e do seu posicionamento.



Para transmitir a noite, assim dando um breco
intervalo para o sol, formando o dia e a noite
“claro e escuro”.

Figura 19: Resposta da aluna AP3A

Não há o argumento correto acerca das causas que provocam o movimento do satélite natural, fazendo uma declaração errônea a respeito da dinâmica entre a Lua e a Terra. Pode ser observado que nessa concepção é a Lua que ocasiona o dia e a noite e não a rotação do planeta.

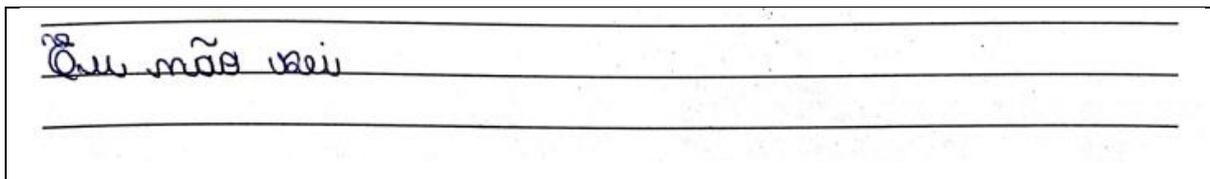


Figura 20: Resposta da aluna GV3D

Em geral, muitas respostas são iguais a essa, o que é surpreendente, dado que os alunos que participaram da aplicação do produto educacional são todos da terceira série do Ensino Médio. Seria esperado um mínimo de conhecimento em Astronomia e Astrofísica, ainda que apresentassem erros conceituais ou concepções alternativas.

AULA 2

Foram apresentadas aos estudantes as observações que Galileu engendrou em relação aos quatro primeiros satélites de Júpiter, ocorridas entre os dias 07 a 31 de janeiro de 1610, o que pode ser visto no apêndice C. É exposto aos alunos como tudo procedeu em se tratando de toda a pesquisa científica, inclusive são mencionadas suas anotações, que colaboram para o entendimento das descobertas realizadas. No entanto, os aprendizes tiveram acesso apenas às anotações sobre a disposição de cada uma das quatro Luas orbitando o planeta, mas sem os seus nomes. Com isso, é proposto aos aprendizes que eles possam, de acordo com as suas percepções, identificá-las, levando em conta as suas distâncias. As Luas são denominadas por *Io*, *Europa*, *Ganímedes* e *Calisto* e são as maiores de Júpiter.

Essa aula, de acordo com a proposta de Carvalho (2013), deve se iniciar com um problema que possa ser a alavanca motivacional. Tal verificação é caracterizada como um problema de natureza não experimental, que é introduzido com a seguinte pergunta: *De que maneira poderia se determinar a posição de cada satélite (Lua) Galileana, diferenciando-as enquanto estão orbitando o planeta Júpiter?*. O objetivo é fazer o sujeito pesquisador compreender a ação da gravidade, ou seja, a força de interação entre os corpos, e que é independente da quantidade de massa: Júpiter está no campo gravitacional das Luas, assim como as Luas estão no campo gravitacional de Júpiter. É instruída por Galileu a recomendação de que a orientação do movimento orbital dos satélites ocorre de Leste para Oeste.

Para auxiliar a investigação, os estudantes tiveram em mãos um conjunto de perguntas acessível no apêndice D, denominado por Carvalho (2013) de sistematização do conhecimento. São perguntas norteadoras que visam facilitar a compreensão acerca da ação da gravidade e assim provocar o abandono de suas concepções alternativas, ou seja, para Rego (2007) a partir dos

conceitos cotidianos e com a intervenção do mediador, os sujeitos adquirem os conceitos científicos.

A seguir serão expostas algumas atividades realizadas pelos alunos quanto ao problema não experimental, sendo os nomes dos estudante identificados por siglas:

FIG.	DATE.	EAST.	WEST.
1	Jan. 7	E	G
2	8		F
3	10	G	J
4	11	C	
5	12	B	E
6	13	C	F
7	15		G = i = E = C
8	15		G = i = E = C
9	16	E =	
10	17	b =	i = E
11	Jan. 17	C	G
12	18	E =	C
13	19	G =	i = E
14	19	C = E	
15	20		
16	20	G =	
17	20		
18	21		
19	22		
20	22		
21	23	C =	
22	23	E =	
23	24	i =	
24	25	E =	
25	26	E =	
26	26	i =	
27	27	C =	
28	30	F =	
29	31	C =	

Figura 21: problema não experimental de MO3B

FIG.	DATE.	EAST.	WEST.
1	Jan. 7		
2	8		
3	10		
4	11		
5	12		
6	13		
7	15		
8	15		
9	16		
10	17		
11	Jan. 17		
12	18		
13	19		
14	19		
15	20		
16	20		
17	20		
18	21		
19	22		
20	22		
21	23		
22	23		
23	23		
24	24		
25	25		
26	26		
27	27		
28	30		
29	31		

Figura 22: problema não experimental de SF3A

FIG.	DATE.	EAST.	WEST.
1	Jan. 7	E	G
2	8		
3	10		
4	11		
5	12		
6	13		
7	15		
8	15		
9	16		
10	17		
11	Jan. 17		
12	18		
13	19		
14	19		
15	20		
16	20		
17	20		
18	21		
19	22		
20	22		
21	23		
22	23		
23	24		
24	25		
25	26		
26	26		
27	27		
28	30		
29	31		

FIG.	DATE.	EAST.	WEST.
1	Jan. 7	E	G
2	8		
3	10		
4	11		
5	12		
6	13		
7	15		
8	15		
9	16		
10	17		
11	Jan. 17		
12	18		
13	19		
14	19		
15	20		
16	20		
17	20		
18	21		
19	22		
20	22		
21	23		
22	23		
23	24		
24	25		
25	26		
26	26		
27	27		
28	30		
29	31		

Figura 23: problema não experimental de AP3A

Figura 24: problema não experimental de JS3B

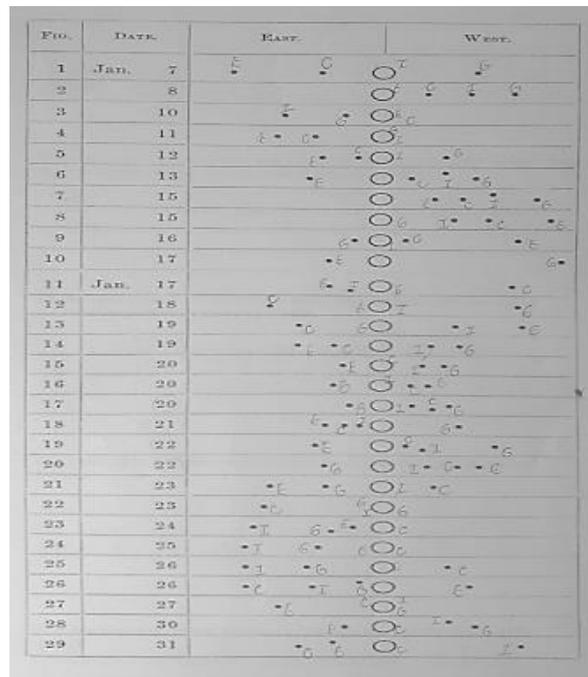
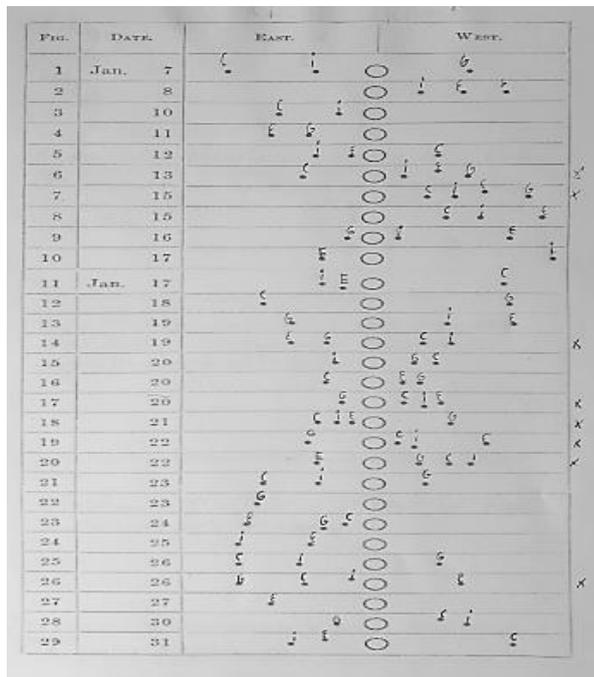


Figura 25: problema não experimental de LM3D

Figura 26: problema não experimental de DR3C

Para resolver o problema não experimental em si e ao mesmo tempo auxiliar na compreensão sobre a gravidade, os alunos foram norteados por um conjunto de doze perguntas. Algumas das questões com as suas respostas fornecidas pelos alunos serão explicitadas abaixo:

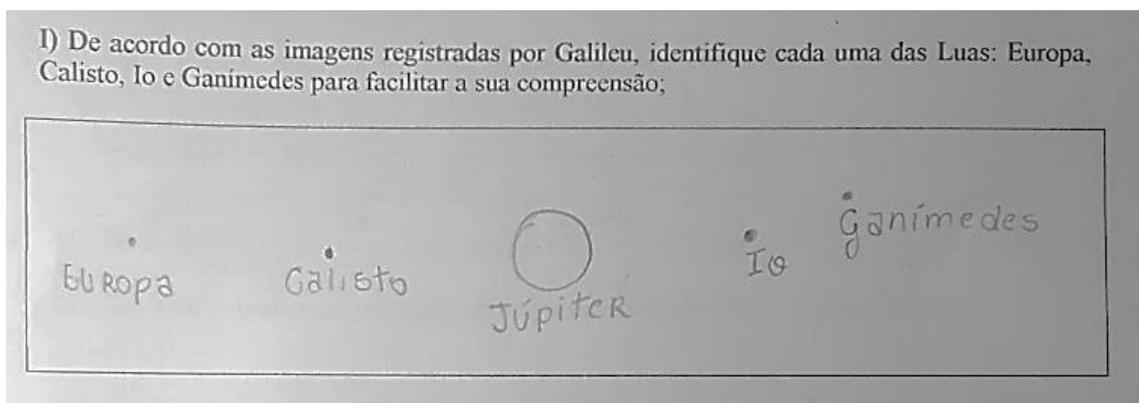


Figura 27: Resposta de DR3B

Nesta questão, inicialmente o estudante já tinha conhecimento do planeta e das quatro Luas Galileanas, no entanto, desconhecia a ordem correta. Logo, apresentou uma tentativa de ordenar e

de identificar cada um dos objetos livremente. A partir deste momento realiza-se uma investigação apenas por observação da imagem e intuição.

II) Explique como é possível observar essas Luas que se encontram a uma longa distância através do telescópio, ou seja, o que é preciso para a exploração ótica delas;

É possível vê-las através do telescópio com a luz do Sol, o Sol é uma boa lanterna para ver onde estão localizadas.

Figura 28: Resposta de RM3A

A resposta se aproxima do que se espera, pois para realizar as devidas observações, mesmo que seja através de um potente telescópio, é necessário a presença do Sol, e cada corpo deve refletir a incidência dos raios solares. No entanto é usado na resposta o termo *lanterna*, o que na visão do aluno seria a *incidência dos raios do Sol*.

III) Observando os dias 07 e 08 de janeiro, das quatro Luas, a imagem apresenta apenas três, o que você deduz que aconteceu com a outra. Explique;

Foi se deduzido que uma das Luas em ambas imagens, entrou atrás do planeta, impedindo assim sua visualização, fato ocorrido pelo movimento orbitante das Luas.

Figura 29: Resposta de LM3D

Segundo Camenietzki (2009) na visão de Galileu, a Lua estava neste momento atrás do planeta, o que coincide com a dedução do LM3D a afirmar em outras palavras que não houve o alinhamento do satélite e Júpiter.

IV) Em quais dias foi possível observar distintamente as quatro Luas e porque foi possível isso? Explique;

Nos dias 13, 15, 19, 20, 21, 22 e 26. Acho que pode ser vista a 4 Luas onde o telescópio pode pega elas na claridade do Sol.

Figura 30: Resposta de RM3A

Para RM3A existem alguns dias em que todos os satélites estão em um campo visível, no entanto é feito o uso de um termo não científico que é “*claridade*” em vez de *raios incidentes*.

V) Se fosse possível não observar a nenhuma das Luas, qual seria a justificativa para explicar este fato?

Que todos estão alinhados atrás do planeta.

Figura 31: Resposta de RS3A

Nos relatos de Galileu (CAMENIETZKI, 2009, p.64) afirmava que “já à quinta hora não se viam as duas estrelas que estavam antes próximas a Júpiter, ocultando-se, pelo que creio, atrás de Júpiter”. Sendo assim, eram três Luas atrás do planeta. Nesta questão, o intento era conduzir o estudante a uma reflexão sobre a possibilidade de todas estarem alinhadas com Júpiter e ocultas ao mesmo tempo.

VI) Além do posicionamento da cada Lua, qual outra característica dela que poderia ser usada para encontrar cada Lua? Explique;

Sua trajetória, distância em que ela costuma ficar de Júpiter, a velocidade. Se a lua tiver esses padrões o cálculo permite achá-la de forma mais fácil.

Figura 32: Resposta de JS3B

VII) Que tipo de movimento os satélites desenvolvem no planeta de Júpiter? Explique;

Translação ao redor dele

Figura 33: Resposta de SF3A

É esperado que os aprendizes pudessem distinguir o movimento de rotação e translação, observando que o satélite mais próximo do planeta tem um período de revolução com características diferentes do mais distante.

VIII) A distância de cada Lua até o planeta de Júpiter são iguais ou diferentes? Explique;

Cada lua tem diferentes distâncias do planeta, dependendo do eixo ou o dia, as luas se movimentam podendo ficar mais perto ou longe, tudo depende de qual lua, e a época do movimento.

Figura 34: Resposta de JP3D

É importante que os estudantes possam considerar que exista essa distância entre as Luas e que embora percebam pelas anotações de Galileu a disposição da posição de cada uma delas, deve ficar claro para os alunos que nem sempre estão realmente alinhadas, pois existe certa discrepância nesta orientação a cada período realizado.

IX) Por qual motivo essas Luas permanecem junto de Júpiter e não se separam dele e direcionando cada satélite para uma direção diferente? Explique;

Por causa da gravidade, do mesmo jeito que acontece com nossa lua e o planeta Terra.

Figura 35: Resposta de MO3B

A aprendizagem aqui está ocorrendo por analogia, a partir das questões aplicadas para explorar os conhecimentos adquiridos ao longo do seu histórico de vida, o estudante consegue perceber que existe uma associação entre a interação gravitacional da Terra com a Lua, assim como Júpiter e seus satélites.

X) O intervalo de tempo necessário para que as Luas Calisto, Europa, Ganimedes e Io levam para realizar uma volta completa em Júpiter são as mesmas? Explique;

Não são as mesma, todas as luas tem uma gravidade diferentes, não sei se é Júpiter que exerce sobre elas

Figura 36: Resposta de RM3A

Fica claro que aos poucos os alunos vão compreendendo o que é a interação da força gravitacional, mas ainda sim existem dúvidas se isso acontece mutuamente ou se apenas um corpo exerce a força gravitacional sobre o outro. No entanto, é explícito pela resposta que as Luas estão sob o efeito que o planeta aplica nelas.

XI) Represente através de um desenho, Júpiter e as suas Luas movimentando a sua volta; Explique;

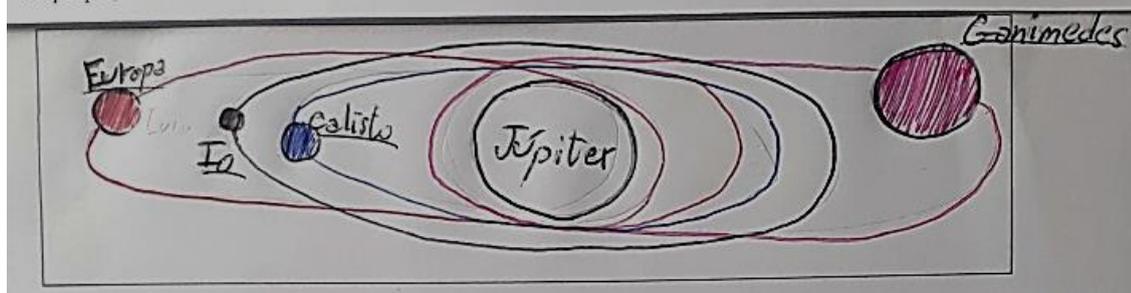


Figura 37: Resposta de MV3B

Houve aqui a preocupação de fazer a representação das Luas Galileanas tanto quanto a sua posição quanto ao seu movimento de translação, e também a sua órbita elíptica. Outra

característica relevante é considerar que cada um dos satélites possui uma dimensão diferente do outro.

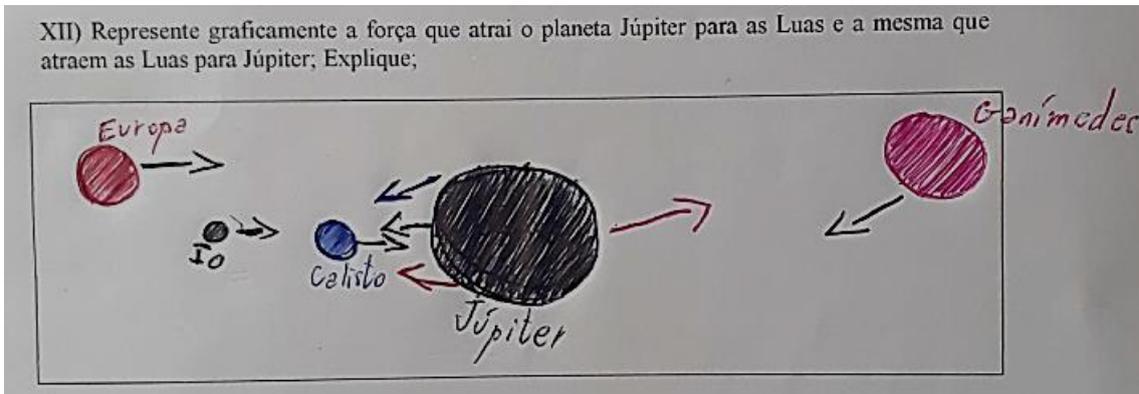


Figura 38: Resposta de LM3D

A representação feita através das setas elucidou o fato de que o estudante compreendeu que um objeto está no campo gravitacional do outro, porém, ainda não é possível determinar se ele aprendeu de fato que o valor da força gravitacional depende das massas, ou seja, que corpos com diferentes massa apresentarão uma força com valor distinto.

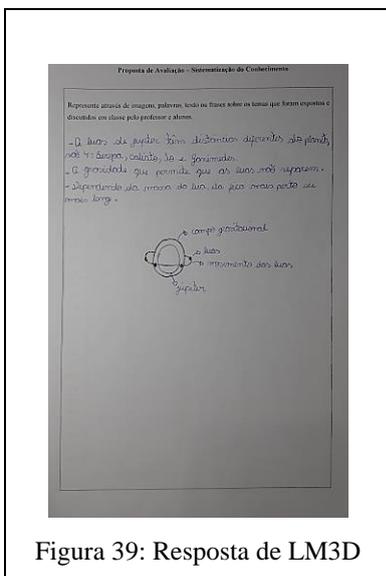


Figura 39: Resposta de LM3D

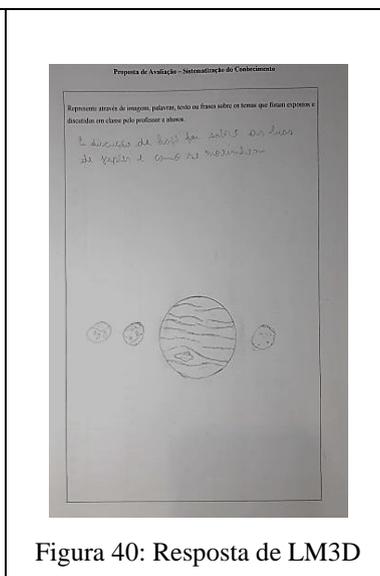


Figura 40: Resposta de LM3D

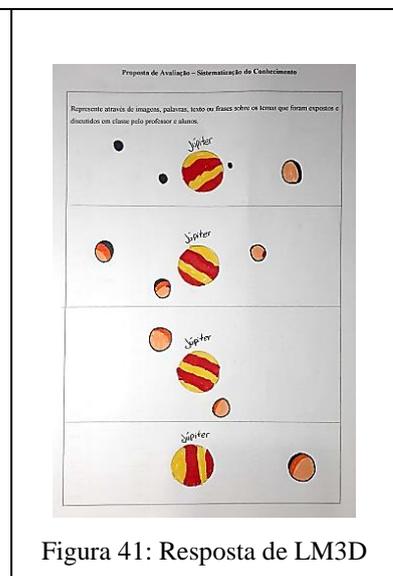


Figura 41: Resposta de LM3D

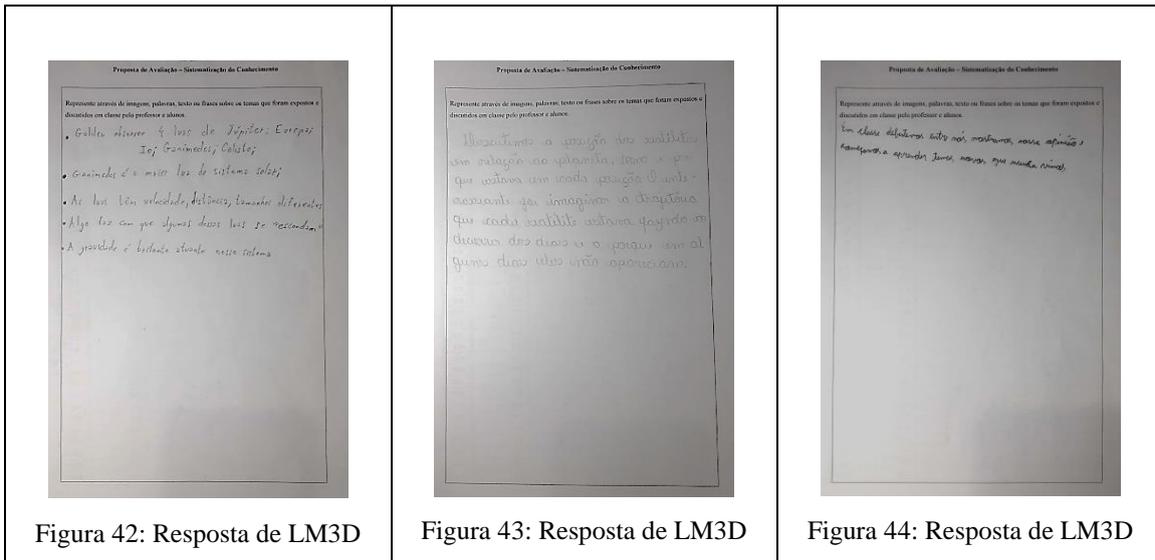


Figura 42: Resposta de LM3D

Figura 43: Resposta de LM3D

Figura 44: Resposta de LM3D

Por fim, os alunos fazem um texto mais livre, com suas ideias e conclusões, e assim é possível verificar se houve aprendizagem do conteúdo, após a interação social e troca de informações com os demais colegas. É o momento da sistematização individual do conhecimento e por este meio a avaliação a ser realizada pelo mediador é qualitativa, ou seja, levam-se em consideração palavras, frases, desenhos, teorias, conceitos etc.

AULA 3

Para o desdobramento da aula três foram apresentados aos estudantes temas acerca das antigas civilizações, observadores, filósofos e físicos que no decurso de suas atividades científicas abarcaram uma grande quantidade de informações com relação à Astronomia e Astrofísica. Sendo assim, foi proposta aos alunos uma investigação por meio de livros ou sites de internet. Para essa pesquisa foram disponibilizadas as asserções específicas a serem verificadas por ordem cronológica, para que a história da ciência neste quesito denotasse um sentido real pelo qual realizamos este estudo, principalmente para perceber que houve por parte de muitas pessoas grandes contribuições e desenvolvimentos de métodos que nos auxiliam na compreensão de fenômenos naturais.

Após a inquirição do conteúdo, os aprendizes puderam realizar suas apresentações por meio de slides e fazer explicações quanto ao que cada um aprendeu. Cada material apresentado foi desenvolvido pelo próprio aluno. Em seguida serão disponibilizadas algumas das imagens das exposições que ocorreram através do Google Meet. Era perceptível a preocupação de cada um dos atores com a qualidade da sua apresentação e cuidado quanto ao conteúdo. O anexo F, para consulta dos colegas professores que eventualmente utilizarão esse produto educacional, apresenta um texto que traz o conteúdo a respeito do que se propôs na pesquisa e assim o que deveria ser abordado nas exposições. Os estudantes não tiveram acesso a este anexo, com o objetivo de levá-

los a investigar o assunto por conta própria. Os assuntos pertinentes desta aula a serem pesquisados foram divididos entre os alunos, e a sua exposição ocorreu na sua ordem histórica e cronológica. A seguir será explicitada parte das apresentações dos estudantes:

Apresentação do estudante MO3B:

O estudante discorreu sobre os slides 45, 46, 47 e 48 quanto a importância de estudos desenvolvidos pela antiga civilização chinesa ao longo da sua história, sendo ela o marco inicial quanto aos primeiros indícios da história da Astronomia. Além do conteúdo científico, considerou os impactos sociais, culturais e econômicos que resultaram das observações do sistema solar. As imagens apresentadas abaixo são recortes feitos das exibições que ocorreram através do Google Met.



Figura 45: - Apresentação sobre a Antiga Civilização Chinesa

28 mansões celestiais

7 mansões formam um símbolo:
Animais Celestiais
(quadrantes sazonais)

- Posições da lua definiam a estação;
- Dinastia Tang;
- Mansões e analogia à astrologia ocidental;



Figura 46: As Mansões Celestiais na Astronomia Chinesa



Figura 47: Os Animais Celestiais na Cultura Chinesa

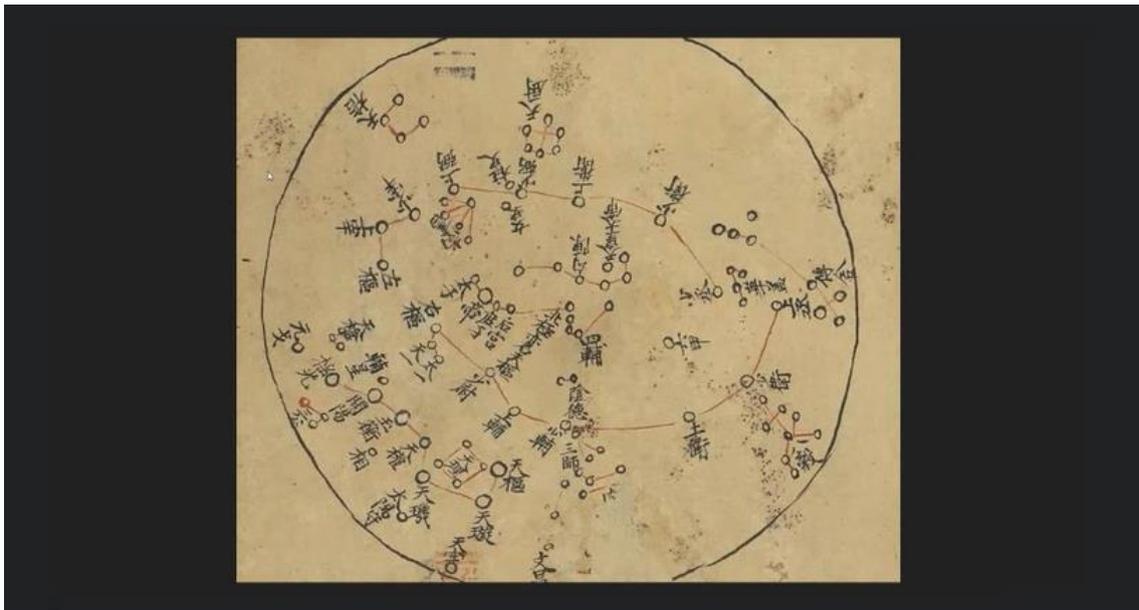


Figura 48: Apresentação da aluna RM3A sobre Mapa Astral Chinês

Apresentação do estudante RM3A:

O estudante discorreu do slide 49 ao 52 sobre a história da antiga civilização dos mesopotâmicos a respeito da Astronomia e suas contribuições ao longo do tempo. Especificou, na explicação, que eles primeiro começaram com um culto religioso e com a astrologia para somente mais tarde perceberem através das observações do movimento da Lua e dos planetas, e com o uso de métodos matemáticos, a aplicação no seu cotidiano e assim sistematizando um conhecimento científico.

Astronomia na Mesopotâmia (2000 a. C)

- ◆ Os sumérios foram os primeiros habitantes da região, e os primeiros a cultivar a astronomia.
- ◆ Também os criadores da astrologia.
- ◆ Passaram de astrólogos a astrônomos.
- ◆ Tal mudança na análise dos fenômenos celestes ocorreu no primeiro milênio antes de Cristo.
- ◆ Surgem, assim, as primeiras aplicações de métodos matemáticos para exprimir as variações observadas nos movimentos da Lua e dos planetas.
- ◆ A matemática na astronomia foi o avanço fundamental na história da ciência na Mesopotâmia
- ◆ Observações sistemáticas dos movimentos dos planetas e principalmente do Sol e da Lua.

© meirelsgoogles.com.br compartilhando sua tela. [Intercompartilhamento](#) [Cultive](#)

Figura 49: Apresentação sobre Astronomia na Mesopotâmia



Figura 52: Símbolos dos Zodíacos dos Mesopotâmicos

Apresentação do estudante RS3A:

O estudante abordou do slide 53 ao 62 a Astronomia Egípcia. Trouxe pontos relevantes, por exemplo, que o interesse maior dos egípcios estava mais centrado no Sol do que na Lua, devido ao fato de estarem mais focados na produção agrícola. Há também o culto místico, pois o Sol era tratado como deus, denominado de Rá, dado como a principal divindade no período da Quinta Dinastia.



Figura 53: As Divindades da Antiga Civilização Egípcia

Estudo da centralidade do universo -- tinham pensamento geocêntrico
(Terra era o centro do Universo)

- Conhecimentos sobre distâncias e volumes (Lua, Terra e Sol);
- Lua era mais próxima da Terra que o Sol (exemplificação das fases da Lua);
- Nomeação e conhecimento acerca de muitas constelações do hemisfério Norte;

Figura 54: O Pensamento do Geocentrismo dos Egípcios

Anaxágoras (500-428 a. C)

- ◆ Terra era oca
- ◆ Forma plana e se mantinha suspensa no ar
- ◆ Sol, a Lua e todos os outros astros eram pedras incandescentes.

Figura 55: Contribuições de Anaxágoras na Astronomia

Filolaus de Crotona (470 – 390 a.C)

- ◆ No centro do universo, encontrava-se fogo.
- ◆ A Terra era apenas um de seus astros
- ◆ A Terra, ao fazer um movimento circular em volta do fogo central, dava origem ao dia e à noite.
- ◆ A Anti-Terra.

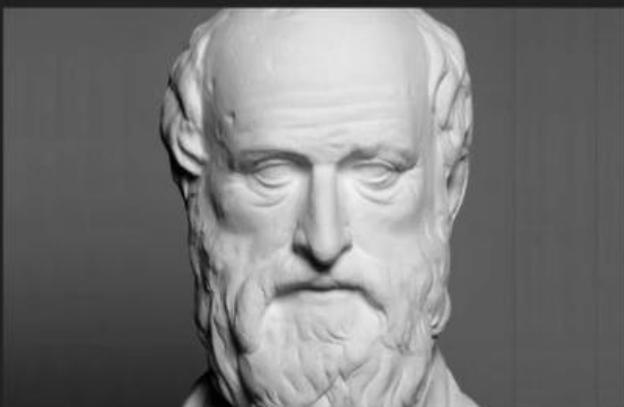
Figura 56: Contribuições de Filolaus de Crotona na Astronomia

Platão (427 – 347 a.C)

- ◆ A terra está no centro, em forma de esfera e, ao redor, os astros, as estrelas e os planetas.
- ◆ Esferas ou anéis rodantes, transparentes.

Figura 57: Contribuições de Platão na Astronomia

Eratóstenes de Cirene (276 - 194 a.C)



- Desenvolveu um método matemático para medir as dimensões da Terra;
- Considerado inventor da Esfera Armilar;
- Pioneiro na medição do raio do Planeta Terra;

Fonte: <https://www.suapesquisa.com/quemfo/eratostenes.htm>

© meet.google.com está disponível há dois dias Interromper compartilhamento Quitar

Figura 58: Eratóstenes de Cirene na Astronomia

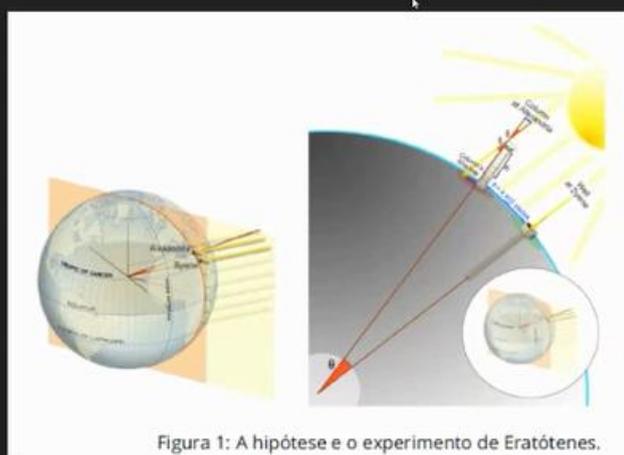


Figura 1: A hipótese e o experimento de Eratóstenes.

© meet.google.com está disponível há dois dias Interromper compartilhamento Quitar

Figura 59: Esfera Armilar e o Experimento de Eratóstenes.

Hiparco de Nicéia (190 - 125 a.C)



- Elaborou o 1º catálogo de estrelas;
- Calculou a distância entre Terra e Lua;
- Criou a escala de magnitude das estrelas;
- Determinou a duração do ano terrestre com 365 dias;
- Inventor do astrolábio;
- Descobertas acerca dos movimentos e da órbita do Sol;
- Determinou períodos de ocorrência de eclipses lunares e solares;

Fonte: <https://www.suapesquisa.com/astronomia/>

[meet.google.com/estd-compartilhamento](#) [Interromper compartilhamento](#) [Quitar](#)

Figura 60: Hiparco de Nicéia

Cláudio Ptolomeu (90 - 168 d.C)



- Teorias acerca da trigonometria esférica do movimento solar e lunar;
- Conjunções de planetárias - catalogação de corpos celestes;
- “O Almagesto” - ciência x miticismo
- Modelo geométrico do Sistema Solar onde a Terra era o centro e haviam epíclis;
- Terabiblos - Atuação dos planetas na vida

Fonte: <https://www.todamateria.com.br/ptolomeu/>

[meet.google.com/estd-compartilhamento](#) [Interromper compartilhamento](#) [Quitar](#)

Figura 61: Cláudio Ptolomeu e o Modelo Geocêntrico

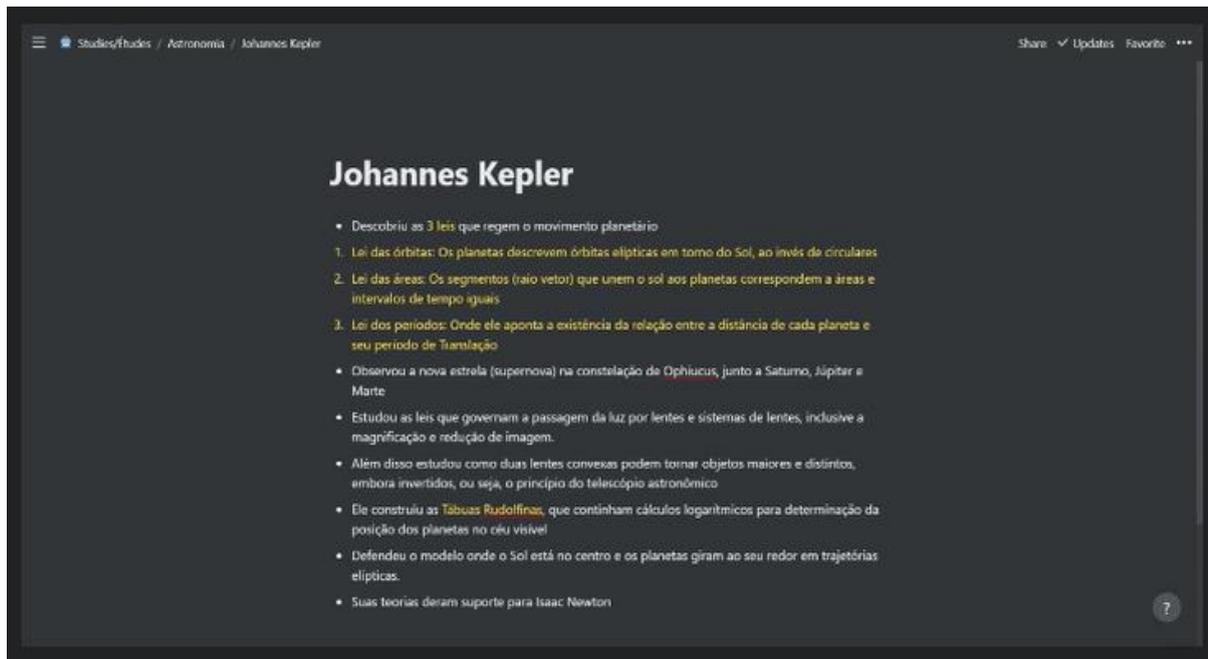


Figura 62: As Leis de Kepler

Posterior às apresentações, os alunos fizeram a sistematização individual para aferir o seu saber e ao mesmo tempo permitindo que o mediador pudesse conferir, pelo preenchimento do apêndice C, se houve a internalização do conhecimento. Segundo a teoria de Vygotsky (2007, p.56) é a “reconstrução interna de uma operação externa”, fator este que por sua vez origina o sistema simbólico, ou seja, a partir do momento em que algo estudado e internalizado, tem-se os organizadores de signos. Se antes era necessário visualizar algo para sua compreensão, agora, os signos são internalizados e por este motivo o indivíduo é capaz de construir uma representação mental. A sistematização individual permite verificar o que foi conscientemente aprendido e potencialmente desenvolvido nas funções dos processos superiores.

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e alunos.

- No começo a Astronomia era muito relacionada ou andava lado-a-lado com a Astrologia
- China alia totalmente a Astronomia à religião
- Apesar disso, catalogaram vários corpos celestes e registraram alguns fenômenos
- Parte de seu conhecimento foi perdido
- Os sumérios praticamente criaram a Astronomia, porém ainda associavam à religião, como exemplo a criação do Zodíaco.
- Incorporaram o conhecimento astronômico no cotidiano com o uso do calendário por exemplo
- Egípcios difundiram e incorporaram conhecimentos astronômicos no cotidiano
- Ex: Uso de relógios de sol.
- Os gregos deram um grande avanço nessa ^{ciência} ~~conhecimentos~~, e propuseram os primeiros modelos do universo, além de buscarem ^{um dos} conhecimento matemático, científico e a reflexão a partir da Filosofia
- Kepler e Newton e Copérnico mudaram por completo a Astronomia, provando o modelo copérnico onde o Sol é o centro (Heliocentrismo) além da contribuição imensa dos 3 p/ calcular e descoberta de leis essenciais p/ entender nosso universo.

Figura 63: Sistematização Individual do conhecimento do aluno JS3B

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e alunos.

Astronomia na Mesopotâmia - Os sumérios foram os primeiros a cultivar a astronomia e criar a astrologia. Surgem, assim, as primeiras aplicações de métodos matemáticos para explicar as variações observadas nos movimentos da Lua e dos Planetas.

Astronomia Chinesa - Religiosa e astrologia. Todos os livros foram queimados por decreto imperial. Os chineses previam os eclipses, pois conheciam suas propriedades. Usavam um calendário de 365 dias. Deixaram registros de anotações precisas de cometas, meteoros e meteoritos desde 700 a.C.

Astronomia Egípcia - Por intermédio dos egípcios que os astrôlogos e os astrônomos babilônicos chegaram ao Ocidente. A astronomia Egípcia, contudo, era bastante rudimentar, pois a economia egípcia era essencialmente agrícola e regida pela enchente do Nilo. Descrições do céu eram quase nulas e o zodiaco que conheciam era uma importação do criado pelos babilônicos. As pirâmides egípcias apresentam suas faces voltadas para os quatro pontos cardinais.

Astronomia Grega - Do esforço dos Gregos em conhecer a natureza do cosmos, e com o conhecimento herdado dos povos mais antigos, surgiu os primeiros conceitos de Esfera Celeste, de material cristalino incrustada de estrelas, tendo a Terra no Centro. Os gregos imaginavam que a esfera celeste girava em torno de um eixo passando pela Terra.

Figura 64: Sistematização Individual do conhecimento da aluna RM3A

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e alunos.

- **Astronomia na mesopotâmia**: Primeiros observaram as estrelas por motivos místicos e depois apenas pela simples observação. Realizaram observações sistemáticas dos movimentos dos planetas e principalmente do sol e da lua. Determinaram o período de rotação, movimento do sol. Pediram prever eclipses através vários cálculos.

- **Astronomia Chinesa**: Previsam os eclipses. Usavam um calendário de 365 dias.

- **Astronomia Egípcia**: as descrições do céu eram quase nulas e o zodiaco que conheciam era uma importação do criado pelos babilônicos. As pirâmides apresentam suas faces voltadas, com grande precisão, para os quatro pontos cardinais.

- **Astronomia grega**: Surgiram os primeiros conceitos de esfera celeste. Imaginavam que a esfera celeste girava em torno de um eixo passando pela Terra.

- **Tales de Mileto**: Introduziu na grega os fundamentos da geometria e da astronomia, sabia que a lua era iluminada pelo sol.

- **Pitágoras de Samos**: Dedicava-se ao estudo da Terra, lua e outros corpos celestes. Foi o primeiro a afirmar a existência da Terra arredondada.

- **Ararxíptor**: propôs que a origem da universidade estava em vários elementos e não somente em um.

- **Cláudio de Crotone**: foi o primeiro pensador a atribuir movimento à Terra. A Terra girava em torno de um eixo central.

- **Platão**: fundador da Academia em Atenas.

- **Eudoxo de Cnido**: Propôs as esferas homocêntricas 27 esferas.

- **Aristóteles de Estágia**: as fases da lua dependem de quanto da parte do pólo da lua iluminada pelo sol, é visível os eclipses. afirmava que a universidade era esférica e finita.

- **Aristarco de Samos**: primeiro a propor que a Terra se movia em volta do sol. Determinou um método para determinar as distâncias relativas do sol e da lua à Terra.

- **Cratesítemes de Teos**: Sistema de esferas geográficas, foi o primeiro a empregar um globo para representar a Terra. Foi o primeiro a determinar o diâmetro da Terra.

- **Filoparco de Nicia**: construiu um observatório. Deduziu corretamente a direção dos pólos celestes, deduziu a precisão.

- **Ptolomeu**: Representações geométricas do sistema solar, geocêntrica.

- **Nicolau Copérnico**: Apresenta o sistema heliocêntrico.

- **Johannes Brahe**: foi o primeiro a calcular e descrever a precisão de seus instrumentos periodicamente e corrigir as observações por aproximação atmosférica.

- **Galileu Galilei**: fez uma série de observações da lua, descobrindo

Figura 65: Sistematização Individual do conhecimento da aluna MO3B

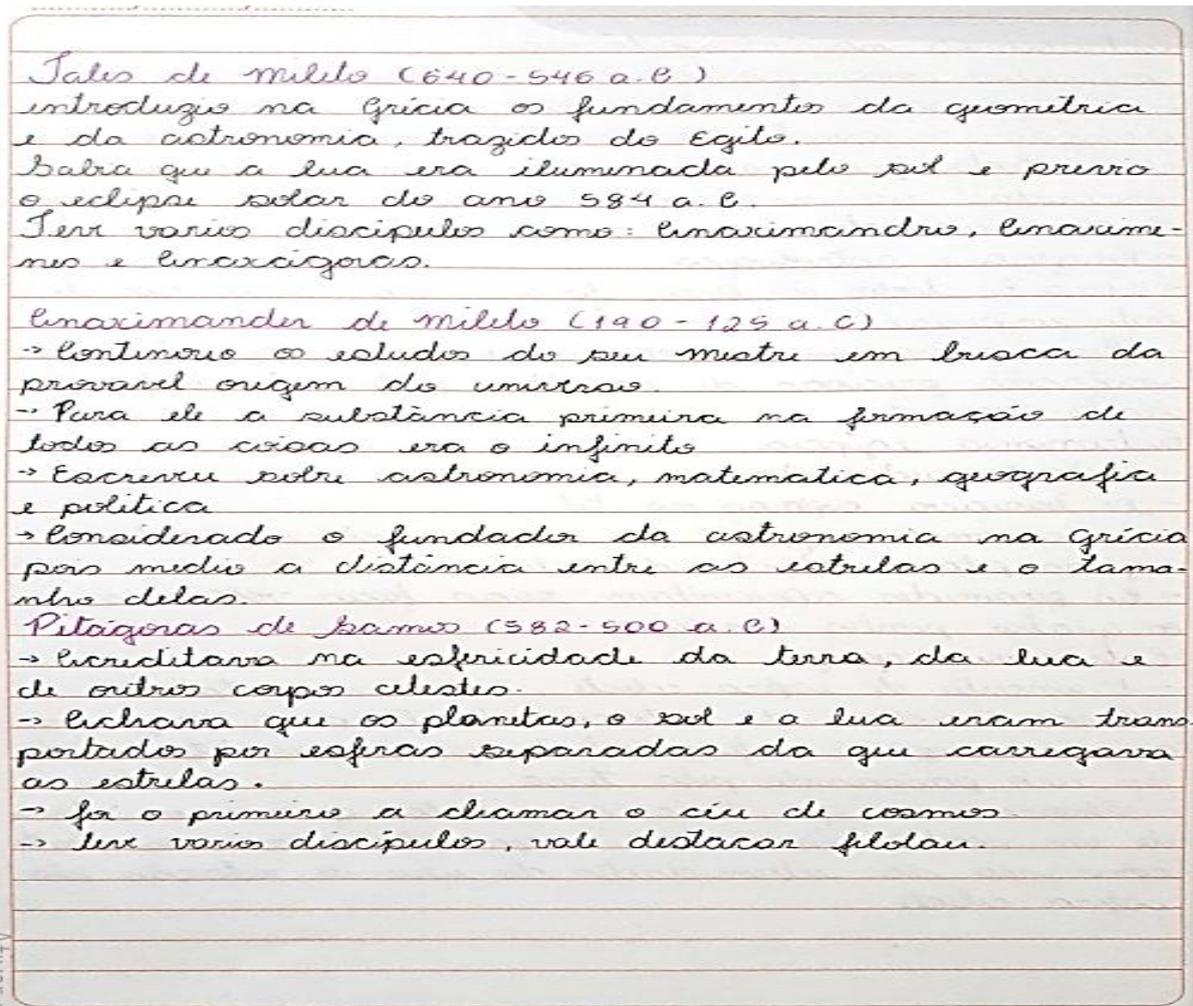


Figura 66: Sistematização Individual do conhecimento da aluna GV3D

Em cada uma das imagens acima é possível observar por meio de palavras, frases ou desenhos que houve por parte dos estudantes um crescimento potencial quanto a aprendizagem.

Aula 4

O objetivo desta aula não era fazer uma detalhada explanação sobre o formalismo Matemático, mas apresentar aos alunos, de maneira processual, a geometria das cônicas e como poderiam ser formadas geometricamente as demais figuras, sendo elas o círculo, a elipse, parábola e hipérbole.

Contudo é preciso que o indivíduo entenda minimamente a Matemática e saiba relacioná-la com as aplicações na Física, sobretudo com a Astronomia e Astrofísica.

O estímulo motivador para a abordagem das cônicas é designar aos atores da aprendizagem a discriminar os diferentes tipos de trajetórias realizadas por planetas, satélites, cometas entre

outros através da análise do grau de excentricidade e por fim salientar que todo este contexto está associado a sua quantidade de energia. Assim, é relevante que compreendam que para um corpo orbitar outro, não basta apenas o conhecimento sobre a gravidade, mas também é preciso saber a energia do deslocamento do corpo, no entanto, foi feita uma abordagem bastante superficial sobre o momento angular, porém, sendo alunos da terceira série do E.M. sabiam muito pouco este conteúdo

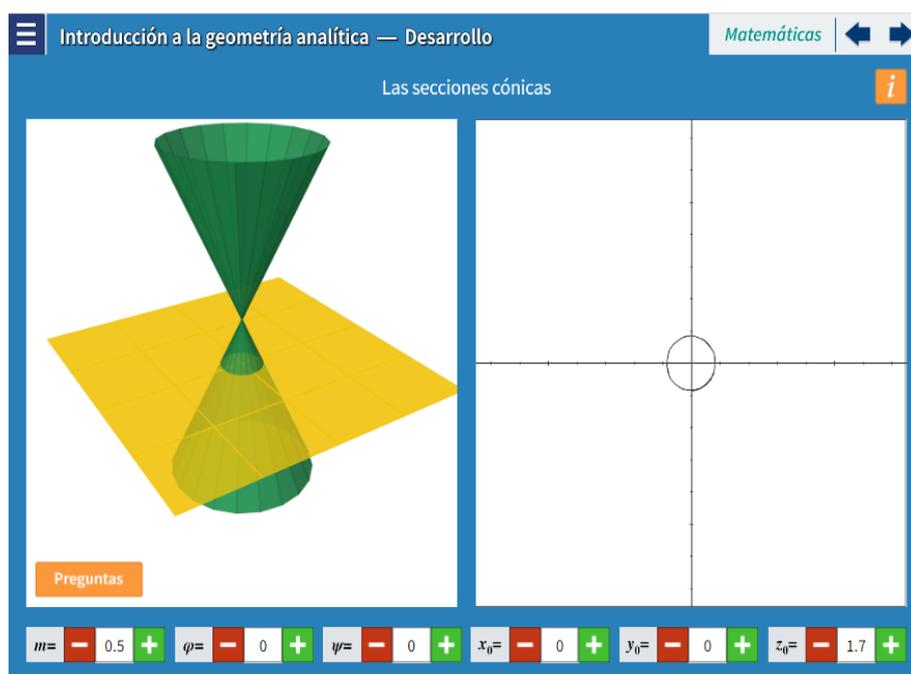


Figura 67: Simulador de Matemática das Cônicas

Após a leitura sistematizada ofertada no apêndice G aos alunos, a aula é iniciada com a seguinte pergunta motivadora: *Qual é o tipo de trajetória descrita pelo planeta Terra ao orbitar o Sol?* Logo em seguida é apresentado aos estudantes um software educacional (<http://prometeo.matem.unam.mx>) totalmente livre podendo ser instalado tanto em tablet, no aparelho celular ou notebook. Embora os estudantes ainda não tivessem nenhum conhecimento desta temática até essa aula, foi possível adquirir conceitualmente algum entendimento acerca do assunto; as dúvidas existentes foram sanadas mediante o uso do simulador, considerando geometria a ser estudada.

Na figura acima são apresentadas algumas variáveis necessárias para a manipulação da construção das curvas. Dessa maneira, do lado esquerdo tem-se as cônicas na cor verde e um plano na cor amarela que secciona os cones, enquanto no lado direito há a projeção no gráfico bidimensional. As variáveis disponíveis possuem funções específicas: m aumenta ou diminui as dimensões das cônicas, φ faz rotacionar no eixo em que se encontra, ψ desenvolve a revolução a

partir do ponto localizado, e por fim, os demais são eixos para a projeção das curvas: círculo, elipse, parábola e hipérbole.

A seguir serão expostas figuras retiradas do momento da aula, realizada pelo no Google Meet. Os estudantes fizeram a sua apresentação de acordo com o que compreenderam a partir da leitura. Surgiram algumas dificuldades iniciais para a utilização do software, no entanto houve um aumento na percepção deles em discernir as diferenças entre cada uma das imagens projetadas. Durante o momento da simulação realizada pelo próprio aprendiz, foi questionado pelo mediador sobre as distinções existentes e como seria possível diferenciá-las, que por sua vez eram a excentricidade em cada configuração.



Figura 68: Apresentação da aluna RM3A – Projeção do círculo

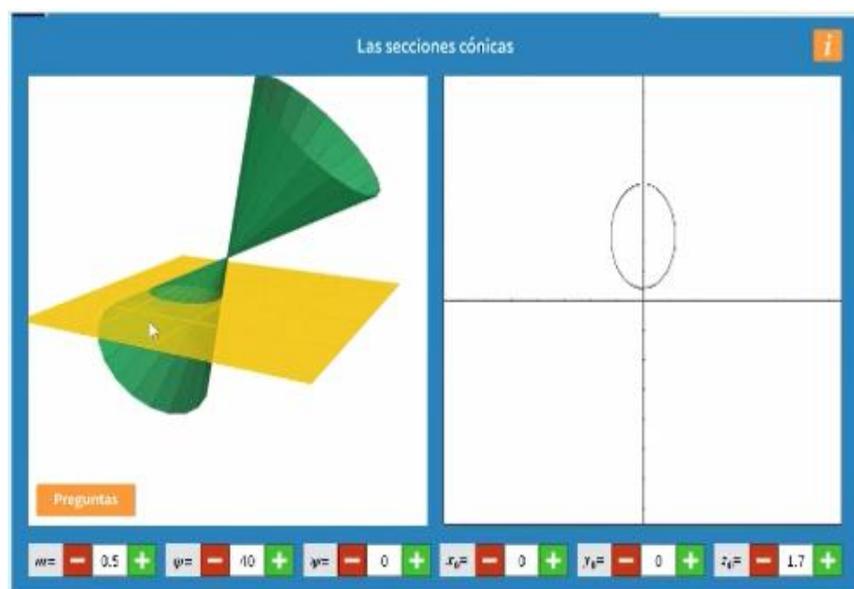


Figura 69: Apresentação da aluna MO3B – A construção da Elipse

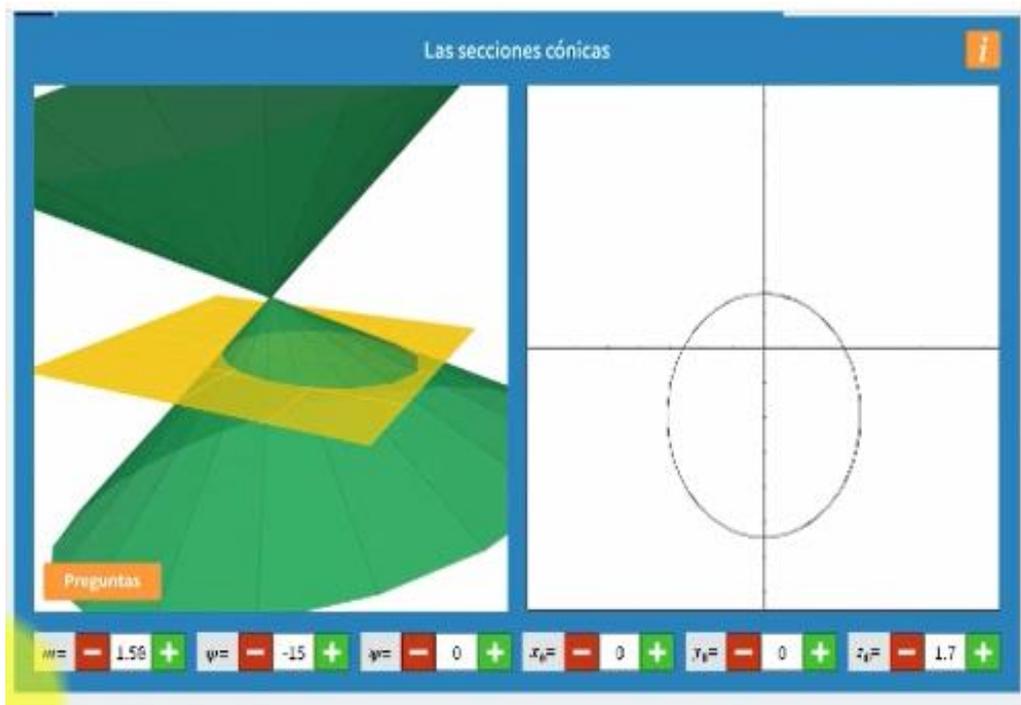


Figura 70: Apresentação do aluno JS3B – A rotação da Elipse no Eixo Y

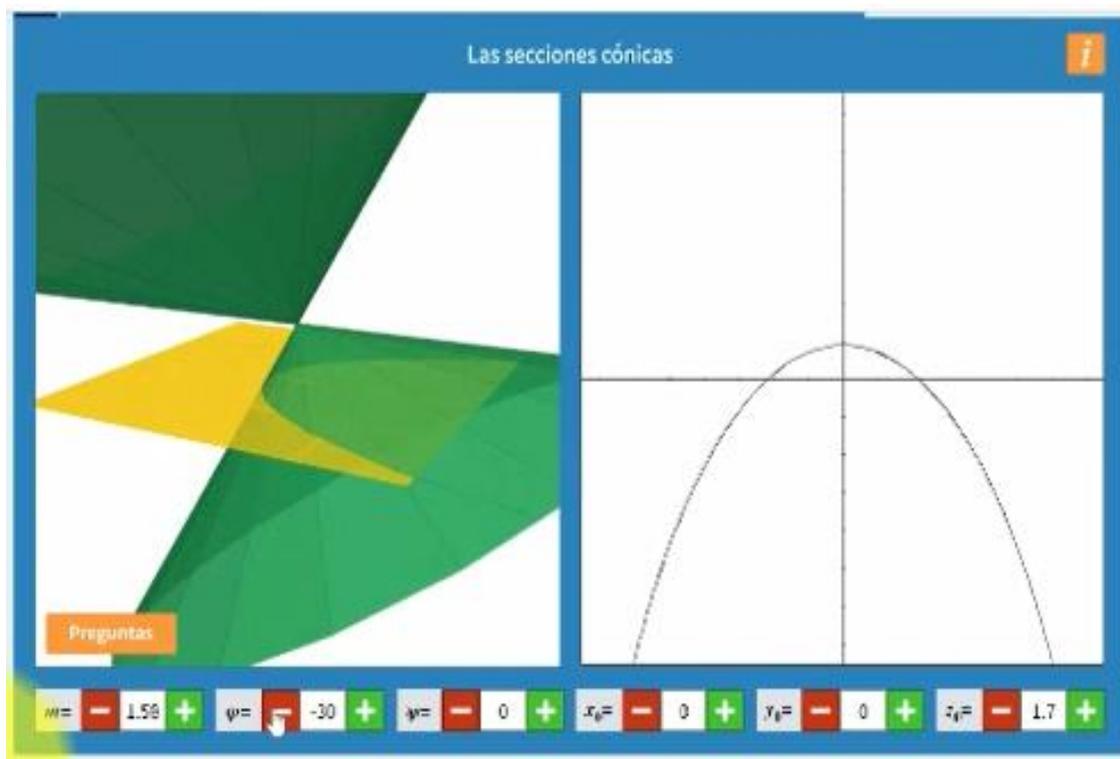


Figura 71: Apresentação do aluno SF3A – Construção da Parábola no Eixo Y

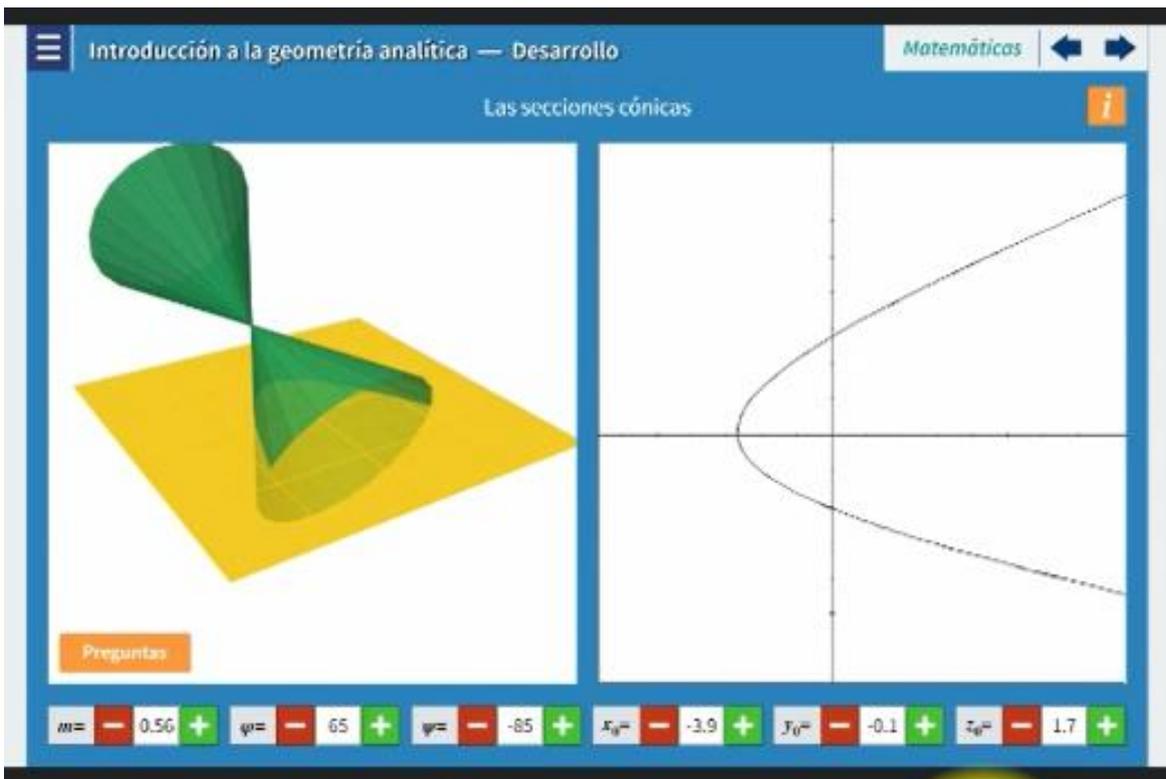


Figura 72: Apresentação do aluno LM3D – Construção da Parábola no Eixo X

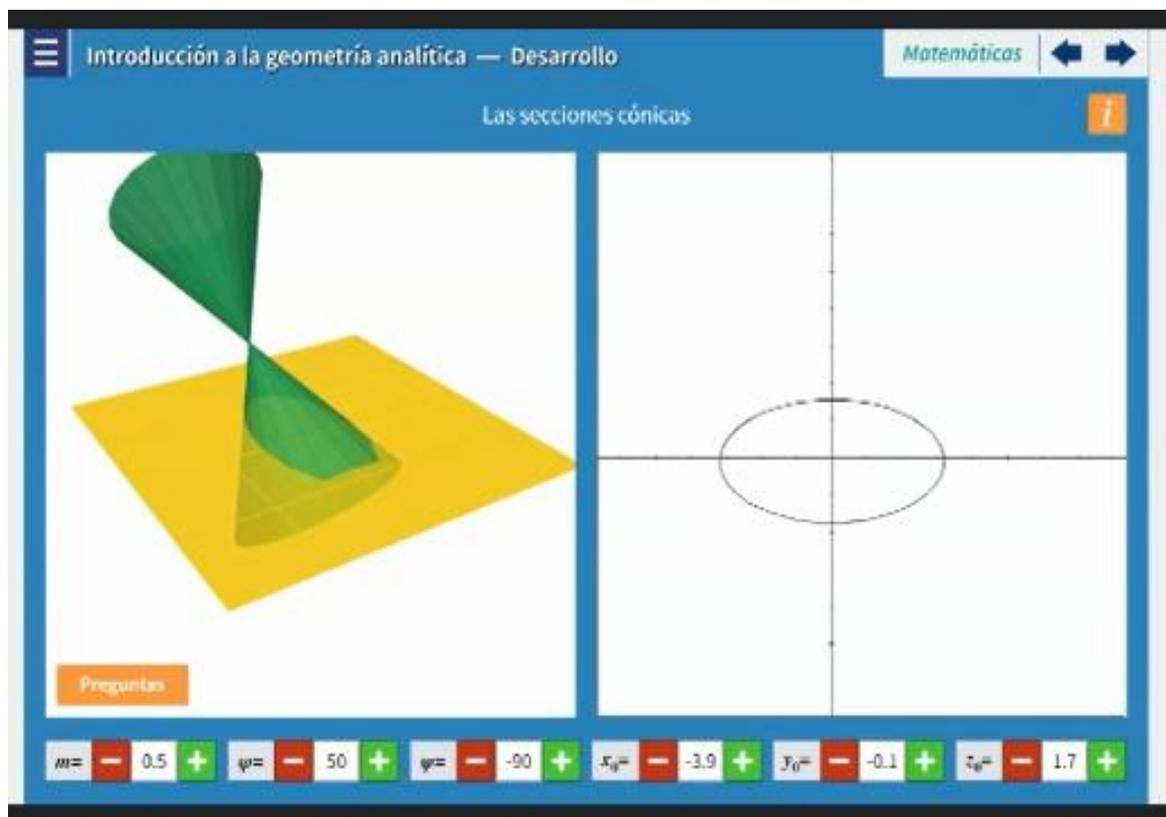


Figura 73: Apresentação do aluno LM3D – Análise da Excentricidade (e)

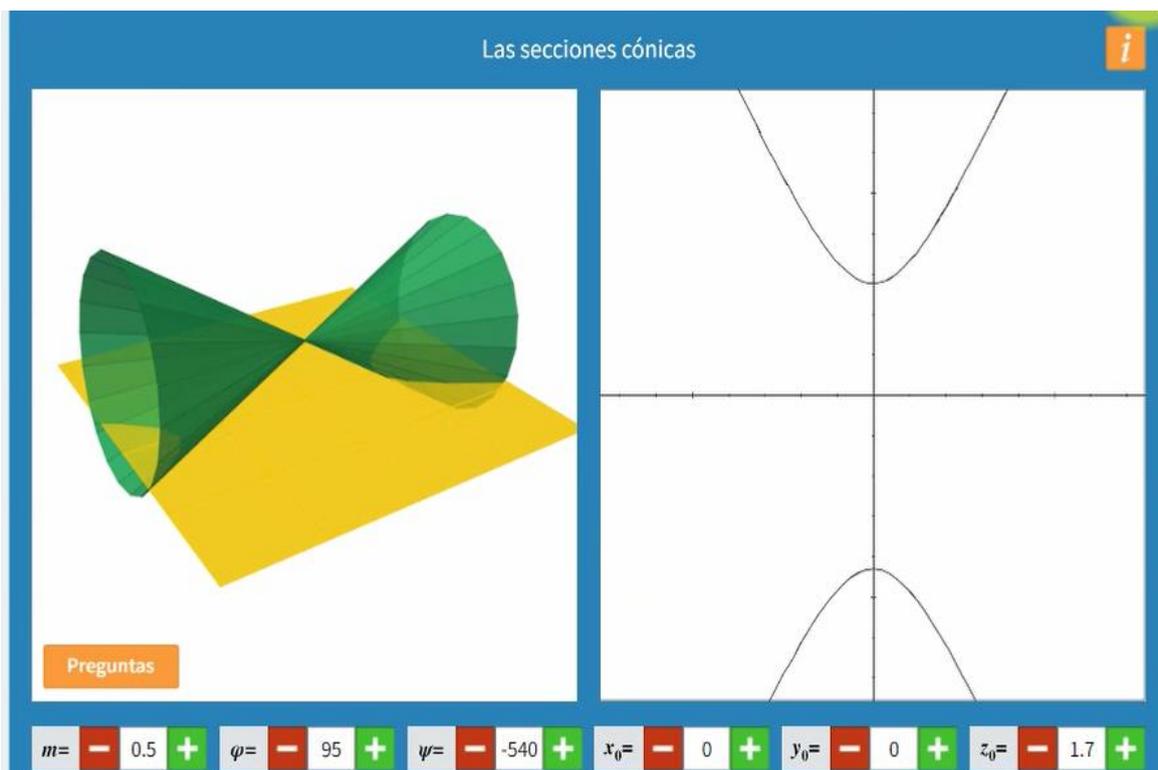


Figura 74: Apresentação do aluno LF3C – Construção da Hipérbole

Após toda a experimentação por meio do simulador de Matemática e ao final da aula, foi recomendado aos aprendizes que pudessem relatar aquilo que aprenderam tanto em relação ao material lido quanto ao uso de tecnologia para compreender melhor a geometria das curvas. Os relatos encontram-se no apêndice C. A seguir serão apresentados alguns trabalhos da sistematização desenvolvidos individualmente.

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e alunos.

- A órbita é definida pela ~~excentricidade~~ excentricidade e pela energia do planeta
- Por conta dessa definição os planetas não colidem com o Sol
- De planetas → O planeta Terra gira em torno do Sol em órbitas elípticas
- O estudo de cometas auxilia na definição das órbitas, energia e excentricidade dos planetas
- Por conta da definição das órbitas pela ~~excentricidade~~ excentricidade e energia, assume-se que todo planeta apresenta órbita diferente

Figura 75: Resposta de MO3B

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e alunos.

A Terra não colide com o Sol pela energia do movimento.

Um cometa faz um movimento hipérbolo.

Quanto mais perto de s a excentricidade da Elipse chegar, mais achatada fica.

A diferença do círculo e da elipse é a excentricidade. Círculo é $e=0$ e elipse é $0 < e < 1$.

Figura 76: Resposta de SF3A

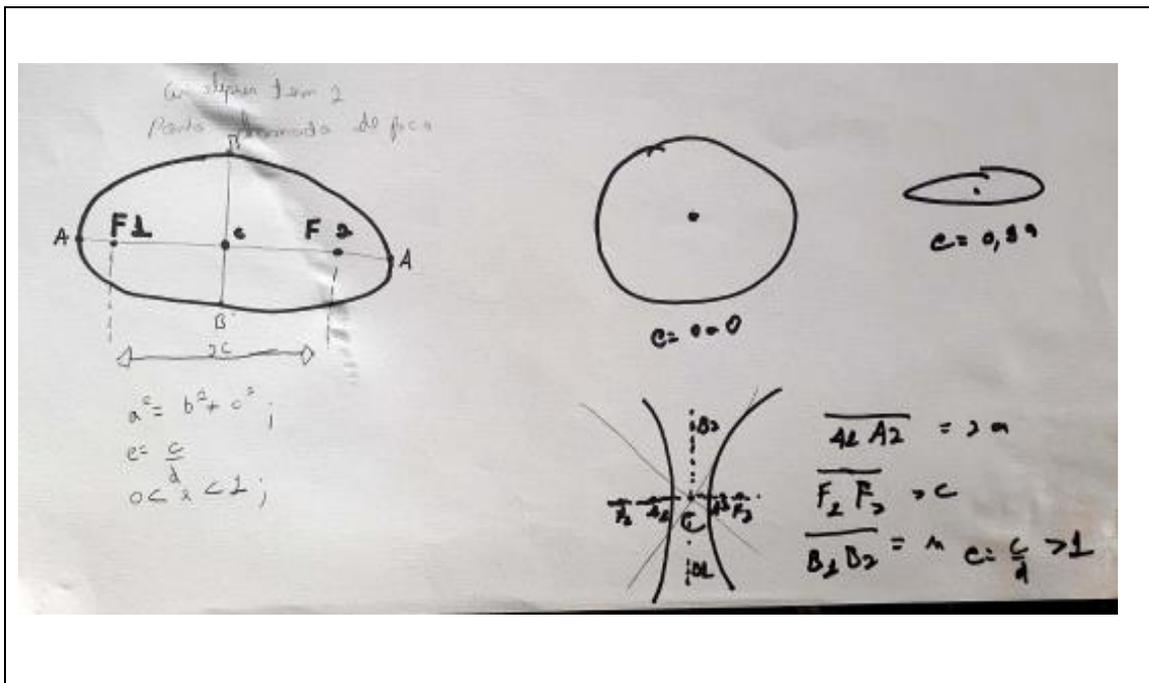


Figura 77: Resposta de MV3B

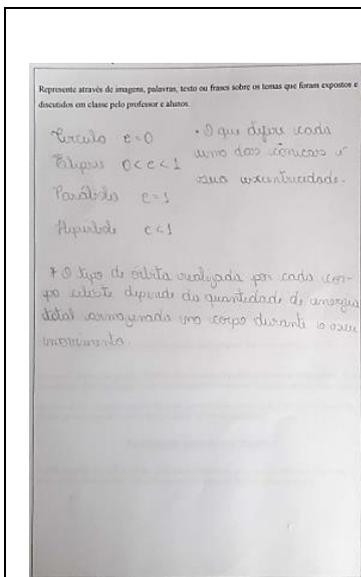


Figura 78: Resposta de JP3D

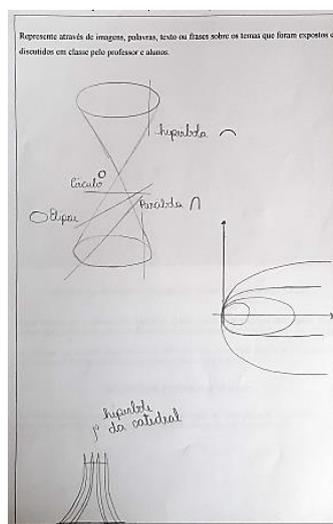


Figura 79: Resposta de RS3A

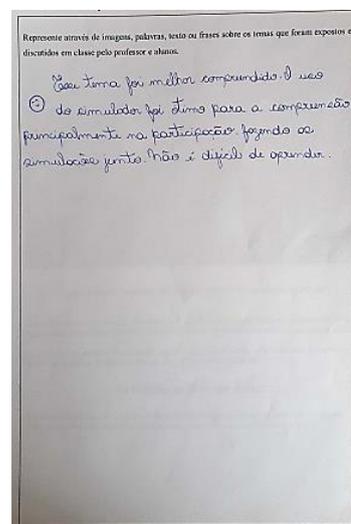


Figura 80: Resposta de DR3B

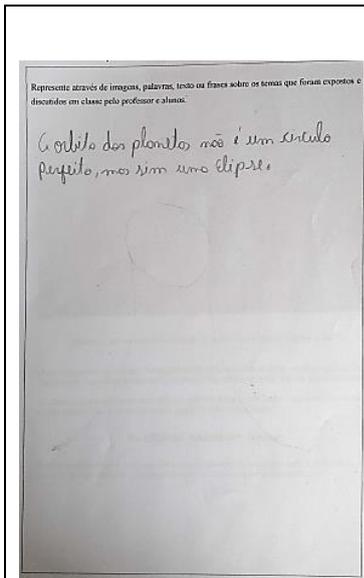


Figura 81: Resposta de
GV3D

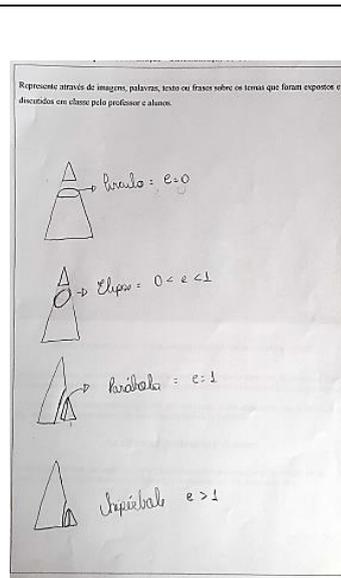


Figura 82: Resposta de
LM3D

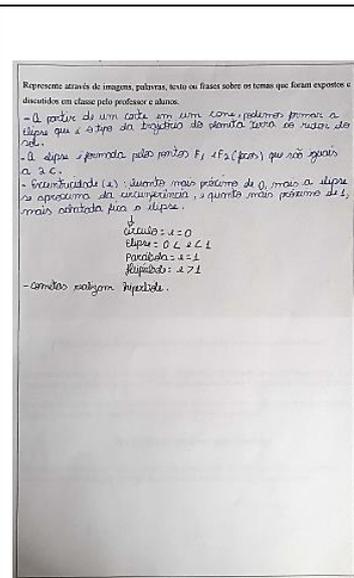


Figura 83: Resposta de
MO3B

Os alunos puderam produzir desenhos, frases ou conceitos, no entanto, não deveriam fazer uso de nenhum material no momento em que estavam passando para o papel o que conseguiram aprender. Segundo Carvalho (2013), neste momento a sistematização é individual, pois durante o momento da construção da geometria das cônicas os estudantes auxiliaram os seus colegas, mas ao final do processo é preciso que aconteça uma aprendizagem pessoal. Vygotsky (2007) afirma que no momento da socialização entre os indivíduos houve a operação da função interpessoal e logo depois o sujeito tem uma experiência consigo mesmo que seria uma função intrapessoal. É possível reconhecer, através de seu comportamento, na zona de desenvolvimento potencial – ZDP, a capacidade de resolver sozinho um problema em níveis mais complexos. Portanto, na sistematização individual, o mediador pode avaliar qualitativamente por meio de palavras, teorias, conceitos, frases etc. se houve potencialmente uma aprendizagem, quando terá ocorrido também a internalização daquilo que se propôs estudar.

Aula 5

Para ampliar a visão do estudante quanto as Leis de Kepler, foi utilizado um software educativo Physics at School para simular a aplicação e observar os seus efeitos. Com isso, foi possível dialogar com alunos fatos diários que já conhecem e conseguem diferenciar, como por exemplo, a trajetória descrita pelo planeta ao orbitar o Sol, da mesma maneira que realizar uma análise sobre as velocidades e as áreas descritas nos mesmos intervalos de tempo, e conseqüentemente, entender por qual motivo alguns planetas possuem o período de revolução mais longo do que o da Terra igualmente a rotação.

Com o intuito de começar a aula, foi solicitado que os alunos fizessem uma investigação através deste mesmo software, quanto às formas de trajetórias possíveis, que foram descritas prontamente por eles. Ressalta-se aqui que tais programas de simulações representam um signo externo que auxilia na internalização de conteúdos, ou seja, um elemento motivacional para a aprendizagem e a construção da representação mental destes fenômenos, o que não seria possível de ser vivenciado dentro do cotidiano devido às grandes dimensões.

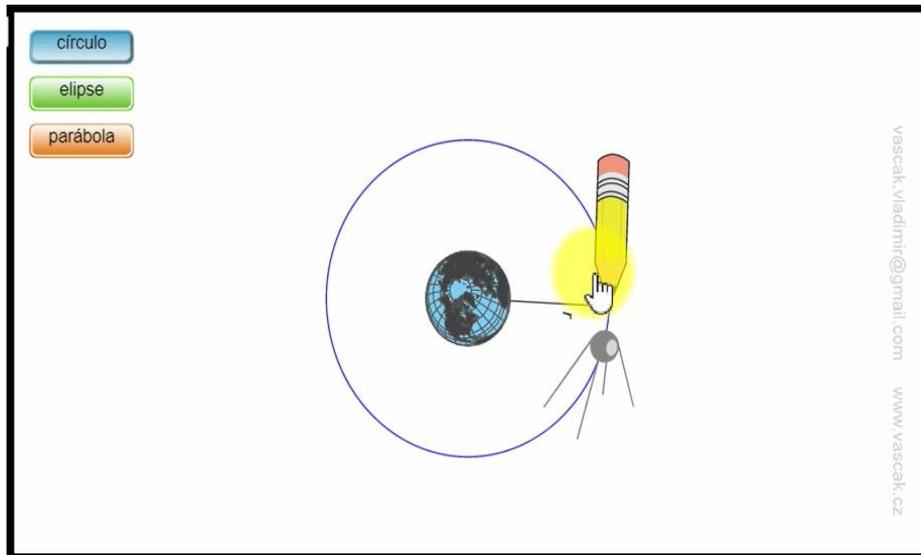


Figura 84: Trajetória circular desenvolvida por um corpo celeste

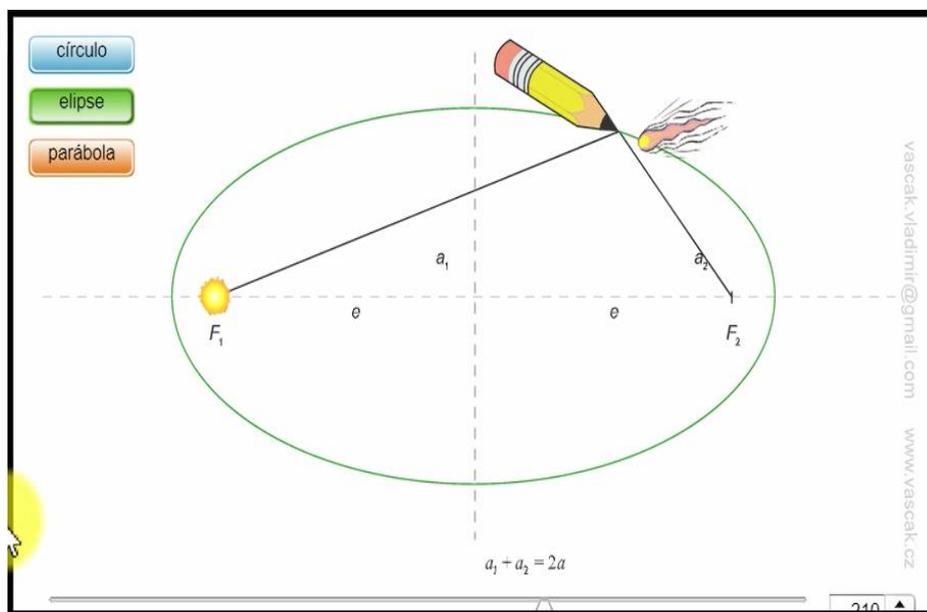


Figura 85: Trajetória e descrição dos elementos que compõe a elipse

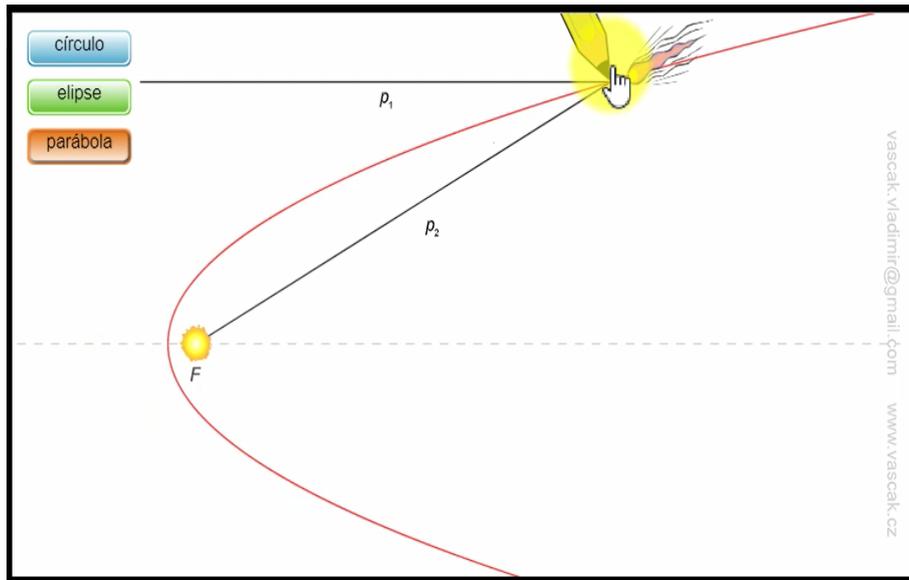


Figura 86: Descrição do movimento parabólico

Após a investigação por parte dos estudantes quanto à configuração característica da trajetória, os outros deram continuidade às apresentações. A aula ocorreu na plataforma do Google Meet e quase todos os alunos fizeram uso de seus aparelhos celulares para a sua participação e efetivamente para realizar a simulação. Houve alguns momentos de dificuldades de acesso à internet, pois grande parte dos aparelhos tinha apenas dados e outros poucos tinham o acesso externo, como a internet a radio, e pouquíssimos estudantes dispunham de computadores de mesa ou de notebooks. Nas próximas imagens são evidenciadas as três leis de Kepler. O nome dos participantes será retratado por siglas para preservar sua identidade.

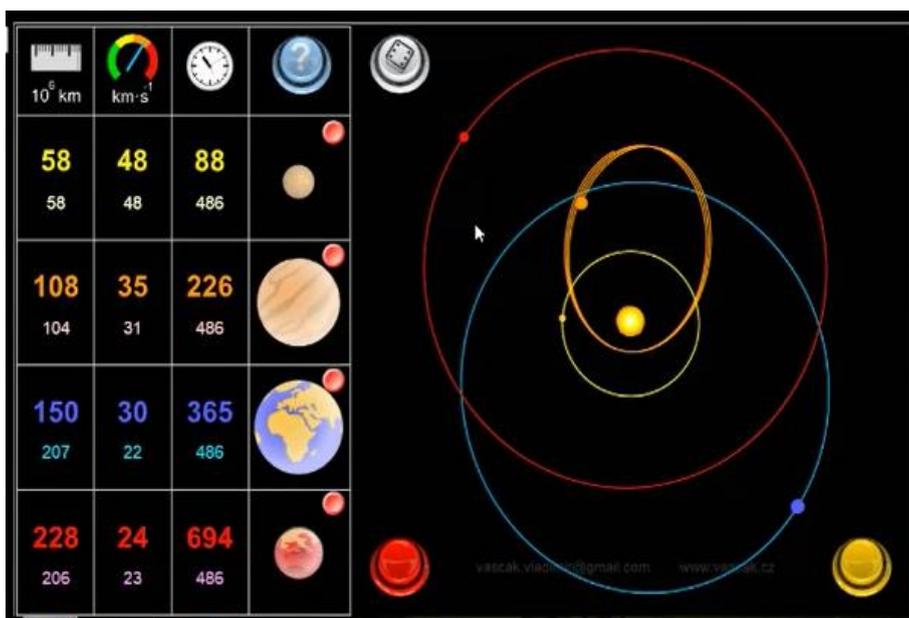


Figura 87: Simulação da Primeira Lei de Kepler – Lei das Órbitas – LP3B

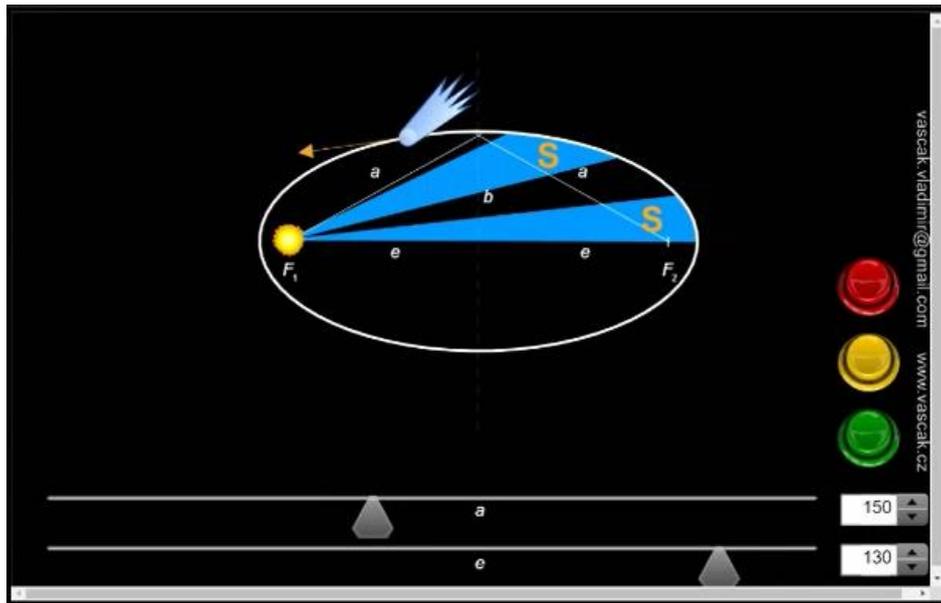


Figura 88: Simulação da Segunda Lei de Kepler – Lei das Áreas – MO3B

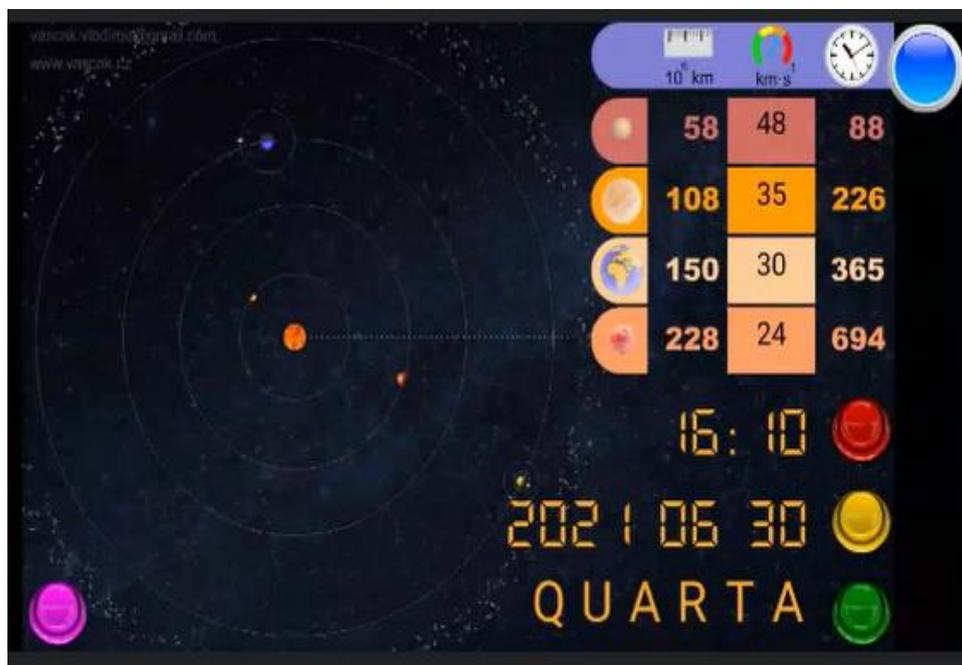


Figura 89: Terceira Lei de Kepler – Lei dos Períodos – Planetas Internos – Apresentação da aluna BR3C

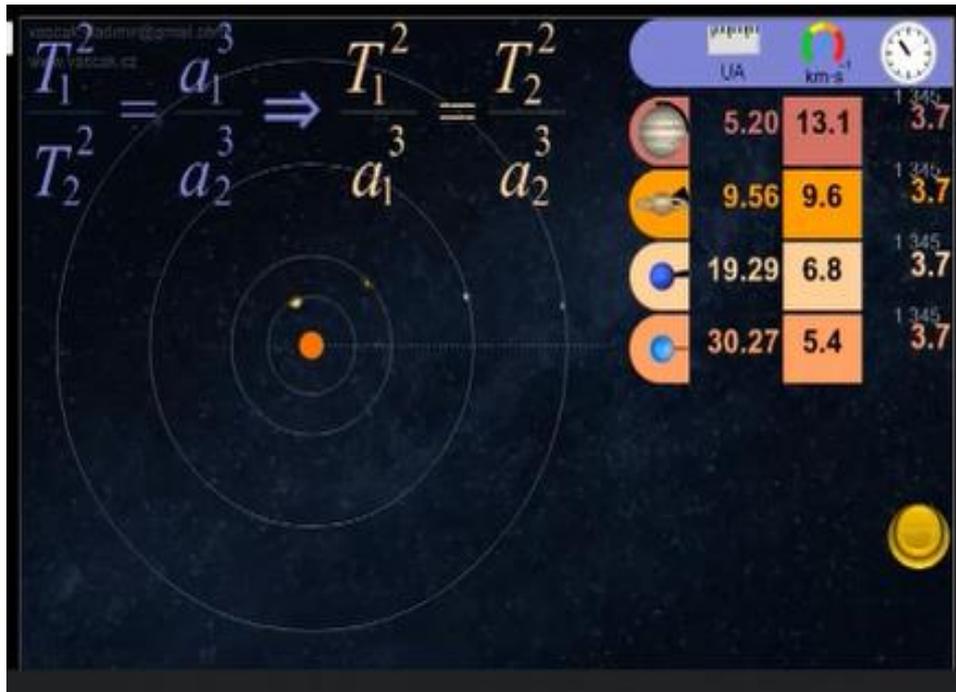


Figura 90: Simulação da Terceira Lei de Kepler – Lei dos Períodos – Planeta Externos – Apresentação da aluna GV3D

Posteriormente à interação dos aprendizes com o programa simulador e com os seus colegas de classe, foi importante verificar o que foi aprendido. Com esse intuito, utilizou-se o material disponível do apêndice C, para manifestar ideias ou pensamentos através da sua escrita, realizados livremente em forma de desenhos, palavras, frases, teorias, conceitos, etc. O mediador, por sua vez, pôde empreender uma constatação qualitativa para perceber se houve ou não uma aquisição do conhecimento. Na sequência, realizou-se uma sistematização individual:

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e com os seus colegas.

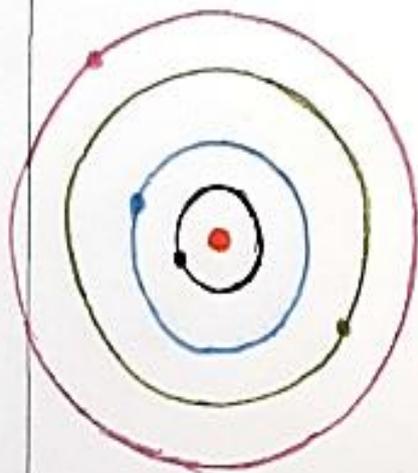
O movimento dos planetas é elíptico
 ↳ lei de Kepler ↳

O planeta fica mais rápido quando está próximo do sol, e devagar quando está distante. Por causa da área.

Quanto maior a distância do planeta do sol, maior o tempo de translação.

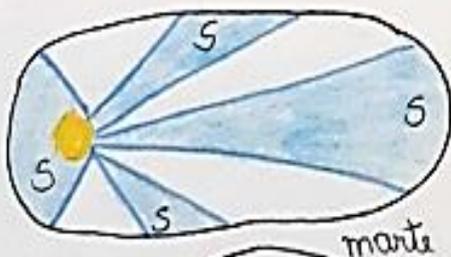
Figura 91: Sistematização individual do conhecimento sobre Leis de Kepler da aluna LP3B

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e com os seus colegas.



1º Lei de Kepler

→ A translação é um movimento elíptico.



2º Lei de Kepler

→ Todos os raios de um eixo têm o mesmo tamanho.



3º Lei de Kepler

→ Tempo de órbita:

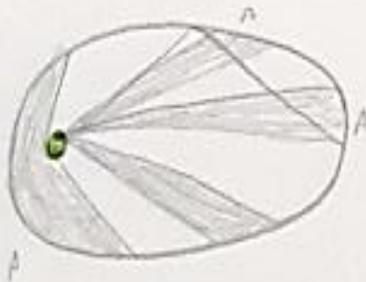
marte = 694 dias
 terra = 365 dias
 vênus = 226 dias
 mercúrio = 88 dias

Figura 92: Conceito de trajetórias e órbitas da aluna LP3B

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e com os seus colegas.



1ª Lei
de
Kepler



2ª Lei
de
Kepler



3ª Lei
de
Kepler

Figura 93: Representação gráfica das Leis de Kepler da aluna SF3A

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e com os seus colegas.

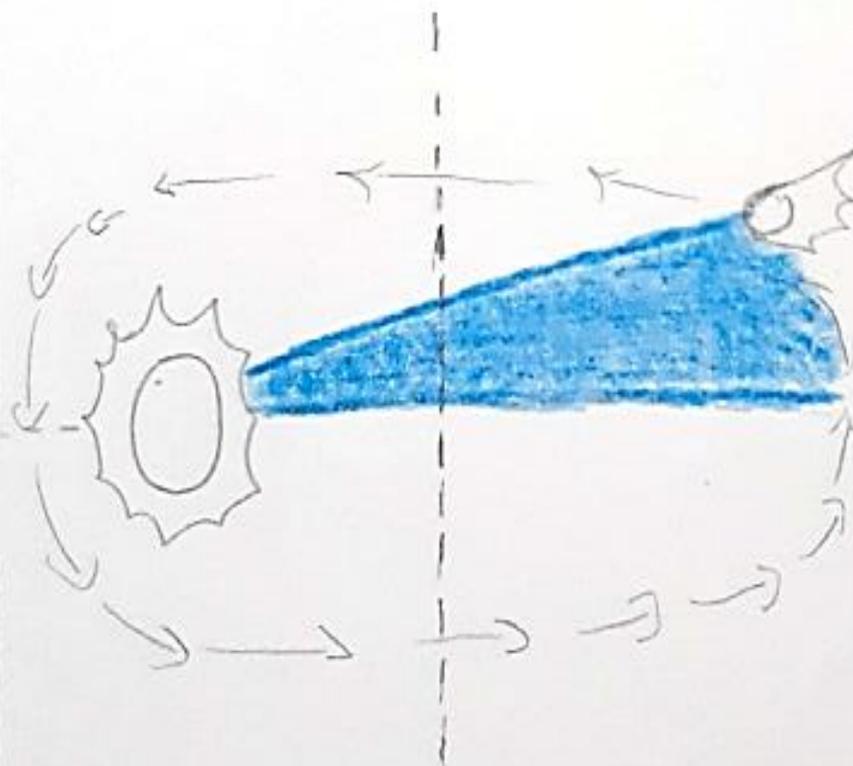


Figura 94: Representação da Segunda Lei de Kepler do aluno DR3C

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e com os seus colegas.

1ª Lei de Kepler: Os planetas se movem ao redor do sol com movimentos elípticos e o sol fica em um dos focos. Determina a excentricidade das órbitas.

2ª Lei de Kepler: O vetor durante os movimentos dos planetas ao redor do sol se movimenta em direções diferentes.

3ª Lei de Kepler: Quanto mais distante um planeta estiver do sol, maior será seu tempo de translação.

Figura 95: Sistematização individual do conhecimento sobre Leis de Kepler do aluno MO3B

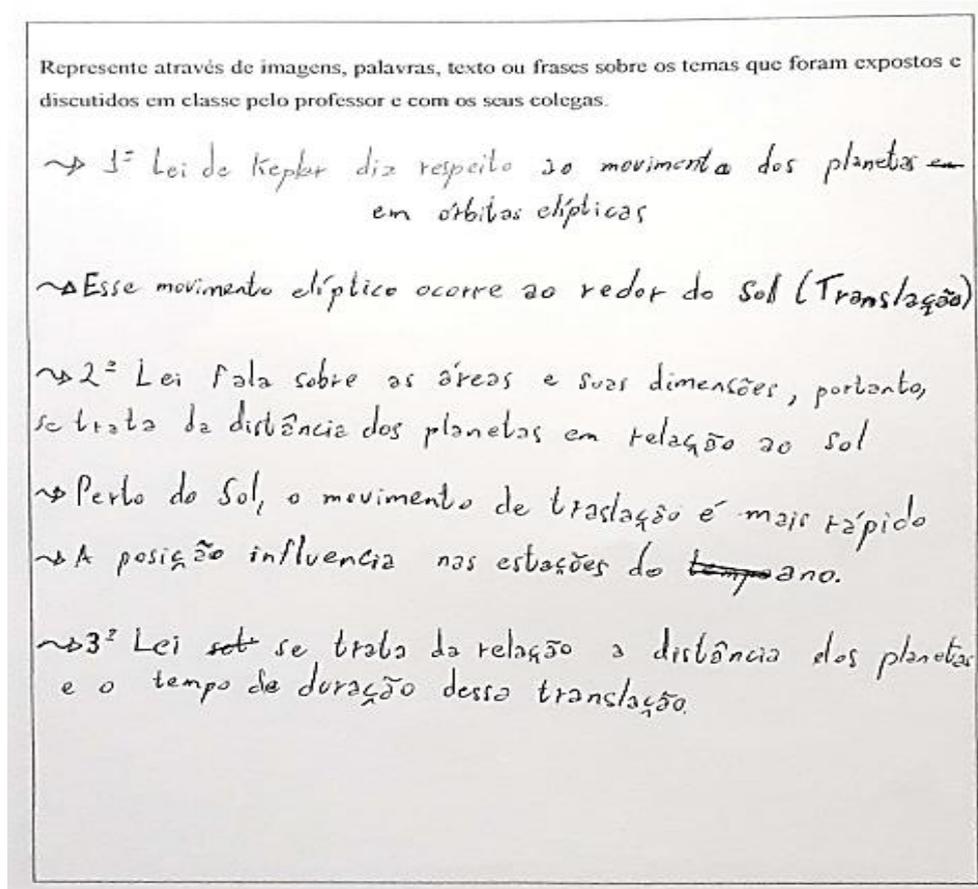


Figura 96: Sistematização individual do conhecimento sobre Leis de Kepler do aluno JS3B

Aula 6

Toda a aula foi realizada no simulador do *Phet* acerca de Gravidade e Órbitas. Sendo o aparelho celular o único meio de acesso de quase todos os participantes ao simulador, alguns obstáculos precisaram ser superados: a má qualidade da internet e a dificuldade no compartilhamento da tela do seu aparelho para com os demais. O uso deste aplicativo em educação objetiva ser um signo auxiliar, ou seja, através deste suporte tecnológico, o conhecimento do estudante toma uma nova dimensão quanto à aprendizagem, ampliando a sua perspectiva em relação ao sistema solar.

Estes signos externos corroboram no processo de internalização do conteúdo, no caso a Gravitação Universal, criando no indivíduo um sistema simbólico. Logo, será possível ao estudante internamente fazer uma representação mental. Isso significa que quando for mencionado o termo gravidade, este mesmo indivíduo será potencialmente capaz de compreender o que isso significa, apenas por meio da representação mental. Posteriormente, foi destinado aos alunos um conjunto de questões abertas no apêndice H, e logo a seguir no apêndice C, momento em que os

alunos tiveram a oportunidade de fazer a sistematização individual do conhecimento, expondo aquilo que foi possível aprender.

A seguir será exposto algumas das apresentações dos estudantes ao realizar uso do simulador, e para finalizar é colocada também a sistematização individual, desenvolvida por alguns alunos.

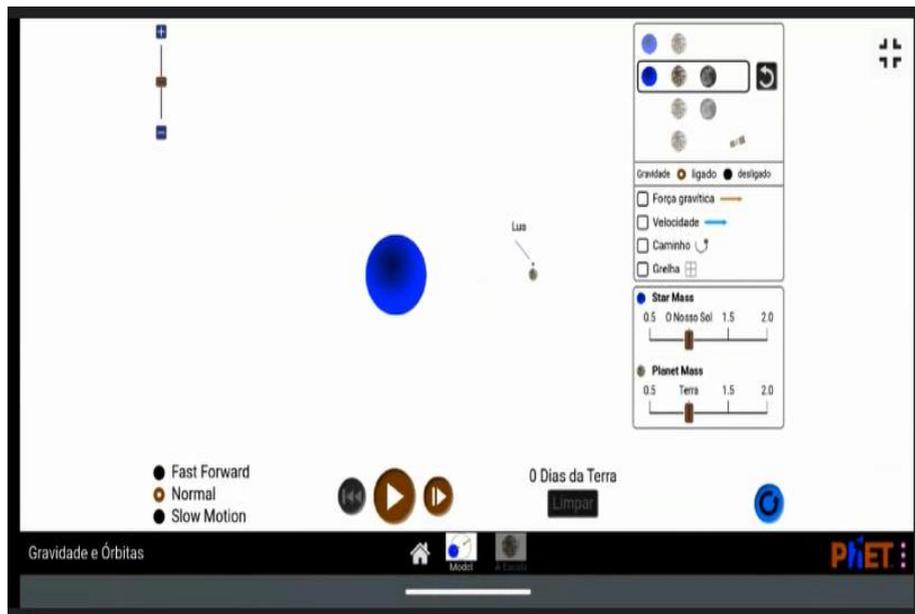


Figura 97: Simulação da Gravitação Universal pelo aluno LM3D

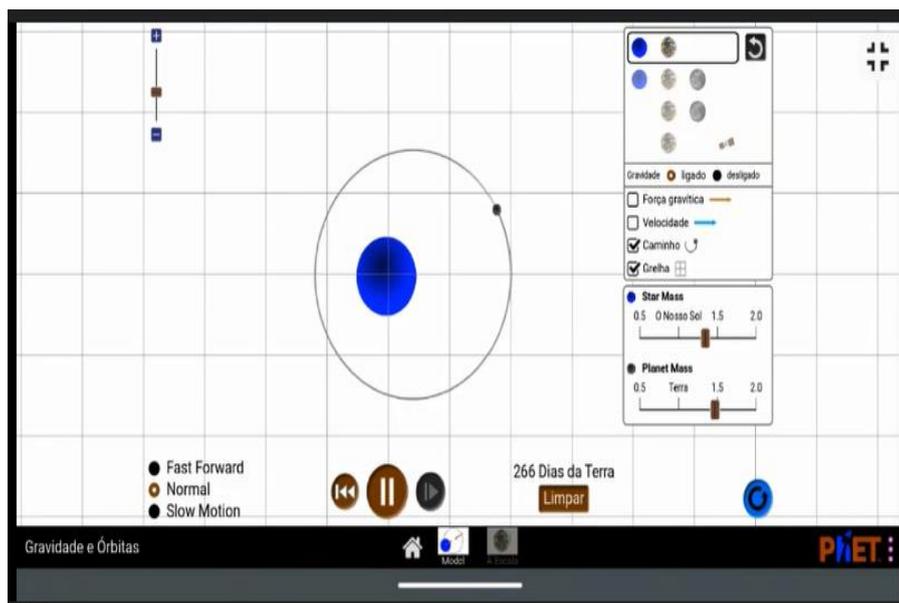


Figura 98: Apresentação da aluna BR3C - trajetória elíptica do planeta em relação ao Sol

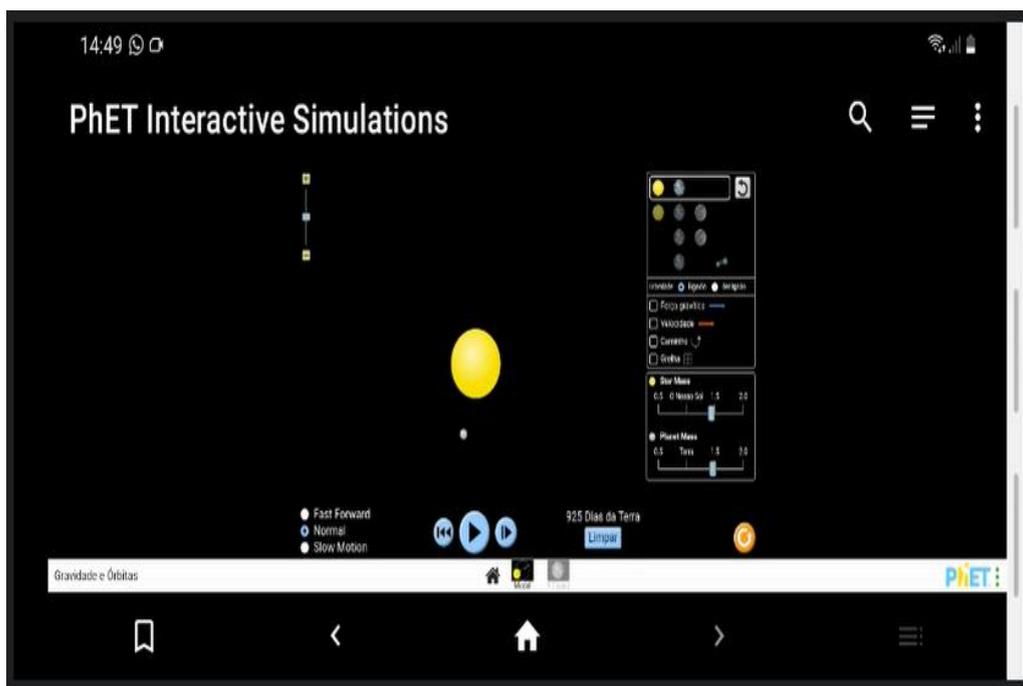


Figura 99: Apresentação do aluno LM3D – Massa e Gravidade

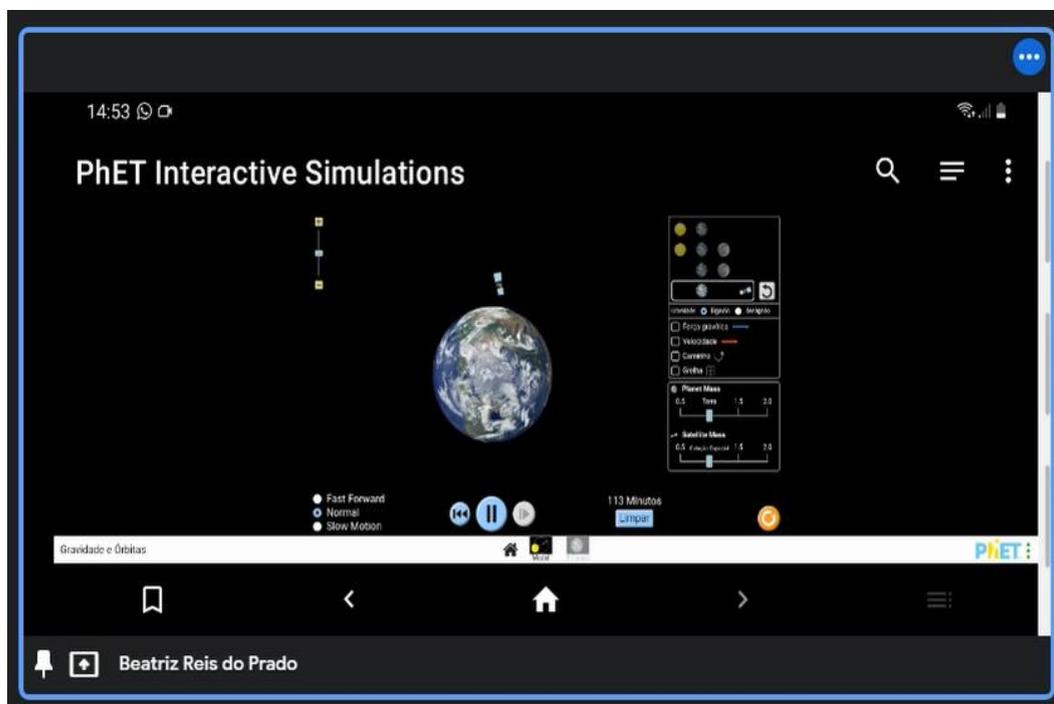


Figura 100: Apresentação do aluno JS3B – Satélite orbitando o planeta Terra

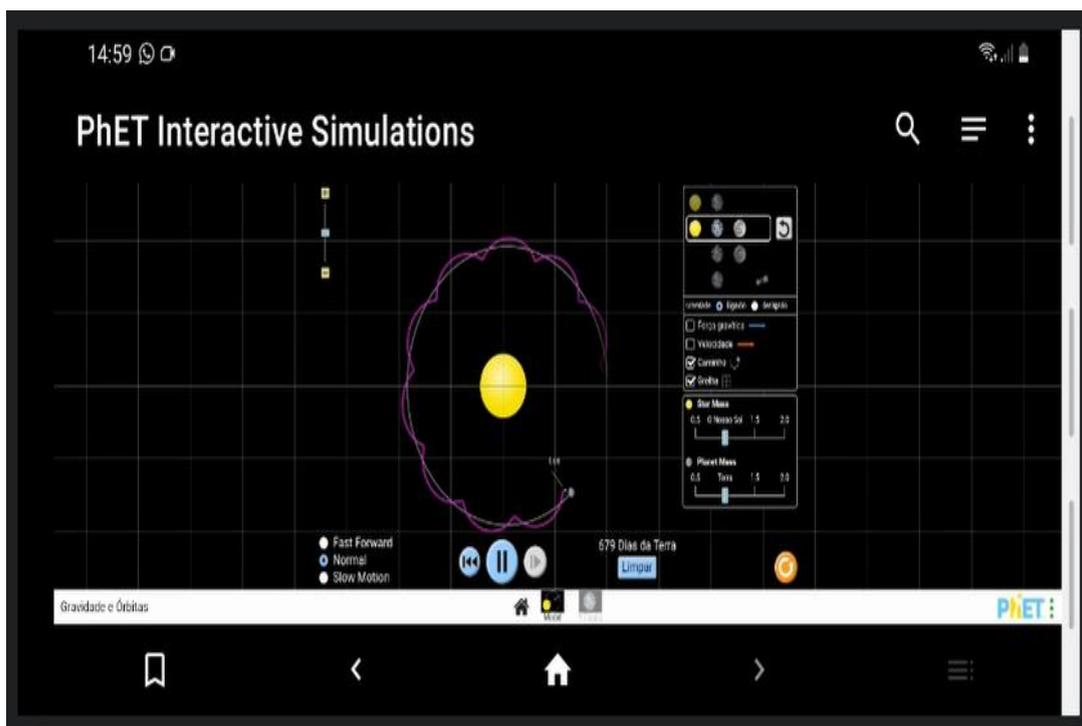


Figura 101: Apresentação da aluna MO3B – Interação de gravitacional: Planeta, Sol e Lua

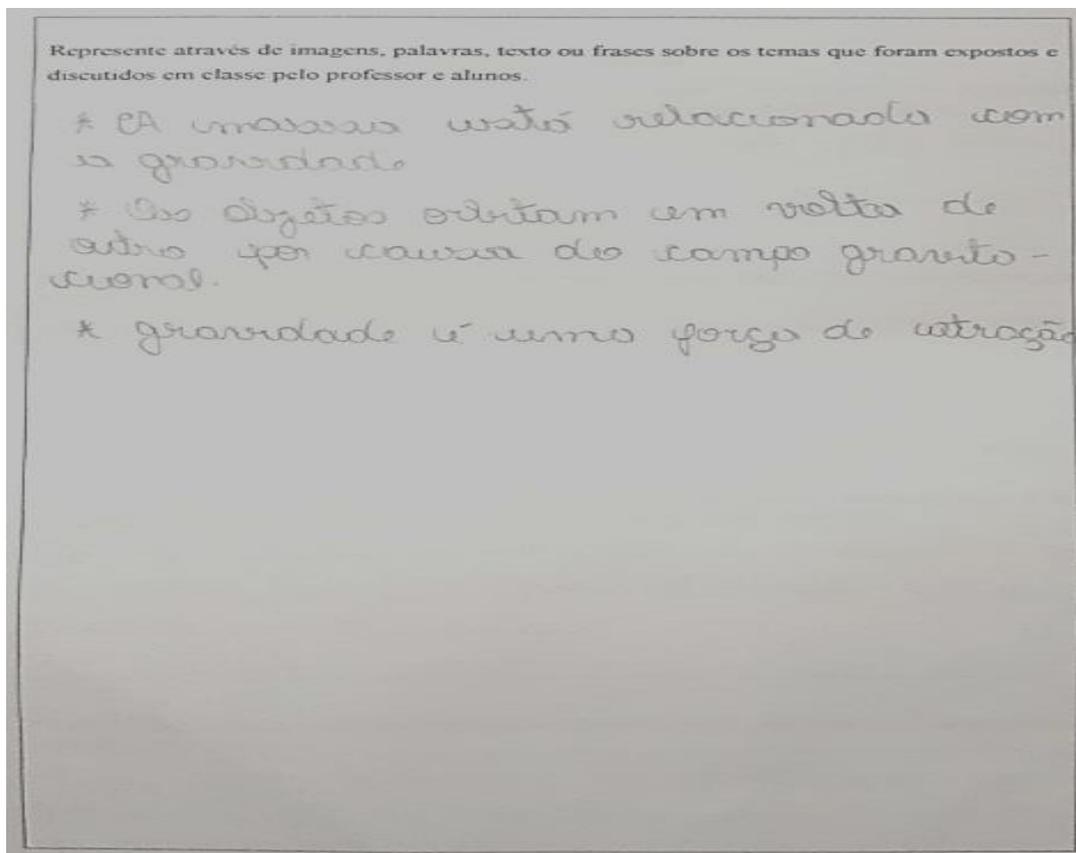


Figura 102: Sistematização Individual do Conhecimento da aluna RM3A

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e alunos.

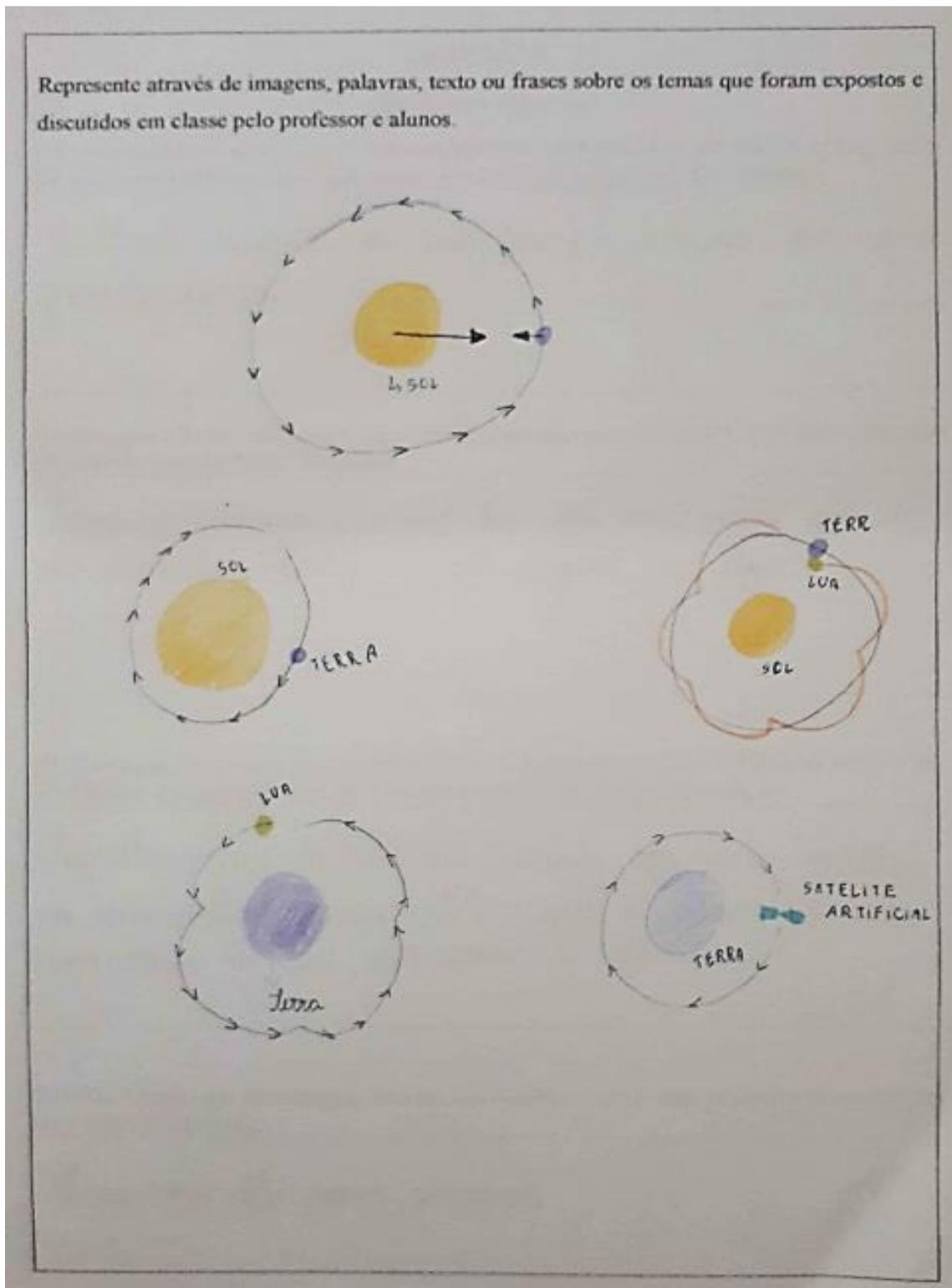


Figura 103: Sistematização Individual do Conhecimento da aluna SF3A

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e alunos.

- a massa dos corpos é proporcional à intensidade gravitacional,
- Quanto mais intensidade, maior a atração entre os corpos
- a gravidade faz com que os corpos orbitem outros a partir da atração
- Gravidade é uma força de campo
- - massa = - campo gravitacional
+ massa = + campo gravitacional
- O Sol deve ter mais massa que os planetas planetas, para que assim eles fiquem em órbita
- As luas sofrem "mais influência" do corpo mais próximo
- Gravidade é um por "Linha e Reação"
- ~~Os satélites lançados~~
- a lua faz um movimento de rotação em torno de seu eixo, translação ao redor da Terra e translação ao redor do Sol.

Figura 104: Sistematização Individual do Conhecimento do aluno JS3B

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e alunos.



Figura 105: Sistematização Individual do Conhecimento do aluno DR3C

8. ANÁLISES E RESULTADOS

8.1 Critérios para análises

Para a realização desta análise foram considerados dois questionários com questões abertas. Este primeiro conjunto de perguntas tinha como finalidade avaliar os estudantes qualitativamente e o seu conhecimento prévio. A análise a seguir foi realizada com base nas perguntas disponibilizadas no apêndice B, que têm como objetivo fazer um levantamento dos conhecimentos cotidianos dos estudantes. Esses questionários são respondidos antes de começar a abordagem proposta no ensino investigativo delineado por Carvalho (2013). Toda a estrutura foi preparada através de questões abertas para se obter uma dimensão dos aspectos históricos de vivência em relação ao sistema solar, as leis de Kepler e por fim a Gravitação Universal.

8.2 Análises dos gráficos das questões abertas de conhecimentos prévios

Com base na análise dos resultados apresentados, as aulas puderam sofrer ajustes necessários para contribuir em um melhor ensino-aprendizagem por parte dos alunos. Foi feito um levantamento nas respostas por palavras ou frases em cada questão e em seguida foi utilizado o programa *Atlas Ti17* para a elaboração de um gráfico por pergunta. Cada gráfico foi categorizado por indagações certas, erradas e as que não continham respostas.

Para auxiliar na compreensão e leitura das análises, os gráficos serão acompanhados das mesmas perguntas apresentadas aos estudantes.

I – A partir das suas experiências, explique por qual motivo a Lua movimenta em torno do planeta Terra;

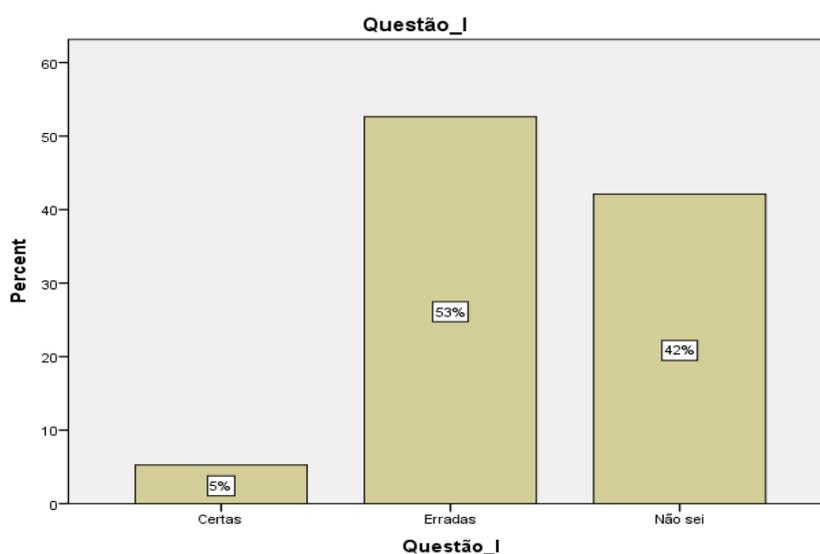


Gráfico 15: Referente à questão 1 acerca do histórico prévio

5% conseguiram responder adequadamente sem o uso das concepções alternativas e ao mesmo tempo mencionaram que o movimento de corpos celestes demanda de energia mecânica para realizar as suas órbitas.

53% apresentaram erros nos conceitos científicos. Foi possível perceber as dificuldades na compreensão sobre a função da gravidade, revelando uma confusão no entendimento; não houve nenhuma menção quanto à energia que poderia levar ao movimento.

42% se abstiveram de responder à questão ou alegaram desconhecerem as causas e como de fato ocorre o processo para que um corpo possa orbitar outro.

II – Como se classifica o movimento de um corpo ao girar ao redor do seu próprio eixo e ao redor de outro corpo?

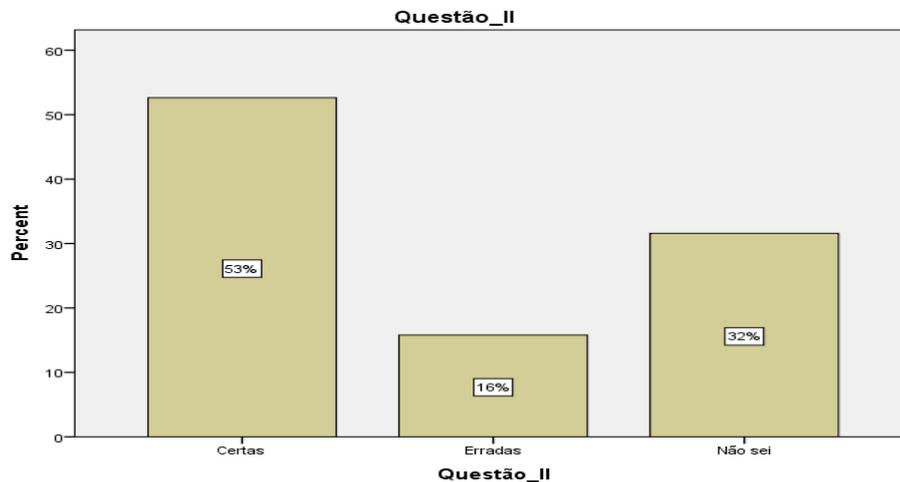


Gráfico 16: Referente à questão 2 acerca do histórico prévio

53% denotaram conhecer e classificar translação e rotação e conseguem relacionar com experiências do cotidiano, por fim conceituam sem fazer uso de concepções alternativas.

16% apresentam erros nos conceitos, muitos não conseguem distinguir translação de rotação, mas fazem uso de palavras como “girar”, “entorno”, “fazer a volta”, que são termos que estão de acordo com a sua realidade de vida.

Enquanto que os demais 32% não responderam a questão.

III – Explique o que provoca a aproximação entre dois objetos cósmicos de mesma massa ou de massas diferentes;

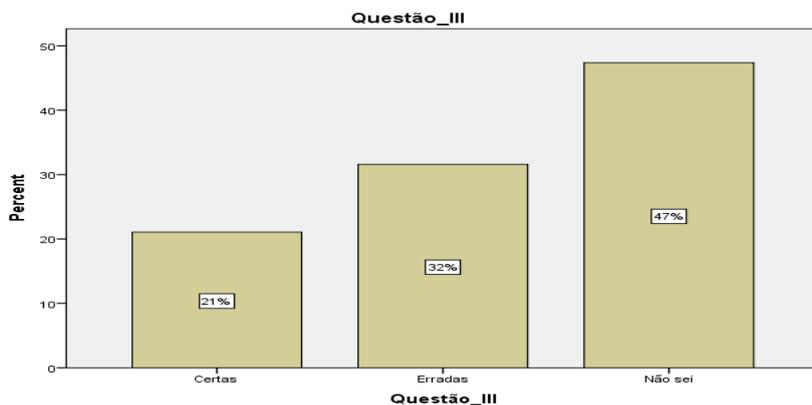


Gráfico 17: Referente à questão 3 acerca do histórico prévio

21% dos estudantes estão conscientes e compreendem bem a natureza da gravidade. Entendem que as massas dos objetos provocam uma atração entre eles, ou seja, uma força de interação.

No entanto, 32% alunos apresentaram respostas como “afastar” ou que a gravidade é responsável por fazer os objetos cósmicos desenvolverem a velocidade de órbita.

Os demais 47% deixaram claro que não consegue associar o termo gravidade com a aproximação ou interação entre os corpos.

IV – Faça a identificação de cada um dos objetos abaixo de acordo com a sua ordem disposta.

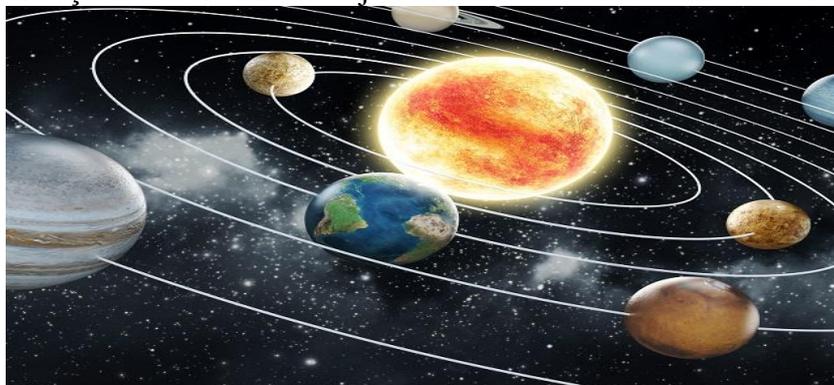


Figura 106 – Sistema Solar

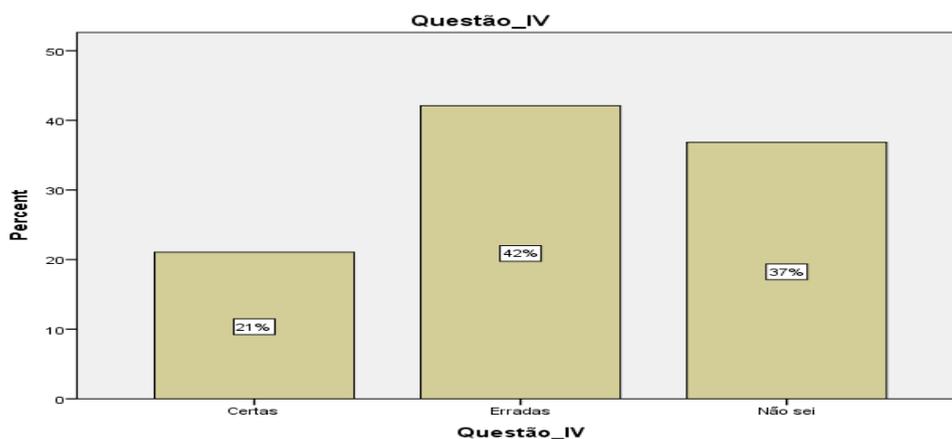


Gráfico 18: Referente à questão 4 acerca do histórico prévio

21% dos estudantes foram capazes de distinguir os planetas a partir da imagem apresentada, podendo ser diferenciados pela cor e pela sua distância em relação ao Sol.

Porém, 42% não conhecem o nome dos planetas pela ordem ou sabem alguns de modo aleatório. Existem muitas dúvidas pelo fato dos mesmos não estarem alinhados, ou seja, por estarem fora de um padrão pelo qual haviam memorizado.

37% dos alunos não apresentaram nenhuma familiaridade com a questão, ou não sabiam o nome dos planetas do sistema solar.

V – Com base em seus conhecimentos, identifique os objetos cósmicos abaixo que inicialmente foi observado por Galileu;

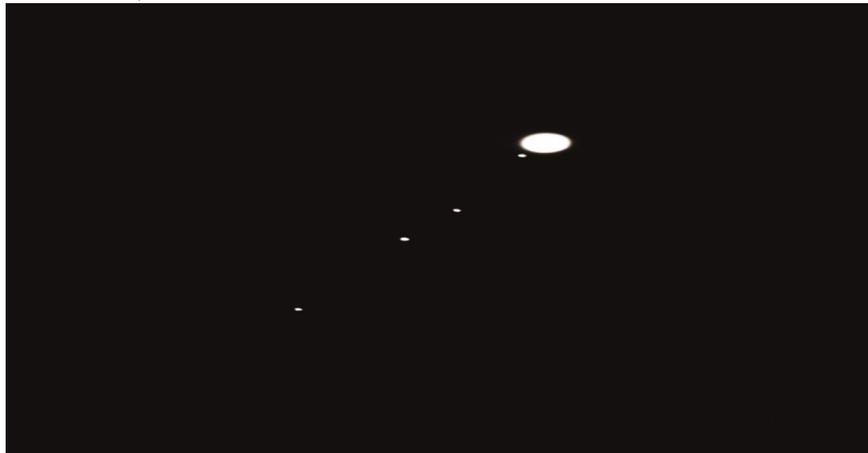


Figura 107 – Júpiter e as Luas Galileanas

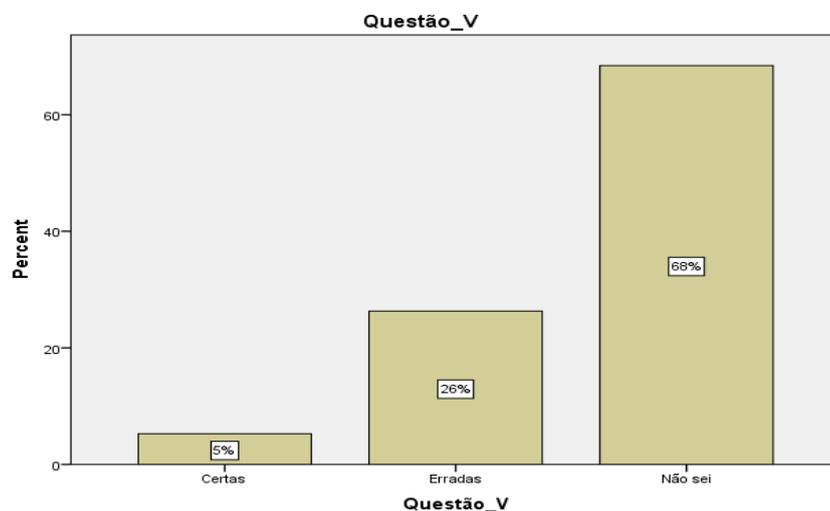


Gráfico 19: Referente à questão 5 acerca do histórico prévio

Em relação aos 19 alunos participantes, apenas 5% apresentaram alguma noção com respeito às Luas Galileanas.

Os 26% supunham conhecer identificando como estrelas as Luas, assim como Galileu relatou em suas anotações. De maneira geral denominaram o planeta de Terra ou Vênus, mas não conseguiram identificar corretamente o planeta em questão.

Os 68% dos estudantes não efetivaram nenhuma manifestação quanto as Luas Io, Calisto, Ganimedes e Europa ou sobre o planeta de Júpiter.

VI – Explique por qual motivo, a Terra não se desprende e se afasta significativamente do Sol;

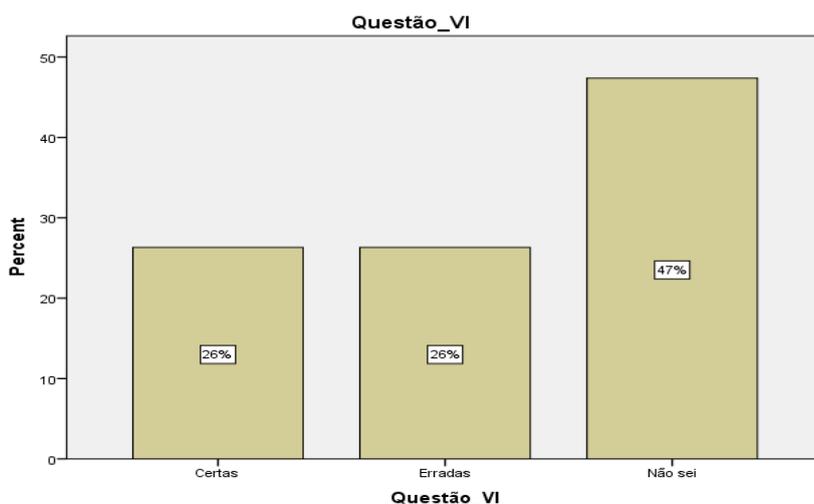


Gráfico 20: Referente à questão 6 acerca do histórico prévio

26% dos aprendizes apresentam conhecer a ação da gravidade embora acreditem que apenas um corpo é capaz de atrair a outro; não percebem que um pode ficar preso ao campo gravitacional do outro.

Se tratando dos 26% dos alunos que responderam errado, eles compreendem que a gravidade tanto pode ter atração quanto repulsão, ficando claro uma confusão em não entender a força de interação atrativa entre objetos massivos.

E se tratando dos demais 47% dos estudantes, afirmaram não saber realmente como tudo procede.

VII – Explique porque que depois que um satélite é lançado para fora do planeta, ele fica movimentando-se em volta do planeta;

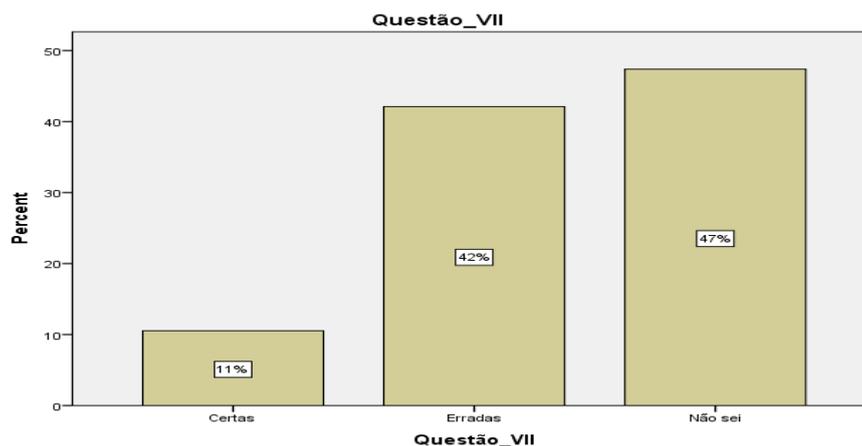


Gráfico 21: Referente à questão 7 acerca do histórico prévio

Apenas 11% compreende que o satélite é lançado com velocidade tal que o leva a ficar preso ao campo gravitacional do planeta e a energia mecânica adquirida o leva a orbitar o mesmo.

Os 42% dos estudantes fazem afirmações erradas em diferentes concepções acerca da causa do movimento do satélite que, segundo eles, é oriunda de “energia magnética”, por fim, 47% não apresentaram nenhuma informação sobre o assunto.

VIII – O tempo de movimento dos planetas ao redor do seu próprio eixo é igual ou são diferentes? Explique;

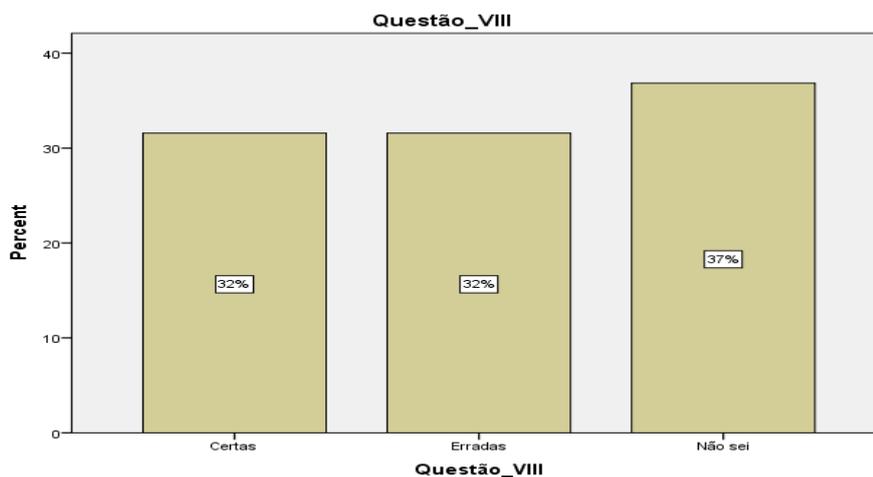


Gráfico 22: Referente à questão 8 acerca do histórico prévio

Os 32% dos estudantes que responderam corretamente, reiteram assimilar que o movimento de cada planeta em torno de seu próprio eixo é denominado de “rotação” e sustentam que o tempo necessário para realizar uma volta depende das dimensões do mesmo.

Já os 32% que responderam de maneira equivocada, não conseguem distinguir o raio do planeta em relação a sua distância ao Sol, evidenciando uma desordem entre o que é rotação e translação.

Os demais alunos, que são de 37%, se abstiveram de responder, alegando não saber a resposta.

IX – Quando um objeto de grande quantidade de massa passa próximo de um planeta, ele é atraído ou repellido por este mesmo planeta? Explique;

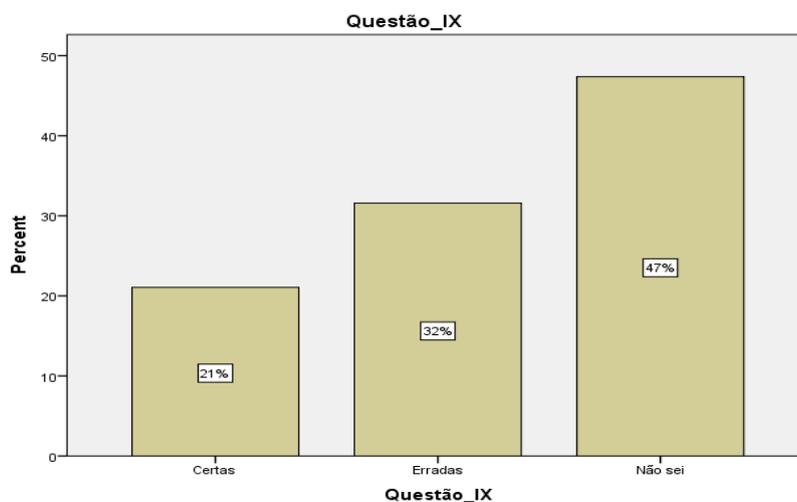


Gráfico 23: Referente à questão 9 acerca do histórico prévio

21% dos alunos asseguram que um objeto que contenha massa e que passa próximo do planeta pode ser atraído e tem potencial para ficar preso ao campo gravitacional do planeta.

32% dos alunos erroneamente declararam não ser possível, pois a gravidade poderia também provocar uma repulsão nestes objetos e por este motivo não poderiam ficar presos ao campo gravitacional da Terra. E quanto aos últimos.

47% responderam que não sabiam responder.

8.3 Análises dos gráficos dos conhecimentos adquiridos

Para este segundo conjunto de questões a intenção é avaliar o quanto houve de mudança nos seus conceitos científicos, palavras, termos, etc após as doze aulas aplicadas. Este questionário foi aplicado no último encontro e como instrumento de avaliação foi utilizado software educacional *Phet* que realiza uma simulação envolvendo o Sol, a Terra e a Lua. A sequência didática é então concluída com mais esses conhecimentos. As questões foram elaboradas como um

caminho norteador. Vale ressaltar que durante este momento, houve por parte dos alunos, o diálogo em que cada um pudesse propor a sua resposta.

I) O que acontece se o planeta com as mesmas características do usado no simulador fosse colocado em uma distância maior que o limite exigido do Sol? Explique;

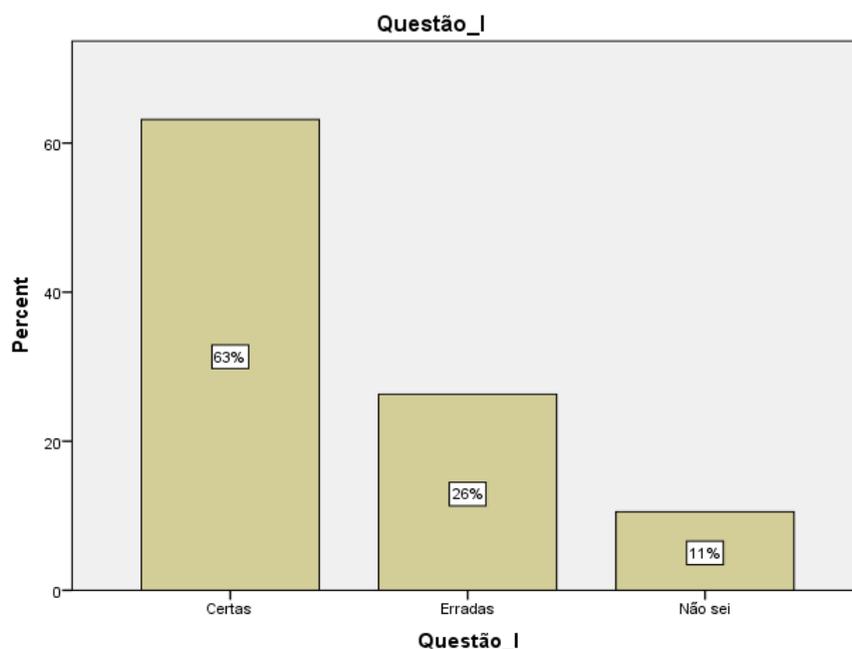


Gráfico 24: Referente à questão 1 acerca do histórico prévio

63% demonstraram compreender a importância da gravidade e que resulta numa força de interação entre objetos com certa quantidade de massa. Este quantitativo de estudantes afirma que de acordo com o simulador, em um limite maior de distância do previsto do planeta afastado do campo gravitacional do Sol, o mesmo se desprenderia do campo e ficaria errante pelo espaço.

Os 26% dos alunos acreditam que mesmo fora do campo gravitacional, ainda seria possível retornar a orbitar o Sol, não se distanciando definitivamente, enquanto que os demais 11% ou não responderam ou apenas afirmaram não saber a resposta.

II) Para que a Terra continue na sua órbita, é preciso que a massa do Sol seja maior que a massa do planeta Terra? Explique;

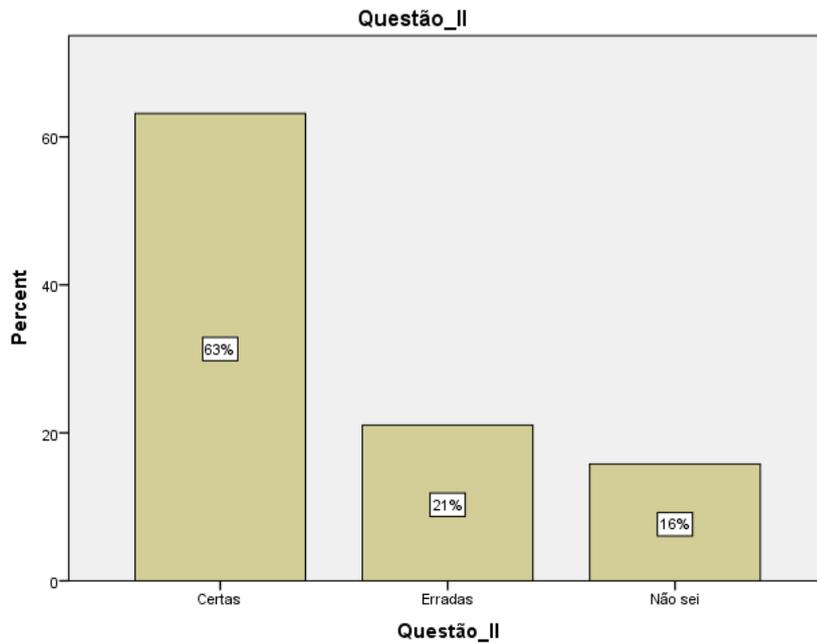


Gráfico 25: Referente à questão 2 acerca do histórico prévio

63% dos alunos ressaltam que o campo gravitacional do Sol é responsável por manter todos os planetas orbitando-o, portanto, a sua quantidade de massa é um fator importante para este alcance.

Os 21% dos discentes aponta que são os planetas que devem aumentar a sua massa e não o Sol, pois este não influenciaria se aumentasse ou não a sua massa.

E os estudantes que representam 16% disseram que não sabia a resposta.

III) Se diminuir ou aumentar a massa do Sol, o que acontece com a distância entre o Sol e o planeta que está orbitando ele, de acordo com a simulação? Explique;

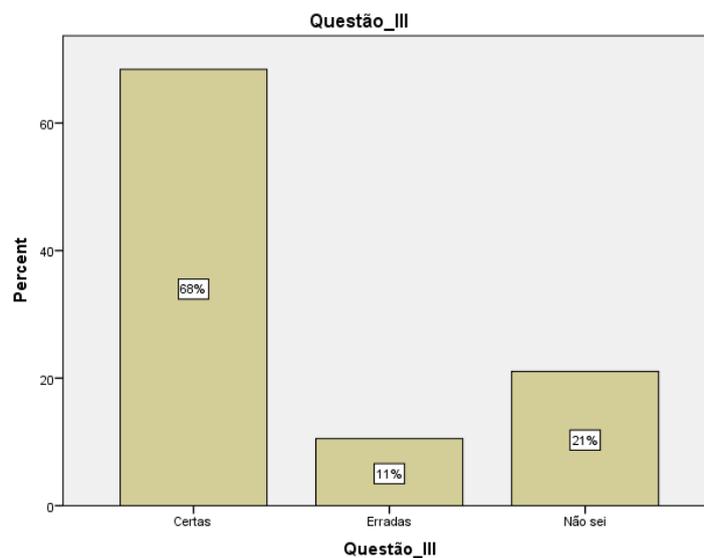


Gráfico 26: Referente à questão 3 acerca do histórico prévio

À luz da simulação realizada pelos estudantes, 68% salienta que o planeta sairia da órbita gravitacional do Sol ao reduzir consideravelmente a sua massa e se afastaria indefinidamente, sem a possibilidade de retornar ao mesmo lugar de início; no entanto, com o aumento da sua massa, não haveria condições do planeta escapar da sua força gravitacional.

11% dos discentes, mesmo após o uso do simulador, apresentaram dúvidas que contribuíram para influenciar na suas respostas, faltando assim uma clareza no seu discernimento. De forma geral, acreditavam que diminuindo a massa do Sol, a massa da Terra compensaria tal falta e desta maneira não haveria esse distanciamento entre os dois objetos. Os demais que representam 21% disseram não ter certeza quanto à resposta.

IV) Em relação aos dois corpos, em que um orbita o outro, eles tendem a se aproximar ou a afastar? Explique;

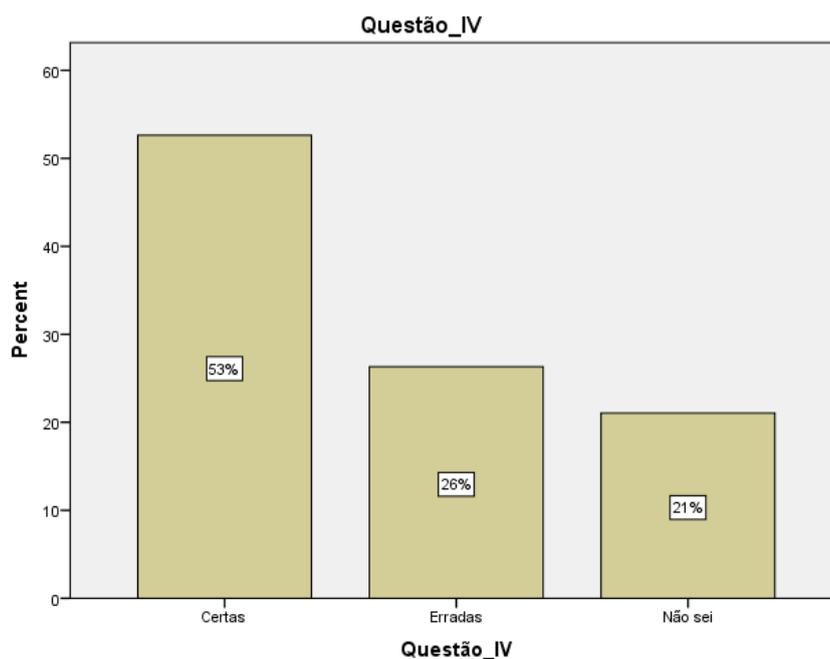


Gráfico 27: Referente à questão 4 acerca do histórico prévio

53% dos discentes afirmam que o corpo deveria se aproximar devido à presença da gravidade produzida pelo Sol.

No entanto, 26% acreditam que vão se afastar um do outro, conseqüentemente, com base na resposta dada de maneira geral: “pois o que deixa o planeta em órbita com o Sol é gravidade e caso não tenha mais, o planeta tende a se retrair”.

Com isso percebe-se uma confusão para formar a resposta e também o uso alternativo para o uso da palavra “retrair” que teria talvez o sentido de “aproximar”. 21% dos alunos apenas disseram não saber a resposta.

V) Como se pode denominar o fenômeno que existe entre dois ou mais objetos que podem ser de mesma ou de diferentes quantidades de massas que permite um orbitar o outro? Explique;

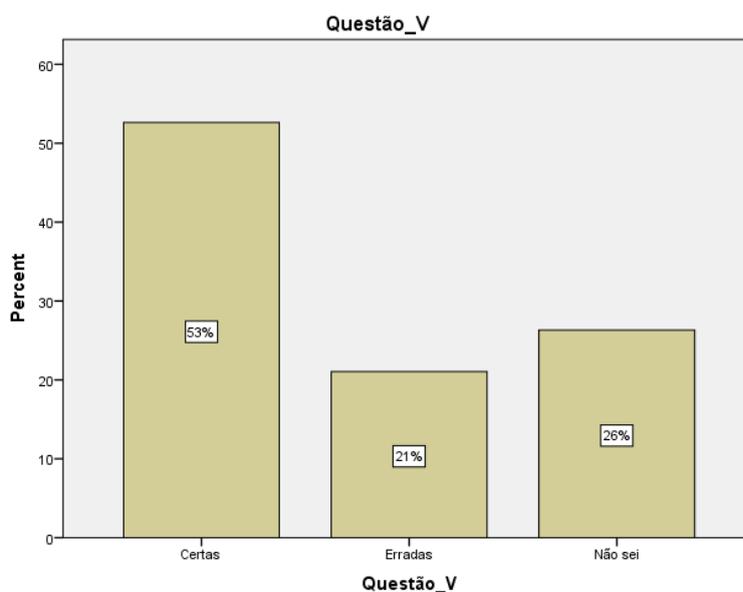


Gráfico 28: Referente à questão 5 acerca do histórico prévio

O termo ou palavra que era esperado por parte dos estudantes para essa interação entre dois ou mais corpos seria “campo gravitacional”, embora já tivessem mencionado essa mesma resposta em outros questionamentos. Mas o objetivo central é saber se o discente está consciente da resposta e do entendimento do que realmente é isso, e assim apenas 53% apresentou a resposta correta.

Não obstante, uma grande margem, totalizando 21% do total, apresentaram outras respostas bem distantes do esperado, como por exemplo, “energia magnética” do Sol, enquanto que 26% não contribuíram com a sua resposta.

VI) Que denominação é dada por essa interação entre corpos celestes com quantidades iguais ou diferentes de massas?

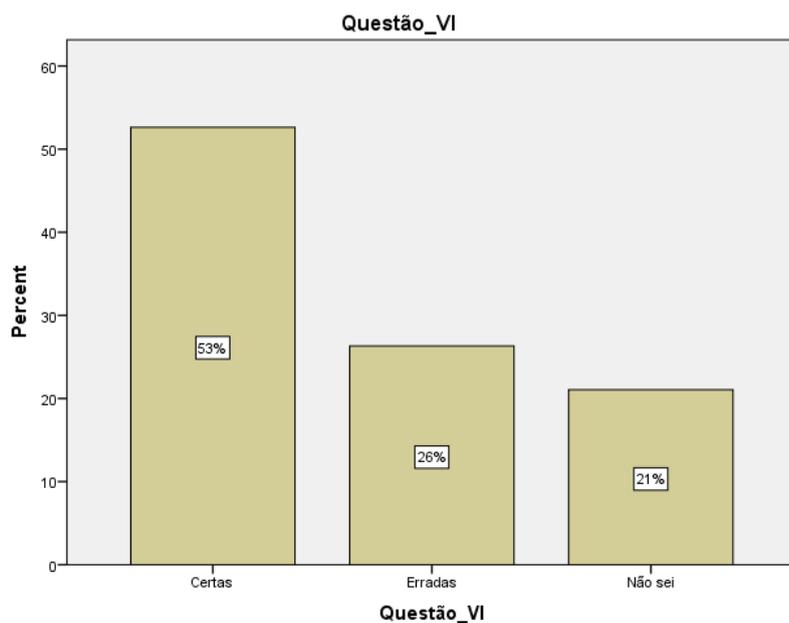


Gráfico 29: Referente à questão 6 acerca do histórico prévio

Para essa pergunta, os estudantes poderiam expor a sua resposta por meio de imagens, assim como desenho. Segundo Vygotsky, isso é explicado como uma representação mental daquilo que foi internalizado a partir do momento em que o indivíduo teve contato por meio de signos.

53% simbolizaram a imagem do planeta orbitando o Sol e as suas representações vetoriais, frisando assim que quando a massa aumenta, o objeto se aproximava mais, e quando a massa diminuía, o objeto afastava.

26% de outras respostas em forma de imagens (representação por desenhos), não havia uma coerência dos objetos na figura, ficando bastante improvável uma interpretação, e também não foi proposta nenhuma outra resposta por escrito.

E os demais, com 21% não esboçaram nenhuma representação de imagens, desenhos ou figuras.

VII) Represente através de desenhos de objetos orbitando um ao outro indicando as suas forças de interação?

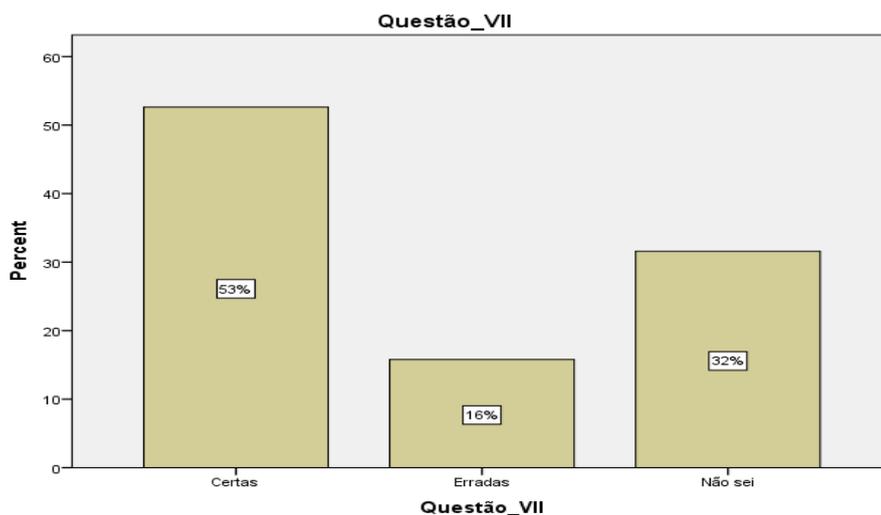


Gráfico 30: Referente à questão 7 acerca do histórico prévio

53% dos discentes representaram graficamente de acordo com o conteúdo internalizado anteriormente, conseqüentemente é possível perceber que houve uma representação mental. Os alunos representaram, através do desenho, o Sol ocupando um dos focos da elipse, com um raio vetor direcionado ao o planeta, um vetor que apontava para dentro da trajetória, correspondendo à aceleração centrípeta, e o outro vetor tangente à trajetória, indicando o módulo da velocidade.

16% dos estudantes erraram a resposta; apenas nortearam a expor os movimentos de rotação e de translação do planeta, e disseram que o trajeto desenvolvido era totalmente circular. Assim, não conseguiram explicar o que foi pedido. Os 32% dos demais estudantes não souberam responder.

VIII) O que é gravidade e por qual motivo ela acontece?

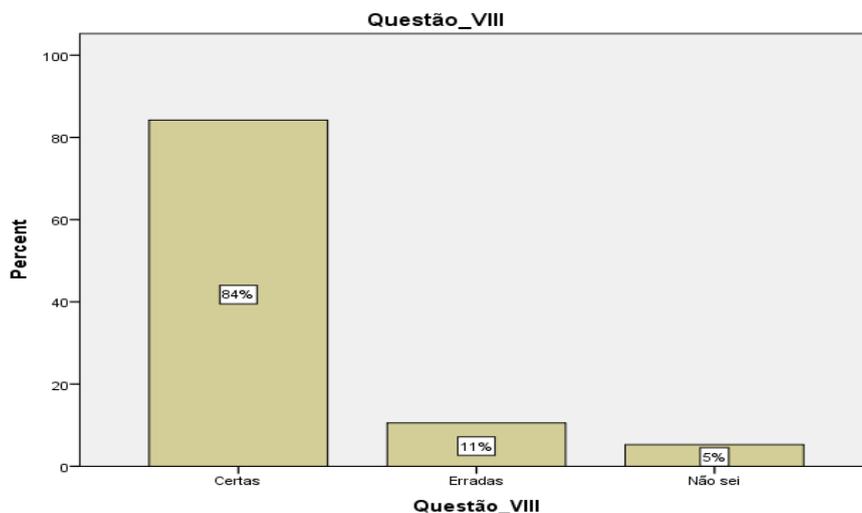


Gráfico 31: Referente à questão 8 acerca do histórico prévio

De forma geral, 84% dos estudantes expressaram a sua resposta da seguinte maneira: a gravidade é o que deixa cada planeta na sua órbita gravitacional sem permitir que se afaste. Isso ocorre pois, devido a grande quantidade de massa que o Sol possui, exerce essa força sobre os planetas. Vale ressaltar outras respostas que afirmam que a gravidade é uma força do campo de atração que permite que dois ou mais corpos se orbitem, e que tal força obriga coisas as se manterem dentro da Terra.

11% dos alunos, através do seu relato, demonstraram confusão para diferenciar os conceitos entre atração e repulsão, embora entendam que devido à massa exista um campo gravitacional, mas não conseguem distingui-las.

5% dos alunos alegaram não saber a resposta.

IX) Faça através da representação de imagens com o uso de vetores, a interação gravitacional da Lua em relação ao planeta Terra e do planeta Terra em relação ao Sol no sistema solar;

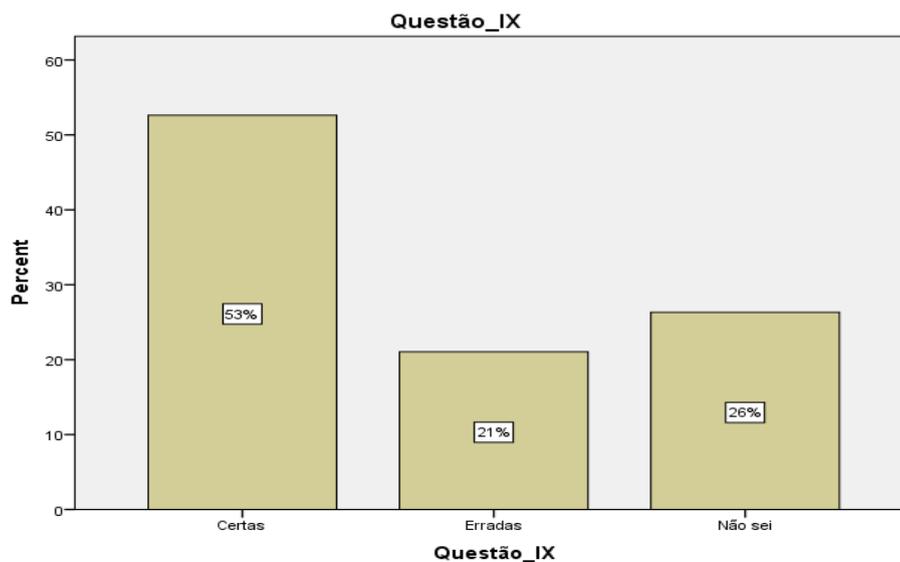


Gráfico 32: Referente à questão 9 acerca do histórico prévio

Os 53% dos estudantes fizeram a sua representação em duas etapas: primeiro desenharam a Lua no campo gravitacional da Terra, mostrando os vetores direcionados para o planeta; e na segunda parte, realizaram o desenho do planeta sozinho no campo gravitacional do Sol. Outros estudantes conseguiram mostrar o movimento orbital simultaneamente do satélite com a Terra e todos no campo gravitacional do Sol. Neste último caso, houve a colocação dos vetores e com os seus respectivos nomes.

21% apresentaram dificuldades na forma da representação das imagens do posicionamento dos vetores, a trajetória foi configurada como círculo e não como elipse, e o Sol foi desenhado ao centro e não em um dos focos.

Os demais dos discentes que totalizam 26% não souberam responder.

X) Explique por qual motivo tendo a Lua a sua interação gravitacional com o planeta Terra, ela não se afasta do planeta e desloque em direção ao Sol?

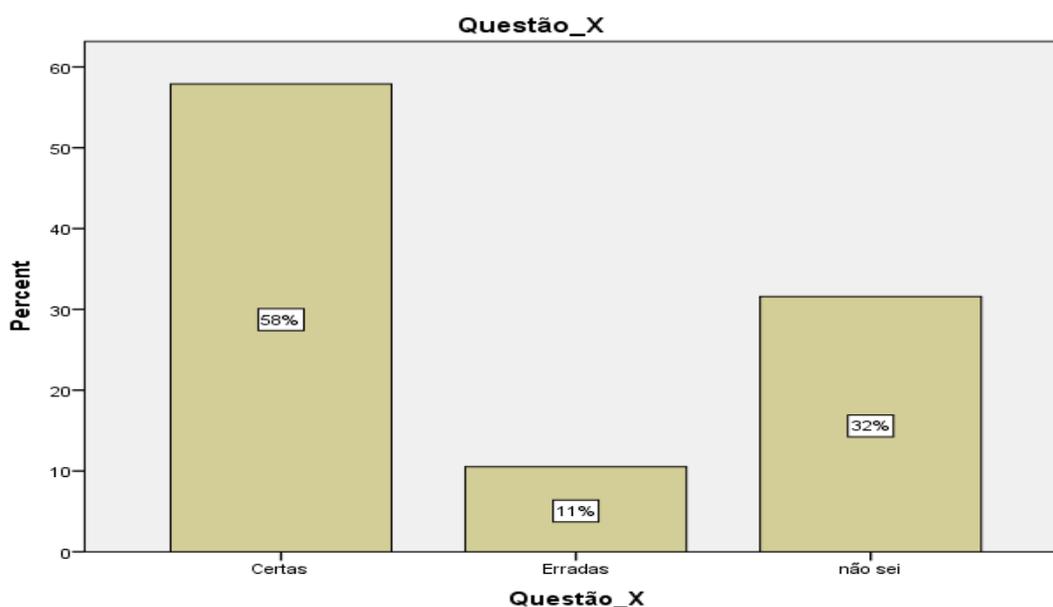


Gráfico 33: Referente à questão 10 acerca do histórico prévio;

58% dos estudantes afirmam que o que leva a Lua interagir com o planeta e não se afastar é devido ao campo gravitacional da Terra, que é o suficiente para manter o satélite orbitando.

11% dos alunos sustentam o pensamento de que o motivo da interação entre estes corpos celestes ocorre pelo equilíbrio das suas massas, ou seja, nesta percepção, a proximidade só pode acontecer como se houvesse necessidade de ter quantidades de massas por igual, o que na realidade é bastante diferente no seu quantitativo.

32% alegaram não ter a resposta.

XI) Considerando o planeta de Júpiter observado por Galileu Galilei no de 1610 por vários dias, detectou a presença das quatro primeiras Luas, sendo elas: Io, Europa, Ganímedes e Calisto, cada uma ocupando uma posição em relação ao seu planeta. Represente graficamente cada uma delas nas suas posições observadas por Galileu, nomeie-as e por fim explique qual motivo não estariam em uma posição diferente e qual é a influência da gravidade entre elas e Júpiter;

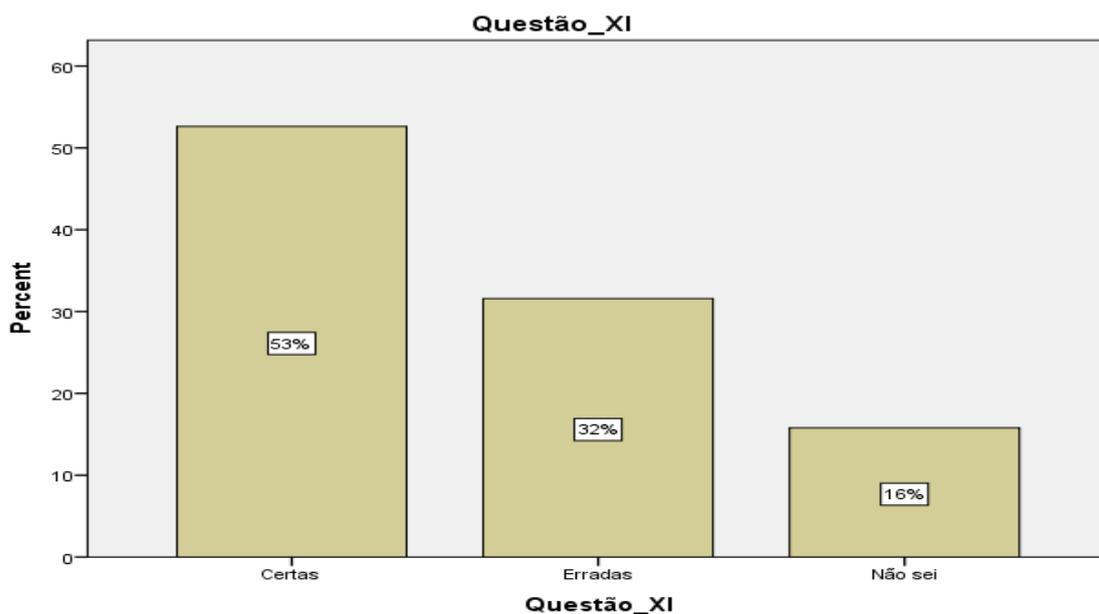


Gráfico 34: Referente à questão 11 acerca do histórico prévio;

Houve diversas representações, no entanto dos 19 estudantes, 53% expressaram o planeta Júpiter com as suas Luas orbitando-o, respeitando a ordem dos satélites: Io, Europa, Ganímedes e Calisto. Houve também a tentativa de apresentar a proporcionalidade das dimensões dos corpos. Assim, foi levado em conta pelo discente, em cada imagem produzida, o tamanho de uma Lua em relação à outra e cada qual foi devidamente nomeada e posicionada no seu respectivo lugar.

Dos 32% dos alunos que erram a sua resposta, parte destes não fizeram por representação gráfica mas explicaram por escrito, afirmando que orbitam Júpiter, e outros alunos apenas reproduziram imagens com desproporcionalidade e não foram posicionadas de acordo com a sua ordem natural.

16% do total não contribuíram com a sua resposta.

8.4 Síntese das análises

Foram disponibilizados aos estudantes dois questionários com questões abertas para uma avaliação qualitativa, e de acordo com Carvalho (2013) a forma de avaliação pode ocorrer através de conceitos, palavras, termos, as noções científicas adquiridas, assim como valores, atitudes e conscientização do conteúdo apresentado. Nas questões propostas, além daquelas que são discursivas, também houveram perguntas para que o aluno pudesse expressar o que foi internalizado, assim como afirma Oliveira (1993). As questões abertas foram aplicadas na aula 1 para conhecer os estudantes e avaliar as informações que tinham consigo acerca das leis de

Kepler, e ao final da sequência, na aula 6, foi aplicando um outro conjunto de perguntas qualitativas, à luz do simulador.

Fazendo uma análise comparativa entre os gráficos referente às aulas 1 e aula 6, é possível perceber um avanço no conhecimento diante dos conceitos das leis de Kepler e também da Gravitação Universal. O crescimento dos estudantes em relação ao conteúdo não foi total pelo fato das aulas acontecerem remotamente, e por ocorrerem vários problemas de conexão, mas a participação nas aulas foi bastante relevante.

Um dos fatores mais importantes foi o desenvolvimento quanto aos conceitos científicos; termos e palavras progrediram como, por exemplo, no lugar da palavra “giros” o aluno passou a usar “órbita”. Nas primeiras representações de desenhos, os planetas eram postos sempre em ordem enfileirada, com as mesmas dimensões e com período de translação comumente igual; contudo, no segundo questionário, ao reproduzir o planeta Júpiter com as Luas Galileanas, elas foram configuradas aleatoriamente, respeitando apenas a ordem do posicionamento de cada uma delas.

O número de discentes que propuseram termos, palavras ou conceitos foram bem expressivos no segundo conjunto de questionários. Vale enfatizar que muitos estudantes ainda apresentaram dificuldades na resolução das questões. Alguns erraram ao tentar responder e infelizmente outros não responderam. Vale destacar de maneira geral que houve um bom aproveitamento das aulas, o que pode ser observado pelo quantitativo de acertos. Deve-se focalizar não somente na estatística, mas no enriquecimento de vocabulário, na aquisição de novos conceitos, no aumento da percepção científica e no aprimoramento das representações por meio de desenhos do sistema solar. Ou seja, ocorreu a passagem da ação manipulativa para ação intelectual, conforme a afirmação de Carvalho (2013). É perceptível também a internalização do conhecimento de acordo com a proposta de Vygotsky (2007).

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante das argumentações apresentadas pelos estudantes nas questões abertas iniciais, fica evidente que os mesmos possuíam algum conhecimento prévio em relação ao Sistema Solar e também no que tange acerca da história de Galileu e algumas de suas contribuições. No entanto, observou-se várias distorções a respeito de conhecimentos científicos prévios pois, de maneira geral, as informações adquiridas são baseadas no senso comum e muitas vezes adquiridas por meio de fontes não formais e não comprometidas com a metodologia científica. Outro fator importante é que embora já tenham se ouvido falar de Galileu, pouco conheciam a respeito de suas pesquisas; as observações das Luas de Júpiter são basicamente desconhecidas pelos estudantes em questão.

Não obstante, houve um despertar muito grande dos acadêmicos, principalmente ao proporem uma solução para o problema não experimental. Foi preciso pensar em como seria possível um homem no ano de 1610, com pouquíssima tecnologia, conseguir um feito destes: discernir que os objetos que orbitam Júpiter são Luas e ainda conseguir sequenciá-las de modo a identificar cada uma delas. A prática investigativa foi realizada no apêndice D, mediante a interação social, ambientalizados pelo ensino remoto no formato síncrono. Cada aprendiz propôs deliberadamente uma possível interpretação e uma maneira para classificar ou categorizar os satélites. Foi preciso que fossem orientados por um conjunto de perguntas que pudessem guiá-los, de maneira ordenada, durante as suas investigações. Essa condução abriu um espaço para a troca de ideias, com os estudantes apresentando seus comentários e complementando o raciocínio de seu colega; e por fim conseguiram sequenciar, não da mesma maneira que Galileu, mas a partir deste esforço intelectual. Neste momento houve, de acordo com Carvalho (2013), a passagem da ação manipulativa para a ação intelectual, ou seja, ocorreu a construção do saber.

Para a aula acerca do desenvolvimento histórico da Astronomia, os alunos fizeram as suas pesquisas com base em temas viabilizados em aulas anteriores e os assuntos específicos foram apresentados em ordem cronológica. Por conta própria engendraram uma busca e produziram os seus slides, e por fim as suas apresentações foram feitas com entusiasmo. Em seguida, foram realizadas as simulações das geometrias curvas, o estudo sobre as Leis de Kepler e Gravitação. A compreensão de tais assuntos, após a sua abordagem, foi manifestada por meio do material apresentado no apêndice C, que se trata da sistematização do conhecimento individualizado. Neste, o mediador tem um campo para realizar uma avaliação qualitativa, percebendo se houve por parte dos aprendizes alguma aprendizagem, tão logo, pôde-se considerar imagens, desenhos, palavras ou frases. Destacando as teorias de Vygotsky (2007), houve a internalização através dos signos, que por sua vez foi capaz de promover a representação mental mediada pela organização simbólica internalizada.

Não se buscou aqui testar as teorias de Vygotsky acerca do sociointeracionismo ou a Sequência de Ensino Investigativo, pois essas já são consagradas, mas sim por meio delas propor uma maneira diferente de abordar as Leis de Kepler e a Gravitação Universal. O objetivo foi, portanto, que os estudantes conseguissem aprender e, além disso, ver sentido em estudar e querer se aprofundar no assunto; e que esse não fosse apenas mais um conteúdo de Física a ser aprendido de qualquer maneira.

Diante dos inúmeros trabalhos de dissertação e artigos pesquisados, é notório perceber que o MNPEF proporciona aos seus mestrandos ferramentas que elucidam a importância de investigações que apresentem aos alunos do ensino básico conteúdos de qualidade, e que possam romper com antigas estruturas que já não fazem mais sentido. A melhoria e a mudança da educação são oriundas de uma educação feita com qualidade e pesquisa.

Acreditamos que o produto educacional teria um melhor aproveitamento se fosse aplicado presencialmente devido à própria natureza do ambiente escolar e pela interação social mais próxima. Ressalto que apesar das dificuldades de conexão de internet, a aprendizagem do conteúdo foi bastante proveitosa, no entanto, seria ainda melhor se pudesse ter alcançado todos os estudantes da terceira série do E.M. devido a importância de se estudar as Leis de Kepler e a Gravitação Universal.

. Faltou aqui também a possibilidade de uma visita ao planetário ou a um observatório, que consequentemente enriqueceria a sequência didática e seria motivacional para elevar o interesse dos mesmos, É preciso levar em consideração que os alunos são moradores de uma cidade do interior e que muitos ou quase todos nunca tiveram acesso a essas estruturas que fomentam o saber. Este contexto de visitas, com o traslado de seu meio de convivência comum para lugares de caráter científico, auxilia o discente a transcender as suas perspectivas, rompendo assim o senso comum. Essas últimas propostas ficam a livre escolha, caso um(a) colega atuante em Física queira aplicar.

11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aita, Elis Bertozzi. Tuleski, Silvana Calvo. **O Desenvolvimento da Consciência e das Funções Psicológicas Superiores Sob a Luz da Psicologia Histórico-Cultural Perspectivas em Diálogo;** Revista de Educação e Sociedade. V. 4, nº 7. P. 97 – 111. 2017;

Andrade, Guilherme Trópica Barreto de. **Percursos Históricos de Ensinar Ciências Através de Atividades Investigativas.** Revista Ensaio. Belo Horizonte. V.13, nº 01, p. 121 – 138. 2011;

Batista, Renata F.M. Silva, Cibelle Celestino. **A Abordagem Histórico-Investigativa no Ensino de Ciências.** Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, Brasil. Estudos Avançados, 32 (94). 2018;

Brasil, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica – **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio** – Brasília: - Ministério da Educação, 1999;

Brasil. **Secretaria de Educação Média e Tecnologia. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio** – Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC; SEMETEC, 2002;

Camenietzki, Carlos Ziller. **O Mensageiro das Estrelas.** Scientific American Brasil. Ediouro Gráfica para a Duetto Editorial, em maio de 2009;

Carvalho, Anna Maria Pessoa de. (Org.). **Ensino de Ciências por Investigação – Condições para Implementação em Sala de Aula.** São Paulo. Editora Cengage Learning, 2013;

Carvalho, Anna Maria Pessoa de. **O Ensino de Ciências e a Proposição de Sequências de Ensino Investigativas.** Universidade de São Paulo. 2012;

Carvalho, Anna Maria Pessoa de. Org. **Ensino de Ciências por Investigação – Condições para Implementação em Sala de Aula.** São Paulo. Editora Cengage Learning, 2013;

Carvalho, Anna Maria Pessoa de. Sasseron, Lúcia Helena. **Ensino de Física por Investigação: Referencial Teórico e as Pesquisas Sobre as Sequências de Ensino Investigativas.** Ensino em Re-vista, V.22, nº 2, p. 249-266. 2015;

Cunha, Evandro Luis da. **Da Astronomia Básica a Astrofísica: Um Curso Para Ensino Médio.** Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Florianópolis, 2017;

Damasceno, Julio Cesar Gonçalves. **O Ensino de Astronomia Como Facilitador nos Processos de Ensino e Aprendizagem.** Universidade Federal do Rio Grande – Instituto de Matemática Estatística e Física, 2016;

Fino, Carlos Nogueira. **Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): Três Implicações Pedagógicas.** Universidade do Minho Portugal. Revista Portuguesa de Educação. Vol. 14, nº 2, 2001;

GOIÁS, Currículo Referência da Rede Estadual. Secretaria de Estado de Educação. 2021;

Goiás, Governador do Estado de. Secretaria de Estado da Casa Civil. **Cria os Centros de Ensino em Período Integral, no âmbito da Secretaria de Educação, Cultura e Esporte, e dá outras providências.** Lei Nº 19.687 de 22 de Junho de 2017;

Gomes, Alexandre dos Reis. **Mini planetário do Planisfério Celeste Sul para o Ensino de Astronomia no Ensino Médio.** Universidade Federal Fluminense – Volta Redonda-RJ – Instituto de Ciências Exatas, 2016;

Krasilchik, Myriam. **Reformas e Realidade – O Caso do Ensino das Ciências.** Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo em Perspectiva, 2000;

Langhi, Rodolfo e Nardi, Roberto. **Educação em astronomia: repensando a formação de professores.** São Paulo: Escrituras Editora, 2012;

Langhi, Rodolfo. **Educação em Astronomia: Da Revisão Bibliográfica Sobre Concepções Alternativas à Necessidade de Uma Ação Nacional.** Caderno Brasileiro de Ensino de Física. V.28 nº 2, p. 373 – 399. 2011;

Langhi, Rodolfo. Nardi, Roberto. **Dificuldades Interpretadas nos Discursos de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em Relação ao Ensino da Astronomia.** Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia. Nº 2, p. 75 – 92. 2005;

Langhi, Rodolfo. Nardi, Roberto. **Educação Ensino da Astronomia no Brasil: Educação Formal, Informal, Não Formal e Divulgação Científica.** Revista Brasileira de Física. V.31, nº 4. 2009;

Langhi, Rodolfo. Nardi, Roberto. **Justificativas para o Ensino de Astronomia: O que Dizem os Pesquisadores?** Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências. Vol. 14, nº 3, 2014;

Loguercio, Rochele de Quadros. Pino, José Cláudio Del. **Contribuição da História e da Filosofia da Ciência para a Construção do Conhecimento Científico em Contextos de Formação Profissional da Química.** Acta scientiae – Canoas. V. 08, nº 1, p. 67 – 77. 2006;

Martins, Onilza Borges. Alvino Moser. **Conceito de Mediação em Vygotsky, Leontiev e Wertsch.** Vol. 7, nº 13, p. 8 – 28. 2012;

Martins, Roberto de Andrade. Introdução: **A História das Ciências e Seus Usos na Educação.** Editora Livraria da Física, 2006;

Matthews, Michael R. **História, Filosofia e Ensino de Ciências: A Tendência Atual de Reaproximação.** Departamento de Educação, Universidade de Auckland – Nova Zelândia. Caderno Cat. Ens. Física. V.12, nº 3, p. 164 – 214. 1995;

Moraes, Carlos Eduardo Ferraz. **O Ensino de Astronomia Considerando a Lei 11645/08: Contribuições das Culturas Indígenas Brasileiras Africanas.** Universidade Federal Fluminense, 2019;

Mourão, Ronaldo Rogério de Freitas. **O Livro de Ouro do Universo.** 2ª Edição. Editora Ediouro - 2016;

Nébias, Cleide. **Formação dos Conceitos Científicos e Práticas Pedagógicas.** Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, Águas de Lindóia, São Paulo, 1999;

Nussenzweig, Herch Moysés. **Curso de Física básica – Mecânica - Vol 1**, 4ª edição rev. São Paulo: Blucher, 2002;

Oliveira, Kepler de. Saraiva, Maria de Fátima. **Astronomia e Astrofísica**. Saraiva. 3º edição. São Paulo. Editora Livraria da Física, 2013;

Oliveira, Marta Kohl de. Vygotsky – **Aprendizado e Desenvolvimento – Um Processo Sócio-Histórico**. Editora Scipione. 1992;

Pietrocola, Maurício. **A Matemática Como Estruturante do Conhecimento**. Departamento de Física – UFSC – Florianópolis-SC. Caderno Catarinense Ensino de Física, V.19, Nº1, p.89 – 109; agosto de 2002;

Rego, Teresa Cristina. Vygotsky – **Uma Perspectiva Histórico-Cultural da Educação**. 18ª Edição. Editora Vozes – Petrópolis – RJ, 2007;

Sasseron, Lúcia Helena. **Ensino de Ciências por Investigação e o Desenvolvimento de Práticas: Uma Mirada para a Base Nacional Comum Curricular**. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências. Rebec, p. 1061-1085. 2018;

Sasseron, Lúcia. **Alfabetização Científica, Ensino Por Investigação e Argumentação: Relações Entre Ciências da Natureza e Escola**. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. Revista Ensaio – Belo Horizonte. V. 17, nº especial, p. 49 – 67. 2015;

Scheid, Neusa Maria John. **História da Ciência na Educação Científica e Tecnológica: Contribuições e Desafios**. Revista Bras. Ens. Ciência Tecnologia – Ponta Grossa, V.11, nº 2, p. 443 – 458. 2018;

Siemsen, Giselle Henequim. Lorenzetti, Leonir. **A Pesquisa em Ensino de Astronomia Para o Ensino Médio**. Docência em Ciência. Actio Curitiba. V.2 nº 3, p. 185 – 207. 2007;

Simon, Rodrigo de Almeida. **Do Geocentrismo à Gravitação Universal: Proposta e Implementação de Uma Sequência Didática Para o Ensino Médio**. Universidade de São Carlos, agosto de 2016;

Soler, Daniel Rutkowski. Leite, Cristina Leite. **Importância e Justificativas para o Ensino de Astronomia: Um Olhar Para as Pesquisas da Área**. II Simpósio Nacional de Educação em Astronomia – São Paulo;

Vasconcelos, Thyago Teixeira. **O Uso da Astronomia com o Auxílio de Tecnologias e Dinâmicas para o Ensino de Física**. Universidade Federal do Ceará, 2018;

Vieira, João Batista. e Longhini, Marcos Daniel. **Conhecimento Científico e Cotidiano em Astronomia: Uma Investigação com Alunos da Educação Básica**. – I Simpósio Nacional de Educação em Astronomia. Rio de Janeiro, 2011;

Vigotski, L. S. **A Formação Social da Mente**. 7ª Edição - São Paulo: Editora Martins Fontes, 2007;

Vigotski, L.S. **A Construção do Pensamento e da Linguagem – Textos de Psicologia – 2ª Edição.** São Paulo. Editora WMF Martins Fontes, 2009;

Vigotski, L.S. **Formação Social da Mente.** 7ª Edição – São Paulo: Editora Martins Fontes, 2007;

Vigotski, L.S., Luria, A.R. e Leontiev, A.N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem.** Editora Icone, 16ª Edição: São Paulo, 2018;

Vygotsky, L.S. **Pensamento e Linguagem.** 4ª Edição – São Paulo: Editora Martins Fontes, 2008;

Zanola, Silvia Rosa da Silva. **O conceito de Mediação em Vigotski e Adorno. Psicologia e Sociedade.** Universidade Federal de Goiás. Goiânia. Brasil. P. 5 – 14. 2012;

Zômpero, Andreia Freitas. Laburú, Carlos Eduardo. **Atividades Investigativas no Ensino de Ciências: Aspectos Históricos e Diferentes Abordagens.** Revista Ensaio. Belo Horizonte. V. 13, nº 03, p. 67 – 80. 2011;

Engel, Guido Irineu. **Pesquisa-ação.** Universidade do Paraná. Educar, Curitiba, nº 16, p.181-191. Editora da UFPR. 2000;

Thiollent, Michel. **Metodologia da Pesquisa.** Cortez Editora. Editora Autores Associados. 2ª Edição. 1986;

Tripp, David. **Pesquisa-ação: Uma Introdução Metodológica.** Universidade de Murdoch. Tradução de Lólio Lourenço de Oliveira. Educação e Pesquisa – São Paulo. V. 31, nº 3, p. 443-466. 2005;

Sampierei, Roberto Hernández. Collado, Carlos Fernandez. Lúcio María Del Pilar Baptista. **Metodologia de Pesquisa.** McGrawHill. 5ª Edição. 2013;

Corrêa, Giovana Camila Garcia. Campos, Isabel Cristina Pires de. Almagro, Ricardo Campanha. **Pesquisa-ação: Uma Abordagem Prática de Pesquisa Qualitativa.** Ensaio Pedagógico. Vol. 2, nº 1, p. 62-72. 2018;

Campos, Lidiane Benites. Porto, cláudio Maia. Cruz, Frederico Alan de Oliveira. Porto, Maria Beatriz Dias da Silva Maia. **Um Exemplo de Pesquisa-ação Na Inserção da Física Moderna No Ensino Médio.** Revista Multidisciplinar de Ensino, Pesquisa, Extensão e Cultura do Instituto de Aplicação Fernando Rodrigues da Silveira (CAp-UERJ). V.9, nº 21. 2020;

Praxedes, Gilmar. Peduzzi, Luiz O.Q. **Tycho Brahe e Kepler na Escola: Uma Contribuição à Inserção de Dois Artigos em Sala de Aula.** Revista Brasileira de Ensino de Física. V. 31, nº 3. 2009;

Porto, C.M. **Panorama Geral da Obra Astronômica e Kepler.** Revista Brasileira de Ensino de Física. V. 37, nº 3. 2015;

Menezes, Luana Paula Goulart de. Batista, Michel Corci. **Concepções de Mestrados em Ensino de Física Sobre o Sistema Solar Sob a Perspectiva das Leis de Kepler.** Revista Reamec. Cuiabá – MT. 2020;

Macedo, Gabriel Luiz Nalon. **Material de Apoio Para Abordagem das Três Leis de Kepler no Ensino Médio.** Conenci 2021. Universidade Estadual de Maringá – UEM-PR. 2021;

Symon, Keith R. **Mecânica**. Editora Campus. 1996;

Taylor, John R. **Mecânica Clássica**. Editora Bookman. 2013;

Thornton, Stephen T., Marion, Jerry B. **Dinâmica Clássica de Partículas e Sistemas**. Tradução da 5ª Edição Norte-Americana. Editora Cengage Learning. 2012;

http://prometeo.matem.unam.mx/recursos/Licenciatura/Un100/recursos/ Un_003_IntroduccionALaGeometriaAnalitica/index.html Acessado no dia 12/01/2022 às 11:33;

<https://www.vascak.cz/physicsanimations.php?l=en> Acessado no dia 12/01/2022 às 11:35;

<https://phet.colorado.edu/> Acessado no dia 12/01/2022 às 14:29;

APÊNDICE B

Questões Abertas - Pontos relevantes para o desenvolvimento do conhecimento:

Conjunto de problemas didáticos para explorar o conhecimento dos alunos:

I – A partir das suas experiências, explique por qual motivo a Lua movimenta em torno do planeta Terra;



Figura 1: Planeta Terra

II – Como se classifica o movimento de um corpo ao girar ao redor do seu próprio eixo e ao redor de outro corpo?

III – Explique o que provoca a aproximação entre dois objetos cósmicos de mesma massa ou de massas diferentes;



Figura 2: Meteoro atraído pelo campo gravitacional da Terra

IV – Faça a identificação de cada um dos objetos abaixo de acordo com a sua ordem disposta.

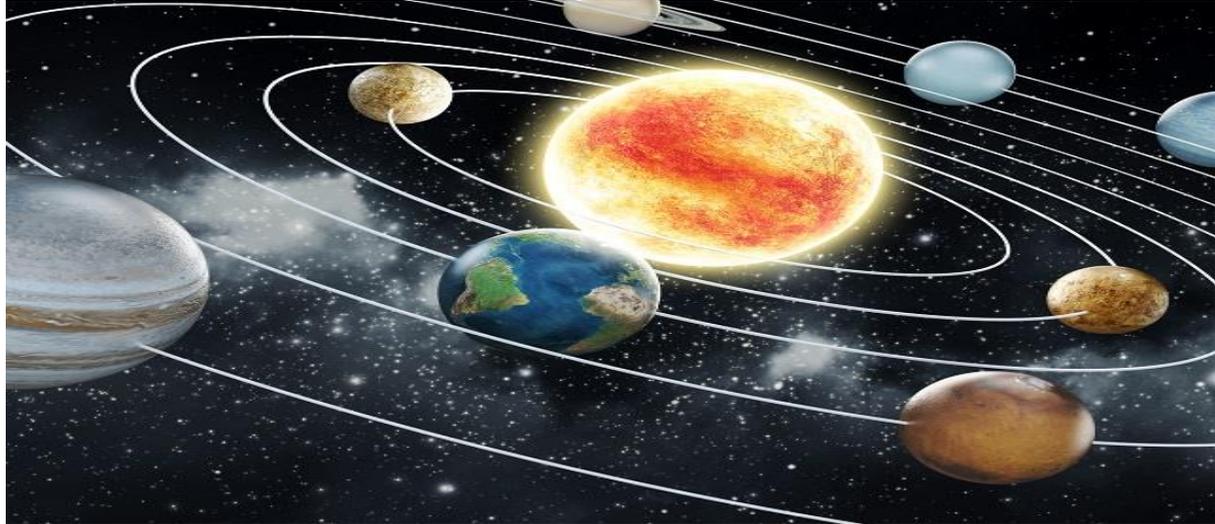


Figura 3: Sistema Solar

V – Com base em seus conhecimentos, identifique os objetos cósmicos abaixo que inicialmente foi observado por Galileu;



Figura 4: Júpiter e as Luas Galileanas

VI – Explique por qual motivo, a Terra não se desprende e se afasta significativamente do Sol;

VII – Explique porque que depois que um satélite é lançado para fora do planeta, ele fica movimentando-se em volta do planeta;

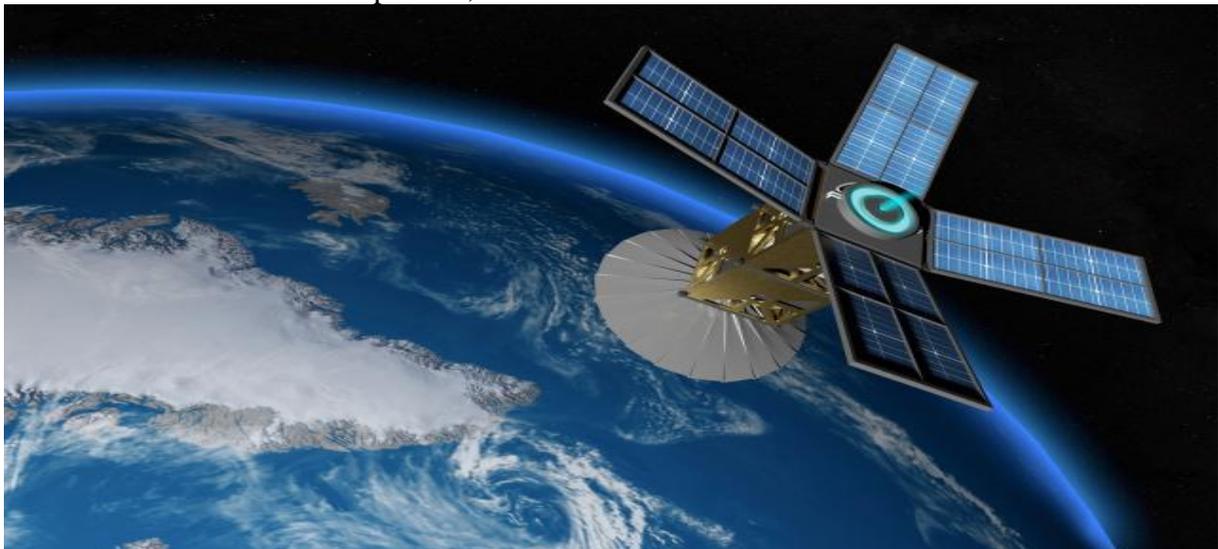


Figura 5: Satélite Orbitando a Terra

VIII – O tempo de movimento dos planetas ao redor do seu próprio eixo é igual ou são diferentes? Explique;

IX – Quando um objeto de grande quantidade de massa passa próximo de um planeta, ele é atraído ou repelido por este mesmo planeta? Explique;

APÊNDICE C

Proposta de Avaliação – Sistematização Individual do Conhecimento

Represente através de imagens, palavras, texto ou frases sobre os temas que foram expostos e discutidos em classe pelo professor e alunos.

APÊNDICE D

Problema Não Experimental:

De que maneira poderia se determinar a posição de cada um dos quatro primeiros satélites naturais (Lua Galileanas) diferenciando-as enquanto estão orbitando o planeta de Júpiter?

FIG.	DATE.	EAST.		WEST.
1	Jan. 7	• •	○	•
2	8		○	• • •
3	10	• •	○	
4	11	• •	○	
5	12	• •	○	•
6	13	•	○	• • •
7	15		○	• • • •
8	15		○	• • • •
9	16		○	• •
10	17	•	○	•
11	Jan. 17	• •	○	•
12	18	•	○	•
13	19	•	○	• •
14	19	• •	○	• •
15	20	•	○	• •
16	20	•	○	• •
17	20	•	○	• • •
18	21	• • •	○	•
19	22	•	○	• • • •
20	22	•	○	• • •
21	23	• •	○	•
22	23	•	○	
23	24	• • •	○	
24	25	• •	○	
25	26	• •	○	•
26	26	• • •	○	•
27	27	•	○	
28	30		○	• •
29	31	• •	○	•

APÊNDICE E

Sistematização dos Conhecimentos Elaborados

Perguntas norteadoras:

I) De acordo com as imagens registradas por Galileu, identifique cada uma das Luas: Europa, Calisto, Io e Ganímedes para facilitar a sua compreensão;

II) Explique como é possível observar essas Luas que se encontram a uma longa distância através do telescópio, ou seja, o que é preciso para a exploração ótica delas;

III) Observando os dias 07 e 08 de janeiro, das quatro Luas, a imagem apresenta apenas três, o que você deduz que aconteceu com a outra. Explique;

IV) Em quais dias foi possível observar distintamente as quatro Luas e porque foi possível isso? Explique;

V) Se fosse possível não observar a nenhuma das Luas, qual seria a justificativa para explicar este fato?

VI) Além do posicionamento da cada Lua, qual outra característica dela que poderia ser usada para encontrar cada Lua? Explique;

VII) Que tipo de movimento os satélites desenvolvem no planeta de Júpiter? Explique;

VIII) A distância de cada Lua até o planeta de Júpiter são iguais ou diferentes? Explique;

IX) Por qual motivo essas Luas permanecem junto de Júpiter e não se separam dele e direcionando cada satélite para uma direção diferente? Explique;

X) O intervalo de tempo necessário para que as Luas Calisto, Europa, Ganímedes e Io levam para realizar uma volta completa em Júpiter são as mesmas? Explique;

XI) Represente através de um desenho, Júpiter e as suas Luas movimentando a sua volta; Explique;

XII) Represente graficamente a força que atrai o planeta Júpiter para as Luas e a mesma que atraem as Luas para Júpiter; Explique;

Branco e Tartaruga Negra. E ainda apresentavam o zodíaco, representado por um círculo imaginário composto pela imagem de 12 signos e estes eram animais de acordo com o seu misticismo a pedido de Buda.

Astronomia na Mesopotâmia (2000 a.C.)



Figura 6: sumerianos de 6 mil anos com exemplos do sistema solar

Foi uma das mais velhas civilizações e foi fundada pelos Sumérios, dado a serem os primeiros a praticar astronomia e criadores da astrologia. As primeiras observações das estrelas realizadas pelos sumérios eram com o objetivo de consolidar e respaldar as suas profecias, posteriormente acreditavam que o destino do seu povo estava premeditado pelas estrelas, depois de certo tempo abandonaram o misticismo e a observação tomou cunho científico, trocando a astrologia pela astronomia. Fizeram aplicações da matemática no movimento da Lua e dos planetas, construíram torres de observação, sabiam diferenciar estrelas e planetas, e já eram capazes de prever eclipses lunar e solar. Tinham desenvolvidos a habilidade na divisão e subdivisão do tempo referente aos meses, semanas, dias, horas, minutos e segundos. O conhecimento oriundo da Mesopotâmia foi de grande importância para outras civilizações como os gregos, árabes e, sobretudo para a Europa.

Astronomia Egípcia



Figura 8: Sistema Solar Egípcio

O Egito teve como fundamental importância à divulgação dos conhecimentos oriundos da Mesopotâmia, e através dos egípcios, tanto a astrologia quanto a astronomia dos babilônios foram difundidos no Ocidente. A astronomia no Egito não apresentou grandes desenvolvimentos em relação aos seus antecessores, dado que a base da sua economia era a agricultura regulada pelas enchentes do Nilo, logo a rotina cotidiana e religiosa estava vinculada ao Sol, as suas observações quanto ao céu são pouquíssimas, e quanto ao uso dos zodíacos, foi uma cultura herdada também dos babilônicos, no entanto, as pirâmides apresentam na sua estrutura e arquitetura as suas faces direcionadas para os cardeais, estes são indícios da prática de astronomia dos egípcios.

Astronomia Grega

Na Grécia Antiga, a astronomia obteve o seu auge, contribuiu para o crescimento da ciência natural dando origem ao termo Cosmo e o seu conceito assim como os métodos científicos com a sua forma investigativa. Os gregos em suas pesquisas e com o propósito de compreender melhor o céu, excluíram o pensamento religioso da ciência, forçando a aprofundar no entendimento dos eventos naturais apresentando teorias que pudessem explicar tais fenômenos. “O ápice da ciência antiga se deu na Grécia, de 600 a.C a 400 d.C., em níveis só ultrapassados no século XVI (OLIVEIRA FILHO e SARAIVA, 2013, p.2), os gregos evoluíram bastante nos conhecimentos adquiridos dos povos antigos que lhes precederam, percebendo a possibilidade de transcrever matematicamente os eventos astronômicos, com base nas suas percepções cosmológicas criaram a Esfera Celeste, que

seria hemisférico, podendo realizar movimento de rotação girando em torno do Sol com pouca aceitação para época, sendo essa uma menção do heliocentrismo. No entanto, depois da separação dos estados da Grécia, a ciência agora respira novos ares na Alexandria, com desenvolvimentos muito mais além do que era, e os astrônomos gregos já faziam aplicação de teorias geométricas no cosmo. Dentre os observadores, destacam-se alguns astrônomos:

Tales de Mileto (640 – 546 a.C.), primeiro filósofo e cientista, desvinculou o pensamento ciência do pensamento religioso, abriu a mente para a perspectiva de que o cosmo poderia ser compreendido e estudado, antecipou através de suas pesquisas e previu a ocorrência de um eclipse no ano de 585 a.C e determinar o solstício.

Anaximander de Mileto (190 – 125 a.C.), é dado a ele o título de pensador, empenhou a fazer um mapa do mundo o que oportunizou a tentativa de explicar a gênese do mundo, afirmava que tudo era formada de massa primária indefinida e eterna, ao qual denominou de ilimitado, dado que este foi o primeiro elemento originado. Para Anaximander, o cosmos resulta do confronto do calor e frio, com o passar do tempo estes se separam provocando uma bolha de fogo que contraiu e em seguida endureceu, constituindo assim uma esfera sólida, dando origem a Terra. Afirmava também que a Terra se encontrava em repouso devido a sua uniformidade.

Pitágoras de Samos (582 – 500 a.C.), junto com os seus seguidores afirmaram categoricamente que o mundo podia ser explicado em termos matemáticos. Pitágoras declarava que a Terra, a Lua, o Sol e os demais corpos celestes eram todos esféricos, ressaltou também a importância da matemática para descrever os eventos cosmológicos, embora o termo cosmos foi denominado ao universo pelo pitagóricos.

Anaxagoras (500 – 428 a.C) propôs que a mente podia controlar o universo, segundo ele, cometas é o resultado da colisão de planetas, o Sol é ferro derretido formando uma bola de fogo, planeta Terra era plano e apoiada no ar, a Lua estava em uma posição muito mais próxima da Terra do que o Sol.

Filolaus de Crotona (~470 – 390 a.C.) acreditava que o planeta Terra se movimentava, e que a Terra tivesse o movimento em torno do seu próprio eixo, imaginava que o Sol, a Lua e os planetas movimentassem ao redor de um fogo central que era a fonte de toda energia e luz para a vida.

Platão (427 – 347 a.C.), afirmou que o tempo iniciou no momento da criação do universo. Os corpos cosmológicos apresentavam formatos geométricos com perfeição, que o mundo foi criado a partir do caos primordial.

Eudóxio de Cnido (408 – 355 a.C) representava o mundo através de esferas, por sua vez era a Terra esférica posta ao centro e em volta da Terra havia outra esfera composta de estrelas e entre as esferas internas e externas haviam os planetas com movimento não determinado.

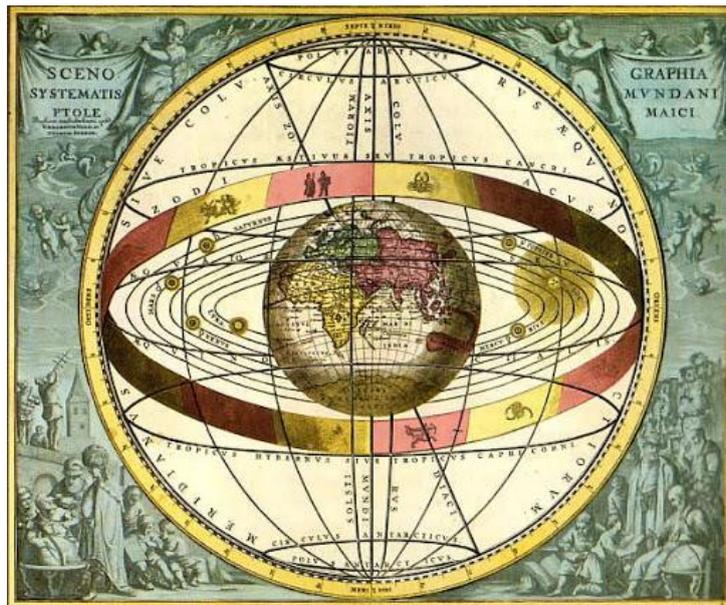


Figura 9: Esferas de Eudóxio

Aristóteles de Estágira (384 -322 a.C), afirmava que a Terra era formada por quatro elementos, sendo eles: Terra, água, ar e fogo, e cada um destes elementos busca o seu lugar natural dentro do universo. O modelo cosmológico de Aristóteles, o planeta Terra é esférico e com imperfeição situada no centro do Universo. Nesta visão geocêntrica usou o sistema de esferas concêntricas de Pitágoras para descrever e explicar os planetas, argumentando a imobilidade da Terra, ou seja, ela está em repouso total. O Universo Aristotélico era estacionário, e de acordo com a sua explicação dava-se pelo fato de que a sua existência não seria originado em um ponto, mas que tivesse existido por toda eternidade, considerando ele como perfeito.

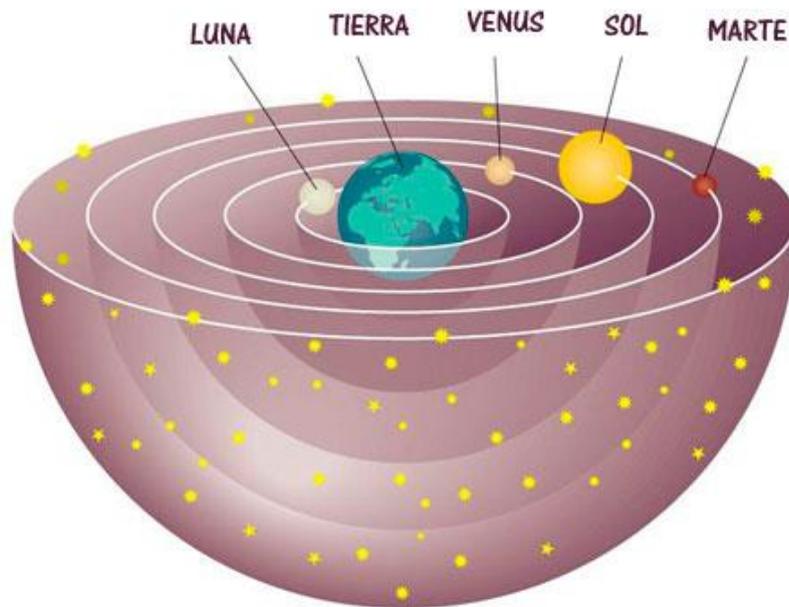


Figura 10: modelo cosmológico de Aristóteles

Aristarco de Samos (310 – 230 a.C), foi um grego com grande sucesso em astronomia. Através da sombra da Lua projetou sobre a Terra no decorrer do eclipse lunar, ele determinou as dimensões reais da Lua. Propôs algumas ideias radicais para o seu tempo, de que havia o movimento dos planetas em torno do Sol, no entanto, não foram aceitas.

Eratóstenes de Cirene (276 – 194 a.C), foi o responsável pela biblioteca de Alexandria, desenvolveu diversas pesquisas, elaborou tratados sobre a posição e localização das estrelas, foi o primeiro a medir o diâmetro da Terra. Ele percebeu que em Siena, a luz do Sol incidia perpendicularmente, enquanto que em Alexandria que fica ao norte de Siena, o mesmo não acontecia, realizando uma experiência através de estacas de madeira cravadas perpendicularmente ao chão, percebeu que a sombra que estava em Alexandria apresentava sete graus para o sul, considerando que tais observações das duas cidades foram realizadas ao mesmo tempo, mediante o uso da matemática encontrou o valor de 46000 km de diâmetro da Terra, no entanto o valor real é de 39.941 km, porém, este valor não foi aceito na sua época, pois acreditavam que a superfície da Terra deveria ser maior do que isso.

Hiparco de Niceia (190 – 125 a.C), engendrou a criação de um observatório na ilha de Rodes, catalogou 850 estrelas, classificando-as de 1 a 6, da mais brilhante para a mais fraca de visibilidade a olho nu. Determinou que cada planeta realiza um movimento circular em volta de um ponto denominado de epiciclo, sendo este um movimento circular uniforme em torno da Terra. A orbita feita em cada ponto era nomeada de deferente.

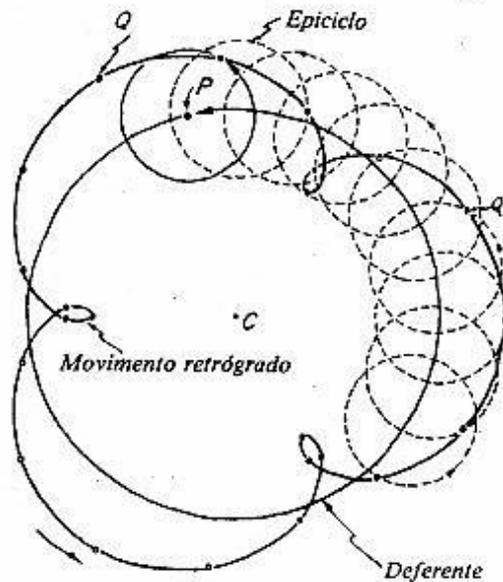


Figura 11: Epiciclo de Hiparco

Cláudio Ptolomeu (90 – 168 d.C), foi um dos astrônomos mais importantes da antiguidade, o seu livro *Almagesto*, foi a compilação de diversos outros volumes acerca da Astronomia, com informações que perdurou até o século XVI. Em seu livro propôs três pilares que sustentou a Astronomia: a esfericidade dos céus e da Terra, o geocentrismo e o geostatismo. Retomou o pensamento de Hiparco melhorando o seu epiciclo, fazendo com os deferentes não ficassem na Terra, mas nos equantes que apresentavam movimento. Os modelos de Ptolomeu auxiliou a descrever e prever o movimento do Sol, Lua e planetas.

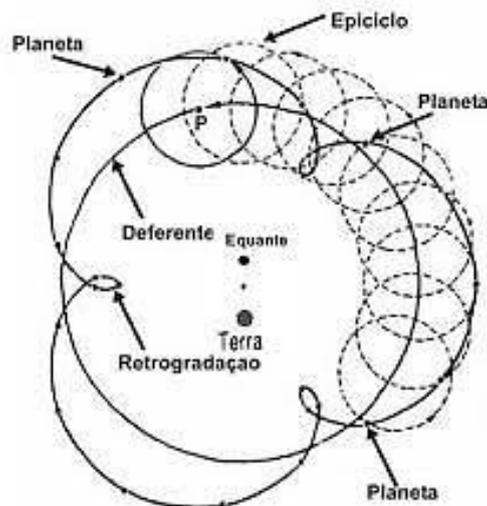


Figura 12: modelo de Ptolomeu

Nicolau Copérnico (1473 – 1543), Apresenta o heliocentrismo, no qual a Terra deixa de ser o centro do Universo e o Sol ocupa uma nova posição, sustentou a ideia que o movimento dos astros eram circular, mas não afirmou a existência de demais planetas.

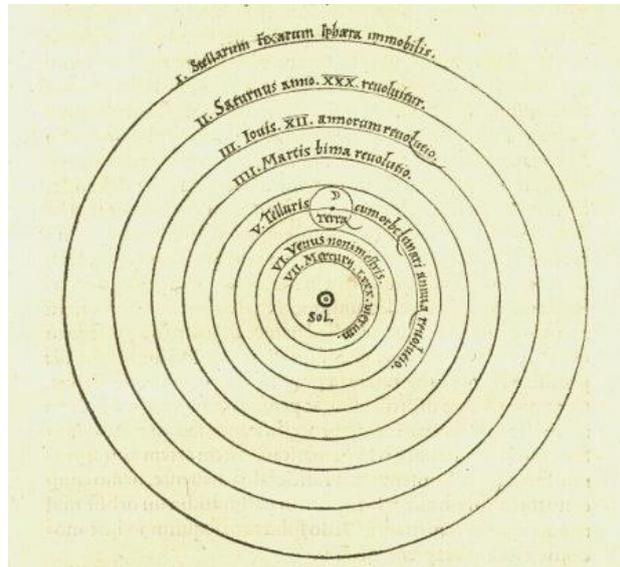


Figura 13: modelo cósmico de Copérnico

Tycho Brahe (1546 – 1601), dedicou a sua vida a observação do céu e com o aprimoramento das suas pesquisas, foi considerado um dos maiores astrônomo, sintetizou uma enorme quantidade de informações cosmológica. Em 1572, por um período de 18 meses descreveu e observou o aparecimento de uma supernova, em 1577 observou um grande cometa e comprovou que os planetas eram astro e não efeito resultante da atmosfera. No ano de 1585 apresentou um modelo planetário que era uma combinação dos modelos de Ptolomeu e de Copérnico. Em 1597 passou a ministrar aulas de matemática na corte do imperador em Braga.

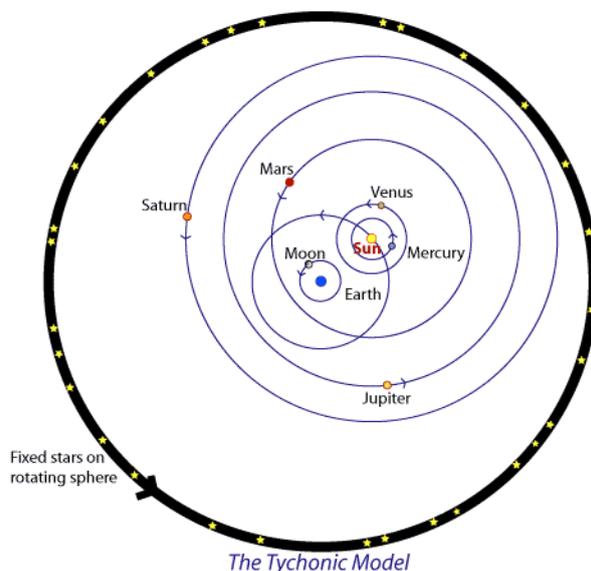


Figura 14: modelo de Brahe

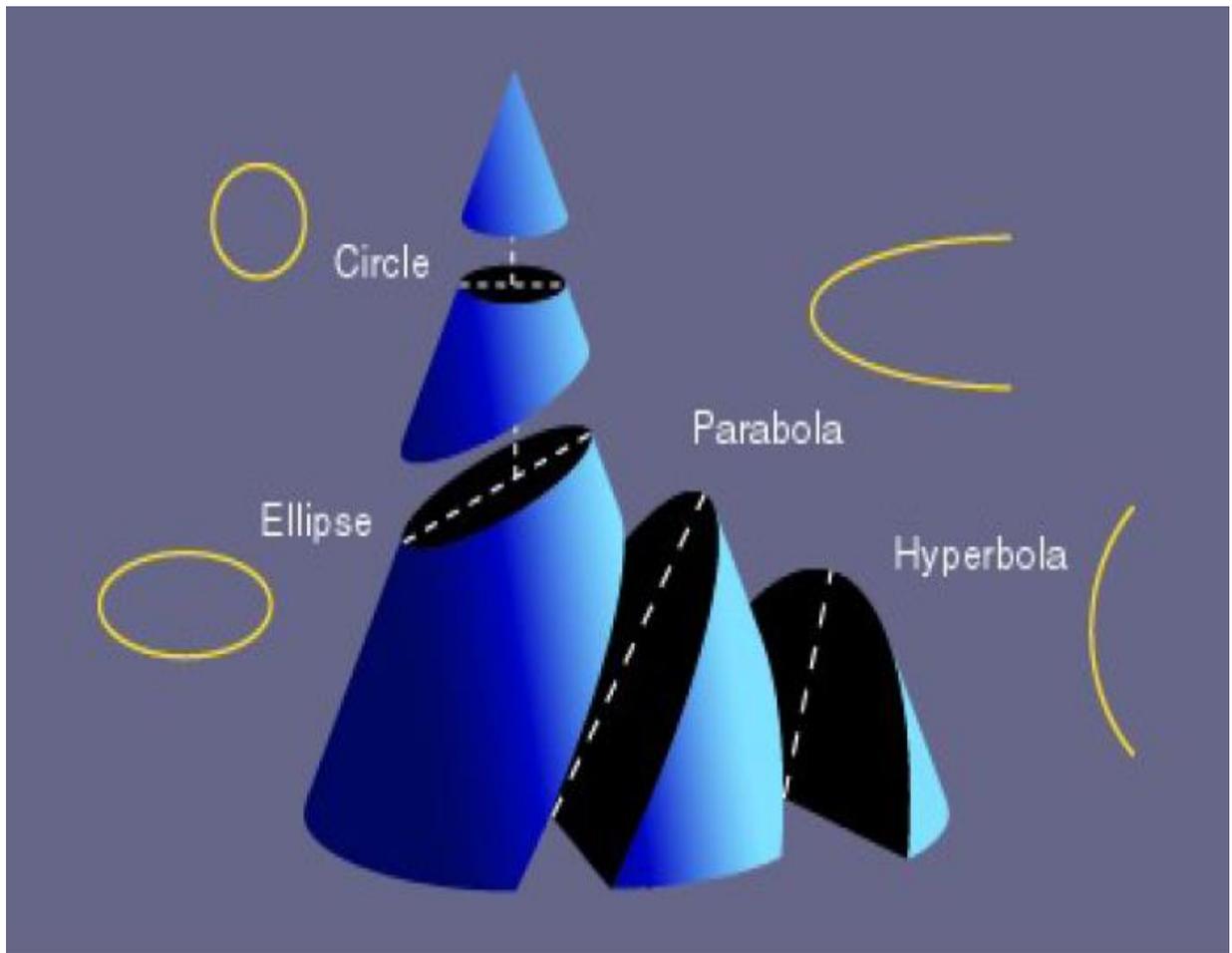
Galileu Galilei (1564 – 1642), Em seu livro “De Moto Aceleratu” (O Movimento Acelerado), demonstra que o movimento de um dado corpo em queda livre acelera, aumentando com relação ao seu tempo. No ano de 1609 é construído por Galileu o primeiro telescópio refrator, com potencial de três vezes de aumento, no entanto, no ano seguinte outros telescópios e produzido por ele com alcance de 33 vezes em foco ao objeto, até então, o olho nu era o único meio para observar o céu, agora mediado pelo telescópio. No ano de 1609 ele observou e percebe que a Lua possuía vales (crateras) e montanhas, em 1610 observou o planeta Saturno, visualizou as fases de Vênus e em relação a Marte afirma que não tem perfeição na sua esfericidade. Em 7 de janeiro de 1610 Galileu observa as quatro maiores luas de Júpiter, em que mais tarde são nomeadas por: Calisto, Io, Europa e Ganímedes. Suas descobertas foram publicadas em sua obra Sidereus Nuncius (Mensageiro Sideral).

Johannes Kepler (1572 – 1630), entre os 9 e 11 anos de idade trabalhou como operário agrícola e a partir deste começou as primeiras observações astronômicas, inteligência precoce aos 12 anos, mais tarde estudou teologia, música e matemática, com ênfase em geometria e matemática. Em 1600 tornou-se aprendiz de Brahe, passando a ser o seu sucessor. Depois de oito anos de árduo e profunda dedicação aos registros herdados de Brahe, desenvolve as suas três leis, fez contribuições em óptica, elaborou o sistema infinitesimal, o seu trabalho de maior impacto, foi a sua obra denominada de Astronomia Nova 1609, na qual expõe a sua dedicação em determinar a órbita do planeta de Marte.

Isaac Newton (1642 – 1727) contribuiu em diversos campos da ciência, como o cálculo diferencial e integral, óptica, desenvolvimento da teoria mecânica, construiu o seu telescópio refletor, apresentou a demonstração de equivalência das leis de Kepler com uma força de atração inversamente proporcional ao quadrado da distância. Entre os anos de 1686 e 1687 publicou o seu trabalho: Princípios Matemáticos da Filosofia Natural, e apresentou a sua Lei da Gravitação.

APÊNDICE G

A GEOMETRIA DAS CÔNICAS



“Qual é o tipo de trajetória descrita pelo planeta Terra ao orbitar o Sol?”

Geometricamente, as cônicas desempenham grande importância tanto em Matemática, Física, Astronomia, Astrofísica quanto em Cosmologia para descrever a trajetória de um corpo celeste.

As cônicas são cortadas transversalmente por um plano, e em cada corte tem a formação de figuras geométricas de circunferências, elipse, hipérbole e parábola;

As cônicas podem ser Assim:

Temos um plano (na cor azul) que corta transversalmente os cones que estão um oposto ao outro, cada corte realizado pelo plano descreve curvaturas que são designadas por:

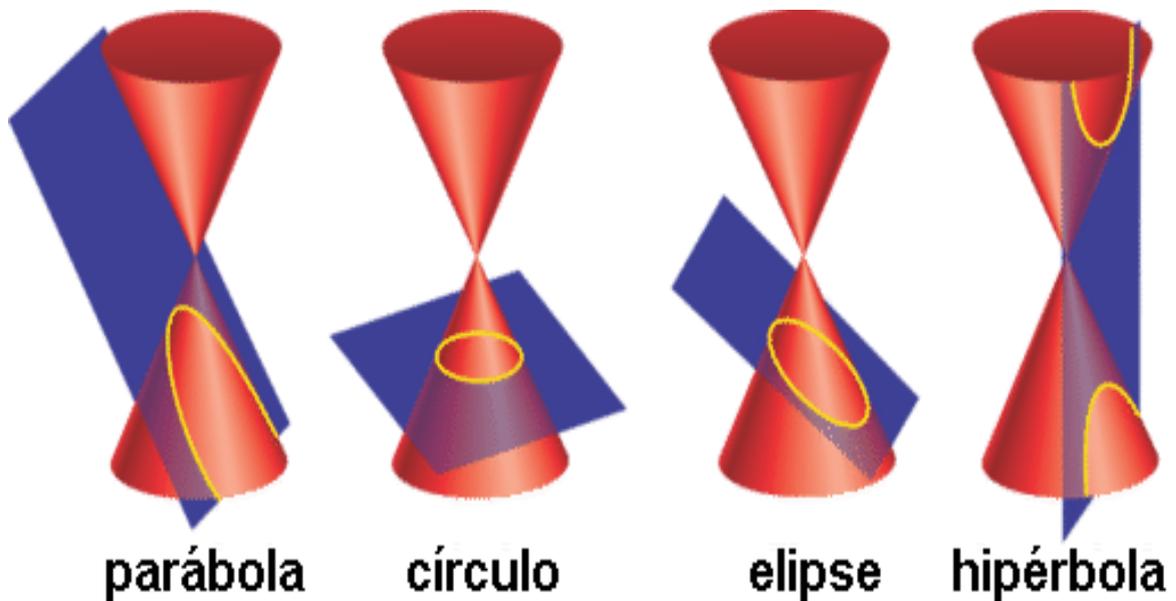
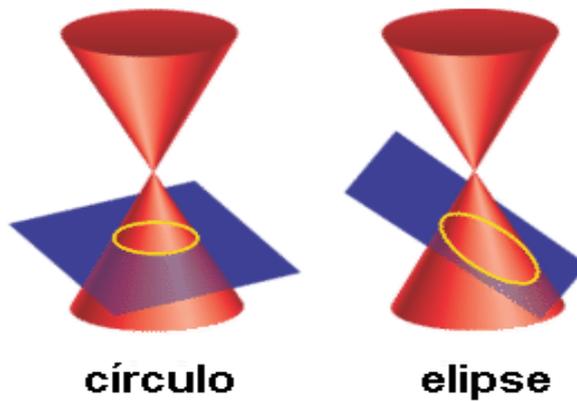


Figura 15: Figuras geométricas cônicas

Serão apresentadas a seguir os elementos que formam as curvaturas proposta pelas cônicas e as suas propriedades.

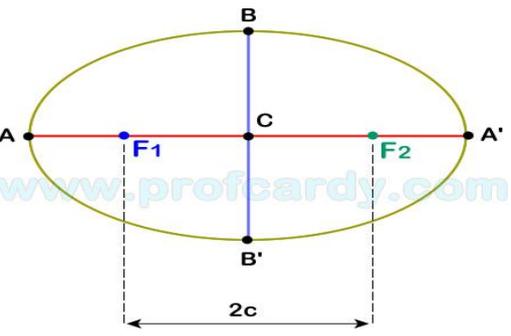
Elipses:

Temos a elipse que visualmente parece com um círculo, mas qual é a diferença entre eles?



Elementos que constituem uma elipse:

 <p>Figura 16: Elipse</p>	<p>Na elipse, são apresentados inicialmente dois pontos, que de acordo com a sua imagem, são os pontos F_1 e F_2 que são chamados de focos da elipse.</p>
---	---

 <p>Figura 17: Elementos da Elipse</p>	<p>A distância entre os focos é denominada de distância focal da elipse e é identificado como $2c$. Quanto à medida c, ela é a semidistância do foco.</p> <p>A reta que liga de $\overline{AA'}$ que passa pelo foco é dada como o maior eixo da elipse;</p> <p>O ponto C é o ponto médio entre \overline{AC} e $\overline{A'C}$ que por sua vez são chamados de semieixos maiores;</p> <p>A reta $\overline{BB'}$ é denominada de eixo menor e passa por C, é também perpendicular ao eixo maior;</p> <p>O ponto C é o ponto médio entre \overline{BC} e $\overline{B'C}$ que por sua vez são chamados de semieixos menores;</p> <p>Os vértices da elipse são representados pelos pontos A, A', B e B';</p>
---	---

Propriedades da Elipse

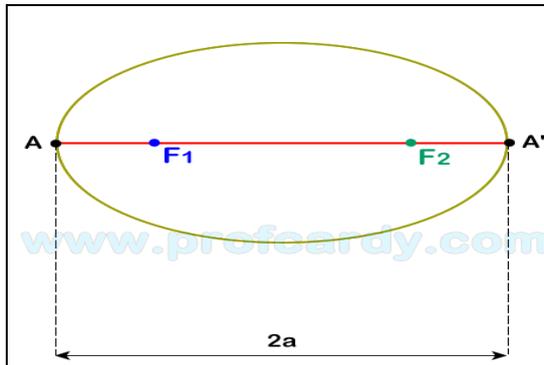


Figura 18: Eixo Maior da Elipse

P₁: O comprimento do eixo maior $\overline{AA'}$ é $2a$;

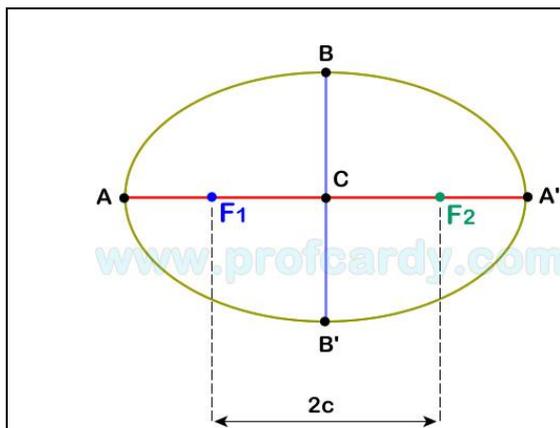


Figura 19: Semieixo maior da Elipse

P₂: O centro C é o ponto médio do segmento $\overline{F_1F_2}$;

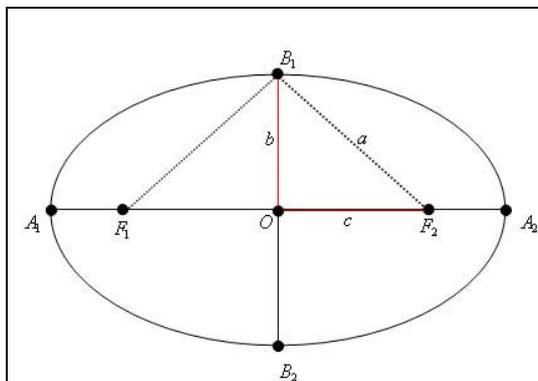


Figura 20: Elipse – Fonte:

P₃: $B_1F_1 = B_2F_2 = a$

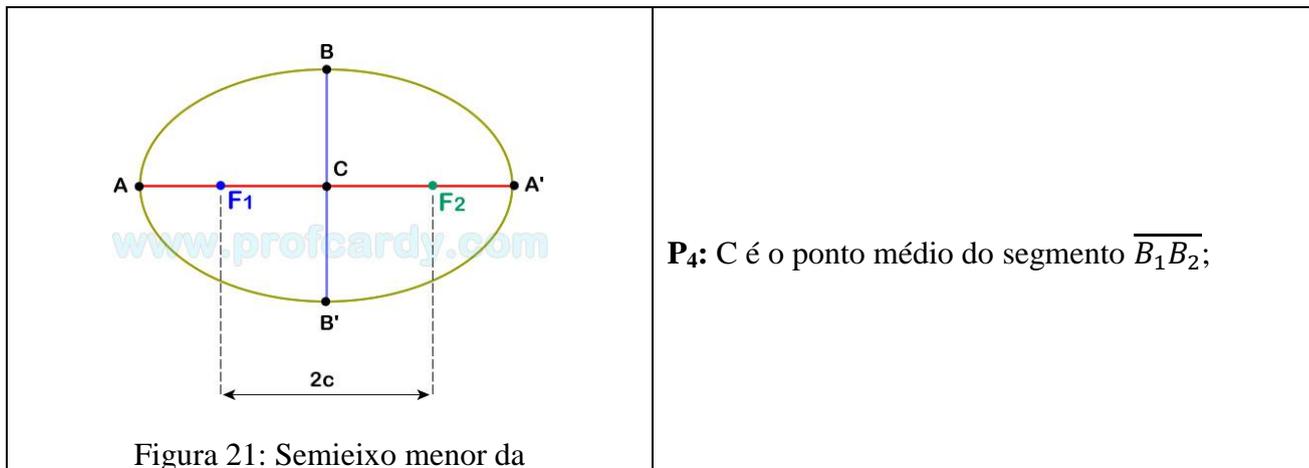


Figura 21: Semieixo menor da

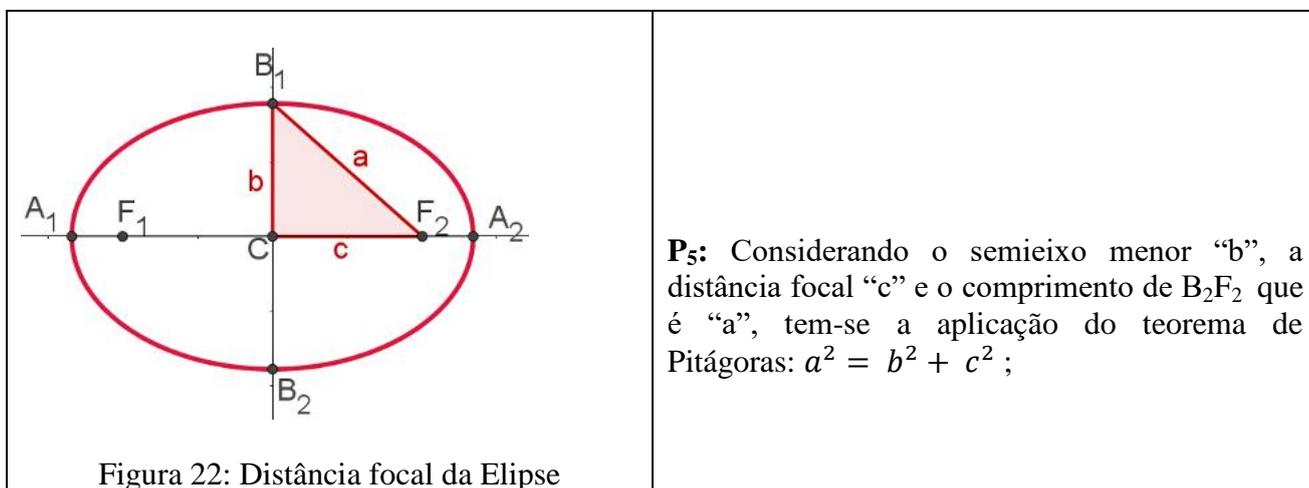


Figura 22: Distância focal da Elipse

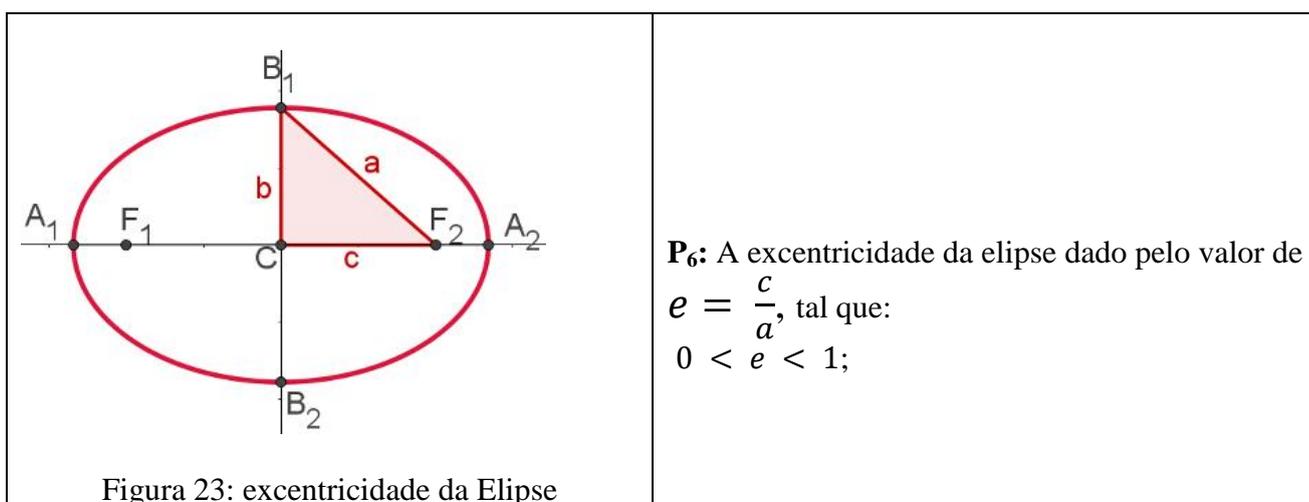
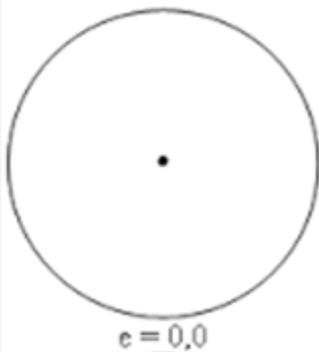


Figura 23: excentricidade da Elipse

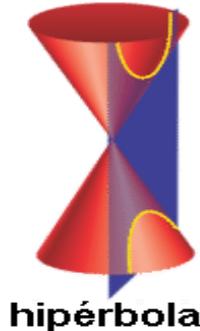
A Excentricidade da Elipse (e):

Quanto mais próximo do valor 0 (zero) estiver o valor da excentricidade, mais a elipse se aproxima de um circunferência e quanto mais próximo do valor 1, mais achatada fica a elipse:

Circulo $e = 0$	Elipse $0 < e < 1$
	

HIPÉRBOLE

Elementos que constituem uma hipérbole:

 <p data-bbox="252 1563 751 1599">Figura 24: Corte transversal nos cones</p>	<p data-bbox="804 1391 1447 1458">Pelo corte transversal nos cones, é produzido duas figuras geométricas, as hipérbolas;</p>
---	--

	<p data-bbox="804 1783 1447 1850">Os focos da hipérbole são representados por F_1 e F_2;</p> <p data-bbox="804 1895 1447 2007">A distância focal da hipérbole entre as fontes F_1F_2 tem o comprimento $2c$, sendo que c é a semi-distância focal;</p> <p data-bbox="804 2040 1447 2074">Os segmentos dos focos F_1 e F_2 fazem</p>
--	--

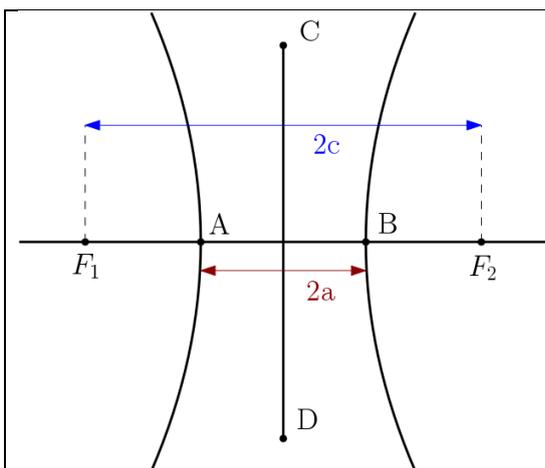


Figura 25: Elementos da hipérbole

intercessão com a hipérbole formando assim o conjunto $\{A, B\}$. Os valores A_1 e A_2 são os vértices da hipérbole;

O comprimento de segmento de \overline{AB} é o eixo real da hipérbole;

Sendo $2a$ o comprimento do eixo real, “a” é o seu semieixo real;

Propriedades da Hipérbole

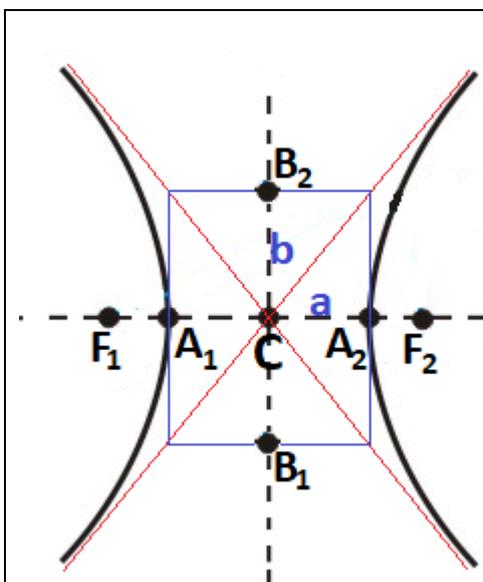


Figura 25: Eixo real da hipérbole

O eixo real $\overline{A_1A_2}$ da hipérbole tem o comprimento de $2a$;

A distância entre os focos $\overline{F_1F_2}$ tem ponto médio C;

A distância entre $\overline{B_1B_2}$ tem C como ponto médio;

A excentricidade de uma hipérbole é dado por $e = \frac{c}{a}$, em que $e > 1$;

Geometria de Hipérbole na Ciência



Figura 26: Catedral de Brasília

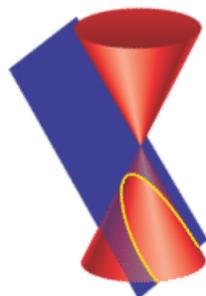


Figura 27: Reator nuclear

PARÁBOLA



Figura 28: Ponte Juscelino Kubitschek



parábola

Figura 29: Cone seccionado

Através do corte da cônica por um plano, tem-se a parábola;

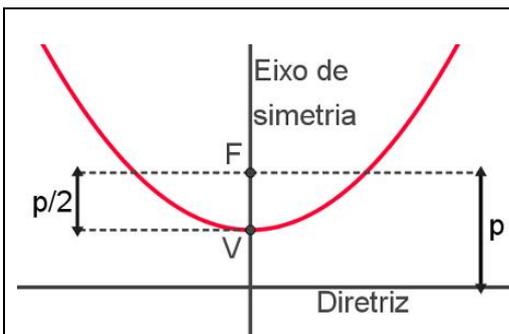


Figura 30: Elementos da parábola

O ponto F é o foco enquanto que a reta é a diretriz da parábola;

O eixo de simetria da parábola é a reta perpendicular à diretriz e passa pelo foco;

No eixo de simetria, tem-se o ponto V, que é o vértice da parábola;

O comprimento da diretriz até o foco (F) é denominado de parâmetro da parábola (P). Por sua vez, o vértice é o ponto médio entre a diretriz e o foco;

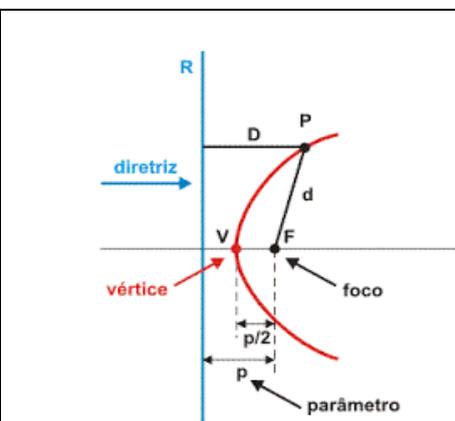


Figura 31: Elementos da parábola

A excentricidade e da parábola é determinada pela razão entre a distância do $FP = d$ e $PR = D$ que resulta numa constante de valor 1, Ou seja:

$$e = \frac{d}{D}$$

$$e = 1$$

É importante considerar que o que difere cada uma das cônicas é a sua excentricidade, pois por ela é possível distinguir o seu grau de abertura, ou seja:

Círculo: $e = 0$

Elipse: $0 < e < 1$

Parábola: $e = 1$

Hipérbole: $e > 1$

Aplicação das curvas cônicas nas orbitas de corpos celestes:

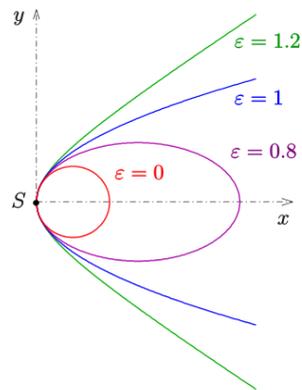


Figura 32

O tipo de órbita realizada por cada corpo celeste depende da quantidade de energia total armazenada no corpo durante o seu movimento.

APÊNDICE H

QUESTÕES ABERTAS

I) O que acontece se o planeta com as mesmas características do usado no simulador fosse colocado em uma distância maior que o limite exigido do Sol? Explique;

II) Para que a Terra continue na sua órbita, é preciso que a massa do Sol seja maior que a massa do planeta Terra? Explique;

III) Se diminuir ou aumentar a massa do Sol, o que acontece com a distância entre o Sol e o planeta que está orbitando ele, de acordo com a simulação? Explique;

IV) Em relação aos dois corpos, em que um orbita o outro, eles tendem a se aproximar ou a afastar? Explique;

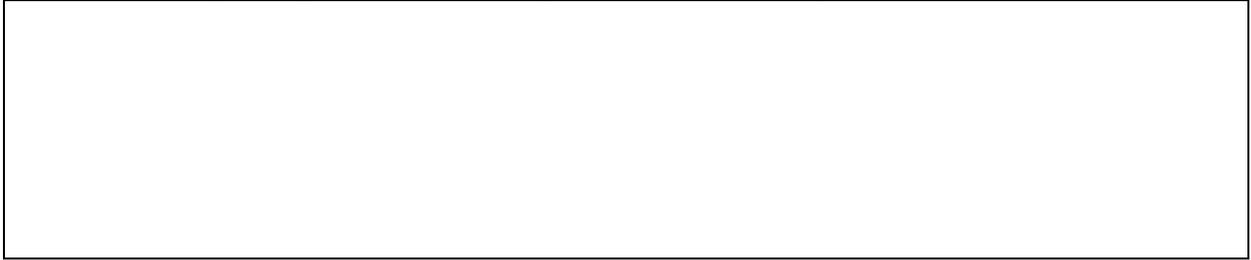
V) Como se pode denominar o fenômeno que existe entre dois ou mais objetos que podem ser de mesma ou de diferentes quantidades de massas que permite um orbitar o outro? Explique;

VI) Que denominação é dada por essa interação entre corpos celestes com quantidades iguais ou diferentes de massas?

VII) Represente através de desenhos de objetos orbitando um ao outro indicando as suas forças de interação?

VIII) O que é gravidade e por qual motivo ela acontece?

IX) Faça através da representação de imagens com o uso de vetores, a interação gravitacional da Lua em relação ao planeta Terra e do planeta Terra em relação ao Sol no sistema solar;



X) Explique por qual motivo tendo a Lua a sua interação gravitacional com o planeta Terra, ela não se afasta do planeta e desloque em direção ao Sol?



XI) Considerando o planeta de Júpiter observado por Galileu Galilei no ano de 1610 por vários dias, detectou a presença das quatro primeiras Luas, sendo elas: Io, Europa, Ganímedes e Calisto, cada uma ocupando uma posição em relação ao seu planeta. Represente graficamente cada uma delas nas suas posições observadas por Galileu, nomeie-as e por fim explique qual motivo não estariam em uma posição diferente e qual é a influência da gravidade entre elas e Júpiter;

