

Ana Paula Lara Rabelo Schwaida

# **Risco Sistêmico nos Bancos Brasileiros, uma Abordagem por meio das Redes Complexas**

Brasil

2022, v-1.9.7



Ana Paula Lara Rabelo Schwaida

# **Risco Sistêmico nos Bancos Brasileiros, uma Abordagem por meio das Redes Complexas**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Economia, Universidade de Brasília, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade de Administração Contabilidade e Economia - FACE

Departamento de Economia - ECO

Programa de Pós-Graduação

Orientador: Daniel Oliveira Cajueiro

Brasil

2022, v-1.9.7

Ana Paula Lara Rabelo Schwaida

Risco Sistêmico nos Bancos Brasileiros, uma Abordagem por meio das Redes Complexas/ Ana Paula Lara Rabelo Schwaida. – Brasil, 2022, v-1.9.7-51p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Daniel Oliveira Cajueiro

Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade de Administração Contabilidade e Economia - FACE  
Departamento de Economia - ECO  
Programa de Pós-Graduação, 2022, v-1.9.7.

1. Risco sistêmico. 2. Crise financeira. 3. Regulamentação prudencial. 4. Redes complexas. 5. *Minimum spanning tree*. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade de Administração, Contabilidade e Economia - FACE. IV. Departamento de Economia  
IV. Risco Sistêmico nos Bancos Brasileiros, uma Abordagem por meio das Redes Complexas

Ana Paula Lara Rabelo Schwaida

# **Risco Sistêmico nos Bancos Brasileiros, uma Abordagem por meio das Redes Complexas**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Economia, Universidade de Brasília, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia

Trabalho aprovado. Brasil, 15 de junho de 2022:

---

**Daniel Oliveira Cajueiro**  
Orientador

---

**Marina Delmondes de Carvalho Rossi**  
Professor

---

**Herbert Kimura**  
Professor

Brasil  
2022, v-1.9.7



*Este trabalho é dedicado às mães, mulheres  
resilientes que dão o seu melhor todos os dias.*



# Agradecimentos

À Deus, em primeiro lugar, que com Sua imensa graça me capacitou e me permitiu chegar até aqui mesmo em meio aos desafios de conciliar as situações pessoais e acadêmicas.

Aos meus pais Leão e Elenice que nunca mediram esforços para suprir todas as minhas necessidades e sempre investiram para que eu pudesse ter acesso a uma educação de qualidade.

Ao meu marido Samuel pelo incentivo e paciência em todas as etapas desse processo.

Ao meu filho Nicolas que teve paciência e, no seu primeiro ano de vida, teve que compartilhar a mãe com tantas demandas.

Ao meu orientador e professor Daniel Oliveira Cajueiro pelo apoio ao longo do curso e pela prontidão com que atendeu minhas dúvidas.

Aos professores da Universidade de Brasília Marina Delmondes de Carvalho Rossi, Herbert Kimura, José Guilherme de Lara Resende, Pablo de Carvalho, Ricardo Vieira Barroso por compartilharem tanto conhecimento ao longo desses semestres.

Ao monitor Pedro Watuhã dos Santos Guerra pela sua generosidade no auxílio ao longo do desenvolvimento do trabalho.

Aos meus colegas de turma, que estiveram presentes nos momentos de anseios e deixaram o processo mais leve.



*“Àquele que é capaz de fazer  
infinitamente mais do que tudo o que  
pedimos ou pensamos, de acordo com  
o seu poder que atua em nós  
(Bíblia Sagrada, Efésios 3, 20)*



# Resumo

O presente trabalho objetiva demonstrar o risco sistêmico presente no sistema financeiro brasileiro utilizando a metodologia de redes complexas. Por meio das variáveis contábeis Ativo, Passivo, Patrimônio Líquido e Lucro Líquido foram selecionadas as maiores instituições financeiras conforme informações públicas da base de dados do Banco Central do Brasil e apuradas medidas de centralidade da rede de cada variável no intuito de identificar quais instituições são mais influentes no sistema. Além das medidas de centralidade, foi gerada a *minimum spanning tree* visando demonstrar a topologia das instituições financeiras em cada rede.

**Palavras-chave:** risco sistêmico, crise financeira, regulamentação prudencial, redes complexas, *minimum spanning tree*.



# Abstract

The present work aims to demonstrate the systemic risk present in the Brazilian financial system using the methodology of complex networks. Through the accounting variables Assets, Liabilities, Equity and Net Income, the largest financial institutions were selected according to public information from the Central Bank of Brazil database and measures of centrality of the network of each variable were determined in order to identify which institutions are most influential in the system. In addition to the centrality measures, a minimum spanning tree was generated in order to demonstrate the topology of financial institutions in each network.

**Keywords:** systemic risk, financial crisis, prudential regulation, complex networks, *minimum spanning tree*.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplo de rede com 6 nós e 5 arestas . . . . .	33
Figura 2 – Matriz de adjacência de um grafo não ponderado . . . . .	34
Figura 3 – Matriz de adjacência de um grafo ponderado . . . . .	34
Figura 4 – Exemplo de matriz de correlação simétrica, onde $x_{ij} = x_{ji}$ . Na diagonal principal $x_{ii} = 1$ . . . . .	34
Figura 5 – Rede direcionada (esquerda) e Rede não direcionada (direita) . . . . .	35
Figura 6 – Rede de mundo pequeno com $n = 20$ , $k = 4$ , $p = 0,5$ . . . . .	36
Figura 7 – Exemplo de cálculo do grau de entrada e grau de saída dos nós de uma rede . . . . .	37
Figura 8 – Rede de Ativo . . . . .	43
Figura 9 – Rede de Passivo . . . . .	43
Figura 10 – Rede de Patrimônio Líquido . . . . .	44
Figura 11 – Rede de Lucro Líquido . . . . .	44
Figura 12 – MST da rede Ativo . . . . .	44
Figura 13 – MST da rede Passivo . . . . .	45
Figura 14 – MST da rede Patrimônio Líquido . . . . .	45
Figura 15 – MST da rede Lucro Líquido . . . . .	46



# Lista de tabelas

Tabela 1 – Medidas de Centralidade da Rede de Patrimônio Líquido. . . . .	41
Tabela 2 – Medidas de Centralidade da Rede de Lucro Líquido. . . . .	41
Tabela 3 – Medidas de Centralidade da Rede de Passivo. . . . .	42
Tabela 4 – Medidas de Centralidade da Rede de Ativo. . . . .	42
Tabela 5 – Coeficiente de Agrupamento das Redes. . . . .	42



# Lista de abreviaturas e siglas

BCBS	<i>Basel Committee on Banking Supervision</i>
BIS	<i>Bank for International Settlements</i>
D-SIB	<i>Domestic Systemically Important Banks</i>
G-SIB	<i>Global Systemically Important Banks</i>
LL	Lucro Líquido
MST	<i>Minimum Spanning Tree</i>
PIB	Produto Interno Bruto
PL	Patrimônio Líquido



# Lista de símbolos

$\sigma$  Letra grega minúscula sigma

$\Sigma$  Letra grega maiúscula sigma

$\Delta$  Letra grega Delta

$\in$  Pertence



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>25</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>27</b>
<b>2.1</b>	<b>A Crise de 2008 e a Regulação Prudencial</b>	<b>27</b>
<b>2.2</b>	<b>Risco Sistêmico</b>	<b>29</b>
<b>2.3</b>	<b>Redes Complexas</b>	<b>31</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>33</b>
<b>4</b>	<b>DADOS</b>	<b>39</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>41</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>47</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>49</b>



# 1 Introdução

A conexão financeira decorrente da evolução tecnológica e da interação global entre os *players* de mercado potencializou a quantidade e o impacto das crises nos diversos tipos de instituição financeira, ampliando cada vez mais o campo de estudo do risco sistêmico.

Devido a essa interligação entre os participantes do sistema, as crises financeiras decorrentes de eventos externos ou internos ao sistema financeiro têm alto potencial de propagação.

A Crise Financeira Global de 2008 evidenciou os efeitos adversos do risco sistêmico inerente às relações entre os participantes do mercado financeiro. A quebra de instituições financeiras nos Estados Unidos, bem como seu reflexo na economia americana e mundial, despertou entre os supervisores a necessidade de uma regulamentação bancária sob a perspectiva macroprudencial (GAUTHIER et al., 2009).

O risco sistêmico pode ser originado por múltiplos fatores, como um grande choque que produz efeitos adversos e simultâneos na maior parte da economia ou um micro choque que é transmitido aos poucos de um agente para outros (KAUFMAN; SCOTT, 2003). Em todos os casos, é exigido que haja uma correlação entre a maioria ou todas as partes.

Visto que as ligações financeiras entre as instituições se tornam cada vez mais fortes e complexas (DENG; ZHANG; ZHU, 2021), uma das formas de estudar o mecanismo de contágio e medir o risco sistêmico consiste na abordagem baseada em redes complexas, que considera as interconexões entre as instituições financeiras, motivo pelo qual será explorada neste trabalho.

O presente trabalho utiliza a literatura de redes complexas visando demonstrar a ligação existente entre as instituições financeiras brasileiras. Calculamos os índices de centralidade de proximidade, centralidade de intermediação, grau e coeficiente de agrupamento das redes estudadas para demonstrar quais instituições são mais centrais na rede bancária, bem como construímos a árvore geradora mínima<sup>1</sup> das redes visando demonstrar as conexões entre as instituições financeira do estudo.

Os dados que utilizamos para o estudo das redes foram as variáveis Ativo, Passivo, Patrimônio Líquido e Lucro Líquido das instituições financeiras de forma semelhante ao efetuado por (TABAK; CAJUEIRO; SERRA, 2009).

A construção das árvores geradoras mínimas permite visualizar a posição dos participantes no espaço topológico da rede, em linha com o trabalho desenvolvido por (MANTEGNA, 1998).

---

<sup>1</sup> Do inglês *Minimum Spanning Tree* (MST)

A estrutura do trabalho está disposta conforme segue. No Capítulo 2 é apresentada a revisão da literatura. No Capítulo 3 é apresentada a metodologia. No capítulo 4 são definidos os dados. No capítulo 5 são demonstrados os resultados obtidos na análise. O capítulo 6 contém as conclusões do trabalho.

## 2 Revisão da Literatura

### 2.1 A Crise de 2008 e a Regulação Prudencial

A crise financeira de 2008, objeto de estudo e posterior aprimoramento da regulamentação financeira a nível global, decorreu do aumento da inadimplência e da desvalorização dos imóveis e dos ativos financeiros associados às hipotecas americanas de alto risco (*subprime*).

O contágio dessa crise iniciada no sistema hipotecário para as demais instituições americanas e internacionais se deveu ao processo de securitização feito com os créditos *subprime*. As instituições financeiras que originavam os créditos imobiliários distribuíam o risco por meio da securitização em que esses créditos de alto risco eram diversificados com outros tipos de crédito e empacotados em títulos para repasse ao mercado de capitais para investidores internacionais como fundos de pensão, *hedge funds* e companhias de seguro.

Com a elevação das taxas de juros americanas e a redução dos preços dos imóveis, muitas famílias perderam sua capacidade de pagamento, elevando a inadimplência no sistema e reduzindo as receitas dos fundos que detinham títulos lastreados nesse mercado de crédito imobiliário. Dessa forma houve uma corrida dos investidores para resgatar suas aplicações nos fundos levando a uma redução da liquidez dos títulos de curto prazo e um aumento das taxas de juros que afetaram o mercado de forma generalizada (BORCA-JUNIOR; TORRES-FILHO, 2008).

Devido à configuração interligada dos sistemas financeiros, os derivativos de crédito e os produtos estruturados lastreados em diferentes operações de crédito replicaram e multiplicaram os prejuízos iniciais da crise e redistribuíram globalmente os riscos deles decorrentes para uma grande variedade de instituições financeiras (CINTRA; FARHI, 2008).

Após o grande impacto da crise na economia mundial, além de medidas intervencionistas executados pelos Bancos Centrais visando injetar liquidez na economia e minimizar os efeitos adversos até então causados, uma das principais consequências da crise financeira de 2008 consistiu no estabelecimento de níveis de capital exigidos mais elevados, reforçando a capacidade de absorção de cada uma das instituições do sistema financeiro em resposta a choques externos, bem como reduzindo o risco de *defaults* idiossincráticos em cascata ao redor do sistema (HALDANE; MAY, 2011).

A regulamentação financeira possui extrema relevância no meio bancário e, internacionalmente, é retratada por meio dos Acordos de Basileia que decorreram das necessidades identificadas pelo Comitê de Basileia para Supervisão Bancária (BCBS) na época da

implementação de cada regulamento.

O Acordo de Basileia I surgiu em 1988 estabelecendo exigências mínimas de capital para a mitigação do risco de crédito nas instituições financeiras, com a incorporação do requerimento mínimo de capital para a cobertura do risco de mercado em 1996 (BCB, 2022a).

Em 2004, o Acordo de Basileia II introduziu em seu arcabouço os três pilares conhecidos como Requerimentos de Capital (Pilar 1) para a cobertura dos riscos de crédito, mercado e operacional; Processo de Avaliação da Adequação de Capital (Pilar 2) pelos supervisores; e Disciplina de Mercado (Pilar 3) por meio da divulgação de informações.

O Acordo de Basileia III foi editado em 2010 motivado pela crise financeira iniciada nos Estados Unidos em 2008 e teve em seu escopo o aprimoramento das recomendações de Basileia I e II, o reforço da exigência da quantidade e qualidade do capital, a introdução de requerimentos mínimos de liquidez, alavancagem e adicionais de capital, além da implementação de requerimentos específicos para as instituições de relevância sistêmica doméstica (D-SIB) e global (G-SIB).

A edição pelo Comitê de Basileia de regras adicionais para as instituições D-SIB e G-SIB resultou das externalidades negativas criadas por bancos sistemicamente importantes que políticas regulatórias da época não abordavam completamente. No entendimento do Comitê, ao maximizar seus benefícios privados, as instituições financeiras individuais poderiam escolher racionalmente resultados que, a nível sistêmico, seriam prejudiciais por não considerar essas externalidades (BIS, 2012).

Dentre as externalidades negativas levou-se em consideração o impacto da falência/deterioração de grandes instituições financeiras globais interconectadas que poderiam propagar choques através do sistema financeiro e prejudicar a economia real. Além disso, os custos de risco moral associados ao apoio direto e garantias implícitas do governo às instituições *too-big-too-fail*<sup>1</sup> poderiam ampliar a tomada de riscos, reduzir a disciplina de mercado, criar distorções competitivas e aumentar a probabilidade de problemas no futuro.

Os requisitos aplicados às G-SIB são adicionados aos demais requisitos de Basileia III introduzidos para todos os bancos internacionalmente ativos e destinam-se a limitar as externalidades negativas transfronteiriças sobre o sistema financeiro e a economia globais.

Semelhante às G-SIB, o Comitê considerou adequado rever as formas de abordar as externalidades negativas apresentadas pelas D-SIB, visto que muitos bancos sem significância do ponto de vista internacional podem ter impacto relevante no sistema financeiro e economia domésticos. Ademais, alguns desses bancos podem ter externalidades transfronteiriças, mesmo que os efeitos não sejam de natureza global.

---

<sup>1</sup> Grandes demais para quebrar

Entre os reguladores financeiros expressões como “*too-interconnected-to-fail*<sup>2</sup>” e “*too-systemic-to-fail*<sup>3</sup>” têm sido usadas para demonstrar que as instituições sistemicamente importantes não são necessariamente as maiores (ALEXANDRE et al., 2021), apesar da aparente lógica de que os maiores bancos carregam maior risco sistêmico devido ao seu tamanho.

Embora o terceiro Acordo de Basileia seja uma regulação prudencial que também visa mitigar o risco sistêmico, é importante considerar que esse risco evolui em paralelo ao desenvolvimento dos mercados financeiros (SMAGA, 2014), sendo relevante atentar ao monitoramento, avaliação e mitigação desse risco de forma constante nas instituições financeiras.

## 2.2 Risco Sistêmico

Apesar de não haver consenso na definição do risco sistêmico, a materialização desse risco durante a Crise Financeira Global de 2008 demonstrou que a rede de segurança financeira e as instituições financeiras o subestimaram significativamente (SMAGA, 2014).

Um conceito clássico atribuído pelo (BIS, 1994) ao risco sistêmico consiste no risco de que a falha de um participante em cumprir suas obrigações contratuais possa, por sua vez, causar a inadimplência de outros participantes com uma reação em cadeia levando a dificuldades financeiras mais amplas.

Na mesma linha desse conceito, (NIER et al., 2007) diz que o risco sistêmico surge quando a falência de vários bancos impõe custos ao sistema financeiro e, em última instância, à economia como um todo.

Quanto à origem, o risco sistêmico pode se iniciar no sistema bancário por meio da falência de uma instituição ou pode ocorrer em outras partes do setor financeiro como o mercado de títulos, além de poder abranger unicamente um país ou extrapolar suas fronteiras (KAUFMAN; SCOTT, 2003).

Uma abordagem para a descrição do risco sistêmico consiste na perspectiva de experimentar um forte evento sistêmico que afete negativamente vários intermediários ou mercados sistemicamente importantes, sendo que o gatilho desse evento pode ser um choque exógeno (idiossincrático ou sistemático) ao sistema financeiro ou endógeno (surgido dentro do sistema financeiro ou da economia em geral) (ECB, 2009).

De acordo com (BANDT et al., 2000), o centro do conceito de risco sistêmico está na noção de contágio, uma propagação particularmente forte de falhas de uma instituição, mercado ou sistema para outro. Ainda de acordo com os autores, um evento sistêmico no

---

<sup>2</sup> Conectadas demais para quebrar

<sup>3</sup> Sistêmicas demais para quebrar

sentido estrito consiste em um evento, onde a divulgação de “más notícias” sobre uma instituição financeira, ou mesmo sua falência, ou a quebra de um mercado financeiro leva de forma sequencial a efeitos adversos consideráveis em uma ou várias instituições e mercados financeiros, enquanto os eventos sistêmicos em sentido amplo incluem não apenas os eventos descritos acima, mas também efeitos adversos simultâneos em um grande número de instituições ou mercados como consequência de eventos severos e choques generalizados (sistemáticos).

A definição dada por (LAW; SCHWARCZ; STAR, 2008) para o risco sistêmico consiste no risco de que um choque econômico, como uma falha de mercado ou institucional, desencadeie (i) a falha de uma cadeia de mercados ou instituições ou (ii) uma sequência de perdas significativas para as instituições financeiras, resultando em aumentos no custo de capital ou diminuição de sua disponibilidade, muitas vezes evidenciado pela volatilidade substancial dos preços do mercado financeiro.

Nos mercados financeiros modernos, um fator de risco sistêmico considerado mais importante que os empréstimos interbancários é o risco de contágio desencadeado pela venda de ativos comuns. Um exemplo desse fator pode ser dado pela crise financeira de 2008 em que as falências das instituições foram causadas pela quantidade de ativos ruins detidos por elas em detrimento da exposição direta ao Lehman Brothers, que foi o primeiro banco a falir (LI; LIU; WANG, 2019).

Em linha com a noção de contágio está o modelo de (DIAMOND; DYBVIK, 1983) em que é abordada a corrida bancária causada pela mudança de expectativas dos agentes que, devido a um choque adverso, podem ser instigados pelo comportamento de manada na retirada de seus depósitos bancários.

Nesse modelo, é fundamental o papel que os bancos desempenham de transformar prazos entre seus depositantes em relação a liquidez demandada por cada tipo de agente (paciente ou impaciente). Dentre as premissas do modelo está a economia de três períodos (D0, D1 e D2) em que os agentes recebem uma unidade do produto em D0 e devem consumi-lo em D1 (agentes impacientes) ou D2 (agentes pacientes).

Em D0, todos os agentes podem ser impacientes (consumo imediato) ou pacientes (consumo no longo prazo). Em D1, os agentes conhecem a própria necessidade de consumo, mas desconhecem o padrão de consumo dos outros agentes, levando o modelo a possibilidades de equilíbrio que variam devido ao grau de confiança no sistema.

Se houver alta confiança no sistema, o equilíbrio será eficiente e haverá uma distribuição de risco ótima entre os agentes. No caso de baixa confiança, haverá uma corrida bancária e os incentivos serão distorcidos.

## 2.3 Redes Complexas

O estudo de redes é atribuído historicamente a um ramo da matemática conhecido como teoria dos grafos (BOCCALETTI et al., 2006), tendo se desenvolvido e conquistado importância em contextos como, por exemplo, as ciências sociais.

Alguns sistemas extremamente relevantes são descritos por meio da estrutura de redes complexas: a célula é uma rede complexa de substâncias químicas conectadas por reações químicas; a internet é uma rede complexa de roteadores e computadores ligados por vários links físicos ou sem fio; as redes sociais são redes por meio das quais as pessoas difundem suas ideias para seus contatos; a *World Wide Web* é uma rede virtual de páginas conectadas por *hiperlinks* (ALBERT; BARABÁSI, 2002).

Nos últimos anos, a literatura de redes complexas que abarca diversas áreas do conhecimento como biologia, epidemiologia (MOORE; NEWMAN, 2000), transportes e relações sociais se expandiu para a área financeira, permitindo o estudo do risco sistêmico como consequência das relações existentes entre as instituições participantes do sistema financeiro.

A complexidade das redes financeiras modernas é atribuída às mais atípicas operações financeiras entre os agentes do mercado, que originam vários canais de transmissão de contágio podendo aumentar um impacto negativo de forma não linear, como um choque macroeconômico que afeta o setor financeiro e retroalimenta a economia real, com consequente ampliação dos efeitos negativos iniciais (SILVA; SILVA; TABAK, 2017).

Na avaliação do risco sistêmico por meio das redes complexas, além da ótica das exposições financeiras diretas entre as instituições, existe a ótica dos ativos comuns entre as instituições, que ocorre quando a venda de grandes quantias de um determinado ativo causa sua desvalorização no mercado, podendo desencadear mais vendas e, posteriormente, uma cascata de vendas que desvaloriza ainda mais as carteiras das instituições (PICHLER; POLEDNA; THURNER, 2021).

Considerando que a teoria de redes complexas estuda as conexões entre os integrantes de uma rede, sob a ótica do risco sistêmico a utilização da estrutura de redes complexas permite identificar a posição das instituições financeiras no sistema, demonstrando a proximidade e ligação entre elas.



### 3 Metodologia

O presente trabalho utiliza a teoria de redes complexas visto que sua aplicação no estudo do risco sistêmico permite identificar quais integrantes são mais centrais para a rede, pois as interações aferidas por meio de medidas de centralidade apontam para a importância de um integrante na rede em que faz parte.

Na representação de uma rede financeira, as instituições são identificadas por meio dos nós (ou vértices) e as ligações entre elas são dadas pelas arestas, a exemplo da Figura 1.

Uma representação possível de uma rede consiste em uma matriz de adjacência  $X$ , em que a entrada  $x_{ij}$  da matriz corresponde à ligação entre o par de nós  $(i, j)$ . Para  $x_{ij} = 1$ , existe uma conexão entre o par de nós  $(i, j)$ . Para  $x_{ij} = 0$ , não existe uma conexão entre o par de nós  $(i, j)$ , conforme demonstrado na Figura 2.

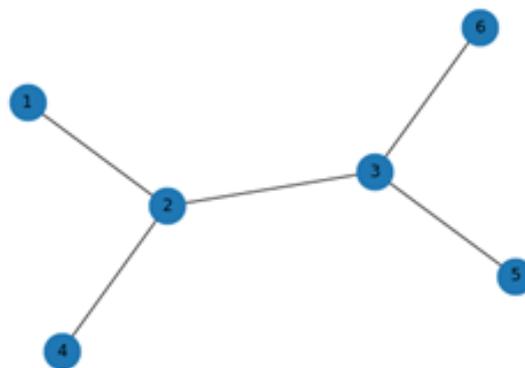
Uma rede também pode ser representada por uma matriz de pesos  $P$  onde as ligações são ponderadas,  $x_{ij} = p$ , com  $p > 0$ , ou não ponderadas,  $x_{ij} = p$ , com  $p = 0$ , conforme Figura 3.

A matriz de adjacência é uma forma comum de visualizar as correlações, que são relações estatísticas utilizadas para demonstrar a dependência entre duas variáveis.

Além da aplicação em diversas áreas do conhecimento, as correlações são muito utilizadas no ramo financeiro, especialmente para processos de decisão como alocação de ativos e otimização de portfólio onde há necessidade de estimativas com propriedades estatísticas confiáveis (TUMMINELLO et al., 2007).

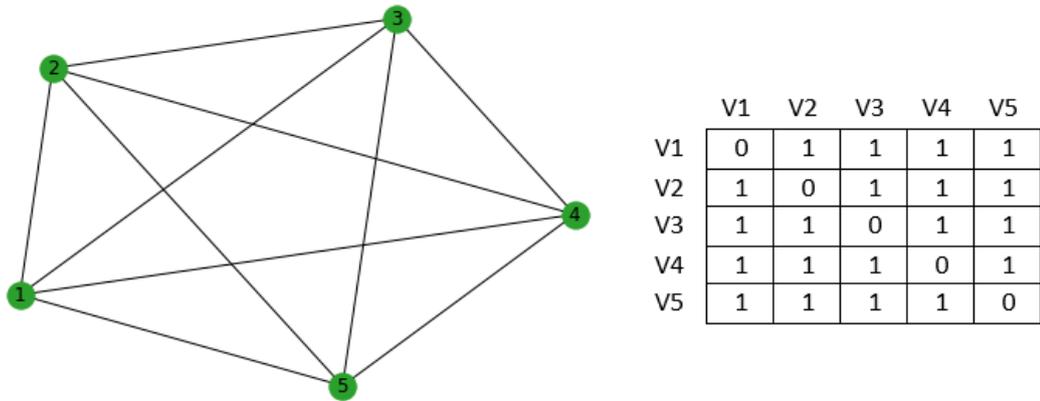
Quanto ao direcionamento, uma rede pode ser classificada como direcionada, quando

Figura 1 – Exemplo de rede com 6 nós e 5 arestas



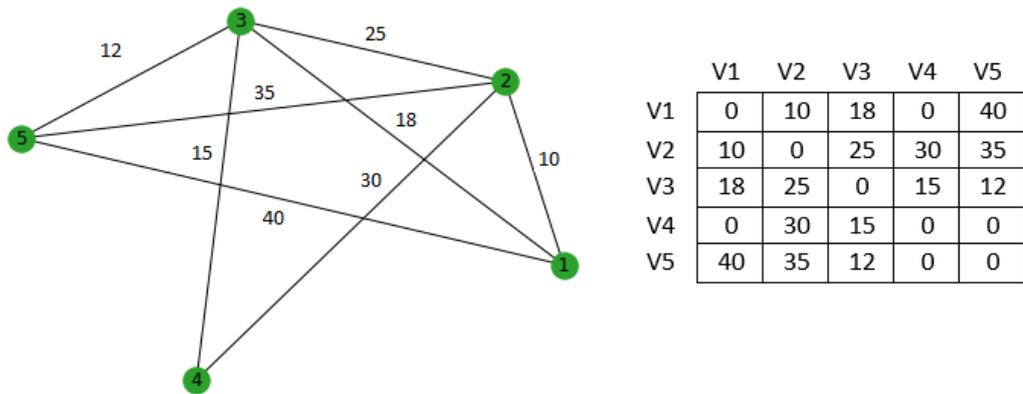
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 2 – Matriz de adjacência de um grafo não ponderado



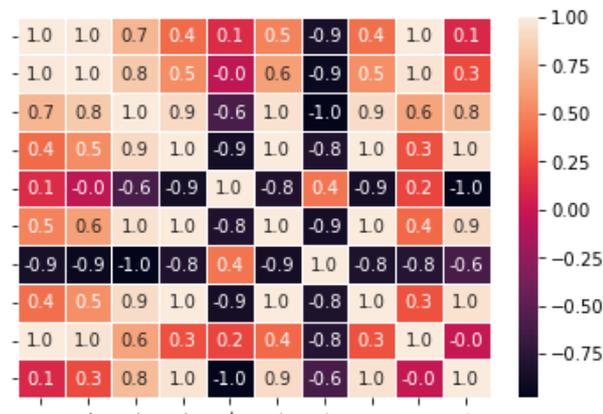
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 3 – Matriz de adjacência de um grafo ponderado



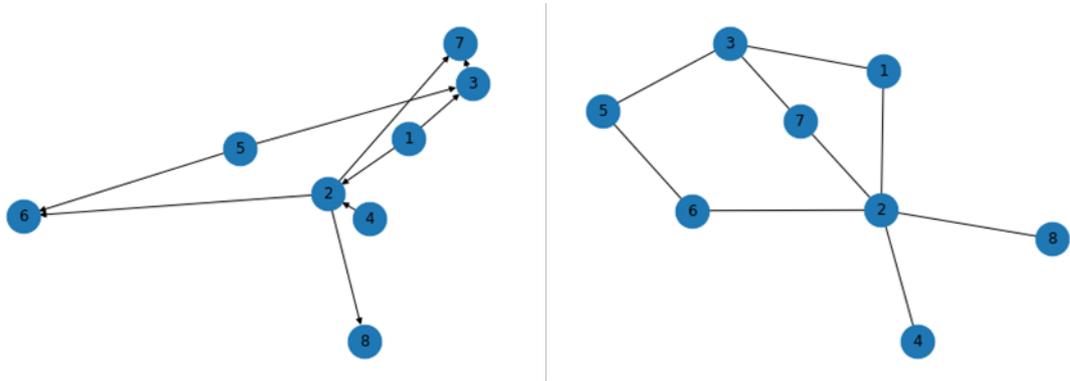
Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 4 – Exemplo de matriz de correlação simétrica, onde  $x_{ij} = x_{ji}$ . Na diagonal principal  $x_{ii} = 1$



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Figura 5 – Rede direcionada (esquerda) e Rede não direcionada (direita)



**Fonte:** Elaborada pela autora (2022)

a aresta tem um nó de partida e um nó de chegada e não direcionada quando a aresta liga um par de nós sem especificação de origem e destino, conforme exemplos da Figura 5.

Uma rede também pode ser representada por uma matriz de distâncias  $L$ , onde a distância entre dois nós  $i$  e  $j$  corresponde ao número mínimo de arestas  $l_{ij}$  necessárias para ligar os nós.

Em linha com a definição de matriz de distâncias, tem-se o conceito de rede de mundo pequeno ou *small world network*, em que, apesar de seu tamanho geralmente grande, na maioria das redes há um caminho relativamente curto entre quaisquer dois nós (ALBERT; BARABÁSI, 2002).

Para um dado número  $n$  de nós e  $k$  de arestas por nó, há uma religação de cada aresta aleatoriamente com probabilidade  $p$ . A variação da probabilidade vai de  $p = 0$  para um grafo regular até  $p = 1$  para um grafo aleatório, passando pelo intervalo  $0 < p < 1$ , onde se encontram as redes de mundo pequeno, a exemplo da Figura 6.

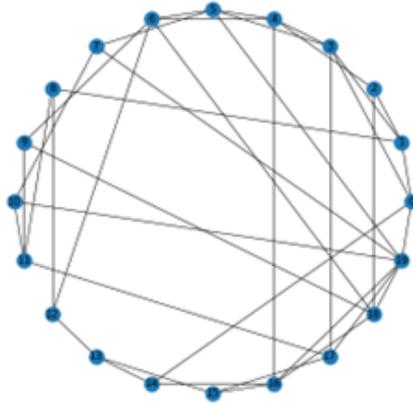
Desdobrando-se do conceito de mundo pequeno está a noção de eficiência de uma rede, que mede o quão eficientemente ela troca informações. Sob essa perspectiva, as redes de mundos pequenos são vistas como sistemas eficientes global e localmente (LATORA; MARCHIORI, 2001).

Uma dimensão usada para caracterizar uma rede é o comprimento médio do caminho, que consiste no comprimento médio dos caminhos mais curtos para todos os pares de nós  $i, j \in V$  (GEORG, 2011).

Outra medida usada para descrever a topologia de uma rede é o coeficiente de agrupamento (*clustering coefficient*), que calcula o grau em que os nós em um grafo tendem a se agrupar, conforme fórmula.

$$C = \frac{1}{n} \sum_{v \in G} c(v)$$

Figura 6 – Rede de mundo pequeno com  $n = 20$ ,  $k = 4$ ,  $p = 0,5$



Fonte: Elaborada pela autora (2022)

Na maioria das redes do mundo real os nós tendem a criar grupos com uma densidade relativamente alta de arestas. Dados três nós  $i, j$  e  $k$ , com  $i$  ligado a  $j$  e  $j$  ligado a  $k$ , o coeficiente de agrupamento corresponde à probabilidade de  $i$  também estar ligado a  $k$ , tendendo a ser maior que a probabilidade média de uma ligação aleatória entre dois nós (WATTS; STROGATZ, 1998).

Segundo (GEORG, 2011), sob a perspectiva de risco sistêmico, as redes de mundo pequeno são interessantes visto que o comprimento médio do caminho e o alto agrupamento de redes de mundo pequeno as tornam mais vulneráveis aos efeitos de contágio do que as redes aleatórias.

A influência de uma instituição em toda a rede financeira pode ser medida pela centralidade que, por sua vez, se desdobra em algumas medidas como o grau, a centralidade de intermediação e a centralidade de proximidade.

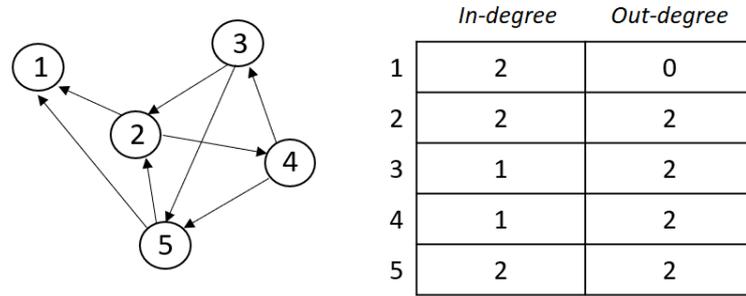
O grau  $k_i$  de um nó  $i$  é o número de arestas incidentes no nó, e é definido em termos da matriz de adjacência  $A$  como:

$$k_i = \sum_{j \in N} a_{ij}$$

Se a rede é direcionada, o grau do nó tem dois componentes: o número de arestas de saída  $k_i^{out} = \sum_j a_{ij}$  (grau de saída), e o número de arestas de entrada  $k_i^{in} = \sum_j a_{ji}$  (grau de entrada), conforme exemplo da Figura 7.

A centralidade de intermediação ou *betweenness* corresponde à quantidade de caminhos mais curtos que passam por um nó e pode ser calculada por meio da fórmula onde  $V$  é o conjunto de nós,  $\sigma(s, t)$  é o número de caminhos mais curtos entre  $(s, t)$  e  $\sigma(s, t|v)$  é o número desses caminhos que passam por algum nó  $v$  diferente de  $(s, t)$ :

Figura 7 – Exemplo de cálculo do grau de entrada e grau de saída dos nós de uma rede



**Fonte:** Elaborada pela autora (2022)

$$c_B(v) = \sum_{s,t \in V} \frac{\sigma(s, t|v)}{\sigma(s, t)}$$

Demonstrada por meio da fórmula, a centralidade de proximidade de um nó  $u$  é a recíproca da distância média do caminho mais curto para  $u$  em todos os  $n - 1$  nós alcançáveis, onde  $d(v, u)$  é a distância do caminho mais curto entre  $v$  e  $u$ , e  $n$  é o número de nós que podem alcançar  $u$ .

$$C(u) = \frac{n - 1}{\sum_{v=1}^{n-1} d(v, u)}$$

Uma representação frequente das redes financeiras se baseia na *minimum spanning tree* (MST), um grafo formado por um subconjunto de arestas que conectam todos os nós da rede sem formar ciclos e minimizam a soma total de pesos nas arestas, por meio da redução de  $n \times (n - 1)/2$  correlações para  $(n - 1)$  arestas da árvore.

Para a construção dessa árvore utiliza-se o algoritmo de Kruskal, que consiste na sequência de (1) escolher um par de nós com a distância mais próxima e conectá-los com uma linha proporcional à distância, (2) conectar um par de nós com a segunda distância mais próxima, (3) conectar o par de nós mais próximo ainda não conectado pela mesma árvore e (4) repetir o passo três até que todos os nós estejam conectados em uma árvore (TABAK; CAJUEIRO; SERRA, 2009).

Verifica-se que a aplicação da MST na análise de redes é vantajosa pois demonstra a melhor escolha em termos de eficiência da rede, tendo em vista que percorre todos os seus nós com o menor esforço possível.

Em linha com a vantagem da utilização da MST, a abordagem proposta para a avaliação das redes financeiras bancárias do presente trabalho consiste em calcular a MST a partir das informações constantes no próximo capítulo.



## 4 Dados

A confidencialidade das informações referentes às operações interbancárias é um fator limitante à análise das redes financeiras do mundo real. Entretanto, uma forma eficaz de trabalhar com os dados das instituições financeiras se dá por meio da utilização de algumas informações consolidadas públicas e sistematizadas em plataforma do regulador.

Os dados utilizados no trabalho consistem nos relatórios trimestrais divulgadas pelo Banco Central do Brasil para as variáveis “Ativo Total”, “Passivo Circulante e Exigível a Longo Prazo e Resultados de Exercícios Futuros”, “Patrimônio Líquido” e “Lucro Líquido” das instituições financeiras classificadas no tipo “Conglomerados Prudenciais e Instituições Independentes<sup>1</sup>” do IF.data (BCB, 2022b).

Para a seleção das instituições foram consideradas as detentoras de Ativo Total superior a R\$ 10 milhões no último relatório disponível (data-base 09/2021), totalizando 63 instituições. Para a análise das MST as instituições foram segregadas em quatro segmentos conforme classificação do Banco Central do Brasil constante na Resolução nº 4.553, de 30 de janeiro de 2017 (BRASIL, 2017):

- Segmento 1 (S1): composto pelos bancos múltiplos, bancos comerciais, bancos de investimento, bancos de câmbio e caixas econômicas que tenham porte igual ou superior a 10% (dez por cento) do PIB ou exerçam atividade internacional relevante, independentemente do porte da instituição.
- Segmento 2 (S2): composto pelos bancos múltiplos, bancos comerciais, bancos de investimento, bancos de câmbio e caixas econômicas, de porte inferior a 10% (dez por cento) e igual ou superior a 1
- Segmento 3 (S3): composto pelas instituições de porte inferior a 1% (um por cento) e igual ou superior a 0,1% (um décimo por cento) do PIB.
- Segmento 4 (S4): composto pelas instituições de porte inferior a 0,1% (um décimo por cento) do PIB.

Referente ao intervalo de tempo, foram considerados os relatórios das variáveis de 28 trimestres (dezembro de 2014 a setembro de 2021) e excluídas as instituições

<sup>1</sup> Conglomerados Prudenciais e Instituições Independentes: Compreende os conglomerados prudenciais e as instituições individuais que não integram conglomerados prudenciais (instituições independentes). Os conglomerados prudenciais incluem, além das instituições pertencentes ao conglomerado financeiro: i) as administradoras de consórcio, ii) as instituições de pagamento, iii) as sociedades que realizam aquisição de operações de crédito, inclusive imobiliário ou de direitos creditórios, iv) outras pessoas jurídicas sediadas no país que tenham por objeto social exclusivo a participação societária nas entidades acima mencionadas, v) os fundos de investimento nos quais as entidades integrantes do conglomerado prudencial assumam ou retenham substancialmente riscos e benefícios.

financeiras cujas informações não estivessem disponíveis em algum trimestre, resultando em 54 instituições analisadas.

Segundo a abordagem de (TUMMINELLO; LILLO; MANTEGNA, 2008), a matriz de correlação das séries temporais de uma rede complexa pode ser utilizada para extrair informações sobre aspectos da organização de tal rede.

Para a construção das redes do presente trabalho, foram feitas as correlações entre as séries temporais das variáveis Ativo, Passivo, Patrimônio Líquido e Lucro Líquido considerando o intervalo de tempo referido.

O resultado das correlações refere-se à variação entre os valores do Ativo, Passivo, Patrimônio Líquido e Lucro Líquido das instituições, demonstrando a relação entre o movimento dessas contas no período estudado.

Os valores das correlações variam de -1,0 a 1,0 e indicam alta correlação quando o valor absoluto se aproxima de 1,0 e baixa correlação quando o valor absoluto se aproxima de 0,0.

A partir dos resultados das correlações foi feito um filtro de valores para considerar as correlações maiores do que 0,7 em valores absolutos, de forma a capturar as maiores correlações, e desconsiderar as correlações iguais a 1,0 por se tratar de correlação de uma instituição com ela mesma.

Após a apuração da correlação foi calculada a matriz de adjacência que permitiu gerar o grafo correspondente à rede de cada variável. A partir do grafo, foram calculadas as medidas de centralidade no intuito de verificar quais instituições são mais centrais e estratégicas em cada rede e, por fim, foi construída a MST das redes permitindo a visualização topológica das instituições financeiras.

## 5 Resultados

Para capturar a influência de uma instituição financeira e identificar sua centralidade na rede em que faz parte, algumas medidas importantes devem ser consideradas a exemplo do grau, centralidade de proximidade, centralidade de intermediação e coeficiente de agrupamento.

Na análise das medidas de centralidade da rede de Patrimônio Líquido, verificamos que entre os bancos mais centrais da rede estão 4 bancos públicos (Caixa, Banco de Brasília, Banco do Brasil e Banco do Nordeste), demonstrando a semelhança do comportamento entre eles. Podemos inferir que os mesmos fatores influenciam esses bancos devido à dinâmica dos bancos públicos, que difere da dinâmica dos demais bancos tendo em vista o papel de cada um na economia.

Sob o ponto de vista do capital (público ou privado), podemos inferir que as instituições públicas são mais centrais pois além de agentes financeiros são instrumentos de implementação de políticas públicas dos governos federal e estaduais.

De forma análoga, a análise das medidas de centralidade da rede de Lucro Líquido nos permite verificar que entre os bancos mais centrais dessa rede estão 3 bancos públicos (Banco do Brasil, Banestes e Banco do Nordeste), demonstrando a dinâmica de influência no mesmo sentido entre essas instituições, ou seja, o aumento ou redução do lucro em uma delas potencialmente revela o aumento ou redução do lucro nas demais.

Já na rede de Passivo as medidas de centralidade demonstram uma maior variedade de instituições centrais, incluindo bancos públicos (Banrisul e Banco do Estado do Pará), bancos privados de grande porte (Bradesco e Santander) e bancos privados de pequeno

<b>PL</b>	Daycoval	CAIXA	BRB	BB	Votorantim	Bco NE	Credit Suisse
Degree	0.90566	0.88679	0.88679	0.88679	0.88679	0.86792	0.88679
Closeness	0.90711	0.88999	0.88999	0.87351	0.87351	0.87351	0.87351
Betweenness	0.01163	0.00803	0.00803	0.00583	0.00583	0.00648	0.01030

Tabela 1 – Medidas de Centralidade da Rede de Patrimônio Líquido.

<b>LL</b>	Bradesco	Safra	BB	Banestes	GM	Bco NE	Itaú
Degree	0.33962	0.35849	0.32075	0.32075	0.32075	0.30188	0.26415
Closeness	0.42802	0.42802	0.42024	0.41273	0.41273	0.39174	0.37279
Betweenness	0.03415	0.04294	0.02947	0.03883	0.02258	0.02171	0.01956

Tabela 2 – Medidas de Centralidade da Rede de Lucro Líquido.

<b>Passivo</b>	Bradesco	Santander	Banrisul	Sicredi	ABC	Original	Banpará
Degree	0.75471	0.75471	0.75471	0.75471	0.75471	0.75471	0.75471
Closeness	0.76680	0.76680	0.76680	0.76680	0.76680	0.76680	0.76680
Betweenness	0.00543	0.01365	0.00543	0.00543	0.01365	0.00543	0.00543

Tabela 3 – Medidas de Centralidade da Rede de Passivo.

<b>Ativo</b>	Santander	ABC	Rabobank	Credit Agricole	Goldman	Poupex	BB
Degree	0.77358	0.77358	0.77358	0.77358	0.77358	0.77358	0.77358
Closeness	0.77897	0.77897	0.77897	0.77897	0.77897	0.77897	0.77897
Betweenness	0.00500	0.00500	0.00500	0.01261	0.00959	0.00500	0.00961

Tabela 4 – Medidas de Centralidade da Rede de Ativo.

<b>Rede</b>	Ativo	Passivo	Patrimônio Líquido	Lucro Líquido
Clustering	0.84579	0.82616	0.85131	0.38570

Tabela 5 – Coeficiente de Agrupamento das Redes.

porte (Sicredi, ABC e Original).

Na rede de Ativo as medidas de centralidade demonstram a maioria de bancos privados de pequeno porte (ABC, Rabobank, Credit Agricole, Goldman Sachs e APE Poupex), com um banco privado de maior porte (Santander) e um banco público (Banco do Brasil).

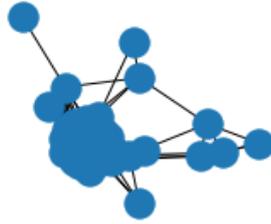
Da análise conjunta das medidas de centralidade das variáveis Ativo, Passivo, Patrimônio Líquido e Lucro Líquido, notamos que o Banco do Brasil é o banco mais central dessas redes. Além de compor o segmento das instituições de maior porte (S1), o Banco do Brasil é um banco público, sendo uma instituição influente na economia do ponto de vista das políticas governamentais.

A variação das distâncias entre os bancos resulta em dois tipos de relação: *clusters* para aqueles em que os valores da distância  $D(i, j)$  são baixos e ligações fracas para aqueles em que os valores da distância  $D(i, j)$  são altos.

Sob o ponto de vista do coeficiente de agrupamento, as redes de Ativo, Passivo e Patrimônio Líquido apresentam índices de agrupamento de 0.85, 0.83 e 0.85 respectivamente, indicando distâncias menores entre os bancos e a formação de *clusters*, conforme demonstrado nas Figuras 8, 9 e 10. Já na rede de Lucro Líquido o coeficiente de agrupamento de 0.39 indica uma distância maior entre os bancos e demonstra uma maior dispersão das instituições dentro da rede, conforme visto na Figura 11.

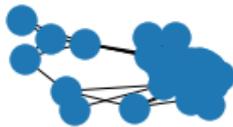
Em complemento às medidas de centralidade, apuramos a árvore geradora mínima de cada rede estudada, permitindo visualizar a posição dos participantes no espaço

Figura 8 – Rede de Ativo



**Fonte:** Elaborada pela autora (2022)

Figura 9 – Rede de Passivo



**Fonte:** Elaborada pela autora (2022)

topológico da rede.

Em relação aos agrupamentos dos bancos por porte, verificamos a dispersão dos segmentos ao longo da rede, conforme visto pelas cores vermelha (Segmento 1), verde (Segmento 2), azul (Segmento 3) e cinza (Segmento 4).

Nas Figuras 12, 13 e 14 verificamos que apesar de as instituições do S3 (nós em azul) estarem pulverizadas ao longo das redes, elas formam pequenos agrupamentos, possibilitando inferir que a difusão de eventos entre elas é rápida.

As maiores instituições financeiras em operação no Brasil, enquadradas no S1 (nós em vermelho), não estão muito próximas umas das outras nas Figuras 12, 13 e 14, demonstrando sua dispersão ao longo das MST. Avaliando a influência das instituições

Figura 10 – Rede de Patrimônio Líquido



**Fonte:** Elaborada pela autora (2022)

Figura 11 – Rede de Lucro Líquido



**Fonte:** Elaborada pela autora (2022)

Figura 12 – MST da rede Ativo

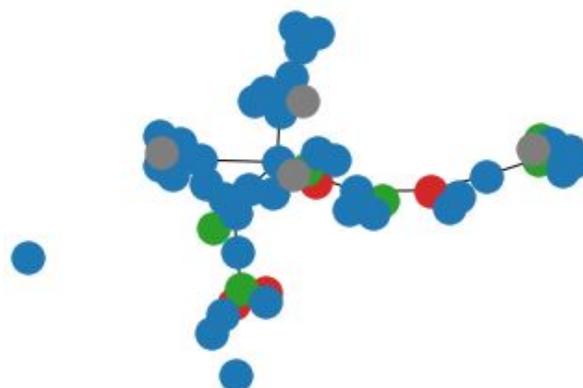


Figura 13 – MST da rede Passivo

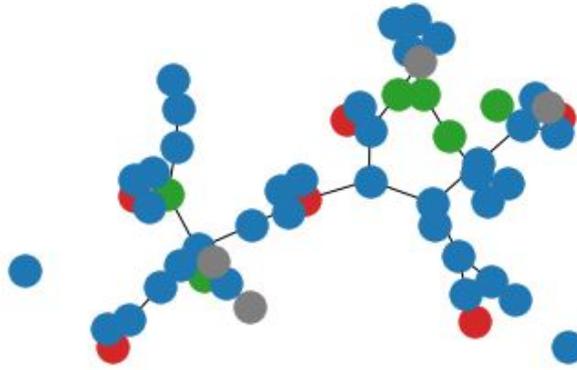
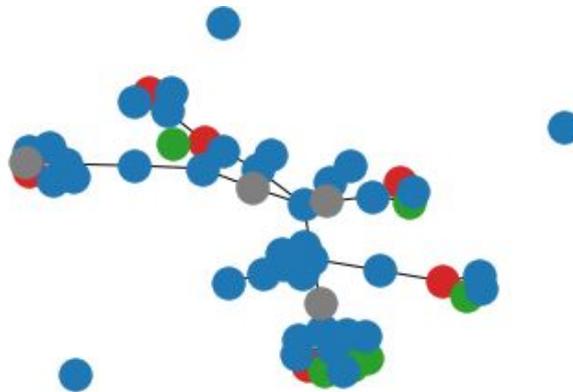


Figura 14 – MST da rede Patrimônio Líquido



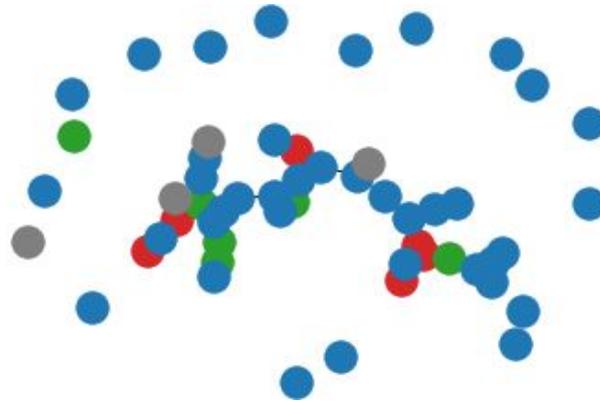
do S1 entre elas mesmas, podemos inferir que os eventos são difundidos mais lentamente. Entretanto, notamos que eventos de impacto nelas influenciam os demais agrupamentos (S2, S3 e S4) dado as conexões mais próximas.

Apesar da heterogeneidade da MST de Lucro Líquido, verificamos no quadrante inferior direito da Figura 15 um agrupamento específico de instituições do S1, permitindo a conclusão de que a variável Lucro Líquido é mais sensível e que os mesmos fatores que afetam uma instituição afetam na mesma direção as demais instituições de mesmo porte, confirmando a inferência feita na análise das medidas de centralidade dessa rede. Por outro lado, a MST de lucro líquido possui 18 instituições não ligadas à árvore, apontando certa independência entre os resultados delas em relação às instituições mais centrais da rede.

De maneira geral, visualizamos em todas as MST que os agrupamentos mais densos são compostos por nós de vários segmentos, o que demonstra que a conexão entre as instituições do sistema financeiro brasileiro não se dá necessariamente por porte de instituição, porém está associada à complementaridade entre os tipos de instituição.

Olhando para o risco sistêmico, avaliamos que o potencial de realização de seus efeitos negativos encontra-se pulverizado nas redes estudadas, visto que os agrupamentos contêm instituições financeiras de todos os segmentos.

Figura 15 – MST da rede Lucro Líquido



## 6 Conclusões

Dado que as análises demonstram que as conexões nas redes são mais fortes entre instituições financeiras de portes diferentes, há de se atentar para a importância do monitoramento de cada banco individualmente para, em caso de choque negativo, a propagação do efeito cascata ser menos danosa às demais instituições do sistema.

Uma hipótese a respeito da ausência de agrupamentos mais densos entre instituições financeiras de mesmo porte seja reflexo do monitoramento já praticado pela autoridade supervisora, por meio das exigências de capital e liquidez, bem como a supervisão das instituições de forma conjunta visando identificar possíveis riscos associados às conexões entre elas.

No escopo desse monitoramento, o Relatório de Estabilidade Financeira (BCB, 2022c) é um mecanismo utilizado pelo regulador para apresentar o panorama da evolução e as perspectivas para a estabilidade financeira no Brasil, com foco nos principais riscos e na resiliência do Sistema Financeiro Nacional, bem como comunicar a visão do Comitê de Estabilidade Financeira sobre a política e as medidas para preservação da estabilidade financeira.

Por meio desse Relatório são detalhadas as condições mercadológicas de cada período avaliado e refletidos os resultados da aplicação de testes de estresse que submetem o sistema financeiro a condições extremas para verificar sua estabilidade em termos de capital e liquidez.

Mesmo com os mecanismos existentes de monitoramento e avaliação de riscos por parte das autoridades, eventos inesperados com baixa probabilidade podem desencadear crises com alto impacto no sistema financeiro, sendo importante a contínua evolução dos mecanismos de supervisão visando mitigar efeitos adversos dessas crises potenciais.

Uma possibilidade de trabalho futuro consiste no aprofundamento do estudo da rede de Lucro Líquido, visando entender quais fatores levaram a uma maior dispersão entre as instituições na MST se comparada às redes de Ativo, Passivo e Patrimônio Líquido.



## Referências

- ALBERT, R.; BARABÁSI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, v. 74, p. 47–97, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 35.
- ALEXANDRE, M. et al. The role of (non-)topological features as drivers of systemic risk: a machine learning approach. 2021. ISSN 1518-3548. Disponível em: <[www.bcb.gov.br/?CONTACTUS](http://www.bcb.gov.br/?CONTACTUS)>. Citado na página 29.
- BANDT, O. de et al. *Systemic risk: a survey*. 2000. Disponível em: <<http://www.ecb.int>>. Citado na página 29.
- BCB. 2022. Banco Central do Brasil. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/recomendacoesbasileia>>. Citado na página 28.
- BCB. 2022. Banco Central do Brasil. Disponível em: <<https://www3.bcb.gov.br/ifdata/>>. Citado na página 39.
- BCB. 2022. Banco Central do Brasil. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/publicacoes/ref>>. Citado na página 47.
- BIS. *64th Annual Report*. 1994. 1-227 p. Citado na página 29.
- BIS. *A framework for dealing with domestic systemically important banks*. [S.l.]: Bank for International Settlements, 2012. 1-11 p. Citado na página 28.
- BOCCALETTI, S. et al. Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, v. 424, p. 175–308, 2 2006. ISSN 03701573. Citado na página 31.
- BORCA-JUNIOR, G. R.; TORRES-FILHO, E. T. Analisando a crise do subprime. *Revista do BNDES*, v. 15, p. 129–159, 2008. Citado na página 27.
- BRASIL. Resolução do conselho monetário nacional nº 4.553. *Diário Oficial da União*, p. 25, 2017. Disponível em: <[https://www.in.gov.br/materia/-/asset\\_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/](https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/)>. Citado na página 39.
- CINTRA, M. A. M.; FARHI, M. A crise financeira e o global shadow banking system. *Novos estudos CEBRAP*, Centro Brasileiro de Análise e Planejamento, p. 35–55, 11 2008. ISSN 0101-3300. Disponível em: <<http://www.scielo.br/j/nec/a/LmpCkTY8sQxXq5Fp4MxQDPz/?lang=pt>>. Citado na página 27.
- DENG, Y.; ZHANG, Z.; ZHU, L. A model-based index for systemic risk contribution measurement in financial networks. *Economic Modelling*, Elsevier B.V., v. 95, p. 35–48, 2 2021. ISSN 02649993. Citado na página 25.
- DIAMOND, D. W.; DYBVIK, P. H. *Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity*. 1983. Citado na página 30.
- ECB. *Financial stability review*. 2009. Disponível em: <<http://www.ecb.europa.eu>>. Citado na página 29.

- GAUTHIER, M. C. et al. *Capital Requirements and Systemic Risk*. 2009. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/1880/47851PresentationDownloadedfromPRISM:https://prism.ucalgary.ca>>. Citado na página 25.
- GEORG, P. *The effect of the interbank network structure on contagion and common shocks*. [s.n.], 2011. ISBN 9783865587. Disponível em: <<http://www.bundesbank.de>>. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 36.
- HALDANE, A. G.; MAY, R. M. Systemic risk in banking ecosystems. *Nature*, v. 469, p. 351–355, 1 2011. ISSN 00280836. Citado na página 27.
- KAUFMAN, . G.; SCOTT, K. E. *What Is Systemic Risk, and Do Bank Regulators Retard or Contribute to It?* 2003. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 29.
- LATORA, V.; MARCHIORI, M. Efficient behavior of small-world networks. *Physical Review Letters*, v. 87, p. 198701–1–198701–4, 11 2001. ISSN 10797114. Citado na página 35.
- LAW, D.; SCHWARCZ, S. L.; STAR, S. A. *DUKE LAW SCHOOL Systemic Risk Systemic Risk*. 2008. Citado na página 30.
- LI, B.; LIU, X.; WANG, C. The topology of indirect correlation networks formed by common assets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 528, 8 2019. ISSN 03784371. Citado na página 30.
- MANTEGNA, R. N. *Hierarchical Structure in Financial Markets*. 1998. Citado na página 25.
- MOORE, C.; NEWMAN, M. E. J. *Epidemics and percolation in small-world networks*. 2000. Citado na página 31.
- NIER, E. et al. Network models and financial stability. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 31, p. 2033–2060, 6 2007. ISSN 01651889. Citado na página 29.
- PICHLER, A.; POLEDNA, S.; THURNER, S. Systemic risk-efficient asset allocations: Minimization of systemic risk as a network optimization problem. *Journal of Financial Stability*, Elsevier B.V., v. 52, 2 2021. ISSN 15723089. Citado na página 31.
- SILVA, T. C.; SILVA, M. A. da; TABAK, B. M. Systemic risk in financial systems: A feedback approach. *Journal of Economic Behavior and Organization*, Elsevier B.V., v. 144, p. 97–120, 12 2017. ISSN 01672681. Citado na página 31.
- SMAGA, P. The concept of systemic risk. 2014. ISSN 2055-0375. Citado na página 29.
- TABAK, B. M.; CAJUEIRO, D. O.; SERRA, T. R. *TOPOLOGICAL PROPERTIES OF BANK NETWORKS: THE CASE OF BRAZIL*. 2009. 1121-1143 p. Disponível em: <[www.worldscientific.com](http://www.worldscientific.com)>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 37.
- TUMMINELLO, M.; LILLO, F.; MANTEGNA, R. N. Correlation, hierarchies, and networks in financial markets. 9 2008. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/0809.4615http://dx.doi.org/10.1016/j.jebo.2010.01.004>>. Citado na página 40.
- TUMMINELLO, M. et al. Correlation based networks of equity returns sampled at different time horizons. *European Physical Journal B*, v. 55, p. 209–217, 1 2007. ISSN 14346028. Citado na página 33.

---

WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *nature*, Nature Publishing Group, v. 393, n. 6684, p. 440–442, 1998. Citado na página [36](#).