

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**RISCO DE RUPTURA DE ENCOSTA CAUSADA POR CHUVA COM
CONSEQUÊNCIA PARA OLEODUTOS E GASODUTOS NA SERRA DO MAR
IMPLEMENTANDO A ANÁLISE NÃO SATURADA, TRANSIENTE E
FRACIONÁRIA**

PEDRO VICTOR SERRA MASCARENHAS, MSc

ORIENTADOR: PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, DSc.

TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA

**PUBLICAÇÃO: G.DM 170/2022
BRASÍLIA/DF: JUNHO/2022
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**RISCO DE RUPTURA DE ENCOSTA CAUSADA POR CHUVA COM
CONSEQUÊNCIA PARA OLEODUTOS E GASODUTOS NA SERRA DO MAR
IMPLEMENTANDO A ANÁLISE NÃO SATURADA, TRANSIENTE E
FRACIONÁRIA**

PEDRO VICTOR SERRA MASCARENHAS

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR.**

APROVADA POR:

Prof. André Luís Brasil Cavalcante, DSc

Prof. André Pacheco de Assis, PhD

Prof. Sandro Lemos Machado, DSc

Prof. Silvrano Adonias Dantas Neto, DSc

DATA: BRASÍLIA/DF, 10 DE JUNHO DE 2022.

FICHA CATALOGRÁFICA

MASCARENHAS, PEDRO VICTOR SERRA

Risco de Ruptura de Encosta Causada por Chuva com Consequência para Oleodutos e Gasodutos na Serra do Mar Implementando a Análise não Saturada, Transiente e Fracionária xxi, 188 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia, 2022).

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Solos Não Saturados
2. Cálculo Fracionário
3. Estabilidade de Encostas
4. Faixa de Dutos
5. Análise de Risco

I. ENC/FT/UnB

II. Doutor

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Mascarenhas, P.V.S. (2022). Risco de Ruptura de Encosta Causada por Chuva com Consequência para Oleodutos e Gasodutos na Serra do Mar Implementando a Análise não Saturada, Transiente e Fracionária. Tese de Doutorado, Publicação G.DM-170/2022, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 188 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Pedro Victor Serra Mascarenhas

TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Risco de Ruptura de Encosta Causada por Chuva com Consequência para Oleodutos e Gasodutos na Serra do Mar Implementando a Análise não Saturada, Transiente e Fracionária

GRAU / ANO: Doutor / 2022

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Pedro Victor Serra Mascarenhas

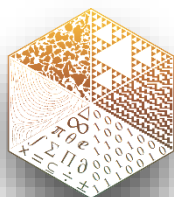
SQN 107 bloco B Apt. 203

70743-020 - Brasília/DF – Brasil



Universidade de Brasília- UnB
Programa de Pós-Graduação em Geotecnia
Doutorado em Geotecnia

**RISCO DE RUPTURA DE ENCOSTA CAUSADA POR CHUVA COM
CONSEQUÊNCIA PARA OLEODUTOS E GASODUTOS NA SERRA DO MAR
IMPLEMENTANDO A ANÁLISE NÃO SATURADA, TRANSIENTE E
FRACIONÁRIA**



Aluno: Pedro Victor Serra Mascarenhas, MSc

Orientador: Prof. Dr. André Luís Brasil Cavalcante, DSc

Brasília – 2022

**RISCO DE RUPTURA DE ENCOSTA CAUSADA POR CHUVA COM
CONSEQUÊNCIA PARA OLEODUTOS E GASODUTOS NA SERRA DO MAR
IMPLEMENTANDO A ANÁLISE NÃO SATURADA, TRANSIENTE E
FRACIONÁRIA**

RESUMO

Rupturas de encostas são fenômenos que podem ocorrer naturalmente ou de forma induzida por atividade antrópica e que podem trazer consequências sociais e econômicas relevantes. No âmbito econômico, as rupturas de encosta podem constituir um problema particular ao transporte de petróleo, gás e derivados, cuja infraestrutura é constituída de dutovias que, muitas vezes, cruzam extensas zonas serranas sujeitas a este tipo de fenômeno. Mais especificamente, há registros históricos de consequências reais de rupturas de encostas para dutos na Serra do Mar, no estado de São Paulo, Brasil. Esta tese trata da formulação de um método de análise de estabilidade de taludes em escala local e regional e sua aplicação para a avaliação de risco de uma região faixa de dutos de transporte de petróleo e derivados na Serra do Mar (município de Cubatão, SP). A região é de alta relevância econômica por constituir um gargalo à operação de transporte e derivados entre a Baixada Santista e a Região Metropolitana de São Paulo no caso de falha. Estuda-se como a região se comporta em cenários hipotéticos de chuva em termos de fator de segurança, probabilidade de falha e risco. Para isto são realizadas simulações de infiltração de chuva em solos não saturados usando o cálculo fracionário, ferramenta matemática avançada ainda com pouca aplicação na engenharia. Para realizar as análises, também é proposto um modelo de curva de retenção de água bimodal compatível com o cálculo fracionário. A encosta é estudada quanto à probabilidade de falha utilizando o método de estimativas pontuais. Utilizando uma metodologia de cálculo de consequência de falhas robusta, as consequências monetárias de falha da encosta são calculadas, e o resultado é aplicado em conjunto com os mapas de probabilidade de falha para gerar o risco de ruptura da região. O risco de ruptura da região é então comparado a limiares da boa prática da engenharia e de normas técnicas da Transpetro para aferir se a situação hipotética leva a encosta a uma situação aceitável ou não do ponto de vista de análise de risco.

Palavras-chave: Solos Não Saturados; Cálculo Fracionário; Estabilidade de Encostas; Faixa de Dutos; Análise de Risco.

**SLOPE FAILURE RISK CAUSED BY RAIN WITH CONSEQUENCE TO OIL AND
GAS PIPELINES IN THE SERRA DO MAR REGION IMPLEMENTING A
UNSATURATE, TRANSIENT AND FRACTIONAL ANALYSIS**

ABSTRACT

Slope failures are a natural phenomenon that occur naturally or by anthropic activities and that can bring relevant social and economic consequences to Brazil. Economically, slope failures may hazard oil, gas, and derived products transportation inside the country. The transportation operation depends on pipelines that area implemented on unstable mountainous region that covers the Brazilian South and Southeast coast region. Historical registers of slope failures bring special attention to the pipelines crossing the Serra do Mar region in the São Paulo state coast. This PhD Thesis deals with the formulation of a slope stability method in local and regional scale and it's application on the risk evaluation of a petroleum and gas pipeline corridor region on the Serra do Mar (city of Cubatão, São Paulo, Brazil). The region is of high economical relevance since it connects the metropolitan region of São Paulo with the Santos port. The study is performed for hypothetical rainfall scenarios, and it results in maps of factors of safety, probabilities of failure and failure risk. The rainfall infiltration is modeled using the tools of fractional calculus, a mathematical field not yet widely applied to engineering analyses, despite showing promising results. For compatibility reasons, a new bimodal soil water retention curve fractional model is proposed. The point estimate method is employed to perform the probabilistic study of the region. The monetary failure consequences are calculated, and they are applied in the calculation of the failure risk. The failure risk is compared with the best engineering practice and Transpetro's technical standard limits to assess if the hypothetical situation results in acceptable or unacceptable risk conditions.

Key words: Unsaturated Soils; Fractional Calculus; Slope Stability; Pipeline Right-of-Way; Risk Analysis.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Riscos para a Operação de Transporte de Petróleo, Gás e Derivados	3
1.2	Novas abordagens.....	5
1.3	Objetivos.....	6
1.4	Estrutura da Tese	7
2	REFERENCIAL TEÓRICO E ESTADO DA ARTE.....	9
2.1	Balanço Hídrico e Precipitações Intensas.....	9
2.2	Fluxo de Água em Solos Não-Saturados e Infiltração	14
2.3	Equação de Richards Fracionária e Cálculo Fracionário.....	24
2.4	Variáveis de Estado e Resistência ao Cisalhamento em Condições não Saturadas ..	27
2.5	Métodos de Estabilidade de Escorregamentos Rasos em Escala Regional	32
2.5.1	SHALSTAB	34
2.5.2	SINMAP.....	35
2.5.3	TRIGRS.....	36
2.5.4	Outros Trabalhos Notáveis.....	37
2.5.5	Modelo de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017)	39
2.6	Incertezas Existentes em Estudos de Estabilidade de Taludes	41
2.7	Análise de Confiabilidade: Método de Estimativas Pontuais.....	43
2.8	Probabilidade de Falha e Gestão de Risco.....	46
2.9	Serra do Mar em São Paulo	61
3	METODOLOGIA E REGIÃO DE ESTUDO.....	66
3.1	Estudo de Caso	66
3.2	Metodologia.....	72
3.3	Desenvolvimento do Modelo de Estabilidade de Taludes Fracionário	73
3.4	Estudo dos Fatores de Segurança	74
3.5	Estudo de Probabilidade de Falha	75

3.6	Risco Decorrente de Falha de Dutos	77
3.7	Estudo de Caso da Serra do Mar	78
3.8	Ensaio e Coleta de Amostras	80
3.8.1	SPT e Coleta de Amostras.....	80
3.8.2	Ensaio Triaxial do Tipo CU	81
3.8.3	Ensaio de Permeabilidade com Carga Variável	81
3.8.4	Ensaio de Papel Filtro e Placa de Sucção.....	82
4	RESULTADOS	84
4.1	Resultados e Análises dos Ensaio	84
4.1.1	Ensaio SPT	84
4.1.2	Caracterização do Solo.....	86
4.1.3	Ensaio de Permeabilidade à Carga Variável	87
4.1.4	Ensaio Triaxiais	88
4.1.5	Curva de Retenção de Água no Solo.....	89
4.1.6	Consolidação dos Parâmetros Obtidos para as Análises de Fator de Segurança e Probabilidade de Falha	94
4.2	Mapas de Fatores de Segurança e Suscetibilidade	96
4.2.1	Fluxo não Saturado: Perspectiva Clássica versus Perspectiva Fracionária.....	96
4.3	Desenvolvimento do Modelo de Estabilidade de Taludes Fracionário	100
4.3.1	Roteiro de cálculo do fator de segurança em escala regional	103
4.3.2	Fator de Segurança	104
4.3.1	Probabilidade de Ruptura Segundo o Método de Estimativas Pontuais	118
4.4	Risco	140
5	CONCLUSÕES.....	152
5.1	Alcance dos Objetivos Propostos	153
5.2	Recomendação de Trabalhos Futuros.....	154
6	REFERÊNCIAS	157

A.	APÊNDICE: DEFINIÇÕES DE DERIVADAS FRACIONÁRIAS.....	172
B.	APÊNDICE: SOLUÇÃO ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DE FLUXO FRACIONÁRIA DE ÁGUA EM MEIOS POROSOS NÃO SATURADOS PARA MEIOS FINITOS	177
C.	APÊNDICE: DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO ANALÍTICO PARA A CURVA DE RETENÇÃO BIMODAL.....	181

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado	Unidades
a_s	Velocidade advectiva	[LT ⁻¹]
A	Área	[L ²]
A_s	Área de drenagem de uma bacia hidrológica	[L ²]
b	Inclinação do talude	Adimensional
c	Coesão total	[ML ⁻¹ T ⁻²]
c'	Coesão efetiva	[ML ⁻¹ T ⁻²]
D	Espessura da fatia de solo rompida	[L]
d_{eq}	Diâmetro equivalente do dano no duto	[L]
D	Diâmetro da poça de produto vazado	[L]
D_z	Coefficiente de dispersão hidráulica	[L ² T ⁻¹]
D_z^a	Coefficiente de dispersão fracionário	[L ^{α} T ⁻¹]
$erfc(*)$	Função erro complementar	Adimensional
$E[*]$	Função valor esperado	Adimensional
E_m	Emissividade da superfície da chama	[MT ⁻³]
E_S	Taxa de escoamento superficial	[LT ⁻¹]
E_T	Taxa de evapotranspiração de massa de água	[LT ⁻¹]
$f_X(x)$	Função de densidade de probabilidade para a variável aleatória X	Adimensional
F_n'	Força normal efetiva que atua nos grãos do solo do talude	[MLT ⁻²]
F_s'	Força que resiste o deslizamento do solo do talude	[MLT ⁻²]
FS	Fator de Segurança	Adimensional
g	Aceleração gravitacional	[LT ⁻²]
G	Distribuição de probabilidade de Gumbel	Adimensional
h_w	Carga hidráulica	[L]
H	Calor de combustão do fluido transportado	[L ² T ⁻²]
\bar{i}	Gradiente hidráulico	Adimensional
$i_{t,Tr}$	Intensidade de precipitação com uma duração t e tempo de retorno T_r	[LT ⁻¹]
I	Taxa de infiltração de água no solo	[LT ⁻¹]
I_q	Fluxo da calor	[LM ² T ⁻³]
\vec{j}	Vetor de densidade de fluxo	[ML ⁻² T ⁻²]
\mathbf{k}	Tensor de permeabilidade	[LT ⁻¹]
k_s	Condutividade hidráulica saturada do meio	[LT ⁻¹]

k_z	Condutividade hidráulica unidimensional na direção z	[LT ⁻¹]
L	Limite à esquerda do domínio espacial unidimensional	[L]
L_{km}	Distância transportada do produto	[L]
m	Comprimento de escoamento	[L]
$MA_\$$	Dano ao meio ambiente	[\$]
ns	Número de órbitos	Adimensional
P_{ign}	Pressão operacional do duto	[MT ⁻² L ⁻¹]
p_{ign}	Probabilidade de ignição do produto	Adimensional
P	Taxa de precipitação	[LT ⁻¹]
$P_\$$	Valor do dano a propriedades	[\$]
q	Sobrecarga uniforme no solo	[ML ⁻¹ T ⁻²].
q_v	Vazão volumétrica	[L ³ T ⁻¹]
Q	Calor gerado pela combustão de um produto	[ML ² T ⁻²]
r	Intensidade de precipitação	[LT ⁻¹]
$r\%$	Raio da área correspondente a uma dada % de fatalidades das fatalidades totais ocorridas pela ignição de um produto	[L]
R	Limite inferior do domínio espacial unidimensional	[L]
Rs	Velocidade de descarga em fluxo permanente	[LT ⁻¹]
S_e	Saturação efetiva	Adimensional
S_r	Saturação residual	Adimensional
t	Tempo	[T]
t_p	Tempo de precipitação	[T]
T	Transmissividade do solo	[L ² T ⁻¹]
$T_\$$	Tarifa estimada de transporte	[\$]
T_r	Tempo de retorno de um evento de precipitação	[T]
u_a	poropressão de ar	[MT ⁻² L ⁻¹]
u_w	poropressão de água	[MT ⁻² L ⁻¹]
\vec{v}	Vetor velocidade de fluxo	[LT ⁻¹]
v_0	Velocidade de infiltração da água no solo	[LT ⁻¹]
V	Volume	[L ³]
VIF	Valor da indenização paga pela fatalidade	[\$]
w_l	Posição relativa do lençol freático	[L]
W	Peso de uma fatia de solo que desliza	[MLT ⁻²]
X	Variável aleatória	Adimensional
α	Ordem de derivação fracionária	Adimensional
$\alpha_\$$	Parâmetro de ajuste da equação do custo de falha	Adimensional
β	Coefficiente de assimetria	Adimensional

β_G	Parâmetro de escala da distribuição de Gumbel	Adimensional
γ_d	Peso específico seco do solo	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
γ_w	Peso específico da água	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
γ_{nat}	Peso específico natural do solo	$[\text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}]$
Φ	Energia potencial	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^2]$
λ	Autovalores	Adimensional
λ_α	Parâmetro de ajuste de uma curva de retenção de água bimodal	Adimensional
Γ	Função Gama	Adimensional
δ	Parâmetro de ajuste do modelo de curva de retenção de água	$[\text{M}^{-1}\text{L}^2\text{T}^2]$
$\Delta V_{j,j+1}$	Diferença entre os volumes das células j e j+1	$[\text{L}^3]$
Δt	Incremento de tempo	$[\text{T}]$
Δz	Incremento na direção z	$[\text{L}]$
$\partial^\alpha/\partial z_+^\alpha$	Operador de derivada fracionária à esquerda	Adimensional
$\partial^\alpha/\partial z_-^\alpha$	Operador de derivada fracionária à direita	Adimensional
ϕ	Ângulo de atrito	Adimensional
ϕ^p	Ângulo de atrito com relação à sucção matricial	Adimensional
Φ_t	Potencial total da água no solo da água no solo	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
Φ_{temp}	Potencial da água no solo devido à temperatura	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
Φ_z	Potencial da água no solo devido à gravidade	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
Φ_{cin}	Potencial da água no solo devido à energia cinética	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
Φ_p	Potencial da água no solo de energia devido à pressão da água	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
Φ_{pn}	Potencial da água no solo de energia pneumática	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
Φ_m	Potencial da água no solo de energia matricial	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
Φ_o	Potencial da água no solo de energia osmótica	$[\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}]$
η	Índice de confiabilidade	Adimensional
θ	Teor de umidade volumétrica	Adimensional
θ_i	Teor de umidade volumétrica inicial	Adimensional
θ_o	Teor de umidade volumétrica imposto na entrada do domínio espacial	Adimensional
θ_r	Teor de umidade volumétrica residual	Adimensional
θ_s	Teor de umidade volumétrica saturado	Adimensional

t	Precipitação crítica do modelo SHALSTAB	$[LT^{-1}]$
μ	Momento de primeira ordem	Adimensional
μ_G	Parâmetro de localização da distribuição de Gumbel	Adimensional
ρ_p	Massa específica do produto transportado	$[ML^{-3}]$
ρ_{pop}	Densidade populacional	$[L^{-2}]$
ρ_s	Massa específica do solo	$[ML^{-3}]$
ρ_w	Massa específica da água	$[ML^{-3}]$
σ	Tensão normal total	$[ML^{-1}T^{-2}]$
σ'	Tensão normal efetiva	$[ML^{-1}T^{-2}]$
σ_X	Desvio padrão da variável aleatória X	Adimensional
σ_n	Tensão normal líquida	$[ML^{-1}T^{-2}]$
τ	Tensão de cisalhamento	$[ML^{-1}T^{-2}]$
χ	Parâmetro de resistência não saturada de Bishop	Adimensional
ψ	Sucção total	$[MT^{-2}L^{-1}]$
ψ_m	Sucção mátrica	$[MT^{-2}L^{-1}]$
ψ_o	Sucção osmótica	$[MT^{-2}L^{-1}]$
ψ_r	Sucção residual	$[MT^{-2}L^{-1}]$

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Expressões para o parâmetro efetivo de Bishop (Xu & Cao, 2015).....	29
Tabela 2.2 – Probabilidade de falha e coeficiente de confiabilidade admissíveis (USACE, 1999).....	47
Tabela 2.3 – Limiares de coeficiente de confiabilidade e probabilidade de falha de vários autores (Silva, 2018 – modificado).	48
Tabela 2.4 – Faixas de risco recomendadas por diversas metodologias para dutos transportadores de petróleo, gás e derivados (Cunha, 2016 - modificado).	53
Tabela 2.5 – Classificação do tamanho da falha (Cunha, 2016).	54
Tabela 2.6 – Classes de locação de gasodutos segundo o padrão N-2775 (Transpetro, 2018).	55
Tabela 2.7 – Classificação do Meio-Ambiente (Transpetro, 2020).	55
Tabela 2.8 – Equações de estimativa de dano a propriedades (em 1000 R\$) em função do volume vazado (em m ³) (Transpetro, 2020).	56
Tabela 2.9 – Probabilidade de ignição para petróleo e derivados (Transpetro, 2020).	59
Tabela 2.10 – Equações de estimativa de danos ao meio ambiente (MA _s em 1000 R\$) em função do volume vazado (em m ³) (Transpetro, 2020).	60
Tabela 2.11 – Movimentos de massa e suas características dinâmicas, geométricas e materiais (Varnes, 1978 – modificado).	63
Tabela 3.1 – Dados das sondagens contidas no relatório técnico de estabilidade de taludes do Inclinado da Serra de 1988 (Costa, 1988 - modificado).	70
Tabela 3.2 – Coordenadas mostrando as delimitações das áreas de retirada das amostras.	79
Tabela 4.1 – Resultado consolidado do SPT de cada sondagem realizada.	85
Tabela 4.2 – Valores de frações de solo em cada faixa granulométrica dos blocos de solo.	86
Tabela 4.3 – Parâmetros de ajuste do modelo de curva de retenção bimodal proposto.	92
Tabela 4.4 – Parâmetros de ajuste do modelo de curva de retenção bimodal fracionário proposto.	94
Tabela 4.5 – Valores de coeficiente de variação para os parâmetros de resistência do solo – modificado de Assis (2020).	94
Tabela 4.6 – Valores de coeficiente de variação e média para os parâmetros de solo adotados.	95
Tabela 4.7 – Parâmetros de fluxo gravitacional e dispersivo calculados para o modelo de fluxo clássico e fracionário.	98
Tabela 4.8 – Dados dos oleodutos para cálculo das consequências de ruptura.	141

Tabela 4.9 – Dados monetários calculados da consequência de falha dos dutos da encosta operados pela Transpetro, calculados segundo valores de entrada fornecidos pela própria Transpetro e utilizando a sua metodologia padrão mostrada na Seção 2.8.....	143
Tabela 4.10 – Classes de consequência falha do PP-2TP-00077-B (Transpetro, 2020) e respectivas ações de resposta.	146
Tabela 4.11 – Níveis de risco do PP-2TP-00077-B (Transpetro, 2020) e respectivas ações de resposta.....	147
Tabela 4.12 – Risco e frequência de falha desejada do PP-2TP-00077-B (Transpetro, 2020).	149

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Distribuição de porcentagem do total de deslizamentos ocorridos no Brasil entre os anos de 1991 e 2012 (UFSC, 2013 – modificado).....	2
Figura 1.2 – Estatística de falhas em dutos sob responsabilidade da Transpetro. (a) Estatística de falhas em oleodutos. (b) Estatística de falhas em gasodutos (Cunha, 2016 – modificado). .	4
Figura 2.1 – Ilustração das variáveis do balanço de massa de água no ciclo hidrológico.	10
Figura 2.2 – Ilustração conceitual da progressão da infiltração e taxa de escoamento superficial durante uma chuva constante hipotética.....	10
Figura 2.3 – Família de curvas IDF para o município de Cubatão, SP.....	14
Figura 2.4 – Ilustração do balanço de massa para fluxo de água em um volume elementar representativo.	15
Figura 2.5 – Exemplo de trajetórias na curva de retenção de água no solo.	19
Figura 2.6 – Exemplo de função de condutividade hidráulica não saturada do solo.	19
Figura 2.7 – Ilustração comparativa do cálculo clássico com o cálculo fracionário.....	25
Figura 2.8 – Ilustração da não-localidade associada às derivadas fracionárias (Mascarenhas, 2018).....	27
Figura 2.9 – Perfil de variação da sucção mátrica ao longo da profundidade.....	28
Figura 2.10 – Ilustração das envoltórias de resistências definida no modelo de Fredlund <i>et al.</i> (1978).	31
Figura 2.11 – Índice de Estabilidade no espaço (área da região) \times ($\tan b$) para o método SINMAP (Pack <i>et al.</i> , 1998 – modificado).	36
Figura 2.12 - Esquema de forças do método do talude infinito.	40
Figura 2.13 – Esquema ilustrativo dos tipos de incertezas encontrados em geotecnia (Baescher & Christian, 2003 – modificado).....	42
Figura 2.14 – Fluxograma da avaliação de risco.....	49
Figura 2.15 – Diagrama de risco com o risco médio anual para diversas obras (Whitman, 1984 - modificado).....	50
Figura 2.16 – Ilustração das diretrizes de gestão de risco tolerável fundamentadas no ALARP (Munger, 2009 – modificado).	51
Figura 2.17 – Ilustração do raio afetado por uma ignição e a curva de mortalidade (Cunha, 2016 – modificado).	58
Figura 2.18 - Perfil típico da Serra do Mar na região de Cubatão (Wolle & Carvalho, 1989). 65	
Figura 3.1 – Vista de satélite da região estudada.	67

Figura 3.2 – Vista aérea da encosta contendo o trecho estudado (Vieira <i>et al.</i> , 2015 – modificado).	67
Figura 3.3 – Mapa geotécnico da região da encosta.	68
Figura 3.4 – Classe de locação associada ao início do trecho.	68
Figura 3.5 – Classe de locação associada ao final do trecho.	69
Figura 3.6 – Indicação de faixas de declividade do trecho do Inclinado da Serra.	69
Figura 3.7 – Monitoramento do nível de água por meio de medidor de nível d’água, posicionado no trecho de encosta.	71
Figura 3.8 – Gráfico do inclinômetro INC-01, instalado na cota 207 do Inclinado da Serra. .	71
Figura 3.9 – Gráfico do inclinômetro INC-02, instalado na cota 576 do Inclinado da Serra. .	72
Figura 3.10 – Resumo dos passos adotados na metodologia da tese.	72
Figura 3.11 – Região de coleta das amostras indeformadas para o ensaio.	78
Figura 3.12 – Esquema do ensaio de placa de sucção.	82
Figura 4.1 – Curva granulométrica dos blocos extraídos.	86
Figura 4.2 – Curva de coeficiente de permeabilidade à carga variável (não corrigida para a temperatura) para os corpos de prova retirados dos blocos 1, 2 e 3.	87
Figura 4.3 – Círculos de Möhr-Coulomb para o bloco 1.	88
Figura 4.4 – Círculos de Möhr-Coulomb para o bloco 2.	88
Figura 4.5 – Círculos de Möhr-Coulomb para o bloco 3.	89
Figura 4.6 – Pontos experimentais para a obtenção das curvas de retenção dos blocos 1, 2 e 3.	89
Figura 4.7 – Ajuste das curvas de retenção dos blocos 1, 2 e 3 usando o novo modelo de curva de retenção bimodal proposto.	92
Figura 4.8 – Ajuste das curvas de retenção dos blocos 1, 2 e 3 para obtenção dos parâmetros de fluxo fracionários usando o novo modelo de curva de retenção bimodal proposto.	93
Figura 4.9 – Modelo digital de declividades gerado a partir do modelo digital de elevação do terreno.	96
Figura 4.10 – Avanço da frente de umidade para a solução da equação de Richards clássica e equação de Richards fracionária ($\alpha=1,9$).	98
Figura 4.11 – Ilustração do efeito do α na curva de avanço da frente de umidade do solo, para $t = 24$ h ($\alpha=1,3; 1,5; 1,7$ e $1,9$).	99
Figura 4.12 – Esquema de forças em um elemento de solo com sobrecarga.	100

Figura 4.13 – Fatores de segurança mínimos para todas as inclinações da encosta no seu estado inicial e espessura de solo em que ocorrem.	105
Figura 4.14 – Mapas de fator de segurança da encosta.....	106
Figura 4.15 – Fatores de segurança do estado inicial da encosta da encosta ao longo da diretriz dos dutos.....	106
Figura 4.16 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e fator de segurança para a encosta estudada e chuva por 1 h.....	107
Figura 4.17 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e fator de segurança para a encosta estudada e chuva por 12 h.....	108
Figura 4.18 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e fator de segurança para a encosta estudada e chuva por 24 h.....	108
Figura 4.19 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 1 h.	110
Figura 4.20– Mapa de fatores de segurança para a chuva de 12 h.	110
Figura 4.21 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 24 h.	111
Figura 4.22 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 1 h e espessura fixa de 1 m....	112
Figura 4.23– Mapa de fatores de segurança para a chuva de 12 h e espessura fixa de 1 m... 112	112
Figura 4.24 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 24 h e espessura fixa de 1 m.. 113	113
Figura 4.25 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 1 h e espessura fixa de 2 m.... 113	113
Figura 4.26– Mapa de fatores de segurança para a chuva de 12 h e espessura fixa de 2 m... 114	114
Figura 4.27 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 24 h no solo e espessura fixa de 2 m..... 114	114
Figura 4.28 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 1 h e espessura fixa de 3 m.... 115	115
Figura 4.29– Mapa de fatores de segurança para a chuva de 12 h e espessura fixa de 3 m... 116	116
Figura 4.30 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 24 h e espessura fixa de 3 m.. 116	116
Figura 4.31 – Fator de segurança mínimo ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 1 h de duração e período de retorno de 2 anos.	117
Figura 4.32 – Fator de segurança mínimo ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 12 h de duração e período de retorno de 2 anos.	117
Figura 4.33 – Fator de segurança mínimo ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 24 h de duração e período de retorno de 2 anos.	118
Figura 4.34 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a encosta estudada em seu estado inicial.....	119

Figura 4.35 – Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para o estado inicial da encosta.	120
Figura 4.36 – Probabilidade de falha no estado inicial da encosta ao longo da extensão dos dutos.	120
Figura 4.37– Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para o estado inicial da encosta, supondo que o teor de umidade volumétrico inicial não varia... 121	
Figura 4.38 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a encosta estudada e chuva por 1 h. (a) chuva com período de retorno de 2 anos; (b) chuva com período de retorno de 25 anos (c) chuva com período de retorno de 100 anos.	122
Figura 4.39 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a encosta estudada e chuva por 12 h. (a) chuva com período de retorno de 2 anos; (b) chuva com período de retorno de 25 anos (c) chuva com período de retorno de 100 anos.	123
Figura 4.40 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a encosta estudada e chuva por 24 h. (a) chuva com período de retorno de 2 anos; (b) chuva com período de retorno de 25 anos (c) chuva com período de retorno de 100 anos.	124
Figura 4.41 – Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 1 h.	126
Figura 4.42– Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 12 h.	127
Figura 4.43 – Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 24 h.	127
Figura 4.44 – Valor esperado da função de performance na profundidade de 1 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.	128
Figura 4.45 – Valor esperado da função de performance na profundidade de 5 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.	129
Figura 4.46 – Desvio padrão da função de performance na profundidade de 1 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.	129
Figura 4.47 – Desvio padrão da função de performance na profundidade de 5 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.	130
Figura 4.48 – Probabilidade de a função de performance estar abaixo de 1 na profundidade de 1 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.	131

Figura 4.49 – Probabilidade de a função de performance estar abaixo de 1 na profundidade de 5 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.	131
Figura 4.50 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 1 h e espessura fixa de 1 m.	132
Figura 4.51– Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 12 h e espessura fixa de 1 m.	133
Figura 4.52 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 24 h e espessura fixa de 1 m.	133
Figura 4.53 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 1 h com velocidade de infiltração máxima no solo para espessura fixa de 2 m.	134
Figura 4.54– Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 12 h e espessura fixa de 2 m.	135
Figura 4.55 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 24 h e espessura fixa de 2 m.	135
Figura 4.56 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 1 h com velocidade de infiltração máxima no solo e espessura fixa de 3 m.	137
Figura 4.57– Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 12 h e espessura fixa de 3 m.	137
Figura 4.58 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 24 h e espessura fixa de 3 m.	138
Figura 4.59 – Probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 1 h de duração e período de retorno de 2 anos.	138
Figura 4.60 – Probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 12 h de duração e período de retorno de 2 anos.	139
Figura 4.61 – Probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 24 h de duração e período de retorno de 2 anos.	139
Figura 4.62 – Gráfico de risco ao longo da extensão dos dutos da encosta para o estado de umidade inicial da encosta.	144
Figura 4.63 – Gráfico de risco ao longo da extensão dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 1 h.	145
Figura 4.64 – Gráfico de risco ao longo da extensão dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 12 h.	145
Figura 4.65 – Gráfico de risco ao longo da extensão dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 24 h.	146

Figura 4.66 – Esquema do ALARP de acordo com o padrão da Transpetro (2020) para a gestão de risco dos seus dutos.	148
Figura 4.67 – Gráfico de Farmer dos dutos da encosta para o estado inicial da encosta.	149
Figura 4.68 – Gráfico de Farmer dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 1 h.	150
Figura 4.69 – Gráfico de Farmer dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 12 h.	150
Figura 4.70 – Gráfico de Farmer dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 24 h.	151
Figura A.1 – Ilustração do balanço de massa que resulta no vetor de fluxo dispersivo da Equação de Richards fracionária (Mascarenhas, 2018).	174
Figura C.1 – Ilustração de um volume elementar composto de volumes menores, representando a associação de macroporos e microporos que constituem o volume elementar de solo.	182

1 INTRODUÇÃO

Movimentos de terra constituem grandes fontes de perdas humanas e materiais ao redor do mundo. No Brasil, desastres deste tipo ocorrem frequentemente, principalmente na região sul, sudeste do país e, mais recentemente, no nordeste do país. Tais eventos podem ser causados por fatores que são inerentes à geotecnia local e por gatilhos que ocorrem de tempos em tempos, como sismo, ação antropogênica ou precipitações intensas (Skold *et al.*, 2013).

Encostas com implantação regularizada e ordenada de infraestruturas de habitação podem ter a sua estabilidade melhorada. Todavia, a ocupação desordenada das regiões vulneráveis aos grandes movimentos de terra é, além de um problema de engenharia, um problema socioeconômico, visto que estas são habitadas por populações menos favorecidas que, não podendo arcar com os custos dos bairros ocupados de forma regular e com os serviços públicos instalados, se veem marginalizadas do restante do centro urbano. A ocupação destas regiões agrava o problema dos deslizamentos por desmatar a vegetação local, que ajuda na estabilização das encostas, e por transmitir as cargas das construções e favorecer a infiltração nas encostas, sem prever contenções e obras de infraestrutura que, de outra forma, poderiam contribuir com a estabilidade da encosta.

As perdas materiais e humanas são, inclusive, reconhecidas pelo governo. Em 2011, foi criado o Centro Nacional de Monitoramento e Alertas de Desastres Naturais (CEMADEN) com o intuito de monitorar e emitir alertas de desastres naturais para subsidiar a salvaguarda de vidas e diminuir a vulnerabilidade social, ambiental, e econômica decorrente desses eventos (CEMADEN, 2011). No Brasil, a região Sudeste é a região que apresenta maior número de movimento de massas. Na Figura 1.1, apresenta-se a distribuição por região de porcentagens de movimentos de massa no Brasil ocorridos entre 1991 e 2012.

Economicamente, rupturas de encostas podem causar problemas bloqueando estradas, como ocorria frequentemente na rodovia dos Tamoios, que cruza a Serra do Mar no estado de São Paulo (Cerri *et al.*, 2018).

Outro tipo de perda material de preocupação grave, mas frequentemente não abordada, diz respeito à possibilidade de ruptura de dutos que transportam petróleo e derivados ao longo do país (Marinos *et al.*, 2016).

Particularmente, o litoral paulista é uma região vulnerável a perdas humanas e materiais decorrentes das rupturas de encostas de larga escala. O litoral paulista é região de abrigo de parte da Serra do Mar, uma região de solo tropical, com vegetação densa proveniente de mata atlântica e famosa por apresentar anualmente ocorrências de rupturas de taludes motivadas por

chuvas, apresentando alguns dos maiores índices de pluviosidade do país. A região abriga rodovias e ferrovias de importante interesse econômico para o abastecimento das regiões próximas, com aglomerados populacionais de grande importância e é a principal porta de entrada de petróleo e derivados do país, por meio do terminal aquaviário de São Sebastião da Petrobras (Petrobras, 2019). A região é famosa pelos históricos de rupturas catastróficas do século passado, com especial enfoque para o desastre de Caraguatatuba em 1967. Ainda no litoral paulista, a região da Baixada Santista também abriga refinarias, terminais de petróleo e um importante polo petroquímico do país.

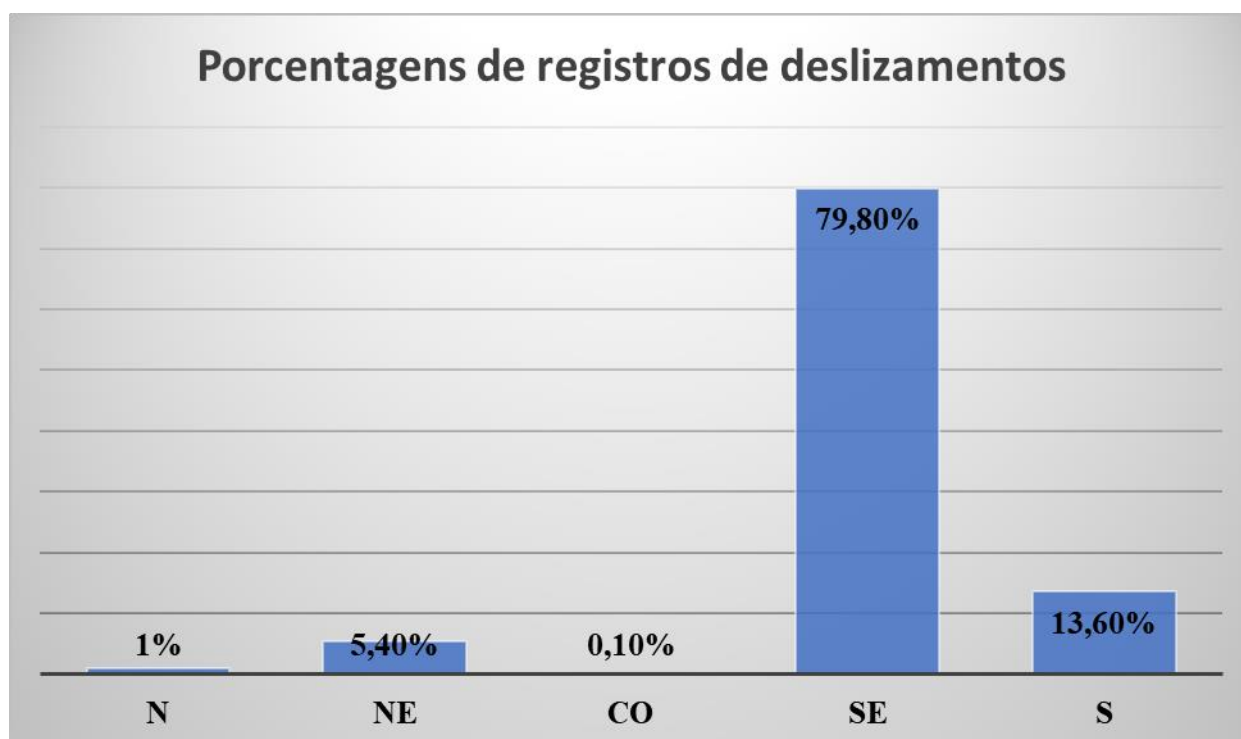


Figura 1.1 – Distribuição de porcentagem do total de deslizamentos ocorridos no Brasil entre os anos de 1991 e 2012 (UFSC, 2013 – modificado).

Um evento chuvoso de grandes magnitudes e que resultou em rupturas de encostas ocorreu em Cubatão, em 1994. Neste acidente, o volume de sedimentos removidos foi estimado em torno de 300.000 m³, com velocidade média de movimento de 10 m/s, o que interrompeu o abastecimento de refinarias da Petrobras por três semanas. O evento chegou a causar prejuízos de 40 milhões de dólares pela parada das refinarias de petróleo em valores da época (Kanji *et al.*, 2008).

As rupturas que ocorrem na Serra do Mar têm a característica de serem normalmente translacionais, com profundidade rasa (Vieira *et al.* 2010). O gatilho dos escorregamentos

sucessivos é o grande volume de chuva acumulado ao longo dos dias. Santoro *et al.* (2010) realizaram um estudo estatístico e compararam com resultados de outros estudos de mesmo escopo buscando descobrir o volume de chuva acumulado ao longo de 72 h considerado crítico no âmbito do Plano Preventivo de Defesa Civil em São Paulo, concluindo que os valores de 80 mm, 100 mm e 120 mm nas regiões de Campinas, Baixada Santista e Litoral Norte, respectivamente, são suficiente para iniciar procedimentos de alerta para populações localizadas em locais de alta susceptibilidade nestas regiões. No verão, o índice pluviométrico pode acumular até 60% do total previsto para o ano inteiro (Vieira *et al.* 2010), o que acentua a chance de desmoronamento de encostas.

Recentemente, em 2022, grandes eventos chuvosos ocorreram com consequências desastrosas envolvendo escorregamentos de encostas. Notadamente, a cidade Petrópolis (Rio de Janeiro), que possui índice pluviométrico médio em janeiro de 250 mm, passou pelo maior índice pluviométrico de sua história em 24 h para o mês de março, chegando a registrar 534,4 mm neste tempo (Azevedo, 2022). As ocorrências foram registradas apenas um mês depois da mesma região já ter sido atingida por fortes chuvas, atingindo 260 mm em 24 h. Os eventos deixaram 234 mortos e 3 desaparecidos (Marques & Vilarinho, 2022).

Outras regiões que não possuem histórico tão frequente de deslizamentos com mortes também foram afetadas. Em maio de 2022, em Pernambuco, o volume exacerbado de chuvas causou alagamentos e deslizamentos, sendo considerado o maior desastre deste tipo no século 21 no estado, com 109 fatalidades até o momento (Alves, 2022)

Eventos de deslizamentos desencadeados por volumes altos de chuva como os registrados em 2022 mostram que, apesar das iniciativas recentes que buscam reduzir danos envolvendo escorregamentos de encostas, este tipo de desastre ainda apresenta uma ameaça real nas esferas social, econômica e ambiental, sendo de elevada relevância que a comunidade técnica e científica despenda esforços no sentido do melhor entendimento e de procurar soluções que mitiguem este problema.

Esta tese situa-se no grupo de estudos dos efeitos econômicos de deslizamentos de encostas, especificamente no que concerne a indústria de transporte de petróleo, gás e derivados.

1.1 Riscos para a Operação de Transporte de Petróleo, Gás e Derivados

Faixa de dutos é a denominação dada a uma área com largura definida destinada à construção, montagem, operação, inspeção e manutenção de oleodutos e gasodutos, alongando-

se na direção da diretriz dos dutos nela implantados (ANP, 2011). Em outras palavras, a faixa de dutos é uma área com uma dada largura, formando uma região não edificante, na qual dutos que transportam petróleo, gás e derivados são instalados. Normalmente, os dutos contidos nestas faixas encontram-se enterrados, de forma a aproveitar a proteção mecânica contra agentes externos e intempéries fornecidas pelo subsolo, exceto por trechos onde não é tecnicamente viável mantê-los enterrados, como em cruzamento com rios ou vales com alteração de inclinação muito grande. É de se esperar que, por se tratar de uma obra linear de grande extensão, a faixa de dutos esteja sujeita às ameaças por ocorrências geotécnicas.

Como grande parte dos dutos de transporte de petróleo e derivados cruza a região serrana, é de interesse que se garanta o monitoramento constante do risco de deslizamento destas regiões a fim de evitar problemas econômicos e ambientais advindos de rupturas de dutos motivadas por fatores geotécnicos.

Dutos podem sofrer falha por razões de corrosão interna, corrosão externa, ação de terceiros, defeitos de material/construção, causas geotécnicas e outras (Cunha, 2016). Na Figura 1.2, mostram-se as estatísticas de falhas em dutos na malha operada pela Transpetro.

Quando se afere o tamanho do dano causado ao duto, conclui-se que as falhas de origem geotécnica são as que usualmente causam maior dano aos dutos, resultando, em geral, na ruptura completa de seção do duto (Cunha, 2016).

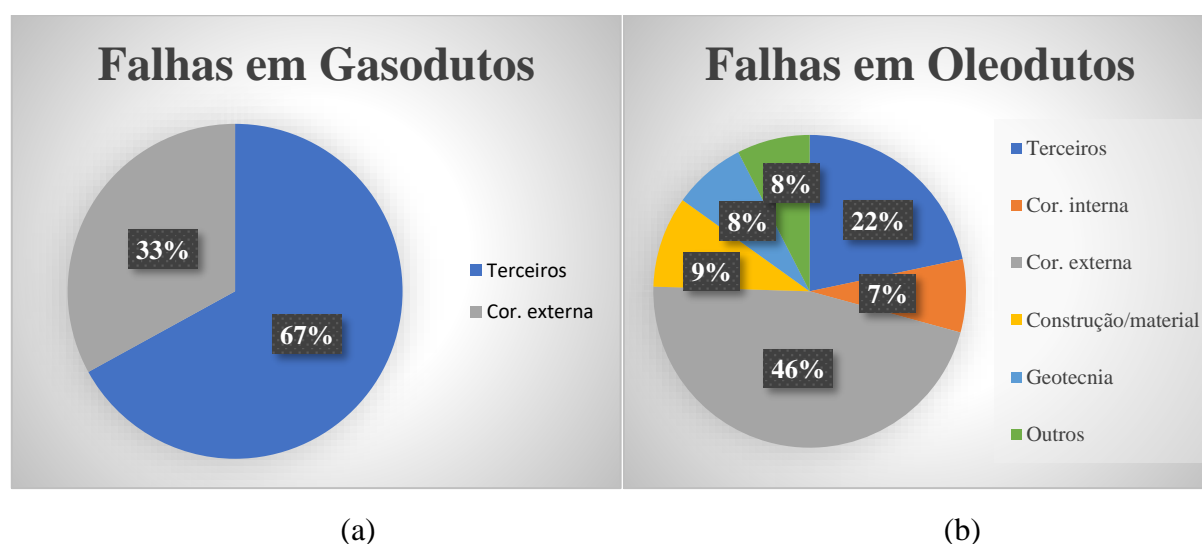


Figura 1.2 – Estatística de falhas em dutos sob responsabilidade da Transpetro. (a) Estatística de falhas em oleodutos. (b) Estatística de falhas em gasodutos (Cunha, 2016 – modificado).

Do ponto de vista geotécnico, a ação da água sobre taludes favorece sua ruptura por dois fatores distintos (Wolle, 1988). O primeiro consiste no acréscimo de sobrecarga advinda do

próprio peso da água que percola o talude. O segundo é devido à diminuição das forças resistivas ao movimento, que ocorre com o aumento da umidade do solo e/ou com a elevação do nível freático. Para que se possa prever uma ruptura potencial de talude ocasionada por chuvas, deve-se prever, portanto, as características de resistência do solo no seu estado inicial e o quanto de resistência se perde ao longo dos processos de infiltração e percolação de água.

Não é prática comum considerar conceitos de solos não saturados para estudo de estabilidade de encostas na engenharia. O dimensionamento e cálculos no estado saturado é claramente mais favorável do ponto de vista da segurança e mais simples de ser abordado do que o estado não saturado. Não obstante, muitas obras lineares cruzam extensas regiões vulneráveis, como rodovias, dutovias e linhas de transmissão elétrica. A alocação de recursos visando a estabilizar todas as regiões suscetíveis a rupturas é inviável (Dai *et al.*, 2002). É necessário, desta forma, lidar com a possibilidade de ruptura destas regiões de forma racional, combinando análise de risco e mecânica dos solos não saturados.

Apesar de sistemas de análise de risco de rupturas de taludes em escala já terem bastante atenção da comunidade técnica e científica, há poucos trabalhos envolvendo a proposição de modelos de análise voltados para a análise de integridade de dutos de petróleo e derivados.

1.2 Novas abordagens

Para que um alerta de ação contra a ruptura de encostas seja emitido de forma eficiente, a emissão deve ser rápida o suficiente para que se adotem as medidas de resposta necessárias à mitigação do risco. A estabilidade de taludes pode ser calculada com bastante precisão usando modelos mais rebuscados resolvidos numericamente e de posse de modelos adequados de subsuperfície com dados precisos das camadas de solo. Por outro lado, o tempo de computação para análise em escalas mais amplas de possíveis áreas de risco torna-se demasiadamente longo para que um alerta seja emitido em tempo de tomar as providências necessárias. Outrossim, a falta de um banco de dados suficientemente grande ou de qualidade adequada torna vã a aplicação de modelos muito rebuscados. Tendo em vista a relação (custo computacional/precisão e acurácia), pode-se optar por utilizar métodos analíticos para situações simplificadas (Rojas, 2017). Estes métodos não possuem a precisão e acurácia dos métodos numéricos, mas possuem tempo de alerta rápido o suficiente que possibilite a rápida tomada de decisão por parte dos gestores de risco.

Se, por um lado, a lentidão na emissão de alertas não é desejável, a falta de precisão também prejudica sistemas de monitoramento de encostas. Um caso em que a imprecisão e

inacurácia se agravam ocorre quando o modelo não prevê ruptura de taludes, mas numa situação real ela ocorre porque as variáveis que geraram a ruptura se encontram na parcela removida por simplificação do modelo original. Visando à segurança, torna-se interessante, então, manter certo grau de simplificação e ainda utilizar ferramentas que tenham uma precisão e acurácia suficientes. Neste contexto, ferramentas matemáticas alternativas mostram boa aplicação na geotecnia, como o cálculo fracionário (Mascarenhas, 2018).

Em Mascarenhas (2018) e Mascarenhas & Cavalcante (2021), mostrou-se que o cálculo fracionário é mais acurado na simulação do avanço de frentes de umidade do que o cálculo convencional. Simular este avanço de forma acurada é essencial, tendo em vista que o principal modo de falha de encostas naturais na região ocorre pela perda de resistência com a infiltração de água (Lacerda, 2007). Usar o cálculo fracionário permite, portanto, manter soluções analíticas como a principal ferramenta de previsão de modelos de ruptura de taludes, mas de forma mais acurada e mais célere do que a aplicação de modelos numéricos.

Outrossim, as incertezas inerentes às soluções geotécnicas adotadas podem ser tratadas de forma mais adequada por meio de sua quantificação em uma probabilidade de falha da encosta. Da mesma forma que ocorre com a escolha do método a ser empregado para definir o fator de segurança do talude, a escolha do método probabilístico deve também ser fundamentada em critérios de eficiência computacional com os dados disponíveis e mantendo a maior precisão possível.

1.3 Objetivos

Pretende-se formular e implementar um modelo de ruptura de taludes em escala regional, utilizando as ferramentas do cálculo fracionário para uma análise de fluxo não saturado. Também é pretendido aplicar este modelo à análise de confiabilidade ao estudo proposto e gerar curvas de risco geotécnico para dutos que transportam petróleo, gás e derivados de uma região na encosta da Serra do Mar. O produto será uma ferramenta computacional capaz de prever com razoável precisão o risco, a probabilidade de falha e o fator de segurança de encostas em escala regional. De forma específica, pretende-se:

1. Formular analiticamente o novo modelo de ruptura de talude infinito, fundamentado no modelo original de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017) e na equação de fluxo apresentada por Mascarenhas & Cavalcante (2021). Para isto, deverão ser formuladas as adaptações teóricas necessárias para garantir a compatibilidade do cálculo fracionário

- com a análise de fluxo prática em questão, a exemplo a proposição de um modelo de curva de retenção de água fracionário adequado aos dados apresentados;
2. Implementar no *software Mathematica Wolfram 13* (Wolfram Research, 2021) o modelo de ruptura em escala regional;
 3. Realizar um estudo probabilístico acerca do novo modelo com a aplicação do método probabilístico de estimativas pontuais na análise de estabilidade de taludes;
 4. Aplicá-lo a um cenário acadêmico hipotético de um trecho de faixa de dutos, gerando mapas de susceptibilidade a escorregamentos rasos associados a índices pluviométricos com tempo de retorno definidos e curvas de risco.

1.4 Estrutura da Tese

Esta tese está organizada em cinco capítulos e três apêndices.

No primeiro capítulo, foi introduzido o tema da tese, dada uma motivação para o estudo do tema e apresentado os objetivos pretendidos com a realização deste estudo.

No Capítulo 2, abordam-se aspectos importantes teóricos para que seja possível dar continuidade ao tema estudado. A abordagem é feita introduzindo as informações em uma ordem lógica compatível com a resolução dos problemas dos objetivos. Assim abordam-se aspectos de hidrologia e fluxo em meios porosos necessários para modelagem do movimento da água em primeiro lugar. Continua-se o capítulo abordando a equação de Richards fracionária e fundamentos do cálculo fracionário, que são necessários para desenvolver o modelo de fluxo. Em seguida, trata-se das variáveis de tensão e resistência ao cisalhamento na condição não saturada, que sofrem influência direta da quantidade de água no solo. A discussão resulta na abordagem sobre estabilidade de taludes no estado não-saturado. Em sequência é feita uma introdução a métodos probabilísticos aplicados à geotecnia e gestão de risco de dutos. Por fim, são apresentados os ensaios geotécnicos necessários para obter os parâmetros de solo usados na tese.

No Capítulo 3, detalha-se o estudo de caso e a metodologia escolhidos para alcançar os objetivos propostos no primeiro capítulo. Abordam-se os ensaios necessários para se obter os parâmetros do solo para as análises da tese. São tratados os aspectos particulares da Serra do Mar em São Paulo, mais especificamente na região de Cubatão e da geotecnia do local de estudo. A metodologia é dividida em quatro etapas sequenciais. Cada etapa individualmente concluída cumpre um dos objetivos específicos da tese. A soma dos resultados das etapas alcança o objetivo proposto da tese.

Os resultados do estudo são mostrados no Capítulo 4. Também se faz uma discussão à luz da teoria exposta anteriormente.

No Capítulo 5, abordam-se as conclusões do estudo. Afere-se caso os objetivos tenham sido alcançados ou não. É feito um resumo dos resultados obtidos e novos estudos são sugeridos dando continuidade ao tema abordado.

Seguido do Capítulo 5, listam-se as referências da tese.

No Apêndice A, mostram-se algumas definições matemáticas importantes para o cálculo fracionário e que foram retiradas do corpo do texto para manter sua fluidez.

O Apêndice B traz a solução de uma equação de fluxo em meio poroso não saturado fracionária, cuja complexidade matemática justifica seu destaque do texto.

O Apêndice C é dedicado à proposição de um modelo de curva de retenção de água no solo bimodal com base em um argumento físico e que foi proposto por necessidade de análise dos dados obtidos pelos ensaios experimentais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO E ESTADO DA ARTE

Neste capítulo, introduz-se os conceitos teóricos necessários para se propor e executar uma metodologia que cumpra os objetivos propostos nesta tese, dando ênfase aos conhecimentos atuais dentro de cada tema.

2.1 Balanço Hídrico e Precipitações Intensas

A equação que governa a quantidade de água que infiltra dentro do solo parte do princípio básico de conservação de massa entre a água que sai da atmosfera e a água que infiltra no solo. A água é fornecida ao solo por meio de precipitação da água contida na atmosfera. Parte da água que precipita fica retida em obstáculos, como a vegetação e não chega efetivamente ao solo. Constantemente, a água da superfície da terra é removida por evapotranspiração, ora em maior intensidade, ora em menor, pelo fornecimento de energia térmica à superfície da terra. Por fim, há uma limitação na capacidade do solo de absorver água, o que impede a infiltração de toda a água que chega efetivamente ao solo, caso a taxa de fornecimento seja maior que a capacidade de infiltração do solo. Desta forma, a infiltração é dada por:

$$I = P - E_T - E_S - I_a \quad (2.1)$$

onde I é a taxa de infiltração de água no solo [LT^{-1}], P é a taxa de precipitação [LT^{-1}]; E_T é a taxa de evapotranspiração de massa de água [LT^{-1}]; E_S é a taxa de escoamento superficial (*runoff*) de água [LT^{-1}] e I_a representa a parcela de interceptada de água [LT^{-1}]. Os termos da Equação (2.1) são ilustrados na Figura 2.1.

A parcela da chuva que efetivamente chega ao solo, e que se traduz no escoamento superficial e a água infiltrada no solo, é a chamada precipitação efetiva.

O perfil da variação das taxas temporais da precipitação altera a taxa de *runoff* e infiltração simultaneamente. As características gerais do processo são ilustradas na Figura 2.2 para uma chuva que excede a capacidade de infiltração do solo.

Fisicamente, o solo possui uma certa taxa de infiltração que ele é capaz de absorver. Qualquer excedente a esta taxa de infiltração causa o acúmulo de água e o escoamento superficial do excedente.

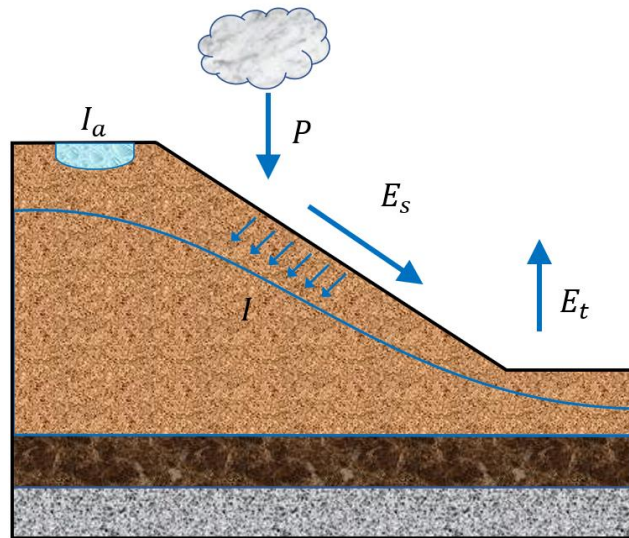


Figura 2.1 – Ilustração das variáveis do balanço de massa de água no ciclo hidrológico.

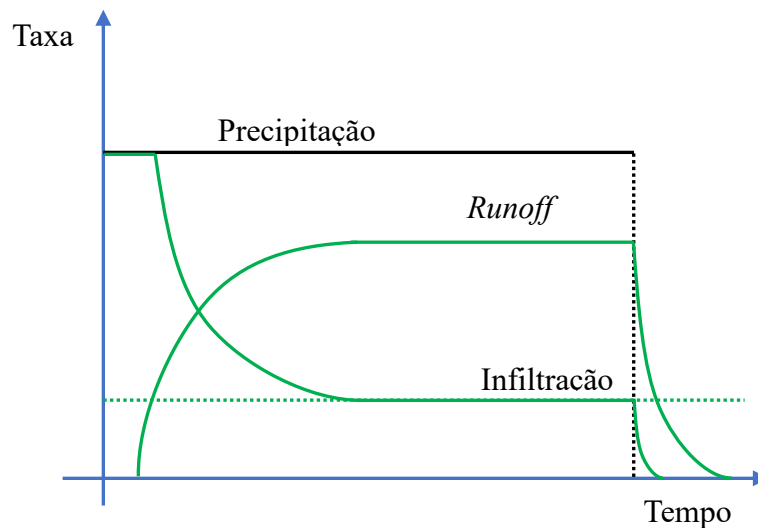


Figura 2.2 – Ilustração conceitual da progressão da infiltração e taxa de escoamento superficial durante uma chuva constante hipotética.

É importante notar que escoamento superficial e infiltração são processos dependentes entre si, o que mostra a natureza não-linear da Equação (2.1). O excedente de água que eventualmente escoar superficialmente consegue contribuir com o aumento da infiltração em pontos mais baixos de um terreno. Aliado a isto, terrenos muito íngremes favorecem o escoamento superficial frente à capacidade de absorção do solo. É possível, em alguns casos, haver o início do escoamento superficial mesmo sem a completa saturação do solo (Zhang *et al.* 2019).

A simplicidade da Equação (2.1) é apenas aparente, havendo diversos modelos sendo desenvolvidos continuamente para a determinação de cada um dos fatores que a compõem (Gayathri *et al.*, 2015). Muito esforço ao longo dos anos tem sido dispendido em busca de um modelo que melhor descreva o fenômeno de infiltração. Mishra & Singh (2003) trazem a comparação de catorze modelos distintos para simular 243 dados de infiltração diferentes e comparar os resultados destes diferentes modelos. Isto ocorre por causa da grande gama de variáveis que governa o comportamento de cada um dos termos da equação e de sua inerente complexidade. Estes modelos são normalmente classificados em físicos, empíricos e conceituais (Gayathri *et al.*, 2015).

O foco deste trabalho é em modelos físicos, pelo entendimento que eles proporcionam do fenômeno. Estes modelos partem da solução da equação de fluxo de água em meios porosos submetida às condições de contorno adequadas para modelar a infiltração.

Os modelos físicos são fundamentados nas soluções das equações diferenciais parciais que surgem da combinação da equação de conservação de massa com o modelo constitutivo da equação de Darcy-Buckingham, de forma similar ao que é feito na modelagem de percolação de água em solos não saturados. Apesar desta similaridade de modelagem ainda há algumas distinções que devem ser feitas entre infiltração e percolação. Enquanto percolação descreve o movimento da água dentro do solo, a infiltração descreve tão somente a entrada de água no solo e não deve ser confundida com a anterior (Horton, 1933).

Inicialmente, a capacidade de infiltração do solo é máxima. Seu valor decresce à medida que a água avança e o gradiente de potencial da água diminui, até que a taxa de absorção se iguale à condutividade hidráulica saturada do solo (Hopmans *et al.* 2016). Enquanto isto, o escoamento superficial aumenta, comportando o excedente de água que não infiltrou.

Ao mesmo tempo que a permeabilidade saturada é um limitador mínimo para a velocidade de infiltração, ela também é um limitador máximo para a velocidade de percolação, assumindo a ausência de selamento e de aberturas que modifiquem a capacidade de infiltração do solo.

A dinâmica entre mudança de fluxo de água de infiltração para *runoff* deve obedecer, obrigatoriamente, a conservação de massa. No início da infiltração, quando ela possui velocidade máxima, a água infiltra nas parcelas mais superficiais do solo primeiramente por dispersão e, depois, pelo movimento gravitacional. Inicialmente, a parcela de fluxo devido à dispersão da água apresenta valores mais significativos que a gravitacional, sendo que a importância deste mecanismo se alterna à medida que o fluxo por infiltração e, posteriormente, por percolação, estabilizam seus regimes (Hopmans *et al.*, 2016). Neste primeiro momento,

antes da estabilização dos regimes de fluxo, a água entra mais rapidamente por infiltração no solo e sai mais lentamente por percolação, ficando parte da massa de água armazenada na camada sob influência da entrada de infiltração. No fim deste processo, as velocidades de infiltração e percolação se igualam e a variação de armazenamento de água na camada inicial de solo cessa momentaneamente. Esta camada influenciada pela infiltração costuma ter profundidades mais rasas. Suarez e Díaz (2003) estimaram a camada influenciada pela infiltração tendo profundidade próxima de 0,40 m.

Para poder definir o cenário de precipitação aplicado a uma verificação ou dimensionamento de engenharia, é necessário que se saiba algumas características relacionadas ao padrão de precipitação do local avaliado. As principais características da chuva avaliadas para estes fins são relacionadas pelas curvas Intensidade-Duração-Frequência (IDF). As curvas IDF são representações gráficas que concentram a informação sobre a relação entre intensidade e duração de chuva para uma dada frequência (ou probabilidade) de ocorrência (Shaw *et al.*, 2019).

Para uma dada intensidade, quanto maior a duração da chuva, mais rara tende a ser sua ocorrência. Similarmente, para uma dada duração, quanto mais intensa a chuva, mais rara sua ocorrência. O registro pluviométrico ao longo de vários anos gera uma série temporal de dados de intensidade de chuva. Estas séries podem ser utilizadas para estimar estatisticamente a frequência esperada de ocorrência em que uma chuva com dada intensidade e duração ocorre. Gera-se, então, uma família de curvas que relacionam intensidade e duração de chuva para cada frequência de ocorrência.

Na estimativa de curvas IDF, muitas vezes busca-se estudar chuvas de curta duração (horas e minutos), sendo que só se possui dados registrados diariamente, ou seja, sem a discretização temporal necessária para obter chuvas intensas de durações mais curtas. Em algumas regiões, dados em escala de tempo mais fina de chuvas são difíceis de conseguir por questões como custo, procedimentos demorados, aquisição e compartilhamento de dados (Sun *et al.*, 2019). Soma-se isto ao fato de ser necessário ter registros de chuvas ao longo de vários anos para poder realizar inferências estatísticas mais precisas e, muitas vezes, os registros históricos de chuva abrangem anos do século XX, com muitos pluviômetros que só realizam leituras em um determinado horário do dia fixo, como 7 horas da manhã em todos os dias, fornecendo apenas acumulados de 24 h. Uma forma de tratar este problema é usando métodos de desagregação de chuva. Estes métodos consistem em transformar a chuva diária em chuvas de 24 h (usualmente por uma transformação linear) e, posteriormente, desagregar em chuvas de menor duração (Pinto, 2013). Estas dificuldades de disponibilidades de dados tendem a

diminuir ao longo dos anos, principalmente com o avanço da ciência de dados e da disponibilização de tecnologias como *internet* das coisas que melhoram a comunicação, transmissão e armazenamento de dados (Borges, 2021). Instituições especializadas em monitorar chuvas e suas consequências geotécnicas já usam mão de tecnologias de transmissão e disponibilização de dados em tempo real de chuvas, como é o caso do mapa interativo do CEMADEN (CEMADEN, 2022).

O processo de elaboração das curvas IDF consiste em obter as intensidades máximas anuais de chuva para uma duração escolhida ao longo da série histórica. Em seguida, ajusta-se uma distribuição de probabilidade de valores extremos ao conjunto de dados. Usualmente adota-se a distribuição de Gumbel do tipo 1 (Shaw *et al.*, 2019). Esta distribuição de probabilidade possui função de densidade de probabilidade dada por:

$$G(x; \mu_G, \beta_G) = \frac{1}{\beta_G} e^{\frac{x-\mu_G}{\beta_G}} e^{-e^{\frac{x-\mu_G}{\beta_G}}} \quad (2.2)$$

onde μ_G é um parâmetro de localização [adimensional] e β_G é um parâmetro de escala.

Ao definir um período de retorno T_r [T], pode-se mostrar que a variável aleatória que segue a distribuição de Gumbel do tipo 1 que está associada a este período de retorno segue a expressão:

$$X_{T_r} = \bar{X} - \frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[0.5772 + \ln \left(\ln \left(\frac{T_r}{T_r - 1} \right) \right) \right] \sigma_X \quad (2.3)$$

onde X denota uma variável aleatória [adimensional], \bar{X} denota sua média amostral [adimensional] e σ_X denota seu desvio padrão [adimensional].

Para uma intensidade de precipitação que ocorre durante uma duração t , a Equação (2.3) se torna (DAEE, 2018):

$$i_{t,T_r} = \bar{i}_{t,T_r} - \frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[0.5772 + \ln \left(\ln \left(\frac{T_r}{T_r - 1} \right) \right) \right] \sigma_i \quad (2.4)$$

No estado de SP, o Departamento d'Águas e Energia Elétrica (DAEE) realizou medições de curvas IDF para diversos municípios do estado. Foi admitida a hipótese de que média e desvio padrão poderiam ser calculados por meio de uma função do tempo de duração da chuva, cujo formato é dado por:

$$f(t) = C_1(t + C_2)^{C_3} \quad (2.5)$$

onde C_1 , C_2 e C_3 são constantes de ajuste calculadas para cada posto pluviométrico.

No caso do município de Cubatão, a aplicação da Equação (2.5) à média e desvio padrão adotados junto à expressão da Equação (2.4) forneceu, para a série histórica de dados pluviométricos analisados, a seguinte família de curvas IDF (DAEE, 2018):

$$i_{t,T_R} = 20,80(t + 20)^{-0,72151} + 5,54(t + 30)^{-0,66214} \left[-0,4938 - 0,9414 \ln \left(\ln \left(\frac{T_r}{T_r - 1} \right) \right) \right] \quad (2.6)$$

A Figura 2.3 ilustra a família de curvas IDF descritas pela Equação (2.6).

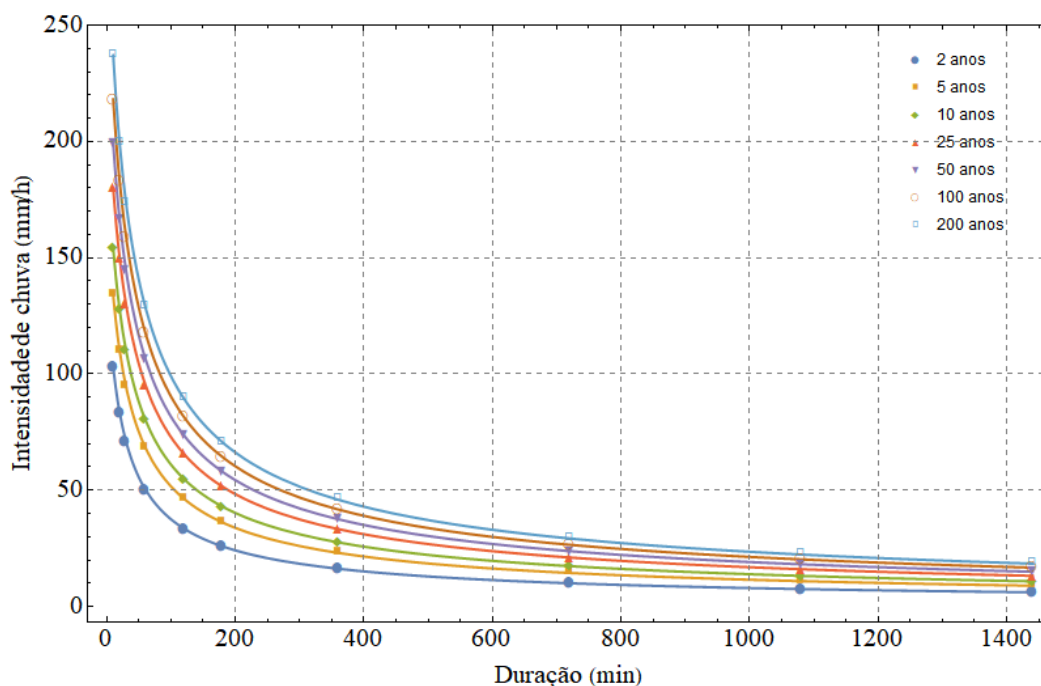


Figura 2.3 – Família de curvas IDF para o município de Cubatão, SP.

2.2 Fluxo de Água em Solos Não-Saturados e Infiltração

A equação de fluxo em meios porosos não saturados (equação de Richards) é resultado da combinação de três equações que ilustram os princípios físicos básicos de conservação: a equação de continuidade, o modelo constitutivo de Darcy-Buckingham e a equação de Bernoulli.

A equação de continuidade ilustra o balanço de massa que entra e sai do volume, como ilustrado na Figura 2.4.

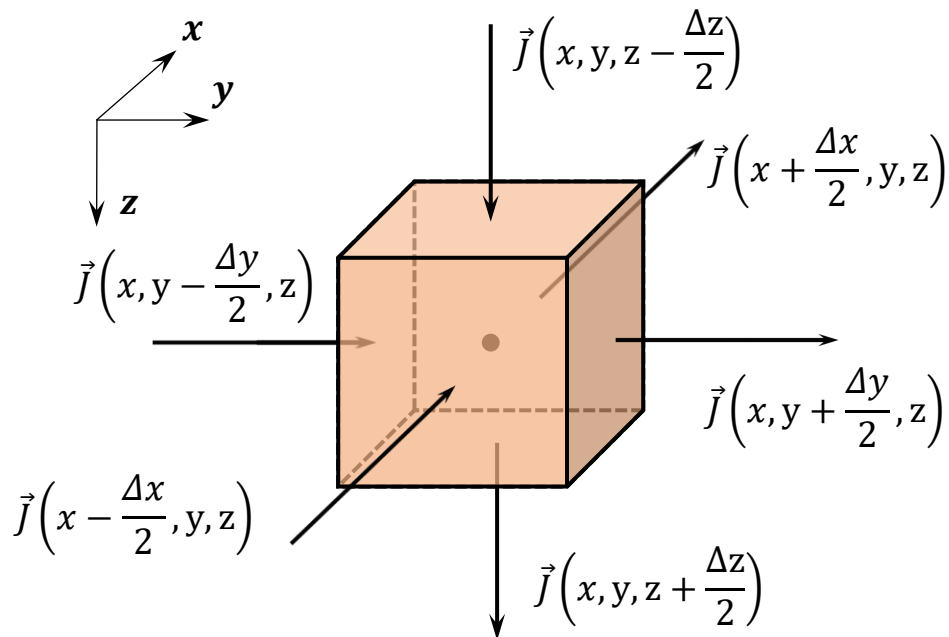


Figura 2.4 – Ilustração do balanço de massa para fluxo de água em um volume elementar representativo.

Na Figura 2.4, \vec{j} representa o vetor de densidade de fluxo, que deve ser adotado adequadamente para indicar o fluxo de massa por unidade de volume de atravessa uma determinada face do elemento de volume representativo. Para o fluxo de água nos solos, ele é adotado como o produto da massa específica do fluido pela velocidade do fluxo na direção ortogonal à face analisada e pelo teor de umidade volumétrica daquele fluido [$ML^{-2}T^{-1}$].

Para fluxo de água incompressível, ausência de sumidouro e fontes, escreve-se (Fredlund & Rahardjo, 1993):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.7)$$

onde θ é teor de umidade volumétrica [adimensional], t é o tempo [T], \vec{v} é o vetor de velocidade do fluxo [LT^{-1}].

A lei de Darcy foi primeiramente derivada de forma empírica por Darcy em 1856. Posteriormente, mostrou-se que ela pode ser deduzida a partir das equações de Navier-Stokes (Whitaker, 1986). Ela é, portanto, o princípio de conservação de momento linear aplicado ao transporte de fluidos em meios porosos.

Para derivá-la a partir da equação de Navier-Stokes, considera-se que o fluxo é laminar, incompressível, predominantemente viscoso e que as forças viscosas são linearmente relacionadas à velocidade. Desta forma, deriva-se a lei de Darcy:

$$\vec{v} = -\mathbf{k} \cdot \vec{i} \quad (2.8)$$

onde \mathbf{k} é o tensor de permeabilidade [LT^{-1}] (adotado como sendo o tensor principal) e \vec{i} é o gradiente hidráulico [adimensional].

O gradiente hidráulico é, por definição, o gradiente espacial de uma medida de energia mecânica do fluido. O fato de que a lei de Darcy estipula que o fluxo ocorrerá somente quando houver gradiente de energia é a ilustração do princípio de conservação de energia mecânica.

Para que se tenha uma descrição mais completa do gradiente hidráulico, é necessário analisar o estado de energia da água no solo, descrito em termos de potenciais de energia. O potencial de energia do solo é o trabalho que deve ser realizado para remover uma unidade de massa de água do solo (Camapum de Carvalho *et al.*, 2015).

Em termos de potencial, os principais potenciais associados à água são (Machado & Vilar, 2015):

$$\Phi_{tot} = \Phi_{temp} + \Phi_z + \Phi_{cin} + \Phi_p + \Phi_{pn} + \Phi_m + \Phi_o \quad (2.9)$$

onde Φ_{tot} é o potencial total da água no solo [$MT^{-2}L^2$], Φ_{temp} é potencial devido à temperatura [$MT^{-2}L^2$], Φ_z é potencial devido à gravidade [$MT^{-2}L^2$], Φ_{cin} é o potencial devido à energia cinética [$MT^{-2}L^2$], Φ_p é o potencial devido à pressão da água [$MT^{-2}L^2$], Φ_{pn} é o potencial pneumático [$MT^{-2}L^2$], Φ_m é o potencial matricial [$MT^{-2}L^2$], e Φ_o é o potencial osmótico [$MT^{-2}L^2$].

Estas parcelas de energia quantificam o potencial termodinâmico da água do solo com relação à água sem solutos dissolvidos, sem interações com outras fases das quais resultem meniscos e sem forças externas além da gravidade (Lu & Likos, 2004). A Equação (2.9) possui os termos de energia cinético, de pressão da água, gravitacional, de temperatura, pneumático, matricial e osmótico (Machado & Vilar, 2015).

No caso de fluxos com baixa variação de temperatura, o termo de energia devido à temperatura deixa de apresentar relevância para o fluxo e pode ser desprezado. Ainda, no caso em que a fase de ar é contínua e apresenta contato com a atmosfera, o termo pneumático se torna nulo, já que a referência de pressão utilizada é a pressão atmosférica. Além disto, supondo, novamente, que o fluxo de água no solo apresenta baixas velocidades, de forma que o termo de energia cinética se torne muito pequeno, a Equação (2.9) se torna:

$$\Phi_{tot} = \Phi_z + \Phi_p + \Phi_m + \Phi_o \quad (2.10)$$

A Equação (2.10) apresenta os potenciais de energia mais usuais na análise de fluxo de água em solos não saturados. Estes potenciais de energia atuam na água de forma a diminuir seu potencial energético.

Os termos de potencial matricial e osmótico são de especial relevância para a análise de fluxo em solos não saturados e costumam ser a principal distinção do fluxo de água em solos saturados. O termo matricial representa a parcela de energética causada pela capilaridade e adsorção da água intersticial (Lu & Likos, 2004). A adsorção decorre de forças moleculares de Van der Waals e do desbalanço de cargas elétricas do solo. O termo osmótico está relacionado aos solutos presentes na água e sua variação de concentração ao longo dela. O último potencial que resta a ser definido na Equação (2.10) é o altimétrico, sendo a altura do ponto analisado na água do solo com relação a um nível de referência.

Normalmente, o gradiente de energia é expresso de forma adimensional. Para isto, utiliza-se o conceito de carga hidráulica, que é uma medida de densidade de energia por massa. A conversão das parcelas de potencial da Equação (2.10) resulta na carga hidráulica total do solo. A soma dos termos de densidade de energia causado pelos termos de potencial matricial e de pressão do solo, no estado não saturado, é chamada de sucção mátrica. O termo de densidade de energia osmótico é chamado de sucção osmótica. A soma destes dois termos é definida como a sucção total do solo.

Apesar da variação das parcelas de potencial da água no solo ser considerada negativa, a sucção é tratada como positiva, por ser o módulo da variação da densidade de potencial de energia (Lu & Likos, 2004). A sucção total é definida por:

$$\psi = \psi_m + \psi_o \quad (2.11)$$

onde ψ denota a sucção total [$\text{MT}^{-2}\text{L}^{-1}$], que consiste em uma parcela de energia livre do solo por unidade de volume, ψ_o denota a sucção osmótica [$\text{MT}^{-2}\text{L}^{-1}$] e ψ_m denota a sucção mátrica [$\text{MT}^{-2}\text{L}^{-1}$].

Utilizando a Equação (2.11) e a Equação (2.10), a carga hidráulica escrita no contexto de solos não saturados é definida por:

$$h_w = -z + \frac{\psi}{\gamma_w} \quad (2.12)$$

onde h_w é a carga hidráulica do fluido [L], z é a altura a partir de um referencial em que a água no volume de controle se encontra [L] e γ_w é o peso específico da água [$\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}$].

De posse da Equação (2.12), o gradiente hidráulico é escrito por:

$$\vec{i} = \vec{\nabla} \left(-z + \frac{\psi}{\gamma_w} \right) \quad (2.13)$$

Pode-se, agora, retomar à descrição da velocidade de fluxo da água do solo. A Equação (2.8) define a lei de Darcy, válida para solos saturados. Em se tratando de solos não-saturados,

recorre-se a uma extensão da lei de Darcy: a lei de Darcy-Buckingham (Fredlund & Rahardjo, 1993).

A lei de Darcy-Buckingham possui o mesmo formato da Equação (2.8), mas o coeficiente de permeabilidade passa a ser tratado como uma função da sucção total e a parcela de energia correspondente à poropressão do fluido também deve ser substituída pela sucção total. De forma mais explícita, reescreve-se a Equação (2.8) na forma:

$$\vec{v} = -\mathbf{k}(\psi) \cdot \vec{i} \quad (2.14)$$

Escrevendo o tensor de permeabilidade como sendo o tensor principal e, substituindo a Equação (2.12) na Equação (2.14), chega-se a lei de Darcy-Buckingham: um conjunto de três equações nas direções dos eixos x , y e z :

$$v_x = -\frac{k_x(\psi)}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.15)$$

$$v_y = -\frac{k_y(\psi)}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (2.16)$$

$$v_z = -k_z(\psi) \left(\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \quad (2.17)$$

Ao se aplicar a derivada espacial ao termo de sucção nas Equações (2.15) a (2.17), normalmente supõe-se que a concentração de solutos não muda no espaço, o que implica que o gradiente espacial da sucção osmótica é considerado nulo. Desta forma, apenas a parcela mátrica da sucção influenciará no fluxo de água.

Quando se trata da modelagem do fluxo advindo da infiltração, é comum considerar a equação de fluxo como unidimensional devido às incertezas quanto à importância do fluxo nos eixos perpendiculares à aceleração da gravidade, de forma que apenas a Equação (2.17) é utilizada.

Mostra-se que a sucção mátrica pode ser dada pela diferença entre poropressão do ar e da água no solo (Lu & Likos, 2004). Então escreve-se:

$$\psi_m = u_a - u_w \quad (2.18)$$

sendo u_a a parcela de poropressão do ar no solo [$\text{MT}^{-2}\text{L}^{-1}$] e u_w a parcela de poropressão de água no solo [$\text{MT}^{-2}\text{L}^{-1}$].

Em mecânica dos solos não-saturados, a sucção e a condutividade hidráulica dependem do teor de umidade volumétrica. A relação da sucção com o teor de umidade volumétrica é representada pela curva de retenção de água no solo (Figura 2.5):

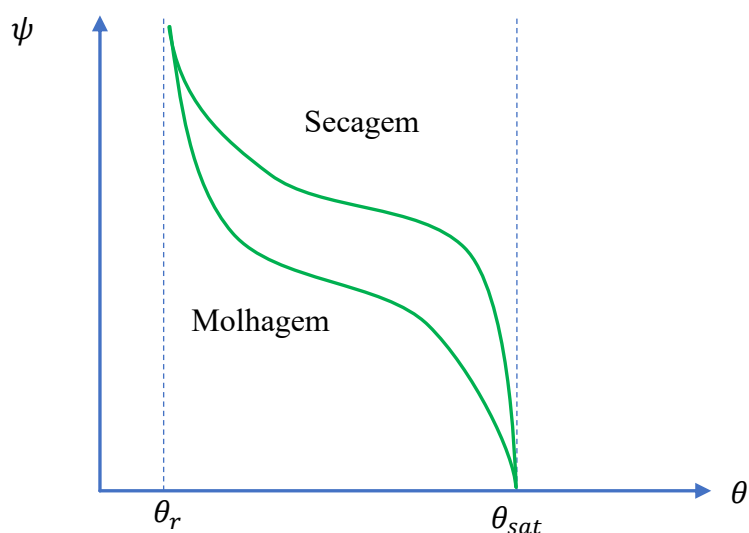


Figura 2.5 – Exemplo de trajetórias na curva de retenção de água no solo.

Como a condutividade hidráulica não saturada é função da sucção e a sucção é função do teor de umidade volumétrica, pode-se traçar a relação entre a condutividade hidráulica e o teor de umidade volumétrica (Figura 2.6):

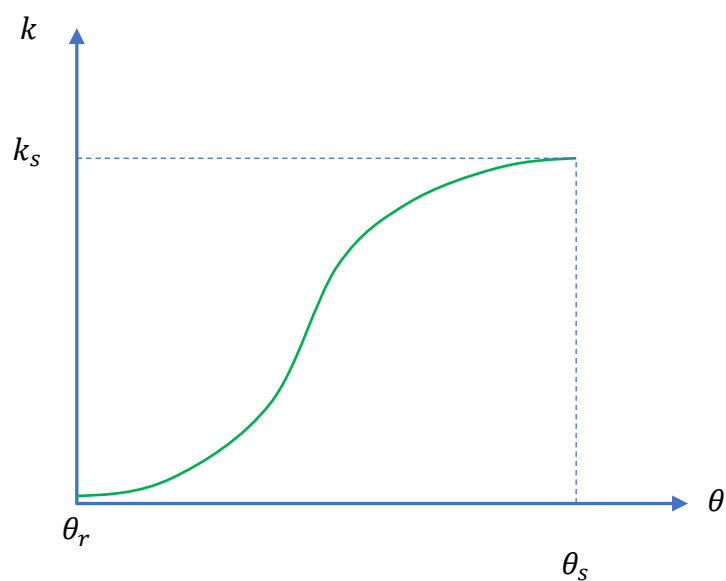


Figura 2.6 – Exemplo de função de condutividade hidráulica não saturada do solo.

Cavalcante & Zornberg (2017a, b) sugerem outra forma de obter a equação de Richards por meio de argumentos físicos e pela similaridade da equação final com a equação clássica de advecção e dispersão, objeto de estudo do transporte de contaminantes. Eles sugerem que seja

adotado um vetor de fluxo com parcelas denominadas pelos autores de advectiva e dispersiva, ambas com o mesmo formato do transporte de contaminantes. Em 1D, tem-se:

$$\vec{J} = \vec{J}_{adv} + \vec{J}_{disp} \quad (2.19)$$

$$\vec{J}_{adv} = a_s(\theta) \theta \quad (2.20)$$

$$\vec{J}_{disp} = -D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.21)$$

onde $a_s(\theta)$ é a velocidade advectiva (ou coeficiente de transporte gravitacional) [LT^{-1}] e $D_z(\theta)$ é o coeficiente de dispersão hidráulico [L^2T^{-1}].

No modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b), tem-se:

$$a_s(\theta) = \frac{\partial k_z(\theta)}{\partial \theta} \quad (2.22)$$

e

$$D_z(\theta) = \frac{k_z(\theta)}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (2.23)$$

Os termos nas Equações (2.20) e (2.21) evidenciam uma perspectiva acerca da movimentação da água no solo que divide o deslocamento da água em parcelas causadas pelos seus dois principais mecanismos. O termo da Equação (2.20) é a parcela de movimentação devido à ação da gravidade sobre a massa de água, enquanto o termo da Equação (2.21) ilustra a dispersão de água no meio poroso devido ao gradiente espacial da sucção e à variação da permeabilidade do solo com a distribuição espacial e temporal do teor de umidade volumétrica.

Os autores adotaram o coeficiente de dispersão hidráulica e a derivada da condutividade com relação ao teor de umidade volumétrica constantes, de forma que fosse possível resolver a equação de Richards analiticamente. Com isto, as Equações (2.22) e (2.23) tornam-se:

$$a_s = \frac{k_s}{\theta_s - \theta_r} \quad (2.24)$$

e

$$D_z = \frac{k_s}{\delta(\theta_s - \theta_r) \rho_w g} \quad (2.25)$$

onde k_s é a condutividade hidráulica saturada do meio [LT^{-1}], θ_r é o teor de umidade volumétrica residual [adimensional], θ_s é o teor de umidade volumétrica na saturação [adimensional] e δ é um parâmetro de ajuste do modelo [$M^{-1}L^2T^2$], que é uma constante positiva.

As Equações (2.22) e (2.23) para o coeficiente de transporte gravitacional e de dispersão da água implicam em modelos específicos de condutividade hidráulica não saturada e curva de retenção de água no solo. Assim sendo, a condutividade hidráulica não saturada e a sucção são dadas pelas relações:

$$k_z(\theta) = k_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (2.26)$$

e

$$\psi(\theta) = \frac{1}{\delta} \ln \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (2.27)$$

A Equação (2.27) também pode ser escrita de forma a colocar o termo de teor de umidade volumétrico em evidência:

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp[-\delta|\psi|] \quad (2.28)$$

Tomando-se o balanço dos vetores de fluxo das Equações (2.20) e (2.21) e igualando-os ao termo de armazenamento, obtém-se a equação de Richards em termos do teor de umidade volumétrica em 1D:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (2.29)$$

Para que a Equação (2.29) modele a entrada de água e percolação no solo no qual não há uma barreira impermeável, deve-se resolvê-la seguindo as seguintes condições de contorno e inicial:

$$\left[k_z(\theta) - D_z(\theta) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \right]_{z=0, 0 < t \leq t_p} = r(t) \quad (2.30)$$

$$[\theta]_{z \rightarrow \infty} = \theta_i \quad (2.31)$$

$$\theta_{t=0, z > 0} = \theta_i \quad (2.32)$$

onde θ_i é a condição inicial de umidade do solo [adimensional], $r(t)$ é a taxa de infiltração que varia no tempo [LT^{-1}]. A condição de contorno (2.30), que mistura condições de Neumann e Dirichlet, é chamada de condição de contorno de Robin (Farlow, 1993).

A taxa de percolação imposta pela chuva, numa situação de estabilização do regime de infiltração e percolação nas fronteiras é limitada pelo coeficiente de condutividade hidráulica saturado do solo no modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b). Neste caso, tem-se que, para uma chuva de intensidade $r_i(t)$, a condição de contorno da Equação (2.30) se torna:

$$\begin{cases} \left[k_z(\theta) - D_z(\theta) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \right]_{z=0, 0 < t \leq t_p} = r_i(t), \quad r_i(t) < k_s \\ \left[k_z(\theta) - D_z(\theta) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \right]_{z=0, 0 < t \leq t_p} = k_s, \quad r_i(t) \geq k_s \end{cases} \quad (2.33)$$

Em todo caso, considera-se que $r(t)$ exerce o papel desta condicional, de forma que:

$$\begin{cases} r(t) = r_i(t), \quad r_i(t) < k_s \\ r(t) = k_s, \quad r_i(t) \geq k_s \end{cases} \quad (2.34)$$

Dado um período de retorno qualquer, a escolha da chuva com uma dada intensidade e duração que seja mais crítica não é trivial. Supondo que o regime de fluxo de infiltração e percolação tenham se estabilizado, a razão entre a intensidade da chuva e a condutividade hidráulica saturada do meio fornece uma métrica que avalia qual a chuva que infiltra com maior eficiência no solo (Lee *et al.*, 2009). Quanto mais próxima esta razão é da unidade, mais eficiente é a entrada de água no solo.

Para uma situação de regimes de fluxo nas fronteiras da percolação e infiltração estabilizadas e para um período de retorno fixo, a duração crítica de chuva será aquela para a qual a razão da intensidade de chuva pela condutividade hidráulica do solo for a mais próxima de 1. Neste caso, a chuva mais crítica para o talude é aquela que consegue impor a velocidade de percolação mais próxima da condutividade hidráulica saturada pelo maior tempo, de forma que a frente de umidade irá alcançar regiões mais profundas.

Supondo que o teor de umidade volumétrica se torna igual ao inicial em uma posição longe suficiente da entrada de água, pode-se usar mão da aproximação a seguir para as Equações (2.30) a (2.32):

$$\left[k_z(\theta) - D_z(\theta) \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \right]_{z=0, 0 < t \leq t_p} = r(t) \quad (2.35)$$

$$[\theta]_{z=R} = \theta_i \quad (2.36)$$

$$\theta_{t=0, z>0} = \theta_i \quad (2.37)$$

onde R é o limite inferior do domínio espacial [L], que pode ser interpretado como a profundidade de solo percolada.

Se R for grande em relação ao ponto de entrada de água analisado, as soluções usando as condições (2.30) a (2.32) e usando as condições (2.35) e (2.37) são próximas.

Há ainda a possibilidade de se converter a condição de contorno da Equação (2.35) em uma condição de contorno do tipo Dirichlet (Cavalcante & Zornberg, 2017a, b), quando a

velocidade de infiltração é constante. A vantagem de tal mudança reside no fato de que a solução da equação de fluxo para uma condição de Dirichlet é matematicamente mais simples e bem-comportada do que para a combinação de condições listadas anteriormente. Para isto, nota-se que, no limite de $t \rightarrow \infty$, o teor de umidade volumétrica tende à expressão:

$$\theta_{t \rightarrow \infty} = \frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \quad (2.38)$$

onde v_0 é a velocidade de infiltração constante da água [LT^{-1}].

Neste caso, a velocidade máxima de percolação ocorre quando o teor de umidade na fronteira de entrada da água é saturado, e chega-se à expressão da velocidade máxima de percolação do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b):

$$v_{0,\max} = \frac{\theta_s k_s}{\theta_s - \theta_r} \quad (2.39)$$

Nota-se que, para t suficientemente grande, o limite da Equação (2.38) pode ser usado como aproximação para o teor de umidade volumétrica. A aproximação do limite ocorre de forma gradual, com as regiões mais próximas da entrada de água se aproximando rapidamente desta condição. A troca da condição de Robin por uma condição de Dirichlet consiste, portanto, em assumir que já se passou tempo suficiente para que a região do solo onde ocorre a entrada da frente de umidade já esteja próxima da estabilização na expressão da Equação (2.38), ou seja, tem-se as novas condições de contorno:

$$[\theta]_{z=0, 0 < t \leq t_p} = \frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \quad (2.40)$$

$$[\theta]_{z \rightarrow \infty} = \theta_i \quad (2.41)$$

$$\theta_{t=0, z > 0} = \theta_i \quad (2.42)$$

Para estas condições de contorno, a solução da equação de Richards se torna:

$$\theta(z, t) = \theta_i + \left[\frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) - \theta_i \right] B(z, t) \quad (2.43)$$

com

$$B(z, t) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z - a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) + \exp \left(\frac{a_s z}{D_z} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{z + a_s t}{2\sqrt{D_z t}} \right) \right] \quad (2.44)$$

2.3 Equação de Richards Fracionária e Cálculo Fracionário

O cálculo fracionário é a teoria que estende e interpola as operações de integração e derivação de ordem inteira para operações que podem ter ordem real ou até mesmo complexa. Não existe uma definição única de derivada fracionária. Diversos pesquisadores propuseram novas definições de derivadas fracionárias, cada qual com suas características e dentro de contextos específicos (Oliveira e Machado, 2014). A Figura 2.7 mostra a comparação entre o cálculo clássico e o fracionário, ressaltando algumas distinções fundamentais entre os dois.

Alguns cuidados importantes devem ser adotados ao tentar aplicar as propriedades do cálculo clássico ao fracionário. Primeiramente, algumas propriedades da derivada de ordem inteira não são mantidas com a mesma forma na aplicação da derivada fracionária. Por exemplo, a regra da cadeia, muito utilizada no cálculo de derivadas de funções compostas, possui uma contrapartida no cálculo fracionário de difícil aplicação devido à sua complexidade (Oldham & Spanier, 1974).

Outrossim, a derivada fracionária é uma operação não-local (Herrman, 2014). Ser local significa que uma dada operação depende de uma região do domínio arbitrariamente pequena para ser definida e realizada. Ser não-local significa que a derivada fracionária depende da informação contida em uma região inteira do domínio, que não é arbitrariamente pequena, para ser definida. Isto gera os conceitos de derivada à esquerda e à direita, definidos mais à frente.

As definições de derivada fracionária geralmente apresentam fortes conexões com geometrias fractais (Tatom, 1995). Isto implica em aplicações do cálculo fracionário a processos autossimilares (processos que possuem comportamentos iguais quando observados em diferentes escalas).

Todas essas propriedades e distinções quando comparadas às operações do cálculo diferencial e integral clássico conferem ao cálculo fracionário a capacidade de modelar com mais flexibilidade alguns fenômenos físicos mais complexos.

A definição de derivada fracionária correta é tomada a depender do contexto do problema. No contexto de fluxo em solos não saturados, uma forma de propor uma definição fisicamente coerente é usar de argumentos estatísticos sobre a dinâmica de uma partícula que executa movimentos erráticos no espaço. Os movimentos que esta partícula efetua, quando não limitados, geram equações com derivadas fracionárias (Yanovsky *et al.*, 2000). Tais movimentos são úteis para simular casos em que, por algum motivo, a água se dispersa de forma mais rápida ou mais lenta que o movimento previsto pela equação clássica (Pachepsky *et al.*,

2003). As definições mais comuns de derivada fracionária e a definição aplicada nesta tese encontram-se no Apêndice A.

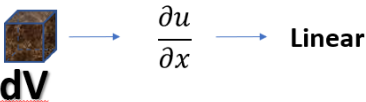
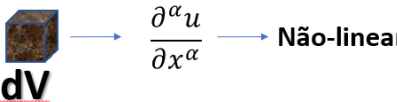
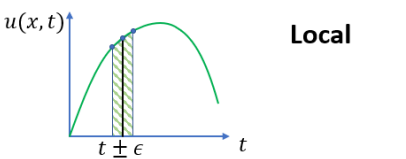
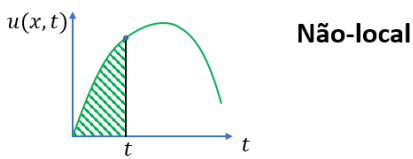
Cálculo clássico	X	Cálculo fracionário
		
 <p style="text-align: center;">Local</p>		 <p style="text-align: center;">Não-local</p>
Relaciona-se com a geometria euclidiana clássica		Apresenta forte conexão com fractais
Necessita criar novos modelos constitutivos com grau de complexidade alto		Modelos constitutivos mais enxutos e simples

Figura 2.7 – Ilustração comparativa do cálculo clássico com o cálculo fracionário.

A dedução de uma versão fracionária da equação de Richards, proposta por Mascarenhas & Cavalcante (2021) parte da equação de Langevin que descreve o movimento de uma *quasi*-molécula. Uma *quasi*-molécula de água é formada por um conjunto de moléculas de água que se encontram mais próximas entre si e suficientemente afastadas de moléculas vizinhas, de tal forma que a interação molecular dentro do conjunto seja muito mais forte do que com moléculas fora do aglomerado (Bhattacharya *et al.*, 1976). Desta forma, os argumentos a respeito do movimento das *quasi*-moléculas podem ser tratados usando argumentos de mecânica estatística clássica.

A equação de Langevin é uma equação de dinâmica de movimento aplicada no contexto de mecânica estatística, e neste caso possui uma força de natureza aleatória que causa movimentos erráticos das *quasi*-moléculas de água segundo um ruído branco gaussiano. A ideia por trás da generalização desta equação consiste em substituir a natureza desta força aleatória por uma força de caráter mais geral, que permite movimentos mais amplos esporadicamente, segundo um padrão conhecido por voo de Levy (Mascarenhas & Cavalcante, 2021). Este voo de Levy é uma generalização do *random walk* clássico (Ibe, 2013). Em seguida, desenvolve-se a equação para o conjunto total de *quasi*-moléculas de água, de forma a se obter uma equação que descreve a probabilidade de localização delas, e utiliza-se o fato de que, para um número

suficientemente grande de partículas, sua probabilidade de localização espacial pode ser substituída por sua densidade espacial, ou seja, pelo teor de umidade volumétrica (Mascarenhas & Cavalcante, 2021).

A alteração na natureza da força aleatória que age sobre as partículas muda também a natureza de sua dispersão no meio poroso. A equação de Richards clássica supõe que o espalhamento da água no meio poroso ocorre segundo uma pluma gaussiana, de acordo com o teorema do limite central. Um processo de dispersão gerado a partir de um movimento aleatório governado pelo voo de Levy será governado pelo teorema do limite central generalizado (Ibe, 2013). Segundo este teorema, a distribuição da pluma de espalhamento de água segue uma distribuição estável, que é uma generalização da distribuição normal (Ibe, 2013).

A partir desta derivada fracionária, um argumento macroscópico semelhante ao do caso inteiro fornece a equação de fluxo em solos não saturados fracionária (Mascarenhas & Cavalcante, 2021).

A equação de fluxo em solos não saturados fracionária é (Mascarenhas & Cavalcante, 2021):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_z^\alpha \frac{(1+\beta)}{2} \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_+^\alpha} + D_z^\alpha \frac{(1-\beta)}{2} \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_-^\alpha} \quad (2.45)$$

A Equação (2.45) é chamada de equação de fluxo de água em solos não saturados fracionária.

Fisicamente, adotar um termo de dispersão fracionário significa que o salto que a partícula com movimentos erráticos pode executar em um determinado instante de tempo não é limitado e sua probabilidade decai como uma função potência a partir do ponto de partida (Schumer *et al.*, 2009).

Uma interpretação da não-localidade das derivadas fracionárias e do efeito causado por considerar ambas as derivadas à esquerda e à direita pode ser feita a partir da definição de Grünwald-Letnikov de derivada fracionária, que define derivadas fracionárias como somatórios ponderados entre os valores da função indo do início do domínio (derivada à esquerda) ou do final do domínio (derivada à direita) até o ponto onde se deseja calcular a derivada. Esse somatório é tomado em pontos discretos, cuja distância tende a zero, de forma a cobrir continuamente o domínio. O peso de ponderação são os pesos de Grünwald. A Figura 2.8 ilustra a ponderação tomada. Desta forma, a derivada fracionária é capaz de levar em conta toda a influência do domínio da função em seu cálculo, como citado anteriormente.

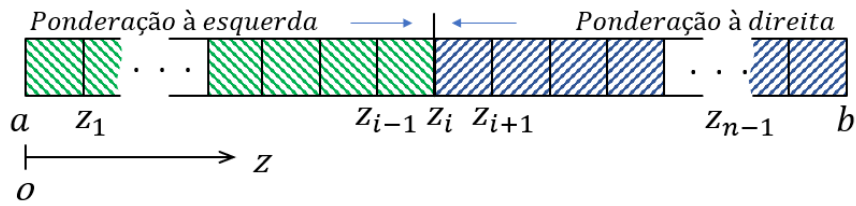


Figura 2.8 – Ilustração da não-localidade associada às derivadas fracionárias (Mascarenhas, 2018).

A Equação (2.45) foi estudada por Mascarenhas & Cavalcante (2021) usando as condições de contorno e inicial:

$$\theta(0+, t) \rightarrow \theta_o \quad (2.46)$$

$$\theta(z, 0) = \theta_i \quad (2.47)$$

$$\theta(+\infty, t) \rightarrow \theta_i \quad (2.48)$$

onde θ_o é o teor de umidade volumétrica de entrada [adimensional].

Uma solução analítica, fundamentada em uma analogia com o caso clássico, e uma solução numérica foi estudada em Mascarenhas & Cavalcante (2021). Além disto, a solução foi usada para estudar ensaios de fluxo não saturado em colunas de solo em uma dimensão. Neste trabalho, chegou-se à conclusão de que a Equação (2.45) ajusta com melhor precisão os dados experimentais.

2.4 Variáveis de Estado e Resistência ao Cisalhamento em Condições não Saturadas

A resistência cisalhante, usada para definir critérios de ruptura para o solo, é uma combinação de variáveis de estado de tensão. Variáveis de estado, por definição, são um conjunto de variáveis de um sistema que são suficientes para descrevê-lo de forma completa para a finalidade em questão (Fredlund & Rahardjo, 1993). Segundo Bishop (1959), a resistência cisalhante, em solos não-saturados, é descrita pela equação:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (2.49)$$

onde χ é um parâmetro relacionado ao grau de saturação do solo [adimensional], c' é a coesão efetiva [$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$], τ é a resistência cisalhante [$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$] e σ é a tensão normal total [$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$].

De fato, a sucção mátrica atua como uma coesão aparente na Equação (2.49), aumentando a resistência ao cisalhamento do solo. Quanto mais próximo da saturação residual, de acordo com a Figura 2.5, maior é valor da sucção e maior é a resistência do solo. É possível identificar zonas de valores distintos de sucção ao longo do perfil de profundidade do solo em

um processo de secagem ou molhagem do material, o que define camadas de maior ou menor resistência ao cisalhamento, como se vê na Figura 2.9.

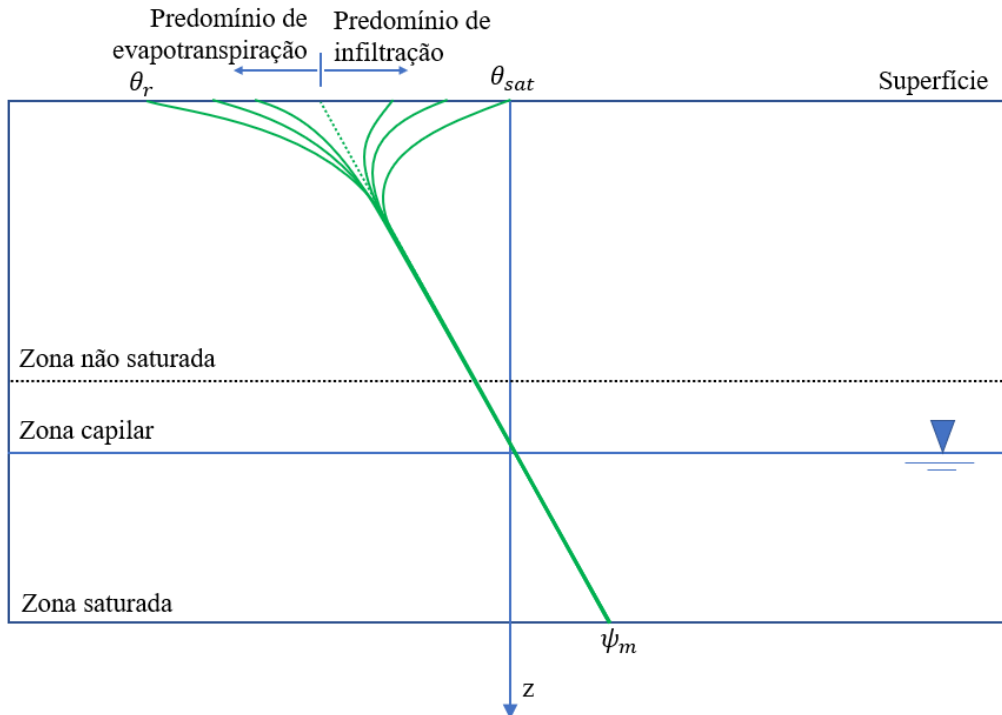


Figura 2.9 – Perfil de variação da sucção mátrica ao longo da profundidade.

A abordagem de Bishop (1959) tem fundamentação na mesma ideia do modelo de resistência ao cisalhamento de solos não saturados de Möhr-Coulomb. O objetivo de se aplicar a equação (2.50) para descrever o comportamento mecânico do solo é, assim como o princípio de tensões efetivas de Terzaghi, buscar descrever o meio multifásico como um meio monofásico mecanicamente equivalente (Nuth & Laloui, 2008). Ela utiliza a variável de estado de tensão efetiva não saturada de Bishop por base:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (2.50)$$

onde σ' é a tensão normal efetiva [$\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$].

A Equação (2.50) algumas possui críticas citadas na literatura (Nuth & Laloui, 2008). A maior reside no fato de que o parâmetro χ deveria ser definido unicamente para um determinado teor de saturação. Adicionalmente, a Equação (2.50) não permite formular modelos de comportamento frequentemente observados em solos não saturados, como é o caso de colapso e expansão. O parâmetro de tensões efetivas de Bishop também não apresenta uma relação única entre variação volumétrica e tensão efetiva, e a equação também falha para valores de saturação muito baixos ou muito próximos da saturação completa.

Diversos autores buscaram expressões para o parâmetro χ que pudessem apresentar melhores resultados quanto aos ajustes experimentais. As expressões mais bem-sucedidas para este parâmetro estão relacionadas à microestrutura do solo e, conseqüentemente, à curva de retenção de água no solo (Alonso *et al.* 2010). Xu & Cao (2015) trazem uma lista de expressões desenvolvidas ao longo dos anos fundamentadas em argumentos acerca da microestrutura do solo. Esta lista de expressões é mostrada na Tabela 2.1.

Por fim, a dependência da Equação (2.50) de um parâmetro que é função do próprio material em questão viola um dos pressupostos básicos de variáveis de estado, isto é, que uma variável de estado deve ser imaterial (Fredlund & Rahardjo, 1993).

Por outro lado, é possível mostrar que a tensão efetiva de Bishop fornece uma expressão adequada para descrever a força entre as partículas de solo no estado não-saturado (Lu & Likos, 2004). Além disto Lu & Likos (2004) também afirmam que o fato de variáveis materiais fazerem parte da definição de variáveis de estado não é uma violação dos princípios da mecânica dos meios contínuos, porque, em um meio multifásico, é natural que a quantidade relativa de cada fase influencie na descrição estado de tensões do sistema.

Tabela 2.1 – Expressões para o parâmetro efetivo de Bishop (Xu & Cao, 2015).

Expressão	Autores
$\chi = K^n / K^{S_n}$	Chen <i>et al.</i> (1994)
$\chi = S$	Öberg & Sällfors (1997); Sun <i>et al.</i> (2008)
$\chi = 1 / (1 + d u_s)$ $d = \text{parâmetro de ajuste}$	Röhm & Vilar (1995)
$\chi = S^\kappa$ $\kappa = \text{parâmetro de ajuste}$	Vanapalli <i>et al.</i> (1996)
$\chi = S_e$	Vanapalli <i>et al.</i> (1996); Xu & Cao (2015)
$\chi = u_s^{0,55}$	Khalili & Khabbaz (1998)
$\chi = (u_s / u_{se})^{D-3}$	Xu (2004)

Houlsby (1997), no âmbito de seu trabalho, mostrou que, na verdade, a tensão efetiva de Bishop pode ser adotada como variável de estado, desde que se adote outra variável em conjunto para abordar o estado de tensões do solo.

Na condição saturada, o comportamento da tensão dos solos pode ser descrito por uma única variável de estado: o tensor de tensão efetiva (Nuth & Laloui, 2008). No caso não saturado, pode-se mostrar que é necessário utilizar duas variáveis de estado simultaneamente para descrever o comportamento mecânico do solo (Fredlund & Rahardjo, 1993). A escolha destas variáveis não é única, havendo um conjunto de combinações possível de ser adotado e que deve estar associado a um conjunto de variáveis de estado de deformação conjugadas coerente (Houlsby, 1997). Esta forma de definição de variáveis de tensão conjugadas pode ser obtida por meio da equação de taxa temporal de entrada de trabalho por unidade de volume, a qual pode ser rearranjada de forma a tomar associações de variáveis de tensão e de deformação conjugadas que descrevam o comportamento mecânico do solo. O par de variáveis de tensão mais usado é aquele definido pela sucção e pela tensão líquida do solo (Fredlund & Rahardjo, 1993):

$$\sigma_n = \sigma - u_a \quad (2.51)$$

onde σ_n é a tensão normal líquida [$ML^{-1}T^{-2}$].

Este par de variáveis de estado é definido tomando-se o balanço de forças sobre um elemento de volume representativo de solo constituído pela combinação de quatro fases: água, ar, sólidos e membrana contrátil. A membrana contrátil é a fina película de água que ocorre na interface entre ar e água do solo. Atribui-se a ela a denominação de fase porque suas propriedades microscópicas são distintas das propriedades do restante da fase de água (Fredlund & Rahardjo, 1993). O comportamento da membrana contrátil é importante para abordagens que envolvem tensões e comportamento mecânico geral do solo, mas ela perde a importância para descrições que dependem de taxas de variação de volumes (como o fluxo) porque seu volume é desprezível.

Lu *et al.* (2010) propuseram um desenvolvimento coerente com os princípios de termodinâmica e mecânica dos meios contínuos para encontrar uma expressão fisicamente coerente para a tensão efetiva. Desta forma, escreve-se:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) - [-S_e(u_a - u_w)] \quad (2.52)$$

com,

$$S_e = \frac{S - S_r}{1 - S_r} \quad (2.53)$$

onde S_e é chamado de saturação efetiva [adimensional]; S_r é a saturação residual [adimensional]; e S é a saturação do solo [adimensional].

Comparando-se a equação de tensões efetivas de Bishop e a equação de tensões efetivas de Lu *et al.* (2010), pode-se perceber que:

$$\chi = S_e \quad (2.54)$$

Fredlund *et al.* (1978) propuseram uma equação de resistência ao cisalhamento em condição não saturada muito similar à Equação (2.49):

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (2.55)$$

onde ϕ^b é o ângulo de atrito do solo relativo à sucção matricial [adimensional].

A envoltória de resistência definida pela Equação (2.55) é ilustrada na Figura 2.10.

Normalmente, τ é assumido como variando linearmente com a sucção mátrica, apesar de isto não ser constatado experimentalmente. A simplificação é feita da mesma forma que é feito para o ângulo de atrito efetivo da envoltória de Möhr-Coulomb para solos saturados.

É possível perceber que, se for feito:

$$\chi \tan \phi' = \tan \phi^b \quad (2.56)$$

Na mesma linha da Equação (2.52), a equação de resistência ao cisalhamento não saturada pode ser escrita eliminando-se o parâmetro χ :

$$\tau = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \phi' + S_e (u_a - u_w) \tan \phi' \quad (2.57)$$

A Equação (2.57) permite a escrita de envoltórias de resistência ao cisalhamento em condições não saturadas envolvendo a partir da curva de retenção de água no solo e eliminando a necessidade do parâmetro χ experimentalmente.

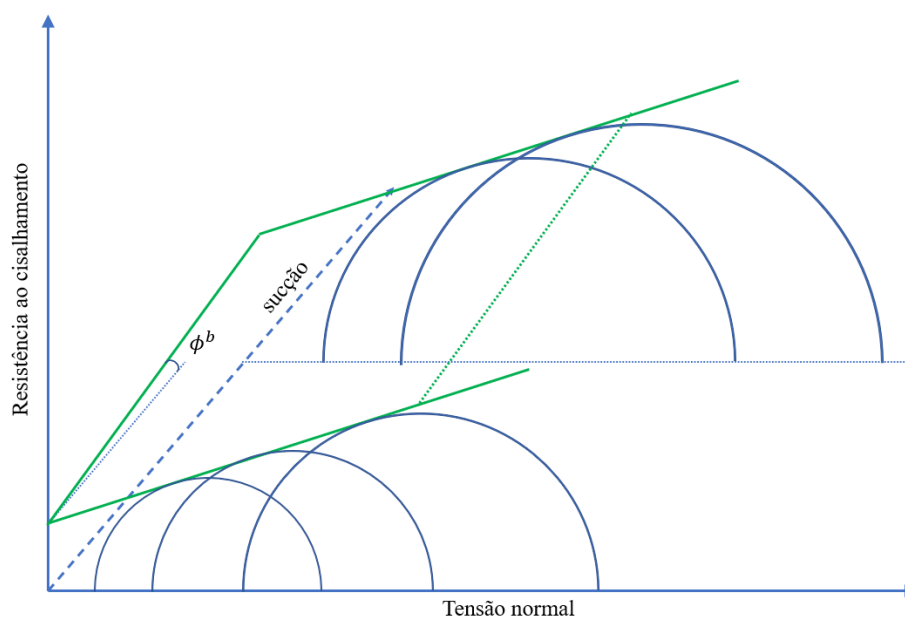


Figura 2.10 – Ilustração das envoltórias de resistências definida no modelo de Fredlund *et al.* (1978).

2.5 Métodos de Estabilidade de Escorregamentos Rasos em Escala Regional

Há uma gama extensa de métodos usados para calcular a estabilidade de taludes disponíveis na literatura. As análises de estabilidades de taludes são comumente classificadas em (Pourkhosravani & Kalantari, 2011):

1 – Métodos de Equilíbrio Limite: Fundamentados no cálculo de tensões e resistências em fatias de solo, obtendo aquela mais crítica por tentativas;

2 – Métodos numéricos: Resolvem as equações de equilíbrio de forma aproximada computacionalmente;

3 – Métodos de Análise Limite: Modela o solo como um material perfeitamente plástico submetido a uma lei de fluxo associado. Para isto, utilizam os teoremas de limite superior e inferior da teoria de plasticidade clássica;

Além destes métodos, o avanço da computação permitiu a utilização de técnicas mais avançadas para determinar a estabilidade de taludes, como o uso de redes neurais artificiais (Shahin *et al.*, 2001) e lógica *fuzzy* (Khan *et al.*, 2015).

Os modelos mais tradicionais empregados para a definição de graus de suscetibilidade de taludes a escorregamentos translacionais em escala regional são o SHALSTAB (*Shallow Landslide Stability*), SINMAP (*Stability Index Mapping*) e TRIGRS (*Transient Rainfall Infiltration and Grid-Based Regional Stability*) (Listo, 2015).

A definição da escala regional é ambígua no contexto de análises hidrogeológicas, com diversos autores usando o termo para contextos diferentes (Gleeson & Paszkowski, 2014). Por escala regional no contexto em questão, entende-se como sendo áreas com tamanho de poucos a milhares de quilômetros quadrados com características similares de meteorologia, clima, fisiografia, e que são viáveis para a aplicação de sistemas de alerta de deslizamentos baseados em uma análise espacial quantitativa de previsão ou medições de chuva (Zhang, 2019).

No que concerne ao desempenho destes modelos, Zizioli *et al.* (2013) estudou dois sítios experimentais que sofreram deslizamentos rasos na Itália e obteve resultados muito próximos para os três modelos na área 1 de seu estudo. Os modelos TRIGRS e SINMAP identificaram corretamente 80% das áreas de taludes naturais suscetíveis a escorregamento, com 25% de taxa de falso positivos. O modelo SHALSTAB obteve precisão de 80% das áreas suscetíveis, com 30% de falsos positivos. Na área 2 do estudo dos autores, os modelos tiveram pior desempenho, contudo, o modelo TRIGRS mostrou-se mais preciso. Os autores terminaram o estudo concluindo que os três modelos possuem taxas de sucesso muito parecidas.

Seefelder (2017) também comparou os modelos TRIGRS, SINMAP e SHALSTAB. Em seu trabalho, foram estudadas as bacias do Quitite e Papagaio, no estado do Rio de Janeiro. O modelo SINMAP apresentou resultados mais conservadores, apresentando menos áreas estáveis que os modelos TRIGRS e SHALSTAB. Os modelos SHALSTAB, TRIGRS e SINMAP indicaram porcentagens de áreas instáveis de 32,36%, 26,22% e 20,37% respectivamente. Para medida do desempenho dos modelos, também foi empregado a comparação entre taxas de deslizamentos falsos positivos, falsos negativos, verdadeiros positivos e verdadeiros negativos (Sorbino *et al.*, 2010). Comparando os dados com escorregamentos da área de estudo, o autor propôs um índice que mede o desempenho dos modelos de forma corrigida para casos em que normalmente as medidas de índices tradicionais de erro falham. De acordo com o índice proposto, o modelo TRIGRS apresenta melhor desempenho dentre os três modelos.

Outros trabalhos mostram a comparação destes modelos dois a dois.

Vieira *et al.* (2018) compararam os modelos TRIGRS e SHALSTAB para uma bacia hidrológica no parque industrial da cidade de Cubatão, usando parâmetros topográficos e geotécnicos da literatura. Os autores estudaram uma combinação de cenários distintos a partir destes parâmetros e usando o índice de concentração de cicatrizes e potencial de escorregamentos para comparações obtendo bons resultados com os dois modelos.

Michel *et al.* (2014) compararam o SHALSTAB e SINMAP. Os modelos foram aplicados à bacia do rio Cunha, no estado de Santa Catarina, usando dados geotécnicos a partir de amostras coletadas em campo e dados de chuva a partir de pluviômetros. Os modelos foram calibrados usando mapas de cicatrizes e as comparações foram feitas usando índices de acertos e erros, apresentando ambos bons índices de acertos. Utilizando o índice de performance de Sorbino *et al.* (2010), o modelo SINMAP apresenta performance ligeiramente melhor que a do modelo SHALSTAB, apesar dos dois modelos partirem essencialmente da mesma equação de equilíbrio.

Zhuang *et al.* (2016) compararam, em seu trabalho, os modelos TRIGRS e SINMAP na cidade de Yan'na, no noroeste da China. Para um dado limite de chuva, foi obtido que o modelo TRIGRS apresentou resultados melhores do que o SINMAP. Os autores concluíram que o TRIGRS é mais adequado para zoneamento de áreas de risco para fins de planejamento em escala regional, sendo mais útil para a previsão de escorregamentos em escala regional dado um certo limite de chuvas.

No que segue, uma breve descrição de cada um destes três modelos é feita e, também, são citados outros trabalhos notáveis feitos com intuito de propor outros modelos de estabilidade de taludes em escala regional propostos recentemente.

2.5.1 SHALSTAB

O SHALSTAB (Dietrich & Montgomery, 1998) é um método que calcula a estabilidade de taludes de forma regionalizada utilizando o modelo de resistência de Möhr-Coulomb em condições saturadas ou secas e o modelo de equilíbrio limite de talude infinito. O modelo analisa bacias hidrográficas em específico, tendo como dados necessários de entrada a área de drenagem da bacia e o comprimento de escoamento do corpo hídrico principal. De acordo com seus autores (Dietrich & Montgomery, 1998), ele abarca as vantagens de poder ser aplicado a diversos ambientes sem tentativas custosas de parametrização; permite a comparação de resultados de diversas regiões distintas; é fácil de ser usado por pessoas sem treinamento. Este modelo não leva em conta a parcela de resistência acrescida pela sucção mátrica, apenas considerando qualquer efeito de variação de conteúdo de água no solo na posição do lençol freático. Além disto, a coesão é considerada nula.

O modelo consegue tratar a condutividade hidráulica variando verticalmente e a profundidade do solo variando espacialmente. Também é possível prever áreas incondicionalmente estáveis e incondicionalmente instáveis.

O SHALSTAB resolve uma equação acoplada de modelo hidrológico e de estabilidade. A parte hidrológica considera que a posição do lençol freático varia segundo um fluxo permanente, dado pelo trabalho de O'Loughlin (1986). A combinação destes dois modelos resulta em um modelo acoplado para o balanço hidrológico das regiões instáveis, que permite definir a precipitação efetiva crítica que instabiliza a região:

$$i = T \frac{\rho_s}{\rho_w} \left(1 - \frac{\tan b}{\tan \phi} \right) \frac{m}{A_b} \sin b \quad (2.58)$$

onde i é a intensidade de chuva crítica [LT^{-1}], ρ_s é a massa específica do solo [ML^{-3}], ρ_w é a massa específica da água [ML^{-3}], A_b é a área de drenagem da bacia [L^2], T é a transmissividade do solo [L^2T^{-1}], m é o comprimento de escoamento do córrego [L] e b é a inclinação do talude [adimensional].

2.5.2 SINMAP

O SINMAP (Pack *et al.*, 1998) é, na verdade, uma extensão para o *software* ArcView que implementa um índice de estabilidade de taludes fundamentado em informações geográficas extraídas de um modelo digital de elevação.

O índice de estabilidade varia entre 0 (totalmente instável) a 1 (menos instável possível). Ele é definido como a probabilidade de uma dada região ser estável assumindo distribuições uniformes dos parâmetros. No caso em que a combinação de parâmetros do solo mais conservadores for adotada, o índice de estabilidade assume valores que podem ser maiores que 1 e passa a ser o fator de segurança.

O método considera a coesão do solo e a resistência acrescida pelas raízes da vegetação. Ainda, o modelo é capaz de incorporar incertezas quanto aos valores dos parâmetros do solo por meio de distribuições de probabilidade uniforme e limites superiores e inferiores para as incertezas.

Para o modelo hidrológico, o SINMAP assume três hipóteses: (1) o fluxo lateral no solo segue o gradiente topográfico; (2) a vazão lateral está em equilíbrio com a recarga em fluxo permanente; (3) a capacidade de fluxo lateral em cada ponto é a transmissividade do solo multiplicada pelo seno do ângulo da superfície. Utilizando estas hipóteses, calcula-se a posição relativa do lençol freático:

$$w_l = \min\left(\frac{Rs.A_b}{T \sin b}, 1\right) \quad (2.59)$$

onde w_l é a posição relativa do lençol freático [adimensional], Rs é a velocidade de descarga em fluxo permanente [LT^{-1}]. Quando $w_l = 1$, a superfície do lençol coincide com a superfície do talude e, quando $w_l = 0$, o talude se encontra seco.

Os autores do modelo referenciam a profundidade do solo não usando o eixo vertical, mas um eixo perpendicular à superfície do talude. Levando-se este referencial em consideração e a posição relativa do lençol freático, o fator de segurança é dado por:

$$FS = \frac{c + \cos b \left[1 - \min\left(\frac{Rs.A_b}{T \sin b}, 1\right) \frac{\rho_w}{\rho_s} \right] \tan \phi}{\sin b} \quad (2.60)$$

O modelo permite atribuir distribuições de probabilidade uniforme para três parâmetros da equação, que são c , Rs/T e $\tan \phi$. Para estes parâmetros, definem-se limites superiores e inferiores dentro dos quais eles podem variar de forma randômica. Por meio da combinação mais desfavorável e mais favorável de parâmetros, encontra-se o índice de estabilidade. Os

autores definiram cinco classes de estabilidade com relação a faixas de valores do índice de estabilidade para ilustrar a aplicação do método na classificação de zonas instáveis de uma região.

Pode-se traçar os limites em que estes índices de estabilidade e fatores de segurança são atingidos como curvas no plano (área da região) \times ($\tan b$), que é ilustrado na Figura 2.11.

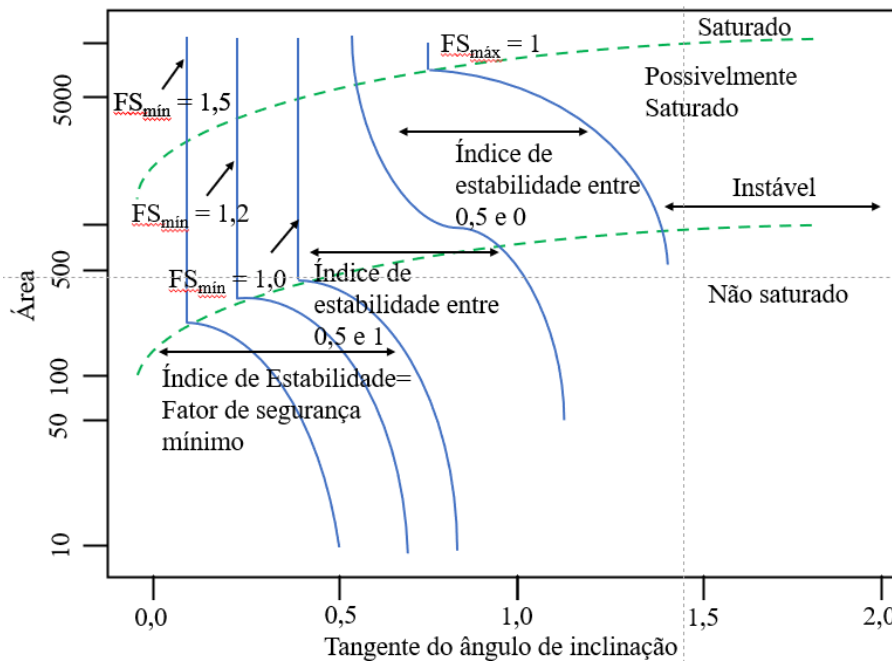


Figura 2.11 – Índice de Estabilidade no espaço (área da região) \times ($\tan b$) para o método SINMAP (Pack *et al.*, 1998 – modificado).

2.5.3 TRIGRS

TRIGRS (Baum *et al.*, 2008) é um método desenvolvido pela USGS (*United States Geological Survey*) que avalia o fator de segurança contra deslizamentos translacionais rasos de talude que permite a avaliação de forma transiente com a infiltração de chuvas. O modelo é fundamentado no método de ruptura de Iverson (2000), que consegue calcular a variação do fator de segurança do talude levando em consideração a variação da sucção causada pela infiltração da chuva no solo. O fator de segurança é avaliado segundo a fórmula:

$$FS = \frac{\tan \phi}{\tan b} + \frac{c - \psi(z, t) \gamma_w \tan \phi}{\gamma_{nat} z \sin b \cos b} \quad (2.61)$$

onde γ_{nat} é o peso específico natural do solo [$ML^{-2}T^{-2}$].

O modelo é extensamente descrito pelo manual da USGS que o acompanha (Baum *et al.*, 2008). Como hipóteses, inclui-se um conhecimento razoável do nível inicial do lençol freático com fluxo de alimentação inicial em estado permanente e condições hidrológicas homogêneas e isotrópicas. As condições de contorno para resolução assumem um fluxo de duração e intensidade fixos no solo, variando no tempo, e condição de fluxo nulo em uma profundidade infinita. O programa ainda permite alterar esta condição de contorno infinita para uma condição finita com taxa de fluxo imposta pelo usuário.

É importante ressaltar que a Equação (2.61) pode ser interpretada como dividindo a coesão do solo em duas parcelas: a coesão efetiva e a aparente. A coesão efetiva decorre de características físico-químicas inerentes aos grãos do solo, e a aparente decorre do estado de não-saturação do solo. A Equação (2.61) é capaz de levar em conta o ganho de coesão aparente de forma linear com a sucção do solo.

Dentro das limitações citadas pelos autores, cabe ressaltar algumas de maior interesse para comparação entre os modelos: os resultados dependem muito das condições iniciais do lençol freático, o que torna a estimativa destes valores e da alimentação permanente inicial do lençol de alta importância para se obter bons resultados; o método de cálculo da rota da precipitação excedente à infiltração do solo não leva em conta a evapotranspiração.

Por fim, cabe enfatizar que o modelo não é recomendado para inclinações muito altas (maiores que 60°). Nestes casos, a depender da profundidade, coesão e outros parâmetros, é possível que a Equação (2.61) resulte em fatores de segurança que aumentem com a profundidade, porque a espessura da fatia do solo analisado se torna menor, o que causa que a parcela de resistência acrescida pela coesão se torne muito maior que a parcela acrescida pelo atrito.

Dos três modelos apresentados até o momento, o TRIGRS apresenta maior grau de completude de análises e maior complexidade, por ser capaz de adicionar a dimensão de tempo às análises feitas, enquanto os outros modelos apresentam análise temporal estática.

2.5.4 Outros Trabalhos Notáveis

Diversos outros pesquisadores já propuseram modelos para mapeamento de deslizamentos translacionais rasos. Os trabalhos apresentam nível de complexidade e aplicabilidade variada, a depender da região de análise proposta, das características deflagradoras relevantes e a aplicabilidade proposta.

Montrasio *et al.* (2014) desenvolveram o modelo SLIP (*Shallow Landslide Instability Prediction*). Trata-se de um modelo que investiga a ruptura a uma profundidade dada, na qual se considera que a camada superior a esta profundidade é mais permeável do que a inferior. O modelo assume que o mecanismo deflagrador ocorre pela saturação de partes do solo acima da zona de ruptura. A equação de resistência é capaz de assumir os efeitos causados pela variação da sucção mátrica do solo. O modelo define duas camadas distintas de solo para análise: uma totalmente saturada e outra parcialmente saturada. Calculam-se os parâmetros do talude homogeneizado e, então, o fator de segurança.

Apip *et al.* (2010) formularam um modelo para deslizamentos translacionais que utiliza dados de chuva estimados por satélite. Por meio das medidas de dinâmica meteorológica da chuva, o modelo é capaz de prever regiões possivelmente instáveis horas antes da instabilidade ocorrer, de forma a acionar alertas para populações em regiões críticas. A equação do fator de segurança usa parâmetros de mecânica dos solos clássica e o fluxo é calculado por modelos saturados/não-saturados que levam em conta o fluxo subsuperficial através da zona capilar, fluxo subsuperficial saturado e fluxo superficial.

Lee *et al.* (2009) determinaram um modelo para avaliação preliminar de rupturas de talude causados por chuva. Para isto, os autores determinaram o padrão crítico de chuvas para quatro tipos diferentes de solo, encontrando as propriedades hidráulicas não saturadas destes solos, a chuva crítica antecedente, chuva máxima crítica e a combinação crítica destas duas chuvas. Estes valores são obtidos por simulações numéricas utilizando o método dos elementos finitos. Os autores encontraram uma relação única entre a curva IDF, curva de retenção de água no solo e desenvolveram um modelo que, a partir da curva IDF, é capaz de gerar a curva de retenção de água no solo e realizar a análise de estabilidade do solo.

Aristizábal *et al.* (2016) desenvolveram o modelo *SHIA_Landslide*, uma combinação de um modelo conceitual e físico para melhor simulação das condições hidrológicas que servem de gatilho para os deslizamentos translacionais. O modelo analisa bacias hidrológicas individualmente.

Azevedo (2015) desenvolveu um sistema computacional de análise quantitativa de risco de escorregamentos rasos deflagrados por chuva em regiões tropicais por meio da integração de diferentes módulos e fornecendo uma interface gráfica que permite a outros usuários utilizar o sistema.

Rojas (2017) implementou um modelo de estabilidade não saturado e transiente, em escala regional, utilizando-se do modelo de estabilidade de taludes de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017). A autora aplicou o modelo para estudo de suscetibilidade a ruptura de

encostas na bacia *La Arenosa*, na Colômbia, obtendo resultados satisfatórios e gerando uma ferramenta capaz de ser aplicada à gestão de risco e à prevenção de desastres.

Diversos outros modelos além destes são continuamente desenvolvidos, cada qual com graus de complexidades, hipóteses e premissas distintos, aplicados às mais diversas regiões. Nesta tese, pretende-se utilizar de métodos de equilíbrio limite e abordagens probabilísticas para se determinar a ruptura de taludes. O método aplicado escolhido é desenvolvido tendo por base o modelo de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017), que permite determinar fatores de segurança transiente e probabilidades de ruptura transientes.

2.5.5 Modelo de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017)

O método de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017) trata da ruptura translacional de cunhas de solo com superfície paralela à superfície de ruptura. Além disto, o método considera o solo não saturado, com parâmetros hidráulicos dados pelo modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b) e resistência ao cisalhamento não saturada dada pelo modelo de resistência de Möhr-Coulomb estendido.

O modelo da Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017) foi aplicado por Silva (2018) para retroanalisar uma encosta que rompeu em Nova Friburgo (RJ). A autora simulou o processo de infiltração de água no solo para uma chuva de intensidade constante e gerou curvas transientes de fator de segurança e probabilidade de falha da encosta. A calibração do modelo durante a retroanálise mostrou que os resultados foram condizentes com as condições de ruptura documentadas para a encosta quanto ao tempo de ruptura, corroborando para sua validade.

A equação de equilíbrio para a situação de deslizamento translacional é obtida pelo equilíbrio de um corpo sobre um plano inclinado. Considere o esquema de forças atuando numa fatia de solo de comprimento infinito mostrado na Figura 2.12 (Cavalcante & Camapum de Carvalho, 2017).

Na Figura 2.12, F_n' é a força normal efetiva que atua nos grãos do solo do talude [MLT^{-2}], W é o peso do solo [MLT^{-2}], F_s' é a força que resiste o deslizamento do solo do talude [MLT^{-2}].

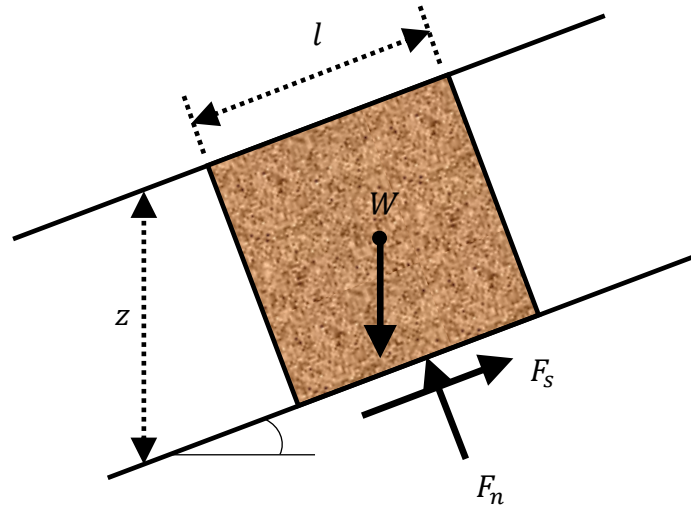


Figura 2.12 - Esquema de forças do método do talude infinito.

Na dedução do modelo de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017), supõe-se que a parcela osmótica da sucção é desprezível e que a hipótese da equação de Richards de que a pressão de ar no solo é igual à atmosférica é válida, de forma que a sucção que atua no solo é apenas a mátrica e pode ser dada pelo negativo da poropressão:

$$\psi = -u_w \quad (2.62)$$

Pela notação adotada, o peso da fatia de solo é escrito por:

$$W = \gamma_{nat} l z \cos(b) \quad (2.63)$$

Do equilíbrio de forças na direção normal ao plano de deslizamento, segue:

$$F_n = W \cos(b) \quad (2.64)$$

Na Equação (2.64), considera-se a força normal como sendo aquela somente atuante entre grãos sólidos do solo porque é esta parcela que forma a estrutura granular do material do talude. É quando os grãos perdem seu arranjo que ocorre a ruptura. A relação entre a força normal efetiva no terreno e a força normal total é calculada por:

$$F_n = F_n' + u_w l \frac{\tan(\phi_b)}{\tan(\phi')} \quad (2.65)$$

Na direção do deslizamento, o equilíbrio de forças resulta em:

$$W \sin(b) = F_s \quad (2.66)$$

O fator de segurança pode ser calculado pela razão:

$$FS = \frac{\tau_{max}}{\tau} \quad (2.67)$$

Usando as Equações (2.63) a (2.67) e o modelo de resistência de Möhr Coulomb estendido, manipulações algébricas levam à equação do fator de segurança:

$$FS(z,t) = \frac{\tan \phi'}{\tan b} + \frac{c' + \psi(z,t)\chi \tan \phi'}{\gamma_{nat} \cdot z \cos b \sin b} \quad (2.68)$$

onde FS é o fator de segurança [adimensional] e ϕ' é o ângulo de atrito efetivo [adimensional].

Pela forma como o modelo de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017) é proposto, a equação se assemelha ao modelo de ruptura do TRIGRS, diferindo na forma como se trata o fluxo não saturado e, conseqüentemente, a parcela de resistência acrescida pela sucção ao solo. Isto implica que o modelo possui a desvantagem de apresentar valores de fator de segurança que decrescem até em torno de 50° a 60° de inclinação do terreno, porque a posição da superfície de ruptura é referenciada na vertical (Baum *et al.*, 2008). Após isto, a espessura da fatia de solo, dada pelo termo $z \cos(b)$ passa a decrescer mais rapidamente que o numerador da expressão que ele faz parte, e o resultado disto é o aumento do fator de segurança para inclinações muito acentuadas do terreno, o que se contrapõe às observações de engenharia. Uma forma de resolver este problema consiste em analisar o equilíbrio de forças não usando a espessura da fatia de solo como uma função da profundidade vertical projetada no vetor normal ao terreno, mas usando uma espessura fixa que é dada verticalmente com relação ao terreno.

2.6 Incertezas Existentes em Estudos de Estabilidade de Taludes

A análise probabilística usada no estudo de estabilidade de taludes e obras geotécnicas em geral teve aplicação largamente difundida no início do século XXI (Ozelim *et al.*, 2015). Por questões como limitação de recursos, dos métodos utilizados, adequação do projeto ao escopo da obra e variabilidade nas características dos próprios materiais, é natural atribuir um tratamento estatístico e probabilístico à geotecnia. Ela surge como uma forma de lidar com as variabilidades aleatórias (aquelas intrínsecas ao material de estudo) e de natureza epistemológica (causadas por falta de informações do material). Ela não abandona a abordagem fundamentada no fator de segurança, mas a incrementa, admitindo as incertezas da abordagem de engenharia tradicional (Christian, 2004).

A aplicação de estatística e probabilidade aos projetos de geotecnia ocorrem por meio da análise de confiabilidade.

A análise de confiabilidade em geotecnia deriva das aplicações precursoras no campo de confiabilidade estrutural, consolidados no trabalho de Ang & Tang (1975), que trata da aplicação de conceitos probabilísticos ao projeto e planejamento de obras de engenharia.

Seguindo o exemplo da aplicação em estruturas, a análise de confiabilidade aplicada à geotecnia logo foi desenvolvida, tendo grande avanço principalmente no final do último milênio e início do atual com trabalhos como o de Christian & Baecher (1999), Whitman (2000), Griffith & Fenton (2004), Christian (2004) e Beer *et al.* (2013).

As incertezas neste campo poder ser divididas em três categorias, como ilustra a Figura 2.13 (Baecher & Christian, 2003).

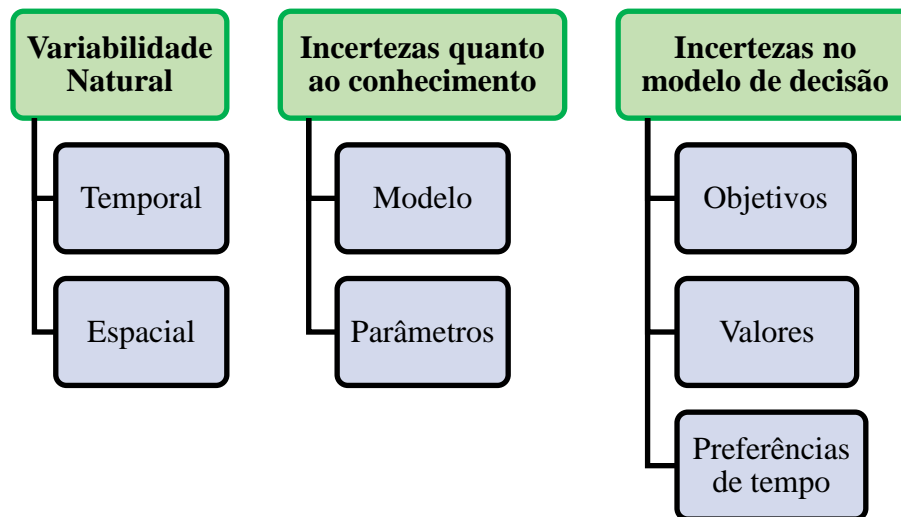


Figura 2.13 – Esquema ilustrativo dos tipos de incertezas encontrados em geotecnia (Baescher & Christian, 2003 – modificado).

Primeiramente, a própria variabilidade natural das características geotécnicas dos materiais que são manipulados na aplicação da geotecnia traz incertezas quanto à aplicação de seus resultados. A variabilidade natural ocorre ao longo do tempo, quando as características de um mesmo ponto variam devido à evolução causada pela dinâmica da superfície terrestre e a influência dos diversos agentes que entram em contato com ela; e ao longo do espaço, que ocorre pela grande variabilidade no arranjo estrutural do solo e quantidade de diferentes materiais que o formam. Um exemplo desta incerteza pode ser visto nas medidas aceitas de condutividade hidráulica dos solos, cujo valor não raramente varia na ordem de grandeza de dez vezes quando feito para amostras de diferentes pontos de um mesmo solo ou quando se mede uma mesma amostra em tempos diferentes.

A incerteza quanto ao conhecimento pode ser atribuída aos modelos e aos parâmetros adotados. Os modelos de geotecnia muitas vezes utilizam de simplificações fundamentadas em abstrações quanto ao comportamento do solo que podem não refletir a realidade física do solo como ela é de fato. Um grande esforço tem sido feito na tentativa de criar modelos com maior

complexidade, de forma a melhor descrever a física por trás do comportamento dos solos (Mascarenhas, 2018 e Mascarenhas & Cavalcante, 2021). Por outro lado, os parâmetros de entrada nos modelos de comportamento dos solos podem apresentar incertezas por falhas humanas (falta de representatividade de dados coletados, erros de medidas, manuseio incorreto de dados etc.) ou devido à imprecisão com a qual os ensaios experimentais conseguem estimar os parâmetros do solo. Exemplos deste tipo de incerteza estão, por exemplo, quando se estima um módulo de elasticidade do solo para prever seu comportamento mecânico. O solo claramente não apresenta comportamento elástico em grande parte do domínio de valores de tensões normalmente encontrados em campo, o que torna a estimativa de um módulo de elasticidade uma imprecisão, mas que facilita a obtenção de resultados concretos para os resultados da engenharia.

Por fim, as incertezas no modelo de decisão traduzem as dúvidas causadas por falhas nos métodos construtivos, deterioração, manufatura. São de natureza operacional e de decisão quanto a fatores de custo-benefício e objetivos da obra.

2.7 Análise de Confiabilidade: Método de Estimativas Pontuais

Confiabilidade é a capacidade de um dado sistema de operar segundo condições pré-estabelecidas durante um dado tempo e por um determinado número de ciclos de operação (Modarres *et al.*, 2016). Em geotecnia, significa a capacidade que a estrutura concebida para uma dada finalidade tem de resistir às solicitações previstas durante sua vida útil. Solicitações podem ser relacionadas às condições de estado limite de serviço ou estado limite último, e a quantificação desta capacidade é função das solicitações e características da própria estrutura, sendo denominada de função de performance (Baecher & Christian, 2003). A função de performance possui função semelhante à do fator de segurança em alguns casos, sendo este, de fato, um exemplo de função de performance.

A probabilidade de uma função de performance resultar em valores abaixo do satisfatório é relacionada ao índice de confiabilidade, que é a distância, em desvios padrões, do valor médio da função de performance para as condições impostas e o seu valor crítico (Baecher & Christian, 2003):

$$\eta = \frac{E[FS] - 1}{\sigma_{FS}} \quad (2.69)$$

onde η é o índice de confiabilidade [adimensional]; FS é o fator de segurança [adimensional], σ_{FS} é o desvio padrão da função de performance, cujas unidades dependem do contexto e serão

dadas em unidades de tensão para fins desta tese [$ML^{-1}T^{-2}$], e $E[*]$ denota o valor esperado de uma variável aleatória.

De posse da função de performance, de sua distribuição de probabilidade e do coeficiente de confiabilidade calculado, é possível estimar a probabilidade de falha de uma dada estrutura geotécnica. O processo de determinação desta probabilidade se processa segundo os seguintes passos (Baecher & Christian, 2003):

1. Estabelecer o modelo analítico;
2. Estimar a descrição estatística dos parâmetros do problema, incluindo dados como geometria e cargas;
3. Calcular os momentos estatísticos da função de performance;
4. Calcular o índice de confiabilidade segundo a Equação (2.69);
5. Calcular a probabilidade de falha assumindo uma função de probabilidade para a função de performance usando o índice de confiabilidade calculado.

Os diversos métodos de análise de confiabilidade direta têm foco nos passos 3 a 5. No caso específico de estabilidade de taludes, os métodos são agrupados em quatro categorias (Johari & Javadi, 2012): métodos analíticos, métodos aproximados, simulações de Monte Carlo e método dos elementos finitos estocástico.

Dentre os métodos de confiabilidade aproximados mais aplicados em geotecnia, destaca-se o método de Rosenblueth (1975 e 1981), ou método das estimativas pontuais, que calcula os primeiros momentos estatísticos de uma variável dependente tendo conhecimento dos momentos de primeira das variáveis independentes. O método aproxima as distribuições de probabilidade das variáveis dependentes por funções de massa de probabilidade com momentos de ordem baixa equivalentes aos da função original. Utilizam-se estes momentos para calcular momentos que aproximam aqueles da função de performance. O método pode ser visto como uma aplicação da quadratura gaussiana para obtenção de momentos de uma função de distribuição probabilidade (Baecher & Cristian, 2003).

Este método é largamente aplicado em geotecnia por suas vantagens. Pode-se listar: simplicidade, necessitando de pouco conhecimento acerca das distribuições de probabilidade dos parâmetros (dados de entrada); precisão adequada.

Uma séria desvantagem do método consiste no fato de que ele só pode ser aplicado de forma confiável para obter o momento de, no máximo, ordem 2 da função de distribuição de probabilidade. Outras estimativas de ordem superior produzem resultados sem acurácia (Baecher & Cristian, 2003).

Supondo um vetor aleatório \vec{X} e uma outra variável aleatória Y que pode ser expressa como uma função do vetor aleatório, deseja-se estimar os momentos $E(Y)$ e $Var(Y^2)$ tendo conhecimento dos momentos de primeira ordem μ_i e variância σ_i^2 das componentes do vetor aleatório. Suponha, adicionalmente, que a distorção da variável \vec{X} seja nula, mas que seus elementos possam ter correlação.

O primeiro passo consiste em calcular os valores de saída da função de performance. A função será calculada em 2^n pontos, correspondentes a todas as combinações possíveis dos valores das variáveis aleatórias que ela envolve:

$$x_{i+} = \mu_i + \sigma_i \quad (2.70)$$

e

$$x_{i-} = \mu_i - \sigma_i \quad (2.71)$$

O processo resulta em 2^n valores da função de performance que podem ser denotados por $F(x_{1\pm}, x_{2\pm}, \dots, x_{n\pm})$. Para cada um destes valores da função de performance, há um peso $P_{1\pm, 2\pm, \dots, n\pm}$ associado, que são dados por:

$$P_{1\pm, 2\pm, \dots, n\pm} = \frac{1}{2^n} \left(1 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (s_i)(s_j)\rho_{ij} \right) \quad (2.72)$$

onde ρ_{ij} denota o coeficiente de correlação entre as variáveis X_i e X_j e s_i assume os valores +1 ou -1 a depender do ponto correspondente ao seu índice estar um desvio padrão acima ou abaixo da sua média. O coeficiente de correlação entre duas variáveis aleatórias X_i e X_j é definido por:

$$\rho_{ij} = \frac{E[(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)]}{\sqrt{E[(x_i - \mu_i)^2]E[(x_j - \mu_j)^2]}} \quad (2.73)$$

Os pesos da Equação (2.72) são medidas de probabilidade da função de performance. Com estas medidas, pode-se calcular o primeiro momento da função de performance como:

$$E(F) = \sum P_{1\pm, 2\pm, \dots, n\pm} F_{1\pm, 2\pm, \dots, n\pm} \quad (2.74)$$

Em seguida, a variância da função de performance é obtida da identidade:

$$Var(F) = E(F^2) - [E(F)]^2 \quad (2.75)$$

Por fim, calcula-se o índice de confiabilidade pela Equação (2.69) associada aos resultados obtidos da Equação (2.74) e da Equação (2.75) e, assumindo uma distribuição de probabilidade específica para a falha do talude, a probabilidade de falha associada ao índice de confiabilidade pode ser calculada.

2.8 Probabilidade de Falha e Gestão de Risco

Para fins de tomada de decisão, os valores de probabilidade de falha obtidos da análise de confiabilidade devem ser interpretados de forma a subsidiar a tomada de decisão. A probabilidade de falha, sozinha, não constitui informação que agregue valor do ponto de vista de engenharia se não houver como compará-la com valores que são esperados e valores de sistemas similares operando em situações parecidas com a analisada.

A discussão sobre como lidar com a interpretação de probabilidade de ruptura ainda é corrente na engenharia, havendo diversos autores que propõem formas de lidar com a probabilidade de ruptura crítica de encostas. Primeiramente, cabe ressaltar que os autores propõem formas diferentes de lidar com valores admissíveis para análises de confiabilidade em geotecnia fundamentadas em dois conceitos diferentes: probabilidade de falha e risco.

Probabilidade de falha é definida segundo dois pontos de vista. O primeiro, chamado de clássico ou frequentista, trata a probabilidade como a frequência de ocorrência de um dado evento para um número de repetições grandes do experimento. Em outras palavras, dado um determinado estado da natureza, a abordagem frequentista busca saber qual a probabilidade de os dados obtidos terem sido gerados a partir deste estado (Christian, 2004). A outra abordagem, a abordagem bayesiana, busca encontrar a probabilidade de que um dado estado da natureza seja verdade dado que haja um conjunto de dados conhecido (Christian, 2004). Estas duas abordagens são aplicadas recorrentemente nas análises de engenharia, a depender do objeto e do contexto tratados. O significado físico de atribuir uma probabilidade de falha a uma estrutura consiste em responder à pergunta (USACE, 1999): dado que há uma incerteza nos parâmetros usados, qual a probabilidade que o valor da função de performance estará abaixo do aceitável? Sob um ponto de vista frequentista, pode-se interpretar a probabilidade de falha como: dado número de estruturas idênticas à construída, em quantas destas pode-se esperar que ocorra a falha?

Algumas proposições de projeto fundamentadas em análise de confiabilidade e análises probabilística em engenharia consideram que há um valor de coeficiente de confiabilidade ou um valor de probabilidade de falha (ou ambos de forma conjunta) que devem ser tratados como limiares para definir se uma dada condição geotécnica é aceitável ou não (Flores, 2008).

Nesta linha, há probabilidades de falha e coeficientes de confiabilidade propostos de forma distinta para diferentes obras como limites aceitáveis, de forma análoga ao que é feito utilizando o fator de segurança admissível. A USACE (*U.S. Army Corps of Engineers*) propõe uma tabela com coeficientes de confiabilidade e probabilidades de falha associados a um

desempenho esperado para obras de geotecnia (USACE, 1999). Na Tabela 2.2, mostram-se os valores sugeridos pela USACE (1999) a título de ilustração.

Tabela 2.2 – Probabilidade de falha e coeficiente de confiabilidade admissíveis (USACE, 1999).

Nível de desempenho	η	Probabilidade de falha
Alto	5	3×10^{-7}
Bom	4	3×10^{-5}
Acima da média	3	1×10^{-2}
Abaixo da média	2,5	6×10^{-3}
Pobre	2,0	$2,3 \times 10^{-2}$
Insatisfatório	1,5	7×10^{-2}
Perigoso	1	$1,6 \times 10^{-1}$

Seguindo a mesma lógica de probabilidade de falha e coeficiente de confiabilidade admissível, outros autores seguiram procedimentos específicos para determinadas obras de tal forma a buscar coeficientes de confiabilidade e probabilidades de falha críticos. Silva (2018) reuniu a recomendação dos limiares de coeficiente de confiabilidade e de probabilidade de falha que diversos autores sugeriram. No que segue, descreve-se o racional por trás dos critérios fixados e reproduz-se na Tabela 2.3 os critérios de probabilidade e coeficiente de confiabilidade.

Sandroni & Sayão (1992), que definiram um valor fixo de probabilidade de ruptura aceitável para taludes de mineração ferro, fundamentando-se na retroanálise de taludes de mineração de ferro.

Wolff (1996) definiu duas probabilidades de ruptura (associadas a coeficientes de confiabilidade) críticas no contexto de estabilidade de taludes: uma para taludes comuns, sem muita responsabilidade pela ruptura; e outra para taludes críticos, como aqueles que compõem barragens.

Baecher *et al.* (1980) definem uma probabilidade de falha para barragens usando a frequência de barragens rompidas nos Estados Unidos desde a década de 1940.

Phoon *et al.* (2003), por meio de um estudo extensivo utilizando experiência de projeto e dados de taxas empíricas de falha, obtiveram valores de coeficiente de confiabilidade que são

considerados pelos autores mais apropriados para o projeto de fundações de linhas de transmissão elétricas.

Tabela 2.3 – Limiares de coeficiente de confiabilidade e probabilidade de falha de vários autores (Silva, 2018 – modificado).

Autor	η	Probabilidade de falha	de Estrutura
Baecher <i>et al.</i> (1980)	-	$1,0 \times 10^{-4}$	Barragens
Sandroni & Sayão (1992)	-	$2,3 \times 10^{-2}$	Taludes de minas de minério de ferro
Wolff (1996)	3,0	$1,0 \times 10^{-3}$	Taludes
USACE (1999)	4,0	$1,0 \times 10^{-5}$	Não especificado
El-Ramly (2001)	2,0	$2,0 \times 10^{-2}$	Taludes
Phoon <i>et al.</i> (2003)	3,2	$3,0 \times 10^{-4}$	Fundações
Chowdhury & Flentje (2003)	1,0-3,0	$1,5 \times 10^{-1} - 10^{-3}$	Taludes naturais

Chowdhury & Flentje (2003) elencaram uma faixa de valores de coeficientes de confiabilidade e probabilidades de falha para taludes a depender de características do talude, localização, modo potencial de falha e consequências potenciais de falha. Estes valores são apenas sugestões, não devendo ser tratados como alvos de valores admissíveis.

A abordagem envolvendo a probabilidade de falha não leva em conta as possíveis consequências desta falha. Um evento com probabilidade de ocorrência alta pode ser aceito se as consequências de sua ocorrência forem mínimas. Uma abordagem que envolva as consequências para os envolvidos nas consequências de falha de uma obra de engenharia torna-se essencial, portanto, para garantir uma tomada de decisão condizente com a realidade na qual a obra se insere. Para isto, utiliza-se o conceito de risco em engenharia.

A definição de risco varia entre autores, mas há um consenso de que risco deve levar em conta a probabilidade de falha de um sistema de engenharia e as consequências que esta falha traria (Baecher & Christian, 2003). As consequências do risco podem se manifestar de diversas formas, como perdas de vida, danos socioambientais e perdas financeiras. Para fins desta tese, a métrica de risco é definida como o produto da probabilidade de falha pelo valor monetizado das consequências de falha.

O processo de definição da forma, dimensão e características do risco é chamado de avaliação de risco (Kirchhoff & Dobestein, 2006). A avaliação de risco segue um procedimento no qual se definem as probabilidades de ocorrência do evento danoso, a quantificação de suas consequências e tomada de decisão. O procedimento é ilustrado no fluxograma da Figura 2.14.

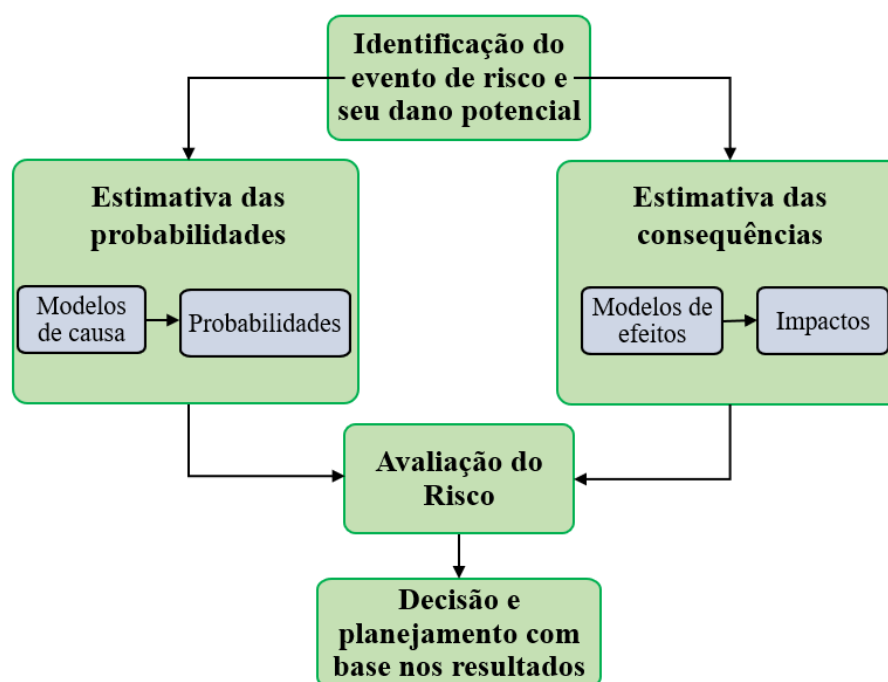


Figura 2.14 – Fluxograma da avaliação de risco.

As avaliações de risco levam em conta o risco admissível, que é o nível de risco até o qual a comunidade ou indivíduo estão dispostos a conviver em troca de um dado benefício (Hungry *et al.*, 2005). Este risco admissível se contrapõe ao risco aceitável, que é o risco que a comunidade ou indivíduo estão dispostos a aceitar sem despendar recursos para mitigá-lo (Montoya, 2013).

As abordagens dos limites de risco envolvem, portanto, o julgamento das diversas partes interessadas no balanço entre consequências e probabilidade de ocorrência dos danos, inclusive contando com a participação da sociedade e, principalmente, das pessoas afetadas pelas consequências do dano potencial.

Com o intuito de gerenciar o risco, foram desenvolvidos diagramas de risco, que relacionam a probabilidade anual de ruptura de com as consequências da falha (Baecher & Christian, 2003). Nestes gráficos, devem ter duas linhas traçadas, a de aceitação e a de aceitação marginal (Montoya, 2013). A linha de aceitação marginal define um limite no qual o incremento da consequência deve ser acompanhado de um decréscimo na probabilidade de falha para que seja aceito. Um exemplo de diagrama de risco é mostrado na Figura 2.15.

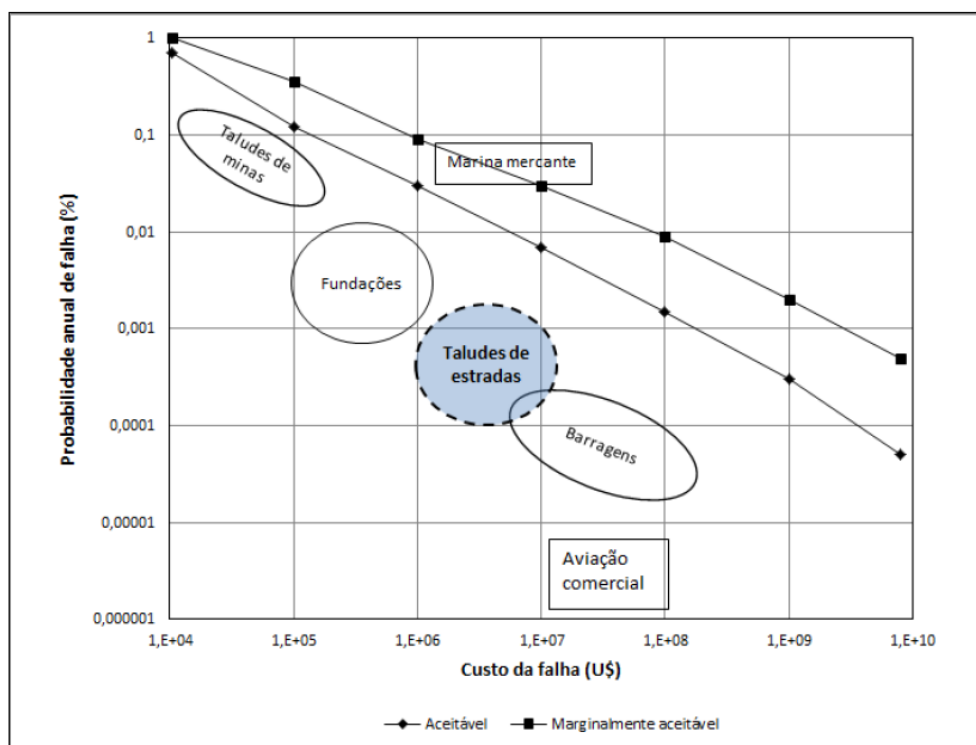


Figura 2.15 – Diagrama de risco com o risco médio anual para diversas obras (Whitman, 1984 - modificado).

A questão de redução de riscos esbarra em um entrave comum: há certo momento em que reduzir marginalmente o risco apresenta um custo impraticável. Entre a linha de risco aceitável e a linha de risco marginal, define-se uma região onde o risco deve ser tão baixo quanto razoavelmente praticável, chamado de princípio ALARP (*As low as reasonably possible*). A ideia do ALARP é esquematizada na Figura 2.16.

Na Figura 2.16, mostra-se que há uma faixa de risco que pode ser adotada em um projeto, não havendo um único valor a partir do qual se considera aceito ou não a condição de risco. A largura do triângulo representa a magnitude do risco. O princípio ALARP apresenta três categorias de risco (Bowles *et al*, 2005):

- A categoria de risco amplamente aceito, na parte de baixo do triângulo, que representa uma região equivalente aos riscos cotidianos, que não valem a pena serem tratados;
- O topo do triângulo, mostrando o risco inaceitável, é a região onde indivíduos julgam que o risco não vale a pena ser tomado, independentemente dos benefícios que são contrapartida. Estes riscos devem ser tratados para ficarem na região tolerável, podendo ser aceitos da forma como estão somente por motivos excepcionais;
- A região do meio, que define a amplitude de tolerabilidade. Nesta região, o risco se encontra em um patamar aceito pela sociedade e indivíduos que precisam conviver com

ele para obter determinados benefícios. Nesta região, o risco deve ser levado para um ponto mais baixo razoavelmente praticável (ALARP), de acordo com as especificidades do projeto.

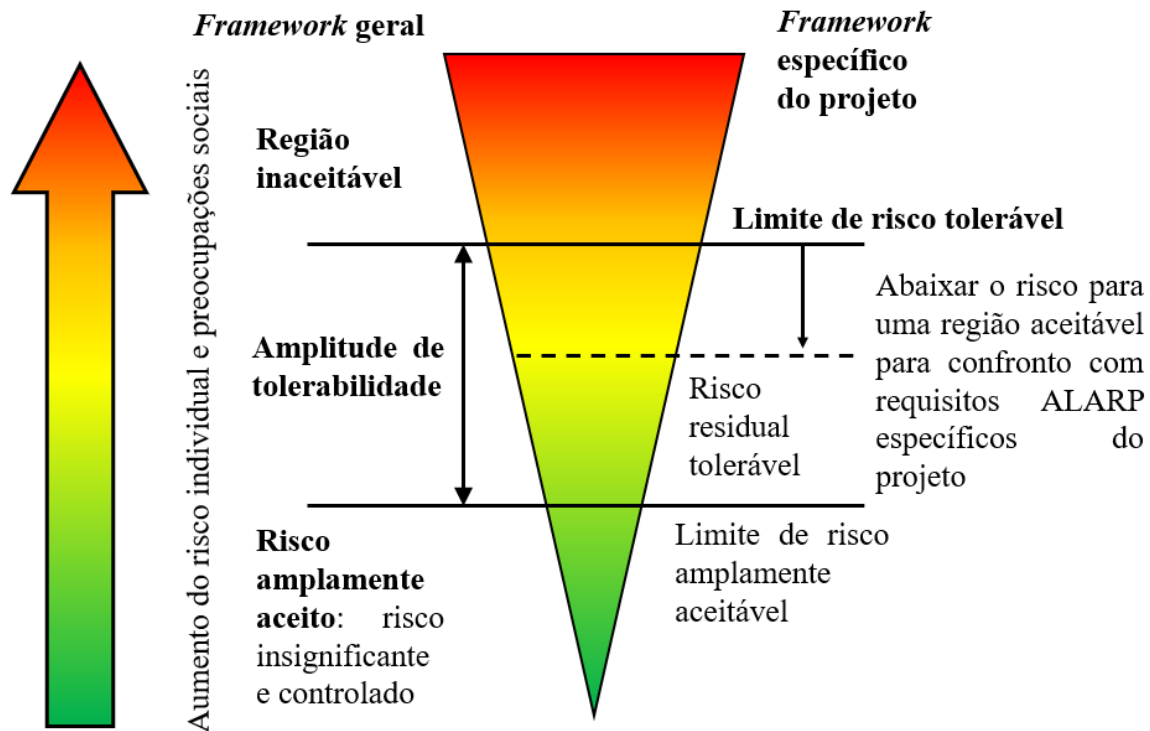


Figura 2.16 – Ilustração das diretrizes de gestão de risco tolerável fundamentadas no ALARP (Munger, 2009 – modificado).

No caso de rupturas de taludes que afetam dutos de petróleo e derivados, o risco deve levar em conta características específicas da falha e vazamento do produto transportado. Neste caso, a probabilidade de falha advém da análise geotécnica, mas a avaliação das consequências advém de fora da geotecnia, da avaliação do impacto da ruptura do oleoduto na população afetada e no meio ambiente próximo, de acordo com as características específicas do produto, do relevo, da flora, fauna, solo e comunidade.

As diretrizes para definição do risco tolerável no caso de oleodutos seguem os mesmos princípios discutidos nesta seção.

Nessim *et al.* (2009) propuseram limites de confiabilidade para gasodutos terrestres. Foram analisados 240 casos hipotéticos de gasodutos, que foram classificados quanto ao risco segundo os parâmetros da norma americana B31-8 (ASME, 2004). Esta norma divide os dutos em quatro classes de localização, de acordo com a densidade de edifícios nas vizinhanças da faixa de dutos. Os critérios de tolerância ao risco foram definidos para estas classes e definidos

distintamente entre critério de risco para a sociedade e critério de risco para o indivíduo. Estes riscos são definidos da seguinte forma: risco para o indivíduo é a probabilidade anual de que um indivíduo localizado na zona de risco do duto venha a óbito e o risco para a sociedade leva em conta o número total de óbitos causados pela falha do duto. Os limites são sugeridos como funções de parâmetros que alteram o risco dos dutos, como pressão de operação, diâmetro, densidade populacional.

Pei *et al.* (2018) determinaram o risco aceitável pela sociedade com respeito a dutos pressurizados por meio da formulação de um diagrama de risco. Os autores usaram uma regressão linear usando um banco de dados de acidentes, que foi combinado com o ALARP para definir um critério para o risco aceitável pela sociedade na China.

O risco de ruptura também pode ser tratado para cada um dos modos de falha individualmente, quando se busca tomar atitudes voltadas a tratar um tipo específico de problema que pode surgir nos dutos. Xie & Tien (2018) propuseram um critério de otimização para a reavaliação de inspeção dos dutos para averiguar a corrosão. O critério leva em conta que a inspeção deve ocorrer quando a probabilidade de falha do duto ficar abaixo de um dado limite, que é aquela probabilidade que corresponde ao menor custo esperado de realização da atividade.

Zhang *et al.* (2019) definiram um sistema de tomada de decisão e análise do risco usando análise de confiabilidade, indução matemática, teoria *fuzzy*, análise da árvore de falha e análise de árvore de eventos. O sistema é completo o suficiente para gerar a identificação do risco, quantificação e análise. Para a análise de risco, os autores dividem os riscos em duas categorias: o risco econômico enfrentado pelo operador dos dutos, que visa balancear segurança e eficiência nas operações; e o risco enfrentado pela sociedade quanto à degradação ambiental e preservação de vidas. Para a primeira categoria, foi empregado o princípio ALARP combinado com uma análise de custo-benefício. Para a segunda, os autores utilizaram dados históricos de óbitos e dano ambiental causados por falhas em dutos como valores de referência, sendo o critério de aceitação para o risco social formulado pela consulta com departamentos relevantes e sindicatos.

Cunha (2016) propõe uma metodologia de cálculo de uma amplitude de valores aceitáveis de risco e um risco ótimo para dutos. Para isto, o autor utiliza de uma metodologia robusta e lista faixas de risco toleráveis para três metodologias distintas, mostrado na Tabela 2.4. O autor divide as possíveis consequências que podem advir de falhas de dutos em danos sociais, ambientais, a propriedades, perda de receita e danos à imagem da empresa.

As consequências sociais, ambientais e de propriedade são estimadas monetariamente. Para definir os intervalos de risco admissíveis, o autor utiliza três vieses diferentes: o viés da boa prática da engenharia, o viés sugerido dos padrões e regulamentos dos Estados Unidos e a sugestão proposta pelo autor. O viés da boa prática de engenharia é obtido pelo produto do custo de falha pela taxa recente de ocorrência da falha. Em seguida, o risco ótimo é obtido por meio da minimização de uma função modelo do risco.

Devido a sua robustez e lógica, é oportuna uma breve descrição da metodologia de Cunha (2016) que o autor descreve como boa prática de engenharia.

São importantes para a determinação das consequências de falha a perda de receita devido à paralização da produção e os danos causados à imagem do agente transportador.

Tabela 2.4 – Faixas de risco recomendadas por diversas metodologias para dutos transportadores de petróleo, gás e derivados (Cunha, 2016 - modificado).

Metodologia	Risco - US\$/(km×ano)	Notas
Boa prática de engenharia	118,43 – 599,48	Valor médio da consequência de falha multiplicado pelas taxas de falha internacionais mais recentes.
Padrões e regulamentos	580,00	Somente impacto social, indenização paga pela fatalidade de US\$ 5.800.000,00. Padrões dos EUA, Reino Unido e Holanda.
Risco ótimo	427,28	Derivação analítica aliada a séries temporais de manutenção e custo de falha de gasodutos nos EUA.
Faixa recomendada	80,00 – 800,00	Proposta pelos autores levando em conta valores obtidos no próprio estudo.

Também é importante para a definição das consequências da falha de um duto é o conceito de diâmetro equivalente, que é o orifício circular de área igual à falha no duto. Para cada um dos tamanhos de falha encontrados, há frequências que eles ocorrem registrados em bancos de dados de diversas empresas operadoras e mantenedoras de dutos. Na Tabela 2.5, mostra-se a classificação das falhas levando-se em conta o diâmetro equivalente de falha em relação ao diâmetro nominal do duto (DN). O diâmetro equivalente de falha é a medida do diâmetro do círculo de mesma área da falha no duto. Um diâmetro equivalente de falha igual ao diâmetro nominal do duto indica que o duto sofreu uma ruptura de seção plena.

Tabela 2.5 – Classificação do tamanho da falha (Cunha, 2016).

Dimensões de falha	Diâmetro equivalente de falha	Tamanho considerado	Percentual de ocorrência sugerido
Perfuração	$d \leq 20 \text{ mm}$	20 mm	47%
Furo	$20 \text{ mm} < d < \text{DN}$	DN/4	20%
Ruptura	$d \geq \text{DN}$	DN	33%

Um dado importante para a definição dos danos causados pelo duto à sociedade é a classe de locação do duto. Esta classe é definida de acordo com o número de edificações próximas à faixa e é usualmente utilizada para gasodutos somente, mas também possui utilidade para a definição de densidade populacional no entorno de oleodutos. Na Tabela 2.6, mostram-se as classes de locação.

Outro dado importante é a classificação do meio ambiente em que ocorre a falha. Na

Tabela 2.7, mostram-se as classificações dos dutos com relação ao meio ambiente que eles cruzam.

De acordo com esta metodologia, o risco é dado pela multiplicação das taxas de falha devido aos diversos modos de falha distintos que podem acometer os dutos pelo valor monetário das consequências. As taxas de falha são expressas em número de falhas por quilômetro-ano. Esta perspectiva reflete um viés frequentista acerca da probabilidade de falha dos dutos. As consequências são medidas monetariamente para que haja uma base de medida comum de quantificação dos diversos efeitos adversos distintos causados pela falha dos dutos. A quantificação é feita de forma separada para gasodutos e oleodutos

Tabela 2.6 – Classes de locação de gasodutos segundo o padrão N-2775 (Transpetro, 2018).

Classificação	Construções/1,6 km	Situação	Faixa de Densidade populacional (pessoas/km ²)	Densidade populacional sugerida (pessoas/km ²)
Classe 1	≤ 10	Florestas, desertos, fazendas	≤ 50	30
Classe 2	> 10 e < 46	Áreas rurais, ranchos	[50, 250]	150
Classe 3	≥ 46	Subúrbios e vilarejos	[250, 1250]	750
Classe 4	Cidades	4 ou mais pavimentos	≥ 1250	3750

A medida monetária de danos causados a propriedades devido a falhas em gasodutos e oleodutos é feita de forma similar entre si, por meio do valor estimado de danos registrado no banco de dados do departamento de transportes dos Estados Unidos (DOT, 2008). Para gasodutos, somente eventos para os quais as perdas ultrapassem US\$ 50.000,00, ou tenham gerado morte ou ferimentos com internação são considerados. Para oleodutos, consideram-se somente vazamentos com volume maior ou igual a 1 m³ e que tenham tido falha no corpo do duto.

Tabela 2.7 – Classificação do Meio-Ambiente (Transpetro, 2020).

Classificação	Definição
E1	Vazamentos contidos, em áreas próprias (terminais, refinarias).
E2	Vazamento ao solo sem possibilidade de atingir abastecimento aquífero.
E3	Vazamento atingindo rios, baías e oceano.
E4	Vazamento atingindo manancial hídrico, lençol freático ou área de proteção ambiental.

Para o cálculo dos danos a propriedades por falha de gasodutos, o valor do dano é dado por:

$$P_s = 2(1,4526(d\sqrt{p}) + 7,9436) \quad (2.76)$$

onde P_s é o valor do dano a propriedades (10^3 R\$), d_{eq} é o diâmetro equivalente do dano (pol) e p é a pressão operacional (psi).

Para oleodutos, o cálculo de danos a propriedades é realizado por equações que dependem do tipo de produto vazado e do tipo de meio ambiente no qual ele vaza, de forma similar ao cálculo do dano ao meio ambiente. Na Tabela 2.8, mostram-se equações interpoladas de dados históricos com a estimativa de dano a propriedades.

Tabela 2.8 – Equações de estimativa de dano a propriedades (em 1000 R\$) em função do volume vazado (em m^3) (Transpetro, 2020).

	E1	E2, E3, E4
Petróleo	$P_s = 2(1,018V - 14,977)$ (2.77)	$P_s = 2(3,535V + 74,199)$ (2.78)
Refinados	$P_s = 2(1,018V + 119)$ (2.79)	$P_s = 2(4,038V + 909,643)$ (2.80)
HVL	$P_s = 2(0,109V + 119,047)$ (2.81)	$P_s = 2(0,392V + 269,970)$ (2.82)

Para calcular os danos sociais, é necessário expressar o dano causado a pessoas em valores monetários, o que é feito pelo conceito de valor da indenização paga pela fatalidade (VIF). O VIF é uma medida do quanto a sociedade está disposta a pagar para reduzir a probabilidade de óbito (Cunha, 2016). Sua quantificação é de difícil determinação, existindo diversos valores sugeridos na literatura técnica. O valor adotado na metodologia de Cunha (2016) é o fornecido pelo departamento de transportes dos Estados Unidos (DOT, 2008), de US\$ 5.800.000,00.

Existem diversas metodologias para se obter o VIF, sendo que os métodos mais modernos em geral buscam aferir o VIF por intermédio do mercado de trabalho, verificando o quanto é necessário se dispender para que um mesmo trabalho seja feito em situações progressivamente mais seguras (Transpetro, 2020). Este valor é fortemente correlacionado com o desenvolvimento socioeconômico, idade média da população, renda, escolaridade, subgrupo

comercial. Há poucos estudos disponíveis com este valor definido para diversos países, sendo que, normalmente, estima-se o VIF não conhecido a partir do VIF conhecido de outros países correlacionados por meio do produto interno bruto per capita ou por meio do produto nacional bruto per capita. O valor da indenização paga pela fatalidade no Brasil pode ser tomado por R\$ 1.800.000,00 de acordo com outras literaturas acerca do tema (Ortiz *et al.*, 2009).

O impacto social de uma falha de duto ocorre, geralmente, quando o produto entra em combustão. O valor do impacto social é dado por:

$$Sc = VIF \cdot ns \cdot p_{ign} \quad (2.83)$$

onde Sc é o valor monetário do impacto social causado pela ignição de um produto [\$], VIF é o valor da indenização paga pela fatalidade [\$], ns é o número de óbitos [adimensional] e p_{ign} é a probabilidade de ignição do produto [adimensional].

O número de óbitos é estimado a partir do fluxo de calor gerado pelas possíveis formas de combustão do produto. Segundo Stephens (2002), um fluxo de calor de 15,77 kW/m² causa 1% de fatalidades da população que ocupa a região submetida a este fluxo em 30 s, e um fluxo de 31,55 kW/n² gera 100% de fatalidades em 35 s. Por meio de modelos de fluxo de calor para as diversas formas de combustão do produto, é possível encontrar a distância à fonte de combustão correspondente a estes fluxos de calor. Assume-se uma densidade populacional uniforme na região. Pode-se usar estas duas distâncias (a correspondente a 1% de fatalidades e a correspondente a 100%) multiplicadas pela densidade populacional para obter uma estimativa do número total de óbitos entre estes dois raios. É uma hipótese implícita que o número mínimo de óbitos é de 1%. O processo de integração é tomado de forma aproximado, porque um processo mais preciso não resulta em uma melhora significativa da precisão dos modelos. Na Figura 2.17, ilustram-se as premissas do modelo de mortalidade adotado.

A probabilidade de ignição de um gasoduto é dada por:

$$p_{ign} (\%) = 0,0370d_{eq} + 1,0753, \quad p_{ign} < 80\% \quad (2.84)$$

Calculam-se os raios de fatalidades de 1% e 100% por meio das fórmulas:

$$r_{1\%} = 0,21\sqrt{pd_{eq}^2} \quad (2.85)$$

e

$$r_{100\%} = 0,15\sqrt{pd_{eq}^2} \quad (2.86)$$

onde $r_{1\%}$ é o raio de 1% de fatalidades (m), $r_{100\%}$, é o raio de 100% de fatalidades (m).

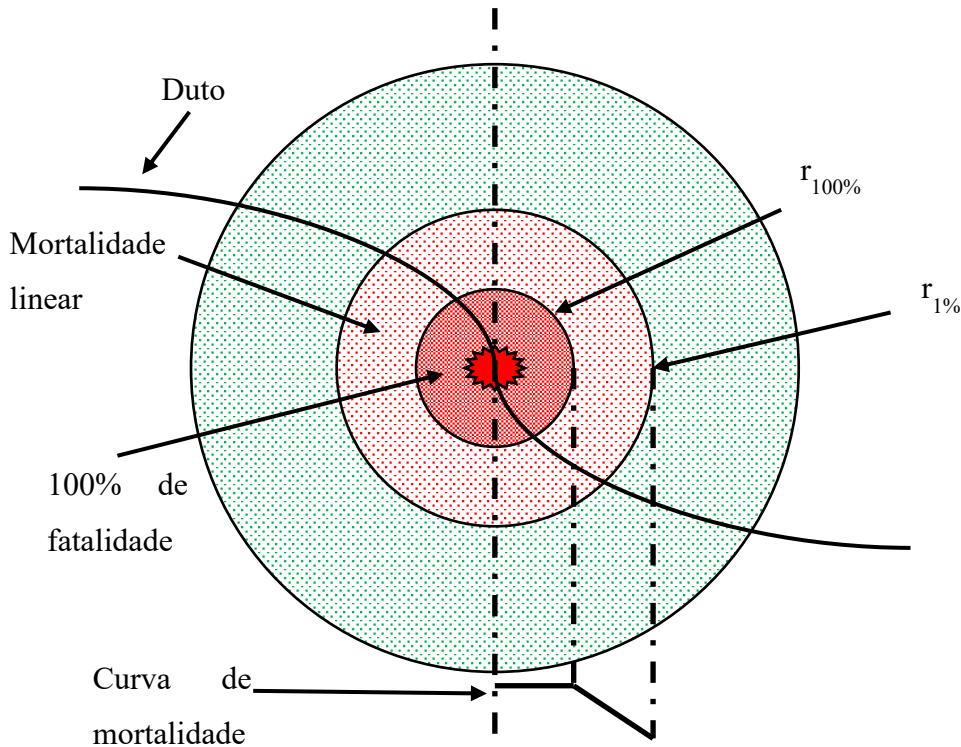


Figura 2.17 – Ilustração do raio afetado por uma ignição e a curva de mortalidade (Cunha, 2016 – modificado).

A partir do algoritmo de integração simplificado de Cunha (2016), calcula-se o número de fatalidades:

$$ns = \rho_{pop} \frac{\pi}{3} [r_{1\%}^2 + r_{1\%} r_{100\%} + r_{100\%}^2] \quad (2.87)$$

onde ρ_{pop} é a densidade populacional [habitantes.L⁻²].

O cálculo dos danos sociais para oleodutos ocorre da mesma forma que para gasodutos, utilizando a Equação (2.83) e o processo de integração da Equação (2.87). Há mudanças, todavia, no modelo de ignição e na equação de probabilidade de ignição. Na Tabela 2.9, mostram-se as equações de probabilidade de ignição.

O modelo de ignição é função do tamanho da falha. Uma falha de tamanho de furo e ruptura causa uma ignição de poça e uma falha de perfuração causa uma ignição de jato.

Para o caso de um incêndio em poça, o raio afetado pela chama é dado por:

$$r_{\%} = \sqrt{\frac{E_m D^2}{16 I_q}} \quad (2.88)$$

onde D é o diâmetro da poça de produto vazado [L], E_m é a emissividade da superfície da chama [MT⁻³] e I_q é o fluxo de calor [LM² T⁻³].

Tabela 2.9 – Probabilidade de ignição para petróleo e derivados (Transpetro, 2020).

Fluido	Equação ($p_{ign} \leq 80\%$)
GLP	$p_{ign} = 0,0370d_{eq} + 1,0753$ (2.89)
Refinados Leves	$p_{ign} = \frac{2,65}{4,70} (0,0370d_{eq} + 1,0753)$ (2.90)
Petróleo	$p_{ign} = \frac{1,75}{4,70} (0,0370d_{eq} + 1,0753)$ (2.91)
Refinados Pesados	$p_{ign} = 0$ (2.92)

O valor da emissividade da superfície da chama é dado por modelos empíricos, enquanto o diâmetro da poça de produto vazado é calculado supondo que a área afetada do vazamento é idêntica à área da poça e usando modelos ajustados que fornecem a área afetada pelo vazamento em função do volume vazado.

No caso de um incêndio proveniente de um jato, o raio afetado é dado por:

$$r_{\%} = \sqrt{\frac{0,3Q}{4\pi I_q}} \quad (2.93)$$

onde Q é o calor gerado pela combustão [ML^2T^{-2}], dado por:

$$Q = Hq_v \rho_p \quad (2.94)$$

onde H é o calor de combustão do fluido [L^2T^{-2}], ρ_p é a massa específica do fluido [ML^{-3}] e q é a vazão volumétrica [L^3T^{-1}].

A entalpia de combustão é calculada por um modelo empírico que depende do tipo de fluido e a vazão volumétrica é calculada por meio do modelo de fluxo através de um orifício.

De posse destas equações, é possível calcular os raios correspondentes a 1% e 100% de fatalidades e proceder ao cálculo de danos sociais de forma análoga ao que é feito para gasodutos.

Para a quantificação de danos ambientais, considera-se somente o dano causado por oleodutos, tendo em vista que o dano ambiental causado por gasodutos costuma ser muito baixo. A estimativa das consequências ambientais de ruptura de oleodutos é feita com base no banco

de dados do departamento de transportes dos Estados Unidos, que registra o valor monetário de reparação ambiental. São considerados somente vazamentos com volume maior ou igual a 1 m³ e que tenham ocorrido no corpo do oleoduto. A depender do tipo de meio-ambiente e do produto vazado, uma equação de interpolação para os dados históricos diferentes de vazamento é utilizada. Os produtos são divididos em petróleo cru, refinados e líquidos de alta volatilidade (HVL). O conjunto de equações para estimativa dos danos ao meio ambiente é mostrado na Tabela 2.10. Devido à falta de dados, os valores de danos em meio ambiente do tipo E4 são adotados como sendo três vezes o valor do dano do ambiente E3.

Tabela 2.10 – Equações de estimativa de danos ao meio ambiente ($MA_{\$}$ em 1000 R\$) em função do volume vazado (em m³) (Transpetro, 2020).

	Petróleo	Refinados	HVL
E1	$MA_{\$} = 1,512V + 73,324$ (2.95)	$MA_{\$} = 1,512V + 73,324$ (2.96)	$MA_{\$} = 0,17V + 86,372$ (2.97)
E2	$MA_{\$} = 2,276V + 165,822$ (2.98)	$MA_{\$} = 2,514V + 388,904$ (2.99)	$MA_{\$} = 0,408V + 104,400$ (2.100)
E3	$MA_{\$} = 6,668V + 271,772$ (2.101)	$MA_{\$} = 9,134V + 483,900$ (2.102)	$MA_{\$} = 0,852V + 863,464$ (2.103)

Cabe ressaltar que Cunha (2016) desconsiderou os danos associados à perda de lucro e ao reparo das linhas, por considerar que estes valores são pequenos quando comparados aos outros tipos de consequências, o que não ocorre na realidade. A perda de receita pode ser estimada utilizando dados estatísticos, da mesma forma como feito para a estimativa dos danos.

A perda de receita de gasodutos é o produto da tarifa de transporte pela vazão volumétrica conduzida e pelo tempo de paralização. A tarifa é calculada pela equação (Transpetro, 2020):

$$T_{\$} = 0,0157L_{km} + 15,52 \quad (2.104)$$

onde $T_{\$}$ é a tarifa de transporte, medida em R\$/10³m³ e L_{km} é a distância transportada em km.

A estimativa de perda de receita de oleodutos é feita com outra equação de ajuste linear para a tarifa estimada:

$$T_{\$} = 0,034917L_{km} + 6,115 \quad (2.105)$$

O processo de cálculo de danos à imagem e reputação de uma empresa é complexo e depende de estimar consequências indiretas causadas com a parada das linhas que sofreram falha, como paralização de centrais logísticas, desabastecimento, impacto causado na percepção das pessoas devido à falha, multas e outros passivos judiciais. Adotar um multiplicador em cima do cálculo das consequências feito até o momento é processo razoável para se estimar o aumento dos danos monetários. É prática comum de mercado multiplicar o valor monetário das consequências por três quando a parada de dutos resulta em danos significativos à imagem da transportadora (Transpetro, 2020).

Findo o processo de cálculo do risco de dutos de uma dada faixa, pode-se calcular o risco ótimo, que é aquele que minimiza o custo total de falha. O custo total de falha é a soma do custo anual de prevenção, custo anual de inspeção e custo de manutenção dos dutos.

Por meio de um modelo exponencial com índice negativo para o custo médio de falha e usando algumas manipulações algébricas, Cunha (2016) obteve uma forma de estimar o custo ótimo anual de falha usando dados da série temporal de custo anual de falha do departamento de transportes dos Estados Unidos, chegando ao valor de 427,28 US\$/ $(\text{km} \times \text{ano})$.

2.9 Serra do Mar em São Paulo

O contexto situacional geotécnico-geológico no qual este trabalho será aplicado trata da região da Serra do Mar, uma cadeia montanhosa que circunda grande parte do litoral das regiões Sul e Sudeste do país. Devido a sua extensão, a Serra do Mar pode apresentar características geológico-geotécnicas muito distintas quando abordada como todo, por isto, restringe-se a analisar suas características geológico-geotécnicas na região de interesse desta tese, ou seja, no litoral sul paulista, região da cadeia montanhosa atrás da Baixada Santista.

A região da Serra do Mar é uma região montanhosa de mata atlântica que cobre cerca de 1500 km ao longo do sudeste e parte do sul do Brasil (Vieira *et al.*, 2010). Há grande interesse econômico na região por ela abrigar malhas de transporte de diferentes modais, conectando diversas regiões de estados com atividade econômica elevada, como o estado de São Paulo. É, principalmente, neste estado em que se concentra o interesse econômico acerca de transportes que cruzam a Serra do Mar. A região abriga indústrias do estado e parte da malha dutoviária de abastecimento de petróleo e derivados do país.

No século XX, grandes desastres ambientais envolvendo movimentos de massa de solo na região causaram perdas humanas e materiais de grandes dimensões. Furian *et al.* (1999) elencam uma série destas catástrofes: Santos em 1928; Cubatão em 1946; Via Anchieta em

1956, 1967 e 1988; Campos do Jordão em 1972; Caraguatatuba em 1944 e 1967; Ubatuba em 1942, 1943 e 1949.

Na área da Serra do Mar Paulista são considerados quatro tipos de relevo, segundo IPT (1987): (a) escarpa da borda do planalto, (b) espigões, (c) morros maiores do seu sopé, e (d) morrotes e morros isolados na planície costeira. A escarpa (a) é definida na borda do planalto a partir de ruptura de declive positiva contínua, interrompida por drenagens que avançam em direção à baixada. Essa porção é alta, abrupta e retilínea, representando as encostas de cabeceira da maioria dos cursos d'água que drenam a escarpa. Os espigões (b) apresentam topos angulosos e vertentes abruptas a partir dos quais se ramificam espigões menores, arredondando seus topos à medida que se aproximam dos vales principais. Os morros maiores (c) constituem formas de topos subarredondados e geralmente apresentam-se nivelados com declividades médias e altas. Os morrotes isolados (d) na planície costeira ocorrem mais adentro do continente. São formas geralmente convexas, de topos arredondados e amplos, com encostas de baixa e média declividade. A orientação geral das estruturas geológicas da Serra do Mar, ao longo de toda a formação, segue a orientação ENE (Vieira & Gramani, 2015).

As condicionantes geológico-geotécnicas da Serra do Mar favorecem uma série de movimentos de massa de solo, que podem ser descritas de acordo com a Tabela 2.11 (Augusto Filho, 1992):

Dos processos tratados na Tabela 3.1, este trabalho propõe-se a analisar aqueles que ocasionam os escorregamentos. Escorregamentos são movimentos rápidos de massas de solo e volumes bem definidos (Augusto Filho, 1992). Estes movimentos começam lentos, acelerando até um valor limite e decrescendo até zero após atingir o pico. Os escorregamentos se distinguem quanto à geometria e o tamanho. No caso de solos, estes podem ser classificados genericamente em translacionais ou rotacionais. Na Serra do Mar, a ocorrência de deslizamentos costuma ser do tipo translacional em condições naturais, o que pode ser explicado pelas condicionantes geológico-geotécnicas da Serra do Mar (Cerri *et al.* 2018).

Pode-se buscar diversas justificativas para associar as características geomorfológicas da região com os frequentes deslizamentos translacionais que ocorrem. Neste sentido, Cerri *et al.* (2018) associam em seu trabalho as principais estruturas geológicas encontradas na região com os frequentes eventos de escorregamentos rasos presentes.

Tabela 2.11 – Movimentos de massa e suas características dinâmicas, geométricas e materiais
(Varnes, 1978 – modificado).

Processos	Dinâmica/Geometria/Material
Rastejos (Creeps)	Vários planos de deslocamento (internos); Velocidades muito baixas (cm/ano) a baixas e decrescentes com a profundidade; Movimentos constantes, sazonais ou intermitentes; Solo, depósitos, rocha alterada/fraturada Geometria indefinida.
Escorregamentos (Slides)	Poucos planos de deslocamento (externos); Velocidades médias (m/h) a altas (m/s); Pequenos a grandes volumes de material; Geometria e materiais variáveis: Planares – solos pouco espessos, solos e rochas com um plano de fraqueza principal; Circulares – solos espessos homogêneos e rochas muito fraturadas; Em cunha – solos e rochas com dois planos de fraqueza.
Quedas (Falls)	Sem planos de deslocamento; Movimentos tipo queda livre ou em plano inclinado; Velocidades muito altas (vários m/s); Material rochoso; Pequenos e médios volumes; Geometria variável: lascas, placas, blocos etc.; Rolamento de matacão; Tombamento.
Corridas (Flows)	Muitas superfícies de deslocamento; Movimento semelhante ao de um líquido viscoso;

Desenvolvimento ao longo das drenagens
Velocidades médias a altas;
Mobilização de solo, rocha, detritos e água;
Grandes volumes de material;
Extenso raio de alcance, mesmo em áreas planas.

Na Serra do Mar, no estado de SP, há dois setores geológicos principais que a caracterizam – o primeiro ao sul, se estendendo entre Santos e a Ribeira do Vale do Rio Iguapé; a segunda ao norte, indo da altura da Ilha de São Sebastião até o estado do Rio de Janeiro (Vieira & Gramani, 2015).

A geomorfologia no estado é caracterizada pela presença de dissecções de paisagem intensas, com vales encaixados, alta densidade de drenagem, taludes íngremes e cumes pontiagudos e padrão de drenagem de acordo com a direção das estruturas geológicas. Nesta região, a direção principal das escarpas é SW-NE geográfica. Destaca-se a presença de falha e zonas de cisalhamento com esta mesma orientação (Cerri *et al.*, 2017).

A região de interesse deste estudo encontra-se na porção sul da formação geológica no estado, mais precisamente na serra do município de Cubatão. A região de estudo é caracterizada geologicamente pela predominância de migmatitos e ocorrência de bioxisto (Vieira *et al.*, 2018).

A importância da geologia na resistência à ruptura de taludes de solo consiste no fato de que, apesar do alto grau de intemperismo da região, as alterações herdaram padrões de descontinuidade marcantes da rocha mãe. Estes padrões podem consistir em descontinuidades preenchidas por materiais menos resistentes, que funcionam como regiões de fluxo preferencial de água e guiam as rupturas em direção paralela a eles.

Os solos e materiais residuais da região, advindos de rochas metamórficas, apresentam uma marcante anisotropia na resistência ao cisalhamento devido à presença de material micáceo.

A combinação de elevados índices pluviométricos, relevo, estruturas geológicas e padrões de drenagem da região favorecem os constantes deslizamentos observados. Os taludes da região têm inclinação entre 35° e 40°. A maioria dos deslizamentos na Serra do Mar costuma ocorrer no terço inferior da cadeia de montanhas, cujo gatilho consiste em um volume de precipitação anual que varia entre 2000 e 2500 mm, com 71% normalmente ocorrendo entre

setembro e março (Furian *et al.*, 1999). A orientação predominante da face dos taludes (64%) é de SE e S e a distribuição de convexidade é de 40% de face reta, 40% convexos e 20% côncavos (Vieira *et al.*, 2015).

Os taludes mais suaves são cobertos por colúvio e os taludes mais íngremes apresentam camadas de solos mais fina, muitas vezes menor que 1 m (Vieira *et al.*, 2015). Estes solos costumam ter porosidade elevada. A composição geral dos estratos e os mecanismos de ruptura usualmente associado a ela é mostrada na Figura 2.18. A composição usual da cobertura de solo é composta por dois tipos de regolitos: a primeira camada de 1 m sendo de solo coluvionar e a segunda de saprólito, com profundidade de 3 a 4 m (Wolle & Carvalho, 1989).

Os solos da região são porosos e se intercalam entre argilo-arenosos no horizonte superficial e matriz arenosa ou siltosa no horizonte saprolítico (Wolle & Carvalho, 1989). Por serem porosos, os solos favorecem a percolação e resultando em processos erosivos e de escorregamento. A composição granulométrica costuma apresentar altas frações de areia, com composição variável, com ênfase para a presença areias siltosas e pouco argilosas e siltes pouco argilosos, com horizontes de solos mais profundos compostos por siltes e areias. O solos mais superficiais são formados por solos mais argilosos (Ferreira, 2013).

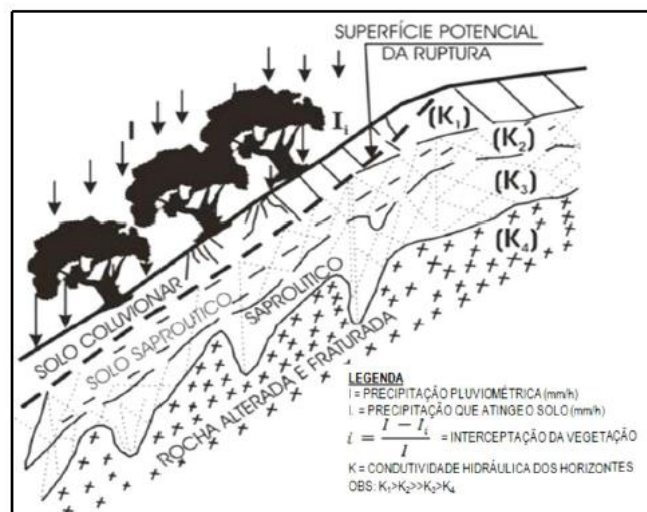


Figura 2.18 - Perfil típico da Serra do Mar na região de Cubatão (Wolle & Carvalho, 1989).

A ruptura destes taludes costuma ocorrer no contato entre o solo coluvionar e o saprolíticos, a profundidades baixas, em torno de 1,5 m e 2 m de profundidade (Wolle & Carvalho, 1989).

3 METODOLOGIA E REGIÃO DE ESTUDO

Definidos os conceitos teóricos e mais atuais a respeito do risco de escorregamentos para dutos de petróleo e derivados, parte-se para o delineamento da metodologia e da região de estudo.

A seguir, é traçada uma breve descrição geológico-geotécnica da Serra do Mar, com ênfase para a região e a encosta específicas que constituem o objeto de estudo.

3.1 Estudo de Caso

O trecho conhecido como Inclinado da Serra abrange o km 13+000 e parte do km 14+000 da faixa de dutos OSSP-LT sob controle da Transpetro, que cruza uma encosta no município de Cubatão, indo em direção ao município de São Caetano do Sul. O trecho possui extensão de 1,6 km, cruzando a face de uma encosta da Serra do Mar, onde frequentemente podem-se encontrar trechos com inclinação de 40° ou superior.

Devido à grande suscetibilidade da região a deslizamentos, um trabalho de cobertura do trecho com emulsão asfáltica visando a impermeabilizar superficialmente a região e diminuir a erodibilidade superficial do trecho é realizado periodicamente. A solução foi implementada na década de 1950 e permanece sendo mantida até o momento. O trecho de imprimação compreende uma área de 10,6 hectares. A região imprimada é combinada com uma rede de drenagem superficial, consistindo em um conjunto de canaletas, escadas hidráulicas e caixas de passagem que recolhem a água da região, diminuem sua energia cinética e a conduzem para uma região sem risco de integridade para a faixa de dutos.

O trecho do Inclinado da Serra segue próximo à represa de Henry Borden, que possui uma solução de estabilização similar à adotada para os dutos. No caso da represa, uma adutora percorre similarmente a face de uma encosta sobre uma região com imprimação por emulsão asfáltica.

A faixa de dutos no trecho em questão abriga sete dutos. Diferentemente do que geralmente é adotado, os dutos desta região não se encontram enterrados, estando eles apoiados em montantes de concreto e cruzando a encosta por cima de sua face. São 23 blocos de ancoragem de apoio, com sua fundação do tipo sapata implementada sobre o topo rochoso da encosta, percorrendo a linha do espigão divisor das bacias hidrográficas do Rio das Pedras e do córrego extravasor do túnel da usina Henry Borden.

A Região do Inclinado da Serra é mostrada por meio de imagens de satélite na Figura 3.1. Na Figura 3.2, mostra-se uma vista aérea da encosta.

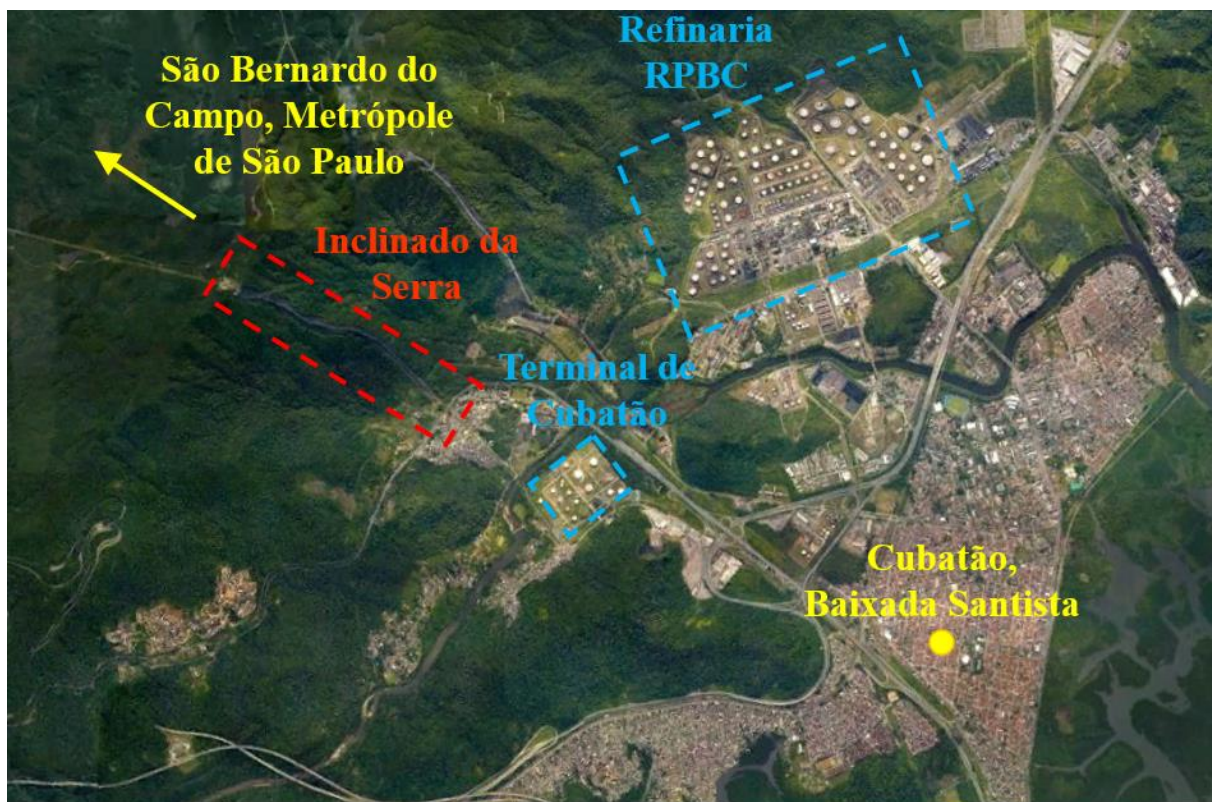


Figura 3.1 – Vista de satélite da região estudada.



Figura 3.2 – Vista aérea da encosta contendo o trecho estudado (Vieira *et al.*, 2015 – modificado).

A região dos dutos cruza um trecho de solo residual, com bolsões de talus nos arredores. No pé da encosta há ainda uma região de solos residual da área urbana. Não obstante a presença deste pequeno grau de heterogeneidade na macroescala, o trecho dos dutos encontra-se totalmente contido na região de solo residual.

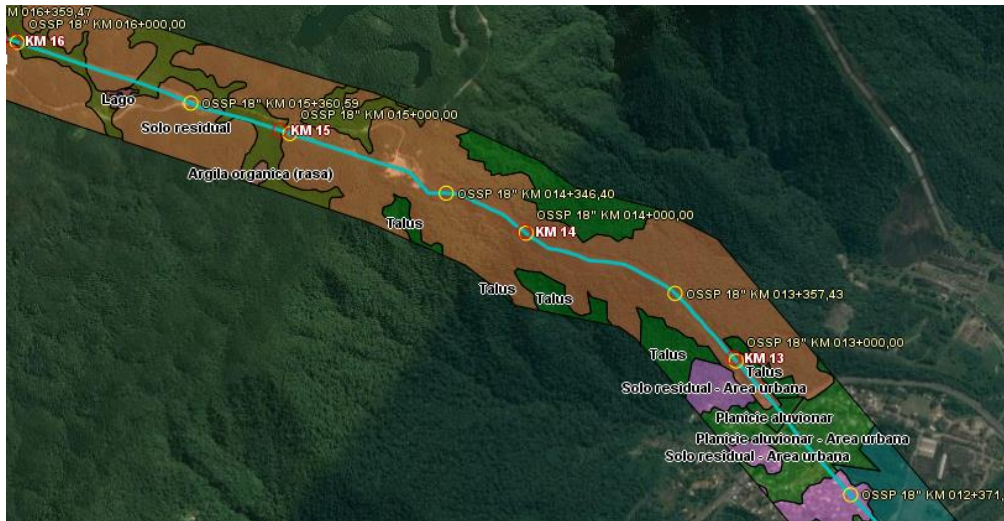


Figura 3.3 – Mapa geotécnico da região da encosta.

A faixa possui duas classes de locação, que são classificações atribuídas a faixas que possuem gasodutos e que dependem da densidade populacional nos arredores dos gasodutos. Nas Figura 3.4 e Figura 3.5, mostram-se as classes de locação associada. Na Seção 2.8, abrangem-se mais detalhes sobre as classes de locação de gasodutos e sua importância para a definição das consequências de falha de dutos.

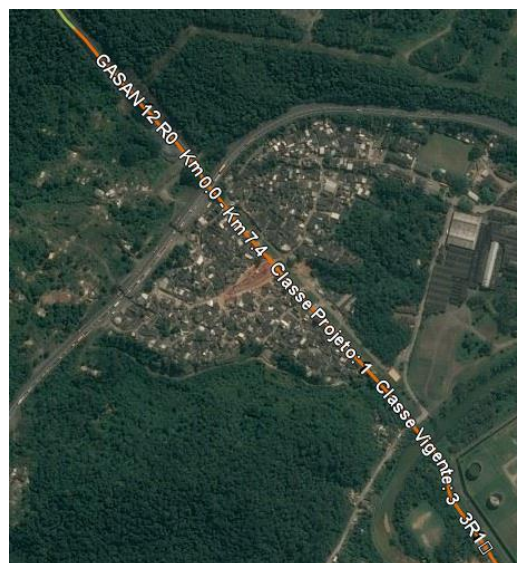


Figura 3.4 – Classe de locação associada ao início do trecho.

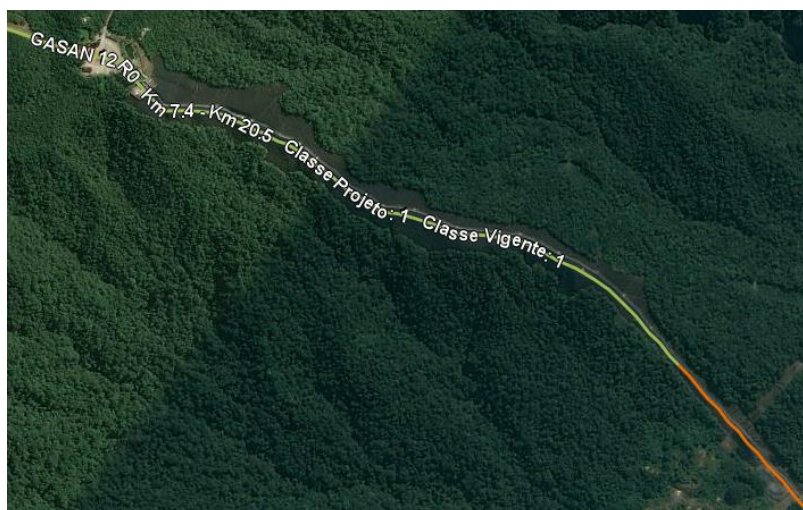


Figura 3.5 – Classe de locação associada ao final do trecho.

Na Figura 3.6, ilustra-se um modelo digital de terreno do trecho do Inclinado da Serra e sua divisão em seis faixas de declividade distintas, a título de ilustração do terreno encontrado na região. Pode-se perceber que os dutos estão instalados em uma região de divisor de águas, caracterizada por estar em uma região mais elevada que sua vizinhança e de inclinação mais suave. Ao mesmo tempo, nota-se que os trechos de altitude superiores da faixa de dutos possuem maior inclinação do que os trechos mais baixos.

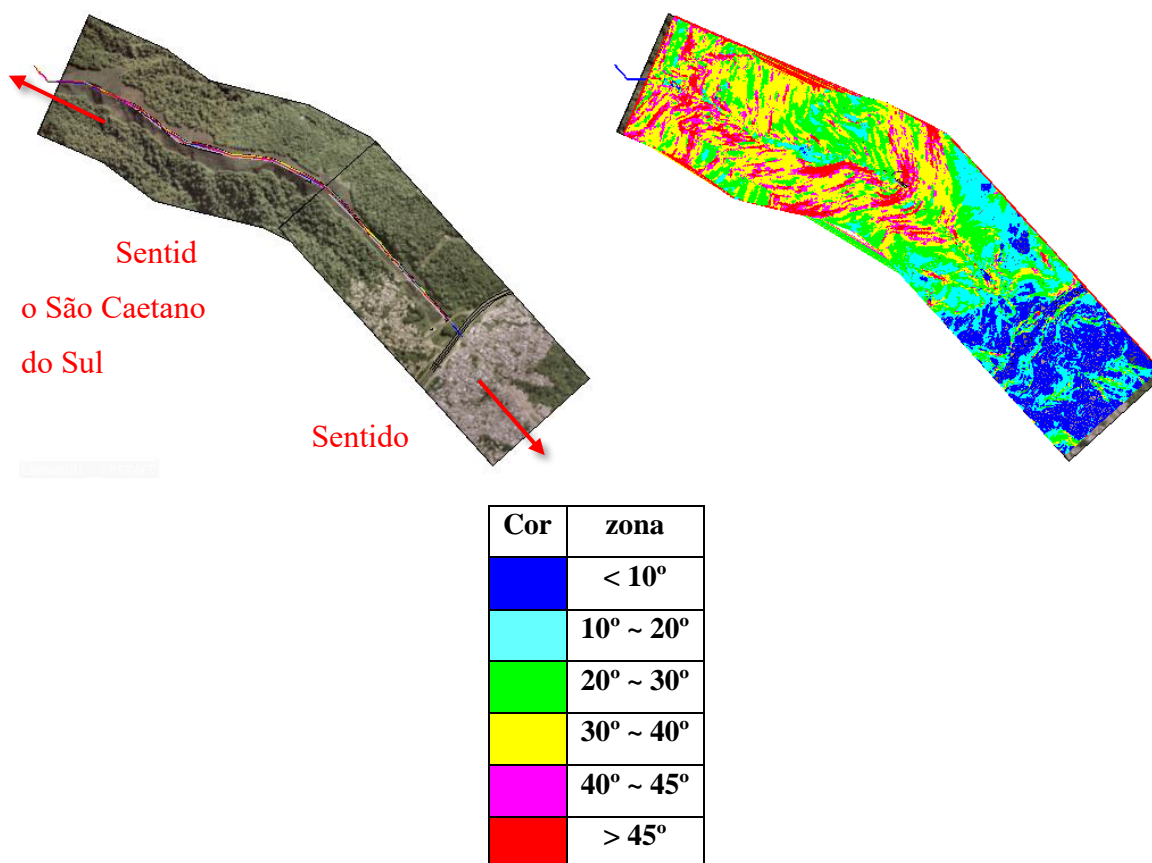


Figura 3.6 – Indicação de faixas de declividade do trecho do Inclinado da Serra.

A estabilidade geotécnica da encosta que contém os dutos do Inclinado da Serra foi analisada previamente, em 1988, em um relatório feito pela Petrobras, no qual foram realizadas sondagens mistas de solo na região de apoio dos dutos e cálculo com um modelo de estabilidade de taludes infinitos e saturados (Costa, 1988). Este relatório concluiu que as encostas são estáveis nas condições em que se encontram – com aplicação de imprimação asfáltica –, devendo haver preocupação em manter as impermeabilizações superficiais e o monitoramento do nível d'água, porque, caso haja uma elevação do nível d'água, a situação de estabilidade das encostas pode ser comprometida. No caso de ser constatado a presença de teor de sulfato de sódio e carbonato de cálcio no solo e a existência de nível d'água após períodos importantes de chuva, o relatório recomenda a utilização de injeção asfáltica em áreas importantes de infiltração para recuperar a coesão do solo e reduzir a percolação de água. A seguir, são resumidas algumas conclusões a respeito dos dados e análises apresentados neste relatório.

Nas sondagens do relatório técnico foram realizados cinco furos, denominados de SPT-i, com i variando de 1 a 5, cujos dados são resumidos na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Dados das sondagens contidas no relatório técnico de estabilidade de taludes do Inclinado da Serra de 1988 (Costa, 1988 - modificado).

Sondagem	Cota da base do Furo (m)	Profundidade do Nível d'Água (m)	Espessura de Solo (m)	Comprimento do Furo (m)	Declividade (graus)
SPT-1	750,874	9,36	9,55	100,56	39
SPT-2	576,076	19,42	8,32	126,05	29
SPT-3	335,929	Inexistente	9,30	145,00	41
SPT-3A	207,463	14,51	19,35	134,20	21
SPT-4	153,931	25,89	2,35	65,00	17
SPT-5	96,571	12,73	5,60	40,30	6

Na Tabela 3.1, percebe-se que o solo da encosta possui espessuras variadas, chegando a alcançar um valor próximo de 20 m de profundidade, visto no furo SPT-3A, e 2,35 m, visto no furo SPT-4. Não há uma correlação direta entre a profundidade do furo e a declividade encontrada para o conjunto de dados de furos de sondagem do relatório.

Da Tabela 3.1, foram encontrados níveis de água em todos os furos de sondagem, exceto no SPT-3. Os níveis de água encontrados estão a profundidades relativamente elevadas, sendo

o valor mínimo do nível d'água encontrado a 9,36 m de profundidade. Cabe ressaltar que o relatório cita que o nível d'água dos furos foi aferido após um momento de chuva crítica, como citado pelo autor.

Na Figura 3.7, mostra-se o monitoramento do nível d'água atual da região realizado periodicamente na encosta. Nela, pode-se constatar que não há identificação ou variação de nível d'água nos instrumentos no decorrer do ano, mesmo com a proximidade do reservatório de uma represa. Pelo exposto na Tabela 3.1, existe a possibilidade de que os medidores de nível d'água estejam com funcionamento prejudicado em decorrência de uma possível colmatação. De qualquer forma, os níveis d'água encontrados encontram-se em profundidade maior do que a profundidade de superfícies de ruptura normalmente constatadas no Inclinado da Serra, o que levanta a hipótese de que a falha da encosta ocorreria em condições não saturadas de elevação do teor de umidade volumétrica e redução da sucção, e não da elevação do lençol freático.

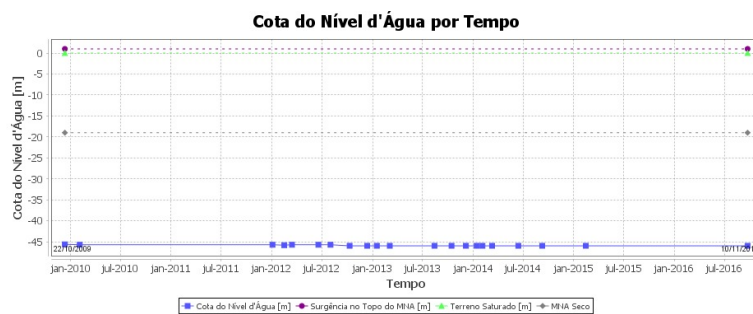


Figura 3.7 – Monitoramento do nível de água por meio de medidor de nível d'água, posicionado no trecho de encosta.

Existem dois inclinômetros instalados nas cotas 207 m e 576 m que não indicam movimentações abruptas da encosta desde o início das medições realizadas. Os gráficos de inclinometria são mostrados na Figura 3.8 e Figura 3.9. A ausência de movimentações abruptas desde o início da implantação do local denota a ausência de sinais que possam indicar instabilidade atual da região.

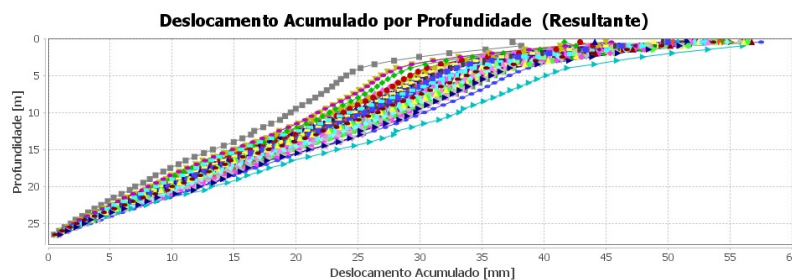


Figura 3.8 – Gráfico do inclinômetro INC-01, instalado na cota 207 do Inclinado da Serra.

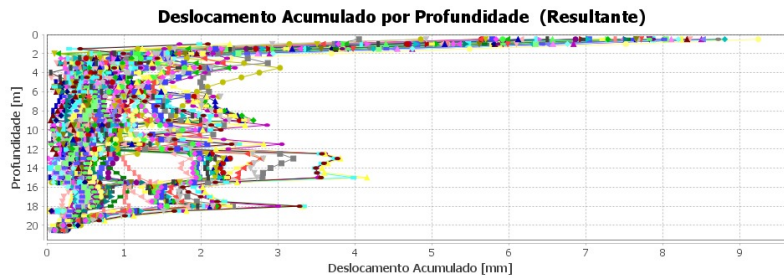


Figura 3.9 – Gráfico do inclinômetro INC-02, instalado na cota 576 do Inclinado da Serra.

3.2 Metodologia

A metodologia proposta pode ser dividida em quatro etapas distintas, em que cada etapa corresponde ao cumprimento de um dos objetivos específicos propostos: formulação do modelo de ruptura de taludes fracionário e do modelo de análise probabilística de taludes; estudo determinístico da encosta por meio dos fatores de segurança; estudo probabilístico da encosta e estudo do risco geotécnico da encosta. Na Figura 3.10, ilustram-se as etapas e a devida sequência na qual elas são realizadas.

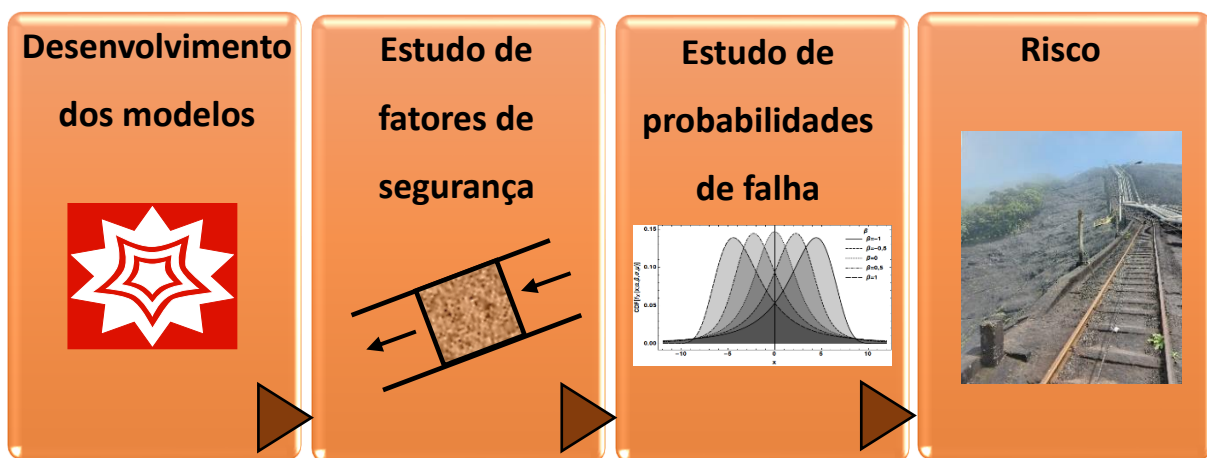


Figura 3.10 – Resumo dos passos adotados na metodologia da tese.

As análises efetuadas nesta tese serão realizadas para cenários hipotéticos de chuva na região do Inclinado da Serra e considerando a situação em que a emulsão asfáltica da região foi completamente removida, permitindo a infiltração de água no solo. Escolheu-se estudar o caso específico de estabilidade de taludes do Inclinado da Serra, no Município de Cubatão, pelo grande interesse econômico que há na região.

O cenário no qual a camada de emulsão asfáltica foi removida é completamente hipotético não tem a pretensão de avaliar a condição de estabilidade e de risco real presente no

Inclinado da Serra, e não deve ser utilizado para balizar tomadas de decisão de engenharia a respeito do local real, constituindo um estudo com fins puramente acadêmicos com o intuito de validar uma ferramenta e método de análise de risco.

3.3 Desenvolvimento do Modelo de Estabilidade de Taludes Fracionário

Para o caso de estudo de estabilidade de taludes submetido ao fluxo de água não-saturado, as condições de contorno estudadas são referentes a uma coluna de solo semiinfinita e com velocidade de percolação constante na superfície (Cavalcante & Camapum de Carvalho, 2017). Utiliza-se a substituição de condição de contorno de Robin por uma condição de Dirichlet:

$$[\theta]_{z=0, 0 < t \leq t_p} = \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \quad (3.1)$$

$$[\theta]_{z \rightarrow \infty} = \theta_i \quad (3.2)$$

$$\theta_{t=0, z > 0} = \theta_i \quad (3.3)$$

Para a equação de Richards fracionária submetida às condições de contorno ilustradas nas Equações (3.1) a (3.3), a solução analítica construída em analogia à solução da equação de Richards de ordem inteira linearizada foi obtida em Mascarenhas & Cavalcante (2021). Por não haver ainda um método de resolução do problema proposto com condições de contorno semiinfinitas, utiliza-se a aproximação por meio de condições de contorno em um meio finito, com dimensões suficientemente grandes para que a região de interesse do estudo esteja longe do limite em R do domínio. Ou seja, utilizam-se condições tais que:

$$[\theta]_{z=0, 0 < t \leq t_p} = \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \quad (3.4)$$

$$[\theta]_{z=R} = \theta_i \quad (3.5)$$

$$\theta_{t=0, z > 0} = \theta_i \quad (3.6)$$

Fazendo o valor de R significativamente grande comparado ao avanço esperado da frente de umidade no solo, pode-se fazer a solução da Equação (2.45) submetida às condições (3.4) a (3.6) se aproximar da solução da Equação (2.45) submetida às condições (3.1) a (3.3).

Busca-se, com o intuito de se propor um novo avanço científico, resolver a Equação (2.45), que é repetida a seguir, submetida às condições das Equações (3.4) a (3.6) de forma analítica e exata.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_z^\alpha \frac{(1+\beta)}{2} \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_+^\alpha} + D_z^\alpha \frac{(1-\beta)}{2} \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_-^\alpha} \quad (3.7)$$

Para isto, utiliza-se a técnica de separação de variáveis para equação diferenciais fracionárias proposta por Jiang *et al.* (2012) e por Ding & Jiang (2013).

Realiza-se uma comparação entre a equação de Richards de ordem inteira de a de ordem fracionária para os parâmetros de solo ajustados dos ensaios experimentais da região e realiza-se uma breve análise paramétrica acerca do efeito da ordem de derivação fracionária no fluxo de água.

Os modelos são comparados usando a velocidade máxima de percolação na fronteira superior do solo, umidade inicial igual à encontrada pelos ensaios, e são analisados após 1, 12 e 24 h de duração.

O próximo passo consiste em aplicar a solução da Equação (3.7) submetida às condições das Equações (3.1) a (3.3) ao método de estabilidade de taludes de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017), trocando-se o eixo de referência do solo vertical por um eixo perpendicular à superfície do talude. Esta última modificação visa evitar com que os fatores de segurança calculados cresçam a partir de inclinações maiores.

3.4 Estudo dos Fatores de Segurança

A análise do fator de segurança, probabilidade de ruptura e risco da região é feita supondo uma sobrecarga igual ao peso acrescentado pelas linhas de dutos, distribuída uniformemente na região dos dutos.

Os cenários de chuva hipotéticos impostos abrangem as chuvas intensas com períodos de retorno de 2, 25 e 100 anos. Para os cenários de chuvas impostas, deve-se analisar quais curvas IDF da região impõem a pior condição de segurança para a encosta. A equação de curvas IDF usada é a do município de Cubatão – Equação (2.6) –, repetida a seguir:

$$i_{t,T_r} = 20,80(t+20)^{-0,72151} + 5,54(t+30)^{-0,66214} \left[-0,4938 - 0,9414 \ln \left(\ln \left(\frac{T_r}{T_r - 1} \right) \right) \right] \quad (3.8)$$

No cálculo da precipitação efetiva, desconsidera-se as parcelas de interceptação e evapotranspiração, de forma que toda chuva que chega ao solo se torna infiltração ou escoamento superficial.

Utiliza-se como premissa que a infiltração e a percolação se encontram em regime permanente nas fronteiras de entrada de água. Para escolher a chuva de duração mais crítica

para os tempos de retorno de 2, 25 e 100 anos, deve-se procurar aquela que apresenta maior avanço no solo durante seu período de ocorrência, levando-se em conta que a velocidade de percolação é limitada pela condutividade hidráulica saturada do solo. Para estes três períodos de retorno, são geradas curvas em gráficos que mostram como o fator de segurança varia com a inclinação do terreno e como a profundidade de ruptura varia com a inclinação do terreno.

Os mapas de fatores de segurança serão gerados para duas situações distintas. Na primeira, analisam-se os fatores de segurança para profundidade variável até a profundidade na qual foi encontrada a camada de alteração de rocha pelo SPT, buscando os menores valores de fator de segurança em cada pixel. Escolheu-se este critério de profundidade máxima porque os trabalhos feitos na região indicam que o mecanismo comum de ruptura ocorre no contato da camada superior com a camada de alteração de rocha. Nesta etapa, também serão gerados gráficos que contêm curvas com o fator de segurança mínimo para cada inclinação do terreno e curva com a espessura de solo rompida para cada inclinação do terreno. Estes dois gráficos serão traçados no mesmo plano, de forma que seja possível analisar, para todas as inclinações possíveis do talude, qual o fator de segurança mínimo associado àquela inclinação e a espessura de solo em que ocorre a ruptura. Outrossim, também são traçados gráficos do fator de segurança mínimo ao longo do traçado dos dutos para mostrar sua variação ao longo do trajeto sobre a encosta levando-se em conta a sobrecarga dos dutos em operação.

Estas análises são feitas para cada um dos três períodos de recorrência de chuva propostos. A segunda situação referida diz respeito à análise de fatores de segurança para espessuras fixas de 1, 2 e 3 m. Nesta etapa, são gerados apenas mapas de fatores de segurança, que são feitos em cada espessura fixa para o período de retorno com situações mais críticas do fator de segurança.

3.5 Estudo de Probabilidade de Falha

Nesta etapa, implementa-se o método de estimativas pontuais para realizar uma análise de confiabilidade usando o fator de segurança como função de performance. Os parâmetros que receberão tratamentos probabilísticos são o ângulo de atrito efetivo, a coesão efetiva, a massa específica seca do solo, o coeficiente de condutividade hidráulica saturado e o teor de umidade volumétrica inicial.

O estudo probabilístico é aplicado para as mesmas situações estudadas do fator de segurança: gerando curvas de probabilidades de ruptura máximas para os períodos de

recorrência analisados e mapas de probabilidades de falha máximas com profundidades variáveis e com espessuras fixas em 1, 2 e 3 m.

As curvas de probabilidade de falha ao longo da espessura dos taludes serão apresentadas para os três períodos de retorno. Contudo, os mapas de probabilidades de falha serão apenas fornecidos para o período de retorno que apresentou maiores probabilidades de falha.

Cabe ressaltar que, para uma chuva com período de retorno estabelecido, a probabilidade de falha da região é a interseção dos eventos correspondentes. Isto é, o produto da probabilidade da chuva com dado período de retorno ocorrer pela probabilidade de a função de performance apresentar valor abaixo do satisfatório.

Para o método de estimativas pontuais, é necessário definir a média e desvio padrão dos valores obtidos experimentalmente para os parâmetros tratados estatisticamente. Em seguida, o procedimento consiste em aplicar as Equações (2.72), (2.74) e (2.75) para obter as probabilidades de massa dos parâmetros, o primeiro e segundo momento da função de performance. Com estes momentos, calculam-se o coeficiente de confiabilidade e a probabilidade de falha. A seguir, desenvolvem-se as equações usadas no método de estimativas pontuais aplicadas ao caso em questão.

Calculam-se os pontos onde a função de performance será avaliada nas variáveis aleatórias:

$$c_{\pm} = c \pm \sigma_c \quad (3.9)$$

$$\phi_{\pm} = \phi \pm \sigma_{\phi} \quad (3.10)$$

$$\gamma_{d\pm} = \gamma_d \pm \sigma_{\gamma} \quad (3.11)$$

$$k_{s\pm} = k_s \pm \sigma_{k_s} \quad (3.12)$$

$$\theta_{i\pm} = \theta_i \pm \sigma_{\theta_i} \quad (3.13)$$

Supondo que as variáveis do solo que foram adotadas como variáveis aleatórias possuam correlação nula, o peso de cada variável – Equação (2.72) – é igual a 1/32. Desta forma, a Equação (2.74) se torna:

$$E(FS) = \frac{1}{32} \sum FS(c_{\pm}, \phi_{\pm}, \gamma_{d\pm}, k_{s\pm}, \theta_{i\pm}) \quad (3.14)$$

para o primeiro momento e

$$E(FS^2) = \frac{1}{32} \sum FS^2(c_{\pm}, \phi_{\pm}, \gamma_{d\pm}, k_{s\pm}, \theta_{i\pm}) \quad (3.15)$$

para o segundo momento.

Em seguida, a variância da função de performance é obtida da identidade:

$$\text{Var}(F) = E(F^2) - [E(F)]^2 \quad (3.16)$$

De posse da Equação (3.14) e da Equação (2.75), calcula-se o coeficiente de confiabilidade usando a Equação (2.69):

$$\eta = \frac{E[FS] - 1}{\sigma_{FS}} \quad (3.17)$$

Aplicando o índice de confiabilidade calculado e supondo a distribuição de probabilidade do fator de performance como sendo uma distribuição normal, pode-se calcular a probabilidade de o fator de segurança estar abaixo da unidade por:

$$P_{FS \leq 1} = 1 - \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{-\eta}{\sqrt{2}}\right) \quad (3.18)$$

onde $\text{erfc}(\cdot)$ é a função erro complementar, que é dada por:

$$\text{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-\zeta^2} d\zeta \quad (3.19)$$

3.6 Risco Decorrente de Falha de Dutos

Por fim, calcula-se o risco ao longo do traçado dos dutos. Para isto, o perfil de risco ao longo da extensão dos dutos é calculado pela multiplicação da probabilidade de falha ao longo das linhas de dutos pelo valor monetário das consequências de falha para obter o risco anual ao longo da extensão dos dutos do Inclinado da Serra.

O risco admissível é calculado utilizando a metodologia da Transpetro, que foi fundamentada no trabalho de Cunha (2016) e formalizada no PP-2TP-00077-B (Transpetro, 2020). O risco admissível é calculado diferenciando-se gasodutos e oleodutos. As consequências de falha levam em conta danos ao meio ambiente (somente para oleodutos), danos a propriedades, danos sociais, perda de receita e danos à imagem da empresa. Os riscos calculados são comparados com os limites estabelecidos por Cunha (2016) para as boas práticas de engenharia pelas normas internacionais. Também são produzidos gráficos de Farmer, que relacionam a probabilidade de ocorrência da falha com o valor monetário da sua consequência e os limites destes pares ordenados, usando os valores limites do padrão da Transpetro.

3.7 Estudo de Caso da Serra do Mar

Os dados geotécnicos para estudo da região retirados de ensaios de campo e laboratório realizados com amostras do próprio local. Os ensaios incluem sondagem SPT, caracterização do solo, ensaio de permeabilidade de carga variável, ensaio triaxial do tipo CU, ensaio de papel filtro e ensaio de placa de sucção.

A sondagem SPT foi realizada seguindo a NBR 6484 (ABNT, 2020). Os ensaios de caracterização do solo foram feitos seguindo a NBR 6508 (ABNT, 1984), NBR 7181 (ABNT, 2016) e NBR 6457 (ABNT, 2016). O ensaio de permeabilidade à carga variável foi realizado seguindo a NBR 14545 (ABNT, 2020). O ensaio triaxial do tipo CU foi realizado seguindo a norma ASTM D2850 (ASTM, 2002)). O ensaio de retenção de água por papel filtra e placa de sucção foram realizados seguindo as normas ASTM D6836 (ASTM, 2008) e ASTM D5298 (ASTM, 2016).

Os ensaios foram realizados em três áreas específicas do Inclinado da Serra, mostradas na Figura 3.11. As áreas da Figura 3.11 são delimitadas pelos pontos P1, P2, P3 e P4, cujas coordenadas podem ser vistas na Tabela 3.2.

O modelo digital de inclinações foi gerado a partir de um modelo digital de elevações fornecido como resultado de uma campanha de topografia da Transpetro. O mapa foi gerado a partir de tratamento de dados feito com o software QGIS (QGIS.org, 2021).

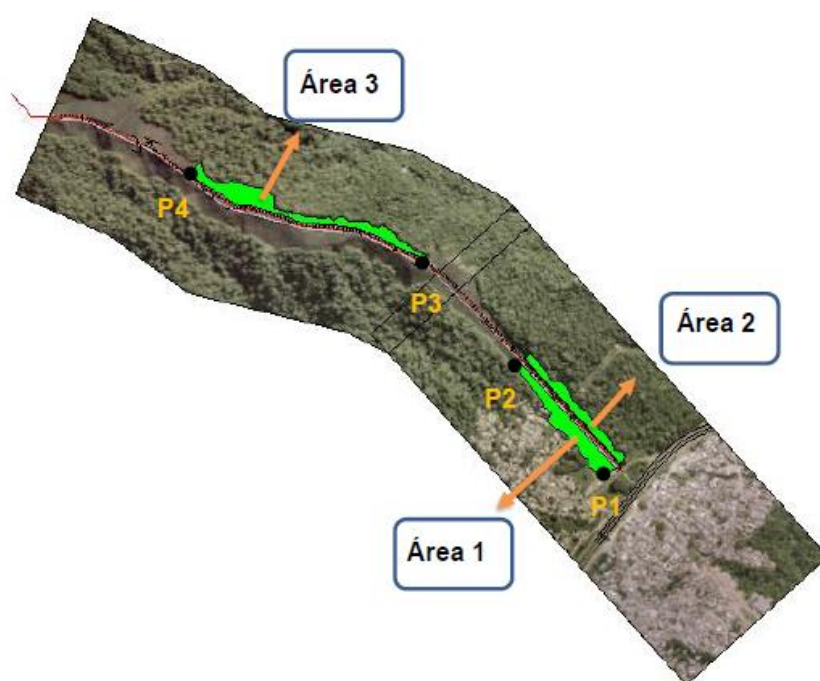


Figura 3.11 – Região de coleta das amostras indeformadas para o ensaio.

Tabela 3.2 – Coordenadas mostrando as delimitações das áreas de retirada das amostras.

Área	Longitude (m)	Latitude (m)	Cota (m)
1	Ponto 1 = 351647,7746 (46°27'27.99"O)	Ponto 1 = 7358345,2650 (23°52'48.02"S)	Ponto 1 = 57
	Ponto 2 = 351451,0262 (46°27'34.41"O)	Ponto 2 = 7358570,3042 (23°52'40.45"S)	Ponto 2 = 148
2	Ponto 1 = 351647,7746 (46°27'27.99"O)	Ponto 1 = 7358345,2650 (23°52'48.02"S)	Ponto 1 = 57
	Ponto 2 = 351451,0262 (46°27'34.41"O)	Ponto 2 = 7358570,3042 (23°52'40.45"S)	Ponto 2 = 148
3	Ponto 3 = 351241,0916 (23°52'33.64"S)	Ponto 3 = 7358769,4049 (46°27'41.29"O)	Ponto 3 = 324
	Ponto 4 = 350748,4737 (23°52'27.28"S)	Ponto 4 = 7358958,3429 (46°27'58.85"O)	Ponto 4 = 324

A partir dos dados de elevação inseridos no programa, realizou-se uma análise do tipo *raster*, que cria uma imagem a partir da descrição do valor de cada pixel que a forma. O mapa de declividade gerado tem relevo colorido usando um espectro de cinza, onde os valores de declividade mais suaves são mais claros do que os valores mais inclinados. São atribuídos valores entre 0 e 255 para cada pixel, onde 0 representa a cor branca e 255 a cor preta. Para definir o valor de cada pixel, os extremos de valores de pixel são atribuídos aos ângulos de inclinação de 0° e 90°. A partir disto, as outras inclinações são encontradas a partir da interpolação linear entre estes valores (Menke *et al.*, 2016). A interpolação linear permite o pós-tratamento de forma fácil e ágil das declividades do terreno para geração dos resultados de probabilidade de falha, fator de segurança e risco usando o *Mathematica Wolfram* (Wolfram Research, 2021).

Para cada região, amostras indeformadas de solo foram coletadas em número suficiente para realização dos ensaios laboratoriais previstos. As áreas delimitadas na Figura 3.11 foram áreas escolhidas numa primeira etapa para redução da imprimação asfáltica, por possuírem declividade menor e serem mais afastadas dos dutos. Estas áreas também foram escolhidas para

os ensaios por possuírem acesso para posicionamento do tripé da sondagem SPT e coleta de amostras indeformadas mais fácil. Outro fator ponderado nas escolhas da região consiste no fato de que a conformação natural da região no entorno, que é mais inclinada, indica maior probabilidade de que o material ali depositado possui parâmetros de resistência maiores do que o material que, naturalmente, encontrou seu equilíbrio em uma conformação mais suave.

A análise do fator de segurança e probabilidade de ruptura da região é feita supondo uma sobrecarga de 5 kN/m^2 , distribuída uniformemente na região além da sobrecarga do duto, com o intuito de simular possíveis passagens de equipamentos e pessoas.

Antes de serem efetuadas as análises de fator de segurança e probabilidade de falha, o estado inicial da encosta é ilustrado. Por estado inicial da encosta, entende-se sua condição de saturação igual ao teor de umidade volumétrico inicial e com as sobrecargas citadas anteriormente impostas.

Por fim, o resultado da análise de confiabilidade aplicada ao Inclinado da Serra em conjunto com o cálculo do valor monetário das consequências de falha gera valores de risco que devem ser comparados com os limites de risco calculados.

3.8 Ensaios e Coleta de Amostras

A seguir, são descritos alguns aspectos específicos dos ensaios realizados para se aferir os parâmetros e características do solo da região que vão além do conteúdo normativo.

3.8.1 SPT e Coleta de Amostras

O SPT, neste trabalho, será utilizado para se obter a estratigrafia do solo e uma noção prévia de seu comportamento mecânico nas regiões de coleta de amostra ao longo da profundidade do solo. Com isto, pode-se avaliar previamente o que se espera dos ensaios laboratoriais e o quão representativo eles serão, qualitativamente, daquela camada de solo.

Devido à complexidade de trabalho na região e o risco associado aos trabalhos realizados lá, tanto em termos de risco para a força de trabalho quanto de expor a região de solo a uma configuração geométrica instável, optou-se por coletar amostras de solo em pontos mais superficiais do terreno, que apresentam resistência mais baixa do que o restante das camadas. Para isto, os blocos de dimensões $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ foram coletados de forma que o topo do bloco estivesse a uma profundidade de $1,20 \text{ m}$. Caso fosse decidido coletar amostras a

profundidades maiores, as normas de segurança obrigariam a colocação de escoramentos e realização de escavações mais largas, o que poderia:

- Afetar diretamente a estabilidade da encosta;
- Oferecer risco direto aos dutos, cuja operação ocorre muito próxima aos pontos de amostragem;
- Oferecer risco direto à mão-de-obra envolvida na escavação da vala quanto à possibilidade de sofrer acidentes.

O número dos blocos ensaiados está associado ao SPT do local onde ele foi retirado. Assim, o bloco 1 foi retirado em localização próxima ao SPT 1; o bloco 2, ao SPT 2 e o bloco 3, ao SPT 3.

Também foram retiradas amostras deformadas de solo para realizar a caracterização do material. Os ensaios de caracterização, cujo procedimento não foi descrito devido a sua utilização corriqueira e simplicidade, incluem granulometria, determinação da massa específica, determinação de limites de liquidez e plasticidade e determinação da umidade natural.

3.8.2 Ensaio Triaxial do Tipo CU

Os ensaios triaxiais do tipo CU foram executados em corpos de prova cilíndricos e colocados em uma membrana de borracha. Os corpos de prova foram colocados na câmara de ensaio e preenchidos com água, momento no qual aplicou-se uma pressão confinante. Durante a aplicação da carga, momento no qual não foi permitida a drenagem do corpo de prova, mediu-se as poropressões nos corpos de prova a fim de se distinguir os círculos de Möhr de ruptura em tensões totais e efetivas.

Foram moldados 3 corpos de prova de cada uma das amostras, resultando em 9 rupturas. As tensões de confinamento utilizadas são de 50 kPa, 100 kPa e 200 kPa.

3.8.3 Ensaio de Permeabilidade com Carga Variável

O ensaio de carga variável foi empregado segundo o método A da NBR 14545 (ABNT, 2020). Os corpos de prova foram retirados em número de 1 por amostra de cada uma amostra indeformada coletada.

Após a montagem, foi executado o ensaio para a obtenção da vazão, que é obtida através da variação da coluna em intervalos de tempo.

A permeabilidade saturada é fornecida em gráficos que medem o valor da permeabilidade saturada em função do volume de água percolada (fornecido pelo equipamento) dividido pelo volume total de vazios do corpo de prova.

3.8.4 Ensaio de Papel Filtro e Placa de Sucção

As curvas de retenção de água foram obtidas em trajetórias de secagem. Três corpos de prova cilíndricos foram retirados das amostras coletadas em campo, sendo 1 corpo de prova por amostra. Para complementar a faixa de valores da curva de retenção de água, é empregado o ensaio de placa de sucção. A Figura 3.12 mostra o esquema do ensaio de placa de sucção com os corpos de prova retirados das amostras de solo estudado.

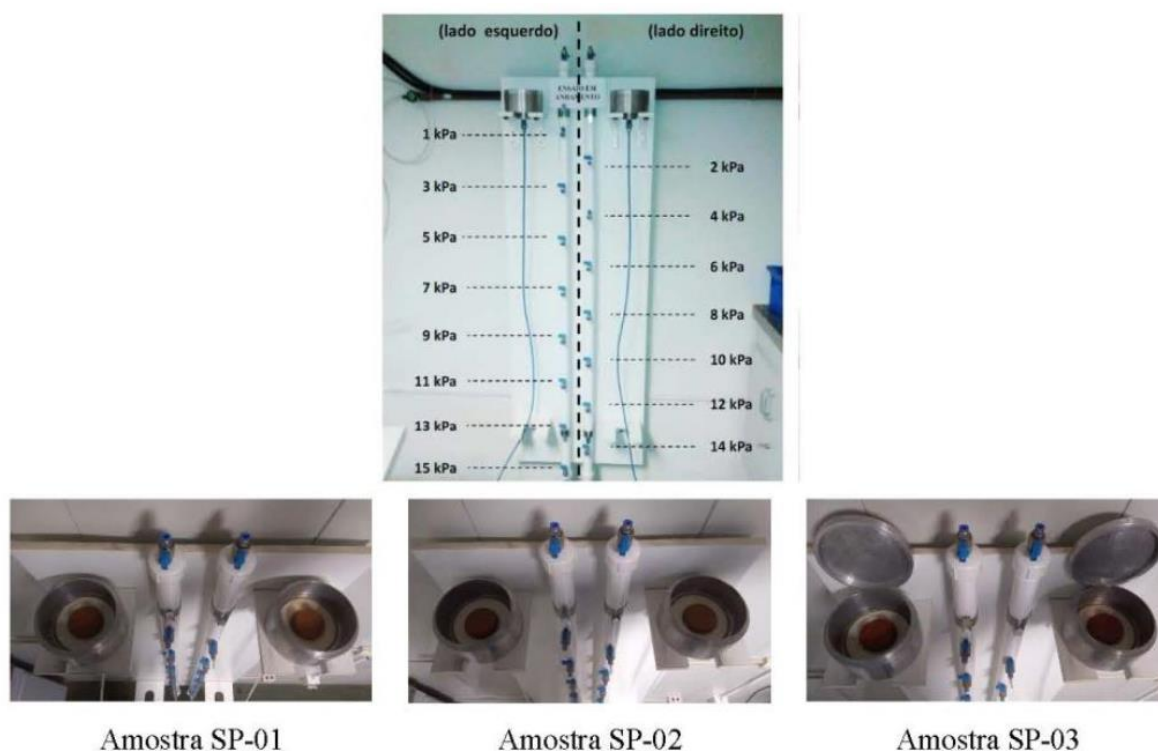


Figura 3.12 – Esquema do ensaio de placa de sucção.

Para o ensaio de papel filtro, as amostras foram colocadas em contato com a amostra de solo em ambientes hermeticamente fechados. Esperados alguns dias, o conjunto solo e papel filtro atingem o equilíbrio termodinâmico e, com uma balança de precisão, é possível medir a quantidade de água no papel filtro. Dada o teor de umidade volumétrica do solo depois do ensaio e o teor de umidade volumétrica do papel filtro depois do ensaio, é possível utilizar uma

curva de sucção previamente calibrada do papel filtro para se obter a sucção que atua no corpo de prova de solo para o teor de umidade volumétrica medido. Variando-se o teor de umidade volumétrica da amostra, é possível traçar a curva de retenção de água.

4 RESULTADOS

Discutida a metodologia empregada para obtenção dos resultados visando atingir os objetivos da segue, discute-se a seguir, os resultados que foram obtidos.

4.1 Resultados e Análises dos Ensaios

A seguir, são mostrados sucintamente os resultados dos ensaios necessários para realizar as análises dos modelos propostos.

4.1.1 Ensaio SPT

Na Tabela 4.1, mostra-se um resumo do N_{spt} encontrado para cada profundidade ensaiada. Dos três furos realizados, o SPT 1 foi finalizado a uma profundidade de 17 m, rendendo N_{spt} de 51; o SPT 2 foi finalizado a uma profundidade de 6 m, rendendo 30 golpes para penetrar 6 cm da camada de 15 cm inicial; e o SPT 3 foi parado a 15 m, precisando de 31 golpes para penetrar uma camada de 8 cm na camada de 15 cm inicial.

A amostragem do material indica que o solo do local se divide em duas camadas de características distintas: uma mais superficial, composta por solos eluviais, e as mais profundas, compostas por solos de alteração de rocha.

A camada de solo de alteração é composta predominantemente de silte argiloso e argila siltosa, apresentando, por vezes, silte arenoso. É comum encontrar estrutura reliquiar preservada no solo ensaiado.

As camadas de solo eluvial variam entre diversas granulometrias, mas todas na faixa fina: argila siltosa, silte arenoso, argila siltoarenosa e silte argiloso.

A identificação de duas camadas naturais de solo está coerente com o descrito por Wolle & Carvalho (1989) para a região da Serra do Mar na Baixada Santista e com o mapa de solos da Figura 3.3 com uma ressalva: a camada de solo coluvionar é substituída por uma de solo eluvial, o que sugere uma ação mais fraca dos agentes transportadores ao longo do processo de formação do solo no local. Tal característica confere maior peso aos atributos herdados da geologia local no comportamento do solo da encosta, principalmente quanto aos fatores decorrentes da mineralogia dos grãos e outros atributos da rocha matriz.

Tabela 4.1 – Resultado consolidado do SPT de cada sondagem realizada.

Profundidade (m)	Nspt 1 (lat: -23,87862; long: -46,4587)	Nspt 2 (lat: -23,87845; long: -46,45931)	Nspt 3 (lat: -23,87526; long: -46,46278)
1	6/25	6	6
2	6	30/10	8
3	7	30/10 nos primeiros 15 cm	7
4	8	30/8 nos primeiros 15 cm	6
5	4	30/9 nos primeiros 15 cm	10
6	5	30/6 nos primeiros 15 cm	9
7	14	N/A	10
8	11	N/A	16
9	16	N/A	18
10	17	N/A	9
11	19	N/A	34
12	20	N/A	51
13	21	N/A	16
14	37	N/A	30/5
15	50	N/A	31/8 nos primeiros 15 cm
16	53	N/A	N/A
17	51	N/A	N/A

A camada de solo eluvial é crítica para a ruptura e para que a zona de contato com a camada de solo residual constitua a zona de maior fraqueza e propensão a deslizamentos planares na região. Adicionalmente, a realização de sondagens SPT permitiram a escolha de profundidades adequadas de amostragem indeformada de solo na vizinhança dos pontos de furo para a realização dos ensaios laboratoriais, que visam identificar os parâmetros de resistência do solo com maior rigor.

O material do bloco 1 é descrito como arenoargiloso de cor avermelhada com tons de preto e bege; o material do bloco 2 é descrito como arenosiltoso de cor marrom caramelo; o material do bloco 3 é descrito como arenoargiloso de cor avermelhado levemente folheado.

4.1.2 Caracterização do Solo

Para os três blocos, as curvas granulométricas da Figura 4.1.

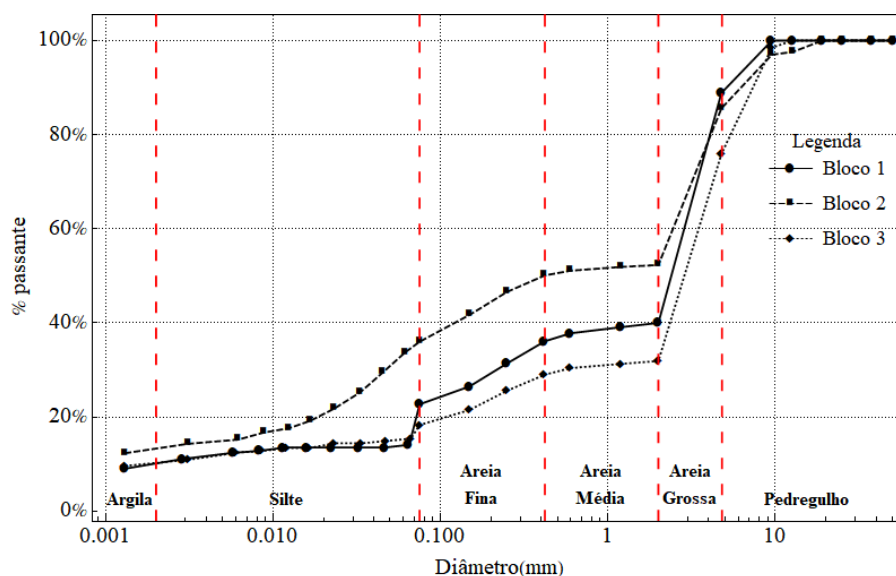


Figura 4.1 – Curva granulométrica dos blocos extraídos.

Pode-se perceber que as três amostras apresentam uma porcentagem considerável de areia grossa, com uma porcentagem razoável de pedregulho, uma faixa granulométrica praticamente inexistente de areia média e o resto da massa sendo bem distribuída entre areia fina, silte e argila. Corroborando para estas observações, na Tabela 4.2, mostra-se a porcentagem de cada faixa granulométrica que compõe a amostra ilustrada.

As massas específicas secas do solo dos blocos 1, 2 e 3 foram calculadas para cada um dos 9 ensaios triaxiais e cada um dos 3 ensaios de permeabilidade, resultando em um valor médio de $1,52 \text{ kg/m}^3$ e peso específico seco de $14,62 \text{ kN/m}^3$. As umidades gravimétricas encontradas das amostras usadas para definir o teor de umidade volumétrica inicial resultam em um valor médio de 19,0%.

A partir da relação entre índices físicos, o teor de umidade volumétrica inicial médio é 0,27.

Tabela 4.2 – Valores de frações de solo em cada faixa granulométrica dos blocos de solo.

Classificação	% de material do bloco 1	% de material do bloco 2	% de material do bloco 3
Pedregulho (> 4,8 mm)	11,2	14,4	24,1
Areia grossa (4,8 mm ~ 2,0 mm)	48,8	33,3	44,0
Areia média (2,0 mm ~ 0,42 mm)	3,9	2,2	2,9
Areia fina (0,42 mm ~ 0,075 mm)	13,5	14,1	10,8
Silte (0,075 mm ~ 0,002 mm)	12,7	23,0	8,2
Argila (< 0,002 mm)	9,9	13,0	10,1

4.1.3 Ensaio de Permeabilidade à Carga Variável

Os resultados dos ensaios de permeabilidade à carga variável são mostrados para os blocos 1, 2 e 3 na Figura 4.2. Nos gráficos, o coeficiente de permeabilidade é medido em função da razão entre o volume de água percolado e o volume de vazios do solo (V_a/V_v).

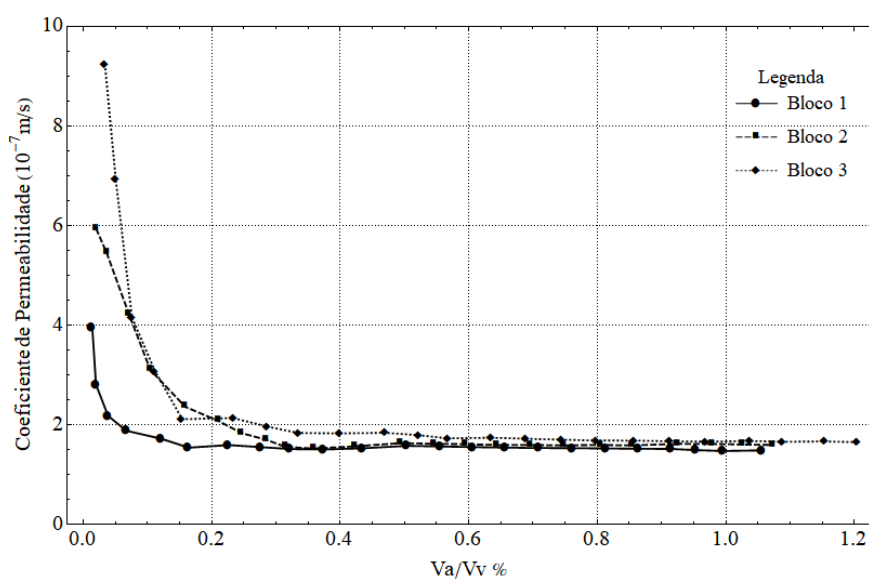


Figura 4.2 – Curva de coeficiente de permeabilidade à carga variável (não corrigida para a temperatura) para os corpos de prova retirados dos blocos 1, 2 e 3.

Os ensaios foram realizados para uma tensão efetiva aplicada de 20 kPa. Quando corrigidas para a temperatura de 20 °C, as permeabilidades hidráulicas saturadas para os blocos 1, 2 e 3 são $1,4 \times 10^{-7}$ m/s; $1,7 \times 10^{-7}$ m/s e $1,6 \times 10^{-7}$ m/s.

4.1.4 Ensaios Triaxiais

Para o ensaio triaxial CU com medição de poropressão, três amostras cilíndricas foram retiradas de cada bloco e rompidas para que fosse possível traçar as envoltórias de ruptura efetiva e total dos solos e, assim, obter o ângulo de atrito. Nas Figuras 4.17 a 4.19, mostram-se os círculos de Möhr para tensões de consolidação de 50, 100 e 200 kPa para os blocos 1, 2 e 3 respectivamente. As envoltórias de ruptura, resultantes da reta tangente aos círculos, também foram traçadas nas figuras.

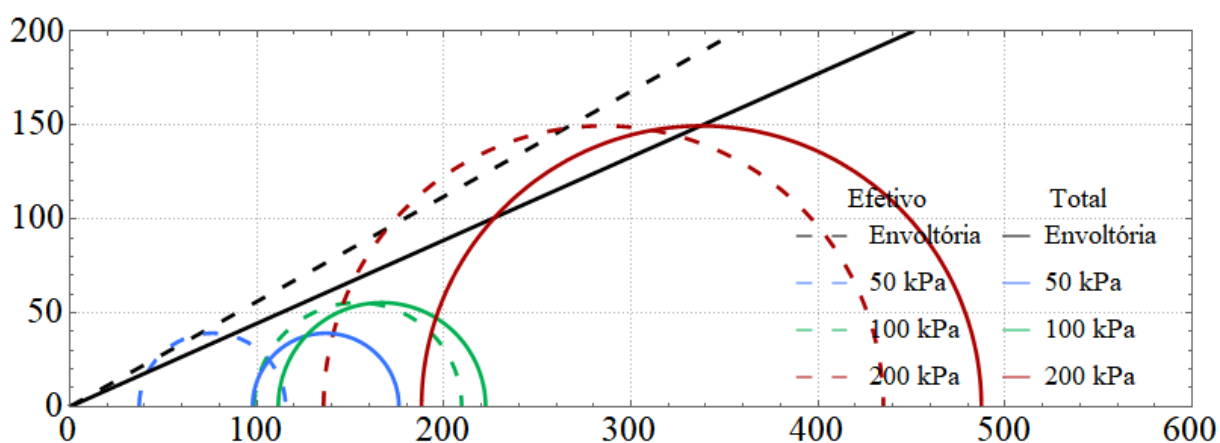


Figura 4.3 – Círculos de Möhr-Coulomb para o bloco 1.

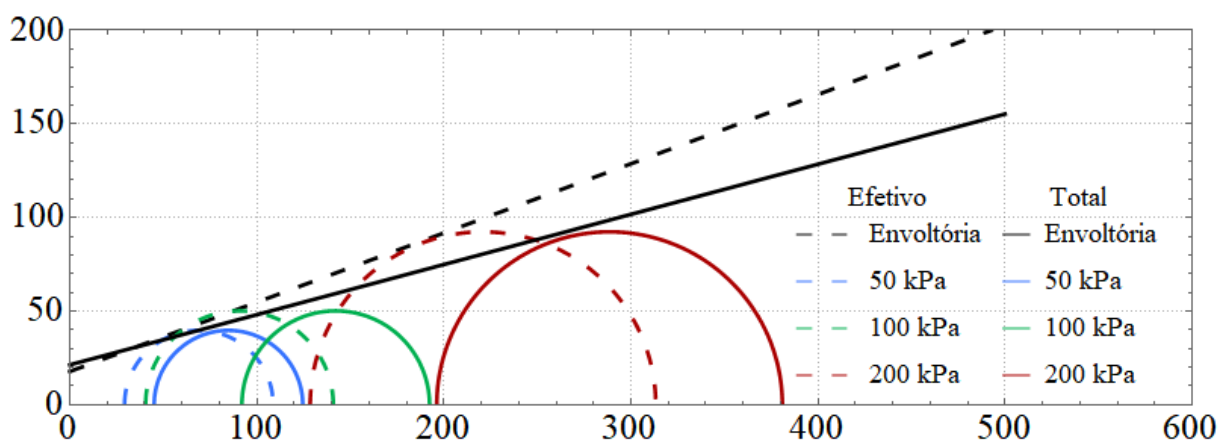


Figura 4.4 – Círculos de Möhr-Coulomb para o bloco 2.

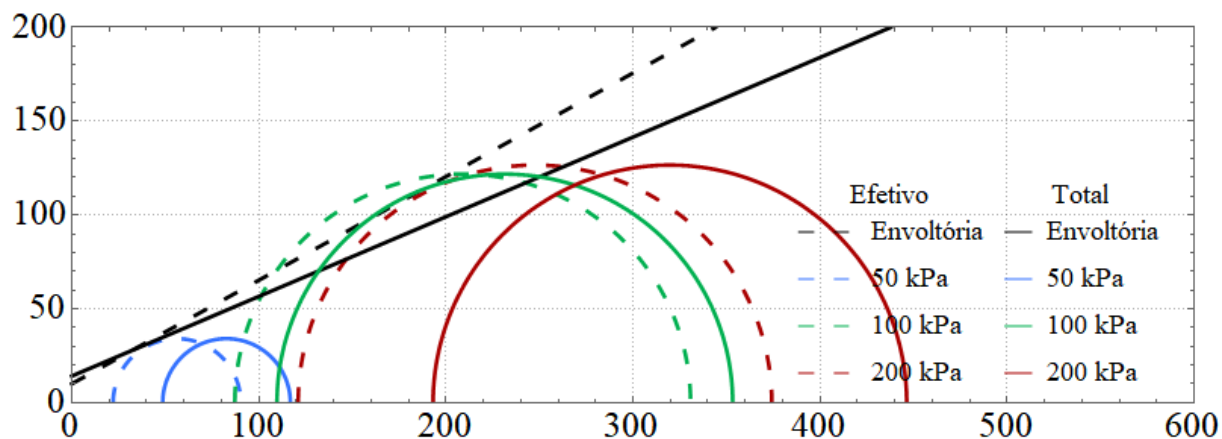


Figura 4.5 – Círculos de Möhr-Coulomb para o bloco 3.

Os valores de ângulo de atrito efetivo e coesão efetiva médios obtidos dos ensaios triaxiais foram de $29,45^\circ$ e $9,09$ kPa.

4.1.5 Curva de Retenção de Água no Solo

As curvas de retenção de água no solo para os blocos 1, 2 e 3 são mostradas na Figura 4.6.

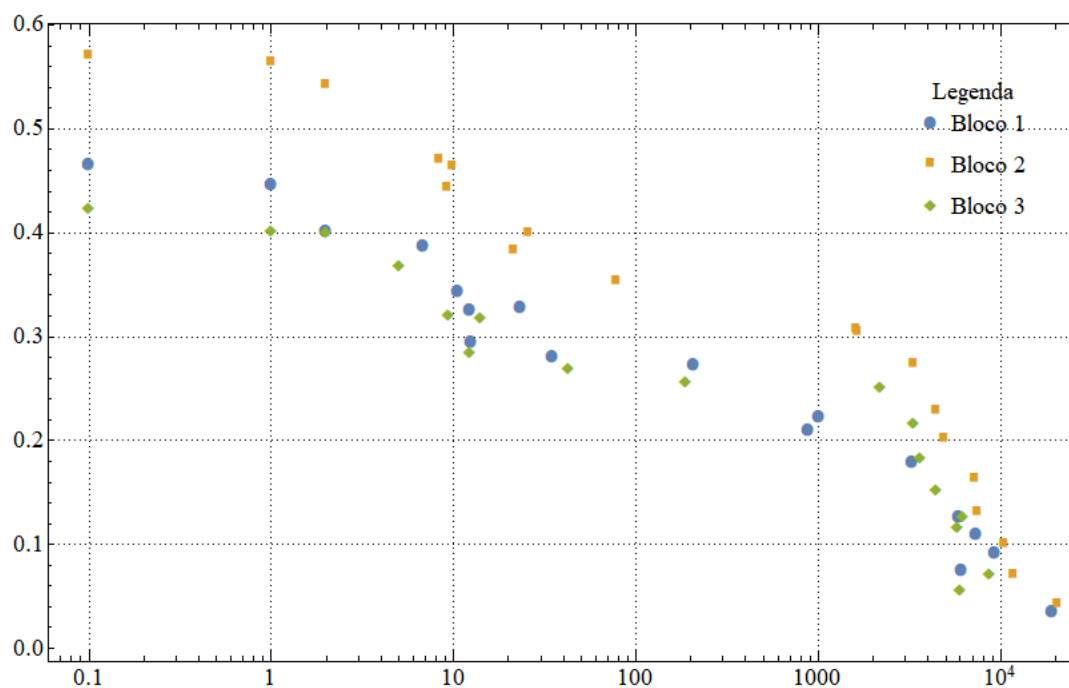


Figura 4.6 – Pontos experimentais para a obtenção das curvas de retenção dos blocos 1, 2 e 3.

As curvas de retenção de água no solo apresentam um patamar intermediário em sua zona de transição, dividindo-a em duas zonas de transição. Este comportamento é típico de solos bimodais. Este comportamento é coerente com o que apresenta a curva granulométrica dos solos: a ausência de uma faixa granulométrica que constitui a transição entre finos e grãos grossos do solo, o que implica que haverá uma separação do tamanho dos poros do solo em dois grupos distintos – macro e microporos. Por não haver a faixa que componha a transição entre grãos grossos e finos do solo (referente à areia média), há um salto entre níveis de sucção entre o teor de umidade volumétrica residual dos macroporos e o teor de umidade volumétrica de entrada de ar dos microporos, já que os macroporos possuem um teor de umidade residual consideravelmente maior que o valor de entrada de ar para os microporos.

Caso houvesse uma distribuição granulométrica bem graduada, este patamar seria inexistente, porque outros poros com tamanhos intermediários fariam a transição entre o teor de umidade volumétrica residual dos macroporos e o valor de entrada de ar dos microporos.

Para realizar o traçado da curva de retenção de água no solo e gerar valores de parâmetros de fluxo, foi desenvolvido um modelo de curva de retenção de água no solo multimodal fundamentado no modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b), cuja dedução e hipóteses são mostradas no Apêndice C.

O modelo supõe que o solo é composto por dois tamanhos de poro que são preenchidos independentemente, i.e., a zona de transição das curvas de retenção de água no solo de cada tamanho de poro não possui superposição significativa. As hipóteses relativas ao modelo são listadas a seguir:

1. Cada fração de solo possui seu próprio teor de umidade volumétrica saturado e teor de umidade volumétrica residual. Isto implica que, na saturação e no estado residual, a seguinte relação de teores de umidade volumétrico deve ser válida:

$$\theta_s = \theta_{s,1} + \theta_{s,2} \quad (4.1)$$

e

$$\theta_r = \theta_{r,1} + \theta_{r,2} \quad (4.2)$$

2. Não há uma faixa de valores de sucção para a qual mais de um tamanho de poro tenha fluxo transiente simultaneamente.

Nas considerações do modelo desenvolvido, o índice 1 representa os microporos e o índice 2 representa os macroporos.

Sob estas condições, pode-se mostrar (Apêndice C):

$$\theta = \left\{ \theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \exp[-\delta_2 |\psi|] \right\} + \left\{ \theta_{r,1} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \exp[-\delta_1 |\psi|] \right\} \quad (4.3)$$

Como este modelo proposto combina o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b) para duas faixas granulométricas por meio de uma combinação linear, semelhante ao que é feito no princípio da superposição de Durner (1992), as premissas deste modelo o tornam equivalente ao modelo de Costa e Cavalcante (2021). O modelo de Costa e Cavalcante (2021) é dado por:

$$\theta = \left\{ \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[(1 - \lambda_\alpha) \exp(-\delta_1 |\psi|) + \lambda_\alpha \exp(-\delta_2 |\psi|) \right] \right\} \quad (4.4)$$

onde λ_α é um parâmetro de ajuste matemático [adimensional].

O seguinte sistema de equações precisa ser resolvido para se igualar os dois modelos:

$$\begin{cases} (\theta_s - \theta_r) \lambda_\alpha = (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \\ (1 - \lambda_\alpha)(\theta_s - \theta_r) = (\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \end{cases} \quad (4.5)$$

Pode-se resolver para λ_α a primeira equação do Sistema de Equações (4.5):

$$\lambda_\alpha = \frac{(\theta_{s,2} - \theta_{r,2})}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (4.6)$$

Resolvendo para λ_α a segunda Equação do Sistema de Equações (4.5):

$$\lambda_\alpha = 1 - \frac{(\theta_{s,1} - \theta_{r,1})}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (4.7)$$

A Equação (4.6) é equivalente à Equação (4.7), fornecendo uma perspectiva distinta acerca do parâmetro de ajuste λ_α . A dedução destas expressões para o parâmetro λ_α permitem interpretá-lo fisicamente como a quantidade de água armazenada nos macroporos em relação à capacidade de água total.

A diferença entre os dois modelos reside na forma em que eles foram propostos: o modelo da tese possui um embasamento físico na sua proposição, enquanto o modelo de Costa e Cavalcante (2021) é proposto dando continuidade às teorias de ajustes empíricas da curva de retenção de água. Para aplicar o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) e obter um modelo bimodal de curva de retenção de água no solo deve-se, portanto, utilizar a dedução proposta nesta tese, mas efetuando as substituições de parâmetros propostas na Equação (4.6) ou na Equação (4.7) para reduzir o número de parâmetros de ajuste. Desta forma, aproveita-se as duas vantagens dos dois modelos: a descrição física dos parâmetros do modelo proposto com a redução no número de parâmetros de Costa & Cavalcante (2021).

De fato, pela forma como o argumento físico gerou o modelo de curva de retenção bimodal, ele constitui uma descrição física que explica o princípio da superposição de Durner (1992).

Aplicando o ajuste do modelo da Equação (4.3) e da Equação (4.4), é possível gerar a Figura 4.7. Os parâmetros de ajustes são mostrados na Tabela 4.3.

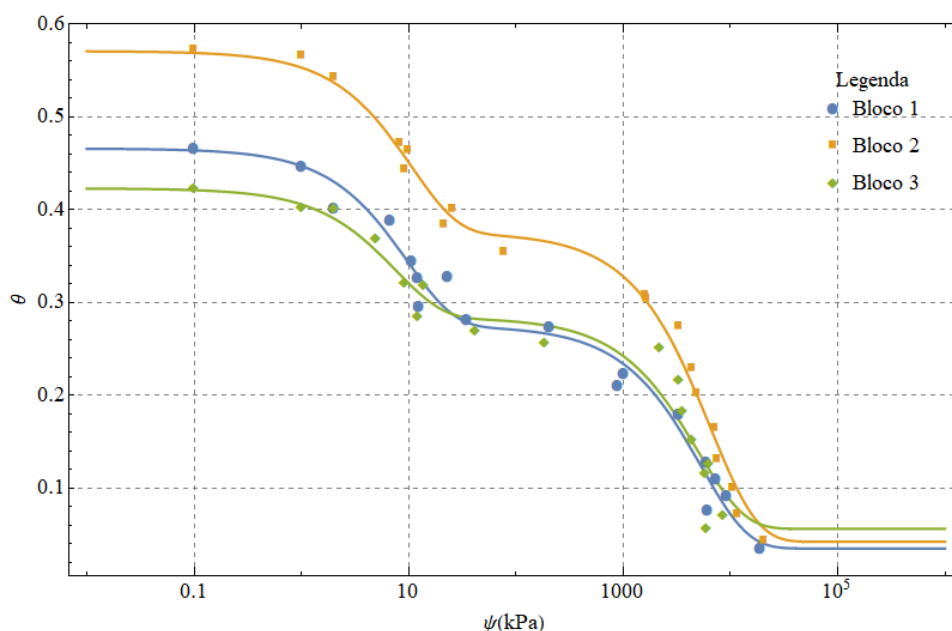


Figura 4.7 – Ajuste das curvas de retenção dos blocos 1, 2 e 3 usando o novo modelo de curva de retenção bimodal proposto.

Os ajustes na Figura 4.7 possuem caráter inédito e resultam nos parâmetros de ajuste da Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Parâmetros de ajuste do modelo de curva de retenção bimodal proposto.

Parâmetro	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3
δ_1	$1,87 \times 10^{-4} \text{ kPa}^{-1}$	$1,53 \times 10^{-4} \text{ kPa}^{-1}$	$2,00 \times 10^{-4} \text{ kPa}^{-1}$
$\theta_{s,1}$	0,26	0,35	0,26
$\theta_{r,1}$	0,018	0,021	0,028
δ_2	$1,03 \times 10^{-1} \text{ kPa}^{-1}$	$9,41 \times 10^{-2} \text{ kPa}^{-1}$	$1,31 \times 10^{-1} \text{ kPa}^{-1}$
$\theta_{s,2}$	0,21	0,22	0,17
$\theta_{r,2}$	0,018	0,021	0,028
λ_α	0,43	0,37	0,33

Para analisar o fluxo de água fracionário, deve-se atentar ao fato de que o coeficiente de dispersão fracionário não é igual ao coeficiente de dispersão da equação de Richards clássica.

Uma equação que relaciona estes dois foi demonstrada em Mascarenhas & Cavalcante (2021) e é dada a seguir:

$$\bar{D}_z^\alpha = \frac{2}{\alpha} \frac{\Gamma(3-\alpha)}{\alpha-1} \Delta L^{\alpha-2} \bar{D}_z \quad (4.8)$$

onde ΔL [L] é definido como um comprimento de percolação experimental que vai desde o ponto de entrada de água no solo até o ponto onde se mede o teor de umidade volumétrica e D_z^α denota o coeficiente de dispersão fracionário [$L^\alpha T^{-1}$].

O valor de α é obtido a partir do ajuste da curva de retenção de água. A equação da curva de retenção bimodal é deduzida no Apêndice C e é repetida a seguir:

$$\theta = \theta_r + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \exp[-\delta_1^\alpha |\psi| C] + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \exp[-\delta_2^\alpha |\psi| C] \quad (4.9)$$

onde,

$$C = \frac{2}{\alpha} \frac{\Gamma(3-\alpha)}{\alpha-1} \Delta L^{\alpha-2} \quad (4.10)$$

Plota-se a Figura 4.8 ajustando os dados dos ensaios de retenção de água à Equação (4.9). Nota-se que a Figura 4.8 produz resultados iguais aos da Figura 4.7. Isto ocorre porque o ajuste do modelo bimodal clássico já fornece um bom ajuste no que tange ao formato da equação imposta aos dados, sendo o ajuste fracionário feito por questões de compatibilidade com a nova equação de fluxo imposta.

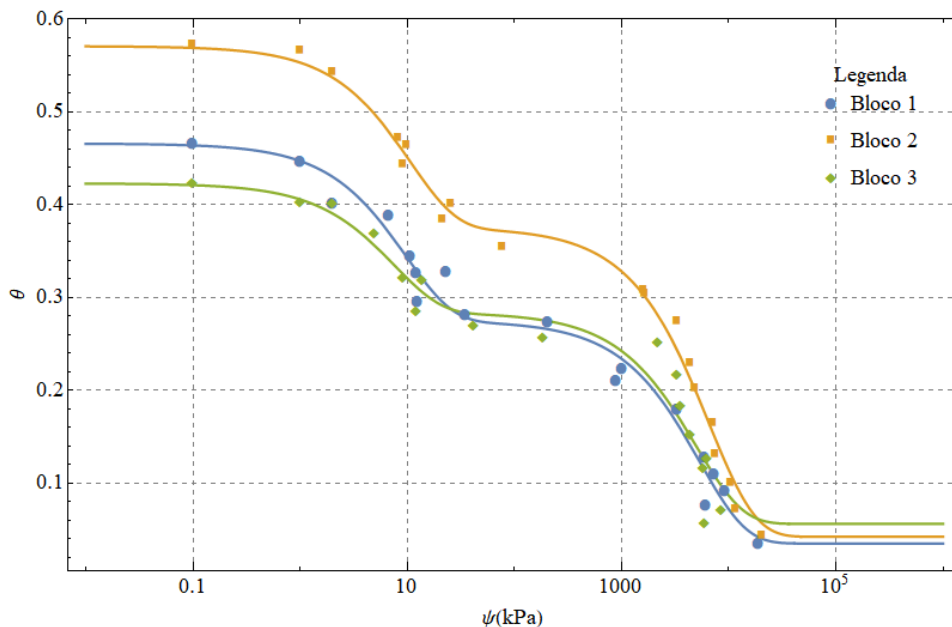


Figura 4.8 – Ajuste das curvas de retenção dos blocos 1, 2 e 3 para obtenção dos parâmetros de fluxo fracionários usando o novo modelo de curva de retenção bimodal proposto.

Tabela 4.4 – Parâmetros de ajuste do modelo de curva de retenção bimodal fracionário proposto.

Parâmetro	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3
δ^{α_1}	$1,40 \times 10^{-4} \text{ kPa}^{-1}$	$1,14 \times 10^{-4} \text{ kPa}^{-1}$	$1,50 \times 10^{-4} \text{ kPa}^{-1}$
$\theta_{s,1}$	0,26	0,35	0,26
$\theta_{r,1}$	0,018	0,021	0,028
δ^{α_2}	$7,68 \times 10^{-1} \text{ kPa}^{-1}$	$7,04 \times 10^{-2} \text{ kPa}^{-1}$	$9,80 \times 10^{-1} \text{ kPa}^{-1}$
$\theta_{s,2}$	0,21	0,22	0,17
$\theta_{r,2}$	0,018	0,021	0,028
λ_{α}	0,43	0,37	0,33
α	1,902	1,902	1,901
ΔL	0,15	0,15	0,15

4.1.6 Consolidação dos Parâmetros Obtidos para as Análises de Fator de Segurança e Probabilidade de Falha

As análises determinísticas necessitam apenas os valores médios dos parâmetros obtidos e as análises probabilísticas necessitarão tanto dos valores médios quanto dos desvios padrões calculados a partir dos coeficientes de variação. Os valores de coeficiente de variação foram adotados como sendo os normalmente reportados para cada parâmetro. Na Tabela 4.5, mostram-se as faixas de coeficientes de variação sugeridas.

Tabela 4.5 – Valores de coeficiente de variação para os parâmetros de resistência do solo – modificado de Assis (2020).

Parâmetro	Faixa de coeficiente de variação (%)	Valor sugerido do coeficiente de variação (%)
γ	3-7	5
θ_i	8-30	20
k_s	68-300*	200*
ϕ'	2-15	15
c'	20-80	40

* Valores dados em termos da razão dos logaritmos na base 10 do desvio padrão e da média.

Escolheu-se usar os valores de coeficiente de variação da literatura porque não se dispõem de dados suficientes para calcular estes parâmetros estatísticos com confiança, exceto para o cálculo do peso específico. Os valores foram retirados da tabela de valores reunidos no Assis (2020), que traz valores reunidos de outros trabalhos da literatura

Na Tabela 4.6, mostram-se os valores das médias e coeficientes de variação (somente para os parâmetros que recebem tratamento estatístico) que serão empregados nas análises que seguem. Os dados da Tabela 4.6 serão utilizados como padrão para todas as análises que seguem, exceto quando explicitado.

Tabela 4.6 – Valores de coeficiente de variação e média para os parâmetros de solo adotados.

Parâmetro	Média	Coeficiente de variação	
		calculado	usado
γ_d	14,62 kN/m ³	2%	2%
$\theta_{s,1}$	0,29	-	-
$\theta_{s,2}$	0,20	-	-
$\theta_{r,1}$	0,022	-	-
$\theta_{r,2}$	0,022	-	-
θ_i	0,27	9%	20%
k_s	1,57×10 ⁻⁷ m/s	10%	200%
ϕ'	27,80 °	16%	11%
c	9,09 kPa	136%	40%
δ_l	1,80×10 ⁻⁴ kPa ⁻¹	-	-
δ_2	1,09×10 ⁻¹ kPa ⁻¹	-	-
δ^{z_1}	1,35×10 ⁻⁴ kPa ⁻¹	-	-
δ^{z_2}	8,17×10 ⁻² kPa ⁻¹	-	-
α	1,901	-	-
ΔL	0,15 m	-	-
λ_α	0,37	-	-

4.2 Mapas de Fatores de Segurança e Suscetibilidade

Nesta seção, mapas de suscetibilidade são gerados utilizando um modelo digital de elevação do terreno da encosta de interesse.

O modelo digital de terreno da Figura 3.6 gera um mapa de declividades para o terreno em escala de cinza, mostrado na Figura 4.9.



Figura 4.9 – Modelo digital de declividades gerado a partir do modelo digital de elevação do terreno.

O mapa da Figura 4.9 possui 1360×1666 pixels, que receberão cálculo de fatores de segurança e probabilidade de falha individualmente.

4.2.1 Fluxo não Saturado: Perspectiva Clássica versus Perspectiva Fracionária

Busca-se avaliar a diferença no avanço da frente de umidade utilizando a solução da equação de Richards e comparando-a à equação de Richards fracionária para as mesmas condições de contorno.

Para melhor referência, repete-se a equação de Richards linearizada e as condições de contorno empregadas a seguir. As condições de contorno tratadas são:

$$[\theta]_{z=0, 0 < t \leq t_p} = \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \quad (4.11)$$

$$\theta(z, 0) = \theta_i \quad (4.12)$$

$$\theta(R, t) = \theta_i \quad (4.13)$$

A equação de Richards em sua forma linearizada é:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (4.14)$$

A solução da Equação (4.14) é:

$$\theta(z, t) = \theta_i + \left[\frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) - \theta_i \right] B(z, t) \quad (4.15)$$

com $B(z, t)$ sendo dado por (2.44).

A equação de Richards fracionária em sua forma linearizada é:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_z^\alpha \left(\frac{1+\beta}{2} \right) \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_+^\alpha} + D_z^\alpha \left(\frac{1-\beta}{2} \right) \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_-^\alpha} \quad (4.16)$$

A solução da Equação (4.16) é

$$\begin{aligned} \theta(z - as.t, t) = & \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) + \left[\theta_i - \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \right] \left(\frac{z - as.t}{R} \right) + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_{n1}(0) e^{-D_z^* \lambda_n^\alpha t} + \int_0^t e^{-D_z^* \lambda_n^\alpha (t-s)} f_{n1}(s) ds \right] e^{-\lambda_n^\alpha D_z^* t} [\sin(\lambda_n (z - as.t))] \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde os termos necessário para completa definição da solução podem ser vistos no Apêndice B, e os coeficientes a_s e D_z^* são calculados por:

$$a_s = \frac{k_s}{\theta_s - \theta_r} \quad (4.18)$$

e

$$D_z^* = \cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) \frac{2}{\alpha} \frac{\Gamma(3-\alpha)}{\alpha-1} \Delta L^{\alpha-2} \frac{k_s}{\delta(\theta_s - \theta_r) \rho_w g} \quad (4.19)$$

Quando $\alpha = 2$, a solução mostrada na Equação (4.17) se aproxima da aproximação da versão clássica da equação de Richards. Portanto, a comparação entre soluções com valores de α mais próximos e mais distantes de 2 mostram os efeitos do operador fracionário no fluxo não saturado.

Primeiramente, comparam-se as soluções na Equação (4.15) e Equação (4.17) para os casos de velocidades de infiltração fixas citados na metodologia.

Na Figura 4.10, mostra-se o avanço da frente de umidade para uma chuva hipotética constante com velocidade suficiente para causar infiltração máxima no solo, tanto para a solução da equação de Richards clássica quanto para a fracionária e para o valor de α ajustado

em 1,9. São mostrados gráficos em 1, 12 e 24 h após o início do evento. A velocidade de infiltração máxima é dada por:

$$v_{0,max} = \frac{\theta_s k_s}{(\theta_s - \theta_r)} \tag{4.20}$$

Calcula-se $v_{0,max} = 1,72 \times 10^{-7} \text{ m/s}$. Na Tabela 4.7, também mostram-se os valores dos coeficientes de dispersão e coeficiente de advecção, que podem ser calculados pelas Equações (4.8), (C.14) e (C.11).

Tabela 4.7 – Parâmetros de fluxo gravitacional e dispersivo calculados para o modelo de fluxo clássico e fracionário.

Parâmetro	Média
<i>Fluxo gravitacional - a_s</i>	$1,47 \times 10^{-6} \text{ m/s}$
<i>Fluxo dispersivo - D_z</i>	$3,33 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$
<i>Fluxo dispersivo - D_z^α</i>	$4,47 \times 10^{-4} \text{ m}^\alpha/\text{s}$

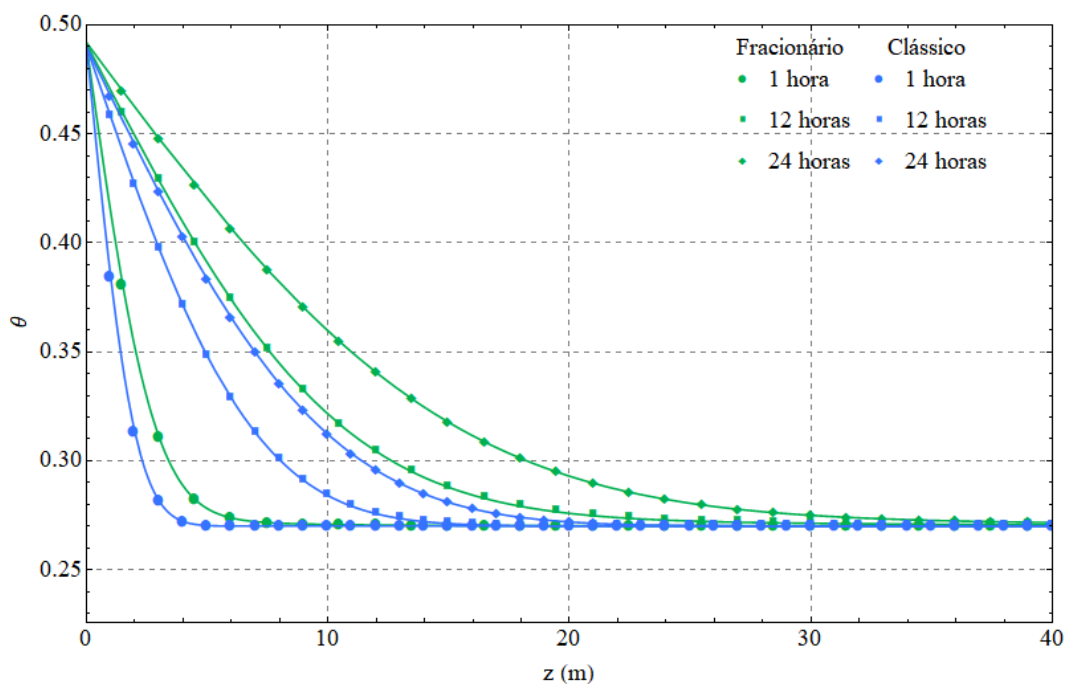


Figura 4.10 – Avanço da frente de umidade para a solução da equação de Richards clássica e equação de Richards fracionária ($\alpha=1,9$).

O efeito de se considerar a solução fracionária traduz-se em uma dispersão mais acentuada da água à medida que α se aproxima de 1. Isto pode ser visto na Figura 4.11, que

mostra a solução da equação de Richards fracionária para 24 h de avanço com valores de α hipotéticos e variando entre 1,3; 1,5; 1,7 e 1,9.

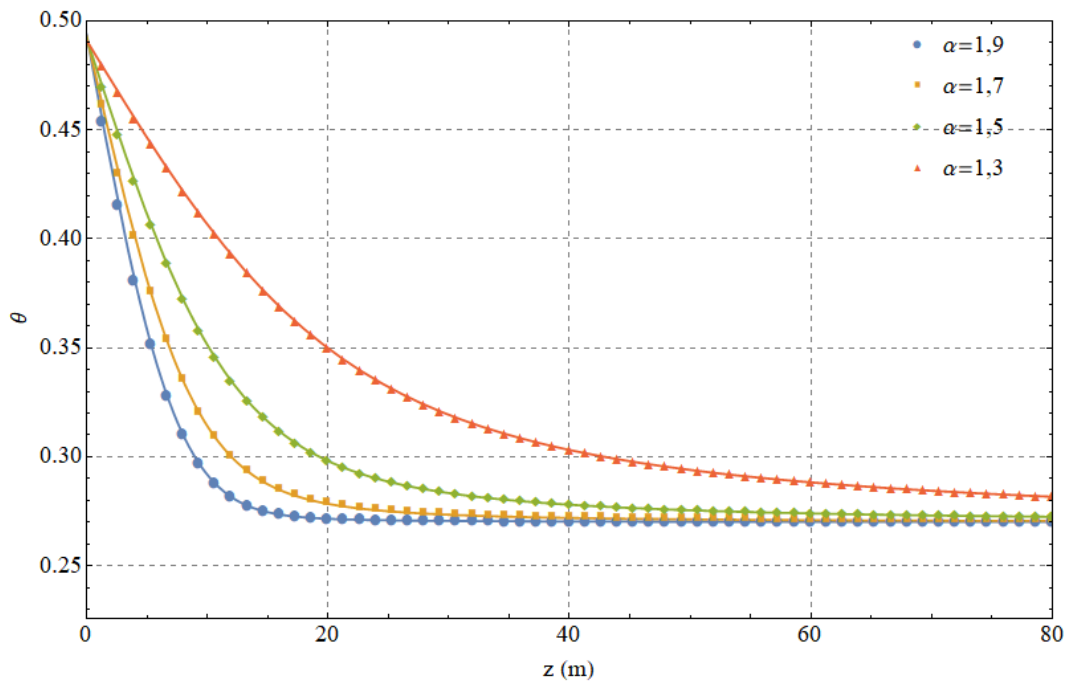


Figura 4.11 – Ilustração do efeito do α na curva de avanço da frente de umidade do solo, para $t = 24$ h ($\alpha=1,3; 1,5; 1,7$ e $1,9$).

Da Figura 4.10 e da Figura 4.11, nota-se que os formatos das curvas favorecem o transporte dispersivo no solo em questão, o que é corroborado pelos coeficientes calculados para o transporte gravitacional e para o transporte dispersivo na Tabela 4.7. O transporte dispersivo pode favorecer um avanço da frente de umidade na condição não saturada um pouco mais rápido do que se esperaria no caso de o mecanismo de transporte predominante ser o gravitacional.

Os aspectos das curvas e valores elevados do coeficiente de transporte dispersivo se comparado ao valor do coeficiente de transporte gravitacional mostram que o fluxo devido à sucção, no solo em questão, possui maior importância para o avanço da frente de umidade do que o fluxo devido a processos gravitacionais. Como a parcela de fluxo devido à sucção ocorre no sentido oposto do gradiente espacial de teor de umidade volumétrica, as características do solo em questão favorecem a hipótese de fluxo perpendicular à superfície do talude.

Outro ponto pertinente da análise de fluxo diz respeito ao valor de velocidade máxima possível para o modelo de fluxo apresentado. A velocidade de fluxo máxima calculada é excedida por toda chuva intensa com período de retorno entre 2 e 200 anos segundo a equação

de chuvas intensas do DAEE (2018). Isto implica que, para a análise determinística, não importa o período de retorno da chuva intensa analisada, sendo somente necessário analisar o tempo de duração da chuva, que, necessariamente, irá impor velocidade de fluxo máxima no modelo aplicado.

4.3 Desenvolvimento do Modelo de Estabilidade de Taludes Fracionário

O modelo de estabilidade de taludes mostrado na Equação (2.68) pode ser aplicado em conjunto com a solução da Equação de Richards fracionária – Equação (2.45) submetida às condições de contorno mostrada na Equação (3.4) a (3.6) – para resolver os termos da sucção e do parâmetro χ de Bishop. Todavia, é necessário modificar a Equação (2.68) para que ela abranja a presença de uma sobrecarga vertical e uniformemente distribuída sobre o terreno, que constitui uma boa prática de engenharia. Considere o esquema de forças atualizado mostrado na Figura 4.12.

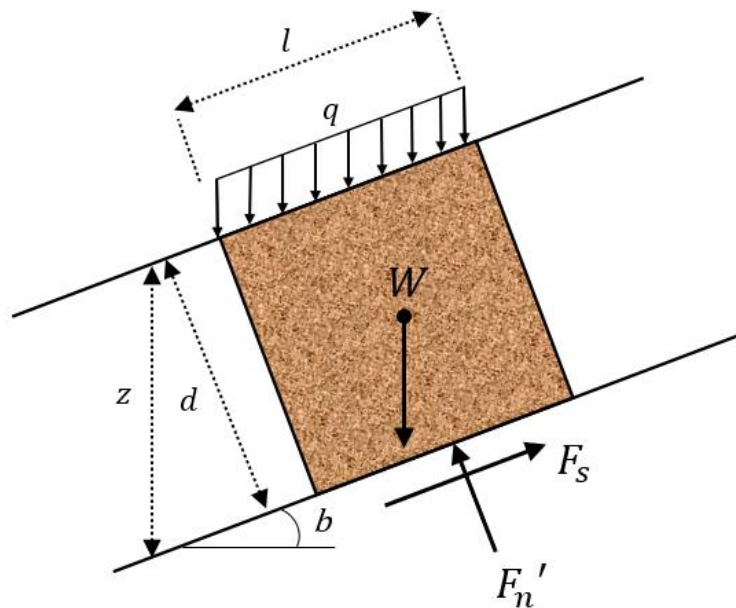


Figura 4.12 – Esquema de forças em um elemento de solo com sobrecarga.

No esquema de forças da Figura 4.12, d é a espessura fixa da fatia de solo [L] e a profundidade z é usada apenas para calcular a profundidade da superfície de ruptura da fatia de solo.

A dedução da equação do fator de segurança parte do pressuposto, escrevendo o fator de segurança de forma similar ao que foi feito na Seção 2.5.5, resulta em:

$$FS(z,t) = \frac{\tan \phi'}{\tan b} + \frac{c' + \psi(z,t)\chi \tan \phi'}{(q \cos b + \gamma_{nat} \cdot d) \sin b} \quad (4.21)$$

Para recuperar a profundidade da superfície de ruptura do solo, basta fazer:

$$z = \frac{d}{\cos b} \quad (4.22)$$

Os cálculos de fator de segurança feitos a partir da Equação (4.21) permitem que o fator de segurança não aumentem com a profundidade, pois a espessura da fatia de solo rompida não se torna menor para terrenos mais inclinados. Caso a espessura d da fatia de solo fosse substituída pela profundidade z , o cosseno da inclinação do terreno tenderia a zero para inclinações crescente, o que faria com que, a partir de uma dada inclinação, o fator de segurança crescesse.

Para resolver a Equação de Richards fracionária com condições de contorno em um domínio finito, pode-se aplicar a metodologia de solução por separação de variáveis proposta por Jiang *et al.* (2012) e Ding & Jiang (2013), que apresentam uma solução para esta equação na forma de uma série infinita e quando o termo de assimetria (β) é nulo.

Considerar valores não nulos de β para estas condições de contorno implica em soluções que representam níveis de energia complexos, o que não é razoável do ponto de vista de modelagem física (Al-Saqabi *et al.* 2013).

Os cálculos realizados para chegar à solução são mostrados no Apêndice B, sendo sua expressão mostrada a seguir:

$$\theta(z,t) = \frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) - \left[\theta_i - \frac{v_0}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \right] \left(\frac{z}{R} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} K_n e^{-\lambda_n D z t} [\sin(\lambda_n z)] \quad (4.23)$$

com

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{R} \quad (4.24)$$

onde n é um número natural.

$$K_n = \frac{\int_0^L (\theta_i - V(z)) \sin\left(\frac{\pi n z}{R}\right) dz}{\int_0^L \sin\left(\frac{\pi n z}{R}\right)^2 dz} \quad (4.25)$$

A determinação do parâmetro χ pode ser feita utilizando a expressão de resistência ao cisalhamento de Lu *et al.* (2010) e obtendo uma expressão para o parâmetro χ fundamentada

na curva de retenção de água no solo. Para isto, associa-se o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b) de curva de retenção de água no solo ao parâmetro de saturação efetiva, S_e . A expressão do parâmetro χ a partir do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b) é deduzida e estudada em Cavalcante & Mascarenhas (2021) e mostrada a seguir.

Primeiramente, da relação entre teor de umidade volumétrica e grau de saturação do solo, escreve-se:

$$S = \frac{\theta}{\theta_s} \quad (4.26)$$

Da Equação (2.28), escreve-se:

$$S = S_r + (1 - S_r) \exp[-\delta |\psi|] \quad (4.27)$$

Assim, o parâmetro de saturação efetiva, S_e , se torna:

$$S_e = \exp[-\delta |\psi|] \quad (4.28)$$

Então, o parâmetro χ é retirado a partir do modelo da curva de retenção de água no solo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b) e é calculado por:

$$\chi = \exp[-\delta |\psi|] \quad (4.29)$$

É necessário calcular o peso específico natural médio da cunha de solo. Para isto, o peso específico do solo, com o avanço da frente de umidade, pode ser calculado por:

$$\gamma_{nat} = \gamma_d + \gamma_w \theta \quad (4.30)$$

onde γ_d é o peso específico seco do solo [$\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}$].

Para calcular o peso específico natural do solo, obtém-se o peso específico médio da fatia de solo acima da profundidade na qual se calcula a ruptura e multiplicar pela profundidade na qual se calcula o fator de segurança. O peso específico médio da camada acima da linha de ruptura é calculado resolvendo a equação:

$$\gamma_{nat} = \frac{\int_0^z (\gamma_d + \theta(\zeta) \gamma_w) d\zeta}{z} \quad (4.31)$$

Apesar da aparente complexidade na integração da Equação (4.31), ela é realizada de forma direta.

Substituindo a Equação (4.29) na Equação (4.21), obtém-se o modelo de estabilidade de taludes deste trabalho:

$$FS(z, t) = \frac{\tan \phi'}{\tan b} + \frac{c' + \psi(z, t) \exp[-\delta |\psi|] \tan \phi'}{(q \cos b + \gamma_{nat} d) \sin b} \quad (4.32)$$

4.3.1 Roteiro de cálculo do fator de segurança em escala regional

Para melhor entendimento do processo de obtenção das curvas de fatores de segurança mínimos e mapas de fatores de segurança, cabe a exposição do roteiro de cálculo usando as equações mostradas até agora.

- 1- Supõe-se que os dados experimentais já tenham sido obtidos e os parâmetros de solo já tenham sido ajustados, exceto pela curva de retenção de água. Para a curva de retenção de água, ajusta-se a equação do modelo de curva de retenção de água bimodal fracionário (Equação (4.9)), processo que resulta no índice de derivação fracionária α e nos parâmetros de ajuste λ_α , δ_1 e δ_2 ;
- 2- De posse dos parâmetros de ajuste e dados de solo (consolidados na Tabela 4.6), calculam-se os parâmetros de fluxo a_s , D_z^α e a velocidade máxima de fluxo $v_{0,\max}$ usando as Equações (4.18), (4.19) e (4.20);
- 3- Para os tempos de retorno definidos, utiliza-se as curvas IDF do município de Cubatão, Equação (3.8), e a velocidade máxima de fluxo $v_{0,\max}$ para definir o valor das condições de contorno de fluxo para resolver a equação de Richards fracionária. Aplicando a solução da equação de Richards fracionária (Equação (4.17)), encontra-se a chuva mais crítica do ponto de vista de intensidade, duração e frequência;
- 4- Para a chuva definida e para a duração estipulada, pode-se avaliar a infiltração de chuva nas camadas de solo até a espessura limite analisada;
- 5- Com os diversos valores de teor de umidade volumétrico calculados, obtêm-se o valor da sucção (Equação (4.9)) e do coeficiente de Bishop (Equação (4.29));
- 6- Por fim, de posse dos parâmetros de solo de solo e do estado de fluxo, calcula-se o fator de segurança pela Equação (4.32) continuamente para todas as inclinações de 0° a 90° para todas as profundidades até o limite estipulado;
- 7- Para qualquer célula do mapa de declividades da Figura 4.9, em que cada cor de pixel denota um valor de inclinação do terreno, é possível calcular o fator de segurança mínimo e a profundidade em que ele ocorre, ou calcular um fator de segurança a uma profundidade arbitrária. Assim, são geradas as curvas e mapas de fatores de segurança.
- 8- O cálculo da probabilidade de falha segue a partir dos valores de segurança obtidos. Utilizam-se a Equação (3.14) e a Equação (3.15) para calcular o primeiro e segundo momento do fator de segurança; Com o primeiro e segundo momento do fator de

segurança, calcula-se a variância e o desvio padrão do fator de segurança por meio da Equação (3.16);

- 9- Com o primeiro momento e o desvio padrão, calcula-se o coeficiente de confiabilidade com a Equação (3.17);
- 10- Com a função de distribuição de probabilidade, que, no trabalho em questão, é uma distribuição normal e aplica-se o coeficiente de confiabilidade para calcular a probabilidade de do fator de segurança estar abaixo do crítico por meio da Equação (3.18). O produto desta probabilidade pelo inverso do tempo de retorno da chuva que causou a probabilidade resulta na probabilidade de falha do ponto analisado. Da mesma forma que o fator de segurança, a probabilidade de falha pode ser calculada para qualquer espessura e inclinação do terreno e, depois, gerar gráficos e mapas;
- 11- Calculam-se as consequências da falha geotécnica dos dutos que cruzam a encosta estudada por meio da metodologia de consequência monetária de falhas da Seção 2.8;
- 12- O risco de falha é dado pelo produto da probabilidade de falha calculada pelo valor monetário das consequências. O risco é apresentado na forma de gráficos de Farmer e gráficos de risco ao longo da extensão dos dutos.

4.3.2 Fator de Segurança

Dado que os parâmetros de solo são caracterizados por uma média e desvio padrão que não mudam de valor ao longo do mapa, e que, para um tempo fixo, o avanço da frente de umidade também apresenta um perfil uniforme ao longo da região, pode-se traçar uma curva de fator de segurança contra a inclinação do talude, que passa a ser o único fator variável.

Estes gráficos permitem uma sensibilidade maior de como se comporta a estabilidade da encosta, no caso de se desejar estimar ela para um local desconhecido. Com isto, pode-se avaliar a estabilidade da encosta quanto a duas perspectivas distintas, dada uma chuva e um instante de tempo constantes. Na primeira perspectiva, há uma inclinação de talude crítica para cada espessura de solo. Na segunda, há uma espessura de talude crítica para cada inclinação do solo. Com base nestas duas perspectivas é que foram definidas as análises em espessuras constantes e profundidades variáveis do solo da encosta analisada.

Primeiramente, realiza-se uma análise do fator de segurança mínimo da encosta na ausência de chuva, com o teor de umidade volumétrica do solo constante e igual ao teor de umidade volumétrica inicial. Este estado corresponde ao estado inicial da encosta no instante imediatamente anterior à ocorrência das chuvas. Neste caso, ignora-se a resistência adicional

conferida pela camada de imprimação asfáltica, a exemplo das análises de chuva feitas posteriormente. A espessura de solo crítica analisa é dada até o limite de 5 m, que foi a espessura de solo eluvial máxima encontrada pelas sondagens de campo.

Na Figura 4.13, é apresentado o gráfico de fatores de segurança mínimos e espessura de ocorrência destes.

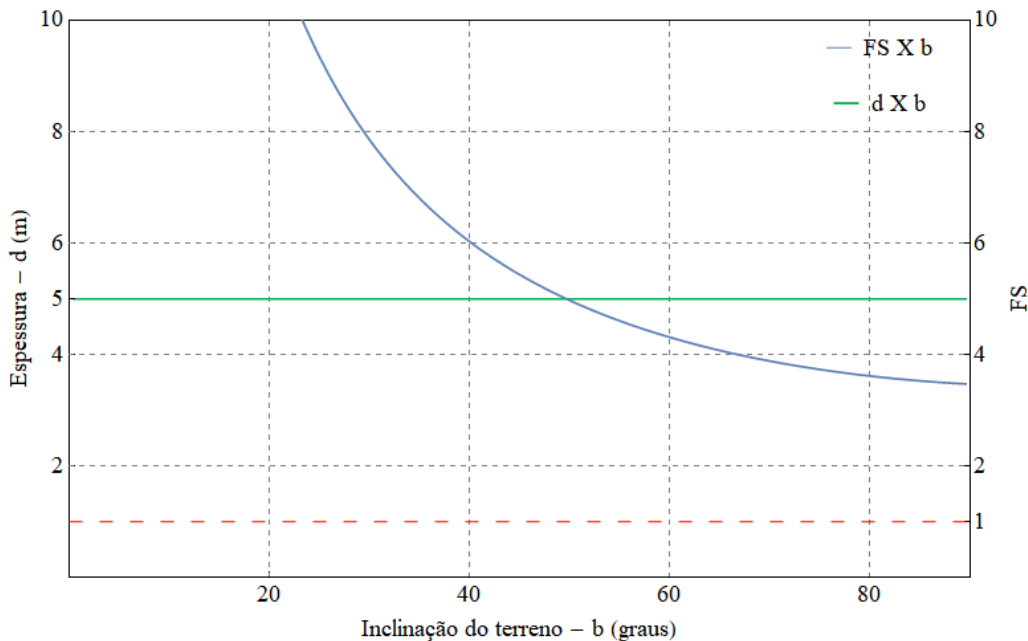


Figura 4.13 – Fatores de segurança mínimos para todas as inclinações da encosta no seu estado inicial e espessura de solo em que ocorrem.

Nota-se que os fatores de segurança da encosta apresentam valores elevados para todas as inclinações do terreno, sendo seu valor mínimo próximo de 3,5. O valor mínimo ocorre para inclinações próximas dos 90°, e correspondem à parcela do fator de segurança devida unicamente pela parcela de coesão e sucção de resistência do solo. Inicialmente, a encosta apresenta condições de segurança satisfatórias quando se considera o estado não saturado do solo. Na Figura 4.14, é mostrado o mapa de fatores de segurança do estado inicial da encosta.

Na Figura 4.15 mostra-se o fator de segurança ao longo da extensão dos dutos para o estado inicial da encosta, na qual se considera a sobrecarga dos dutos. Os valores de fator de segurança são elevados, mesmo com a sobrecarga acrescentada pelos dutos.

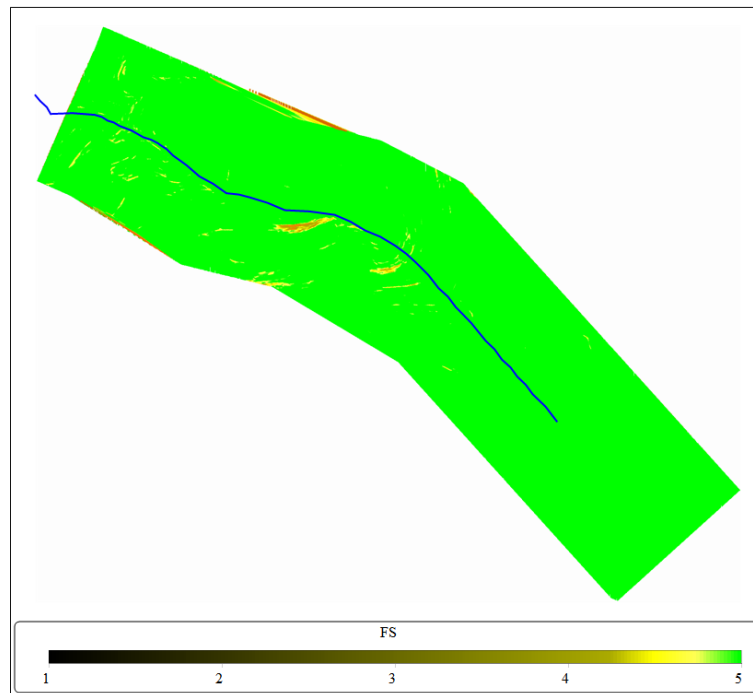


Figura 4.14 — Mapas de fator de segurança da encosta.

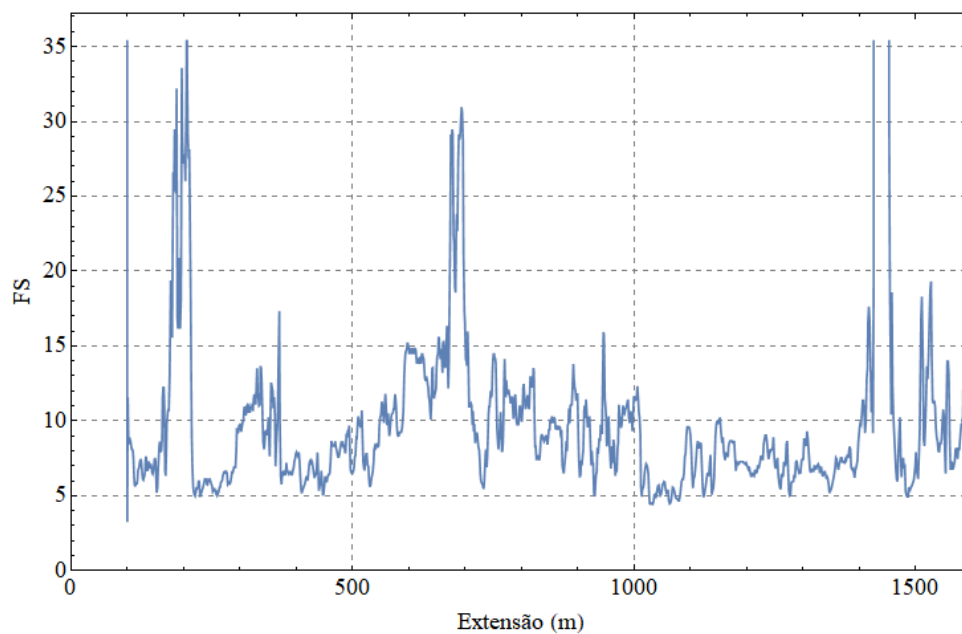


Figura 4.15 – Fatores de segurança do estado inicial da encosta da encosta ao longo da diretriz dos dutos.

A partir do início da imposição das chuvas, as Figuras 4.16 a 4.18, mostram-se a relações entre ângulo de inclinação, espessura de ruptura e fator de segurança para o solo e as chuvas com período de retorno de 2 anos de duração 1, 12 e 24 h.

Nas Figuras 4.16 a 4.18, apresenta-se uma forma rápida de se visualizar o comportamento do fator de segurança mínimo da encosta e a profundidade em que ele ocorre para uma dada chuva. Estes gráficos constituem instrumentos que permitem analisar se um dado ponto da encosta será estável ou não sem que seja necessário gerar os mapas de fator de segurança propriamente ditos, de forma ágil. Para isto, traçando-se uma reta vertical a partir de qualquer ponto do eixo x , lê-se no eixo da direita o fator de segurança mínimo que é possível se encontrar naquela inclinação e, na esquerda, a espessura de solo onde se espera que ocorra a ruptura, caso ela seja constatada.

Especialmente no caso de haver a necessidade de estudar uma região próxima da encosta estudada, com solo similar, mas que não consta no escopo da encosta, é possível prever rapidamente o fator de segurança para as situações de chuva estudadas e a espessura crítica de ruptura para cada região.

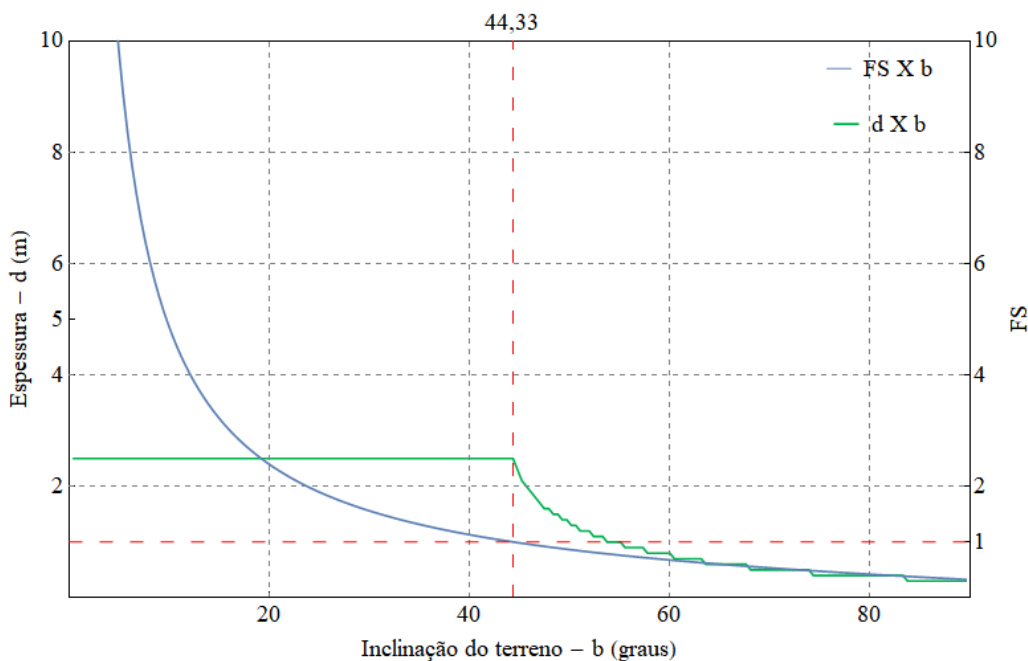


Figura 4.16 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e fator de segurança para a encosta estudada e chuva por 1 h.

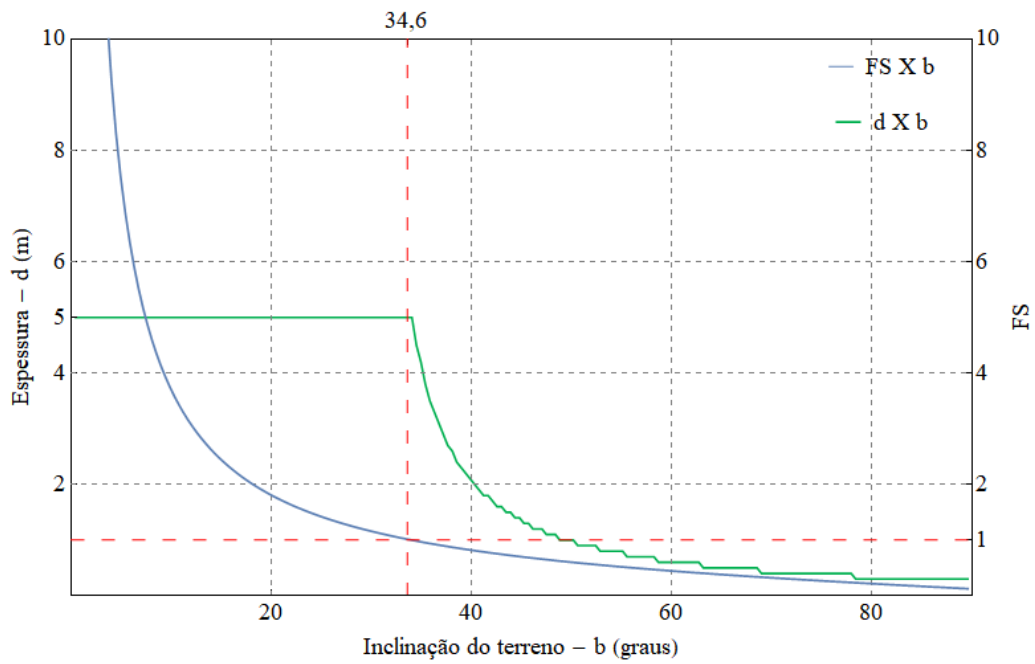


Figura 4.17 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e fator de segurança para a encosta estudada e chuva por 12 h.

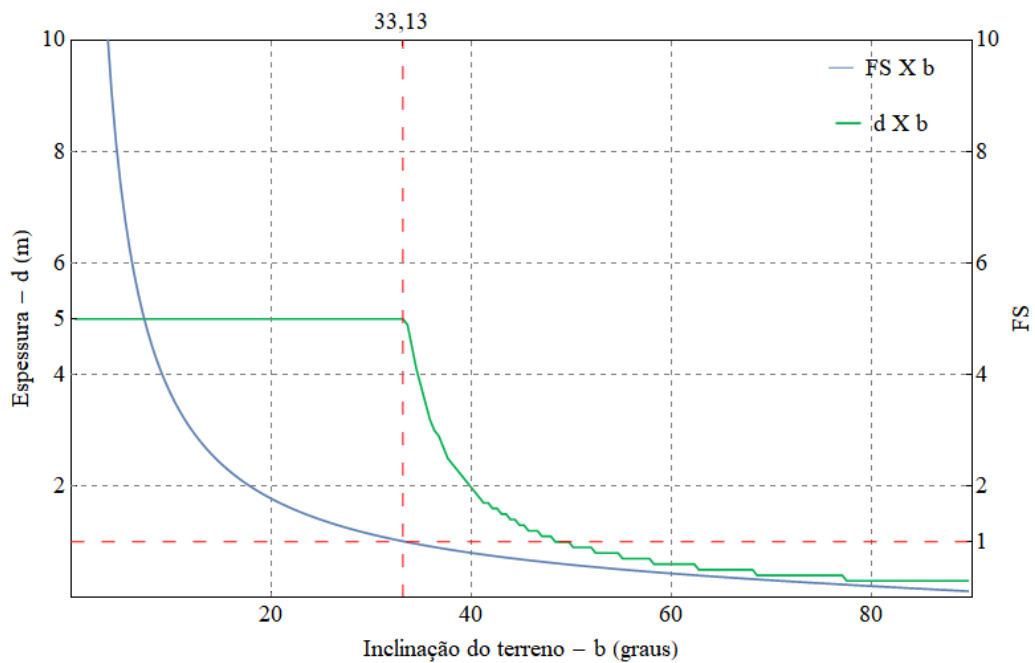


Figura 4.18 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e fator de segurança para a encosta estudada e chuva por 24 h.

Vale ressaltar que, para qualquer período de retorno estudado, a intensidade de chuva supera o valor máximo de velocidade ($1,72 \times 10^{-7}$ m/s) no contorno do modelo empregado. Com isto, a análise de fator de segurança sempre apresentará a mesma velocidade na fronteira, independentemente do tempo de retorno usado, e resultados idênticos seriam obtidos para os tempos de retorno de 2, 25 e 100 anos.

Nota-se que o fator de segurança crítico possui valores muito elevados para inclinações baixas do terreno, pois elas não são capazes de causar instabilidades na encosta. À medida que a inclinação do terreno aumenta, o fator de segurança crítico diminui e a profundidade no qual ele ocorre se torna mais rasa. Próximo de 44° para a chuva de 1 h e próximo de 34° para as chuvas de 12 h e 24 h, é possível começar a constatar regiões com fator de segurança menor que a unidade e nas quais a espessura de ruptura começa a se tornar progressivamente mais rasa. O fato de o ângulo crítico ser praticamente o mesmo para a chuva de 12 h e a chuva de 24 h indica que a parcela de resistência devido à sucção está praticamente toda perdida até 12 h de chuva, não havendo grandes variações para mais tempo de chuva. A espessura mínima de ruptura encontrada, próxima de 0,5 m para qualquer tempo de chuva à 90° de inclinação, denota a parcela de resistência devido à coesão efetiva do solo.

A maior inclinação do terreno implica que o talude se torna, progressivamente, mais próximo de uma situação em que ele é incondicionalmente instável em todas as suas profundidades.

Da Figura 4.8, percebe-se que o teor de umidade volumétrica pode variar dentro de uma faixa de valores que causa uma variação significativa da sucção, o que altera substancialmente a resistência não saturada do talude. Esta mudança na resistência ocorre principalmente nos primeiros momentos de entrada de água no solo, onde as curvas de sucção mostram maior inclinação perto do teor de umidade inicial do solo. À medida que a frente de umidade avança, a parcela de resistência proporcionada pela sucção no solo se torna menos significativa frente às parcelas de coesão e atrito, e, rapidamente, o solo assume uma configuração de resistência que não se altera tanto com mais aumento do teor de umidade volumétrica. Aliado ao fato de que o transporte de água no solo estudado ocorre predominantemente por dispersão, é necessário pouco tempo de chuva para que o ângulo de inclinação da encosta crítico se encontre próximo da estabilização em um valor baixo.

Nas Figuras 4.19 a 4.21, mostram-se os mapas de fatores de segurança críticos.

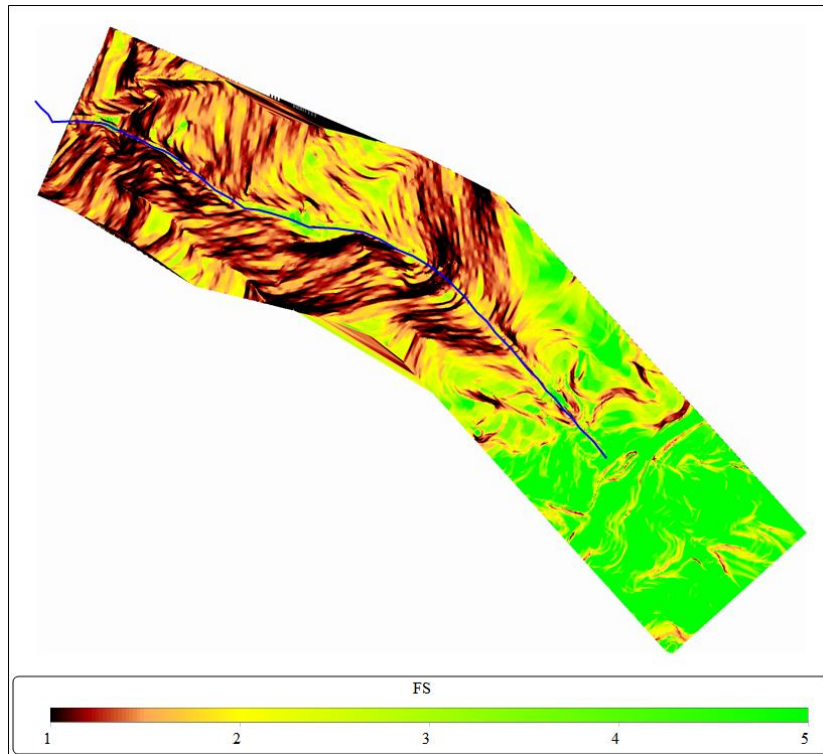


Figura 4.19 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 1 h.

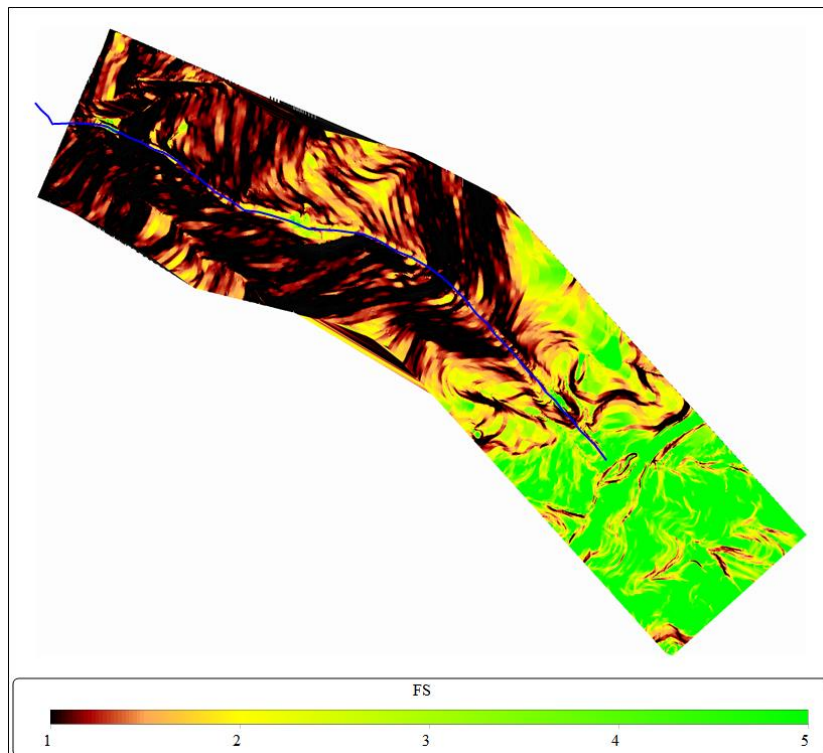


Figura 4.20– Mapa de fatores de segurança para a chuva de 12 h.

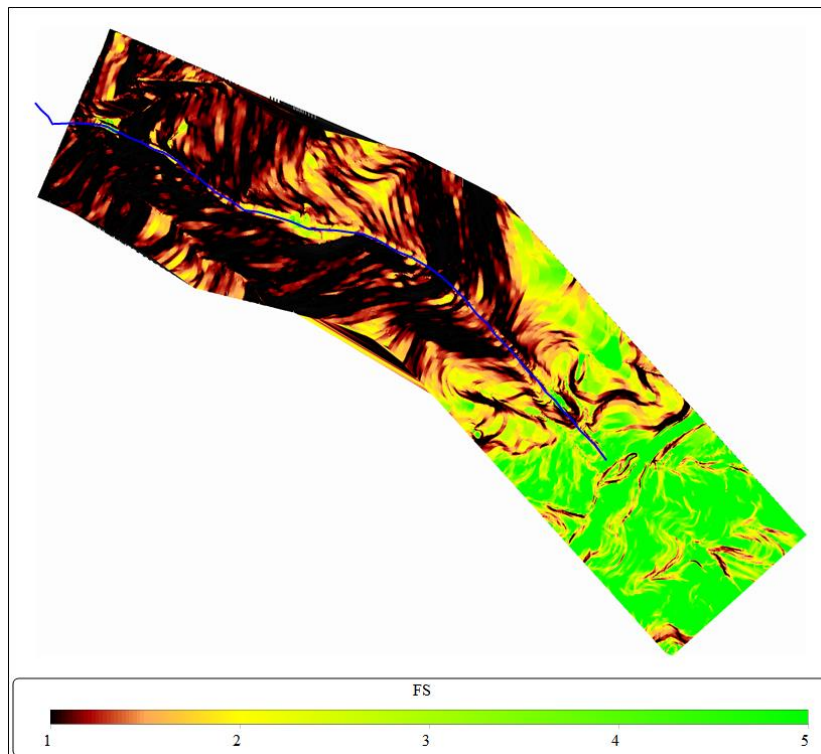


Figura 4.21 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 24 h.

Há uma grande concentração de áreas instáveis nos pontos mais altos da região, que são também os mais inclinados. Percebe-se que há um aumento na área instável, o que é esperado devido aos resultados dos gráficos mostrados nas Figuras 4.16 a 4.18. As únicas faixas de valores que não apresentam fator de segurança crítico encontram-se no pé da encosta, que são regiões de menor inclinação, como visto na Figura 3.6. Próximo ao ponto mais baixo dos dutos, há também uma região que se torna instável quando se passa da chuva de 1 h para a chuva de 12 h e que permanece da mesma forma na chuva de 24 h.

Nas Figuras 4.22 a 4.24, mostram-se os mapas de fator de segurança para a espessura fixa de 1 m e com as chuvas variando de duração de 1, 12 e 24 h.

Nas Figuras 4.22 a 4.24 há algumas regiões instáveis. Os fatores de segurança encontram-se coerentes com os gráficos de fator de segurança, profundidade e espessura de fatia críticos das Figuras 4.16 a 4.18. Há diversas áreas instáveis já para a chuva de 1 h. A situação se torna progressivamente pior à medida que se aumenta a duração da chuva, sendo que a chuva de 12 h apresenta mais zonas instáveis que poderiam colocar em perigo as operações dos dutos.

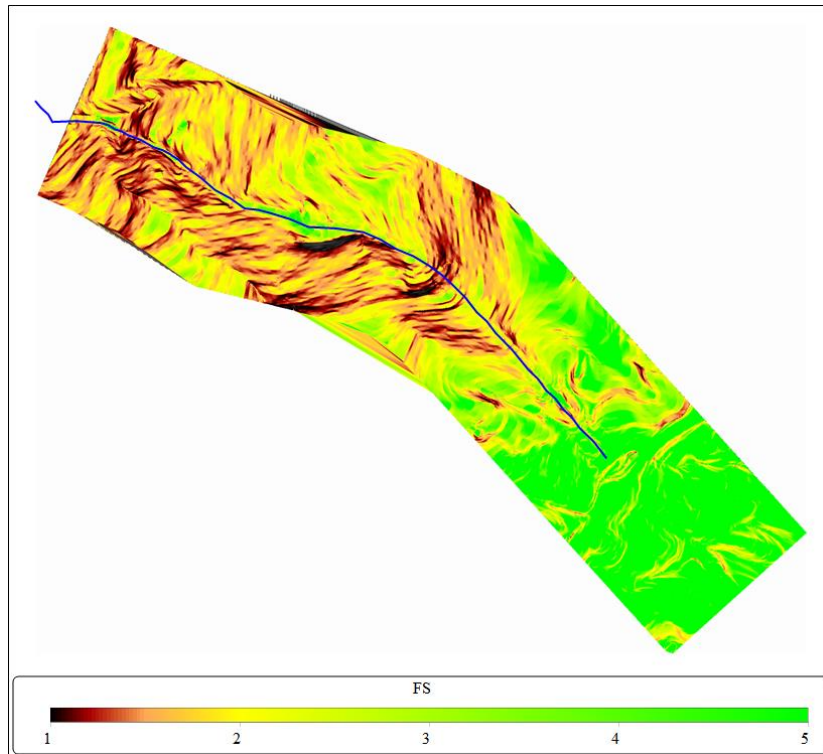


Figura 4.22 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 1 h e espessura fixa de 1 m.

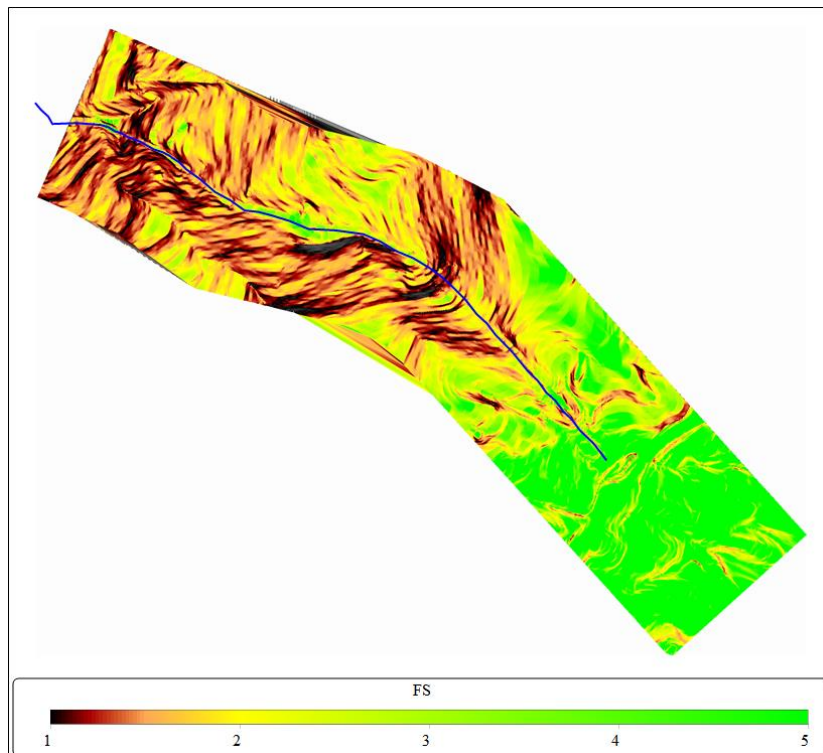


Figura 4.23 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 12 h e espessura fixa de 1 m.

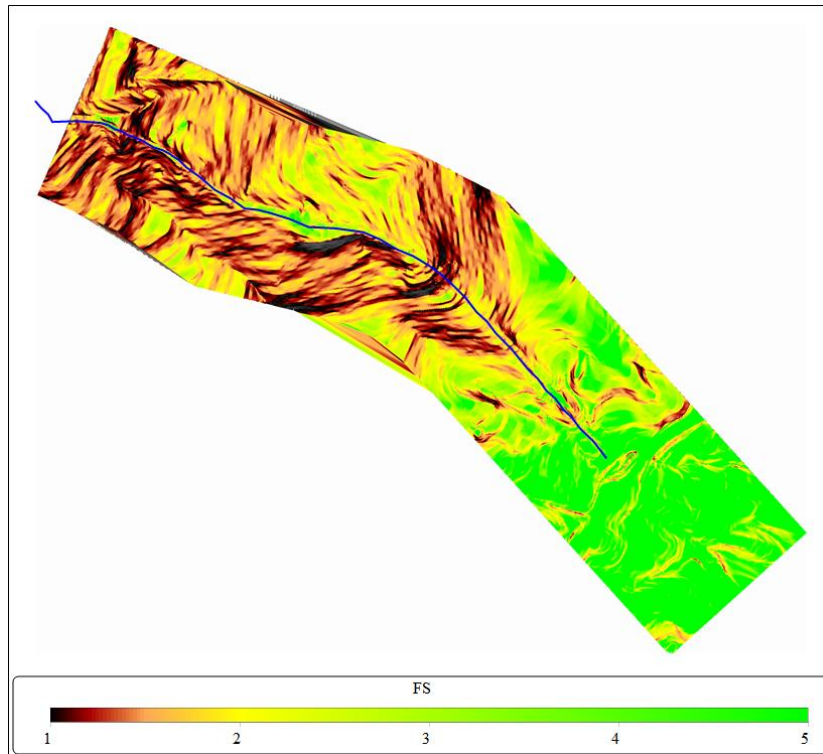


Figura 4.24 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 24 h e espessura fixa de 1 m.

Nas Figuras 4.25 a 4.27, mostram-se os mapas de fator de segurança para a espessura fixa de 2 m e com as chuvas variando de duração de 1, 12 e 24 h.

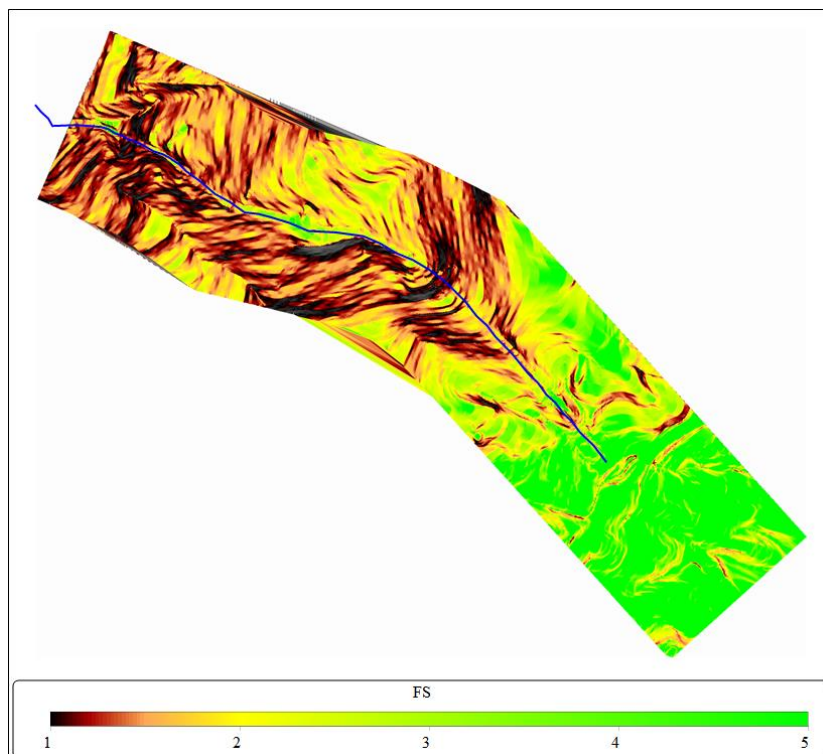


Figura 4.25 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 1 h e espessura fixa de 2 m.

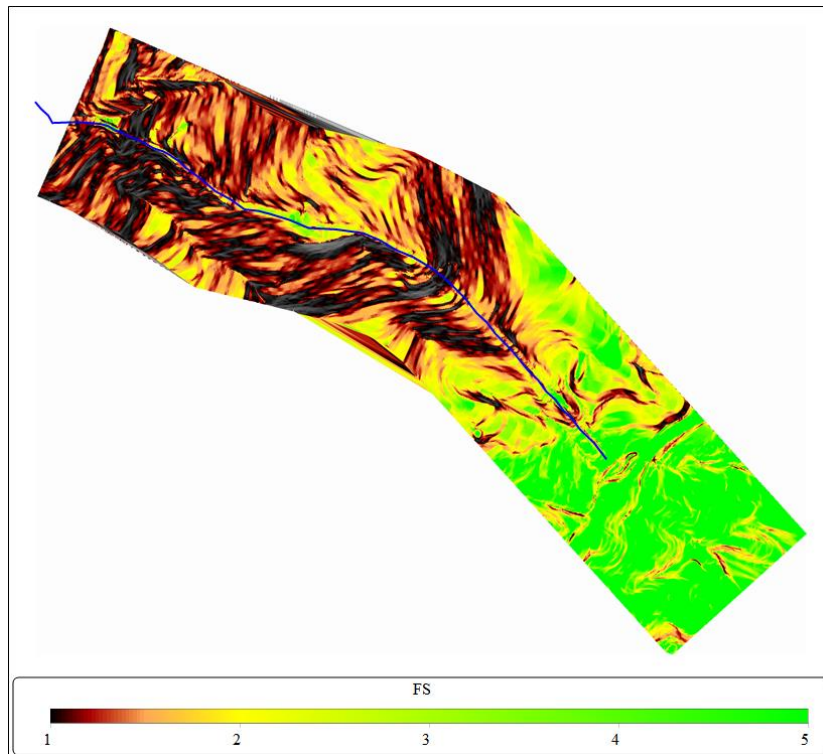


Figura 4.26– Mapa de fatores de segurança para a chuva de 12 h e espessura fixa de 2 m.

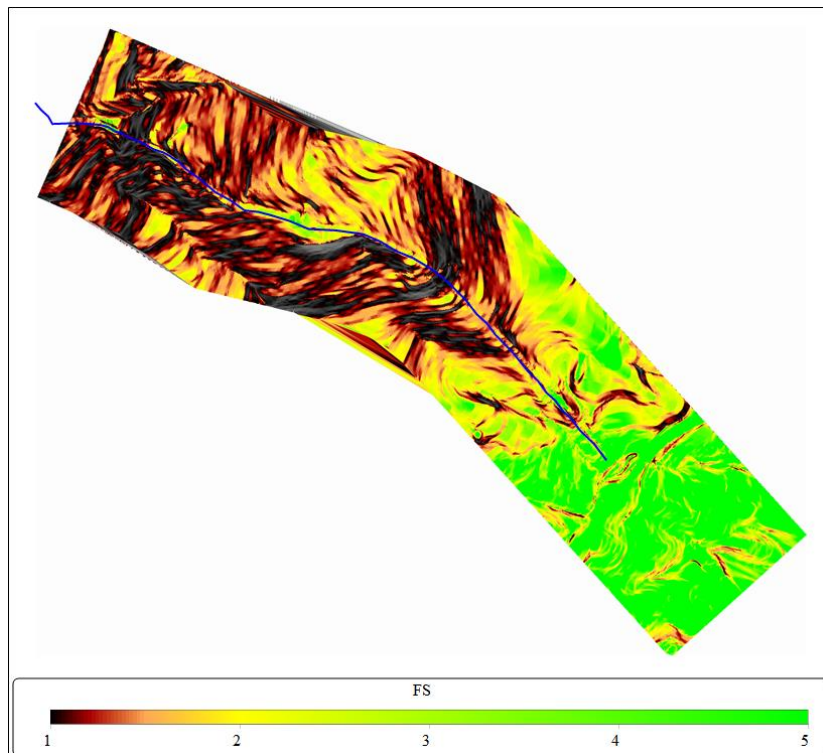


Figura 4.27 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 24 h no solo e espessura fixa de 2 m.

De forma coerente com o que se espera, os fatores de segurança encontram-se em valores mais baixos que os mostrados nas Figuras 4.22 a 4.24. A progressão de fatores de segurança das Figuras 4.25 a 4.27 seguem a mesma lógica de redução do fator de segurança com o aumento do tempo de duração da chuva.

Nas Figuras 4.28 a 4.30, mostram-se os mapas de fator de segurança para a espessura fixa de 3 m e com as chuvas variando de duração de 1, 12 e 24 h.

É de se notar que, para um mesmo valor de espessura fixa analisada, o aumento da quantidade de horas de chuva máxima torna o fator de segurança progressivamente menor. A partir da Figura 4.10, o teor de umidade volumétrica assume valores muito próximos da saturação para as três situações de chuva nas profundidades rasas de solo analisadas.

Há pouca distinção para o período de 24 h de duração de chuva quando se compara as profundidades de 2 e 3 m, sendo esta observação coerente com os gráficos de fator de segurança mínimo.

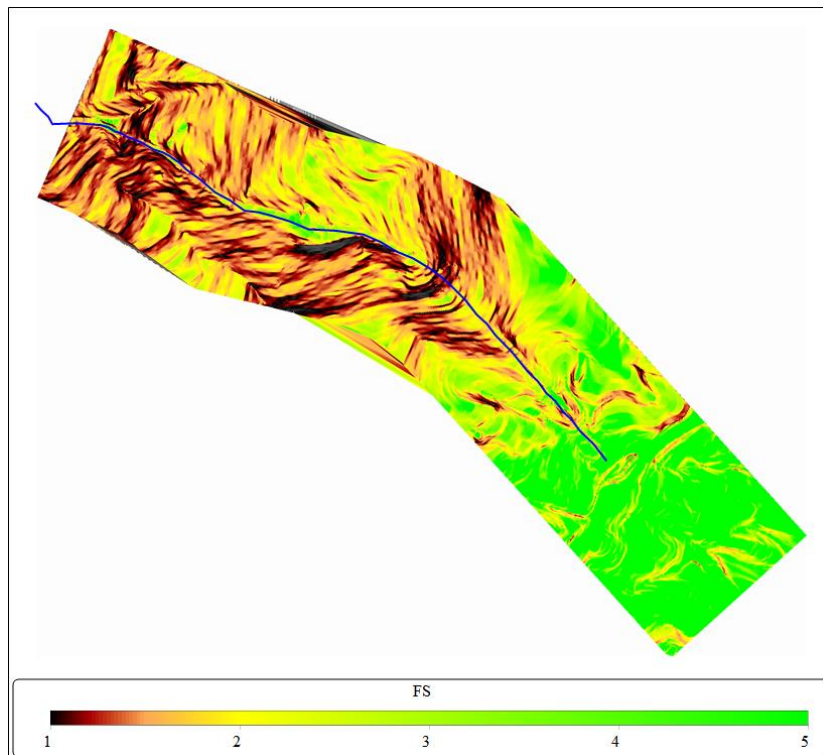


Figura 4.28 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 1 h e espessura fixa de 3 m.

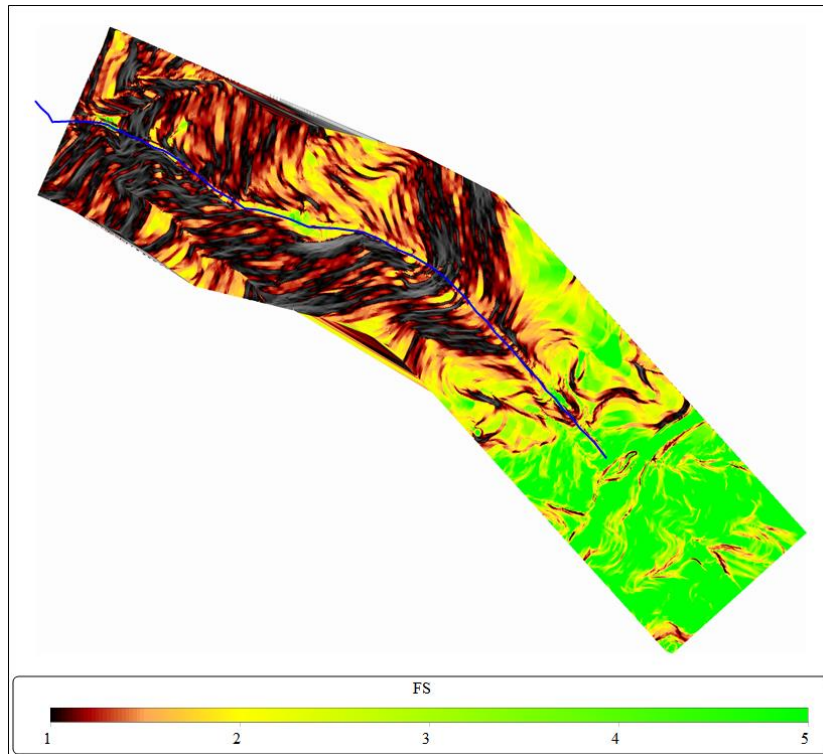


Figura 4.29– Mapa de fatores de segurança para a chuva de 12 h e espessura fixa de 3 m.

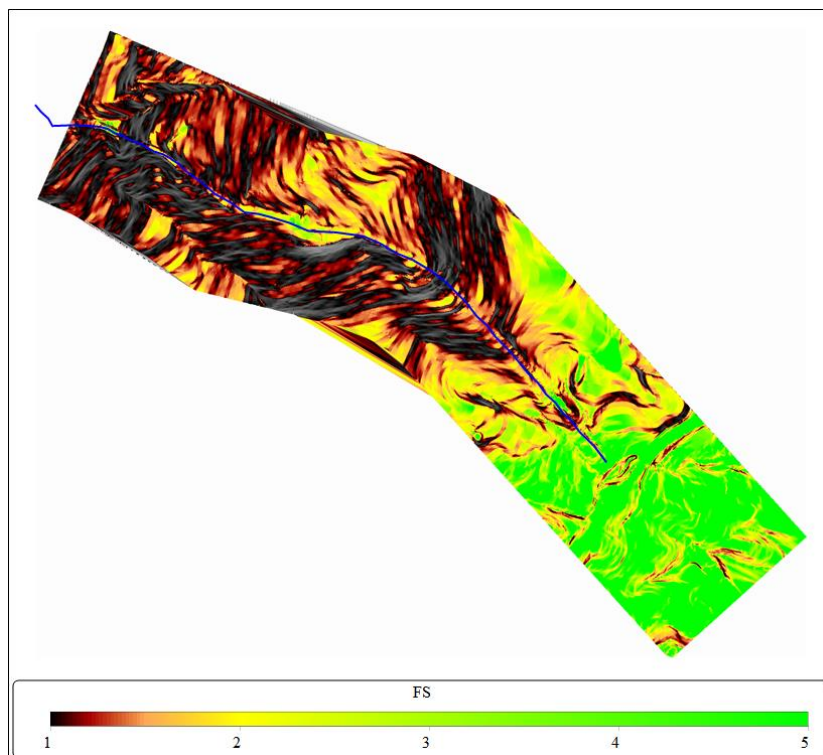


Figura 4.30 – Mapa de fatores de segurança para a chuva de 24 h e espessura fixa de 3 m.

Novamente, os fatores de segurança voltam a decrescer, com comportamento muito similar ao mostrado nas análises a 2 m de profundidade, mas com mais regiões instáveis.

Nas Figuras 4.31 a 4.33, mostra-se o fator de segurança da encosta ao longo da diretriz dos dutos.

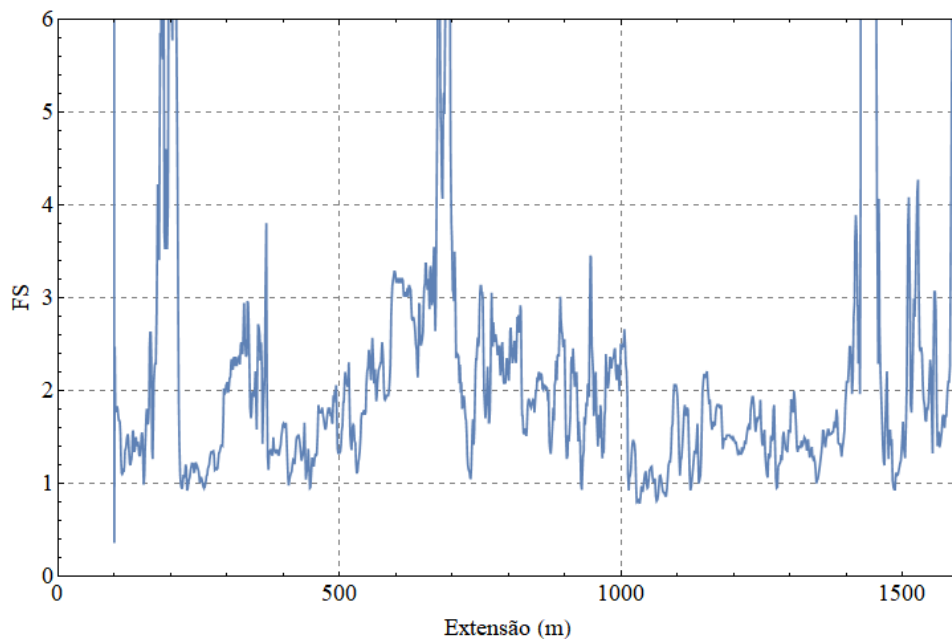


Figura 4.31 – Fator de segurança mínimo ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 1 h de duração e período de retorno de 2 anos.

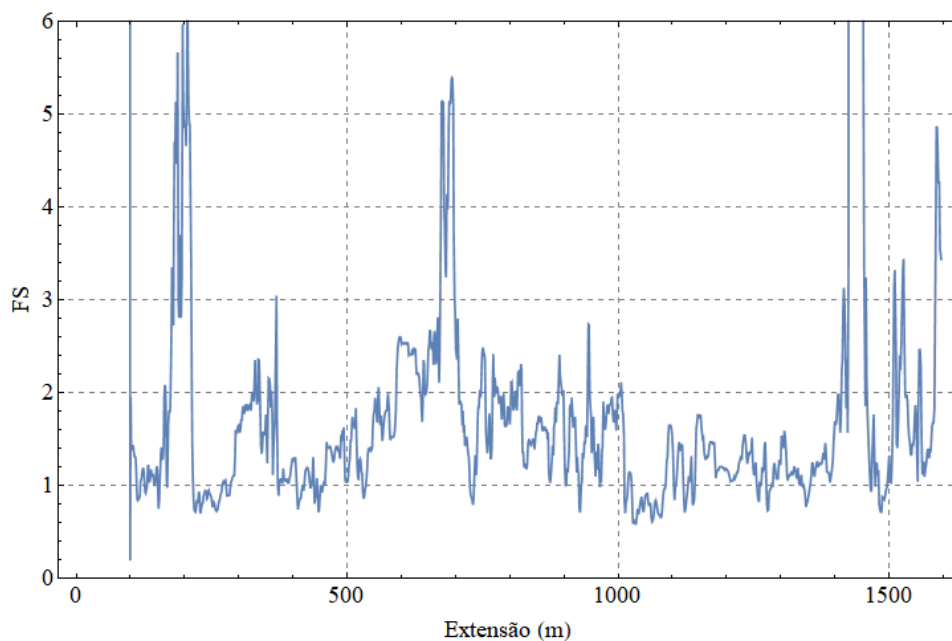


Figura 4.32 – Fator de segurança mínimo ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 12 h de duração e período de retorno de 2 anos.

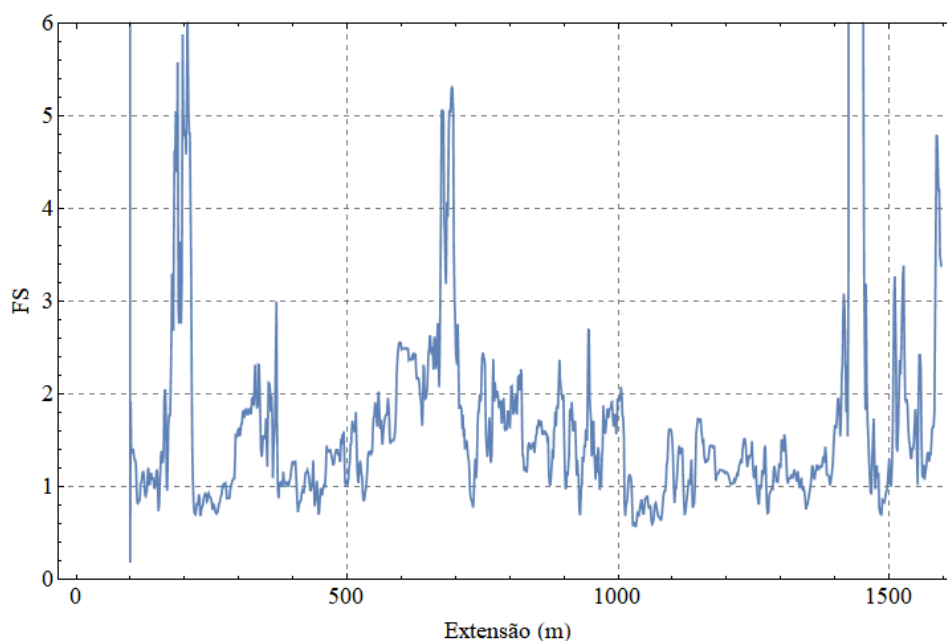


Figura 4.33 – Fator de segurança mínimo ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 24 h de duração e período de retorno de 2 anos.

O fator de segurança ao longo da diretriz do duto possui diversos trechos abaixo da unidade para qualquer tempo de chuva analisado, sendo a quantidade de regiões que se encontram abaixo do fator mínimo crescente com o aumento do tempo de chuva. Há grande quantidade de pontos com fator de segurança crítico, mesmo com os trabalhos de corte e aterro da região de implementação dos dutos, que confere declividades mais suaves para que a construção das linhas fosse possível. Essas regiões possuem fator de segurança com valores similares àqueles normalmente encontrados ao longo da encosta.

Os baixos valores de fator de segurança em ao longo da diretriz dos dutos não garantem a completa segurança da operação. Além disto, a ruptura de encostas em trechos vizinhos pode ter consequências progressivas no sentido de causar danos aos dutos.

4.3.1 Probabilidade de Ruptura Segundo o Método de Estimativas Pontuais

Com base no método aproximado de estimativas pontuais, repetem-se as análises de profundidade e espessura de fatia críticas em conjunto com probabilidade de falha máxima para as diversas inclinações de terreno, de forma análoga à que foi feita para fatores de segurança na Seção 4.3.2.

Na Figura 4.34, mostra-se o gráfico de probabilidade de falha para o estado inicial da encosta estudada.

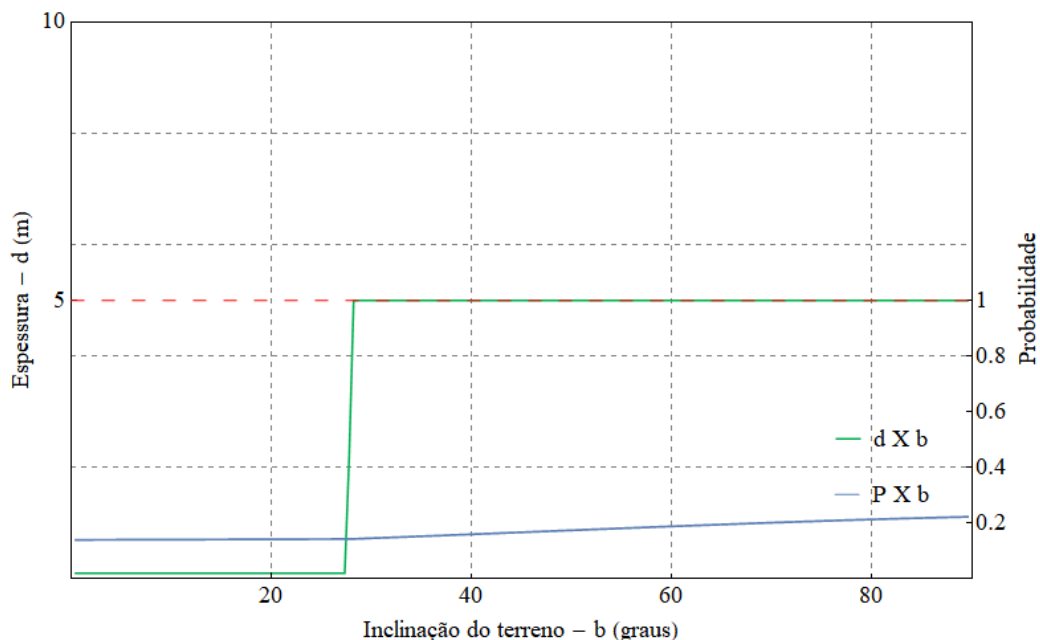


Figura 4.34 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a encosta estudada em seu estado inicial.

A Figura 4.35 mostra o mapa de probabilidades de falha máximas para o estado inicial da encosta estudada.

A probabilidade de falha é alta para a encosta estudada, tendo ordem de grandeza entre 10^{-2} e 10^{-1} . A probabilidade de falha ao longo da extensão dos dutos no estado inicial é mostrada na Figura 4.36.

Não obstante, os valores elevados ocorrem devido à alta variação da sucção no intervalo de valores do teor de umidade volumétrico inicial delimitado pelo desvio padrão. Nesta faixa de valores, a sucção varia entre 24 kPa e 2464 kPa.

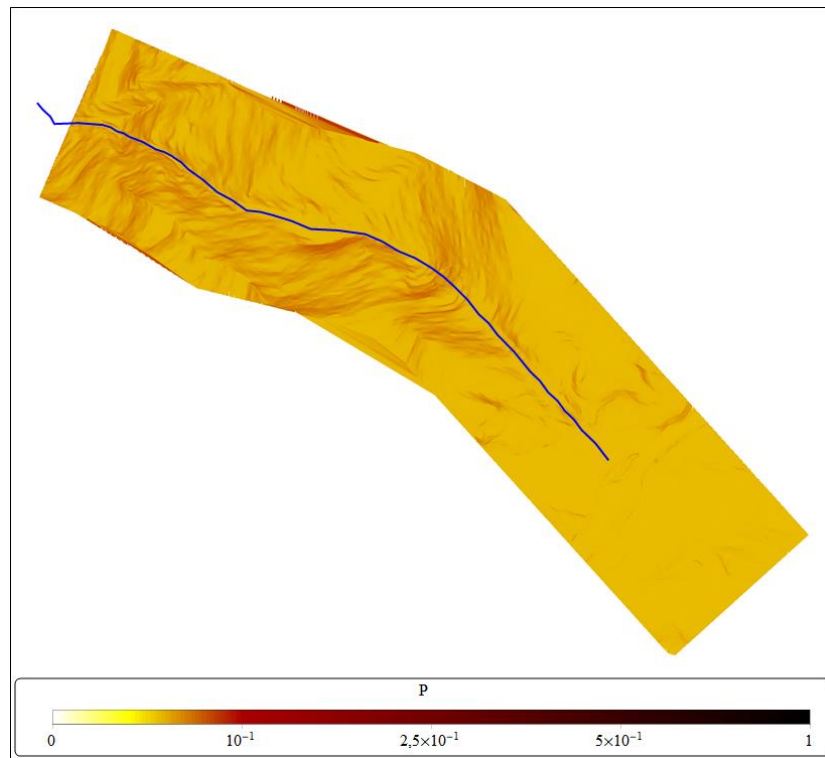


Figura 4.35 – Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para o estado inicial da encosta.

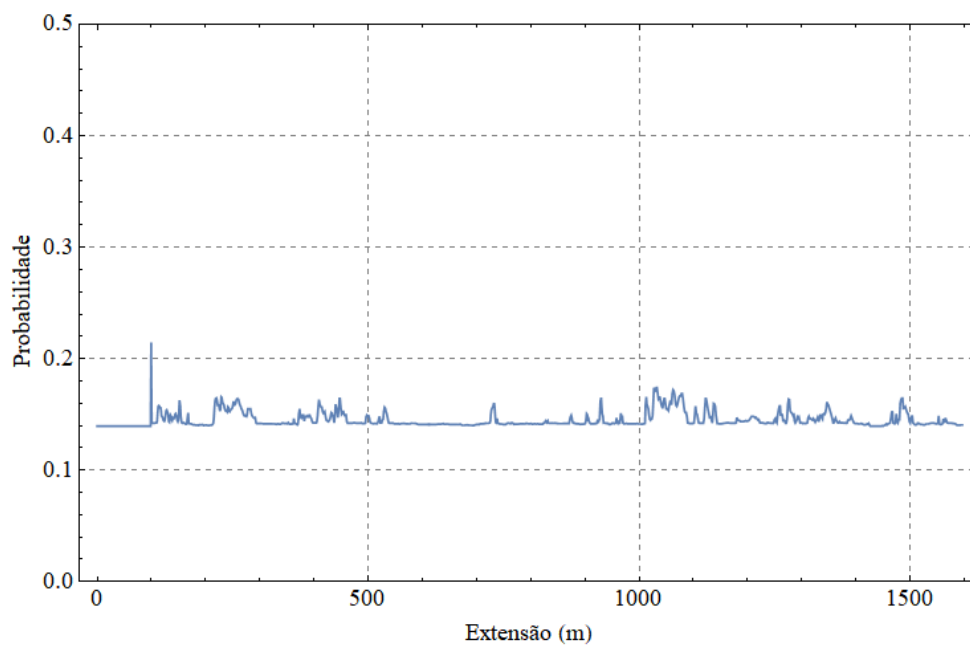


Figura 4.36 – Probabilidade de falha no estado inicial da encosta ao longo da extensão dos dutos.

Pode-se mostrar a situação inicial da encosta assumindo que o teor de umidade volumétrico inicial não varia. O resultado é mostrado na Figura 4.37.

Sem esta variação, a probabilidade de falha encontra-se em valores desprezíveis para encostas naturais, assumindo valores máximos abaixo de 10^{-7} . Esta queda nos valores da probabilidade de falha mostra que a maior parte das incertezas que resultam na probabilidade de falha da encosta em questão advêm de incertezas quanto à resistência não-saturada do talude.

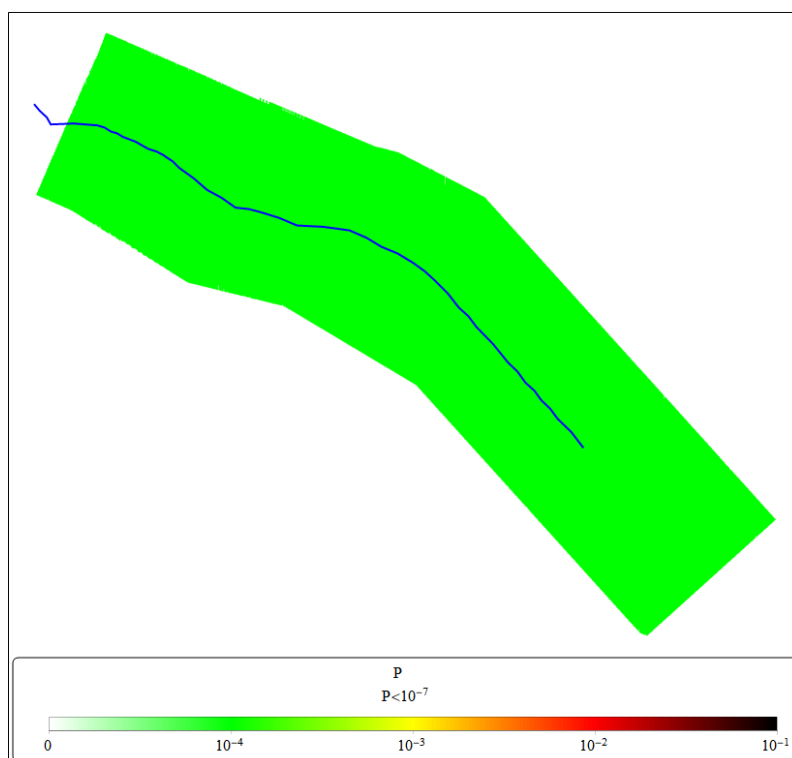


Figura 4.37– Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para o estado inicial da encosta, supondo que o teor de umidade volumétrico inicial não varia.

Os resultados das análises para as chuvas impostas com duração de 1, 12 e 24 h e tempos de retorno de 2 anos, 25 anos e 100 anos são mostrados nos gráficos das Figuras 4.38 a 4.40.

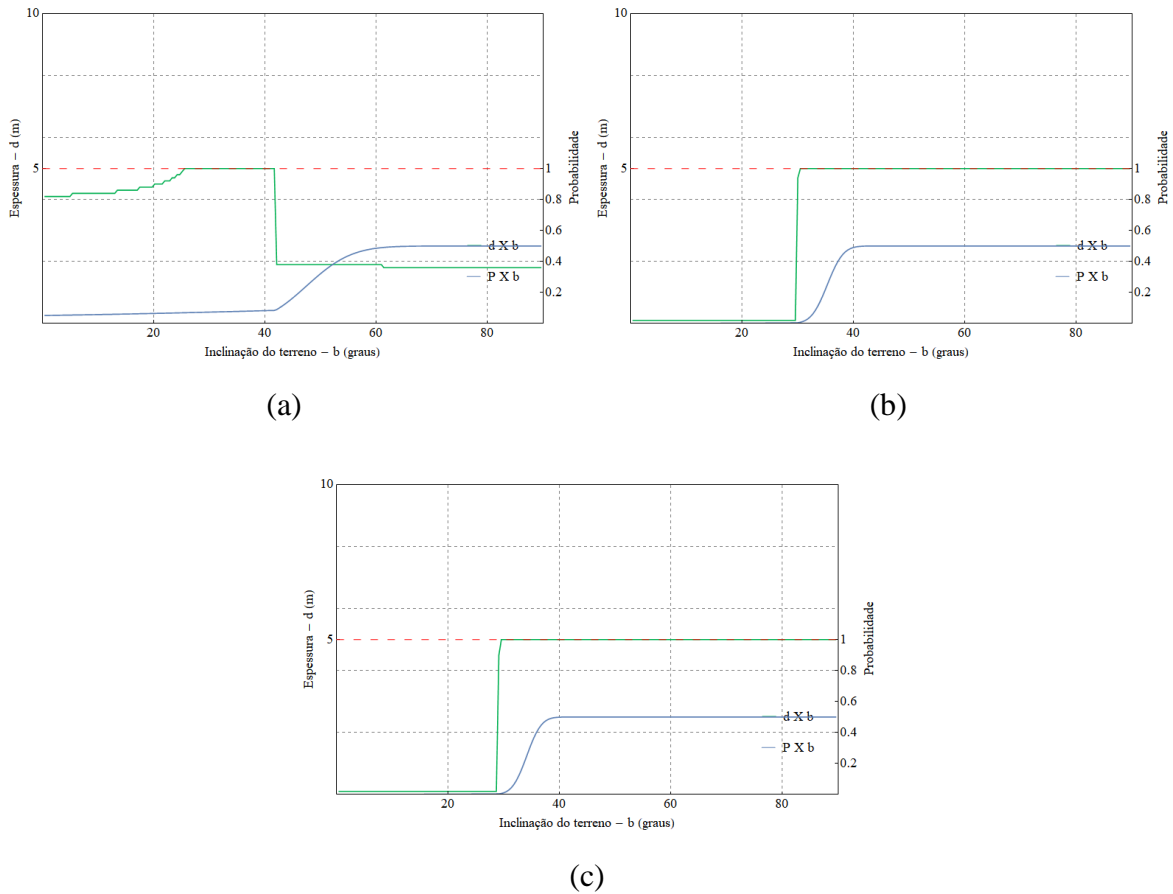


Figura 4.38 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a encosta estudada e chuva por 1 h. (a) chuva com período de retorno de 2 anos; (b) chuva com período de retorno de 25 anos (c) chuva com período de retorno de 100 anos.

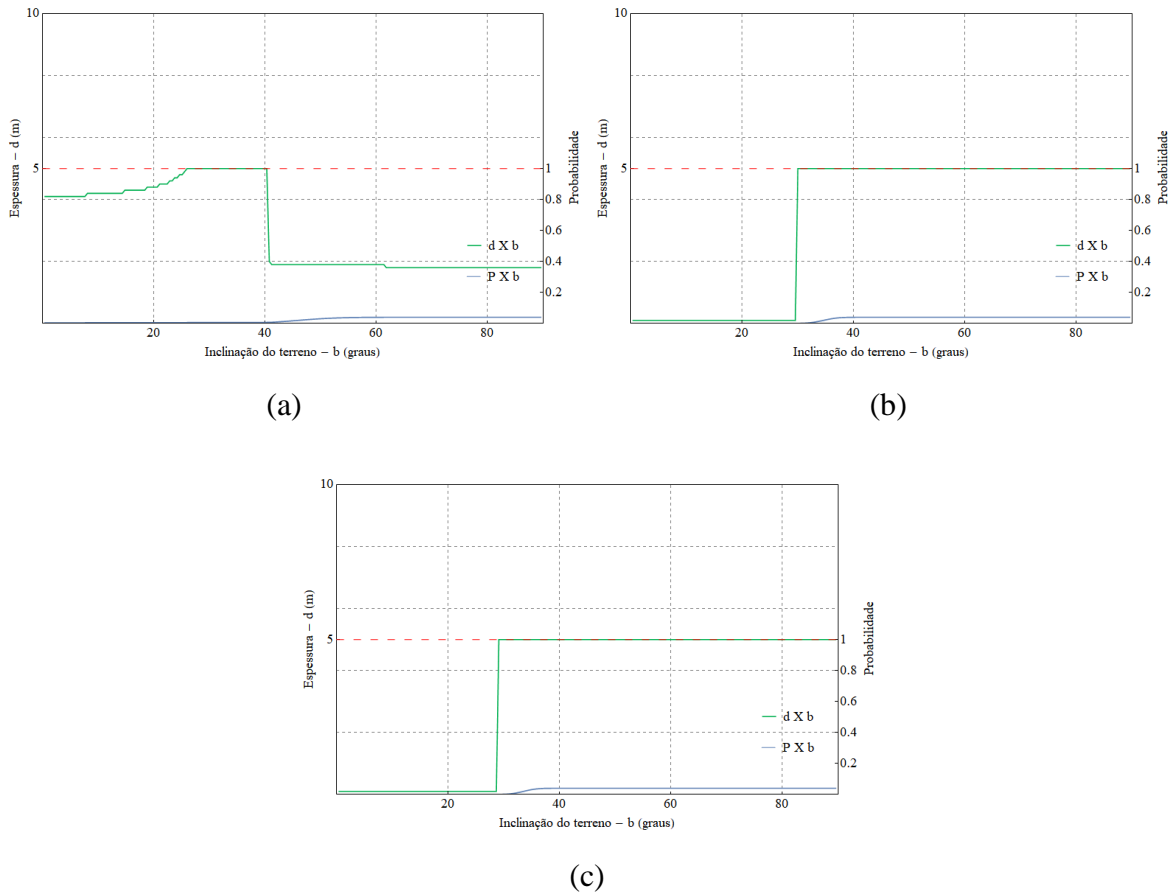


Figura 4.39 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a encosta estudada e chuva por 12 h. (a) chuva com período de retorno de 2 anos; (b) chuva com período de retorno de 25 anos (c) chuva com período de retorno de 100 anos.

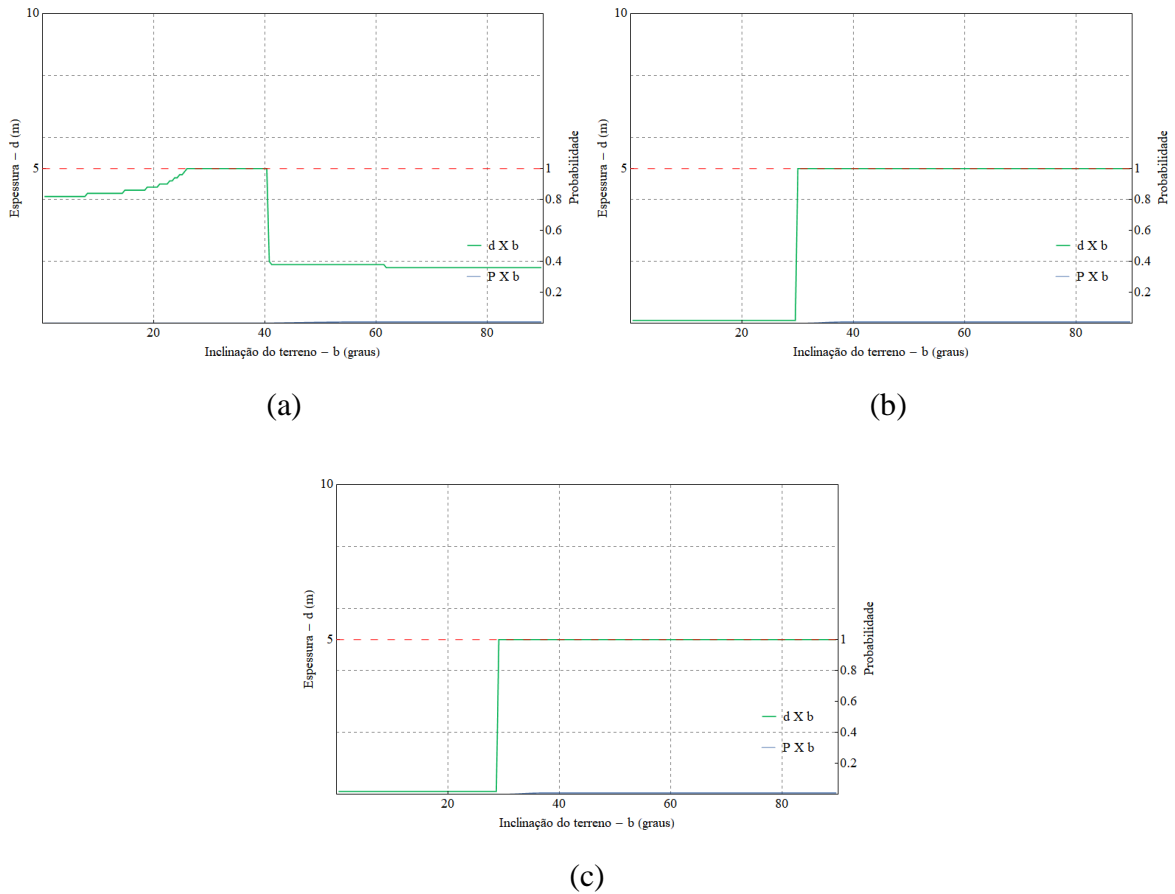


Figura 4.40 – Gráfico relacionando ângulo de inclinação, espessura de ruptura e probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a encosta estudada e chuva por 24 h. (a) chuva com período de retorno de 2 anos; (b) chuva com período de retorno de 25 anos (c) chuva com período de retorno de 100 anos.

Com base nos valores apresentados, o período de retorno de 2 anos é mais crítico para a falha da encosta. Isto se deve ao fato de que qualquer das intensidades de chuvas intensas das curvas do DAEE superam o valor de velocidade limite de infiltração do modelo de fluxo adotado. Assim, qualquer uma das chuvas intensas resultará na mesma probabilidade de o fator de segurança da encosta estar abaixo do crítico. Como a probabilidade de falha é dada pelo produto da probabilidade de ocorrência da chuva pela probabilidade de o fator de segurança estar abaixo do crítico, a chuva com menor período de retorno, por ter maior probabilidade de ocorrência, irá resultar na maior probabilidade de falha.

A probabilidade de falha máxima apresenta valores inicialmente baixos para inclinações suaves do terreno, que começam rapidamente a aumentar a partir de uma dada inclinação, e então cresce até alcançar o valor máximo, permanecendo nesta faixa para demais inclinações. Este valor é próximo de 40° para a chuva de 1 h e próximo de 30° para as chuvas de 12 e 24 h.

O valor máximo de probabilidade de falha máximo encontrado é de 0,5, que corresponde ao produto da probabilidade máxima do fator de segurança estar abaixo do crítico (igual à unidade) pela probabilidade de ocorrência da chuva intensa mais frequente (período de retorno de 2 anos, ou seja, probabilidade de ocorrência de 0,5). A probabilidade de falha igual a 1 não é esperada, porque ela é composta pelo produto da probabilidade de o fator de segurança estar abaixo da unidade e da chuva mais crítica ocorrer. Assim, a probabilidade máxima do fator de segurança estar abaixo da unidade é 1 e a probabilidade de a chuva de período de retorno de 2 anos ocorrer é 0,5, o que resulta na probabilidade de falha máxima de 0,5. Nota-se que, na Figura 4.38 (a), a espessura onde a probabilidade de falha máxima ocorre começa variando de 4 a 5 m e depois decresce para próximo de 2 m. Na Figura 4.38 (b) e (c), a espessura de probabilidade de falha máxima começa em valores rasos, próximos da superfície do talude, e, depois, aumenta para 5 m de profundidade. Nestes casos, essa variação da probabilidade de falha destoa daquela encontrada para outras durações de chuva e não corresponde à posição do menor fator de segurança encontrado para esta duração de chuva. Este comportamento é efeito de um maior desvio padrão nesta situação, causado por valores de sucção que se encontram em faixas mais sensíveis à variação do teor de umidade volumétrica inicial aliada ao avanço parcial da frente de umidade ao longo da espessura de solo analisada. Esta maior sensibilidade da sucção ao teor de umidade volumétrica, nesta situação, aumenta o desvio padrão da função de performance.

Em qualquer uma das hipóteses de tempo de retorno de chuva, é perceptível que a probabilidade de falha do talude no estado inicial da encosta pode ultrapassar aquela causada pelas chuvas, porque a probabilidade de falha do talude causada por uma chuva é dada pelo

produto da probabilidade de ocorrência da chuva pela probabilidade do fator de segurança estar abaixo da unidade, enquanto a probabilidade de falha no estado inicial é apenas a probabilidade de o fator de segurança estar abaixo da unidade. Pelo fato da maior probabilidade de ocorrência de chuva no estudo feito ser igual a 0,5, isto limita os valores máximos da probabilidade de ocorrência de chuva para 0,5, enquanto a probabilidade de falha no estado inicial pode assumir valores de até 1. Por este motivo, estas probabilidades não são comparáveis diretamente.

A partir dos resultados da Figura 4.38, geram-se os mapas de probabilidade de falha máxima nas Figuras 4.41 a 4.43.

Há pouca diferença entre a Figura 4.42 e a Figura 4.43, havendo maior diferença entre estas e a Figura 4.41. Há diversos pontos com probabilidade de falha máxima, coerente com as Figuras 4.19 a 4.21, que apresentam diversos ponto com fator de segurança abaixo de 1. Os mapas de probabilidade de falha máxima para os cenários analisados indicam probabilidades de falha muito altas para a encosta.

A discrepância entre os mapas ocorre em regiões de menor declividade. Há uma maior probabilidade de falha para regiões de menor inclinação na chuva de 1 h do que chuvas de 12 h e 24 h devido ao maior desvio padrão desta situação, como mencionado anteriormente. Nestes pontos de maior inclinação, a probabilidade de falha é máxima e a encosta mostra diversas regiões com valores críticos de probabilidade de falha.

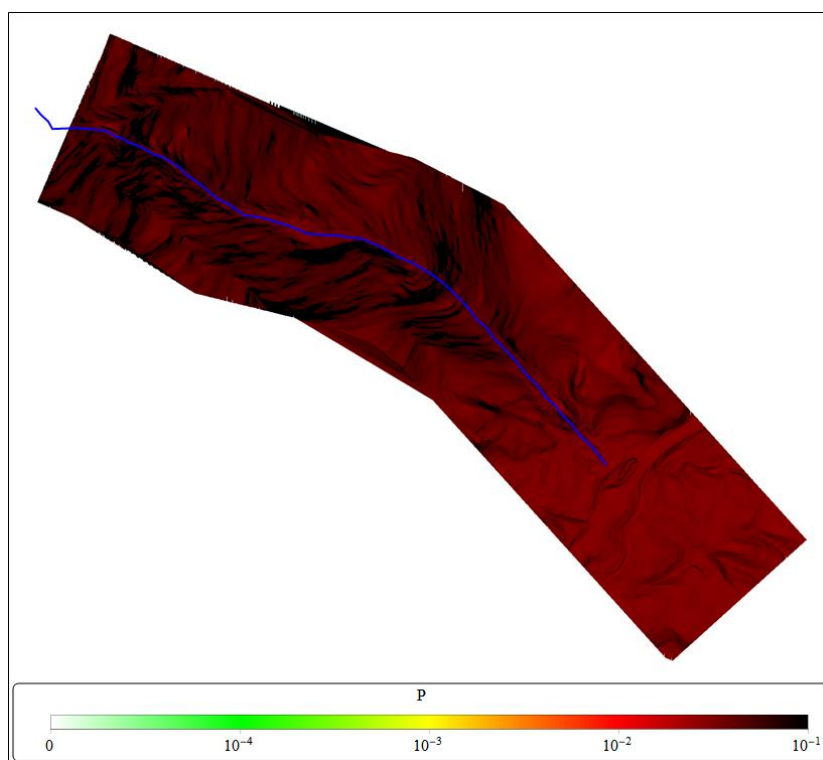


Figura 4.41 – Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 1 h.

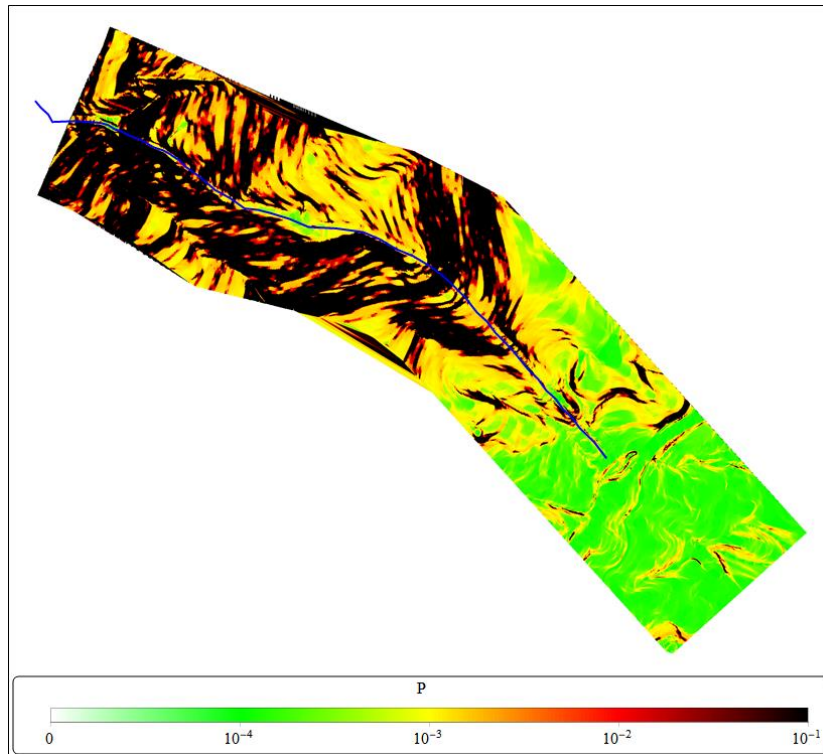


Figura 4.42– Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 12 h.

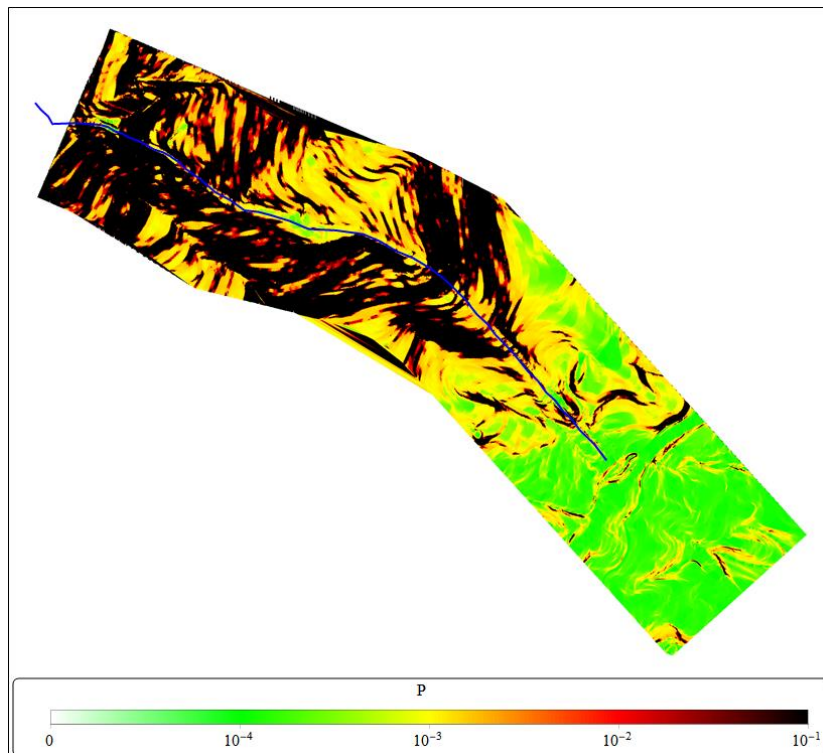


Figura 4.43 – Mapa de probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 24 h.

Na Figura 4.44, mostra-se o valor esperado da função de performance (fator de segurança) da encosta para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos. Os pontos são obtidos para a profundidade de 1 m e a inclinação varia de 0° a 20°. Nota-se que não há grande variação entre as chuvas, o que é esperado, porque a distância de 1 m é suficientemente pequena para que a frente de umidade já tenha sido praticamente toda transposta.

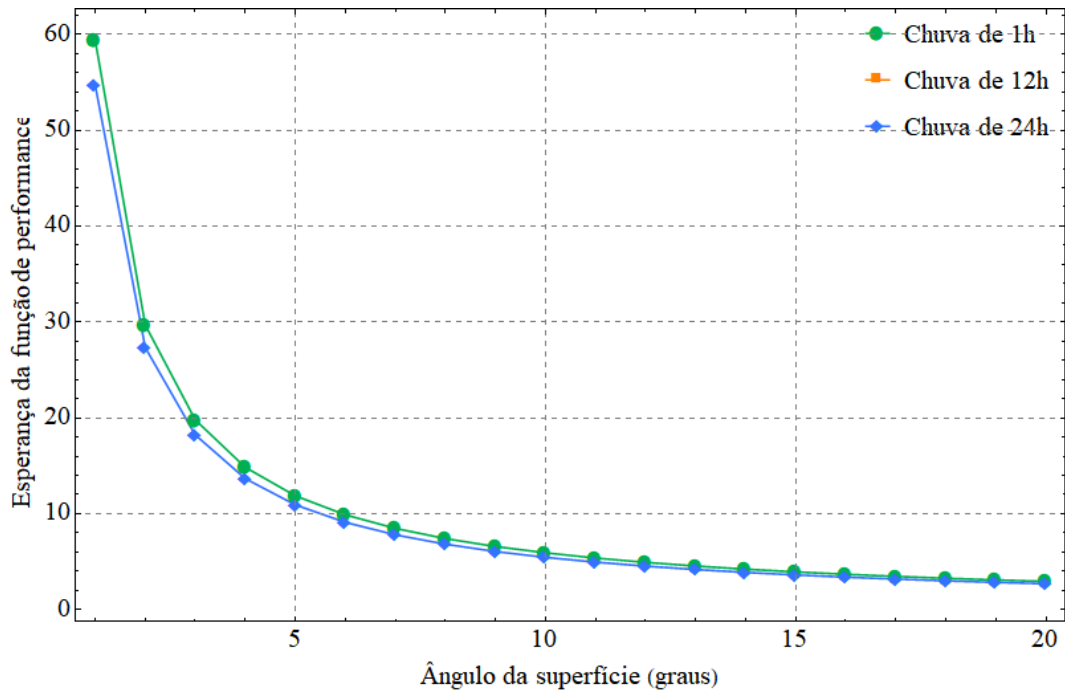


Figura 4.44 – Valor esperado da função de performance na profundidade de 1 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.

Na Figura 4.45, para as mesmas condições de chuva e inclinação do talude, os valores esperados da função de performance são estudados para a profundidade de 5 m. Como esperado, os valores são superiores para a chuva de 1 h, porque a frente de umidade não foi capaz de afetar totalmente a coesão aparente conferida pela sucção ao terreno.

Na Figura 4.46, mostra-se o desvio padrão da encosta para as chuvas de 1, 12 e 24 h e o período de retorno de 2 anos para baixas inclinações a 1 m de profundidade. Os valores estão próximos, o que resulta em probabilidades de falha similares para estas três chuvas, como esperado. Contudo, quando se analisa a profundidade de 5 m, os valores de desvio padrão da chuva de 1 h mudam significativamente.

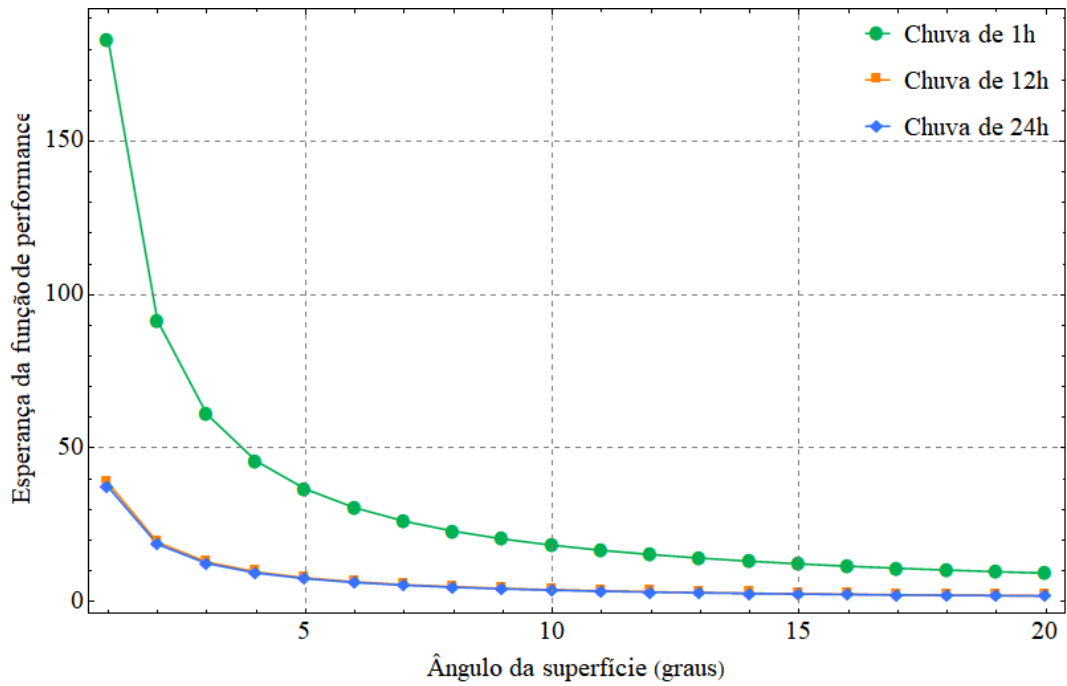


Figura 4.45 – Valor esperado da função de performance na profundidade de 5 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.

A Figura 4.47 mostra o desvio padrão da encosta para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos para baixas inclinações a 5 m de profundidade

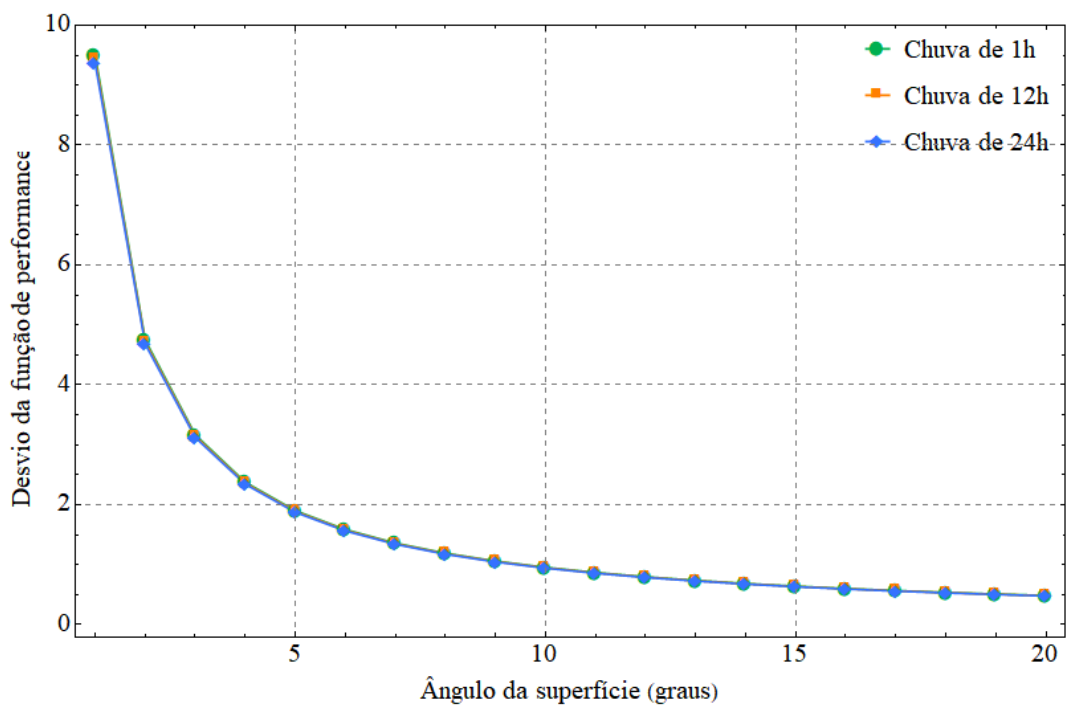


Figura 4.46 – Desvio padrão da função de performance na profundidade de 1 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.

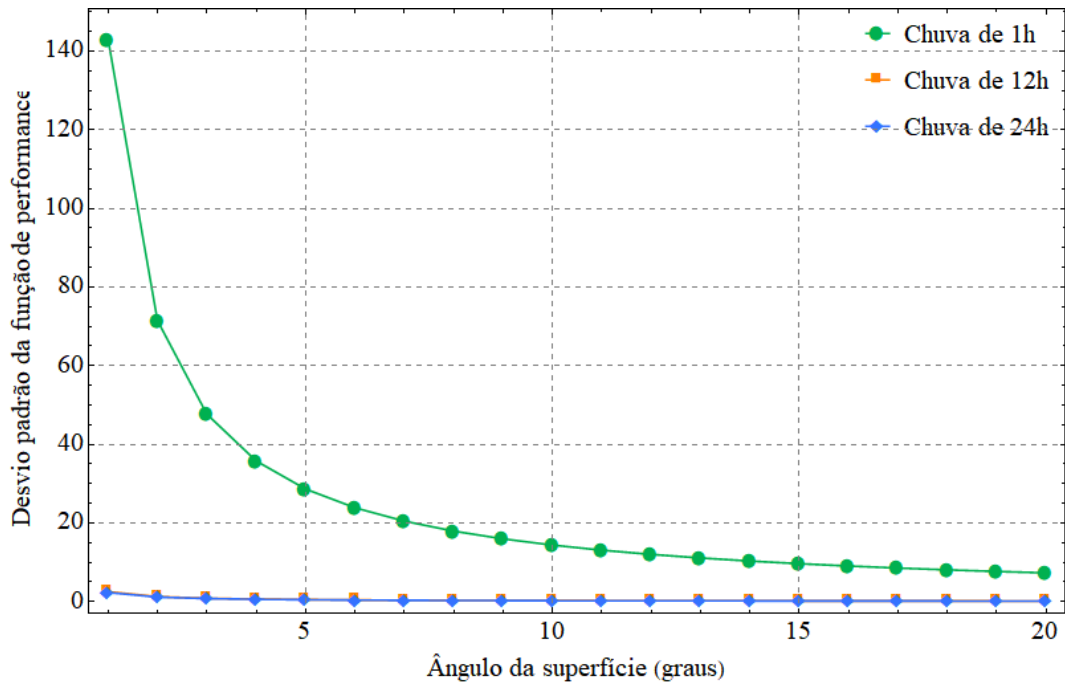


Figura 4.47 – Desvio padrão da função de performance na profundidade de 5 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.

Nota-se que, a 5 m, apesar do valor esperado do fator de segurança ser superior para a chuva de 1 h se comparado às chuvas de 12 h e 24 h, a diferença entre o desvio padrão da chuva de 1 h para as de 12 h e 24 h é ainda superior. Esta relação resulta em coeficientes de confiabilidade menores para a chuva de 1 h e, conseqüentemente, probabilidades de falha maiores se comparado às chuvas de 12 h e 24 h quando se analisa terrenos de baixa declividade. Pode-se ver o resultado da probabilidade de falha para estas duas profundidades nos gráficos em chuvas de 1, 12 e 24 h nos gráficos da Figura 4.48 e da Figura 4.49.

Esta análise mostra que, embora o uso de probabilidade de falha seja útil, principalmente no que diz respeito à mudança de perspectiva a respeito de segurança de elementos de engenharia, não se deve abandonar completamente as conclusões de uma análise de fatores de segurança.

As conclusões de engenharia devem utilizar estas ferramentas de forma concomitante, com o fim de evitar desvantagens que a análise individual de cada uma pudesse trazer às conclusões de engenharia quanto à segurança.

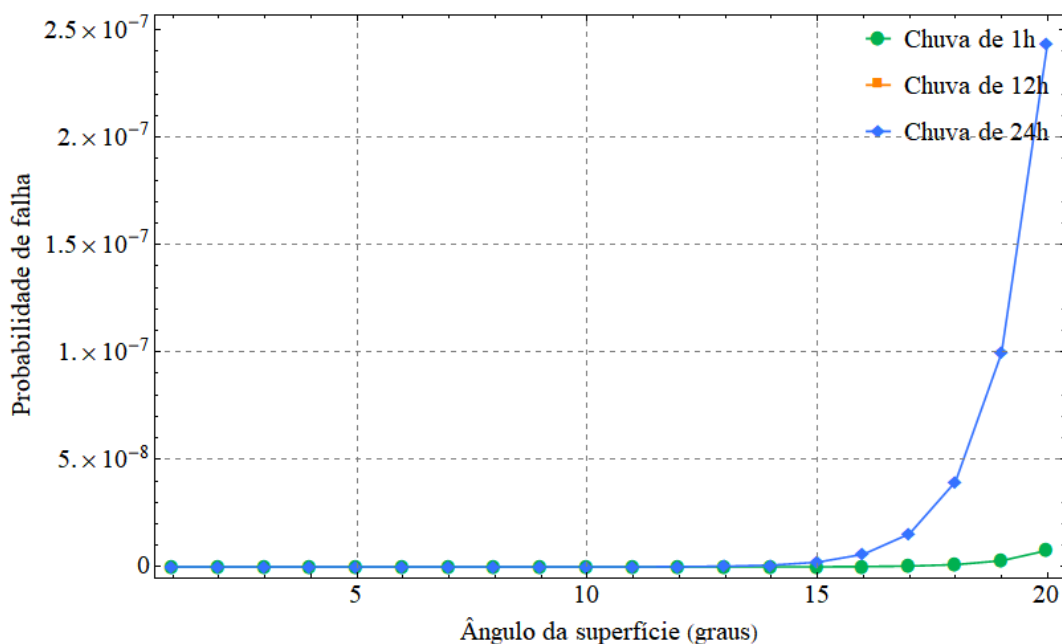


Figura 4.48 – Probabilidade de a função de performance estar abaixo de 1 na profundidade de 1 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.

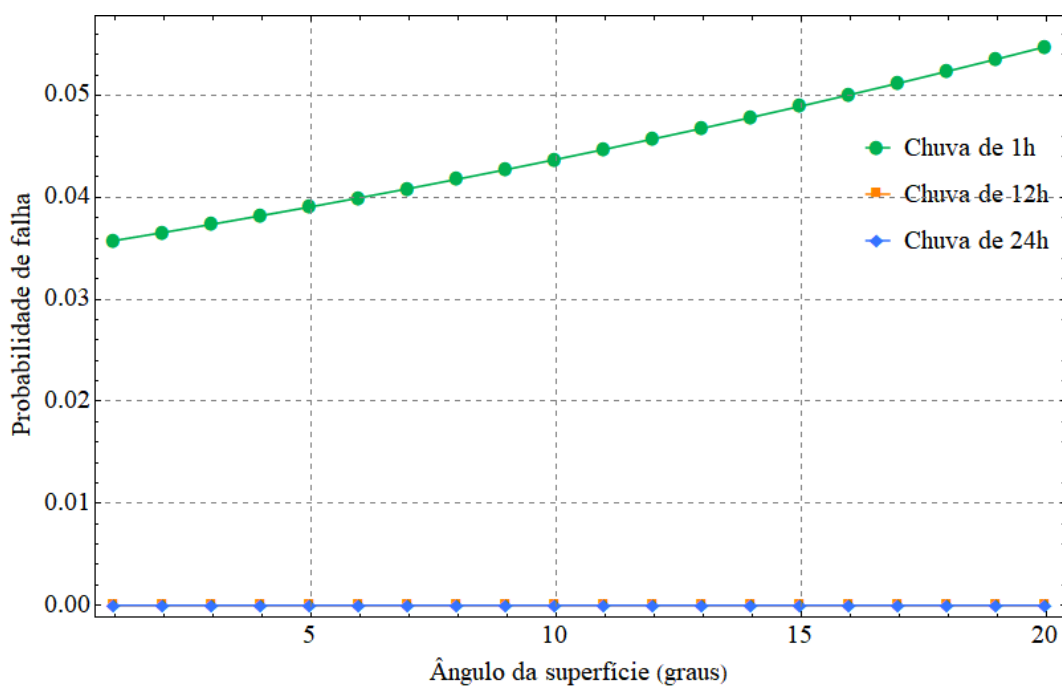


Figura 4.49 – Probabilidade de a função de performance estar abaixo de 1 na profundidade de 5 m para as chuvas de 1, 12 e 24 h e período de retorno de 2 anos.

Nas Figuras 4.50 a 4.52, mostram-se os mapas de probabilidade de falha máxima para espessuras fixas de 1 m.

Nota-se pouca alteração no fator de segurança a 1 m de espessura ao longo do tempo, havendo um aumento sutil na probabilidade de falha das regiões mais inclinadas entre a chuva de 1 h e a de 12 h e quase nenhum aumento entre a chuva de 12 h e a de 24 h.

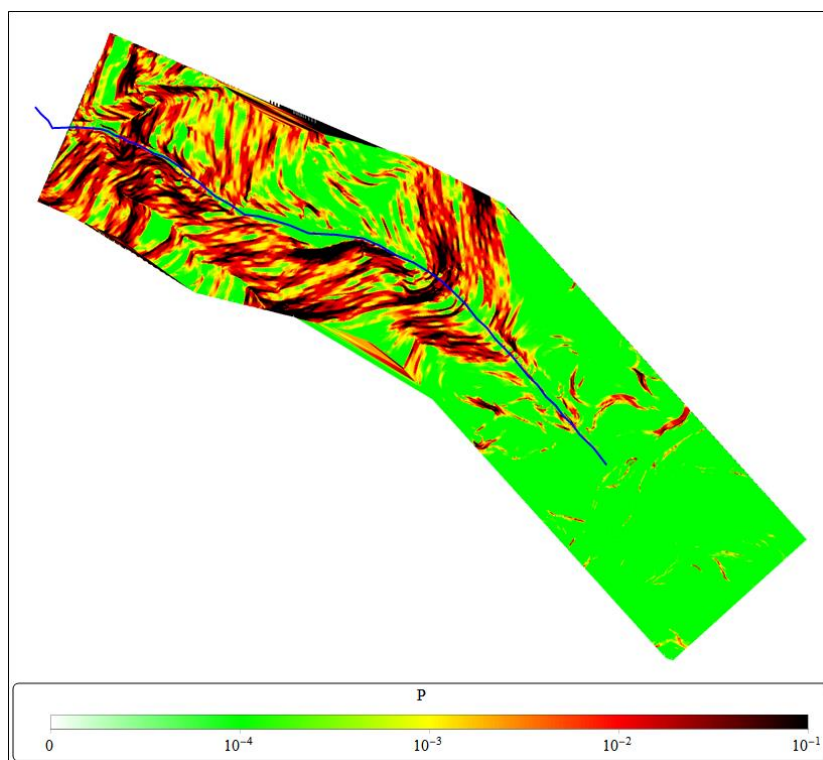


Figura 4.50 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 1 h e espessura fixa de 1 m.

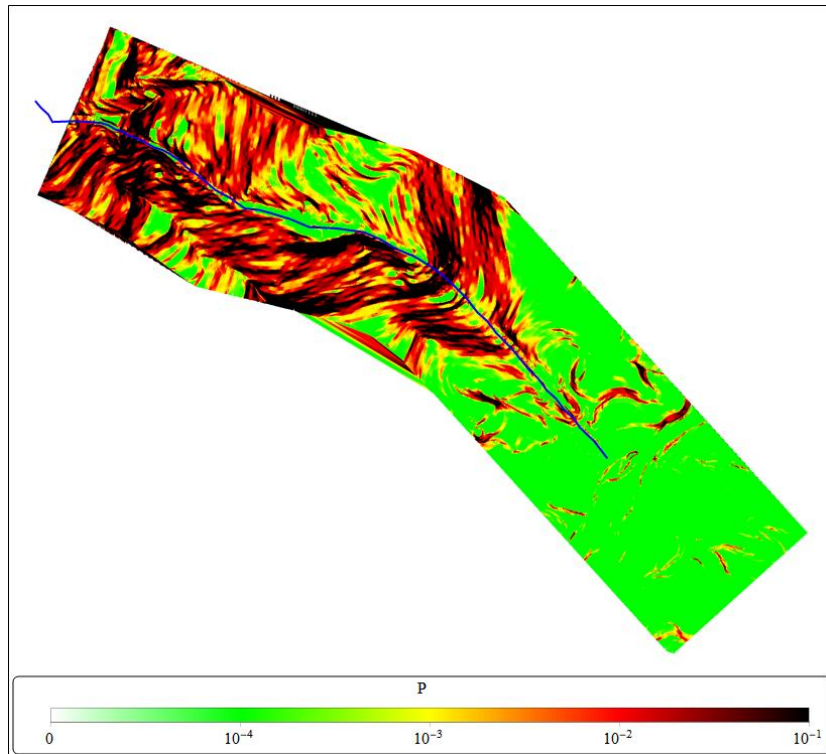


Figura 4.51– Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 12 h e espessura fixa de 1 m.

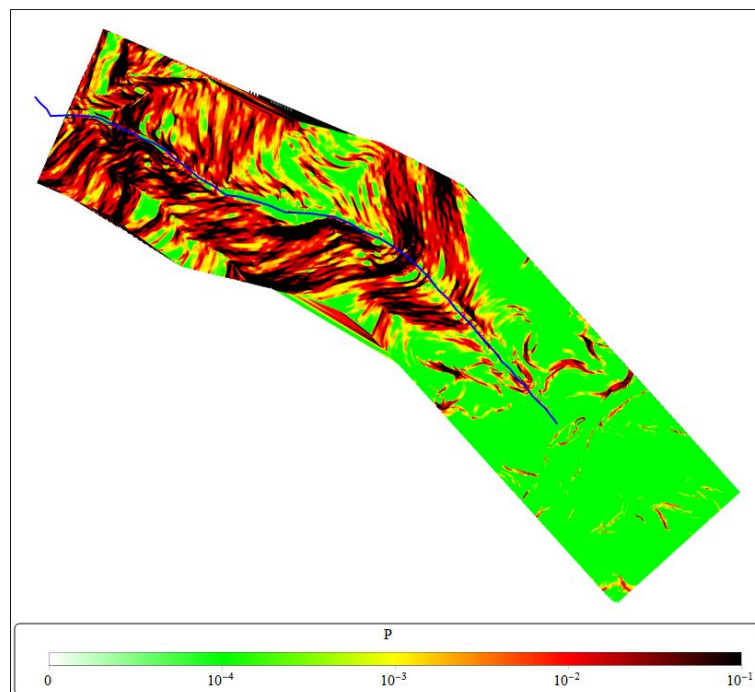


Figura 4.52 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 24 h e espessura fixa de 1 m.

Nas Figuras 4.53 a 4.55, mostram-se os mapas de probabilidade de falha máxima para espessuras fixas de 2 m.

Nas Figuras 4.53 a 4.55, nota-se que a probabilidade de falha se torna progressivamente maior, mas com pouca variação, a exemplo da análise em profundidades de 1 m. Também é possível perceber valores de probabilidade maiores para a profundidade de 2 m se comparados com a profundidade de 1 m, para quaisquer tempos de chuva.

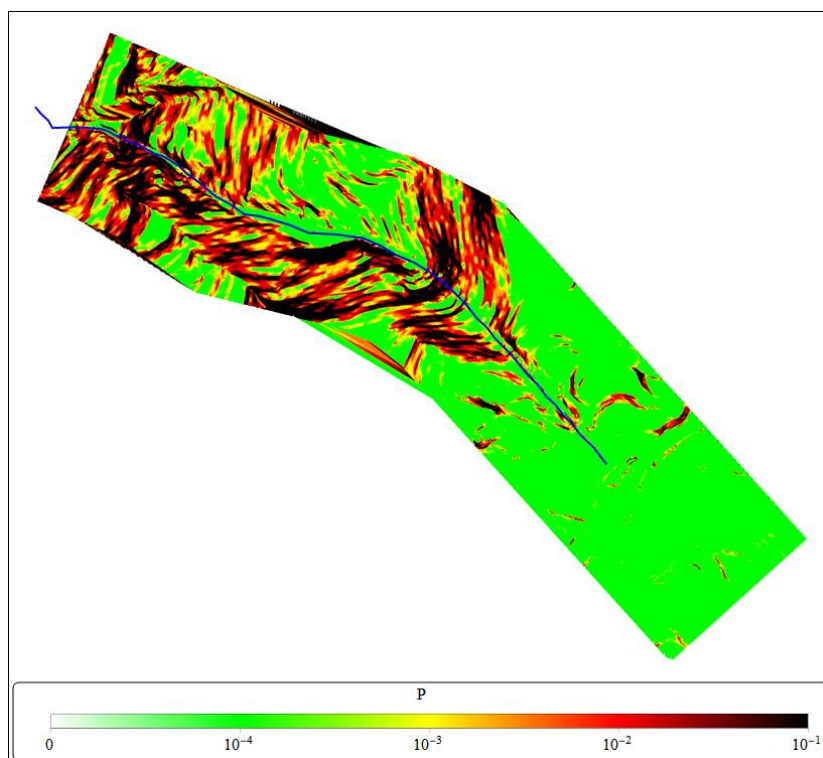


Figura 4.53 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 1 h com velocidade de infiltração máxima no solo para espessura fixa de 2 m.

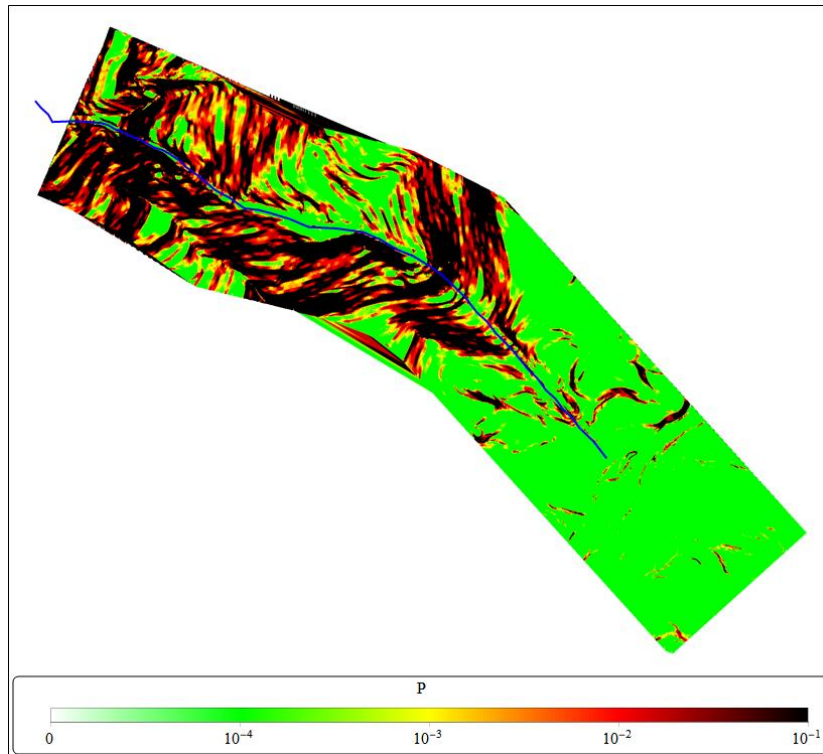


Figura 4.54– Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 12 h e espessura fixa de 2 m.

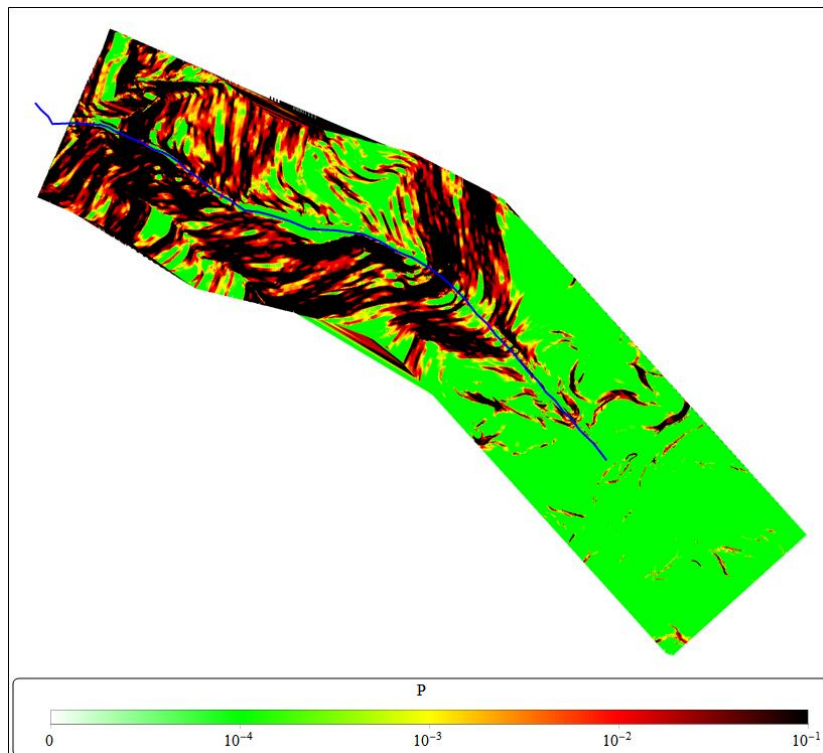


Figura 4.55 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 24 h e espessura fixa de 2 m.

Nas Figuras 4.56 a 4.58, mostram-se os mapas de probabilidade de falha máxima para espessuras fixas de 3 m.

Nas Figuras 4.56 a 4.58, a probabilidade de falha a baixas declividades para a chuva de 1 h mostrou-se superior à da espessura de 1 m e a de 2 m. Para os tempos de chuva de 12 h e 24 h, a probabilidade de falha em regiões de menor declividade diminuiu, mas a probabilidade de falha em regiões de alta declividade aumentou. Os resultados encontram-se coerentes com as curvas de probabilidade máxima de falha da Figura 4.39 e da Figura 4.41 à Figura 4.43.

É interessante notar que, assim como na análise de fator de segurança, a grande variação da probabilidade de falha ocorre entre a chuva de 1 h e a de 12 h independentemente da espessura analisada, havendo pouca diferença entre a chuva de 12 h e a de 24 h

A análise de fatores de segurança a espessuras fixas diverge quanto à segurança de algumas regiões quando comparada à análise de probabilidade de falha. Este é justamente o efeito da variabilidade elevada dos parâmetros de solo usados na análise probabilística: não basta que os valores médios dos parâmetros resultem em valores da função de performance dentro do adequado. A variabilidade dos parâmetros deve resultar em uma curva de distribuição de probabilidade com área significativamente baixa até o valor limite adotado para a função de performance. Caso contrário, chega-se à situação em que, mesmo com os valores médios da função de performance dentro do adequado, há uma probabilidade elevada que a variabilidade dos parâmetros resulte em uma distribuição de valores da função de performance em que há uma parcela significativa das realizações fora do limite adequado. Isto leva a resultados que indicam probabilidade elevada de falha mesmo em situações nas quais o fator de segurança está acima da unidade.

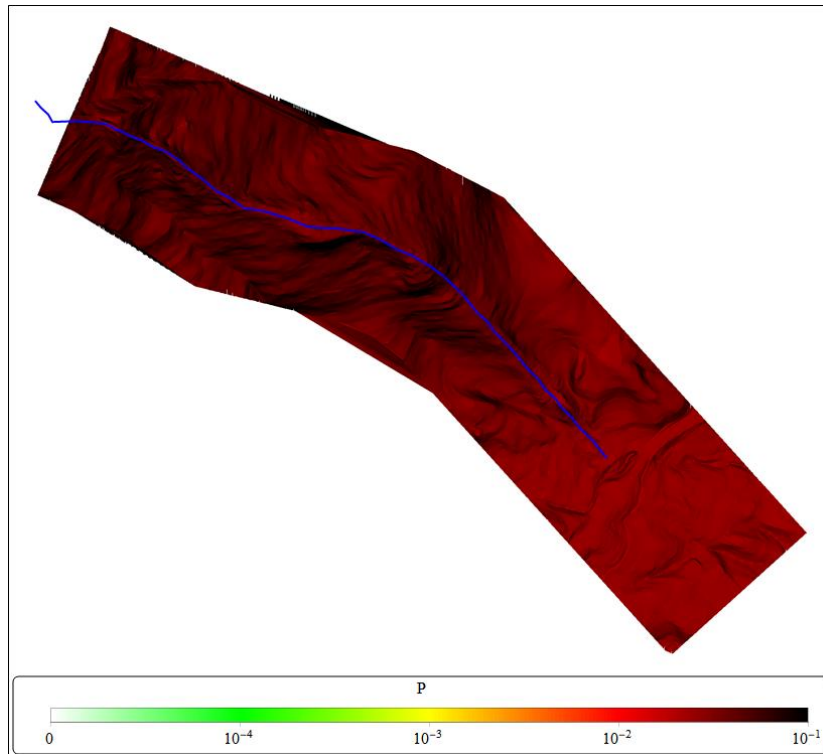


Figura 4.56 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 1 h com velocidade de infiltração máxima no solo e espessura fixa de 3 m.

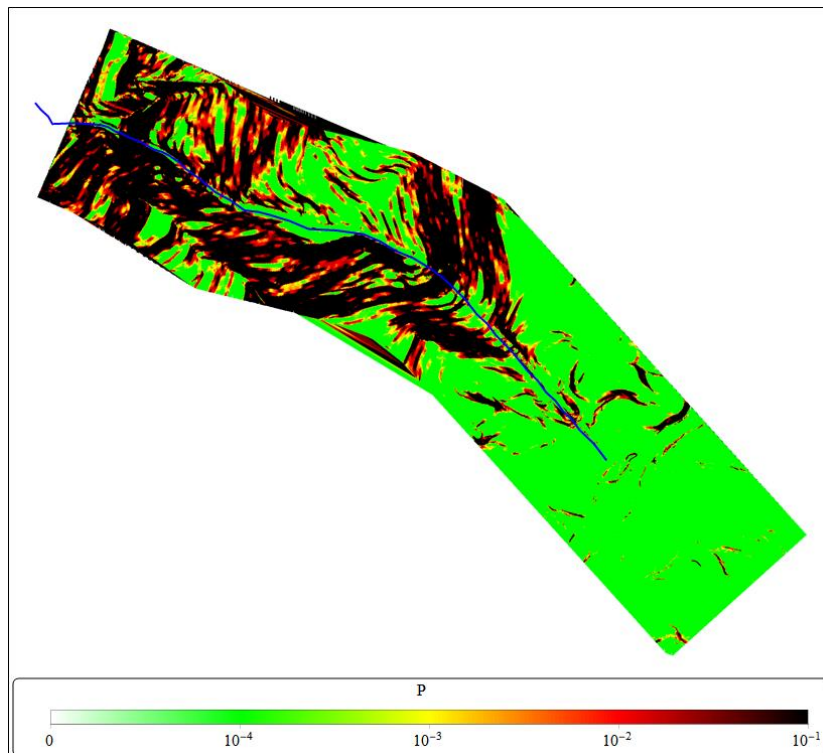


Figura 4.57– Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 12 h e espessura fixa de 3 m.

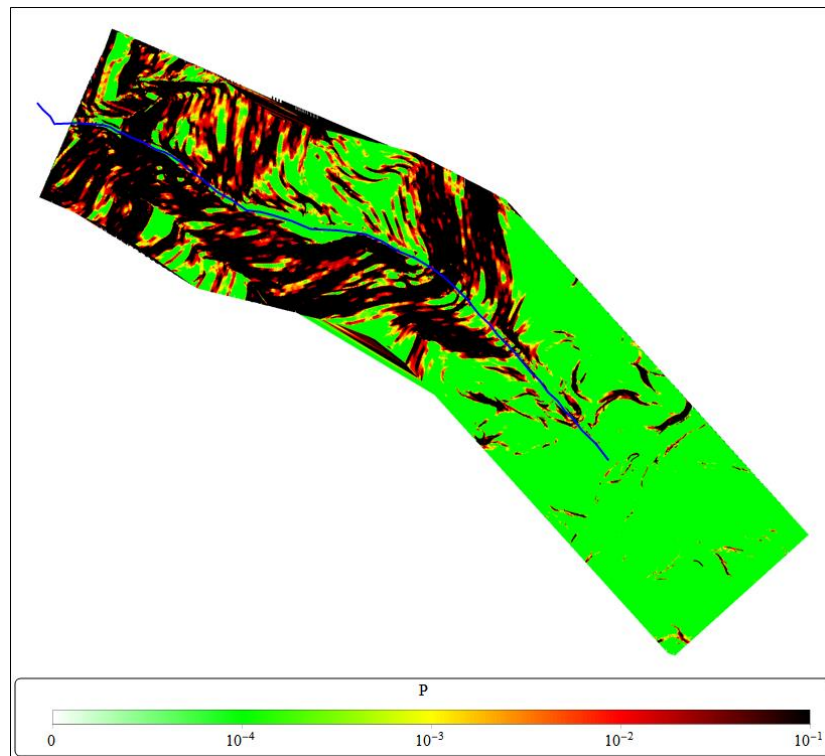


Figura 4.58 – Mapa de probabilidade de falha pelo método de estimativas pontuais para a chuva de 24 h e espessura fixa de 3 m.

Nas Figuras 4.59 a 4.61, mostra-se a probabilidade de falha ao longo da diretriz dos dutos pelo método de estimativa pontuais.

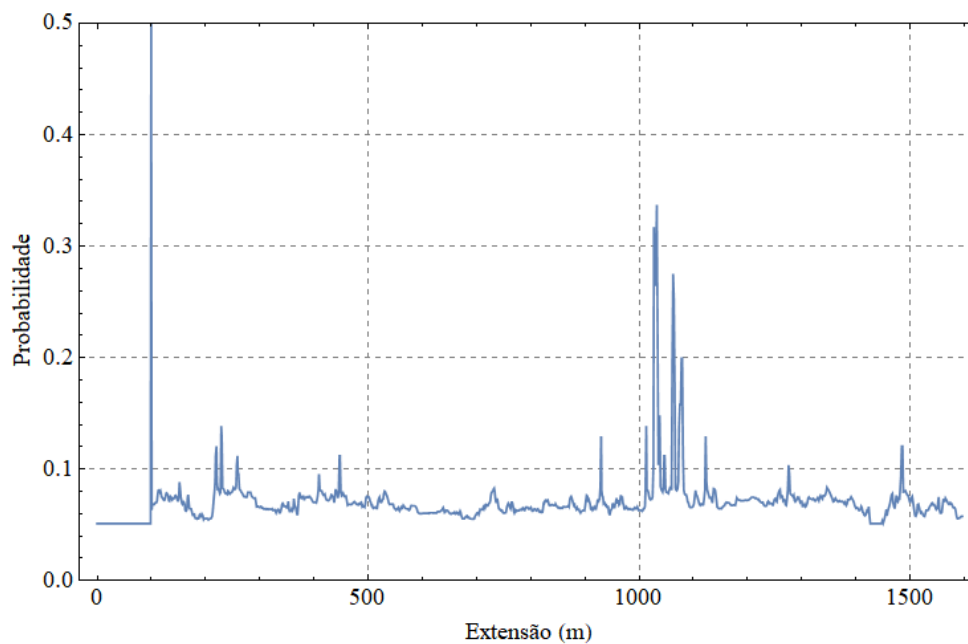


Figura 4.59 – Probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 1 h de duração e período de retorno de 2 anos.

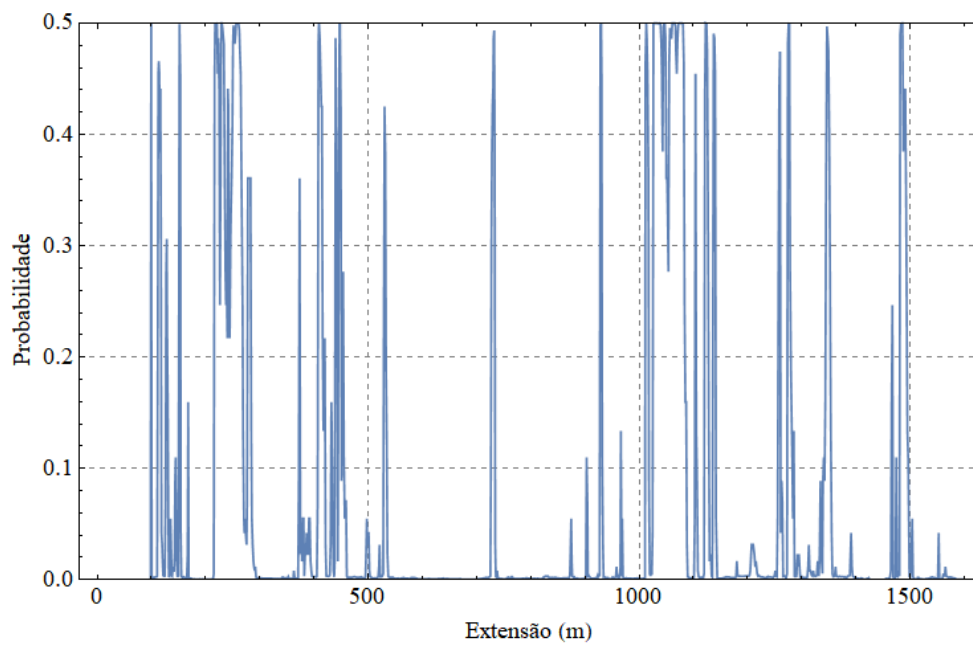


Figura 4.60 – Probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 12 h de duração e período de retorno de 2 anos.

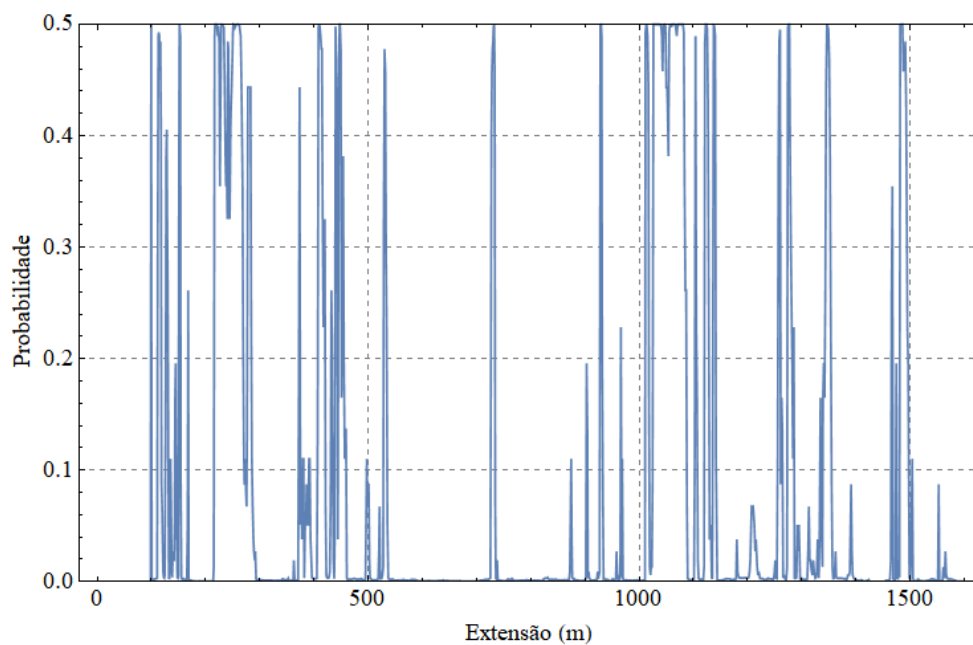


Figura 4.61 – Probabilidade de falha máxima pelo método de estimativas pontuais ao longo da diretriz dos dutos para a chuva de 24 h de duração e período de retorno de 2 anos.

A probabilidade de falha ao longo da diretriz dos dutos apresenta valores elevados, da ordem de grandeza até 10^{-1} para todos os períodos de chuva analisados. A probabilidade de falha aumenta entre a chuva de 1 h e a de 12 h, mas não varia significativamente entre a chuva de 12 h e a de 24 h. As conclusões da análise de probabilidade de falha ao longo da diretriz do duto, novamente, divergem daquelas para o fator de segurança, mostrando mais áreas inseguras do que a análise de fatores de segurança.

4.4 Risco

Dados os resultados de probabilidade de falha calculados nas seções anteriores, é necessário que se compare as probabilidades de ruptura com um valor crítico para que se exerça um julgamento técnico a respeito da admissibilidade ou não dos riscos que a encosta está naturalmente sujeita.

Para isto, utiliza-se a perspectiva de risco admissível neste trabalho. Busca-se, a seguir, definir um limiar de risco tido como não aceitável, para que se possa julgar se o risco atual da encosta está dentro dos limiares de segurança.

É necessário definir o limiar de risco admissível. O risco é naturalmente dado pelo produto da probabilidade de falha aceitável para os dutos pelas consequências médias que ocorrem com a falha.

De acordo com a metodologia de Cunha (2016), o risco aceitável de acordo com as boas práticas de engenharia é dado pelo produto das taxas de falha mais recentes dos dutos pelas consequências médias das falhas. Há uma hipótese implícita nesta teoria: a de que as taxas de falha de dutos mais recentes são também as taxas aceitáveis de falha. Todavia, as taxas atuais de falha não necessariamente são condizentes com as expectativas de segurança da sociedade e dos órgãos regulamentadores. A escolha de padrões de segurança em função exclusivamente da gestão de risco dos agentes econômicos, não leva em conta as exigências dos *stakeholders*, cujos interesses são atendidos apenas parcialmente pela influência direta que exercem sobre os agentes econômicos. Por isto, adota-se o limite de risco mais plausível do ponto de vista da engenharia e das atividades operacionais como sendo aquele imposto pelos agentes governamentais cuja função é resguardar a segurança da população e do meio ambiente direta e indiretamente afetados pela falha.

Como o ativo protegido são os dutos, e levando em conta o fato de que uma ruptura de talude que causa a ruptura de um duto não pode ser tratada igual à ruptura de um talude natural,

o risco limite é calculado usando a probabilidade de falha admissível para rupturas de dutos, e não a probabilidade de falha admissível para ruptura de taludes.

De acordo com Cunha (2016), o risco tolerável para ruptura de dutos aceito amplamente pelos padrões internacionais é de 10^{-4} casualidades por ano. Neste critério, somente o risco à sociedade é levado em conta. O valor da indenização paga pela fatalidade considerado é sugerido em US\$ 5,8 milhões (DOT, 2008). Isto gera um risco admissível para a ruptura de dutos é de US\$ 580,00/(km×ano). Por outro lado, é mais razoável utilizar os valor de indenização pela fatalidade de R\$ 1,8 milhão, que é sugerido como o valor da indenização paga pela fatalidade adequado para o Brasil pelo padrão da Transpetro PP-2TP-00077-B (Transpetro, 2020). Assim, adaptando-se o VIF para o contexto do Brasil, o risco admissível é de R\$ 180,00/(km×ano). Este valor, mesmo sendo consideravelmente mais baixo do que o VIF adotado pelo DOT (2008), está em acordo com o fato de que o VIF é proporcional ao PIB do país e com a explicação dada para o VIF na Seção 2.8.

Os dados de extensão, vazão, pressão de operação, diâmetro dos dutos e produtos transportados são mostrados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Dados dos oleodutos para cálculo das consequências de ruptura.

Duto	Vazão média (m³/dia)	Pressão de operação (kPa)	Diâmetro (pol)	Produtos transportados
OSSP A	428	87	14	Claros
OSSP B	428	89,5	10	Claros
OSSP C	700	83	18	Diesel, gasolina e nafta
OSSP T	1080	93	18	Escuros
RE4	520	107	12	Petróleo

Como os dutos cruzam a região do Parque Estadual da Serra do Mar, considera-se a classe de meio ambiente E4. Pela classificação quanto à classe de locação dos dutos (Figura 3.4 e Figura 3.5), há trechos classificados na Classe 1 e trechos classificados na Classe 3 de locação. Pelo fato de que a maior parte da extensão dos dutos desta região está classificada na Classe 1 e pelo fato de que esta região abrange as inclinações mais acentuadas da encosta, não havendo grande expectativa de escorregamentos no trecho de Classe 3, que possui baixas inclinações,

adota-se a densidade populacional da Classe 1 para todo o trecho da encosta. De acordo com a Tabela 2.6, a densidade populacional é de 30 pessoas/km².

Na Tabela 4.9, resumem-se os cálculos das consequências de falha dos dutos da região da encosta.

Em suma, estima-se que uma falha geotécnica dos dutos da encosta possua consequências monetárias de R\$ 544.200.894,96. Ao dividir cada componente deste valor pelo respectivo comprimento de trecho analisado, conclui-se que a consequência de falha da encosta é de R\$ 12.789,19 R\$/m. De posse dos mapas de risco e deste cálculo, é possível traçar um gráfico de risco versus extensão dos dutos ao longo de todo o trecho analisado. Utilizando o método de estimativas pontuais e os mesmos cenários de chuva e análise de espessura feitos nas seções anteriores, pode-se calcular o valor do risco para a encosta. O estado inicial da encosta é mostrado na Figura 4.62 levando-se em conta a variação do teor de umidade volumétrica inicial. No gráfico, é mostrada a linha que delimita o risco admissível pelo VIF.

Tabela 4.9 – Dados monetários calculados da consequência de falha dos dutos da encosta operados pela Transpetro, calculados segundo valores de entrada fornecidos pela própria Transpetro e utilizando a sua metodologia padrão mostrada na Seção 2.8.

Duto	Danos a propriedades	Danos sociais	Danos ambientais	Perda de receita	Total com danos à imagem
OSSP A	R\$5.502.103,52	R\$1.182,30	R\$13.947.560,04	R\$12.368.907,31	R\$95.459.259,52
OSSP B	R\$3.382.395,80	R\$1.115,76	R\$6.755.357,10	R\$11.856.159,35	R\$65.985.084,02
OSSP C	R\$6.239.523,08	R\$1.213,79	R\$16.449.636,66	R\$18.350.464,73	R\$123.122.514,80
OSSP T	R\$6.637.589,12	N/A	R\$17.800.281,24	R\$14.397.591,56	R\$71.324.495,54
RE4	R\$2.345.259,10	R\$822,27	R\$17.800.281,24	R\$35.537.291,08	R\$179.925.484,33
GASAN	R\$1.222.247,95	R\$206.220,00	N/A	R\$6.955.588,80	R\$8.384.056,76
Total				R\$544.200.894,96	

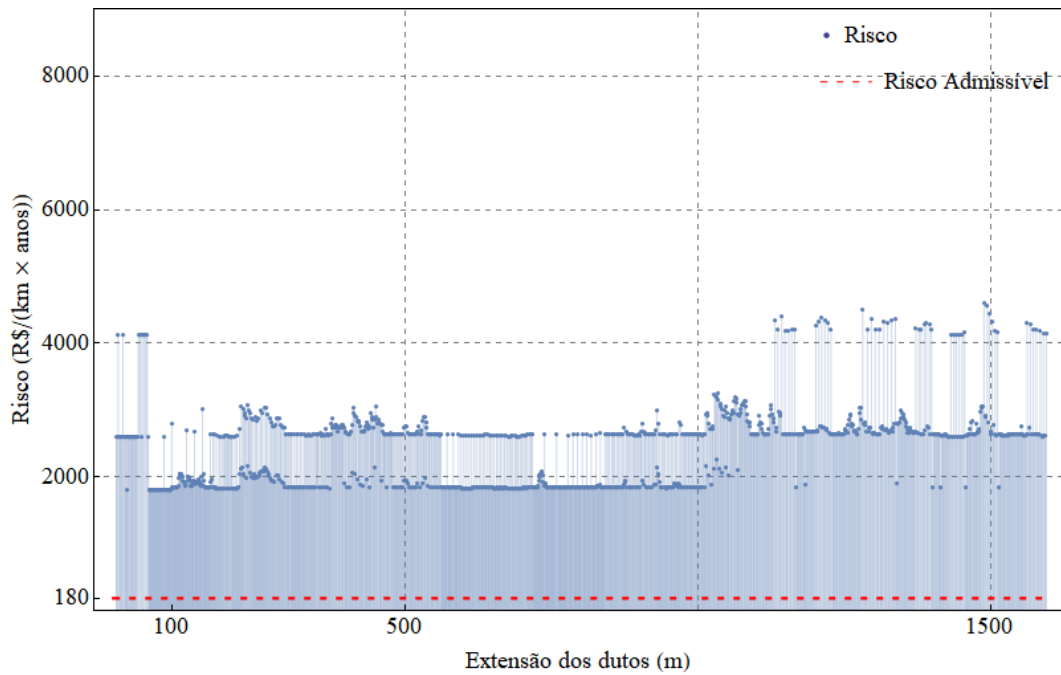


Figura 4.62 – Gráfico de risco ao longo da extensão dos dutos da encosta para o estado de umidade inicial da encosta.

Corroborando com as análises feitas no estado inicial da encosta, a consideração de dispersão nos valores da umidade volumétrica inicial aumenta consideravelmente o valor do risco ao longo dos dutos, de forma que o risco se encontra acima do valor limite estabelecido. No caso de não se considerar a dispersão da umidade volumétrica, o risco ultrapassa o valor limite em regiões localizadas do traçado dos dutos.

Apesar da probabilidade de falha da encosta ser, em qualquer um dos casos, condizente com valores esperados para taludes naturais, o valor do risco ainda é elevado quando consideramos uma variação na umidade volumétrica inicial comum de ser observada. Isto ocorre não unicamente devido aos valores de probabilidade de falha, mas principalmente pelo elevado valor de consequência de falha que compõe o cálculo do risco geotécnico dos dutos.

As Figuras 4.63 a 4.65 mostram o risco para os cenários de chuva estudados.

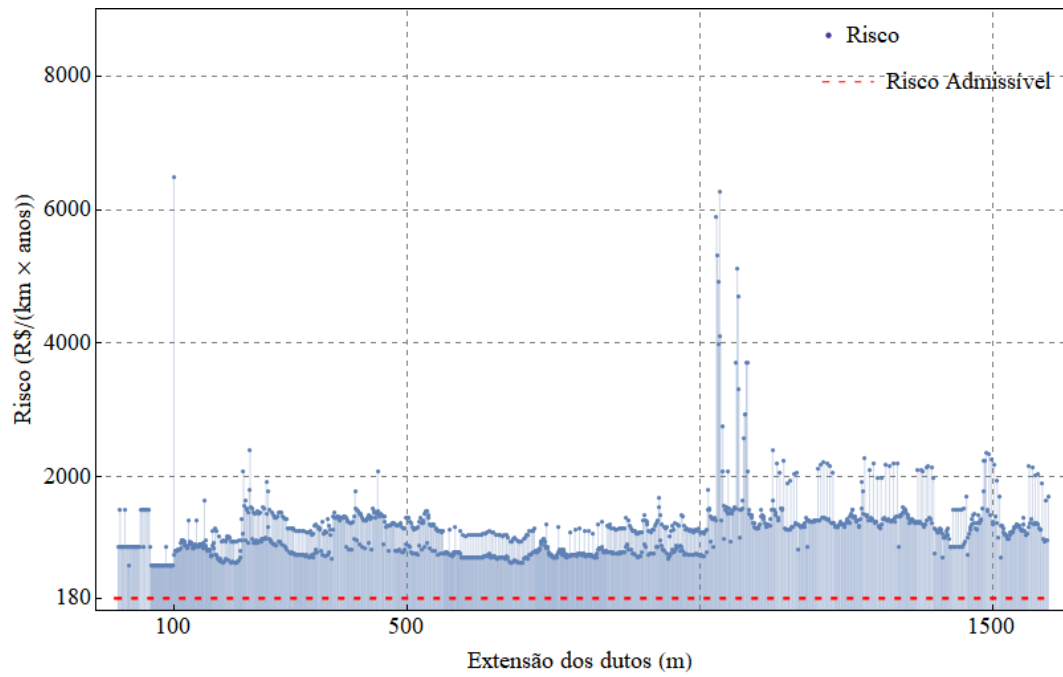


Figura 4.63 – Gráfico de risco ao longo da extensão dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 1 h.

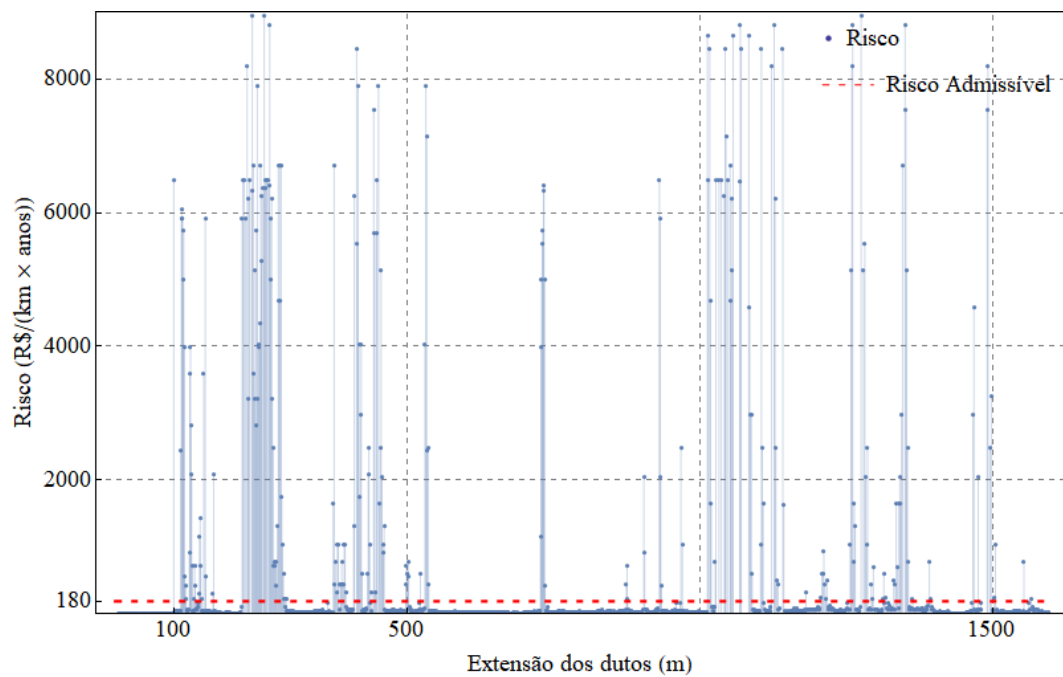


Figura 4.64 – Gráfico de risco ao longo da extensão dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 12 h.

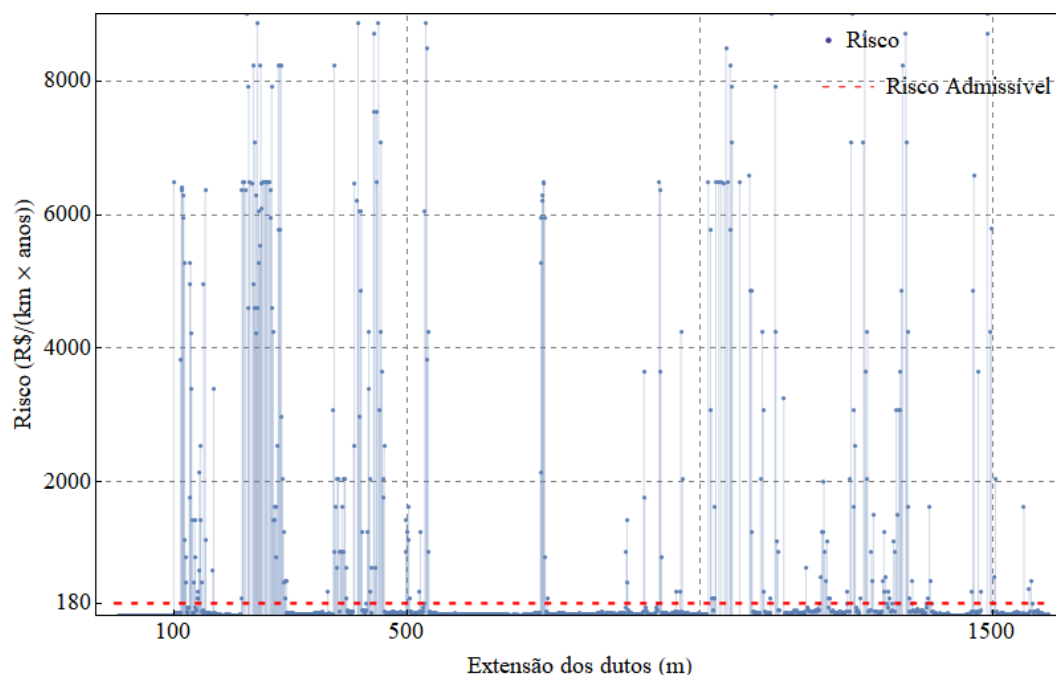


Figura 4.65 – Gráfico de risco ao longo da extensão dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 24 h.

Em nenhuma das hipóteses de chuva o risco admissível é respeitado. Isto indica que, para os cenários de chuva estudados, que são cenários plausíveis de ocorrência na Serra do Mar, o risco da encosta na hipótese de remoção da imprimação asfáltica não é aceitável pelo critério de Cunha (2016).

Ainda, o Padrão PP-2TP-00077-B (Transpetro, 2020) estabelece classes de consequências de falha com ações de resposta, que são mostradas na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Classes de consequência falha do PP-2TP-00077-B (Transpetro, 2020) e respectivas ações de resposta.

Classe de consequência	Valor Estimado de Consequência de Ruptura (R\$)
A	$> 10^9$
B	$10^7 - 10^8$
C	$10^6 - 10^7$
D	$10^5 - 10^6$
E	$< 10^5$

RESULTADOS

Com base na Tabela 4.10, a classe de consequência de falha para o valor calculado R\$544.200.894,96 é a classe A, a classe com maior valor de consequência de ruptura. Este valor é devido às dificuldades operacionais de se reparar os dutos da região, pela importância do trecho no contexto da malha de dutos do estado de SP, pela localização dentro de uma área de proteção ambiental de mata atlântica – o Parque Estadual Serra do Mar – e pela quantidade de dutos que cruza a região. Na Tabela 4.11, mostram-se os níveis de categoria de falha e ações de resposta necessárias, frente ao risco.

Tabela 4.11 – Níveis de risco do PP-2TP-00077-B (Transpetro, 2020) e respectivas ações de resposta.

Parâmetro	Situação/Ação necessária	Risco (1000 R\$/ (km×ano))
Nível 5	Ações corretivas ou mitigadoras imediatas	< 31,25
Nível 4	Ações corretivas ou mitigadoras programáveis	6,25 – 31,25
Nível 3	Ações de melhoria desejáveis (implementar sempre que possível)	1,25 – 6,25
Nível 2	Nenhuma ação recomendada	0,25 – 1,25
Nível 1	Possível recomendação de recursos de inspeção e manutenção	< 0,25

A Tabela 4.11 pode ser representada de forma mais visual por meio do triângulo invertido da Figura 2.16, que ilustra o princípio do ALARP. Desta forma, o esquema representado pela Figura 4.66 ilustra o princípio do ALARP segundo o contexto de gestão de risco de falha geotécnica dos dutos sob gestão da Transpetro. É interessante notar que, diferentemente do esboço do princípio ALARP da Figura 2.16, a delimitação de níveis de risco adotada supõe 5 em vez de 3 regiões de risco. Destas regiões, duas possuem nível de risco inaceitável, diferindo apenas quanto a tempestividade necessária para se corrigir a situação (níveis 4 e 5). Na região de risco aceitável, há uma faixa de valores de risco na qual as melhorias são desejáveis, mas não necessariamente obrigatórias (nível 3). A faixa de risco ótimo definido no padrão PP-2TP-00077-B corresponde ao nível 2. Por fim, a região de risco amplamente

aceito, no caso da Transpetro, possui um comando de otimização de recursos, sugerindo que se elevem os níveis de risco para o nível 2 quando possível (região correspondente ao nível 1).

O nível de risco 1, ao exigir o melhor emprego de recursos que implica em aumento do nível de risco para 2, supõe implicitamente que níveis de risco muito baixos são devidos a ineficiência no emprego de recursos para mitigar riscos do trecho de duto analisado, e que a sociedade estaria disposta a aceitar mais risco para continuar convivendo com a presença dos dutos próximos a ela.

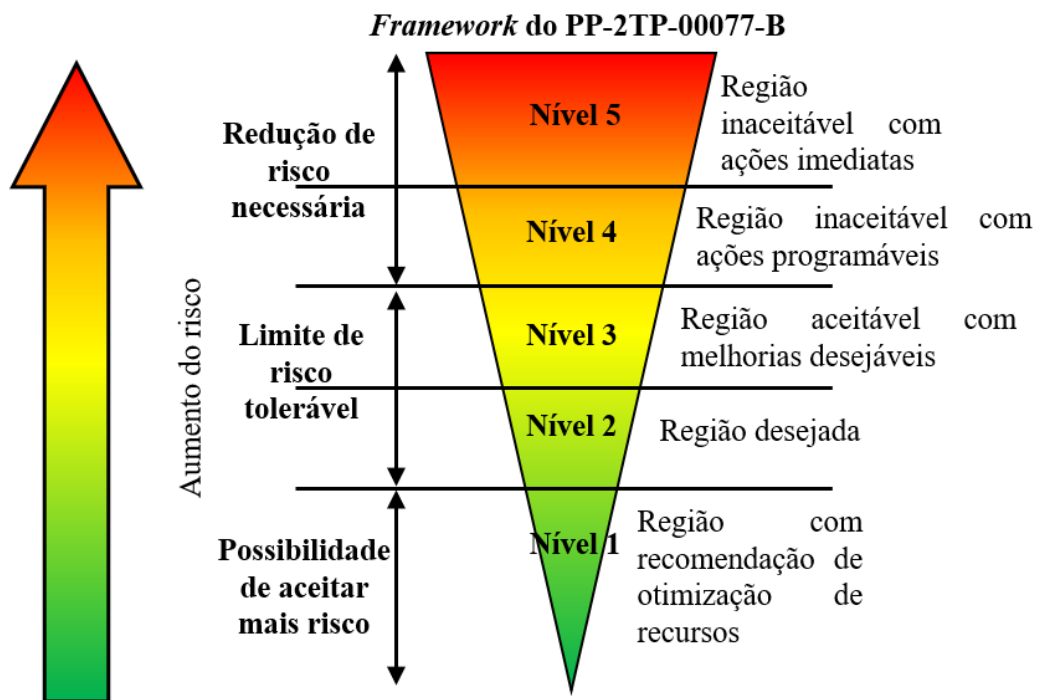


Figura 4.66 – Esquema do ALARP de acordo com o padrão da Transpetro (2020) para a gestão de risco dos seus dutos.

Além dos níveis de risco e ações necessárias, o padrão também define taxas de falha desejadas, custo característico de falha e uma faixa de risco desejada, mostrada na Tabela 4.12. Os valores de risco desejados correspondem exatamente ao nível 2 da Tabela 4.11.

Os gráficos de Farmer com valores de faixas do critério de risco da Transpetro mostram que, considerando a dispersão do teor de umidade volumétrica inicial, a encosta já se encontra em uma região inaceitável, mostrando que o critério de limite de risco intolerável da Transpetro é mais rigoroso do que o adotado pelo limite do VIF. Estes valores elevados de risco mostram a importância da aplicação de emulsão asfáltica na manutenção dos níveis de risco em valores controlado do ponto de vista das operações dos dutos.

RESULTADOS

Tabela 4.12 – Risco e frequência de falha desejada do PP-2TP-00077-B (Transpetro, 2020).

Taxa de Falha Desejada	Custo Característico de Falha	Risco Desejado (1000 R\$/ (km×ano))
$1 \times 10^{-4} - 5 \times 10^{-4}$	$2,6 \times 10^6$	0,25 – 1,25

Com base na Tabela 4.11 e na Tabela 4.12, é possível traçar gráficos de Farmer, relacionando regiões em um gráfico de consequência de falha × probabilidade de falha. O gráfico da Figura 4.67 exibe a situação de risco do estado inicial da encosta.

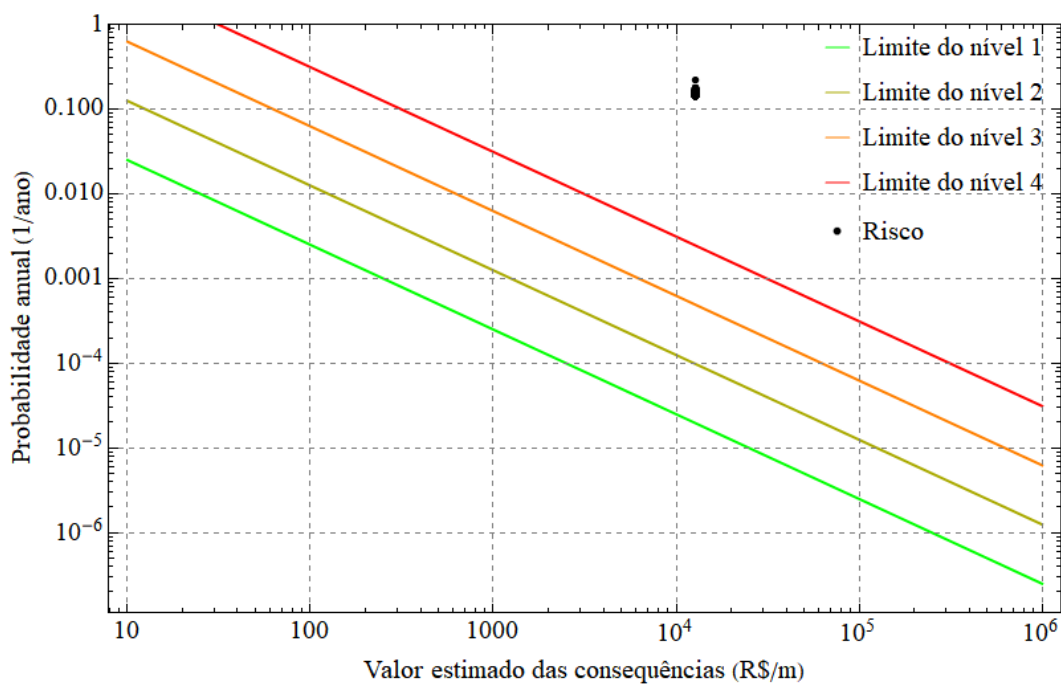


Figura 4.67 – Gráfico de Farmer dos dutos da encosta para o estado inicial da encosta.

Os gráficos de Farmer para as chuvas de duração de 1, 12 e 24 h e tempo de retorno de 2 anos são mostrados nas Figuras 4.68 a 4.70.

Pelo posicionamento dos valores de risco nas Figuras 4.68 a 4.70, os valores de risco dos dutos da encosta se encontram nos níveis 3, 4 e 5 de risco, o que implica em ações corretivas ou mitigadoras imediatas em diversos trechos.

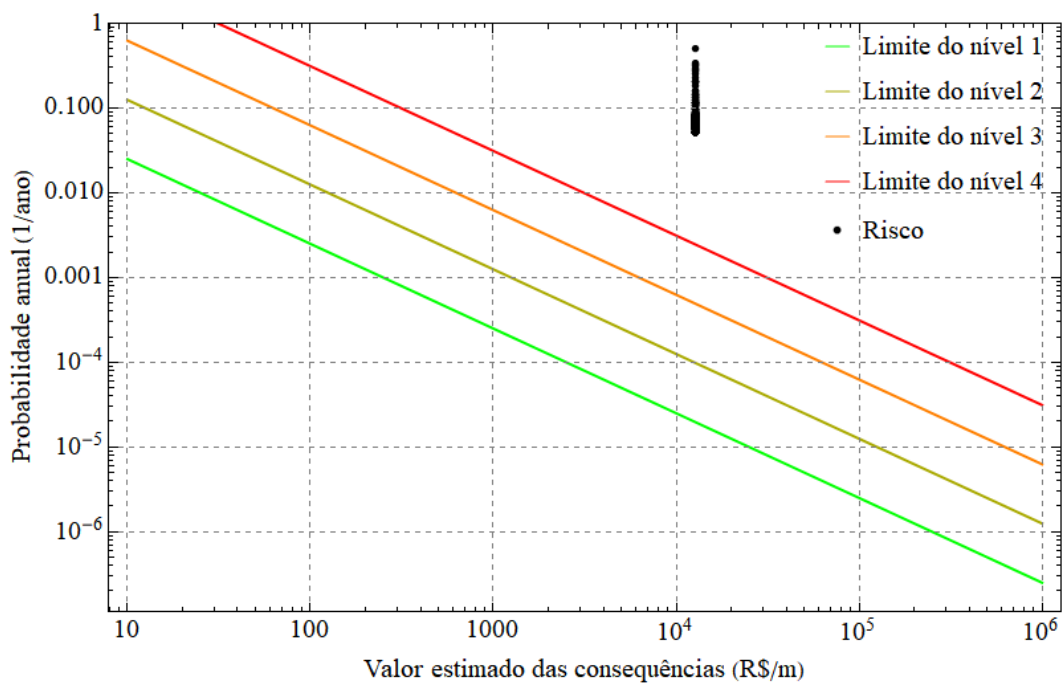


Figura 4.68 – Gráfico de Farmer dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 1 h.

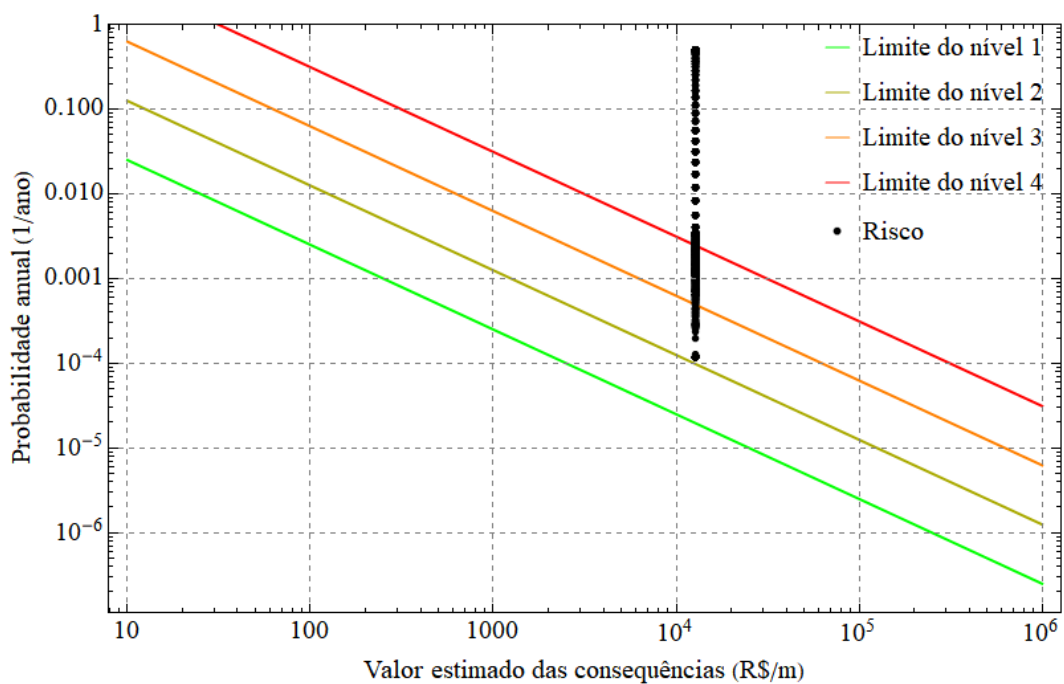


Figura 4.69 – Gráfico de Farmer dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 12 h.

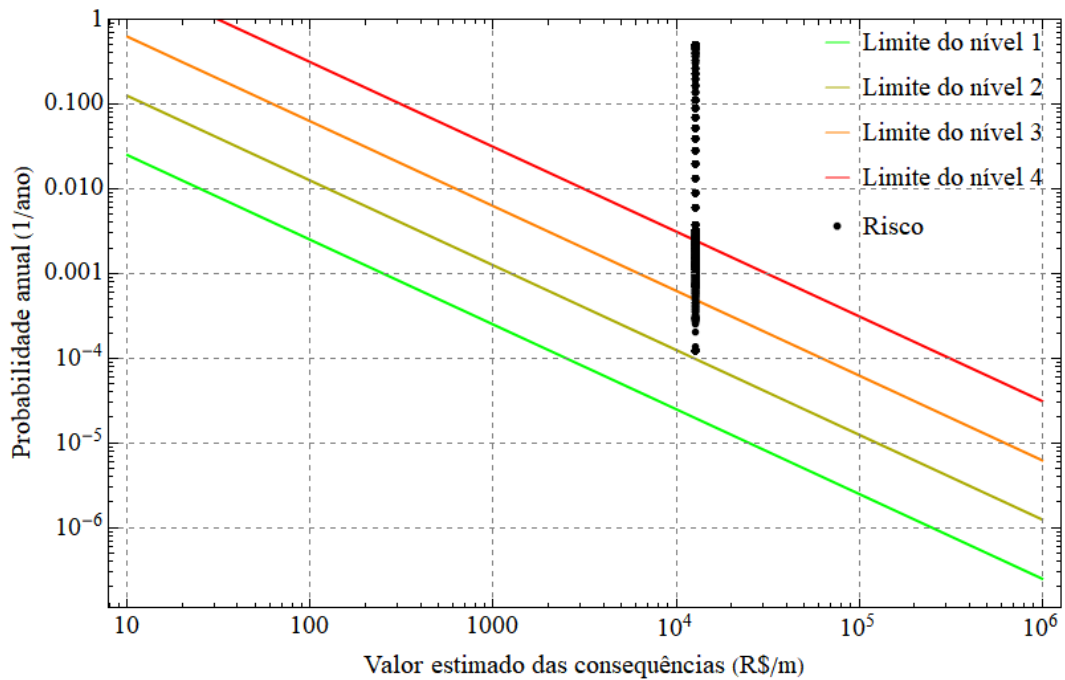


Figura 4.70 – Gráfico de Farmer dos dutos da encosta para chuva de período de retorno de 2 anos e duração de 24 h.

Durante a história de manutenção do local, nenhuma ruptura de talude ocorreu próximo ao local, devido à manutenção feita com emulsão asfáltica, que se provou eficaz durante os anos.

A capa de emulsão asfáltica fornece a proteção adequada para evitar que os cenários hipotéticos estudados se tornem realidade e ponha em risco a integridade das operações no local, do meio ambiente e indivíduos possivelmente afetados, principalmente por evitar grandes variações no teor de umidade volumétrico.

Tendo em vista os cenários estudados e o histórico de performance da região, não se considera recomendada uma eventual cessão da aplicação de emulsão asfáltica na encosta. Cabe ressaltar que, não obstante as consequências de falha e classificação de falha e risco dos dutos se encontrarem nos valores de classificação mais gravosas possível, os valores calculados não levam em consideração dos outros riscos de falha que os dutos podem estar submetidos (ação de terceiros, corrosão interna, corrosão externa, defeitos de construção e material e outros), devido ao escopo da tese voltado à geotecnia.

As conclusões desta tese encontram-se em consonância com o primeiro relatório de análise do Inclinado da Serra (Costa, 1988), que atesta a importância da camada de emulsão asfáltica na preservação da condição do solo local.

5 CONCLUSÕES

Nesta tese de doutorado, foi desenvolvido um método de cálculo de risco de ruptura de oleodutos causada por escorregamentos rasos, e foram avaliados alguns cenários hipotéticos de chuva da região do Inclinado da Serra, na Serra do Mar paulista, região que abriga uma parte importante da faixa de dutos OSSP-LT. No caso hipotético no qual se removeu a camada de imprimação asfáltica, necessária para garantir a estabilidade geotécnica da região, constatou-se que chuvas intensas com período de retorno de 2 anos podem comprometer a estabilidade de forma generalizada e afetar a segurança das operações de transporte de petróleo e derivados no Inclinado da Serra.

Como resultados da tese de doutorado, obteve-se um modelo de estabilidade de taludes construído a partir de uma nova solução da equação de Richards fracionária; construiu-se uma abordagem física generalizada para o princípio da superposição de curvas de retenção de água bimodais e propôs-se um modelo fracionário da curva de retenção de água. As análises probabilísticas feitas usaram o método de estimativas pontuais. Por fim, utilizou-se uma metodologia de cálculo de risco no estado da arte para calcular o risco da região e julgar seu valor frente a limites razoáveis de mercado e engenharia.

Primeiramente, derivaram-se os modelos de estabilidade de taludes e análise probabilística. A derivação do modelo de estabilidade de taludes permite a posição de uma sobrecarga e a referência a uma espessura de solo rompida (perpendicular à superfície) ao invés de uma profundidade (vertical) crítica de falha devido ao fato de que profundidades críticas resultariam em fatores de segurança que cresceriam com a inclinação do terreno a partir de dado momento. Além disto, a referência em espessura, com o eixo cartesiano crescendo perpendicular ao talude, simplifica as equações para a hipótese adotada de fluxo perpendicular à superfície do terreno.

Durante o processo, também foi necessário a resolução analítica da equação de Richards fracionária. As condições de contorno de fluxo foram adaptadas para que o fluxo de água decorrente da infiltração de chuva no solo pudesse ser retratado com condições de contorno de Dirichlet, de forma que não resultasse em prejuízos para as análises efetuadas.

Em seguida, ensaios para a obtenção dos parâmetros de resistência e a caracterização dos solos foram efetuados. Nesta etapa, ajustaram-se os modelos de curva de retenção de água em solo bimodal aos dados medidos e obtiveram-se os valores médios e dispersão dos parâmetros de solo.

Prosseguindo-se, foram geradas as curvas de fatores de segurança mínimos, espessuras de solo correspondentes e mapas de fatores de segurança mínimos para as chuvas com período de retorno mais críticos dentre as de 2 anos, 25 anos e 100 anos e possuindo duração de 1, 12 e 24 h. Por fim, avaliou-se estabilidade em espessuras fixas de solo de 1, 2 e 3 m. Encontrou-se uma região com fator de segurança de valores reduzidos, indicando instabilidade generalizada para a região proposta. A espessura de solo rompida se torna mais rasa à medida que se aproxima de terrenos de inclinação de 90° e atingindo um valor limite. As análises de espessuras fixas de 1, 2 e 3 m demonstraram resultados de instabilidade progressivamente maior tanto com o aumento de duração de chuva quanto com a profundidade. Em todas as análises, a perda de resistência entre a chuva de 1 h e a chuva de 12 h foi superior à perda de resistência entre a chuva de 12 h e a chuva de 24 h, porque os valores de sucção do solo encontram-se em faixas mais estáveis e mais baixas a partir dos mapas de chuva de 12 h de duração.

As mesmas condições de análise foram usadas para gerar curvas de probabilidade máxima de falha usando o método de estimativas pontuais. Neste caso, estudou-se a chuva com período de retorno de 2 anos, que gerou maiores probabilidades de falha para a encosta em todos os casos. As análises mostraram conclusões mais conservadoras do que as conclusões das análises de fator de segurança. A divergência ocorre principalmente devido à grande dispersão de valores dos parâmetros tratados probabilisticamente, que causam valores de probabilidade de falha mais elevados. Há uma extensa área com probabilidade de falha elevada.

Por fim, calcularam-se as consequências de falha da encosta estudada e calculou-se o risco ao longo do duto para os cenários estudados. As análises mostram que o risco ultrapassa os limites de risco aceito, corroborando para as conclusões de que não se deve reduzir a imprimação asfáltica da região. Análises de risco realizadas por meio de gráficos de Farmer mostram que o risco de se manter a encosta sem imprimação asfáltica encontrar-se-ia nos níveis mais altos de classificação do padrão PP-2TP-00077-B da Transpetro (Transpetro, 2020), o que implicaria na necessidade de ações corretivas ou mitigadoras imediatas.

5.1 Alcance dos Objetivos Propostos

Com relação ao alcance dos objetivos da tese, foi possível construir a ferramenta computacional que calcula risco, probabilidade de falha e fator de segurança de uma encosta em escala regional e local no *Mathematica*. A seguir, elencam-se os objetivos específicos e comenta-se a eficácia no seu alcance:

1. *Formular analiticamente o novo modelo de ruptura de talude infinito, fundamentado no modelo original de Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017) e na equação de fluxo apresentada por Mascarenhas & Cavalcante (2021). Para isto, deverão ser formuladas as adaptações teóricas necessárias para garantir a compatibilidade do cálculo fracionário com a análise de fluxo prática em questão, a exemplo a proposição de um modelo de curva de retenção de água fracionário adequado aos dados apresentados;*

O modelo de ruptura foi formulado, trocando-se a referência à profundidade da fatia de ruptura do solo por uma espessura de fatia rompida de solo. Foram formulados modelos de curva de retenção bimodais, tanto um modelo de ordem inteira quanto um de ordem fracionário para manter a compatibilidade do fluxo fracionário com os dados de curva de retenção de água.

2. *Implementar no software Mathematica Wolfram 13 (Wolfram Research, 2021) o modelo de ruptura em escala regional;*

O modelo foi implementado e foram gerados resultados de fator de segurança, probabilidade de falha e risco para a região estudada.

3. *Realizar um estudo probabilístico acerca do novo modelo com a aplicação do método probabilístico de estimativas pontuais na análise de estabilidade de taludes;*

Estudou-se a implementação do método de estimativas pontuais. Foram gerados resultados que mostram conclusões mais conservadoras a respeito da estabilidade da região do que a análise de fatores de segurança.

5. *Aplicá-lo a um cenário acadêmico hipotético de um trecho de faixa de dutos, gerando mapas de susceptibilidade a escorregamentos rasos associados a índices pluviométricos com tempo de retorno definidos e curvas de risco.*

Para cenários distintos de chuva, foram gerados os mapas de probabilidade de falha e curvas de risco. Concluiu-se que, nos cenários hipotéticos realizados, não se julga seguro e viável a retirada da emulsão asfáltica da região.

5.2 Recomendação de Trabalhos Futuros

Como recomendação de trabalhos futuros seguindo a linha de pesquisa trabalhada nesta tese, sugere-se:

1. Em teoria de probabilidade, há uma relação unívoca entre a função característica e a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória. Existe a possibilidade de se manipular distribuições de probabilidade, então, por meio da função característica ao

invés das distribuições de probabilidade diretamente. Esta manipulação permite aproveitar-se de propriedades decorrentes da função característica e do fato de que ela apresenta formas mais simples do que algumas funções de densidade de probabilidade. Sugere-se estudar a viabilidade de propor-se um novo método analítico que utilize as funções características das variáveis aleatórias para se calcular a probabilidade de falha do talude;

2. A dedução da equação de Richards fracionária utiliza conceitos de mecânica estatística. Pode-se mostrar que estes conceitos resultam na dispersão das moléculas de água no solo e que a trajetória desta dispersão possui dimensões segundo a teoria dos fractais. Devido às restrições geométricas do movimento da água, esta trajetória é diretamente ligada a forma na qual os poros do solo estão distribuídos e, por sua vez, este conceito influencia diretamente a distribuição de sucção no solo à medida que se varia o teor de umidade volumétrica. Como o fluxo analisado partiu de uma equação de fluxo fracionária, deve ser possível obter uma relação direta entre a dimensão fractal da distribuição de poros do solo e o índice de derivação fracionária da equação de Richards fracionário. Propõe-se estudar qual a conexão entre estas grandezas e como elas podem ser utilizadas para propor uma curva de retenção de água (bimodal ou unimodal) com dimensões fractais;
3. Uma possível limitação do estudo realizado são as condições de contorno de fluxo propostas. Em Mascarenhas (2018), propôs-se uma aplicação da combinação do método numérico *Cubic Interpolated Pseudo-Particle* para resolução da equação de advecção e do método *Shifted Grünwald-Letnikov* para resolução da dispersão fracionária. Sugere-se utilizar este método para estudar outras condições de contorno de fluxo da encosta;
4. Atualmente, o mundo da tecnologia utiliza amplamente novas soluções de automação e programação que hoje são possíveis graças aos avanços com processadores de computador, computação na nuvem, difusão ampla de conhecimentos e ferramentas acessíveis sobre tecnologia e programação. Há aplicações destas novas ferramentas em geotecnia, mas o campo ainda carece de mais estudos utilizando estas novidades tecnológicas. Sugere-se utilizar ferramentas de *machine learning*, computação na nuvem e outras decorrentes da revolução industrial 4.0 para estudar a estabilidade da encosta em questão e, até mesmo, propor limites de chuva de caráter generalizado para a região.
5. O efeito da camada de emulsão asfáltica na resistência do solo é de aumento de sua coesão superficial, impermeabilização da superfície e contenção de perda de sedimentos

superficiais do solo. Contudo, a quantificação do quanto estes fatores afetam diretamente a resistência à ruptura do talude não é trivial. Sugere-se um estudo mais aprofundado dos efeitos da camada de emulsão asfáltica na resistência contra rupturas de talude, tanto em termos do equacionamento necessário para se levar em conta a resistência adicional quanto à realização de medições laboratoriais para se quantificar os parâmetros do equacionamento.

6. É possível refinar a análise de estabilidade da encosta por meio da setorização do Inclinado da Serra em microrregiões para uma realização de campanhas de ensaios exaustivos na região com o estudo das regiões individualizadas. Sugere-se dar continuidade a este estudo por meio da ampliação da campanha de ensaios realizados de forma setorizada por microrregião delimitada.

6 REFERÊNCIAS

ABNT (1984). Grãos de Solos que Passam na Peneira de 4,8 mm – Determinação da Massa Específica. NBR 6508, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, Brasil, 8 p.

ABNT (2020). Solo – Determinação do Coeficiente de Permeabilidade de Solos argilosos a Carga variável. Norma técnica NBR 14545, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, Brasil, 11 p.

ABNT (2016). Amostras de Solo – Preparação para Ensaio de Compactação e Ensaio de Caracterização. ABNT NBR 6457, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, Brasil, 8p.

ABNT (2016). Solo – Análise Granulométrica. ABNT NBR 7181, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, Brasil, 12 p.

ABNT (2020). Solo – Sondagens de Simples Reconhecimentos com SPT – Método de Ensaio. Norma técnica NBR 6484, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, Brasil, 28 p.

ANG, A. H-S. & TANG, W. H. (1975). Probability Concepts in Engineering Planning and Design: Decision, Risk and Reliability. John Wiley and Sons, Nova Iorque, EUA, 562 p.

AL-SAQABI, B., BOYADJIEV, L. & LUCHKO, Y. (2013). Comments on Employing the Riesz-Feller Derivative in the Schrödinger Equation. The European Physical Journal Special Topics, 222(8): 1779-1794

ALONSO, E. E., PEREIRA, J. M., VAUNAT, J. & OLIVELLA, S. (2010). A Microstructurally Based Effective Stress for Unsaturated Soils. Géotechnique, 60(12): 913-925.

ALVES, P. (2022). Mortes por Chuvas no Grande Recife Chegam a 109 e Tragédia Ultrapassa Total de Vítimas da Cheia de 1975. Acesso em 18 de junho de 2022, disponível no portal G1: <https://g1.globo.com/pe/pernambuco/noticia/2022/06/01/mortes-por-chuva-no-grande-recife-total-de-vitimas-da-cheia-de-1975.ghtml>.

ANP, (2011). Regulamento Técnico de Dutos Terrestres para Movimentação de Petróleo, Derivados e Gás Natural (RTDT). Regulamento técnico ANP no 2/2011, Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis, 58 p.

APIP, TAKARA K., YAMASHIKI Y., SASSA K., IBRAHIM A. B. & FUKUOKA, H. (2010). A Distributed Hydrological-Geotechnical Model Using Satellite-Derived Rainfall Estimates for Shallow Landslide Prediction System at a Catchment Scale. *Landslides*, 7(2): 237-258.

ARISTIZÁBAL, E., VÉLEZ, J. I, MARTÍNEZ, H. E. & JABOYEDOFF, M. (2016). SHIA_Landslide: a Distributed Conceptual and Physically Based Model to Forecast the Temporal and Spatial Occurrence of Shallow Landslides Triggered by Rainfall in Tropical and Mountainous Basins. *Landslides*, 13(3): 497-517.

ASSIS, A. P. (2020). Risk Management for Geotechnical Structures: Consolidating Theory into Practice. *Soils and Rocks*, 43(3): 311-336.

ASME, 2004. Gas Transimission Distribution and Piping Systems. ASME Standard B31-8, American Society of Mechanical Engineers, New York, EUA, 69 p.

ASTM (2002). Standard Test Method for Consolidated Undrained Triaxial Compression Test for Cohesive Soils. ASTM Standard D4767, American Society for Testing and Materials, West Conshohoken, EUA, 13 p.

ASTM (2008). Standard Test Method for Determination of the Soil Water Characteristic Curve for Desorption Using Hanging Column, Pressure Extractor, Chilled Mirror Hygrometer, or Centrifuge. ASTM Standard D4767, American Society for Testing and Materials, West Conshohoken, EUA,

ASTM (2011). Method for Consolidated Drained Triaxial Compression Test for Soils. ASTM Standard D7181, American Society for Testing and Materials, West Conshohoken, EUA, 11 p.

ASTM (2015). Standard Test Methods for Unconsolidated-Undrained Triaxial Compression Test on Cohesive Soils. ASTM Standard D2850, American Society for Testing and Materials, West Conshohoken, EUA, 7 p.

ASTM (2016). Standard Test Method for Measurement of Soil Potential (Suction) Using Filter Paper. ASTM Standard D5298, American Society for Testing and Materials, West Conshohoken, EUA, 6 p.

AUGUSTO FILHO, O. (1992). Caracterização Geológico-Geotécnica Voltada à Estabilização de Encostas: uma Proposta Metodológica. Conferência Brasileira de Estabilidade de Encostas, ABMS, Rio de Janeiro, Brasil: 721-733.

AZEVEDO, G. F. (2015). Sistema de análise quantitativa de risco por escorregamentos rasos deflagrados por chuvas em regiões tropicais. Tese de doutorado, UnB, Brasília, Brasil, 254 p.

AZEVEDO, A. L. (2022). Petrópolis: entenda por que a cidade teve chuvas históricas e devastadoras em fevereiro. Acesso em 17 de abril de 2022, disponível no site globo.com: <https://oglobo.globo.com/rio/petropolis-entenda-por-que-cidade-teve-chuvas-historicas-devastadoras-em-fevereiro-25441532>.

BAECHER, G. B. & CHRISTIAN, J. T. (2003). Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering. John Wiley and Sons, Chichester, Inglaterra, 605 p.

BAECHER, G. B., PATÉ, M. E. & DE NEUFVILLE, R. (1980). Risk of Dam Failure in Benefit-Cost Analysis. *Water Resources Research*, 16(3): 449-456.

BHATTACHARYA, R. N.; GUPTA, V. K.; SPOSITO, G. (1976). On Stochastic Foundations of the Theory of Water Flow Through Unsaturated Soil. *Water Resources Research*, 12(3): 503-512.

BAUM, R. L., SAVAGE, W. Z., & GODT, J. W. (2008). TRIGRS: a Fortran Program for Transient Rainfall Infiltration and Grid-Based Regional Slope-Stability Analysis, Version 2.0. Open-File Report 2008-1159, US Geological Survey, Reston, EUA, 75 p.

BEER, M., ZHANG, Y., QUEK, S. T. & PHOON, K. K. (2013). Reliability Analysis with Scarce Information: Comparing Alternative Approaches in a Geotechnical Engineering Context. *Structural Safety*, 41: 1-10.

BISHOP, A. W. (1959). The Principle of Effective Stress. *Teknisk Ukeblad*, 106(39): 859-863.

BOWLES, D. S. (2012). Tolerable Risk Guidelines for Dams: Principles and Applications. Risk Analysis, Dam Safety, Dam Security and Critical Infrastructure Management. Escuder-Bueno, I., Matheu, E., Altarejos-García, L., & Castillo-Rodríguez, J. T. (eds.), CRC Press, Boca Raton, EUA, pp. 215-225.

BORGES, L. P. F. (2021). Internet das Coisas Aplicada à Análise de Fluxo de Água em Solos Saturados e não Saturados: a Consolidação de uma Nova Geotecnia Pautada na Ciência dos Dados. Tese de Doutorado, UnB, Brasília, Brasil, 164 p.

BULUT, R., LYTTON, R. L. & WRAY, W. K. (2001). Soil Suction Measurements by Filter Paper. Expansive Clay Soils and Vegetative Influence on Shallow Foundations. Vipulanandan, C., Addison, M. B., Hasen, M. (eds.), ASCE, Reston, EUA, pp. 243-261.

CAVALCANTE, A. B. & CAMAPUM DE CARVALHO, J. (2017). Probabilidade de Ruptura Transiente de Taludes Não Saturados em Bordas de Reservatórios. Erosão em Bordas de Reservatório. M. M. Sales, J. Camapum de Carvalho, M. A. Mascarenha, M. P. da Luz, N. M. Souza & R. R. Angelim (eds.), UFG, Goiânia, Goiás, p. 469-489.

CAVALCANTE, A.B. & MASCARENHAS (2021). Efficient Approach in Modeling the Shear Strength of Unsaturated Soil Using Soil Water Retention Curve. Acta Geotechnica, 1-10

CAVALCANTE, A. B. & ZORNBERG, J. G. (2017a). Efficient Approach to Solving Transient Unsaturated Flow Problem I: Analytical Solutions. International Journal of Geomechanics, 17(7): 04017013-1 – 04017013-17.

CAMAPUM DE CARVALHO, J., BARBOSA, M. C., MENDONÇA, R. M. G., FARIAS, W. M, CARDOSO, F. B. D. (2015). Potenciais da Água no Solo. Solo não saturados no Contexto Geotécnico. J. Camapum de Carvalho, G. F N Gitirana Jr, S. L. Machado, M. M. A. Mascarenhas, F. C. Silva F. (eds.), ABMS, São Paulo, São Paulo, p. 79-96.

CAVALCANTE, A. B. & ZORNBERG, J. G. (2017b). Efficient Approach to Solving Transient Unsaturated Flow Problem II: Analytical Solutions. International Journal of Geomechanics, 17(7): 04017014-1 – 04017014-14.

CEMADEN. (2011). Histórico da criação do CEMADEN. Acesso em 09 de março de 2019, disponível no site do CEMADEN: <https://www.cemaden.gov.br/historico-da-criacao-do-cemaden/>.

CEMADEN (2022). Mapa Interativo da Rede Observacional para Monitoramento de Risco de Desastres Naturais do Cemaden. Acesso em 30 de janeiro de 2022, disponível no site do CEMADEN: <http://www2.cemaden.gov.br/mapainterativo/>.

CERRI, R. L., REIS, F. A. G. V., GRAMANI, M. F., GIORDANO, L. C. & ZAINI, J. E. (2017). Landslides Zonation Hazard: Relation Between Geological Structures and Landslides Occurrence in Hilly Tropical Regions of Brazil. Anais da Academia Brasileira de Ciência, 89(4): 2609-2623.

CERRI, R. I., REIS, F. A. G. V., GRAMANI, M. F., ROSOLEN, V., LUVIZOTTO, G. L., DO CARMO GIORDANO, L. & GABELINI, B. M. (2018). Assessment of Landslide Occurrences in Serra do Mar Mountain Range Using Kinematic Analyses. *Environmental Earth Sciences*, 77(9): 325.

CHEN, Z. H., XIE, D. Y. & WANG, Y. S. (1994). Effective Stress in Unsaturated Soils. *Chinese Geotechnical Engineering*, 16(3): 62-69.

CHOWDHURY, R. & FLENTJE, P. (2003). Role of Slope Reliability Analysis in Landslide Risk Management. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 62(1): 41-46.

CHRISTIAN, J. T. & BAECHER, G. B. (1999). Point-Estimate Method as Numerical Quadrature. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 125(9): 779-786.

CHRISTIAN, J. T. (2004). Geotechnical Engineering Reliability: How Well Do We Know What We Are Doing? *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(10): 985-1003.

COSTA, F. (1988). Análise de Estabilidade dos Taludes ao Longo do Inclinado Da Serra do Mar – Oleoduto Santos São Paulo – O.S.S.P. – TDEP/Petrobrás. Relatório Técnico PETROBRAS – Petróleo Brasileiro S/A, TDEP – terminais de Derivados de São Paulo, Oleoduto Santos – São Paulo – Inclinado da Serra, São Paulo, SP, 11 p.

COSTA, M. B. A. D., & CAVALCANTE, A. L. B. (2021). Bimodal Soil–Water Retention Curve and k-Function Model Using Linear Superposition. *International Journal of Geomechanics*, 21(7), 04021116.

COSTA, M. B. A. D., & CAVALCANTE, A. L. B. (2020). Novel approach to determine soil–water retention surface. *International Journal of Geomechanics*, 20(6), 04020054.

CUNHA, S. B. (2016). A Review of Quantitative Risk assessment of Onshore Pipelines. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 44: 282-298.

DAEE (2018). Precipitações Intensas no Estado de São Paulo, Departamento de Águas e Energia Elétrica, São Paulo, Brasil, 246 p.

DAI, F. C., LEE C. F. & NAGAI Y. Y. (2002). Landslide Risk Assessment and Management: An Overview. *Engineering Geology*, 64(1): 65-87.

DIETHELM, K. (2004). *The Analysis of Fractional Differential Equations*. Springer-Verlag Berlim, Alemanha, 247 p

DIETRICH, W. E. & MONTGOMERY, D. R. (1998). SHALSTAB: A Digital Terrain Model for Mapping Shallow Landslide Potential. NCASI Technical Report, Seattle, EUA, 29 p.

DING, X. L. & JIANG, Y. L. (2013). Analytical Solutions for the Multi-Term Time–Space Fractional Advection–Diffusion Equations with Mixed Boundary Conditions. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 14(2): 1026-1033.

DOT. (2008). Treatment of Economic Value of Statistical Life in Departmental Analyses. Departmental Guidance Memorandum published February 5, 2008, US Department of Transportation, Pipeline and Hazardous Materials Safety Administration, Nova Jersey, EUA, 8 p.

DURNER, W. (1992). Predicting the Unsaturated Hydraulic Conductivity Using Multi-porosity Water Retention Curves. Indirect methods for estimating the hydraulic properties of unsaturated soils, 185-202.

DÜZGÜN, H. S. B. & LACASSE, S. (2005). Vulnerability and Acceptable Risk in Integrated Risk Assessment Framework. *Landslide risk Management*. Hungr, O., Fell, R., Couture, R., & Eberhardt, E. (eds.), CRC Press, Londres, Inglaterra, pp. 505-515.

EL-RAMLY, H. (2001). Probabilistic Analyses of Landslide Hazards and Risks: Bridging Theory and Practice. Doctor Degree Thesis, University of Alberta, Alberta, Canadá, 391 p.

FARLOW, S. J. (1993). *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. Courier Corporation, Nova Iorque, EUA, 414 p.

FERREIRA, S. F. (2013). Análise da Influência das Propriedades Físicas do Solo na Deflagração dos Escorregamentos Translacionais Rasos na Serra do Mar (SP). Dissertação de Mestrado, USP, São Paulo, Brasil, 100 p.

FREDLUND, D. G., MORGENSTERN, N. R. & WIDGER, R. A. (1978). The Shear Strength of Unsaturated Soils. *Canadian geotechnical journal*, 15(3): 313-321.

FREDLUND, D. G. & RAHARDJO, H. (1993). *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. John Wiley and Sons, Nova Jersey, EUA, 507 p.

FLORES, E. A. F. (2008). Análises Probabilísticas da Estabilidade de Taludes Considerando a Variabilidade Espacial do Solo. Tese de Doutorado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, 177 p.

- FURIAN, S., BARBIÉRO, L. & BOULET, R. (1999). Organization of Soil Mantel in Tropical Southern Brazil (Serra do Mar) in Relation to Landslide Processes. *Catena*, 38(1): 65-83.
- GAYATHRI, K. D., GANASRI, B. P. & DWARAKISH, G. S. (2015). A Review on Hydrological Models. *Aquatic Procedia*, 4: 1001-1007. GITIRANA JR. G.F.N. (2005). Weather-Related Geo-Hazard Assessment Model for Railway Embankment Stability. PhD Thesis, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada, 439 p.
- GLEESON, T., & PASZKOWSKI, D. (2014). Perceptions of Scale in Hydrology: What Do you Mean by Regional Scale? *Hydrological Sciences Journal*, 59(1), 99-107.
- GRIFFITH, D. V. & FENTON, G. A. (2004). Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(5): 507-518.
- HERRMANN, R. (2014). *Fractional Calculus an Introduction for Physicists*. World Scientific, Toh Tuck Link, 479p.
- HEYMANS, N.; PODLUBNY, I (2006). Physical Interpretation of Initial Conditions for Fractional Differential Equations with Riemman-Liouville Fractional Derivatives. *Rheologica Acta*, 45(5): p. 765-771.
- HOPMANS, W. I., PARLANGE, J-Y. & ASSOULINE S. (2016). Infiltration. *The Handbook of Groundwater Engineering*. Cushman, J. H. & Tartakovsky, D. M. (eds.), CRC Press, Boca Raton, EUA, pp. 191-202.
- HORTON, R. E. (1933). The Role of Infiltration in the Hydrologic Cycle. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 14(1): 446-460.
- HOULSBY, G. T. (1997). The Work Input to an Unsaturated Granula Material. *Géotechnique*, 47(1): 193-196.
- IBE, O. C. (2013). *Elements of Random Walk and Diffusion Processes*. John Wiley & Sons, New Jersey, 260 p.
- IPT. (1987). *Estudos das Instabilizações da Serra do Mar na Região de Cubatão, Objetivando a Caracterização do Fenômeno Corrida de Lama e a Prevenção de seus Efeitos*. Relatório IPT no. 25065, Instituto de Pesquisas Tecnológicas, São Paulo, Brasil.
- ISHTEVA, M. K. (2005). *Properties and Applications of the Caputo Fractional Operator*. Dissertação de Mestrado. University of Karlsruhe, Karlsruhe, Alemanha, 65 p.

- JIANG, H., LIU, F., TURNER, I. & BURRAGE, K. (2012). Analytical Solutions for the Multi-Term Time-Space Caputo-Riesz Fractional Advection-Diffusion Equations on a Finite Domain. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 389(2): 1117-1127.
- JOHARI, A. & JAVADI, A. A. (2012). Reliability Assessment of Infinite Slope Stability. *Scientia Iranica*, 19(3): 423-429.
- KANJI, M. A. CRUZ, P. T. & MASSAD, F. (2008). Debris Flow Affection the Cubatão Oil Refinery Brazil, *Landslides*, 5(1): 71-82.
- KHALILI, N. & KHABBAZ, M. H. (1998). A Unique Relationship For “c” for the Determination of the Shear Strength of Unsaturated Soils. *Géotechnique*, 42(5): 681-687.
- KHAN, N., BHUVANA, R., REDDY, A. M. & KUMAR, M. P. (2015). A State-of-the-Art Review on Stability Analysis of Slopes Using Fuzzy Logic Approach. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, 5(6): 148-151.
- KIRCHHOFF, D. & DOBERSTEIN, B. (2006). Pipeline Risk Assessment and Risk Acceptance Criteria in the State of São Paulo, Brazil. *Impact Assessment and Project Appraisal*, 24(3): 221-234.
- LACERDA, W. A. (2007). Landslide Initiation in Saprolite and Colluvium in Southern Brazil: Field and Laboratory Observations. *Geomorphology*, 87(3): 104-119.
- LEE, L. M., GOFAR, N., & RAHARDJO, H. (2009). A simple model for preliminary evaluation of rainfall-induced slope instability. *Engineering Geology*, 108(3-4), 272-285.
- LISTO, F. D. L. R. & VIEIRA, B. C. (2015). Influência de Parâmetros Geotécnicos e Hidrológicos na Previsão de Áreas Instáveis a Escorregamentos Translacionais Rasos Utilizando o Modelo TRIGRS. *Revista Brasileira de Geomorfologia*, 16(3).
- LU, N., & LIKOS, W. J. (2004). *Unsaturated soil mechanics*, John Wiley & Sons. Inc., Hoboken, USA.
- LU, N., GODT, J. W. & WU, D. T. (2010). A Closed-Form Equation for Effective Stress in Unsaturated Soil. *Water Resources Research*, 46(5): 1-14.
- MACHADO, S. L. & VILAR, O. M. (2015). Potenciais da Água no Solo. Solo não Saturados no Contexto Geotécnico. J. Camapum de Carvalho, G. F N Gitirana Jr, S. L. Machado, M. M. A. Mascarenhas, F. C. Silva F. (eds.), ABMS, São Paulo, São Paulo, p. 79-96.

MARINOS V., STOUMPOS G., PAPATHANASSIOU G., GRENDAS N., PAPOULI D. & PAPAZACHOS C. (2016). Landslide Geohazard for Pipelines of Natural Gas Transport. *Bulletin for the Geological Society of Greece*, 50(2): 845-853.

MARINHO, F. A. M., SOTO, A. B., GITIRANA JR, G. F. (2015). Instrumentação de Laboratório e Campo e a Medição da Curva de Retenção. Solo não saturados no Contexto Geotécnico. J. Camapum de Carvalho, G. F N Gitirana Jr, S. L. Machado, M. M. A. Mascarenhas, F. C. Silva F. (eds.), ABMS, São Paulo, São Paulo, p. 231-4253.

MARQUES, A. & VILARINHO, L. (2022). Maior tragédia da história de Petrópolis completa 2 meses de dor e buscas por Pedro, Heitor e Lucas. Acesso em 17 de abril de 2022, disponível no site globo.com: <https://g1.globo.com/rj/regiao-serrana/noticia/2022/04/15/maior-tragedia-da-historia-de-petropolis-completa-2-meses-de-dor-e-buscas-por-pedro-heitor-e-lucas.ghtml>.

MASCARENHAS, P. V. S. (2018). Modelagem Fracionária do Fluxo de Água em Colunas de Solos Não Saturados. Dissertação de Mestrado, UnB, Brasília, Brasil, 128 p.

MASCARENHAS, P. V. S. & CAVALCANTE, A. L. B. (2021). Stochastic Foundation to Solving Transient Unsaturated Flow Problems Using a Fractional Dispersion Term. *International Journal of Geomechanics*, 22(1), 04021262.

MENKE, K. G. I. S. P., SMITH JR, R., PIRELLI, L., & HOESEN, J G. I. S. P. (2016). *Mastering QGIS*. Packt Publishing Ltd, Birmingham, Inglaterra, 388 p.

MICHEL, G. P., KOBİYAMA M. & GOERL, R. F. (2014). Comparative Analysis of SHALSTAB and SINMAP for Landslide Susceptibility Mapping in Cunha River Basin, Southern Brazil. *Journal of Soils and Sediments*, 14(7): 1266-1277.

MISHRA, S. K., TYAGI, J. V. & SINGH P. V. (2003). Comparison of Infiltration Models. *Hydrological Processes*, 17(13): 2629 – 2652.

MODARRES, M., KAMINSKIY, M. P. & KRIVTSOV, V. (2016). *Reliability Engineering and Risk Analysis: A Practical Guide*. CRC press, Boca Raton, EUA, 504 p.

MONTOYA, H. C. A. (2013). Incertezas, Vulnerabilidade e Avaliação de Risco Devido a Deslizamento em Estradas. Tese de doutorado, UnB, Brasília, Brasil, 250 p.

MONTRASIO, L., VALENTINO, R. & TERRONE, A. (2014). Application of the SLIP Model. *Procedia Earth and Planetary Science*, 9: 206-213.

- MUNGER, D. F., BOWLES, D. S., BOYER, D. D., DAVIS, D. W., MARGO, D. A., MOSER, D. A. & Snorteland, N. (2009). Interim tolerable risk guidelines for US Army Corps of Engineers dams. *Managing our Water Retention Systems: Proceedings of the 29 th Annual*
- NESSIM, M., ZHOU, W., ZHOU, J. & ROTHWELL, B. (2009). Target Reliability Levels for Design and Assessment of Onshore Natural Gas Pipelines. *mJournal of Pressure Vessel Technology*, 131(6): 061701-1 – 061701-12.
- NUTH, M., LALOUI, L. (2008). Effective Stress Concept in Unsaturated Soils: Clarification and Validation of a Unified Framework. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32(7): 771-801.
- ÖBERG, A. L. & SÄLLFORS, G. (1997). Determination of Shear Strength Parameters of Unsaturated Silts and Sands Based on the Water Retention Curve. *Geotechnical Testing Journal*, 20(1): 40-48.
- OLDHAM K. B., SPAINER J. (1974). *The Fractional Calculus: Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order*. Dover Publications, São Diego, EUA, 234 p.
- OLIVEIRA, E. C. & MACHADO, T. J. (2014). Review of Definitions for Fractional Derivatives and Integrals. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 1-6.
- O'LOUGHLIN, E. M. (1986). Prediction of Surface Saturation Zones in Natural Catchments by Topographic Analysis. *Water Resources Research*, 22(5), 794-804.
- ORTIZ, R. A., MARKANDYA A. & HUNT A. Willingness to Pay for Mortality Risk Reduction Associated with Air Pollution in São Paulo. *Revista Brasileira de Economia*, 63(1), 3-22.
- OSLER, T. (1971). Taylor's Series Generalized for Fractional Derivatives and Applications. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 2(1): 37-48.
- OWNTEC, 2020. Ensaio Triaxial. Acesso em 18/10/2020, disponível no site da OWNTEC: <https://www.owntec.com.br/produto/ensaio-triaxial/>
- OZELIM, L. C. D. S. M., CAVALCANTE, A. L. B., PACHECO DE ASSIS, A. & RIBEIRO, L. F. M. (2015). Analytical Slope Stability Analysis Based on Statistical Characterization of Soil Primary Properties. *International Journal of Geomechanics*, 15(2): 06014018-1 – 06014018-8.

- PACHEPSKY, Y., TIMLIN, D. & RAWLS, W. (2003). Generalized Richards' Equation to Simulate Water Transport in Unsaturated Soils. *Journal of Hydrology*, 272(1-4): 3-13.
- PACK, R. T., TARBOTON, D. G. & GOODWIN, C. N. (1998). Terrain Stability Mapping with SINMAP, Technical Description and Users Guide for Version 1.00. Report 4114-0, Terratech Consulting Ltd, Salmon Arm, Canada, 68 p.
- PEI, J., WANG, G., LUO, S. & LUO, Y. (2018). Societal Risk Acceptance Criteria for Pressure Pipelines in China. *Safety Science*, 109: 20-26.
- PETROBRAS, (2019). Terminal São Sebastião. Acesso em 9 de março de 2019, disponível no site da Petrobras: <http://www.petrobras.com.br/pt/nossas-atividades/principais-operacoes/terminais-e-oleodutos/terminal-sao-sebastiao.htm>.
- PINTO, E. J. D. A. (2013). Atlas pluviométrico do Brasil: metodologia para definição das equações intensidade-duração-frequência do Projeto Atlas Pluviométrico.
- PINTO, C.S. (2016). Curso básico de Mecânica dos Solos. Oficina de Textos. Oficina de Textos, São Paulo, Brasil, 158 p.
- PHOON, K. K., KULHAWY, F. H. & GRIGORIU, M. D. (2003). Development of a Reliability-Based Design Framework for Transmission Line Structure Foundations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129(9): 798-806.
- PLOEY, J., CRUZ, O. (1979). Landslides in the Serra do Mar, Brazil. *Catena*, 6(2): 111-122.
- PODLUBNY, I. (1999). Fractional Differential Equations. Academic Press, São Diego, EUA, 339 p.
- POURKHOSRAVANI, A. & KALANTARI, B. (2011). A Review of Current Methods for Slope Stability Evaluation. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 16: 1245-1254.
- QGIS.org (2021). QGIS 3.16. Geographic Information System Developers Manual. QGIS Association. Electronic document.
- ROJAS, K. R. (2017). Estudo dos Deslizamentos Superficiais Deflagrados por Chuvas Implementando a Análise Não Saturada e Transiente em Escala Regional. Dissertação de Mestrado, UnB, Brasília, Brasil, 90 p.
- RÖHM, S. A. & VILAR, O. M. (1995). Shear Strength of an Unsaturated Sandy Soil. Proceedings of the 1st International Conference on Unsaturated Soils, The National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine, Roterdã, Holanda, 1: 31-38.

ROSENBLUETH, E. (1975). Point Estimates for Probability Moments. Proceeding National Academy of Sciences, PNAS, 72(10): 3812-3814.

ROSENBLUETH, E. (1981). Two-point estimates in probabilities. Applied Mathematical Modelling, 5(5), 329-335.

SANDRONI, S. S. & SAYÃO, A. S. F. J. (1992). Avaliação Estatística do Coeficiente de Segurança de Taludes. 1ª Conferência Brasileira sobre Estabilidade de Taludes, ABMS, Rio de Janeiro, Brasil, 2: 523-535.

SANTORO, J., MENDES, R. M., PRESSINOTTI, M. M. N. & MANOEL, G. R. (2010). Correlação entre Chuvas e Deslizamentos ocorridos Durante a Operação do Plano Preventivo de Defesa Civil em São Paulo. 7o Simpósio Brasileiro de Cartografia.

SASVÁRI, Z. (2013). Multivariate Characteristic and Correlation Functions. De Gruyter, Berlim, Alemanha, 366 p.

SHAHIN, M. A., & CHEUNG, E. M. (2011). Stochastic design charts for bearing capacity of strip footings. Geomechanics & engineering, 3(2), 153-167.

SCHUMER, R. & MEERSCHAERT, M. M., & BAEUMER, B. (2009). Fractional Advection-Dispersion Equations for Modeling Transport at the earth Surface. Journal of Geophysical Research, 114(F00A07): 1-15.

SEEFELDER, C. L. N. (2017). Estudo da Influência dos Parâmetros Hidrogeológicos na Análise de Susceptibilidade a Escorregamentos Rasos po Meio de Modelo de Estabilidade de Encostas. Brasília: Tese de Doutorado, UnB, Brasília, Brasil, 212 p.

SHAHIN, M. A., JAKSA, M. B., & MAIER, H. R. (2001). Artificial Neural Network Applications in Geotechnical Engineering. Australian Geomechanics Journal, 36(1): 49-62.

SHAW, E., BEVEN, K. J., CHAPPEL, N. A., & LAMB R. (2019). Hydrology in Practice. Spon press, Nova Iorque, EUA, 543 p.

SILVA, A. N. (2018). Probabilidade de Ruptura Transiente de Encostas Medida Durante Eventos Significativos de Precipitação. Dissertação de Mestrado, UnB, Brasília, Brasília, 100 p.

SKOLD, Y. A., BERGMAN R., JOHANSSON M., PERSSON E. & NYBERG L (2013). Landslide Risk Management — A Brief Overview and Example from Sweden of Current Situation and Climate Change. International Journal of Disaster Risk Reduction, 3: 44-61.

SORBINO, G., SICA, C. & CASCINI, L. (2010). Susceptibility Analysis of Shallow Landslides Source Areas Using Physically Based Models. *Natural Hazards*, 53(2): 313-332.

STEPHENS, M. J., LEEWIS, K., & MOORE, D. K. (2002). A Model for Sizing High Consequence Areas Associated with Natural Gas Pipelines. *International Pipeline Conference*, ASME, Alberta, Canadá, 36207: 759-767.

SUAREZ DÍAZ, J. (2003) Effect of Water, Landslides and Stability of Tropical Areas (in Spanish). *Bucaramanga, Colômbia*, 233-273.

SUN, D., SHENG, D., LI, X. & SLOAN, S. W. (2008). Elastoplastic Prediction of Hydro-Mechanical Behavior of Unsaturated Soils under Undrained Conditions. *Computers and Geotechnics*, 35(6): 845-852.

SUN, Y., WENDI, D., KIM, D. E., & LIONG, S. Y. (2019). Deriving intensity–duration–frequency (IDF) curves using downscaled in situ rainfall assimilated with remote sensing data. *Geoscience Letters*, 6(1), 1-12.

TATOM, F. B. (1995). The Relationship Between Fractional Calculus and Fractals. *Fractals*, 3(01), 217-229.

TRANSPETRO. (2018). Inspeção e manutenção de Faixas de Dutos Terrestres e Relações com terceiros. N-2775, Transpetro, Rio de Janeiro, Brasil, 44 p.

TRANSPETRO. (2020). Metodologia para Avaliação do Risco em Dutos. PP-2TP-00077-B, Transpetro, Rio de Janeiro, Brasil, 10 p.

TIMOFEEV, V. S. (2014). Characteristic Function in Estimation of Probability Distribution Moments. *International Journal of Mathematical and Computational Sciences*, 8(8): 1098-1100.

UFSC (2013). Atlas Brasileiro de Desastres Naturais 1991 a 2012: Volume Brasil. CEPED-UFSC, Florianópolis, Brasil, 127 p.

USACE. (1999). Risk-Based Analysis in Geotechnical Engineering for Support of Planning Studies. *Engineering Technical Letter ETL 1110-2-556*, U.S. Army Corps of Engineers, Washington, EUA, 138 p.

VANAPALLI, S. K., FREDLUND, D. E. PUF AHL, D. E. & CLIFTON A. W. (1996). Model for the Prediction of Shear Strength with Respect to Soil Suction. *Canadian Geotechnical Journal*, 33(3): 379-392.

VANAPALLI, S. K. (2009). Shear Strength of Unsaturated Soils and its Applications in Geotechnical Engineering Practice. Proceedings of the 4th Asia-Pacific Conference on Unsaturated Soils. ISSMGE, New Castle, Australia, 579-598.

VARNES, D. J. (1978). Slope movement types and processes. Landslides, analysis and control, special report 176: Transportation research board. Schuster R. L., Krizek R. J. (eds.), National Academy of Sciences, Washington, EUA, pp. 11–33.

VIEIRA B. C. & FERNANDES N. F., FILHO O. A. (2010). Shallow Landslide Prediction in the Serra do Mar, São Paulo, Brazil. Natural Hazards and Earth System Sciences, 10(9), 1829-1837.

VIEIRA, B. C. & GRAMANI, M. F. (2015). Serra do Mar: The Most “Tormented” Relief in Brazil. Landscapes and Landforms of Brazil. Vieira, B. C., Salgado, A. A. & Santos, L. J. C. (eds.), Springer, Londres, Inglaterra, pp. 285-297.

VIEIRA, B. C., FERNANDES, N. F., AUGUSTO FILHO, O., MARTINS, T. D. & MONTGOMERY, D. R. (2018). Assessing Shallow Landslide Hazards Using the TRIGRS and SHALSTAB Models, Serra do Mar, Brazil. Environmental Earth Sciences, 77(6): 260.

WHITAKER, S. (1986). Flow in Porous Media I: A Theoretical Derivation of Darcy’s Law. Transport in Porous Media, 1(1), 3-25

WHITMAN, R. V. (2000). Organizing and Evaluating Uncertainty in Geotechnical Engineering. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 126(7), 583-593.

WOLFF, T. F. (1996). Probabilistic Slope Stability in Theory and Practice. In: Uncertainty in the Geologic Environment: From Theory to Practice. ASCE, Madison, EUA, 419-433.

WOLFRAM RESEARCH, INC. (2021). Mathematica (Version 13.0). Wolfram Research, Inc, Champaign, EUA.

WOLLE, C. M. (1988). Análise dos Escorregamentos Translacionais numa Região da Serra do Mar no Contexto de uma Classificação de Mecanismo de Instabilização de Encostas. Tese de doutorado, USP, São Paulo, Brasil, 243 p.

WOLLE, C. M. & CARVALHO, C. S. (1989). Deslizamentos em Encostas na Serra do Mar-Brasil. Solos e Rochas, 12: 27-36.

XIE, M. & TIAN, Z. (2018). Risk-Based Pipeline Re-assessment Optimization Considering Corrosion Defects. Sustainable Cities and Society, 38: 746-757.

XU Y. F. (2004). Fractal Approach to Unsaturated Shear Strength. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(3): 264-273.

XU, Y., CAO, L. (2015). Fractal Representation for Effective Stress of Unsaturated Soils. *International Journal of Geomechanics*, 15(6): 04014098-1 – 04014098-9.

YANOVSKY, V. V., CHECHKIN, A. V., SCHERTZER, D. & TUR, A. V. (2000). Lévy Anomalous Diffusion and fractional Fokker-Planck Equation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 282(1-2): 13-34.

ZHANG, L., LI, J., LI, X., ZHANG, J., & ZHU, H. (2019). *Rainfall-induced Soil Slope Failure: Stability Analysis and Probabilistic Assessment*. CRC Press.

ZHANG, P., QIN, G. & WANG, Y. (2019). Risk Assessment System for Oil and Gas Pipelines Laid in One Ditch Based on Quantitative Risk Analysis. *Energies*, 12(6): 981.

ZHUANG, J., PENG, J., WANG, G., IQBAL, J., WANG, Y., LI, W., XU, Q. & ZHU, X. (2016). Prediction of Rainfall-Induced Shallow Landslides in the Loess Plateau, Yan'an, China, Using the TRIGRS Model. *Earth Surface Processes and Landforms*, 42(6): 915-927.

ZIZIOLI, D., MEISINA, C. & MONTRASIO, L. (2013). Comparison Between Different Approaches to Modeling Shallow Landslide Susceptibility: a Case History in Oltrepo Pavese, Northern Italy. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 13(3): 559-573.

A. APÊNDICE: DEFINIÇÕES DE DERIVADAS FRACIONÁRIAS

A derivada fracionária, sob a perspectiva aplicada por Mascarenhas & Cavalcante (2021) é definida como uma operação linear que interpola as operações de derivação e integração de ordem inteira que consigam estender a propriedade da transformada de Fourier de uma derivada da seguinte forma:

$$F \left[\frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_+^\alpha} \right] = (ik)^\alpha \hat{\theta} \quad (\text{A.1})$$

onde α é um real entre 1 e 2 [adimensional] e β é um real entre -1 e 1 [adimensional] e F denota a transformada de Fourier.

Diferentemente das derivadas de ordem inteira, a derivada fracionária possui a propriedade de ser uma operação não-local, o que significa que a operação de derivada fracionária depende de toda a região do domínio no qual se toma a derivação até o ponto em questão. Sendo assim, uma operação em \mathbb{R} que respeite a propriedade dada na Equação (A.1) utiliza todos os valores da função derivada que são menores que o ponto tomado até ele, sendo ele incluso. Torna-se claro que deve haver uma operação similar à derivada em questão, mas que utilize todo o domínio da função com valores maiores que o ponto em questão. Esta distinção gera dois tipos de derivadas fracionárias que compõem uma única definição de derivada fracionária: a primeira é chamada de derivada à direita de um ponto, e a segunda é chamada de derivada à esquerda. A Equação (A.1) é a definição de derivada fracionária à direita de uma função. A derivada fracionária à esquerda é definida por:

$$F \left[\frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_-^\alpha} \right] = (-ik)^\alpha \hat{\theta} \quad (\text{A.2})$$

Das definições de derivadas fracionárias, três principais destacam-se: a definição de derivada de Grünwald-Letnikov, de Riemann-Liouville e de Caputo (Diethelm, 2004).

Considere a função f com domínio $L \leq z \leq R$, onde L é o limite à esquerda do domínio e R é o limite à direita. Considere a ordem de derivação $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$, $N = [\alpha]$ sendo a função teto aplicada a α (isto é, $N \in \mathbb{Z}$ e $N-1 \leq \alpha \leq N$) e os números positivos $h_+ = (z - L)/\Delta z$, $h_- = (R - z)/\Delta z$ e $K = (R - L)/\Delta z$.

A derivada fracionária à esquerda de Grünwald-Letnikov de ordem α é:

$${}_{L}^{GL} D_z^\alpha \theta(z) = \lim_{h_+ \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta z^\alpha} \sum_{k=0}^{h_+} g_{\alpha,k} \theta(z - k\Delta z) \quad (\text{A.3})$$

A derivada fracionária à direita de Grünwald-Letnikov de ordem α é dada por:

$${}_z^{GL} D_R^\alpha \theta(z) = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta z^\alpha} \sum_{k=0}^{h-1} g_{\alpha,k} \theta(z+k\Delta z) \quad (\text{A.4})$$

onde $g_{\alpha,k}$ são chamados de pesos normalizados Grünwald (Oldham & Spanier, 1974):

$$g_{\alpha,0} = 1 \quad (\text{A.5})$$

$$g_{\alpha,k} = (-1)^k \binom{\alpha}{k}, k = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A.6})$$

A derivada à esquerda de ordem α de Riemann-Liouville é:

$${}_L^{RL} D_z^\alpha \theta(z) = \frac{1}{\Gamma(N-\alpha)} \frac{d^N}{dz^N} \int_L^z \frac{\theta(\xi)}{(z-\xi)^{\alpha+1-N}} d\xi \quad (\text{A.7})$$

A derivada à direita de ordem α de Riemann-Liouville é:

$${}_z^{RL} D_R^\alpha \theta(z) = \frac{(-1)^N}{\Gamma(N-\alpha)} \frac{d^N}{dz^N} \int_z^R \frac{\theta(\xi)}{(\xi-z)^{\alpha+1-N}} d\xi \quad (\text{A.8})$$

A derivada à esquerda de ordem α de Caputo é:

$${}_L^C D_z^\alpha \theta(z) = \frac{1}{\Gamma(N-\alpha)} \int_L^z \frac{\theta^{(N)}(\xi)}{(z-\xi)^{\alpha+1-N}} d\xi \quad (\text{A.9})$$

A derivada à direita de ordem α de Caputo é:

$${}_z^C D_R^\alpha \theta(z) = \frac{(-1)^N}{\Gamma(N-\alpha)} \int_z^R \frac{\theta^{(N)}(\xi)}{(\xi-z)^{\alpha+1-N}} d\xi \quad (\text{A.10})$$

A definição de Riemann-Liouville e Caputo não são necessariamente equivalentes, dependendo de situações específicas para que sejam (Ishteva, 2005). É necessário que o valor da função se anule nos limites inferior ou superior da derivada ou que estes limites do domínio sejam infinitos. Nestas circunstâncias, as duas definições podem ser usadas indistintamente. Caso contrário, as derivadas à esquerda e direita de Caputo e Riemann-Liouville são relacionadas, respectivamente, pelas seguintes fórmulas (Diethelm, 2004):

$${}_L^C D_z^\alpha \theta(z) = {}_L^{RL} D_z^\alpha \theta(z) - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\theta^{(k)}(L)}{\Gamma(k-\alpha+1)} (z-L)^{k-\alpha} \quad (\text{A.11})$$

$${}_z^C D_R^\alpha \theta(z) = {}_z^{RL} D_R^\alpha \theta(z) - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\theta^{(k)}(R)}{\Gamma(k-\alpha+1)} (R-z)^{k-\alpha} \quad (\text{A.12})$$

Pode-se, também, mostrar que as definições de Grünwald-Letnikov são sempre equivalentes à de Riemann-Liouville (Podlubny, 1999).

Na aplicação das derivadas de Riemann-Liouville e Caputo, deve-se ressaltar alguns pontos importantes.

A derivada de Caputo exige que condições de contorno sejam dadas em termos de derivadas inteiras e a derivada de Riemann-Liouville exige que sejam dadas em termos de derivadas fracionárias (Heymans e Podlubny, 2006). A imposição de condições de contorno na forma de derivadas fracionárias é interpretada em termos da relação entre variáveis de estado por meio dos modelos constitutivos adotados.

Considerando a situação na qual se toma o balanço de massa por dispersão em volume elementar representativo, tomado em 1D sem perda de generalização para simplificação das manipulações algébricas. O vetor de fluxo é dado pela Equação (2.19), com a parcela advectiva dada pela Equação (2.20) e a parcela dispersiva dada por:

$$J_{disp} = -D_z^\alpha \left[\frac{(1+\beta)}{2} \frac{\partial^{\alpha-1}\theta}{\partial z_+^{\alpha-1}} + \frac{(1-\beta)}{2} \frac{\partial^{\alpha-1}\theta}{\partial z_-^{\alpha-1}} \right] \quad (A.13)$$

onde, deste ponto em diante, utiliza-se a notação $\partial^\alpha/\partial z_+^\alpha$ e $\partial^\alpha/\partial z_-^\alpha$ para se referir às derivadas fracionárias à esquerda e direita, respectivamente.

Este vetor de fluxo tem motivação dada pelo seguinte argumento: considere o domínio espacial tomado de forma discretizada e que haja um conjunto de *quasi*-moléculas concentrado em uma única célula. Admite-se que as *quasi*-moléculas podem viajar para qualquer célula do domínio, como ilustrado na Figura 2.4, segundo um voo de Levy. A probabilidade de uma *quasi*-molécula saltar para células distantes é exponencialmente mais rara à medida que se distancia da sua posição inicial.

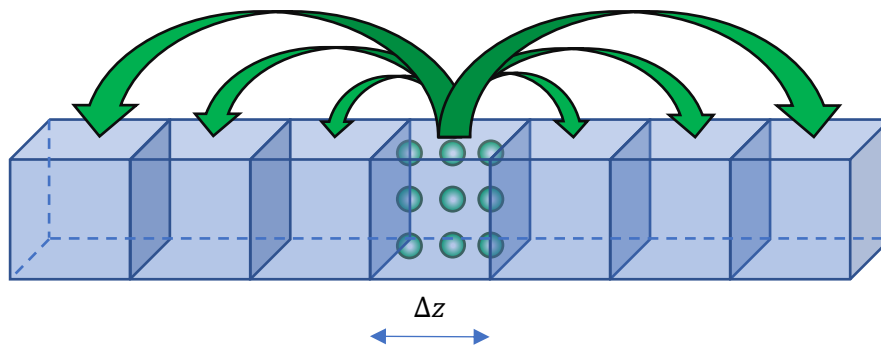


Figura A.1 – Ilustração do balanço de massa que resulta no vetor de fluxo dispersivo da Equação de Richards fracionária (Mascarenhas, 2018).

Denota-se a célula que contém as *quasi*-moléculas de j e busca-se o balanço de massa com as células $j+1$ e $j-1$. O teorema do valor médio fracionário fornece a seguinte aproximação para o teor de umidade volumétrico nas posições Δz e $-\Delta z$:

$$\theta_{j+1} \approx \theta_j + \frac{\partial^{\alpha-1}\theta(\Delta z)^{\alpha-1}}{\partial z_+^{\alpha-1} \Gamma[\alpha]} \quad (\text{A.14})$$

e

$$\theta_{j-1} \approx \theta_j + \frac{\partial^{\alpha-1}\theta(\Delta z)^{\alpha-1}}{\partial z_-^{\alpha-1} \Gamma[\alpha]} \quad (\text{A.15})$$

Considere que cada *quasi*-molécula realiza um salto com taxa de ocorrência $1/\Delta t$. Considere, ainda, que cada *quasi*-molécula possua uma taxa de saltos assimétrica no espaço, ou seja, a taxa com a qual elas se dispersam na direção crescente de z não é necessariamente igual à taxa com a qual elas se dispersam na direção decrescente de z . Esta assimetria será representada por um coeficiente β cujos valores variam continuamente de -1 a 1 , sendo -1 correspondente a um fluxo totalmente assimétrico na direção negativa de z , 1 um fluxo totalmente assimétrico na direção positiva de z e 0 um fluxo perfeitamente simétrico.

O fluxo de *quasi*-moléculas causado pela dispersão entre a interface das células j e $j+1$ e que originalmente parte dos volumes j e $j+1$ é:

$$J_{j,j+1} = \rho_w \frac{\left(\frac{1}{2}V_j - \frac{1}{2}V_{j+1}\right)}{A_{j,j+1}} \left(\frac{1+\beta}{2}\right) \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{(\theta_j - \theta_{j+1})}{A_{j,j+1}} \left(\frac{1+\beta}{2}\right) \frac{1}{\Delta t} \rho_w \Delta V_{j,j+1} \quad (\text{A.16})$$

onde $A_{j,j+1}$ é a área da interface entre as células j e $j+1$ [L^2], $\Delta V_{j,j+1}$ é a diferença entre os volumes das células j e $j+1$ [L^3] e V_j e V_{j+1} são os volumes das células j e $j+1$ [L^3]. Desenvolvendo a Equação (A.16), tem-se:

$$J_{j,j+1} = \frac{1}{2} (\theta_j - \theta_{j+1}) \left(\frac{1+\beta}{2}\right) \frac{1}{\Delta t} \rho_w \Delta z \quad (\text{A.17})$$

onde R representa a porcentagem de *quasi*-moléculas trocadas na interface dos volumes j e $j+1$.

Substituindo a Equação (A.14) na Equação (A.17), o fluxo na interface dos volumes j e $j+1$ que pode ser expresso como:

$$J_{j,j+1} \approx -\frac{1}{2} \frac{\partial^{\alpha-1}\theta(\Delta z)^{\alpha}}{\partial z_+^{\alpha-1} \Gamma[\alpha]} \left(\frac{1+\beta}{2}\right) \frac{1}{\Delta t} \rho_w \quad (\text{A.18})$$

De forma similar à Equação (A.17), o fluxo de *quasi*-moléculas entre dos volumes j e $j-1$ é:

$$J_{j,j-1} = \frac{1}{2} (\theta_j - \theta_{j-1}) \left(\frac{1-\beta}{2}\right) \frac{1}{\Delta t} \rho_w \Delta z \quad (\text{A.19})$$

Aplicando a Equação (A.15) à Equação (A.19), tem-se que:

$$J_{j,j-1} \approx -\frac{1}{2} \frac{\partial^{\alpha-1} \theta (\Delta z)^\alpha}{\partial z_-^{\alpha-1} \Gamma[\alpha]} \left(\frac{1-\beta}{2} \right) \frac{1}{\Delta t} \rho_w \quad (\text{A.20})$$

O fluxo dispersivo total do volume j é a soma do fluxo dispersivo que ela apresenta com as interfaces de seus volumes vizinhos $j+1$ e $j-1$. Portanto, o vetor de fluxo dispersivo é:

$$J_{disp} = J_{j+1} + J_{j-1} \quad (\text{A.21})$$

ou

$$J_{disp} \approx -\frac{1}{2} \left[\frac{\partial^{\alpha-1} \theta (\Delta z)^\alpha}{\partial z_+^{\alpha-1} \Gamma[\alpha]} \left(\frac{1+\beta}{2} \right) \frac{1}{\Delta t} \rho_w + \frac{\partial^{\alpha-1} \theta (\Delta z)^\alpha}{\partial z_-^{\alpha-1} \Gamma[\alpha]} \left(\frac{1-\beta}{2} \right) \frac{1}{\Delta t} \rho_w \right] \quad (\text{A.22})$$

Tomando os limites $\Delta z \rightarrow 0$ e $\Delta t \rightarrow 0$, a Equação (A.22) torna-se a Lei de Fick fracionária:

$$J_{disp} = -D_z^\alpha \frac{\partial^{\alpha-1} \theta}{\partial |z|^{\alpha-1}} \quad (\text{A.23})$$

onde $\partial/\partial|z|^\alpha$ representa a combinação entre derivadas fracionárias à esquerda e à direita e Γ denota a função gama. Define-se:

$$\frac{\partial^\alpha \theta}{\partial |z|^\alpha} = \frac{(1+\beta)}{2} \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_+^\alpha} + \frac{(1-\beta)}{2} \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_-^\alpha} \quad (\text{A.24})$$

Além disto, o coeficiente de dispersão fracionário fica definido por:

$$D_z^\alpha = \lim_{\Delta x, \Delta t \rightarrow 0} \frac{\rho_w}{2\Gamma(\alpha)} \frac{\Delta z^\alpha}{\Delta t} \quad (\text{A.25})$$

A equação de fluxo em solos não saturados fracionária é, portanto (Mascarenhas & Cavalcante, 2021):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_z^\alpha \frac{(1+\beta)}{2} \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_+^\alpha} + D_z^\alpha \frac{(1-\beta)}{2} \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_-^\alpha} \quad (\text{A.26})$$

B. APÊNDICE: SOLUÇÃO ANALÍTICA DA EQUAÇÃO DE FLUXO FRACIONÁRIA DE ÁGUA EM MEIOS POROSOS NÃO SATURADOS PARA MEIOS FINITOS

Pretende-se resolver a Equação:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -a_s \frac{\partial \theta}{\partial z} + D_z^\alpha \left(\frac{1+\beta}{2} \right) \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_+^\alpha} + D_z^\alpha \left(\frac{1-\beta}{2} \right) \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_-^\alpha} \quad (\text{B.1})$$

A Equação (B.1) é dada em um domínio finito indo de 0 a R .

Por extensão da definição do operador laplaciano, a combinação de derivadas fracionárias formando a derivada de Riezs é definida como o operador laplaciano fracionário:

$$D_z^\alpha \left(\frac{1+\beta}{2} \right) \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_+^\alpha} + D_z^\alpha \left(\frac{1-\beta}{2} \right) \frac{\partial^\alpha \theta}{\partial z_-^\alpha} = D_z^\alpha \cos \left(\frac{\alpha\pi}{2} \right) (-\Delta)^{\alpha/2} \theta \quad (\text{B.2})$$

Nota-se que, para $\alpha = 2$, a Equação (B.2) retoma o operador laplaciano de ordem inteira:

$$D_z^\alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \Delta \theta \quad (\text{B.3})$$

Por conveniência, faz-se:

$$D_z^\alpha \cos \left(\frac{\alpha\pi}{2} \right) = D_z^* \quad (\text{B.4})$$

Aplica-se o método de Ding & Jiang (2013) para resolver a Equação (B.1) submetida às condições:

$$[\theta]_{z=0, 0 < t \leq t_p} = \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \quad (\text{B.5})$$

$$[\theta]_{z=R} = \theta_i \quad (\text{B.6})$$

$$\theta_{t=0, z>0} = \theta_i \quad (\text{B.7})$$

Na Equação (B.5), $v_0(t)$ é a velocidade de percolação estabilizada causada por uma chuva intensa de tempo de retorno T_r dado, que, para o caso em questão, segue a expressão:

$$v_0(t) = \begin{cases} i_{t,T_r}(t), & i_{t,T_r}(t) < \frac{\theta_s k_s}{\theta_s - \theta_r} \\ \frac{\theta_s k_s}{\theta_s - \theta_r}, & i_{t,T_r}(t) \geq \frac{\theta_s k_s}{\theta_s - \theta_r} \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

A solução de Ding & Jiang (2013) não abrange a presença de uma derivada espacial de primeira ordem. Sendo assim, resolve-se a equação de difusão pura e aplica-se uma translação na posição da solução de $a_s t$ para aproximar o termo de advecção.

A equação a ser resolvida se torna:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_z^* (-\Delta)^{\alpha/2} \theta \quad (\text{B.9})$$

Realiza-se a seguinte substituição da solução θ :

$$\theta = W + V \quad (\text{B.10})$$

onde

$$V = Az + B \quad (\text{B.11})$$

com

$$A = \left[\theta_i - \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \right] \left(\frac{1}{R} \right) \quad (\text{B.12})$$

e

$$B = \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \quad (\text{B.13})$$

De tal forma que, agora, as condições de contorno tornam-se homogêneas. Substituindo a Equação (B.10) em (B.9), obtém-se:

$$\frac{\partial W}{\partial t} - D_z^* (-\Delta)^{\frac{\alpha}{2}} W = f_1 \quad (\text{B.14})$$

$$W(z, 0) = \theta_i - V(z, 0) \quad (\text{B.15})$$

$$[W]_{z=0} = 0, [W]_{z=R} = 0 \quad (\text{B.16})$$

com,

$$f_1(z, t) = -\frac{\partial}{\partial t} V(z, t) + D_z^* (-\Delta)^{\alpha/2} V(z, t) \quad (\text{B.17})$$

Aplicando a Equação (B.11) na Equação (B.17), tem-se:

$$f_1(z, t) = -\frac{\partial}{\partial t} V(z, t) \quad (\text{B.18})$$

Resolve-se a Equação (B.14) por meio da separação de variáveis, fazendo:

$$W(z, t) = Z(z)T(t) \quad (\text{B.19})$$

$$[Z]_{z=0} = 0, [Z]_{z=R} = 0 \quad (\text{B.20})$$

$$Z(z)T(0) = \theta_i - V(z, 0) \quad (\text{B.21})$$

Expande-se W usando a base de autofunções e autovalores. Substituindo a definição (B.19) na Equação (B.14):

$$\frac{\partial Z(z)T(t)}{\partial t} = D_z^* (-\Delta)^{\frac{\alpha}{2}} Z(z)T(t) + f_1(z, t) \quad (\text{B.22})$$

Para o domínio limitado $[0, R]$, o operador laplaciano de ordem inteira possui um conjunto de autovalores e autofunções que dependem das condições de contorno e, quando normalizadas, forma uma base ortogonal para funções operadas por ele dentro deste domínio. Para os autovalores λ_n^2 ($n=1,2, \dots$), correspondentes a autofunções ϕ_n , o laplaciano fracionário pode ser definido por (Jiang, 2013):

$$(-\Delta)^{\alpha/2} g = \sum_{n=1}^{\infty} p_n (\lambda_n)^\alpha \phi_n \quad (\text{B.23})$$

onde g é uma função real definida em $[0, R]$ e p_n é a projeção normalizada desta função nas autofunções do laplaciano, dada por:

$$p_n = \frac{\int_0^R g(z) \phi_n(z) dz}{\int_0^R \phi_n(z)^2 dz} \quad (\text{B.24})$$

Aplicando a expansão das funções da Equação (B.22) na base ortogonal de autofunções, tem-se:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial c_{n1}(t)}{\partial t} \phi_n(z) = D_z^* \sum_{n=1}^{\infty} c_{n1}(t) (\lambda_n)^\alpha \phi_n(z) + \sum_{n=1}^{\infty} f_{n1}(t) \phi_n(z) \quad (\text{B.25})$$

A Equação (B.25) é a projeção normalizada da função f_1 na base ortogonal formada pelas autofunções e c_{n1} é a projeção da função W na base ortogonal de autofunções. As parcelas f_{n1} podem ser calculadas por:

$$f_{n1}(t) = \frac{\int_0^R f_1(t) \phi_n(z) dz}{\int_0^R \phi_n(z)^2 dz} \quad (\text{B.26})$$

A Equação (B.25) gera um conjunto infinito de equações diferenciais ordinárias no tempo que podem ser resolvidas termo a termo para encontrar as expressões dos c_{n1} :

$$\frac{\partial c_{n1}(t)}{\partial t} = \lambda^\alpha D_z^* c_{n1}(t) + f_{n1}(t) \quad (\text{B.27})$$

Adicionalmente, no tempo $t = 0$, pode-se encontrar a condição inicial $c_{n1}(0)$ pela projeção da condição inicial $W(z,0)$ nas autofunções:

$$c_{n1}(0) = \frac{\int_0^R (\theta_i - V(z,0)) \phi_n(z) dz}{\int_0^R \phi_n(z)^2 dz} \quad (\text{B.28})$$

A solução da Equação (B.27), submetida à condição inicial da Equação (B.28) é:

$$c_{n1}(t) = c_{n1}(0)e^{-D_z^* \lambda_n^\alpha t} + \int_0^t e^{-D_z^* \lambda_n^\alpha (t-s)} f_{n1}(s) ds \quad (\text{B.29})$$

Para encontrar as autofunções e autovalores, é necessário obter a solução para o seguinte problema de Sturm-Liouville:

$$(-\Delta)^{\alpha/2} Z = \lambda_n^\alpha Z \quad (\text{B.30})$$

Assim sendo, podem-se encontrar as autofunções e autovalores do laplaciano fracionário por meio do laplaciano inteiro, resolvendo o problema de Sturm-Liouville:

$$\Delta Z = -\lambda_n^2 Z \quad (\text{B.31})$$

com

$$[Z]_{z=0} = 0, [Z]_{z=R} = 0 \quad (\text{B.32})$$

Para este problema de Sturm-Liouville, os autovalores são:

$$\lambda_n = \frac{n\pi}{R} \quad (\text{B.33})$$

e, as autofunções são:

$$\phi_n = \sin(\lambda_n z)(z) \quad (\text{B.34})$$

Substituindo a Equação (B.29) e a solução do problema de Sturm-Liouville – Equação (B.34) – na Equação (B.19), a solução geral para a equação de difusão fracionária com condições de contorno homogêneas é:

$$W(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_{n1}(0)e^{-D_z^* \lambda_n^\alpha t} + \int_0^t e^{-D_z^* \lambda_n^\alpha (t-s)} f_{n1}(s) ds \right] e^{-\lambda_n^\alpha D_z^* t} [\sin(\lambda_n z)] \quad (\text{B.35})$$

Somando a Equação (B.35) à Equação (B.11) e efetuando a aproximação do termo de advecção usando a translação da solução, tem-se que a solução aproximada da Equação (B.1) é:

$$\begin{aligned} \theta(z, t) = & \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) + \left[\theta_i - \frac{v_0(t)}{k_s} (\theta_s - \theta_r) \right] \left(\frac{z}{R} \right) + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left[c_{n1}(0)e^{-D_z^* \lambda_n^\alpha t} + \int_0^t e^{-D_z^* \lambda_n^\alpha (t-s)} f_{n1}(s) ds \right] e^{-\lambda_n^\alpha D_z^* t} [\sin(\lambda_n z)] \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

C. APÊNDICE: DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO ANALÍTICO PARA A CURVA DE RETENÇÃO BIMODAL

Como os resultados experimentais indicam um comportamento bimodal da curva de retenção de água no solo, o modelo de curva de Cavalcante & Zornberg (2017a, b) não é aplicável. Por este mesmo motivo, não é possível manter a forma linearizada da Equação de Richards que permite sua solução analítica, já que ela decorre do modelo de retenção de água e condutividade hidráulica não saturada de Cavalcante & Zornberg (2017a, b).

Tendo em vista esta questão, este apêndice é dedicado a deduzir uma expressão para curvas de retenção de água nos solos bimodais, de forma que mantenha a equação de Richards em sua forma linearizada, permitindo manter sua solução analítica viável.

Considere que um dado solo possui uma curva de retenção de água no solo bimodal. Para efeitos de equações, que os microporos sejam representados pelo subíndice 1 e os macroporos pelo subíndice 2. Considere, ainda que os microporos e macroporos não sejam preenchidos por água simultaneamente. As seguintes hipóteses serão aplicadas na dedução:

1. Cada tamanho de poro possui seu próprio teor de umidade volumétrica saturado e teor de umidade volumétrica residual. Isto implica que, na saturação e no estado residual, a seguinte relação de teores de umidade volumétrica deve ser válida:

$$\theta_s = \theta_{s,1} + \theta_{s,2} \quad (\text{C.1})$$

e

$$\theta_r = \theta_{r,1} + \theta_{r,2} \quad (\text{C.2})$$

2. Não há uma faixa de valores de sucção para a qual mais de um tamanho de poro tenha seu volume de água variando simultaneamente, ou seja, se os microporos estiverem com sua quantidade de água variando, então os macroporos não estão (estão no teor de umidade residual) e, se os macroporos estiverem com sua quantidade de água variando, os microporos não estão (estão saturados).

Para um dado volume elementar dV , considere que existem macro e microporos que armazenam a água à medida que ela passa pelo volume, como ilustrado na Figura C.1. Para cada um destes volumes (microporos e macroporos), pode-se escrever a equação de balanço de massa quando o volume é percolado a uma dada taxa representada pelo vetor de fluxo \vec{j} . Cada um destes poros define sua própria curva de retenção de água no solo quando tratado isoladamente e somente um tamanho de poro é preenchido para uma dada faixa de teor de umidade volumétrica.

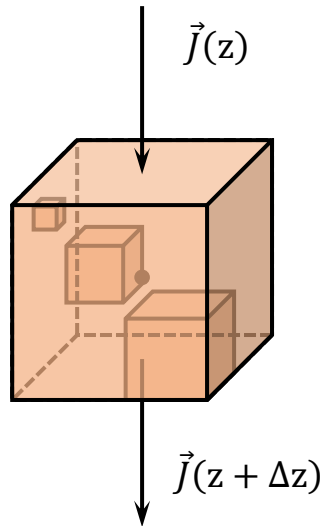


Figura C.1 – Ilustração de um volume elementar composto de volumes menores, representando a associação de macroporos e microporos que constituem o volume elementar de solo.

Para uma dada faixa de teor de umidade volumétrica, tem-se que os poros i são responsáveis pelo armazenamento de água no volume elementar representativo. Para todos os outros poros, não há armazenamento, o que implica que o fluxo de água segue regime permanente.

Quando os macroporos estão em teor de umidade volumétrica residual e os microporos estão armazenando água ($\theta_r < \theta < \theta_{s,1}$), tem-se:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial J_1}{\partial z} \\ -\frac{\partial J_2}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (C.3)$$

Quando os microporos estão em teor de umidade volumétrica saturada e os macroporos estão em processo de enchimento ou secagem ($\theta_{s,1} < \theta < \theta_s$), tem-se:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial J_2}{\partial z} \\ -\frac{\partial J_1}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (C.4)$$

onde cada vetor de fluxo pode ser escrito por:

$$J = a_{s,i}(\theta)\theta - D_{z,i}(\theta)\frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (C.5)$$

Se, em qualquer um dos sistemas de equação, as equações forem somadas entre sim, tem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial J_1}{\partial z} + \frac{\partial J_2}{\partial z} \right) \quad (\text{C.6})$$

Desenvolvendo a Equação (C.6) e empregando o vetor de fluxo definido na Equação (C.5), tem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial z} \left(a_{s,1}(\theta) \theta - D_{z,1}(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(a_{s,2}(\theta) \theta - D_{z,2}(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (\text{C.7})$$

Do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b), escreve-se a curva de condutividade hidráulica não saturada e a curva de retenção para cada tamanho de poro:

$$k_{z,i} = k_s \left(\frac{\theta_i - \theta_{r,i}}{\theta_{s,i} - \theta_{r,i}} \right) \quad (\text{C.8})$$

$$\psi_i = \frac{1}{\delta_i} \ln \left(\frac{\theta_i - \theta_{r,i}}{\theta_{s,i} - \theta_{r,i}} \right) \quad (\text{C.9})$$

onde $k_{z,i}$ é a condutividade hidráulica não saturada individual dos microporos ou dos macroporos [LT^{-1}] ψ_i é a sucção atuante no microporos ou macroporos separadamente [$\text{MT}^{-2}\text{L}^{-1}$] e δ_i é o coeficiente de ajuste do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a, b) para cada tamanho de poro [$\text{M}^{-1}\text{L}^2\text{T}^2$]. Cabe ressaltar que a sucção e condutividade hidráulica não saturadas destas equações correspondem a valores que são causados pelos tamanhos de poro separadamente. De forma ilustrativa: ψ_1 é a sucção que atua nos microporos quando eles estão preenchidos por um teor de umidade volumétrica de θ_1 e ψ_2 é a sucção que atua nos microporos quando eles estão preenchidos por um teor de umidade volumétrica de θ_2 .

Pode-se escrever a Equação (C.7) aplicando as Equações (C.8) e (C.9):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \theta} (k_{z,1} + k_{z,2}) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} (D_{z,1} + D_{z,2}) \quad (\text{C.10})$$

A Equação (C.10) indica que, para as hipóteses inicialmente adotadas, a equação de Richards permanece em sua forma linearizada (e, portanto, com solução analítica viável), mas os coeficientes de velocidade advectiva e de dispersão da equação se tornam a soma dos coeficientes de microporos e macroporos.

Da Equação (C.8), escreve-se:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (k_{z,1} + k_{z,2}) = k_s \left(\frac{1}{\theta_{s,1} - \theta_{r,1}} + \frac{1}{\theta_{s,2} - \theta_{r,2}} \right) \quad (\text{C.11})$$

Da expressão do coeficiente de dispersão:

$$D_{z,i} = \frac{k_{z,i}}{\gamma_w} \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} \quad (\text{C.12})$$

$$D_{z,i} = \frac{k_s}{(\theta_{s,i} - \theta_{r,i}) \gamma_w \delta_i} \quad (\text{C.13})$$

Logo,

$$(D_{z,1} + D_{z,2}) = \frac{k_s}{\gamma_w} \left(\frac{1}{(\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \delta_1} + \frac{1}{(\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \delta_2} \right) \quad (\text{C.14})$$

As Equações (C.11) e (C.14) fornecem expressões para o coeficiente de velocidade advectiva e dispersão da Equação de Richards com curva de retenção bimodal.

Ainda é necessário definir um procedimento experimental que permita a obtenção dos teores de umidade volumétricas saturados, residuais e do parâmetro de ajuste δ_i .

Primeiramente, resolve-se a Equação (C.9) para o teor de umidade volumétrica:

$$\theta_i = \theta_{r,i} + (\theta_{s,i} - \theta_{r,i}) \exp[-\delta_i |\psi_i|] \quad (\text{C.15})$$

O teor de umidade volumétrica do solo é dado pela soma do teor de umidade volumétrica dos microporos e macroporos que compõem o volume total de solo, já que eles não se superpõem em termos de armazenamento de água por hipótese, ou seja:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 \quad (\text{C.16})$$

Aplicando a Equação (C.15):

$$\theta = \theta_{r,1} + \theta_{r,2} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \exp[-\delta_1 |\psi_1|] + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \exp[-\delta_2 |\psi_2|] \quad (\text{C.17})$$

No trecho em que o solo armazena água devido aos macroporos, os microporos estão saturados ($\theta_1 = \theta_{s,1}$) e a Equação (C.17) se torna:

$$\theta = \theta_{s,1} + \theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \exp[-\delta_2 |\psi_2|] \quad (\text{C.18})$$

Já no trecho em que o solo armazena água devido aos microporos, os macroporos estão com teor residual de água ($\theta_2 = \theta_{r,2}$) e a Equação (C.17) se torna:

$$\theta = \theta_{r,2} + \theta_{r,1} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \exp[-\delta_1 |\psi_1 + \psi_{2,res}|] \quad (\text{C.19})$$

A sucção que atua no solo é dada pela soma das sucções que atuam individualmente no microporos e macroporos:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \quad (\text{C.20})$$

Na fase de armazenamento devido ao microporos, $\psi_2 = \psi_{2,res}$ e:

$$\psi = \psi_1 + \psi_{2,res} \quad (\text{C.21})$$

Assume-se que $\psi_1 \gg \psi_{2,res}$, pois a sucção residual em poros maiores tende a ser menor do que a sucção nos microporos em regime transiente (Mascarenhas & Cavalcante, 2021). Portanto:

$$\psi \approx \psi_1 \quad (C.22)$$

Na fase de armazenamento devido ao microporos, $\psi_1 = 0$ e:

$$\psi = \psi_2 \quad (C.23)$$

Se substituirmos a Equação (C.22) na Equação (C.18):

$$\theta = \theta_{s,1} + \theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \exp[-\delta_2 |\psi|] \quad (C.24)$$

Se substituirmos a Equação (C.23) na equação (C.19):

$$\theta = \theta_{r,2} + \theta_{r,1} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \exp[-\delta_1 |\psi|] \quad (C.25)$$

Pode-se perceber que as equações (C.24) e (C.25) podem ser sintetizadas em uma única equação para todos os intervalos de teor de umidade volumétrica

$$\theta = \theta_r + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \exp[-\delta_1 |\psi|] + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \exp[-\delta_2 |\psi|] \quad (C.26)$$

A Equação (C.26) retorna tanto a Equação (C.24) – quando $\theta_1 = \theta_{s,1}$ –, quanto a Equação (C.25) – quando $\theta_2 = \theta_{r,2}$ –, o que abrange todos os intervalos possíveis de teor de umidade volumétrica do solo. Ela é, portanto, equivalente à Equação (C.17).

Assim, basta ajustar a Equação (C.26) aos dados obtidos de curva de retenção de água no solo bimodal para obter os parâmetros de ajuste e calcular os coeficientes de advecção e dispersão da equação de Richards.

Por vezes, deseja-se obter uma expressão para a sucção em função do teor de umidade volumétrica. Apesar da Equação (C.26) definir uma função biunívoca, sua inversa não é trivial de ser obtida. Uma forma de se contornar este problema, e que será usada neste trabalho, é calcular a Equação (C.26) para um número suficientemente grande de pontos e usar uma função de interpolação para obter a sucção em termos do teor de umidade volumétrica. Este procedimento permite obter uma expressão para a sucção da curva de retenção biunívoca com precisão arbitrária.

Para o caso fracionário, utiliza-se a relação deduzida de Mascarenhas & Cavalcante (2021) que fornece a relação entre o coeficiente de dispersão inteiro e o fracionário:

$$\overline{D}_z^\alpha = \frac{2}{\alpha} \frac{\Gamma(3-\alpha)}{\alpha-1} L^{\alpha-2} \overline{D}_z \quad (C.27)$$

Assim, os vetores de fluxo J_1 e J_2 são atualizados para:

$$J_1 = a_{s,1}(\theta)\theta - C_1 D_{z,1}(\theta) \frac{\partial^{\alpha_1-1}\theta}{\partial z^{\alpha_1-1}} \quad (C.28)$$

e

$$J_2 = a_{s,2}(\theta)\theta - C_2 D_{z,2}(\theta) \frac{\partial^{\alpha_2-1}\theta}{\partial z^{\alpha_2-1}} \quad (C.29)$$

com

$$C_1 = \frac{2}{\alpha_1} \frac{\Gamma(3-\alpha_1)}{\alpha_1-1} L^{\alpha_1-2} \quad (C.30)$$

e

$$C_2 = \frac{2}{\alpha_2} \frac{\Gamma(3-\alpha_2)}{\alpha_2-1} L^{\alpha_2-2} \quad (C.31)$$

Repetindo os passos que resultaram na Equação (C.7):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[(a_{s,1}(\theta) + a_{s,2}(\theta))\theta - C_1 D_{z,1}(\theta) \frac{\partial^{\alpha_1-1}\theta}{\partial z^{\alpha_1-1}} - C_2 D_{z,2}(\theta) \frac{\partial^{\alpha_2-1}\theta}{\partial z^{\alpha_2-1}} \right] \quad (C.32)$$

Supondo $\alpha_1 = \alpha_2$, tem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[(a_{s,1}(\theta) + a_{s,2}(\theta))\theta - (D_{z,1}(\theta) + D_{z,2}(\theta)) C \frac{\partial^{\alpha-1}\theta}{\partial z^{\alpha-1}} \right] \quad (C.33)$$

Aplicando a Equação (C.13) na Equação (C.27), tem-se

$$D_{z,i}^\alpha = \frac{k_s C_i}{(\theta_{s,i} - \theta_{r,i}) \gamma_w \delta_i} \quad (C.34)$$

Adotando-se a definição:

$$\delta_i^\alpha = \frac{\delta_i}{C_i} \quad (C.35)$$

Agrega-se o efeito do fluxo fracionário ao coeficiente de ajuste δ_i .

Substituindo a Equação (C.35) na Equação (C.9), tem-se:

$$\psi_i = \frac{1}{C_i \delta_i^\alpha} \ln \left(\frac{\theta_i - \theta_{r,i}}{\theta_{s,i} - \theta_{r,i}} \right) \quad (C.36)$$

Desta forma,

$$\theta_i = \theta_{r,i} + (\theta_{s,i} - \theta_{r,i}) \exp[-C \delta_i^\alpha |\psi_i|] \quad (C.37)$$

O Coeficiente C_i é interpretado como um coeficiente de correção para um valor do parâmetro δ_\square . A Equação da curva de retenção de água no solo bimodal fracionária é, portanto:

$$\theta = \theta_r + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1}) \exp[-\delta_1 |\psi| C] + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2}) \exp[-\delta_2 |\psi| C] \quad (C.38)$$

onde fez-se $C=C_i=C_1=C_2$, porque supõem-se que os índices de derivação fracionária dos macro e microporos sejam iguais.

A descrição apresentada não é somente uma justificativa física do princípio de superposição de Durner (1992). Ela é, também, uma abordagem geral que fornece uma justificativa física para a superposição de quaisquer modelos unimodais em modelos bimodais de fluxo.

Considere o caso geral no qual o teor de umidade volumétrica nos macroporos e microporos são descritos por funções unimodais que agem na sucção a partir da definição de funções de formato quaisquer e não necessariamente iguais $f_{\theta,1}(\psi_1)$ e $f_{\theta,2}(\psi_2)$, que descrevem a variação do teor de umidade volumétrica com a sucção. Em geral, as curvas unimodais são dadas em termos da saturação efetiva do solo e possuem a forma:

$$\frac{S - S_r}{1 - S_r} = f_{\theta,i}(\psi_i) \quad (\text{C.39})$$

A Equação (C.39) pode ser colocada em termos do teor de umidade volumétrica efetivo:

$$\frac{\theta_i - \theta_{r,i}}{\theta_{s,i} - \theta_{r,i}} = f_{\theta,i}(\psi_i) \quad (\text{C.40})$$

que pode ser rearranjada em:

$$\theta_i = \theta_{r,i} + (\theta_{s,i} - \theta_{r,i})f_{\theta,i}(\psi_i) \quad (\text{C.41})$$

Da condição da Equação (C.16), tem-se:

$$\theta = \theta_{r,1} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1})f_{\theta,1}(\psi_1) + \theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2})f_{\theta,2}(\psi_2) \quad (\text{C.42})$$

com $\theta_1 = \theta_{r,1} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1})f_{\theta,1}(\psi_1)$

$$(\text{C.43})$$

e

$$\theta_2 = \theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2})f_{\theta,2}(\psi_2) \quad (\text{C.44})$$

Na fase armazenamento devido aos microporos, a Equação (C.42) torna-se:

$$\theta = \theta_{r,1} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1})f_{\theta,1}(\psi_1) + \theta_{r,2} \quad (\text{C.45})$$

Na fase de armazenamento devido aos macroporos, a Equação (C.42) torna-se:

$$\theta = \theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2})f_{\theta,2}(\psi_2) + \theta_{s,1} \quad (\text{C.46})$$

A sucção que atua no solo é dada pela soma das sucções que atuam individualmente no microporos e macroporos:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 \quad (\text{C.47})$$

Na fase de armazenamento devido ao microporos, $\psi_2 = \psi_{2,\text{res}}$ e:

$$\psi = \psi_1 + \psi_{2,res} \quad (C.48)$$

Assume-se que $\psi_1 \gg \psi_{2,res}$, pois a sucção residual em poros maiores tende a ser menor do que a sucção nos microporos em regime transiente (Mascarenhas & Cavalcante, 2021). Portanto:

$$\psi \approx \psi_1 \quad (C.49)$$

Na fase de armazenamento devido ao microporos, $\psi_1 = 0$ e:

$$\psi = \psi_2 \quad (C.50)$$

Se substituirmos a Equação (C.49) na Equação (C.43), tem-se:

$$\theta_1 = \theta_{r,1} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1})f_{\theta,1}(\psi) \quad (C.51)$$

Se substituirmos a Equação (C.51) na Equação (C.44), obtém-se:

$$\theta_2 = \theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2})f_{\theta,2}(\psi) \quad (C.52)$$

Substituindo as Equações (C.51) e (C.52) na (C.42), tem-se:

$$\theta = \theta_{r,1} + (\theta_{s,1} - \theta_{r,1})f_{\theta,1}(\psi) + \theta_{r,2} + (\theta_{s,2} - \theta_{r,2})f_{\theta,2}(\psi) \quad (C.53)$$

Ou seja, usando as hipóteses listadas no arcabouço físico descrito permitem somar as funções de ajuste das curvas de retenção de água no solo aplicadas para cada tamanho de poro que constitui o solo. Se o parâmetro de ajuste λ_α de Costa & Cavalcante (2021) for definido:

$$\lambda_\alpha = \frac{(\theta_{s,2} - \theta_{r,2})}{(\theta_s - \theta_r)} \quad (C.54)$$

A Equação (C.53) se torna:

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)(1 - \lambda_\alpha)f_{\theta,1}(\psi) + \lambda_\alpha(\theta_s - \theta_r)f_{\theta,2}(\psi) \quad (C.55)$$

Reescrevendo a Equação (C.55) em termos da saturação efetiva, conclui-se:

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = (1 - \lambda_\alpha)f_{\theta,1}(\psi) + \lambda_\alpha f_{\theta,2}(\psi) \quad (C.56)$$

A Equação (C.56) é a aplicação do princípio da superposição de Durner (1992) para expressões de curva unimodais $f_{\theta,1}(\psi)$ e $f_{\theta,2}(\psi)$ para os microporos e macroporos, com os pesos das curvas sendo dados, respectivamente por $(1 - \lambda_\alpha)$ e λ_α .