

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**TEORIA DO ARCO DE ALVENARIA: UMA PERSPECTIVA
HISTÓRICA**

PATRICIA CRISTINA CUNHA NUNES

ORIENTADOR: LINEU JOSÉ PEDROSO

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

BRASÍLIA/DF: ABRIL – 2009

FICHA CATALOGRÁFICA

NUNES, PATRÍCIA CRISTINA CUNHA

Teoria do Arco de Alvenaria: Uma Perspectiva Histórica [Distrito Federal] 2009.
xvi, 160p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2009).
Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1.Arco

2.Arco de Alvenaria

3.Engenharia Estrutural

4.Teoria das Estruturas

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

NUNES, P. C. C. (2009). Teoria do Arco de Alvenaria: Uma Perspectiva Histórica. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-005A/09, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 160p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Patrícia Cristina Cunha Nunes.

TÍTULO: Teoria do Arco de Alvenaria: Uma Perspectiva Histórica.

GRAU: Mestre

ANO: 2009

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Patrícia Cristina Cunha Nunes
SHIL QI 15 Conj. 04 Casa 04, Lago Norte.
71.535-245 Brasília – DF – Brasil.
patricianunes_unb@yahoo.com.br

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**TEORIA DO ARCO DE ALVENARIA: UMA PERSPECTIVA
HISTÓRICA**

PATRICIA CRISTINA CUNHA NUNES

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

APROVADA POR:

**Prof. Lineu José Pedroso, Dr. Ing. (ENC-UnB)
(Orientador)**

**Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD (ENC-UnB)
(Examinador Interno)**

**Prof. José Manoel Morales Sánchez , DSc. (FAU-UnB)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, 28 DE ABRIL DE 2009

Dedicado a todos os cientistas dos quais a razão apaixonada
guiou os passos da descoberta.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, *in memoriam*, pelo início de toda a minha caminhada, pelos valores morais e éticos que me foram passados – tão importantes quando se resolve abraçar a carreira acadêmica como uma escolha de vida. Pelo incentivo que sempre recebi, desde pequeninha, ao “lecionar” para meus alunos invisíveis, com meu quadro negro feito das placas de cimento do muro da minha casa em construção e pequenos pedaços de giz recebidos com carinho da professora amorosa da primeira série, a Tia Assucena, de uma escola pública da cidade satélite próxima ao Plano Piloto de Lúcio Costa!

Aos meus amados irmãos, Helena, Sandra e Carlos, que possibilitaram meu ingresso na universidade e a descoberta de um mundo muito maior do que poderia imaginar em meus sonhos de infância para o meu futuro. À Stela, *in memoriam*, minha irmã querida que acompanhou meus paizinhos queridos naquele acidente fatal... 23 anos recém completos de pura razão e lucidez das metas a serem cumpridas na vida, embaladas em uma meiguice única.

À tia Gracinha, irmã querida da minha mãezinha, que representa todo o amor verdadeiro que uma família pode sonhar em ter de sua matriarca. Generosa e leal a todos e a tudo o que acredita ser verdadeiro. Sábios conselhos a quem tem ouvidos para ouvir suas palavras.

À Verônica e ao Bira, que carinhosamente me recebem como uma filha, após um longo caminho, sendo os pais que tão cedo perdi...

À Dinda Lucila Lacerda Fontoura, escritora da vida e dos sentimentos mais nobres que alguém pode ter. Exemplo de fibra, força, fé, perseverança e amor ao próximo. Honrosa a cada palavra que nos deixa em seus poemas e crônicas.

Aos tantos amigos que reconheceram em mim, por vezes, a Sra. Zineide – minha mãezinha, tão sensata e doce, e o Sr. Alberto – meu pai querido, apaixonado e verdadeiro; a esses amigos que me fizeram lembrar, nos difíceis momentos, de “ser” ora um, ora o outro.

Ao professor Federico Foce, da Universidade de Gênova, pela ajuda tão atenciosa e constante além dos esclarecimentos valiosos; ao professor Ekkehard Ramm, da Universidade de Stuttgart, pelas conversas sobre a história da teoria das estruturas (em especial, a “prima-dona das estruturas” – as belas estruturas em casca) e experiência compartilhada; a Benedikt Schleicher, Ove Arup – Londres, pelas informações e recepção; a Holger Falter, Ove Arup – Dublin, pelo empenho em fazer acontecer alguns encontros; ao professor Karl-Eugen Kurrer, pelas palavras de incentivo.

À Universidade de Brasília (UnB), pela infra-estrutura e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos. Ao Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC), pelo aceite de uma aluna arquiteta e pelo apoio até o instante da defesa.

Ao professor e orientador Lineu José Pedroso pelo incentivo constante à busca do conhecimento.

Pela confiança do corpo docente em minha capacidade, especialmente aos professores Luciano Mendes Bezerra, pela excelência dos cursos ministrados – tão importantes para minha formação; Maria de Fátima Souza e Silva, pelo incentivo à pesquisa; Rosa Maria Sposto, tão solícita e amiga como coordenadora do PECC no biênio; José Luis Vital de Brito, pela paciência e direcionamento investigativo; Paul William Partridge, pelos conselhos objetivos; Neusa Maria Bezerra Mota, pela ampliação dos horizontes; Graciela Doz de Carvalho, pelas conversas e conteúdo técnico adquirido.

Aos amigos engenheiros Carlos Augusto e Soraya, pelo apoio e carinho.

Aos professores da Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da UnB que, como nas palavras do professor Frank Svenson, provocaram as “inquietações” propulsoras da busca pelo conhecimento; Jaime Almeida, pelo exemplo profissional e pela serenidade; Cristina Jucá, pelas palavras encorajadoras; e, especialmente ao professor José Manoel Morales Sánchez que nos idos de 1998 e 1999 tanto me influenciou na busca por compreender melhor o comportamento das estruturas. Tal interesse foi além da minha graduação, culminando na escolha do tema da presente dissertação. Esse processo não foi “tão fácil como dizer bolacha”, mas serviu como um belo incentivo.

E, especialmente, ao meu marido, luz que Deus acendeu na minha vida para que eu pudesse seguir pelo escuro trajeto da vida e chegar a um porto seguro. Amor maior que possibilitou alcançar e vencer os mais distantes e pedregosos caminhos. “Raul, sem você não seria possível!”

Patrícia Cristina Cunha Nunes



[1]

Arco non è altro che una fortezza causata da due debolezze.

O arco não é outra coisa senão uma fortaleza resultante de duas fraquezas.

Leonardo da Vinci

[1] Representação medieval alegórica do triângulo equilátero e, por extensão, do arco ogival equilátero (Villard de Honnecourt, Séc. XIII)

RESUMO

TEORIA DO ARCO DE ALVENARIA: UMA PERSPECTIVA HISTÓRICA

Autor: Patrícia Cristina Cunha Nunes

Orientador: Lineu José Pedroso, Dr. Ing.

Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Abril de 2009

O arco de alvenaria é um dos grandes testemunhos da evolução da ciência estrutural. Conjuntamente com a cúpula e a abóbada, que constituem seu prolongamento natural no espaço, o arco de alvenaria, enquanto elemento arquitetônico e estrutural, está na base da arquitetura ocidental, e, portanto, de parte significativa do patrimônio histórico, muito particularmente de muitos dos edifícios mais emblemáticos legados pela história à contemporaneidade. Durante séculos, sua utilização se fundamentou em regras estruturais baseadas na tradição e no conhecimento empírico, mas com o advento da ciência moderna, se desenvolveram ferramentas analíticas que possibilitavam a compreensão científica de seu comportamento estrutural e a elaboração de regras científicas para o seu cálculo. Surgem, então, as teorias “científicas” do arco de alvenaria, que recorrem em especial à Mecânica e à Matemática para explicarem o comportamento do arco e desenvolverem métodos de base científica para o dimensionamento dessas estruturas. Este trabalho faz um exame crítico analítico do desenvolvimento dessas teorias, no período histórico que se estende do século XV, com os escritos de Leonardo da Vinci, até meados do século XX, às vésperas do desenvolvimento das ferramentas numéricas. São identificadas algumas mudanças de paradigma durante esse período, que convergem para o debate atual entre a teoria elástica e a teoria plástica. Este trabalho de pesquisa envolveu uma consulta ampla a fontes primárias (em meio eletrônico) e secundárias. São descritas algumas das teorias e métodos mais influentes no período, buscando-se inseri-los no quadro geral das grandes linhas teóricas. Entre os temas examinados encontram-se o modelo do arco de alvenaria como sistema de cunhas polidas, a investigação de seus mecanismos de colapso, experimentos comprobatórios da existência da linha de empuxo bem como seu funcionamento, a teoria elástica aplicada aos arcos de alvenaria e, de forma resumida, a teoria da carga limite.

ABSTRACT

THEORY OF THE MASONRY ARCH: AN HISTORICAL PERSPECTIVE

Author: Patrícia Cristina Cunha Nunes

Supervisor: Lineu José Pedroso, Dr. Ing.

Postgraduate Program in Structure and Civil Construction Engineering

Brasília, April 2009

The masonry arch is a great witness of the evolution of Structural Science. Together with vault and the dome, which naturally result from its evolving in space, the masonry arch as both architectural and structural element is in the basis of western architecture, so that it also makes up an important part of our heritage, particularly including some of our most emblematic, icons buildings. For centuries the building of masonry arch relied on structural rules based upon tradition and empirical knowledge, but with the rise of modern science, analytical tools have been brought to light which made it possible to build up a scientific understanding of its structural behavior and to draw up science based rules for the dimensioning of new vaulted structures. That is the born of masonry arch scientific theories, which call upon Mechanics and Mathematics to explain the way arches behave and to develop new methods for finding safe dimensions of new structures and assessing the safety of existing ones. This work makes an analytical exam of such theories, in respect to the period that runs from the 15th century, with the writings by Leonardo up to the mid 20th century, at the dawn of computer technology and numerical tools. Paradigm shifts are identified within this time frame which converges to present day's disputes between plastic and elastic theory over the field of masonry vaults. This research work relied substantially on primary resources from electronic media, as well as on secondary resources. It describes some of the most influential methods, while considering them in the broad framework of the great theoretical lines. It explores the masonry arch modeled as a system of frictionless wedges, the study of its collapse modes, some historic experiments showing the thrust line existence and behavior, the elastic theory and the limit analysis applied to the masonry arch, among other issues.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO.....	01
1.1 - JUSTIFICATIVA	04
1.2 - OBJETIVOS.....	06
1.3 - METODOLOGIA.....	06
1.4 - ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS	08
2 - GENERALIDADES SOBRE O ARCO	09
2.1 - CONCEITO.....	09
2.2 - FUNÇÕES E USOS.....	09
2.3 - TERMINOLOGIA.....	13
2.4 - CLASSIFICAÇÃO	15
2.4.1 - Quanto à forma.....	15
2.4.2 - Quanto à função na estrutura.....	28
2.4.3 - Quanto ao método de resistência ao empuxo horizontal	29
2.4.4 - Quanto ao grau de estaticidade:.....	30
2.5 - CONSIDERAÇÕES SOBRE A GEOMETRIA dos arcos.....	32
3 - O USO DO ARCO COMO ELEMENTO ESTRUTURAL NA ARQUITETURA OCIDENTAL	35
3.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS	35
3.2 - O ARCO E SUAS APLICAÇÕES NA ARQUITETURA	35
3.2.1 - Coberturas curvas na arquitetura ocidental: breve discussão de alguns casos	38
3.2.2 - Pontes em arco de alvenaria no período renascentista: quatro casos	51
4 - GENERALIDADES SOBRE OS ARCOS DE ALVENARIA.....	57
4.1 - A ALVENARIA	57
4.2 - CONSTRUÇÃO	60
4.3 - LINHA DE EMPUXO	61
4.4 - MECANISMOS DE COLAPSO	69

5 - TEORIAS CIENTÍFICAS DO ARCO DE ALVENARIA	78
5.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS	78
5.2 - REGRAS TRADICIONAIS	81
5.3 - TEORIA DAS CUNHAS	84
5.3.1 - Generalidades	84
5.3.2 - Leonardo da Vinci	84
5.3.3 - La Hire e Bélidor	86
5.3.4 - Depois de Bélidor	93
5.4 - TEORIA DA ROTAÇÃO DE ADUELAS	93
5.4.1 - Generalidades	93
5.4.2 - Trabalhos precursores	94
5.4.3 - Estudos experimentais no século XVIII	96
5.4.4 - Coulomb	100
5.4.5 - Depois de Coulomb	105
5.5 - TEORIA DA LINHA DE EMPUXO	106
5.5.1 - Considerações iniciais	106
5.5.2 - Hooke e Gregory	107
5.5.3 - Aplicações práticas	109
5.5.4 - Emerson	114
5.5.5 - Moseley	115
5.5.6 - Méry	118
5.5.7 - Barlow	123
5.6 - TEORIA ELÁSTICA	125
5.6.1 - Comentários iniciais	125
5.6.2 - Antecedentes	126
5.6.3 - Saavedra	128
5.6.4 - Winkler	130
5.6.5 - OIAV (Associação Austríaca de Engenheiros e Arquitetos)	132
5.6.6 - Pontes	135
5.7 - TEORIA DA CARGA LIMITE	136
6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	146

6.1 - CONCLUSÕES	146
6.2 - RECOMENDAÇÕES	148
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	150

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Exemplos de uso do arco.....	10
Figura 2.2 – O papel simbólico da geometria do arco.....	12
Figura 2.3 – Terminologia do arco de alvenaria.....	13
Figura 2.4 – Classificação dos arcos.....	15
Figura 2.5 – Classificação dos arcos com geometria baseada no círculo.....	16
Figura 2.6 – Tipos de arco.....	18
Figura 2.7 – Arco pleno.....	19
Figura 2.8 – Arco segmentar.....	20
Figura 2.9 – Arco catenário.....	21
Figura 2.10 – Parábola $y = x^2$ comparada à catenária e ao semicírculo.....	23
Figura 2.11 – Arco Ogival.....	24
Figura 2.12 – Arco Elíptico.....	25
Figura 2.13 – Ponte de l'Alma.....	26
Figura 2.14 – Arco abatido.....	27
Figura 2.15 – Classificação dos arcos quanto à função na estrutura e/ou como elemento de articulação espacial no edifício.....	29
Figura 2.16 – Classificação dos arcos quanto ao método de resistência ao empuxo lateral.....	30
Figura 2.17 – Classificação dos arcos quanto ao grau de estaticidade.....	31
Figura 2.18 – Exemplos históricos de estruturas proporcionais.....	32
Figura 2.19 – Geometrias não proporcionais.....	33
Figura 2.20 – Relação entre a flecha e o empuxo de um arco.....	34
Figura 3.1 – Hipóteses para o desenvolvimento inicial do arco.....	36
Figura 3.2 – Exemplos de arcos naturais.....	38
Figura 3.3 – Cúpula falsa do Tesouro de Atreu.....	39
Figura 3.4 – Tesouro de Atreu.....	39
Figura 3.5 – Abóbada de aresta.....	41
Figura 3.6 – Abóbada de aresta e sistema basilical.....	42
Figura 3.7 – Panteão de Roma.....	43
Figura 3.8 – Panteão de Roma.....	43
Figura 3.9 – Arcos na estrutura do Panteão de Roma.....	44

Figura 3.10 – Transição entre cúpula circular e base quadrada.	45
Figura 3.11 – Santa Sofia, Istambul.....	46
Figura 3.12 – Cúpulas circulares sobre bases quadradas	46
Figura 3.13 – Análise estática da estrutura de Santa Sofia.	47
Figura 3.14 – Contrafortes da Catedral de Chartres.	48
Figura 3.15 – Abóbada de berço apoiada na chave de outra.....	49
Figura 3.16 – Arcobotante.....	49
Figura 3.17 – Catedral de Chartres	50
Figura 3.18 – Modelo computacional de seção típica da Catedral de Maiorca.....	51
Figura 3.19 – Pontes na Itália.	52
Figura 3.20 – Ponte de Santa Trinitá, Florença	53
Figura 3.21 – Arco catenário rotacionado em 90°	53
Figura 3.22 – Ponte de Rialto, Veneza.....	55
Figura 3.23 – Ponte Fleisch, Nuremberg.	56
Figura 4.1 – Alvenaria histórica.	57
Figura 4.2 – Desenho explicativo de Moseley para a linha de empuxo.....	62
Figura 4.3 – Arco de aduelas.....	63
Figura 4.4 – Arco em alvenaria sujeito apenas ao peso próprio, variando-se o centro de empuxo da pedra de fecho.	64
Figura 4.5 – Configurações do diagrama de peso conforme alterações diversas.....	64
Figura 4.6 – Linha de empuxo máxima e mínima.....	65
Figura 4.7 – Ensaios de Barlow e Jenkin	66
Figura 4.8 – Modelos invertidos de Gaudí.....	67
Figura 4.9 – Parque Güell, Barcelona.....	68
Figura 4.10 – Influência da direção das juntas na linha de empuxo.....	68
Figura 4.11 – Linha de empuxo em apoios e a influência do carregamento vertical	69
Figura 4.12 – Mecanismos de colapso em arcos semicirculares	70
Figura 4.13 – Aduelas consecutivas em um arco de alvenaria.....	71
Figura 4.14 – Modos de colapso do arco de alvenaria por rotação de aduelas, formas gerais.	72
Figura 4.15 – Modos de colapso do arco de alvenaria por rotação de aduelas, com formação de rótula plástica no coroamento.....	73
Figura 4.16 – Estudo do equilíbrio	74

Figura 4.17 – Forma geral das linhas de empuxo máxima e mínima para um arco simétrico	76
Figura 5.1 – Duomo de Florença	78
Figura 5.2 – Quadro cronológico da teoria científica do arco de alvenaria.....	80
Figura 5.3 – Regra de Derand/Blondel	83
Figura 5.4 – Leonardo da Vinci. Estudos sobre o arco de alvenaria	85
Figura 5.5 – La Hire, 1695.	86
Figura 5.6 – La Hire, 1712.	88
Figura 5.7 – Bélidor. Método de cálculo do apoio ou contraforte de um arco.....	92
Figura 5.8 – Baldi.	96
Figura 5.9 – Danyzy. Ensaio experimentais com modelos reduzidos.....	97
Figura 5.10 –Ponte de Nemours	99
Figura 5.11 – Boistard. Resultado de ensaio experimental com modelo reduzido.	99
Figura 5.12 – Método de Coulomb.....	101
Figura 5.13 – Coulomb. Estados limites H' , H'' , H_I , H_I' . H_{\min} na coroa	104
Figura 5.14 – Catedral de St. Paul, Londres.....	110
Figura 5.15 – Cúpula da Basílica de São Pedro, Roma	112
Figura 5.16 – Poleni. Análise da estabilidade da cúpula de São Pedro, Roma.	113
Figura 5.17 – Emerson. Arco catenário.	114
Figura 5.18 – Moseley. Linha de empuxo e linha de pressão	116
Figura 5.19 – Moseley	117
Figura 5.20 – Méry. Método gráfico de determinação da linha de empuxo	120
Figura 5.21 – Exemplos de aplicação do método de Méry	121
Figura 5.22 – Méry. Divisão da espessura do arco em função da resistência do material....	122
Figura 5.23 – Barlow. Experimentos realizados para comprovar a existência da linha de empuxo	125
Figura 5.24 – Saavedra. Teoria elástica aplicada ao arco de alvenaria.....	128
Figura 5.25 – OAIV. Comparação da carga limite em arcos de ensaio.....	133
Figura 5.26 – OAIV. Testes em arcos de ensaio de alvenaria e concreto.....	134
Figura 5.27 – Exemplos de pontes em arco de alvenaria a partir do final do século XIX.....	136
Figura 5.28 – Nova conformação de um arco de alvenaria com deslocamento dos apoios	138

Figura 5.29 – Posição máxima e mínima da linha de empuxo em um arco de alvenaria. .	139
Figura 5.30 – Formação de rótula entre duas aduelas consecutivas	140
Figura 5.31 – Proposição de Moseley para a linha de empuxo.	142
Figura 5.32 – Colapso de arco circular sob carregamento concentrado	144

1 - INTRODUÇÃO

Na linguagem da Estática, a idéia de “dar sustentação a uma construção”, que define a função da estrutura, se traduz como a capacidade de transmissão ao solo das cargas solicitantes, de modo a constituir um conjunto estável. Nesse sentido, uma estrutura pode ser compreendida como um sistema que recebe solicitações externas, as absorve internamente e as transmite até onde possam encontrar seu sistema estático equilibrante (Sussekind, 1981), no caso das estruturas arquitetônicas, o solo.

Para Engel (1981), a estrutura tem por objetivo manter sob controle as cargas gravitacionais, as forças externas e as tensões internas, “canalizando-as” ao longo de trajetos previstos, com a intenção de mantê-las num sistema de ação e reação interdependentes, que dê o equilíbrio a cada componente individual, assim como ao sistema estrutural como um todo. A idéia das cargas sendo conduzidas ao longo dos elementos que compõem a estrutura é ilustrada metaforicamente por meio da imagem da água sendo conduzida ao longo de uma tubulação.

Assim, o funcionamento estrutural pode ser compreendido como o modo como a estrutura cumpre o seu papel, isto é, o modo como conduz até o solo as cargas gravitacionais, as forças externas e as tensões internas. De acordo com Salvadori (2006), evocando ainda a imagem da água, o “fluxo das cargas” buscará sempre o caminho mais direto, ou seja, o caminho mais natural. São diversos os arranjos propostos pelos construtores ao longo da história para esse “encaminhamento”, seja o caminho empírico do empilhamento de pedras, das amarrações de madeira e folhagem nos abrigos primitivos até soluções construtivas cada vez mais elaboradas, o fato é que as leis da natureza têm sido “manipuladas” ao longo do tempo seguindo um mesmo princípio: conter e distribuir os esforços gerados por elas.

Ao longo da história da arquitetura, é possível notar uma tendência de produção de vãos cada vez maiores e de espaços cobertos cada vez mais amplos, com um menor grau de obstrução por elementos estruturais. Isso está em grande parte associado a requisitos funcionais. No que diz respeito à produção do abrigo, se pode pensar, por exemplo, nos

motivos que levaram os antigos romanos a construir suas grandes termas abobadadas, ou nas razões que lançaram cidades européias no desafio de erguer catedrais góticas no lugar de suas antigas igrejas, ou ainda nas razões que levam a sociedade contemporânea a “desafiar” a resistência dos materiais na cobertura de seus estádios de futebol, aeroportos e fábricas. Cabe lembrar a afirmativa de Engel (1981): a estrutura faz as forças mudarem sua direção, de modo que o espaço para o movimento humano permaneça sem obstáculos. No que diz respeito à construção das pontes, onde o movimento humano tem lugar principalmente acima, e não abaixo da estrutura, a necessidade de reduzir os obstáculos, mas também os custos e os prazos, têm também participação fundamental na motivação dessa busca por vãos cada vez maiores.

Em um espaço de grande extensão, a ser coberto horizontalmente com o mínimo de apoios intermediários, o problema da absorção e da condução dos esforços até o solo se torna especialmente desafiador. Na busca de resposta para esse desafio, é possível identificar, na história da arquitetura ocidental,¹ um princípio de fundamental importância: a curvatura. Nas coberturas curvas, além de economia de material, a curvatura introduz ganhos de resistência, o que pode ser verificado no exemplo simples de uma folha de papel apenas apoiada em suas extremidades, comparada a outra que esteja submetida a algum tipo de curvatura. Tais vantagens da curvatura para a provisão de espaço coberto se manifestaram de forma especialmente marcante na cúpula e na abóbada, resultantes, respectivamente, da rotação do arco e de sua translação no espaço sobre uma reta.

O arco estrutural se originou no Egito Antigo e os exemplos conhecidos mais antigos são abóbadas de berço datadas de 3.500 a.C (Turner, 1996). Os antigos romanos converteram o arco em um elemento central de projeto – arquitetônico e estrutural - tradição que se perpetuou no tempo e se renovou ao longo da história, viabilizando materialmente e revestindo-se do caráter arquitetônico próprio de diversas culturas e momentos históricos. Nesse contexto, Jordan (1985) afirma que o tema arco “quaisquer que sejam suas variações estilísticas, foi a base da arquitetura européia”. É possível comprovar tal observação no desenvolvimento da arquitetura - bizantina, românica, gótica, renascentista, barroca,

¹ A arquitetura ocidental pode ser compreendida, em termos gerais, como a produção arquitetônica da chamada Civilização Ocidental. Apesar de não haver uma definição universalmente aceita das fronteiras geográficas e temporais da Civilização Ocidental, a expressão *arquitetura ocidental* diz respeito à arquitetura européia - da civilização grega antiga à atualidade, bem como àquela das regiões geográficas que se tornaram herdeiras da cultura européia, como o continente americano.

neoclássica – a partir do uso da potencialidade estrutural do arco, construído em pedra ou tijolos.

Apenas com a revolução industrial, no século XIX, o arco de alvenaria começou a ser preterido como solução estrutural para a cobertura de grandes vãos, em favor especialmente do ferro, cuja lógica e estética estrutural caracterizam os grandes espaços cobertos dos novos programas de arquitetura: estações ferroviárias, fábricas, estufas botânicas, pavilhões de exposição. O uso do arco de alvenaria se preservou especialmente na construção de pontes, cumpriu um papel fundamental na expansão da malha ferroviária europeia, e experimentou ainda um ressurgimento fugaz, ainda que glorioso, nos últimos anos do século XIX e primeiros anos do século XX. A partir da década de 1920, o uso das estruturas em arco de alvenaria rapidamente se tornou marginal, substituído pelos novos materiais estruturais, em especial o aço e o concreto, considerados mais apropriados às necessidades da sociedade industrial.

O interesse pelas estruturas em arco de alvenaria se renovou após a II Guerra Mundial, mas agora em novas bases. Não se tratava – e não se trata mais de construir estruturas em alvenaria, mas de preservar as estruturas existentes, herdadas do passado. Os arcos, abóbadas e cúpulas de tijolo ou pedra estão presentes em uma parte significativa do patrimônio arquitetônico, em nível mundial, e muitos dos edifícios mais emblemáticos da história da arquitetura foram construídos em alvenaria. A Basílica de São Pedro, em Roma, a Mesquita de Hagia Sophia, em Istambul, o Mosteiro dos Jerônimos, em Lisboa e a Igreja da Candelária, no Rio de Janeiro, são alguns exemplos.

A preservação deste patrimônio histórico, frente a patologias estruturais ou potenciais abalos sísmicos, por exemplo, exige o aprofundamento da compreensão do funcionamento das estruturas em arco de alvenaria. O tema tem sido objeto de interesse crescente por parte do meio acadêmico e profissional internacional, bem como de investimentos crescentes em pesquisa. Diversas instituições renomadas dispõem de núcleos específicos de pesquisa dedicados ao estudo de estruturas em alvenaria, senão de profissionais especializados no tema, ligados seja aos cursos de arquitetura ou de engenharia. Pode-se citar como exemplos o Massachusetts Institute of Technology – MIT (Estados Unidos), Universidade do Minho (Portugal) e Università degli Studi di Roma "La Sapienza" (Itália), entre outras. Os métodos numéricos são um recurso indispensável nesse campo de investigação, e a

literatura registra contendas acirradas a respeito das ferramentas computacionais e abordagens de modelagem mais adequadas, bem como a respeito dos limites da modelagem computacional frente à complexidade intrínseca às construções históricas reais.

1.1 - JUSTIFICATIVA

Paralelamente a essas pesquisas voltadas para a compreensão e predição do comportamento de estruturas específicas, com o objetivo de assegurar sua preservação, têm-se consolidado um campo correlato de investigação, a «história da teoria das estruturas». Seu objeto tem sido descrito como a história da relação entre a Mecânica e a Arquitetura, isto é, da relação “entre o *saber fazer*, que se conforma à norma, respeitando uma determinação e uma congruência perfeitas com seu objetivo, e a teoria, que confirma a norma e testemunha a necessidade de determiná-la em congruência com as leis da natureza” (Radelet-de-Grave; Benvenuto, 1994, p. 7). Argumenta-se que a pesquisa histórica sobre a relação entre a Mecânica e a Arquitetura iniciou sua fase de maturidade na década de 1970, sendo que a primeira conferência internacional sobre história da teoria das estruturas ocorreu em 1995 (*Historical perspectives on structural analysis*, Madrid). Trata-se, portanto, de uma disciplina recente.

De acordo com Kurrer (2008), a importância da disciplina de história da teoria das estruturas para a engenharia civil reside em seu potencial como instrumental em quatro frentes distintas: uma *científica*, interna à teoria das estruturas, na verificação da consistência interna de novas teorias, por meio da reflexão sobre sua gênese e objeto; uma *prática*, no campo da engenharia, como fonte de um conhecimento necessário à preservação do patrimônio histórico, e também capaz de contribuir com a evolução dos processos de construção modernos; uma *cultural*, na democratização do conhecimento da engenharia, uma vez que pode ajudar a tornar a teoria das estruturas mais acessível ao público leigo; e, finalmente, uma frente *didática*, na tarefa de superar o “formulismo” no aprendizado da teoria das estruturas.

No que diz respeito a esse último ponto, introduzir o contexto histórico contribui para que os métodos da teoria das estruturas sejam compreendidos, experienciados e ilustrados como o resultado de processos sociais e históricos de produção do conhecimento, e não como verdades *a priori*. Ao mesmo tempo em que isso torna o conhecimento mais palatável aos estudantes, estimula o interesse pela pesquisa em teoria das estruturas, pois mostra que seus métodos são o resultado de uma construção coletiva no tempo, isto é, de conquistas progressivas a partir dos *insights* e do trabalho de um grande número de cientistas e engenheiros. Em outras palavras, ao desmistificar a origem do conhecimento na engenharia estrutural, a história da teoria das estruturas ajuda a cultivar nos estudantes a percepção de que eles também podem vir a contribuir nesse processo. Do ponto de vista epistemológico, a disciplina da história da teoria das estruturas representa uma união entre análise estrutural e mecânica aplicada, com contribuições das ciências humanas: filosofia, história geral, sociologia, histórias da ciência, tecnologia, indústria e engenharia (Kurrer, 2008).

O presente trabalho se insere nesse campo de investigação e tem por objeto a história das teorias científicas do arco de alvenaria. O desenvolvimento de regras estruturais baseadas no conhecimento científico do comportamento das estruturas não é um desafio recente no que diz respeito às estruturas em alvenaria. Na verdade, desde que a Estática começou a ser aplicada à Arquitetura, o arco de alvenaria se converteu em objeto de investigação desse campo do conhecimento. Não é coincidência, portanto, que o primeiro estudo das condições de segurança de um edifício existente por meio da análise estrutural, tal como se a conhece hoje, foi a avaliação, em 1743, da estabilidade de uma grande cúpula de alvenaria (Mainstone, 1997), a da Basílica de São Pedro (Roma), que à época, sofria um processo pronunciado de fissuramento.

Os primeiros modelos teóricos do arco de alvenaria derivavam da aplicação da teoria das cinco máquinas (roldana, alavanca, cunha, roda e eixo, parafuso) e da mecânica renascentista, e pressupunham a inexistência de atrito entre as aduelas. Desde então, a trajetória evolutiva da teoria do arco de alvenaria passou por uma melhor compreensão dos mecanismos de colapso do arco, pela consolidação e exploração do conceito da linha de empuxo, e, posteriormente, pela aplicação da teoria elástica e da teoria plástica ao arco de alvenaria. Não obstante sua importância, o trajeto histórico das teorias científicas do arco

de alvenaria, se ainda relativamente raro na literatura estrangeira, é muito escasso na literatura em língua portuguesa, em especial entre autores brasileiros.

1.2 - OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivos gerais, por um lado, contribuir para preencher a lacuna na literatura brasileira relativa à história do arco de alvenaria, e, por outro, contribuir para o desenvolvimento no país da história da teoria das estruturas enquanto disciplina da ciência da engenharia.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Apresentar os aspectos gerais da temática do arco de alvenaria;
- Apresentar brevemente o estágio atual do conhecimento teórico sobre o funcionamento estrutural dos arcos de alvenaria, em especial no que diz respeito à linha de empuxo e aos mecanismos de colapso;
- Elaborar uma resenha da evolução histórica das teorias científicas do arco de alvenaria, de sua origem até o advento dos métodos numéricos, não incluindo estes.

1.3 - METODOLOGIA

A metodologia adotada consistiu em consulta e análise crítica comparada de fontes secundárias e consulta às fontes primárias, sempre que possível e pertinente, de forma a subsidiar uma síntese do conhecimento para cada um dos tópicos abordados. Em suma, as etapas de trabalhos podem ser descritas da seguinte forma:

- Leitura comparada dos principais autores contemporâneos de referência no tema;

- Consulta às fontes primárias, sempre que acessíveis, em meio eletrônico;
- Leitura de apoio, em textos diversos;
- Síntese do conhecimento;

Entre os autores contemporâneos, cabe mencionar, entre outros, J. Heyman (Grã-Bretanha), S. P. Timoshenko (Estados Unidos), F. Foce e A. Becchi (Itália), K. E. Kurrer (Alemanha) e S. Huerta (Espanha), entre outros. Autores como R. J. Mainstone (Grã-Bretanha), P. B. Lourenço (Portugal), J. A. Ochsendorf (Estados Unidos), G. Croci (Itália) e P. Roca (Espanha) são autoridades de reconhecimento internacional no campo da análise estrutural de construções históricas, particularmente de alvenaria, mas como o enfoque do presente trabalho é a história da teoria do arco de alvenaria, os textos de sua autoria são considerados como leitura de apoio, com importantes contribuições em questões complementares. O mesmo é válido para J. Sakarovitz (França), em relação à história da estereotomia, ou S. Kostof (Turquia/Estados Unidos), R. F. Jordan e B. Fletcher (Grã-Bretanha) em relação à história da arquitetura.

A consulta a fontes primárias, por sua vez, foi possível devido ao trabalho de digitalização e disponibilização gratuita de obras de domínio público, que vem sendo empreendido por diversas instituições e iniciativas. Cabe citar a biblioteca digital *Fuentes para la Historia de la Construcción*, no âmbito do projeto *Bibliotheca Mechanico-Architectonica*, de iniciativa de de A. Becchi e F. Foce (Universidade de Gênova) e S. Huerta (Universidades de Madri); *Gallica*, coleção digitalizada da Biblioteca Nacional da França; os projetos *Gutenberg* e *Internet Archive*, bibliotecas digitais sediadas nos Estados Unidos, mantidas e ampliadas por redes de voluntários; *Google Books*, serviço de visualização e baixa de livros e artigos na internet; entre outros.

Este trabalho está calcado, portanto, em fontes documentais e de referência que, de certa forma, influenciam a organização e desenvolvimento do texto. Outras fontes e contribuições não acessadas poderiam certamente ter contribuído para outra orientação. Portanto, a temática aqui desenvolvida representa uma contribuição pessoal, fornecendo uma dada sistematização do conhecimento em questão, sendo que outras variantes de abordagens diferentes poderiam ser possíveis dentro deste mesmo tema, uma vez que o

vasto conteúdo envolvendo os arcos permitiria o envolvimento das mais diversificadas fontes documentais provenientes de várias origens.

1.4 - ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS

Este trabalho encontra-se dividido em quatro capítulos e um anexo. O primeiro capítulo apresenta noções gerais sobre o arco: conceito, terminologia, tipologia, função. Trata-se de abordagem introdutória ao tema. O Capítulo 2 apresenta um panorama histórico do uso do arco de alvenaria como elemento estrutural ao longo da história da arquitetura. Estende-se a definição de arco aos elementos estruturais tridimensionais que geometricamente são obtidos pela translação do arco no espaço, ou seja, as abóbadas e, como espécie particular de abóbada, a cúpula. São comentadas as principais características tipológicas e os principais desenvolvimentos relacionados à construção em arco de alvenaria, a partir de exemplos emblemáticos de cada um dos períodos da história da arquitetura ocidental: romano antigo, bizantino, românico, gótico, renascentista, barroco e “neoclássico”. O fio condutor dessa análise é a evolução das grandes coberturas abobadadas, se fazendo referência também a episódios selecionados da história da construção de pontes. No capítulo 3, são tratados aspectos gerais do arco de alvenaria, identificados alguns aspectos construtivos e apresentados os conceitos de linha de empuxo e mecanismos de colapso.

O capítulo 4, enfim, aborda a história das teorias do arco de alvenaria desde o século XVI, dividida conforme suas linhas teóricas principais: teoria da cunha, da rotação de aduelas, da linha de empuxo e teorias elástica e plástica aplicadas ao arco de alvenaria. Entre as numerosas contribuições, procurou-se destacar algumas das mais importantes, a exemplo de Baldi e Hooke (século XVII), La Hire, Bélidor e Coulomb (século XVIII), Moseley, Méry, Rankine e Winkler (século XIX), e Heyman (século XX), entre outros. O anexo A traz o cálculo de um arco elástico isostático.

2 - GENERALIDADES SOBRE O ARCO

2.1 - CONCEITO

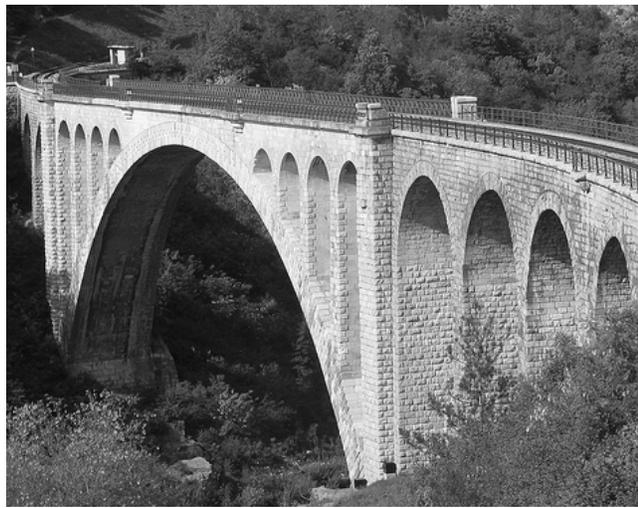
O arco pode ser definido como um elemento estrutural curvo que transmite seu peso próprio e as sobrecargas a dois apoios, por meio apenas ou principalmente de esforços normais simples de compressão (Torroja, 1960; Engel, 1981; Salvadori *apud* Silva e Souto, 2000). O arco é, portanto, um sistema estrutural de forma-ativa (Engel, 1981), assim como o cabo, que transmite cargas somente através de esforços de tração. De acordo com Engel (1981), o mecanismo de suporte dos sistemas estruturais de forma-ativa, que permite a condução das cargas solicitantes por meio de esforços normais simples, reside essencialmente na forma material, de modo que o desvio da forma adequada pode colocar em risco o funcionamento do sistema ou demandar mecanismos adicionais de compensação.

2.2 - FUNÇÕES E USOS

De acordo com Silva e Souto (2000), as obras estruturais se destinam a quatro funções fundamentais: abrigo, tráfego, condução e contenção. A função de abrigo diz respeito a delimitar, cobrir ou proteger um espaço. As estruturas destinadas ao tráfego são aquelas que visam facilitar a circulação de pessoas, animais, veículos e materiais, como as estradas e ferrovias, incluindo pontes, viadutos e túneis. A função de condução diz respeito à condução de líquidos (canais e tubos) ou gases (dutos e chaminés), enquanto a função de contenção diz respeito à contenção e armazenagem das mais diversas substâncias, por meio de reservatórios, silos, barragens, arrimos, escoras, etc. Ao longo da história, o arco tem sido utilizado em estruturas destinadas a todas essas funções, em diferentes formas e combinações (Figura 2.1).



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2.1 – Exemplos de uso do arco: a) na função de abrigo: Panthéon, Paris (França), Jacques-Germain Soufflot, 1757-1790; b) na função de tráfego: ponte ferroviária, Solkan (Eslovênia), Rudolf Jaussner, 1905 (Flickr, c2008) ; c) na função de condução: Arcos da Lapa, antigo Aqueduto da Carioca, Rio de Janeiro, José Fernandes Pinto Alpoim, concluído em 1750 (Flickr, c2008); d) na função de contenção: Barragem de Parramatta, Sidney (Austrália) P.Simpson, E.O. Moriarty e W. Randle, 1855-1856 (Flickr, c2008).

O arco é um sistema estrutural de fundamental importância na história da arquitetura. De acordo com Torroja (1960), o arco foi o maior invento “tensional”² da arte clássica. Engel (1981: p. 26), por sua vez, afirma que os sistemas estruturais de forma ativa “em virtude de suas qualidades para cobrir grandes vãos, encerram um significado especial para a civilização, com suas demandas por amplos espaços livres”. Para esse autor, os elementos

² Eduardo Torroja (1899-1961) utiliza o termo em destaque, tensional (“fenômeno tensional”, “invenção tensional”, “princípios tensionais”), de forma abrangente, em referência à natureza da relação entre as solicitações, tensões e deformações, própria dos diferentes tipos estruturais.

estruturais de forma ativa podem ser condensados para formar estruturas de superfície e, nesse sentido, Jordan (1985, p.50) argumenta que “os diferentes tipos de arco, as arcadas, as abóbadas e as cúpulas são variações sobre o tema arco” e que este tema, “quaisquer que sejam as alterações estilísticas, foi a base da arquitetura européia”.

Além de sua função estrutural, o arco desempenha funções de natureza estética e como elemento de articulação espacial.³ O arco ogival, por exemplo, é um dos elementos mais característicos da arquitetura gótica, enquanto o arco semicircular é um dos elementos mais característicos da arquitetura renascentista. A arquitetura gótica e a renascentista têm natureza muito distinta. Segundo Brandão (1999: p.43), na catedral gótica, “o resultado é um movimento vertical vertiginoso e uma impulsão mística que não favorece uma contemplação sossegada, mas sim um sentimento de êxtase, transcendência e admiração”, enquanto o sentido da igreja renascentista é concretizar “a imagem de um universo matematicamente organizado, uniforme e belamente proporcionado”. A forma do arco – ogival ou semicircular – constitui um dos recursos mais importantes na busca de um e outro objetivo.

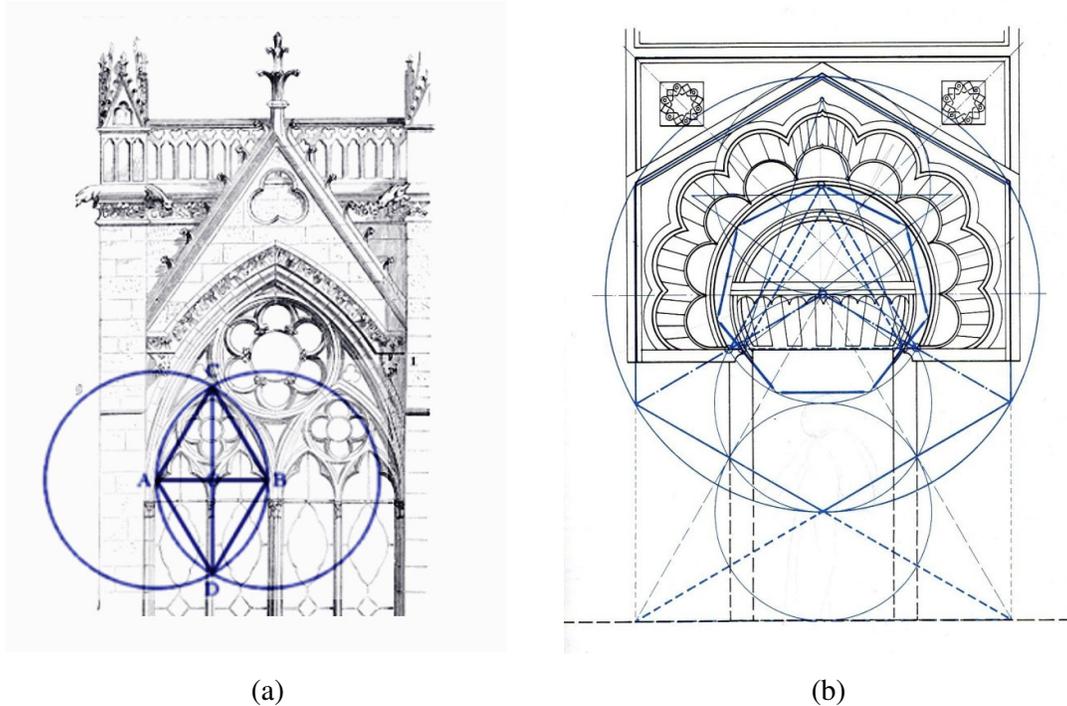
Além de elemento importante de articulação espacial e linguagem arquitetônica, o arco também se reveste frequentemente de importantes significados simbólicos, em especial em edifícios religiosos. A geometria do arco ogival, por exemplo, está associada ao *vesica piscis* (ou *ichtus*), figura geométrica resultante da interseção de dois círculos idênticos, de forma que o centro de cada um se encontra na circunferência do outro (Figura 2.2a). O *vesica piscis* simboliza a mediação de opostos,⁴ e está associado ao simbolismo cristão da Santíssima Trindade (Fletcher, 2004).

De acordo com Critchlow (1983), o portal mourisco com abertura em arco de ferradura (Figura 2.2b) esconde uma estrutura geométrica complexa. Na tradição erudita islâmica, o círculo é um arquétipo do “mundo das idéias”, ou Céu, enquanto o quadrado é um arquétipo do “mundo da matéria”. A moldura externa do arco circunscreve um polígono de sete lados, em referência direta aos “Sete Céus” do Corão. Assim, o arco de ferradura

³ Articulação espacial diz respeito às relações, visuais e de acessibilidade, que se estabelecem entre os lugares, independentemente da forma. Envolvem, por exemplo, seqüências espaciais e gradações entre lugar público privado, aberto e fechado, entre outras. A articulação espacial influencia o modo como determinado espaço é utilizado.

⁴ Segundo alguns autores, a mediação, a reconciliação entre o homem e Deus, por intermédio de Cristo, que tem no peixe um de seus símbolos.

“visualmente toma a parte superior do retângulo e a transforma na linguagem simbólica do ‘mundo das idéias’”, cumprindo o papel de lembrar ao fiel sobre a conciliação do homem com Deus (Critchlow, 1983 p. 102).



(a) (b)
Figura 2.2 – O papel simbólico da geometria do arco: a) arco ogival e geometria da *vesica piscis* – sobreposição de desenho esquemático da *vésica piscis* (modificado – Fletcher, 2004) sobre desenho de janela em arco ogival eqüilátero da Catedral de Reims, França (modificado – Viollet –Le-Duc, 1854); b) geometria subjacente a portal de acesso a mesquita no sul da Espanha, em arco de ferradura (Critchlow, 1983).

Em resumo, ao longo da história, vê-se o arco como elemento estrutural, isto é, como componente dos sistemas de suporte e transmissão de cargas que conferem estabilidade às estruturas; e nessa condição, o uso do arco vai ao encontro das quatro funções fundamentais das estruturas mencionadas anteriormente: abrigo, tráfego, condução e contenção. Mas além de sua função estrutural, o arco desempenha um papel fundamental na história da arquitetura associado a funções estéticas, simbólicas e de articulação espacial.

2.3 - TERMINOLOGIA

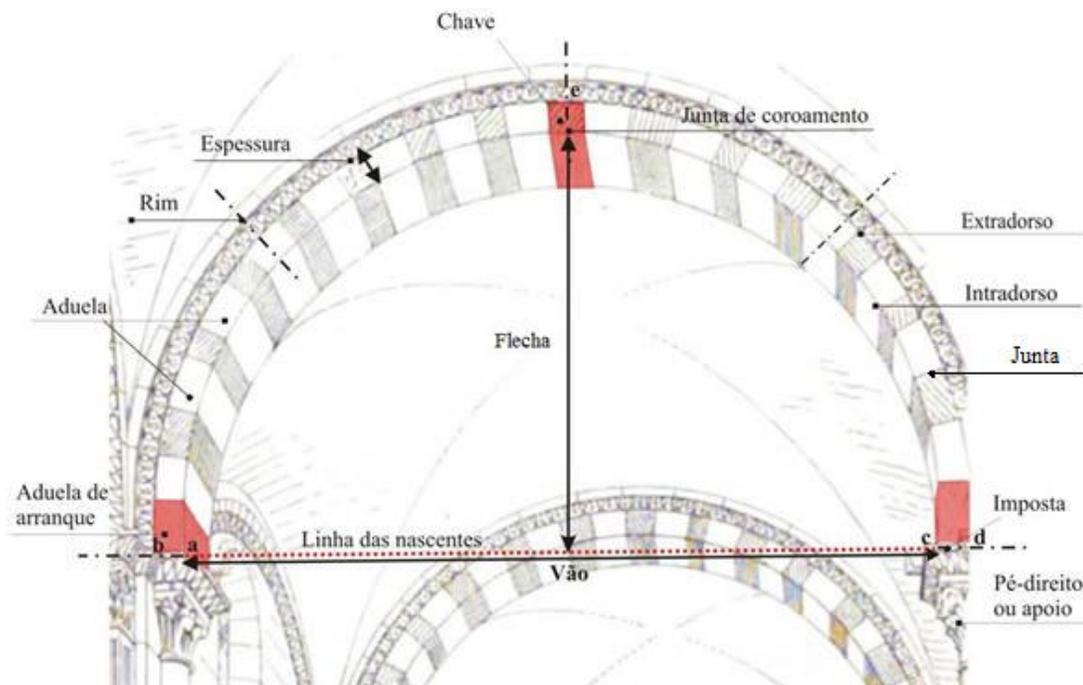


Figura 2.3 – Terminologia do arco de alvenaria. Fonte: desenho esquemático sobre detalhe de perspectiva interna da Basílica de Vézelay, França, 1150 (modificado – Viollet –Le-Duc, 1854).

Os principais elementos constituintes e medidas do arco de alvenaria são indicados na Figura 3.⁵ «**Aduela**» é o termo que designa o bloco em cunha que compõe a zona curva do arco, colocado em sentido radial, com a face côncava para o interior e a convexa para o exterior. O plano de contato entre duas aduelas é denominado «**junta**». A aduela superior, que “fecha” ou trava a estrutura é denominada «**chave**» ou «**fecho**». Nos arcos descontínuos (ver Figura 2.4), a chave é formada por duas aduelas. As aduelas inferiores, posicionadas na base do arco, são denominadas «**aduelas de arranque**». O arco se apóia no «**pé-direito**», ou «**apoio**», que pode ser uma coluna (como no exemplo da Figura 2.3),

⁵ Na literatura, não há uniformidade na apresentação dos termos e definições. Esta seção foi baseada especialmente em Corona e Lemos (1972), Pevsner, Fleming e Honour (c1977), Tacla (1984), Turner (1996), Ching (1999) e na consulta a obras gerais de referência.

pilastra, consolo ou massa de alvenaria. O termo «**imposta**» designa o último bloco do pé-direito, no qual se apóia a aduela de arranque, ou, alternativamente, a seção correspondente ao plano que separa o pé-direito e o arco.

A face interior e côncava do arco é denominada «**intradorso**», a face exterior e convexa denominada «**extradorso**», e a face frontal (plano abdc, na Figura 2.3) é denominada «**testa**» ou «**paramento**». As «**nascentes**» ou «**nascenças**» correspondem às arestas inferiores das aduelas de arranque (pontos a, b, c, d, na Figura 2.3) e se situam na «**linha das nascentes**», ou «**linha de arranque**». No extremo oposto, «**coroamento**» é o ponto mais elevado do arco (ponto e, na Figura 2.3), posicionado no extradorso, sobre o eixo vertical da chave. O termo «**junta de coroamento**» designa a seção transversal correspondente a este eixo. Nos arcos descontínuos, a junta de coroamento corresponde a uma junta propriamente dita, entre as duas aduelas que constituem a chave. O termo «**rim**» designa a seção transversal situada a meia altura do arco.

O «**vão**», «**luz**», ou «**abertura**» do arco corresponde à medida da distância entre suas nascentes, tomada pelo intradorso (entre os pontos a e c, na Figura 2.3); a «**abertura externa**» corresponde à medida da distância entre as nascentes tomada pelo extradorso (entre os pontos b e d, na Figura 2.3); o «**vão teórico**» corresponde à medida da distância entre as nascentes tomada pelo eixo do arco. «**Flecha**», ou «**altura**» é a medida da distância entre a linha das nascentes e a face inferior da chave. A relação entre a flecha e o vão costuma ser expressa por uma fração de numerador unitário (Ex: 1/3, 1/6,5) e constitui um dos elementos mais importantes da geometria do arco, pois está diretamente associada a seu comportamento mecânico. A «**espessura**» do arco corresponde à medida da distância entre o intradorso e o extradorso. O arco pode ter espessura constante (como no exemplo da Figura 2.3) ou variável. Neste último caso, costuma-se indicar a espessura na chave, nas impostas e nos rins. Essas são áreas especialmente relevantes para o equilíbrio do arco de alvenaria, como visto adiante.

2.4 - CLASSIFICAÇÃO

2.4.1 - Quanto à forma

A curva do intradorso pode ser considerada o elemento isolado mais importante da caracterização de um arco, uma vez que a forma material do arco está diretamente relacionada tanto a sua expressão arquitetônica quanto ao seu desempenho estrutural. Há inúmeros sistemas de classificação dos arcos em relação à curva do intradorso, sendo que muitas das listagens de “tipos” de arcos presentes na literatura não correspondem a sistemas rigorosos de classificação propriamente ditos.

Com base na forma geométrica, Séjourné (1914) propõe um sistema de classificação dos arcos baseado em três variáveis: a relação $f = b/2a$ entre a flecha (b) e o vão ($2a$) do arco; a curva do intradorso, se completa ou segmental; e a curva do intradorso, se contínua ou descontínua (Figura 2.4).

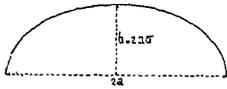
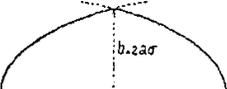
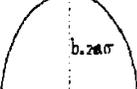
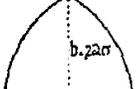
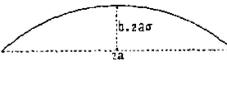
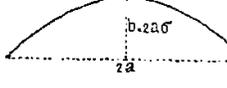
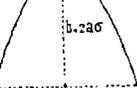
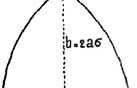
	Curva rebaixada $\left[f < \frac{1}{2} \right]$		Curva sobrelevada $\left[f > \frac{1}{2} \right]$	
	Contínua	Descontínua (quebrada)	Contínua	Descontínua (quebrada)
Semi-curva completa (tangentes verticais aos apoios)	 <p>Elipses de 2º grau; curvas algébricas em forma de elipse; curvas compostas de segmentos de curvas; asas de cesto de m centros.</p>	 <p>Duas elipses, duas asas de cesto, duas parábolas, etc., se interceptando.</p>	 <p>Elipses elevadas, asas de cesto elevadas, etc</p>	 <p>Duas semicircunferências, etc., se interceptando.</p>
Segmento de curva (tangentes inclinadas em relação aos apoios)	 <p>Elipses de 2º grau; curvas algébricas em forma de elipse; curvas compostas de segmentos de curvas; asas de cesto de m centros.</p>	 <p>Duas elipses, duas asas de cesto, das parábolas, etc., se interceptando.</p>	 <p>Elipses elevadas, asas de cesto elevadas, etc</p>	 <p>Duas semicircunferências, etc., se interceptando.</p>

Figura 2.4 – Classificação dos arcos (modificado – Séjourné, 1914).

De acordo com Séjourné (1914), os arcos de curva rebaixada podem ser classificados, de acordo com a magnitude da relação (f) entre flecha e vão, em arcos pouco ($f \leq \frac{1}{7}$), médio ($\frac{1}{2\sqrt{3}} > f > \frac{1}{7}$) ou muito ($f \geq \frac{1}{2\sqrt{3}}$) rebaixados.

Ainda em relação à geometria do intradorso, os arcos podem ser classificados a partir de outras variáveis: a diretriz da curva (círculo, elipse, hipérbole, etc.); no caso de curva construída a partir do círculo, se é simples (monocêntrica) ou composta (policêntrica); no caso de curva policêntrica, o número de centros. Dessa forma, Middlenton (1905), por exemplo, afirma que, de acordo com a curva do intradorso, os arcos podem ser divididos em: arcos planos (adintelados); arcos constituídos por segmentos de circunferência; e arcos constituídos por segmentos de outros tipos de curva (elíptico, parabólico, etc). Os arcos constituídos por segmentos de circunferência, por sua vez, podem ser classificados conforme o número de segmentos que os compõem (Figura 2.5).

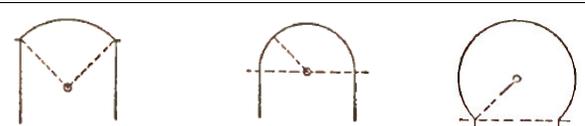
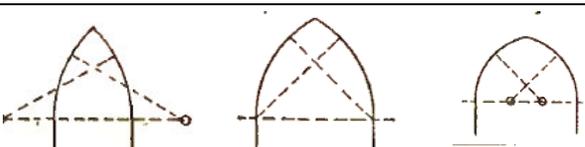
Número de Centros	Nome do arco ou forma do intradorso
1	
2	
3	
4	

Figura 2.5 – Classificação dos arcos com geometria baseada no círculo, segundo Middlenton (1905).

Fletcher (1987) apresenta um inventário com 35 tipos de arcos (Figura 2.6), a saber: triangular (Figura 2.6.1); falso (Figura 2.6.2); pleno, circular, semi-circular, de meio ponto, de volta inteira, de volta redonda, de volta perfeita, redondo, de pleno centro, romano (Figura 2.6.3); peraltado, ultra-semicircular (Figura 2.6.4); segmentar; abaulado (Figura 2.6.5); de ferradura, bizantino, mourisco, árabe, revindo, capaz (Figuras 2.6.6 e 2.6.9)⁶; acarelado (Figura 2.6.7); de ferradura apontado (Figura 2.6.8); ogival peraltado (Figura 2.6.10); ogival sobrelevado, ogival lanceolado, lanceolado (Figura 2.6.11); ogival equilátero (Figura 2.6.12); ogival rebaixado (Figura 2.6.13); segmentar apontado (Figura 2.6.14); abatido, asa de cesto, asa de balaio, *anse de panier*, sarapanel, rebaixado, de três ou mais centros (Figura 2.6.15); abatido rebaixado (Figura 2.6.16); tudor, de quatro centros, gótico inglês (Figura 2.6.17); aviajado, montante, em rampa, rampante, de arranques desiguais, de pés desiguais, descendente, esconço (Figura 2.6.18); otomano, falso tudor (Figura 2.6.19); elíptico, semielíptico (Figura 2.6.20); parabólico (Figura 2.6.21); trilobulado, trilobado, trifoliado (Figura 2.6.22 e 2.6.24)⁷; trilobulado apontado, trilobado apontado, trifoliado apontado (Figura 2.6.23 e 2.6.25); pentalobulado, pentalobado (Figura 2.6.26); polilobulado, polilobado (Figura 2.6.27); contracurvado, conopial, de carena, de querena, de colchete, de moldura, flamejante (Figura 2.6.28 e 2.6.29); pseudo abatido (Figura 2.6.30); adintelado (Figura 2.6.31); ogival italiano (Figura 2.6.32); veneziano (Figura 2.6.33); florentino (Figura 2.6.34); de ombros (Figura 2.6.35).

Ragette (2003) propõe classificar os vários tipos de arco em três grupos: arcos genuínos, cuja forma corresponde ao fluxo natural das forças (catenário, parabólico, semicircular, segmentar, ogival, abatido, entre outros); arcos adversos, que não correspondem completamente ao fluxo natural das forças (contracurvado, de ferradura, de ombros); e arcos decorativos, que contradizem a linha natural do abobadar ou não trabalham como arcos, mas sim como aplicações decorativas (por exemplo, o polilobulado). Os tipos que Ragette classifica como “genuínos” são os mais recorrentes na literatura sobre a teoria do arco de alvenaria, objeto deste trabalho: semicircular, segmentar, ogival, abatido, catenário, parabólico e elíptico.

⁶ Na literatura encontram-se informações divergentes quanto às diversas denominações para o arco de ferradura (mourisco, bizantino, árabe, etc) e suas variações (figuras 6, 8 e 9, entre outras). Neste trabalho, não são feitas distinções específicas.

⁷ Fletcher (1987) faz distinção entre arco trilobulado e trifoliado, seno que no primeiro, tanto intradorso quanto extradorso são formados por lóbulos, enquanto no segundo apenas o intradorso. GICEA (S/d), por sua vez, considera os dois termos como sinônimos.

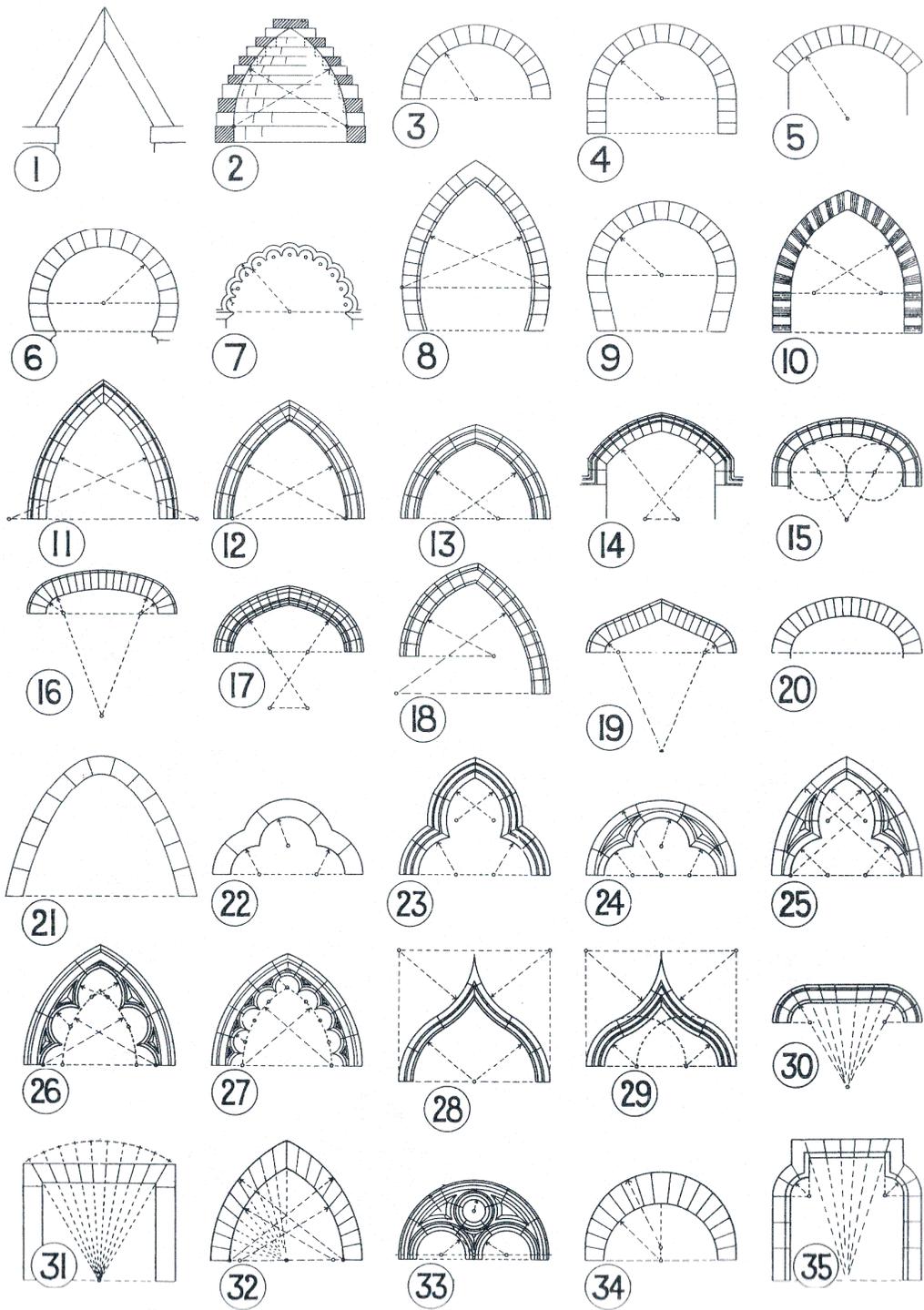
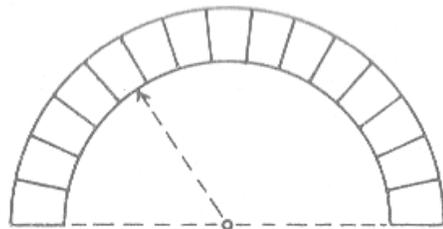


Figura 2.6 – Tipos de arco (modificado – Fletcher, 1987).

2.4.1.1 Generalidades sobre os arcos ditos genuínos

Arco Pleno

O intradorso corresponde a uma semicircunferência, sendo formado, portanto, a partir de um só centro, posicionado sobre a linha dos nascedouros e descrevendo um ângulo de 180° (Figura 2.7a). Corresponde ao único arco com relação entre a flecha e o vão $f = \frac{1}{2} e$, em função desse valor, os demais arcos são classificados como rebaixados ou sobrelevados. Exemplo de aplicação: Igreja de São Miguel, São Miguel das Missões (Figura 2.7b).



(a)



(b)

Figura 2.7 – Arco pleno: a) geometria (Fletcher, 1987); b) exemplo de aplicação: Igreja de São Miguel, São Miguel das Missões (RS), 1735-1745 (em ruínas) (Flickr, c2008).

Arco Segmentar

O intradorso corresponde a um arco de circunferência. O raio de curvatura, portanto, tem uma dimensão consideravelmente maior que a do vão, o centro encontra-se abaixo da linha dos nascedouros e o arco descreve um ângulo inferior a 180° . Croizette-Desnoyers (1885 *apud* Pillet, 1895) apresenta dados empíricos para o dimensionamento de arcos segmentares com a relação (f) entre a flecha e o vão variando entre ($f = 1/4$) e ($f = 1/12$), Figura 2.8a a 2.8e. Segundo Corradi (1998), a tradição recomendava o intervalo entre ($f = 1/6$) e ($f = 1/9$), para evitar o empuxo elevado de arcos excessivamente rebaixados, sendo freqüente o uso de arcos segmentares com abertura de 60° e relação entre a

flecha e o vão ($f = 1/7,5$) (Figura 2.8f). Exemplo de aplicação: Ponte de Rialto, Veneza, Itália (Antonio da Ponte, 1588-1591), Figuras 3.22c e 3.22d.

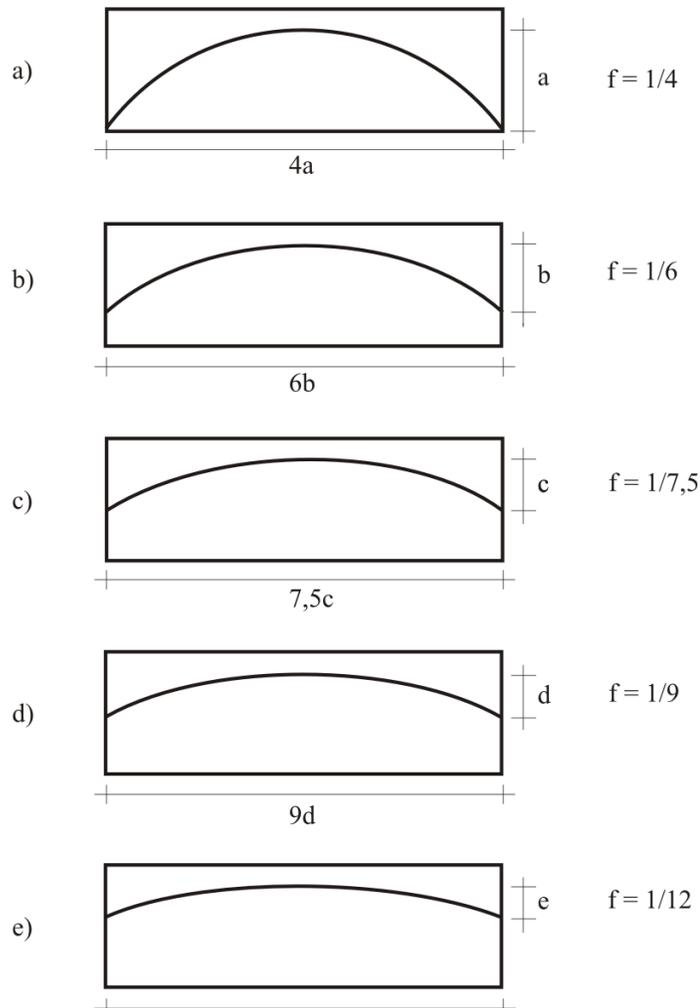


Figura 2.8 – Arco segmentar: a) $f = 1/4$; b) $f = 1/6$; c) $f = 1/7,5$; d) $f = 1/9$; e) $f = 1/12$;

Arco Catenário

A catenária é definida como a forma que um fio ideal assume quando suspenso apenas por suas duas extremidades. “Ideal” implica que o fio é perfeitamente flexível e inextensível, não tem espessura e tem densidade uniforme. A catenária, portanto, corresponde a uma abstração matemática da forma de um fio ou cabo suspenso (Math Virtual Museum, s/d). A catenária é definida pela função

$$y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right) \quad (2.1)$$

$$\text{sendo, } \cosh(x) = \frac{(e^x + e^{-x})}{2} \quad (2.2)$$

onde $e = 2,71828\dots$, base dos logaritmos naturais.

O estudo da catenária foi fundamental para o desenvolvimento de uma teoria científica do arco de alvenaria, como demonstrado mais adiante (ver Capítulo 5). De acordo com Huerta (2004) o estudo da catenária remonta a Galileu em seus estudos sobre mecânica, porém entendida equivocadamente como um parábola. Robert Hooke em 1670 já anunciava em seu anagrama matemático a resposta para a estabilidade do arco de alvenaria investigada ao longo dos séculos seguintes. No final do século XVII, David Gregory (1659-1708) descobriu que o princípio estrutural do arco de alvenaria é o mesmo do cabo em suspensão, aquele trabalhando à compressão, este à tração. Outros matemáticos, como Leibniz e os Bernoulli, dedicaram tratados práticos de construção. Um arco “perfeito”, portanto, assumiria a forma de uma catenária (Figura 2.9a), na medida em que sua forma material segue exatamente a linha de empuxo (Heyman, 1998).

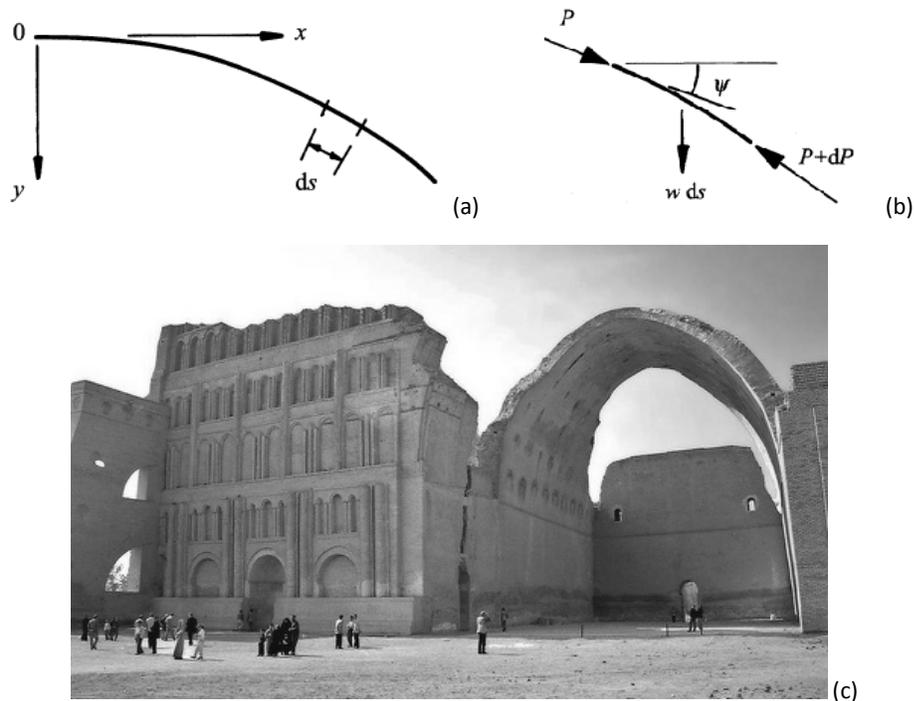


Figura 2.9 – Arco catenário: a) e b) Análise de membrana de arco bidimensional (Heyman, 1998); c) exemplo de aplicação: Taq-i-Kisra, Ctesiphon, 531-579 (atualmente Salman Pak, Iraque) (Flickr, c2008).

Para o arco com origem das coordenadas no fecho ($dy/dx = y = 0$ para $x = 0$) e carregamento de intensidade (w) distribuído uniformemente ao longo da curva (Figura 2.8a), tem-se, a partir da Figura 2.9b:

$$\left. \begin{aligned} wds &= d(P \sin \Psi) \\ d(P \cos \Psi) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

como

$$\tan \Psi = \frac{dy}{dx} \quad (2.4)$$

e

$$\left(\frac{ds}{dx} \right)^2 = 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \quad (2.5)$$

então

$$y = \frac{1}{k} (\cos kx - 1) \quad (2.6)$$

Onde (k) é uma constante envolvendo a intensidade (w) de carregamento e o valor P_0 do componente horizontal do empuxo nos apoios:

$$k = \frac{w}{P_0} \quad (2.7)$$

No século XVIII, o uso do arco catenário foi recomendado, com base no princípio de que, nos arcos de alvenaria, o peso próprio é predominante em relação às cargas acidentais, devido às grandes dimensões das aduelas (Corradi, 1998). A pouca difusão da prática, no entanto, está associada a questões construtivas, especialmente a maior dificuldade na execução do cimbramento e complexidade do corte das pedras, bem como a questões de natureza estética (Kurrer, 2008). Alguns exemplos notáveis de uso do arco catenário couberam a Antonio Galdí (1852-1926), a exemplo do projeto da igreja para a Colônia Güell (Barcelona, 1898) (Figura 4.8).

Arco Parabólico

A parábola é uma curva plana que pode ser definida como o conjunto dos pontos equidistantes de um dado ponto (foco) e de uma dada reta (diretriz), ou como uma seção cônica gerada pela interseção de uma superfície cônica de segundo grau com um plano paralelo à geratriz do cone.

Se a catenária corresponde à forma material de um cabo ideal suspenso pelas extremidades e submetido exclusivamente ao peso próprio, a parábola corresponde à forma material de um cabo ideal sujeito a um conjunto de cargas pontuais distribuídas uniformemente ao longo de sua projeção. Como o peso próprio distribui-se uniformemente não ao longo da projeção, mas da extensão do arco, logo a carga total será mais elevada junto aos apoios, que na parábola. Por esse motivo, quando a relação entre a flecha e o vão não é muito grande, e, conseqüentemente, a inclinação junto aos apoios não é muito acentuada, a diferença entre a parábola e a catenária é mínima. Na Figura 2.10, são comparadas a circunferência, a catenária e a parábola definida por $y = x^2$.

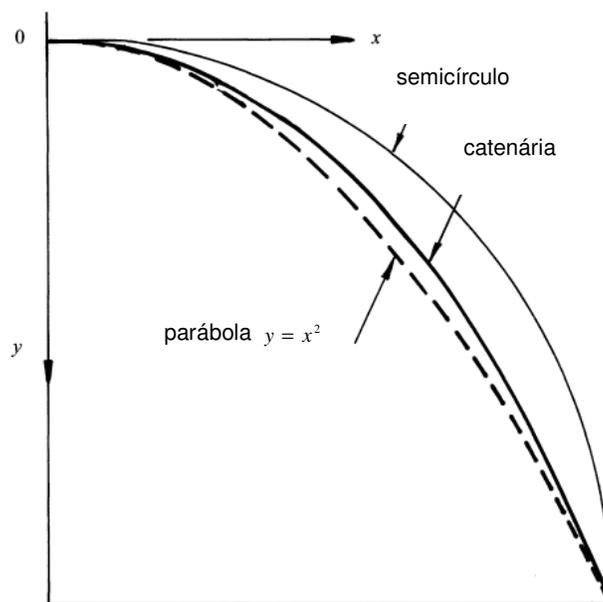


Figura 2.10 – Parábola $y = x^2$ comparada à catenária e ao semicírculo (Heyman, 1998).

Arco Ogival

O arco ogival, também denominado de arco gótico, quebrado, agudo, apontado, em ponta ou cruzado, é formado por dois segmentos de curva (em geral arcos de circunferência), traçados a partir de centros equidistantes do centro do vão, e que se interceptam formando um ângulo agudo no fecho. De origem islâmica, o arco ogival está na base da revolução que deu origem à arquitetura gótica, iniciada na França a partir do século XI. De acordo com Viollet-le-Duc (1854), a primeira forma de arco ogival adotada na arquitetura ocidental foi o lanceolado, cujos centros encontram-se externos às impostas, o que, conseqüentemente, conduz a um ângulo mais agudo (Figura 2.6.11). Posteriormente, são adotados, preferencialmente, três tipos de arco ogival: o equilátero, o de pontos terços (*tiers-point*) e o de pontos quintos (*quinte-point*) (Figura 2.11).

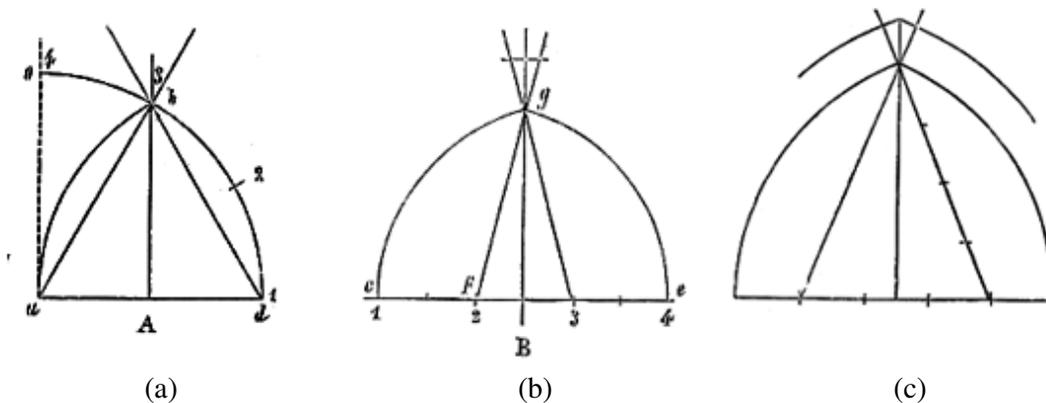


Figura 2.11 – Arco Ogival: a) equilátero; b) de terceiro ponto; c) de quinto ponto (modificado – Viollet-Le-Duc, 1854).

No arco ogival equilátero, o vão corresponde à base de um triângulo equilátero cujos vértices coincidem com os centros de curvatura e o fecho do arco (Figura 2.11a).⁸ O arco de pontos terços (*tiers-point*) é obtido pela interseção das duas curvas *cg* e *eg* cujos centros, situados em “3” e “2”, respectivamente, são obtidos tomando-se a primeira das

⁸ Prolongado-se a curva *dh* do arco até a perpendicular à base *ad*, se obtém um quarto de circunferência. Como em « 2 » o segmento *dh* é dividido em duas partes iguais, de mesma medida que o segmento *hb*, então *h* corresponde ao terceiro ponto do quarto de círculo *bd*, dividido em três partes iguais. Por esse motivo, o termo “arco de terceiro-ponto” é também aplicado ao arco equilátero, de forma equivocada, segundo Viollet-le-Duc (1854).

três partes nas quais é dividida cada metade da linha *ce* de nascedouro do arco (Figura 2.11b). O traçado do arco de pontos quintos (*quinte-point*) (Figura 2.11c) segue o mesmo procedimento, com a diferença de que a base é dividida em cinco partes (Viollet-Le-Duc, 1854).

Arco Elíptico

A elipse é definida como o lugar geométrico dos pontos de um plano,⁹ tal que a soma de suas distâncias a dois pontos fixos, denominados focos, F_1 e F_2 , é constante, igual a $2a$ e maior que a distância entre os focos ($2a > 2c$) (Figura 2.12a).

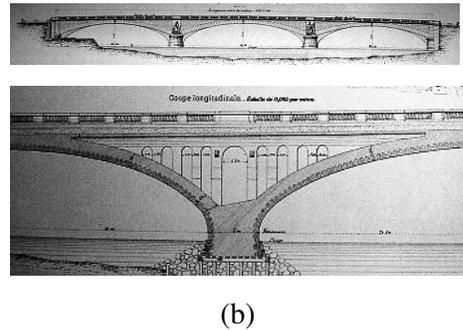
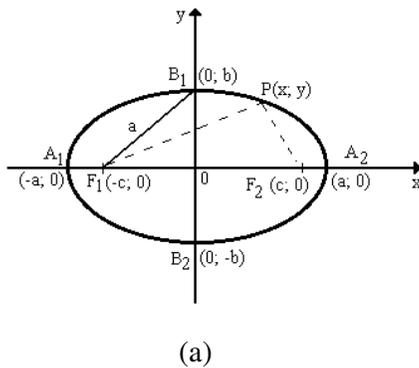


Figura 2.12 – Arco Elíptico: a) geometria; b) exemplo de aplicação: Pont de l’Alma, Paris, França (Paul-Martin Gallocher de Lagalisserie, 1855-1856, demolida em 1970) (Structurae, c1998-2009).

A elipse é denominada “oblata” quando o maior eixo é o horizontal e “prolata” quando o maior eixo é o vertical. A equação da elipse oblata com centro na origem (0,0) é:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2.8)$$

⁹ Denomina-se lugar geométrico a um conjunto de pontos tais que todos eles (e só eles) possuem uma dada propriedade. A equação de um lugar geométrico do plano cartesiano é uma equação nas incógnitas x e y cujas soluções são os pares de coordenadas (x, y) dos pontos do lugar geométrico. Para obter tal equação, consideramos um ponto $P(x, y)$ genérico e aplicamos a P a propriedade característica dos pontos do lugar geométrico.

O arco elíptico tem o intradorso definido por uma semi-ellipse, ou por um segmento de semi-ellipse. O arco elíptico prolato é raro na arquitetura ocidental, ao contrário dos arcos, abóbadas e cúpulas elípticos oblatos (Stevens, s/d). Apesar das críticas em decorrência do empuxo elevado gerado, o uso do arco elíptico na construção de pontes se difundiu no século XIX, sendo comum a relação entre a flecha e o vão $f = \frac{1}{4}$ (Corradi, 1998), fenômeno atribuído ao desenvolvimento de métodos mais práticos para o traçado da elipse. Exemplo de aplicação: Pont de l'Alma, Paris, França (Paul-Martin Gallocher de Lagalissérie, 1855-1856, demolida em 1970).



Figura 2.13 – Ponte de l'Alma, em 1889. Ao fundo a Passerelle de l'Alma no cais d'Orsay (Paris in Photos, c2008).

Arco Abatido

O arco abatido é uma aproximação ao arco elíptico, cujo uso apresenta dificuldades de projeto e de construção, associadas à mudança contínua dos centros de curvatura. No sentido mais usual, o arco abatido é aquele cujo intradorso corresponde a uma curva composta, formada por três segmentos de circunferência, de onde o termo “arco de três centros” pode ser utilizado como sinônimo de arco abatido. De acordo com Corradi (1998), um dos arcos abatidos mais difundidos é aquele cujos três arcos de circunferência têm igual abertura de 60° (Figura 2.14a).

A definição de arco abatido, no entanto, pode ser generalizada para um número finito qualquer de arcos de circunferência, sendo mais comuns os de 3, 5, 7 e 9 centros (Figura 2.14c e 2.14d). Quanto mais abatido o arco, maior o número de curvas e centros.

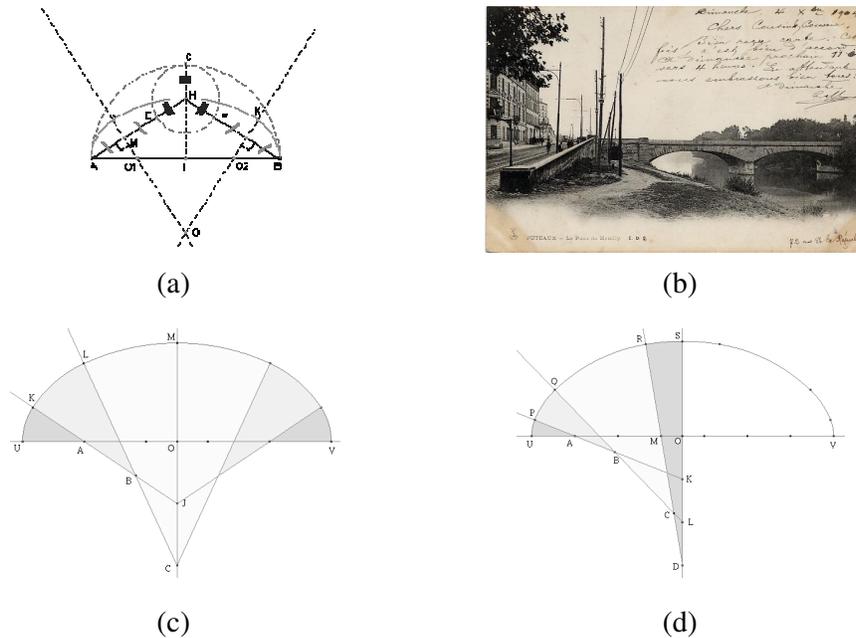


Figura 2.14 – Arco abatido: a) arco de três centros (Maquaire, c2008); b) exemplo de aplicação: Ponte de Neuilly, Paris, França, Jean-Rodolphe Perronet, concluída em 1774, demolida em 1954 (Un bonjour de Puteaux, s/d); c) arco de cinco centros; d) arco de sete centros (Koch, s/d).

O uso de três centros de curvatura, com relação entre a flecha e o vão $f = 1/3$, apresenta problemas estéticos decorrentes da diferença elevada entre o raio no fecho e o raio nas nascentes. O aumento do número de centros de curvatura é também um dos métodos utilizados para reduzir este efeito visual indesejável. Exemplo de aplicação, com 11 centros de curvatura: Ponte de Neully, Paris, França (Jean-Rodolphe Perronet, concluída em 1774, demolida em 1954) (Figura 2.14b).

2.4.2 - Quanto à função na estrutura

Os arcos também podem ser classificados de acordo com a função que exercem na estrutura e/ou articulação espacial do edifício:

Arcobotante (botaréu): encontra-se no exterior de uma construção e descarrega o empuxo de uma abóbada situada no interior para o contraforte no exterior, ao qual se encontra conjugado (Figura 2.15a, 4).

Arco diafragma (toral, perpianho): disposto perpendicularmente ao cumprimento do espaço abobadado (a nave de uma igreja, por exemplo), separando-o em áreas de modo a aliviar a carga das paredes laterais (Figura 2.15a, 2).

Arco formalete (formeiro, formalote): disposto longitudinalmente ao espaço abobadado (Figura 2.15a, 1).

Arco de ogiva: estrutura o esqueleto da abóbada de arestas, cruzando-se com outro no centro (chave) e distribuindo o peso até os pilares de apoio (Figura 2.15a, 3).

Arco de cruzeiro: na igreja, separa a nave da capela-mor ou do coro, situando-se no cruzeiro.

Arco de penetração (de encontro): aquele é comum às abóbadas que se cruzam penetrando uma na outra.

Arco cego: não ladeia uma passagem ou abertura, a sua área é tapada e geralmente surge como elemento de relevo numa parede.

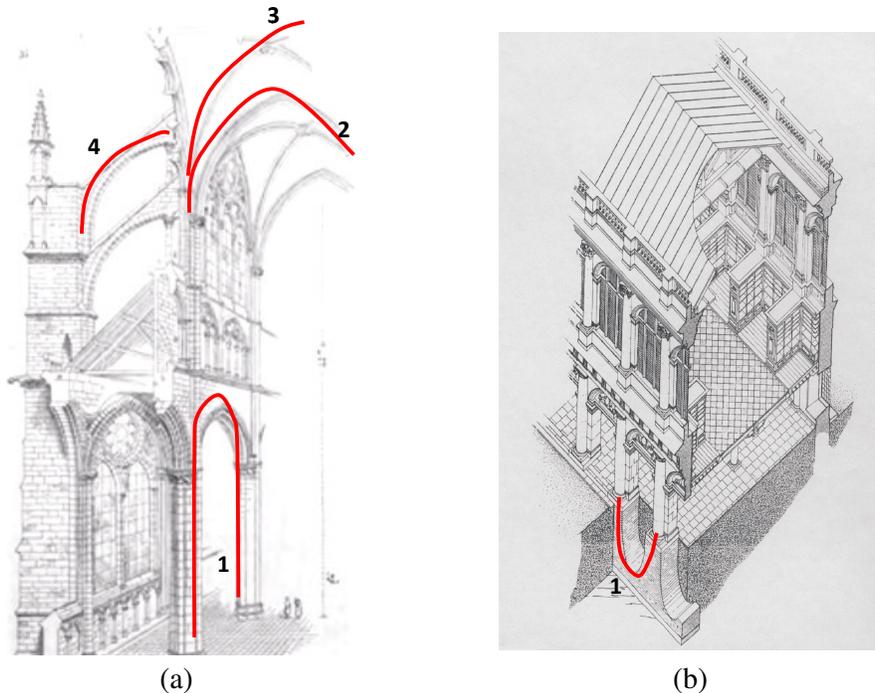


Figura 2.15 – Classificação dos arcos quanto à função na estrutura e/ou como elemento de articulação espacial no edifício: a) catedral gótica (modificado – Viollet –Le-Duc, 1854); b) perspectiva axonométrica, projeto de biblioteca para o Trinity College, Cambridge, Reino Unido, projeto de Sir Christopher Wren, 1732 (modificado – Heyman, 1998).

Arco de descarga : situa-se acima de uma verga para aliviar o peso da parede.

Arco em talude: praticado num muro de suporte em talude com finalidade de o reforçar.

Arco invertido (inpletido): arco que se constrói nas fundações, com o objetivo de descarregar pontos de apoio sobregarregados (Figura 2.15b, 1).

2.4.3 - Quanto ao método de resistência ao empuxo horizontal

Arco de fundação: o empuxo horizontal é absorvido diretamente pelo solo (Figura 2.16a).

Arcos múltiplos: o empuxo horizontal é contrabalanceado pelo empuxo horizontal dos arcos adjacentes (Figura 2.16b).

Arco reforçado: o empuxo horizontal é absorvido pelos apoios ou contrafortes (Figura 2.16c).

Arco atirantado: o empuxo horizontal é absorvido por tirante fixado às impostas (Figura 2.16d).

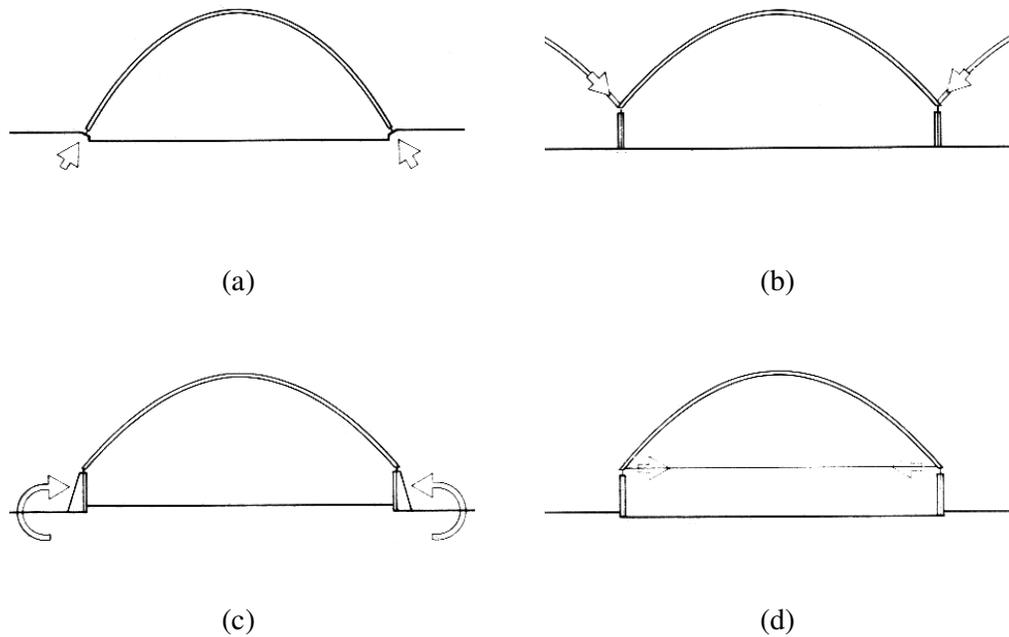


Figura 2.16 – Classificação dos arcos quanto ao método de resistência ao empuxo lateral: a) arco de fundação; b) arcos múltiplos; c) arco reforçado; d) arco atirantado (modificado – Engel, 1981).

2.4.4 - Quanto ao grau de estaticidade

Arcos com três rótulas (triarticulado) – também denominado isostático, ou seja, as reações de apoio podem ser determinadas através das equações do equilíbrio estático (Figura 2.17a).

Arcos com duas rótulas – estruturas externamente hiperestática (uma vez) cujas reações de vínculo só poderão ser calculadas a partir de equações de compatibilidade de deformações (Figura 2.17b).

Arcos com uma rótula - estruturas externamente hiperestática (duas vezes) cujas reações de vínculo só poderão ser calculadas a partir de equações de compatibilidade de deformações (Figura 2.17c).

Arcos rígidos ou biengastados – são estruturas externamente hiperestática cujas reações de vínculo só poderão ser calculadas a partir de equações de compatibilidade de deformações (Figura 2.17d).

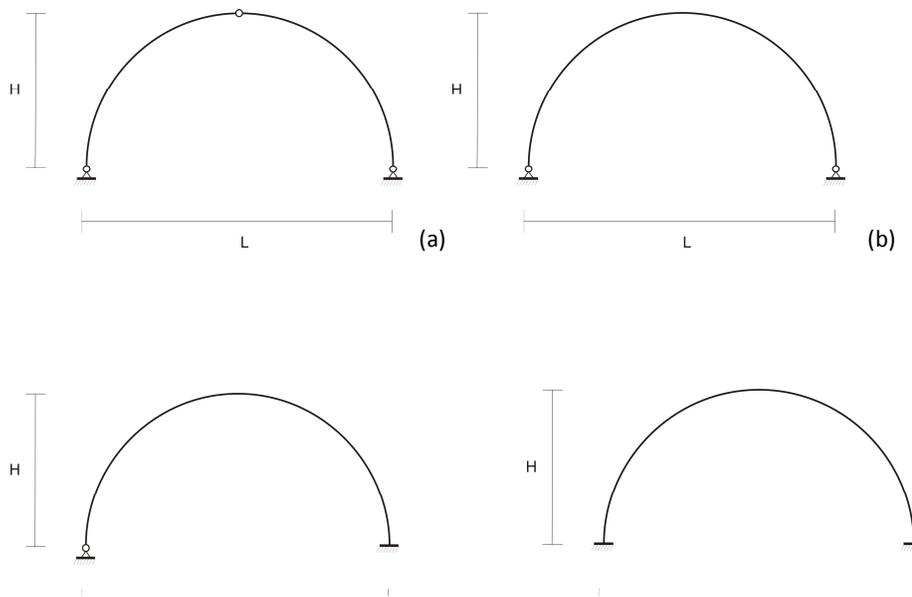


Figura 2.17 – Classificação dos arcos quanto ao grau de estaticidade: a) arco triarticulado; b) arco com duas rótulas; c) arco com uma única rótula; e d) arco biengastado.

2.5 - CONSIDERAÇÕES SOBRE A GEOMETRIA DOS ARCOS

Até a consolidação de uma teoria científica do arco de alvenaria, no final do século XIX, o dimensionamento das estruturas de alvenaria era feito com base em regras empíricas, como visto (Corradi, 1998; Huerta, 2004; Kurrer, 2008). Do século XV ao XIX, as regras empíricas, tratadas na bibliografia como “modo de cálculo tradicional”, pautavam-se em proporcionalidades geométricas. Nas palavras de Huerta (2004, p.387), para os antigos construtores “uma forma estrutural válida”, isto é, já construída e demonstrando estabilidade, “é correta independentemente de seu tamanho, e é precisamente uma geometria adequada a que assegura a estabilidade das obras de alvenaria”. Verifica-se, portanto, ao longo da história, edificações com proporções semelhantes em escalas diferentes (Figura 2.18). As cúpulas mostrada nas Figuras 2.18a, 2.18c e 2.18e têm aproximadamente as mesmas proporções embora as duas primeiras sejam de revolução e a terceira seja poligonal. As estruturas das Figuras 2.18g e 2.18i, possuem proporções bem semelhantes, embora a segunda tenha medidas aproximadamente 3,5 vezes maiores que a primeira.

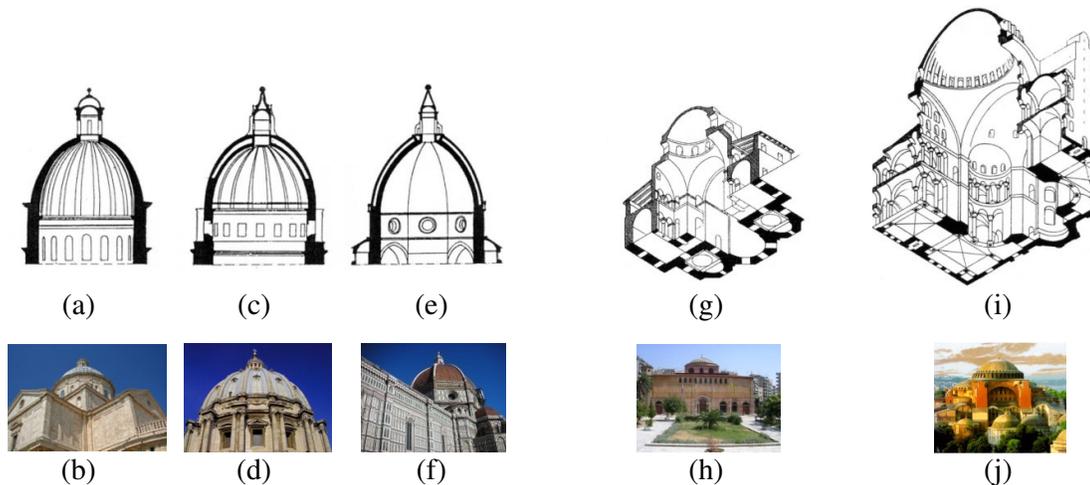


Figura 2.18 – Exemplos históricos de estruturas proporcionais. Cúpula da Catedral de San Biagio, Genova (1518-1537), vão de 14m: a) seção transversal (Huerta, 2004) e b) vista externa (Flickr, c.2009). Cúpula da Basílica de São Pedro, Roma (1590), vão de 42m: c) seção transversal (Huerta, 2004) e d) vista externa (Flickr, c.2009). Cúpula da Catedral de Santa Maria del Fiore, Florença (1296-1436), vão de 42m: e) seção transversal (Huerta, 2004) e f) vista externa. Santa Sofia, Tessalônica (séc. VIII): g) perspectiva esquemática (Choisy, 1951) e h) vista externa (Flickr, c.2009). Santa Sofia, Istambul (532-537): i) perspectiva esquemática (Choisy, 1951) e j) vista externa (Flickr, c.2009).

Galileo, em *Dialogues*, publicado em 1638, contradiz essa afirmação, defendendo que se deve considerar os materiais envolvidos, e que nem sempre peças maiores indicam maior resistência (Huerta, 2004). Diante desses dois posicionamentos discordantes, a história revela a necessidade de se revisar outras considerações. Considere-se, por exemplo, a Ponte de Rialto (Veneza, 1588-1591), construída em alvenaria de blocos de pedra (Figura 19a), e o Viaduct du Bernand, projeto em concreto armado (1910), não edificado. A relação flecha/vão das duas pontes é praticamente a mesma, mas a segunda tem a espessura na chave (e_c) muito menor que a primeira, de forma que a relação entre (e_c) e o vão é quase três vezes menor no Viaduct du Bernand que em Rialto, demonstrando que existem outras variáveis a serem consideradas no estudo de geometrias proporcionais.

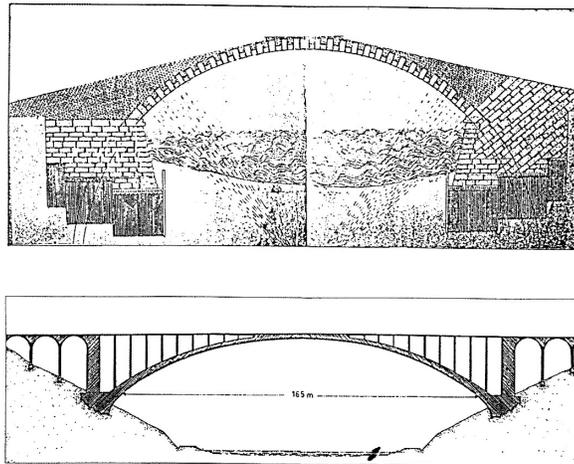


Figura 2.19 – Geometrias não proporcionais: (a) Ponte de Rialto, Veneza (1588-1591), na qual $\frac{e_c}{l} = \frac{1}{25}$; (b) Projeto para o *Viaduc du Bernand*, (1910), no qual $\frac{e_c}{l} = \frac{1}{72}$. (Huerta, 2004).

Um parâmetro de extrema importância na geometria dos arcos é a relação entre flecha e vão. Esta relação está diretamente associada ao empuxo gerado pela estrutura e, conseqüentemente, ao dimensionamento de seus apoios. Engel (1989) demonstrou essa relação de forma gráfica (Figura 2.20).

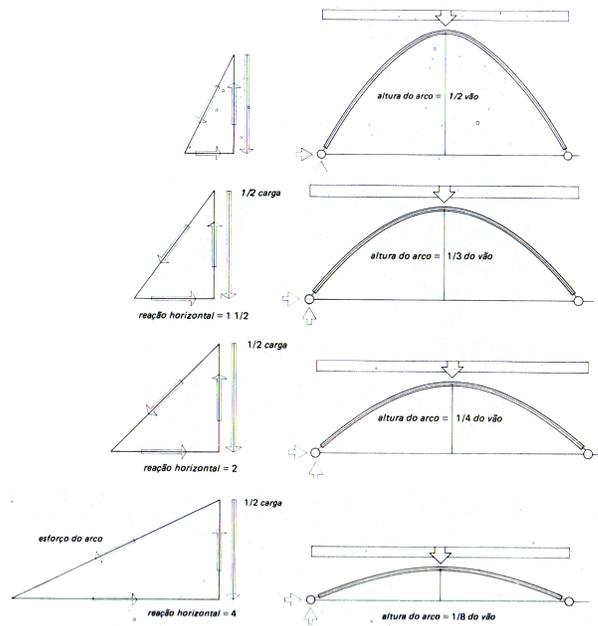


Figura 2.20 – Relação entre a flecha e o empuxo de um arco (modificado – Engel, 1989).

3 - O USO DO ARCO COMO ELEMENTO ESTRUTURAL NA ARQUITETURA OCIDENTAL

3.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo será apresentado um panorama histórico do uso do arco como elemento estrutural. A definição de arco encontra-se entre os elementos estruturais tridimensionais que geometricamente ora são obtidos pela translação do arco no espaço, resultando em abóbadas, ora pela rotação em torno de um eixo fixo, resultando em um tipo particular de abóbada denominada cúpula. Serão comentadas as principais características tipológicas e os principais desenvolvimentos relacionados à construção em arco de alvenaria a partir de exemplos emblemáticos de cada um dos períodos da história da arquitetura ocidental até o advento da Revolução Industrial: romano antigo, bizantino, românico, gótico, renascentista e neo-classicista.

3.2 - O ARCO E SUAS APLICAÇÕES NA ARQUITETURA

Neste trabalho, estruturas em arco serão tratadas com o termo “arqueadas”, entendidas no sentido da tradução literal do termo em inglês *arched* para identificar estruturas geradas a partir do arco. Ainda hoje essas estruturas provocam admiração e levam o observador a se perguntar como elas permanecem de pé e o que inspirou o modo como foram concebidas e construídas. Lembrando que o arco é um elemento estrutural que funciona basicamente à compressão, optou-se por materiais duradouros, incombustíveis e disponíveis: a pedra e o tijolo. Em um sentido mais amplo, pode-se pensar na combinação entre dois dos princípios vitruvianos – *firmitas* e *utilitas*, na composição arquitetônica desse tipo estrutural.

Aparentemente, os arcos de alvenaria surgiram na Mesopotâmia ou Egito, há 6000 anos (Huerta, 2001), e, como base de soluções estruturais as mais variadas e desafiadoras, ocuparam um papel fundamental no desenvolvimento da Arquitetura Ocidental. Arcos

denominados “falsos” eram construídos por meio da sobreposição de pedras em fiadas horizontais deslocadas umas em relação às outras, como no Tesouro de Atreu (Figura 3.2). Nesse tipo de construção, a solidarização dos esforços se dá por seu peso próprio e não pelo desenho de sua estrutura, ou seja, a estrutura não funciona por meio de sua geometria. Alguns autores sugerem que o arco “verdadeiro” pode ter aparecido de forma acidental, por exemplo, quando as pedras de um arco falso caíram para dentro do vão, cunhando-se umas às outras (Figura 3.1a), ou ainda, quando pedras menores, em forma de cunha, foram colocadas em nichos reduzidos no espaço superior central (Figura 3.1b), ou, de forma mais rebuscada, na busca de diminuir do comprimento de uma viga (Figura 3.1c). Em tese, os arcos verdadeiros funcionam como estruturas portantes que conduzem os esforços recebidos, seja pelo peso próprio seja por carregamentos diversos, “(...) puramente pela propagação da compressão na direção da linha de empuxo e ainda, quando isso é feito através de materiais de construção rígidos não capazes de resistir à tração, mantendo-se unidos exatamente pela compressão” (Kurrer, 2008 p. 188).

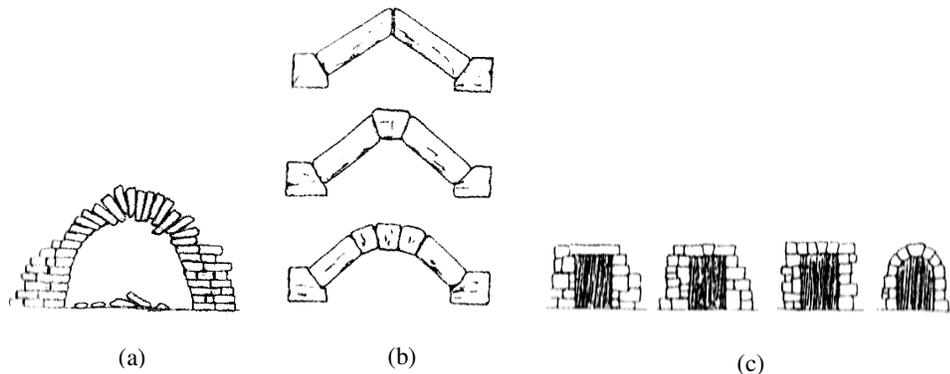


Figura 3.1 – Hipóteses para o desenvolvimento inicial do arco (modificado – Kurrer, 2008).

Cabe uma menção ao chamado “arco natural”, que pode ser definido como uma exposição de rocha completamente vazada por uma abertura formada pelo carreamento natural, seletivo, de material, deixando uma moldura relativamente intacta (Wilbur, 1993-2007c). O carreamento natural de material rochoso está associado a diversos tipos de processos erosivos, freqüentemente combinados entre si. Os arcos naturais podem alcançar dimensões expressivas. Entre os de maior vão encontram-se a “Ponte das Fadas” (*Xian Ren Qiao*), na província de Guangxi, no sudeste da China (aprox. 90m de vão e 64m de altura)

(Figura 3.2a); o “Arco Paisagem” (*Landscape Arch*), no *Arches National Park*, estado de Utah, no centro-oeste dos Estados Unidos (aprox. 88m de vão) (Figura 3.2b).¹⁰ Em sua seção mais delgada, o *Landscape Arch* mede apenas 1,8m de espessura, o que configura para este arco uma geometria consideravelmente esbelta. De acordo com Vasconcelos (2000), adotando-se a densidade de $2,5\text{tf/m}^3$ para a rocha que o constitui, e suas dimensões mínimas, obtém-se um empuxo de 500tf, o que corresponde, na rocha, a uma tensão máxima de 8 kgf/cm^2 , valor considerado perfeitamente aceitável.

Outros exemplos notáveis são o arco “Aloba”, na região de Ennedi, no nordeste do Chade (76,2m de vão e quase 122m de altura) (Figura 3.2d) e a “Ponte em Arco” (*Pont d’Arc*), na região de Rhones-Alpes, sudeste da França (Figura 3.2c), formada pelo Rio Ardèche. No Brasil, se pode citar, entre outros, a Pedra Furada, no Parque Nacional de São Joaquim, em Santa Catarina (Figura 3.2e), e a formação homônima no Parque Nacional da Serra da Capivara, no Piauí (Figura 3.2f) (Vasconcelos, 2000).



(a)



(b)



(c)



(d)

¹⁰ A “Ponte das Fadas” (China) e o “Arco Paisagem” (Estados Unidos) respondem, respectivamente, pela primeira e segunda posições do *ranking* mundial dos arcos naturais de maior vão, estabelecido pela *Natural Arches and Bridges Society* (1997c). O arco “Aloba” (Chade) (Figura 3.2d) ocupa a quarta posição.



Figura 3.2 – Exemplos de arcos naturais: a) *Xian Ren Qiao*, China (The Natural Arch and Bridge Society, 1997c); b) *Landscape Arch*, Estados Unidos (Flickr, 2009c); c) *Pont d’Arc*, França (Flickr, c.2009); d) Arco Aloba, Chade (The Natural Arch and Bridge Society, 1997c); e) Pedra Furada, Parque Nacional de São Joaquim (SC) (Flickr, c.2009); f) Pedra Furada, Parque Nacional da Serra da Capivara (PI) (Flickr, 2009c).

3.2.1 - Coberturas curvas na arquitetura ocidental: breve discussão de alguns casos

A seguir serão apresentados alguns casos no desenvolvimento de coberturas curvas na história da arquitetura ocidental. O objetivo é exemplificar como a arquitetura e sua estrutura estão inter-relacionadas, seja pelas necessidades do projeto em si, seja como o reflexo do momento político ou técnico-construtivo.

3.2.1.1 - Civilização Micênica: o tholos megalítico

Do período micênico (1600 a 1000 a.C, aproximadamente), encontra-se um exemplo de *falsa cúpula* que resistiu até os dias atuais. Trata-se do *tholos*, construção funerária semi-subterrânea, da qual um dos exemplos mais notáveis e bem conservados é o chamado Tesouro de Atreu, erigido para guardar os restos mortais do rei Agamenon. Construída com pedras desbastadas apenas no lado visível e com altura uniforme, a estrutura é denominada “falsa cúpula” porque, apesar da forma, foi construída pelo posicionamento dos blocos de pedra por meio do sistema chamado de “pedras balanceadas” (Boltshauser, 1966). Cada bloco é colocado em seu lugar de forma desencontrada da pedra inferior, criando-se assim fiadas em balanço, que resultam em um perfil ogival (Figura 3.3a). Espaços vazios entre os blocos eram preenchidos com peças menores, resultantes do

trabalho de corte dos blocos de pedra. A câmara media 14,5 m de diâmetro e 13,2 m de altura (Lawrence, 1998).

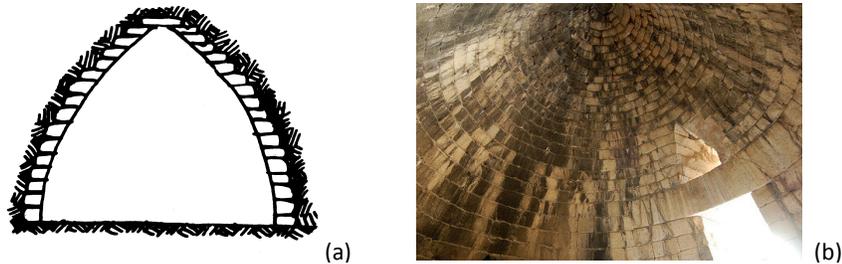


Figura 3.3 – Cúpula falsa do Tesouro de Atreu: a) perfil esquemático (Boltshauser, 1966); b) vista interna (Flickr, c2008).

O acesso ao interior do Tesouro de Atreu se dá por uma abertura na falsa cúpula, um portal com 5,4m de altura, largura variando entre 2,7 e 2,45 m e 5,4m de profundidade, coberta por um lintel, um bloco único de pedra com peso estimado em mais de 90 toneladas (Figura 3.4). Na parede que se ergue acima do lintel, nota-se a abertura do chamado *triângulo de alívio*, que conduz os esforços para as extremidades do vão de abertura, para o alívio do lintel (verga) sobre a porta do túmulo. Apenas depois de mais de um milênio desde sua construção o vão do Tesouro de Atreu foi superado por outra estrutura, o Panteão de Roma, cujo vão livre mede 43,5m.

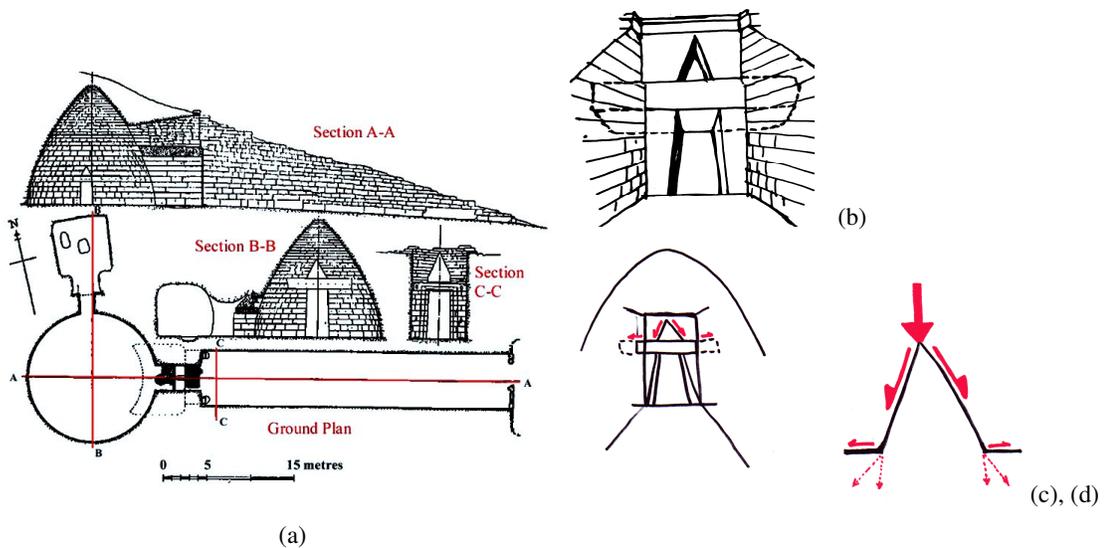


Figura 3.4 – Tesouro de Atreu: a) planta e cortes (Lawrence, 1998); b) lintel sobre o portal de acesso (Boltshauser, 1966); c) funcionamento em forquilha (modificado – Boltshauser, 1996); d) detalhe da distribuição dos esforços no triângulo de alívio.

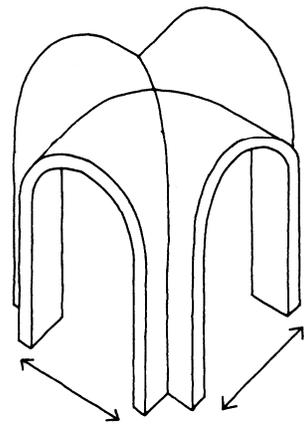
3.2.1.2 - Civilização Romana: abóbadas e cúpulas em concreto

Os romanos criaram o vocabulário completo para todas as estruturas duráveis de grandes vãos utilizadas até o século XIX (Cowan, 2004). A utilização do potencial estrutural dos arcos, o desenvolvimento das abóbadas de berço e de aresta em sua arquitetura monumental e um melhor aproveitamento dos materiais utilizados foram marcas de seu legado arquitetônico à humanidade. Dentre os materiais destacam-se a pedra, o tijolo e o concreto, este último de grande importância para a construção. O concreto romano (*opus caementicium*) constituía-se de pedregulhos (*caementa*), de dimensões maiores que os agregados graúdos dos concretos modernos, imerso em argamassa obtida por meio da mistura de cal e pozolana (*pulvis puteolanus*), cinza vulcânica que confere resistência e propriedades hidráulicas ao concreto. Para aplicações específicas, usavam-se outros materiais, como cacos triturados de cerâmica, para concretos mais impermeáveis, e pedrapomes, para concretos mais leves (Lancaster, 2005). A matéria-prima chave que permitiu o desenvolvimento do concreto na antiguidade romana foi a pozolana. A denominação *pulvis puteolanus* significa “pó de Puteolis”, o nome antigo de Pozzuoli (de onde a denominação moderna de “pozolana”), região próxima ao vulcão Vesúvio, de onde provinha o material considerado de melhor qualidade, embora os romanos extraíssem pozolanas de outras bacias vulcânicas da península:

“(…) a presença, na península itálica, das chamadas pozolanas propiciou aos romanos a possibilidade de introduzir um novo material, com que levantaram edifícios de suma importância pela grandiosidade e pela técnica então inaugurada; permitindo, inclusive, a realização de obras hidráulicas” (Boltshauser, 1966, p.767).

No que tange à técnica construtiva do arco, assim como da abóbada de berço, diferentemente de seus antecessores mesopotâmicos e egípcios, os romanos utilizavam cimbramento - uma estrutura em madeira, auxiliar e, portanto, temporária. Sua função é garantir o funcionamento do arco formado por duas metades solidárias, assegurando a compressão sobre seu apoio, que, no caso da abóbada de berço, pode ser constituído por uma parede contínua ou por uma série de pilares, desde que nesses últimos se tenha uma peça de transição.

Na Civilização Romana, observou-se um avanço de fundamental importância na concepção dos espaços: o desenvolvimento da denominada abóbada de aresta. Esta é o resultado da intersecção perpendicular de duas abóbadas de berço e com isso observam-se os esforços – empuxos – estão concentrados nos quatro cantos (Figura 3.5a). Isso caracterizou uma evolução significativa no aproveitamento de material bem como na qualificação do espaço – maiores vãos, composição mais elaborada do espaço construído, possibilidade de aberturas para o exterior (Figura 3.5b).



(a)



(b)

Figura 3.5 - Abóbada de aresta: a) desenho esquemático (Jordan, 1985); b) Exemplo de aplicação: *Frigidarium* das Termas de Diocleciano (298-306 d.C), Roma, convertido na Igreja de Santa Maria degli Angeli e dei Martiri (Michelangelo Buonarotti, 1563-1566) (Jordan, 1985).

O sistema romano de abóbadas de aresta, com seção em arco pleno, estava vinculado a uma base quadrada (Figura 3.6). Portanto, para se cobrir um espaço retangular era preciso que seu comprimento fosse múltiplo de sua largura, pode-se pensar, por um lado, que isso constituía uma limitação do ponto de vista estrutural e espacial. Para diminuir os maciços dos cantos, adotou-se como solução a inserção de abóbadas de berço de menor altura no comprimento desse retângulo (Boltshauser, 1966). Além da função estrutural, conseguia-se melhor iluminação do interior da edificação.

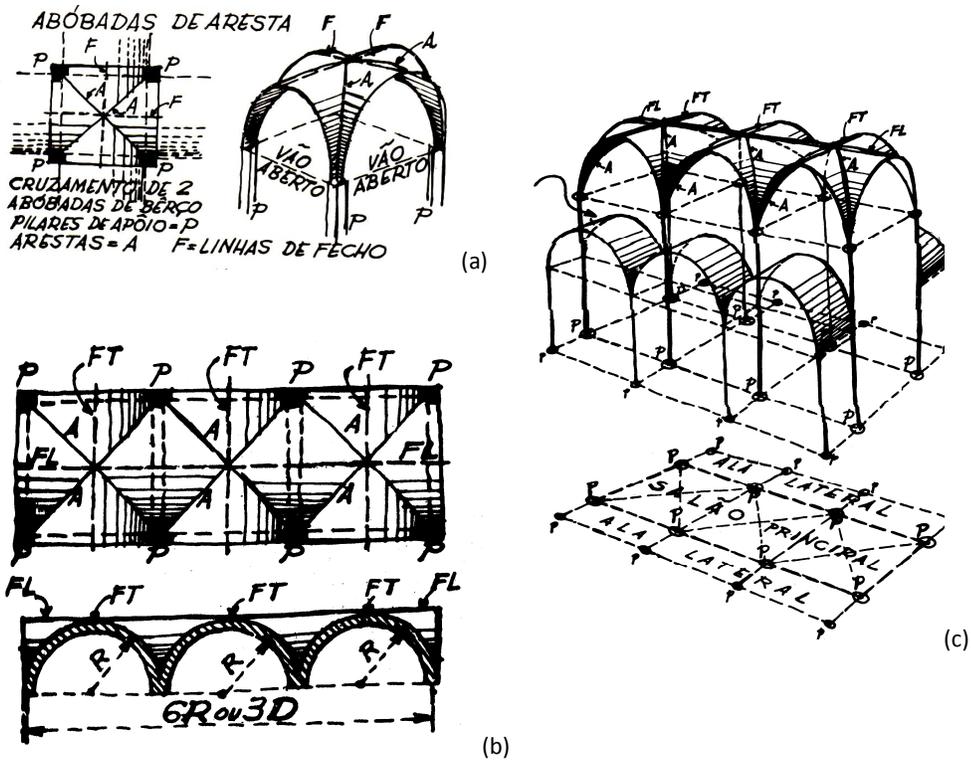


Figura 3.6 – Abóbada de aresta e sistema basilical: a) Planta cuja base é um quadrado; b) planta de espaço retangular abobadado; c) perspectiva de espaço retangular abobadado (modificado – Boltshauser, 1996).

Os romanos antigos, além da abóbada, desenvolveram também a construção de cúpulas. Um dos exemplos mais notáveis é o Panteão de Roma, um templo circular, também considerado o exemplo mais bem conservado de edifício da Antigüidade, devido à sua conversão em igreja cristã no início do século VII, após um curto período de tempo em que foi mantido fechado e praticamente abandonado (Boltshauser, 1966). Construído pelo general e engenheiro militar Marcus Agripa, em 25 a.C, contava com uma configuração diferente da atual.

Pela Figura 3.7a observa-se a construção do templo em frente às primeiras termas de Roma, também construída por Agripa. Era um templo retangular precedido de um pórtico de dez colunas, que comemoravam a vitória sobre Antônio e Cleópatra. A praça circular encontrava-se em terreno mais baixo que as duas construções e contava com uma colunata em seu contorno.

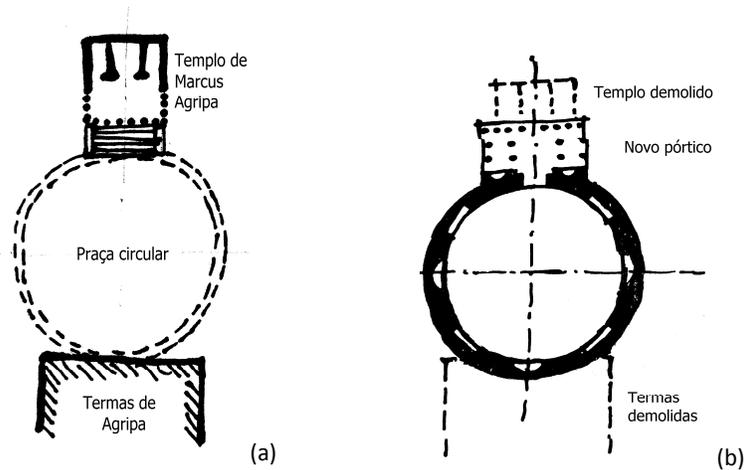


Figura 3.7 – Panteão de Roma: a) Antiga configuração do templo; b) configuração atual (modificado – Boltshauser, 1996).

Um século e meio depois da construção de Agripa, o imperador Adriano mandou construir um novo templo em seu lugar (Figura 3.7b), por volta do ano 125 d.C. Assim, obtém-se a forma atual, aproveitando-se da praça circular e suas colunas. O Panteão (Figura 3.8) tem uma planta circular de 44m de diâmetro interno e 56 externo – o que demonstra uma alvenaria de 6m de espessura. Em seus eixos principais (coincidente com a porta de entrada e sua perpendicular) têm-se os nichos semicirculares.

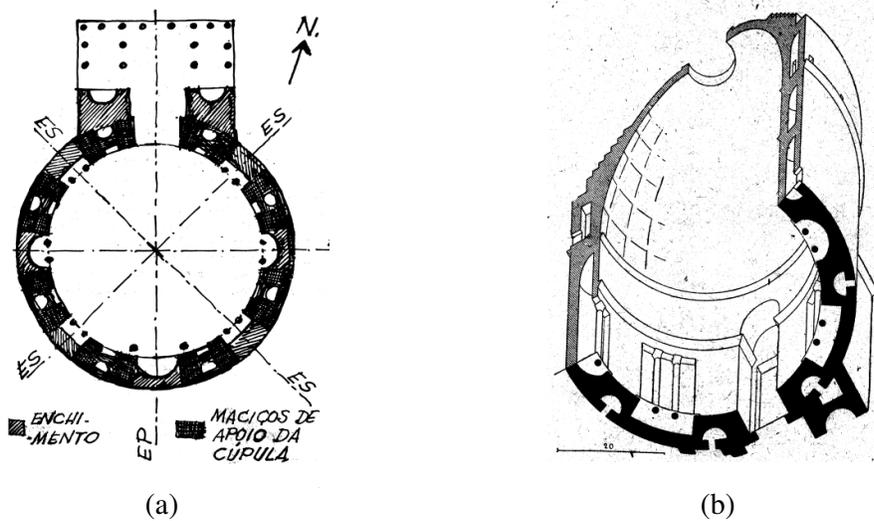


Figura 3.8 – Panteão de Roma: a) planta (Boltshauser, 1966); b) perspectiva (Choisy, 1951).

Entre os nichos encontram-se os apoios – chamados maciços – que suportam a cúpula. Os nichos demonstram que os construtores alcançaram tanto economia de material quanto redução do peso de tais maciços. Redução de peso foi obtida também na parte interna da cúpula, por meio do uso de caixotões em estuque distribuídos em cinco séries superpostas de tamanho decrescente no sentido ascendente, o que também confere um efeito ótico à cúpula, aumentando seu tamanho real.

Justifica-se a citação desse famoso exemplo da arquitetura romana porque, até o século XIX, acreditava-se que a cúpula do Panteão estaria entre as realizações mais importantes em concreto, da Antigüidade, de acordo com Boltshauser (1966). Em 1892, durante obras de manutenção, Georges-Paul Chedanne obteve permissão para realizar estudos na região de nascença e do ápice da cúpula e descobriu uma série de arcos de tijolos, tanto na parte superior do cilindro quanto na parte inferior da cúpula (Figura 3.9). Isso significou uma mudança na abordagem do entendimento estrutural da edificação. Posteriores intervenções de manutenção já levaram em conta o fato da distribuição de seus esforços serem feitos a partir de arcos de alvenaria, em tijolos e argamassa solidários, interiores ao que se vê externamente.

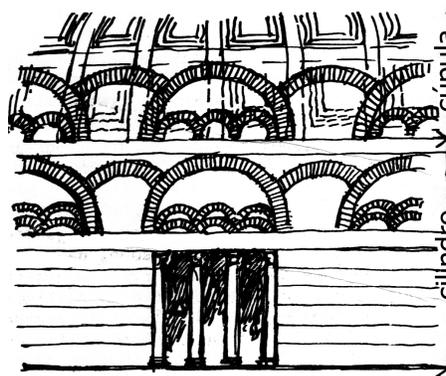


Figura 3.9 – Arcos na estrutura do Panteão de Roma (Boltshauser, 1966).

Outros exemplos importantes de cúpulas de grandes vãos na antiguidade romana são o *tepidarium* das Termas de Caracalla e o templo de Minerva Médica. Todas tinham como característica a base em planta circular, geometria com implicações de projeto em termos do acondicionamento de funções, limitação que foi superada posteriormente pelos construtores do Império Bizantino, como comentado a seguir.

3.2.1.3 - Civilização Bizantina: igrejas com cúpulas múltiplas

A origem da Civilização Bizantina está na cristianização do Império Romano e em sua divisão em dois grandes territórios, com a subsequente instalação da capital do Império Romano do Oriente na antiga cidade de Bizâncio, em 395 d.C. A suntuosidade interior das igrejas bizantinas contrapõe-se ao aspecto exterior austero, sendo que o uso de abóbadas e cúpulas é uma de suas características mais marcantes. Do ponto de vista estrutural, um dos avanços mais significativos da arquitetura bizantina foi o desenvolvimento de uma solução que permitisse o uso da cúpula associado a uma base de planta não circular. Tal solução consistiu na utilização de um elemento de transição entre a cúpula de base circular e uma planta quadrada, ou octógona: ora o *pendente* – triângulos esféricos, ora a *trompa* – elemento saliente de transição, bastante utilizado na arquitetura persa (Figura 3.10).

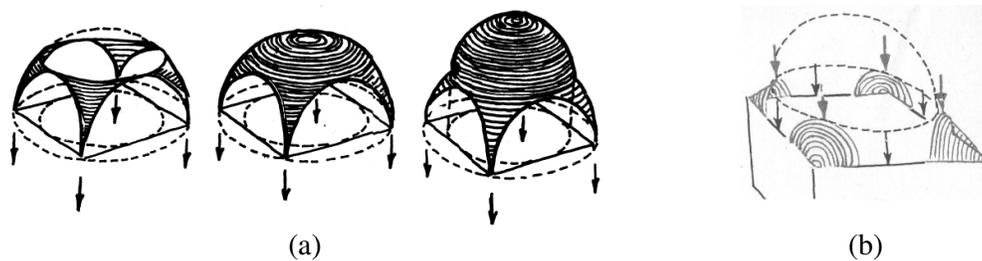
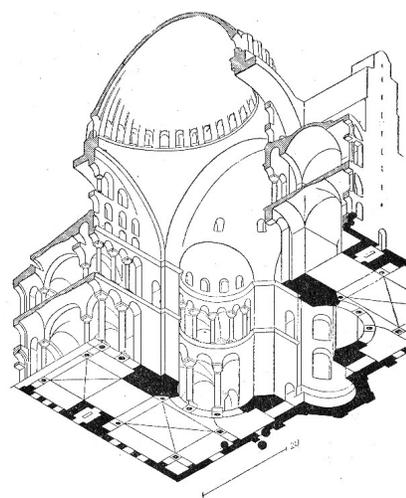


Figura 3.10 – Transição entre cúpula circular e base quadrada: a) sobre pendentes; b) sobre trompas (Carvalho, 1968).

O mais importante exemplo da arquitetura desse período é a igreja de Santa Sofia, convertida em mesquita com a tomada de Constantinopla pelos turcos, em 1453. Construída pelos arquitetos Anthenius de Tralles e Isidorus de Mileto, sua estrutura principal é composta por uma cúpula central apoiada, por meio de pendentes, Figura 3.10a, em quatro arcos construídos sobre uma base quadrada, apoiados, por sua vez, em duas abóbadas de berço opostas, no sentido norte-sul, e duas semi-cúpulas esféricas, no sentido leste-oeste, que ampliam o espaço interno coberto. A cúpula central tem 32,5m de vão e sua parte mais alta encontra-se a 60m do piso (Figura 3.11).



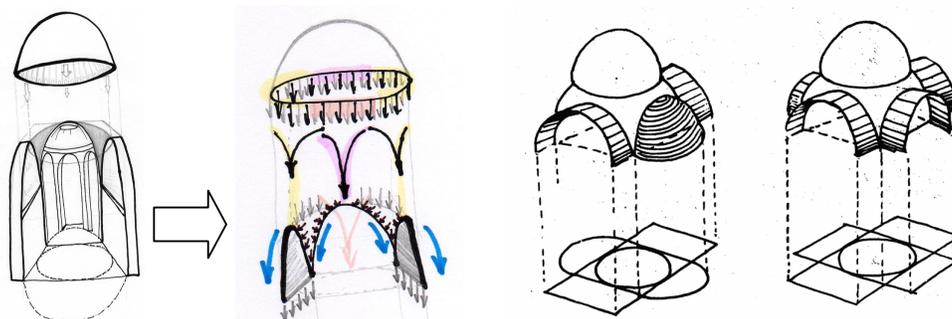
(a)



(b)

Figura 3.11 – Santa Sofia, Istambul, Turquia (Isidoro de Mileto e Anthemios de Tralles, 532-537 d.C): a) perspectiva esquemática (Choisy, 1951); b) vista interna (Fletcher, 1987).

As cargas verticais da cúpula sobre pendentes se concentram sobre os quatro cantos do quadrado da base. Esses, por sua vez, poderiam ser absorvidos por quatro maciços nos pontos de concentração de tais esforços. Mas, restaria com isso conter os empuxos advindos dos arcos (Figura 3.12). Tal dificuldade é vencida com o artifício bizantino engenhoso de colocação de quatro abóbadas de berço, ou pelo uso de quatro nichos, ou, ainda, dois nichos e duas abóbadas opostas duas a duas, artifício que Carvalho (1968) denomina “bloqueio das cúpulas”.



(a)

(b)

Figura 3.12 – Cúpulas circulares sobre bases quadradas: a) Modelo simplificado de distribuição das cargas da cúpula central de Santa Sofia sobre seus arcos; b) Formas dos bloqueios das cúpulas (Carvalho, 1968).

Croci (2006) comenta o comportamento estático da Santa-Sofia a partir da modelagem em elementos finitos (Figura 3.13). Percebe-se em sua modelagem um comportamento complexo de interações dos elementos estruturais – um dos aspectos a ser considerado no ato da modelagem. Autores como Rowland Mainstone ressaltam os fatores a serem lembrados na modelagem de edifícios históricos e o perigo de resultados equivocados ou análises sem critérios.

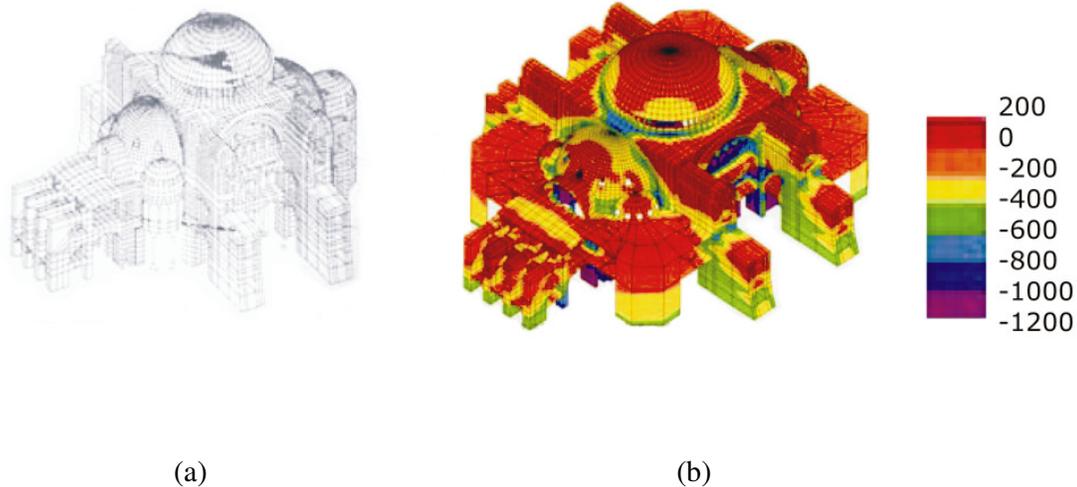


Figura 3.13 – Análise estática da estrutura de Santa Sofia: a) modelo; b) Forças de compressão principais, considerado apenas o peso próprio da estrutura (modificado – Croci, 2006).

3.2.1.4 - Idade Média na Europa: a catedral gótica

Na Idade Média houve o desenvolvimento de dois estilos arquitetônicos de grande importância na história dos sistemas construtivos e dos elementos estruturais: o Românico e o Gótico, que encontraram expressão principalmente na arquitetura religiosa. A construção das catedrais românicas teve início no século XI e eixo principal de pesquisa sendo Itália e França para depois expandir-se por toda a Europa, com significativa diversidade regional. O estilo gótico pode ser compreendido como um desdobramento das transformações do românico, sendo que o período de auge da construção de suas catedrais foi entre os séculos XII e XIII (Kostof, 1985).

O Românico é frequentemente associado à idéia de austeridade. Sua característica estrutural marcante reside na distribuição dos empuxos das abóbadas por meio do estribo, descrito por Carvalho (1968) como um elemento da construção que, por seu peso e local de aplicação, pode anular os empuxos provenientes dos arcos e abóbadas da igreja. Os contrafortes e paredes espessas são contíguas às abóbadas e, devido à robustez desses elementos, se observam poucas e pequenas aberturas nesses edifícios. Ainda assim, os contrafortes, ou “gigantes” (Figura 3.14), reforçando os pontos de apoio onde nascem os arcos ou descansam as vigas permitiram uma redução da espessura das paredes de sustentação das abóbadas de berço (Carvalho, 1968).



Figura 3.14 – Contrafortes da Catedral de Chartres, França, séc. XII.

Nota-se que outra maneira de “descarregar” o empuxo de uma abóbada de berço aliada à necessidade de aberturas em sua parede de sustentação é o aproveitamento da própria curvatura do arco de uma segunda abóbada de berço em uma diferente altura (Figura 3.15). Observe-se que uma das grandes mudanças do período histórico denominado Românico para o Gótico, na Europa, foi explorar as possibilidades dessa alteração do fluxo de cargas.

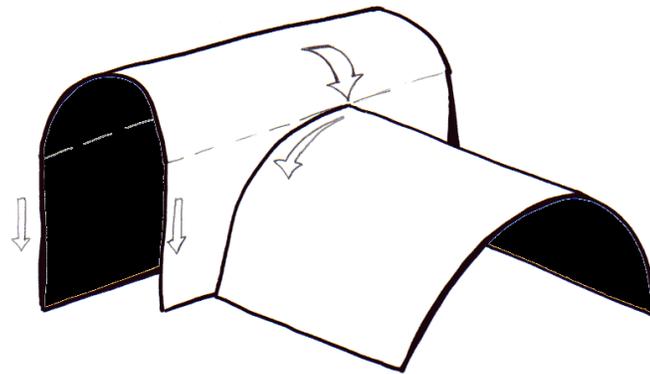


Figura 3.15 – Abóbada de berço apoiada na chave de outra (modificado – Carvalho, 1968).

Isso nos remete ao contraponto da linguagem arquitetônica e estrutural imediatamente posterior – o Gótico – que elevou as abóbadas à altura nunca antes alcançada. A lógica estrutural que permitiu este feito consistia em focalizar “pontualmente” os empuxos, a partir das nervuras das abóbadas de aresta, e os “transportar” ao exterior das catedrais por meio dos arcobotantes (Figura 3.16) – elementos estruturais característicos desse período cuja conformação é dependente de seu carregamento (Wenzler, 2000).

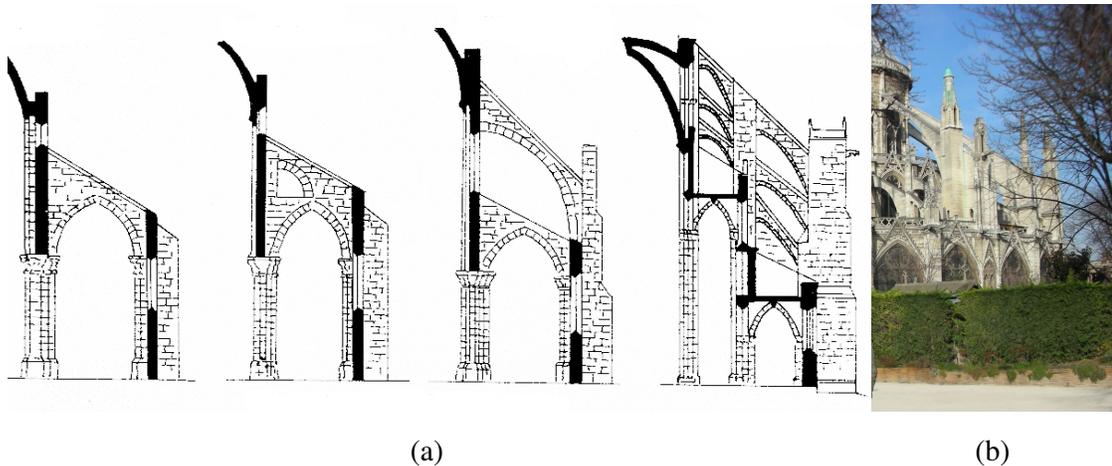


Figura 3.16 – Arcobotante: a) tipologia (Wenzler, 2000); b) exemplo de aplicação: Catedral de Notre Dame, Paris, França, século XII.

Através desses elementos as paredes praticamente perdiam a função estrutural portante – que detinham no período anterior – permitindo grandes aberturas cobertas com os vitrais – outra característica marcante do período; a possibilidade de abertura garantida pelos elementos estruturais é determinística no desenvolvimento da arquitetura e, inclusive, reflete-se na mudança da sociedade da época – muda-se o entendimento de valores nunca antes alterado. O homem torna-se um expectador da grandeza de Deus, visão completamente contrastante com o período anterior em que as escuras catedrais românicas convidam o homem a voltar para dentro de si. Uma das expressões mais notáveis dessa “liberdade de superfície” é a Catedral de Chartres com seus 150 vitrais (Figura 3.17) (Wenzler, 2000).



Figura 3.17 – Catedral de Chartres: a) Vista Lateral (Kostof, 1985); b) Vitral lateral (Valoire, s/d); c) Perspectiva (Choisy, 1951).

A lógica estrutural da arquitetura gótica pode ser exemplificada no estudo da Technical University of Catalonia (s/d) sobre a Catedral de Maiorca, no qual foi feita a modelagem computacional com o uso de elementos finitos de uma seção típica do edifício, mostrando a relação entre abóbada nervurada, pilares internos esbeltos, arcobotantes e contrafortes, Figura 3.18.

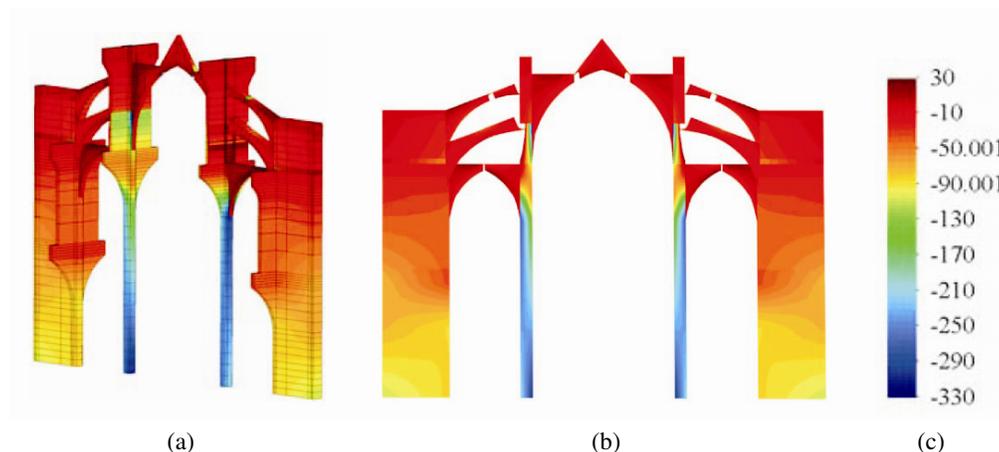


Figura 3.18 – Modelo computacional de seção típica da Catedral de Maiorca: a) Modelo em perspectiva; b) Modelo em vista frontal; c) Distribuição das tensões normais em escala cromática (10MPa) e fissuras (em branco), para o peso próprio considerando-se uma geometria (teórica) sem deformações. Modelo com distribuição das tensões em escala cromática (modificado – Technical University of Catalonia, s/d).

3.2.2 - Pontes em arco de alvenaria no período renascentista: quatro casos

3.2.2.1 – Inovações na geometria das pontes em arco de alvenaria: Ponte Vecchio e Ponte Santa Trinitá.

Ao longo da história, as construções aumentavam sua altura com o desenvolvimento de novas técnicas e acúmulo do conhecimento empírico, e a solicitação dos elementos estruturais ia ampliando-se à medida que os antigos mestres construtores ousavam em vãos e alturas cada vez maiores. A princípio, um empuxo reduzido é uma característica desejável em uma estrutura em arco. No entanto, a escolha da geometria perpassa a consideração de outros condicionantes de projetos. A geometria dos arcos utilizados nas pontes do período romano, por exemplo, valia-se da relação 1:2 (arco semicircular), o que implicava em uma forte limitação de cobertura (Figura 3.19a). Posteriormente, passou-se a adotar arcos mais abatidos: na Idade Média foi utilizada a relação 1:3, chegando-se a 1:6,5 na Ponte Vecchio (Neri di Fioravanti, 1300-1366), em Florença, Itália (Figura 3.19b), projeto inovador para a época (Kurrer, 2008).

Como no caso de Florença, a construção de novas pontes no período do Renascimento está associada principalmente à expansão urbana, e, nesse contexto, a preferência pela

passagem de nível e a exigência de encontros suaves entre as pontes e as margens impulsionaram a busca por perfis mais rebaixados, conduzindo ao uso da asa de cesto, da elipse e da catenária invertida como formas para os arcos. Cabe ressaltar que perfis mais rebaixados também exigem um número menor de apoios intermediários, o que consiste em uma característica bastante vantajosa, especialmente no caso de pontes sobre cursos d'água.



Figura 3.19 – Pontes na Itália: a) Ponte Sant'Angelo, Roma, Itália (134 d.C), altura de 7m, comprimento total de 135m e vãos de 17m (Structurae, 1998-2009c); b) Ponte Vecchio, Florença, Itália (Neri di Fioravanti, 1300-1366), altura de 5m, vão central de 32m, vãos laterais de 29m (Flickr, 2009c).

Um exemplo marcante da preocupação com a forma das estruturas em arco, em sentido mais amplo, é a consulta a Michelangelo Buonaroti, grande nome da construção e da arte renascentista, sobre a geometria da Ponte S. Trinitá (Bartolomeo di Antonio Ammanati, 1566-1569), construída, também em Florença, dois séculos depois da conclusão da Ponte Vecchio e que constitui outro caso importante para a história e o estudo da geometria do arco (Figuras 3.20a, 3.20b e 3.20c). Trata-se do primeiro registro de utilização de uma forma não circular em uma ponte (Kurrer, 2008). Seguindo o que se pode observar na obra de Michelangelo, seu aconselhamento para o projeto da ponte defenderia que a forma escolhida devesse traduzir a verdade estrutural e não apenas ser uma decoração gratuita.



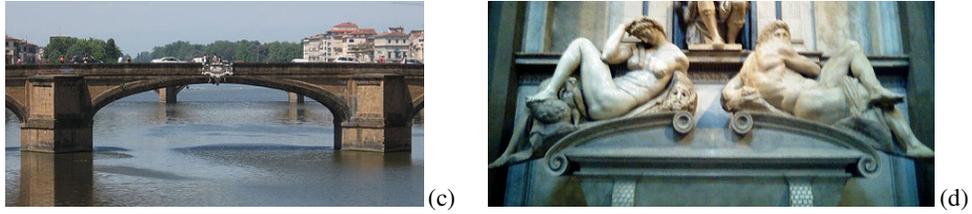


Figura 3.20 – Ponte de Santa Trinitá, Florença Bartolomeo Ammanati, com consulta a Michelangelo, (1566-1569): a) vista geral (Echo One, s/d); b) etalhe da chave (Panoramio, s/d); c) vista do arco central (Flickr, 2009c); d) Detalhe da Sacristia Nova, Florença Itália (Michelangelo Buonarroti, 1520) (Flickr, 2009c).

A discussão em torno de sua reconstrução após a destruição da ponte durante a Segunda Guerra Mundial alavancou pesquisas com o objetivo de comprovar qual a geometria precisa da estrutura original, cujos arcos haviam sido descritos como elípticos, no século XVIII, e abatidos, no século XIX. Nas discussões prévias à reconstrução, o engenheiro Emilio Brizzi defendia que o desenho original era de arcos parabólicos, mas o arquiteto Riccardo Gizdulich, convencido de que não se tratava nem de arcos parabólicos, nem de arcos abatidos, acabou por demonstrar que a geometria original correspondia à de uma catenária, rotacionada aproximadamente 90° em relação à superfície da água (Figura 3.21) (Kurrer, 2008). A questão que permanece é sobre o conhecimento da época relativo à rotação da catenária e às especulações sobre a distribuição do carregamento envolvido e o empuxo gerado. Nesse sentido, a escolha da catenária como base para o projeto de uma ponte, em meados do século XVI, faz remeter às primeiras inquietações que vieram a impulsionar, posteriormente, o desenvolvimento de uma teoria científica que explicasse o funcionamento estrutural do arco de alvenaria, chegando à catenária verdadeira.

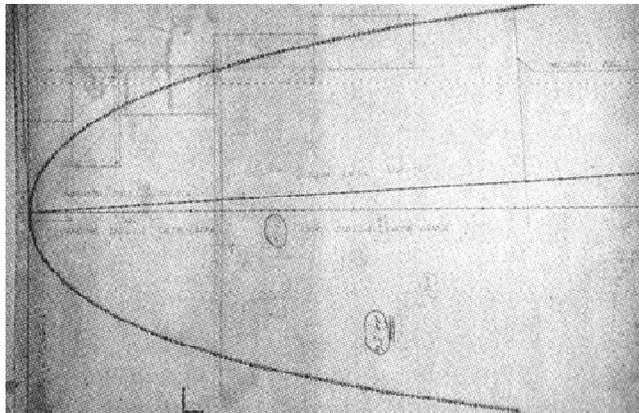


Figura 3.21 – Arco catenário rotacionado em 90° (Kurrer, 2008).

Independentemente das motivações e implicações estruturais do uso da catenária, o projeto da ponte Santa Trinità tem outros aspectos relevantes. Tratando-se de um vão central (32m) de medidas diferentes dos vão laterais (29m), a adoção de arcos circulares conduziria a um resultado visualmente insatisfatório, pois os arcos estariam desencontrados. O rebuscamento que o emprego de arcos não circulares confere à solução se evidencia na condução dos esforços a partir do equilíbrio, e sua configuração rebaixada dá visibilidade à importância dos apoios e das ombreiras resistindo ao empuxo do arco. O fato de a geometria não estar em conformidade com a “tranqüilidade” de um semicírculo faz o expectador perceber o arranjo de forças compressivas anulando-se e estabelecendo o equilíbrio seguro da ponte. Esse efeito visual se enquadra na chamada “expressão das forças opostas”, característica da obra de Michelangelo. A propósito, a curva dos arcos da Ponte Santa Trinità tem sido comparada às dos túmulos da Sacristia Nova (Florença, c. 1520), também de Michelangelo (Figura 3.20d).

3.2.2.2 - Alguns aspectos de projeto e técnica construtiva: Ponte de Rialto e Ponte Fleisch

Kurrer (2008) observa que a construção das grandes pontes do período do Renascimento, exemplo de uso extensivo do arco de alvenaria, atrela-se ao fato dos construtores tirarem partido da geometria em detrimento de outros condicionantes de projeto. Porém, é possível observar uma mudança nessa postura quando, por exemplo, o Senado veneziano, em 1587, após convidar diversos construtores para projetarem uma nova ponte sobre o Grande Canal, preteriu a proposta de Andrea Palladio (Figura 3.22a), em favor do projeto de Antonio da Ponte (Figura 3.22b). O projeto de Palladio seguia os cânones da arquitetura romana clássica, enquanto o de da Ponte de Rialto era inovador na forma proposta para permitir preservar a fluência do tráfego fluvial do Grande Canal: o principal condicionante de projeto passou a ser a função e não a forma. A importância desse exemplo reside em sua influência sobre outros projetos de pontes, em países vizinhos inclusive, como a Ponte Fleisch, em Nuremberg, na Alemanha, que apresentava condições de projeto semelhantes.

O desafio da Ponte Fleisch, cuja relação altura/vão construída é de 1:6,2, residia na necessidade de unir duas margens de alturas diferentes – o que descartou a proposta de

Jakob Wolff de arcos gêmeos (Figura 3.23c). A proposta de David Bella, em arco pleno, por sua vez foi rejeitada pelo elevado desnível a ser vencido na passagem da ponte.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.22 – Ponte de Rialto, Veneza, Itália (Antonio da Ponte, 1588-1591): a) ponte em madeira existente ao final do século XV (pintura de Vittore Carpaccio, *Il miracolo della reliquia della Santa Croce*, 1494) (Wikipedia, s/d); b) projeto de Palladio (pintura de Canaletto, *Capriccio con edifici palladiani*, século XVIII) (Arte Ricerca, 2005-2009c); b) Vista aérea (The-World-According-To-Google, s/d); c) vista a partir do Grand Canal (Flickr, c2008).

A Ponte de Rialto, em Veneza (Figura 3.22) e a Ponte Fleisch, em Nuremberg (Figura 3.23), ambas apresentavam condições similares: subsolo alagadiço e a impossibilidade de drenagem (Kurrer, 2008). A influência da primeira sobre a segunda é marcante, conta a história, por conta do intercâmbio - de mercadorias e de conhecimento - entre as duas cidades, além da proximidade entre as famílias dos mestres construtores. Diferentemente de Rialto, as margens da ponte a ser construída em Nuremberg estavam em alturas diferentes. Outras discussões são encontradas nas soluções de outros projetos concorrentes – de David Bella e no trabalho de Jakob Wolff. Ambos continham uma relação altura e vão

estavam bem abaixo do projeto construído. Além disso, o primeiro projetista propôs um arco semicircular muito alto para os acessos já existentes; já o segundo propôs arcos gêmeos cuja dificuldade residia na fundação do pilar central de arcos de alturas diferentes. Tais motivos levaram ao descarte de ambos.

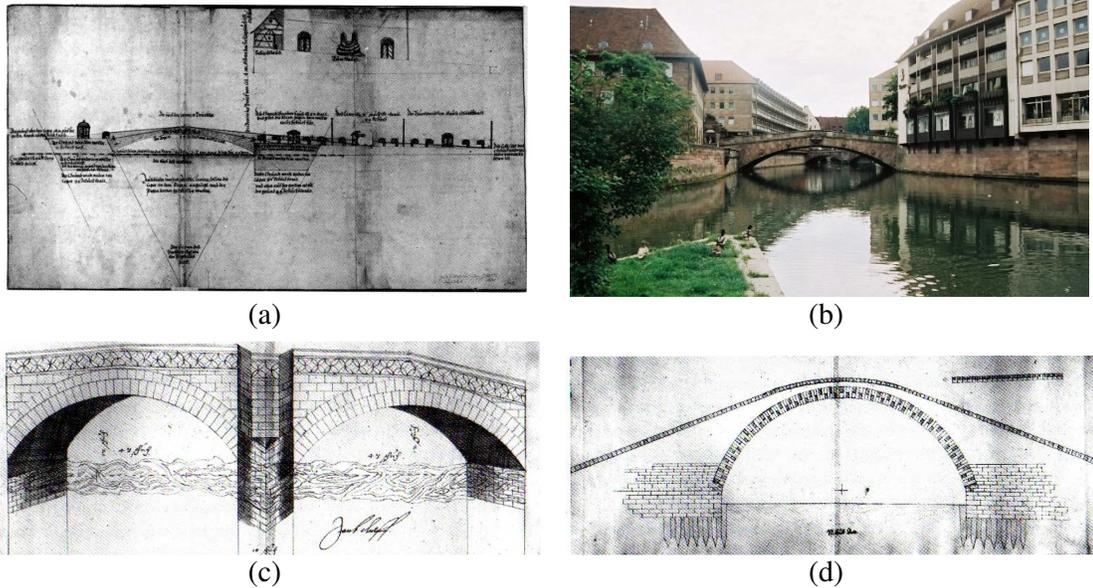


Figura 3.23 – Ponte Fleisch, Nuremberg, Alemanha (Wolf-Jakob Stomer, 1596-1598): a) Projeto de Wolf-Jakob Stomer, 1596 (Kurrer, 2008); b) vista lateral (Structurae, c1998-2009); c) projeto de Jakob Wolff (Kurrer, 2008); d) Projeto de David Bella (Kurrer, 2008).

Este caso ilustra a importância de outro fator fundamental para a geometria das estruturas em arco: o projeto do cimbramento, elemento montado, usualmente em madeira, ao longo do vão a ser coberto, sobre o qual era erguido o arco ou abóbada, dos extremos (apoios) até a colocação da pedra central (fecho). Se o cimbramento não fosse suficientemente “seguro”, os apoios seriam solicitados à medida que ia se construindo o arco e com o seu fechamento, o arco solicitaria abruptamente as fundações, bem como as aduelas, o que poderia causar danos irreparáveis à estrutura. O decimbramento era uma operação que requeria bastante atenção e a inadequação de seu projeto custou a existência de várias estruturas ao longo da história, como as primeiras pontes sobre o rio Pontybridd (Reino Unido).

4 - GENERALIDADES SOBRE OS ARCOS DE ALVENARIA

4.1 - A ALVENARIA

Segundo Harris (c1975), a “alvenaria” pode ser definida como a arte de dar forma, dispor e unir pedras, tijolos, blocos de construção, entre outros, para formar paredes e outras partes de edifícios. Os desenhos de Viollet-le-Duc¹¹ (1854) ilustram as técnicas típicas de construção em alvenaria na antigüidade romana e no período medieval e mostram que essas estruturas eram construídas com pedra, tijolos ou pedregulhos, acomodados com argamassa ou juntas secas (Figura 4.1). E tal inventário das construções históricas por Viollet foram de grande importância para o conhecimento das técnicas construtivas e, por vezes, dos vários períodos de construção (Choay, 2006).

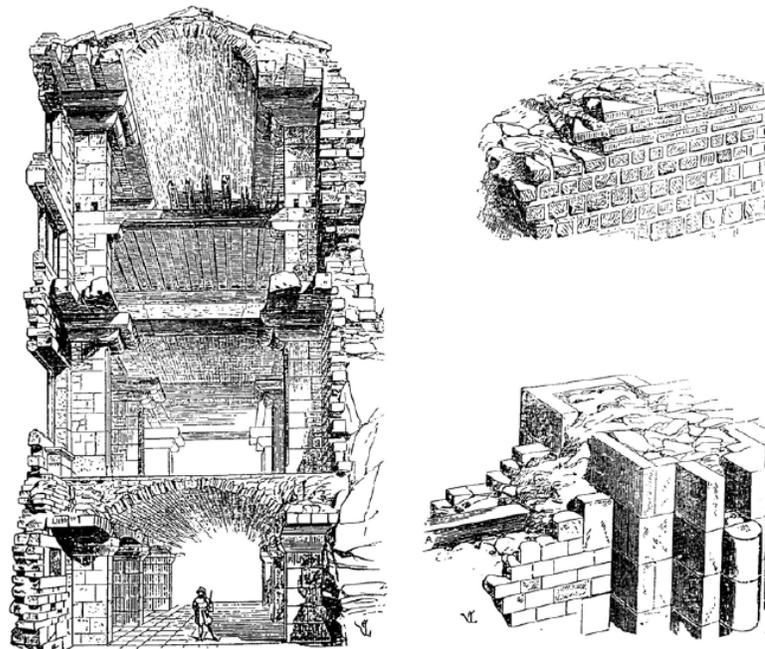


Figura 4.1 – Alvenaria histórica. Seção de construção medieval (à esquerda). Detalhe de construção de parede romana e de parede medieval (à direita, acima e abaixo, respectivamente). (Viollet-le-Duc. 1854 *apud* Huerta, 2001).

¹¹ Eugène Viollet-le-Duc (1814-1879) foi um dos autores e arquitetos mais influentes do século XIX e mesmo no século XX para a teoria e a prática do restauro de construções históricas. Ele defendia a restituição “científica” das condições “originais” do edifício, com base na concepção de um ideal estilístico. Viollet-le-Duc atribuía importância fundamental para a arqueologia do edifício histórico e a compreensão de seu funcionamento estrutural.

Vê-se o uso, inclusive, de várias formas de assentamento identificando, por vezes, diversas fases de execução, e a história da construção influencia enormemente em sua resistência final. Pillet (1895) afirma que se a argamassa for de boa qualidade, produz uma aderência das aduelas entre si, e se opõem ao seu deslocamento na medida em que não se desenvolvem esforços de tração superiores a certo limite, o qual depende da natureza das pedras, da qualidade da argamassa e do modo como ela é empregada. Mesmo estando fora do escopo deste trabalho um estudo aprofundado do material, faz-se necessário o conhecimento de algumas de suas propriedades para compreender sua influência no comportamento das estruturas.

Huerta (2004) mostra que os primeiros ensaios sistemáticos para detectar as propriedades mecânicas das pedras foram realizados já no século XVIII, em 1750, por Perronet e Souflot. Porém, séculos se passaram e as antigas construções em alvenaria perpetuam-se.¹² As propriedades mecânicas referentes à resistência à compressão dos estudos científicos da alvenaria que serão utilizadas neste trabalho estão entre as conclusões de Tortay, 1885, (*apud* Huerta, 2004): a gradação em termos de resistência mecânica estava baseada em termos da mais resistente, em pedra e sem juntas, em segundo lugar vinham as alvenarias formadas sem argamassa em suas juntas e, finalmente, as que possuíam as juntas preenchidas com algum tipo de argamassa; outra conclusão desse autor reside no fato de que as alvenarias cujas juntas eram preenchidas com argamassa de cimento davam um caráter monolítico a essa alvenaria fazendo-a chegar, quase, à resistência das de pedra e muito superiores as que possuíam outro tipo de argamassa. Além disso, está o fato de que um aumento na espessura da junta acarretaria uma diminuição de tal resistência – fato explicado no trabalho de Delbeq (1983 *apud* Huerta).

Em todos os estudos observa-se que a discussão da resistência da alvenaria passa pelos seguintes aspectos: o tipo do tijolo ou pedra utilizada;¹³ tipo da argamassa, caso exista; e da espessura das juntas. Pode-se encontrar, por exemplo, observações sobre as juntas das aduelas de arcos no tratado de arquitetura de Leon Battista Alberti, de 1452 – único tratado

¹² Neste ponto é interessante notar que ao longo do tempo a visão de durabilidade das construções é cada vez menor – as construções modernas, para um século de vida; já os construtores romanos, idealizavam suas construções para um milênio.

¹³ Vitruvio já dizia que se a natureza aprovasse a pedra, esta poderia ser utilizada sem receio (Vitruvio, 2007, p.135): “(...) Quando se quiser edificar uma obra, as pedras deverão ser extraídas com dois anos de antecedência, não no inverno, mas no verão, devendo permanecer expostas em lugares abertos”.

de Arquitetura até então, visto que o de Vitruvio só fora descoberto posteriormente (Huerta, 2004).

A resistência ao esforço da tração da alvenaria é um fator dependente da aderência entre a argamassa e a pedra ou tijolo, pela própria natureza do esforço. Sendo ignorada devido a sua grande resistência à compressão. Já a resistência das juntas aos esforços cortantes está na junção de três fatores: esforço de compressão; da resistência da massa a esse esforço e do ângulo de atrito, conforme mostra o *Crítério de atrito seco* de Coulomb dada pela equação

$$\tau = \tau_0 + tg\phi \quad (4.1)$$

onde, $\begin{cases} \tau_0 : \text{resistência ao cortante quando } \tau = 0 \\ \phi : \text{ângulo de atrito interno.} \end{cases}$

Portanto, percebe-se que essas observações e conceitos foram adotados, implícita ou explicitamente, ao longo dos séculos XVIII e XIX – as estruturas de alvenaria resistem bem aos esforços de compressão, porém as tensões de trabalho das alvenarias estão uma ou duas ordens de magnitude abaixo da resistência de ruptura à compressão; ainda, as estruturas de alvenaria resistem muito mal à tração, portanto tal resistência pode ser negligenciada (Kurrer, 2008), e que a falha por deslizamento está impedida pelos altos coeficientes de atrito entre as pedras.

O tratamento desse material heterogêneo, anisotrópico e cujas propriedades mecânicas não eram uniformes dividiu opiniões nos séculos de surgimento da Teoria das Estruturas (Kurrer, 2008), e, até então, era calculado de maneira empírica, baseada em relações geométricas (Huerta, 2004) e na observação dos mestres construtores de construções existentes e de ruínas – considerada grande fonte de informação. O desafio das teorias científicas que foram aparecendo a partir do século XVI era perceber como um material considerado “rígido”, a alvenaria de pedra, permitia acomodações e como essas poderiam ser compreendidas para aferir a segurança das estruturas existentes bem como balizar novas construções. Tais questionamentos são respondidos ao longo do capítulo 5, dedicado ao estudo comparado dessas teorias.

4.2 - CONSTRUÇÃO

As primeiras construções em alvenaria aparecem com o estabelecimento da agricultura, a partir do assentamento permanente do homem na terra. Encontra-se primeiramente a construção de muros de alvenaria, avançando, posteriormente, para a delimitação do espaço além de sua cobertura. Surgem os tetos curvos e, conseqüentemente, as construções em arco.

Podem-se levantar duas situações de interesse na análise dos edifícios históricos em alvenaria. A primeira delas tem por objetivo compreender o modo como a estrutura se comporta, um dos objetivos desse trabalho; e, a outra, diz respeito a compreender a origem e a significância das fissuras, se essas forem visíveis e supostamente comprometedoras da estrutura. Tais abordagens implicam, em sua especificidade, em certas simplificações. No primeiro caso, é necessário o estudo dos possíveis estados de equilíbrio. No segundo, deve-se inferir o tipo de movimento que deu origem àquelas fissuras – adequando essas a um determinado padrão já testado e estabelecido, para eventuais intervenções.

Segundo Mainstone (1997), as estruturas em alvenaria permanecem em pé tanto em virtude das compressões internas que carregam o seu peso quanto em relação às outras cargas conduzidas até o solo. Identificação equivocada dos elementos estruturais em edifícios de alvenaria, assim como em qualquer outro sistema construtivo, pode levar a conclusões errôneas quanto a distribuição das cargas, sendo que, em relação às construções abobadadas e em arco, a identificação dos seus elementos é feita a partir de “quem” exerce o empuxo e “quem” resiste a esse esforço. Um roteiro é proposto para esta análise, segundo Huerta (2001):

- Identificação dos elementos da estrutura;
- Estudo do estado de equilíbrio de cada um desses elementos (com o pressuposto fundamental de que as forças internas sejam de compressão);
- O equilíbrio global é procurado onde todos esses elementos interajam em compressão.

O segundo momento da análise é mais complexo por tratar-se da identificação do padrão de fissuramento, que revela os possíveis movimentos ocorridos nos apoios dos arcos e coberturas abobadadas. Isso exige do analista muito estudo e experiência. Embora o início do desenvolvimento de uma teoria para o arco de alvenaria remonte ao século XVII, grandes edifícios foram estudados em seu conjunto apenas no final do século XIX, a partir do desenvolvimento da estática gráfica. Como, por exemplo, a análise da catedral gótica de Beauvais – por Ungerwittter e Mohrmann (em 1890), Benouville (em 1891), Heyman (em 1967); e de *Hagia Sophia* – por Mainstone (em 1988).

Kurrer (2008) salienta que os métodos para a construção dos arcos de alvenaria utilizados deveriam garantir que a força compressiva da alvenaria não seria excedida em nenhum estágio, seja de execução ou de trabalho, e que as rachaduras sérias e permanentes não ocorreriam; e, por fim, que o cimbramento seria capaz de suportar as cargas, transmitindo gradualmente os esforços à estrutura quando de sua retirada.

4.3 - LINHA DE EMPUXO

A linha de empuxo é definida como o lugar geométrico dos pontos por onde passam as resultantes dos esforços por um determinado plano de corte. A linha de empuxo permite acompanhar a transmissão de esforços dentro da alvenaria – cada linha de empuxo representa uma possível situação de equilíbrio. Huerta (2004, p.36) vai além afirmando que a linha de empuxo não é senão uma representação gráfica das equações de equilíbrio. Estudos demonstram que o entendimento era que a linha de empuxo deveria estar inserida na espessura da estrutura arqueada. Essa era chamada a condição limite do material. Como a alvenaria resiste bem à compressão e não à tração, assim a resultante das tensões deveria estar contida dentro da espessura da alvenaria em estudo.

Esse conceito foi primeiramente colocado por Robert Hooke, 1670, utilizando a analogia de um cabo pendurado, apenas sob o peso próprio. Porém, uma formulação mais sofisticada se deu apenas no século XIX – na Inglaterra por Henry Moseley, 1835, e na França por Méry, 1840. Desenvolvendo seus trabalhos de forma independente, observa-se um tratamento matemático rigoroso no trabalho de Moseley e um tratamento gráfico no de Méry – voltado a um cálculo prático para a engenharia.

Seja a Figura 4.2a para exemplificar o raciocínio de Moseley. Trata-se de um maciço *MNLK* de alvenaria, sem argamassa em suas juntas, de forma qualquer. Seja o plano *1a2* que corta a estrutura e *A* a resultante de todas as forças que atuam no maciço, denominada de empuxo. O ponto de aplicação dessa resultante no plano de corte foi chamado centro de empuxo, situado dentro da estrutura. Tomando este procedimento para cada componente do maciço, Figura 4.2b, tem-se os pontos *a, b, c, d, ...*, que, ligados (Figura 4.2c), formam o que Moseley denominou *linha de resistência* ou *linha de reações*¹⁴. E a linha que define a direção dos empuxos, Figura 4.2d, foi chamada de *linha de pressão* – nomenclatura utilizada por Méry (originalmente, *courbe de pression*) ou *linha de inclinações*¹⁵ (nome dado por Moseley).

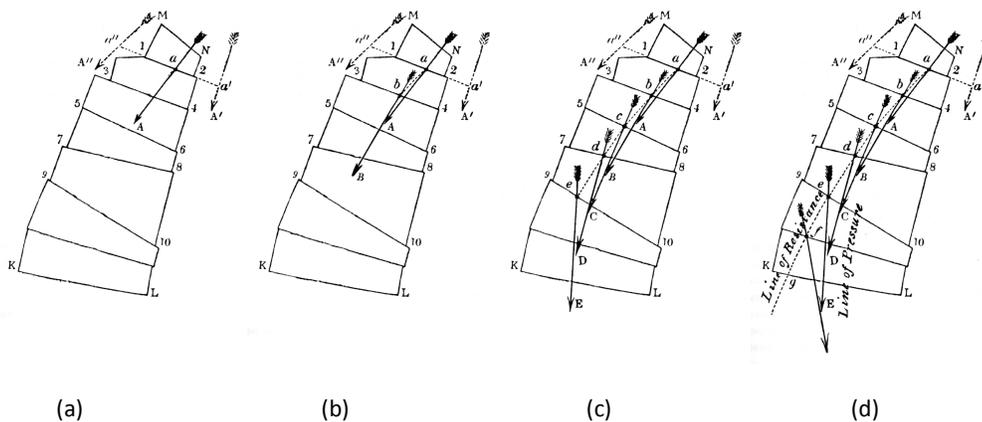


Figura 4.2 – Desenho explicativo de Moseley para a linha de empuxo (modificado – Moseley, 1833).

¹⁴ De acordo com Moseley (1833) a linha de resistência ou linha de reações é obtida unindo-se os pontos em que as reações cortam os planos das juntas de cada bloco e linha de pressão a curva obtida pela união das origens das reações de apoio.

¹⁵ Méry (1840) toma como a envoltória das reações em cada bloco como linha de pressão. O que foi entendido como linha de resistência nos textos vindos da literatura francesa (Huerta, 2004).

Assim, fica evidenciado que a linha de empuxo é dependente da forma, do carregamento da estrutura estudada bem como dos planos de corte escolhidos, que na Figura 4.2 fez-se coincidir com as juntas das peças e lembrando que a possibilidade do deslizamento entre as componentes é impedida, esse estudo torna-se de interesse apenas teórico – não factível na realidade (Huerta, 2004).

Para os arcos, a idéia da linha de empuxo é aplicada tornando os planos de corte coincidentes aos das juntas, por exemplo, ou, no caso de arcos em concreto, eleger a direção desses planos de maior conveniência ao estudo proposto. A Figura 4.3 mostra uma possível situação de equilíbrio entre as aduelas, amparadas umas pelas outras.

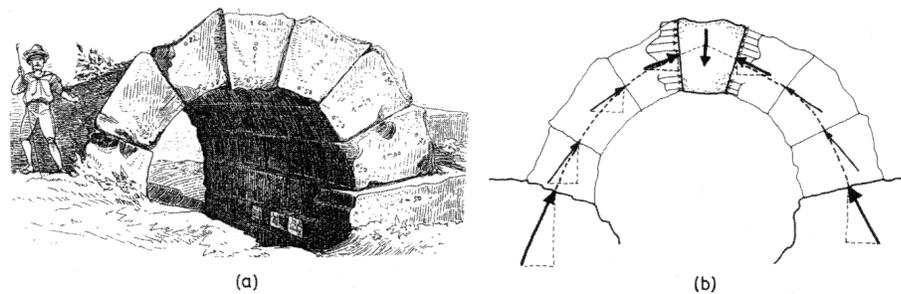


Figura 4.3 – Arco de aduelas: a) Arco etrusco; b) Equilíbrio da pedra de fecho e das aduelas opostas (Huerta, 2004).

O chamado “empuxo do arco” é a componente horizontal das resultantes em todos os planos de corte estudados. Portanto, a grande preocupação com os apoios desse arco que receberão o empuxo é ter o dimensionamento satisfatório para a absorção desse esforço. Em arcos simétricos percebe-se que sua tendência em cair é impedida com o equilíbrio das peças simétricas. Como definiu Da Vinci: “um arco não é outra coisa que uma fortaleza formada por duas fraquezas” (Leonardo da Vinci e Richter, 1970, p.40).

É importante observar que dependendo do empuxo horizontal imposto para o equilíbrio da pedra de fecho tem-se uma linha de empuxo mais ou menos elevada, conforme Figura 4.4. Isso faz sentido quando se coloca a hiperestaticidade de um arco, o qual não terá uma solução única para a linha de empuxo desde que não se estabeleça outras três condições. Mas lembrando-se que o material – alvenaria – impõe que tais linhas devem estar contidas

na espessura do arco. Na Figura 4.4b percebe-se que dependendo da amplitude do empuxo, a resultante deste com o peso P terá uma inclinação distinta θ_1 , θ ou θ_2 .

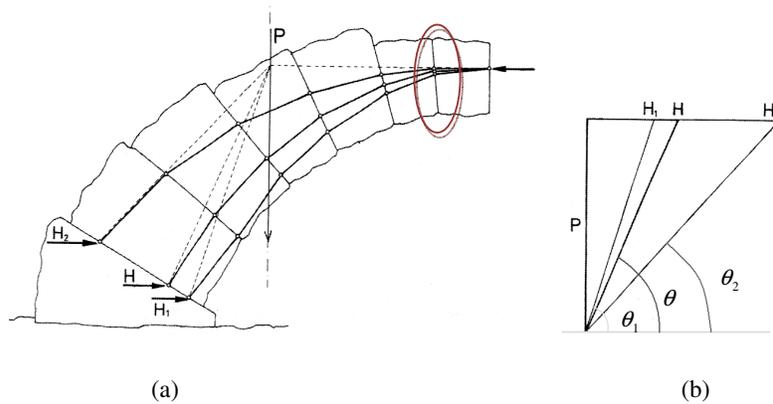


Figura 4.4 – Arco em alvenaria sujeito apenas ao peso próprio, variando-se o centro de empuxo da pedra de fecho (Huerta, 2004).

Para arcos que possuem carregamento vertical, tal como na Figura 4.5 o procedimento é estabelecido com regras de proporção entre os polígonos antifuniculares originais (sem carregamento) e carregados (Heyman, 1982 *apud* Huerta, 2004). Da grafostática, o traçado do diagrama de pesos, Figura 4.5a, é alcançado tomando-se as cargas sequencialmente na vertical. Ao unirmos o ponto O , encontrado pela amplitude de H , obtem-se os segmentos da antifunicular ligando este ponto a cada extremidade das cargas. Percebe-se a alteração na funicular quando se altera o empuxo horizontal do arco (ponto O'), Figura 4.5b, ou quando há alteração no apoio, Figura 4.5c.

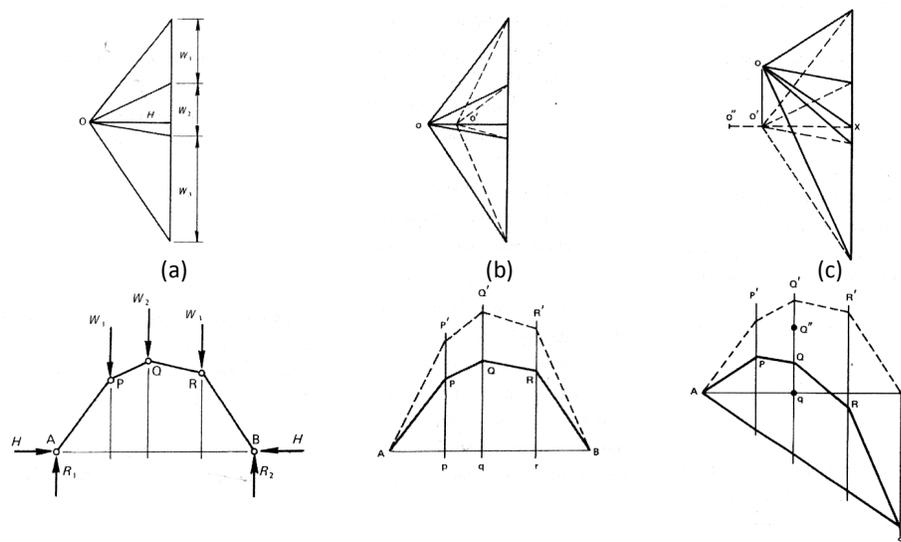


Figura 4.5 – Configurações do diagrama de peso conforme alterações diversas (modificado - Huerta, 2004).

Apenas com as condições de equilíbrio não é possível determinar uma única linha de empuxo. Pode-se pensar em uma linha de empuxo máxima e outra mínima contida na espessura do arco. Ao empuxo mínimo corresponde à maior altura da linha de empuxo. Todos os valores possíveis estarão entre esses valores. Uma altura máxima da linha de empuxo na pedra de fecho corresponde a uma mínima no apoio, e vice-versa (Figuras 4.4 e 4.6).

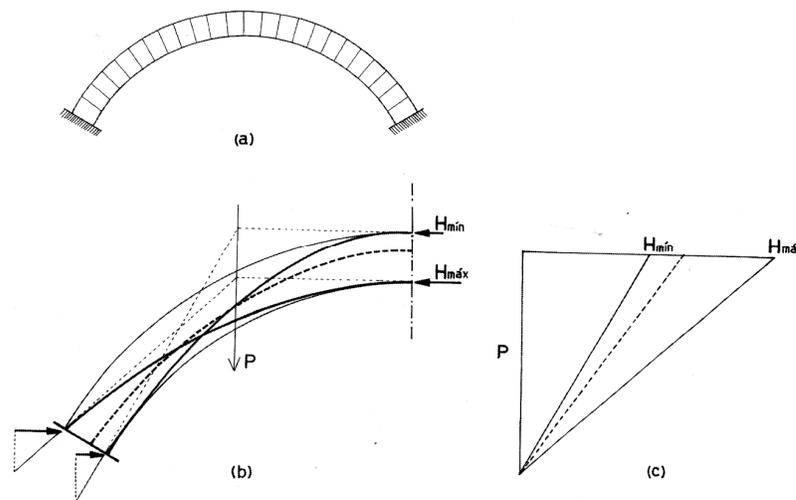


Figura 4.6 – Linha de empuxo máxima e mínima (Huerta, 2004).

Huerta salienta que no século XIX não se manuseava a ferramenta da estática gráfica como hoje. Ensaios possibilitaram a verificação dos mecanismos de colapso dos arcos de alvenaria, mas linha de empuxo era um conceito, algo que Young (1816 *apud* Huerta, 2004, p.50) definia como “uma curva imaginária no mesmo sentido que o centro de gravidade é um ponto imaginário”. Em 1846 o engenheiro inglês W.H. Barlow publicou um série de ensaios – com pedaços de madeira e aduelas convexas, Figura 4.7 – comprovando a existência, na prática, da linha de empuxo e algumas de suas propriedades fundamentais. Suas observações foram utilizadas por outro pesquisador – H.C.F Jenkin – o qual não citou o nome de Barlow, e essas se tornaram conhecidas posteriormente como o Teorema da Segurança que, à época, foi intitulado “demonstração experimental de que o equilíbrio de uma série de aduelas é estável se se pode desenhar uma linha de empuxo que cumpra as condições enunciadas antes” (Huerta, 2004, p. 53), ou seja, que esteja inserida dentro da espessura do arco.

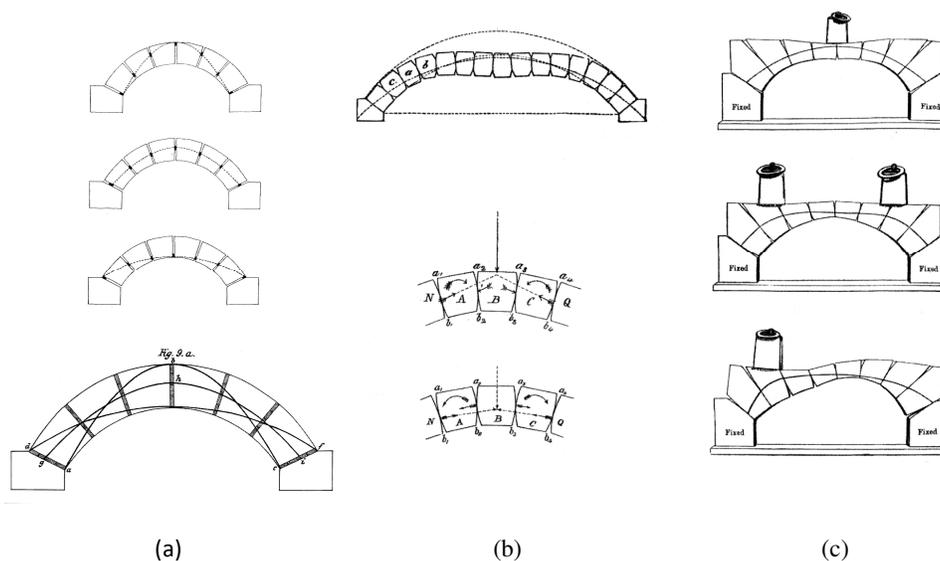


Figura 4.7 – Ensaio de Barlow e Jenkin: a) comprovação da existência da linha de empuxo (Barlow); b) ensaios com aduelas convexas (Barlow); c) modificação da linha de empuxo com diferentes carregamentos (Jenkin). (Huerta, 2004).

Caso o arco suporte apenas cargas verticais, fazendo coincidir os planos de corte também com verticais, isso resulta na coincidência entre a linha de empuxo e o antifunicular das cargas. Isso faz com que volte à idéia inicial da teoria dos arcos iniciada por Robert Hooke, no século XVII. Que, apesar de não ter resolvido matematicamente o problema, entendeu seu funcionamento já naquela época (!). Huerta (2004) considera a idéia de Hooke como sendo “a mais fecunda idéia da história da teoria das estruturas” (p.54).

O método gráfico de cabos usados no cálculo de estruturas caiu em desuso à medida que o desenvolvimento dos cálculos analíticos tornou-se suficiente. Porém, o arquiteto espanhol Antonio Gaudí retomou-o não para arcos ou pontes, mas para edifícios inteiros.¹⁶ Como foi o caso do projeto para a Igreja da Colonia Güell, em Barcelona. A Figura 4.8a mostra uma réplica da maquete realizada pelo arquiteto para o estudo das formas empregadas – ele pendurava as linhas e os pesos e depois reproduzia a forma alcançada no projeto.

¹⁶ Conforme relato de seu aluno e seguidor, Gaudí deixa um legado extraordinário na experimentação geométrica e no uso da grafostática. Até o momento, desenvolvem-se ferramentas computacionais para a compreensão e o prosseguimento de sua obra no templo da Sagrada Família, em Barcelona.



(a)



(b)

Figura 4.8 – Modelos invertidos de Gaudí: a) reprodução da maquete de estudo da igreja Colônia, em Barcelona; b) modelo usando pequenas esferas simulando o carregamento (Lifejournal, c1999-2009).

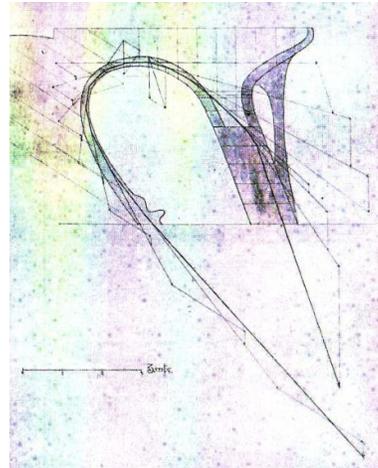
Nesse momento vale ressaltar que, dependendo da função do arco de alvenaria em estudo, deve-se levar em consideração não apenas o peso próprio do arco, mas as cargas que estão agindo sobre ele. Mesmo não sendo objeto desse estudo, são citadas as hipóteses adotadas sobre a forma da ação do preenchimento:

- A ação vertical – camadas sobrepostas ao arco;
- A ação hidrostática – seja diretamente ou misturada, por exemplo, ao solo;
- A ação geostática.

Pode-se observar na Figura 4.9b a utilização do método gráfico por Gaudí para as contenções do Parque Güell, em Barcelona, que levavam em consideração essas ações.



(a)



(b)

Figura 4.9 – Parque Güell, Barcelona (Antoni Gaudí, 1900-1914): a) contenção de terra; b) exemplo de aplicação do método gráfico utilizado no projeto das contenções (Huerta, 2004).

Nota-se que há outro fator a influenciar a linha de empuxo: a direção das juntas da alvenaria. Tal influência pode ser observada na Figura 4.10 quanto ao posicionamento das linhas de empuxo de apoios, conforme Dupuit (1870 *apud* Huerta, 2004). É intuitivo pensar na facilidade construtiva quando são feitas juntas perpendiculares ao esforço normal de compressão nos arcos de alvenaria.

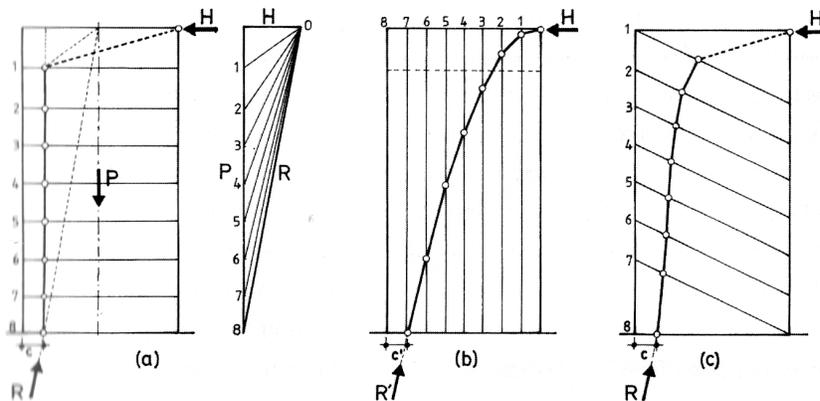


Figura 4.10 – Influência da direção das juntas na linha de empuxo (Huerta, 2004).

Mais uma vez é evidenciado o fato de que a arquitetura reflete necessidades estruturais as quais, entendidas em um contexto maior, possibilitam expressões estilísticas conforme mostra a Figura 4.11: pináculos ou pesadas esculturas garantindo o carregamento na parte

superior dos apoios suficiente para evitar qualquer possibilidade de falha por deslizamento das aduelas.

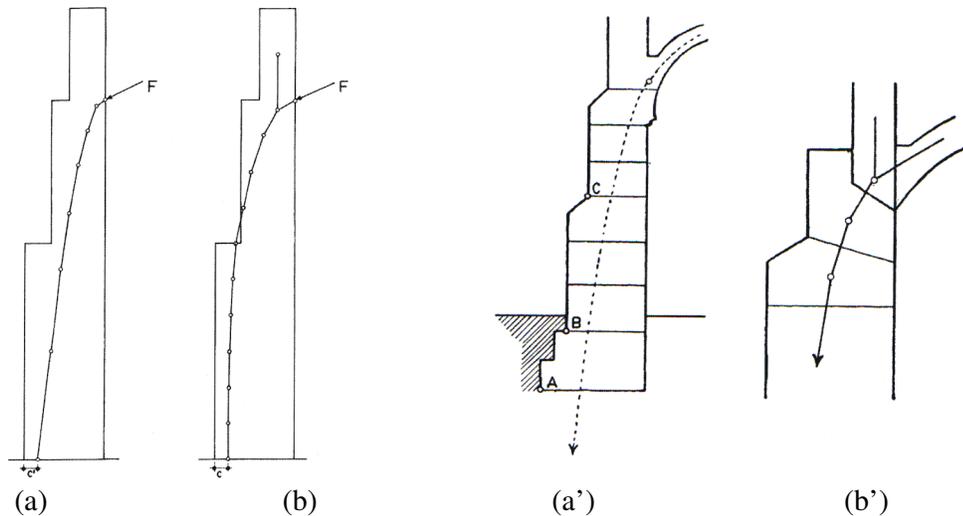


Figura 4.11 – Linha de empuxo em apoios e a influência do carregamento vertical (Huerta, 2004).

As discussões em torno da verdadeira linha de empuxo em um arco de alvenaria continuaram até que as propriedades da teoria elástica, que estabelece certa proporcionalidade entre carga e deformações medidas, fossem aplicadas também a essas estruturas, já no século XIX. Associando as equações de equilíbrio, as do material elástico e as de compatibilidade “(condições geométricas de deformação e de contorno)” (Huerta, 2004, p.72) pôde-se chegar a uma solução única, associada a determinado carregamento.

4.4 - MECANISMOS DE COLAPSO

A formação de mecanismo de colapso em um arco de alvenaria pode ter três origens distintas (Pillet, 1895):

- 1° Por rotação de uma de suas arestas, seja intradorso ou extradorso;
- 2° Por deslizamento de umas aduelas sobre as outras;
- 3° Após deformação seguida de esmagamento do material.

A Figura 4.12 mostra diversos tipos de formação de mecanismos de colapso em arcos semicirculares. Nas ilustrações 20 a 22, por exemplo, estão ilustrados mecanismos de colapso devido ao deslizamento de aduelas, enquanto que as ilustrações 23 a 25 tem-se mecanismos de colapso devido a rotação de aduelas.

A essas três causas potenciais de colapso correspondem três condições necessárias para a estabilidade do arco: a primeira, denominada “condição de equilíbrio estático”, necessária para se evitar a rotação de aduelas, impõe que a linha de empuxo seja contida inteiramente entre as curvas do intradorso e do extradorso; a segunda, denominada “condição de atrito”, necessária para se evitar o deslizamento de aduelas, impõe que a resultante das forças atuantes em uma junta faça com o plano da normal um ângulo inferior ao de atrito entre as duas aduelas consecutivas; a terceira, finalmente, denominada “condição de não esmagamento ou de resistência”, necessária para se evitar o esmagamento do material constituinte do arco, impõe que a resistência de segurança do material à compressão não deve ser inferior à carga de solitação.

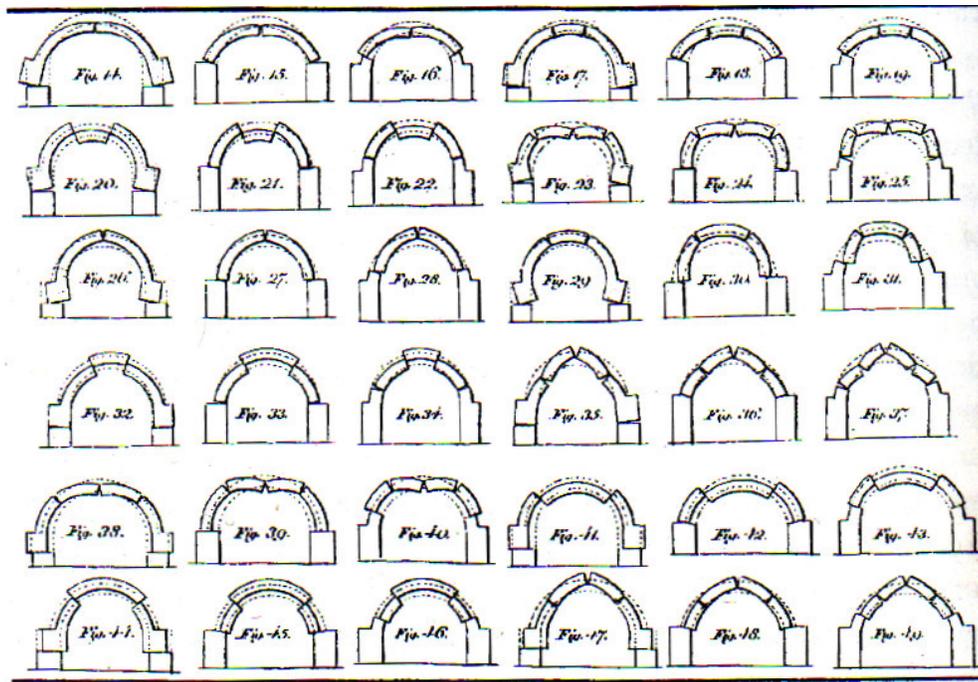


Figura 4.12 – Mecanismos de colapso em arcos semicirculares (Schultz, 1808 *apud* Kurrer, 2008).

Ao longo do século XIX, a “condição de resistência” motivou a inclusão de diferentes regras de projeto, em geral com o objetivo de evitar a ocorrência de solicitações elevadas próximo às superfícies das aduelas. A “condição de atrito”, por sua vez, motivou a adoção, em diversos métodos de cálculo, de valores limites seja para o ângulo formado entre duas aduelas contíguas, seja para o ângulo formado entre a resultante aplicada em uma dada junta e o plano dessa mesma junta. Pillet (1895), por exemplo, adota o ângulo de 35° no caso de alvenaria com argamassa. Sejam, por exemplo, duas aduelas M , M' separadas pela junta CD (Figura 4.13). Decompõe-se a força F em duas componentes, uma normal a CD , denominada N , e uma no mesmo plano da junta, T , que no caso de um arco monolítico seria tratada como o esforço cortante, mas que, de acordo com Pillet (1895), no caso de estruturas em alvenaria é denominada «esforço de deslizamento». Este deverá ser de tal forma que seu ângulo entre as forças F e N não ultrapasse o ângulo de atrito entre as aduelas.

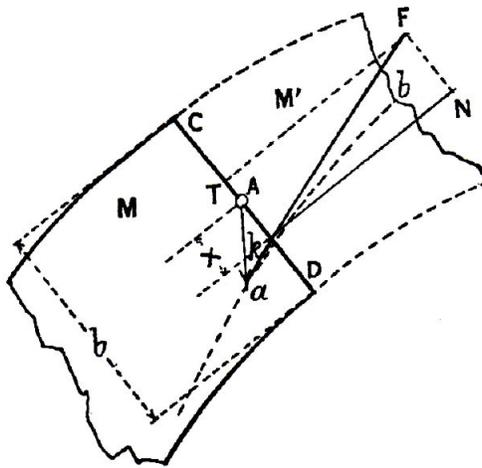


Figura 4.13 – Aduelas consecutivas em um arco de alvenaria (Pillet, 1895).

Foce (2005) apresenta uma análise das condições de mecanismos de colapso no que diz respeito ao equilíbrio estático do arco, como segue. Considere-se um arco simétrico de espessura constante s , sujeito a um carregamento simétrico. Podem ocorrer dois modos opostos de colapso rotacional com um grau de liberdade (Figuras 4.14 a e b). O primeiro corresponde modo de colapso por afastamento dos apoios e o segundo por aproximação dos apoios. O ângulo ϕ_0 foi introduzido de modo a definir o ponto de aplicação do empuxo

H na junta de coroamento. Se $\phi_0 = \phi_c = 0$, têm-se os dois modos de colapso “usuais”, com formação de articulação no extradorso ou no intradorso, respectivamente (Figuras 4.15 a e b).

A análise de colapso pode ser feita em termos tanto de equações de equilíbrio quanto de princípios dos trabalhos virtuais.¹⁷ Em ambos os casos, a condição de colapso é única admissível tanto estática quanto cinematicamente em relação ao parâmetro de colapso escolhido, no caso a espessura do arco.

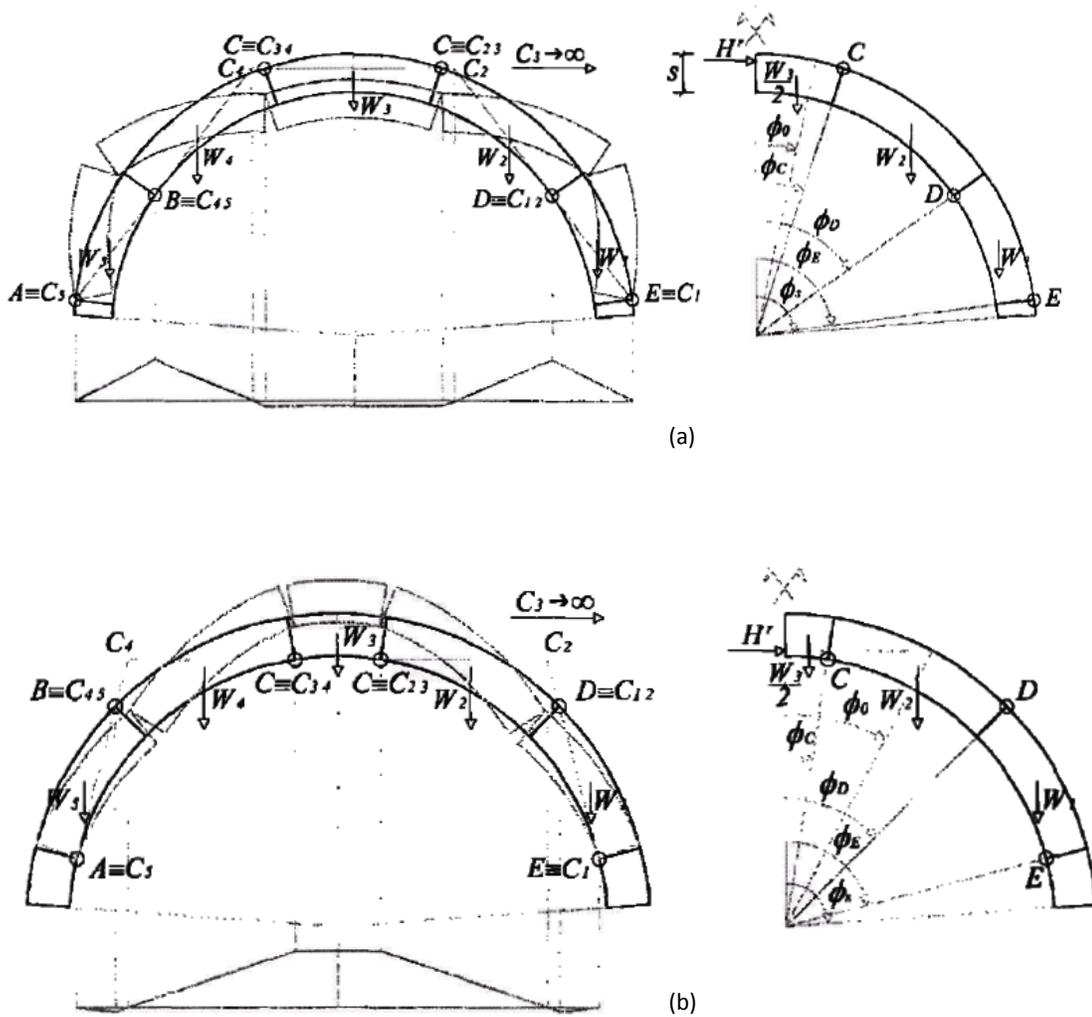


Figura 4.14 – Modos de colapso do arco de alvenaria por rotação de aduelas, formas gerais: a) Modo I de colapso. Forma geral; b) Modo II de colapso. Forma geral (Foce, 2005).

¹⁷ Trabalho virtual é aquele realizado ao longo de um deslocamento virtual – que não alteram os esforços atuantes na estrutura (esforços externos e reações de apoio). Utilizado no cálculo de estruturas hiperestáticas (Campanari, 1997).

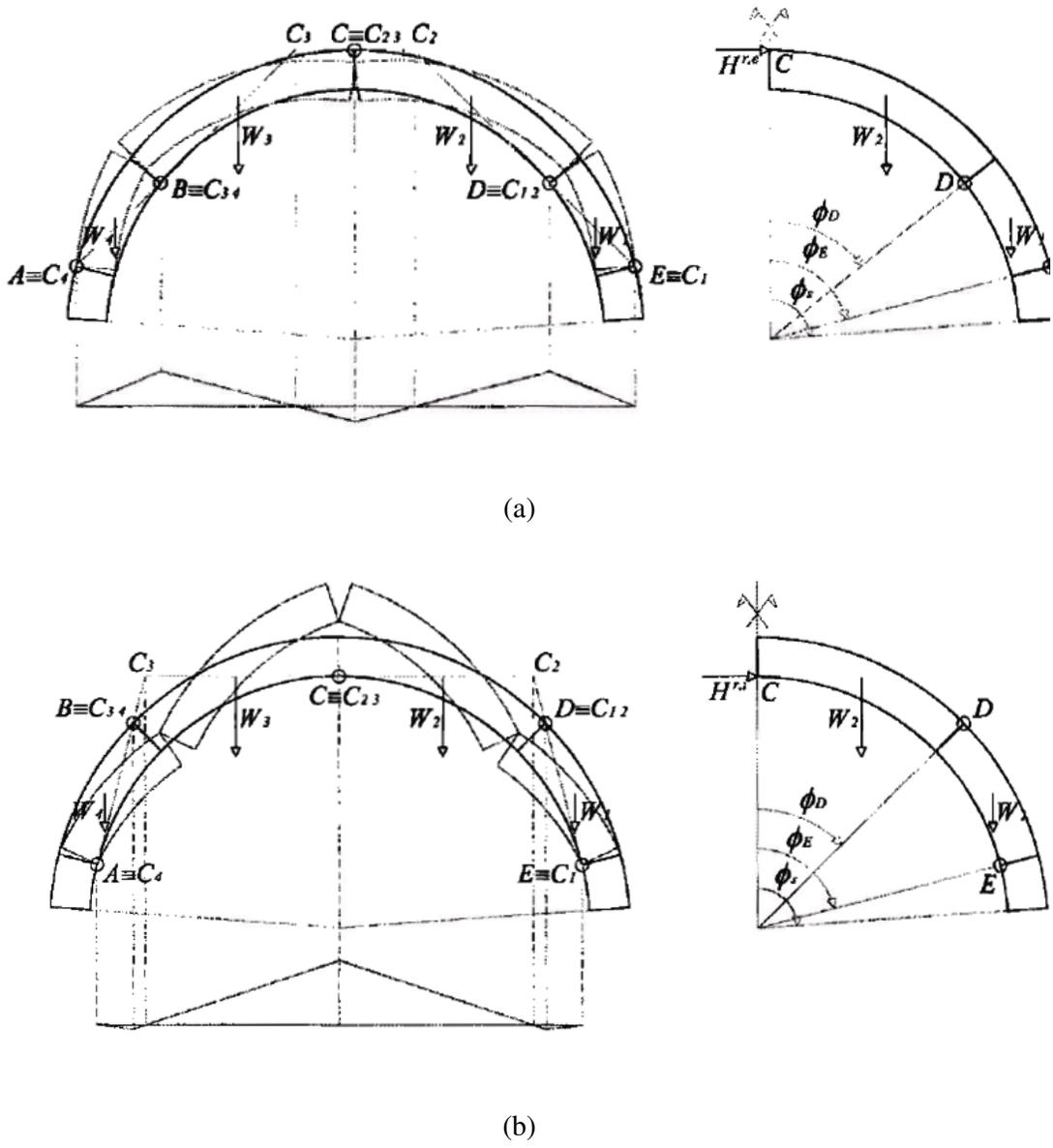


Figura 4.15 – Modos de colapso do arco de alvenaria por rotação de aduelas, com formação de rótula plástica no coroamento; a) Modo I de colapso no caso de formação de articulação no extradorso do coroamento; b) Modo II de colapso no caso de formação de articulação no intradorso do coroamento (Foce, 2005).

Segue a análise do colapso em termos de equações do equilíbrio. Considere-se um arco simétrico e sob carregamento simétrico. Sejam $H_{\min}^r(\phi_0, \phi, s)$ e $H_{\max}^r(\phi_0, \phi, s)$ os valores

do empuxo horizontal aplicado em um ponto genérico da coroa para o equilíbrio do semiarco em relação aos pontos M, do intradorso, e N, do extradorso, da junta de ângulo ϕ , respectivamente (Figura 4.16). Dados ϕ_0 e s , o primeiro é um mínimo, e o segundo um máximo.

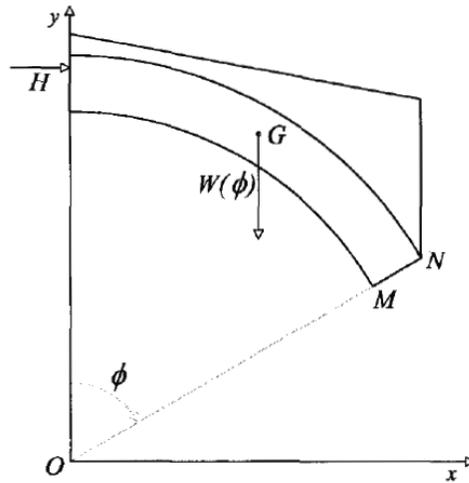


Figura 4.16 – Estudo do equilíbrio (Foce, 2005).

De forma a evitar a rotação em torno da aresta do intradorso de qualquer junta do arco, é necessário que:

$$H \geq \max H_{\min}^r \quad (4.2)$$

De forma a evitar a rotação em torno da aresta do extradorso de qualquer junta do arco, é necessário que:

$$H \leq \min H_{\max}^r \quad (4.3)$$

Portanto, a condição necessária e suficiente para o equilíbrio do arco é

$$\max H_{\min}^r \leq H \leq \min H_{\max}^r \quad (4.3)$$

Logo, a condição necessária de colapso é

$$\max H_{\min}^r = \min H_{\max}^r \text{ (empuxo admissível estaticamente)} \quad (4.4)$$

Onde

$$\max H_{\min}^r = H_{\min}^r(\phi_D) \text{ e} \quad \text{Para o Modo I} \quad (4.5)$$

$$\min H_{\max}^r = H_{\max}^r(\phi_C) = H_{\max}^r(\phi_E) \quad (4.6)$$

E

$$\min H_{\max}^r = H_{\max}^r(\phi_D) \text{ e} \quad \text{Para o Modo II} \quad (4.7)$$

$$\max H_{\min}^r = H_{\min}^r(\phi_C) = H_{\min}^r(\phi_E) \quad (4.8)$$

As condições (4.4), (4.7) e (4.8) também são suficientes se os ângulos ϕ_C, ϕ_D e ϕ_E satisfizerem as desigualdades

$$\phi_C < \phi_D < \phi_E \text{ (mecanismo admissível cinematicamente)} \quad (4.9)$$

Para o empuxo aplicado no extradorso da coroa (Modo I para $\phi_0 = \phi_C = 0$), (4.10) resultam

$$\max H_{\min}^{r,e} = \min H_{\max}^{r,e} \quad (4.11)$$

e

$$0 < \phi_D < \phi_E \quad (4.12)$$

Onde

$$\max H_{\min}^{r,e} = H_{\min}^{r,e}(\phi_D) \quad (4.13)$$

e

$$\min H_{\max}^{r,e} = H_{\max}^{r,e}(\phi_E) \quad (4.14)$$

De forma análoga, para o empuxo aplicado no intradorso do coroamento (Modo II para $\phi_0 = \phi_C = 0$), resulta em

$$\max H_{\min}^{r,i} = \min H_{\max}^{r,i} \quad (4.15)$$

e

$$0 < \phi_D < \phi_E \quad (4.16)$$

Onde

$$\max H_{\min}^{r,i} = H_{\min}^{r,i}(\phi_E) \text{ e } \min H_{\max}^{r,i} = H_{\max}^{r,i}(\phi_D) \quad (4.17)$$

Essa análise obviamente permite uma variação em termos de linha de empuxo.

Em termos gerais, a linha de empuxo mínima é a mais íngreme dentro da espessura do arco, isto é, a mais estendida verticalmente e contraída horizontalmente; ela toca o extradorso em dois pontos simétricos e próximos da coroa (ou no extradorso da coroa) e o intradorso em dois pontos simétricos i próximo às nascentes, ou nas nascentes (Figura 4.17).

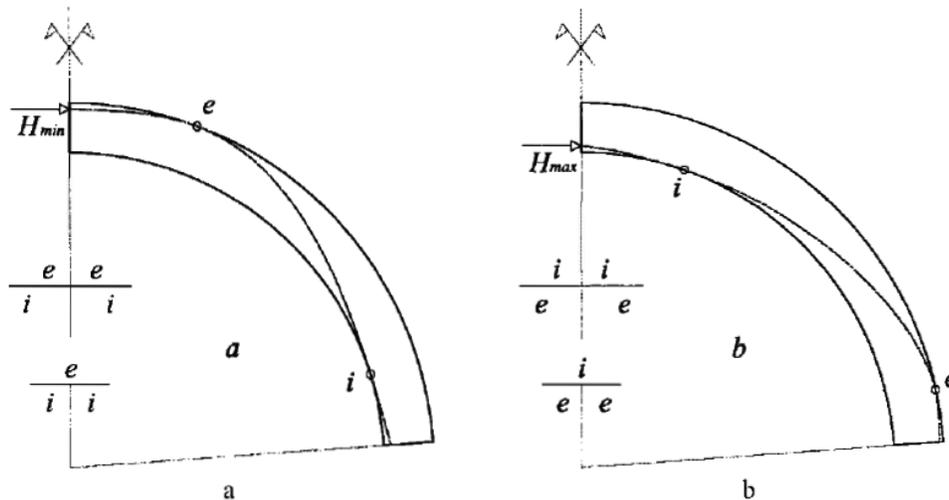


Figura 4.17 – Forma geral das linhas de empuxo máxima e mínima para um arco simétrico (Foce, 2005).

A linha de empuxo máximo é a mais rebaixada possível dentro da espessura do arco, isto é, a mais contraída verticalmente e estendida horizontalmente; ela toca o intradorso em dois pontos simétricos i próximos da coroa (ou no extradorso da coroa) e o extradorso em dois pontos simétricos e próximo às nascentes, ou nas nascentes (Figura 4.17). Em termos de linha de empuxo, as condições de colapso estabelecem que o arco falha apenas se as linhas de empuxo máximo e mínimo coincidem, isto é, se apenas uma linha é possível e atende às condições tanto de mínimo quanto de máximo empuxo.

Como mencionado anteriormente, Heyman (1995) demonstrou que tanto o esmagamento quanto o deslizamento de aduelas são ocorrências improváveis nas estruturas de alvenaria existentes, dada a razão entre a tensão de esmagamento dos materiais e a tensão de compressão observada, por um lado, e as forças de atrito que se desenvolvem usualmente entre os elementos constituintes das alvenarias, por outro. Com base nessas premissas, pode-se afirmar que as condições analisadas por Foce (2005) são suficientes para demonstrar a estabilidade do arco.

5 - TEORIAS CIENTÍFICAS DO ARCO DE ALVENARIA

5.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Desde sua invenção, a mais de seis mil anos, o arco de alvenaria foi assimilado por diferentes culturas e amplamente utilizado como solução estrutural e arquitetônica para construções de dimensões e usos os mais distintos.¹⁸ Conforme colocam Huerta e La Cuerda (1998), a construção de estruturas de alvenaria em arco envolve duas perguntas chave: qual deve ser a forma do arco (ou abóbada) e qual deve ser a espessura dos apoios e contrafortes. Sempre houve regras estruturais que arquitetos e construtores utilizavam para responder a essas perguntas. Tradicionalmente, essas regras eram baseadas no conhecimento adquirido com a experiência na prática da construção, transmitido e renovado de geração em geração. A durabilidade das estruturas tradicionais e o arrojo estrutural de edifícios como o Panteão de Roma (Figuras 3.7, 3.8 e 3.9), a Catedral de Chartres (Figuras 3.14, 3.17 e 3.18) e o *Duomo* de Florença (Figura 5.1) são exemplos da qualidade e do potencial dessas regras.



Figura 5.1 – Duomo de Florença, Filippo Brunelleschi, 1419-1436.

¹⁸ Ver Capítulo 2

A partir do século XIV, o Renascimento cultural e econômico da Europa inicia um processo de mudança das mentalidades que tem como um de seus elementos mais importantes o desenvolvimento da ciência moderna. A racionalidade científica acabou por se converter em uma chave fundamental para compreender o mundo, os fenômenos físicos inclusive, e, entre eles, o comportamento das estruturas. No quadro dessa nova visão de mundo, a partir do século XVII, regras estruturais baseadas no conhecimento empírico começaram a ser vistas como insuficientes para determinar a conformação das estruturas, e à medida que a matemática e a mecânica avançavam, foi se consolidando a percepção da necessidade de uma nova atitude frente ao projeto estrutural:

A ciência da mecânica havia adquirido um desenvolvimento suficiente e, sobretudo, emergia uma nova mentalidade que pedia uma justificação ‘científica’ dos processos técnicos. De fato, o descobrimento a lei da decomposição das forças, por Stevin, os trabalhos de Galileo sobre a resistência dos materiais e a formulação geral das leis da mecânica, por Newton, abriam pela primeira vez a possibilidade de um estudo científico do equilíbrio das construções. Para o arquiteto ou engenheiro ‘culto’ dessa época já não parecia razoável continuar utilizando meras regras – a antiga teoria das estruturas – era necessário elaborar uma nova teoria das estruturas. (Huerta e La Cuerda, 233-234, tradução livre).

Assim, a partir do século XVII (não consideradas as contribuições de Leonardo da Vinci dois séculos antes) começam a ser propostas novas regras para o projeto estrutural de construções de alvenaria em arco, a partir de modelos teóricos de caráter científico, que procuram explicar o comportamento das estruturas, sem perder de vista o objetivo prático de dimensionamento de novas estruturas e verificação da estabilidade de estruturas existentes. Ainda segundo Huerta e La Cuerda (1998, p.234): “Não se trata de realizar uma pesquisa abstrata sobre a natureza do equilíbrio das construções, mas de desenvolver uma teoria, baseada nas leis a mecânica, que permita projetar construções reais que sejam suficientemente seguras”.

O presente capítulo propõe apresentar, em linhas gerais, o desenvolvimento em perspectiva histórica das teorias científicas do arco de alvenaria. Trata-se de um período histórico abrangente: quatro ou seis séculos, dependendo do marco inicial considerado; e de uma produção bibliográfica extensa.¹⁹ Uma análise mais detalhada desse material escaparia às possibilidades do presente trabalho. Dessa forma, procurou-se identificar e apresentar as idéias centrais dos principais autores, organizadas conforme um quadro

¹⁹ Becchi e Foce (2002), em sua bibliografia sobre estereotomia, corte de pedras e teoria do arco relacionam quase 700 entradas referentes a trabalhos publicados entre 1567 e 1920.

geral (Figura 5.2) das principais linhas evolutivas da teoria do arco de alvenaria. Esse quadro foi elaborado a partir de Foce (2002), Kurrer (2008) e Huerta (2008), tendo sido adotadas quatro divisões: teoria da cunha, teoria da rotação de aduelas, teoria da equilibração e teoria da linha de empuxo (consideradas em conjunto); teoria elástica aplicada ao arco de alvenaria e teoria plástica aplicada ao arco de alvenaria. Procurou-se apresentar também alguns dos estudos empíricos mais importantes nesse período.

É importante compreender que essa classificação não é rígida. Por exemplo, a teoria apresentada por Phillippe de La Hire em 1695 é considerada o texto inaugural da teoria das cunhas, mas o texto de 1712, do mesmo autor, tem elementos que prenunciam a teoria da rotação de aduelas. Da mesma forma, o modelo proposto por Moseley (1833) trata fundamentalmente da questão da linha de empuxo, mas em articulação com idéias da teoria da rotação de aduelas. Diante de mais esse elemento de complexidade, optou-se por apresentar toda a produção de cada autor dentro da linha geral em que o conjunto de seu pensamento melhor se enquadra. O capítulo se inicia com algumas considerações sobre as regras tradicionais e uma apresentação breve das chamadas “regras de Derand”, ou “regras de Blondel”.

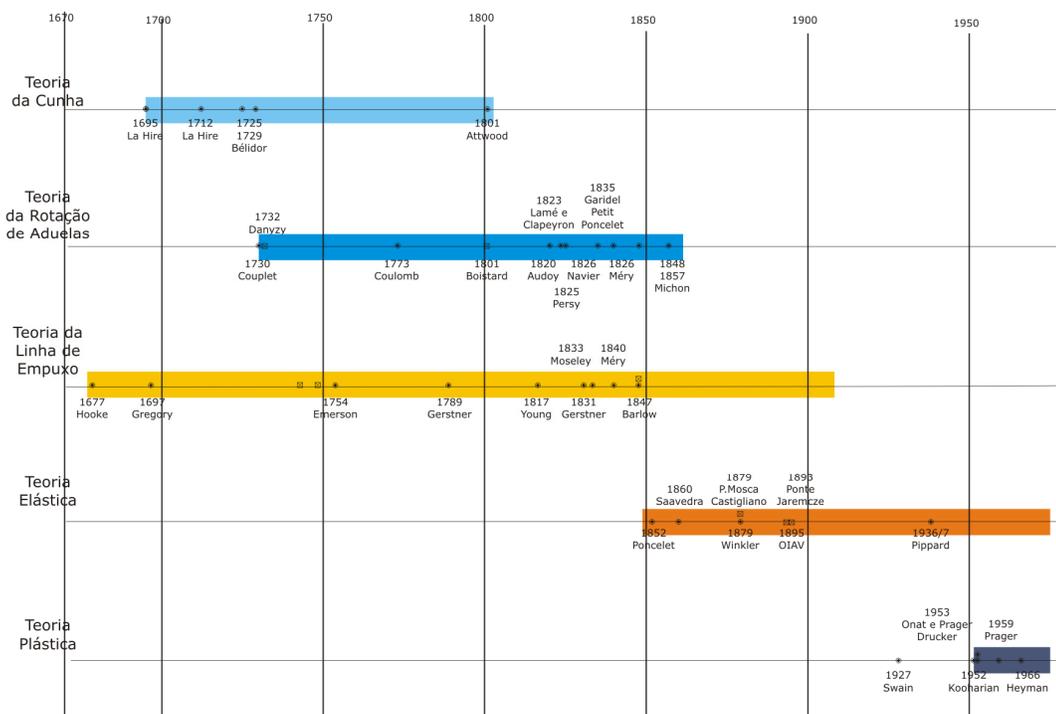


Figura 5.2 – Quadro cronológico da teoria científica do arco de alvenaria.

5.2 - REGRAS TRADICIONAIS

Da antigüidade e do império bizantino não sobreviveu nenhum registro escrito das regras então utilizadas para o dimensionamento das estruturas em arco. Vitruvio (c.80-70 a.C – depois de c. 15 a.C), em *De Architectura Libri Decem* (c.27 a.C.), único texto sobre arquitetura datado da antigüidade greco-romana que se preservou até o presente, não transcreve regras estruturais, mas faz algumas recomendações e comentários relativos às estruturas em arco (Livro VI, Capítulo VIII). A partir dessas recomendações, parece razoável inferir que, para os romanos, a direção das juntas do arco era uma variável fundamental para a resistência da estrutura: “deve-se cuidar de descarregar o peso das paredes por meio de arcaturas compostas por aduelas com juntas que convergem para o centro” (Vitruvius, 1914 pp. 224-225). O texto também demonstra preocupação com o empuxo dos arcos e a noção de que os empuxos de arcos contíguos em uma arcatura se anulam reciprocamente:

Da mesma forma, em edifícios que utilizam pilares em sua construção, quando existem arcos compostos por aduelas com juntas que convergem para o centro, os pilares das extremidades devem ser mais espessos que os demais, de forma que tenham força para opor resistência quando as cunhas, sob o peso das paredes, pressionam-se ao longo de suas juntas em direção ao centro, forçando para fora as impostas. (Vitruvius, 1914, p.225, tradução livre).²⁰

Posteriormente a Vitruvio, Heron de Alexandria (c. 10-70 d.C) escreveu um tratado especificamente sobre arcos e abóbadas, intitulado *Camarika*, mas o texto não sobreviveu até o presente (Lancaster, 2005). Isidorus de Miletus (séc. VI d.C), matemático e um dos arquitetos responsáveis pelo projeto e construção da Hagia Sophia (Figuras 3.11 e 3.13), escreveu um comentário sobre o tratado de Heron, mas que também não se conservou (Lancaster, 2005).

²⁰ Ao afirmar que as aduelas (*cunei*=cunha) pressionam-se em direção ao centro do arco, ao longo das juntas (“*cum cunei ab oneribus parietum pressi per coagmenta ad centrum se prementes extrudant incumas*”), o texto pode sugerir que Vitruvius tinha em mente um modelo teórico do funcionamento mecânico do arco de aduelas, semelhante ao da teoria das cunhas, explorado por Leonardo da Vinci e Philippe de La Hire, conforme comentado adiante. A insistência do autor na adoção de juntas perpendiculares ao intradorso corrobora com essa idéia. No entanto, não foi localizado na literatura nenhum comentário a respeito dessa passagem de Vitruvius que pudesse confirmar ou eliminar essa suspeita.

Lancaster (2005, p.10) chama atenção para o fato de que outros escritos de Heron, preservados até o presente, em especial o tratado intitulado *Mecânica*, revelam avanços no conhecimento matemático e geométrico da época que teriam afetado a compreensão do modo como as massas dos corpos se relacionam, regras que governam a forma estrutural. De fato, nessa obra, Heron aborda, entre outros temas, o problema do centro de gravidade e do funcionamento das “cinco máquinas simples” (ou “cinco poderes mecânicos”): roda e eixo, alavanca, roldana, cunha e parafuso, e as combinações entre elas (Heath, 2006).²¹ Nesse sentido, Lancaster (2005, p. 10-11) afirma:

Na solução de diversos problemas estruturais em Mecânica, ele estava visivelmente pensando em termos de geometria, equilíbrio de massas e das razões que governam as relações entre os corpos. Caso seu tratado sobre arcos e abóbadas tivesse sobrevivido, nós certamente encontraríamos linhas de raciocínio semelhantes às expostas em *Mecânica*, embora não há evidência que sugira que os romanos tenham desenvolvido meios de calcular empuxos.

Após a queda do Império Romano, o conhecimento e a qualidade técnica da construção retrocederam significativamente na Europa cristã. No período Românico, se voltou a construir grandes abóbadas, mas não há registros conhecidos das regras estruturais então utilizadas. Villard de Honnecourt (séc. XIII) legou à atualidade o registro escrito mais antigo sobre a arquitetura gótica (aprox. 1235), e o único datado do período gótico “clássico”. O Caderno de Villard de Honnecourt trata de um gama abrangente de temas, incluindo questões de estéreotomia, projeto, iconografia destinada à pintura e estatuária, entre outros. No entanto, o texto não menciona regras concretas de projeto estrutural, o que talvez possa ser atribuído aos códigos de sigilo dos mestres construtores medievais. Os registros escritos de regras “góticas” de dimensionamento estrutural de que se tem notícia são datados do gótico tardio, ou chegaram até os dias atuais por meio de textos posteriores, a exemplo do tratado de Rodrigo Gil de Hontañon (1500-1577), filho de um mestre construtor gótico. Posteriormente às regras góticas, teóricos da arquitetura renascentista e depois barroca estabeleceram novas regras estruturais, entre os quais se incluem Leon Battista Alberti (1404-1472) e Andrea Palladio (1508-1580) (Huerta, 2004).

²¹ Cerca de um milênio e meio após o tratado de Heron de Alexandria sobre arcos e abóbadas, as primeiras teorias “científicas” do arco de alvenaria eram baseadas exatamente nas cinco máquinas simples e no conceito de centro de gravidade, como será visto adiante.

A seguir é apresentada brevemente a “regra de Blondel”, também conhecida como “regra de Derand”, para determinação da espessura dos contrafortes de um arco. Essa regra tem origem medieval e foi publicada pela primeira vez no tratado de estereotomia de François Derand (1588-1644), datado de 1643. Sua ampla difusão, no entanto, se deve em especial à inclusão no tratado de François Nicholas Blondel (1617-1683), publicado em 1675, e considerado um dos tratados de arquitetura mais influentes do século XVII (Huerta, 2004).

Seja um arco AB , de qualquer forma e dimensão (Figura 5.3). Divide-se AB em três segmentos de igual extensão AC , CD , DB . Trace-se uma reta por D , B e, a seguir, trace-se um segmento de círculo, tomando D como centro e a distância DB como medida do raio. Sendo BF uma reta perpendicular à base AB do arco, e GE uma reta paralela a BF , onde E corresponde ao ponto de interseção entre a reta DBE e o segmento de circunferência FE , a espessura do contraforte será dada pela distância BG . Observa-se que formas diferentes de arco engendram empuxos de maior ou menor intensidade e exigem correspondentemente contrafortes de maior ou menor espessura, para um mesmo vão.

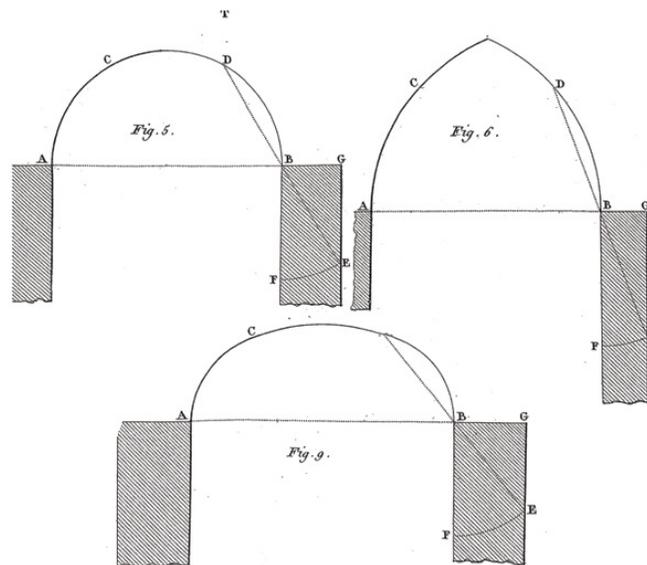


Figura 5.3 – Regra de Derand/Blondel para dimensionar os apoios ou contrafortes de um arco que faz parte de uma arcada (Blondel, 1675 *apud* Bélidor, 1813).

5.3 - TEORIA DAS CUNHAS

5.3.1 - Generalidades

Na teoria das cunhas (*wedge theory*), cada aduela é modelada como uma cunha independente, de onde resulta que o arco é modelado como um sistema de cunhas em equilíbrio. Não obstante os desenhos precursores de Leonardo da Vinci, a consolidação dessa idéia na forma de uma teoria estruturada é atribuída a Philippe de La Hire (1640-1718), artista plástico e cientista francês (Huerta, 2008; Kurrer, 2008)²². A teoria das cunhas tem raízes na teoria das máquinas simples, segundo a qual todos os mecanismos e engenhos podem ser reduzidos a um dos cinco “poderes mecânicos” (roda e eixo, alavanca, roldana, cunha e parafuso), ou a uma combinação entre eles. Bernard Forest de Béliador (1697/98? -1761), Pierre Couplet (1670-1743) Charles Bossut (1730-1814), Gaspar C. F. M. Riche de Prony (1755-1839), entre outros, são mencionados como autores importantes da teoria das cunhas, além de La Hire. Na Inglaterra, pode-se citar George Atwood (1746-1807). A seguir, comenta-se o modelo de Leonardo da Vinci e as contribuições de La Hire e Béliador.

5.3.2 - Leonardo da Vinci

Ainda não há um estudo abrangente e aprofundado sobre os escritos de Leonardo da Vinci (1452-1519) a respeito do arco (Becchi, 2003). Esses escritos foram compilados por Richter a partir de diversos códices,²³ e demonstram uma abordagem abrangente do problema do arco de alvenaria, mas aparentemente não chegam a formar uma teoria estruturada. De acordo com Huerta (1996), essa foi a primeira tentativa de um estudo

²² Philippe de La Hire, filho de Laurent de La Hire – fundador da Academia Real de Pintura e Escultura de Paris, nasceu entre artistas foi estimulado desde cedo a pintura, desenho, perspectiva e mecânica prática. Após a morte de seu pai, o jovem La Hire estudou matemática em Veneza por 4 anos e, em seu retorno interessou-se pelo estudo da teoria das seções cônicas e pela estereotomia, além de astronomia.

²³ O códice de Madrid foi descoberto em 1966, contendo desenhos e escritos sobre o arco desconhecidos de Richter (primeira edição em 1888), entre os quais o modelo das cunhas e roldanas (Figura 5.4a). Em 1970 foi reimpressa uma versão fac-símile da edição de 1920 do livro de Richter (Leonardo da Vinci e Richter, 1970).

mecânico do arco, mas à época ainda não se conhecia o paralelogramo de forças, ferramenta fundamental para estudar o equilíbrio das estruturas.

Leonardo elaborou um modelo teórico do arco de aduelas como uma máquina composta por aduelas, cordas e roldanas (Figura 5.4a e 5.4b). De acordo com Kurrer (2008), nesse modelo a síntese do sistema estrutural é “aditiva”, isto é, satisfaz as condições de equilíbrio de cada elemento estrutural, mas não forma uma configuração de equilíbrio no todo. Leonardo também concebeu um conjunto de ensaios para medir o empuxo e investigou os mecanismos de ruptura do arco, antecipando a abordagem da teoria da rotação de aduelas (Figura 5.4c). No entanto, os manuscritos não foram publicados até o século XIX e a influência de suas investigações foi nula em todo o desenvolvimento posterior da teoria do arco de alvenaria (Huerta, 1996).

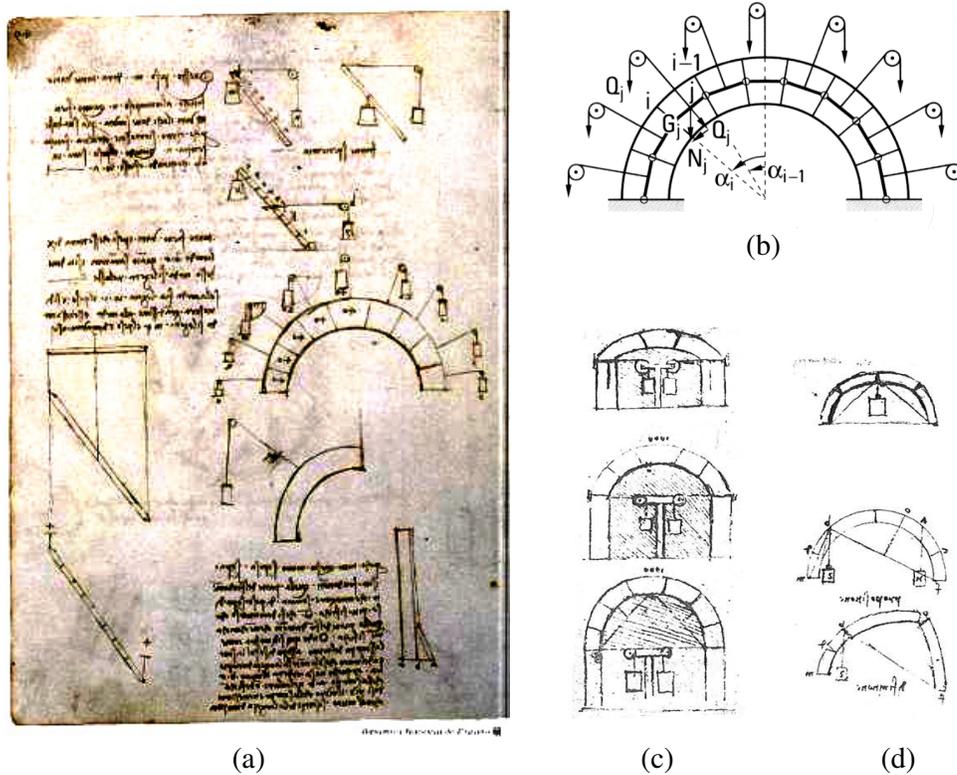


Figura 5.4 – Leonardo da Vinci. Estudos sobre o arco de alvenaria: a) manuscrito com representação gráfica do modelo do arco como sistema de cunhas (Leonardo da Vinci, ca.1491); b) desenho esquemático do modelo do arco como sistema de cunhas (Kurrer, 2008); c) propostas de artefatos para medir o empuxo de arcos (Huerta, 1996); d) ensaios sobre arcos (Huerta, 1996).

5.3.3 - La Hire e Bédidor

Philippe de La Hire (1640-1718) abordou o problema do arco de alvenaria em dois trabalhos: a Proposição 125, do *Traité de Mécanique* (1695) trata do equilíbrio do arco de aduelas, e a memória intitulada *Sur la construction des voûtes dans les édifices* (1712) trata do equilíbrio do arco e contrafortes. A teoria de La Hire pressupõe a inexistência de atrito entre as aduelas do arco. A Proposição 125 toma um arco semicircular, com aduelas de mesma dimensão e todas as juntas convergindo para o centro C (Figura 5.5a). Dado o pressuposto de que as juntas do arco são perfeitamente polidas, o problema proposto é determinar o peso que cada aduela deve ter para garantir a estabilidade da estrutura. Para tanto, La Hire apresenta uma solução geométrica. Os pontos A, B, D, E correspondem aos centros de gravidade das respectivas aduelas. Considere-se a aduela E , chave do arco. Seu peso tem direção vertical, conforme EC , perpendicular à linha das nascentes. No entanto, como a chave E se apóia nas juntas FG, HI , que tendem para o centro C do arco, tem-se que o ponto E , cujo peso tem direção EC , é suportado pelas forças G, I , de direção EG e EI , perpendiculares, respectivamente, às juntas FG e HI . Traça-se, então, a reta $KELP$, perpendicular a EC , de onde resulta o triângulo CKL , cujos lados representam a relação entre o peso da chave E e as duas forças que o sustentam.²⁴ Assim, a reta KL representa o peso da chave E , e as retas CL e CK representam as forças G, I , de direção EG, EI .

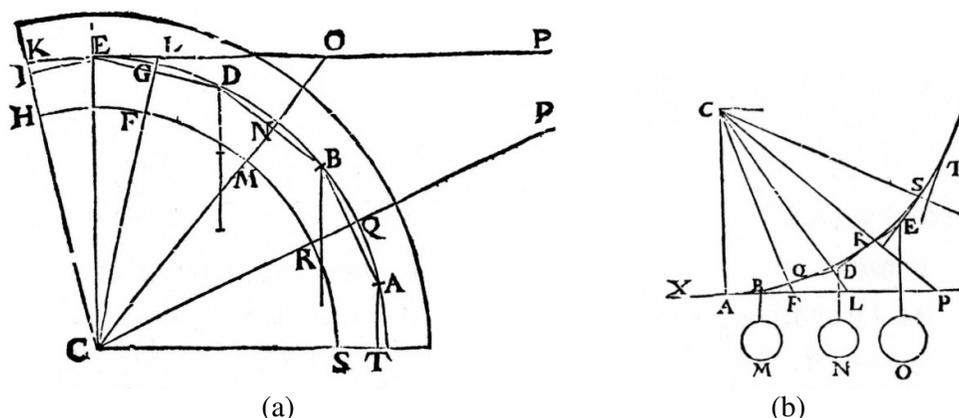


Figura 5.5 – La Hire, 1695: a) arco modelado como sistema de cunhas, e polígono funicular correspondente; b) cabo flexível sujeito a cargas pontuais, e polígono funicular (La Hire, 1695).

²⁴ Quanto a esse procedimento, La Hire faz referência à Proposição 23, do mesmo *Traité de Mécanique*, que apresenta um método para determinação de três forças atuando sobre o mesmo ponto.

O mesmo procedimento é aplicado à aduela D . Do prolongamento da reta CN até o ponto O da reta $KELP$ resulta o triângulo CLO , cujo lado LO representa o peso da aduela D , e os lados CL e CO representam as forças G , N , de direção DG , DN , perpendiculares, respectivamente, às juntas FG e MN , e que sustentam a aduela D pelo lado da chave e pelo lado da aduela B , respectivamente. Como os três lados do triângulo CLO são perpendiculares às direções das forças GD , DN e ao peso da aduela D , que por sua vez é paralelo ao peso da aduela E , La Hire infere que a razão entre o peso das aduelas E , D deve ser a mesma que entre as retas KL , LO para que as aduelas estejam em equilíbrio e “uma não possa empurrar a outra” (La Hire, 1695 p. 468). O mesmo é válido para o peso da aduela B em relação à reta OP . De acordo com Timoshenko (1953), isso equivale a dizer, em linguagem moderna, que a figura $EDBAT$ corresponde ao polígono funicular construído para o sistema de forças verticais E , D , B , A , e que a figura $KELOPC$ corresponde ao polígono de forças, ou diagrama de pesos, rotacionado em 90° em torno do polo C .

Ao prosseguir para a aduela A , tem-se que é impossível obter um triângulo CTP , pois a reta CS é paralela à reta KP . Portanto, o pressuposto da inexistência de atrito entre as aduelas do arco implica que a aduela de arranque deve ter peso infinito para se manter a condição de equilíbrio da estrutura. La Hire reconhece a contradição do modelo e conclui que, como na realidade as aduelas de fato não podem deslizar umas sobre as outras, “não é necessário observar com todo o rigor as proporções que se acabou de determinar. É suficiente tê-las em consideração” (La Hire, 1695 p. 470).

Mais adiante, La Hire relaciona sua teoria do arco de alvenaria à teoria do cabo suspenso de que trata a Proposição 123 do mesmo tratado. Segundo o autor, os pesos de cada aduela devem estar na razão da diferença dos ângulos das juntas, começando pela junta de coroamento, assim como se verifica para o cabo sob a ação de pesos. Essa observação sugere uma relação entre a teoria das cunhas com o conceito de linha de empuxo que à época estava sendo investigado na Inglaterra, como comentado adiante.

Em 1712, La Hire retomou o problema do equilíbrio do arco de alvenaria na memória intitulada *Sur la construction des voûtes dans les édifices*, apresentada à Academia de Ciências de Paris. Nesse texto, o autor define o empuxo das abóbadas como “o esforço que fazem todas as pedras que as constituem, e que são talhadas em cunha, que se

denominam Aduelas, para afastar os apoios ou pés-direitos que sustentam essas abóbadas” (La Hire, 1731 p. 69). Tomando um arco semicircular simétrico (Figura 5.6a), o problema proposto é determinar a dimensão dos apoios ou contrafortes para que possam resistir a esse empuxo.²⁵ La Hire apresenta uma solução “semigráfica” para o problema, a partir de um modelo mais próximo do comportamento real do arco (Heyman, 1972), mas ainda baseado no pressuposto da inexistência de atrito entre as aduelas.

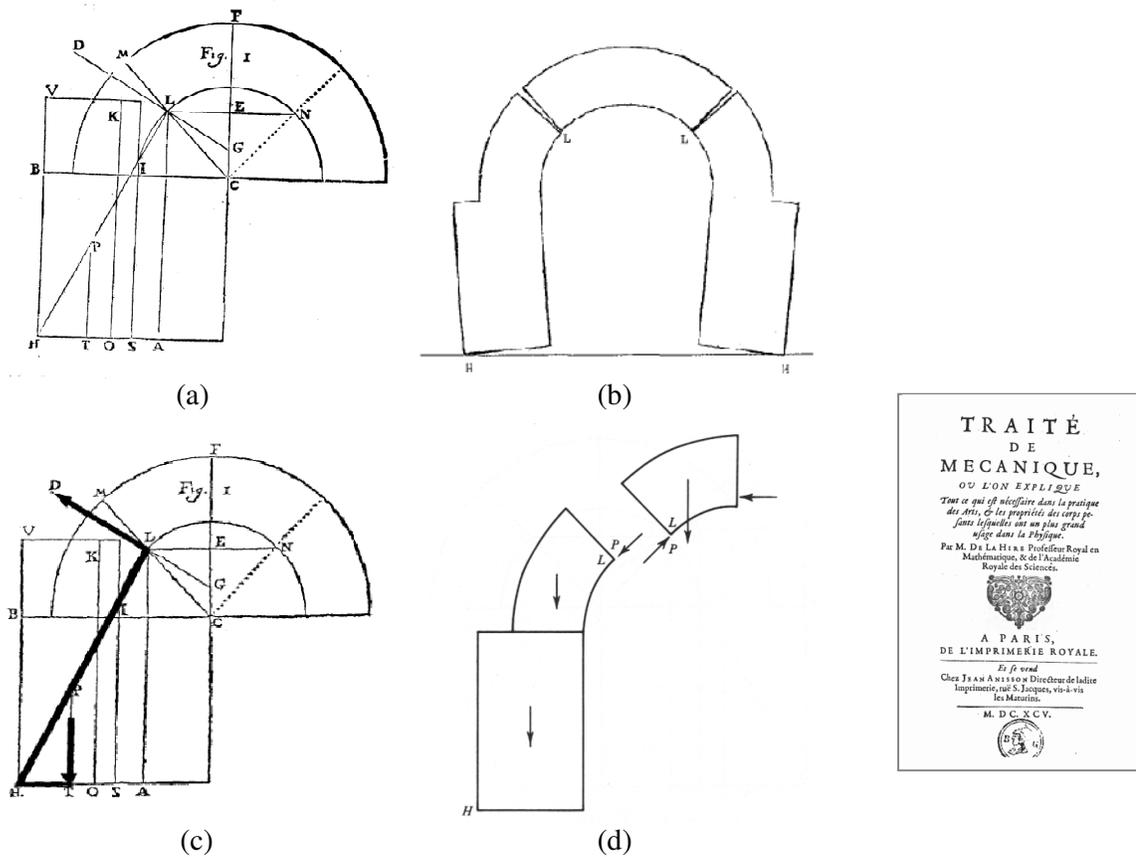


Figura 5.6 – La Hire, 1712: a) método de cálculo do apoio ou contraforte de um arco (La Hire, 1731); b) situação de equilíbrio limite da cunha superior e apoios (Huerta, 1998); c) representação do equilíbrio de forças e momentos, com ajuda de uma alavanca de cotovelo (Huerta, 1998); d) forças que intervêm no equilíbrio de uma abóbada e seu contraforte (Heyman, 1972).

²⁵ No texto e nas ilustrações da memória de La Hire, um mesmo elemento estrutural responde pelas funções de pé-direito (apoio) e contraforte. O autor emprega o termo *pied-droit* («pé-direito», «apoio»). Huerta e La Cuerda (2008), comentando o texto, utilizam o termo *estribo*, cuja tradução mais usual em português é «contraforte». Heyman (1998) e Kurrer (2008) utilizam o termo *abutment*, que, apropriadamente, diz respeito às funções tanto de apoio quanto de contraforte, mas que não encontra equivalente exato em português.

La Hire supõe, com base na observação, que quando os contrafortes não são resistentes o suficiente para contrabalancear o empuxo da abóbada, esta se fende entre as impostas e a chave. O autor pressupõe, assim, que a parte superior do arco se comporta como um bloco monolítico. Considera ainda que cada uma das partes abaixo da zona de ruptura do arco está ligada solidariamente ao pé-direito sobre o qual se assenta, e que as fundações da estrutura são perfeitamente sólidas.

No modelo proposto por La Hire, portanto, a estrutura é composta por três blocos: a parte superior do arco, que atua como uma cunha, e cada uma das partes inferiores ligadas aos apoios e contrafortes (Figura 5.6b). Considerando a simetria da estrutura, a exposição toma a metade esquerda do arco. O bloco *LMF* exerce seu peso sobre o ponto *L* (Figura 5.6a), e essa força tende a fazer rotacionar, sobre o ponto *H*, o bloco composto pela parte inferior do arco e pelo apoio. Dessa forma, o ponto *H*, é considerado como o ponto de apoio da alavanca de cotovelo *HL*. O sistema de forças resultante é representado nas Figuras 5.6c e 5.6d. Considerando-se o equilíbrio vertical do bloco *LMF*, a força *P* (Figura 5.6d), que corresponde ao empuxo da parte superior do arco, pode ser calculada - em posição, magnitude e direção - desde que seja estabelecida a posição da junta de ruptura. Para tanto, La Hire adota o ponto *L*, assumindo, portanto, que o empuxo atua tangencialmente ao intradorso (Heyman, 1972; Huerta e La Cuerda, 1998). Uma vez calculado o empuxo, a exposição prossegue com o cálculo das dimensões do bloco *HSIB*. O resultado é a equação 4.1,²⁶ que relaciona um conjunto de parâmetros geométricos do arco, tendo como variável a espessura *HS* do pé-direito:

$$\frac{1}{2}bfy^2 + \frac{1}{2}f(vv)y + fh(vv) = (ss)eg - (ss)fy - (ss)fa \quad (5.1)$$

Onde (Figura 5.6a): *y* = HS (incógnita); *b* = IS; *f* = LE; *(vv)* = área de ILM; *h* = TD; *(ss)* = área de LMF; *e* = CE; *g* = LA; *a* = SA.²⁷

²⁶ A equação 4.1 foi transcrita do original com ligeiras alterações, para facilitar a leitura. A redação apresentada foi compilada de Huerta e La Cuerda (1998), e acrescida do termo *(ss)eg*, ausente na impressão daquele texto.

²⁷ No mesmo texto, La Hire oferece uma solução algébrica simplificada e uma solução gráfica.

Observa-se que, de acordo com a teoria proposta por La Hire, a altura do pé-direito do arco (variável b , na equação 5.1) influencia na determinação da espessura do contraforte: “vê-se claramente por esta construção que quanto mais alto for o pé-direito, o arco permanecendo o mesmo, mais este pé-direito deve ter de largura HS” (La Hire, 1731 p. 75). De acordo com Huerta e La Cuerda (1998), este argumento foi utilizado durante todo o século XVIII na crítica aos métodos tradicionais, como as regras de Blondel, mencionadas anteriormente, que não consideravam a altura dos apoios do arco. Porém, essa mesma assertiva foi questionada posteriormente, como será visto adiante.

Observa-se ainda que La Hire não define com precisão o localização da junta de ruptura, embora, nas ilustrações de sua memória ela apareça traçada a 45° . Como comentam Huerta e La Cuerda (1998), o empuxo da parte superior do arco e, conseqüentemente, o dimensionamento dos contrafortes variam de acordo o posição adotada, de forma que a dedução matemática da teoria de La Hire é geral, aplicando-se a qualquer posição da junta de ruptura.

Os escritos de La Hire têm origem em uma discussão ocorrida na Academia de Arquitetura de Paris, em 1692, sobre a validade da regra empírica constante do tratado de Alberti para o dimensionamento das paredes de templos circulares, submetidas ao empuxo da cúpula.²⁸ Os membros da academia em princípio aprovaram a regra empírica, deliberando, no entanto, por exames mais aprofundados sobre o assunto (Becchi, 2003).

A primeira aplicação prática da teoria de La Hire é atribuída a Bernard Forest de Bélior (1697/98? -1761). Seu livro *Nouveau cours de Mathématique...*,²⁹ publicado em 1725, traz uma seção dedicada à “aplicação da mecânica à construção dos depósitos de pólvora”, cujo texto inclui uma tabela com o dimensionamento dos contrafortes para

²⁸ A regra empírica de Alberti diz respeito à determinação da altura de templos circulares. O autor informa que na antiguidade clássica a altura interna desses edifícios, até a base da cúpula, jamais era inferior a metade do diâmetro do templo, chegando, em geral, a dois terços dessa medida, e por vezes a três quartos. Alberti comenta, no entanto, que “os mais experientes” tomavam como altura interna do templo uma quarta parte da medida da circunferência de sua área. Quanto à espessura das paredes, Alberti informa que nos templos antigos era determinada a partir da altura, na proporção de um doze avos, ou, em estruturas excepcionalmente resistentes, uma nona parte (Leon Battista Alberti et al, 1991, p. 219).

²⁹ *Nouveau cours de Mathématique a l'Usage de l'Artillerie et du Genie où l'on applique les parties les plus utiles de cette Science à la Théorie et à la pratique des différens sujets qui peuvent avoir rapport à la Guerre* [Novo curso de Matemática ao uso da Artilharia e do Gênio, onde se aplica as partes mais úteis dessa ciência à Teoria e à prática dos diferentes assuntos que podem ter relação com Guerra].

abóbadas com vãos variando de 20 a 36 pés, em diferentes situações: depósitos de um pavimento, com abóbada em arco pleno ou arco de pontos terços, e depósitos abobadados com pavimento subterrâneo ou com mezanino. Bélidor cita a teoria de La Hire como base dos cálculos, mas não a reproduz devido ao “complicado cálculo algébrico” (Huerta e La Cuerda, 1998).

Alguns anos mais tarde, em 1729, Bélidor publicou *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d’architecture civile* [A ciência dos engenheiros na condução dos trabalhos de fortificação e de arquitetura civil], considerado o primeiro manual de engenharia da era moderna (Huerta e La Cuerda, 1998; Kurrer, 2008). O trabalho se encontra dividido em quatro livros. O Livro II, intitulado “*De la mécanique des voutes*”, expõe a teoria de Bélidor do arco de alvenaria, e sua aplicação ao cálculo de contrafortes, em diversas situações (Bélidor, 1754, 1813):

“(…) essas aduelas, sendo mais largas na cabeça que em baixo, devem ser consideradas como *cunhas* que se apóiam mutuamente e se sustentam umas às outras, e resistem mutuamente ao efeito de seu peso, que as levaria a cair; pois nós supomos aqui (para melhor perceber o efeito das aduelas) que elas não são firmadas por nenhum cimento, e têm liberdade para deslizar como se suas faces fossem polidas” (Bélidor, 1754, Livre II, p. 2; 1813, p. 101).

Bélidor se apropria da teoria de La Hire, expõe em maior detalhe o modelo de funcionamento do arco como sistema de cunhas, mas introduz algumas alterações: estabelece como regra a posição da junta de ruptura a 45° , exatamente a meia distância entre a chave e a imposta; modifica o ponto de aplicação L do empuxo, do intradorso para o eixo do arco; e toma os momentos a partir da face externa do contraforte, evitando a alavanca de cotovelo utilizada por La Hire (Figura 5.7). No que diz respeito à compreensão do comportamento estrutural, de acordo Heyman (1972), as alterações introduzidas por Bélidor representam, em certos aspectos, um retrocesso em relação à abordagem de La Hire: a generalização da junta de ruptura a 45° , para todos os arcos, não corresponde ao que se observa na realidade; e, com a mudança do ponto de aplicação do empuxo para o centro do arco, se perde a noção da formação de articulações.

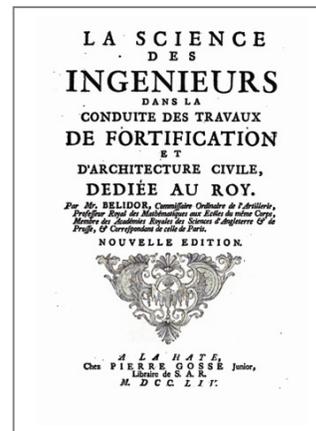
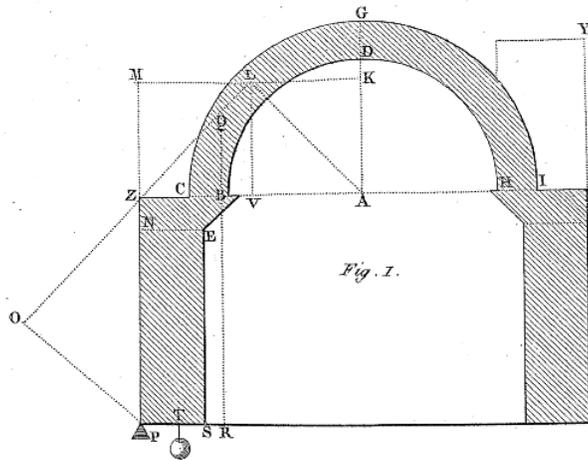


Figura 5.7 – Bélidor. Método de cálculo do apoio ou contraforte de um arco (Bélidor, 1813).

Por outro lado, essas alterações, introduzidas com vistas a obter regras práticas claras, permitiram a Bélidor eliminar as incertezas na teoria de La Hire, de forma a criar um método de aplicação simples, que pudesse ser utilizado diretamente por qualquer engenheiro no cálculo da espessura dos contrafortes de abóbadas de berço (Heyman, 1972; Huerta e La Cuerda, 1998; Kurrer, 2008). Observa-se que *La science des ingénieurs...*, além da exposição do método de cálculo, traz também exemplos de aplicação em situações correntes na prática da construção à época, e para diferentes tipos de arco. O método de La Hire, modificado por Bélidor, se tornou rapidamente o método padrão de cálculo de contrafortes (Huerta e La Cuerda, 1998), tendo sido aceito em toda a Europa continental, praticamente sem questionamentos, até o final do século XVIII (Kurrer, 2008) e debatido ainda até meados do século XIX. O livro de converteu na principal bibliografia de referência.

A influência de Bélidor se estendeu também ao Brasil. No século XVIII, o ensino de engenharia no país seguia o modelo das “Aulas Régias” de Portugal, destinadas fundamentalmente ao ensino da engenharia militar, freqüentadas por um número reduzido de alunos (“partidistas”) e ministradas por um único mestre (“lente”), o engenheiro-mor do Reino, em Lisboa, e o principal engenheiro a serviço da Coroa, no

caso das províncias e colônias. No Brasil, foram instituídas aulas em Salvador (1696), Rio de Janeiro (1698), Maranhão (1699) e Recife (1701) (Bueno, 2000). O *Nouveau cours de Mathématique...*, de Bélidor, encontra-se recomendado para o ensino nas aulas régias em um documento de 1763, enquanto *La science des ingénieurs...*, foi introduzido na aula régia do Rio de Janeiro onze anos mais tarde, em 1774 (Pardal, 1985 *apud* Bueno, 2000). Cabe mencionar que as “aulas” brasileiras foram os primeiros cursos de preparação de engenheiros no continente americano e os únicos que aí existiram ao longo do século (Delson, 1998, *apud* Sousa, 2001).

5.3.4 - Depois de Bélidor

Kurrer (2008) coloca que o modelo do arco como um sistema de cunhas continuou sendo aperfeiçoado, por meio de uma melhor adaptação à realidade física. Em especial, com o desenvolvimento da teoria clássica do atrito, foi possível a análise do arco como uma máquina composta por cunhas com atrito. A teoria atingiu seu limite pois, no sistema de cunhas submetidas a fricção, é possível analisar cada aduela do ponto de vista de estática, mas as dificuldades para analisar as aduelas em conjunto se tornam intransponíveis, pois, sendo possível determinar apenas as forças cortantes nos estados limites do deslizamento de cada cunha para cima e baixo, o número de configurações possíveis cinematicamente para o modelo se expandiu para além das possibilidades de manipulação matemática. Ainda segundo Kurrer, em meados do século XIX a teoria das cunhas era de interesse apenas histórico.

5.4 - TEORIA DA ROTAÇÃO DE ADUELAS

5.4.1 - Generalidades

As teorias da rotação de aduelas, também denominadas de teorias da junta de ruptura (Huerta, 2008), se desenvolveram a partir da observação e do estudo sistemático dos mecanismos de colapso do arco. Estudos experimentais realizados no século XVIII (Danyzy, Boistard, Gauthey, Perronet, entre outros) acumularam evidências de que o arco tendia a falhar pela rotação de partes da arcatura sobre suas arestas, e não por deslizamento de aduelas entre si, como pressupunha a teoria das cunhas. O trabalho de Coulomb (1773) foi especialmente importante na consolidação dessa abordagem teórica, embora a disseminação de seu uso na prática tenha se dado apenas posteriormente, em particular a partir do desenvolvimento de métodos gráficos de cálculo. O foco principal dessas teorias está na determinação das condições limite de equilíbrio estático do arco por meio da análise de seus mecanismos cinemáticos de colapso. Os princípios gerais da teoria da rotação de aduelas coincidem com os da teoria plástica moderna aplicada ao arco de alvenaria, como comentado adiante.

5.4.2 - Trabalhos precursores

Como mencionado acima, Leonardo da Vinci deixou um conjunto de escritos sobre a estabilidade do arco de alvenaria que carecem ainda de um estudo detalhado e abrangente. Huerta (1996) menciona os registros de ensaios experimentais destinados a investigar os mecanismos de colapso do arco (Figura 5.4c). Na compilação feita por Richter (Leonardo da Vinci e Richter, 1970) constam alguns desenhos e comentários que descrevem a localização das juntas de ruptura no arco, com base, fundamentalmente em regras geométricas.

Bernadino Baldi (1553-1617) abordou o problema do arco de alvenaria, entre diversos outros temas, no texto intitulado *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes. Adiecta succincta narratione de autoris vita et scriptis* (1621), que consiste em um comentário à *Meccaniche*, de Aristóteles. As *Exercitationes* são provavelmente o primeiro texto impresso a tratar da mecânica aplicada à arquitetura de forma sistemática e a sugerir uma configuração clara para o colapso do arco, avançando, assim, em

relação às intuições” de Leonardo Da Vinci e às regras empíricas de projeto estrutural (Becchi, 2003).³⁰

Baldi argumenta que o arco semicircular se rompe quando os apoios (e conseqüentemente os semiarcos AB e BC) se afastam entre si em uma dada distância ST (Figura 5.8a). Os blocos AQ , RC , ligados aos apoios, permanecem estáveis. Esses blocos perfazem, cada um, um terço da volta do arco, e são considerados estáveis por que Baldi assume que seus centros de gravidade D , H (Figura 5.8b) são perpendiculares às impostas e passam por A , C , respectivamente. Conforme Kurrer (2008), essa pressuposição é verdadeira apenas quando a espessura d do arco corresponde a cerca de 30% do raio externo R , de modo que, considerando um intervalo $0,167 \times R \leq d < 0,4 \times R$ ($0,167 \times R$ sendo a medida da espessura do arco conforme a regra empírica de Alberti), a pressuposição de Baldi desvia em menos de 10% da solução exata, sendo que esse intervalo de d basicamente cobre a espessura dos arcos semicirculares usuais à época. De acordo com Becchi (2003), tal localização dos centros de gravidade de AQ , RC permite que Baldi ignore sua contribuição para o empuxo e se concentre na parte central do arco. QB e BR tendem a girar pelo intradorso em torno de Q , R , sendo que essa rotação alcança sua posição limite quando I e G se encontram em Z , e pode ser impedida parcialmente se a distância QR for inferior à soma das distâncias QI e RG .

De acordo com Kurrer (2008, p. 206), sob o ponto de vista moderno, “o conteúdo de física do raciocínio de Baldi se afigura bastante ingênuo”. Não obstante, o modelo proposto tem três aspectos relevantes para o problema do arco de alvenaria: a divisão do arco em três partes iguais, sendo duas estáveis, junto aos apoios, e uma, central que contém o mecanismo de colapso; a parte central não é monolítica, rompendo-se ao longo do eixo da coroa; e os blocos rígidos formados pela cisão do bloco central são rotacionados pelo lado do intradorso. O texto de Baldi não é citado nem por La Hire nem pelos demais autores que se dedicaram à questão do mecanismo de ruptura do arco.

³⁰ A exposição a seguir foi baseada em Becchi (2003) e Kurrer (2008), que discorrem sobre a análise do mecanismo de colapso do arco, entre os demais aspectos do problema abordados por Baldi.

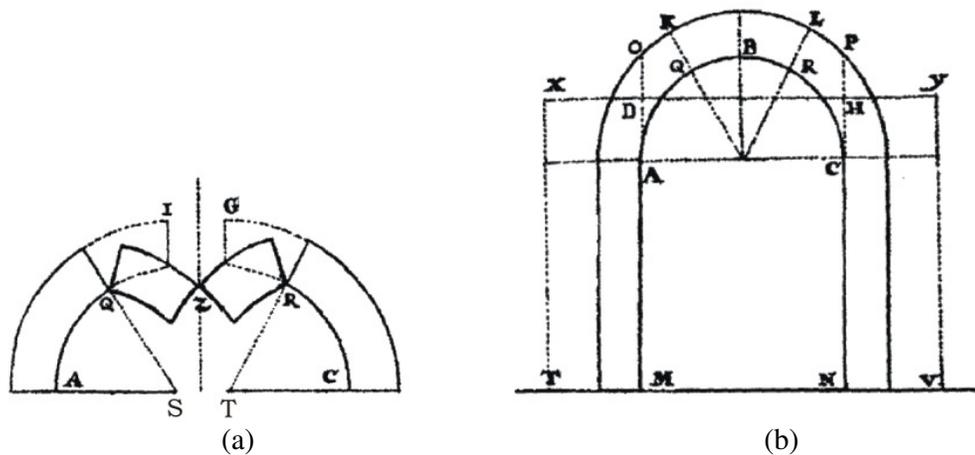


Figura 5.8 – Baldi: a) mecanismo de colapso do arco; b) método de cálculo do apoio ou contraforte de um arco (Baldi *apud* Becchi, 2003).

5.4.3 - Estudos experimentais no século XVIII

Uma série de estudos experimentais realizados no decorrer e mais intensamente no final século XVIII contribuiu para o aprimoramento do conhecimento dos mecanismos de colapso e o avanço das teorias do arco de alvenaria. O tratado de Hubert Gautier (1660-1737) sobre a construção de pontes,³¹ publicado em 1717, relata uma série de ensaios com arcos de aduelas a partir de modelos físicos em escala reduzida, o que consiste, aparentemente, no primeiro registro escrito de ensaios dessa natureza (Heyman, 1972), com a possível exceção dos escritos de Leonardo da Vinci, mencionados anteriormente. Gautier construiu semiarcos com nove aduelas de madeira, com arranque a partir de um plano horizontal e a “chave” apoiada contra um plano vertical. Inicialmente, blocos de apoio eram dispostos junto à nascença, de forma a evitar a abertura do arco sob a ação do empuxo. Esses blocos eram então retirados, um a um, até o colapso da estrutura. Gautier apresenta o resultado de nove testes (Heyman, 1972).

Em 1732, Augustin-Auguste-Hyacinthe Danyzy (1698-1777) apresentou à Sociedade Real de Ciências de Montpellier (França) um novo método para a determinação da espessura dos apoios e contrafortes de arcos e abóbadas, cujos fundamentos teóricos

³¹ *Dissertation sur l'épaisseur des culées des ponts, sur la largeur des piles, sur la portée des voussoir, [...] par sieur Gautier*

encontravam confirmação em uma série de ensaios com modelos de gesso, realizados pelo autor com o objetivo de investigar “os movimentos dos arcos no momento de sua destruição” (Danyzy, 1778).

A experiência consistiu em submeter os arcos em escala reduzida a uma pequena carga aplicada sobre a chave, variando-se a forma do arco (semicircular, rebaixado, adintelado rampante), o peso dos contrafortes e o número de aduelas, e examinando-se também o caso do arco cuja junta de coroamento corresponde a uma junta construtiva, entre duas aduelas (Figura 5.9). A experiência foi repetida com os apoios também modelados como um conjunto de aduelas, e com as aduelas da parte superior do arco substituídas por um bloco único. Em todos os casos, o que se observou foi a formação de fendas na chave do arco, pelo lado do intradorso, e nas proximidades dos rins, pelo lado do extradorso.

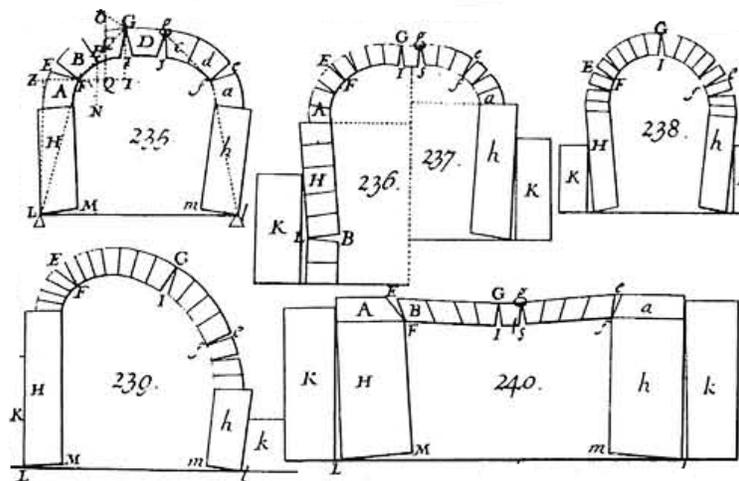


Figura 5.9 – Danyzy. Ensaios experimentais com modelos reduzidos (modificado - Huerta, 1996).

Com apoio dos resultados obtidos, Danyzy refutou a teoria das aduelas, consubstanciada nas abordagens de La Hire e Bélidor, cujo tratado *La science des ingénieurs...* já havia se difundido como bibliografia de referência: “Este efeito me pareceu tão diferente daquele que o esforço de uma cunha deveria produzir, que eu deduziria que as regras engenhosas que seguem esta hipótese talvez não seriam tão bem sucedidas na prática como se poderia esperar” (Danyzy, 1778, p. 43, tradução livre). Descrevendo o fenômeno observado nos ensaios, o autor se alinha à teoria da rotação de aduelas:

“Eu recorri à experiência; eu fiz modelos e tive o prazer de ver que todas as minhas experiências respondiam exatamente a essa primeira idéia, e que, quando um arco cede, não é de forma alguma por um esforço que faça deslizar as aduelas umas sobre as outras, mas ao contrário, como não podem deslizar devido ao atrito, elas são forçadas a girar em torno da aresta de suas juntas, como em torno de um ponto fixo” (Danyzy, 1778, p. 43, tradução livre).

Os ensaios de Danysy foram descritos e comentados por Amédée-François Frézier (1682-1773), em seu tratado de estereotomia, publicado entre 1737 e 1739,³² que se destaca dos tratados contemporâneos (Milliet-Dechales, S.-B. de la Rue) exatamente por se debruçar sobre as novas teorias e métodos de cálculo das estruturas de alvenaria, baseados na mecânica (Sakarovitch, 1998; Foce, 2002). Depois de apresentar os pressupostos teóricos e métodos de cálculo de La Hire, Bélidor, Couplet e Gautier, Frézier se detém desapressadamente sobre o trabalho de Danysy, sob o título “Pesquisas para uma nova solução sem nenhuma hipótese, mas somente pelas conseqüências tiradas da experiência com a fratura de arcos compostos de aduelas sem nenhuma ligação que não seu corte, apoiados em pés-direitos demasiadamente débeis” (Frézier, 1769, p. 384, tradução livre). O autor também dá conhecimento de sua surpresa diante da constatação de Danysy de que a altura dos apoios não influencia significativamente a espessura dos contrafortes (Frézier, 1769).

Em 1794, Louis-Charles Boistard (1763-1823) foi nomeado responsável pelo projeto e construção de uma ponte sobre o rio Loing, na cidade de Nemours (França). Boistard elaborou seu projeto com base em uma proposta anterior de Jean-Rodolphe Perronet (1708-94) (Figura 5.10), mas, devido principalmente ao perfil excepcionalmente baixo dos arcos ($f=1:15,6$), o projeto foi inicialmente rejeitado. Segundo seu próprio relato, essas dúvidas quanto à segurança da ponte o motivaram a realizar uma série de ensaios empíricos com modelos físicos (Boistard, 1822).

³² *La théorie et la pratique de la coupe des pierres e des bois pour la construction des voutes, et autres parties des bâtiments civils et militaires, ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture, par M. Frézier* [A teoria e a prática do corte de pedras e de madeira para a construção de abóbadas e outras partes dos edifícios civis e militares, ou tratado de estereotomia quando de seu uso pela arquitetura] (1737-1739).

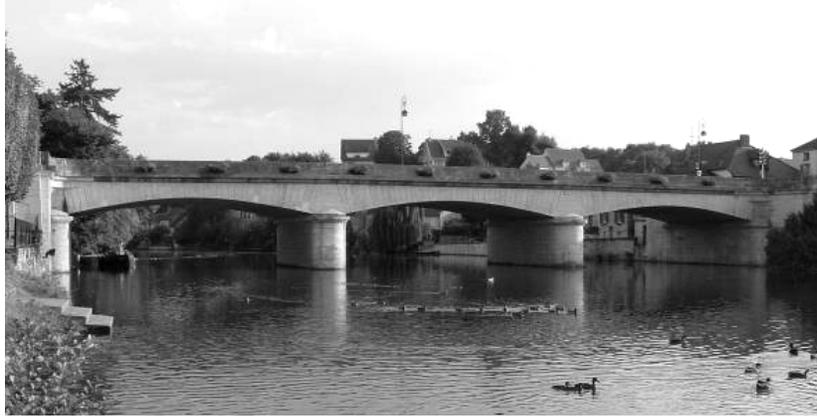


Figura 5.10 – Ponte de Nemours, França (Louis-Charles Boistard, 1797-1805) (Structurae, c1998-2009).

As aduelas foram confeccionadas cada uma com dois tijolos, polidos na face externa e unidos um ao outro pela face interna com argamassa de gesso. A precisão da forma das aduelas foi assegurada com o emprego de um gabarito de madeira utilizado no procedimento de colagem dos tijolos. Foram feitos no total vinte e uma experiências com arcos semicirculares, rebaixados, segmentares, adintelados e em *anse de panier* (asa de cesto). Foram ensaiados arcos sobre pé-direitos elevados ou não, com ou sem preenchimento do tímpano, entre outras variáveis. O movimento das aduelas foi monitorado e mensurado também na etapa de construção do arco e durante o decimbramento. Cada arco foi desenhado em detalhe, incluindo as fendas e acomodações observadas (Figura 5.11).

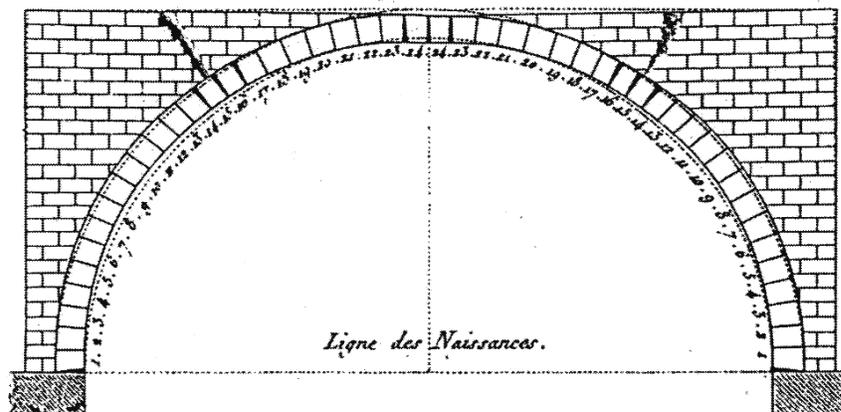


Figura 5.11 – Boistard. Resultado de ensaio experimental com modelo reduzido (Boistard, 1822 *apud* Huerta, 2004).

Assim como Danyzy, Boistard é incisivo no modo como descreve as conclusões finais do estudo, rejeitando a teoria das cunhas sem atrito e chamando a atenção problema da rotação de aduelas:

A primeira consequência que se deve tirar do que precede é que a teoria usual do equilíbrio dos arcos deve ser inteiramente abandonada. (...) De fato, é uma constante que as aduelas jamais deslizam umas sobre as outras, e sim que elas giram sobre suas arestas, e que os arcos, considerados em conjunto com os pé-direitos se quebram sempre em quatro partes principais. É, portanto, a ação e reação dessas quatro partes que se deve submeter ao cálculo (Boistard, 1822 p. 119).

5.4.4 - Coulomb

Charles Augustin Coulomb (1736-1806) apresentou em 1773 à Academia Real de Ciências da França um ensaio no qual analisa a influência do atrito e da coesão em alguns problemas importantes da estática da construção: o empuxo do solo (o texto é conhecido por ter lançado as bases da mecânica dos solos moderna), a resistência das vigas à flexão, a resistência de pilares de alvenaria ao cisalhamento, e, por fim, o equilíbrio de arcos e abóbadas (Heyman, 1972).³³ Sua análise do equilíbrio do arco de alvenaria se baseia no método de máxima e mínima e provavelmente constitui a primeira tentativa de formulação geral do colapso de arcos simétricos (Foce, 2005).

No que diz respeito ao arco, Coulomb esclarece, na introdução ao artigo a motivação e o objetivo de seu trabalho:

As fórmulas encontradas se abstraindo o atrito e a coesão das juntas não podem ser de nenhuma utilidade na prática, o que foi percebido por todos os matemáticos que se ocuparam do assunto. Assim, para obter resultados úteis, eles foram obrigados a basear seus cálculos em suposições que os aproximassem mais da realidade. Essas suposições consistiam usualmente em considerar as abóbadas como divididas em diversas partes e investigar, em seguida, as condições de equilíbrio dessas diferentes partes: mas como essa divisão é feita de forma algo arbitrária, eu busquei determinar, por meio das regras de *maximis & minimis* quais seriam os pontos de ruptura verdadeiros em um arco que fosse excessivamente frágil, e os limites das forças que podem ser aplicadas a um arco de dadas dimensões (Coulomb, 1776, *apud* Heyman, 1972, p. 3-4).

³³ *Essai sur une application des règles de Maximis & Minimis à quelques Problèmes de Statique, relatifs à l'Architecture* [Ensaio sobre uma aplicação das regras de Máxima e Mínima a alguns problemas de estática, relativos à arquitetura] (1773), publicado em *Mémoires de Mathématique & de Physique, Présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savans*, vol. 7, année 1773, Paris 1776, pp.343-382. Reimpressa em Coulomb, C. A. *Théorie des machines simples...* Paris: Bachelier, 1821. Nouvelle édition. Heyman (1972) inclui uma reimpressão do texto original e sua tradução integral para o inglês.

Coulomb considera duas condições de equilíbrio do arco: que a resultante de todas as forças que atuam sobre uma porção $GaMm$ seja perpendicular à junta Mm , de forma a prevenir o deslizamento de aduelas; e que essa resultante recaia entre os pontos M e n , de forma a prevenir a rotação de aduelas (Figura 5.12a).

Seja o semiarco ABDE, submetido ao peso próprio e sustentado pelo atrito e aderência de suas juntas (Figura 5.12b).³⁴ H corresponde ao empuxo horizontal aplicado na junta de coroamento AB , e Q corresponde ao peso da porção $ABmn$, sendo α o ângulo formado pelos planos mn e AB .

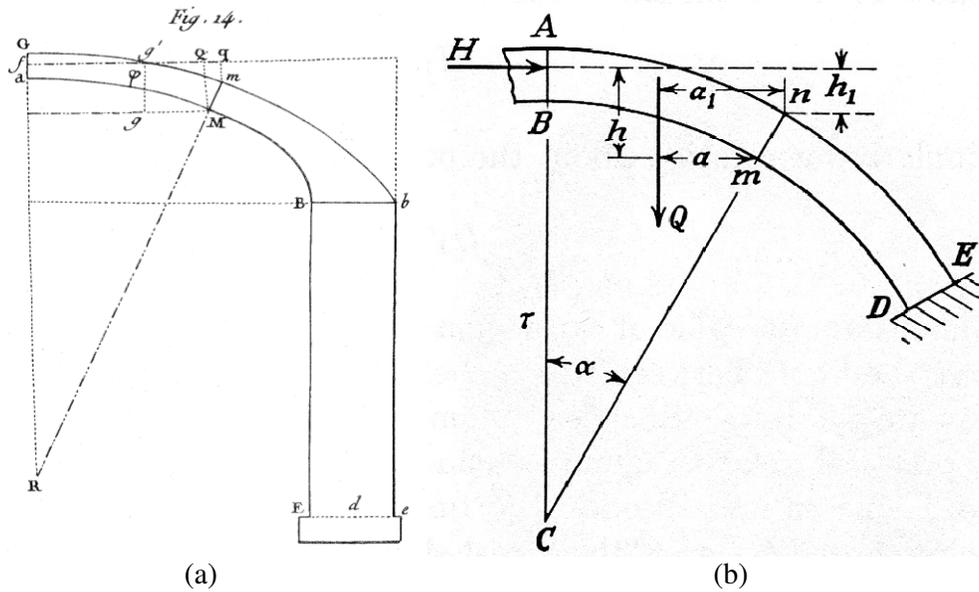


Figura 5.12 – Método de Coulomb: a) *apud* Heyman (1972); b) conforme Timoshenko (1953).

No que diz respeito à primeira condição de equilíbrio, tendo a resultante em mn das forças que atuam em $ABmn$ uma componente normal dada por

$$H \cos \alpha + Q \operatorname{sen} \alpha \quad (5.2)$$

³⁴ A exposição que se segue adota a notação utilizada por Timoshenko (1953) em sua descrição do método de Coulomb, com alterações.

E uma componente tangencial dada por

$$Q \cos \alpha + H \operatorname{sen} \alpha \quad (5.3)$$

O menor valor de H capaz de evitar que $ABmn$ deslize para baixo ao longo do plano mn , é dado por

$$Q \cos \alpha - H \operatorname{sen} \alpha = \mu (H \cos \alpha + Q \operatorname{sen} \alpha) + \tau A \quad (5.4)$$

Onde μ é o coeficiente de atrito e τA corresponde à resistência total do arco ao cisalhamento ao longo do plano mn . A partir da equação 5.4, se obtêm

$$H = \frac{Q \cos \alpha - \mu Q \operatorname{sen} \alpha - \tau A}{\operatorname{sen} \alpha + \mu \cos \alpha} \quad (5.5)$$

Toma-se o valor de α que maximiza a equação (5.5), de forma que o valor H' assim obtido corresponde ao mínimo necessário para evitar o deslizamento de $ABmn$ para baixo, ao longo do plano mn . De forma semelhante, o valor limite de H em relação ao deslizamento de $ABmn$ para cima é dado por

$$H = \frac{Q \cos \alpha + \mu Q \operatorname{sen} \alpha + \tau A}{\operatorname{sen} \alpha - \mu \cos \alpha} \quad (5.6)$$

Toma-se o valor de α que minimiza a equação (5.6), de forma que o valor H'' assim obtido corresponde ao máximo valor de H capaz de evitar o deslizamento de $ABmn$ para cima, ao longo do plano mn . Logo, para satisfazer a primeira condição de equilíbrio, tem-se que

$$H' \leq H \leq H'' \quad (5.7)$$

No que diz respeito à segunda condição de equilíbrio, para que a resultante das forças passe acima do ponto m , $H \times h$ deve ser igual ou superior a $Q \times a$, sendo que, no caso limite em que a resultante passa pelo ponto m , tem-se que:³⁵

$$H_1 = \frac{Qa}{h} \quad (5.8)$$

De forma similar, para que a resultante das forças passe abaixo do ponto n , $H \times h_1$ deve ser igual ou inferior a $Q \times a_1$, o caso limite, em que a resultante passa pelo ponto n , sendo expresso por

$$H_1' = \frac{Qa_1}{h_1} \quad (5.9)$$

Logo, para satisfazer a segunda condição de equilíbrio, tem-se que:

$$H_1 \leq H \leq H_1' \quad (5.10)$$

A partir das equações (5.7) e (5.10), portanto, conclui-se que o empuxo horizontal H aplicado na junta AB tem como limite mínimo o menor valor entre H' e H_1 , e como limite máximo o maior valor entre H'' e H_1' , de modo, assim, a satisfazer às duas condições de equilíbrio. Na Figura 5.13, Kurrer (2008) representa as quatro situações limite para equilíbrio do arco, segundo Coulomb.

³⁵ A equação apresentada inicialmente por Coulomb é $H_1 = \frac{Qa - \delta' \times z^2}{h}$ (na notação utilizada por Timoshenko, 1953), onde δ' é uma fração da medida de coesão δ , e z corresponde à distância mn (Heyman, 1972). Mas, adiante, ele despreza a influência da coesão, de forma que o termo $\delta' \times z^2$ desaparece da equação.

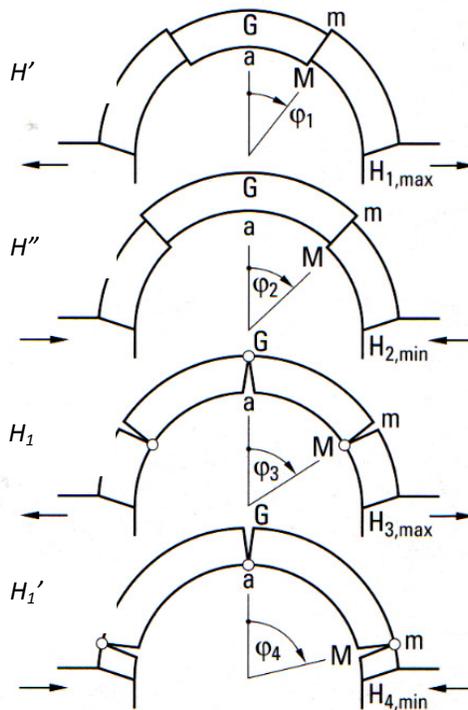


Figura 5.13 – Coulomb. Estados limites H' , H'' , H_1 , H_1' . H_{\min} na coroa (Coulomb) corresponde a H_{\max} nas nascentes (modificado - Kurrer, 2008).

Mais adiante, Coulomb pondera que nos materiais utilizados na construção de arcos o atrito é elevado o suficiente para impedir o deslizamento de aduelas, o que implica que não é necessário que a resultante das forças que atuam sobre uma dada porção do arco seja perpendicular a sua junta inferior e, portanto, a primeira condição de equilíbrio pode ser ignorada, sendo suficiente satisfazer à segunda condição, que diz respeito à rotação de aduelas (Coulomb, 1776 *apud* Heyman, 1972, p. 68). Para tanto, o autor indica que o empuxo H se deve presumir aplicado no ponto A da junta AB , de forma que H_1 seja o menor possível. Coulomb acrescenta que para a aplicação do método, sendo dadas as dimensões do arco, a posição da junta de ruptura mn deve ser determinada por um processo de tentativa e erro, a partir de um valor de saída arbitrado para o ângulo α .

O *Essai...* de Coulomb não oferece regras diretas para o dimensionamento de estruturas, e sim um método de cálculo dos limites do empuxo necessário para a estabilidade estrutural. Por esse motivo, o trabalho não foi bem acolhido pelos engenheiros práticos

da época, que preferiam utilizar as regras empíricas de Perronet, baseadas na teoria de La Hire para determinar a espessura necessária aos arcos (Timoshenko, 1953). De fato, a teoria de Coulomb permaneceu esquecida por quase cinquenta anos, até sua redescoberta por Audoy, em 1820 (Kurrer, 2008).³⁶ Suas idéias foram usadas extensivamente a partir do desenvolvimento de métodos gráficos que permitiam calcular os limites (equação 5.8) e (equação 5.9) (Timoshenko, 1953), e passaram a ser consideradas um marco importante do desenvolvimento das teorias científicas do arco de alvenaria, em especial no âmbito da escola francesa da teoria da rotação de aduelas. Jean-Victor Poncelet (1788-1867), em sua resenha “histórica e crítica” das principais teorias relativas ao equilíbrio das abóbadas, afirma:

Antes de Coulomb, havia sobre o equilíbrio dos arcos apenas considerações matemáticas ou regras empíricas muito imperfeitas, baseadas em hipóteses limitadas, a maior parte das quais destituídas do caráter de precisão e segurança imprescindíveis para que se possa recomendá-las à confiança dos engenheiros esclarecidos (Poncelet, 1852 p. 2)

5.4.5 - Depois de Coulomb

A principal dificuldade do método de Coulomb é determinar a junta de ruptura Mm (Figura 5.12a) que corresponde ao valor máximo do empuxo aplicado na junta de coroamento Ga . O procedimento usual consistia em um processo de tentativa e erro, o que demandava um tempo considerável, já que à época o cálculo era feito analiticamente (Timoshenko, 1953). Audoy introduziu algumas modificações na teoria de Coulomb e apresentou tabelas com valores pré-calculados do peso e do centro de gravidade do bloco $GaMm$, para certos tipos de arco, de forma a facilitar os cálculos.

Outras contribuições importantes se seguiram, entre as quais as publicações de Lamé e Clapeyron (1823), Persy (1825), Navier (1826), Garidel, Petit, Poncelet (1835) e Michon (1848, 1857) (FOCE, 2002). Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836), no capítulo das *Leçons...*³⁷ dedicado ao arco de alvenaria, adere à teoria da rotação de

³⁶ Audoy. *Mémoire sur la poussée des voûtes en berceau*. In: *Mémorial de l'Office du Genie*", n. 4, Paris, 1820, pp. 1-96.

³⁷ *Résumés des leçons données à l'École des Ponts et Chaussées sur l'application de La mécanique à l'établissement des constructions et des machines* [Resumo das lições proferidas na Escola de Pontes e Calçadas sobre a aplicação da mecânica na execução das construções e das máquinas (tradução livre)]

aduelas de Coulomb, mas com acréscimos: permite cargas horizontais e assume distribuição triangular de tensão de compressão nas juntas do arco (Timoshenko, 1953).

5.5 - TEORIA DA LINHA DE EMPUXO

5.5.1 - Considerações iniciais

A idéia da existência de uma linha de empuxo contida na espessura de um arco está associada à descoberta, no final no século XVII de que a estática do arco rígido é a mesma do fio flexível, o primeiro à compressão e o segundo à tração (Hooke, 1677; La Hire, 1695; Gregory, 1697). Essa descoberta aconteceu em meio ao desenvolvimento do cálculo infinitesimal, sendo que o esforço para expandir o campo de aplicação dessa nova ferramenta matemática resultou em um debate intenso sobre a catenária (que idealmente define a forma de um fio flexível suspenso pelas extremidades sob o peso próprio) e outras curvas relacionadas diretamente com os fenômenos físicos. Esse ambiente influenciou as primeiras teorias da linha de empuxo na Inglaterra (Emerson, Hutton, Robison), ainda bastante incipientes, que foram denominadas de «teoria da equilibração» (Barlow, 1847; Huerta, 2008) e propunham que a geometria do arco deve ser definida pela situação específica de carregamento em serviço. De acordo com Kurrer (2008), o avanço dessas teorias estagnou por volta de 1750. Para o autor, nem a teoria da equilibração nem a das cunhas conseguiu tratar a relação das partes (aduelas) com o todo (arco), a primeira restrita a uma visão do equilíbrio do todo, a segunda a uma visão do equilíbrio isolado de cada parte.

A definição precisa de linha de empuxo e a compreensão de sua relação com a estabilidade do arco, relativa tanto à rotação quanto ao deslizamento de aduelas, apareceu simultaneamente na França (Méry, 1830), Alemanha (Gerstner, 1831) e Inglaterra (Moseley, 1833). Em 1831, Franz Joseph Ritter von Gerstner (1756-1832) publicou *Handbuch der Mechanik*, onde formula as três “tarefas” que a teoria da linha de empuxo deve permitir realizar: determinar a linha de empuxo para um dado caso de carregamento; determinar a configuração do carregamento para que a linha de empuxo

coincida com um dado eixo de centros de gravidade; e, finalmente, determinar a linha de empuxo dada a configuração do carregamento e do eixo de centros de gravidade. Gerstner foi o primeiro a formular essa terceira e mais importante tarefa (*Hauptaufgabe*) (Kurrer, 2008), que se tornou o problema central das teorias da linha de empuxo no século XIX: determinar a linha de empuxo “verdadeira”, isto é, aquela se realiza entre todas as configurações estaticamente possíveis para um arco em condição de serviço. Isso exige a introdução de algum critério arbitrário e o resultado, no período de aproximadamente cinquenta anos que se seguiu até o advento da teoria elástica do arco de alvenaria, é descrito por Foce (2002), nos seguintes termos:

“Nesse meio século, visões teleonômicas inspiradas nos pomposos princípios do mínimo se confrontaram com princípios mais humildes de ordem experimental, formulações teóricas rigorosas vieram contrapostas a métodos práticos expeditos para dar cabo da ‘Hauptaufgabe’ indicada por Gerstner” (p.201, tradução livre).

A Thomas Young (1773-1829) é atribuída a primeira teoria completa do arco de alvenaria baseada na linha de empuxo, em 1817 (Huerta, 2008; Kurrer, 2008). Henry Moseley (1802-1872) é considerado o primeiro autor a propor um critério arbitrário para determinar a “verdadeira” linha de empuxo, no caso, o princípio da resistência mínima (Moseley, 1833). Entre os métodos que apresentam um tratamento matemático mais sofisticado para o problema, citam-se os de Villarceau, Carvallo e Denfert-Rocherau. A seguir são comentadas as contribuições de Hooke, Gregory, Emerson, Barlow, Moseley e Méry. Este último não se filia à busca pela linha de empuxo “verdadeira”, mas foi incluído neste capítulo devido a seu método de cálculo limite ser baseado na determinação de linhas de empuxo hipotéticas.

5.5.2 - Hooke e Gregory

Em 1676, Robert Hooke (1635-1703) apresentou um artigo à Royal Society (Inglaterra) sobre a construção de um helioscópio e, “para preencher um vazio na página”, listou brevemente um conjunto de “invenções” que pretendia desenvolver e publicar oportunamente, na esperança de que viessem a ser “úteis para a Humanidade”, por serem “desconhecidas e novas”. Entre elas, uma chave teórica para a compreensão do

funcionamento do arco, cifrada em um anagrama acompanhado de um breve comentário:

A verdadeira forma matemática e mecânica de todos os tipos de arco para a construção, com os verdadeiros apoios necessários a cada um deles. Um problema que nenhum teórico da arquitetura jamais tentou, muito menos executou. abcccddeeeefggiiiiillmmmmnnnnoprssux. (Hooke, 1677, *s/p.* tradução livre).³⁸

A solução para o anagrama, publicada em 1705, é *Ut pendet continuum flexile, sic stabit contiguum rigidum invertsum*, que pode ser traduzida como “assim como pende a corda flexível, também se sustenta, de forma invertida, o arco rígido” (Heyman, 1972; Kurrer, 2008). Hooke descobriu, portanto que, a forma que um fio flexível assume quando submetido a uma dada situação de carregamento, quando invertida, é a forma do arco ideal (de alvenaria) para a mesma situação de carregamento, ou, em outras palavras, a estática do arco em compressão é a mesma do cabo flexível em tração (Heyman, 1998), uma das idéias mais fecundas da história da teoria das estruturas (Huerta, 2004).

Cabe registrar que o anagrama de Hooke, que também era arquiteto, vem como a resposta para um problema apresentado à Royal Society alguns anos antes, em 1670, e objeto de algum debate e de demonstrações práticas no âmbito daquela instituição, mas que havia permanecido sem solução desde então:

O Sr. Hooke trouxe o seguinte problema de arquitetura: dada a distância entre dois pilares e a altura de um arco, determinar a figura correta para esse arco, para a firme sustentação de um peso qualquer, pelo todo, e por cada uma de suas partes; assim como determinar a espessura dos apoios desse arco (transcrito por Gunther, 1930 *apud* Heyman, 1998, tradução livre).

Em 1697, isto é, cerca de vinte anos depois de lançado o anagrama de Hooke e antes que sua solução tivesse sido publicada, David Gregory (1659-1708) apresentou à Royal Society um artigo intitulado *Catenaria*, onde afirma: “(...) Nenhuma senão a catenária é a figura de um arco ou *fornix* verdadeiro, legítimo. E quando um arco de qualquer outra forma se sustenta é porque há uma catenária incluída em sua espessura” (Heyman, 1972

³⁸ “*The true Mathematical and Mechanical form of all manner of Arches for Building, with the true butment necessary to each of them. A Problem which no Architectonick Writer hath ever attempted, much less performed. abcccddeeeefggiiiiillmmmmnnnnoprssux*”.

p. 76). A segunda colocação de Gregory antecipa a descoberta da relação entre a linha de empuxo, o equilíbrio e os mecanismos de colapso do arco, como será visto adiante.

5.5.3 - Aplicações práticas

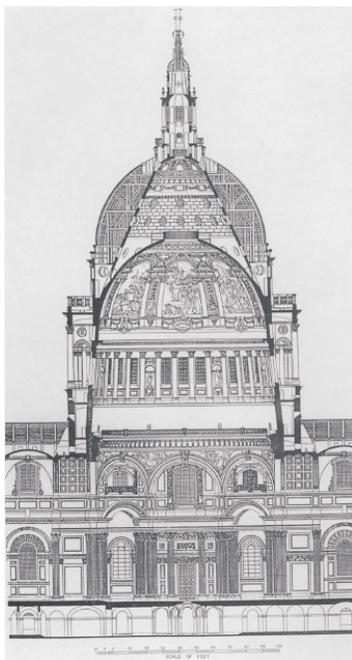
5.5.3.1 - Projeto para a cúpula de St. Paul, Londres.

Robert Hooke participou ativamente, inclusive como arquiteto, dos trabalhos de reconstrução que se seguiram ao grande incêndio de Londres, em 1666. O projeto da nova Catedral de St. Paul foi delegado a Sir. Christopher Wren (1632-1723), que mantinha um intercâmbio freqüente com Hooke em assunto tanto científicos quanto relativos à arquitetura. Wren elaborou três propostas, entre 1669 e 1675, período em que Hooke estava envolvido com a questão da forma ideal para o arco (Heyman, 1998). Nesse processo, Hooke teria em um dado momento aconselhado Wren a utilizar um modelo de cordas com pesos suspensos fixados aos respectivos centros de gravidade, para determinar a forma da cúpula, sendo que em um dos esboços intermediários, o desenho da cúpula e de seus pilares de apoio foi baseado parcialmente em uma catenária invertida (Kurrer, 2008).

No entanto, 1671, Hooke apresentou à Royal Society a “descoberta” de que a forma ideal para uma cúpula era o conóide cúbico-parabolóide. O raciocínio é que segue: a carga do peso próprio distribuída uniformemente na corda bi-dimensional da curvatura da cúpula resulta em uma parábola, ou em uma catenária próxima a esta. Por sua vez, o peso próprio da cúpula compreendida como um sólido de revolução varia com o quadrado da distância em relação à coroa, o que, mediante integração, resulta na parábola cúbica

$$y=ax^3 \quad (5.11)$$

De acordo com Hooke, portanto, a forma ideal para a cúpula é o conóide resultante da rotação em z da parábola cúbica (equação 5.11) (Heyman, 1998). Ainda de acordo com Heyman (1998, p. 47), em 1675, Hooke registrou em seu diário que após ouvir sobre seus “princípios sobre os arcos”, Wren fez modificações no projeto final, como demonstra a configuração final do edifício de cúpula tripla (Figura 5.14): uma interna em alvenaria, com um óculo, uma intermediária também em alvenaria, cônica, que suporta o lanternin, e uma externa, de madeira revestida com chumbo, sendo que a alvenaria que suporta a cobertura se inclina para o interior, conforme a direção das forças.



(a)



(b)

Figura 5.14 – Catedral de St. Paul, Londres (Sir Christopher Wren, 1696-1708): a) corte transversal (Heyman, 1998); b) vista externa da cúpula (Summerson, 1997).

4.5.3.2 - Reforço estrutural da cúpula de São Pedro, Roma.

A cúpula da Basílica de São Pedro, em Roma, (1506-1626) foi concluída em 1590, conforme projeto de Michelangelo (1475-1564) (Figura 5.14a).³⁹ Trata-se de uma

³⁹ O projeto original de Michelangelo para a cúpula foi parcialmente alterado por Giacomo della Porta (1532-1602), que o substituiu na condução dos trabalhos de construção da basílica, após seu falecimento. No desenho final, a cúpula tem perfil mais alongado que na concepção original, mas, em seu conjunto, pode ser considerada obra de Michelangelo (Lotz, 1998).

cúpula de base circular, construída em alvenaria de tijolos cerâmicos e constituída por duas cascas concêntricas, com vão de aproximadamente 42m, o que a coloca entre as maiores do mundo. No final do século XVII, fissuras na cúpula começaram a ser motivo de preocupação: o primeiro documento escrito conhecido que trata do problema data de 1680 (Schlimme, 2006); em 1700, as fissuras foram cobertas com estuque, e em 1735 preenchidas com cunhas de mármore do tipo “rabo de pombo” (Panza, 1990), mas estes se quebraram ou estavam se quebrando com muita rapidez (Wiseman, 1863), até que em 1741 o problema foi considerado crítico. Depois de diversos trabalhos de avaliação dos danos, por iniciativa papal, os matemáticos italianos Tommaso Leseur (1703-70), Francesco Jacquier (1711-88) e Giuseppe Boscovich (1711-87) foram comissionados com a tarefa de identificar a causa e a gravidade do problema e prescrever a solução, se necessária.

Os três matemáticos realizaram inicialmente um levantamento detalhado das fissuras na cúpula (Figura 5.15b) e sugeriram um padrão de movimentos que explicaria todo o sistema de fissuramento: a lanterna pressiona a casca da cúpula, que se fissa em segmentos verticais e se abre, pressionando o tambor, cujos contrafortes se fendem. A comissão então se remete à abordagem de La Hire (ver seção 5.3.3) quanto ao colapso de abóbadas e cúpulas, criticando, no entanto, o pressuposto da ausência de atrito. O procedimento seguinte foi verificar o equilíbrio de cada uma das partes da cúpula e, para tanto, os três matemáticos calcularam o peso de elementos da cúpula e o momento. Estimaram que a cúpula havia cedido 2 palmos romanos (aproximadamente 44 cm) em seu diâmetro, e que, sem alguma medida corretiva, o movimento observado prosseguiria até o colapso da estrutura (Schlimme, 2006). A solução proposta foi o reforço da base da cúpula, com a introdução de cinco “tirantes” de ferro na volta do tambor, em acréscimo aos dois tirantes previstos no projeto original.

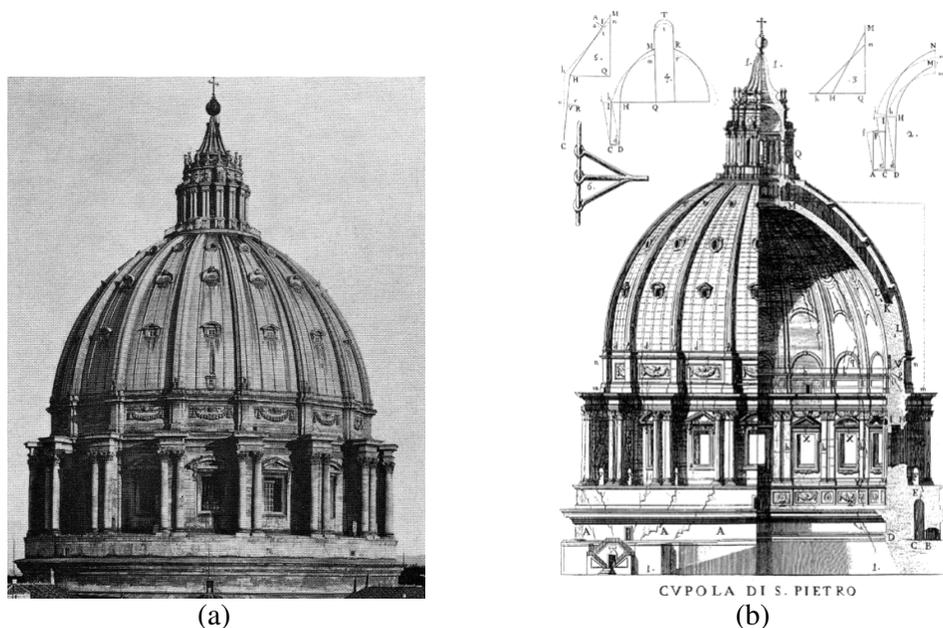


Figura 5.15 – Cúpula da Basílica de São Pedro, Roma (Michelangelo e Giacomo della Porta, concluída 1590): a) vista externa (Lotz, 1998), 1998); b) vista com corte mostrando localização das fissuras (Leseur, Jacquier e Boscovich, 1742 *apud* Mainstone, 1997).

O relatório final apresentado pelos três matemáticos provocou reações enérgicas, em sua maior parte negativa. Por fim, uma segunda encomenda papal foi feita a Giovanni Poleni (1683-1761). Poleni afirma que, para que o arco seja estável, é necessário que a linha de empuxo esteja inteiramente contida na espessura da cúpula (“*E per dir brieve, in questo esame fatto collo Catenaria, Il punto principale consistera nel vedere, se veramente alcuna parte della Catenaria cadesse fuori de’ contorni della volta*”).⁴⁰ Poleni dividiu a cúpula em 50 meias-luas (Figura 5.16), e postulou que se cada meia-lua permanecesse em equilíbrio, o conjunto da estrutura também permaneceria. A linha de empuxo foi determinada experimentalmente, carregando-se um cabo flexível com pesos desiguais, cada peso proporcional ao de um segmento da meia-lua, incluindo-se o peso do lanternin. O resultado experimental é mostrado na Figura 5.16 e a linha de empuxo de fato recai na espessura da cúpula. A figura mostra também que um carregamento uniforme produziria uma linha de empuxo que recairia fora da espessura da cúpula.

⁴⁰ “E per dir brieve, in questo esame fatto collo Catenaria, Il punto principale consistera nel vedere, se veramente alcuna parte della Catenaria cadesse fuori de’ contorni della volta” (Poleni, 1748 *apud* Heyman, 1972, p. 178).

Poleni concluiu que as fissuras não eram críticas, mas concordou com a proposta dos três matemáticos de acrescentar mais tirantes.

A utilização da análise estrutural – como é conhecida hoje – para a avaliação da segurança de uma estrutura existente foi inaugurada com os trabalhos dos “três matemáticos” e de Poleni sobre a cúpula de São Pedro (Mainstone, 1997). Esse episódio é suma importância para a história da engenharia civil, pelo porte e importância da estrutura envolvida, pela opção a favor de uma avaliação baseada no conhecimento científico (em especial a matemática e a mecânica), o embate entre duas abordagens “científicas”, e, principalmente o embate entre esse conhecimento tradicional, basicamente empírico, e um conhecimento de base científica.

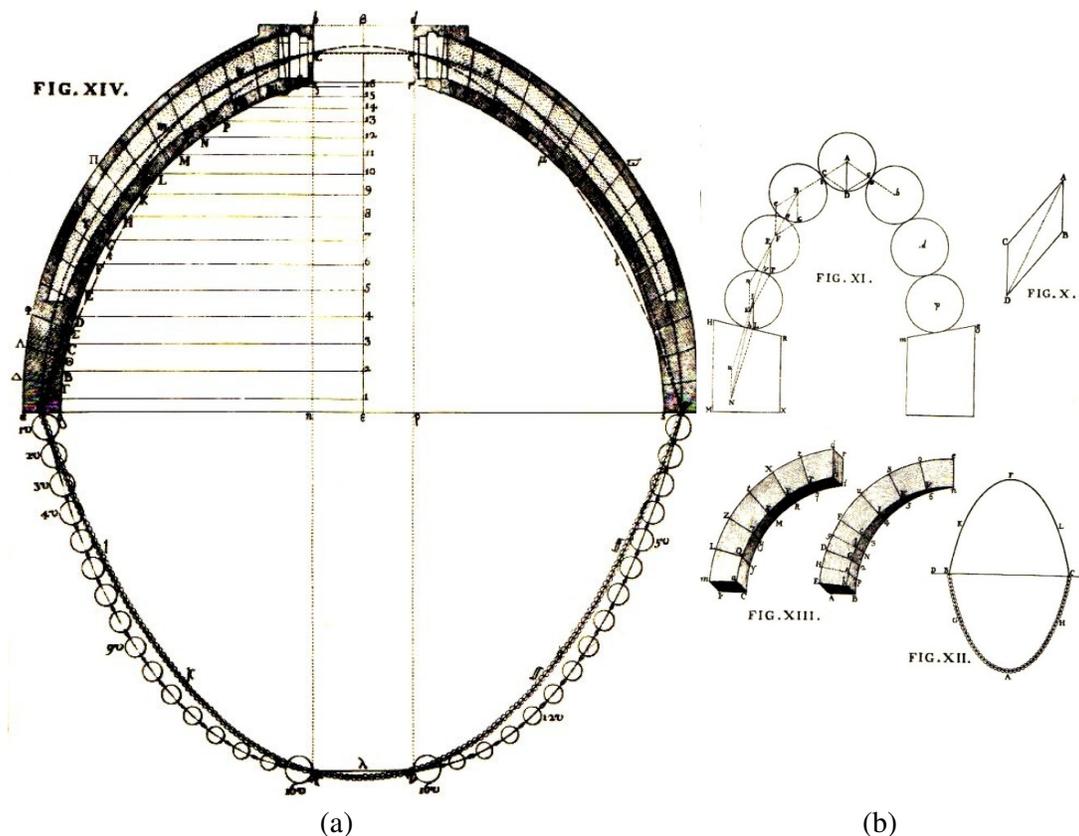


Figura 5.16 – Poleni. Análise da estabilidade da cúpula de São Pedro, Roma (Poleni, 1748 *apud* Heyman, 1972).

5.5.4 - Emerson

Em seu manual de mecânica (1754),⁴¹ William Emerson (1701-1782), inclui o arco de alvenaria como o exemplo número 106 do capítulo XII, que trata da descrição de máquinas compostas. Sem se debruçar sobre questões teóricas, o texto apresenta orientações práticas para o projeto de arcos para pontes de alvenaria, incluindo um modelo de arco catenário (Figura 5.17), onde a altura SB do pano de alvenaria e a altura BR do arco é de 1:1,59, sendo ABF uma catenária inscrita no semicírculo de raio BR . Emerson não aborda o conceito de linha de empuxo, mas defende que a forma do arco deve refletir a situação específica de carregamento:

E onde muitos milhares de libras são assentadas na construção de uma única ponte, certamente vale a pena buscar a forma de um arco que seja a mais forte possível, para suportar tamanho peso. E é muito surpreendente que ninguém tenha tentado fazê-lo. Ao contrário, todas as pessoas têm se contentado em construir arcos circulares, sem saber que pressões diferentes contra o arco, em locais diferentes, exigem curvaturas diferentes, que não se resolvem em um círculo, onde a curvatura é sempre a mesma. (Emerson, 1825, p. 236, tradução livre).

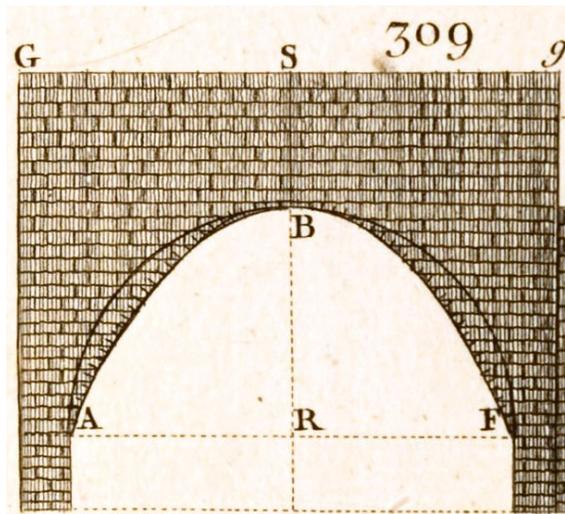


Figura 5.17 – Emerson. Arco catenário (Emerson, 1825)

⁴¹ *The principles of mechanics: explaining and demonstrating the general laws of motion; the laws of gravity, motion of descending bodies...* Neste trabalho foi utilizada a edição de 1825 (Emerson, 1825)

5.5.5 - Moseley

Em 1833, Henry Moseley (1802-1872) publicou o artigo intitulado *On a new principle on statics, called the principle of least pressure*, no qual propõe que, em um sistema de forças em equilíbrio que contenha um sistema de resistências, essas resistências serão tais que sua soma será a mínima possível – o que o autor denominou de “princípio da resistência mínima” (*principle of least pressure*) (Moseley, 1833).⁴² No mesmo ano, Moseley apresentou à Sociedade Filosófica de Cambridge o artigo intitulado *On the Equilibrium of the Arch* (publicado em 1835), onde desenvolve a primeira formulação rigorosa do conceito de linha de empuxo (Huerta, 2004) e aplica o princípio da resistência mínima ao problema do arco de alvenaria. Em 1837, em outro artigo apresentado à Sociedade Filosófica de Cambridge (publicado em 1838), o autor mostra pela primeira vez que a linha de pressão e a linha de empuxo são duas curvas diferentes (Timoshenko, 1953).⁴³ Segue, em síntese, a exposição de Moseley sobre as linhas de empuxo e pressão.⁴⁴

Seja a estrutura *MNLK*, composta por um empilhamento de blocos de pedras, sem argamassa, submetida a uma dada situação de carregamento (Figuras 4.2 e 5.18). Os infinitos planos geométricos *1 2, 3 4, 5 6,...* intersectam a estrutura *MNLK*, de forma que as forças que atuam na porção da estrutura acima do plano *1 2*, isto é, no bloco *MN21*, têm por resultante *aA*, e assim sucessivamente para os planos *3 4, 5 6, 7 8,...* em relação às resultantes *bB, cC, dD,...*, sendo *a,b,c,d,e...* os pontos de intersecção das resultantes *aA, bB, cC, dD, eE,...* com os respectivos planos de corte e *A, B, C, D, E,...* os pontos de intersecção de cada uma das resultantes com sua consecutiva. No limite, o polígono *abcde...* dá a linha de empuxo (*line of resistance*), e o polígono *ABCDE...* a linha de pressão (*line of pressure*). Posto de outra forma, a linha de empuxo pode ser

⁴² Cada resistência é função das coordenadas de seu ponto de aplicação, com sinal positivo e sujeita às condições de equilíbrio do todo. Neste trabalho é utilizada a tradução “princípio da resistência mínima”, correspondente a *principle of least resistance* (Timoshenko, 1953).

⁴³ Cabem alguns esclarecimentos quanto à terminologia. Inicialmente, Moseley não diferencia «linha de empuxo» e «linha de pressão» e trata de uma única curva que detém os atributos de ambas, denominada «linha de pressão» (*line of pressure*) (Moseley, 1835). Posteriormente, ao diferenciar as duas curvas, o autor mantém o termo *line of pressure* para designar a linha obtida a partir das direções das resultantes e utiliza o termo *line of resistance* para a linha de empuxo, que Méry, por sua vez, denomina «curva das pressões» (*courbe des pressions*).

⁴⁴ Baseada no livro *The mechanical principles of engineering and architecture* (Moseley, 1843).

definida como o lugar geométrico dos pontos de aplicação do empuxo sobre os planos de corte; e a linha de pressão pode se definida como a envolvente das direções do empuxo (Huerta, 2004).

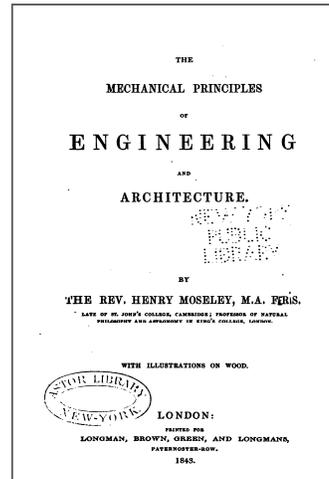
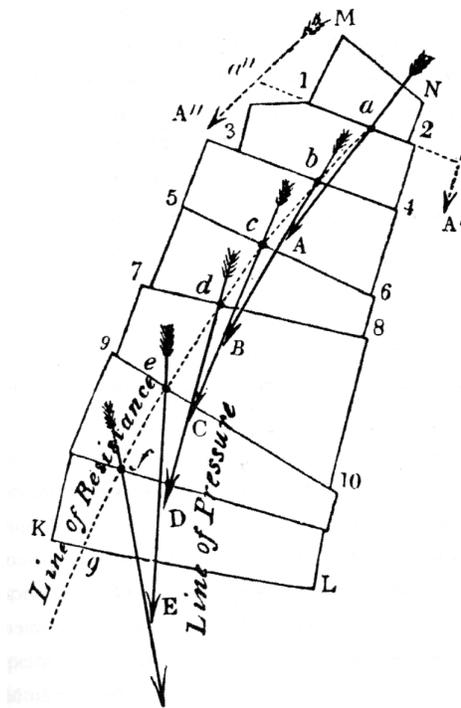


Figura 5.18 – Moseley. Linha de empuxo e linha de pressão (Moseley, 1843).

Moseley pondera que, supondo-se o arco constituído por blocos que mantêm as propriedades de um “sólido perfeito”,⁴⁵ há duas condições de equilíbrio a serem observadas. A primeira condição de equilíbrio diz respeito ao colapso por rotação de aduelas, e estabelece que a linha de empuxo esteja inteiramente contida na massa da estrutura. Na Figura 5.18a, na hipótese que $a'A'$ fosse a resultante das forças que atuam acima do plano de corte $1\ 2$, a porção $MN21$ seria rotacionada em torno de 2 , assim como, na hipótese que a resultante fosse $a''A''$, a porção $MN21$ seria rotacionada em torno de 1 . A segunda condição de equilíbrio diz respeito ao deslizamento de aduelas e estabelece que o ângulo vertical que cada resultante faz com a normal ao plano de corte correspondente seja inferior ao dobro do ângulo que tem por tangente o coeficiente de atrito das superfícies. A curva da linha de empuxo está associada ao equilíbrio da estrutura quanto à rotação de aduelas, e a curva da linha de pressão está associada ao

⁴⁵ Em oposição à hipótese de comportamento elástico do material.

equilíbrio da estrutura quanto ao deslizamento de aduelas. Como normalmente este último não é considerado, a linha de pressão é de interesse puramente teórico (Huerta, 2004).

Moseley desenvolve inicialmente uma solução analítica para o problema das linhas de empuxo e de pressão, e para o equilíbrio de uma estrutura tal como $MNLK$, que se aplica ao caso de um semi-arco, sendo a força H (Figura 5.19a) conhecida em direção, ponto de aplicação e intensidade. No caso do arco simétrico, ainda que H tenha direção e intensidade conhecidas, o problema é indeterminado, pois há mais de um ponto de aplicação cuja linha de empuxo correspondente atende às condições de equilíbrio consideradas. Moseley recorre, então, ao princípio da resistência mínima, e considera que entre todas as configurações possíveis para o equilíbrio da estrutura, prevalece a que corresponde à resistência mínima. Para tal configuração, a linha de empuxo toca a superfície do arco, pelo intradorso, em um ponto intermediário entre a imposta e a chave (Q, Q'), e pelo extradorso, na coroa (A) (Figura 5.19b) (Moseley, 1835).

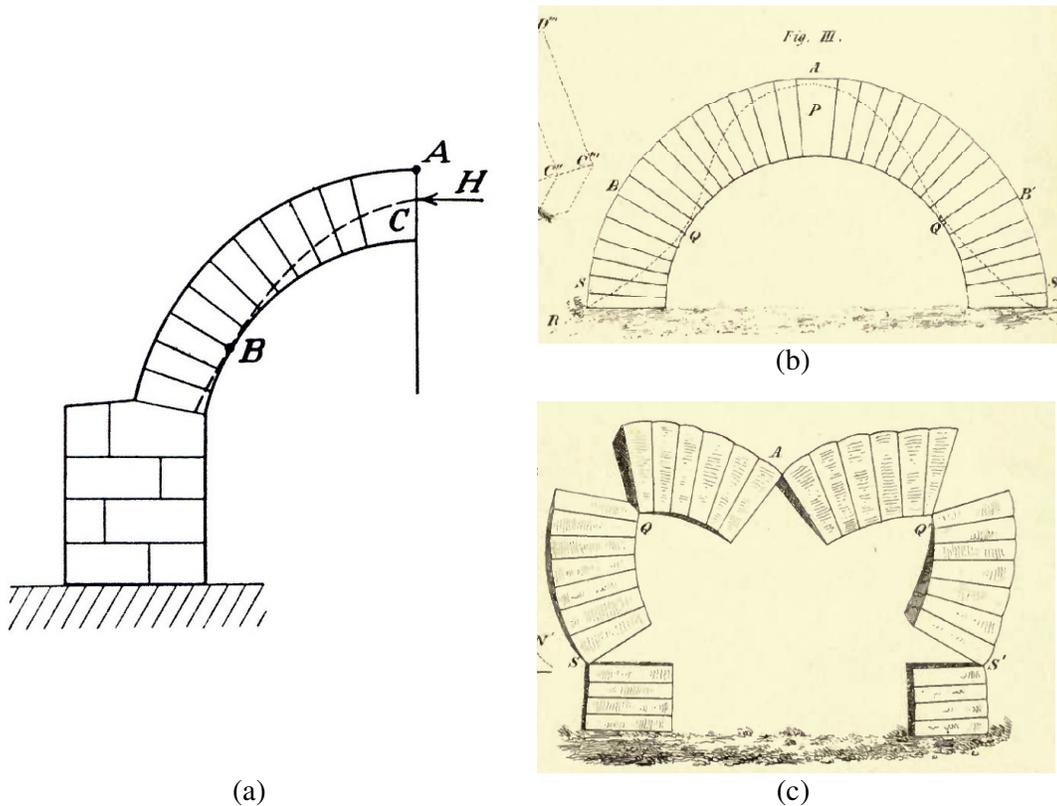


Figura 5.19 – Moseley: a) conforme Timoshenko, 1953; b) configuração hipotética da linha de empuxo, sendo A , Q e Q' juntas de ruptura; c) forma típica de colapso (Moseley, 1835).

Moseley menciona os estudos empíricos realizados por Perronet durante a construção e decimbramento das pontes de Nogent-sur-Seine e Neully, a experiência de demolição de uma ponte em arco de alvenaria, realizada por Gauthey, e estudos com modelos em escala, realizados por Robinson, e argumenta que os resultados obtidos confirmam a teoria proposta, que estaria de acordo também com o conhecimento empírico e com os trabalhos desenvolvidos pelos teóricos franceses:

“A existência dos pontos Q e Q', em torno dos quais as duas porções superiores do arco tendem a girar, e nas proximidades dos quais o material primeiro cede, é conhecido de longa data pelos homens práticos. Os engenheiros franceses denominaram esses pontos de pontos de ruptura do arco; e sua determinação por um método de tentativa e erro forma uma parte importante da teoria muito insatisfatória que eles têm aplicado a esse importante ramo da Estática.” (Moseley, 1835, p. 313).

O trabalho de Moseley teve grande repercussão. De acordo com Timoshenko (1953), seu maior mérito, no conjunto, residiu em ter introduzido na Inglaterra os métodos dos engenheiros franceses (Navier, Dupin, Poncelet...), de forma que seus escritos representaram um avanço significativo para a literatura de engenharia em língua inglesa, na época. No que diz respeito especificamente à teoria do arco de alvenaria, seus escritos impulsionaram significativamente o desenvolvimento das teorias da linha de empuxo (Kurrer, 2008). Isso se deve em parte a suas próprias contribuições para a estática do arco de alvenaria, em parte ao trabalho de Hermann Scheffler (1820-1903), engenheiro ferroviário que as difundiu nos países de língua alemã, depois de rearranjá-las de modo “abrangente e detalhado”, a fim de constituir uma teoria do arco de alvenaria com valor prático significativo para os engenheiros civis (Kurrer, 2008).

5.5.6 - Méry

A M. E. Méry é atribuída o desenvolvimento preciso do conceito de linha de empuxo na literatura francesa, de forma independente e quase simultaneamente a Moseley. A abordagem de Méry, no entanto, é menos precisa do ponto de vista matemático e mais voltada para a aplicação prática que a de Moseley. O chamado “método de Méry” é

definido pelo próprio autor como “um modo de verificar a estabilidade dos arcos por meio de uma construção geométrica que dispensa todo o cálculo” (Méry, 1840, p. 50).

O artigo de Méry, publicado em 1840,⁴⁶ se inicia com a definição de linha de empuxo (*courbe de pression*), como a curva formada pelos pontos $\gamma, \gamma', \gamma'', \dots$ de aplicação nas juntas $cC, c'C', c''C''$, das resultantes p, p', p'', \dots do sistema de força que atua sobre cada uma dessas juntas, que corresponde exatamente ao conceito proposto por Moseley (1833), Figura 5.20. Méry considera nos seguintes termos as condições de equilíbrio do arco em relação à configuração assumida por essa linha de empuxo: a “condição de equilíbrio estático”, que o autor denomina «equilíbrio matemático», implica que a linha de empuxo esteja contida entre o intradorso e o extradorso do arco;⁴⁷ a “condição de resistência” implica que a menor entre as duas partes de uma junta qualquer dividida pela linha de empuxo deve ser capaz de resistir pelo menos à metade da pressão total sobre essa junta; e, finalmente, a “condição de atrito” implica que o ângulo φ , que a direção da resultante forma com o plano da junta correspondente, seja inferior a um dado ângulo limite determinado em função do coeficiente de atrito entre a superfície das aduelas.⁴⁸ Do ponto de vista teórico, pode-se afirmar que Méry pertence à corrente da teoria da rotação de aduelas:

Na prática, os arcos têm sempre uma espessura maior que aquela estritamente necessária para sua estabilidade; dessa circunstância decorre que a linha de empuxo pode assumir uma infinidade de posições diferentes, sem que seja possível prever aquela que se realizará (...). Mas é suficiente, para a solução do problema do equilíbrio dos arcos, considerar duas posições extremas, que correspondem uma ao empuxo máximo, outra ao mínimo (Méry, 1840, p. 52, tradução livre).

Segundo Delbecq (1982), Méry foi o primeiro engenheiro que procurou caracterizar a linha de empuxo máximo e mínimo. Considerando que nesses dois casos extremos, a linha de empuxo passa por alguns pontos conhecidos *a priori*, Méry expõe seu método para determinar geometricamente essa curva a partir de dois desses pontos. O problema

⁴⁶ *Sur l'équilibre des voûtes en berceau* [Sobre o equilíbrio das abóbadas de berço] (Méry, 1840). O artigo foi redigido em 1830, dez anos antes de sua publicação, a partir de experiências conduzidas por Méry na Escola de Pontes e Calçadas, em 1826 e 1827 (Delbecq, 1982).

⁴⁷ Méry inclusive associa as posições limite da linha de empuxo à formação de mecanismos de colapso por rotação de aduelas.

⁴⁸ Ao contrário de Moseley, não diferencia a linha de pressão (*line of pressure*, em Moseley), mas reconhece que para que as indicações oferecidas pela inclinação da linha de empuxo fossem perfeitamente exatas, seria necessário que a direção da resultante fosse sempre perpendicular à tangente da linha de empuxo.

linha de empuxo mínimo, ou seja, para a qual há uma única linha de empuxo possível. Segundo Méry, nessa situação limite, a linha de empuxo toca o contorno do arco em cinco pontos, quando passa pela chave, ou seis pontos, quando não passa. Logo, sabendo-se que a curva toca o extradorso em três ou quatro pontos, o método propõe um procedimento de tentativa e erro para determinar a espessura mínima do arco a partir de uma situação inicial arbitrária. Méry aplicou seu método a diversos dos casos descritos por Boistard (1801) e Audoy (1820) e comparou as configurações obtidas para a linha de empuxo com os resultados experimentais obtidos pelo primeiro e os cálculos realizados pelo segundo (Figura 5.21).⁴⁹ Os resultados de Méry apresentam boa convergência com os de Boistard, o que, na interpretação do primeiro, é suficiente para demonstrar a validade de seu método.

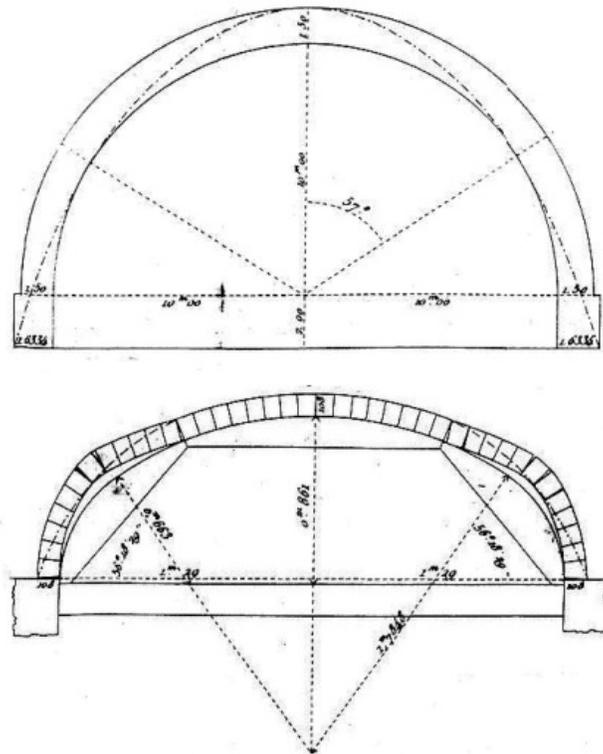


Figura 5.21 – Exemplos de aplicação do método de Méry: a) aplicação a caso estudado por Audoy (1820). A posição da linha de empuxo determinada por Méry (linha pontilhada) confirma a posição das juntas de ruptura determinada por Audoy (ângulo de 57° com as nascentes) (Méry, 1840); b) aplicação a caso estudado por Boistard (1801).

A posição da linha de empuxo determinada por Méry (linha pontilhada) confirma a posição das juntas de ruptura observadas experimentalmente por Boistard (Méry, 1840).

⁴⁹ Sobre os ensaios de Boistard, ver seção 5.4.3.

Méry se volta, então, para a situação em que se considera a resistência do material, para a qual além do equilíbrio matemático, a estrutura deve atender à “condição de resistência”. Para tanto, Méry recorre às “idéias comumente aceitas sobre a elasticidade dos corpos” e obtém que, para efeitos de cálculo, a espessura do arco deve ser dividida em três zonas (Figura 5.22). Cada uma das zonas periféricas $BB'A'A = b'baa'$ deve ter sua espessura dimensionada de modo que possa resistir, em cada junta, a dois terços da pressão total a que a junta está sujeita, considerando, como fator de segurança, que a tensão de cálculo não deve ser superior a 1/10 da tensão de ruptura do material. Uma vez assim fixada a espessura das zonas periféricas, a zona central $B'b'a'A'$ é tomada como o limite no qual deve estar inteiramente contida a linha de empuxo, e sua espessura mínima é determinada pelo método gráfico descrito acima.

Novamente, Méry pondera que se a distância entre as curvas $B'D'A'$ e $b'd'a'$ for superior à mínima necessária à estabilidade do arco, isto é, a sua espessura limite, haverá um número infinito de posições possíveis *a priori* para a linha de empuxo, sendo que, sem recorrer a considerações mais ou menos incertas sobre a acomodação da estrutura, não é possível determinar qual delas se realizará de fato. No entanto, conclui o autor, “essa procura não é de forma alguma necessária, como se acabou de ver, para que seja assegurada a solidez do arco” (Méry, 1840, p. 65). Essas palavras de Méry bem traduzem o espírito da teoria da rotação de aduelas. Nesse artigo, Méry ainda aplica seu método à determinação da espessura dos contrafortes de um arco e apresenta uma solução analítica para o problema.

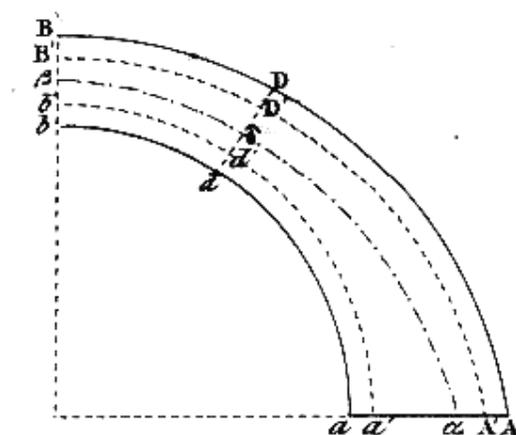


Figura 5.22 – Méry. Divisão da espessura do arco em função da resistência do material (Méry, 1840).

O método de Méry foi amplamente difundido e utilizado, e posteriormente alterado. De acordo com Delbecq (1982), o método tal como descrito nos trabalhos influentes de Croizette-Desnoyers (1885) e Séjourné (1913), e tal como utilizado até o presente, consiste em efetuar os seguintes procedimentos, no caso de um problema simétrico: determinar a linha de empuxo que passa pelo terço superior da espessura do arco na chave e pelo terço inferior da espessura do arco nos rins (junta a 60° da junta de coroamento); verificar se essa curva recai no interior do terço central do arco; e, finalmente, verificar se a tensão normal às juntas, calculada na hipótese de comportamento elástico linear, não ultrapassa 1/10 da resistência à compressão simples do material.⁵⁰ Considerando o significado dessas modificações Delbecq afirma: “Este método foi posteriormente descaracterizado pela teoria da elasticidade, se transformou em uma regra dita do ‘terço central’ e assim perdeu seu sentido profundo” (1982, p.64).

5.5.7 - Barlow

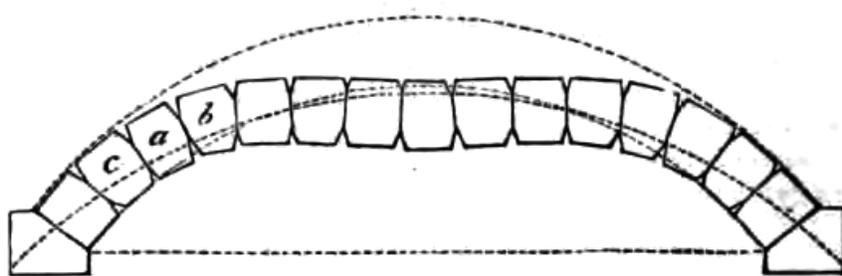
William Henry Barlow (1802-1902) apresentou à Institution of Civil Engineers (Inglaterra), em 1847, o artigo intitulado *On the existence (practically) of the line of equal Horizontal Thrust in Arches, and the mode of determining it by Geometrical Construction* [Sobre a existência (na prática) de uma linha de igual empuxo horizontal nos arcos, e o modo de determiná-la geometricamente]. O autor pondera que a suposição da existência de uma curva na qual o empuxo é transmitido através das aduelas de um arco é antiga, e sugere que há uma analogia entre diversos conceitos baseados nessa idéia, presentes em teorias distintas: catenária (Gregori: teoria do equilíbrio), linha de pressões (La Hire, Attwood: teoria da cunha); linha de resistência (Moseley). Barlow reconhece o caráter definitivo do método proposto por Moseley (1843) para a determinação das condições de equilíbrio de um arco, mas acrescenta que sua utilização pelos engenheiros tem sido restrita, devido à falta de uma demonstração prática conclusiva de sua validade, e também ao fato da aplicação do método ser “envolta em dificuldades matemática demais para permitir seu uso imediato” (Barlow, 1847, p.211). O autor propõe, então, um método gráfico “de fácil aplicação”, baseado

⁵⁰ Essa é a linha da descrição do método de Méry feita por Moliterno (1995).

na idéia de que a força horizontal é constante em toda a curva do arco e na pressuposição de que as juntas de ruptura se localizam no extradorso da coroa e no intradorso dos rins.

No mesmo artigo, Barlow apresenta um conjunto de experimentos com objetivo de produzir evidências práticas da existência da linha de empuxo, dos quais dois são descritos a seguir. No primeiro experimento, é construído um arco de aduelas cujas juntas, ao invés de planas, são curvas, e forma que entre duas aduelas é possível apenas um ponto de contato (Figura 5.23a) Barlow relata que quando a forma original do arco acomoda toda a linha de empuxo não se observa movimentação das aduelas entre si quando da retirada do cimbramento. Do contrário, as aduelas se movimentam por meio do rolamento das superfícies curvas entre si, até atingirem uma posição de repouso, para a qual tendem a retornar quando sofrem nova perturbação.

No segundo experimento, é construído um arco formado por seis aduelas, interpostas em cada junta por quatro peças de madeira que podem ser retiradas separadamente (Figura 5.23b). Desenhou-se “cuidadosamente” uma linha de “empuxo horizontal constante” *abc*, na testa do arco, e observou-se que, mantidas as peças de separação nos pontos de interseção dessa linha com as juntas, todas as demais podem ser retiradas, que o arco permanecia em pé. O mesmo procedimento foi repetido para as curvas *fd* e *ghi*. Do contrário, quando não se mantinham peças de separação ao longo de toda a linha de empuxo constante, o arco rompia.



(a)

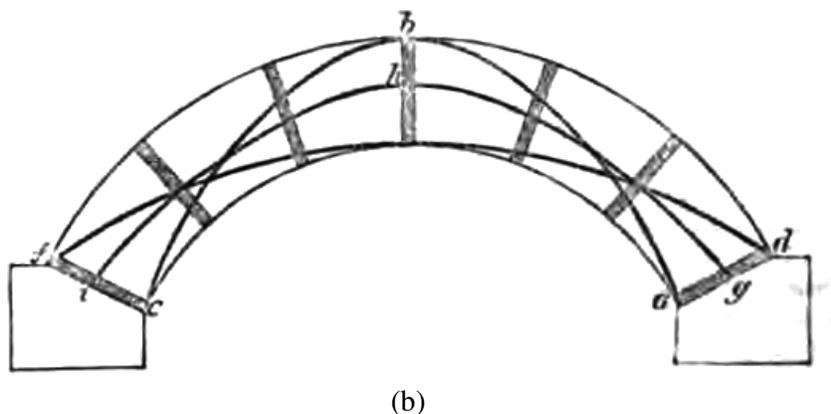


Figura 5.23 – Barlow. Experimentos realizados para comprovar a existência da linha de empuxo (Barlow, 1847).

5.6 - TEORIA ELÁSTICA

5.6.1 - Comentários iniciais

Desde início do século XIX, vinha se desenvolvendo uma teoria do arco elástico, que tratava dos arcos metálicos e de madeira, enquanto o arco de alvenaria era objeto de um campo próprio de investigação teórica. A aplicação da teoria da elasticidade para a determinação da linha de empuxo no arco de alvenaria, ou, em termos gerais, o desenvolvimento de uma teoria elástica do arco de alvenaria se converteu na linha de investigação hegemônica no final do século XIX (Foce, 2002; Kurrer, 2008). A idéia havia sido proposta em 1852, por Poncelet e em 1860, Saavedra apresentou um método, mas que não se mostrou adequado para a prática. Em 1875, Francesco Crotti publicou uma crítica severa à multiplicação de propostas cada uma revelando um artifício diferente que permitiria encontrar a “verdadeira” linha de empuxo: “(...) o caminho verdadeiro foi abandonado quase que completamente; e uma lógica hesitante, mística, falsa, veio a dominar o campo da teoria que governa os arcos”; e aponta o caminho: “qualquer outro método é inevitavelmente falaciosa [e] a verdadeira teoria da resistência dos arcos não pode se basear senão na teoria da elasticidade, modificada e simplificada

oportunamente de acordo com a necessidade” (Crotti, 1875 *apud* Foce, 2002, p. 203, tradução livre).

A vanguarda da engenharia estrutural na Europa no final do século XIX estava em sintonia com a posição metodológica de Croci (Foce, 2002): Perrodil, Castigliano, Winkler, Eddy, Föppl, Müller-Breslau, Ritter, Weyrauch, Résal, Guidi, Mörsch, Engesser, são elencados entre os engenheiros que contribuíram nesse período para a consolidação de uma teoria elástica do arco de alvenaria (Foce, 2002; Kurrer, 2008). Entre eles, destaca-se o trabalho de Emil Winkler (1835-88), que de acordo com Timoshenko (1953) foi um dos principais responsáveis pela introdução dessa teoria na prática. Outro episódio importante foi a publicação e ampla divulgação, em 1895, dos resultados dos estudos experimentais realizados pela associação austríaca de engenheiros e arquitetos (OAIV), sobre o comportamento elastoplástico de arcos de alvenaria.

Na primeira década do século XX, Mörsh (Alemanha) e Balet (Inglaterra) já apresentavam um único método de cálculo para pontes tanto de alvenaria, quanto de concreto (Kurrer, 2008), marcando a conclusão do processo de fusão do “arco elástico” e do “arco rígido”, por meio da incorporação do arco de alvenaria à teoria da elasticidade. Todavia cabe ressaltar que o entusiasmo com a “nova teoria do arco de alvenaria” não foi unânime, e autoridades como Séjourné e Swain adotaram uma posição senão de crítica, pelo menos de cautela (Foce, 2005; Kurrer, 2008). A seguir são comentados alguns antecedentes e as contribuições de Saavedra, Winkler e da OIAV.

5.6.2 - Antecedentes

A questão da resistência dos materiais não era estranha aos teóricos do arco de alvenaria. Coulomb (1776), por exemplo, mencionava que os pontos de aplicação do empuxo horizontal na chave Ga e da resultante sobre a junta de ruptura Mm (ver figura 5.12a) devem se manter afastados das extremidades das juntas, isto é, da superfície do extradorso e do intradorso, respectivamente, para permitir a distribuição das tensões e evitar o rompimento das aduelas (Coulomb, 1776 *apud* Heyman, 1972; Timoshenko, 1953). Navier (1826), por sua vez, modifica a teoria de Coulomb, adotando uma

distribuição linear das tensões ao longo das juntas do arco e propondo adotar a medida de um terço da espessura do arco para identificar o ponto de aplicação das resultantes em Ga e Mn (Timoshenko, 1953). Em 1831, Christian Gottfried Heinrich Bandhauer (1790-1837) propôs uma abordagem para o problema da distribuição das tensões de compressão na seção de um arco de alvenaria em estágio limite, cujo diagrama de tensões coincide com a equação das normas européia (EC 6) e alemã (DIN 1053-100) atualmente vigentes para o cálculo da capacidade de carga da alvenaria, mas teve sua repercussão duradoura (Kurrer, 2008).

Em 1852, Poncelet, em sua revisão crítica e histórica da teoria do arco, registra a idéia, provavelmente pela primeira vez, de que o arco de alvenaria deve ser tratado como uma barra elástica curva (Timoshenko, 1953; Kurrer, 2008). À época, a análise elástica de arcos hiperestáticos já estava bem desenvolvida e era aplicada a arcos metálicos e de madeira. No entanto sua aplicação a arcos de alvenaria parecia inviável, ou inaceitável, não apenas devido à indeterminação do problema decorrente do grau de estaticidade do arco de alvenaria, mas também por que as características físicas da alvenaria são opostas às características do material assumidas pela teoria da elasticidade: homogeneidade, isotropia e propriedades elásticas bem definidas. Os manuais de engenharia da segunda metade do século XIX, portanto, faziam distinção entre “arco elástico” (madeira ou ferro) e “arco rígido” (alvenaria) (Huerta, 2004). A assimilação do arco de alvenaria pela teoria elástica representou a fusão desses dois campos de investigação teórica e experimental, mas esse foi um processo lento, cuja conclusão se deu já com a aproximação do século XX.

Em 1858, William John Mcquorn Rankine (1820-1872), em seu *Manual of Applied Mechanics*, postulou que, para garantir a estabilidade do arco de alvenaria é necessário evitar qualquer tendência de abertura das juntas, seja no intradorso ou no extradorso, e que isso implica que cada “centro de empuxo” (“*center of resistance*”, isto é, o ponto de aplicação do empuxo no plano da junta) não deve se afastar do centro da junta uma distância superior a um sexto de sua espessura. Em outras palavras, “a estabilidade de um arco está assegurada, se um arco linear, em equilíbrio sob as mesmas forças que atuam no arco real, pode ser desenhado no terço médio de sua espessura” (Rankine, 1858 p. 258). A regra do terço médio, que se tornou amplamente aceita, associa a teoria da linha do empuxo com a teoria da elasticidade (Kurrer, 2008).

Considerando o semiarco $AA'B'B$ (Figura 5.24), onde m, n são dois pontos quaisquer da linha de empuxo OC , e Q é o empuxo horizontal na chave, aplicado no ponto a . As equações gerais da flexão de barras curvas são:

$$\left. \begin{aligned} d\varphi' - d\varphi &= M \frac{ds}{\varepsilon} \\ dx' - dx &= \frac{-(\varphi' - \varphi)dy}{\frac{T}{E\omega} dx} \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

Onde (x) e (y) são as coordenadas do ponto m ; (s) é o comprimento de um arco da curva oc medido a partir do ponto o ; (φ) e (φ') são os ângulos que a normal forma com o plano AA' no ponto m , antes e depois da flexão; (E) , (ω) e (ε) são, respectivamente o coeficiente de elasticidade, a área e o momento de flexão correspondentes a uma seção normal qualquer; (M) é o momento de todas as forças aplicadas de m a c , em relação a m ; e (T) é a componente ortogonal dessas forças no sentido da tangente da curva oc em m . Desenvolvendo a equação (5.12), obtêm-se

$$\left. \begin{aligned} l - Qq + Nn &= 0 \\ l' - Qq' + Nn' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

Saavedra coloca que os fatores do sistema de equações (5.13) podem ser calculados com facilidade no caso de arcos semicirculares e em algumas outras situações, de forma a se obter os valores de Q e N , sendo que Q corresponde à intensidade do empuxo e N/Q à distância ac entre o ponto de aplicação do empuxo e o ponto médio da chave. Assim, conhecida a intensidade e o ponto de aplicação do empuxo na junta de coroamento, é possível determinar a resultante das forças sobre qualquer junta do arco, bem como seu ponto de aplicação e, por conseguinte, encontrar a forma e a posição da linha de empuxo. Observa-se que o cálculo parte da premissa de que o ponto c não sofra nenhum deslocamento horizontal e que a junta ao qual pertence não sofra nenhum deslocamento vertical, o mesmo sendo válido para o plano AA' no qual se toma a origem das coordenadas e dos ângulos. A abordagem de Saavedra não era adequada para o projeto na prática de estruturas em arco de alvenaria (Kurrer, 2008), pois envolvia cálculos trabalhosos. O próprio autor reconhece as dificuldades, embora argumente que a

elaboração de tabelas com os valores de Q e N poderia introduzir esse método na prática da análise estrutural “com tanta facilidade como os usuais” (Saavedra, 1860, p. 104).

5.6.4 - Winkler

Emil Winkler (1835-88) foi um dos principais responsáveis pela introdução, na prática, da teoria elástica do arco de alvenaria e, nesse sentido, sua contribuição mais importante foi o artigo apresentado em 1879 à Sociedade de Arquitetos de Berlin, intitulado *Lage der Stützlinie im Gewölbe* [Posição da linha de empuxo em arcos de alvenaria] (Timoshenko, 1953; Kurrer, 2008).

Winkler aplicou o princípio do trabalho mínimo ao arco de alvenaria, e, a partir dos resultados obtidos, postulou o teorema segundo o qual, de todas as curvas funiculares que podem ser construídas para as cargas atuantes, a linha de empuxo verdadeira é aquela para a qual “a soma dos quadrados dos desvios em relação ao centro de gravidade é mínima” (Winkler, 1880 *apud* Kurrer, 2008), ou seja, aquela que desvia o mínimo possível da linha central do arco (Timoshenko, 1953 p. 323). De acordo com Timoshenko (1953), o raciocínio que conduz a essa conclusão pode ser expresso como segue.

Considere-se, inicialmente que a energia de deformação de um arco pode ser representada apenas pela energia de flexão, de modo que

$$V = \int_0^s \frac{M^2 ds}{2EI} \quad (5.14)$$

sendo

$$M = Hz \quad (5.15)$$

Onde z corresponde à distância, medida verticalmente, de um ponto qualquer no eixo do arco a ponto correspondente na linha de empuxo, e H corresponde ao empuxo horizontal. A partir do princípio do trabalho mínimo e da equação (5.14), tem-se que a linha de empuxo verdadeira é aquela para a qual a integral (5.16) é mínima.

$$\int_0^s \frac{H^2 z^2}{2EI} ds \quad (5.16)$$

Quando todas as cargas são verticais, H é constante em relação a s , e, no caso da seção transversal do arco também ser constante, então a minimização de (5.16) se reduz à minimização de

$$\int_0^s z^2 ds \quad (5.17)$$

O princípio também é válido para o caso da seção transversal do arco ser variável, se a variação for tal que

$$I = I_0 \frac{ds}{dx} \quad (5.18)$$

Onde I_0 corresponde ao momento de inércia transversal no centro do vão. Nesse caso, a linha de empuxo verdadeira passa a ser dada pela minimização da integral

$$\int_0^s z^2 dx \quad (5.19)$$

A teoria de Winkler pressupõe a cura perfeita da argamassa e a inexistência de movimentos ou fissuras na alvenaria, isto é, condições ideais que o autor denomina de «estado normal» do arco. Os fenômenos de cura incompleta da argamassa, mudanças de temperatura, rebaixamento do cimbramento durante a construção e recalque dos apoios

após o decimbramento foram denominados de «perturbações» (*Störungen*) e a situação na qual se verificam, de «estado perturbado» do arco (Huerta, 2004; Kurrer, 2008). Isso implica que, de acordo com Winkler, a verdadeira linha de empuxo pode ser encontrada com ajuda da teoria elástica, para um arco em estado normal.

5.6.5 - OIAV (Associação Austríaca de Engenheiros e Arquitetos)

A partir de 1890, a Associação Austríaca de Engenheiros e Arquitetos (*Österreichisches Ingenieur- und Architekten- Verein – OIAV*) conduziu uma série de ensaios com arcos em escala natural (vão = 23m; flecha = 4,6m; largura = 2m) construídos em alvenaria de pedregulho irregular (*rubble stones*), alvenaria de tijolos cerâmicos, concreto e concreto armado (Figuras 5.25 e 5.26). Dois dos resultados obtidos são de especial interesse para a história da teoria do arco de alvenaria. Primeiramente, constatou-se a existência de uma fase elástica linear para os arcos de alvenaria, ou seja, deformações do eixo do centro de gravidade do arco com aumento proporcional ao aumento de carga (Kurrer, 2008). Huerta (2004) observa que o colapso dos arcos seguiu a “teoria antiga”, com o arco se dividindo em quatro partes (Figura 5.26c), embora a proporcionalidade entre cargas e deformações medidas tenha sido considerada como uma demonstração da validade da teoria elástica. Em segundo lugar, constatou-se uma discrepância significativa entre o módulo de elasticidade dos arcos de alvenaria e o dos materiais constituintes (Huerta, 2004; Kurrer, 2008).

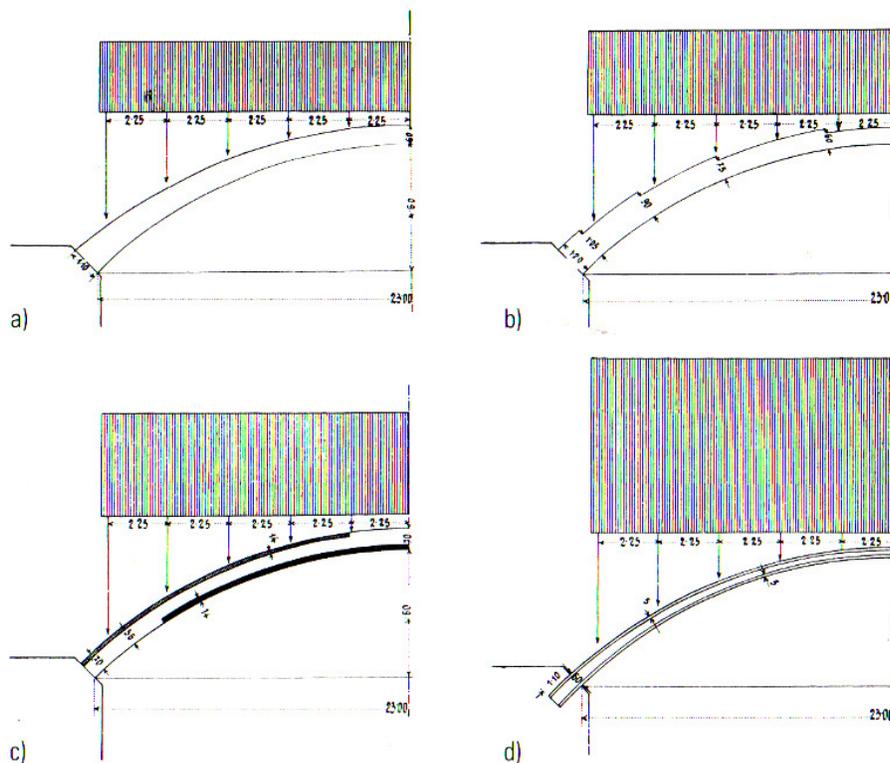
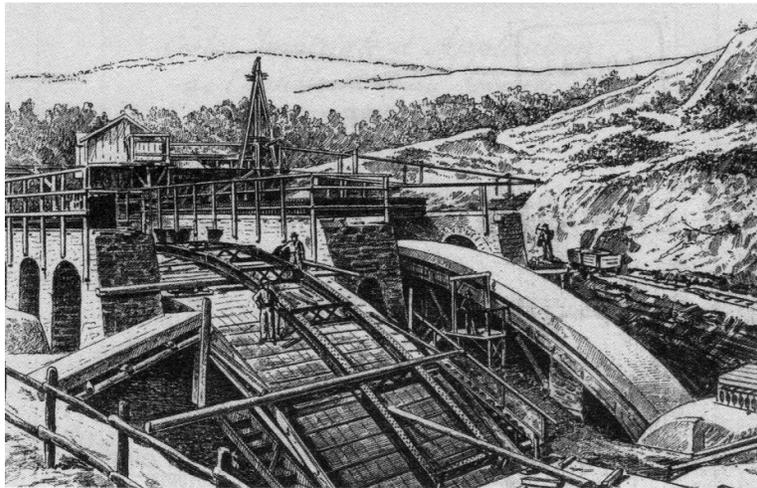


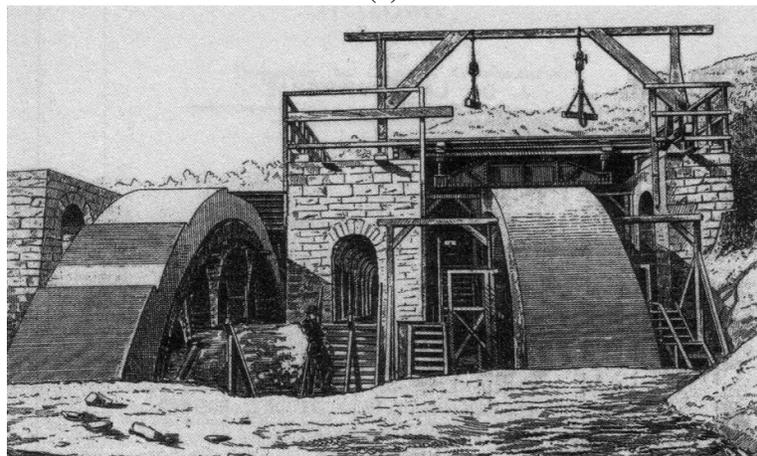
Figura 5.25 – OAIIV. Comparação da carga limite em arcos de ensaio: a) pedregulho irregular; b) tijolos cerâmicos; c) concreto; e d) concreto armado (Spitzer, 1908 *apud* Kurrer, 2008).

O relatório do estudo experimental, publicado em 1895, concluiu que “a aplicação da teoria das estruturas permite o cálculo de pontes em arco sem a ajuda de pressuposições arbitrárias. No entanto, essa aplicação só é válida quando os pré-requisitos da teoria são atendidos no decorrer da construção da estrutura” (Spitzer, 1908 *apud* Kurrer, 2008, p. 228). De fato, Foce (2002) informa que a pesquisa conduzida pela OIAV foi divulgada nos principais periódicos técnicos da época, como a confirmação definitiva da aplicabilidade do método elástico até mesmo para os grandes arcos de alvenaria.

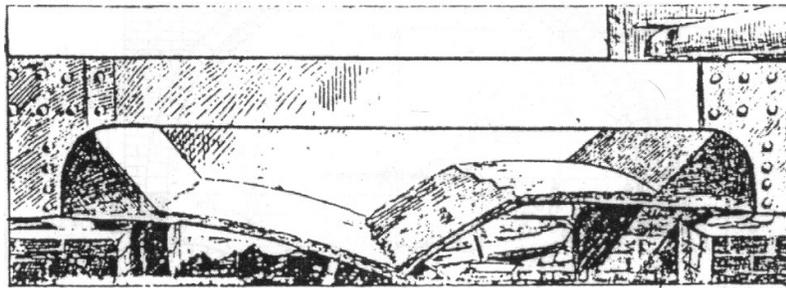
De acordo com Huerta (2004), depois de 1900 a teoria elástica foi definitivamente considerada a mais adequada para o cálculo de arcos de alvenaria, de modo que a partir de então todas as contribuições teóricas foram no sentido de simplificar os métodos de cálculo elástico.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.26 – OAIV. Testes em arcos de ensaio de alvenaria e concreto: a) e b) desenhos representando os arcos em escala natural e o aparato de teste (Voiron, 1895 *apud* Foce, 2002); c) arco de concreto armado (sistema Monier) após rompimento, mostrando três juntas de ruptura (*apud* Huerta, 2004).

5.6.6 - Pontes

No final do século XIX, quando se completou o processo de formação da teoria elástica do arco de alvenaria, o aço já havia sobrepujado a alvenaria como material estrutural em especial para estruturas de grandes vãos. Todavia, a partir de 1884, a construção de pontes de alvenaria experimentou um “reflorescimento”, o que se atribui em grande parte à atuação de Paul Séjourné (1851-1939) como projetista, construtor e promotor do uso da alvenaria para a construção de grandes pontes (Figuras 5.27a e 5.27b) (Kurrer, 2008).⁵²

Em um artigo 1931 Séjourné demonstra sua contrariedade com aplicação do modelo elástico ao arco de alvenaria, em devido às pressuposições adotadas quanto às propriedades do material e as condições de contorno: o coeficiente de elasticidade varia com o esforço para cada um dos materiais empregados em uma abóbada de alvenaria, varia entre duas pedras da mesma jazida, entre dois tijolos da mesma fornada; e as abóbadas são construídas com maquinário pesado sobre cimbramentos que se deformam. Logo, conclui o autor: “como, em uma palavra, em um momento qualquer, trabalha cada ponto de um arco – tudo isso nós sabemos tanto quanto os engenheiros de Trajano” (*apud* Foce, 2002). Séjourné, no entanto, não recomenda abandonar a teoria elástica:

Nós não temos, nesse momento, para o cálculo das abóbadas, hipótese melhor que a hipótese elástica. Tudo ponderado aceitamo-la, portanto, não por que ela seja verdadeira, mas por que abóbadas delgadas, calculadas assim, ficam de pé. Mas aceitamo-la senão muito provisoriamente (Séjourné, 1931 *apud* Foce, 2002, p. 132).

De acordo com Foce (2002), a teoria elástica foi utilizada no cálculo de cálculo de pontes de alvenaria pela primeira vez entre 1893 e 1894, nas pontes ferroviárias da linha Stanislaw-Woronienka, na Polônia, projetadas por Stanisław Rawicz-Kosiński (Figura 5.27d). Todavia Kurrer (2008) argumenta que já em 1879 Alberto Castigliano havia baseado na teoria elástica seu cálculo para a Ponte Mosca, em Turin (Itália), considerando a alvenaria com resistência nula à tração (Figura 5.27c).

⁵² Entre 1913 e 1916, Séjourné publicou “Grandes Voûtes”, em seis volumes, considerado o tratado mais completo e bem documentado sobre pontes em alvenaria (Foce, 2002).



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.27 – Exemplos de pontes em arco de alvenaria a partir do final do século XIX: a) Ponte de Lavour, França (Paul Séjourné, 1884) (Structurae, c1998-2009); b) Pont de Fontpedrouse, França (Paul Séjourné, 1908) (Structurae, c1998-2009); c) Ponte Mosca, Turin, Italia (Alberto Castigliano, 1879) (Wikipedia, s/d); d) Ponte em Jaremcze, Polônia (Stanisław Rawicz-Kosiński, 1893-94) (Wikipedia, s/d). As pontes c) e d) estão entre as primeiras calculadas com base na teoria elástica.

5.7 - TEORIA DA CARGA LIMITE

George Fillmore Swain, em 1927, já questionava o uso da teoria do arco elástico para análise de arcos de alvenaria, mesmo que sua formação na teoria elástica tenha sido diretamente com Winkler – pioneiro na aplicação dessa teoria aos arcos de alvenaria (Foce, 2005). Evoluindo, ainda em uma linha do tempo, depara-se com uma fase anterior ao que se chamaria de teoria da carga limite “ultimate load theory” e isso vai se refletir na análise limite de Heyman, que Foce (2005 *apud* Kurrer, p.232) afirma que “(...) é considerada hoje em dia a base para o estudo do esqueleto de pedra”.

A chamada teoria da carga limite foi inicialmente utilizada para estruturas em aço. De acordo com Kurrer (2008), Daniel Drucker foi o primeiro a utilizá-la para estruturas em alvenaria desde que esse material cumprisse certas condições⁵³. Nesse sentido, conta-se um primeiro trabalho em 1952 dirigido por Andrea Kooharian, o qual foi seguido por Onat e Prager. Este último em 1959 descreve as condições materiais para que essa teoria seja aplicada às aduelas. E em 1966 Jacques Heyman soma-se a essa linha de estudo e publica um artigo que discute profunda e rigorosamente sobre a aplicação dessa teoria a qualquer estrutura em alvenaria e não apenas para arcos de aduelas. Vê-se nos seus trabalhos que se seguem a essa publicação a aplicação da teoria da carga limite a várias estruturas em alvenaria – arcos, cúpulas, abóbadas em leque, torres e pináculos.

Observa-se, portanto, que as hipóteses da homogeneidade, isotropia e propriedades mecânicas uniformes, não podem ser feitas neste caso como em uma análise convencional moderna. O professor Jacques Heyman sistematizou as informações das teorias das abóbadas, dos séculos XVIII e XIX, em seus Princípios da Análise Limite de estruturas em alvenaria. A relevância de seu trabalho reside no fato de que, a partir de seus experimentos, colocou-se que uma análise elástica poderia ser aplicada a arcos de alvenaria, sem diferenças significativas nos resultados por conta das hipóteses de tal teoria não serem levadas em consideração.

Segundo Heyman (1999, *apud* Huerta, 2001) a análise estática de arcos envolve três passos principais:

- 1º. As equações de equilíbrio são escritas;
- 2º. As equações elásticas são escritas – relacionando forças internas com as deformações;
- 3º. Alguns enunciados sobre a compatibilidade das deformações são feitas – como os elementos estão conectados e sobre as condições de contorno.

O sistema resultante de equações é muito sensível a pequenas alterações nas condições de contorno. A seguir, a argumentação de Heyman (1995) em suas diversas publicações.

⁵³Drucker introduziu o conceito de estabilidade material, presente na teoria plástica (Kurrer, 2008 p. 726).

Seja uma primeira hipótese num arco de alvenaria sobre cimbramento: que a acomodação desse arco se dê de forma simétrica. Como apoios reais não são absolutamente rígidos, eles irão ceder, certa medida, sob o empuxo imposto pelo arco, e o vão entre eles, conseqüentemente, será aumentado. Para acomodar-se ao novo vão – maior – o arco se abre e racha. Observam-se o aparecimento de três fissuras (Figura 5.28), duas nos apoios e uma na parte central.

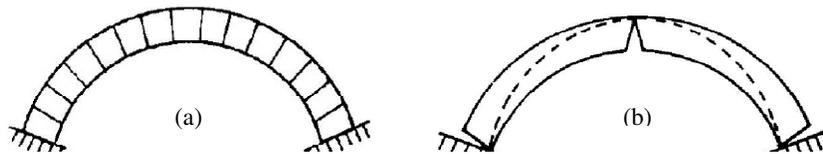


Figura 5.28 – Nova conformação de um arco de alvenaria com deslocamento dos apoios (Heyman, 1995).

O arco se torna, então, triarticulado e uma única linha de empuxo é possível (conforme linha tracejada da Figura 5.28). Porém a hipótese da simetria pode não ocorrer e as fissuras produzidas serão correspondentes a essa nova situação – o que indica uma nova configuração das forças internas. As fissuras, portanto, se abrem e se fecham, possibilitando as acomodações do arco – de onde o entendimento dessas fissuras como “rótulas”, ou “pinos”, como atualmente são denominadas (Kurrer, 2008).

Segundo Huerta (2001), essas rachaduras não representam perigo, desde que não sejam excessivas. Trata-se da resposta da estrutura às acomodações ambientais tendo em vista as considerações feitas sobre essa tipologia construtiva: infinita resistência à compressão, nenhuma resistência à tração, e impossibilidade de deslizamento.

Portanto, seria praticamente impossível determinar o posicionamento exato da linha de empuxo. Nesse sentido, sabe-se que ela precisa estar dentro do arco para que esse se mantenha em pé. Pode-se pensar, inclusive, numa posição máxima e outra mínima, Figura 5.29 (Heyman, 1995).

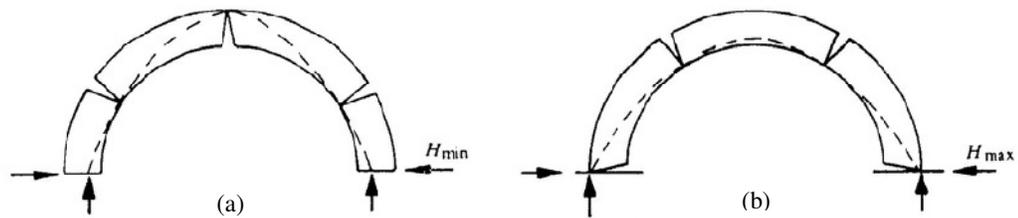


Figura 5.29 – Posição máxima e mínima da linha de empuxo em um arco de alvenaria (Heyman, 1995).

Se os apoios, ou contrafortes, são estruturas massivas, impeditivas do movimento do arco, é plausível pensar que, de alguma forma, vai acontecer uma nova configuração pela parte não-rígida da estrutura. Assim, as fissuras nas aduelas irão caracterizar esse novo estado da estrutura.

Outra situação dever ser compreendida para o entendimento do funcionamento do arco: seu colapso. Pela estática, sabe-se que a inserção de três rótulas no arco torna-o isostático, ou seja, as equações de equilíbrio são suficientes para se determinar as reações de apoio bem como seus esforços internos. Porém, a inserção de um único pino a mais tornaria a estrutura em um mecanismo (estrutura hipostática), que terá como consequência o colapso.

Para que essa teoria seja aplicada, Heyman publica em sua tese as três condições necessárias ao material alvenaria, as quais foram chamadas de Princípios da Análise da Carga Limite das Construções de Alvenaria: a resistência à compressão da alvenaria é infinita; a resistência à tração da alvenaria é zero; e aduelas adjacentes de alvenaria não podem escorregar uma em relação à outra.

Kurrer (2008, p. 233) afirma que a primeira condição torna-se razoável na medida em que as tensões efetivas tendem a estar uma ou duas ordens de grandeza abaixo da resistência à compressão nas grandes estruturas em alvenaria; já no segundo enunciado, observa que está a favor da segurança uma vez que a argamassa confere aderência ao

conjunto; e, por último, tal afirmação conecta-se ao elevado coeficiente de atrito da alvenaria ($\mu = 0,6$ a $0,7$) o que corresponde a um ângulo de atrito de 35° a 39° .

Quando as três condições são alcançadas, garante-se que a resultante das tensões atuante na seção transversal do arco será perpendicular a ela – força normal N . Caso a força N atue na borda da seção, haverá formação de uma rótula nesse ponto e pela Figura 5.30 o momento M e a força N estarão sobre as retas AO e BO , respectivamente; considerando “para pares de valores de M e N que se encontram dentro da área AOB a força normal N atua dentro da seção transversal do arco de alvenaria. Isso, garantido em todas as seções transversais da alvenaria então a linha de empuxo encontra-se completamente inserido no arco. Caso M e N estejam acima ou abaixo às retas AO e BO , isso quer dizer que a força N estará atuando fora da seção transversal do arco, o que implica em uma instabilidade no sentido cinemático. E o que se quer é exatamente o contrário.

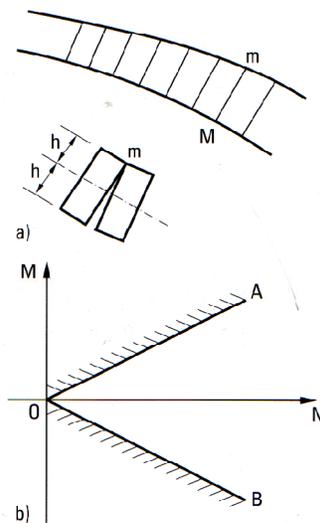


Figura 5.30 – Formação de rótula entre duas aduelas consecutivas (Heyman, 1982 *apud* Kurrer, 2008).

A partir da década de 1960, ao aplicar a Teoria da Análise Limite e seus Teoremas Fundamentais às estruturas em alvenaria, Heyman demonstrou que, embora seja

essencialmente impossível determinar a posição da linha de empuxo efetiva de um arco, essa informação não é necessária para aferir a segurança do arco. A estrutura será segura se for possível encontrar um tal sistema interno de forças em equilíbrio com o carregamento, que vai ao encontro das pressuposições feitas sobre o material. No caso da alvenaria, a principal dessas pressuposições é a existência de forças de tração. O importante dessa teoria reside na investigação da segurança da estrutura e não o posicionamento efetivo da linha de empuxo.

De acordo com Heyman (1982, *apud* Huerta, 2001) existe uma posição geométrica limite para que a linha de empuxo fique no interior do arco. Ele propõe um fator geométrico de segurança comparando-se a geometria do arco efetivo com aquela do chamado “arco limite”, o qual apenas suporta as cargas. Assim, pondera-se o pior carregamento para se encontrar o arco limite, sendo essa uma posição bastante conservadora.

Até aqui foram feitas as colocações a partir da consideração de que o material dos arcos de alvenaria eram rígidos. Posteriormente, a discussão sobre a linha de empuxo toma outra dimensão e passa, na teoria elástica, ser tratada em termos de seu posicionamento e não mais quanto à sua forma. Agora, em termos da teoria da carga limite partirá de outras pressuposições. Seja um arco de alvenaria construído sobre um cimbramento. Ao retirá-lo, o arco irá solicitar seus apoios que, de alguma forma, irá reagir a essa nova condição de carregamento com algum deslocamento. Tome-se como um primeiro exemplo uma movimentação lateral para fora, imagem no canto inferior esquerdo da Figura 5.28b. De alguma forma, essa estrutura adapta-se e acomoda-se a um vão maior do que para o qual foi projetada.

Assim, formam-se rachaduras para permitir essa nova conformação geométrica do vão. Heyman (1995) mostra que aparecem três rótulas – o que faz o arco ser estaticamente determinado – uma rachadura na pedra de fecho e outras duas laterais. A cada movimento é associado um padrão das rachaduras e com isso fica determinada a posição da linha de empuxo. Huerta (2004) ainda afirma que as rachaduras podem não ser perigosas quando se trata de uma resposta à mudanças nas condições de contorno de estruturas portantes e que a verdadeira linha de empuxo está compreendida entre os valores máximos e mínimos discutidos por Moseley, Figura 5.31. O trabalho de

pesquisa de Jagfeld e Barthel, apoiados em experimentos, confirma este conceito de formação de rótulas em estruturas históricas de alvenaria (Jagfeld e Barthel, 2004 *apud* Kurrer, 2008).

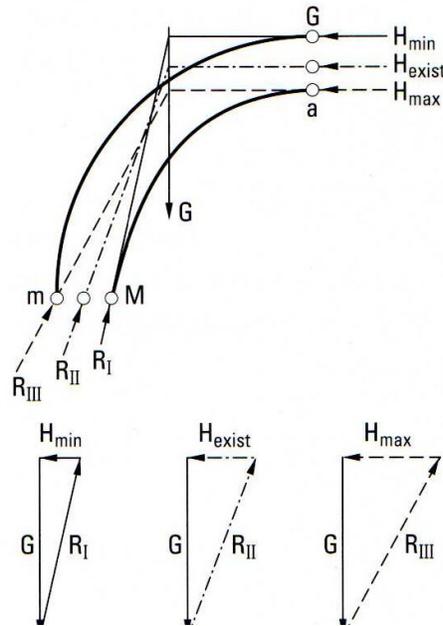


Figura 5.31 – Proposição de Moseley para a linha de empuxo (Kurrer, 2008).

Partindo da primeira pressuposição proposta para a teoria da carga limite aplicada a arcos de alvenaria, ou seja, o material alvenaria resiste à compressão infinita, deve-se pensar como ocorre essa adaptação às novas condições de contorno. Retoma-se o que já foi dito em relação aos mecanismos de colapso – o colapso precisa acontecer depois da formação de um mecanismo de falha permitido cinematicamente, Figura 5.28. Assim coloca-se a formação das rótulas e torna-se possível a rotação quando a linha de empuxo toca a borda do arco. Em caso de um aumento excessivo da carga poderá se formar uma quarta rótula e todo o arco virá abaixo porque, sem que o material nesse ponto da construção seja esmagado. Como se as cargas adicionais a serem aplicadas deformam a linha de empuxo até certo ponto.

Ochsendorf (2002) estudou a falha do arco de alvenaria, circular e de espessura constante, a partir do deslocamento de seus apoios. Com isso desenvolveu um programa

de computador com o qual alguns parâmetros podem ser calculados, tais como a posição das juntas de ruptura.

Fica o questionamento quanto a estabilidade de arcos de alvenaria quando sua linha de empuxo está completamente inserida na espessura do arco – pelo menos uma possibilidade que o arco resista é admissível, é o que mostram todos os estudos. Ou ainda que, de alguma forma, pode-se pensar em alguma perturbação, pequena que seja que possibilitaria o colapso do arco. Esse é um questionamento, de acordo com Kurrer (2008), histórico da década de 1960 em relação a aplicação da teoria limite aos arcos de alvenaria.

Com isso demonstra-se que o teorema do fator de segurança⁵⁴ oferece a solução da linha de empuxo característica sem se preocupar de fato onde ela está verdadeiramente, nem sua forma, mas na existência de pelo menos uma linha de empuxo condicionada a uma condição de carregamento e que faz com que esteja completamente inserida no perfil do arco.

Essa discussão está diretamente ligada à segurança dos arcos em alvenaria. Pela necessidade de verificação da segurança de monumentos históricos de grande valor cultural, a ciência respondeu com seu avanço mais ou menos acelerado. O estudo proposto pelo engenheiro italiano Giovanni Poleni, em 1748 como visto anteriormente, para a verificação da segurança da cúpula da Basílica de São Pedro em Roma é considerado o primeiro estudo científico de verificação da segurança de uma construção, a partir do estudo proposto por David Gregory, no século XVII.

Assim, ele afirma que “a segurança de arcos de alvenaria pode ser calculada com os dois teoremas da teoria da carga limite”. O primeiro deles diz respeito a um fator de segurança geométrico. Heyman compara o arco real a outro com espessura mínima que garanta segurança e retira dessa comparação o fator geométrico procurado. Pela Figura 5.32 percebe-se todo o discurso feito até agora – caso a linha de empuxo esteja completamente contida dentro da espessura do arco, este é entendido como estável (Figura 5.32b); caso essa linha encontre o intradorso ou extradorso, rótulas serão

⁵⁴ Inserido sucintamente.

geradas e cabe avaliar seu equilíbrio estático diante da nova configuração (Figura 5.32c); em último caso, caso a linha de empuxo exceda os limites da espessura do arco isso implica em um número de rótulas superior ao que implica em equilíbrio instável e o arco entra em colapso por acréscimo, mínimo que seja, de carga por tratar-se de um mecanismo e não mais de uma estrutura (Figura 5.32d).

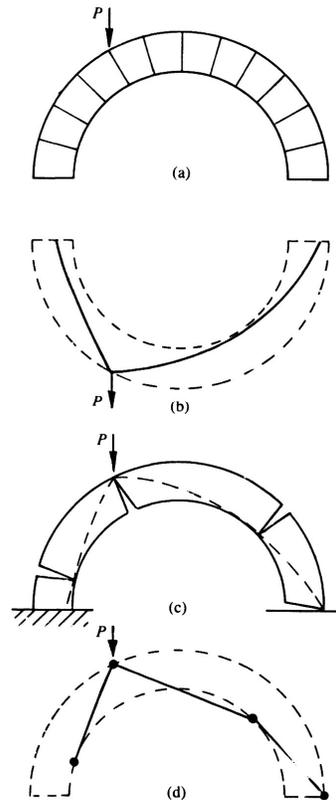


Figura 5.32 – Colapso de arco circular sob carregamento concentrado (Heyman, 1995).

Esse fator de segurança trata-se de uma observação simples da conformação mínima diante da linha de empuxo encontrada para determinada condição de carregamento estabelecido para a sua espessura em comparação ao arco real. Caso “o arco real tenha duas vezes a espessura do arco limite” (ou seja, o arco pelo qual acabou de se estabelecer a espessura mínima necessária para que a linha de empuxo esteja dentro de seus limítrofes) o fator de segurança será igual a 2. Heyman ainda coloca que em caso de pontes o carregamento que deve ser considerado para realizar a especificação do arco limite deve ser o mais desfavorável possível (Heyman, 1969 *apud* Kurrer, 2008).

Ao realizar os cálculos e aprender o posicionamento da linha de empuxo está à metade-média quando o fator é 2, e que ela estará no terço-médio caso o fator seja 3 e assim sucessivamente (chamada de Regra do Terço –Médio).

Kurrer (2008, p. 237) afirma que os teoremas da carga limite fornecem forte confirmação dos *insights* intuitivos de teóricos do arco de alvenaria como Gregory, no século XVII; Couplet, no século XVIII; Rankine, no século XIX; e Swain, no século XX. E ainda coloca a divergência entre os “defensores” da teoria elástica, vindos até agora, que acreditam ter encontrado, a partir de cálculos elásticos, a verdadeira linha de empuxo; já os da teoria plástica definem a linha de empuxo calculada a partir daquela teoria apenas mais uma dentre as “infinitas” possibilidades.

Esse é um fato muito interessante quando se pensa nas antigas regras de proporção dos antigos construtores que, de fato, construíam sensibilizados com a idéia de fazer com que aquela estrutura permanecesse estável – seja na passagem do uso da viga para o arco (otimizando a solução estrutural para coberturas e passagens), seja no reforço dos apoios de coberturas curvas que contribuiriam com a estabilidade dessas, seja na elaboração combinada de sistemas estruturais portante (especificamente falando da solução em arcos, ânforas, e argamassa para resolver a cúpula do Panteão de Roma, por exemplo). Kurrer (2008) cita que essa abordagem pode ser percebida na obra de importantes construtores e/ou projetistas do século XX – sejam arquitetos bem como engenheiros - como Maillart, Torroja, Nervi, Candela e Gaudi.

Conforme dito anteriormente, o estudo dos arcos de alvenaria se faz importante até os dias de hoje devido ao grande número de obras com essa tipologia estrutural. Dados são mostrados sobre as pontes ferroviárias na Europa: a França possui 47% de sua rede ferroviária passando sobre pontes em arcos de alvenaria; o Reino Unido 50%; a Alemanha possui 29%; a Tcheco-Eslováquia, 34%; e a Espanha com 50% (Kurrer, 2008).

6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 - CONCLUSÕES

Neste trabalho, fez-se um exame crítico-descritivo da história das teorias científicas do arco de alvenaria, ou “arco rígido”. O arco é um elemento estrutural normalmente curvo que transmite seu peso próprio e as cargas acidentais aos apoios, por meio apenas ou principalmente de esforços normais simples de compressão. O arco estrutural é uma invenção milenar e durante séculos sua utilização se fundamentou em regras estruturais baseadas na tradição e no conhecimento empírico. Com o surgimento da ciência moderna, o conhecimento empírico passou a ser visto como insuficiente para justificar o dimensionamento das estruturas, ao mesmo tempo em que se desenvolviam as ferramentas analíticas que possibilitavam a compreensão científica do comportamento das estruturas e a elaboração de regras científicas para o cálculo das mesmas. Surge, então, a teoria científica do arco de alvenaria, considerada como um campo específico de investigação da ciência da Engenharia.

Não foi possível identificar nenhum outro estudo com esse enfoque na literatura brasileira especializada. Dessa forma, o ponto forte desse trabalho está no ineditismo da abordagem adotada, no âmbito da produção acadêmica nacional, pelo menos até onde se teve acesso, sendo também altamente relevante o fato de que parte significativa do trabalho de análise foi feita a partir de fontes primárias (via eletrônica) e secundárias.

Observou-se que as muitas teorias do arco de alvenaria desenvolvem-se a partir de dois temas centrais: a forma e posição da linha de empuxo, e os mecanismos de colapso do arco. O exame das teorias selecionadas, desenvolvidas ao longo do período histórico sob consideração, permitiu posicionar-se favoravelmente à divisão das teorias do arco de alvenaria em cinco grandes linhas: teoria das cunhas, teoria da rotação de aduelas, teoria da linha de empuxo, teoria elástica aplicada ao arco de alvenaria e teoria plástica aplicada ao arco de alvenaria. Verificou-se, no entanto, que muitas abordagens teóricas contêm elementos de mais de uma dessas divisões.

As primeiras teorias modelavam o arco de alvenaria como um sistema de cunhas em equilíbrio, inicialmente consideradas como perfeitamente polidas, tendo-se introduzido posteriormente a influência do atrito. Esse modelo serviu de base para o desenvolvimento de métodos de cálculo (Bélidor, Couplet) que foram amplamente utilizados na prática. Todavia acabaram sendo superados, devido a contradições internas no plano teórico e ao fato de que dados empíricos e estudos experimentais acumularam evidências de que era falho o pressuposto teórico fundamental do modelo, isto é, que as aduelas atuam como cunhas umas contra as outras.

As teorias da rotação das aduelas, também denominadas de teorias da junta de ruptura, se desenvolveram a partir da observação e do estudo sistemático dos mecanismos de colapso do arco. O foco principal dessas teorias está na determinação das condições limite de estabilidade do arco e, conseqüentemente, do nível de segurança da estrutura. A formação de mecanismos de colapso veio a ser corretamente associada à posição assumida pela linha de empuxo, e o desenvolvimento de métodos gráficos de determinação da posição da linha de empuxo em estado limite possibilitou a aplicação prática da teoria (por exemplo, Méry). Essas abordagens teóricas acabaram sendo marginalizadas, mas, no século XX, seus princípios fundamentais foram retomados por meio da aplicação da teoria plástica ao arco de alvenaria.

As teorias da linha de empuxo propunham determinar a configuração efetiva da linha de empuxo, entre as infinitas configurações estaticamente possíveis para o arco em condição de serviço. Essa tarefa exige a adoção de algum critério externo e, entre os critérios propostos, pode-se mencionar o “princípio da resistência mínima” (Moseley) e o “princípio da identidade das pressões máximas” (Cerratini *apud* Foce, 2002). Considera-se como o ponto de maior fragilidade dessas teorias a arbitrariedade dos critérios adotados.

Na teoria elástica, o arco de alvenaria é modelado como um sólido elástico. Fixados alguns pressupostos quanto às condições de contorno e propriedades do material, é possível determinar a posição da linha de empuxo efetiva para uma dada situação de carregamento. A fragilidade dessa abordagem reside no fato de que mudanças muitas pequenas das condições de contorno – não previstas no modelo – resultam em mudanças significativas na posição da linha de empuxo. Dessa forma, argumenta-se

que, em função desses pressupostos de cálculo, a margem confiabilidade da fidelidade do modelo em relação à estrutura real é muito baixa.

A teoria plástica considera que o arco de alvenaria, em condição normal de serviço está sujeito a fenômenos como uma abertura ainda que muito diminuta em sua base, ou a cura heterogênea da argamassa, ou recalques, ainda que ínfimos, dos apoios, e que, como se trata de uma estrutura rígida, formam-se fissuras, que atuam como articulações, constituindo mecanismos de acomodação da estrutura às condições do ambiente. A forma e a posição da linha de empuxo são muito sensíveis a essas movimentações, que podem ser frequentes, de forma que a determinação da linha de empuxo para uma dada situação específica, ainda que fosse possível, não teria sentido prático. Assim como a teoria da rotação de aduelas, a teoria plástica propõe, portanto, determinar as condições de estabilidade e de segurança da estrutura, assumindo para tanto, que a alvenaria tenha resistência infinita à compressão e resistência nula à tração e que não haja possibilidade de deslizamento de aduelas, o que, argumenta-se, é razoável supor frente às condições reais de serviço das estruturas de alvenaria.

A história das teorias do arco de alvenaria tem um papel importante a cumprir na preservação do patrimônio edificado. E esse papel se reveste de especial importância frente ao grande número de estruturas em arco de alvenaria ainda em uso e à importância histórica, cultural e econômica deste patrimônio que, como visto, inclui alguns dos edifícios mais emblemáticos legados pela história, muitos dos quais se converteram em símbolos de suas cidades e países, além de parcela significativa das pontes ferroviárias em serviço na Europa, por exemplo, entre outros.

6.2 - RECOMENDAÇÕES

Este trabalho busca contribuir para uma linha de investigação no âmbito da ciência da engenharia civil ainda pouco difundida no Brasil, a história da teoria das estruturas. As possibilidades de investigação nesse campo são incontáveis, ainda que se restrinjam os temas à teoria do arco de alvenaria. Ainda assim, são elencadas a seguir algumas propostas de pesquisas, concebido como desdobramentos lógicos deste trabalho.

Sistematizar, em bases comparativas, as informações básicas relativas a cada uma das teorias e métodos abordadas, incluindo critérios como dados de entrada, dados de saída, pressupostos adotados, escopo de aplicação, métodos matemáticos utilizados, entre outros.

Realizar estudo comparativo de aplicação dos diferentes métodos, para um conjunto a ser definido de casos hipotéticos e/ou reais de projeto de nova estrutura e verificação de estrutura existente.

Realizar estudos experimentais, reproduzindo os experimentos registrados no período histórico considerado (Danyzy, Boistard, Barlow, entre outros), e elaborando experimentos novos com vistas a investigar a formação de mecanismos de colapso e as variações na posição e na forma da linha de empuxo.

Acessar o estado da arte das ferramentas de modelagem e simulação computacional de estruturas de alvenaria em arco, identificando seus fundamentos teóricos com base na análise histórica das teorias do arco de alvenaria.

Além de novas pesquisas investigativas, parece promissora a possibilidade de explorar o potencial didático-pedagógico do conteúdo deste trabalho, não apenas no que diz respeito ao comportamento estrutural do arco, mas fazendo uso da história da teoria do arco de alvenaria como fio condutor de uma exposição de aproximação à teoria das estruturas como um todo. A história da teoria do arco de alvenaria pode fornecer elementos para subsidiar uma abordagem menos “formulista” do ensino de teoria das estruturas, no sentido de apresentar a teoria das estruturas como uma construção social cujo resultado final sempre inacabado é produto de processos de tentativa e erro, soluções provisórias, soluções não ideais, e também da relação da ciência com o mundo da economia e da política e com a visão de mundo de uma dada época. Em outras palavras, uma abordagem pedagógica que mostra que a teoria das estruturas é humana e está em constante movimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arte Ricerca. (c2005-2009). Disponível em: <<http://www.artericerca.com>>.

Barlow, W.H. (1847). On the Construction of Arches. The Civil Engineer and Architects Journal, Scientific and Railway Gazette. London: Groombridge and Sons, v. X, Jul. p.211-215.

Becchi, A. “Before 1695: The statics of arches between France and Italy”. In: *International Congress on Construction History, 1.*, 2003, Madrid. Proceedings of the First International Congress on Construction History, 2003.

Becchi, A.; Foce, F. (2002). “*Degli archi e delle volte: Arte deli costruire tra meccanica e stereotomia*”. Venezia : Marsilio.

Bélicor, B. F. de. (1754). “*La Science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile*”. Paris : Pierre Gosse Junior. Disponível em <<http://www.books.google.com>>.

_____.(1813) Paris : Firmin Didot. Disponível em <<http://www.books.google.com>>.

Boistard, L.C. (1822) “*Recueil d'expériences et d'observations...*”. Paris : J.-S. Merlin. Disponível em <<http://www.books.google.com>>.

Boltshauser, J. (1966). “*História da arquitetura*”. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, vol. 3 : 5.

Brandão, C. A. L. (1999). “*A formação do homem moderno vista através da arquitetura*”. Belo Horizonte : Universidade Federal de Minas Gerais, 2 ed.

Bueno, B. S. (2000). “Desenho e desígnio: o Brasil dos engenheiros militares”. *Oceanos*, Portugal, n. 41, p. 40-58, mar.

- Campanari, F. A. (1985). “*Teoria das Estruturas*”. Rio de Janeiro: Guanabara Dois. 4 v.
- Carvalho, B. de A. (1968). “*Arquitetura no tempo e no espaço*”. Rio de Janeiro: F. Bastos.
- Ching, F. D. K.(1999). “*Dicionário visual de arquitetura*”. São Paulo: Martins Fontes.
- Choay. F. (2006). “*A Alegoria do Patrimônio*”. São Paulo : UNESP, 2006. 3 ed.
- Choisy, A. (1951). “*Historia de la arquitectura*”. Buenos Ayres : V. Leru.
- Corona, E.; Lemos C. A. (1972). “*Dicionário da Arquitetura Brasileira*”. São Paulo: Edart.
- Corradi, M. (1998). “Empirical Methods for the Construction of Masonry Arch Bridges in the 19th Century”. In: *International Arch Bridge Conference, 2.*, Venice, 1998. Arch Bridges: history, analysis, assessment, maintenance and repair: proceedings of the Second International Arch Bridge Conference, 1998. Parcialmente disponível em: <<http://www.books.google.com>>.
- Cowan, H. J. (2004). “The part played by mathematics in the design of structures”. *Architectural Science Review*, Sydney, n.4, v.47. Disponível em: <<http://www.accessmylibrary.com>>.
- Critchlow, K. (1983). “*Islamic Patterns: An Analytical and Cosmological Approach*”. London : Thames and Hudson.
- Croci, G. “Seismic Behaviour of Masonry Domes and Vaults: Hagia Sophia in Istanbul and St. Francis in Assisi”. In: *European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, 1., Geneva, 2006. Disponível em: <<http://www.ecees.org/Paper/paper4008.pdf>>

Danyzy. (1778). “Méthode Générale pour déterminer la resistance qu’il faut opposer à poussés des voûtes”. In: *Histoire de la Société Royale des Sciences Établie à Montpellier*. Montpellier : [s.n.], 2 v.

Delbecq, J.-M. (1982). “Les ponts en maçonnerie”. Paris: Ministère des Transports (França). 3 v.

Emerson, W. (1825). “*The principles of mechanics: explaining and demonstrating the general laws of motion ; the laws of gravity, motion of descending bodies, projectiles, mechanic powers, pendulums, centers of gravity, c., strength and stress of timber, hydrostatics,...*”. London: Knight and Lacey, 1825. Disponível em: <<http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de>>.

Engel, H. (1981). “*Sistemas de Estruturas*”. São Paulo: Hemus.

Fletcher, R. (2004). “Musings on the Vesica Piscis”. *Nexus Network Journal*, n. 2, v. 6, Autumm de 2004. Disponível em: <<http://www.nexusjournal.com/GA-v6.2.html>>.

Fletcher, Sir Banister. (1987). “*Sir Banister Fletcher's a History of Architecture*”. London : Butterworth, 19 ed.

Flickr.(c2008) Disponível em: <<http://www.flickr.com>>.

Foce, F. (2002). “Sulla teoria dell’arco murario: una rilettura storico-critica”. In: Becchi, A; Foce, F. *Degli archi e delle volte: Arte del costruire tra meccanica e stereotomia*. Venezia : Marsilio.

_____. (2005). “On the safety of the masonry arch: Different formulations from the history of structural mechanics”. In: Huerta, S. (ed). *Essays in the history of the theory of styructures: In honour of Jacques Heyman*. [Madrid]: CEHOPU: Instituto Juan de Herrera.

Frézier, A.F. (1769). “*La théorie et la pratique de la coupe des pierres e des bois pour la construction des voutes, et autres parties des bâtiments civils et militaires, ou traité de*

stétéotomie à l'usage de l'architecture". Strasbourg-Paris: Charles-Antoine Jombert. 3 v. Disponível em: <<http://books.google.com>>.

Gheorghiu, A.; Dragomir, V. (1968). *La Représentation des Structures Constructives*. Paris: Editions Eyrolles.

Harrys, C. M. (c1975). "*Dictionary of Architecture and Construction*". New York: McGrawHill.

Heath, T. L. (2006). "*A History of Greek Mathematics*". [s.l.]: Adamant, 2006, 2 v. (reprodução facsímile da edição original: Oxford: Clarendon, 1921). Parcialmente disponível em: <<http://books.google.com>>.

Heyman, J. (1972). "*Coulomb's Memoir on Statics: An Essay in the History of Civil Engineering*". Cambridge: Cambridge University Press.

_____. (1995). "*The Stone Skeleton: Structural Engineering of Masonry Architecture*". Cambridge: Cambridge University.

_____. (1998). "Hooke's Cubico-Paraboloidal Conoid". *Notes and Records of the Royal Society of London*. [London]: The Royal Society, n.1, v. 52, Jan. 1998, p. 39-50.

Hooke, R. (1676). "*A description of helioscopes and some other instruments*". London: J. Martyn. (Fragmento). Disponível em: <<http://www.lindahall.org/>>.

Huerta, S. (1996). "La teoría del arco de fábrica: desarrollo histórico". *Obra Publica*, n. 38. Disponível em: <<http://www.bma.arch.unige.it/>>.

_____. (2001). "Mechanics of masonry vaults: The equilibrium approach". In: *International Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions*, 3., Guimaraes, Portugal, 2001. Lourenço, P.; Roca, P. (ed.). Historical Constructions: Possibilities of numerical and experimental techniques. Guimaraes: Universidade do Minho, p. 47-69.

_____. (2004). “Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica”. Madrid: Instituto Juan de Herrera, 2004.

_____. (2008). “The analysis of masonry architecture: a historical approach”. *Architectural Science Review*. Sydney: [s.n.], n. 4, v. 51, Dec. 2008. Disponível em: <<http://articlearchives.com>>.

Huerta, S.; La Cuerda, R. H. de. (1998). “La teoría de bóvedas en el siglo XVIII: La contribución de Philippe de la Hire”. In: *Congreso Nacional de Historia de la Construcción*, 2., La Coruña, Espanha, 1998. Actas del Segundo Congreso Nacional de Historia de la Construcción, 1998.

Jordan, R. F. (1985). “*História da Arquitetura no Ocidente*”. São Paulo: Verbo.

Koch, Bernard (s/d). “*Les anses de panier*”. Disponível em: <<http://bernard.koch.free.fr/Maths/Themes/Anses/anses.htm>>.

Kostof, S. (1985). “*History of architecture: Settings and Rituals*”. New York: Oxford University.

Kurrer, K.E. (2008). “*The history of the theory of structures - from arch analysis to computational mechanics*”. Berlin: Ernest & Sohn.

La Hire, P. de (1695). “*Traité de mécanique*”. Paris: Imprimerie Royale. Disponível em <<http://www.books.google.com>>.

_____. (1731). “Sur la construction des voutes dans les édifices”. In: *Mémoires de L'Academie Royale des Sciences, année 1712*. Paris: [s.n.], p. 69-77. Disponível em: <<http://www.academie-sciences.fr/>>.

Lancaster, L. C. (2005). “*Concrete Vaulted Construction in Imperial Rome: Innovations in Context*”. Cambridge: Cambridge University Press.

Lawrence, A. W. (1998) “*Arquitetura grega*”. São Paulo: Cosac&Naify, 1998.

Leonardo da Vinci (ca. 1491). Códice Madrid, v. 2, fl. 142 verso. 1 arquivo de imagem, color, formato *bitmap*, 96 x 96 dpi. Disponível em: <<http://bibliotecadigitalhispanica.bne.es>>.

Leonardo da Vinci; Richter, J. P. (1970). “*The Notebooks of Leonardo Da Vinci: compiled and edited from the original manuscripts by Jean Paul Richter*”. New York: Dover, 2 v.

Lotz, W. (1998). “*Arquitetura na Itália 1500-1600*”. São Paulo: Cosac e Naify.

Mainstone, R. J. (1997). “Structural Analysis, Structural Insights, and Historical Interpretation”. *Journal of the Society of Architectural Historians*, v. 56, Sept. 1997, p. 316-340.

Maquaire, J.-P.(s/d). “*Ellipse, ou anse de panier à trois cercles, ou...?*”. Disponível em: <<http://fmaquaire.free.fr/150ans/solutionhabitat1.html>>.

Math Virtual Museum, (c2004-2006), “*Catenary*”. Disponível em: <<http://rsp.math.brandeis.edu/3D-XplorMath/indez.html>>.

Méry, M. E. (1840). “Sur l'équilibre des voûtes en berceau”. *Annales des Ponts et Chaussées*, v. 19, I^{ère} Sem., p. 50-70.

Middleton, G. A. T. (1905). “*Modern Buildings: Their Planning, Construction and Equipment*”. London: Caxton, 1905. 5 v.

Moliterno, A. (1995). “*Caderno de estruturas em alvenaria e concreto simples*”. São Paulo: Edgard Blücher.

Moseley, H. (1833). “On a new principle in statics, called the principle of least pressure”. *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine*, v. 3 (3rd series), Jul.-Dec. 1833, p. 285-288. Disponível em: <<http://www.archive.org>>.

Moseley, H. (1835). “On the equilibrium of the arch”. *Cambridge Philosophical Transactions*, v. 5, p. 293-313. Disponível em: <<http://www.archive.org>>.

Moseley, H. (1843). “*The Mechanical Principles of Engineering and Architecture*”. London: Longman, Brown, Green and Longmans. Disponível em: <<http://books.google.com>>.

Ochsendorf, J; Block, P. (2002). “Lower-bound Analysis of Masonry Vaults”. Building Technology Program, MIT, Cambridge, MA, USA. Disponível em: <http://web.mit.edu/masonry/thrustNetwork/SAHC08_ppt_block-ochsendorf.pdf>.

Panoramio (s/d). Disponível em: <<http://www.panoramio.com>>.

Panza, P. (1990). “*Antichità e restauro nell'Italia del Settecento: dal ripristino alla conservazione delle opere d'arte*”. [S/l]: FrancoAngeli. Parcialmente disponível em <<http://books.google.com>>.

Paris in Photos (c2008). Disponível em: <<http://www.paris-in-photos.com>>.

Pevsner, N.; Fleming, J.; Honour, H. (c1977). “*Dicionário Enciclopédico de Arquitetura*”. Rio de Janeiro: Artenova.

Pillet, J. (1895). “*Traité de Stabilité des Constructions*”. Paris: Baudri.

Poncelet, J.-V. (1852). “*Examen historique et critique des principales théories concernant l'équilibre des voûtes*”. Paris: Bachelier. (Extrait des Comptes Rendues de l'Académie des Sciences de Paris, v.35, [n.15], 1852). Disponível em: <<http://books.google.com>>.

Portugal. Gabinete de Gestão das Iniciativas Comunitárias (s/d). “*Construção Civil: Glossário de Termos Técnicos*”. Lisboa: [s.n.]. Disponível em: <<http://www.formate.com/geral/mediateca>>.

Radelet-de-Grave, P.; Benvenuto, E. (1994). “*Entre Mécanique et Architecture/ Between Mechanics and Architecture*”. Basel: Birkhäuser. Parcialmente disponível em: <<http://www.bma.arch.unige.it>>.

Ragette, F. (2003). “*Traditional Domestic Architecture of the Arab Region*”. Fellbach : Axel Menges, 2003. Parcialmente disponível em <<http://books.google.com>>.

Rankine, W. J. M. (1858). “*A Manual of Applied Mechanics*”. London: Richard Griffin. Disponível em: <<http://books.google.com>>.

Roca, P. (s/d). Detailed Description of Mallorca Cathedral. Improving the Seismic Resistance of Cultural Heritage Buildings. Comissão Europeia. Project Contract No.: ALA/95/23/2003/007-122. Disponível em: <<http://www.civil.uminho.pt/eu-india>>.

Saavedra, E. (1860). “Sobre la determinación del problema del equilibrio de las bóvedas”. *Revista de Obras Publicas*, ano VIII, n. 9, mayo 1860. p. 101-104. Disponível em: <<http://ropdigital.ciccp.es>>.

Sakarovitch, J. (1998). “*Épures d’architecture: de la coupe des pierres à la géometrie descriptive*”. Basel : Birkhäuser. Parcialmente disponível em: <<http://books.google.com>>.

Salvadori, M. G. (2006). “*Por que os edifícios ficam de pé: a força da arquitetura*”. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

Salvadori, M. G.; Levy, M. (1981). “*Structural design in architecture*”. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 2 ed.

Schlimme, H. (2006). “Construction Knowledge in Comparison: Architects, Mathematicians and Natural Philosophers Discuss the Damage to St. Peter’s Dome in 1743”. In: *International Congress on Construction History, 2.*, Cambridge, 2006. Proceedings of the Second International Congress on Construction History, 2006.

Séjourné, P. (1914). “*Grandes Voûtes*”. Tome V. Bourges: Tardy-Pigelet et Fils.

Disponível em: <<http://www.new.dli.ernet.in/cgi-bin>>.

Sousa, A. (2001). “*O ensino da arquitetura no Brasil Imperial*” João Pessoa: Editora Universitária - UFPB.

Stevens, R. (s/d). “*Three-Centered Curves for Architecture: Arches, Bridges, Tunnels, Roofs, Domes, And Now Diagrids*”. Disponível em <<http://stargonaut.com/3-centrurvartiicl.pdf>>.

Structurae: International Database and Gallery of Structures. c1998-2009. Disponível em: <[http://www.structurae.de/.](http://www.structurae.de/)>

Summerson, J. (1997). “*A Linguagem Clássica da Arquitetura*”. São Paulo: Martins Fontes, 3 ed.

Sussekind, J. C. (1981). “*Curso de análise estrutural*”. Porto Alegre: Globo, 3 v., 6 ed.

Tacla, Z. (1984). “*O livro da arte de construir*”. São Paulo: Unipress.

Technical University of Catalonia (s/d). “Detailed Description of Mallorca Cathedral”. In: *Seismic Resistance of Cultural Heritage Buildings* (Projeto financiado pela Comissão Europeia). Disponível em: <<http://www.civil.uminho.pt/eu-india>>.

The Natural Arches and Bridges Society. (c2007). Glade Park (Estados Unidos). Disponível em <<http://www.naturalarches.org>>.

The World According To Google: satellite pictures of the most interesting places on the World (s/d). Disponível em: <<http://maps.pomocnik.com>>.

Timoshenko, S. P. (1953). “*History of Strength of Materials*”. New York: McGraw-Hill. (Reimpressão 1983).

Torroja, E. M. (1960). “*Razón y Ser de los tipos estruturales*”. Madrid: Mag, 3ed.

Turner, J. (1996). “*The Dictionary of Art*”. London: Macmillan, 1996.

Un Bonjour de Puteaux (s/d). Disponível em: <
<http://bonjourdeputeaux.free.fr/voyage9/.>>.

Valoire (s/d). “*La cathédrale (XIIe.-XIIIe. siècles): L'arbre de Jessé*”. Chartres (França):
Valoire - Estel – Blois. 1 Cartão postal, color, 15 cm x 5 cm.

Vasconcelos, A. C. de (2000). “*Estruturas da Natureza*”. São Paulo: Studio Nobel.

Villard de Honnecourt; Carreira, E. (1997). “*Estudos de Iconografia Medieval: O caderno de Villard de Honnecourt, arquiteto do século XIII*”. Brasília: Editora Universidade de Brasília.

Viollet-Le-Duc, E. E. (1854). “*Dictionnaire Raisoné de l'Architecture Française du XIe au XVIe siècle*”. Paris: B. Bance. Disponível em <<http://books.google.com>>.

Vitruvii (1870). “*De Architectura Libri Decem: ad antiquissimos codices nunc primum ediderunt*”. Valentinus, R.; Muller-Strübing, H. (eds.).Lipsia: Teunber. Disponível em: <<http://www.archive.org>>.

Vitruvio (2007). “*Tratado de Arquitetura*”. São Paulo: Martins Fontes.

Vitruvius (1914). “*The ten books on architecture*”. Cambridge: Harvard University Press. Disponível em:<<http://books.google.com>>.

Wenzler, C. L. (2000). “*Les Cathedrales Gothiques: un défi médiéval*”. Rennes: Ouest-France.

Wikipedia: The Free Encyclopedia (c.2008). Disponível em: <<http://www.wikipedia.org/>>.

Wilbur, J. H. (1993-2007c). “*Natural Arch Information*”. Disponível em:
<<http://www.naturalarches.org>>.

Wiseman, N. C. S. (1863). “*Points of Contact between Science and Art*”. London: Hurst and Blackett.