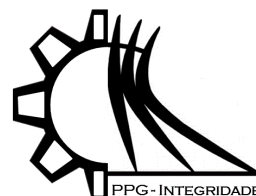




ISSN 2447-6102



Article

Predição de crescimento de trinca por fadiga com carregamento de amplitude constante usando integração numérica

Life estimates for fatigue crack growth with constant amplitude loading using numerical integration

Fernandes, D. O.^{1*}, Souza, B.F.² and Anflor, C.T.M.³

¹ Grupo de Mecânica Experimental e Computacional, Universidade de Brasília; danieldeoliveirafernandes@gmail.com

² Grupo de Mecânica Experimental e Computacional, Universidade de Brasília; bfesouza@gmail.com

³ Grupo de Mecânica Experimental e Computacional, Universidade de Brasília; anflor@unb.br

* Correspondence: danieldeoliveirafernandes@gmail.com;

Received: 27/08/2020; Accepted: 31/08/2020; Published: 02/09/2020

Resumo: A mecânica da fratura tem sido amplamente considerada na concepção de projetos e no desenvolvimento do plano de manutenção de componentes mecânicos. A boa previsão de falha influencia diretamente no custo econômico do projeto, possibilitando ser mais assertivo na determinação da vida segura em componentes mecânicos na presença de trinca. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho consiste no desenvolvimento de uma rotina numérica capaz de estimar a vida útil para o crescimento de trincas por fadiga. Além disso, testes experimentais são empregados para definir as propriedades mecânicas do alumínio 7075 T6 como tenacidade à fratura e coeficientes C e m , da lei de Paris para o crescimento de trincas. O ensaio de crescimento de trinca por fadiga obtida experimentalmente é comparado ao método de integração numérica desenvolvida para uma carga de amplitude constante ($R = 0.1$). Os resultados obtidos foram satisfatórios, permitindo obter valores confiáveis para as constantes de Paris. O método numérico implementado apresentou boa precisão para prever a taxa de propagação de trincas quando comparado aos dados disponíveis na literatura para o material avaliado.

Palavras chave: Crescimento de trinca. Vida fadiga. Mecânica da fratura. Integração numérica.

Abstract: Fracture mechanics has been widely considered in the design of projects and the development of the maintenance plan for mechanical components. The good prediction of failure influences the economic cost of the project directly, making it possible to be more assertive in determining the safe life in mechanical components in the presence of a crack. In this sense, several studies have been devoted to this subject in order to improve the prediction of failures. The objective of this work is to develop a numerical routine capable of estimating the life for fatigue crack growth. Additionally, experimental tests are employed to define the mechanical properties of 7075 T6 aluminum as fracture toughness and Paris law C and m coefficients for crack growth. The fatigue crack growth test obtained experimentally is compared to the developed numerical integration method for a load of constant amplitude ($R = 0.1$). The obtained results were satisfactory, enabling to obtain reliable values for the Paris constants. The implemented numerical method showed good accuracy for predicting the crack propagation rate when compared to those data available in the literature.

Keywords: Crack growth. Fatigue life. Fracture mechanics. Numerical integration.

1. Introdução

Pesquisas envolvendo a área de mecânica da fratura têm apresentado grandes avanços em termos científicos, em virtude da demanda de indústrias no setor automotivo, aeroespacial e de máquinas e equipamentos em geral. A partir do estudo de Paris e Erdogan (Paris & Erdogan, 1963) ficou demonstrado que era possível prever a propagação de uma trinca associando-a com o fator de intensidade de tensão. Desde então, a área de mecânica da fratura teve grandes avanços. Quando a zona plástica é pequena, a análise de propagação de trinca por fadiga pode ser baseada no fator de intensidade de tensão, até mesmo para os materiais mais resistentes. No entanto, para uma análise mais refinada é necessário avaliar a tensão residual presente no material sob pesquisa (Broek, 1982). Quando a mecânica da fratura passou a apresentar grandes avanços e bons resultados, a indústria de aviação comercial passou a adotar os princípios de mecânica da fratura para determinar com mais precisão os intervalos de inspeção em aeronaves, o que oferecia um maior controle sobre a gerência de custos (Dowling, 2013). Vários pesquisadores abordam diferentes métodos de predição de trinca. Abdelkader, Mokhtar, Mohamed, Mohamed, & Abdelwaheb (2013) em seu trabalho apresentaram a influência de um carregamento crescente seguido por um carregamento decrescente de forma cíclica durante o crescimento de trinca por fadiga através de testes experimentais. Ljustell (2013) em sua tese avalia a influência de carregamentos com amplitude variável e amplitude constante. Kumar, Murthy, & Iyer (2014) aponta um estudo sobre o histórico de carregamento com amplitude variável onde é possível estimar o campo de tensão linear elástico através do método “*fictitious notch rounding*”. Zhang, Wang, Li, & He (2016) propuseram um algoritmo simplificado de predição de vida em fadiga para ligas de alumínio utilizando a equação NASGRO modificada. Estudos mais recentes como em Du et al. (2019), utilizam modelos probabilísticos introduzindo *Baeynsiana* para descrever o comportamento do crescimento de trincas em ligas de alumínio utilizadas na fabricação de aeronaves. Lu et al. (2020) analisaram o crescimento de trincas por fadiga em aços no modo cíclico I e no modo estático III mostrando a influência da razão de carga e do ângulo de torque no efeito de retardo. Fernández-Canteli et al. (2020) apresentaram algumas considerações sobre o impacto da existência ou não existência do limite de fadiga na Mecânica da Fratura.

Este trabalho tem como objetivo caracterizar a taxa de propagação de trinca e os coeficientes relacionados à lei de Paris para Alumínio 7075 T6 e deste modo realizar posteriormente uma análise numérica por método de integração numérica para predição de trincas. Este trabalho está organizado da seguinte maneira: na seção 2 estão dispostos os procedimentos experimentais para os ensaios de tenacidade à fratura e crescimento de trinca por fadiga; na seção 3, o método da integração numérica é explicado e formulado; na seção 4, os resultados obtidos são dispostos e discutidos e, finalmente, a seção 5 faz as considerações finais acerca dos resultados discutidos.

2. Metodologia do Ensaio experimental

2.1. Ensaio de tenacidade à fratura

Tenacidade à fratura (K_{IC}) é uma propriedade mecânica do material que está relacionada com resistência fratura do material na presença de uma trinca. O ensaio de tenacidade à fratura segue as recomendações da norma (ASTM E-399, 2017) para o material Alumínio 7075 T6, onde as dimensões do corpo de prova ensaiado estão representadas na Figura 1. Este tipo de ensaio é realizado de modo a garantir que os conceitos da mecânica da fratura linear elástica sejam válidos, isto é, certificar que a zona plástica seja pequena em relação ao tamanho da trinca e, assim, assegurar estado plano de deformação o qual gera um resultado para K_{IC} mais conservador do que se estivesse em estado plano de tensões. Para garantir que o corpo de prova esteja em estado plano de deformação e que o ensaio seja válido para caracterização do valor de tenacidade à fratura, devem ser satisfeitos os requisitos da equação (1).

$$B, (W - a) \geq 2.5 \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (1)$$

onde, B é a espessura do corpo de prova, W é largura do corpo de prova, a contar do centro do carregamento até a face posterior, a é o comprimento da trinca, K_{IC} é o valor de tenacidade a fratura e σ_{ys} é a tensão de escoamento do material.

Para execução do ensaio, alguns cuidados devem ser levados em consideração, como por exemplo: a formação da pré-trinca, que deve crescer uniformemente dos dois lados do corpo de prova, caso for observado o crescimento em apenas uma das faces, deve ser averiguado o motivo e, às vezes, a solução é simplesmente girar o corpo de prova. A pré-trinca criada por fadiga é um processo demorado, a depender do material, deve se aplicar uma carga variável que não exceda 80% do K_{IC} estimado, normalmente usa-se valores entre 60% e 70% de K_{IC} . Após a criação da pré-trinca, começa a fase final do ensaio, onde é imposto um carregamento quasi-estático que implique em uma taxa

de fator de intensidade de tensão entre 0.55 e 2.75 MPa√m/s. Durante o ensaio, os dados de saída registrados devem ser o de força aplicada e os valores de abertura da boca da trinca ou no inglês “Crack Mouth Opening Displacement” (CMOD). Ao final do ensaio, já com os dados de força e CMOD disponíveis, é executado o gráfico do ensaio, onde no eixo das abscissas localizam-se os valores de CMOD e no eixo das ordenadas os valores de força aplicada. A curva resultante terá características semelhantes a uma das três curvas disponíveis na Figura 2.

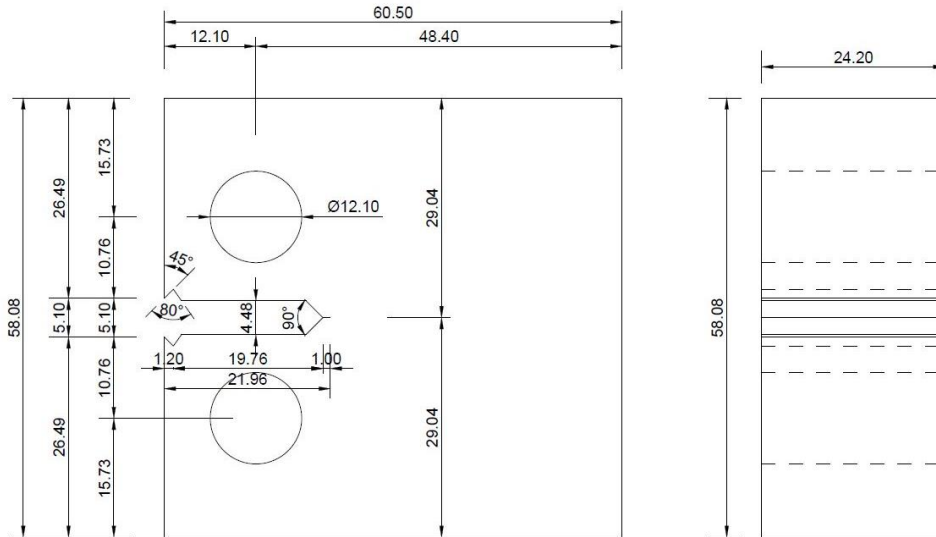


Figura 1. Corpo de prova compacto utilizado para ensaio de tenacidade à fratura.

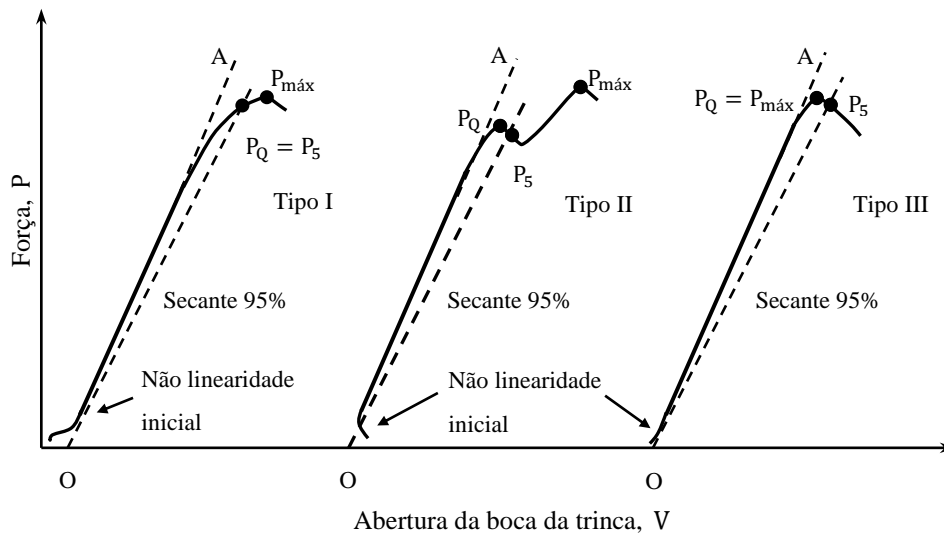


Figura 2. Principais curvas Força vs CMOD.

O valor P_Q é determinado traçando uma linha secante OP_5 através da origem (ponto O) do registro de teste com inclinação $(P/V)_5$ igual a $0,95 (P/V)_0$, onde $(P/V)_0$ é a inclinação da linha OA tangente à parte linear inicial do registro. Na prática, a origem não está necessariamente na intersecção dos eixos de deslocamento e força. O ponto O está na melhor linha de ajuste através da porção linear inicial do registro e na intersecção da linha de melhor ajuste com o eixo de deslocamento. Assim, ao calcular a linha secante OP_5 , o ponto de rotação do ajuste da inclinação deve estar na intersecção da linha OA com o eixo de deslocamento. A força P_Q é então definida da seguinte forma: se a força em todos os pontos no registro que precede P_5 é menor que P_5 (Figura 2 tipo I), então P_5 é P_Q ; se, no

entanto, houver uma força máxima anterior ao P_S que o excede (Figura 2 tipos II e III), essa força máxima é P_Q . Determinado o valor de P_Q , uma relação P_{max}/P_Q deve ser maior que 1.10 para que o ensaio seja válido.

2.2. Ensaio de crescimento de trinca por fadiga

O ensaio de crescimento de trincas por fadiga consiste na aplicação de cargas cíclicas em corpos de provas entalhados para determinação da taxa de propagação de trinca. O tamanho da trinca pode ser medida visualmente ou por um método equivalente que apresente maior precisão. As taxas de crescimento de trinca são expressas em função do intervalo dos fatores de intensidade de tensão, ΔK , calculado a partir de expressões baseadas na análise de tensão linear elástica. Este procedimento experimental segue instruções da norma (ASTM E-647, 2016), que define os procedimentos para análise da taxa de crescimento de trinca por fadiga. O teste de crescimento de trinca foi realizado em uma máquina servo-hidráulica (MTS 810) com corpos de prova manufaturado com as dimensões especificadas pela norma ASTM E-399. O valor de espessura (B) do corpo de prova deve estar entre $W/20$ e $W/4$, já que para crescimento de trinca por fadiga, a norma exige que o comportamento seja predominante elástico para todos os valores de força aplicada durante o ensaio. As dimensões do corpo de prova ensaiado estão disponíveis na Figura 3, e o comportamento predominante elástico pode ser garantido se a equação (2) for satisfeita.

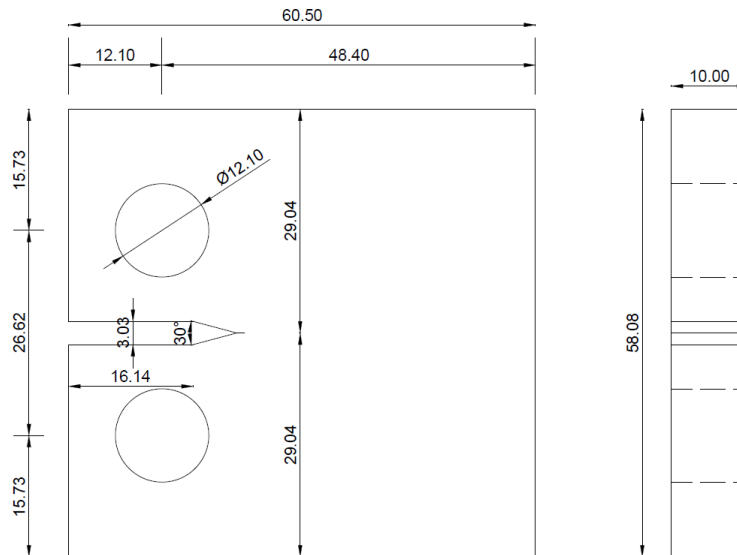


Figura 3. Dimensões do corpo de prova compacto para ensaio de propagação de trinca seguindo ASTM E-647.

$$(W - a) = \frac{4}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2)$$

Foi realizado o teste de carregamento com amplitude constante, onde o fator de intensidade de tensão (K) é crescente, à medida que a trinca avança o fator de intensidade de tensão se torna cada vez maior até atingir o tamanho de trinca crítico. Para que o ensaio de propagação de trincas por fratura seja válido, à luz dos princípios da mecânica da fratura, é necessário que exista um entalhe perfeitamente agudo no corpo de prova. O entalhe pode ser produzido através de diversos processos, entre eles: eletroerosão, fresagem, broxamento e corte de serra. Neste caso, o corpo de prova (Figura 3) foi manufaturado por eletroerosão e uma pré-trinca por fadiga foi gerada. A norma especifica que a trinca deve ter um tamanho de pelo menos $0.1B$ ou 1 mm, o que for maior. A pré-trinca tem papel fundamental no ensaio de propagação de trinca, pois o processo de usinagem do entalhe pode deixar tensões residuais e uma possível plastificação na ponta da trinca, o que resultaria em resultados incertos. Logo, a pré-trinca é gerada com a finalidade de livrar a frente da trinca de plastificações decorrentes do processo de usinagem. Na criação da pré-trinca a força aplicada não pode resultar em um fator de intensidade de tensão máximo (K_{max}) maior do que o determinado no início do teste. Se o tamanho da trinca medida nas superfícies frontal e posterior variarem mais de $0.25B$, a criação da pré-trinca não é adequada e o teste é inválido. Após a realização do ensaio, obtém-se a definição dos coeficientes C e m da equação de Paris a partir de um ajuste de curva, onde os dados de entrada no eixo das ordenadas são os valores de da/dN e no eixo das abscissas os valores de ΔK . De acordo com Dowling (2013), os

coeficientes obtidos através do ajuste log-log possuem maior precisão. A equação (3) é utilizada para o ajuste da região II da curva de Paris, e os parâmetros C e m da equação de Paris (4), pode ser obtidos através da equação (5).

$$y = ax + b \tag{3}$$

$$y = C(\Delta K)^m \tag{4}$$

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = m\log(\Delta K) + \log C \tag{5}$$

3. Modelo Numérico

Uma trinca aumenta seu comprimento (Δa) à medida que o número de ciclos (ΔN) a qual é submetida também aumenta (Figura 4). Pode-se definir a taxa de crescimento em pequenos intervalos através da derivada da/dN , que é a inclinação da curva a vs N em um ponto. Na Figura 4, a trinca cresce de um comprimento mínimo detectável (a_d) até um comprimento crítico (a_c) que leva a falha frágil. O número de ciclos em que ocorre a fratura frágil é dado por (N_{if}). Deste modo, a vida em serviço (\hat{N}) pode ser calculada pela razão N_{if}/X_N , em que X_N é o fator de segurança em vida.

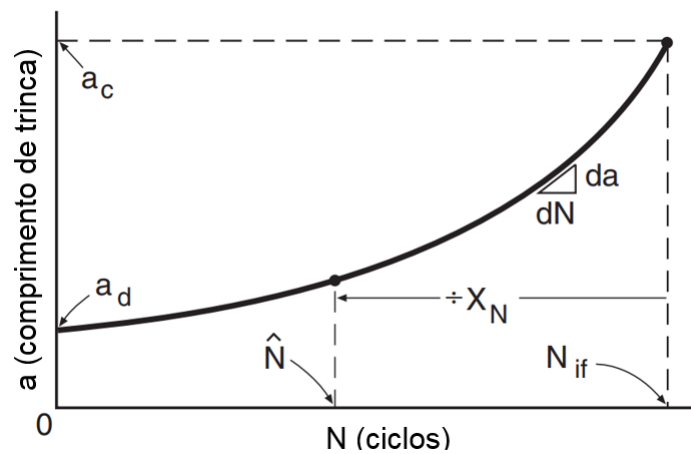


Figura 4. Crescimento de trinca do comprimento mínimo detectável (a_d) até a falha (Dowling, 2013).

Se o carregamento considerado é cíclico e constante, ou seja, os valores de carga mínima (P_{min}) e máxima (P_{max}) são constantes, então a razão de carregamento pode ser definida pela equação (6).

$$R = P_{min} / P_{max} \tag{6}$$

O fator de intensidade de tensão pode então ser calculado pela equação (7),

$$\overline{\Delta K}_j = \frac{\overline{\Delta P}}{B\sqrt{W}} F_j \tag{7}$$

onde, o fator de forma (F) é definido através das equações (8) e (9) que depende do comprimento de trinca (a_j), sendo j o intervalo analisado, e das dimensões do corpo de prova: (B) e (W), e ΔP é definido através da equação (10).

$$\alpha_j = a_j / W \tag{8}$$

$$F\left(\frac{a_j}{W}\right) = \frac{\left(2 + \frac{a_j}{W}\right) \left[0.886 + 4.64\left(\frac{a_j}{W}\right) - 13.32\left(\frac{a_j}{W}\right)^2 + 14.72\left(\frac{a_j}{W}\right)^3 - 5.6\left(\frac{a_j}{W}\right)^4\right]}{\left(1 - \frac{a_j}{W}\right)^{3/2}} \tag{9}$$

A variação do carregamento é calculada através da equação (10), onde γ é uma constante do material.

$$\overline{\Delta P} = P_{max} (1 - R)^\gamma \tag{10}$$

O fator de intensidade de tensão máximo pode ser calculado através da equação (11), que é semelhante à equação (7), entretanto, este depende do carregamento máximo aplicado.

$$K_{j_{max}} = \frac{P_{max}}{B\sqrt{W}} F_j \quad (11)$$

A inclinação da/dN é, então, definida pela equação (12), que depende das constantes C_0 e m , que são parâmetros do material; e do fator de intensidade de tensão ($\overline{\Delta K}_j$) no intervalo j analisado.

$$y_j = \left(\frac{da}{dN}\right)_j = C_0(\overline{\Delta K}_j)^m \quad (12)$$

O comprimento de trinca no intervalo seguinte ($j + 1$) pode, então, ser estimado através da equação (13). O procedimento é equivalente a uma integração numérica em que a é a variável dependente, ao invés de N . Este procedimento pode também ser utilizado para carregamentos com amplitudes variáveis, desde que ΔN seja 1.

$$a_{j+1} = a_j + \left(\frac{da}{dN}\right)_j \quad (13)$$

A análise numérica da mecânica da fratura desenvolvida neste trabalho considera para um carregamento cíclico e constante ao ser implementada em MATLAB. A Figura 5 ilustra a metodologia numérica empregada no algoritmo.

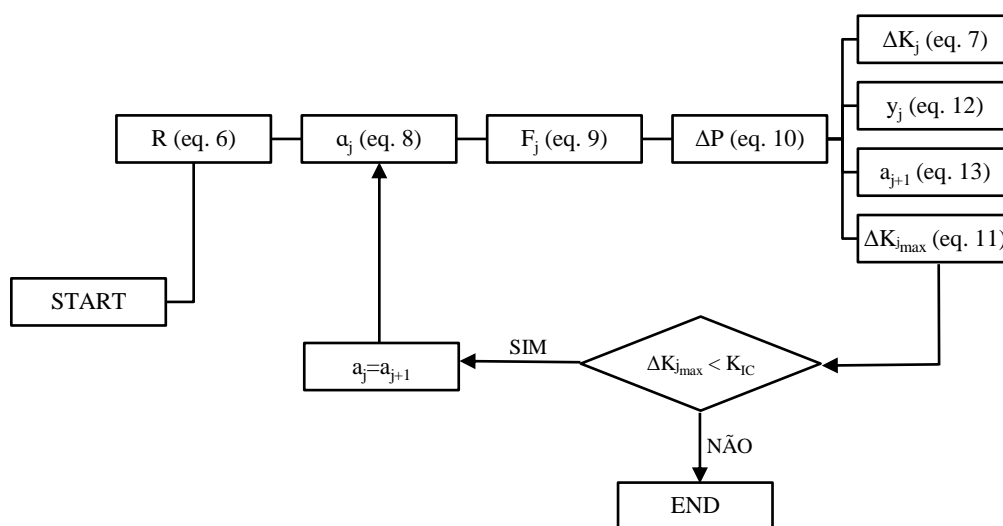


Figura 5. Algoritmo de análise numérica da mecânica da fratura para cargas cíclicas constantes.

O algoritmo calcula os parâmetros eq. (6)-(12) necessários para análise do crescimento da trinca no intervalo (j) analisado, então verifica o comprimento da trinca (a_{j+1}), mostrado na equação (13). No final de cada iteração, o código compara o parâmetro ΔK_{max} com o coeficiente de tenacidade à fratura do material (K_{IC}), se a condição for satisfeita, então o algoritmo continua a calcular e estimar o comprimento de trinca atingido no intervalo seguinte, se a condição não é satisfeita, ou seja, se ΔK_{max} é maior ou igual ao K_{IC} do material, então o algoritmo para, pois o componente atingiu a fratura frágil. No final, a quantidade de iterações realizadas até o algoritmo ser interrompido é a estimativa da quantidade de ciclos que o material resiste até a falha.

4. Resultados

A Figura 6 mostra o resultado do ensaio de tenacidade à fratura, onde a máquina registra os valores de abertura da boca da trinca no eixo das abscissas e os valores de força no eixo das ordenadas. A reta tangente é traçada a partir do início da linearidade do gráfico e usando como referência a reta tangente uma reta secante com diferença de angulação de 95% elaborada, cruzando o gráfico em um valor igual a 7.812 kN. A força máxima da operação foi de 8.478 kN, deste modo satisfazendo a razão de P_{max}/P_Q que deve ser menor que 1.10 e neste caso resultou um valor igual a 1.085.

A operação restante para caracterização do valor de tenacidade à fratura é determinado pelas equações (9) e (11). Calcula-se o fator de forma e utiliza-se o valor de P_Q como valor de P_{max} . O resultado obtido para tenacidade à fratura para o Alumínio 7075 T6 foi de $29.213 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

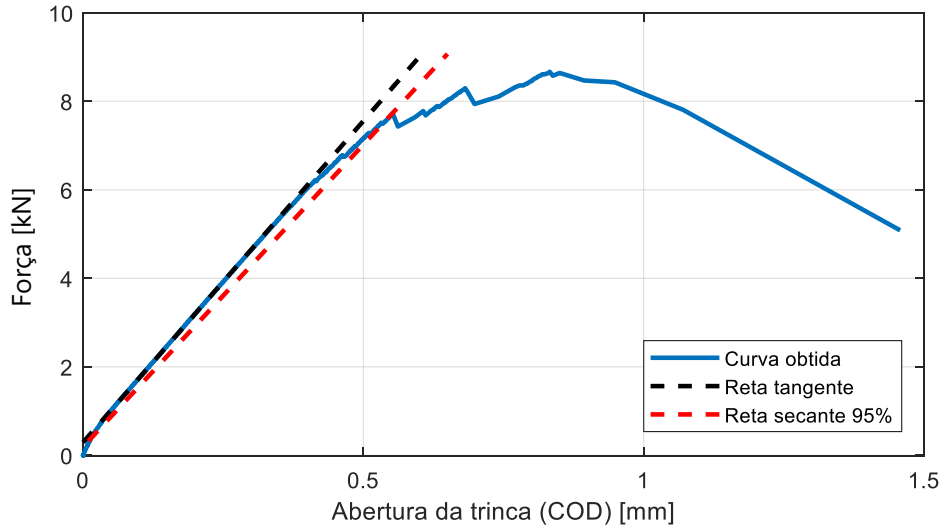


Figura 6. Curva obtida no ensaio de tenacidade a fratura.

A Figura 7 apresenta a curva obtida para o ensaio de propagação de trincas por fadiga, ressaltando que o objetivo do ensaio consiste em obter os coeficientes C e m da curva de Paris. Os valores de limiar de propagação de trinca (K_{th}) e fator de intensidade de tensão crítico (K_c) não foram coletados, dado que o modelo numérico implementado desconsidera esses valores para o cálculo da vida fadiga do elemento com a presença de trinca. Os coeficientes obtidos a partir da Figura 7 para a região II da curva de Paris foram $C = 1.201 \times 10^{-9} \text{ (mm/ciclo) / (MPa}\sqrt{\text{m}})^m$ e $m = 2.246$. Os valores encontrados estão de acordo com a literatura base, o que garante a validade do ensaio experimental.

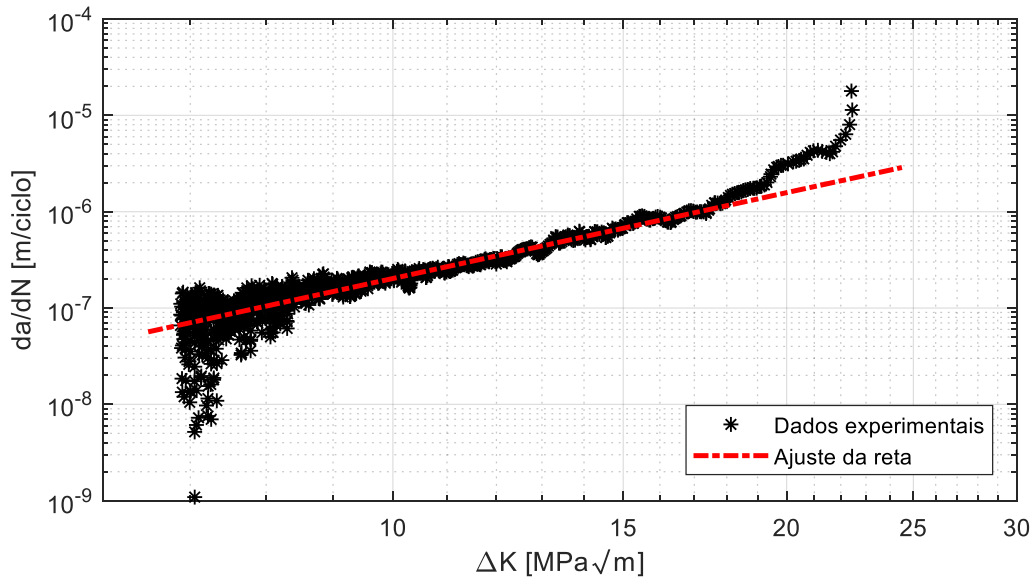


Figura 7. Curva obtida no ensaio de propagação de trinca por fadiga.

A Fig. 8 (a) e a Fig. 8 (b) expressam os valores de fator de forma em dependência da relação α e do número de ciclos, respectivamente. É importante observar como o fator de forma se comporta em relação à geometria quando sujeita a um carregamento. Essa análise do fator de forma é essencial, pois a dimensão intensifica a força que está sendo aplicada externamente, ou seja, à medida que a trinca cresce o fator de forma também aumenta e seguindo essa lógica, quanto maior o número de ciclos maior será a trinca e conseqüentemente maior será o fator de forma.

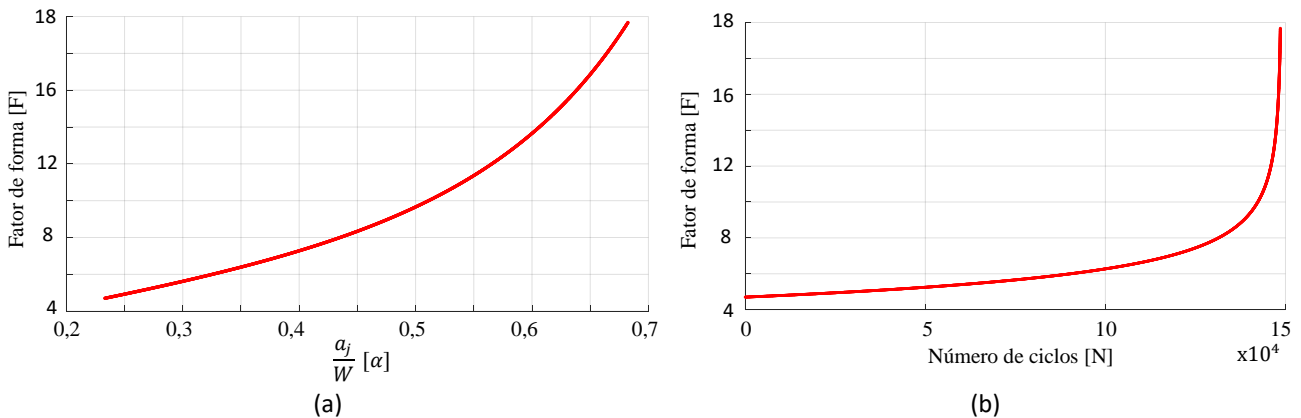


Figura 8. Fator de forma (a) em relação à α . (b) em relação ao número de ciclos.

A Fig. 9 (a) e a Fig. 9 (b) apresentam um comparativo entre o resultado experimental e o resultado numérico para previsão do tamanho de trinca através do algoritmo implementado. Na Fig. 9 (a), o algoritmo implementado usou como base os valores disponíveis na literatura e o resultado obtido em relação ao ensaio experimental foi bem satisfatório. No entanto, há uma diferença de ciclos para mais nos valores numéricos, sendo aconselhável o uso de fatores de segurança com a finalidade de ajustar a curva numérica à curva experimental e assim obter uma previsão de vida mais conservadora.

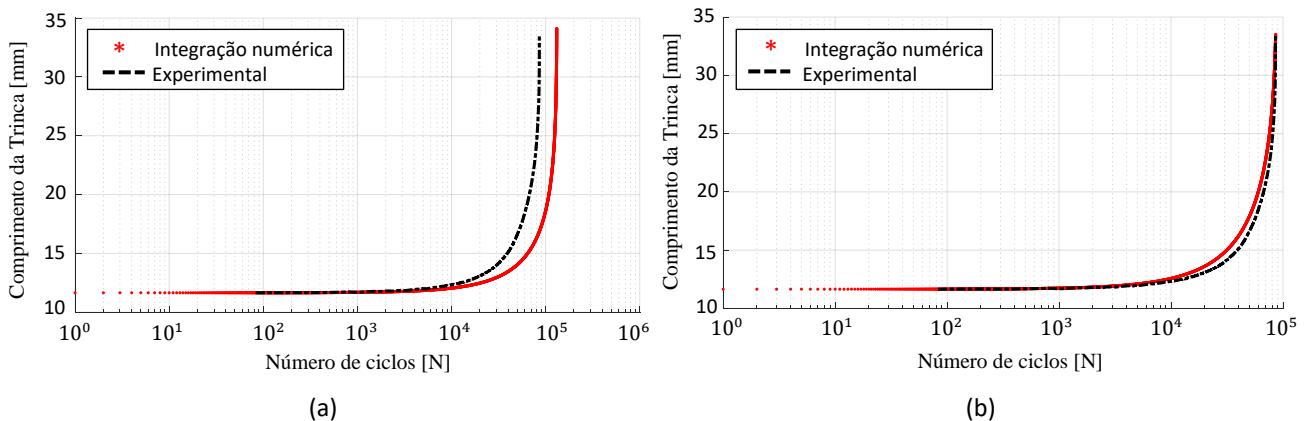


Figura 9. Comparação entre resultados experimentais e numéricos (a) com valores base da literatura. (b) com valores base do teste experimental.

A Fig. 9(b) utilizou os valores obtidos pelo teste experimental onde é possível verificar que o resultado é mais conservador e preciso, uma vez que o modelo fora ajustado exatamente para o material testado. Em consequência do ajuste realizado com maior precisão, a curva numérica tem tamanho de trinca crítico (atinge a falha) antes do que a curva experimental. Dessa forma, pode ser feito o uso de fatores de segurança de ordem mais baixa em relação ao estudo anterior, já que a precisão da previsão é maior, sendo possível ser mais assertivo quanto ao número de ciclos final do componente em análise.

5. Conclusão

O presente estudo caracterizou a taxa de propagação de trinca e obteve os coeficientes da lei de Paris para Alumínio 7075 T6. Foi realizado o estudo numérico em comparação com dados experimentais de laboratório a respeito da previsão do tamanho de trinca crítica para o mesmo material. Os resultados obtidos experimentalmente foram satisfatórios quando comparados aos valores disponíveis na literatura de referência, em vista disso, o resultado numérico comparado ao experimental também demonstrou bons resultados, validando o código implementado. É importante ressaltar que a utilização dos dados obtidos na literatura pode gerar resultados poucos conservadores, mostrando a importância da realização dos ensaios no material adquirido, obtendo assim, suas constantes e propriedades reais. Para a mecânica da fratura muitos fatores implicam na obtenção das propriedades do material,

como armazenamento do corpo de prova, o processo de fabricação, a disposição do corpo de prova no bloco de material de onde foi retirado e até mesmo, a direção de laminação durante o processo de manufatura. Essas variáveis tem bastante influência na propagação de trinca e na obtenção das constantes necessárias para análise do material. Neste sentido, a modelagem numérica em paralelo aos ensaios experimentais se torna de fundamental importância para prever o comportamento mecânico do material e o ajuste de suas constantes.

6. Agradecimentos

Este estudo foi financiado em parte pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES), Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (N°408551/2016-0) e Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (N° 0193.001554/2017). Os autores agradecem ao Grupo de Mecânica Experimental e Computacional (UnB-FGA / GMEC) por fornecer recursos experimentais e computacionais e assim tornar possível o desenvolvimento deste trabalho.

Referência Bibliográfica

1. Abdelkader, M., Mokhtar, Z., Mohamed, B., Mohamed, M., & Abdelwaheb, A. (2013). Crack propagation under variable amplitude loading. *Materials Research*, 16(5), 1161–1168. <https://doi.org/10.1590/S1516-14392013005000110>
2. ASTM E-399. (2017). *Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness K_{Ic} of*. <https://doi.org/10.1520/E0399-09E02.2>
3. ASTM E-647, A. S. (2016). ASTM E647 - Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates. *ASTM Book of Standards*, 03(July), 1–49. <https://doi.org/10.1520/E0647-15E01.2>
4. Broek, D. (1982). *Elementary engineering fracture mechanics*.
5. Dowling, N. E. (2013). Mechanical behavior of materials. In *Pearson Education Limited* (Fourth, Vol. 1, Issue 4). Pearson Education Limited.
6. Du, X., He, Y., Zhang, T., Gao, C., Zhang, T., & Zhang, S. (2019). An effective Bayesian method for probability fatigue crack propagation modeling through test data. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019(1). <https://doi.org/10.1155/2019/7843627>
7. Fernández-Canteli, A., Blasón, S., Pyttel, B., Muniz-Calvente, M., & Castillo, E. (2020). Considerations about the existence or non-existence of the fatigue limit: implications on practical design. *International Journal of Fracture*, 223(1–2), 189–196. <https://doi.org/10.1007/s10704-019-00413-6>
8. Kumar, A., Murthy, A. R., & Iyer, N. R. (2014). Crack growth prediction under variable amplitude loading considering elastic-plastic stress field ahead of crack tip. *Procedia Engineering*, 86, 645–652. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.11.065>
9. Ljustell, P. (2013). *Fatigue crack growth experiments and analyses-from small scale to large scale yielding at constant and variable amplitude loading*, Phd Thesis. 81, p58. <http://kth.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:583741>
10. Lu, Y. chao, Chen, T., Yang, F. peng, & Lan, T. (2020). The retardation effect of static torsion on fatigue crack growth in strip steel. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, March, 1800–1813. <https://doi.org/10.1111/ffe.13233>
11. Paris, P., & Erdogan, F. (1963). A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 85(4), 528–533. <https://doi.org/10.1115/1.3656900>
12. Zhang, W., Wang, Q., Li, X., & He, J. (2016). *Using the Modified NASGRO Equation*. 2016. <https://doi.org/10.1016/j.ceca.2008.07.002>