



**LEI DE BENFORD - UMA INTEGRAÇÃO NO TRABALHO DE AUDITORIA**

**PAULO CÉSAR ROXO RAMOS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ECONOMIA  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

**FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE,  
ECONOMIA E GESTÃO DE POLÍTICAS PÚBLICAS**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE, ECONOMIA E**  
**GESTÃO DE POLÍTICAS PÚBLICAS**  
**DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

**BENFORD LAW - AN INTEGRATION IN THE AUDIT WORK**

**PAULO CÉSAR ROXO RAMOS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ECONOMIA**

**BRASÍLIA/DF - MAIO - 2021**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE, ECONOMIA E**  
**GESTÃO DE POLÍTICAS PÚBLICAS**  
**DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

**LEI DE BENFORD - UMA INTEGRAÇÃO NO TRABALHO DE AUDITORIA**

**PAULO CÉSAR ROXO RAMOS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ECONOMIA DA FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE, ECONOMIA E GESTÃO DE POLÍTICAS PÚBLICAS DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ECONOMIA.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Dr. Roberto de Góes Ellery Júnior - ECO/UnB**  
**Orientador**

---

**Prof. Dr. Antônio Nascimento Júnior**  
**Membro interno**

---

**Prof. Dr. George Henrique de Moura Cunha**  
**Membro externo**

BRASÍLIA, 28 DE MAIO DE 2021.



de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Paulo César Roxo Ramos

Departamento de Economia (ECO) - FACE

Universidade de Brasília (UnB)

Campus Darcy Ribeiro

CEP 70919-970 - Brasília - DF - Brasil

*A Denise, minha esposa, eterna motivação e fonte de inspiração para todos os desafios que precisei superar, pela compreensão do tempo que lhe foi suprimido do nosso convívio e pelo apoio em proporcionar as melhores condições para o desenvolvimento do trabalho;*

*Aos meus filhos Pedro e Natasha, na esperança de que este trabalho ajude a mostrar-lhes que a vida exige superação, evolução e aprimoramentos constantes, independentemente da idade;*

*Aos meus netos Alice e Bernardo, com amor, e;*

*Aos meus pais Nilda e Jorge (in memoriam), com amor e a gratidão de toda uma vida.*

## **AGRADECIMENTOS**

*Ao amigo Benedito Aloísio Nunes Campos, pelo apoio, paciência e generosidade em partilhar conhecimentos.*

*Ao professor doutor Antônio Nascimento Júnior, pelo incentivo permanente para que levasse adiante essa empreitada.*

*Ao meu orientador, professor doutor Roberto de Góes Ellery Júnior, com imensa gratidão.*

## RESUMO

Com a evolução da ciência e tecnologia novas formas para a detecção de fraudes contábeis foram concebidas. Desvios nas contas de empresas, obras públicas fraudadas, relatórios governamentais e declaração do imposto de renda são alguns dos campos que demandam auditoria. A Lei de Newcomb-Benford (LNB) ou simplesmente Lei de Benford, mostra-se uma ferramenta simples e eficaz e pode ser adotada para identificação de fraudes contábeis, através da comparação da frequência dos primeiros dígitos em relação a um padrão estabelecido empiricamente por Benford. A automação nos processos de auditoria tornou-se uma prática comum devido ao ganho de desempenho, confiabilidade e a necessidade de gerar processos mais velozes e automatizados. Com a utilização de metodologias de Inteligência Artificial (IA) e mecanismos de aprendizado de máquinas, pode-se desenvolver ferramentas adaptativas para diferentes tipos de fraudes. Esse estudo busca validar a aplicação da lei de Benford por meio de redes neurais artificiais e fornecer subsídios para o trabalho de auditores fiscais, de modo que possa contribuir não apenas para a redução de fraudes e uma maior agilidade na sua detecção, mas também, para aumentar a confiabilidade e transparência dos dados disponibilizados ao mercado e a sociedade, propiciando também maior fidedignidade às análises econômicas. A utilização de ferramentas computacionais para auxiliar o serviço de auditorias tornou-se uma prática comum, devido à integração de métodos que utilizam a inteligência artificial com os trabalhos dos auditores, mostrando-se de grande valia para reconhecer e adaptar a novos padrões de fraudes desenvolvidos. A partir disso, estuda-se a possibilidade da integração entre a Lei de Benford e ferramentas de aprendizado de máquinas para auxílio em trabalhos de auditores. Esse trabalho desenvolveu um modelo que faz análise estatística dos dados fornecidos pelo Tribunal Superior Eleitoral e empregou o modelo para analisar os dados das últimas eleições no Brasil. Aplicou-se a Lei de Benford sob duas perspectivas diferentes, primeiro fazendo-se uma análise estatística da ocorrência do primeiro dígito. Em seguida, a metodologia empregou um sistema, construído com IA, para validar os resultados. Os achados da pesquisa sugerem, de modo geral, que as distribuições encontradas em 2016 e 2020 seguem a Lei de Benford, enquanto em 2014 e 2018 as análises sugerem inconformidades.

**Palavras-chave: Benford, Estatística, Inteligência Artificial, Detecção de Fraude, Eleições, Processos Naturais.**



## ABSTRACT

With the evolution of science and technology, new ways to detect accounting fraud were conceived. Deviations in company accounts, fraudulent public works, government reports, and income tax returns are some of the fields that require auditing. The Newcomb-Benford Law (LNB), or simply Benford's Law, proves to be a simple and effective tool and can be adapted to identify accounting fraud by comparing the frequency of the first digits against a standard established empirically by Benford. Automation in audit processes has become a common practice, due to gains in performance, reliability, and the need to generate faster and more automated processes. Using artificial intelligence methodologies and machine learning mechanisms adaptive tools can be developed, for different types of fraud. This study seeks to validate the application of Benford's Law through artificial neural networks and to provide subsidies for the work of tax auditors, so that it can contribute not only to reducing fraud and greater agility in its detection but also, to increase the reliability and transparency of the data made available to the market and society, also providing greater reliability to economic analyzes. The use of computational tools to assist the auditing service has become a common practice due to the integration of methods that use artificial intelligence with the work of the auditors, proving to be of great value to recognize and adapt to new fraud patterns developed. Based on this, the possibility of integrating Benford's Law and machine learning tools to aid in the work of auditors is studied. This work developed a model that makes statistical analysis of the data provided by the Superior Electoral Court and used the model to analyze the data from the last elections in Brazil. Benford's Law was applied from two different perspectives, first by making a statistical analysis of the occurrence of the first digit. Then, the methodology used a system built with Artificial Intelligence (AI) to validate the results. The research findings generally suggest that the distributions found in 2016 and 2020 follow Benford's Law, while in 2014 and 2018, the analyzes suggest non-conformities.

**Keywords: Benford, Statistics, Artificial Intelligence, Fraud Detection, Elections, Natural Process.**

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
O Processo de Auditoria e as Eleições no Brasil	15
Proposta da Dissertação e Justificativa	17
Objetivo Geral e sua Contribuição	19
Objetivos Específicos	19
Questão a Responder	20
Hipótese a Comprovar	20
Estrutura do Documento	20
<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>22</b>
A Lei de Newcomb-Benford	22
Formulação Matemática da Lei de Newcomb-Benford	25
Teste do Primeiro Dígito	25
Teste do Segundo Dígito	26
Hipótese Nula e Alternativa	26
Teste Qui-quadrado	27
Teste Z	30
O Processo de Auditoria	31
Inteligência Artificial	32
Inspiração Biológica	35
Redes Neurais Artificiais - RNAs	36
Processo de Classificação	38
Árvores de Decisão	39
Máquina de Vetores de Suporte - SVM	40
Detecção Inteligente de Fraude	41
Tipos de Fraude Financeiras	42
Métodos para Detecção de Fraude	43
O Processo Eleitoral Brasileiro	44
<b>METODOLOGIA</b>	<b>47</b>
Aquisição e Tratamento dos Dados	47
Métodos Estatísticos	48
Tamanho da Amostra	49
Teste Z	52
Teste do Segundo Dígito	53
Avaliação Inteligente	53
Preparação dos Dados para o Treino	57
Conjunto de Treino e Teste	58

	11
Escolha das Redes	58
<b>RESULTADOS</b>	<b>60</b>
Eleições 2014	60
Eleições 2016	65
Eleições 2018	70
Eleições 2020	72
<b>DISCUSSÃO</b>	<b>74</b>
Eleições 2014	74
Eleições 2016	75
Eleições 2018	76
Eleições 2020	76
Considerações Estatísticas	77
Economia	77
<b>CONCLUSÃO</b>	<b>79</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>81</b>

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1.1 – Interação entre os conceitos abordados.	17
Figura 2.1 – Valor de $\chi^2$ tabelado para diferentes graus de liberdade.	29
Figura 2.2 – Domínios de aplicação da IA.	33
Figura 2.3 – Analogia entre um neurônio artificial e outro biológico.	36
Figura 2.4 – Exemplo de modelo.	37
Figura 2.5 – Exemplo de arquitetura em camadas.	38
Figura 2.6 – Esquema conceitual de uma árvore de decisão.	40
Figura 2.7 – Exemplo de funcionamento da SVM e hipóteses associadas.	41
Figura 3.1 – Site do TSE onde a base de dados pode ser encontrada.	48
Figura 3.2 – Informações geradas pelo programa referente à Sergipe.	49
Figura 3.3 – Comparação visual entre a amostra de Sergipe e Benford.	50
Figura 3.4 – Calculadora on-line para o tamanho ideal da amostra.	51
Figura 3.5 – Site do scikit-learn.	54
Figura 3.6 – <i>Dataframe</i> de entrada da rede.	57
Figura 4.1 – Resultados do estado do Rio Grande do Sul em 2014.	61
Figura 4.2 – Resultados do Distrito Federal em 2014.	61
Figura 4.3 – Resultados da Bahia em 2014.	62
Figura 4.4 – Resultados de São Paulo em 2014.	63
Figura 4.5 – Resultados de Minas Gerais em 2014.	63
Figura 4.6 – Resultados Gerais do Brasil.	64
Figura 4.7 – Resultados do estado de Sergipe.	66
Figura 4.8 – Resultados do estado Paraíba.	66
Figura 4.9 – Resultados do estado Minas Gerais.	67
Figura 4.10 – Resultados do estado Tocantins.	68
Figura 4.11 – Resultados do Brasil em 2016.	68
Figura 4.12 – Resultados do Brasil em 2018.	71

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 2.1 – Frequência dos Dígitos por Estado	23
Tabela 2.2 – Probabilidade de Ocorrência do Primeiro e Segundo Dígito	26
Tabela 4.1 – Tabela 2014 - Teste do Primeiro Dígito	64
Tabela 4.2 – Tabela 2016 - Teste do Primeiro Dígito	68
Tabela 4.3 – Tabela 2018 - Teste do Primeiro Dígito	71
Tabela 4.4 – Tabela 2020 - Teste do Primeiro Dígito	72

**LISTA DE ACRÔNIMOS**

**IA** Inteligência Artificial.

**LNB** A Lei de Newcomb-Benford.

**RNA** Rede Neural Artificial.

**SVM** *Support Vector Machine*.

**TSE** Tribunal Superior Eleitoral.

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 O Processo de Auditoria e as Eleições no Brasil

A auditoria é um método sistêmico para a obtenção de informações sobre a gerência de uma organização, seja ela pública ou privada [Mohd-Sanusi et al. 2012]. O objetivo da auditoria é aperfeiçoar e garantir a credibilidade das informações que são geradas em um dado processo. O resultado da auditoria ajuda a expressar uma opinião sobre a veracidade dos dados ou ativos da organização. Os demonstrativos financeiros gerados no processo de auditoria constituem um conjunto de informações importantes para os investidores e economistas [Karkacier et al. 2017], onde através do balanço, eles julgam sobre a possibilidade de investir ou não em tal ativo. As auditorias fornecem uma visão externa sobre a saúde e capacidade da corporação, com isso, os investidores possuem subsídios adicionais para decidir sobre onde aplicar o capital [Arens et al. 2017, Mohd-Sanusi et al. 2012].

Os analistas de mercado buscam por oportunidades financeiras capazes de maximizar a rentabilidade e diminuir a exposição ao risco, um dos riscos diz respeito ao conflito de interesses que são inerentes aos agentes internos da corporação e que pode levar a distorções financeiras em seus balanços ou declarações. Tais inconsistências ou fraudes podem corroer a estabilidade da empresa, impactar negativamente sua imagem, diminuir o lucro ou, até mesmo, levar ao prejuízo [Robu e Robu 2015]. A auditoria existe para reduzir ou mitigar os ruídos oriundos do processo administrativo e gerencial. O método é aplicado por pessoas capacitadas, objetivas e independentes da organização. Os resultados e demonstrativos da auditoria corroboram e endossam as decisões dos investidores [Arens et al. 2017, Robu e Robu 2015].

Geralmente, não existe apenas um fator de decisão associado à deliberação de investir em dado fundo, o investidor leva em conta diversas variáveis para apoiar sua escolha. Além das informações associadas à empresa é necessário analisar o contexto no qual a mesma está inserida, como por exemplo, a estabilidade política do país e a lisura dos seus governantes. Tais variáveis exógenas refletem de modo direto e indireto nos resultados alcançados e divididos com os investidores. Nesse sentido, surge a possibilidade de auditar variados processos políticos ou de governança pública. Uma questão relevante é a confiabilidade no processo eleitoral de uma nação, já que isso impacta diretamente na soberania do seu povo e suas garantias fundamentais.

Considerando que os sistemas de governança desenvolvidos pela humanidade ao decorrer dos séculos possuem um histórico de fraudes e que existe uma divergência pública com relação aos resultados das eleições, pode-se criar mecanismos para identificar falhas no sistema eleitoral. Cardoso [[Cardoso 2021](#)] destaca que não há sistema completamente seguro e isento de falhas:

“Uma questão primordial a ser considerada é que nenhum sistema eletrônico pode ser avaliado como sendo completamente seguro, pois, de certa forma, nem a NASA, nem o FBI, ou o Pentágono Americano possuem sistemas de informática que sejam destacados como invioláveis" [[Cardoso 2021](#)].

A Justiça Eleitoral, criada em 1930, que entre os seus princípios visa moralizar as eleições, vem através dos anos criando mecanismos para modernização tecnológica do aparato eleitoral. Vale destacar que no ano 2000 o TSE passou a realizar eleições puramente eletrônicas, sendo este um marco determinante na história tecnológica do sistema eleitoral brasileiro. Outros incrementos foram feitos em sentidos similares, como a adoção de um software de código aberto (GNU/Linux) em 2008 e o cadastramento de biometria obrigatório a partir de 2020 [[Cardoso 2021](#)].

A urna eletrônica permitiu o cadastramento nacional único dos eleitores e a votação é feita de modo distribuído (por seção e zona), com tal advento a apuração passou a ser centralizada e rápida, em comparação com o método manual que emprega cédulas [[Ferrão et al. 2019](#)].

Por outro lado, na mesma medida em que o sistema foi automatizado, surgem especulações a respeito de fraudes, já que a ausência de papel torna o processo de auditoria algo abstrato e incompreensível por grande parte da população e políticos. Desse modo, os métodos de auditoria devem ser sistematizados para atingir níveis de excelência e confiabilidade, tomando como base sempre mais de uma fonte certificadora e, preferencialmente, de modo independente [[Karkacier et al. 2017](#)]. Além disso, a formalização dos resultados deve ser feita de modo empírico e simples de explicar.



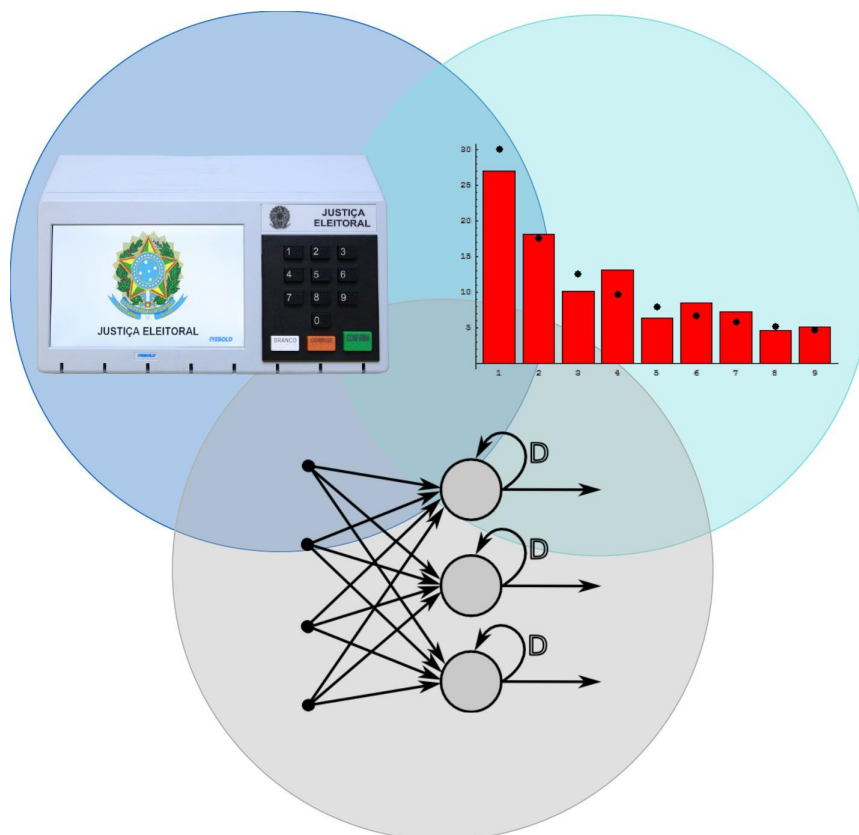


Figura 1.1 – Interação entre os conceitos abordados

O objetivo dessa pesquisa é verificar se os dados eleitorais seguem a distribuição de Benford e empregar o aprendizado de máquina para procurar por inconsistências ou divergências nos resultados que possam indicar algum ato fraudulento. O que se deseja é a interação sinérgica entre campos distintos do conhecimento, e que o produto final sirva de usufruto para a sociedade e para agregar valor ao conhecimento, matéria primeira dessa dissertação. O diagrama de Venn da Figura 1.1 contextualiza a interação almejada por esse trabalho.

É justamente essa lacuna que essa dissertação visa endereçar, considerando que a questão da urna eletrônica e o processo eleitoral no Brasil são temas recorrentes em discussão sobre transparência e fraudes, deseja-se aplicar a Lei de Benford associada a ferramentas estatísticas e métodos de Inteligência Artificial (IA) nos dados fornecidos pelo Tribunal Superior Eleitoral (TSE) do Brasil.

## 1.2 Proposta da Dissertação e Justificativa

A auditoria das eleições no contexto brasileiro não pode ser feita através da contagem das cédulas, além disso, a recontagem dos votos torna-se uma atividade subjetiva, já que o processo fraudulento poderia estar associado a programação das urnas eletrônicas ou ligadas a um possível ataque hacker. Considerando esse contexto, é necessário a criação de métodos eficientes e confiáveis, capazes de lidar com o problema em termos matemáticos e estatísticos. Sabendo que o TSE disponibiliza em sua base de dados os resultados das eleições e que sua análise está disponível a quem desejar, pode-se criar modelos capazes de auditar e validar a consistência dos resultados de modo dinâmico e automatizado.

Métodos de auditorias independentes e inteligentes podem tornar o processo eleitoral mais transparente, corroborando com os resultados e melhorando a percepção do brasileiro com relação à integridade de suas instituições e governo. Por outro lado, tais sistemas podem identificar atos ilícitos, ajudando a elencar os responsáveis, fortalecendo as medidas de coerção e controle, a aplicação de medidas administrativas e legais. A auditoria também reflete a maneira como o país é visto por outras nações e investidores, podendo ser um meio efetivo de garantir uma boa reputação. Nesse sentido, é necessário criar e fomentar a cultura e a prática da aplicação de modelos autônomos, capazes de auditar o processo eleitoral de modo semiautomatizado ou totalmente automatizado. É importante salientar que tais abordagens devem ser livres de viés político e o foco deve ser estritamente ético, onde o papel do homem se limita apenas à interpretação dos resultados.

Sabendo que a maioria dos processos naturais seguem um padrão numérico, descrito primeiramente por Newcomb e, em anos posteriores, demonstrado por Benford, pode-se fazer uma análise quantitativa e qualitativa dos números de votos por seção, considerando os estados brasileiros e, sem seguida, a nação. Geralmente, dados de uma população, distribuição ou processo natural que não seguem a Lei de Benford são passíveis de serem averiguados e confrontados com outras medidas, pois em muitos casos, sugerem uma atividade ou conduta suspeita. Outro advento capaz de fortalecer o processo de auditoria e remover possíveis tendências políticas ou pessoais é o emprego de técnicas de Inteligência Artificial, onde o contexto de decisão é deliberado pela máquina e não pelo ser humano. Este trabalho se propõe a investigar a confiabilidade e a lisura das últimas eleições brasileiras, adotando o consórcio das duas técnicas mencionadas. Espera-se colaborar para criação de um método autônomo e inteligente de auditoria, cujo foco é encontrar padrões numéricos

divergentes nos dados do TSE ou atestar o funcionamento fidedigno do aparato eleitoral, através do inventário e análise sistemática das últimas eleições.

A principal motivação deste trabalho é desenvolver uma nova abordagem de auditoria com base na Lei Benford, adotando técnicas de IA em conjunto com análise estática. A dissertação se justifica pela necessidade de aumentar a transparência das eleições, elevar a percepção nacional e internacional sobre a governança e, finalmente, coibir e mitigar quaisquer atos ou tentativas de fraude.

### **1.3 Objetivo Geral e sua Contribuição**

A elaboração da metodologia de auditoria tem como objetivo a utilização de redes neurais artificiais em conjunto com modelos matemáticos baseados na Lei de Newcomb-Benford. O objetivo é encontrar semelhanças ou diferenças que indiquem a confiabilidade ou a distorção nos dados avaliados, visto que, é razoável que processos naturais apresentem uma tendência universal numérica já conhecida e estudada, considerando a distribuição dos dígitos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9) dentro do espaço amostral. A principal contribuição é a disponibilização de um meio sistêmico e comprovadamente efetivo de auditoria, cujo foco é o processo eleitoral brasileiro, contribuindo para melhoria contínua do processo, impactando na percepção da população e de eventuais investidores (que consideram a transparência do processo eleitoral como métrica de investimento).

### **1.4 Objetivos Específicos**

Os objetivos podem ser elencados como seguem, em ordem cronológica:

- Estudar e revisar a bibliografia associada a Lei de Newcomb-Benford;
- Estudar e revisar a bibliografia associada à Inteligência Artificial;
- Estudar a possibilidade de interação entre métodos autônomos e a distribuição de Benford;
- Analisar e extrair as informações relevantes fornecidas pelo TSE;
- Desenvolver uma metodologia para auditoria das eleições brasileiras empregando estatística clássica;

- Desenvolver uma metodologia de análise usando Inteligência Artificial;
- Aplicar os dois métodos separadamente ou em conjunto;
- Interpretar os resultados de modo qualitativo e quantitativo;
- Confrontar os resultados dos dois métodos;
- Discutir os resultados;
- Fazer uma conclusão com base nos resultados e discussões.

### **1.5 Questão a Responder**

As eleições brasileiras utilizam urnas eletrônicas e um sistema automático de contabilização dos votos que, em muitos casos, levantam dúvidas sobre os resultados e tornam a recontagem de votos algo subjetivo. Seria possível aplicar a Lei de Benford e técnicas estatísticas e inteligência artificial para verificar a consistência numérica dos dados fornecidos pelo TSE?

### **1.6 Hipótese a Comprovar**

Essa dissertação tem como hipótese e premissa básica que os dados fornecidos pelo TSE podem ser auditados através da Lei de Newcomb-Benford. Caso haja consistência no número de votos (considerando o resultado nacional e os resultados estaduais) a distribuição numérica dos dígitos por seção irá seguir minimamente as características da Lei de Newcomb-Benford (adotando-se um valor de referência). Além disso, pode-se derivar uma segunda hipótese, que diz que é possível criar um modelo caixa-preta utilizando técnicas de IA para confrontar os resultados e aumentar a confiabilidade do processo de auditoria introduzido por esse trabalho.

### **1.7 Estrutura do Documento**

A revisão bibliográfica será feita de modo separado, onde os seguintes tópicos que permeiam os assuntos desta dissertação serão estudados:

- A Lei de Newcomb-Benford, sua relevância e relação com processos naturais e econômicos;
- A Inteligência Artificial no contexto atual, sua importância, relevância e principais ferramentas;
- O processo eleitoral brasileiro.

Apesar das teorias dos assuntos serem diferentes, os tópicos serão mesclados quando for conveniente. Por exemplo, existe uma relação entre a IA e a lei de Newcomb-Benford em abordagens que empregam detecção de fraudes e, por isso, pode ser necessário fazer algum tipo de referência à IA em seções anteriores à apresentação conceitual do tema.

No capítulo sobre a Metodologia será apresentado as etapas necessárias para a construção dos métodos estatísticos e computacionais adotados por essa pesquisa. Será mostrada a interação entre os processos e as ferramentas escolhidas na análise e, em seguida, discutida sucintamente a programação necessária para automatizar a auditoria das eleições.

Os resultados serão apresentados por estado, considerando a aplicação de ambas as abordagens introduzidas e, na sequência, serão confrontados para servir de base para discussão. De maneira incipiente será feita uma pequena análise quantitativa e qualitativa, além disso, os resultados serão apresentados graficamente para facilitar a interpretação. Métodos como o teste Qui-quadrado e teste Z serão empregados para ajudar a validar as hipóteses elencadas.

A discussão trará luz sobre os principais achados da pesquisa e irá correlacionar os dados e informações obtidas na etapa anterior. Com isso, pode-se aferir a validade da abordagem, além de validar o aspecto prático, estatístico, matemático, computacional, social e econômico da proposta dessa pesquisa.

Finalmente, a conclusão versará sobre a hipótese inicial, demonstrará a relevância dos temas abordados pela pesquisa e concluirá sobre a viabilidade de aplicação das abordagens que serão modeladas pelo estudo considerando o âmbito eleitoral brasileiro.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Primeiramente, será apresentado o contexto e a matemática por trás da Lei de Newcomb- Benford, a revisão irá discutir os aspectos práticos e suas implicações na literatura da economia, estatística e ciências sociais. Em seguida, o texto apresentará os conceitos sobre a inteligência artificial, sua relevância para o problema e seus métodos clássicos. Nessa parte, pode-se correlacionar os dois assuntos, já que a investigação irá explorar estudos similares e comuns aos dois domínios. Finalmente, será apresentada a motivação prática, considerando o processo eleitoral brasileiro, a cultura do país e sua relação com a economia.

### 2.1 A Lei de Newcomb-Benford

Simon Newcomb foi um astrônomo americano-canadiano do século XIX que fez uma observação a respeito das tábuas de logaritmos. Newcomb percebeu que as primeiras páginas das mesmas se encontravam mais desgastadas do que as últimas páginas, a partir disso assumiu que os valores iniciados em 1 (um) eram mais utilizados do que os iniciados nos números posteriores e o desgaste das páginas eram inversamente proporcionais ao primeiro algarismo significativo [Cunha 2013].

À época, Newcomb documentou suas observações, porém sem apresentar outras evidências ou dados numéricos que comprovasse a sua veracidade. Apenas em 1938 evidências mais concretas foram relatadas por Frank Benford, que de forma acidental chegou às mesmas conclusões de Newcomb [Cunha 2013].

Benford publicou um artigo em que chamava o fenômeno observado como “A lei dos números anômalos” [Jošić e Žmuk 2020, Kruger e Yadavalli 2017]. O estudo desenvolvido por Benford consistiu em utilizar diferentes dados de fontes distintas, como área de rios, populações, medidas de pressão, constantes físicas, taxas de mortalidade, entre outras. Com esses dados em mãos, Benford numerou às vezes em que o primeiro dígito era o número 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9. A partir disso, elaborou uma tabela com a porcentagem de vezes em que esses números apareciam em relação ao total. Verificou-se que o primeiro dígito era o número 1 (um) em 30,6% (trinta vírgula seis por cento) das vezes em média, o número 2 (dois) era o primeiro dígito em aproximadamente 18,5% (dezoito vírgula cinco por cento) dos dados... seguindo um valor decrescente até o 9 (nove), que foi computado como primeiro dígito em 4,7% (quatro vírgula sete por cento) das vezes [Benford 1938]. A Tabela 2.1

mostra os dados coletados e analisados por Benford em seu trabalho. Perceba que independentemente do processo medido as relações são similares e seguem uma distribuição aproximada.

Tabela 2.1 – Frequência dos Dígitos por Estudo

Grupo	Estudo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Amostras
A	Área de Rios	31.0	16.4	10.7	11.3	7.2	8.6	5.5	4.2	5.1	335
B	População	33.9	20.4	14.2	8.1	7.2	6.2	4.1	3.7	2.2	3259
C	Constantes	41.3	14.4	4.8	8.6	10.6	5.8	1.0	2.9	10.6	104
D	Jornais	30.0	18.0	12.0	10.0	8.0	6.0	6.0	5.0	5.0	100
E	Calor Específico	24.0	18.4	16.2	14.6	10.6	4.1	3.2	4.8	4.1	1389
F	Pressão	29.6	18.3	12.8	9.8	8.3	6.4	5.7	4.4	4.7	703
G	Cavalo-Força	30.8	18.4	11.9	10.8	8.1	7.0	5.1	5.1	3.6	690
H	Perdido										
I	Peso Molecular	26.7	25.2	15.4	10.8	6.7	5.1	4.1	2.8	3.2	1800
J	Drenagem	27.1	23.9	13.8	12.6	8.2	5.0	5.0	2.5	1.9	159
K	Dados de Custo	32.4	18.8	10.1	10.1	9.8	5.5	4.7	5.5	3.1	741
L	Volts do Raio X	27.9	17.5	14.4	9.0	8.1	7.4	5.1	5.8	4.8	707

Após essas observações, Benford formulou uma equação logarítmica (1) que determina aproximadamente a frequência dos primeiros dígitos. Sendo  $F_a$  a frequência em que o dígito  $a$  aparece como o primeiro dígito utilizado.

$$F_a = \log\left(\frac{a+1}{a}\right) \quad (1)$$

A Lei de Benford não é aplicável a qualquer tipo de conjunto de dados. Os conjuntos gerados de forma aleatória não respeitam essa lei, possuindo a mesma probabilidade de ocorrência para todos primeiros dígitos ( $\frac{1}{9}$ ). Números preestabelecidos pelo homem, como números de telefones e números de contas bancárias também não respeitam a Lei de Benford [Filho 2013].

A partir desses conceitos estabelecidos por Benford, diversos estudos foram feitos para verificar o uso da Lei na identificação de manipulações numéricas em diversos campos do conhecimento e uma grande gama de trabalhos sobre a aplicação da Lei de Benford em

serviços de auditorias foi publicada [Cunha 2013]. Um estudo feito por [Costa 2012] inventariou as publicações relativas à Lei de Newcomb-Benford em periódicos internacionais e nacionais, o trabalho mostra a relevância da aplicabilidade do tema em diversos campos (matemática, economia, administração, política e outros). Entre as referências, 145 delas são endereçadas ao caso da auditoria contábil, tema que está intrinsecamente relacionado com essa dissertação. A seguir, pode-se listar alguns dos estudos recentes que adotam o conceito para auditar ou validar alguma informação numérica:

- Em 2020, Koch e Okamura [Koch e Okamura 2020] empregaram a Lei de Newcomb-Benford para confirmar que o número de infecções por Covid-19 na China correspondem à distribuição esperada da Lei e são parecidos à observada nos EUA e na Itália, contrariando algumas suspeitas políticas sobre o assunto;
- O trabalho [Cella e Zanolla 2018] verificou se o nível de transparência municipal se adequa à Lei de Benford, considerando as despesas municipais no estado de Goiás. A pesquisa utilizou o Ranking Nacional de Transparência do Ministério Público Federal como base de comparação e concluiu que o município com maior transparência tem maior conformidade com a Lei de Benford;
- O artigo [Deleanu 2017] fez um estudo forense direcionado ao problema da lavagem de dinheiro na União Europeia e empregou a lei de Benford para detectar quaisquer padrões estatísticos anômalos. O autor percebeu que as distorções estatísticas eram consistentes com a manipulação do dinheiro;
- A pesquisa [Crocetti e Randi 2016] verificou se as taxas de incidência de câncer, considerando uma base populacional, seguem a lei de Benford. O resultado indica que coeficiente de correlação entre as distribuições observadas e esperadas foi extremamente alto, ou seja, existe uma correlação estrita com a Lei de Benford;
- O artigo [Villas-Boas, Fu e Judge 2017] demonstrou que a Lei de Benford não é um fenômeno que ocorre apenas em distribuições de processos naturais, mas que também surge em sistemas comportamentais econômicos e auto-organizado;
- O trabalho [Leoni et al. 2020] adota a lei de Newcomb-Benford como uma possível ferramenta a ser utilizada na área de auditoria contábil. A pesquisa analisou 589 valores de notas da Academia Militar das Agulhas Negras e concluiu que os dados apresentaram conformidade a lei;
- Cunha e Bugarin [Cunha e Bugarin 2014] desenvolveram um trabalho para verificar a ocorrência de manipulações na planilha orçamentária da obra do Maracanã;
- O artigo [Rauch et al. 2011] verificou se havia adequação da distribuição da Lei de



Benford em dados macroeconômicos europeus no período de 1999 a 2009;

- A pesquisa [Saville 2014] elaborou um estudo da adequação da Lei de Benford com dados econômicos de empresas do mercado de ações de Joanesburgo;
- Gamermann e Antunes [Gamermann e Antunes 2018] desenvolveram uma relação entre doações de campanhas eleitorais no Brasil e a chance de um político ser eleito, verificando se as doações feitas a esses políticos são ou não genuínas, a partir da utilização da Lei de Benford.

## 2.1.1 Formulação Matemática da Lei de Newcomb-Benford

### 2.1.1.1 Teste do Primeiro Dígito

Carslaw [Carslaw 2016] introduziu o uso de testes estatísticos utilizando a Lei de Newcomb para as frequências esperadas e observadas. Na detecção de fraudes através da Lei de Benford faz-se uso de um teste de alto nível, o teste do primeiro dígito, que possibilita que anomalias no conjunto de dados sejam identificadas.

O teste do primeiro dígito compara a distribuição de frequência dos dígitos (entre 1 e 9) de uma amostra de teste com relação aos valores observados pela Lei Benford [Silva et al. 2017, Cunha 2013]. A partir dessa comparação, através do cálculo de desvios e análise gráfica, é possível observar se ocorreram grandes discrepâncias entre as medidas esperadas e as obtidas e, assim, efetuar uma análise minuciosa nas amostras que tais discrepâncias ocorreram, para verificar se de fato são encontradas fraudes ou erros [Diekmann e Andreas, 2007].

É um teste macro, capaz de identificar anomalias óbvias, contudo, investigações mais detalhadas devem utilizar essa técnica em conjunto com outras ferramentas estatísticas. Matematicamente pode-se expressar essa relação como em (2).

$$Prob(D_1 = d_1) = \log \left( 1 + \frac{1}{d_1} \right) \quad (2)$$

onde  $D_1$  representa o primeiro dígito e  $d_1 \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ .

### 2.1.1.2 Teste do Segundo Dígito

O teste do segundo dígito avalia a frequência de repetição dos números considerando o segundo dígito dos valores em uma amostra [Shikano et al. 2011]. É considerado um teste macro e é útil para testar certas distorções [Cunha 2013]. A equação (3) apresenta a Lei de Benford com relação ao segundo dígito.

$$Prob(D_2 = d_2) = \sum_{d_1=1}^9 \log \left( 1 + \frac{1}{d_1 * d_2} \right) \quad (3)$$

onde  $D_2$  representa o segundo dígito e  $d_2 \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ .

De modo quantitativo a ocorrência numérica de cada dígito pode ser resumida pela Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Probabilidade de ocorrência do primeiro e segundo dígito

Dígito	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1º Dígito		30.10	17.61	12.49	9.69%	7.92	6.69	5.80	5.12	4.58
		%	%	%		%	%	%	%	%
2º Dígito	11.97	11.39	10.88	10.43	10.03	9.67	9.34	9.04	8.76	8.50
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%

### 2.1.1.3 Hipótese Nula e Alternativa

Embora a contagem numérica dos dígitos nos forneça uma boa aproximação, considerando uma tabela e um *plot* (gráfico), é necessário estabelecer limites aceitáveis de simetria. Nesse sentido, existem métodos estatísticos que podem ser combinados com a LNB para dar mais aderência e relevância matemática [Pernet 2016]. Ou seja, existe o interesse em dizer até que pontos os dados são significativos e quais hipóteses podemos aceitar ou rejeitar.

O Teste de Significância da Hipótese Nula é um método de inferência estatística, com ele pode-se testar um fator experimental com relação a uma base conhecida de observações e dizer qual o grau de semelhança entre as amostras [Pernet 2016]. Uma hipótese é algo que assumimos sobre os resultados e pode ter dois valores: verdadeiro ou falso.

Quando o valor de uma hipótese é falsa devemos rejeitar a hipótese e temos um nível de significância associado. Esse nível reflete a margem estatística de confiança, ou seja, pode-

se mensurar qual a chance de rejeitar uma hipótese verdadeira ou aceitar uma falsa. O nível de significância (um valor  $p$  teórico) atua como um ponto de referência para identificar resultados significativos, ou seja, identificar resultados que diferem da hipótese nula [Pernet 2016].

A hipótese nula é representada por  $H_0$ , em geral, é algo que queremos provar que é falso, dizendo que os fenômenos observados não são iguais. No caso de Benford, a hipótese nula representa justamente a aderência à LNB, ou seja, nos diz que há uma semelhança entre a amostra e a distribuição de Benford.

Pode-se adotar uma amostra aleatória da população no teste de hipótese e existem diferentes teste estatísticos para ajudar na decisão. Essa dissertação irá empregar o teste Qui-quadrado, o teste  $Z$  e uma rede neural artificial como métodos de teste estatístico. Alternativamente à hipótese nula temos a hipótese alternativa ( $H_1$ ), que deve ser contraditória à primeira. Em notação matemática temos as seguintes possibilidades:

- $H_0 : \mu = \theta$ ;
- $H_1 : \mu \neq \theta$ .

onde  $\mu$  é a média da população e  $\theta$  é a média da amostra confrontada (nesse caso a distribuição de Benford). Considerando este trabalho pode-se formular as seguintes Hipóteses:

Neste caso tem-se duas hipóteses:

- $H_0$  : Não há risco de fraude nas eleições brasileiras;
- $H_1$  : Há risco de fraude nas eleições brasileiras;

Se os testes de aderência confirmarem que as distribuição são semelhantes (com nível de confiança -  $H_0 : \mu = \theta$ ) significa que devemos aceitar a hipótese nula, logo, o processo eleitoral brasileiro não apresenta indícios de manipulação (considerando a LNB).

#### 2.1.1.4 Teste Qui-quadrado

Um dos teste de aderência empregado por Negrini e outros autores [Nigrini 2012, Cella e Zanolla 2018] é conhecido como Qui-quadrado ( $\chi^2$ ), ele é usado para testar se existe uma

relação entre variáveis distribuídas em categorias (porcentagem por dígito, por exemplo). A estatística Qui-quadrado é empregada para avaliar Testes de Independência ao usar uma tabulação bivariada e, por isso, muitos autores empregam de modo auxiliar a LNB. Antes de definir a formulação matemática de  $\chi^2$ , deve-se definir os seguintes termos [Correa, Queiroz e Trevisan]:

- Hipótese nula ( $H_0$ ): frequências observadas = frequências esperadas;
- Hipótese alternativa ( $H_1$ ): frequências observadas  $\neq$  frequências esperadas;
- Nível de significância  $\alpha$ : mensura o risco de se rejeitar uma hipótese verdadeira e vice-versa. Geralmente fixado em 5% ( $P=0.05$ );
- O valor de  $\chi^2$  adotando o nível de significância  $\alpha$  é denominado valor crítico;
- Graus de Liberdade é o número de valores independentes (dimensão da amostra) menos o número de parâmetros matemáticos a serem considerados.

É necessário empregar duas medidas estáticas, a primeira se refere ao valor  $\chi^2$  tabelado, é um número de referência, ou ponto crítico. Para encontrar o valor que se adequa ao problema devemos considerar o nível de significância (neste caso 0.05 - escolha típica dos pesquisadores) e os graus de liberdade. O grau de liberdade é dado por (4), onde *num* é o número de valores independentes:

$$GL = num - 1 \tag{4}$$

## Significância Estatística

Área à Direita do Valor Crítico

↓

9-1 = 8 →

Graus de Liberdade	Área à Direita do Valor Crítico									
	0,995	0,99	0,975	0,95	0,90	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	—	—	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	9,236	11,071	12,833	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	18,549	21,026	23,337	26,217	28,299
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,042	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9,260	10,196	11,689	13,091	14,848	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9,886	10,856	12,401	13,848	15,659	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559
25	10,520	11,524	13,120	14,611	16,473	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11,160	12,198	13,844	15,379	17,292	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290
27	11,808	12,879	14,573	16,151	18,114	36,741	40,113	43,194	46,963	49,645
28	12,461	13,565	15,308	16,928	18,939	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993
29	13,121	14,257	16,047	17,708	19,768	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336
30	13,787	14,954	16,791	18,493	20,599	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672
40	20,707	22,164	24,433	26,509	29,051	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766
50	27,991	29,707	32,357	34,764	37,689	63,167	67,505	71,420	76,154	79,490
60	35,534	37,485	40,482	43,188	46,459	74,397	79,082	83,298	88,379	91,952
70	43,275	45,442	48,758	51,739	55,329	85,527	90,531	95,023	100,425	104,215
80	51,172	53,540	57,153	60,391	64,278	96,578	101,879	106,629	112,329	116,321
90	59,196	61,754	65,647	69,126	73,291	107,565	118,145	118,136	124,116	128,299
100	67,328	70,065	74,222	77,929	82,358	118,498	124,342	129,561	135,807	140,169

Figura 2.1 – Valor de  $\chi^2$  tabelado para diferentes graus de liberdade. (Obtida de Creative Commons - Direitos de livre modificação.)

Considerando o teste do primeiro dígito, têm-se 9 como número de valores independentes, com isso, chega-se a 8 graus de liberdade.

Já no caso do teste do segundo dígito, 10 é número de valores independente, logo  $GL$  é igual a 9. Com esses valores se chega a dois  $\chi^2$  críticos de acordo com a tabela da Figura 2.1 (correlacionando-se graus de liberdade com o valor do nível de significância  $\alpha - 0,05$ ).

1.  $\chi^2$ : 15.507 (considerando o teste do primeiro dígito);
2.  $\chi^2$ : 16.919 (considerando o teste do segundo dígito).

Para achar o valor de  $\chi^2$  calculado basta aplicar a equação (5), onde  $p_o(d)$  é relação observada (a proporção dos dígitos encontrada) e  $p_e(d)$  é a proporção esperada (relação de Benford).

$$\chi^2 = \sum_{d=1}^9 \frac{[p_o(d) - p_e(d)]^2}{p_e(d)} \quad (5)$$

Com esses valores se pode fazer as seguintes interpretações:

- Se  $\chi^2$  calculado  $\geq \chi^2$  crítico: Rejeita-se a hipótese nula.
- Se  $\chi^2$  calculado  $< \chi^2$  crítico: Aceita-se hipótese nula.

O teste Qui-quadrado é muito sensível ao tamanho da amostra [Bergh 2015]. Conforme o tamanho da amostra aumenta, as diferenças absolutas apresentam uma proporção menor do valor esperado. Isso quer dizer que uma relação forte pode não ser tão significativa se o tamanho da amostra for pequeno. De modo inverso, se as amostras forem elevadas, pode-se encontrar significância estatística, enquanto os resultados apresentam discrepância. Ou seja, os resultados não são claramente significativos, embora sejam estatisticamente significativos. Na metodologia será apresentado um método *on-line* para calcular o tamanho ideal da amostra, de acordo com os graus de liberdade e nível de significância.

Outra estratégia que pode ser empregada é tomar amostras de modo aleatório (de acordo com o número calculado) e realizar os testes para esses valores, salvar os resultados dos testes e, em seguida, calcular a média global de todos os experimentos (por exemplo, 20 testes). Com essa etapa é possível reduzir a variabilidade e a chance de selecionar uma amostra que não seja representativa.

#### 2.1.1.5 Teste Z

A segunda ferramenta estatística que esse trabalho empregará em sua abordagem de validação é chamada Teste Z. Ele é adotado para verificar se a diferença entre a média amostra (proporção dos dígitos de uma eleição) e a média da população (proporção de Benford) é grande para ser considerada significativa. Assim como o Qui-quadrado ele possui um valor  $Z_c$  crítico, porém, nesse caso esse valor é fixado em 1.96 [Cella e Zanolla 2018]. O número de amostras deve ser minimamente maior que 30, pois a utilização do método se torna mais conveniente desse modo [Afthanorhan et al 2015]. Considerando as hipóteses e

o valor crítico pode-se fazer a seguinte relação:

- $H_0 : \mu_1 = \mu_0$ ;
  - $H_1 : \mu_1 \neq \mu_0$ ;
  - $Z_c = 1.96$ .
- 
- $H_0$  : Não há risco de fraude nas eleições brasileiras (frequências iguais);
  - $H_1$  : Há risco de fraude nas eleições brasileiras (frequências diferentes);

Para calcular o valor de  $Z$  emprega-se a equação detalhada em (6), onde  $p_o$  é a probabilidade observada (frequência de cada dígito dividido pelo o número de observações),  $p_e$  é probabilidade esperada (distribuição de frequência de Benford) e  $n$  é o tamanho da amostra [Cella e Zanolla 2018].

$$Z = \frac{|p_o - p_e| - 1 \frac{1}{2n}}{\sqrt{\frac{p_o(1-p_e)}{n}}} \quad (6)$$

Perceba que nesse caso  $Z$  será calculado para cada dígito, assim, pode-se identificar anomalias em números específicos, ao invés de toda a distribuição (como no caso do teste Qui- quadrado). Com o valor de  $Z$  tem-se a seguinte relação para tomada de decisão, onde  $Z$  é o valor calculado e  $Z_c$  é o valor crítico equivalente a 1.96 :

1.  $Z \geq Z_c$  : Rejeitamos a  $H_0$ ;
2.  $Z < Z_c$  : Aceitamos a  $H_0$ ;

## 2.2 O Processo de Auditoria

Uma auditoria pode ser definida como estudo, avaliações sistemáticas e coleções de transações, procedimentos, rotinas de demonstrações financeiras de uma entidade com objetivo de fornecer às partes uma opinião imparcial sobre a conformidade dos dados com base em normas e princípios [Costa 2012, Junior 2012]. Dados genuínos deveriam seguir o

padrão da Lei de Benford para o primeiro dígito, enquanto dados fraudulentos apresentariam uma distorção desta lei.

A lei de Benford não é uma lei universal. Divergências na LNB apenas indicam anomalias no padrão esperado dos dados, dando indícios que os valores que estão sendo analisados podem ter sido manipulados. Variações desta lei funcionam como um sinal e não um dado concreto a respeito da fraude, assim, uma atenção especial deve ser dada aos conjuntos de dados que apresentam distorção do comportamento esperado.

Vê-se então que a aplicação da Lei de Benford pode ser uma poderosa ferramenta no auxílio ao serviço de auditoria, aumentando as chances de possíveis fraudes serem encontradas. Os avanços tecnológicos vêm causando diversas mudanças em organizações, governos e na sociedade como um todo e os setores econômicos são beneficiados com esses avanços ao terem mais facilidade de controle sobre seus dados financeiros [Junior 2010].

A contabilidade foi uma das grandes beneficiadas no ramo dos negócios onde a tecnologia de informação foi utilizada. Atualmente, grandes empresas de auditoria possuem sistemas computacionais que auxiliam na tomada de decisões, através de ferramentas que fazem uso de inteligência artificial [Omoteso 2012].

A utilização de inteligência artificial no processo de auditorias tornou-se um mecanismo extremamente importante na detecção de fraudes em dados financeiros, sendo de grande utilidade para o combate a esses tipos de crimes, visto que essas atividades ilícitas muitas vezes são elaboradas com grande criatividade, onde os padrões do processo de fraude são constantemente modificados. Sendo assim, a integração do uso da Lei de Benford com ferramentas de aprendizado de máquinas se mostra interessante para detecção e análise de dados fraudulentos [Badal-Valero, Alvarez-Jareño e Pavía 2018].

### **2.3 Inteligência Artificial**

A Inteligência Artificial sistematiza e automatiza tarefas humanas e, portanto, é potencialmente relevante para qualquer atividade intelectual [Silva 2005]. O termo IA foi criado por John McCarthy em 1956 em uma conferência nos EUA [Andresen 2002], a IA direciona esforços para a criação de processos ou métodos que simulem o modelo neural, a fim de criar algum tipo de inteligência [Wang 2019].

Estabelecida como um importante ramo de pesquisa da Ciência da Computação, a IA desenvolve mecanismos e dispositivos para que a máquina possa simular o raciocínio



humano ou um comportamento biológico. Mais do que simplesmente emular o raciocínio lógico, o grande passo neste ramo se dá com o desenvolvimento de sistemas que possam se desenvolver de maneira autônoma e tomar decisões que envolvam risco, como no caso de veículos inteligentes [Cunneen et al. 2019].

O processo de automação robótica é a implantação de softwares para executar ações anteriormente feitas por seres humanos. O software é visto como um robô, porque substitui o recurso humano e pode reduzir o risco associado ao erro de decisão [Cunneen et al. 2019]. A implicação direta desse conceito é a capacidade de automatizar um processo, que pode ser monótono, como um sistema de detecção de fraude, por exemplo.

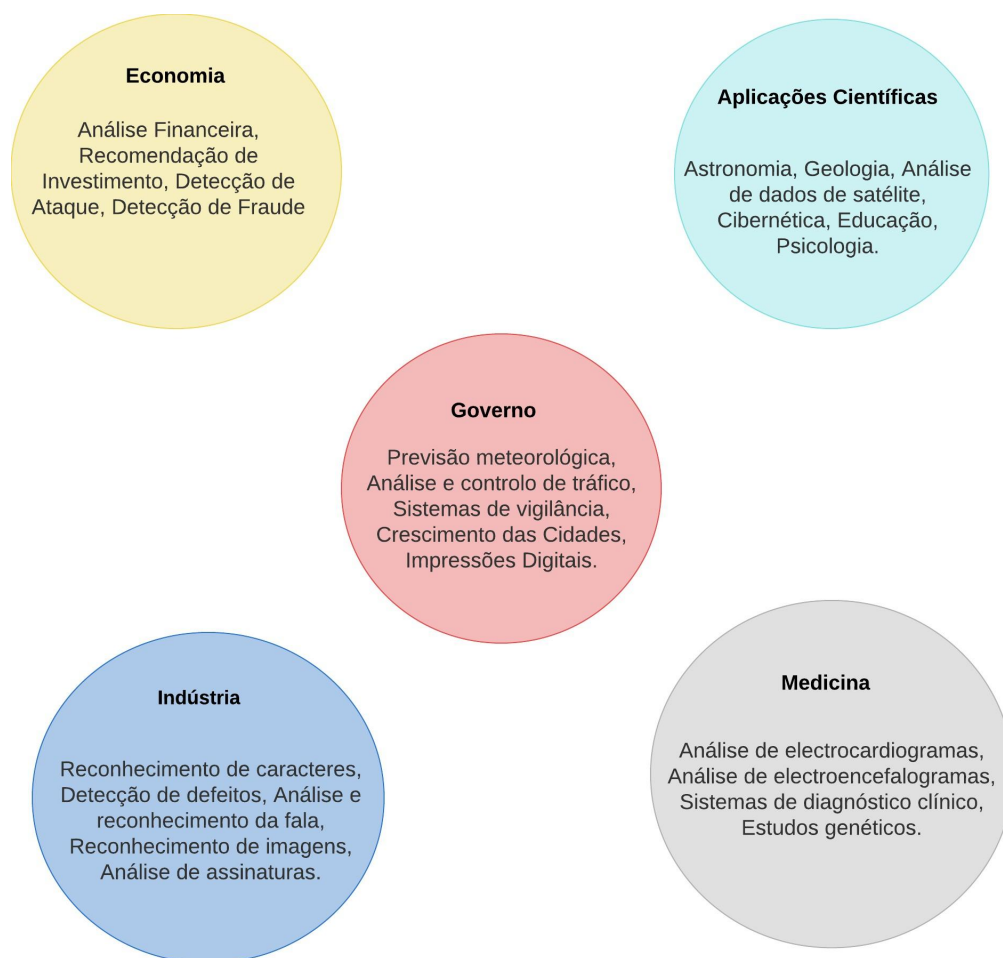


Figura 2.2 – Domínios de aplicação da IA

A IA já beneficia diversos ramos do conhecimento [Vinuesa et al. 2020] e sua aplicação está se tornando recurso chave de muitas ciências, a Figura 2.2 resume alguns campos e suas aplicações associadas. Combinada com inteligência artificial, a automação pode ser usada para auxiliar no manuseio de dados não estruturados em apoio à fraude/lavagem de dinheiro (AML - *Anti Money Laundering*) [Han et al. 2020].

O estudo [[Soni et al. 2020](#)] analisou uma ampla gama de setores que aplicam IA e investigou os impactos positivos e negativos sobre governos, comunidades, empresas e pessoas. O trabalho versa sobre as conquistas e inovações que foram influentes no campo do aprendizado de máquina; a sua relevância nas atividades empresariais e no mercado global. Entre os principais ramos de atuação da IA pode-se citar os seguintes:

- **Área da Saúde:** a medicina moderna emprega métodos de classificação para auxiliar em diagnósticos e decisões. O estudo [[Liu, Rong e Peng 2020](#)] fez uma revisão sobre a aplicação da IA em diversos campos da medicina, considerando quatro vertentes: aprendizado de máquina, robótica inteligente, reconhecimento de imagem e sistemas especialistas;
- **Comércio *on-line*:** as grandes empresas de venda adotam métodos para procurar padrões de consumo e melhorar a experiência do consumidor. Um trabalho recente [[Zhang, Pee e Cui 2021](#)] estudou as aplicações de IA que obtiveram sucesso no centro de atendimento de comércio eletrônico do Alibaba;
- **Bancos e Sistemas Financeiros:** Os robôs estão gradualmente substituindo os analistas financeiros e são capazes de fazer recomendações de investimento baseando-se em múltiplas variáveis. A detecção de fraude também é comumente adotada por essas instituições usando IA. A pesquisa [[Kaur, Sahdev e Sharma 2020](#)] revisou o conceito de IA no ramo bancário, quais mudanças foram trazidas e o seu impacto na força de trabalho;
- **Logística:** A cadeia produtiva está sendo otimizada através da robótica inteligente e as rotas e horários de entrega são calculados pela máquina. O estudo [[Zhang 2019](#)] analisou a perspectiva da inteligência artificial no ramo da logística;
- **Economia:** Diversos trabalhos estão adotando o aprendizado de máquina para detectar e coibir fraudes financeiras. O artigo [[Sadgali, Sael e Benabbou 2019](#)] fez uma investigação dos principais métodos de IA adotados para detecção de fraudes, como classificação e regressão.

### 2.3.1 Inspiração Biológica

As Redes Artificiais (RNAs), foram inspiradas no sistema nervoso dos organismos [Hassabis et al. 2017]. A AI possui diversos métodos e um dos primeiros se espelhou no neurônio para conceber a base matemática de funcionamento [McCulloch e Pitts 1943]. O sistema nervoso e todo seu aparato é responsável pelo controle das atividades orgânicas e sensoriais, ele é o motor da sobrevivência e reprodução das espécies.

A célula neural ou neurônio possui receptores eletroquímicos (sinapses) que enviam o sinal recebido através dos dendritos para núcleo (coordena a atividade do neurônio), onde acontece um processamento e, em seguida, a informação é retransmitida através da sinapse de saída para a célula seguinte, ou conjunto de neurônios adjacentes. Considerando que a teia de neurônios é gigantesca e complexa, pode-se modular a carga de informação para ajustar as necessidades do organismo, visando a sua sobrevivência.

O aprendizado do sistema nervoso acontece graças à mudança física destes moduladores eletroquímicos [Abiodun et al. 2018]. Os domínios intelectuais como a memória, reconhecimento de padrões ou a visão, são alcançados através da interação harmoniosa entre todos os componentes desse emaranhado neural.

Toda essa rede é distribuída, o processo de ajuste acontece de forma constante e paralela, com incontáveis operações por segundo. A partir dessa visão macro os pesquisadores começaram a criar analogias entre os processos biológicos e artificiais [Hassabis et al. 2017]. A Figura 2.3 coloca lado a lado as duas estruturas (biológica e artificial) e evidencia suas semelhanças.

Na Figura 2.3 é possível comparar os dendritos com as entradas da RNA, que recebem os valores matemáticos do sistema  $(x_1, x_2...x_n)$ , o núcleo pode ser descrito como uma função que deve minimizar o erro do modelo e, por último, têm-se o conjunto de axônios por onde flui a informação de saída. A modulação fica a cargo dos pesos  $(w_1, w_2...w_n)$ , que possuem um papel de destaque na etapa de treinamento.

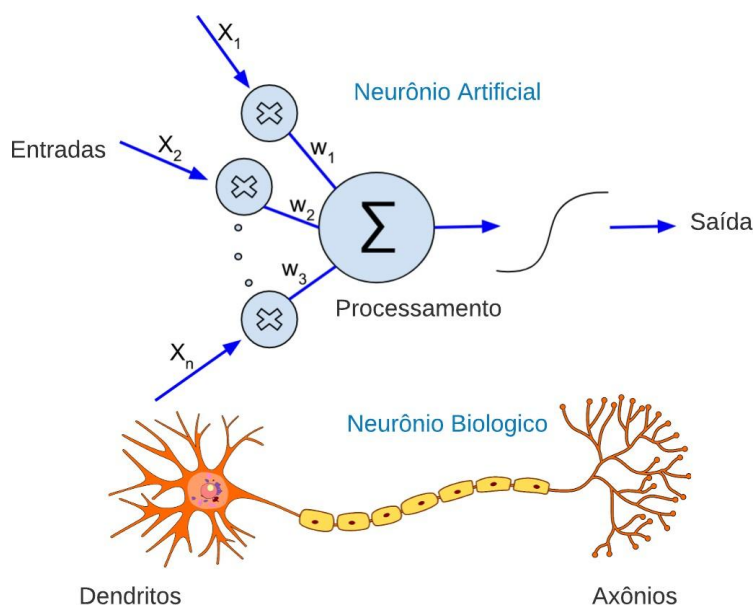


Figura 2.3 – Analogia entre um neurônio artificial e outro biológico.

Durante o processo de treinamento da RNA o que se procura é uma relação ótima entre os valores selecionados para cada peso, o objetivo é minimizar a diferença entre os valores esperados e aqueles que são calculados pela rede. Essa alteração nos pesos é similar a plasticidade cerebral, permitindo a adaptação e funcionamento otimizado. O processo é feito através de iterações matemáticas e é chamado de treinamento [Haykin 1999].

### 2.3.2 Redes Neurais Artificiais - RNAs

Redes neurais espelham a forma com que o cérebro humano resolve problemas. As redes neurais como método de aprendizagem foram desenvolvidas pela estatística e inteligência artificial nos últimos 50 anos [Hastie, Tibshirani e Friedman 2009]. Uma RNA é um algoritmo que emprega neurônios artificiais em sua formulação, pode-se criar diversas topologias de rede e as unidades são dispostas em uma arquitetura distribuída e paralela. A RNA ativa uma saída de acordo com a relação entre as entradas e a sua interpretação depende do contexto onde está sendo aplicada.

Partindo de quatro elementos básicos: número de camadas, número de neurônios por camadas, grau de conectividade e tipo de conexão entre neurônios, uma rede neural tem como ideia central modelar a resposta variável como uma função das características

(entradas), processando combinações lineares das entradas como saídas derivadas. Assim, estes algoritmos são chamados de caixa-preta [Pedreschi et al.], pois apresentam um mecanismo complexo e obscuro para transformar as entradas do sistema em uma resposta consistente. São, assim, difíceis de interpretar e podem ser utilizados para prever variáveis categóricas e contínuas.

Por exemplo, no caso da LNB, as entradas da rede podem ser a frequência dos dados, a porcentagem que cada dígito aparece, a frequência de Benford e sua porcentagem empírica e, finalmente, a diferença entre os valores medidos e aqueles descritos pela lei. Com esse substrato de informação, acontece um processamento interno da rede que não é visível e, em seguida, a rede faz a sua previsão e diz se aquela entrada está ou não de acordo com LNB, a Figura 2.4 ilustra o conceito.

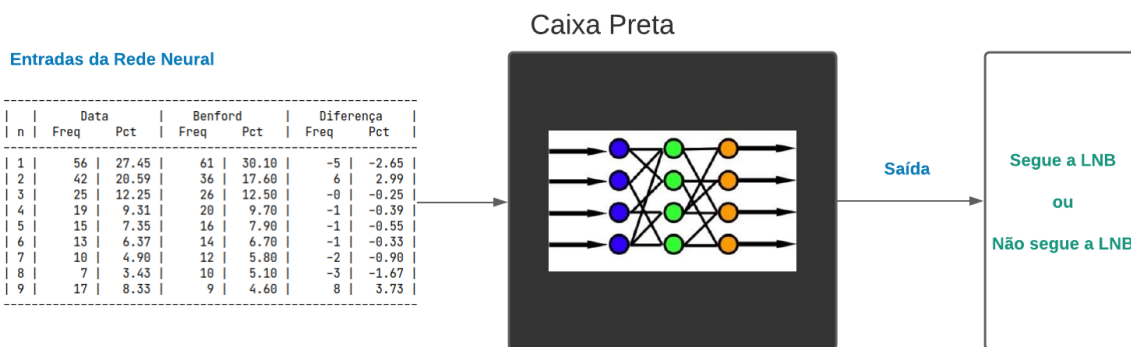


Figura 2.4 – Exemplo de modelo.

Existem infinitas maneiras de combinar os elementos de uma rede neural para criar uma arquitetura especializada e não há regras específicas. Geralmente, a construção exige um pouco de heurística e experimentação, onde o desenvolvedor pode testar diferentes abordagens. Conceitualmente, as RNAs possuem camadas de entradas, camadas escondidas e a camada de saída. Em cada camada existe uma relação de neurônios e conexões com as unidades da camada subsequente (exceto a camada de saída). A Figura 2.5 mostra uma possibilidade de configuração.

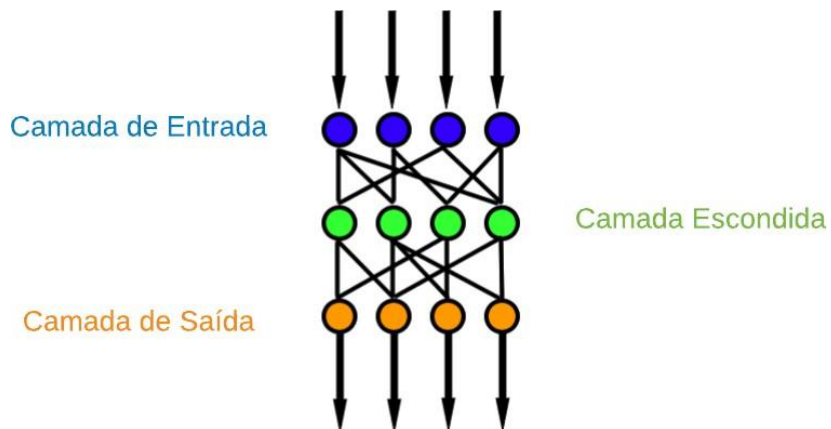


Figura 2.5 – Exemplo de arquitetura em camadas.

### 2.3.3 Processo de Classificação

No caso dessa pesquisa, o que se deseja do ponto de vista da IA é classificar se uma dada amostra eleitoral qualquer adere à distribuição de Benford, ou seja, a razão entre os dígitos é minimamente similar à razão empírica demonstrada pela LNB. Os problemas de classificação no campo do aprendizado de máquina são tratados como paradigmas de reconhecimento de padrões [Bhamare e Suryawanshi], onde através das características apresentadas à rede neural o sistema pode distinguir um padrão verdadeiro de outro (verdadeiro ou falso, por exemplo). Qualquer coisa que possa ser separada em diferentes classes pode adotar essa técnica em sua construção, como por exemplo, classificar a qualidade de um vinho de acordo com os dados técnicos fornecidos pelo fornecedor.

A classificação pode ser supervisionada ou não, a supervisão é utilizada quando temos exemplos rotulados [Bhamare e Suryawanshi]. No caso do vinho pense que sabemos a nota do mesmo de antemão, assim, a rede aprende através de exemplos e depois de treinada pode ser usada em outras amostras para avaliar a qualidade da bebida. Considerando essa pesquisa pode-se empregar tal abordagem, já que é possível gerar amostras que seguem a LND e outras com probabilidade aleatória ( $\frac{1}{9}$ ). As definições básicas do processo de classificação são [Bhamare e Suryawanshi]:

- **Característica ou *Feature*:** É valor numérico ou matemático, são esses dados que alimentam a rede. Considerando a LNB, às características podem ser a frequência

encontrada, a diferença entre as frequências;

- **Classe:** Grupo de objetos que são semelhantes. No caso da LNB há duas classes possíveis, em conformidade com a lei ou não. Também é possível haver classes de aderência onde, por exemplo, zero representa aderência total a LNB e 30 um valor totalmente aleatório;
- **Classificação:** Atribuição de classes para as entradas considerando suas características.

Existem diversos algoritmos que são empregados para realizar o processo de classificação. Este estudo irá abordar apenas dois: *Árvores de Decisão* e *Support Vector Machine*.

#### 2.3.4 Árvores de Decisão

Uma técnica clássica de aprendizado de máquina, a árvore de decisão classifica as instâncias de acordo com as características disponíveis, que podem ser quantitativas ou qualitativas. É uma técnica muito empregada em mineração de grandes volumes de dados [Ahmed et al. 2018]. Um algoritmo de árvore segue até que uma condição pré-estabelecida seja cumprida, minimizando a entropia ou fazendo a classificação de todas as instâncias. A modelagem gráfica de uma árvore de decisão consiste em nós, folhas e ramos.

Os nós são os pontos de decisão da árvore e eles geram dois caminhos possíveis, dependendo do resultado da análise o algoritmo segue um caminho ou outro. Cada caminho existente é representado por um ramo, assim, os nós indicam os ramos de uma dada sequência. Uma árvore de decisão aplicada ao problema da LNB pode ser contextualizada pela Figura 2.6.

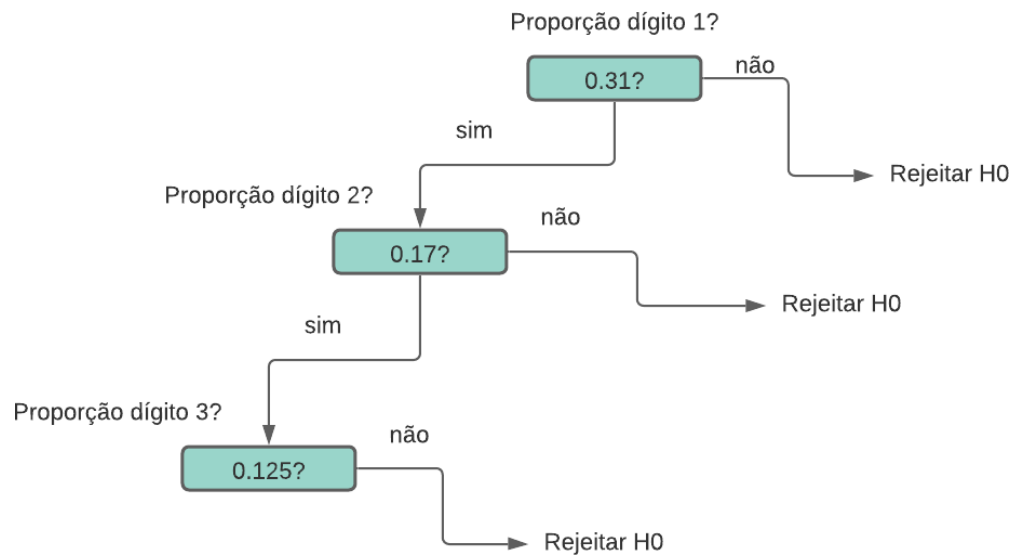


Figura 2.6 – Esquema conceitual de uma árvore de decisão.

### 2.3.5 Máquina de Vetores de Suporte - SVM

SVM é um algoritmo de classificação e regressão (embora seja tipicamente adotado na classificação), utilizado para o reconhecimento de padrões e foi inicialmente desenvolvido por Vapnik [Junior 2010]. Seu funcionamento se baseia em conceitos geométricos, o SVM realiza a separação das classes no espaço multidimensional. Imagine que as duas classes sejam distribuídas no espaço, o que se deseja é encontrar um plano que melhor delimita os grupos [Junior 2010]. Neste caso, pode-se utilizar o classificador para avaliar as duas hipóteses, o que iria fornecer um método geométrico capaz de separar as classes (pertencer ou não a LNB). O conceito pode ser melhor compreendido através da Figura 2.7.

A função que faz a transformação nos dados chama-se *Kernel*, ela é responsável por mapear os pontos de entrada em um espaço de alta dimensão. A equação é apresentada em (7), onde  $\Phi : X \rightarrow H$  mapeia as entradas para o espaço de alta dimensão [Junior 2010].

$$K(x_1, x_2) = (\Phi(x_1), \Phi(x_2)) \quad (7)$$



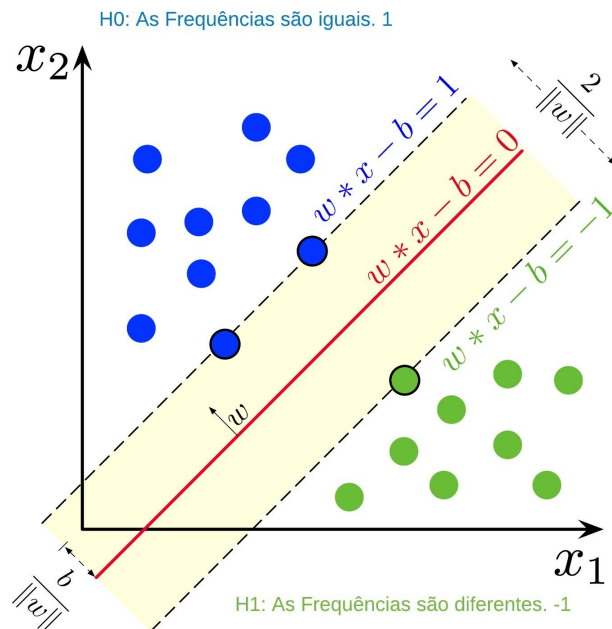


Figura 2.7 – Exemplo de funcionamento da SVM e hipóteses associadas.

Também é possível ajustar o funcionamento do algoritmo para um problema de multi-classificação. O que o sistema faz é dividir o problema em diversas classificações binárias, com isso, pode-se avaliar o resultado considerando duas abordagens [Brownlee 2020]:

1. Um-contra-um (*one vs one*): Esse método contrapõe todas as classes, sendo um conjunto de dados para cada classe versus o restante;
2. Um-contra-todos *one vs all*: Esse método confronta os resultados de uma classe com o restante;

Com a multi-classificação o problema da LNB se torna quantitativo, com isso é plausível atribuir diversos valores ao resultado, ao invés de um número binário (aderir ou não a proporção). Nesse sentido, a rede será treinada com muitas classes, cada uma delas representando a taxa de aderência à LNB. Por exemplo, pode-se fornecer dados que seguem perfeitamente a LND (rótulo 0), amostras que seguem fielmente a taxa (rótulo 1), dados que se aproximam da razão (rótulo 5), amostras que não seguem a lei (rótulo 15) e valores completamente aleatórios (rótulo 30). Com isso, a rede irá fornecer uma margem maior de interpretação, como nos casos estatísticos.

## 2.4 Detecção Inteligente de Fraude

Pode-se definir fraude financeira como o ato intencional de usar meios ou procedimentos para ganhar vantagem financeira ilegal, embora a fraude possa se estender a outros domínios

e possuir significados ligeiramente diferente deste. No caso da fraude eleitoral as intenções de ganho são indiretas, mas a finalidade é a mesma. Desse modo, o estado da arte sobre detecção de fraude será estudado num contexto amplo de finanças.

A fraude financeira é um problema recorrente que afeta consumidores, corporações e governos. Com a disponibilização massiva de dados e o seu relacionamento através da internet, surge uma exposição maior ao risco. Na mesma medida que a tecnologia tornou os sistemas mais rápidos ela colaborou para o problema de fraude. Com isso, os métodos tradicionais de detecção se tornaram obsoletos, demorados e imprecisos na era da *big data* (grandes volumes de dados) [West e Bhatta- charya 2016].

Atualmente, as abordagens de *big data* são as que mais apresentam resultados, pois detectam distorções e anomalias em volumes gigantescos de dados e, desse modo, agiliza e facilita o trabalho de auditoria [Ngai et al. 2011]. A mineração de dados, útil em tarefas similares, como aprovação de crédito ou análise de mercado, é um processo de classificação onde existe um desbalanceamento entre as classes, já que o número de operações legítimas supera substancialmente as ações fraudulentas. Uma das vantagens da técnica é dispensar o conhecimento das variáveis de entrada [West e Bhattacharya 2016] e suas relações, além disso, oferece uma larga eficiência de processamento. Nesta seção, a dissertação irá discutir os tipos de fraudes e as técnicas para detectá-las.

#### 2.4.1 Tipos de Fraude Financeiras

Existem diversas categorias de fraude financeira e este trabalho irá usar como referência o grupo catalogado pelo FBI (**Federal Bureau of Investigation, Financial Crimes Report**) [West e Bhattacharya 2016]. Além disso, adicionou-se o caso da fraude eleitoral. Resumidamente, pode-se citar as categorias a seguir:

- **Cartão de Crédito:** se refere ao uso indevido de cartões de terceiros. Os métodos variam desde uso físico do cartão (roubo) ou através de fraude remota [Bhattacharyya et al. 2011]. Os criminosos tentam obter informações através da interceptação de e-mails ou, até mesmo, se passando por outras pessoas e organizações. Uma maneira de identificar a fraude é através dos hábitos do consumidor, que apresenta um perfil característico. Uma compra fora do padrão poderia indicar uma tentativa de fraude, gerando um alerta para operadora do cartão [West e Bhattacharya 2016];
- **Demonstrativos Financeiros:** Os balanços financeiros e movimentações relativas do

inventário anual de uma empresa podem ser manipulados. Esses dados informam sobre a saúde e sucesso da empresa e podem influenciar no preço de suas ações. A fraude corporativa visa tornar o ativo mais atrativo e potencialmente lucrativo, criam uma impressão irreal para o mercado e são difíceis de identificar, já que o agente causador é a própria instituição ou grupo de pessoa ligado a ela [West e Bhattacharya 2016];

- **Seguros:** Esse tipo de crime é feito no sentido de receber o valor do prêmio de um seguro de forma indevida, ou seja, quando o agente contratante simula um evento ou causa um acidente de modo proposital para receber o valor acordado. Esse tipo de fraude é difícil prever pois os criminosos atualizam constantemente suas técnicas [Morley et al. 2006], as circunstâncias em que acontece pode dar indícios sobre o crime;
- **Fraude Eleitoral:** Lehoucq [Lehoucq 2003] define a fraude eleitoral como esforços clandestinos para moldar os resultados eleitorais. Embora não seja considerado um crime financeiro, seu objetivo indireto é obter o ganho de capital através da ascensão política e, na maioria das vezes, usar a máquina pública em benefício próprio. Nesse contexto, a fraude eleitoral pode ser colocada como sendo indiretamente pertencente ao nicho financeiro. Os métodos são variados e envolvem a compra de votos, doações irregulares de campanha, associações criminosas e, no caso dessa pesquisa, adulteração do processo eleitoral [Lehoucq 2003].

#### 2.4.2 Métodos para Detecção de Fraude

Como já mencionado, abordagens que utilizam mineração de dados são atrativas pela capacidade de automação e volume de processamento e, por isso, tem sido uma das técnicas mais estudadas. Os métodos de mineração de dados podem ser colocados em duas categorias: estatísticos e computacionais. Os métodos estatísticos se baseiam na matemática tradicional, como a regressão ou teste Qui-quadrado. Abordagens computacionais usam técnicas inteligentes como o SVM ou redes neurais. No primeiro caso, o método é rígido, no segundo é adaptativo [West e Bhattacharya 2016].

A literatura destaca algumas estratégias que podem ser direcionadas à detecção de fraude [West e Bhattacharya 2016]. Os modelos são distribuídos nas duas categorias discutidas (estatísticos e computacionais) e podem ser aplicados de maneira híbrida. O presente trabalho irá adotar a concepção híbrida, já que empregará a estatística Qui-quadrado, o teste

Z e IA. Pode-se resumir as seguintes técnicas de detecção de fraude:

**Redes bayesianas:** é uma técnica de classificação estatística que se apoia no teorema de Bayes para julgar a probabilidade acerca das hipóteses levantadas. Considerando a hipótese  $H$  de um objeto  $X$  ser identificado como pertencente a uma dada classe, temos a probabilidade  $P$  descrita por (9). Para toda classe  $C_i$  o classificador calcula a probabilidade  $P(C_i|X)$  de  $X$  pertencer a classe  $C$ , em seguida o algoritmo seleciona a maior probabilidade para alocar  $X$  em uma das classes [West e Bhattacharya 2016].

**Regressão Logística:** O algoritmo prevê a probabilidade de variáveis dependentes categóricas. A variável dependente é binária e possui dois valores candidatos.  $P(Y=1)$  é predito pelo modelo de regressão logística como uma função de  $X$ . A regressão logística emprega vetores de entrada e uma variável de resposta dependente e usa o logaritmo natural para calcular a probabilidade de que o resultado esteja dentro de uma categoria [Kumar et al. 2020, West e Bhattacharya 2016].

**SVM:** Como discutido na seção de IA, os algoritmos do tipo SVM são candidatos à resolução da classificação. Eles convertem um problema linear em outro de alta dimensão [Junior 2010], o que habilita problemas não lineares (como a detecção de fraude) a serem resolvidos pela classificação não linear. Existem outros métodos empregados na detecção de fraude, como esse trabalho não visa esgotar o assunto pode-se sugerir a literatura complementar [West e Bhattacharya 2016].

Com essa base teórica e conceitual, deseja-se construir os meios necessários para identificar possíveis desvios nas proporções numéricas dos votos, considerando as eleições brasileiras entre 2014 e 2020. A seção seguinte irá discutir os conceitos históricos e culturais que motivam essa dissertação.

## 2.5 O Processo Eleitoral Brasileiro

Embora muito se fale sobre o processo eleitoral brasileiro e seu risco associado à fraude, o assunto não é novo e muito menos característico do Brasil. Conforme observado por [Lehoucq 2003], a história apresenta diversos eventos onde o tema fraude eleitoral foi o centro das discussões. Países da América Latina, Estados Unidos e México estiveram sob olhares investigativos de suas eleições, o que sugere que esse tipo de fraude é comum e

recorrente, além disso, nações desenvolvidas também estão suscetíveis ao problema. No trabalho de Rivero [Rivero 2012] é feita uma dissecação das eleições brasileiras no contexto histórico e cultural do país, Rivero argumenta que o processo eleitoral brasileiro se origina de modo mesquinho, onde o autor provoca e diz que há um agenciamento de poder na genealogia do voto:

“A invenção de um agenciamento de poder, como o voto, sempre tem por procedência um começo hermético, uma vilania que a origem vem celebrar. Existe sempre uma vilania nos inícios de algo que é de característica completamente distinta daquilo que se chama de origem...O início desse agenciamento é baixo e adiante se fará uma interpretação possível deste começo mesquinho.”  
- [Rivero 2012]

Uma fraude histórica, que é bem documentada, é conhecida como voto de cabresto, onde homens que possuíam o título de coronel mantinham o controle dos votos de grupos de pessoas que estavam sob controle ideológico do mandatário, o qual exercia um tipo de apadrinhamento sobre esses grupos [Rivero 2012]. Desse modo, pessoas que estivessem sob juízo do coronel deveriam votar nos candidatos escolhidos por ele. Esse tipo de fraude teve o início de seu declínio nos anos 30 com a prisão dos coronéis baianos na Revolução de 1930 [Rivero 2012].

Em 1932 o Presidente Wenceslau Brás visando moralizar o sistema eleitoral fez uma reforma que centraliza as eleições em um órgão chamado de Justiça Eleitoral, retirando o poder do legislativo. Um dos avanços da época foi o voto secreto e feminino, porém, em 1937 Getúlio Vargas atendeu a setores conservadores e instituiu o voto indireto e aboliu os partidos [Rivero 2012], efeito que só foi reverso em 1946. Nos anos 50 houve endurecimento da lei e do processo de votação, o que dificultou a fraude de cédulas e trouxe alguns avanços.

Entre 1964 e 1985, entre o governo de João Goulart e Tancredo Neves, houve uma instabilidade eleitoral muito grande, devido ao governo militar que adequou as eleições de acordo com seus interesses [Rivero 2012]. A incredulidade e falta confiança no processo eleitoral brasileiro remonta às questões históricas e culturais do país, que são marcadas por eventos contraditórios e, por isso, a questão da urna eletrônica ainda levanta tantas dúvidas e ceticismo quanto sua transparência.

As urnas eletrônicas começaram a ser utilizadas em 1996 e no ano 2000 o sistema foi totalmente implementado [Cardoso 2021], para muitos autores o advento representa um

grande avanço, que foi agregado ao processo eleitoral e facilitou a apuração de votos. Segundo Cardoso [Cardoso 2021], as últimas eleições podem ser consideradas referências mundiais graças à informatização do sistema. Por outro lado, alguns autores e profissionais de tecnologia colocam em xeque a segurança das urnas.

É exatamente neste contexto amplo que se insere essa dissertação, tendo em vista os aspectos econômicos, históricos, sociais, estatísticos e tecnológicos. O autor pretende relacionar tópicos interdisciplinares para construção de um meio sistemático e automatizado de análise. As eleições serão escrutinadas de acordo com a LNB de um modo macro, em linhas gerais, macro pode ser entendido como uma avaliação global dos resultados eleitorais, onde os métodos construídos irão fazer uma análise por estado e, em seguida, geral. O capítulo seguinte apresenta as bases necessárias para construção da abordagem proposta por esse trabalho.

### 3. METODOLOGIA

A metodologia será dividida em três seções. Primeiramente, o texto apresentará a forma como os dados eleitorais foram coletados e tratados para se adequar ao problema. Em seguida, será discutido como os métodos estatísticos foram organizados e criados. Finalmente, o trabalho irá apresentar os conceitos computacionais de IA necessários para avaliação dos resultados das eleições.

#### 3.1 Aquisição e Tratamento dos Dados

A escolha de analisar dados eleitorais é conveniente por dois motivos: primeiro, são dados públicos, de livre acesso e disponíveis na internet. Isso livra o autor da preocupação de acessar informações de terceiros, criar hipóteses sobre elas e correr o risco de sofrer algum tipo de embargo. Em segundo lugar, devido a relevância do tema, já que a lisura do processo eleitoral brasileiro é tema de discussões calorosas, como discutido no capítulo anterior.

Os dados foram obtidos do site do TSE junto ao link <https://www.tse.jus.br/eleicoes/estatisticas/repositorio-de-dados-eleitorais-1>, lá é possível baixar os resultados relativos às eleições, desde 1993 até 2020. A metodologia optou por analisar as eleições de 2014 em diante e, dentre os arquivos disponíveis, escolheu trabalhar com dados agrupados de modo geral. Os dados representam votos de modo global, sem nenhuma filtragem. Isso foi feito para simplificar a computação e análise; A Figura 3.1 ilustra o site do TSE.

Os resultados estão organizados em um conjunto de planilhas. Cada uma delas representa um estado federativo e apresenta informações como: ano, tipo de eleição, turno, município, quantidades nominais de votos e outras. Como o interesse é apenas na representação numérica dos dados, a única informação extraída da planilha foi a quantidade nominal de votos, já que é justamente essa coluna que se deseja avaliar as proporções numéricas quanto a adequação à lei.

Os dados do TSE representam as eleições de modo global, com resultados por candidato e de acordo com o cargo (vereador, prefeito, etc), assim, a metodologia optou por avaliar as eleições de maneira geral, ou seja, sem filtrar as planilhas. Isso foi feito visando enxugar o experimento, diminuir a complexidade e fornecer ao leitor uma visão ampla sobre o assunto, além disso, esse trabalho não visa esgotar o tema ou fazer uma auditoria completa e detalhada.

Considerando que seria necessário, em etapas posteriores, adotar um método computacional para criação da abordagem inteligente e que a maioria dos sistemas de IA são construídos sob a linguagem de programação Python, optou-se por utilizar tal linguagem para elaboração dos testes estatísticos. Além disso, considerando duas amostras populacionais, o Python já disponibiliza funções que realizam o cálculo do teste Qui-quadrado e Z, o que dispensa a programação.



Figura 3.1 – Site do TSE onde a base de dados pode ser encontrada.

O primeiro passo para o tratamento de dados foi converter as planilhas em um *dataframe* - df, que em linhas gerais, é a mesma coisa de uma planilha, porém, direcionada a manipulação das linhas e colunas através da linguagem escolhida.

Com os dados carregados surgiu a necessidade de filtrar algumas amostras, pois em diversos casos os candidatos não obtiveram nenhum voto em determinada zona (principalmente vereadores). O que se deseja é eliminar valores com 0s, já que o zero a esquerda não representa nada e pode ser removido sem prejuízo, pelo contrário, manter os zeros iria alterar a proporção da contagem dos dígitos (já que existiria um dígito a mais e o valor das amostras seria acrescida com os zeros encontrados). Com isso, somente os dados de interesse foram carregados, o que aliviou a carga e permitiu uma adequação numérica exata.



### 3.2 Métodos Estatísticos

O próximo passo do trabalho foi descobrir a proporção dos dígitos das amostras obtidas. Como o foco deste trabalho não é a programação, durante a revisão bibliográfica a metodologia encontrou uma biblioteca livre [CodeDrome 2019] que já faz essa análise, retorna a relação de Benford e a relação relativa à amostra, além de outros dados discricionários, como a porcentagem da diferença e a diferença absoluta. O programa fornece 3 funcionalidades:

1. Gerar números randômicos (*get\_random\_data*): A função gera amostras que não seguem a distribuição de Benford, ou seja, com probabilidade de  $1/9$ ;
2. Gerar distribuições de Benford (*get\_benford\_data*): Permite gerar distribuições que seguem a LNB. A geração é aleatória, a cada momento a função fornece uma distribuição que varia entre 0.8 e 1.2, onde 1 significa aderência total à lei, 0.8 é o limite inferior da distribuição e 1.2 é o limite superior.
3. Comparar uma amostra com a LNB (*calculate*): Foi essa função que permitiu extrair as características numéricas da amostra. Ela fornece a contagem de dígitos, a comparação com a frequência de Benford, os desvios e o percentual entre o valor empírico e a amostra.

Por exemplo, considerando uma amostra referente ao estado do Sergipe, pode-se empregar a função *calculate* para gerar os dados apresentados pela Figura 3.2.

n	Data		Benford		Diferença	
	Freq	Pct	Freq	Pct	Freq	Pct
1	56	27.45	61	30.10	-5	-2.65
2	42	20.59	36	17.60	6	2.99
3	25	12.25	26	12.50	-0	-0.25
4	19	9.31	20	9.70	-1	-0.39
5	15	7.35	16	7.90	-1	-0.55
6	13	6.37	14	6.70	-1	-0.33
7	10	4.90	12	5.80	-2	-0.90
8	7	3.43	10	5.10	-3	-1.67
9	17	8.33	9	4.60	8	3.73

Figura 3.2 – Informações geradas pelo programa [CodeDrome 2019] a partir da amostra referente à Sergipe.

Com a porcentagem de frequência de cada dígito e com a proporção de Benford é possível fazer o *plot* (gráfico) das duas distribuições. Através desses resultados iniciais é

plausível ter uma ideia qualitativa sobre a compatibilidade ou não dos dados. A Figura 3.3 ilustra graficamente o método, onde o verde representa a distribuição real e o vermelho a amostra.

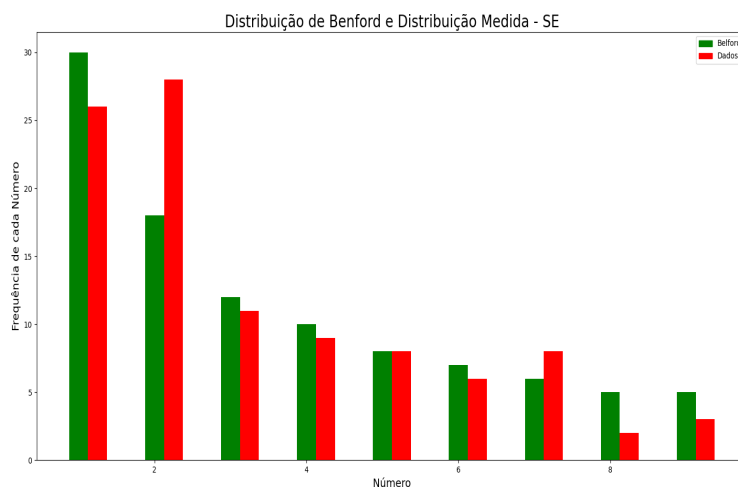


Figura 3.3 – Comparação visual entre a amostra de Sergipe e Benford.

### 3.3 Tamanho da Amostra

Com a porcentagem de frequência de cada dígito e com os valores reais esperados, pode-se montar o equacionamento matemático do teste Qui-quadrado. Porém, nesse ponto, surgiu uma dúvida de qual tamanho amostral empregar, uma vez que, como discutido no capítulo anterior, um número elevado demais ou muito baixo pode distorcer os resultados. As planilhas obtidas do TSE apresentavam mais de 50 mil linhas (em alguns casos) e, por isso, foi necessário decidir quais e quantas amostras selecionar.

A seleção de amostras foi aleatória, já o número delas foi calculado on-line através de uma calculadora específica [Mann 2020], o que facilitou todo processo. Para ilustrar o funcionamento da calculadora, pode-se tomar os seguintes passos:

1. Informar os graus de liberdade ( $n = 9 - 1 = 8$ );
2. Escolher um valor de Power acima de 8.

O valor de Power é recomendado iniciar com 0.8, escolheu-se 0.89 para poder trabalhar com 200 amostras.

A calculadora é mantida pela Statistics Kingdom [Mann 2020] e a Figura 3.4 ilustra o exemplo de utilização. Os demais parâmetros da calculadora foram deixados no padrão fornecido.

Figura 3.4 – Calculadora *on-line* para o tamanho ideal da amostra. [Mann]

Como o espaço amostral total (maior que 50 mil, em alguns casos) é muito mais elevado que a população de teste (200), optou-se por aderir a outra estratégia estatística, a finalidade foi reduzir a variabilidade que apenas um teste potencialmente poderia apresentar. Para isso a metodologia adotou os seguintes passos:

1. Realizou o experimento em 20 amostras aleatórias (ou randômicas);
2. Calculou o valor de Qui-quadrado e Z para cada amostras;
3. Com os valores calculados pode-se obter a média dos 20 testes.

Essa decisão diminui a chance de um teste aleatório não ser representativo. A mesma estatística foi adotada com o teste Z.

Com o número de amostras (200) foi possível selecionar de forma aleatória conjuntos de linhas, calcular a frequência de cada dígito, comparar com a frequência esperada e calcular o valor de  $\chi^2$ . Para obter o resultado do teste Qui-quadrado optou-se por utilizar outra biblioteca estatística, facilitando assim a programação.

O software [SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python 2020] é uma ferramenta científica com diversas funções estatísticas prontas e, nesse caso, basta fazer o importe da função Qui-quadrado e utilizá-la.

O resultado fica armazenado na variável (qui)  $\chi^2$  e é usado para calcular a média dos 20 testes sob a população do estado considerado. Os parâmetros e hipóteses do teste foram organizados como segue:

1.  $H_0$  : Não há risco de fraude nas eleições brasileiras;
2.  $H_1$  : Há risco de fraude nas eleições brasileiras;
3. Nível de significância  $\alpha$ : mensura o risco de se rejeitar uma hipótese verdadeira e vice-versa. Fixado em 5% ( $P=0.05$ );
4. Graus de Liberdade: 8;
5.  $\chi^2$  crítico tabelado: 15.507;
6. Se  $\chi^2$  calculado  $<$   $\chi^2$  crítico: Aceita-se hipótese nula.

### 3.4 Teste Z

Os mesmos dados que alimentaram o teste anterior são essenciais para calcular os valores de Z para cada um dos dígitos. Nesse caso, foi necessário desenvolver o método como sugerido por Nigrini [Nigrini 2012] e outros autores [Cella e Zanolla 2018]. Nigrini sugere que, considerando a auditoria através da LNB, o cálculo do valor de Z deve ser feito individualmente para cada dígito. Com isso, pode-se avaliar anomalias em números específicos. A metodologia programou a equação 6 para atender os critérios de [Nigrini 2012] conforme o código 3.1 abaixo. O código 3.1 toma como entrada os dados e o valor relativo à distribuição perfeita de Benford e calcula o valor de Z para cada dígito, em seguida devolve uma lista com os resultados.

Lembrando que:

1.  $Z_c = 1.96$ ;
2.  $Z < Z_c$  : Aceitamos a  $H_0$ ;

```

1 #Define a Função
2 def z_test(data, esperado):
3     #Tamanho da amostra = 200
4     tam = sum(data)
5     #Lista para salvar o resultado
6     list_z = []
7     #Pega pares de Itens, um de data e outro de esperado
8     for data, esperado in zip(data, esperado):
9
10        #Calculo de Quociente
11        quociente = (data/tam - esperado/tam) - (1/(2*tam))
12        #Calculo do Dividendo
13        dividendo = math.sqrt(abs(((data/tam)*(1-esperado/tam))/tam))
14
15        #Pega o valor absoluto de Z
16        z = abs(quociente/dividendo)
17        #Salva na Lista
18        list_z.append(np.round(z, 2))
19    #Retorna o resultado
20    return list_z

```

Código 3.1 – Teste Z implementado, segundo [Nigrini 2012].

### 3.5 Teste do Segundo Dígito

Durante os testes iniciais verificou-se que os resultados relativos ao segundo dígito quase nunca apresentavam desvios, a partir disso, o autor descobriu que o referido teste é mais adequado para casos onde há problemas de arredondamento, como em demonstrativos financeiros (onde há uma tendência de arredondar o 9). Por isso a metodologia exclui esse teste da avaliação, já que no caso das eleições é impossível acontecer um caso de arredondamento e, provavelmente, é por isso que nas avaliações iniciais não houve muita variação entre os resultados.

### 3.6 Avaliação Inteligente

Para construir os métodos inteligentes esse trabalho adotou como ferramenta de apoio a biblioteca [Pedregosa et al. 2011] (**scikit-learn**), pois além da adequação a linguagem escolhida ela fornece a maioria dos algoritmos, dispensando assim a programação *a priori*. A Figura 3.5 mostra o site da ferramenta.

Para treinar uma rede com aptidão de classificação foi necessário, primeiramente, definir quais seriam as entradas ou características que alimentariam o método e a sua saída correspondente. Lembrando que essa pesquisa se enquadra em um caso típico de treinamento supervisionado, onde através de pares (entradas, resultado) a rede é treinada com exemplos.

# scikit-learn

Machine Learning in Python

Getting Started
Release Highlights for 0.24
GitHub

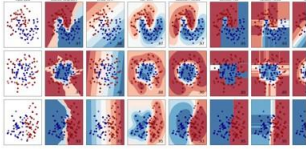
- Simple and efficient tools for predictive data analysis
- Accessible to everybody, and reusable in various contexts
- Built on NumPy, SciPy, and matplotlib
- Open source, commercially usable - BSD license

### Classification

Identifying which category an object belongs to.

**Applications:** Spam detection, image recognition.

**Algorithms:** SVM, nearest neighbors, random forest, and more...



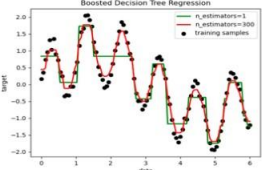
Examples

### Regression

Predicting a continuous-valued attribute associated with an object.

**Applications:** Drug response, Stock prices.

**Algorithms:** SVR, nearest neighbors, random forest, and more...



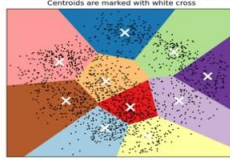
Examples

### Clustering

Automatic grouping of similar objects into sets.

**Applications:** Customer segmentation, Grouping experiment outcomes

**Algorithms:** k-Means, spectral clustering, mean-shift, and more...



Examples

Figura 3.5 – Site do **scikit-learn**.

Como a biblioteca [CodeDrome 2019] é habilitada para gerar amostras que seguem a distribuição de Benford e outras que seguem distribuições aleatórias, adotou-se o método para criar milhares de distribuições, onde:

4. 90% das amostras irão seguir Benford (com a distribuição variando entre 0.8 e 1.2, onde 1 representa a distribuição perfeita);
5. 10% das distribuições irão ser completamente aleatórias. Como a fraude é um evento espúrio (valor atípico) a proporção deve ser sempre menor.

A partir daí foi possível extrair as características que servirão de entrada para a rede. O estudo considerou os seguintes valores numéricos para as características, as quais foram extraídas automaticamente pela biblioteca adotada:

- A frequência que cada dígito aparece;
- A porcentagem relativa de cada dígito;
- A frequência correta de Benford;
- A diferença entre as frequências; e
- A diferença percentual.

Esses valores foram extraídos conforme esquematizado pela Figura 3.2, assim, os dados que antes estavam tabelados são organizados em uma estrutura com 45 posições. Em seguida, foi necessário atribuir um valor numérico representado o resultado esperado (rótulo). Ou seja, dado um conjunto de características queremos saber qual a sua resposta associada ou chance de aderir a LNB.

O problema poderia ser tratado de forma binária, onde 0 representaria a distribuição de Benford e 1 uma amostra com números aleatórios. Porém, decidiu-se utilizar um método quantitativo, onde seria possível quantificar a proximidade ou a diferença. Desse modo, a abordagem apresenta um valor crítico (como no caso estatístico).

A definição de cada saída esperada foi muito simples, somou-se o valor absoluto da diferença percentual de cada dígito e atribui-se esse valor como rótulo (saída esperada). Por exemplo, considere as seguintes diferenças percentuais, para o caso do teste do primeiro dígito:

1. Dígito 0: 1.76.
2. Dígito 1: -1.10.
3. Dígito 2: 0.39.
4. Dígito 3: -0.14.
5. Dígito 4: 3.70.
6. Dígito 5: -1.83.
7. Dígito 6: -1.50.
8. Dígito 7: 0.76.
9. Dígito 8: -1.90.
10. Dígito 9: -0.17.
11. Soma absoluta = 13.25

A soma absoluta (valor em módulo) das diferenças irá resultar em 13.25, com isso, o alvo da rede para uma entrada que apresentar características semelhantes deve ser 13 (a

metodologia arredondou o valor, já que em problemas de classificação não é permitido uma variável contínua). Desse modo, grandes diferenças percentuais irão resultar em valores elevados, já uma distribuição perfeita deve resultar em 0 (pois não há diferença percentual em nenhum dígito).

Observou-se que as amostras que seguiam a distribuição de Benford apresentavam como alvos valores entre 0 e 15, ou seja, se a rede prever 0 significa que a aderência é máxima, enquanto valores acima de 15 podem ser considerados suspeitos e previsões próximas a 15 estão no limite aceitável. Um valor de 15 está no limite. Já as amostras aleatórias apresentaram somas absolutas das diferenças acima de 30, ou seja, quanto maior a previsão, mais distante da LNB. A partir dessa fundamentação, pode-se fazer o seguinte resumo:

- Resultado da IA igual a 0: aderência total a LNB;
- Resultado da IA menor que 15: aderência a LNB;
- Resultado da IA igual a 15: valor crítico;
- Resultado da IA maior que 15: não conformidade com a LNB;
- Resultado da IA maior que 30: amostra totalmente aleatória.

A Figura 3.6 exemplifica como fica a entrada da rede. As 45 características (entre 0 e 44) mais a saída correspondente (45). Perceba que a magnitude da saída na coluna 45 de dados relativos a amostras que seguem a LNB estão em azul e possuem valores baixos. Já os dados relativos a amostras aleatórias estão em vermelho e apresentam uma magnitude até 5 vezes maior. Com isso, é possível treinar uma rede adotando um método multivariável, ou com vários níveis, o que seria equivalente ao caso do valor crítico (em comparação com as abordagens estatísticas).



	38	39	40	41	42	43	44	45
90	11.22449	8.67347	8.16327	6.12245	6.12245	5.10204	4.59184	5
91	14.07035	10.05025	7.53769	7.53769	5.52764	5.02513	5.02513	6
92	11.61616	9.59596	7.57576	7.07071	6.56566	6.06061	4.54545	6
93	13.77551	9.69388	7.14286	6.12245	6.63265	4.59184	4.59184	4
94	11.73469	10.20408	8.67347	6.12245	5.61224	5.61224	4.59184	4
95	13.56784	8.54271	8.04020	6.53266	5.02513	5.52764	4.52261	4
96	13.13131	9.59596	8.08081	6.56566	5.55556	5.55556	4.54545	3
97	12.75510	10.20408	8.16327	6.63265	6.12245	5.10204	4.59184	3
98	11.55779	11.05528	8.04020	7.53769	5.02513	5.02513	5.02513	9
0	9.18367	8.16327	12.24490	10.20408	10.20408	12.75510	9.69388	50
1	11.22449	8.16327	8.67347	14.79592	11.22449	7.65306	13.77551	52
2	7.65306	12.24490	8.67347	14.28571	11.73469	12.24490	11.22449	61
3	12.75510	11.22449	7.65306	14.79592	16.32653	8.67347	8.16327	55
4	9.18367	12.24490	8.16327	11.73469	12.75510	6.63265	12.24490	47
5	13.77551	10.20408	10.71429	11.73469	11.22449	6.63265	12.75510	49
6	12.24490	11.22449	11.22449	13.77551	9.69388	10.20408	11.22449	55
7	12.24490	13.26531	10.71429	11.22449	8.16327	11.22449	10.71429	51
8	9.69388	11.22449	8.16327	9.18367	13.26531	11.22449	13.26531	53

Figura 3.6 – Dataframe de entrada da rede.

### 3.7 Preparação dos Dados para o Treino

Segundo o site [Pedregosa et al. 2011] que fornece as RNAs e demais ferramentas estatísticas, uma das etapas essenciais que antecede o processo de treino é a normalização dos dados. Basicamente o que essa etapa faz é colocar os valores das características dentro de uma mesma escala (entre 0 ou 1, por exemplo), desse modo, os dados irão possuir o mesmo nível absoluto e a contribuição de cada entrada se torna equivalente. Essa ação permite que a rede não faça suposições sobre uma característica ou outra, assim, um valor máximo de uma entrada igual a 1 é equivalente a outro valor máximo igual a 1000, pois ambas serão ajustadas para faixas equivalentes.

Pode-se citar dois métodos: a padronização dos dados e a normalização. Como esse trabalho desconhecia a distribuição das entradas, optou-se por testar os dois métodos e ver qual deles apresentava um resultado mais satisfatório durante o treino. Novamente, as funções utilizadas para normalizar foram importadas da biblioteca do software **scikit-learn** [Pedregosa et al. 2011]. Considerando a matriz com as entradas, discutidas na seção anterior, o programa automatiza todo processo de normalização sem a preocupação com o equacionamento.

### 3.8 Conjunto de Treino e Teste

Com as entradas normalizadas é necessário dividir a matriz (*dataframe*) de entrada em duas porções distintas. A primeira se refere aos dados que serão utilizados durante o processo de treino, ou seja, serão fornecidos à rede de modo iterativo para ajustar seus parâmetros.

A segunda porção é empregada para testar se os resultados são fiéis, desse modo, é possível descobrir se o algoritmo é eficiente ou não, já que o teste valida o treino. Utilizou-se as proporções sugeridas no site [[Pedregosa et al. 2011](#)] da seguinte maneira:

1. 70% das entradas são usadas no treino;
2. 30% das entradas servem para testar.

Novamente, o programa automatiza essa divisão, basta selecionar a proporção e escolher se os dados devem ou não serem embaralhados. A metodologia escolheu embaralhar os dados, pois dessa forma a rede é treinada com exemplos mistos.

Utilizando o programa [[CodeDrome 2019](#)] a pesquisa conseguiu gerar 90 mil amostras aleatórias que seguem relativamente a LNB (distribuição entre 0.8 e 1.2, lembrando que 1 significa aderência máxima) e 10 mil amostras que não seguem padrão algum (proporção aleatória de 1/9). A escolha desses valores se deu pelos seguintes fatos:

1. Geralmente, as tentativas de fraudes representam uma fração bem menor das transações, ou seja, são anomalias (1 fraude em 10 transações, por exemplo).
2. Com poucos valores (menores que 10 mil) a rede não obteve uma boa precisão (80%), o que sugeriu que seria necessário aumentar o número de amostras para permitir mais dados ao algoritmo.

### 3.9 Escolha das Redes

Com os dados organizados é razoável escolher uma entre diversas redes do *scikit-learn*, assim, pode-se testar qual obtém a melhor resposta. Esse trabalho analisou apenas os métodos discutidos no capítulo anterior. Esse trabalho não ajustou as configurações da rede e utilizou os padrões fornecidos para não estender o assunto.

```
1 #Normaliza a entrada X - Y não precisa
2 X = scale.fit_transform(X)
3
4 #Divide as amostras em Treino e Teste
5 X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, Y, test_size=0.3,
6     ↪ shuffle=True)
7
8 #Formata Y - recomendação do site
9 Y_train = y_train.values.reshape(-1, 1)
10 Y_train = np.ravel(Y_train, order='C')
11
12 #Treina a rede
13 clf.fit(X_train, Y_train)
14
15 #Faz uma previsão no conjunto de teste
16 Pred = clf.predict(X_test)
17
18 #Avalia a precisão
19 score = (accuracy_score(y_test, Pred))
20 print('Precisão: ', score)
```

Código 3.2 – Modelo de programação.

O modelo de Código 3.2 foi obtido no site [[Pedregosa et al. 2011](#)] e o trecho abaixo exemplifica o procedimento realizado. No caso da rede treinada para verificar a aderência do teste, a precisão foi de 97.5% e o treino gastou aproximadamente 30 minutos.

Finalmente, com os dados organizados, o modelo montado e as redes treinadas, a metodologia organizou os resultados em forma de gráficos (*plot*) e tabelas. Na seção seguinte serão apresentados os resultados e uma discussão sucinta sobre os principais achados. A metodologia optou por apresentar os resultados em conjunto, ou seja, considerando os métodos estatísticos e a IA.

## 4. RESULTADOS

Os resultados serão apresentados em ordem cronológica, de acordo com o ano das eleições e por estado, além disso, a ordem em que os dados aparecem nas tabelas estão de acordo com a sequência gerada pelo programa e, a princípio, não segue nenhum padrão alfabético. Como os dados foram apresentados em uma ordem aleatória (por estado), a pesquisa manteve a mesma organização para facilitar a coleta dos resultados. Importante observar que alguns resultados (relativos a estados e anos específicos) vieram com arquivos em branco do site do TSE, provavelmente devido a alguma instabilidade ou erro e, obviamente, não foram tabelados nos resultados.

Será apresentada a avaliação com relação ao primeiro dígito, considerando a análise gráfica, o teste Qui-quadrado, o teste Z e a resposta fornecida pela rede neural.

Para não tornar a apresentação repetitiva será mostrado graficamente o resultado de alguns estados apenas e do Brasil todo. Os resultados completos, serão então, colocados em tabelas. Dessa forma, a apresentação não fica maçante e o leitor pode ir direto ao ponto.

### 4.1 Eleições 2014

A Figura 4.1 traz os resultados para o estado do Rio Grande do Sul. Considerando o teste do primeiro dígito, o valor de  $\chi^2$  ( $17.28 > 15.7$ ) rompeu o limite crítico tabelado, com isso rejeita-se a hipótese nula e aceita-se a alternativa, nesse caso, afirmando que não há uma correlação entre as distribuições, ou seja, não há adequação à LNB. O teste Z informou uma anomalia no primeiro dígito ( $2.44 > 1.96$ ), essa medida pode ser facilmente identificada no gráfico, onde a proporção de 1 se aproxima de 37%. A rede neural sugere que a amostra esteja começando a tender para uma distribuição aleatória ( $> 15$ ). O resultado da IA foi igual a 16, o que indica que não há uma adequação à LNB dentro dos limites estabelecidos pela metodologia. Na Figura 4.1 o gráfico superior representa o teste do primeiro dígito e o inferior descreve os resultados da análise do segundo dígito.

É importante lembrar que: um indicador que sinaliza anomalias não deve ser tomado como único critério para avaliação e fiscalização, além disso, o fato não deve ser usado para concluir sobre a existência ou não da fraude e sim sobre a possibilidade de manipulação, no

contexto de Benford.

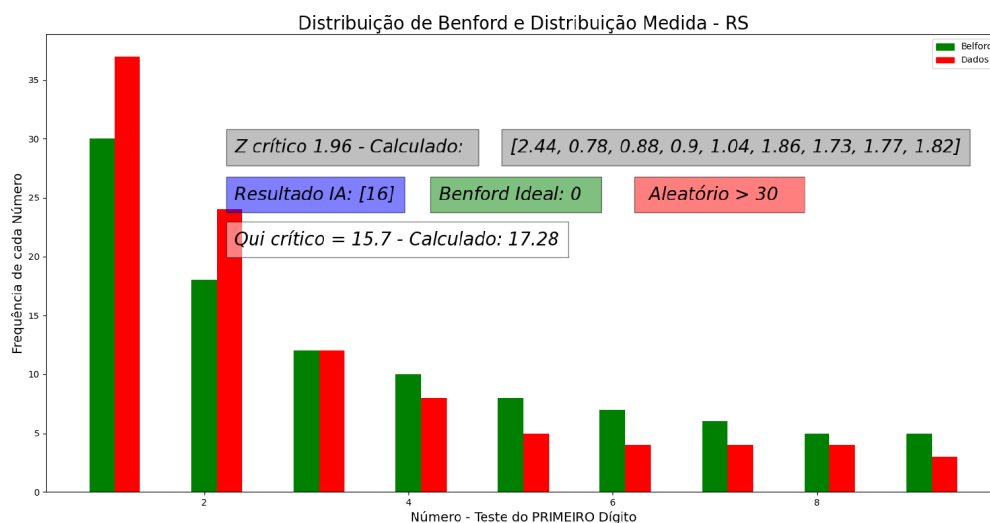


Figura 4.1 – Resultados do estado Rio Grande do Sul em 2014

Os resultados do Distrito Federal são exibidos pela Figura 4.2. Neste caso, a metodologia de pesquisa não encontrou nenhum indício que possa relacionar a distribuição de frequência numérica a algum tipo de fraude. O valor de  $\chi^2$  ficou dentro do intervalo aceitável (6.43) A análise do valor de Z aplicado aos dígitos individuais não foi maior que 1.96 em nenhuma ocasião. O motor de IA também seguiu as previsões dos métodos estatísticos e, em ambos os testes, as amostras foram consideradas compatíveis com a LNB.

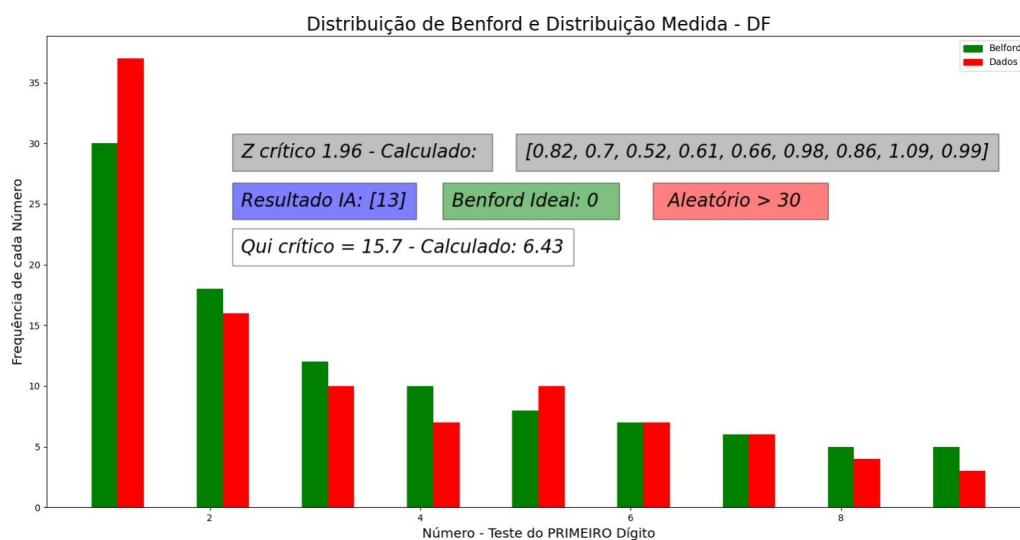


Figura 4.2 – Resultados do Distrito Federal em 2014

Os dados da Bahia apresentaram inconformidades com a LNB. O valor do Qui-quadrado extrapolou o limite tabelado e o resultado foi de 17.13. O teste Z indicou possíveis distorções com relação aos dígitos 1 e 8 (2.47 e 2.05), já que os valores aferidos foram maiores que o limite de 1.96. Já a IA não acusou desvios significativos (13). A Figura 4.3 resume os achados.

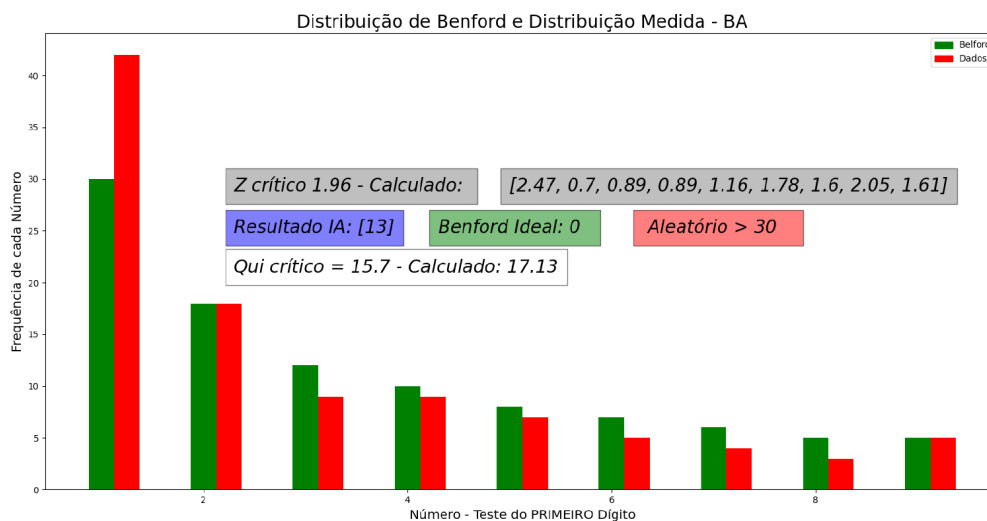


Figura 4.3 – Resultados da Bahia em 2014

O estado de São Paulo apresentou distorções em três dígitos do teste Z (1, 8 e 9), considerando a análise do primeiro dígito. O teste do  $\chi^2$  seguiu a mesma tendência e, nesse caso, foi de 25.76 o que indica que a proporção não está correta. A IA não foi capaz de identificar anomalias e previu um valor de 13. Os resultados são apresentados na Figura 4.4.

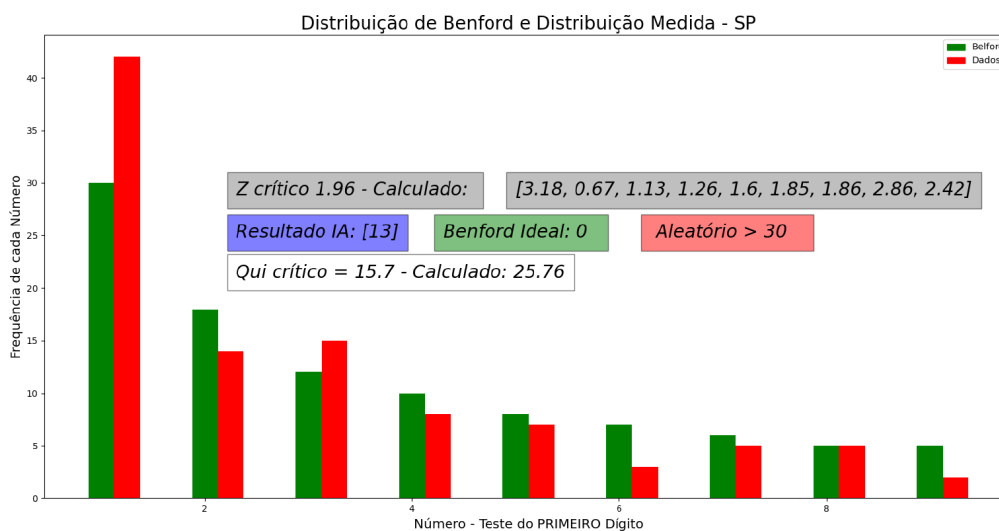


Figura 4.4 – Resultados de São Paulo em 2014

Os resultados do estado de Minas Gerais são discriminados pela Figura 4.5. Os valores calculados para cada  $\chi^2$  excederam o limite tabelado (28.81 no teste do primeiro dígito), além disso, a análise de Z indicou anomalia em 4 dígitos isolados (1, 7, 8 e 9 para o teste do primeiro dígito), neste caso, o leitor pode facilmente identificar a distorção através do gráfico. Com relação a rede neural, a mesma não foi capaz de identificar as distorções encontradas pelos métodos numéricos.

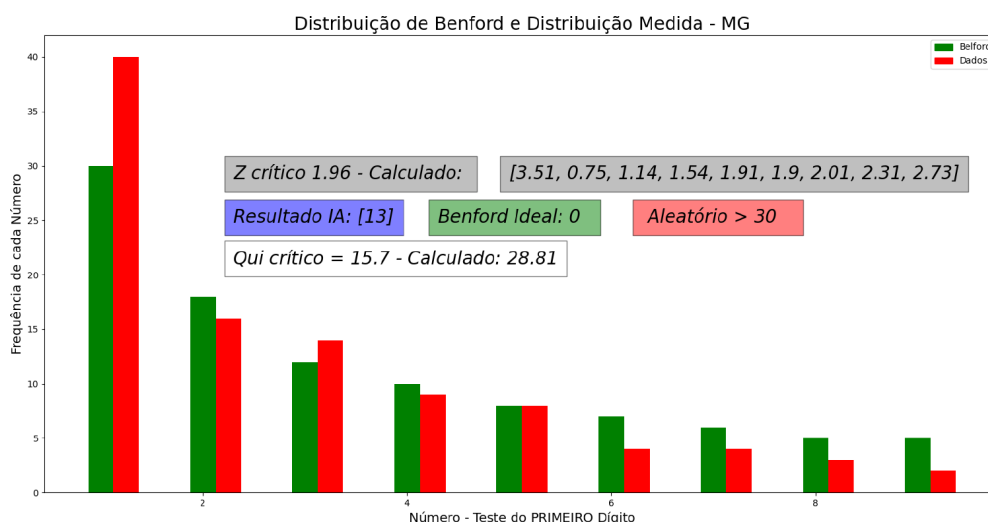


Figura 4.5 – Resultados de Minas Gerais em 2014

Por último, tem-se o resumo gráfico dos resultados considerando dados de toda a nação. As informações estão resumidas na Figura 4.6 e indicam, em todos os testes e medidas mensurados, que não houve violação da Lei de Benford. Os valores dos  $\chi^2$  ficaram abaixo daqueles tabelados e a estatística Z não encontrou nenhum dígito cuja frequência possa ser considerada anormal dentro do contexto avaliado. Ou seja, considerando os resultados de maneira global (todo país), não houve quaisquer distorções identificadas pelos testes e pela rede neural.

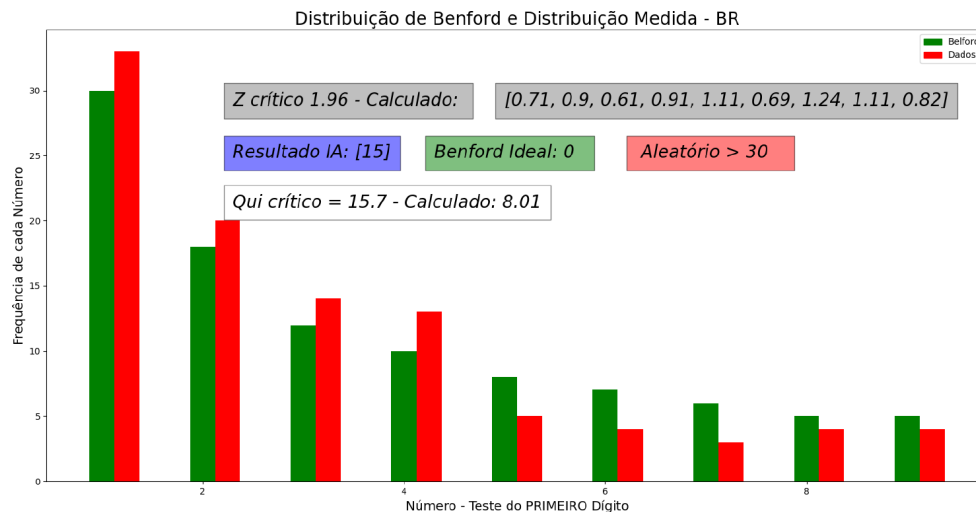


Figura 4.6 – Resultados Gerais do Brasil

Todos os resultados relativos ao teste do primeiro dígito do ano de 2014 podem ser encontrados na Tabela 4.1 de modo quantitativo. Os estados que apresentaram desvios, levando em conta os valores críticos empregados, foram o Rio Grande do Sul, Bahia, Pará, Ceará, Tocantins, Maranhão, São Paulo, Paraná, Santa Catarina, Rondônia, Goiás, Minas Gerais, Paraíba e Rio de Janeiro. Importante salientar que o principal dígito com distorção em relação a LNB foi 1, seguido pelo 9 e 8. Curiosamente a rede neural não indicou muitas anomalias (com bastante previsões marginais), todavia, os valores previstos não indicam aderência total à lei de Benford.

Tabela 4.1 – Tabela 2014 - Teste do Primeiro Dígito

<b>Teste do Primeiro Dígito - 2014</b>											
Sigla	Z ( 1.96)									Qui (X)	AI
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	(15.7)	(30)
<b>RS</b>	<b>2.44</b>	0.78	0.88	0.90	1.04	1.86	1.73	1.77	1.82	<b>17.28</b>	<b>16</b>
<b>DF</b>	0.82	0.70	0.52	0.61	0.66	0.98	0.86	1.09	0.99	6.43	13
<b>AP</b>	1.61	0.70	1.30	1.44	1.0	0.83	1.1	0.93	1.03	11.13	12
<b>MT</b>	<b>2.01</b>	0.75	0.89	1.21	1.1	1.09	0.94	1.55	1.52	13.09	13
<b>BA</b>	<b>2.47</b>	0.70	0.89	0.89	1.16	1.78	1.60	<b>2.05</b>	1.61	<b>17.13</b>	<b>15</b>
<b>MS</b>	1.84	0.76	0.53	0.91	1.97	1.09	1.89	1.18	1.53	13.53	12
<b>SE</b>	1.63	0.76	0.90	1.05	1.72	1.35	1.62	1.21	0.65	11.76	<b>15</b>
<b>PA</b>	<b>2.21</b>	1.03	0.81	1.32	1.37	1.74	1.34	1.39	1.44	<b>16.15</b>	<b>16</b>



<b>RN</b>	<b>1.99</b>	0.93	0.69	0.78	0.89	1.98	1.09	1.92	<b>2.35</b>	14.85	12
<b>AM</b>	1.48	0.66	0.81	0.89	0.60	1.81	1.12	1.50	1.56	11.45	15
<b>CE</b>	<b>2.69</b>	0.79	1.01	1.25	1.46	1.37	1.20	1.48	1.89	<b>17.81</b>	13
<b>TO</b>	<b>2.17</b>	0.82	0.95	1.23	1.54	0.97	1.38	1.28	1.04	<b>18.93</b>	13
<b>MA</b>	<b>2.26</b>	0.88	0.58	1.06	1.32	1.61	1.74	1.51	<b>2.09</b>	<b>16.48</b>	14
<b>PI</b>	<b>2.36</b>	0.71	1.09	1.34	1.37	1.06	1.76	1.21	1.29	15.3	12
<b>SP</b>	<b>3.18</b>	0.67	1.13	1.26	1.60	1.85	1.86	<b>2.86</b>	<b>2.42</b>	<b>25.76</b>	13
<b>ES</b>	1.80	0.89	0.90	1.48	1.41	1.0	1.68	1.50	1.25	14.43	12
<b>RR</b>	1.76	1.03	0.78	1.25	0.92	1.04	1.50	1.42	1.61	12.62	<b>16</b>
<b>BR</b>	0.71	0.90	0.61	0.91	1.11	0.69	1.24	1.11	0.82	8.01	<b>15</b>
<b>AC</b>	1.42	0.93	0.73	0.71	1.39	1.91	1.82	1.29	1.10	12.57	<b>15</b>
<b>PR</b>	<b>2.66</b>	1.06	1.06	1.18	1.57	1.58	<b>2.03</b>	<b>2.0</b>	<b>2.29</b>	<b>21.06</b>	14
<b>SC</b>	<b>2.05</b>	0.78	0.60	1.31	0.70	1.0	1.13	<b>2.16</b>	1.75	13.39	12
<b>RO</b>	1.21	0.65	0.80	0.99	1.02	0.79	1.33	1.21	2.01	10.15	12
<b>GO</b>	<b>2.20</b>	0.95	0.73	1.09	1.27	1.27	1.57	<b>2.01</b>	<b>2.15</b>	<b>16.29</b>	14
<b>MG</b>	<b>3.51</b>	0.75	1.14	1.54	1.91	1.90	<b>2.01</b>	<b>2.31</b>	<b>2.73</b>	<b>28.81</b>	13
<b>PE</b>	1.67	0.88	0.69	1.08	1.12	1.06	1.53	1.57	1.83	12.51	<b>15</b>
<b>PB</b>	<b>2.08</b>	0.85	0.96	1.08	1.82	1.68	1.41	1.53	1.82	<b>15.89</b>	<b>15</b>
<b>RJ</b>	<b>2.88</b>	1.07	1.23	1.36	1.19	1.78	<b>2.08</b>	<b>2.44</b>	<b>3.48</b>	<b>25.27</b>	<b>15</b>
<b>AL</b>	<b>2.13</b>	0.64	1.0	1.08	1.36	1.20	1.71	1.18	1.67	14.37	12

## 4.2 Eleições 2016

A Figura 4.7 resume os resultados considerando o Sergipe (SE). É possível verificar que existe uma aderência a LNB. Além disso, os testes Qui-quadrado, o teste Z e previsão da rede neural convergem para o mesmo ponto: ambos estão abaixo dos valores críticos, o que sugere que o processo não apresentou nenhum indício de fraude quando emprega-se a métrica da LNB.

Na Figura 4.7 o leitor pode verificar que o valor do Qui-quadrado foi de 9.1 (abaixo de 15.7), todos dígitos avaliados apresentaram um resultado Z menor que 1.96 e a previsão da rede foi de 13, considerando o teste do primeiro dígito.

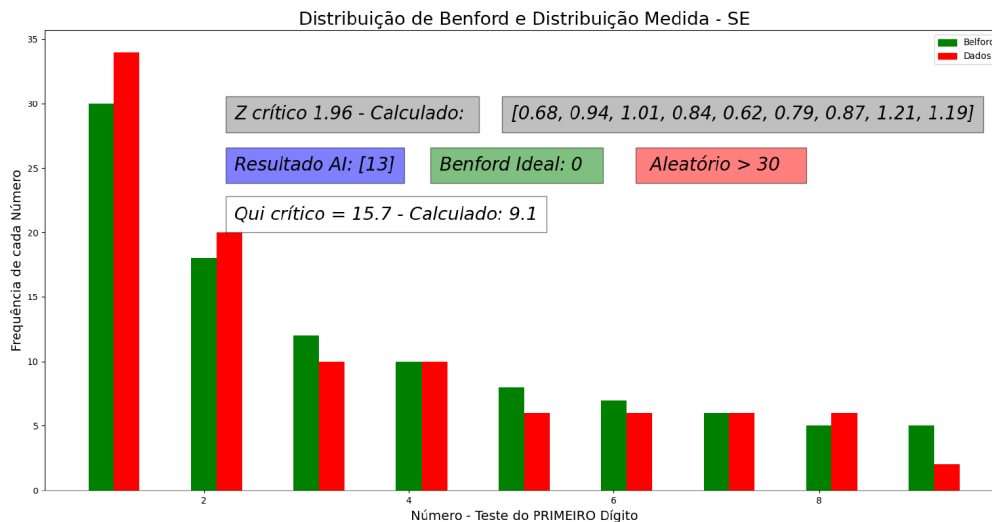


Figura 4.7 – Resultados do estado Sergipe

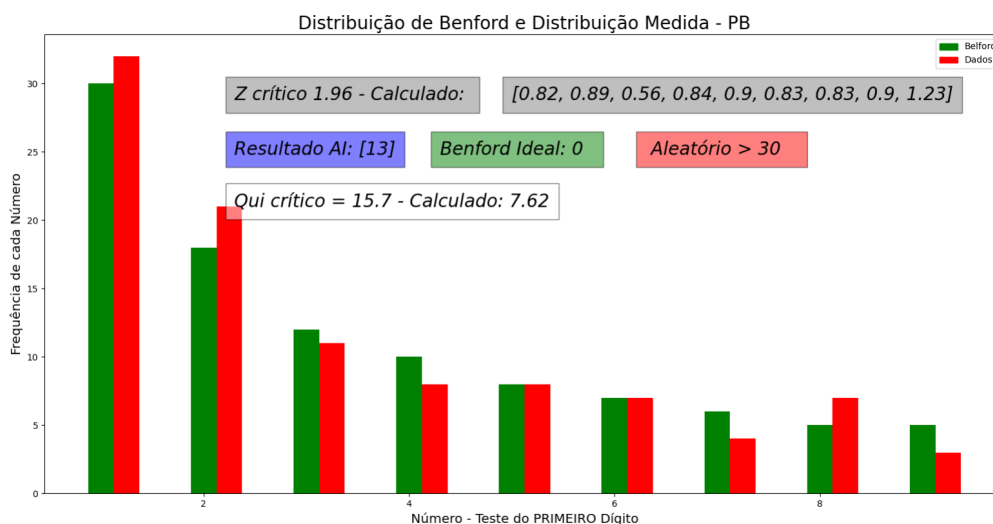


Figura 4.8 – Resultados do estado Paraíba

Na Figura 4.8 apresenta-se os dados relativos à Paraíba. De maneira similar os resultados sugerem a adequação fiel à LNB. O Z crítico não foi alcançado por nenhum dos dígitos. O Qui-quadrado foi de 7.62 no teste do primeiro dígito. A previsão de IA também se adéqua ao caso da LNB.

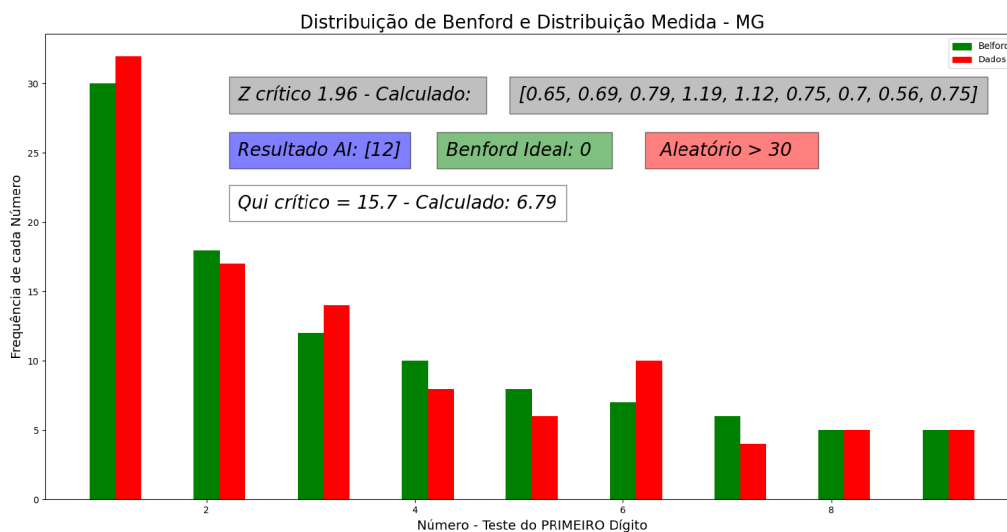


Figura 4.9 – Resultados do estado Minas Gerais

Os resultados seguiram respeitando a LNB e, neste caso, o estado de Minas Gerais é representado pela Figura 4.9. O valor de  $\chi^2$ , para o primeiro dígito, foi de 6.79, respeitando o limite crítico. Também não foram encontradas distorções individuais em nenhum dos números e em nenhuma das análises. Apreciando as conclusões da IA chega-se ao mesmo veredicto: os resultados das eleições em Minas Gerais no ano de 2016 não indicam padrões numéricos que possam ser considerados fraudulentos. Lembrando que os resultados representam uma média de 20 execuções do programa com 200 amostras, visando reduzir a variabilidade amostral e, assim, aumentando a confiabilidade do método.

O estado do Tocantins seguiu a mesma tendência, os detalhes estão elencados na Figura 4.10. Todos os testes e verificações sugerem que a eleição no estado não tenha sido manipulada. O valor de Z ficou abaixo de 1.96, o valor de  $\chi^2$  foi de 11.95 (abaixo de 15.7).

A Figura 4.11 apresenta os resultados da amostra relativa ao Brasil. Pela imagem já é possível perceber a aderência à LNB nos dois testes. Os números confirmam a hipótese nula, desse modo rejeita-se a hipótese alternativa e toma-se a nula:

- $H_0$  : Não há risco de fraude nas eleições brasileiras no ano de 2016;

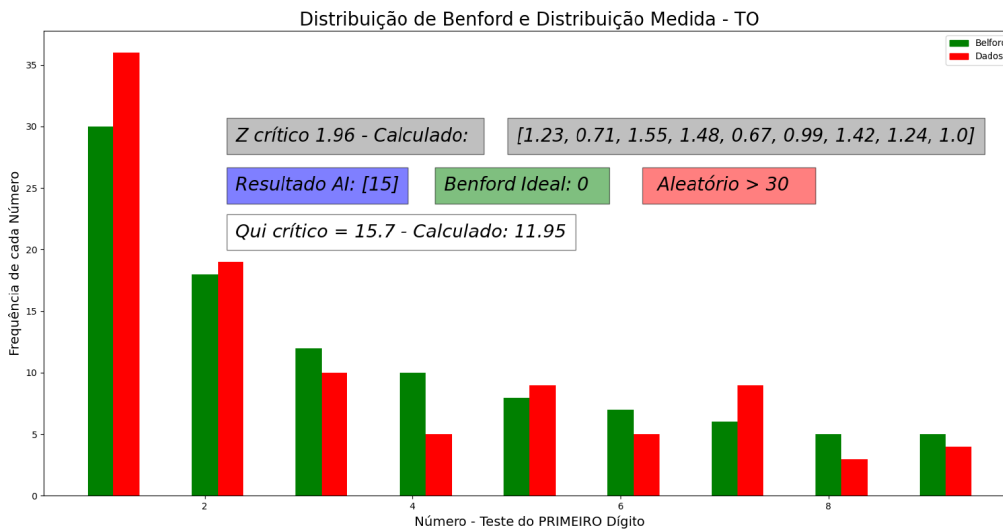


Figura 4.10 – Resultados do estado Tocantins.

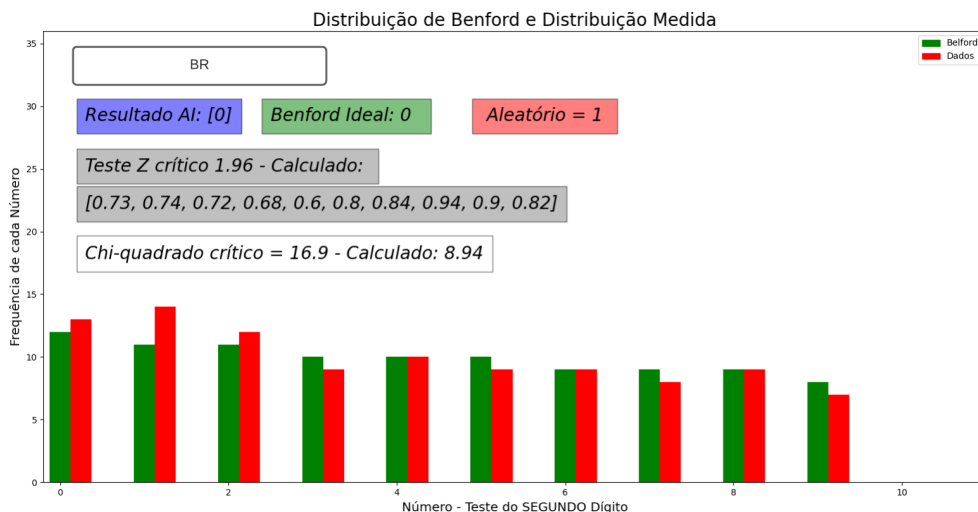


Figura 4.11 – Resultados do Brasil em 2016.

Todas as métricas estatísticas e a IA apontam para a lisura do processo eleitoral brasileiro no ano de 2016, além disso, nenhum dígito individualmente fugiu à regra. Os resultados gerais dos testes estão discriminados na Tabela 4.2, pode-se inferir que sob nenhum aspecto a LNB foi violada, os valores críticos de cada método não foram atingidos por nenhum indicador. Embora a IA não tenha indicado nenhuma semelhança perfeita (igual a zero) em todos os testes, os valores ficaram dentro da faixa aceitável para aceitar a hipótese nula (as frequências amostrais são iguais).

Tabela 4.2 – Tabela 2016 - Teste do Primeiro Dígito

Teste do Primeiro Dígito - 2016											
Sigla	Z ( 1.96)									Qui (X)	AI
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	(15.7)	(30)
<b>SE</b>	0.68	0.94	1.01	0.84	0.62	0.79	0.87	1.21	1.19	9.1	13
<b>PB</b>	0.82	0.89	0.56	0.84	0.9	0.83	0.83	0.9	1.23	7.62	13
<b>PR</b>	0.61	0.80	0.79	0.91	0.85	0.76	1.06	1.1	0.87	7.72	<b>15</b>
<b>AL</b>	0.84	0.95	0.81	0.78	0.69	0.68	1.06	0.79	0.76	6.95	12
<b>PA</b>	0.96	0.68	0.67	0.60	0.82	0.83	1.37	0.92	1.01	8.11	11
<b>MG</b>	0.65	0.69	0.79	1.19	1.12	0.75	0.70	0.56	0.75	6.79	12
<b>TO</b>	1.23	0.71	1.55	1.48	0.67	0.99	1.42	1.24	1.0	11.95	<b>15</b>
<b>AC</b>	0.81	0.85	0.80	0.84	0.87	0.54	0.54	0.72	0.81	6.39	12
<b>CE</b>	0.64	0.77	0.89	0.64	0.68	0.97	0.62	1.0	0.89	7.86	12
<b>RO</b>	0.66	0.59	0.94	0.66	1.05	0.70	1.16	0.82	1.25	7.35	13
<b>BR</b>	0.77	0.92	0.73	1.11	0.58	0.9	1.06	0.83	0.54	7.43	13
<b>RR</b>	1.31	0.56	1.4	0.82	0.93	1.09	1.64	0.69	0.68	9.55	12
<b>RN</b>	0.82	0.69	0.92	0.74	0.77	0.97	1.38	1.2	1.44	10.1	13
<b>GO</b>	0.70	0.80	0.72	1.08	1.0	0.89	1.15	0.56	1.03	8.51	13
<b>ES</b>	0.70	0.68	0.82	0.57	0.77	0.76	0.80	0.73	0.99	7.2	14
<b>AP</b>	1.13	0.72	0.67	0.99	1.70	0.80	0.92	1.05	0.73	9.31	11
<b>RJ</b>	1.39	0.90	0.70	0.95	0.63	1.28	1.69	1.96	1.32	8.65	13
<b>AM</b>	0.63	0.50	0.80	0.70	1.14	0.70	0.72	0.87	1.14	6.84	13
<b>MA</b>	1.02	1.02	0.88	0.7	0.71	0.61	0.92	1.02	0.87	8.21	<b>15</b>
<b>SP</b>	0.71	0.99	0.81	0.72	0.96	0.72	0.71	1.13	1.1	7.91	11
<b>SC</b>	0.69	0.81	0.74	0.66	0.70	0.73	0.76	1.06	1.31	7.26	6
<b>MT</b>	0.78	0.61	0.87	0.91	1.15	0.71	0.80	1.03	0.81	7.68	9
<b>PI</b>	1.1	0.70	0.55	1.37	0.76	0.83	1.52	1.32	1.18	9.27	13
<b>RS</b>	0.69	0.94	0.76	0.59	0.78	0.81	0.70	1.09	0.83	7.21	<b>15</b>
<b>MS</b>	0.83	1.0	0.79	0.84	0.91	1.14	0.70	1.19	0.71	8.46	<b>15</b>
<b>PE</b>	0.91	0.71	0.94	0.84	0.97	0.94	0.75	1.25	1.6	9.91	13
<b>BA</b>	0.81	0.72	0.81	0.79	0.73	0.79	0.85	0.67	1.52	9.95	13

### 4.3 Eleições 2018

Neste item a apresentação dos resultados será sumarizada, em vez de discutir alguns estados individualmente a apresentação será geral, os casos específicos podem ser facilmente checados na Tabela 4.3. Com isso, espera-se tornar a apresentação mais fluida e objetiva.

Considerando os dados amostrados de toda a nação, não houve sequer uma anomalia nas eleições de 2018, seja pelo método do primeiro dígito ou através da análise de IA. Os resultados estão dispostos na Figura 4.12 onde verifica-se a aderência à LNB. Com relação ao teste do primeiro dígito obteve-se a seguinte relação:

- Qui-quadrado igual a 7.69;
- Teste Z inferior a 1.96 em todos os casos; e
- Resultado da rede neural iguala 10.

Fazendo a avaliação individual por estado começam a surgir discrepâncias. No caso do primeiro dígito alguns estados como Paraná (19.86), São Paulo (23.78), Piauí (19.49), Bahia (18.72), Minas Gerais (26.50) e Goiás (16.45) apresentaram inconformidade com a LNB, com valores de elevados de  $\chi^2$ . Além disso, alguns dígitos individuais apresentaram a estatística Z acima do limiar, como Paraná (2.55 e 2.09), Tocantins (2.29), Rio de Janeiro (2.45), São Paulo (2.81), Espírito Santo (2.11), Amapá (2.50), Rio Grande do Sul (2.33 e 2.11), Piauí (2.36 e 2.08), Bahia (2.11 e 2.17), Minas Gerais (2.92, 19.96 e 2.16) e Goiás (2.09, 1.56, 2.12 e 2.01), os resultados integrais estão na Tabela 4.3. Avaliando a saída da rede neural, os estados de Roraima e São Paulo foram responsáveis por medidas anômalas.

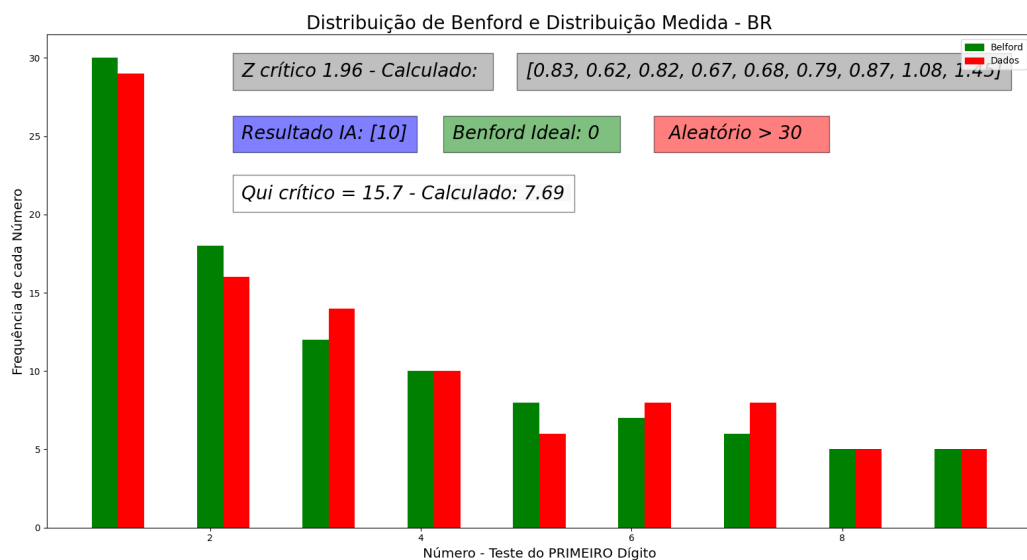


Figura 4.12 – Resultados do Brasil em 2018.

Tabela 4.3 – Tabela 2018 - Teste do Primeiro Dígito

<b>Teste do Primeiro Dígito - 2018</b>											
Sigla	Z ( 1.96)									Qui (X)	AI
<b>PA</b>	2.14	0.58	0.81	0.98	1.55	1.66	1.37	1.67	0.96	14.60	13
<b>MS</b>	1.86	0.79	0.80	1.02	0.69	1.59	1.47	1.40	1.65	12.48	12
<b>RO</b>	<b>1.69</b>	0.92	0,73	0.98	0.48	1.13	1.0	1.60	1.41	10.06	12
<b>PE</b>	<b>1.77</b>	0.92	0.82	1.18	0.66	1.23	1.66	1.51	1.94	13.53	13
<b>MA</b>	<b>2.17</b>	0.95	0.85	1.15	1.13	0.78	1.48	1.35	1.79	14.96	15
<b>PR</b>	<b>2.35</b>	0.99	0.85	1.29	1.42	1.95	<b>2.55</b>	<b>2.09</b>	1.90	<b>19.86</b>	15
<b>RR</b>	0.95	0.83	0.93	0.88	1.10	0.74	1.19	1.04	1.51	9.44	<b>16</b>
<b>RN</b>	1.69	0.59	1.09	1.23	0.77	0.84	0.90	1.15	2.03	11.39	12
<b>SC</b>	1.62	0.88	0.46	0.98	1.10	1.77	1.37	1.52	1.59	13.38	13
<b>TO</b>	1.86	0.77	1.03	0.79	0.96	1.42	1.26	<b>2.29</b>	1.43	12.91	13
<b>MT</b>	1.61	0.67	0.70	0.95	0.95	0.89	0.99	1.39	1.76	10.69	12
<b>AC</b>	1.70	0.86	1.05	1.25	1.11	1.69	1.20	1.89	1.80	14.5	14
<b>SE</b>	1.94	0.70	0.97	0.81	1.14	1.44	1.71	1.52	1.09	13.47	12
<b>RJ</b>	<b>2.20</b>	0.99	0.86	1.16	1.12	1.23	1.61	1.49	<b>2.45</b>	<b>16.26</b>	15
<b>SP</b>	<b>3.01</b>	0.77	0.78	1.66	1.79	1.50	1.95	1.89	<b>2.81</b>	<b>23.78</b>	<b>16</b>
<b>DF</b>	0.88	0.84	0.62	0.83	0.75	0.86	0.96	0.85	1.06	7.92	10

<b>ES</b>	1.63	0.68	0.66	0.85	0.82	0.87	1.47	1.90	<b>2.11</b>	11.61	13
<b>RS</b>	<b>2.33</b>	0.60	0.84	1.39	1.07	1.01	<b>2.11</b>	1.69	1.61	15.46	15
<b>CE</b>	1.74	1.02	0.62	0.99	0.89	1.47	1.77	1.56	1.41	13.22	13
<b>AP</b>	0.66	0.41	1.37	0.38	1.23	0.50	<b>2.50</b>	1.43	1.15	9.83	15
<b>PI</b>	<b>2.39</b>	1.04	0.82	1.77	1.28	1.27	1.13	<b>2.36</b>	<b>2.08</b>	<b>18.49</b>	14
<b>BR</b>	0.83	0.62	0.82	0.67	0.68	0.79	0.87	1.08	1.45	7.69	10
<b>BA</b>	<b>2.48</b>	0.68	0.62	1.26	1.69	1.36	<b>2.11</b>	<b>2.17</b>	1.90	<b>18.72</b>	14
<b>MG</b>	<b>3.1</b>	0.83	0.87	1.92	1.75	1.95	<b>1.96</b>	<b>2.16</b>	<b>2.92</b>	<b>26.5</b>	15
<b>GO</b>	<b>2.09</b>	0.80	0.80	0.81	1.12	<b>2.09</b>	<b>1.56</b>	<b>2.12</b>	<b>2.01</b>	<b>16.45</b>	13

#### 4.4 Eleições 2020

O último teste foi o que apresentou maior conformidade com a LNB. O teste do primeiro dígito obedeceu todas as estatísticas e nem um valor excedeu o Qui-quadrado tabelado ou o valor crítico de Z, ou seja, nenhum dígito apresentou qualquer tipo de anomalia, considerando qualquer estado ou o país inteiro. A rede neural seguiu a mesma tendência e não fez nenhuma previsão que ultrapasse 15. Os resultados integrais estão na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Tabela 2020 - Teste do Primeiro Dígito

<b>Teste do Primeiro Dígito - 2020</b>											
<b>Sigla</b>	<b>Z ( 1.96)</b>									<b>Qui (X)</b>	<b>AI</b>
<b>PI</b>	0.82	0.99	0.65	1.24	1.03	0.81	0.90	0.84	0.92	8.49	13
<b>MS</b>	0.64	0.94	1.15	0.89	0.88	0.60	1.10	0.82	0.92	8.25	13
<b>MG</b>	0.85	0.73	0.97	0.93	0.69	0.96	0.50	0.94	1.23	7.64	13
<b>PR</b>	0.73	0.72	0.87	0.82	0.90	0.77	0.69	0.80	1.07	7.18	11
<b>CE</b>	0.74	0.69	0.63	0.64	0.66	0.65	0.91	1.1	0.95	6.84	6
<b>ES</b>	1.02	0.89	0.63	0.67	0.78	0.81	0.90	0.95	0.97	8.38	11
<b>TO</b>	1.14	0.45	1.56	1.03	0.78	0.96	0.76	1.25	0.88	10.06	15
<b>AL</b>	1.05	0.91	0.87	0.78	0.72	0.69	0.74	0.92	1.01	8.55	11
<b>BR</b>	<b>0.86</b>	<b>0.92</b>	<b>0.57</b>	<b>0.62</b>	<b>0.87</b>	<b>1.05</b>	<b>0.56</b>	<b>1.24</b>	<b>1.05</b>	<b>8.02</b>	<b>12</b>
<b>AP</b>	1.1	0.69	0.99	0.91	0.58	1.12	0.77	0.51	1.08	7.95	12



<b>PE</b>	0.66	0.74	0.64	0.80	0.65	0.74	0.96	0.83	0.69	6.62	15
<b>RJ</b>	1.02	0.78	0.82	0.70	1.20	1.31	1.12	0.70	1.33	9.04	13
<b>MT</b>	0.73	0.94	0.74	0.92	1.38	1.19	1.19	1.06	0.72	9.82	14
<b>PA</b>	0.87	1.10	0.91	0.83	1.10	1.11	0.79	0.48	8.91	8.91	15
<b>AC</b>	0.67	0.55	0.78	0.78	0.75	1.08	0.55	0.77	0.66	6.5	12
<b>BA</b>	0.75	0.63	0.69	0.47	0.87	0.97	0.64	1.15	1.0	7.08	13
<b>PB</b>	0.54	0.92	0.82	0.75	1.08	0.89	0.89	1.05	0.70	7.20	14
<b>RO</b>	0.53	0.96	0.83	1.11	0.92	0.69	1.11	0.78	0.90	8.05	15
<b>AM</b>	0.74	0.96	0.81	0.94	1.22	1.12	0.87	0.87	0.97	9.62	12
<b>RR</b>	0.74	0.98	0.58	0.63	0.87	0.76	0.93	0.82	0.88	7.45	13
<b>SP</b>	0.79	0.82	0.91	1.05	0.99	0.75	0.68	1.17	0.80	8.06	15
<b>RN</b>	0.86	0.92	0.76	1.03	0.95	0.72	0.92	1.08	1.1	8.63	13
<b>RS</b>	0.86	0.50	0.67	1.10	0.83	0.81	0.68	0.85	1.26	7.47	13
<b>SE</b>	0.81	0.79	0.46	0.57	1.12	0.75	0.80	1.28	0.81	7.44	15
<b>GO</b>	0.92	0.78	0.74	1.11	0.84	0.87	0.68	0.94	0.97	7.75	11
<b>MA</b>	0.97	0.94	0.73	0.72	0.77	0.87	1.07	0.77	0.77	8.29	13
<b>SC</b>	0.50	0.74	0.89	0.85	0.55	0.76	1.01	0.87	0.61	6.94	12

## 5. DISCUSSÃO

Esta análise irá fazer uma discussão no mesmo modelo dos resultados, ou seja, por ano eleitoral e, quando necessário, irá coletar e discutir pontos comuns entre os experimentos.

### 5.1 Eleições 2014

O ano de 2014 apresentou desvios consideráveis e podem ser considerados passíveis de uma análise ou auditoria mais criteriosa. Olhando o resultado do teste Qui para o primeiro dígito percebe-se que 12 estados extrapolaram a margem crítica aceitável e o valor de Z apresentou anomalias em diversos dígitos e estados. Isso sugere que há uma inconformidade ou fatores externos que podem estar alterando o processo natural, ou seja, pode existir algum ato fraudulento ou tentativa de manipulação. Essa observação não significa que a urna tenha sido adulterada ou sofrido algum ataque externo, mas sim que algum problema ou evento tenha ocorrido no sentido de mudar o curso da eleição, por exemplo, é possível citar outros meios de manipulação, como a compra de votos ou fake news direcionadas a alteração natural da percepção pessoal dos eleitores, o que em última instância, impactaria nos resultados.

Esse trabalho utilizou um método vanguardista para aplicação da LNB e adotou uma rede neural artificial para classificar uma classe em relação à adequação ou não a LNB, o algoritmo foi configurado para prever 0 em caso de conformidade total a lei e valores à partir de 15 estão no limiar de aceitabilidade. Nesse caso, a rede sugeriu que 3 estados não seguem a distribuição e outros 7 estão no limite máximo de aceitação. A abordagem apesar de pioneira é experimental, passível de melhorias e pode ser utilizada como um aditivo à estatística clássica, sem que a mesma seja excluída do processo avaliativo.

A LNB é uma métrica capaz de sinalizar um problema, porém, ela sozinha não pode indicar a natureza ou origem dos desvios, além disso, no curso desta pesquisa foi possível perceber que a análise macro (considerando os dados de todo Brasil) é menos suscetível a apresentar desvios, ou seja, a tendência de fraude é mais fácil de ser identificada de maneira micro, neste caso, avaliando os resultados por estado. Com isso, pode-se sugerir um trabalho futuro para ampliar a margem de confiabilidade do estudo e fazer uma comparação específica e refinada. Ou seja, o método pode ser aplicado em dados que representam

exclusivamente municípios ou, até mesmo, agrupando conjuntos de seções e zonas eleitorais, o que permitiria identificar anomalias regionais e cruzar os resultados com os eventos locais que indiquem a origem de uma fraude em potencial. Além disso, como os dados do TSE apresentam todos os resultados na mesma planilha e com pouca organização, é possível pensar em uma pesquisa futura direcionada a filtragem e tratamento dos dados. Nesse ponto, é desejável escrutinar e dissecar as eleições, agrupando os dados em diversas categorias, assim a análise não seria geral e poderia sinalizar caminhos mais específicos capazes de sugerir a origem do desvios, por exemplo, após a filtragem das tabelas é possível fazer a seguinte análise:

- Análise por município;
- Análise por legenda partidária;
- Análise entre os candidatos mais votados;
- Análise somente dos prefeitos, governadores e presidente.

Obviamente, um trabalho desse tipo demandaria mais tempo e recursos, desse modo, o autor preferiu atacar o problema de maneira geral, filtrando somente por estado. Isso foi feito para permitir uma percepção global de adequação a LNB.

## **5.2 Eleições 2016**

A metodologia adotada sugere que em 2016 não houve nenhum indício que possa colocar as eleições como um evento que não adere à LNB. A estatística Qui-quadrado e Z foram praticamente unânimes em seus verídicos, o que permite aceitar a hipótese nula: não há risco de fraude na eleição de 2016. Esses achados foram em quase totalidade os mesmos para ambos os testes, além disso, a IA não fez nenhuma previsão alarmante para o primeiro dígito, que como já foi discutido, se associa mais ao caso do arredondamento.

Além disso, os resultados apresentados graficamente dão a mesma noção intuitiva de conformidade numérica, que vai de encontro com os testes utilizados. Como mencionado no item anterior, seria interessante abordar essa questão de maneira mais específica e colocar uma lupa nos dados, uma vez que esses estejam devidamente organizados e dispostos.

### 5.3 Eleições 2018

Embora mais discreto que em 2014, os resultados deste item sugerem violações da LNB em alguns estados. Como em 2014 e 2018 as eleições foram para presidente, governadores, deputados e senadores, pode-se questionar se esse tipo de eleição está mais sujeita à fraude ou se existe algum fator associado que distorce a distribuição dos votos. Na ocasião 7 estados apresentaram inconsistências relativas a métrica  $\chi^2$ , além disso, os mesmos também apresentaram valores que indicam inconsistências em alguns dígitos específicos ( $Z > 1.96$ ), analisando-se o primeiro dígito. Já a IA classificou 2 estados como não pertencentes a uma distribuição de Benford, enquanto outros 6 estão no limite superior.

É importante ressaltar que os métodos e análises devem ser feitos em conjunto, ou seja, os resultados individuais podem ser somados para criar uma base de comparação mais sólida e, em seguida, o auditor pode se qualificar de modo mais abrangente. Por exemplo, analisando a previsão completa para o Acre:

#### Primeiro dígito - AC

AC	1.70	0.86	1.05	1.25	1.11	1.69	1.20	1.89	1.80	14.5	14
----	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	----

O leitor ou auditor pode inferir facilmente que existe uma convergência entre os métodos, o que coloca o estado em uma classe pertencente à LNB.

### 5.4 Eleições 2020

No ano de 2020 as eleições seguiram os resultados de 2016, o que novamente indica que os pleitos municipais tendem a apresentar uma conformidade maior à LNB. Esse ponto é curioso e pode se relacionar com a maneira como os dados são adquiridos ou com relação a quantidade de candidatos, não há uma conclusão óbvia a esse respeito. Considerando o teste do primeiro dígito, todos os métodos estatísticos e a rede neural apontaram para a lisura das eleições.

De forma geral houve no Brasil uma tendência de adequação à LNB, exceto o ano de 2014 e 2018 que apresentaram indícios, em alguns estados, de desvios quanto à lei de Newcomb-Benford.

## 5.5 Considerações Estatísticas

A primeira observação diz que os métodos estatísticos clássicos devem ser preferidos, em um primeiro momento, em detrimento da abordagem de inteligência artificial. Inicialmente esperava-se que houvesse concordância total entre a estatística clássica e a rede neural, o que não aconteceu, embora na maioria dos casos os resultados tenham convergido. Por outro lado, isso não significa que a rede neural deva ser descartada, pelo contrário, pode-se vislumbrar trabalhos póstumos com a finalidade de encontrar problemas e corrigi-los, ou até mesmo, pensar em meios de melhorar o arranjo da rede. Outro ponto observado é que a IA fez muitas previsões marginais, ou seja, no limiar aceitável, o que é interessante na mesma medida que é complexo, já que a interpretação de suas regras é abstrata. Com relação a estatística Qui e Z, pode-se dizer que os métodos são confiáveis e largamente utilizados e, por isso, a preferência imediata da auditoria deve se concentrar em tais ferramentas. Outro ponto que diferencia esse trabalho de outros que permeiam o mesmo tema, é a técnica para redução da variância empregada pelo autor, a metodologia repetiu o experimento em 20 amostras aleatórias para cada estado e com esses dados calculou a média. Essa medida reduz a chance de uma amostra aleatória qualquer não representar a média da população, fornecendo assim, resultados com baixa representatividade, o que dificilmente acontece através do cálculo empregado.

## 5.6 Economia

Finalmente, existe uma discussão em torno do tema economia e eleições. Pode-se pensar na relação como uma instância de mão dupla, onde os resultados das eleições influenciam a economia e a economia influencia o resultado das eleições. O primeiro caso é facilmente observado em períodos que antecedem e sucedem o pleito, já que existe uma grande especulação em torno de todo processo, além disso, é muito comum flutuações cambiais, retiradas ou aportes de valores pelos investidores e uma forte tensão no mercado. O segundo caso é chamado de voto econômico, onde o eleitor procura ideologias e partidos que satisfaçam suas aspirações financeiras. Percebe-se que o tema é complexo e difícil de ser mensurado em termos da LNB, a qual fornece apenas indicativos que servem de substrato para auditoria e/ou tomada de decisão por parte dos agentes econômicos envolvidos no processo. Qualitativamente e intuitivamente um país que apresenta transparência e lisura no

processo eleitoral, tende a ser mais atrativo e economicamente vantajoso para o investidor e a sociedade, embora diversos outros fatores corroborem para a economia como um todo e, claro, essa não é uma regra geral.

## 6. CONCLUSÃO

Essa dissertação fez um estudo da aderência das eleições de 2014, 2016, 2018 e 2020 através da análise estatística e aplicação da Lei de Newcomb-Benford nos dados fornecidos pelo TSE. Além disso, o trabalho introduziu um método adjunto de verificação, utilizando uma rede neural artificial modelada de acordo com a LNB. A metodologia procurou por semelhanças e diferenças nas amostras, comparando cada frequência com a de Benford, com isso forneceu-se à literatura um inventário geral sobre os últimos pleitos. Pode-se dizer, de forma geral, que os resultados alcançados foram satisfatórios e o objetivo proposto pela dissertação foi atingido.

Com relação aos resultados, o autor observou que as eleições de 2014 e 2018 apresentaram desvios alarmantes. Alguns estados violaram a LNB em mais de uma métrica considerada, além disso, é possível verificar graficamente que existe uma boa margem de discrepância entre a amostra considerada e a frequência esperada. Em muitos casos a rede neural fez a mesma sugestão e em outros apresentou valores marginais. Com esse somatório de indícios é possível e recomendável fazer uma análise por estado, sem considerar o resultado global, já que este indicou uma boa aderência à LNB. Esse fato sugere que, caso os desvios existam, eles provavelmente acontecem em um nível micro e a manipulação se associa a regiões específicas. Além disso, Minas Gerais, São Paulo e Bahia apontaram grandes discrepâncias em mais de um teste. Pode-se concluir que a aplicação do método encontrou discrepâncias e elas devem ser dissecadas em um contexto micro, ou seja, por região e considerando seus fatores intervenientes associados ao contexto regional. Essa conclusão permite ao autor sugerir um trabalho futuro que versa sobre as cidades, colocando uma lupa mais potente no problema e analisando as três esferas separadamente (municipal, estadual e federal), além disso, uma análise por legenda ou grupos de candidatos também poderia tornar o processo mais criterioso e objetivo.

Um dos diferenciais desse trabalho foi a adoção de redes neurais artificiais em consórcio com a Lei de Benford, neste sentido os achados são satisfatórios e apresentam grande potencial de estudo. As previsões da IA na maioria dos casos seguiu os resultados dos métodos estatísticos utilizados, com poucos desvios. Como o método não foi unânime em todas as observações, recomenda-se não utilizá-lo sozinho e sim em conjunto com as ferramentas estatísticas. Finalmente, considerando a proposta da dissertação, pode-se

concluir que o tema é relevante, tem um forte apelo social e econômico, além disso, a abordagem mista empregada colaborou com a literatura multidisciplinar, já que os métodos implementados se apoiam em ciências distintas.



---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abiodun et al. 2018 ABIODUN, O. I. et al. State-of-the-art in artificial neural network applications: A survey. *Heliyon*, v. 4, n. 11, p. e00938, nov. 2018. ISSN 24058440. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2405844018332067>>.

Afthanorhan et al. “A Parametric Approach Using Z-Test for Comparing 2 Means to Multi-Group Analysis in Partial Least Square Structural Equation Modeling (PLS-SEM)”. *British Journal of Applied Science & Technology*, vol. 6, no 2, janeiro de 2015, p. 194–201. DOI.org (Crossref), doi:10.9734/BJAST/2015/14380.

Alaeldin Suliman e Yun Zhang 2015 Alaeldin Suliman; Yun Zhang. A Review on Back-Propagation Neural Networks in the Application of Remote Sensing Image Classification. *Journal of Earth Science and Engineering*, v. 5, n. 1, jan. 2015. ISSN 2159581X, 2159581X. Disponível em: <<http://www.davidpublisher.org/index.php/Home/Article/index?id=6142.html>>.

Andresen 2002 Andresen, S. L. John mccarthy: father of ai. *IEEE Intelligent Systems*, v. 17, n. 5, p. 84–85, 2002.

Arens et al. 2017 ARENS, A. A. et al. *Auditing and assurance services: an integrated approach*. Sixteenth edition, global edition. Boston: Pearson, 2017. OCLC: 959916735. ISBN 9781292147871.

Badal-Valero, Alvarez-Jareño e Pavía 2018 BADAL-VALERO, E.; ALVAREZ-JAREÑO, J. A.; PAVÍA, J. M. Combining Benford’s Law and machine learning to detect money laundering. An actual Spanish court case. *Forensic Science International*, v. 282, p. 24–34, jan. 2018. ISSN 03790738. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0379073817304644>>.

Benford 1938 BENFORD, F. The Law of Anomalous Numbers. *Proceedings of the American Philosophical Society*, v. 78, n. 4, p. 551–572, 1938. Disponível em:

<<https://www.jstor.org/stable/984802>>.

Bergh 2015 BERGH, D. Sample Size and Chi-Squared Test of Fit—A Comparison Between a Random Sample Approach and a Chi-Square Value Adjustment Method Using Swedish Adolescent Data. In: ZHANG, Q.; YANG, H. (Ed.). *Pacific Rim Objective Measurement Symposium (PROMS) 2014 Conference Proceedings*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015. p. 197–211. ISBN 9783662474891 9783662474907. Disponível em: <[http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-47490-7\\_15](http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-47490-7_15)>.

Bhamare, D. & Suryawanshi, P. (2018) Review on Reliable Pattern Recognition with Machine Learning Techniques, *Fuzzy Information and Engineering*, 10:3, 362-377, DOI: 10.1080/16168658.2019.1611030 <<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/16168658.2019.1611030>>

Bhattacharyya et al. 2011 BHATTACHARYYA, S. et al. Data mining for credit card fraud: A comparative study. *Decision Support Systems*, v. 50, n. 3, p. 602–613, fev. 2011. ISSN 01679236. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167923610001326>>.

Brownlee, Jason. “One-vs-Rest and One-vs-One for Multi-Class Classification”. *Machine Learning Mastery*, 2020, <https://machinelearningmastery.com/one-vs-rest-and-one-vs-one-for-multi-class-classification/#:~:text=Like%20one-vs-rest%2C,class%20versus%20every%20other%20class>.

Cardoso 2021 CARDOSO, M. *A INCREDIBILIDADE DAS URNAS ELETRÔNICAS NO BRASIL*. 2021. Disponível em: <<https://monografias.brasilecola.uol.com.br/computacao/a-incredibilidade-das-urnas-eletronicas-no-brasil.htm>>.

Carslaw 2016 CARSLAW, C. Anomalies in income numbers: Evidence of goal oriented behavior. In: . [S.l.: s.n.], 2016.

Cassani 2020 CASSANI, R. *Multilayer perceptron example*. 2020. Disponível em: <<https://github.com/rcassani/mlp-example>>.

Cella e Zanolla 2018 CELLA, R.; ZANOLLA, E. Benford’s Law and transparency: an analysis of municipal expenditure. *Brazilian Business Review*, v. 15, n. 4, p. 331–347,

jul. 2018. ISSN 18082386. Disponível em: <<http://bbronline.com.br/index.php/bbr/article/view/371>>.

CodeDrome 2019 CODEDROME. *Benford's Law in Python*. 2019. Disponível em: <<https://www.codedrome.com/benfords-law-in-python/>>.

Correa, Queiroz e Trevisan CORREA, A. P. A.; QUEIROZ, E.; TREVISAN, N. *TESTE DO QUI-QUADRADO*. Universidade Federal do Paraná: [s.n.]. Disponível em: <[http://www.leg.ufpr.br/lib/exe/fetch.php/disciplinas:ce001:teste\\_do\\_qui-quadrado.pdf](http://www.leg.ufpr.br/lib/exe/fetch.php/disciplinas:ce001:teste_do_qui-quadrado.pdf)>.

Costa 2012 COSTA, J. I. d. F. *Desenvolvimento de metodologias contabilométricas aplicadas a auditoria contábil digital: uma proposta de análise da lei de Newcomb-Benford para os Tribunais de Contas*. Tese (Dissertação) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/10416>>.

Crocetti e Randi 2016 CROCETTI, E.; RANDI, G. Using the Benford's Law as a First Step to Assess the Quality of the Cancer Registry Data. *Frontiers in Public Health*, v. 4, out. 2016. ISSN 2296-2565. Disponível em: <<http://journal.frontiersin.org/article/10.3389/fpubh.2016.00225/full>>.

Cunha 2013 CUNHA, F. C. R. d. *Aplicações da lei Newcomb-Benford à auditoria de obras públicas*. Tese (Doutorado) — Universidade de Brasília, 2013. Disponível em: <<https://portal.tcu.gov.br/biblioteca-digital/aplicacoes-da-lei-newcomb-benford-a-auditoria-de-obras-publicas.htm>>.

Cunha e Bugarin 2014 CUNHA, F. C. R. d.; BUGARIN, M. S. Lei de Benford e Auditoria de Obras Públicas: uma análise de sobrepreço na reforma do Maracanã. *Revista do TCU*, n. 131, 2014.

Cunneen, Martin, et al. “Autonomous Vehicles and Embedded Artificial Intelligence: The Challenges of Framing Machine Driving Decisions”. *Applied Artificial Intelligence*, vol. 33, no 8, julho de 2019, p. 706–31. DOI.org (Crossref), doi:10.1080/08839514.2019.1600301.

Deleanu 2017 DELEANU, I. S. Do Countries Consistently Engage in Misinforming the International Community about Their Efforts to Combat Money Laundering? Evidence Using Benford's Law. *PLOS ONE*, v. 12, n. 1, p. e0169632, jan. 2017. ISSN 1932-6203.

Disponível em: <<https://dx.plos.org/10.1371/journal.pone.0169632>>.

Diekmann, Andreas. (2007). Not the First Digit! Using Benford's Law to Detect Fraudulent Scientific Data. *Journal of Applied Statistics*. 34. 321-329. 10.1080/02664760601004940.

Ferrão et al. 2019 FERRÃO, I. G. et al. Urnas Eletrônicas no Brasil: linha do tempo, evolução e falhas e desafios de segurança. *Revista Brasileira de Computação Aplicada*, v. 11, n. 2, p. 1–12, maio de 2019. ISSN 2176-6649. Disponível em: <<http://seer.upf.br/index.php/rbca/article/view/9056>>.

Filho 2013 FILHO, M. A. F. M. A Confiabilidade dos Dados Financeiros de Hospitais Filantrópicos Canadenses: Um Estudo Empírico Baseado na Lei de Benford. *Sociedade, Contabilidade e Gestão*, v. 8, n. 2, nov. 2013. ISSN 1982-7342. Disponível em: <<https://revistas.ufrj.br/index.php/scg/article/view/13290>>.

Gamermann e Antunes 2018 GAMERMANN, D.; ANTUNES, F. L. Statistical analysis of Brazilian electoral campaigns via Benford's law. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 496, p. 171–188, abr. 2018. ISSN 03784371. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378437117313699>>.

Han, J., Huang, Y., Liu, S. et al. Artificial intelligence for anti-money laundering: a review and extension. *Digit Finance* 2, 211–239 (2020). <https://doi.org/10.1007/s42521-020-00023-1>

Hassabis et al. 2017 HASSABIS, D. et al. Neuroscience-inspired artificial intelligence. *Neuron*, v. 95, n. 2, p. 245–258, jul. 2017. ISSN 08966273. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0896627317305093>>.

Hastie, Tibshirani e Friedman 2009 HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. *The Elements of Statistical Learning*. New York, NY: Springer New York, 2009. (Springer Series in Statistics). ISBN 9780387848570 9780387848587. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-0-387-84858-7>>.

Haykin 1999 HAYKIN, S. S. *Neural networks: a comprehensive foundation*. 2nd ed. ed. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall, 1999. ISBN 9780132733502.

Jošić e Žmuk 2020 JOŠIĆ, H.; ŽMUK, B. The Application of the Law of Anomalous Numbers on Global Food Prices in Examining Psychological Pricing Strategies. *Journal of International Food & Agribusiness Marketing*, p. 1–16, jul. 2020. ISSN 0897-4438, 1528-6983. Disponível em:

<<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/08974438.2020.1796880>>.

Junior, Gilson. *Máquina de Vetores Suporte: estudo e análise de parâmetros para otimização de resultado*. Universidade Federal de Pernambuco, 2010, <https://www.cin.ufpe.br/~tg/2010-2/gmoj.pdf>.

Junior 2010 JUNIOR, E. P. M. *Investigação de modelo de auditoria contínua para tribunais de contas*. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação)

— Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/2417>>.

Junior 2012 JUNIOR, J. H. P. *Auditoria De Demonstrações Contábeis: Normas E Procedimentos*. 5. ed. [S.l.]: ATLAS - GRUPO GEN, 2012.

Karkacier, Atila & Ertaş, Fatih. (2017). Independent auditing effect on investment decisions of institutional investors. *Journal of Accounting and Management Information Systems*. 16. 297-319. 10.24818/jamis.2017.03004.

Kaur, Sahdev e Sharma 2020 KAUR, N.; SAHDEV, S.; SHARMA, D. Banking 4.0: -the influence of artificial intelligence on the banking industry how ai is changing the face of modern day banks|. *INTERNATIONAL JOURNAL OF MANAGEMENT*, v. 11, p. 577–585, 06 2020.

Koch e Okamura 2020 KOCH, C.; OKAMURA, K. Benford's Law and COVID-19 reporting. *Economics Letters*, v. 196, p. 109573, nov. 2020. ISSN 01651765. Disponível em:

<<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0165176520303475>>.

Kruger e Yadavalli 2017 KRUGER, P.; YADAVALLI, S. THE POWER OF ONE: BENFORD'S LAW. *South African Journal of Industrial Engineering*, v. 28, n. 2, set. 2017. ISSN 22247890. Disponível em: <<http://sajie.journals.ac.za/pub/article/view/1753>>.

Kumar et al. 2020 KUMAR, Y. et al. Comparative analysis for fraud detection using logistic

regression, random forest and support vector machine. v. 7, p. 726–731, 10 2020.

Leoni et al. 2020 LEONI, R. C. et al. Aplicação da lei de Newcomb-Benford no auxílio à detecção de fraudes. *Research, Society and Development*, v. 9, n. 8, p. e314985276, jul. 2020. ISSN 2525-3409. Disponível em: <<https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/5276>>.

Liu, Rong e Peng 2020 LIU, R.; RONG, Y.; PENG, Z. A review of medical artificial intelligence. *Global Health Journal*, v. 4, n. 2, p. 42–45, jun. 2020. ISSN 24146447. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2414644720300208>>.

Lehoucq, Fabrice. “E LECTORAL F RAUD : Causes, Types, and Consequences”. *Annual Review of Political Science*, vol. 6, no 1, junho de 2003, p. 233–56. DOI.org (Crossref), doi:10.1146/annurev.polisci.6.121901.085655.

Mann MANN, W. U. *Chi-squared sample size calculator*. Melbourne, Australia: Statistics Kingdom. Disponível em: <[https://www.statskingdom.com/sample\\_size\\_chi2.html](https://www.statskingdom.com/sample_size_chi2.html)>.

McCulloch e Pitts 1943 MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of mathematical biophysics*, v. 5, n. 4, p. 115–133, 1943. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF02478259>>.

Mohd-Sanusi et al. 2012 Mohd-Sanusi, Z. et al. The importance of financial audit: Benefits, challenges and service quality towards client loyalty. In: *2012 IEEE Symposium on Business, Engineering and Industrial Applications*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 614–618.

Moreira , Sandro. “Rede Neural Perceptron Multicamadas”. *Medium*, 2018, <https://medium.com/ensina-ai/rede-neural-perceptron-multicamadas-f9de8471f1a9>

Morley, Nicola & Ball, Linden & Ormerod, Thomas. (2006). ORIGINAL ARTICLE How the detection of insurance fraud succeeds and fails. *Psychology Crime and Law*. 12. 10.1080/10683160512331316325.

Ngai et al. 2011 NGAI, E. et al. The application of data mining techniques in financial fraud detection: A classification framework and an academic review of literature. *Decision Support Systems*, v. 50, n. 3, p. 559–569, fev. 2011. ISSN 01679236. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167923610001302>>.

Nigrini 2012 NIGRINI, M. J. (Ed.). *Benford's Law: Applications for Forensic Accounting, Auditing, and Fraud Detection*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2012. ISBN 9781119203094 9781118152850. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/9781119203094>>.

Omoteso 2012 OMOTESO, K. The application of artificial intelligence in auditing: Looking back to the future. *Expert Systems with Applications*, v. 39, n. 9, p. 8490–8495, jul. 2012. ISSN 09574174. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S095741741200111X>>.

Pedregosa et al. 2011 PEDREGOSA, F. et al. Scikit-learn: Machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, v. 12, p. 2825–2830, 2011

Pedreschi, Dino, et al. “Meaningful Explanations of Black Box AI Decision Systems”. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, vol. 33, julho de 2019, p. 9780–84. DOI.org (Crossref), doi:10.1609/aaai.v33i01.33019780..

Pernet, Cyril. “Null Hypothesis Significance Testing: A Short Tutorial”. *F1000 Research*, vol. 4, outubro de 2016, p. 621. DOI.org (Crossref), doi:10.12688/f1000research.6963.3.

Raschka, Sebastian. “Gradient Descent and Stochastic Gradient Descent”. *Mlxtend*, 2020, [http://rasbt.github.io/mlxtend/user\\_guide/general\\_concepts/gradient-optimization/](http://rasbt.github.io/mlxtend/user_guide/general_concepts/gradient-optimization/).

Rauch et al. 2011 RAUCH, B. et al. Fact and Fiction in EU-Governmental Economic Data. *German Economic Review*, v. 12, n. 3, p. 243–255, ago. 2011. ISSN 1468-0475, 1465-6485. Disponível em: <<https://www.degruyter.com/document/doi/10.1111/j.1468-0475.2011.00542.x/html>>.

Rivero, Facundo. *Tecnologia e Política: o voto e seu suporte*. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2012, <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/3406/1/Facundo%20Guerra%20Rivero.pdf>.

Robu e Robu 2015 ROBU, M. A.; ROBU, I. B. The Influence of the Audit Report on the

Relevance of Accounting Information Reported by Listed Romanian Companies.

*Procedia Economics and Finance*, v. 20, p. 562–570, 2015. ISSN 22125671. Disponível em:

<<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212567115001094>>.

Sadgali, Sael e Benabbou 2019 SADGALI, I.; SAEL, N.; BENABBOU, F. Performance of machine learning techniques in the detection of financial frauds. *Procedia Computer Science*,

v. 148, p. 45–54, 2019. ISSN 18770509. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877050919300079>>.

Saville 2014 SAVILLE, A. Using Benford’s Law to detect data error and fraud: An examination of companies listed on the Johannesburg Stock Exchange. *South African Journal of Economic and Management Sciences*, v. 9, n. 3, p. 341–354, jun. 2014. ISSN 2222-3436, 1015-8812. Disponível em:

<<https://sajems.org/index.php/sajems/article/view/1092>>.

SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python 2020 SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. v. 17, p. 261–272, mar. 2020. ISSN 1548-7091, 1548-7105. Disponível em: <<http://www.nature.com/articles/s41592-019-0686-2>>.

Silva 2005 SILVA, R. A. C. Inteligência Artificial Aplicada a Ambientes de Engenharia de Software: Uma Visão Geral. *INFOCOMP*, v. 4, n. 4, p. 27–37, 2005. Disponível em:

<<http://infocomp.dcc.ufla.br/index.php/infocomp/article/view/109>>.

Silva et al. 2017 SILVA, W. B. d. et al. Using the Newcomb-Benford Law as a Deviation Identification Method in Continuous Auditing Environments: A Proposal for Detecting Deviations over Time. *Revista Contabilidade & Finanças*, v. 28, n. 73, p. 11–26, abr. 2017. ISSN 1519-7077. Disponível em:

<[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1519-70772017000100011&lng=en&tlng=en](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1519-70772017000100011&lng=en&tlng=en)>.

Shikano, Susumu & Mack, Verena. (2011). When Does the Second-Digit Benford’s Law-Test Signal an Election Fraud? Facts or Misleading Test Results. *Journal of Economics and Statistics (Jahrbuecher fuer Nationaloekonomie und Statistik)*. 231. 719-732.



Soni et al. 2020 SONI, N. et al. Artificial Intelligence in Business: From Research and Innovation to Market Deployment. *Procedia Computer Science*, v. 167, p. 2200–2210, 2020. ISSN 18770509. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877050920307389>>.

Villas-Boas, Fu e Judge 2017 VILLAS-BOAS, S. B.; FU, Q.; JUDGE, G. Benford's law and the fsd distribution of economic behavioral micro data. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 486, p. 711–719, 2017. ISSN 0378-4371. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037843711730612X>>.

Vinuesa et al. 2020 VINUESA, R. et al. The role of artificial intelligence in achieving the Sustainable Development Goals. *Nature Communications*, v. 11, n. 1, p. 233, dez. 2020. ISSN 2041-1723. Disponível em: <<http://www.nature.com/articles/s41467-019-14108-y>>.

Wang 2019 WANG, P. On Defining Artificial Intelligence. *Journal of Artificial General Intelligence*, v. 10, n. 2, p. 1–37, jan. 2019. ISSN 1946-0163. Disponível em: <<https://content.sciendo.com/doi/10.2478/jagi-2019-0002>>.

West e Bhattacharya 2016 WEST, J.; BHATTACHARYA, M. Intelligent financial fraud detection: A comprehensive review. *Computers & Security*, v. 57, p. 47–66, mar. 2016. ISSN 01674048. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0167404815001261>>.

Zhang, Pee e Cui 2021 ZHANG, D.; PEE, L.; CUI, L. Artificial intelligence in E-commerce fulfillment: A case study of resource orchestration at Alibaba's Smart Warehouse. *International Journal of Information Management*, v. 57, p. 102304, abr. 2021. ISSN 02684012. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0268401220315036>>.

Zhang 2019 ZHANG, Y. The application of artificial intelligence in logistics and express delivery. *Journal of Physics: Conference Series*, v. 1325, p. 012085, 10 2019.