

# DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

## ADAPTAÇÃO DE MODELOS DE PLANO CRÍTICO PARA PROJETO CONTRA FADIGA MULTIAXIAL DE MATERIAL INTERNAMENTE DEFEITUOSO E NA PRESENÇA DE MICRO-DEFEITOS ARTIFICIAIS

## LUCAS CARNEIRO ARAUJO

Brasília, 29 de julho de 2020

# **UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

## UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

Faculdade de Tecnologia Departamento de Engenharia Mecânica

# ADAPTAÇÃO DE MODELOS DE PLANO CRÍTICO PARA PROJETO CONTRA FADIGA MULTIAXIAL DE MATERIAL INTERNAMENTE DEFEITUOSO E NA PRESENÇA DE MICRO-DEFEITOS ARTIFICIAIS

## LUCAS CARNEIRO ARAUJO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

Prof. José Alexander Araújo, D.Phil. (ENM/UnB) (Orientador)

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, D.Sc. (ENM/UnB) (Examinador Interno)

Prof. Marcos Venicius S. Pereira, PhD. (PUC-Rio) (Examinador Externo)

Brasília/DF, 29 de julho de 2020.

## FICHA CATALOGRÁFICA

ARAUJO, LUCAS CARNEIRO	
Adaptação de modelos de plano crítico para projeto contra fadiga multiaxial de material internamente	
defeituoso e na presença de micro-defeitos artificiais	
[Distrito Federal] 2020.	
xvii, 73 p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2020)	
Dissertação de mestrado – Universidade de Brasília.	
Faculdade de Tecnologia.	
Departamento de Engenharia Mecânica.	
1. Fadiga Multiaxial 2	2. Inclusões não metálicas
3. aço AISI 4140 4. Parâmetro $\sqrt{area}$	
I. ENM/FT/UnB II	I. ENM.DM-07/2020

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ARAUJO, L. C., (2020) Adaptação de modelos de plano crítico para projeto contra fadiga multiaxial de material internamente defeituoso e na presença de micro-defeitos artificiais. Dissertação de mestrado, Publicação ENM.DM-07/2020, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, DF, 73 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Lucas Carneiro Araújo.

TÍTULO: Adaptação de modelos de plano crítico para projeto contra fadiga multiaxial de material internamente defeituoso e na presença de micro-defeitos artificiais.

GRAU: Mestre ANO: 2020

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Lucas Carneiro Araújo Rua L-3, Nr. 440, Qd. 15. Lt. 26 74.630\_200 Bairro Feliz, Goiânia – GO – Brasil.

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por me permitir trilhar nesse caminho e por prepara-lo, como sempre, da melhor forma possível, colocando nele as pessoas certas para me auxiliar e não deixando nenhum mal me afligir.

Agradeço a minha família por todo o apoio e amor transmitidos nesse período em que eu estava distante. Agradeço em especial aos meus pais Paulo e Valdirene por não medirem esforços para que eu pudesse me dedicar em tempo integral a esse projeto. Agradeço também aos meus irmãos Sergio e Matheus e aos meus primos, pelos momentos de descontração e alegria durante esses anos. À minha namorada Sayra por trilhar parte dessa jornada ao meu lado e por todos os anos de companheirismo e amor e a sua família por me acolher sempre de braços abertos.

Ao meu orientador José Alexander, sem o qual o início dessa jornada teria sido muito mais difícil, por todo o conhecimento transmitido, pelos momentos gastos para me auxiliar e por sempre estar em busca de condições melhores para o desenvolvimento das pesquisas no laboratório.

Agradeço a todos os colegas, técnicos e professores do programa que me auxiliaram de alguma forma, esclarecendo minhas dúvidas, ensinando a operar os equipamentos e mantendo o laboratório em condições de funcionamento. Os quais não me arrisco a citar nomes, para não cometer o pecado de esquecer alguém.

Por fim, gostaria de agradecer a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela bolsa de pesquisa que possibilitou a realização do trabalho e a Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, na pessoa do professor Marcos Venicius, pelos recursos financeiros que possibilitaram a realização desse projeto.

iv

#### RESUMO

O objetivo desta pesquisa é investigar o efeito prejudicial de micro-defeitos, como micro-furos e inclusões não metálicas, na resistência à fadiga do aço AISI 4140 em condições de carregamento multiaxial. Para fazer isso, os modelos de fadiga multiaxial baseados na abordagem de plano crítico de Findley e o MWCM são combinados com o parâmetro  $\sqrt{area}$  do Murakami. A proposta de adaptação dos modelos multiaxiais se mostrou de simples calibração. Com esta metodologia, os critérios de fadiga multiaxial utilizados não são alterados. No entanto, calibrá-los é consideravelmente mais barato e mais rápido em comparação aos métodos tradicionais. Em adição para capturar o efeito dos carregamentos não proporcionais na resistência à fadiga desse material, os métodos da Maior Envoltória Retangular (MRH) e do Momento de Inércia (MOI) são usados para calcular a amplitude da tensão de cisalhamento. Experimentos com corpos de prova lisos e corpos de prova com um micro-furo cilíndrico foram conduzidos, sob carregamentos combinados de tração-compressão e torção, em fase e fora de fase e seus resultados comparados com as estimativas fornecidas pelos modelos adaptados propostos. A adaptação mostrou-se conservadora, com erros em torno de 30%. Uma análise das superfícies de fratura foi realizada para comparar os planos estimados de iniciação das trincas com os observados.

#### ABSTRACT

The goal of this research is to investigate the detrimental effect of micro-defects, such as micro-holes and non-metallic inclusions, on the fatigue strength of the AISI 4140 steel under multiaxial loading conditions. In order to do so, the multiaxial fatigue models based on the critical plane approach of Findley and the MWCM are coupled with Murakami's  $\sqrt{area}$  parameter. The proposed adapted multiaxial criteria are proved simple to calibrate. With this methodology the multiaxial fatigue criteria utilized are not changed. However, calibrating them is considerably cheaper and faster compared to traditional methods. In addition to capture the effect of non-proportional loading on the fatigue strength of these materials, the Maximum Rectangular Hull (MRH) and Moment of Inertia (MOI) method are used to calculate the shear stress amplitude. Experiments with smooth specimens and specimens with a cylindrical micro-hole were conducted, under combined push-pull and torsional loading, in and out-of-phase and its results compared with the estimates provided by the proposed adapted models. The adaptation proved to be conservative with errors around 30%. An analysis of the fracture surfaces was carried out to compare the estimated crack initiation planes with the observed ones.

vi

### LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. (a) Sistema de coordenadas em um espécime sob carregamento combinado; (b) plano material $\Delta$ e seu vetor normal unitário $n$ ; (c) os vetores tensão normal e de cisalhamento		
Figura 2.2. Distribuição da tensão normal e de cisalhamento em um entalhe de eixo virabrequim durante uma sequência de queima com rotação do eixo em 720° [17]8		
Figura 2.3. Carregamentos cíclicos: (a) totalmente alternado; (b) repetido; (c) flutuante.		
Figura 2.4. Vetor unitário $\boldsymbol{n}$ e suas coordenadas esféricas $\theta$ e $\phi$		
Figura 2.5. Projeções do vetor unitário10		
Figura 2.6. Vetor tensão $t$ , sua trajetória $\Phi$ , sua componente normal $\sigma n$ e sua projeção sobre o plano material $\Delta$ para um ciclo de carregamento complexo gerando a curva $\Psi$ da componente cisalhante		
Figura 2.7. Curva S-N esquemática (amplitude de tensão x número de ciclos)14		
Figura 2.8. Curva S-N esquemática para diferentes tensões medias $\sigma m$ para uma mesma amplitude de tensão $\sigma a$ 15		
Figura 2.9. Diagrama esquemático de curva S-N estimada para carregamentos completamente alternados		
Figura 2.10: Distribuição de t-Student18		
Figura 2.11: Distriuição chi-Quadrada19		
Figura 2.12. Representação esquemática da área projetada de um defeito no plano normal a máxima direção principal20		
Figura 2.13. Classificação das inclusões não metálicas em relação a sua distância da superfície21		
Figura 2.14. Procedimento para determinação dos valores de $\sqrt{areamax}$ , <i>j</i> nas áreas de inspeção <i>S</i> 0 de uma amostra24		
Figura 2.15. Variação dos planos materiais definidos por $\theta \in \phi$		

Figura 2.16. Curvas Modificadas de Wöhler29
Figura 2.17. Comportamento da tensão cisalhante em um ciclo de carregamento gerando a curva fechada $\Psi$ : (a) plano material com referencial xyz; (b) plano material com referencial <i>eAeB</i>
Figura 2.18. Novo sistema de coordenadas <i>eA x eB x n</i> 31
Figura 2.19. Projeções dos vetores unitários $eA(a) e eB(b)$ no sistema de coordenadas ortogonais $xyz$
Figura 2.20. Método da Caixa33
Figura 2.21. Método do Momento de Inércia36
Figura 2.22. Fluxograma para implementação do MRH35
Figura 2.23. Fluxograma para implementação do MOI
Figura 3.1. Geometria do corpo de prova (dimensões em mm)42
Figura 3.2. Inclusões no aço AISI 4140, (a) ampliação de 50x, (b) ampliação de 200x e (c) ampliação de 500x43
Figura 3.3. Micro-furo produzido nos espécimes de fadiga43
Figura 3.4. Maquinas de ensaio de fadiga MTS - 810 <i>Material test system</i> à esquerda e MTS - 809 <i>Axial/torsional test system</i> à direita45
Figura 4.1. Gráfico com resultados experimentais e curva S-N para carregamento de tração-compressão com espécime liso46
Figura 4.2. Gráfico com resultados experimentais e curva S-N para carregamento de
torção com espécime liso47
torção com espécime liso47 Figura 4.3. Gráfico com resultados experimentais e curva S-N para carregamento de tração-compressão com a presença de micro-furo no espécime48
torção com espécime liso
torção com espécime liso

Figura 4.6. Distribuição das $\sqrt{areamax}$ , <i>j</i> das inclusões em cada volume de inspeção padrão <i>S</i> 0 da amostra cortado no plano de 90° (a) e no plano de 45° (b)
Figura 4.7. Resultados obtidos com modelo multiaxial de Findley: (a) dados em fase; (b) dados fora de fase
Figura 4.8. Resultados obtidos com modelo multiaxial MWCM: (a) dados em fase; (b) dados fora de fase
Figura 4.9. Resultados dos modelos multiaxiais para o espécime com furo: (a) modelo de Findley; (b) modelo MWCM56
Figura 4.10. Foto de inclusões não metálicas na raiz da trinca: (a) superfície de fratura de ensaio de tração compressão; (b) superfície de fratura de ensaio axial-torsional em fase
Figura 4.11. Microanálise por Espectroscopia de Energia Dispersiva da inclusão na raiz da trinca de um ensaio de tração-compressão
Figura 4.12. Fotos da superfície de fratura de um espécime submetido a carregamento de tração-compressão
Figura 4.13. Foto da superfície de fratura: ensaio de torsão à esquerda; ensaio <i>axial-torsional</i> em fase com $\tau xy$ , $a/\sigma xx$ , $a = 0,5$ à direita
Figura 4.14. Fotos da superfície de fratura de um ensaio de tração-compressão em espécime com micro-furo de 550 $\mu m$
Figura 4.15. Fotos da superfície de fratura de um ensaio de torção em espécime com micro-furo de 550 $\mu m$
Figura 4.16. Fotos de trincas encontradas em inclusões superficiais de um espécime que atingiu run-out em carregamento combinado em fase com $\tau xya/\sigma xa = 1$ , com amplitude de tensão de 200 MPa

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Propriedades mecânicas do aço AISI 414041
Tabela 4.1. Resultados dos ensaios de tração-compressão47
Tabela 4.2. Resultados dos ensaios de torção48
Tabela 4.3. Resultados dos ensaios de tração-compressão de espécimes com furo de 550 $\mu m$
Tabela 4.4. Resultados dos ensaios de torção de espécimes com furo de 550 $\mu m50$
Tabela 4.5. Resistências a fadiga do aço AISI 4140 obtidas experimentalmente pormeio das curvas S-N.50
Tabela 4.6. Limites de fadiga obtidos com o Método da Escada Modificado51
Tabela 4.7. Resultados da análise com estatísticas dos extremos aplicados à $\sqrt{area}$ das inclusões
Tabela 4.8. Limites de fadiga do aço AISI 4140 obtidos através do parâmetro $\sqrt{area}$ . 53
Tabela 4.9. Constantes dos modelos de plano crítico
Tabela 4.10. Ensaios em fase realizados para comparação com modelos de planocrítico
Tabela 4.11. Ensaios 90º fora de fase realizados para comparação com modelos de plano crítico
Tabela 4.12. Ensaios em fase realizados para comparação com modelos de planocrítico com micro-furo no espécime
Tabela 4.13. Valores máximos e médios do índice de erro fornecido pelos critérios de Findley e do MWCM adaptados com $\sigma w$ e $\tau w$
Tabela 4.14. Mapeamento do plano $(\theta, \phi)$ de orientação do início da trinca de cada configuração de ensaio

## LISTA DE SIGLAS

AISI	American Iron and Steel Institute
ASTM	American Society for Testing and Materials
EDS	Energy Dispersive Spectroscopy
MCC	Mínima Circunferência Circunscrita
MEV	Microscópio Eletrônico de Varredura
MOI	Métodos do Momento de Inércia
MRH	Maximum Rectangular Hull
MWCM	Modified Wöhler Curve Method

## LISTA DE SIMBOLOS

## Símbolos Arábicos

$\sqrt{area}_{max}$	parâmetro para inclusões não metálicas
$\sqrt{area}$	parâmetro para trincas ou defeitos de tamanho conhecidos
Α	coeficiente da curva S-N
<i>a</i> <sub>1</sub>	comprimento da metade do lado do retângulo na direção $e_A$
<i>a</i> <sub>2</sub>	comprimento da metade do lado do retângulo na direção $e_B$
СМ	centro de massa
С	razão entre os limites de fadiga em tração-compressão e em torção
d	diâmetro
dm	massa infinitesimal
dp	comprimento infinitesimal
$oldsymbol{e}_A$ , $oldsymbol{e}_B$	vetores unitários do novo sistema referencial
$F_j$	função de distribuição cumulativa
f	funções periódicas
Hv	dureza Vickers
h	espessura
Ι	momento de inercia de área
I <sub>cm</sub>	momento de inércia do centro de massa
Io	momento de inércia
keV	quilo elétron volts
L	comprimento
М	massa total do corpo
т	massa
$m_d$	fator de tamanho
$m_o$	fator qualquer
m <sub>s</sub>	fator de acabamento superficial
$m_t$	fator de tipo de carregamento
N <sub>e</sub>	vida limite do material
N <sub>f</sub>	número de ciclos até a falha

n	vetor normal unitário
0	ponto qualquer
Р	perímetro do fio
p	profundidade
R	razão de carregamento
R <sub>rot</sub>	matriz de rotação do Método da Caixa
$R_E$	resultado experimental
$R_P$	resultado previsto
<i>S</i> <sub>0</sub>	área de inspeção padrão
S	desvio padrão
$S_{X\%}$	desvio padrão com limite de confiabilidade
t	tempo
t	vetor tensão
Т	valor de retorno
$V_0$	volume de inspeção padrão
V	volume de previsão
x, y, z	sistema de coordenadas ortogonais
$\mathcal{Y}_{j}$	variáveis reduzidas

## Símbolos Gregos

$\Delta \sigma_{Mises}$	relação de von Mises para metais dúcteis
$\Delta \sigma$	diferença entre as tenções
Δ	plano material genérico
δ	ângulo de fase entre carregamentos
θ	coordenada esférica para referenciar o vetor normal ao plano
$\kappa_A$	fator de intensidade da tenção normal do MWCM
$\kappa_F$	fator de intensidade da tenção normal de Findley
$\lambda_A$	limite de fadiga multiaxial do MWCM
$\lambda_F$	limite de fadiga multiaxial de Findley
ρ	influência da tensão normal no dano à fadiga do MWCM
$ ho_{lim}$	valor limite de $\rho$

σ	tensor das tensões
$\sigma_0$	limite de fadiga genérico
$\sigma_{0min}$	menor amplitude de tensão em que ocorreu falha
$\sigma_{-1}$	resistência a fadiga em tração-compressão alternada
$\sigma_a$	amplitude da tensão
$\sigma_{ii}$	componentes normais do tensor das tensões
$\sigma_m$	valor médio da tensão
$\sigma_{max}$	tensão máxima
$\sigma_{min}$	tensão mínima
$\sigma_n$	vetor tensão normal
$\sigma_{n,max}$	tensão normal máxima
$\sigma_u$	limite de resistência a tração
$\sigma'_u$	resistência a fadiga para 103 ciclos
$\sigma'_f$	coeficiente de resistência à fadiga
$\sigma_w$	limite de fadiga de tração-compressão alternada para material com pequeno defeito
$\overline{\sigma_0}$	média da amplitude de tensão amostral
$\sigma_{0_{X\%}}$	limite de fadiga com índice de confiabilidade
τ	vetor tensão cisalhante
$ au_{-1}$	resistência a fadiga em torção alternada
$ au_a$	amplitude da tensão cisalhante
$ au_{ij}$	componentes cisalhantes do tensor das tensões
$ au_m$	tensão de cisalhamento média
$ au_w$	resistência a fadiga em torção alternada para material com pequeno defeito
φ	ângulo de rotação para o Método da Caixa
Φ	trajetória fechada descrita pelo vetor tensão
$\phi$	coordenada esférica para referenciar o vetor normal ao plano
Ψ	trajetória fechada descrita pelo vetor tensão cisalhante
ω	frequência angular

## Subscritos

а	amplitude
e <sub>A</sub>	relativo ao vetor $e_A$
e <sub>B</sub>	relativo ao vetor $e_B$
ii	referente a direção e sentido das tensões normais
ij	referente a direção e sentido das tensões cisalhantes
i	relativo ao i-ésimo ponto/instante
j	referente ao numero amostral
т	valor médio
n	relativo ao vetor normal
t	relativo ao total
x, y, z	relativo ao sistema de coordenadas ortogonais

## Sobrescritos

В	expoente da curva S-N
b	expoente de resistência a fadiga
С	referente ao plano crítico

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO1
1.1	ASPECTOS MOTIVACIONAIS1
1.2	ESTADO DA ARTE2
1.3	OBJETIVOS4
2	DEFINIÇÕES E CONCEITOS BÁSICOS
2.1	VETOR TENSÃO5
2.2	HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO6
2.2.1	Estado Uniaxial de Tensão8
2.2.2	Estado Multiaxial de Tensão9
2.3	FADIGA12
2.3.1	Fadiga uniaxial13
2.3.2	Limites de Fadiga15
2.3.3	Método da escada modificado17
2.3.4	Parâmetro <i>area</i> 19
2.3.4	.1 Metodologia para Cálculo do Parâmetro $\sqrt{area}_{max}$
2.4	FADIGA MULTIAXIAL24
2.4.1	Modelos de Plano Critico25
2.4.1	.1 Findley27
2.4.1	.2 Modelo de Susmel e Lazzarin27
2.4.2	Amplitude da Tensão Cisalhante29
2.4.3	Determinando a Histórias da Tensão Cisalhante
2.4.4	Métodos de Cálculo da Amplitude da Tensão Cisalhante
2.4.4	.1 Método Da Caixa
2.4.4	.2 Método Do Momento De Inércia35
3	METODOLOGIA40
3.1	CALIBRAÇÃO DOS MODELOS MULTIAXIAIS COM O PARÂMETRO $\sqrt{area}$
	40
3.2	MATERIAL E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS41
3.3	OBTENÇÃO DOS LIMITES DE FADIGA43
3.4	ENSAIOS DE FADIGA44
4	RESULTADOS46

4.1	LIMITES DE FADIGA OBTIDOS EXPERIMETALMENTE	46
4.2	LIMITES DE FADIGA OBTIDOS A PARTIR DOS PEQUENOS DEFEITOS	S
		51
4.3	RESULTADOS COM MODELOS MULTIAXIAIS	53
4.3.1	Espécime liso	53
4.3.2	Espécime com furo	56
4.4	ÍNDICE DE ERROS E DISCUSSÃO	57
4.5	ANÁLISE DA FRATURA	59
5	CONCLUSÃO	65
REFE	ERENCIAS	67
ANE	хо	71
ANE	XO I. PARÂMETROS PARA ESTIMAR LIMITES DE FADIGA E CURVA S-N	71
APÊI	NDICE	72
APÊ	NDICE I. TABELA COM DADOS DAS MEDIDAS DAS INCLUSÕES OBTIDAS	
PAR	A ANÁLISE DE ESTATISTICA DOS ESTREMOS	72

### 1 INTRODUÇÃO

#### 1.1 ASPECTOS MOTIVACIONAIS

A geração de energia elétrica no Brasil tem sua principal fonte em usinas hidrelétricas. Apesar de sua vantagem como agentes não poluentes, eles dependem para a operação de fatores naturais, como a intensidade das chuvas, que determina o nível da água nos reservatórios. Por outro lado, as usinas termelétricas a combustível fóssil representam uma alternativa viável capaz de garantir o fornecimento de energia elétrica sem interrupção. Atualmente, as termelétricas a combustível fóssil desempenham papel importante no cenário energético nacional, correspondendo a 25% do total da matriz elétrica brasileira [1].

Na geração de energia termoelétrica fóssil a eletricidade é obtida a partir da energia térmica produzida pela reação de combustão. Para isso, o processo de queima que ocorre no interior dos pistões produz, por meio de bielas, um torque que atua no munhão principal do virabreguim, transformando o movimento linear do pistão em movimento de rotação, que, por sua vez, é transmitido para um gerador de energia. A posição angular dos mancais de manivela e a sequência de queima são adotadas para garantir uma rotação uniforme do virabrequim. Cargas radiais devido à pressão de combustão, transmitidas pelos pistões e bielas, causam torção harmônica combinada com flexão cíclica no eixo virabrequim do motor, criando condições para danos por fadiga durante o serviço. Para evitar isso, os virabreguins são projetados para durar a vida útil dos motores, que podem executar milhões de ciclos de carregamento, caracterizando um projeto de vida útil infinita. A previsão de falha por fadiga pode ser avaliada primeiramente determinando as tensões desenvolvidas em pontos críticos durante sua rotação completa e depois aplicando critérios de fadiga multiaxial de alto ciclo baseados em tensão. Se a força motriz da fratura por fadiga, representada por alguma função de admissibilidade das tensões cíclicas, for menor que o limite de fadiga do material, é provável que não ocorra falha.

Os virabrequins são feitos de aços de liga tratados termicamente, que também são usados em muitos outros componentes do motor. Esse amplo espectro de aplicação é atribuído à sua alta resistência, propriedades mecânicas uniformes, resistência à corrosão e alta tenacidade à fratura. Consequentemente, eles são muito confiáveis e duráveis. No entanto, processos de fabricação inadequados podem dar

origem a pequenos defeitos, como trincas, arranhões e inclusões não metálicas. Isso leva a critérios inadequados de projeto, especificação de material e, consequentemente à falha por fadiga, pois as trincas pré-existentes tendem a se propagar ou se iniciam nesses pequenos defeitos [2,3]. Portanto, é importante incluir de alguma forma a influência desses defeitos na análise de fadiga.

Para fazer isso, os pesquisadores vêm trabalhando em novos modelos específicos para prever o efeito de pequenos defeitos na resistência à fadiga de materiais sujeitos a condições complexas de carregamento multiaxial [4,5]. Ao contrário desses novos modelos, este trabalho tem como objetivo incorporar o parâmetro  $\sqrt{area}$  [3,6] em alguns modelos já conhecidos baseados no conceito de plano crítico para estimar a resistência à fadiga do aço AISI 4140 naturalmente defeituoso. Vale a pena observar que em geral apenas os ensaios padrões de fadiga adequados para calibrar esses modelos multiaxiais usados na fase de projeto. Isso se deve à maior probabilidade da existência de piores defeitos nos componentes mecânicos, como os virabrequins, que são significativamente maiores do que os espécimes de fadiga. Portanto, uma análise estatística também deve ser considerada para se aplicar corretamente os modelos de fadiga multiaxial.

Neste trabalho, afirmamos que, com a adaptação proposta, a abordagem clássica dos modelos de plano crítico selecionados pode ser apropriada para estimar a resistência à fadiga em materiais naturalmente defeituosos sob carregamentos combinados. Como será mostrado, a vantagem dessa abordagem é sua simplicidade e confiabilidade. Para avaliar a metodologia de resistência à fadiga proposta, novos dados experimentais, considerando carregamentos combinados em fase e fora de fase (tração-compressão e torção), foram gerados a partir de espécimes produzidos com aço AISI 4140 retirado diretamente de virabrequins de termo geradores, que sofreram falha durante serviço.

#### 1.2 ESTADO DA ARTE

Os modelos de fadiga multiaxial baseados na abordagem de plano crítico foram originalmente concebidos para estimar o risco de iniciação de *micro/meso* trincas em materiais homogêneos e isotrópicos submetidos a carregamentos combinados variáveis [7]. Estes modelos assumem que sob um regime de fadiga de médio ou de

alto número de ciclos a iniciação de uma trinca ocorre devido ao escorregamento de planos cristalográficos e, portanto, ocorrerá no plano com maior amplitude da tensão cisalhante ( $\tau_a$ ), mas também é fortemente influenciada pela máxima tensão normal a esse plano ( $\sigma_{n,max}$ ). Para carregamentos multiaxiais proporcionais o cálculo de  $\tau_a$  é trivial [8]. Entretanto, para carregamentos não-proporcionais este procedimento é mais complexo e requer uma abordagem adequada. O método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC) [8] estabelece uma medida para a amplitude do vetor tensão cisalhante quando este descreve trajetórias não lineares fechadas no plano material. Entretanto, Araújo e colaboradores [9] provaram que esta abordagem não apenas forneceu resultados altamente não conservativos para estimativa do limite de fadiga de alguns materiais sob carregamento multiaxial não-proporcional, mas também que ela é conceitualmente incorreta, pois pode fornecer o mesmo valor de  $\tau_a$  para dois carregamentos distintos (sendo um proporcional e outro não). Para solucionar este problema foi proposto o método da Maior Envoltória Retangular (Maximum Rectangular Hull - MRH), também chamado de Método da Caixa [9,10]. Em um estudo comparativo entre previsões de vida em fadiga utilizando esses dois métodos (MCC e MRH) com o modelo de fadiga multiaxial das curvas modificadas de Wöhler (MWCM) [10] verificou-se que estimativas mais precisas foram obtidas quando  $\tau_a$  foi calculada por meio do método MRH. Um novo método de cálculo de amplitude de tensão cisalhante foi proposto recentemente por Meggiolaro e Castro [11], denominado método do Momento de Inércia (MOI) e baseado em uma abordagem integral contrasta com os demais métodos, visto que não se trata de um método de superfície envoltória.

Entre os modelos de plano crítico governados pela amplitude da tensão cisalhante destacam-se os de Findley [12], Matake [13] e Susmel e Lazzarin [14]. Esses modelos, entretanto, divergem quanto a melhor definição de plano crítico. Enquanto os dois últimos assumem que o plano mais provável para iniciação da trinca é o de máximo  $\tau_a$ , o primeiro considera que este plano é o de máxima combinação entre  $\tau_a$  e  $\sigma_{n,max}$ .

Para materiais contendo pequenas inclusões ou defeitos e/ou com comportamento mais frágil o uso de modelos de plano crítico governados pela amplitude da tensão cisalhante é questionável. Nestes casos, tem-se observado a iniciação e o crescimento de trincas essencialmente em modo I (modo de abertura)

[3,15]. Entretanto existem poucos trabalhos que consideram a fadiga na condição de carregamentos combinados não proporcionais com a presença de pequenos defeitos.

Um parâmetro que tem se difundido e que relaciona a resistência a fadiga de materiais metálicos com pequenos defeitos ou inclusões não metálicas é o  $\sqrt{area}$ , proposto por Murakami e Endo [3,6]. Esse modelo tem sido usado para estimar a resistência a fadiga uniaxial de tração-compressão,  $\sigma_w$ , com êxito em muitos casos, sem a necessidade de serem feitos ensaios de fadiga. E foi expandido por Yanase e Endo [15] a fim de também estimar a resistência a fadiga em torção,  $\tau_w$ . Recentemente pesquisadores tem trabalhado no desenvolvimento de métodos de previsão do efeito desses pequenos defeitos na vida em fadiga de materiais submetido a condições complexas de carregamento multiaxial [4,5].

#### 1.3 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho de pesquisa é desenvolver e avaliar metodologias para projeto contra fadiga de materiais internamente defeituosos ou na presença de pequenos defeitos, quando submetidos a carregamentos combinados proporcionais e não proporcionais.

Em específico, deseja-se avaliar os modelos de plano crítico de Findley e do MWCM que dizem que o processo de iniciação de trincas é primariamente governado pela amplitude da tensão de cisalhamento. Para capturar o efeito da nãoproporcionalidade do carregamento sobre a resistência a fadiga destes materiais esta pesquisa utilizará o método da Maior Envoltória Retangular e o do Momento de Inercia para o cômputo da amplitude da tensão cisalhante, com o objetivo de avaliar qual apresenta resultados mais apurados.

E para incluir o efeito das inclusões/defeitos nos modelos multiaxiais propõe-se que sejam calibrados utilizando os limites de fadiga associados ao parâmetro  $\sqrt{area}$  para as inclusões, obtido por meio do método de estatística dos extremos, e para um micro-furo fabricado (defeito artificial com tamanho conhecido). Para isso os resultados da previsão dos modelos de plano crítico serão comparados com resultados experimentais obtidos a partir de espécimes manufaturados com o aço AISI 4140 que é utilizado na fabricação de virabrequins de grupo geradores estacionários.

## 2 DEFINIÇÕES E CONCEITOS BÁSICOS

### 2.1 VETOR TENSÃO

Considere um corpo submetidos a carregamentos externos, por exemplo sob carregamento combinado (*axial-torsional*), como na Figura 2.1(a). O plano material genérico  $\Delta$  que passa por um ponto 0 qualquer pode ser representado por seu vetor normal unitário n (Figura 2.1(b)). De acordo com a hipótese de Cauchy, o vetor tensão t que atua no ponto 0 depende da orientação do plano do material. A Equação (2.1) mostra de que forma o vetor tensão depende de n, o que é conhecido como teorema de Cauchy, onde  $\sigma$  é o Tensor das Tensões no ponto 0 e n é o vetor unitário normal ao plano material  $\Delta$  [16].

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{n} \tag{2.1}$$

Se  $\sigma$  é conhecido o teorema de Cauchy permite determinar o vetor tensão t em qualquer plano.



Figura 2.1. (a) Sistema de coordenadas em um espécime sob carregamento combinado; (b) plano material ∆ e seu vetor normal unitário n; (c) os vetores tensão normal e de cisalhamento.

O vetor de tensão *t* pode ser decomposto em componentes de tensão normal e de cisalhamento,  $\sigma_n \in \tau$ , respectivamente (Figura 2.1(c)).

$$\sigma_n = (t \cdot n)n \tag{2.2}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{t} - \boldsymbol{\sigma}_n \tag{2.3}$$

Em um sistema de coordenadas ortogonais composto pelos vetores unitários  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_x$  um estado de tensão tridimensional definido pelo Tensor das Tensões de Cauchy pode ser representado na forma matricial:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$
(2.4)

onde  $\sigma_{ii}$  são componentes normais e  $\tau_{ij}$  são componentes cisalhante do tensor. Podese mostrar por equilíbrio de momentos no elemento de tensão que  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ;  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ;  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$  de maneira que o tensor das tensões (Equação (2.4)) se torna simétrico com apenas 6 escalares independentes para definir o estado de tensão de um ponto.

### 2.2 HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO

Os esforços aos quais componentes mecânicos estão constantemente submetidos advêm dos carregamentos cíclicos impostos durante o seu funcionamento. Esses carregamentos cíclicos geram histórias de carregamento ou histórias de tensão que podem ser caracterizadas por alguns fatores, que dado o tensor das tensões ( $\sigma$ ) podem ser representados de forma geral por:

onde:

 $\sigma_{ii,a} \in \tau_{ij,a}$  são as amplitudes das tensões;  $\sigma_{ii,m} \in \tau_{ij,m}$  são as tensões médias;  $\omega_{ii} \in \omega_{ij}$  são as frequências angulares;  $f_{ii} \in f_{ij}$  são funções periódicas.

As características desses carregamentos podem variar substancialmente dependendo da aplicação e das condições de trabalho de cada componente. Podendo ser constantes no tempo e cíclicas com ou sem variação da frequência, como em

máquinas de ensaios rotativas, ou podem variam em amplitude e frequência, muitas vezes de forma aleatória, como no semieixo do sistema de transmissão diferencial de um automóvel.

As histórias de tensões podem ainda ser classificadas quanto à sua proporcionalidade (histórias de tensões proporcionais e não proporcionais) e quanto à sua frequência (histórias de tensões síncronas e assíncronas).

Os carregamentos proporcionais são caracterizados como aqueles em que a variação dos componentes do tensor das tensões mantêm uma relação proporcional ao longo do tempo em que o componente é solicitado, e nesses casos se pode verificar que a razão e direção das tensões principais permanecem constantes ao longo do ciclo de carregamento [7].

Em alguns casos, todavia, não é possível estabelecer uma relação de proporcionalidade entre as componentes do tensor das tensões, isso implica que a direção dos eixos principais e a razão entre as tensões principais não permanecem fixas ao longo do tempo. Estes tipos de carregamento são denominados não proporcionais [7].

Uma história de tensões é dita síncrona quando as componentes do tensor das tensões estão na mesma frequência angular,  $\omega_{ij} = \omega_{ij}$ , ou seus períodos são equivalentes e, caso contrário, é chamada de assíncrona.

Um exemplo típico de componente submetido a carregamentos assíncrono e não proporcional são eixos virabrequins de motores a combustão interna, como pode ser observado na Figura 2.2, que mostra a distribuição da tensão normal e de cisalhamento em um entalhe selecionado durante uma sequência de queima de um motor a gasolina de 16 cilindros, a qual foi obtida por meio de simulação [17].



Figura 2.2. Distribuição da tensão normal e de cisalhamento em um entalhe de eixo virabrequim durante uma sequência de queima com rotação do eixo em 720° [17].

#### 2.2.1 Estado Uniaxial de Tensão

Um corpo submetido a um carregamento periódico cuja um ponto qualquer esteja sujeito a tensões em apenas uma direção está experimentando um estado uniaxial de tensão, que pode ser representado da forma que segue:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad ; \qquad \sigma_{xx}(t) = \sigma_{xx,m} + \sigma_{xx,a}\sin(\omega t) \qquad (2.6)$$

onde  $\sigma_{xx,a}$  e  $\sigma_{xx,m}$  são a amplitudes e a tensão média da componente de tensão  $\sigma_{xx}$ , *t* é o tempo e  $\omega$  é a frequência angular.

Alguns parâmetros importantes devem ser considerados em análises de fadiga com carregamentos periódicos [18], como as tensões máximas e mínimas:

$$\sigma_{max} = \sigma_{xx,m} + \sigma_{xx,a} \quad ; \quad \sigma_{min} = \sigma_{xx,m} - \sigma_{xx,a} \tag{2.1}$$

A diferença entre as tensões:

$$\Delta \sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \tag{2.8}$$

A razão de carregamento (R) é um parâmetro importante na análise da fadiga:

(a -)

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{2.9}$$

A Figura 2.3 apresenta alguns casos comuns de carregamentos cíclicos com histórias de tensão uniaxial. Uma história de tensão é denominada completamente alternada quando o valor da tensão média é zero (R = -1), representada na Figura 2.3(a). Uma história de carregamento com tensão mínima de zero é dita repetido (R =0), como na Figura 2.3(b). Figura 2.3(c) caracteriza uma história de tensão flutuante, onde a razão de carregamento, R é diferente de 0 e de -1.



Figura 2.3. Carregamentos cíclicos: (a) totalmente alternado; (b) repetido; (c) flutuante.

No contexto uniaxial, obter a amplitude e o valor médio da tensão é um processo simples:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} , \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$
(2.10)

#### 2.2.2 Estado Multiaxial de Tensão

Componentes mecânicos estão frequentemente submetidos a múltiplos carregamentos agindo em diferentes direções. Como resultado pode ser observado em um ponto desse componente estados complexos de tensão com histórias proporcionais ou não proporcionais e isto é denominado estado multiaxial de tensão. Para o projeto de componentes submetidos a estes estados de tensão em condições de carregamento cíclico foi desenvolvida uma formulação apropriada. Com essa formulação, descrita a seguir, é possível determinar as componentes de tensão do ponto onde o componente é mais solicitado em um plano genérico.

Em um ponto O de um corpo a magnitude, o sentido e a direção do vetor tensão depende da orientação de um plano  $\Delta$  qualquer, referenciado por um sistema de

coordenadas ortogonais, que passa por esse ponto. Para caracterizar esse plano de corte basta determinar o vetor unitário  $n(n_x, n_y, n_z)$  normal a esse plano que pode ser referenciado pelas suas coordenadas esféricas  $\theta \in \phi$ , conforme pode ser observado na Figura 2.4.



Figura 2.4. Vetor unitário n e suas coordenadas esféricas  $\theta \in \phi$ .

Com o sistema de coordenadas esféricas é simples investigar todos os planos materiais que passam pelo ponto O por meio da variação nos ângulos de  $\theta$  e  $\phi$  entre 0 a 360°, porém, devido a propriedade de simetria observada entre as componentes de tensão, pode ser considerado a variação entre 0 e 180°.

Cada componente do vetor unitário n nas direções do sistema de eixos ortogonais podem ser obtidas em função das coordenadas esféricas conforme demostrado na Figura 2.5.



Figura 2.5. Projeções do vetor unitário.

Desta forma o vetor unitário (n) e normal ao plano  $\Delta$  que passa pelo ponto 0 pode ser representado como:

$$\boldsymbol{n} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{n}_{x} \\ \boldsymbol{n}_{y} \\ \boldsymbol{n}_{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \phi \cos \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \phi \end{pmatrix}$$
(2.11)

Em histórias de carregamentos carregamento multiaxiais periódicos, o vetor tensão *t* descreve uma trajetória fechada  $\Phi$ , sua componente cisalhante que é a projeção do vetor tensão no plano do material  $\Delta$  também descreverá um caminho fechado ( $\Psi$ ), e por sua vez o vetor tensão normal  $\sigma_n$  não altera sua direção, permanecendo sempre perpendicular ao plano, independente se o carregamento é proporcional ou não proporcional [8], como pode ser observado na Figura 2.6.

Sendo assim, para se computar a amplitude  $\sigma_a$ , valor médio  $\sigma_m$  ou valor máximo da tensão normal  $\sigma_{n,max}$ , é necessário somente considerar seu valor escalar ( $t(t) \cdot n$ ).

$$\sigma_a(\boldsymbol{n}) = \frac{1}{2} (\max(\boldsymbol{t}(t) \cdot \boldsymbol{n}) - \min(\boldsymbol{t}(t) \cdot \boldsymbol{n}))$$
  

$$\sigma_m(\boldsymbol{n}) = \frac{1}{2} (\max(\boldsymbol{t}(t) \cdot \boldsymbol{n}) + \min(\boldsymbol{t}(t) \cdot \boldsymbol{n}))$$
(2.12)



Figura 2.6. Vetor tensão *t*, sua trajetória  $\Phi$ , sua componente normal  $\sigma_n$  e sua projeção sobre o plano material  $\Delta$  para um ciclo de carregamento complexo gerando a curva  $\Psi$  da componente cisalhante.

Para um carregamento proporcional, a amplitude da tensão cisalhante  $\tau_a$  e a tensão cisalhante média  $\tau_m$  podem ser encontrados diretamente pelo valor máximo e mínimo do módulo do vetor da tensão cisalhante  $\tau$ , de forma similar ao que é feito com a tensão normal (Equação (2.12)). No caso de um carregamento não proporcional, a obtenção de  $\tau_a$  e  $\tau_m$  se torna uma tarefa bem mais complexa, devido ao fato de o vetor tensão cisalhante  $\tau$  variar em direção, sentido e magnitude, neste caso sendo necessário obter a amplitude e o valor médio de uma função vetorial.

A curva fechada  $\Psi$  será diferente em cada plano de corte que passa pelo ponto O, a partir dessa observação pode-se concluir que a amplitude da tensão cisalhante  $\tau_a$  depende da orientação do plano em que atua, ou seja  $\tau_a$  é função do vetor unitário  $\boldsymbol{n}$  e é definida pelas suas coordenadas esféricas  $\theta$  e  $\phi$  [8].

Atualmente, há diversas propostas para o cálculo da amplitude da tensão cisalhante em um plano material. Mais adiante será feita a descrição de alguns métodos selecionados, que apresentaram bons resultados em estudos recentes.

### 2.3 FADIGA

Considerada uma das formas mais comuns de falha mecânica, o fenômeno da fadiga ocorre em componentes solicitados à carregamentos cíclicos variáveis ou não no tempo que, mesmo que estes carregamentos estejam comumente bem abaixo do limite de escoamento do material, causam danos estruturais irreversíveis manifestados pela formação de trincas [18]. O processo de fadiga ocorre e é modelado em diferentes estágios. Primeiramente, durante o estágio de nucleação, o deslizamento de planos materiais dá origem as chamadas bandas de escorregamento, onde iniciam-se as trincas por fadiga em nível microscópico. Posteriormente, estas trincas evoluem por alguns grãos, o que costuma denominar-se estágio de iniciação e, logo a seguir, podem entrar em um estágio de propagação macroscópica. Neste estágio, as trincas crescem repetidamente à cada ciclo, até alcançar um comprimento crítico, a partir do qual o componente mecânico sofre uma falha repentina pois não consegue mais suportar os esforços mecânicos a que é submetido. A esta última fase denomina-se estágio de propagação instável [7,19].

Atualmente, existem três abordagens principais para análise e projeto contra falhas por fadiga. A abordagem mais tradicional baseada em tensão onde, as tensões nominais (médias) são analisadas na região mais crítica do componente mecânico. A tensão nominal que pode ser resistida sob carga cíclica é determinada considerando tensões médias e ajustando-se aos efeitos dos concentradores de tensão, como ranhuras, furos, chanfros e rasgos de chavetas. Outra abordagem é a baseada em deformação, que envolve análise mais detalhada do escoamento localizado que pode ocorrer em concentradores de tensão durante carregamentos cíclicos. Finalmente, existe a abordagem da mecânica da fratura, que trata especificamente dos mecanismos de crescimento das trincas já existentes.

O estudo de fadiga também é dividido em fadiga de alto ciclo e fadiga de baixo ciclo. O primeiro identifica situações de vida longa (grande número de ciclos) em fadiga, nas quais o nível de tensão é suficientemente baixo onde o efeito do escoamento torna-se insignificante. O número de ciclos a partir do qual se considera a fadiga de alto ciclo varia de acordo com o material, mas está tipicamente na faixa de 10<sup>2</sup> a 10<sup>4</sup> ciclos. Na fadiga de baixo ciclo, a abordagem mais comum é a baseada em deformação que é particularmente útil, pois trata especificamente dos efeitos da deformação plástica.

Neste trabalho serão considerados apenas modelos baseados em tensão para os casos de fadiga de alto ciclo como exposto a seguir.

### 2.3.1 Fadiga uniaxial

Um dos primeiros pesquisadores a estabelecer que a vida em fadiga de um componente dependente da tensão nominal foi August Wöhler na década de 1860, onde também propôs o conceito de limite de fadiga. A partir dos trabalhos desenvolvidos por ele por meio de dados experimentais foi possível relacionar o número de ciclos até a falha  $N_f$  para a condição de carregamentos uniaxiais com a amplitude de tensão  $\sigma_a$  para um dado material pela seguinte equação:

$$\sigma_a = \sigma'_f \left(N_f\right)^b \tag{2.13}$$

que é conhecida como equação de Basquin, onde:

 $N_f$  é o número de ciclos até a falha;

b expoente de resistência a fadiga;

 $\sigma_{f}^{\prime}$  coeficiente de resistência à fadiga.

A equação (2.13) é aplicada com sucesso para várias ligas metálicas de componentes não entalhados submetidos apenas a histórias de carregamentos uniaxiais de alto ciclo sem tensões médias ( $\|\sigma_{max}\| = \|\sigma_{min}\|$ ).

Para os casos uniaxiais é possível estudar o comportamento de um material submetido a condições cíclicas de carregamento para diferentes níveis de tensão por meio de um gráfico denominado curva S–N, curva de vida a fadiga ou ainda curva de Wöhler que permite identificar o número de ciclos associado a um nível de tensão que leva o material a falhar (Figura 2.7).

A Figura 2.7 descreve uma curva S-N típica para aços com o limite de resistência à fadiga ocorrendo aproximadamente a 10<sup>6</sup> ciclos. O número de ciclos para vida infinita, que geralmente se encontra entre 10<sup>6</sup> e 10<sup>8</sup>, estabelece um limite denominado resistência à fadiga que é a tensão máxima ou a amplitude da tensão abaixo da qual não se espera mais observar o fenômeno da fadiga, mesmo quando o material estiver submetido a um número infinito de ciclos.



Figura 2.7. Curva S-N esquemática (amplitude de tensão x número de ciclos).

Um aspecto fundamental que não é considerado com a equação de Basquin é a influência das tensões médias na determinação da resistência à fadiga. Para uma mesma amplitude de tensões, quanto maior a tensão média  $\sigma_m$  menor será o número de ciclos necessários para que o material falhe, isto porque, maior será a tensão máxima para uma mesma amplitude, assim também será maior a solicitação sobre micro trincas ortogonais a estas tensões.



Figura 2.8. Curva S-N esquemática para diferentes tensões medias  $\sigma_m$  para uma mesma amplitude de tensão  $\sigma_a$ .

Morrow [20] propôs uma modificação da relação de Basquin para considerar os efeitos da tensão média na vida em fadiga:

$$\sigma_a = (\sigma'_f - \sigma_m) (N_f)^b \tag{2.14}$$

#### 2.3.2 Limites de Fadiga

Os limites de fadiga em tração-compressão  $\sigma_{-1}$  (ou flexão rotativa) e torção pura  $\tau_{-1}$  para razões de carregamento com R = -1, são amplamente utilizados na em projetos de engenharia e normalmente são obtidos de forma experimental com o levantamento das curvas S-N do material para as duas condições de carregamento. A norma ASTM E739 de 2015, lida especificamente da análise estatística de curvas S-N, onde prevê para uma análise preliminar a necessidade de 6 à 12 ensaios de fadiga para cada condição de carregamento e para dados com confiabilidade pra projetos de 12 a 24 ensaios [21]. Antes de se dar início aos ensaios pode-se estimar os limites de fadiga através de relações empíricas da literatura e também podem ser estimadas as curvas S-N de um material. Os valores estimados são parâmetros fundamentais para o início do levantamento experimental dos limites de fadiga.

A seguir será descrito resumidamente a metodologia para se estimar uma curva S-N [18], conforme ilustrado na Figura 2.9.



Figura 2.9. Diagrama esquemático de curva S-N estimada para carregamentos completamente alternados.

A curva tensão-vida para componentes mecânicos não entalhados com tensão média zero é estimada usando o limite de resistência à tração  $\sigma_u$ , os limites de fadiga são obtidos a partir da relação  $\sigma_0 = m\sigma_u$ , onde para a maioria dos aços m = $0.5m_tm_dm_sm_o$ . Os vários fatores, disponíveis em anexo (Anexo I), levam em conta o tipo de carregamento  $(m_t)$ , tamanho  $(m_d)$ , acabamento superficial  $(m_s)$ , e quaisquer outros efeitos  $(m_o)$  que possam estar envolvidos, como temperatura elevada, corrosão, etc. Isso fornece o ponto em  $\sigma_0$  para uma vida de  $N_e$ , que para aços é considerado comumente como  $10^6$  ciclos. Presume-se que a curva seja plana além de  $N_e$ .

Então, um ponto  $\sigma'_a = m' \sigma'_u$  é estabelecido em  $N_f = 10^3$  ciclos. A quantidade  $\sigma'_u$  é o limite de resistência à tração  $\sigma_u$  para tração-compressão ou flexão, ou o limite de resistência ao cisalhamento  $\tau_u$  para torção. Com base em observações de que os níveis de tensão nessa vida não estão muito abaixo de  $\sigma'_u$ , o fator m' está tipicamente na faixa de 0,75 a 0,9.

Os pontos na vida de  $10^3$  e  $N_e$  são conectados com uma linha reta em um gráfico log-log, fornecendo uma relação da forma  $\sigma_a = A N_f^B$ . Se vidas muito curtas forem interessantes, outra linha reta pode ser empregada para conectar o ponto de  $10^3$  ciclos com  $\sigma'_u$  em  $N_f = 1$  ciclo. Portanto, os três pontos que formam a curva S-N estão definidos.

#### 2.3.3 Método da escada modificado

Quando deseja-se obter uma estimativa do limite de fadiga de um material sem gastar muitos corpos de prova, o método da escada modificado é uma opção. Este método pode ser aplicado a diferentes razões de tensão (R) e de diferentes modos de aplicar a carga, por exemplo, em tração-compressão, em torção ou em flexão [22].

O método consiste em primeiro aplicar um nível de amplitude de tensão que é sabidamente menor que o limite de fadiga do material. Caso o numero  $N_e$  de ciclos passem sem haver falha, diz-se que o *run-out* foi atingido. Logo, aumenta-se a amplitude de tensão em um incremento em relação ao teste anterior. Repete-se este procedimento com o mesmo corpo de prova até que a primeira falha ocorra. O corpo de prova seguinte deve ser testado com um nível de amplitude de tensão dois incrementos abaixo do nível testado no corpo de prova anterior, onde a falha ocorreu. Recomenda-se que o incremento deva ser igual ou inferior a 5% do limite de fadiga inicialmente estimado [23].

Para calcular a média e o desvio padrão amostrais da amplitude de tensão correspondente ao limite de fadiga no teste da escada modificado ( $\overline{\sigma_0}$  e s), utiliza-se as Equações (2.15) e (2.16).

$$\overline{\sigma_0} = \sigma_{0min} + d\left(\frac{A}{F} - \frac{1}{2}\right)$$
(2.15)

$$s = 1,62d\left(\frac{FB - A^2}{F^2} + 0,029\right)$$
(2.16)

onde  $\sigma_{0min}$  é o menor nível de amplitude de tensão em que ocorreu falha; d é o nível de incremento escolhido e os valores de F, A e B são calculados de acordo com as seguintes equações:

$$F = \sum f_i \tag{2.17}$$

$$A = \sum i f_i \tag{2.18}$$

$$B = \sum i^2 f_i \tag{2.19}$$

onde *i* é o índice que enumera os níveis de amplitude tensão que causaram falhas e  $f_i$  é o número de amostras que passaram por essa amplitude de tensão.

Após o cálculo da média e do desvio padrão amostrais, deve-se conferir duas condições para validar os experimentos. Caso elas não sejam satisfeitas, recomendase repetir o teste da escada. Estas condições estão indicadas nas Equações (2.20) e (2.21).

$$\frac{BF - A^2}{F^2} > 0.3 \tag{2.20}$$

$$0,5s < d < 1,5s \tag{2.21}$$

No método da escada tradicional, há duas formas distintas para calcular a média amostral: se o número de falhas é maior que o número de *run-outs* utiliza-se a Equação (2.15), caso contrário, em vez de subtrair o termo 1/2 deve-se soma-lo. Porém, como no método da escada modificado o número de falhas e *run-outs* é sempre igual, a formula dada pela Equação (2.15) é sempre usada, uma vez que é a mais conservativa.

Sabe-se que o valor da média da amplitude de tensão  $\overline{\sigma_0}$  seguem a distribuição de t-Student, que é simétrica em relação à média, como o indicado pela Figura 2.10. Assim, é possível corrigi-lo para assegurar-se com uma confiança de *X*% que a média do limite de fadiga de novos testes estarão acima deste valor.



Figura 2.10: Distribuição de t-Student.

Este valor da média corrigido estatisticamente pode ser calculado pela Equação (2.22), onde X% é a confiança desejada e n é o número de amostras.

$$\sigma_{0_{X\%}} = \overline{\sigma_0} - t_{\alpha,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$
(2.22)

Por sua vez, o desvio padrão corrigido por uma confiança de X%, possui uma distribuição chi-Quadrada, como é mostrado na Figura 2.11. Neste caso, o nível de

confiança é usado para assegurar-se que novos testes terão desvio padrão abaixo do limite superior do desvio padrão amostral corrigido estatisticamente pela distribuição chi-Quadrada.



Figura 2.11: Distribuição chi-Quadrada.

Este outro valor do desvio padrão corrigido estatisticamente deve ser calculado pela Equação (2.23).

$$s_{X\%} = \sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{\alpha,n-1}}} \times s \tag{2.23}$$

### 2.3.4 Parâmetro $\sqrt{area}$

Uma das soluções mais interessantes para o problema de pequenos defeitos em aços de alta resistência foi proposta por Murakami e Endo [3,6]. Eles sugeriram que o limite de fadiga nominal para carregamentos axiais totalmente alternados,  $\sigma_w$ , pode ser estimado para um material contendo um pequeno defeito artificial em sua superfície, de acordo com a Equação (2.24). Para fazer isso, apenas a raiz quadrada da área projetada do defeito ( $\sqrt{area}$ ), na direção da máxima tensão principal em tração, e a dureza do material (Hv) em Vickers são necessárias.

$$\sigma_w = \frac{1.43(Hv + 120)}{\left(\sqrt{area}\right)^{1/6}}$$
(2.24)

O plano no qual a área do defeito é projetada é o plano normal à direção da máxima tensão principal, conforme representação esquemática da Figura 2.12. De acordo com Murakami [3], uma vez que a trinca se nucleia a partir de um pequeno defeito pré-existente, tanto a trinca quanto o defeito devem ser tratados como uma entidade. A Equação (2.24) já considera a associação defeito-trinca.


Figura 2.12. Representação esquemática da área projetada de um defeito no plano normal a máxima direção principal.

Mais tarde, Yanase e Endo [24] propuseram que o limite de fadiga sob torção totalmente revertida,  $\tau_w$ , pode ser estimado por um tipo semelhante de relação:

$$\tau_w = \frac{1.21(Hv + 120)}{\left(\sqrt{area}\right)^{1/6}} \tag{2.25}$$

Como pode ser visto, o valor de  $\sigma_w$  e  $\tau_w$  são calculados facilmente se o parâmetro  $\sqrt{area}$  é conhecido. Quando defeitos artificiais como furos e entalhes, por exemplo, são introduzidos em espécimes ou componentes, o cálculo do parâmetro  $\sqrt{area}$  não é difícil. No entanto, para materiais que contêm defeitos "naturais" como inclusões não metálicas, com várias formas e tamanhos, uma pergunta imediata diz respeito ao cálculo do parâmetro  $\sqrt{area}$  apropriado.

Uma característica importante desses modelos (Equações (2.24) e (2.25)) é que eles são independentes da forma do defeito. Portanto, só é necessária uma estimativa do tamanho do defeito. O método de estatística dos extremos é então utilizado para calcular a  $\sqrt{area}$  da maior inclusão que se espera encontrar em um determinado volume de material analisado, essa maior inclusão é designado como  $\sqrt{area}_{max}$  [25–27]. A  $\sqrt{area}$  das inclusões segue uma distribuição estatística, como será visto mais adiante, portanto, determinar a  $\sqrt{area}_{max}$  é um procedimento relativamente simples. Vale a pena notar que, simplesmente calcular um tamanho

médio de inclusões para avaliar a pureza do material pode levar a uma superestimação do limite de fadiga. Portanto, uma vez que a  $\sqrt{area}_{max}$  é conhecida,  $\sigma_w$  e  $\tau_w$  podem ser calculados de acordo com:

$$\sigma_w = \frac{1.41(Hv + 120)}{\left(\sqrt{area}_{max}\right)^{1/6}}$$
(2.26)

$$\tau_w = \frac{1.19(Hv + 120)}{\left(\sqrt{area}_{max}\right)^{1/6}}$$
(2.27)

Os fatores 1,41 e 1,19 são responsáveis pelo tipo de inclusão mais prejudicial, considerado por Murakami como inclusões apenas em contato com a superfície ou subsuperficiais como mostrado na Figura 2.13(b). Quando uma trinca nucleia em torno dessas inclusões, geralmente cresce e ocupa toda a área fraca entre elas e a superfície livre. Essa área "extra" precisa ser considerada no cálculo da área. Para fazer isso, basta multiplicar a área do defeito por um fator de 1.137, obtendo as Equações (3) e (4). Portanto, essas equações representam, na realidade, a margem inferior da dispersão do limite de fadiga. No caso de inclusões internas, equações semelhantes podem ser derivadas dividindo os fatores 1,43 e 1,21 das Equações (2.24) e (2.25) pelo fator 0,916 [3].



(a) inclusão superficial (b) inclusão subsuperficial (c) inclusão interna

Figura 2.13. Classificação das inclusões não metálicas em relação a sua distância da superfície.

Essa abordagem permite uma avaliação simples e precisa dos limites de fadiga, e também tem a capacidade de considerar o efeito do tamanho do componente. Novamente, isso é crucial para o projeto de componentes de engenharia reais com dimensões consideráveis, pois a probabilidade de existir um pequeno defeito fatal aumenta em função do volume de material. Contudo, um problema permanece, os componentes de engenharia geralmente estão sob a ação de carregamentos combinados, que produzem estados de tensão multiaxial. Esses casos não podem ser avaliados pelo simples uso das equações para o cálculo de  $\sigma_w$  e  $\tau_w$ .

# 2.3.4.1 Metodologia para Cálculo do Parâmetro $\sqrt{area}_{max}$

Consiste em usar a teoria de estatística dos valores extremos para estimar o maior tamanho de inclusão ( $\sqrt{area}_{max}$ ) que se espera encontrar em um determinado volume de material. Este procedimento é completamente explicado por Murakami em alguns de seus trabalhos[3,25,26]. Resumidamente, consiste nas seguintes etapas:

- Uma seção perpendicular à direção de máxima tensão principal é cortada da amostra de material e polida com lixas de até o Nº 2000. E em seguida com alumina de 0,3 μm para se obter um acabamento espelhado, na superfície de análise.
- 2. É fixada uma área de inspeção padrão  $S_0$ , que pode ser aproximadamente o tamanho da área de visualização do microscópio. E nessa área  $S_0$ , a maior inclusão é selecionada, conforme Figura 2.14. Então, a raiz quadrada de sua área projetada, ( $\sqrt{area}_{max}$ ), é medida considerando uma linha de contorno suave ao redor da inclusão. Esta operação é repetida *n* vezes em áreas próximas às extremidades da amostra.
- 3. Os valores de  $\sqrt{area}_{max}$  são então classificados em ordem crescente e indexados com j = 1, ..., n:

$$\sqrt{area}_{max,1} \le \sqrt{area}_{max,2} \le \dots \le \sqrt{area}_{max,n}$$
(2.28)

4. A função de distribuição cumulativa  $F_j$  (%), representa a distribuição da probabilidade da existência de inclusões de cada tamanho. O valor da distribuição é encontrado em conjunto com as variáveis reduzidas  $y_j$ , que por sua vez são valores associados a cada tamanho de inclusão medido. Estes dois termos são calculados a partir das Equações (2.29) e (2.30):

$$F_j = \frac{j}{n+1} \times 100$$
 (2.29)

$$y_j = -\ln\left[-\ln\left(\frac{j}{n+1}\right)\right] \tag{2.30}$$

5. Os dados gerados são plotados em um gráfico de probabilidade para distribuição de valor extremo. O eixo da abcissa indica os valores das

 $\sqrt{area}_{max,j}$  medidos enquanto o eixo das ordenadas apresenta as variáveis reduzidas  $y_i$  correspondentes e a distribuição cumulativa  $F_i$  (%).

- 6. Os valores relacionados à função de distribuição  $F_j < 10\%$  e  $F_j > 85\%$  podem ser removidos se não houver linearidade nessa faixa, mas deve-se observar que pelo menos o número *n* de 40 medições de  $\sqrt{area}_{max,j}$  permaneceram.
- A variável reduzida y<sub>j</sub> plotada contra √area<sub>max,j</sub> tem uma tendência linear. Isso significa que essas inclusões extremas seguem a distribuição de Gumbel. A regressão linear da distribuição do tamanho máximo de inclusões é expressa pela Equação (2.31).

$$\sqrt{area}_{max} = ay + b \tag{2.31}$$

onde,

$$y = -ln\left[-ln\left(\frac{T-1}{T}\right)\right] \tag{2.32}$$

e *T* representa o valor de retorno para a variável reduzida, em função do volume de previsão.

8. Para prever o valor de  $\sqrt{area}_{max}$ , o valor de retorno *T* deve ser definido. No entanto, considerando que as inclusões estão distribuídas em uma região 3D (o volume da seção útil da amostra, *V*), então, logicamente,  $\sqrt{area}_{max}$  depende do volume considerado na análise. Em outras palavras, quanto maior o volume da amostra, maior a chance de encontrar grandes inclusões nesse volume. Apesar de se ter obtido as medidas de  $\sqrt{area}_{max,j}$  de uma região 2D, esse método transforma a área de inspeção em um volume de inspeção, atribuindo-lhe uma certa espessura. Se uma espessura *h* for adicionada a *S*<sub>0</sub>, o domínio de inspeção 3D será criado e o volume de inspeção padrão, *V*<sub>0</sub>, será definido por:

$$V_0 = S_0 h \tag{2.33}$$

O valor médio das medidas de  $\sqrt{area}_{max,j}$  obtidos anteriormente é considerado como o valor da espessura *h* (Figura 2.14):

$$h = \frac{\sum_{j}^{n} \sqrt{area}_{max,j}}{n}$$
(2.34)

O volume de previsão, *V*, usado para definir o valor de retorno se refere ao volume útil da amostra de material. O valor de retorno é definido como:

$$T = \frac{V}{V_0} \tag{2.35}$$

A partir do valor de retorno *T*, a previsão correspondente da √area<sub>max</sub> que se espera estar presente no volume *V* do material é calculado com as equações (2.31) e (2.32). E a distribuição da probabilidade da existência dessa inclusão com as equações (2.29) e (2.30).



Figura 2.14. Procedimento para determinação dos valores de  $\sqrt{area}_{max,j}$  nas áreas de inspeção  $S_0$  de uma amostra.

### 2.4 FADIGA MULTIAXIAL

O estudo dos efeitos de estados multiaxiais de tensão sobre a vida em fadiga de algum componente data desde a década de 1880, menos de 30 anos após Wöhler estabelecer o conceito da tensão limite abaixo da qual não se espera que ocorra falha. Desde então inúmeras propostas foram desenvolvidas na tentativa de se avaliar a fadiga sob condições complexas de carregamento [7].

A partir dos anos 1970, muitos esforços foram empregados no desenvolvimento de modelos de fadiga multiaxial baseados em deformação, que são úteis para análises de fadiga de baixo ciclo. No entanto, os modelos baseados em tensão continuam a ser mais amplamente utilizados e são adequados para a grande classe de componentes que devem operar perto ou abaixo do limite de fadiga. A análise elástica por elementos finitos normalmente fornece estimativas adequadas das tensões de trabalho. Muitos dos modelos baseados em tensão podem ser utilizados com sucesso no regime de vida finita se as tensões plásticas forem pequenas.

Desde o início dos estudos até os dias de hoje, os esforços continuam para o entendimento de problemas envolvendo fadiga multiaxial. Todos os critérios desenvolvidos em todos esses anos de estudo podem ser divididos nas seguintes categorias:

- Modelos empíricos;
- Modelos baseados nos invariantes de tensão;
- Modelos baseados em tensões ou deformações espaciais médias;
- Modelos baseados na energia acumulada no material;
- Modelos baseados na determinação de planos críticos.

Especificamente neste trabalho serão considerados alguns modelos de plano critico baseados em tensão, descritos na sequência.

#### 2.4.1 Modelos de Plano Critico

A determinação do plano e consequente magnitude de tensões ao qual o componente está sendo mais solicitado é uma das formas mais utilizadas no dimensionamento de peças contra fadiga multiaxial de alto ciclo [28]

Um ponto material quando submetido a uma história de tensões pode gerar níveis de amplitudes de tensão (maiores ou menores) em planos de corte distintos. Haverá alguns planos dentre os demais onde esse nível de tensão apresentará um valor maior o que ocasionará o dano por fadiga. Com base nessas observações que foram desenvolvidos os modelos de plano crítico. De acordo com Carpinteri [29], critérios de Plano Critico são caracterizados pela determinação do dano por fadiga em um plano onde a amplitude ou o valor de alguma das componentes da tensão ou a combinação dessas alcança um máximo.

Para um estado multiaxial de carregamento, considera-se que as trincas ocorrem no modo transcristalino nas bandas de escorregamento persistentes e que o material é homogêneo e isotrópico. Assim estatisticamente cada plano possui a mesma quantidade de grãos e, portanto, o plano que experimenta o maior nível de tensão será o plano mais frágil dentre todos os outros planos. Ainda considerando o regime macroscópico puramente elástico, sugere-se que o processo de iniciação de trincas por fadiga é governado pela máxima amplitude da tensão cisalhante  $\tau_a$  que ocorre para um estado de tensão.

Sabe-se que em um ponto material passam infinitos planos, devido a isso com um método de investigação incremental entre os planos é possível determinar o plano crítico. Essa metodologia tem como objetivo limitar os planos investigados a um número finito. Para determinar o número de planos pesquisados, os ângulos  $\theta = \phi$ variam de forma incremental ( $\Delta \theta = \Delta \phi$ ) entre 0° e 180°, conforme ilustrado na Figura 2.15, onde os ângulos  $\theta = \phi$  definem a direção normal (n) ao plano material  $\Delta$ , onde é calculado a amplitude da tensão cisalhante ( $\tau_a$ ) e a tensão normal ( $\sigma_n$ ) que atuam em cada um desses planos.



Figura 2.15. Variação dos planos materiais definidos por  $\theta \in \phi$ .

### 2.4.1.1 Findley

Findley [12] em 1959 foi o primeiro pesquisador a utilizar o conceito de plano crítico com seu modelo baseado em tensões que faz uma relação linear entre a amplitude de tensão cisalhante e a tensão normal. Considera como plano crítico o de máxima combinação da amplitude da tensão cisalhante  $\tau_a$  com a máxima tensão normal  $\sigma_{n,max}$ . Seu modelo pode ser expresso da seguinte forma:

$$\max\{\tau_a + \kappa_F \sigma_{n,max}\} \le \lambda_F \tag{2.36}$$

onde  $k_F$  e  $\lambda_F$  são parâmetros materiais a serem determinados. O plano critico definido matematicamente pode ser representado por:

$$(\theta^c, \phi^c) : \max\{\tau_a(\theta, \phi) + \kappa_F \sigma_{n,max}(\theta, \phi)\}$$
(2.37)

onde  $\theta^c = \phi^c$  são as coordenadas esféricas do plano crítico.

A constante material  $k_F$  é o fator de sensibilidade à tensão normal de Findley, que representa como a tensão normal máxima no plano influencia o dano por fadiga e  $\lambda_F$  é o limite de fadiga em tensões multiaxiais. E são determinados a partir dos limites de fadiga em flexão (ou tração-compressão) alternada ( $\sigma_{-1}$ ) e torção alternada ( $\tau_{-1}$ ), através das seguintes relações:

$$\begin{cases} \kappa_F = \frac{1 - 0.5c}{\sqrt{c - 1}} \\ \lambda_F = \frac{\sigma_{-1}}{2\sqrt{c - 1}} \end{cases}$$
(2.38)

em que  $c = \sigma_{-1}/\tau_{-1}$ . A falha não é esperada antes do número de ciclos que define os limites de fadiga se a inequações (2.36) for verdadeira.

#### 2.4.1.2 Modelo de Susmel e Lazzarin

O modelo de Susmel e Lazzarin [14,30], também conhecido como Método das Curvas Modificadas de Wöhler (*Modified Wöhler Curve Method* - MWCM), considera que a falha ocorrerá no plano com maior amplitude de tensão de cisalhamento,  $\tau_a$ , sendo fortemente influenciado pela tensão normal máxima nesse plano  $\sigma_{n,max}$ . O MWCM pode ser representado por:

$$\tau_a^c + \kappa_A \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a^c} \le \lambda_A \tag{2.39}$$

onde  $\lambda_A$  e  $\kappa_A$  são constantes materiais que podem ser obtidas a partir dos limites de fadiga em tração-compressão ou flexão alternada ( $\sigma_{-1}$ ) e torção alternada ( $\tau_{-1}$ ), eles são calculados de acordo com:

$$\begin{cases} \kappa_A = \tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2} \\ \lambda_A = \tau_{-1} \end{cases}$$
(2.40)

Os valores  $\tau_a^c$  e  $\sigma_{n,max}$  são calculados no plano crítico, definido como o plano que apresenta o máximo  $\tau_a$ . Sempre, mais de um plano tem o mesmo  $\tau_a^c$ , portanto, dentre esses planos o plano com o maior  $\sigma_{n,max}$  é escolhido.

$$(\theta^c, \phi^c) : \max\{\tau_a(\theta, \phi)\}$$
(2.41)

onde  $\theta^c$  e  $\phi^c$  são as coordenadas esféricas do plano crítico.

A variável  $\rho$  quantifica a influência da tensão normal no dano à fadiga. Onde a máxima tensão normal é usada para levar em conta a influencias de tensões médias na resistência a fadiga multiaxial.

$$\rho = \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a^c} \tag{2.42}$$

Devido à forma da Equação (2.39), ela necessita de valor limite,  $\rho_{lim}$ , para que seja numericamente consistente com o efeito fenomenológico da tensão normal na resistência à fadiga [14,31].

$$\rho_{lim} = \frac{\sigma_{-1}}{2\tau_{-1} - \sigma_{-1}} \tag{2.43}$$

O Método das Curvas Modificadas de Wöhler ou MWCM, como o próprio nome sugere, se baseia em uma modificação das curvas de Wöhler. Nessa modificação a abscissa corresponde ao número de ciclos  $(\log N_f)$  para a falha e a ordenada à amplitude da tensão cisalhante  $(\log \tau_a (\theta^c, \phi^c))$  calculada no plano crítico. Existem duas curvas de fadiga normalmente disponíveis para um material uma para carregamentos de torção pura ( $\rho = 0$ ) e outra para tração-compressão ou de flexão ( $\rho = 1$ ). Para a condição de histórias de tensão gerais ( $\rho = \rho_i$ ) uma nova curva pode ser plotada no diagrama modificado de Wöhler (Figura 2.16).



Figura 2.16. Curvas Modificadas de Wöhler.

#### 2.4.2 Amplitude da Tensão Cisalhante

Como já dito anteriormente, durante um ciclo de carregamento, a tensão normal atuante em um plano material não altera sua direção, permanecendo sempre perpendicular ao plano, independente se o carregamento é proporcional ou não proporcional. Sendo assim, para se computar a amplitude, valor médio ou valor máximo da tensão normal, é necessário somente considerar seu valor escalar. Em contrapartida, a tensão cisalhante projetada no plano material em função do tempo, varia sua magnitude, direção e sentido. Devido a isso, avaliar a amplitude de tensão cisalhante  $\tau_a$  é um problema bem mais complexo, cuja solução não é trivial. [32]

A Figura 2.17 mostra o comportamento da tensão cisalhante e normal no plano material  $\Delta$  para um determinado ciclo de carregamento. Percebe-se uma variação de direção, sentido e magnitude da tensão cisalhante, gerando a curva fechada  $\Psi$ . Em relação a tensão normal, verificamos uma variação apenas em sua magnitude.

Para um carregamento proporcional, a amplitude de tensão cisalhante  $\tau_a$  e a tensão cisalhante média  $\tau_m$  podem ser encontrados diretamente pelo valor máximo e mínimo do módulo do vetor da tensão cisalhante  $\tau$ . No caso de um carregamento não proporcional, a identificação de  $\tau_a$  e  $\tau_m$  se torna bem mais complicada.



Figura 2.17. Comportamento da tensão cisalhante em um ciclo de carregamento gerando a curva fechada  $\Psi$ : (a) plano material com referencial xyz; (b) plano material com referencial  $e_A e_B$ .

## 2.4.3 Determinando a Histórias da Tensão Cisalhante

Para auxiliar no cômputo da amplitude da tensão cisalhante, essencial quando se pretende trabalhar com modelos de planos críticos, um novo sistema de coordenadas é apresentado na Figura 2.17(b) e Figura 2.18 para caracterizar o plano material  $\Delta$ , onde o vetor unitário  $e_A$  é paralelo ao plano xy e varia de direção através do ângulo  $\theta$ . Já o vetor unitário  $e_B$  aponta no sentido do eixo z, e varia em função tanto do ângulo  $\theta$  como do ângulo  $\phi$ .



Figura 2.18. Novo sistema de coordenadas  $e_A x e_B x n$ .

Assim como vimos na Seção 2.2.2 com o vetor normal n, também é possível representar os vetores  $e_A$  e  $e_B$  em função do sistema de coordenadas ortogonais xyz.

Conforme mostrado na Figura 2.19(a), as componentes do vetor unitário  $e_A$ , podem ser escritas conforme segue:

$$\boldsymbol{e}_{A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{A,x} \\ \boldsymbol{e}_{A,y} \\ \boldsymbol{e}_{A,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$
(2.44)

De forma similar conforme Figura 2.19 (b), o vetor unitário  $e_B$  pode ser descrito como mostrado na Equação (2.45).

$$\boldsymbol{e}_{B} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_{B,x} \\ \boldsymbol{e}_{B,y} \\ \boldsymbol{e}_{B,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos\phi\cos\theta \\ -\cos\phi\sin\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$$
(2.45)



Figura 2.19. Projeções dos vetores unitários  $e_A(a) \in e_B(b)$  no sistema de coordenadas ortogonais xyz.

Com esse novo referencial ( $e_A x e_B x n$ ), a componentes cisalhante do vetor tensão pode ser decompostas em função dos vetores  $e_A e e_B$ .

$$\tau_{\boldsymbol{e}_A} = \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{e}_A \quad ; \quad \tau_{\boldsymbol{e}_B} = \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{e}_B \tag{2.46}$$

Com isso é possível obter a história do vetor tensão cisalhante  $\Psi$  atuando em plano material  $\Delta$  qualquer em função do referencial  $e_A$  e  $e_B$ .

$$\Psi = \tau(t_i) = (\tau_{e_A}(t_i), \tau_{e_B}(t_i)), \ i = 1, \dots, n$$
(2.47)

O conhecimento dessas ferramentas é essencial para a aplicação dos vários métodos existentes para cálculo da amplitude da tensão cisalhante. Dentre os principais

## 2.4.4 Métodos de Cálculo da Amplitude da Tensão Cisalhante

Atualmente, há diversas propostas para o cálculo da amplitude da tensão cisalhante projetada em um plano material. Historicamente alguns dos principais métodos desenvolvidos são os seguintes:

- Método Da Maior Projeção [33];
- Método Da Maior Corda[28];
- Método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC)[8,34];
- Método da Mínima Elipse [35].

Neste trabalho serão descritos e utilizados dois métodos desenvolvidos recentemente o Método da Caixa e do Método do Momento de Inércia que tem fornecido bons resultados quanto utilizados na estimativa da resistência ou vida quando combinados com critérios de fadiga multiaxial escritos em função da amplitude da tensão de cisalhamento.

# 2.4.4.1 Método Da Caixa

Araújo *et al.* [10,36] propuseram o Método da Caixa ou Método da Maior Envoltória Retangular (*Maximum Rectangular Hull* - MRH) para o cálculo da amplitude da tensão cisalhante, no qual é proposto a utilização do maior retângulo como alternativa capaz de determinação de  $\tau_a$  para os diferentes tipos de carregamento. Considere uma forma geométrica retangular com orientação arbitrária circunscrevendo a curva  $\Psi$ , gerada pela história de carregamento da tensão cisalhante, como ilustrado na Figura 2.20.



Figura 2.20. Método da Caixa.

O retângulo é tangente à história de tensões nos seguintes pontos, descritos matematicamente conforme Equações (2.48)e Eq. (2.49):

$$p_i(\phi) = \arg\{\max_t \tau_i(\phi, t)\}, i = 1, 2\}$$
(2.48)

$$q_i(\phi) = \arg\{\min_t \tau_i(\phi, t)\}, i = 1, 2\}$$
(2.49)

em que  $p_i(\varphi)$  e  $q_i(\varphi)$  são pertencentes a curva  $\Psi$ , sendo  $\tau_i(\varphi, t)$  a representação da i-ésima componente da tensão cisalhante  $\tau(t)$  projetada no plano de corte no instante t, descrita em termos de uma base com orientação  $\varphi$ .

Para cada orientação  $\varphi$  do retângulo, define-se a amplitude da i-ésima componente  $a_i(\varphi)$  da história de carregamento como sendo a metade do lado do retângulo:

$$a_{i}(\phi) = \frac{1}{2} \{ \max_{t} \tau_{i}(\phi, t) - \min_{t} \tau_{i}(\phi, t) \}, \quad i = 1, 2$$
(2.50)

Sejam  $\tau_1(t) \in \tau_2(t)$  as componentes da tensão cisalhante ao longo das direções  $e_A \in e_B$ , respectivamente. Rotacionando essas direções por um ângulo  $\varphi$ , essas componentes devem ser multiplicadas pela matriz de rotação  $R_{rot}$  para manutenção da escala de projeção sobre os eixos coordenados. A matriz de rotação é definida pela Eq. 2.6:

$$R_{\rm rot} = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$
(2.51)

Ao se aplicar a matriz de rotação nas componentes de tensão cisalhante nas direções  $e_A$  e  $e_B$ , elas se relacionam com o ângulo  $\phi$  conforme:

$$\tau_{e_A}(\varphi, t) = \cos(\varphi)\tau_{e_A}(t) + \sin(\varphi)\tau_{e_A}(t)$$
(2.52)

$$\tau_{e_B}(\varphi, t) = -\sin(\varphi)\tau_{e_B}(t) + \cos(\varphi)\tau_{e_B}(t)$$
(2.53)

Então, de acordo com o MRH, a maior amplitude de tensão cisalhante em um plano arbitrário pode é definida conforme:

$$\tau_a = max_{\phi}\sqrt{a_1(\phi)^2 + a_2(\phi)^2}$$
(2.54)

O fluxograma apresentado na Figura 2.21 demostra o processo de implementação do algoritmo para cálculo do MRH.



Figura 2.21. Fluxograma para implementação do MRH.

## 2.4.4.2 Método Do Momento De Inércia

Um novo modelo de cálculo de amplitude de tensão cisalhante foi proposto recentemente por Meggiolaro e Castro [11]. O método parte da premissa que a história de tensões cisalhantes em um plano qualquer pode ser considerada como um fio

homogêneo de massa unitária, conceito este que contrasta com os métodos supramencionados, visto que não se trata de um método de superfície envoltória.

Ao se considerar a história de tensões como um fio de massa unitário, o centro de massa (centroide) deste é definido como a tensão média  $\tau_m$  que, se decomposta nas direções dos vetores  $e_A$  e  $e_B$ , podem ser definidas como  $\tau_{m,e_A}$  e  $\tau_{m,e_B}$ . Com os valores médios da tensão cisalhante nas direções mencionadas determinados, é possível definir a amplitude de tensão cisalhante para cada comprimento infinitesimal do fio, conforme demonstrado na Figura 2.22.



Figura 2.22. Método do Momento de Inércia.

Subtraindo-se o valor da tensão cisalhante em um tempo t de um valor no tempo subsequente a este (t\*), obtém-se o perímetro infinitesimal do fio supramencionado nas direções  $e_A e e_B$ , equações (2.55) e (2.56) respectivamente, ao passo que o módulo do vetor resultante destes perímetros (Equação (2.57)) é o comprimento infinitesimal do fio.

$$dp_{e_A} = \tau_{e_A}(t *) - \tau_{e_A}(t)$$
(2.55)

$$dp_{e_B} = \tau_{e_B}(t *) - \tau_{e_B}(t)$$
(2.56)

$$dp = \sqrt{dp_{e_A}^2 + dp_{e_B}^2}$$
(2.57)

Já o perímetro total do fio (história de tensões cisalhantes) é definido, segundo este método, como a integral de todos os comprimentos infinitesimais dp, conforme:

$$P = \int dp \tag{2.58}$$

36

Para o cálculo da tensão média é necessário, primeiramente, calcular o valor da tensão cisalhante no centro de massa de cada comprimento infinitesimal da história de tensões cisalhantes, conforme equação (2.59) (para a direção  $e_A$ ) e (2.60) (para a direção  $e_B$ ).

$$\tau_{c,e_A} = \frac{\tau_{e_A}(t*) - \tau_{e_A}(t)}{2}$$
(2.59)

$$\tau_{c,e_B} = \frac{\tau_{e_B}(t*) - \tau_{e_B}(t)}{2}$$
(2.60)

As magnitudes encontradas dos vetores  $\tau_{c,e_A}$  e  $\tau_{c,e_B}$  representam a distância destes em relação à origem (*0*) do eixo do plano. Efetuando-se uma analogia ao cálculo do centro de massa de um corpo rígido, resultado da soma da multiplicação de cada distância *d* pela massa *m*, dividida pela massa total do corpo *M* (Equação (2.61)) é possível, então, determinar a tensão média  $\tau_{m,e_A}$  na direção  $e_A$  e  $\tau_{m,e_B}$  na direção  $e_B$  através das equações (2.62) e (2.63), respectivamente.

$$CM = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} d \cdot m \tag{2.61}$$

$$\tau_{m,e_A} = \frac{1}{P} \int \tau_{c,e_A} \cdot dp_{e_A}$$
(2.62)

$$\tau_{m,e_B} = \frac{1}{P} \int \tau_{c,e_B} \cdot dp_{e_B} \tag{2.63}$$

Observa-se que, para este método, como a massa de cada subsegmento do fio é unitária, a massa total do fio corresponde ao perímetro total deste, permitindo assim, relacionar o perímetro total P e seu comprimento infinitesimal dp com a massa do fio M e sua respectiva massa infinitesimal dm, da seguinte forma:

$$\frac{dm}{M} = \frac{dp}{P}, \qquad dm = \left(\frac{Mdp}{P}\right) \tag{2.64}$$

Considerando cada subsegmento do fio, ou seja, cada história de tensão no tempo t e tempo subsequente t \*, para determinar o momento de inércia deste em relação ao centroide, é necessário aplicar o Teorema de Steiner. Dessa forma, o momento de inércia para cada fio infinitesimal se dá conforme:

$$I_o = \frac{\int mL^2}{12} dm + \int m(\tau_{c,e_A})^2 dm + \int m(\tau_{c,e_B})^2 dm$$
(2.65)

Partindo das premissas do método (massa m de valor unitário e comprimento L igual ao perímetro do fio infinitesimal dp), a Equação (2.65) pode ser simplificada para a seguinte:

$$I_o = \frac{1}{P} \int \left(\frac{dp^2}{12} + \tau_{c,A}^2 + \tau_{c,B}^2\right) dp$$
(2.66)

Assim, para determinação do momento de inércia  $I_{cm}$  do centroide de toda a história de tensões, e sabendo-se que  $I = I_{cm} + mx^2$ , onde *m* equivale a 1 e  $x^2$  é o valor da tensão cisalhante nas direções  $e_A$  e  $e_B$ , tem se que:

$$I_{cm,t} = \frac{1}{P} \int \left(\frac{dp^2}{12} + \tau_{c,A}^2 + \tau_{c,B}^2\right) dp - (\tau_{m,e_A}^2 + \tau_{m,e_B}^2)$$
(2.67)

Com o valor de  $I_{cm}$  calculado e aplicando a relação de von Mises para determinação de tensões em metais dúcteis, é possível encontrar a amplitude de tensão máxima num plano arbitrário da história de tensões com a Eq. 2.23.

$$\tau_a = \frac{\Delta \sigma_{Mises}}{2} = \sqrt{3 I_{cm,t}} \tag{2.68}$$

O fluxograma apresentado na Figura 2.23 demostra o processo de implementação do algoritmo para cálculo do MOI.



Figura 2.23. Fluxograma para implementação do MOI.

## 3 METODOLOGIA

O principal objetivo deste trabalho é avaliar a proposta para projeto contra fadiga multiaxial, onde os modelos de plano crítico são calibrados com os limites de fadiga obtidos a partir do parâmetro  $\sqrt{area}$ , o que tornará os modelos sensíveis a presença de micro-defeitos. As etapas necessárias para se alcançar esse objetivo são descritas a seguir. Em primeiro lugar houve a necessidade de se determinar os limites de fadiga do material de forma experimental e através do método de estatística dos extremos utilizando o parâmetro  $\sqrt{area}_{max}$ , assim foi possível obter os parâmetros necessários para a calibração dos modelos de fadiga multiaxial que foram implementados em paralelo a essa primeira bateria de ensaios.

Com esses primeiros resultados foi possível iniciar a segunda etapa da pesquisa, que consistiu na execução de uma série de experimentos de fadiga com diferentes condições de carregamento, tanto com histórias de tensão uniaxiais como multiaxiais, proporcionais e não proporcionais. Com espécimes lisos (sem nenhum tipo de defeito ou entalhe superficial) e com espécimes onde foi introduzido um micro-furo superficial. Tudo isso para verificar a acurácia dos modelos multiaxiais baseados no conceito plano critico selecionados e também para verificar a influência dos métodos de cálculo da amplitude da tensão cisalhante utilizados nesses modelos.

E ainda, na terceira etapa, para verificar o mecanismo de nucleação das trincas assim como a influência das inclusões do material para a falha por fadiga foi conduzida uma análise da superfície de fratura de alguns espécimes em busca da região de iniciação da trinca e na tentativa de determinar seu plano de origem, para assim realizar uma comparação com o plano critico previsto por cada modelo.

## 3.1 CALIBRAÇÃO DOS MODELOS MULTIAXIAIS COM O PARÂMETRO $\sqrt{area}$

Para estender a aplicabilidade dos modelos de fadiga multiaxial para materiais com micro-defeitos, o seguinte procedimento foi adotado:

1. Determinar o parâmetro  $\sqrt{area}$  para micro-defeito artificial de geometria conhecida e estimar a  $\sqrt{area}_{max}$  para o caso de inclusões não-metálicas serem o micro-defeito de interesse;

- 2. Estimar o limite de fadiga uniaxial com R = -1 ( $\sigma_w$ ) pela Equação (2.24) em caso de micro-defeitos conhecidos ou pela Equação (2.26) em caso de inclusões não metálicas;
- 3. Estimar o limite de fadiga em torção com R = -1 ( $\tau_w$ ) pela Equação (2.25) em caso de micro-defeitos conhecidos ou pela Equação (2.27) em caso de inclusões não metálicas;
- Determinar as constantes κ e λ dos modelos de fadiga multiaxial (seções 2.4.1.1 e 2.4.1.2) utilizando os valores de limite de fadiga estimados nos passos 3 e 4;
- 5. Avaliar a acurácia da previsão dos modelos comparando-os com resultados experimentais.

Ao se utilizar o modelo de Murakami na obtenção dos limites de fadiga para calibrar os modelos de fadiga multiaxial, eles passam a considerar a influência de micro-defeitos nos componentes, sejam esses micro-defeitos artificiais ou na forma de inclusões não-metálicas, em carregamentos multiaxiais em fase ou fora de fase. Além disso, a determinação das constantes materiais dos modelos multiaxiais se torna mais simples devido à facilidade do modelo de Murakami de estimar o limite de fadiga axial ou em torção, uma vez que basta determinar o parâmetro  $\sqrt{area}$  e conhecer a dureza do material.

# 3.2 MATERIAL E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

O material considerado neste programa experimental foi o aço AISI 4140, temperado a óleo e revenido a 600 °C com propriedades mecânicas relatadas na Tabela 3.1. Os espécimes fabricados para os ensaios de fadiga foram do tipo circular com raio de transição tangencial entre a seção útil e as extremidades, possuindo  $\emptyset 10 \ mm$  de diâmetro na seção de teste e foram projetadas de acordo com a norma internacional ASTM E-466 de 2015 [37]. A geometria corpo de prova pode ser vista na Figura 3.1.

Tensão de Escoamento	Limite de Resistencia a Tração	Alongamento	Dureza
(MPa)	(MPa)	(%)	Vickers
710	900	20	320

Tabela 3.1. Propriedades mecânicas do aço AISI 4140.

O processo de fabricação do corpo de prova consistiu em cortar prismas de um bloco de material, seguido de usinagem até o formato final e posterior polimento com lixas de granulação número 220 a 2000 para garantir uma rugosidade inferior a  $0,2 \ \mu m$ . É importante notar que essas amostras foram produzidas a partir de um eixo virabrequim do motor de uma usina termoelétrica que falhou durante serviço. Deve-se notar ainda que, como o eixo virabrequim executou muitos ciclos antes da quebra, algumas pequenas trincas podem estar presentes no material, embora não as tenhamos detectado.



Figura 3.1. Geometria do corpo de prova (dimensões em *mm*).

Sabe-se que nesse material, devido ao seu processo de fabricação, podem ser encontradas inúmeras inclusões não metálicas, o que foi evidenciado em amostras retiradas dos corpos de prova analisadas em microscópio, conforme observado na Figura 3.2.

Para avaliar se o modelo proposto consegue uma boa previsão com o material sob influência de defeitos maiores, além das inclusões já existentes, foi introduzido em alguns espécimes um micro-furo superficial com o diâmetro de  $d = 550 \mu m$  e profundidade p igual ao diâmetro, conforme Figura 3.3. Esses micro-furos foram produzidos com o auxílio de uma fresadora CNC, utilizando uma micro-fresa de topo reto. Para garantir que os furos possuíssem as dimensões corretas todos foram medidos em um microscópio a lazer Confocal, uma captura em 3D do furo com esse microscópio pode ser observada na Figura 3.3.



Figura 3.2. Inclusões no aço AISI 4140, (a) ampliação de 50x, (b) ampliação de 200x e (c) ampliação de 500x.



Figura 3.3. Micro-furo produzido nos espécimes de fadiga.

# 3.3 OBTENÇÃO DOS LIMITES DE FADIGA

Em uma análise preliminar, foram geradas experimentalmente as curvas S-N do aço AISI 4140, na ausência e na presença do micro-furo, para as condições de

carregamento totalmente alternado de tração-compressão e torção, e após isso utilizando o Método da Escada Modificado (Seção 2.3.3) foram determinados os limites de fadiga do material  $\sigma_{-1}$  e  $\tau_{-1}$  [19]. Aqui, deve-se notar que o principal objetivo desses testes foi obter dados preliminares do material, que auxiliaram na decisão dos níveis de carga/tensão durante os testes multiaxiais.

Foram consideradas duas situações diferentes para calcular os limites de fadiga com o método do Murakami,  $\sigma_w$  e  $\tau_w$ :

- De acordo com as Equações (2.26) e (2.27), onde é considerado a influência das inclusões não-metálicas do material e consiste em usar a teoria de estatísticas dos extremos para estimar a maior área de inclusão esperada para o cálculo da √*area*<sub>max</sub>, feito conforme mostrado na Seção 2.3.4.1. Este procedimento é completamente explicado por Murakami em alguns de seus trabalhos [3,25,26];
- De acordo com a equações (2.24) e (2.25), considerando a área projetada do micro-furo nos planos de máxima tensão principal, para as distintas condições de carregamento e a utilizando no cálculo do parâmetro √area.

## 3.4 ENSAIOS DE FADIGA

Os testes de fadiga foram executados nos laboratórios do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília. Eles foram realizados em dois dispositivos de teste (Figura 3.4), um capaz de aplicar tração-compressão (MTS - 810 *Material test system*) e outro de tração-compressão e torção (MTS - 809 *Axial/torsional test system*) com capacidade de aplicar cargas de até 100 KN e 1100 Nm. Durante os testes, a temperatura ambiente foi controlada e mantida entre 20 a 23 °C e as frequências mantidas entre 5 e 15 Hz, dependendo do nível de carga. Todos os testes foram conduzidos em controle de carga com ondas sinusoidais totalmente alternadas, ou seja, com razão de carregamento *R* de -1, para produzir as seguintes histórias de tensão:

$$\sigma_{xx}(t) = \sigma_{xx,a} \sin(\omega t) \tag{3.1}$$

$$\tau_{xy}(t) = \tau_{xy,a} \sin(\omega t + \delta)$$
(3.2)

onde  $\sigma_{xx,a}$  e  $\tau_{xy,a}$  são as amplitudes das tensões normal e de cisalhamento, respectivamente,  $\omega$  é a frequência angular, t é o tempo e  $\delta$  é o ângulo de fase entre os carregamentos.



Figura 3.4. Maquinas de ensaio de fadiga MTS - 810 *Material test system* à esquerda e MTS - 809 *Axial/torsional test system* à direita.

As amplitudes de tensão  $\sigma_{xx,a} \in \tau_{xy,a}$  para cada tipo de carregamento durante os ensaios foram inicialmente estipuladas com base nos limites de fadiga obtidos experimentalmente. Os testes de fadiga foram realizados considerando cinco razões diferentes entre as amplitudes de tensão cisalhante e de tensão normal:  $\tau_{xy,a}/\sigma_{xx,a}$ igual a 0, 1/2, 1, 2 e  $\infty$ , sendo que o valor de  $\tau_{xy,a}/\sigma_{xx,a} = 0$  corresponde a traçãocompressão e  $\tau_{xy,a}/\sigma_{xx,a} = \infty$  corresponde as torção pura, os demais valores correspondem a carregamentos combinados. No caso dos carregamentos combinados foram executados ensaios em fase e 90º fora de fase, ou seja, com ângulo  $\delta$ , de 0 e 90º respectivamente. O objetivo na execução dos ensaios foi obter pelo menos uma falha e um *run-out* (número de ciclos estabelecido como critério de parada) para cada um dos diferentes tipos de carregamento. Depois que um espécime falhava, o nível de tensão era reduzido no teste seguinte. Se, em vez disso, o *run-out* fosse atingido, o próximo ensaio seria realizado em um nível de tensão incrementalmente mais elevado com um novo corpo de prova, ou seja, na avaliação dos modelos multiaxiais nenhum espécime foi reutilizado. A ruptura completa do corpo de prova foi usada como critério de falha e os testes foram interrompidos em  $2x10^6$  ciclos, caso a falha não ocorresse (*run-out*).

#### 4 RESULTADOS

A seguir são expostos todos os resultados obtidos. Inicialmente são mostradas as curvas S-N obtidas experimentalmente e a aproximação dos valores dos limites de fadiga obtidos com as curvas e com o método do Murakami.

## 4.1 LIMITES DE FADIGA OBTIDOS EXPERIMETALMENTE

O gráfico da Figura 4.1 mostra os pontos experimentais utilizados na determinação da curva S-N e a curva obtida para o carregamento de traçãocompressão totalmente alternado com o corpo de prova liso. A Tabela 4.1 mostra o número ensaios realizados com a amplitude de tensão aplicada e a vida obtida, também para o carregamento de tração-compressão.



## Curva S-N de tração-compressão

Figura 4.1. Gráfico com resultados experimentais e curva S-N para carregamento de traçãocompressão com espécime liso.

Ensaio	Amplitude de tensão $(\sigma_{xx,a})$ em MPa	Número de ciclos final $(N_f)$
1	547	101.67
2	484	62.560
3	484	148.966
4	484	65.230
5	414	338.148
6	414	433.329
7	414	486.296
8	390	807.115
9	390	423.047
10	390	584.601
11	390	run-out
12	375	726.900
13	375	run-out

Tabela 4.1. Resultados dos ensaios de tração-compressão.

A Figura 4.2 mostra os resultados obtidos para o carregamento de torção totalmente alternada com corpo de prova liso. A Tabela 4.2 mostra o número ensaios realizados a amplitude de tensão e a vida obtida para o caso de torção.



Figura 4.2. Gráfico com resultados experimentais e curva S-N para carregamento de torção com espécime liso.

Ensaio A	mplitude de tensão $(\tau_{xy,a})$ em MPa	Número de ciclos final $(N_f)$
1	370	19.884
2	320	213.990
3	320	145.776
4	320	190.806
5	300	760.193
6	300	660.321
7	300	1028.658
8	300	1028.658
9	300	run-out
10	280	696.837
11	280	1.166.978
12	280	1.146.823
13	230	run-out

Tabela 4.2. Resultados dos ensaios de torção.

As curvas S-N obtidas para os espécimes na presença do micro-furo para as condições de carregamento de tração-compressão e torção completamente alternados são exibidos na Figura 4.3 e na Figura 4.4, respectivamente. A Tabela 4.3 e a Tabela 4.4 mostram o número de ensaios com respectiva amplitude de tensão e o número de ciclos de final.



Figura 4.3. Gráfico com resultados experimentais e curva S-N para carregamento de traçãocompressão com a presença de micro-furo no espécime.

Ensaio	Amplitude de tensão ( $\sigma_{xx,a}$ ) em MPa	Número de ciclos final $(N_f)$
1	400	711.36
2	400	61.801
3	400	68.052
4	375	168.832
5	375	203.474
6	375	187.858
7	320	292.889
8	320	145.808
9	320	249.806
10	270	565.242
11	270	563.486
12	260	688.616
13	260	725.825
14	260	run-out
15	250	run-out
16	250	run-out

Tabela 4.3. Resultados dos ensaios de tração-compressão de espécimes com furo de  $550 \ \mu m$ .

Curva S-N de torção espécime com furo de 550 µm



Figura 4.4. Gráfico com resultados experimentais e curva S-N para carregamento de torção com a presença de micro-furo no espécime.

Ensaio '	Amplitude de tensão $(\tau_{xy,a})$ em MPa	Número de ciclos final $(N_f)$
1	300	223029
2	300	270575
3	300	250359
4	280	360189
5	280	315157
6	280	346786
7	210	1254951
8	210	1454732
9	200	1959328
10	200	run-out
11	190	run-out
12	190	run-out
13	190	run-out

Tabela 4.4. Resultados dos ensaios de torção de espécimes com furo de 550 µm.

Desta forma, com as curvas S-N determinadas, a resistência a fadiga do aço AISI 4140 para a vida de  $2x10^6$  ciclos pode ser calculado a partir da expressões do tipo  $\sigma_a = A N_f^B$  obtidas, os valores da resistência podem ser observados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5. Resistências a fadiga do aço AISI 4140 obtidas experimentalmente por meio das curvas S-N.

Condição do corpo de prova	$\sigma_{-1}$ (MPa)	$ au_{-1}$ (MPa)
Liso	357	275
Com furo	218	197

Para se obter experimentalmente uma estimativa mais apura dos limites de fadiga o método da escada é uma ferramenta bastante utiliza, para meios de demonstração uma versão modificada deste método (que demanda uma quantidade menor de corpos de prova), Seção 2.3.3, foi utilizada considerando apenas os corpos de prova lisos. Os gráficos da Figura 4.5 mostram os pontos experimentais obtidos para as duas condições de carregamento e a Tabela 4.6 mostra os limites de fadiga obtidos através deste método.



Figura 4.5. Pontos experimentais obtidos com o Método da Escada Modificado para carregamento de tração compressão (a) e de torção (b).

Tabela 4.6. Limites de fadiga obtidos com o Método da Escada Modificado.

$\sigma_{-1}$ (MPa)	$ au_{-1}$ (MPa)	Intervalo de Confiança
375 ± 20	282 ± 13	90%

## 4.2 LIMITES DE FADIGA OBTIDOS A PARTIR DOS PEQUENOS DEFEITOS

Para obter os limites de fadiga a partir do método do Murakami considerando as inclusões do material, equações (2.26) e (2.27), foi conduzida a análise, conforme Seção 2.3.4.1, realizada em duas amostras diferentes do material cortadas em dois planos distintos, um a 90° e o outro a 45°, ambos em relação ao eixo longitudinal do corpo de prova, que correspondem aos planos perpendiculares à direção da máxima tensão principal, em carregamentos de tração-compressão e torção respectivamente.

O objetivo ao se utilizar essas duas amostras foi apenas o de verificar uma possível mudança na distribuição das inclusões em função da orientação da amostra e como será visto mais adiante essa distribuição independe do plano de corte, então seria suficiente a análise em apenas uma amostra.

Em cada uma dessas amostras foi medido o valor da área da maior inclusão em 60 áreas de inspeção padrão  $S_0$  de  $0,41 mm^2$  e se obteve 46 medidas válidas. O volume de previsão, *V*, usado para definir o valor de retorno T foi de  $2,4x10^3 mm^3$ , que se refere ao volume da seção útil de um corpo de prova, uma tabela com todos os dados obtidos nessa análise está disponível no Apêndice I. Os gráficos da distribuição da  $\sqrt{area}_{max,j}$  das inclusões obtidos podem ser observados na Figura 4.6. Os resultados da análise são apresentados na Tabela 4.7.

Plano de corte	Espessura calculada, $h(mm^2)$	Volume de previsão, V (mm <sup>3</sup> )	Volume de Inspeção, V <sub>0</sub> (mm <sup>3</sup> )	Valor de retorno, T	Variável Reduzida, <sup>y</sup> i	Distribuição cumulativa <i>F</i> (%)	√area <sub>max</sub> (µm)
90°	$1.51 \times 10^{-2}$	2400	$6.17 \times 10^{-3}$	$3.88 \times 10^{5}$	12,8	99.99	145
45°	$1.57 \times 10^{-2}$	2400	$6.43 \times 10^{-3}$	$3.73  imes 10^5$	12,8	99.99	121

Tabela 4.7. Resultados da análise com estatísticas dos extremos aplicados à  $\sqrt{area}$  das inclusões.



Figura 4.6. Distribuição das  $\sqrt{area}_{max,j}$  das inclusões em cada volume de inspeção padrão  $S_0$  da amostra cortado no plano de 90° (a) e no plano de 45° (b).

Para calcular os limites de fadiga considerando a presença do micro-furo, conforme, equações (2.24) e (2.25), só foi necessário calcular sua área projetada na direção da máxima tensão principal em tração, conforme Figura 2.12 da Seção 2.3.4, devido a geometria do furo fabricado a área da sua projeção forma um quadrado de lado igual ao diâmetro do furo, logo sua  $\sqrt{area}$  também será igual ao diâmetro do furo numericamente, e possui valor de  $550\mu m$ .

Os resultados obtidos para os limites de fadiga a partir do método do Murakami considerando as inclusões do material e a presença do micro-furo são mostrados na Tabela 4.8.

Tipo de micro-defeito	$\sigma_w$ (MPa)	$\tau_w$ (MPa)	
Inclusões não metálicas ( $\sqrt{area}_{max}$ )	271	235	
Micro-furo de 550 $\mu m$ ( $\sqrt{area}$ )	220	186	

Tabela 4.8. Limites de fadiga do aço AISI 4140 obtidos através do parâmetro  $\sqrt{area}$ .

## 4.3 RESULTADOS COM MODELOS MULTIAXIAIS

As constantes materiais necessárias para calibrar os critérios de plano crítico utilizados neste trabalho foram obtidas com os limites de fadiga estimados a partir dos parâmetros  $\sqrt{area}$  e  $\sqrt{area}_{max}$  da Tabela 4.8. Os resultados obtidos para o valor das constantes são apresentados na Tabela 4.9.

Tabela 4.9. Constantes dos modelos de plano crítico.

Limitos do fodigo a lo a	Modelo d	MWCM		
Limites de ladiga $o_w$ e $t_w$	$\kappa_F$	$\lambda_F$	$\kappa_A$	$\lambda_A$
Para CP liso	1,08	346	99,5	235
Para CP com micro-furo	0,95	257	76	186

## 4.3.1 Espécime liso

A Figura 4.7 mostra os diagramas da amplitude da tensão de cisalhamento ( $\tau_a$ ) contra a tensão normal máxima ( $\sigma_{n,max}$ ), para o critério de Findley. Enquanto a Figura 4.8 mostra os diagramas da amplitude da tensão de cisalhamento ( $\tau_a$ ) contra o parâmetro  $\rho$  para o critério MWCM. A linha continua divide as regiões segura e de falha de acordo com o cada um dos modelos. Portanto, os estados de tensão nos quais a combinação de  $\tau_a$  com  $\sigma_{n,max}$  ou  $\rho$  fornece pontos abaixo da linha continua não devem gerar falha por fadiga e os pontos acima da linha são os quais se espera a falha. A posição dessas linhas continuas nos diagramas de tensão depende das constantes de fadiga usadas para calibrar os modelos (Tabela 4.9).

Os dados experimentais também foram plotados nos gráficos da Figura 4.7 e Figura 4.8 para comparação. Marcadores cheios referem-se a espécimes que falharam, enquanto os vazios correspondem àqueles que atingiram o critério de parada. Por uma questão de clareza, os dados dos ensaios fora de fase e em fase são mostrados em gráficos separados. Bandas de erro de 20% são mostradas como linhas pontilhadas. Os valores de  $\tau_a^c$  e  $\sigma_{n,max}$  utilizados no modelo MWCM foram calculados conforme proposto por Araújo et al. [10]. Onde, para calcular o plano crítico para o MWCM, primeiro é determinada uma faixa de planos candidatos em que a amplitude da tensão de cisalhamento é igual ou superior a 99% do valor do máximo  $\tau_a$ . Entre esses planos candidatos, o crítico será aquele que contém a maior valor de tensão normal,  $\sigma_{n,max}$ .



Figura 4.7. Resultados obtidos com modelo multiaxial de Findley: (a) dados em fase; (b) dados fora de fase.



Figura 4.8. Resultados obtidos com modelo multiaxial MWCM: (a) dados em fase; (b) dados fora de fase.

Ainda o valor da amplitude da tensão cisalhante foi calculado utilizando dois métodos distintos, o Métodos da Caixa (MRH) e o do Momento de Inércia (MOI). Na Figura 4.7(b) e Figura 4.8(b) os marcadores vermelhos identificam os pontos experimentais obtidos calculando  $\tau_a$  com o MOI e os marcadores pretos calculando  $\tau_a$  com o MRH. Como esperado para os carregamentos em fase, que geram histórias

de carregamento proporcionais, não houve diferença no valor calculado de  $\tau_a$  entre o MRH e o MOI, por outo lado para os carregamentos fora de fase a diferença é notável.

As tabelas a seguir mostram os ensaios realizados e, com as respectivas amplitudes de tensão aplicadas e os valores calculados da amplitude da tensão cisalhante e tensão normal máxima no plano crítico para cada um dos critérios analisados.

Ensaio $\sigma$ $\tau$		au	τ Ισ	Findley	(MRH/MOI)	MWCM	(MRH/MOI)	N
Elisaio	$o_{xx,a}$	ι <sub>xy,a</sub>	ι <sub>xy,a</sub> /0 <sub>xx,a</sub>	$ au_a$	$\sigma_{n,max}$	$ au_a^c$	$\sigma_{n,max}$	Nf
1	414	0	0	153	346	207	207	486.296
2	390	0	0	144	326	195	195	Run-out
3	390	0	0	144	326	195	195	584.601
4	375	0	0	139	314	188	188	726.900
5	375	0	0	139	314	188	188	Run-out
6	300	150	0,5	155	295	211	176	1.649.870
7	300	150	0,5	155	295	211	176	Run-out
8	280	140	0,5	145	275	197	164	Run-out
9	260	130	0,5	134	255	182	152	Run-out
10	220	220	1	181	276	244	142	332.449
11	220	220	1	181	276	244	142	1.363.493
12	210	210	1	173	264	233	135	Run-out
13	210	210	1	165	251	233	135	477.573
14	200	200	1	165	251	222	129	Run-out
15	130	260	2	199	244	265	102	535.059
16	130	260	2	199	244	265	102	535.304
17	120	240	2	184	226	245	95	Run-out
18	120	240	2	184	226	245	95	Run-out
19	0	320	$\infty$	238	214	320	0	213.990
20	0	300	8	223	201	300	0	660.321
21	0	300	8	223	201	300	0	Run-out
22	0	280	8	208	187	280	0	1.166.978
23	0	230	$\infty$	171	154	230	0	Run-out

Tabela 4.10. Ensaios em fase realizados para comparação com modelos de plano crítico.
Ensaios	$\sigma_{xx,a}$	$\sigma_{xx.a}$ $\tau$	$\sigma_{xx.a}$	$\sigma_{xx,a}$	$\sigma_{xx,a}$	$\sigma_{xx,a}$	$\sigma_{xx,a}$	$\sigma_{xx,a}$	$\sigma_{xx.a}$	$\sigma_{xx,a}$	$\sigma_{xx,a}$ $\tau_{xy,a}$	$\sigma_{xx,a}$ $\tau_{xy,a}$	$\frac{\tau_{xy,a}}{\tau}$	Fii (N	ndley IRH)	M\ (N	NCM IRH)	Fii (N	ndley ⁄IOI)	M\ (N	WCM MOI)	N <sub>f</sub>
	,		$o_{xx,a}$	$ au_a$	$\sigma_{n,max}$	$ au_a^c$	$\sigma_{n,max}$	$ au_a$	$\sigma_{n,max}$	$ au_a^c$	$\sigma_{n,max}$	,										
1	320	160	0,5	320	160	198	225	211	289	239	230	750.695										
2	320	160	0,5	320	160	198	225	211	289	239	230	352.444										
3	300	150	0,5	150	300	186	211	198	271	224	216	Run-out										
4	300	150	0,5	150	300	186	211	198	271	224	216	733.995										
5	230	230	1	230	230	230	230	240	222	254	195	771.198										
6	230	230	1	230	230	230	230	240	222	254	195	1.649.979										
7	220	220	1	220	220	220	220	229	212	243	186	Run-out										
8	210	210	1	210	210	210	210	219	202	232	178	Run-out										
9	200	200	1	200	200	200	200	208	193	221	169	Run-out										
10	140	280	2	247	186	277	144	243	191	280	140	1.039.328										
11	140	280	2	247	186	277	144	243	191	280	140	261.442										
12	135	270	2	238	180	267	138	234	184	270	135	Run-out										
13	130	260	2	230	173	257	133	226	177	260	130	Run-out										

Tabela 4.11. Ensaios 90º fora de fase realizados para comparação com modelos de plano crítico.

#### 4.3.2 Espécime com furo

De forma similar à análise conduzida para o corpo de prova sem o furo, a seguir são expostos os resultados obtidos com os critérios de fadiga multiaxial para o espécime com o micro-furo de  $550 \,\mu m$  de diâmetro e profundidade. A Figura 4.9 mostra os diagramas obtidos com os modelos de Findley e MWCM para as condições de carregamento em fase. No caso do espécime com furo não foram conduzidos ensaios fora de fase. A Tabela 4.12 mostra os ensaios realizados para comparação com os modelos de plano crítico.



Figura 4.9. Resultados dos modelos multiaxiais para o espécime com furo: (a) modelo de Findley; (b) modelo MWCM.

Encoioc	đ	au	τ Ισ	Findley (MRH/MOI)		MWCM	N	
Elisaios	$o_{xx,a}$	t <sub>xy,a</sub>	$\iota_{xy,a}/0_{xx,a}$	$ au_a$	$\sigma_{n,max}$	$ au_a^c$	$\sigma_{n,max}$	ι <b>ν</b> <sub>f</sub>
1	260	0	0	96	217	130	130	725.825
2	260	0	0	96	217	130	130	Run-out
3	250	0	0	92	209	125	125	Run-out
4	210	105	0,5	109	206	147	123	1.579.783
5	210	105	0,5	109	206	147	123	1.704.314
6	200	100	0,5	103	196	140	117	Run-out
7	200	100	0,5	103	196	140	117	Run-out
8	160	160	1	132	201	177	103	1.502.701
9	160	160	1	132	201	177	103	1.027.043
10	150	150	1	124	188	166	97	Run-out
11	150	150	1	124	188	166	97	Run-out
12	95	190	2	145	179	194	75	818.412
13	95	190	2	145	179	194	75	1.330.195
14	90	180	2	138	169	184	71	Run-out
15	90	180	2	138	169	184	71	Run-out
16	0	200	$\infty$	149	134	200	0	Run-out
17	0	200	$\infty$	149	134	200	0	1.959.328
18	0	190	$\infty$	141	127	190	0	Run-out

Tabela 4.12. Ensaios em fase realizados para comparação com modelos de plano crítico com microfuro no espécime.

### 4.4 ÍNDICE DE ERROS E DISCUSSÃO

Como pode ser observado, os modelos adaptados forneceram previsões conservadoras quando comparados aos dados experimentais. Isso pode ser atribuído ao fato de que os modelos foram calibrados com  $\sigma_w$  e  $\tau_w$ , que são as margens inferiores dos limites de fadiga e, portanto, conservadores.

Além disso, nos casos fora de fase, o estado de tensão evidentemente causa menos danos por fadiga do que nos casos em fase, o que pode ser observados pelo fato de que nos mesmos níveis de amplitude de tensão os ensaios em fase falham e os fora de fase não. O que condiz com o que é dito por Suresh [19], de que existem evidências experimentais que sugerem que o esforço cíclico em fase é mais prejudicial à vida à fadiga em baixas amplitudes de carregamento, enquanto o esforço cíclico fora da fase é mais prejudicial em altas amplitudes de carregamento.

O desempenho dos modelos pode ser observado da Tabela 4.13, avaliado por um índice de erro (Equação (4.1)). Onde os valores positivos significam que as previsões foram conservadoras. O índice de erro compara a diferença relativa entre o resultado experimental ( $R_E$ ) e o previsto pelos critérios de plano crítico ( $R_P$ ). Os valores máximos e médios dos erros são fornecidos para cada critério multiaxial, considerando os ensaios fora de fase e em fase, os diferentes métodos de cálculo de  $\tau_a$  e o espécime com e sem o micro-furo.

$$Erro = \frac{R_E - R_P}{R_P} \times 100\%$$
(4.1)

Tabela 4.13. Valores máximos e médios do índice de erro fornecido pelos critérios de Findley e do MWCM adaptados com  $\sigma_w$  e  $\tau_w$ .

Corregeneete	F	indley	MWCM			
Carregamento	Máximo	Médio	Máximo	Médio		
Em fase	40,62	28,98 ± 6,99	27,66	21,65 ± 4,25		
Fora de fase - MRH	35,12	25,98 ± 5,78	35,96	31,38 ± 3,43		
Fora de fase - MOI	39,85	26,85 ± 7,10	36,06	33,46 ± 3,72		
Em fase com furo	18,03	12,61 ± 5,48	14,45	9,30 ± 3,74		

O modelo MWCM apresentou os melhores resultados para as condições de carregamento em fase tanto para o CP liso como para o com micro-furo. No caso dos carregamentos fora de fase o modelo de Findley apresentou os melhores resultados quando combinado com o método do MRH para o cálculo da amplitude da tensão cisalhante. O MRH também apresentou melhores resultados quando combinado com MWCM.

Esses valores de erro elevados podem advir do critério de parada estabelecido para os ensaios. Originalmente, Murakami [3] observou que em aços de alta resistência, o joelho da curva S-N ocorre aproximadamente em  $10^7$  ciclos. Segundo ele, a amplitude de tensão nesse ponto é o limiar para que uma trinca não se propague, o que define os limites de fadiga das Equações de (2.24) a (2.27). Entretanto neste trabalho, o critério de parada para todos os ensaios de fadiga foi definido como  $2x10^6$  ciclo e, de fato, não foi observado nenhum joelho antes desse número de ciclos, como pode ser visto nas curvas S-N experimentais. Portanto, pode ser assumido que o ponto do joelho das curvas tensão-vida está entre  $2x10^6$  e  $10^7$  ciclos. Levando em conta essa observação e considerando o grau de conservadorismo dos modelos propostos é de se espera que ao se conduzir ensaios similares aos deste trabalho com critério de parada próximo de  $10^7$  ciclos erros bem menores poderiam ser encontrados.

## 4.5 ANÁLISE DA FRATURA

Os modelos de plano crítico de Findley e MWCM consideram que, para materiais metálicos, a força motriz para a nucleação de uma trinca é a tensão de cisalhamento e que a propagação precoce é fortemente influenciada pela tensão normal [12,14]. Por outro lado, o modelo de Murakami e sua derivação proposta por Yanase e Endo, supõem que uma trinca se nucleia em torno de um defeito no plano do Modo I de abertura da trinca, ou seja, perpendicular à direção de máxima tensão principal [3,24].

Nesta seção, é realizada uma análise preliminar da superfície de fratura para se obter mais informações sobre os planos preferenciais de orientação e início das trincas, considerando as diferentes condições de carregamento impostas sobre os espécimes do aço AISI 4140. Após as falhas, a superfície da fratura da maioria dos espécimes foi examinada com um microscópio eletrônico de varredura (MEV). Este procedimento teve como objetivo detectar onde a trinca nucleava, determinar o ângulo do seu plano de orientação e realizara uma busca por inclusões no local de iniciação da trinca.

A análise no MEV do local de iniciação da trinca detectou partículas do que pareciam ser substâncias estranhas na maioria dos espécimes sem o micro-furo, como mostra a Figura 4.10. Uma microanálise por Espectroscopia de Energia Dispersiva (*Energy Dispersive Spectroscopy* - EDS) realizada nessas amostras confirmou que sua composição química era diferente da matriz de aço. De fato, como pode ser visto pelo espectro de EDS capturado na amostra da Figura 4.10(a) na Figura 4.11, as partículas são muito ricas em alumínio e silício. Os espectros EDS das outras partículas foram semelhantes. Sabe-se que esses elementos estão presentes em muitos tipos de inclusões não metálicas [38].

Foi feito o calcula da  $\sqrt{area}$  da inclusão mostrada na Figura 4.10(a) e o valor obtido foi de aproximadamente 112  $\mu m$ , o que se aproxima consideravelmente dos valores obtidos a partir da análise estatística, Seção 4.2. A inclusão neste espécime foi a visivelmente maios dentre os analisados no MEV. A inclusão da Figura 4.10(b) possui  $\sqrt{area}$  de aproximadamente 65  $\mu m$ .



Figura 4.10. Foto de inclusões não metálicas na raiz da trinca: (a) superfície de fratura de ensaio de tração compressão; (b) superfície de fratura de ensaio *axial-torsional* em fase.



Figura 4.11. Microanálise por Espectroscopia de Energia Dispersiva da inclusão na raiz da trinca de um ensaio de tração-compressão.

As figuras a seguir mostram fotos obtidas no MEV da superfície de fratura de alguns espécimes submetidos a diferentes condições de carregamento.



Figura 4.12. Fotos da superfície de fratura de um espécime submetido a carregamento de traçãocompressão.

É possível observar na Figura 4.12 que a trinca provavelmente se iniciou em uma inclusão interna do material e que a superfície da região de propagação inicial está a aproximadamente perpendicular em relação a direção x. Adotando referencial mostrado na Seção 2.4 o plano da região de propagação pode ser definido em relação as coordenada esféricas ( $\theta$ , $\phi$ ), assim para Figura 4.12 o plano de propagação seria (0º, 90º).



Figura 4.13. Foto da superfície de fratura: ensaio de torsão à esquerda; ensaio *axial-torsional* em fase com  $\tau_{xy,a}/\sigma_{xx,a} = 0,5$  à direita.

Na Figura 4.13 para o ensaio de torção devido a fricção entre as duas superfícies não foi possível determinar a região de iniciação da trinca, contudo é

notável que praticamente toda superfície de fratura encontra-se praticamente a 90° em relação ao eixo x do corpo de prova, o que representa o plano de máximo cisalhamento. No caso da superfície de fratura do ensaio *axial-torsional* da Figura 4.13 a região de iniciação da trinca aparentemente encontra-se próxima a superfície livre e nesse caso também o plano de propagação seria definido como (0°, 90°).

A Figura 4.14 mostra a superfície de fratura de um espécime com micro-furo ensaiado em tração-compressão, nele é evidente a propagação da trinca a partir do defeito e que sua superfície se encontra perpendicular a direção do eixo x, o que representa o plano normal a direção da máxima tensão principal.

O plano de propagação corresponder ao plano normal a direção da máxima tensão principal também ocorre a Figura 4.15, com espécime com furo submetido a carregamento de torção, onde a região de propagação da trinca encontra-se a 45º em relação ao eixo x, formando o plano de propagação (45º, 90º). Na Figura 4.15 ainda é possível observar outra trinca se nucleada a partir do defeito com ângulo de 45º.



Figura 4.14. Fotos da superfície de fratura de um ensaio de tração-compressão em espécime com micro-furo de  $550 \ \mu m$ .



Figura 4.15. Fotos da superfície de fratura de um ensaio de torção em espécime com micro-furo de  $550 \ \mu m$ .

Para medir o plano de iniciação da trinca, primeiro foi identificada a região de nucleação da trinca, que foi encontrada principalmente perto da superfície livre do corpo de prova, como mostra a Figura 4.13 no lado direito. Em seguida, utilizando um microscópio Confocal, a angulação média da superfície de propagação em relação ao eixo longitudinal do espécime (direção x) foi medida. A Tabela 4.14 contém o ângulo medido médio de início das trincas ( $\theta$ ) para cada configuração de carregamento e faz a comparação com os ângulos calculados para os planos críticos dos modelos de Findley e MWCM.

É importante notar que o ângulo de penetração ( $\phi$ ) da trinca para o interior do corpo de prova sempre foi aproximadamente perpendicular à superfície, ou seja, igual a 90°. A razão para isso pode ser vista através do desenvolvimento das Equações (2.2) e (2.3) para tensão no plano. Ao fazer isso, pode-se demonstrar que se  $\phi = 90^{\circ}$  os vetores  $\sigma_n \in \tau$  atingem seus valores máximos. Além disso, o estado plano de tensão deve ser considerado ao utilizar os modelos multiaxiais, porque (i) a tensão é

mais severa na superfície quando torção é aplicada; (ii) como relatado por Murakami [3], inclusões não metálicas em contato com a superfície livre produzem uma área mais fraca (associação da inclusão com a trinca), aumentando a probabilidade da trinca se iniciar na superfície livre.

Carreg	Carregamento de tração-compressão e torção								
$ au_{xya}/\sigma_{xa}$		0		$\infty$					
Plano ( $\theta, \phi$ ) médio d	observado	0°, 90°	C	0°, 90° / 45°, 90					
Plano crítico Fi	ndley 17 <sup>0</sup>	<sup>0</sup> , 73º / 163º,	107º 2	1º, 90º / 69º,	90°				
Plano crítico M	WCM 4	5°, 90° / 0°, 1	35° C	0°, 90° / 90°, 90					
					_				
Ca	arregamentos c	ombinados e	em fase						
$ au_{xya}$	$\sigma_{xa}$	0.5	1	2					
Plano $(\theta, \phi)$ mé	dio observado	11°, 90º	44°, 90º	61°, 90º	-				
Plano crític	co Findley	46°, 90°	8°, 90°	14º, 90º					
Plano crític	co MWCM	161º, 90º	73º, 90º	177º, 90º					
					_				
Carregam	entos combinac	los em fase	90° fora o	de fase					
$ au_{xyy}$	$\sigma_{xa}/\sigma_{xa}$	0.5	1	2					
Plano $(\theta, \phi)$ m	édio observado	o 12°, 90º	14°, 90º	12°, 90º					
Plano crítico	Findley - MRH	0°, 90°	0°, 90°	14º, 90º					
Plano crítico	MWCM - MRH	0°, 57°	0°, 90°	4º, 90º					
Plano crítico	Findley - MOI	0º. 108º	0º, 79º	15º, 87º					
Plano crítico	MWCM - MOI	0°, 58°	0º, 67º	0°, 90°					

Tabela 4.14. Mapeamento do plano  $(\theta, \phi)$  de orientação do início da trinca de cada configuração de ensaio.

Na maioria dos casos para os carregamentos combinados, as melhores estimativas do plano de iniciação da trinca foram obtidas pelo critério MWCM. Isso parece uma indicação clara de que, para esse tipo de material naturalmente defeituoso e condições de carregamento, as trincas preferem iniciar em planos com altos níveis de amplitude de tensão cisalhante.

Outro exemplo do papel da amplitude da tensão de cisalhamento no processo de iniciação da trinca pode ser visto na Figura 4.16. As fotos foram tiradas da

superfície livre de um corpo de prova submetido a razão de carregamento de  $\tau_{xya}/\sigma_{xa} = 1$ , com amplitude de tensão de 200 MPa que atingiu o *run-out*. Vale a pena notar que existem pequenas trincas que emanam da borda das inclusões superficiais. Essas trincas iniciam com um ângulo  $\theta$  de aproximadamente 60°, valor semelhante ao estimado pelo critério MWCM.



Figura 4.16. Fotos de trincas encontradas em inclusões superficiais de um espécime que atingiu *run*out em carregamento combinado em fase com  $\tau_{xya}/\sigma_{xa} = 1$ , com amplitude de tensão de 200 MPa.

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, um método alternativo de calibração dos modelos de fadiga multiaxial de Findley e do MWCM foi apresentado. O método teve como objetivo considerar o efeito de inclusões não metálicas e micro-furos na resistência à fadiga do aço AISI 4140 em condições de carregamento combinado proporcional e não proporcional. Para adaptar esses critérios clássicos de plano crítico, introduzimos o parâmetro  $\sqrt{area}$  proposto por Murakami na modelagem. Mais especificamente, as seguintes observações podem ser extraídas deste trabalho:

I. Modelos clássicos de fadiga multiaxial baseados na abordagem de plano crítico podem ser adaptados com sucesso para obter os limites de fadiga do aço 4140 com micro-defeitos naturais e artificiais. As constantes materiais necessárias para calibrar os critérios do MWCM e de Findley podem ser facilmente obtidas sem a necessidade de executar ensaios de fadiga, que demandam uma grande quantidade de tempo e possuem custos elevados. Os dados experimentais gerados para testar esta abordagem produziram erros médios não superiores a 33%, conforme mostrado na Tabela 4.13, sendo que todos os erros são para o lado conservativo.

- II. A calibração dos critérios do plano crítico para materiais naturalmente defeituosos, como este aço AISI 4140, que define a região segura de projeto contra fadiga, pode ser realizada considerando o método de estatística dos extremos para as inclusões no material. Este método pode estimar a existência de um defeito de tamanho crítico em componentes mecânicos reais, como em um eixo virabrequim de um termo gerador. O simples uso dos limites de fadiga obtidos de forma experimental em laboratório para calibrar os critérios multiaxiais, desconsiderando o uso de tais análises estatísticas, pode resultar em um projeto não conservador.
- III. A análise das superfícies de fratura conduzida mostrou que, para este material nas condições de carregamento avaliadas, as trincas tendem a iniciar e crescer precocemente em planos com altos níveis de amplitude da tensão de cisalhamento, exceto nos ensaios tração-compressão totalmente alternado e nos casos com micro-defeitos artificiais em torção. Nesses casos, o plano preferencial é o plano normal a direção da máxima tensão principal, como observado por Murakami.

### REFERENCIAS

- Santos AC de SG dos, Carvalho LM, Souza CF de, Reis A da C, Freitag AEB.
   Total Quality Management: the case of an electricity distribution company.
   Brazilian J Oper Prod Manag 2019;16:53–65.
   https://doi.org/10.14488/bjopm.2019.v16.n1.a5.
- [2] Murakami Y. Material defects as the basis of fatigue design. Int J Fatigue 2012;41:2–10. https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.12.001.
- [3] Murakami Y. Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions. Ekevier Science Ltd.; 2002. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5597-3.
- [4] Nadot Y, Billaudeau T. Multiaxial fatigue limit criterion for defective materials.
   Eng Fract Mech 2006;73:112–33. https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2005.06.005.
- [5] Endo M, Ishimoto I. The fatigue strength of steels containing small holes under out-of-phase combined loading. Int J Fatigue 2006;28:592–7. https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2005.05.013.
- [6] Murakami Y, Endo M. Effects of Hardness and Crack Geometries on ΔKth of Small Cracks Emanating from Small Defects. In: K.J. Miller and E.R. de los Rios (Eds): The Behaviour of Short Fatigue Cracks. Mech Eng Publ 1986;EGF Publ.:275–93.
- [7] Socie DF, Marquis GB. Multiaxial Fatigue. SAE International; 2000.
- [8] Papadopoulos I V. Critical plane approaches in high-cycle fatigue: On the definition of the amplitude and mean value of the shear stress acting on the critical plane. Fatigue Fract Eng Mater Struct 1998:269–85.
- [9] Mamiya EN, Castro FC, Araújo JA. Recent developments on multiaxial fatigue: The contribution of the University of Brasília. Theor Appl Fract Mech 2014:48– 59. https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2014.06.007.
- [10] Araújo JA, Dantas AP, Castro FC, Mamiya EN, Ferreira JLA. On the characterization of the critical plane with a simple and fast alternative measure of the shear stress amplitude in multiaxial fatigue. Int J Fatigue 2011;33:1092– 100. https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.01.002.

- [11] Meggiolaro MA, Castro JTP De. The moment of inertia method to calculate equivalent ranges in non-proportional tension – torsion histories. Integr Med Res 2015;4:229–34. https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2015.01.004.
- [12] Findley WN. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. J Eng Ind 1959;81:301–6.
- [13] Fatemi A, Socie DF. A Critical Plane Approach To Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading. Fatigue Fract Eng Mater Struct 1988;11:149– 65. https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1988.tb01169.x.
- [14] Susmel L, Lazzarin P. A bi-parametric Wöhler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment. Fatigue Fract Eng Mater Struct 2002;25:63–78. https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.2002.00462.x.
- [15] Yanase K, Endo M. Prediction for multiaxial fatigue strength with small defects. MATEC Web Conf., 2014, p. 2. https://doi.org/10.1520/MPC20130013.
- [16] Atanackovic TM, Guran A. Theory of Elasticity fos Scientis and Engineers. Springer Science+Business Media, LCC; 1999.
- [17] Leitner M, Grün F, Tuncali Z, Steiner R, Chen W. Multiaxial fatigue assessment of crankshafts by local stress and critical plane approach. Frat Ed Integrita Strutt 2016. https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.38.06.
- [18] Dowling NE. Mechanical Behavior of Materials Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue. Fourth Edi. International Edition: Pearson Education Limited; 2013.
- [19] Suresh S. Fatigue of Materials. 2nd ed. Cambridge University Press; 1998.
- [20] Morrow J. Fatigue Design Handbook. 1968.
- [21] E739-15. Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (ε - N) Fatigue Data 1 2018;10:1–7. https://doi.org/10.1520/E0739-10R15.2.
- [22] CIMAC CI des M a C. IACS UR M53, Appendix IV. Guidance for Evaluiation of Fatigue Tests, 2009, p. Appendix IV.
- [23] Lee Y-L, Pan J, Hathaway RB, Barkey ME. Fatigue Testind and Analysis (Theory

and Practice). Elsevier Butterworth–Heinemann; 2005.

- [24] Yanase K, Endo M. Multiaxial high cycle fatigue threshold with small defects and cracks. Eng Fract Mech 2014;123:182–96. https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.03.017.
- [25] Murakami Y. Inclusion rating by statistics of extreme values and its application to fatigue strength prediction and quality control of materials. J Res Natl Inst Stand Technol 1994;99:345. https://doi.org/10.6028/jres.099.032.
- [26] Murakami Y, Toriyama T, Coudert EM. Instructions for a New Method of Inclusion Rating and Correlations with the Fatigue Limit. J Test Eval JTEVA 1994;22:318–26.
- [27] Beirlant J, Goegebeur Y, Teugels J, Segers J, De Waal D, Ferro C. Statistics of extremes: Theory and applications. Wiley Blackwell; 2005. https://doi.org/10.1002/0470012382.
- [28] Stephens RI, Fatemi A, Stephens RR, Fuchs HO. Metal Fatigue in Engineering.2nd ed. 2001. https://doi.org/10.1016/j.jpolmod.2011.03.005.
- [29] Carpinteri A, Spagnoli A. Multiaxial fatigue criterion for hard metals. Int J Fatigue 2001;23:135–45.
- [30] Susmel L. Multiaxial Notch Fatigue: From Nominal to Local Stress/Strain Quantities. 2009. https://doi.org/10.1533/9781845695835.
- [31] Susmel L, Tovo R, Lazzarin P. The mean stress effect on the high-cycle fatigue strength from a multiaxial fatigue point of view. Int J Fatigue 2005;27:928–43. https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.11.012.
- [32] Petrucci G. A critical assessment of methods for the determination of the shear stress amplitude in multiaxial fatigue criteria belonging to critical plane class. Int J Fatigue 2015;74:119–31. https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.01.001.
- [33] Grubisic V, Simbürger A. Fatigue under combined out of phase multiaxial stresses. Int. Conf. Fatigue Test. Des., London: 1976, p. 27.1-27.8.
- [34] Dang Van K, Griveau B, Message O. On a new multiaxial fatigue limit criterion: Theory and application. In: Brown MW, Miller KJ, editors. Biaxial Multiaxial

Fatigue, EGF 3, London: Mechanical Engineering Publications; 1989, p. 479– 96.

- [35] Li B, Santos JLT, De Freitas M. Unified numerical approach for multiaxial fatigue limit evaluation. Mech Struct Mach 2000;28:85–103. https://doi.org/10.1081/SME-100100613.
- [36] Mamiya EN, Araújo JA, Castro FC. Prismatic hull: A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue. Int J Fatigue 2009;31:1144–53. https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2008.12.010.
- [37] E466-15. Practice for conducting force controlled constant amplitude axial fatigue tests of metallic materials. ASTM B. Stand., 2015. https://doi.org/10.1520/E0466-15.2.
- [38] E45-13. Standard Test Methods for Determining the Inclusion content of Steel. ASTM Int., 2013

#### ANEXO

## ANEXO I. PARÂMETROS PARA ESTIMAR LIMITES DE FADIGA E CURVA S-N

Parameter	Applicability	Juvinall (2006)	Budynas (2011)
Bending fatigue	Steels, $\sigma_u \leq 1400 \text{ MPa}^1$	0.5	0.5
limit factor:	High-strength steels	$\leq 0.5$	$\sigma_{erb} = 700 \mathrm{MPa}$
m <sub>e</sub>	Cast irons; Al alloys if $\sigma_u \leq 328 \text{ MPa}$	0.4	_
	Higher strength Al	$\sigma_{erb} = 131 \text{ MPa}$	_
	Magnesium alloys	0.35	—
Load type	Bending	1.0	1.0
factor:	Axial	1.0	0.85
m <sub>t</sub>	Torsion	0.58	0.59
Size (stress	Bending or torsion <sup>2,3,4</sup>	1.0 (d < 10  mm)	$1.24d^{-0.107}$
gradient) factor:		$0.9 (10 \le d < 50)$	$(3 \le d \le 51 \text{ mm})$
ma	Axial <sup>2,3</sup>	0.7 to 0.9 $(d < 50)^5$	1.0
Surface finish	Polished	1.0	1.0
factor:	Ground <sup>6</sup>	See Fig. 10.10	$1.58\sigma_{\mu}^{-0.085}$
ms	Machined <sup>6</sup>	See Fig. 10.10	$4.51\sigma_{\mu}^{-0.265}$
Life for fatigue	Steels, cast irons	10 <sup>6</sup>	10 <sup>6</sup>
limit point:	Aluminum alloys	$5 \times 10^{8}$	_
Ne, cycles	Magnesium alloys	108	_

Table 10.1 Parameters for Estimating Fatigue Limits

Notes:<sup>1</sup> Juvinall specifically gives a hardness limit,  $HB \le 400$ . <sup>2</sup>Diameter *d* is in mm units. <sup>3</sup>For Juvinall, for  $50 \le d < 100$  mm, decrease the values of  $m_d$  by 0.1 relative to the values for d < 50 mm, and for  $100 \le d < 150$  mm decrease by 0.2. <sup>4</sup>For Budynas, use  $1.51d^{-0.157}$  for  $51 < d \le 254$  mm, and for nonrotating bending, replace *d* with  $d_e = 0.37d$  for round sections, and with  $d_e = 0.808\sqrt{ht}$  for rectangular sections (Fig. A.2). <sup>5</sup>Use 0.9 for accurately concentric loading, and a lower value otherwise. <sup>6</sup>For Budynas, substitute  $\sigma_u$  in MPa.

Table 10.2 Estimates of the S-N Curve Point at 10<sup>3</sup> Cycles

Juvinall (2006)1	$m' = 0.9, \ k'_f = k_f$ (bending; torsion with $\tau_u$ replacing $\sigma_u$ )
	$m' = 0.75, \ k'_f = k_f$ (axial)
Budynas (2011) <sup>2</sup>	$m' = 0.90$ ( $\sigma_u < 483$ MPa)
(steel only)	$m' = 0.2824x^2 - 1.918x + 4.012$ , $x = \log \sigma_u$ ( $\sigma_u \ge 483$ MPa)
	$k'_f = k_f$

Notes: <sup>1</sup>Use the estimate  $\tau_u \approx 0.8\sigma_u$  for steel, and  $\tau_u \approx 0.7\sigma_u$  for other ductile metals. <sup>2</sup> The equation for *m*' is a fit to the curve given in Budynas (2011).

Disponível em: Dowling, N.E.. Mechanical Behavior of Materials - Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue, 2013.

## APÊNDICE

# APÊNDICE I. TABELA COM DADOS DAS MEDIDAS DAS INCLUSÕES OBTIDAS PARA ANÁLISE DE ESTATISTICA DOS ESTREMOS.

F	Plano de co	rte a 90º.	+A1:J4	9	Plano de corte a 45º				
j	A (um²)	sqrt(A)	Fj	уј	j	A (um²)	sqrt(A)	Fj	уј
1,000	19,910	4,462	0,016	-1,414	1,000	57,540	7,586	0,016	-1,414
2,000	23,390	4,836	0,033	-1,229	2,000	63,600	7,975	0,033	-1,229
3,000	24,680	4,968	0,049	-1,103	3,000	67,640	8,224	0,049	-1,103
4,000	32,480	5,699	0,066	-1,002	4,000	70,300	8,385	0,066	-1,002
5,000	38,310	6,190	0,082	-0,917	5,000	71,410	8,450	0,082	-0,917
6,000	41,490	6,441	0,098	-0,841	6,000	74,970	8,659	0,098	-0,841
7,000	41,570	6,447	0,115	-0,772	7,000	78,970	8,887	0,115	-0,772
8,000	44,400	6,663	0,131	-0,709	8,000	80,560	8,976	0,131	-0,709
9,000	46,060	6,787	0,148	-0,649	9,000	88,340	9,399	0,148	-0,649
10,000	48,100	6,935	0,164	-0,592	10,000	92,780	9,632	0,164	-0,592
11,000	56,480	7,515	0,180	-0,538	11,000	94,790	9,736	0,180	-0,538
12,000	58,810	7,669	0,197	-0,486	12,000	95,160	9,755	0,197	-0,486
13,000	60,960	7,808	0,213	-0,436	13,000	99,770	9,988	0,213	-0,436
14,000	62,240	7,889	0,230	-0,386	14,000	106,250	10,308	0,230	-0,386
15,000	67,990	8,246	0,246	-0,338	15,000	112,400	10,602	0,246	-0,338
16,000	68,340	8,267	0,262	-0,291	16,000	112,940	10,627	0,262	-0,291
17,000	71,820	8,475	0,279	-0,245	17,000	114,810	10,715	0,279	-0,245
18,000	75,030	8,662	0,295	-0,199	18,000	119,190	10,917	0,295	-0,199
19,000	83,140	9,118	0,311	-0,154	19,000	121,360	11,016	0,311	-0,154
20,000	83,390	9,132	0,328	-0,109	20,000	125,650	11,209	0,328	-0,109
21,000	84,460	9,190	0,344	-0,064	21,000	127,050	11,272	0,344	-0,064
22,000	87,930	9,377	0,361	-0,020	22,000	132,620	11,516	0,361	-0,020
23,000	89,120	9,440	0,377	0,025	23,000	133,580	11,558	0,377	0,025
24,000	90,050	9,489	0,393	0,070	24,000	137,160	11,712	0,393	0,070
25,000	134,150	11,582	0,410	0,114	25,000	153,970	12,408	0,410	0,114
26,000	147,580	12,148	0,426	0,159	26,000	155,210	12,458	0,426	0,159
27,000	160,830	12,682	0,443	0,205	27,000	157,310	12,542	0,443	0,205
28,000	179,090	13,382	0,459	0,250	28,000	159,640	12,635	0,459	0,250
29,000	196,820	14,029	0,475	0,296	29,000	161,630	12,713	0,475	0,296
30,000	202,460	14,229	0,492	0,343	30,000	189,840	13,778	0,492	0,343
31,000	207,830	14,416	0,508	0,390	31,000	190,200	13,791	0,508	0,390
32,000	209,960	14,490	0,525	0,438	32,000	190,240	13,793	0,525	0,438
33,000	215,780	14,689	0,541	0,487	33,000	219,760	14,824	0,541	0,487
34,000	223,830	14,961	0,557	0,537	34,000	274,220	16,560	0,557	0,537
35,000	224,250	14,975	0,574	0,588	35,000	275,890	16,610	0,574	0,588
36,000	242,990	15,588	0,590	0,640	36,000	285,290	16,891	0,590	0,640
37,000	262,080	16,189	0,607	0,693	37,000	312,730	17,684	0,607	0,693
38,000	298,140	17,267	0,623	0,748	38,000	324,660	18,018	0,623	0,748

		1	1		1	1			i
39,000	352,260	18,769	0,639	0,804	39,000	374,770	19,359	0,639	0,804
40,000	395,260	19,881	0,656	0,863	40,000	393,450	19,836	0,656	0,863
41,000	401,460	20,036	0,672	0,923	41,000	423,211	20,572	0,672	0,923
42,000	475,890	21,815	0,689	0,986	42,000	491,450	22,169	0,689	0,986
43,000	512,810	22,645	0,705	1,051	43,000	495,170	22,252	0,705	1,051
44,000	567,820	23,829	0,721	1,119	44,000	527,850	22,975	0,721	1,119
45,000	593,010	24,352	0,738	1,190	45,000	537,930	23,193	0,738	1,190
46,000	628,040	25,061	0,754	1,265	46,000	558,870	23,640	0,754	1,265
47,000	662,230	25,734	0,770	1,344	47,000	579,890	24,081	0,770	1,344
48,000	668,430	25,854	0,787	1,428	48,000	583,780	24,162	0,787	1,428
49,000	824,120	28,707	0,803	1,518	49,000	584,120	24,169	0,803	1,518
50,000	842,810	29,031	0,820	1,615	50,000	632,000	25,140	0,820	1,615
51,000	881,440	29,689	0,836	1,720	51,000	790,340	28,113	0,836	1,720
52,000	913,160	30,219	0,852	1,835	52,000	894,920	29,915	0,852	1,835
53,000	988,550	31,441	0,869	1,962	53,000	1073,900	32,770	0,869	1,962
54,000	1194,090	34,556	0,885	2,105	54,000	1264,440	35,559	0,885	2,105
55,000	1978,020	44,475	0,902	2,268	55,000	1661,280	40,759	0,902	2,268
56,000	2088,220	45,697	0,918	2,459	56,000	2014,180	44,880	0,918	2,459
57,000	2445,310	49,450	0,934	2,691	57,000	2232,950	47,254	0,934	2,691
58,000	3213,910	56,691	0,951	2,987	58,000	3336,600	57,763	0,951	2,987
59,000	3636,150	60,300	0,967	3,401	59,000	4131,120	64,274	0,967	3,401
60,000	3823,270	61,833	0,984	4,103	60,000	4865,470	69,753	0,984	4,103