UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

MODELO DE BIELAS E TIRANTES ATRAVÉS DE MODELAGEM APORTICADA

RICARDO JOSÉ CARVALHO SILVA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:

Guilherme S. S. A. Melo

GUILHERME SALES SOARES DE AZEVEDO MELO, PhD (UnB)
(ORIENTADOR)

ELDON LONDE MELLO, PhD (UnB)
(CO-ORIENTADOR)

Yosiaki Nagato

YOSIAKI NAGATO, D.Sc. (UnB)
(EXAMINADOR INTERNO)

Raul Rosas e Silva

RAUL ROSAS E SILVA, PhD (PUC - Rio)
(EXAMINADOR EXTERNO)

BRASÍLIA/DF, 15 de DEZEMBRO de 1997.

FICHA CATALOGRÁFICA

CARVALHO SILVA, RICARDO JOSÉ	
Modelo de Bielas e Tirantes através de Modelagem Aporticada [Distrito Federal] 1997.	
xx, 133 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas, 1997).	
Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil.	
1. Concreto Armado	2. Modelo de Bielas e Tirantes
3. Mínima Norma Euclidiana	4. Conexões Elásticas
I. ENC/FT/UnB	II - Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

CARVALHO SILVA, R. J., 1997. Modelo de Bielas e Tirantes através de Modelagem Aporticada. Dissertação de Mestrado, Publicação E.DM 012A/97, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 133 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Ricardo José Carvalho Silva

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Modelo de Bielas e Tirantes através de Modelagem Aporticada

GRAU/ANO: Mestre em Ciências / 1997

Ricardo José Carvalho Silva

Ricardo José Carvalho Silva
Rua Monsenhor Catão, nº 948, aptº 501 -
Bairro Aldeota
CEP: 60175-000 - Fortaleza/CE - Brasil

A DEUS

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Vicente Eduardo Souza e Silva e Sônia Maria Carvalho Silva, pelo apoio moral e financeiro durante todo o período de mestrado.

Aos orientadores Guilherme Sales Melo e Eldon Londe Mello, pela orientação segura, efetiva e dedicada, pela amizade e pela paciência.

Aos professores do mestrado em estruturas da UnB, pelo interesse e apoio sempre inegados.

Aos amigos e colegas, pelo estímulo ao longo deste trabalho, e também, pelo importante convívio durante o curso.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste trabalho.

RESUMO

A utilização de pórticos com conexões com rigidez variável no modelo de bielas e tirantes, para a análise e dimensionamento de vigas de concreto armado é apresentada neste trabalho, como alternativa à modelagem tradicional de treliças. Foram utilizados um Modelo Aporticado com Conexão Elástica via Análise Linear Elástica (PALE) e um Modelo Aporticado com Conexão Elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana (PPMN), além do Modelo treliçado tradicional (TREL), em conjunto com uma análise das bielas quando assimiladas à pilares submetidos à flexão composta, na tentativa de se relacionar o tipo de ruptura da estrutura com a necessidade de utilização de armadura longitudinal em pilares submetido a este tipo de solicitação.

Foram analisadas dezessete vigas de relações l/h (vão/altura) entre 1,49 e 7,69, biapoiadas, contínuas ou em balanço, com e sem armadura de alma, ensaiadas na PUC–Rio, Universidade de Brasília (UnB), na Universidade de Alberta (Canadá) e na Universidade de Westminster – Inglaterra. Dois exemplos propostos de dimensionamento são também apresentados, um com as dimensões próximas às usualmente utilizadas em laboratório e outro com as dimensões baseadas em uma grande estrutura.

A análise com o modelo aporticado permitiu estimar o grau de rigidez dos nós das estruturas analisadas e foi verificado existir uma relação entre a necessidade ou não de armação longitudinal na biela e o tipo de ruptura da viga, quando a biela de concreto é assimilada a um pilar submetido à flexão normal composta.

ABSTRACT

The utilisation of semirigid connections frames in the strut and tie model for the design of reinforced concrete beams is presented, as an alternative to the traditional trusses.

Three models were used in the analysis of the beams with the strut and tie model, two with semirigid connections frames and one with the traditional truss (TREL), for comparison. The semirigid connections frame models were a Linear Elastic Analysis (PALE) and a Pseudo Euclidean Minimum Norm (PPMN).

These three models were used together with an analysis of the struts assimilated to columns submitted to flexure and axial load, trying to associate the type of rupture of the beam analysed with the necessity or not of the utilisation of longitudinal reinforcement in the strut, when assimilated to a column submitted to that type of loading.

Seventeen beams with relations l/h (span to height) between 1,49 and 7,69, simply supported, continuous or in cantilever, with and without web reinforcement, tested at PUC–Rio, University of Brasilia (UnB), University of Alberta (Canada) and University of Westminster – England were analysed. Two proposed examples are also presented, one with dimensions close to those found in laboratories and one with big dimensions, based in a real big structure.

The stiffness of the connections was estimated by the semirigid frame analysis, and was verified the existence of a relation between the type of rupture of the beam and the necessity of longitudinal reinforcement at the strut, when assimilated to a column submitted to flexure and axial load.

ÍNDICE

LISTA DE TABELAS

Página

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1 - Matrizes e Vetores

As letras maiúsculas são adotadas para as matrizes e as minúsculas para os vetores.

Símbolo	**: Significado**
m	: vetor dos esforços seccionais internos
θ	: vetor das deformações correspondentes
Δ	: vetor das deformações axiais
λ	: vetor das cargas nodais
δ	: vetor dos deslocamentos nodais
p	: vetor dos hiperestáticos
m_f	: vetor dos esforços seccionais internos 'via mínima norma euclidiana
ϕ	: vetor arbitrário
L	: matriz de equilíbrio
B_O	: matriz de equilíbrio de descrição de malha
B	: matriz de auto equilíbrio da descrição de malha
K	: matriz de rigidez dos elementos desconexos
K_e	: matriz de rigidez do elemento
D	: matriz de flexibilidade modificada dos elementos desconexos
S	: matriz de rigidez modificada dos elementos desconexos
S_e	: matriz de rigidez modificada do elemento
F	: matriz de flexibilidade dos elementos desconexos
I	: matriz identidade
E_1 , E_2	: matrizes idempotentes
T , P	: matrizes de projeção
H	: matriz inversa generalizada de mínima norma da matriz de equilíbrio L

2 - Símbolos Complementares

As letras maiúsculas são adotadas para as matrizes e as minúsculas para os vetores.

Símbolo	**: Significado**
A_S	: área de armadura
d	: altura útil
N	: esforço normal na biela
T	: esforço axial no tirante
f_c	: resistência do concreto à compressão
f_{cd}	: resistência de cálculo do concreto à compressão
f^{*}_{cd}	: resistência do concreto para nós e bielas segundo Schlaich
f_{cd1}	: resistência do concreto para regiões não fissuradas
f_{cd2}	: resistência do concreto para regiões fissuradas
fck	: resistência característica do concreto à compressão
f_y	: resistência de escoamento do aço à tração
h	; altura
l	: comprimento da peça
P_u	: carga de ruptura
z	: braço de alavanca
γ_c	: coeficiente de minoração da resistência do concreto
ε_s	: deformação de tração do aço
θ	: ângulo entre a biela e a horizontal
σ, σ_c	: tensão atuante nas bielas e nos nós
#	: diâmetro da armadura
ω	: taxa mecânica
P_i (i=1 ou 2)	: fator de fixação da conexão
$\| m_f \|$	: norma euclidiana
ν	: esforço normal adimensional
μ	: momento adimensional
[illegible]	: 0

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Desde a virada do século, quando foi proposto por Ritter e Mörsch o modelo de treliça para estudos de peças de concreto na ruptura, vários pesquisadores vêm estudando este modelo e tentando aperfeiçoá-lo a resultados experimentais (Ritter, 1899; Mörsch, 1912; Schlaich, 1987).

A modelagem mais tradicional de bielas e tirantes trata a estrutura como uma treliça isostática, sendo analisada a distribuição de esforços em uma peça estrutural apenas com esforços axiais, sendo os esforços de compressão resistidos pelas bielas e de tração pelos tirantes. Os elementos comprimidos, as bielas, representam campos de tensão de compressão no concreto e os elementos tracionados, os tirantes, representam campos de tensão de tração que são absorvidos pela armaduras.

O objetivo deste trabalho é investigar o comportamento de vigas de concreto com a utilização de estruturas aporticadas com conexões de rigidez variável, nas ligações entre a biela e o banzo comprimido, como alternativa as estruturas treliçadas no modelo de bielas e tirantes. As bielas comprimidas são também assimiladas a pilares submetidos à flexão normal composta.

É também apresentado um modelo aporticado para o cálculo e dimensionamento de vigas comuns e paredes , baseando-se nos 17 (dezessete) exemplos analisados.

A motivação desta abordagem aporticada surgiu com uma publicação do Prof. Lobo Carneiro, que cita *"a consideração da rigidez à flexão das bielas de concreto, supostas engastadas na zona de compressão, e que trabalham, neste caso, à flexão composta"*, como uma das generalizações ou correções propostas para a Teoria de Mörsch para melhor adequá-la aos resultados experimentais (Carneiro, 1964).

Uma outra motivação para se estudar o método de bielas e tirantes com modelagem aporticada é que muitas vezes o modelo de treliça não representa bem o comportamento da estrutura quando comparado com resultados experimentais.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre os fundamentos do modelo biela e tirante tradicional e sobre a mínima norma euclidiana. Também são apresentadas uma abordagem sobre o modelo biela e tirante com nós dotados de rigidez, de acordo com o prof. Lobo Carneiro (Carneiro, 1964) e a formulação sugerida para a matriz de rigidez modificada para a análise de semi-rigidez e utilizada neste trabalho para a rigidez da conexão do modelo aporticado (Wang, 1989).

No capítulo 3 são apresentadas as metodologias utilizadas para o modelo aporticado via análise linear elástica (PALE) e via pseudo-mínima norma euclidiana - mínima norma euclidiana modificada - (PPMN).

No capítulo 4 são apresentadas as análises de 17 (dezessete) vigas, ensaiadas por diversos pesquisadores, das quais 5 (cinco) vigas parede, quando foram utilizadas as seguintes modelagens:

Modelo 1 - Pórtico com conexão elástica via análise linear elástica (PALE),
Modelo 2 - Pórtico com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana (PPMN).
Modelo 3 - Treliça Tradicional (TREL);

Também é proposta neste capítulo uma metodologia para o dimensionamento com a utilização dos modelos aporticados, baseado nos resultados experimentais analisados. Dois exemplos propostos de dimensionamento são apresentados, um com as dimensões próximas às usualmente utilizadas em laboratório e outro com as dimensões baseadas em uma grande estrutura.

No capítulo 5 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - MODELO BIELA E TIRANTE

2.1.1 - Introdução

Ritter (1899) e Mörsch (1912) propuseram o modelo de treliça para análise de estruturas de concreto armado. Nos anos sessenta este modelo foi estendido e refinado por Leonhardt (1965), Rüsch (1964) e Kupfer (1964), entre outros, que sugeriram modificações no modelo clássico no sentido de aperfeiçoá-lo e adequá-lo a resultados experimentais.

Schlaich e Schäfer, de Stuttgart (1987), e outros pesquisadores como Almási (1992) e Ladeira (1993), entre outros, dispenderam um grande esforço a partir de 1982 em expandir sistematicamente e generalizar a analogia da treliça para empregá-la na forma do Modelo de Bielas e Tirantes na análise de estruturas inteiras, e a todos os tipos de estrutura. No Brasil, também tem sido grande a utilização do modelo de bielas e tirantes, principalmente entre a comunidade acadêmica (Shehata e Nagato, 1991 e Silva, 1991).

Com a utilização do modelo de bielas e tirantes pretende-se atingir um melhor grau de racionalidade para toda a estrutura, seja onde se aplica a hipótese de Bernoulli de distribuição plana de deformações, ou por exemplo, nos apoios em dentes, aberturas em vigas, nós de pórticos, consolos, etc., onde a validade desta hipótese não é mais observada. Isto é de grande importância pois usualmente se projeta com grande precisão as partes da estrutura que atendem aquela hipótese, enquanto pouca atenção é dada às partes da estrutura que não atendem a mesma, e que na realidade mereceriam até mais atenção (Schlaich, 1987). Esses "detalhes" mais complicados são muitas vezes projetados com base em regras simplistas, nem sempre efetivas e que dependem bastante da "experiência do projetista".

Daí a necessidade de um critério, ou de um procedimento de projeto, que seja consistente e que permita a análise de toda a estrutura, e que possa servir para todos os tipos de estrutura. Como definir a posição correta e dimensão das bielas e tirantes e dos nós para o dimensionamento e verificação das tensões no concreto, que limites utilizar para as tensões do concreto são exemplos de algumas das questões que ainda não tiveram respostas claras quando da utilização do modelo.

2.1.2 - Regiões " B " e " D "

Pode-se caracterizar duas regiões bem distintas em uma estrutura:

1. Regiões B (Bernoulli)
2. Regiões D (Descontínuo)

Regiões B são aquelas nas quais as hipóteses da teoria da flexão (teoria de Bernoulli) são válidas enquanto nas regiões D as distribuições de tensões não são lineares, podendo ser produzidas por descontinuidades estáticas e/ou geométricas.

Os exemplos mais comuns de descontinuidades geométricas são: aberturas em vigas , nós de pórticos, variações brusca de seção, etc. Como exemplo de descontinuidades estáticas tem-se: ações concentradas, reações, etc.

A figura 2.01 apresenta exemplos de regiões B e D, onde a delimitação destas regiões é aproximada, não sendo necessário muita exatidão na definição da linha divisória (Schlaich, 1987).

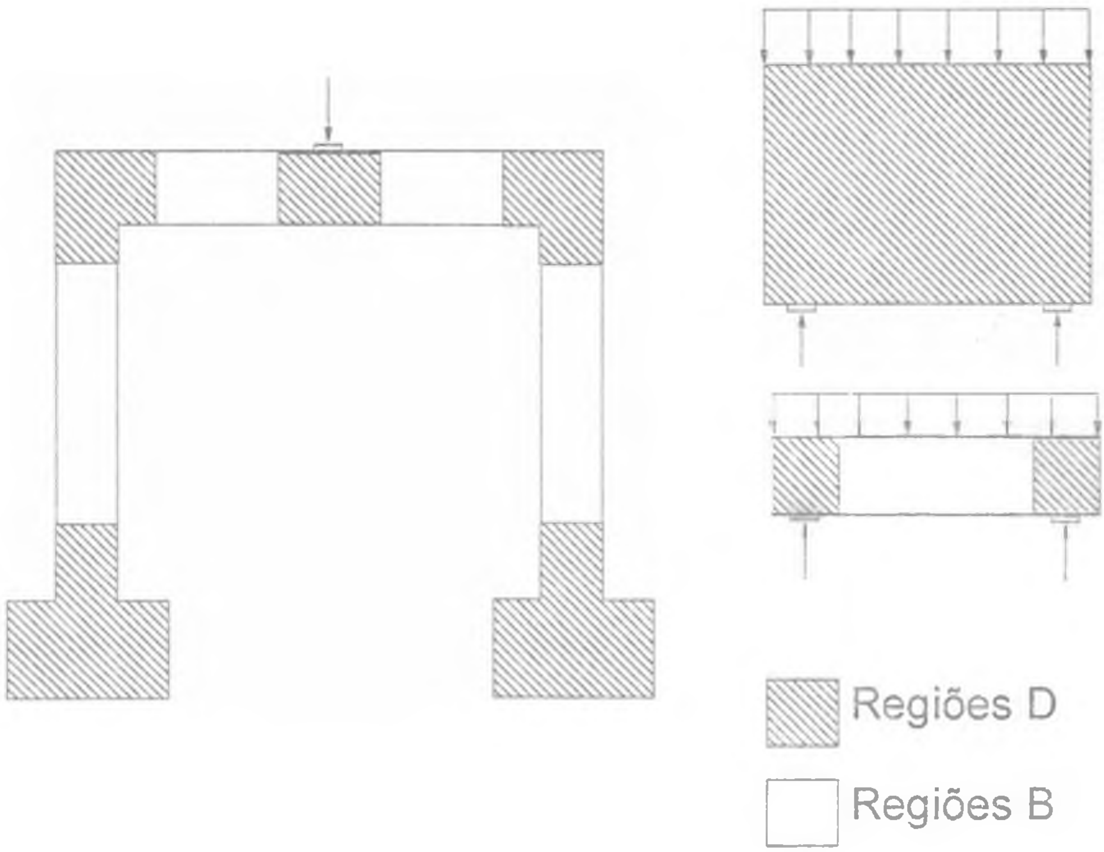


Figura 2.01 – Exemplos de estruturas e suas regiões B e D.

2.1.3 - Análise Estrutural

O mais conveniente para a análise estrutural é dividir a estrutura em regiões B e D, pois seria bastante incômodo modelar a estrutura inteira com bielas e tirantes.

A análise e dimensionamento das regiões B podem ser efetuadas utilizando-se a teoria de flexão no estado limite último com os modelos de treliça. Para o projeto das regiões D, deve-se conhecer os esforços solicitantes no contorno destas regiões. Modelos de bielas e tirantes podem ser sistematicamente desenvolvidos através de fluxo de cargas dentro da estrutura pelo processo do caminho de carga, conforme mostrado na figura 2.02 (Schlaich, 1987).

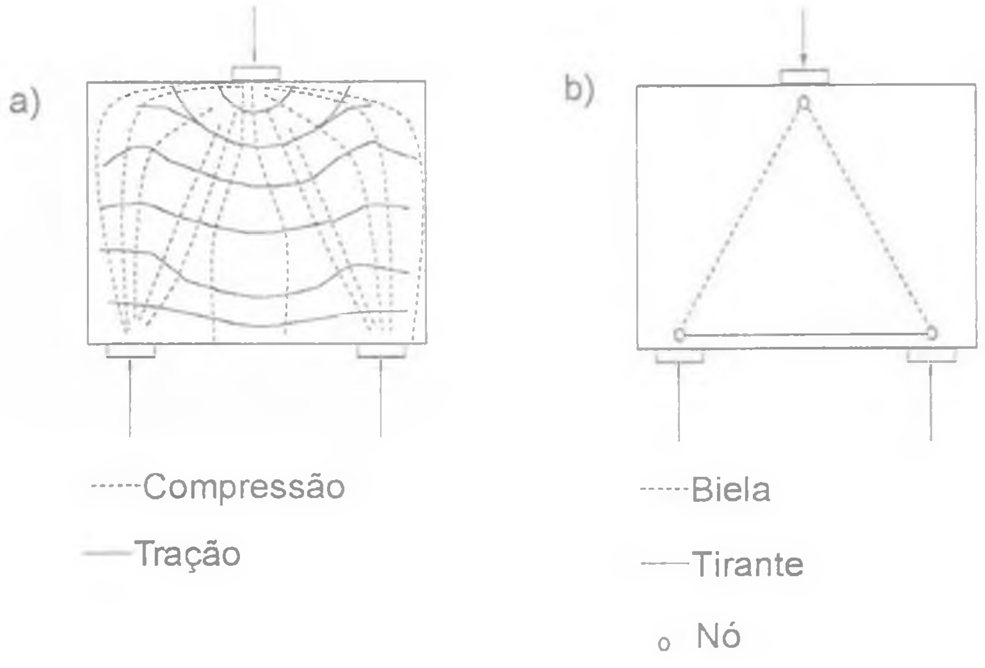


Figura 2.02 - Caminhos de carga de acordo com a trajetória das tensões : a) trajetória das tensões elásticas; b) modelo biela e tirante.

2.1.4 - Modelagem

Os modelos de bielas e tirantes são a principio baseados em análises elástica de elementos não fissurados. Isto, pode ser tomado como uma orientação para os casos de regiões " D ", para os quais não existe comprovação experimental da possibilidade de redistribuição de forças (Schlaich, 1987).

Pode-se em geral ajustar a geometria de um modelo formado a partir de uma análise elástica, para que se possa traduzir melhor as condições de ruptura verificadas, ou mesmo devido às imposições de ordem prática para o detalhamento da peça. As bielas são orientadas seguindo mais ou menos as trajetórias de tensões de compressão através da análise elástica. Os tirantes são posicionados, sempre que possível, de maneira mais ou menos similar a armadura da viga, para facilidade de execução.

Não há um modelo único, mas esta não unicidade não deve ser considerada necessáriamente como desvantagem, pois a liberdade de escolha permite ao projetista com experiência e com boa noção do comportamento de estruturas uma certa liberdade, quando da definição dos modelos utilizados.

Há três fases bem distintas em um projeto: análise estrutural, dimensionamento e detalhamento. Para se obter um bom dimensionamento é necessário que o engenheiro tenha uma boa visão de como se comporta o fluxo de tensões internas em uma peça estrutural para que se possa a partir disto lançar um modelo racional.

2.1.5 - Tensões Limites

2.1.5.1 - Banzos

Encontram-se na literatura sobre o assunto os seguintes valores limites para a tensão nos banzos (tabela 2.01):

Tabela 2.01 - Valores limites para tensão nos banzos (Shehata, 1993).

NORMA	MC90	EC2	CAN3	NS3473
fck (Mpa)	16 a 80	16 a 50	≅ 20 a 50	20 a 94
fcd	fck / 1,5	fck / 1,5	fck / 1,67	(0,56 f_{cuk} + 2,8) / 1,4
fcd_1	0,85 (1 - fck/250) fcd	0,85 fcd	0,85 fcd	fcd

2.1.5.2 - Bielas

A resistência à compressão das bielas é menor que a resistência à compressão dos banzos comprimidos, principalmente devido aos efeitos de tração das armaduras que as atravessa.

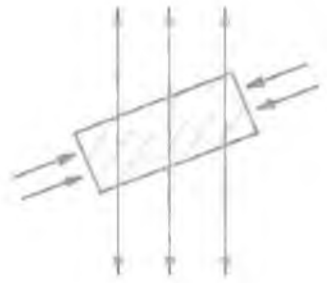


Figura 2.03 - Representação gráfica dos campos de tensões atuantes em uma biela.

O MC90 considera a resistência das bielas como sendo aproximadamente 0,7 vezes a resistência dos banzos comprimidos, o que leva a valores menores que 0,6 fcd, limite tradicionalmente considerado para as tensões nas bielas.

Schaffer e Schlaich (1988) sugerem os seguintes valores para a resistência das bielas;

0,85 fcd para estado de tensão uniaxial e sem pertubarção;

0,68 fcd para campos de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão;

0,51 fcd para campos de compressão com fissuras inclinadas;

onde: $fcd = fck / \gamma_C$

A tabela 2.02 apresenta tensões limites para as bielas pelas várias normas, onde: ε_S é a deformação média no aço atravessando a biela e α_S é o ângulo entre a biela e o aço que a atravessa.

Tabela 2.02 - Tensões limite para as bielas (Shehata, 1993).

Norma	Regiões B	Regiões D
MC90	$fcd_2 = 0{,}6\ (1 - fck / 250)\ fcd$	$fcd_2 = 0{,}6\ (1 - fck / 250)\ fcd$
EC2	$fcd_2 = (0{,}7 - fck / 200)\ fcd \geq 0.5\ fcd$ ou $fcd_2 = 0.6\ fcd$	$fcd_2 = (0{,}7 - fck / 200)\ fcd$ ou $fcd_2 = 0.6\ fcd$
CAN3	$\dfrac{tg^2\theta}{0{,}8\,tg^2\theta + 0{,}34(tg^2\theta + 2)}$	$\dfrac{tg^2\theta}{0{,}8\,tg^2\alpha_S + 170(\varepsilon_S tg^2\alpha_S + \varepsilon_S + 0{,}002)}$
NS3473	$\dfrac{tg^2\theta}{0{,}8\,tg^2\theta + 0{,}2(tg^2\theta + 2)}$	$\dfrac{tg^2\theta}{0{,}8\,tg^2\alpha_S + 100(\varepsilon_S tg^2\alpha_S + \varepsilon_S + 0{,}002)}$

Segundo Schlaich (1987) há três tipos de configurações de campos de compressão:

- distribuição de tensões radiais - tipo leque;
- distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento da seção - tipo garrafa;
- distribuição de tensões paralelas - tipo prisma.

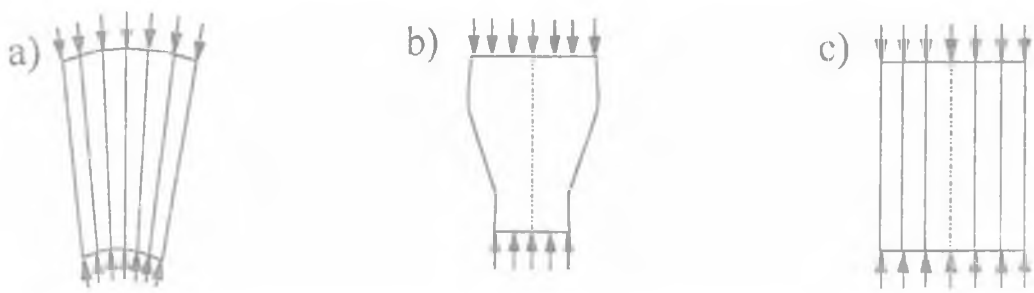


Figura 2.04 – a) Campo de tensão tipo leque; b) Campo de tensão tipo garrafa e c) Campo de tensão tipo prisma (Schlaich, 1987).

O campo de tensão tipo leque pode ser encontrado em regiões tipo D, quando há a presença de cargas concentradas e estas são propagadas de maneira suave, causando assim, linhas curvilíneas com curvaturas desprezíveis. Neste campo não se desenvolvem trações transversais. O campo de tensão tipo prisma ocorre, em geral, em regiões B. Neste tipo de campo as tensões são distribuídas uniformemente e não ocorrem trações transversais. O campo de tensão tipo garrafa ocorre quando forças concentradas são aplicadas e a propagação destas forças se dá com curvas acentuadas. A distribuição destas tensões pode provocar tensões de tração transversais.

Uma zona que sofra tração transversal, juntamente com compressão longitudinal, tem chances de aparecimento de fissuras longitudinais e pode causar uma ruptura prematura. Já uma zona sob compressão longitudinal, confinada entre outras zonas de compressão, pode ser mais estável, pelo aumento da resistência do concreto confinado (Schlaich, 1987).

A largura das bielas não é constante ao longo de seu comprimento em regiões D; o conhecimento desta variação é importante para a determinação mais adequada da resistência da biela, mas como a menor seção transversal é a seção próxima aos nós, então deve-se analisar as tensões naquele ponto e comparar com a tensão limite.

2.1.5.3 - Nós

Segundo o modelo, podemos definir um nó como o encontro de barras da treliça, como : bielas, tirantes ou banzos. O nó também representa a mudança de direção das forças bruscamente, enquanto na estrutura real, este desvio acontece em um certo comprimento e largura.

Segundo Schafer e Schlaich (1987) os nós podem ser classificados em contínuos e discretos, também denominados singulares. Os contínuos são geralmente nós que não têm cargas aplicadas e onde o desvio de forças é feito em comprimentos razoáveis. Os singulares são os nós onde há carga aplicada e la mesmo é desviada, como mostrado na figura 2.05.

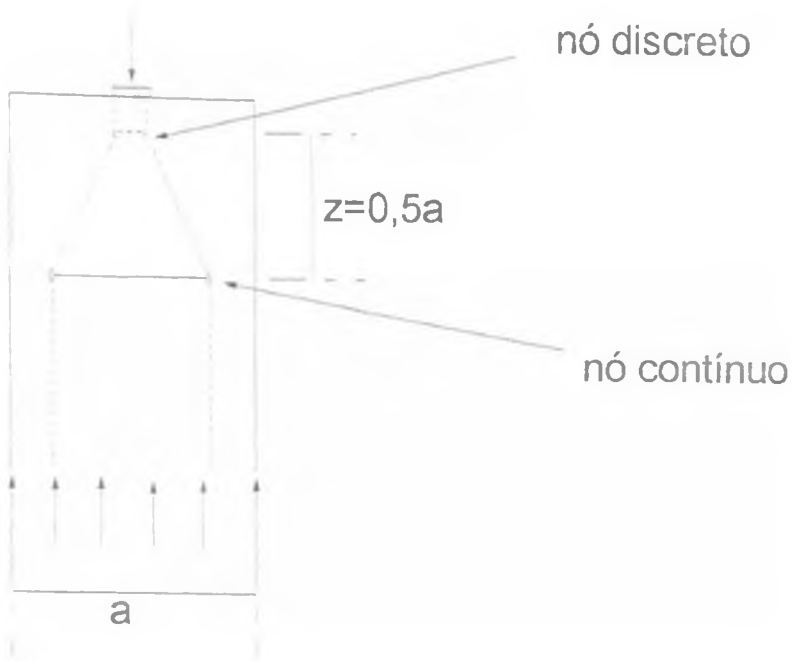


Figura 2.05 - Exemplo de nós contínuos e nós discretos (Schlaich, 1987).

Com o encontro de bielas (C) e tirantes (T), há quatro tipos de nós:

CCC = nós com apenas bielas comprimidas;

CCT = nós com duas bielas comprimidas e um tirante tracionado;

CTT = nós com uma biela comprimida e dois tirantes tracionados;

TTT = nós com apenas tirantes tracionados.

A figura 2.06 mostra os quatros tipos de nós. O princípio de definição dos nós permanece o mesmo quando mais de três bielas ou tirantes se encontram no nó.

a) b) c) d)

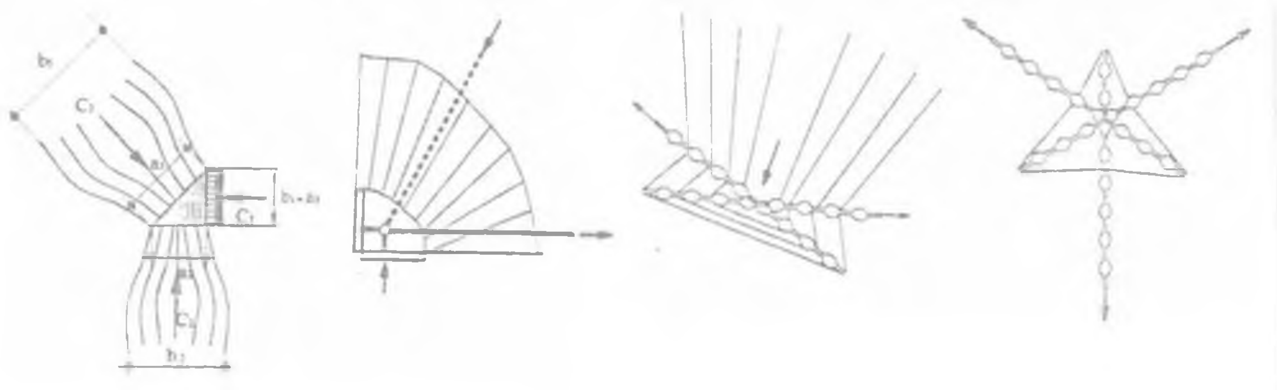


Figura 2.06 - Exemplo de nós : a) nó CCC, b) nó CCT, c) nó CTT e d) nó TTT (Schlaich, 1987).

Schafer e Schlaich sugerem como limites de tensões de compressão média no contorno dos nós (Schafer e Schlaich, 1988):

$fcd^* = 1{,}1$ fcd, para nós tipo CCC, criando um estado de tensão biaxial ou triaxial na região nodal, $fcd^* = 0{,}8$ fcd, para nós onde as barras nas quais sofrem tração são ancoradas, tipos CCT, CTT ou TTT, para $fcd = 0{,}85\ fc / \gamma_c$, e onde fc = resistência do concreto à compressão e γ_c = coeficiente de minoração da resistência do concreto.

2.1.5.4 - Tirantes

A área da armadura (A_s) é obtida diretamente através da força no tirante atuante no estado limite último :

$A_S = \dfrac{F_t}{fyd}$, onde: A_s = área da seção transversal da armadura, F_t = força de tração no tirante e fyd = resistência de cálculo do aço a tração.

A armadura deve ser cuidadosamente distribuida em um trecho para limitar a abertura e a distribuição das fissuras (Schlaich, 1987).

2.1.6 - Modelos aplicados às vigas esbeltas e medianamente esbeltas

2.1.6.1 - Introdução

Os modelos de bielas e tirantes em vigas são usualmente denominados modelos de treliça.

Nesta treliça fictícia, que substitui a viga real, o banzo superior é a zona comprimida de concreto, o banzo inferior é a armadura principal, as bielas são as barras inclinadas que simulam as zonas de compressão e os tirantes são os estribos em uma viga simplesmente apoiada. O funcionamento como treliça ocorre devido à intensa fissuração da viga nas proximidades do estado limite último. Como as diagonais comprimidas são delimitadas pelas fissuras, o ângulo θ de inclinação das bielas é dado pela inclinação das fissuras e a inclinação das diagonais tracionadas será representada pelo ângulo α (para estribos $\alpha = 90°$). A figura 2.07 apresenta um modelo de bielas e tirantes a partir da configuração de fissuras.

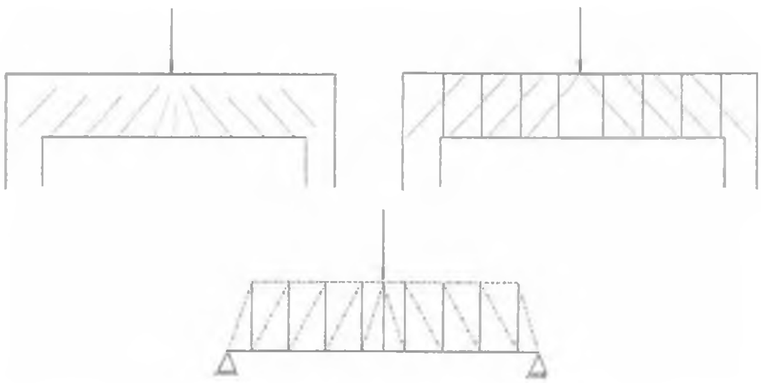


Figura 2.07 - Formação das bielas nas vigas através das fissuras.

2.1.6.2 - Ruptura

Desde que se forneça ancoragem suficiente para a armadura de tração, a fim de que a destruição da ancoragem não acelere a ruína da viga, três tipos de ruptura característicos por cortante podem ocorrer para as vigas de concreto armado sem armadura transversal (Adorno,1998):

a) Esmagamento da biela de concreto (strut-like failure) : Para vigas com $a/d \leq 1,0$, tem-se o desenvolvimento do arco e a ruptura dá-se por esmagamento da biela de concreto (figura 2.08).

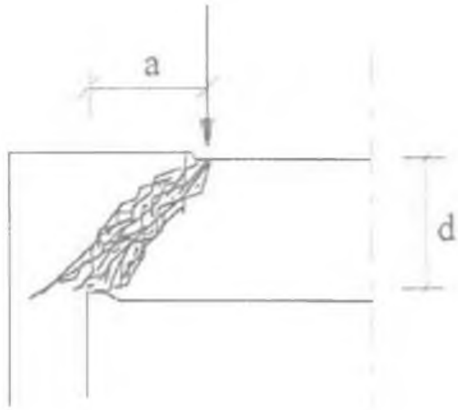


Figura 2.08 - Esmagamento da biela de concreto (Adorno, 1996).

b) Esmagamento do concreto na zona de compressão (shear-compression failure) : Para vigas com $1,0 < a/d \leq 2,5$, a ruptura é devida à ação combinada do momento fletor e do esforço cortante: a fissura de cisalhamento se propaga para dentro da zona de compressão da viga, reduzindo a área útil para resistir às tensões de compressão da flexão, ocorrendo, então, o esmagamento desta área reduzida de concreto (figura 2.09).

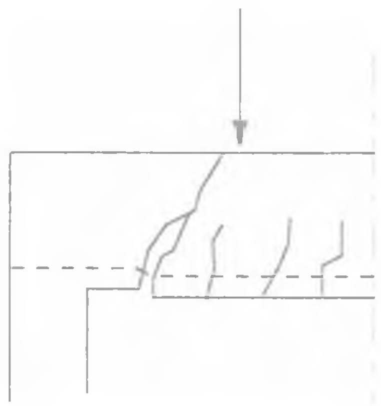


Figura 2.09 - Esmagamento do concreto na zona de compressão (Adorno, 1996).

c) Ruptura por tração diagonal do concreto: Para vigas com 2,5 < a/d < 4,0 o efeito de arco praticamente não existe e a ruptura dá-se simultaneamente ao aparecimento da primeira fissura de cisalhamento (figura 2.10).

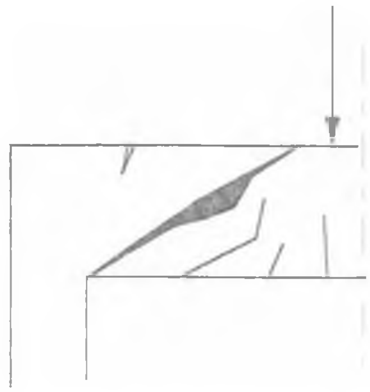


Figura 2.10 - Ruptura por tração diagonal.

d) Ruptura por flexão: Para o caso mais comum das vigas em que o concreto está dimensionado por excesso (vigas sub-armadas), o processo da ruptura se inicia pelo aço, ao ultrapassar seu limite de escoamento, o que faz com que surjam grandes acréscimos de deformação na fibra tracionada (ε_S), sob tensão constante, provocando elevações sucessivas da linha neutra, com consequêntes diminuições da área comprimida, até que a mesma entra em processo de ruptura por excesso de compressão (figura 2.11). Assim, ocorre quase que um paradoxo, pois a causa do colapso, situada - em termos de resistência - na zona tracionada, no que se refere a mecanismo cinemático acaba repercutindo na região comprimida (Süssekind, 1979).

Com mais forte razão, no caso das " vigas superarmadas " (situação em que a deficiência maior de dimensionamento está localizada no concreto), a ruptura se dará, diretamente, pelo esmagamento das fibras comprimidas de concreto, cabendo somente frisar que, neste tipo de vigas, o colapso da peça terá sido alcançado antes que o aço das fibras tracionadas haja entrado em escoamento. Por este motivo, não será antecedida por grandes deformações, sendo chamada "ruptura sem aviso prévio" (Süssekind, 1979).

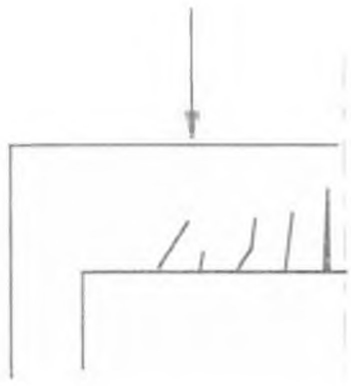


Figura 2.11 - Ruptura por flexão através do escoamento do banzo tracionado.

2.1.6.3 - Modelos Usuais

Algumas normas indicam intervalos possíveis para o ângulo θ, como mostrado na tabela 2.03. A figura 2.12 apresenta dois modelos usuais para vigas comuns.

Tabela 2.03 - Intervalos indicados para o ângulo θ (Shehata, 1993).

Norma	MC90	EC2	CAN3	NS3473
θ	18,4° a 45°	27° a 63°	15° a 75°	25° a 60°

Figura 2.12 - Modelos usuais para vigas esbeltas.

2.1.7 - Modelos Aplicados a Vigas Parede

2.1.7.1 - Introdução

Vigas Parede são estruturas laminares planas, solicitadas por cargas que atuam em seu plano médio, cuja relação entre o vão e a altura total l / h seja no máximo igual a 2, para vão único, e 2,5 para os demais casos.

A NBR 6118 define como viga parede simplesmente apoiada de único tramo a viga cuja altura no mínimo seja igual à metade do vão e nos demais casos seja 0,4 do vão. As vigas parede são regiões tipicamente descontínuas (regiões D) , devido à grande altura da parede em relação aos apoios. Embora as vigas parede sejam elementos estruturais muito utilizados em construções, ainda não existe uma rotina de projeto totalmente satisfatória.

Mesmo considerando um material homogêneo e perfeitamente elástico, as tensões σ_x não podem mais ser determinadas pela resistência dos materiais, baseado na hipotese de Navier, pois as seções deixam de ser planas após a deformação. As tensões σ_y deixam de ser desprezíveis e a determinação dos esforços deve, portanto, ser feita considerando-se as condições de equilíbrio, contorno e compatibilidade mais complexas (Guimarães, 1980).

Com o objetivo de exemplificar a variação da distribuição de tensões σ_x (seção no meio do vão) em vigas parede, Leonhardt & Mönnig (1978) apresentam esta distribuição em vigas simplesmente apoiadas submetidas a carregamentos distribuidos para várias relações l / h, conforme apresentado na figura 2.13.

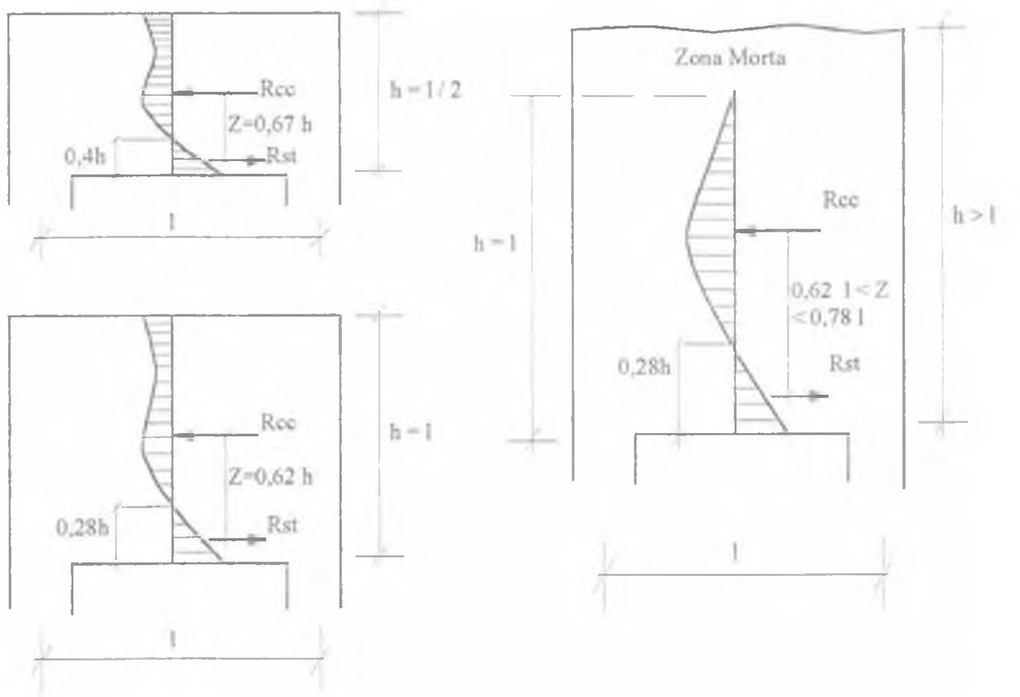


Figura 2.13 - Distribuição de tensões em vigas de tramo único (Leonhardt & Mönnig, 1978).

2.1.7.2 - Ruptura

A figura 2.14 apresenta o mecanismo de ruptura por flexão com escoamento da armadura de tração e o esmagamento do concreto na região comprimida.

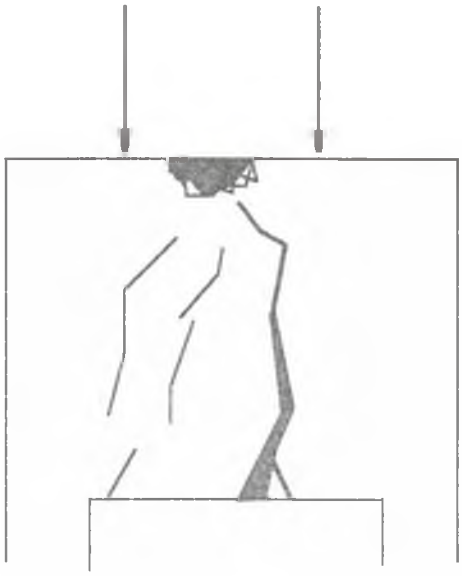


Figura 2.14 - Esmagamento do banzo superior (Guimarães, 1980).

Outros mecanismos de ruptura em vigas parede são apresentados a seguir:

a) Tração diagonal: Este mecanismo de ruptura é caracterizado pela formação súbita de uma fissura diagonal na região próxima aos apoios, que se propaga em direção ao ponto de aplicação da carga mais próxima (figura 2.15) (Guimarães, 1980).

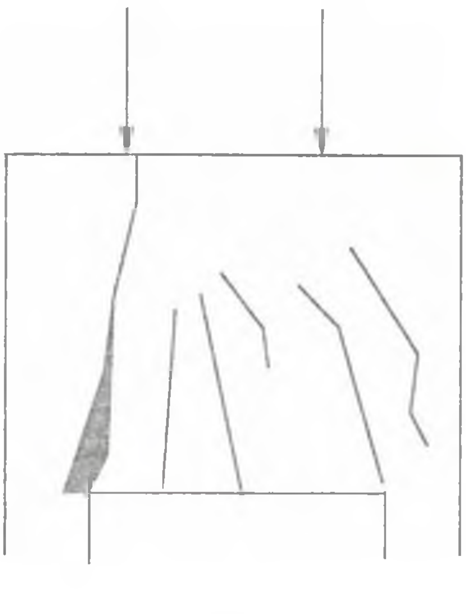


Figura 2.15 - Ruptura por tração diagonal (Guimarães, 1980).

b) Compressão diagonal : após o aparecimento das primeiras fissuras entre o apoio e o ponto de aplicação da carga, surge a biela comprimida. A ruptura ocorre com o esmagamento do concreto desta biela, como mostra a figura 2.16 (Guimarães, 1980).

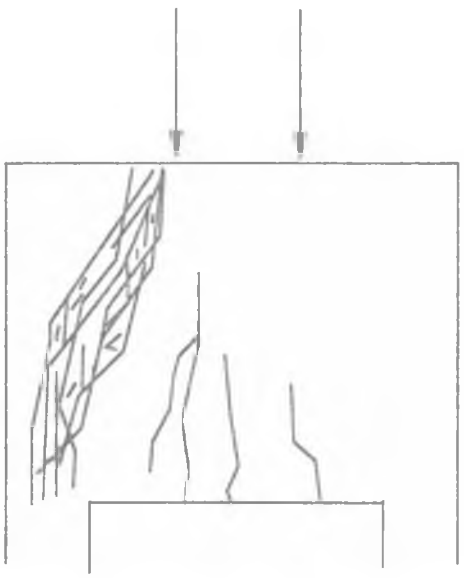


Figura 2.16 - Esmagamento da biela comprimida (Guimarães, 1980).

c) Ruptura por fendilhamento vertical: Este tipo de ruptura é caracterizado pela formação de fissuras verticais bem nítidas nas zonas de compressão perto do apoio ou dos pontos de aplicação das cargas (figura 2.17) (Guimarães, 1980).

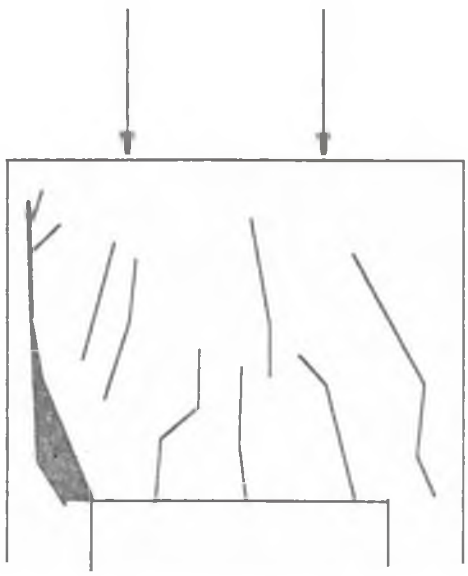


Figura 2.17 - Ruptura por fendilhamento vertical (Guimarães, 1980).

2.1.7.3 - Modelos Usuais

A figura 2.18 apresenta no item no item "a" uma modelagem tradicional para vigas parede e no item "b" uma modelagem proposta por Schlaich para uma viga parede com um furo retangular bem no caminho onde se formaria uma biela. Este modelo da figura 2.19 b obviamente é só de parte da viga. Faltou acrescentar ainda a parte da região do "pilarete" e da "vigota" próximos ao apoio esquerdo.

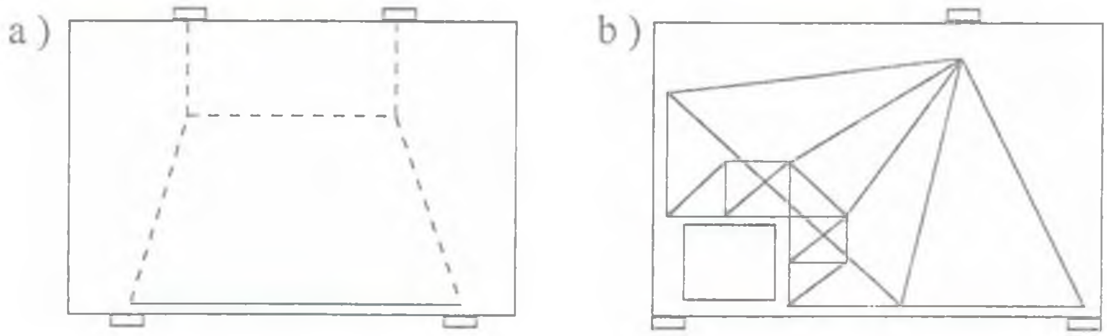


Figura 2.18 - Modelagem de vigas parede: a) Modelagem simplificada e b) Modelagem de duas treliças isostáticas sobrepostas sugerida por Schlaich, para uma viga parede com um orifício retangular (Schlaich, 1987).

2.2 - MODELO BIELA E TIRANTE VIA MÍNIMA NORMA EUCLIDIANA

2.2.1 - Introdução

Após mostrar que a solução linear elástica das estruturas reticuladas está relacionada a uma norma definida em um espaço vetorial normado, Mello propôs a utilização da norma euclidiana para síntese plástica de estruturas. Propôs também, que a solução de mínima norma euclidiana fosse utilizada como alternativa da solução de mínimo peso, que é obtida através de programação linear (Mello, 1980).

Em dissertação de mestrado na UnB, Oliveira aplicou a mínima norma euclidiana em modelos de treliças hiperestáticas de bielas e tirantes. Uma grande vantagem apresentada na modelagem hiperestática foi a não necessidade dos parâmetros geométricos e elásticos das bielas e tirantes, por se tratar de um regime rígido plástico (Oliveira, 1995).

No item seguinte é apresentada uma breve revisão de análise matricial elástica, para uma melhor compreensão da mínima norma euclidiana.

2.2.2 - Análise Linear Elástica

Para análise dos esforços nos modelos de bielas e tirantes foi utilizado o método da rigidez analítico, que é formado a partir da descrição nodal da estática e cinemática juntamente com as relações constitutivas do material estrutural.

$$\begin{tikzcd}
\boxed{\lambda} \arrow[d, dash] & \boxed{m} \arrow[l, "\lambda = L\,m"'] \\
\boxed{\delta} \arrow[r, "\theta = L^T \delta"'] & \boxed{\theta} \arrow[u, "m = K\,\theta"']
\end{tikzcd}$$

(equilíbrio) (2.01)

(relação constitutiva) (2.02)

(compatibilidade) (2.03)

Sendo:

n = número de esforços seccionais independentes,

β = número de graus de liberdade,

m = vetor dos esforços seccionais (n x 1);

θ = vetor das deformações correspondentes (n x 1) ;

λ = vetor de cargas nodais (β x 1);

δ = vetor de deslocamentos nodais (β x 1);

L = matriz de equilíbrio (β x n);

K = matriz de rigidez dos elementos desconexos (n x n).

Mostra-se o método da rigidez analítico através desta análise matricial:

(2.01) e (2.02) ➔ $$\lambda = L\,K\,\theta \tag{2.04}$$

(2.04) e (2.03) ➔ $$\lambda = (\,L\,K\,L^T\,)\,\delta \tag{2.05}$$

$$\delta = (\,L\,K\,L^T\,)^{-1}\,\lambda \tag{2.06}$$

(2.06) e (2.03) ➔ $$\theta = L^T\,(\,L\,K\,L^T\,)^{-1}\,\lambda \tag{2.07}$$

(2.07) e (2.02) ➔ $$m = K\,L^T\,(\,L\,K\,L^T\,)^{-1}\,\lambda \tag{2.08}$$

A matriz de rigidez é:

$$L\,K\,L^T \tag{2.09}$$

A figura (2.19) mostra um elemento de treliça plana para o qual se obtém:

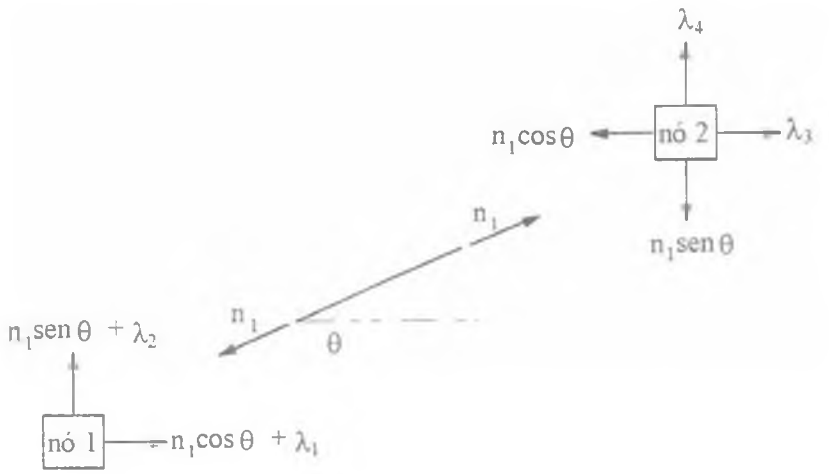


Figura 2.19 - Elemento de treliça.

$$\lambda = L\ n \tag{2.10}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta \\ -\operatorname{sen}\theta \\ \cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta \end{bmatrix} [n_1] \tag{2.11}$$

$$[\ \Delta\ ] = [\ L\ ]^T [\ \delta\ ] \tag{2.12}$$

$$[\Delta_1] = [-\cos\theta \quad -\operatorname{sen}\theta \quad \cos\theta \quad \operatorname{sen}\theta] \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

$$K_e = [\ E\ A\ /\ l\ ] \tag{2.14}$$

Sendo :

λ = Vetor das cargas nodais;

L = Matriz de equilíbrio;

n = Vetor dos esforços seccionais internos (esforços axiais),

δ = Vetor dos deslocamentos nodais;

Δ = Vetor das deformações de esforços axiais;

K_e = Matriz de rigidez do elemento.

2.2.3 - Considerações da Mínima Norma Euclidiana

Na mínima norma euclidiana, a relação constitutiva passa a ser:

$$m_f = I\,\theta \qquad (2.15)$$

Isto é,

$$K = I \qquad (2.16)$$

Sendo os esforços seccionais dados por (2.08) com K = I, isto é,

$$m = L^T (L\,L^T)^{-1} \lambda \qquad (2.17)$$

$$\theta = L^T \delta \qquad (2.18)$$

2.2.3.1 - Matriz Idempotente

É chamada de matriz idempotente a matriz singular E que:

$$E\,E = E^2 = E \qquad (2.19)$$

Se a matriz idempotente for simétrica, então ela é uma projeção em um sub-espaço M, de um espaço vetorial decomposto.

2.2.3.2 - Inversa Generalizada da matriz de equilíbrio L

Para uma matriz L quadrada (estrutura isostática), tem-se inversa única:

$$\beta[\underset{1}{\lambda}] = \beta[\underset{\beta}{L}]\beta[\underset{1}{m}] \tag{2.20}$$

$$\beta[\underset{1}{m}] = \beta[\underset{\beta}{L^{-1}}]\beta[\underset{1}{\lambda}] = \beta[\underset{\beta}{B_o}]\beta[\underset{1}{\lambda}] \tag{2.21}$$

Para uma matriz L retangular (estrutura hiperestática) tem-se inversa generalizada, isto é, tem diversas inversas.

L^{-} é uma inversa de L, assim:

$$L^{-} L = E_1 \tag{2.22}$$

$$L L^{-} = E_2 \tag{2.23}$$

E_1 e E_2 são matrizes idempotentes.

A solução geral da equação não homogênea segundo a teoria das inversas generalizadas, demonstrada em Mello (1980) será:

$$m = L^{-} \lambda + (I - E_1) \phi \tag{2.24}$$

onde ϕ é um vetor arbitrário.

Se a inversa generalizada satisfaz a seguinte relação:

$$L^{-} L L^{-} = L^{-} \tag{2.25}$$

$$L L^{-} L = L \tag{2.26}$$

ela é chamada de inversa generalizada reflexiva L^{r-}.

2.2.3.3 - Espaço Vetorial

Embora o presente trabalho só tenha utilizado a descrição nodal, será citada a equação de equilíbrio da descrição de malha, para melhor ilustrar o espaço vetorial mostrado por Mello (1980).

$$m = B_O \lambda + B p \tag{2.27}$$

sendo:

m = vetor dos esforços seccionais internos

B_O = matriz de equilíbrio de descrição de malha

λ = vetor das cargas nodais

B = matriz de auto equilíbrio da descrição de malha

p = vetor dos hiperestáticos

P e T = matrizes de projeção ortogonais (PT = TP = 0) e idempotentes ($T^2 = T$ e $P^2 = P$).

Na figura 2.20 é mostrada a representação gráfica das matrizes de projeção conforme (Mello, 1980).

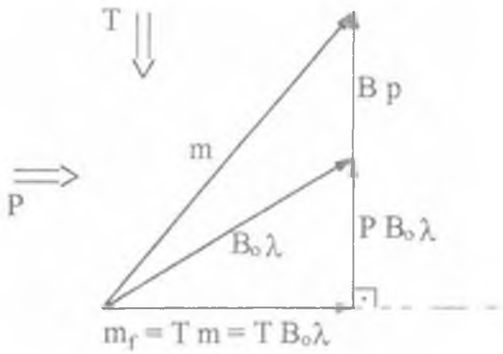


Figura 2.20 - Representação gráfica das projeções T e P.

A matriz de projeção P é apresentada na equação (2.28):

$$P = B\ (\ B^T\ B\ )^{-1}\ B^T \tag{2.28}$$

Com as equações (2.27) e (2.28) obtém-se (2.29):

$$P\ (\ m - B_o\ \lambda\ ) = B\ p \tag{2.29}$$

Tomando a matriz T idempotente, tem-se :

$$T = I - P \tag{2.30}$$

Então:

$$m_f\ = T\ m = T\ B_O\ \lambda \tag{2.31}$$

Observa-se que:

$$||\ m_f\ ||\ \leq\ ||\ m\ || \tag{2.32}$$

Denomina-se "norma euclidiana" a norma do vetor m_f que possui a matriz peso igual a identidade e pode ser representada por $(\ m^T\ I\ m\ )^{1/2}$, enquanto a "norma elástica" tem a matriz flexibilidade dos elementos desconexos como matriz peso $(\ m^T\ F\ m\ )^{1/2}$.

Em uma estrutura estaticamente determinada não haverá projeção, pois não havendo hiperestáticos p, a matriz de coeficientes B e a matriz de projeção P (dada pela equação 2.28) serão nulas. Assim, de acordo com a equação (2.30) o operador T se tornará uma matriz identidade e, então, a relação (2.31) ficará : $m_f = m$.

2.2.4 - Solução de Mínima Norma Euclidiana

Para estruturas isostáticas a matriz L é quadrada e admite inversa única.

Para estruturas hiperestáticas a matriz L é retangular.

$$\lambda = L\, m \tag{2.33}$$

$$m = H\, \lambda \tag{2.34}$$

$$H = K\, L^T\, (\, L\, K\, L^T\,)^{-1} \tag{2.35}$$

Mello (1980) mostrou que a matriz H é uma inversa generalizada de mínima norma da matriz de equilíbrio L.

Se a matriz H fosse inversa verdadeira de L então : H L = I. Mas para estruturas hipestáticas, a matriz H L é uma matriz idempotente, satisfazendo a propriedade $H\, L = (\, H\, L\,)^2$.

Para se obter a solução de mínima norma euclidiana faz-se: K = I .

$$m_f = H\, \lambda \tag{2.36}$$

$$H = L^T\, (\, L\, L^T\,)^{-1} \tag{2.37}$$

A solução m_f de mínima norma euclidiana é equivalente à solução m obtida através da programação quadrática apresentada a seguir:

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{Min } \tfrac{1}{2}\, m^T\, I\, m \\ Lm = \lambda \\ m \text{ sem restrições} \end{array}} \tag{2.38}$$

2.2.5 - Aplicação em Elemento de Biela e Tirante

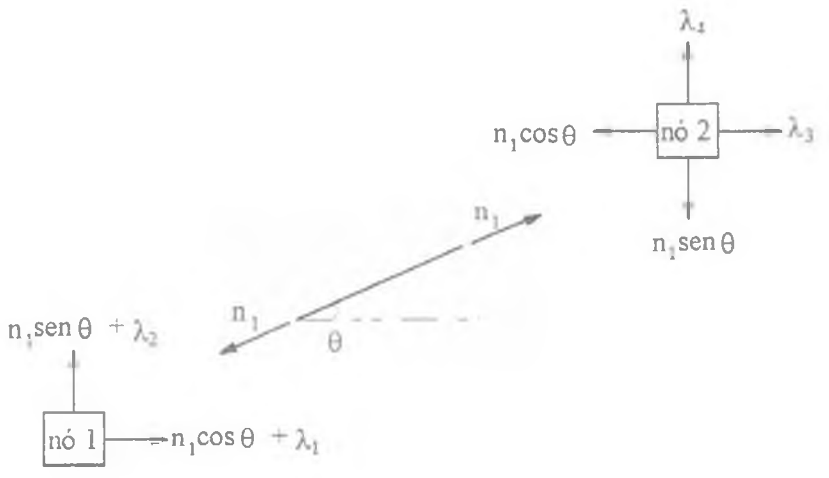


Figura 2.21 - Elemento de treliça.

$$K_e = [\ 1\ ] \tag{2.39}$$

Sendo :

K_e = Matriz de rigidez do elemento.

2.2.6 - Aplicação da Mínima Norma Euclidiana em Modelo Biela e Tirante por Oliveira (Oliveira, 1995)

O critério de mínima norma euclidiana, em conjunto com o Modelo Biela Tirante foi utilizado por Oliveira em sua dissertação de mestrado em 1995 na UnB, na modelagem de vigas esbeltas, vigas parede, consolos e nós de pórtico, baseado em trabalho anterior de Mello (Mello, 1980). Foram realizadas comparações com estudos realizados por alguns pesquisadores e foram propostas formas de detalhamento de armadura segundo os resultados obtidos. Estes exemplos mostraram que a técnica de MNE pode ser aplicada na avaliação dos parâmetros pertinentes para a solução do modelo biela-tirante. Uma grande vantagem do critério de MNE é a não obrigatoriedade da utilização de treliças isostáticas no lançamento das bielas e tirantes que proporcionarão o equilíbrio da estrutura no estado limite último, visto que não há necessidade de se conhecer os parâmetros elásticos de antemão.

A figura 2.22 apresenta duas treliças isostáticas sugeridas por Schlaich, que foram sobrepostas, para a análise de uma viga parede com furo. As tabelas 2.04 e 2.05 apresentam os resultados desta análise. Já a figura 2.23 e a tabela 2.06 apresentam respectivamente a modelagem hiperestática utilizada por Oliveira em sua análise utilizando a mínima norma euclidiana e os esforços obtidos nesta análise. A figura 2.24 mostra a armadura proposta por Oliveira e por Schlaich e a tabela 2.07 apresenta uma comparação com os esforços e a armadura obtidos por Schlaich. Deve ser resaltado que obviamente, nos dois casos faltaria ainda se determinar uma armadura para a região do apoio esquerdo e se detalhar melhor toda a armadura da viga.

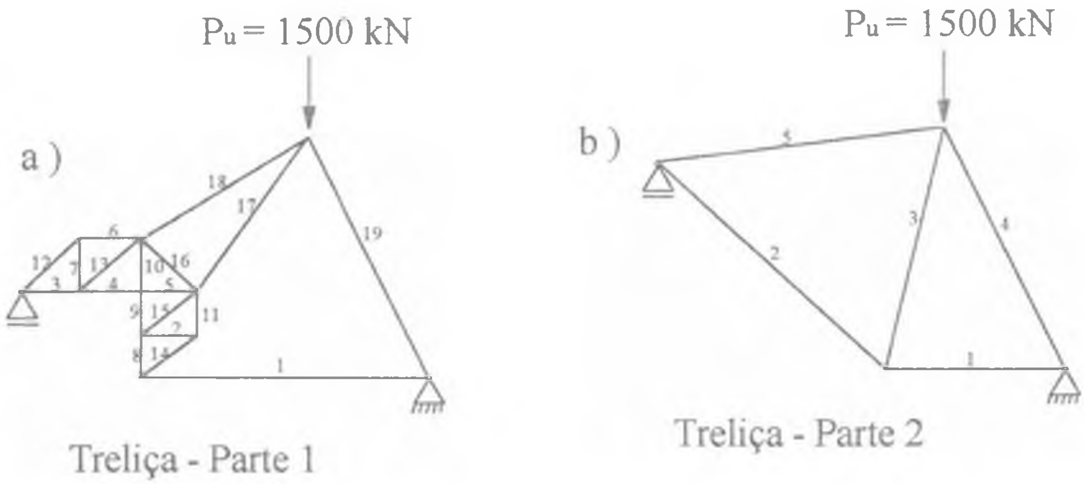


Figura 2.22 – a) Parte 1 da treliça proposta por Schäfer e Schlaich (1987) e b) Parte2 .

Tabela 2.04 – Esforços nas barras da Treliça – Parte 1 (Schäfer & Schlaich, 1987)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		535,72	535,72	535,72	1071,43	1071,43	-535,72	535,72	535,71	1071,43
1	1071,43	-535,71	-757,61	-757,62	-757,62	-757,62	-1041,72	-390,46	-390,47	-1103,1

Tabela 2.05 – Esforços nas barras da Treliça – Parte 2 (Schäfer & Schlaich, 1987)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		535,71	664,26	-474,32	-1103,10	-474,32				

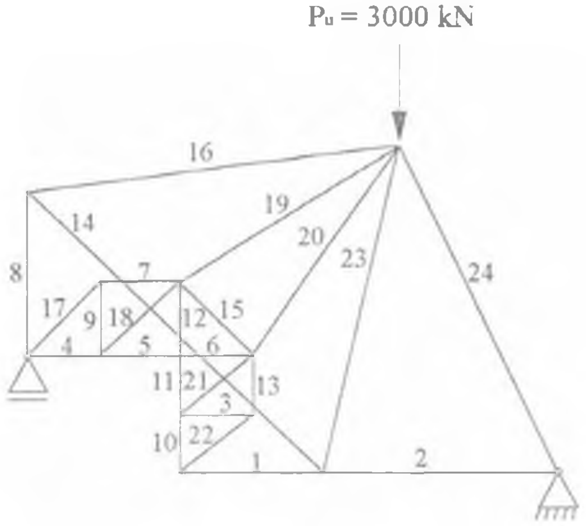


Figura 2.23 – Treliça hiperestática utilizada por Oliveira via mínima norma euclidiana.

Tabela 2.06 – Esforços nas barras da Treliça via Mínima Norma Euclidiana (Oliveira, 1995).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		110,11	1071,43	110,11	110,10	220.21	220,21	-110,10	-961,32	110,10
1	110,11	220,21	220,21	-110,11	1192,00	-214,10	-851,15	-155,71	-155,71	-80,25
2	-80,25	-155,71	-155,71	-851,15	-2206,21					

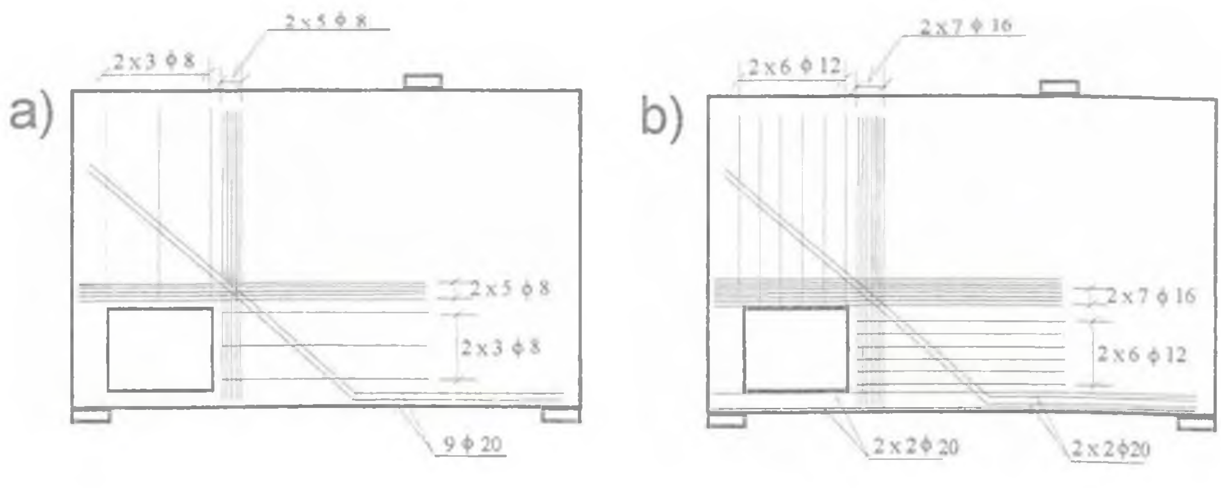


Figura 2.24 – Dimensionamento da viga segundo: a) Oliveira (1995) e b) Schlaich (1987).

Tabela 2.07 – Comparação entre esforços e armação (Oliveira, 1995)

TIRANTES	SCHÄFER			M.N.E.		
	FORÇA(kN)	As (cm^2)	ARMAÇÃO	FORÇA(kN)	As (cm^2)	ARMAÇÃO
T	1070	24,6	8 ϕ 20	1071	24,6	9 ϕ 20
T1	535	12,3	4 ϕ 20	535	12,3	4 ϕ 20
T2	535	12,3	4 ϕ 20	535	12,3	4 ϕ 20
T3	535	12,3	2 x 7 ϕ 16	110	2,5	2 x 5 ϕ 8
T4	535	12,3	2 x 6 ϕ 12	110	2,5	2 x 3 ϕ 8
T5	1070	24,6	2 x 7 ϕ 16	220	5,0	2 x 5 ϕ 8
T6	1070	24,6	2 x 7 ϕ 16	220	5,0	2 x 5 ϕ 8
T7	535	12,3	2 x 6 ϕ 12	110	2,5	2 x 3 ϕ 8
T8	535	12,3	2 x 7 ϕ 16	110	2,5	2 x 5 ϕ 8
T9	663	15,2	4 ϕ 20	1192	27,5	9 ϕ 20

A figura 2.25 mostra a modelagem hiperestática utilizada por Oliveira para a análise via mínima norma euclidiana de uma viga parede com tela soldada ensaiada na UnB (Bessa, 1994). Os esforços desta análise estão apresentados na tabela 2.08.

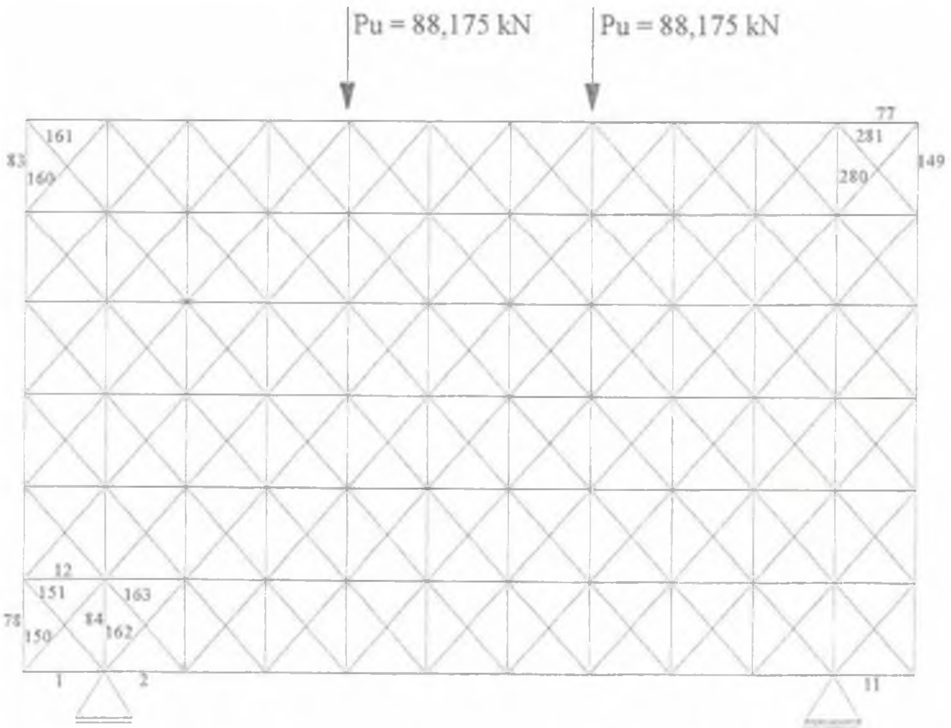


Figura 2.25 – Modelagem treliçada hiperestática utilizada por Oliveira (1995).

Tabela 2.08 – Esforços via mínima norma euclidiana das barras do modelo adotado para viga parede ensaiada por Bessa (Oliveira, 1995).

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		-0,2	13,96	35,27	45,74	50,81	52,54	50,81	45,74	35,27
1	13,96	-0,2	42,02	38,61	14,67	24,86	31,89	34,26	31,89	24,86
2	14,67	38,61	42,02	22,39	21,90	18	14,37	18,42	20,50	18,42
3	14,37	18,0	21,90	22,39	11,08	10,08	11,06	10,06	9,86	10,68
4	9,86	10,06	11,06	10,08	11,08	3,39	-0,99	2,05	6,50	2,05
5	-1,33	2,05	6,50	2,05	-0,99	3,39	-0,49	-6,84	-17,69	6,22
6	-0,82	-37,73	-0,82	6,22	-17,69	-6,84	-0,49	-0,50	-3,30	-11,82
7	-30,64	-34,95	-26,61	-34,95	-30,64	-11,82	-3,30	-0,50	-0,03	-34,85
8	-28,12	-14,48	-4,74	-0,72	-100,0	-47,82	-25,79	-13,95	-4,65	0,02
9	-12,82	-33,17	-26,02	-17,49	-3,75	2,43	-17,56	-15,72	-21,56	-22,65
10	-21,57	7,17	-20,44	-16,57	-18,45	-23,08	-37,93	-85,01	-2,57	-18,47
11	-19,98	-24,08	-18,47	11,91	-22,57	-18,47	-19,95	-24,08	-18,47	11,91
12	-20,44	-16,57	-18,45	-23,04	-37,93	-85,01	-17,56	-15,72	-21,56	-22,65
13	-21,57	7,17	-12,82	-33,17	-26,02	-17,49	-3,75	2,43	-100	-47,82
14	-25,79	13,95	-4,65	0,02	-0,03	-34,85	-28,12	-14,48	-4,74	-0,72
15	0,04	-57,90	-15,39	-15,41	-23,63	-1,34	-17,98	2,99	-8,91	2,88
16	-2,02	0,88	-66,73	24,13	-31,77	17,28	-30,15	16,12	-31,46	15,64
17	-21,68	10,20	-7,74	2,31	-6,00	19,82	-35,41	23,94	-34,07	20,98
18	-36,88	17,77	-43,32	14,36	-18,,38	4,31	5,01	18,04	-14,50	19,42
19	-28,74	17,70	-32,59	11,98	-40,79	7,72	-80,55	8,24	10,88	17,18
20	-2,70	13,50	-16,04	8,85	-25,30	0,37	-18,94	-20,07	-2,52	-74,46
21	14,73	14,73	6,30	6,3	-3,11	-3,11	-13,72	-13,72	-26,87	-26,87
22	-14,32	-14,32	17,18	10,88	13,50	-2,70	8,85	-16,04	0,37	-25,30
23	-20,07	-18,94	-74,46	-2,52	18,04	5,01	19,42	-14,50	17,70	-28,71
24	11,98	-32,59	7,72	-40,79	8,24	-80,55	19,82	-6,0	23,94	-35,41
25	20,98	-34,07	17,77	-36,88	14,36	-43,32	4,31	-18,38	24,13	-66,73
26	17,28	-31,77	16,12	-30,15	15,64	-31,46	10,20	-21,68	2,31	-7,74
27	-57,90	0,04	-15,41	-15,39	-1,34	-23,63	2,99	-17,98	2,88	-8,91
28	0,88	-2,02								

2.3 - ESTUDOS DO MODELO BIELA E TIRANTE COM NÓS DOTADOS DE RIGIDEZ

2.3.1 - Introdução

Em publicação na qual analisava a resistência ao esforço cortante no concreto armado e protendido, o Prof. Fernando Luiz Lobo B. Carneiro sugeriu que os nós da treliça de Mörsch em que incidem barras comprimidas apresentam uma certa rigidez (Carneiro, 1964).

2.3.2 - Relação entre a Resistência ao Esforço Cortante da viga e a Rigidez da Conexão do Modelo Biela e Tirante (Carneiro, 1964)

Pesquisas experimentais sobre a resistência ao esforço cortante têm demonstrado que a teoria clássica da treliça de Mörsch conduz a armaduras transversais em excesso e esse efeito é mais sensível quanto menor a relação $\tau_R = Q_R / (b_o Z)$.

Nas peças em que a relação $\tau_R = Q_R / (b_o Z)$ se aproxima do limite máximo τ_R correspondente ao esmagamento das bielas, os resultados da treliça de Mörsch ficam próximos dos experimentais.

Leonhardt e Walther denominam esta relação a seguir como: " grau de garantia ".

$$\eta_t = \frac{\text{armadura transversal efetivamente necessária}}{\text{armadura transversal calculada pela teoria de Mörsch}} \leq 1$$

η_t é função de $\tau_R = Q_R / (b_o Z)$ ou $Q_R / (b_o h)$, aproximando-se de 1, quando τ atinge o limite superior máximo correspondente ao esmagamento das bielas.

O prof. Lobo Carneiro sugere também que a análise do modelo com nós dotados de rigidez se torna importante para vigas com a relação $\tau_R = Q_R / (b_o Z)$ baixa. A modelagem de bielas e tirantes com nós dotados de rigidez implica em bielas com rigidez à flexão . Quanto maior a rigidez destas conexões, menor os esforços nos estribos. Nas vigas com armaduras transversal forte, isto é, com alto Q_R / (b_o h) ou $\tau_R = Q_R$ / (b_o Z), este alívio é menos importante que nas vigas com pequenos valores Q_R / (b_o h) ou de $\tau_R = Q_R$ / (b_o Z), em que a armadura transversal é fraca.

Quanto menos armadura transversal, mais será exigido da rigidez da conexão para aliviar os esforços sobre as armaduras transversais, com a peça na ruptura. Isto pode ser explicado pela redistribuição de esforços com a peça no limite último (Carneiro, 1964).

2.3.3 - Matriz de rigidez e de flexibilidade do elemento de pórtico com conexão elástica

2.3.3.1 - Introdução

Para se analisar o modelo biela e tirante com conexões com rigidez variável, objetivo deste trabalho, será incluido no capítulo de revisão bibliográfica a matriz de rigidez modificada sugerida por Wang (1989) quando abordava conexões. É apresentado a seguir a formulação sugerida por Wang para a consideração de conexões com rigidez variável. Originalmente Wang estudou conexões semi-rígidas em estruturas metálicas (Wang, 1989).

A matriz modificada aqui apresentada será adotada para estudo na rigidez das conexões no modelo biela e tirante.

2.3.3.2 - Metodologia

Os nós de estruturas reticuladas são geralmente articulados para elementos de treliça ou rígidos para elementos de pórtico. Mas algumas ligações podem ter um grau de flexibilidade significativo, que é fundamental na análise de tal estrutura (figura 2.28).

As figuras 2.27 a 2.29 apresentam o equilíbrio (2.27), o modelo (2.28) e as deformações (2.29), de acordo com a formulação prosta por Wang (Wang, 1988).

Figura 2.26 - Conexões elásticas.

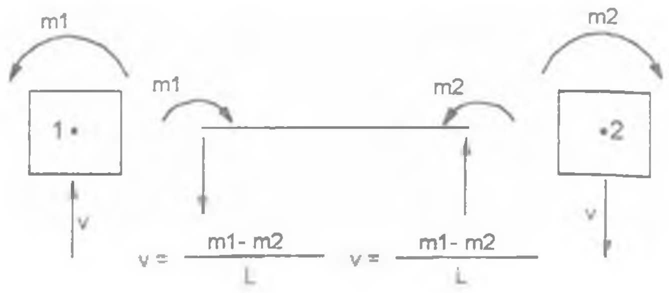


Figura 2.27 - Equilíbrio estático de um elemento de pórtico com conexões semi-rígidas (Wang, 1989).

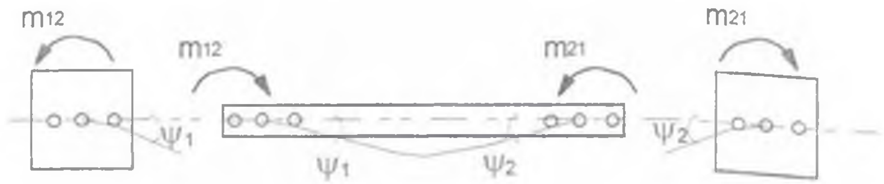


Figura 2.28 - Viga com conexões semi-rígidas (Wang, 1989).

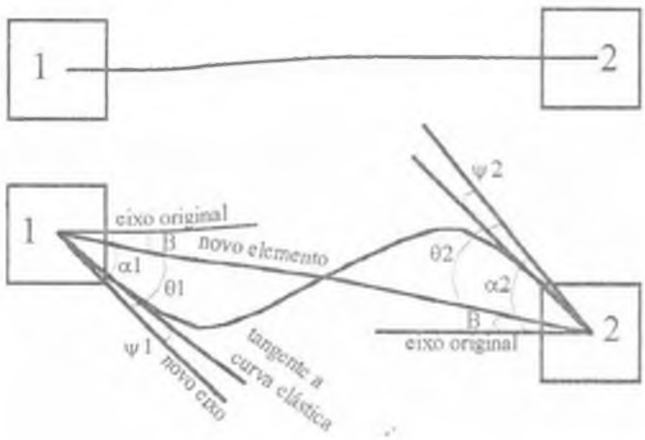


Figura 2.29 - Deformações de um membro de um pórtico com conexões semi-rígidas (Wang, 1989).

As expressões 2.37 a 2.40 apresentam os esforços e as deformações obtidas a partir do modelo, onde R_1 e R_2 são os índices de rigidez das conexões 1 e 2, respectivamente e Ψ_1 e Ψ_2 são denominados de ângulos de deslize. Supõe-se neste caso que o elemento do pórtico esteja ligado a uma placa com três parafusos (figura 2.30), onde os parafusos internos podem não estar bem ajustados nos furos e com isso os momentos m_1 e m_2 que agem nas conexões podem causar uma perda de rigidez e desta maneira criar um ângulo de deslize ψ_1 ou ψ_2.

$$m_1 = R_1 \frac{E\,I}{l} \psi_1 \tag{2.40}$$

$$m_2 = R_2 \frac{E\,I}{l} \psi_2 \tag{2.41}$$

$$\theta_1 = \alpha_1 - B \tag{2.42}$$

$$\theta_2 = \alpha_2 - B \tag{2.43}$$

Para uma conexão simples (treliça) R_1 ou R_2 é zero, enquanto que para uma conexão rígida (pórtico) R_1 ou R_2 é infinito.

As expressões abaixo (2.41 a 2.48) apresentam as deformações em função dos momentos fletores, onde D é a matriz de flexibilidade modificada do elemento.

$$[\,\theta\,] = [\,D\,]\,[\,m\,] \tag{2.44}$$

$$\theta_1 - \Psi_1 = m_1\, l \,/\, 3EI - m_2\, l \,/\, 6EI \tag{2.45}$$

$$\theta_2 - \Psi_2 = -\, m_1\, l \,/\, 6EI + m_2\, l \,/\, 3EI \tag{2.46}$$

$$\theta_1 - m_1\, l \,/\, R_1\, EI = m_1\, l \,/\, 3EI - m_2\, l \,/\, 6EI \tag{2.47}$$

$$\theta_2 - m_2\, l \,/\, R_2\, EI = -\, m_1\, l \,/\, 6EI + m_2\, l \,/\, 3EI \tag{2.48}$$

$$\theta_1 = (1/3 + 1/R_1)\,(m_1\, l \,/\, EI) + (-1/6)\,(m_2\, l \,/\, EI) \tag{2.49}$$

$$\theta_2 = (-1/6)\,(m_1\, L \,/\, EI) + (1/3 + 1/R_1)\,(m_2\, l \,/\, EI) \tag{2.50}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = l \,/\, EI \begin{bmatrix} 1/3 + 1/R_1 & -1/6 \\ -1/6 & 1/3 + 1/R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} \tag{2.51}$$

Como R1 = 3 P1 / (1 - P1), tem-se que o elemento P_{11} é igual a:
1/3 + 1/R1 = 1/3 + (1-P1)/3P1 = (P1 + 1 - P1) / 3P1 = 1 / 3P1. Idem para R2.

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = l \,/\, EI \begin{bmatrix} 1/3P_1 & -1/6 \\ -1/6 & 1/3P_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

A matriz de flexibilidade apresentada na expressão 2.49 pode ser invertida e obtém-se então a matriz de rigidez modifica do elemento [S]. A expressão 2.50 e 2.51 abaixo apresentam a relação constitutiva com a matriz de rigidez modificada. A expressão 2.51 pode também ser escrita como mostrada na expressão 2.52, que explica melhor a contribuição de conexão elástica na matriz de rigidez do elemento.

$$[\,m\,] = [\,S\,]\,[\,\theta\,] \tag{2.53}$$

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \frac{EI}{l}\begin{bmatrix} \dfrac{12P_1}{4-P_1P_2} & -\dfrac{6P_1P_2}{4-P_1P_2} \\ -\dfrac{6P_1P_2}{4-P_1P_2} & \dfrac{12P_2}{4-P_1P_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \tag{2.54}$$

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \frac{EI}{l}\begin{bmatrix} (\dfrac{3P_1}{4-P_1P_2})\ x\ (4) & (\dfrac{6P_1P_2}{4-P_1P_2})\ x(-2) \\ (\dfrac{6P_1P_2}{4-P_1P_2})\ x(-2) & (\dfrac{3P_2}{4-P_1P_2})\ x\ (4) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \tag{2.55}$$

CAPÍTULO 3

MODELAGEM APORTICADA COM CONEXÕES ELÁSTICAS

3.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar a modelagem aporticada utilizada neste trabalho, como alternativa às estruturas treliçadas, no modelo de bielas e tirantes. Nos encontros das barras comprimidas, biela e banzo comprimido, foram aplicadas conexões elásticas com rigidez inferior ou superior ao de um nó rígido, permitindo-se assim realizar uma análise como pórtico com rigidez variável nos nós. Para a inclusão desta rigidez variável foi utilizada a matriz de rigidez modificada sugerida por Wang (1989), que já foi apresentada no capítulo 2.

A motivação desta abordagem surgiu com uma publicação do Prof. Lobo Carneiro, que cita que "a consideração da rigidez à flexão das bielas de concreto supostas engastadas na zona de compressão e que trabalham, neste caso, à flexão composta", como uma das generalizações ou correções propostas para a teoria de Mörsch para melhor adequá-la aos resultados experimentais (Carneiro, 1964). Uma outra motivação para a utilização desta abordagem é a não adequação do modelo de treliça para muitos dos casos analisados.

É apresentado também neste capítulo um modelo para a análise de pilares à flexão normal composta. Este modelo é utilizado em conjunto com o modelo aporticado, com a verificação das bielas como pilares submetidos à flexão composta, com o objetivo de se tentar relacionar o tipo de ruptura da viga com a necessidade ou não da utilização de armadura longitudinal na biela, quando assimilada a um pilar submetido à flexão normal composta.

3.2 - MODELAGEM ADOTADA

Um dos pontos de dificuldade na utilização do modelo de bielas e tirantes é a determinação da posição, geometria e dimensões das bielas, banzos comprimidos e tirantes. A maioria dos trabalhos publicados sobre bielas e tirantes adota o modelo de treliça isostatica, dispensando assim a necessidade de se conhecer de antemão os parâmetros elásticos (área e inércias).

A utilização da Mínima Norma Euclidiana permitiu a utilização de treliças hiperestáticas no Modelo de Bielas e Tirantes na modelagem de vigas esbeltas, vigas parede, consolos e nós de pórtico, com Oliveira em sua dissertação de mestrado (Oliveira, 1995) - vide item 2.2.6 - capítulo 2.

O próximo item apresenta a metodologia utilizada para a determinação da geometria do modelo de bielas e tirantes utilizado no modelo aporticado do presente trabalho. Esta geometria é função de diversos fatores tipo, tamanho do apoio, cobrimento da armadura inferior e altura da viga posição do carregamento etc..

São apresentados a seguir a configuração de bielas e tirantes utilizados na modelagem aporticada, para vigas sem e com armadura de alma. O modelo para as vigas sem armadura de alma estão separados em 04 (quatro) grupos (viga simplesmente apoiada com $l / h < 2$ (ítem a.1); viga simplesmente apoiada com $l / h \geq 2$ (item a.2); viga contínua (ítem a.3); viga com um trecho em balanço (ítem a.4). O modelo para as vigas com armadura de alma estão apresentadas no ítem b (simplesmente apoiada com $l / h \geq 2$).

Cada configuração de bielas e tirantes é determinada a partir do apoio e dos pontos de aplicação de carga, tomando-se como base para a determinação da dimensão da parte inferior da biela o cobrimento da armadura principal ou a metade da dimensão do pilar. Para o bordo superior a geometria é determinada pela posição do carregamento. Determinou-se então o fator de fixação da conexão em função dos resultados experimentais disponíveis a partir da força do tirante no modelo (armadura principal). Este procedimento não foi suficiente entretanto para as vigas com $l/h < 2$ - ítem a.1. Neste caso a altura z do modelo teve que ser diminuida para que a força no tirante pudesse se adequar aos resultados experimentais.

a - Viga sem armadura de alma

a.1 - Viga simplesmente apoiada com l / h < 2 (figura 3.01 e tabela 3.01)

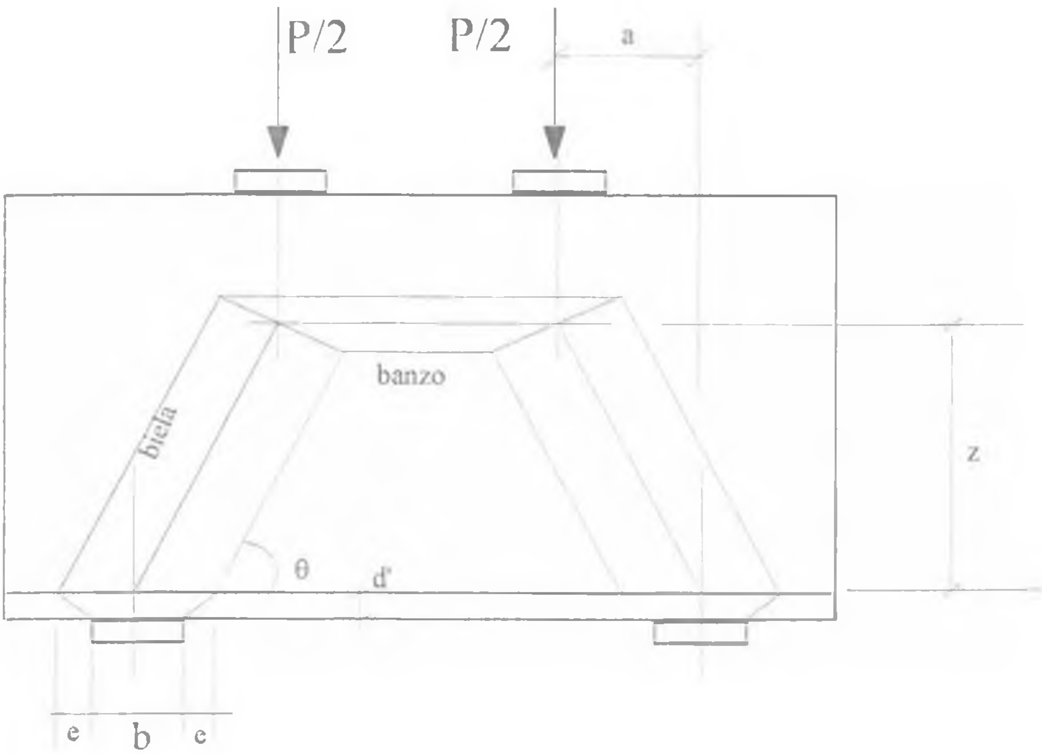


Figura 3.01 - Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga com l / h < 2 sem armadura de alma, onde d' é igual a distância do centro da gravidade da armadura tracionada até a face da viga.

$$e = d' \text{ ou } b/2 \text{ (o menor)} \tag{3.01}$$

$$c = b + 2d' \tag{3.02}$$

O braço de alavanca z deste modelo foi determinado em função dos resultados experimentais de forças no tirante para as três vigas parede analisadas (vide capitulo 4).

Tabela 3.01 – Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga com l / h < 2 sem armadura de alma.

z	θ	h_{biela}	h_{banzo}
$\dfrac{P\,a}{2\,\sigma\,A_S}$	arctg (Z / a)	c senθ	h_{biela} cosθ

a.2 - Viga Simplesmente apoiada com l / h ≥ 2 (figura 3.02 e tabela 3.02)

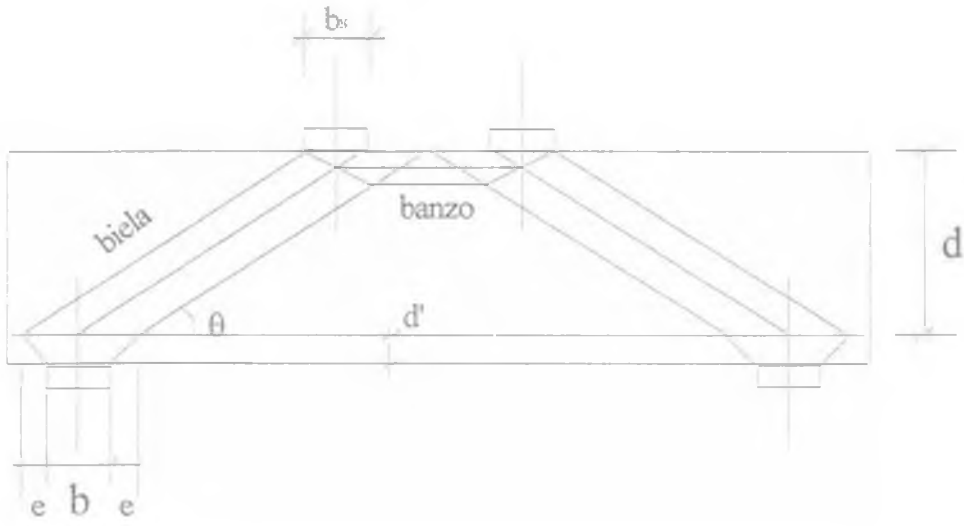
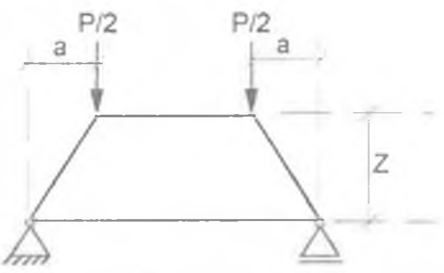
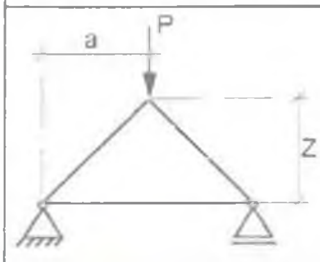


Figura 3.02 - Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga simplesmente apoiada com l / h ≥ 2 sem armadura de alma.

Tabela 3.02 – Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga simplesmente apoiada com l / h ≥ 2 sem armadura de alma.

Tipo	z	θ	h_{biela}	h_{banzo}
	d - (h_{banzo} / 2)	arctg (d / a)	c senθ	b_S tgθ
	a tgθ	arctg (d / a)	c senθ	-

a.3 - Viga contínua (l/h = 2,08 e 4,17) (figura 3.03 e tabela 3.03)

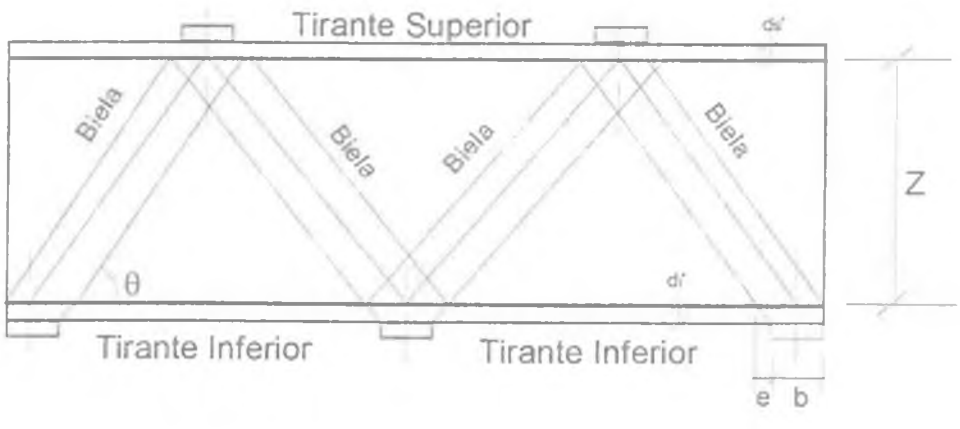


Figura 3.03 - Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga contínua sem armadura de alma.

Tabela 3.03 – Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga contínua sem armadura de alma

z	θ	h_{biela}
H_{VIGA} - (d_i'+d_s')	arctg (Z / a)	c senθ

a.4 - Viga em balanço (l/h = 2,78) (figura 3.04 ou tabela 3.04)

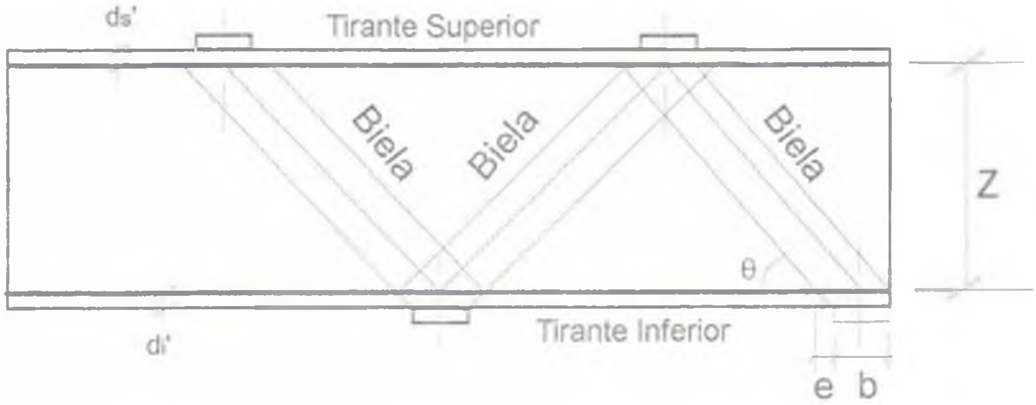


Figura 3.04 - Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga em balanço sem armadura de alma.

Tabela 3.04 – Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga em balanço sem armadura de alma.

z	θ	h_{biela}
H_{VIGA} - d'	arctg (Z / a)	c senθ

b - Vigas com armadura de alma (simplesmente apoiada com l / h ≥ 2 com estribos)

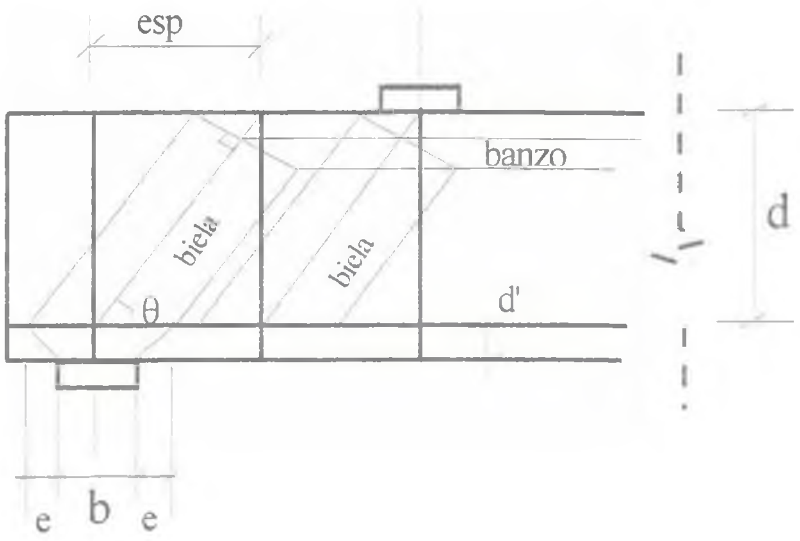


Figura 3.05 - Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga simplesmente apoiada com l / h ≥ 2 com estribos

Tabela 3.05 – Geometria do Modelo Biela e Tirante para viga simplesmente apoiada com l / h ≥ 2 com estribos

z	θ	h_{biela}	h_{banzo}
d - (h_{banzo} / 2)	arctg (d / a)	c senθ	h_{biela} cosθ

3.3 - MODELO BIELA E TIRANTE APORTICADO COM CONEXÃO COM RIGIDEZ VARIÁVEL VIA ANÁLISE LINEAR ELÁSTICA (PALE)

Para o modelo de pórtico elástico-linear com conexões elásticas foi utilizada a matriz de rigidez de elementos de pórtico com conexões elásticas apresentada por Wang, (1989) (vide capítulo 2) que está mostrada na relação constitutiva abaixo (equação 3.03). Nesta matriz os fatores P1 e P2 variam de 0 (zero) a 2. O valor 0 (zero) corresponde a um nó de treliça, o valor 1 corresponde ao nó tradicional de pórtico plano, enquanto o valor 2 tende ao engaste perfeito. Valores entre 0 (zero) e 1, e entre 1 e 2 correspondem a diversos graus de conexão elástica para o nó de portico, em função do nivel de engastamento da biela na região comprimida, em função da *"consideração da rigidez à flexão das bielas de concreto, supostas engastadas na zona de compressão, e que trabalham, neste caso, à flexão composta"*, como descrito pelo Prof. Lobo Carneiro como uma das generalizações ou correções propostas para a Teoria de Mörsch para melhor adequá-la aos resultados experimentais (Carneiro, 1964).

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{3P_1}{4-P_1P_2})x(\frac{4EI}{l}) & (\frac{6P_1P_2}{4-P_1P_2})x(\frac{-2EI}{l}) & \\ (\frac{6P_1P_2}{4-P_1P_2})x(\frac{-2EI}{l}) & (\frac{3P_2}{4-P_1P_2})x(\frac{4EI}{l}) & \\ & & \frac{EA}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \Delta \end{bmatrix} \qquad (3.03)$$

A figura (3.06) mostra curvas momento-rotação das conexões para uma análise não-linear que pode ser usada para explicar o comportamento das conexões à flexão (relação momento-rotação). Nesta figura, a curva 1 representa uma rótula ideal e a curva 2 um engaste perfeito. As curvas 3, 4 e 5 representam conexões com diferentes graus de rigidez (Soares Filho, 1997) . A formulação sugerida por Wang (1989) é linear e suas curvas momento-rotação são simplificações das curvas apresentadas na figura (3.06).

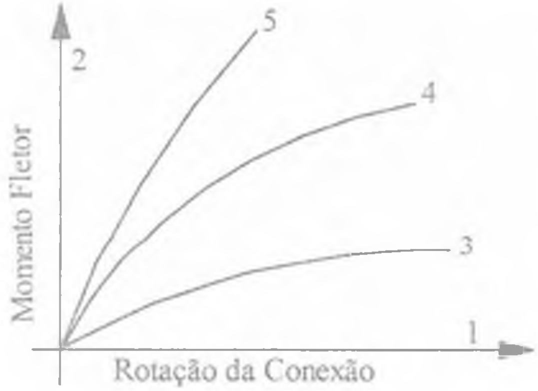


Figura 3.06 - Curvas momento-rotação de conexões (Soares Filho, 1997).

Os gráficos apresentados na figura 3.08 mostram a variação dos esforcos nos elementos do modelo biela-tirante apresentado na figura 3.07, para a viga A1 (Guimarães, 1980), sem armadura de alma mantendo-se fixo o braço de alavanca z = 71 cm e as seguintes relações: $l/h = 1{,}49$, $a/d = 0{,}52$, $z/d = 0{,}94$ e $\omega = 0{,}062$. Os esforços axiais no tirante, na biela e no banzo superior (iguais ao do tirante em módulo) não variam de maneira significativa ao se variar o fator de fixação Pi. O momento fletor obviamente tem uma grande variação.

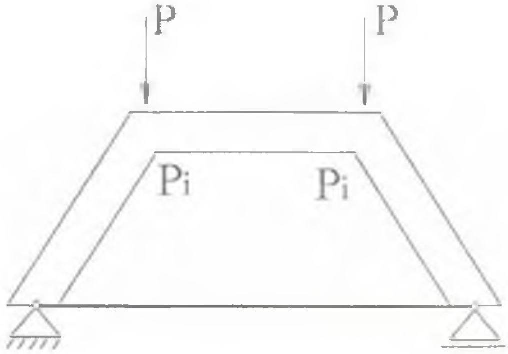
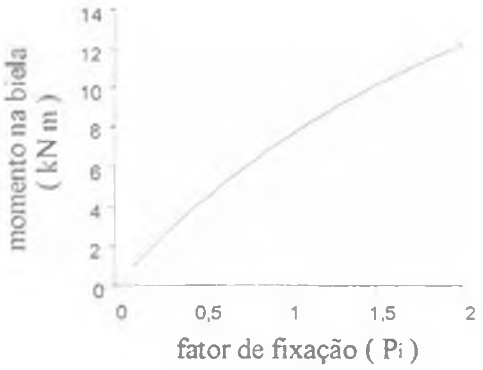
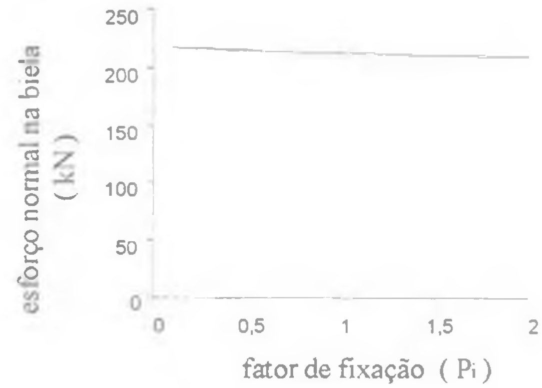


Figura 3.07 - Modelo biela e tirante com fator de fixação nas conexões (P_i).

a)



b)



c)

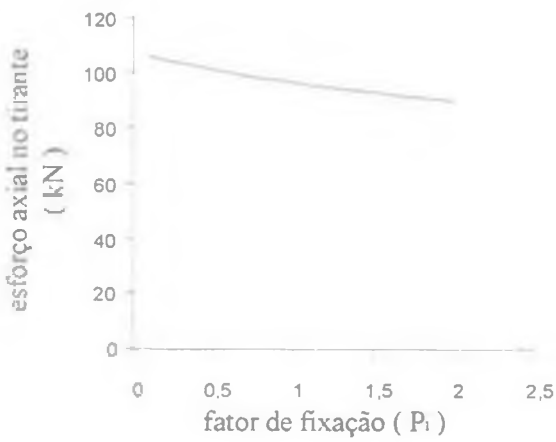


Figura 3.08 - a) Análise fator de fixação-momento fletor; b) Análise fator de fixação-esforço normal; c) Análise fator de fixação-esforço axial.

3.4 - MODELO BIELA E TIRANTE APORTICADO COM CONEXÃO COM RIGIDEZ VARIÁVEL VIA PSEUDO-MÍNIMA NORMA EUCLIDIANA (PPMN)

Para o modelo de pórtico com matriz de rigidez tipo Mínima Norma Euclidiana modificada - Pseudo MNE foi utilizada a matriz de rigidez modificada mostrada na relação constitutiva abaixo (equação 3.04), Nesta matriz os fatores P1 e P2 também representam os vários graus de rigidez dos nós, como descrito para o caso anterior, seguindo a formulação apresentada por Wang para análise de conexões elásticas (vide capítulo 2), assumindo-se também neste caso que o nó apresenta uma rigidez adicional, em função da consideração da rigidez à flexão das bielas de concreto, como descrito acima.

A utilização de uma norma intermediária entre a euclidiana e a elástica, utilizada nesta abordagem foi uma das sugestões para trabalhos futuros de Oliveira, em sua dissertação de mestrado (Oliveira, 1995).

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{3P_1}{4 - P_1 P_2}\right) x \left(\frac{4EI}{l}\right) & & \\ & \left(\frac{3P_2}{4 - P_1 P_2}\right) x \left(\frac{4EI}{l}\right) & \\ & & \frac{EA}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \Delta \end{bmatrix} \qquad (3.04)$$

A tabela 3.06 apresenta a relação constitutiva do material para os três casos para $P_i = 1$ e a figura 3.11 apresenta as deformações para os três casos, mínima norma euclidiana (a), análise linear elástica (b) e pseudo-mínima norma euclidiana (c).

Tabela 3.06 – Relação constitutiva do material ($P_i = 1$)

Mínima Norma Euclidiana	Análise Linear Elástica	Pseudo-Mínima Norma Euclidiana
$m_1 = \theta_1$	$m_1 = (4\ EI/l)\theta_1-(2\ EI/l)\theta_2$	$m_1 = (4\ EI/l)\theta_1$
$m_2 = \theta_2$	$m_2 = -(2\ EI/l)\theta_1 +(4\ EI/l)\theta_2$	$m_2 = (4\ EI/l)\theta_2$
$n = \Delta$	$n = (EA/l)\Delta$	$n = (EA/l)\Delta$

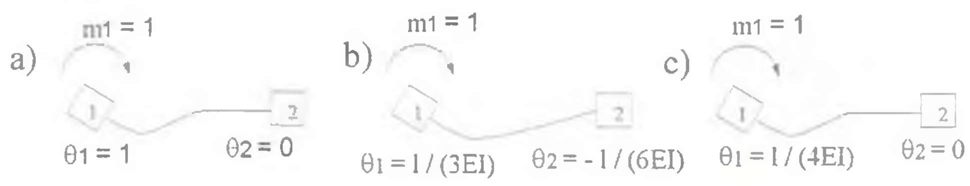


Figura 3.09 - Deformações : a) mínima norma euclidiana; b) análise linear elástica e c) pseudo-mínima norma euclidiana.

3.5 - ANÁLISE DAS BIELAS ASSIMILADAS A PILARES SUBMETIDOS À FLEXÃO NORMAL COMPOSTA

O modelo aporticado com rigidez variável via análise linear elástica (item 3.3) e com pseudo-mínima norma euclidiana (item 3.4) foi utilizado em conjunto com uma análise das bielas assimilados a pilares submetidos à flexão normal composta, na tentativa de se relacionar o tipo de ruptura das vigas com a necessidade ou não de utilização de armadura longitudinal da biela. A verificação à flexão composta foi realizada utilizando o método proposto por Mello (1992) e adotando-se para as bielas as mesmas dimensões da análise mostrada anteriormente.

A figura 3.10 apresenta os esforços atuantes no modelo adotado, e a modelagem da viga na ruptura.

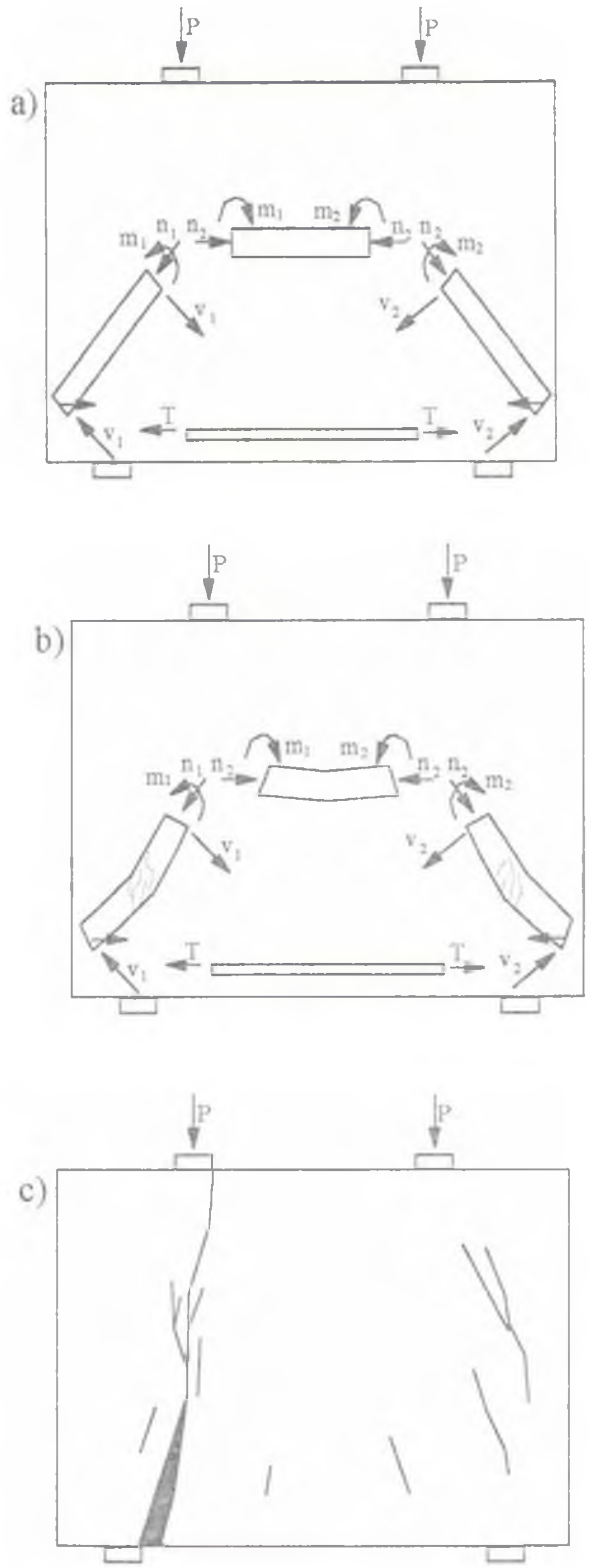


Figura 3.10 - a) esforços atuantes no modelo adotado; b) modelagem na ruína ; c) viga na ruína.

Neste método adotado, que utiliza as seguintes correlações para o pilar (equações 3.05, 3.06 e 3.07), o pilar resistirá sem armadura de alma se as três condições forem satisfeitas. No caso de uma delas não ser satisfeita existe necessidade de armadura longitudinal.

Esta necessidade de armadura longitudinal no pilar equivalente à biela foi associada, no modelo utilizado neste trabalho, ao mecanismo de ruptura da viga por cisalhamento. Em caso contrário tem-se ruptura por flexão.

$$\mu = \frac{8\,M}{b\,h^2\,\sigma} \qquad (0 \leq \mu \leq 1) \tag{3.05}$$

$$\nu = \frac{N}{b\,h\,\sigma} \qquad (0 \leq \nu \leq 1) \tag{3.06}$$

$$\mu \leq 4\,(1 - \nu)\,\nu \tag{3.07}$$

Sendo :

b = base da seção transversal do pilar;

h = altura da seção transversal do pilar;

σ = tensão limite no concreto (foi adotado para bielas σ = 0,60 fc);

M = momento fletor;

N = esforço normal;

fc = resistência de laboratório para o corpo de prova cilíndrico;

ν = esforço normal adimensional;

μ = momento adimensional.

Se todas as condições forem satisfeitas, o pilar resistirá sem armadura.

CAPÍTULO 4

EXEMPLOS ANALISADOS

Os dois modelos apresentados no capítulo anterior, o Modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica (PALE) e o Modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana (PPMN) foram utilizados juntos com o Modelo treliçado (TREL) neste capítulo para analisar vários resultados experimentais disponíveis e para calibrar os modelos apresentados.

Dezessete vigas de diferentes relações l/h (vão/altura), a/d (vão de corte/altura efetiva), ω (taxa mecânica da armadura), vigas biapoiadas, contínuas e em balanço, com e sem armadura de alma, foram analisadas; duas vigas parede com relação l/h igual a 1,49 ensaiadas por Guimarães na PUC-Rio (Guimarães, 1980), uma viga parede parede com relação l/h igual a 1,49 ensaiada na UnB (Bessa, 1994), cinco vigas ensaiadas na Universidade de Alberta - Canadá com relações l/h variando de 2,0 a 4,17 (MacGregor, 1983), seis vigas com relações l/h variando de 2,78 a 4,17 ensaiadas por Ortiz na Universidade de Westminster - Inglaterra (Ortiz, 1993), e três vigas com relação l/h igual a 7,69 ensaiadas na UnB (Adorno, 1993). A metodologia utilizada para obtenção da configuração do modelo de bielas e tirantes destas vigas foi apresentado no capítulo 3 - item 3.2. As dezessete vigas foram também analisadas como descrito no item 3.5 do capítulo anterior, com as bielas assimiladas a pilares submetidos à flexão normal composta.

No item 4.1.6 - Resumo dos exemplos analisados são apresentados e comparados os fatores de fixação das conexões de todas as vigas analisadas.

O item 4.2 apresenta dois exemplos propostos, um com as dimensões próximas às usualmente utilizadas em laboratório e outro com as dimensões baseadas em uma grande estrutura.

4.1 - EXEMPLOS ANALISADOS

4.1.1 - Vigas Parede ensaiadas na PUC-Rio (Guimarães, 1980)

Guimarães, em sua dissertação de mestrado ensaiou 9 (nove) vigas parede de concreto armado simplesmente apoiadas e sujeitas a duas cargas concentradas aplicadas no bordo superior, com o objetivo de se investigar a influência do enrijecimento dos apoios causados por pilares laterais sobre o comportamento e resistência de tais vigas. As duas vigas paredes analisadas neste trabalho são as vigas A1 e A2, sem enrijecimento dos apoios e sem armadura de alma. A viga A1 rompeu por flexão e a viga A2 por cisalhamento.

São apresentados nas tabelas 4.01, 4.02 e 4.03 os dados experimentais de tais vigas.

Tabela 4.01 – Dados experimentais do concreto.

Viga	fc MPa	Ac = b d cm^2	E_C MPa
A1	24,8	765,0	$3,53 \times 10^4$
A2	22,3	740,0	$3,37 \times 10^4$

Tabela 4.02 – Dados experimentais do aço.

Viga	fy MPa	As (tirante) cm^2	E_A MPa	ε %o	σ MPa	$F_{TIR} = A_S\,\sigma$ kN
A1	597	1,98	$21,3 \times 10^4$	3,00	538	106,62
A2	582	4,27	$21,3 \times 10^4$	2,00	399	170,58

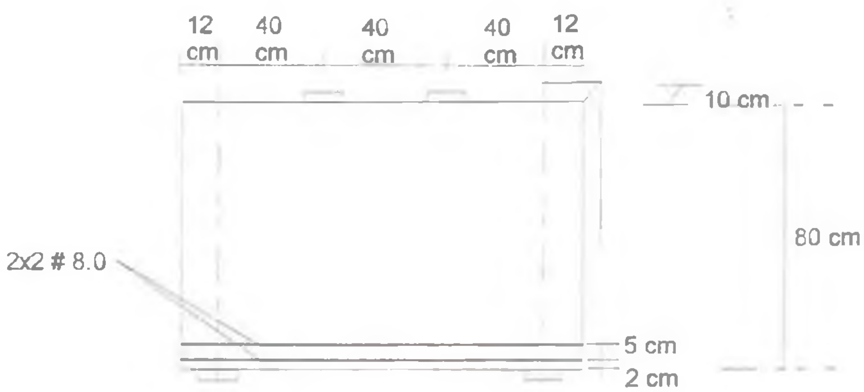
Tabela 4.03 – Dados experimentais complementares.

Viga	Pu kN	$\omega = \frac{A_S\,fy}{Ac\,fc}$	$\frac{a}{d}$	$\frac{h}{l}$	$\frac{l}{h}$	$\frac{d}{h}$	ρ %	RUP.
A1	380,0	0,062	0,52	0,67	1,49	0,96	0,26	Flex
A2	546,0	0,151	0,54	0,67	1,49	0,93	0,58	Cisalh

a - Viga A1:

A figura 4.01 apresenta detalhes da viga A1 e as tabelas 4.04, 4.05 e 4.06 apresentam os resultados encontrados para a análise da viga A1 pelas três modelagens, modelo aporticado com conexão elástica via análise linear elástica (PALE), modelo aporticado com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana (PPMN) e modelo treliçado tradicional (TREL). Para os modelos aporticados (PALE e PPMN) diversos valores de Pi (fator de fixação da conexão) foram utilizados. As tabelas também apresentam os resultados da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos à flexão composta, com os valores.

a)



l/h = 1,49 **a/d = 0,52** **ω = 0,062**

b)

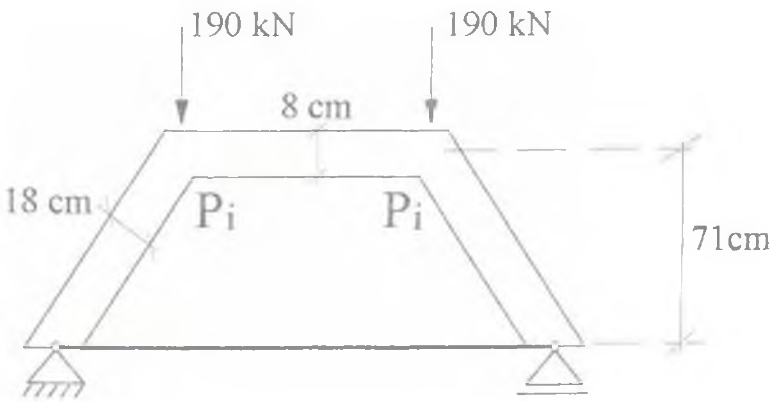


Figura 4.01 - a) Viga A1 (Guimarães, 1980); b) modelo aporticado adotado.

Correspondentes para o esforço normal e o momento fletor na biela, o esforço axial no tirante, e os parâmetros ν, μ, e $4(1-\nu)\nu$, necessários para a análise da biela quando assimilada a um pilar submetido à flexão normal composta (vide item 3.5 do capítulo 3). O valor de z (figura 4.01b) utilizado nos modelos aporticados foi determinado a partir da calibração do modelo de treliça, em função dos resultados experimentais do valor do esforço axial do tirante. Para a viga A1, que rompeu à flexão, foi utilizada a carga correspondente ao início do escoamento da armadura principal.

Para esta viga que rompeu por flexão não há a princípio necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois não há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.04 e 4.05) para Pi = 0 - treliça (última linha dessas tabelas). Os dois modelos (PALE e PPMN) apresentaram na realidade mecanismos de ruptura por flexão para a viga A1 para valores de Pi menores que 0,4 e 0,3 respectivamente, permitindo-se estudar estes valores como limites a serem encontrados neste caso para a rigidez da conexão.

Para o modelo de treliça (TREL) estão apresentados na tabela 4.06 os esforços do modelo e valores de tensão na biela, determinados de acordo com Schlaich (Schlaich, 1987) e o MC-90 (CEB, 1990). Foram encontrados valores um pouco abaixo desses limites.

Tabela 4.04 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga A1

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_f	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	209,58	12,27	89,75	0,782	2,037	0,682	SIM
1,9	209,85	11,89	90,29	0,783	1,973	0,679	SIM
1,8	210,13	11,48	90,86	0,785	1,905	0,675	SIM
1,7	210,43	11,06	91,46	0,786	1,836	0,672	SIM
1,6	210,73	10,62	92,07	0,786	1,762	0,672	SIM
1,5	211,04	10,16	92,72	0,788	1,687	0,669	SIM
1,4	211,37	9,68	93,39	0,789	1,608	0,666	SIM
1,3	211,72	9,19	94,09	0,791	1,526	0,662	SIM
1,2	212,08	8,67	94,82	0,792	1,439	0,659	SIM
1,1	212,45	8,12	95,59	0,793	1,349	0,656	SIM
1,0	212,85	7,56	96,39	0,795	1,255	0,652	SIM
0,9	213,26	6,96	97,22	0,796	1,156	0,649	SIM
0,8	213,69	6,34	98,10	0,798	1,053	0,646	SIM
0,7	214,14	5,68	99,03	0,799	0,944	0,642	SIM
0,6	214,62	4,99	100,00	0,802	0,830	0,636	SIM
0,5	215,12	4,27	101,02	0,803	0,710	0,632	SIM
0,4	215,64	3,51	102,09	0,805	0,582	0,629	NÃO
0,3	216,20	2,70	103,22	0,808	0,449	0,622	NÃO
0,2	216,79	1.85	104,42	0,809	0,307	0,618	NÃO
0,1	217,41	0,95	105,69	0,812	0,159	0,611	NÃO
0,0	217,87	-	106,62	0,813	-	0,607	NÃO

Tabela 4.05 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga A1

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	202,69	22,23	75,72	0,757	3,689	0,737	SIM
1,9	203,83	20,60	78,01	0,761	3,420	0,728	SIM
1,8	204,88	19,08	80,16	0,765	3,166	0,719	SIM
1,7	205,87	17,65	82,17	0,769	2,930	0,710	SIM
1,6	206,79	16,31	84,06	0,772	2,707	0,704	SIM
1,5	207,67	15,05	85,84	0,775	2,498	0,698	SIM
1,4	208,50	13,85	87,53	0,778	2,298	0,691	SIM
1,3	209,29	12,70	89,14	0,782	2,109	0,682	SIM
1,2	210,05	11,61	90,68	0,785	1,927	0,675	SIM
1,1	210,78	10,55	92,17	0,788	1,752	0,669	SIM
1,0	211,48	9,53	93,61	0,789	1,582	0,666	SIM
0,9	212,17	8,54	95,01	0,792	1,417	0,659	SIM
0,8	212,84	7,56	96,38	0,795	1,257	0,652	SIM
0,7	213,50	6,61	97,72	0,798	1,098	0,646	SIM
0,6	214,15	5,67	99,05	0,799	0,941	0,642	SIM
0,5	214,80	4,73	100,36	0,802	0,786	0,636	SIM
0,4	215,44	3,80	101,68	0,805	0,632	0,629	SIM
0,3	216,09	2,87	103,00	0,808	0,476	0,622	NÃO
0,2	216,74	1,92	104,32	0,809	0,320	0,618	NÃO
0,1	217,40	0,97	105,67	0,812	0,162	0,611	NÃO
0,0	217,87	-	106,62	0,813	-	0,607	NÃO

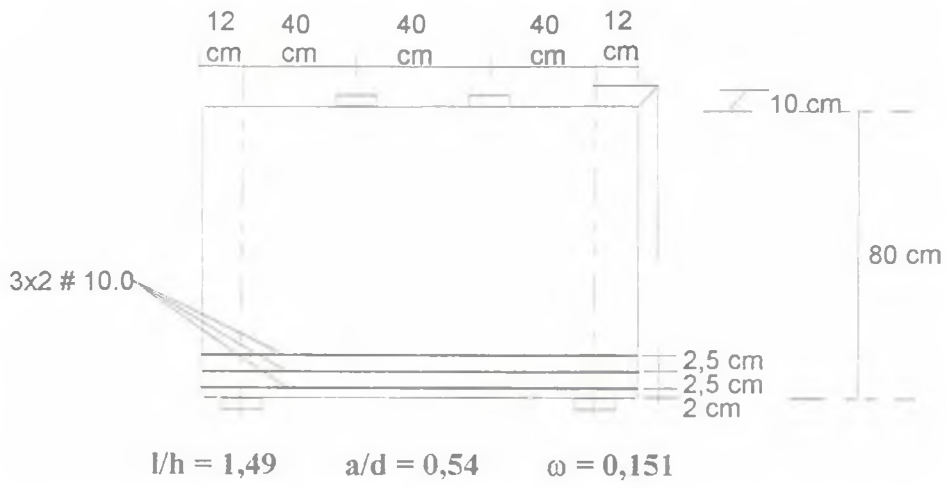
Tabela 4.06 – Verificações do modelo treliçado para a viga A1

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	217,87	106,62	12,10	12,65	14,73

b - Viga A2:

Detalhes da viga A2 estão apresentados na figura 4.02 e os resultados encontrados pelas três modelagens (PALE, PPMN e TREL) estão apresentados respectivamente nas tabelas 4.07, 4.08 e 4.09, como mostrado no ítem anterior para a viga A1. As tabelas 4.07, 4.08 também apresentam os resultados da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta (quatro últimas colunas).

a)



b)

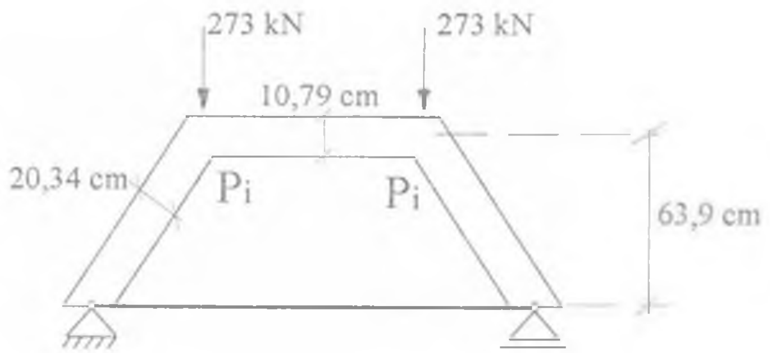


Figura 4.02 - a) Viga A2 (Guimarães, 1980); b) modelo aporticado adotado.

Não há necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine o tipo de ruptura desta viga, que rompeu por cisalhamento, quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.07 e 4.08) para todos os valores de Pi, inclusive o correspondente a treliça (Pi = 0). A necessidade da armadura longitudinal na biela corresponde a ruptura por cisalhamento.

Na tabela 4.09 estão apresentados os esforços determinados pelo modelo TREL e valores de tensão na biela, determinados de acordo com Schlaich (Schlaich, 1987) e o MC-90 (CEB, 1990). O valor de tensão na biela ultrapassou os dois limites neste caso, corroborando o tipo de ruptura encontrado.

Tabela 4.07 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga A2

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	314,55	9,03	156,73	1,040	1,174	-0,166	SIM
1,9	314,76	8,80	157,11	1,040	1,143	-0,166	SIM
1,8	314,97	8,55	157,51	1,041	1,111	-0,172	SIM
1,7	315.19	8,28	157,92	1,041	1,077	-0,172	SIM
1,6	315,42	8,00	158,36	1,043	1,040	-0,178	SIM
1,5	315,67	7,71	158,82	1,043	1,002	-0,178	SIM
1,4	315,93	7,40	159,31	1,044	0,962	-0,184	SIM
1,3	316,20	7,07	159,82	1,044	0,919	-0,184	SIM
1,2	316,49	6,72	160,37	1,046	0,874	-0,190	SIM
1,1	316,80	6,35	160,95	1,047	0,826	-0,196	SIM
1,0	317,12	5,95	161,56	1,048	0,775	-0,203	SIM
0,9	317,47	5,53	162,22	1,048	0,720	-0,203	SIM
0,8	317,84	5,09	162,92	1,050	0,662	-0,209	SIM
0,7	318,24	4,61	163,67	1,051	0,599	-0,215	SIM
0,6	318,67	4,09	164,48	1,053	0,533	-0,221	SIM
0,5	319,13	3,54	165,34	1,054	0,460	-0,228	SIM
0,4	319,63	2,94	166,28	1,055	0,383	-0,234	SIM
0,3	320,16	2.29	167,29	1,058	0,299	-0,247	SIM
0,2	320,74	1,59	168,39	1,060	0,208	-0,253	SIM
0,1	321,38	0,83	169,58	1,063	0,109	-0,266	SIM
0,0	321,91	-	170,58	1,183	-	-0,865	SIM

Tabela 4.08 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga A2

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	283,18	46,83	97,60	0,935	6,086	0,243	SIM
1,9	290,79	37,66	111,94	0,961	4,895	0,152	SIM
1,8	296,22	31,12	122,17	0,979	4,045	0,083	SIM
1,7	300,28	26,24	129,81	0,992	3,411	0,033	SIM
1,6	303,43	22,45	135,75	1,003	2,917	-0,012	SIM
1,5	305,96	19,40	140,53	1,012	2,522	-0,047	SIM
1,4	308,05	16,88	144,46	1,017	2,194	-0,070	SIM
1,3	309,82	14,76	147,79	1,024	1,918	-0,099	SIM
1,2	311,33	12,93	150,65	1,029	1,680	-0,117	SIM
1,1	312,66	11,33	153,15	1,033	1,473	-0,135	SIM
1,0	313,84	9,91	155,37	1,037	1,288	-0,153	SIM
0,9	314,90	8,63	157,38	1,040	1,122	-0,166	SIM
0,8	315,87	7,46	159,20	1,044	0,970	-0,184	SIM
0,7	316,77	6,38	160,90	1,047	0,830	-0,196	SIM
0,6	317,61	5,37	162,48	1,050	0,698	-0,209	SIM
0,5	318,41	4,41	163,98	1,053	0,574	-0,221	SIM
0,4	319,17	3,49	165,42	1,054	0,455	-0,228	SIM
0,3	319,91	2,60	166,81	1,057	0,339	-0,240	SIM
0,2	320,63	1,73	168,17	1,060	0,225	-0,253	SIM
0,1	321,35	0,86	169,53	1,061	0,113	-0,259	SIM
0,0	321,91	-	170,58	1,183	-	-0,865	SIM

Tabela 4.09 – Verificações do modelo treliçado para a viga A2

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	321,91	170,58	15,83	11,37	13,26

4.1.2 - Viga Parede ensaiada na Universidade de Brasília (Bessa, 1994)

Bessa ensaiou 6 (seis) vigas parede em sua dissertação de mestrado para estudar o comportamento dessas estruturas quando da utilização de tela soldada como armadura de alma. A seguir estão apresentados os dados de sua viga V2, sem armadura de alma, que foi utilizada neste exemplo.

a - Viga V2:

São apresentados nas tabelas 4.10, 4.11 e 4.12 e na figura 4.03 os dados experimentais e detalhes da viga parede V2 ensaiada por Bessa.

Tabela 4.10 – Dados experimentais do concreto.

Viga	fc MPa	Ac = b d cm^2	E_C MPa
V2	34,2	448,0	$4,07 \times 10^4$

Tabela 4.11 – Dados experimentais do aço

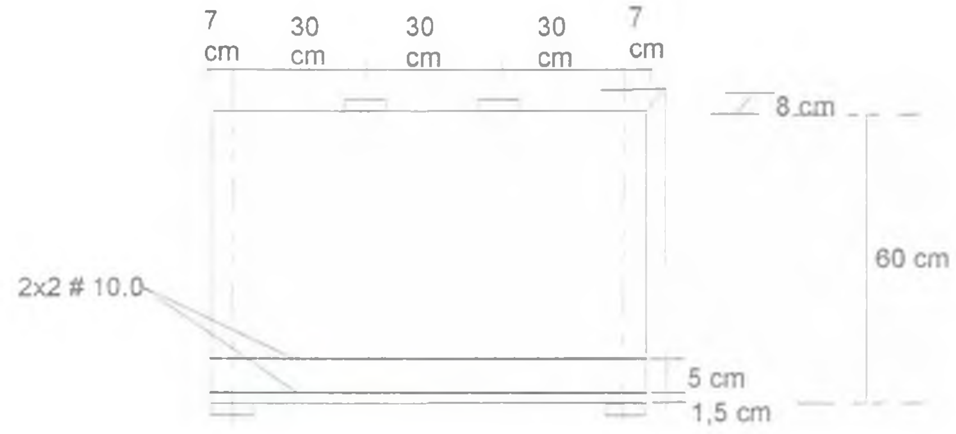
Viga	fy MPa	As (tirante) cm^2	E_A MPa	ε ‰	σ MPa	$F_{TIR} = A_S\,\sigma$ kN
V2	572	3,14	$21,7 \times 10^4$	3,75	599	188,18

Tabela 4.12 – Dados experimentais complementares.

Viga	Pu kN	$\omega = \frac{A_S\,fy}{Ac\,fc}$	$\frac{a}{d}$	$\frac{h}{l}$	$\frac{l}{h}$	$\frac{d}{h}$	ρ %	RUP.
V2	693,2	0,117	0,54	0,67	1,49	0,93	0,70	Cisalh

As tabelas 4.13, 4.14 e 4.15 apresentam os resultados encontrados para a análise desta viga pelas três modelagens (PALE, PPMN e TREL). Igualmente à viga A2 (item anterior), esta viga rompeu por cisalhamento e não houve necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se obtivesse este tipo de ruptura, quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.13 e 4.14) para todos os valores de Pi, inclusive o correspondente a treliça (Pi = 0).

a)



l/h = 1,49 a/d = 0,54 ω = 0,117

b)

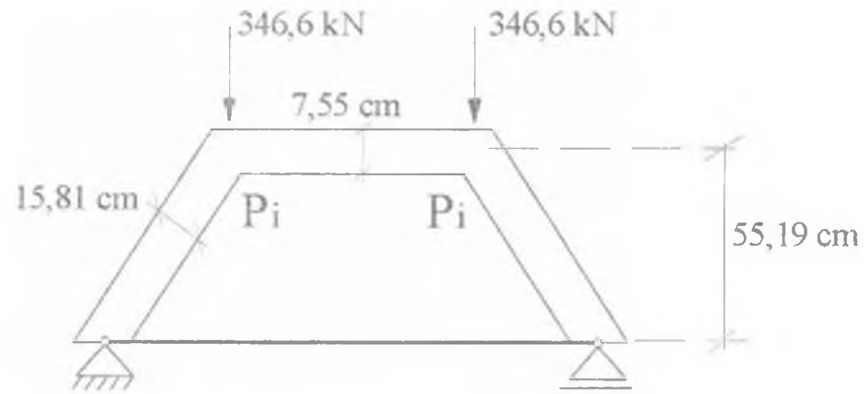


Figura 4.03 - a) Viga V2 (Bessa, 1994); b) modelo aporticado adotado.

Para o modelo de treliça estão apresentados na tabela 4.15 os valores dos esforços no modelo e valores de tensão na biela, determinados de acordo com Schlaich e o MC-90. O valor de tensão na biela ultrapassou bem os dois limites neste caso, também corroborando o tipo de ruptura encontrado.

Tabela 4.13 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V2

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	391,95	2,94	183,07	1,510	0,574	-3,082	SIM
1,9	392,02	2,86	183,21	1,510	0,558	-3,082	SIM
1,8	392,09	2,77	183,37	1,510	0,541	-3,082	SIM
1,7	392,17	2,68	183,53	1,512	0,524	-3,093	SIM
1,6	392,25	2,59	183,70	1,512	0,506	-3,093	SIM
1,5	392,33	2,49	183,88	1,512	0,486	-3,093	SIM
1,4	392,42	2,39	184,06	1,512	0,466	-3,093	SIM
1,3	392,52	2,28	184,26	1,513	0,445	-3,105	SIM
1,2	392,62	2,16	184,47	1,513	0,422	-3,105	SIM
1,1	392,72	2,04	184,70	1,513	0,398	-3,105	SIM
1,0	392,84	1,91	184,93	1,513	0,373	-3,105	SIM
0,9	392,95	1,77	185,18	1,514	0,346	-3,116	SIM
0,8	393,08	1,62	185,45	1,514	0,317	-3,116	SIM
0,7	393,22	1,47	185,73	1,514	0,288	-3,116	SIM
0,6	393,36	1,30	186,03	1,516	0,255	-3,128	SIM
0,5	393,52	1,12	186,36	1,516	0,220	-3,128	SIM
0,4	393,68	0,93	186,71	1,517	0,183	-3,139	SIM
0,3	393,86	0,72	187,02	1,517	0,142	-3,139	SIM
0,2	394,06	0,50	187,49	1,519	0,098	-3,151	SIM
0,1	394,26	0,26	187,92	1,519	0,051	-3,151	SIM
0,0	394,39	-	188,18	1,520	-	-3,158	SIM

Tabela 4.14 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V2

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	374,22	23,43	145,94	1,442	4,569	-2,551	SIM
1,9	379,96	16,79	157,98	1,463	3,274	-2,713	SIM
1,8	383,35	12,87	165,07	1,478	2,510	-2,823	SIM
1,7	385,57	10,30	169,73	1,486	2,009	-2,889	SIM
1,6	387,15	8,48	173,03	1,492	1,653	-2,934	SIM
1,5	388,33	7,11	175,51	1,496	1,387	-2,968	SIM
1,4	389,26	6,04	177,44	1,500	1,179	-3,002	SIM
1,3	390,01	5,18	179,00	1,503	1,012	-3,025	SIM
1,2	390,62	4,46	180,30	1,505	0,871	-3,036	SIM
1,1	391,15	3,86	181,40	1,507	0,754	-3,059	SIM
1,0	391,60	3,33	182,35	1,509	0,652	-3,070	SIM
0,9	392,00	2,87	183,18	1,510	0,561	-3,082	SIM
0,8	392,36	2,46	183,93	1,512	0,480	-3,093	SIM
0,7	392,68	2,09	184,61	1,513	0,408	-3,105	SIM
0,6	392,98	1,74	185,23	1,514	0,340	-3,116	SIM
0,5	393,26	1,42	185,82	1,516	0,278	-3,128	SIM
0,4	393,52	1,12	186,37	1,516	0,218	-3,128	SIM
0,3	393,77	0,83	186,89	1,517	0,162	-3,139	SIM
0,2	394,02	0,54	187,40	1,519	0,108	-3,151	SIM
0,1	394,25	0,27	187,90	1,519	0,054	-3,151	SIM
0,0	394,39	-	188,18	1,520	-	-3,158	SIM

Tabela 4.15 – Verificações do modelo treliçado para a viga V2

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	394,39	188,18	31,18	17,44	20,24

4.1.3 - Vigas ensaiadas na Universidade de Alberta - Canadá (Rogowsky, MacGregor & Ong, 1983)

Vinte e três vigas, com diversas relações l/h. das quais seis simplesmente apoiadas, foram ensaiadas na Universidade de Alberta por Rogowsky, MacGregor & Ong. As vigas 1/1.0, 1/1.5, 1/2.0, 7/1.0 e 7/2.0, que romperam por cisalhamento e não possuiam armadura de alma em pelo menos um lado foram modeladas no presente trabalho. As tabelas 4.16, 4.17 e 4.18 apresentam os dados experimentais destas vigas.

Tabela 4.16 – Dados experimentais do concreto.

Viga	fc MPa	Ac = b d cm^2	E_C MPa
1/1.0	26,1	1900,0	$3,61 \times 10^4$
1/1.5	42,4	1070,0	$4,50 \times 10^4$
1/2.0	43,2	910,0	$4,54 \times 10^4$
7/1.0	34,5	1950,0	$4,09 \times 10^4$
7/2.0	46,8	840,0	$4,71 \times 10^4$

Tabela 4.17 – Dados experimentais do aço.

Viga		fy MPa	As (tirante) cm^2	E_A MPa	ε ‰	σ MPa	$F_{TIR} = A_S\,\sigma$ kN
1/1.0		398	17,70	$20,1 \times 10^4$	9,00	372,9	660,00
1/1.5		458	11,91	$20,3 \times 10^4$	2,50	554,2	660,00
1/2.0		458	7,94	$20,3 \times 10^4$	2,20	534,0	424,00
7/1.0	Ferr. Superior	398	11,8	$20,1 \times 10^4$	0,50	372,9	440,00
	Ferr. Inferior	398	8,85	$20,1 \times 10^4$	13,50	406,8	360,00
7/2.0	Ferr. Superior	458	7,94	$20,3 \times 10^4$	0,75	453,4	360,00
	Ferr. Inferior	458	1,97	$20,1 \times 10^4$	0,90	467,0	92,00

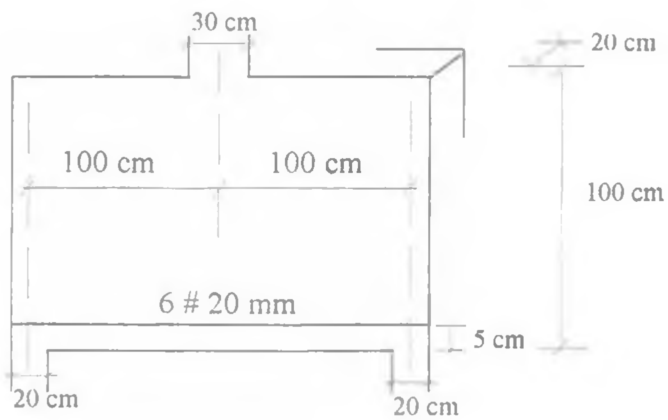
Tabela 4.18 – Dados experimentais complementares.

Viga		Pu kN	$\omega = \frac{A_S\,fy}{Ac\,fc}$	$\frac{a}{d}$	$\frac{h}{l}$	$\frac{l}{h}$	$\frac{d}{h}$	ρ %	RUP.
1/1.0		700,00	0,326	1,05	0,50	2,00	0,95	2,31	Cisalh
1/1.5		550,00	0,120	1,87	0,30	3,33	0,89	1,11	Cisalh
1/2.0		300,00	0,092	2,38	0,25	4,00	0,91	0,87	Cisalh
7/1.0	Ferr. Superior	600,00	0,070	1,05	0,48	2,08	0,95	0,61	Cisalh
	Ferr. Inferior		0,052	1,03			0,98	0,45	
7/2.0	Ferr. Superior	250,00	0,093	0,52	0,24	4,17	0,91	0,95	Cisalh
	Ferr. Inferior		0,023	2,38			0,84	0,23	

a - Viga 1/1.0:

A figura 4.04 apresenta detalhes da viga 1/1.0 e as tabelas 4.19, 4.20 e 4.21 apresentam os resultados encontrados pelas três modelagens, modelo aporticado com conexão elástica via análise linear elástica (PALE), modelo aporticado com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana (PPMN) e o modelo treliçado tradicional (TREL), diversos valores de Pi (fator de fixação da conexão) para os resultados aporticados. As últimas quatro colunas das tabelas 4.19 e 4.20 apresentam os resultados da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos à flexão composta.

a)



l/h 2,00 **a/d = 1,05** **ω = 0,326**

b)

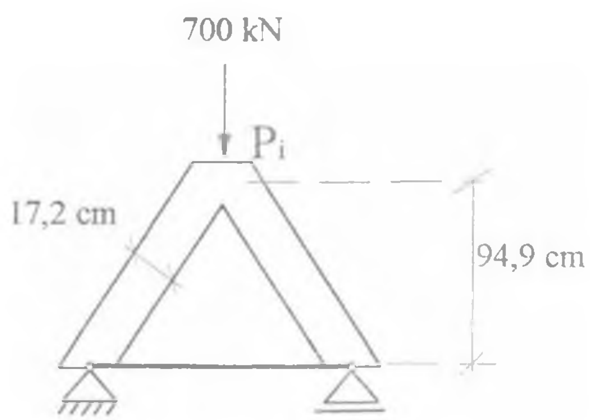


Figura 4.04 - a) Viga 1/1.0 (Rogowsky, MacGregor e Ong, 1983), b) modelo aporticado adotado.

Tabela 4.19 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga 1 / 1.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	492,39	21,00	346,67	0,914	1,813	0,315	SIM
1,9	493,14	20,01	347,71	0,915	1,728	0,311	SIM
1,8	493,91	19,01	348,77	0,917	1,642	0,306	SIM
1,7	494,68	18,00	349,83	0,918	1,554	0,301	SIM
1,6	495,46	16,99	350,90	0,919	1,468	0,296	SIM
1,5	496,24	15,97	351,97	0,921	1,378	0,292	SIM
1,4	497,02	14,94	353,06	0,922	1,291	0,287	SIM
1,3	497,81	13,91	354,14	0,924	1,201	0,282	SIM
1,2	498,60	12,87	355,23	0,925	1,112	0,277	SIM
1,1	499,40	11,83	356,33	0,927	1,021	0,272	SIM
1,0	500,20	10,78	357,43	0,928	0,932	0,268	SIM
0,9	501,00	9,73	358,54	0,929	0,840	0,263	SIM
0,8	501,81	8,67	359,66	0,932	0,749	0,253	SIM
0,7	502,62	7,61	360,78	0,934	0,657	0,248	SIM
0,6	503,44	6,54	361,91	0,935	0,565	0,243	SIM
0,5	504,26	5,46	363,04	0,936	0,472	0,238	SIM
0,4	505,09	4,38	364,18	0,938	0,378	0,233	SIM
0,3	505,92	3,29	365,33	0,939	0,285	0,228	SIM
0,2	506,76	2,20	366,48	0,941	0,190	0,223	NÃO
0,1	507,60	1,10	367,64	0,942	0,095	0,218	NÃO
0,0	508,46	-	368,81	0,944	-	0,212	NÃO

Tabela 4.20 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga 1 / 1.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	492,39	21,00	346,67	0,914	1,813	0,315	SIM
1,9	493,14	20,01	347,71	0,915	1,728	0,311	SIM
1,8	493,91	19,01	348,77	0,917	1,642	0,306	SIM
1,7	494,68	18,00	349,83	0,918	1,554	0,301	SIM
1,6	495,46	16,99	350,90	0,919	1,468	0,296	SIM
1,5	496,24	15,97	351,97	0,921	1,378	0,292	SIM
1,4	497,02	14,94	353,06	0,922	1,291	0,287	SIM
1,3	497,81	13,91	354,14	0,924	1,201	0,282	SIM
1,2	498,60	12,87	355,23	0,925	1,112	0,277	SIM
1,1	499,40	11,83	356,33	0,927	1,021	0,272	SIM
1,0	500,20	10,78	357,43	0,928	0,932	0,268	SIM
0,9	501,00	9,73	358,54	0,929	0,840	0,263	SIM
0,8	501,81	8,67	359,66	0,932	0,749	0,253	SIM
0,7	502.62	7,61	360,78	0,934	0,657	0,248	SIM
0,6	503,44	6,54	361,91	0,935	0,565	0,243	SIM
0,5	504,26	5,46	363,04	0,936	0,472	0,238	SIM
0,4	505,09	4,38	364,18	0,938	0,378	0,233	SIM
0,3	505,92	3,29	365,33	0,939	0,285	0,228	SIM
0,2	506,76	2,20	366,48	0,941	0,190	0,223	NÃO
0,1	507,60	1,10	367,64	0,942	0,095	0,218	NÃO
0,0	508,46	-	368,81	0,944	-	0,212	NÃO

Tabela 4.21 – Verificações do modelo treliçado para a viga 1 / 1.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE KN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	508,46	368,81	14,78	13,31	14,03

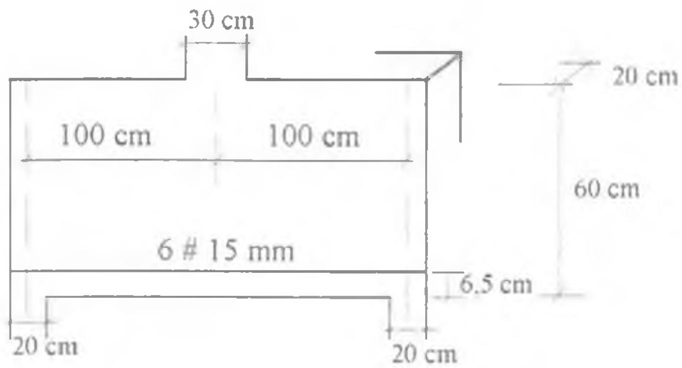
Para esta viga, que rompeu por cisalhamento, ao contrário das vigas anteriores que romperam por cisalhamento (A2 e V2) houve a necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.19 e 4.20) somente para valores de Pi maiores ou iguais a 0,3 para os dois tipos de análise com o modelo aporticado (PALE e PPMN), valor que pode ser estimado como limite do grau de rigidez neste caso.

Na tabela 4.21 estão apresentados os esforços determinados pelo modelo TREL e valores de tensão na biela, determinados de acordo com Schlaich (Schlaich, 1987) e o MC-90 (CEB, 1990). O valor de tensão na biela ultrapassou os dois limites neste caso em 11 e 5% respectivamente.

b - Viga 1/1.5:

Detalhes da viga 1/1.5 são apresentados na figura 4.05 as tabelas 4.22, 4.23 e 4.24 apresentam os resultados encontrados para a análise desta viga pelas três modelagens utilizadas, modelo aporticado com conexão elástica via análise linear elástica (PALE), modelo aporticado com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana (PPMN) e o modelo treliçado tradicional (TREL). Os resultados da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta também estão apresentados nas tabelas 4.22 e 4.23.

a)



l/h = 3,33 **a/d = 1,87** **ω = 0,120**

b)

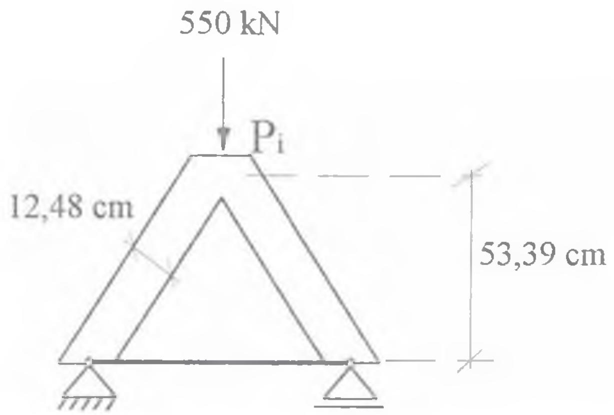


Figura 4.05 - a) Viga 1/1.5(Rogowsky, MacGregor e Ong, 1983); b) modelo aporticado adotado.

Tabela 4.22 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga 1 / 1.5

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	528,02	33,80	451,75	0,832	3,413	0,560	SIM
1,9	530,48	32,32	454,53	0,836	3,263	0,549	SIM
1,8	532,99	30,80	457,38	0,840	3,110	0,537	SIM
1,7	535,53	29,26	460,25	0,843	2,955	0,530	SIM
1,6	538,10	27,71	463,17	0,847	2,798	0,518	SIM
1,5	540,70	26,13	466,12	0,851	2,639	0,506	SIM
1,4	543,33	24,54	469,10	0,856	2,478	0,494	SIM
1,3	546,00	22,93	472,12	0,860	2,315	0,482	SIM
1,2	548,70	21,29	475,18	0,864	2,151	0,470	SIM
1,1	551,43	19,64	478,28	0,868	1,983	0,457	SIM
1,0	554,20	17,96	481,42	0,873	1,813	0,444	SIM
0,9	557,00	16,27	484,59	0,877	1,643	0,432	SIM
0,8	559,83	14,55	487,81	0,881	1,469	0,419	SIM
0,7	562,71	12,81	491,06	0,887	1,293	0,401	SIM
0,6	565,62	11,05	494,36	0,891	1,116	0,388	SIM
0,5	568,56	9,27	497,70	0,895	0,936	0,375	SIM
0,4	571,55	7,46	501,09	0,900	0,754	0,361	SIM
0,3	574,57	5,63	504,51	0,905	0,570	0,343	SIM
0,2	577,64	3,78	507,99	0,910	0,383	0,329	SIM
0,1	580,74	1,90	511,51	0,915	0,193	0,311	NÃO
0,0	583,85	-	515,03	0,919	-	0,296	NÃO

Tabela 4.23 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga 1 / 1.5

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	528,02	33,80	451,75	0,832	3,413	0,560	SIM
1,9	530,48	32,32	454,53	0,836	3,263	0,549	SIM
1,8	532,99	30,80	457,38	0,840	3,110	0,537	SIM
1,7	535,53	29,26	460,25	0,843	2,955	0,530	SIM
1,6	538,10	27,71	463,17	0,847	2,798	0,518	SIM
1,5	540,70	26,13	466,12	0,851	2,639	0,506	SIM
1,4	543,33	24,54	469,10	0,856	2,478	0,494	SIM
1,3	546,00	22,93	472,12	0,860	2,315	0,482	SIM
1,2	548,70	21,29	475,18	0,864	2,151	0,470	SIM
1,1	551,43	19,64	478,28	0,868	1,983	0,457	SIM
1,0	554,20	17,96	481,42	0,873	1,813	0,444	SIM
0,9	557,00	16,27	484,59	0,877	1,643	0,432	SIM
0,8	559,83	14,55	487,81	0,881	1,469	0,419	SIM
0,7	562,71	12,81	491,06	0,887	1,293	0,401	SIM
0,6	565,62	11,05	494,36	0,891	1,116	0,388	SIM
0,5	568,56	9,27	497,70	0,895	0,936	0,375	SIM
0,4	571,55	7,46	501,09	0,900	0,754	0,361	SIM
0,3	574,57	5,63	504,51	0,905	0,570	0,343	SIM
0,2	577,64	3,78	507,99	0,910	0,383	0.329	SIM
0,1	580,74	1,90	511,51	0,915	0,193	0,311	NÃO
0,0	583,85	-	515,03	0,919	-	0,296	NÃO

Tabela 4.24 – Verificações do modelo treliçado para a viga 1 / 1.5

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE KN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	583,85	515,03	23,40	21,62	21,13

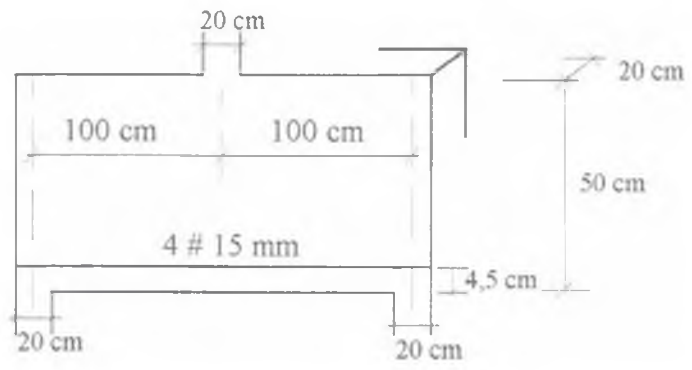
Igualmente a viga anterior (1/1.0), que também rompeu por cisalhamento, existe a necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine o tipo de ruptura desta viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.22 e 4.23) somente para valores de Pi maiores ou iguais a 0,2 para os dois tipos de análise com o modelo aporticado (PALE e PPMN).

Na tabela 4.24 estão apresentados os esforços determinados pelo modelo TREL e valores de tensão na biela, determinados de acordo com Schlaich (Schlaich, 1987) e o MC-90 (CEB, 1990). O valor de tensão na biela também ultrapassou os dois limites neste caso (10 e 8 % respectivamente).

c - Viga 1/2.0:

A figura 4.06 apresenta detalhes da viga 1/2.0 e as tabelas 4.25, 4.26 e 4.27 apresentam os resultados encontrados para a análise desta viga pelas três modelagens, modelo aporticado com conexão elástica via análise linear elástica (PALE), modelo aporticado com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana (PPMN) e o modelo treliçado tradicional (TREL), bem como os resultados da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta como nos itens anteriores.

a)



l/h = 4,00 **a/d = 2,38** **ω = 0,092**

b)

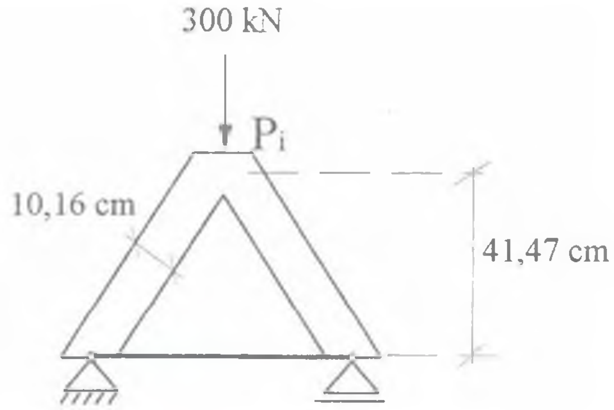


Figura 4.06 - a) Viga 1 / 2.0(Rogowsky, MacGregor e Ong, 1983); b) modelo aporticado adotado.

Tabela 4.25 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga 1 / 2.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	338,32	23,90	304,05	0,642	3,574	0,920	SIM
1,9	340,56	22,89	306,48	0,646	3,424	0,915	SIM
1,8	342,87	21,86	308,98	0,652	3,268	0,908	SIM
1,7	345,21	20,81	311,51	0,656	3,112	0,903	SIM
1,6	347,58	19,74	314,08	0,660	2,952	0,897	SIM
1,5	350,00	18,66	316,70	0,664	2,791	0,892	SIM
1,4	352,45	17,56	319,35	0,669	2,625	0,886	SIM
1,3	354,95	16,44	322,05	0,674	2,458	0,878	SIM
1,2	357,48	15,30	324,80	0,679	2,288	0,872	SIM
1,1	360,06	14,14	327,59	0,684	2,115	0,864	SIM
1,0	362,69	12,96	330,43	0,689	1,939	0,858	SIM
0,9	365,35	11,77	333,32	0,694	1,760	0,849	SIM
0,8	368,07	10,55	336,26	0,698	1,578	0,843	SIM
0,7	370,83	9,31	339,24	0,704	1,393	0,833	SIM
0,6	373,63	8,05	342,28	0,710	1,204	0,824	SIM
0,5	376,49	6,76	345,38	0,715	1,012	0,814	SIM
0,4	379,40	5,46	348,53	0,720	0,817	0,807	SIM
0,3	382,36	4,13	351,73	0,725	0,618	0,797	NÃO
0,2	385,38	2,78	354,99	0,731	0,417	0,787	NÃO
0,1	388,45	1,40	358,32	0,738	0,210	0,773	NÃO
0,0	391,64	-	361,77	0,744	-	0,762	NÃO

Tabela 4.26 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga 1 / 2.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	338,32	23,90	304,05	0,642	3,574	0,920	SIM
1,9	340,56	22,89	306,48	0,646	3,424	0,915	SIM
1,8	342,87	21,86	308,98	0,652	3,268	0,908	SIM
1,7	345,21	20,81	311,51	0,656	3,112	0,903	SIM
1,6	347,58	19,74	314,08	0,660	2,952	0,897	SIM
1,5	350,00	18,66	316,70	0,664	2,791	0,892	SIM
1,4	352,45	17,56	319,35	0,669	2,625	0,886	SIM
1,3	354,95	16,44	322,05	0,674	2,458	0,878	SIM
1,2	357,48	15,30	324,80	0,679	2,288	0,872	SIM
1,1	360,06	14,14	327,59	0,684	2,115	0,864	SIM
1,0	362,69	12,96	330,43	0,689	1,939	0,858	SIM
0,9	365,35	11,77	333,32	0,694	1,760	0,849	SIM
0,8	368,07	10,55	336,26	0,698	1,578	0,843	SIM
0,7	370,83	9,31	339,24	0,704	1,393	0,833	SIM
0,6	373,63	8,05	342,28	0,710	1,204	0,824	SIM
0,5	376,49	6,76	345,38	0,715	1,012	0,814	SIM
0,4	379,40	5,46	348,53	0,720	0,817	0,807	SIM
0,3	382,36	4,13	351,73	0,725	0,618	0,797	NÃO
0,2	385,38	2,78	354,99	0,731	0,417	0,787	NÃO
0,1	388,45	1,40	358,32	0,738	0,210	0,773	NÃO
0,0	391,64	-	361,77	0,744	-	0,762	NÃO

Tabela 4.27 – Verificações do modelo treliçado para a viga 1 / 2.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE KN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	391,64	361,77	19,3	22,03	21,44

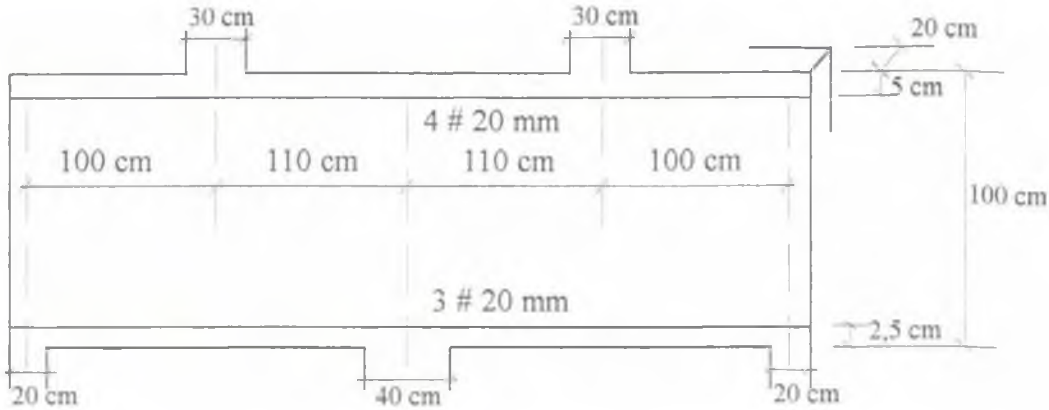
Existe tambem neste caso a necessidade da inclusão de conexão elastica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine cisalhamento como tipo de ruptura desta viga quando se utiliza o método de flexão normal composta para esta viga, que também rompeu por cisalhamento, para a biela assimilada a um pilar. Fator de fixação iguais ou maiores que 0,4 foram necessários neste caso.

Os esforços determinados pelo modelo TREL e valores de tensão na biela, determinados de acordo com Schlaich (Schlaich, 1987) e o MC-90 (CEB, 1990) estão apresentados na tabela 4.27. A tensão limite não foi ultrapassada, indicando talvez uma pequena irregularidade da dimensão da biela adotada ou dos limites normalizados neste caso.

d - Viga 7/1.0:

A figura 4.07 apresenta detalhes desta viga e as tabelas 4.28, 4.29 e 4.30 apresentam os resultados encontrados para a sua análise pelas três modelagens, via análise linear elástica (PALE), via pseudo-mínima norma euclidiana (PPMN) e pelo modelo treliçado tradicional (TREL). Os resultados da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta também estão apresentados.

a)



l/h = 2,08 **a/d = 1,03** ω **= 0,052**

b)

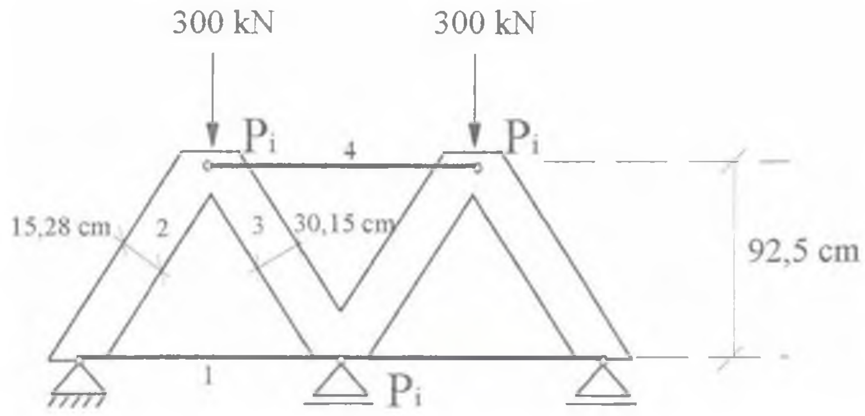


Figura 4.07 - a) Viga 7/1.0(Rogowsky, MacGregor e Ong, 1983); b) modelo aporticado adotado.

Existe também neste caso a necessidade da fatores de fixação (Pi) maiores ou iguais que 1,1 e 1,0, respectivamente, para a análise pelos dois modelos aporticados (PALE e PPMN), para que cisalhamento seja determinado como tipo de ruptura desta viga quando se utiliza o método de flexão normal composta para esta viga. Esses fatores de fixação bem maiores encontrados neste caso nos nós são devidos a presença de armadura negativa na viga contínua.

A tensão limite na biela, segundo Schlaich e o CEB MC-90, também não foi ultrapassada neste caso, quando foi comparada com a determinada a partir dos esforços determinados pelo modelo TREL , e isto pode ser devido à altura da biela se tornar excessiva a partir da metodologia utilizada, quando a dimensão do pilar ou dos apoios é bem menor que a dos outros pilares ou apoios.

Tabela 4.28 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga 7 / 1.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 3 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 3 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 1 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	260,50	62,75	75,74	0,208	1,335	0,660	SIM
1,9	263,17	59,53	77,52	0,211	1,265	0,666	SIM
1,8	265,83	56,29	79,30	0,213	1,197	0,669	SIM
1,7	268,47	53,08	81,06	0,215	1,129	0,676	SIM
1,6	271,08	49,88	82,81	0,217	1,060	0,679	SIM
1,5	273,67	46,69	84,54	0,220	0,993	0,685	SIM
1,4	276,23	43,52	86,26	0,221	0,925	0,689	SIM
1,3	278,76	40,36	87,97	0,224	0,859	0,695	SIM
1,2	281,27	37,21	89,66	0,225	0,791	0,698	SIM
1,1	283,76	34,08	91,33	0,227	0,724	0,701	SIM
1,0	286,22	30,95	92,99	0,230	0,659	0,707	NÃO
0,9	288,66	27,83	94,64	0,231	0,592	0,710	NÃO
0,8	291,07	24,73	96.27	0,234	0.526	0,716	NÃO
0,7	293,47	21,62	97,90	0,235	0,460	0,719	NÃO
0,6	295,83	18,53	99,50	0,237	0,394	0,722	NÃO
0,5	298,18	15,44	101,10	0,239	0,329	0,728	NÃO
0,4	300,50	12,35	102,69	0,241	0,262	0,731	NÃO
0,3	302,81	9,26	104.26	0,242	0,197	0,734	NÃO
0,2	305,09	6,17	105,82	0,245	0,132	0,740	NÃO
0,1	307,34	3,09	107,37	0,247	0,065	0,743	NÃO
0,0	309,59	-	108,92	0,248	-	0,746	NÃO

Tabela 4.29 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga 7 / 1.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 3 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 3 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 1 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	179,89	344,82	-0,72	0,145	7,330	0,494	SIM
1,9	221,65	212,67	37,17	0,177	4,521	0,583	SIM
1,8	241,70	151,42	55,09	0,194	3,219	0,626	SIM
1,7	253,75	116,19	65,67	0,204	2,471	0,650	SIM
1,6	262,03	93,19	72,79	0,210	1,981	0,663	SIM
1,5	268,24	76,91	78,02	0,215	1,635	0,676	SIM
1,4	273,18	64,69	82,08	0,218	1,376	0,682	SIM
1,3	277,30	55,13	85,39	0,222	1,172	0,692	SIM
1,2	280,85	47,37	88,19	0,225	1,007	0,698	SIM
1,1	284,00	40,90	90,62	0,228	0,870	0,704	SIM
1,0	286,86	35,37	92,78	0,230	0,752	0,707	SIM
0,9	289,49	30,54	94,74	0,232	0,649	0,713	NÃO
0,8	291,97	26,25	96,55	0,234	0,558	0,716	NÃO
0,7	294,32	22,36	98,25	0,235	0,476	0,719	NÃO
0,6	296,58	18,77	99,86	0,238	0,400	0,725	NÃO
0,5	298,78	15,40	101,41	0,239	0,327	0,728	NÃO
0,4	300,94	12,20	102,93	0,241	0,259	0,731	NÃO
0,3	303,08	9,11	104,42	0,242	0,194	0,734	NÃO
0,2	305,22	6,08	105,90	0,245	0,129	0,740	NÃO
0,1	307,38	3,05	107,40	0,247	0,065	0,743	NÃO
0,0	309,59	-	108,92	0,248	-	0,746	NÃO

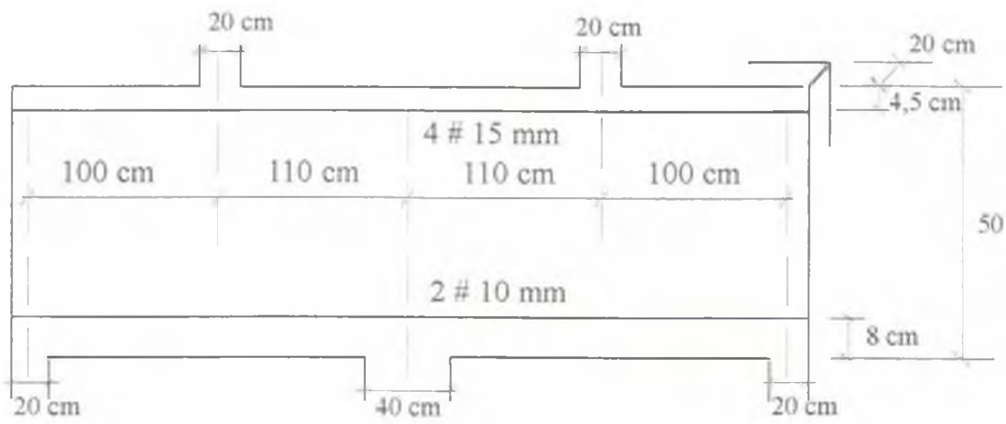
Tabela 4.30 – Verificações do modelo treliçado para a viga 7 / 1.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 3 kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 1 KN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	309,59	108,92	5,13	17,60	22,82

e - Viga 7/2.0:

Os detalhes e resultados desta viga estão apresentados na figura 4.08 e nas tabelas 4.31, 4.32 e 4.33, para as três modelagens utilizadas (PALE, PPMN e TREL) e para a análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta.

a)



l/h = 4,17 **a/d = 2,38** **ω = 0,023**

b)

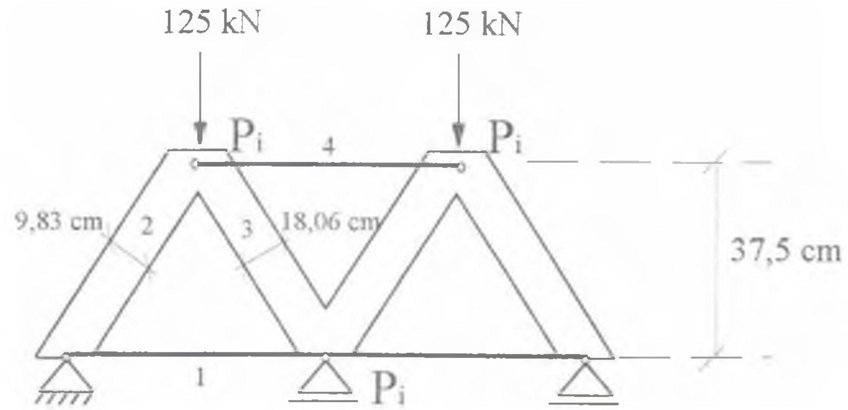


Figura 4.08 - a) Viga 7/2.0(Rogowsky, MacGregor e Ong, 1983); b) modelo aporticado adotado.

Tabela 4.31 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga 7 / 2.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 3 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 3 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 1 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	117,30	54,71	20,14	0,116	2,390	0,411	SIM
1,9	122,33	53,38	21,31	0,120	2,332	0,424	SIM
1,8	127,69	51,97	22,55	0,126	2,270	0,441	SIM
1,7	133,33	50,47	23,85	0,132	2,204	0,458	SIM
1,6	139,27	48,89	25,23	0,137	2,135	0,474	SIM
1,5	145,54	47,21	26,68	0,143	2,061	0,490	SIM
1,4	152,17	45,42	28,22	0,150	1,983	0,510	SIM
1,3	159,19	43,51	29,85	0,157	1,901	0,530	SIM
1,2	166,63	41,48	31,57	0,164	1,812	0,549	SIM
1,1	174,54	39,31	33,41	0,171	1,717	0,568	SIM
1,0	182,96	36,98	35,36	0,180	1,615	0,590	SIM
0,9	191,94	34,48	37,45	0,190	1,506	0,615	SIM
0,8	201,54	31,79	39,67	0,198	1.388	0,636	SIM
0,7	211,83	28,89	42,06	0,208	1,262	0,660	SIM
0,6	222,89	25,76	44,63	0,220	1,125	0,685	SIM
0,5	234,80	22,36	47,40	0,231	0,976	0,710	SIM
0,4	247,67	18,66	50,39	0,244	0,816	0,737	SIM
0,3	261,63	14,63	53,63	0,258	0,639	0,765	NÃO
0,2	276,81	10,21	57,16	0,273	0,446	0,795	NÃO
0,1	293,38	5,36	61,01	0,289	0,234	0,822	NÃO
0,0	311,56	-	65,24	0,307	-	0,851	NÃO

Tabela 4.32 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga 7 / 2.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 3 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 3 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 1 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	37,04	138,75	-0.30	0,037	6,061	0,142	SIM
1,9	64,44	115,74	6,51	0,064	5,055	0,239	SIM
1,8	85,68	99,06	11,75	0,085	4,327	0,311	SIM
1,7	102,97	86,43	16,00	0,102	3,775	0,366	SIM
1,6	117,71	76,45	19,59	0,116	3,339	0,411	SIM
1,5	130,76	68,30	22,75	0,129	2,984	0,449	SIM
1,4	142,65	61,44	25,62	0,140	2,683	0,482	SIM
1,3	153,75	55,52	28,28	0,152	2,425	0,514	SIM
1,2	164,33	50,31	30,80	0,162	2,197	0,542	SIM
1,1	174,60	45,62	33,24	0,173	1,992	0,572	SIM
1,0	184,73	41,31	35,63	0,183	1,805	0,597	SIM
0,9	194,85	37,27	38,01	0,193	1,628	0,622	SIM
0,8	205,11	33,42	40,42	0,203	1,459	0,646	SIM
0,7	215,64	29,68	42,89	0,213	1,296	0,669	SIM
0,6	226,57	25,98	45,45	0,224	1,135	0,695	SIM
0,5	238,05	22,24	48,13	0,235	0,972	0,719	SIM
0,4	250,27	18,39	50,98	0,247	0,803	0,743	SIM
0,3	263,42	14,35	54,04	0,259	0,628	0,768	NÃO
0,2	277,78	10,02	57,38	0,273	0,438	0,795	NÃO
0,1	293,68	5,29	61,08	0,289	0,231	0,822	NÃO
0,0	311,56	-	65,24	0,307	-	0,851	NÃO

Tabela 4.33 – Verificações do modelo treliçado para a viga 7 / 2.0

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 3 kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 1 KN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	311,56	65,24	8,62	23,87	22,82

Existe neste caso a necessidade da fatores de fixação (Pi) maiores ou iguais a 0,4 para a análise pelos dois modelos aporticados (PALE e PPMN), para que cisalhamento seja determinado como tipo de ruptura desta viga quando se utiliza o método de flexão normal composta.

A exemplo da viga anterior (7/1.0), nesta também a tensão limite na biela neste caso não foi ultrapassada, permitindo os mesmos comentários do item anterior.

4.1.4 - Vigas ensaiadas na Universidade de Westminster (Ortiz, 1993)

Ortiz investigou o modelo de bielas e tirantes em peças de concreto armado, quando foram ensaiadas 9 (nove) vigas sem armadura de alma. Seis dessas vigas, com relação l/h variando de 2,78 a 4,17 estão analisadas neste ítem, segundo a mesma metodologia apresentada anteriormente, das quais cinco são simplesmente apoiadas e uma tem um trecho em balanço (V5). A menos da viga V4, que atingiu ruptura por por flexo-cisalhamento, as demais vigas romperam por cisalhamento. As tabelas 4.34, 4.35 e 4.36 apresentam os dados experimentais dessas vigas.

Tabela 4.34 – Dados experimentais do concreto.

Viga	fc MPa	Ac = b d cm^2	E_C MPa
V1	51,0	544,5	4,90 x 10^4
V2	36,0	544,5	4,17 x 10^4
V3	32,0	489,0	3,96 x 10^4
V4	33,0	489,0	4,01 x 10^4
V5	39,0	550,5	4,33 x 10^4
V7	34,0	541,0	4,07 x 10^4

Tabela 4.35 – Dados experimentais do aço.

Viga		fy MPa	As (tirante) cm^2	E_A MPa	ε ‰	σ MPa	$F_{TIR} = A_S\,\sigma$ kN
V1		500	9,82	22 x 10^4	2,50	480	441,36
V2		500	9,82	22 x 10^4	2,00	440	432,08
V3		670	10,05	18 x 10^4	1,20	240	241,20
V4		670	10,05	18 x 10^4	2,00	370	371,85
V5	Ferr. Superior	670	4,02	18 x 10^4	1,95	360	144,72
	Ferr. Inferior	670	4,02	18 x 10^4	1,75	330	132,66
V7		670	10,05	18 x 10^4	1,75	330	331,65

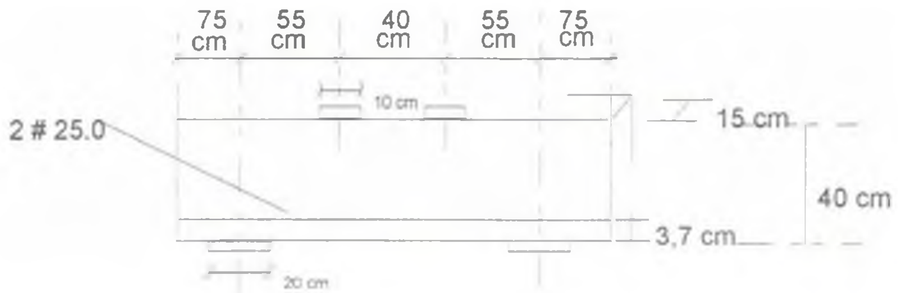
Tabela 4.36 – Dados experimentais complementares.

Viga	Pu kN	$\omega=\dfrac{As\,fy}{Ac\,fc}$	$\dfrac{a}{d}$	$\dfrac{h}{l}$	$\dfrac{l}{h}$	$\dfrac{d}{h}$	ρ %	RUP
V1	560,0	0,177	1,52	0,27	3,70	0,91	1,80	Cisalh
V2	440,0	0,250	1,52	0,27	3,70	0,91	1,80	Cisalh
V3	310,0	0,430	1,53	0,24	4,17	0,89	2,06	Cisalh
V4	490,0	0,417	1,53	0,27	3,70	0,82	2,06	Flexo Cis.
V5	460,0	0,125	1,50	0,36	2,78	0,92	0,73	Cisalh
V7	690,0	0,366	0,91	0,27	3,70	0,90	1,86	Cisalh

a - Viga V1:

A figura 4.09 apresenta detalhes e as tabelas 4.37, 4.38 e 4.39 apresentam os resultados encontrados para a análise dessa viga pelas três modelagens, PALE (pórtico com conexão elástica via análise linear elástica), PPMN (pórtico com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana) e TREL (modelo treliçado tradicional), e da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta.

a)



l/h = 3,70 **a/d = 1,52** **ω = 0,177**

b)

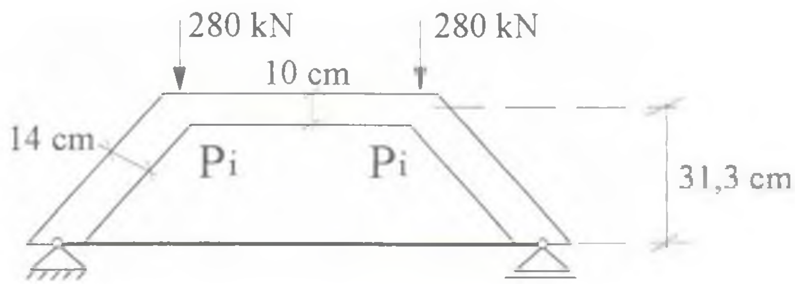


Figura 4.09 - a) Viga V1 (Ortiz, 1993); b) modelo aporticado adotado.

Para esta viga, que rompeu por cisalhamento, existe a necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.37 e 4.38) para valores de Pi maiores ou iguais a 0,4 ou 0,3 respectivamente.

A tabela 4.39 apresenta os esforços determinados pelo modelo TREL (modelo treliçado tradicional) e valores de tensão na biela, determinados de acordo com Schlaich e o MC-90. O valor limite de tensão recomendados nos dois casos foi ultrapassado em 4 e 11% respectivamente.

Tabela 4.37 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V1

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	507,27	21,18	424,32	0,789	1,883	0,666	SIM
1,9	508,87	20,61	426,16	0,792	1,833	0,659	SIM
1,8	510,55	20,00	428,09	0,795	1,778	0,652	SIM
1,7	512,31	19,37	430,12	0,798	1,723	0,646	SIM
1,6	514,16	18,70	432,25	0,800	1,663	0,639	SIM
1,5	516,11	18,00	434,49	0,803	1,601	0,632	SIM
1,4	518,17	17,26	436,86	0,806	1,534	0,625	SIM
1,3	520,35	16,47	439,36	0,810	1,465	0,615	SIM
1,2	522,65	15,65	442,01	0,813	1,391	0,608	SIM
1,1	525,08	14,77	444,81	0,817	1,313	0,597	SIM
1,0	527,67	13,84	447,79	0,822	1,231	0,586	SIM
0,9	530,42	12,85	450,95	0,826	1,143	0,575	SIM
0,8	533,35	11,79	454,32	0,830	1,048	0,564	SIM
0,7	536,47	10,67	457,92	0,834	0,949	0,553	SIM
0,6	539,82	9,46	461,76	0,840	0,842	0,537	SIM
0,5	543,40	8,17	465,89	0,846	0,727	0,522	SIM
0,4	547,26	6,78	470,33	0,851	0,604	0,506	SIM
0,3	551,42	5,28	475,11	0,859	0,469	0,486	NÃO
0,2	555,92	3,66	480,29	0,866	0,326	0,465	NÃO
0,1	560,79	1,91	485,90	0,873	0,170	0,444	NÃO
0,0	566,86	-	492,88	0,882	-	0,416	NÃO

Tabela 4.38 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V1

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	386,38	64,73	285,21	0,601	5,756	0,959	SIM
1,9	407,80	57,00	309,87	0,635	5,069	0,927	SIM
1,8	425,86	50,50	330,65	0,663	4,491	0,894	SIM
1,7	441,20	44,98	348,30	0,687	4,001	0,860	SIM
1,6	454,44	40,21	363,53	0,707	3,576	0,829	SIM
1,5	466,03	36,03	376,87	0,725	3,205	0,797	SIM
1,4	476,32	32,33	388,71	0,741	2,876	0,768	SIM
1,3	485,56	29,00	399,33	0,755	2,580	0,740	SIM
1,2	493,94	25,98	408,98	0,769	2,311	0,710	SIM
1,1	501,63	23,21	417,83	0,781	2,064	0,685	SIM
1,0	508,75	20,65	426,02	0,792	1,836	0,659	SIM
0,9	515,41	18,25	433,68	0,802	1,624	0,636	SIM
0,8	521,69	15,99	440,91	0,812	1,422	0,611	SIM
0,7	527,68	13,83	447,80	0,822	1,231	0,586	SIM
0,6	533,43	11,76	454,42	0,830	1,047	0,564	SIM
0,5	539,01	9,75	460,83	0,839	0,868	0,541	SIM
0,4	544,46	7,79	467,11	0,847	0,693	0,518	SIM
0,3	549,85	5,85	473,31	0,856	0,520	0,494	SIM
0,2	555,22	3,91	479,49	0,864	0,349	0,470	NÃO
0,1	560,62	1,97	485,70	0,873	0,176	0,444	NÃO
0,0	566,86	-	492,88	0,882	-	0,416	NÃO

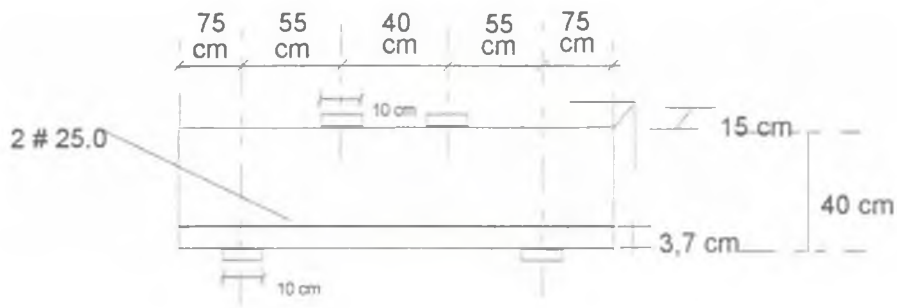
Tabela 4.39 – Verificações do modelo treliçado para a viga V1

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	566,86	492,88	26,99	26,01	24,36

b - Viga V2:

Detalhes da viga V2 estão apresentados na figura 4.10 e nas tabelas 4.40 a 4.42 estão os resultados da análise dessa viga pelas três modelagens, PALE (pórtico com conexão elástica via análise linear elástica), PPMN (pórtico com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana) e TREL (modelo treliçado tradicional), e da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta (últimas colunas das tabelas 4.40 e 4.41).

a)



l/h = 3,70 **a/d = 1,52** **ω = 0,255**

b)

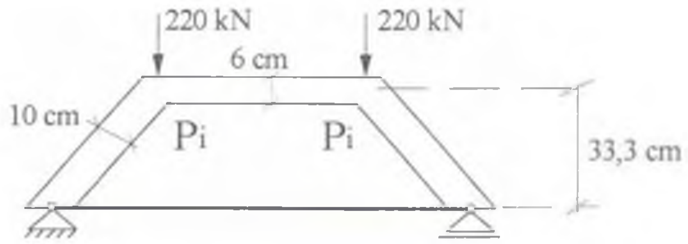


Figura 4.10 - a) Viga V2 (Ortiz, 1993); b) modelo aporticado adotado.

Tabela 4.40 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V2

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kgf	MOMENTO FLETOR BIELA kgf.m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kgf	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	414,94	3,83	351,86	1,281	0,946	-1,438	SIM
1,9	415,20	3,72	352,18	1,282	0,918	-1,447	SIM
1,8	415,50	3,60	352,52	1,282	0,888	-1,447	SIM
1,7	415,80	3,48	352,88	1,284	0,860	-1,455	SIM
1,6	416,13	3,36	353,25	1,285	0,830	-1,464	SIM
1,5	416,46	3,23	353,65	1,285	0,798	-1,464	SIM
1,4	416,82	3,09	354,07	1,286	0,764	-1,473	SIM
1,3	417,19	2,94	354,50	1,288	0,725	-1,482	SIM
1,2	417,59	2,79	354,96	1,289	0,689	-1,491	SIM
1,1	418,00	2,63	355,45	1,291	0,649	-1,500	SIM
1,0	418,44	2,46	355,97	1,292	0,608	-1,509	SIM
0,9	418,91	2,28	356,51	1,293	0,562	-1,518	SIM
0,8	419,40	2,08	357,09	1,295	0,514	-1,527	SIM
0,7	419,93	1,88	357,70	1,296	0,465	-1,536	SIM
0,6	420,49	1,66	358,35	1,298	0,409	-1,545	SIM
0,5	421,08	1,43	359,05	1,299	0,353	-1,554	SIM
0,4	421,72	1,18	359,79	1,302	0,292	-1,572	SIM
0,3	422,40	0,92	360,59	1,303	0,227	-1,581	SIM
0,2	423,13	0,63	361,44	1,306	0,156	-1,600	SIM
0,1	423,92	0,33	362,36	1,309	0,082	-1,618	SIM
0,0	424,68	-	363,26	1,311	-	-1,629	SIM

Tabela 4.41 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V2

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	368,16	22,03	297,18	1,136	5,441	-0,619	SIM
1,9	380,70	17,15	311,84	1,174	4,236	-0,819	SIM
1,8	389,18	13,85	321,75	1,201	3,421	-0,967	SIM
1,7	395,26	11,48	328,86	1,220	2,836	-1,072	SIM
1,6	399,86	9,69	334,24	1,234	2,394	-1,155	SIM
1,5	403,47	8,28	338,46	1,245	2,047	-1,222	SIM
1,4	406,40	7,15	341,89	1,254	1,765	-1,273	SIM
1,3	408,83	6,20	344,73	1,262	1,531	-1,324	SIM
1,2	410,90	5,39	347,15	1,268	1,333	-1,359	SIM
1,1	412,69	4,70	349,24	1,274	1,162	-1,394	SIM
1,0	414,26	4,09	351,07	1,279	1,010	-1,429	SIM
0,9	415,66	3,54	352,71	1,284	0,876	-1,455	SIM
0,8	416,93	3,05	354,20	1,286	0,754	-1,473	SIM
0,7	418,10	2,59	355,56	1,291	0,642	-1,500	SIM
0,6	419,18	2,17	356,83	1,293	0,537	-1,518	SIM
0,5	420,20	1,77	358,01	1,296	0,439	-1,536	SIM
0,4	421,16	1,40	359,14	1,301	0,347	-1,563	SIM
0,3	422,09	1,04	360,23	1,303	0,258	-1,581	SIM
0,2	423,00	0,68	361,29	1,306	0,170	-1,600	SIM
0,1	423,89	0,34	362,33	1,309	0,085	-1,618	SIM
0,0	424,68	-	363,26	1,311	-	-1,629	SIM

Tabela 4.42 – Verificações do modelo treliçado para a viga V2

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	424,68	363,26	28,31	18,31	18,49

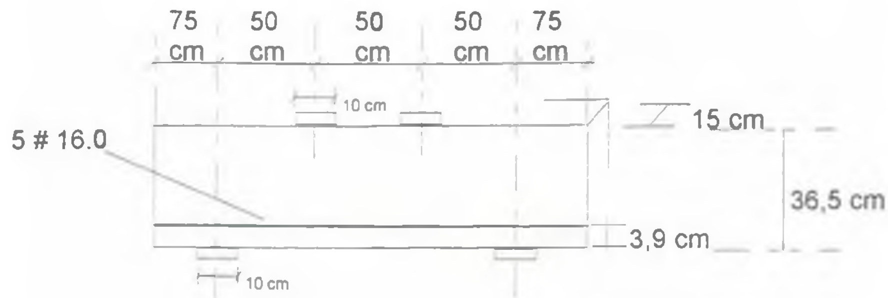
Para esta viga, que rompeu por cisalhamento, também não há necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.40 e 4.41) para todos os valores de Pi, inclusive o correspondente a treliça (Pi = 0), e isto corresponde a ruptura por cisalhamento.

A tensão na biela ultrapassou em muito os valores limites recomendados neste caso (54 e 53% , respectivamente) - tabela 4.42.

c - Viga V3:

Detalhes da viga V3 estão apresentados na figura 4.11 e nas tabelas 4.43 a 4.45 estão os resultados da análise dessa viga pelas três modelagens, PALE, PPMN e TREL, e da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta (últimas colunas das tabelas 4.43 e 4.44).

a)



l/h = 4,17 **a/d = 1,53** **ω = 0,430**

b)

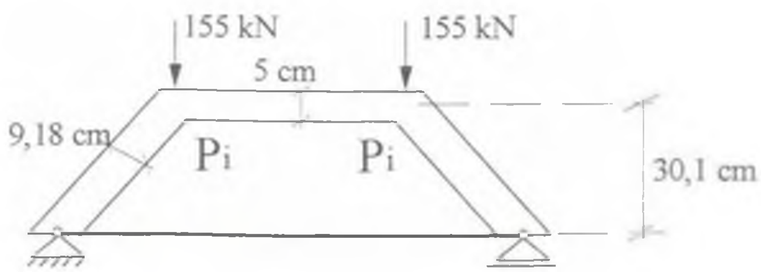


Figura 4.11 - a) Viga V3 (Ortiz, 1993); b) modelo aporticado adotado.

Tabela 4.43 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V3

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	296,23	1,50	252,45	1,121	0,497	-0,540	SIM
1,9	296,35	1,46	252,59	1,121	0,485	-0,540	SIM
1,8	296,47	1,42	252,74	1,122	0,470	-0,548	SIM
1,7	296,60	1,37	252,89	1,122	0,455	-0,548	SIM
1,6	296,73	1,33	253,05	1,122	0,439	-0,548	SIM
1,5	296,88	1,28	253,21	1,123	0,422	-0,555	SIM
1,4	297,03	1,22	253,39	1,123	0,405	-0,555	SIM
1,3	297,19	1,17	253,57	1,123	0,387	-0,555	SIM
1,2	297,36	1,11	253,77	1,125	0,367	-0,562	SIM
1,1	297,53	1,05	253,98	1,125	0,347	-0,562	SIM
1,0	297,72	0,98	254,20	1,126	0,324	-0,569	SIM
0,9	297,92	0,91	254,43	1,126	0,302	-0,569	SIM
0,8	298,14	0,83	254,68	1,128	0,276	-0,576	SIM
0,7	298,37	0,75	254,95	1,129	0,249	-0,583	SIM
0,6	298,61	0,67	255,24	1,129	0,221	-0,583	SIM
0,5	298,87	0,58	255,54	1,131	0,191	-0,590	SIM
0,4	299,15	0,48	255,87	1,132	0,159	-0,597	SIM
0,3	299,46	0,37	256,22	1,133	0,123	-0,604	SIM
0,2	299,78	0,26	256,61	1,133	0,086	-0,604	SIM
0,1	300,14	0,13	257,02	1,135	0,045	-0,612	SIM
0,0	300,53	-	257,48	1,137	-	-0,622	SIM

Tabela 4.44 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V3

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	258,98	14,59	208,97	0,979	4,812	0,083	SIM
1,9	272,52	9,83	224,78	1,031	3,243	-0,129	SIM
1,8	279,77	7,29	233,25	1,058	2,404	-0,247	SIM
1,7	284,27	5,71	238,50	1,075	1,883	-0,324	SIM
1,6	287,34	4,63	242,08	1,087	1,527	-0,376	SIM
1,5	289,59	3,84	244,70	1,095	1,267	-0,416	SIM
1,4	291,31	3,23	246,71	1,102	1,068	-0,450	SIM
1,3	292,67	2,75	248,30	1,106	0,910	-0,471	SIM
1,2	293,79	2,36	249,61	1,111	0,781	-0,492	SIM
1,1	294,73	2,03	250,70	1,115	0,672	-0,512	SIM
1,0	295,53	1,75	251,64	1,118	0,578	-0,526	SIM
0,9	296,23	1,50	252,46	1,121	0,497	-0,540	SIM
0,8	296,86	1,28	253,19	1,123	0,425	-0,555	SIM
0,7	297,42	1,09	253,85	1,125	0,360	-0,562	SIM
0,6	297,94	0,90	254,45	1,126	0,299	-0,569	SIM
0,5	298,42	0,74	255,01	1,129	0,244	-0,583	SIM
0,4	298,87	0,58	255,54	1,131	0,191	-0,590	SIM
0,3	299,30	0,43	256,04	1,132	0,142	-0,597	SIM
0,2	299,72	0,28	256,52	1,133	0,094	-0,604	SIM
0,1	300,12	0,14	257,00	1,135	0,047	-0,612	SIM
0,0	300,53	-	257,48	1,137	-	-0,622	SIM

Tabela 4.45 – Verificações do modelo treliçado para a viga V3

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	300,53	257,48	21,79	16,32	16,74

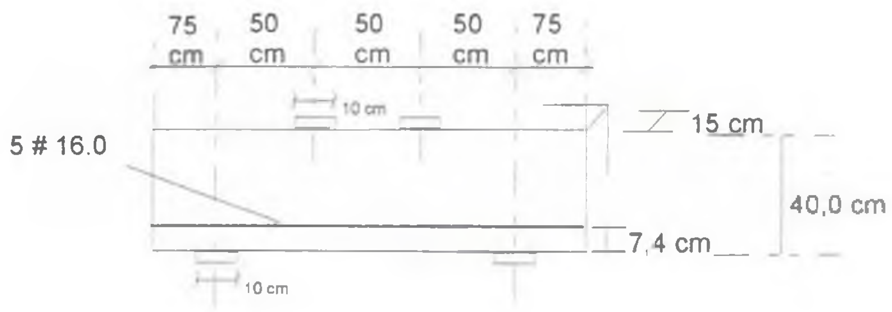
Para esta viga, que rompeu por cisalhamento, também não há necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.43 e 4.44) para todos os valores de Pi, inclusive o correspondente a treliça (Pi = 0).

A tensão na biela ultrapassou os valores limites recomendados neste caso (34 e 30% , respectivamente) - tabela 4.45.

d - Viga V4:

Detalhes da viga V4 estão apresentados na figura 4.12 e nas tabelas 4.46 a 4.48 estão os resultados da análise dessa viga pelas três modelagens, PALE (pórtico com conexão elástica via análise linear elástica), PPMN (pórtico com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana) e TREL (modelo treliçado tradicional), e da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta (últimas colunas das tabelas 4.46 e 4.47).

a)



$l/h = 3,70$ $a/d = 1,53$ $\omega = 0,417$

b)

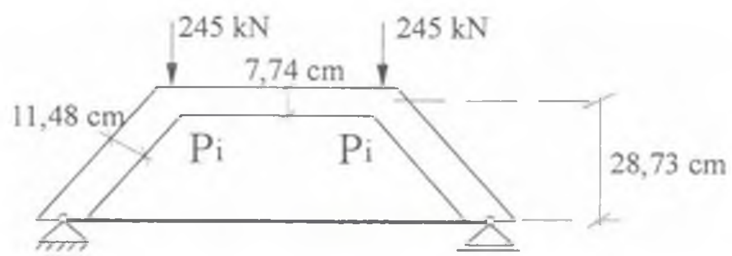


Figura 4.12 - a) Viga V4 (Ortiz, 1993); b) modelo aporticado adotado.

Tabela 4.46 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V4

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	464,55	9,01	395,00	1,363	1,843	-1,978	SIM
1,9	465,27	8,77	395,83	1,364	1,794	-1,988	SIM
1,8	466,05	8,51	396,74	1,367	1,741	-2,007	SIM
1,7	466,87	8,24	397,68	1,370	1,684	-2,027	SIM
1,6	467,74	7,95	398,68	1,371	1,626	-2,037	SIM
1,5	468,64	7,65	399,72	1,374	1,565	-2,057	SIM
1,4	469,60	7,34	400,83	1,377	1,500	-2,077	SIM
1,3	470,61	7,00	401,99	1,380	1,432	-2,096	SIM
1,2	471,68	6,65	403,22	1,384	1,360	-2,126	SIM
1,1	472,81	6,27	404,53	1,387	1,284	-2,146	SIM
1,0	474,01	5,88	405,91	1,390	1,201	-2,167	SIM
0,9	475,28	5,45	407,38	1,394	1,115	-2,197	SIM
0,8	476,64	5,00	408,95	1,398	1,024	-2,227	SIM
0,7	478,09	4,52	410,62	1,403	0,925	-2,258	SIM
0,6	479,64	4,01	412,40	1,407	0,820	-2,289	SIM
0,5	481,30	3,46	414,31	1,411	0,708	-2,320	SIM
0,4	483,08	2,87	416,37	1,417	0,588	-2,361	SIM
0,3	485,00	2,23	418,58	1,422	0,458	-2,403	SIM
0,2	487,07	1,55	420,97	1,428	0,317	-2,445	SIM
0,1	489,31	0,80	423,56	1,435	0,166	-2,498	SIM
0,0	528,82	-	468,64	1,551	-	-3,418	SIM

Tabela 4.47 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V4

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	4(1-ν)ν	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	362,70	42,76	277,54	1,064	8,739	-0,272	SIM
1,9	386,37	34,91	304,84	1,133	7,137	-0,604	SIM
1,8	403,74	29,16	324,87	1,184	5,960	-0,873	SIM
1,7	416,96	24,78	340,11	1,223	5,066	-1,089	SIM
1,6	427,39	21,32	352,15	1,254	4,359	-1,273	SIM
1,5	435,88	18,51	361,94	1,278	3,784	-1,420	SIM
1,4	442,96	16,16	370,10	1,299	3,305	-1,554	SIM
1,3	448,97	14,17	377,03	1,318	2,897	-1,673	SIM
1,2	454,18	12,45	383,04	1,332	2,544	-1,767	SIM
1,1	458,77	10,93	388,33	1,346	2,234	-1,862	SIM
1,0	462,86	9,57	393,05	1,357	1,956	-1,939	SIM
0,9	466,56	8,34	397,32	1,369	1,706	-2,017	SIM
0,8	469,95	7,22	401,23	1,378	1,476	-2,086	SIM
0,7	473,10	6,18	404,86	1,387	1,264	-2,146	SIM
0,6	476,05	5,20	408,27	1,397	1,064	-2,217	SIM
0,5	478,85	4,27	411,49	1,404	0,874	-2,268	SIM
0,4	481,53	3,38	414,59	1,412	0,693	-2,330	SIM
0,3	484,14	2,52	417,59	1,420	0,516	-2,382	SIM
0,2	486,69	1,67	420,54	1,428	0,343	-2,445	SIM
0,1	489,22	0,84	423,45	1,435	0,171	-2,498	SIM
0,0	528,82	-	468,64	1,551	-	-3,418	SIM

Tabela 4.48 – Verificações do modelo treliçado para a viga V4

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	528,82	468,64	30,71	16,83	17,19

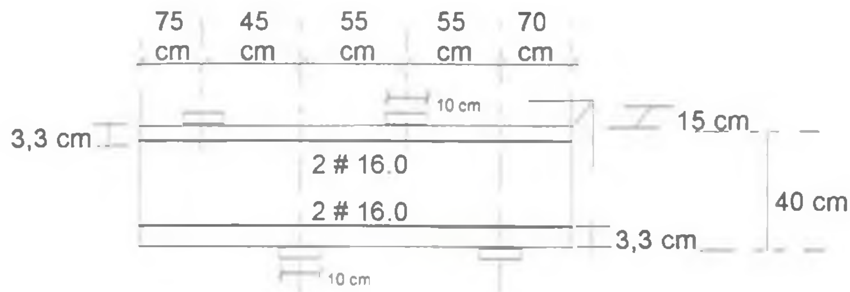
Esta viga, que rompeu por flexo-cisalhamento, merece um tratamento mais cuidadoso, pois, apesar de ter apresentado todas as características de uma ruptura por cisalhamento, apresentou também grande fissuração na região central, com a armadura principal próximo do escoamento. A análise de flexão composta normal indicou ruptura por cisalhamento, não sendo necessário a inclusão de nenhuma rigidez adicional nos nós (última coluna das tabelas 4.46 e 4.47).

A tensão na biela ultrapassou em muito os valores limites recomendados neste caso (82 e 75% , respectivamente) - tabela 4.48.

e - Viga V5:

Detalhes da viga V5 estão apresentados na figura 4.13 e nas tabelas 4.49 a 4.51 estão os resultados da análise dessa viga pelas três modelagens, PALE, PPMN e TREL, e da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta (últimas colunas das tabelas 4.49 e 4.50).

a)



l/h = 2,78   **a/d = 1,50**   **ω = 0,125**

b)

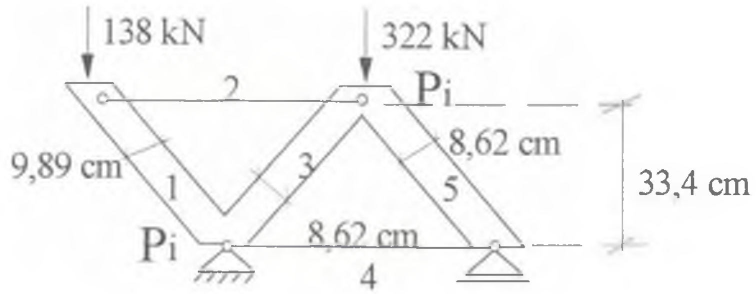


Figura 4.13 - a) Viga V5 (Ortiz, 1993); b) modelo aporticado adotado.

Para esta viga, que rompeu por cisalhamento na biela 3 (vide figura 4.13), também não há necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.49 e 4.50) para todos os valores de Pi, inclusive o correspondente a treliça (Pi = 0), e isto corresponde a ruptura por cisalhamento.

A tensão na biela ultrapassou em muito os valores limites recomendados neste caso (63 e 64% , respectivamente) - tabela 4.51.

Tabela 4.49 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V5

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 3 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 3 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 2 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	294,04	26,06	107,89	0,970	9,809	0,115	SIM
1,9	302,53	24,31	113,13	1,000	8,970	-0,001	SIM
1,8	310,79	22,61	118,23	1,029	8,180	-0,117	SIM
1,7	318,74	20,97	123,13	1,057	7,440	-0,240	SIM
1,6	326,39	19,39	127,86	1,082	6,748	-0,356	SIM
1,5	333,75	17,87	132,42	1,106	6,099	-0,471	SIM
1,4	340,86	16,40	136,82	1,129	5,491	-0,583	SIM
1,3	347,71	14,98	141,07	1,152	4,919	-0,699	SIM
1,2	354,33	13,60	145,18	1,173	4,382	-0,812	SIM
1,1	360,72	12,28	149,15	1,193	3,876	-0,920	SIM
1,0	366,89	10,99	153,00	1,213	3,401	-1,032	SIM
0,9	372,86	9,74	156,73	1,233	2,955	-1,146	SIM
0,8	378,64	8,54	160,35	1,251	2,534	-1,256	SIM
0,7	384,24	7,36	163,86	1,268	2,139	-1,359	SIM
0,6	389,66	6,23	167,27	1,285	1,768	-1,464	SIM
0,5	394,91	5,12	170,59	1,303	1,421	-1,581	SIM
0,4	400,01	4,04	173,81	1,319	1,095	-1,682	SIM
0,3	404,95	2,99	176,95	1,336	0,791	-1,795	SIM
0,2	409,75	1,97	180,02	1,352	0,507	-1,900	SIM
0,1	414,41	0,97	183,00	1,369	0,244	-2,017	SIM
0,0	418,92	-	185,95	1,385	-	-2,130	SIM

Tabela 4.50 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V5

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 3 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 3 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 2 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	291,44	29,36	98,01	0,963	9,007	0,141	SIM
1,9	304,71	26,03	107,96	1,007	7,987	-0,029	SIM
1,8	316,25	23,20	116,44	1,046	7,119	-0,190	SIM
1,7	326,33	20,77	123,73	1,078	6,372	-0,337	SIM
1,6	335,24	18,65	130,07	1,108	5,722	-0,478	SIM
1,5	343,22	16,78	135,67	1,135	5,148	-0,612	SIM
1,4	350,44	15,11	140,67	1,159	4,635	-0,736	SIM
1,3	357,03	13,60	145,20	1,180	4,172	-0,850	SIM
1,2	363,11	12,22	149,33	1,200	3,749	-0,960	SIM
1,1	368,77	10,95	153,14	1,218	3,359	-1,064	SIM
1,0	374,08	9,76	156,68	1,237	2,995	-1,171	SIM
0,9	379,10	8,65	160,02	1,252	2,653	-1,264	SIM
0,8	383,89	7,59	163,18	1,269	2,330	-1,367	SIM
0,7	388,50	6,58	166,20	1,284	2,020	-1,455	SIM
0,6	392,97	5,61	169,12	1,299	1,723	-1,554	SIM
0,5	397,34	4,66	171,96	1,313	1,431	-1,646	SIM
0,4	401,64	3,73	174,75	1,327	1,145	-1,738	SIM
0,3	405,92	2,80	177,51	1,342	0,861	-1,833	SIM
0,2	410,20	1,88	180,28	1,356	0,578	-1,929	SIM
0,1	414,53	0,95	183,07	1,370	0,292	-2,027	SIM
0,0	418,92	-	185,95	1,385	-	-2,130	SIM

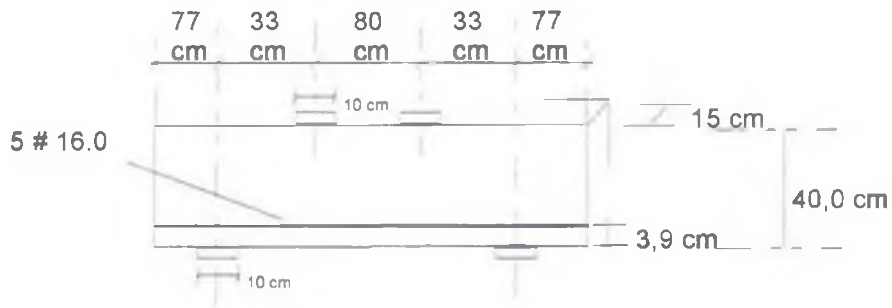
Tabela 4.51 – Verificações do modelo treliçado para a viga V5

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA3 kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 2 kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	418,92	185,95	32,40	19,89	19,75

f - Viga V7:

Detalhes da viga V7 estão apresentados na figura 4.14 e nas tabelas 4.52 a 4.54 estão os resultados da análise dessa viga pelas três modelagens, PALE, PPMN e TREL, e da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos a flexão composta (últimas colunas das tabelas 4.52 e 4.53).

a)



l/h = 3,70 **a/d = 0,91** **ω = 0,366**

b)

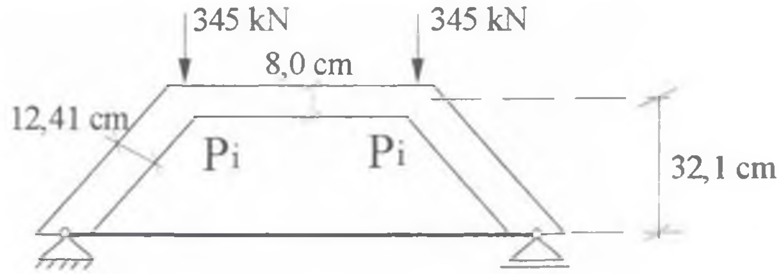


Figura 4.14 - a) Viga V7 (Ortiz,1993); b) modelo aporticado adotado.

Para esta viga, que rompeu por cisalhamento, não há necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.52 e 4.53) para todos os valores de Pi, inclusive o correspondente a treliça (Pi = 0), e isto corresponde a ruptura por cisalhamento.

A tensão na biela ultrapassou em muito os valores limites recomendados neste caso (53 e 51% , respectivamente) - tabela 4.54.

Tabela 4.52 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V7

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	483,10	5,23	338,37	1,272	0,888	-1,385	SIM
1,9	483,40	5,09	338,79	1,274	0,866	-1,394	SIM
1,8	483,73	4,95	339,24	1,274	0,842	-1,394	SIM
1,7	484,06	4,80	339,71	1,275	0,815	-1,403	SIM
1,6	484,42	4,64	340,21	1,275	0,788	-1,403	SIM
1,5	484,80	4,47	340,74	1,276	0,759	-1,411	SIM
1,4	485,20	4,29	341,30	1,278	0,728	-1,420	SIM
1,3	485,62	4,10	341,89	1,279	0,697	-1,429	SIM
1,2	486,07	3,90	342,51	1,281	0,663	-1,438	SIM
1,1	486,55	3,68	343,18	1,281	0,626	-1,438	SIM
1,0	487,06	3,46	343,89	1,282	0,588	-1,447	SIM
0,9	487,60	3,21	344,64	1,284	0,547	-1,455	SIM
0,8	488,18	2,95	345,45	1,285	0,503	-1,464	SIM
0,7	488,80	2,68	346,31	1,288	0,455	-1,482	SIM
0,6	489,46	2,38	347,24	1,289	0,405	-1,491	SIM
0,5	490,18	2,06	348,24	1,291	0,350	-1,500	SIM
0,4	490,95	1,71	349,32	1,293	0,292	-1,518	SIM
0,3	491,79	1,34	350,49	1,295	0,228	-1,527	SIM
0,2	492,70	0,93	351,76	1,298	0,159	-1,545	SIM
0,1	493,70	0,48	353,15	1,301	0,082	-1,563	SIM
0,0	494,86	-	354,77	1,303	-	-1,580	SIM

Tabela 4.53 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V7

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	MOMENTO FLETOR BIELA kNm	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	390,80	46,56	209,61	1,029	7,905	-0,117	SIM
1,9	422,23	32,49	253,45	1,112	5,515	-0,499	SIM
1,8	439,98	24,54	278,21	1,159	4,166	-0,736	SIM
1,7	451,33	19,46	294,04	1,189	3,304	-0,897	SIM
1,6	459,24	15,91	305,08	1,210	2,702	-1,015	SIM
1,5	465,10	13,29	313,25	1,225	2,257	-1,105	SIM
1,4	469,63	11,26	319,58	1,237	1,913	-1,171	SIM
1,3	473,27	9,63	324,65	1,247	1,636	-1,230	SIM
1,2	476,27	8,29	328,83	1,254	1,408	-1,273	SIM
1,1	478,79	7,16	332,36	1,261	1,216	-1,315	SIM
1,0	480,97	6,18	335,40	1,267	1,050	-1,350	SIM
0,9	482,89	5,32	338,07	1,272	0,904	-1,385	SIM
0,8	484,59	4,56	340,45	1,276	0,775	-1,411	SIM
0,7	486,14	3,87	342,61	1,281	0,657	-1,438	SIM
0,6	487,56	3,23	344,59	1,284	0,550	-1,455	SIM
0,5	488,89	2,64	346,44	1,288	0,448	-1,482	SIM
0,4	490,14	2,07	348,19	1,291	0,353	-1,500	SIM
0,3	491,34	1,54	349,86	1,293	0,262	-1,518	SIM
0,2	492,50	1,02	351,49	1,296	0,173	-1,536	SIM
0,1	493,65	0,50	353,08	1,301	0,086	-1,563	SIM
0,0	494,86	-	354,77	1,303	-	-1,580	SIM

Tabela 4.54 – Verificações do modelo treliçado para a viga V7

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	494,86	354,77	26,58	17,34	17,63

4.1.5 - Vigas esbeltas ensaiadas na Universidade de Brasília (Adorno, 1996)

Em sua dissertação de mestrado, Adorno investigou a influência da armadura de pele na capacidade resistente ao cisalhamento na flexão, e ensaiou 11 (onze) vigas, todas com armadura de alma. As vigas V1, V7 e V11, com estribos e sem armadura de pele serão analisadas a partir das três modelagens apresentadas anteriormente (PALE, PPMN e TREL). As duas primeiras romperam por flexão e a última por cisalhamento. As tabelas 4.55, 4.56 e 4.57 apresentam os dados experimentais. A metodologia utilizada para obtenção da configuração do modelo de bielas e tirantes destas vigas foi apresentado no capítulo 3 - item 3.26.

Tabela 4.55 – Dados experimentais do concreto.

Viga	fc MPa	Ac = b d cm^2	E_C MPa
V1	30,0	402,6	$3,84 \times 10^4$
V7	23,5	406,2	$3,45 \times 10^4$
V11	25,0	406,2	$3,54 \times 10^4$

Tabela 4.56 – Dados experimentais do aço.

Viga	fy MPa	As (tirante) cm^2	E_A MPa	ε %o	σ MPa	$F_{TIR} = A_S \sigma$ kN
V1	590	6,03	$22,5 \times 10^4$	-	-	-
V7	590	6,03	$22,5 \times 10^4$	3,70	520	313,49
V11	590	6,03	$22,5 \times 10^4$	2,50	420	253,20

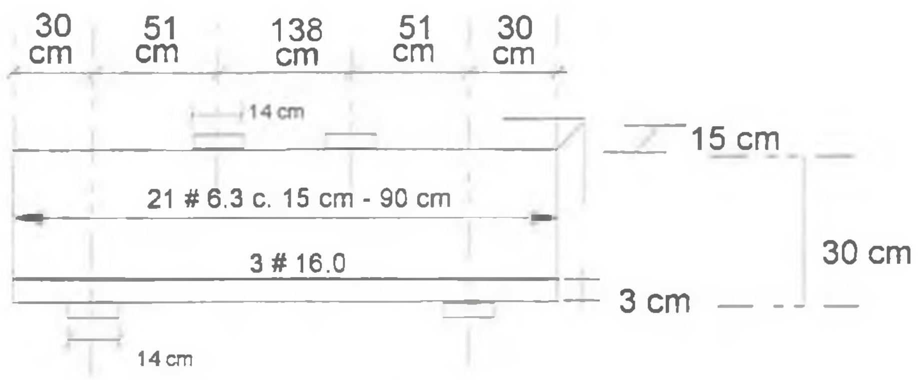
Tabela 4.57 – Dados experimentais complementares.

Viga	Pu kN	$\omega = \dfrac{A_S f_y}{A_c f_c}$	$\dfrac{a}{d}$	$\dfrac{h}{l}$	$\dfrac{l}{h}$	$\dfrac{d}{h}$	ρ %	RUP.
V1	335,0	0,295	1,90	0,13	7,69	0,89	1,50	Flex
V7	233,0	0,373	2,40	0,13	7,69	0,90	1,50	Flex
V11	208,0	0,350	2,40	0,13	7,69	0,90	1,50	Cisalh

a - Viga com estribos V1:

A figura 4.15 apresenta detalhes da viga V1 e as tabelas 4.58, 4.59 e 4.60 apresentam os resultados encontrados para a análise desta viga pelas três modelagens, modelo aporticado com conexão elástica via análise linear elástica (PALE), modelo aporticado com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana (PPMN) e modelo treliçado tradicional (TREL), da mesma maneira realizada para as vigas já apresentadas, para diversos valores de Pi (fator de fixação da conexão). Também são apresentados nas tabelas os resultados da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos à flexão composta (últimas colunas das tabelas 4.58 e 4.59).

a)



l/h = 7,69 **a/d = 1,90** **ω = 0,295**

b)

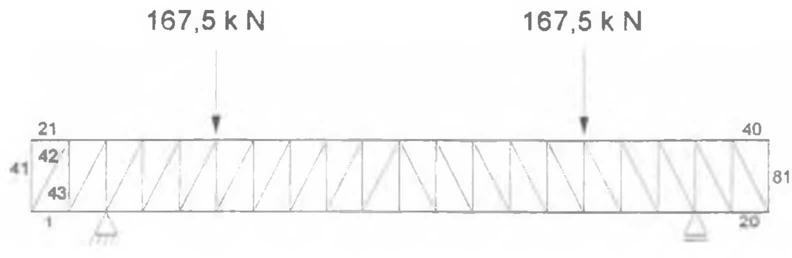


Figura 4.15 - a) Viga V1 (Adorno, 1996); b) modelo aporticado adotado.

Observa-se, que para esta viga que rompeu por flexão, não há necessidade a princípio da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois não há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.58 e 4.59) para Pi = 0 - treliça (última linha das tabelas 4.58 e 4.59). Por outro lado, esses dados revelam que mesmo com a inclusão de conexão elástica o mecanismo de ruptura só mudaria de flexão para cisalhamento com fatores de fixação iguais ou maiores que 0,7 ou 0,9 respectivamente, para os dois modelos PALE e PPMN. Estes então podem ser considerados como valores limites para o grau de rigidez da conexão.

Para o modelo de treliça (TREL) estão apresentados na tabela 4.60 os esforços do modelo e valores de tensão na biela, bem como os determinados de acordo com Schlaich (Schlaich, 1987) e o MC-90 (CEB, 1990). Foram encontrados valores bem abaixo desses limites.

Tabela 4.58 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V1

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 48 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 48 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 10 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	86,09	17,40	303,55	0,183	1,684	0,597	SIM
1,9	88,43	16,87	302,37	0,187	1,632	0,608	SIM
1,8	91,31	16,38	303,49	0,193	1,585	0,622	SIM
1,7	94,39	15,87	304,78	0,200	1,536	0,639	SIM
1,6	97,65	15,33	306,13	0,207	1,483	0,656	SIM
1,5	101,11	14,77	307,44	0,214	1,429	0,673	SIM
1,4	104,79	14,17	308,78	0,222	1,371	0,692	SIM
1,3	108,72	13,54	310,14	0,230	1,310	0,707	SIM
1,2	112,91	12,87	311,55	0,239	1,245	0,728	SIM
1,1	117,40	12,16	312,96	0,248	1,177	0,746	SIM
1,0	122,22	11,41	314,42	0,259	1,105	0,768	SIM
0,9	127,40	10,61	315,93	0,269	1,027	0,787	SIM
0,8	132,99	9,76	317,43	0,282	0,945	0,810	SIM
0,7	139,03	8,84	318,97	0,295	0,856	0,831	SIM
0,6	145,60	7,86	320,60	0,309	0,761	0,854	NÃO
0,5	152,75	6,81	322,23	0,323	0,659	0,875	NÃO
0,4	160,56	5,67	323,94	0,340	0,548	0,898	NÃO
0,3	169,13	4,43	325,68	0,358	0,429	0,920	NÃO
0,2	178,56	3,08	327,45	0,378	0,299	0,941	NÃO
0,1	189,01	1,61	329,36	0,400	0,156	0,960	NÃO
0,0	200,62	-	331,27	0,425	-	0,977	NÃO

Tabela 4.59 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V1

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_1	ESFORÇO NORMAL BIELA 48 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 48 kNm	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 10 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	19,63	3,87	16,24	0,041	0,375	0,158	SIM
1,9	49,51	7,63	223,92	0,105	0,738	0,375	SIM
1,8	68,69	9,96	260,51	0,146	0,963	0,498	SIM
1,7	80,11	10,83	276,44	0,170	1,048	0,564	SIM
1,6	88,70	11,14	285,80	0,188	1,078	0,612	SIM
1,5	95,92	11,17	292,23	0,203	1,081	0,646	SIM
1,4	102,37	11,02	297,12	0,217	1,067	0,679	SIM
1,3	108,38	10,75	301,08	0,230	1,040	0,707	SIM
1,2	114,11	10,39	304,43	0,241	1,006	0,731	SIM
1,1	119,72	9,95	307,39	0,254	0,963	0,757	SIM
1,0	125,30	9,45	310,08	0,265	0,915	0,779	SIM
0,9	130,93	8,89	312,57	0,278	0,861	0,802	SIM
0,8	136,68	8,27	314,87	0,289	0,800	0,822	NÃO
0,7	142,64	7,59	317,07	0,302	0,735	0,843	NÃO
0,6	148,91	6,84	319,21	0,315	0,663	0,862	NÃO
0,5	155,57	6,01	321,28	0,329	0,582	0,883	NÃO
0,4	162,76	5,09	323,34	0,344	0,493	0,903	NÃO
0,3	170,63	4,06	325,33	0,361	0,394	0,923	NÃO
0,2	179,38	2,90	327,34	0,380	0,281	0,942	NÃO
0,1	189,26	1,56	329,32	0,401	0,152	0,961	NÃO
0,0	200,62	-	331,27	0,425	-	0,977	NÃO

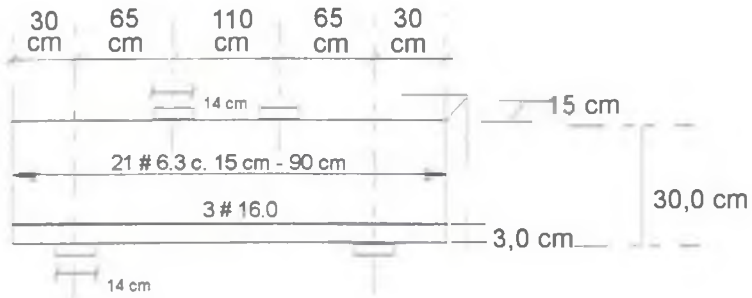
Tabela 4.60 – Verificações do modelo treliçado para a viga V1

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_1	ESFORÇO NORMAL BIELA 48 kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 10 kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	200,62	331,27	7,64	15,30	15,84

b - Viga com estribos V7:

Os detalhes da viga V7 são apresentados na figura 4.16 e as tabelas 4.61, 4.62 e 4.63 apresentam os resultados encontrados para a análise desta viga pelas três modelagens, modelo aporticado com conexão elástica via análise linear elástica (PALE), modelo aporticado com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana (PPMN) e modelo treliçado tradicional (TREL), com diversos valores de Pi (fator de fixação da conexão). As últimas colunas das tabelas 4.61 e 4.62 apresentam os resultados da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos à flexão composta.

a)



l/h = 7,69 **a/d = 2,40** **ω = 0,373**

b)

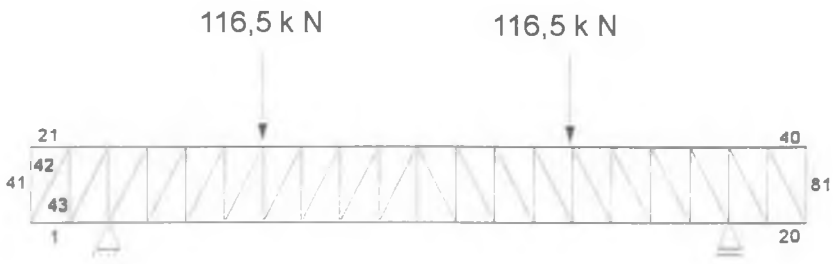


Figura 4.16 - a) Viga V7 (Adorno, 1996); b) modelo aporticado adotado.

Igualmente a viga anterior V1, que também rompeu por flexão, a princípio não há necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, quando a biela é assimilada a um pilar, pois não há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.61 e 4.62) para Pi = 0 - treliça (última linha dessas tabelas). Por outro lado, esses dados revelam igualmente que mesmo com a inclusão de conexão elástica o mecanismo de ruptura só mudaria de flexão para cisalhamento com fatores de fixação iguais ou maiores que 0,8 ou 1,0 respectivamente, para os dois modelos PALE e PPMN, cabendo o mesmo comentário do item anterior com relação ao grau de rigidez da conexão.

A tabela 4.63 apresenta os esforços do modelo (TREL) e valores de tensão na biela recomendados por Schlaich e o MC-90. Foram encontrados valores bem abaixo desses limites.

Tabela 4.61 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V7

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 48 kgf	MOMENTO FLETOR BIELA 48 kgf m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 10 kgf	ν	μ	4(1-ν)ν	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	60,09	11,59	270,15	0,163	1,432	0,545	SIM
1,9	63,98	11,61	283,02	0,173	1,434	0,572	SIM
1,8	66,08	11,24	283,96	0,179	1,390	0,587	SIM
1,7	68,32	10,87	285,07	0,184	1,343	0,601	SIM
1,6	70,67	10,47	286,15	0,191	1,293	0,619	SIM
1,5	73,15	10,05	287,25	0,198	1,242	0,636	SIM
1,4	75,78	9,62	288,37	0,205	1,189	0,653	SIM
1,3	78,57	9,16	289,55	0,213	1,132	0,669	SIM
1,2	81,52	8,68	280,72	0,220	1,072	0,685	SIM
1,1	84,66	8,17	291,93	0,228	1,010	0,704	SIM
1,0	88,00	7,64	293,11	0,238	0,944	0,725	SIM
0,9	91,59	7,07	294,39	0,248	0,874	0,746	SIM
0,8	95,42	6,47	295,68	0,258	0,800	0,765	SIM
0,7	99,53	5,84	296,99	0,269	0,721	0,787	NÃO
0,6	103,93	5,16	298,29	0,281	0,638	0,807	NÃO
0,5	108,69	4,44	299,65	0,293	0,548	0,829	NÃO
0,4	113,85	3,67	301,07	0,307	0,453	0,852	NÃO
0,3	119,44	2,85	302,53	0,323	0,353	0,875	NÃO
0,2	125,54	1,97	304,04	0,339	0,244	0,896	NÃO
0,1	132,22	1,02	305,65	0,357	0,126	0,918	NÃO
0,0	139,54	-	307,25	0,377	-	0,939	NÃO

Tabela 4.62 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V7

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 48 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 48 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 10 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	13,58	2,54	14,02	0,037	0,313	0,142	SIM
1,9	42,78	6,56	212,65	0,116	0,810	0,411	SIM
1,8	55,71	8,00	245,97	0,150	0,989	0,510	SIM
1,7	62,96	8,39	260,21	0,170	1,037	0,564	SIM
1,6	68,33	8,43	268,45	0,184	1,041	0,601	SIM
1,5	72,84	8,29	274,05	0,197	1,024	0,633	SIM
1,4	76,90	8,05	278,28	0,208	0,995	0,660	SIM
1,3	80,70	7,75	281,69	0,218	0,958	0,682	SIM
1,2	84,37	7,40	284,59	0,228	0,915	0,704	SIM
1,1	87,96	7,01	287,10	0,238	0,867	0,725	SIM
1,0	91,54	6,60	289,38	0,248	0,815	0,746	SIM
0,9	95,17	6,15	291,46	0,258	0,759	0,765	NÃO
0,8	98,89	5,67	293,44	0,268	0,700	0,784	NÃO
0,7	102,74	5,15	295,36	0,278	0,638	0,802	NÃO
0,6	106,77	4,60	297,13	0,289	0,570	0,822	NÃO
0,5	111,04	4,00	298,84	0,300	0,496	0,841	NÃO
0,4	115,63	3,36	300,54	0,313	0,415	0,860	NÃO
0,3	120,65	2,65	302,29	0,326	0,327	0,879	NÃO
0,2	126,18	1,87	303,95	0,341	0,231	0,899	NÃO
0,1	132,41	0,99	305,62	0,358	0,123	0,920	NÃO
0,0	139,54	-	307,25	0,377	-	0,939	NÃO

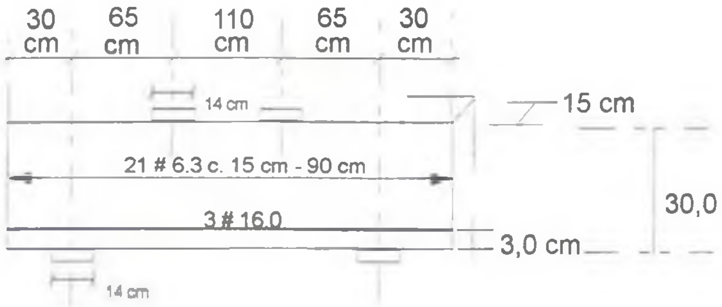
Tabela 4.63 – Verificações do modelo treliçado para a viga V7

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 48 kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 10 kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	139,54	307,25	5,32	11,99	12,78

c - Viga com estribos V11:

Os detalhes da viga V11 são apresentados na figura 4.17 e as tabelas 4.64, 4.65 e 4.66 apresentam os resultados encontrados para a análise desta viga pelas três modelagens, modelo aporticado com conexão elástica via análise linear elástica (PALE), modelo aporticado com conexão elástica via pseudo-mínima norma euclidiana (PPMN) e modelo treliçado tradicional (TREL), com diversos valores de Pi (fator de fixação da conexão). As últimas colunas das tabelas 4.64 e 4.65 apresentam os resultados da análise das bielas quando assimiladas como pilares submetidos à flexão composta.

a)



l/h = 7,69 **a/d = 2,40** **ω = 0,350**

b)

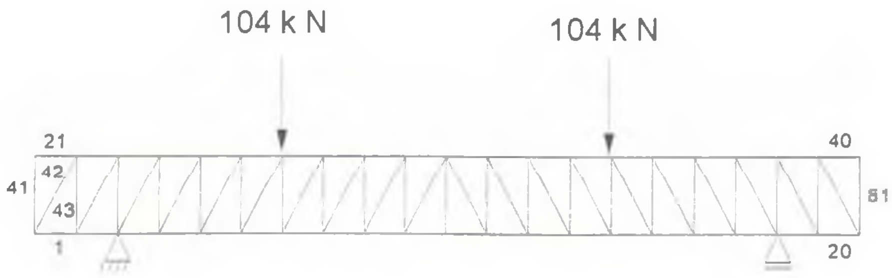


Figura 4.17 - a) Viga V11 (Adorno, 1996); b) modelo aporticado adotado.

Para esta viga, que rompeu por cisalhamento, há necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós dos modelos aporticados (PALE e PPMN) para que se determine o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar, pois há necessidade de armadura longitudinal na biela (última coluna das tabelas 4.64 e 4.65) para os valores de P_i maiores ou iguais a 0,8 e 1,0 para PALE e PPMN, respectivamente, corresponde a ruptura por cisalhamento na viga.

Na tabela 4.66 estão apresentados os esforços e a tensão na biela determinados pelo modelo TREL e valores limites recomendados por Schlaich e o MC-90. O valor de tensão na biela está bem abaixo do limite , indicando que a dimensão da biela ou os limites adotados não estejam apropriados para este caso.

Tabela 4.64 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Análise Linear Elástica para a viga V11

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 48 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 48 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 10 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	54,26	10,60	246,17	0,146	1,309	0,498	SIM
1,9	56,71	10,43	252,07	0,153	1,289	0,518	SIM
1,8	58,56	10,11	252,96	0,159	1,250	0,534	SIM
1,7	60,53	9,78	253,96	0,163	1,208	0,545	SIM
1,6	62,61	9,43	254,96	0,169	1,165	0,561	SIM
1,5	64,81	9,06	255,97	0,176	1,119	0,579	SIM
1,4	67,13	8,67	257,02	0,181	1,072	0,594	SIM
1,3	69,60	8,27	258,08	0,188	1,021	0,612	SIM
1,2	72,23	7,84	259,15	0,196	0,969	0,629	SIM
1,1	75,02	7,39	260,23	0,203	0,912	0,646	SIM
1,0	78,01	6,91	261,38	0,211	0,854	0,666	SIM
0,9	81,20	6,40	262,49	0,220	0,792	0,685	SIM
0,8	84,61	5,86	263,64	0,228	0,725	0,704	SIM
0,7	88,30	5,29	264,87	0,238	0,655	0,725	NÃO
0,6	92,25	4,69	266,05	0,249	0,579	0,749	NÃO
0,5	96,55	4,04	267,36	0,261	0,499	0,771	NÃO
0,4	101,19	3,34	268,64	0,273	0,414	0,795	NÃO
0,3	106,25	2,60	269,96	0,288	0,322	0,820	NÃO
0,2	111,79	1,80	271,35	0,302	0,222	0,843	NÃO
0,1	117,87	0,93	272,79	0,309	0,116	0,850	NÃO
0,0	124,58	-	274,30	0,316	-	0,865	NÃO

Tabela 4.65 – Verificações do modelo aporticado com conexão elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana para a viga V11

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 48 kN	MOMENTO FLETOR BIELA 48 kN m	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 10 kN	ν	μ	$4(1-\nu)\nu$	NECES. DE ARMAÇÃO LONG. NA BIELA
2,0	12,07	2,28	12,27	0,033	0,283	0,126	SIM
1,9	37,69	5,87	188,53	0,102	0,725	0,366	SIM
1,8	49,20	7,18	218,56	0,133	0,887	0,462	SIM
1,7	55,66	7,55	231,42	0,150	0,932	0,510	SIM
1,6	60,43	7,59	238,88	0,163	0,938	0,545	SIM
1,5	64,45	7,47	243,98	0,174	0,924	0,576	SIM
1,4	68,06	7,26	247,81	0,184	0,897	0,601	SIM
1,3	71,45	7,00	250,92	0,193	0,864	0,622	SIM
1,2	74,72	6,69	253,55	0,203	0,826	0,646	SIM
1,1	77,93	6,34	255,86	0,211	0,785	0,666	SIM
1,0	81,14	5,97	257,94	0,220	0,738	0,685	SIM
0,9	84,38	5,57	259,83	0,228	0,689	0,704	NÃO
0,8	87,72	5,14	261,67	0,237	0,636	0,722	NÃO
0,7	91,17	4,68	263,36	0,247	0,578	0,743	NÃO
0,6	94,79	4,18	264,99	0,256	0,517	0,763	NÃO
0,5	98,66	3,64	266,62	0,266	0,451	0,782	NÃO
0,4	102,80	3,06	268,16	0,278	0,378	0,802	NÃO
0,3	107,34	2,42	269,70	0,290	0,299	0,824	NÃO
0,2	112,37	1,70	271,24	0,303	0,211	0,845	NÃO
0,1	118,04	0,90	272,76	0,309	0,112	0,853	NÃO
0,0	124,58	-	274,30	0,316	-	0,865	NÃO

Tabela 4.66 – Verificações do modelo treliçado para a viga V11

FATOR FIXAÇÃO CONEXÃO P_i	ESFORÇO NORMAL BIELA 48 kN	ESFORÇO AXIAL TIRANTE 10 kN	σ_{BIELA} MPa	Schlaich 0,51 fcd MPa	MC90 0,6(1-fck/250)fcd MPa
0,0	124,58	274,30	4,75	12,75	13,50

4.1.6 - Resumo dos exemplos analisados

A tabela 4.67 apresenta um resumo de todas as vigas analisadas, com os tipos de ruptura correspondentes e os fatores de fixação determinados pela análise realizada com os dois modelos aporticados, via Análise Linear Elástica e Pseudo-Mínima Norma Euclidiana (PALE e PPMN).

Tabela 4.67 – Análise viga-modelo aporticado via análise linear elástica e pseudo mínima norma euclidiana.

VIGAS ANALISADAS	l / h	a / d	z / d	ω	P / T $\frac{carga}{esf.\ tirante}$	TIPOS DE RUPT. EXPER.	P_l NECESSÁRIO PARA ESTA RUPTURA (PALE)	P_l NECESSÁRIO PARA ESTA RUPTURA (PPMN)
A1 (GUIMARÃES)	1,49	0,52	0,94	0,062	3,56	FL	≤ 0,4	≤ 0,3
A2 (GUIMARÃES)	1,49	0,54	0,85	0,151	3,20	CIS	≥ 0,0	≥ 0,0
V2 (BESSA)	1,49	0,54	0,99	0,117	3,68	CIS	≥ 0,0	≥ 0,0
1 /1.0 (MacGREGOR)	2,00	1,05	0,99	0,326	1,90	CIS	≥ 0,3	≥ 0,3
1 /1.5 (MacGREGOR)	3,33	1,87	0,99	0,120	1,07	CIS	≥ 0,2	≥ 0,2
1 /2.0 (MacGREGOR)	4,00	2,38	0,91	0,092	0,83	CIS	≥ 0,3	≥ 0,3
7 /1.0 (MacGREGOR)	2,08	1,03	0,95	0,052	2,75	CIS	≥ 1,0	≥ 0,9
7 /2.0 (MacGREGOR)	4,17	2,38	0,89	0,023	1,92	CIS	≥ 0,4	≥ 0,4
V1 (ORTIZ)	3,70	1,52	0,86	0,177	1,14	CIS	≥ 0,4	≥ 0,3
V2 (ORTIZ)	3,70	1,52	0,92	0,255	1,21	CIS	≥ 0,0	≥ 0,0
V3 (ORTIZ)	4,17	1,53	0,92	0,430	1,20	CIS	≥ 0,0	≥ 0,0
V4 (ORTIZ)	3,70	1,53	0,88	0,417	1,05	FLEXO-CIS	≥ 0,0	≥ 0,0
V5 (ORTIZ)	2,78	1,50	0,91	0,125	1,74	CIS	≥ 0,0	≥ 0,0
V7 (ORTIZ)	3,70	0,91	0,89	0,366	1,94	CIS	≥ 0,0	≥ 0,0
V1 (ADORNO)	7,69	1,90	0,84	0,295	1,01	FL	≤ 0,6	≤ 0,8
V7 (ADORNO)	7,69	2,40	0,84	0,373	0,76	FL	≤ 0,7	≤ 0,9
V11 (ADORNO)	7,69	2,40	0,84	0,350	0,76	CIS	≥ 0,8	≥ 1,0

As vigas que romperam por flexão, A1 (Guimarães), V1 e V7 (Adorno), apesar da não necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) nos nós, para que se determinasse o tipo de ruptura da viga quando se utiliza o método de flexão normal composta, para a biela assimilada a um pilar (vide ítens anteriores), apresentariam o mesmo tipo de comportamento (ruptura por flexão) com fatores de fixação até de 0,4 ou 0,3 (PALE ou PPMN respectivamente), no caso da viga parede (A1 Guimarães), ou de 0,6 ou 0,8 (PALE ou PPMN) no caso das vigas esbeltas V1 e V7 (Adorno). A utilização dos modelos aporticados permitiu então um melhor entendimento do comportamento da estrutura, quando comparado com o treliçado.

Para as vigas que romperam por cisalhamento o comportamento foi distinto. Para as vigas A2 (Guimarães), V2 (Bessa), V2, V3, V4, V5 e V7 (Ortiz) não houve necessidade da inclusão de conexão elástica (Pi) no modelo aporticado (PALE e PPMN) pois estas vigas já apresentariam ruptura por cisalhamento com o modelo treliçado (Pi $\geq$ 0,0), enquanto que as vigas 1/1.0, 1/1.5, 1/2.0, 7/1.0 e 7/2.0 (MacGregor), V1 (Ortiz) e V11 (Adorno) necessitaram da inclusão de conexão elástica para que apresentassem cisalhamento como mecanismo de ruptura na análise realizada. Os fatores de fixação necessários para a conexão foram a princípio maiores em função da relação l/h, 0,2 ou 0,3 para relações l/h iguais a 2,0 ou 3,33 para as vigas 1/1.0 e 1/1.5 (MacGregor) por exemplo, enquanto a viga V11 (Adorno) necessitou um Pi = 0,7. Isto obviamente é só uma indicação e deve ser melhor fundamentada no futuro, pois nesta análise estão incluídas vigas simplesmente apoiadas e contínuas, submetidas a uma e duas cargas concentradas e com estribos (viga V11 de Adorno).

4.2 - EXEMPLOS PROPOSTOS

São apresentados a seguir dois exemplos, um com as dimensões próximas às usualmente utilizadas em laboratório e um com as dimensões baseadas em uma grande estrutura apresentada por MacGregor em seu livro (MacGregor, 1988)

4.2.1 - Viga simplesmente apoiada com relação l/h = 3,25

As figuras 4.18 e 4.19 apresentam detalhes da viga e sua modelagem (vide capítulo 3) respectivamente. Utilizando as expressões do capítulo 3 têm-se a altura da biela = 10,86 cm, e a altura do banzo comprimido = 7,98 cm. O fc adotado foi de 51 MPa.

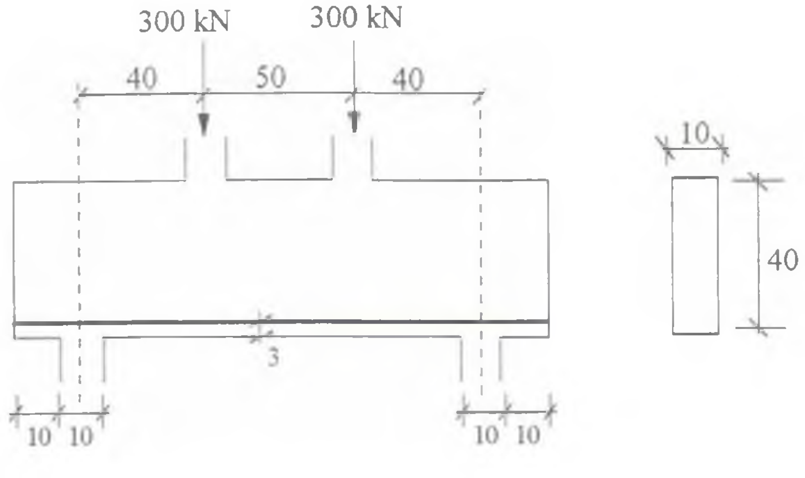


Figura 4.18 - Viga simplesmente apoiada com relação l/h = 3,25 e a/d = 1,08.

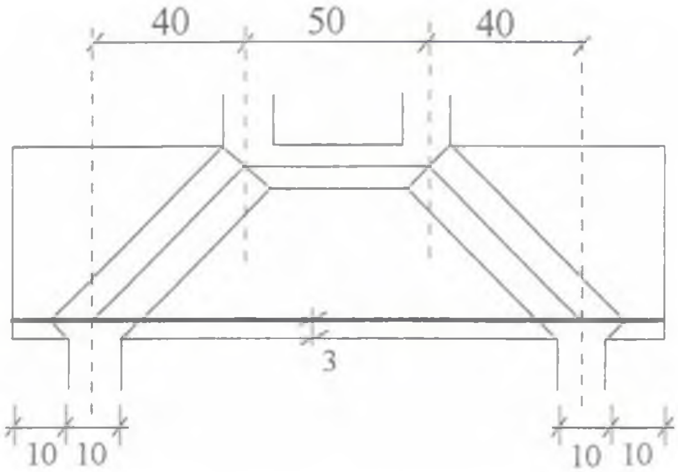


Figura 4.19 - Modelo aporticado adotado.

A tabela 4.68 apresenta outros dados do exemplo e as tabelas 4.69 e 4.70 apresentam os resultados da análise pelos dois modelos, PALE e PPMN. Esta análise indicou uma ferragem longitudinal de 4 ϕ 16 mm. Pela análise com a biela assimilada a um pilar submetido à flexão normal composta, espera-se que a viga rompa por cisalhamento.

Tabela 4.68 – Dados do exemplo

	E (MPa)	I (m^4)	A (m^2)
Tirante	22×10^4	-	$0{,}785 \times 10^{-4}$
Bielas	$4{,}9 \times 10^4$	$10{,}67 \times 10^{-6}$	$108{,}6 \times 10^{-4}$
Banzo Comprimido	$4{,}9 \times 10^4$	$4{,}23 \times 10^{-6}$	$79{,}8 \times 10^{-4}$

Tabela 4.69 – Análise e Dimensionamento via Análise Linear Elástica

P_i	N kN	M kN m	T kN	ν	μ	4(1-ν)ν	As=T/fyd cm^2	Armadura Longitudinal
0,4*	443,24	12,02	327,11	0,941	1,881	0,220	7,52	4 φ 16 mm

Tabela 4.70 – Análise e Dimensionamento via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana

P_i	N kN	M kN m	T kN	ν	μ	4(1-ν)ν	As=T/fyd cm^2	Armadura Longitudinal
0,4*	438,89	138,85	321,46	0,932	2,173	0,253	7,39	4 φ 16 mm

* A tabela 4.67 sugere para este modelo aporticado um fator de fixação $P_i \geq 0$, adotou-se P_i = 0,4.

4.2.2 - Viga simplesmente apoiada com relação l/h = 2,83 e vão de 10,35 metros

Este exemplo é baseado em viga real apresentada por MacGregor (MacGregor, 1988). As figuras 4.20 e 4.21 apresentam detalhes da viga e a modelagem utilizada (vide capítulo 3). Utilizando as expressões do capítulo 3 têm-se a altura da biela = 58 cm, e a altura do banzo comprimido = 39,85 cm. O fc adotado foi de 24,8 MPa.

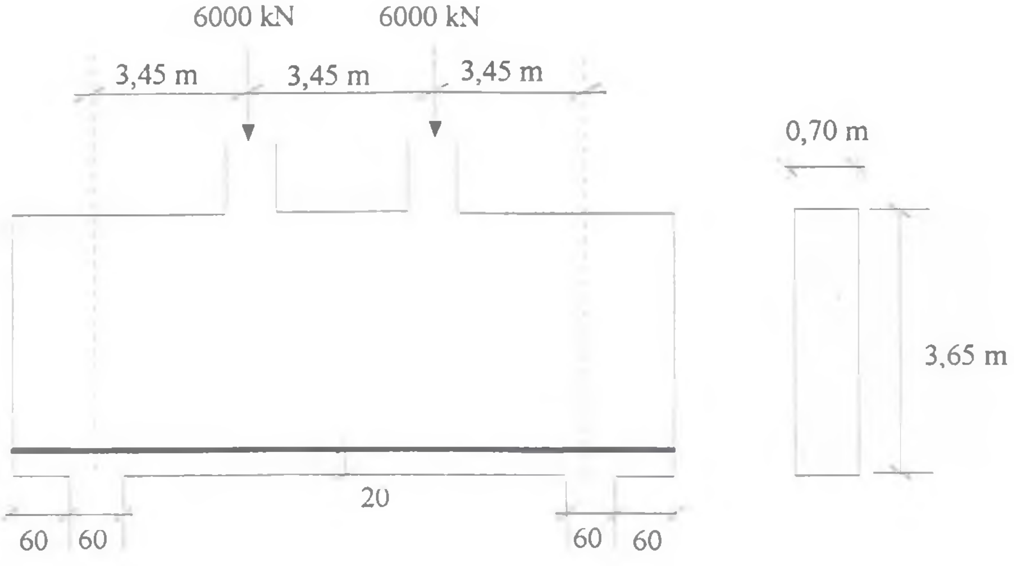


Figura 4.20 – Viga simplesmente apoiada com relação l/h = 2,83, a/d = 1,00 e vão de 10,35 metros.

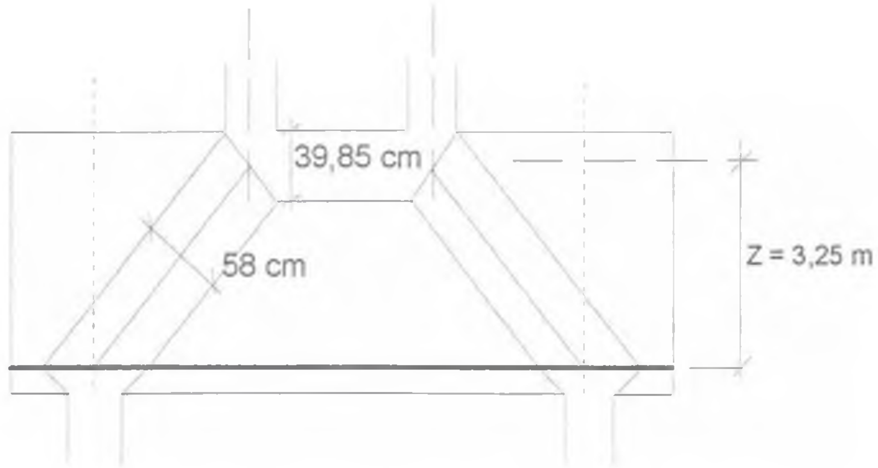


Figura 4.21 - Modelo aporticado adotado

A tabela 4.71 apresenta outros dados e as tabelas 4.72 e 4.73 apresentam os resultados da análise pelos dois modelos, PALE e PPMN. Esta análise indicou que a viga pode ser dimensionada com uma área de aço As = 80,89 cm^2 (PALE) ou As = 75,14 cm^2 (PPMN). Pela análise da biela à flexão normal composta espera-se que ela rompa por cisalhamento.

Tabela 4.71 – Dados do exemplo

	E (MPa)	I (m^4)	A (m^2)
Tirante	$21,25 \times 10^4$	-	$0,785 \times 10^{-4}$
Bielas	$3,53 \times 10^4$	$1,138 \times 10^{-2}$	4060×10^{-4}
Banzo Comprimido	$3,53 \times 10^4$	$3,69 \times 10^{-3}$	$2789,5 \times 10^{-4}$

Tabela 4.72 – Análise e Dimensionamento via Análise Linear Elástica

P_i	N kN	M kN m	T kN	ν	μ	4(1-ν)ν	As=T/fyd cm^2
0,4*	6674,00	9270,00	3517,00	1,097	20,995	-0,426	80,89

Tabela 4.73 – Análise e Dimensionamento via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana

P_i	N kN	M kN m	T kN	ν	μ	4(1-ν)ν	As=T/fyd cm^2
0,4*	6492,00	10082,00	3267,00	1,067	22,833	-0,286	75,14

* A tabela 4.67 sugere para este modelo aporticado um fator de fixação $P_i \geq 0$, adotou-se P_i = 0,4.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões referentes a utilização do modelo aporticado em conjunto com o modelo de bielas e tirantes, na análise de estruturas de concreto armado no estado limite último. Foram utilizados no trabalho o Modelo Aporticado com Conexão Elástica via Análise Linear Elástica (PALE) e o Modelo Aporticado com Conexão Elástica via Pseudo-Mínima Norma Euclidiana (PPMN), além do Modelo treliçado tradicional (TREL), para investigar vários resultados experimentais disponíveis, e para analisar e calibrar os modelos apresentados. Foram também apresentados resultados da análise das bielas quando assimiladas a pilares submetidos a flexão composta, na tentativa de se relacionar o tipo de ruptura da estrutura com a necessidade de utilização de armadura longitudinal em pilares submetido a este tipo de solicitação. O Prof. Lobo Carneiro havia sugerido um grau de rigidez em nós de estruturas de concreto armado (vide capítulo 2 - ítem 2.3.3). Esta modelagem aporticada utilizou uma proposição sugerida por Wang para a consideração da conexão elástica em nós (Wang, 1989).

Estão também apresentadas neste capítulo sugestões para trabalhos futuros.

5.1 - CONCLUSÕES

A utilização da modelagem aporticada com conexões elásticas, em conjunto com a análise da biela assimilada a um pilar submetido à flexão composta, considerando a ligação monolítica entre a biela e o banzo comprimido, conforme sugerido pelo prof. Lobo Carneiro (Carneiro, 1964), apresentou bons resultados, permitindo-se determinar, em função do tipo de ruptura ocorrido nos ensaios, uma estimativa para o fator de fixação (grau de rigidez) real existente na estrutura (vide capítulo 4 – ítem 4.1).

A modelagem aporticada pode ser utilizada também para o dimensionamento de estruturas, como mostrado no Capítulo 04 – item 4.2, quando foi apresentado o dimensionamento de duas vigas propostas.

A determinação do tipo de ruptura provável pode ser uma vantagem durante a verificação de estruturas.

A metodologia apresentada no capítulo 3 para a determinação da configuração de bielas e tirantes foi apropriada para os casos analisados, apesar dos baixos valores encontrados para a tensão na biela nos casos em que o pilar ou apoio tem uma dimensão muito grande.

Para as vigas que romperam por flexão, a análise com o modelo aporticado permitiu estimar o grau de rigidez dos nós das estruturas analisadas, quando foram determinados valores de fatores de fixação de até 0,4 ou 0,3 (PALE ou PPMN respectivamente), no caso das vigas parede, ou de até 0,6 ou 0,8 (PALE ou PPMN) no caso das vigas esbeltas (vide item 4.1.6 - capítulo 4).

As vigas analisadas que romperam por cisalhamento podem ser separadas em dois grupos, um no qual já estava evidente o tipo de ruptura pela análise realizada mesmo sem a inclusão de fator de fixação na conexão, quando da análise de biela assimilada a um pilar submetido à flexão normal composta, e um outro no qual houve necessidade da inclusão do fator de fixação. O fator de fixação, para as vigas que romperam por cisalhamento, variou basicamente com a relação l/h, com valores de Pi iguais a 0,2 ou 0,3 para relações l/h iguais a 2,0 ou 3,33, respectivamente, ou 0,7 para uma viga esbelta com relação l/h = 7,69 (vide item 4.1.6 - capítulo 4). Isto obviamente é só uma indicação e deve ser melhor fundamentada no futuro, pois nesta análise estão incluídas vigas simplesmente apoiadas e contínuas, submetidas a uma e duas cargas concentradas e com estribos.

Foi verificado existir uma relação entre a necessidade ou não de armação longitudinal na biela e o tipo de ruptura da viga, quando a biela de concreto é assimilada a um pilar submetido à flexão normal composta .

O critério de pseudo-mínima norma euclidiana pode ser utilizado na modelagem de bielas e tirantes como alternativa ao de mínima norma euclidiana, mas é importante, ressaltar, que, como todo critério plástico, o de pseudo-mínima norma euclidiana exige que o material seja dúctil o suficiente para a redistribuição de esforços até que se atinja a ruptura localizada no processo.

5.2 - SUGESTÕES

Realizar experimentos adicionais para obter uma base de dados mais ampla com o objetivo de se formular uma expressão para o dimensionamento.

Utilizar a modelagem aporticada para o estudo de vigas parede com aberturas e com armação de alma.

Realizar uma automatização computacional para o lançamento das treliças e/ou pórticos, para a análise e dimensionamento de estruturas, com a utilização do fator de fixação das conexões adequado para cada tipo de viga.

Utilizar os modelos apresentados neste trabalho para outros tipo de estruturas, tipo nós de pórtico, consolos e outras peças estruturais que não foram estudadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADORNO, A. L. C., "*Contribuição da Armadura de Pele na Resistência ao Cisalhamento na Flexão em Vigas de Concreto Armado*". Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília,DF, 158p, 1996.

ALMÁSI, J., "Cracks as important constituents of strut and tie models", *Periódica Polytéchnica Civil Engineering*, 36(3), pp. 251-270, 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT NB1; projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1978. 76p.

BESSA, M. A. S., "*Análise Experimental de Vigas Paredes*". Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasilia,DF, 122p, 1994.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION, Design of concrete structures for buildings-CAN3 A23.3 - M84, December 1984.

CARNEIRO, F. L. L. B., "*Resistência ao Esforço Cortante no Concreto Armado e Protendido*", Assoc. Bras. Normas Técnicas, ABNT, Rio Janeiro, 37p, 1964.

CEB - Comite Euro-international du Beton CEB-FIP Model Code 1990, Final Draft, bulletim d'information, n^os^ 203, 204 e 205, 1991.

CIFU, S. & GODOY, M. A. P., "Dimensionamento de Nó de Pórtico através de Modelo Biela-e-Tirante". *XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural*. Tucumán, Argentina, 159-170, 1995.

CLÍMACO, J. C. T. S. ,"*Estruturas de Concreto Armado I*". UnB, Brasília, DF, 78-89, 1995.

EUROCODE - Pré Norma Europeia. Versão para aprovação pela CT 115. Versão Portuguesa, 1991.

FARIAS, J. L. Q. , "*Modelo Elastoplástico para Avaliação da Capacidade Resistente de Pórticos Planos em Concreto Armado*". Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília, DF, 1995.

FUSCO, P. B., "*Técnica de Armar as Estruturas de Concreto*". Pini. São Paulo, SP, 123-129, 1995.

GERE, J. M. & WEAVER, W., "Análise de Estruturas Reticuladas", Editora Guanabara,traduzido por Carlos M. P. Ferreira Pinto, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 1987.

GUIMARÃES, G. B., "Análise Experimental de Vigas Parede de Concreto Armado Enrijecidos por Pilares Laterais", Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, 133 p., 1980.

HARRISON, H. B., "*Computer Methods in Structural Analysis*", University of Sydney, Sydney, Austrália, 1973.

HONG, SUNG-GUL., "Truss Model for Tension Bars in Reinforced Concrete Beams: Tension-Tension-Compression Regions". *ACI Structural Journal*. 729-738, 1996.

KLEIMAN, A. & KLEIMAN, E. K., "Matrices Aplicaciones Matemáticas en Economía y Administración", Faculdad de Ciencias Políticas y Sociales, UNAM, Mexico, 1980 .

KUPFER, H., "Expansion of Mörsch's truss analogy by application the principle of minimum strain energy", *CEB-Bulletin 40*, Paris, 1964.

LADEIRA, M. A., FIGUEIREDO, A. & NEVES, A., "Detecção Automática de Modelos Bielas-Tirantes para Análise de Peças Irregulares de Betão Armado", *XIV CILAMCE*, IPT-SP, São Paulo,SP, pp.305-314, 1993.

LEONHARDT, F. & MÖNNING, E. "*Construções de Concreto - Princípios Básicos sobre a Armação de Estruturas de Concreto Armado vol. 3*". Rio de Janeiro, RJ : Interciência, 273p, 1978.

LEONHARDT, F., "*Reducing the shear reinforcement in reinforced concrete beams and slabs*", Magazine of concrete research, 848 p, 1988.

MacGREGOR, J. G., "Reinforced Concrete - Mechanics and Design", *Prentice Hall*, 187 p, 1965.

MELLO, E. L. , "Flexão normal composta em concreto armado - Curvas analíticas de interação Normal/Fletor", *Revista IBRACON*, No. 04, 1992.

MELLO, E. L. & SAHLIT, C. L. , "*Notas de Aula de Análise Elástica e Elastoplástica das Estruturas*", Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília, DF, 1993.

MELLO, E. L., "*Some Applications of Generalized Inverse Theory to Structural Problems*", Phd Thesis, Imperial College, London, 105p, 1980.

MELO, G. S. S. A., MELLO, E. L. & OLIVEIRA, L. D., "Consolos e nós de pórtico de concreto armado analisados pelo método da biela e tirante via mínima norma euclidiana", *XXVIII Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural*, São Carlos, 1997.

MOREIRA, D. F., "*Análise Matricial das Estruturas*", Editora da Universidade de São Paulo,USP, São Paulo, SP & Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, RJ, 1977.

MÖRSCH, E., "*Reinforced Concrete, Theory and Application*", Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart , Germany, 1912.

NORWEGIAN COUNCIL FOR BUILDING STANDARDIZATION, Concrete Structures Design Rules - NS 3473 E, November 1992.

OLIVEIRA, L. D., "*Projeto de estruturas de concreto armado pelo modelo biela-tirante via mínima norma euclidiana* ". Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília, DF, 108p, 1995

ORTIZ, I. R., "*Strut-and-Tie Modelling of Reinforced Concrete*". Phd Thesis, University of Westminster, London, 207p, 1993.

PAULA, V. F., "*Otimização e Segurança de Estruturas Metálicas Submetidas a Carregamentos Estáticos*". Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília,DF, 31-38, 1995.

RITTER, W., "*Die Bauweise Hennebique (The Hennebique system)*", schweizerische Bauzeitung, Bd. XXXIII, Nr. 7, 1899.

ROGOWSKY, D. M., MacGREGOR, J. G. & ONG, S. Y. "*Tests of Reinforced Concrete Deep Beams*". Structural Engineering Report n° 109, Department of Civil Engineering, The University of Alberta, Edmonton, Alberta, Canada, 167p, 1983.

RUSCH, H., "*On the limitations of applicability of the truss analogy for the shear design of reinforced concrete beams*", Université de Liége, 1964.

SCHLAICH, J., ANAGNOSTOU, G., "Stress Fields for Nodes of Strut-and-Tie Models", *Journal of Structural Engineering* - Vol. 116 - N°1. 13-23, 1990.

SCHLAICH, J., SCHÄFER, K., JENNEWEIN, M., "Toward a consistent design of structural concrete". *PCI - Journal*, 32 (3), pp. 74 - 150,1987.

SHEHATA, L. C. D., NAGATO, Y., "Modelos de escoras e tirantes para regiões com descontinuidade", *Ciclo Palestras sobre Codigo Modelo CEB-FIP*, 1990 / 1991.

SHEHATA, L. C. D., "*Aplicação de Modelos de Escoras e Tirantes*", UFF, Rio de Janeiro-RJ, 1993.

SILVA, R. C., "*Concreto Armado: Aplicações de Modelos de Bielas e Tirantes*", Dissertação de Mestrado, EESC, USP, São Carlos, SP, 196 p,1991.

SOARES FILHO, M., "*Análise Elástica e Elastoplástica de Pórticos Planos Submetidos a Excitações Dinâmicas com a Consideração de Conexões Semi-Rígidas*". Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, UnB, Brasília,DF, 114p, 1997.

SÜSSEKIND, J. C.., "*Curso de Concreto - Volume I*". 4ª edição, Editora Globo, Rio de Janeiro, RJ, 114p, 1979.

TÁVORA, F. L., "*Comportamento Estrutural de Vigas Parede com Furos Armadas pelo Critério de Mínima Norma Euclidiana*". Projeto Final, Departamento de Engenharia Civil ,UnB, Brasília, DF, 79p, 1995.

THOMAZ, E. & NAEGELI, C. H., "Análise de Consolos em Concreto Armado Segundo o Método de Modelos de Treliça". *Revista IBRACON* - ANO III - N° 7.São Paulo, SP, 21-26, 1993.

WANG, C. K., "*Intermediate Structural Analysis*", Editora Mc Graw Hill, 6ª.edição, pg 721-741, 1989.

APÊNDICE A

PROGRAMAS COMPUTACIONAIS DOS MODELOS APORTICADOS COM CONEXÕES ELÁSTICAS

Para análise dos esforços nos modelos de bielas e tirantes foi utilizado o método da rigidez analítica de descrição nodal.

Estes programas foram implementados na linguagem FORTRAN e nomeados de: RIGALE (RIG de rigidez e ALE de análise linear elástica) e RIGPMNE (RIG de rigidez e PMNE de pseudo-mínima norma euclidiana).

Os programas RIGALE e RIGPMNE apresentam a mesma estrutura no fluxograma, sendo apresentado a seguir, a única diferença dos dois programas está na matriz de rigidez dos elementos desconexos K e na matriz de rigidez modificada dos elementos desconexos S.

No programa RIGALE foram utilizadas a matriz de rigidez do elemento K_e (A.1) e a matriz de rigidez modificada do elemento S_e (A.2) para construção da matriz de rigidez dos elementos desconexos K e a matriz de rigidez modificada dos elementos desconexos S, respectivamente.

$$K_e = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{l} & \frac{-2EI}{l} & . \\ \frac{-2EI}{l} & \frac{4EI}{l} & . \\ . & . & \frac{EA}{l} \end{bmatrix} \qquad (A.1)$$

$$
S_e = \begin{bmatrix} \dfrac{3P_1}{4 - P_1 P_2}\dfrac{4EI}{l} & -\dfrac{6P_1 P_2}{4 - P_1 P_2}\dfrac{2EI}{l} & \cdot \\ -\dfrac{6P_1 P_2}{4 - P_1 P_2}\dfrac{2EI}{l} & \dfrac{3P_2}{4 - P_1 P_2}\dfrac{4EI}{l} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dfrac{EA}{l} \end{bmatrix} \qquad (A.2)
$$

No programa RIGPMNE foram utilizadas a matriz de rigidez do elemento K_e (A.3) e a matriz de rigidez modificada do elemento S_e (A.4) para construção da matriz de rigidez dos elementos desconexos K e a matriz de rigidez modificada dos elementos desconexos S, respectivamente.

$$
K_e = \begin{bmatrix} \dfrac{4EI}{l} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \dfrac{4EI}{l} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dfrac{EA}{l} \end{bmatrix} \qquad (A.3)
$$

$$
S_e = \begin{bmatrix} \dfrac{3P_1}{4 - P_1 P_2}\dfrac{4EI}{l} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \dfrac{3P_2}{4 - P_1 P_2}\dfrac{4EI}{l} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dfrac{EA}{l} \end{bmatrix} \qquad (A.4)
$$

A matriz de rigidez modificada do elemento S_e é utilizada para uma análise da estrutura quando é implementada a conexão elástica.

Quando os fatores de fixação das conexões P_1 e P_2 são 0 (zero), a matriz S fica igual a matriz de rigidez dos elementos desconexos da treliça ; quando P_1 e P_2 são 1 (um), a matriz S fica igual a matriz K, matriz de rigidez dos elementos desconexos de pórtico, quando P_1 e P_2 estão no intervalo entre 0 e 1, tem-se uma rigidez intermediária entre treliça e pórtico, também chamada de “semi-rigidez” e quando P_1 e P_2 são maiores que 1, a rigidez das conexões estão tendendo para o engaste perfeito.

A seguir apresenta-se o fluxograma simplificado deste programa