

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES
USANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS**

CARLOS EDUARDO VERAS NEVES

ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA

PUBLICAÇÃO: G.DM-173/09

BRASÍLIA / DF: 03/ 2009

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES
USANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS**

CARLOS EDUARDO VERAS NEVES

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.**

APROVADA POR:

**MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, Ph.D. (UnB)
(ORIENTADOR)**

**MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, D.Sc. (UnB)
(EXAMINADOR INTERNO)**

**ROBERTO FRANCISCO DE AZEVEDO, Ph.D. (UFV)
(EXAMINADOR EXTERNO)**

DATA: BRASÍLIA/DF, 12 de MARÇO de 2009.

FICHA CATALOGRÁFICA

NEVES, CARLOS EDUARDO VERAS	
Comportamento de Materiais Granulares usando o Método dos Elementos Discretos [Distrito Federal] 2009	
xii, 166 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2009)	
Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil	
1. Método dos Elementos Discretos	2. Modelagem Micromecânica
3. Comportamento de Solos Granulares	4. Teste Biaxial
I. ENC/FT/UnB	II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

NEVES, C.E.V. (2009). Comportamento de Materiais Granulares usando o Método dos Elementos Discretos. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-173/09, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 166 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Carlos Eduardo Veras Neves

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Comportamento de Materiais Granulares usando o Método dos Elementos Discretos

GRAU / ANO: Mestre / 2009

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Carlos Eduardo Veras Neves
SQS 411, BL. "U", apt. 311
70277-210 - Brasília/DF - Brasil

DEDICATÓRIA

**“Se enxerguei mais longe, foi por me erguer
sobre os ombros de gigantes”.**

(Sir Isaac Newton)

Dedico esta dissertação aos gigantes que,
com muito amor e dedicação, nunca me negaram seus
ombros para me erguer: meu pai Klinger e minha mãe Fátima.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente ao Grande Arquiteto do Universo por ter me concedido saúde e persistência para realizar este trabalho.

Ao Professor Márcio por ter me acolhido como orientado e aberto os meus olhos quanto à beleza da geomecânica computacional. Seus ensinamentos durante as aulas de elasticidade e plasticidade, modelos constitutivos e métodos numéricos foram fundamentais não só para o desenvolvimento do trabalho, mas também para o meu amadurecimento como pesquisador. A sua paciência e dedicação foram essenciais para o sucesso do trabalho. Foi muito importante também a amizade constituída durante estes dois anos de mestrado e que com certeza não irá morrer por aí.

Aos meus amados pais que desde os meus primeiros anos na escola lutam comigo lado a lado para que eu jamais desista dos meus objetivos e deixe de acreditar na minha capacidade. Muito obrigado pela paciência, amor e carinho durante todos esses anos. Pai e Mãe, vocês nunca mediram esforços para que eu sempre levasse adiante os meus estudos, nunca se negaram a conversar sobre as minhas angústias e alegrias. Sem vocês eu jamais teria chegado a lugar algum. Meu pai cérebro, minha mãe coração. Sempre lhes serei grato! AMO VOCÊS! Agradeço também ao meu irmão pela sua amizade e participação em vários momentos importantes durante este percurso.

À minha querida noiva Val, que não só acompanhou bem de perto as minhas dificuldades, como também nunca se negou a me emprestar o seu colo, conversar comigo e me aconselhar quando estava exausto, nervoso, chateado ou simplesmente alegre. A sua paciência, amor e dedicação foram essenciais. Eu te amo!

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, cujas aulas, provas e conversas extra-classe contribuíram para o meu amadurecimento acadêmico. Guardo grande admiração por este nobre conjunto de profissionais.

Aos meus colegas e amigos da geotecnia. À turma da “NATA” pelo companheirismo, amizade e pela ajuda durante principalmente a fase de créditos. À minha turma de uma maneira geral que jamais será esquecida, não só pelas qualidades intelectuais das pessoas que a compunham, mas também pelo caráter e alegria dentro e fora da UnB.

RESUMO

Assumir um meio como contínuo é a estratégia normalmente empregada em muitos problemas complexos de engenharia geotécnica, como por exemplo, construção de fundações, escavações, estruturas de contenção, túneis, problemas de estabilidade de taludes, entre outros. Porém, o solo é formado por partículas, macroporos e microporos. As características discretas do meio resultam num comportamento complexo sob condições de carregamento e descarregamento, e induzem características especiais como anisotropia, micro-fraturas ou instabilidades locais, as quais dificilmente são entendidas ou modeladas com os princípios da mecânica dos meios contínuos. Uma abordagem alternativa à mecânica dos meios contínuos trata o solo como um conjunto de partículas diretamente, enquanto as respostas macroscópicas-microscópicas sob carregamento podem ser obtidas numericamente por meio do Método dos Elementos Discretos (MED), o qual vem se tornando cada vez mais popular. No MED a segunda lei de Newton é resolvida para cada partícula e as forças de contato entre grãos são calculadas por meio de leis constitutivas específicas, permitindo uma nova forma de realizar a modelagem constitutiva do solo, já que parte-se do entendimento do comportamento mecânico dos grãos e de suas interrelações. Utilizando-se então do MED, com modelos constitutivos relativamente simples para as partículas, pode-se realizar a modelagem micromecânica e macromecânica do comportamento tensão-deformação de meios granulares, representar o seu comportamento não linear e estabelecer relações entre as suas propriedades macroscópicas e microscópicas. Além disso, é possível entender melhor a influência de alguns aspectos sobre o comportamento do solo normalmente ignorados pela abordagem tradicional, como o contato entre os grãos, formato das partículas e não homogeneidade na distribuição dos vazios do solo. Neste trabalho, o comportamento do solo é analisado por meio de um modelo numérico-computacional de ensaio biaxial, implementado no código comercial PFC2D. Foram codificadas a geometria do modelo e suas condições de contorno (tensões de confinamento, carregamentos monotônicos, carregamentos cíclicos, deslocamentos impostos, etc.). Foram realizadas análises paramétricas, com o intuito de determinar a influência das propriedades macroscópicas, microscópicas e suas interrelações, na resposta macroscópica elastoplástica não linear do material. Por fim, conclui-se que o MED é uma excelente ferramenta para realizar estudos fundamentais sobre o comportamento mecânico de meios granulares.

ABSTRACT

Assume the medium as a continuum, is the strategy usually adopted in many complex problems of geotechnical engineering, such as foundations, excavations, retaining structures, tunnels, problems of slope stability, among others. However, the soil consists of particles, macropores, micropores, pores containing fluids (like water, air etc.), and particles linked by cementitious materials. The discrete characteristics of the medium results in a complex behavior under loading and unloading, and induce special features such as anisotropy, microfractures or local instabilities, which are hardly understood or modeled with the principles of traditional mechanics of continuum. An alternative approach to continuum mechanics treats soil as a set of particles directly, while the microscopic-macroscopic responses under loading can be obtained numerically using the Discrete Element Method (DEM), which has been becoming increasingly popular. In DEM, the Newton's second law is solved for each particle and the contact forces between grains are evaluated by specific constitutive laws, allowing a new way to perform the constitutive modeling of soil, because the understanding of its mechanical behavior starts with the grains and their interrelationships. Using the DEM, with relatively simple constitutive models for particles, the micromechanical and macromechanical modeling of stress-strain behavior of granular media can be carried out, representing its nonlinear behavior and establishing relations between its macroscopic and microscopic properties. Moreover, it can be better understood the influence of some aspects of soil behavior usually ignored by the traditional approach, as the contact between grains, particle shape and inhomogeneity in the soils void distribution. In this work, the behavior of soil is analyzed by numerical model of a biaxial test, implemented in the commercial code PFC2D. The geometry of the model and control conditions (confinement pressure, monotonic loads, cyclic loads, imposed displacements, etc.) were codified. Parametric tests were performed in order to determine the influence of macroscopic and microscopic properties, and its interrelationships in the non-linear elastoplastic material behavior. Finally it is concluded that the DEM is an excellent tool for fundamental studies on the understanding of the mechanical behavior of granular media.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	OBJETIVOS	2
1.2	METODOLOGIA	2
1.3	ESCOPO E ORGANIZAÇÃO	2
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1	SOLOS GRANULARES	4
2.2	FATORES FÍSICOS RELEVANTES NO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE SOLOS GRANULARES.....	8
2.3	ASPECTOS MICROSCÓPICOS RELEVANTES NO COMPORTAMENTO DE SOLOS GRANULARES.....	13
2.4	ASPECTOS GERAIS DO COMPORTAMENTO TENSÃO-DEFORMAÇÃO DE SOLOS GRANULARES.....	15
2.5	MODELOS CONSTITUTIVOS PARA SOLOS GRANULARES.....	19
2.5.1	MODELOS DE DEFORMABILIDADE	20
2.5.2	MODELOS ELASTOPLÁSTICOS	27
2.5.3	CRITÉRIOS DE RUPTURA.....	30
2.6	MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS PARA PREVISÃO DO COMPORTAMENTO DE SOLOS GRANULARES.....	33
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	41
3.1	CICLO DE CÁLCULO.....	43
3.1.1	LEI FORÇA-DESLOCAMENTO.....	44
3.1.2	LEI DE MOVIMENTO.....	49
3.2	CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO	51
3.3	DETERMINAÇÃO DO PASSO DE TEMPO.....	52
3.4	AMORTECIMENTO MECÂNICO	54
3.4.1	AMORTECIMENTO LOCAL.....	54
3.5	MODELOS DE CONTATO.....	55
3.5.1	MODELO DE RIGIDEZ NO CONTATO (CONTACT-STIFFNESS MODEL)	55
3.5.2	MODELO DE DESLIZAMENTO	56
3.5.3	MODELOS DE CIMENTAÇÃO	56
3.6	CLUMPS	60
3.6.1	PROPRIEDADES INERCIAIS DE UM CLUMP	60
3.6.2	EQUAÇÕES DE MOVIMENTO COMPLETAS PARA UM CLUMP	61
3.6.3	A LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO FISH	63
4	SIMULAÇÃO DE ENSAIOS BIAXIAIS	64
4.1	MODELAGEM DO ENSAIO BIAXIAL.....	64

4.1.1	MODELO GEOMÉTRICO.....	65
4.1.2	CALCULO E CONTROLE DO ESTADO DE TENSÕES (CONDIÇÕES DE CONTORNO).....	70
4.1.3	MONITORAMENTO DO MODELO DURANTE A SIMULAÇÃO.....	72
4.1.4	EXECUÇÃO DOS TESTES E RESULTADOS.....	72
4.2	CONFIGURAÇÃO DOS ENSAIOS BIAXIAIS REALIZADOS.....	75
4.3	MONITORAMENTO DA POROSIDADE E DO NÚMERO DE CONTATOS.....	78
4.4	RECURSOS COMPUTACIONAIS.....	79
5	RESULTADOS E ANÁLISES	81
5.1	ENSAIO BIAXIAL EM MEIO GRANULAR FORMADO POR PARTÍCULAS ARREDONDADAS.....	81
5.1.1	ASPECTOS GERAIS DO COMPORTAMENTO TENSÃO-DEFORMAÇÃO.....	82
5.1.2	PARÂMETROS ELÁSTICOS E DE COMPRESSIBILIDADE.....	87
5.1.3	COMPORTAMENTO MACROSCÓPICO NO ESTADO CRÍTICO.....	92
5.1.4	ENVOLTÓRIA DE RUPTURA.....	94
5.1.5	RELAÇÃO ENTRE COEFICIENTE DE ATRITO MACROSCÓPICO E POROSIDADE.....	95
5.1.6	RELAÇÕES ENTRE A MACROESTRUTURA E A MICROESTRUTURA.....	97
5.1.7	APLICAÇÃO DE CARREGAMENTO CÍCLICO.....	109
5.2	ENSAIO BIAXIAL EM MEIO GRANULAR FORMADO POR PARTÍCULAS DE ANGULOSAS 111	
5.2.1	ASPECTOS GERAIS DO COMPORTAMENTO TENSÃO-DEFORMAÇÃO.....	113
5.2.2	PARÂMETROS ELÁSTICOS E DE COMPRESSIBILIDADE.....	115
5.2.3	COMPORTAMENTO MACROSCÓPICO NO ESTADO CRÍTICO.....	117
5.2.4	ENVOLTÓRIA DE RUPTURA.....	120
5.2.5	RELAÇÃO ENTRE O ÂNGULO DE ATRITO MACROSCÓPICO E POROSIDADE 121	
5.2.6	RELAÇÕES ENTRE A MACROESTRUTURA E A MICROESTRUTURA.....	122
6	CONCLUSÕES.....	131
6.1	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	135
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	137
	APÊNDICE A	146

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Limites das frações de solo pelo tamanho dos grãos.....	9
Tabela 2.2– Efeito do formato do grão e da granulometria no ângulo de atrito de pico (Bell, 2007).	10
Tabela 2.3 - Denominação de solos granulares segundo a densidade relativa.	12
Tabela 2.4- Alguns modelos constitutivos elastoplásticos básicos (modificado de Ibañez, 2008).	28
Tabela 2.5- Alguns modelos constitutivos elastoplásticos avançados (modificado de Ibañez, 2008).	29
Tabela 2.5- Alguns modelos constitutivos elastoplásticos avançados (modificado de Ibañez, 2008).	29
Tabela 4.1– Propriedades do modelo de elementos discretos para o teste biaxial.	75
Tabela 5.1– Propriedades elásticas do material granular com grãos arredondados.	88
Tabela 5.2– Parâmetros para medir a variação do módulo com a tensão de confinamento. ...	89
Tabela 5.3– Propriedades elásticas do material granular com grãos angulosos.	116
Tabela 5.4– Parâmetros para medir a variação do módulo com a tensão de confinamento...	116

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Grãos de areia da Costa dos Esqueletos na Namíbia (img132.imageshack.us/img132/3766/areia03ot3.jpg, acesso em 28/02/2009).	7
Figura 2.2 - Formação de arenito. (bp.blogspot.com/.../s400/arenito.JPG, acesso em 28/02/2009).	8
Figura 2.3 - Influência do arranjo das partículas do solo na sua compactidade (2D). (a) n = 0,2146; (b) n = 0,0931	11
Figura 2.4 - Influência do arranjo das partículas do solo na sua compactidade (3D). (a) n =0,4764; (b) n = 0,2595.....	12
Figura 2.5- Gráfico tensão desvio versus deformação axial ($\sigma_d \times \epsilon_a$) dos ensaios triaxiais convencionais com $\sigma_3 = 50, 100$ e 200 kPa e no estado fofo (Costa, 2005).	15
Figura 2.6- Gráfico deformação volumétrica versus deformação axial ($\epsilon_v \times \epsilon_a$) dos ensaios triaxiais convencionais com $\sigma_3 = 50, 100$ e 200 kPa e no estado fofo (Costa, 2005).....	16
Figura 2.7– Gráfico tensão desvio versus deformação axial ($\sigma_d \times \epsilon_a$) dos ensaios triaxiais convencionais com $\sigma_3 = 50, 100, 200$ e 300 kPa e no estado denso (Costa, 2005).....	17
Figura 2.8– Gráfico deformação volumétrica versus deformação axial ($\epsilon_v \times \epsilon_a$) dos ensaios triaxiais convencionais com $\sigma_3 = 50, 100, 200$ e 300 kPa e no estado denso (Costa, 2005).....	17
Figura 2.9- Evolução do índice de vazios de areias.	18
Figura 2.10- Relação entre tensão confinante e índice de vazios crítico.	19
Figura 2.11– Curva típica de carregamento e definição dos módulos de elasticidade (Pinto, 2006).....	21
Figura 2.12– Representação hiperbólica da curva tensão-deformação (Duncan, 1980).....	23
Figura 2.13– Variação do módulo tangente inicial com a tensão confinante (Duncan, 1980). 23	
Figura 2.14– Módulo de carregamento/descarregamento (Duncan, 1980).....	24
Figura 2.15– Ensaio de compressão isotrópica em areia do rio Sacramento (Lee & Seed, 1967 citado por Pinto (2006).....	25
Figura 2.16– Retas de compressão virgem e de descompressão/compressão num plano semi- log (Wood, 2004).	26
Figura 2.17– Resultados de ensaio de carregamento/descarregamento em adensamento isotrópico para a areia de Toyoura (Nakai, 1989).....	27
Figura 2.18- Critério de ruptura de Pedroso & Farias (2006): (a) Vista tridimensional; (b) Comparação entre os critérios de Mohr-Coulomb, Lade-Duncan e SMP-based (Pedroso & Farias, 2006).	31
Figura 2.19- Critério de Mohr-Coulomb no espaço Haigh-Westergard: (a) Vista do plano II; (b) Vista tridimensional; (c) Vista tridimensional (Pedroso, 2006).....	32
Figura 2.20- Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb.	33
Figura 3.1– Ciclo de cálculo do programa PFC2D.	44
Figura 3.2 – Contato partícula-partícula (Itasca, 2004).	45
Figura 3.3 – Contato partícula-parede (Itasca, 2004).....	46
Figura 3.4– Determinação da direção do vetor normal no contato partícula-parede (Itasca, 2004).....	46
Figura 3.5– Sistema massa-mola múltiplo (Itasca, 2004).	52

Figura 3.6– Conexões paralelas representados como uma peça de material cimentício de tamanho finito (Itasca, 2004).	58
Figura 4.1- Elementos de parede representando a câmara triaxial.....	66
Figura 4.2– Partículas posicionadas aleatoriamente com o raio reduzido.	67
Figura 4.3– Amostra com as propriedades desejadas (porosidade, tamanho das partículas)...	68
Figura 4.4– Aplicação das condições de contorno e obtenção do estado de tensões desejado.	71
Figura 4.5– Tensão desviadora versus deformação axial para o material “elástico” no teste de carregamento/descarregamento.	73
Figura 4.6– Deformação volumétrica versus deformação axial para o material “elástico” no teste de carregamento/descarregamento.....	74
Figura 4.7– Índice de vazios e_0 após conversão do ângulo de atrito $\tan \varphi_{\mu_0}$ para $\tan \varphi_{\mu}$ ($=0,25$): (a) porosidade inicial $n_0 = 0,40$; (b) $n_0 = 0,10$ (Maeda & Hirabayashi, 2006).	77
Figura 4.8– Partículas de formato rombóide, criadas utilizando clumps.	78
A porosidade e o número de contatos são calculados pelos chamados measurement circles (círculos de medição). Estes círculos (Figura 4.9) foram instalados no centro das amostras e tiveram os valores médios de porosidade e de número contatos registrados ao longo de todo o teste por meio de funções escritas em linguagem FISH.....	78
Figura 4.10–Círculos de medição instalados na amostra para medir a porosidade e o número de contatos ao longo do teste biaxial.....	79
Figura 5.1– Corpo-de-prova com partículas arredondadas no estado denso.....	81
Figura 5.2– Corpo-de-prova com partículas arredondadas no estado fofo.	82
Figura 5.3– Tensão desviadora versus deformação axial para um arranjo denso (partículas arredondadas).	83
Figura 5.4– Deformação volumétrica versus deformação axial para um arranjo denso (partículas arredondadas).	84
Figura 5.5– Partículas arredondadas deslocando-se em corpo-de-prova denso.....	84
Figura 5.6– Tensão desviadora versus deformação axial para um arranjo fofo (partículas arredondadas).	85
Figura 5.7– Partículas arredondadas deslocando-se em corpo-de-prova fofo	86
Figura 5.8– Deformação volumétrica versus deformação axial para um arranjo fofo (partículas arredondadas).	87
Figura 5.9– Teste de compressão isotrópica em material denso (grãos arredondados).	90
Figura 5.10– Teste de compressão isotrópica em material fofo (grãos arredondados).....	90
Figura 5.11– Resultados do teste de compressão isotrópica em material denso (grãos arredondados) ajustados de acordo com Nakai (1989).	91
Figura 5.12– Resultados do teste de compressão isotrópica em material fofo (grãos arredondados) ajustados de acordo com Nakai (1989).	91
Figura 5.13– Índice de vazios versus deformação axial (partículas arredondadas).	92
Figura 5.14– Tensão desviadora versus deformação axial para o estado fofo e denso (partículas arredondadas).	93
Figura 5.15– Linhas de Estado Crítico para as amostras fofo e densa (partículas arredondadas).	94
Figura 5.16– Envoltórias de ruptura (partículas arredondadas).	95

Figura 5.17– Relação entre a porosidade inicial da amostra e seu ângulo de atrito macroscópico máximo.....	97
Figura 5.18– Relação entre o número de contatos e o índice de vazios (partículas arredondadas).	99
Figura 5.19– Relação entre número de contatos e a tensão média (partículas arredondadas).	101
Figura 5.20– Relação entre o ângulo de atrito macroscópico e microscópico (partículas arredondadas).	103
Figura 5.21– Variação da porosidade após o adensamento de acordo com o coeficiente de atrito entre grãos e para várias tensões confinantes. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).	105
Figura 5.22– Variação do índice de vazios após o adensamento de acordo a tensão média para vários coeficientes de atrito entre grãos. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).	106
Figura 5.23– Superfície de variação da porosidade após o adensamento de acordo com a tensão confinante, coeficiente de atrito entre grãos. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).	107
Figura 5.24– Relação entre o número médio de contatos com a tensão média para coeficientes de atrito entre grãos distintos. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$). ..	109
Figura 5.25– Ensaio biaxiais cíclicos em material denso com grãos arredondados sob diferentes tensões confinantes: (a) e (b) 2000kPa; (c) e (d) 1000kPa; (e) e (f) 500kPa.	110
Figura 5.26–Corpo-de-prova com partículas angulosas no estado denso.	112
Figura 5.27– Corpo-de-prova com partículas angulosas no estado fofo.	112
Figura 5.28– Tensão desviadora versus deformação axial para um arranjo denso (partículas angulosas).	113
Figura 5.29– Tensão desviadora versus deformação axial para um arranjo fofo (partículas angulosas).	114
Figura 5.30– Partículas angulosas deslocando-se num corpo-de-prova denso.	115
Figura 5.31 – Partículas angulosas deslocando-se num corpo-de-prova fofo.	115
Figura 5.32– Teste de compressão isotrópica em material denso (grãos angulosos).	117
Figura 5.33– Teste de compressão isotrópica em material denso (grãos angulosos).	117
Figura 5.34– Índice de vazios versus deformação axial (grãos angulosos).	118
Figura 5.35 – Tensão desviadora versus deformação axial para o estado fofo e denso (partículas angulosas).	119
Figura 5.36– Linhas de Estado Crítico para as amostras fofo e densa (partículas angulosas).	120
Figura 5.37- Envoltórias de ruptura (partículas angulosas).	121
Figura 5.38– Relação entre a porosidade inicial da amostra e seu ângulo de atrito macroscópico máximo.....	122
Figura 5.39 - Relação entre o número de contatos e o índice de vazios (partículas angulosas).	123
Figura 5.40– Relação entre o número de contatos e a tensão média (partículas angulosas)..	124

Figura 5.41– Relação entre o ângulo de atrito macroscópico e microscópico (partículas angulosas).....	125
Figura 5.42- Variação da porosidade após o adensamento de acordo com o coeficiente de atrito entre grãos e para várias tensões confinantes. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).	126
Figura 5.43– Variação do índice de vazios após o adensamento de acordo com a tensão média para vários coeficientes de atrito entre grãos. (a) $n_0=0,10$; (b) $n_0=0,40$	127
Figura 5.44– Superfície de variação da porosidade após o adensamento de acordo com a tensão confinante e coeficiente de atrito entre grãos. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).	128
Figura 5.45– Relação entre o número médio de contatos com a tensão confinante, para vários coeficientes de atrito microscópicos. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).	130

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$	valor assintótico da tensão desviadora
A	angularidade
A	define o raio de curvatura da exponencial
B	parâmetro que controla a ssíntota
C	controla o deslocamento da curva ao longo do eixo das porosidades relativas
c	coesão
C_c	coeficiente de compressão no adensamento unidimensional
C_e	índice de compressão elástico
C_s	coeficiente de expansão
C_t	índice de compressão total
D_e	diâmetro da esfera
D_r	densidade relativa
e	índice de vazios do solo <i>in situ</i>
E_{cc}	módulo com contatos ativos
E_i	módulo tangente inicial
e_{max}	índice de vazios do solo no estado mais fofo
e_{min}	índice de vazios do solo no estado mais denso
E_{sec}	módulo de elasticidade secante
E_{tg}	módulo de elasticidade tangente
E_{ur}	módulo secante plástico
K	módulo de rigidez
L_p	comprimento da partícula
m	parâmetro de ajuste
n	porosidade da amostra

n	parâmetro do material
n_{\max}	porosidade máxima
n_{\min}	porosidade mínima
n_r	porosidade relativa
p	tensão média
p_0	pressão média de referência
P_a	pressão atmosférica
R_e	raio da esfera máxima inscrita
R_m	raio médio de cantos e bordas
S	esfericidade
$\tan\phi$	coeficiente de atrito macroscópico
$\tan\phi_\mu$	coeficiente de atrito microscópico
V	volume da partícula
ε	Deformação normal
ε_v^e	deformações volumétricas elásticas
ε_v^p	deformações volumétricas plásticas
κ	coeficiente de compressão elástica do material
λ	coeficiente de compressão total do material
σ	tensão normal
σ_1	tensão principal maior
σ_3	tensão principal menor
ν	volume específico
ϕ	ângulo de atrito macroscópico
ϕ_{\min}	ângulo de atrito macroscópico mínimo
ϕ_μ	ângulo de atrito microscópico
τ	Tensão cisalhamento

1 INTRODUÇÃO

Assumir um meio como contínuo é a estratégia normalmente utilizada em muitos problemas complexos de engenharia geotécnica, como por exemplo, construção de fundações, escavações, estruturas de contenção, túneis, problemas de estabilidade de taludes, entre outros. Porém, o solo é formado por partículas, macroporos, microporos, poros contendo fluido (água, ar, etc.), cujas partículas podem estar ligadas por algum tipo de cimentação. As características discretas do meio resultam num comportamento complexo sob condições de carregamento e descarregamento, e induzem características especiais como anisotropia, micro-fraturas ou instabilidades locais, as quais dificilmente são entendidas ou modeladas com os princípios da mecânica dos meios contínuos (Jiang et al., 2006).

Existem duas abordagens normalmente utilizadas quando se quer considerar o comportamento discreto do solo. Na primeira, podem ser revisados os modelos ou teorias tradicionais introduzindo leis adicionais que reflitam as mudanças na microestrutura do solo, ou melhorando modelos constitutivos baseados nos estudos micromecânicos do solo. Este é o método normalmente utilizado por quem desenvolve modelos constitutivos baseados na mecânica dos meios contínuos (Jiang et al., 2006). A segunda abordagem, em contrapartida, trata o solo como um conjunto de partículas diretamente, enquanto as respostas macroscópicas-microscópicas sob carregamento são obtidas analiticamente, numericamente ou experimentalmente. Este é o método utilizado pelos pesquisadores em micromecânica. Entre estes pesquisadores o Método dos Elementos Discretos (MED) vem se tornando cada vez mais popular (Jiang et al., 2006).

No MED a segunda lei de Newton é resolvida para cada partícula, permitindo uma nova forma de realizar a modelagem constitutiva do solo, já que parte-se do entendimento do comportamento mecânico dos grãos e de suas interrelações. Conforme Belheine *et al.* (2008) usando esta abordagem, a resposta macromecânica do material (deformabilidade, resistência, dilatância, deformações localizadas) é reproduzida com a determinação das propriedades micromecânicas do mesmo (rigidez normal, tangencial e atrito local, por exemplo).

Utilizando-se então do método dos elementos discretos, com modelos constitutivos relativamente simples para as partículas, pode-se realizar a modelagem micromecânica e macromecânica do comportamento tensão-deformação de meios granulares, representar o seu comportamento não linear e estabelecer relações entre as suas propriedades macroscópicas e microscópicas. Além disso, é possível entender melhor a influência de alguns aspectos sobre o

comportamento do solo normalmente ignorados pela abordagem tradicional, como o contato entre os grãos, formato das partículas e não homogeneidade na distribuição dos vazios do solo.

1.1 OBJETIVOS

Esta dissertação traz a seguinte hipótese: o comportamento elastoplástico não linear de um material granular pode ser simulado por meio do Método dos Elementos Discretos, levando-se em consideração a sua natureza discreta e a interação mecânica entre as partículas que constituem o meio.

Diante da hipótese assumida, objetiva-se avaliar o potencial da utilização de uma abordagem discreta para reproduzir o comportamento macroscópico de arranjos de partículas considerando-se as principais variáveis, tais como: densidade relativa, forma dos grãos, ângulo de atrito, tensão confinante, etc. Pretende-se ainda, relacionar parâmetros microscópicos e macroscópicos.

1.2 METODOLOGIA

Para a simulação do comportamento tensão-deformação do material granular será utilizado o método dos elementos discretos (MED), o qual se encontra implementado no código comercial *PFC-2D* (Itasca). Esse código possui uma linguagem de programação embutida chamada *FISH*, a qual será utilizada para desenvolver os códigos dos modelos computacionais de ensaios mecânicos.

Foram codificadas a geometria do modelo e suas condições de contorno (tensões de confinamento, carregamentos monotônicos, carregamentos cíclicos, deslocamentos impostos, etc.). Então se realizou várias análises paramétricas, com o intuito de determinar a influência de cada parâmetro do modelo constitutivo microscópico na resposta macroscópica elastoplástica não linear do material.

Os resultados serão ainda interpretados e analisados à luz da Teoria da Elastoplasticidade de forma que se possa verificar a validade dos mesmos.

1.3 ESCOPO E ORGANIZAÇÃO

Este trabalho será composto de 6 capítulos e um apêndice.

No presente capítulo são apresentados a relevância da pesquisa, objetivos e um resumo da metodologia empregada na mesma.

No **Capítulo 2** será apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre a física dos materiais granulares (formação, descrição e propriedades), o comportamento macroscópico tensão-deformação dos solos granulares, a aplicação do MED na modelagem do comportamento de meios granulares.

O **Capítulo 3** apresenta detalhes sobre o método dos elementos discretos como a lógica por trás dos elementos básicos do modelo (partículas e paredes), modelos de contato, modelos de amortecimento e outras informações relevantes para a simulação do comportamento de um meio granular.

No **Capítulo 4** será discutido o modelo numérico-computacional de ensaio biaxial empregado nesta dissertação.

No **Capítulo 5** serão apresentados os resultados das simulações realizadas com as respectivas análises.

No **Capítulo 6** serão apresentadas conclusões e sugestões para pesquisas futuras.

No **Apêndice A** encontra-se a listagem de alguns dos códigos na linguagem *FISH*, que foram utilizados para a simulação dos problemas apresentados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O comportamento do solo granular tem um papel importante na engenharia geotécnica e vem sendo estudado ao longo do tempo, com o objetivo de compreender as características que este tipo de solo apresenta sob as mais diversas condições de carregamento. Sabe-se que vários são os fatores que determinam o comportamento tensão-deformação de um solo granular, como: origem, estrutura, tamanho dos grãos, forma dos grãos, compacidade e tensões de confinamento. Neste capítulo é apresentada uma breve revisão sobre estes aspectos, e como esta dissertação se propõe a investigar tais características por meio do método dos elementos discretos, serão revisados também os trabalhos realizados por outros autores na aplicação desta técnica, com o intuito de consolidar a base de conhecimentos necessários para a análise das simulações realizadas.

2.1 SOLOS GRANULARES

Para os engenheiros, o solo consiste de um sistema de partículas de diferentes tamanhos e formatos e com pequenas ligações entre elas, formando uma estrutura que se deforma quando sujeita à ação de forças naturais ou artificiais (Aysen, 2002).

Como um meio particulado, o solo tem o seu comportamento macroscópico e microscópico determinado por várias características relacionadas aos seus grãos como a sua composição mineralógica, formato, tamanho, rugosidade, deformabilidade etc.

O solo é um produto do intemperismo, processo que decompõe e desintegra as rochas produzindo fragmentos que variam muito em tamanho, desde matacões com 5 m de diâmetro até pequenas partículas que não podem nem ser vistas ao microscópico (Press et al., 2006). Partículas maiores que um grão de areia muito grosso (maiores que 2 mm) tendem a conter muitos grãos minerais da rocha-matriz. As partículas de areia e silte são, em geral, grãos cristalinos individuais de qualquer dos vários minerais formadores da rocha.

O intemperismo é o processo geral pelo qual as rochas são destruídas na superfície da Terra (Press et al. 2006). As rochas expostas na superfície da Terra são submetidas a condições ambientais bem diferentes daquelas onde se formaram, entrando em contato com novos processos físicos e químicos, que diferem em muito das condições originais.

O intemperismo físico atua pela desintegração física e mecânica das rochas por diversos mecanismos como o alívio de tensões, fadiga e ruptura mecânica, promovendo a fragmentação de seus componentes e um aumento da superfície específica das partículas minerais, sem modificações na sua estrutura cristalina. Sua atuação acentua-se em função das mudanças bruscas de temperatura, ação do congelamento da água e ação radicular de determinadas espécies vegetais.

O intemperismo químico tem como condição fundamental, a percolação de soluções aquosas que percolam o maciço. A presença de água e temperatura, favoráveis ao desenvolvimento de reações químicas, transformam os minerais primários, da rocha original, em minerais secundários, que passam a constituir um complexo de alteração.

De acordo com Press et al.(2006), os intemperismos físico e químico reforçam-se mutuamente. A decomposição química deteriora os fragmentos das rochas e torna-os mais suscetíveis ao rompimento. Por sua vez, quanto menores os blocos produzidos pelo intemperismo físico, tanto maior a superfície disponível para ação do intemperismo químico.

A presença e o grau de atuação do intemperismo dependem de quatro fatores modificadores, a saber:

- Características climáticas locais - temperatura, umidade ambiente e nível de precipitações influem de forma conjunta para o desenvolvimento das características particulares de intemperismo em cada região. De uma forma geral, o intemperismo físico será proeminente em climas secos e o intemperismo químico em ambientes úmidos e quentes (Ibañez, 2008).
- Condições de relevo - As topografias local e regional influem de maneira marcante no desenvolvimento do solo. A sua interferência na dinâmica da água (taxa de infiltração e *run-off*) e nos processos de erosão e sedimentação é marcante (Oliveira & Brito, 1998).
- Nível de fraturamento - As discontinuidades dos maciços rochosos são também elementos que exercem influência sobre as características e intensidade do intemperismo, já que: constituem os macro-caminhos de acesso para as soluções aquosas, agentes do intemperismo químico; produzem um aumento da superfície exposta, deixando o maciço mais suscetível de ser alterado (Ibañez, 2008).

- Características da rocha – a caracterização da rocha de origem marca a condição inicial a partir da qual acontecem os processos de alteração, e tem incidência direta na evolução e nas características do resultado final do intemperismo (Ibañez, 2008).

A partir da atuação dos processos intempéricos anteriormente descritos sobre as rochas expostas na superfície da Terra, ocorre o desenvolvimento de resíduos não-consolidados comumente conhecidos por regolitos saprolíticos que constituem o substrato pedogenético, material originário do solo (Oliveira & Brito, 1998). Este material, proveniente da desagregação da rocha, poderá permanecer no local em que se desenvolveu, ou ser transportado para outro. Sendo submetido por tempo relativamente longo aos processos pedogenéticos (processos de formação do solo), esse material, residual ou transportado, passa a desenvolver um verdadeiro solo do ponto de vista pedológico (Oliveira & Brito, 1998). Em certas condições, o solo assim formado poderá ser retrabalhado por processos de dinâmica superficial, fornecendo material que, transportado e depositado em outro local, passará a constituir um novo substrato pedogenético. Pode-se então identificar duas categorias de substrato pedogenético (Oliveira & Brito, 1998):

- Residual ou autóctone: formado no local, diretamente da desagregação da rocha subjacente ao perfil do solo;
- Transportado ou alóctone: dependendo do agente responsável pelo transporte dos materiais resultantes do intemperismo, pode ser ainda denominado como substrato pedogenético coluvionar (ação da gravidade), aluvionar (ação das águas correntes), glacial (ação de geleiras) ou eólico (ação do vento).

A areia é um sedimento composto de grãos de vários minerais desintegrados de diversas rochas-matrizes por processos de intemperismo químico e físico. Elas podem ser classificadas como sedimentos clásticos de grão médio (Press et al., 2006). A Figura 2.1 mostra um exemplo típico de areia quartzosa na Costa dos Esqueletos da Namíbia.

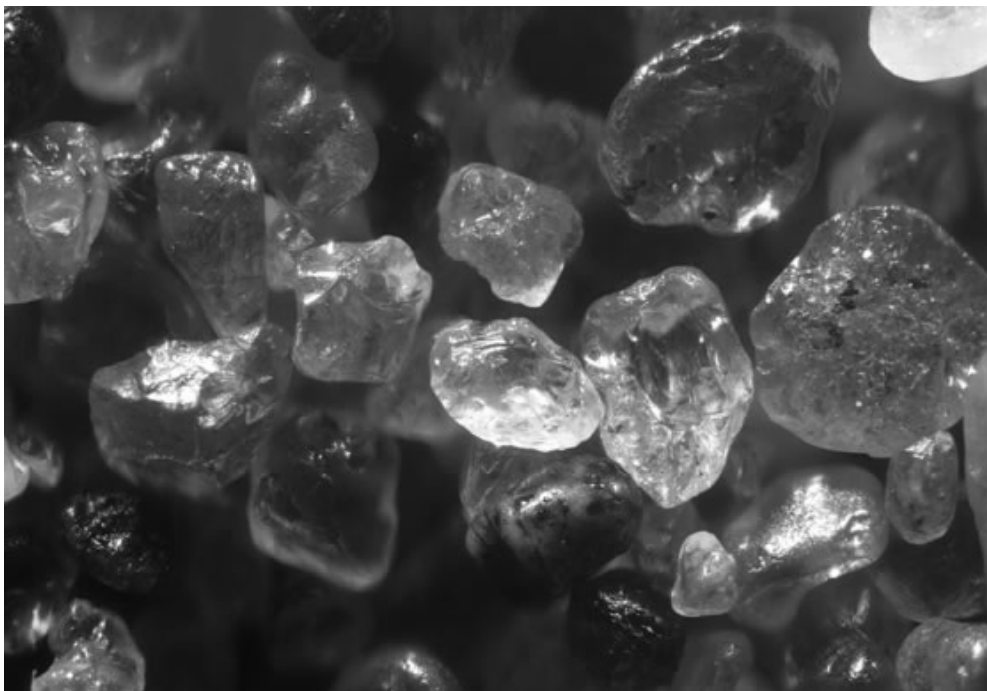


Figura 2.1 – Grãos de areia da Costa dos Esqueletos na Namíbia
(img132.imageshack.us/img132/3766/areia03ot3.jpg, acesso em 28/02/2009).

De acordo com Press et al. (2006), as areias consistem em partículas de tamanho médio, cujo diâmetro varia desde 0,062 até 2 mm. Esses sedimentos são movidos até mesmo por correntes moderadas, como aquelas dos rios, ondas nos litorais e ventos que sopram a areia nas dunas. As partículas de areia são grandes o suficiente para serem vistas a olho nu e muitas de suas características são facilmente reconhecidas com o uso de uma simples lupa de mão. O equivalente litificado da areia é uma rocha sedimentar chamada de arenito (Figura 2.2).

As areias são subdivididas em finas, médias e grossas. O tamanho médio dos grãos de qualquer arenito pode ser um importante indício tanto da força da corrente que os transportou como o tamanho dos cristais erodidos da rocha-matriz (Press et al., 2006). A variedade e a abundância relativa dos diversos tamanhos também são significativas. Se todos os grãos são próximos do tamanho médio, diz-se que a areia é bem selecionada ou uniforme. Se muitos grãos são maiores ou menores que a média, a areia é pobremente selecionada ou não uniforme. O grau de uniformidade pode ajudar a distinguir, por exemplo, entre areais de praias (uniformes) e areias lamosas depositadas por geleiras (não uniformes).

As formas do grão de areia também podem ser importantes indicadores da sua origem. Assim como os seixos, os grãos de areia são arredondados durante o transporte. A existência

de grãos angulosos indica que percorrem distâncias pequenas, enquanto grãos arredondados indicam um longo caminho percorrido, como ocorre em um grande sistema fluvial (Press et al., 2006).



Figura 2.2 - Formação de arenito.

(bp.blogspot.com/.../s400/arenito.JPG, acesso em 28/02/2009).

As areias ainda podem ser subdivididas de acordo com a sua composição mineralógica, a qual ajuda a identificar a composição da rocha-matriz (Press et al., 2006). Assim, há arenitos ricos em quartzo e, outros em feldspato. Certas areias são bioclásticas e formam-se quando materiais como o carbonato são quebrados e transportados por correntes. Desta forma, a composição mineralógica das areias e arenitos indica a área-fonte que foi erodida para produzir os grãos.

2.2 FATORES FÍSICOS RELEVANTES NO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE SOLOS GRANULARES

Algumas das características mais importantes para a determinação do comportamento mecânico de um solo granular são o tamanho dos grãos, a forma das partículas, granulometria e estrutura (*fabric*).

De acordo com Lambe & Whitman (1984), o tamanho de uma partícula, que não tenha forma esférica ou cúbica, não pode ser definido unicamente por uma dimensão linear. O significado do tamanho depende, portanto, da dimensão medida e do método de medição. Os métodos habituais para determinação dos tamanhos das partículas que constituem um solo são a análise granulométrica (partículas maiores 0,075 mm) e análise por sedimentação para partículas menores. Na análise por sedimentação, o tamanho de uma partícula é o diâmetro de

uma esfera que se deposita na água na mesma velocidade que a partícula considerada (Lambe & Whitman, 1984). No ensaio de análise granulométrica cada peneira tem uma abertura característica que varia de 0,075 mm (areia fina) a 2 mm (areia grossa), e esta abertura nominal representa um diâmetro equivalente da partícula. O peso do material que passa em cada peneira, referido ao peso seco da amostra, é considerado como a “porcentagem que passa”, e é representado por um gráfico mono-log em função da abertura da peneira. A curva de distribuição granulométrica mostra não somente os tamanhos das partículas presentes em um solo, mas também o tipo de distribuição de partículas dos vários tamanhos. Esta distribuição tem uma influência direta na forma com que os vazios do solo serão ocupados pelas partículas e um material granular bem graduado apresenta menor índice de vazios e mais entrosamento entre grãos, portanto um maior ângulo de atrito macroscópico.

Para descrever o tamanho de uma partícula de solo pode-se citar a sua dimensão ou estabelecer faixas de valores (tamanho) com um determinado nome, caracterizando assim, a dimensão dominante. Os valores adotados pela ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) são os indicados na Tabela 2.1 (Pinto, 2006).

Tabela 2.1 - Limites das frações de solo pelo tamanho dos grãos.

	Fração	Limites definidos pela Norma da ABNT
Solos Granulares	Matacão	de 25 cm a 1 m
	Pedra	de 7,6 cm a 25 cm
	Pedregulho	de 4,8 mm a 7,6 cm
	Areia grossa	De 2,0 mm a 4,8 mm
	Areia média	De 0,42 mm a 2,0 mm
	Areia fina	de 0,05 mm a 0,42 mm
	Solos Finos	Silte
Argila		inferior a 0,005 mm

Outra característica física importante é o formato dos grãos, o qual é influenciado pela composição mineralógica das rochas que formam os solos. No caso das areias, o quartzo é o mineral predominante, o qual é bastante resistente à desagregação e possui uma composição química simples, SiO_2 , dando origem a partículas equidimensionais, como cubos ou esferas, com baixa atividade superficial (Pinto, 2006). A forma das partículas é tão importante quanto a distribuição granulométrica, pois tem influência significativa nas propriedades de um dado

solo como o índice de vazios máximo e mínimo, parâmetros da resistência ao cisalhamento e compressibilidade (Das, 2007). Ainda segundo Das (2007), pequenas partículas de areia localizadas perto de suas origens são geralmente muito angulares e aquelas carregadas por uma longa distância pelo vento e pela água podem ser de subangulares a arredondadas na forma. As partículas de areia podem ser caracterizadas por medidas de angularidade (Eq.(2.1)) e esfericidade (Eq.(2.2)).

$$A = \frac{R_m}{R_e} \quad (2.1)$$

$$S = \frac{D_e}{L_p} \quad (2.2)$$

onde A = angularidade; R_m = raio médio de cantos e bordas; R_e = raio da esfera máxima inscrita; S = esfericidade; $D_e = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$ = diâmetro da esfera; V = volume da partícula; L_p = comprimento da partícula.

Quanto mais angulosos forem os grãos, maior será a resistência ao movimento relativo entre partículas, já que existe um maior grau de imbricamento (encaixe) entre eles do que entre grãos arredondados. Assim, o material formado por grãos angulosos possui um maior ângulo de atrito macroscópico, conforme mostra a Tabela 2.2 (Bell, 2007).

Tabela 2.2– Efeito do formato do grão e da granulometria no ângulo de atrito de pico (Bell, 2007).

Formato e graduação	Fofo	Denso
Arredondado, uniforme	30°	37°
Arredondado, bem graduado	34°	40°
Angularo, uniforme	35°	43°
Angularo, bem graduado	39°	45°

Por último, deve-se falar da estrutura do solo, a qual é definida como o arranjo geométrico de suas partículas, umas em relação às outras (Das, 2007). A forma e a distribuição de tamanho das partículas do solo e suas posições relativas influem sobre a densidade do agrupamento e na sua resistência ao cisalhamento:

- O comportamento de um material granular para uma mesma porosidade pode se mostrar distinto conforme o arranjo dos grãos;
- De uma forma geral, o aumento no grau de encaixe (ou imbricamento) entre as partículas provoca também um aumento no ângulo de atrito macroscópico;
- Quanto menor a porosidade, maior o ângulo de atrito macroscópico. O decréscimo do índice de vazios inicial provoca um aumento da tensão desviadora na ruptura. Além disso, quanto menor for o índice de vazios inicial, maior será a queda de resistência após a ruptura e maior será o efeito da dilatância durante o cisalhamento.

Na Figura 2.3 é possível verificar duas situações em que o mesmo número de partículas iguais pode levar a situações distintas de porosidade. Na Figura 2.3(a) se tem um arranjo bidimensional quadrado, cuja porosidade (n) é de aproximadamente 0,21, ou seja, estado fofo. No caso da Figura 2.3(b), se tem um arranjo hexagonal de partículas, o qual leva a uma situação muito compacta, com porosidade de aproximadamente 0,09. Vale ressaltar que a denominação do arranjo está relacionada com o número de contatos que cada partícula (exceto as do contorno) possui. Portanto, no arranjo quadrado, cada partícula está em contato com quatro vizinhas e no caso hexagonal, em contato com seis partículas.

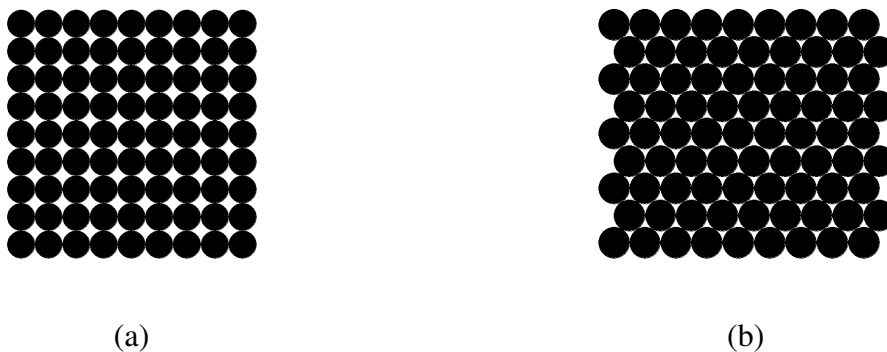


Figura 2.3 - Influência do arranjo das partículas do solo na sua compactidade (2D).
(a) $n = 0,2146$; (b) $n = 0,0931$

É óbvio que para um arranjo tridimensional de partículas a porosidade será diferente (Figura 2.4). Da mesma forma em que ocorre nos arranjos bidimensionais a denominação de cada arranjo é função do número de contatos realizado por cada partícula. No caso do arranjo cúbico são seis contatos para cada esfera, e no caso tetraédrico são doze contatos. Na Figura 2.4(a) é mostrado um arranjo cúbico (fofo), cuja porosidade é aproximadamente 0,48. Já para um arranjo tetraédrico (denso), a porosidade é aproximadamente 0,26 (Figura 2.4(b)).

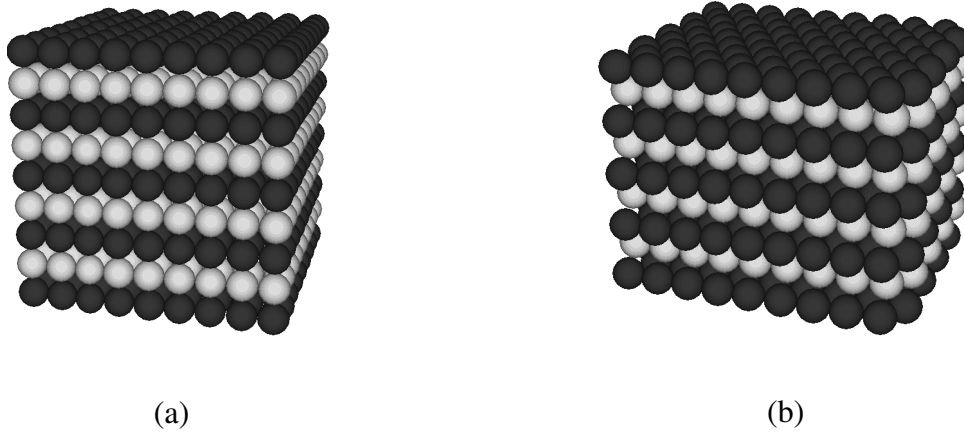


Figura 2.4 - Influência do arranjo das partículas do solo na sua compactação (3D).
 (a) $n = 0,4764$; (b) $n = 0,2595$

De acordo com Lambe & Whitman (1984), quanto mais uniforme for o solo e menores e mais angulosas forem as partículas, menor é a compactação mínima (mais fofo é o solo). Por outro lado, quanto maior for a variedade de tamanho dos grãos, maior será a compactação máxima (os vazios entre as partículas mais grossas podem ser preenchidos pelas partículas mais finas). Uma medida utilizada para caracterizar a compactação (densidade) de um solo, é a densidade relativa D_r definida por

$$D_r = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} \quad (2.3)$$

onde e_{\max} é o índice de vazios do solo no estado mais fofo, e_{\min} é o índice de vazios do solo no estado mais denso, e é o índice de vazios do solo *in situ*. A Tabela 2.3 relaciona as denominações dos solos granulares de acordo com a densidade relativa (Lambe & Whitman, 1984).

Tabela 2.3 - Denominação de solos granulares segundo a densidade relativa.

Densidade relativa (%)	Denominação
0-15	Muito fofo
15-35	Fofo
35-65	Médio
65-85	Denso
85-100	Muito denso

A literatura (Lambe & Whitman, 1979; Espósito & Assis, 1998; Lopes, 2000) apresenta como modelo uma relação exponencial entre ϕ e n para solos granulares. De acordo com Lopes (2000), tem sido observada uma tendência do ângulo de atrito tender para um valor assintótico para grandes valores de porosidade. Assim, foi proposto um índice de porosidade relativa:

$$n_r = \frac{n_{\max} - n}{n_{\max} - n_{\min}} \quad (2.4)$$

onde n_{\max} é a porosidade máxima, n_{\min} é a porosidade mínima e n a porosidade da amostra. É uma função do tipo:

$$\phi = B + Ce^{An_r} \quad (2.5)$$

onde ϕ é o ângulo de atrito macroscópico; n_r é a porosidade relativa; $B + C = \phi_{\min}$ é a assíntota horizontal; A define o raio de curvatura da exponencial e C controla o deslocamento da curva ao longo do eixo das porosidades relativas.

Existem ainda outros fatores físicos importantes para a determinação do comportamento mecânico de um material granular:

- Resistência dos grãos: o esmagamento das partículas provoca a curvatura da envoltória de ruptura (Pinto, 2006). A ruptura das partículas é um fenômeno destrutivo que leva a recalques e produz redução da condutividade e da resistência de pico (Lobo-Guerrero, 2006);
- Tipo de mineral: exerce pouca influência sobre a resistência de materiais granulares, a não ser que o material seja composto por mica (Lopes, 2000). A mica faz com que areias possuam um alto índice de vazios e conseqüentemente um menor ângulo de atrito.

2.3 ASPECTOS MICROSCÓPICOS RELEVANTES NO COMPORTAMENTO DE SOLOS GRANULARES

O deslizamento relativo entre as partículas de um solo constitui o mecanismo mais importante de deformação de uma massa de solo (Lambe & Whitman, 1984). A resistência ao cisalhamento de um solo é bastante influenciada pela resistência tangencial dos contatos entre

partículas, porém o grau de acomodação das partículas (densidade relativa) também irá contribuir para a resistência total da massa de solo às tensões de cisalhamento.

De acordo com Lambe & Whitman (1984), a resistência ao esforço cortante entre duas partículas é a tensão que deve ser mobilizada para produzir um deslizamento relativo entre as mesmas e a resistência tangencial total (produto da resistência em cada contato pelo número total de contatos) de um solo é proporcional à força normal exercida entre ambas as partículas (solo granular). Se a força normal diminui, diminui o número de contatos ou a resistência, o que causa a redução da resistência tangencial total. Assim, conclui-se que a resistência ao deslizamento tangencial entre duas partículas é de natureza friccional. Em alguns casos, quando parte da resistência total ao deslizamento tangencial é independente da força normal, diz-se que existe uma coesão real entre as partículas (solo coesivo).

O mecanismo do atrito entre partículas de solo pode ser explicado da seguinte maneira (Lambe & Whitman, 1984):

- Em uma escala microscópica a maioria das superfícies (ainda que polidas) são rugosas, assim dois corpos somente estarão em contato quando se tocam os seus pontos mais salientes; ou seja, o contato real é uma fração muito pequena do contato aparente;
- Devido ao contato produzido em pontos discretos, as tensões em tais pontos são muito elevadas, assim chega-se rapidamente à plastificação do material em tais zonas de contato.

Existem algumas especificidades quando se trata do deslizamento de minerais não laminares como o quartzo, o feldspato e a calcita, os quais constituem as partículas dos solos granulares. Os coeficientes de atrito medidos em minerais não laminares são independentes da carga normal (Lambe & Whitman, 1984). Por outro lado, o ângulo de atrito entre partículas (Φ_μ) varia de acordo com o tamanho dos grãos, pois, para uma carga normal total dada, a carga normal por contato aumenta com o tamanho da partícula. De acordo com Lambe & Whitman (1984), isto ocorre devido às partículas mais grossas girarem mais facilmente que as menores, dado que o centro de gravidade está mais distante do plano de deslizamento. Diante disso, vê-se que o ângulo de atrito macroscópico, que é composto por uma parcela de resistência ao deslizamento e outra à rotação, é menor quanto maior for o grão (Lambe & Whitman, 1984).

2.4 ASPECTOS GERAIS DO COMPORTAMENTO TENSÃO-DEFORMAÇÃO DE SOLOS GRANULARES

Muito do conhecimento adquirido até então sobre a resistência do solo é resultado de ensaios triaxiais bem controlados em corpos-de-prova homogêneos. Estes ensaios permitem a caracterização do comportamento mecânico do solo, a determinação de parâmetros importantes e calibração de modelos constitutivos (Huang et al., 2008).

O comportamento típico de um corpo-de-prova de areia não cimentada em um ensaio triaxial convencional drenado está representado nas Figura 2.5-Figura 2.8. Na Figura 2.5 é apresentado o gráfico típico de tensão desvio versus deformação axial em um solo granular, inicialmente no estado fofo. Neste caso o material era composto por grãos de quartzo moídos ensaiado por Costa (2005). A amostra foi rompida sob três diferentes níveis de tensão confinante $\sigma_3 = 50, 100$ e 200 kPa. A tensão desviadora cresce lentamente com a deformação axial, tendendo a um valor assintótico máximo. Este valor máximo de tensão desviadora, no caso de material granular no estado fofo, representa também a chamada tensão residual. A Figura 2.6 mostra a variação da deformação volumétrica com a deformação axial para a mesma amostra. O material granular no estado fofo se contrai ao longo do ensaio até atingir um valor limite, aproximadamente constante, não ocorrendo mais variação de volume.

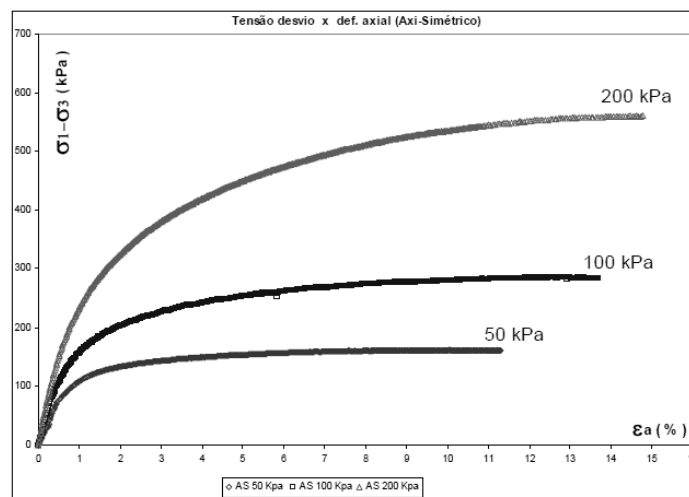


Figura 2.5- Gráfico tensão desvio versus deformação axial ($\sigma_d \times \epsilon_a$) dos ensaios triaxiais convencionais com $\sigma_3 = 50, 100$ e 200 kPa e no estado fofo (Costa, 2005).

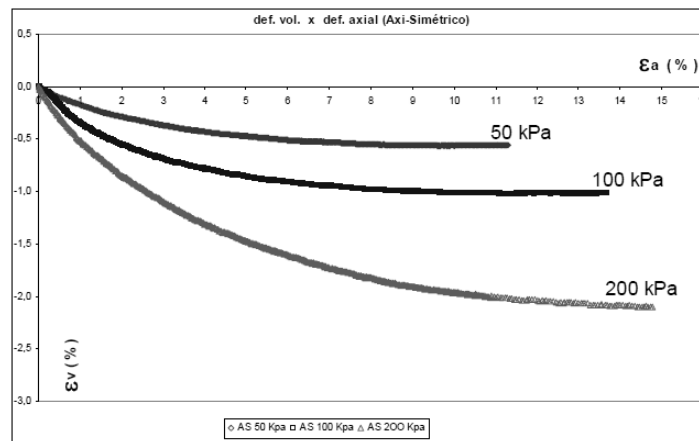


Figura 2.6- Gráfico deformação volumétrica versus deformação axial ($\epsilon_v \times \epsilon_a$) dos ensaios triaxiais convencionais com $\sigma_3 = 50, 100$ e 200 kPa e no estado fofo (Costa, 2005).

Para o material denso, a curva tensão desviadora versus deformação axial está ilustrada na Figura 2.7. Para as quatro tensões confinantes aplicadas ($\sigma_3 = 50, 100, 200$ e 300 kPa), a tensão desviadora cresce rapidamente com a deformação axial até atingir uma resistência de pico para um dada deformação axial. Após atingir a tensão de pico decresce em direção a um valor mais ou menos constante, a tensão residual. Diferente do que ocorre para um solo fofo, a tensão residual de um solo denso é diferente da máxima. A Figura 2.8 apresenta a evolução da deformação volumétrica com a deformação axial. Num primeiro momento, ocorre contração da amostra. Porém, após um dado nível de deformação, o volume começa a expandir, passando pelo seu valor inicial, e cresce até chegar a um valor maior que o do início do ensaio, para então estabilizar em um valor mais ou menos constante. O aumento de volume, representado pelo aumento no índice de vazios, que ocorre durante o cisalhamento é conhecido como dilatância.

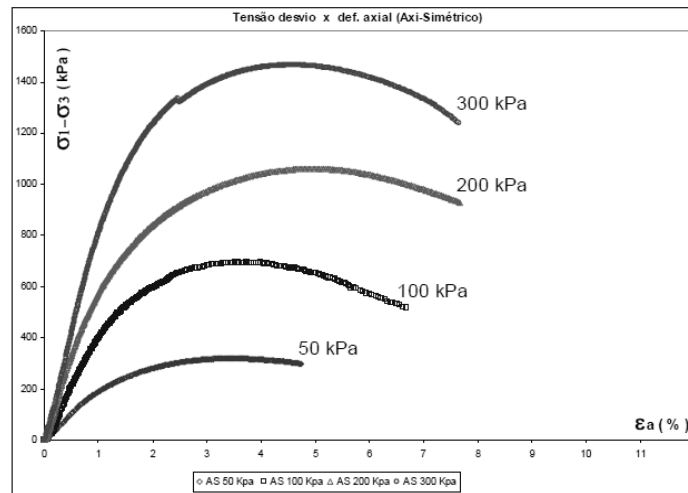


Figura 2.7– Gráfico tensão desvio versus deformação axial ($\sigma_d \times \epsilon_a$) dos ensaios triaxiais convencionais com $\sigma_3 = 50, 100, 200$ e 300 kPa e no estado denso (Costa, 2005).

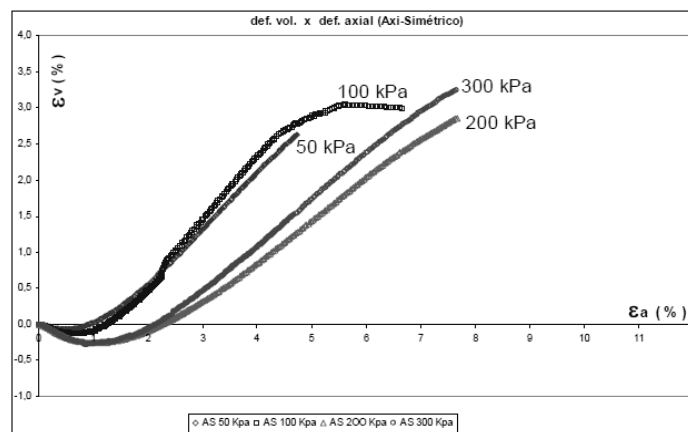


Figura 2.8– Gráfico deformação volumétrica versus deformação axial ($\epsilon_v \times \epsilon_a$) dos ensaios triaxiais convencionais com $\sigma_3 = 50, 100, 200$ e 300 kPa e no estado denso (Costa, 2005).

Outro ponto importante que pode ser percebido por meio das Figura 2.5 e Figura 2.8 é a influência da tensão confinante na tensão de pico e na deformação volumétrica de uma amostra durante o cisalhamento. Como pode ser visto nas Figuras Figura 2.5 e Figura 2.8, para ambos os estados de compactidade inicial, um acréscimo na tensão confinante produz um aumento na tensão desviadora de ruptura. Além disso, pode-se dizer que a ruptura ocorre com maiores deformações axiais para tensões confinantes crescentes em qualquer compactidade. A contração e a dilatação do material também são sensíveis à tensão confinante, tal que, esta diminui com o aumento do confinamento (Figura 2.8), enquanto que aquela, aumenta junto com o aumento do nível de confinamento da amostra (Figura 2.6).

Ao comparar o comportamento da areia no estado denso e no estado fofo, nota-se a existência de uma tensão residual e de um ponto a partir do qual existe uma deformação volumétrica aproximadamente constante. Ou seja, independentemente da densidade da areia, existe um índice de vazios (e) para o qual o corpo de prova não apresenta nem diminuição nem aumento de volume por ocasião da ruptura (Figura 2.9). Este índice de vazios é definido como o índice de vazios crítico (e_{crit}) da areia (Pinto, 2006). A explicação física para a existência da constância de volume em areias fofas é o alojamento das partículas nos vazios existentes (reduzindo-se o índice de vazios), passando a escorregar e rolar entre si, mantendo, na média o mesmo índice de vazios (Pinto, 2006). Já nas areias compactas, vencido o entrosamento e com a criação de um maior volume de vazios, passa-se a uma situação semelhante à das fofas (Pinto, 2006). Novamente, ressalta-se que mesmo no estado crítico há influência da tensão de confinamento no comportamento da areia. Se uma determinada areia é ensaiada sob uma tensão confinante baixa, ela pode se encontrar abaixo do índice de vazios crítico correspondente a esta tensão (estado denso); já com a tensão confinante alta, o índice de vazios pode ser superior ao crítico, estando a areia no estado fofo (Pinto, 2006). Assim, para uma areia com um determinado índice de vazios existe uma tensão confinante crítica (Pinto, 2006), e esses dois parâmetros relacionam-se conforme a Figura 2.10.

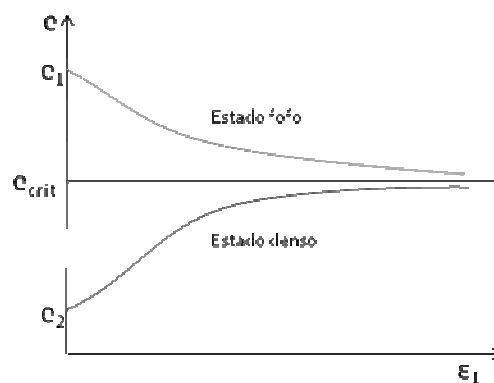


Figura 2.9- Evolução do índice de vazios de areias.

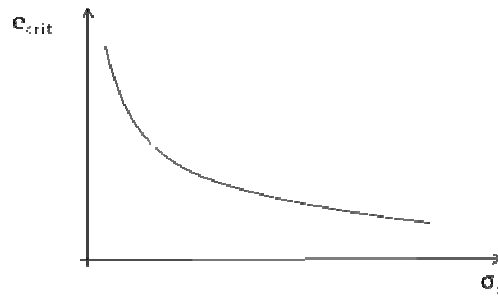


Figura 2.10- Relação entre tensão confinante e índice de vazios crítico.

2.5 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA SOLOS GRANULARES

Os modelos constitutivos são relações entre duas entidades físicas (normalmente tensores) que são específicas para um material ou substância, e aproxima a resposta do material quando sujeito a carregamentos externos. Os modelos constitutivos são combinados a outras equações de campo (da mecânica dos meios contínuos) para a solução de problemas físicos.

No caso específico do solo, quando se quer saber a resposta puramente mecânica deste quando sujeito a carregamentos externos, são usados os modelos constitutivos que relacionam tensão e deformação. Por uma questão de simplicidade, daqui para frente, quando for mencionado modelo constitutivo, estará sendo feita referência àqueles relacionados ao comportamento tensão-deformação do solo.

Existem modelos constitutivos que se concentram somente na deformabilidade do solo, considerando, por exemplo, que este segue um comportamento elástico. Os modelos mais avançados de deformabilidade consideram que as propriedades de deformabilidade do material variam de acordo com o estado de tensões, sendo uma primeira aproximação do comportamento não-linear que o solo de fato exhibe. Um exemplo de modelo deste tipo é o hiperbólico (Duncan & Chang, 1970).

Em muitos problemas geotécnicos não interessa tanto como o material se comporta durante a aplicação do carregamento, mas sim quando ele rompe. Neste caso, são aplicados modelos rígidos-perfeitamente-plásticos, ou seja, o material não se deforma com o aumento da tensão, porém, ao atingir a tensão de ruptura, parte do mesmo desliza como um corpo-rígido. Nestes casos, os modelos mais simples se restringem apenas a um critério de ruptura, como por exemplo, o critério de Mohr-Coulomb.

2.5.1 Modelos de deformabilidade

As deformações experimentadas por um elemento de solo são o resultado das deformações internas e dos movimentos relativos entre as partículas que o compõem. Fundamentalmente existem dois mecanismos de deformação em solos granulares: distorção das partículas e movimento relativo das partículas como resultado da rotação ou deslizamento (Lambe & Whitman, 1984). Já foram propostos alguns modelos simples para explicar as interações entre partículas, os quais consideram estas partículas como esferas elásticas (Deresciewicz, 1958; Scott, 1963; Rowe, 1962). Mesmo sendo simples, estes modelos fornecem informações importantes para interpretar os resultados experimentais de solos reais quando sujeitos a ensaios de compressão isotrópica, carregamento cíclico e em compressão triaxial (Lambe & Whitman, 1984):

- No caso do ensaio de compressão isotrópica, pode ocorrer colapso de aglomerados de partículas que causarão grandes deformações volumétricas. Cada colapso produz a rotação e o deslizamento entre partículas e, como resultado, se originam forças tangenciais nos pontos de contato. A resultante destas forças tangenciais é nula sobre uma superfície traçada através de muitos pontos de contato. Desta forma, o esforço tangencial sobre um plano qualquer é nulo.
- Quando o solo está sujeito a carregamentos cíclicos, somente uma parte da deformação produzida pode ser recuperada no descarregamento seguinte. As deformações devidas ao deslizamento entre partículas ou ao colapso destas são em grande parte irreversíveis. Numa areia, para tensões menores que a máxima em um ciclo de carga, ao ser aplicado recarga, esta tem uma rigidez muito maior que no primeiro ciclo, já que grande parte do deslizamento potencial entre partículas já ocorreu. Ao recarregar a areia com tensões superiores à máxima do primeiro ciclo de carregamento, a curva tensão-deformação é essencialmente a mesma, como se não houvesse ocorrido um descarregamento prévio. Ao final de alguns ciclos, é obtido um laço de histerese, com uma deformação permanente pequena ou nula para um determinado ciclo de carga.
- O ensaio de compressão triaxial pode ser dividido em três fases principais: fase inicial, fase próxima à resistência máxima e fase final. Durante a fase inicial, ocorre uma pequena diminuição de volume. Próximo à resistência de pico, considerando um grupo de partículas compacto, a compressão vertical causa deformação somente se

partículas vizinhas moverem-se lateralmente, o que leva a um incremento de volume do grupo (dilatância); ainda considerando um grupo de partículas compacto, pode-se explicar a diminuição de resistência que ocorre após o pico, pois o grau de encaixe entre as partículas diminui e, portanto, a força necessária para manter o movimento das partículas também diminui. Em resumo, pode-se dizer que: (a) quanto mais compacta for a areia, maior será o grau de encaixe e, portanto, maior será a tensão máxima e o ângulo de atrito macroscópico; (b) quanto mais compacta for a areia, maior será o incremento de volume produzido; (c) ao dilatar-se, a areia aumenta a sua deformabilidade; (d) este aumento é mais marcante em areias mais compactas.

As relações entre tensões e deformações no âmbito da teoria da elasticidade são expressas por meio dos módulos de elasticidade. No caso do solo não se aplica a elasticidade linear, pois, como mostra a Figura 2.11, não há proporcionalidade entre a tensão desviadora e a deformação axial ao longo de todo carregamento. Assim é necessário definir parâmetros elásticos adequados à não linearidade, e são eles o módulo de elasticidade tangente (E_{tg}), que indica uma relação entre tensão e deformação num ponto ($d\sigma/d\varepsilon$), e o módulo de elasticidade secante (E_{sec}), que indica a relação entre dois pontos. Na origem, os dois módulos coincidem, e caracterizam o módulo tangente inicial, E_i .

O módulo tangente varia conforme o estágio de carregamento considerado, por esta razão deve-se expressar a que nível de tensão ou de deformação se refere o valor apresentado (Pinto, 2006).

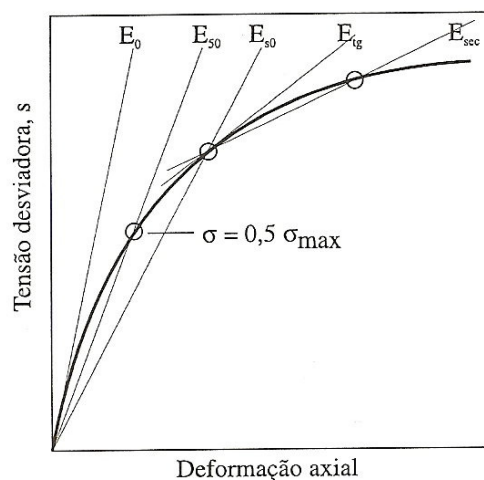


Figura 2.11– Curva típica de carregamento e definição dos módulos de elasticidade (Pinto, 2006).

Kondner (1963) mostrou que o comportamento não-linear da curva tensão deformação de um solo poderia ser aproximado por uma hipérbole. Tal hipérbole (Figura 2.5) pode ser definida pela equação:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}} \quad (2.6)$$

As curvas do tipo hipérbole possuem duas características que as fazem serem convenientes (Duncan, 1980):

- Os parâmetros que aparecem na equação hiperbólica tem significado físico. E_i é o módulo tangente inicial da curva tensão-deformação, e $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ é o valor assintótico da tensão desviadora a qual está intimamente relacionada à resistência do solo. O valor de $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ é sempre maior que a resistência última do solo (de 10 a 20% maior);
- Os valores de E_i e $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ para uma dada curva tensão-deformação podem ser facilmente determinados. Se a equação hiperbólica for transformada como mostrado na Figura 2.12, representa um relação linear entre $\varepsilon/(\sigma_1 - \sigma_3)$ e ε . Então, para determinar a hipérbole melhor ajustada à curva tensão-deformação, os valores de $\varepsilon/(\sigma_1 - \sigma_3)$ são plotados contra os valores de ε . A reta que melhor se ajusta aos dados será aquela correspondente à curva tensão-deformação. Na prática, são utilizados os pontos correspondentes a 70% e 95% da carga de ruptura.

Além do módulo de elasticidade não ser constante, o mesmo depende da tensão de confinamento (Duncan, 1980). A relação empírica de Janbu (1963) citada por Wood (2004) relaciona o módulo tangente inicial, E_i , com a tensão de confinamento, σ_3 :

$$E_i = K \cdot P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (2.7)$$

onde K representa um módulo de rigidez, P_a a pressão atmosférica e n um parâmetro do material. A relação expressa pela Eq. (2.7) pode ser visualizada na Figura 2.13.

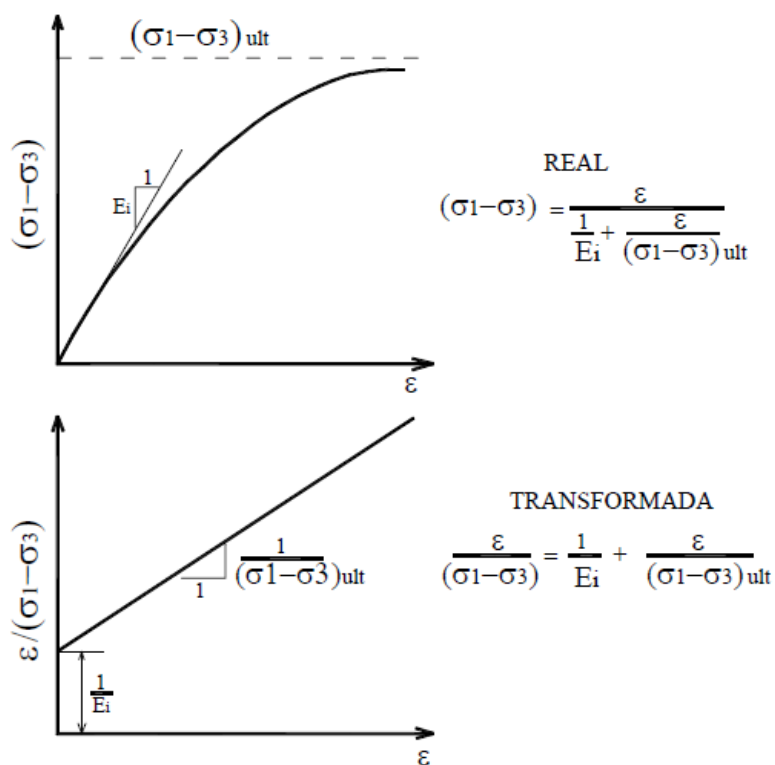


Figura 2.12– Representação hiperbólica da curva tensão-deformação (Duncan, 1980).

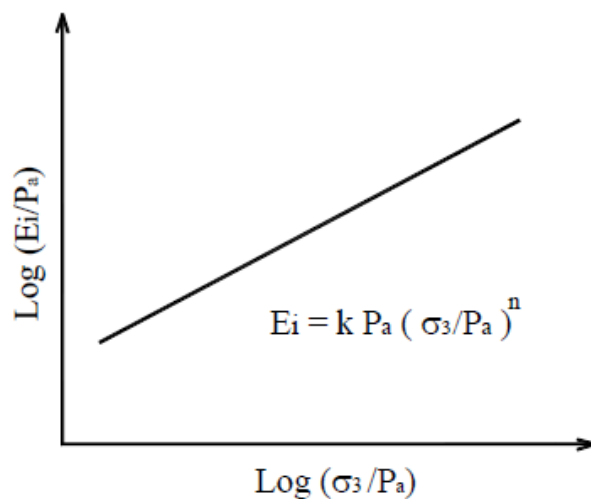


Figura 2.13– Variação do módulo tangente inicial com a tensão confinante (Duncan, 1980).

Ainda relacionado ao modelo hiperbólico de Duncan & Chang (1970), existe um módulo secante plástico (E_{ur}), calculado na curva de carregamento/descarregamento conforme mostra a Figura 2.14.

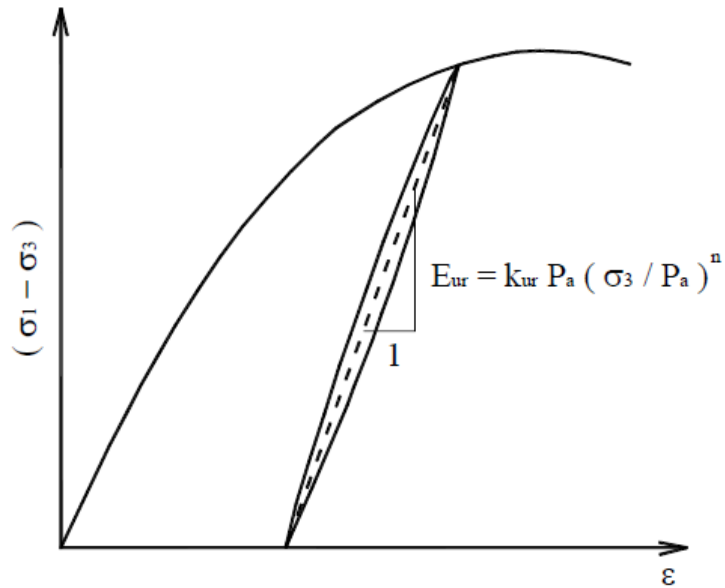


Figura 2.14– Módulo de carregamento/descarregamento (Duncan, 1980)

O valor de E_{ur} relaciona-se com a tensão confinante por meio da relação:

$$E_{ur} = K_{ur} \cdot P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (2.8)$$

onde K_{ur} é o módulo de carregamento/descarregamento. Por simplicidade, adota-se o mesmo expoente n que da Eq. (2.7). Porém alguns autores usam um outro expoente m , acrescentando mais um parâmetro ao modelo.

Outros parâmetros importantes relacionados à deformação e compressibilidade do solo enquanto no regime elástico e plástico, podem ser obtidos por meio de ensaios de compressão isotrópica e unidimensional. O ensaio de compressão isotrópica corresponde à fase inicial de um ensaio triaxial, com o estado de tensões sendo definido por um tensor hidrostático. Resultados de ensaios de compressão isotrópica em areia podem ser vistos na Figura 2.15. Já o ensaio de compressão unidimensional é realizado por meio do ensaio oedométrico, e as deformações horizontais são nulas.

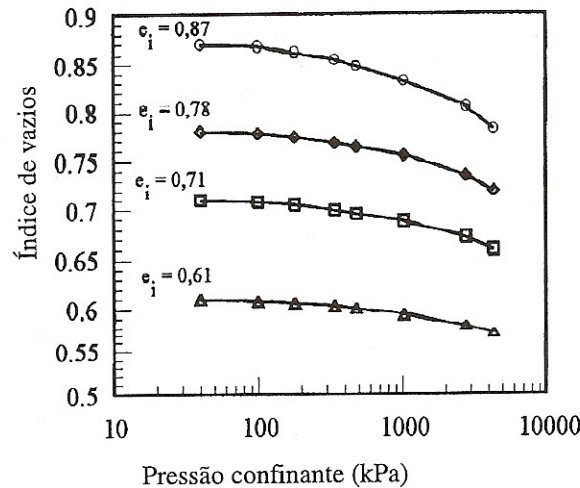


Figura 2.15– Ensaio de compressão isotrópica em areia do rio Sacramento (Lee & Seed, 1967 citado por Pinto (2006)).

Do ensaio de compressão isotrópica pode ser determinado o parâmetro λ dos modelos de estado crítico, correspondente à compressibilidade total do material, e diretamente relacionado com o parâmetro C_c (índice de compressão) do ensaio de adensamento unidimensional. A equação que relaciona o índice de vazios com a tensão média por meio do parâmetro λ é:

$$de = -\lambda \frac{dp}{p} \quad (2.9)$$

A parte elástica do comportamento do solo durante o ensaio de compressão isotrópica de acordo com os modelos de estado crítico é o parâmetro κ , o qual se relaciona com o parâmetro C_s (índice de expansão) do ensaio de adensamento unidimensional. A Figura 2.16 apresenta uma curva idealizada de carregamento/descarregamento isotrópico no plano $v-\ln(p)$, onde v é o volume específico e p a tensão média. Para solos argilosos, no plano $v-\ln(p)$, a curva de carregamento isotrópico virgem corresponde a uma reta, e a sua inclinação ao valor de λ . O trecho de descarregamento/carregamento também é uma reta, cujo coeficiente angular é o valor de κ .

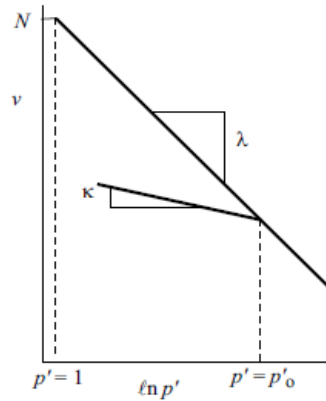


Figura 2.16– Retas de compressão virgem e de descompressão/compressão num plano semi-log (Wood, 2004).

No caso de areias, a relação entre as deformações volumétricas plásticas (ε_v^p) e elásticas (ε_v^e) com $\ln(p)$ durante no ensaio de compressão isotrópica não é linear como pode ser visto na Figura 2.15. Para superar a dificuldade de determinar os parâmetros de compressibilidade em areias, Nakai (1989) propôs as seguintes relações exponenciais:

$$\varepsilon_v^e = C_e \left\{ \left(\frac{p}{P_a} \right)^m - \left(\frac{p_0}{P_a} \right)^m \right\} \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_v^p = (C_t - C_e) \left\{ \left(\frac{p}{P_a} \right)^m - \left(\frac{p_0}{P_a} \right)^m \right\} \quad (2.11)$$

onde p_0 é a pressão média de referência, C_t é o índice de compressão total, C_e é o índice de compressão elástico e m é um parâmetro de ajuste para que os dados fiquem sobre uma reta, como mostra a Figura 2.17.

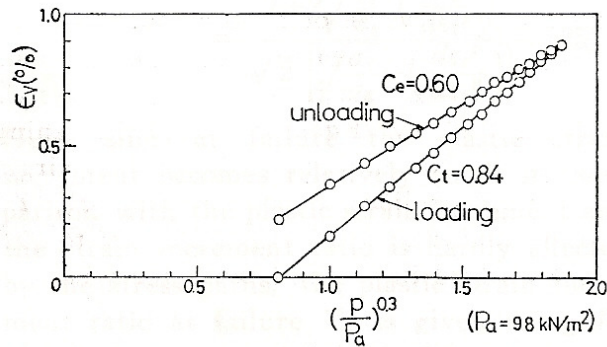


Figura 2.17– Resultados de ensaio de carregamento/descarregamento em adensamento isotrópico para a areia de Toyoura (Nakai, 1989).

Na engenharia geotécnica, quando se estuda o comportamento tensão-deformação do solo, normalmente não se considera o efeito da tensão intermediária (σ_2). São comumente utilizados ensaios triaxiais axissimétricos para simular trajetórias de carregamento e descarregamento, onde se controla a tensão principal maior, σ_1 , e a menor, σ_3 , assumindo-se que $\sigma_2 = \sigma_3$. Porém esta simetria no estado de tensões nem sempre é válida. Lade (1972), por meio de ensaios triaxiais de compressão e extensão observou que para valores constantes de σ_3 e do índice de vazios inicial, o aumento de σ_2 causa aumento na tensão desviadora de pico, elevação do módulo de deformação inicial e diminuição da deformação axial na ruptura. Os efeitos da tensão intermediária na resistência e no comportamento tensão-deformação de solos granulares já foram amplamente estudados por meio de ensaios triaxiais verdadeiros (Sutherland & Mesdary, 1969; Lade & Duncan, 1973; Farias, 1986; Nakai et al., 1986 entre outros).

2.5.2 Modelos elastoplásticos

Para problemas mais complexos de engenharia geotécnica, quando o material granular está sujeito às mais variadas condições de carregamento, as quais geram tensões, deformações (elásticas e plásticas), amolecimento, endurecimento e podem inclusive levar a estrutura ao colapso, a sua modelagem numérica exige modelos constitutivos adequados. Inspirados inicialmente na plasticidade de metais, os modelos elastoplásticos para solos desenvolveram-se para criar leis constitutivas específicas para materiais geológicos.

Nos últimos anos, principalmente com o advento de computadores de maior desempenho e de métodos numéricos mais desenvolvidos (destacando-se o Método dos Elementos Finitos), muitos modelos foram formulados para atender a modelagem de

características mais complexas do solo como anisotropia, carregamentos cíclicos, não saturação etc. O problema é que quanto mais completo é o modelo baseado na mecânica do contínuo, mais complexo é o ferramental matemático empregado e maior é o número de parâmetros a ser determinado em laboratório. Outro aspecto importante é que as formulações, partindo das abstrações da plasticidade, conjugam ajustes matemáticos de curvas de ensaios experimentais com hipóteses geométricas de representação, se servindo no processo da definição de diversos parâmetros (Ibañez, 2008). Os parâmetros, muitas vezes, carecem de um sentido físico e de um método de determinação claro, dificultando assim a utilização do modelo e diminuindo a sua confiabilidade. Outro aspecto importante deve ser avaliado quando se desenvolve um modelo constitutivo baseado na mecânica do contínuo. O modelo é determinado por meio de ensaios de laboratório em determinados tipos de solos, assim a sua representatividade muitas vezes é restrita àqueles tipos de solo. Todos os modelos constitutivos baseados na mecânica do contínuo descrevem na macroescala as características comportamentais do solo, as quais são definidas na microestrutura (Ibañez, 2008). Assim, a diversidade de modelos, complexidade e muitas vezes incoerência dos resultados levou os pesquisadores a trabalharem no desenvolvimento da modelagem micro-mecânica de solos.

Em Ibañez (2003) são apresentadas de forma detalhada as características dos mais variados modelos constitutivos para solos saturados e em (Ibañez, 2008) são sintetizadas estas características como nas Tabela 2.4 e Tabela 2.5.

Tabela 2.4- Alguns modelos constitutivos elastoplásticos básicos (modificado de Ibañez, 2008).

Modelo	Tipo	Características	Parâmetros
Mohr-Coulomb	Elasto-perfeitamente plástico	Critério de ruptura que incorpora dependência da tensão esférica, com diferentes respostas para a compressão e extensão. Pode ser ampliado para controlar a dilatância e simular o endurecimento-amolecimento plásticos.	4 parâmetros. Modelo ampliado (até 11 parâmetros). De fácil obtenção e com sentido físico.
Drucker-Prager	Elasto-perfeitamente plástico	Critério de ruptura que incorpora dependência da tensão esférica, mas prevê a mesma resposta em compressão e extensão. Pode ser ampliado para controlar a dilatância e simular endurecimento-amolecimento plásticos.	4 parâmetros. Modelo ampliado (até 11 parâmetros). De fácil obtenção e com sentido físico.
Generalizado (Menétréy &	Elasto-plástico endurecimento	Formulação generalizada de critérios de ruptura. Inclui o efeito da tensão intermediária, simula endurecimento e	5 parâmetros. De fácil obtenção

William, 1995)	-amolecimento plásticos	amolecimento plásticos.	mas sem sentido físico.
HSM (Plaxis, 1998)	Elasto-plástico endurecimento a duas superfícies	Baseado no modelo hiperbólico, mas formulado no âmbito da teoria da plasticidade. Inclui critério de ruptura de Mohr-Coulomb, endurecimento com duas superfícies de escoamento, controle de dilatância.	8 a 10 parâmetros. De fácil obtenção e com sentido físico.
Cam Clay Modificado	Elasto-plástico com endurecimento e amolecimento	Baseado na teoria do estado crítico. Assume superfície de escoamento elíptica. Modela o comportamento de argilas pré-adensadas (amolecimento e dilatância) e normalmente adensadas (endurecimento e contração).	5 parâmetros. De fácil obtenção e com sentido físico
Modelos com Cap	Elasto-plástico com endurecimento	Modelo de estado crítico. Incorpora uma superfície <i>cap</i> móvel e outra de ruptura fixa. Fluxo plástico associado. Superfície e ruptura combina os critérios clássicos de von Mises, Drucker-Prager ou Mohr-Coulomb.	8 parâmetros. Alguns de difícil obtenção e sem sentido físico.

Tabela 2.5- Alguns modelos constitutivos elastoplásticos avançados (modificado de Ibañez, 2008).

Modelo	Tipo	Características	Parâmetros
Lade-Kim	Elasto-plástico endurecimento e amolecimento isotrópicos.	Formulação tridimensional para materiais com atrito interno. Superfície de plastificação com endurecimento tipo <i>work hardening</i> e um critério de ruptura próprio. Fluxo não associado. Inclui influência da tensão de confinamento na rigidez.	12 parâmetros. De difícil ajuste e sem sentido físico.
Hierárquico (Desai, 1980)	Elasto-plástico endurecimento e amolecimento isotrópicos.	Formulação hierárquica permite assumir diversos critérios de ruptura. Diferentes versões incluindo fluxo associado e não associado, endurecimento cinemático e anisotropia induzida.	9 parâmetros. De difícil ajuste, alguns parâmetros sem sentido físico.
Matsuoka-Nakai (Matsuoka & Nakai, 1974)	Elasto-plástico endurecimento isotrópico.	Formulação baseada no conceito do plano espacialmente mobilizado, para materiais com atrito interno. Assume superfície de escoamento e de ruptura dependentes do ângulo de atrito. Adota lei de endurecimento hiperbólica.	8 parâmetros. De difícil ajuste e com sentido físico.
Superfícies aninhadas (Mroz, 1967)	Elasto-plástico endurecimento cinemático.	Formulação com endurecimento misto, isotrópico e cinemático. Considera <i>n</i> superfícies de escoamento concêntricas que se movem solidariamente. Reproduz deformações plásticas geradas durante carregamentos cíclicos. Formulações para os casos drenado e não drenado. Incorpora anisotropia do material.	Elevado número de parâmetros de difícil ajuste e sem sentido físico.

Superfície limite (Dafalias, 1965)	Elasto-plástico endurecimento e amolecimento cinemáticos.	Formulação anisotrópica com endurecimento misto, isotrópico e cinemático. Adota duas superfícies de escoamento (limite e atual). Baseado no modelo Cam Clay Modificado. Simula carregamentos cíclicos. Critério de ruptura anisotrópico. Modela o comportamento elástico histerético de argilas pré-adensadas, assim como amolecimento plástico.	Utiliza 15 parâmetros de difícil ajuste e sem sentido físico.
Tipo 'Bolha' (Al-Tabaa, 1987)	Elasto-plástico endurecimento e amolecimento cinemáticos.	Incorpora uma superfície de escoamento cinemática (bolha) no modelo Cam Clay Modificado, que atua como superfície limite. Endurecimento misto. Comportamento elástico no interior da bolha. Carregamentos cíclicos com descarregamentos descarregamento elasto-plástico.	7 parâmetros. De fácil obtenção com sentido físico.
Hipoplástico (Kolimbas, 1977)	Teoria da Hipoplasticidade de	Baseado na Teoria da Hipoplasticidade. Utiliza uma única equação válida para situações de carregamento e de descarregamento. Faz previsão de dilatância de solos.	4 parâmetros. De fácil obtenção mas sem sentido físico.

2.5.3 Critérios de ruptura

Critérios de ruptura são formulações matemáticas que procuram refletir a resistência dos materiais. Para materiais geotécnicos, existem alguns critérios tradicionais como Mohr-Coulomb, Drucker-Prager e Lade-Duncan. Existem ainda outros critérios mais avançados, como: Matsuoka & Nakai (1974), baseado na idéia de plano espacialmente mobilizado; Sheng et al. (2000), que inclui uma abordagem diferente para o critério de Matsuoka & Nakai, por meio de uma expressão inspirada num artigo de Argyris et al. (1974); e o critério de Pedroso & Farias (2006), o qual é um novo critério de ruptura que possui um formato semelhante àquele do critério de Lade-Duncan e a sua formulação é baseada na definição de dois novos invariantes de tensão deduzidos do conceito de plano espacialmente mobilizado (SMP-based). O critério de Pedroso & Farias (2006) possui a vantagem de não apresentar descontinuidades, tendo a sua superfície suave e facilmente diferenciável (Figura 2.18), ao contrário do critério de Mohr-Coulomb. Pedroso & Farias (2006) acreditam que este critério é convexo para qualquer valor do ângulo de Lode.

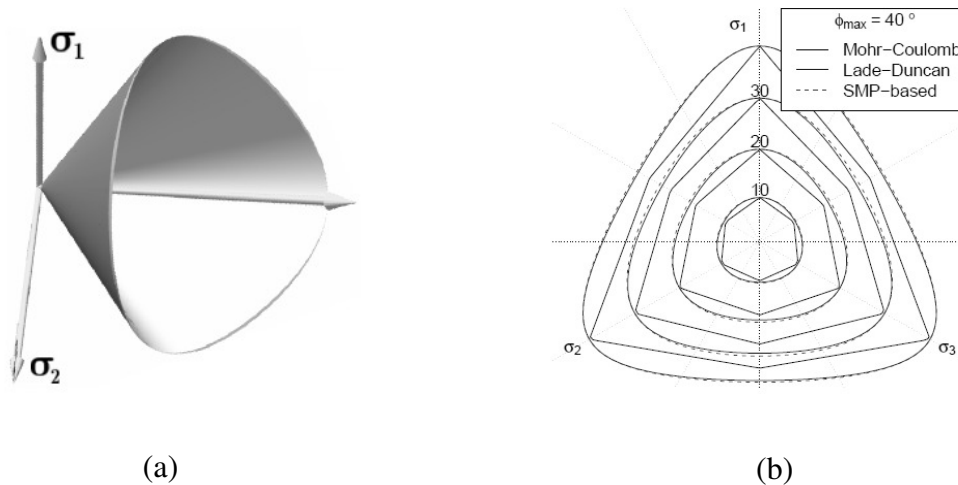


Figura 2.18- Critério de ruptura de Pedroso & Farias (2006): (a) Vista tridimensional; (b) Comparação entre os critérios de Mohr-Coulomb, Lade-Duncan e SMP-based (Pedroso & Farias, 2006).

Apesar de existirem os critérios de ruptura mais avançados já citados, o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, devido à sua simplicidade e popularidade, é ainda o mais utilizado na engenharia geotécnica. Este critério é expresso matematicamente pela Eq. (2.12), a qual diz que não haverá ruptura enquanto o valor da tensão cisalhante τ não ultrapassar a tensão dada pela soma da coesão do material (c) com o produto da tensão normal no plano de ruptura (σ) pelo coeficiente de atrito do material ($\tan \phi$).

$$\tau = c + \sigma \cdot \tan \phi \quad (2.12)$$

Como se pode notar, o critério de ruptura de Mohr-Coulomb é bastante simples e requiere a determinação de dois parâmetros do material se este for coesivo (c e ϕ) e de apenas um parâmetro (ϕ) caso este seja puramente granular. É possível reescrever o critério de ruptura de Mohr-Coulomb em termos de tensões principais conforme a Eq. 2.11. Esta equação representa uma pirâmide hexagonal irregular no espaço tridimensional das tensões principais (Haigh-Westergard) conforme a Figura 2.19.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \phi + c \cos \phi \quad (2.13)$$

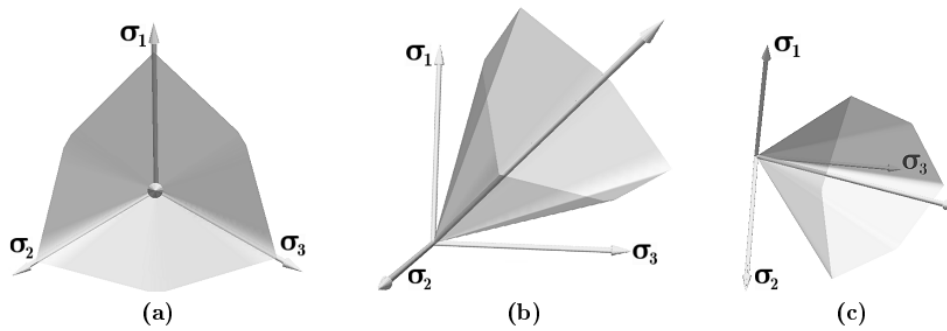


Figura 2.19- Critério de Mohr-Coulomb no espaço Haigh-Westergard: (a) Vista do plano Π ; (b) Vista tridimensional; (c) Vista tridimensional (Pedroso, 2006).

De acordo com o critério de Mohr-Coulomb, a tensão de ruptura em compressão é maior que em extensão; isto mostra a dependência do comportamento do material com relação ao terceiro invariante (tensão confinante) do tensor de tensões. Ao mesmo tempo, o critério de Mohr-Coulomb é expresso em termos das tensões principais (máxima e mínima), não incorporando o efeito da tensão principal intermediária (Desai & Siriwardane, 1984). O ensaio triaxial convencional simula este estado de tensões e a partir dos resultados deste ensaio é possível representar a envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb num plano formado pelas tensões principais máxima (σ_1) e mínima (σ_3), bastando reescrever a Eq. (2.12) em função do coeficiente de empuxo passivo, $K_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$, obtendo-se a Eq. (2.14).

$$\sigma_1 = \sigma_3 K_p + 2c\sqrt{K_p} \quad (2.14)$$

Já foi dito que a resistência ao cisalhamento de um solo granular depende também da sua densidade. A Figura 2.20 apresenta a envoltória de ruptura para um material puramente granular ($c=0$). A sua envoltória de ruptura é dada pela Eq. (2.14) e representada no plano $\sigma_1 \times \sigma_3$ como uma reta que passa pela origem. Desenhando-se a envoltória de ruptura de uma areia no estado denso e no estado fofo, percebe-se que de fato o ângulo de atrito desta é menor que o ângulo de atrito daquela (Figura 2.20). O ângulo de atrito está embutido nos coeficientes de empuxo passivo para a areia no estado denso (K_{p-d}) e no estado fofo (K_{p-f}).

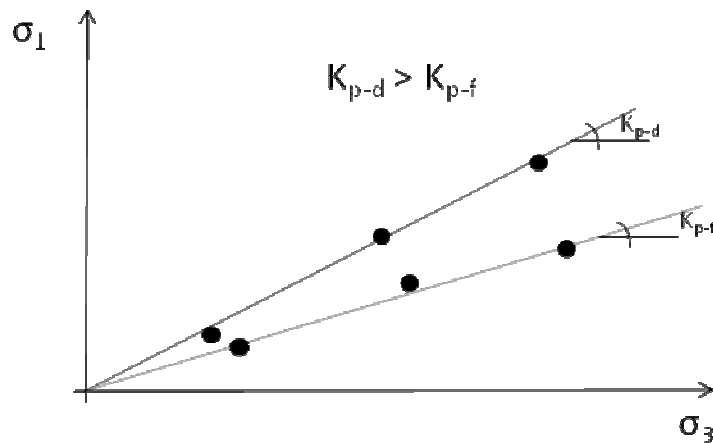


Figura 2.20- Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb.

O efeito da densidade e da tensão confinante no ângulo de atrito macroscópico do solo (ϕ) pode ser expresso como (Das, 2007):

$$\phi = \phi_{\mu} + \beta \quad (2.15)$$

onde ϕ_{μ} é o ângulo de atrito entre grãos e β representa o efeito do imbricamento, que tem relação com compactidade e a tensão confinante. Quanto mais denso for o solo, maior será o valor de ϕ . Se o valor de ϕ_{μ} para um dado solo permanecer constante, da Eq. (2.15) o valor de β deverá aumentar com a densidade, já que, quanto mais denso é o solo, mais energia deverá ser gasta para vencer o efeito do imbricamento.

2.6 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS PARA PREVISÃO DO COMPORTAMENTO DE SOLOS GRANULARES

A maioria dos métodos numéricos utilizados em geotecnia possui uma representação implícita das discontinuidades, onde somente a sua influência no comportamento físico, como deformação e resistência, é considerada nos modelos constitutivos. Os métodos baseados na mecânica dos meios contínuos permanecem avançando no que diz respeito à maneira de lidar com a propagação de discontinuidades, e o XFEM (Extended Finite Element Method), (Belytschko & Black, 1999; Waisman & Belytschko, 2008) é uma das últimas realizações neste campo. No entanto, a descrição do contínuo encontra limitações quanto a grandes deformações e propagação de muitas fraturas no meio (Donzé et al., 2008).

Uma alternativa a esses métodos baseados na mecânica dos meios contínuos é a abordagem via métodos discretos, os quais representam o meio como um conjunto de partículas independentes, interagindo umas com as outras. O modelo discreto reproduz explicitamente a natureza discreta de um meio granular. Estes métodos são conhecidos como método dos elementos discretos.

Existem dois principais tipos de métodos de elementos discretos utilizados em geotecnia (Donzé et al. 2008): Dinâmica Molecular (DM) e Dinâmica de Contato (DC).

O primeiro método, DM, é o tradicional método dos elementos discretos (MED). Este método aplicado à modelagem de solos granulares foi apresentado por Cundall e Strack em 1979. O método descreve o comportamento mecânico de solos granulares por meio de um conjunto de discos ou esferas. O método é baseado no uso de um esquema numérico explícito no qual a interação das partículas é monitorada em cada contato e o movimento das partículas é modelado em cada partícula (Cundall & Strack, 1979). Neste mesmo trabalho, Cundall validou o MED comparando os gráficos de vetores de força obtidos com seu programa BALL e os correspondentes gráficos obtidos a partir de uma análise fotoelástica realizada por De Josselin de Jong e Verruijt em 1969. Esta análise comprovou que o MED era uma ferramenta válida para a pesquisa do comportamento de materiais granulares.

O MED compreende basicamente dois estágios, o cálculo das forças de contato e posteriormente o cálculo do movimento das partículas por meio da segunda Lei de Newton. No primeiro, as forças de interação entre partículas são calculadas permitindo-se uma interpenetração entre os elementos, tornando esta formulação para cálculo da relação força-deslocamento conhecida como método dos contatos suaves (Donzé et al., 2008). Como apontado por Cundall & Hart (1992), apesar de esta abordagem parecer um pouco forçada, ela de fato representa o que ocorre na superfície do plano de deformação entre duas partículas. No segundo estágio, a segunda Lei de Newton é utilizada para determinar as velocidades e acelerações de cada partícula, e a partir daí, a nova posição dos elementos. Este processo é repetido até que seja atingido o equilíbrio do sistema, e é também conhecido como Dinâmica Molecular.

Existem outros tipos de método dos elementos discretos nos quais não é possível a interpenetração dos elementos nos seus contatos. O mais conhecido dentre estes métodos é o método da Dinâmica de Contato (Moreau, 1994; Jean, 1995). Este método possui um

esquema numérico para lidar com muitos contatos, com a integração das forças de contato e não das forças propriamente ditas. O método da Dinâmica de Contato pode lidar tanto com movimentos impulsivos como não impulsivos.

No método dos Elementos Discretos os modelos são baseados em diferentes tipos de leis constitutivas para os contatos. O modelo mais simples é assumir leis de contatos lineares para a força normal e cisalhante, além de rigidez e ângulo de atrito constantes no deslizamento. Existem outros modelos força-deslocamento para o componente normal, como leis elásticas não lineares, e rigidez normal e cisalhante dependente da força. Ainda existem modelos que consideram a resistência ao rolamento das partículas (Iwashita & Oda, 1998; Iwashita & Oda, 2000; Jiang et al., 2005; Belheine et al., 2008).

No caso do MED, normalmente é necessário homogeneizar os pacotes de partículas, pois, ao invés de se ter como variáveis iniciais tensões e deformações (como no MEF), se tem, na verdade, força e deslocamento. Assim, as propriedades geométricas influenciam o modelo constitutivo e vice-versa.

A maioria dos códigos baseados em MED utiliza partículas no formato de discos (2D) ou esferas (3D), pois somente um único valor de raio é necessário para se definir a geometria do problema e somente um tipo de contato é possível, tornando a sua detecção mais facilitada (Donzé et al., 2008). No entanto, já é sabido que esferas e discos tendem a rolar excessivamente não refletindo o comportamento real de um material geotécnico. Assim, formatos mais complexos para os grãos como elipses (Ting et al., 1993), elipsóides (Lin & Ng, 1997), polígonos (Issa & Nelson, 1992; Mattutis et al., 2000; D'Adetta et al., 2002; Feng & Owen, 2004); poliedros (Hart et al., 1988; Cundall, 1988; Ghaboussi et al., 1990) e elipsóides generalizados (Mustoe, 1992; Hogue, 1998), podem fornecer mais flexibilidade e um comportamento mais realistas para os grãos no MED. No entanto, geometrias mais complexas carregam o revés de tornar mais difícil a tarefa de detecção de contatos e o cálculo de forças devido aos contatos de cantos.

Outra solução alternativa para alcançar formato de grãos ou superfícies de contato mais realistas, é agregar discos ou esferas nos chamados clumps (Ning et al., 1997; Cho et al., 2003; Itasca, 2004; Lu et al., 2007; Salot et al., 2008) ou clusters (Jensen et al., 1999; Itasca, 2004). A grande desvantagem desta abordagem é o grande número de partículas resultante da aplicação do método.

Polígonos em 2D representam o único caso em que o espaço é totalmente preenchido por partículas com índice de vazios nulo (Donzé et al., 2008). Junto com o modelo constitutivo, a porosidade tem um papel importante na determinação do comportamento mecânico global da estrutura de partículas, pois influencia diretamente o número de contatos que irá existir entre grãos. Para geração de pacotes de partículas altamente compactos existem métodos dinâmicos e geométricos.

Os métodos dinâmicos baseiam-se na segunda lei de Newton para determinar a trajetória e a posição final das partículas dentro de um volume (Donzé et al., 2008). O pacote de esferas é simulado pela integração de diferentes leis de contato (Chang et al., 2000; Yang et al., 2000; Liu et al., 2000; Salvat et al., 2005), os quais podem ser modelados como molas ou amortecedores. Uma grande variedade de algoritmos dinâmicos pode ser utilizada: gravitacional (Siiria & Yliruusi, 2007), compactação uniaxial (Dutt et al., 2005), compactação isotrópica (Stroeven & Stroeven, 1999), expansão do raio (Lubachevsky & Stillinger, 1990; Itasca, 2004), método de compactação em multi-camadas (Jiang et al., 2003). Os métodos dinâmicos são de fato eficazes na geração de pacotes de partículas densos, porém possuem alguns problemas como o tempo gasto, que é muito elevado, e a ocorrência de sobreposições indevidas nas partículas.

Os métodos geométricos utilizam funções geométricas para gerar os pacotes de partículas. Diferentes algoritmos geométricos já foram usados para desenvolver pacotes de esferas de formato cilíndrico (Mueller, 2005), cúbico (Jodrey & Tory, 1985) ou cônico (Kadushinikov & Nurkanov, 2000). Estes métodos geométricos não são somente rápidos, mas também conseguem gerar meios heterogêneos (Donzé et al., 2008).

Além do formato das partículas, a deformabilidade das partículas também pode ser considerada como parâmetro nas simulações com o MED em materiais granulares. O maior avanço nesta área é dado pelo Método dos Elementos Finitos Discretos (*Finite Discrete Element Method* - Munjiza, 2004).

Já que o MED exhibe as mesmas características discretas do solo, pode captar quase que naturalmente muitos dos comportamentos complexos como resposta tensão-deformação não-linear, variação da dilatação de acordo com a tensão média, histerese, envoltória de ruptura não-linear etc. (Cundall, 2002). Para se obter bons resultados, basta utilizar o critério de ruptura de Mohr-Coulomb controlando a resistência ao cisalhamento dos contatos entre os

elementos discretos. Apesar disso, existem vários trabalhos com o intuito de aperfeiçoar os modelos empregados no MED. Cundall & Strack (1982) e Taylor & Preece (1992), usaram o modelo de contato de Hertz, assim como o de Mindlin para a obtenção de parâmetros do modelo de elementos discretos. Cundall & Strack (1982), Walton (1987) e Chang et al. (2003) realizaram pesquisas baseando-se nas propriedades elásticas do conjunto de partículas e no tensor que atua num volume representativo relacionado às forças que existem entre as partículas neste volume. Os métodos analíticos restringem-se a partículas esféricas. Na ausência de um método robusto para calibração dos parâmetros do conjunto de partículas correspondentes às propriedades macroscópicas do material real, muitos pesquisadores utilizam a abordagem de tentativa e erro (Asaf et al., 2006, Belheine et al. 2008).

Os principais parâmetros dos modelos constitutivos empregados no MED são a rigidez normal e a rigidez cisalhante (Itasca, 2004). Porém, já existem modelos que incorporam a resistência ao rolamento das partículas (Oda et al., 1982; Oda & Iwashita, 2000; Schlangen et al. 1997; Iwashita & Oda, 1998; Iwashita & Oda, 2000; Tordesillas & Walsh, 2002; Khun & Bagi, 2004), atrito local e plastificação do elemento de contato responsável rolamento pela resistência ao rolamento.

Ao longo dos anos, muitos foram os critérios de ruptura desenvolvidos (Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, Matsuoka-Nakai, são apenas alguns exemplos) e o MED tem apresentado comportamento compatível com esses modelos (Donzé et al., 2008). E como não há concordância sobre qual lei de fluxo plástico deva ser utilizado na prática da engenharia geotécnica, o MED pode trazer informações interessantes sobre quais modelos são mais apropriados, já que ele não implementa uma lei de fluxo “a priori” (Bardet, 1994; Calvetti et al., 2003; Sibille et al., 2007; Nicot et al., 2007).

Existem ainda algumas pesquisas com o intuito de se utilizar o MED para o estudo de solos não saturados. Os solos não saturados possuem meniscos entre seus grãos, os quais alteram o seu comportamento tensão-deformação. Um primeiro modelo em MED para solos não saturados, pode simplesmente adicionar forças extras entre partículas que representem a capilaridade de meniscos no contato, para então se estudar as conseqüências em termos de força e sucção. Jiang et al. (2004) propôs um modelo de contato para representação da capilaridade dos interstícios existentes entre os grãos.

Para se fazer qualquer análise utilizando o MED, é necessário que o mesmo esteja implementado em um programa. Desde o trabalho pioneiro de Cundall & Strack. (1979) com os programas BALL e posteriormente TRUBALL, muitas pesquisas baseadas no MED foram realizadas. Baars (1996) modificou o algoritmo original de Cundall e realizou várias simulações de ensaios triaxiais e de cisalhamento direto em materiais granulares e coesivos, com o intuito de verificar o seu algoritmo baseado nas equações de equilíbrio, diferente do de Cundall, baseado nas equações de movimento. Baars então utilizou o seu programa para estudar o comportamento de poços de sondagem em campos de petróleo.

Mais recentemente, um código comercial (PFC2D, Itasca Consulting Group Inc.-2004) baseado nos algoritmos desenvolvidos por Cundall popularizou o uso do método dos elementos discretos para o estudo do comportamento de solos granulares. Uma das grandes vantagens do programa PFC2D é que o mesmo permite que os usuários desenvolvam seu próprio código, adaptando as ferramentas embutidas no programa ao problema estudado.

Lobo-Guerrero (2006), utilizando o PFC2D, avaliou a quebra dos grãos de um material granular por meio do MED e da geometria fractal. Neste trabalho, foram realizados ensaios de laboratório utilizando-se um material granular fraco. Então os mesmos ensaios foram simulados por meio do MED. Tendo entendido como ocorre a quebra dos grãos, o autor também desenvolveu um modelo de fragmentação dentro do PFC2D baseado em geometria fractal. Por último, o modelo foi utilizado para avaliar problemas de fundações (Lobo-Guerrero & Vallejo, 2005) e carregamentos cíclicos (Lobo-Guerrero & Vallejo, 2006), chegando a conclusões importantes sobre o comportamento de um solo com grãos que se fragmentam.

Zeghal (2004) com o intuito de investigar o comportamento resiliente de materiais granulares utilizou o MED para reproduzir o comportamento normalmente observado em laboratório. Por meio do PFC2D realizou simulações de aplicação de tensões desviadoras repetidas e verificou a influência do estado de tensões no módulo resiliente, além de obter resultados qualitativos semelhantes àqueles de ensaios reais.

Maeda et al. (2006) utilizou o código PFC2D para estudar a influência das propriedades dos grãos e da microestrutura de um solo granular em seu comportamento mecânico. Maeda et al. (2006) criou um código dentro do PFC2D para a simulação de ensaios triaxiais em material granular com diferentes formatos de grãos, densidades e tensões de

confinamento. Baseado nos resultados obtidos Maeda et al. (2006) investigou as mudanças na fábrica (estrutura do solo), relacionando as mudanças na microestrutura com as mudanças que ocorrem na macroestrutura do solo.

Huang et al. (2008) estudaram o comportamento mecânico da areia por meio de ensaios biaxiais implementados no programa PFC2D. Foram realizados diversos testes em material granular com densidades iniciais e tensões confinantes distintas, sob diferentes configurações de teste. Foi mostrado então que as simulações numéricas realizadas, quando comparadas aos resultados experimentais, reproduzem corretamente o comportamento global da areia, incluindo a resposta no estado crítico. Além disso, o MED forneceu detalhes sobre a evolução da microestrutura durante o processo de cisalhamento, e a anisotropia resultante pôde então ser completamente caracterizada.

Com o crescimento do movimento pró software livre, Kozicki & Donzé (2008) desenvolveram um software chamado YADE, baseado num programa anterior chamado SDEC (Donzé et al., 1995; Donzé et al., 1999). O YADE implementa o paradigma da programação orientada a objetos, tornando-o bastante flexível. O código além de implementar o MED, implementa e torna possível o acoplamento com o MEF, o SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*) e o LGM (*Lattice Geometric Model*). Como o YADE é um projeto recente, ainda possui alguns problemas quanto à portabilidade (só pode rodar em ambiente Linux), a instalação é um tanto quanto complicada (exige a instalação de muitos pacotes extras) e a documentação é bastante escassa. Como é um projeto que utiliza a abordagem *open-source*, possui a possibilidade de crescer bastante e desenvolver-se rapidamente com a contribuição da comunidade. Já foram realizados alguns trabalhos com o YADE (Kozicki & Donzé, 2008; Belheine et al. 2008; Scholtès et al., 2009), mostrando que de fato pode-se utilizá-lo para simular desde vigas de concreto até solos não saturados.

No Brasil existem algumas pesquisas sendo realizadas com o MED sob os auspícios da PETROBRAS. O **PETRODEM** é uma iniciativa da **PETROBRAS** em integrar parte do conhecimento existente dentro das universidades brasileiras relacionado ao Método dos Elementos Discretos. Nos últimos anos foi desenvolvida uma série de pesquisas no âmbito do projeto PETRODEM nas seguintes universidades: Universidade Federal do Rio de Janeiro (LAMCE/UFRJ); Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (Tecgraf/PUC-Rio); Universidade de São Paulo (TPN/USP); Universidade Federal de Alagoas (LCCV/FAL). O produto PETRODEM deve integrar todas as etapas necessárias para a simulação de um

problema de engenharia com o uso do computador: o pré-processamento, o processamento e pós-processamento. Já foram publicados alguns trabalhos com o PETRODEM na modelagem tridimensional do choque entre dois corpos (Mendes et al., 2003) e simulação de um novo conceito de ancoragem de sistema de *raisers* com o MED acoplado ao MEF (Mendes et al., 2006).

Na PUC-Rio também se tem dois trabalhos utilizando um código próprio de MED, um programa chamado SAND. Este programa foi usado por Alvarado (2006) para a simulação de corridas de detritos por meio do MED. Alvarado (2006) com diversos exemplos de parâmetros para o detrito e variando os parâmetros de entrada do modelo numérico, avaliou a idoneidade da ferramenta SAND, então classificando e identificando as corridas de detritos.

Ibañez (2008) estudou a micromecânica dos solos residuais. Fenômenos como dupla estrutura e dupla porosidade, a presença de uma matriz argilosa, a condição não saturada, a cimentação e quebra de grãos, e a presença de pequenos blocos de rocha não alterada foram estudadas por meio de formulações matemáticas propostas que os descrevem. Estas formulações foram implementadas no código de elementos discretos *DEMLib*, baseado no código SAND. Após a calibração e validação do programa de análise implementado, a influência de cada um destes fenômenos na resposta mecânica do solo foi estudada pela simulação dos ensaios edométrico e de cisalhamento direto. Uma das conclusões de Ibañez (2008) é que a pesquisa sobre a análise micro-mecânica de solos está ainda incipiente, mas possui um grande potencial de desenvolvimento.

Levando em consideração o grande número de pesquisas na área de modelagem de material granular por meio do MED no exterior e o interesse crescente por esta tecnologia no Brasil, este trabalho, pioneiro no Programa de Pós-Graduação em Geotecnia da Universidade de Brasília, tem por objetivo contribuir com o conhecimento sobre a modelagem micro-mecânica de solos por meio do MED (implementado no código PFC2D) e sobre a relação existente entre os parâmetros macroscópicos e microscópicos de um meio granular.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo será apresentado um resumo da formulação teórico-numérica descrita em Itasca (2004), a qual fundamenta o MED implementado no código comercial PFC2D utilizado extensivamente neste trabalho. O PFC é um *solver* que se baseia nos parâmetros e rotinas definidos pelo usuário por meio de uma linguagem de programação embutida chamada *FISH*.

Como já foi mencionado anteriormente, existem duas abordagens para o MED. O programa PFC2D utiliza a abordagem de Cundall & Strack (1979), a qual é chamada de Dinâmica Molecular (DM). No código de elementos discretos PFC2D são permitidos deslocamentos e rotações finitos dos corpos rígidos e novos contatos são reconhecidos automaticamente no decorrer do processo de cálculo. O código PFC2D pode ser visto como uma implementação simplificada do MED devido às partículas estarem restritas ao formato circular.

No MED a interação entre partículas é tratada como um processo dinâmico com estados de equilíbrio sendo atingidos sempre que houver equilíbrio de forças. As forças de contato e deslocamentos de um conjunto de partículas sujeito a um determinado estado de tensões é encontrado por meio do monitoramento individual do movimento das partículas. Os movimentos resultam da propagação de perturbações através do conjunto de partículas causadas por movimentos e forças aplicados em paredes e/ou partículas.

O comportamento dinâmico é representado numericamente por um algoritmo de solução explícita no tempo, utilizando um esquema de diferenças finitas centrais para integrar acelerações e velocidades. O MED é baseado na idéia de que o passo de tempo escolhido é tão pequeno que, durante um único intervalo de tempo, as perturbações podem propagar-se somente para a partícula vizinha. Então, em todos os tempos, as forças atuando em qualquer partícula podem ser determinadas exclusivamente pelas interações com as partículas com as quais ela estiver em contato. O uso de um esquema numérico explícito torna possível simular interações não lineares de um grande número de partículas sem exigir uma grande quantidade de memória do computador ou um procedimento iterativo.

O ciclo de cálculo do MED alterna entre a aplicação da segunda Lei de Newton às partículas e a lei de força-deslocamento nos contatos. A segunda Lei de Newton é usada na

determinação do movimento de cada partícula, resultante do contato e forças de corpo atuando nesta, enquanto que a lei de força-deslocamento é usada para atualizar as forças de contato resultantes do movimento relativo em cada contato. A presença das paredes no PFC2D requer somente a lei de força-deslocamento para o contato bola-parede (partícula-parede). A segunda Lei de Newton não se aplica às paredes, pois o movimento delas é especificado pelo usuário.

O modelo de elementos discretos é composto por partículas distintas que se deslocam independentemente com relação às outras e interagem nos contatos e interfaces entre partículas. Se as partículas são assumidas como rígidas, o comportamento dos contatos é caracterizado utilizando-se de uma abordagem de contato suave, na qual uma rigidez finita representa a rigidez mensurável no contato, então o comportamento mecânico do sistema é descrito em termos do movimento de cada partícula e das forças entre partículas atuando em cada ponto de contato. Levando em conta a segunda Lei de Newton, poderá haver equilíbrio estático (sem movimento) ou poderá haver fluxo das partículas.

Comportamentos mais complexos podem ser modelados com o MED permitindo que as partículas sejam unidas por meio de ligações nos seus pontos de contato tal que, quando uma força exceder a resistência das ligações (contatos), estas serão rompidas. Isto permite a existência de tensões de tração entre partículas.

O programa PFC2D parte das seguintes hipóteses:

- As partículas são tratadas como corpos-rígidos;
- Os contatos ocorrem num ponto;
- O comportamento dos contatos utiliza uma abordagem “suave”, ou seja, permite-se a sobreposição das partículas nos pontos de contato;
- A magnitude da sobreposição está relacionada à força de contato por meio da lei de força-deslocamento, e todas as sobreposições são pequenas com relação ao tamanho das partículas;
- Ligações podem existir entre os pontos de contato;
- Todas as partículas são circulares. No entanto, podem ser formados *clumps* de formato arbitrário. Cada *clump* consiste num conjunto de partículas sobrepostas que se comportam como um corpo-rígido de contorno deformável.

Um modelo no PFC2D consiste numa coleção bidimensional de partículas circulares. O “universo” do PFC2D é de natureza bidimensional, ou seja, só existem duas componentes de força e uma de momento, ao contrário de um modelo tridimensional, que possui três componentes de forças e três de momento. A componente de força fora do plano e as duas no plano não são consideradas nas equações de movimento ou de força-deslocamento. Então, a questão do que exatamente, numa visão tridimensional, está sendo simulado num modelo do PFC2D, é uma questão de interpretação. O modelo pode estar simulando um conjunto de cilindros ou um conjunto de esferas (de acordo com o momento de inércia das partículas).

Assumir as partículas como corpos-rígidos é uma boa hipótese, pois a maior parte das deformações num sistema físico é calculada por meio do movimento ao longo das interfaces. A deformação de um solo granular como um todo (areia, por exemplo) é bem descrita por esta hipótese, pois a deformação resulta basicamente do deslizamento e rotação das partículas como corpos-rígidos, e da abertura e fechamento dos vazios entre partículas; não da deformação individual dos grãos. Assim, a modelagem precisa da deformação das partículas, não é necessária para se obter uma boa descrição do comportamento global de um solo granular.

Como mencionado anteriormente, além das partículas circulares (ou bolas), o modelo do PFC2D também possui os elementos de parede (ou simplesmente paredes). As paredes permitem que sejam aplicadas velocidades prescritas, com o intuito de compactar e confinar um conjunto de partículas. As bolas e paredes interagem por meio das forças que aparecem nos contatos. As equações de movimento são satisfeitas para cada bola, porém, não são satisfeitas em cada parede. Também não podem existir contatos entre paredes.

3.1 CICLO DE CÁLCULO

O ciclo de cálculo do programa PFC2D é um algoritmo de passo de tempo (*timestepping*) que consiste na aplicação repetida da lei de movimento em cada partícula, e da lei força-deslocamento em cada contato, além de uma constante atualização na posição de paredes e bolas (Figura 3.1). Contatos, os quais podem existir entre duas bolas ou entre uma bola e uma parede, são formados e quebrados automaticamente durante a simulação. No início de cada passo de tempo, o conjunto de contatos é atualizado a partir das posições conhecidas de paredes e partículas. A lei de força-deslocamento é então aplicada em cada contato, de forma que sejam atualizadas as forças de contato baseadas no movimento relativo entre duas

entidades e o modelo constitutivo de contato. Então, a lei de movimento é aplicada em cada partícula para atualizar a sua velocidade e posição, baseadas nas resultantes de força e momento que emergem das forças de contato e de qualquer força de corpo atuante na partícula. Também são atualizadas as posições das paredes baseadas na velocidade prescrita nas mesmas.

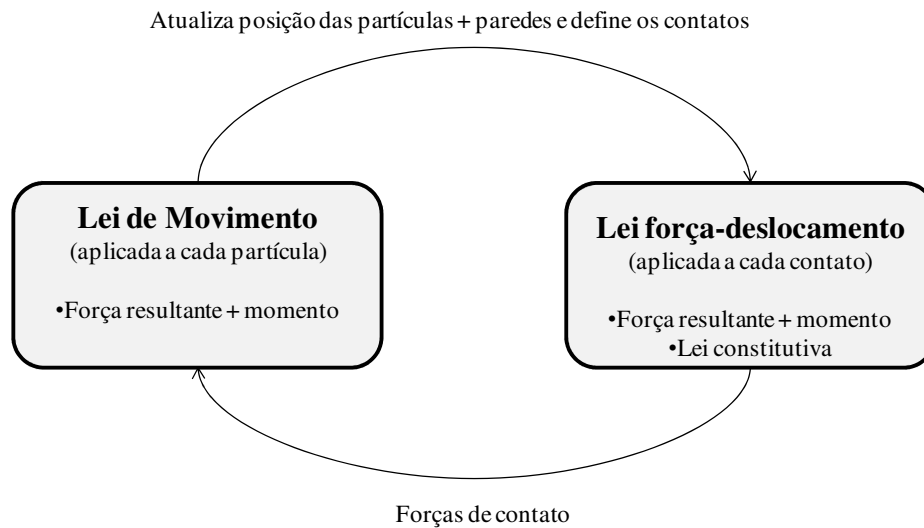


Figura 3.1– Ciclo de cálculo do programa PFC2D.

3.1.1 Lei força-deslocamento

A lei força-deslocamento estabelece a relação entre as forças de contato atuando em duas entidades com movimentos relativos entre elas. Tanto para os contatos partícula-partícula quanto para partícula-parede, a força de contato surge do toque que ocorre num ponto. Para o contato partícula-partícula, uma força e momento adicionais (resultantes da deformação da cimentação entre partículas – conexão paralela) podem atuar em cada partícula. Nesta seção será descrito somente o cálculo da força de contato num ponto.

A lei força-deslocamento atua num contato e pode ser descrita em termos de um ponto de contato, $x_i^{[c]}$, num plano, o qual é definido pelo vetor normal a ele, n_i . O ponto de contato está dentro do volume de interpenetração entre partículas. Para o contato do tipo partícula-partícula, o vetor normal está ao longo linha que une os centros das partículas. Para o contato do tipo partícula-parede, o vetor normal está ao longo da linha que define a menor distância entre o centro da partícula e a parede. A força de contato é decomposta num componente

normal e atuando na direção do vetor normal, e num componente cisalhante atuando no plano de contato. A lei força-deslocamento relaciona os dois componentes de força aos correspondentes componentes de deslocamento relativo, por meio de uma rigidez normal e outra tangencial nos contatos. Para o contato entre duas partículas (Figura 3.2), as equações relevantes serão apresentadas para duas partículas esféricas (A e B). Para o contato partícula-parede, as equações relevantes serão apresentadas para o caso de uma partícula esférica, b, e uma parede, w (Figura 3.3). Em ambos os casos, U^n denota a sobreposição (ou interpenetração).

Para o contato partícula-partícula, a normal, n_i , que define o plano de contato é dada por

$$n_i = \frac{x_i^{[B]} - x_i^{[A]}}{d} \quad (3.1)$$

onde $x_i^{[A]}$ e $x_i^{[B]}$ são os vetores posição dos centros das partículas A e B, e d é a distância entre os centros das bolas:

$$d = |x_i^{[B]} - x_i^{[A]}| = \sqrt{(x_i^{[B]} - x_i^{[A]}) \cdot (x_i^{[B]} - x_i^{[A]})} \quad (3.2)$$

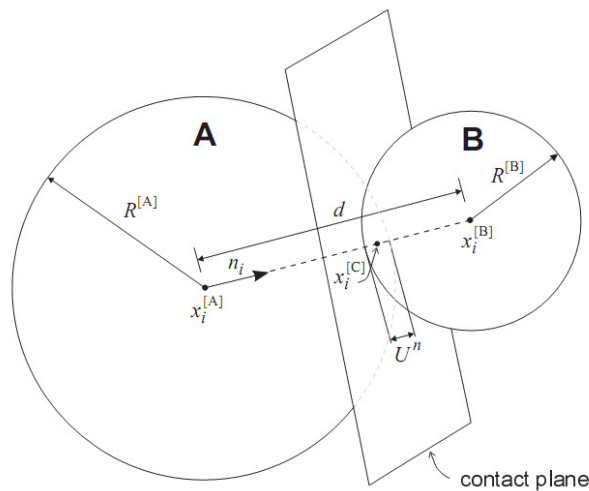


Figura 3.2 – Contato partícula-partícula (Itasca, 2004).

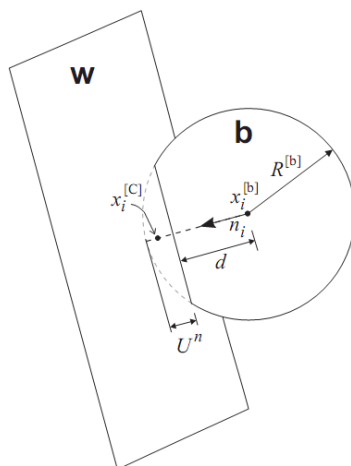


Figura 3.3 – Contato partícula-parede (Itasca, 2004).

Para o contato partícula-parede, a direção de n_i é encontrada por meio do mapeamento do centro da partícula numa porção relevante do espaço definida pela parede. Esta idéia é ilustrada na Figura 3.4 para uma parede bidimensional composta por dois seguimentos de reta \overline{AB} e \overline{BC} . Todo o espaço no lado ativo desta parede pode ser decomposto em cinco regiões por meio de uma linha normal a cada seguimento em seus pontos terminais. Se o centro da partícula localizar-se nas regiões 2 ou 4, realizará contato com a parede ao longo de seu comprimento, e n_i será normal ao segmento de reta correspondente. No entanto, se o centro da partícula localizar-se nas regiões 1,3,ou 5, o contato será estabelecido em um dos pontos terminais, e n_i estará ao longo da linha que liga o ponto terminal ao centro da partícula.

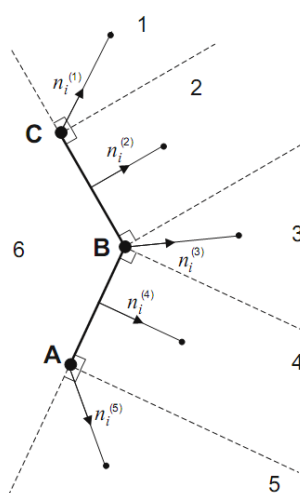


Figura 3.4– Determinação da direção do vetor normal no contato partícula-parede (Itasca, 2004).

A sobreposição (*overlap*), U^n , definida como o deslocamento relativo entre os contatos na direção normal, é dada por

$$U^n = \begin{cases} R^{[A]} + R^{[B]} - d, (\text{partícula-partícula}) \\ R^{[b]} - d, (\text{partícula-parede}) \end{cases} \quad (3.3)$$

onde $R^{[\Phi]}$ é o raio da partícula Φ .

A localização do ponto de contato é dada por

$$x_i^{[C]} = \begin{cases} x_i^{[A]} + \left(R^{[A]} - \frac{1}{2} U^n \right) n_i, (\text{partícula-partícula}) \\ x_i^{[b]} + \left(R^{[b]} - \frac{1}{2} U^n \right) n_i, (\text{partícula-parede}) \end{cases} \quad (3.4)$$

O vetor de força de contato, F_i , (o qual representa a ação da bola A na bola B para o contato do tipo partícula-partícula, e a ação da bola na parede no contato do tipo partícula-parede), pode ser decomposta em seus componentes normal e cisalhante com respeito ao plano de contato

$$F_i = F_i^n + F_i^s \quad (3.5)$$

onde F_i^n e F_i^s denotam os vetores de componentes normal e cisalhante, respectivamente.

A magnitude da força de contato normal é calculada como

$$F^n = K^n U^n \quad (3.6)$$

onde K^n representa a rigidez normal no contato. O valor de K^n é determinado pelo modelo de rigidez de contato.

A rigidez normal é um módulo secante e está relacionado ao deslocamento e força totais. A rigidez cisalhante, K^s , por outro lado, é um módulo tangente e está relacionada à força e deslocamento incrementais.

A força de contato cisalhante é calculada de modo incremental. Quando um contato é formado, a força cisalhante total é nula. Cada incremento deslocamento cisalhante relativo

subseqüente, resulta num incremento de força cisalhante (elástica) adicionado ao valor atual. O movimento do contato é considerado durante o processo por meio da atualização de n_i e $x_i^{[C]}$ a cada passo de tempo.

O movimento cisalhante relativo no contato, ou a velocidade de cisalhamento no contato, V_s (definida como a velocidade de cisalhamento da bola B relativa à bola A no contato bola-bola, e como a velocidade de cisalhamento da bola no ponto de contato com a parede para o contato bola-parede), é dada por

$$V_s = \left(\dot{x}_i^{[\Phi^2]} - \dot{x}_i^{[\Phi^1]} \right) t_i - \omega_3^{[\Phi^2]} \left| x_k^{[C]} - x_k^{[\Phi^2]} \right| - \omega_3^{[\Phi^1]} \left| x_k^{[C]} - x_k^{[\Phi^1]} \right| \quad (3.7)$$

onde $\dot{x}_i^{[\Phi^j]}$ e $\omega_3^{[\Phi^j]}$ são as velocidades translacional e rotacional, respectivamente, da entidade Φ^j dada por

$$\{\Phi^1, \Phi^2\} = \begin{cases} \{A, B\}, (\text{partícula-partícula}) \\ \{b, w\}, (\text{partícula-parede}) \end{cases} \quad (3.8)$$

e $t_i = \{-n_2, n_1\}$.

O componente de cisalhamento do incremento de deslocamento cisalhante que ocorre num passo de tempo Δt é calculado como

$$\Delta U^s = V_s \Delta t \quad (3.9)$$

e é utilizado para calcular o incremento de força elástica cisalhante

$$\Delta F^s = -K^s \Delta U^s \quad (3.10)$$

onde K^s é a rigidez ao cisalhamento no contato. O valor de K^s é determinado pelo modelo de rigidez de contato utilizado.

A nova força de contato cisalhante é encontrada a partir da soma da força cisalhante existente no início do passo de tempo com o incremento de força cisalhante elástica

$$F^s \leftarrow F^s + \Delta F^s \leq \mu F^n \quad (3.11)$$

onde μ é o coeficiente de atrito.

Os valores de força normal e cisalhante (determinados pelas Eqs. 3.6 e 3.10) são ajustados para satisfazer as relações constitutivas nos contatos. Após este ajuste, a contribuição da força de contato final para a força e momento resultantes nas duas entidades em contato é dada por:

$$\begin{aligned} F_i &= F^n n_i + F^s t_i \\ F_i^{[\Phi^1]} &\leftarrow F_i^{[\Phi^1]} - F_i \\ F_i^{[\Phi^2]} &\leftarrow F_i^{[\Phi^2]} - F_i \\ M_3^{[\Phi^1]} &\leftarrow M_3^{[\Phi^1]} - e_{3jk} \left(x_j^{[C]} - x_j^{[\Phi^1]} \right) F_k \\ M_3^{[\Phi^2]} &\leftarrow M_3^{[\Phi^2]} - e_{3jk} \left(x_j^{[C]} - x_j^{[\Phi^2]} \right) F_k \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde $F_i^{[\Phi^j]}$ e $M_3^{[\Phi^j]}$ são o somatório da força e do momento da entidade Φ^j da Eq. 3.8, F_i é dada pela Eq. 3.5 e e_{ijk} é o símbolo de permutação dado por

$$e_{ijk} = \begin{cases} 0, & \text{se 2 índices coincidirem;} \\ +1, & \text{se i, j, k permutarem como 1,2,3;} \\ -1, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.13)$$

3.1.2 Lei de movimento

O movimento de uma única partícula é determinado pelos vetores de força e momento resultante atuando sobre ela, e pode ser descrito em termos de movimento translacional de um ponto na partícula e do movimento rotacional da partícula. O movimento de translação do centro de massa de uma partícula é descrito por meio de sua posição, x_i , velocidade, \dot{x}_i , e aceleração, \ddot{x}_i ; o movimento rotacional da partícula é descrito por meio de sua velocidade angular, ω_i e de sua aceleração angular $\dot{\omega}_i$.

As equações de movimento podem ser expressas como duas equações vetoriais: uma relaciona a força resultante ao movimento translacional; a outra relaciona o momento resultante ao movimento rotacional. A equação para o movimento translacional pode ser escrita na forma vetorial:

$$F_i = m(\ddot{x}_i - g_i) \quad (3.14)$$

onde F_i é a força resultante, a soma de todas as forças externas aplicadas atuando na partícula.; m é a massa total da partícula; e g_i é o vetor aceleração das forças de corpo.

A equação para o movimento rotacional pode ser escrita como:

$$M_i = \dot{H}_i \quad (3.15)$$

onde M_i é o momento resultante atuando na partícula e \dot{H}_i é o momento angular da partícula. Esta relação refere-se ao sistema de coordenadas locais numa partícula, em seu centro de massa. Se este sistema local está orientado sobre os eixos principais de inércia da partícula, então a Eq. 3.15 fica reduzida às equações do movimento de Euler:

$$\begin{aligned} M_1 &= I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_3 \omega_2 \\ M_2 &= I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_1 \omega_3 \\ M_3 &= I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_2 \omega_1 \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde I_1 , I_2 e I_3 são os momentos de inércia principais da partícula; $\dot{\omega}_1$, $\dot{\omega}_2$ e $\dot{\omega}_3$ são as acelerações angulares sobre os eixos principais; e M_1 , M_2 e M_3 são os componentes do momento resultante referente aos eixos principais.

Tanto para partículas esféricas quanto para discos, de raio, R , cuja massa é distribuída uniformemente no volume, o centro de massa coincide com o centro do disco ou esfera. Para uma partícula esférica, qualquer sistema de coordenadas preso ao seu centro de massa é um sistema de eixos-principais. E os momentos de inércia iguais entre si, para uma partícula no formato de disco cujo eixo está fora do plano, $\omega_1 = \omega_2 = 0$. Então, para qualquer formato de partículas, a Eq. 3.16 pode ser simplificada quando escrita em função dos eixos principais:

$$M_3 = I_3 \dot{\omega}_3 = (\beta m R^2) \dot{\omega}_3 \quad (3.17)$$

onde

$$\beta = \begin{cases} 2/5, & \text{(partícula de formato esférico)} \\ 1/2, & \text{(partícula em forma de disco)} \end{cases} \quad (3.18)$$

As equações do movimento, dadas pelas Eqs. 3.14 e 3.17, são integradas utilizando-se um esquema de diferenças centrais envolvendo o passo de tempo Δt . As quantidades \dot{x}_i e ω_3 são calculadas nos intervalos médios de $t \pm n\Delta t/2$, enquanto que as quantidades $x_i, \ddot{x}_i, \dot{\omega}_3, F_i$ e M_3 são calculadas nos intervalos de tempo primários $t \pm n\Delta t$.

As seguintes expressões descrevem as acelerações translacionais e rotacionais no tempo, t , em termos de velocidades no intervalo médio. As acelerações são calculadas como:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i^{(t)} &= \frac{1}{\Delta t} \left(\dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} - \dot{x}_i^{(t-\Delta t/2)} \right) \\ \dot{\omega}_3^{(t)} &= \frac{1}{\Delta t} \left(\omega_3^{(t+\Delta t/2)} - \omega_3^{(t-\Delta t/2)} \right) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Inserindo estas expressões nas Eqs. 3.14 e 3.15 e resolvendo para as velocidades no tempo $t \pm n\Delta t/2$ chega-se a:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} &= \dot{x}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{F_i}{m} + g_i \right) \Delta t \\ \omega_3^{(t+\Delta t/2)} &= \omega_3^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{M_3^{(t)}}{I} \right) \Delta t \end{aligned} \quad (3.20)$$

Finalmente, as velocidades na Eq. 3.20 podem ser usadas para atualizar a posição do centro das partículas:

$$\dot{x}_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \quad (3.21)$$

3.2 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

Em geral, o carregamento num conjunto de partículas é dado pela força gravitacional e/ou o movimento de paredes. Para cada parede, tanto a velocidade rotacional quanto translacional podem ser especificadas. No entanto, uma força não pode ser especificada, mas somente monitorada e então utilizada para controlar a velocidade das paredes. O movimento das paredes pode ser determinado atualizando-se a posição de cada ponto, P , que define a

velocidade da parede por meio de diferenças finitas centrais, na qual a velocidade do ponto P (cuja posição é denotada por $x_i^{[P]}$) é calculada por:

$$\dot{x}_i^{[P]} = \dot{x}_i^{[W]} + e_{i3k} \omega_3^{[W]} (x_k^{[P]} - x_k^{[W]}) \quad (3.22)$$

onde $\dot{x}_i^{[W]}$ é a velocidade translacional da parede, $\omega_3^{[W]}$ é a velocidade rotacional da parede e $x_k^{[W]}$ é o centro de rotação da parede.

Para cada partícula podem ser aplicadas forças, momentos e velocidades.

3.3 DETERMINAÇÃO DO PASSO DE TEMPO

Para o esquema de integração de diferenças finitas utilizado no cálculo do movimento, um intervalo de tempo pequeno o suficiente (crítico) deve ser calculado com o intuito de se garantir a estabilidade. O passo de tempo usado no PFC2D é uma fração deste intervalo de tempo crítico.

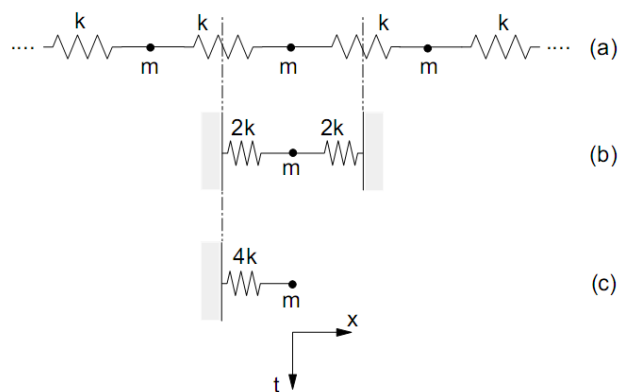


Figura 3.5– Sistema massa-mola múltiplo (Itasca, 2004).

Para um número infinito de pontos massa-mola (Figura 3.5), o menor período de vibração ocorrerá quando as massas estiverem movimentando-se em sentido oposto e de forma sincronizada. Este movimento faz com que o centro das molas seja estacionário tal que o movimento de um único ponto de massa pode ser descrito como na Figura 3.5 (b) e (c). O intervalo de tempo crítico será então:

$$t_{crit} = 2\sqrt{\frac{m}{4k}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.23)$$

onde k é a rigidez de cada mola e m é a massa do ponto.

O mesmo argumento pode ser utilizado para o movimento rotacional, porém com m sendo substituído por I , o momento de inércia. Para o sistema massa-mola múltiplo o intervalo de tempo crítico pode ser dado por:

$$t_{crit} = \begin{cases} \sqrt{\frac{m}{k^{trans}}}, & \text{(translacional)} \\ \sqrt{\frac{I}{k^{rot}}}, & \text{(rotacional)} \end{cases} \quad (3.24)$$

onde k^{trans} e k^{rot} são a rigidez translacional e rotacional, respectivamente, e I é o momento de inércia da partícula.

Um sistema bidimensional, como o modelado pelo PFC2D contém muitas partículas com diferentes massas e rigidez. Pela aplicação da Eq. 3.24 separadamente para cada grau de liberdade de cada partícula, um intervalo de tempo crítico pode ser determinado para cada partícula. O intervalo de tempo crítico global é o menor dentre todos os intervalos de tempo crítico calculados para todas as partículas.

A rigidez translacional e rotacional das partículas pode ser expressa como:

$$\begin{aligned} k_i^{trans} &\approx \bar{k}_{(ii)} = \left[(k^n - k^s) n_{(i)}^2 + k^s \right] + \left[A \left\{ (\bar{k}^n - \bar{k}^s) n_{(i)}^2 + \bar{k}^s \right\} \right] \\ k_i^{rot} &\approx \hat{k}_{(33)} = \left[R^2 k^s \right] + \left[AR^2 \bar{k}^s + I \bar{k}^n \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Aqui o segundo termo do lado direito somente aparece na presença de contato paralelo. Se não existir contato paralelo, estes termos desaparecem. Os subscritos entre parênteses indicam, que esta não é uma relação vetorial.

A escala diferencial de densidade (*differential density scaling, DDS*) no passo de tempo também está disponível. Esta DDS modifica a massa inercial de cada partícula de forma que o intervalo de tempo crítico torna-se unitário. Pode ser usada para reduzir o número total de ciclos necessários. No entanto, pode ser usado somente na obtenção de soluções de regime permanente (final), onde não há aceleração de partículas. Assim, qualquer estado transiente não será calculado corretamente.

3.4 AMORTECIMENTO MECÂNICO

Com o objetivo de atingir a solução de regime permanente numa quantidade razoável de ciclos, o amortecimento é empregado para dissipar a energia por meio do atrito. No PFC2D existem três tipos de amortecimento: local, combinado e viscoso. Nesta dissertação utilizou-se somente o amortecimento local, o qual será brevemente apresentado. Quanto aos outros dois tipos, o leitor interessado pode recorrer a Itasca(2004).

3.4.1 Amortecimento local

Para este tipo de amortecimento, uma força de amortecimento é adicionada às equações de movimento:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{(i)} + \mathcal{F}_{(i)}^d &= \mathcal{M}_{(i)} \mathcal{A}_{(i)}; i=1..3 & (3.26) \\ \mathcal{M}_{(i)} \mathcal{A}_{(i)} &= \begin{cases} m\ddot{x}_i, \text{ para } i=1..2; \\ I\dot{\omega}_{(3)}, \text{ para } i=3; \end{cases} \end{aligned}$$

onde $\mathcal{F}_{(i)}$, $\mathcal{M}_{(i)}$ e $\mathcal{A}_{(i)}$ são os componentes de força generalizada, massa e aceleração, respectivamente; $\mathcal{F}_{(i)}$ inclui a contribuição da força gravitacional; e $\mathcal{F}_{(i)}^d$ é a força de amortecimento:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{(i)}^d &= -\alpha |\mathcal{F}_{(i)}| \text{sign}(\mathcal{V}_{(i)}); \text{ para } i=1..3 & (3.27) \\ \text{sign}(y) &= \begin{cases} +1, \text{ se } y > 0; \\ -1, \text{ se } y < 0; \\ 0, \text{ se } y = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

onde $\mathcal{V}_{(i)}$ é a velocidade generalizada da por:

$$\mathcal{V}_{(i)} = \begin{cases} \dot{x}_i, \text{ para } i = 1..2; \\ \omega_{(3)}, \text{ para } i = 3 \end{cases} & (3.28)$$

Da Eq. 3.27 pode-se perceber que a magnitude da força de amortecimento é uma fração (α , padrão=0,7) da força resultante que atua na partícula. A direção da força de amortecimento é oposta àquela do movimento.

A força de amortecimento local amortece somente movimento acelerado e não movimento no regime permanente, onde a força resultante é nula. Outra vantagem do amortecimento local é a constante de amortecimento, α , a qual é adimensional e então o amortecimento é independente da frequência.

3.5 MODELOS DE CONTATO

As relações constitutivas para os contatos são compostas por três diferentes modelos: o modelo de rigidez que relaciona o deslocamento com a força de contato, o modelo de deslizamento que forma uma relação entre as forças de contato normal e cisalhante e um modelo de cimentação que limita as forças de contato totais. Esta seção cobrirá os modelos de contato utilizados nesta dissertação: o modelo linear, o modelo de deslizamento embutido no programa PFC2D e os dois modelos de cimentação disponíveis.

3.5.1 Modelo de rigidez no contato (*contact-stiffness model*)

O modelo de rigidez no contato relaciona os deslocamentos relativos no contato às forças de contato de acordo com as Eqs. 3.6 e 3.10. A rigidez de contato nessas equações é calculada de acordo com o modelo de contato escolhido.

No modelo linear cada entidade possui uma rigidez normal e outra cisalhante, o que faz com que exista uma relação linear entre a força e o deslocamento. A rigidez total no contato é calculada assumindo que a rigidez dos dois corpos em contato trabalha em série. A rigidez de contato normal secante é dada por:

$$K^n = \frac{k_n^{[A]}k_n^{[B]}}{k_n^{[A]} + k_n^{[B]}} \quad (3.29)$$

e a rigidez de contato cisalhante tangente é dada por:

$$K^s = \frac{k_s^{[A]}k_s^{[B]}}{k_s^{[A]} + k_s^{[B]}} \quad (3.30)$$

onde os sobrescritos $[A]$ e $[B]$ denotam as duas entidades em contato. Para o modelo linear, a rigidez normal secante, K^n , é igual à rigidez normal tangente, já que:

$$K^n = \frac{dF^n}{dU^n} = \frac{d(K^n U^n)}{dU^n} \quad (3.31)$$

3.5.2 Modelo de deslizamento

O modelo de deslizamento limita a força cisalhante permitindo o deslizamento, e fornece resistência normal a tração. Este modelo está sempre ativo, a não ser que modelos de cimentação no contato sejam utilizados.

O atrito no contato é incorporado no modelo de deslizamento e o coeficiente de atrito é dado por μ . Para o cálculo do atrito, μ é tomado como o menor coeficiente de atrito entre as entidades em contato.

O deslizamento é induzido por meio da limitação da máxima força cisalhante no contato de acordo com:

$$F_{\max}^S = \mu |F_i^n| \quad (3.32)$$

Se a força cisalhante, calculada por meio do deslocamento e rigidez cisalhante, exceder F_{\max}^S , então o deslizamento pode ocorrer e a força cisalhante torna-se igual a F_{\max}^S .

$$\begin{aligned} \text{Se } |F_i^S| > F_{\max}^S, \text{ então} \\ F_i^S \leftarrow F_i^S \left(F_{\max}^S / |F_i^S| \right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

3.5.3 Modelos de cimentação

Os modelos de contato no PFC2D permitem que as partículas sejam ligadas umas às outras nos pontos de contato, criando assim uma espécie de cimentação. Dois modelos de contato estão disponíveis no programa, os quais podem ser vistos como uma cola nos pontos de contato de uma seção transversal circular. O modelo de conexões por contato (*contact bonds*) somente transmite forças entre partículas, enquanto que no modelo de conexões paralelas (*parallel bonds*) pode ser transmitido também momento.

Uma vez que foi estabelecida uma ligação entre partículas, esta permanece até que a resistência da ligação seja rompida. Quando a resistência à ligação é excedida o contato é

apagado, e no caso de conexões por contato serem apagadas, o modelo de deslizamento é religado especificamente para aquelas partículas.

3.5.3.1 Modelo de conexões por contato

As ligações no contato são especificadas pela resistência normal de ligação F_c^n (força), e pela resistência cisalhante de contato F_c^s . A ligação de contato pode ser vista como um par de molas elásticas com as resistências acima mencionadas trabalhando na direção normal e tangente.

O modelo de conexões por contato sobrescreve o modelo de deslizamento e a máxima força cisalhante é limitada pela resistência cisalhante da ligação. Uma vez excedida a resistência, a ligação é quebrada e o deslizamento é permitido, sendo agora a força cisalhante limitada pelo modelo de deslizamento.

Tanto a tensão normal quanto a cisalhante permitem forças de tração entre partículas caso a sobreposição torne-se negativa (isto é, quando as partículas se separam). Se a resistência normal da ligação é excedida a mesma quebra e a força de contato normal torna-se nula.

3.5.3.2 Modelo de conexões paralelas

As conexões paralelas podem ser vistas como molas com rigidez normal e cisalhante constantes uniformemente distribuídas sobre um disco circular localizado no ponto de contato. Estas molas trabalham em paralelo com qualquer mola de contato como a rigidez da partícula, conexões por contato ou modelo de deslizamento. O movimento relativo nos contatos faz com que a ligação paralela transmita forças normais e cisalhantes, bem como momento entre partículas. As forças transmitidas são limitadas pela resistência normal e cisalhante da ligação paralela, caso esta resistência seja excedida, as ligações serão quebradas e deletadas.

As conexões paralelas são especificadas pela rigidez normal e cisalhante, \bar{k}^n e \bar{k}^s , resistência normal e cisalhante, $\bar{\sigma}_c$ e $\bar{\tau}_c$ (tensão), e pelo o raio do disco de ligação, \bar{R} . A Figura 3.6 mostra uma representação da ligação paralela, com a força normal e cisalhante, e momento transmitido. A força total, \bar{F}_i , e momento transmitido, \bar{M}_3 , seguem a convenção de

que a força e o momento representam a ação da ligação na partícula B (Figura 3.6). O vetor de força pode ser decomposto em um componente normal e outro cisalhante com respeito ao plano de contato como:

$$\bar{F}_i = \bar{F}_i^n + \bar{F}_i^s \quad (3.34)$$

onde \bar{F}_i^n e \bar{F}_i^s denotam, respectivamente, os componentes normal e cisalhante do vetor.

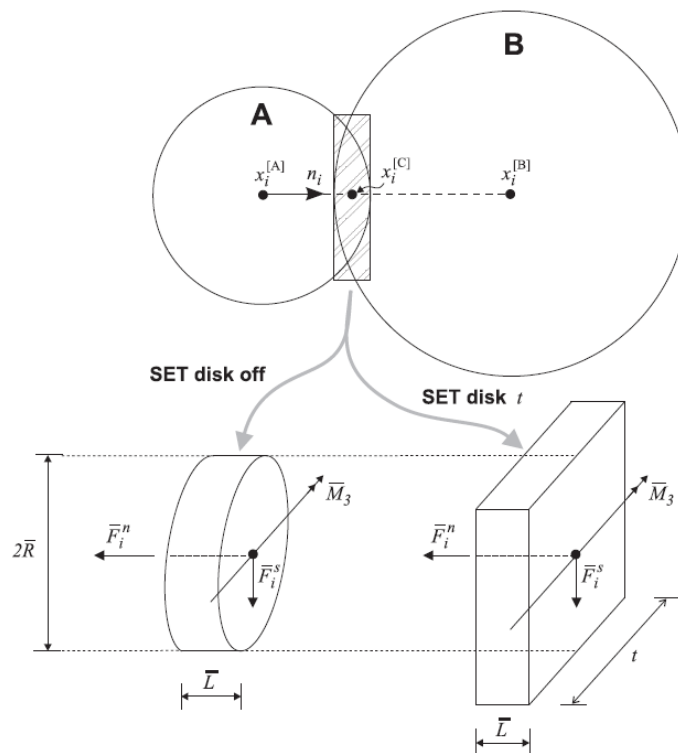


Figura 3.6– Conexões paralelas representados como uma peça de material cimentício de tamanho finito (Itasca, 2004).

A força e o momento total exercidos pelas conexões paralelas são determinados de forma incremental. Quando um contato é formado, \bar{F}_i e \bar{M}_3 são inicialmente nulos. Então, qualquer movimento relativo ou incremento de rotação causarão o desenvolvimento de uma força ou momento incremental. As forças elásticas incrementais que ocorrem durante um intervalo de tempo Δt podem ser calculadas como:

$$\Delta \bar{F}_i^n = (-\bar{k}^n A \Delta U^n) n_i \quad (3.35)$$

$$\Delta \bar{F}_i^s = -\bar{k}^s A \Delta U_i^s \quad (3.36)$$

O incremento elástico de momento é dado por:

$$\Delta \bar{M}_3 = -\bar{k}^n I \Delta \theta_3 \quad (3.37)$$

onde $\Delta \theta_3 = (\omega_3^{[B1]} - \omega_3^{[A1]}) \Delta t$. A área, A , e a inércia, I , da seção transversal da ligação são dadas por:

$$A = \begin{cases} \pi \bar{R}^2, & (\text{partículas como esferas}); \\ 2\bar{R}t, & (\text{partículas de raio } t) \end{cases} \quad (3.38)$$

$$I = \begin{cases} \frac{1}{4} \pi \bar{R}^4, & (\text{partículas como esferas}); \\ \frac{2}{3} t \bar{R}^3, & (\text{partículas de raio } t) \end{cases} \quad (3.39)$$

Os novos vetores de força e momento associados à conexão paralela são encontrados somando-se os valores existentes no início do passo de tempo aos vetores de força e momento incrementais. Os novos vetores de força são calculados como:

$$\begin{aligned} \bar{F}_i^n &\leftarrow \bar{F}_i^n n_i + \Delta \bar{F}_i^n \\ \bar{F}_i^S &\leftarrow \bar{F}_i^S + \Delta \bar{F}_i^S \end{aligned} \quad (3.40)$$

e o novo vetor de momento é calculado por:

$$\bar{M}_3 \leftarrow \bar{M}_3 + \Delta \bar{M}_3 \quad (3.41)$$

As tensões máximas de tração e de cisalhamento, atuando na periferia da ligação, são calculadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{-\bar{F}_n}{A} + \frac{|\bar{M}_3|}{I} \bar{R} \\ \tau_{\max} &= \frac{|\bar{F}_i^S|}{A} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Caso a máxima tensão de tração ou cisalhante excedam as resistências normal e cisalhante da ligação, respectivamente, então a conexão paralela será rompida. No caso da

ligação permanecer intacta, então a contribuição final dos vetores de força e momento na força e momento resultantes do sistema é:

$$\begin{aligned}
 F_i^{[A]} &\leftarrow F_i^{[A]} - \bar{F}_i \\
 F_i^{[B]} &\leftarrow F_i^{[B]} - \bar{F}_i \\
 M_3^{[A]} &\leftarrow M_3^{[A]} - e_{3jk} (x_j^{[C]} - x_j^{[A]}) \bar{F}_k - \bar{M}_3 \\
 M_3^{[B]} &\leftarrow M_3^{[B]} - e_{3jk} (x_j^{[C]} - x_j^{[B]}) \bar{F}_k + \bar{M}_3
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

onde $F_i^{[\Phi]}$ e $M_3^{[\Phi]}$ são o somatório das forças e momento para a partícula Φ , e \bar{F}_i é dado pela Eq. 3.34.

3.6 CLUMPS

Os *clumps* são uma forma de criar grupos de partículas conectadas umas às outras que agem como um corpo-rígido único. São utilizados para superar a limitação inicial do MED implementado no código PFC2D de só permitir partículas circulares. Por meio de *clumps*, podem ser criadas partículas com geometria arbitrária. Os contatos internos ao *clump* são desconsiderados durante o ciclo de cálculo, resultando numa economia no tempo de computação. No entanto, contatos com partículas externas ao *clump* não são afetados, (tais contatos entrarão no cálculo assim que uma partícula externa tocar o contorno do *clump*). Partículas dentro de um *clump* podem se sobrepor; forças de contato não serão geradas entre estas partículas, mas qualquer força de contato que existir quando um *clump* for criado ou quando uma partícula for adicionada a ele, será preservada. Portanto, um *clump* atua como um corpo-rígido (com contorno deformável) que não se fragmenta, apesar das forças que atuam sobre ele.

3.6.1 Propriedades inerciais de um clump

As propriedades inerciais básicas de um *clump* são a sua massa total, m , a localização de seu centro de massa, $x_i^{[G]}$, e os produtos de inércia, I_{ii} e I_{ij} . Para um *clump* genérico composto de N_p partículas, cada uma com uma massa $m^{[p]}$, raio $R^{[p]}$ e centróide de coordenadas $x_i^{[p]}$, as propriedades inerciais deste são definidas pelas seguintes equações:

$$m = \sum_{p=1}^{N_p} m^{[p]} \tag{3.44}$$

$$x_i^{[G]} = \frac{1}{m} \sum_{p=1}^{N_p} m^{[p]} x_i^{[p]} \quad (3.45)$$

$$I_{ii} = \sum_{p=1}^{N_p} \left\{ m^{[p]} (x_j^{[p]} - x_j^{[G]}) (x_j^{[p]} - x_j^{[G]}) + \frac{2}{5} m^{[p]} R^{[p]} R^{[p]} \right\}; \quad (j \neq i) \quad (3.46)$$

$$I_{ij} = \sum_{p=1}^{N_p} \left\{ m^{[p]} (x_j^{[p]} - x_j^{[G]}) (x_j^{[p]} - x_j^{[G]}) \right\}; \quad (j \neq i)$$

Os momentos e produtos de inércia são definidos com respeito ao quadro de referência que está preso ao *clump* no seu centro de massa, e alinhados com sistema de coordenadas global. De uma forma geral, não será um conjunto de eixos principais ($I_{ij} \neq 0$).

3.6.2 Equações de movimento completas para um clump

O movimento de um *clump* é determinado pelos vetores de força e momento resultante atuando sobre ele. Devido ao *clump* ser tratado como um corpo-rígido, seu movimento pode ser descrito em termos do movimento translacional de um ponto no mesmo, e do movimento rotacional do *clump* com um todo. O movimento translacional do centro de massa é descrito a partir de sua posição, x_i , velocidade, \dot{x}_i , e aceleração, \ddot{x}_i ; o movimento rotacional de um *clump* é descrito em termos de sua velocidade angular, ω_i , e de sua aceleração angular, $\dot{\omega}_i$.

As equações de movimento podem ser expressas como duas equações vetoriais, uma que relaciona a força resultante ao movimento translacional (Eq. 3.14) e outra que relaciona o momento resultante ao movimento rotacional (Eq. 3.15). A força resultante e o momento resultante sobre um *clump* podem ser escritos como:

$$F_i = \sum_{p=1}^{N_p} \left(\tilde{F}_i^{[p]} + \sum_{p=1}^{N_p} F_i^{[p,c]} \right) \quad (3.47)$$

$$M_i = \sum_{p=1}^{N_p} \left(\tilde{M}_i^{[p]} + e_{ijk} (x_j^{[p]} - x_j^{[G]}) F_k^{[p]} + \sum_{c=1}^{N_c} e_{ijk} (x_j^{[c]} - x_j^{[p]}) F_k^{[p,c]} \right) \quad (3.48)$$

onde $\tilde{F}_i^{[p]}$ e $\tilde{M}_i^{[p]}$ são a força e o momento externo atuando na partícula (p), $F_k^{[p]}$ é a força resultante atuante na partícula (p) e $F_i^{[p,c]}$ ($F_k^{[p,c]}$) é a força atuante na partícula (p) e no contato (c).

A Eq. 3.15 refere-se a um sistema local de coordenadas no centro de massa do *clump*. Para tal sistema, taxa temporal de mudança no momento angular pode ser escrita como:

$$\dot{H}_i = \alpha_i I_{ii} - \alpha_j I_{ij} + e_{ijk} \omega_j (\omega_k I_{kk} - \omega_l I_{kl}); (j \neq i, l \neq k) \quad (3.49)$$

As Eqs. 3.13 e 3.14 são integradas utilizando-se um esquema de diferenças finitas centrais envolvendo o passo de tempo Δt . As quantidades \dot{x}_i e ω_i são calculadas nos intervalos médios $t \pm \Delta t / 2$, enquanto que as quantidades x_i , \ddot{x}_i , $\dot{\omega}_i$, F_i e M_i são calculadas nos intervalos primários $t \pm \Delta t$.

As seguintes equações de diferenças finitas descrevem a aceleração translacional e rotacional num tempo, t , em termos de velocidade no intervalo médio. As acelerações são calculadas como:

$$\ddot{x}_i^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} (\dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} - \dot{x}_i^{(t-\Delta t/2)}) \quad (3.50)$$

$$\dot{\omega}_i^{(t)} = \frac{1}{\Delta t} (\omega_i^{(t+\Delta t/2)} - \omega_i^{(t-\Delta t/2)}) \quad (3.51)$$

Substituindo-se a Eq. 3.46 na Eq. 3.13 obtém-se a expressão que dá a velocidade de um *clump* num tempo $(t + \Delta t / 2)$:

$$\dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{x}_i^{(t-\Delta t/2)} + \left(\frac{F_i^{(t)}}{m} + g_i \right) \Delta t \quad (3.52)$$

Para obter a velocidade angular no tempo $(t + \Delta t / 2)$, é necessário resolver um sistema de equações não-lineares por meio de um algoritmo iterativo em cada passo de tempo. Substituindo a Eq. 3.49 na Eq. 3.15 permite escrever:

$$M_i - e_{ijk} \omega_j (\omega_k I_{kk} - \omega_l I_{kl}) = \alpha_i I_{ii} - \alpha_j I_{ij}; (j \neq i, l \neq k) \quad (3.53)$$

O mesmo amortecimento local não-viscoso utilizado para dissipar a energia de cada partícula individual é utilizado para dissipar a energia de cada *clump*.

Após determinar a velocidade translacional e rotacional de um *clump*, a posição do seu centro de massa pode ser atualizada:

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{x}_i^{(t+\Delta t/2)} \Delta t \quad (3.54)$$

e a velocidade de cada partícula que forma o *clump* é calculada como:

$$\dot{x}_i^{[p]} = \dot{x}_i^{[G]} + e_{ijk} \omega_j \left(\tilde{x}_k^{[p]} + \tilde{x}_k^{[G]} \right) \quad (3.55)$$

onde

$$\tilde{x}_i^{[p]} = x_i^{[p]o} + \frac{\dot{x}_i^{[p]} \Delta t}{2} \quad (3.56)$$

$$\tilde{x}_i^{[G]} = \frac{x_i^{(t+\Delta t)} + x_i^{(t)}}{2} \quad (3.57)$$

e $x_i^{[p]o}$ denota o vetor de posição da partícula (p) antes da atualização.

3.6.3 A linguagem de programação *FISH*

A linguagem *FISH* é uma linguagem de programação embutida no PFC2D que permite o usuário definir suas próprias variáveis e funções. Por exemplo, é possível montar gráficos com variáveis definidas pelo usuário, esquemas especiais de geração de partículas, servomecanismos para controlar as paredes de um modelo numérico etc.

A linguagem *FISH* foi desenvolvida com o intuito de permitir que os usuários desenvolvessem soluções para problemas que seriam impossíveis de serem resolvidos usando-se simplesmente as estruturas existentes no programa PFC2D. Melhor do que incorporar novas funções mais especializadas no código padrão é fornecer uma linguagem para que os usuários definam suas próprias funções. O programa possui algumas funções em linguagem *FISH*, conhecidas como *Augmented Fishtank*, assim os usuários podem construir seus próprios códigos a partir destas funções, simplesmente utilizando as preexistentes ou ainda modificando-as. Os programas em linguagem *FISH* são simplesmente *scripts* embutidos num arquivo normal do PFC2D.

Neste trabalho fez-se uso extensivo da linguagem de programação *FISH*, pois todas as simulações tiveram que ser codificadas. No Apêndice A pode visto o código-fonte de alguns dos modelos simulados.

4 SIMULAÇÃO DE ENSAIOS BIAXIAIS

O objetivo desta pesquisa é avaliar a capacidade que o Método dos Elementos Discretos (MED) possui para reproduzir o comportamento tensão-deformação de um conjunto de partículas, considerando-se as principais variáveis, tais como: densidade relativa, forma dos grãos, ângulo de atrito, tensão confinante, etc.

Os fundamentos do MED (implementado no programa PFC2D) já foram explicados nos capítulos anteriores. Neste capítulo será mostrado como que foram aplicados estes conceitos para atingir os objetivos propostos. Serão discutidos aspectos referentes à modelagem de um ensaio biaxial (triaxial) monotônico e cíclico no contexto do MED, como a geometria do problema, propriedades das partículas e paredes, geração do conjunto de partículas, condições de contorno, obtenção dos resultados e seu processamento.

4.1 MODELAGEM DO ENSAIO BIAXIAL

Como foi visto no Capítulo 3, para se realizar simulações no programa PFC2D é necessário desenvolver *scripts* utilizando-se da linguagem de programação *FISH*. O *Apêndice A* traz os códigos desenvolvidos para a pesquisa. Os códigos segmentam o processo de modelagem em algumas partes:

1. Geração do conjunto de partículas com as propriedades físicas e geométricas desejadas;
2. Preparação do conjunto de partículas por meio da imposição das condições iniciais e de contorno;
3. Preparação do modelo para os testes, definindo as variáveis a serem medidas;
4. Determinação das propriedades elásticas do material por meio da realização do teste no conjunto de partículas como se este fosse um material elástico-linear e processamento os resultados;
5. Realização dos testes de cisalhamento propriamente ditos e processamento os resultados.

Além das etapas anteriores, fizeram parte do processo de modelagem os passos recomendados pelo manual do programa (Itasca, 2004):

- Passo 1 - definir os objetivos do modelo numérico: no caso deste trabalho é simular ensaios biaxiais em material granular e verificar se o seu comportamento representa bem o comportamento de um material granular real;
- Passo 2 – Criar uma imagem conceitual do modelo: definir como será o conjunto de partículas, o tipo de modelo de contato, as condições de contorno, e o estado inicial de equilíbrio para a análise;
- Passo 3 – Construir e executar modelos simples idealizados: construir o modelo contendo poucos elementos e em pequenas partes de código, de forma que se possa testar se o modelo de contato escolhido fornece o comportamento esperado, se as condições de contorno estão influenciando a resposta do modelo etc.;
- Passo 4 – Juntar os dados específicos do modelo: detalhes da geometria, comportamento do material, condições iniciais, cargas externas;
- Passo 5 – Preparar os modelos detalhados: verificar quais são os mecanismos a serem investigados, e então definir os modelos. Deve-se levar em consideração aspectos como: o tempo de computação de cada modelo; se serão avaliados estados intermediários; se existe um número suficiente de locais monitorados para fornecer uma interpretação clara o suficiente para o que está acontecendo no modelo e outros.
- Passo 6 – Realizar os cálculos com o modelo: verificar se o modelo detalhado está fornecendo resultados razoáveis ou não;
- Passo 7 – Apresentar os resultados para interpretação: os resultados devem ser representados preferencialmente de forma gráfica afim de facilitar a interpretação dos mesmos.

4.1.1 Modelo geométrico

A geometria do sistema deve começar a ser definida por meio das paredes (limites) do modelo numérico. Como o modelo numérico é bidimensional definiu-se uma geometria retangular para representar a câmara triaxial (Figura 4.1). Vale notar que as paredes se sobrepõem em alguns pontos e ultrapassam os limites do retângulo aonde serão geradas as partículas, pois como as paredes irão movimentar-se, é necessário manter as partículas sempre entre as paredes.

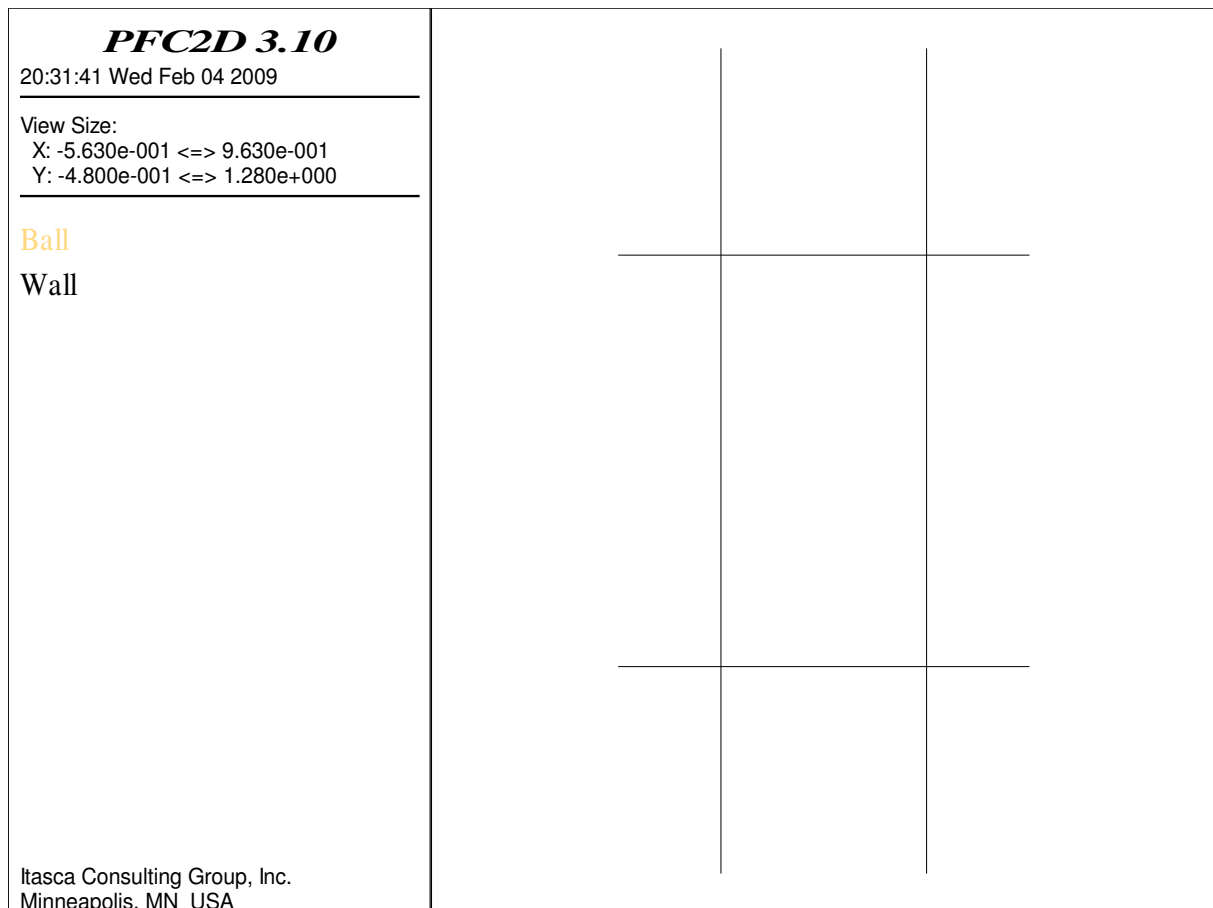


Figura 4.1- Elementos de parede representando a câmara triaxial.

Após definir os limites do modelo, é necessário gerar as partículas que formarão o meio granular. Existem, em princípio, cinco métodos diferentes para geração de partículas (Jiang et al., 2003): (1) método do ponto fixo (*Fixed Point method*); (2) método da expansão (*Expansion method*); (3) método da compressão isotrópica (*Isotropic-compression method*); (4) método da compressão isotrópica modificado (*Modified Isotropic-compression method*); (5) método de múltiplas camadas com compactação (*Multi-layer with Undercompaction method*). Estas várias técnicas de geração de partículas são utilizadas para gerar amostras de diferentes densidades e grau de homogeneidade. As técnicas de (1) a (4), na maioria das vezes, são falhas na geração de corpos-de-prova homogêneos fofos/medianamente fofos (Jiang et al., 2003). Segundo Jiang et al. (2003), o método (5) é o que fornece os melhores corpos-de-prova, porém é um pouco mais complicado de ser utilizado. O método mais simples de ser codificado, e que o programa PFC2D possui suporte, é o método da expansão (ou método da expansão dos raios), o qual foi utilizado neste trabalho.

No método da expansão dos raios todas as partículas, com os seus respectivos raios reduzidos, são posicionadas de forma aleatória numa área específica, a qual é bem próxima da área definida pelas paredes, e não são desenvolvidos contatos/sobreposições entre partículas vizinhas (Figura 4.2). Assim a posição de cada partícula é modificada para atender esse requisito. Após todas as partículas estarem posicionadas, o raio de todas as partículas é restaurado gradualmente enquanto que a tensão de consolidação é mantida constante nas paredes. As sobreposições/contatos, desenvolvidos durante o crescimento do raio das partículas, fazem com as partículas se movam para transformar-se num meio denso. Os contornos podem mover-se de forma a atingir o estado de tensão de equilíbrio. Uma vez que os raios das partículas são restaurados, o coeficiente de atrito entre partículas, que inicialmente era zero ou um, pode ser configurado para o valor normal. É então obtido uma amostra com a porosidade desejada (Figura 4.3).

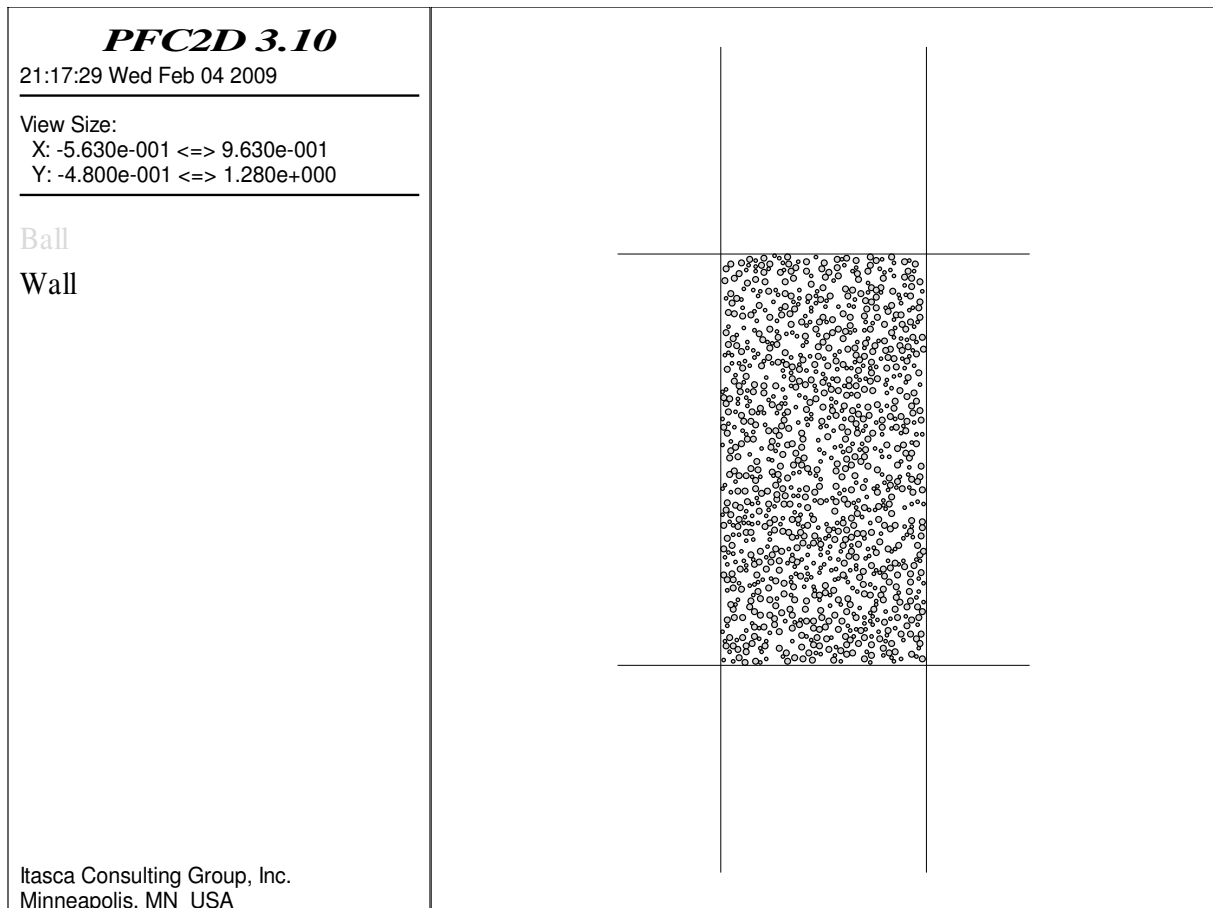


Figura 4.2– Partículas posicionadas aleatoriamente com o raio reduzido.

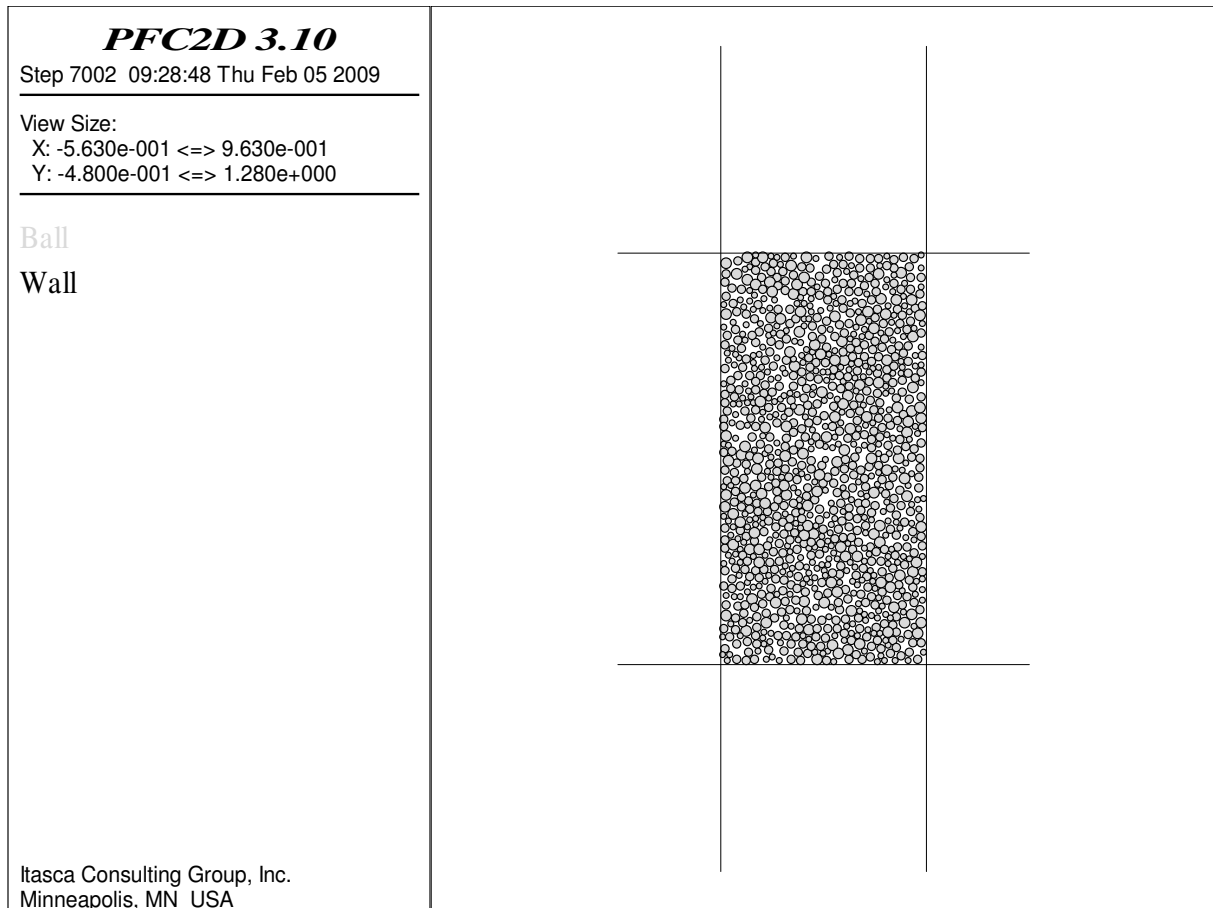


Figura 4.3– Amostra com as propriedades desejadas (porosidade, tamanho das partículas).

No método de expansão do raio, a porosidade, raio das partículas e número de partículas estão intimamente ligados. De forma mais detalhada, a primeira variável necessária para se gerar as partículas é o multiplicador do raio, m , que dará uma porosidade, n , modificada. A porosidade é definida como:

$$n = 1 - \frac{A_p}{A} \tag{4.1}$$

onde A_p é a soma das áreas de todas as partículas que estão contidas na área A .

Então:

$$nA = A - \sum \pi R^2 \tag{4.2}$$

$$\sum R^2 = \frac{A(1-n)}{\pi} \quad (4.3)$$

onde \sum é aplicado sobre todos os raios R . Denotando a porosidade “antiga” por n_0 e a nova (desejada) porosidade por n :

$$\frac{\sum R^2}{\sum R_0^2} = \frac{(1-n)}{(1-n_0)} \quad (4.4)$$

onde R_0 é o raio “antigo”. Se for utilizado o mesmo multiplicador para todas as partículas, então $R=mR_0$ para todo R e R_0 e:

$$m = \sqrt{\frac{(1-n)}{(1-n_0)}} \quad (4.5)$$

A Eq. (4.5) fornece o número pelo qual todos os raios devem ser multiplicados de tal forma que se mude da porosidade n_0 para n . Assim, o procedimento completo para se preencher uma determinada região com partículas a uma determinada porosidade é o seguinte:

1. Define-se o valor de n , o número de partículas (N) e a razão entre os raios máximos e mínimos das partículas (r);
2. Faz-se uma suposição inicial sobre o valor de m e obtém-se uma porosidade inicial:

$$n_0 = 1 - (1-n) / m^2 \quad (4.6)$$

3. Estima-se o raio médio das partículas, \bar{R} , assumindo-se que a distribuição das partículas é uniforme e utilizando-se a Eq. (4.3):

$$\bar{R} = \sqrt{\frac{A(1-n_0)}{N\pi}} \quad (4.7)$$

4. O limite inferior (R_{inf}) e superior (R_{sup}) dos raios das partículas, necessários para gerá-las, pode ser determinado pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} R_{inf} &= 2\bar{R} / (1 + r) \\ R_{sup} &= rR_{inf} \end{aligned} \quad (4.8)$$

5. As partículas são então geradas e multiplicadas pelo m (Eq. (4.5)) para a obtenção da porosidade desejada. Após isso, são realizados ciclos de cálculo para se atingir o equilíbrio. Alternativamente seria possível ter como parâmetros de entrada n , R_{inf} e R_{sup} e seguir os passos anteriores adaptando as equações.

Os procedimentos anteriormente descritos foram codificados em linguagem *FISH* como mostrado no Apêndice A.1. Os corpos-de-prova formados por *clumps* são gerados de forma análoga e foram codificados conforme o Apêndice A.2. A única diferença é que, após as partículas terem atingido a porosidade desejada, algumas serão agrupadas formando os *clumps*.

4.1.2 Cálculo e controle do estado de tensões (condições de contorno)

O procedimento completo para carregamento da amostra é descrito em detalhes em Itasca (2004). Aqui será feito um resumo dos principais pontos.

Após o estabelecimento da configuração inicial para os testes biaxiais, é necessário aplicar as condições de contorno. O corpo-de-prova é carregado por meio da aplicação de velocidade na parede superior e inferior (Figura 4.4). O estado de tensões é determinado por meio de uma função específica escrita em linguagem *FISH*, apresentada no Apêndice A.3. As tensões são calculadas tomando-se a média das tensões atuantes em cada conjunto de paredes opostas, onde as tensões em cada parede são calculadas dividindo-se a força total atuando na parede pela altura do corpo-de-prova. As deformações são calculadas em ambas as direções utilizando-se a relação:

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{\frac{1}{2}(L + L_0)} \quad (4.9)$$

onde L é o comprimento atual do corpo-de-prova na direção correspondente, e L_0 é o comprimento original naquela direção. A altura e largura atuais do corpo-de-prova são utilizadas no cálculo das tensões e deformações.

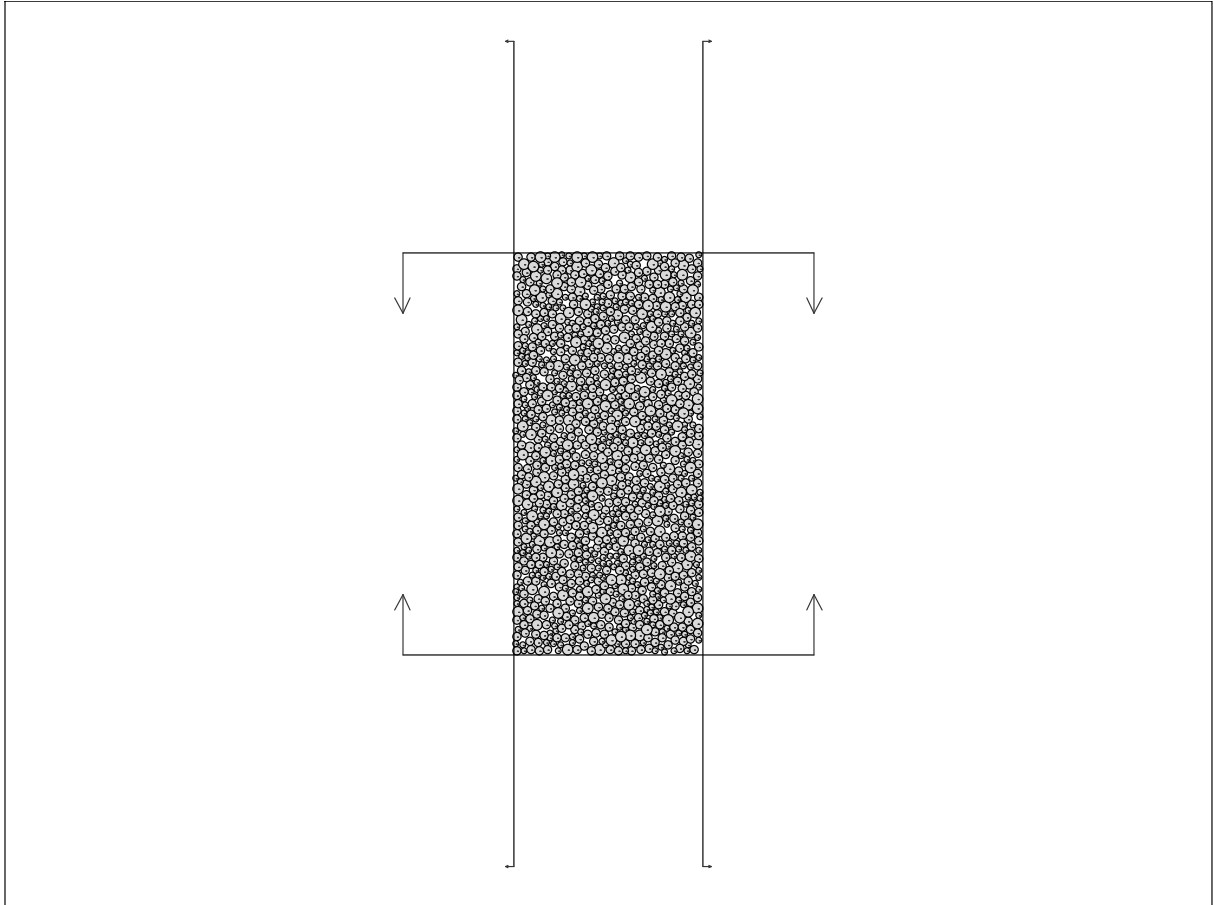


Figura 4.4– Aplicação das condições de contorno e obtenção do estado de tensões desejado.

Ao longo do processo de carregamento, a tensão de confinamento é mantida constante por meio do ajuste da velocidade das paredes laterais, utilizando-se de um servomecanismo escrito como uma função auxiliar na linguagem *FISH* (ver Apêndice A.9). O servomecanismo é ativado uma vez por ciclo, e então são determinadas as tensões e ajustadas as velocidades de forma que seja reduzida a diferença entre a tensão medida e a requisitada. O servomecanismo utiliza as equações seguintes. A equação para a velocidade da parede é:

$$\dot{u}^{(w)} = G(\sigma^{medida} - \sigma^{desejada}) = G\Delta\sigma \quad (4.10)$$

onde G é o parâmetro de “ganho”, estimado por meio da seguinte suposição. O incremento máximo de força atuando na parede devido ao seu movimento num determinado passo de tempo é:

$$\Delta F^{(w)} = k_n^{(w)} N_c \dot{u}^{(w)} \Delta t \quad (4.11)$$

onde N_c é o número de contatos na parede, e $k_n^{(w)}$ é a rigidez média desses contatos. Então, a mudança na tensão média será:

$$\Delta\sigma^{(w)} = \frac{k_n^{(w)} N_c \dot{u}^{(w)} \Delta t}{A} \quad (4.12)$$

onde A é a área da parede. Por uma questão de estabilidade, o valor da mudança na tensão da parede deve ser menor que o valor absoluto da diferença entre a tensão medida e a requisitada. Na prática, o fator de relaxação, α , é tal que:

$$|\Delta\sigma^{(w)}| < \alpha |\Delta\sigma| \quad (4.13)$$

Substituindo-se as Eqs. (4.10) e (4.12) na Eq. (4.13), obtém-se:

$$\frac{k_n^{(w)} N_c \dot{u}^{(w)} |\Delta\sigma| \Delta t}{A} < \alpha |\Delta\sigma| \quad (4.14)$$

e o ganho é determinado por:

$$G = \frac{\alpha A}{k_n^{(w)} N_c \Delta t} \quad (4.15)$$

4.1.3 Monitoramento do modelo durante a simulação

A amostra pode então ser testado especificando-se a velocidade da parede do topo e da base. Durante cada teste, o servocontrole mantém a tensão de confinamento constante. Pode-se então definir as variáveis que devem ser medidas: tensão de confinamento, tensão desviadora, deformação axial, deformação volumétrica, entre outras.

4.1.4 Execução dos testes e resultados

Agora, uma série de testes pode ser executada para determinar as propriedades elásticas do material e o seu comportamento na ruptura.

São determinados dois módulos de elasticidade: um módulo de elasticidade com o modelo de conexões por contato ativado (E_{cc}) e um módulo de elasticidade inicial (E_i). O E_{cc} corresponde ao módulo que o material teria se fosse perfeitamente elástico, ou seja, caso não

pudesse romper. O ângulo de atrito entre partículas e os valores de rigidez das ligações são configurados para valores limites, ou seja, são grandes o suficiente para não haver plastificação. Para determinar o E_{cc} e também o ν (coeficiente de Poisson) para um material perfeitamente elástico, é realizado um ciclo de carregamento/ descarregamento codificado em linguagem *FISH* e listado no Apêndice A.5. Como a tensão de confinamento é mantida constante ($\Delta\sigma_d = \Delta\sigma_a$), o teste pode ser utilizado para a medição do módulo de Young e coeficiente de Poisson. A partir dos gráficos de tensão desviadora versus deformação axial (Figura 4.5) e deformação volumétrica versus deformação axial (Figura 4.6), podem ser determinados o módulo de Young:

$$E = \frac{\Delta\sigma_d}{\Delta\epsilon_a} \quad (4.16)$$

e o coeficiente de Poisson:

$$\nu = 1 - \frac{\Delta\epsilon_v}{\Delta\epsilon_a} \quad (4.17)$$

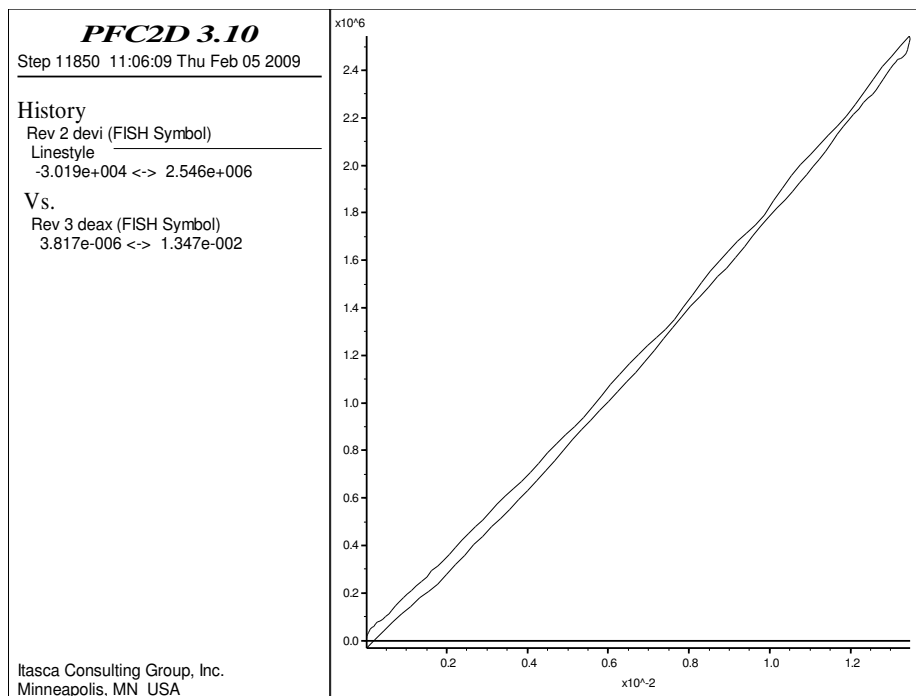


Figura 4.5– Tensão desviadora versus deformação axial para o material “elástico” no teste de carregamento/descarregamento.

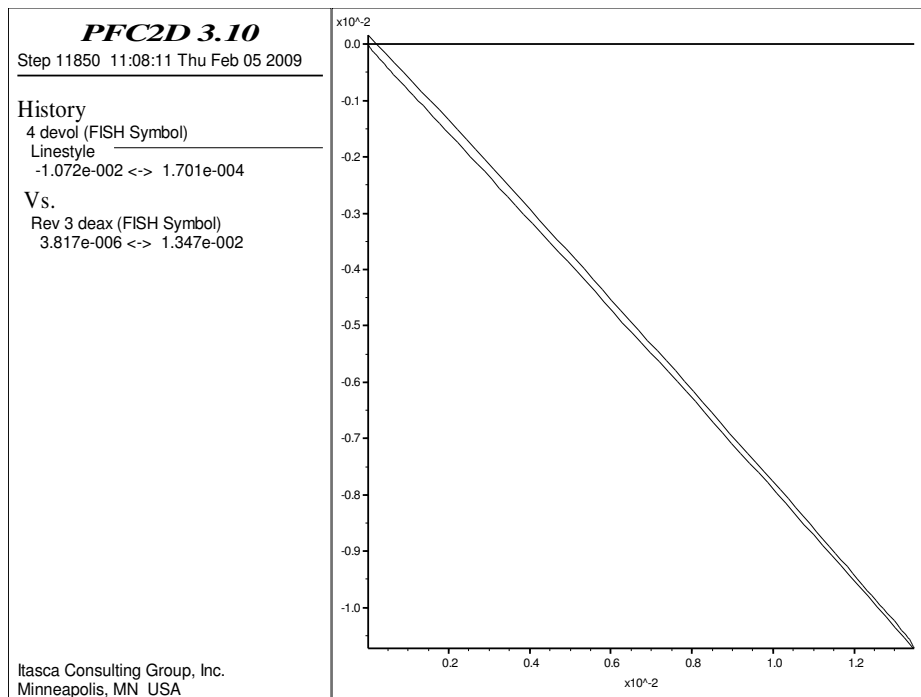


Figura 4.6– Deformação volumétrica versus deformação axial para o material “elástico” no teste de carregamento/descarregamento.

O módulo de elasticidade inicial E_i é determinado diretamente do gráfico de tensão versus deformação para uma simulação de ensaio triaxial até a ruptura. É calculado como a inclinação da reta tangente ao trecho aproximadamente retilíneo do gráfico $\sigma_d \times \epsilon$ antes da plastificação.

Convém ressaltar que o valor do coeficiente de Poisson obtido não é estritamente comparável ao mesmo coeficiente num material real submetido a um ensaio triaxial, porque as condições em duas dimensões do ensaio biaxial no PFC2D, não são nem estado plano de tensão ou estado plano de deformação (Itasca, 2004), pois não há tensão ou deformação fora do plano.

Na ruptura, o material pode apresentar várias das características esperadas para um material granular quando sujeito a um ensaio triaxial: dilatância ou mudança de volume, tensões máximas e residuais, estado crítico, etc. Todos estes comportamentos serão discutidos no Capítulo 5, onde serão apresentados os resultados e análises. O ensaio até a ruptura é composto de ciclos de carregamento sob cada uma das tensões confinantes de interesse, conforme mostra o código do Apêndice A.6.

O carregamento cíclico é aplicado de forma bem simples: é basicamente o ensaio para determinação das propriedades elásticas, porém repetido por 30 vezes, indo sempre de $\sigma_d = 0$ até $\sigma_d = 0,8\sigma_{df}$ (o carregamento ocorre até 80% da tensão de ruptura do material para uma determinada tensão confinante) e a uma velocidade de carregamento de 0,4 m/s. No Apêndice A.10 está o código responsável pela parte cíclica dos ensaios.

4.2 CONFIGURAÇÃO DOS ENSAIOS BIAXIAIS REALIZADOS

As simulações realizadas nesta dissertação seguiram a metodologia do item 4.1, que é a mesma recomendada por Itasca (2004). Foram desenvolvidos vários *scripts* em linguagem *FISH* para medir e visualizar as variáveis de interesse: tensões, deformações, porosidade, número de contatos etc.

As propriedades do modelo de elementos discretos para o teste biaxial podem ser vistas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1– Propriedades do modelo de elementos discretos para o teste biaxial.

Parâmetro	Valor
Densidade das partículas (kg/m ³) - ρ	2700
Rigidez normal das partículas (N/m) - k_n	5.10^8
Rigidez tangencial das partículas (N/m) - k_s	4.10^8
Rigidez das paredes (N/m) - k_w	5.10^7
Atrito parede/partícula - ϕ_w	0
Diâmetro das partículas (mm) - (d_{min}, d_{max})	10 a 20
Parâmetro de amortecimento	0,7*
Dimensões da amostra (mm)	40 x 80
Coefficiente de atrito entre partículas ($\tan\phi_\mu$)	Referência: 0,5**
Porosidade (n)	Amostra densa: 0,10 Amostra fofa: 0,40
Número de Partículas (circulares)***	Amostra densa: 1629 Amostra fofa: 1086
Número de Partículas (formato anguloso)***	Amostra densa: 6516 Amostra fofa: 4344

*: valor padrão do programa PFC2D para um amortecimento não-viscoso local (Capítulo 3).

** : este é o valor de referência, mas neste trabalho foram realizadas simulações com outros coeficientes de atrito (0; 0,3; 0,7; 1,0).

***: no início do teste.

As propriedades listadas na Tabela 4.1 não necessariamente correspondem a valores que representem um solo granular real. Neste trabalho, pretende-se somente realizar uma análise do comportamento macroscópico e microscópico que um meio granular com essas propriedades apresentaria. Portanto, a escolha dos parâmetros da amostra foi baseada em recomendações constantes na literatura (Huang et al., 2008; Belheine et al., 2008; Kozicki & Donzé, 2008; Maeda & Hirabayashi, 2006; Jiang & Zhu, 2006; Itasca, 2004). Em Belheine et al. (2008) e Itasca (2004) encontram-se procedimentos detalhados para estabelecer relações entre os parâmetros microscópicos e macroscópicos de forma que se possa obter resultados das simulações bastante próximos aos resultados reais.

Apesar dos parâmetros microscópicos do modelo não necessariamente corresponderem aos parâmetros macroscópicos reais de uma areia, existem algumas explicações. O diâmetro das partículas num modelo de elementos discretos normalmente não pode corresponder ao diâmetro exato do material a ser estudado, principalmente se forem materiais finos, pois isto tornaria o custo computacional bastante elevado (número elevado de elementos). Por outro lado, ao ver a Tabela 2.1, percebe-se que o intervalo de diâmetros escolhido corresponde ao de um pedregulho. Tratando-se de um modelo computacional, o tamanho dos elementos deve ser escolhido de forma que se obtenha o comportamento esperado, e de acordo com a literatura já citada, o intervalo de diâmetro escolhido reflete bem o comportamento de um solo granular. O tamanho das partículas influencia diretamente o tamanho da amostra, pois de acordo com observações, o tamanho da menor dimensão da amostra não pode ser menor que vinte vezes o tamanho da partícula, caso contrário, haverá influência da escala nos resultados. As dimensões da amostra seguem esse critério.

O modelo constitutivo utilizado para a modelagem de material granular, tradicionalmente é o linear (Maeda & Hirabayashi, 2006; Huang et al., 2008; Lobo-Guerrero & Vallejo, 2006; Lobo-Guerrero, 2006; Itasca, 2004; Cundall & Strack, 1979). As propriedades elásticas de um conjunto de partículas utilizando o modelo linear são influenciadas pela rigidez normal e tangencial (k_n e k_s , respectivamente). O valor de k_n se relaciona diretamente com o valor do módulo de Young (E) e o coeficiente de Poisson (ν), se relaciona com a razão k_n/k_s (Itasca, 2004). As demais propriedades de resistência e deformabilidade na ruptura são ditadas pelo ângulo de atrito entre partículas (ϕ_μ) e pela porosidade (n). Nesta dissertação, um dos objetivos era verificar a relação entre o coeficiente de atrito microscópico e macroscópico, além de verificar a influência da rotação das partículas

na resistência de pico. Para tanto, variou-se o coeficiente de atrito de um valor nulo a um valor unitário. A porosidade, como já foi comentado, influencia diretamente a resistência de um material granular (Maeda & Hirabayashi, 2006; Itasca, 2004), então tomou-se por base o estudo realizado por Maeda & Hirabayashi (2006), onde constataram que o coeficiente de atrito influencia a porosidade (Figura 4.7) e para se obter uma amostra bastante fofa, a porosidade inicial deveria ser de 0,40 com coeficiente de atrito igual a 1,0 (Figura 4.7); e para se obter a amostra mais densa, a porosidade inicial deveria ser de 0,10 com coeficiente de atrito igual a 0 (Figura 4.7). Cabe ressaltar que a amostra estável mais densa que pode ser gerada no programa PFC2D possui uma porosidade de aproximadamente 0,09 (Itasca, 2004).

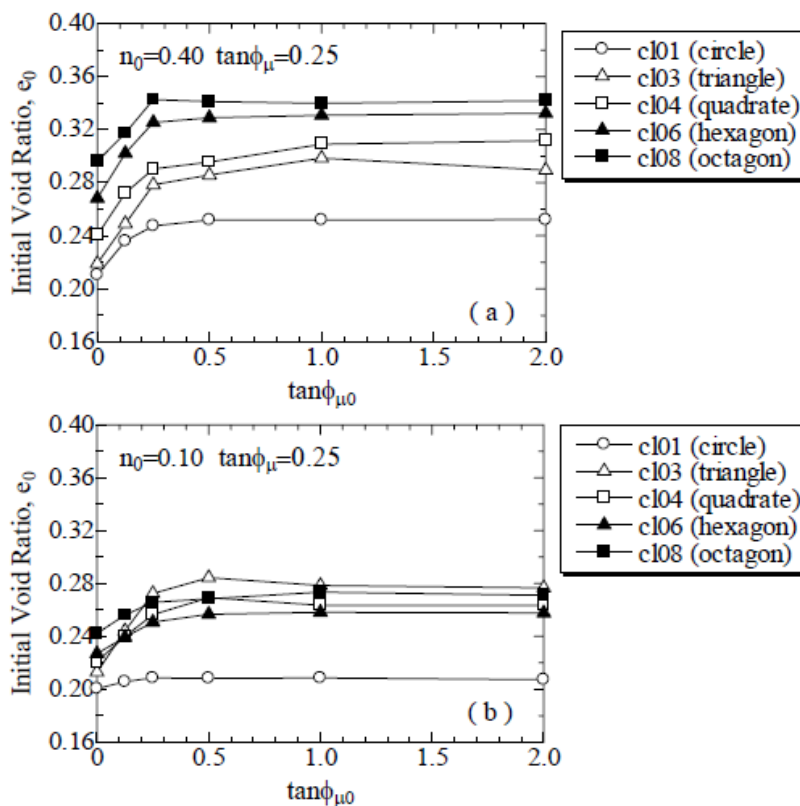


Figura 4.7– Índice de vazios e_0 após conversão do ângulo de atrito $\tan \phi_{\mu 0}$ para $\tan \phi_{\mu}$ ($=0,25$):
 (a) porosidade inicial $n_0 = 0,40$; (b) $n_0 = 0,10$ (Maeda & Hirabayashi, 2006).

A exemplo de Maeda & Hirabayashi (2006) e Penã et al. (2006), foram realizados testes para verificar a influência do formato da partícula no comportamento macroscópico do material granular quando sujeito ao cisalhamento. Utilizando-se de *clumps*, foram criadas partículas de formato anguloso (Figura 4.8). Os corpos-de-prova formados por estas partículas

possuem as mesmas propriedades microscópicas da Tabela 4.1. Os *clumps* são formados por conjuntos de quatro partículas, não necessariamente do mesmo tamanho.

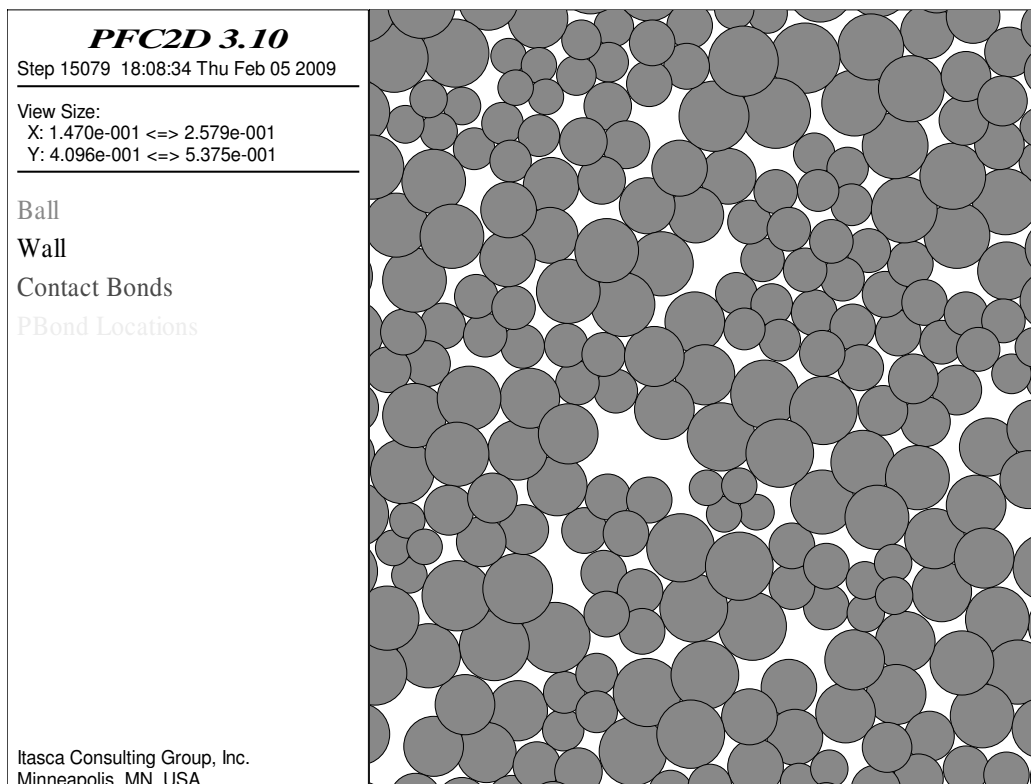


Figura 4.8– Partículas de formato rombóide, criadas utilizando *clumps*.

Também era de interesse desta pesquisa avaliar a influência da tensão de confinamento. Desta forma, foram realizados testes biaxiais com tensões confinantes de 50, 100, 200, 500, 1000 e 2000 kPa.

4.3 MONITORAMENTO DA POROSIDADE E DO NÚMERO DE CONTATOS

No item 4.1 mostrou-se como são obtidas as tensões e as deformações durante o teste biaxial. Estas variáveis são calculadas por meio de funções desenvolvidas em funções na linguagem *FISH*.

A porosidade e o número de contatos são calculados pelos chamados *measurement circles* (círculos de medição). Estes círculos (Figura 4.9) foram instalados no centro das amostras e tiveram os valores médios de porosidade e de número contatos registrados ao longo de todo o teste por meio de funções escritas em linguagem *FISH*.

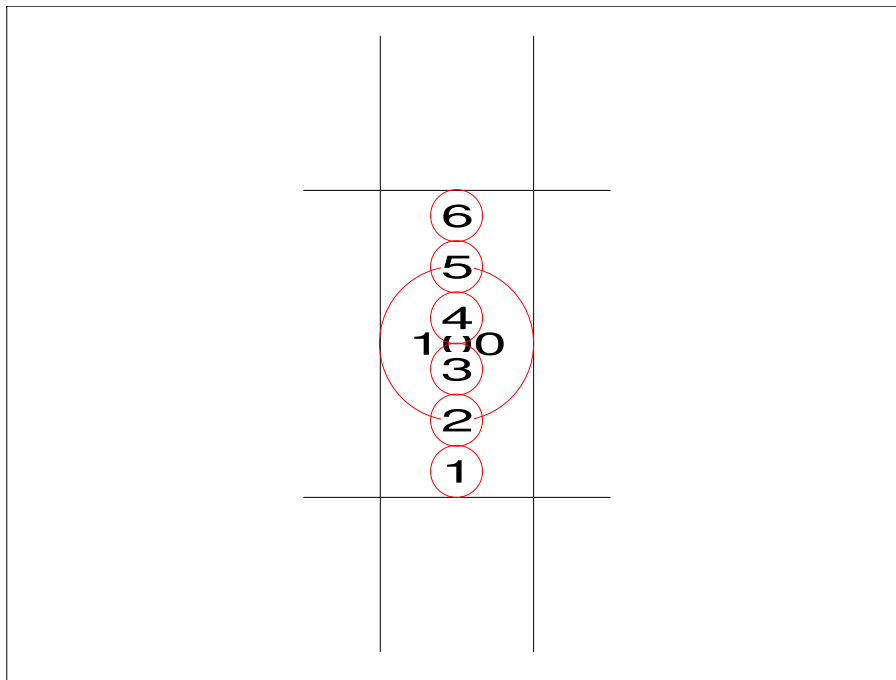


Figura 4.10–Círculos de medição instalados na amostra para medir a porosidade e o número de contatos ao longo do teste biaxial.

4.4 RECURSOS COMPUTACIONAIS

As simulações foram executadas em um computador pessoal com processador INTEL CORE2-QUAD (2 núcleos reais, emulando 4 e 8MB de memória cachê L2), com 4GB de RAM, 512MB de memória de vídeo dedicada e sistema operacional Windows XP. Estas configurações são consideradas muito boas para a maioria das aplicações, porém vale ressaltar que uma das grandes desvantagens do método dos elementos discretos, que advém do fato de as equações serem resolvidas de forma explícita no tempo para cada partícula, é o elevado custo computacional. As simulações, mesmo com poucas partículas (Tab. 4.1) demoravam em média 30 minutos para o caso de ensaios biaxiais com partículas circulares e 1 hora e 25 minutos para ensaios com partículas de formato rombóide.

Um aspecto importante do programa PFC2D é que apesar do mesmo permitir processamento paralelo, o mesmo não possui suporte a *multithreading*, o que faria com que tirasse vantagem de processadores com mais de um núcleo e da natureza paralela do MED. Ainda assim é possível abrir, por exemplo, quatro instâncias do programa numa máquina com quatro processadores e associar cada uma dessas instâncias a um processador, e assim executar os processos de cálculo de forma paralela. A simulação, com o código devidamente adaptado para operações em paralelo irá rodar, mas não necessariamente de forma mais rápida (baseado

em testes realizados pelo autor). Devido a isso, optou-se por desenvolver os algoritmos completamente voltados para apenas uma instância do programa e conseqüentemente um processador.

5 RESULTADOS E ANÁLISES

Neste capítulo serão apresentados os resultados das simulações realizadas utilizando-se o programa PFC2D. Foram simulados ensaios biaxiais (2D) monotônicos em material granular sob diferentes densidades, tensões de confinamento, coeficientes de atrito e formatos de partícula. Foram também realizados ensaios biaxiais cíclicos sob diferentes tensões de confinamento.

Os casos aqui apresentados possuem os parâmetros listados na Tab. 4.1. Ressalta-se que os resultados apresentados correspondem aos valores de referência, a não ser que seja mencionado o contrário.

5.1 ENSAIO BIAXIAL EM MEIO GRANULAR FORMADO POR PARTÍCULAS ARREDONDADAS

As Figura 5.1 e Figura 5.2 mostram, respectivamente, os corpos-de-prova no estado denso ($n_0 = 0,10$) e fofo ($n_0 = 0,40$). Estas amostras foram geradas de acordo com os procedimentos apresentados no item 4.1.

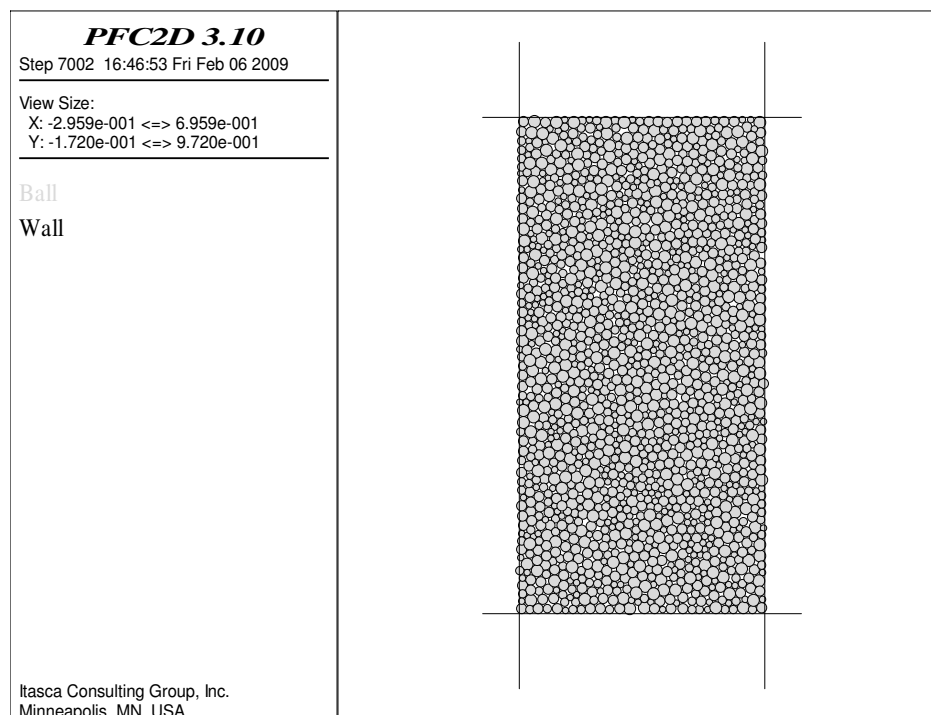


Figura 5.1– Corpo-de-prova com partículas arredondadas no estado denso.

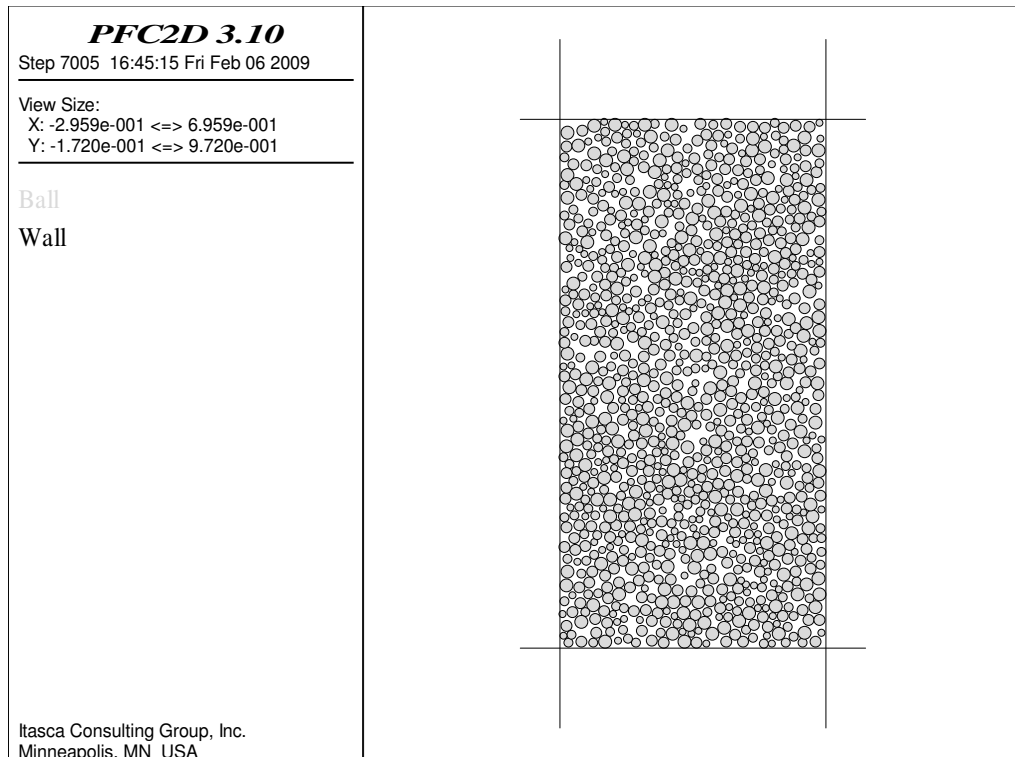


Figura 5.2– Corpo-de-prova com partículas arredondadas no estado fofo.

5.1.1 Aspectos gerais do comportamento tensão-deformação

O comportamento macroscópico do material pode ser analisado inicialmente por meio dos gráficos de tensão-deformação e de deformação volumétrica-deformação axial, mostrados nas Figura 5.3 e Figura 5.4, respectivamente. Pelos gráficos, pode-se notar que o comportamento do modelo é típico de uma areia limpa seca (ou saturada) no estado denso, sujeita a um ensaio triaxial convencional drenado. A resistência do material no estado denso aumentou até chegar a um determinado valor de pico e depois decresceu até um valor mais ou menos constante (residual). À medida que a tensão de confinamento aumenta, a resistência de pico e a residual aumentam, assim como a deformação na ruptura (pico) também aumenta.

No início da simulação, as partículas na amostra densa estão bem próximas umas das outras, ou seja, mais encaixadas (Figura 5.1). Para haver a ruptura por cisalhamento é necessário que a tensão desviadora aplicada seja suficiente para vencer não só o atrito entre partículas como também deve fazer com que as partículas desloquem-se umas com relação às outras. Como o grau de encaixe entre partículas é alto em um conjunto compacto, e, com o aumento da tensão confinante, o encaixe aumenta ainda mais, naturalmente maior será a tensão desviadora necessária para causar a ruptura do material (Figura 5.3).

A deformabilidade também é bastante afetada pelo maior encaixe entre as partículas no estado denso. A Figura 5.5 mostra o deslocamento das partículas durante o cisalhamento. Verifica-se que estas estão movimentando-se lateralmente devido à falta de espaços vazios no interior da amostra. Como a tensão confinante é mantida constante, para que o material granular rompa devido ao cisalhamento, a única forma de vencer o encaixe entre as partículas é por meio do aumento de volume (dilatância). Na Figura 5.4 é possível notar que quanto maior for o encaixe (causado pelo aumento da tensão confinante) menor é o aumento de volume da amostra.

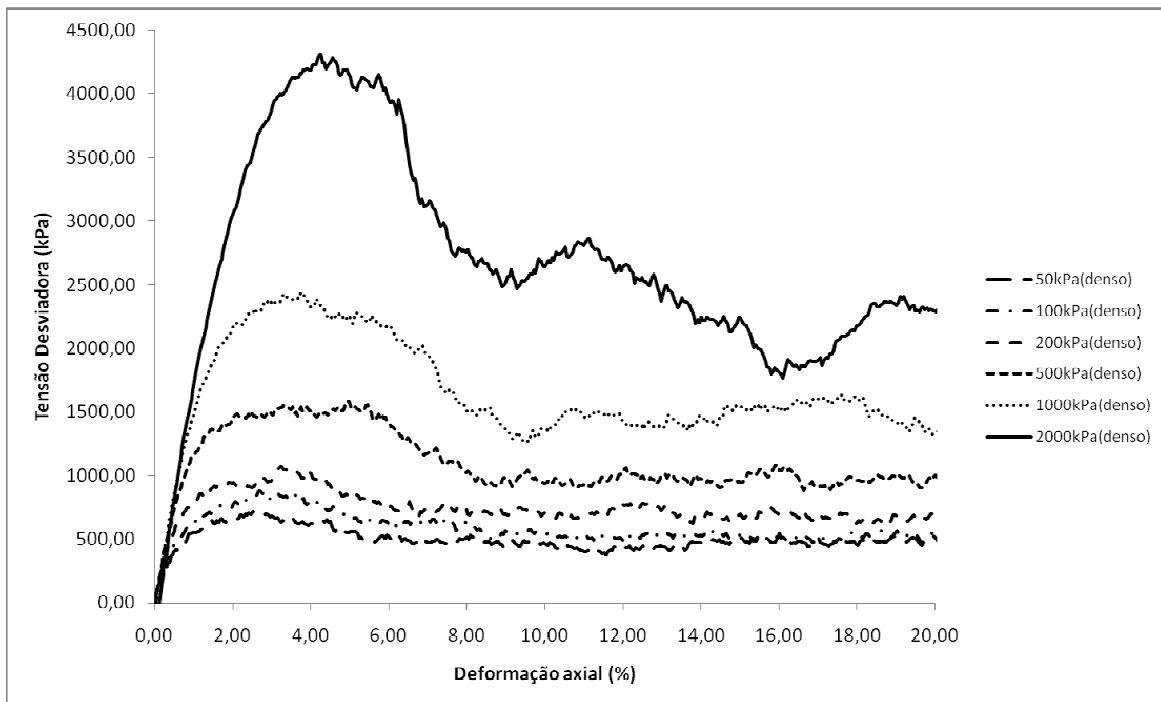


Figura 5.3– Tensão desviadora versus deformação axial para um arranjo denso (partículas arredondadas).

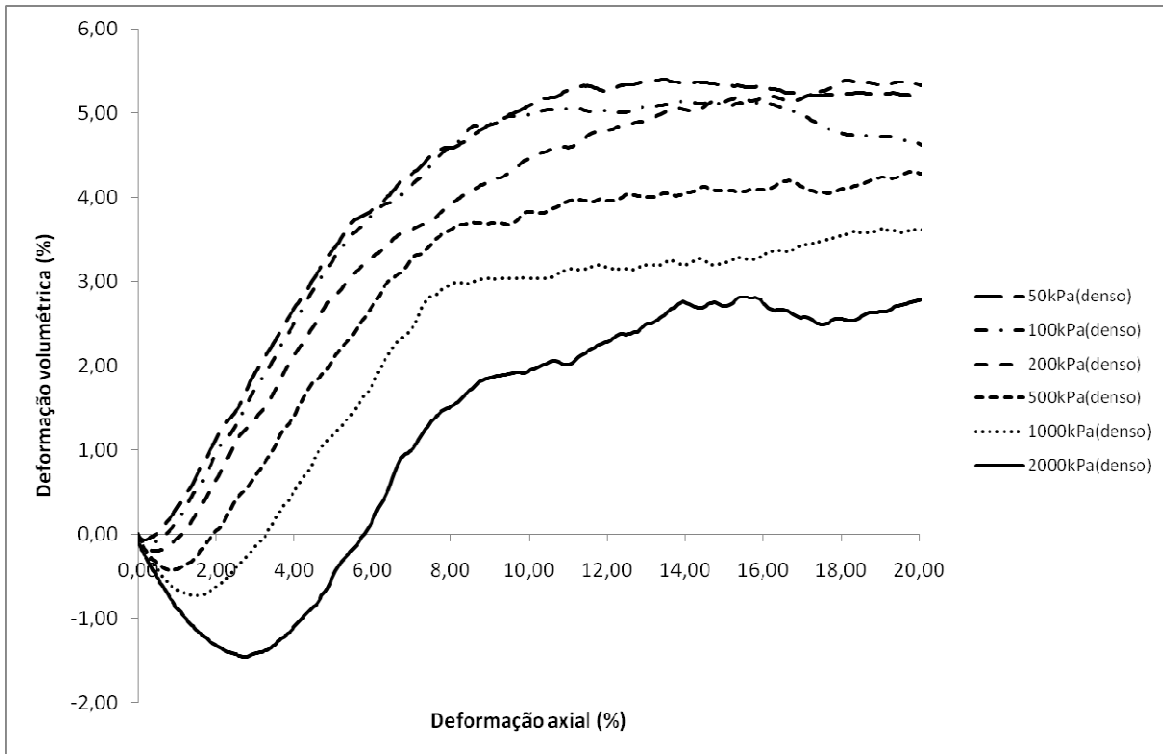


Figura 5.4– Deformação volumétrica versus deformação axial para um arranjo denso (partículas arredondadas).

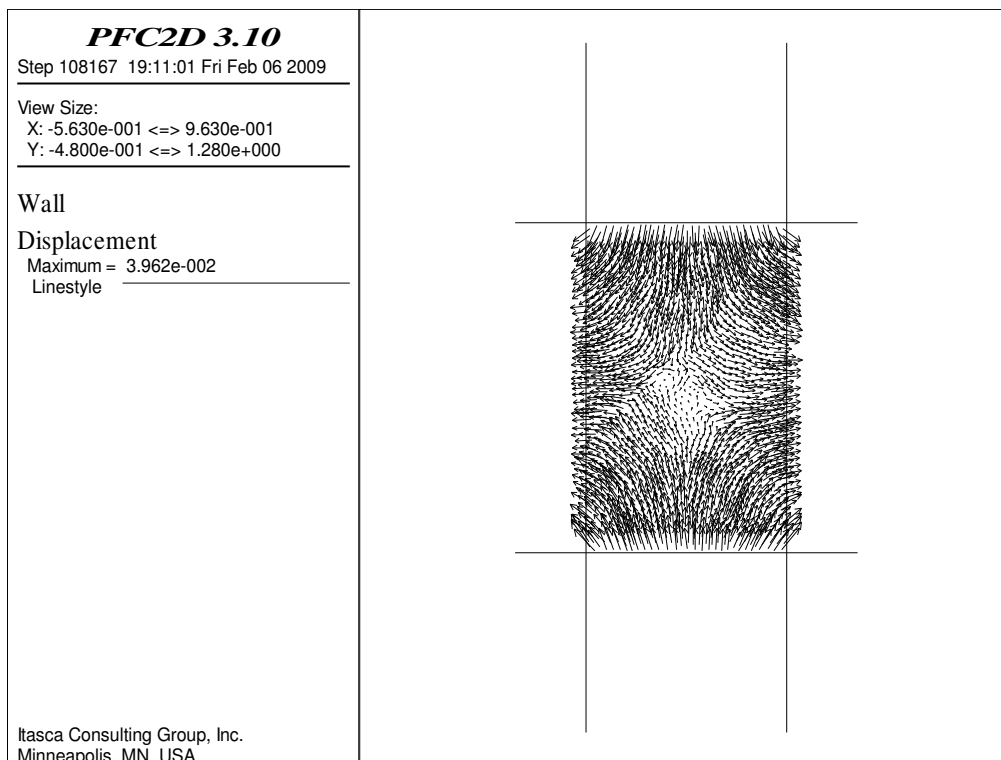


Figura 5.5– Partículas arredondadas deslocando-se em corpo-de-prova denso.

Para o material no estado fofo, observa-se um comportamento distinto do material denso. Na Figura 5.6 é apresentado o gráfico da tensão desviadora versus deformação axial para o material no estado fofo, onde se percebe que a tensão aumenta suavemente até atingir um determinado valor de ruptura, a partir do qual permanece aproximadamente constante com o aumento da deformação, sob qualquer tensão de confinamento.

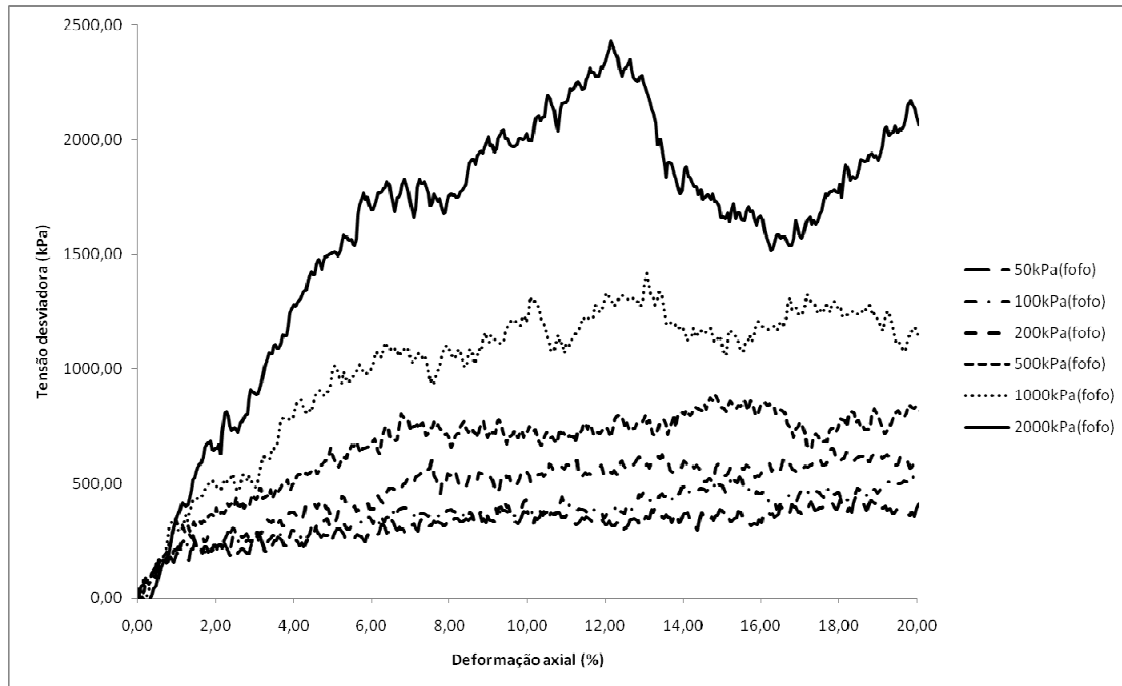


Figura 5.6– Tensão desviadora versus deformação axial para um arranjo fofo (partículas arredondadas).

No corpo-de-prova fofo, o encaixe entre as partículas é pequeno, o que significa que as partículas têm mais liberdade para deslocar-se, pois existem muitos espaços vazios no interior da amostra. Desta forma, o atrito entre partículas é a maior parcela de resistência a ser vencida. Ao contrário da amostra densa, não é necessário haver dilatância para que ocorra a ruptura, pois conforme mostra a Figura 5.7, as partículas preenchem os vazios existentes e passam a escorregar entre si.

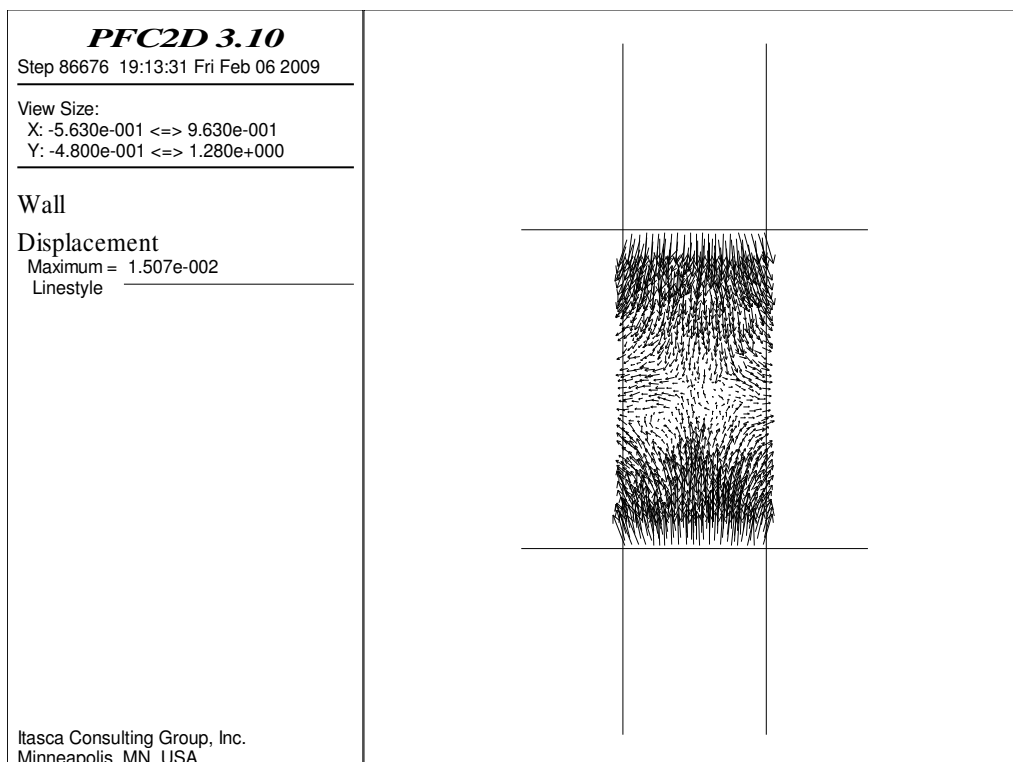


Figura 5.7– Partículas arredondadas deslocando-se em corpo-de-prova fofo

A Figura 5.8 mostra a variação da deformação volumétrica durante o ensaio biaxial. O deslocamento das partículas para o interior da amostra faz com que o seu volume diminua ao longo do ensaio, até atingir um valor mais ou menos constante. Neste ponto, ao contrário do que ocorre com o material denso, o aumento da tensão confinante causa uma maior diminuição de volume, pois quanto maior for a aquela, menor é o índice de vazios antes do cisalhamento.

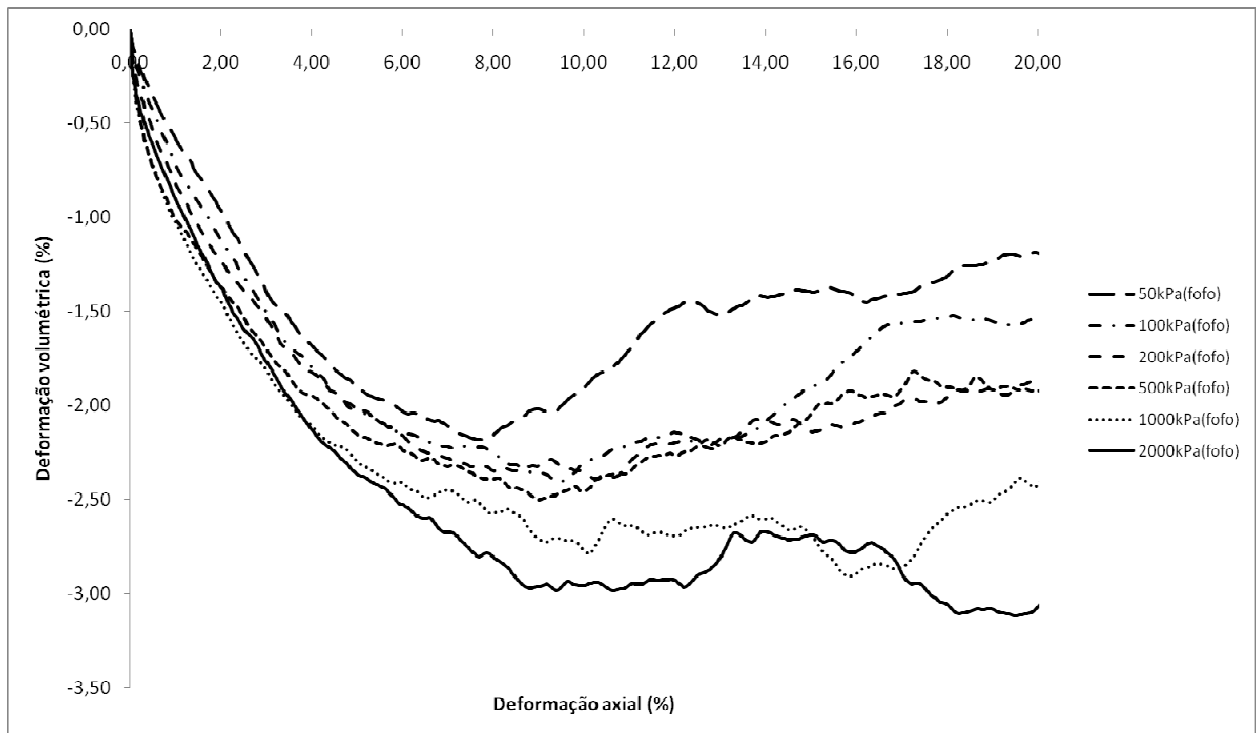


Figura 5.8– Deformação volumétrica versus deformação axial para um arranjo fofo (partículas arredondadas).

5.1.2 Parâmetros elásticos e de compressibilidade

O módulo de elasticidade (E) e o coeficiente de Poisson (ν) são parâmetros macroscópicos importantes do material. Eles irão caracterizar o meio granular no curto intervalo em que este apresenta um comportamento elástico-linear. A Tabela 5.1 apresenta os valores de E_{cc} (módulo de elasticidade com os contatos ativados, de acordo com o Capítulo 4) e E_i (módulo de elasticidade inicial, de acordo com o Capítulo 2) para o arranjo mais denso e mais fofo. Tomando por base valores de referência publicados em Lambe & Whitman (1984), estes valores são compatíveis com o que se esperaria para uma areia. Os módulos para o material denso são maiores que aqueles para o material fofo e de uma forma geral E_{cc} é diferente de E_i . No estado fofo $E_i \leq E_{cc}$ e no estado denso $E_i > E_{cc}$, o que é razoável dentro do que pode ser observado nas Figura 5.3 e Figura 5.6.

Cabe ressaltar que, fisicamente, a diferença entre os valores de E_i e E_{cc} é devida principalmente ao índice de vazios das amostras quando estas são levadas até a ruptura e quando são ensaiadas considerando o contato entre partículas ativo. No caso dos corpos de prova com material denso, o índice de vazios da amostra quando levada à ruptura é maior que aquele com os contatos ativos, pois o índice de vazios neste último caso permanece

praticamente o mesmo do inicial devido à restrição ao movimento das partículas imposta pelo contato (o que dá uma maior rigidez à amostra), enquanto que sem os contatos, ocorre dilatação do material (índice de vazios inicial menor que o final). Já para as amostras no estado fofo, ocorre o contrário: o índice de vazios diminui quando o conjunto de partículas é cisalhado até a ruptura (índice de vazios inicial maior que o final) conferindo uma maior rigidez à amostra, por outro lado, quando os contatos estão ativados a amostra mantém praticamente o mesmo índice de vazios.

Para um material fofo, tanto E_{cc} quanto E_i são mais sensíveis à variação da tensão confinante. Isto se dá devido à presença de muitos vazios na amostra. O mesmo não acontece com o material denso. Como as partículas estão com pouco espaço entre elas, as mesmas trabalham como um só corpo elástico (o funcionamento do modelo de contato linear é mais destacado).

Tabela 5.1– Propriedades elásticas do material granular com grãos arredondados.

σ_3 (kPa)	Amostra fofo			Amostra densa		
	Perfeitamente Elástico		Elasto-Plástico	Perfeitamente Elástico		Elasto-Plástico
	E_{cc} (MPa)	ν	E_i (MPa)	E_{cc} (MPa)	ν	E_i (MPa)
500	70	0,48	33	200	0,13	250
1000	80	0,43	50	200	0,12	250
2000	100	0,37	100	200	0,08	250

A equação Janbu (1963) é uma forma tradicional de descrever a variação do módulo com a tensão confinante, e seus parâmetros ajudam a quantificar a rigidez de um material granular. Os valores de K , n da equação Janbu (1963) foram calculados conforme descrito no Capítulo 2 e são apresentados na Tabela 5.2. Para o arranjo fofo, acompanhando a tendência dos módulos secante e tangente, os valores de K e n são bastante diferentes dependendo do módulo considerado. Pode-se então dizer que o material apresenta-se mais rígido quando sujeito ao ciclo de carregamento e descarregamento, pois $K_{cc} > K_i$ e $n_{ur} < n_i$. Este comportamento pode ser explicado pela utilização do modelo de ligações paralelas (como forma de evitar a ruptura) durante o teste para determinação do E_{cc} , pois num arranjo fofo, as

ligações entre partículas são importantes para a estabilidade do arranjo devido ao grande número de espaços vazios entre as partículas.

Para o arranjo denso o parâmetro n é nulo, ou seja, os valores de E_i e de E_{cc} serão sempre os mesmos independentes da tensão confinante. Diferentemente do que ocorre com o material no estado fofo, o valor de K é um pouco maior quando se considera E_i , pois neste caso o modelo de contato não é tão importante quanto o encaixe entre grãos, fazendo com que os módulos tangente e secante não difiram tanto entre si. Assim, a “fase elástica” do material é bem mais definida que a do material fofo.

Tabela 5.2– Parâmetros para medir a variação do módulo com a tensão de confinamento.

Estado	E_{cc}		E_i	
	K_{cc}	n_{cc}	K_i	n_i
Fofo	456	0,26	86	0,80
Denso	2000	0	2500	0

A deformabilidade de um material é também caracterizada pelo seu coeficiente de Poisson. Os coeficientes de Poisson dos materiais fofo e denso refletem claramente o que já foi visto anteriormente quanto à rigidez dos materiais. No estado fofo, o material deforma-se mais, apresentando maiores valores de ν , enquanto que no estado denso, o material deforma-se menos, o que corresponde a valores baixos de ν . Ainda convém destacar que o coeficiente de Poisson é também dependente do grau de confinamento do material. Quanto maior a tensão confinante, menor é o valor de ν e menor é a sua deformabilidade elástica.

A compressibilidade de um material pode ser determinada por meio de compressão isotrópica. No modelo Cam-Clay, a inclinação do trecho de compressão da curva $e-\ln(p)$ fornece o parâmetro λ , relacionado às deformações volumétricas totais (Desai & Siriwardane (1984). O parâmetro λ serve para quantificar a compressibilidade de um material granular, a qual é dependente das tensões confinantes. As Figura 5.9 e Figura 5.10 mostram as curvas obtidas do teste de compressão isotrópica para cada tipo de amostra. Destaca-se que ambas as amostras apresentam um comportamento típico de areia, que ao contrário da argila, não possui uma relação exatamente linear com as deformações volumétricas e o $\ln(p)$. Pode-se determinar o valor de λ como a inclinação do trecho reto mostrado nas Figura 5.9 e Figura 5.10. Para o material denso $\lambda= 0,0068$ e para o material fofo $\lambda= 0,0135$. Como era esperado,

quanto mais denso for o material, menor será o valor de λ , ou seja, menos compressível ele será.

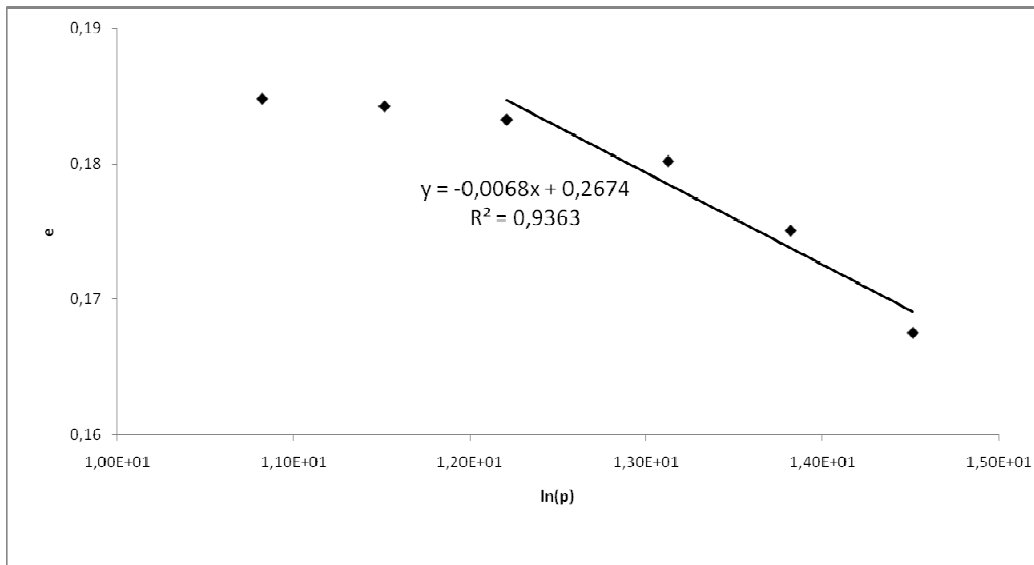


Figura 5.9– Teste de compressão isotrópica em material denso (grãos arredondados).

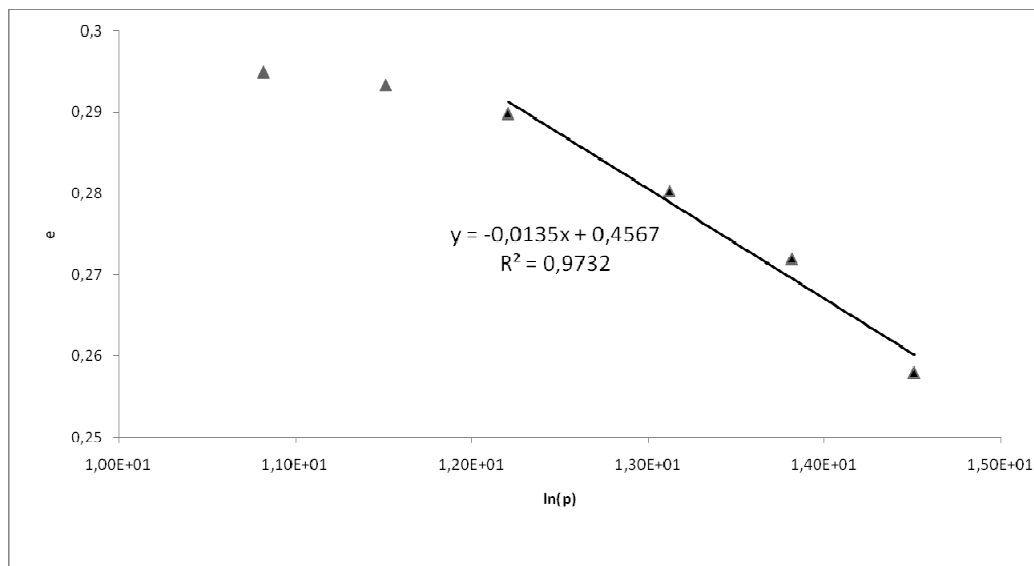


Figura 5.10– Teste de compressão isotrópica em material fofo (grãos arredondados).

Uma forma alternativa de quantificar a compressibilidade de uma areia, evitando o trecho não-linear existente na curva $e-\ln(p)$ é utilizando a relação proposta por Nakai (1989), onde se determina a inclinação da reta de carregamento (C_l) do gráfico da deformação volumétrica total (ε_v) contra a tensão média normalizada pela pressão atmosférica (p/P_a) ajustada por um parâmetro do material (m), conforme visto no Capítulo 2. As Figura 5.11 e Figura 5.12. mostram os gráficos de $\varepsilon_v - (p/P_a)^m$, para o material no estado denso e no estado

fofo, respectivamente. Considerando $P_a = 100$ kPa e $m=0,5$, obteve-se um bom ajuste dos dados, de forma que os mesmos repousassem aproximadamente sobre uma reta. A inclinação das retas obtidas revela novamente o comportamento mais compressível do material no estado fofo, pois o valor de C_t no estado fofo é de 0,0078, o dobro do C_t no estado denso.

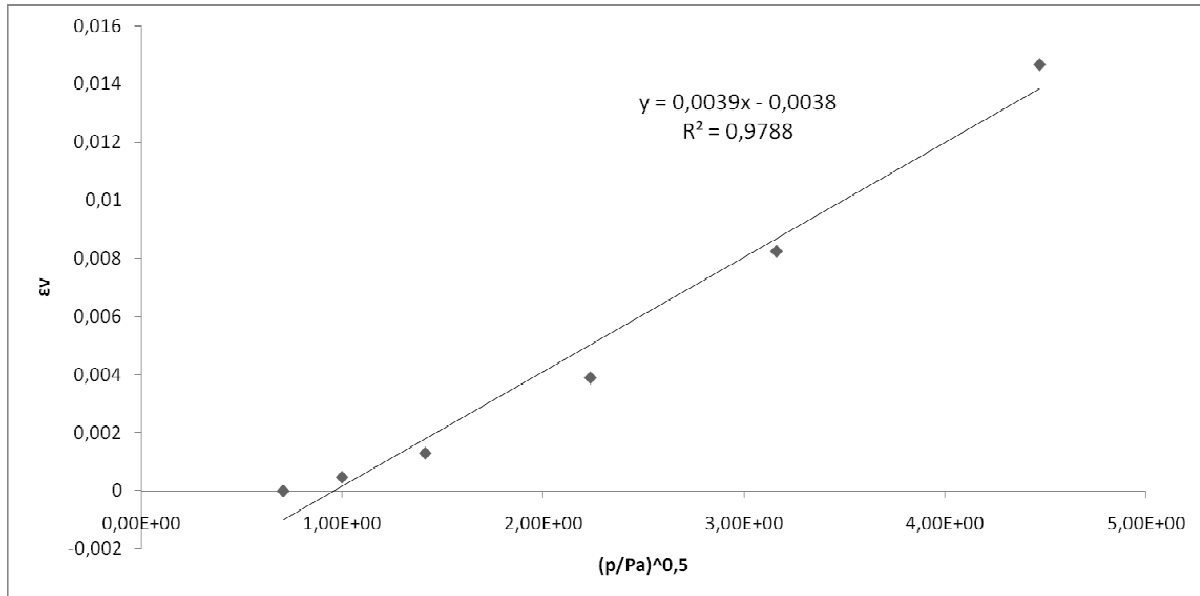


Figura 5.11– Resultados do teste de compressão isotrópica em material denso (grãos arredondados) ajustados de acordo com Nakai (1989).

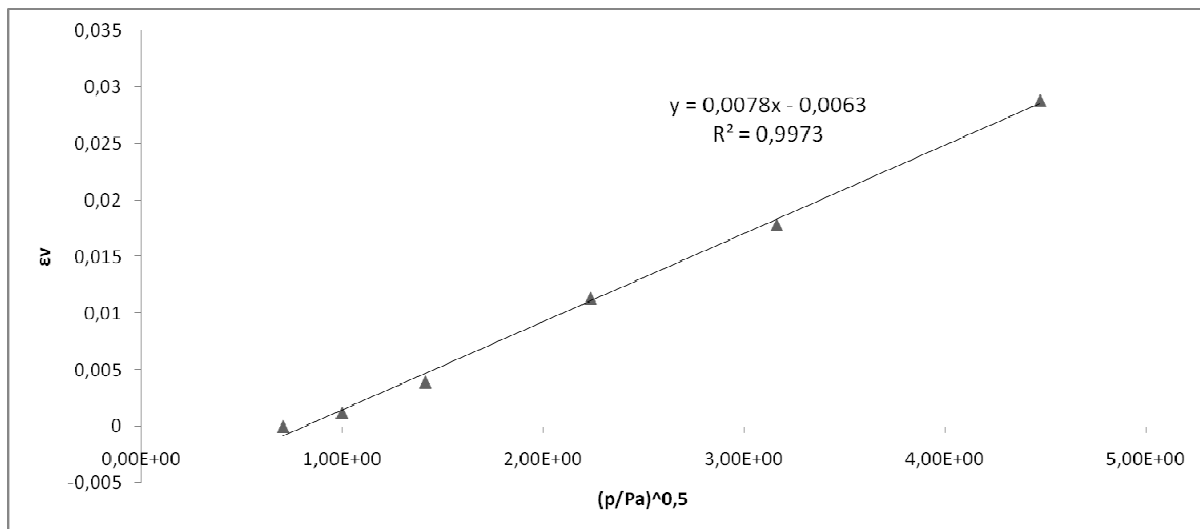


Figura 5.12– Resultados do teste de compressão isotrópica em material fofo (grãos arredondados) ajustados de acordo com Nakai (1989).

5.1.3 Comportamento macroscópico no estado crítico

O comportamento do material simulado após a ruptura é também bastante característico de areias. Na Figura 5.13 é mostrada a variação do índice de vazios versus a deformação axial para tensões confinantes de 50,100,200,500,1000 e 2000kPa, e para o solo no estado fofo e no estado denso. Vê-se claramente o material atingindo um estado assintótico no qual o cisalhamento do solo pode continuar sem mudança de volume, ou ainda, com índice de vazios aproximadamente constante, o qual é conhecido como índice de vazios crítico. Solos fofos apresentam um índice de vazios inicial superior ao crítico e com a contração volumétrica durante o cisalhamento, este índice tende a diminuir até atingir o valor crítico. Por outro lado, solos densos, com baixo índice de vazios inicial, tendem a apresentar dilatância durante o cisalhamento, aumentando os vazios até atingir o valor crítico. O índice de vazios crítico independe da compactidade inicial do material, porém depende da tensão de confinamento. Os resultados da Figura 5.13 sugerem que a densidade do solo ao atingir o estado crítico é dependente do nível de tensões: quanto maior for a tensão confinante, menor será o índice de vazios. A natureza da estrutura do solo no estado crítico não é clara, mas certamente está relacionada com a desestruturação do conjunto de partículas, as quais estão livres para moverem-se e rolarem umas sobre as outras (Wood, 2004).

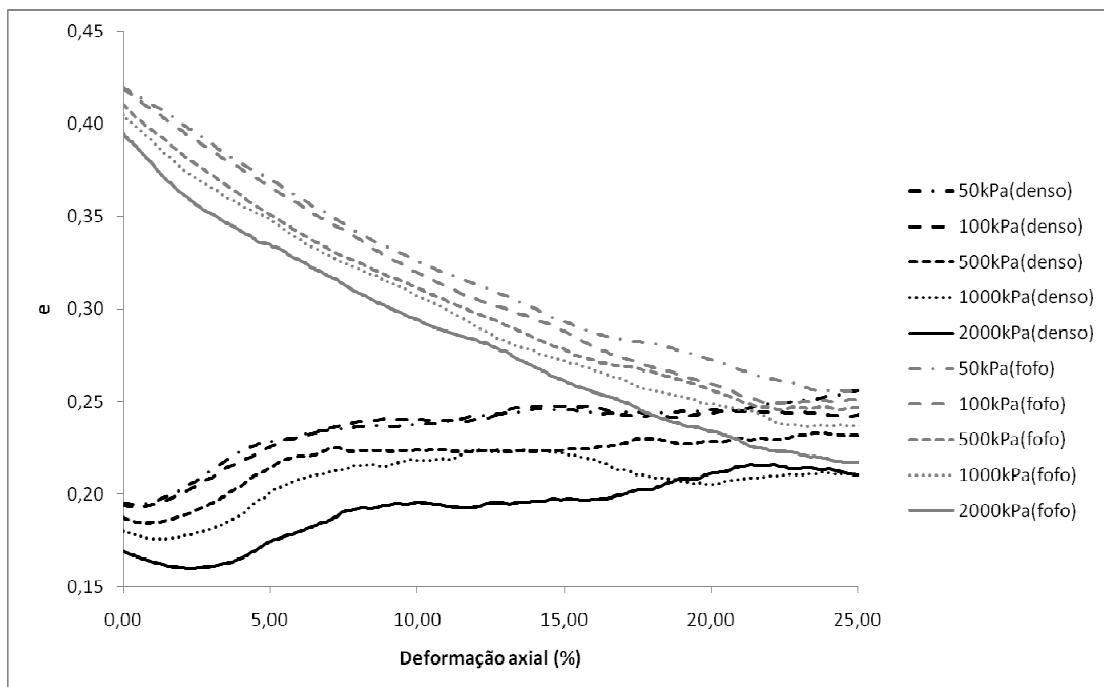


Figura 5.13– Índice de vazios versus deformação axial (partículas arredondadas).

A Figura 5.14 mostra os gráficos de tensão desviadora versus deformação axial para a amostra fofo e para a amostra densa. Em cada tensão confinante, as tensões residuais, tanto para a amostra fofo quanto para a amostra densa, são aproximadamente as mesmas, outro fator que aponta a existência do estado crítico.

A Figura 5.15 mostra os gráficos das Linhas de Estado Crítico (LEC) tanto para o estado fofo quanto para o estado denso. Ao analisar a figura é possível verificar que as amostras atingem o estado crítico sobre aproximadamente a mesma linha de índices de vazios crítico, a LEC. Convém observar que as retas ajustadas possuem praticamente a mesma inclinação, que por outro lado não é a mesma dos testes de adensamento isotrópico (Figura 5.9 e Figura 5.10). Isto acaba por contrariar a teoria, tendo em vista que nos modelos de estado crítico a LEC é paralela à linha de adensamento isotrópico (Desai & Siriwardane, 1984). Por outro lado, já foi visto que o relacionamento $e-\ln(p)$ para a areia não é exatamente linear, o que explicaria a diferença nas inclinações.

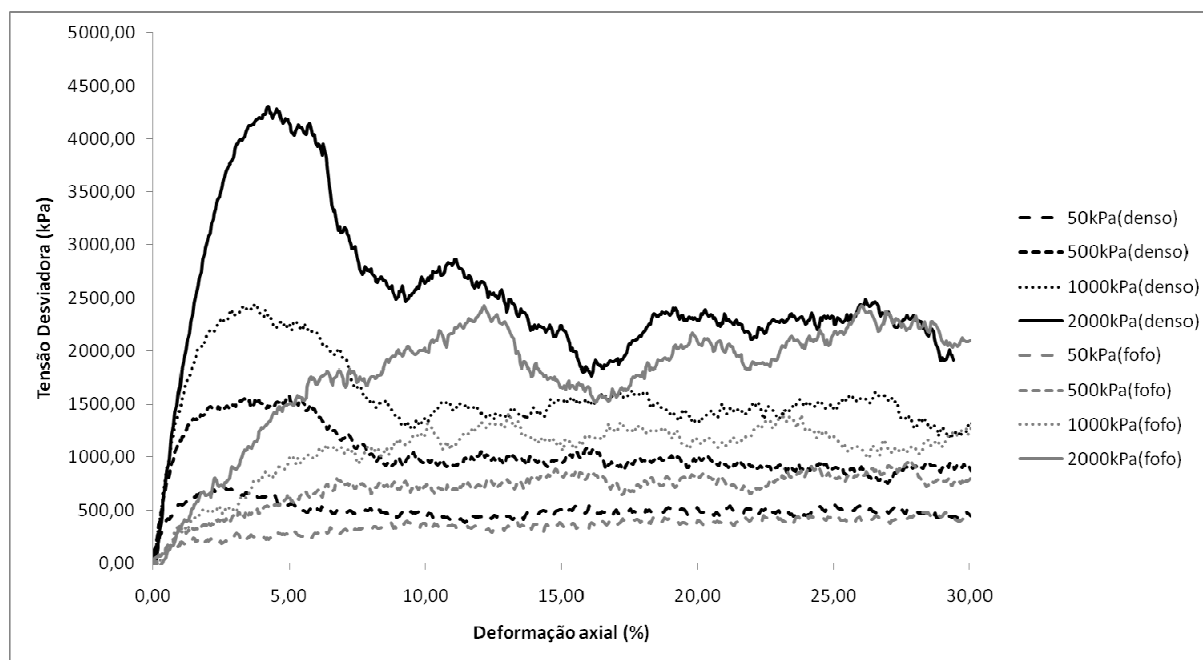


Figura 5.14– Tensão desviadora versus deformação axial para o estado fofo e denso (partículas arredondadas).

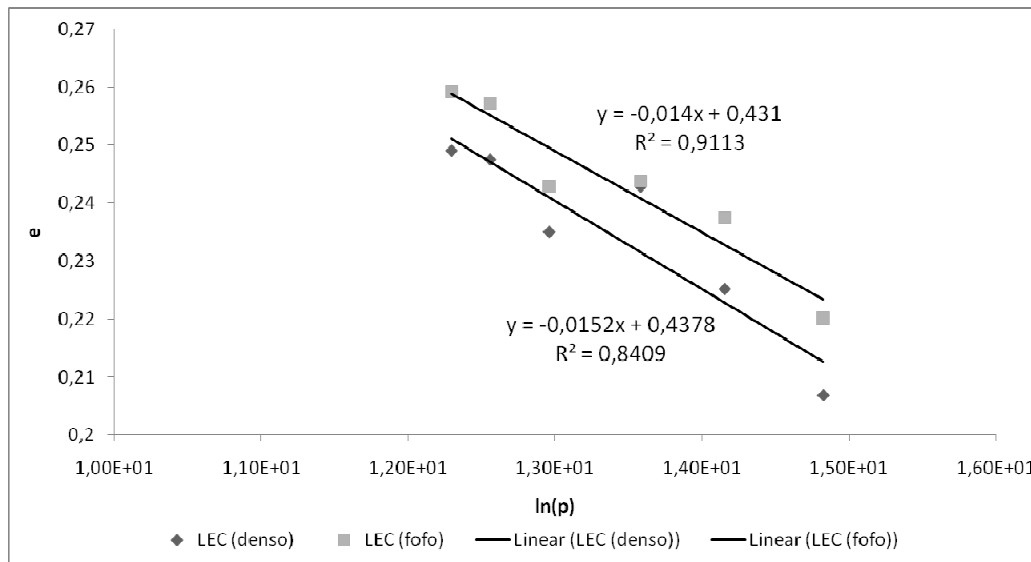


Figura 5.15– Linhas de Estado Crítico para as amostras fofo e densa (partículas arredondadas).

5.1.4 Envoltória de ruptura

As envoltórias de ruptura para as amostra no estado fofo, denso e crítico são apresentadas na Figura 5.16. As envoltórias de ruptura da Figura 5.16 foram obtidas com base nos gráficos da Figura 5.14. Como no modelo, o material granular não possui cimentação entre partículas, este material é não-coesivo e como tal, deve ter a sua envoltória interceptando a origem. Claro que se os gráficos fossem analisados de forma minuciosa, poder-se-ia dizer que na verdade um melhor ajuste seria alcançado caso as retas não fossem forçadas a interceptar o zero. Por outro lado, as curvas tensão-deformação não são suaves, dificultando assim a obtenção de valores precisos e, além disso, como comentado anteriormente, não existe no modelo qualquer parâmetro que justificasse o aparecimento de uma coesão. De qualquer forma, para fins de engenharia, as retas estão bem ajustadas aos pontos. Como era de se esperar, o maior ângulo de atrito aparece no arranjo mais denso ($\phi^d \approx 32^\circ$), e os ângulos de atrito no estado crítico ($\phi^{cs} \approx 23^\circ$) e no arranjo fofo ($\phi^f \approx 21^\circ$) estão bem próximos. A explicação para se ter $\phi^d > \phi^f$ é que quando o material encontra-se mais compacto, maior terá que ser a força para haver deslocamento entre as partículas e maior será o atrito. Não se pode esquecer também que no estado denso, o grau de encaixe das partículas é maior, fazendo com que as partículas tenham maior dificuldade de rolar, o que também aumenta o ângulo de atrito. Já os ângulos de atrito ϕ^f e ϕ^{cs} devem de fato ser iguais (ou muito próximos) porque ambos correspondem ao estado final do solo, ou seja, quando não

há mais variação do volume, portanto, no mesmo estado. O ângulo de atrito residual está bem abaixo do valor do ângulo de atrito interno ($26,5^\circ$). Thornton (2000) indica que estes valores menores de ângulo de atrito ocorrem normalmente com modelos que não incorporam algum tipo de resistência das partículas ao rolamento no contato. Este efeito é ainda mais notável em partículas circulares.

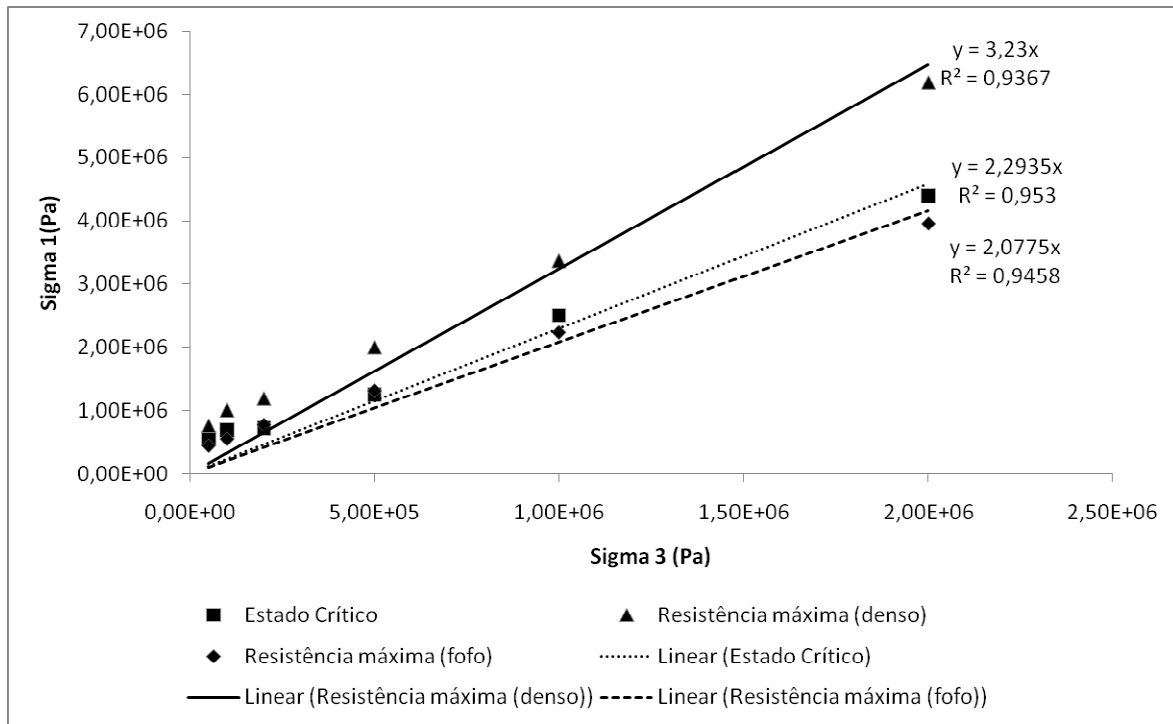


Figura 5.16– Envoltórias de ruptura (partículas arredondadas).

5.1.5 Relação entre coeficiente de atrito macroscópico e porosidade

Pelos resultados anteriores, pode-se dizer que o modelo numérico é válido, e então pode ser usado para avaliar a relação entre dois parâmetros importantes para os solos granulares: ângulo de atrito macroscópico (ϕ) e porosidade (n). Um modelo que relacione estas duas variáveis é bastante interessante, pois permite que sejam interpolados e extrapolados valores de ϕ , que é um parâmetro de resistência, em função de um índice físico, o n .

No Capítulo 2, mencionou-se a existência de um modelo exponencial para relacionar ϕ e n para solos granulares. Então foi feito o ajuste dos dados das simulações a uma curva do tipo da Eq.(2.5). Primeiramente foram realizados ensaios de compressão biaxial em amostras com as porosidades iniciais (ou seja, anteriores ao adensamento) de $n_0=0.10, 0.20, 0.25, 0.30$,

0.35 e 0.40. Então foram calculados os ângulos de atrito macroscópicos por meio da envoltória de Mohr-Coulomb. Por último montou-se o gráfico da

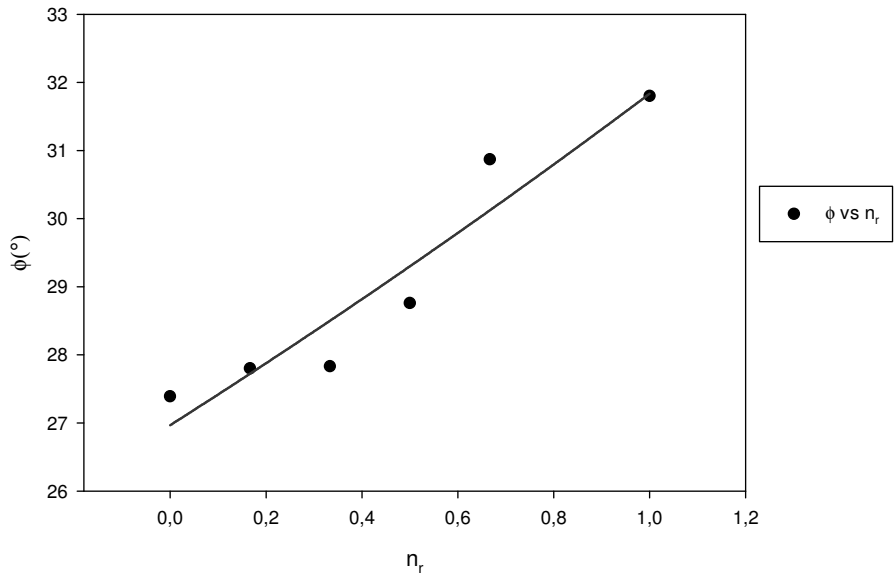


Figura 5.17– Relação entre a porosidade inicial da amostra e seu ângulo de atrito macroscópico máximo.

com a relação entre ϕ e n_r (Eq.(2.4)) para o material granular formado por partículas arredondadas, e ajustou-se uma curva exponencial aos pontos. O ajuste foi feito por meio do programa *SigmaPlot* e a equação obtida foi:

$$\phi = 22,36 + 0,07 \cdot e^{4,78 \cdot n_r} \quad (5.1)$$

O ajuste da Eq. (5.1) apresentou um coeficiente de correlação de aproximadamente 0,92, ou seja, pode-se dizer que o modelo proposto adere bem aos dados obtidos a partir das simulações numéricas.

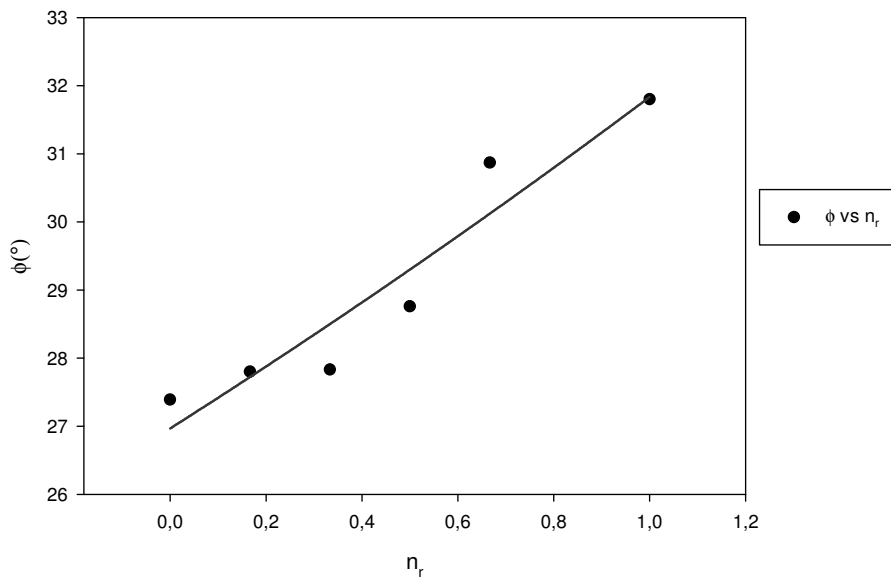


Figura 5.17– Relação entre a porosidade inicial da amostra e seu ângulo de atrito macroscópico máximo.

Fisicamente a Eq. (5.1) fornece o valor de $\phi_{\min} = 22,43^\circ$ (para um $n_r=0.0$, densidade mínima) e um valor máximo de $\phi_{\max}=30,69^\circ$ (para um $n_r=1.0$, densidade máxima).

5.1.6 Relações entre a macroestrutura e a microestrutura

Uma das grandes vantagens das análises realizadas por meio do método dos elementos discretos, frente àquelas realizadas pelos métodos tradicionais baseados na mecânica dos meios contínuos, é a possibilidade de estudar as relações entre a resposta macroscópica do arranjo de partículas com variáveis físicas de estado, como índice de vazios e porosidade, e parâmetros microscópicos, como o número médio de contatos entre partículas e o ângulo de atrito entre os grãos. Algumas destas relações são analisadas nos próximos sub-itens.

5.1.6.1 Relação entre número de contatos e índice de vazios

O número médio de contatos por partícula (N_c) é uma das variáveis microestruturais mais importantes, pois indica a estabilidade global da estrutura do material granular (Maeda & Hirabayashi, 2006). É interessante notar ainda, como que o número de contatos, que é uma variável microscópica, relaciona-se com o comportamento macroscópico do material. No estado denso, como os índices de vazios são menores, as partículas podem ficar mais próximas umas das outras, fazendo com que haja um número de contatos maior, e

naturalmente uma maior resistência ao cisalhamento (Figura 5.14). Para uma amostra fofa, o número de contatos é menor, pois há mais espaços entre os grãos, levando a uma menor resistência ao cisalhamento (Figura 5.14).

A Figura 5.18 mostra o relacionamento entre o número de contatos e o índice de vazios da amostra. Para a amostra inicialmente densa, foram plotados os dados do número médio de contatos versus o índice de vazios correspondente ao término da fase de adensamento para as tensões confinantes de 50, 100, 200, 500, 1000 e 2000kPa. Apresenta-se também a relação entre o número de contatos e o índice de vazios no estado crítico. Na mesma figura estão apresentados os gráficos de $N_c \times e$ para a amostra inicialmente no estado fofo. Percebe-se que, independente da compactidade inicial, o número de contatos entre partículas aumenta para os menores valores de índice de vazios após o adensamento, ou seja, para tensões confinantes menores.

A relação entre número de contatos e índice de vazios no estado crítico tende a uma única curva independente da amostra ser inicialmente fofa ou densa. Isso ocorre porque a amostra inicialmente fofa tende a uma contração volumétrica e, conseqüentemente, para um maior número de contatos, enquanto que, na amostra densa ocorre a dilatância, resultando numa diminuição no número de contatos. Assim como ocorre para o índice de vazios, independente do estado inicial da amostra, o número de contatos tende para um valor crítico para cada tensão confinante e independente da densidade inicial.

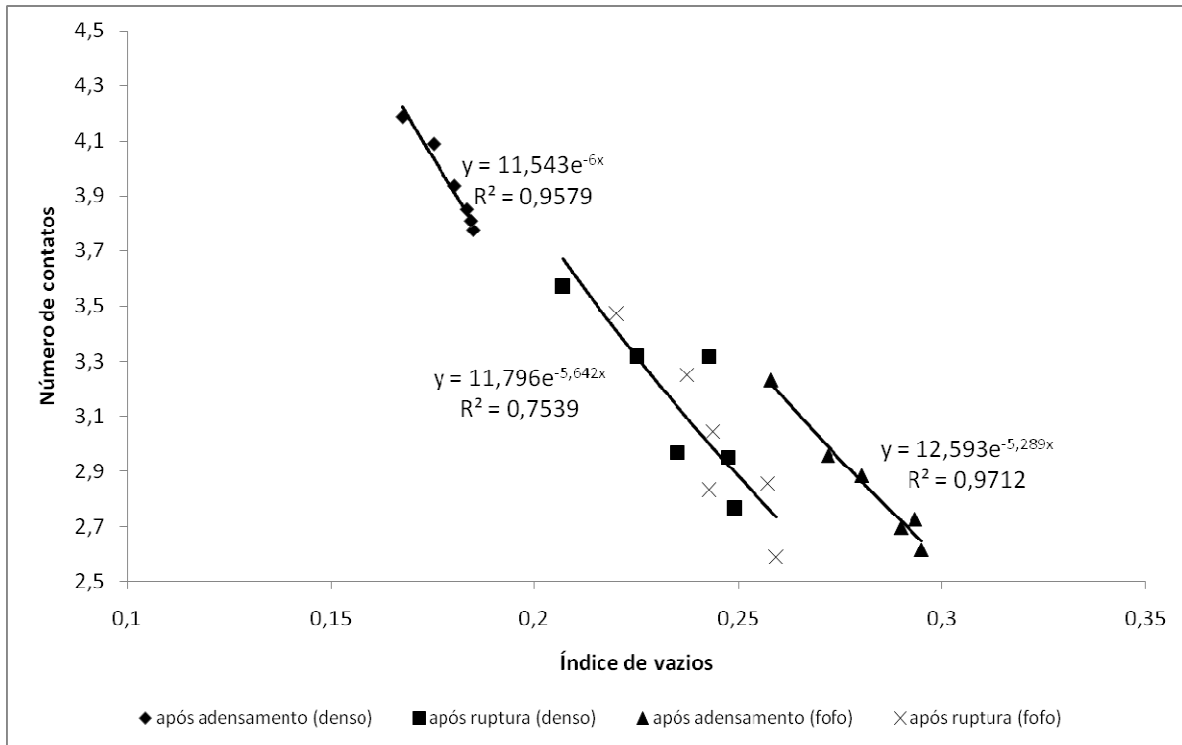


Figura 5.18– Relação entre o número de contatos e o índice de vazios (partículas arredondadas).

Ainda com relação à Figura 5.18, percebe-se que é possível estabelecer uma relação do tipo exponencial entre o número de contatos e o índice de vazios da amostra. E de fato, fisicamente, esta relação deve existir, pois quanto mais vazios existem, mais distantes estão as partículas umas das outras e menor é o número de contatos. Na tentativa de estabelecer a relação, foram ajustados aos resultados curvas do tipo:

$$N_c(e) = N_{c0} \exp(-\xi e) \quad (5.2)$$

onde N_c é o número médio de contatos, N_{c0} é o número médio de contatos para um índice de vazios nulo, e é o índice de vazios da amostra e ξ é um parâmetro do material. A Eq. (5.2) reflete um comportamento físico bem comum na natureza, em que a taxa de variação de uma grandeza é proporcional à sua quantidade inicial. Escrevendo na forma de uma equação diferencial ordinária, o número de contatos se relacionaria ao índice de vazios por meio da equação:

$$\frac{dN_c}{de} = -\xi N_c \quad (5.3)$$

cuja solução é a Eq.(5.2). Vendo a Eq. (5.3), fica claro que as suas soluções particulares são dadas por condições iniciais relacionadas à compacidade inicial da amostra.

Fisicamente, N_{c0} representa o número máximo de contatos que poderiam ser estabelecidos caso o índice de vazios tendesse a zero. É interessante notar que nos dois estados de compacidade, os valores de N_{c0} , logo após a aplicação da tensão confinante, são relativamente próximos (11,5 no estado denso e 12,6 no estado fofo), enquanto que no estado crítico este valor tenderia a um valor intermediário de aproximadamente 11,8.

Supõe-se que esse parâmetro N_{c0} também possa de alguma forma estar relacionado com a distribuição granulométrica do arranjo, pois quanto mais bem graduada for a curva, mais contatos serão estabelecidos entre partículas, pois as partículas menores ocupariam os vazios entre as maiores. Já o parâmetro ξ refletiria a sensibilidade da estrutura da amostra à variação do índice de vazios, ou seja, a taxa de decrescimento do número médio de contatos com o aumento do índice de vazios.

Sabe-se que o índice de vazios relaciona-se com a tensão média na amostra, e como já foi visto, o índice de vazios relaciona-se com o número de contatos. Portanto, existe também uma relação entre o número médio de contatos e a tensão média. Na Figura 5.19 são apresentados os dados de número de contatos versus tensão média para as amostras fofo e densa, após o adensamento e no estado crítico. Assim como o índice de vazios, a tensão média afeta o número de contatos, porém, no sentido oposto, pois à medida que a tensão média aumenta o número de contatos também aumenta.

Escrevendo-se a Eq. (5.3) de forma incremental:

$$dN_c = -\xi N_c de \quad (5.4)$$

e assumindo-se a seguinte relação entre índice de vazios e tensão média adotada nos modelos de estado crítico:

$$de = -\lambda \frac{dp}{p} \quad (5.5)$$

pode-se relacionar o número de contatos com a tensão média por meio da substituição da Eq. (5.5) em (5.4), obtendo-se após a integração a seguinte expressão:

$$\frac{N_c}{N_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\xi\lambda} \quad (5.6)$$

Para se verificar a validade da Eq. (5.6), foram plotados os valores de número de contatos normalizado versus a tensão média normalizada, considerando-se como referência $p_0=50\text{kPa}$ e o correspondente valor de N_0 , para os arranjos com a densidade inicial fofo, denso e no estado crítico. Os resultados são mostrados na Figura 5.19, que também inclui os ajustes de regressão em forma de curva de potência. Percebe-se que os dados se ajustam bem ao modelo de curva proposto com o valor dos coeficientes multiplicativos aproximadamente unitários e valores do expoente $\xi\lambda$ para os estados fofo, denso e crítico iguais a 0,05, 0,02 e 0,1, respectivamente. Como os valores de ξ na Figura 5.18 não são muito distintos para os três estados considerados (em média 5,6), o maior valor do expoente $\xi\lambda$ no estado crítico parece indicar uma compressibilidade λ mais alta nessa situação que ao final da fase de adensamento. Além do mais, observa-se que, em areias, a compressibilidade λ não é constante com o nível de tensões.

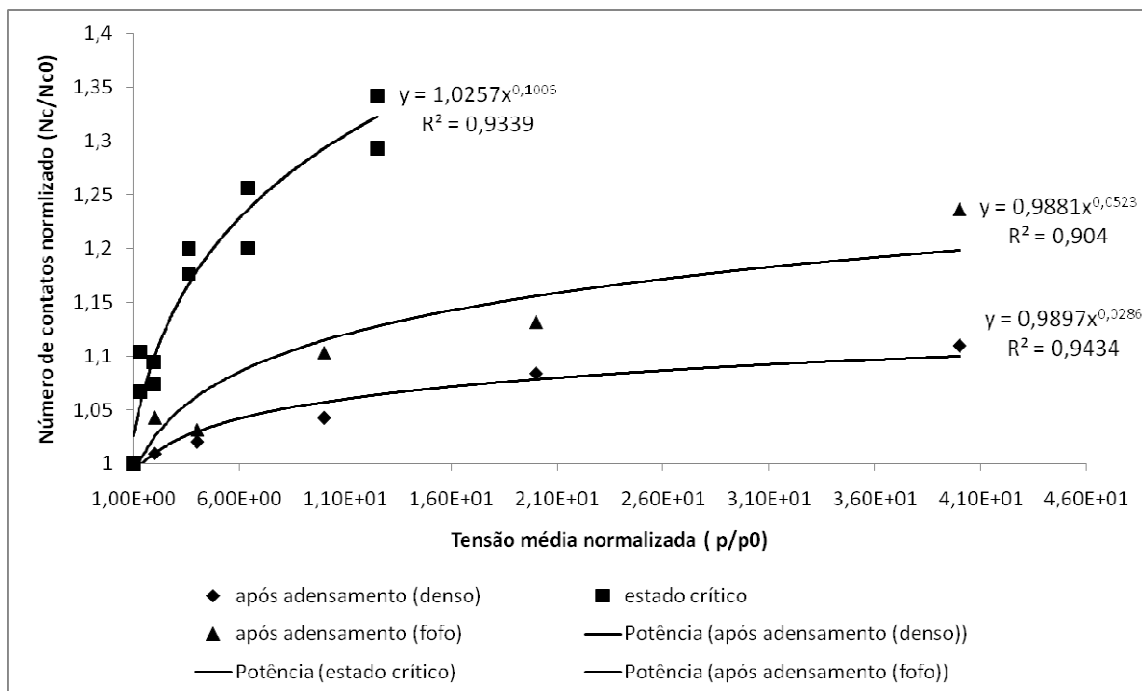


Figura 5.19– Relação entre número de contatos e a tensão média (partículas arredondadas).

5.1.6.2 Relação entre ângulos de atrito microscópico e macroscópico

Além do número de contatos, outro parâmetro microscópico importante para determinação do comportamento da microestrutura e da microestrutura é o ângulo de atrito

microscópico (ϕ_μ). A Figura 5.20 mostra influência deste parâmetro (ϕ_μ) no ângulo de atrito macroscópico (ϕ), calculado a partir das tensões desviadoras de pico e residual para as diversas tensões de confinamento mostradas na Figura 5.14. Comparando-se com a reta de igualdade ($\phi_\mu=\phi$), percebe-se que os valores destes parâmetros são distintos, o que indica que há outros fatores além coeficiente de atrito entre partículas que influenciam no ângulo de atrito macroscópico. Nota-se ainda que as curvas de ϕ versus ϕ_μ são aproximadamente as mesmas para o estado fofo e para o estado crítico, uma vez que a curva de tensão-deformação do material denso tende ao mesmo valor residual que o material fofo, como visto na Figura 5.14.

A diferença entre os valores calculados de ϕ e a curva $\phi_\mu=\phi$ corresponde ao valor do parâmetro β descrito na Eq. 2.15. Nota-se, entretanto, que esta diferença existe tanto para o estado denso quanto para o estado fofo. Portanto, o parâmetro β não pode estar relacionado apenas ao comportamento dilatante das areias densas como sugerido em vários trabalhos. Esta mesma observação foi feita por Maeda & Hirabayashi (2006), que sugerem que de fato existe outro efeito significativo na resistência macroscópica causado pela resistência ao rolamento. Inclusive é possível verificar na Figura 5.20 a importância da resistência ao movimento rotacional que aparece mesmo nas partículas circulares. Mesmo sem haver atrito entre partículas ($\phi_\mu=0$), existe um ângulo de atrito macroscópico da ordem de 16° , o qual se deve ao rearranjo e encaixe dos grãos. Já foram propostos alguns modelos que colocam a resistência ao rolamento como um parâmetro do material (Oda, 1999; Jiang et al., 2005), porém isto aumenta a complexidade do modelo.

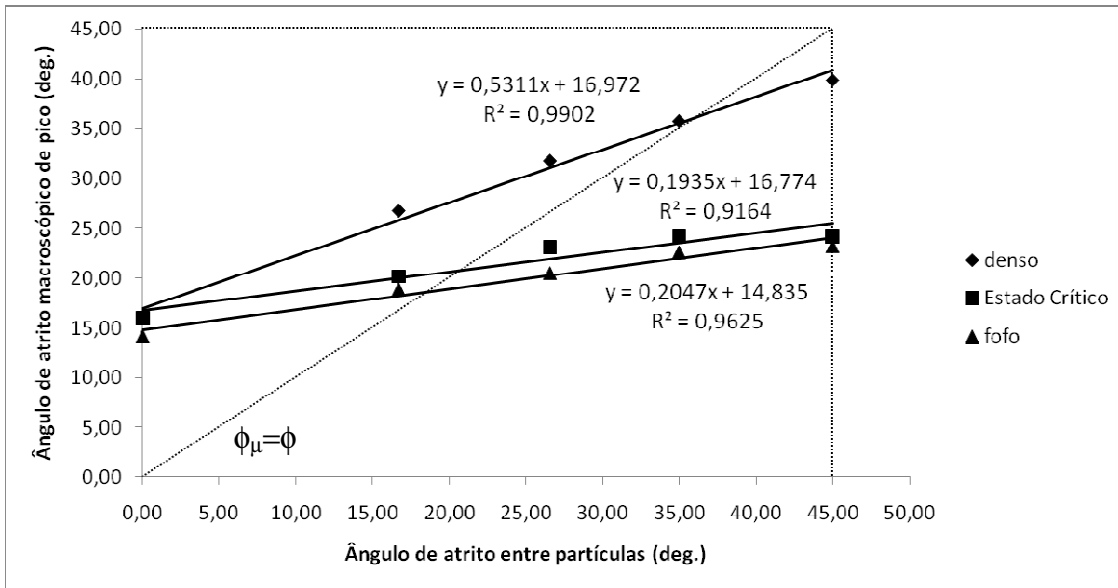


Figura 5.20– Relação entre o ângulo de atrito macroscópico e microscópico (partículas arredondadas).

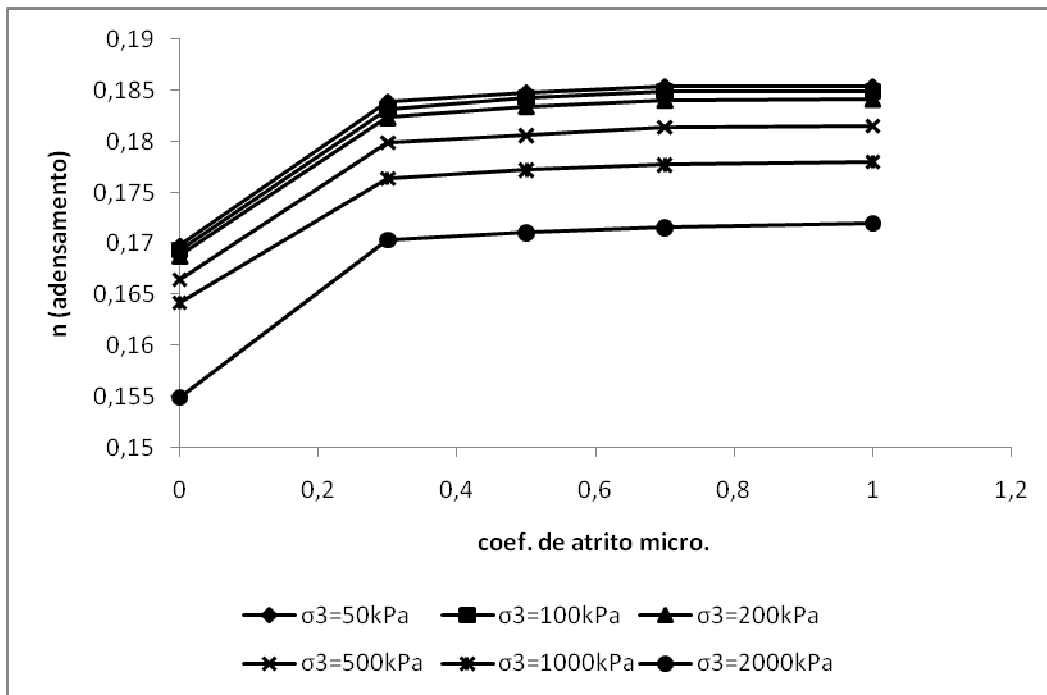
Na tentativa de encontrar uma relação matemática entre ϕ_μ e ϕ , ajustou-se os dados de acordo com uma reta do tipo:

$$\phi = a\phi_\mu + \phi_0 \quad (5.7)$$

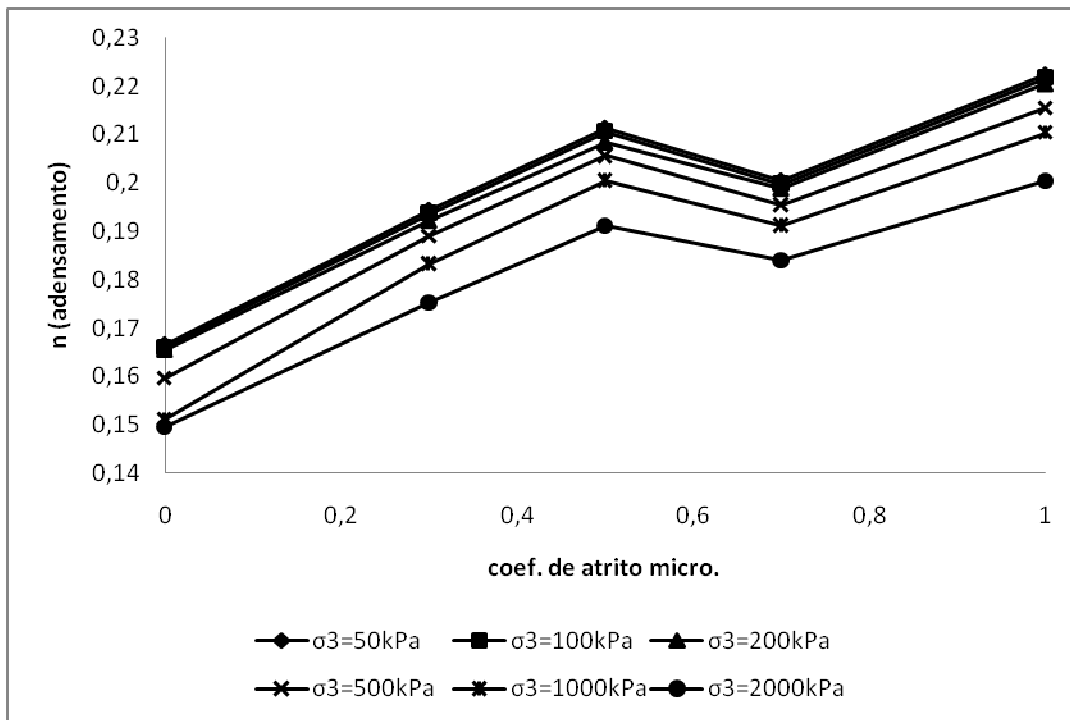
onde a e ϕ_0 são parâmetros do material. Com base nos valores de ϕ_0 , pode-se afirmar que este está relacionado à resistência macroscópica devida somente à dificuldade que as partículas apresentam para deslocar-se, pois quando ϕ_μ é nulo, esteja a amostra no estado denso, fofo ou crítico, a resistência à ruptura do meio granular é dependente de propriedades intrínsecas aos grãos como, por exemplo, formato das partículas e sua resistência ao rolamento. O parâmetro a relaciona-se estreitamente com o grau de travamento entre partículas, ou seja, com a sua compacidade. Quanto mais compacto for o arranjo, maior será o ganho de resistência global com o aumento do atrito entre grãos, pois maior será a sua importância na interação entre partículas. Isto também é mostrado na Figura 5.20, onde o valor de a foi de aproximadamente 0,53 para o arranjo inicial denso e de 0,20 tanto para o arranjo inicial fofo quanto para o estado crítico.

5.1.6.3 Relação entre coeficiente de atrito microscópico e porosidade

É possível investigar melhor a natureza das relações existentes entre o ângulo de atrito microscópico e parâmetros globais como porosidade e tensão média. Na Figura 5.21 são apresentados os gráficos da variação da porosidade ao final da fase de adensamento, de acordo com a tensão confinante aplicada, e coeficiente de atrito entre grãos. Na Figura 5.21(a) tem-se a relação para arranjos de partículas inicialmente densos (porosidade $n_0=0,10$ antes do adensamento) e na Figura 5.21(b) tem-se a relação para arranjos de partículas inicialmente fofos (porosidade $n_0=0,40$ antes do adensamento).



(a)



(b)

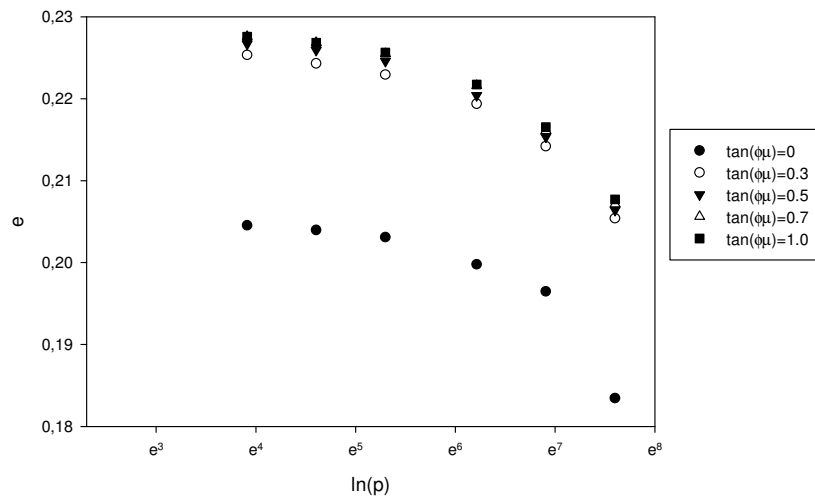
Figura 5.21– Variação da porosidade após o adensamento de acordo com o coeficiente de atrito entre grãos e para várias tensões confinantes. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).

Ao analisar a Figura 5.21, chega-se à mesma conclusão que Maeda & Hirabayashi (2006) já relatada no item 4.2. Ao final da aplicação de uma dada tensão de confinamento, o estado mais denso possível é obtido com o coeficiente de atrito entre grãos igual a zero, obtendo-se, por exemplo, $n=0,155$ para $\phi_\mu=0$ e $\sigma_3=2000\text{kPa}$. O estado mais fofo é obtido com o coeficiente de atrito entre grãos igual a 1,0 e com porosidade inicial de 0,40, tendo-se $n=0,200$ para $\phi_\mu=45^\circ$ e $\sigma_3=2000\text{kPa}$. A tensão confinante possui também um papel importante, pois quanto maior a tensão confinante, menor é a porosidade da amostra após o adensamento.

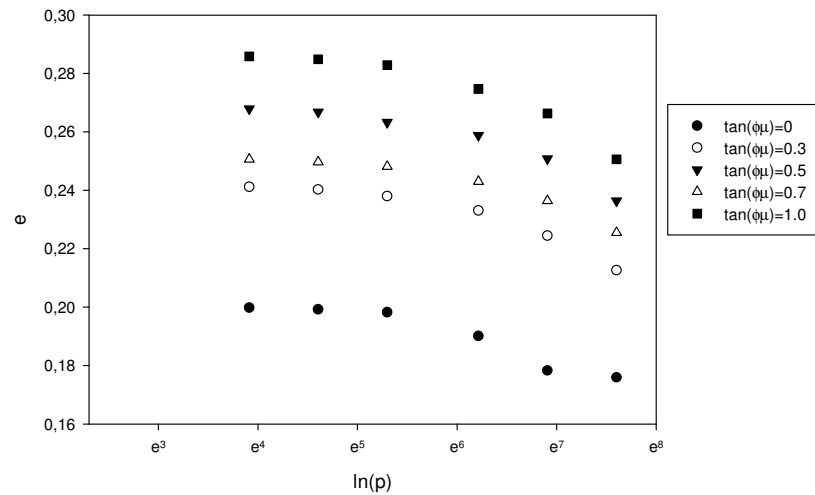
5.1.6.4 Variáveis de estado sob compressão isotrópica

A Figura 5.22 apresenta as curvas de adensamento para as amostras. Existe uma curva de adensamento para cada um dos valores de $tg(\phi_\mu)=0, 0,3, 0,5, 0,7$ e 1, e além disso, considerando os estados inicialmente denso (Figura 5.22 (a)) e fofo (Figura 5.22 (b)). Para o material inicialmente denso ($n_0=0,1$) praticamente todas as curvas $e-\ln(p)$ coincidem, exceto para um coeficiente de atrito entre partículas nulo. Entretanto, as curvas são praticamente

paralelas, embora com compressibilidade variável com o nível de tensões. Assim, pode-se afirmar que no estado denso o coeficiente de atrito entre grãos não é tão relevante para a compressibilidade do material. Para o material inicialmente fofo ($n_0=0,4$), as curvas $e-\ln(p)$, embora paralelas, sofreram maior influência do coeficiente de atrito microscópico, atingindo configurações mais compactas ao final da fase de adensamento para as partículas mais lisas, como já observado anteriormente.



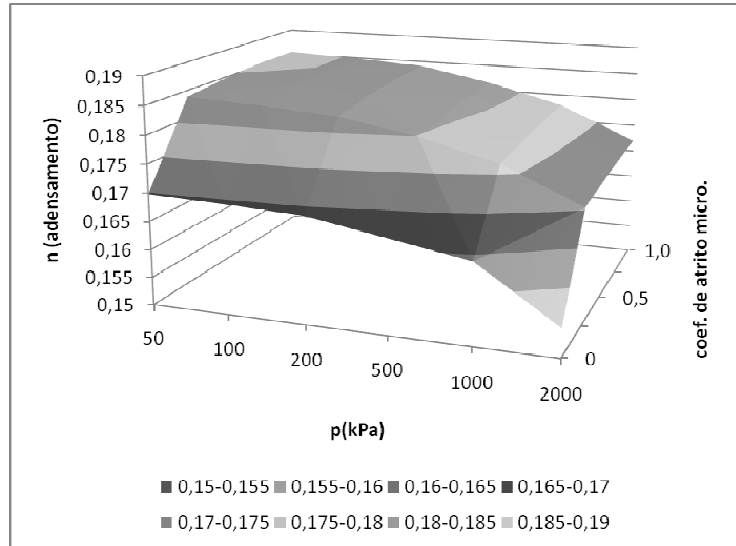
(a)



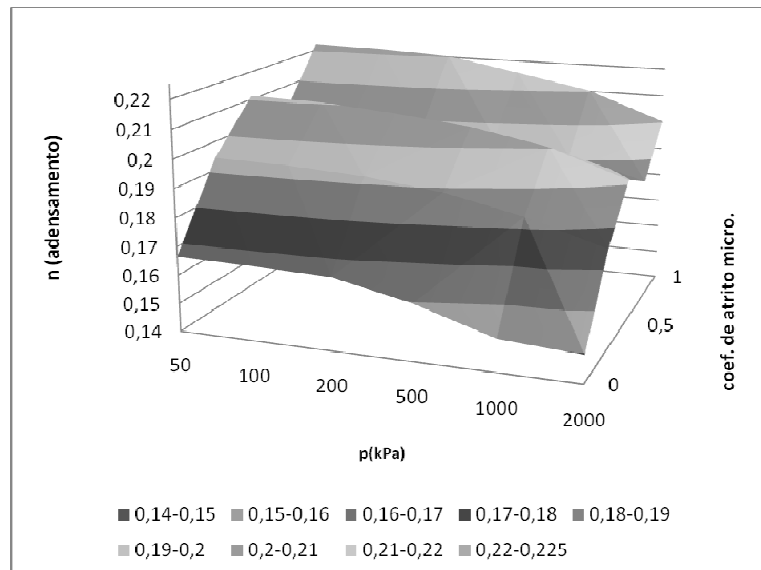
(b)

Figura 5.22– Variação do índice de vazios após o adensamento de acordo a tensão média para vários coeficientes de atrito entre grãos. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).

O relacionamento completo entre porosidade, tensão confinante e coeficiente de atrito microscópico pode ser melhor visualizado por meio das superfícies da Figura 5.23. Nela os estados extremos, mais fofo e mais denso, ficam bem caracterizados para a menor e maior tensão média, respectivamente, junto com a dependência com relação ao coeficiente de atrito entre grãos.



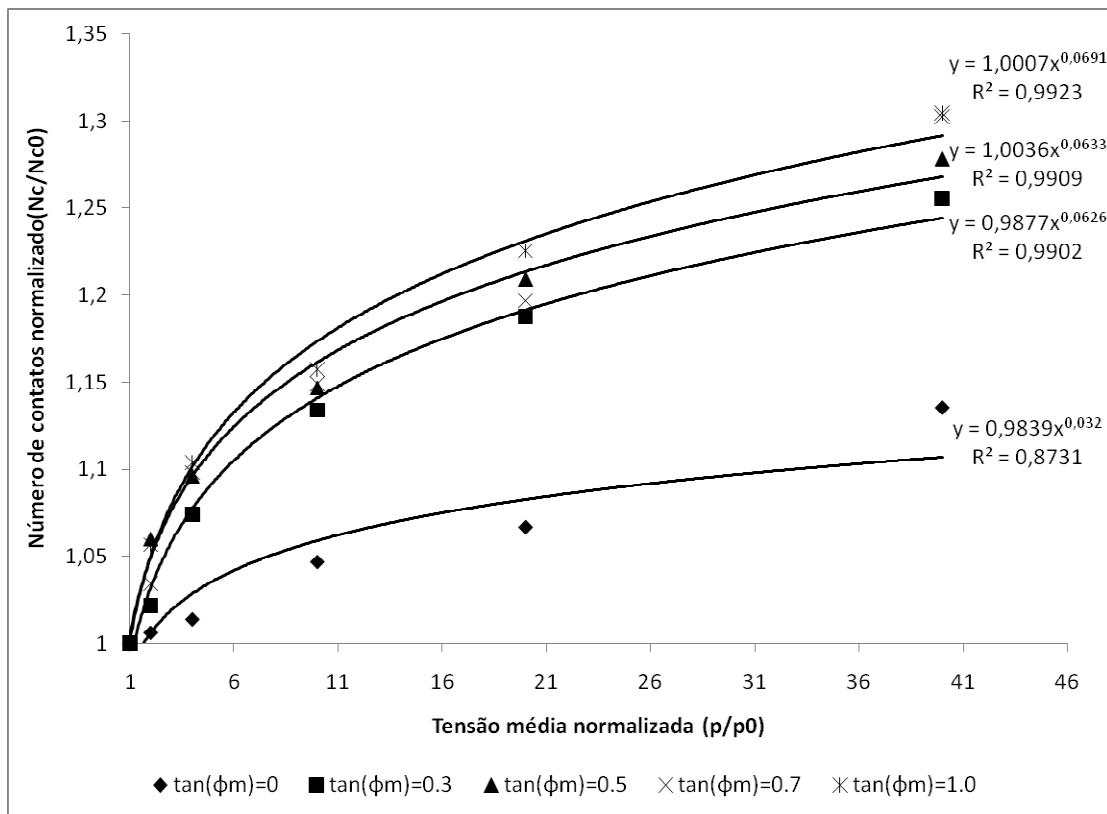
(a)



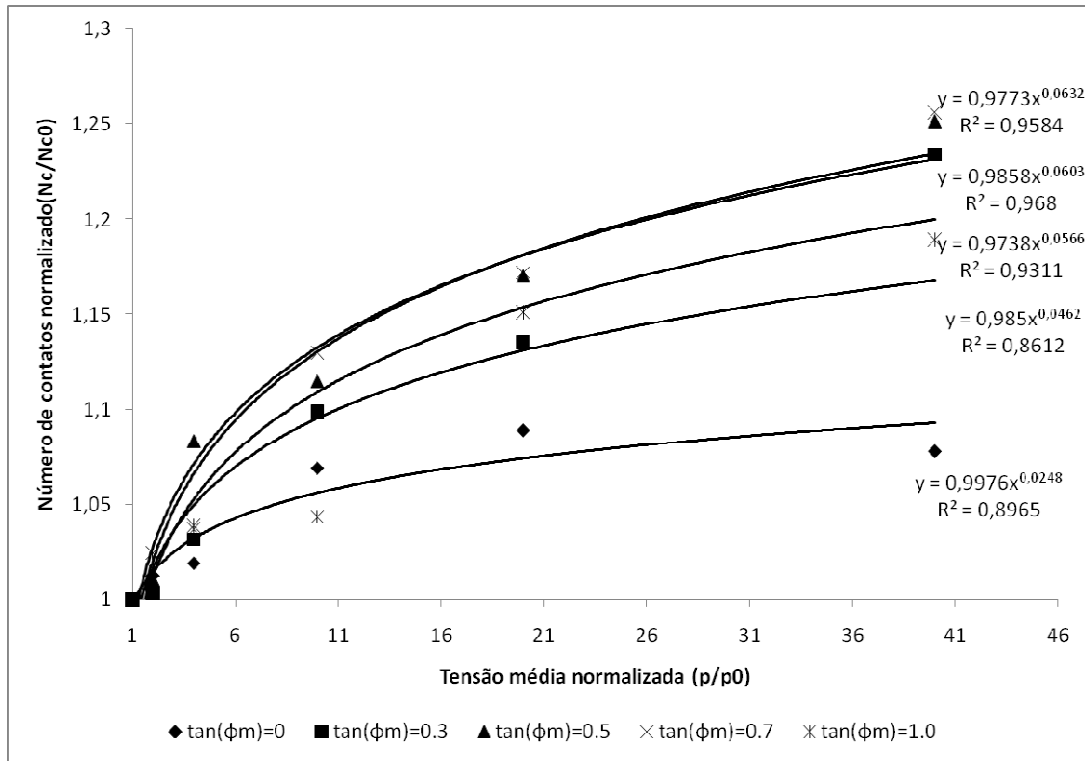
(b)

Figura 5.23– Superfície de variação da porosidade após o adensamento de acordo com a tensão confinante, coeficiente de atrito entre grãos.
(a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).

Como existe relação entre coeficiente de atrito microscópico e porosidade, existe também relação entre o primeiro e o número médio de contatos entre grãos. A Figura 5.24 utiliza a Eq.(5.6) para mostrar a variação do número médio de contatos (após o adensamento) com a tensão média, considerando diferentes coeficientes de atrito entre grãos. Tanto para o estado denso (Figura 5.24 (a)), quanto para o estado fofo (Figura 5.24 (b)), foi determinado o número de contatos para cada tensão média, levando em consideração diferentes ângulos de atrito entre grãos ($\phi_\mu = 0, 0.3, 0.5, 0.7$ e 1). Os dados de número de contatos e tensão média foram ajustados de acordo com uma curva de potência, para cada valor de atrito entre grãos, e de acordo com o modelo proposto pela Eq.(5.6). As curvas da Figura 5.24 (a), quando existe atrito entre grãos, praticamente coincidem, assim como ocorreu para as curvas $e-\ln(p)$ da Figura 5.22(a). Na amostra fofo (Figura 5.24 (b)) houve uma maior influência de ϕ_μ .



(a)



(b)

Figura 5.24– Relação entre o número médio de contatos com a tensão média para coeficientes de atrito entre grãos distintos. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).

Os resultados da Figura 5.24(a) mostram que, a exemplo do que ocorre com o índice de vazios (Figura 5.22(a)), no estado denso, o coeficiente de atrito microscópico (quando não nulo) não é tão importante quanto a tensão média para definir o número médio de contatos entre partículas. Numericamente, isto corresponde a um valor de $\lambda\xi$ praticamente constante para $\tan(\phi_\mu) > 0$, ou seja, quando há atrito entre grãos, o número médio de contatos é ditado pela tensão confinante. Já para o caso do material inicialmente fofo (Figura 5.24(b)), o coeficiente de atrito entre grãos passa a ter alguma influência no valor de $\lambda\xi$. De qualquer forma, vê-se que não há uma diferença muito grande entre os valores $\lambda\xi$ para o estado fofo e para o estado denso, considerando coeficientes de atrito microscópico elevados.

5.1.7 Aplicação de carregamento cíclico

Como visto no Capítulo 2, o MED já foi aplicado com sucesso na simulação de comportamento de materiais granulares quando sujeitos a carregamentos cíclicos. A Figura 5.25 mostra as curvas de tensão desviadora- deformação axial e de deformação volumétrica-

deformação axial, para simulações de ensaios biaxiais cíclicos realizadas sob diferentes tensões de confinamento (500, 1000 e 2000kPa) em material denso. Inicialmente a amostra foi carregada até 80% de sua tensão desviadora de ruptura e posteriormente descarregada até que sua tensão desviadora fosse aproximadamente zero. Este ciclo de carga/descarga foi realizado por 30 vezes.

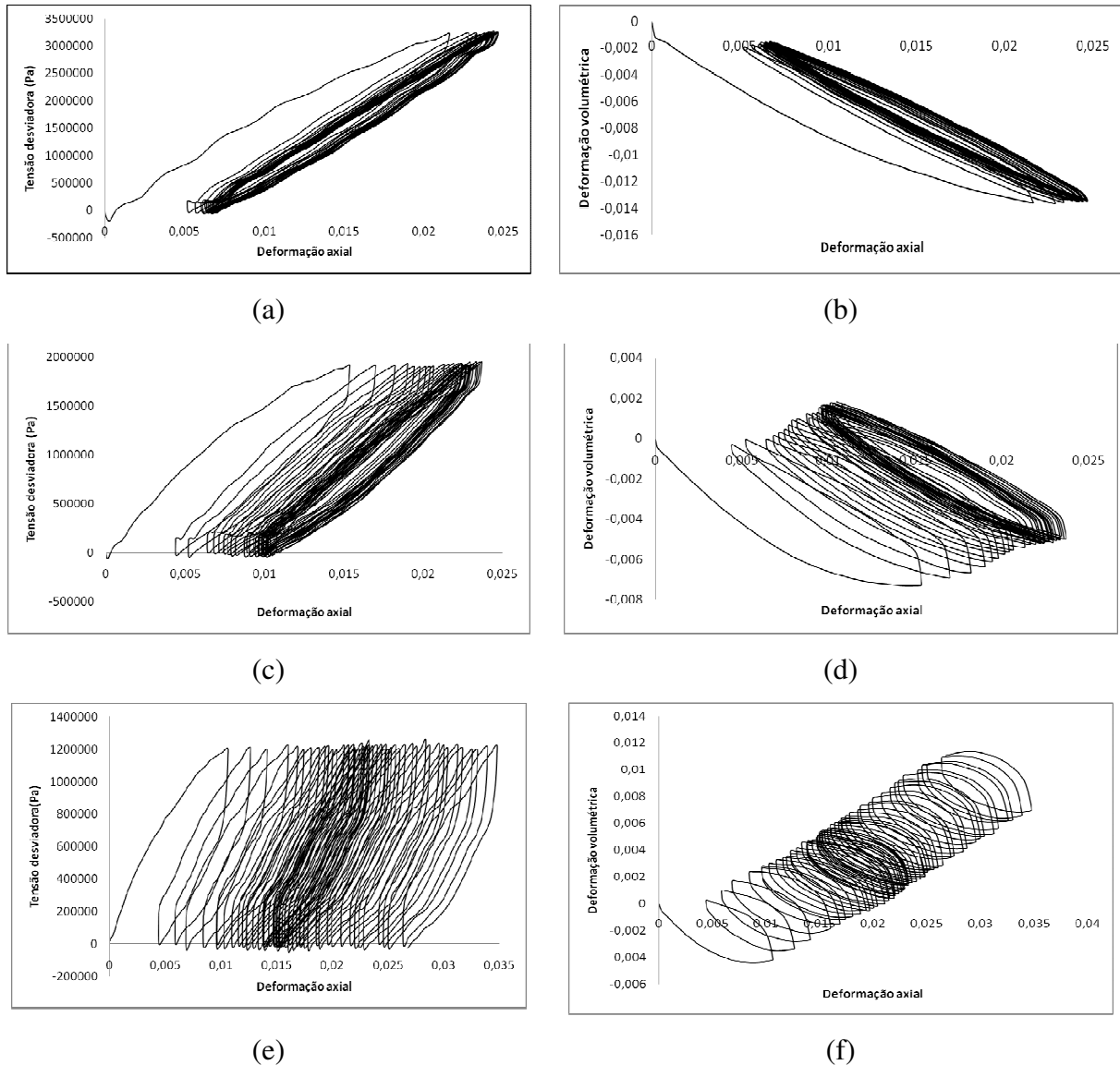


Figura 5.25– Ensaios biaxiais cíclicos em material denso com grãos arredondados sob diferentes tensões confinantes: (a) e (b) 2000kPa; (c) e (d) 1000kPa; (e) e (f) 500kPa.

Pelos resultados da Figura 5.25 nota-se que o MED de fato é capaz de simular o comportamento de material granular sujeito a carregamentos cíclicos. É interessante notar o efeito da tensão de confinamento no comportamento tensão-deformação cíclico. Para uma

tensão de confinamento elevada de 2000kPa (Figura 5.25 (a) e (b)) percebe-se que acúmulo de deformações plásticas é relativamente baixo e foi atingido após um número pequeno de ciclos, após os quais o material chegou a um estado de acomodação e passou a se comportar como um material elástico ou resiliente. Já para uma tensão confinante de 1000kPa (Figura 5.25 (c) e (d)), identifica-se o maior acúmulo de deformações plásticas por meio da translação dos laços de histerese ao longo do eixo das abscissas. Fica claro também pela na Figura 5.25(c) que a translação da histerese ocorre até um determinado ponto, a partir do qual o material também apresenta uma estabilização. Na Figura 5.25 (d) verifica-se que o material, como é denso, começou a apresentar uma tendência a dilatar. Enfim, nas Figura 5.25 (e) e (f) são mostrados os resultados para o ensaio realizado no material a uma tensão confinante de 500 kPa. Acompanhando a tendência apresentada na Figura 5.25 (c) o material, que está menos confinado, apresenta a translação dos laços de histerese ao longo da abscissa como pode ser visto na Figura 5.25 (e), atinge um determinado limite e depois continua a transladar aumentando novamente o acúmulo de deformações plásticas, não atingindo um estado de acomodação.

Este pequeno conjunto de resultados mostra as potencialidades do MED na simulação de carregamentos cíclicos, porém existe a necessidade de se realizar mais simulações. É necessário realizar simulações com mais ciclos de carregamento/descarregamento para verificar as relações existentes entre o número de ciclos e o acúmulo de deformações plásticas. Outro fator importante é a frequência do carregamento, cuja influência não foi aqui contemplada.

5.2 ENSAIO BIAxIAL EM MEIO GRANULAR FORMADO POR PARTÍCULAS DE ANGULOSAS

Nas Figura 5.26 e Figura 5.27 é possível perceber as primeiras diferenças entre as amostras formadas por partículas arredondadas e formadas por partículas angulosas. Apesar de a porosidade inicial ser 0,10 na amostra da Figura 5.26, a distribuição dos vazios não é uniforme. Isto se dá devido às partículas angulosas apresentarem maior dificuldade de “se encaixarem” umas nas outras, ao contrário do ocorre com as partículas arredondadas (Figura 5.1), onde as partículas conseguem “se encaixar” mais facilmente. Na amostra fofa (Figura 5.27) ocorre algo análogo.

5.2.1 Aspectos gerais do comportamento tensão-deformação

Passando-se à análise do comportamento macroscópico das amostras formadas por partículas angulosas, algumas diferenças importantes com relação às amostras formadas por partículas arredondadas podem ser encontradas.

As Figura 5.28 e Figura 5.29 mostram os gráficos de tensão desviadora versus deformação axial para as amostras densa e fofa, respectivamente. Tanto para a amostra densa quanto fofa, as tensões desviadoras de ruptura e residuais são praticamente o dobro daquelas encontradas para as partículas arredondadas sob mesma tensão confinante (Figura 5.3 e Figura 5.6). Este fato reforça a importância do formato das partículas na resistência de um material granular.

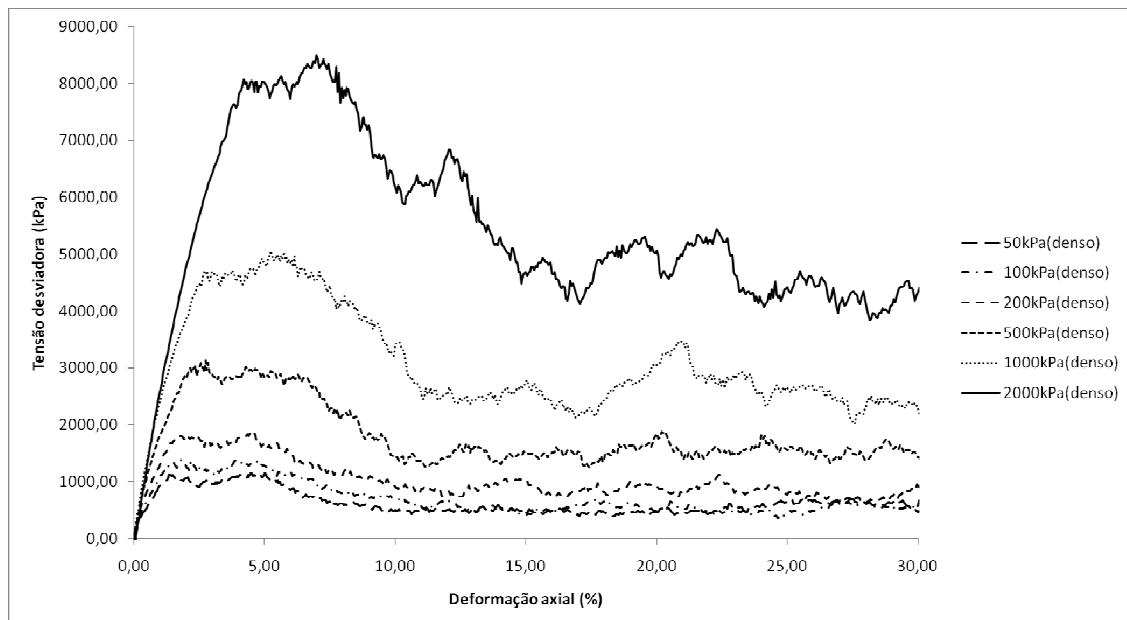


Figura 5.28– Tensão desviadora versus deformação axial para um arranjo denso (partículas angulosas).

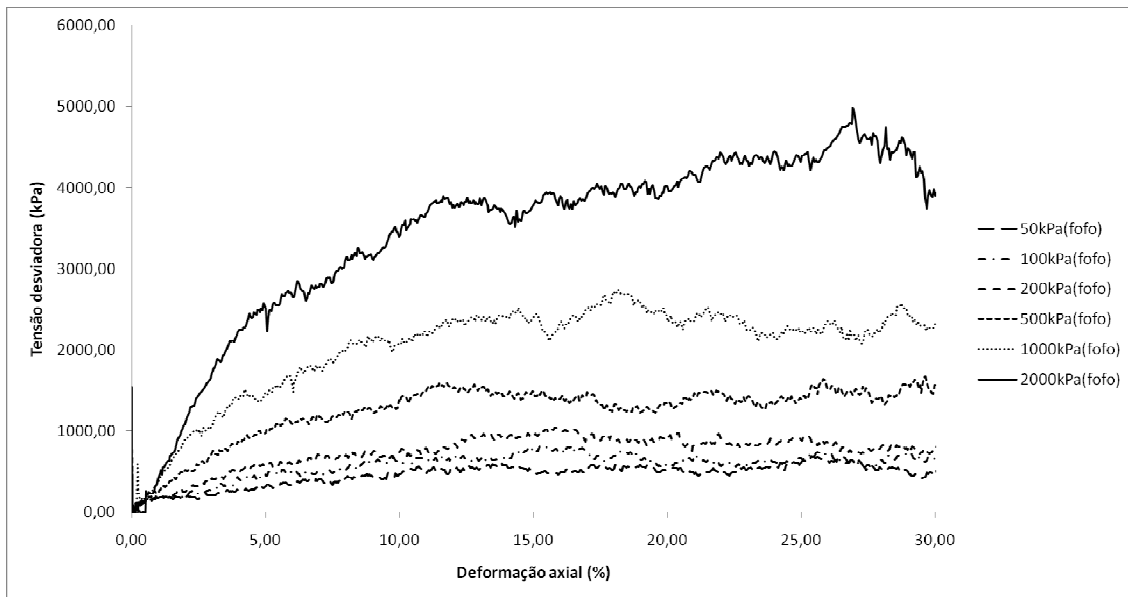


Figura 5.29– Tensão desviadora versus deformação axial para um arranjo fofo (partículas angulosas).

A Figura 5.30 mostra que, mesmo havendo aparentemente mais espaços vazios no interior da amostra densa (Figura 5.26), as partículas continuam tendendo a deslocar-se lateralmente (expandindo o volume da amostra) durante o cisalhamento. Já a amostra da Figura 5.31 mostra a tendência das partículas do material fofo migrarem para o interior da amostra, provocando a sua contração.

Apesar de todas as propriedades microscópicas serem as mesmas e de ser seguida a tendência global de comportamento do material durante o cisalhamento, as partículas angulosas têm mais dificuldade de rolar umas sobre as outras. Assim, acabam por apresentar uma resistência ao rolamento (Jiang et al., 2005) representada pela maior energia gasta na rotação de uma partícula angular, a qual se demonstrou de fato importante para o aumento da resistência do material. O material apresenta uma maior resistência ao cisalhamento e as suas características macroscópicas correspondem ao que é normalmente observado para um material granular, como a existência dos picos de tensões para o estado denso e a falta deles no estado fofo, e uma resistência praticamente constante para um determinado nível de deformação em cada uma das tensões confinantes, representando o estado crítico. Dessa forma, as explicações físicas dadas para o comportamento global do material no estado fofo e no estado denso são as mesmas já dadas na página 82.

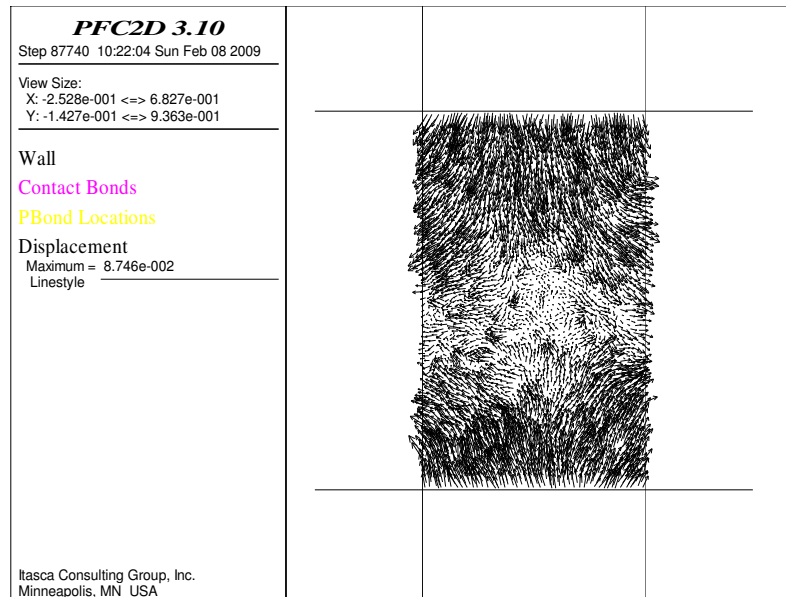


Figura 5.30– Partículas angulosas deslocando-se num corpo-de-prova denso.

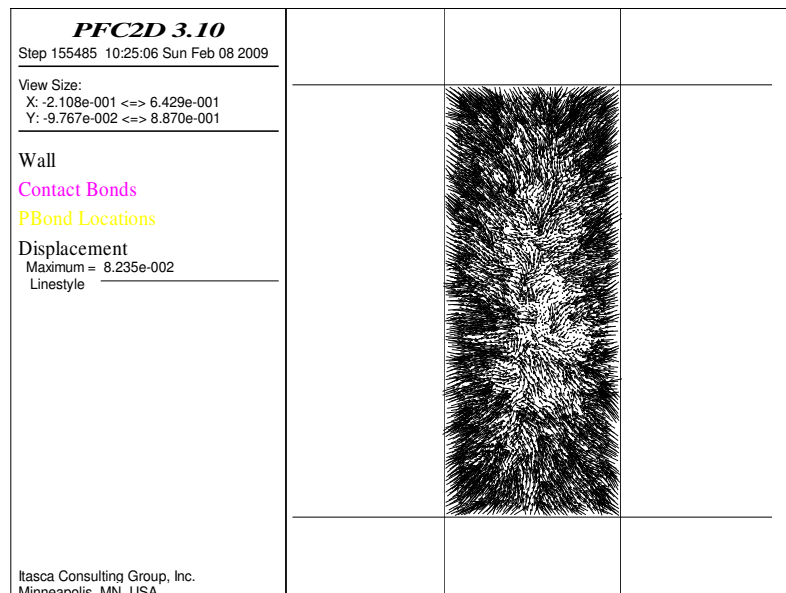


Figura 5.31 – Partículas angulosas deslocando-se num corpo-de-prova fofo.

5.2.2 Parâmetros elásticos e de compressibilidade

Seguindo o que foi feito para as amostras formadas por partículas arredondadas, foram calculados os módulos E_i e E_{cc} , além do coeficiente de Poisson. A Tabela 5.3 apresenta os valores calculados e pode-se chegar a algumas conclusões. A primeira delas é que o material no estado fofo, não teve as suas propriedades elásticas alteradas significativamente com a mudança no formato das partículas, uma vez que a existência de grandes vazios no interior da amostra não impõe maiores restrições ao rolamento dos grãos angulosos. Já a amostra densa apresentou um aumento significativo nos módulos, provavelmente causado pela maior

resistência ao rolamento das partículas angulosas. O coeficiente de Poisson apresentou pouca sensibilidade à variação da tensão de confinamento.

Tabela 5.3– Propriedades elásticas do material granular com grãos angulosos.

σ_3 (kPa)	Amostra fofa			Amostra densa		
	Perfeitamente Elástico		Elasto-Plástico	Perfeitamente Elástico		Elasto-Plástico
	E_{cc} (MPa)	ν	E_i (MPa)	E_{cc} (MPa)	ν	E_i (MPa)
500	70	0,50	33	300	0,11	333
1000	80	0,43	50	300	0,10	333
2000	100	0,40	100	300	0,09	333

Como houve uma mudança significativa nos módulos de elasticidade do material denso, é razoável que também ocorra mudança nos valores de K_{cc} e K_i . A Tabela 5.4 apresenta os novos valores de K_{cc} , n_{cc} , K_i e n_i para as amostras com partículas angulosas. Houve um aumento expressivo na rigidez da amostra, reforçando, portanto a sua independência com relação à tensão de confinamento ($n_i=n_{cc}=0$). Para a amostra no estado fofo, K_{cc} , n_{cc} , K_i e n_i permaneceram os mesmos. Conclui-se então que, principalmente para a amostra no estado mais denso, o formato mais anguloso das partículas influencia a parte elástica do comportamento do material.

Tabela 5.4– Parâmetros para medir a variação do módulo com a tensão de confinamento.

Estado	E_{cc}		E_i	
	K_{cc}	n_{cc}	K_i	n_i
Fofo	456	0,26	86	0,80
Denso	3000	0	3330	0

As Figura 5.32 e Figura 5.33 mostram os resultados do ensaio de compressão isotrópica nas amostras densa e fofo formada por grãos angulosos. Acompanhando a tendência dos módulos de elasticidade, somente para o material denso, ocorreu mudança no valor de λ . Para a amostra densa com grãos arredondados tinha-se $\lambda=0,0068$ e com grãos angulosos obteve-se $\lambda=0,0052$ (Figura 5.31), tornando esta menos compressível que aquela. Já para o material fofo, λ permaneceu aproximadamente o mesmo e igual a 0,0135.

Com base nestes resultados, pode-se afirmar que o formato dos grãos influencia não somente as características de resistência do material, mas também, dependendo da sua compactidade, o seu comportamento elástico e sua compressibilidade. Fisicamente, isto poderia ser explicado devido à maior interação existente entre os grãos no estado denso, fazendo com que a maior dificuldade no movimento das partículas seja mais relevante.

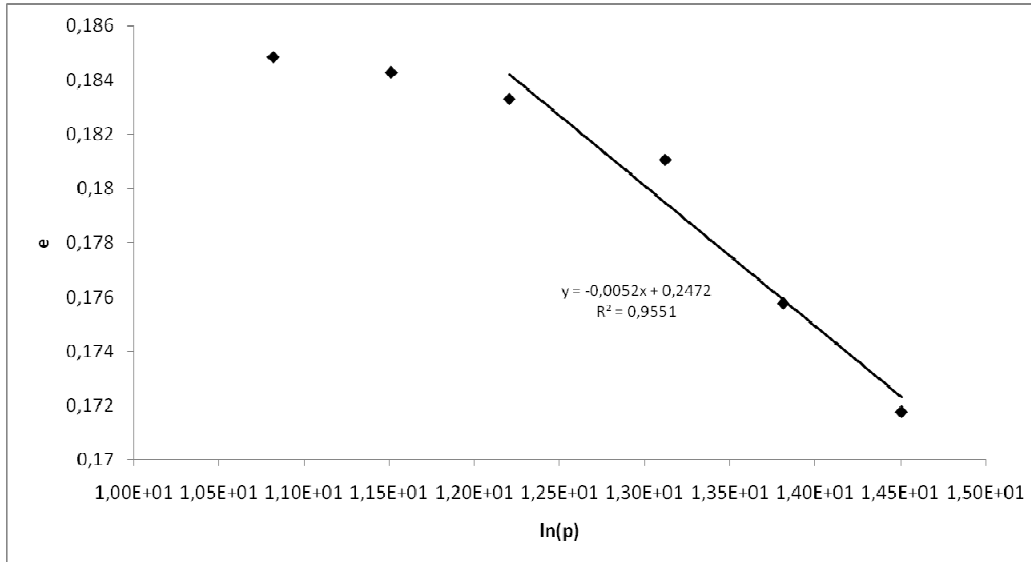


Figura 5.32– Teste de compressão isotrópica em material denso (grãos angulosos).

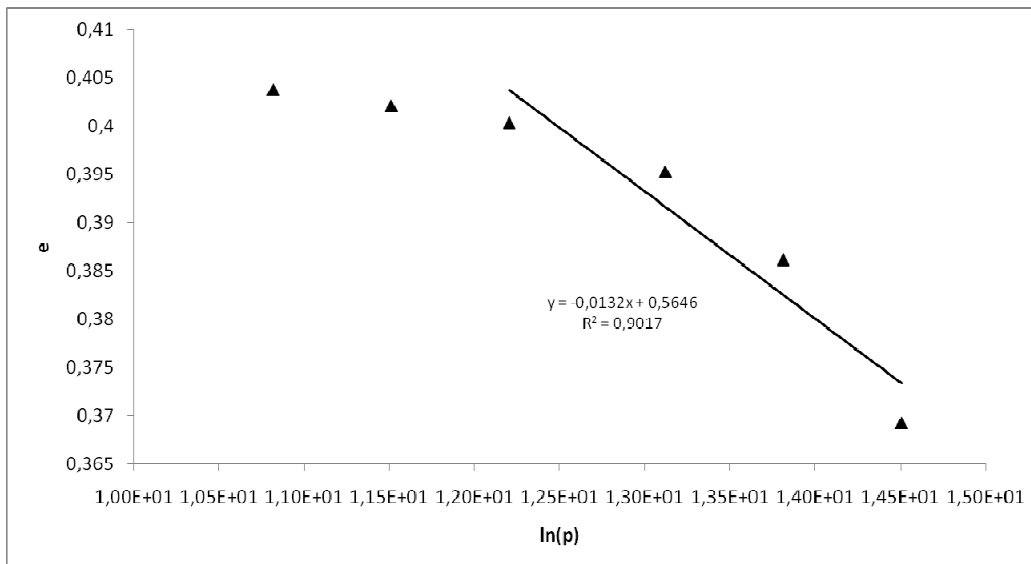


Figura 5.33– Teste de compressão isotrópica em material denso (grãos angulosos).

5.2.3 Comportamento macroscópico no estado crítico

O comportamento das amostras com partículas angulosas no estado crítico é análogo àquele das amostras com partículas arredondadas. A Figura 5.34 apresenta curva de variação

do índice de vazios com a deformação axial. Novamente para a amostra no estado fofo houve uma diminuição de volume até que se atingisse o valor crítico. No estado denso a amostra aumenta de volume até que seja atingido o estado crítico. A Figura 5.35 mostra a curva tensão-deformação do material, e nela é possível identificar a existência do estado crítico, trecho a partir do qual não há mais variação significativa da tensão desviadora com o aumento da deformação axial, além da constância de volume.

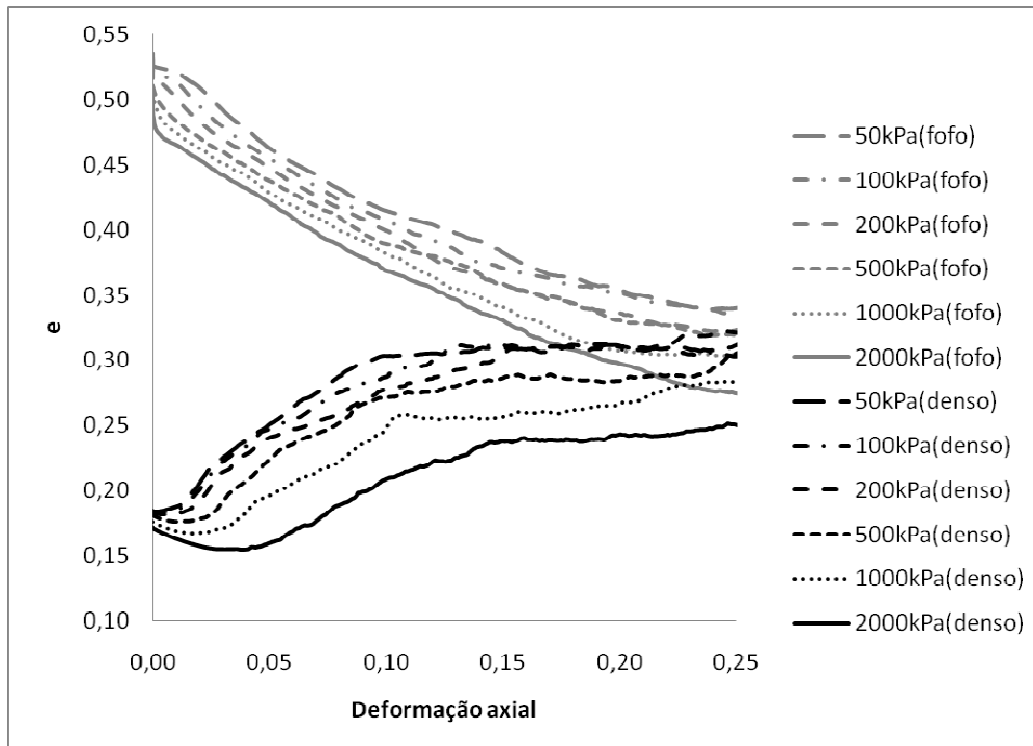


Figura 5.34– Índice de vazios versus deformação axial (grãos angulosos).

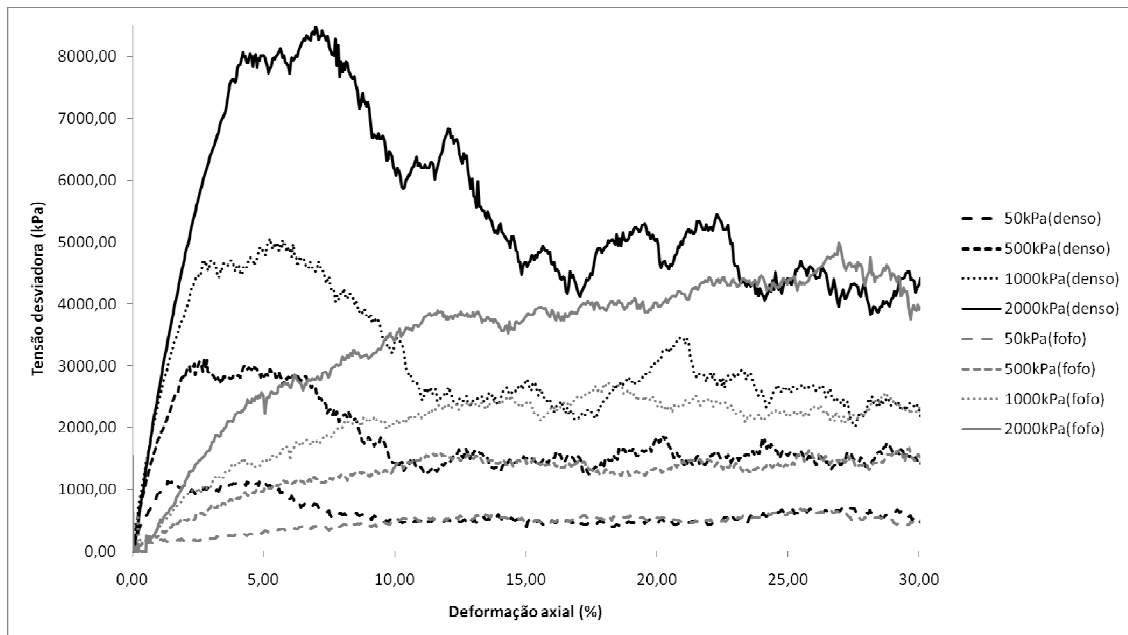


Figura 5.35 – Tensão desviadora versus deformação axial para o estado fofo e denso (partículas angulosas).

Apesar da semelhança no comportamento global, com relação às amostras formadas por partículas arredondadas, o material formado por partículas angulosas apresentou uma maior dilatância no estado denso, uma contração mais acentuada no estado fofo, bem com um índice de vazios crítico mais elevado (Figura 5.34). O material denso dilata-se para poder romper, e com a tensão de ruptura maior, tem-se uma maior dilatância. Durante a fase de carregamento isotrópico, as partículas angulosas oferecem maior dificuldade de locomoção e para se encaixar, e ao final desta fase, a amostra no estado fofo apresenta um índice de vazios maior que aquele encontrado na amostra formada por partículas arredondadas. A maior distância entre grãos representa uma maior quantidade de espaços vazios para serem ocupados durante o adensamento e o cisalhamento, assim se tem uma maior contração do material no estado fofo.

A LEC para a amostra fofo e para a amostra densa está mostrada na Figura 5.36. As retas ajustadas aos dados estão praticamente sobrepostas, possuindo aproximadamente o mesmo coeficiente angular λ . O estado crítico para as amostras foi atingido novamente com o valor de λ distinto daquele calculado no adensamento isotrópico. A principal causa desta diferença já foi explicada anteriormente.

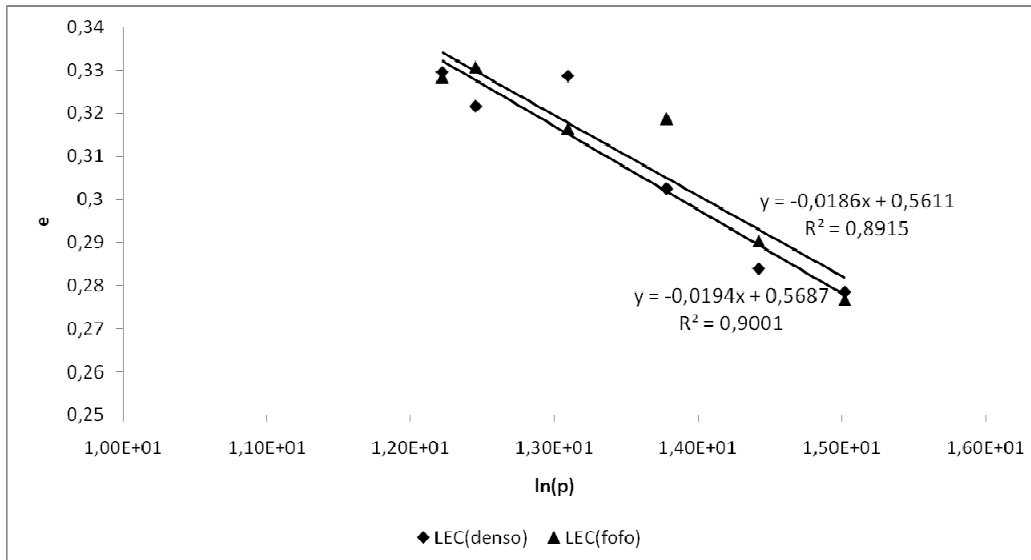


Figura 5.36– Linhas de Estado Crítico para as amostras fofa e densa (partículas angulosas).

5.2.4 Envoltória de ruptura

Houve um ganho expressivo de resistência devido somente à mudança na forma das partículas. Na Figura 5.37 estão representadas as envoltórias de ruptura para as amostras formadas por partículas angulosas. Os ângulos de atrito macroscópicos na ruptura do material denso ($\phi^d \approx 43^\circ$), no estado fofo e no estado crítico ($\phi^f \approx \phi^{cs} \approx 31^\circ$) aumentaram sensivelmente com relação aos respectivos valores para as amostras com partículas arredondadas. Este ganho expressivo de resistência mostra que o ângulo de atrito microscópico depende, além do coeficiente de atrito microscópico e da densidade do material, da resistência ao rolamento dos grãos, no caso simulado sendo representado por uma partícula com geometria mais angulosa.

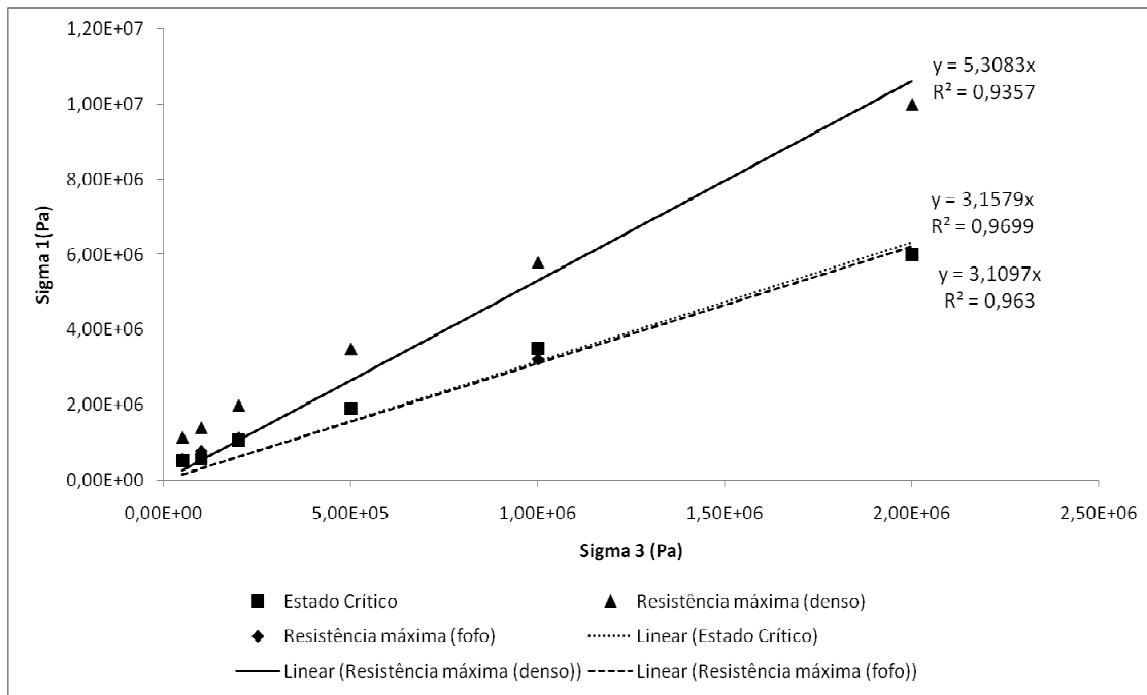


Figura 5.37- Envoltórias de ruptura (partículas angulosas).

5.2.5 Relação entre o ângulo de atrito macroscópico e porosidade

Como houve mudança no formato das partículas, os ângulos de atrito macroscópicos não são mais os mesmos, e inclusive o modelo de comportamento da relação entre porosidade inicial (embutida no n_r) e ângulo de atrito macroscópico máximo também mudou. A Figura 5.38 mostra os dados de coeficiente de atrito macroscópico versus índice de porosidade relativa. Tentou-se fazer um ajuste dos dados de acordo com a Eq. (2.5), porém não houve convergência do algoritmo de ajuste. Então, para ser mantida uma relação do tipo exponencial, foi escolhida a equação:

$$\phi = C e^{A n_r} \quad (5.8)$$

onde todos os parâmetros mantêm o mesmo significado com relação à Eq. (2.5), à exceção de C, que agora representa sozinho o ϕ_{\min} . Com os dados ajustados à Eq. (5.8), os valores das constantes C e A são, respectivamente, 39,88 e 0,08. Apesar do coeficiente de correlação calculado ser aproximadamente 0,94, ressalta-se que um valor muito pequeno de A, indica que quase não há curvatura, ou seja, a curva na verdade pode ser uma reta. Ajusta-se então aos dados uma reta da forma:

$$\phi = \phi_{\min} + D \cdot n_r \quad (5.9)$$

onde D representa a taxa constante com o ângulo de atrito macroscópico aumentará com a porosidade relativa. No caso do ajuste linear $\phi_{\min} = 39,85$ e $D = 3,38$. Mesmo com modelos diferentes para as relações ϕ versus n_r , é possível compará-las principalmente quanto ao ângulo de atrito macroscópico na menor densidade (ϕ_{\min}). Com os grãos angulosos se obteve $39,85^\circ$, enquanto que, com os grãos arredondados $22,43^\circ$, mostrando mais uma vez a importância do formato das partículas na resistência do solo granular ao cisalhamento.

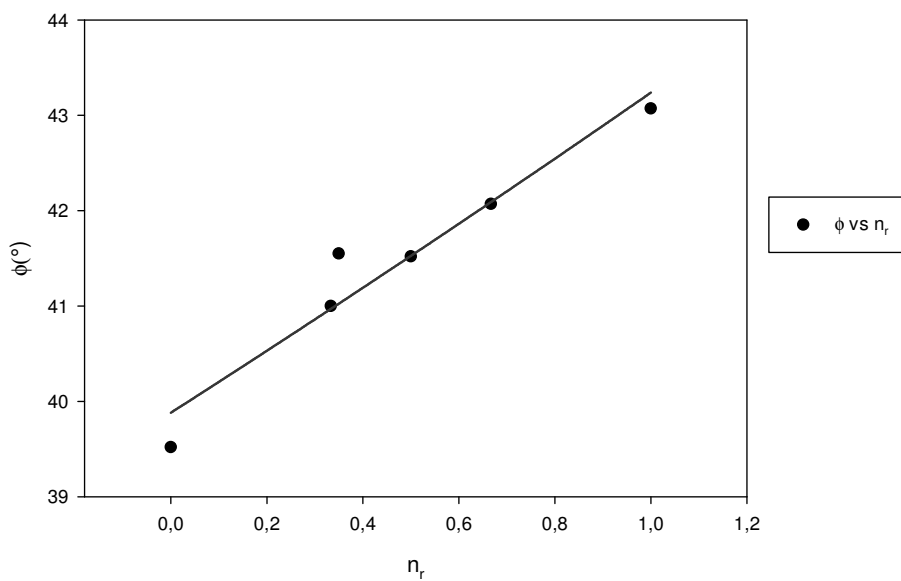


Figura 5.38– Relação entre a porosidade inicial da amostra e seu ângulo de atrito macroscópico máximo.

5.2.6 Relações entre a macroestrutura e a microestrutura

Como foi visto no item 5.1.6, é possível estabelecer várias relações entre as diversas propriedades do material, sejam elas macroscópicas ou microscópicas. Nos próximos itens serão apresentadas as mesmas relações já desenvolvidas para um material com partículas arredondadas, porém agora as aplicando para um material formado por grãos angulosos.

5.2.6.1 Relação entre número de contatos e índice de vazios

Para o arranjo formado por partículas arredondadas o número de contatos é uma variável microscópica importante para a caracterização das mudanças microestruturais que ocorrem no meio granular. Na Figura 5.39 é apresentada a relação entre o número de contatos e o índice de vazios para as partículas angulosas da mesma forma que foi feita na Figura 5.18.

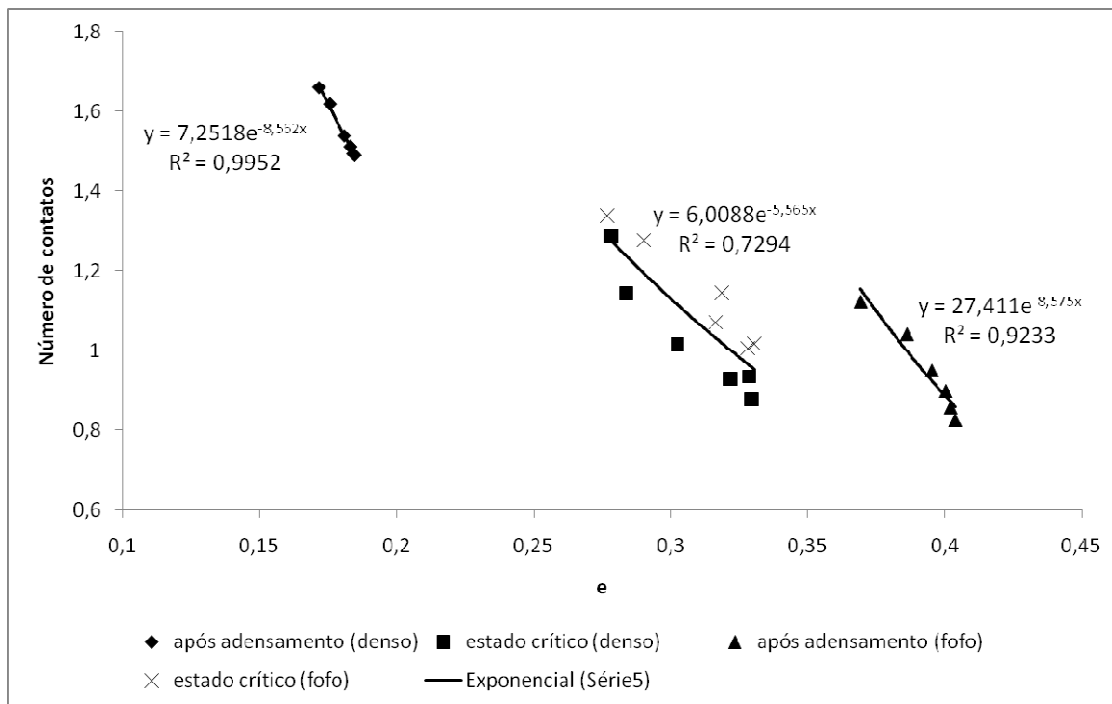


Figura 5.39 - Relação entre o número de contatos e o índice de vazios (partículas angulosas).

O número médio de contatos para os arranjos formados por partículas angulosas é menor que aquele para as partículas arredondadas (Figura 5.39), como foi dito anteriormente. Os valores de N_{co} (Eq.(5.2)) refletem o grau de encaixe entre partículas, o qual por sua vez é influenciado pelo formato dos grãos. Para o arranjo denso $N_{co}=7,25$ e para o estado crítico $N_{co}=6,00$, ambos menores que os valores encontrados para as partículas arredondadas. Aparentemente, a curva ajustada para a amostra fofo, apesar de apresentar um coeficiente de correlação alto, não possui muito sentido físico. O valor de $N_{co}=25,12$ não parece razoável. Por outro lado, os valores de ξ , da Eq. (5.2), para as três curvas, aparentemente estão bastante razoáveis, pois tanto para o arranjo denso quanto para o fofo são praticamente iguais e no estado crítico se mostra próximo àquele obtido para as partículas arredondadas. Ressalta-se ainda que ξ , exceto no estado crítico, é maior para as amostras com grãos angulosos que para aquelas com grãos arredondado, mostrando assim que, a queda do número de contatos dentro

de uma pequena faixa de variação, é mais acentuada no caso de existirem partículas angulosas.

Como mostra a Figura 5.40, as amostras com partículas angulosas apresentaram valores de $\xi \lambda$ um pouco maiores que aqueles para partículas arredondadas. Novamente, o estado crítico apresentou a maior compressibilidade entre os três estados ($\xi \lambda=0,117$), e inclusive maior que nas amostras com partículas arredondadas, seguindo a mesma tendência de λ na compressão isotrópica.

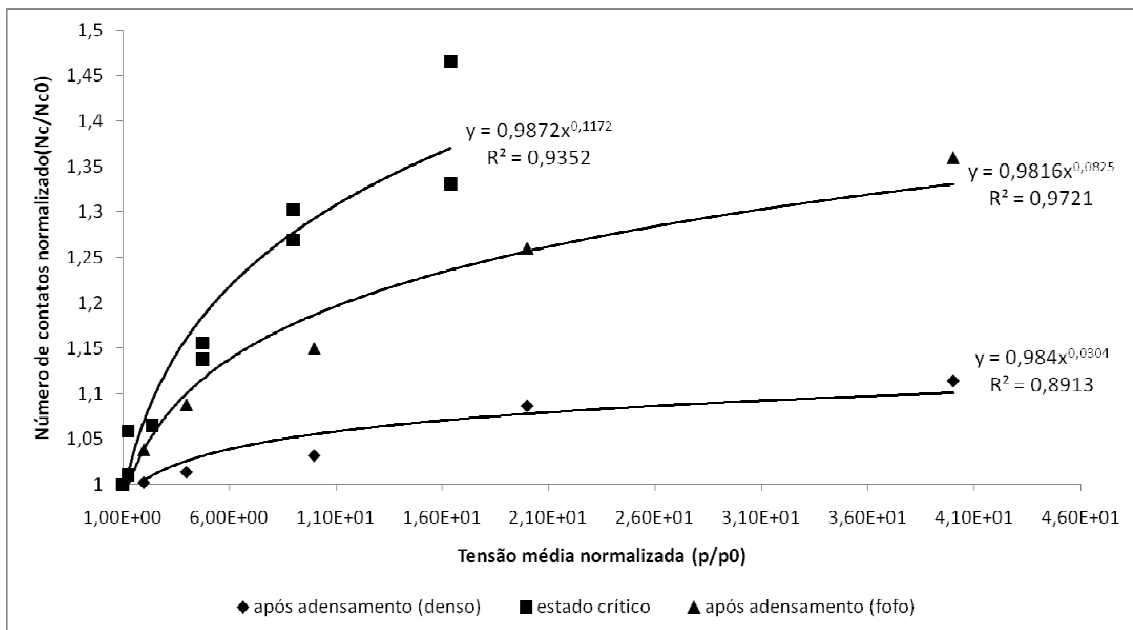


Figura 5.40– Relação entre o número de contatos e a tensão média (partículas angulosas).

5.2.6.2 Relação entre ângulos de atrito microscópico e macroscópico

O formato dos grãos é relevante para propriedades macroscópicas como o ângulo de atrito. A Figura 5.41 apresenta a relação entre o ângulo de atrito macroscópico e microscópico. Com a Figura 5.41 fica claro que, mesmo para um solo sem atrito entre os grãos, a forma destes, possui grande relevância no ângulo de atrito macroscópico. A partir da diferença entre os valores calculados ϕ e a curva $\phi = \phi_0$ é possível verificar que o valor de β na Eq. 2.15 novamente é afetado por outros fatores, no caso o formato da partícula. Mesmo sem haver atrito, no estado crítico, o ângulo de atrito macroscópico é de aproximadamente 18° , maior que aquele encontrado para os grãos arredondados (16°), revelando assim, que ϕ_0 aumenta com a dificuldade de rotação representada pelo formato anguloso das partículas.

Como o valor de a relaciona-se com o grau de travamento entre partículas, observa-se que este aumentou o seu valor em todos os estados, com relação aos valores obtidos para o arranjo com partículas arredondadas. O aumento provavelmente deve-se ao formato mais anguloso do grão, o que dificulta o seu rolamento.

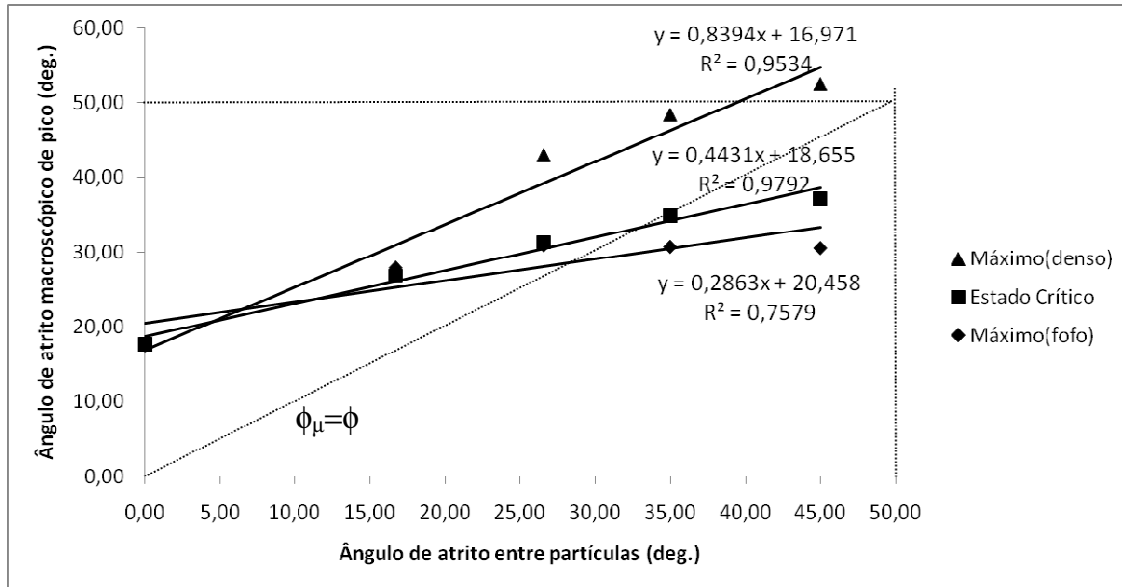
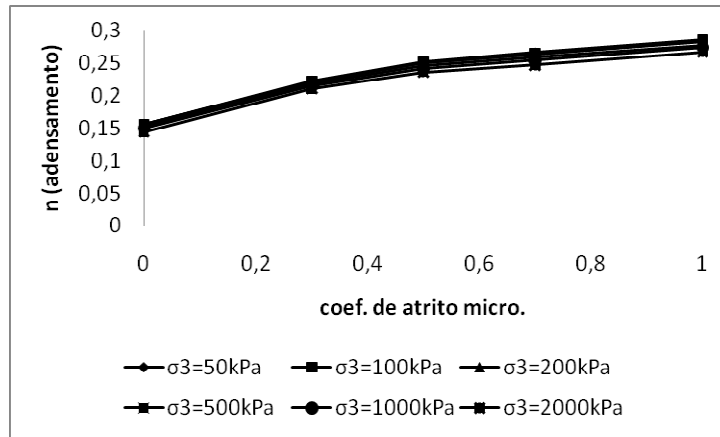


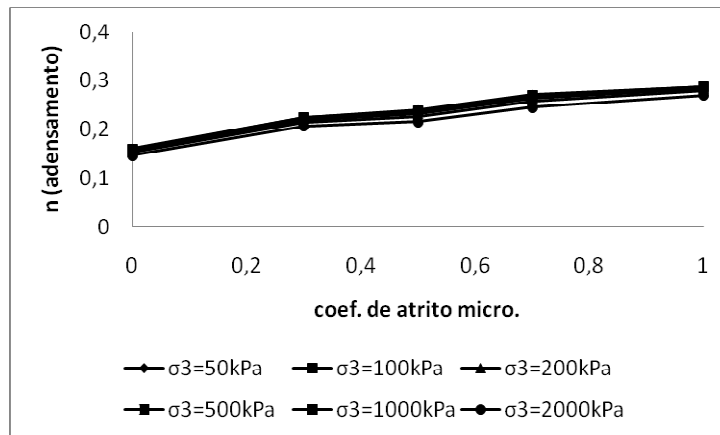
Figura 5.41– Relação entre o ângulo de atrito macroscópico e microscópico (partículas angulosas).

5.2.6.3 Relação entre coeficiente de atrito microscópico e porosidade

Na Figura 5.42 são apresentados os gráficos de variação da porosidade ao final da fase de adensamento, de acordo com a tensão confinante aplicada, e coeficiente de atrito entre os grãos, para as amostras formadas por partículas angulosas. Percebe-se que, diferentemente do que ocorre com as amostras com grãos arredondados, há certa independência com relação à tensão confinante, isto porque o formato dos grãos é mais importante para a compressibilidade do arranjo, tanto no estado inicialmente denso (Figura 5.42 (a)), quanto no estado inicialmente fofo (Figura 5.42 (b)). Pelos resultados da Figura 5.42, vê-se também que, mesmo com os grãos angulosos, o estado mais denso é obtido para um coeficiente de atrito microscópico nulo, enquanto que o estado mais fofo é obtido para um coeficiente de atrito microscópico igual a 1, independente da porosidade inicial.



(a)



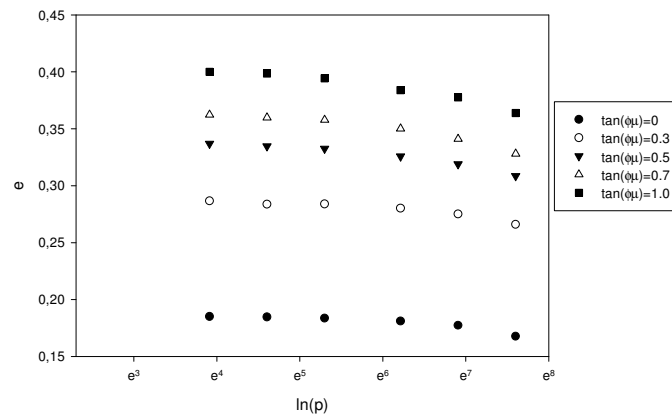
(b)

Figura 5.42- Variação da porosidade após o adensamento de acordo com o coeficiente de atrito entre grãos e para várias tensões confinantes. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).

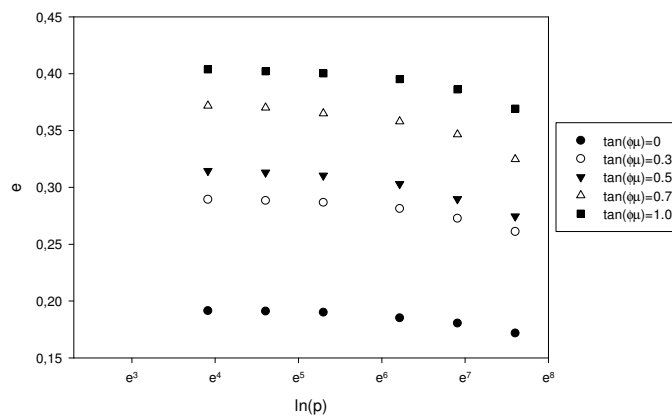
5.2.6.4 Variáveis de estado sob compressão isotrópica

A Figura 5.43 apresenta as curvas de adensamento para as amostras em diferentes compacidades iniciais e com diferentes coeficientes de atrito entre grãos, da mesma forma que foi feito no item 5.1.6.4. Diferentemente da amostra inicialmente densa com grãos arredondados, a amostra densa com grãos angulosos (Figura 5.43) não apresentou coincidência nas curvas de adensamento, mostrando que o formato dos grãos é relevante para a compressibilidade do material. Ainda assim, os trechos de compressão, possuem mais ou menos a mesma inclinação, tendência também observada para a amostra densa com grãos arredondados (Figura 5.22(a)). Para a amostra fofo (Figura 5.22(b)), o comportamento durante a compressão isotrópica é praticamente o idêntico àquele da amostra densa. Isto reforça o fato de que, quanto à compressibilidade, o formato dos grãos sobressai com relação

aos outros fatores envolvidos. Para as amostras com partículas arredondadas, o atrito entre grãos era importante na definição da densidade do material junto com a porosidade inicial, já para as amostras com partículas angulosas, o coeficiente de atrito entre partículas, junto com o seu formato, foi mais relevante na obtenção do maior índice de vazios. A Figura 5.44 mostra como a porosidade varia com o coeficiente de atrito microscópico e a tensão de confinamento. É nítida a diferença que existe entre as superfícies para as amostras com partículas arredondadas e para as amostras com partículas angulosas.

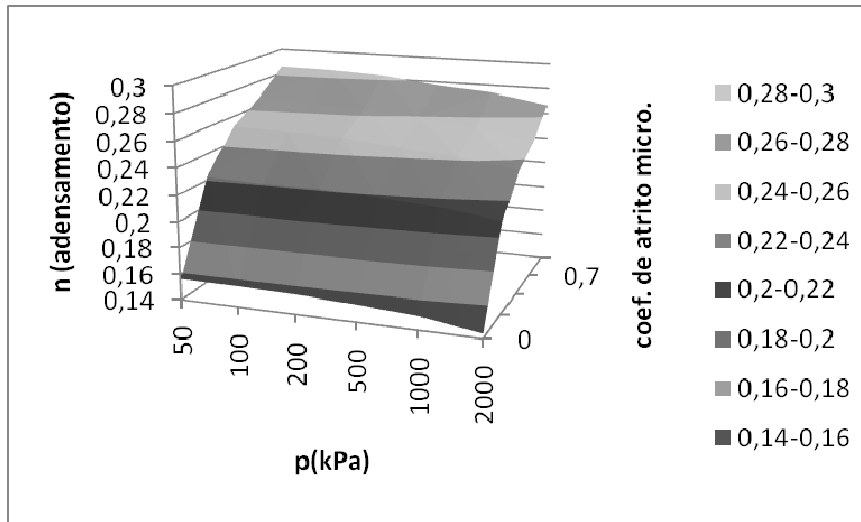


(a)

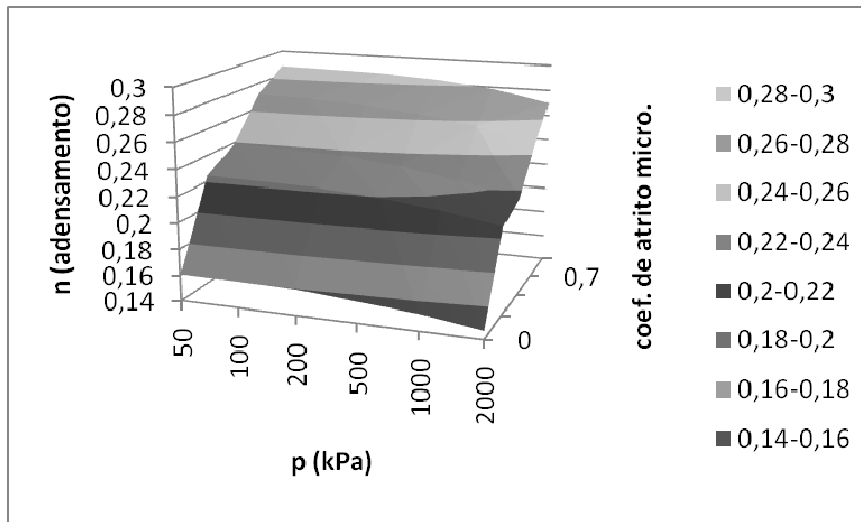


(b)

Figura 5.43– Variação do índice de vazios após o adensamento de acordo com a tensão média para vários coeficientes de atrito entre grãos. (a) $n_0=0,10$; (b) $n_0=0,40$.



(a)



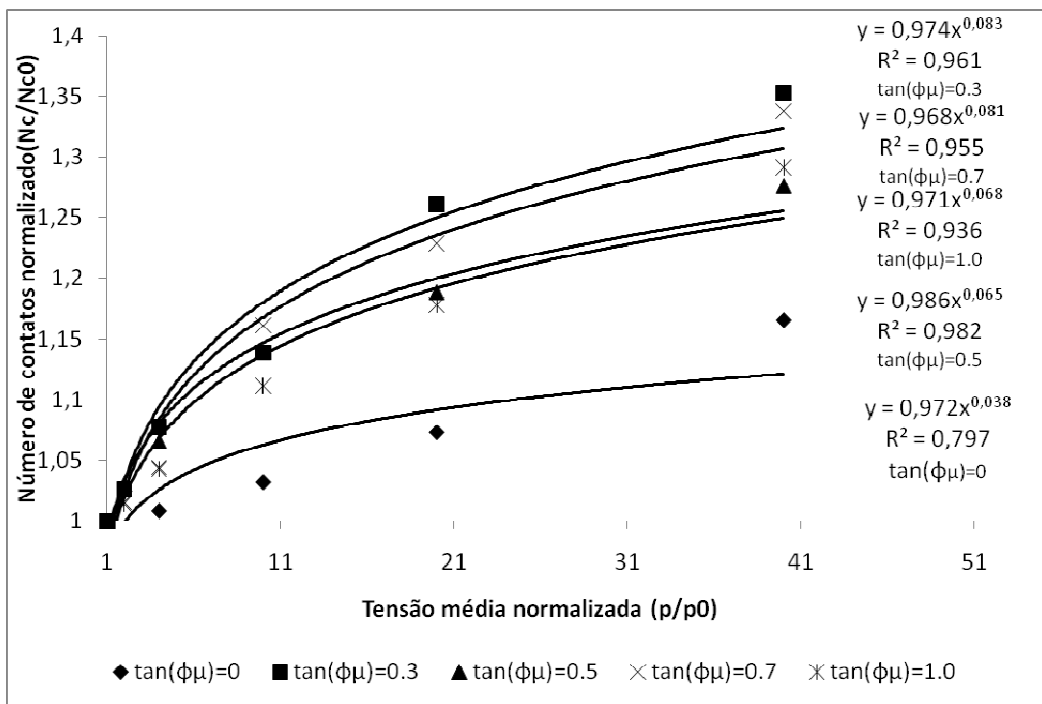
(b)

Figura 5.44– Superfície de variação da porosidade após o adensamento de acordo com a tensão confinante e coeficiente de atrito entre grãos. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).

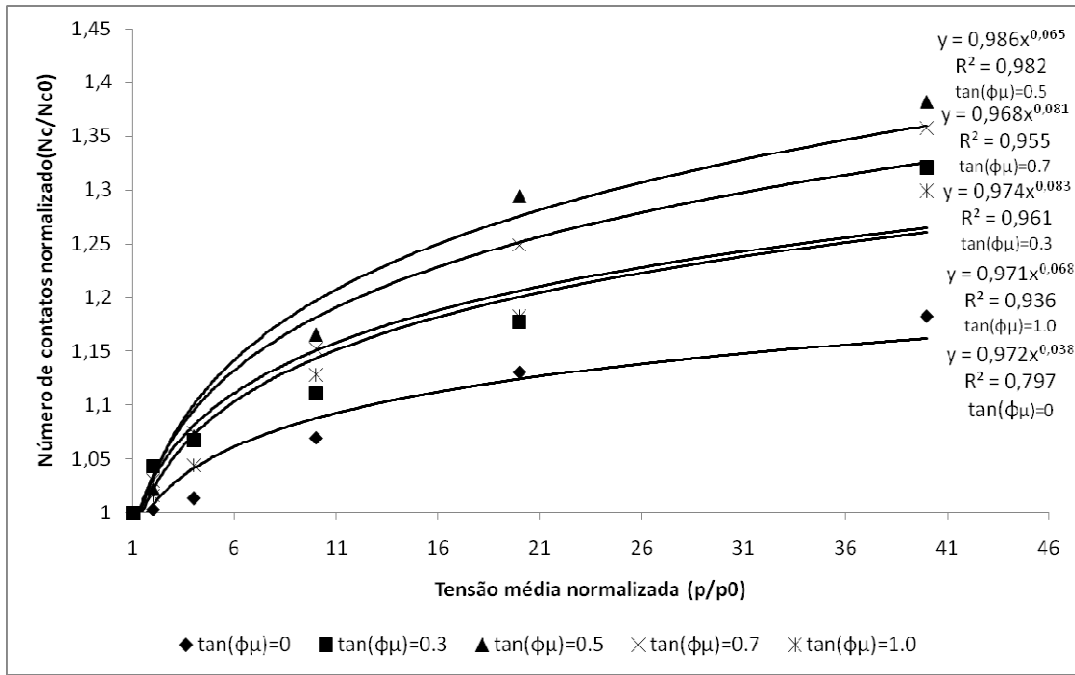
Como a relação entre o coeficiente de atrito microscópico e porosidade foi alterada devido ao formato dos grãos, é natural que também a relação entre o primeiro e o número médio de contatos também tenha sido alterada. A Figura 5.45 apresenta a variação do número médio de contatos normalizado com a tensão média normalizada para coeficientes de atrito microscópicos distintos após o adensamento. Primeiramente, vê-se que se tem basicamente os mesmos gráficos para a amostra inicialmente densa (Figura 5.45(a)) e para a amostra inicialmente fofo (Figura 5.45(b)), reforçando a observação feita para as curvas $e-\ln(p)$ com diferentes coeficientes de atrito microscópico. O valor de $\lambda\xi$ é alterado essencialmente devido

ao formato dos grãos, pois com relação aos coeficientes de atrito microscópicos, não há como estabelecer uma tendência, pois ora o valor de $\lambda\xi$ aumenta, ora diminui. De qualquer forma, tomando-se os extremos, $\phi_\mu=0$ e $\phi_\mu=1,0$, para as amostras com partículas angulosas (tanto no estado fofo, quanto no estado denso), o valor de $\lambda\xi$ aumentou com relação às amostras com partículas arredondadas, mais uma vez confirmando que houve mudança na compressibilidade do material, de forma que os arranjos de partículas angulosas são mais compressíveis que aqueles com partículas circulares.

Conclui-se a partir dos resultados que no caso de partículas angulosas, a porosidade inicial e a tensão de confinamento não são tão importantes para a compressibilidade do material quanto o formato dos grãos, que tem a ver com a dificuldade que se terá para adensar o material a uma determinada tensão. Em menor grau o coeficiente de atrito microscópico também é importante, tomando por base os seus valores extremos ($\phi_\mu=0$ e $\phi_\mu=1,0$).



(a)



(b)

Figura 5.45– Relação entre o número médio de contatos com a tensão confinante, para vários coeficientes de atrito microscópicos. (a) estado denso ($n_0=0,10$); (b) estado fofo ($n_0=0,40$).

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, verificou-se que o método dos Elementos Discretos pode ser utilizado para modelar a resposta complexa de solos granulares, e para trazer uma nova maneira de se estudar o comportamento de meios altamente complexos. O comportamento do material granular é investigado por meio da simulação de ensaios biaxiais com o MED, que, diferentemente da abordagem experimental, fornece o comportamento mecânico do meio, tanto na escala macroscópica quanto na escala microscópica. Foi realizada uma série destes ensaios biaxiais em amostras de material seco (ou drenado) sob diferentes tensões de confinamento, densidades, coeficientes de atrito entre partículas e formatos de partículas. Pode-se então chegar a algumas conclusões:

- Com o MED é possível simular com sucesso o comportamento típico de um material granular quando sujeito a um ensaio de compressão triaxial convencional, como observado em ensaios reais. Apesar de o modelo constitutivo de interação entre partículas (elástico linear na direção normal e na direção tangente até o deslizamento) e das equações gerais serem simples, a interação que ocorre entre as partículas faz com que o conjunto apresente um típico comportamento elastoplástico não linear com endurecimento;
- A porosidade inicial das amostras é de suma importância para a determinação do comportamento do material granular quando cisalhado, seja o meio formado por partículas arredondadas ou angulosas. As amostras ensaiadas numericamente apresentaram as características mecânicas normalmente observadas em laboratório. Para um material denso (porosidade $n = 0,10$) existem picos nas curvas de tensão-deformação, cuja magnitude dependerá do nível de confinamento do material. Para um material fofo ($n=0,40$) não existem tais picos de resistência. Quanto à deformação volumétrica, os materiais densos apresentaram dilatação decrescente com a tensão de confinamento e os materiais fofos maior contração com o aumento da tensão confinante;
- Os modelos numéricos também permitiram verificar que, independente da porosidade inicial e do formato das partículas, existe um estado crítico para o material granular, onde praticamente não há mais variação volumétrica. Este estado crítico foi obtido numericamente para as amostras e nele existe uma

relação direta entre o índice de vazios e a tensão média. Percebeu-se também a existência de um estado crítico relacionado ao número de contatos entre grãos;

- As propriedades elásticas do material granular são influenciadas pela porosidade inicial, tensão de confinamento e formato das partículas. As amostras muito densas apresentaram maior módulo de elasticidade e menor coeficiente de Poisson que as amostras fofas, caracterizando assim a menor deformabilidade do meio. Independente do formato das partículas, as amostras densas não apresentaram variação do módulo de elasticidade com o aumento da tensão de confinamento. Isto se dá devido ao grau de encaixe das partículas e à compacidade do meio, pois como o meio é bastante compacto, restam poucos espaços para as partículas se movimentarem tornando a deformabilidade no meio menos sensível à variação da tensão confinante. As partículas angulosas tiveram um efeito positivo no módulo de elasticidade e no coeficiente de Poisson, tornando o meio menos deformável;
- Ao relacionar o ângulo de atrito macroscópico do material granular com a sua compacidade inicial, os modelos numéricos demonstraram que quanto mais compacto for o meio, maior será o grau de encaixe entre as partículas, e assim maior será a resistência mobilizada. Também foi possível perceber que de fato o ângulo de atrito de ruptura para um solo fofo é aproximadamente o mesmo do estado crítico para um material originalmente denso;
- Do ponto de vista microscópico, o MED permitiu obter informações importantes sobre o ângulo de atrito macroscópico (ϕ). Os valores de ϕ para o arranjo inicialmente denso e para o arranjo inicialmente fofo diferem devido a outros fatores, além do coeficiente de atrito entre partículas, e estes fatores não estão relacionados somente à dilatação do material, como sugerido em vários trabalhos. Foi verificado que possivelmente a outra parcela que compõe o valor do ângulo de atrito macroscópico está relacionado à resistência ao rolamento dos grãos;
- O número de contatos é uma variável de extrema importância para a caracterização da microestrutura do material granular. Ao analisar o número de contatos das amostras, notou-se que para as amostras no estado fofo, tanto no adensamento quanto no estado crítico, há um menor número de contatos entre partículas devido à distância entre elas ser maior que no estado denso. O

número médio de contatos entre partículas revelou ainda uma relação muito interessante entre o comportamento macroscópico e microscópico. É possível identificar um estado crítico para o número de contatos, assim como existe para o índice de vazios no nível macroscópico, e também uma relação entre o número de contatos e a tensão média. Estas características podem levar ao desenvolvimento de modelos mesoscópicos, que consigam incorporar efeitos macroscópicos relacionados aos microscópicos;

- A angulosidade dos grãos propicia uma maior dificuldade de encaixe entre partículas e assim um menor número de contatos, porém não houve diminuição da resistência devido ao menor número de contatos, revelando assim outro mecanismo de resistência dos solos granulares: a resistência ao rolamento das partículas. A maioria dos modelos constitutivos macroscópicos e microscópicos não considera a resistência ao rolamento dos grãos como uma parcela importante na resistência ao cisalhamento do solo granular. Os resultados numéricos mostraram que mesmo com um atrito entre partículas nulo, existe uma resistência correspondente à resistência ao movimento rotacional e relativo. A importância da resistência ao rolamento sobressai ainda mais quando se simulou o ensaio biaxial em partículas angulosas. Desta forma, é necessário estudar de modo mais profundo o comportamento microscópico do material granular para que não sejam desconsiderados nos modelos constitutivos, parâmetros relevantes do material.
- Quanto à compressibilidade, o formato dos grãos anguloso sobressai com relação aos outros fatores envolvidos, como tensão confinante e coeficiente de atrito entre partículas;
- É possível estabelecer diversas correlações entre variáveis macroscópicas e microscópicas. O número de contatos pode relacionar-se com o índice de vazios por meio de uma equação diferencial ordinária, onde se verifica que a taxa de decréscimo do número de contatos é proporcional à sua quantidade inicial. Outro modelo proposto relacionado ao número de contatos, dita sua variação de acordo com a tensão média.
- Ainda foi possível estabelecer uma relação linear para o atrito entre partículas e o atrito macroscópico. Por fim, foi visto que uma lei exponencial pode fornecer uma primeira aproximação para a determinação da resistência do

material formado por grãos arredondados a partir de um índice físico, no caso a porosidade do meio;

- O MED é uma forma eficaz e relativamente simples de simular o comportamento do solo quando sujeito a carregamentos cíclicos. Mas ainda é necessário realizar mais estudos neste sentido para acessar todas as potencialidades do MED.

Apesar de todas as vantagens do MED, é necessário observar alguns aspectos:

- O MED, pelo menos para os recursos computacionais normalmente acessíveis, ainda não é uma ferramenta adaptada à simulação de problemas de larga escala. O algoritmo baseado em diferenças finitas e explícito tende a tornar-se bastante lento com o aumento do número de partículas inviabilizando a utilização do MED;
- Apesar de o programa PFC2D fornecer um bom conjunto de manuais, algumas coisas são ainda bastante complicadas de serem realizadas com o MED nele implementado. Algumas condições de contorno utilizadas largamente em programas baseados na mecânica dos meios contínuos representam um grande desafio quando devem ser impostas a um modelo de elementos discretos. É necessário buscar uma equivalência baseada em simples deslocamento nas paredes ou ainda em forças impostas a partículas que deverão funcionar como um carregamento;
- A relação entre propriedades macroscópicas e microscópicas é bastante nebulosa ainda. Existem algumas metodologias para calibração de material, mas considerando a realidade nacional, onde muitas vezes é difícil obter resultados de ensaios triaxiais, essas metodologias são pouco viáveis. Além disso, a tarefa de calibração pode ser bastante tediosa e demorada, devido à sensibilidade de alguns parâmetros microscópicos.
- Existe ainda um problema de escala. Como foi visto o MED não representa um grão, mas sim um volume característico, e a delimitação desse volume pode ser bastante problemática, e os modelos constitutivos locais devem levar em consideração o tamanho do elemento discreto, o que não ocorre normalmente;
- Nesta dissertação foram simulados ensaios biaxiais em solos secos, ou ainda, ensaios drenados em solo saturado (em termos de pressões efetivas). Como foi

apontado por Jing & Stephansson (2008), o real efeito da presença de água não é normalmente considerado nas análises devido ao desafio que representa a interação fluido-sólido. Então efeitos importantes como a variação da poropressão em ensaios não-drenados não puderam ser considerados.

6.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

As pesquisas que utilizam o MED, como ferramenta ou como fim específico, estão em pleno desenvolvimento. Isto pode ser comprovado pela grande quantidade de artigos recentes que utilizam o método. Esta dissertação representa o primeiro passo para o desenvolvimento de uma linha de pesquisa em elementos discretos dentro do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia da Universidade de Brasília, que no futuro poderá abordar temas como:

- Estudar a influência relativa dos parâmetros de deformabilidade nos contatos (K_n e K_s) e suas relações com parâmetros de deformabilidade macroscópicos;
- Utilizar o MED para o desenvolvimento de modelos constitutivos elastoplásticos avançados;
- Utilização do MED para calibrar e dar significado físico a parâmetros de alguns modelos elastoplásticos atualmente utilizados;
- Estudar o efeito da anisotropia utilizando o MED;
- Extensão deste trabalho no sentido de verificar o efeito de outros formatos de grãos no comportamento de solos granulares;
- Verificar de forma mais ampla o comportamento de material granular quanto sujeito a carregamentos cíclicos;
- Implementar modelos que considerem a quebra de grãos e o efeito desta no comportamento macroscópico e microscópico do material granular;
- Implementar modelos que considerem a resistência ao rolamento dos grãos e assim obter uma melhor idéia do efeito deste parâmetro no comportamento global do meio;
- Estudar o comportamento de solos coesivos da mesma forma que foi estudado o comportamento de solos granulares. Os modelos de contato podem ser bem utilizados para este fim;

- Verificar como que poderia ser incorporado o efeito da presença de água no comportamento do meio granular. Neste sentido, pode-se tentar simular solos saturados e não saturados.
- Em termos computacionais, pesquisar estratégias que aperfeiçoem o desempenho dos cálculos. O PFC2D já possui ferramentas de paralelização, portanto, é válido utilizar estas ferramentas inclusive para a simulação de problemas em larga escala, como fundações, pavimentos, taludes, barragens etc.
- Análise de problemas reais de contorno usando supercomputadores.

Referências Bibliográficas

- Alvarado, L. A. S. (2006). Simulação bidimensional de corridas de detritos usando o Método de Elementos Discretos. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 154 p.
- Argyris, J.H., Faust, G., Szimmat, J., Warnke, E.P. & William, K.J. (1974). Recent Developments in the finite element analysis of prestressed concrete reactor vessels. *Nuclear Engineering and Design*, 26:42-75.
- Asaf, D. R., & Shmulevich (2006). Evaluation of link-track performances using DEM. *Journal of Terramechanics*, 43: 141-161.
- Aysen, A. (2002). *Soil Mechanics: Basic Concepts and Engineering Applications*. Swets & Zeitlinger B.V., Lisse, The Netherlands, 459 p.
- Baars, van S. (1996). *Discrete Element Analysis of Granular Materials*. Tese Doutorado, Delft University of Technology, Holanda, 135p.
- Bardet, J.P.(1994). Numerical simulations of the incremental responses of idealized granular materials. *International Journal of Plasticity*, 10(8):879-908.
- Belheine, N., Plassiard, J. P. , Donzé, F.V., Darve, F. & Seridi, A. (2008). Numerical simulation of drained triaxial test using 3D discrete element modelling. *Computers and Geotechnics*,36:320-331.
- Bell, F.G. (2007). *Engineering Geology*. Elsevier Ltd., Oxford, Great Britain, 581p.
- Belytschko, T. & Black, T. (1999). Elastic Crack Growth in Finite Elements With Minimal Remeshing. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 45(5): 601-620.
- Calvetti, F.G., Viggiani, & Tamagnini (2003). A numerical investigation of the incremental behavior of granular soils. *Rivista Italiana di Geotecnica*, 37(3):11-29.
- Chang, C.S., Liao, C.L., & Shi, Q.(2003). Elastic granular materials modeled as first order strain gradient continua. *International Journal of Solids and Structures*, 40, 5565-5582.
- Cheng, Y., Guo, S., & Lai, H. (2000). Dynamic simulation of random packing of spherical particles. *Powder Technology*, 107:123-130.
- Cho, N., Martin, C.D. & Sego, D.C. (2007). A clumped particle model for rock, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 44(7):997-1010.

- Costa, R. S. (2005). Um novo equipamento triaxial para ensaios de solos na condição de deformação plana. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 157p.
- Cundall, P.A. & Hart, D.H. (1992). Numerical Modelling of Discontinua. *Engineering Computations*, 9:101-113.
- Cundall, P.A. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model – Part I: A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 25:107-116.
- Cundall, P.A. (2002). A discontinuous future for numerical modeling in soil and rock. In *Proc of the third international conference, Discrete Element Methods, Numerical Modelling of Discontinua*, Edited by Cook and Jensen, Santa Fe, 3-4.
- Cundall, P.A., & Strack, O.D.L. (1982). Modelling of microscopic mechanisms in granular material. *Proc. US-Japan Sem. New Models Const, Rel. Mech. Gran. Mat.*, Ithaca, NY.
- Cundall, P.A., Strack, O.D.L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotèchnique*, 29: 47-65.
- D'Addetta, G.A., Kun, F. & Ramm, E. (2002). On the application of a discrete model to the fracture process of cohesive granular materials. *Granular matter*, 4:77-90.
- Das, B. M. (2007). *Fundamentos de Engenharia Geotécnica*. Thomson Learning, São Paulo, SP, 560 p.
- De Josselin de Jong, G. & Verruijt, A. (1969). Etude photo-élastique d'un empilement de disques. *Cah. Grpe fr. Etud. Rhéol.* 2, 73-86.
- Deresciewicz, H. (1958). *Mechanics of Granular Matter*. *Advances in Applied Mechanics*, 5: 233-306.
- Desai, C.S. & Siriwardane, H.J. (1984). *Constitutive Laws for Engineering Materials*. Prentice Hall, Estados Unidos, 468 p.
- Donzé, F.V., & Bernasconi, P. (2005). Simulation of the Blasting Patterns in Shaft Sinking Using a Discrete Element Method. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 9(B).
- Donzé, F.V., Magnier, S.-A., Daudeville, L., Mariotti, C., & Davenne, L. (1999). Study of the behavior of concrete at high strain rate compressions by a discrete element method. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 125(10):1154-1163.

- Donzé, F.V., Richefeu, V. & Magnier, S. (2008). Advances in Discrete Element Method Applied to Soil, Rock and Concrete Mechanics. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 13.
- Duncan, J. M (1980). Hiperbolic stress-strain relationship. Proc. of Workshop on limit equilibrium, plasticity and generalized stress-strain in geotechnical engineering, ASCE, 443-460.
- Duncan, J.M., & Cheng, Y-Y (1970). Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, 96.
- Dutt, M., & Hancock, B., Elliot, J. (2005). An implementation of granular dynamics for simulating frictional elastic particles based on de dl_poly code. *Computer Physics Communications*, 166:26-44.
- Engineering Computations*, Vol. 21, pp 265-277.
- Farias, M.M. (1986). Construção e utilização de uma célula triaxial cúbica. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Pontífica Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 177 p.
- Feng, Y.T. & Owen, D.R.J. (2004). A 2D Polygon/Polygon Contact Model: Algorithmic Aspects. *Engineering Computations*, 21: 265-277.
- Feng, Y.T., and D.R.J. Owen (2004) —A 2D Polygon/Polygon Contact Model: Algorithmic Aspects,|
- Fontes, M.P.F. (1994). Introdução ao estudo de minerais e rochas. *Imprensa Universitária da UFV, Viçosa, MG*, 23p.
- Ghaboussi, J., & Barbosa, R. (1990). Three-dimensional discrete element method for granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 14:451-472.
- Hart, R., Cundall, P.A. & Lemos, L. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model – Part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 25:117-125.
- Hogue, C. (1998). Shape representation and contact detection for discrete element simulations of arbitrary geometries. *Engineering Computations*, 15:374-390.
- Hogue, C. (1998). Shape representation and contact detection for discrete element simulations of arbitrary geometries. *Engineering Computations*, 15:374-390.
- Hogue, C. (1998). Shape representation and contact detection for discrete element simulations of arbitrary geometries, *Engineering Computations*, 15:374-390.

- Huang, Z., Yang, Z.X., & Wang, Z. (2008). Discrete element modelling of sand behavior in a biaxial shear test. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 9:1176-1183.
- Ibañez, J.P. (2003). Modelagem constitutiva para solos, com ênfase em solos não saturados. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 241 p.
- Ibañez, J.P. (2008). Modelagem micro-mecânica discreta de solos residuais. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 394 p.
- Issa, J.A., & Nelson, R.N. (1992). Numerical analysis of micromechanical behaviour of granular materials. *Engineering Computations*, 9:211-223.
- Itasca (2004). PFC2D – Particle Flow Code in 2 Dimensions (Online Manual Table of Contents, Version 3.1). Itasca Consulting Group.
- Iwashita, K. & Oda M.(1998) —Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM. *Journal of Engineering Mechanics*, 124:285-292.
- Iwashita, K. & Oda, M.(2000) —Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method. *Powder Technology*, 109:192-205.
- Jean, M. (1995). Frictional contact in collections of rigid or deformable bodies: numerical simulation of geomaterial motions. *Mechanics of geomaterials interfaces*, Selvadurai, A.P.S. & Boulon, M.J. (eds.), Elsevier Sciences Publishers, pp. 463-486.
- Jensen, R.P., Bosscher, P.J., Plesha, M.E. & Edil, T.B. (1999). DEM simulation of granular media – structure interface: effects of surface roughness and particle shape. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 23:531-547.
- Jensen, R.P., Bosscher, P.J., Plesha, M.E., & Edil, T.B. (1999). DEM simulation of granular media – structure interface: effects of surface roughness and particle shape, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 23:531-547.
- Jiang, M. & Yu, H.S. (2006). Application of Discrete Element Method to Geomechanics. *Springer Proceedings in Physics: Modern Trends in Geomechanics – Volume 106*, Springer, Berlin Heidelberg, Germany. pp. 241-269.
- Jiang, M.J., Konrad, J.M. & Leroueil, S. (2003). An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM Studies. *Computers and Geotechnics*, 30:579-597.

- Jiang, M.J., Leroueil, S. & Konrad, J.M. (2004). Insight into shear strength functions of unsaturated granulates by DEM analyses. *Computers and Geotechnics*, 31:473-489.
- Jiang, M.J., Yu, H.S. & Harris, D. (2005). A novel discrete model for granular material incorporating rolling resistance. *Computers and Geotechnics*, 35:340-357.
- Jodrey, W., & Tory, E. (1985). Computer Simulation of close random packing of equal spheres. *Physical Review A*, 32:2347-2351.
- Kadushnikov, R., & Nckkanov, E. (2000). Investigation of the density characteristics of three-dimensional stochastic packs of spherical particles using a computer model. *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*, 40, 229-235.
- Kondner, R. L. (1963). Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 89:115.
- Kozicki, J., & Donzé, F.V. (2008). Applying Open-Source software for numerical simulations using finite element or discrete element modeling methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(49-50): 4429-4443.
- Kuhn, M.R., Bagi, K.(2004). Contact rolling and deformation in granular media. *International Journal of Solids and Structures*, 41:5793-5820.
- Lade, P.V. (1972). The Stress-Strain and Strength Characteristics of Cohesionless Soils. Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley.
- Lade, P.V. and Duncan, J.M. (1972). Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 99:793-812.
- Lambe, T.W. & Whitman, R.V. (1984). *Mecanica de Suelos*, 4ed. Editorial Limusa, México-D.F., México, 581 p.
- Li, X.S. & Dafalias, Y.F. (2000). Dilatancy for cohesionless soils. *Geotéchnique*, 50:449-460.
- Lin, X. & Ng., T.T. (1997). A three-dimensional discrete element model using arrays of ellipsoids. *Geotechnique*, 47:319-329.
- Liu, L., & Yuan, Y. (2000). Dynamic simulation of powder compact by random packing of monosized and polydisperse particles. *Journal of Materials Science Letters*, 19:841-843.
- Lobo-Guerrero, S.(2006). Evaluation of Crushing in Granular Materials using Discrete Element Method and Fractal Theory. PhD Thesis, School of Engineering, Pittsburgh, Estados Unidos, 151 p.
- Lobo-Guerrero, S., & Vallejo, L.E. (2005). DEM analysis of crushing around driven piles in granular materials. *Géotechnique*, 55(8):617-623.

- Lobo-Guerrero, S., & Vallejo, L.E. (2006). Discrete element method analysis of railtrack ballast degradation during cyclic loading. *Granular Matter*, 8:195-204.
- Lopes, M.C.O. (2000). Disposição Hidráulica de Rejeitos Arenosos e Influência nos Parâmetros de Resistência. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-068A/2000, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 157 p.
- Lu, M. & McDowell, G.R. (2007). The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method. *Granular matter*, 9:69-80.
- Lubachevsky, B., & Stillinger, F. (1990). Geometric properties of random disk packings. *Statistical Physics*, 60:561-583.
- Maeda, K. & Hirabayashi, H. (2006). Critical State of fabric in simulated granular media under shearing. *New Frontiers in Computational Geotechnics*, Xi'an China, 103-108.
- Matsuoka, H. & Nakai, T. (1974). Stress-Strain relationships of clays based on the mobilized plane. *Soils and Foundations*, 14(2): 77-87.
- Matsuoka, H., & Nakai, T. (1974). Stress-Strain relationship of soil based on the SMP. Proc. Specialty Session 9 , 9th ISMFE, 153-162.
- Matuttis, H.G., Luding, S. & Herrmann, H. (2000) —Discrete element simulations of dense packings and heaps made of spherical and non-spherical particles. *Powder Technology*, 109:278-293.
- Mendes, R. B., Silva, C. E. da, Alves, J. L. D. (2006). Simulation of Torpedo Pile Launching By Coupled Discrete and Simulation of Torpedo Pile Launching By Coupled Discrete and Simulation of Torpedo Pile Launching By Coupled Discrete and Finite Element Analysis. In: XXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering - XXVI CILAMCE, Belém - PA.
- Mendes, R.B., Alves, J.L.D., & Landau, L. (2003). A Three-Dimensional Transient Algorithm for the Analysis of Discontinuous Media by the Discrete Elements Method. XXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.
- Moreau, J-J. (1994). Some numerical methods in multibody dynamics: application to granular materials. *Eccopean Journal of Mechanics A/Solids*, 13(4): 93-114.
- Munjiza, A.(2004). The combined Finite-Discrete Element Method. John Wiley & Sons, Ltd., 333p.
- Mustoe, G. (1992). A generalized formation of the discrete element method, *Engineering Computations*, Vol. 9, pp 181-190.

- Mustoe, G. (1992). A generalized formulation of the discrete element method. *Engineering Computations*, 9:181-190.
- Nakai, T. (1989). An Isotropic Hardening Elasto-Plastic Model for Sand Considering The Stress Path Dependency in Three-Dimensional Stresses. *Soils and Foundations*, 29(1):119-137.
- Nakai, T., Matsuoka, H., Okuno, N. Naomi, & Tsuzuki, K. (1986). True Triaxial Tests on Normally Consolidated Clay and Analysis of the Observed Behavior using Elastoplastic Constitutive Models. *Soils and Foundations*, 26(4):67-78.
- Nicot, F.P., Gotteland, P., Bertrand, D., & Lambert, S. (2007). Multiscale approach to geo-composite cellular structures subjected to rock impacts. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 31:1477-1515.
- Ning, Z., Boerefijn, R., Ghadiri, M. & Thornton, C. (1997). Distinct element simulation of impact breakage of lactose agglomerates. *Advanced Powder Technology*, 8:15-37.
- Oda, M., & Iwashita, K. (2000). Study on couple stress and shear band development in granular media based on numerical simulation analyses. *International Journal of Engineering Science*, 38:1713-1740.
- Oda, M., Konishi, M.J., & Nemat-Nasser, S. (1982). Experimental micromechanical evaluation of the strength of granular materials: effects of particle rolling. *Mechanics of Materials*, 1, 269-283.
- Oliveira, A.M.S., & Brito, S.N. (1998). *Geologica de Engenharia*. Associação Brasileira de Geologia de Engenharia, São Paulo, SP, 587p.
- Pedroso, D.M. & Farias, M.M. (2006). A New Failure Criteria for Soils. *New Frontiers in Computational Geotechnics*, Xi'an China, 63-71.
- Pedroso, D.M. (2006). *Representação Matemática do Comportamento Mecânico Cíclico de Solos Saturados e Não Saturados*. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-039/06, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 224 p.
- Pinto, C.S. (2006). *Curso Básico de Mecânica dos Solos com Exercícios Resolvidos*, 3ªed. Oficina de Textos, São Paulo, SP, 355 p.
- Press, F., Siever, R., Grotzinger, J., & Jordan, T.H. (2006). *Para Entender a Terra*, 4ª Ed. Bookman, Porto Alegre, RS, 656p.
- Ratton, R.B. (1993). *Ensaio Triaxiais em Areia Saturada*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 167 p.

- Rowe, P.W. (1962). The Stress Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact. *Proceedings of Royal Society*, A269:500-527.
- Salot, C., Gotteland, Ph. & Villard, P. (2009). Influence of relative density on granular materials behavior: DEM simulations of triaxial tests. *Granular Matter*, Accepted, 2008.
- Salvat, W., Mariani, N., Barreto, G., & O. Martinez (2005). An algorithm to simulate packing structure in cylindrical containers. *Catalysis Today*, 107-108:513-519.
- Schlangen, E., & Garboczi, E.J.(1997). Fracture simulations of concrete using lattice models:computational aspects. *Engrg Fract Mech*, 57:319-332.
- Scholtés, L., Chareyre, B., Nicot, F., & Darve, F. (2009). Micromechanics of granular materials with capillary effect. *International Journal of Engineering Science*, 47(1):64-75.
- Scott, R.F. (1963). *Principles of Soil Mechanics*. Addison Wesley Publishing Co., Reading, Mass, 550p.
- Sheng, D., Sloan, S.W. & Yu, H.S. (2000). Aspects of finite element implementation of critical state models. *Computational Mechanics*, 26:185-196.
- Sibille, L., Donzé, F.V., Nicot, F., Chareyre, B., & Darve, F. (2007). From bifurcation to failure in a granular material, a DEM analysis. *Acta Geotechnica*, 3(1): 15-24.
- Siiria, S., & Yliruusi (2007). Particle packing simulations based on Newtonian mechanics, *Powder Technology*, 174:82-92.
- Stroeven, P., & Stroeven, M. (1999). Assessment of packing characteristics by computer simulation. *Cement and Concrete Research*, 29:1201-1206.
- Sutherland, H.B., & Mesdary, M.S. (1969). The influence of the intermediate principal stress on the Strength of sand. *Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Mexico City, 1:391-399.
- Taylor, L.E., & Preece, D.S. (1992). Simulation of blasting induced rock motion using spherical element model. *Engineering Computations*, 9:243-252.
- Ting, J.M., Khwaja, M., Meachum, L.R. & Rowell, J.D. (1993). An ellipse-based discrete element model for granular materials. *International Journal of Analytical and Numerical Methods in Geomechanics*, 17: 603-623.
- Tordesillas, A., Walsh, D.C.S.(2002). Incorporating rolling resistance and contact anisotropy in micromechanical models of granular media. *Powder Technology*, 124:106-111.

- Verdugo, R. & Ishihara, K. (1996). The steady state of sandy soil. *Soils and Foundations*, 36(2):81-92.
- Waisman, H. & Belytschko, T.(2008). Parametric enrichment adaptativity by the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 73:1671-1692.
- Walton, K. (1987). The effective elastic moduli of random packing of spheres. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 35(3), 213-226.
- Wood, D.M. (2004). *Geotechnical Modelling*. Taylor & Francis, Inc., Portland, USA, 496p.
- Yang, R., Zou, R., & Yu, A. (2000). Computer simulation of the packing of fine particles, *Physical Review E*, 63:3900-3908.
- Zeghal, M. (2004). Discrete-Element Method Investigation of the Resilient Behavior of Granular Materials. *Journal of Transportation Engineering-ASCE*,130(4):503-509.

APÊNDICE A

SCRIPTS EM LINGUAGEM FISH USADOS NA SIMULAÇÃO DE ENSAIOS BIAXIAIS

A.1 – GERAÇÃO DA AMOSTRA COM PARTÍCULAS ARREDONDADAS

```
;fname: biax_1.DAT
;=====
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA
; FACULDADE DE TECNOLOGIA
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA
; MESTRADO EM GEOTECNIA
;
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS
; ELEMENTOS DISCRETOS
;
;
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.
; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.
; DATA: BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009
;
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)
;=====
new
SET random ; reset random-number generator
SET disk on ; treat balls as disks of unit thickness
SET echo off
call bgenl.fis
SET echo on
; -----
;--- input data ---
; -----
def setup
    n_stiff = 5e8 ; normal contact stiffness
    s_stiff = 4e8 ; shear contact stiffness
    width = 0.4 ; width of box
    height = 0.8 ; height of box
    rhi = 0.010 ; maximum radii
    rat = 2.0 ; ratio of largest to smallest radii
    poros = 0.10 ; desired porosity
    density = 2700 ; density
    fin_fric = 0.5 ;friction coeficient at final stage
    ini_fric = 0.0 ;friction coeficient at initial stage
end
; -----
; Main
; -----
macro zero 'ini xvel 0 yvel 0 spin 0 xdisp 0.0 ydisp 0.0 '
; -----
; Plots
; -----
set pinterval 500
; assembly
plot create assembly
plot add ball lorange wall black
; contact forces
plot create Contact_Force
plot set title text 'Model at Equilibrium'
plot add ball red
plot add wall black
plot add cforce black
plot add axes brown
;
hist id 111 diag muf
plot create MeanUF
pl add hist 111
;
hist id 112 diag mcf
plot create MeanCF
plot add hist 112
```

```

;
hist id 1001 coord_number
pl create CoordinationNumber
pl add hist 1001
;
plot create MeasCircles
plot add ball yellow wall black
plot add meas red
;
; -----
;                               Execute
; -----
; start the clock
set_tim
; read the input data
setup
; make the assembly by radius expansion
expand
; gets porosity
get_poros
; change walls stiffness
cws
;
set dt auto
; change friction
;SET fin_fric = 0.25
;change_fric
; set velocities and displacements to zero
zero
; cycle to equilibrium
cyc 2000
; get porosity and void ratio
get_poros_void
; 'porosity'
print pmeas
; 'void ratio'
print vmeas
; add measurement circles
add_measCircles_Biax
; save state
save bt_ass.SAV
; print total time
print get_tim
write_dist
return

```

A.2 – GERAÇÃO DA AMOSTRA COM PARTÍCULAS ANGULOSAS

```

; FNAME: Biax_1_clusters.dat
;=====
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA
; FACULDADE DE TECNOLOGIA
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA
; MESTRADO EM GEOTECNIA
;
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS
;        ELEMENTOS DISCRETOS
;
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.
; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.
; DATA : BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009
;
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)
;=====
set logfile Biax_1_clusters.log
set log on
new
set random
set disk on
set gen_error off ; treat generation error as a warning
set echo off
call BGEN1.FIS
set echo on
;
def setup

```

```

n_stiff = 5e8 ; normal contact stiffness
s_stiff = 4e8 ; shear contact stiffness
width = 0.4 ; width of box
height = 0.8 ; height of box
;rhi = 0.010 ; maximum radii
rat = 2.0 ; ratio of largest to smallest radii
poros = 0.10 ; desired porosity
density = 2700 ; density
fin_fric = 0.5 ;friction coeficient at final stage
ini_fric = 0.0 ;friction coeficient at initial sta
num = 1200

end
;
setup
;
def cl_setup
; declaring variables -- prefix cl_ = CLuster, mt_ = MounTain
cl_pbs = 0e15 ; parallel bond shear strength
cl_pbn = 0e15 ; parallel bond normal strength
cl_pbkn = 0e15 ; parallel bond normal stiffness
cl_pbks = 0e15 ; parallel bond shear stiffness
cl_pbr = 0.25 ; parallel bond radius multiplier
cl_kn = n_stiff ; particle normal stiffness
cl_ks = s_stiff ; particle shear stiffness
cl_nb = 0e15 ; contact bond normal strength
cl_sb = 0e15 ; contact bond shear strength
cl_fric = ini_fric ; particle friction coefficient
cl_dens = density ; particle density
cl_diam = 3.0 ; cluster diameter -- approximate
cl_damp = 1 ; cluster internal damping factor
cl_pack = 2 ; cluster packing shape
cl_balls = 4 ; number of particles in cluster - max 7
cl_tight = 0.99 ; tightness of packing in cluster
start_id = 1
end_id = num
end
;
cl_setup ; initializing variables
;
; functions to make clusters
call cluster_aux.fis
;
;
pl create Particles ; setting up a plot view
pl add ball lblue lred lgree cyan
pl add wall
pl add cbond mag
pl add pbond yell
pl add vel bla

; ----- FISH function to create rubble - shows how to make
; multiple calls to the make_cluster function and how the
; ranges can be utilized.
def bunch
command
;range name original id 1 num
;prop c_index 1 range name first id mc_start_id mc_end_id
;set start_id 1 end_id num cl_balls 4 cl_pack 1
make_cluster
set echo on
endcommand
cl_setup
end

; -----
; Creates the assembly of discs
; -----
def assemble
;--- derived data ---
;poros = void_ratio/(1.0+void_ratio)
mult = 1.6 ; initial radius multiplication factor
tot_vol = width*height
n0 = 1.0 - (1.0 - poros) / mult^2
r0 = sqrt(height*width*(1.0 - n0)/(pi*num*cl_balls/2.0))
rlo = 2.0 * r0 / (1.0 + rat)
rhi = rlo * rat

```

```

; rbar = 0.5 * (rlo + rhi)
; num = int((1.0 - poros) * tot_vol / (pi * rbar^2))
; --- add four walls which extend by 50% beyond width and height
; to be sure to contain balls during subsequent wall movement
extend = 0.50
_x0 = -extend*width
_y0 = 0.0
_x1 = width*(1.0 + extend)
_y1 = 0.0
command
  wall id=1 ks=s_stiff kn=n_stiff ks=s_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command
_x0 = width
_y0 = -extend*height
_x1 = width
_y1 = height*(1.0 + extend)
command
  wall id=2 ks=s_stiff kn=n_stiff ks=s_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command
_x0 = width*(1.0 + extend)
_y0 = height
_x1 = -extend*width
_y1 = height
command
  wall id=3 ks=s_stiff kn=n_stiff ks=s_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command
_x0 = 0.0
_y0 = height*(1.0 + extend)
_x1 = 0.0
_y1 = -extend*height
command
  wall id=4 ks=s_stiff kn=n_stiff ks=s_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command
; --- generate the balls and give them their properties
command
  gen id=1,num rad=rlo,rhi x=0,width y=0,height
  prop dens=density ks=s_stiff kn=n_stiff
end_command
; make clusters
bunch
;
;
get_poros
;
mult = sqrt((1.0 - poros) / (1.0 - pmeas))
command
  ini rad mul mult
  cycle 5000
  prop fric ini_fric
  cycle 5000
end_command
end
; -----
def get_poros
sum = 0.0
bp = ball_head
loop while bp # null
  sum = sum + pi * b_rad(bp)^2
  bp = b_next(bp)
end_loop
pmeas = 1.0 - sum / (width * height)
end
; -----
def remove_balls
while_stepping
y_del_count = y_del_count + 1
if y_del_count > 100
  y_del_count = 0
  bp = ball_head
  loop while bp # null
    next = b_next(bp)
    if b_y(bp) > height
      ii = b_delete(bp)
    end_if
  if b_y(bp) < 0.0
    ii = b_delete(bp)
  end_if
end_if

```

```

        if b_x(bp) < 0.0
            ii = b_delete(bp)
        end_if
        if b_x(bp) > width
            ii = b_delete(bp)
        end_if
        bp = next
    end_loop
end_if
end
; -----
def cws ; change lateral wall stiffnesses
    command
        wall id 2 kn=n_stiff ks = s_stiff
        wall id 4 kn=n_stiff ks = s_stiff
    end_command
end
; -----
def add_measCircles1
;
array xi(9)
rx = width/10
loop m(1,9)
    xi(m) = rx*m
end_loop
;
kk = 10
array yyy(10)
delta = height/kk
y0 = delta/2
yyy(1) = y0
loop n(2,10)
    yyy(n) = y0 + delta
    y0 = yyy(n)
; table
    ytable(1,n) = y0
    ytable(2,n) = y0
end_loop
; radius
rr = delta/2.0

; create the circles
k = 1
loop m (1,10)
    yi = float(yyy(m))
    loop n (1,9)
        xxx = xi(n)
        command
            meas id = k x = xxx y = yi rad = rr
        end_command
        k = k + 1
    end_loop
end_loop
; compute the porosity
; loop m(1,90)
;     command
;         print meas m
;     end_command
; end_loop
assem_poros = 0.0
loop m (1,90)
    mp = find_meas(m)
    assem_poros = assem_poros + m_poros(mp)
end_loop

assem_poros = assem_poros/90.0

i = out ('porosity='+string(assem_poros))

end
; ----- MAIN ROUTINE -----
;
;
hist id 1001 coord_number
pl create CoordinationNumber
pl add hist 1001
;
;

```

```

hist id 1002 porosity
pl create PorosityCircle
pl add hist 1002
;
macro zero 'ini xvel 0 yvel 0 spin 0'
set make_clumps 1
assemble
;
SET s_stiff= 4e7 n_stiff= 4e7 ; make lateral wall stiffness=1/10 of ball stiffness
cws
solve
zero
;
;
clump perm
do_cycle
solve
;
add_measCircles1
;
set log off
;
write_dist
save bt_ass.SAV
return

```

A.3 – APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO ISOTRÓPICO

```

;fname: biax_2.DAT Servo-control and initial stress state - biax sample
;=====
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA
; FACULDADE DE TECNOLOGIA
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA
; MESTRADO EM GEOTECNIA
;
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS
; ELEMENTOS DISCRETOS
;
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.
; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.
; DATA : BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009
;
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)
;=====

; 50 kPa
res bt_ass.SAV ; restore compacted assembly
set echo off
call biax_2.fis
set echo on
wall_addr
zero
SET sxxreq=-50e3 syyreq=-50e3 sig_tol=0.005 y_servo=1
;
hist id=10 wsxx
hist id=11 wsyy
;
iterate ; get all stresses to requested state
get_poros
pr pmeas
sav 50\bt_str2.SAV
sav bt_str1.SAV
; 100 kPa
new
rest bt_str1.SAV ; restore compacted assembly
set echo off
call biax_2.fis
set echo on
wall_addr
zero
SET sxxreq=-100e3 syyreq=-100e3 sig_tol=0.005 y_servo=1
;
;hist id=10 wsxx
;hist id=11 wsyy
pl create ws
pl add hist 10
pl add hist 11
;

```



```

iterate ; get all stresses to requested state
;prop fric = 0.25
get_poros
pr pmeas
sav 100\bt_str2.SAV
; 200 kPa
new
rest bt_str1.SAV ; restore compacted assembly
set echo off
call biax_2.fis
set echo on
wall_addr
zero
SET sxxreq=-200e3 syyreq=-200e3 sig_tol=0.005 y_servo=1
;
;hist id=10 wsxx
;hist id=11 wsyy
pl create ws
pl add hist 10
pl add hist 11
;
iterate ; get all stresses to requested state
;prop fric = 0.25
get_poros
pr pmeas
sav 200\bt_str2.SAV
; 500 kPa
new
rest bt_str1.SAV ; restore compacted assembly
set echo off
call biax_2.fis
set echo on
wall_addr
zero
SET sxxreq=-500e3 syyreq=-500e3 sig_tol=0.005 y_servo=1
;
;hist id=10 wsxx
;hist id=11 wsyy
pl create ws
pl add hist 10
pl add hist 11
;
iterate ; get all stresses to requested state
;prop fric = 0.25
get_poros
pr pmeas
sav 500\bt_str2.SAV
; 1000 kPa
new
rest bt_str1.SAV ; restore compacted assembly
set echo off
call biax_2.fis
set echo on
wall_addr
zero
SET sxxreq=-1000e3 syyreq=-1000e3 sig_tol=0.005 y_servo=1
;
;hist id=10 wsxx
;hist id=11 wsyy
pl create ws
pl add hist 10
pl add hist 11
;
iterate ; get all stresses to requested state
;prop fric = 0.25
get_poros
pr pmeas
sav 1000\bt_str2.SAV
; 2000 kPa
new
rest bt_str1.SAV ; restore compacted assembly
set echo off
call biax_2.fis
set echo on
wall_addr
zero
SET sxxreq=-2000e3 syyreq=-2000e3 sig_tol=0.005 y_servo=1

```

```

;
;hist id=10 wsxx
;hist id=11 wsyy
pl create ws
pl add hist 10
pl add hist 11
;
iterate ; get all stresses to requested state
;prop fric = 0.25
get_poros
pr pmeas
sav 2000\bt_str2.SAV
return

```

A.4—PREPARAÇÃO DA AMOSTRA PARA OS ENSAIOS DE DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES ELÁSTICAS E DE CISALHAMENTO

```

;fname: biax_3.DAT Preparation for upcoming tests.
;=====
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA
; FACULDADE DE TECNOLOGIA
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA
; MESTRADO EM GEOTECNIA
;
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS
; ELEMENTOS DISCRETOS
;
;
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.
; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.
; DATA : BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009
;
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)
;=====
; 50 kPa
new
res 50\bt_str2.sav ; restore initial stressed assembly
;
set echo off
call biax_3.fis
set echo on
;
set_ini
history id=1 conf
history id=2 devi
history id=3 deax
history id=4 devol
SET hist_rep=50
SET y_servo=0
zero
sav 50\bt_init.SAV ; ready for modulus and failure tests

; 100 kPa
new
res 100\bt_str2.sav ; restore initial stressed assembly
;
set echo off
call biax_3.fis
set echo on
;
set_ini
history id=1 conf
history id=2 devi
history id=3 deax
history id=4 devol
SET hist_rep=50
SET y_servo=0
zero
sav 100\bt_init.SAV ; ready for modulus and failure tests

; 200 kPa
new
res 200\bt_str2.sav ; restore initial stressed assembly
;
set echo off
call biax_3.fis
set echo on

```

```

;
set_ini
history id=1 conf
history id=2 devi
history id=3 deax
history id=4 devol
SET hist_rep=50
SET y_servo=0
zero
sav 200\bt_init.SAV ; ready for modulus and failure tests

; 500 kPa
new
res 500\bt_str2.sav ; restore initial stressed assembly
;
set echo off
call biax_3.fis
set echo on
;
set_ini
history id=1 conf
history id=2 devi
history id=3 deax
history id=4 devol
SET hist_rep=50
SET y_servo=0
zero
sav 500\bt_init.SAV ; ready for modulus and failure tests
;
; 1000 kPa
new
res 1000\bt_str2.sav ; restore initial stressed assembly
;
set echo off
call biax_3.fis
set echo on
;
set_ini
history id=1 conf
history id=2 devi
history id=3 deax
history id=4 devol
SET hist_rep=50
SET y_servo=0
zero
sav 1000\bt_init.SAV ; ready for modulus and failure tests
;
;
; 2000 kPa
new
res 2000\bt_str2.sav ; restore initial stressed assembly
;
set echo off
call biax_3.fis
set echo on
;
set_ini
history id=1 conf
history id=2 devi
history id=3 deax
history id=4 devol
SET hist_rep=50
SET y_servo=0
zero
sav 2000\bt_init.SAV ; ready for modulus and failure tests
;
return

```

A.5 – ENSAIO PARA DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE SECANTE E COEFICIENTE DE POISSON

```
fname: biax_5.DAT (determine elastic properties)
```

```

;=====
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA
; FACULDADE DE TECNOLOGIA
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA
; MESTRADO EM GEOTECNIA

```

```

;
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS
; ELEMENTOS DISCRETOS
;
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.
; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.
; DATA : BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009
;
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)
;=====
; 50 kPa
new
res 50\bt_init.sav
prop fric 10.0 s_bond=1e15 n_bond=1e15
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 2000
zero
set _close = 0 ; unload
accel_platens
cyc 2000
save 50\biax_5.SAV

; 100 kPa
new
res 100\bt_init.sav
prop fric 10.0 s_bond=1e15 n_bond=1e15
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 2000
zero
set _close = 0 ; unload
accel_platens
cyc 2000
save 100\biax_5.SAV

; 100 kPa
new
res 100\bt_init.sav
prop fric 10.0 s_bond=1e15 n_bond=1e15
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 2000
zero
set _close = 0 ; unload
accel_platens
cyc 2000
save 100\biax_5.SAV

; 200 kPa
new
res 200\bt_init.sav
prop fric 10.0 s_bond=1e15 n_bond=1e15
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 2000
zero
set _close = 0 ; unload
accel_platens
cyc 2000
save 200\biax_5.SAV

; 500 kPa
new
res 500\bt_init.sav
prop fric 10.0 s_bond=1e15 n_bond=1e15
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 2000
zero
set _close = 0 ; unload
accel_platens
cyc 2000
save 500\biax_5.SAV
;

```

```

; 1000 kPa
new
res 1000\bt_init.sav
prop fric 10.0 s_bond=1e15 n_bond=1e15
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 2000
zero
set _close = 0 ; unload
accel_platens
cyc 2000
save 1000\biax_5.SAV
;
; 2000 kPa
new
res 2000\bt_init.sav
prop fric 10.0 s_bond=1e15 n_bond=1e15
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 2000
zero
set _close = 0 ; unload
accel_platens
cyc 2000
save 2000\biax_5.SAV
;
return

```

A.6 – ENSAIO DE CISALHAMENTO ATÉ A RUPTURA

```

;fname: biax_6.DAT (frictional strength only, no bonds)
;=====
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA
; FACULDADE DE TECNOLOGIA
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA
; MESTRADO EM GEOTECNIA
;
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS
; ELEMENTOS DISCRETOS
;
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.
; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.
; DATA : BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009
;
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)
;=====
; 50kPa
new
res 50\bt_init.sav

hist id 1005 porosity
pl create PorosityCircle2
pl add hist 1005 vs -3

prop fric=0.5
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 30000
zero
save 50\biax_6.SAV
; 100kPa
new
res 100\bt_init.sav

hist id 1005 porosity
pl create PorosityCircle2
pl add hist 1005 vs -3

prop fric=0.5
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 30000
zero
save 100\biax_6.SAV

```

```

; 200kPa
new
res 200\bt_init.sav

hist id 1005 porosity
pl create PorosityCircle2
pl add hist 1005 vs -3

prop fric=0.5
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 30000
zero
save 200\biax_6.SAV
; 500kPa
new
res 500\bt_init.sav

hist id 1005 porosity
pl create PorosityCircle2
pl add hist 1005 vs -3

prop fric=0.5
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 30000
zero
save 500\biax_6.SAV
; 1000kPa
new
res 1000\bt_init.sav

hist id 1005 porosity
pl create PorosityCircle2
pl add hist 1005 vs -3

prop fric=0.5
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 30000
zero
save 1000\biax_6.SAV
; 2000kPa
new
res 2000\bt_init.sav

hist id 1005 porosity
pl create PorosityCircle2
pl add hist 1005 vs -3

prop fric=0.5
set _vfinal= 0.4 _nsteps= 2000 _nchunks= 80
set _close= 1 ; load
accel_platens
cyc 30000
zero
save 2000\biax_6.SAV
;
return

```

A.7-CÓDIGO AUXILIAR PARA GERAÇÃO DA AMOSTRA COM PARTÍCULAS ARREDONDADAS

```

;fname: bgen1.FIS
;=====
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA
; FACULDADE DE TECNOLOGIA
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA
; MESTRADO EM GEOTECNIA
;
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS
; ELEMENTOS DISCRETOS
;
;
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.

```

```

; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.
; DATA : BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009
;
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)
;=====
;-----
def set_tim
  tim0 = clock/100.0
end
;-----
def get_tim
  get_tim = clock/100.0 - tim0
end
;-----
def remove_balls_y
  ydel = width*2.0
;  while_stepping
;  y_del_count = y_del_count + 1
;  if y_del_count > 100
;    y_del_count = 0
;    bp = ball_head
;    loop while bp # null
;      next = b_next(bp)
;      if b_y(bp) < y_del
;        ii = b_delete(bp)
;      end_if
;      bp = next
;    end_loop
;  end_if
end
;-----
def remove_balls_x
  xdel = height*2.0
;  while_stepping
;  x_del_count = x_del_count + 1
;  if x_del_count > 100
;    x_del_count = 0
;    bp = ball_head
;    loop while bp # null
;      next = b_next(bp)
;      if b_x(bp) < x_del
;        ii = b_delete(bp)
;      end_if
;      bp = next
;    end_loop
;  end_if
end
;-----
; Creates the assembly of discs
;-----
def expand
;--- derived data ---
;poros = void_ratio/(1.0+void_ratio)
tot_vol = width*height
mult   = 1.6   ; initial radius multiplication factor
;n0    = 1.0 - (1.0 - poros) / mult^2
rlo    = rhi/rat
rbar   = 0.5 * (rlo + rhi)
num    = int((1.0 - poros) * tot_vol / (pi * rbar^2))
rlo_0  = rlo / mult
rhi_0  = rhi / mult
; para especificar o numero de elementos diretamente
;r0    = sqrt(height*width*(1.0 - n0)/(pi*num))
;rlo_0 = 2.0 * r0 / (1.0 + rat)
;rhi_0 = rat * rlo
;--- add four walls which extend by 50% beyond width and height
; to be sure to contain balls during subsequent wall movement
extend = 0.15
_x0 = -extend*width
_y0 = 0.0
_x1 = width*(1.0 + extend)
_y1 = 0.0
command
  wall id=1 ks=s_stiff kn=n_stiff ks=s_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command
_x0 = width
_y0 = -extend*height

```

```

_x1 = width
_y1 = height*(1.0 + extend)
command
  wall id=2 ks=s_stiff kn=n_stiff ks=s_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command
_x0 = width*(1.0 + extend)
_y0 = height
_x1 = -extend*width
_y1 = height
command
  wall id=3 ks=s_stiff kn=n_stiff ks=s_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command
_x0 = 0.0
_y0 = height*(1.0 + extend)
_x1 = 0.0
_y1 = -extend*height
command
  wall id=4 ks=s_stiff kn=n_stiff ks=s_stiff nodes (_x0,_y0) (_x1,_y1)
end_command
;--- generate the balls and give them their properties
command
  gen id=1,num rad=rlo_0,rhi_0 x=0,width y=0,height no_shadow tries 1000000
  prop dens=density ks=s_stiff kn=n_stiff
end_command
get_poros
mult = sqrt((1.0 - poros) / (1.0 - pmeas))
command
  ini rad mul mult
  cycle 5000
  prop fric ini_fric
  solve
end_command
end
; -----
def cws ; change lateral wall stiffnesses
w_stiff= n_stiff/10.0 ; make lateral wall stiffness=1/10 of ball stiffness
command
  wall id 2 kn=w_stiff ks=w_stiff
  wall id 4 kn=w_stiff ks=w_stiff
end_command
end
; -----
def get_poros
sum = 0.0
bp = ball_head
loop while bp # null
  sum = sum + pi * b_rad(bp)^2
  bp = b_next(bp)
end_loop
pmeas = 1.0 - sum / (width * height)
end
; -----
def get_poros_void
sum = 0.0
bp = ball_head
loop while bp # null
  sum = sum + pi * b_rad(bp)^2
  bp = b_next(bp)
end_loop
pmeas = 1.0 - sum / (width * height)
vmeas = pmeas/(1-pmeas)
end
; -----
def change_fric
command
  prop fric fin_fric
  solve
end_command
end
; -----
def apply_gravity
command
  set grav 0 -9.810
  solve
end_command
end
; -----

```



```

def remove_topwall
  command
    del wall 3
  end_command
end
; -----
def add_measCircles
;
array xi(9)
rx = width/10
loop m(1,9)
  xi(m) = rx*m
end_loop
;
kk = 10
array yy(10)
delta = height/kk
y0 = delta/2
yy(1) = y0
loop n(2,10)
  yy(n) = y0 + delta
  y0 = yy(n)
  ; table
  ytable(1,n) = y0
  ytable(2,n) = y0
end_loop

; radius
rr = delta/2.0

; create the circles
k = 1
loop m (1,10)
  yi = float(yy(m))
  loop n (1,9)
    xx = xi(n)
    command
      meas id = k x = xx y = yi rad = rr
    end_command
    k = k + 1
  end_loop
end_loop
; compute the sresses
; actual values of stress and strain rate
loop m(1,90)
  mp = find_meas(m)
  ii = measure (mp,1)
end_loop
;command
;print meas m
;end_command
; gets the values of syy and sxx an stores
; it on arrays
array syy(10)
array sxx(10)
k = 1
loop m (1,10)
  syy_meas = 0
  sxx_meas = 0
  loop n (1,9)
    mp = find_meas(k)
    syy_meas = syy_meas + (-m_s22(mp))
    sxx_meas = sxx_meas + (-m_s11(mp))
    ;counter for circles
    k = k + 1
  end_loop
  ;i = out (''+string(-m_s22(mp)) + 'k=' + string(k))

  syy_meas = syy_meas/9.0
  sxx_meas = sxx_meas/9.0
  syy(m)=' ' + string(syy_meas)
  sxx(m)=' ' + string(sxx_meas)
  xtable(1,m) = syy_meas
  xtable(2,m) = sxx_meas

end_loop
; write the values of syy on file

```

```

status = open('syy_meas.txt', 1, 1)
status = write(syy,10)
status = close
; write the values of sxx on file
status = open('sxx_meas.txt', 1, 1)
status = write(sxx,10)
status = close
end
; -----
def meas_poros
mean_poros = 0.0
loop m(2,5)
    mp = find_meas(m)
    ii = measure (mp,1)
    mean_poros = mean_poros + m_poros(mp)
end_loop
meas_poros = mean_poros/4.0
end
; -----
def add_measCircles_Biax
;
kk = 6
array yyi(6)
delta = height/kk
y0 = delta/2
yyi(1) = y0
loop n(2,6)
    yyi(n) = y0 + delta
    y0 = yyi(n)
; table
    ytable(1,n) = y0
    ytable(2,n) = y0
end_loop

; radius
rr = delta/2.0

; create the circles
loop m (1,6)
    yi = float(yyi(m))
    xx = width/2.0
    command
        meas id = m x = xx y = yi rad = rr
    end_command
end_loop
; compute the sresses
; actual values of stress and strain rate
loop m(1,6)
    mp = find_meas(m)
    ii = measure (mp,1)
end_loop
end
; =====
def write_dist
array radii(4000)
bp = ball_head
i = 1
loop while bp # null
    radii(i) = ' ' + string(b_rad(bp))
    bp = b_next(bp)
    i = i + 1
end_loop
status = open('radii.txt', 1, 1)
status = write(radii,num)
status = close
end
; =====
def coord_number
xc = width/2.0
yc = height/2.0
command
    set echo off
    meas id 100 x xc y yc rad xc
end_command
mp = find_meas(100)
coord_number = m_coord(mp)
end

```

```
; =====  
; EOF: bgen1.FIS
```

A.8-CÓDIGO AUXILIAR PARA GERAÇÃO DA AMOSTRA COM PARTÍCULAS ANGULOSAS

```
; FNAME: CLUSTER_AUX.FIS  
; =====  
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA  
; FACULDADE DE TECNOLOGIA  
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA  
; MESTRADO EM GEOTECNIA  
;  
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS  
; ELEMENTOS DISCRETOS  
;  
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.  
; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.  
; DATA : BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009  
;  
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)  
; =====  
; ----- zap_walls -----  
; FUNCTION : zap_walls  
; PURPOSE : This FISH function deletes all walls within a  
; given ID range.  
; VARIABLES: _start_id -- starting id for range  
; _end_id -- ending id for range  
; msg -- contains return message string  
; USE : a) assign values to _start_id and _end_id  
; b) execute zapwalls  
;  
; ----- Cluster creation functions-----  
; FUNCTIONS: make_cluster and glom_balls  
; PURPOSE : These functions allow the user to easily create clusters  
; of particles.  
; VARIABLES: copy the following block to the start of your data file  
; where you will then easily be able to initialize various  
; options.  
; cl_pbs = 0 ; parallel bond shear strength  
; cl_pbn = 0 ; parallel bond normal strength  
; cl_pbkn = 0 ; parallel bond normal stiffness  
; cl_pbks = 0 ; parallel bond shear stiffness  
; cl_pbr = 0 ; parallel bond radius  
; cl_kn = 1e7 ; particle normal stiffness  
; cl_ks = 1e7 ; particle shear stiffness  
; cl_nb = 1e6 ; contact bond normal strength  
; cl_sb = 1e6 ; contact bond shear strength  
; cl_fric = 0.2 ; particle friction coefficient  
; cl_dens = 2000 ; particle density  
; cl_diam = 2.0 ; cluster diameter -- approximate  
; cl_damp = 5.0 ; cluster internal damping factor  
; cl_pack = 1 ; cluster packing shape 1=close 2=spread  
; cl_balls = 6 ; number of particles in cluster - max 7  
; cl_tight = 0.99 ; tightness of packing in cluster  
;  
; There are two return variables of specific value:  
; mc_start_id -> starting id for current group of clusters  
; mc_end_id -> ending id for current group of clusters  
;  
; USE : a) set the above variables  
; b) create some particles  
; c) identify a range of these particles which are to be  
; turned into clusters eg SET start_id = 6 end_id = 17  
; d) run make_cluster  
; e) the clusters created may be grouped into a range  
; using the mc_start_id and mc_end_id variables.  
; eg RANGE NAME myname ID mc_start_id mc_end_id  
; f) make fresh SETtings and go again if needed.  
;  
; ----- finds the place and sets up the data for the cluster -----  
def make_cluster  
mcbp = ball_head ; local ball pointer storage  
b_max_id = max_bid  
mc_start_id = b_max_id + 1 ; start id for this group of clusters  
num_range = end_id-start_id+1 ; number of main particles involved  
num_done = 0 ; number of main particles completed
```

```

section
  loop while mcbp # null      ; this way we step thru balls once
    next_mcbp = b_next(mcbp) ; need to collect now before ball deleted
    if b_id(mcbp) >= start_id ; is current ball in required range?
      if b_id(mcbp) <= end_id
        glom_balls          ; yes, so glom us a cluster
        num_done = num_done + 1
      endif
    endif
    if num_done = num_range  ; jump off the train
      exit section
    endif
    mcbp = next_mcbp
  endloop
endsection
mc_end_id = b_max_id          ; last id for this collection
damp_clusters                 ; damp out internal motion
end

;----- given basic data, create particles in a cluster -----
def glom_balls
  b_max_id = b_max_id + 1      ; will be id for new main ball
  clust_start_id = b_max_id    ; start id of cluster balls
  mb_id = b_id(mcbp)          ; main ball id
  mb_rad = b_rad(mcbp)        ; main ball radius
  mb_x = b_x(mcbp)           ; main ball x coord
  mb_y = b_y(mcbp)           ; main ball y coord
  command
    del ball range id mb_id mb_id ; make contiguous id range for cluster
    ball id clust_start_id x mb_x y mb_y rad mb_rad
  endcommand
  start_ang = urand * 2.0 * pi ; random orientation for cluster
  if cl_tight <= 0.0          ; governs overlap of cluster particles
    cl_tight = 1.0
  endif
  pc_rad = 2.0 * mb_rad * cl_tight
  if cl_balls >= 7            ; limit of 7 particles
    cl_balls = 7
  endif
  if cl_pack = 1
    inc_ang = 2.0 * pi / (float(cl_balls) - 1.0)
  else
    inc_ang = pi / 3.0
  endif
  endloop
  loop j (1, cl_balls - 1)
    b_max_id = b_max_id + 1
    xx = pc_rad * cos(start_ang) + mb_x
    yy = pc_rad * sin(start_ang) + mb_y
    command
      ball id b_max_id x xx y yy rad mb_rad
    endcommand
    start_ang = start_ang + inc_ang
  endloop
  command
    range name temp id clust_start_id b_max_id
    prop pb_s cl_pbs pb_n cl_pbn range temp
    prop pb_kn cl_pbkn pb_ks cl_pbks pb_r cl_pbr range temp
    prop kn cl_kn ks cl_ks n_b cl_nb s_b cl_sb range temp
    prop fric cl_fric dens cl_dens range temp
  endcommand

  if make_clumps # 0
    command
      clump range temp
    end_command
  end_if
end

;-----
; set_zero_clump
;-----
def set_zero_clump
  clp = clump_head
  loop while clp # null
    cl_xvel(clp) = 0.0
    cl_yvel(clp) = 0.0
    cl_rvel(clp) = 0.0
  endloop
end

```

```

    clp = cl_next(clp)
  end_loop
end

;-----
; do_cycle
;-----
; reach equilibrium easily
def do_cycle
  loop i (1,10)
    command
      cyc 500
    end_command
    set_zero_clump
  end_loop
end

```

A.9-CÓDIGO AUXILIAR PARA CÁLCULO DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES

```

;FNAME: BIAx_2.FIS
;=====
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA
; FACULDADE DE TECNOLOGIA
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA
; MESTRADO EM GEOTECNIA
;
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS
; ELEMENTOS DISCRETOS
;
;
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.
; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.
; DATA : BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009
;
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)
;=====
;-----
def get_poros
  sum = 0.0
  bp = ball_head
  loop while bp # null
    sum = sum + pi * b_rad(bp)^2
    bp = b_next(bp)
  end_loop
  pmeas = 1.0 - sum / (width * height)
end
;-----
def get_ss ; determine average stress and strain at walls
  xdif = w_x(wadd2) - w_x(wadd4)
  ydif = w_y(wadd3) - w_y(wadd1)
  ;new_xwidth = bg_w + xdif
  ;new_height = bg_h + ydif
  new_xwidth = width + xdif
  new_height = height + ydif
  wsxx = 0.5 * (w_xfob(wadd4) - w_xfob(wadd2)) / (new_height * 1.0)
  wsyy = 0.5 * (w_yfob(wadd1) - w_yfob(wadd3)) / (new_xwidth * 1.0)
  wexx = 2.0 * xdif / (width + new_xwidth)
  weyy = 2.0 * ydif / (height + new_height)
  wevol = wexx + weyy
end
;-----
def get_gain ; determine servo gain parameters for x and y
  alpha = 0.5 ; relaxation factor
  count = 0
  avg_stiff = 0
  cp = contact_head ; find avg. number of contacts on x-walls
  loop while cp # null
    if c_ball1(cp) = wadd2
      count = count + 1
      avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball1(cp) = wadd4
      count = count + 1
      avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball2(cp) = wadd2
      count = count + 1
      avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
  end_loop

```

```

    if c_ball2(cp) = wadd4
        count = count + 1
        avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    cp = c_next(cp)
end_loop
nxcount = count / 2.0
avg_stiff = avg_stiff / count
gx = alpha * (height * 1.0) / (avg_stiff * nxcount * tdel)
count = 0
avg_stiff = 0
cp = contact_head      ; find avg. number of contacts on y-walls
loop while cp # null
    if c_ball1(cp) = wadd1
        count = count + 1
        avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball1(cp) = wadd3
        count = count + 1
        avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball2(cp) = wadd1
        count = count + 1
        avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    if c_ball2(cp) = wadd3
        count = count + 1
        avg_stiff = avg_stiff + c_kn(cp)
    end_if
    cp = c_next(cp)
end_loop
nycount = count / 2.0
avg_stiff = avg_stiff / count
gy = alpha * (width * 1.0) / (avg_stiff * nycount * tdel)
end
; -----
def servo
    while_stepping
        get_ss          ; compute stresses & strains
        udx = gx * (wsxx - sxxreq)
        w_xvel(wadd4) = udx
        w_xvel(wadd2) = -udx
        if y_servo = 1      ; switch stress servo on or off
            udy = gy * (wsyy - syyreq)
            w_yvel(wadd1) = udy
            w_yvel(wadd3) = -udy
        end_if
    end
; -----
def iterate
    loop while 1 # 0
        get_gain
        if abs((wsxx - sxxreq)/sxxreq) < sig_tol then
            if abs((wsyy - syyreq)/syyreq) < sig_tol then
                exit
            end_if
        end_if
        command
            cycle 100
        end_command
    end_loop
end
; -----
def wall_addr
    wadd1 = find_wall(1)
    wadd2 = find_wall(2)
    wadd3 = find_wall(3)
    wadd4 = find_wall(4)
end
;

```

A.10-CÓDIGO AUXILIAR PARA APLICAÇÃO DE CARREGAMENTO CÍCLICO

```

;FNAME: BIAX_7.FIS
;=====
; UNIVERSIDADE DE BRASILIA

```

```

; FACULDADE DE TECNOLOGIA
; PROGRAMA DE POS-GRADUACAO EM GEOTECNIA
; MESTRADO EM GEOTECNIA
;
; TITULO: COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES USANDO O METODO DOS
; ELEMENTOS DISCRETOS
;
;
; AUTOR: CARLOS EDUARDO VERAS NEVES, Eng.
; ORIENTADOR: MARCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD.
; DATA : BRASILIA, 12 DE MARCO DE 2009
;
; CODIGO BASEADO EM ITASCA (2004)
;=====
;
; cyclic loading
;
def do_cyclic
  loop i(1,30)
    ; loading
    command
      set _close= 1 ; load
      accel_platens
    end_command
    loop while devi > -2.0e6
      command
        cyc 15
      end_command
    end_loop
    ; unloading
    command
      zero
      set _close = 0 ; unload
      accel_platens
    end_command
    loop while devi < 0
      command
        cyc 15
      end_command
    end_loop
  end_loop
end

```