

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

REDUÇÃO DE ORDEM DE MODELOS
PARAMETRIZADOS COM APLICAÇÕES À ANÁLISE DE
ESTABILIDADE ELETROMECHANICA A PEQUENOS
SINAIS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

YUSSEF GUARDIA ISMAEL ACLE

ORIENTADOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS

TESE DE DOUTORADO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

PUBLICAÇÃO: PPGEE.TD - 158/2019

BRASÍLIA/DF: NOVEMBRO - 2019

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

REDUÇÃO DE ORDEM DE MODELOS
PARAMETRIZADOS COM APLICAÇÕES À ANÁLISE DE
ESTABILIDADE ELETROMECCÂNICA A PEQUENOS
SINAIS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

YUSSEF GUARDIA ISMAEL ACLE

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Francisco Damasceno Freitas, Dr. (ENE-UnB)
(Orientador)

Prof. Felipe Vigolvinho Lopes, Dr. (ENE-UnB)
(Examinador Interno)

Prof. Fernando Augusto Moreira, Dr. (UFBA)
(Examinador Externo)

Prof. Walter Barra Jr., Dr. (UFPA)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, NOVEMBRO DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA

ACLE, YUSSEF GUARDIA ISMAEL

REDUÇÃO DE ORDEM DE MODELOS PARAMETRIZADOS
COM APLICAÇÕES À ANÁLISE DE ESTABILIDADE
ELETROMECAÂNICA A PEQUENOS SINAIS EM
SISTEMAS DE POTÊNCIA.

[Distrito Federal] 2019.

xxiv, 252 páginas, 297 mm (ENE/FT/UnB, Doutor, Engenharia Elétrica,
2019). Tese de Doutorado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Elétrica.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------|
| 1. Redução de Ordem Paramétrica | 2. Truncamento Balanceado |
| 3. Métodos ADI | 4. Ajuste de PSS |
| I. ENE/FT/UnB | II. Título |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Acle, Y. G. I. (2019). REDUÇÃO DE ORDEM DE MODELOS PARAMETRIZADOS COM APLICAÇÕES À ANÁLISE DE ESTABILIDADE ELETROMECAÂNICA A PEQUENOS SINAIS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGE.TD-158/2019, Departamento de Engenharia Elétrica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 252 páginas.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Yussef Guardia Ismael Acle

TÍTULO: REDUÇÃO DE ORDEM DE MODELOS PARAMETRIZADOS COM APLICAÇÕES À ANÁLISE DE ESTABILIDADE ELETROMECAÂNICA A PEQUENOS SINAIS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

GRAU / ANO: Doutor em Engenharia Elétrica / 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Yussef Guardia Ismael Acle

Brasília – DF

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente a Deus, por ter me concedido saúde, força e disciplina para completar mais esta etapa, para iniciar uma nova. Sem Ele, nada disso seria possível. Também sou grato ao Senhor por ter dado saúde aos meus familiares e tranquilizado o meu espírito nos momentos mais difíceis da minha trajetória acadêmica até então. Agradeço todas as bênçãos que recaíram, não só sobre mim, mas também sobre todos aqueles que ao meu lado.

Agradeço pela oportunidade de realizar este trabalho de doutorado do curso de Engenharia Elétrica, que me forneceu esta importantíssima formação acadêmica. Agradeço a todos os professores que de alguma forma contribuíram com a minha trajetória acadêmica, especialmente ao Professor Francisco Damasceno, responsável pela ajuda e orientação do meu projeto. Obrigado por esclarecer tantas dúvidas e ser tão atencioso e paciente. Agradeço aos senhores desta banca examinadora, pelas contribuições que puderam agregar a este trabalho e a trabalhos futuros. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Nível superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Agradeço à Universidade de Brasília, por me proporcionar um ambiente criativo e amigável para os estudos. Sou grato a cada membro do corpo docente, à direção e a administração dessa instituição de ensino. Agradeço também a todos os queridos professores e acadêmicos que já conheci, inclusive de outros níveis de ensino, mas igualmente importantes em minha formação, e cujas aulas tive a honra de assistir e participar.

Agradeço à minha família, que esteve sempre ao meu lado. Espero que este trabalho possa expressar minha gratidão. Com esta etapa concluída, espero poder ajudar de maneira mais eficiente e melhor.

Aos meus amigos, agradeço por todo respeito, força, incentivo e apoio incondicional. Assim como estiveram sempre ao meu lado, espero sempre poder retribuir e estar presente em futuras ocasiões.

REDUÇÃO DE ORDEM DE MODELOS PARAMETRIZADOS COM APLICAÇÕES À ANÁLISE DE ESTABILIDADE ELETROMECAÂNICA A PEQUENOS SINAIS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

AUTOR: Yussef Guardia Ismael Acle

ORIENTADOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS

Trabalho de Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília. Brasília/DF: 18 DE NOVEMBRO - 2019

Palavras-chave: Redução de Ordem Paramétrica de Modelo, Estabilidade a pequenos sinais, Truncamento Balanceado, Método ADI, SLRCF-ADI, Matriz Jacobiana Aumentada, Estabilizador de Sistemas de Potência, PacDyn

RESUMO

Este trabalho propõe, detalha e investiga quatro abordagens para Redução de Ordem Paramétrica de Modelos (ROPM) de Sistema Elétrico de Potência (SEP) de grande porte, aplicadas em estabilidade eletromecânica a pequenos sinais. Cada abordagem é aplicada sobre um sistema na representação esparsa de sistema descritor com matriz jacobiana aumentada, resultando em um modelo de ordem reduzida (MOR) com acesso explícito a determinados parâmetros de interesse do sistema original de ordem completa (FOM). O método não-paramétrico de Truncamento Balanceado via SLRCF-ADI foi empregado como parte do método de ROPM proposto.

A 1ª abordagem proposta considera as matrizes de transformação de ordem, obtidas na ROM em determinada configuração de parâmetros, como constantes para gerar MORs em outros valores de parâmetros. A 2ª abordagem retira do sistema FOM as equações associadas a Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESP) e outros dispositivos, realiza a ROM e, em seguida, utiliza a metodologia proposta de ROPM para reacoplar estas equações ao MOR. A 3ª abordagem é semelhante à 2ª, porém retira do sistema apenas as equações que contém os parâmetros de interesse. A 4ª abordagem associa equações de ramos em paralelo a equações que contenham parâmetros de interesse, realiza a ROM sem estes ramos paralelos, e os reacopla ao sistema reduzido.

Testes foram efetuados em 3 modelos de grande porte de SEP buscando-se avaliar o desempenho de cada abordagem de ROPM em diferentes circunstâncias. As abordagens foram aplicadas em testes com variação paramétrica, no ajuste de ESPs via análise de lugar geométrico das raízes, na preservação de algumas não-linearidades (incluindo atraso no tempo), na preservação de grandes subsistemas de geração-transmissão, etc. Apesar dos infrutíferos resultados para a 1ª abordagem, as 2ª, 3ª e 4ª abordagens apresentaram excelentes resultados quanto às suas capacidades de manter resposta em frequência, no tempo e estabilidade de seus modos muito próximos ao comportamento do sistema original FOM, a níveis de erro aceitáveis. Embora a 4ª abordagem tenha apresentado melhor custo-benefício em algumas ocasiões, a 2ª abordagem se destacou como a opção mais robusta, de mais fácil implementação, com menores ordens de redução, para um melhor desempenho dada variação paramétrica. Vale ressaltar que a metodologia proposta apresenta caráter bastante geral e, por isso, pode ser aplicável em diversos outros campos da engenharia, Física e Química.

PARAMETERIZED MODEL ORDER REDUCTION WITH APPLICATIONS IN SMALL-SIGNAL ELECTROMECHANICAL STABILITY OF POWER SYSTEMS

AUTHOR: Youssef Guardia Ismael Acle

SUPERVISOR & ADVISOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS

Concluding Thesis of Electrical Engineering PhD's Degree – Electrical Engineering Graduate Program
at University of Brasilia. Brasília/DF: NOVEMBER, 18 - 2019

Keywords: Parametric Model Order Reduction, Small-signal Stability, Balanced Truncation, ADI
method, SLRCF-ADI, Unreduced Jacobian Matrix, Power System Stabilizer, PacDyn

ABSTRACT

This work proposes and investigates four approaches for parametric model order reduction (PMOR) of large scale power system models used for small-signal stability. Each PMOR approach is determined considering a power system model based on a highly sparse descriptor system representation also known as unreduced Jacobian matrix approach. The problem formulation is established in such way to preserve explicit access to parameters of the original full order model (FOM) problem at the Reduced Order Model (ROM). Balanced Truncation via SLRCF-ADI method was employed as part of the proposed PMOR method.

The 1st PMOR approach assumes that the transformation matrices used to determine the PMOR are constant, because they are computed for fixed parameters. Despite being constant, they are employed to compute MORs for a local parameter variation range. The 2nd approach considers that the equations associated with a given controller or device are removed from the FOM. Then a MOR is computed from the remaining FOM. After this step, the removed equations are reincorporated to the ROM. The 3rd PMOR approach is similar to the second one; but it removes from the FOM only the equations that contain parameters of interest. The 4th approach associates parallel branches equations to those that contain only parameters of interest. MOR is computed without the parallel branches, which are finally recoupled to the ROM.

Experiments were performed in 3 large-scale power system models in order to evaluate each PMOR approach performance. The approaches were employed for testing parametric variations, tuning Power System Stabilizer (PSS) via *Root Locus* analysis, preserving selected nonlinearities (including time delays), preserving giant generation subsystems, etc. Despite the 1st approach being unfruitful, the 2nd, 3rd and 4th PMOR approaches presented excellent performances regarding their capacity to maintain frequency and time responses and modal stability very close to the original FOM system behavior. Yet the 4th approach presented better solutions at few occasions during test results, the 2nd approach presented itself as the most robust, easy-to-implement option, requiring the lowest order of reduction, for the best performance regarding range of parameter changing. It is worth mentioning that the proposed PMOR method is conceived in a very general format, so it might be also applied to many other fields of Engineering, Physics and Chemistry.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	MOTIVAÇÃO DESTE TRABALHO	2
1.2	OBJETIVOS DESTE TRABALHO	6
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
1.4	CONTRIBUIÇÕES DESTA TESE	15
1.5	PUBLICAÇÕES DO DOUTORADO	16
1.6	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	MATRIZES, AUTOVALORES E AUTOVETORES	19
2.2	ORTONORMALIZAÇÃO E DECOMPOSIÇÕES MATRICIAIS	21
2.3	REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS E SISTEMA DESCRITOR	23
2.4	ESPARSIDADE DE MATRIZES E OPERAÇÕES IMPLÍCITAS	25
2.5	ESTABILIDADE E EQUAÇÃO MATRICIAL DE LYAPUNOV	29
2.6	TRUNCAMENTO BALANCEADO DE FORMA GERAL	31
2.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO	36
3	MÉTODO ADI	37
3.1	<i>Alternating Direction Implicit</i> (ADI)	37
3.2	MELHORIAS DO MÉTODO DE TRABALHOS ANTERIORES	38
3.3	OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS ADI	43
3.4	RAZÕES PARA A ESCOLHA DESTE MÉTODO	44
3.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO	44
4	MODELAGEM DE SEP E PACDYN	45
4.1	TRANSFORMADOR DE DOIS ENROLAMENTOS	45
4.2	LINHAS DE TRANSMISSÃO	47
4.3	MATRIZ DE ADMITÂNCIA DE BARRA	49
4.4	PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA	50
4.5	GERADOR SÍNCRONO	51
4.6	NOÇÕES DE ESTABILIDADE ELETROMECÂNICA	53

4.7	REGULADOR DE TENSÃO E PSS	54
4.8	INFORMAÇÕES ADICIONAIS DO PACDYN	57
4.9	EXEMPLO COM SISTEMA MÁQUINA-BARRA INFINITA	59
4.10	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO	63
5	ABORDAGENS PARA REDUÇÃO PARAMÉTRICA	64
5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	64
5.2	ABORDAGEM NO. 1	65
5.3	ABORDAGEM NO. 2	66
5.4	ABORDAGEM NO. 3	71
5.5	ABORDAGEM NO. 4	74
5.6	PROPOSTA DE PADRONIZAÇÃO PARA AS ABORDAGENS 3 E 4	77
5.7	PROPOSTA DE MELHORAMENTO DO MÉTODO DE ROPM	80
5.8	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO	81
6	RESULTADOS DE TESTES COMPUTACIONAIS	83
6.1	ANÁLISE PRÉVIA E CONDIÇÕES DE REALIZAÇÃO DOS TESTES COM O SISTEMA TESTE #1	85
6.2	TESTES DE DESEMPENHO DAS ABORDAGENS PROPOSTAS COM O SISTEMA TESTE #1	99
6.2.1	TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 1	99
6.2.2	TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 2	106
6.2.3	TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 3	109
6.2.4	TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 4	112
6.2.5	COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS	116
6.3	AJUSTE DE PSS VIA <i>Root Locus</i> COM O SISTEMA TESTE #1	120
6.3.1	SISTEMA TESTE COMPLETO (FOM)	122
6.3.2	SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 1	125
6.3.3	SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 2	128
6.3.4	SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 3	130
6.3.5	SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 4	132
6.3.6	COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS	134
6.4	ANÁLISE PRÉVIA E CONDIÇÕES DE REALIZAÇÃO DOS TESTES COM O SISTEMA TESTE #2	138
6.5	TESTES DE DESEMPENHO DAS ABORDAGENS PROPOSTAS COM O SISTEMA TESTE #2	145
6.6	TESTES ENVOLVENDO NÃO-LINEARIDADES COM O SISTEMA TESTE #2	161
6.7	TESTES DE GRANDE ESTRESSE NA ROPM DO SISTEMA TESTE #2 .	217

6.8	ANÁLISE PRÉVIA E CONDIÇÕES DE REALIZAÇÃO DOS TESTES COM O SISTEMA TESTE #3	223
6.9	TESTES DE ROPM COM O SISTEMA TESTE #3	225
6.10	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO	230
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	233
7.1	CONCLUSÕES GERAIS	233
7.2	SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	236
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	237
	APÊNDICE A	245
	APÊNDICE B	247
	APÊNDICE C	250
	APÊNDICE D	252

Lista de Tabelas

4.1	Tabela das variáveis do PSS.	61
6.1	Parâmetros selecionados e valores iniciais \mathbf{p}_0 para Sistema Teste #1 . .	86
6.2	Polos Indesejáveis e os respectivos fatores de participação, em módulo .	93
6.3	Polos e fatores de participação resultantes, em módulo, após pequeno ajuste nos PSSs de Espora e Capivara.	95
6.4	Definição de outras configurações de parâmetros em \mathbf{p}	105
6.5	Definição de outras configurações de parâmetros em \mathbf{p}	114
6.6	Valores médios de Tempo de Processamento (TP)	119
6.7	Parâmetros selecionados e valores iniciais \mathbf{p}_0 para Sistema Teste #2 . .	139
6.8	Dados do MOR gerado por cada abordagem	145
6.9	Dados do MOR gerado por cada abordagem	170
6.10	Valores médios de Tempo de Processamento (TP)	218
6.11	Parâmetros selecionados e valores iniciais \mathbf{p}_0 para Sistema Teste #3 . .	223

Lista de Figuras

1.1	Erro entre FOM e o respectivo MOR, para uma configuração do parâmetro p_1	3
1.2	Erro entre FOM e o respectivo MOR, para diferentes valores do parâmetro p_1	4
1.3	Comportamento normalmente obtido com a interpolação de MORs para valores intermediários do parâmetro p_1	5
1.4	Ilustração, na curva em cor verde, do comportamento desejado de um modelo reduzido em relação ao parâmetro p_1	6
2.1	Estrutura matricial da matriz de estado A	26
2.2	Estrutura matricial da matriz jacobiana aumentada A_a	26
4.1	(a) Diagrama unifilar ilustrando modelo de transformador com dois enrolamentos, com tap do lado da barra m ; (b) Circuito elétrico equivalente em π para representar um transformador com tap.	46
4.2	(a) Modelo de transformador com tap em ambos os lados; (b) Circuito equivalente do transformador com tap em ambos os lados.	46
4.3	(a) Modelo de LT diferencial com a distância; (b) Modelo π -nominal de LT com parâmetros concentrados.	48
4.4	(a) Modelo de gerador síncrono de polos salientes; (b) Diagrama da Transformada de Park.	52
4.5	Modelo de RAT estático rápido.	55
4.6	Modelo de RAT de Excitação IEEE do tipo 1.	55
4.7	Modelo de RAT de Excitação IEEE do tipo 2.	56
4.8	Modelo com topologia genérica de PSS com um ganho, dois estágios de avanço/atraso de fase e um bloco <i>washout</i>	56
4.9	Diagrama para variáveis de entrada no sistema gerado pelo PACDYN.	58
4.10	Estrutura utilizada pelo PacDyn para a construção da matriz Jacobiana aumentada.	59
4.11	Modelo PSS com blocos LDLG decompostos conforme PacDyn.	59
4.12	Modelo de sistema máquina-barra infinita.	60

4.13	Diagrama de blocos do sistema exemplo com PSS em detalhes.	60
4.14	Diagrama de blocos do sistema exemplo com ramos LDLG do PSS desmembrados.	61
4.15	(a) <i>Root Locus</i> do sistema exemplo para variação do ganho do PSS; (b) Ampliação do mesmo <i>Root Locus</i>	62
5.1	Diagrama da abordagem nº 2.	67
5.2	Modelo genérico de PSS.	72
5.3	Modelo genérico de PSS conforme PacDyn.	72
5.4	Região problemática do PSS após se retirar eq. (5.29).	73
5.5	Acréscimo de variáveis auxiliares ao PSS para contornar problema na Fig. 5.4.	74
5.6	Desmembramento de ramos do PSS com parâmetros de interesse.	74
5.7	Acréscimo de ramos em paralelo ao modelo de PSS.	75
5.8	Desmembramento dos ramos em paralelo no PSS.	76
5.9	Acréscimo de variáveis auxiliares aos ramos em paralelo no PSS.	76
5.10	Desmembramento de ramos do PSS conforme abordagem nº 4.	77
5.11	Diagrama para equações adicionais.	78
5.12	Diagrama de bloco de avanço e atraso decomposto em dois ramos paralelos.	79
6.1	Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros.	87
6.2	Diagrama de blocos do PSS de Jacuí com os parâmetros.	87
6.3	Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros.	88
6.4	Diagrama linearizado do PSS de Xingó com os parâmetros.	89
6.5	Região de polos estáveis no plano complexo.	90
6.6	Região de polos estáveis com amortecimento adequado.	91
6.7	Região de polos estáveis com pouco amortecimento.	91
6.8	Polos do sistema original no plano complexo.	92
6.9	Polos do sistema original no plano complexo (ampliado).	92
6.10	Polos do sistema após pequeno ajuste nos PSSs das usinas de Espora e Capivara.	94
6.11	Magnitude da resposta em frequência H_{11}	97
6.12	Magnitude das demais respostas em frequência H_{ij}	98
6.13	(a) Resposta em frequência para diferentes números de iterações ADI; (b) Desvio em frequência para diferentes números de iterações ADI.	99
6.14	(a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.	100
6.15	IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado.	100

6.16	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes números de iterações ADI.	101
6.17	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes ordens do MOR.	102
6.18	Polos do sistema teste quando $\gamma_{Itaipu} = 0.2184$	102
6.19	Ilustração do efeito de polo sobre eixo imaginário.	103
6.20	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes números de iterações ADI.	104
6.21	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes ordens do MOR.	104
6.22	IER na variação de γ_{Itaipu} , ROM em diferentes parâmetros.	105
6.23	IER na variação de γ_{Xingo} , ROM em diferentes parâmetros.	105
6.24	IER em função da ordem k utilizada pelo método ADI, sistema teste original e auxiliares.	106
6.25	(a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.	107
6.26	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k	108
6.27	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k	108
6.28	IER em função da ordem k utilizada pelo método ADI, sistema teste original e auxiliares.	109
6.29	(a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.	110
6.30	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k	111
6.31	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k	111
6.32	IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado.	112
6.33	(a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.	113
6.34	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k	113
6.35	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k	114
6.36	IER na variação de γ_{Itaipu} , ROM em diferentes parâmetros.	115
6.37	IER na variação de γ_{Xingo} , ROM em diferentes parâmetros.	115
6.38	IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado, diferentes abordagens.	116
6.39	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes abordagens, $k = 200$	117
6.40	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes abordagens, $k = 200$	118
6.41	<i>Root Locus</i> do sistema teste pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	122
6.42	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema completo que resulta na estabilização.	124
6.43	<i>Root Locus</i> de ajuste no sistema completo FOM que resulta na estabilização.	124

6.44	<i>Root Locus</i> do sistema resultante da Abordagem 1 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	125
6.45	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema resultante da Abordagem 1 que resulta na estabilização do sistema teste.	126
6.46	(a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 1 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.	127
6.47	<i>Root Locus</i> do sistema resultante da Abordagem 2 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	128
6.48	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema MOR resultante da Abordagem 2 que resulta na estabilização do sistema teste.	129
6.49	(a) Resposta no tempo ao degrau do sistema MOR resultante da Abordagem 2 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.	129
6.50	<i>Root Locus</i> do sistema resultante da Abordagem 3 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	130
6.51	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema MOR resultante da Abordagem 3 que resulta na estabilização do sistema teste.	131
6.52	(a) Resposta no tempo ao degrau do sistema MOR resultante da Abordagem 3 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.	131
6.53	<i>Root Locus</i> do sistema resultante da Abordagem 4 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	132
6.54	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema MOR resultante da Abordagem 4 que resulta na estabilização do sistema teste.	133
6.55	(a) Resposta no tempo ao degrau do sistema MOR resultante da Abordagem 4 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.	133
6.56	<i>Root Loci</i> gerado pela variação do ganho do PSS de Itaipu (γ_{Itaipu}). . .	134

6.57	<i>Root Loci</i> gerado pela variação da constante de tempo do PSS de Xingó (γ_{Xingo}).	135
6.58	<i>Root Loci</i> gerado pela variação do ganho do PSS de Jacuí ($\gamma_{Jacuí}^{ganho}$).	135
6.59	<i>Root Loci</i> gerado pela variação da constante de tempo do PSS de Jacuí ($\gamma_{Jacuí}^{tempo}$).	136
6.60	<i>Root Loci</i> do ajuste que resulta na estabilização do sistema teste.	137
6.61	Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros.	141
6.62	Diagrama de blocos do PSS de Ilha Solteira com os parâmetros.	142
6.63	Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros.	143
6.64	Diagrama de blocos do PSS de Paulo Afonso IV com os parâmetros.	144
6.65	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.0022$.	146
6.66	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 0.0022$.	146
6.67	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.22$.	147
6.68	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 0.22$.	147
6.69	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2.2$.	148
6.70	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 2.2$.	148
6.71	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 22$.	149
6.72	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 22$.	149
6.73	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 220$.	150
6.74	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 220$.	150
6.75	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2200$.	151
6.76	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 2200$.	151
6.77	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 0.002$.	152
6.78	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 0.002$.	152
6.79	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 0.2$.	153
6.80	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 0.2$.	153
6.81	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 2.0$.	154
6.82	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 2.0$.	154

6.83	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 20$.	155
6.84	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 20$.	155
6.85	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 200$.	156
6.86	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 200$.	156
6.87	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 2000$.	157
6.88	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 2000$.	157
6.89	Erro Relativo entre FOM e MOR versus variação do parâmetro p_1 .	159
6.90	Erro Relativo entre FOM e MOR versus variação do parâmetro p_5 .	159
6.91	Erro Relativo entre FOM e MOR versus variação do parâmetro p_{11} .	160
6.92	Erro Relativo entre FOM e MOR versus variação do parâmetro p_{18} .	160
6.93	Bloco multiplicador.	162
6.94	Bloco divisor.	163
6.95	Bloco limitador.	163
6.96	Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros e não-linearidades.	163
6.97	Diagrama de blocos do AVR de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros e não-linearidades.	164
6.98	Diagrama de blocos do PSS de Ilha Solteira com os parâmetros e não-linearidades.	165
6.99	Diagrama de blocos do AVR de Ilha Solteira com os parâmetros e não-linearidades.	165
6.100	Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros e não-linearidades.	166
6.101	Diagrama de blocos do AVR de Xingó com os parâmetros e não-linearidades.	167
6.102	Diagrama de blocos do PSS de Paulo Afonso IV com os parâmetros e não-linearidades.	168
6.103	Diagrama de blocos do AVR de Paulo Afonso IV com os parâmetros e não-linearidades.	169
6.104	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	172
6.105	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.104.	172

6.106	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	173
6.107	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.106.	173
6.108	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	174
6.109	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.108.	174
6.110	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	175
6.111	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.110.	175
6.112	Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	176
6.113	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.112.	176
6.114	Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros parameters p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	177
6.115	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.114.	177
6.116	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	178
6.117	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.116.	178
6.118	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	179
6.119	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.118.	179

6.120	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para os parâmetros p_1, p_2, p_6, p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0	180
6.121	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.120.	180
6.122	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para os parâmetros p_1, p_2, p_6, p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0	181
6.123	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.122.	181
6.124	Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1, p_2, p_6, p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0	182
6.125	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.124.	182
6.126	Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1, p_2, p_6, p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0	183
6.127	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.126.	183
6.128	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1, p_2, p_6, p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0	184
6.129	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.128.	184
6.130	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1, p_2, p_6, p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0	185
6.131	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.130.	185
6.132	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para os parâmetros p_1, p_2, p_6, p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0	186
6.133	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.132.	186

6.134	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	187
6.135	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.134.	187
6.136	Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	188
6.137	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.136.	188
6.138	Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	189
6.139	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.138.	189
6.140	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MOR da abordagem 2), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25%, a 100% e a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	190
6.141	Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MOR da abordagem 2), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25%, a 100% e a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .	190
6.142	Bloco de atraso no tempo, em τ segundos.	191
6.143	Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros e não-linearidades.	192
6.144	Diagrama de blocos do PSS de Ilha Solteira com os parâmetros e não-linearidades.	192
6.145	Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros e não-linearidades.	193
6.146	Diagrama de blocos do PSS de Paulo Afonso IV com os parâmetros e não-linearidades.	194
6.147	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$.	197
6.148	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.147.	197
6.149	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$.	198

6.150	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.149.	198
6.151	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$	199
6.152	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.151.	199
6.153	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$	200
6.154	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.153.	200
6.155	Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$	201
6.156	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.155.	201
6.157	Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$	202
6.158	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.157.	202
6.159	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$	203
6.160	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.159.	203
6.161	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$	204
6.162	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.161.	204
6.163	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$	205
6.164	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.163.	205
6.165	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$	206
6.166	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.165.	206
6.167	Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$	207

6.168	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.167.	207
6.169	Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$	208
6.170	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.169.	208
6.171	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$	209
6.172	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.171.	209
6.173	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$	210
6.174	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.173.	210
6.175	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$	211
6.176	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.175.	211
6.177	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$	212
6.178	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.177.	212
6.179	Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$	213
6.180	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.179.	213
6.181	Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$	214
6.182	Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.181.	214
6.183	Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MOR), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$, $\tau = 100ms$ e $\tau = 200ms$	215
6.184	Ampliação da Figura 6.183.	215
6.185	Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MOR), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$, $\tau = 100ms$ e $\tau = 200ms$	216

6.186	Ampliação da Figura 6.185.	216
6.187	Diagrama de blocos da usina de Itaipu 60 Hz conectada à rede elétrica, ou seja, o restante do BIPS.	217
6.188	Extração completa do subsistema de geração-transmissão de Itaipu 60 Hz do restante da rede elétrica.	217
6.189	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.0022$.	219
6.190	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.22$.	220
6.191	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2.2$.	220
6.192	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 22$.	221
6.193	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 220$.	221
6.194	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2200$.	222
6.195	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para os seis valores do parâmetro p_1 utilizados.	222
6.196	Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros.	225
6.197	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.0028$.	226
6.198	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.28$.	227
6.199	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2.8$.	227
6.200	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 28$.	228
6.201	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 280$.	228
6.202	Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2800$.	229
6.203	Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para os seis valores do parâmetro p_1 utilizados.	229

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

M	Matriz genérica
A, B, C, D	Matrizes de estado, entrada, saída e de transmissão direta
\mathbf{x}	Vetor de variáveis de estado
$\dot{\mathbf{x}}$	Derivada de \mathbf{x} no tempo
\mathbf{u}	Vetor de entradas
\mathbf{y}	Vetor de saídas
\mathbf{z}	Vetor de variáveis algébricas
f	Frequência em Hz
$H(s)$	Resposta em frequência com variável s
$J_1, J_2, J_3,$ $J_4, B_1, B_2,$ C_1, C_2, D_a	Matrizes esparsas da representação descritora
A_a, B_a, C_a	Matrizes esparsas aumentadas da representação descritora
X_B, X_C	Matrizes gramianas de controlabilidade e observabilidade
T_L, T_R	Matrizes de transformação de ordem esquerda e direita
$A_R, B_R,$ C_R, D_R	Representação do MOR em espaço de estados
k	Ordem do MOR
$A_S, B_S,$ C_S, D_S	Sistema originado dos polos e resíduos capturados pelo SADPA
Z_B, Z_C	Fatores de Cholesky das matrizes gramianas de controlabilidade e observabilidade
H^+, H^-	Matrizes de <i>Ritz</i> referentes a A e A^{-1}
k^+, k^-	Número de valores de <i>Ritz</i> referentes a A e A^{-1}
\mathcal{K}_w^E	Subespaço estendido de Krylov de dimensão $2w$
\mathbf{p}	vetor de parâmetros utilizados na ROPM
\mathbf{p}_0	vetor de valores iniciais dos parâmetros utilizados na ROPM

Símbolos Gregos

σ_i	O i -ésimo valor singular de uma dada matriz
μ_i	O i -ésimo parâmetro ADI
α	Shift ou deslocamento realizado para estabilizar sistemas
λ_i	O i -ésimo autovalor de uma dada matriz quadrada
ω	Frequência angular, em rad/s
β	Valor de shift para funcionamento da fatoração de Cholesky

Siglas

FOM	<i>Full Order Model</i>
MOR	Modelo de Ordem Reduzida
ROM	Redução de Ordem de Modelo
ROPM	Redução de Ordem Paramétrica de Modelo
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
SADPA	<i>Subspace Accelerated Dominant Pole Algorithm</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
ADI	<i>Alternate Direction Implicit</i>
LR-ADI	<i>Low Rank ADI</i>
LRCF-ADI	<i>Low Rank Cholesky Factors ADI</i>
SLRCF-ADI	<i>Sparse LRCF-ADI</i>
EKS	<i>Extended Krylov Subspace</i>
TP	Tempo de Processamento (em segundos)
IER	Índice de Erro Relativo
MATLAB	Matrix Laboratory, <i>software</i> interativo de alta performance voltado para o cálculo numérico
PACDYN	Programa de Análise Linear e Controle do Amortecimento de Oscilações em Sistemas de Potência
PSS	<i>Power System Stabilizers</i>
ESP	<i>Estabilizador de Sistemas de Potência</i>
pu	Por unidade
SEP	Sistema Elétrico de Potência

Capítulo 1 INTRODUÇÃO

Os sistemas elétricos de potência, quando modelados em determinado ponto de operação, levam a representações lineares que podem incluir centenas, milhares e mesmo milhões de estados [1, 2]. A análise desses modelos, para fins de estudos de estabilidade, controle, resposta em frequência e no tempo, etc., pode demandar muito tempo de processamento, ou até mesmo se tornar inviável. Por isso, justifica-se a importância para a investigação da redução de ordem de tais modelos. Neste tipo de estudo da redução de ordem de model (ROM), ocorre a geração de modelos de ordens significativamente inferiores aos originais, mas preservando as características dominantes do comportamento da dinâmica do sistema original observadas no modelo de ordem completa (FOM, *Full Order Model*). Esses modelos são conhecidos como modelos de ordem reduzida (MOR).

Esta tese trata da proposição, implementação e testes de um conjunto de estratégias e métodos computacionais inovadores, visando à redução de ordem de modelos dinâmicos de sistemas de ordem elevada. O tema é de grande relevância para a engenharia, uma vez que tais sistemas aparecem com frequência em sistemas elétricos, sistemas mecânicos e em engenharia química, só para citar alguns.

A metodologia proposta neste trabalho visa obter modelos de ordem reduzida que retenham características dinâmicas dominantes no sistema original e, ao mesmo tempo, permitam análise referente aos efeitos de um dado conjunto selecionado de parâmetros pertencentes ao sistema original de grande porte.

A característica de permitir reter, nos modelos de ordem reduzida, propriedades de variações paramétricas é altamente desejável. No entanto, parece ainda existir uma considerável lacuna no que se refere a métodos computacionais robustos, aplicáveis em problemas de engenharia. Nesse sentido, esta tese apresenta valiosas contribuições que ajudam a preencher essas lacunas.

A Seção a seguir trata da motivação deste trabalho. Em seguida, são apresentados os objetivos desta tese, uma revisão bibliográfica, as contribuições desta tese, publicações efetuadas e a organização do texto.

1.1 MOTIVAÇÃO DESTE TRABALHO

Esta seção tem por finalidade apresentar ao leitor as ideias que motivaram a elaboração desta tese.

Inicialmente, considera-se uma representação em sistema descritor do sistema FOM (ver Seção 2.3), o qual é o sistema que se pretende reduzir. Quando se realiza a redução de ordem de modelo da forma tradicional, ou seja, não-paramétrica, a qual tem sido bastante difundida e disseminada na literatura científica, o sistema FOM original, que pode possuir milhares (ou até mesmo milhões) de estados, sofre um processo de ROM e obtém-se um MOR não parametrizado. Isto é comumente apresentado na literatura e teoria científica.

A ROM não-paramétrica ocorre quando o sistema FOM é representado por matrizes, no caso do sistema descritor, com valores constantes, especialmente a matriz jacobiana aumentada. Ao se reduzir este sistema, um MOR é obtido com matrizes constantes também. Ainda, se for considerado que essas matrizes com valores numéricos constantes foram geradas a partir de uma seleção e configuração de certos parâmetros do sistema elétrico de potência, por exemplo, parâmetros de controladores, o sistema tratado em questão foi estabelecido e numericamente determinado após a consideração dos valores fixos para esses parâmetros. Em outras palavras, uma vez estabelecidos os valores fixos dos parâmetros de um SEP, obtém-se um sistema com matrizes cujos elementos são números constantes, sem dependência funcional *a posteriori* com nenhum parâmetro.

A redução de ordem tradicionalmente se processa da forma mencionada. Como exemplo, considera-se um parâmetro (podendo-se considerar vários) de algum controlador, ao qual a matriz de estados tenha alguma dependência, ou seja, seja função desse parâmetro, hipoteticamente chamado de p_1 . O modelo original FOM foi estabelecido e suas matrizes numericamente determinadas para um valor fixo desse parâmetro p_1 . Ao se processar a ROM de forma adequada, um modelo reduzido é gerado. Ainda, supõe-se uma medida de erro entre o FOM e o respectivo MOR, tal que esse erro seja um valor escalar. Ao se levantar a curva do erro, considera-se neste exemplo um certo limiar de erro, tal que se o erro estiver abaixo desse limiar, é considerado um erro satisfatório, que atende às necessidades para aplicações em engenharia. Os métodos tradicionais de ROM como o ADI, que são não-paramétricos, estabelecem, para um valor fixo do parâmetro p_1 , uma redução de ordem que gera um erro bem satisfatório

para aquele valor fixo de p_1 . A Figura 1.1 ilustra esta situação, em que o parâmetro p_1 assume um Valor 1 no sistema FOM, a partir do qual ocorre a redução de ordem de modelo e é gerado um MOR, feito sob medida para aquele parâmetro p_1 igual ao Valor 1. O erro obtido está abaixo do limiar estabelecido, logo é tido como satisfatório, significando que o MOR representa muito bem o FOM para $p_1 = \text{Valor 1}$.

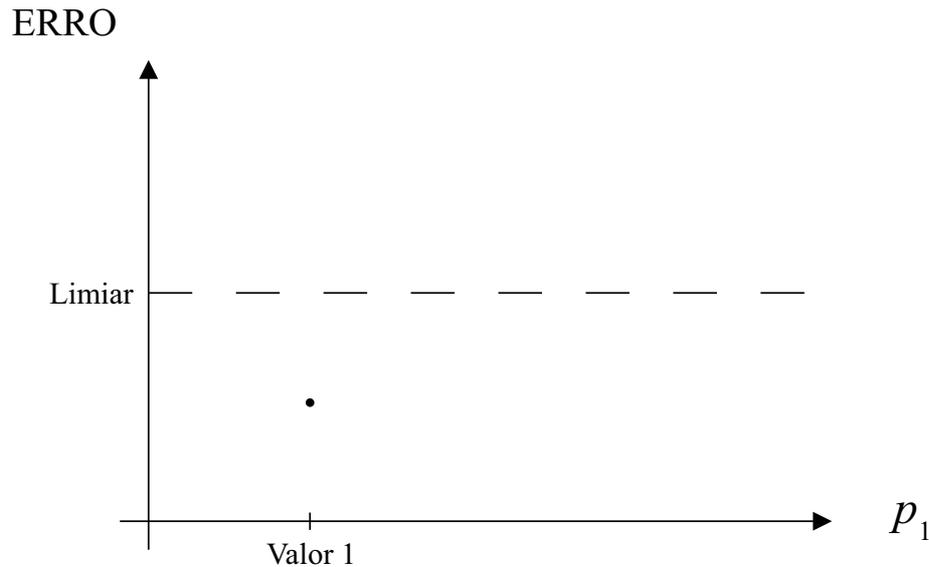


Figura 1.1: Erro entre FOM e o respectivo MOR, para uma configuração do parâmetro p_1 .

Entretanto, seguindo-se a metodologia de ROM não-paramétrica, se for necessário alterar o valor desse parâmetro p_1 , deve-se alterar o parâmetro no modelo original FOM, o que por conseguinte alterará os valores numéricos das matrizes que compõem a representação de sistema descritor do sistema FOM. Para todos os efeitos, seria equivalente a gerar um novo modelo FOM com valores numéricos diferentes. Em seguida, tem sido visto na teoria que, quando o sistema original FOM é alterado, deve-se realizar novo processo de redução de ordem, e gerar um novo modelo de ordem reduzida. A Figura 1.2 apresenta este conceito, em que o parâmetro p_1 assumiu três valores diferentes, e para cada um deles, um sistema FOM com matrizes numericamente diferentes sofreu por um processo de ROM e gerou um novo MOR. Os três pontos apresentados na Figura 1.2 mostram que, para cada configuração de p_1 , o respectivo MOR apresentou erro satisfatório frente ao respectivo FOM.

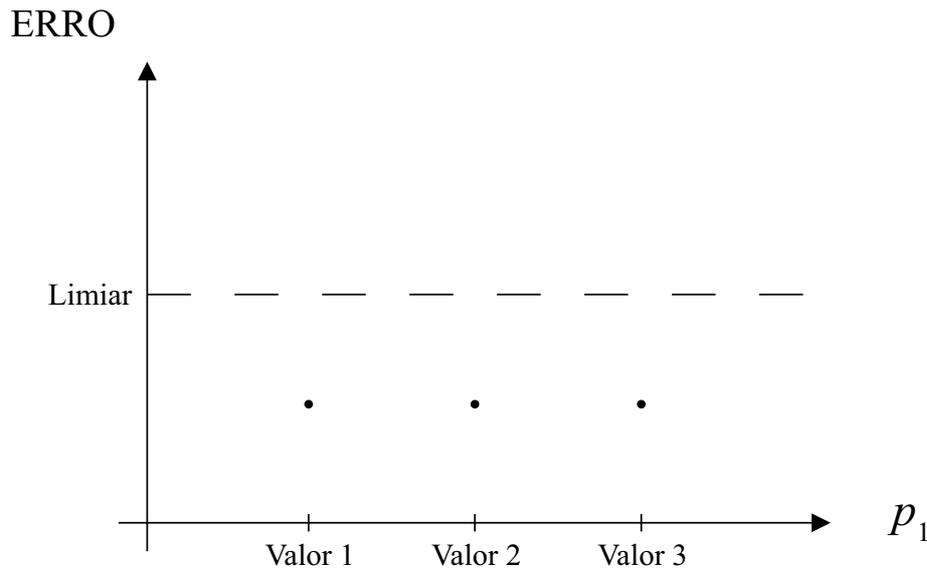


Figura 1.2: Erro entre FOM e o respectivo MOR, para diferentes valores do parâmetro p_1 .

Nos centros de planejamento, operação e estudo do Setor Elétrico, assim como no meio acadêmico, a necessidade de se realizar diversas simulações no domínio do tempo, da frequência, etc., envolvendo variações paramétricas com o modelo de ordem completa (FOM) considerado para representar o Sistema Elétrico de Potência (SEP) é um problema altamente recorrente, especialmente tratando-se de estudos de estabilidade eletromecânica, de projetos de controladores, etc. O modelo FOM, por si só, pode possuir milhares e até mesmo centenas de milhares de equações e variáveis, e trabalhar com modelos de elevadas dimensões acarreta em um grande gasto de esforço computacional e de tempo.

A principal ideia motivadora deste trabalho consiste na ideia de que se é desejável poder, variando-se continuamente o parâmetro (neste caso p_1), transitar de um modelo reduzido para o outro, sem a necessidade de reduzir modelos da forma mencionada, ou seja, sem realizar a operação de ROM de forma recorrente, toda vez em que e necessitar alterar um parâmetro. Esta é a ideia da redução de ordem paramétrica de modelos, ou ROPM.

Com o intuito de viabilizar a ROPM, conforme o que se encontra na literatura científica, existe a proposição de que o parâmetro p_1 seja amostrado em uma quantidade finita de valores e, ao gerar uma determinada quantidade de modelos reduzidos, uma quantidade pequena, tem-se sugerido a interpolação dos modelos reduzidos. Uma outra

opção apresentada consiste em incorporar a interpolação do parâmetro, amostrado em vários valores, dentro do processo de redução de ordem. Estas opções tornam o processo de ROM significativamente caro em termos de esforço computacional, e bastante complexo. Ao final, essas proposições geram um modelo de ordem reduzida o qual funciona muito bem pontualmente (nos valores em que foi amostrado), mas, por causa das interpolações, quando o parâmetro assume valores intermediários aos valores em que foi amostrado, o modelo tenta de alguma forma se adaptar à variação do parâmetro, mas com um erro que se comporte aproximadamente como mostrado na Figura 1.3. Nota-se que foi assumida a convexidade para a interpolação proposta pelos métodos que constam na literatura. Quando se realiza investigações no espaço dos parâmetros, para sistemas dinâmicos, só é garantido que o problema é convexo até segunda ordem [3]. Localmente, os MORs assim gerados possuem um bom comportamento, mas nos valores intermediários do valor do parâmetro, que varia continuamente, o comportamento se torna razoável ou até mesmo insatisfatório, acima do limiar de erro definido. Além disso, nos valores fora do intervalo da interpolação, no caso da Figura 1.3 à esquerda do Valor 1 e à direita do Valor 3, a tendência é o erro aumentar significativamente.

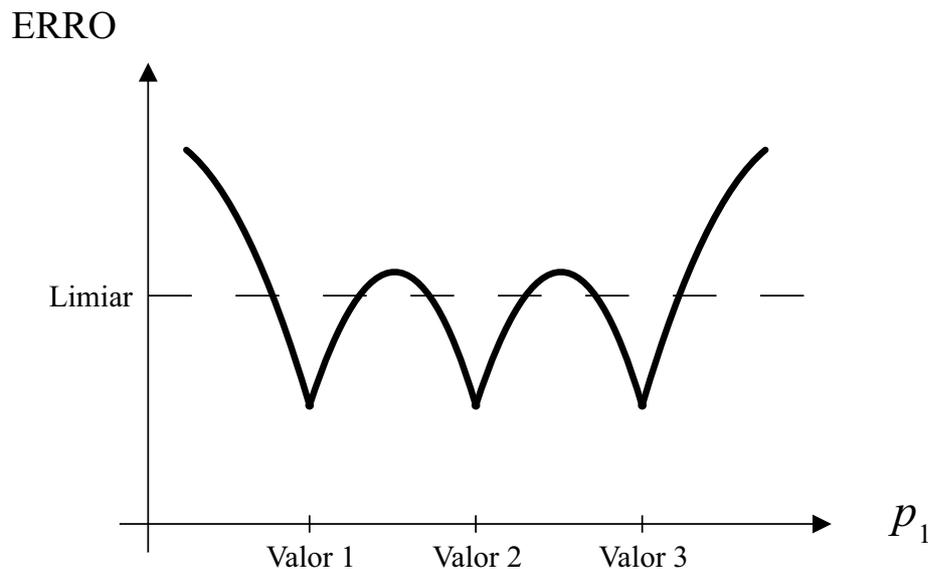


Figura 1.3: Comportamento normalmente obtido com a interpolação de MORs para valores intermediários do parâmetro p_1 .

Os métodos apresentados na literatura científica geram modelos de ordem reduzida com um intervalo de validade bastante estreito. Não foi encontrado na literatura um método que, com apenas uma redução de ordem, um único processo de redução de ordem, gerasse um modelo de ordem reduzida o qual permitisse a variação

do parâmetro p_1 de uma forma bastante ampla, de tal forma que o erro se mantenha baixo, mesmo com um intervalo de variação do parâmetro muito grande. A Figura 1.4 ilustra o comportamento desejado, na curva em cor verde.

Ainda, em lugar de um parâmetro, supõe-se o caso em que 10 parâmetros são selecionados. Neste caso deve-se realizar uma interpolação em 10 dimensões, seguindo o que existe na literatura? Portanto, a ideia motivadora é que uma única redução de ordem gere esse tipo de comportamento apresentado na Figura 1.4 dada a variação paramétrica do modelo reduzido. Esta é a motivação deste trabalho.

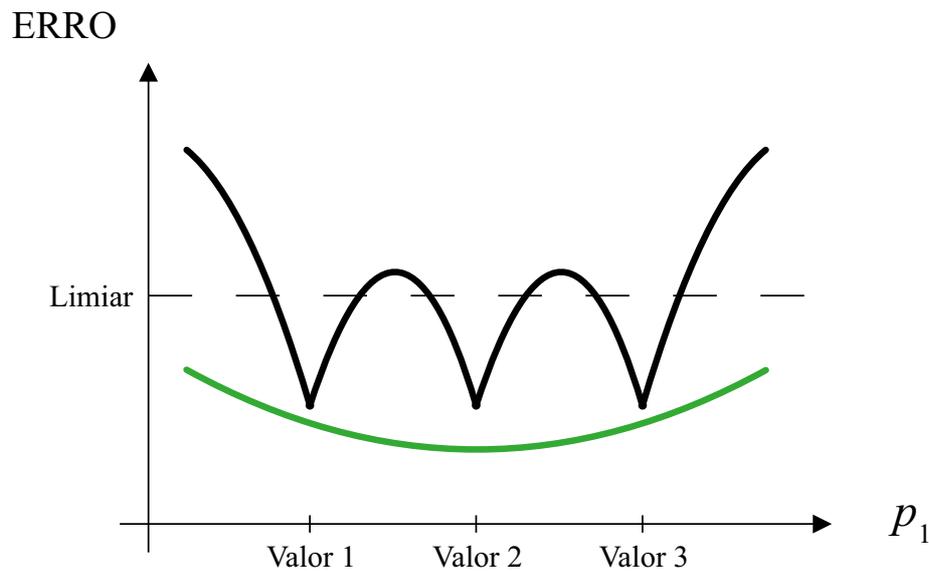


Figura 1.4: Ilustração, na curva em cor verde, do comportamento desejado de um modelo reduzido em relação ao parâmetro p_1 .

1.2 OBJETIVOS DESTE TRABALHO

O presente trabalho tem a finalidade de estudar algumas abordagens de implementação para o método proposto de redução de ordem paramétrica (ROPM) de modelos utilizados em estudos de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de Sistemas Elétricos de Potência. Por meio de um processo de redução, deseja-se obter um sistema de ordem reduzida e, ainda, com acesso explícito a parâmetros de interesse do sistema. Neste trabalho em específico, almeja-se acessar os parâmetros necessários para ajuste de PSSs.

Em termos mais específicos, os objetivos são:

- O levantamento teórico de conceitos fundamentais, modelagem de SEP e dos métodos de redução de ordem, em particular o truncamento balanceado pelo método SLRCF-ADI [4];
- Proposição e detalhamento de quatro abordagens de implementação do novo método aqui proposto de ROPM, tais que permitam reduzir o modelo linear e ainda preservar o acesso a determinados parâmetros de interesse do sistema;
- Realização de testes buscando avaliar o desempenho de cada abordagem de redução paramétrica em diferentes circunstâncias. Dada a grande quantidade de variações e graus de liberdade, alguns testes específicos foram selecionados para a avaliação de desempenho;
- Realização de testes de ajuste de PSS com os sistemas resultantes de cada abordagem de ROPM, por meio de análise do lugar geométrico das raízes (*root locus*), com finalidade de realocar modos instáveis e pouco amortecidos presentes no sistema;
- Realização de simulações no domínio do tempo com a inclusão de algumas não-linearidades, incluindo atraso no tempo, para avaliação da capacidade dos modelos reduzidos (seguindo a metodologia de ROPM aqui proposta) em seguir o comportamento do sistema FOM original em situações com distúrbios.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Diversas técnicas para a redução de ordem de sistemas lineares são encontradas na literatura científica. Entre as mais contempladas estão o truncamento modal [4–10] e o truncamento balanceado [4, 8, 11–18]. Esta última é o alvo de enfoque no presente trabalho.

Truncamento modal baseia-se na identificação dos polos dominantes de um sistema original e na constituição de um MOR com esses polos e seus respectivos resíduos. Um dos métodos mais eficientes para o cálculo preciso dos polos dominantes é o *Subspace Accelerated Dominant Pole Algorithm* (SADPA) [10]. Este algoritmo tem sido utilizado em diversos trabalhos e frequentemente adaptado e combinado a outros métodos.

Uma desvantagem dos métodos de truncamento modal, em comparação com métodos de truncamento balanceado, está na necessidade do cálculo de um número maior de polos para a realização do sistema reduzido, podendo requerer considerável tempo de processamento [8].

Truncamento balanceado não objetiva o cálculo exato dos polos dominantes do sistema original, mas sim um MOR de ordem bastante reduzida e com alta fidedignidade de respostas e comportamento em relação ao modelo original.

Entre os métodos de truncamento balanceado mais competitivos destacados na literatura se encontram os métodos que envolvem fatores *Alternate Direction Implicit* (ADI) [4, 11–13] e os métodos baseados em projeções em subespaços de Krylov [14–18]. Estes métodos para truncamento balanceado são capazes de realizar a redução de ordem em tempos inferiores ao do truncamento modal, por exemplo, e ainda mantêm relativa qualidade no desempenho dos MORs gerados.

A diferença entre os métodos ADI e de projeções de Krylov está na forma em que se resolve numericamente o conjunto de equações de Lyapunov, e, em alguns casos, no formato da decomposição SVD. O cálculo das matrizes gramianas pode ser efetuado por meio da resolução direta (exata) de equações de Lyapunov ou de forma iterativa, em que apenas uma aproximação da gramiana - explorando seu baixo rank -, é utilizada. O cálculo direto é bastante custoso do ponto de vista computacional, ou mesmo inviável. Este aspecto motivou diversas pesquisas por técnicas que proporcionassem soluções mais eficientes [4, 8, 11–21]. Neste sentido, foram propostos métodos iterativos baseados em projeções de subespaços de Krylov e truncamento balanceado de baixo rank. Estes últimos, definidos com base nos denominados fatores ADI.

O método de projeções de Krylov [14–18] consiste em utilizar matrizes de projeção com colunas ortonormais entre si para projetar as duas equações de Lyapunov em determinado subespaço de Krylov, diminuindo as dimensões das matrizes nas equações. As equações de Lyapunov projetadas são rapidamente resolvidas por métodos tradicionais, como Bartels-Stewart [22, 23], e uma projeção inversa leva as soluções obtidas ao domínio original. Tais soluções não são exatamente as matrizes gramianas, mas normalmente constituem boa aproximação. Aperfeiçoamentos do método têm sido realizados, inclusive o uso de estruturas esparsas e cálculos implícitos [24–26].

Já o método ADI [4, 11–13, 19–21] propõe um método iterativo com o uso de deslocamentos, ou shifts, da matriz de estados, e de sua transposta, com os parâmetros ADI. Um conjunto de trabalhos acrescentou aperfeiçoamentos para melhorar o desempenho deste método: LR-ADI [11–13, 20, 21], LR-ADI [4, 21], SLRCF-ADI [4, 27], que trazem a fatoração de Cholesky das matrizes gramianas, reordenamento dos parâmetros ADI e uso de estruturas matriciais esparsas e cálculos implícitos.

O truncamento balanceado se inicia pela resolução de um par de equações matriciais de Lyapunov, denominadas de controlabilidade e de observabilidade. Além disso, as soluções das equações de Lyapunov, por exemplo, X_B e X_C , são chamadas de matrizes gramianas de controlabilidade e de observabilidade, respectivamente. Em seguida, são computados os valores singulares de Hankel pela decomposição em SVD (do inglês, *Singular Value Decomposition*) do produto $X_B^* X_C$ (a notação de uma matriz genérica X^* refere-se à matriz transposta conjugada de X). O truncamento balanceado ocorre no sentido de desprezar os valores de Hankel de menor magnitude. As matrizes de vetores singulares à direita e à esquerda são ajustadas em dimensões apropriadas de acordo com o truncamento efetuado e utilizadas para a obtenção do MOR por meio do truncamento balanceado de raiz quadrada [4, 13, 18].

Contudo, estes métodos apresentados tratam da redução de ordem não-paramétrica. Nesse tipo de redução de ordem, o sistema FOM deve ser representado por matrizes constantes, ou seja, com valores numéricos constantes. Estes valores numéricos são determinados uma vez fixados os valores de todos os parâmetros existentes no modelo de todo o Sistema Elétrico de Potência (SEP). Adicionalmente, é possível se levar em conta também a necessidade de se reduzir um modelo e se impor a condição de que o sistema MOR acompanhe o comportamento do FOM original para uma dada variação de parâmetros do modelo, em uma faixa de interesse, dentro de níveis de erro aceitáveis. Neste caso, o processo é denominado Redução de Ordem Paramétrica de Modelo (ROPM), traduzido do inglês *Parametric Model Order Reduction (pMOR)* [28–31]; porém poderia ser traduzido como Redução de Ordem de Modelos Parametrizados, uma opção que pode evitar ambiguidades.

Segundo [32], em um modelo paramétrico, o sistema é descrito por um número definido de grandezas características chamadas parâmetros, enquanto que no modelo não-paramétrico o sistema é caracterizado por medições de alguma função do sistema em um grande número de pontos. Usualmente, é mais simples lidar com um modelo não-paramétrico do que com o modelo paramétrico, visto que no primeiro caso o

responsável pela modelagem necessita menos conhecimento acerca do sistema em si. Entretanto, os modelos paramétricos passam a requerer uma quantidade mais substancial de significado físico e concentração de informações.

Uma extensa pesquisa acerca de métodos de ROM baseados em projeção para sistemas dinâmicos parametrizados foi apresentada em [28]. Segundo esta pesquisa, com o intuito de capturar a dependência paramétrica e preservar propriedades do FOM, os modelos reduzidos paramétricos foram gerados por meio de diversas técnicas distintas, como concatenação de bases locais para valores amostrados discretos dos parâmetros, abordagens bilineares, otimização com busca no espaço dos parâmetros, interpolação de bases locais, interpolação de matrizes de MORs locais, interpolação de funções de transferência locais, etc. A maioria destes métodos requerem a solução repetida do problema de ROM sob diferentes condições.

Em [33] foi proposto um método em que a frequência complexa e todos os parâmetros foram considerados em uma expansão multivariável na forma de Padé para a técnica de *moment-matching*. Este artigo também propôs um método de interpolação racional das funções de transferência reduzidas obtidas a partir do Truncamento Balanceado sob valores distintos de parâmetros.

No artigo de [34] foi proposto um algoritmo de ROM que é capaz de preservar o parâmetro de velocidade em modelos de elementos finitos para grandes rotores, em que o sistema necessitava ser reduzido pelo menos duas vezes, à velocidade zero e à velocidade máxima.

Em [7] utilizou-se análise modal para se obter funções de transferência reduzidas equivalentes ao sistema FOM, para então utilizá-las no projeto de controladores POD (do inglês, *Power Oscillation Damping*). Esse artigo relatou dificuldades em encontrar modelos reduzidos equivalentes modais em malha aberta para sistemas *Multiple Input Multiple Output* (MIMO) que também tivessem desempenho adequado em malha fechada.

O artigo [35] utilizou um método de otimização não suave para o projeto robusto de um controlador POD nos TCSCs (do inglês, *Thyristor Controlled Series Capacitor*) da interconexão Norte-Sul do sistema elétrico brasileiro. Um esforço computacional considerável e grande perícia em engenharia foram necessários na obtenção de inúmeros diversos MORs, o que poderia ter sido evitado caso fosse utilizado algum método

eficiente de ROPM.

O artigo [29] coloca ênfase no fato de que os MORs tradicionalmente não possuem robustez com respeito a variações paramétricas e, portanto, devem sempre ser novamente gerados para cada variação de parâmetro. A solução proposta é um método de interpolação que se baseia em noções e resultados da geometria diferencial do conjunto de Grassmann de subespaços e o seu espaço tangente.

Em [30] é apresentado um método de interpolação, baseado em projeções, para preservação da estrutura de dependência em certos parâmetros existente no FOM. A dependência paramétrica pode ser linear ou não-linear e é preservada no MOR por meio de um processo de otimização.

O artigo [31] se utiliza de algoritmos *greedy*, ou gulosos, que são algoritmos que seguem como heurística de solução de problemas a seleção de valores localmente ótimos em diferentes etapas com a esperança de encontrar um ótimo global. Esta metodologia é aplicada na obtenção de soluções de modelos reduzidos para famílias de equações diferenciais parciais dependentes de alguns parâmetros.

Em [36] é apresentada uma técnica de redução paramétrica para sistemas altamente não-lineares. Inicialmente, o sistema não-linear é aproximado por meio de uma combinação convexa de linearizações do sistema que incorpore as parametrizações desejadas. Cada um desses sistemas linearizados é projetado, utilizando-se uma técnica de *moment-matching*, em um subespaço de ordem reduzida, resultando em MOR não-linear parametrizado. Os resultados obtidos apontam que o modelo reduzido assim obtido apresenta acurácia somente no intervalo em torno de 50% a mais ou a menos dos valores nominais de cada parâmetro.

O artigo [37] propõe o uso de interpolação entre as matrizes dos modelos reduzidos como forma de obtenção de MORs parametrizados. A interpolação das matrizes por *spline* em seu espaço original e no espaço tangente ao conjunto de subespaços de Riemann é comparada à interpolação de Kriging sobre as saídas previstas.

Em [38] são introduzidas duas técnicas paramétricas *hp* para o método de interpolação empírica. O termo *hp* se refere ao refinamento *h* e refinamento *p* utilizados na partição dos valores dos parâmetros. Estas técnicas contribuem na redução das dimensões da solução do método de interpolação empírica, que outrora possuía grandes

dimensões.

O artigo [39] trata da ROPM de sistemas dinâmicos de altas dimensões e equações diferenciais parciais por métodos de construção de bases a partir de *snapshot*. Especificamente, propõe-se a utilização de dois tipos de técnicas de adaptação baseadas em *grid* para os procedimentos de geração de bases reduzidas. Os resultados indicam maior eficiência nos processos de redução e melhoria na precisão das aproximações.

Em [40] é utilizado um algoritmo *greedy* para a construção de um MOR parametrizado especificamente para a solução eficiente de problemas estatísticos inversos, que basicamente tratam de utilizar observações ruidosas das saídas de um processo para inferir sobre os parâmetros. Estes problemas são governados por equações diferenciais parciais com parâmetros distribuídos.

O artigo [41] apresenta uma metodologia em que, após gerar e reduzir diversos sistemas FOM ao longo do espaço dos parâmetros, um MOR paramétrico é calculado por meio da interpolação das matrizes dos modelos reduzidos locais. Um enfoque maior é dado na forma de representação de sistema que possua propriedades otimizadas para interpolação.

Em [42] é proposta uma nova abordagem de ROM para equações diferenciais parciais não-lineares com a utilização de decomposição própria ortogonal e o método de interpolação empírica discreta. Técnicas de aprendizado de máquinas são utilizadas para descobrir regiões no espaço dos parâmetros em que o sistema apresenta comportamentos característicos, sendo cada região alvo do método de interpolação.

O artigo [43] menciona a necessidade de que os MORs de sistemas FOM parametrizados preservem simbolicamente a dependência paramétrica, ou, se isso não for possível, que o MOR seja adaptativo e sensível às alterações ocorridas no sistema FOM causadas pela variação dos valores dos parâmetros. O método proposto utiliza uma técnica de interpolação no conjunto de subespaços de Grassmann.

O livro [3] apresenta um conteúdo vasto com métodos para obtenção de soluções analíticas de controle robusto dadas as configurações do espaço dos parâmetros em que estão definidos determinados parâmetros da planta a ser controlada. Contudo, enquanto estas soluções são muito eficazes para análise modal e simbólica de sistemas de pequeno porte e talvez médio porte, se tornam de difícil tratamento para sistemas

com elevadas dimensões como os utilizados neste trabalho, com milhares de estados.

Em [44] o método do algoritmo de polo dominante é adaptado para sistemas parametrizados. Nas aplicações do método, observou-se a necessidade do uso de poucos autovalores dominantes para uma boa aproximação, assim como um pequeno número de pontos de interpolação no espaço dos parâmetros.

O artigo [45] trata da determinação de soluções ótimas de amortecimento semi-ativo para sistemas vibratórios, um processo de otimização que recai em um grande número de equações de Lyapunov a serem resolvidas. O método proposto utiliza a otimização com MORs gerados com o algoritmo de polo dominante paramétrico.

Em [46] é proposto um método de redução por otimização H_2 , motivada pela natureza local das aproximações interpolatórias e H_2 -ótimas. A principal vantagem é o desacoplamento entre o custo de redução e o custo da otimização.

O artigo [47] investiga a ROM de sistemas de grande porte utilizando Truncamento Balanceado de tempo limitado, no qual o Balanceamento Truncando é realizado restrito a intervalos de tempo delimitados e finitos. A resolução de equações de Lyapunov se utiliza de métodos de subespaços racionais de Krylov.

Em [48] é realizada uma comparação de três categorias de métodos de ROM lineares: os métodos baseados em decomposição SVD (incluindo os métodos ADI), os baseados em subespaços de Krylov (incluindo os subespaços racionais) e os baseados em truncamento modal (incluindo o método SAMDP [49]). Esses métodos são aplicados no estudo de parques eólicos de grande porte.

O artigo [50] estuda a redução de ordem paramétrica via interpolação de sistemas lineares MIMO, e generaliza para sistemas representados no domínio da frequência. Dois métodos são apresentados, o primeiro utiliza a interpolação de MORs na representação de Loewner, já o segundo trata da interpolação dos MORs na representação de polos e resíduos.

Há vários trabalhos e investigações nesse assunto [28–31, 36–43, 51]. Contudo, a maioria deles envolve amostragens de valores dos parâmetros de interesse, a realização de redução de ordem com o sistema FOM, constante, configurado em cada um destes valores amostrados dos parâmetros, gerando-se os chamados modelos reduzidos locais

(MORs locais) e, por fim, técnicas de interpolação destes MORs locais de forma a permitir a variação paramétrica. A necessidade de reduzir o sistema FOM diversas vezes, como se fosse constante para cada uma das configurações de parâmetros amostrados, se torna uma clara desvantagem destas metodologias.

O cerne deste trabalho é propor e detalhar uma nova metodologia de ROPM, em que é obtido um modelo resultante de ordem significativamente menor que o FOM original, porém com os parâmetros de interesse explicitamente acessíveis, de forma que o sistema resultante acompanhe o comportamento do FOM. Este tipo de abordagem não é usual na literatura, visto que na redução clássica o objetivo é obter um modelo reduzido, mas considerando-se o sistema FOM constante para um único ponto de operação, ou em outras palavras, considerando-se o sistema FOM representado por matrizes com valores numéricos constantes, no caso de sistema descritor. O método aqui proposto de ROPM se utiliza do processo de redução de ordem não-paramétrica apresentado em [4].

A metodologia de ROPM proposta neste trabalho é de criação própria do autor e pode ser subdividida em três abordagens de implementação, referente às abordagens 2, 3 e 4 apresentadas no Capítulo 5. Em comparação, a abordagem 1 do Capítulo 5 foi incluída para tentar mostrar os efeitos da variação de valores de parâmetros quando da utilização de uma redução de ordem não-paramétrica adaptada para sofrer variação paramétrica. Cada abordagem possui suas peculiaridades, com vantagens e desvantagens específicas; contudo, a abordagem 2 se destaca por gerar os modelos reduzidos mais robustos frente à variação dos parâmetros, com menores ordens de redução e maior simplicidade de implementação para o usuário.

Este processo de ROPM proposto pode ser aplicado nos estudos de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de Sistemas Elétricos de Potência (SEP), em que representações linearizadas do sistema elétrico possuem milhares e dezenas de milhares de variáveis. Uma aplicação vislumbrada trata-se do ajuste de Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESPs) (do inglês, *Power System Stabilizers* - PSSs). Estes controladores são projetados com o objetivo de introduzir conjugado de amortecimento positivo no sistema visando a estabilização ou mesmo o amortecimento de oscilações eletromecânicas pouco amortecidas. Apenas alguns parâmetros do PSS, em geral, precisam ser explicitamente variados para a realização do ajuste, enquanto que algumas variáveis são fixadas na estrutura desse controlador. Em um projeto convencional de PSS, as constantes de tempo do bloco *lead-lag* são primeiramente ajustadas para

compensar a fase do canal do PSS de forma a se obter um deslocamento dos autovalores dominantes no sentido do semiplano esquerdo do plano complexo. Após isso, a intensidade do ganho do PSS é ajustada para prover o quantitativo de amortecimento desejado para os modos oscilatórios dominantes.

Outras aplicações de ROPM podem ser verificadas na utilização do MOR em cálculos de respostas no tempo e em frequência, assim como em análise modal, que outrora podem apresentar um custo computacional muito elevado se utilizado o sistema FOM. Vale ressaltar que a metodologia proposta apresenta caráter bastante geral e, por isso, é factível sua aplicação em diversos outros campos da engenharia, Física e Química.

Durante este trabalho, trabalhou-se com modelos de sistemas elétricos processados pelo programa PacDyn [52], implementados com operações implícitas, para aproveitar a própria estrutura esparsa em que são representados, e com decomposição LUPQR [24-26].

1.4 CONTRIBUIÇÕES DESTA TESE

Nesta tese, as principais contribuições são:

- Proposição e detalhamento de quatro abordagens de implementação de um novo método de ROPM aqui proposto para redução de ordem de modelos lineares mantendo-se o acesso explícito a determinados parâmetros de interesse, aplicado a análise de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de SEP;
- Avaliação de desempenho das abordagens propostas, especificamente, por meio de testes de resposta em frequência e medição dos erros entre sistemas reduzidos e sistema original de ordem completa (em inglês, *Full Order Model* - FOM);
- Aplicação das abordagens propostas no ajuste de PSS para fins de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de SEP;
- Aplicação das abordagens propostas na preservação de algumas não-linearidades, incluindo atraso no tempo, no modelo de ordem reduzida;
- Método para Cálculo Simultâneo de Respostas em Frequência quando da Variação de alguns Parâmetros, Apêndice B;

- Proposta de Redução de Ordem de Modelos Instáveis via Estabilização Paramétrica, Apêndice D;
- As contribuições na forma de produção de artigos relacionados ao assunto desta tese foram apresentadas na Seção 1.5.

1.5 PUBLICAÇÕES DO DOUTORADO

As contribuições na forma de produção de artigos relacionados ao assunto desta tese foram:

- Aceite e publicação do artigo “*Parameter Preserving Model Order Reduction of Large Sparse Small-signal Electromechanical Stability Power System Models*”, do “*IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*” [53];
- Aceite e publicação do artigo “*Restarted Holomorphic Embedding Load Flow Model based on Low Order Padé Approximant and Estimated Bus Power Injection*”, do “*International Journal of Electrical Power & Energy Systems*” (IJEPE) [54];
- Aceite e publicação do artigo “*Shift Parameter Sensitivity on the Computation of unstable Reduced Order Model via Truncated Balanced Method*” no Workshop on Communication Networks and Power Systems (WCNPS) 2017 [55].

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Esta tese possui 7 capítulos. Além deste capítulo introdutório, os demais são:

- **Capítulo 2**, em que são apresentados os conceitos teóricos gerais considerados essenciais para o entendimento do assunto desenvolvido nos capítulos seguintes;
- **Capítulo 3**, em que é realizado um levantamento teórico geral do método ADI e as melhorias que recebeu em trabalhos anteriores, assim como descrições e observações sobre sua forma de operação;
- **Capítulo 4**, em que são apresentados conceitos básicos de modelagem de SEP e informações sobre o programa PacDyn [52] (Programa de Análise Linear e Controle do Amortecimento de Oscilações em Sistemas de Potência), utilizado na modelagem de sistemas para estudos de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de SEP;
- **Capítulo 5**, em que são apresentadas quatro abordagens para redução de ordem paramétrica de forma a preservar o acesso a parâmetros de interesse (em estudos de estabilidade eletromecânica do SEP, parâmetros de grande interesse são os ganhos e as constantes de tempo referentes aos zeros que determinados dispositivos PSSs inserem no sistema em malha fechada). Os procedimentos para construção e obtenção do modelo reduzido resultante foram detalhados. A 1ª abordagem proposta considera as matrizes de transformação de ordem, obtidas na ROM em determinada configuração de parâmetros, como constantes para gerar MORs em outros valores de parâmetros. A 2ª abordagem retira do sistema FOM as equações associadas a PSSs e quaisquer outros dispositivos, realiza a ROM e, em seguida, utiliza a metodologia proposta de ROPM para reacoplar estas equações ao MOR. A 3ª abordagem é semelhante à 2ª, porém retira do sistema apenas as equações que contém os parâmetros de interesse. A 4ª abordagem associa equações de ramos em paralelo a equações que contenham parâmetros de interesse, realiza a ROM sem estes ramos paralelos, e os reacopla ao sistema reduzido;
- **Capítulo 6**, em que são apresentados os principais resultados computacionais das comparações e análises de desempenho das quatro abordagens apresentadas no Capítulo 5. Três sistemas FOM foram empregados nos diversos testes, sendo que dois originados de uma topologia de rede elétrica do BIPS2007, e o terceiro deriva do BIPS2018. Primeiramente, foram realizados diversos testes para se

avaliar o desempenho de cada abordagem proposta de ROPM frente o sistema teste FOM. Alguns testes contemplaram estudos de variação de parâmetros que afetam a precisão dos modelos e a eficácia dos métodos para obtê-los. Em seguida, as abordagens de ROPM foram utilizadas em uma análise de *Root Loci* para ajuste de PSS com finalidade de realocar modos instáveis e pouco amortecidos. Realizaram-se simulações no domínio do tempo para comparar as respostas entre FOM e MOR com a inclusão de não-linearidades em ambos, incluindo atraso no tempo. Em seguida, o método de ROPM proposto no capítulo 5 foi submetido a um grande estresse ao ser exigida a ROPM do sistema FOM subtraído de um vital subsistema de geração-transmissão de Itaipu. Realizaram-se testes de ROPM de um sistema FOM com dimensões extremamente elevadas;

- **Capítulo 7**, em que são discutidas as conclusões deste trabalho e são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

Leitores mais experientes podem optar por iniciar a leitura no Capítulo 5, onde iniciam-se as contribuições inovadoras deste trabalho.

Capítulo 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O entendimento para a determinação de MOR passa pela compreensão dos fundamentos teóricos relativos ao cálculo de gramianiana. Por isso, este capítulo visa descrever a forma de representação do sistema dinâmico a ser estudado nos próximos capítulos, destacando as principais características entre uma abordagem por representação de estados e por sistema descritor. Com este intuito, ilustra-se como operações envolvendo matrizes esparsas conduzem a desdobramentos eficientes, se comparadas a operações envolvendo matrizes com elevado número de elementos não-nulos.

A finalidade neste ponto é dar enfoque ao cálculo de gramianas, por método tradicional, sem levar em conta aspectos teóricos e aspectos de programação computacional acerca do armazenamento esparsas das matrizes, visto que estas funcionalidades já estão bem incorporadas no software Matlab [56].

2.1 MATRIZES, AUTOVALORES E AUTOVETORES

Seja uma matriz genérica M com n linhas e m colunas, ou seja, $M \in \mathbb{C}^{n \times m}$. Um elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna de M será denotado por (m_{ij}) . Nesta seção são apresentadas algumas definições que serão utilizadas ao longo deste trabalho.

O *rank*, ou posto, da matriz M é o menor entre o máximo número de linhas linearmente independentes entre si e o máximo número de colunas linearmente independentes entre si [57, 58]. Ou ainda, $rank(M) = \min(dim(L_n), dim(C_m))$, em que L_n e C_m são, respectivamente, os subespaços de maior dimensão que podem ser gerados pelas linhas e colunas de M .

A transposta de M , denotada por M^T , consiste no rearranjo dos elementos de M de forma que, para cada linha i e coluna j de M^T , o elemento (m_{ij}^T) seja igual a (m_{ji}) de M . A transposta conjugada de M , denotada M^* , é a matriz resultante após se obter o conjugado complexo elemento a elemento de M^T .

Uma matriz é simétrica se $M^T = M$, o que obriga que M seja matriz quadrada, ou seja, com mesmo número de linhas e colunas.

A inversa de uma matriz quadrada $M_{n \times n}$, denotada por M^{-1} , é tal que $MM^{-1} = M^{-1}M = I_{n \times n}$. A matriz identidade de ordem n será representada por $I_{n \times n}$. A inversa de M existe e é única se o rank de M é igual a n , ou seja, M é de posto completo, o que é equivalente à condição do determinante de M ser não nulo.

Uma matriz a elementos reais é ortogonal se $M^T M = M M^T = I_{n \times n}$, válido também somente para matrizes quadradas. Para os casos complexos, se uma matriz de norma unitária possui inversa igual à sua transposta conjugada, $M^{-1} = M^*$, é chamada de unitária.

O espaço nulo \mathcal{N} de uma matriz quadrada $M_{n \times n}$ é definido da seguinte forma: $\mathcal{N}(M) = \{x \in \mathbb{R}^n : Mx = \mathbf{0}\}$. Em outras palavras, é o espaço que engloba todas as soluções do sistema linear homogêneo para a matriz M . A seguinte propriedade é válida: $rank(M) + dim(\mathcal{N}(M)) = n$.

Os autovalores λ_i de uma matriz quadrada M são as soluções para a equação:

$$\det(\lambda I - M) = 0 \tag{2.1}$$

O polinômio $p(\lambda) = \det(\lambda I - M)$ é chamado de polinômio característico de M . O maior valor absoluto entre os autovalores é chamado de raio espectral de M . Para determinado autovalor λ_i de M , se existir um vetor não nulo x_i que satisfaça $(\lambda_i I - M)x_i = 0$, então x_i é chamado de autovetor (à direita) de M associado ao autovalor λ_i .

As soluções dos sistemas

$$(\lambda_i I - M)w_i = \mathbf{0} ,$$

para o i -ésimo autovalor λ_i de M , compõem os respectivos espaços nulos $\mathcal{N}(\lambda_i I - M)$. Cada vetor não nulo $w_i \in \mathbb{C}^n$ é chamado autovetor à direita de M associado ao autovalor λ_i [57–59].

Analogamente, as soluções dos sistemas

$$(\lambda_i^* I - M^*)v_i^* = \mathbf{0} ,$$

para o i -ésimo autovalor λ_i de M , compõem os respectivos espaços nulos $\mathcal{N}(\lambda_i^*I - M^*)$. Cada vetor não nulo $v_i \in \mathbb{C}^{1 \times n}$ é chamado autovetor à esquerda de M associado ao autovalor λ_i [57–59].

Uma matriz quadrada M a elementos reais é positiva definida se $x^T M x > 0$, para todo vetor $x \neq \mathbf{0}$. Neste caso, todos os autovalores de M são positivos. De forma análoga, chama-se matriz negativa definida se $x^T M x < 0$ para todo vetor $x \neq \mathbf{0}$, com autovalores todos negativos.

A norma-2 de um vetor, também chamada de norma euclidiana, é definida da seguinte forma [57]: $\|x\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{dim(x)} (x_i)^2}$. Para matrizes, a norma-2 é da forma $\|x\|_2 = \sqrt{\sigma(M)}$, em que $\sigma(M)$ é o maior autovalor de $M^T M$.

2.2 ORTONORMALIZAÇÃO E DECOMPOSIÇÕES MATRICIAIS

Decomposição QR

A fatoração QR [56,57] expressa uma matriz $M_{n \times m}$ como $M = QR$. A matriz Q é uma matriz ortogonal em $\mathbb{R}^{n \times n}$ e R é uma matriz triangular superior em $\mathbb{R}^{n \times m}$ [56,57]. Ainda existe a decomposição QR econômica, em que se $n > m$, apenas as m primeiras colunas de Q e as m primeiras linhas de R são computadas. Esta fatoração será utilizada para ortonormalizar entre si as colunas de determinada matriz.

Decomposição LUPQR

A decomposição LUPQR [24] consiste em uma decomposição aprimorada da fatoração LU de uma matriz, da forma $M = LU$, em que L é uma matriz triangular inferior e U é triangular superior.

Conforme padronizado em documentação de Matlab [56], a fatoração LUPQR é da forma $P(R^{-1}M)Q = LU$ e só é realizada para matrizes M esparsas não nulas, conforme é explicado na Seção 2.4. Rescrevendo-se os termos, obtém-se:

$$M = RP^{-1}LUQ^{-1}. \quad (2.2)$$

A matriz L é triangular inferior, U é triangular superior, P e Q são matrizes de

permutação e R é uma matriz diagonal de escala. Este tipo de fatoração será revisto na Seção 2.4.

Fatoração de Cholesky

A fatoração de Cholesky [4,57] tradicionalmente realiza a decomposição na forma $M = LL^*$, em que L é uma matriz triangular inferior. Para que a fatoração funcione e seja única, M deve ser positiva definida.

Ainda há a decomposição de M em fatores de Cholesky de baixo rank [4,57], da forma $M = ZZ^*$. Neste trabalho, esta decomposição será feita da seguinte forma [4,57]: dada a matriz $M_{n \times n}$ e o fator de Cholesky de baixo rank $Z_{n \times m}$, com $n \gg m$, é utilizada uma transformação matricial com uma matriz $V_{n \times m}$ de forma que $M = VYV^T$ e em seguida é feita a fatoração: $M = Vchol(Y)V^T = VLL^TV^T = (VL)(VL)^T = ZZ^T$. O operador $chol(\cdot)$ indica a decomposição de Cholesky.

Decomposição em SVD

A decomposição em valores singulares (SVD, do inglês *Singular Value Decomposition*) [4,57,58] normalmente é utilizada em abordagens de aproximação para resolução de sistemas lineares não inversíveis por conta das matrizes não serem quadradas, no sentido de minimizar o erro quadrático desta aproximação. O interesse de se utilizar SVD neste trabalho está na obtenção dos valores singulares de Hankel, como será explicado em seções posteriores.

Dada a matriz $M_{n \times m}$, a decomposição inicia-se pelo problema de autovalores e autovetores de MM^T :

$$\det(\lambda I - MM^T) = 0, \tag{2.3}$$

$$(\lambda_i I - MM^T)x_i = 0. \tag{2.4}$$

A raiz quadrada dos autovalores de MM^T leva aos valores singulares de M , denotados por $\sigma(M)$, ou seja, $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$. A decomposição SVD de M é dada na forma:

$$M = U\Sigma V^* \tag{2.5}$$

em que $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $V \in \mathbb{R}^{m \times m}$ e ambas são ortonormais. As colunas de U e de V são chamadas de vetores singulares à esquerda e vetores singulares à direita, respectivamente. Além disso, os autovetores x_i obtidos na eq. (2.4) formam as colunas da matriz U . A matriz $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times m}$ possui elementos não nulos apenas em sua diagonal principal e estes correspondem aos valores singulares de M , dispostos em ordem decrescente do canto superior esquerdo ao canto inferior direito de Σ .

2.3 REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS E SISTEMA DESCRITOR

Um sistema linear invariante no tempo, com n estados, m entradas, q saídas, pode ser representado na forma de espaço de estados Σ_{SS} [4, 60]:

$$\Sigma_{ss} \equiv \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (2.6)$$

em que $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados; $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$, o vetor de entrada (ou de controle); e $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^q$, o vetor de saída; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz de estado ou de sistema; $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ é a matriz de entrada, $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ é a matriz de saída e $D \in \mathbb{R}^{q \times m}$ é a matriz de transmissão direta.

Com auxílio da transformada de Laplace, a função de transferência ou resposta em frequência associada ao sistema (2.6) é definida por $H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$, em que $s \in \mathbb{C}^n$ é o operador da transformada de Laplace.

É possível mostrar que, para a representação em espaços de estados, os autovalores da matriz de estado A na eq. (2.6), obtidos em $\det(sI - A) = 0$, são iguais aos polos da função de transferência do sistema, caso não ocorra cancelamento exato de polos com zeros, isto é, caso o sistema seja de ordem mínima. O conhecimento da posição dos autovalores ou polos de um sistema é de fundamental importância para a análise de estabilidade. Assim, para um sistema de ordem mínima, os n autovalores representam os modos naturais do sistema e aparecem na resposta temporal ao se desenvolver expressões da forma $e^{\lambda_n t}$ [60, 61]. Eles podem ser reais ou complexos. Se os autovalores forem complexos e o sistema físico for real, como no caso dos sistemas de potência, os autovalores sempre aparecem em pares conjugados.

A resposta de um sistema é composta por uma resposta natural e uma resposta forçada [60, 61]. Quando o sistema apresenta todos os seus autovalores reais negativos,

a resposta natural do sistema decresce exponencialmente e o valor final da saída será o da resposta forçada, adequadamente modificada em magnitude e fase. Se apresentar um autovalor complexo conjugado, com a parte real negativa, esse modo oscilará com amplitudes que decrescem exponencialmente em torno da resposta forçada. Nesse caso, com o tempo a resposta forçada será dominante. Por fim, se o sistema apresentar um autovalor real positivo, ou com parte real positiva, a resposta do sistema cresce exponencialmente e nunca tende à resposta forçada, o que caracteriza um sistema instável.

Um conceito muito importante, utilizado no Capítulo 6, é o de fatores de participação. Conforme apresentado em [59], o fator de participação é definido como

$$P_{ik} \triangleq w_{ik}v_{ik}, \quad i, k = 1, \dots, n, \quad (2.7)$$

em que w_{ik} é a i -ésima componente do autovetor à direita associado ao autovalor λ_k , v_{ik} é a i -ésima componente do autovetor à esquerda associado ao autovalor λ_k . Conforme explicado em [59], P_{ik} mede o quanto o i -ésimo estado afeta o modo λ_k . Em geral o valor absoluto de P_{ik} é utilizado.

Os estados representados no vetor de estados \mathbf{x} constituem o conjunto, normalmente mínimo, de variáveis necessárias para representar o comportamento dinâmico do sistema linear. A representação de sistema descritor acrescenta, ainda, variáveis adicionais que não trazem acréscimo de informação a respeito da dinâmica do sistema (modelada por equações diferenciais), mas apenas explicitam informações de conexões e relações, entre grandezas, que não armazenam energia ao longo do tempo. Estas são as n_z variáveis algébricas do sistema. Uma representação particular na forma descritora pode ser colocada na seguinte forma [4, 8, 10, 27]:

$$\Sigma_J \equiv \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) & = J_1\mathbf{x}(t) + J_2\mathbf{z}(t) + B_1\mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{0} & = J_3\mathbf{x}(t) + J_4\mathbf{z}(t) + B_2\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) & = C_1\mathbf{x}(t) + C_2\mathbf{z}(t) + D_a\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (2.8)$$

em que $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$ é um vetor de variáveis algébricas e $J_1[n \times n]$, $J_2[n \times n_z]$, $J_3[n_z \times n]$, $J_4[n_z \times n_z]$, $B_1[n \times m]$, $B_2[n_z \times m]$, $C_1[q \times n]$, $C_2[q \times n_z]$, e $D_a[q \times m]$ são matrizes esparsas de tamanho adequado. Para estudos do problema de oscilações eletromecânicas em modelos adotados em sistemas de potência, J_4 é sempre *invertível* [6, 62]. As matrizes J_i são submatrizes de uma matriz A_a aumentada denominada matriz jacobiana em razão de ser resultado da aproximação linear de primeiro grau no

processo de linearização do sistema. Neste trabalho, será utilizada a modelagem linear adotada no software PacDyn [52, 61].

Denotando-se o vetor de estados aumentado por $\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{z}^T]^T$, pode-se rescrever Σ_J da eq. (2.8):

$$\Sigma_J \equiv \begin{cases} E\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n_z} \\ \mathbf{0}_{n_z \times n} & \mathbf{0}_{n_z \times n_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + D_a \mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (2.9)$$

Define-se a matriz jacobiana aumentada A_a e as matrizes aumentadas B_a e C_a da seguinte forma:

$$A_a = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, C_a = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

As matrizes da representação em espaço de estados, eq. (2.6), podem ser recuperadas a partir das matrizes $J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2, C_1, C_2$, e D_a por meio de [4]:

$$\begin{aligned} A &= J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3, & B &= B_1 - J_2 J_4^{-1} B_2, \\ C &= C_1 - C_2 J_4^{-1} J_3, & D &= D_a - C_2 J_4^{-1} B_2. \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.4 ESPARSIDADE DE MATRIZES E OPERAÇÕES IMPLÍCITAS

Matrizes esparsas são aquelas que possuem uma grande quantidade de elementos nulos [25, 26]. Convenciona-se que matrizes esparsas possuam menos de 1% de seus elementos não nulos.

A título de exemplificação, considera-se um modelo de SEP utilizado em [4]. As Figuras 2.1 e 2.2 apresentam o preenchimento de elementos não-nulos na matriz de estados e na matriz jacobiana aumentada deste sistema (os espaços em branco

representam os elementos nulos). Conforme pode ser visto na Figura 2.1, a topologia da matriz de estados A deste sistema de potência é muito densa, com cerca de 41,12% de elementos não-nulos [4]. Em contrapartida, a respectiva matriz jacobiana aumentada A_a possui apenas cerca de 0,068% de elementos não-nulos, muito esparsa, como pode ser visto na Figura 2.2.

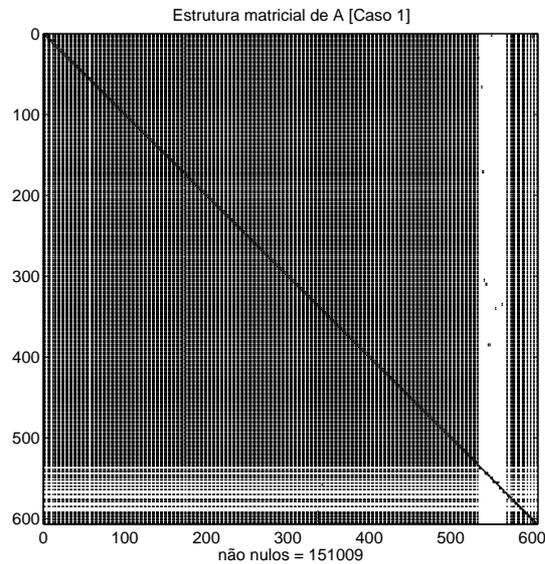


Figura 2.1: Estrutura matricial da matriz de estado A .

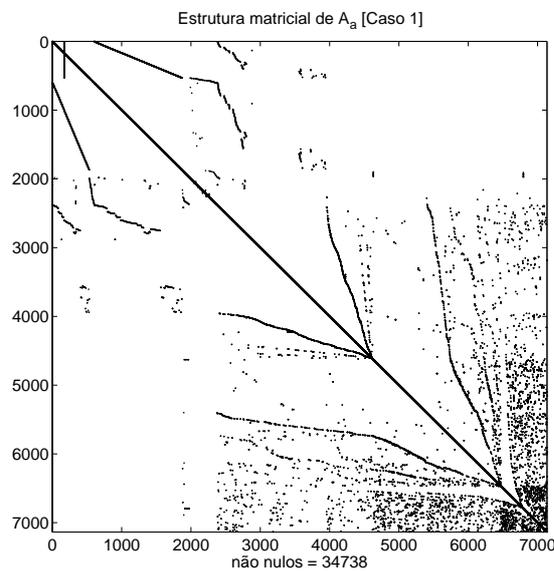


Figura 2.2: Estrutura matricial da matriz jacobiana aumentada A_a .

Além disso, a estrutura matricial da matriz jacobiana aumentada e posição dos elementos não nulos não é completamente aleatória, mas apresenta certos padrões que permitem ser melhor exploradas em determinadas operações, conforme é discutido mais adiante.

Na representação por espaço de estados de sistemas de potência, a matriz de estados A geralmente é densa, com poucos elementos nulos. Em muitos casos, dada a elevada ordem das matrizes de sistemas elétricos de potência, o cálculo de operações de inversão (A^{-1}) e produtos matriciais se tornam dispendiosos e provavelmente inviáveis no âmbito numérico-computacional. Uma alternativa que tem sido amplamente utilizada na literatura científica trata-se do uso de estruturas matriciais esparsas da representação na forma descritora para a realização das mesmas operações mencionadas, apenas de uma forma diferente, chamada implícita.

Enquanto que as operações ditas explícitas são realizadas diretamente na forma de produtos AV e $A^{-1}V$, as operações implícitas utilizam as matrizes esparsas da representação descritora ($J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2, C_1, C_2$, e D_a), como visto nas equações (2.8). Desta forma, não há o cálculo e armazenamento de A ou A^{-1} nas operações implícitas. Uma otimização para o desempenho das operações implícitas é o uso de determinadas fatorações, como a LUPQR [24].

A seguir mostra-se como realizar as operações de multiplicação e inversão matricial de forma implícita.

Inversão Matricial de forma implícita

Para a inversão matricial [4], inicia-se com a forma explícita $X = A^{-1}B$, em que se deseja calcular X , o que implica realizar a resolução do sistema linear $AX = B$. Com base na eq. (2.12), substitui-se para A e B :

$$(J_1 - J_2J_4^{-1}J_3)X = (B_1 - J_2J_4^{-1}B_2). \quad (2.13)$$

Ou melhor,

$$J_1X + J_2J_4^{-1}(-J_3X + B_2) = B_1 \quad (2.14)$$

Criando-se a variável intermediária $\Gamma = J_4^{-1}(-J_3X + B_2)$, chega-se ao sistema linear modificado

$$J_1X + J_2\Gamma = B_1, \quad (2.15)$$

$$J_3X + J_4\Gamma = B_2. \quad (2.16)$$

Agrupando-se em forma matricial, obtém-se [4]:

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

O sistema linear na eq. (2.17) é eficientemente resolvido, de forma esparsa. Tendo em vista que se deseja obter apenas a solução parcial $X_{n \times m}$, e não a solução completa $\begin{bmatrix} X & \Gamma \end{bmatrix}^T$, faz-se:

$$X_{n \times m} = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n_z} \\ \mathbf{0}_{n_z \times n} & \mathbf{0}_{n_z \times n_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

No caso de ser necessária uma operação da forma $X = A^{-1}V$, em que V não possui uma forma descritora como definido para B_a , pode-se utilizar, em lugar da eq. (2.17), a eq. (2.19):

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ \mathbf{0}_{n_z \times 1} \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

A operação de inversão matricial pode ser ainda mais otimizada agora que são utilizadas matrizes esparsas. Optou-se por realizar a fatoração LUPQR [24] de A_a , ou seja, $A_a = R_{aa}P_{aa}^{-1}L_{aa}U_{aa}Q_{aa}^{-1}$, com subíndice aa , da seguinte forma

$$A_a \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix} = R_{aa}P_{aa}^{-1}L_{aa}U_{aa}Q_{aa}^{-1} \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix} = B_a. \quad (2.20)$$

A solução é da forma

$$X = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n_z} \\ \mathbf{0}_{n_z \times n} & \mathbf{0}_{n_z \times n_z} \end{bmatrix} Q_{aa}U_{aa}^{-1}L_{aa}^{-1}P_{aa}R_{aa}^{-1}B_a. \quad (2.21)$$

Os procedimentos para inversão matricial envolvendo a matriz C ao invés de B são análogos aos realizados anteriormente para esta última, pois os cálculos agora são do tipo $X = A^{-T}C^T$, em que o superíndice $-T$ indica operação de inversão e transposição da matriz.

Multiplicação Matricial de forma implícita

Para a multiplicação matricial, inicia-se com a forma explícita $X = AB$, em que se deseja calcular X . Com base na eq. (2.12), substitui-se para A e B :

$$X = (J_1 - J_2J_4^{-1}J_3)(B_1 - J_2J_4^{-1}B_2). \quad (2.22)$$

Apesar de se utilizar a matriz A de forma implícita, na multiplicação matricial convém recuperar as matrizes B e C do espaço de estados utilizando-se as eq. (2.12),

já que esta recuperação demanda pouco esforço computacional e pouco tempo. A recuperação inicia-se pela fatoração LUPQR de J_4 . Ou seja, supõe-se que a matriz quadrada J_4 possa ser fatorada como $J_4 = R_{j_4} P_{j_4}^{-1} L_{j_4} U_{j_4} Q_{j_4}^{-1}$, com subíndice j_4 atribuídos aos fatores dessa operação, e em seguida:

$$B = B_1 - J_2 J_4^{-1} B_2 = B_1 - J_2 Q_{j_4} U_{j_4}^{-1} L_{j_4}^{-1} P_{j_4} R_{j_4}^{-1} B_2, \quad (2.23)$$

$$C = C_1 - C_2 J_4^{-1} J_3 = C_1 - \left[R_{j_4}^{-T} P_{j_4}^T L_{j_4}^{-T} U_{j_4}^{-T} Q_{j_4}^T C_2^T \right]^T J_3. \quad (2.24)$$

em que o superíndice $-T$ indica operação de inversão e transposição da matriz.

Portanto, uma vez recuperadas as matrizes B e C , a multiplicação é simplesmente conduzida da seguinte forma:

$$X = J_1 B - J_2 J_4^{-1} J_3 B. \quad (2.25)$$

Novamente, a decomposição LUPQR [24] pode ser utilizada para melhorar o desempenho dos cálculos, de forma esparsa, da forma:

$$X = J_1 B - J_2 Q_{j_4} U_{j_4}^{-1} L_{j_4}^{-1} P_{j_4} R_{j_4}^{-1} J_3 B. \quad (2.26)$$

Similarmente, como no caso da resolução de sistemas lineares, os procedimentos para multiplicação envolvendo a matriz C são análogos, pois é realizada com base na expressão $X = A^T C^T$. O mesmo é observado pela multiplicação por qualquer matriz genérica V , de dimensões adequadas, ao invés de C ou B .

2.5 ESTABILIDADE E EQUAÇÃO MATRICIAL DE LYAPUNOV

Seja um sistema não linear $\dot{x} = f(x)$ aproximado linearmente pela forma:

$$\dot{x} = Ax(t) \quad (2.27)$$

Um primeiro método para verificação da estabilidade de sistemas lineares passa pelo conceito de modos estáveis e instáveis do próprio sistema. Como no caso as variáveis são contínuas, os autovalores instáveis de A se localizam à direita no plano complexo (polos sobre o eixo imaginário $j\omega$ levam a uma situação marginalmente

estável, e são chamados de autovalores críticos). Já no caso discreto, a instabilidade é verificada pela presença de polos na região externa a um círculo unitário, no domínio da transformada z . Esta metodologia de análise de estabilidade, de um ponto de equilíbrio, é referenciada como primeiro método de Lyapunov para sistemas lineares [23, 58].

O segundo método de Lyapunov consiste no estudo do comportamento de determinadas funções de campo vetorial que, para a estabilidade, devem assintoticamente atingir algum ponto de equilíbrio e permanecer em determinada vizinhança deste ponto de equilíbrio, a partir de certo instante de tempo.

A estabilidade de Lyapunov é enunciada a seguir [23, 58].

“Um ponto de equilíbrio de um sistema dinâmico invariante no tempo é estável se existe uma função escalar de Lyapunov $L(x)$ continuamente diferenciável, de forma que, ao longo de toda e qualquer trajetória do sistema o seguinte é satisfeito:”

$$L(x) > 0, \quad \forall x \neq 0 \quad L(0) = 0 \quad (2.28)$$

$$\dot{L}(x) = \frac{dL}{dt} = [\nabla_x L] \dot{x} \leq 0. \quad (2.29)$$

Normalmente, a função de Lyapunov utilizada é da forma quadrática $L(x) = x^T P x$, em que P é uma matriz simétrica positiva definida e invariante no tempo.

Para sistemas lineares, dado que as condições nas eq. (2.28) e eq. (2.29) devem valer para qualquer estado do sistema na eq. (2.27), pode-se desenvolver:

$$\begin{aligned} \dot{L}(x) &= \frac{d(x^T P x)}{dt} = \\ &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = \\ &= (Ax)^T P x + x^T P A x = \\ &= x^T A^T P x + x^T P A x = \\ &= x^T (A^T P + P A) x \\ &= -x^T Q x \end{aligned} \quad (2.30)$$

em que foi definido $A^T P + P A = -Q$, e Q deve ser matriz positiva definida para que $\dot{L}(x) < 0$. Se for possível encontrar uma matriz P positiva definida que leve a estes resultados, o sistema é estável segundo concepção de Lyapunov.

Encontrar P é equivalente a encontrar a solução da equação algébrica de Lyapunov para sistemas contínuos

$$A^T P + P A = -Q, \quad (2.31)$$

Todas as matrizes da eq. (2.31) são quadradas e de mesmas dimensões que A .

Se a matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ possui todos os seus autovalores com parte real negativa, ou seja, se é negativa definida, então a eq. (2.31) possui uma única solução P positiva definida [23]. Neste caso, a solução P pode ser determinada resolvendo-se

$$P = \int_0^{\infty} e^{A\tau} Q e^{A^T \tau} d\tau. \quad (2.32)$$

Note-se que P na eq. (2.32) converge para um valor constante, porque assume-se que a matriz A tem todos seus autovalores localizados no semiplano esquerdo do plano complexo.

2.6 TRUNCAMENTO BALANCEADO DE FORMA GERAL

Nesta seção, o truncamento balanceado na redução de ordem é descrito de forma generalizada, com propósito de apresentar mais à frente como o método é utilizado conforme concepção deste trabalho.

É importante ressaltar que a técnica de truncamento balanceado não objetiva a obtenção dos valores exatos de polos do sistema original (FOM), como é feito em truncamento modal, mas sim criar um MOR de ordem muito reduzida com polos que podem ou não coincidir com os polos do FOM. Em geral alguns polos tendem a coincidir, como os de maior resíduo [4, 11–13].

Dado um sistema linear representado na forma de espaço de estados, ou na forma descritora, conforme Seção 2.3, o primeiro passo do truncamento balanceado é resolver um par de equações de Lyapunov, uma de controlabilidade e outra de observabilidade. A solução P da eq. (2.31) foi renomeada de X_B e X_C , respectivamente. Estas

soluções são chamadas de matrizes gramianas de controlabilidade e observabilidade, respectivamente.

Enquanto a equação de controlabilidade possui $Q = BB^T$, a equação de observabilidade, em estrutura transposta, possui $C^T C$ em lugar de Q e A^T em lugar de A , em referência à eq. (2.31).

$$AX_B + X_B A^T = -BB^T \quad (2.33)$$

$$A^T X_C + X_C A = -C^T C. \quad (2.34)$$

O par de equações (2.33) e (2.34) pode ser resolvido por métodos tradicionais, como Bartels-Stewart [22]. Contudo, em razão da elevada ordem dos sistemas que poderão ser reduzidos, os métodos tradicionais se tornam ineficazes por demandarem tempo de processamento muito elevado. Esta é a razão de se utilizar outros métodos, como o EKS [14–18] e ADI [4, 11–13], para a solução rápida das equações de Lyapunov, mesmo que estas soluções sejam aproximadas.

Uma vez obtidas as soluções X_B e X_C , é realizada a decomposição em SVD do produto $X_B^* X_C$ com a finalidade de obter os valores singulares de Hankel.

Em contraposição com a Seção 2.2, a decomposição SVD será expressa na forma $X_B^* X_C = U_B \Sigma U_C^*$, em lugar da forma padrão $U \Sigma V^*$, apenas uma mudança de escrita. Dado que $X_B^* X_C$ é uma matriz quadrada de ordem n , pode-se escrever:

$$X_B^* X_C = \begin{bmatrix} ub_{11} & ub_{12} & \dots & ub_{1n} \\ ub_{21} & ub_{22} & \dots & ub_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ub_{n1} & ub_{n2} & \dots & ub_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} uc_{11} & uc_{12} & \dots & uc_{1n} \\ uc_{21} & uc_{22} & \dots & uc_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ uc_{n1} & uc_{n2} & \dots & uc_{nn} \end{bmatrix}^T \quad (2.35)$$

em que (ub_{ij}) e (uc_{ij}) são os elementos de U_B e U_C , respectivamente, e $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_n$ são os n valores singulares de Hankel, dispostos na diagonal de Σ de forma decrescente.

Após a obtenção dos valores singulares de Hankel, é realizado o truncamento até

o k -ésimo maior valor singular, o que definirá a ordem $k \ll n$ do MOR,

$$\begin{aligned}
 U_B^k &= \begin{bmatrix} ub_{11} & ub_{12} & \dots & ub_{1k} \\ ub_{21} & ub_{22} & \dots & ub_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ub_{n1} & ub_{n2} & \dots & ub_{nk} \end{bmatrix} & \Sigma_k &= \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_k \end{bmatrix} \\
 U_C^k &= \begin{bmatrix} uc_{11} & uc_{12} & \dots & uc_{1k} \\ uc_{21} & uc_{22} & \dots & uc_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ uc_{n1} & uc_{n2} & \dots & uc_{nk} \end{bmatrix}^T
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Em seguida, são construídas as matrizes de transformação de ordem esquerda $T_L(n \times k)$ e de transformação de ordem direita $T_R(n \times k)$, tal que $T_L^T T_R = I_{k \times k}$ [4]:

$$\begin{aligned}
 T_L &= \text{real}(X_B) U_B^k \Sigma_k^{-1/2} \\
 T_R &= \text{real}(X_C) U_C^k \Sigma_k^{-1/2}
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

em que $\text{real}(X)$ significa a forma real da gramianiana X , já que esta pode assumir valores complexos, mas as matrizes de transformação de ordem T_R e T_L devem ser reais. Na realidade, a contribuição da parte imaginária de X é numericamente desprezível, visto que é possível se determinar uma forma real para a gramianiana X .

Finalmente, o MOR é montado da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 A_R &= T_L^T A T_R, \\
 B_R &= T_L^T B, \\
 C_R &= C T_R, \\
 D_R &= D
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

O Algoritmo 1 resume o procedimento geral para o truncamento balanceado [4].

Algorithm 1 / Algoritmo 1: Truncamento balanceado de forma geral.

ENTRADA: Matrizes do sistema na representação de espaço de estados (A, B, C, D) ou descritora $(J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2, C_1, C_2, D_a)$, ordem k do MOR.

SAIDA: MOR na representação de espaço de estados (A_R, B_R, C_R, D_R)

- 1: Inicialização (fatorações, cálculo de parâmetros e cálculos iniciais).
- 2: Resolução das equações de Lyapunov com a obtenção das matrizes gramianas X_B e X_C .

$$AX_B + X_B A^T = -BB^T$$

$$A^T X_C + X_C A = -C^T C$$

- 3: Decomposição SVD de $X_B^* X_C$.

$$U_B \Sigma U_C^* = X_B^* X_C$$

- 4: Truncamento após o k -ésimo maior valor singular de Hankel:

$$U_B^k = U_B(:, 1:k) \quad \Sigma_k = \Sigma(1:k, 1:k) \quad U_C^k = U_C(:, 1:k)$$

- 5: Cálculo das matrizes de transformação de ordem reais T_L e T_R como

$$T_L = \text{real}(X_B) U_B^k \Sigma_k^{-1/2} \text{ e } T_R = \text{real}(X_C) U_C^k \Sigma_k^{-1/2},$$

em que $\Sigma_k^{-1/2}$ corresponde à matriz com o inverso da raiz quadrada de elemento a elemento de Σ_k .

- 6: Montagem do MOR $(A_R, B_R, C_R$ e $D_R)$:

$$A_R = T_L^T A T_R, \tag{2.39}$$

$$B_R = T_L^T B, \tag{2.40}$$

$$C_R = C T_R, \tag{2.41}$$

$$D_R = D \tag{2.42}$$

Conforme concebido teoricamente, o truncamento balanceado requer que o sistema a ser reduzido seja estável. Contudo, muitos sistemas elétricos de potência, quando linearizados em certo ponto de operação, ocasionalmente geram modelos que podem incluir alguns poucos modos instáveis de parte real positiva não muito grande. Isto se torna ainda mais acentuado quando não são incluídos dispositivos projetados para estabilizar a rede elétrica, como os PSSs [27, 59, 63].

Um artifício que tem sido utilizado em alguns trabalhos [4, 18, 27, 64, 65] consiste em realizar um pequeno deslocamento/shift α na variável s da transformada de Laplace, de forma que $s = \rho + \alpha$. Pode ser mostrado que, ao se realizar esta operação, o plano complexo na variável ρ possui os seus polos deslocados à esquerda, em direção à estabilidade. Em termos da representação de espaço de estados, a única alteração consiste em realizar um deslocamento/shift na matriz de estados, tal que

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_\alpha \mathbf{x} + B \mathbf{u} = (A - \alpha I_{n \times n}) \mathbf{x} + B \mathbf{u} \\ \mathbf{y}(t) = C \mathbf{x} + D \mathbf{u} \end{cases} \quad (2.43)$$

é um sistema estável, para um valor adequado de α , maior que a parte real do polo mais à direita do plano complexo.

Após esta operação, a redução de ordem ocorre sobre este novo sistema e após obtido o MOR $(A_{R\alpha}, B_R, C_R, D_R)$, é realizado um deslocamento/shift inverso da matriz $A_{R\alpha}$, de modo que:

$$A_R = A_{R\alpha} + \alpha I_{k \times k}. \quad (2.44)$$

Em lugar de utilizar a eq. (2.44), outra opção é simplesmente reconstruir o MOR com as eq. (2.38) utilizando a matriz A original sem shift.

No caso da representação da forma descritora, o shift é feito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A - \alpha I &= J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3 - \alpha I = \\ (J_1 - \alpha I) - J_2 J_4^{-1} J_3 &= J_{1\alpha} - J_2 J_4^{-1} J_3, \end{aligned} \quad (2.45)$$

ou seja, basta realizar o shift na matriz J_1 . No shift inverso, a eq. (2.44) pode ser utilizada, ou simplesmente utilizar J_1 original, sem shift.

Normalmente, quando há polos instáveis nos modelos a serem reduzidos, estes polos possuem resíduos associados relativamente elevados. Conseqüentemente, o MOR geralmente incorpora fielmente as instabilidades do FOM, sem maiores dificuldades.

2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO

Este capítulo teve como objetivo apresentar detalhes sobre representações dos sistemas a serem estudados em capítulos mais à frente. Descreveu-se a representação na forma de espaço de estados e na forma da matriz jacobiana aumentada. O primeiro tipo de representação apresenta matriz de estado com armazenamento denso, ao contrário da matriz jacobiana aumentada que é bastante esparsa. Operações implícitas de produto de matrizes e de produto de matriz inversa por outra matriz foram discutidas a fim de demonstrar o potencial em se trabalhar com matrizes esparsas.

Foram apresentados conceitos relativos ao cálculo de gramianias, sem levar em conta aspectos de armazenamento esparsa das matrizes. A partir do cálculo das gramianias e de procedimentos apropriados, apresentou-se algoritmo para determinação de modelo de ordem reduzida. No capítulo seguinte, são exploradas técnicas mais eficientes, considerando esparsidade, para o cálculo de MOR.

Capítulo 3 MÉTODO ADI

Neste capítulo será abordado o método *Alternating Direction Implicit* (ADI), apresentando-se as principais melhorias e otimizações do método provenientes de trabalhos anteriores de outros pesquisadores. Em seguida, uma seção está reservada para discutir acerca dos parâmetros ADI e como podem ser obtidos. Ao final, são explicitadas as razões para a escolha deste método para ser utilizado no processo de Truncamento Balanceado.

3.1 *Alternating Direction Implicit* (ADI)

Originalmente, o *Alternating Direction Implicit* (ADI) é um método iterativo de diferenças finitas para a solução numérica de equações diferenciais parciais, com a vantagem de simplificar o problema ao resolver, em passos alternados, a diferenciação com respeito a cada variável [66].

O desenvolvimento explicitado será apenas da equação de Lyapunov de controlabilidade $AX_B + X_B A^T = -BB^T$. Analogamente, os resultados podem ser diretamente estendidos para a equação de observabilidade.

A equação de Lyapunov de controlabilidade possui a seguinte forma iterativa ADI [4, 11, 12, 19], com $i = 1, 2, \dots, i_{max}$:

$$\begin{aligned} (A + \mu_i I)X_{(i-1/2)} &= -X_{(i-1)}(A^T - \mu_i I) - BB^T \\ (A + \mu_i I)X_i^* &= -X_{(i-1/2)}^*(A^T - \mu_i I) - BB^T \end{aligned} \quad (3.1)$$

em que $\mu_i \in \mathbb{C}^-$ é o i -ésimo de J parâmetros ADI de shift. O algoritmo inicia com $i = 0$ e $X = \mathbf{0}_{n \times n}$. Se o número de iterações for maior que o número J de parâmetros ADI, estes são utilizados ciclicamente na forma de μ_k , ou seja, na iteração $i = J + 1$, a contagem do índice k é reiniciada e são utilizados novamente μ_1, \dots, μ_J , tal que $k = i \bmod J$. O processo, portanto, continua até que i_{max} seja atingido ou alguma tolerância de erro para o cálculo da gramianiana.

Embora os parâmetros ADI também realizem um deslocamento/shift na matriz A (ou J_1 , no caso implícito), estes não devem ser confundidos com o shift α utilizado com o propósito de estabilizar o sistema (a estabilização é necessária a fim de que se tenha solução positiva definida da equação de Lyapunov). Essencialmente, a função dos parâmetros ADI é realizar um condicionamento para a realização do processo iterativo, como apresentado nas equações (3.1). Desenvolvendo-se as equações (3.1),

$$X_{(i-1/2)} = -(A + \mu_i I)^{-1} X_{(i-1)} (A^T - \mu_i I) - (A + \mu_i I)^{-1} B B^T \quad (3.2)$$

$$X_i = -(A^T - \mu_i I)^* X_{(i-1/2)} (A + \mu_i I)^{-*} - B B^T (A + \mu_i I)^{-*} \quad (3.3)$$

Substituindo-se a eq. (3.2) na eq. (3.3),

$$X_i = (A^T - \mu_i I)^* (A + \mu_i I)^{-1} X_{(i-1)} (A^T - \mu_i I) (A + \mu_i I)^{-*} + (-\mu_i - \mu_i^*) (A + \mu_i I)^{-1} B B^T (A + \mu_i I)^{-*} \quad (3.4)$$

O processo iterativo nas equações (3.1) é equivalente a [4, 13]:

$$X_i = A_{\mu_i} X_{(i-1)} A_{\mu_i}^* - 2\rho_i A_i^{-1} B B^T A_i^{-*}, \quad (3.5)$$

em que $A_{\mu_i} = (A^T - \mu_i I)^* (A + \mu_i I)^{-1}$, $A_i = (A + \mu_i I)$ e $\rho_i = \text{real}(\mu_i)$, [4].

O termo A_{μ_i} corresponde à transformação espectral de Cayley [67], que mapeia a transformação conforme do semiplano complexo esquerdo para um disco unitário, também utilizada para transformar a equação de Lyapunov contínua na forma discreta [23]. Para a convergência do método, o raio espectral de A_{μ_i} deve ser menor que 1, logo os parâmetros ADI são essenciais para a velocidade de convergência do método [11, 23]. A forma como são obtidos é discutida na Seção 3.3.

3.2 MELHORIAS DO MÉTODO DE TRABALHOS ANTERIORES

O método ADI sofreu diversas adaptações e melhorias ao longo dos anos. Uma delas consiste em observar que as soluções X_B e X_C podem possuir baixo *rank* e são simétricas [11, 13, 20], o que permite a escrita da gramianiana X como o produto de fatores de Cholesky de baixo *rank* [4, 11, 20]:

$$X_i = Z_i Z_i^*. \quad (3.6)$$

Em [11–13, 20, 21] é mostrado, com a substituição da eq. (3.6) na eq. (3.5), que pode-se chegar ao chamado CF-ADI (do inglês, *Cholesky Factor ADI*):

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sqrt{-2\rho_1}(A + \mu_1 I)^{-1}B, \\ Z_i &= \begin{bmatrix} A_{\mu_i}Z_{(i-1)} & \sqrt{-2\rho_i}(A + \mu_i I)^{-1}B \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

em que $Z_i \in \mathbb{C}^{n \times m}$, e m é o número de colunas de B , ou número de entradas do sistema. Este algoritmo é muito mais eficiente ao lidar com os fatores de Cholesky em lugar das matrizes $X_{n \times n}$. Contudo, da forma como aparece nas equações (3.7), o termo $A_{\mu_i}Z_{(i-1)}$ é crítico, pois $Z_{(i-1)}$ aumenta m colunas a cada iteração.

O problema com o termo $A_{\mu_i}Z_{(i-1)}$ é resolvido em [21], com um reordenamento dos parâmetros ADI e a inserção de um passo intermediário, de forma a tornar constante o número de colunas nas operações matriciais antes de aumentar Z_i . Este método é referido como LRFC-ADI (do inglês, *low-rank Cholesky Factor ADI*):

$$\begin{aligned} Z_1 &= T_1 = \sqrt{-2\rho_1}(A + \mu_1 I)^{-1}B, \\ T_i &= \sqrt{\frac{-\rho_i}{-\rho_{(i-1)}}} [T_{(i-1)} - \gamma_i(A + \mu_i I)^{-1}T_{(i-1)}], \\ Z_i &= \begin{bmatrix} Z_{(i-1)} & T_i \end{bmatrix}, \quad i = 2, 3, \dots, i_{max} \end{aligned} \quad (3.8)$$

em que $\gamma_i = \mu_i + \mu_{(i-1)}^*$ [4, 13].

Uma maior otimização do método ADI é realizada adaptando-se o LRFC-ADI para operações implícitas com matrizes esparsas e na forma de sistema descritor [4, 27]. Esta técnica foi denominada SLRFC-ADI (do inglês, *sparse LRFC-ADI*). Neste método, são utilizadas as matrizes da forma descritora, conforme vistas nas Seções 2.3 e 2.4. Os parâmetros ADI são inseridos tal como procedeu-se para a incorporação do shift α . A sua inclusão, portanto, ocorre promovendo alteração apenas na diagonal da matriz J_1 . Os termos como $(A + \mu_1 I)^{-1}B$ e $(A + \mu_i I)^{-1}T_{(i-1)}$ são calculados de forma implícita, genericamente chamados de M nas expressões a seguir.

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_1 I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_i I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Em seguida, estes resultados M são utilizados nas expressões em (3.8). Para maior otimização, a fatoração LUPQR pode ser utilizada, já que as matrizes envolvidas são esparsas (ver Seção 2.4 para maiores detalhes). Os Algoritmos 2 e 3 a seguir apresentam, de forma resumida, a forma como foram calculados Z_B e Z_C neste trabalho. Já o Algoritmo 4 apresenta como o método ADI foi empregado no truncamento balanceado.

Algorithm 2 / Algoritmo 2: Cálculo de Z_B , em que $X_B = Z_B Z_B^*$.

ENTRADA: Matrizes do sistema na representação de espaço de estados (A, B) ou descritora ($J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2$), parâmetros ADI ($\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_J$) reais ou em pares complexos conjugados, número máximo de iterações (i_{max}).

SAIDA: Fator de Cholesky de baixo *rank* da gramiana de controlabilidade (Z_B).

- 1: Inicialização com fatorações LUPQR de A_a , se houver.
- 2: Cálculo pelas equações (3.8), (3.9) e (3.10).

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_1 I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix},$$

$$Z_1 = T_1 = \sqrt{-2\rho_1} M.$$

Para $i = 2, \dots, i_{max}$

$$\mu_i = \mu_{(i \bmod J)},$$

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_i I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$T_i = \sqrt{\frac{-\rho_i}{-\rho_{(i-1)}}} [T_{(i-1)} - \gamma_i M],$$

$$Z_i = \begin{bmatrix} Z_{(i-1)} & T_i \end{bmatrix}.$$

Fim

Algorithm 3 / Algoritmo 3: Cálculo de Z_C , em que $X_C = Z_C Z_C^*$.

ENTRADA: Matrizes do sistema na representação de espaço de estados (A, C) ou descritora $(J_1, J_2, J_3, J_4, C_1, C_2)$, parâmetros ADI $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_J)$ reais ou em pares complexos conjugados, número máximo de iterações (i_{max}) .

SAIDA: Fator de Cholesky de baixo rank da gramianiana de observabilidade (Z_C) .

- 1: Inicialização com fatorações LUPQR de A_a^T , ou transposição de cada fator LUPQR de A_a .
- 2: Cálculo pelas equações (3.8), (3.9) e (3.10).

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_1 I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1^T \\ C_2^T \end{bmatrix},$$

$$Z_1 = T_1 = \sqrt{-2\rho_1} M.$$

Para $i = 2, \dots, i_{max}$

$$\mu_i = \mu_{(i \bmod J)},$$

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_i I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$T_i = \sqrt{\frac{-\rho_i}{-\rho_{(i-1)}}} [T_{(i-1)} - \gamma_i M],$$

$$Z_i = \begin{bmatrix} Z_{(i-1)} & T_i \end{bmatrix}.$$

Fim

Algorithm 4 / Algoritmo 4: Truncamento Balanceado com Método ADI conforme utilizado neste trabalho.

ENTRADA: Matrizes do sistema na representação de espaço de estados (A,B,C,D) ou descritora ($J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2, C_1, C_2, D_a$), parâmetros ADI ($\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_J$), número máximo de iterações (i_{max}), ordem k do MOR, shift α .

SAIDA: MOR na representação de espaço de estados (A_R, B_R, C_R, D_R).

- 1: Inicialização (fatorações, shift com α , cálculo de parâmetros (ADI) e cálculos iniciais).
- 2: Cálculo de Z_B e Z_C pelos Algoritmos 2 e 3.
- 3: Decomposição SVD de $Z_B^* Z_C$.

$$U_B \Sigma U_C^* = Z_B^* Z_C$$

- 4: Truncamento após o k -ésimo maior valor singular de Hankel:

$$U_B^k = U_B(:, 1:k) \quad \Sigma_k = \Sigma(1:k, 1:k) \quad U_C^k = U_C(:, 1:k)$$

- 5: Cálculo das matrizes de transformação de ordem T_L e T_R como

$$T_L = \text{real}(Z_B) U_B^k \Sigma_k^{-1/2} \quad \text{e} \quad T_R = \text{real}(Z_C) U_C^k \Sigma_k^{-1/2},$$

- 6: Montagem do MOR (A_R, B_R, C_R e D_R), com operações matriciais explícitas ou implícitas (seção 2.4):

$$A_R = T_L^T A T_R, \tag{3.11}$$

$$B_R = T_L^T B, \tag{3.12}$$

$$C_R = C T_R, \tag{3.13}$$

$$D_R = D \tag{3.14}$$

3.3 OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS ADI

Os parâmetros ADI assumem vital função no método, pois impactam diretamente na taxa de convergência das iterações, no caso de convergência. Há diferentes técnicas que buscam os parâmetros ótimos e subótimos [11, 12, 20, 21, 68–74].

Uma forma tradicional [4, 11, 19, 20, 74] se baseia na resolução de um problema de mini-max

$$\min_{\{\mu_1, \dots, \mu_J\}} \left\{ \max_{x \in \mathcal{R}} \left| \prod_{j=1}^J \frac{\mu_j^* - x}{\mu_j + x} \right| \right\} \quad (3.15)$$

em que $\mathcal{R} \subset \mathbb{C}^-$, e \mathcal{R} contém os autovalores da matriz de estados estável A .

Um procedimento heurístico [11, 12, 25] para resolver o problema da eq. (3.15) consiste em utilizar o processo de Arnoldi [75] para estimar os autovalores dominantes de A . Basicamente, gera-se uma matriz de projeção $V_{n \times w}$ ($w \ll n$), cujas colunas, ortonormais entre si, formam uma base em um subespaço conveniente, comumente o subespaço de Krylov [15, 75, 76]. A partir de então, uma matriz de *Ritz* é obtida por

$$H_{w^+ \times w^+}^+ = (V_{w^+ \times n}^T) A_{n \times n} V_{n \times w^+} \quad (3.16)$$

e, como a dimensão de H^+ é reduzida, rapidamente são computados os seus autovalores, chamados de valores de *Ritz* estáveis, para A estável. Estes w^+ autovalores aproximam os w^+ maiores (em magnitude) polos de A . O mesmo processo é feito para A^{-1} :

$$H_{w^- \times w^-}^- = (V_{w^- \times n}^T) A_{n \times n}^{-1} V_{n \times w^-} \quad (3.17)$$

em que os w^- autovalores de H^- são também valores estáveis de *Ritz* e aproximam os w^- menores (em magnitude) polos de A . Os $(w^+ + w^-)$ valores de *Ritz* compõem \mathcal{R} . O número $(w^+ + w^-)$ deve ser maior que $2J$ para se obter J parâmetros ADI.

Uma alternativa para o cálculo dos parâmetros ADI seria a possibilidade do próprio usuário do método fixar manualmente os valores $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_J$ de interesse. Essa escolha de valores pode ser baseada em valores experimentais, na análise de picos da resposta em frequência do sistema [27], ou simplesmente arbitrária. Desta forma, pode-se poupar tempo de processamento e esforço computacional se a escolha dos parâmetros for adequada.

3.4 RAZÕES PARA A ESCOLHA DESTE MÉTODO

A escolha do método SLRCF-ADI [4] para ser utilizado juntamente ao Truncamento Balanceado se deve ao fato deste método ser altamente eficiente, robusto e têm recebido diversos aprimoramentos desde versões iniciais.

Em especial, este método apresenta resultados com qualidades superiores se comparadas com, por exemplo, métodos de projeção em subespaços de Krylov [76]. Ainda, o método SLRCF-ADI [4] é compatível com sistemas *Multiple Input Multiple Output* (MIMO), o que é fundamental no desenvolvimento das abordagens de ROPM, conforme será visto no Capítulo 5.

Além disso, a robustez do método permite reduções de ordem de sistemas mesmo que, a rigor, estejam com alguns poucos modos instáveis. Isto é, possibilidade de fazer a redução de ordem com shift $\alpha = 0$, já que o interesse é por valores numéricos dentro de uma faixa de frequência estreita (0,2 a 2,5 Hz) nos estudos de estabilidade eletromecânica. Para detalhes acerca da redução de modelos instáveis, ver Apêndice D.

Nos capítulos subsequentes, o método SLRCF-ADI [4] será explorado e adaptado para incorporar o cálculo de MOR que permitam a preservação da dependência paramétrica existente no FOM em modelos reduzidos de tal forma que se permita ao usuário final a manipulação dos valores variáveis de parâmetros. Ou seja, o método de ROM não-paramétrico SLRCF-ADI será incorporado a um novo método, proposto neste trabalho, de ROPM.

3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO

Este capítulo apresentou os principais conceitos do método ADI e os aprimoramentos de diferentes trabalhos que culminaram na eficiente versão SLRCF-ADI. Detalhes e particularidades deste método foram explicitados, assim como as razões para a escolha de tal método.

Capítulo 4 MODELAGEM DE SEP E PACDYN

Este capítulo apresenta um breve resumo da modelagem de componentes de Sistemas Elétricos de Potência, considerando um sistema trifásico equilibrado, o que permite a análise do ponto de vista da componente de sequência positiva apenas [1, 2, 77, 78]. Ao longo do texto, são apresentadas informações mostrando como a modelagem é realizada no software PacDyn [52]. Em seguida, são apresentadas algumas informações adicionais sobre este software. Um exemplo com sistema máquina-barras infinita é apresentado ao final do capítulo para ilustrar melhor o processo de retirada e inclusão de um controlador ao sistema. O equacionamento envolvendo este último aspecto será mais explorado nos Capítulos 5 e 6.

4.1 TRANSFORMADOR DE DOIS ENROLAMENTOS

Em uma análise simplificada, o transformador de potência de dois enrolamentos pode ser modelado como uma reatância série, desprezando-se as perdas ativas, efeitos de magnetização, etc. Contudo, muitas vezes há a necessidade de incluir o tap do transformador na modelagem. Isto é realizado não apenas para permitir um maior controle das relações de tensões do transformador, mas também para lidar com o problema de conflitos de base em sistema pu [1, 2, 77–80]. Para um transformador de dois enrolamentos com tap assumindo valor real a em um dos lados, aqui adotado como o lado direito, um modelo é apresentado na Figura 4.1(a) [1, 2, 78–80], com o tap no lado em que está a barra m . Baseando-se na teoria de quadripolos [81], um circuito π equivalente apenas com admitâncias é obtido a partir desse modelo e é apresentado na Fig. 4.1(b). Uma vez que deseja-se utilizar a rede passiva do transformador e para fins de simplificação na obtenção de um circuito equivalente, os modelos de transformador utilizados neste trabalho não são defasadores, ou seja, o tap utilizado é um número real, não sendo um fator impeditivo a utilização de tap complexo em futuros trabalhos.

O quadripolo escrito em termos da matriz de admitâncias é da seguinte forma.

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{km} \\ \bar{I}_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A + B) & -A \\ -A & (A + C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

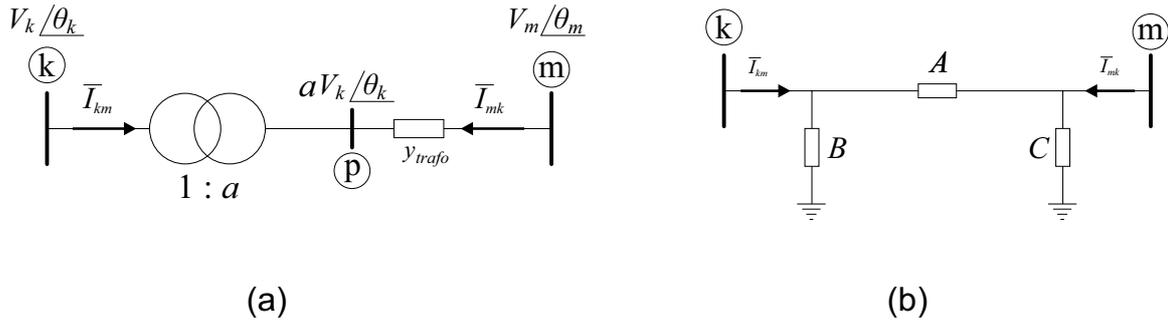


Figura 4.1: (a) Diagrama unifilar ilustrando modelo de transformador com dois enrolamentos, com tap do lado da barra m ; (b) Circuito elétrico equivalente em π para representar um transformador com tap.

Em que $A = (a)y_{trafo}$, $B = (a^2 - a)y_{trafo}$, $C = (1 - a)y_{trafo}$, e y_{trafo} consiste na admitância do transformador, ou simplesmente o inverso de sua impedância jX_{trafo} , conforme dedução em [1, 2, 80]. Ressalta-se que o tap do transformador se encontra do lado da admitância C na Fig. 4.1(b).

Caso haja necessidade de inserção de tap real em ambos os lados do transformador, uma alternativa seria utilizar o modelo da Fig. 4.2(a) e repartir a impedância $z_{trafo} = jX_{trafo}$ do transformador em duas em série: $z_{trafo} = z_{T1} + z_{T2}$, de forma que

$$y_{trafo} = \frac{1}{z_{T1} + z_{T2}} = \frac{(y_{T1})(y_{T2})}{y_{T1} + y_{T2}}. \quad (4.2)$$

Em seguida, cada lado com o seu devido tap é modelado por um circuito equivalente π equivalente, e os dois circuitos são concatenados, como na Figura 4.2(b).

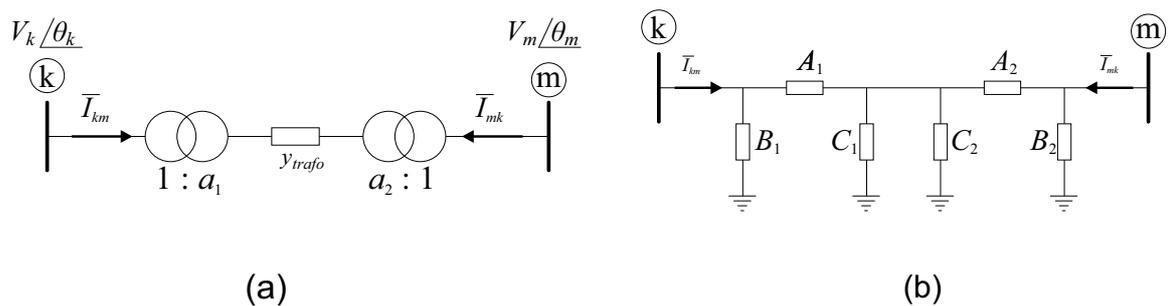


Figura 4.2: (a) Modelo de transformador com tap em ambos os lados; (b) Circuito equivalente do transformador com tap em ambos os lados.

Definindo-se como \bar{V}_x a tensão nodal entre os dois circuitos π da Figura 4.2(b), e admitindo que não há injeção externa de corrente neste ponto, é construída a matriz

de admitância de rede para o circuito da Fig. 4.2(b):

$$\begin{bmatrix} (A_1 + B_1) & -A_1 & 0 \\ -A_1 & (A_1 + C_1 + A_2 + C_2) & -A_2 \\ 0 & -A_2 & (A_2 + B_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}_{km} \\ 0 \\ \bar{I}_{mk} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Em seguida, reordenam-se os elementos da matriz de admitância:

$$\begin{bmatrix} (A_1 + B_1) & 0 & -A_1 \\ 0 & (A_2 + B_2) & -A_2 \\ -A_1 & -A_2 & (A_1 + C_1 + A_2 + C_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \\ \bar{V}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}_{km} \\ \bar{I}_{mk} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

e define-se a seguinte partição:

$$\begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} (A_1 + B_1) & 0 & -A_1 \\ 0 & (A_2 + B_2) & -A_2 \\ \hline -A_1 & -A_2 & (A_1 + C_1 + A_2 + C_2) \end{array} \right], \quad (4.5)$$

para que então seja realizada a redução de Kron [1, 2, 77]: $Y_{resultante} = Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_3$. Conforme eq. (4.1),

$$\begin{aligned} A_1 &= a_1 y_{T1} & A_2 &= a_2 y_{T2} \\ B_1 &= a_1(a_1 - 1)y_{T1} & B_2 &= a_2(a_2 - 1)y_{T2} \\ C_1 &= (1 - a_1)y_{T1} & C_2 &= (1 - a_2)y_{T2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Desenvolvendo-se $Y_{resultante} = Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_3$, chega-se a

$$\begin{bmatrix} (a_1^2)y_{trafo} & -(a_1 a_2)y_{trafo} \\ -(a_1 a_2)y_{trafo} & (a_2^2)y_{trafo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}_{km} \\ \bar{I}_{mk} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

A partir do qual é possível obter um circuito π equivalente como na Fig. 4.1(b). Basta fazer $A = (a_1 a_2)y_{trafo}$, $B = a_1(a_1 - a_2)y_{trafo}$ e $C = a_2(a_2 - a_1)y_{trafo}$.

4.2 LINHAS DE TRANSMISSÃO

A depender do comprimento \mathcal{L} da linha de transmissão, diferentes modelos podem ser adotados para estudo de comportamento da mesma. Para linhas mais longas, o modelo de linha com perdas utilizado se baseia em parâmetros distribuídos com base na teoria de propagação de ondas e no modelo originalmente desenvolvido por O.

Heaviside [1,2,78–80,82,83]. O modelo constitui representações da linha de transmissão como inúmeros trechos diferenciais modelados pelo circuito da Figura 4.3(a).

Sejam r , l , g e c , respectivamente, os parâmetros distribuídos de resistência (série), indutância (série), condutância (em shunt ou derivação) e capacitância (em shunt ou derivação). Estes parâmetros são função da distância (em metros, ou, como adotado, em km) e também podem ser função da frequência. Estes parâmetros são calculados com base na geometria das torres de transmissão, características dos condutores e do meio, etc. [1, 2, 78–80, 82, 83]. Ainda, para determinadas abordagens de pesquisa, os parâmetros de linha podem ser considerados como grandezas estocásticas [84].

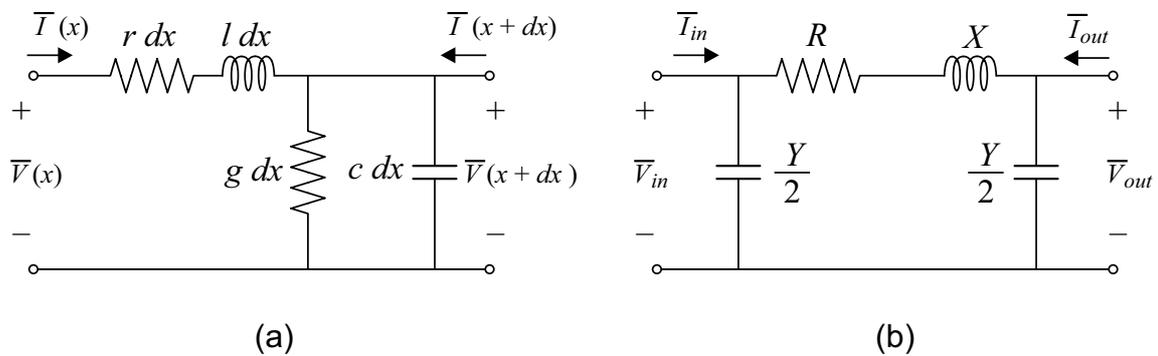


Figura 4.3: (a) Modelo de LT diferencial com a distância; (b) Modelo π -nominal de LT com parâmetros concentrados.

O modelo da Fig. 4.3(a) é descrito pelas equações em regime permanente [1, 2, 79, 82, 83]:

$$\frac{d^2 \bar{V}(x)}{dx^2} = \gamma^2 \bar{V}(x) \quad \text{e} \quad \frac{d^2 \bar{I}(x)}{dx^2} = \gamma^2 \bar{I}(x) \quad (4.8)$$

Em que \bar{V} é a forma fasorial de $V(x, t)$, tensão ao longo da linha e está diretamente relacionada ao campo elétrico que se propaga ao longo desta. Analogamente, $\bar{I}(x)$ é a forma fasorial de $I(x, t)$, corrente que está ligada ao campo magnético que se propaga na linha. A variável x representa a distância ao longo da linha, em km. O termo γ , tal como na equação diferencial clássica da onda, significa a constante de propagação da onda eletromagnética pela linha e é dada por $\gamma = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)}$. O campo elétrico se relaciona com o campo magnético pela impedância característica $Z_c = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}}$.

Para o programa PACDYN [52], é mais do que suficiente modelar a linha com o modelo de π -nominal, pois no estudo do fenômeno de estabilidade eletromecânica do ângulo do rotor, o interesse é detalhar melhor as dinâmicas dos geradores [52], mais

lentas, em lugar das dinâmicas das linhas de transmissão, mais rápidas. Para modelos de linhas com π -nominal, passa-se a utilizar parâmetros concentrados, conforme Figura 4.3(b), em que os parâmetros R , X e Y são, respectivamente, a resistência série, reatância série e admitância shunt (todos a 60 Hz). Estes parâmetros geralmente são obtidos multiplicando-se os parâmetros distribuídos diretamente pelo comprimento da linha \mathcal{L} e podem ser fornecidos em pu, em Ohms/Siemens, em termos do carregamento da linha, etc.

4.3 MATRIZ DE ADMITÂNCIA DE BARRA

A teoria de quadripolos [81] se utiliza de matrizes (quer seja de admitâncias, de impedâncias, de transmissão ou de parâmetros híbridos) para relacionar linearmente um vetor de variáveis que contém tensões e/ou correntes com outro vetor de mesmo tamanho com as tensões e/ou correntes restantes. A limitação da teoria de quadripolos está no fato de relacionar apenas duas barras (ou entrada e saída) de cada vez.

Para o estudo e análise de SEP, o conceito de quadripolos é estendido para o caso de n barras, com a ideia de multipolos (ou $2n$ -polos), que relaciona um conjunto com n elementos, que contém tensões e/ou correntes, com o conjunto de variáveis restantes, também de dimensão restante. Ou seja, de forma genérica, um multipolo é descrito da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} V_{in} \\ I_{in} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} V_{out} \\ I_{out} \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

em que $V_{in} = [V_1 \dots V_j]^T$, $I_{in} = [I_1 \dots I_k]^T$, $V_{out} = [V_{(j+1)} \dots V_n]^T$, $I_{out} = [I_{(k+1)} \dots I_n]^T$, com $j+k=n$. M é a matriz que relaciona linearmente um conjunto ao outro. No caso particular em que $j=0$ e $k=n$, tem-se que $M = Y_{BUS}$ é a matriz de admitância nodal ou de barra [1, 77, 78, 80]. Ou seja,

$$\begin{bmatrix} I_{in} \end{bmatrix} = Y_{BUS} \begin{bmatrix} V_{out} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

No caso de uma rede elétrica modelada por elementos passivos como resistores, indutores e capacitores, o processo de construção elemento a elemento da matriz Y_{BUS} é simples e direto [1, 77, 80]:

$$[Y_{BUS}]_{ij} = \begin{cases} y_{i,shunt} + \sum_{k=1}^L y_{ik}, & \text{se } i = j \\ -y_{ij}, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (4.11)$$

em que y_{ij} é a admitância da interligação, se houver, entre a barra i e a j ; $y_{i,shunt}$ é a admitância entre a barra i e o terra; L é o número de ligações na rede.

4.4 PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA

Em diversos problemas relacionados ao SEP, há a necessidade de determinar um ponto de operação da rede elétrica a fim de que outras análises possam prosseguir. No ponto de operação, as variáveis de interesse para análise são as tensões em todas as barras, os fluxos de potência entre barras, assim como as potências injetadas em todas as barras. O problema de fluxo de carga/potência objetiva formular um problema cuja solução fornecerá todas as tensões de barra, com fases referidas em relação à tensão de uma barra de referência, chamada de barra *swing*. Os fluxos de potência podem ser calculados uma vez obtidas todas as tensões de barra. Neste texto, é apresentada a formulação tradicional polar de fluxo de potência [1, 2, 78–80, 85], na qual a tensão é trabalhada de forma complexa polar e há três categorias de barras: a *swing*, com tensão já definida, barras PV que fixam a magnitude de tensão e injeção de potência ativa no sistema, e barras PQ, cujas tensões necessitam ser determinadas.

As premissas do problema de fluxo de carga tradicional é que são conhecidas as potências ativa e reativa injetadas nas barras de consumo de carga (PQ), são conhecidas a tensão e injeção de potência ativa nas barras de geração (PV) e tem-se uma barra com tensão pré-definida, em magnitude e em fase. Além disso, pressupõe-se que a topologia da rede é conhecida, em termos das interconexões entre todas as barras, e conexões shunt. Todas as informações são então agrupadas na matriz de admitância de rede Y_{BUS} . Os geradores são modelados simplesmente como fontes de tensão conectadas às barras PV e *swing*.

Utilizando-se da matriz de admitância da rede e a definição de que $\bar{S} = P + jQ = \bar{V}\bar{I}^*$, é feita em [1, 2, 79, 80] a seguinte dedução.

Para determinada barra k de um total de N_B barras, tem-se que a potência injetada na barra é

$$\bar{S}_k = P_k + jQ_k = \bar{V}_k \bar{I}_k^*. \quad (4.12)$$

Da matriz Y_{BUS} , tem-se que $\bar{I}_k = \sum_{m=1}^{N_B} Y_{km} \bar{V}_m$. Logo,

$$\begin{aligned} \bar{S}_k &= \bar{V}_k \bar{I}_k^* = \bar{V}_k \left(\sum_{m=1}^{N_B} Y_{km} \bar{V}_m \right)^* = \bar{V}_k \sum_{m=1}^{N_B} (Y_{km})^* (\bar{V}_m)^* = \\ &= V_k \sum_{m=1}^{N_B} (G_{km} - jB_{km}) V_m e^{j\theta_{km}} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Separando-se as componentes real e imaginária da potência complexa, chega-se às equações deduzidas em [1, 2, 79, 80].

$$\begin{aligned} P_k &= V_k \sum_{m=1}^{N_B} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \\ Q_k &= V_k \sum_{m=1}^{N_B} V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \end{aligned} \quad (4.14)$$

em que $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ é um determinado elemento da matriz de admitâncias. Estas equações possuem validade para todas as barras, ou seja, para $k = 1, \dots, N_B$. No entanto, para o problema de fluxo de carga, é necessário que as equações da potência ativa sejam escritas apenas para barras PQ e PV e que as equações de potência reativa sejam escritas apenas para barras PQ.

O conjunto de equações não lineares formuladas na eq. (4.14) tradicionalmente são resolvidas empregando-se um método numérico iterativo como o de Newton-Raphson [1, 2, 78–80], no qual as equações são reescritas na forma de desvios/*mismatches* que devem ser menores que uma certa tolerância, e as variáveis a serem resolvidas são de magnitudes e ângulos de tensão. O método de Newton-Raphson utiliza uma matriz jacobiana, originada derivando-se cada equação por cada variável do problema, no processo iterativo de atualização dos valores associados às variáveis, que rapidamente convergem para a solução do problema, dentro de determinada tolerância.

Ao se considerar o software PacDyn [52], os resultados na forma polar, obtidos do resultado do fluxo de carga convergido, são convertidos em dados na forma retangular. Este processo torna-se necessário, porque os sinais de tensão na forma de pequenas perturbações nesse software são na forma retangular.

4.5 GERADOR SÍNCRONO

Basicamente, a máquina mais utilizada na conversão para energia elétrica, o gerador síncrono se baseia no princípio de um rotor com campo constante, impulsionado

por uma força motriz externa, rotaciona e induz tensão no conjunto de espiras do estator, que se encontra posicionado ao redor do rotor [86–89]. A Fig. 4.4(a) foi extraída de [80] para ilustrar melhor o esquema físico em um máquina ideal, destacando-se a concepção física estator-rotor.

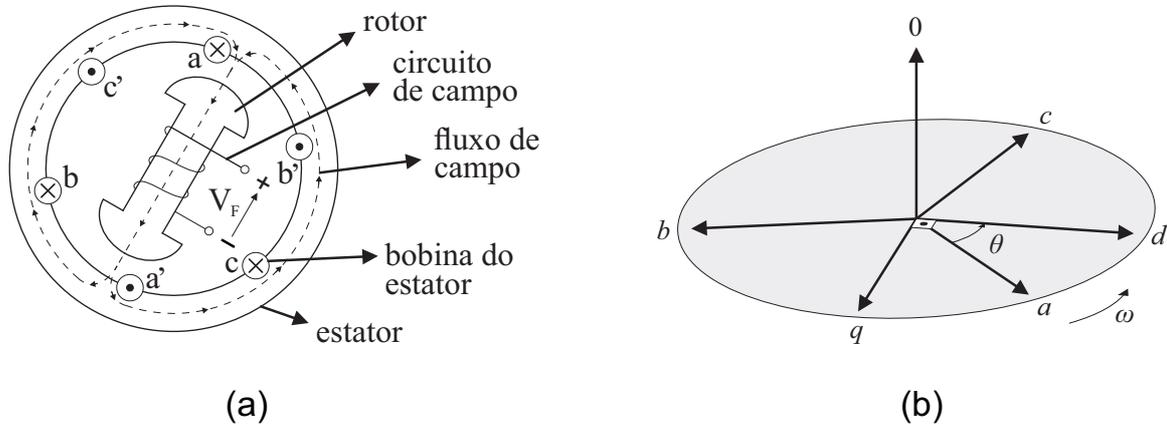


Figura 4.4: (a) Modelo de gerador síncrono de polos salientes; (b) Diagrama da Transformada de Park.

No equacionamento do modelo de gerador síncrono, muitas relações e parâmetros dependem do ângulo em que se encontra o rotor, que está em movimento. Com finalidade de retirar a dependência com o movimento do rotor e simplificar as equações, para o caso de sistema trifásico equilibrado, a transformada de Park é utilizada para mudar a referência estática para uma referência que gira sincronamente com o rotor. A transformada de Park que transforma grandezas de fase abc para o domínio $dq0$ (eixos direto, em quadratura e zero) é dada como [86–88]:

$$f_{dq0} = [K_{Park}]f_{abc} \quad (4.15)$$

em que

$$K_{Park} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\theta) & -\text{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Existem diferentes modelos para o gerador síncrono, com diversos níveis de complexidade de acordo com a necessidade e profundidade do estudo realizado. O PacDyn possui 8 modelos de gerador síncrono para estudos de estabilidade eletromecânica [52]. Em particular, destaca-se o modelo # 6 do PACDYN [52], utilizado neste capítulo para ilustrar as principais equações de um modelo de gerador síncrono. O modelo em questão considera os efeitos transitório e subtransitário no eixo em quadratura e no eixo direto, mas desconsidera a variação dos parâmetros e tensões

de máquina com a frequência. As dinâmicas do estator são desprezadas. Este modelo é melhor indicado para modelar máquinas síncronas com polos salientes [52,61,89]. As equações deste modelo são apresentadas a seguir.

$$\begin{aligned}
 V_d &= E_d'' + X_q'' I_q - R_a I_d \\
 V_q &= E_q'' - X_d'' I_d - R_a I_q \\
 \frac{dE_d''}{dt} &= \frac{1}{T_{d0}''} [-E_d'' + (X_q - X_q'') I_q] \\
 \frac{dE_q''}{dt} &= \frac{1}{T_{d0}''} \left[E_{fd} + \frac{X_d - X_d'}{X_d' - X_l} E_q'' - \frac{X_d - X_l}{X_d' - X_l} E_q' - \frac{(X_d - X_d')(X_d'' - X_l)}{X_d' - X_l} I_d - SAT \right] \\
 \frac{dE_q''}{dt} &= \frac{1}{T_{d0}''} [-E_q'' + E_q' - (X_d' - X_d'') I_d] + \frac{X_d'' - X_l}{X_d' - X_l} \frac{dE_q'}{dt} \\
 SAT &= A e^{(B|E_q'| - C)}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

em que grandezas com subíndices d e q são grandezas nos eixos direto e em quadratura da transformada de Park; grandezas com sobreíndice $'$ e $''$ foram modeladas para regimes transitório e subtransitório da máquina síncrona; E , V , I e T são tensão interna do gerador, tensão e corrente nos terminais do gerador e constante de tempo de circuito aberto da máquina síncrona, respectivamente; E_{fd} é a tensão do circuito de campo; X_l é a reatância de dispersão; R_a é a resistência da armadura, ou estator; SAT é o modelo de saturação considerado, em que A , B e C são parâmetros que dependem da curva de saturação da máquina.

4.6 NOÇÕES DE ESTABILIDADE ELETROMECAÂNICA

O bom funcionamento de um SEP depende do equilíbrio dinâmico entre os conjugados ou torques mecânicos, que propulsionam o movimento das máquinas motrizes, que por sua vez acionam os rotores dos geradores síncronos que abastecem a rede elétrica, e entre os conjugados eletromagnéticos, resultantes da existência de cargas e perdas no sistema que consomem esta energia, que contrapõem o movimento das máquinas motrizes, na tentativa de freá-las. O balanço perfeito e sincronizado de conjugados permite o funcionamento da unidade geradora a velocidades mecânicas constantes, e frequência elétrica constante ao longo do sistema elétrico, em determinado ponto de operação [1, 59, 78–80].

Entretanto, distúrbios na rede elétrica, como mudanças abruptas de carga, faltas, desligamentos de cargas e geradores, aberturas de linhas de transmissão, sobredemanda, etc., podem afetar esta interação entre conjugados e ameaçar a boa operação do sistema. Sistemas mais robustos e estáveis recebem tais perturbações, oscilam entre

alguns pontos de operação, porém logo se acomodam em alguma condição de operação segura. Por outro lado, sistemas fracos e instáveis perdem controle do ângulo e da velocidade angular do rotor de seus geradores e colapsam. O objetivo da análise de estabilidade eletromecânica é avaliar um sistema quanto à sua capacidade de lidar com tais oscilações e, caso não seja, como implementar soluções, na forma de ajustes de operação, adição de controladores, alteração de topologia de rede, etc., para tornar o sistema em estudo menos vulnerável [1, 59, 78–80].

Os estudos de estabilidade eletromecânica geralmente levam em consideração a modelagem das dinâmicas dos geradores, como as equações dispostas em (4.17), a modelagem da rede elétrica (cargas, linhas de transmissão, transformadores, etc.) como elementos estáticos e acrescentam o vínculo entre conjugados mecânico e eletromagnético por meio das equações de *swing* de cada gerador. Normalmente, trabalha-se com potências mecânica e elétrica em lugar de conjugados. As equações de *swing* do gerador síncrono são dadas por [1, 59, 78–80]:

$$\begin{aligned} \frac{2H}{\omega_0} \frac{d\omega(t)}{dt} + D(\omega(t) - \omega_0) &= P_m(t) - P_e(t) \\ \frac{d\delta}{dt} &= \omega(t) - \omega_0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

em que H é a constante de inércia do equivalente do rotor; ω é a velocidade angular do rotor do gerador; ω_0 é a velocidade angular de referência, geralmente considerada a velocidade síncrona da rede; D é o coeficiente de torque de amortecimento; δ é o ângulo do rotor; P_m e P_e são as potências mecânica e elétrica.

Nas equações de *swing* do gerador, a potência mecânica assume valor constante nesta análise, contudo um regulador de velocidade poderia ser inserido para análises mais específicas com variação lenta da potência mecânica [1].

4.7 REGULADOR DE TENSÃO E PSS

Os SEP possuem diferentes dispositivos que os tornam mais robustos e capazes de suportar muitos distúrbios, até mesmo imprevisíveis. Em referência a estes dispositivos, esta seção aborda brevemente os controladores Regulador de Tensão (RAT) e Estabilizador de Sistemas de Potência (ESP, do inglês *Power Systems Stabilizer* – PSS). O usuário do PacDyn pode utilizar os modelos dedicados *built-in* do próprio programa ou pode construir o seu modelo personalizado por meio de *User Defined Controllers* (UDC). O ajuste de regulador de velocidade não é trabalhado nesta

tese pois sua atuação é lenta demais em comparação com a faixa de frequências de 0.2 Hz a 2.5 Hz de observação para estudo de estabilidade eletromecânica. Contudo, o efeito do poderia ser incluído via PacDyn.

O Regulador Automático de Tensão (RAT), ou do inglês *Automatic Voltage Regulator* – AVR, tem como função regular a tensão nos terminais do gerador síncrono, no sentido de mantê-la constante. O RAT atua por meio de controle do sistema de excitatriz da máquina síncrona, especificamente sobre a tensão de campo E_{fd} . As Figuras 4.5 a 4.7 apresentam três modelos de RAT já incluídos da forma *built-in* no programa PacDyn: o modelo estático rápido; o sistema de excitação IEEE do tipo 1 e o sistema de excitação IEEE do tipo 2 [52, 59, 61, 89].

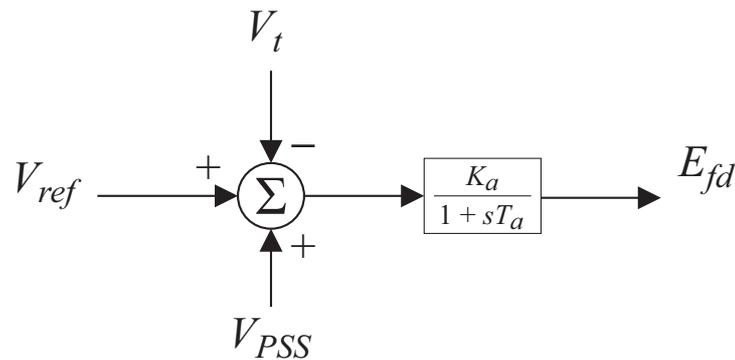


Figura 4.5: Modelo de RAT estático rápido.

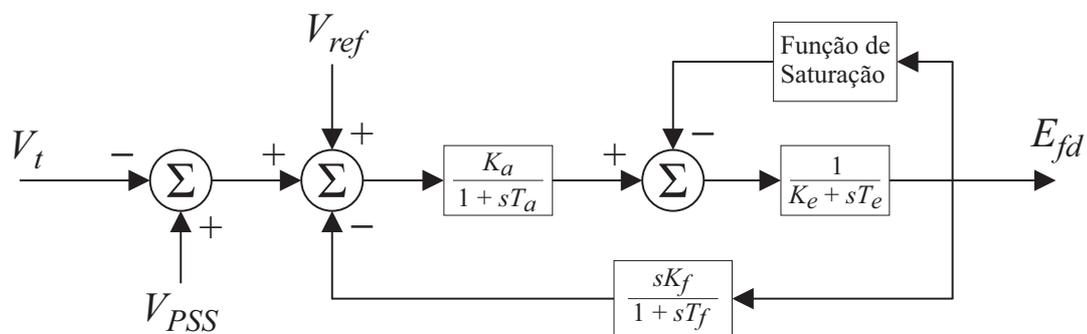


Figura 4.6: Modelo de RAT de Excitação IEEE do tipo 1.

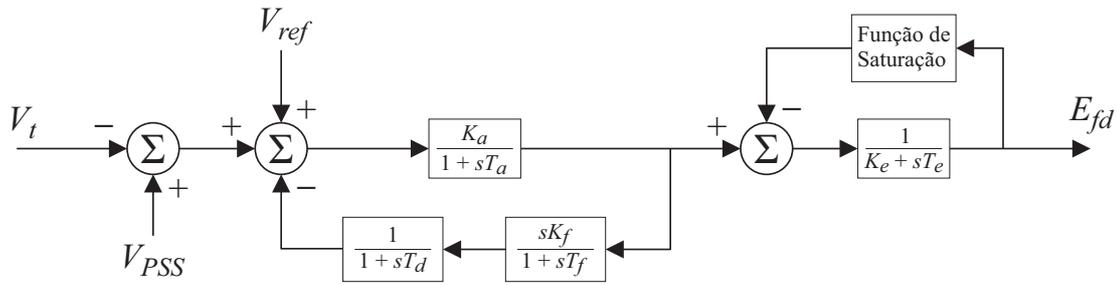


Figura 4.7: Modelo de RAT de Excitação IEEE do tipo 2.

O RAT é caracterizado como controle primário de regulação de tensão. Elementos de controle suplementar, ou adicional, podem ser inseridos para tornar o sistema mais robusto. Um destes elementos é o Estabilizador de Sistemas de Potência, ou PSS. A função do PSS é introduzir conjugado de amortecimento ao sistema, da mesma natureza que aquele relacionado com o termo D nas equações de *swing*, (4.18).

O PSS atinge o seu objetivo ao modular os sinais que recebe em sua entrada tais como velocidade do rotor, potência elétrica terminal do gerador, variação da frequência de tensão de barra, potência acelerante, ou mesmo uma combinação de alguns destes sinais, e como saída, entrega o sinal de referência do RAT. Nesta tese, utiliza-se sinal misto compreendido por velocidade e potência elétrica. A saída do PSS consiste em sinal adicional/suplementar que é alimentado na entrada do RAT (sinal de referência). A Figura 4.8 apresenta um modelo genérico de PSS cuja entrada de sinal é a velocidade angular do rotor [89]. O sinal de saída do PSS é limitado, por exemplo, na faixa $\pm 0,1$ pu. Porém, neste trabalho, por se considerar apenas a abordagem linear, este bloco limitador será ignorado. No entanto, uma vez projetado, mas incorporado ao modelo não linear de sistema, simulações não lineares precisariam ser realizadas para validar o projeto do PSS.

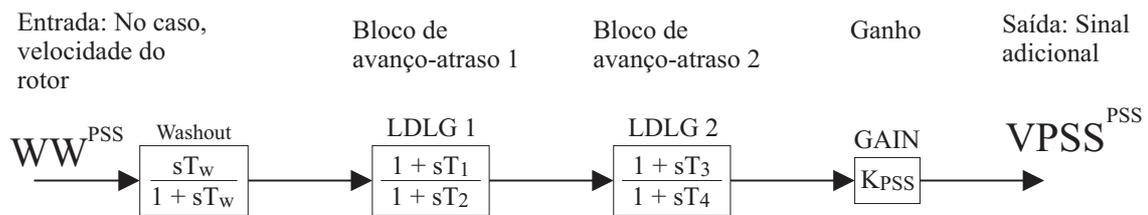


Figura 4.8: Modelo com topologia genérica de PSS com um ganho, dois estágios de avanço/atraso de fase e um bloco *washout*.

Em se tratando de ajustes realizados em PSS para fins de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais, geralmente as constantes de tempo de denominador, como T_2 e T_4 na Fig. 4.8, que introduzem polos no sistema em malha fechada, são fixadas e as constantes de tempo de numerador (zeros do controlador), como T_1 e T_3 na Fig. 4.8, assim como o ganho K_{PSS} , se tornam parâmetros de ajuste.

4.8 INFORMAÇÕES ADICIONAIS DO PACDYN

O PacDyn (Programa de Análise e Controle de Oscilações Eletromecânicas em Sistemas de Potência) [52], do CEPEL, é um programa computacional para estudos e análise de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais e ressonância subsíncrona de SEP.

O programa possui poderosas ferramentas e eficientes algoritmos incorporados, o que permite o cálculo de respostas no tempo e frequência, análise modal, com solução de modos dominantes, análise de sensibilidade, lugar geométrico das raízes, suporte para ajuste de controladores de SEP, etc. [52].

Uma das funcionalidades de grande uso do software PacDyn é a linearização de um modelo dinâmico não-linear, em torno de um ponto de operação, para estudo de estabilidade eletromecânica e a geração de um arquivo de dados que pode ser incorporado e trabalhado no Matlab [56], em que o sistema linearizado é representado na forma descritora no formato:

$$\begin{cases} [E_{PAC}]\dot{\mathbf{x}}_{PAC}(t) = [A_{PAC}]\mathbf{x}_{PAC}(t) + [B_{PAC}]\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}_{PAC}(t) = [C_{PAC}]\mathbf{x}_{PAC}(t) + [D_{PAC}]\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (4.19)$$

em que A_{PAC} é a matriz jacobiana aumentada.

Como o sistema gerado pelo PacDyn é uma linearização em torno de um ponto de operação, idealmente suas variáveis deveriam ser denotadas como desvios ou incrementos, tal como $\Delta\omega$ denota o desvio para a velocidade ω no modelo não-linear. Contudo, uma vez definido que os sistemas trabalhados nesta tese são linearizados e para não sobrecarregar a notação, o uso de Δ na notação das variáveis é omitido neste texto.

O vetor de estados generalizados \mathbf{x}_{PAC} na eq. (4.19) engloba todas as variáveis de estado, variáveis algébricas e as variáveis utilizadas como entrada, conforme

apresentado na seção 2.3. Em outras palavras,

$$\mathbf{x}_{PAC} = \Omega_i \left\{ \begin{bmatrix} x \\ z \\ u \end{bmatrix} \right\} \quad (4.20)$$

em que símbolo adotado $\Omega_i \{ \}$ representa um ordenamento i ao longo da dimensão do vetor no argumento entre chaves. Uma das particularidades do sistema gerado pelo PacDyn é que cada linha e coluna da matriz jacobiana aumentada A_{PAC} e de E_{PAC} , e cada linha B_{PAC} e coluna de C_{PAC} é associada a uma das variáveis em \mathbf{x}_{PAC} , cujo elemento se encontra na diagonal principal de A_{PAC} . Desta forma, em cada linha de A_{PAC} somente a variável associada àquela linha pode ser solicitada como entrada. Caso uma linha requiera alguma entrada que não seja a variável associada àquela linha, primeiramente a equação, algébrica, da variável desejada como entrada deve transformar a variável de entrada em variável de estado generalizada; em seguida, qualquer equação poderá solicitar agora a nova variável de estado algébrica. A Figura 4.9 ilustra esse processo.

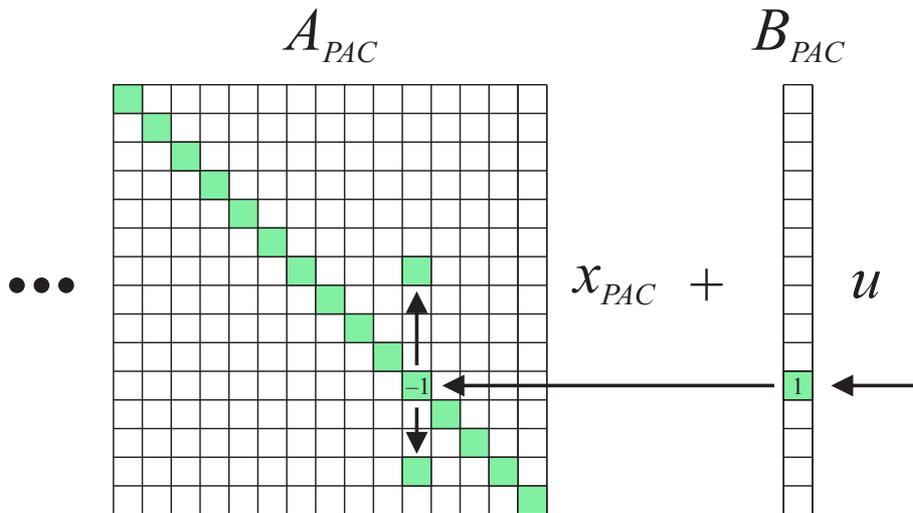


Figura 4.9: Diagrama para variáveis de entrada no sistema gerado pelo PACDYN.

A Figura 4.10, extraída de [52], apresenta a estrutura matricial da matriz jacobiana aumentada A_{PAC} . A matriz jacobiana aumentada A_{PAC} na eq. (4.19) é construída principalmente na estrutura de bloco diagonal, em que blocos contendo as variáveis de cada gerador, cada PSS, cada RAT, são dispostos ao longo da diagonal da matriz, e alguns poucos elementos fora destes blocos realizam a interconexão entre os mesmos, por meio de equações algébricas em maioria. Esta seria a submatriz J_a

apresentada na Figura 4.10, uma matriz extremamente esparsa. A rede elétrica modela os elementos estáticos, cujas informações se encontram na matriz de admitância Y_{BUS} , e se encontra na submatriz J_d . As submatrizes J_b e J_c tratam de realizar as interconexões entre os componentes dinâmicos da rede e a parte estática da rede.

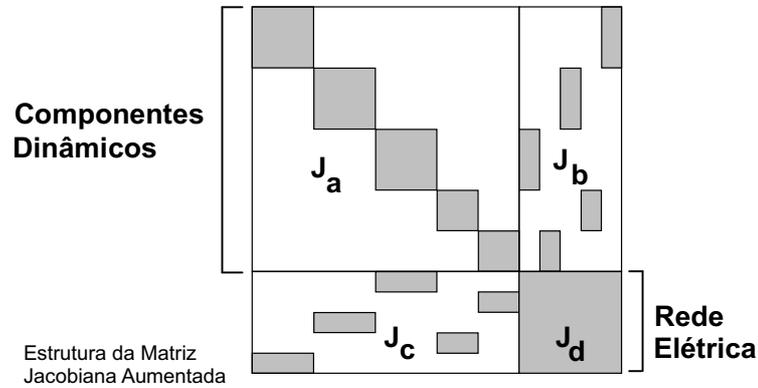


Figura 4.10: Estrutura utilizada pelo PacDyn para a construção da matriz Jacobiana aumentada.

Além disso, ao tratar de blocos de avanço-atraso (LDLG, do inglês *lead-lag*) como os presentes no modelo genérico de PSS, da Fig. 4.8, o PacDyn realiza um desmembramento em dois ramos paralelos, como pode ser visto na Fig. 4.11.

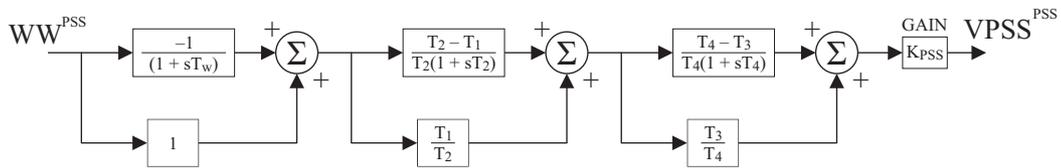


Figura 4.11: Modelo PSS com blocos LDLG decompostos conforme PacDyn.

4.9 EXEMPLO COM SISTEMA MÁQUINA-BARRA INFINITA

Esta seção trata de ilustrar o equacionamento do PacDyn para o PSS e a extração destas informações a partir do modelo gerado pelo PacDyn, para um sistema simples consistindo de gerador síncrono ligado a um barramento infinito, que mantém a tensão a níveis fixos. **Ver Apêndice A para dados deste sistema exemplo.**

O diagrama unifilar deste sistema é apresentado na Fig. 4.12. Apenas uma reatância de 0.05 pu é utilizada para modelar a interconexão entre máquina e barra infinita. A tensão no barramento infinito é fixada em $1\angle 0^\circ$ pu. O primeiro passo consiste em se determinar as tensões do problema de fluxo de carga. Para este sistema, a tensão terminal do gerador é $\bar{V}_t = 1\angle 30^\circ$ (ver Apêndice A).

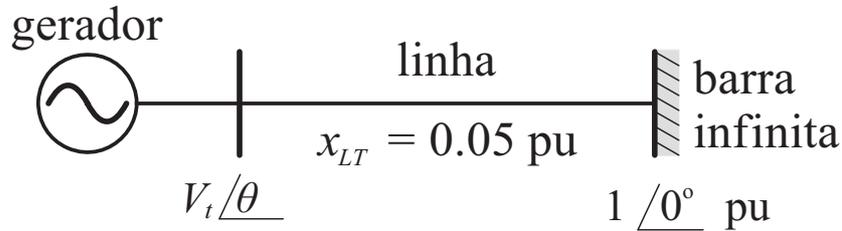


Figura 4.12: Modelo de sistema máquina-barra infinita.

Efetuuou-se a simulação do sistema exemplo no PacDyn e este carregou os resultados de fluxo de potência, com informações da rede elétrica, carregou o modelo dinâmico deste sistema, que inclui as eq. (4.17) do gerador, as eq. (4.18), e carregou os modelos de RAT e de PSS. O PacDyn gerou um sistema linearizado para Matlab. Foram utilizados como entrada e saída a tensão de referência V_{ref} e a potência ativa de terminal P_t , respectivamente. A Figura 4.13 apresenta o diagrama de blocos do sistema, com o PSS destacado em detalhes. O PSS foi modelado como um UDC. Os valores dos parâmetros utilizados são: $T_w = 3$ s; $K_{PSS} = 15$; $T_1 = T_3 = 0.06$ s; $T_2 = T_4 = 0.015$ s.

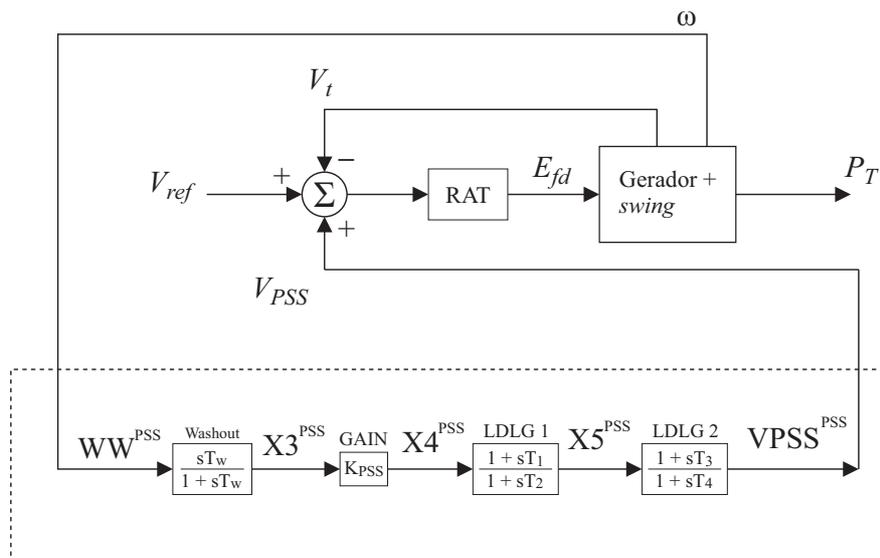


Figura 4.13: Diagrama de blocos do sistema exemplo com PSS em detalhes.

Conforme já visto, na modelagem do PacDyn, os blocos de *lead-lag* devem ser convertidos em outra forma, de modo que novas variáveis são criadas. O novo formato em diagramas de blocos é apresentado na Figura 4.14, com o PSS destacado.

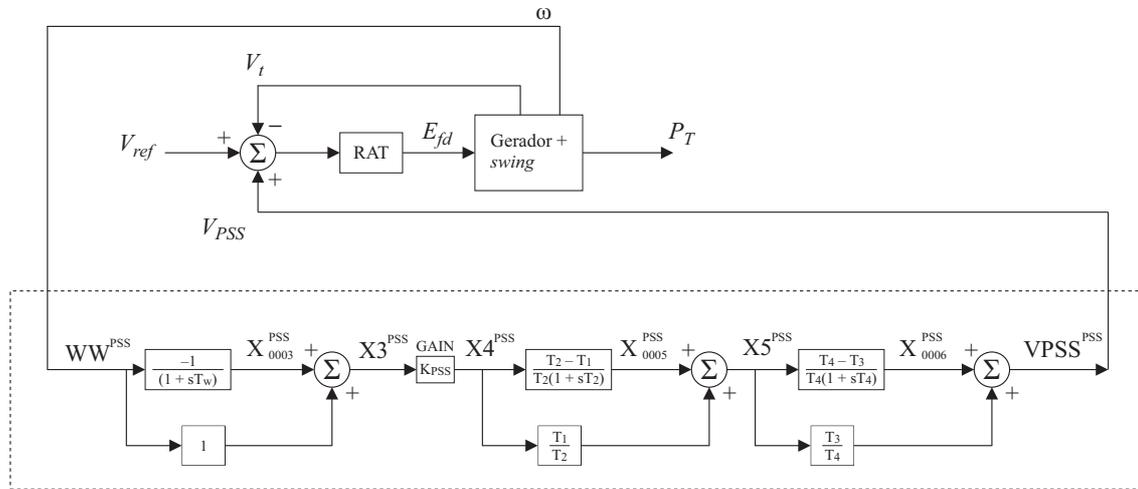


Figura 4.14: Diagrama de blocos do sistema exemplo com ramos LDLG do PSS desmembrados.

A matriz A_{PAC} é de ordem 35. Desta, apenas 8 equações e 8 variáveis são do PSS. A Tabela 4.1 apresenta as variáveis do PSS identificadas no sistema linearizado e sua posição em x_{PAC} , o seu nome e o valor correspondente em E_{PAC} , que é diagonal e carrega a informação de termos com derivadas no equacionamento.

Tabela 4.1: Tabela das variáveis do PSS.

Ordem	Posição i em x_{PAC}	Nome	$E_{PAC}(i, i)$
1 ^o	24	WW^{PSS}	0
2 ^o	25	X_{0003}^{PSS}	1
3 ^o	26	X_3^{PSS}	0
4 ^o	27	X_4^{PSS}	0
5 ^o	28	X_{0005}^{PSS}	1
6 ^o	29	X_5^{PSS}	0
7 ^o	30	X_{0006}^{PSS}	1
8 ^o	31	$VPSS^{PSS}$	0

Com base nestas informações, as equações do PSS, em sistema descritor, são levantadas a seguir:

$$\begin{aligned}
 \frac{dWW^{PSS}}{dt} &= 0 = \omega^{gerador} - WW^{PSS} \\
 \frac{dX_{0003}^{PSS}}{dt} &= \left(-\frac{1}{T_w}\right)WW^{PSS} + \left(-\frac{1}{T_w}\right)X_{0003}^{PSS} \\
 \frac{dX_{3}^{PSS}}{dt} &= 0 = (1)WW^{PSS} + (1)X_{0003}^{PSS} + (-1)X_{3}^{PSS} \\
 \frac{dX_{4}^{PSS}}{dt} &= 0 = (K_{PSS})X_{3}^{PSS} + (-1)X_{4}^{PSS} \\
 \frac{dX_{0005}^{PSS}}{dt} &= \left(-\frac{T_2-T_1}{T_2^2}\right)X_{4}^{PSS} + \left(-\frac{1}{T_2}\right)X_{0005}^{PSS} \\
 \frac{dX_{5}^{PSS}}{dt} &= 0 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)X_{4}^{PSS} + (1)X_{0005}^{PSS} + (-1)X_{5}^{PSS} \\
 \frac{dX_{0006}^{PSS}}{dt} &= \left(-\frac{T_4-T_3}{T_4^2}\right)X_{5}^{PSS} + \left(-\frac{1}{T_4}\right)X_{0006}^{PSS} \\
 \frac{dVPSS^{PSS}}{dt} &= 0 = \left(\frac{T_3}{T_4}\right)X_{5}^{PSS} + (1)X_{0006}^{PSS} + (-1)VPSS^{PSS}
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Com base nestas equações e a posição das variáveis, pela Tabela 4.1, são localizados na matriz A_{PAC} os parâmetros de ganho K_{PSS} e constantes de tempo de numerador T_1 e T_3 . Para ilustrar o efeito de acessar tais parâmetros na matriz A_{PAC} , variou-se o ganho K_{PSS} , elemento (27, 26) de A_{PAC} de zero a 50, em 100 pontos de resolução. O *Root Locus* foi traçado conforme o deslocamento dos polos, como pode ser visto na Fig. 4.15(a), e a sua ampliação, Fig. 4.15(b). Pode ser observado como o aumento do ganho K_{PSS} deslocou um par de polos instáveis para o semiplano complexo esquerdo, estabilizando o sistema. Os pequenos números distribuídos radialmente na Fig. 4.15(b) delimitam a razão de amortecimento no plano complexo.

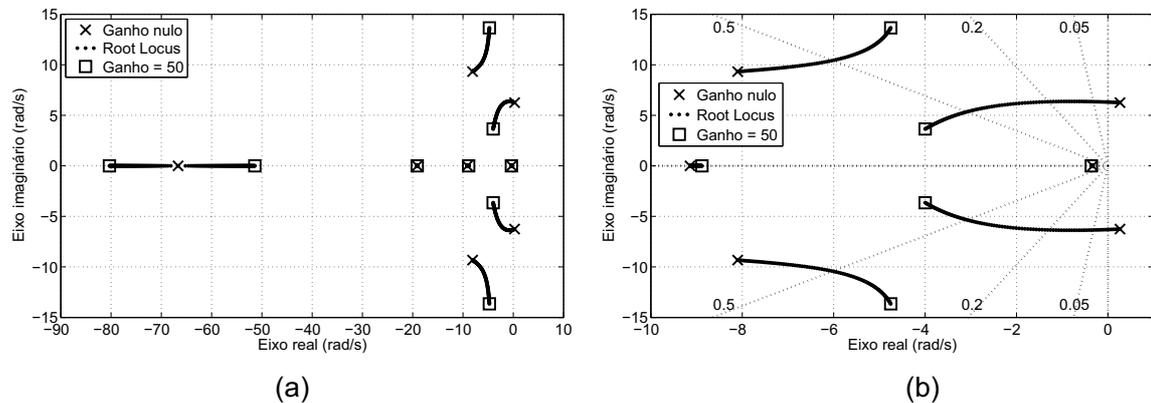


Figura 4.15: (a) *Root Locus* do sistema exemplo para variação do ganho do PSS; (b) Ampliação do mesmo *Root Locus*.

4.10 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentadas, de forma breve, as modelagens dos seguintes componentes de Sistemas Elétricos de Potência:

- Transformador de potência, em que foram descritos um modelo com tap real em um dos lados e um modelo com tap real em ambos os lados do transformador;
- Linhas de transmissão, em que apresenta uma breve introdução da modelagem de linhas de transmissão por circuitos diferenciais na distância e por modelos de circuitos elétricos;
- Construção da matriz de admitância Y_{BUS} para os elementos estáticos da rede elétrica;
- Noções do princípio de funcionamento e modelagem de geradores síncronos, assim como apresentação do modelo utilizado pelo PacDyn;
- Noções de estabilidade eletromecânica e equações de *swing* do gerador síncrono;
- Finalidade e apresentação de alguns modelos de RAT e PSS;
- Informações adicionais do PacDyn que podem ser úteis a usuários iniciantes;
- Exemplo com sistema máquina - barra infinita para ilustrar a extração de informações sobre PSS no modelo gerado pelo PacDyn.

A ilustração destacando as equações do PSS é importante para a compreensão das abordagens envolvendo a explicitação dos parâmetros de controladores e as propostas de redução de ordem de modelos com variação paramétrica, conforme será discutido com mais detalhes nos próximos dois capítulos.

Capítulo 5 ABORDAGENS CONSIDERADAS PARA REDUÇÃO PARAMÉTRICA

Este capítulo objetiva a proposta, apresentação e detalhamento de quatro abordagens (de autoria própria) para a implementação da redução paramétrica de modelos de grande porte para estudo de estabilidade a pequenos sinais de Sistemas de Potência.

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Seja um sistema representado na forma descritora no formato do software PacDyn, conforme visto em capítulos anteriores,

$$\begin{cases} [E_{PAC}]\dot{\mathbf{x}}_{PAC}(t) = [A_{PAC}]\mathbf{x}_{PAC}(t) + [B_{PAC}]\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}_{PAC}(t) = [C_{PAC}]\mathbf{x}_{PAC}(t) + [D_{PAC}]\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (5.1)$$

e seja $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_{N_{par}}]^T \in \mathbb{R}^{N_{par}}$ o vetor que contém todos os parâmetros de interesse, tal que alguns elementos de A_{PAC} são função de \mathbf{p} , o que permite escrever

$$A_{PAC} = A_{PAC}(\mathbf{p}) = \{[A_{PAC}]_{ij}(\mathbf{p})\}. \quad (5.2)$$

Neste trabalho com aplicações à estabilidade eletromecânica do SEP, parâmetros de grande interesse são os ganhos e as constantes de tempo referentes aos zeros que determinados dispositivos PSSs inserem no sistema em malha fechada. Para maiores detalhes sobre PSS, ver Seção 4.7. Considera-se que, no espaço dos parâmetros, os valores dos parâmetros possam variar continuamente [3].

A seguir são elencadas quatro abordagens de como se aplicar a redução de ordem ao sistema de forma que ainda se tenha acesso a tais parâmetros. Estas abordagens de ROPM foram enumeradas de 1 a 4 conforme o grau crescente de dificuldade de implementação. A abordagem 1 trata-se de uma adaptação para a utilização de uma ROM não-paramétrica com a variação de parâmetros. A nova metodologia ROPM está retratada nas Abordagens 2, 3 e 4, que expõem diferentes estratégias de implementação do mesmo método de ROPM. Estas abordagens foram desenvolvidas para serem aplicadas diretamente em sistemas representados conforme formato do PacDyn, mas também são válidas para qualquer sistema na representação de sistema descritor.

5.2 ABORDAGEM NO. 1

Esta abordagem é a de mais simples implementação entre as apresentadas neste texto. Utiliza-se o sistema completo, para determinado valor \mathbf{p}_0 de seus parâmetros, e realiza-se a redução de ordem sobre este, obtendo-se as matrizes de transformação de ordem T_R e T_L para a condição de parâmetros estabelecida.

De fato, as matrizes T_R e T_L são originadas para cada sistema FOM e a princípio são dependentes dos parâmetros que se tem interesse em variar. Ou seja,

$$T_R = T_R(\mathbf{p}) \quad \text{e} \quad T_L = T_L(\mathbf{p}) \quad (5.3)$$

Esta abordagem consiste simplesmente em aproximar as matrizes $T_R(\mathbf{p}_0)$ e $T_L(\mathbf{p}_0)$ tais como se fossem constantes. Em outras palavras, é feito

$$T_R(\mathbf{p}) \approx T_R(\mathbf{p}_0) \quad \text{e} \quad T_L(\mathbf{p}) \approx T_L(\mathbf{p}_0) \quad (5.4)$$

A partir de então, os parâmetros no sistema FOM podem ser variados conforme interesse, e a redução de ordem pode ser implementada utilizando as matrizes $T_R(\mathbf{p}_0)$ e $T_L(\mathbf{p}_0)$. Conforme visto previamente, já que $A_{PAC} = A_{PAC}(\mathbf{p})$, segue que

$$A_{PAC}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} J_1(\mathbf{p}) & J_2(\mathbf{p}) \\ J_3(\mathbf{p}) & J_4(\mathbf{p}) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Conforme estrutura da matriz A_{PAC} construída pelo PacDyn, os parâmetros de interesse podem se encontrar nas quatro matrizes J_1 , J_2 , J_3 e J_4 .

Portanto, o modelo reduzido com acesso aos parâmetros é dado por:

$$\begin{aligned} A_R &= T_L^T(\mathbf{p}_0)[A_{SS}(\mathbf{p})]T_R(\mathbf{p}_0) = T_L^T(\mathbf{p}_0)[J_1(\mathbf{p}) - J_2(\mathbf{p})J_4^{-1}(\mathbf{p})J_3(\mathbf{p})]T_R(\mathbf{p}_0), \\ B_R &= T_L^T(\mathbf{p}_0)B_{SS}, \\ C_R &= C_{SS}T_R(\mathbf{p}_0), \\ D_R &= D \end{aligned} \quad (5.6)$$

em que A_{SS} é a matriz de estados na formulação de espaço de estados. Inconvenientemente, as operações apresentadas nas eq. (5.6) devem ser repetidas a cada variação no parâmetro \mathbf{p} para obtenção do modelo configurado em \mathbf{p} .

Apesar da fácil implementação desta abordagem, é esperado que para valores de parâmetros que se distanciem da condição em que o processo de redução foi de fato realizado, ou seja, em \mathbf{p}_0 , o sistema ROM deixe de acompanhar o sistema FOM de forma aceitável.

5.3 ABORDAGEM NO. 2

Na abordagem anterior, o sistema inteiro, incluindo os parâmetros de interesse, é utilizado na redução de ordem. A ideia principal para as abordagens n° 2, 3 e 4, discutidas a partir deste ponto, consiste em separar do sistema equações que contenham de fato os parâmetros desejados. Após esta etapa de identificação, efetua-se a redução de ordem, mas somente na parte do sistema restante, ou seja, aquela que é constante e independe explicitamente da variação de parâmetros. Após realizar a ROM, uma estratégia é elaborada para reincorporar as equações que haviam sido separadas no MOR da parte invariável.

Esta abordagem n° 2 consiste em retirar do sistema original todas as equações relativas aos blocos do controlador PSS cujos parâmetros deseja-se variar. A Figura 5.1 esquematiza este processo para o caso de um PSS que possui entradas de sinais velocidade angular do rotor e potência terminal do gerador. O sistema FOM resultante então é reduzido e as equações que haviam sido retiradas são reacopladas ao sistema ROM.

Espera-se que esta abordagem diminua os erros encontrados na primeira abordagem. Entretanto, como todo o bloco do controlador é retirado do sistema, é provável que o conjunto formado pelo ROM e as equações dos controladores PSS possua dimensões não mais tão reduzidas como nas demais abordagens.

Adota-se a partição do vetor de estados generalizados $\mathbf{x}_{PAC} = [\mathbf{x}_{PAC,1}^T \ \mathbf{x}_{PAC,2}^T]^T$. Admitindo-se que a matriz E_{PAC} seja diagonal, como tratado nos casos testes desta tese, também é adotado:

$$E_{PAC} = \begin{bmatrix} E_{PAC,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{PAC,2} \end{bmatrix} \quad A_{PAC} = \begin{bmatrix} A_{PAC,1} & A_{PAC,2} \\ A_{PAC,3} & A_{PAC,4} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$B_{PAC} = \begin{bmatrix} B_{PAC,1} \\ B_{PAC,2} \end{bmatrix} \quad C_{PAC} = \begin{bmatrix} C_{PAC,1} & C_{PAC,2} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

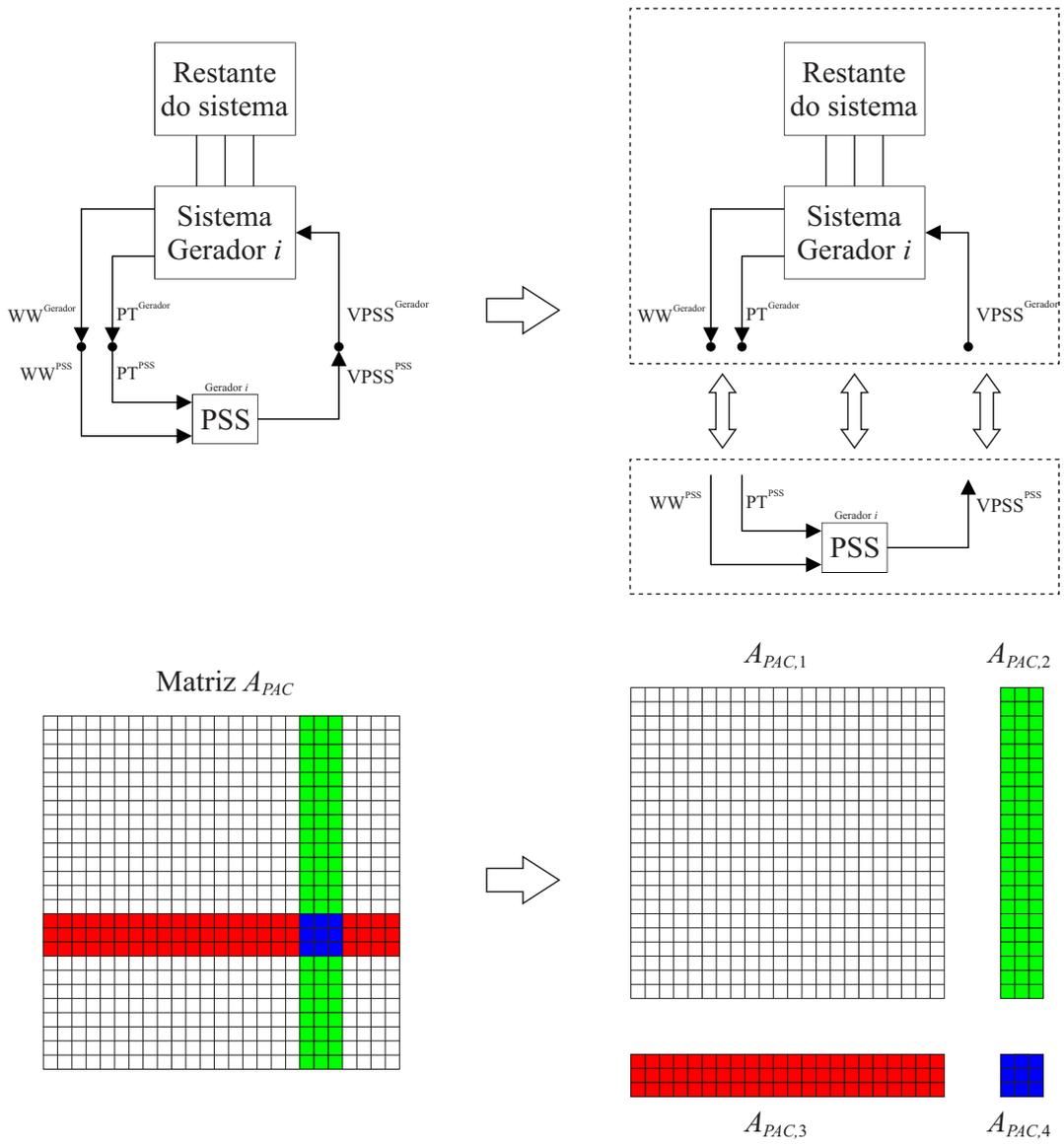


Figura 5.1: Diagrama da abordagem nº 2.

o que resulta em

$$[E_{PAC,1}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}(t) = [A_{PAC,1}] \mathbf{x}_{PAC,1}(t) + \begin{bmatrix} A_{PAC,2} & B_{PAC,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (5.9a)$$

$$[E_{PAC,2}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2}(t) = [A_{PAC,3}] \mathbf{x}_{PAC,1}(t) + \begin{bmatrix} A_{PAC,4} & B_{PAC,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (5.9b)$$

$$\mathbf{y}_{PAC}(t) = [C_{PAC,1}] \mathbf{x}_{PAC,1}(t) + \begin{bmatrix} C_{PAC,2} & D_{PAC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (5.9c)$$

Um reordenamento é realizado sobre $\mathbf{x}_{PAC,1}$ de forma a separar as variáveis de

estado e as variáveis algébricas, nesta ordem:

$$\mathbf{x}_{PAC,1} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{i0} \{ \mathbf{x}_{PAC,1} \} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

em que o símbolo adotado $\Omega_{i0} \{ \cdot \}$ representa um ordenamento i ao longo da primeira dimensão (ao longo de linhas) do argumento entre chaves. Caso o ordenamento seja realizado ao longo da segunda dimensão (ao longo de colunas) do argumento entre chaves, é utilizado o símbolo $\Omega_{0i} \{ \cdot \}$. Como no caso $\mathbf{x}_{PAC,1}$ somente possui a primeira dimensão, este é reordenado conforme ordenamento Ω_{i0} . Este reordenamento afeta todas as equações (5.9a) a (5.9c). Além disso, conforme visto anteriormente, a matriz E_{PAC} é diagonal com elementos diferentes de zero apenas iguais a 1.

Desta forma, resulta:

$$E_{PAC,1} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{ii} \{ E_{PAC,1} \} = \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$A_{PAC,1} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{ii} \{ A_{PAC,1} \} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\begin{bmatrix} A_{PAC,2} & B_{PAC,1} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{i0} \left\{ \begin{bmatrix} A_{PAC,2} & B_{PAC,1} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} B_{MIMO,1} \\ B_{MIMO,2} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$C_{PAC,1} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{0i} \{ C_{PAC,1} \} = \begin{bmatrix} C_{MIMO,1} & C_{MIMO,2} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$A_{PAC,3} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{0i} \{ A_{PAC,3} \} = \begin{bmatrix} A_{PAC,31} & A_{PAC,32} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Aplicando-se o reordenamento nas equações (5.9a) e (5.9c), resulta o sistema que deverá passar por redução de ordem:

$$\begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} \\ \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{MIMO,1} \\ B_{MIMO,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2} \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\mathbf{y}_{PAC}(t) = \begin{bmatrix} C_{MIMO,1} & C_{MIMO,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{PAC,2} & D_{PAC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

equações que podem ser reescritas como:

$$\dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} = [J_1] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + [J_2] \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} + [B_{MIMO,1}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.18a)$$

$$\mathbf{0} = \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{alg} = [J_3] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + [J_4] \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} + [B_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.18b)$$

$$\mathbf{y}_{PAC} = [C_{MIMO,1}] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + [C_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} + [D_{input}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.18c)$$

em que

$$\mathbf{x}_{input} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2} \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix}$$

e

$$D_{input} = \begin{bmatrix} C_{PAC,2} & D_{PAC} \end{bmatrix}$$

O sistema MIMO descrito pelas equações (5.18a) a (5.18c) sofre o processo de redução, pelo qual é realizada a transformação de variáveis

$$\mathbf{x}_{PAC,1}^{est} = [T_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} \quad (5.19)$$

e o MOR é da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,1}^{est}(t) = [A_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [B_R] \mathbf{x}_{input} \\ \hat{\mathbf{y}}_{PAC}(t) = [C_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [D_R] \mathbf{x}_{input} \end{cases} \quad (5.20)$$

Vale ressaltar que neste caso o sistema MIMO descrito pelas equações (5.18a) a (5.18c) sofreu o processo de redução de ordem não-paramétrico, no caso utilizando o método de Truncamento Balanceado via SLRCF-ADI [4] mencionado no Capítulo 3.

Resta acoplar as informações da equação (5.9b) ao sistema reduzido em (5.20). Primeiramente, (5.15) deve ser utilizada em (5.9b):

$$[E_{PAC,2}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2} = [A_{PAC,31}] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + [A_{PAC,32}] \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} + [F_{input}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.21)$$

em que

$$F_{input} = \begin{bmatrix} A_{PAC,4} & B_{PAC,2} \end{bmatrix}$$

A partir de (5.18b), e admitindo que J_4 seja inversível, segue que

$$\mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} = -[J_4^{-1}][J_3] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} - [J_4^{-1}][B_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.22)$$

Substituindo-se (5.22) em (5.21), resulta

$$\begin{aligned} [E_{PAC,2}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2} &= [A_{PAC,31} - A_{PAC,32} J_4^{-1} J_3] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + \\ &+ [F_{input} - A_{PAC,32} J_4^{-1} B_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{input} \end{aligned} \quad (5.23)$$

Observando-se que a relação de transformação entre as variáveis de estado do sistema FOM e as variáveis de estado do sistema MOR, dada por (5.19), trata-se de uma aproximação, (5.23) pode ser escrita da forma

$$[E_{PAC,2}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2} = [A_{PAC,31} - A_{PAC,32} J_4^{-1} J_3][T_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} + [F_{input} - A_{PAC,32} J_4^{-1} B_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.24)$$

Retomando o fato que $\mathbf{x}_{input} = [\mathbf{x}_{PAC,2}^T \quad \mathbf{u}^T]^T$, e definindo-se $F_{input}^{novo} = [F_{input} - A_{PAC,32} J_4^{-1} B_{MIMO,2}]$, pode-se particionar as colunas de F_{input}^{novo} entre $\mathbf{x}_{PAC,2}$ e \mathbf{u} , ou seja,

$$F_{input}^{novo} = \begin{bmatrix} F_{input, \mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo} & F_{input, \mathbf{u}}^{novo} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Procedendo-se com a mesma partição sobre B_R e D_R em (5.20), segue que

$$\begin{aligned} B_R &= \begin{bmatrix} B_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}} & B_{R, \mathbf{u}} \end{bmatrix} \\ D_R &= \begin{bmatrix} D_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}} & D_{R, \mathbf{u}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Definindo-se $A_{PAC,33} = [A_{PAC,31} - A_{PAC,32} J_4^{-1} J_3][T_R]$ e utilizando-se as equações (5.20) e (5.24) a (5.26), segue que

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,1}^{est}(t) = [A_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [B_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}}] \mathbf{x}_{PAC,2} + [B_{R, \mathbf{u}}] \mathbf{u} \\ [E_{PAC,2}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2} = [A_{PAC,33}] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} + [F_{input, \mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo}] \mathbf{x}_{PAC,2} + [F_{input, \mathbf{u}}^{novo}] \mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{y}}_{PAC}(t) = [C_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [D_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}}] \mathbf{x}_{PAC,2} + [D_{R, \mathbf{u}}] \mathbf{u} \end{cases} \quad (5.27)$$

Finalmente, tem-se o sistema resultante:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{PAC,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,1}^{est} \\ \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_R & B_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}} \\ A_{PAC,33} & F_{input, \mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{R, \mathbf{u}} \\ F_{input, \mathbf{u}}^{novo} \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{y}}_{PAC}(t) = \begin{bmatrix} C_R & D_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) \\ \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \end{bmatrix} + [D_{R, \mathbf{u}}] \mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (5.28)$$

Como no método de redução de ordem estudado a matriz de transferência direta D_{input} não é alterada, tem-se $D_R = D_{input} - C_{MIMO,2}[J_4^{-1}]B_{MIMO,2}$. Portanto, conforme (5.18c) e particionando-se a matriz $B_{MIMO,2} = [B_{MIMO,2(\mathbf{x}_{PAC,2})} \quad B_{MIMO,2(\mathbf{u})}]$

segue que $D_{R,\mathbf{x}_{PAC,2}} = C_{PAC,2} - C_{MIMO,2}[J_4^{-1}]B_{MIMO,2(\mathbf{x}_{PAC,2})}$ e $D_{R,\mathbf{u}} = D_{PAC} - C_{MIMO,2}[J_4^{-1}]B_{MIMO,2(\mathbf{u})}$. Além disso, pode-se chegar a $F_{input,\mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo} = A_{PAC,4} - A_{PAC,32}J_4^{-1}B_{MIMO,2(\mathbf{x}_{PAC,2})}$. Portanto, como todos os parâmetros de interesse se encontram em $A_{PAC,4}$, logo se encontram em $F_{input,\mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo}$.

Como nesta abordagem são retiradas todas as equações relativas aos PSS que se deseja separar do sistema, $\mathbf{x}_{PAC,2}$ inclui muitas variáveis internas de PSS que não estão presentes nas equações em (5.16). Isto significa que muitas das colunas de $[(B_{MIMO,1})^T \ (B_{MIMO,2})^T]^T$ são inteiramente nulas, de forma que não influenciam a redução de ordem e podem ser descartadas durante este processo. Além disso, as colunas repetidas de $[(B_{MIMO,1})^T \ (B_{MIMO,2})^T]^T$ também podem ser desconsideradas durante o processo de ROM sem maiores prejuízos.

Uma grande vantagem desta abordagem consiste na possibilidade de se alterar a topologia do PSS, dado que as equações dos PSS são posteriormente acopladas ao MOR, em lugar de reduzir o sistema inteiro para determinada condição de parâmetros \mathbf{p}_0 . Em razão disto, espera-se que esta abordagem resulte melhor que a primeira. Entretanto, pelo fato de retirar muitas equações do processo de redução de ordem, o MOR final provavelmente não terá uma ordem muito reduzida. No entanto, o sistema reduzido ainda possui ordem muito baixa comparada a um FOM de grande porte (acima de 1000 variáveis de estado, por exemplo, como em um sistema típico de grande porte para estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais em SEP).

5.4 ABORDAGEM NO. 3

Esta abordagem é muito semelhante à anterior, porém com a diferença de que consiste em retirar do sistema original apenas as equações que contêm os parâmetros de interesse, não todas as equações que constituem o PSS. As demais equações do PSS permanecem no sistema a sofrer redução de ordem.

Esta abordagem requer adaptações no sistema original para que seja implementada. Supõe-se o modelo de PSS na Figura 5.2. Conforme visto, no PacDyn a modelagem deste PSS realiza uma decomposição de cada bloco de avanço e atraso

(LDLG) em dois ramos em paralelo, como pode ser observado na Figura 5.3.

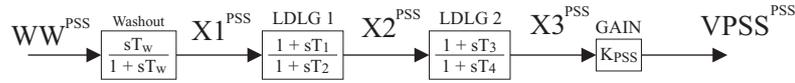


Figura 5.2: Modelo genérico de PSS.

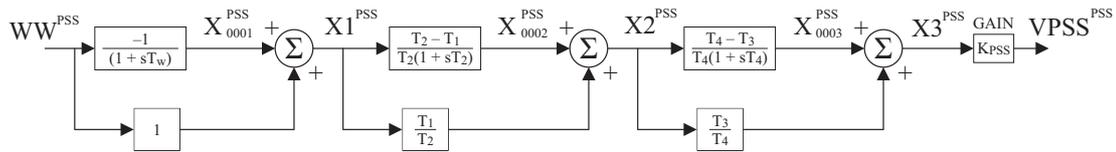


Figura 5.3: Modelo genérico de PSS conforme PacDyn.

Caso o parâmetro de ganho do PSS seja de interesse, deve-se retirar de A_{PAC} a equação

$$0 = \frac{d(VPSS^{PSS})}{dt} = (K_{PSS})X3^{PSS} - (1)VPSS^{PSS} \quad (5.29)$$

assim como se deve retirar toda a coluna em que se encontra o parâmetro K_{PSS} , no caso, a coluna referente à variável $X3^{PSS}$. Contudo, como pode ser visto na Figura 5.4, dois ramos em paralelo, que se somariam e resultariam em $X3^{PSS}$, conforme equações

$$\frac{d(X_{0003}^{PSS})}{dt} = \left(\frac{T_4 - T_3}{(T_4)^2}\right) X2^{PSS} + \left(\frac{-1}{T_4}\right) X_{0003}^{PSS} \quad (5.30)$$

$$0 = \frac{d(X3^{PSS})}{dt} = \left(\frac{T_3}{T_4}\right) X2^{PSS} + (1)X_{0003}^{PSS} - (1)X3^{PSS} \quad (5.31)$$

agora resultam em

$$\frac{d(X_{0003}^{PSS})}{dt} = \left(\frac{T_4 - T_3}{(T_4)^2}\right) X2^{PSS} + \left(\frac{-1}{T_4}\right) X_{0003}^{PSS} \quad (5.32)$$

$$0 = \left(\frac{T_3}{T_4}\right) X2^{PSS} + (1)X_{0003}^{PSS} \quad (5.33)$$

Observa-se que a eq. (5.33) impõe sobre (5.32) a condição $X_{0003}^{PSS} = \left(\frac{-T_3}{T_4}\right) X2^{PSS}$, o que traz o seguinte problema: J_4 se torna singular e a representação deste sistema se torna indefinida, por conseguinte, a ROPM se torna sem solução. Basicamente, o problema é originado ao se retirar de A_{PAC} as colunas referentes a variáveis que são saída de algum bloco somador do diagrama de blocos.

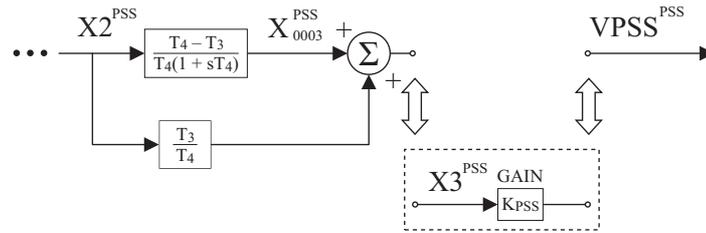


Figura 5.4: Região problemática do PSS após se retirar eq. (5.29).

De forma similar, no caso em que o parâmetro de interesse seja a constante de tempo T_3 , que influencia diretamente o zero introduzido pelo PSS no sistema, é verificado que a retirada das equações (5.30) e (5.31) de A_{PAC} e a retirada das colunas referentes a $X2^{PSS}$ e X_{0003}^{PSS} causa também o mesmo problema no somador que resulta em $X2^{PSS}$.

Com intenção de contornar este problema, duas alternativas são propostas neste trabalho. A primeira alternativa é adequada para se tratar apenas de parâmetros na forma de ganho em equações algébricas do formato de (5.29). Neste caso, pode-se dividir a equação pelo ganho, o que resulta em

$$0 = (1)X3^{PSS} + \left(\frac{-1}{K_{PSS}}\right)VPSS^{PSS}, \quad (5.34)$$

e, em seguida, basta se retirar de A_{PAC} a coluna referente a variável $VPSS^{PSS}$, que incorporou o parâmetro K_{PSS} conforme (5.34). Após obtenção do MOR e acoplamento das equações retiradas, pode-se remultiplicar a equação (5.34) pelo ganho K_{PSS} caso haja interesse em fazer o ganho nulo.

A segunda alternativa é mais geral, atendendo tanto parâmetros de ganho como também parâmetros que sejam na forma de constante de tempo, etc. Trata-se de acrescentar em A_{PAC} variáveis auxiliares que sejam intermediárias entre variáveis que sejam saída de blocos somadores e variáveis referentes às colunas que devem ser retiradas de A_{PAC} como concebido nesta abordagem. Estas variáveis seriam acrescentadas na forma de ramos série de ganho unitário. Desta forma, o parâmetro de interesse é transferido de uma coluna de A_{PAC} que não deve ser removida, para uma coluna adicional, que pode ser destacada do sistema sem maiores problemas. A Figura 5.5 apresenta como estas variáveis auxiliares, com subíndice “INT”, são acrescentadas ao PSS. A Figura 5.6 apresenta o desmembramento do PSS realizado apenas nos ramos que contêm parâmetros de interesse.

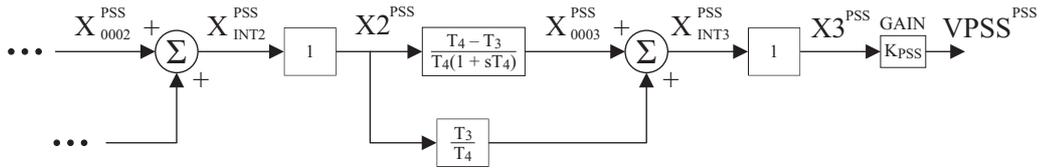


Figura 5.5: Acréscimo de variáveis auxiliares ao PSS para contornar problema na Fig. 5.4.

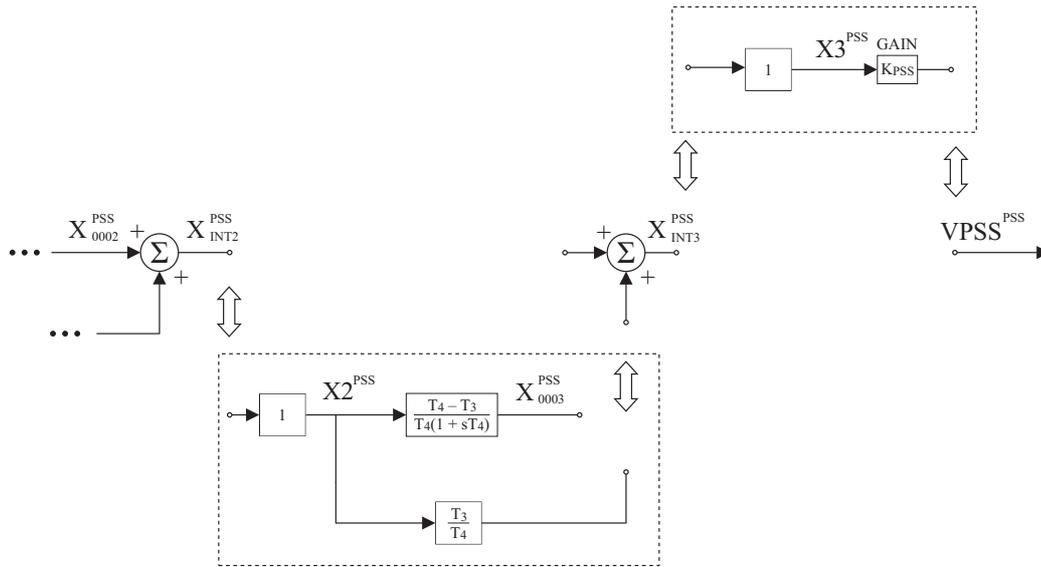


Figura 5.6: Desmembramento de ramos do PSS com parâmetros de interesse.

5.5 ABORDAGEM NO. 4

Em princípio, as abordagens nº 2 e nº 3 realizam a redução de ordem sobre o sistema com as malhas dos devidos PSS em aberto. Contudo, como as malhas destes PSS são fechadas ao se acoplar as correspondentes equações ao sistema reduzido, idealmente o sistema resultante deve apresentar comportamento adequado durante a variação dos parâmetros. Entretanto, como estas abordagens dependem essencialmente da qualidade do processo de ROM, é possível que o MOR não responda adequadamente se acoplado com equações de parâmetros com grandes variações.

Neste sentido, pode ser desejável a realização da ROM em uma condição que não seja com as malhas do PSS em aberto, porém com um controle adicional do

valor dos parâmetros após a ROM. Esta abordagem representa um modelo híbrido das abordagens nº 1 e nº 3, e consiste em reduzir o sistema original com determinados valores dos parâmetros de interesse (\mathbf{p}_0). Em seguida, são acoplados ao MOR ramos paralelos àqueles ramos, do diagrama de blocos original, que contêm os devidos parâmetros de interesse.

Assim como na abordagem anterior, esta requer adaptações no sistema FOM para que seja implementada. Além disso, a implementação desta abordagem, por lidar com ramos em paralelo, torna difícil a manipulação de polos, mas permite alterar ganhos e zeros associados a constantes de tempo no numerador.

Basicamente, esta abordagem consiste em adicionar ao sistema original ramos em paralelo exatamente onde estão os parâmetros de interesse. Em seguida, as equações referentes a estes ramos em paralelo e as colunas de A_{PAC} referentes às variáveis associadas são retiradas do sistema a ser reduzido. Contudo, esta operação requer alguns detalhes adicionais, pois foi observado o mesmo problema visto na abordagem anterior.

Supõe-se que a redução de ordem será realizada sobre o sistema com os parâmetros $\mathbf{p}_0 = [T_3 \ K_{PSS} \ \dots]^T$ e também é suposto que, após a redução de ordem, seja de interesse que o sistema tenha parâmetros em $\mathbf{p} = [T_3^{novo} \ K_{PSS}^{novo} \ \dots]^T$. A Figura 5.7 apresenta, em um mesmo modelo genérico de PSS tal como na Fig. 5.3, como seria o acréscimo de ramos em paralelo para contemplar os parâmetros desejados de ganho e constante de tempo no numerador associada a um zero no PSS. Observa-se que tornou-se necessária a adição de uma variável de estado extra, XN_{0003}^{PSS} .

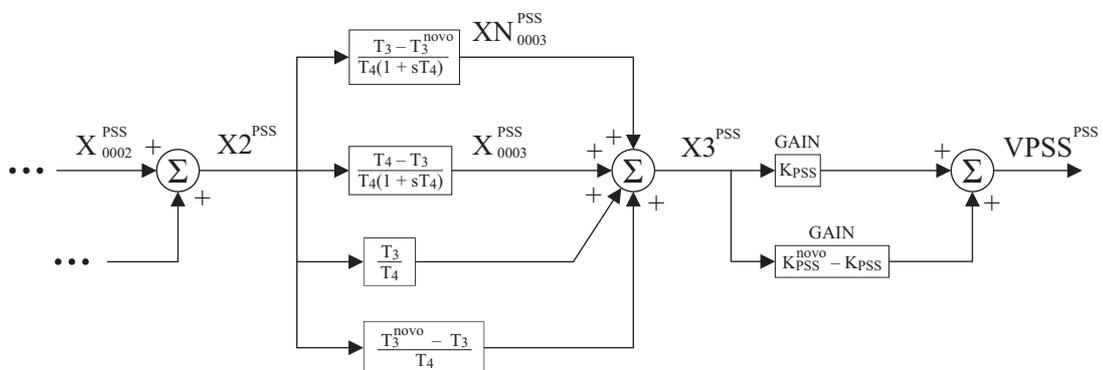


Figura 5.7: Acréscimo de ramos em paralelo ao modelo de PSS.

Em seguida, o desmembramento é realizado, como observado na Figura 5.8, de

forma que as equações associadas são removidas de A_{PAC} assim como as colunas associadas, no caso, às variáveis $X2^{PSS}$, XN_{0003}^{PSS} e $X3^{PSS}$. Contudo, como identificado na abordagem n° 3, a retirada das colunas de A_{PAC} associadas às variáveis $X2^{PSS}$ e $X3^{PSS}$, saídas de blocos somadores, torna o sistema inadequado e singular.

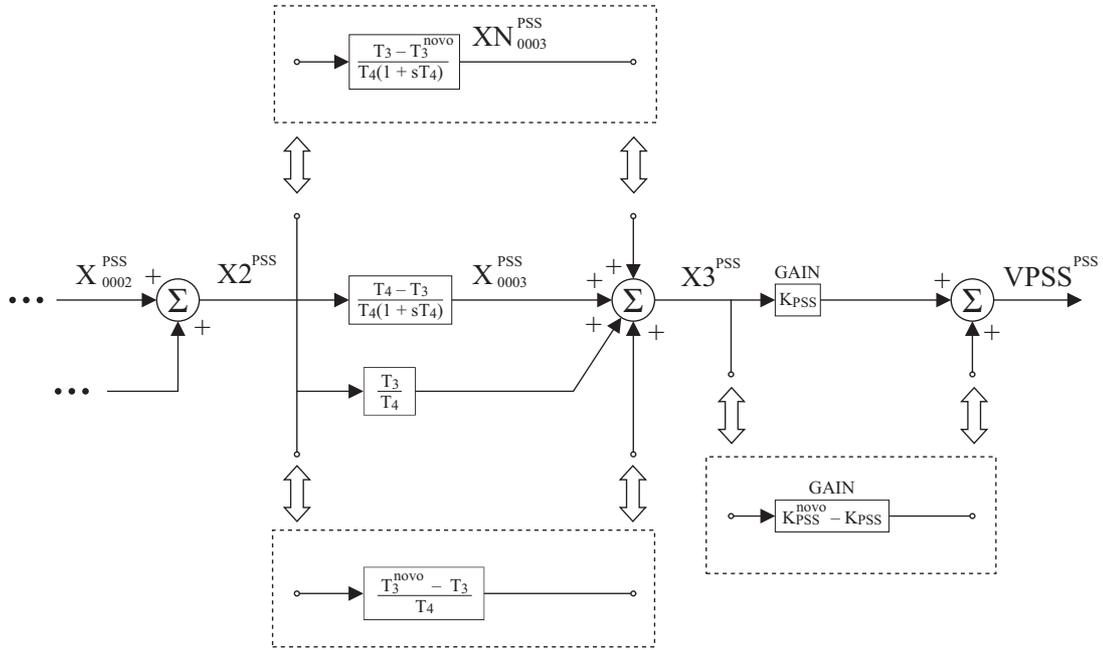


Figura 5.8: Desmembramento dos ramos em paralelo no PSS.

A solução apresentada neste trabalho se assemelha ao apresentado para a abordagem n° 3. Variáveis adicionais em ramos série de ganho unitário são adicionadas ao sistema, conforme Figura 5.9.

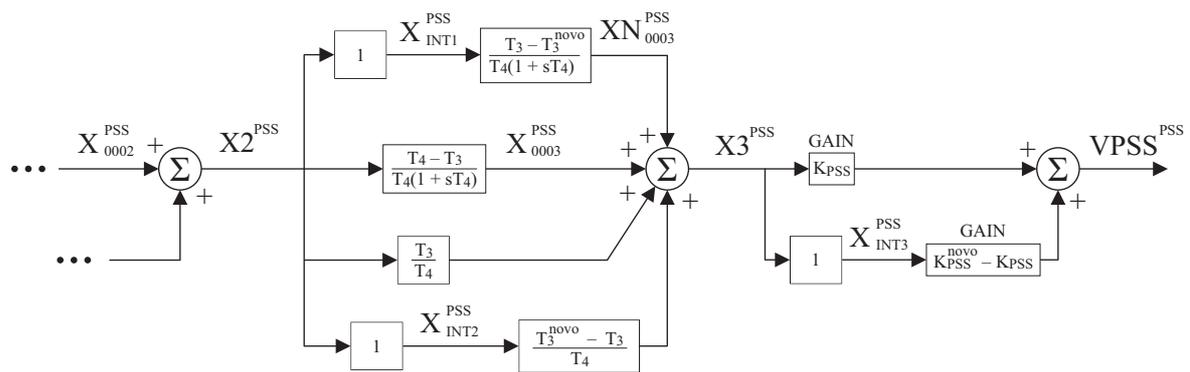


Figura 5.9: Acréscimo de variáveis auxiliares aos ramos em paralelo no PSS.

O desmembramento para a redução de ordem é ilustrado na Figura 5.10. Embora esta abordagem seja mais elaborada, no sentido de requerer inclusão de equações e variáveis adicionais ao sistema antes de retirada de equações para a ROM, o sistema

resultante final poderá ter ordem bastante reduzida, além de incorporar as vantagens das abordagens n° 1 e n° 3. Uma desvantagem desta abordagem, em comparação com as demais, é o fato de que apenas podem ser considerados os parâmetros que permitam a decomposição em ramos paralelos, ou seja, as constantes de tempo de denominador no PSS não podem ser desmembradas em ramos paralelos, pelo menos não da forma direta como foi apresentado.

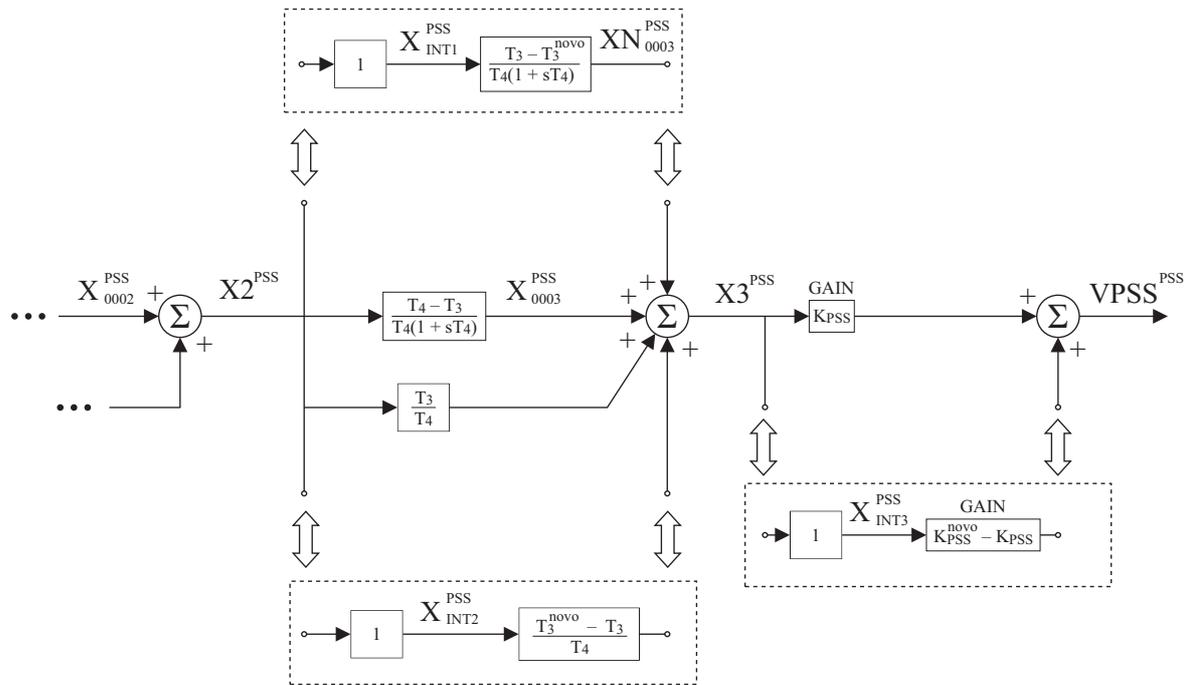


Figura 5.10: Desmembramento de ramos do PSS conforme abordagem n° 4.

5.6 PROPOSTA DE PADRONIZAÇÃO PARA AS ABORDAGENS 3 E 4

Nesta seção é proposta uma forma de padronizar a implementação das equações adicionais necessárias para as abordagens n° 3 e 4. No caso da abordagem n° 3, as equações adicionais se referem aos ramos série de ganho unitário de forma a permitir o destacamento de equações de interesse, que por conveniência também são transferidas para as equações adicionais. Já no caso da abordagem n° 4, as equações adicionais se referem aos ramos em paralelos àqueles que contenham os parâmetros de interesse. A vantagem desta proposição consiste em poder fazer $A_{PAC,1} = A_{PAC}$ e utilizar as variáveis e equações adicionais para montar $A_{PAC,2}$, $A_{PAC,3}$ e $A_{PAC,4}$, sendo que este último contém os parâmetros. Esta padronização permite fácil localização dos parâmetros de interesse.

Considerando-se o diagrama da Fig. 5.11, em que i_1, \dots, i_m são as linhas e colunas de A_{PAC} da submatriz S_1 envolvida com determinado parâmetro de interesse. As linhas e colunas j_1, \dots, j_k de $A_{PAC,4}$ são o endereçamento das submatrizes correspondentes S_2, S_3 e S_4 que estão relacionadas às equações adicionais. Como pode ser visto, a construção de $A_{PAC,4}$ é em bloco diagonal de submatrizes.

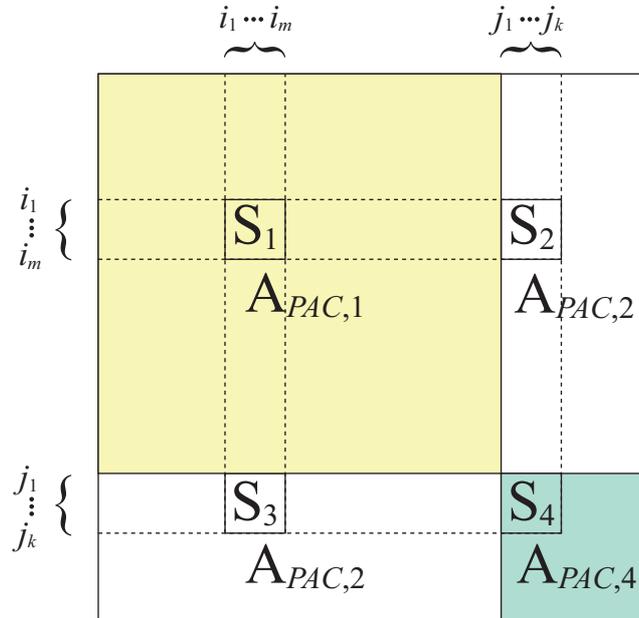


Figura 5.11: Diagrama para equações adicionais.

Considerando-se a abordagem No. 3

Se o parâmetro de interesse for um ganho, localiza-se a linha e coluna de A_{PAC} em que o parâmetro se encontra, sendo $m = 1$ e $S_1 \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, $k = 2$ e $S_2 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$, $S_3 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ e $S_4 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. Em seguida, deve-se impor:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad S_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ S_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Após esta definição, deve-se fazer $S_1 = 0$. Caso o elemento $[E_{PAC}]_{(i_1, i_1)}$ não seja nulo, deve-se anulá-lo. Além disso, deve-se completar as matrizes E_{PAC} , B_{PAC} e C_{PAC} com zeros para adequar as dimensões.

Caso o parâmetro seja uma constante de tempo de numerador, considera-se a Fig. 5.12.

Deve-se localizar as equações referentes a $X2^{PSS}$, X_{0003}^{PSS} e $X3^{PSS}$ e associar a elas

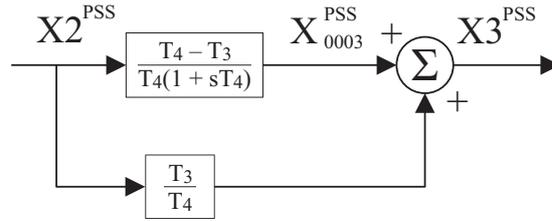


Figura 5.12: Diagrama de bloco de avanço e atraso decomposto em dois ramos paralelos.

os índices i_1 a i_3 , sendo $m = 3$ e $S_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $k = 3$ e $S_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $S_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e $S_4 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

Em seguida, deve-se impor:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ (\frac{T_4 - T_3}{T_4^2}) & (\frac{-1}{T_4}) & 0 \\ (\frac{T_3}{T_4}) & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

O elemento (j_2, j_2) de E_{PAC} deve ser 1 e o restante nulo, para os índices $j_1 \dots, j_3$. Após esta definição, deve-se fazer $S_1 = -I_{(3 \times 3)}$, em que I é uma matriz identidade. Além disso, deve-se completar as matrizes E_{PAC} , B_{PAC} e C_{PAC} com zeros para adequar as dimensões.

Considerando-se a abordagem No. 4

Se o parâmetro de interesse for um ganho, localiza-se a linha e coluna de A_{PAC} em que o parâmetro se encontra, sendo $m = 1$ e $S_1 \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, $k = 2$ e $S_2 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$, $S_3 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ e $S_4 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. Em seguida, deve-se impor:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad S_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ (K^{novo} - S_1) & -1 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Após esta definição, deve-se completar as matrizes E_{PAC} , B_{PAC} e C_{PAC} com zeros para adequar as dimensões.

Caso o parâmetro seja uma constante de tempo de numerador, considera-se a Fig. 5.12. Deve-se localizar as equações referentes a $X2^{PSS}$, X_{0003}^{PSS} e $X3^{PSS}$ e associar a elas os índices i_1 a i_3 , sendo $m = 3$ e $S_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $k = 3$ e $S_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $S_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e $S_4 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Em seguida, deve-se impor:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ (\frac{T_3^{antigo} - T_3^{novo}}{T_4^2}) & (\frac{-1}{T_4}) & 0 \\ (\frac{T_3^{novo} - T_3^{antigo}}{T_4}) & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

O elemento (j_2, j_2) de E_{PAC} deve ser 1 e o restante nulo, para os índices $j_1 \dots, j_3$. Além disso, deve-se completar as matrizes E_{PAC} , B_{PAC} e C_{PAC} com zeros para adequar as dimensões.

5.7 PROPOSTA DE MELHORAMENTO DO MÉTODO DE ROPM

Esta subseção tem o propósito de apresentar um melhoramento do método de ROPM proposto neste capítulo, mais especificamente na Seção 5.3. Este melhoramento consiste em uma pequena modificação do método de ROPM, e é recomendado quando se necessita de MORs mais precisos e/ou quando deseja-se preservar grandes subsistemas de geração-transmissão, incluindo grandes geradores, principais linhas de transmissão, equipamentos operando em altos níveis de potência, etc.

Conforme proposto na Seção 5.3, o sistema MIMO descrito pelas equações (5.16) e (5.17) sofre o processo de redução de ordem não-paramétrico, no caso utilizando o método de Truncamento Balanceado via SLRCF-ADI [4] mencionado no Capítulo 3.

Conforme os passos 1 e 2 do Algoritmo 4 do Capítulo 3, o método SLRCF-ADI [4] é aplicado ao sistema MIMO descrito pelas equações (5.16) e (5.17) para se computar os fatores de Choleski de baixo rank de controlabilidade e de observabilidade. Em seguida, nos passos 3 a 5 do mesmo algoritmo, o truncamento balanceado é realizado, resultando em duas matrizes de transformação de ordem. Finalmente, no passo 6 deste algoritmo, as matrizes de transformação são aplicadas ao FOM para geração do MOR.

A modificação proposta nesta seção consiste em adicionar saídas artificiais $\mathbf{y}_{extra}(t)$ (com mesma dimensão que o vetor $\mathbf{x}_{PAC,2}$) ao sistema MIMO descrito pelas equações (5.16) e (5.17). Em outras palavras, o sistema MIMO agora é da forma

$$\begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} \\ \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{MIMO,1} \\ B_{MIMO,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2} \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix}, \quad (5.39)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{PAC}(t) \\ \mathbf{y}_{extra}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{MIMO,1} & C_{MIMO,2} \\ A_{PAC,31} & A_{PAC,32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{PAC,2} & D_{PAC} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix}. \quad (5.40)$$

Logo, o sistema MIMO descrito agora pelas equações (5.39) e (5.40) é utilizado no Algoritmo 4 do Capítulo 3, nos passos 1 a 5. No passo 6 deste algoritmo, uma

vez obtidas as matrizes de transformação, retornamos ao sistema MIMO descrito pelas equações (5.16) e (5.17) e aplicamos as matrizes de transformação de ordem neste sistema MIMO descrito pelas equações (5.16) e (5.17).

Esta melhoria funciona no sentido de, ao acrescentar mais saídas ao sistema MIMO que é processado pelo Truncamento Balanceado via SLRCF-ADI, gera mais valores singulares de Hankel associados a canais de observabilidade associados às equações que foram retiradas do sistema antes da ROM. Uma maior quantidade destes valores singulares de Hankel oferece uma maior probabilidade de serem preservados durante o truncamento de valores singulares de Hankel em ordem decrescente de magnitude. Conforme será observado na Seção 6.7, uma desvantagem desta versão reforçada de ROPM é um pequeno aumento do tempo de processamento da redução de ordem, uma vez que a quantidade de cálculos foi aumentada com a adição de saídas artificiais.

5.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO

Neste capítulo foram propostas e detalhadas quatro abordagens de ROPM, aplicada a sistemas para estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais. Contudo, estas abordagens podem ser prontamente estendidas para a ROPM de outros modelos na representação de sistema descritor.

A abordagem n° 1 possui a implementação mais simples das quatro, e espera-se que seu custo de processamento computacional seja baixo. Contudo, o uso de matrizes de transformação de ordem T_L e T_R constantes, da forma como foram obtidas, não deve gerar bons resultados para valores de parâmetros distantes da condição em que a redução de ordem foi realizada.

Em essência, as abordagens n° 2, n° 3 e n° 4 constituem a mesma metodologia de ROPM, apenas diferindo quanto à forma de implementação. Inclusive, as equações (5.7) a (5.28) desenvolvidas para a abordagem n° 2 são as mesmas para as abordagens n° 3 e n° 4.

A abordagem n° 2 envolve a retirada completa de determinados PSSs do sistema, a redução de ordem deste sistema resultante, seguida do reacoplamento dos PSSs ao

sistema MOR. As maiores dificuldades desta abordagem se encontram nos índices e localizações dos elementos em cada matriz utilizada. Ao usuário comum, esta abordagem possui implementação significativamente mais simples que as abordagens n° 3 e n° 4.

A abordagem n° 3 envolve a retirada de alguns ramos de determinados PSSs do sistema, a redução de ordem deste sistema resultante, seguida do reacoplamento dos ramos ao sistema MOR, fechando a malha dos PSSs. As maiores dificuldades desta abordagem se encontram nos índices e localizações dos elementos em cada matriz utilizada, porém são facilitadas considerando-se a proposta de adição de equações da Seção 5.6. Ao usuário, esta abordagem possui maior complexidade de implementação que a abordagem n° 2.

A abordagem n° 4 envolve a adição de ramos paralelos a alguns ramos de determinados PSSs do sistema, a redução de ordem deste sistema resultante, seguida do reacoplamento dos ramos paralelos ao sistema MOR. As maiores dificuldades desta abordagem se encontram nos índices e localizações dos elementos em cada matriz utilizada, porém são facilitadas considerando-se a proposta de adição de equações da Seção 5.6. Dentre todas, esta é a abordagem de maior complexidade de implementação, mas oferece uma alternativa ao usuário final, caso o sistema FOM não possa ser reduzido com a malha do PSS aberta.

Capítulo 6 RESULTADOS DE TESTES COMPUTACIONAIS

Este capítulo tem por finalidade apresentar os principais resultados obtidos de testes e simulações computacionais, a partir da implementação dos métodos de ROPM expostos no capítulo 5, aplicados em três sistemas testes FOM originados de modelagem do Sistema Interligado Brasileiro para análise de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais.

Estes sistemas testes FOM foram selecionados devido às suas elevadas dimensões, de forma a evidenciar os benefícios da utilização da metodologia de ROPM proposta nesta tese, assim como devido à riqueza de detalhes presentes na modelagem, com informações referentes a diversos dispositivos de controle, da maioria das unidades de geração do País.

Os sistemas testes FOM #1 e #2 derivam do modelo BIPS07 (*Brazilian Interconnected Power System*) para uma topologia de rede elétrica do ano de 2007, com carga pesada. Já o sistema teste FOM #3 deriva do modelo BIPS2018, também com carga pesada. Estes sistemas testes foram selecionados devido a suas elevadas dimensões, de forma a evidenciar as vantagens e benefícios da utilização da metodologia de ROPM proposta no capítulo 5. Neste trabalho, adotou-se a consideração de erros relativos de resposta em frequência abaixo de -40 dB como satisfatórios e erros relativos abaixo de -60 dB como excelentes.

A seguir é apresentada a estruturação deste capítulo.

Sistema teste #1:

- Seção 6.1 Análise prévia e Condições de realização dos testes com o Sistema Teste #1;
- Seção 6.2 Testes de Desempenho das Abordagens Propostas com o Sistema Teste #1: são apresentados os resultados de testes de desempenho de cada abordagem de ROPM utilizando-se como base o erro de resposta em frequência;

- Seção 6.3 Ajuste de PSS via *Root Locus* com o Sistema Teste #1: são apresentadas análises via *Root Locus* de ajustes de controladores PSS para cada uma das abordagens de ROPM, em comparação ao sistema original FOM.

Sistema teste #2:

- Seção 6.4 Análise prévia e Condições de realização dos testes com o Sistema Teste #2;
- Seção 6.5 Testes de Desempenho das Abordagens Propostas com o Sistema Teste #2: são apresentados os resultados de testes de desempenho de cada abordagem de ROPM utilizando-se como base o erro de resposta em frequência;
- Seção 6.6 Testes envolvendo não-linearidades com o Sistema Teste #2: são apresentados e comparados os resultados de simulações do FOM e do MOR com a inclusão de não-linearidades em ambos, incluindo atraso no tempo;
- Seção 6.7 Testes de grande estresse na ROPM do Sistema Teste #2: o método de ROPM proposto no capítulo 5 é submetido a um grande estresse ao ser exigida a ROPM do sistema desacoplado de um subsistema composto pela unidade de geração de Itaipu, suas unidades de controle e sua principal linha de transmissão.

Sistema teste #3:

- Seção 6.8 Análise prévia e Condições de realização dos testes com o Sistema Teste #3;
- Seção 6.9 Testes de ROPM com o Sistema Teste #3: são apresentados os resultados de testes de ROPM utilizando-se como base o erro de resposta em frequência;

Finalmente, as considerações finais encerram o capítulo.

6.1 ANÁLISE PRÉVIA DO SISTEMA E CONDIÇÕES DE REALIZAÇÃO DOS TESTES

O sistema teste #1 utilizado neste trabalho é derivado do modelo BIPS07 (*Brazilian Interconnected Power System*) para uma topologia de rede elétrica do ano de 2007. O modelo foi obtido com base em caso prático de ponto de operação do sistema elétrico brasileiro, com cenário de carga pesada relativo ao ano de 2007.

Os dados do sistema linearizado foram processados e gerados pelo software PacDyn, do CEPEL [52], resultando então no sistema FOM. Os testes computacionais para cálculo de modelos reduzidos e demais simulações foram realizados em software Matlab [56].

No estudo deste sistema teste, os dispositivos PSS de interesse selecionados são aqueles associados a alguns geradores estratégicos, ou seja, que podem causar significativa alteração na dinâmica do sistema sob ação de PSS. Eles são capazes de influenciar modos interárea e local na análise de estabilidade eletromecânica. Desta forma, foram selecionados para a investigação deste primeiro sistema teste os PSS de Itaipu (60 Hz), de Xingó e de Jacuí. O sistema originalmente não possuía um PSS em Jacuí com a topologia adotada neste trabalho. Portanto, um PSS com essa topologia padrão foi inserido artificialmente nesta usina, com finalidade de habilitar ajustes de controle sobre os modos oriundos desta unidade.

O sistema originalmente apresentava $n = 2898$ variáveis de estado e $n_z = 17485$ variáveis algébricas, incluindo-se as variáveis NULL (redundância apresentada no PacDyn para indicar que alguns parâmetros de modelo no gerador não existem, apesar da equação ser prevista). Após inclusão artificial do PSS de Jacuí, este sistema passou a ter $n = 2904$ variáveis de estado. Além disso, o número de variáveis algébricas passou para $n_z = 17498$, mas de fato há $n_z = 16990$ variáveis algébricas, ao se desconsiderar as variáveis NULL.

Para este sistema teste #1, um total de 14 parâmetros dos três PSS foram selecionados, conforme apresentados na Tabela 6.1. Ainda, esta tabela apresenta os valores iniciais (\mathbf{p}_0) atribuídos aos parâmetros. Quando nada for mencionado, será considerada como configuração padrão o sistema com os parâmetros ajustados em \mathbf{p}_0 . Os valores de ganho em Itaipu 60 Hz são nulos em \mathbf{p}_0 apenas inicialmente, pois passarão por um ajuste fino na Seção 6.3.

Tabela 6.1: Parâmetros selecionados e valores iniciais \mathbf{p}_0 para Sistema Teste #1

Notação	Nome	Valor inicial \mathbf{p}_0
PSS de Itaipu (60 Hz)		
$K_{PT}^{ItaipuPSS}$	Ganho da malha de PT	0
$K_{WW}^{ItaipuPSS}$	Ganho da malha de WW	0
PSS de Jacuí		
$K_{PT}^{JacuiPSS}$	Ganho da malha de PT	2.2
$T_{X2X3}^{JacuiPSS}$	Constante de tempo de X2 para X3 (numerador)	0.2
$T_{X3X4}^{JacuiPSS}$	Constante de tempo de X3 para X4 (numerador)	0.2
$K_{WW}^{JacuiPSS}$	Ganho da malha de WW	10.35
$T_{X7X8}^{JacuiPSS}$	Constante de tempo de X7 para X8 (numerador)	0.2
$T_{X8X9}^{JacuiPSS}$	Constante de tempo de X8 para X9 (numerador)	0.2
PSS de Xingó		
$K_{KPSS}^{XingoPSS}$	Ganho KPSS	35.0
$T_{X12X13}^{XingoPSS}$	Constante de tempo de X12 para X13 (numerador)	3.75
$T_{X15X16}^{XingoPSS}$	Constante de tempo de X15 para X16 (numerador)	3.75
$T_{X16X17}^{XingoPSS}$	Constante de tempo de X16 para X17 (numerador)	0.073
$T_{X17X18}^{XingoPSS}$	Constante de tempo de X17 para X18 (numerador)	0.073
$K_{saida}^{XingoPSS}$	Ganho na saída do PSS	1.0

Dada a grande quantidade de graus de liberdade dos parâmetros selecionados (14), foram definidos 4 parâmetros auxiliares de forma a restringir a variação dos parâmetros da Tabela 6.1, de forma a simplificar a execução dos testes numéricos para o sistema teste #1. Estes parâmetros são definidos por

$$\begin{bmatrix} K_{PT}^{ItaipuPSS} \\ K_{WW}^{ItaipuPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Itaipu} \\ (5)\gamma_{Itaipu} \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

$$\begin{bmatrix} T_{X12X13}^{XingoPSS} \\ T_{X15X16}^{XingoPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Xingo} \\ \gamma_{Xingo} \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

$$\begin{bmatrix} K_{PT}^{JacuiPSS} \\ K_{WW}^{JacuiPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Jacui}^{ganho} \\ \left(\frac{10.35}{2.2}\right)\gamma_{Jacui}^{ganho} \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

$$\begin{bmatrix} T_{X2X3}^{XingoPSS} \\ T_{X3X4}^{XingoPSS} \\ T_{X7X8}^{XingoPSS} \\ T_{X8X9}^{XingoPSS} \end{bmatrix} = \gamma_{Jacui}^{tempo} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (6.4)$$

ou seja, em lugar de se variar os 14 parâmetros de \mathbf{p} , pode-se variar γ_{Itaipu} , γ_{Xingo} , γ_{Jacui}^{ganho} e γ_{Jacui}^{tempo} de forma que \mathbf{p} sofrerá variação, sujeito às restrições impostas pelas equações (6.1) a (6.4). Essa escolha se baseia em um projeto convencional de PSS, em que as constantes de tempo do bloco *lead-lag* são primeiramente ajustadas para se obter um deslocamento dos autovalores dominantes no sentido do semiplano esquerdo do plano complexo S. Após isso, o ganho do PSS é ajustado para prover o amortecimento desejado para o modo oscilatório dominante.

A Figura 6.1 apresenta um diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz), com os parâmetros selecionados em destaque. Analogamente, o diagrama do PSS de Jacuí, com os devidos parâmetros, é apresentado na Figura 6.2.

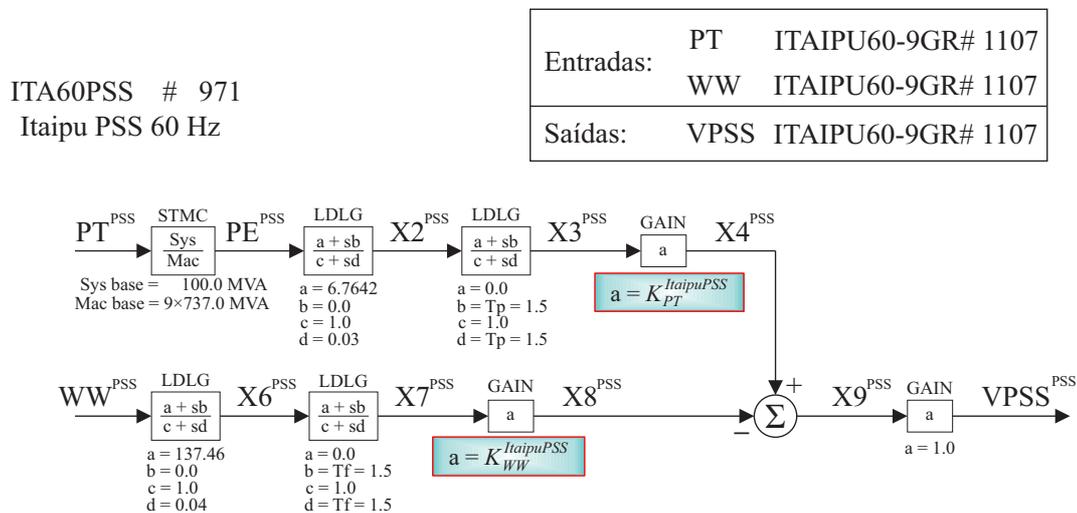


Figura 6.1: Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros.

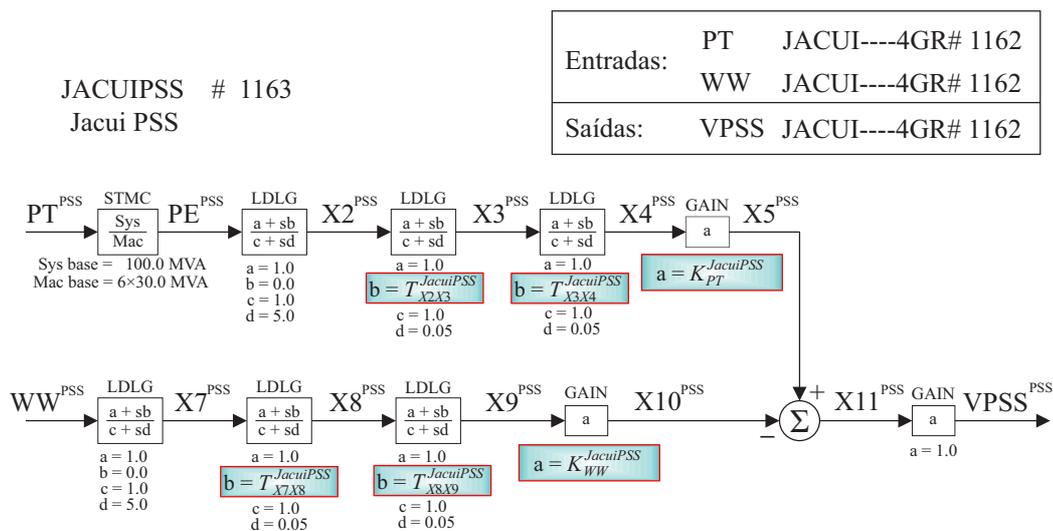


Figura 6.2: Diagrama de blocos do PSS de Jacuí com os parâmetros.

Ambos os PSS de Itaipu e Jacuí já se encontram em uma representação linear. Entretanto, o PSS de Xingó possui representação não-linear, conforme visto no diagrama de blocos na Figura 6.3, que contém os parâmetros selecionados.

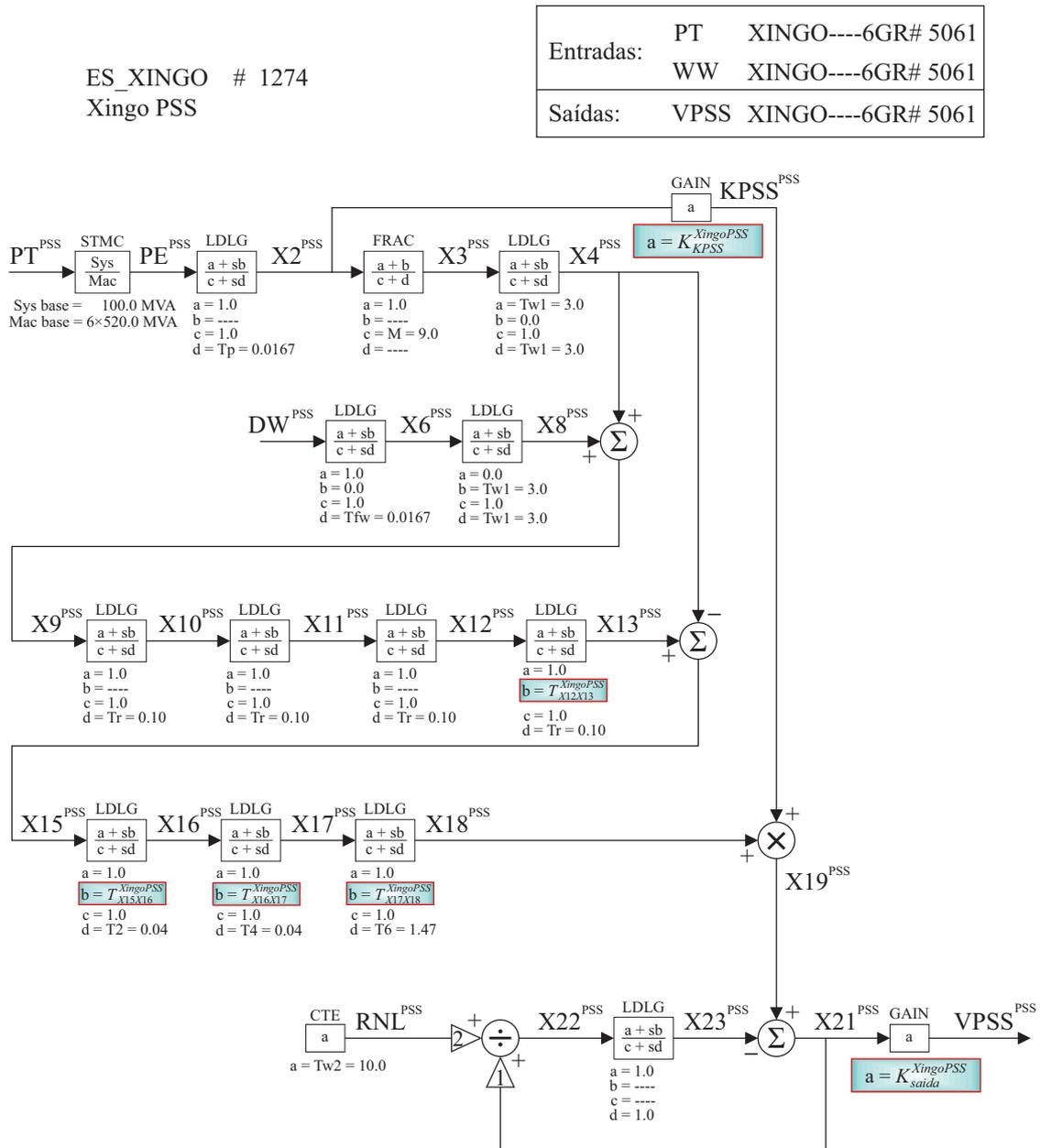


Figura 6.3: Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros.

O próprio PacDyn linearizou o PSS de Xingó na condição de operação utilizada

(carga pesada em 2007). A Figura 6.4 apresenta o digrama de blocos linearizado do PSS de Xingó, que, para todos os efeitos, é o que foi utilizado neste trabalho.

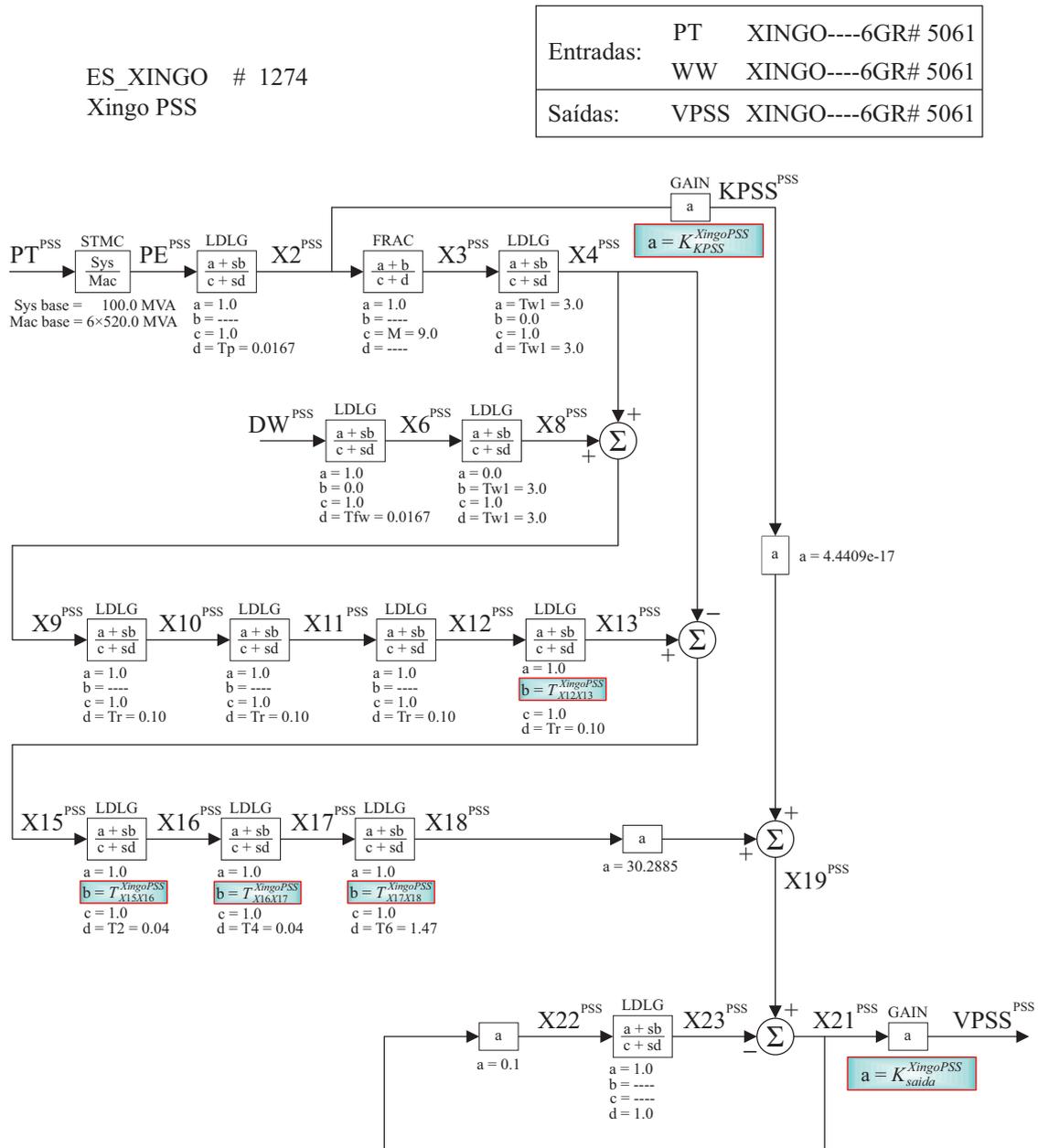


Figura 6.4: Diagrama linearizado do PSS de Xingó com os parâmetros.

O critério suficiente para o método de ROM funcionar é que o sistema seja estável, conforme visto na seção 2.6. A teoria de controle [3, 60] prediz que, para um sistema linear e invariante no tempo ser estável, é suficiente que seus polos se localizem no semiplano esquerdo do plano complexo, região destacada na Figura 6.5.

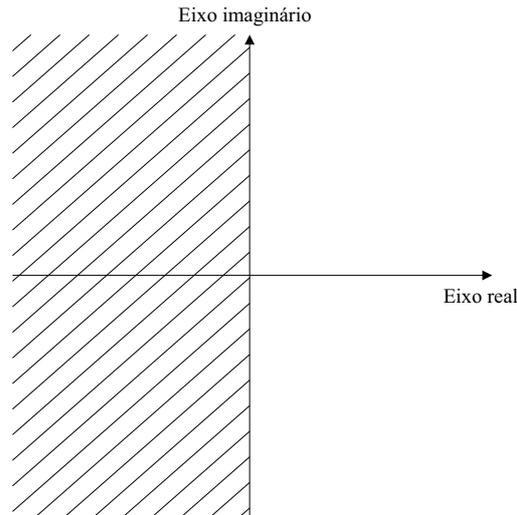


Figura 6.5: Região de polos estáveis no plano complexo.

Entretanto, com intuito de garantir o bom funcionamento do sistema durante pequenos sinais de perturbações, os modos do sistema são analisados, com os parâmetros configurados nos valores de \mathbf{p}_0 (Tabela 6.1). Para que a resposta no tempo do sistema seja mais adequada, com maior amortecimento dos modos oscilatórios, é exigida uma condição mais restritiva que mera estabilidade. Referindo-se ao conceito de Γ -estabilidade apresentado em [3], a Figura 6.6 apresenta, em hachurado, a região do plano complexo em que devem se localizar os polos.

O ângulo θ é o ângulo cujo cosseno corresponde à razão de amortecimento, de forma que os polos localizados dentro do cone hachurado na Fig. 6.6 possuem razão de amortecimento pelo menos igual a $\cos(\theta) \times 100\%$ (em porcentagem). Em contrapartida, os polos localizados na região hachurada da Figura 6.7 são estáveis, porém com razão de amortecimento inferior a $\cos(\theta) \times 100\%$.

Neste trabalho, o valor de 5% (o que confere um ângulo $\theta = \arccos(0.05)$) é considerado para um amortecimento suficiente dos modos dos sistemas representados no problema de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais. Dada a natureza do problema, para determinados modos interárea, associados a regiões de geração distantes eletricamente, já é considerado satisfatório colocar os polos com o amortecimento pelo menos de 5%.

Por questões numéricas, os modelos utilizados para análise de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais em SEP caracteristicamente podem conter alguns

poucos polos nas vizinhanças da origem do plano complexo, porém são polos não observáveis e não controláveis.

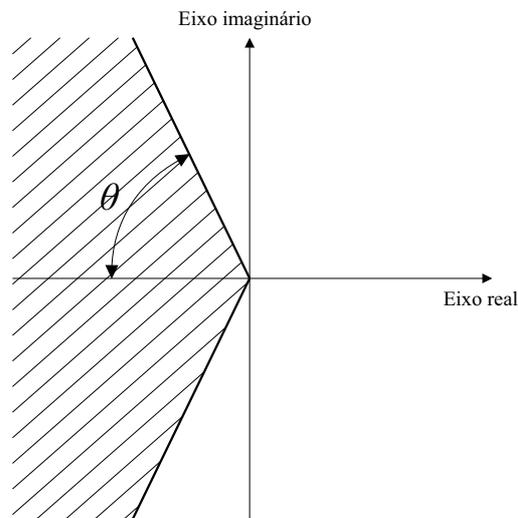


Figura 6.6: Região de polos estáveis com amortecimento adequado.

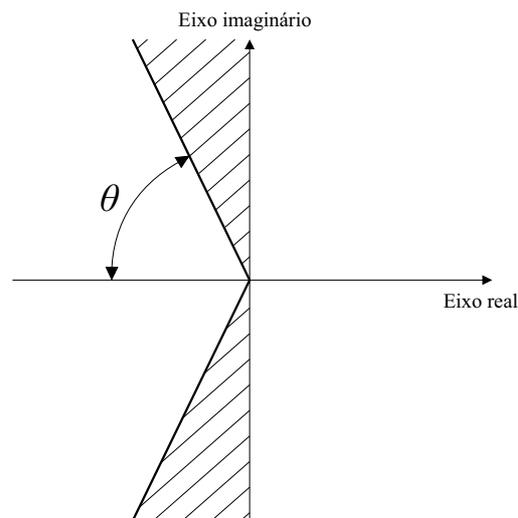


Figura 6.7: Região de polos estáveis com pouco amortecimento.

A Figura 6.8 apresenta quase a totalidade dos polos do sistema FOM. Incluíram-se traços radiais para delimitar as regiões de diferentes razões de amortecimento. Com fins de evitar redundância, apenas os polos reais e os polos com parte imaginária positiva são verificados.

Uma ampliação de Figura 6.8 é vista na Figura 6.9, que apresenta detalhes nas proximidades de $s = 0 + j0$ rad/s. Pode ser observada a existência de dois modos instáveis e quatro modos com amortecimento abaixo de 5%.

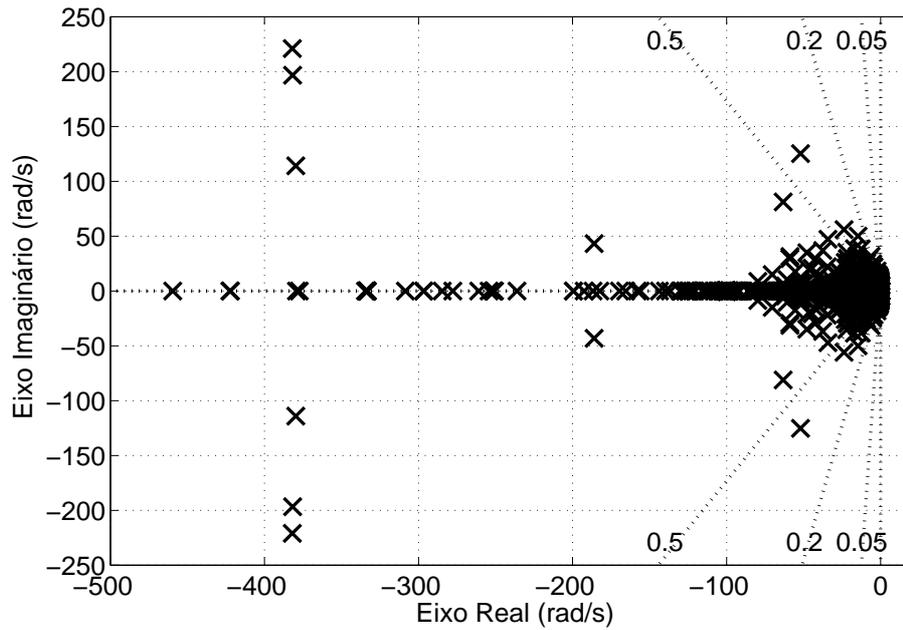


Figura 6.8: Polos do sistema original no plano complexo.

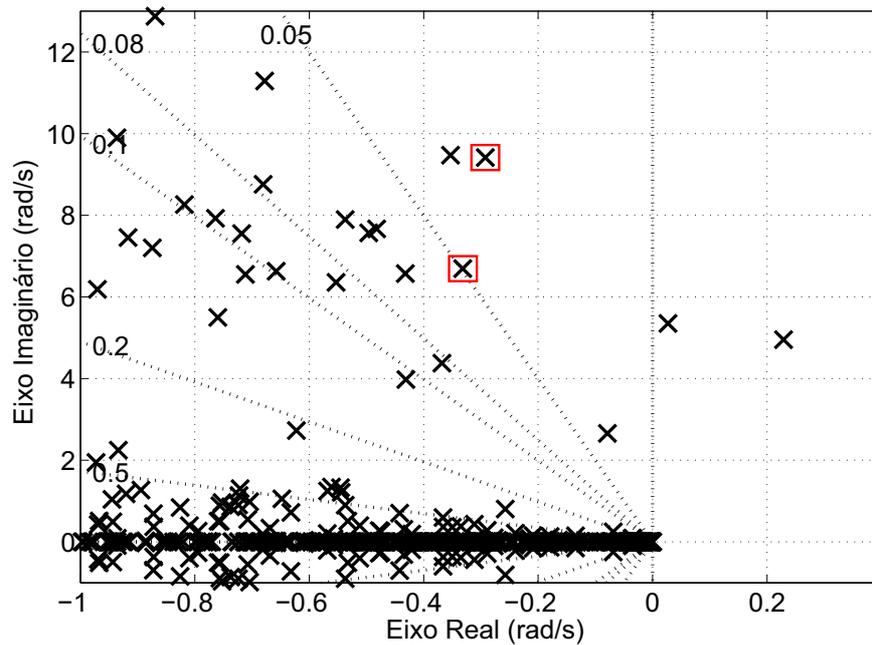


Figura 6.9: Polos do sistema original no plano complexo (ampliado).

Com o auxílio do aplicativo SADPA [10], foram calculados os respectivos autovetores à direita e à esquerda dos seis polos indesejáveis identificados. Calcularam-se os fatores de participação P_{ik} de todas as variáveis de estado em relação a estes 6 polos.

A Tabela 6.2 apresenta os polos indesejáveis e os 5 maiores módulos dos fatores de participação associados a cada modo e os respectivos estados correspondentes. Com a finalidade de evitar redundância de informação, apenas os polos reais e os polos com parte imaginária positiva são verificados.

Tabela 6.2: Polos Indesejáveis e os respectivos fatores de participação, em módulo

Polo	$ P_{ik} $	Estados associados
$-0.35309 + 9.4708i$	2.5284	WW XINGO- - - -6GR# 5061
	2.4978	X 0004 ES_XINGO # 1274
	0.40048	X 0006 ES_XINGO # 1274
	0.39247	X 0002 ES_XINGO # 1274
	0.21933	DELT XINGO- - - -6GR# 5061
$-0.29236 + 9.4124i$	0.44468	DELT ESPORA- - -3GR# 3744
	0.38936	WW ESPORA- - -3GR# 3744
	0.076403	X 0004 ESPORPSS # 4470
	0.068094	EQ' ESPORA- - -3GR# 3744
	0.065476	X 0028 ESPORRAT # 4400
$-0.33175 + 6.6941i$	0.19105	DELT PROMISSA - 2GR# 519
	0.1902	WW PROMISSA - 2GR# 519
	0.18186	DELT CHAVANTE- 4GR# 514
	0.18149	WW CHAVANTE- 4GR# 514
	0.08266	WW CAPIVARA - 4GR# 507
$0.22887 + 4.9517i$	0.25829	WW ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.2426	DELT ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.22531	DELT JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.21853	WW JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.062339	EQ' JACUI - - - - 4GR# 1162
$0.02694 + 5.3496i$	0.41887	DELT JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.40694	WW JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.11759	EQ' JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.096972	WW ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.091923	DELT ITAIPU60 - 9GR# 1107
$-0.078975 + 2.6565i$	1.5933	X 0004 ES_XINGO # 1274
	1.5164	WW XINGO - - - - 6GR# 5061
	0.31392	X 0013 ES_XINGO # 1274
	0.22271	X 0050 RV_XINGO # 1261
	0.19375	X 0017 RV_XINGO # 1261

Como pode ser observado na Tabela 6.2, os dois modos em destaque, $-0.29236 \pm 9.4124i$ e $-0.33175 \pm 6.6941i$, possuem baixo amortecimento e não são fortemente influenciados por ajustes nos PSS de Itaipu, Jacuí ou Xingó. A unidade de Espora possui PSS, assim como a unidade de Capivara, e os seus parâmetros poderiam ter sido considerados para esta investigação. Contudo, como se tratam de unidades pequenas com influência local quanto a estabilidade eletromecânica, a pequenos sinais, adotou-se o seguinte procedimento no sistema FOM: um pequeno ajuste fixo foi realizado em parâmetros de ambos os PSS, de forma a aumentar o amortecimento destes modos para valores superiores a 5%. Este ajuste deve ser conservado até o final das investigações e simulações.

A Figura 6.10 apresenta os polos do sistema FOM após o mencionado ajuste nos PSSs de Capivara e Espora. Pode ser visto que restaram ainda dois modos de baixo amortecimento e dois modos instáveis.

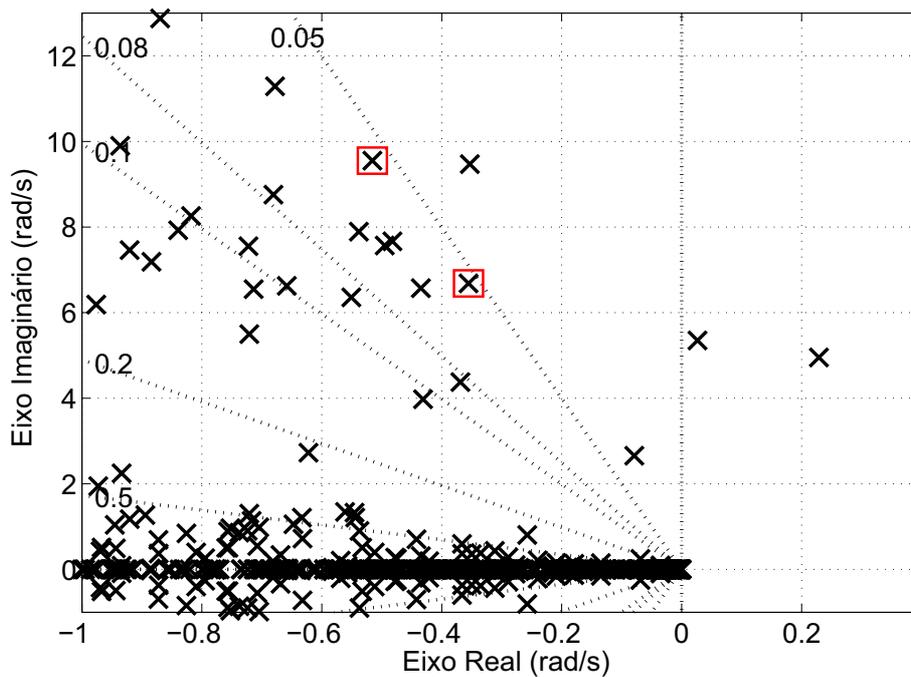


Figura 6.10: Polos do sistema após pequeno ajuste nos PSSs das usinas de Espora e Capivara.

A Tabela 6.3 apresenta os polos indesejáveis e seus respectivos cinco maiores fatores de participação, em módulo, assim como os estados associados. Os valores dos polos diferem minimamente dos valores na Tabela 6.2, e os fatores de participação não apresentam grandes alterações.

Tabela 6.3: Polos e fatores de participação resultantes, em módulo, após pequeno ajuste nos PSSs de Espora e Capivara.

Polo	$ P_{ik} $	Estados associados
$-0.35315 + 9.4708i$	2.5275	WW XINGO- - - -6GR# 5061
	2.497	X 0004 ES_XINGO # 1274
	0.40034	X 0006 ES_XINGO # 1274
	0.39233	X 0002 ES_XINGO # 1274
	0.21926	DELT XINGO- - - -6GR# 5061
$0.02694 + 5.3496i$	0.42018	DELT JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.40822	WW JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.11797	EQ' JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.096898	WW ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.091852	DELT ITAIPU60 - 9GR# 1107
$0.22887 + 4.9517i$	0.25851	WW ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.2428	DELT ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.22497	DELT JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.21821	WW JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.062245	EQ' JACUI - - - - 4GR# 1162
$-0.078975 + 2.6565i$	1.5933	X 0004 ES_XINGO # 1274
	1.5164	WW XINGO - - - - 6GR# 5061
	0.31396	X 0013 ES_XINGO # 1274
	0.22274	X 0050 RV_XINGO # 1261
	0.19377	X 0017 RV_XINGO # 1261

Os fenômenos associados a estabilidade eletromecânica geralmente ocorrem na faixa de frequência entre 0.2 Hz e 2.5 Hz. Para tanto, os resultados no domínio da frequência são apresentados dentro do intervalo entre $\omega = 10^{-2}rad/s$ e $\omega = 2 \times 10^2 rad/s$ (em maioria de magnitude e erros, pois nos testes realizados foi verificado que a resposta da fase possui comportamento análogo ao de magnitude, para as mesmas faixas de frequência).

Como padrão, os testes com redução de ordem pelo método SLRCF-ADI foram configurados com os parâmetros ($\mu_J = \{-1/15, -0.7, -6, -13, -200\}$). Os parâmetros ADI μ_J foram ajustados manualmente, de acordo com testes que foram bem sucedidos em outros trabalhos [4]. O ajuste inicial para o número de iterações ADI é $i_{max} = 200$, porém uma pequena calibragem é realizada nos testes da Subseção 6.2.1 para confirmar este valor. Usualmente, conforme realizado em [76], a ordem do MOR após o Truncamento Balanceado é fixada em um valor como $k = 40$. Contudo, o valor

de k selecionado para a ordem do MOR se mostrou um fator essencial na qualidade da ROPM e deve ser avaliado para cada uma das abordagens propostas no Capítulo 5. Como o sistema teste configurado em \mathbf{p}_0 é instável, a rigor deve ser utilizado um pequeno deslocamento/shift α em J_1 antes da redução de ordem. Caso não seja informado o contrário, estes são os parâmetros que foram utilizados nos testes para o sistema teste #1.

Como índices para a avaliação do tempo computacional e da qualidade das respostas dos modelos reduzidos frente o sistema original, convencionou-se o uso dos indicativos de qualidade descritos a seguir.

TEMPO DE PROCESSAMENTO (TP): com o uso do Matlab, trata-se apenas da simples aferição do tempo requerido na geração do MOR desde a inicialização do método de redução de ordem até a montagem das matrizes de ordem reduzida.

ÍNDICE DE ERRO RELATIVO (IER): seja H_{FOM} e H_{MOR} algum tipo de resposta do sistema FOM e MOR, respectivamente, seja no domínio do tempo ou da frequência, para as mesmas formas de entradas. O IER é utilizado para tentar representar numericamente uma espécie de erro relativo entre o desempenho do MOR e do FOM. O IER é calculado da seguinte forma:

$$IER = \frac{\|H_{FOM} - H_{MOR}\|}{\|H_{FOM}\|}, \quad (6.5)$$

em que $\|\cdot\|$ é a norma-2 do vetor H , em cada caso. No caso, o erro é relativo porque compara a norma da diferença entre H_{FOM} e H_{MOR} com a referência, no caso H_{FOM} . No caso de resposta em frequência, tem-se

$$IER = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N [|H_{FOM}(f_i) - H_{MOR}(f_i)|]^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N [|H_{FOM}(f_i)|]^2}}, \quad (6.6)$$

em que N é o nº de pontos de frequência considerados, f_i é um ponto na frequência, $H_{FOM}(f_i)$ e $H_{MOR}(f_i)$ são as respostas em frequência na frequência f_i , para o sistema original e para o sistema reduzido, respectivamente.

Em alguns testes, foram utilizados o que se definiu de desvio na resposta em frequência e desvio absoluto no tempo. O desvio na resposta em frequência é simplesmente o valor absoluto da diferença, a cada ponto de frequência f_i , entre as respostas em frequência de dois sistemas, como

$$Desvio_{frequencia}(f_i) = |H_{FOM}(f_i) - H_{MOR}(f_i)|. \quad (6.7)$$

Analogamente, o desvio absoluto no tempo é o valor absoluto da diferença, a cada ponto de tempo t_i , entre as respostas no tempo de dois sistemas, como

$$Desvio_{tempo}(t_i) = |y_{FOM}(t_i) - y_{MOR}(t_i)|. \quad (6.8)$$

Em termos de entradas e saídas do sistema FOM, foram consideradas como entradas as referências de tensão V_{REF} das três unidades, Itaipu (60 Hz), Jacuí e Xingó. Para saída foram selecionadas as potências ativas do terminal das máquinas síncronas, P_T , das mesmas três unidades. Este sistema MIMO possui uma matriz de transferência $H(s) \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ da forma

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) & H_{13}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) & H_{23}(s) \\ H_{31}(s) & H_{32}(s) & H_{33}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{PTItaipu}{VREFItaipu}(s) & \frac{PTItaipu}{VREFJacui}(s) & \frac{PTItaipu}{VREFXingo}(s) \\ \frac{PTJacui}{VREFItaipu}(s) & \frac{PTJacui}{VREFJacui}(s) & \frac{PTJacui}{VREFXingo}(s) \\ \frac{PTXingo}{VREFItaipu}(s) & \frac{PTXingo}{VREFJacui}(s) & \frac{PTXingo}{VREFXingo}(s) \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Considera-se que cada elemento $[H_{ij}]$, $i, j = 1, 2, 3$ da matriz de transferência $H(s)$ da eq. (6.9) constitui uma função de transferência SISO. A Figura 6.11 apresenta $H_{11}(s)$, função de transferência do FOM que será considerada como referência principal nos testes e simulações, especialmente quanto às medições de erros em frequência. Em baixas frequências, a resposta do sistema FOM aparenta originar de um valor estacionário para frequência nula, enquanto que em frequências intermediárias a resposta do sistema cresce em magnitude e apresenta alguns picos (possivelmente devido à proximidade de modos dominantes e seus resíduos); em maiores frequências, a resposta do sistema FOM segue declinando.

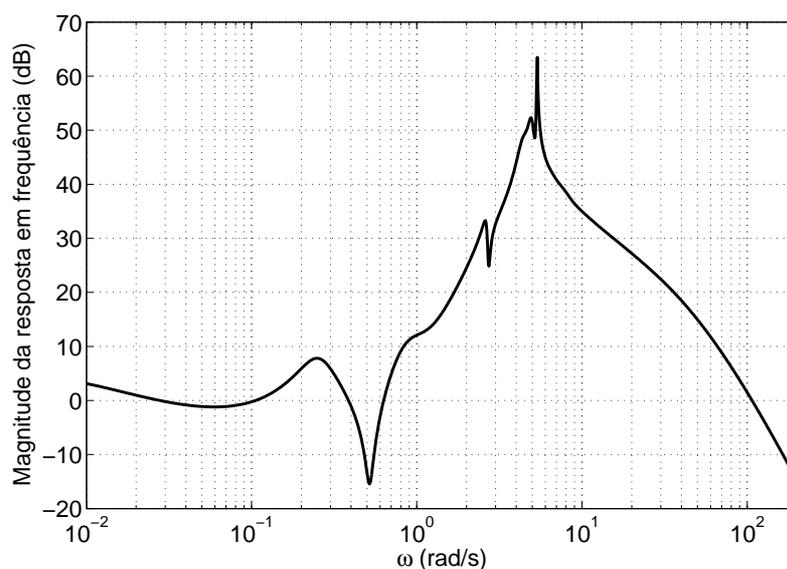


Figura 6.11: Magnitude da resposta em frequência H_{11} .

A Figura 6.12 apresenta as demais respostas em frequências do FOM presentes na matriz de transferência em (6.9). Semelhante à Fig. 6.11, todas as curvas apresentam uma região escarpada característica na faixa central de frequências considerada, devido possivelmente à proximidade de modos dominantes e seus respectivos resíduos para cada $[H_{ij}]$, $i, j = 1, 2, 3$ da matriz de transferência $H(s)$ da eq. (6.9).

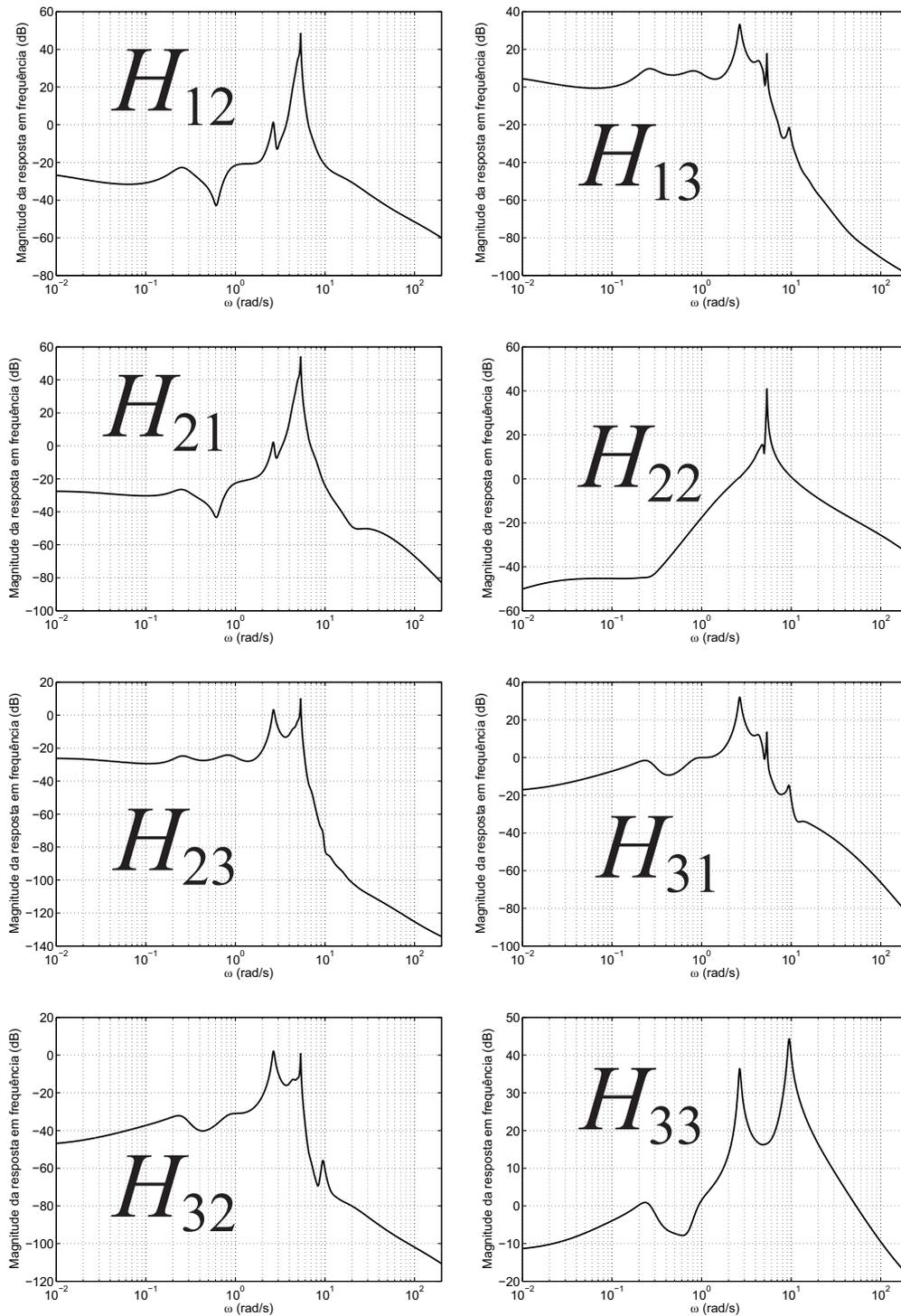


Figura 6.12: Magnitude das demais respostas em frequência H_{ij} .

6.2 TESTES DE DESEMPENHO DAS ABORDAGENS PROPOSTAS COM O SISTEMA TESTE #1

Esta seção objetiva avaliar se os sistemas resultantes das abordagens de ROPM propostas no Capítulo 5 são capazes de reproduzir resultados do sistema teste #1 FOM, quando os devidos parâmetros são variados em uma determinada faixa de valores. Essencialmente, a resposta e erro em frequência foram utilizados para aferir o desempenho em cada caso.

6.2.1 TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 1

Esta subseção visa avaliar o desempenho da Abordagem 1 para o Sistema Teste #1. Primeiramente, para uma breve calibragem dos parâmetros do próprio processo de redução, a Fig. 6.13 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, para diferentes números de iterações utilizadas no método SLRCF-ADI (100, 200 e 300), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 . Embora o uso de 100 iterações no método SLRCF-ADI não seja suficiente, os resultados com 200 e 300 iterações são próximos e apresentam baixos desvios em relação ao sistema original.

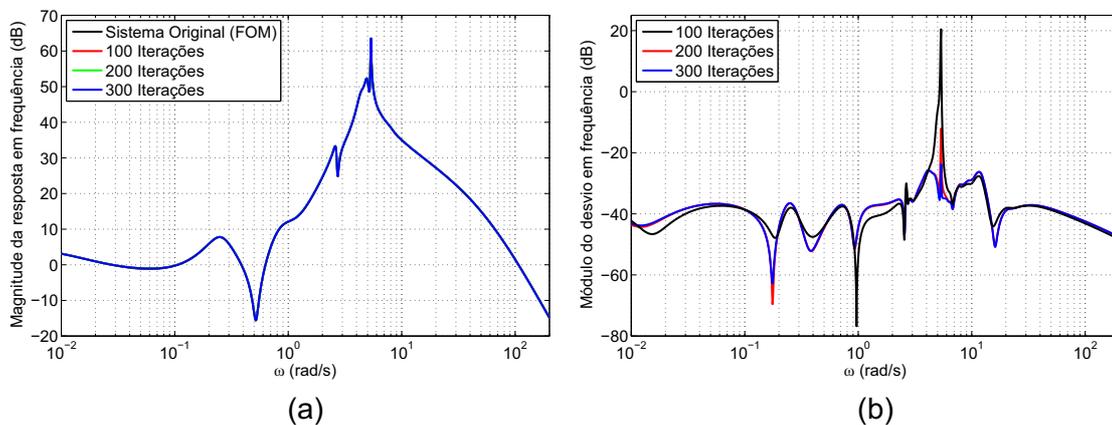


Figura 6.13: (a) Resposta em frequência para diferentes números de iterações ADI; (b) Desvio em frequência para diferentes números de iterações ADI.

Além disso, a Fig. 6.14 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, para diferentes ordens de MOR ($k = 20$, $k = 40$, $k = 60$), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 . Conforme visto nesta figura, a qualidade do MOR aumenta consideravelmente com a ordem k do MOR. Para essas

ordens avaliadas, percebemos que a utilização de ordem 40 ou maior possui um desvio aceitável.

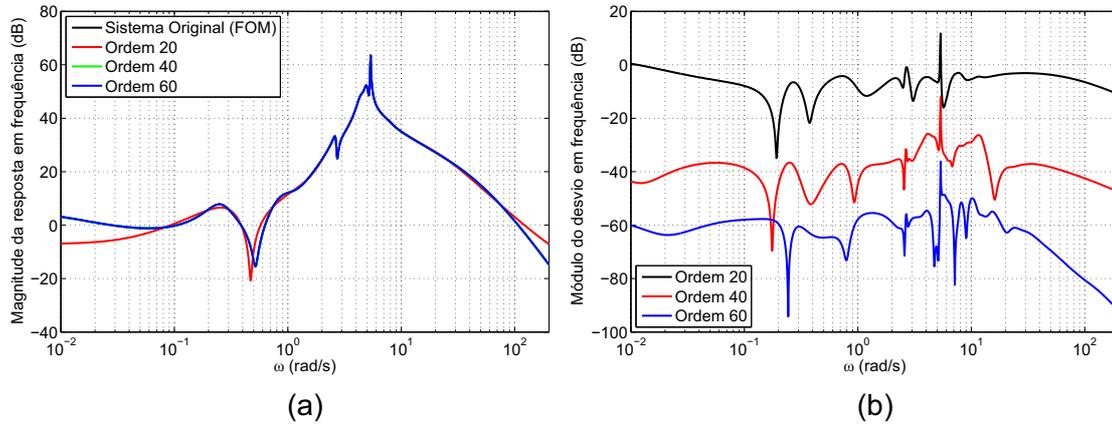


Figura 6.14: (a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.

Em seguida, considerando-se a condição do sistema em \mathbf{p}_0 , é avaliado como o Índice de Erro Relativo (IER) evolui conforme o gradativo aumento da ordem k selecionada para o MOR, como ilustrado na Figura 6.15. Nesta figura, sucessivas reduções de ordem foram realizadas, uma para cada valor de $k = 1, \dots, 300$, e o valor escalar de erro relativo foi aferido conforme equação (6.6). Na Figura 6.15 pode ser visto um rápido decaimento do IER, ou seja, a abordagem 1 proporcionou que um baixo valor de k fosse suficiente para reproduzir bem o sistema FOM (de ordem 2904), pelo menos localmente em \mathbf{p}_0 , que foi utilizado para este teste. Conforme visto na Figura 6.15, os valores de k a partir de aproximadamente 40 fornecem IER abaixo de -60 dB (uma relação entre erro e resposta em frequência do sistema FOM de 0.1%), o que, para os fins deste trabalho, é considerada uma precisão satisfatória, em \mathbf{p}_0 .

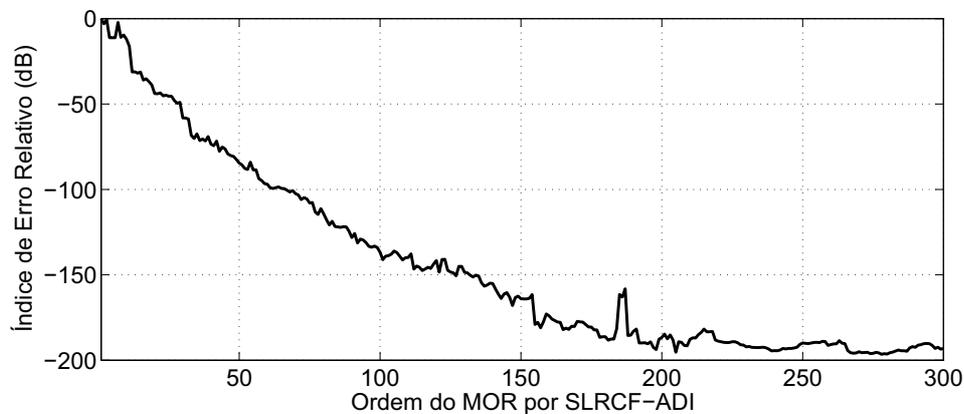


Figura 6.15: IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado.

Dada a grande quantidade de graus de liberdade com 14 parâmetros em \mathbf{p} , adotou-se um novo parâmetro γ_{Itaipu} de forma a restringir a variação dos parâmetros $K_{PT}^{ItaipuPSS}$ (ordem de grandeza típica 10^0) e $K_{WW}^{ItaipuPSS}$ (ordem de grandeza típica 10^1) de forma que, quando γ_{Itaipu} variar, a variação observada será

$$\begin{bmatrix} K_{PT}^{ItaipuPSS} \\ K_{WW}^{ItaipuPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Itaipu} \\ (5)\gamma_{Itaipu} \end{bmatrix}, \quad (6.10)$$

enquanto que os demais parâmetros de \mathbf{p} permanecem constantes.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$, tanto no sistema teste original como no sistema resultante da ROPM. Este intervalo de variação paramétrica extrapola os valores típicos usualmente utilizados em PSSs, justamente para avaliar se o MOR foi capaz de reter a mesma dependência funcional (com respeito aos parâmetros) que existia no FOM, e qual o alcance dessa capacidade do MOR em preservar a dependência funcional. As seções 6.3 e 6.6 realizam estudos com valores de parâmetros mais próximos dos valores típicos. As Figuras 6.16 e 6.17 apresentam o IER (entre sistema teste completo e sistema resultante da ROPM) durante essa variação, para diferentes números de iterações ADI (100, 200 e 300) e para diferentes ordens do MOR ($k = 20$, $k = 40$, $k = 60$, $k = 200$), respectivamente. A escala logarítmica no valor de γ_{Itaipu} foi utilizada para propiciar melhor visualização dos resultados gráficos, uma vez que a escala linear não permitiu visualização adequada.

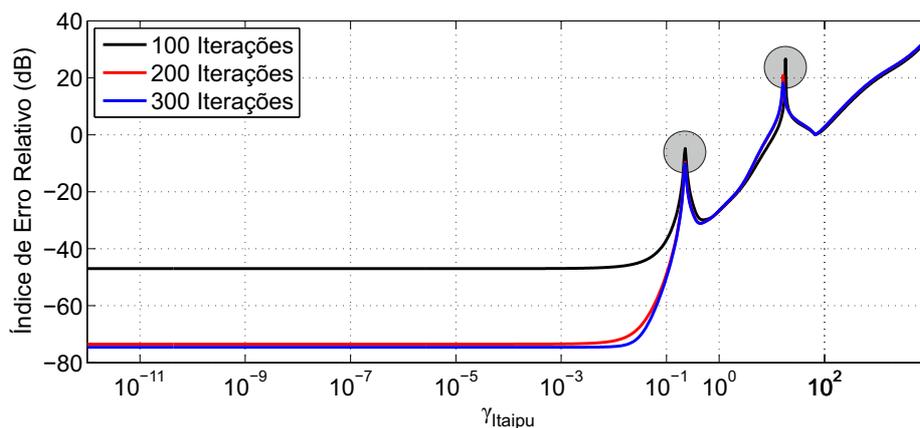


Figura 6.16: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes números de iterações ADI.

Conforme observado na Figura 6.16, não há diferenças significativas entre utilizar 200 e 300 iterações do método SLRCF-ADI. Logo, para esta aplicação, o uso de 300 iterações é pouco justificável, visto que demanda maior processamento computacional que o uso de 200 iterações. Já na Fig. 6.17, pode ser observado que, embora ordens

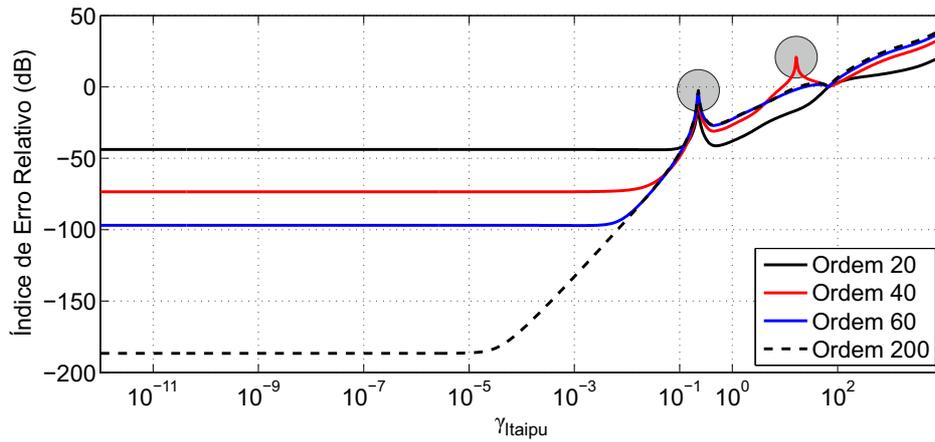


Figura 6.17: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes ordens do MOR.

maiores de MOR aumentem localmente a precisão (o sistema foi reduzido em \mathbf{p}_0 , com $\gamma_{Itaipu} = 0$), a excursão para grandes valores de γ_{Itaipu} é igualmente limitada, independente da ordem. Em outras palavras, quando o valor de γ_{Itaipu} é maior que aproximadamente 10^{-1} , qualquer que seja a ordem (dentre as apresentadas na Fig. 6.17), o IER já deixa de ser aceitável, pois está acima de -50 dB.

Em ambas as Fig. 6.16 e 6.17, foram observados e destacados picos de IER para valores específicos de γ_{Itaipu} . Por exemplo, tomando-se o primeiro pico observado na Fig. 6.16, este ocorre por volta de $\gamma_{Itaipu} = 0.2184$. Obtendo-se os autovalores do sistema teste FOM para esse valor de γ_{Itaipu} , resulta na Fig. 6.18, que evidencia a presença de um polo sobre o eixo imaginário do plano complexo.

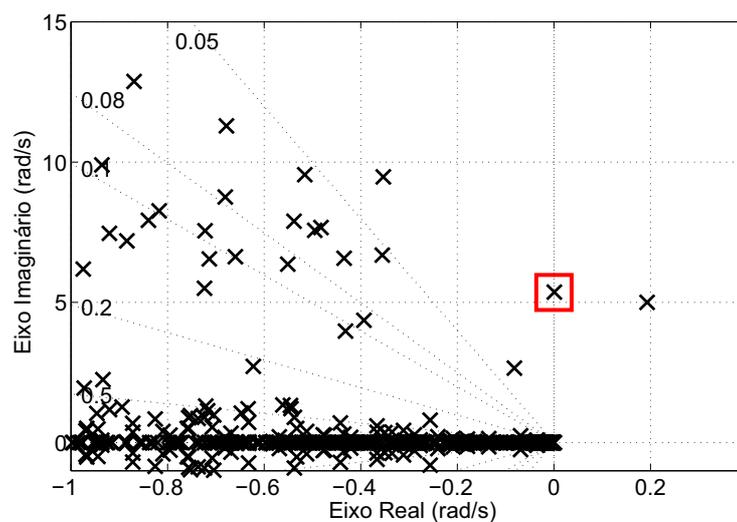


Figura 6.18: Polos do sistema teste quando $\gamma_{Itaipu} = 0.2184$.

Justamente por utilizar-se a resposta em frequência do sistema sobre o eixo imaginário positivo, este polo sobre o eixo impossibilita a observação e medição do comportamento entre FOM e o sistema resultante da Abordagem 1, já que o sistema possui resposta em frequência praticamente infinita na frequência do polo demarcado na Fig. 6.18. A Figura 6.19 ilustra esta explicação.

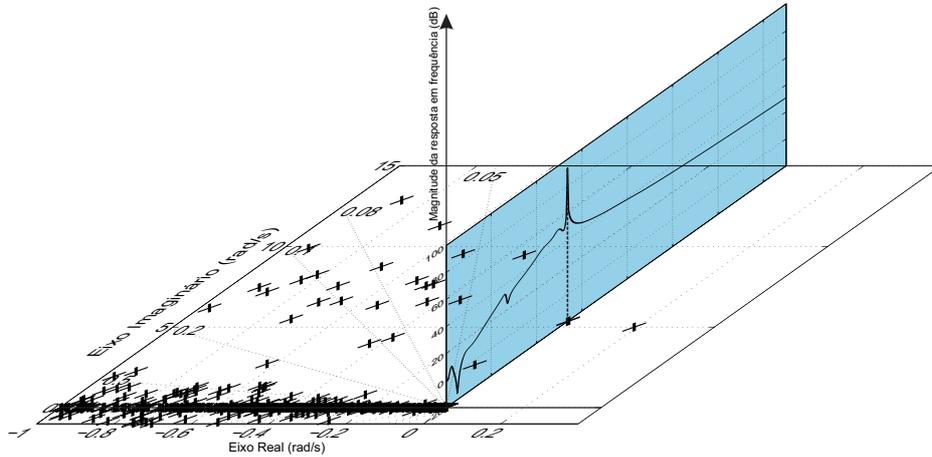


Figura 6.19: Ilustração do efeito de polo sobre eixo imaginário.

Portanto, os picos observados nas Fig. 6.16 e 6.17 se devem a polos que cruzam o eixo complexo imaginário no FOM e/ou no sistema resultante da ROPM. Ou seja, quando uma singularidade atravessa a janela de observação utilizada, no caso o eixo imaginário positivo do plano complexo, a medição de IER se torna inviabilizada, pois estaria trabalhando com valores praticamente infinitos neste ponto.

Analogamente ao realizado na eq. (6.10), é definido um novo parâmetro, γ_{Xingo} , de forma a restringir a variação dos parâmetros $T_{X12X13}^{XingoPSS}$ (ordem de grandeza típica 10^{-1}) e $T_{X15X16}^{XingoPSS}$ (ordem de grandeza típica 10^{-1}) da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} T_{X12X13}^{XingoPSS} \\ T_{X15X16}^{XingoPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Xingo} \\ \gamma_{Xingo} \end{bmatrix}. \quad (6.11)$$

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. Este intervalo de variação paramétrica extrapola os valores típicos usualmente utilizados em PSSs, justamente para avaliar se o MOR foi capaz de reter a mesma dependência funcional (com respeito aos parâmetros) que existia no FOM, e qual o alcance dessa capacidade do MOR em preservar a dependência funcional. As seções 6.3 e 6.6 realizam estudos com valores de parâmetros mais próximos dos valores típicos. As Figuras 6.20 e 6.21 apresentam o IER durante essa variação, para diferentes números de iterações ADI e para diferentes

ordens do MOR, respectivamente. Novamente, o uso de 300 iterações ADI não se justifica, por não apresentar melhora significativa em relação ao uso de 200 iterações. Quanto à ordem do MOR, o IER para maiores ordens é melhor apenas localmente, nas proximidades do valor em que a redução de ordem foi realizada, $\gamma_{Xingo} = 3.75$. Enquanto que para valores γ_{Xingo} ligeiramente distantes de 3.75 todas curvas de IER se deterioram rapidamente (com valores muito acima de -60 dB). Ou seja, a faixa de valores de γ_{Xingo} em que o sistema da Abordagem 1 representa o FOM de forma satisfatória é muito estreita, apenas em torno do valor em que foi realizada a ROM.

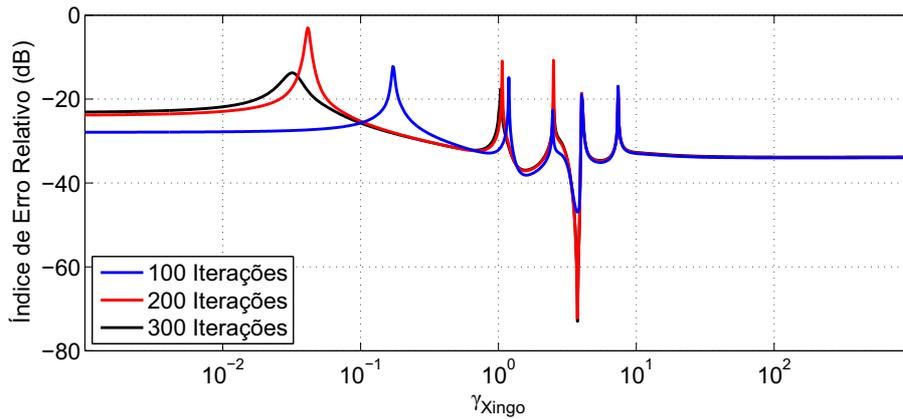


Figura 6.20: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes números de iterações ADI.

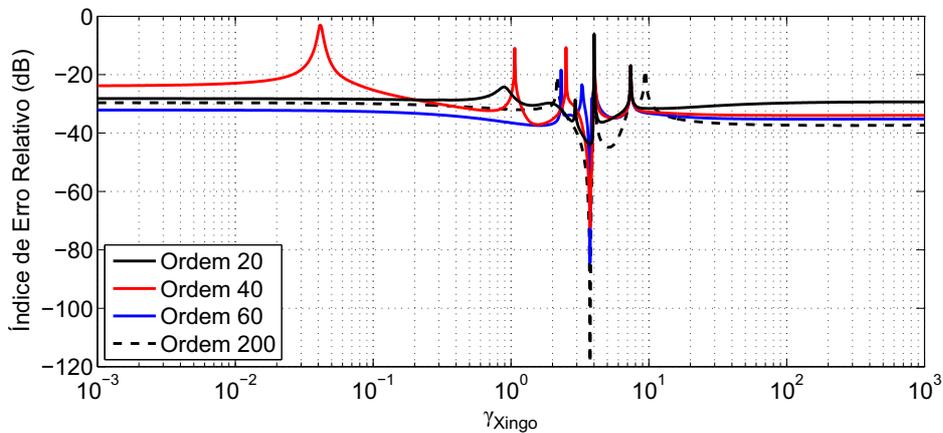


Figura 6.21: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes ordens do MOR.

Uma vantagem da Abordagem 1 é a possibilidade de realizar a ROM da parte constante na configuração de parâmetros \mathbf{p} de interesse, ou seja, em malha fechada com os valores de parâmetros desejados. Com intuito de avaliar esta vantagem, a Tabela 6.4 apresenta configurações com valores de parâmetros ligeiramente diferentes de \mathbf{p}_0 . Considerando-se \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 como condições em que a redução de ordem foi implementada, impõe-se ao parâmetro γ_{Itaipu} a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (em \mathbf{p}_0) até

$\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.22 apresenta a evolução do IER com a variação de γ_{Itaipu} . Adotou-se $k = 40$ como ordem do MOR e 200 Iterações ADI em todas as curvas.

Tabela 6.4: Definição de outras configurações de parâmetros em \mathbf{p} .

Notação	Valores
\mathbf{p}_1	$\gamma_{Itaipu} = 10^{-1}$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_2	$\gamma_{Itaipu} = 10$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_3	$\gamma_{Xingo} = 0.375$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_4	$\gamma_{Xingo} = 10^{-2}$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0

A Figura 6.23 apresenta a evolução do IER com a variação de γ_{Xingo} , para uma variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$, para MOR originado nas condições \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_3 e \mathbf{p}_4 . Adotou-se $k = 40$ para a ordem do MOR e 200 Iterações ADI em todas as curvas. Em ambas as Figuras 6.22 e 6.23, é visto como o IER é satisfatório (abaixo de -60 dB) apenas em uma faixa estreita de valores na qual a redução de ordem foi realizada. Ou seja, se o sistema foi reduzido com a configuração \mathbf{p}_2 , por exemplo, sua precisão fica restrita à vizinhança muito próxima de \mathbf{p}_2 , para o sistema teste utilizado.

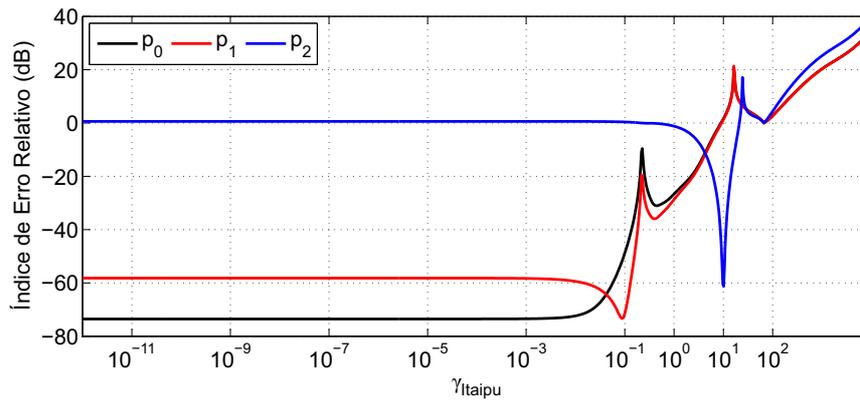


Figura 6.22: IER na variação de γ_{Itaipu} , ROM em diferentes parâmetros.

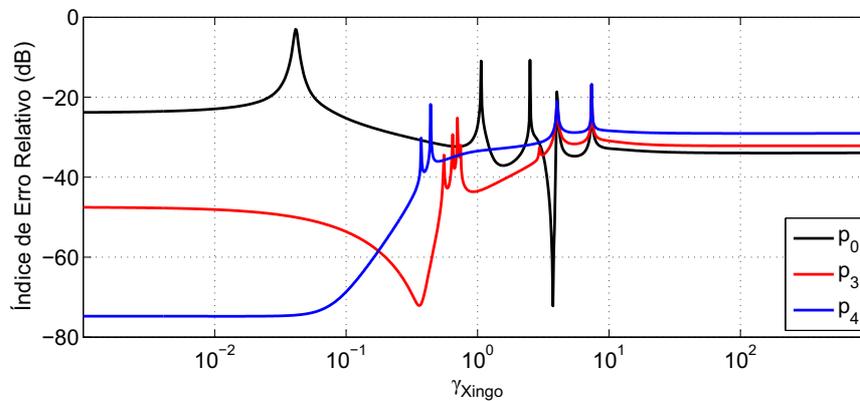


Figura 6.23: IER na variação de γ_{Xingo} , ROM em diferentes parâmetros.

6.2.2 TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 2

Conforme visto no Capítulo 5, a ordem k utilizada no método SLRCF-ADI para a redução não é a ordem final do sistema, pois as equações referentes aos PSS ainda são reacopladas ao MOR da parte constante. Para o sistema teste, as equações referentes aos PSS de Itaipu, Xingó e Jacuí totalizam 69, sendo 22 equações diferenciais e 47 equações algébricas.

De forma análoga à Abordagem 1, os testes se iniciam pela evolução do IER em função da ordem k do Truncamento Balanceado. Contudo, para evidenciar algumas informações importantes a respeito das Abordagens 2 e 3, são definidos dois sistemas testes auxiliares. O sistema auxiliar 1 é igual ao sistema teste original, porém com o PSS de Xingó desativado, fazendo-se $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$. O sistema auxiliar 2 também é igual ao sistema teste original, entretanto com os PSS de Xingó e de Jacuí desativados, fazendo-se $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$ e $K_{PT}^{JacuiPSS} = K_{WW}^{JacuiPSS} = 0$.

A partir destas informações, a Fig. 6.24 apresenta a evolução do IER em função de k tomando-se o desempenho entre o sistema resultante da Abordagem 2 e cada um dos sistemas FOM (teste original e auxiliares 1 e 2).

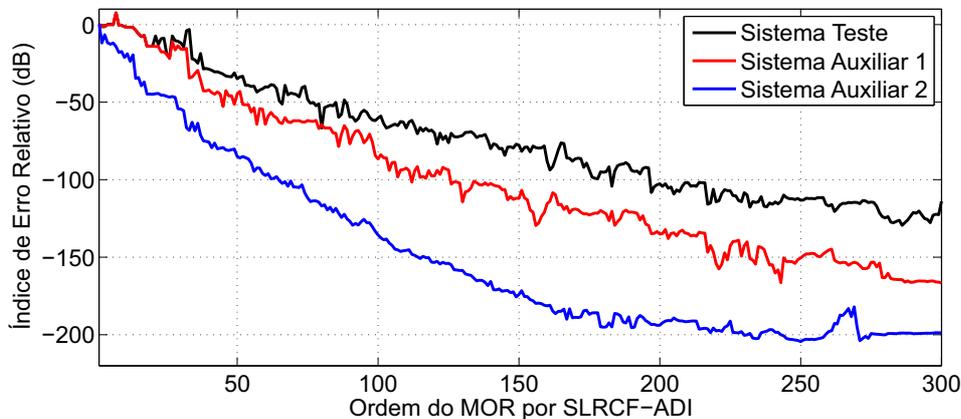


Figura 6.24: IER em função da ordem k utilizada pelo método ADI, sistema teste original e auxiliares.

Conforme apresentado na Fig. 6.24, o IER decai mais rapidamente quando o sistema FOM, no caso o sistema auxiliar 2, possui todos os PSS desligados. Isso ocorre porque, de acordo com a concepção da Abordagem 2, a parte do sistema que é reduzida não contém nenhum dos três PSS mencionados, visto que suas equações foram completamente retiradas. Portanto o sistema MOR foi reduzido a partir de um

sistema que, equivalentemente, tem $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$ e $K_{PT}^{JacuiPSS} = K_{WW}^{JacuiPSS} = 0$, logo o melhor desempenho do MOR será nesta configuração. Apenas para operar em \mathbf{p}_0 o sistema resultante da Abordagem 2 necessita realizar uma variação paramétrica, pois em \mathbf{p}_0 apenas o PSS de Itaipu está desativado.

Em outras palavras, as equações dos PSS reacopladas ao MOR precisam alcançar os estados internos $\hat{x}_{PAC,1}^{est}$ do MOR e impor que o sistema resultante opere em \mathbf{p}_0 . Para tanto, o MOR necessita de um maior valor para k , de forma a melhorar esta interação com as equações reacopladas, essencialmente devido à construção da matriz de transformação de ordem esquerda T_L .

A Fig. 6.25 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, diferentes ordens de MOR ($k = 100, k = 200, k = 300$), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 . De fato, o sistema resultante da ROPM necessita de pelo menos $k = 200$ (dentre os três valores testados para k) para um erro em níveis satisfatórios.

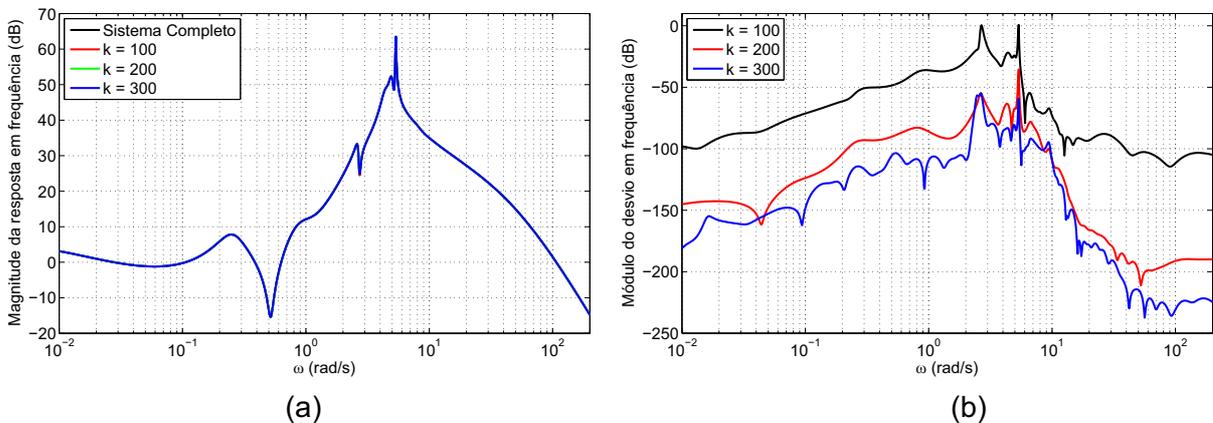


Figura 6.25: (a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.26 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100, k = 200, k = 300$). Fora os picos observados, a faixa de excursão do parâmetro γ_{Itaipu} em que o IER é satisfatório é ampla, desde que para $k = 200$ ou maior.

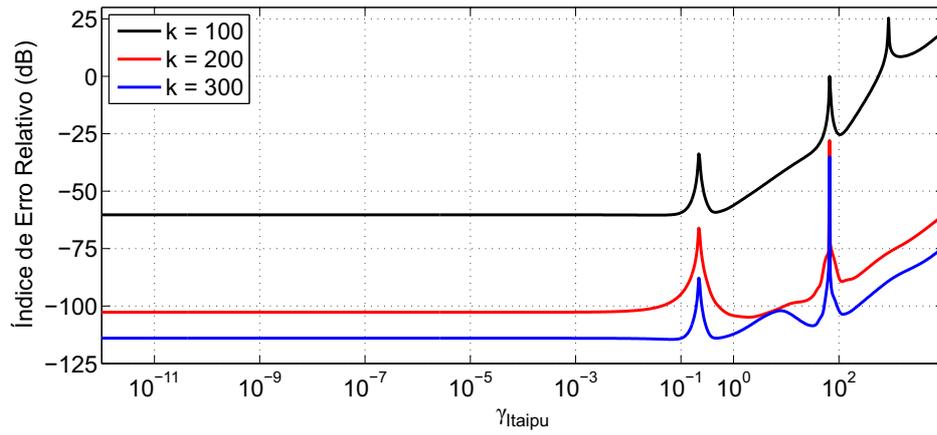


Figura 6.26: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k .

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. A Figura 6.27 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100$, $k = 200$, $k = 300$). Observa-se uma excelente excursão do parâmetro γ_{Xingo} em que o IER é mantido a níveis muito baixos.

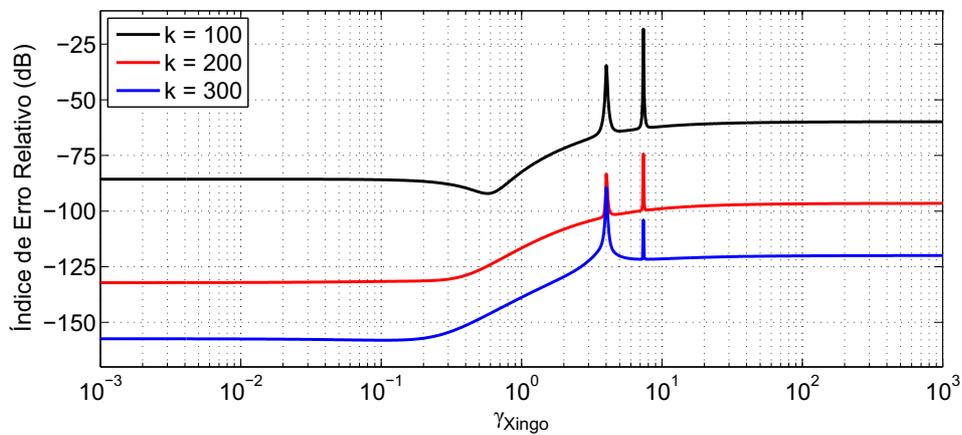


Figura 6.27: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k .

6.2.3 TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 3

Conforme visto no Capítulo 5, a ordem k utilizado no Truncamento Balanceado com SLRCF-ADI não é a ordem final do sistema, pois as equações referentes aos ramos de PSS e equações adicionais, que haviam sido retiradas, ainda são reacopladas ao MOR da parte constante. Para o sistema teste, as equações referentes a esses ramos dos PSS de Itaipu, Xingó e Jacuí totalizam 36, sendo 8 equações diferenciais e 28 equações algébricas.

Os testes se iniciam pela evolução do IER em função da ordem k do Truncamento Balanceado. Contudo, para evidenciar algumas informações importantes a respeito das Abordagens 2 e 3, são definidos dois sistemas testes auxiliares. O sistema auxiliar 1 é igual ao sistema teste original, porém com o PSS de Xingó desativado, fazendo-se $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$. O sistema auxiliar 2 também é igual ao sistema teste original, entretanto com os PSS de Xingó e de Jacuí desativados, fazendo-se $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$ e $K_{PT}^{JacuiPSS} = K_{WW}^{JacuiPSS} = 0$.

A partir destas informações, a Fig. 6.28 apresenta a evolução do IER em função de k tomando-se o desempenho entre o sistema resultante da Abordagem 3 e cada um dos sistemas FOM (teste original e auxiliares 1 e 2).

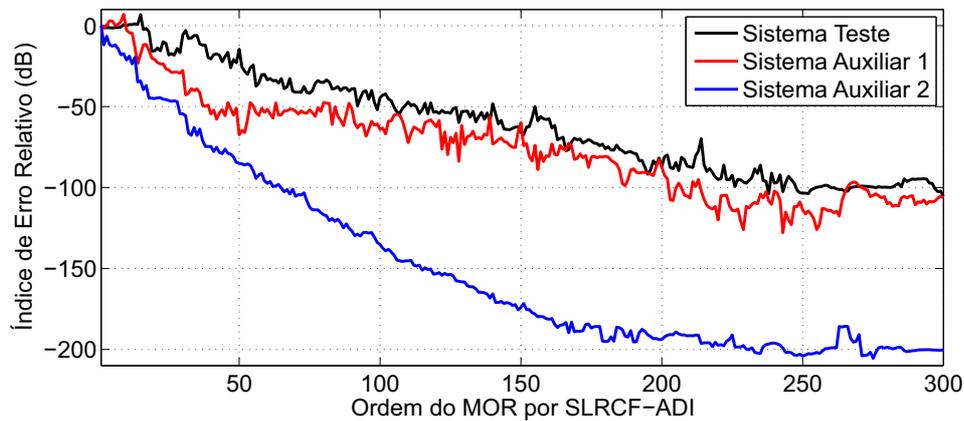


Figura 6.28: IER em função da ordem k utilizada pelo método ADI, sistema teste original e auxiliares.

Conforme apresentado na Fig. 6.28, o IER decai mais rapidamente quando o sistema FOM, no caso o sistema auxiliar 2, possui todos os PSS desligados. Isso ocorre porque, de acordo com a concepção da Abordagem 3, ao se retirar equações de ramos série dos três PSS mencionados, a malha de cada PSS fica aberta e o sistema enxerga

como se nada ali houvesse. Portanto o sistema MOR foi reduzido a partir de um sistema que, equivalentemente, tem $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$ e $K_{PT}^{JacuiPSS} = K_{WW}^{JacuiPSS} = 0$. Logo, o melhor desempenho do MOR será nesta configuração. Apenas para operar em \mathbf{p}_0 , o sistema resultante da Abordagem 3 necessita realizar uma variação paramétrica, pois em \mathbf{p}_0 apenas o PSS de Itaipu está desativado.

Em outras palavras, as equações dos ramos de PSS reacopladas ao MOR fecham o laço de cada PSS e precisam alcançar os estados internos $\hat{x}_{PAC,1}^{est}$ do MOR e impor que o sistema resultante opere em \mathbf{p}_0 . Para tanto, o MOR necessita de um maior valor para k , de forma a melhorar esta interação com as equações reacopladas, essencialmente devido à construção da matriz de transformação de ordem esquerda T_L .

A Fig. 6.29 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, diferentes ordens de MOR ($k = 100$, $k = 200$, $k = 300$), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 . De fato, o sistema resultante da ROPM necessita de pelo menos $k = 200$ para um erro em níveis satisfatórios.

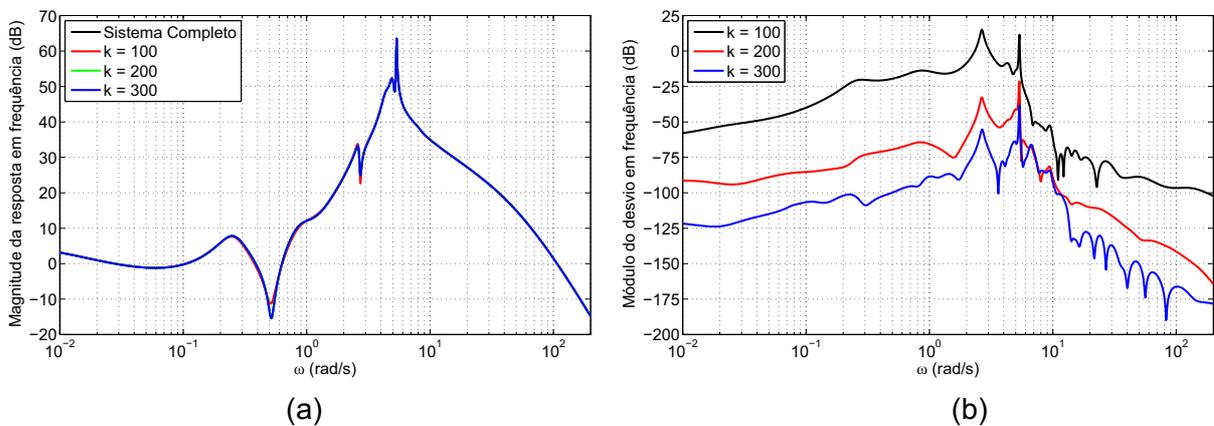


Figura 6.29: (a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.30 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100$, $k = 200$, $k = 300$). Fora os picos observados, a faixa de excursão do parâmetro γ_{Itaipu} em que o IER é satisfatório é ampla, desde que para $k = 200$ ou maior.

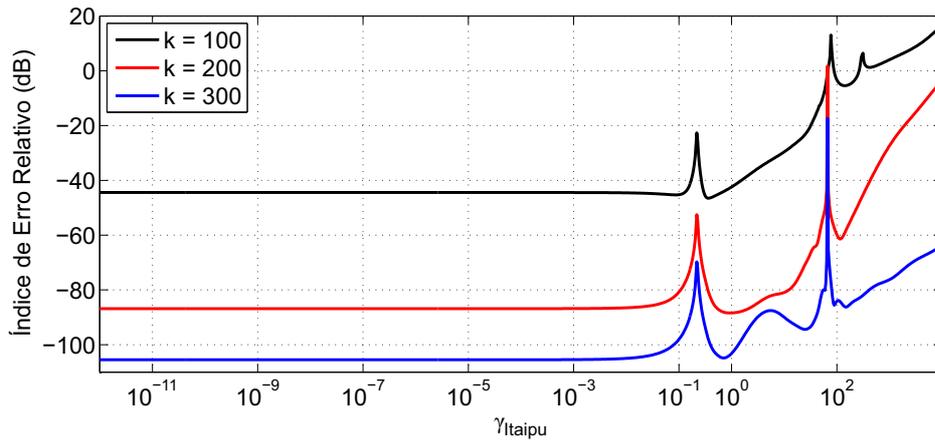


Figura 6.30: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k .

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. A Figura 6.31 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100, k = 200, k = 300$). Observa-se uma excelente excursão do parâmetro γ_{Xingo} em que o IER é mantido a níveis muito baixos.

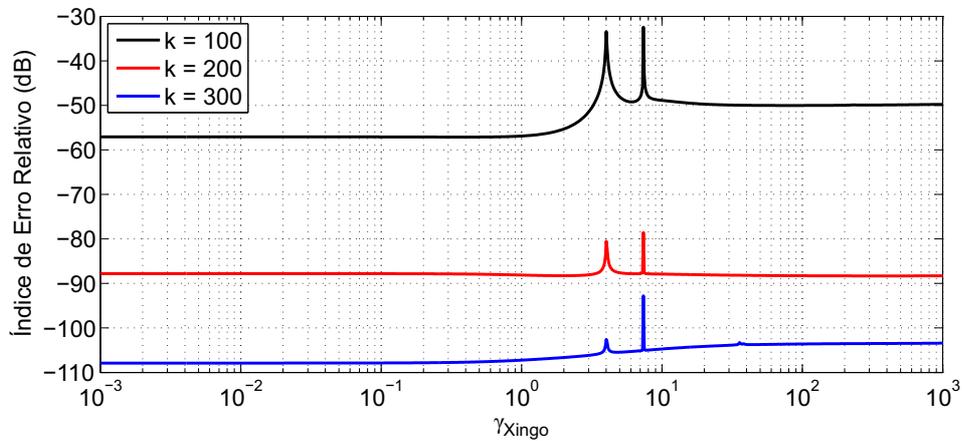


Figura 6.31: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k .

6.2.4 TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 4

Conforme visto no Capítulo 5, a ordem k utilizada no Truncamento Balanceado com SLRCF-ADI não é a ordem final do sistema, pois as equações referentes aos ramos paralelos de PSS e equações adicionais, que haviam sido retiradas, ainda são reacopladas ao MOR da parte constante. Para o sistema teste, as equações referentes a esses ramos paralelos dos PSS de Itaipu, Xingó e Jacuí totalizam 36, sendo 8 equações diferenciais e 28 equações algébricas. A Abordagem 4 incorpora características de ambas as abordagens 1 e 3.

Primeiramente, considerando-se a condição do sistema em \mathbf{p}_0 , é avaliado como o Índice de Erro Relativo (IER) evolui conforme a ordem k selecionada para o truncamento balanceado que gerou o MOR, conforme mostrado na Figura 6.32. Assim como na Abordagem 1, pode ser visto um rápido decaimento do IER, ou seja, um baixo valor de k é suficiente para reproduzir bem o sistema FOM, pelo menos localmente em \mathbf{p}_0 .

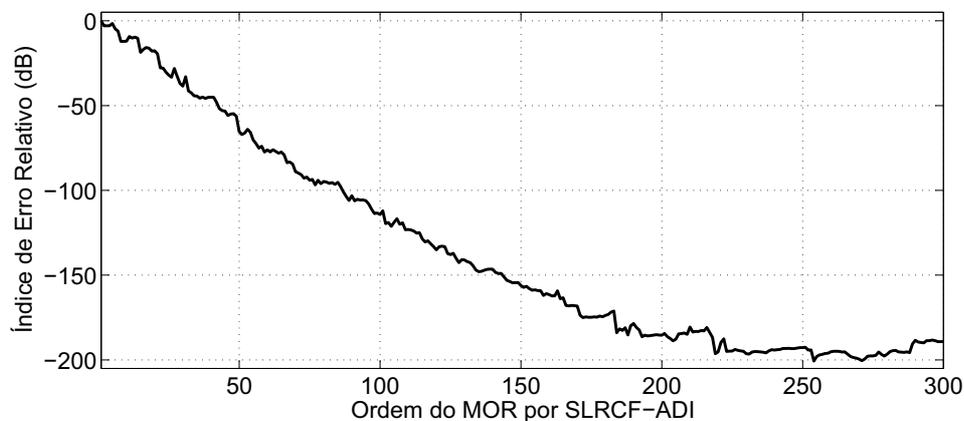


Figura 6.32: IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado.

A Fig. 6.33 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, diferentes ordens de MOR ($k = 80$, $k = 140$, $k = 200$, $k = 260$), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 . De fato, o sistema resultante da ROPM necessita de pelo menos $k = 140$ (dentro dos valores testados para k) para se obter um erro em níveis satisfatórios, inferior ao erro medido nas abordagens 2 e 3, sob as mesmas condições de teste.

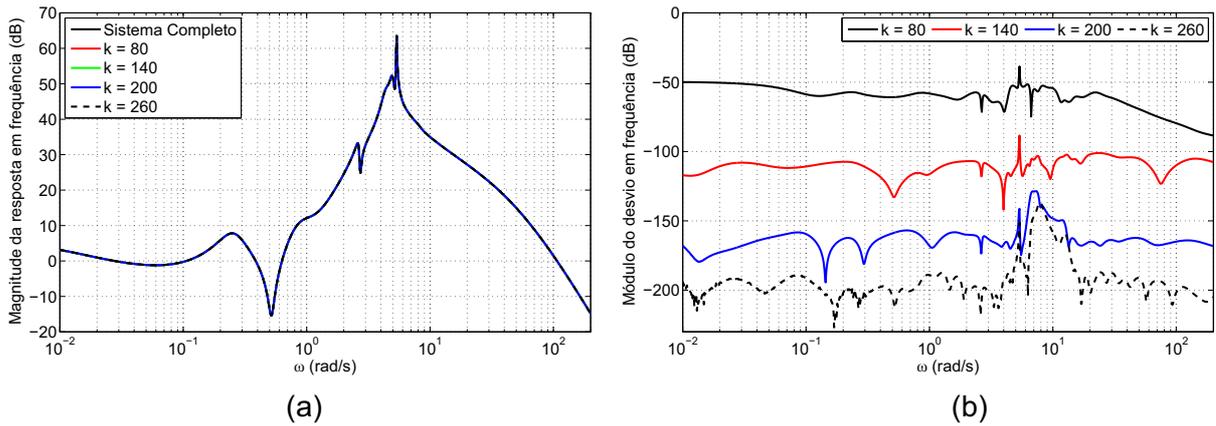


Figura 6.33: (a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.34 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 80, k = 140, k = 200, k = 260$). Fora os picos observados, observa-se que para baixos valores de k , o sistema resultante de ROPM se comporta muito semelhante à Abordagem 1, em que há grande precisão localmente em \mathbf{p}_0 , porém com uma excursão limitada do parâmetro γ_{Itaipu} , pois o IER se eleva rapidamente com o aumento do parâmetro. Contudo, ao se aumentar a ordem k , o sistema começa a se comportar como a Abordagem 3, melhorando o alargamento da faixa de excursão do parâmetro γ_{Itaipu} a níveis de IER satisfatórios.

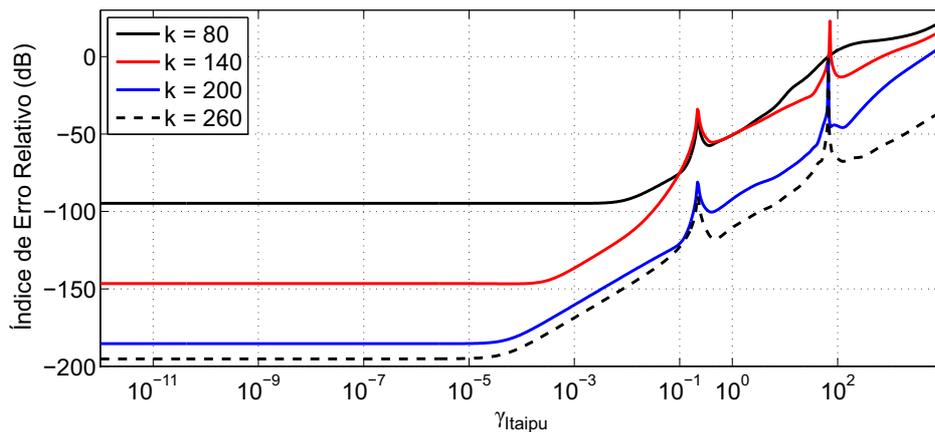


Figura 6.34: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k .

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. A Figura 6.35 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100, k = 200,$

$k = 300$). Semelhante ao discutido sobre a Fig. 6.34, para baixas ordens de k , o sistema praticamente se comporta como a Abordagem 1, enquanto que a elevação de k diminui os níveis gerais de IER, porém mantendo o formato da curva, em que uma faixa muito estreita em torno de \mathbf{p}_0 é altamente precisa.

Este comportamento híbrido desta abordagem permite que se utilize uma ordem k menor em relação às abordagens 2 e 3, mas ainda com erros satisfatórios.

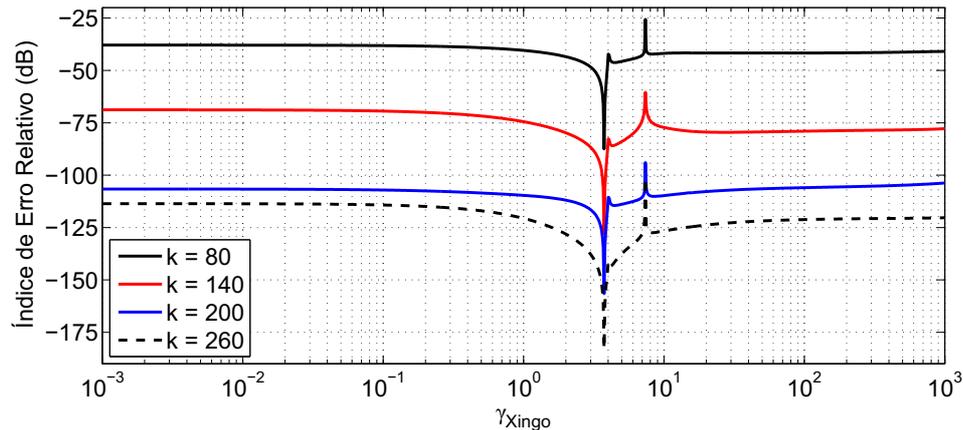


Figura 6.35: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k .

Uma vantagem da Abordagem 4 é a possibilidade de realizar a redução de ordem da parte constante do sistema FOM em malha fechada na configuração de parâmetros \mathbf{p} de interesse. Com intuito de avaliar esta vantagem, a Tabela 6.4 é repetida a seguir, com valores de parâmetros ligeiramente diferentes de \mathbf{p}_0 .

Tabela 6.5: Definição de outras configurações de parâmetros em \mathbf{p} .

Notação	Valores
\mathbf{p}_1	$\gamma_{Itaipu} = 10^{-1}$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_2	$\gamma_{Itaipu} = 10$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_3	$\gamma_{Xingo} = 0.375$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_4	$\gamma_{Xingo} = 10^{-2}$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0

Considerando-se \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 como condições em que a redução de ordem foi implementada, o parâmetro γ_{Itaipu} sofre variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.36 apresenta a evolução do IER com a variação de γ_{Itaipu} . Adotou-se $k = 140$ para a ordem do MOR e 200 Iterações ADI em todas as curvas.

A Figura 6.37 apresenta a evolução do IER com a variação de γ_{Xingo} , considerando uma variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$, para MOR originado nas condições

\mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_3 e \mathbf{p}_4 . Adotou-se $k = 140$ para a ordem do MOR e 200 iterações ADI em todas as curvas.

Em ambas as Figuras 6.36 e 6.37, é visto como o IER é muito reduzido apenas em uma faixa estreita de valores em torno do qual a redução de ordem foi realizada, porém os níveis gerais de IER também são inferiores aos observados nos testes com a Abordagem 1, o que se assemelha mais às abordagens 2 e 3.

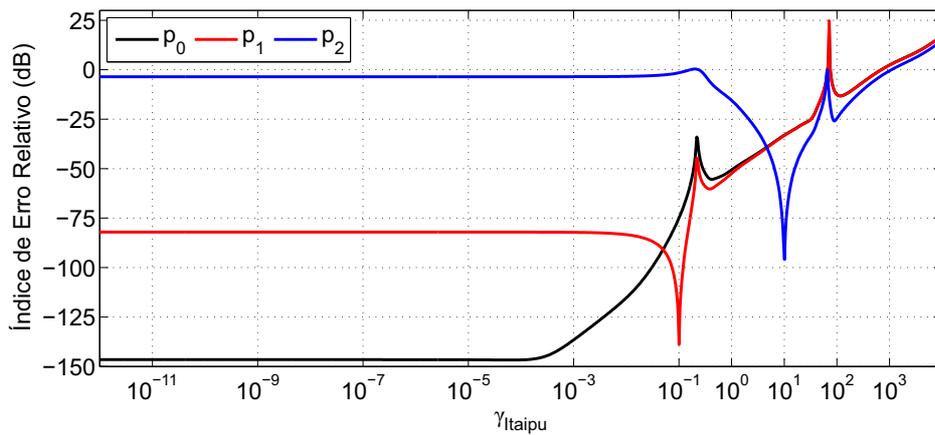


Figura 6.36: IER na variação de γ_{Itaipu} , ROM em diferentes parâmetros.

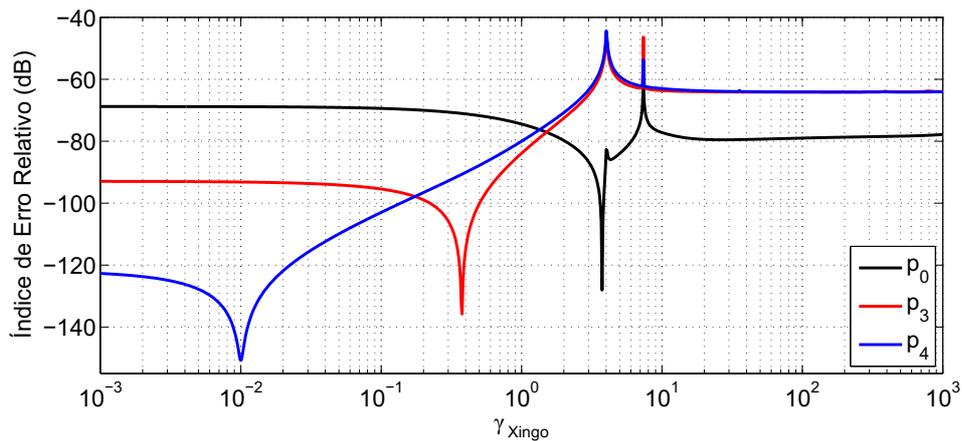


Figura 6.37: IER na variação de γ_{Xingo} , ROM em diferentes parâmetros.

6.2.5 COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS

Nesta subsecção é realizada uma comparação direta entre o desempenho das quatro abordagens de ROPM propostas no Capítulo 5, para o sistema teste #1.

Primeiramente, considerando-se a condição do sistema FOM em \mathbf{p}_0 (Tabela 6.1), é avaliado como o Índice de Erro Relativo (IER) evolui conforme a ordem k selecionada para o MOR, conforme mostrado na Figura 6.38.

Pode-se observar que para a Abordagem 4, em \mathbf{p}_0 , o IER decai quase tão rapidamente quanto para a Abordagem 1, o que favorece o uso de ordens menores. Adicionalmente, ambas as abordagens 2 e 3 requerem uma alta ordem k para atingir níveis de erro satisfatórios em \mathbf{p}_0 , sendo a abordagem 2 ligeiramente melhor que a 3, para o sistema teste investigado. Conforme explicado, as abordagens 2 e 3 acarretam em maior erro porque os seus respectivos MORs precisam performar uma determinada variação paramétrica para operar em \mathbf{p}_0 , já que nestes casos o sistema FOM foi reduzido em malha aberta, ao contrário das abordagens 1 e 4, em que o sistema FOM foi reduzido em malha fechada justamente configurado em \mathbf{p}_0 .

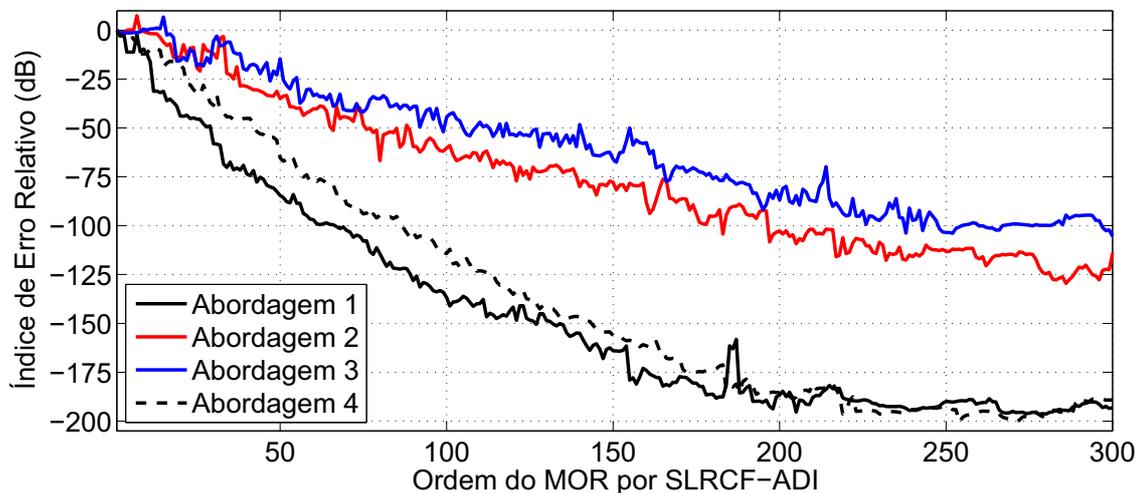


Figura 6.38: IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado, diferentes abordagens.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.39 apresenta o IER durante essa variação, para as quatro abordagens de ROPM e valor

de ordem de Truncamento balanceado fixado em $k = 200$. Como pode ser observado, as abordagens 2, 3 e 4 permitem grandes excursões do parâmetros γ_{Itaipu} em níveis satisfatórios de IER, e até excelentes no caso da abordagem 2 (que se manteve abaixo de -60 dB). Ainda, claramente é visto que a abordagem 4 apresenta um erro relativo extremamente reduzido localmente em \mathbf{p}_0 , como na abordagem 1, assim como tenta manter o IER reduzido para valores elevados de γ_{Itaipu} , se assemelhando às abordagens 2 e 3. Observa-se que a abordagem 2 possui maior resiliência quanto ao IER, ou seja, embora não possua elevada precisão local como as abordagens 1 e 4, é capaz de manter o IER a níveis mínimos para variações extremamente grandes do parâmetro, apresentado uma curva mais plana, como se fosse quase independente do valor do parâmetro variado.

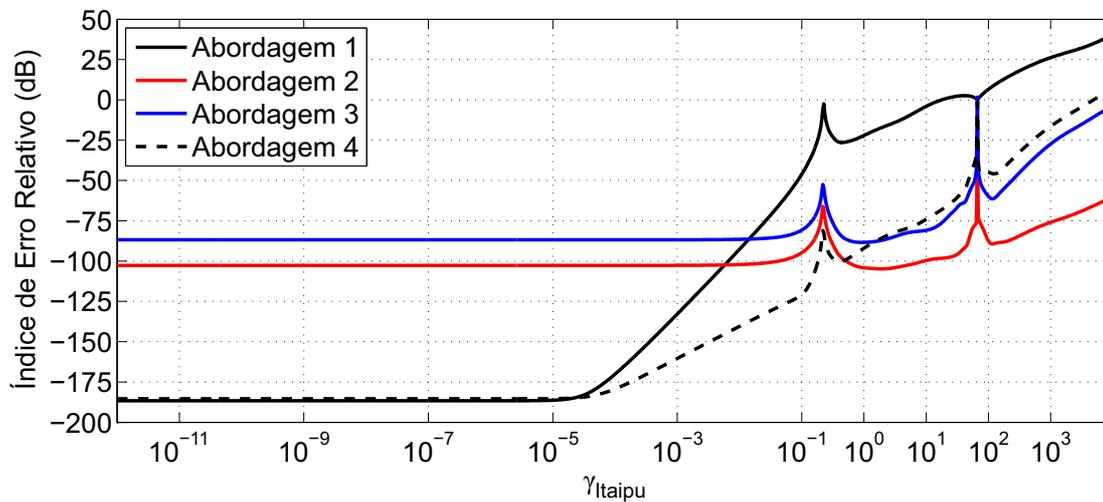


Figura 6.39: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes abordagens, $k = 200$.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. A Figura 6.40 apresenta o IER durante essa variação, para as quatro abordagens de ROPM e valor de ordem de Truncamento balanceado fixado em $k = 200$. Apenas a abordagem 1, que apresenta IER satisfatório apenas localmente em \mathbf{p}_0 , não permite grandes excursões do parâmetro γ_{Xingo} sem que o IER se eleve rapidamente a níveis indesejáveis. As demais abordagens produziram IER em nível excelente para grandes variações do parâmetro γ_{Xingo} , sendo que cada curva possui um formato característico, como por exemplo a curva para a abordagem 4, em que para $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$, ou seja, $\gamma_{Xingo} = 3.75$, existe uma extrema precisão local, já registrada em testes anteriores.

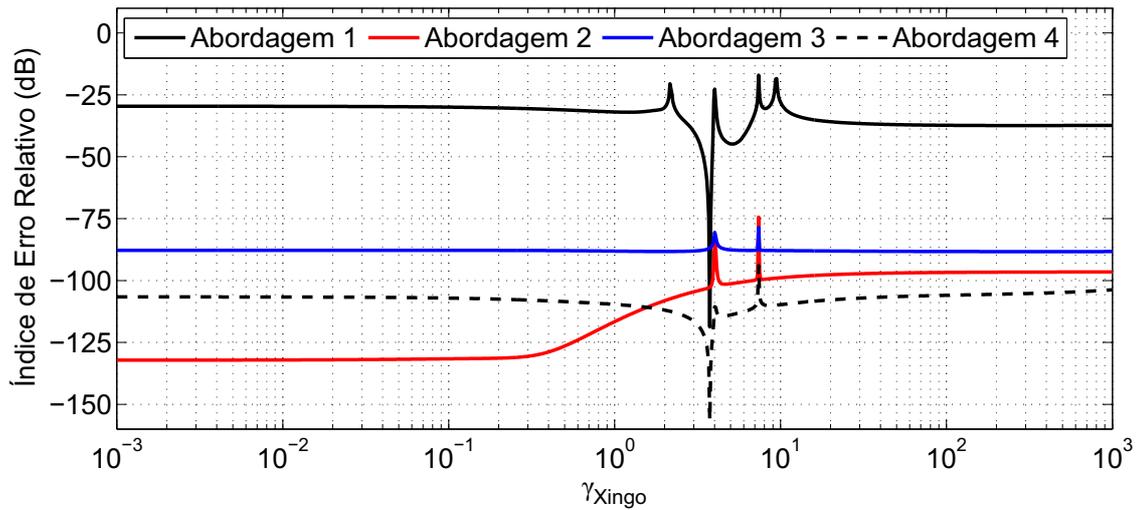


Figura 6.40: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes abordagens, $k = 200$.

A Tabela 6.6 apresenta o Tempo de Processamento (TP) médio (aferido por Matlab [56]) do processo de redução de ordem via SLRCF-ADI, cálculo da resposta em frequência e cálculo dos autovalores do sistema, após 100 realizações de cada caso. Estes números justificam o uso do sistema resultante de ROPM, já que a redução de ordem exige menos tempo que repetidos cálculos envolvendo o sistema completo FOM.

Na resposta em frequência, uma resolução de 1000 pontos em escala logarítmica foi considerada, assim são apresentados os números de estados e variáveis algébricas utilizadas em cada sistema. O cálculo de polos utilizou o método QR conforme implementado no Matlab [56]. Vale ainda ressaltar que as abordagens 2 a 4 permitem o uso do cálculo simultâneo de resposta em frequência, conforme visto no Apêndice B. Neste apêndice, apresentou-se um método para realização do cálculo de matrizes de transferência, na situação em que se considera haver parâmetros variáveis na matriz de estados generalizados. O procedimento permite o cálculo mais eficiente de matrizes de transferências na situação em que se tem um conjunto de parâmetros variáveis.

Os menores valores de TP foram destacados em **negrito** na Tabela 6.6. Embora a abordagem 1 tenha reduzidos valores de TP, os testes com sistemas resultantes desta abordagem detectaram um desempenho não satisfatório, com elevados erros em relação ao sistema FOM original. Embora demande um maior tempo computacional no processo de ROM, a abordagem 4 oferece, para as investigações realizadas com o

sistema teste #1, um melhor custo-benefício no cálculo de resposta em frequência e de polos, já que permite obter bons modelos reduzidos com ordens de truncamento balanceado inferiores às ordens requeridas nas abordagens 2 e 3, para níveis de erros comparáveis.

Tabela 6.6: Valores médios de Tempo de Processamento (TP)

	TP médio após 100 realizações (segundos)		
	Redução de Ordem (200 Iterações SLRCF-ADI)	Resposta em frequência (1000 pontos)	Polos (método QR, [56])
Sistema Completo	---	48.25 ($n = 2904, n_z = 16990$)	11.457 ($n = 2904$)
Abordagem 1	8.1023	0.2858 ($n = 60, n_z = 0$)	0.00043812 ($n = 40$) 0.015275 ($n = 200$)
Abordagem 2	12.982	2.6496* ($n = 222, n_z = 47$)	0.020443 ($n = 222$)
Abordagem 3	20.970	2.1929* ($n = 208, n_z = 28$)	0.018695 ($n = 208$)
Abordagem 4	28.296	1.1897* ($n = 148, n_z = 28$)	0.0067507 ($n = 148$)

* As abordagens 2, 3 e 4 permitem o uso de cálculo simultâneo de resposta em frequência, conforme visto no Apêndice B.

6.3 AJUSTE DE PSS VIA *Root Locus* COM O SISTEMA TESTE #1

Nesta seção é implementado o ajuste de PSS para o sistema teste #1 (FOM) e dos MORs resultantes das abordagens propostas no Capítulo 5 por meio de análise do lugar geométrico das raízes, ou *Root Locus*. Embora a redução de ordem por Truncamento Balanceado não objetiva a preservação dos modos dominantes do FOM, como é feito no truncamento modal, espera-se que a estabilidade do MOR tenha comportamento semelhante ao do FOM dada variação de parâmetros.

O interesse principal desta seção é verificar se os MORs provenientes da metodologia de ROPM aqui proposta possuem polos que se comportem no plano complexo como os polos dominantes do modelo FOM, quando submetidos às mesmas variações paramétricas.

Conforme Tabela 6.1, o vetor de parâmetros $\mathbf{p} = [K_{PT}^{ItaipuPSS}, K_{WW}^{ItaipuPSS}, K_{PT}^{JacuiPSS}, T_{X2X3}^{JacuiPSS}, T_{X3X4}^{JacuiPSS}, K_{WW}^{JacuiPSS}, T_{X7X8}^{JacuiPSS}, T_{X8X9}^{JacuiPSS}, K_{KPSS}^{XingoPSS}, T_{X12X13}^{XingoPSS}, T_{X15X16}^{XingoPSS}, T_{X16X17}^{XingoPSS}, T_{X17X18}^{XingoPSS}, K_{saída}^{XingoPSS}]^T$ possui valor inicial $\mathbf{p}_0 = [0, 0, 2.2, 0.2, 0.2, 10.35, 0.2, 0.2, 35.0, 3.75, 3.75, 0.073, 0.073, 1.0]^T$, no qual o sistema teste está inicialmente configurado.

Dada a grande quantidade de graus de liberdade com 14 parâmetros em \mathbf{p} , adotou-se um novo parâmetro γ_{Jacui}^{ganho} de forma a restringir a variação dos parâmetros $K_{PT}^{JacuiPSS}$ e $K_{WW}^{JacuiPSS}$ de forma que, quando γ_{Jacui} variar, a variação observada será

$$\begin{bmatrix} K_{PT}^{JacuiPSS} \\ K_{WW}^{JacuiPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Jacui}^{ganho} \\ (\frac{10.35}{2.2})\gamma_{Jacui}^{ganho} \end{bmatrix}. \quad (6.12)$$

Analogamente, é definido um novo parâmetro, γ_{Jacui}^{tempo} , de forma a restringir a variação dos parâmetros de constante de tempo do PSS de Jacuí ($T_{X2X3}^{JacuiPSS}, T_{X3X4}^{JacuiPSS}, T_{X7X8}^{JacuiPSS}, T_{X8X9}^{JacuiPSS}$) da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} T_{X2X3}^{JacuiPSS} \\ T_{X3X4}^{JacuiPSS} \\ T_{X7X8}^{JacuiPSS} \\ T_{X8X9}^{JacuiPSS} \end{bmatrix} = \gamma_{Jacui}^{tempo} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

Em um projeto convencional de PSS, as constantes de tempo do bloco *lead-lag* são primeiramente ajustadas para compensar a fase do canal do PSS de forma a se obter um deslocamento dos autovalores dominantes no sentido do semiplano esquerdo do plano complexo. Após isso, a intensidade do ganho do PSS é ajustada para prover o quantitativo de amortecimento desejado para os modos oscilatórios dominantes.

Desta forma, os novos parâmetros γ_{Jacui}^{ganho} , γ_{Jacui}^{tempo} e os parâmetros γ_{Itaipu} e γ_{Xingo} , definidos na Seção 6.2, foram utilizados em testes nos quais sofrem excursões a fim de se gerar os gráficos de *Root Loci*.

Os testes de *Root Locus* realizados nesta seção foram:

- Teste 1 de *Root Locus*: Variação de γ_{Itaipu} de 0 a 10, demais parâmetros constantes em \mathbf{p}_0 , 300 pontos de resolução, escala linear;
- Teste 2 de *Root Locus*: Variação de γ_{Xingo} de 0.01 a 20, demais parâmetros constantes em \mathbf{p}_0 , 300 pontos de resolução, escala linear;
- Teste 3 de *Root Locus*: Variação de γ_{Jacui}^{ganho} de 0 a 10, demais parâmetros constantes em \mathbf{p}_0 , 300 pontos de resolução, escala linear;
- Teste 4 de *Root Locus*: Variação de γ_{Jacui}^{tempo} de 0.02 a 1, demais parâmetros constantes em \mathbf{p}_0 , 300 pontos de resolução, escala linear.

Nas subseções a seguir são apresentados os resultados para o sistema FOM e os sistemas resultantes das abordagens de ROPM.

6.3.1 SISTEMA TESTE COMPLETO (FOM)

A Figura 6.41 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema teste #1 completo. A orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro excursionado no teste. Para evitar redundâncias, exibe-se apenas informação referente aos polos reais e os polos com parte imaginária positiva.

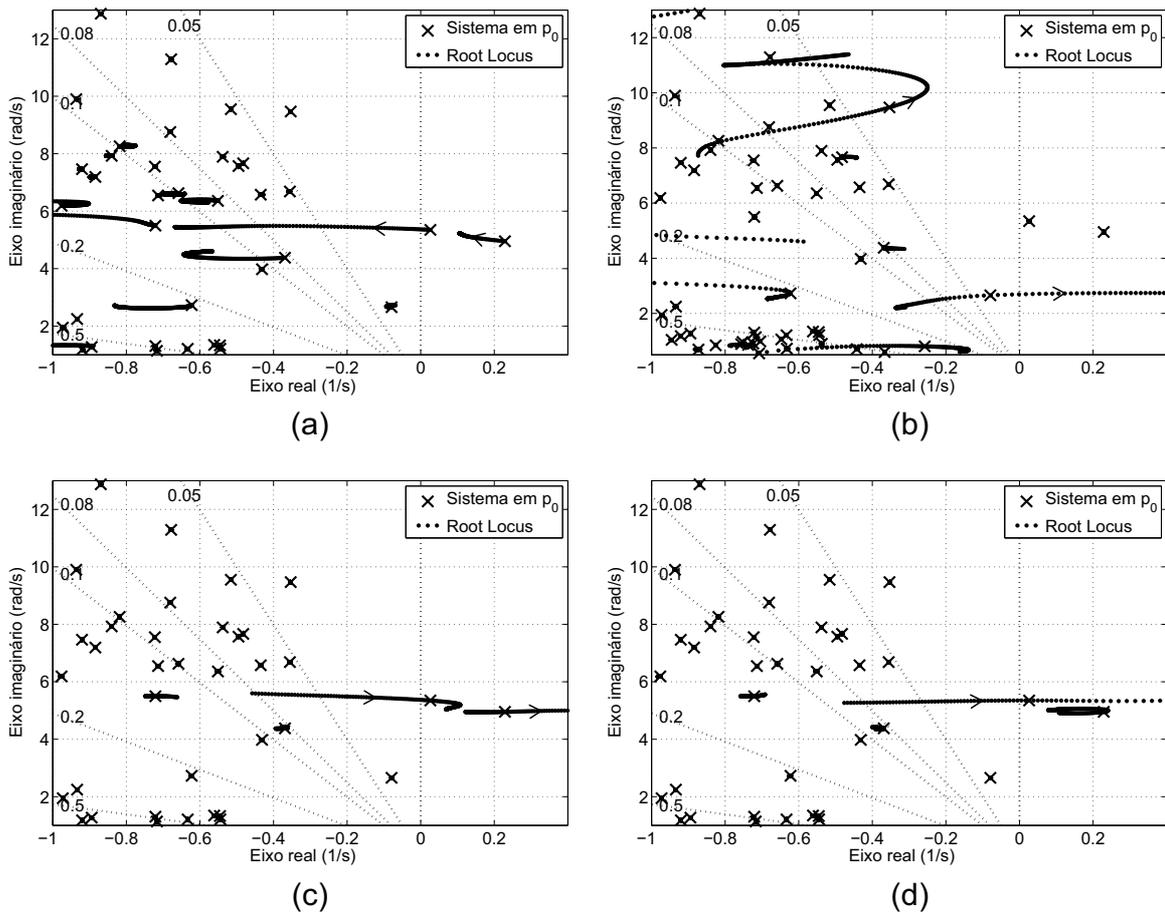


Figura 6.41: *Root Locus* do sistema teste pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Na Figura 6.41(a) é visto que o aumento de γ_{Itaipu} melhora a condição dos dois polos instáveis, conseguindo estabilizar o polo que se encontrava em $0.02694 + 5.3496i$ e deslocando mais à esquerda o polo que estava em $0.22887 + 4.9517i$. Na Figura 6.41(b), é possível concluir que a diminuição de $\gamma_{Xingó}$ torna satisfatória a razão de amortecimento dos polos em $-0.35315 + 9.4708i$ e $-0.078975 + 2.6565i$ na condição \mathbf{p}_0 . A Figura 6.41(c) apresenta um comportamento semelhante ao visto na Fig. 6.41(a),

entretanto no sentido em que γ_{Jacui}^{ganho} decresce. Finalmente, a Fig. 6.41(d) permite observar que a diminuição de γ_{Jacui}^{tempo} melhora a condição dos polos que se localizavam em $0.02694 + 5.3496i$ e $0.22887 + 4.9517i$.

Após diversos testes de variação dos parâmetros e análise do lugar geométrico das raízes para o sistema teste investigado, definiu-se um ajuste experimental de modo a alocar os polos não apenas na região estável do plano complexo, mas além da condição marginal de amortecimento de 5%, no interior do cone apresentado na Figura 6.6, tornando os modos suficientemente amortecidos:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{Itaipu} \\ \gamma_{Xingo} \\ \gamma_{Jacui}^{ganho} \\ \gamma_{Jacui}^{tempo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.0 \\ 3.75 \times 10^{-2} \\ 1.1 \\ 0.02 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

de tal forma que, com esse ajuste, resulta o vetor final de parâmetros $\mathbf{p}_{final} = [2.0 , 10.0 , 1.1 , 0.02 , 0.02 , 5.175 , 0.02 , 0.02 , 35.0 , 3.75 \times 10^{-2} , 3.75 \times 10^{-2} , 0.073 , 0.073 , 1.0]^T$, o qual será utilizado como referência nas comparações do sistema completo FOM e dos sistemas resultantes das abordagens propostas no Capítulo 5.

Considerando-se \mathbf{p}_{final} , é gerado o gráfico de *Root Locus* no qual os polos do sistema teste #1 partem da condição em \mathbf{p}_0 e sofrem os efeitos da variação em conjunto dos parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , o que é realizado por meio de um parâmetro auxiliar β :

$$\mathbf{p} = (1 - \beta)\mathbf{p}_0 + (\beta)\mathbf{p}_{final}, \quad \beta \in [0, 1]. \quad (6.15)$$

A Figura 6.42 apresenta este *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que todos os autovalores localizados na região indesejável (semiplano complexo direito e região do semiplano esquerdo com razão de amortecimento inferior a 0.05) se deslocam para fora desta região, estabilizando o sistema teste e garantindo um amortecimento satisfatório para seus modos.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [57,90], Apêndice C, com passo de integração de 5×10^{-3} s, obteve-se a resposta no tempo para entrada de um degrau de 0.1 pu de magnitude, considerando-se como entrada e saída as mesmas consideradas para resposta em frequência da Seção 6.2, ou seja, referência de tensão V_{REF} em Itaipu e potência ativa do terminal das máquinas síncronas P_T em Itaipu,

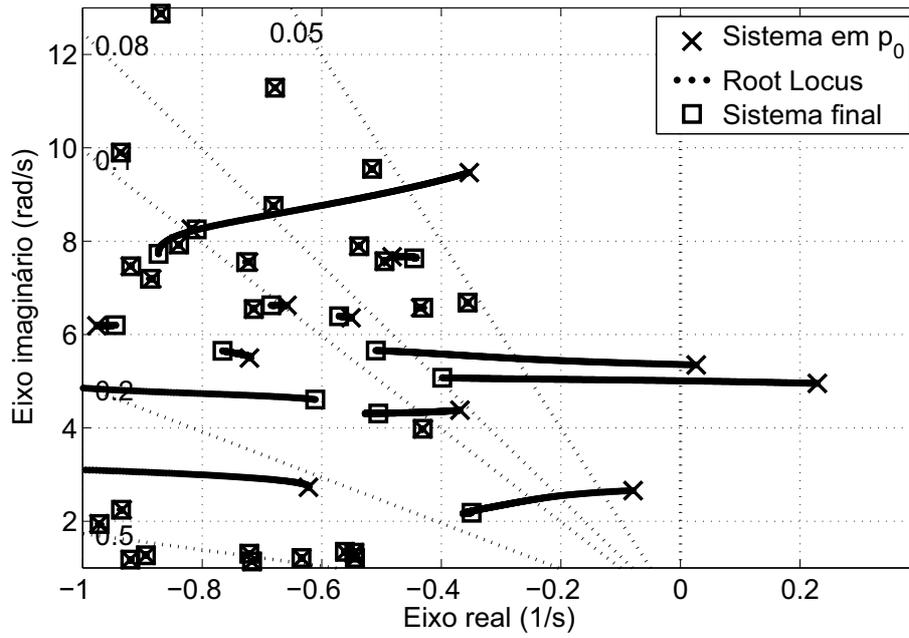


Figura 6.42: *Root Locus* do ajuste no sistema completo que resulta na estabilização.

respectivamente. A Figura 6.43 apresenta a resposta no tempo para o sistema teste FOM, instável, em p_0 , e para o sistema teste FOM estabilizado em p_{final} .

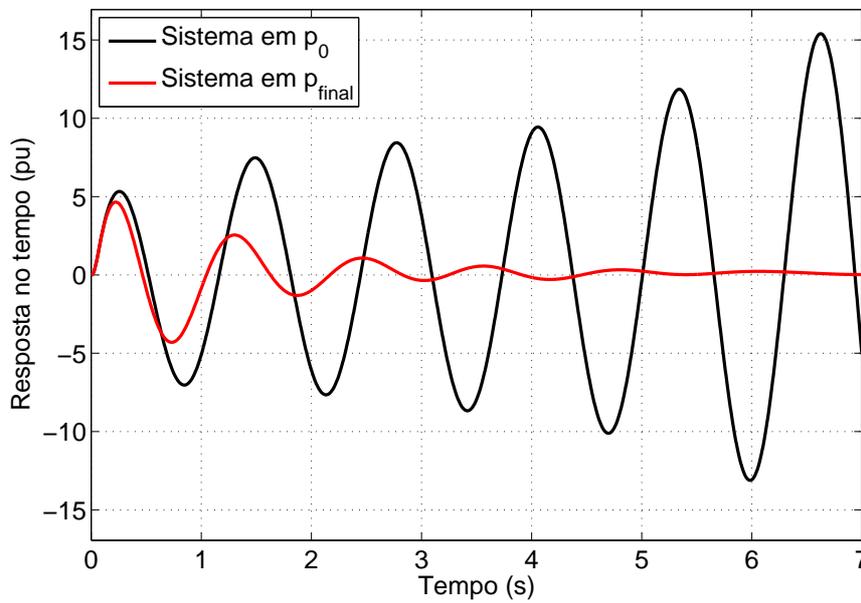


Figura 6.43: *Root Locus* de ajuste no sistema completo FOM que resulta na estabilização.

6.3.2 SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 1

A Figura 6.44 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema MOR resultante da Abordagem 1, com ordem de redução, da parte constante por SLRCF-ADI, $k = 200$. A orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro excursionado no respectivo teste.

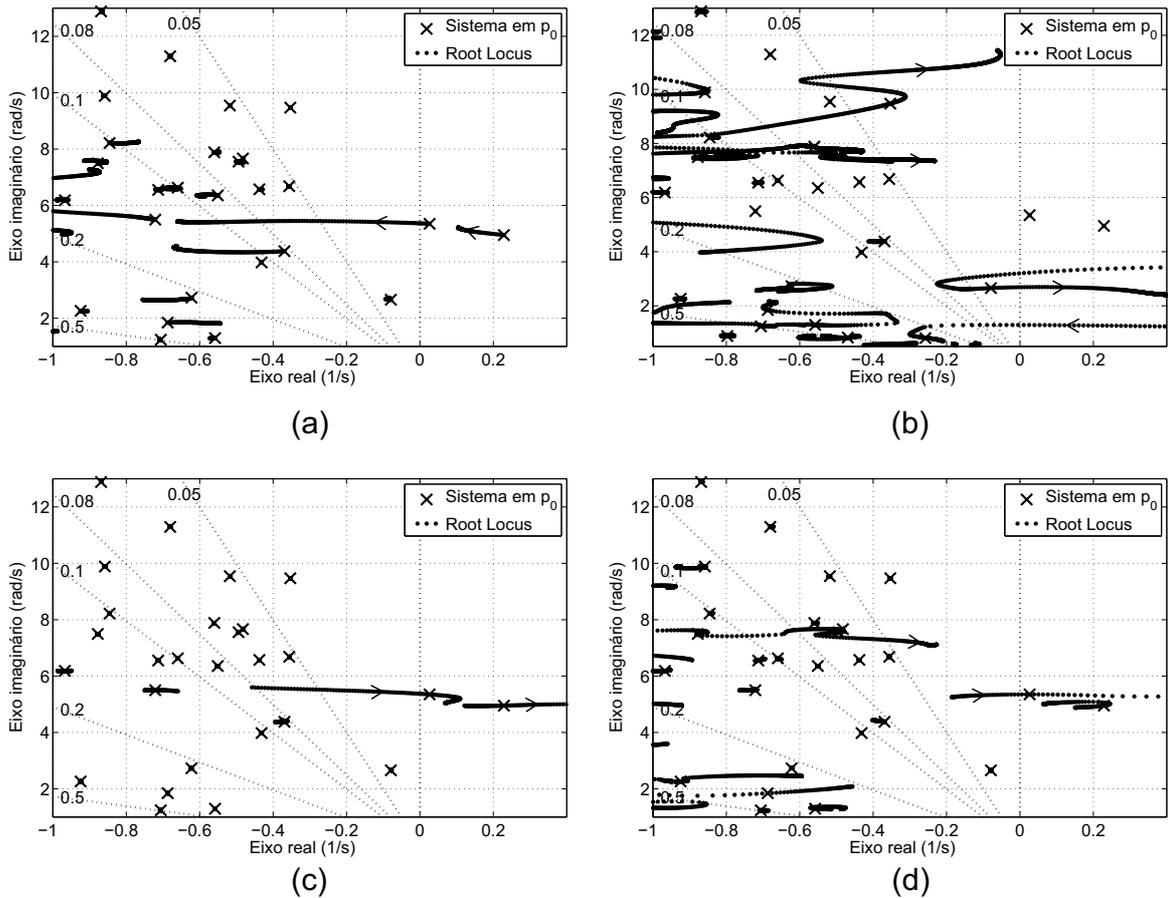


Figura 6.44: *Root Locus* do sistema resultante da Abordagem 1 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Nas Figuras 6.44(a) e 6.44(c) é visto que o comportamento dos autovalores quanto à variação de parâmetros de ganho, como γ_{Itaipu} e $\gamma_{Jacuí}^{ganho}$, se assemelha razoavelmente ao comportamento visto no sistema completo FOM, na Fig. 6.41. Especialmente no que diz respeito aos polos instáveis. Contudo, quando os parâmetros de constante de tempo são variados, como nas Figuras 6.44(b) e 6.44(d), o comportamento é anômalo em relação ao sistema teste FOM. Neste caso, um número significativamente maior de

polos se mostrou sensível à variação dos parâmetros. Existem polos na Figura 6.44(b) que se tornam instáveis com a diminuição de γ_{Xingo} . Além disso, na Fig. 6.44(b) o polo que se encontra em $-0.078975 + 2.6565i$ fica instável aumentando-se e também diminuindo-se o valor de γ_{Xingo} , o que diverge gravemente do sistema original FOM e ainda dificulta encontrar um ajuste que estabilize o sistema como um todo.

De forma a confirmar se a Abordagem 1 realmente é incapaz de reproduzir os efeitos que a variação dos parâmetros surtem na estabilidade do sistema original FOM, considera-se o ajuste de parâmetros \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na Subseção 6.3.1. Com este objetivo, gera-se o gráfico de *Root Locus*, no qual os polos do sistema da Abordagem 1 partem da condição em \mathbf{p}_0 e sofrem os efeitos da variação em conjunto dos parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na equação (6.15).

A Figura 6.45 apresenta este *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que os autovalores do sistema final não se comportaram conforme o sistema teste original FOM. Enquanto que os polos instáveis $0.02694 + 5.3496i$ e $0.22887 + 4.9517i$ adentraram o semiplano complexo esquerdo, o polo que se encontrava em $-0.078975 + 2.6565i$ tornou-se instável. Ainda, alguns modos se tornaram pouco amortecidos, abaixo da razão de amortecimento de 0.05.

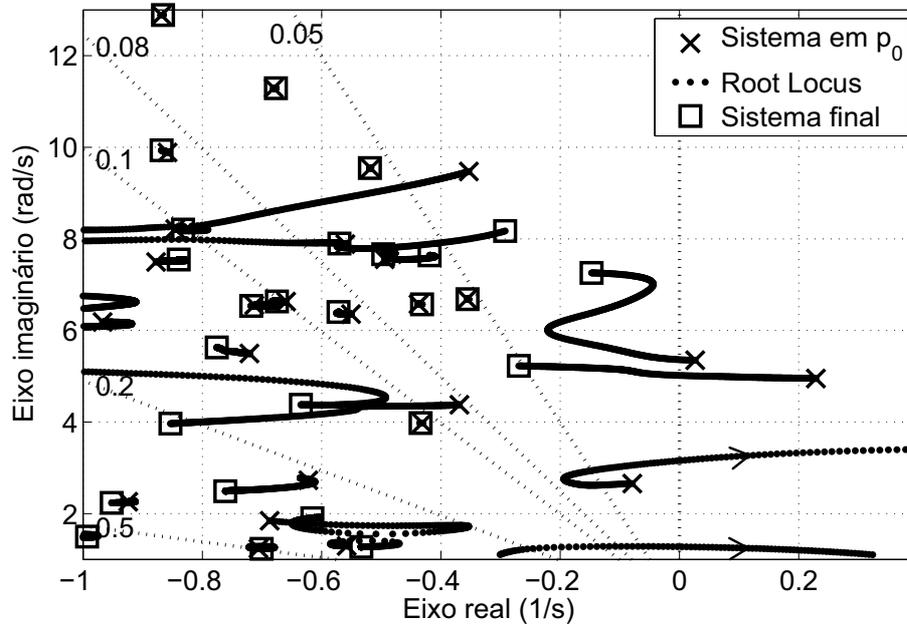


Figura 6.45: *Root Locus* do ajuste no sistema resultante da Abordagem 1 que resulta na estabilização do sistema teste.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [57, 90], com passo de integração de 5×10^{-3} s, obteve-se a resposta no tempo a um degrau de 0.1 pu de magnitude, considerando-se como entrada e saída as mesmas consideradas para resposta em frequência, ou seja, referência de tensão V_{REF} em Itaipu e potência ativa do terminal das máquinas síncronas P_T em Itaipu, respectivamente.

A Figura 6.46(a) apresenta a resposta no tempo do sistema MOR da Abordagem 1 e a resposta do sistema teste FOM, ambos em \mathbf{p}_{final} , para comparação. A Figura 6.46(b) apresenta o desvio absoluto no tempo entre as duas curvas da Fig. 6.46(a). Pode-se claramente visualizar que o sistema MOR proveniente da Abordagem 1 é instável e difere absolutamente do sistema teste original FOM.

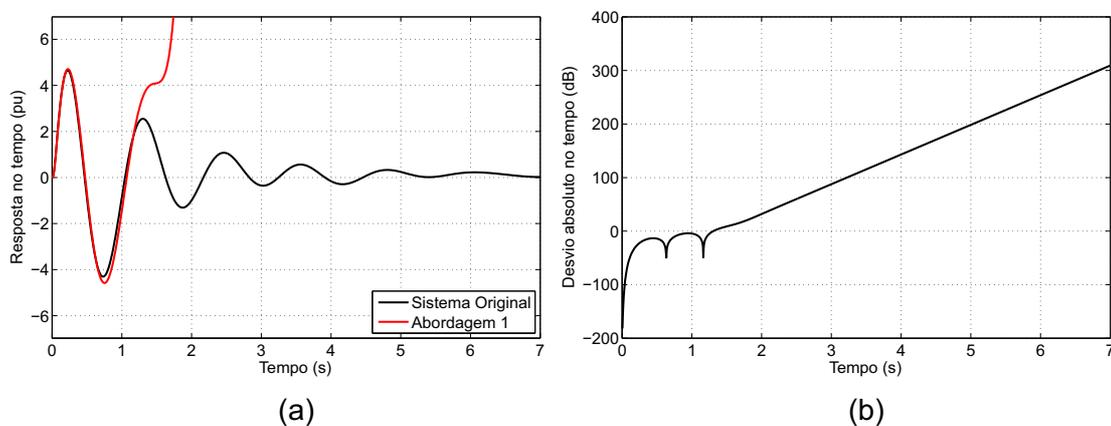


Figura 6.46: (a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 1 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.

Embora, para variações muito pequenas dos parâmetros, os polos do sistema MOR da Abordagem 1 acompanhe os polos do sistema teste FOM localmente de forma razoável, é incapaz de acompanhar o sistema FOM em variações de parâmetro que sejam necessárias para ajuste de controladores PSS, por exemplo.

6.3.3 SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 2

A Figura 6.47 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema MOR resultante da Abordagem 2, com ordem de redução, da parte constante por SLRCF-ADI, $k = 200$. A orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro excursionado no teste. Em todas as Figuras 6.47(a) a 6.47(d) os traços dos *Root Loci* são praticamente idênticos aos observado para o FOM nas Fig. 6.41, com exceção talvez na Fig. 6.47(b), em que o *Root Locus* para o polo $-0.35315 + 9.4708i$ é ligeiramente diferente para altos valores de γ_{Xingo} .

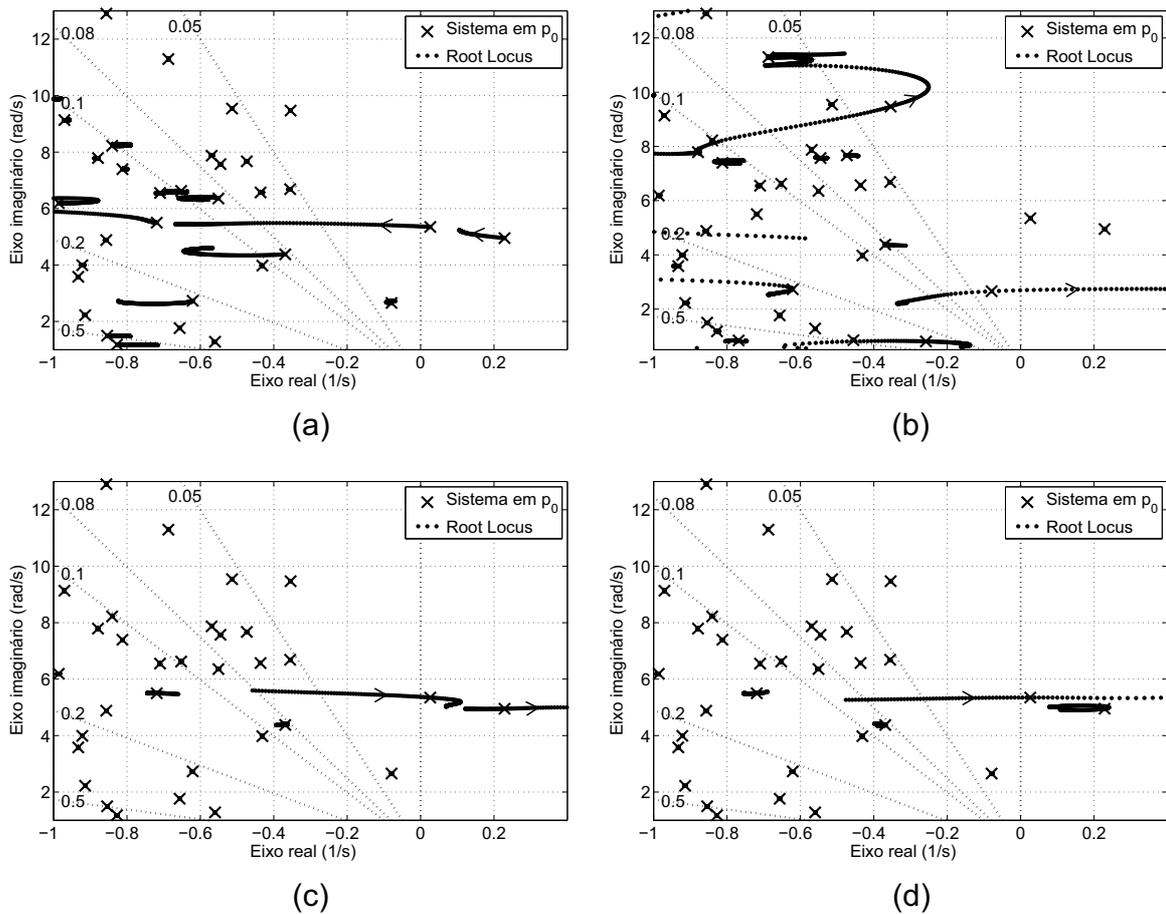


Figura 6.47: *Root Locus* do sistema resultante da Abordagem 2 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Repetindo-se a variação de parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na Subseção 6.3.1, equação (6.15), a Figura 6.48 apresenta o *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que todos os autovalores instáveis e/ou pouco amortecidos do MOR se deslocam para uma região estável com bom fator de amortecimento. Ainda, as curvas do *Root Locus* para estes polos do MOR são visualmente idênticas às observadas para o FOM na Fig. 6.42. Embora o método de Truncamento Balanceado não vise à reprodução dos valores exatos dos polos

dominantes do FOM, pelo menos capturou de forma muito precisa o comportamento dos modos mais críticos do FOM (no semiplano complexo direito e na região com razão de amortecimento inferior a 0.05) para este estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais.

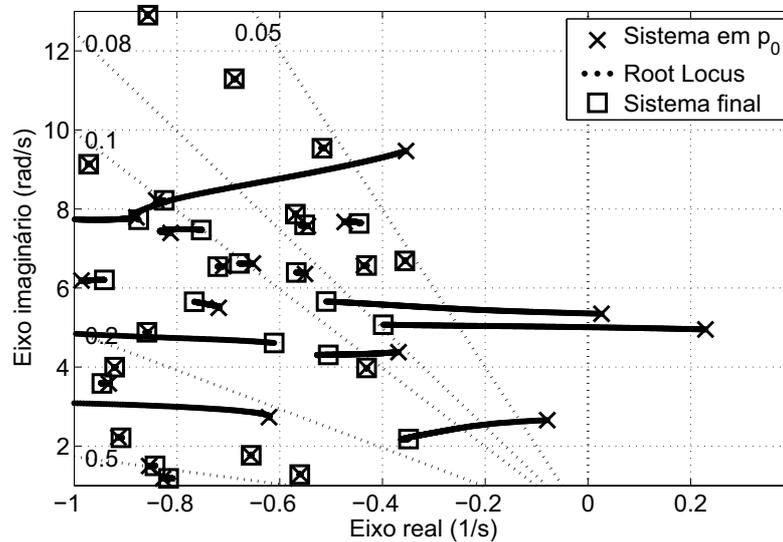


Figura 6.48: *Root Locus* do ajuste no sistema MOR resultante da Abordagem 2 que resulta na estabilização do sistema teste.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [57, 90], com passo de integração de 5×10^{-3} s, a Figura 6.49(a) apresenta a resposta no tempo do sistema MOR da Abordagem 2 e a resposta do sistema teste FOM, ambos em \mathbf{p}_{final} , para comparação. A Figura 6.49(b) apresenta o desvio absoluto no tempo entre as duas curvas da Fig. 6.49(a). Pode-se observar que as duas curvas são visivelmente indistinguíveis com um baixo desvio absoluto no tempo (abaixo de $10^{-5} pu$). Conclui-se, então, que a utilização da Abordagem 2 é bastante apropriada para representação e ROPM do sistema original FOM.

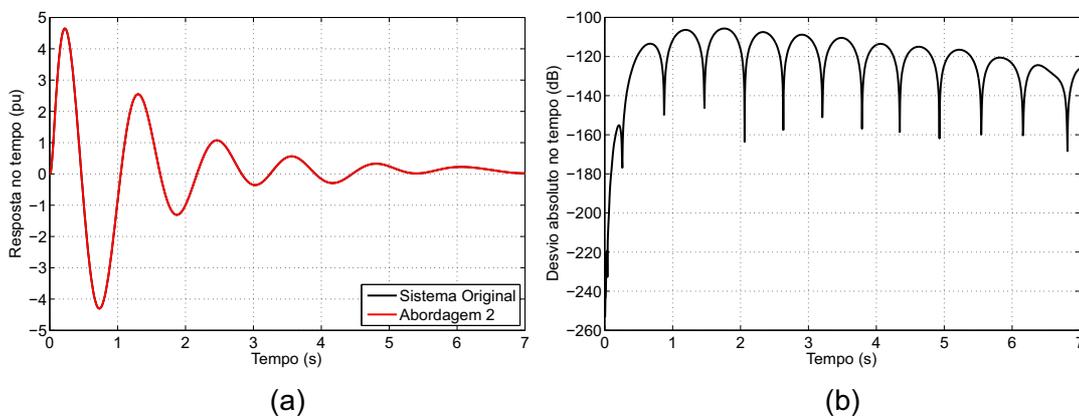


Figura 6.49: (a) Resposta no tempo ao degrau do sistema MOR resultante da Abordagem 2 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.

6.3.4 SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 3

A Figura 6.50 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema resultante da Abordagem 3, com ordem de redução, da parte constante por SLRCF-ADI, $k = 200$. A orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro variado no teste. Similar à Abordagem 2, nas Fig. 6.50(a) a 6.50(d), os traços dos *Root Loci* são praticamente idênticos aos observado para o FOM nas Fig. 6.41, com exceção talvez na Fig. 6.50(b), em que o *Root Locus* para o polo $-0.35315 + 9.4708i$ é ligeiramente diferente para altos valores de γ_{Xingo} .

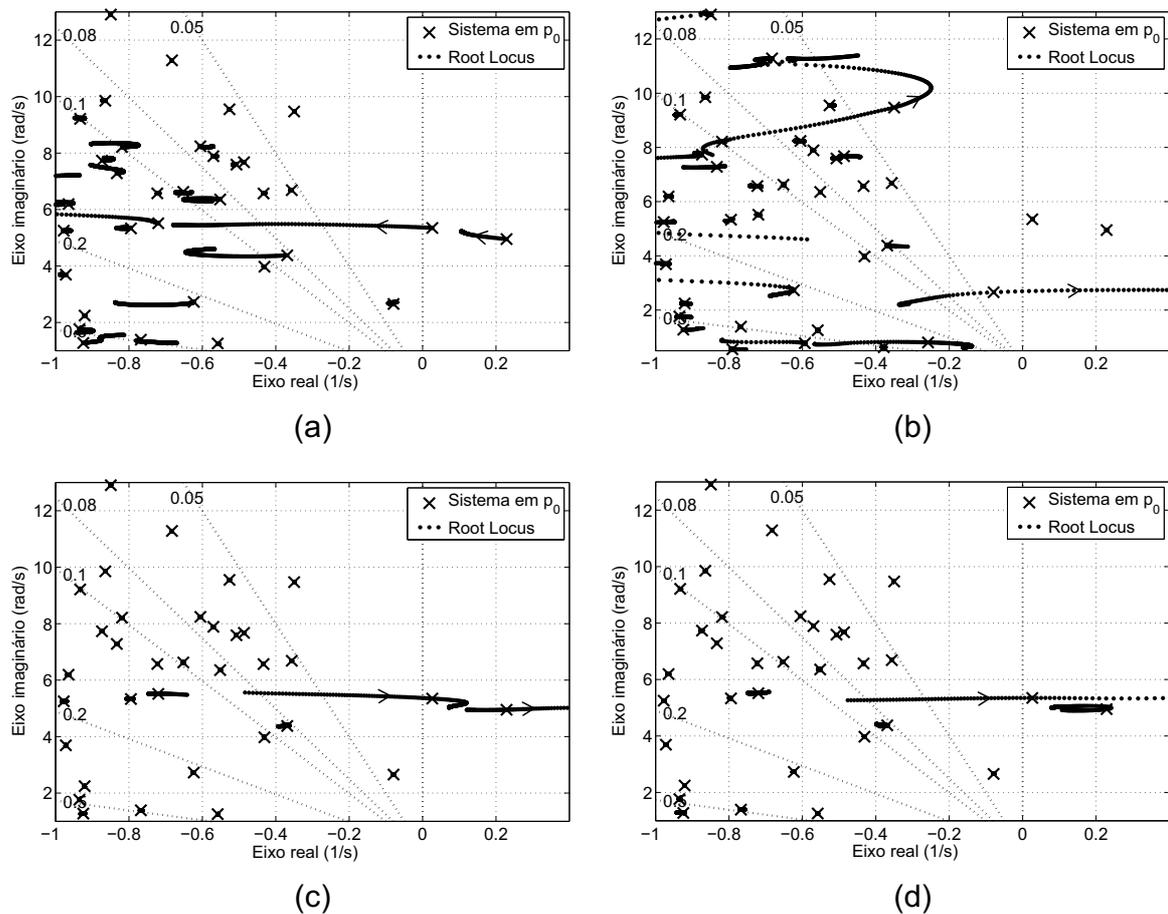


Figura 6.50: *Root Locus* do sistema resultante da Abordagem 3 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Repetindo-se a variação de parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na subseção 6.3.1, equação (6.15), a Figura 6.51 apresenta o *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que todos os autovalores instáveis e/ou pouco amortecidos do MOR se deslocam para uma região estável com bom fator de amortecimento. Ainda, as curvas do *Root Locus* para estes polos do MOR são visualmente idênticas às observadas para o FOM na Fig. 6.42. Observa-se, portanto,

que o comportamento dos modos mais críticos do FOM, para este estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais, é representado adequadamente pelo MOR obtido via Truncamento Balanceado para a metodologia de ROPM proposta.

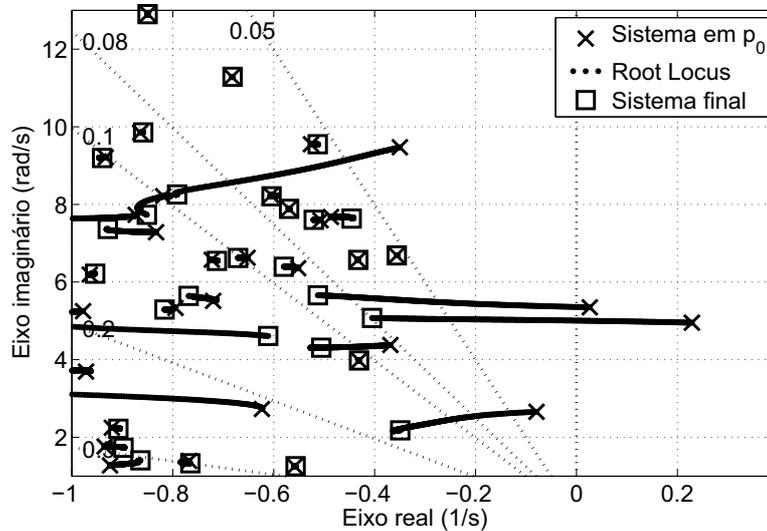


Figura 6.51: *Root Locus* do ajuste no sistema MOR resultante da Abordagem 3 que resulta na estabilização do sistema teste.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [57, 90], com passo de integração de 5×10^{-3} s, a Figura 6.52(a) apresenta a resposta no tempo do sistema MOR da Abordagem 3 e a resposta do sistema teste FOM, ambos em \mathbf{p}_{final} , para comparação. A Figura 6.52(b) apresenta o desvio absoluto no tempo entre as duas curvas da Fig. 6.52(a). Pode-se observar que as duas curvas são visivelmente indistinguíveis com um baixo desvio absoluto no tempo, ligeiramente maior que o da Abordagem 2. Observa-se, portanto, que a Abordagem 3 também é adequada para representação do sistema original sob variação paramétrica.

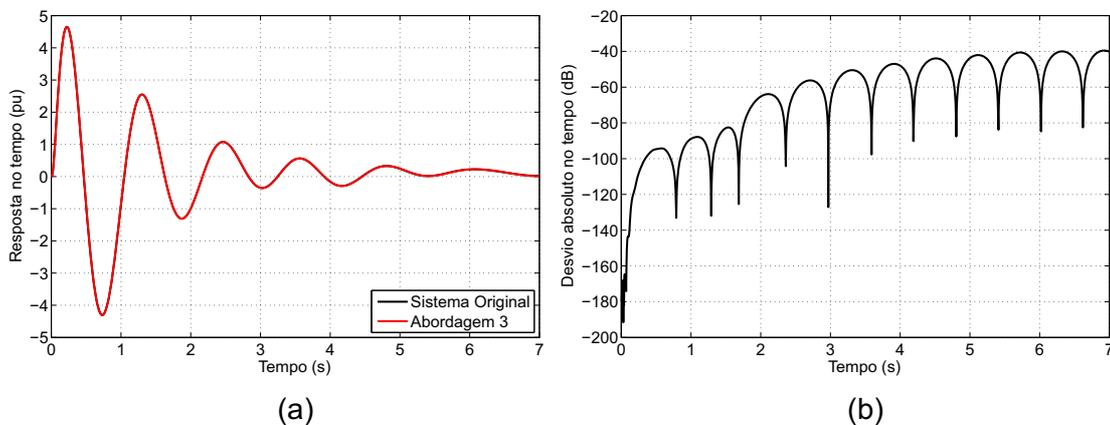


Figura 6.52: (a) Resposta no tempo ao degrau do sistema MOR resultante da Abordagem 3 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.

6.3.5 SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 4

A Figura 6.53 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema MOR resultante da Abordagem 4, com ordem de redução, da parte constante por SLRCF-ADI, $k = 140$. Como nos casos anteriores, a orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro variado no teste. Similar às Abordagens 2 e 3, nas Fig. 6.53(a) a 6.53(d) os traços dos *Root Loci* dos polos mais sensíveis são praticamente idênticos aos observados para o FOM nas Fig. 6.41.

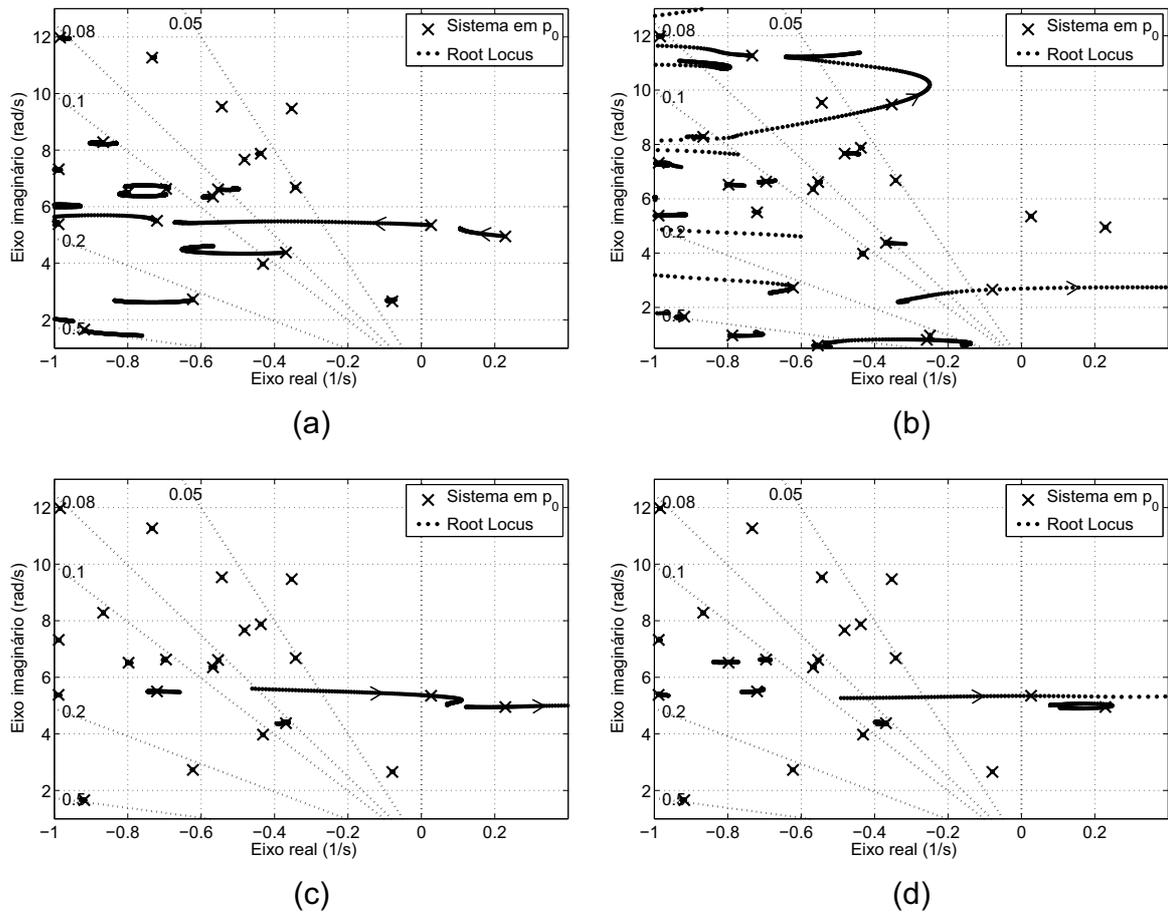


Figura 6.53: *Root Locus* do sistema resultante da Abordagem 4 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Repetindo-se a variação de parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na subseção 6.3.1, equação (6.15), a Figura 6.54 apresenta o *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que todos os autovalores instáveis e/ou pouco amortecidos do MOR se deslocam para uma região estável com bom fator de amortecimento. Ainda, as curvas do *Root Locus* para estes polos são muito similares às observadas para o FOM na Fig. 6.42. Semelhante aos resultados com as Abordagens 2 e 3, o comportamento dos modos mais críticos com a Abordagem 4, para este estudo

de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais, foi bem capturado pelo método de ROPM.

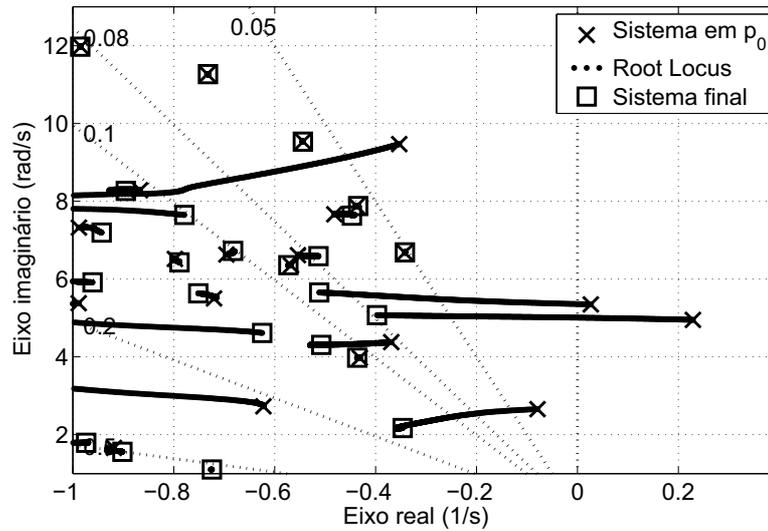


Figura 6.54: *Root Locus* do ajuste no sistema MOR resultante da Abordagem 4 que resulta na estabilização do sistema teste.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [57, 90], com passo de integração de 5×10^{-3} s, a Figura 6.55(a) apresenta a resposta no tempo do sistema MOR da Abordagem 4 e a resposta do sistema teste FOM, ambos em \mathbf{p}_{final} , para comparação. A Figura 6.55(b) apresenta o desvio absoluto no tempo entre as duas curvas da Fig. 6.55(a). Nota-se que as duas curvas estão visivelmente sobrepostas com um baixo desvio absoluto no tempo, embora este erro seja maior que o das Abordagens 2 e 3. A Abordagem 4, portanto, também é adequada para representação do sistema original, e com ordem menor que as abordagens investigadas previamente.

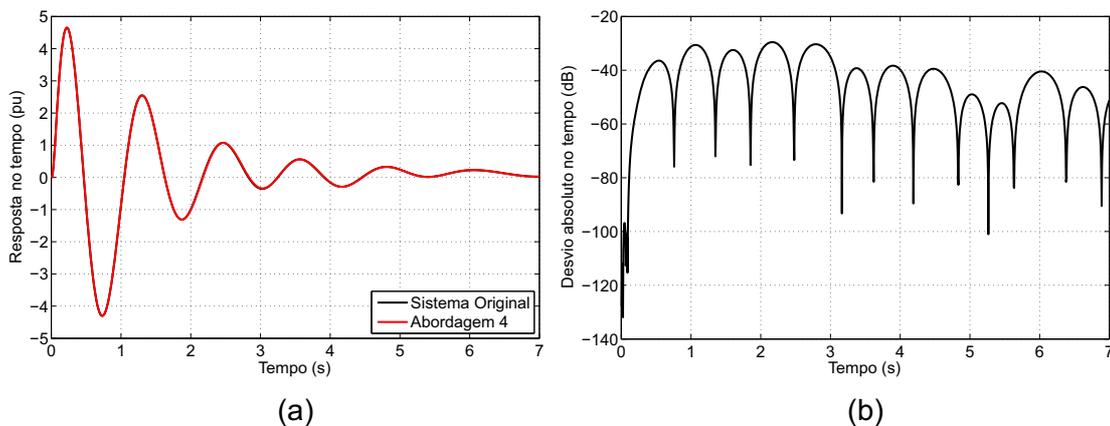


Figura 6.55: (a) Resposta no tempo ao degrau do sistema MOR resultante da Abordagem 4 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.

6.3.6 COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS

Nesta subseção, os gráficos de ajuste de PSS, anteriormente apresentados para cada abordagem, são sobrepostos, de forma a permitir a análise comparativa dos resultados de cada abordagem de ROM em relação ao sistema teste completo FOM. Em outras palavras, os gráficos apresentados nas Figuras 6.41, 6.42, 6.44, 6.45, 6.47, 6.48, 6.50, 6.51, 6.53 e 6.54 são sobrepostos.

Como pode ser observado nas Figuras 6.56 e 6.58, para a variação que envolve parâmetros de ganho como γ_{Itaipu} e γ_{Jacui}^{ganho} , as quatro abordagens acompanham bem o movimento dos polos mais críticos (instáveis e pouco amortecidos) do sistema teste completo FOM.

Entretanto, como visto nas Fig. 6.57 e 6.59, a abordagem 1 apresenta comportamento anômalo no movimento dos polos em relação ao sistema original FOM, dada a variação que envolve parâmetros de constante de tempo, no caso γ_{Xingo} e γ_{Jacui}^{tempo} . Já as demais abordagens 2, 3 e 4 acompanham bem o movimento dos polos mais críticos do sistema original FOM.

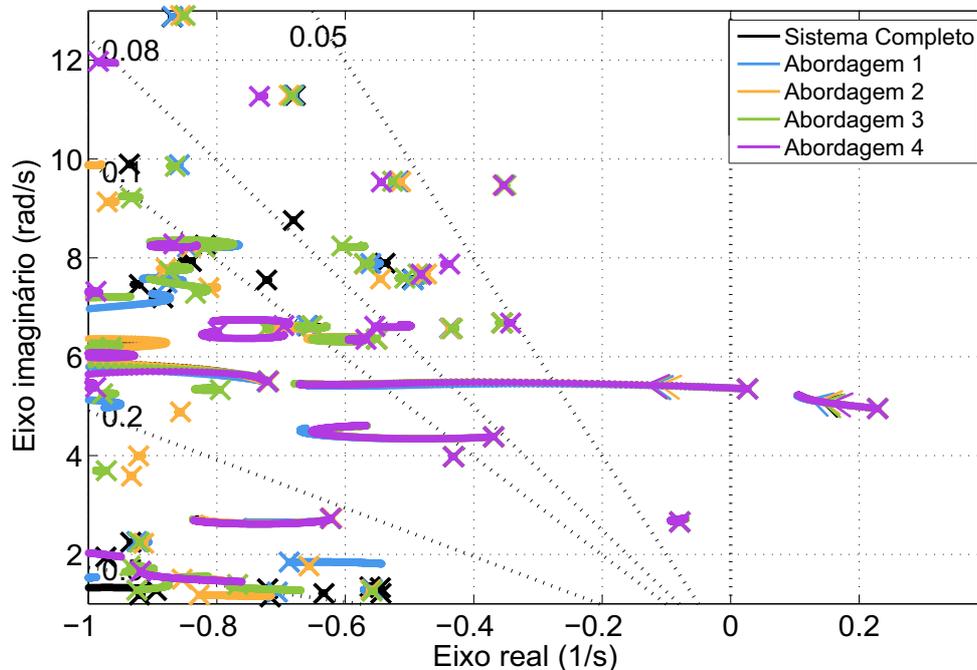


Figura 6.56: *Root Loci* gerado pela variação do ganho do PSS de Itaipu (γ_{Itaipu}).

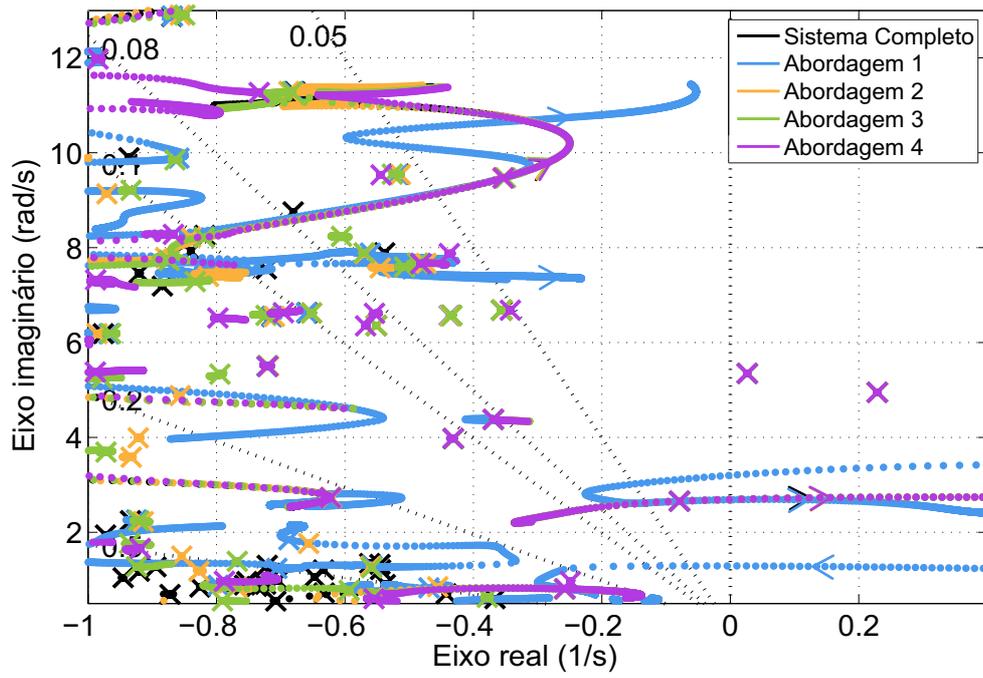


Figura 6.57: *Root Loci* gerado pela variação da constante de tempo do PSS de Xingó ($\gamma_{Xingó}$).

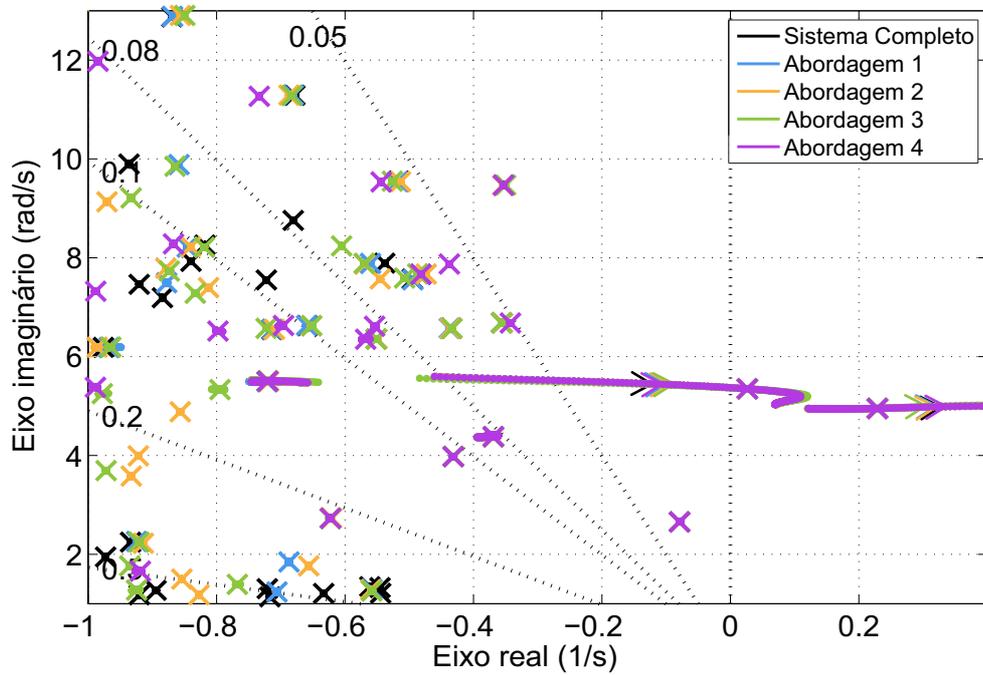


Figura 6.58: *Root Loci* gerado pela variação do ganho do PSS de Jacuí ($\gamma_{Jacuí}^{ganho}$).

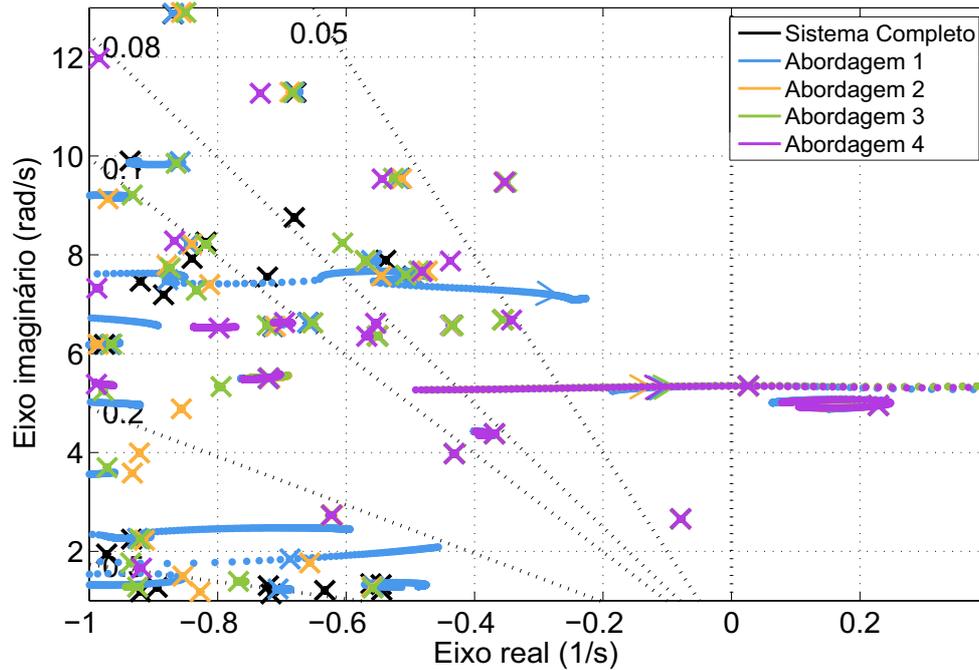


Figura 6.59: *Root Loci* gerado pela variação da constante de tempo do PSS de Jacuí ($\gamma_{Jacuí}^{tempo}$).

Como esperado, na Fig. 6.60, referente ao *Root Locus* para a variação de parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , é detectado que o sistema MOR resultante da abordagem 1 não estabilizou, divergindo severamente do *Root Locus* do sistema original FOM. As demais abordagens (2, 3 e 4) conseguiram movimentar os polos de seus MORs de forma muito semelhante ao sistema teste original FOM.

Ressalta-se que o método de redução de ordem utilizado, por truncamento balanceado, não objetiva a preservação dos modos do sistema original; a constatação de que, mesmo assim, as abordagens 2, 3 e 4 foram capazes de reproduzir satisfatoriamente o lugar das raízes dos polos mais críticos do sistema FOM original é um resultado de destaque.

O MOR da abordagem 4, que permitiu utilizar ordem de truncamento balanceado menor que as demais abordagens, mas a um erro maior que as demais abordagens (2 e 3), obteve um custo-benefício ligeiramente maior que as abordagens 2 e 3, para o sistema teste investigado, e para estes tipos de testes referentes a *Root Locus*.

Visto que a abordagem 1 gerou resultados altamente discrepantes, de forma que o seu MOR é incapaz de acompanhar o FOM, as próximas seções deste trabalho deixarão

de utilizar a abordagem 1.

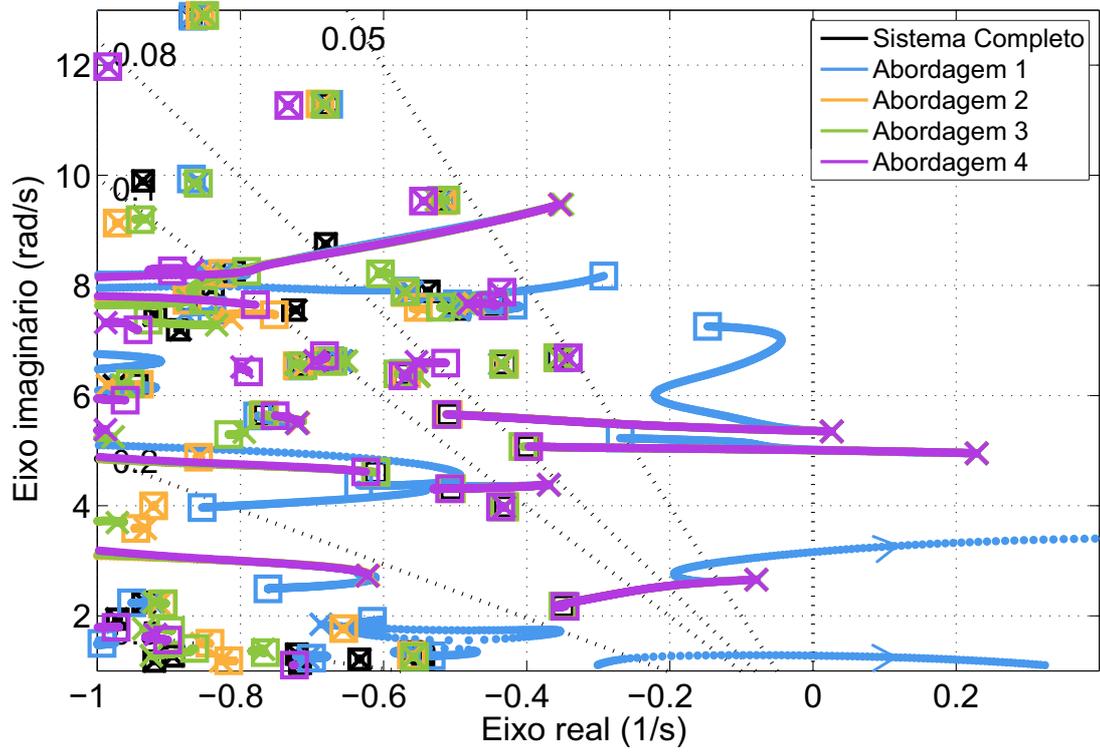


Figura 6.60: *Root Loci* do ajuste que resulta na estabilização do sistema teste.

6.4 ANÁLISE PRÉVIA E CONDIÇÕES DE REALIZAÇÃO DOS TESTES COM O SISTEMA TESTE #2

O sistema teste #2 deste trabalho também é derivado do modelo BIPS07 (*Brazilian Interconnected Power System*) para uma topologia de rede elétrica do ano de 2007, com base em caso prático de ponto de operação do sistema elétrico brasileiro, com cenário de carga pesada relativo ao ano de 2007.

Este sistema teste #2 contém 173 máquinas síncronas, 170 sistemas de excitação AVR (regulador de tensão), 95 PSSs, 139 RVs, 3584 barras, 5056 ramos, 3469 cargas não-lineares, 8 conversores HDVC, e 8 dispositivos FACTS. Há 2898 equações diferenciais (e variáveis de estado) e 17485 equações algébricas (e variáveis algébricas). Cada gerador síncrono e as estruturas de controle a ele associadas correspondem ao modelo de uma usina geradora por completo. Todo equipamento relevante para o estudo foi modelado em detalhes, e a matriz Jacobiana aumentada (quadrada) possui 20383 linhas e 73024 elementos não nulos.

Os dados do sistema linearizado foram processados e gerados pelo software PacDyn, do CEPEL [52], resultando então no sistema FOM. A partir disso, os testes computacionais para cálculo de modelos reduzidos e demais simulações foram realizados em software Matlab [56].

No estudo deste sistema teste #2, os dispositivos PSS de interesse selecionados são aqueles associados a alguns geradores estratégicos, ou seja, que podem causar significativa alteração na dinâmica do sistema sob ação de PSS. Eles são capazes de influenciar modos interárea e local na análise de estabilidade eletromecânica. Desta forma, foram selecionados para a investigação deste segundo sistema teste os PSS de Itaipu (60 Hz), de Ilha Solteira, de Xingó e Paulo Afonso IV, quatro das então maiores unidades geradoras do país em 2007.

Para este sistema teste #2, um total de 18 parâmetros dos quatro PSS foram selecionados, conforme apresentados na Tabela 6.7. Ainda, esta tabela apresenta os valores iniciais (\mathbf{p}_0) atribuídos aos parâmetros, que se encontram entre os valores típicos dos mesmos parâmetros. Quando nada for mencionado, será considerada como configuração padrão o sistema FOM com os parâmetros ajustados em \mathbf{p}_0 .

Tabela 6.7: Parâmetros selecionados e valores iniciais \mathbf{p}_0 para Sistema Teste #2

Parâmetro	Nome	Valor inicial \mathbf{p}_0
PSS de Itaipu (60 Hz)		
p_1	Ganho da malha de PT	2.2
p_2	Ganho da malha de WW	10.35
PSS de Ilha Solteira		
p_3	Constante de tempo de X6 para X7 (numerador)	0.4
p_4	Constante de tempo de X12 para X13 (numerador)	0.2
p_5	Constante de tempo de X13 para X13 (numerador)	0.2
p_6	Ganho na saída do PSS	1.0
PSS de Xingó		
p_7	Ganho KPSS	35.0
p_8	Constante de tempo de X12 para X13 (numerador)	0.40
p_9	Constante de tempo de X15 para X16 (numerador)	0.21
p_{10}	Constante de tempo de X16 para X17 (numerador)	0.21
p_{11}	Constante de tempo de X17 para X18 (numerador)	0.33
p_{12}	Ganho na saída do PSS	1.0
PSS de Paulo Afonso IV		
p_{13}	Ganho KPSS	25.0
p_{14}	Constante de tempo de X12 para X13 (numerador)	0.80
p_{15}	Constante de tempo de X15 para X16 (numerador)	0.21
p_{16}	Constante de tempo de X16 para X17 (numerador)	0.21
p_{17}	Constante de tempo de X17 para X18 (numerador)	0.33
p_{18}	Ganho na saída do PSS	1.0

Os fenômenos associados a estabilidade eletromecânica geralmente ocorrem na faixa de frequência entre 0.2 Hz e 2.5 Hz. Para tanto, os resultados no domínio da frequência são apresentados dentro do intervalo entre $\omega = 10^{-2}rad/s$ e $\omega = 2 \times 10^2 rad/s$ (em maioria de magnitude e erros, pois nos testes realizados foi verificado que a resposta da fase possui comportamento análogo ao de magnitude, para as mesmas faixas de frequência).

Como padrão, os testes com redução de ordem pelo método SLRCF-ADI foram configurados com os parâmetros ($\mu_J = \{-1/15, -0.7, -6, -13, -200\}$). Os parâmetros ADI μ_J foram ajustados manualmente, de acordo com testes que foram bem sucedidos

em outros trabalhos [4]. O ajuste para o número de iterações ADI é $i_{max} = 200$. Caso não seja informado o contrário, estes são os parâmetros que foram utilizados nos testes para o sistema teste #2.

Como índices para a avaliação do tempo computacional e da qualidade das respostas dos modelos reduzidos frente o sistema original, convencionou-se o uso dos indicativos de qualidade descritos a seguir.

TEMPO DE PROCESSAMENTO (TP): com o uso do Matlab, trata-se apenas da simples aferição do tempo requerido na geração do MOR desde a inicialização do método de redução de ordem até a montagem das matrizes de ordem reduzida.

Sigma-plot ou $SVD(H(j\omega))$: Muito utilizado em outros trabalhos na área de ROM [4,91] para mensurar a resposta em frequência de sistemas MIMO, o sigma-plot consiste em extrair os valores singulares (SVD) da matriz de transferência, para cada valor fixo de frequência f_i , de forma que os valores singulares resultantes desta operação variam com a frequência. No caso, o sistema teste #2 apresenta matriz de transferência 4×4 , ou seja, $H(s) \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$, e apresenta 4 valores singulares. Ao plotar gráficos da forma sigma-plot, costuma-se apresentar as curvas do máximo valor singular $\sigma_{max}(j\omega)$ e do mínimo valor singular $\sigma_{min}(j\omega)$ [4,91].

Para mensurar o desvio em frequência, ou o erro, utiliza-se o sigma-plot do desvio em frequência, ou seja, $SVD(H_{FOM}(j\omega) - H_{MOR}(j\omega))$. Dos valores singulares obtidos, utiliza-se apenas $\sigma_{max}(j\omega)$, pois este majora o erro.

ÍNDICE DE ERRO RELATIVO (IER) para SISTEMAS MIMO: sejam H_{FOM} e H_{MOR} as matrizes de resposta em frequência do sistema FOM e do sistema MOR, respectivamente, para as mesmas formas de entradas e saídas. O IER é um erro relativo entre o desempenho do MOR e do FOM. O IER para sistemas MIMO consiste na razão entre o SVD do erro entre as matrizes de transferência e o SVD da matriz de transferência do sistema FOM, e é calculado da seguinte forma:

$$IER_{MIMO} = \frac{\sigma_{max}(H_{FOM} - H_{MOR})}{\sigma_{max}(H_{FOM})}. \quad (6.16)$$

O desvio absoluto no tempo é o valor absoluto da diferença, a cada ponto de tempo t_i , entre as respostas no tempo de dois sistemas, definido como

$$Desvio_{tempo}(t_i) = |y_{FOM}(t_i) - y_{MOR}(t_i)|. \quad (6.17)$$

Considerando-se a topologia dos dispositivos presentes no modelo FOM, a seguir apresentam-se diagramas de blocos dos dispositivos de maior interesse nas investigações conduzidas. A Figura 6.61 apresenta um diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz), com os parâmetros selecionados em destaque de vermelho, assim como seu respectivo valor em \mathbf{p}_0 .

PSS Itaipu 60 Hz

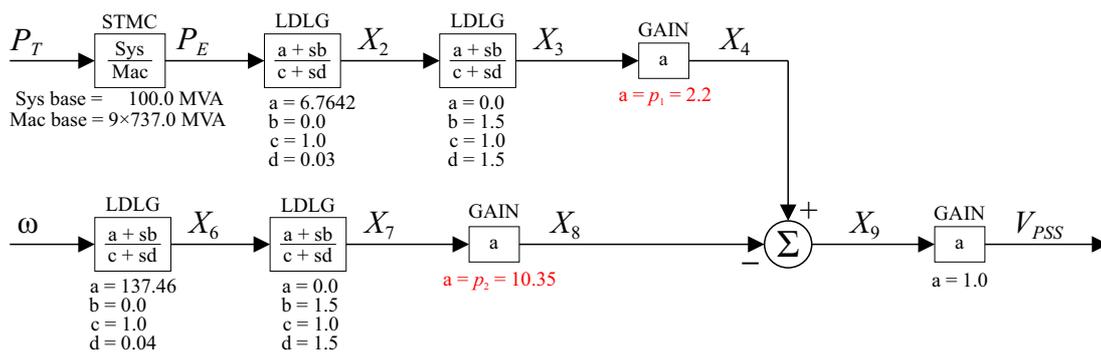


Figura 6.61: Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros.

Analogamente, o diagrama do PSS de Ilha Solteira, com os devidos parâmetros, é apresentado na Figura 6.62.

PSS Ilha Solteira

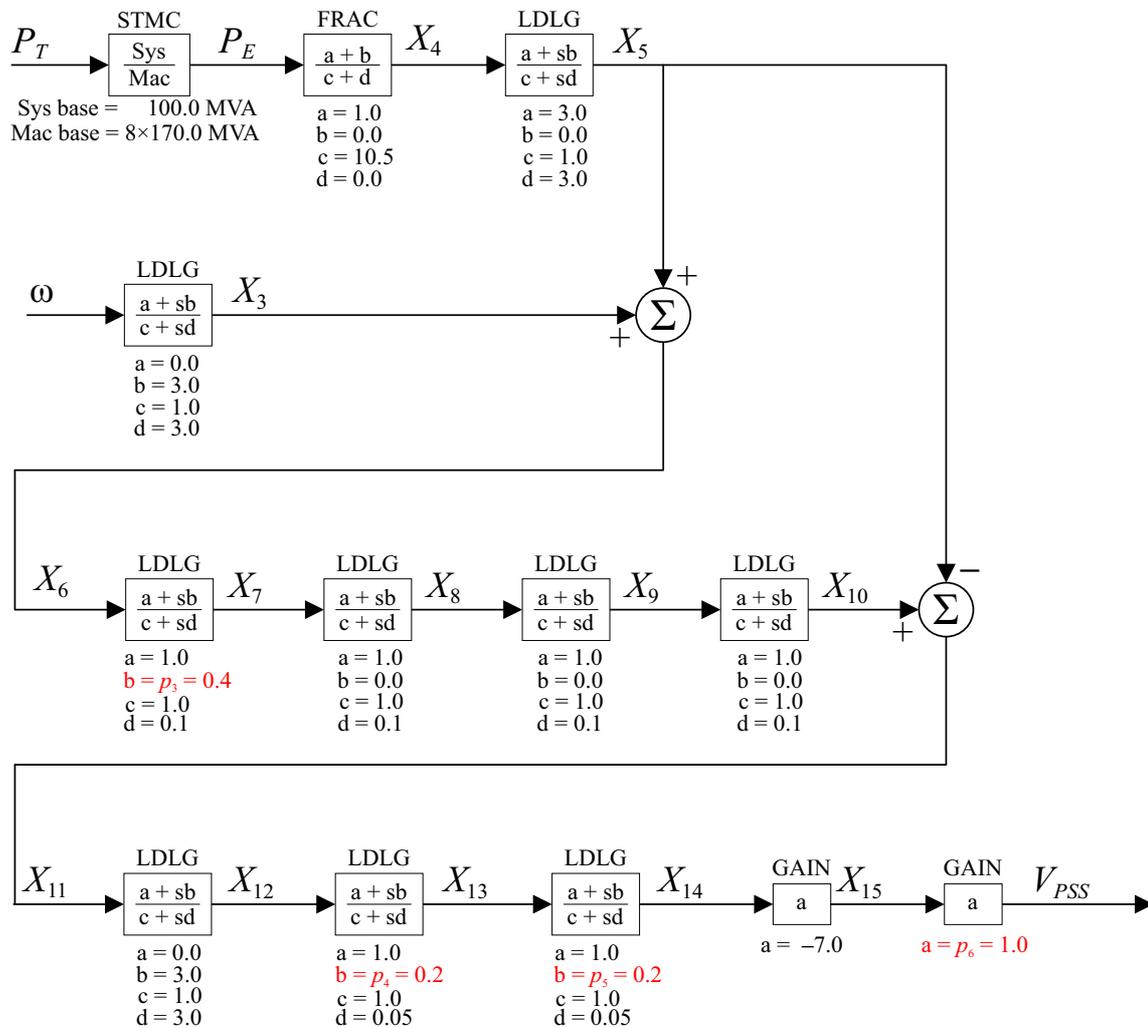


Figura 6.62: Diagrama de blocos do PSS de Ilha Solteira com os parâmetros.

O diagrama do PSS de Xingó, com os devidos parâmetros, é apresentado na Figura 6.63. Destacado em azul, o bloco não-linear multiplicador foi linearizado pelo software PacDyn na condição de operação utilizada (carga pesada em 2007).

PSS Xingó

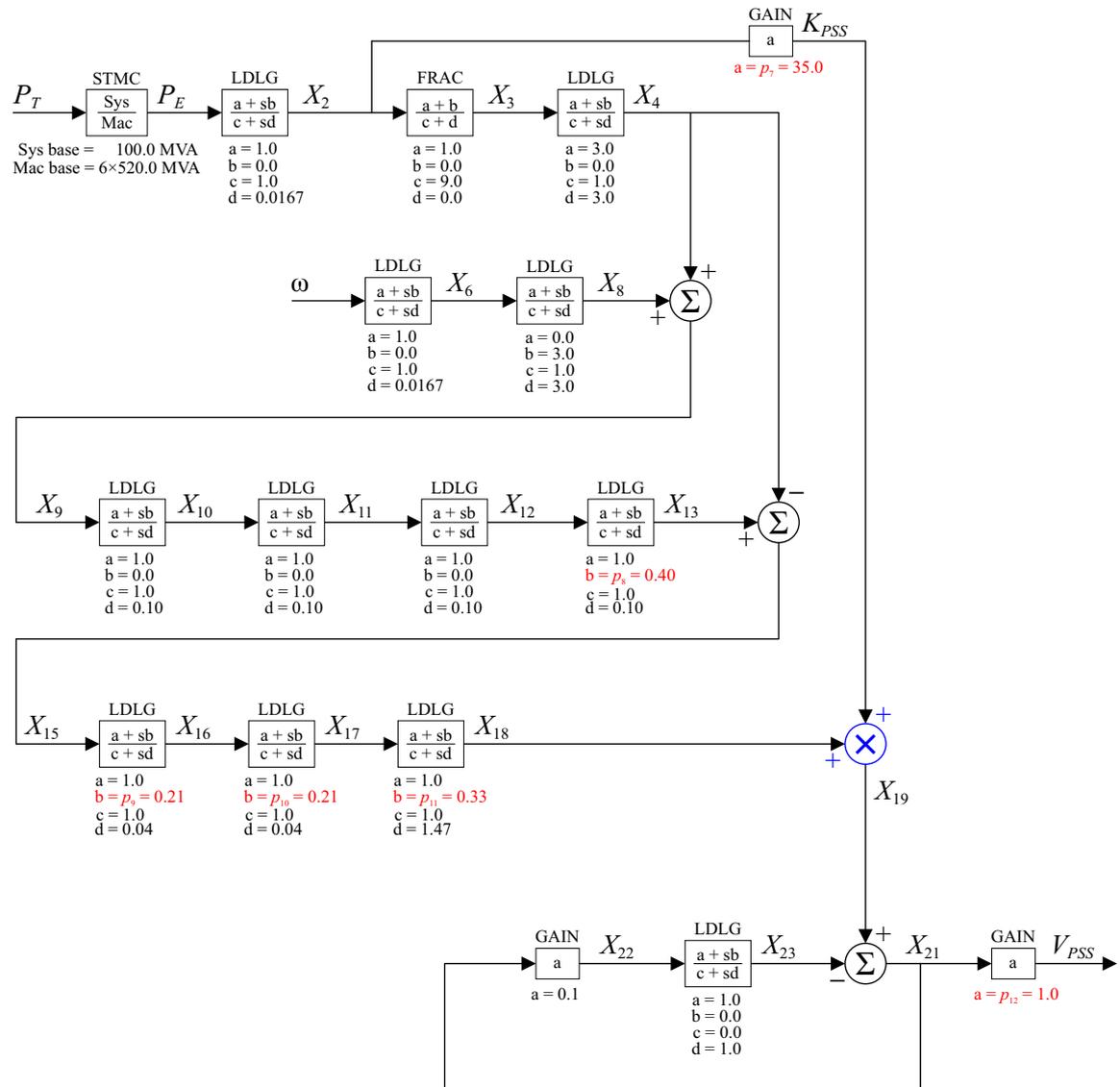


Figura 6.63: Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros.

Finalmente, o diagrama do PSS de Paulo Afonso IV, com os devidos parâmetros, é apresentado na Figura 6.64. Destacado em azul, o bloco não-linear multiplicador foi linearizado pelo software PacDyn na condição de operação utilizada (carga pesada em 2007).

PSS Paulo Afonso IV

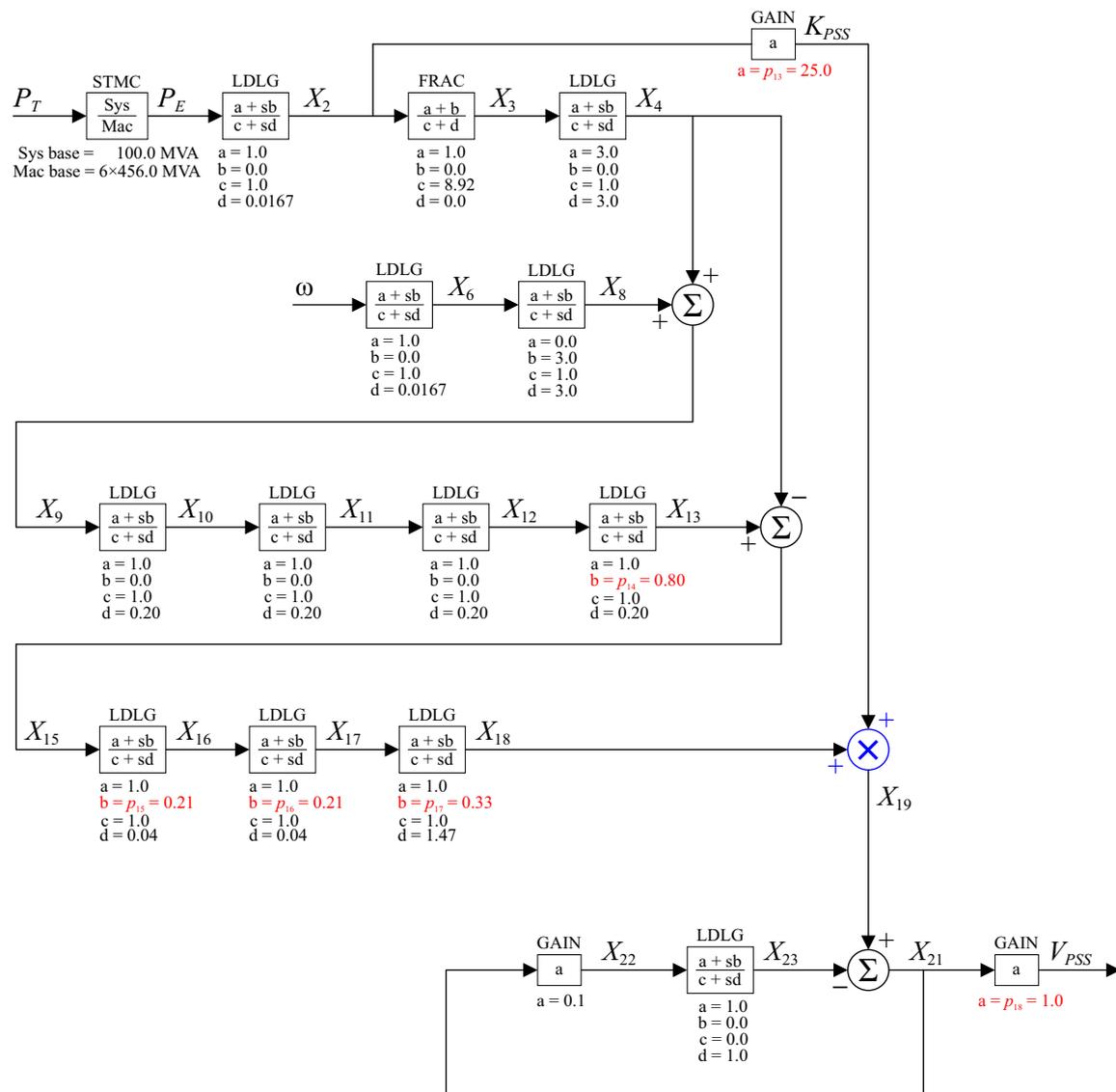


Figura 6.64: Diagrama de blocos do PSS de Paulo Afonso IV com os parâmetros.

6.5 TESTES DE DESEMPENHO DAS ABORDAGENS PROPOSTAS COM O SISTEMA TESTE #2

Nesta seção, considera-se o sistema #2 completamente linearizado. O objetivo desta seção é testar a capacidade do método de ROPM em preservar no MOR a dependência paramétrica do FOM com respeito a determinados parâmetros selecionados, no caso, pertencentes a quatro dispositivos PSS. Adota-se como entradas do sistema MIMO as referências de tensão, V_{REF} , das unidades de Itaipu 60 Hz, Ilha Solteira, Xingó e Paulo Afonso IV. Como saídas, foram utilizadas as potências ativas terminais, P_T , destas mesmas quatro unidades. Um total de 18 parâmetros foram selecionados, conforme foi apresentado na Tabela 6.7. As investigações conduzidas nesta seção demandam um maior esforço computacional e do próprio método de ROPM em relação aos testes da Seção 6.2, pois foram selecionados agora 18 parâmetros em lugar de 12, e o sistema MIMO é 4×4 , outrora fosse um sistema MIMO 3×3 .

Os MORs são gerados conforme as abordagens 2, 3 e 4 do método de ROPM proposto no capítulo 5. A Tabela 6.8 apresenta os dados de cada MOR gerado pelas abordagens. Observa-se que este sistema MIMO 4×4 já demanda maior esforço que o sistema teste #1, 3×3 . A abordagem 4 exigiu um valor de $k = 320$ para gerar um MOR tão bom quanto o que foi gerado pela abordagem 2, com $k = 200$. Já a abordagem 3 demandou $k = 260$. O aparente custo-benefício que a abordagem 4 havia apresentado na Seção 6.3, e em algumas ocasiões na Seção 6.2, deixa de existir para o emprego deste sistema MIMO com mais entradas e mais saídas, além de um número maior de parâmetros preservados.

Tabela 6.8: Dados do MOR gerado por cada abordagem

Abordagem	Segunda	Terceira	Quarta
Valor de k	200	260	320
Variáveis de estado	237	277	331
Variáveis algébricas	74	36	36

Considerando-se vários valores do parâmetro p_1 , uma constante de ganho do PSS de Itaipu 60 Hz, as Figuras 6.65, 6.67, 6.69, 6.71, 6.73 e 6.75 exibem os sigma-plots do FOM e do MOR (das abordagens 2, 3 e 4) para os seguintes valores de parâmetro: $p_1 = 0.0022$, $p_1 = 0.22$, $p_1 = 2.2$, $p_1 = 22$, $p_1 = 220$ e $p_1 = 2200$. As curvas de σ_{\max} são representadas por linhas sólidas, enquanto que as curvas de σ_{\min} são representadas por linhas tracejadas. Respectivamente, as Figuras 6.66, 6.68, 6.70, 6.72, 6.74 e 6.76 apresentam os sigma-plots do desvio entre FOM e MOR, para os seis valores do parâmetro p_1 utilizados.

Nota-se que os MORs seguem o comportamento do FOM com grande acurácia, enquanto o parâmetro p_1 experimenta variações extremamente grandes. Conforme esperado, a abordagem 4 supera a precisão das demais quando $p_1 = 2.2$, o valor fixado em \mathbf{p}_0 , visto que esta abordagem produz menos erros nas vizinhanças de \mathbf{p}_0 , condições em que ocorreu a ROM em malha fechada. Contudo, a abordagem 2 gerou o MOR mais resiliente no sentido de preservar a mesma dependência paramétrica que o FOM possui a respeito do parâmetro p_1 , a erros mínimos (pelo menos cerca de 80 dB abaixo da respectiva curva de sigma-plot de resposta em frequência).

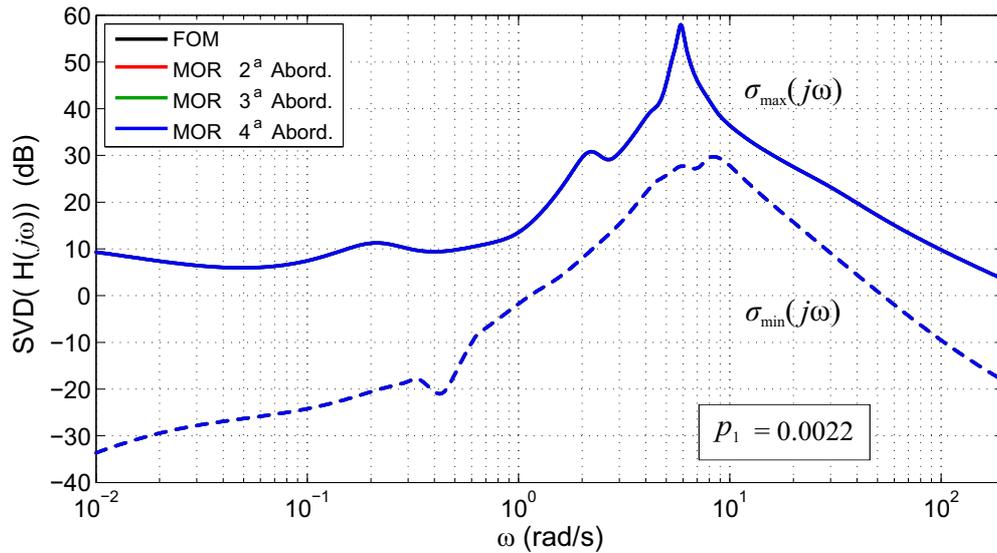


Figura 6.65: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.0022$.

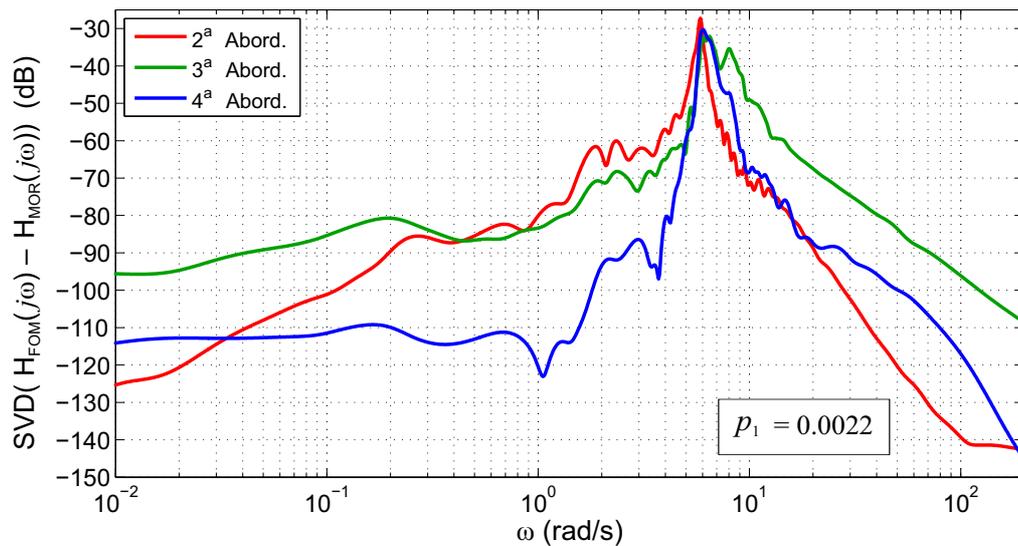


Figura 6.66: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 0.0022$.

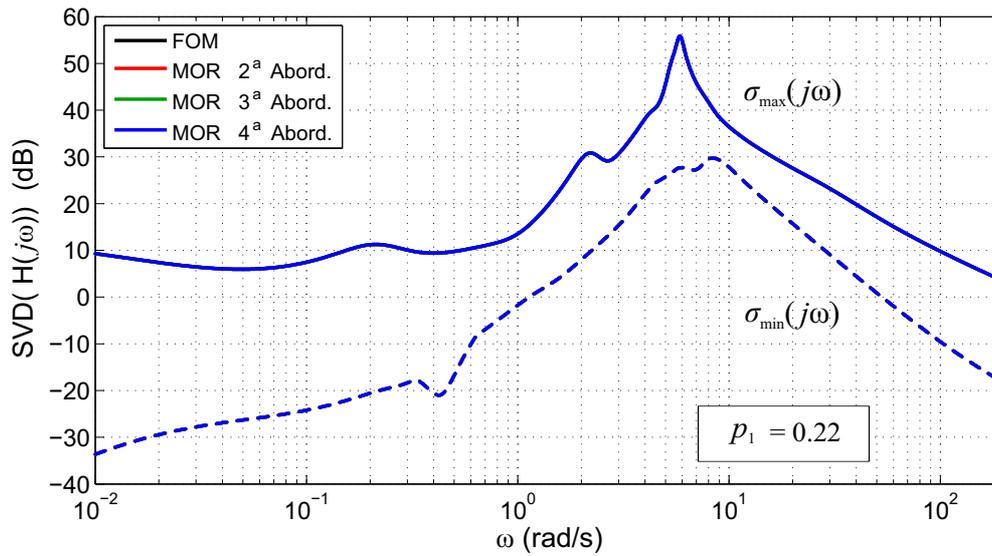


Figura 6.67: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.22$.

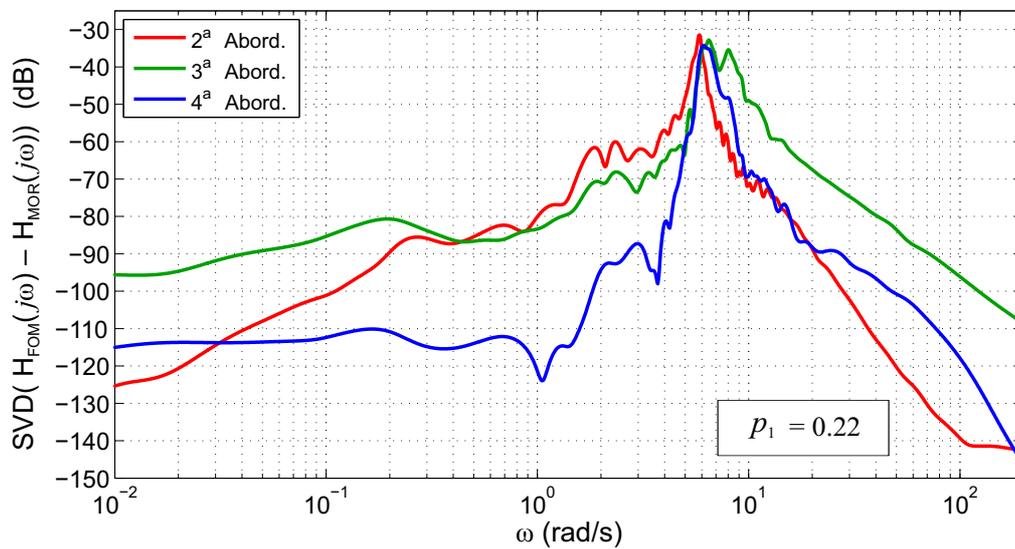


Figura 6.68: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 0.22$.

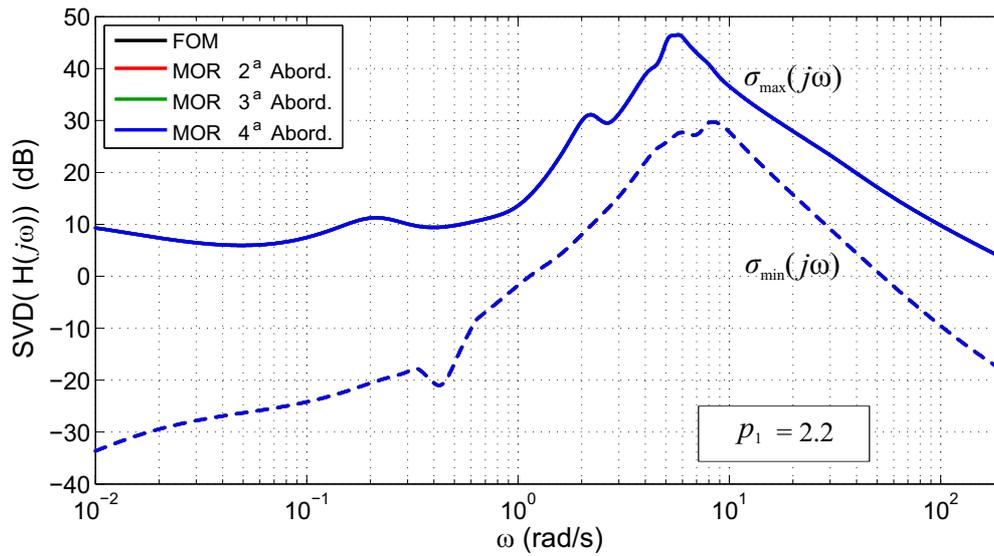


Figura 6.69: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2.2$.

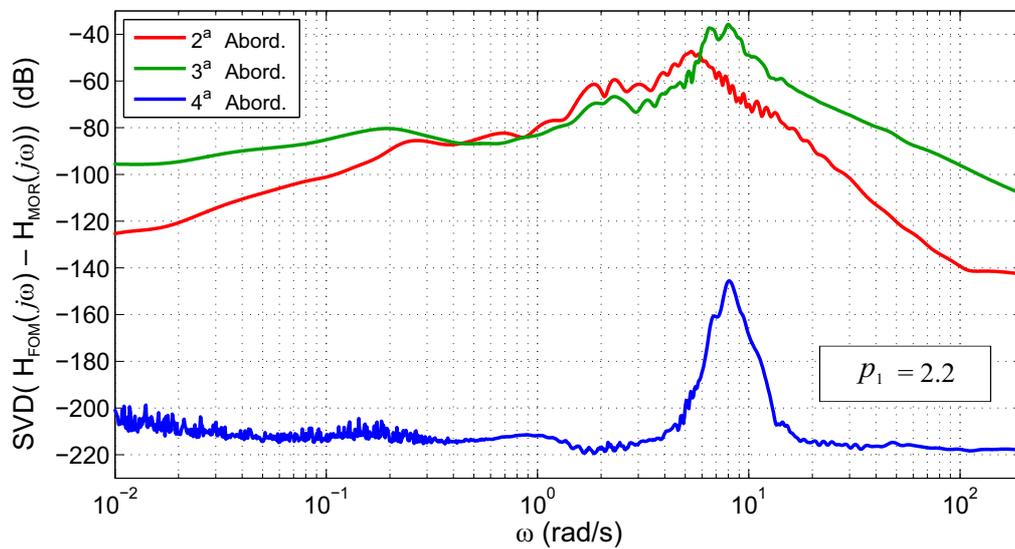


Figura 6.70: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 2.2$.

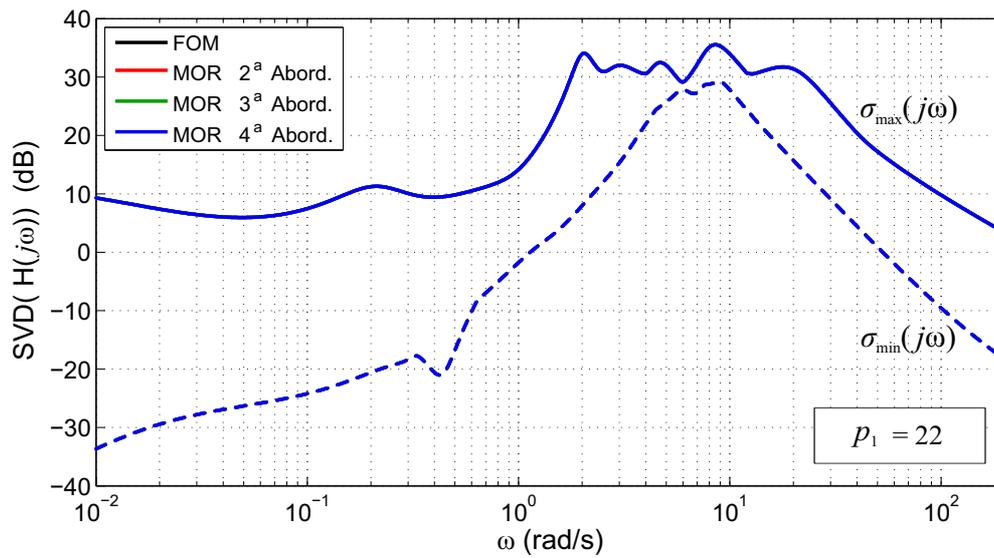


Figura 6.71: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 22$.

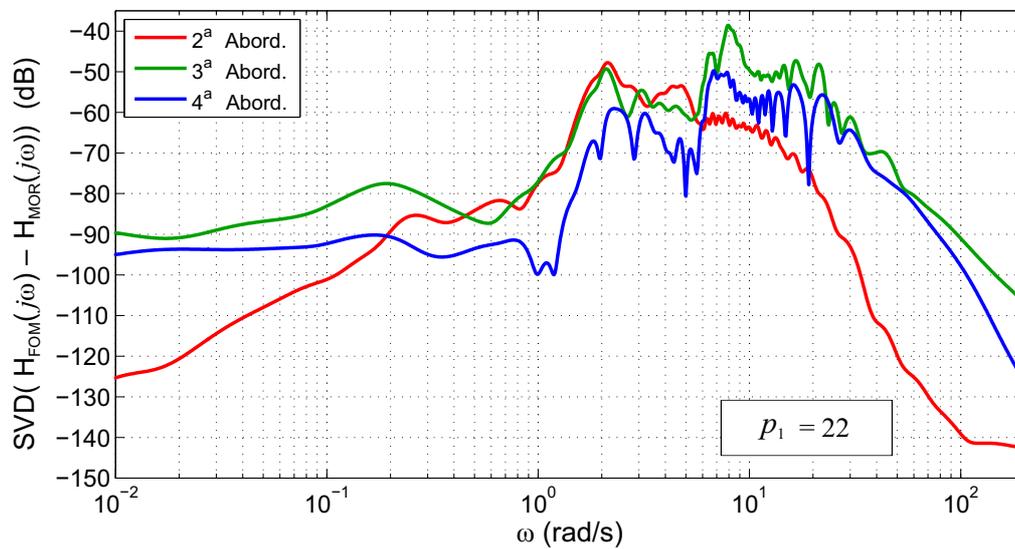


Figura 6.72: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 22$.

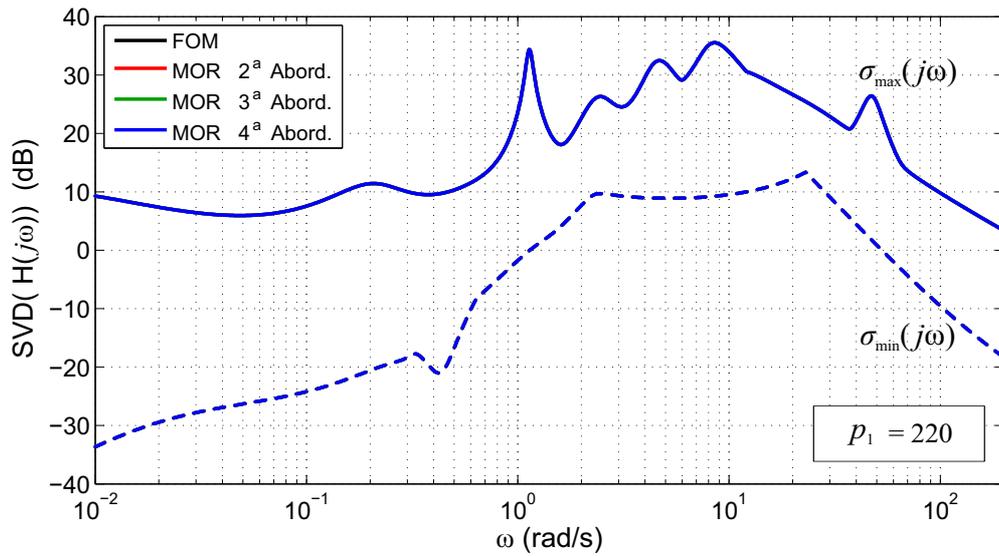


Figura 6.73: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 220$.

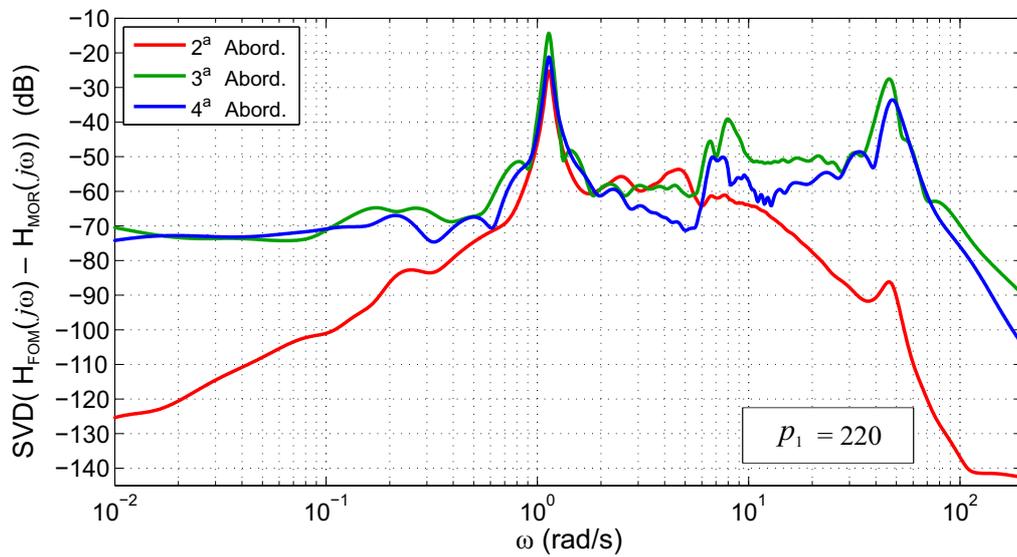


Figura 6.74: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 220$.

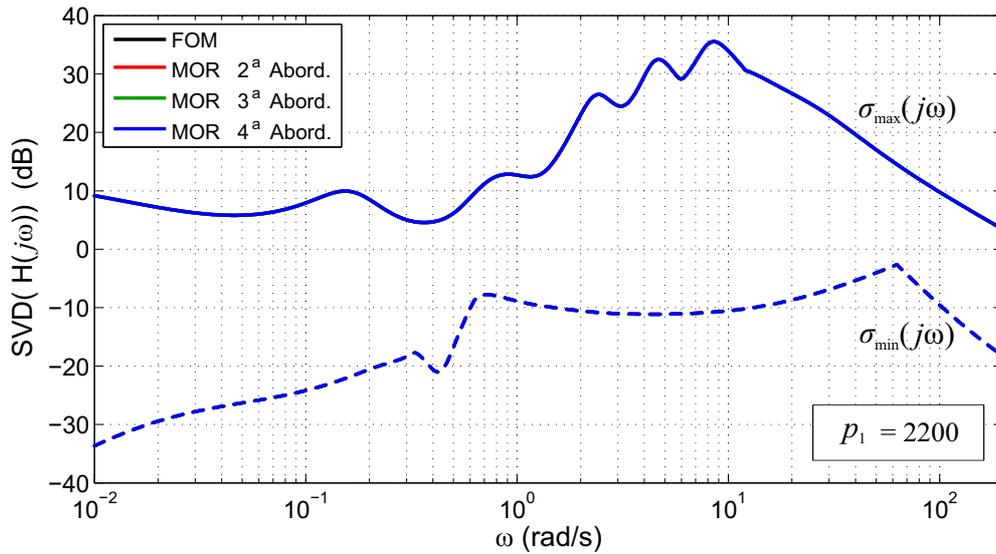


Figura 6.75: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2200$.

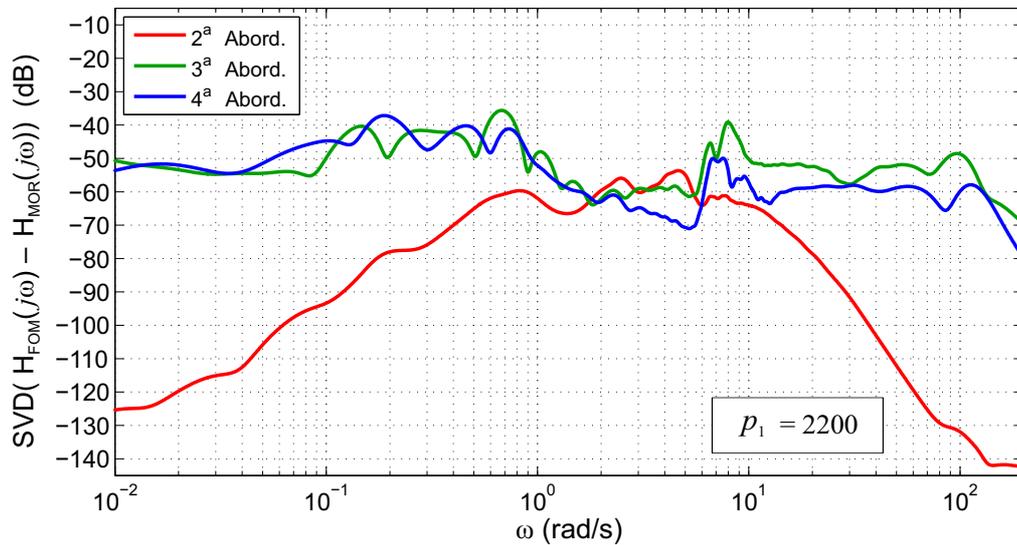


Figura 6.76: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_1 = 2200$.

Em seguida, foram considerados diversos valores do parâmetro p_5 , uma constante de tempo do numerador de um bloco avanço-atraso do PSS de Ilha Solteira, as Figuras 6.77, 6.79, 6.81, 6.83, 6.85 e 6.87 exibem os sigma-plots do FOM e do MOR para os seguintes valores de parâmetro: $p_5 = 0.002$, $p_5 = 0.2$, $p_5 = 2.0$, $p_5 = 20$, $p_5 = 200$ e $p_5 = 2000$. As curvas de σ_{\max} são representadas por linhas sólidas, enquanto que as curvas de σ_{\min} são representadas por linhas tracejadas. Respectivamente, as Figuras 6.78, 6.80, 6.82, 6.84, 6.86 e 6.88 apresentam os sigma-plots do desvio entre FOM e MOR, para os seis valores do parâmetro p_5 utilizados.

Novamente, é visto que os MORs seguem o comportamento do FOM com grande acurácia, enquanto o parâmetro p_5 experimenta variações extremamente grandes. A

abordagem 4 supera a precisão das demais quando $p_5 = 0.2$, o valor fixado em \mathbf{p}_0 , visto que esta abordagem produz menos erros nas vizinhanças de \mathbf{p}_0 , condição em malha fechada em que houve a redução de ordem na abordagem 4. Contudo, a abordagem 2 gerou o MOR mais resiliente no sentido de preservar a mesma dependência paramétrica que o FOM possui a respeito do parâmetro p_5 , a erros mínimos (com uma distância de cerca de 80 dB entre as curvas de erro e as curvas de sigma-plot, com a exceção do pico visto nas Figuras 6.85 e 6.86, resultado da travessia de algum polo pelo eixo imaginário positivo do plano complexo).

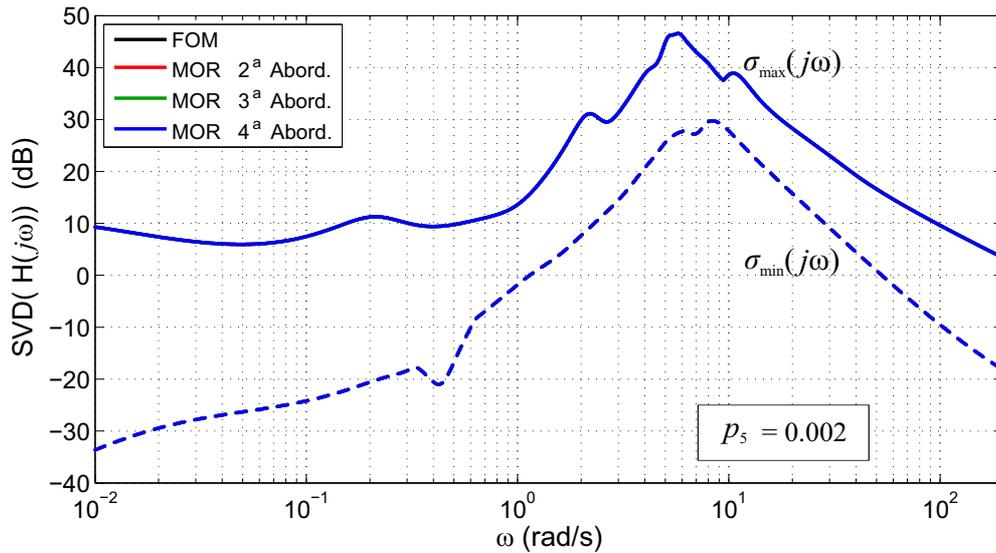


Figura 6.77: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 0.002$.

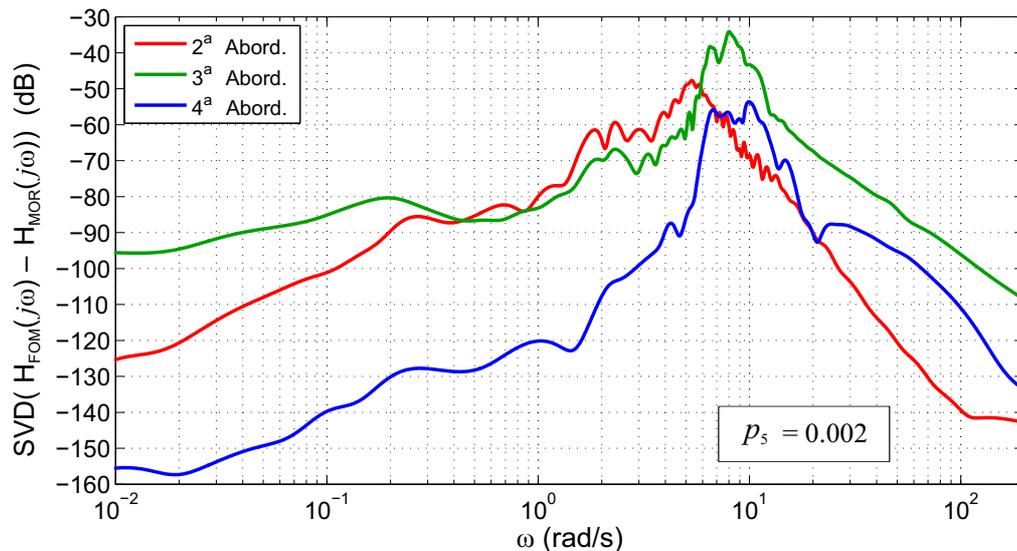


Figura 6.78: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 0.002$.

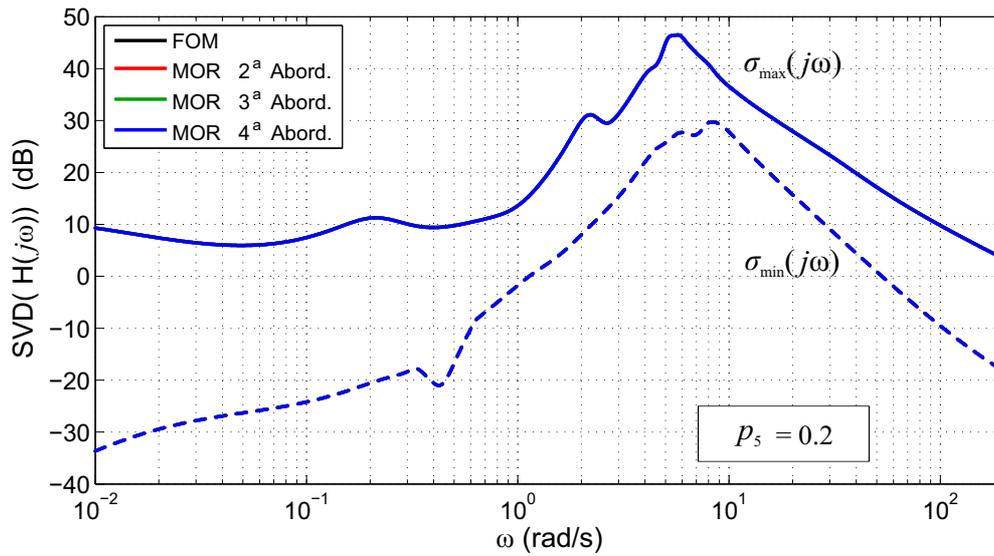


Figura 6.79: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 0.2$.

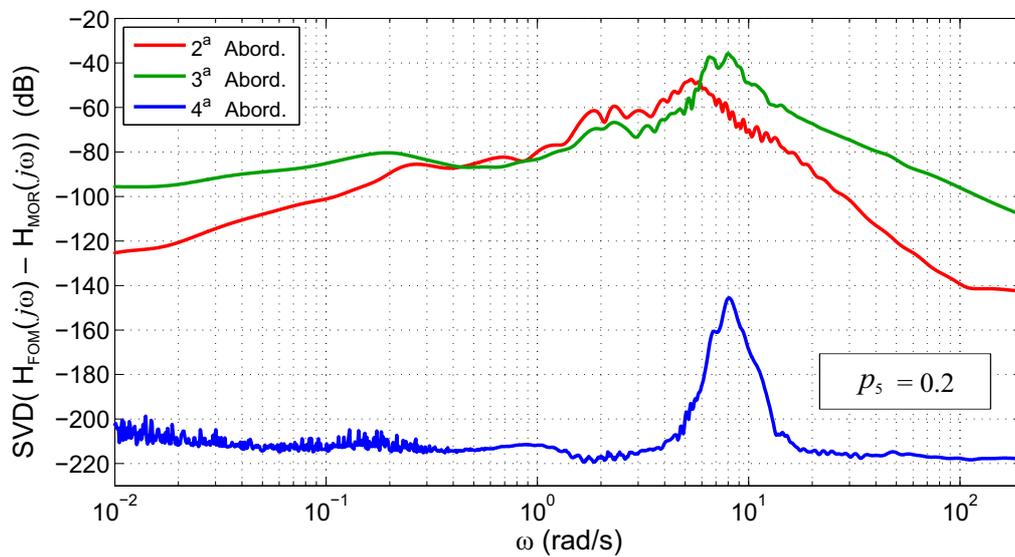


Figura 6.80: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 0.2$.

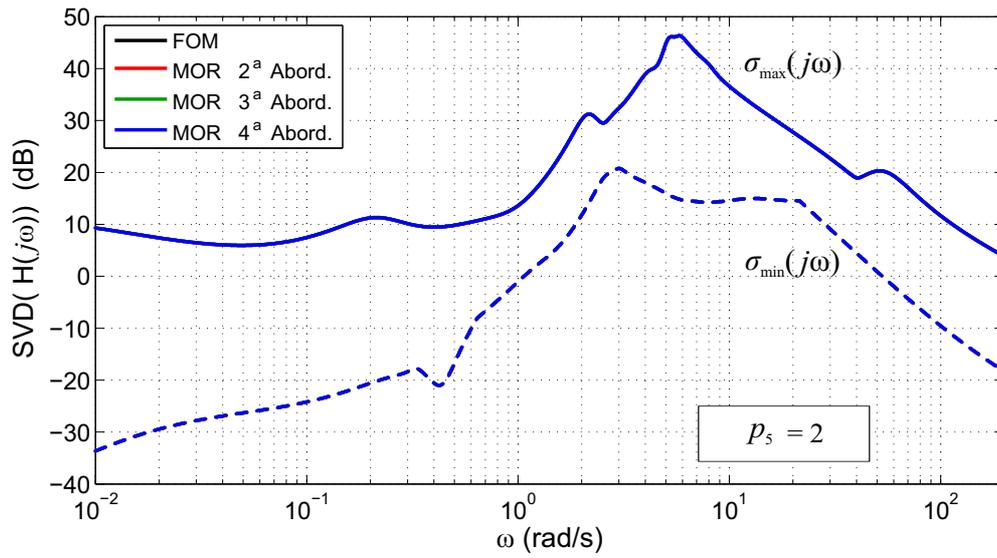


Figura 6.81: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 2.0$.

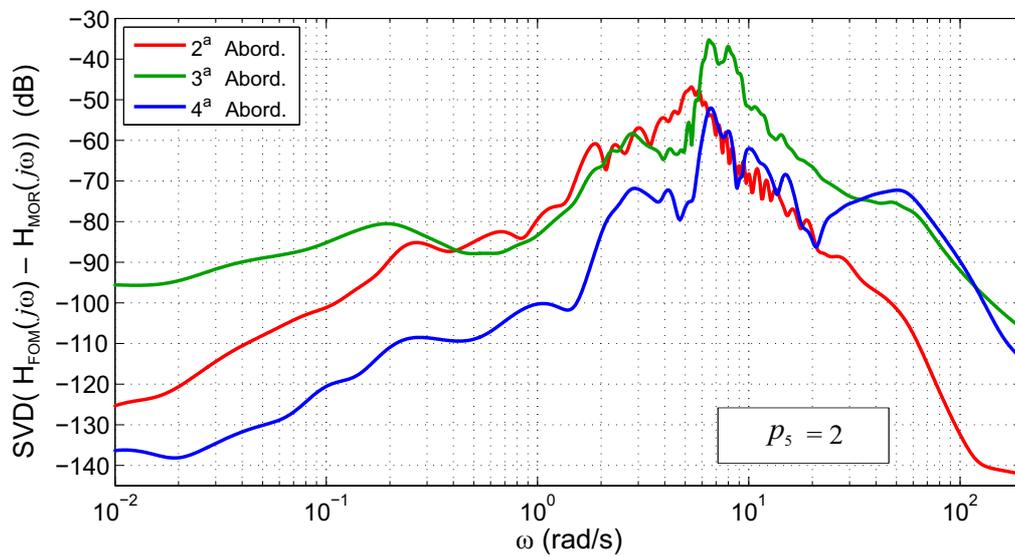


Figura 6.82: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 2.0$.

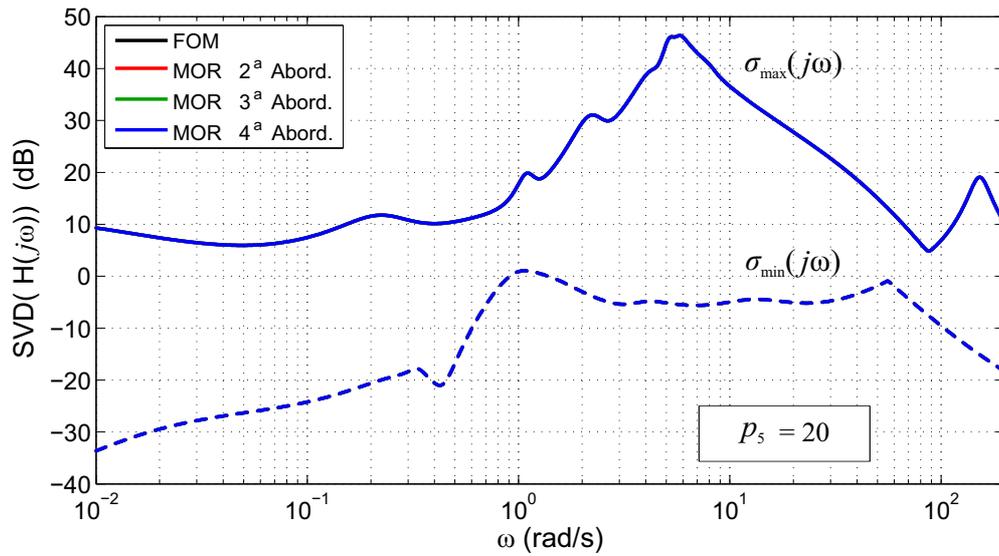


Figura 6.83: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 20$.

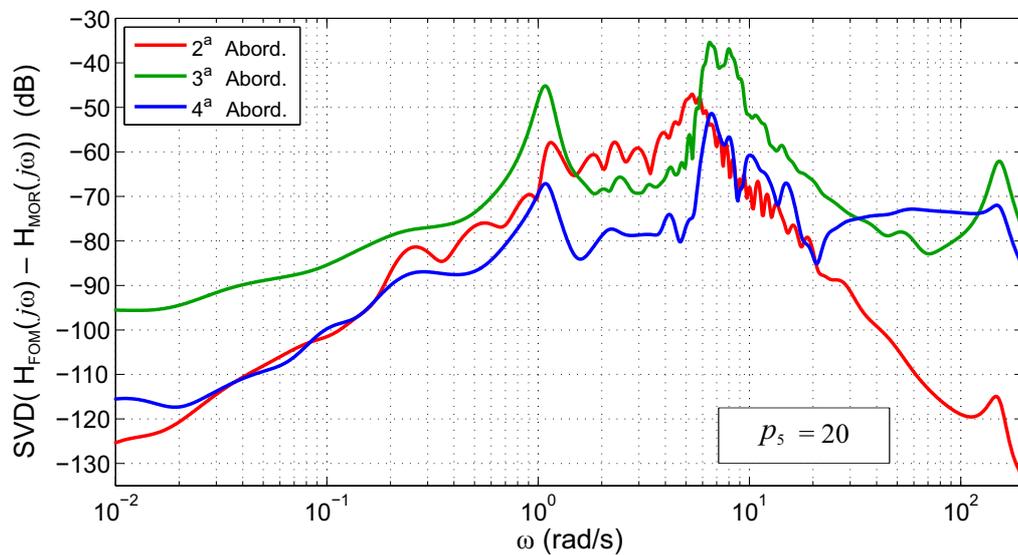


Figura 6.84: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 20$.

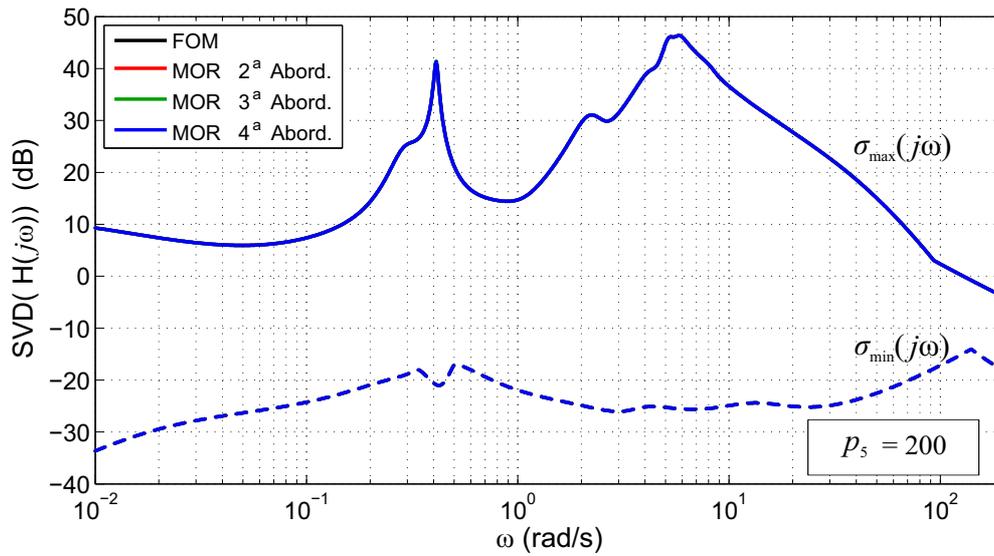


Figura 6.85: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 200$.

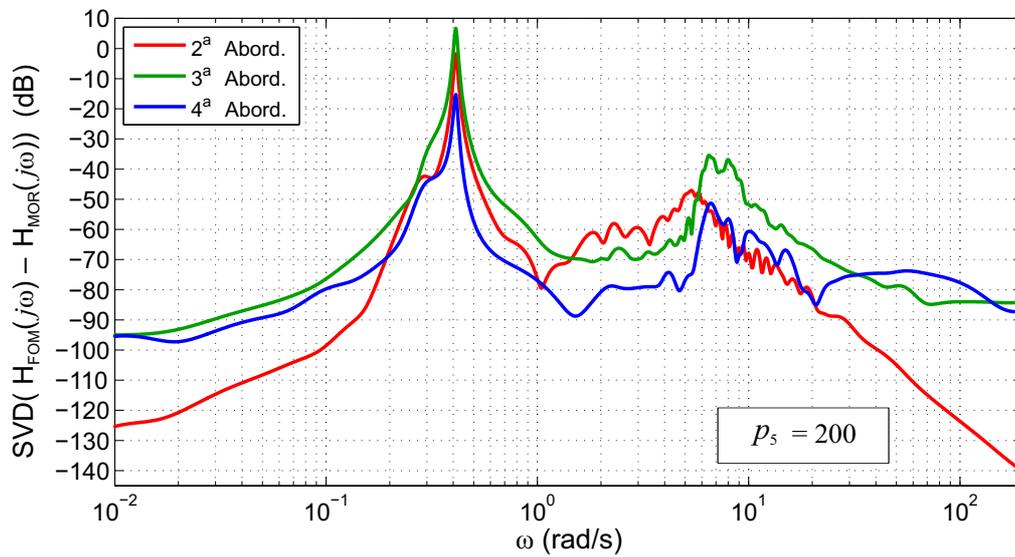


Figura 6.86: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 200$.

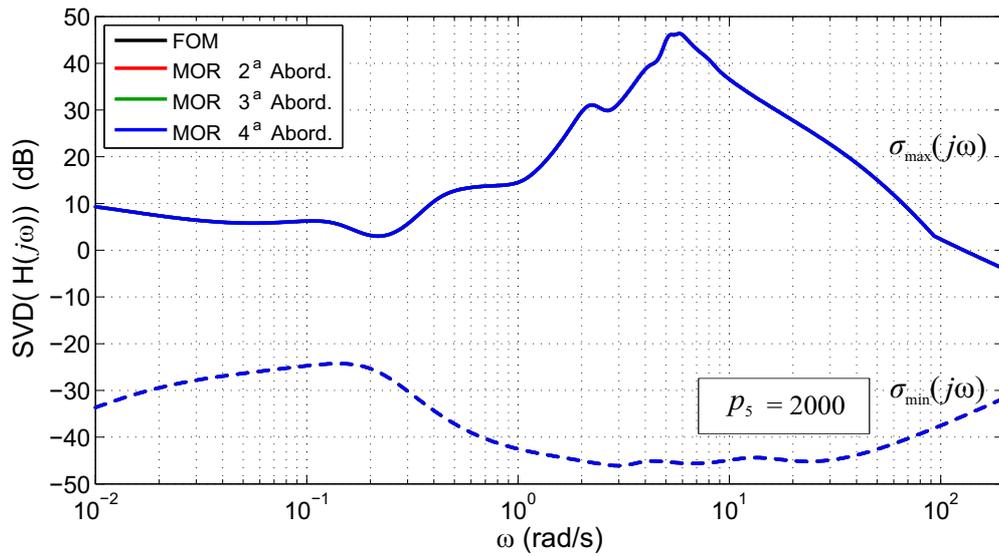


Figura 6.87: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_5 = 2000$.

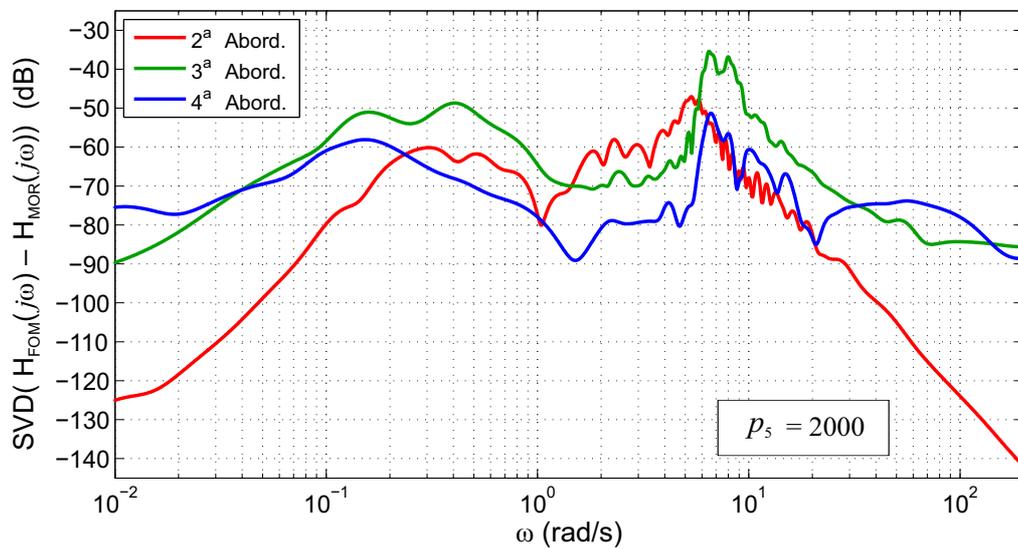


Figura 6.88: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para $p_5 = 2000$.

Considerando-se o Erro Relativo para sistemas MIMO definido pela equação (6.16),

$$IER_{MIMO} = \frac{\sigma_{\max}(H_{FOM} - H_{MOR})}{\sigma_{\max}(H_{FOM})}, \quad (6.18)$$

as Figuras 6.89 a 6.92 apresentam, respectivamente, o Erro Relativo em função da variação extensiva de quatro parâmetros selecionados: p_1 , p_5 , p_{11} (uma constante de tempo do PSS de Xingó) e p_{18} (uma constante de ganho do PSS de P. Afonso IV).

Os picos destacados nas regiões sombreadas nas Figuras 6.89 a 6.92 foram todos verificados como tendo sido causados pela travessia de polos no eixo imaginário do plano complexo devido aos valores dos parâmetros.

Para o sistema investigado, dentre as abordagens 2, 3 e 4, a abordagem 2 apresenta as curvas mais horizontais, como se o erro fosse quase independente dos valores dos parâmetros, comportamento desejado em um ROPM.

A abordagem 3 resultou em curvas com formatos semelhantes às curvas da abordagem 2, porém com um nível de erro ligeiramente maior que para a abordagem 2.

A abordagem 4 apresenta seu erro extremamente baixo e característico nas proximidades de \mathbf{p}_0 para os quatro parâmetros, valor de operação em malha fechada em que o sistema foi reduzido. Nestes testes, a abordagem 4 não possui custo-benefício melhor que a abordagem 2, pois requereu uma ordem maior de MOR para gerar um MOR tão bom quanto o que foi gerado pela abordagem 2.

Ainda, ressalta-se que os MORs gerados nesta seção possuem parametrização com 18 graus de liberdade, conforme o número de parâmetros do FOM que foram preservados. Quatro destes parâmetros foram selecionados para sofrerem variações, como visto nas Figuras 6.89 a 6.92. Contudo, caso os 18 parâmetros fossem variados simultaneamente, espera-se que o Erro Relativo deva permanecer tão baixo quanto observado nas Figuras 6.89 a 6.92.

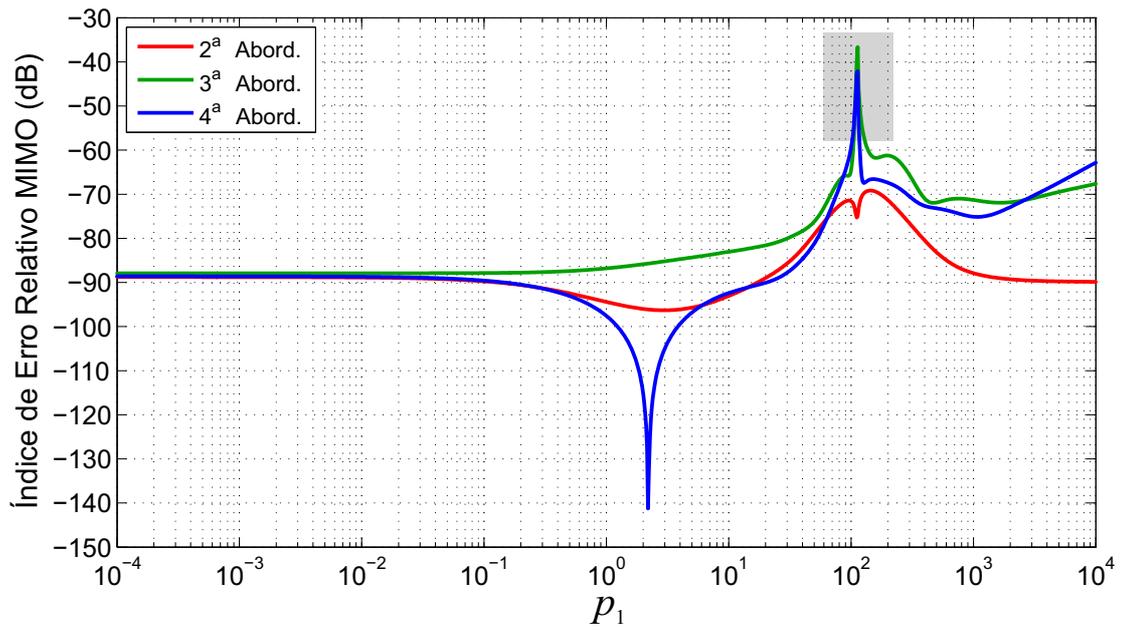


Figura 6.89: Erro Relativo entre FOM e MOR versus variação do parâmetro p_1 .

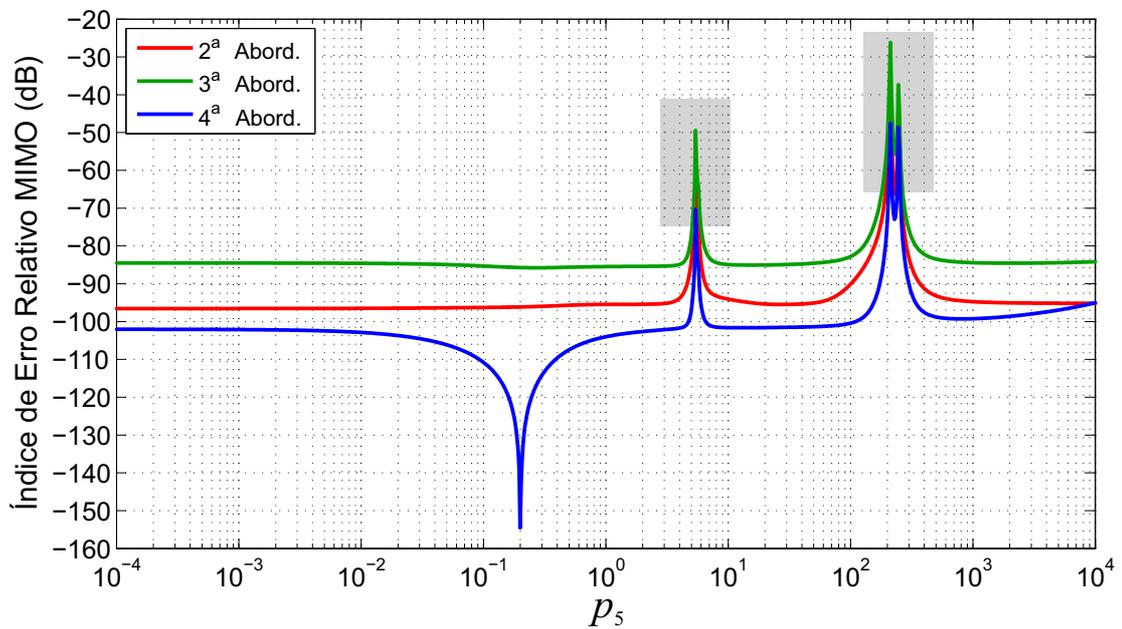


Figura 6.90: Erro Relativo entre FOM e MOR versus variação do parâmetro p_5 .

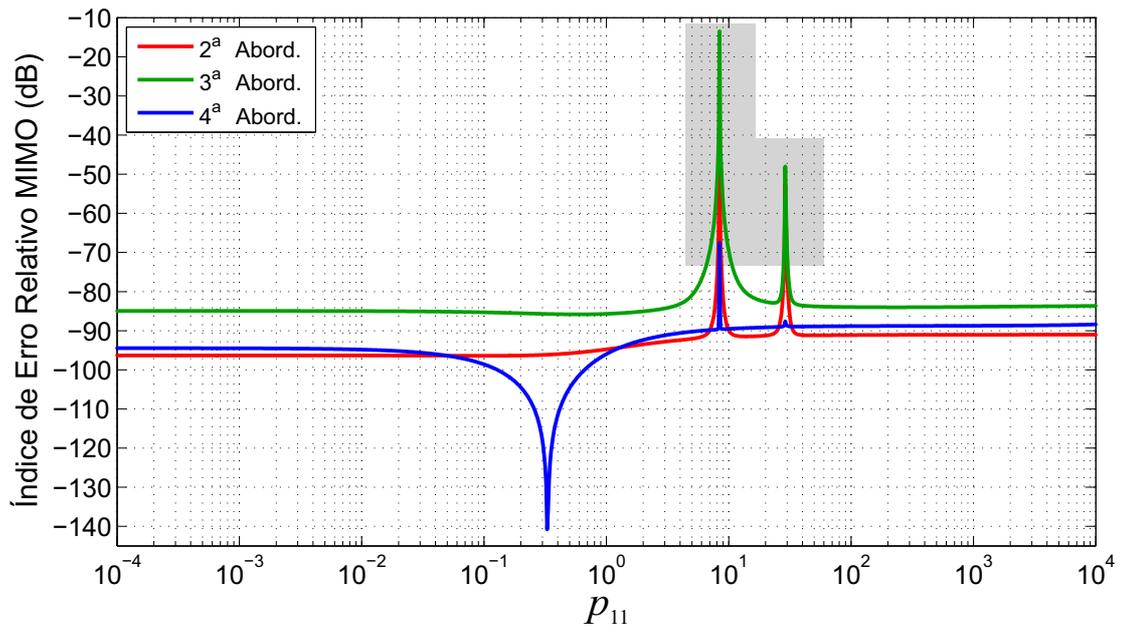


Figura 6.91: Erro Relativo entre FOM e MOR versus variação do parâmetro p_{11} .

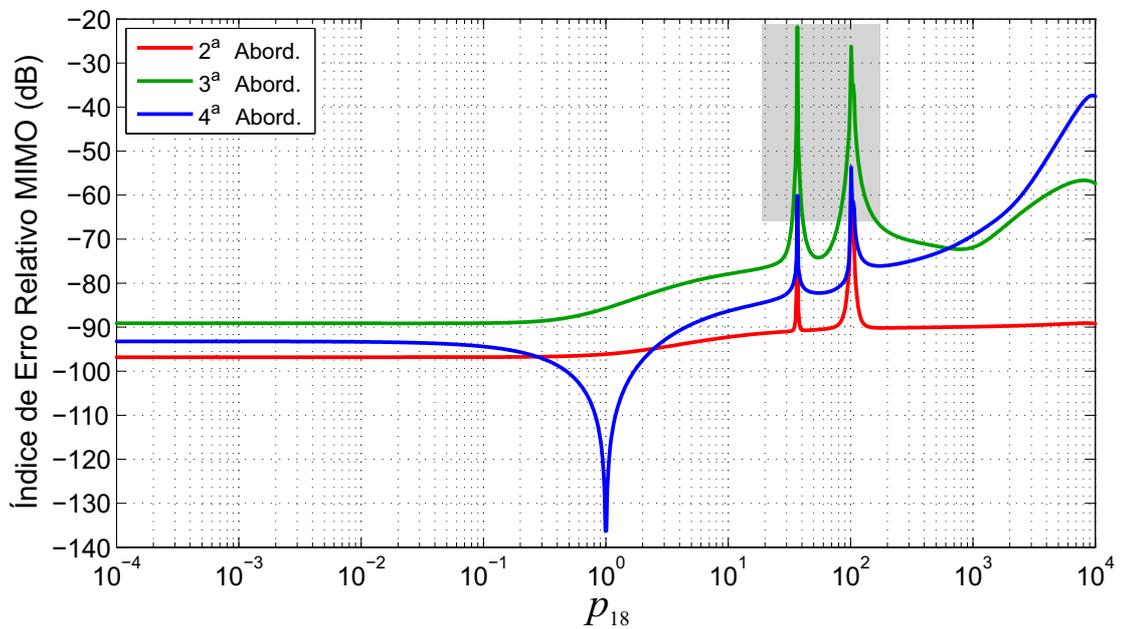


Figura 6.92: Erro Relativo entre FOM e MOR versus variação do parâmetro p_{18} .

6.6 TESTES ENVOLVENDO NÃO-LINEARIDADES COM O SISTEMA TESTE #2

O método de ROPM proposto no capítulo 5 tem sido utilizado para preservação da dependência que existe no FOM com respeito a determinados parâmetros selecionados de PSS. Contudo, o mesmo método é mais robusto e permite a preservação, no modelo reduzido, de parâmetros de outros dispositivos e até mesmo equações não-lineares.

Considera-se as equações (5.9a), (5.9b) e (5.9c), desenvolvidas no Capítulo 5 e que valem para as Abordagens 2, 3 e 4 do método proposto de ROPM. Por conveniência, as mesmas equações são repetidas a seguir.

$$[E_{PAC,1}]\dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}(t) = [A_{PAC,1}]\mathbf{x}_{PAC,1}(t) + \begin{bmatrix} A_{PAC,2} & B_{PAC,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (6.19a)$$

$$[E_{PAC,2}]\dot{\mathbf{x}}_{PAC,2}(t) = [A_{PAC,3}]\mathbf{x}_{PAC,1}(t) + \begin{bmatrix} A_{PAC,4} & B_{PAC,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (6.19b)$$

$$\mathbf{y}_{PAC}(t) = [C_{PAC,1}]\mathbf{x}_{PAC,1}(t) + \begin{bmatrix} C_{PAC,2} & D_{PAC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (6.19c)$$

A inclusão de não-linearidades ocorre na equação (6.19a), que passa a ser escrita da seguinte forma:

$$[E_{PAC,2}]\dot{\mathbf{x}}_{PAC,2}(t) = [f(\mathbf{x}_{PAC,1}(t), \mathbf{x}_{PAC,2}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p})] \quad (6.20)$$

Em seguida, é realizado um desenvolvimento análogo ao realizado no Capítulo 5, em que as equações (5.9a) e (5.9c) sofre o processo de ROM, e, em seguida, as informações da equação (6.20) são reacopladas ao modelo reduzido. O sistema resultante, com as não-linearidades é dado por:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,1}^{est}(t) = [A_R]\hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [B_{R,\mathbf{x}_{PAC,2}}]\mathbf{x}_{PAC,2} + [B_{R,\mathbf{u}}]\mathbf{u} \\ [E_{PAC,2}]\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,2} = [f(\hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}, \mathbf{x}_{PAC,2}, \mathbf{u}, \mathbf{p})] \\ \hat{\mathbf{y}}_{PAC}(t) = [C_R]\hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [D_{R,\mathbf{x}_{PAC,2}}]\mathbf{x}_{PAC,2} + [D_{R,\mathbf{u}}]\mathbf{u} \end{cases} \quad (6.21)$$

Nota-se que $\hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}$, $\mathbf{x}_{PAC,2}$ e \mathbf{u} , na equação (6.21) são variáveis de pequenos sinais, provenientes da linearização realizada pelo software PacDyn. Para que o acoplamento das equações não-lineares da eq. (6.19a) seja bem-sucedido, as próprias equações não-lineares devem ser subtraídas do offset proveniente do ponto de operação do sistema, antes da linearização realizada pelo PacDyn.

Para os testes realizados nesta seção, considera-se o Sistema Teste #2 de forma similar ao utilizado na Seção 6.5. Adota-se como entradas do sistema MIMO as referências de tensão, V_{REF} , das unidades de Itaipu 60 Hz, Ilha Solteira, Xingó e Paulo Afonso IV. Como saídas, foram utilizadas as potências ativas terminais, P_T , destas mesmas quatro unidades. Um total de 18 parâmetros foram selecionados, conforme foi apresentado na Tabela 6.7.

Ainda, além das equações que contêm os 18 parâmetros, um total de 12 equações não-lineares do FOM foram selecionadas para serem preservadas no MOR. Estas equações se encontram nos quatro PSSs, das unidades de Itaipu 60 Hz, Ilha Solteira, Xingó e Paulo Afonso IV, e também se encontram nos respectivos quatro AVRs das mesmas unidades. Além das quatro saídas consideradas, P_T , para os quatro geradores, optou-se por observar também a saída do PSS de Itaipu 60 Hz, e a saída do AVR de Ilha Solteira (a saída de um bloco multiplicador). Logo, o sistema MIMO utilizado nesta seção é um sistema com matriz de transferência 6×4 , ou seja, possui 4 entradas e 6 saídas.

As 12 equações não-lineares selecionadas são de três diferentes tipos de não-linearidades: bloco multiplicador, bloco divisor e bloco limitador. As Figuras 6.93, 6.94 e 6.95 apresentam esses blocos e como se processam suas saídas. O bloco limitador, neste trabalho, foi configurado para limitar as saídas do PSS em magnitude até 0.5 pu, ou seja, $a = -0.5$ pu e $b = 0.5$ pu.

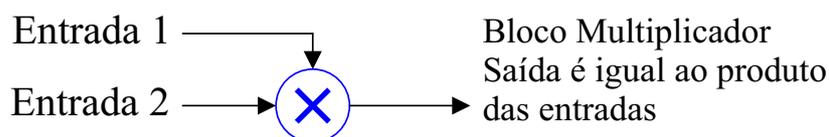


Figura 6.93: Bloco multiplicador.

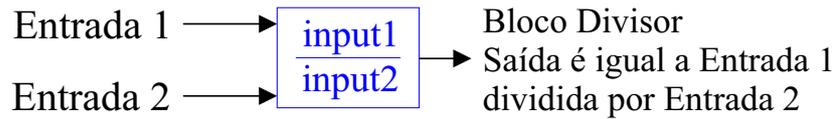


Figura 6.94: Bloco divisor.

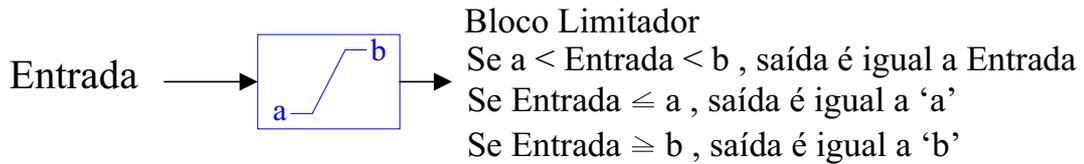


Figura 6.95: Bloco limitador.

A Figura 6.96 apresenta um diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz), com os parâmetros selecionados em destaque de vermelho, assim como seu respectivo valor em p_0 . Um bloco de limitador se encontra na saída do PSS, e está destacado em cor azul.

PSS Itaipu 60 Hz

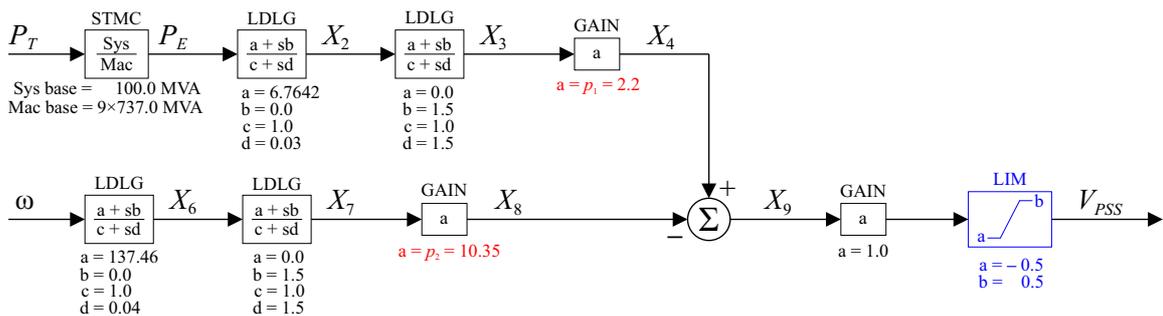


Figura 6.96: Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros e não-linearidades.

A Figura 6.97 apresenta um diagrama de blocos do AVR de Itaipu (60 Hz), com um bloco multiplicador destacado em azul na saída do AVR.

AVR Itaipu 60 Hz

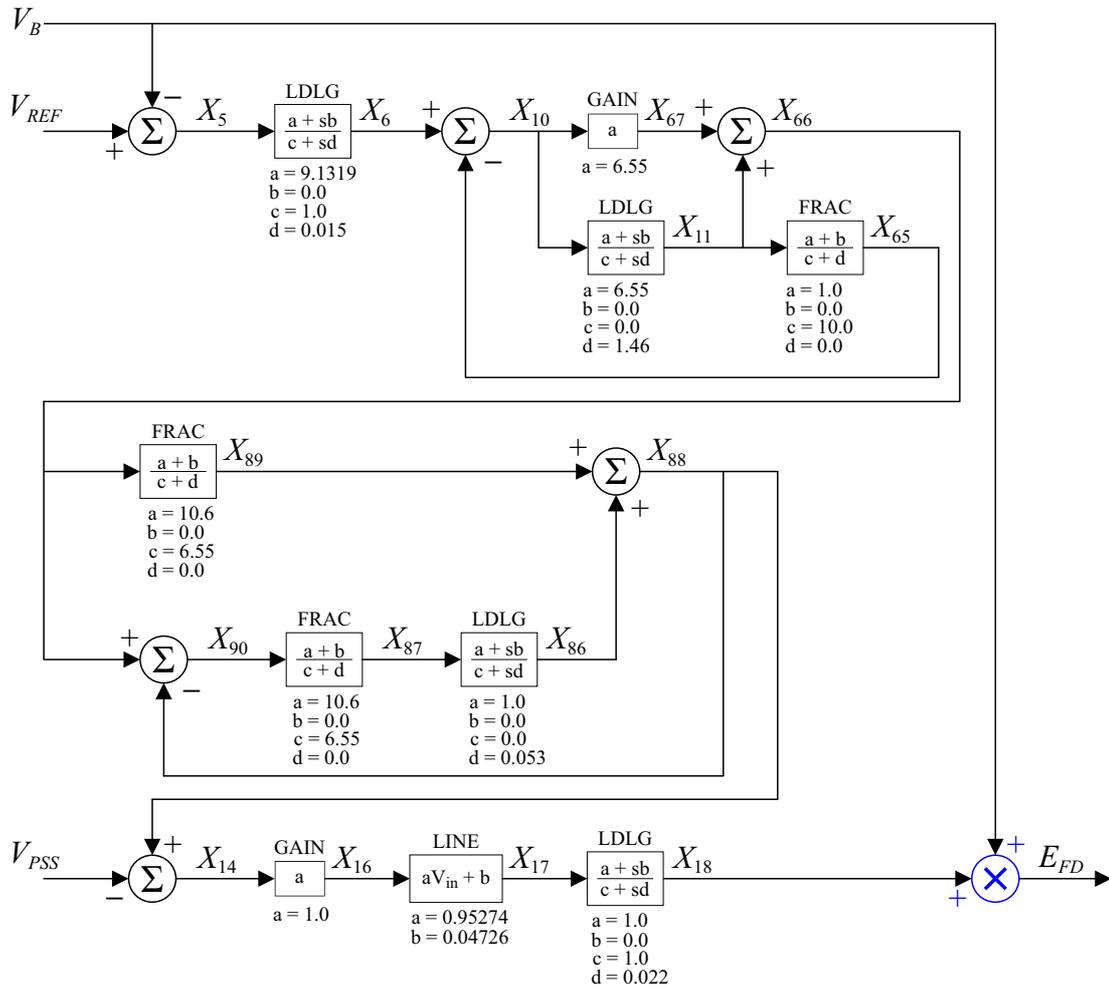


Figura 6.97: Diagrama de blocos do AVR de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros e não-linearidades.

Analogamente, o diagrama do PSS de Ilha Solteira, com os devidos parâmetros em vermelho, é apresentado na Figura 6.98. Um bloco de limitador se encontra na saída do PSS, e está destacado em cor azul.

PSS Ilha Solteira

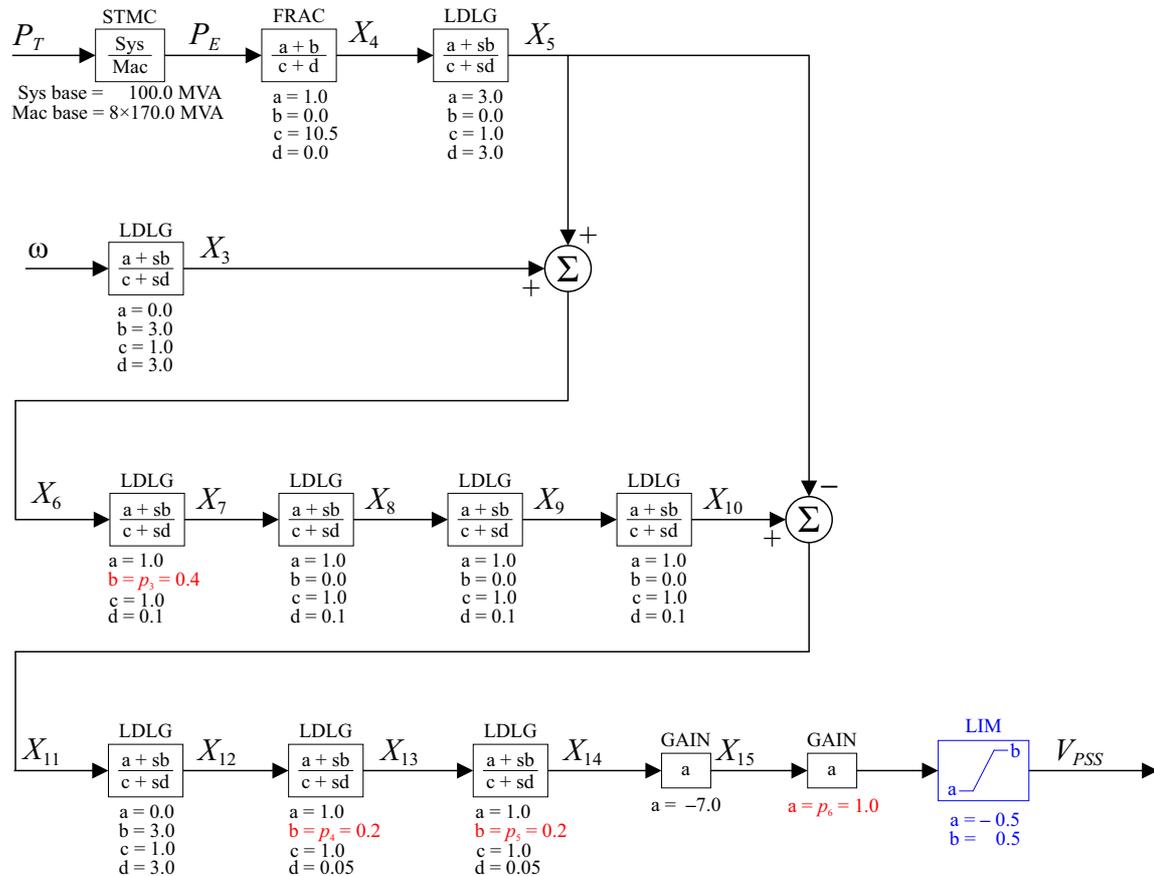


Figura 6.98: Diagrama de blocos do PSS de Ilha Solteira com os parâmetros e não-linearidades.

O diagrama do AVR de Ilha Solteira é apresentado na Figura 6.99, com um bloco multiplicador destacado em azul na saída do AVR.

AVR Ilha Solteira

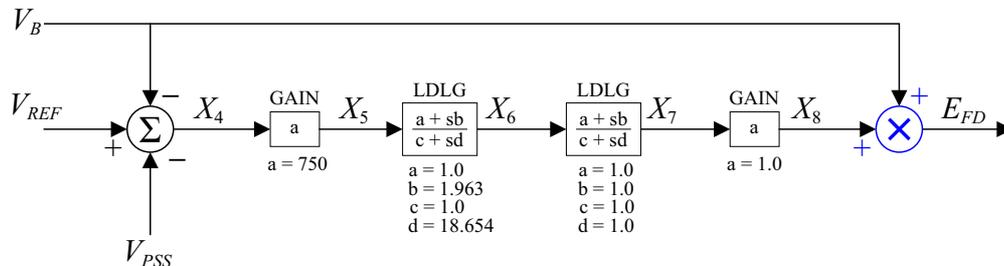


Figura 6.99: Diagrama de blocos do AVR de Ilha Solteira com os parâmetros e não-linearidades.

O diagrama do PSS de Xingó, com os devidos parâmetros, é apresentado na Figura 6.100. Este PSS contém, destacados em cor azul, um bloco multiplicador e um bloco limitador, este último localizado na saída do PSS.

PSS Xingó

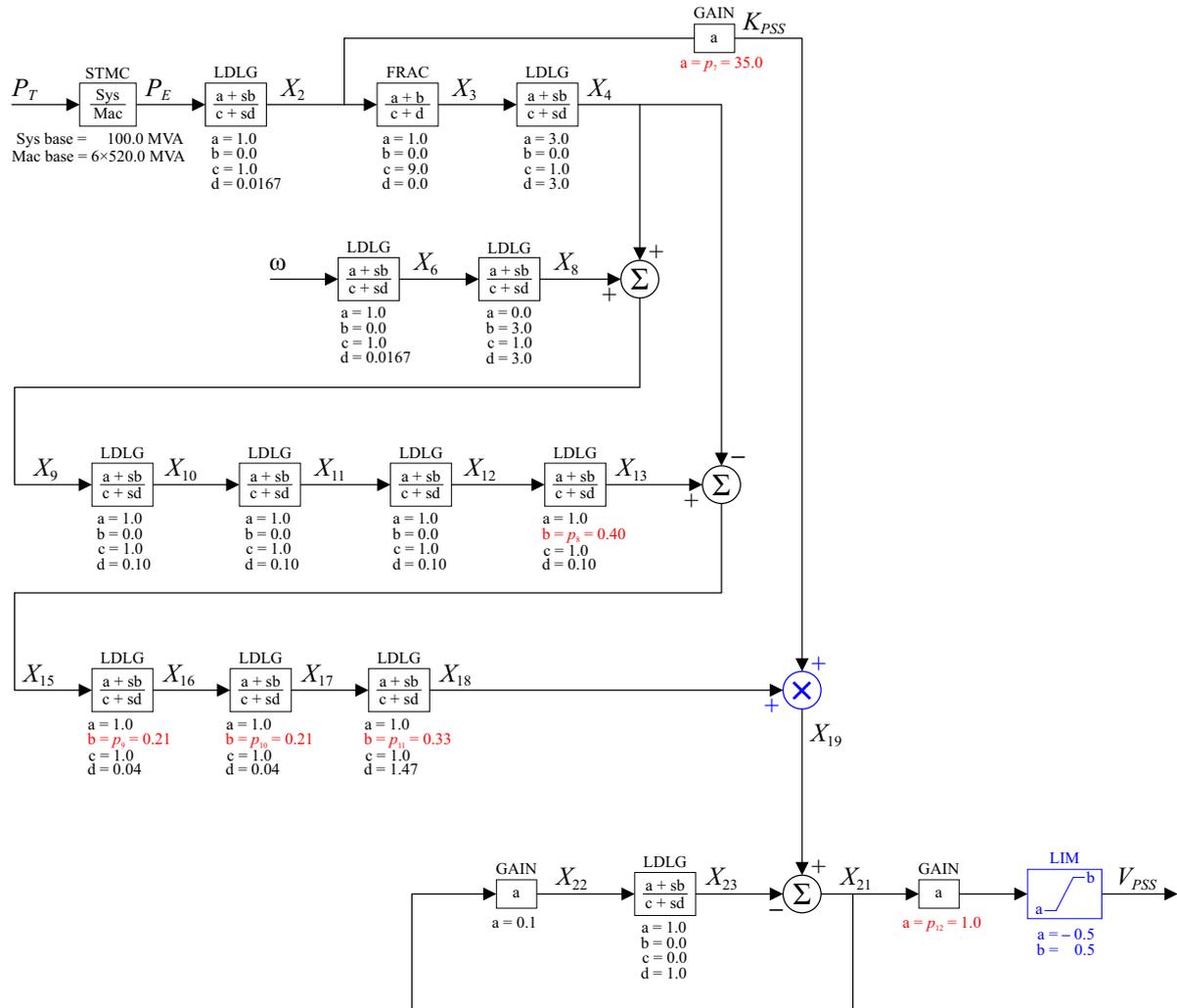


Figura 6.100: Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros e não-linearidades.

O diagrama do AVR de Xingó é apresentado na Figura 6.101. Este AVR possui um bloco divisor e um bloco multiplicador destacados em azul.

AVR Xingó

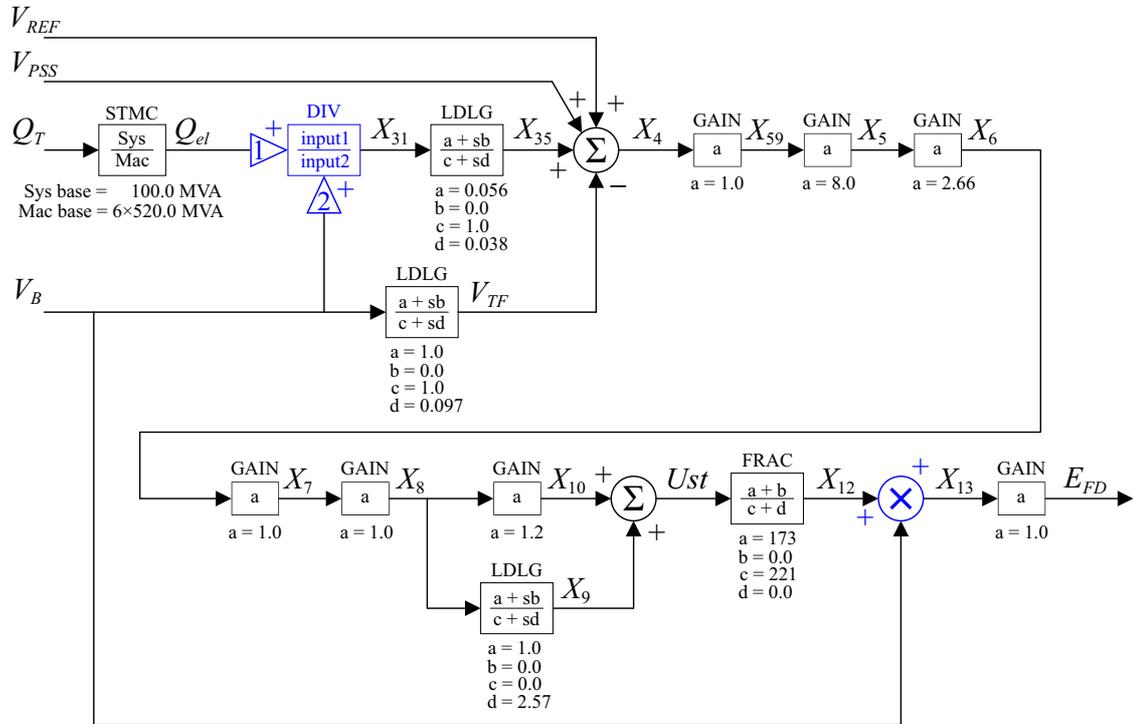


Figura 6.101: Diagrama de blocos do AVR de Xingó com os parâmetros e não-linearidades.

Finalmente, o diagrama do PSS de Paulo Afonso IV, com os devidos parâmetros, é apresentado na Figura 6.102. Este PSS contém, destacados em cor azul, um bloco multiplicador e um bloco limitador, este último localizado na saída do PSS.

PSS Paulo Afonso IV

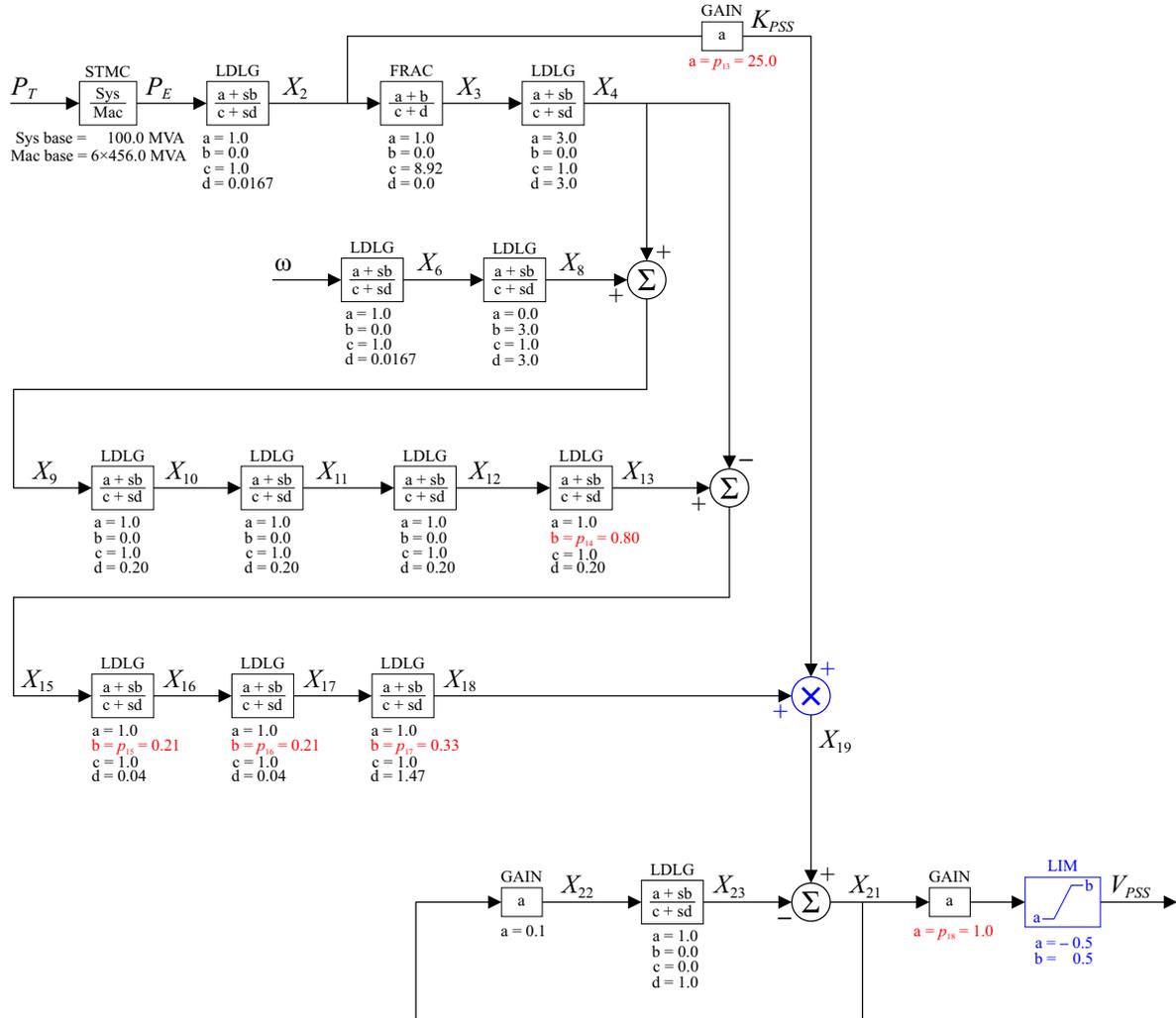


Figura 6.102: Diagrama de blocos do PSS de Paulo Afonso IV com os parâmetros e não-linearidades.

O diagrama do AVR de Paulo Afonso IV é apresentado na Figura 6.103. Este AVR possui um bloco divisor e um bloco multiplicador destacados em azul.

AVR Paulo Afonso IV

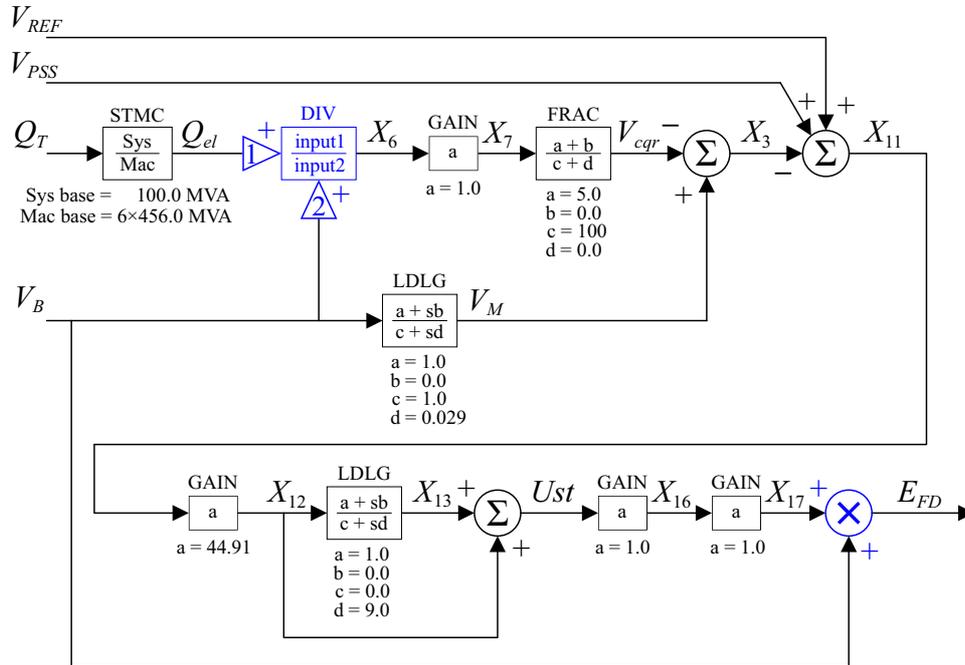


Figura 6.103: Diagrama de blocos do AVR de Paulo Afonso IV com os parâmetros e não-linearidades.

Com o intuito de se avaliar o desempenho do MOR contendo não-linearidades frente ao FOM, simulações no domínio do tempo foram conduzidas, utilizando-se o método de integração numérica da regra trapezoidal [57, 90], (Ver Apêndice C). O passo de tempo utilizado foi de 5 ms, com duração total de 10 s. Um distúrbio na forma de degrau de magnitude 0.05 pu na referência de tensão, V_{REF} , de Itaipu 60 Hz foi aplicado como entrada.

Os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{12} e p_{18} (ver Tabela 6.7) controlam diretamente a magnitude do sinal de saída dos quatro PSSs em questão e, em razão disso, foram selecionados para os testes. Estes cinco parâmetros foram simultaneamente configurados em três diferentes níveis ou valores: 25%, 100% e 400% de seus respectivos valores originalmente especificados em \mathbf{p}_0 (ver Tabela 6.7). Observa-se que os níveis de saída dos PSSs são aumentados além da prática comum, já que o objetivo aqui é melhor ilustrar a precisão alcançada pela variação paramétrica do MOR gerado pelo método de ROPM proposto.

Os MORs foram gerados conforme as abordagens 2, 3 e 4 do método de ROPM proposto no capítulo 5. A Tabela 6.9 apresenta os dados de cada MOR gerado pelas abordagens. Observa-se que este sistema MIMO 4×4 com não-linearidades já demanda maior esforço que o mesmo sistema MIMO completamente linearizado, basta comparar com a Tabela 6.8. A abordagem 4 exigiu um valor de $k = 360$ para gerar um MOR tão bom quanto o que foi gerado pela abordagem 2, com $k = 200$. Já a abordagem 3 demandou $k = 260$.

Tabela 6.9: Dados do MOR gerado por cada abordagem

Abordagem	Segunda	Terceira	Quarta
Valor de k	200	260	360
Variáveis de estado	248	287	371
Variáveis algébricas	144	63	68

Considerando o nível de 25% dos valores dos referidos 5 parâmetros, as Figuras 6.104, 6.106, 6.108, 6.110, 6.112 e 6.114 apresentam as 6 saídas do sistema teste considerado, tanto para o FOM como para os MORs obtidos pelas abordagens 2, 3 e 4. As Figuras 6.105, 6.107, 6.109, 6.111, 6.113 e 6.115, apresentam todos os respectivos desvios absolutos das respostas no domínio do tempo, comparando-se cada abordagem (2, 3 e 4) com o FOM. Em todas as três abordagens, as curvas do MOR visualmente coincidem com as do FOM, dentro de níveis de erros aceitáveis (de pelo menos -80 dB). A abordagem 4 apresentou erros ligeiramente menores que as abordagens 2 e 3, contudo a um custo significativo de seu MOR possuir ordem 50% maior que o MOR da abordagem 2 (ver Tabela 6.9). Observa-se que a configuração de 25% do valor dos 5 parâmetros resultou em respostas muito pouco amortecidas, em que o sistema lentamente se estabiliza. Isso se justifica, pois ao se reduzir os ganhos de saída dos 4 PSSs, o efeito estabilizante ou amortecedor destes fica diluído ou enfraquecido.

Em seguida, configurando-se todos os 5 parâmetros a 100% de seus respectivos valores conforme originalmente especificado em \mathbf{p}_0 , as Figuras 6.116, 6.118, 6.120, 6.122, 6.124 e 6.126 apresentam as 6 saídas do sistema teste considerado, tanto para o FOM como para os MORs obtidos pelas abordagens 2, 3 e 4. As Figuras 6.117, 6.119, 6.121, 6.123, 6.125 e 6.127, apresentam todos os respectivos desvios absolutos das respostas no domínio do tempo, comparando-se cada abordagem (2, 3 e 4) com o FOM, em que os níveis de erros são aceitáveis (de pelo menos -80 dB). A abordagem 4 apresentou erros ligeiramente menores que as abordagens 2 e 3, contudo a um custo significativo de seu MOR possuir ordem 50% maior que o MOR da abordagem 2 (ver Tabela 6.9). Agora, as oscilações no domínio do tempo são melhores amortecidas do

que para 25% e, na Figura 6.124, pode-se observar a ação do bloco limitador, quando a resposta do sistema atinge os limites superior e inferior estabelecidos para o bloco (± 0.5 pu), durante os primeiro e segundo ciclos de oscilação.

Finalmente, os mesmos 5 parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} são configurados a 400% de seus valores especificados em \mathbf{p}_0 . As Figuras 6.128, 6.130, 6.132, 6.134, 6.136 e 6.138 apresentam as 6 saídas do sistema teste considerado, tanto para o FOM como para os MORs obtidos pelas abordagens 2, 3 e 4. As Figuras 6.129, 6.131, 6.133, 6.135, 6.137 e 6.139, apresentam todos os respectivos desvios absolutos das respostas no domínio do tempo, comparando-se cada abordagem (2, 3 e 4) com o FOM, e os níveis de erros são mais do que satisfatórios (de pelo menos -80 dB). A abordagem 4 apresentou erros ligeiramente menores que as abordagens 2 e 3, contudo a um custo significativo de seu MOR possuir ordem 50% maior que o MOR da abordagem 2 (ver Tabela 6.9). Nota-se que esta configuração de 400% aumentou o tempo em que o PSS de Itaipu 60 Hz fica atingindo os limites do bloco limitador, como pode ser visto na Figura 6.136. Como consequência, as primeiras oscilações não são muito bem amortecidas, mas assim que a saída do PSS de Itaipu 60 Hz opera abaixo (em magnitude) dos limites do bloco limitador, é visto que as magnitudes de oscilação de todas as saídas rapidamente declinam, como é visto na potência ativa terminal de Itaipu na Figura 6.128.

Com o intuito de tornar mais evidente e visível o efeito da variação dos 5 referidos parâmetros, considera-se o FOM e apenas o MOR resultante da Abordagem 2. A Figura 6.140 apresenta as respostas no tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz, para ambos FOM e MOR, para os três níveis de ganho estudados (25%, 100% e 400%). A Figura 6.141 é análoga, mas apresenta a saída do PSS de Itaipu 60 Hz. Tornam-se mais visíveis os efeitos de maior amortecimento da resposta no tempo com o aumento do ganho, desde que o PSS não opere na fronteira das restrições do limitador.

Ressalta-se que o modelo FOM foi reduzido utilizando-se o método de ROPM proposto (em 3 abordagens de implementação diferentes), tratando de preservar a dependência funcional de 18 parâmetros e 12 equação não-lineares existente em 4 PSSs e 4 AVRs de 4 grandes unidades de geração do BIPS. Apesar disso, esses 8 dispositivos tiveram sua dependência funcional reconstituída e o MOR resultante para cada abordagem, incluindo determinadas não-linearidades, desempenharam satisfatoriamente bem em reproduzir o comportamento do FOM, dadas as variações impostas aos parâmetros testados, e dado o sistema teste investigado.

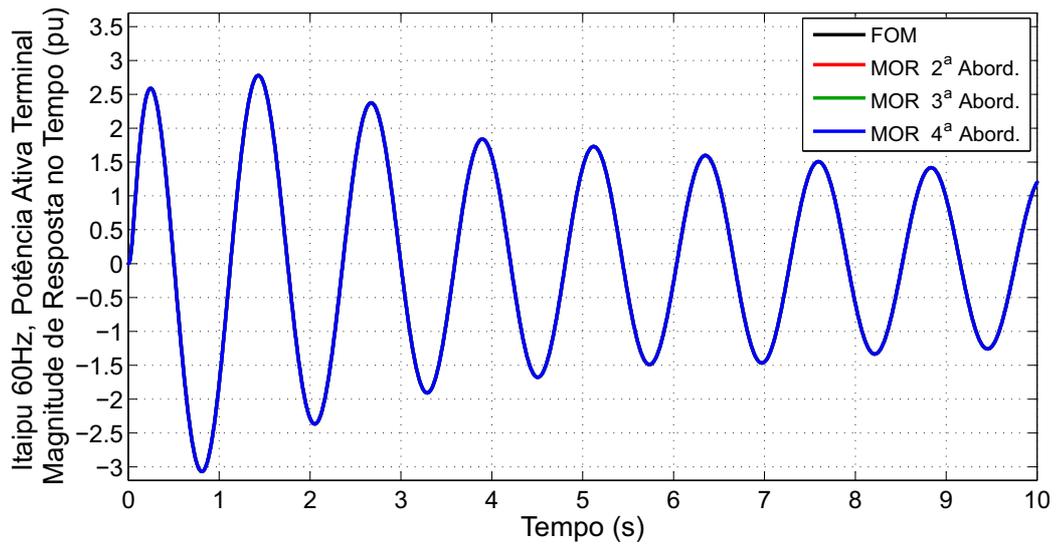


Figura 6.104: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

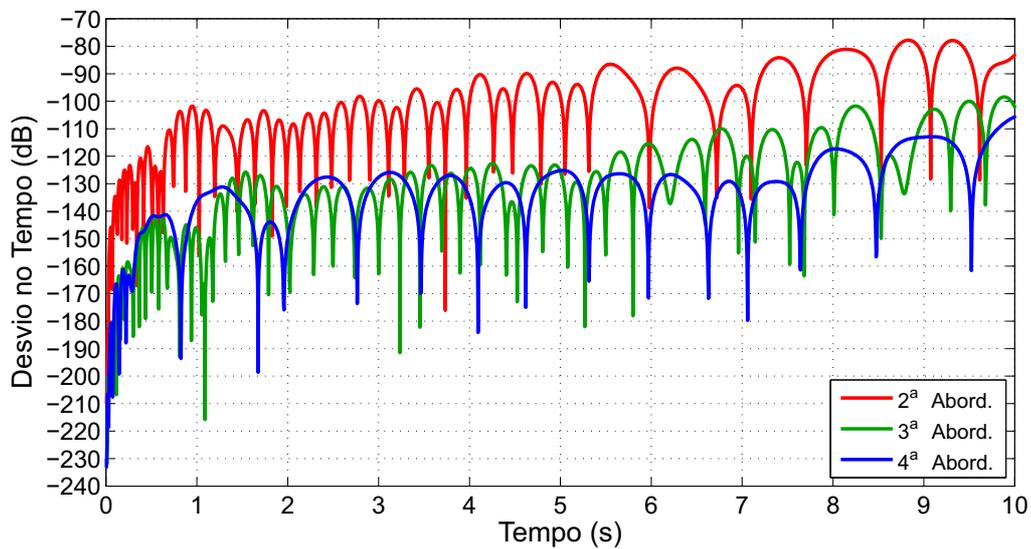


Figura 6.105: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.104.

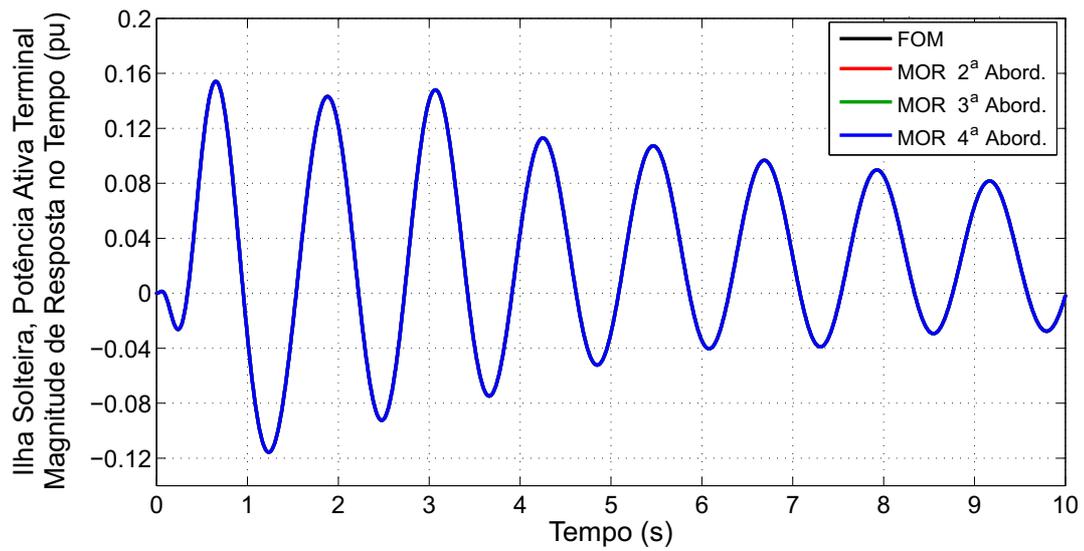


Figura 6.106: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

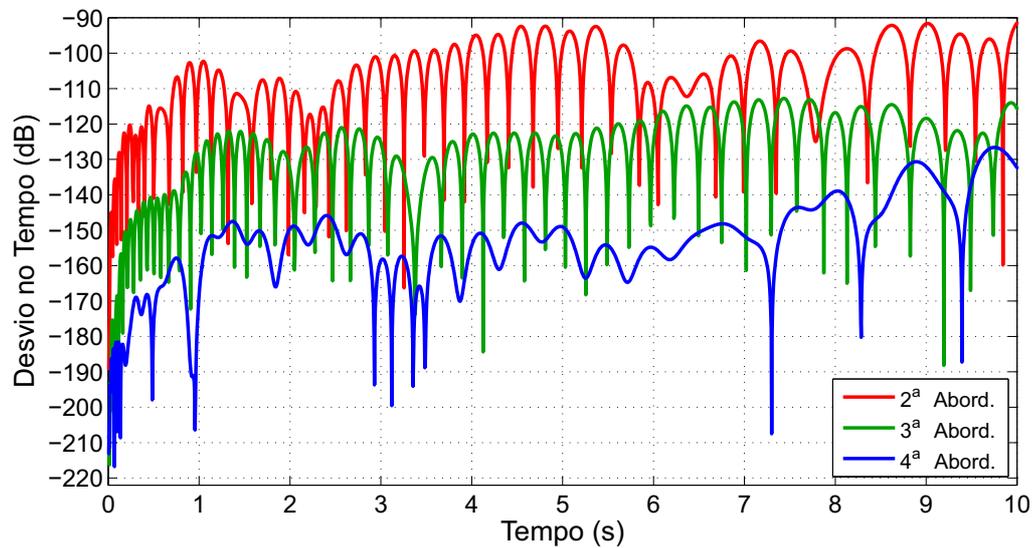


Figura 6.107: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.106.

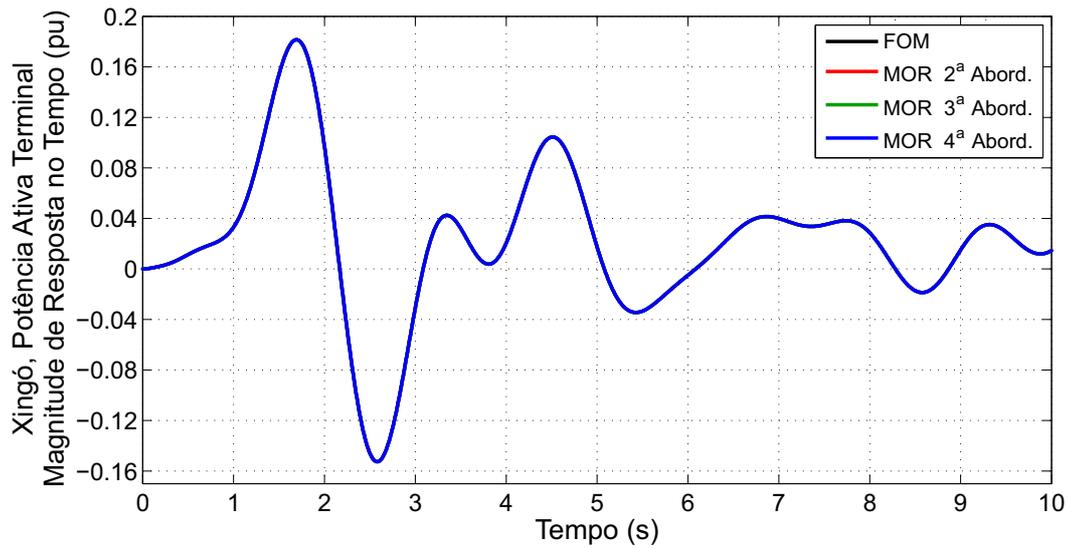


Figura 6.108: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

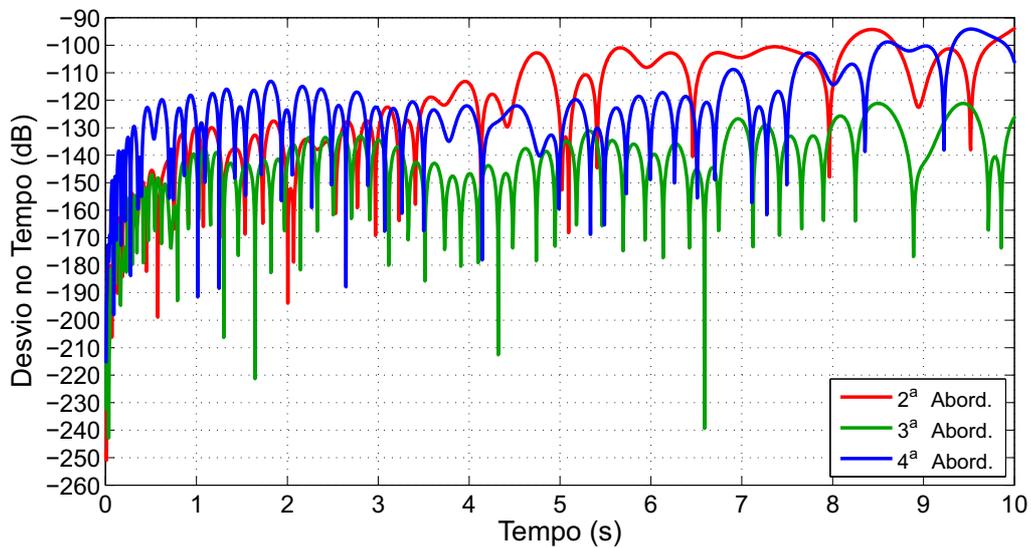


Figura 6.109: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.108.

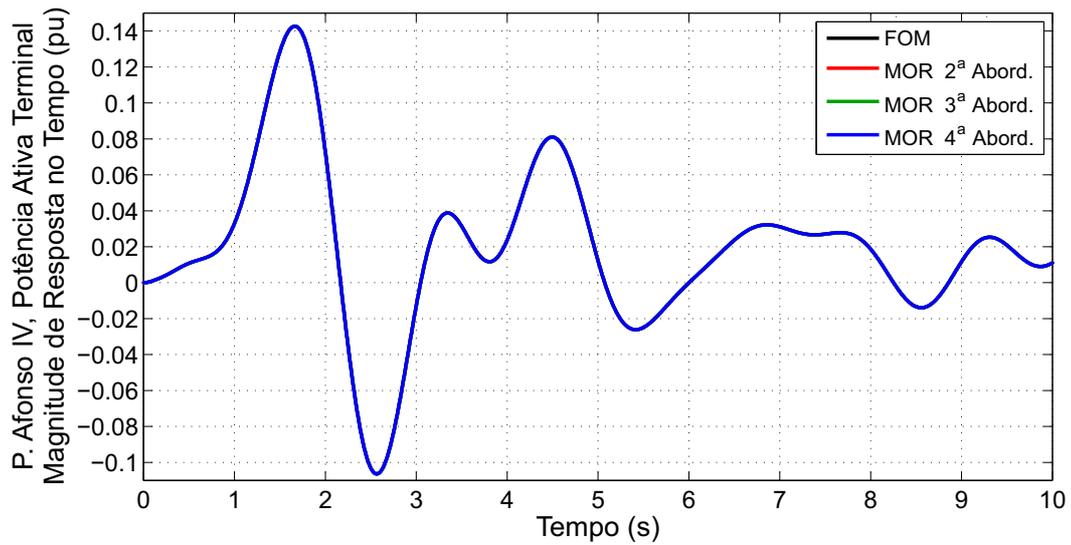


Figura 6.110: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

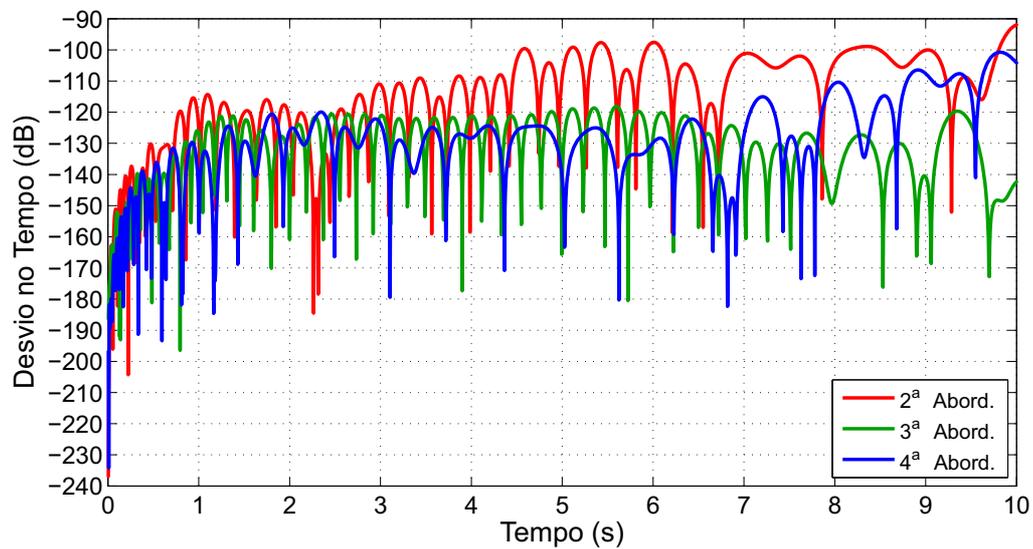


Figura 6.111: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.110.

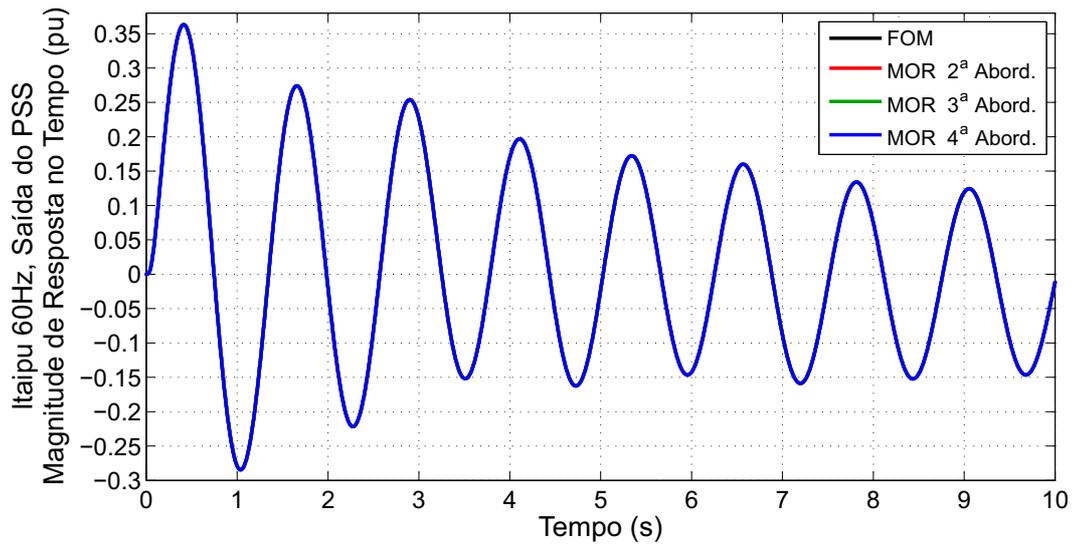


Figura 6.112: Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

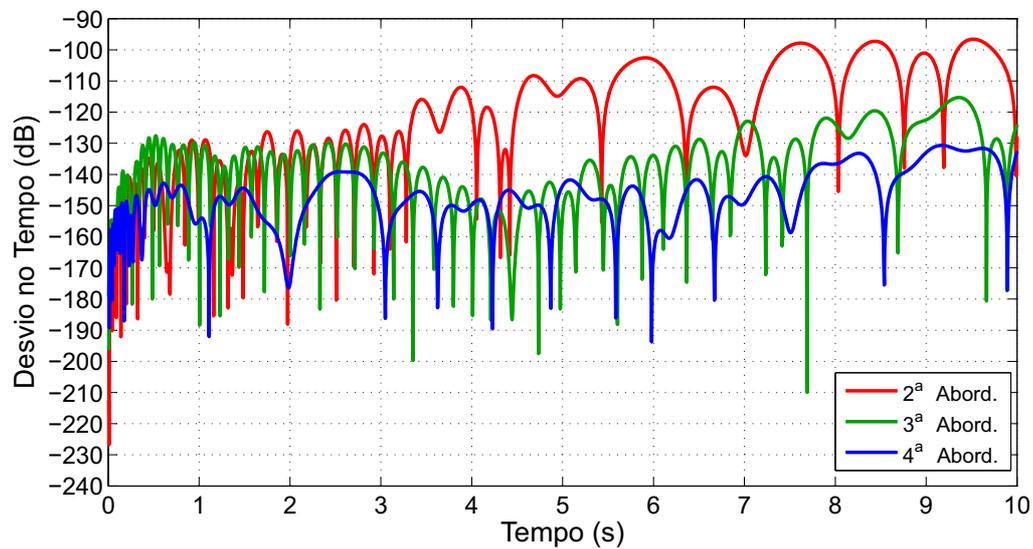


Figura 6.113: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.112.

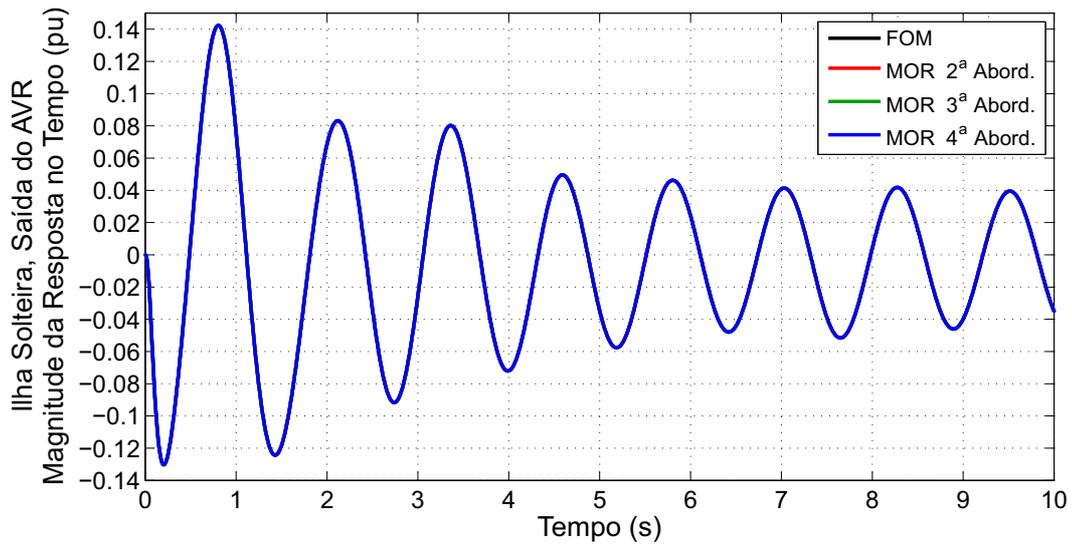


Figura 6.114: Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

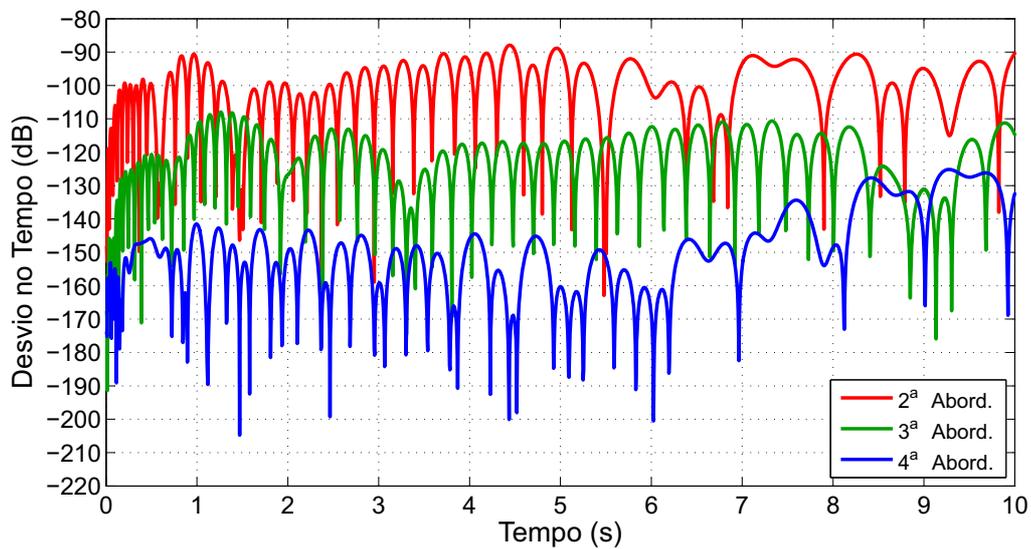


Figura 6.115: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.114.

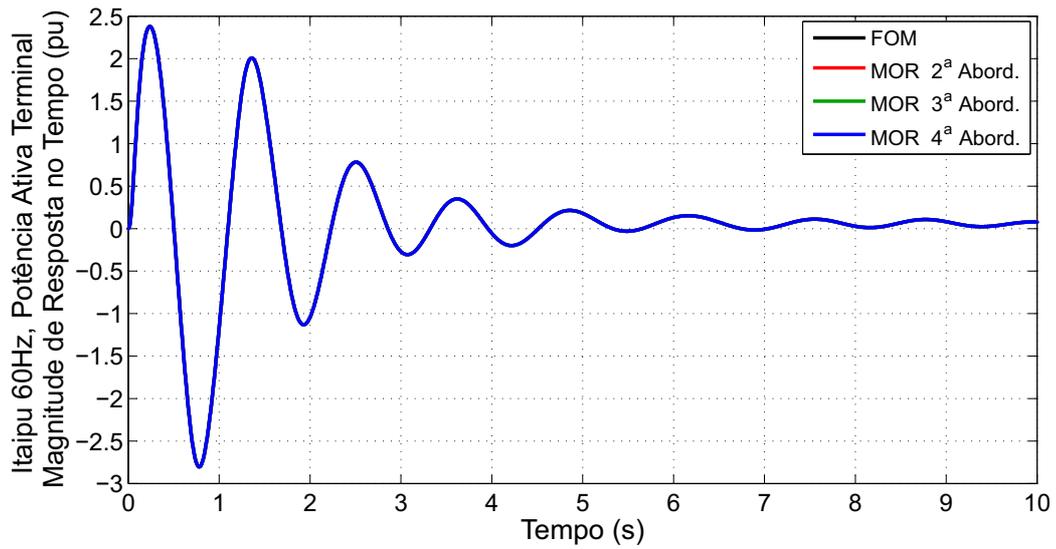


Figura 6.116: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

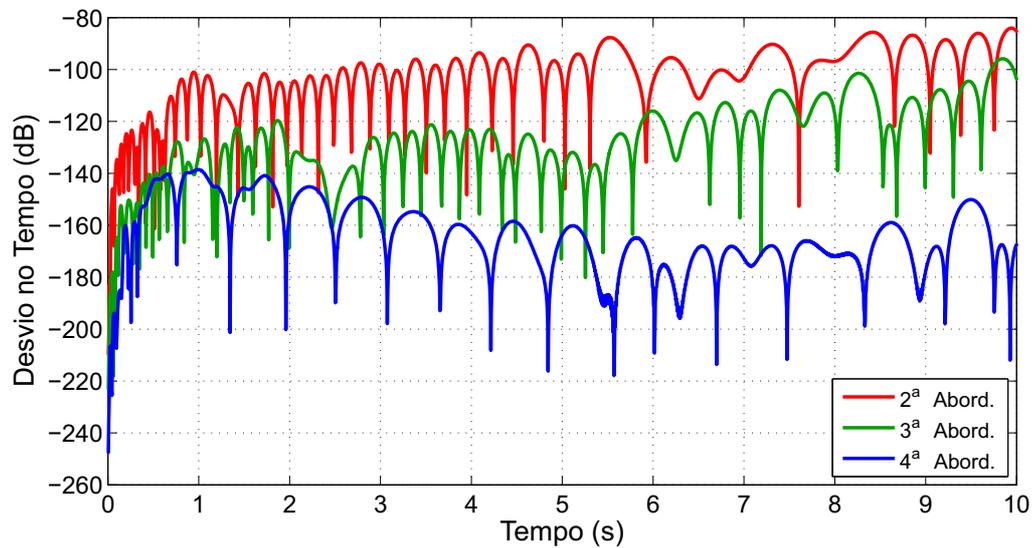


Figura 6.117: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.116.

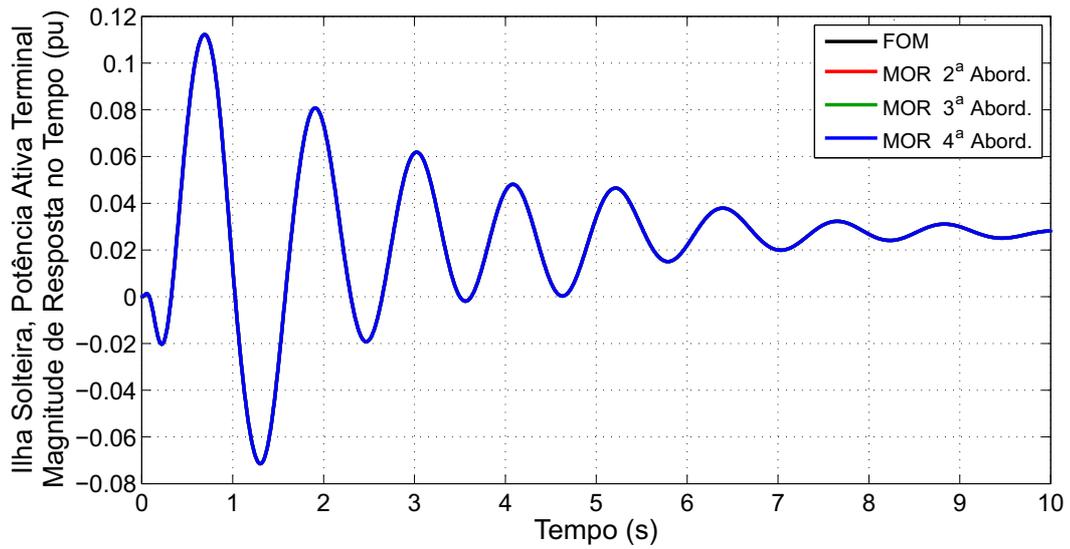


Figura 6.118: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

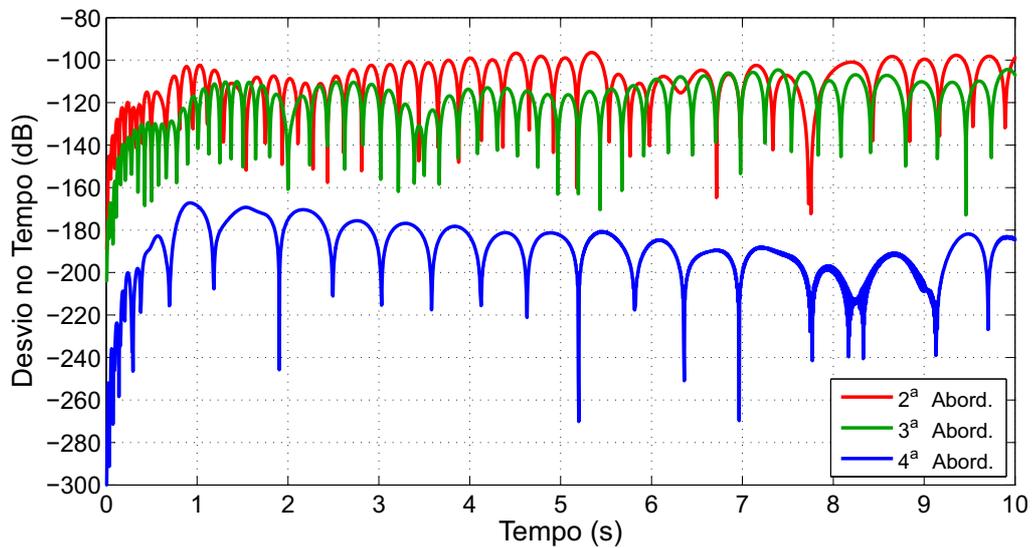


Figura 6.119: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.118.

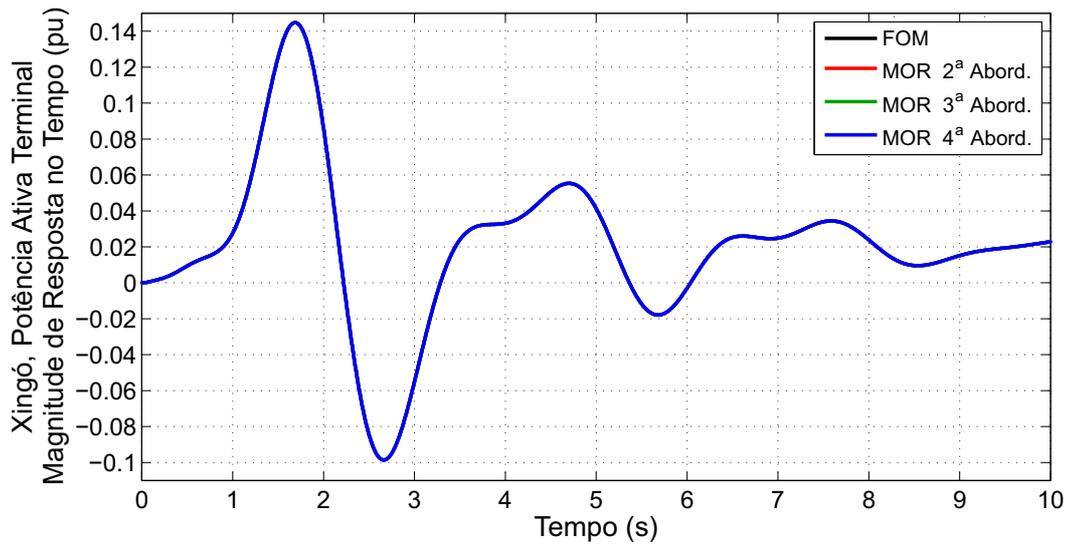


Figura 6.120: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

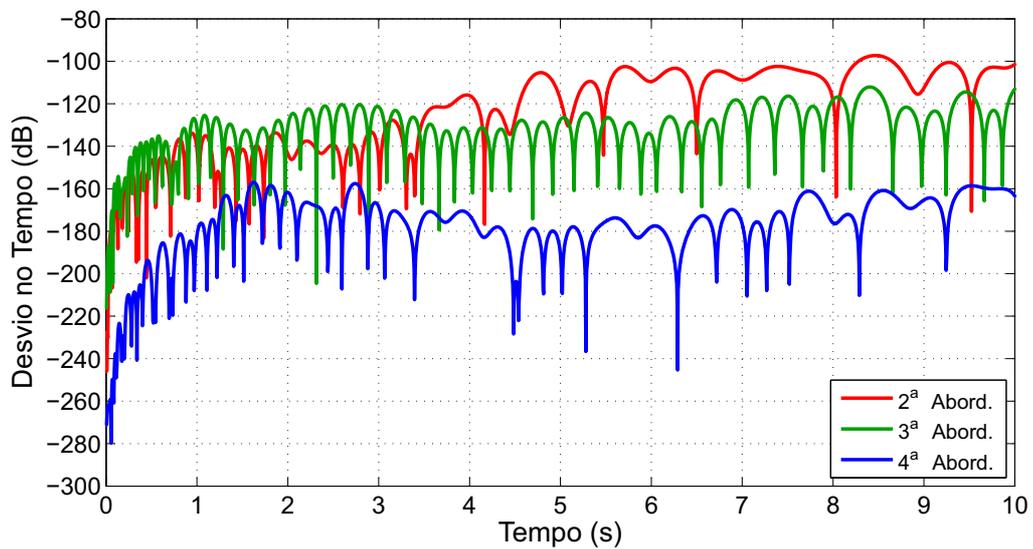


Figura 6.121: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.120.

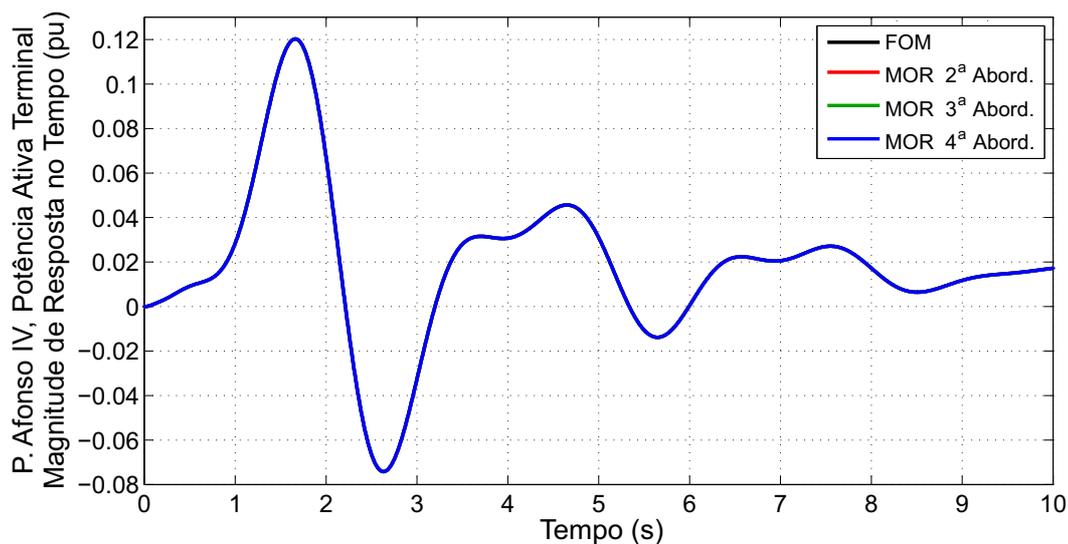


Figura 6.122: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

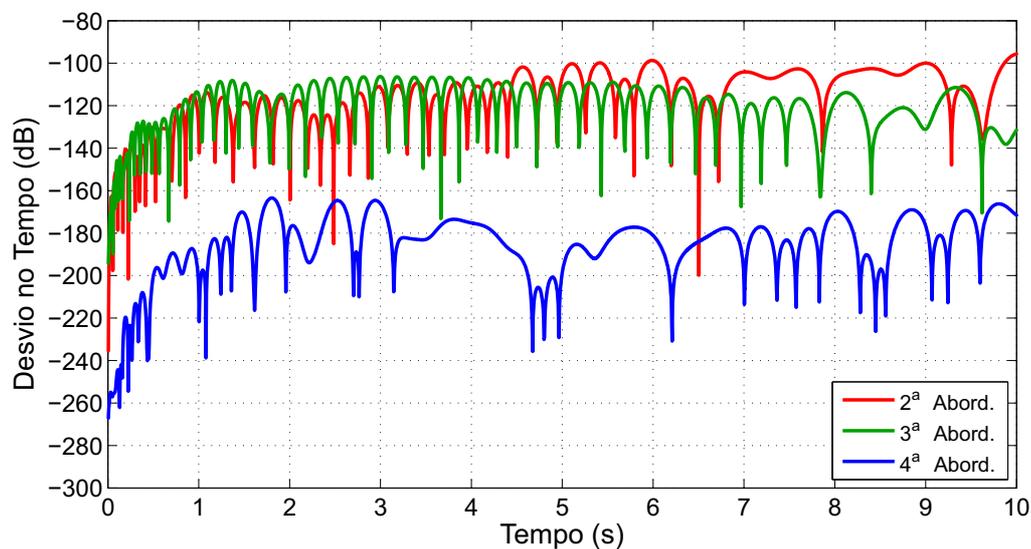


Figura 6.123: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.122.

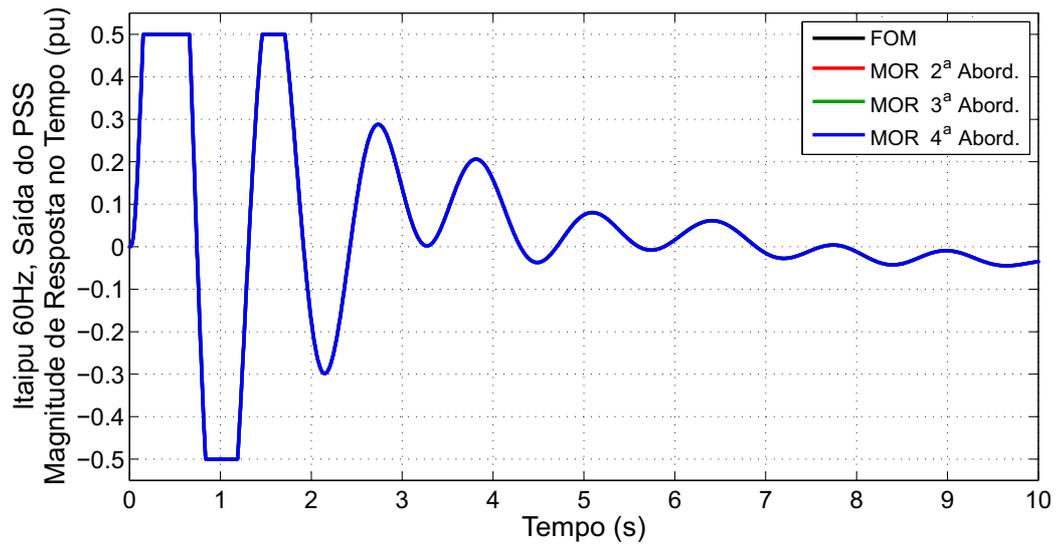


Figura 6.124: Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

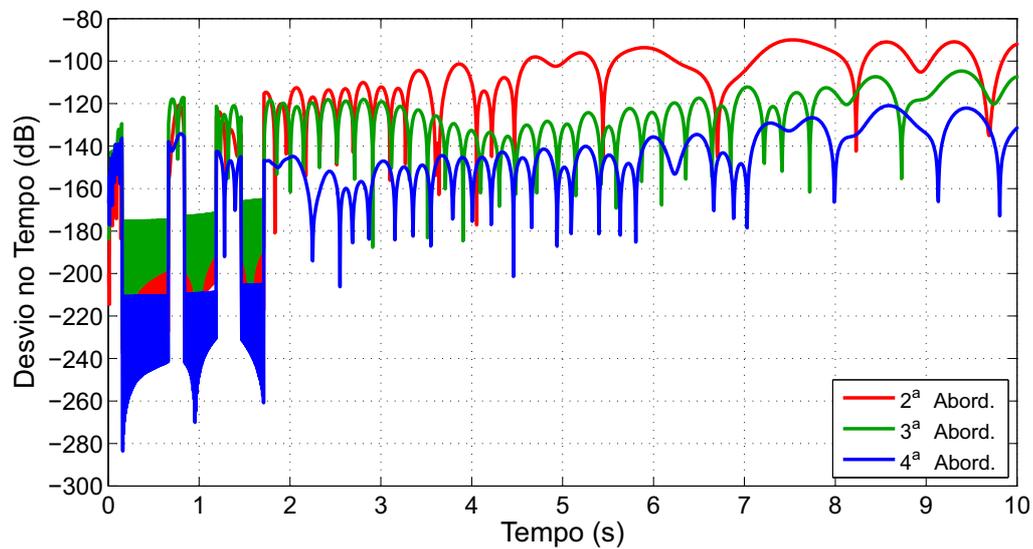


Figura 6.125: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.124.

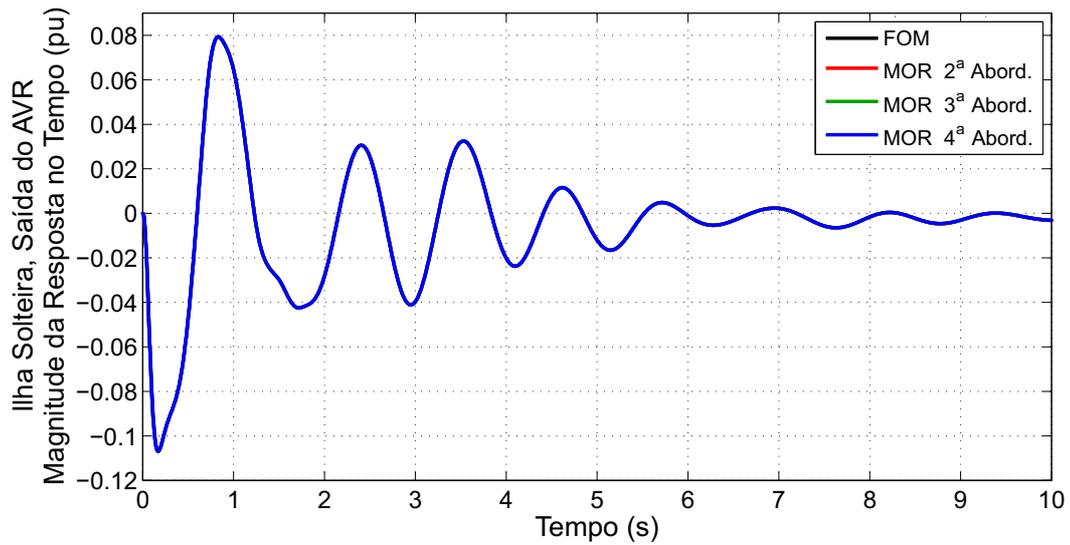


Figura 6.126: Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 100% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

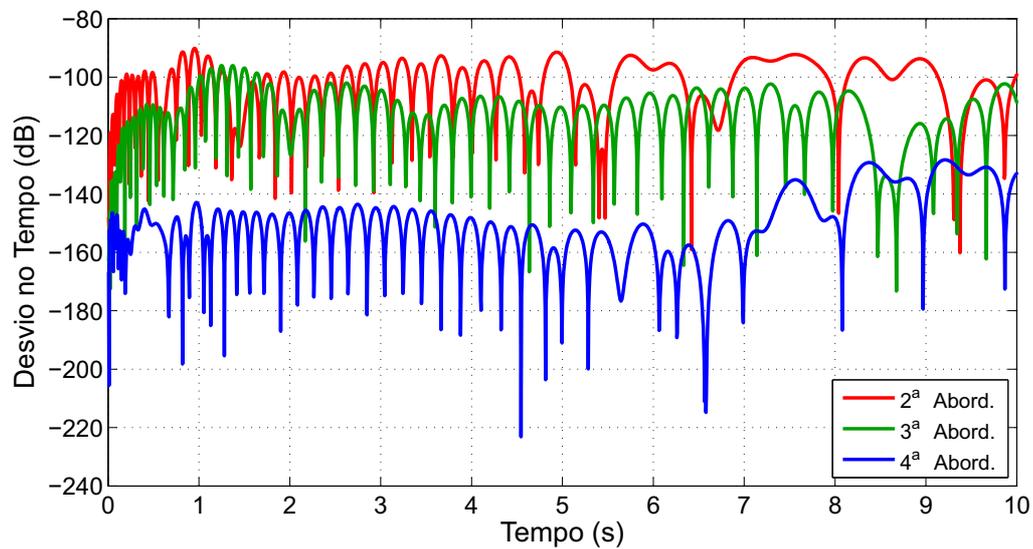


Figura 6.127: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.126.

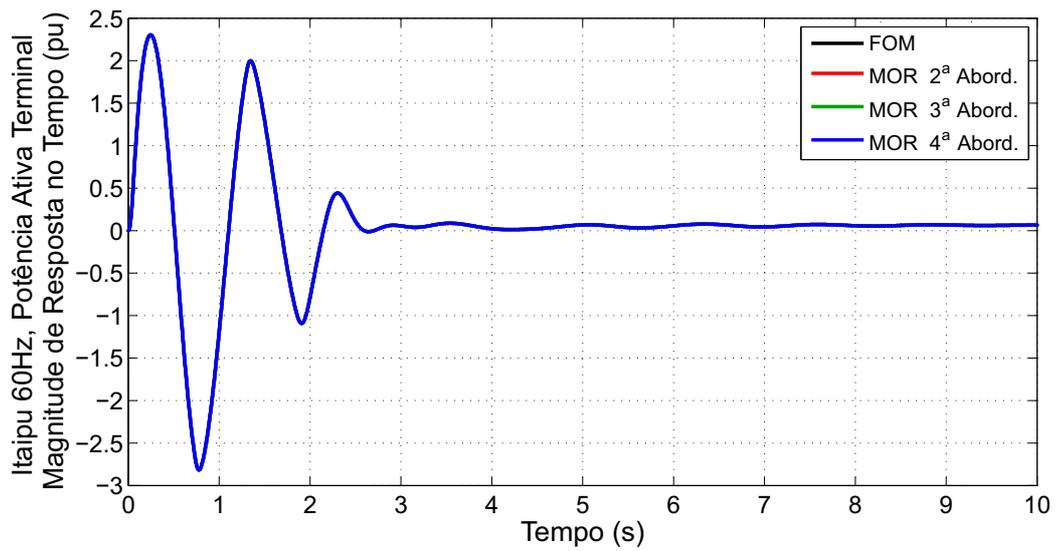


Figura 6.128: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

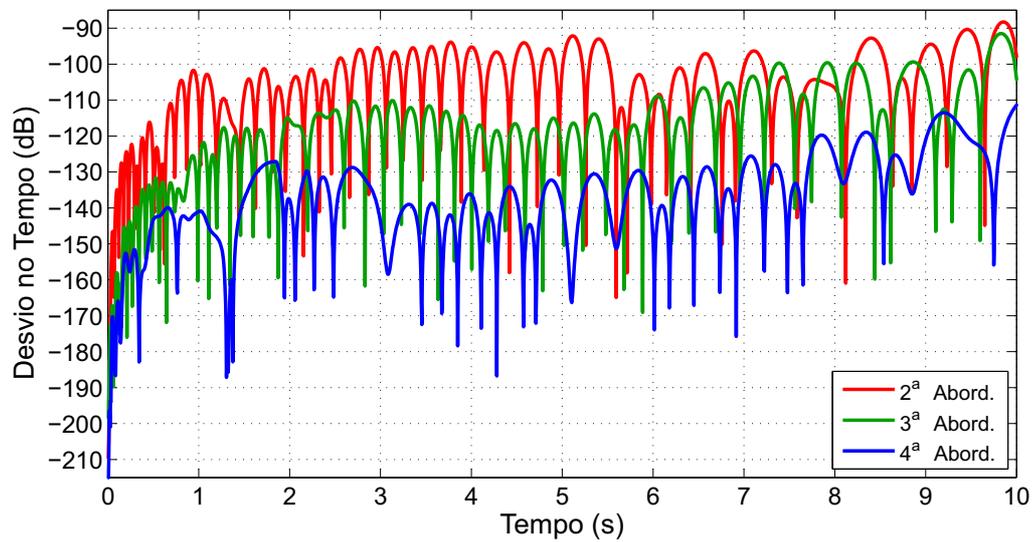


Figura 6.129: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.128.

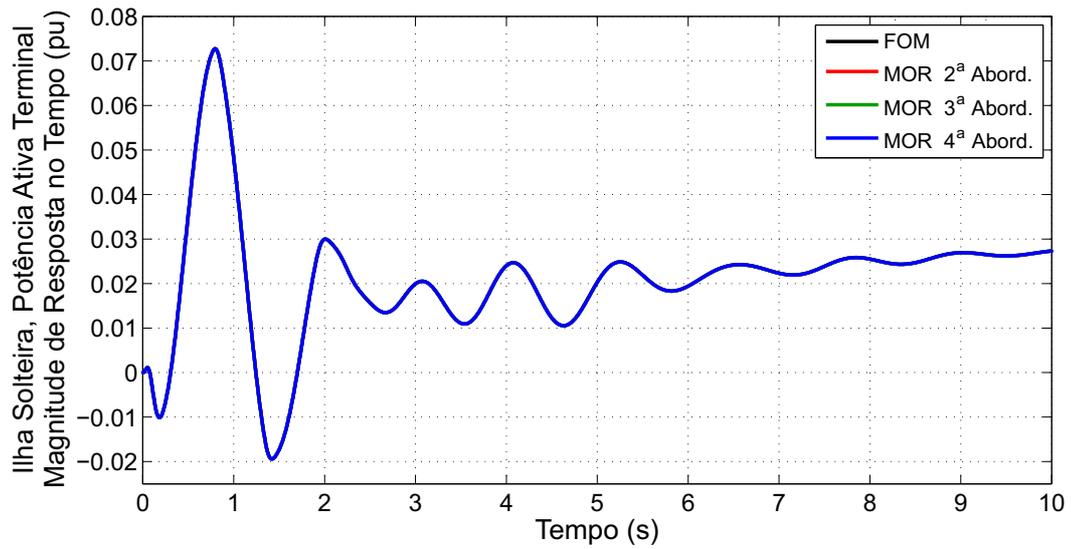


Figura 6.130: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

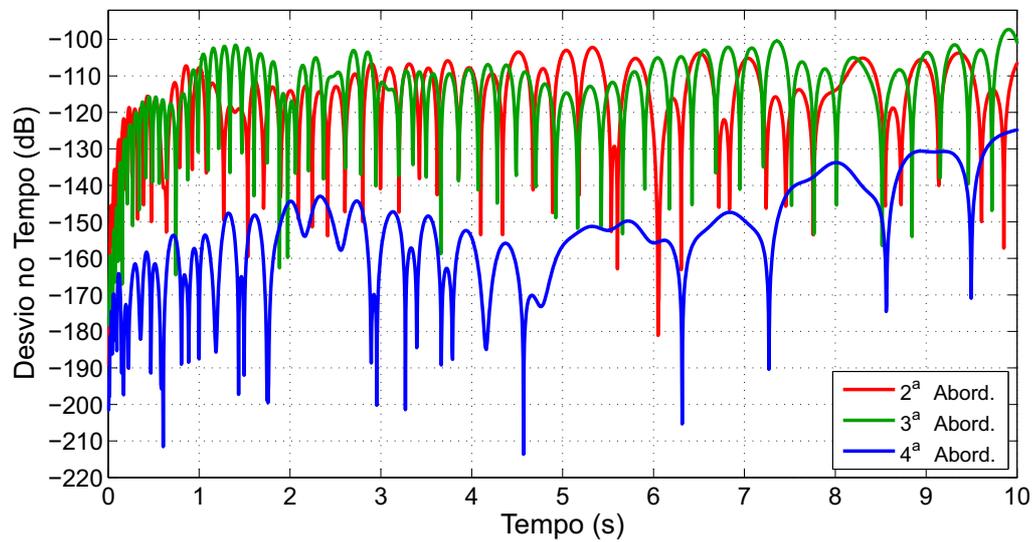


Figura 6.131: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.130.

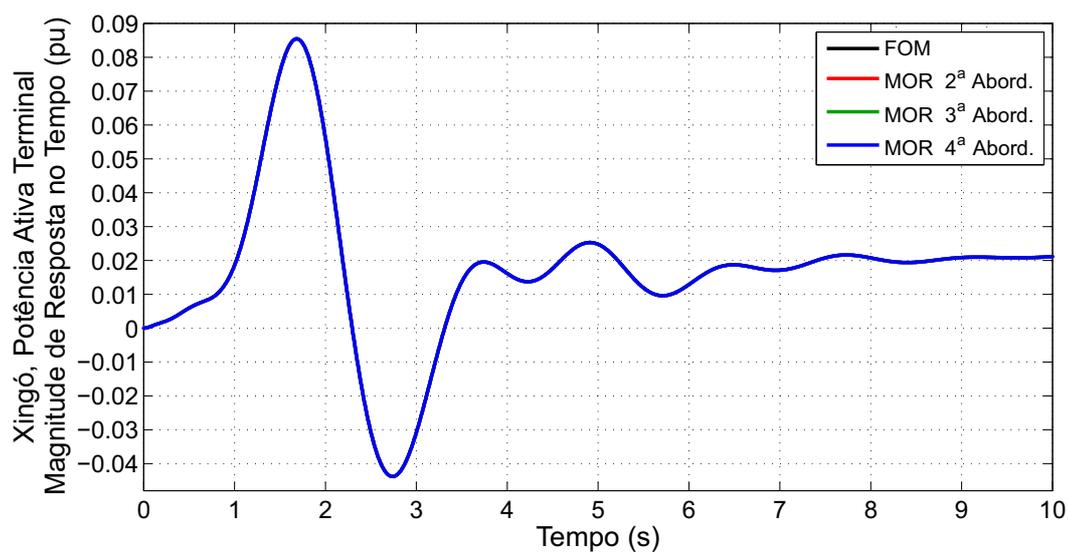


Figura 6.132: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

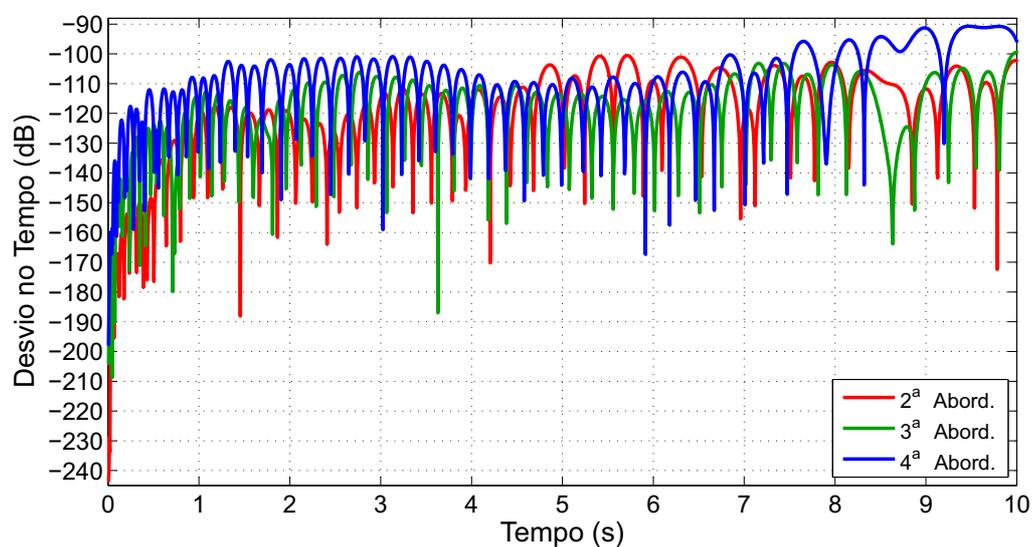


Figura 6.133: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.132.

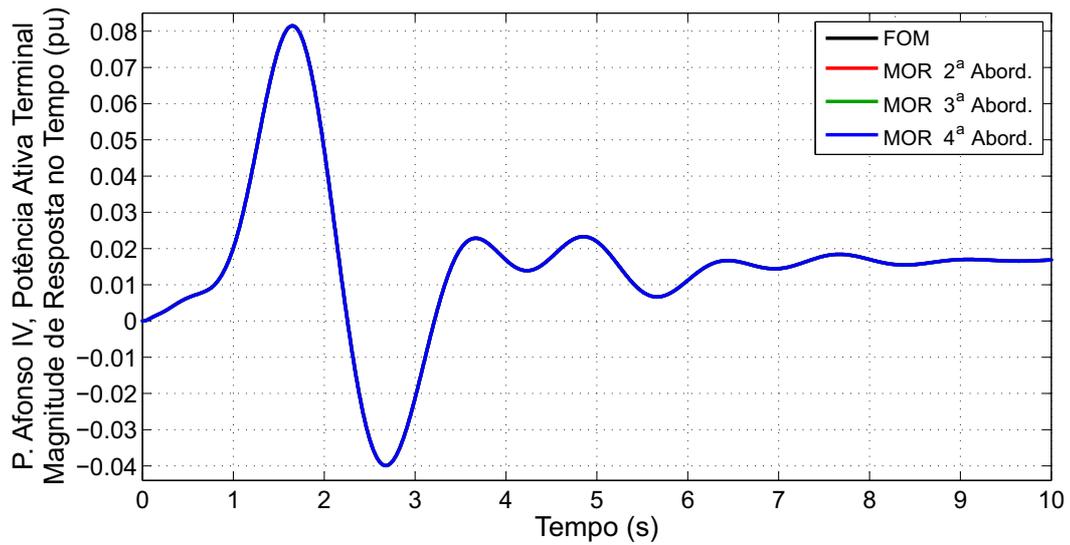


Figura 6.134: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

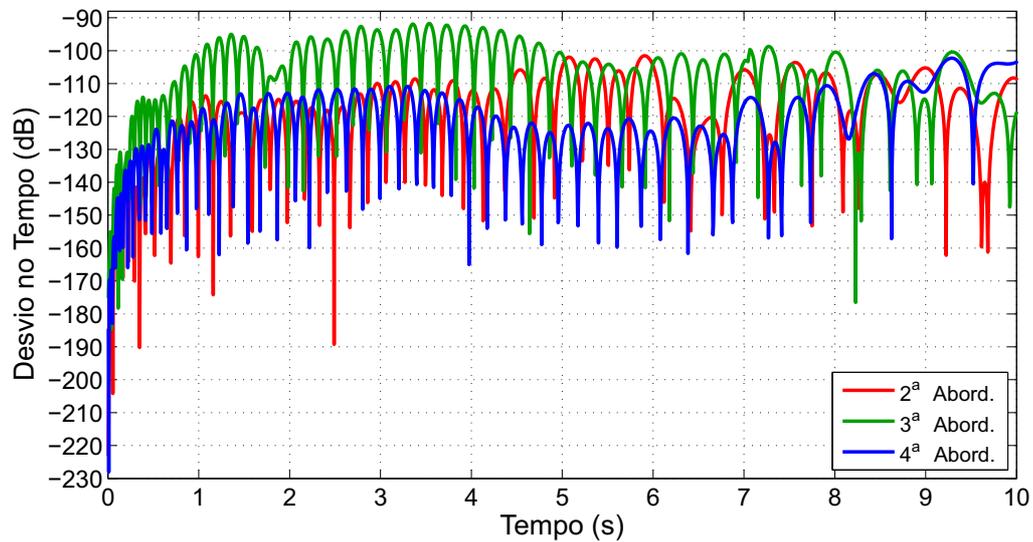


Figura 6.135: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.134.

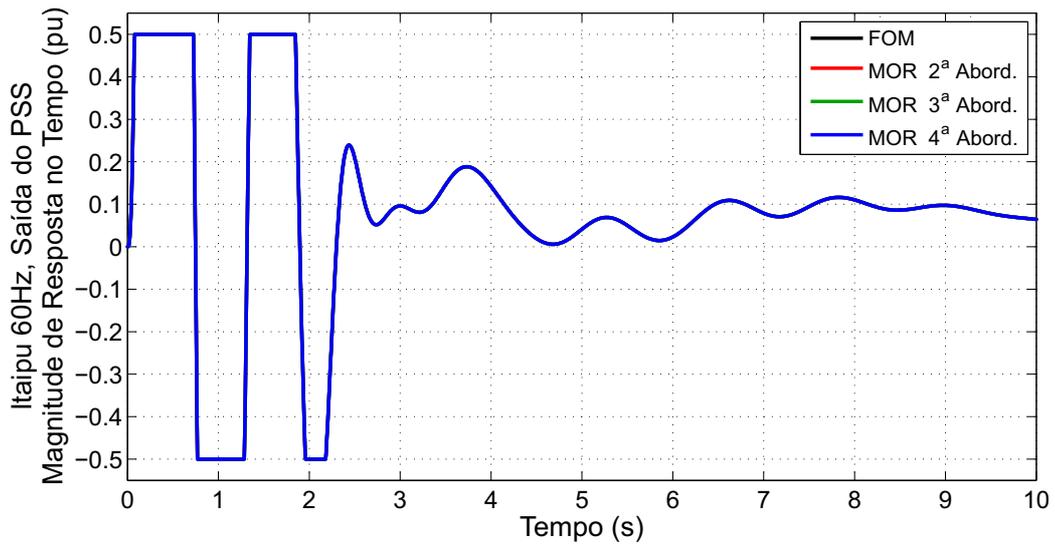


Figura 6.136: Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

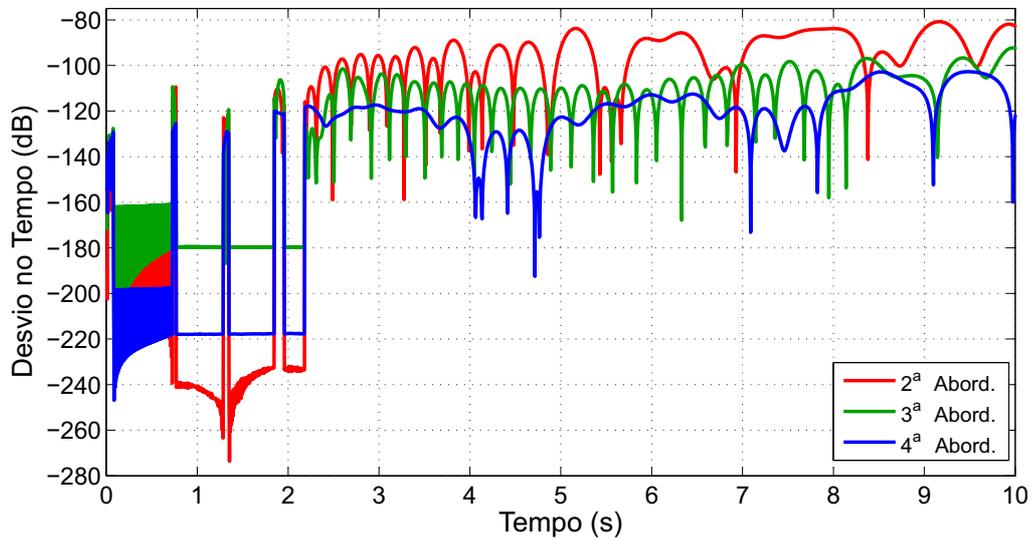


Figura 6.137: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.136.

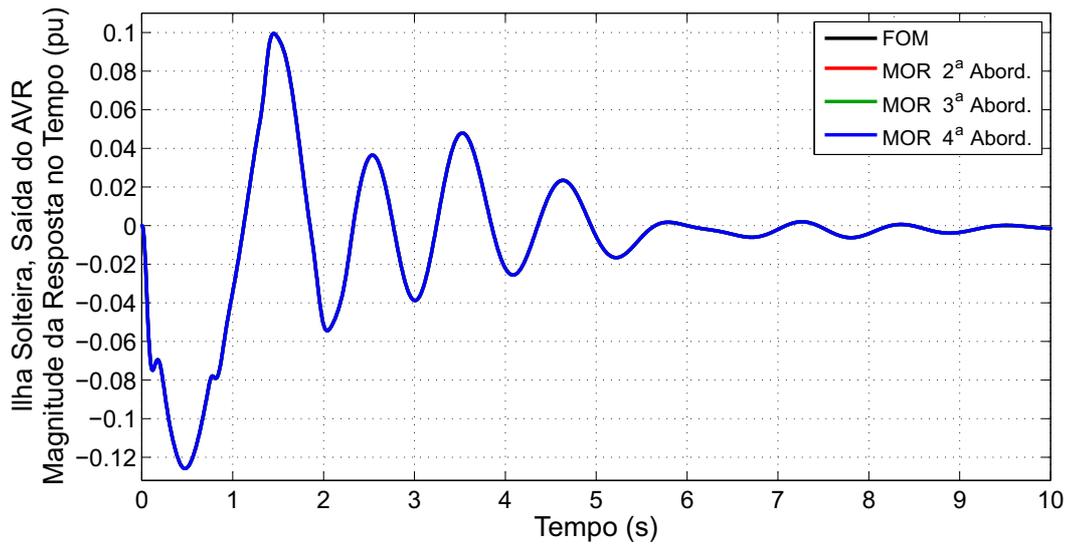


Figura 6.138: Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

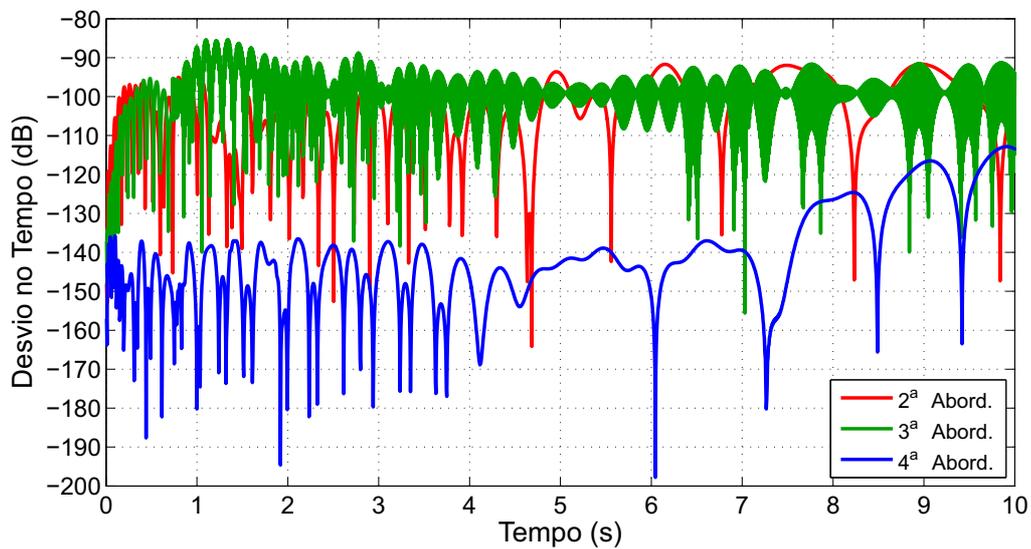


Figura 6.139: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.138.

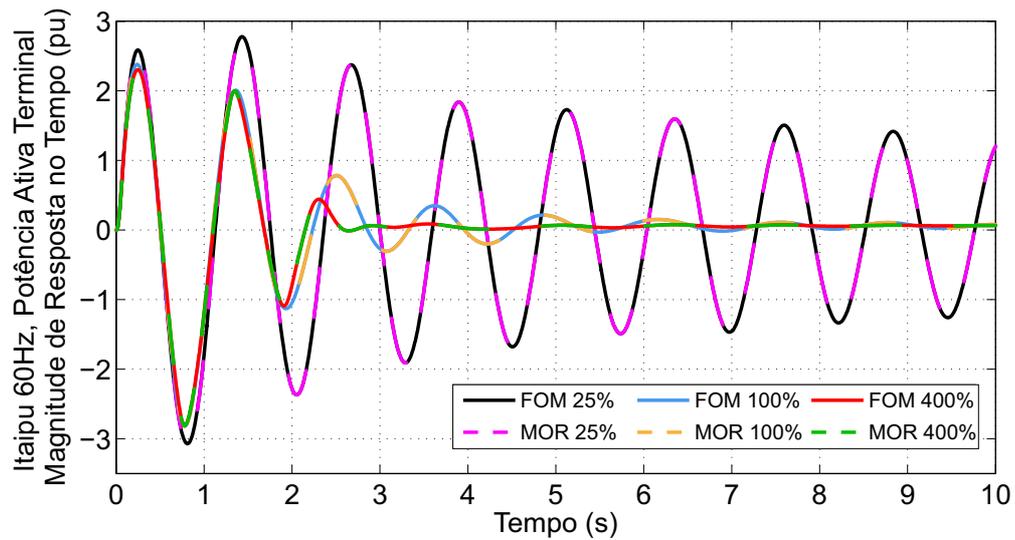


Figura 6.140: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MOR da abordagem 2), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25%, a 100% e a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

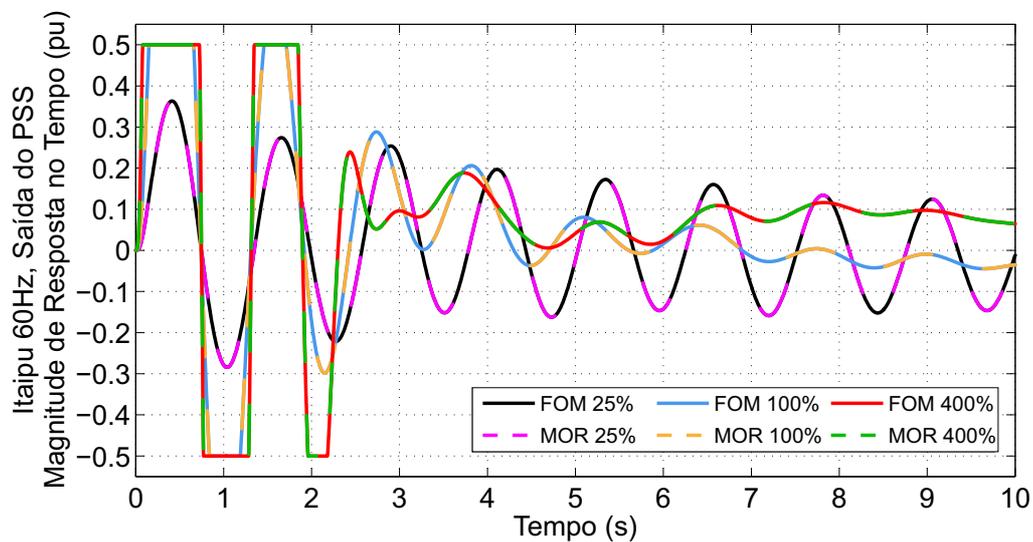


Figura 6.141: Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MOR da abordagem 2), para os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{11} e p_{18} simultaneamente configurados a 25%, a 100% e a 400% de seus respectivos valores em \mathbf{p}_0 .

INSERÇÃO DE BLOCOS DE ATRASO NO TEMPO.

Ainda utiliza-se o mesmo sistema teste, em que 18 parâmetros e 12 equações não-lineares foram selecionados para serem preservados no MOR, provenientes das unidades de Itaipu 60 Hz, Ilha Solteira, Xingó e Paulo Afonso IV. Considera-se a modelagem [32] de um atraso médio τ na saída de cada um dos quatro PSSs. Logo, além das 12 não-linearidades previamente testadas, 4 novas não-linearidades são consideradas, todas na forma de bloco de atraso no tempo.

Com estas configurações, pretende-se testar o comportamento do sistema quando os PSSs demoram em responder, ou quando há algo que atrase os sinais que percorrem os sistemas de controle como os PSSs.

A Figura 6.142 apresenta o bloco de atraso no tempo e como se processa sua saída.

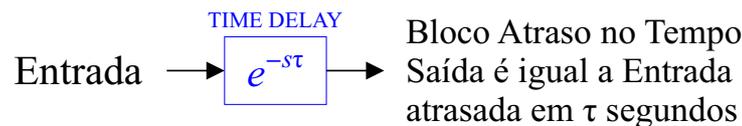


Figura 6.142: Bloco de atraso no tempo, em τ segundos.

Os dispositivos AVRs analisados aqui são os mesmos das Figuras 6.97, 6.99, 6.101 e 6.103.

A Figura 6.143 apresenta o diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz), similar ao apresentado na Figura 6.96, agora atualizado com o bloco de atraso no tempo na saída do PSS. Os parâmetros selecionados estão em destaque de vermelho, assim como seu respectivo valor em \mathbf{p}_0 .

Analogamente, o diagrama atualizado do PSS de Ilha Solteira, com os devidos parâmetros e blocos não-lineares, é apresentado na Figura 6.144.

PSS Itaipu 60 Hz

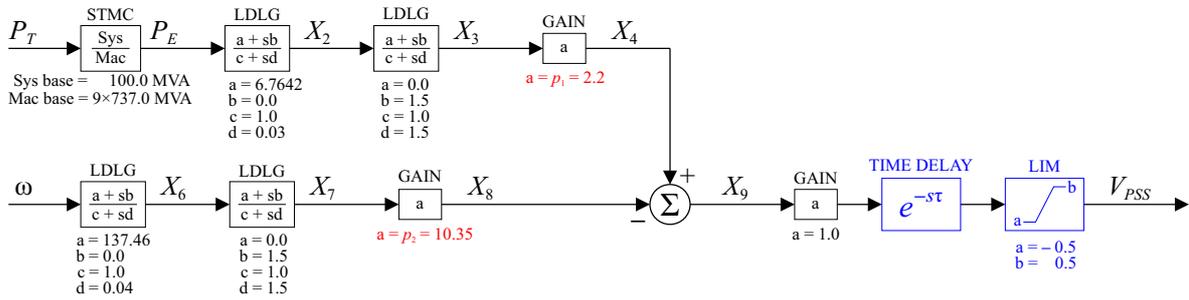


Figura 6.143: Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros e não-linearidades.

PSS Ilha Solteira

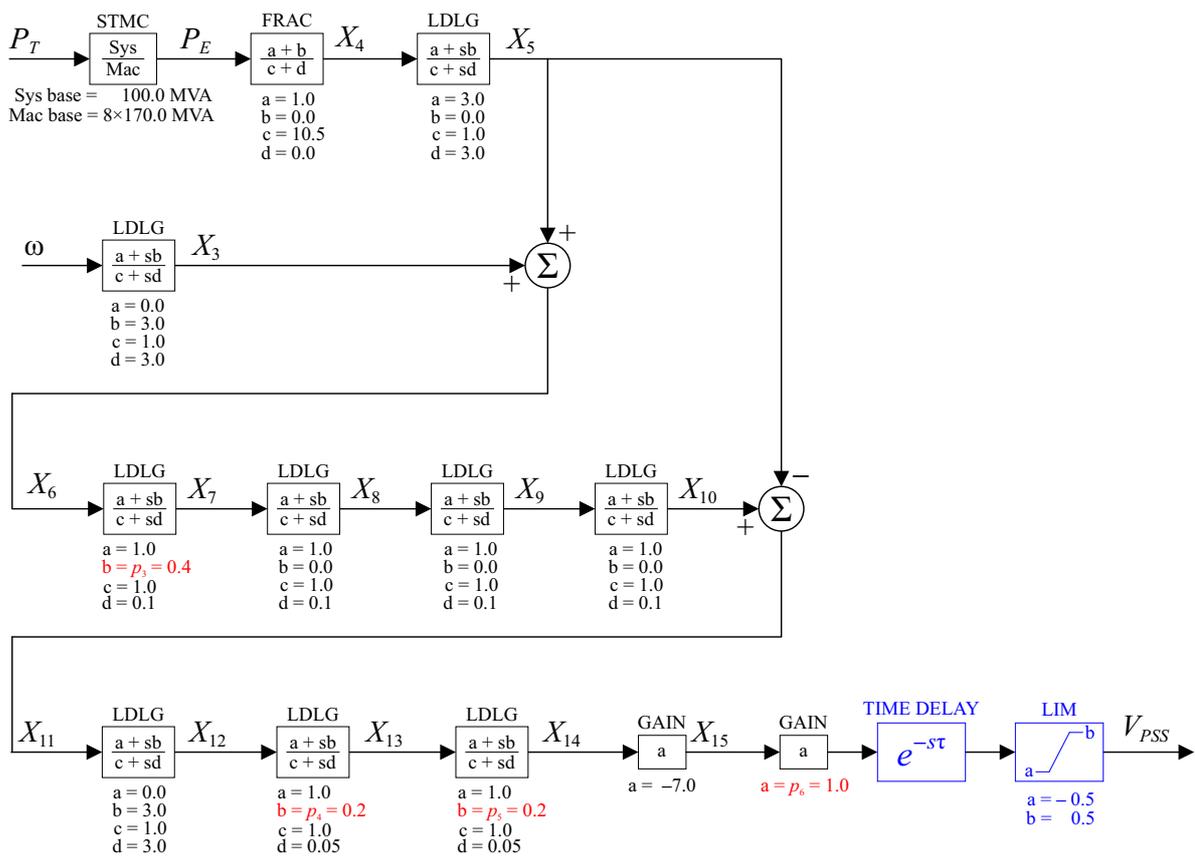


Figura 6.144: Diagrama de blocos do PSS de Ilha Solteira com os parâmetros e não-linearidades.

O diagrama de blocos atualizado do PSS de Xingó, com os devidos parâmetros e

não-linearidades, é apresentado na Figura 6.145.

PSS Xingó

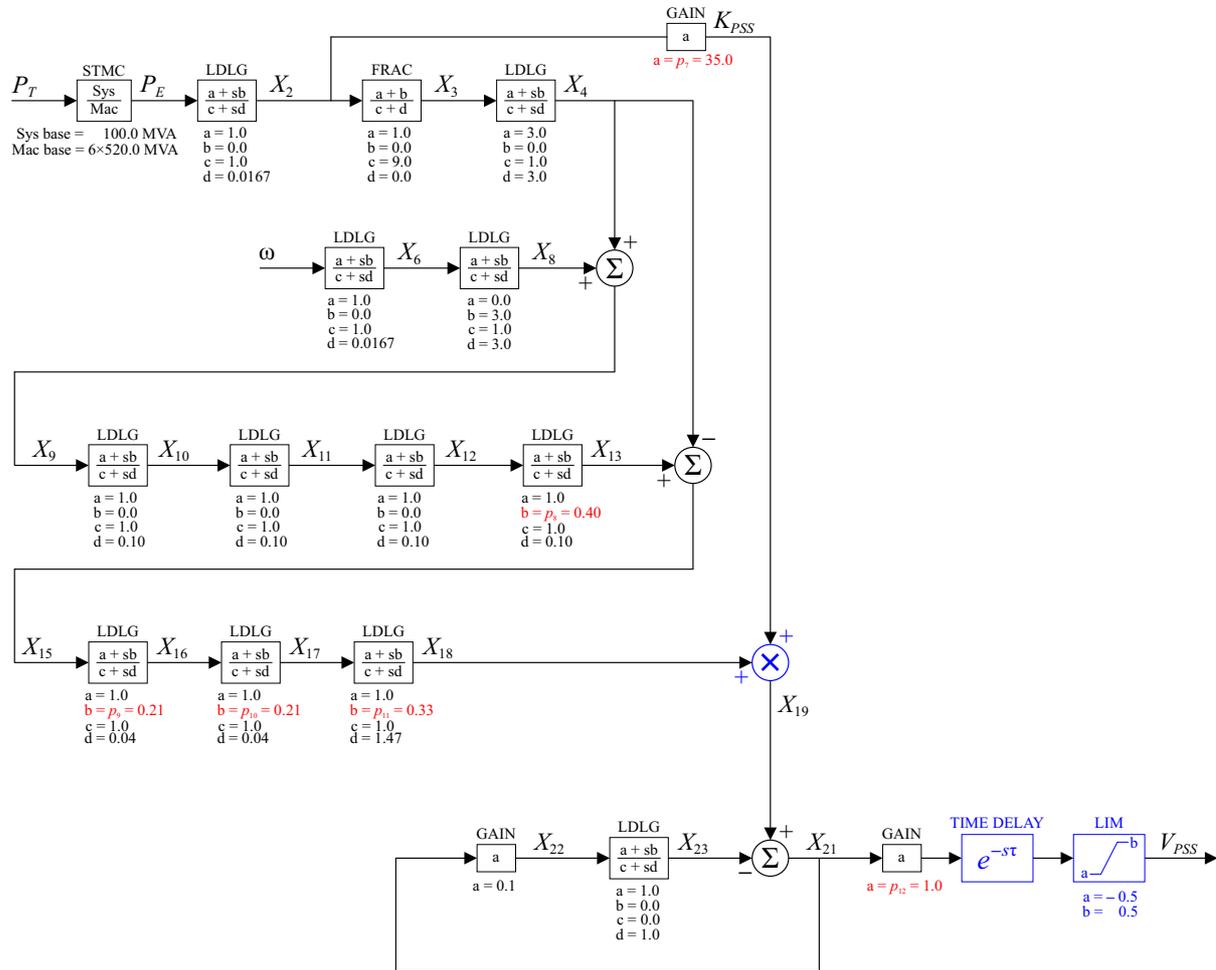


Figura 6.145: Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros e não-linearidades.

Finalmente, o diagrama atualizado do PSS de Paulo Afonso IV, com os devidos parâmetros e não-linearidades, é apresentado na Figura 6.146.

PSS Paulo Afonso IV

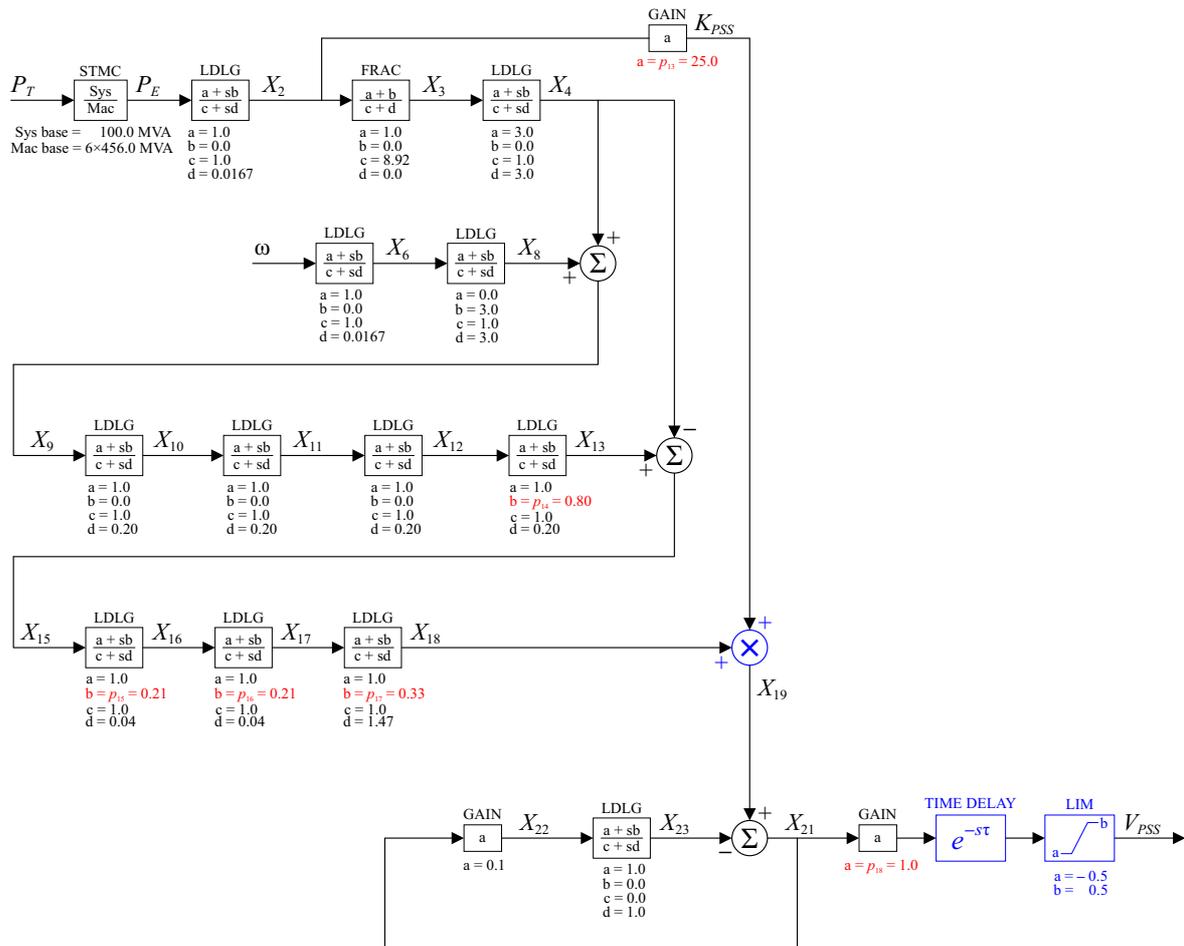


Figura 6.146: Diagrama de blocos do PSS de Paulo Afonso IV com os parâmetros e não-linearidades.

Igualmente com o intuito de se avaliar o desempenho do MOR contendo não-linearidades frente ao FOM, simulações no domínio do tempo foram conduzidas, utilizando-se o método de integração numérica da regra trapezoidal [57, 90], (Ver Apêndice C). O passo de tempo utilizado foi de 5 ms, com duração total de 10 s. Um distúrbio na forma de degrau de magnitude 0.05 pu na referência de tensão, V_{REF} , de Itaipu 60 Hz foi aplicado como entrada.

Conforme visto, os parâmetros p_1 , p_2 , p_6 , p_{12} e p_{18} controlam diretamente a magnitude do sinal de saída dos quatro PSSs em questão e, em razão disso, foram todos configurados em 100% de seus respectivos valores originalmente especificados em \mathbf{p}_0 (ver Tabela 6.7). Agora que o atraso no tempo foi adicionado ao sistema, o atraso em si, τ , pode ser visto como um novo parâmetro, mesmo sendo parte de uma equação não-linear. Desta forma, o atraso τ em todas as saídas dos quatro PSSs, foi selecionado e configurado em três diferentes valores: $\tau = 50ms$, $\tau = 100ms$ e

$\tau = 200ms$. Os MORs foram gerados conforme as abordagens 2, 3 e 4 do método de ROPM proposto no capítulo 5 e os dados de redução de ordem são os mesmos da Tabela 6.9. Tratando-se de não-linearidades, a abordagem 4 se mostrou mais ineficiente na redução de ordem, resultando em um MOR com 50% de ordem maior que o MOR proveniente da abordagem 2.

Considerando o atraso de $\tau = 50ms$, as Figuras 6.147, 6.149, 6.151, 6.153, 6.155 e 6.157 apresentam as 6 saídas do sistema teste considerado, tanto para o FOM como para os MORs obtidos pelas abordagens 2, 3 e 4. Todas as curvas das respostas dos MORs coincidem visualmente com as respectivas curvas do FOM. As Figuras 6.148, 6.150, 6.152, 6.154, 6.156 e 6.158, apresentam todos os respectivos desvios absolutos das respostas no domínio do tempo, comparando-se cada abordagem (2, 3 e 4) com o FOM. Em todas as três abordagens, as curvas do MOR visualmente coincidem com as do FOM, dentro de níveis de erros aceitáveis (de pelo menos -80 dB). A abordagem 4 apresentou erros ligeiramente menores que as abordagens 2 e 3, contudo a um custo significativo de seu MOR possuir ordem 50% maior que o MOR da abordagem 2 (ver Tabela 6.9). Em comparação com os testes das Figuras 6.116 a 6.126, que corresponde à situação com $\tau = 0$, observa-se que a configuração de $\tau = 50ms$ aumentou ligeiramente o tempo de assentamento das respostas e diminuiu um pouco o amortecimento. Enquanto isso, o PSS de Itaipu 60 Hz permaneceu um pouco mais de tempo travado nos limites do bloco limitador, conforme Figura 6.155.

Configurando-se $\tau = 100ms$, as Figuras 6.159, 6.161, 6.163, 6.165, 6.167 e 6.169 apresentam as 6 saídas do sistema teste considerado, tanto para o FOM como para os MORs obtidos pelas abordagens 2, 3 e 4. Todas as curvas das respostas dos MORs coincidem visualmente com as respectivas curvas do FOM. As Figuras 6.160, 6.162, 6.164, 6.166, 6.168 e 6.170, apresentam todos os respectivos desvios absolutos das respostas no domínio do tempo, comparando-se cada abordagem (2, 3 e 4) com o FOM, em que os níveis de erros são aceitáveis (de pelo menos -80 dB). A abordagem 4 apresentou erros ligeiramente menores que as abordagens 2 e 3, contudo a um custo significativo de seu MOR possuir ordem 50% maior que o MOR da abordagem 2 (ver Tabela 6.9). Agora, as oscilações no domínio do tempo são nitidamente menos amortecidas e o tempo de assentamento é mais elevado. Observa-se na Figura 6.167 que a saída do bloco PSS de Itaipu 60 Hz permanece um longo tempo atingindo a fronteira das restrições impostas pelo bloco limitador, o que deteriorou sua capacidade estabilizante do sistema.

Finalmente, o atraso na saída dos 4 PSSs é fixado em $\tau = 200ms$. As Figuras

6.171, 6.173, 6.175, 6.177, 6.179 e 6.181 apresentam as 6 saídas do sistema teste considerado, tanto para o FOM como para os MORs obtidos pelas abordagens 2, 3 e 4. Todas as curvas das respostas dos MORs coincidem visualmente com as respectivas curvas do FOM. As Figuras 6.172, 6.174, 6.176, 6.178, 6.180 e 6.182, apresentam todos os respectivos desvios absolutos das respostas no domínio do tempo, comparando-se cada abordagem (2, 3 e 4) com o FOM, e os níveis de erros são mais do que satisfatórios (de pelo menos -60 dB, visto que as respostas do sistema crescem ao infinito). A abordagem 4 apresentou erros ligeiramente menores que as abordagens 2 e 3, contudo a um custo significativo de seu MOR possuir ordem 50% maior que o MOR da abordagem 2 (ver Tabela 6.9). O valor de atraso estabelecido de $\tau = 200ms$ provou ser suficiente para desestabilizar o sistema para o sinal de distúrbio utilizado. Todas as saídas apresentaram oscilações crescentes, a não ser a saída do PSS de Itaipu 60 Hz, na Figura 6.179, que entrou em um modo de operação intermitente de comutação entre os valores limites do bloco limitador. Com base nestes resultados, e para este sistema teste FOM investigado, os PSSs devem responder em um tempo inferior a $200ms$ para que tenham alguma efetividade na estabilidade eletromecânica do sistema.

Com o intuito de tornar mais evidente o efeito da variação do tempo de atraso τ , considera-se o FOM e apenas o MOR resultante da Abordagem 2. A Figura 6.183 apresenta as respostas no tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz, para ambos FOM e MOR, para os três valores de atraso estudados ($50ms$, $100ms$ e $200ms$). Uma ampliação desta figura, para evidenciar os instantes iniciais da simulação, é apresentada na Figura 6.184. A Figura 6.185 é análoga, mas apresenta a saída do PSS de Itaipu 60 Hz, com ampliação dos instantes iniciais apresentada na Figura 6.186. Juntamente com o aumento do atraso τ , observa-se o aumento do tempo de resposta dos sistemas de controle que deveriam estabilizar o sistema, observa-se o aumento do tempo em que o sinal do PSS permanece travado nos limites do bloco limitador, todos estes fatores fatalmente culminando na instabilidade do sistema para $\tau = 200ms$. Em todos estes cenários, o MOR apresentou respostas visivelmente coincidentes e comportamento fiel ao sistema FOM, mesmo quando o sistema atingisse a instabilidade.

Volta-se a ressaltar que o modelo FOM foi reduzido com o método de ROPM proposto (em 3 abordagens diferentes), preservando parâmetros e não-linearidades presentes em 8 dispositivos do sistema. Mesmo quando os valores fixados de atraso levaram o sistema FOM à instabilidade, os MORs não falharam em reproduzir satisfatoriamente bem os mesmos comportamentos observados para o FOM, especialmente a abordagem 2, que gerou o MOR de menor ordem. Isto justifica a utilização dos MORs provenientes da metodologia ROPM aqui proposta para estudos desta natureza.

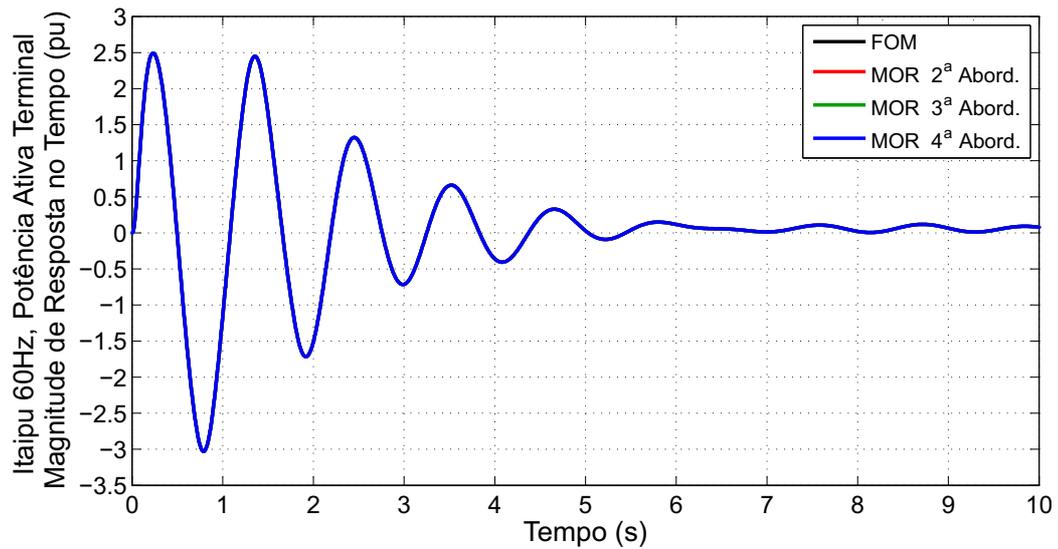


Figura 6.147: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$.

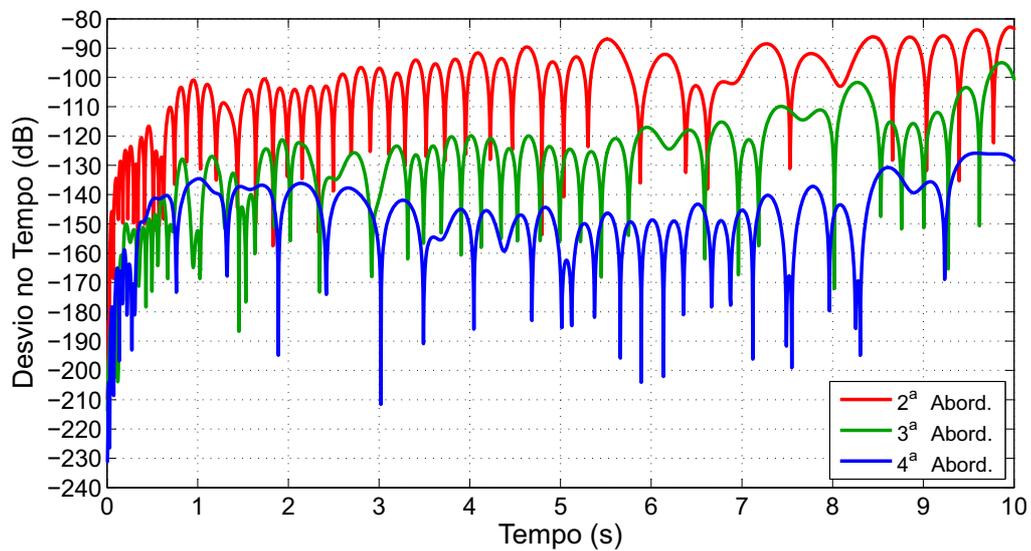


Figura 6.148: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.147.

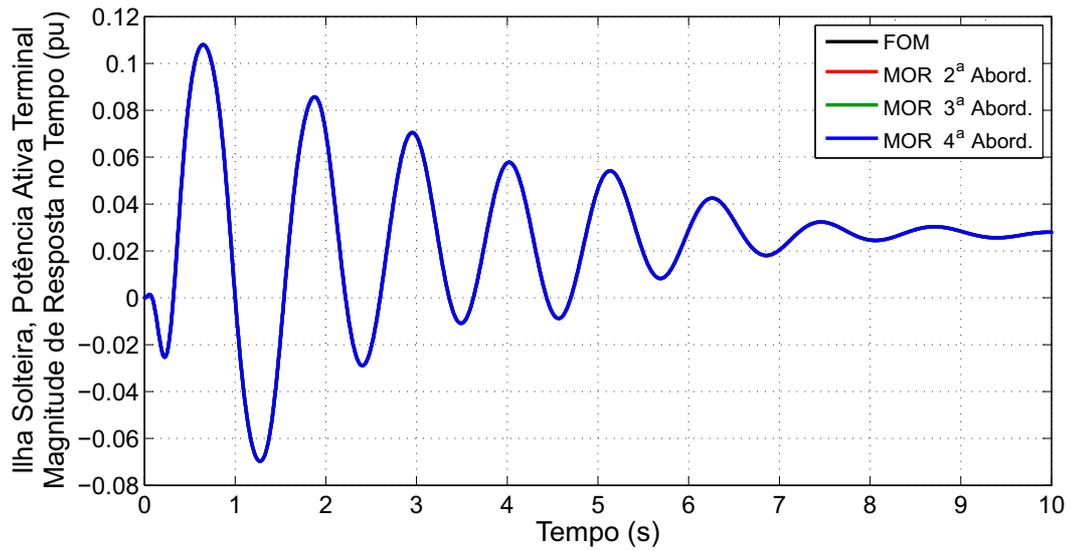


Figura 6.149: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$.

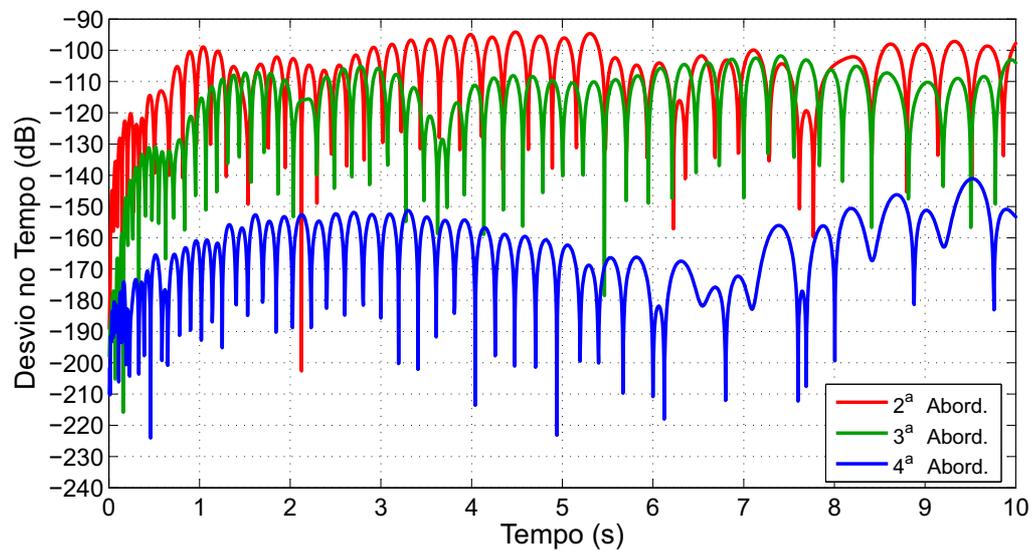


Figura 6.150: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.149.

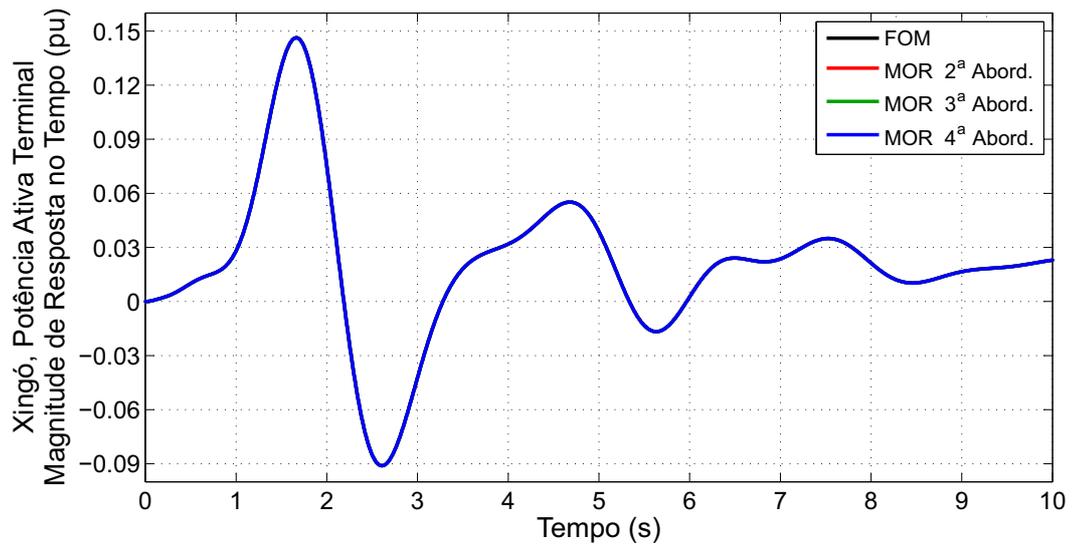


Figura 6.151: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$.

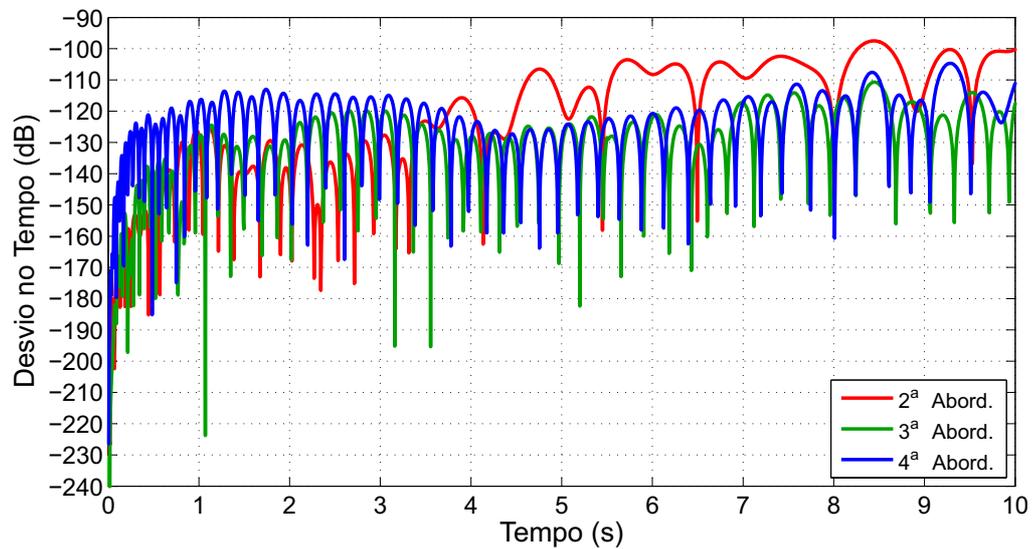


Figura 6.152: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.151.

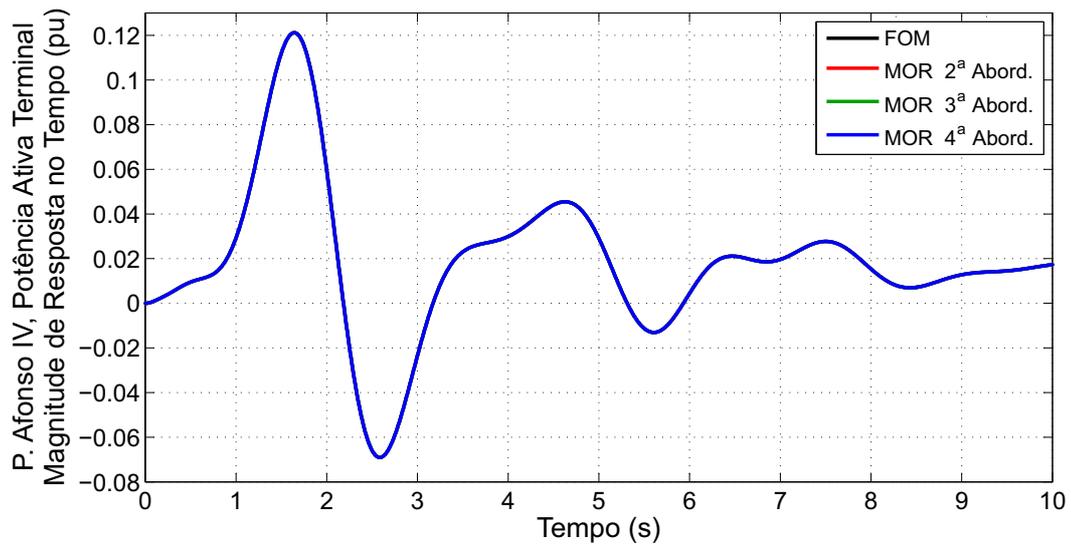


Figura 6.153: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$.

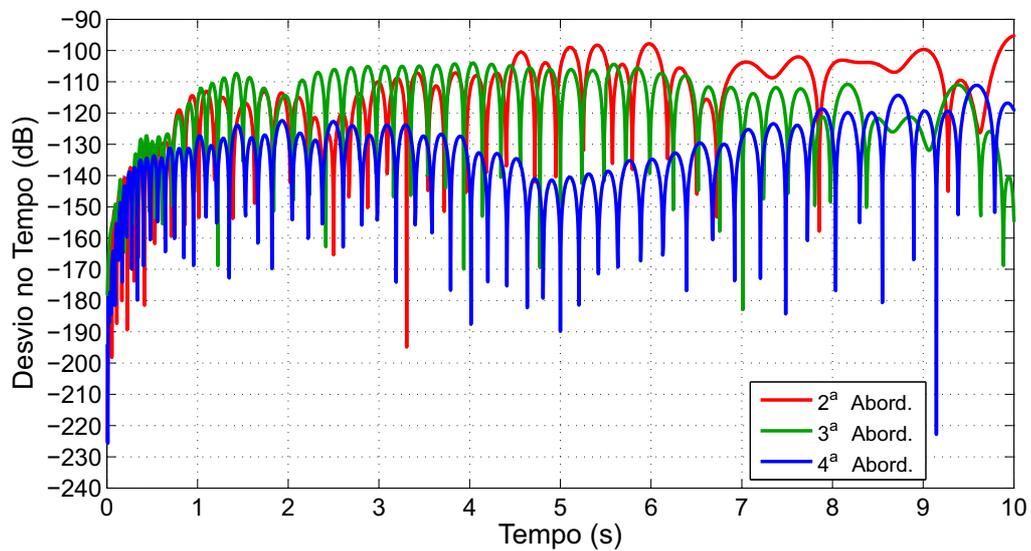


Figura 6.154: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.153.

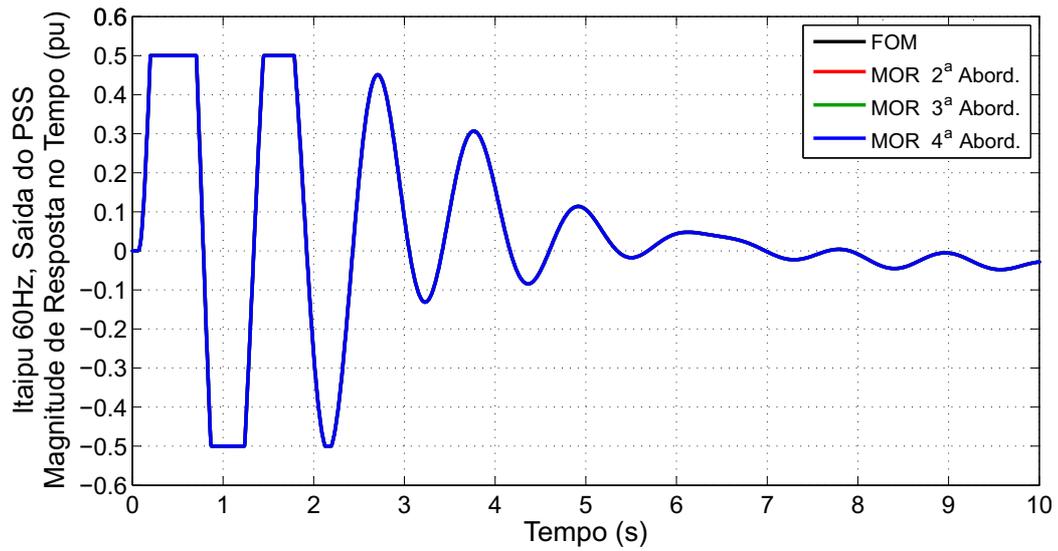


Figura 6.155: Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$.

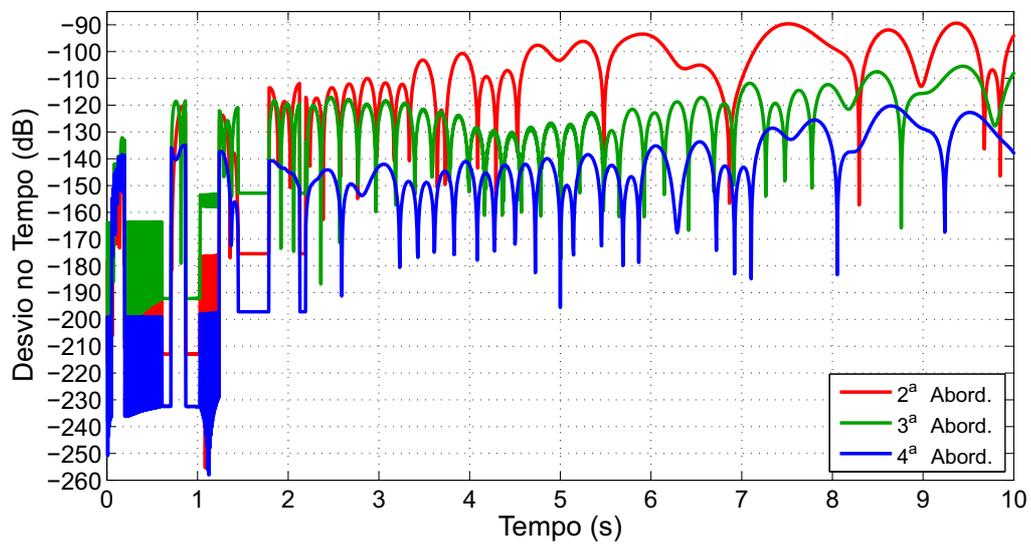


Figura 6.156: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.155.

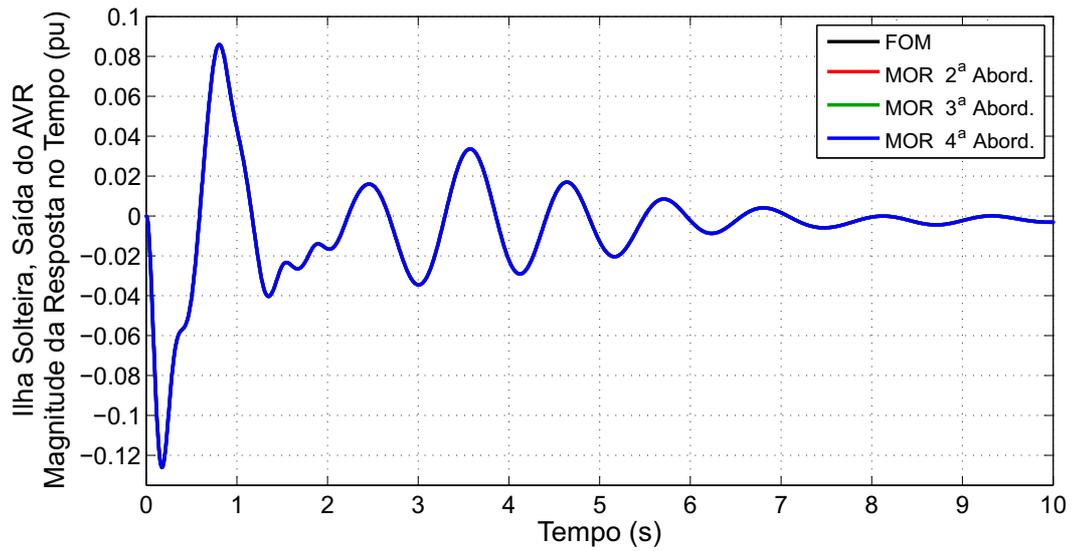


Figura 6.157: Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$.

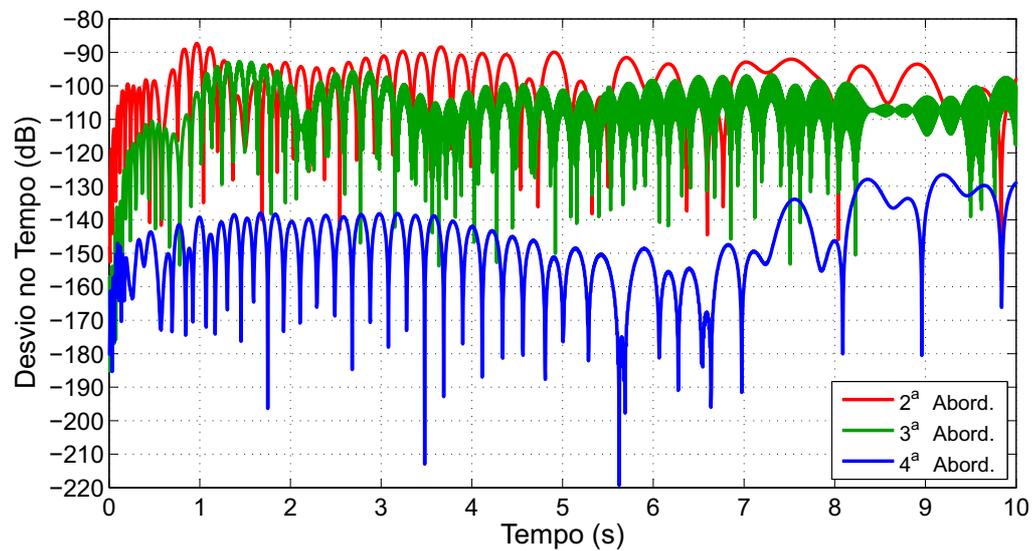


Figura 6.158: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.157.

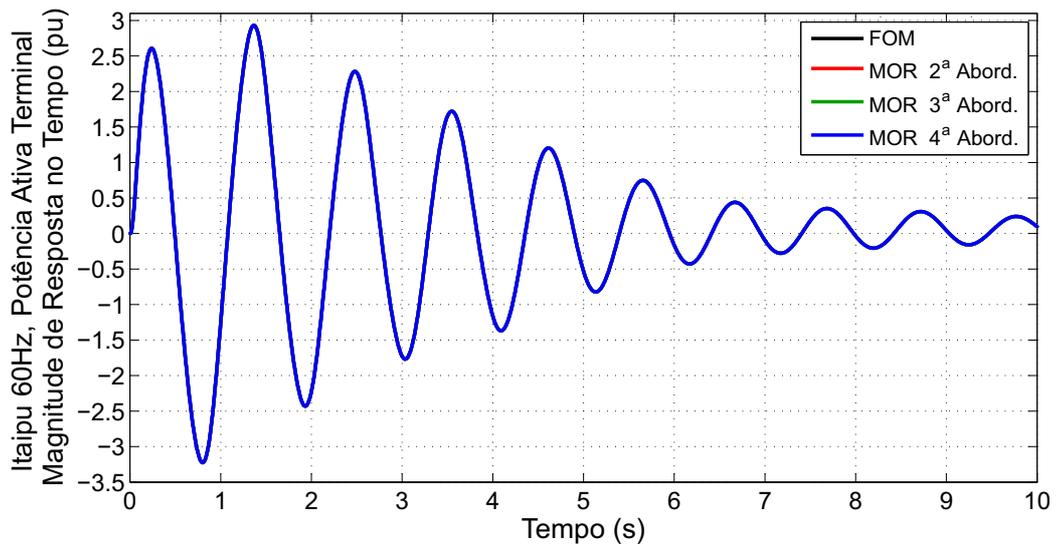


Figura 6.159: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$.

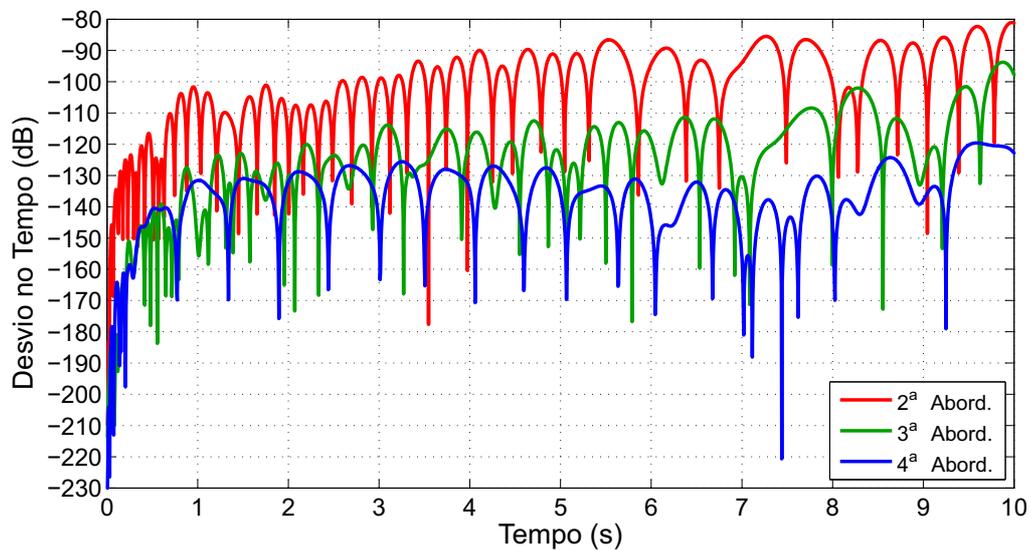


Figura 6.160: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.159.

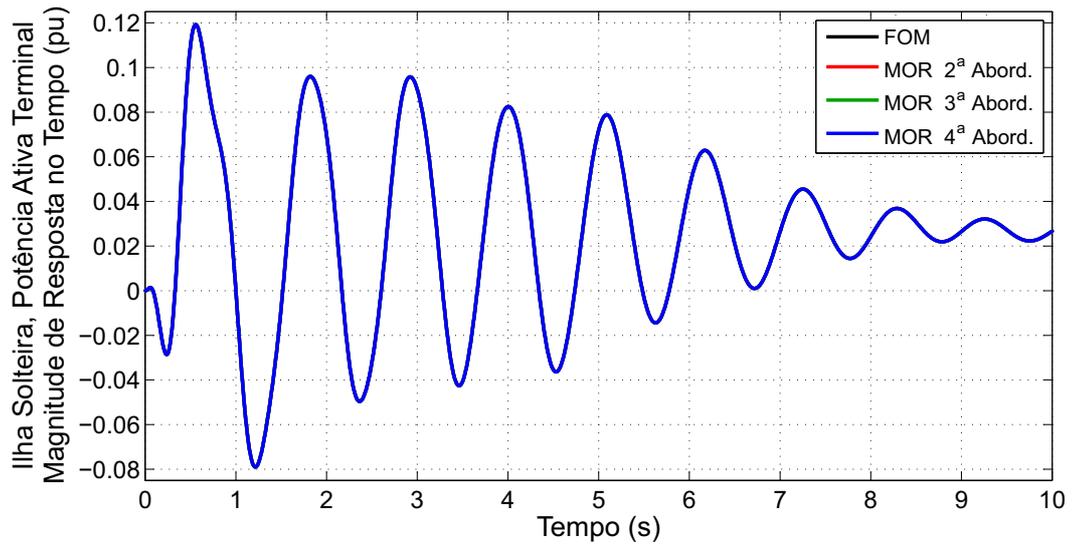


Figura 6.161: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$.

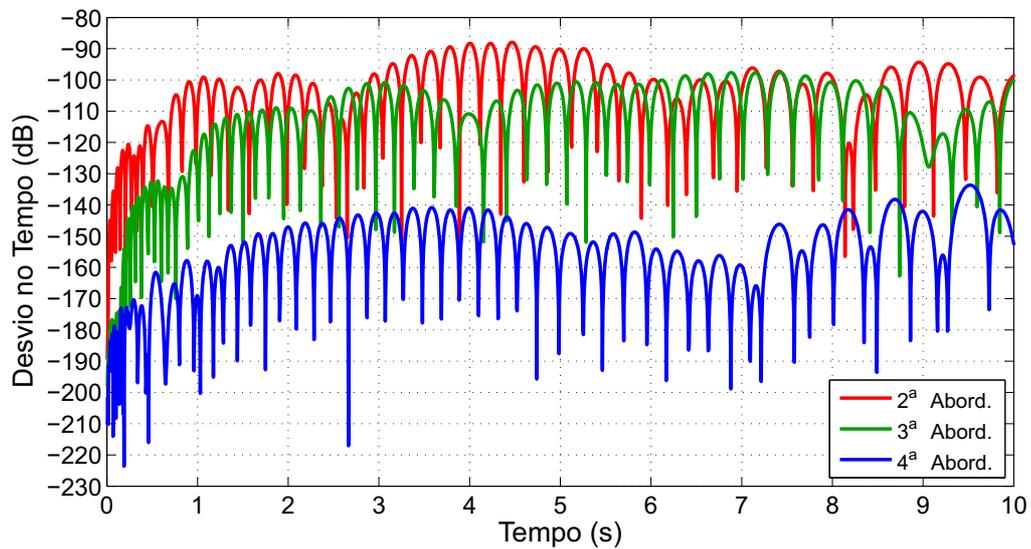


Figura 6.162: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.161.

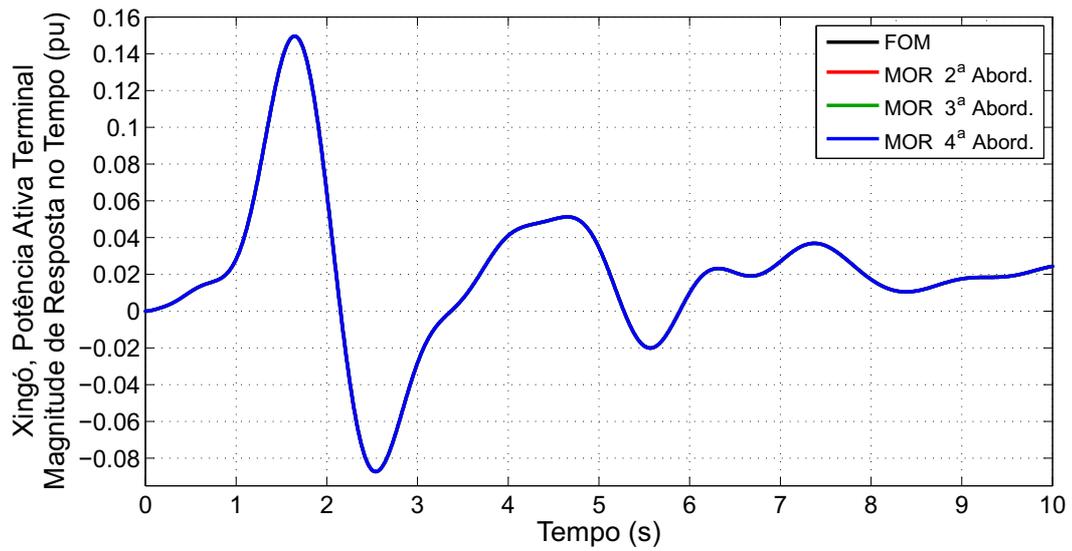


Figura 6.163: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$.

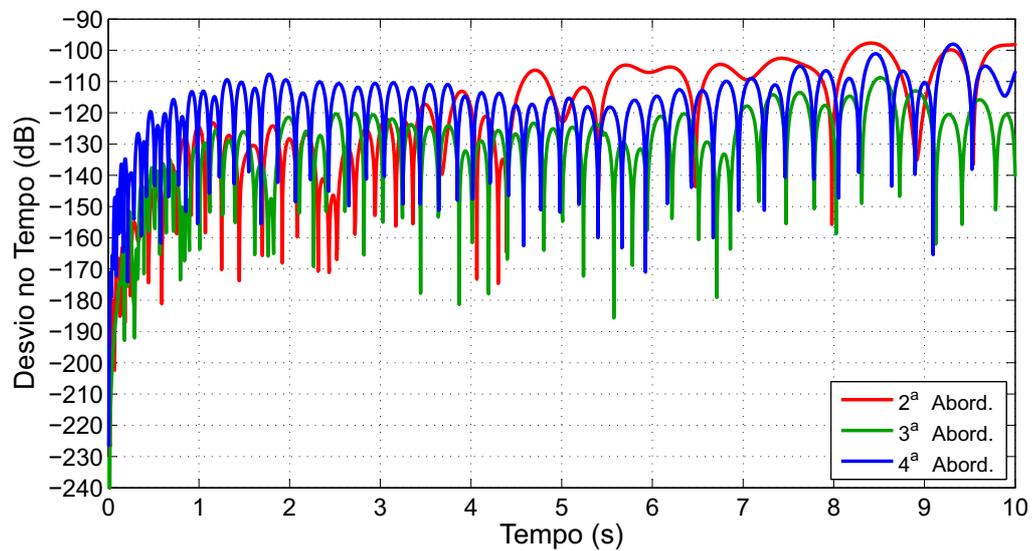


Figura 6.164: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.163.

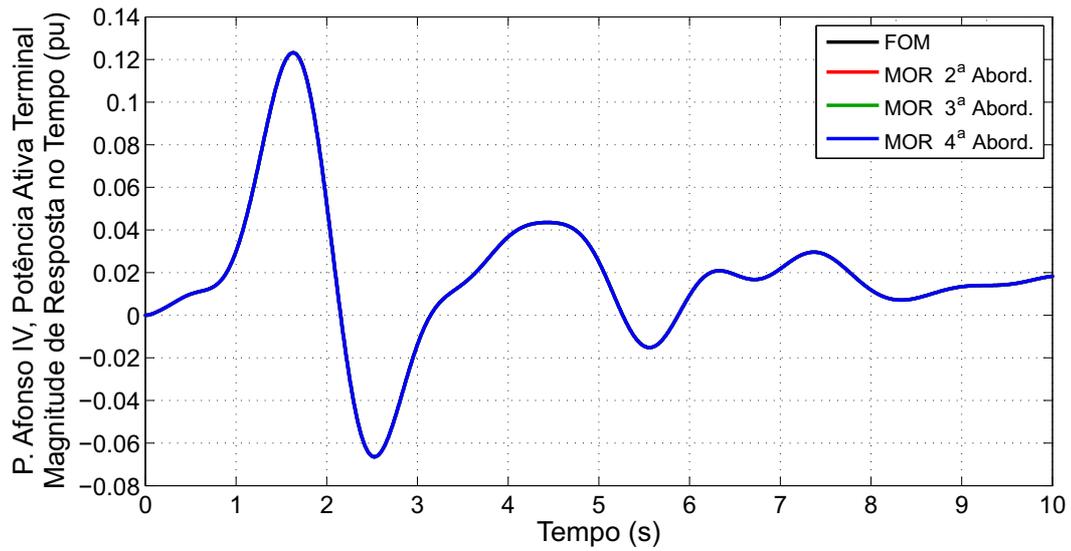


Figura 6.165: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$.

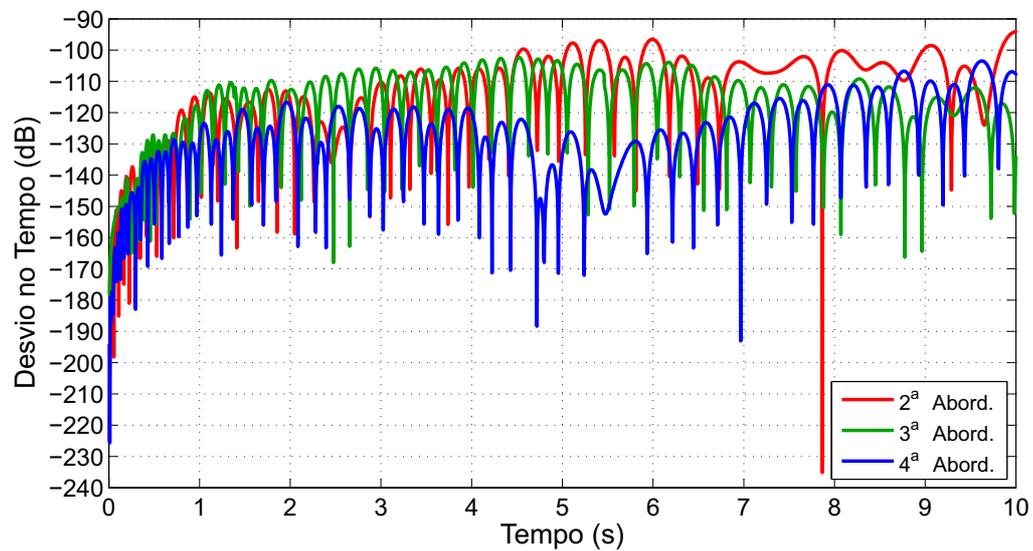


Figura 6.166: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.165.

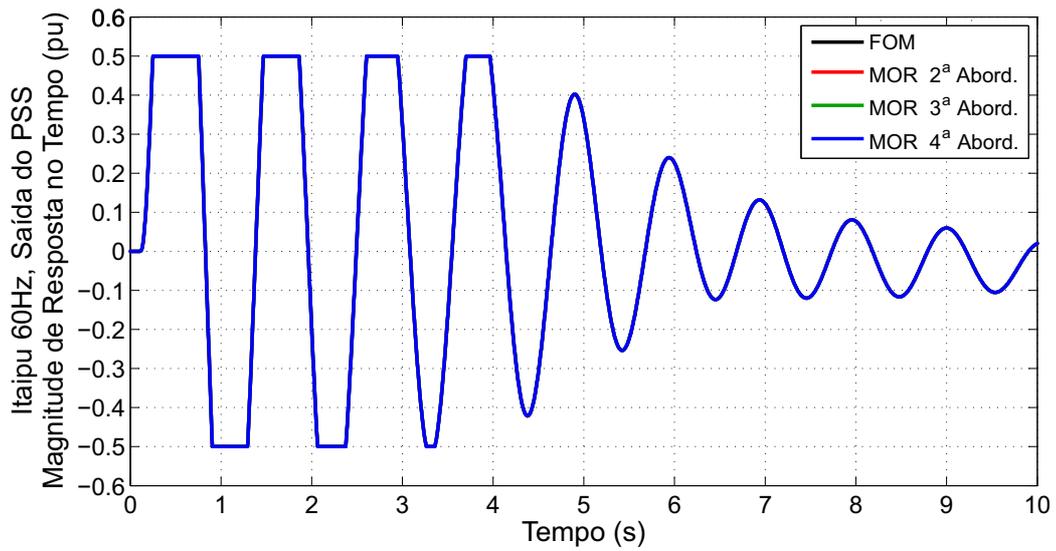


Figura 6.167: Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$.

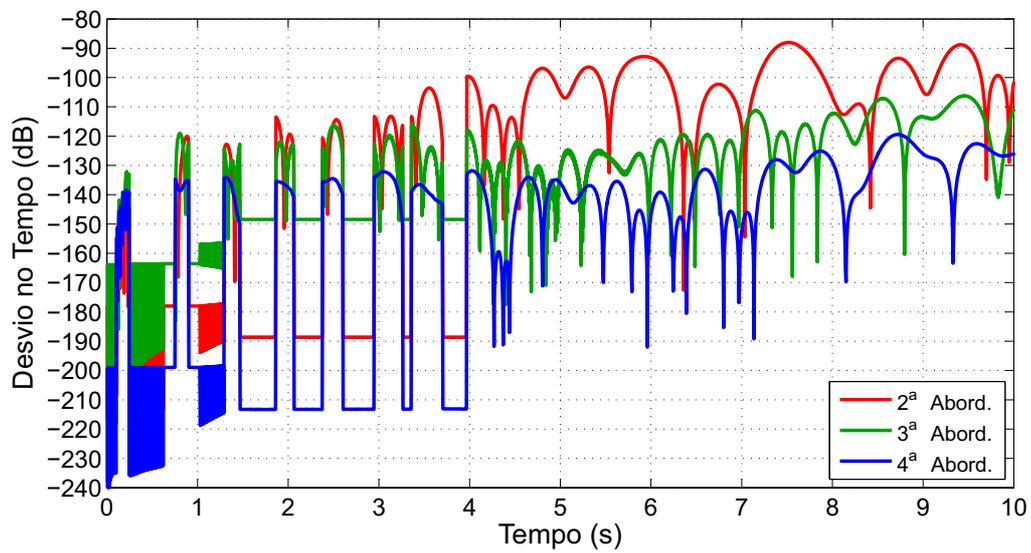


Figura 6.168: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.167.

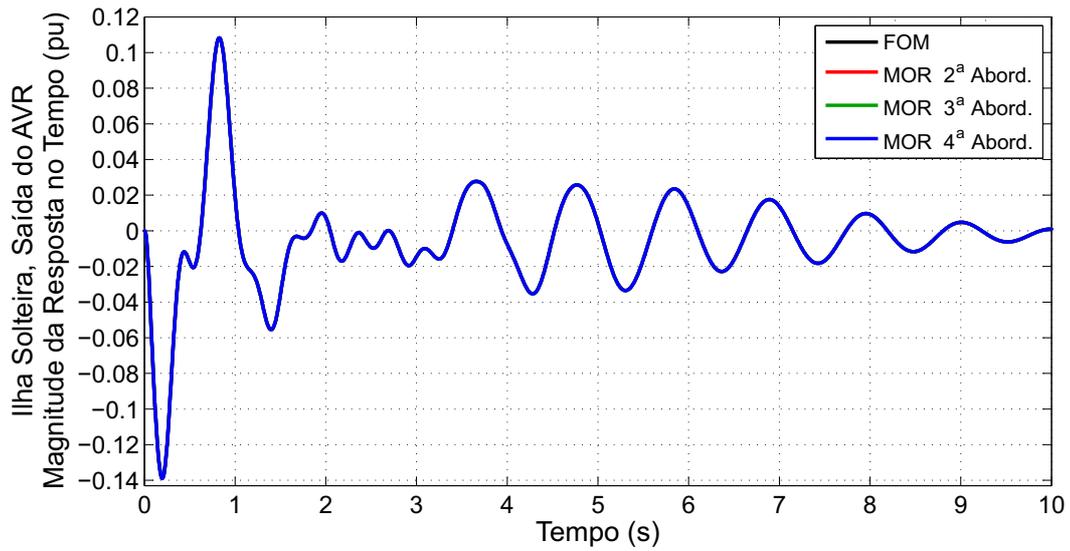


Figura 6.169: Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 100ms$.

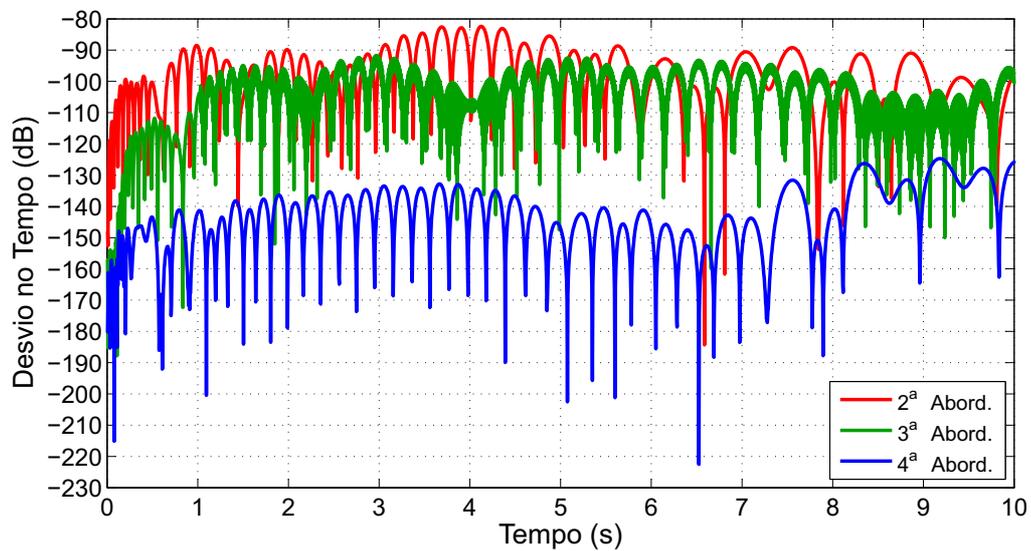


Figura 6.170: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.169.

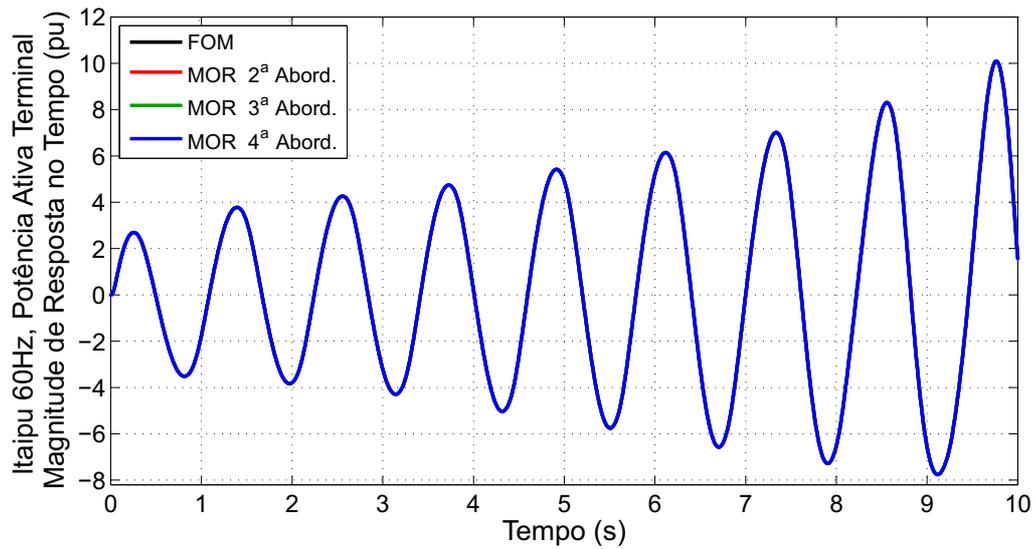


Figura 6.171: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$.

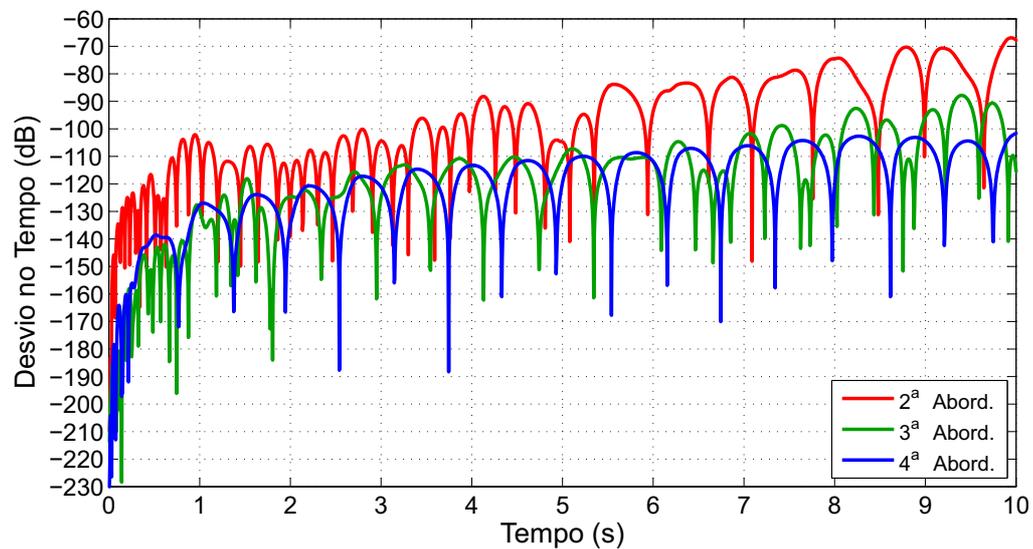


Figura 6.172: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.171.

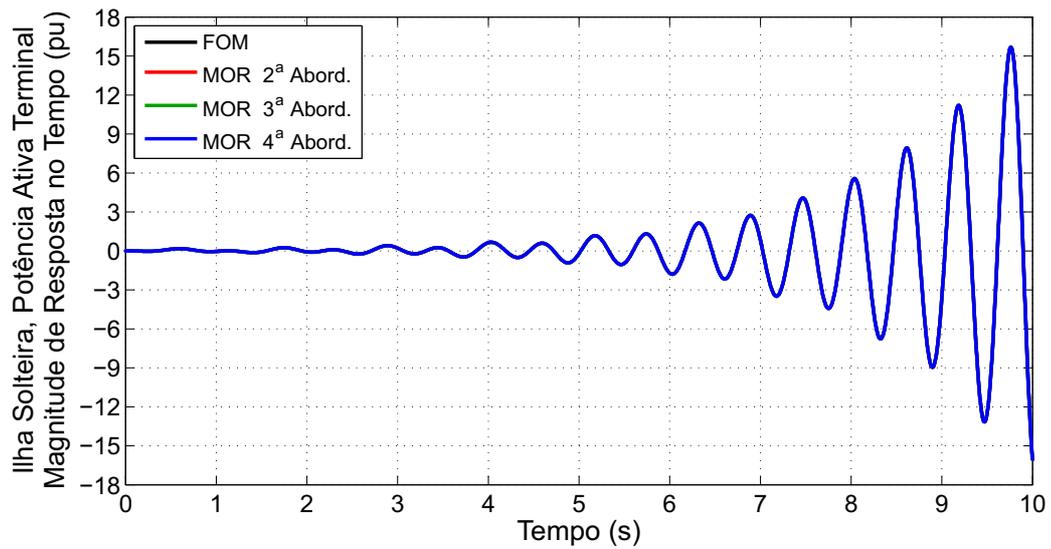


Figura 6.173: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$.

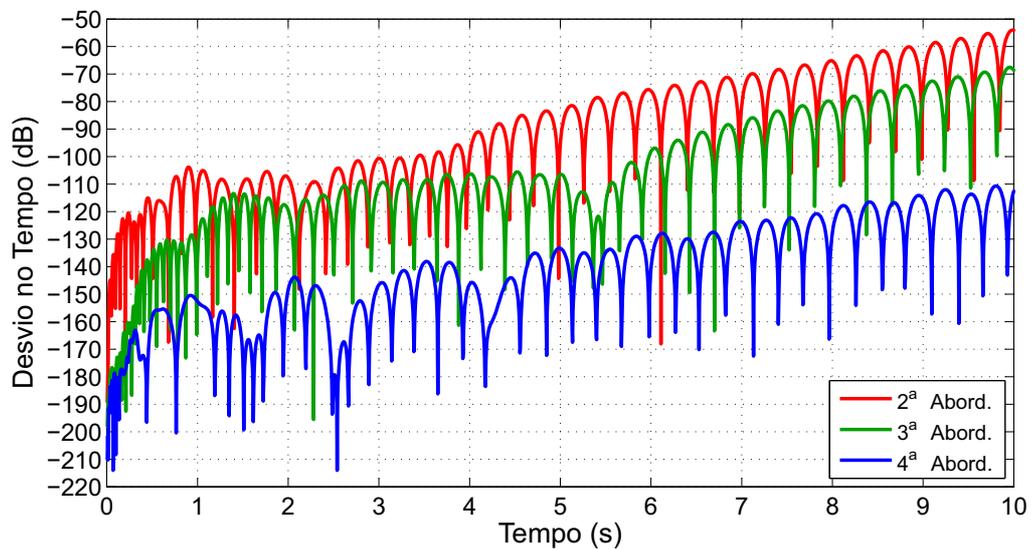


Figura 6.174: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.173.

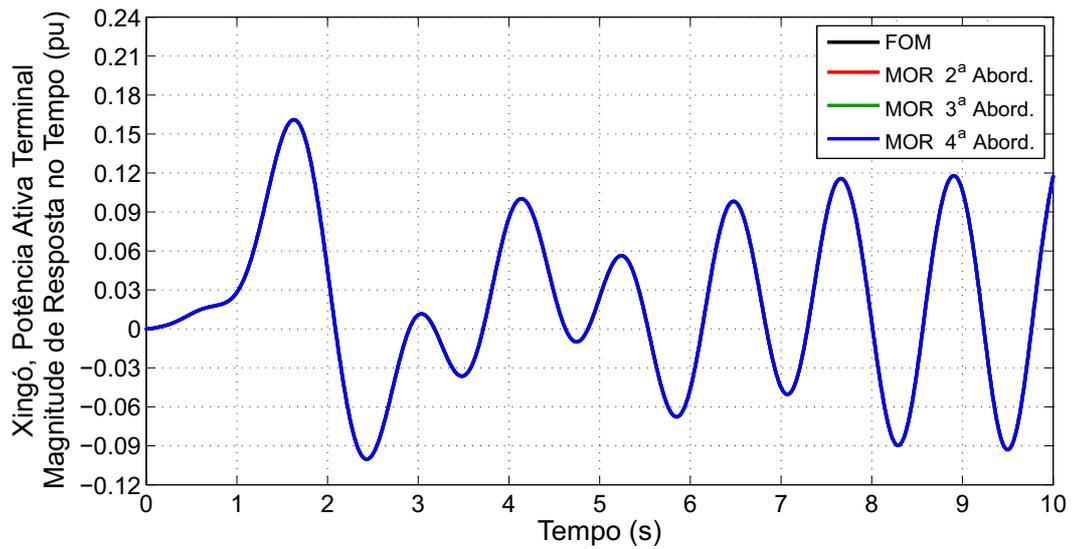


Figura 6.175: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Xingó (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$.

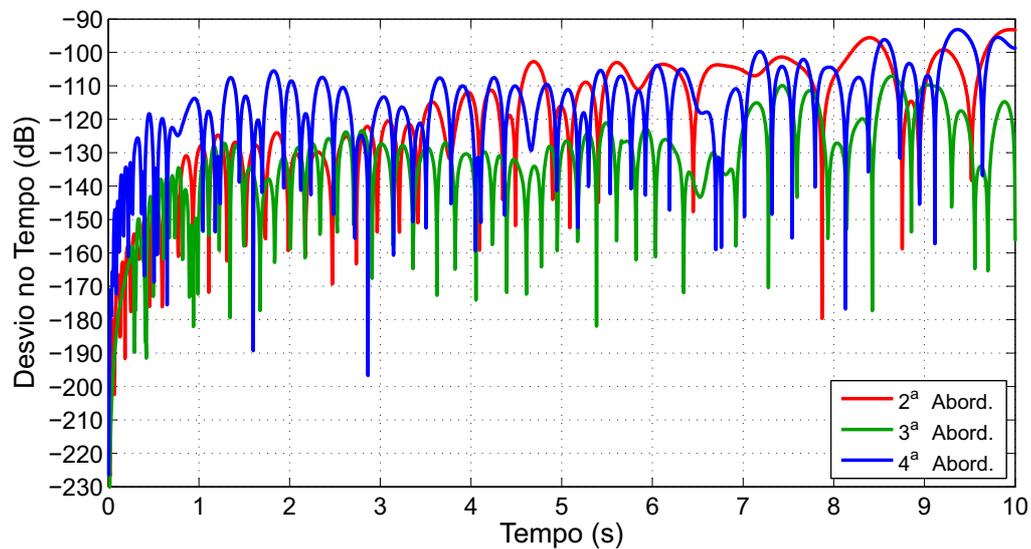


Figura 6.176: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.175.

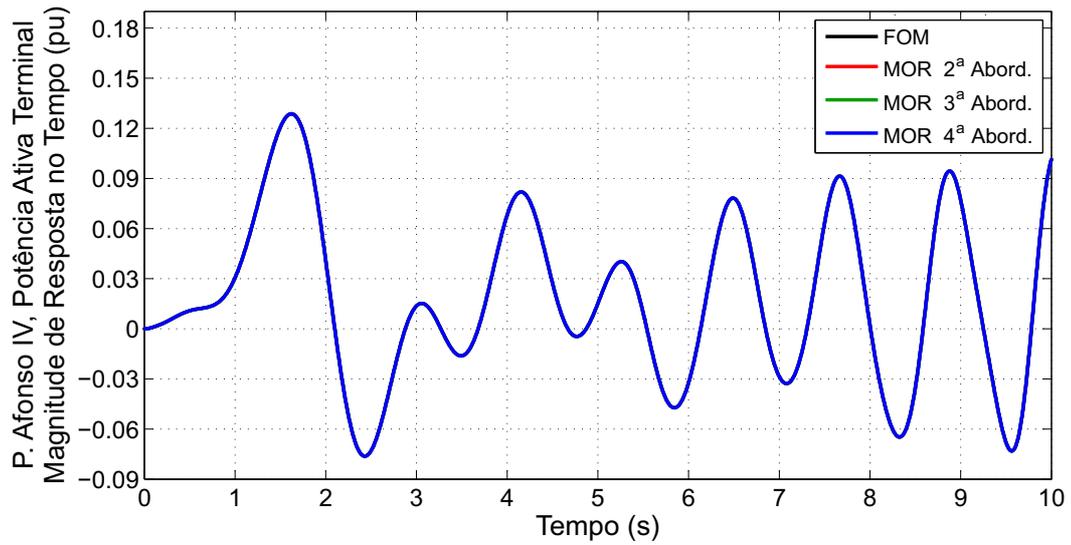


Figura 6.177: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Paulo Afonso IV (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$.

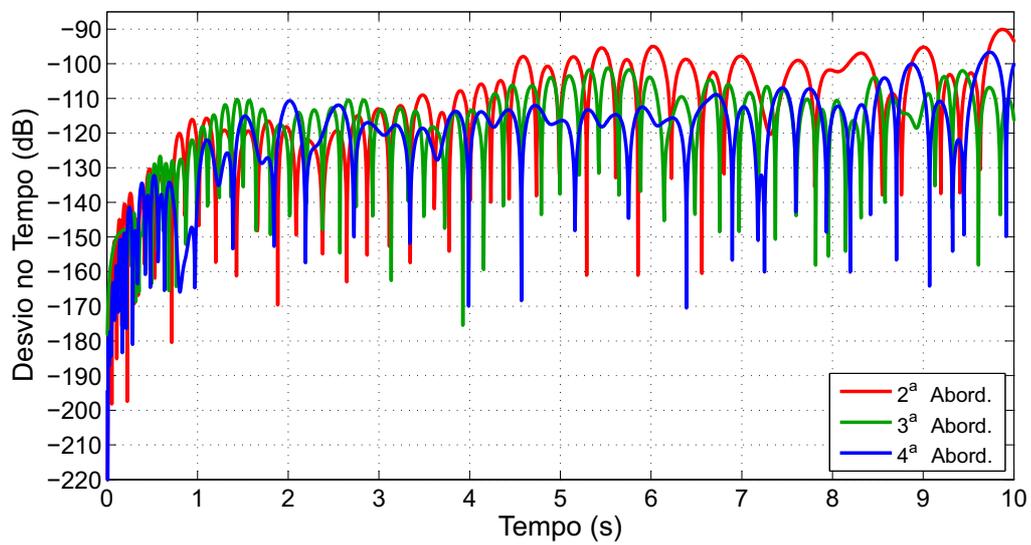


Figura 6.178: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.177.

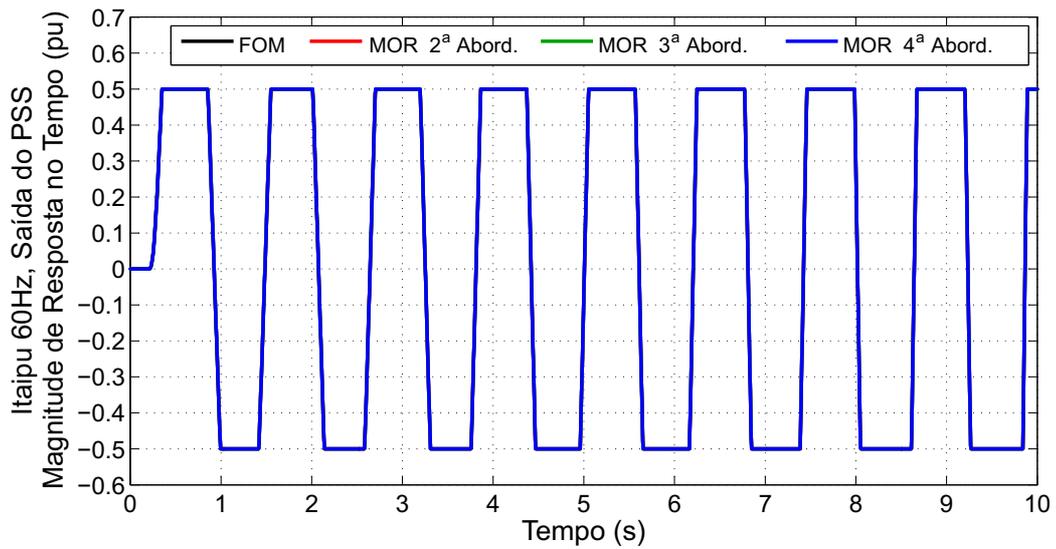


Figura 6.179: Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$.

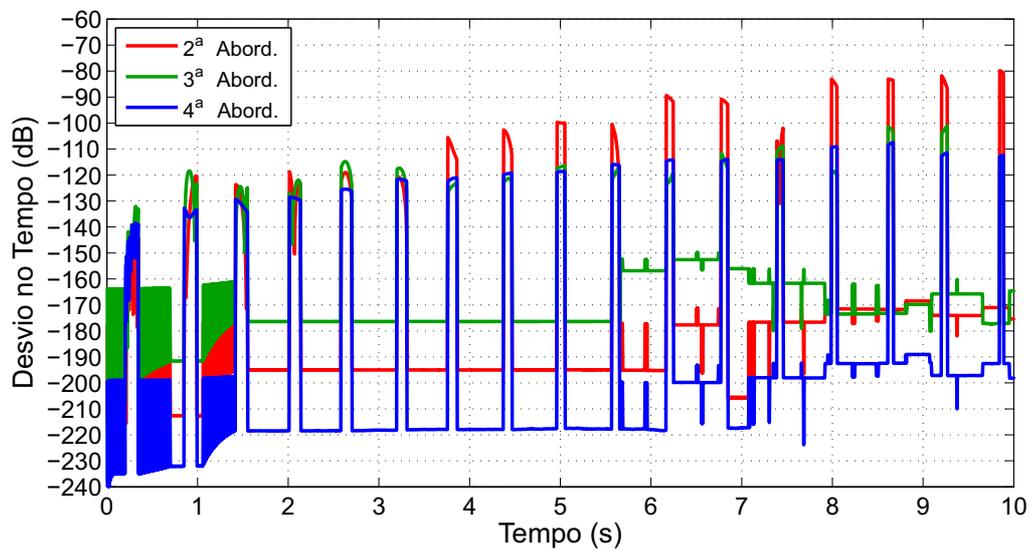


Figura 6.180: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.179.

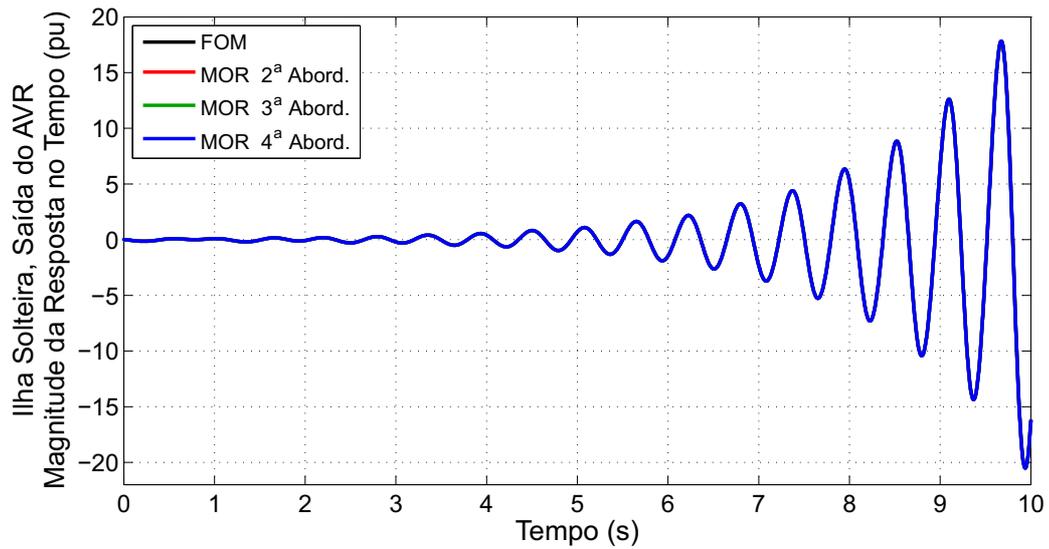


Figura 6.181: Resposta no domínio do tempo da saída do AVR de Ilha Solteira (FOM e MORs), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 200ms$.

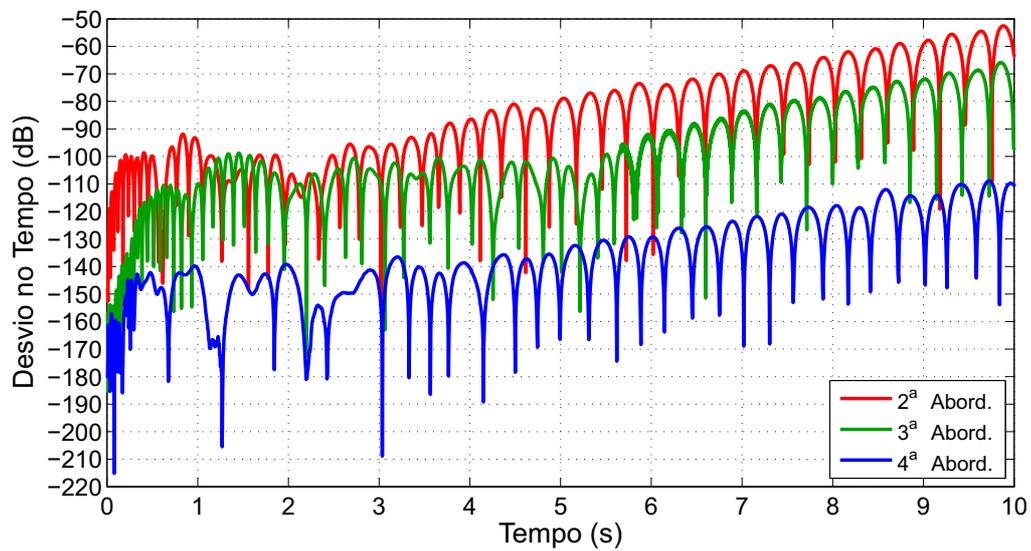


Figura 6.182: Desvio absoluto da resposta no domínio do tempo, entre o FOM e cada MOR, referente à Figura 6.181.

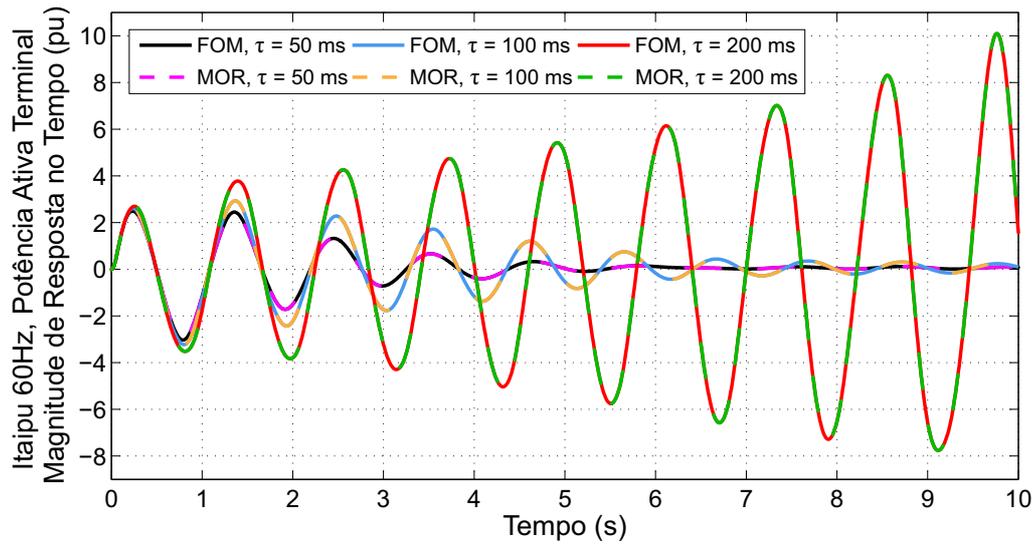


Figura 6.183: Resposta no domínio do tempo da Potência Ativa Terminal de Itaipu 60 Hz (FOM e MOR), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$, $\tau = 100ms$ e $\tau = 200ms$.

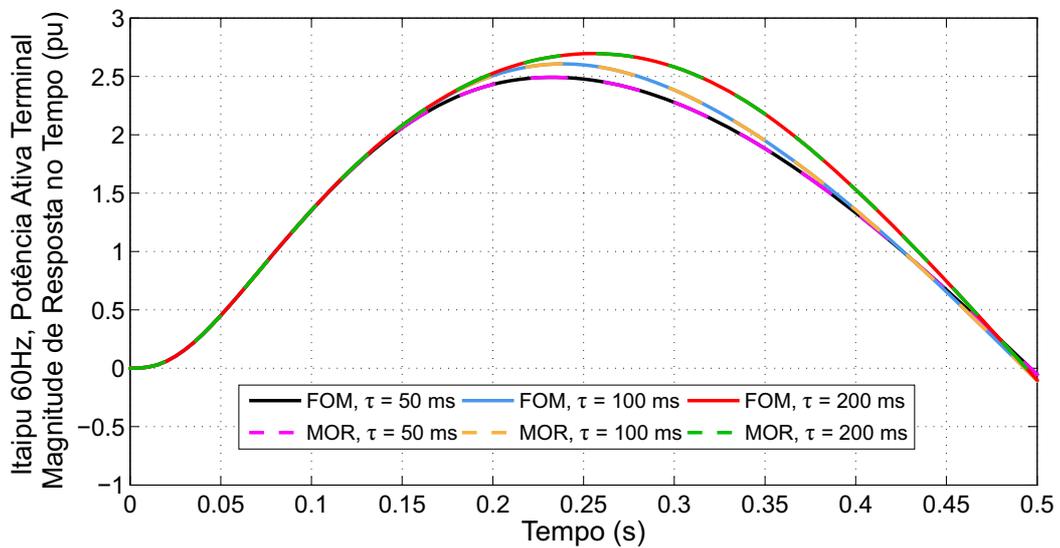


Figura 6.184: Ampliação da Figura 6.183.

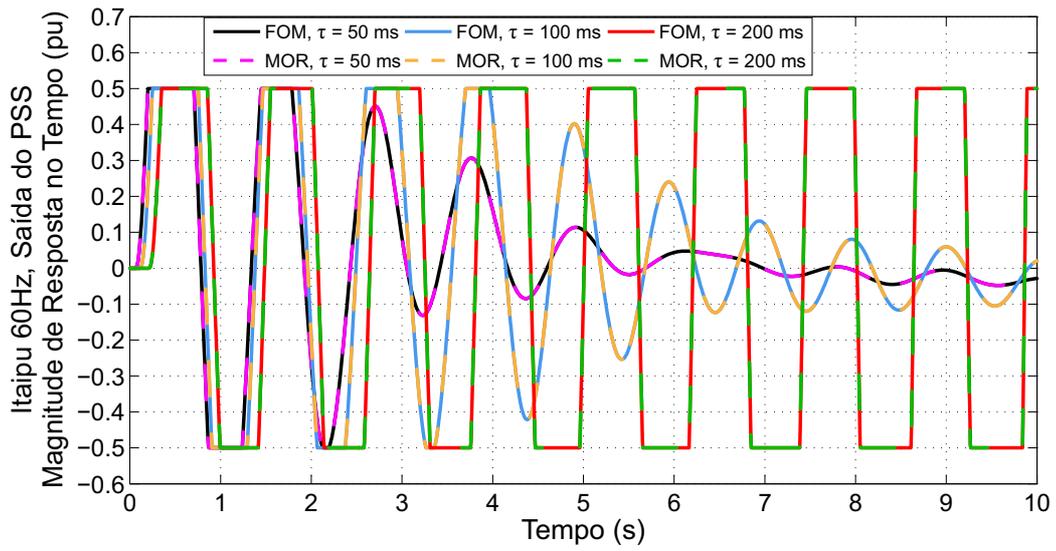


Figura 6.185: Resposta no domínio do tempo da saída do PSS de Itaipu 60 Hz (FOM e MOR), para atraso na saída dos PSSs de $\tau = 50ms$, $\tau = 100ms$ e $\tau = 200ms$.

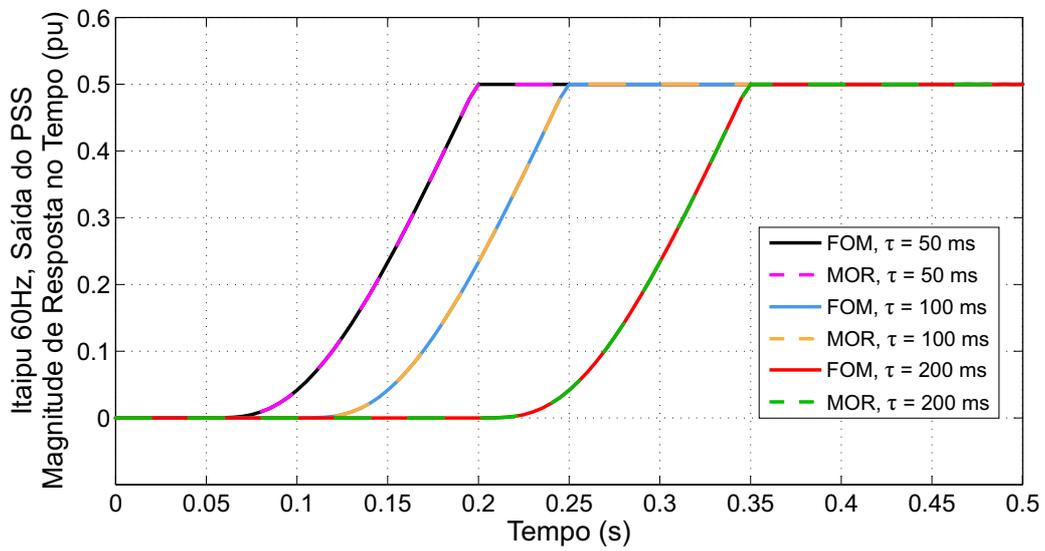


Figura 6.186: Ampliação da Figura 6.185.

6.7 TESTES DE GRANDE ESTRESSE NA ROM DO SISTEMA TESTE #2

Nesta seção, os testes foram conduzidos com o propósito de avaliar a capacidade do método de ROM, proposto neste trabalho, em reduzir um sistema FOM no caso excepcional em que um grande subsistema de geração-transmissão tenha sido desacoplado do FOM. O subsistema de geração-transmissão que é destacado e preservado durante a ROM consiste no conjunto de todas as equações que modelam o Gerador de Itaipu 60 Hz, o seu PSS, o seu AVR (ou RAT), o seu RV, suas entradas de controle (tais como P_{REF} e V_{REF}) e também o conjunto de linhas de transmissão de 500 kV entre a usina de Itaipu e a subestação de Foz de Iguaçu (estas linhas transmitiam, em 2007, cerca de 20% da potência que supria o País). A Figura 6.187 apresenta um diagrama de blocos que compreende este subsistema de Itaipu conectado à rede elétrica, ou BIPS. A Figura 6.188 ilustra a extração completa deste subsistema, de forma que o restante do BIPS sofrerá processo de ROM.

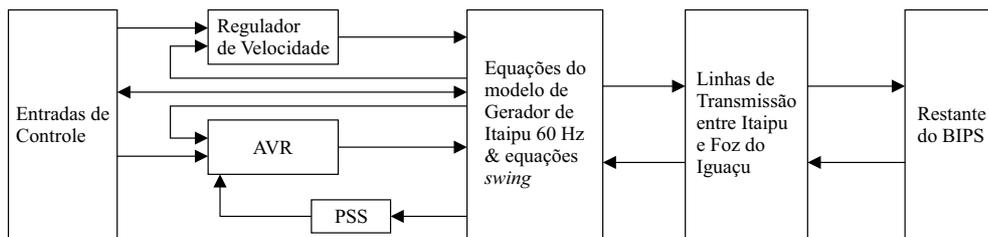


Figura 6.187: Diagrama de blocos da usina de Itaipu 60 Hz conectada à rede elétrica, ou seja, o restante do BIPS.

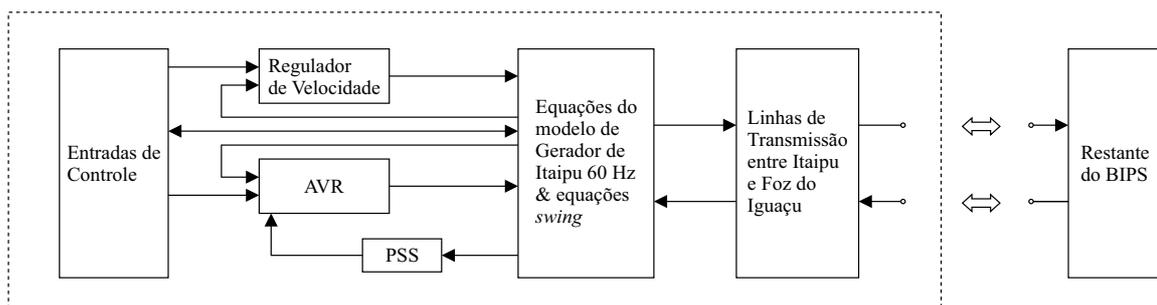


Figura 6.188: Extração completa do subsistema de geração-transmissão de Itaipu 60 Hz do restante da rede elétrica.

Após remoção deste subsistema seguindo o método de ROM proposto, o restante do sistema foi reduzido via SLRCF-ADI. Este subsistema de geração-transmissão foi, em seguida, reacoplado ao MOR, preservando, intactas, as estruturas e topologia do Gerador de Itaipu, seus PSS, AVR, RV e as já mencionadas linhas de transmissão.

Devido à magnitude do subsistema que precisa ser preservado, este teste impõe grande estresse sobre a metodologia de ROPM proposta neste trabalho. Devido às características técnicas e de operação envolvidas neste teste, a redução de ordem deste modelo requer a utilização da versão reforçada de ROPM proposta na Seção 5.7. A Abordagem 2 de ROPM foi utilizada neste teste de grande estresse, e somente esta abordagem é recomendada para este caso, uma vez que esta abordagem permite a eficiente extração e preservação de vários dispositivos do FOM.

No processo de redução de ordem por Truncamento Balanceado via SLRCF-ADI, foi necessária a utilização de $k = 270$ para um nível de precisão melhor e mais adequado. Após reacoplamento do subsistema de Itaipu 60 Hz, o MOR resultante que foi gerado possui 291 variáveis de estado e 118 variáveis algébricas, enquanto que o FOM original possui 2898 variáveis de estado e 17485 variáveis algébricas. O valor de k utilizado, ligeiramente maior que o valor usual ($k = 200$), se faz necessário para melhorar a interação do MOR com as equações do subsistema Itaipu 60 Hz que foram reacopladas. Em outras palavras, as equações do subsistema reacopladas ao MOR precisam alcançar os estados internos $\hat{x}_{PAC,1}^{est}$ do MOR e impor que o sistema resultante opere na configurações paramétricas de interesse.

A Tabela 6.10 apresenta o Tempo de Processamento (TP) médio do processo de redução de ordem pelo método de ROPM, do cálculo da resposta em frequência (as 16 respostas dos sistemas MIMO 4×4 , com 1000 pontos logaritmicamente espaçados de 10^{-2} a 200 rad/s) e cálculo dos autovalores do sistema (pelo método QR), após 100 realizações de cada caso. Estes números justificam o uso do sistema resultante de ROPM, já que a redução de ordem exige menos tempo que repetidos cálculos envolvendo o sistema completo FOM. Observa-se que a geração do MOR consumiu um pouco mais de tempo de processamento, se comparada aos resultados das seções anteriores; isso se deve à utilização da versão reforçada de ROPM proposta na Seção 5.7.

Tabela 6.10: Valores médios de Tempo de Processamento (TP)

Sistema	FOM	MOR
Geração do MOR	—	70.348 s
Resposta em frequência	766.747 s	7.5762 s
Autovalores (método QR)	11.202 s	0.067649 s

Uma vez obtido o MOR resultante, a resposta em frequência deste sistema foi obtida para vários valores de p_1 (uma constante de ganho do PSS de Itaipu) e comparada à respectiva resposta em frequência do FOM, utilizando-se da representação de sigma-plot.

As Figuras 6.189, 6.190, 6.191, 6.192, 6.193 e 6.194 apresentam os sigma-plots comparando-se FOM e MOR para os seguintes respectivos valores de parâmetro: $p_1 = 0.0022$, $p_1 = 0.22$, $p_1 = 2.2$, $p_1 = 22$, $p_1 = 220$ e $p_1 = 2200$. As curvas de σ_{\max} são representadas por linhas sólidas, enquanto que as curvas de σ_{\min} são representadas por linhas tracejadas. Apesar da grande variação paramétrica, todos os sigma-plots do MOR resultante são visualmente coincidentes com os respectivos sigma-plots do FOM. A Figura 6.195 apresenta o sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para os seis valores do parâmetro p_1 utilizados. Os erros são mínimos, com uma distância de cerca de 60 dB entre as curvas de erro e as curvas de sigma-plot.

Observou-se que o MOR gerado pela versão reforçada de ROPM, proposta na Seção 5.7, é capaz de reter a mesma dependência paramétrica que o FOM possui a respeito do parâmetro p_1 , inclusive para grandes variações do valor do parâmetro. Embora um subsistema de geração-transmissão vital e de magnitude tal como de Itaipu 60 Hz tenha sido removido do BIPS e transplantado a um modelo reduzido, o método de ROPM se apresentou capaz de preservar a dependência paramétrica, dentro de níveis de erro mínimos, para os testes realizados.

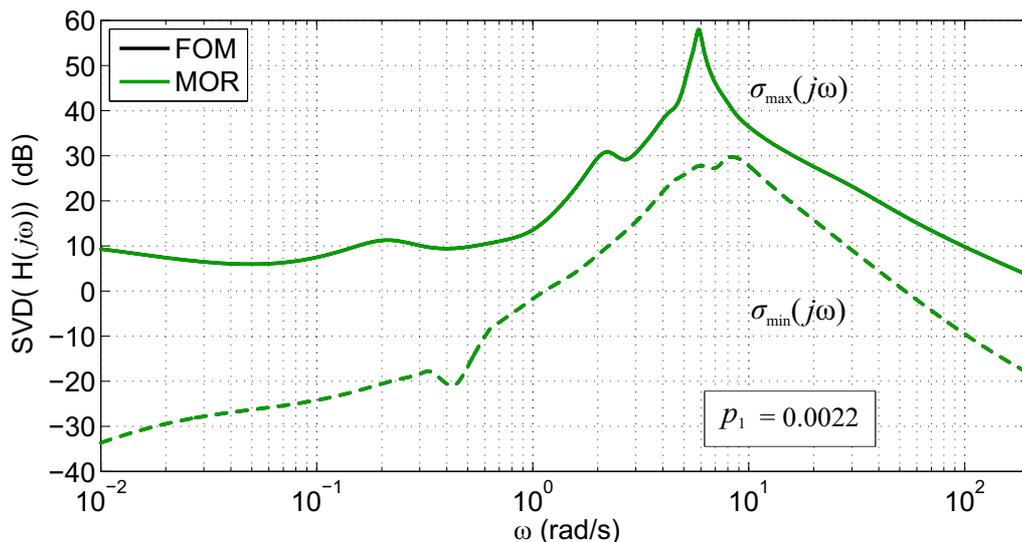


Figura 6.189: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.0022$.

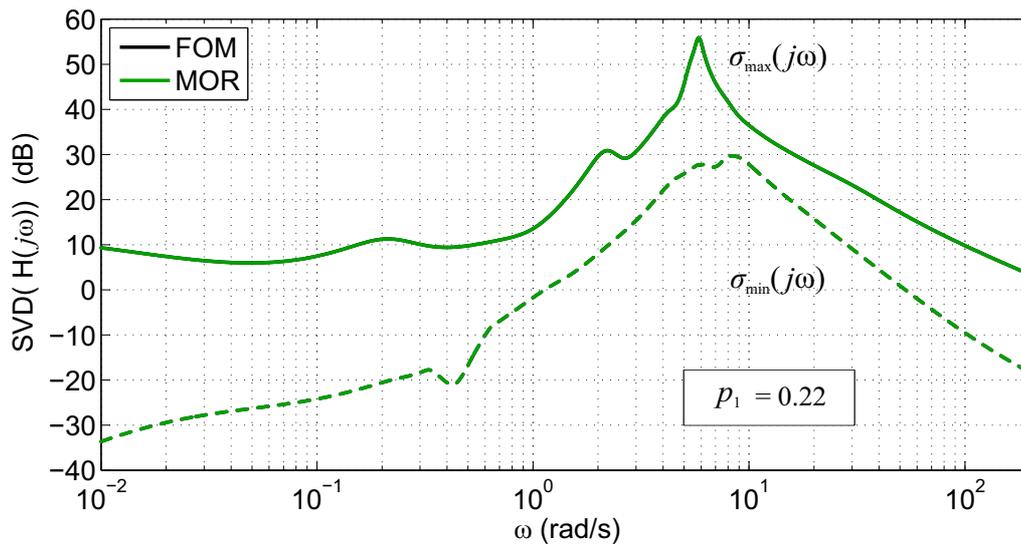


Figura 6.190: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.22$.

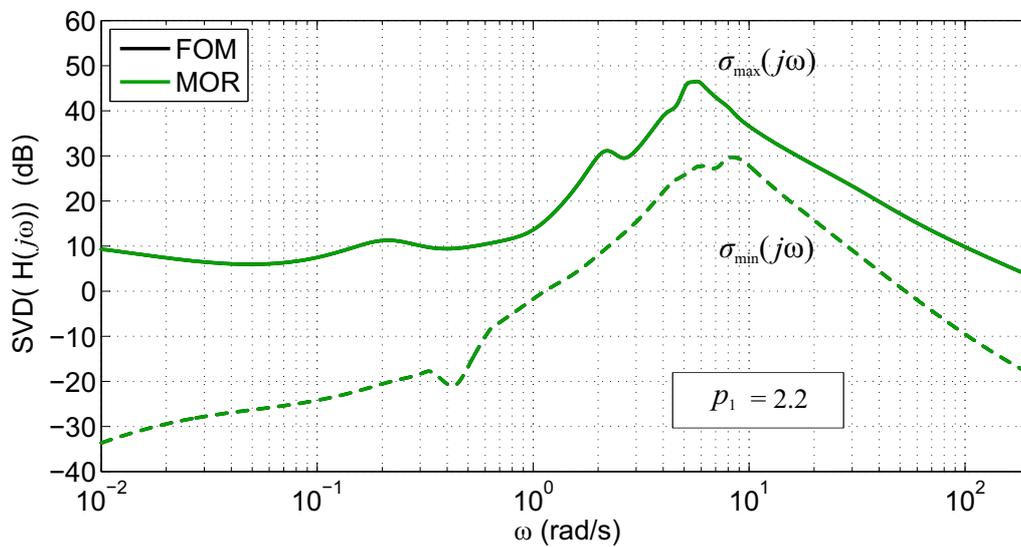


Figura 6.191: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2.2$.

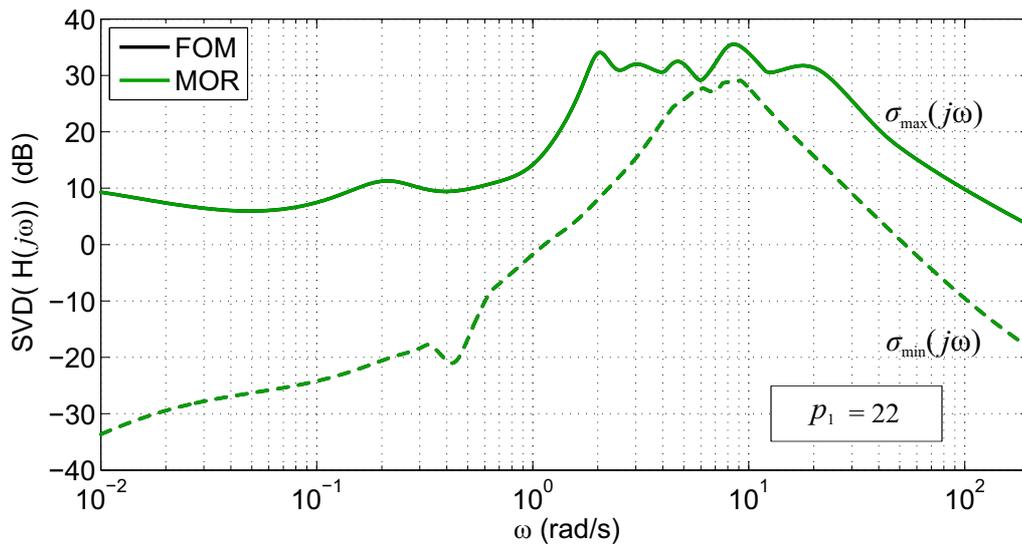


Figura 6.192: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 22$.

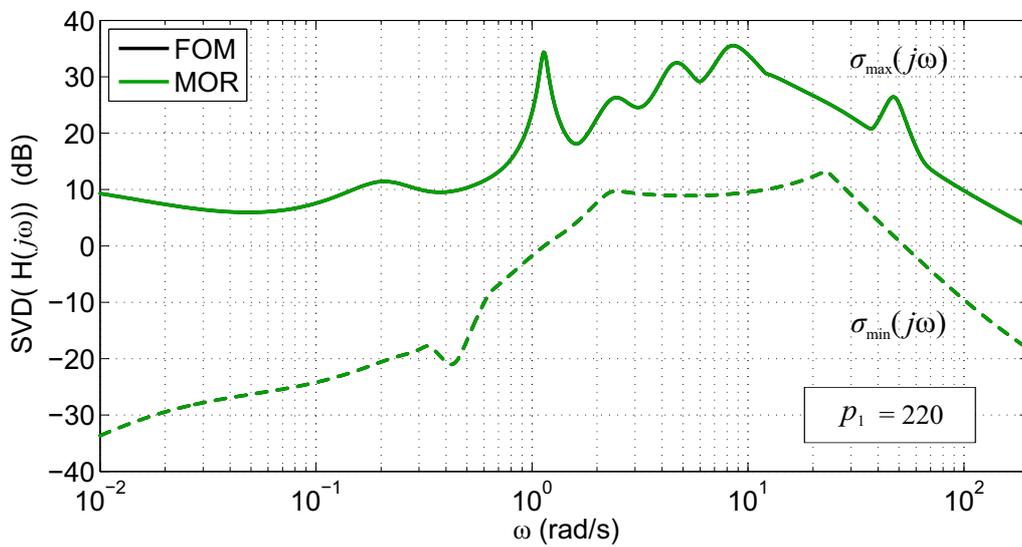


Figura 6.193: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 220$.

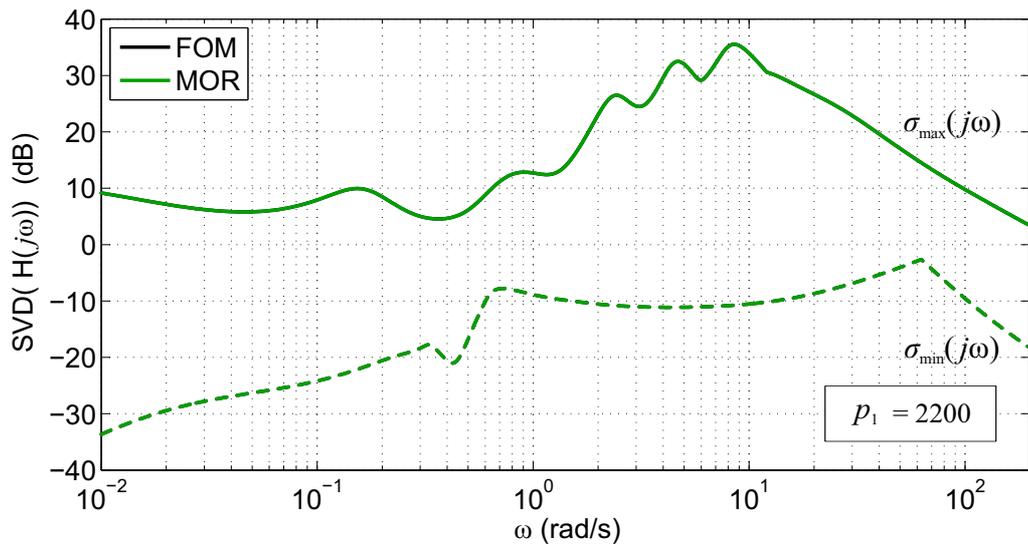


Figura 6.194: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2200$.

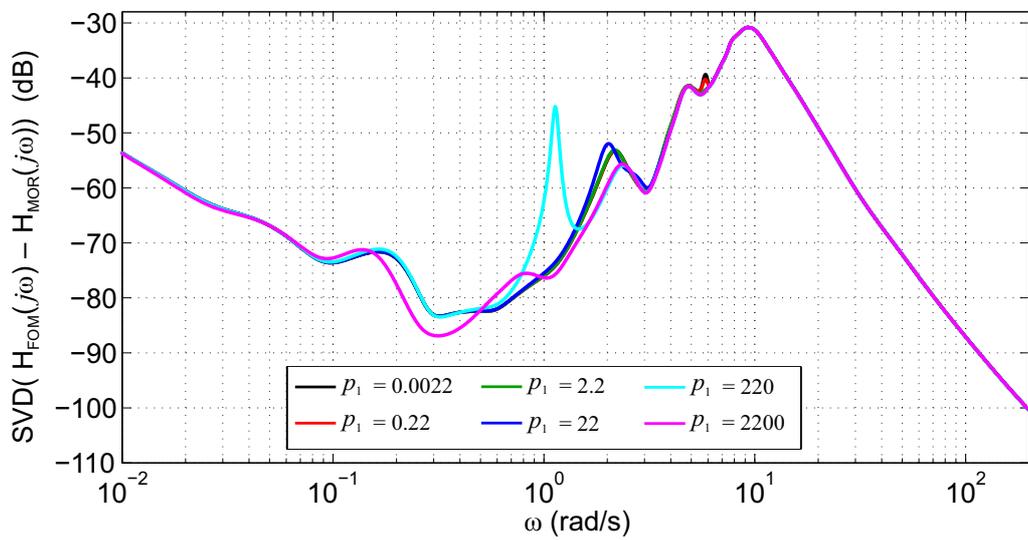


Figura 6.195: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para os seis valores do parâmetro p_1 utilizados.

6.8 ANÁLISE PRÉVIA E CONDIÇÕES DE REALIZAÇÃO DOS TESTES COM O SISTEMA TESTE #3

O sistema teste #3 deste trabalho é derivado do modelo BIPS2018 (*Brazilian Interconnected Power System*) para uma topologia de rede elétrica do ano de 2018, com base em caso prático de ponto de operação do sistema elétrico brasileiro, com cenário de carga pesada relativo ao ano de 2018.

Este sistema teste #3 contém 7129 equações diferenciais (e variáveis de estado) e 54564 equações algébricas (e variáveis algébricas). Cada gerador síncrono e as estruturas de controle a ele associadas correspondem ao modelo de uma usina geradora por completo. Todo equipamento relevante para o estudo foi modelado em detalhes, e a matriz Jacobiana aumentada (quadrada) possui 61693 linhas e 178379 elementos não nulos, que constituem 0.0046868% dos elementos da matriz Jacobiana aumentada, para fins de evidenciar sua esparsidade. Os dados do sistema linearizado foram processados e gerados pelo software PacDyn, do CEPEL [52], resultando então no sistema FOM. Os testes computacionais para cálculo de modelos reduzidos e demais simulações foram realizados em software Matlab [56].

No estudo deste sistema teste #3, os dispositivos PSS de interesse selecionados são aqueles associados a alguns geradores estratégicos, ou seja, que podem causar significativa alteração na dinâmica do sistema sob ação de PSS. Eles são capazes de influenciar modos interárea e local na análise de estabilidade eletromecânica. Desta forma, foi selecionado para a investigação deste terceiro sistema teste o PSS de Itaipu (60 Hz), uma das então maiores unidades geradoras do país.

Para este sistema teste #3, um total de 2 parâmetros do PSS de Itaipu foram selecionados, conforme apresentados na Tabela 6.11. Ainda, esta tabela apresenta os valores iniciais (\mathbf{p}_0) atribuídos aos parâmetros. Quando nada for mencionado, será considerada como configuração padrão o sistema com os parâmetros ajustados em \mathbf{p}_0 .

Tabela 6.11: Parâmetros selecionados e valores iniciais \mathbf{p}_0 para Sistema Teste #3

Parâmetro	Nome	Valor inicial \mathbf{p}_0
PSS de Itaipu (60 Hz)		
p_1	Ganho da malha de PT	2.8
p_2	Ganho da malha de WW	11.5

Os fenômenos associados a estabilidade eletromecânica geralmente ocorrem na faixa de frequência entre 0.2 Hz e 2.5 Hz. Para tanto, os resultados no domínio da frequência são apresentados dentro do intervalo entre $\omega = 10^{-2}rad/s$ e $\omega = 2 \times 10^2 rad/s$ (em maioria de magnitude e erros, pois nos testes realizados foi verificado que a resposta da fase possui comportamento análogo ao de magnitude, para as mesmas faixas de frequência).

Como padrão, os testes com redução de ordem pelo método SLRCF-ADI foram configurados com os parâmetros ($\mu_J = \{-1/15, -0.7, -6, -13, -200\}$). Os parâmetros ADI μ_J foram ajustados manualmente, de acordo com testes que foram bem sucedidos em outros trabalhos [4]. Utilizou-se da estabilização paramétrica para a ROPM deste sistema (Ver Apêndice D). Caso não seja informado o contrário, estes são os parâmetros que foram utilizados nos testes para o sistema teste #3.

Como índices para a avaliação do tempo computacional e da qualidade das respostas dos modelos reduzidos frente o sistema original, convencionou-se o uso dos indicativos de qualidade descritos a seguir.

Sigma-plot ou SVD($H(j\omega)$): Muito utilizado em outros trabalhos [4, 91] para mensurar a resposta em frequência de sistemas MIMO, o sigma-plot consiste em extrair os valores singulares (SVD) da matriz de transferência, para cada valor fixo de frequência f_i , de forma que os valores singulares resultantes desta operação variam com a frequência. No caso, o sistema teste #3 apresenta matriz de transferência 4×4 , ou seja, $H(s) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, e apresenta 4 valores singulares. Ao plotar gráficos da forma sigma-plot, costuma-se apresentar as curvas do máximo valor singular $\sigma_{\max}(j\omega)$ e do mínimo valor singular $\sigma_{\min}(j\omega)$ [4, 91].

Para mensurar o desvio em frequência, ou o erro, utiliza-se o sigma-plot do desvio em frequência, ou seja, $SVD(H_{FOM}(j\omega) - H_{MOR}(j\omega))$. Dos valores singulares obtidos, utiliza-se apenas $\sigma_{\max}(j\omega)$, pois este majora o erro.

A Figura 6.196 apresenta a reconstituição do diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz), com os parâmetros selecionados em destaque de vermelho, assim como seu respectivo valor em \mathbf{p}_0 .

ESIPU60_H8M # 971
Itaipu PSS 60 Hz

Entradas:	PT	IPU-60UHE007# 1107
	WW	IPU-60UHE007# 1107
Saídas:	VPSS	IPU-60UHE007# 1107

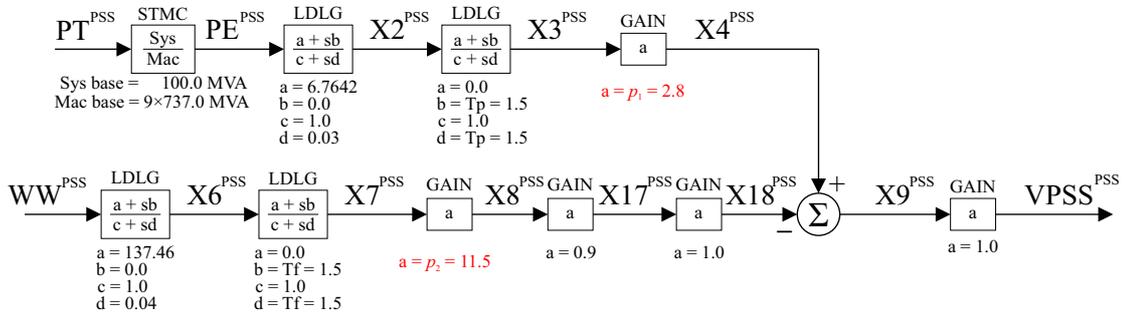


Figura 6.196: Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros.

6.9 TESTES DE ROPM COM O SISTEMA TESTE #3

Nesta seção, os testes foram conduzidos com o propósito de avaliar a capacidade do método de ROPM, proposto neste trabalho, em reduzir o Sistema Teste #3, FOM que possui dimensões extremamente elevadas, sem o PSS de Itaipu 60 Hz. Adota-se como entradas do sistema MIMO as referências de tensão, V_{REF} , das unidades de Itaipu 60 Hz, Ilha Solteira, Xingó e Paulo Afonso IV. Como saídas, foram utilizadas as potências ativas terminais, P_T , destas mesmas quatro unidades. Um total de 2 parâmetros foram selecionados, conforme foi apresentado na Tabela 6.11.

Após remoção do PSS de Itaipu, o restante do sistema foi reduzido via SLRCF-ADI. Em seguida, o PSS foi reacoplado ao sistema reduzido. Somente a Abordagem 2 de ROPM foi utilizada nestes testes, devido à superioridade que esta abordagem tem apresentado frente às demais abordagens, nos resultados desta tese e em outros testes externos.

No processo de redução de ordem por Truncamento Balanceado via SLRCF-ADI, foi necessária a utilização de $k = 300$ para um nível de precisão melhor e mais adequado, dadas as dimensões do FOM. Após reacoplamento do subsistema de Itaipu 60 Hz, o MOR resultante que foi gerado possui 304 variáveis de estado e 19 variáveis algébricas, enquanto que o FOM original possui 7129 variáveis de estado e 54564 variáveis algébricas. Comparando-se o aumento das dimensões do sistema teste #2

para o #3, percebe-se que a ordem do MOR para o sistema teste #3 aumentou menos proporcionalmente.

Uma vez obtido o MOR resultante, a resposta em frequência deste sistema foi obtida para vários valores de p_1 (uma das constantes de ganho do PSS de Itaipu) e comparada à respectiva resposta em frequência do FOM, utilizando-se da representação de sigma-plot [4, 91].

As Figuras 6.197 a 6.202 apresentam os sigma-plots comparando-se FOM e MOR para os seguintes valores de parâmetro: $p_1 = 0.0028$, $p_1 = 0.28$, $p_1 = 2.8$, $p_1 = 28$, $p_1 = 280$ e $p_1 = 2800$. As curvas de σ_{\max} são representadas por linhas sólidas, enquanto que as curvas de σ_{\min} são representadas por linhas tracejadas. Apesar da grande variação paramétrica, todos os sigma-plots do MOR resultante são visualmente coincidentes com os respectivos sigma-plots do FOM. A Figura 6.203 apresenta o sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para os seis valores do parâmetro p_1 utilizados. Os erros são considerados satisfatórios (com valores absolutos abaixo de -60 dB) para os testes realizados com este sistema.

Observou-se que o MOR (da abordagem 2) é capaz de reter a mesma dependência paramétrica que o FOM possui a respeito do parâmetro p_1 , inclusive para grandes variações do valor do parâmetro. Embora o sistema FOM do BIPS2018 tenha dimensões bastante elevadas, a ROPM se processou adequadamente, gerando um modelo reduzido com ordem de cerca de 4.2643% da ordem do sistema FOM original.

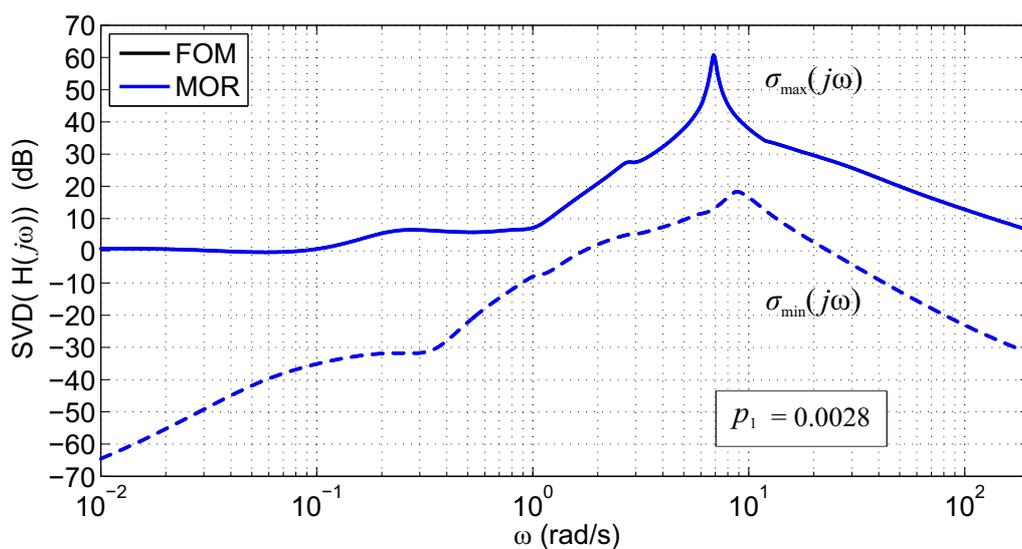


Figura 6.197: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.0028$.

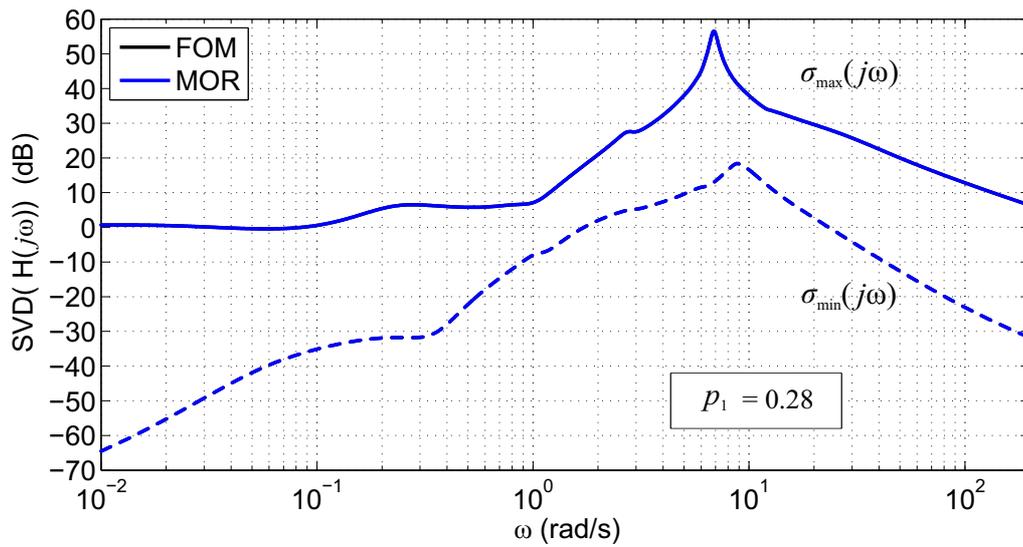


Figura 6.198: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 0.28$.

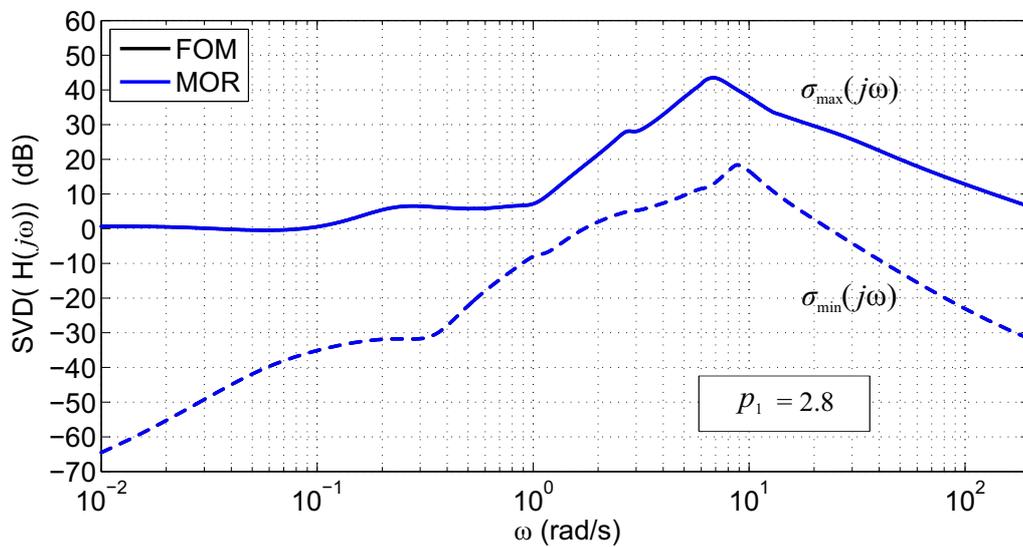


Figura 6.199: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2.8$.

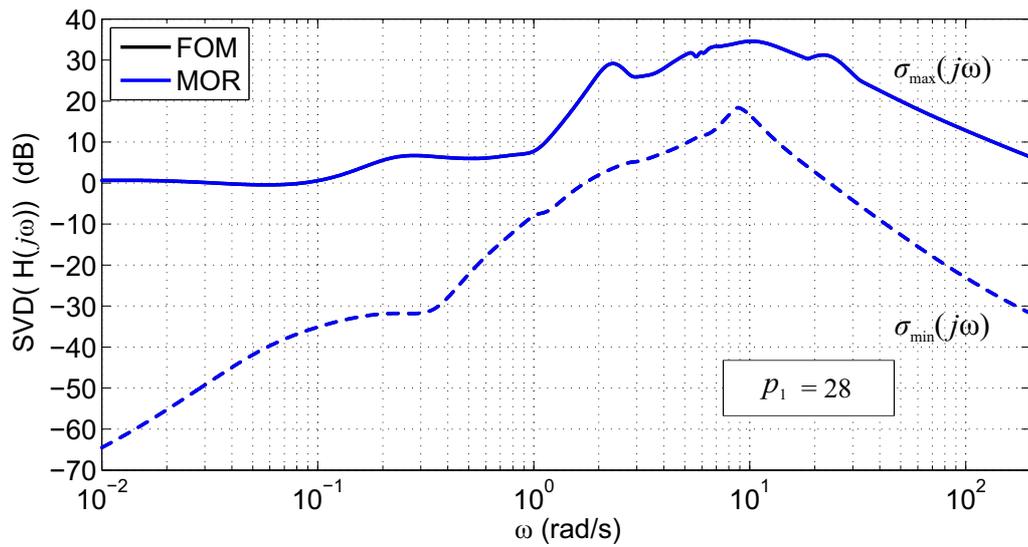


Figura 6.200: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 28$.

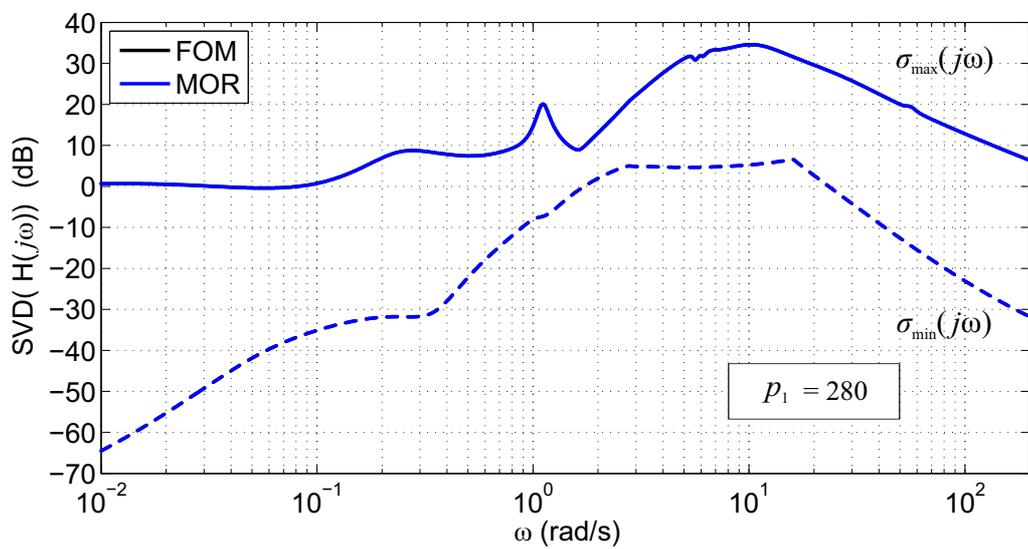


Figura 6.201: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 280$.

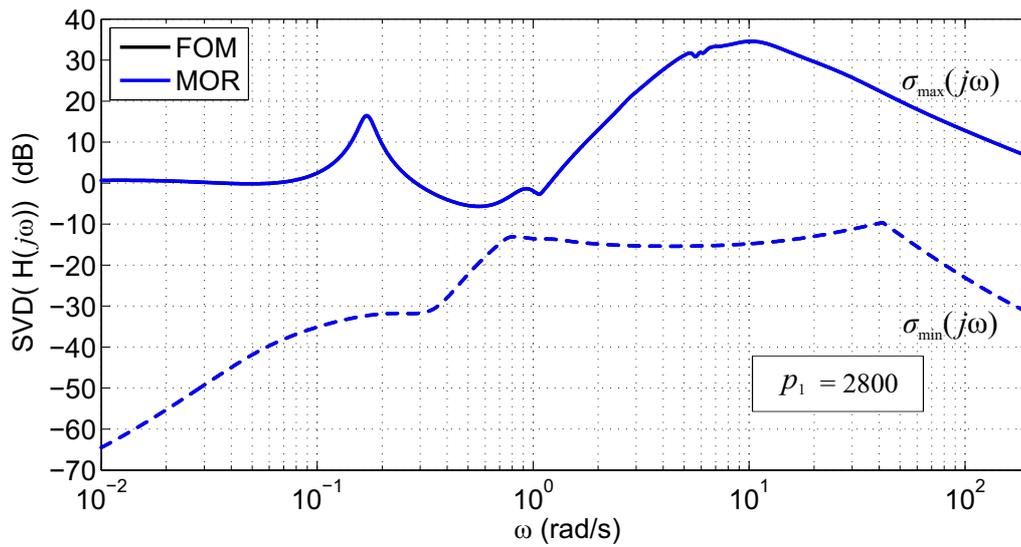


Figura 6.202: Sigma-plot (valor singular máximo em linha contínua e mínimo em linha tracejada) da resposta em frequência do FOM e do MOR para $p_1 = 2800$.

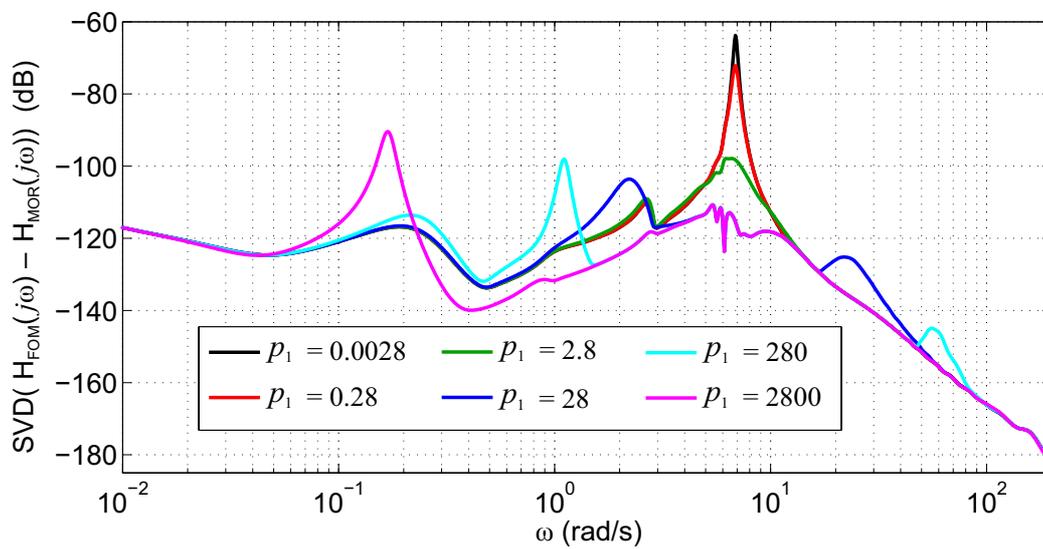


Figura 6.203: Sigma-plot do desvio entre FOM e MOR, para os seis valores do parâmetro p_1 utilizados.

6.10 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO

Neste Capítulo foram apresentados inúmeros resultados de testes computacionais que avaliaram o desempenho e qualidade de cada uma das quatro abordagens de ROPM propostas no Capítulo 5 para três sistemas testes FOM, sendo que dois originados de uma topologia de rede elétrica do BIPS2007, e o terceiro deriva do BIPS2018.

Na Seção 6.1, uma análise prévia e preparação do sistema teste #1 permitiram a análise dos modos mais críticos para a estabilidade eletromecânica do sistema. O uso dos fatores de participação auxiliou a detecção de quais estados e, conseqüentemente, geradores e PSS possuíam uma influência maior para cada polo instável e/ou pouco amortecido.

Na Seção 6.2, testes de desempenho utilizando-se a resposta e erro em frequência avaliaram as quatro abordagens frente desempenho aferido a partir do sistema teste original FOM #1. Este estudo considerou a mesma variação de parâmetros específicos tanto nos sistemas reduzidos como no sistema FOM. A Abordagem 1 apresentou, no máximo, níveis de erro razoáveis apenas localmente na configuração de parâmetros em que ocorreu a ROPM (em \mathbf{p}_0). Já para excursões fora das vizinhanças de \mathbf{p}_0 , ocorreram elevadas discrepâncias entre sistema reduzido e sistema FOM. Por outro lado, as abordagens 2, 3 e 4 apresentaram níveis de erro excelentes, mesmo para grandes variações paramétricas, desde que a ordem k do Truncamento Balanceado não fosse muito pequena. Destaca-se que a abordagem 4 apresentou comportamento que incorporou a precisão local da abordagem 1 assim como incorporou uma maior faixa de variação paramétrica quase igual à observada nas abordagens 2 e 3. Para variações de parâmetro extremamente elevadas, recomenda-se a abordagem 2 por ser mais resiliente quanto ao erro em relação ao sistema original.

Na Seção 6.3, testes para o ajuste de PSS via análise de *Root Loci* foram conduzidos, referentes ao sistema FOM #1. A abordagem 1 diferiu significativamente do sistema FOM, alocando os polos dominantes de forma diferente do FOM, quando submetido ao mesmo ajuste de parâmetros que estabilizou o sistema FOM. As abordagens 2, 3 e 4 reproduziram fielmente o movimento dos polos mais críticos do FOM, e ainda estabilizaram o sistema MOR e apresentaram resposta no tempo extremamente similar à resposta do sistema FOM estabilizado. Ainda, a abordagem 4 permitiu o uso de menor ordem de truncamento k , uma pequena vantagem em relação

às abordagens 2 e 3, considerando-se os testes realizados para o sistema teste #1. Após estes resultados, a abordagem 1 foi descartada como método eficiente de ROPM.

Na Seção 6.4, realizou-se uma análise prévia e descrição das condições de realização dos testes com o Sistema Teste #2.

Na Seção 6.5, foram apresentados os resultados de testes de desempenho de cada abordagem de ROPM utilizando-se como base o erro de resposta em frequência em relação ao sistema teste FOM #2. Nota-se que os MORs seguem o comportamento do FOM com grande acurácia, para variações paramétricas extremamente grandes. Embora a abordagem 4 apresentasse uma leve vantagem no ponto de operação \mathbf{p}_0 , a abordagem 2 gerou o MOR de menor ordem e o MOR mais resiliente no sentido de preservar a mesma dependência paramétrica que o FOM possui a respeito dos parâmetros investigados.

Na Seção 6.6, foram apresentados e comparados os resultados de simulações do FOM #2 e do MOR com a inclusão de não-linearidades em ambos, incluindo atraso no tempo. O modelo FOM foi reduzido utilizando-se o método de ROPM proposto, tratando de preservar a dependência funcional de 18 parâmetros e 12 equação não-lineares existente em 4 PSSs e 4 AVR de 4 grandes unidades de geração do BIPS. Apesar disso, esses 8 dispositivos tiveram sua dependência funcional reconstituída e o MOR resultante para cada abordagem, incluindo determinadas não-linearidades, desempenharam satisfatoriamente bem em reproduzir o comportamento do FOM, dadas as variações impostas aos parâmetros testados, e dado o sistema teste investigado, especialmente a abordagem 2, que gerou o MOR de menor ordem. A abordagem 4 apresentou erros ligeiramente menores que as abordagens 2 e 3, contudo a um custo significativo de seu MOR possuir ordem 50% maior que o MOR da abordagem 2.

Na Seção 6.7, o método de ROPM proposto no capítulo 5 foi submetido a um grande estresse ao ser exigida a ROPM do sistema FOM #2 desacoplado de um subsistema de geração-transmissão composto pela unidade de geração de Itaipu, suas unidades de controle e sua principal linha de transmissão. Apenas a Abordagem 2 de ROPM foi utilizada neste teste de grande estresse, e somente esta abordagem é recomendada para este caso, uma vez que verificou-se que esta abordagem permite a eficiente extração e preservação de vários dispositivos do FOM. Embora um subsistema de geração-transmissão vital e de magnitude tal como de Itaipu 60 Hz tenha sido removido do BIPS e transplantado a um modelo reduzido, o método de ROPM se

apresentou capaz de preservar a dependência paramétrica, dentro de níveis de erro mínimos, para os testes realizados.

Na Seção 6.8, realizou-se uma análise prévia e descrição das condições de realização dos testes com o Sistema Teste #3.

Na Seção 6.9, foram apresentados os resultados de testes de ROPM utilizando-se como base o erro de resposta em frequência em relação ao sistema teste FOM #3. Somente a abordagem 2 foi empregada. Observou-se que o MOR foi capaz de reter a mesma dependência paramétrica observada no FOM. Embora o sistema FOM do BIPS2018 tivesse dimensões bastante elevadas, a ROPM se processou adequadamente, gerando um modelo reduzido com ordem de cerca de 4.2643% da ordem do sistema FOM original.

De forma geral, com base nos testes realizados e nos resultados obtidos, as abordagens 2, 3 e 4 são altamente recomendáveis para os estudos realizados, seja em simulações no domínio do tempo, na frequência, em projetos de controladores com uso do lugar geométrico das raízes, etc.

A Abordagem 4 apresentou melhor custo-benefício em sistemas MIMO com poucas entradas e poucas saídas, e com poucos parâmetros preservados, e pode ser útil no caso de projeto de PSS. Esta abordagem é realmente indicada quando há uma impossibilidade de se realizar a redução de ordem da parte constante do FOM (após retirada das equações com parâmetros) em malha aberta, que ocorre nas abordagens 2 e 3.

A abordagem 3 se comportou, na maioria dos testes conduzidos, de forma similar à abordagem 2, apenas com um desempenho ligeiramente inferior. Esta abordagem é recomendada quando o uso da abordagem 2 implicaria na retirada de uma quantidade massiva de equações, número que em contrapartida é significativamente menor considerando-se a abordagem 3, que não considera a retirada de dispositivos inteiros, mas apenas das equações que contenham os devidos parâmetros.

Por fim, a abordagem 2 resultou na melhor solução de compromisso entre aquelas apresentadas como formas de implementação do método de ROPM proposto nesta tese. Trata-se de uma opção robusta, de simples implementação e, conforme observado nos testes realizados, com desempenho excelente na ROPM.

Capítulo 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 CONCLUSÕES GERAIS

Este trabalho tratou da proposição, detalhamento e testes de quatro abordagens de Redução de Ordem Paramétrica de Modelos (ROPM), aplicada a modelos de estabilidade eletromecânica de Sistemas Elétricos de Potência (SEP) a pequenos sinais. Destacou-se neste estudo:

- O levantamento teórico do método de ROM SLRCF-ADI, sua implementação e particularidades para a redução de ordem por truncamento balanceado;
- O levantamento teórico de modelagem de SEP e informações a respeito do programa PacDyn (Programa de Análise Linear e Controle do Amortecimento de Oscilações em Sistemas de Potência) do CEPTEL [52];
- A proposição e detalhamento de quatro abordagens de ROPM;
- Realização de testes buscando-se avaliar o desempenho de cada abordagem, dada uma variação de parâmetros;
- Realização de testes para ajuste de PSS com as abordagens de ROPM propostas.
- Realização de testes de ROPM preservando-se algumas não-linearidades de interesse, inclusive atraso no tempo; os efeitos de tais não-linearidades sobre a estabilidade do sistema puderam ser observados tanto no FOM como nos MORs;
- Realização de testes de ROPM quando há a retirada de um grande subsistema de geração-transmissão e reacoplamento deste ao modelo reduzido; este teste foi considerado de grande estresse para a metodologia ROPM proposta neste trabalho;
- Realização de testes de ROPM em sistemas de dimensões muito elevadas, sendo o maior sistema com ordem 7129;

No Capítulo 2 desta tese, dedicou-se ênfase para revisão de alguns conceitos matemáticos de interesse para o bom entendimento dos fundamentos de redução de ordem de modelos. Descreveu-se a modelagem de sistemas dinâmicos na forma de espaço de estados e sistema descritor. Enfatizou-se a representação por sistema descritor como mais adequada para estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais baseado na abordagem via matriz jacobiana aumentada. Com base nessas representações, formulou-se o problema básico para obtenção de modelos reduzidos, via método clássico embasado em balanceamento truncado.

O capítulo 3 apresentou metodologias encontradas na literatura e que abordam a determinação de MORs, mas diferentemente do abordado no Capítulo 2, baseados no cálculo de gramianas de baixo *rank*. A ênfase, neste caso, é voltada para métodos que usam fatores ADI, especialmente o método SLRCF-ADI [4], método de ROM não-paramétrica que serviu de base para o método de ROPM proposto nesta tese.

O capítulo 4 apresentou resumidamente os principais conceitos de modelagem de SEP utilizados e informações a respeito do software PacDyn.

O capítulo 5 apresentou e detalhou quatro abordagens (denominadas 1, 2, 3 e 4) para redução de ordem paramétrica de modelo. Em todas estas abordagens, tem-se (no MOR) acesso explícito à variação paramétrica de interesse. Foi apresentado amplo detalhamento matemático, esclarecendo-se as particularidades de cada uma das abordagens. Na formulação do problema, expuseram-se as diversas formas de explicitação dos parâmetros variáveis, bem como o impacto sobre a robustez da ROPM e da ordem final do modelo.

O Capítulo 6 da tese foi dedicado a testes e resultados a fim de validar os métodos propostos. Três sistemas FOM foram empregados nos diversos testes, sendo que dois originados de uma topologia de rede elétrica do BIPS2007, e o terceiro deriva do BIPS2018. Primeiramente, foram realizados diversos testes para se avaliar o desempenho de cada abordagem proposta de ROPM frente o sistema teste FOM. Alguns testes contemplaram estudos de variação de parâmetros que afetam a precisão dos modelos e a eficácia dos métodos para obtê-los. Em seguida, as abordagens de ROPM foram utilizadas em uma análise de *Root Loci* para ajuste de PSS com finalidade de realocar modos instáveis e pouco amortecidos. Realizaram-se simulações no domínio do tempo para comparar as respostas entre FOM e MOR com a inclusão de não-linearidades em ambos, incluindo atraso no tempo. Em seguida, o método de ROPM proposto no capítulo 5 foi submetido a um grande estresse ao ser exigida a ROPM do sistema FOM subtraído de um vital subsistema de geração-transmissão de Itaipu.

Realizaram-se testes de ROPM de um sistema FOM com dimensões extremamente elevadas.

Entre todas as quatro Abordagens investigadas, a abordagem 1 foi a que apresentou pior desempenho, tanto em resposta em frequência como no deslocamento de polos no plano complexo, não sendo recomendada sua utilização para a ROPM. Esta abordagem foi incluída apenas para mostrar os efeitos da variação de valores de parâmetros quando da utilização de uma adaptação de método de redução de ordem não-paramétrica.

A Abordagem 4 apresentou melhor custo-benefício em algumas poucas ocasiões, e pode ser útil no caso de projeto de PSS. Todavia, seu melhor desempenho se limita a sistemas MIMO com poucas entradas e poucas saídas, e com poucos parâmetros preservados. A Abordagem 4 também permitiu a preservação de não-linearidades, mas com desempenho inferior às abordagens 2 e 3, pois demandou maiores ordens de redução. Esta abordagem é realmente indicada quando há uma impossibilidade de se realizar a redução de ordem da parte constante do FOM (após retirada das equações com parâmetros) em malha aberta, que ocorre nas abordagens 2 e 3.

A abordagem 3 se comportou, na maioria dos testes conduzidos, de forma similar à abordagem 2, apenas com um desempenho ligeiramente inferior. Esta abordagem é recomendada quando o uso da abordagem 2 implicaria na retirada de uma quantidade massiva de equações, número que em contrapartida é significativamente menor considerando-se a abordagem 3, que não considera a retirada de dispositivos inteiros, mas apenas das equações que contenham os devidos parâmetros.

Por fim, a abordagem 2 resultou na melhor opção entre aquelas apresentadas como formas de implementação do método de ROPM proposto nesta tese. Seja para uma variação extremamente larga dos valores dos parâmetros, seja para uma variação estreita. Seja a realização de ajustes de controladores pelo deslocamento de polos no plano complexo. Seja considerando a preservação de algumas não-linearidades no MOR, inclusive atraso no tempo. Seja preservando no MOR todo um subsistema de geração-transmissão da magnitude de Itaipu. Seja por ser capaz de reduzir sistemas FOM de dimensões extremamente elevadas. Seja por apresentar forma mais simples de implementação para o usuário final (em relação às abordagens 3 e 4). Esta abordagem é a mais indicada quando for realizada a ROPM, conforme indicado nesta tese.

Contudo, as abordagens 3 e 4 possuem seus próprios méritos a depender da situação e não devem ser descartadas, já que também foram capazes de gerar modelos

reduzidos que capturassem fidedignamente os comportamentos dinâmicos presentes no modelo de ordem completa FOM. Apesar da abordagem 2 ter resultado um desempenho melhor, fica aqui o destaque que as abordagens 2, 3 e 4 compõem uma mesma metodologia de solução de ROPM, que torna possível avaliar um problema de diferentes formas, se o problema for encaminhado para uma abordagem ou para outra.

Vale ressaltar que a metodologia de ROPM proposta apresenta caráter bastante geral e não se limita apenas a modelos utilizados em estudos de estabilidade eletromecânica. De fato, o desenvolvimento do método ROPM exposto pelo equacionamento presente no Capítulo 5 é análogo e pode ser aplicável em diversos outros campos da engenharia, Física e Química.

7.2 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Como sugestões de trabalhos que podem ser desenvolvidos no futuro, são sugeridas as seguintes opções:

- Aplicação de métodos avançados de controle ótimo e de controle robusto no projeto de controladores tais como PSS [3, 7, 62], utilizando-se as abordagens de ROPM propostas, particularmente a abordagem n° 2;
- Aplicação de métodos metaheurísticos, como em [92], para otimização do ajuste de controladores como PSS, utilizando-se as abordagens de ROPM propostas;
- Aplicação dos métodos ADI e EKS na resolução de equações algébricas de Riccati [27, 93];
- Aplicação das abordagens 2, 3 e 4 de ROPM propostas em outros problemas que requeiram variação paramétrica de modelos lineares, seguida da comparação de desempenho entre as abordagens 2, 3 e 4 de ROPM propostas em diferentes cenários e com aplicação de métricas para automatização da escolha entre cada uma das abordagens;
- Aplicação das abordagens 2, 3 e 4 de ROPM propostas para a obtenção de modelos reduzidos que auxiliem o diagnóstico de faltas em sistemas de controle de geradores e FACTS;
- Realização de investigações acerca da redução de ordem de modelos instáveis via estabilização paramétrica, proposta no Apêndice D.

Referências Bibliográficas

- [1] P. Kundur. “*Power system control and stability*”. McGraw-Hill, New York, 1994.
- [2] J. J. Grainger & W. D. Stevenson. “*Power system analysis*”. McGraw-Hill, 1994.
- [3] J. Ackermann. “*Robust Control - The Parameter Space Approach*”. Springer-Verlag London, 2002.
- [4] F. D. Freitas & J. Rommes & N. Martins. “Gramian-based reduction method applied to large sparse power system descriptor models”. *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 23(3):1258–1270, 2008.
- [5] N. Martins & L. T. G. Lima & H.J.C.P. Pinto. “Computing dominant poles of power system transfer functions”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 11(1):162–170, 1996.
- [6] N. Martins. “Efficient eigenvalue and frequency response methods applied to power system small-signal stability studies”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 1(1):217–224, 1986.
- [7] N. Martins & F. G. Silva & P. C. Pellanda & A. de Castro & P. E. M. Quintão. “Utilizing transfer function modal equivalents of low-order for the design of power oscillation damping controllers in large power systems”. In *IEEE/PES General Meeting*, pages 2642–2648, 2005.
- [8] S. L. Varricchio & F. D. Freitas & N. Martins. “Hybrid modal-balanced truncation method based on power system transfer function energy concepts”. *Generation, Transmission & Distribution, IET*, 9(11):1186–1194, 2015.
- [9] G. Troullinos & J. Dorsey & H. Wong & J. Myers. “Reducing the order of very large power system models”. *IEEE Trans. on power systems*, 3(1):127–133, 1988.
- [10] J. Rommes & N. Martins. “Efficient computation of transfer function dominant poles using subspace acceleration”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 21(3):1218, 2006.

-
- [11] T. Penzl. “A cyclic low-rank Smith method for large sparse Lyapunov equations”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 21(4):1401–1418, 1999.
- [12] T. Penzl. “*LYAPACK a MATLAB Toolbox for Large Lyapunov and Riccati Equations, Model Reduction Problems, and Linear–Quadratic Optimal Control Problems Users*” Guide (Version 1.0). Citeseer, 1999.
- [13] P. Benner. “Numerical linear algebra for model reduction in control and simulation”. *GAMM-Mitteilungen*, 29(2):275–296, 2006.
- [14] D. Chaniotis & M. Pai. “Model reduction in power systems using Krylov subspace methods”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 20(2):888–894, 2005.
- [15] V. Simoncini. “A new iterative method for solving large-scale Lyapunov matrix equations”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 29(3):1268–1288, 2007.
- [16] L. Knizhnerman & V. Simoncini. “Convergence analysis of the extended Krylov subspace method for the Lyapunov equation”. *Numerische Mathematik*, 118(3):567–586, 2011.
- [17] T. Stykel & V. Simoncini. “Krylov subspace methods for projected Lyapunov equations”. *Applied Numerical Mathematics*, 62(1):35–50, 2012.
- [18] Z. Zhu & G. Geng & Q. Jiang. “Power system dynamic model reduction based on extended Krylov subspace method”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 2016.
- [19] E. L. Wachspress. “Iterative solution of the Lyapunov matrix equation”. *Applied Mathematics Letters*, 1(1):87–90, 1988.
- [20] J-R. Li & J. White. “Low rank solution of Lyapunov equations”. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 24(1):260–280, 2002.
- [21] J-R. Li. “*Model reduction of large linear systems via low rank system gramians*”. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2000.
- [22] R. H. Bartels & G. W. Stewart. “Solution of the matrix equation $AX + XB = C$ [F4]”. *Communications of the ACM*, 15(9):820–826, 1972.
- [23] Z. Gajic & M. T. J. Qureshi. “*Lyapunov matrix equation in system stability and control*”. Courier Corporation, 2008.
- [24] T. A. Davis & E. P. Natarajan. “Algorithm 907: Klu, a direct sparse solver for circuit simulation problems”. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 37(3):36, 2010.

-
- [25] Y. Saad. “*Numerical methods for large eigenvalue problems*”, volume 158. SIAM, 1992.
- [26] Y. Saad. “*Iterative methods for sparse linear systems*”. SIAM, 2003.
- [27] F. D. Freitas & J. Rommes & N. Martins. “Low-rank gramian applications in dynamics and control”. In *Communications, Computing and Control Applications (CCCA), 2011 International Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2011.
- [28] P. Benner & S. Gugercin & K. Willcox. “A survey of projection-based model reduction methods for parametric dynamical systems”. *SIAM review*, 57(4):483–531, 2015.
- [29] D. Amsallem & C. Farhat. “Interpolation method for adapting reduced-order models and application to aeroelasticity”. *AIAA journal*, 46(7):1803–1813, 2008.
- [30] U. Baur & C. Beattie & P. Benner & S. Gugercin. “Interpolatory projection methods for parameterized model reduction”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 33(5):2489–2518, 2011.
- [31] P. Binev & A. Cohen & W. Dahmen & R. DeVore & G. Petrova & P. Wojtaszczyk. “Convergence rates for greedy algorithms in reduced basis methods”. *SIAM journal on mathematical analysis*, 43(3):1457–1472, 2011.
- [32] R. Pintelonn & J. Schoukens. “*System Identification - A Frequency Domain Approach*”. John Wiley & Sons, 2012.
- [33] U. Baur & P. Benner & A. Greiner & J.G. Korvink & J. Lienemann & C. Moosmann. “Parameter preserving model order reduction for MEMS applications”. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems: Methods, Tools and Applications in Engineering and Related Sciences*, 17(4):297–317, 2011.
- [34] K. Krenek. “A Parameter Preserving Model Order Reduction Algorithm for Rotordynamic Systems”. *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, 21:1863–1873, 2015.
- [35] A. M. Simoes & D. C. Savelli & P. C. Pellanda & N. Martins & P. Apkarian. “Robust Design of a TCSC Oscillation Damping Controller in a Weak 500-kV Interconnection Considering Multiple Power Flow Scenarios and External Disturbances”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 24(1):226–236, 2009.
- [36] B. N. Bond & L. Daniel. “A piecewise-linear moment-matching approach to parameterized model-order reduction for highly nonlinear systems”. *IEEE*

-
- Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 26(12):2116–2129, 2007.
- [37] J. Degroote & J. Vierendeels & K. Willcox. “Interpolation among reduced-order matrices to obtain parameterized models for design, optimization and probabilistic analysis”. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 63(2):207–230, 2010.
- [38] J. L. Eftang & B. Stamm. “Parameter multi-domain empirical interpolation”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 90(4):412–428, 2012.
- [39] B. Haasdonk & M. Dihlmann & M. Ohlberger. “A training set and multiple bases generation approach for parameterized model reduction based on adaptive grids in parameter space”. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 17(4):423–442, 2011.
- [40] C. Lieberman & K. Willcox & O. Ghattas. “Parameter and state model reduction for large-scale statistical inverse problems”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 32(5):2523–2542, 2010.
- [41] H. Panzer & J. Mohring & R. Eid & B. Lohmann. “Parametric model order reduction by matrix interpolation”. *at-Automatisierungstechnik Methoden und Anwendungen der Steuerungs-, Regelungs- und Informationstechnik*, 58(8):475–484, 2010.
- [42] B. Peherstorfer & D. Butnaru & K. Willcox & H. Bungartz. “Localized discrete empirical interpolation method”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 36(1):A168–A192, 2014.
- [43] N. T. Son. “A real time procedure for affinely dependent parametric model order reduction using interpolation on grassmann manifolds”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 93(8):818–833, 2013.
- [44] M. Saadvandi & K. Meerbergen & W. Desmet. “Parametric dominant pole algorithm for parametric model order reduction”. *Journal of computational and applied mathematics*, 259(A):259–280, 2014.
- [45] P. Benner & P. Kurschner & Z. Tomljanovic & N. Truhar. Semi-active damping optimization of vibrational systems using the parametric dominant pole algorithm. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 96(5):604–619, 2016.

-
- [46] A. Castagnotto & B. Lohmann. A new framework for h2-optimal model reduction. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 24(3):236–257, 2018.
- [47] P. Kurschner. Balanced truncation model order reduction in limited time intervals for large systems. *Advances in Computational Mathematics*, 44(6):1821–1844, 2018.
- [48] H. Ali & L. Kunjumammed & B. Pal & A. Adamczyk & K. Vershinin. Model Order Reduction of Wind Farms: Linear Approach. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 10(3):1194–1205, 2019.
- [49] J. Rommes & N. Martins. “Efficient computation of multivariable transfer function dominant poles using subspace acceleration”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 21(4):1471–1483, 2006.
- [50] Y. Yue & L. Feng & P. Benner. Reduced-order modelling of parametric systems via interpolation of heterogeneous surrogates. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 6(1):10, 2019.
- [51] P. Benner & L. Feng & S. Li & Y. Zhang. “Reduced-order modeling and ROM-based optimization of batch chromatography”. Springer, 2015.
- [52] S. Gomes Jr. & T. S. Amaral & F. L. Lírio. “User’s manual: PacDyn version 9.4”, 2012.
- [53] Y. G. I. Acle & F. D. Freitas & N. Martins & J. Rommes. “Parameter Preserving Model Order Reduction of Large Sparse Small-Signal Electromechanical Stability Power System Models”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 34(4):2814–2824, 2019.
- [54] F. D. Freitas & A. C. Santos Jr. & L. F. J. Fernandes & Y. G. I. Acle. “Restarted holomorphic embedding load-flow model based on low-order Padé approximant and estimated bus power injection”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 112:326–338, 2019.
- [55] Y. G. I. Acle & F. D. Freitas. “Shift parameter sensitivity on the computation of unstable reduced order model via truncated balanced method”. *2017 Workshop on Communication Networks and Power Systems (WCNPS)*, 2017.
- [56] Matlab, software. MathWorks.
- [57] R. L. Burden e D. C. Faires. “Análise numérica”. Cengage Learning, 8a edição, 2008.

- [58] M. W. Spong & S. Hutchinson & M. Vidyasagar. “*Robot modeling and control*”. John Wiley & Sons, 2nd edition, 2006.
- [59] F. D. Freitas. “*Ajuste de estabilizadores de sistemas de potencia via controle otimo com restrições estruturais*”. Teste de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, 1995.
- [60] N. S. Nise. “*Engenharia de Sistemas de Controle*”, volume 3. LTC, 2002.
- [61] T. L. Pena e J. R. J. Müller. “*Ferramenta computacional para análise de estabilidade a pequenos sinais de sistemas elétricos de potência*”. Monografia de Graduação. Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2011.
- [62] F. D. Freitas & A. S. Costa. “Computationally efficient optimal control methods applied to power systems”. *IEEE Trans. on power systems*, 14(3):1036–1045, 1999.
- [63] J. Rommes & N. Martins. “Computing large-scale system eigenvalues most sensitive to parameter changes, with applications to power system small-signal stability”. *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 23(2):434–442, 2008.
- [64] V. Simoncini. “Extended Krylov subspace for parameter dependent systems”. *Applied numerical mathematics*, 60(5):550–560, 2010.
- [65] Y. G. I. Aclé & F. D. Freitas. “Conditioning of Unstable Systems for Model Order Reduction Computation of Large-scale Systems”. *CAIP, 13º CONGRESO INTERAMERICANO DE COMPUTACIÓN APLICADA A LA INDUSTRIA DE PROCESOS*, –(–):–, 2017.
- [66] D. W. Peaceman & H. H. Rachford Jr. “The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations”. *Journal of the Society for industrial and Applied Mathematics*, 3(1):28–41, 1955.
- [67] A. Cayley. “Sur quelques propriétés des déterminants gauches.”. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 32:119–123, 1846.
- [68] N. S. Ellner & E. L. Wachspress. “Alternating direction implicit iteration for systems with complex spectra”. *SIAM journal on numerical analysis*, 28(3):859–870, 1991.
- [69] M-P. Istace & J-P. Thiran. “On the third and fourth Zolotarev problems in the complex plane”. *SIAM journal on numerical analysis*, 32(1):249–259, 1995.

- [70] G. Starke. “Optimal alternating direction implicit parameters for nonsymmetric systems of linear equations”. *SIAM journal on numerical analysis*, 28(5):1431–1445, 1991.
- [71] G. Starke. “Fejér-Walsh points for rational functions and their use in the ADI iterative method”. *Journal of computational and applied mathematics*, 46(1-2):129–141, 1993.
- [72] E. L. Wachspress. “Optimum alternating-direction-implicit iteration parameters for a model problem”. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 10(2):339–350, 1962.
- [73] E. L. Wachspress. “*The ADI model problem*”. Springer, 2013.
- [74] E. L. Wachspress. “The ADI minimax problem for complex spectra”. *Applied Mathematics Letters*, 1(3):311–314, 1988.
- [75] W. E. Arnoldi. “The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem”. *Quarterly of Applied Mathematics*, 9(1):17–29, 1951.
- [76] Y. G. I. Aclé. “*Redução de Modelo via Técnicas de Truncamento Balanceado*”. Monografia de Graduação. Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2016.
- [77] W. G. de Almeida & F. D. Freitas. “Circuitos polifásicos”. *Fundação de Empreendimentos Científicos e Tecnológicos. Brasília*, 1995.
- [78] J. D. Glover & M. S. Sarma & T. Overbye. “*Power System Analysis & Design*”, SI Version. Cengage Learning, 2012.
- [79] L. C. Zanetta Jr. “*Fundamentos de sistemas elétricos de potência*”. Editora Livraria da Física, 2006.
- [80] F. D. Freitas. *Apostila didática do curso de Análise de Sistemas de Potência*. Disponibilizada aos alunos da disciplina, do curso de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2015.
- [81] J. D. Irwin. “*Basic engineering circuit analysis*”. John Wiley & Sons, 2007.
- [82] S. L. Varricchio. “*Modelagem e análise de redes elétricas e métodos de redução da ordem de modelos dinâmicos de baixa e alta frequência*”. Teste de Doutorado. Universidade de Brasília, 2016.
- [83] M. N. O. Sadiku. “*Elements of electromagnetics*”. Oxford university press, 2014.

-
- [84] Y. G. I. Acle & F. D. Freitas. “Reactive Optimal Power Flow with Stochastic Parameter solved via Method of Lagrangian Modified Barrier Function”. *CAIP, 13° CONGRESO INTERAMERICANO DE COMPUTACIÓN APLICADA A LA INDUSTRIA DE PROCESOS*, –(–):–, 2017.
- [85] Y. G. I. Acle & F. D. Freitas & J. Y. Ishihara. “Effectiveness evaluation of the Lagrangian modified barrier function method on solving the optimal reactive power flow considering time-varying power demand”. *Przeład Elektrotechniczny*, 93(7):108–112, 2017.
- [86] P. C. Krause & O. Wasynczuk & S. D. Sudhoff. “*Analysis of electric machinery and drive systems*”. John Wiley & Sons, 2002.
- [87] S. Chapman. “*Electric machinery fundamentals*”. McGraw-Hill, 2005.
- [88] A. E. Fitzgerald & C. Kingsley & S. D. Umans. “*Electric machinery*”. McGraw-Hill, 1990.
- [89] J. Arrillaga & N. R. Watson. “*Computer modelling of electrical power systems*”. John Wiley & Sons, 2nd edition, 2001.
- [90] F. D. Freitas. *Apostila didática do curso de Tópicos em Sistemas de Potência 1*. Disponibilizada aos alunos da disciplina de mestrado, do curso de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2017.
- [91] J. M. Maciejowski. “*Multivariable Feedback Design*”. Addison-Wesley, 1989.
- [92] Y. G. I. Acle & F. D. Freitas. “Model Order Reduction Enhancement with Optimization Metaheuristics”. *CAIP, 13° CONGRESO INTERAMERICANO DE COMPUTACIÓN APLICADA A LA INDUSTRIA DE PROCESOS*, –(–):–, 2017.
- [93] A. S. Hodel & K. R. Poolla. “Heuristic approaches to the solution of very large sparse Lyapunov and algebraic Riccati equations”. In *Decision and Control, 1988., Proceedings of the 27th IEEE Conference on*, pages 2217–2222. IEEE, 1988.

APÊNDICE A

Dados do Sistema Máquina-Barra Infinita utilizado no Capítulo 4

PacDyn - Small Signal Stability Analysis of Electrical Power Systems

CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Eletrica

Case Title

/// Maquina x Barra Infinita ///

System Frequency : 60.0 Hertz

System MVA Base : 100.0 MVA

AnaRede history case #0001 restored.

Case title:

Maquina x Barra infinita reatância 5%

BUS DATA

```
X---X-----X-X-X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
      BUS          VOLTAGE      GENERATION      LOAD      SHUNT
NUM  NAME  TP AR  MAGNIT. ANGLE  MW  Mvar  MW  Mvar  MW  Mvar
X---X-----X-X-X-----X-----X-----X-----X-----X-----X-----X
1  Maq1000MW  1.0000  30.000 1000.00  267.95  0.00  0.00
2  Barra Inf.  1.0000  0.000 -1000.00  267.95  0.00  0.00
```

LINE DATA

```
X---X---X---X-----X-----X-----X-----X-----X
      BUS  CIRC RESIST. REACT. SUSCEP. TAP ANGLE
FROM TO NUM. pu pu Mvar pu Degree
X---X---X---X-----X-----X-----X-----X-----X
1 2 1 0.0000 0.0500 0.0000
```

Converged Load Flow

Synchronous Machine Dynamic Data

Identification		Mechanical		Reactances (pu)						Time Constants (s)				Saturation								
S Bus	Gen.	MVA	Damp	Transient	Synchronous	Sub-Transient	Ra	Transient	Sub-Transient	A B C			Hz									
T No.	No.	Bus Name	M UP	Inert. (1/s)	D-axis	Q-axis	D-axis	Q-axis	D-axis	Q-axis	Potier	(pu)	D-axis	Q-axis	D-axis	Q-axis	A	B	C	(Hz)		
1	0	Maq1000MW	6	184.0	4.938	0.00	0.3500	0.3500	1.1380	0.6810	0.2880	0.2880	0.0000	0.0000	5.600	0.000	0.080	0.150	0.013	7.920	0.800	60.00
2	0	Barra Inf.	0	100.0	0.000	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000						60.00
2	0	Barra Inf.	Machine modeled as infinite bus.																			

USER DEFINED CONTROLLER DATA

UDC (-Block-)(- Variable -)(Parameters)

No.	Type	Input	Output	A	B	C	D	E
1 ----- RAT								
1	OUT	EPD	EPD	1				
2	IN	VB	VB	1				
3	IN	VREF	VREF	1				
4	IN	VPSS	VPSS	1				
5	SUM	-VB	X4	1.0				
		VREF		1.0				
		VPSS		1.0				
6	LDLG	X4	EPD	100.0		1.0	0.05	
STOP								
2 ----- PSS								
1	OUT	VPSS	VPSS	1				
2	IN	WW	WW	1				
3	LDLG	WW	X3		3.0	1.0	3.0	
4	GAIN	X3	X4	15.0				
5	LDLG	X4	X5	1.0	0.06	1.0	0.015	
6	LDLG	X5	VPSS	1.0	0.06	1.0	0.015	

STOP

%Dynamic data file line # 49.

INITIAL CONDITIONS

(bus name)	(s/m no. no.)	rotor angle degree	mechanic power MW	(terminal power) active MW	(terminal power) reactive Mvar	(terminal voltage) modulus pu	(terminal voltage) angle degree	terminal current pu	field voltage pu
Maq1000MW	1 0	57.895	1000.00	1000.00	267.95	1.0000	30.000	10.353	1.7583

USER DEFINED CONTROLLER VARIABLES

UDC	Var.	Init. Value	Variation	Mismatch
1	VB	1.0000	0.0000	0.0000
	VREF	1.0176	-0.78160E-16	0.0000
	VPSS	0.0000	0.0000	0.0000
	X4	0.17583E-01	-0.78160E-16	0.0000
	EPD	1.7583	0.0000	0.0000
2	WW	1.0000	0.0000	0.0000
	X3	0.0000	0.0000	0.0000
	X4	0.0000	0.0000	0.0000
	X5	0.0000	0.11102E-15	0.0000
	VPSS	0.0000	0.44409E-15	-0.11102E-15

Number of iterations to calculate initial values of UDC variables: 2.

System Summary	On	Off	Tot.	Max.
AC buses			2	16000
AC branches			1	25000
Non-linear loads			0	16000
Dynamic loads			0	16000
PV/Slack buses			0	3000
Infinite buses			1	16000
Induction motors	0		0	500
HVDC converters	0		0	40
Synchronous machines	1	0	1	3000
Excitation systems (built-in)	0	0	0	3000
Excitation systems (UDC)	1	0	1	4000
Rotor speed control systems (built-in)	0	0	0	3000
Rotor speed control systems (UDC)	0	0	0	4000
Power system stabilizers (built-in)	0	0	0	1000
Power system stabilizers (UDC)	1	0	1	4000
FACTS devices (built-in)	0	0	0	20
User defined controllers	2	0	2	4000

System Summary	
Reference generator bus number	0
Reference generator number	0
Abort on power flow error ?	NO

Matrix Summary: Jacobian & State Matrices

Description	Num.	Max.
Jacobian matrix dimension	35	150000
Number of non-zero elements	85	900000
Number of state variables	9	
Number of algebraic variables	23	
Number of null variables	3	
State matrix dimension (for full system eigensolution)	9	4000

Synchronous Machine Control Data

Bus No.	Gen. Bus Name	Gen. No. M	Synchr. Condens. (M)/UD	AVR (M)/UD	GOV (M)/UD	PSS (M)/UD	Inp1	Inp2	Inp3 ...
1	Maq1000MW	0 6	no	1			2	WW	

Spining Reserve Data

Bus No.	Gen. No.	Bus Name	No. Unt.	MVA Unit	Base Total	Gener. MVA	Load %	Status
1	0	Maq1000MW	6	184.0	1104.0	1035.3	93.8	Ok

APÊNDICE B

Método para Cálculo Simultâneo de Respostas em Frequência quando da Variação de alguns Parâmetros

O Algoritmo de Leverrier-Faddejew é recomendado em [3] para o cálculo da resposta em frequência de sistemas parametrizados. Contudo, as restrições exigidas pelo método e a necessidade de realizar operações simbólicas como determinante são enormes desvantagens para sistemas de elevadas dimensões.

Nesta seção, apresenta-se um método para determinação da resposta em frequência de um sistema que supostamente contém em sua matriz de estado generalizado alguns poucos elementos que variam (parâmetros variáveis). Com esta finalidade, realocam-se as equações de estados que contêm estes parâmetros como sendo as últimas e de modo que a parte variável da matriz de estado seja uma submatriz de dimensões bastante reduzidas.

Primeiramente, supõe-se que o vetor de estados generalizados \mathbf{x} global, de elevada dimensão n , possa ser separado em dois vetores de estados generalizados, \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 , com respectivas dimensões n_1 e n_2 tais que $n_1 + n_2 = n$. Admitindo-se o caso particular em que a matriz E seja diagonal, a equação

$$\begin{cases} E\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{cases} E_1\dot{\mathbf{x}}_1(t) = A_1\mathbf{x}_1(t) + A_2\mathbf{x}_2(t) + B_1\mathbf{u}(t) \\ E_2\dot{\mathbf{x}}_2(t) = A_3\mathbf{x}_1(t) + A_4\mathbf{x}_2(t) + B_2\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C_1\mathbf{x}_1(t) + C_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Aplicando-se a transformada de Laplace sobre a eq. (B.2), segue o seguinte sistema no domínio da frequência:

$$\begin{cases} (sE_1 - A_1)\mathbf{X}_1(s) = A_2\mathbf{X}_2(s) + B_1\mathbf{U}(s) \\ (sE_2 - A_4)\mathbf{X}_2(s) = A_3\mathbf{X}_1(s) + B_2\mathbf{U}(s) \\ \mathbf{Y}(s) = C_1\mathbf{X}_1(s) + C_2\mathbf{X}_2(s) + \mathbf{D}\mathbf{U}(s) \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Desenvolvendo-se (B.3), chega-se aos seguintes resultados:

$$\mathbf{X}_1(s) = (sE_1 - A_1)^{-1}A_2\mathbf{X}_2(s) + (sE_1 - A_1)^{-1}B_1\mathbf{U}(s) \quad (\text{B.4})$$

Por meio de algumas manipulações algébricas, determina-se o sistema linear no domínio da frequência

$$\begin{aligned} [I - (sE_2 - A_4)^{-1}A_3(sE_1 - A_1)^{-1}A_2]\mathbf{X}_2(s) = \\ = [(sE_2 - A_4)^{-1}A_3(sE_1 - A_1)^{-1}B_1 + (sE_2 - A_4)^{-1}B_2]\mathbf{U}(s) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Por meio da equação (B.5), observa-se que é possível isolar o conjunto de variáveis $X_2(s)$ da variável que contempla todos os estados generalizados $X(s)$. Isto favorece a ideia de separação levando-se em conta equações que contenham somente parâmetros fixos e outras que podem conter parâmetros variáveis.

Convencionando-se $K_{fixo,1} = (sE_1 - A_1)^{-1}A_2$, $K_{fixo,2} = (sE_1 - A_1)^{-1}B_1$, $K_{variavel,1} = (sE_2 - A_4)^{-1}A_3$ e $K_{variavel,2} = (sE_2 - A_4)^{-1}B_2$, as eqs. (B.4) e (B.5) podem ser expressas da seguinte forma:

$$\mathbf{X}_1(s) = K_{fixo,1}\mathbf{X}_2(s) + K_{fixo,2}\mathbf{U}(s) \quad (\text{B.6})$$

$$\mathbf{X}_2(s) = [I - K_{variavel,1}K_{fixo,1}]^{-1}[K_{variavel,1}K_{fixo,2} + K_{variavel,2}]\mathbf{U}(s) \quad (\text{B.7})$$

O resultado anterior indica que variáveis do vetor $X_1(s)$ dependem de $X_2(s)$ e de $U(s)$. No entanto, a menos do operador s , possui apenas fatores supostos fixos. Por outro lado, o vetor de variáveis $X_2(s)$ é dependente apenas de $U(s)$, mas é influenciado por fatores que supostamente são variáveis, devido a parâmetros.

Como consequência da separação em elementos $X_1(s)$ e $X_2(s)$, (B.7) pode ser utilizada em (B.6), e ambas podem ser utilizadas na equação de saída em (B.3):

$$\mathbf{Y}(s) = C_1\mathbf{X}_1(s) + C_2\mathbf{X}_2(s) + D\mathbf{U}(s) \quad (\text{B.8})$$

No caso em que se desejar alterar alguns poucos elementos da matriz A em (B.1), pode-se reordenar A e alocar estes elementos no bloco A_4 em (B.2), de forma que $n_1 \gg n_2$. Desta forma, o usuário precisará resolver os seguintes sistemas lineares de grande porte

$$(sE_1 - A_1)_{[n_1 \times n_1]}K_{fixo,1} = A_2 \quad (\text{B.9})$$

$$(sE_1 - A_1)_{[n_1 \times n_1]} K_{fixo,2} = B_1 \quad (\text{B.10})$$

apenas uma vez, para dada frequência complexa s_k , enquanto que possui liberdade para variar os elementos alocados em A_4 , de forma que apenas terá que resolver, repetidamente, sistemas de pequeno porte da forma

$$(sE_2 - A_4)_{[n_2 \times n_2]} K_{variavel,1} = A_3 \quad (\text{B.11})$$

$$(sE_2 - A_4)_{[n_2 \times n_2]} K_{variavel,2} = B_2 \quad (\text{B.12})$$

para obter várias respostas em frequência do sistema em (B.1), com variações em alguns dos elementos de A . Note também que o termo $[I - K_{variavel,1} K_{fixo,1}]^{-1}$ na eq. (B.7) possui dimensões $[n_2 \times n_2]$.

Diante dos resultados anteriores, a matriz de transferência de dimensão $q \times m$, para um dado valor de frequência complexa s_k e um dado conjunto de parâmetros p , pode ser calculada como:

$$H(s_k, p) = C_1 K_{fixo,2} + (C_2 + C_1 K_{fixo,1}) [I_{[n_2 \times n_2]} - K_{variavel,1} K_{fixo,1}]^{-1} \times \quad (\text{B.13}) \\ \times [K_{variavel,1} K_{fixo,2} + K_{variavel,2}] + D$$

em que a dependência com a frequência s_k fica explicitada nas variáveis $K_{fixo,1}$, $K_{fixo,2}$, $K_{variavel,1}$ e $K_{variavel,2}$.

APÊNDICE C

Método Trapezoidal de Integração Numérica para Simulações no Domínio do Tempo

O método trapezoidal [57] de integração numérica foi utilizado neste trabalho para as simulações de respostas no domínio do tempo para os sistemas testados. Contudo, se tratam de sistemas descritores com algumas equações não-lineares. Este Apêndice esclarece a formulação para utilização da integração numérica.

Primeiramente, considera-se o seguinte sistema descritor:

$$\begin{cases} E\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

No tratamento dos sinais como dados numéricos discretizados, as variáveis $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{y}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$ passam a ser representadas pelas sequências numéricas \mathbf{x}_k , \mathbf{y}_k e \mathbf{u}_k , com $k = 0, 1, \dots, (N - 1)$, sendo N o número de pontos utilizados para discretizar, neste caso, o tempo: $t_k = 0, \Delta t, \dots, (N - 1)\Delta t$, em que Δt constitui o passo de tempo ou passo de integração.

O método trapezoidal de integração numérica é um método implícito, ou seja, não explicita a solução do instante seguinte em um lado da equação, como no caso do método de Runge-Kutta [57]. Basicamente, o método trata da aproximação da área da curva, a ser integrada numericamente, por um trapézio.

A equação (C.1) passa a ser representada da seguinte forma discretizada, em que a matriz D foi suprimida sem maiores perdas:

$$\begin{cases} E\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = E\mathbf{x}_k + \frac{\Delta t}{2}[A\mathbf{x}_{k+1} + B\mathbf{u}_{k+1} + A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k] \\ \mathbf{y}_{k+1} = C\mathbf{x}_{k+1} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

A simulação deste sistema passa pela solução da equação de estados discretizada

$$E\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = E\mathbf{x}_k + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)[A\mathbf{x}_{k+1} + B\mathbf{u}_{k+1} + A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k]. \quad (\text{C.3})$$

A equação (C.3) pode ser rearranjada da seguinte forma:

$$\left[\frac{2}{\Delta t} E - A \right] \mathbf{x}_{k+1} = \left[\frac{2}{\Delta t} E + A \right] \mathbf{x}_k + B[\mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{u}_k]. \quad (\text{C.4})$$

Desta forma, a solução do instante seguinte é obtida por meio da solução do sistema linear (C.4).

No caso em que (C.1) possui não linearidades, ou seja,

$$\begin{cases} E\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) \end{cases}, \quad (\text{C.5})$$

e a equação de estados discretizada passa a ser:

$$E\mathbf{x}_{k+1} = E\mathbf{x}_k + \left(\frac{\Delta t}{2} \right) [f(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{u}_{k+1}) + f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)]. \quad (\text{C.6})$$

A equação (C.6) pode ser rearranjada da seguinte forma:

$$\left[E\mathbf{x}_{k+1} - \left(\frac{\Delta t}{2} \right) f(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{u}_{k+1}) \right] - \left[E\mathbf{x}_k + \left(\frac{\Delta t}{2} \right) f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \right] = \mathbf{0}. \quad (\text{C.7})$$

Devido às não-linearidades, a solução do instante seguinte pode ser obtida resolvendo-se a equação (C.7) por meio do método de Newton-Raphson [1, 2, 78–80].

APÊNDICE D

Redução de Ordem de Modelos Instáveis via Estabilização Paramétrica

Em [8, 82] foram propostas 2 metodologias para a redução de ordem de modelos instáveis. A primeira metodologia consiste em aplicar um shift α sobre a matriz de estados ou sobre a matriz J_1 da jacobiana aumentada, resultando em uma estabilização forçada no plano complexo. Após a ROM, um shift inverso é aplicado sobre a nova matriz de estados do MOR. A segunda proposição trata de, após análise modal do sistema, desmembrar o sistema em dois subsistemas, um estável e outro contendo os modos instáveis. A ROM é aplicada sobre o subsistema estável, e o MOR gerado é combinado ao subsistema instável.

Este Apêndice apresenta uma nova alternativa para redução de modelos instáveis. Semelhante ao realizado na Seção 6.1, e com o auxílio do aplicativo SADPA [10], calculam-se no FOM os modos instáveis do sistema e os respectivos autovetores à direita e à esquerda. Em seguida, conforme apresentado na Seção 2.3, deve-se calcular os fatores de participação P_{ik} de todas as variáveis de estado em relação aos modos instáveis.

Com base nos fatores de participação P_{ik} de maior magnitude para cada modo instável, o usuário poderá identificar os estados, e por conseguinte, equações e parâmetros que podem ser ajustados e que possuem maior influência no deslocamento dos polos instáveis no plano complexo. Desta forma, o usuário poderá alterar o valor original de alguns parâmetros específicos e identificados no próprio FOM com a finalidade de alocar os polos instáveis no semiplano esquerdo do plano complexo. Esta etapa se trata de uma estabilização de modos com a alteração dos valores de parâmetros, ou em outras palavras, uma estabilização paramétrica.

A metodologia de ROPM proposta no capítulo 5 é empregada na preservação dos parâmetros e equações utilizados na etapa de estabilização do sistema FOM. A redução de ordem deve seguir os mesmos procedimentos da metodologia proposta nesta tese. Ao obter um MOR resultante, o usuário simplesmente atribui aos parâmetros que foram preservados os seus respectivos valores originais que tornavam o FOM instável. Como o MOR preservou a dependência paramétrica existente no FOM, este último procedimento resultará no deslocamento dos polos estabilizados às suas posições originais no plano complexo, instáveis.