



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB**  
**INSTITUTO DE FÍSICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL**  
**EM ENSINO DE FÍSICA**  
**MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA**  
**SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA**

**INTRODUÇÃO DE TÓPICOS DE MECÂNICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO**

**SÔNIA RODRIGUES MARTINS**

**BRASÍLIA**  
**2019**

**SÔNIA RODRIGUES MARTINS**

**INTRODUÇÃO DE TÓPICOS DE MECÂNICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Física da Universidade de Brasília – UnB, como requisito Parcial para obtenção de Título de Mestre em Ensino de Física, área de Concentração na Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Ronni Geraldo Gomes de Amorim.

**BRASÍLIA – DF**

**2019**

## FOLHA DE APROVAÇÃO

### INTRODUÇÃO DE TÓPICOS DE MECÂNICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO SÔNIA RODRIGUES MARTINS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Física da Universidade de Brasília – UnB, como requisito Parcial para obtenção de Título de Mestre em Ensino de Física, área de Concentração na Educação Básica.

Banca Examinadora:

---

Orientador: Prof. Dr. Ronni Geraldo Gomes de Amorim.

---

Membro externo: Profa. Dra. Tatiane da Silva Evangelista

---

Membro interno: Prof. Dr. Olavo Leopoldino da Silva Filho

Brasília, 13 de setembro de 2019.

## FICHA CATALOGRÁFICA

Dedico este trabalho a Deus, que esteve ao meu lado em todos os momentos. Ao meu filho, por sua ajuda e compreensão, e a minha família, pelo carinho e paciência. A todos professores em especial ao professor Marcelo , ao professor Olavo e ao professor Ronni que tiveram uma participação decisiva para a realização deste trabalho.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus por sua fortaleza, que me permitiu prevalecer no mestrado, até o fim.

Ao meu orientador, Dr. Ronni Amorim, pela orientação deste trabalho.

Aos professores do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Física, que me ensinaram o caminho do conhecimento com tanta competência e sabedoria.

À agência de fomento CAPES, pela concessão da bolsa.

## RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados da aplicação de um produto educacional intitulado “Introdução de Tópicos de Mecânica Quântica no Ensino Médio”, o qual procura tornar palpável o processo ensino-aprendizagem de conteúdos de mecânica quântica ao público do ensino médio. O material didático foi desenvolvido no decorrer do mestrado e sua aplicação foi amparada na teoria de aprendizagem significativa, proposta do Ausubel. As aulas foram realizadas num colégio público de ensino médio localizado na cidade de Cristalina, interior de Goiás. A apresentação aos estudantes foi realizada mediante um minicurso com duração de dois meses. Os conteúdos abordados no produto foram os seguintes: dualidade onda-partícula; princípio da superposição; barreira de potencial; potencial degrau. Os resultados oriundos da aplicação do produto educacional foram obtidos mediante questionários e mapas mentais. No geral, os estudantes demonstraram bastante interesse e satisfação ao estudarem os elementos de mecânica quântica.

**Palavras-chave:** Mecânica Quântica; Ensino Mecânica Quântica; Ensino de Física e Ensino Médio.

## **ABSTRACT**

This work presents the results of the application of an educational product entitled “Introduction of Quantum Mechanics Topics in High School”, which seeks to make the teaching-learning process of quantum mechanics contents palpable to the high school audience. The didactic material was developed during the master's degree and its application was supported by the meaningful learning theory proposed by Ausubel. The classes were held at a public high school located in the city of Cristalina, in the interior of Goiás. The students were presented with a two-month short course. The contents covered in the product were as follows: wave-particle duality; principle of overlapping; potential barrier; potential step. The results from the application of the educational product were obtained through questionnaires and mental maps. Overall, students showed a great deal of interest and satisfaction in studying the elements of quantum mechanics.

**Keywords:** *Quantum Mechanics; Quantum Mechanical Teaching; Physical Education and Secondary Education.*



# Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
<b>2. PROPOSTAS DE INSERÇÃO DE MECÂNICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO</b> .....	<b>15</b>
<b>3. CONCEITOS DE MECÂNICA QUÂNTICA</b> .....	<b>19</b>
3.1 <i>A dualidade onda-partícula</i> .....	19
3.2 <i>A equação de Schroedinger e o significado da função de onda</i> .....	19
3.3 <i>Intepretação probabilística da função de onda</i> .....	20
3.4 <i>O Poço de potencial infinito</i> .....	22
3.5 <i>A barreira de potencial e a penetração de barreira</i> .....	24
<b>4. A TEORIA DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA</b> .....	<b>27</b>
4.1 <i>Subsunçores e organizadores prévios</i> .....	27
4.2 <i>Condições necessárias para uma aprendizagem significativa</i> .....	29
4.3 <i>A diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa</i> .....	31
<b>5. PERCURSO</b>	
<b>METODOLÓGICO</b> .....	<b>344</b>
5.1 <i>O local de aplicação da pesquisa e o público-alvo</i> .....	34
5.2 <i>O produto educacional</i> .....	34
5.3 <i>Relato das aulas</i> .....	37
<b>6. RESULTADOS</b> .....	<b>42</b>
6.1 <i>Resultado da aplicação do questionário</i> .....	42
6.2 <i>Mapas Conceituais elaborado pelos estudantes</i> .....	45
6.3 <i>Questionários e Avaliações</i> .....	47
6.4 <i>Depoimento dos estudantes</i> .....	49
<b>7. CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS</b> .....	<b>50</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>51</b>
<b>APÊNDICE : PRODUTO EDUCACIONAL</b> .....	<b>54</b>





# 1. INTRODUÇÃO

Estamos no século XXI, os estudantes estão rodeados de tecnologias que foram desenvolvidos com a aplicação da física, sobretudo da mecânica quântica; contudo, as aulas de física em grande parte das escolas brasileiras ainda se restringem à física anterior ao século XX, sem estabelecimento de qualquer elo entre o conteúdo ensinado e as aplicações tecnológicas contemporâneas (Zanetic, 2014). Isso por si só pode ser um desestímulo aos estudantes, que podem renegar a importância da ciência por não percebê-la como a mola propulsora dos utensílios por eles utilizados. Este sentimento foi bem resumido nas palavras de Pegoraro:

Muitas são as mudanças e transformações culturais e tecnológicas que já podem ser vislumbradas no século XXI. Os computadores estão cada vez mais sofisticados; os celulares cheios de novos aplicativos, com versões cada vez menores; automóveis mais potentes e baratos; equipamentos tecnológicos que conseguem “rastrear o corpo”, além da própria biotecnologia entre tantos outros avanços em relação à comunicação, locomoção, facilidades de realização de tarefas e tratamentos médicos disponibilizados para a maioria das pessoas. Quase todas as áreas de conhecimento passaram por algumas dessas mudanças: as engenharias, a medicina, o direito. Porém, quando se pensa na área da educação, o que se observa, na prática, é uma escola que pouco ou quase nada mudou desde o século passado. Para Mozart, temos alunos do século XXI, em uma escola do século XX, que prioriza os conteúdos conceituais em detrimento aos procedimentais e atitudinais. (PEGORARO, 2017. p. 5).

Vemos assim que necessitamos de uma mudança de postura, principalmente dos professores, para que os conteúdos da física desenvolvidos mais recentemente cheguem até os estudantes. Segundo afirma Pereira e Osterman (2007, p.3), a deterioração da qualidade do ensino de Física nas escolas públicas evidencia-se pela baixa qualificação acadêmica de professores, desmotivação dos estudantes, demasiada ênfase na cinemática e pela ausência de temas de Física moderna e contemporânea. Os pesquisadores citados destacam ainda que os professores, geralmente, não tiveram formação específica durante a graduação para trabalhar com tópicos de física moderna e contemporânea, e por isso ao ministrarem a disciplina enfatizam além do necessário conteúdos como cinemática. Sendo assim, percebemos a importância de se oferecer cursos de aperfeiçoamento e formação continuada aos

professores de física das escolas básicas, bem como o desenvolvimento de materiais didáticos que possibilitem o ensino de física moderna e contemporânea no ensino médio, sobretudo mecânica quântica. As palavras de Samudio enfatizam o que está sendo discutido

A sociedade atual vive momentos em que avanços significativos surgem na ciência e na tecnologia no dia a dia. Os resultados destes avanços são rapidamente revertidos em benefícios desta sociedade. Neste sentido, a educação não pode permanecer inerte, ela deve evoluir num ritmo que acompanhe as mudanças sociais e científicas. Isso é mais um desafio que a educação brasileira deve enfrentar. Evidentemente o desafio não é só das autoridades governamentais e especificamente das autoridades da educação, que normalmente buscam soluções atualizando leis e políticas educacionais. Mas, é dos professores que devem estar atentos a processos de formação que lhes permita atualizar e ampliar o seu conhecimento, assim como se capacitar para utilizar e até gerar novas ferramentas e técnicas de ensino que sejam eficientes para tornar possível a realização da sua prática docente que, deve estar sempre voltada às necessidades e anseios dos estudantes e da comunidade escolar. (SAMUDIO, 2015, p.14).

No âmbito da oferta de cursos de aprimoramento e formação continuada voltados ao professor de física da escola básica já temos propostas de cursos de especialização e mestrados, com destaque do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), idealizado pela Sociedade Brasileira de Física (SBF) e hoje ofertado por instituições ao longo de praticamente todos os estados do Brasil. Nesse mestrado, os professores-estudantes tem contato com disciplinas que contribuem para a sua formação em diversas áreas da física, incluindo mecânica quântica. Ainda em relação a este mestrado, destacamos que a condição para o estudante concluir o curso é o desenvolvimento de um produto educacional, o qual deve ser aplicável em turmas de ensino médio. Alguns estudantes escolhem como tema gerador de seus respectivos produtos educacionais os conteúdos relacionados à mecânica quântica. Apesar deste curso agregar uma pequena parcela dos professores de física que trabalham ao redor do país, já se mostra como uma boa estratégia, a qual torna possível a discussão de diversos assuntos habitualmente negligenciados no ensino médio, bem como a melhoria no processo ensino-aprendizagem de vários conteúdos que já vinham sendo trabalhados de forma muitas vezes obsoleta.

Nesse sentido, este trabalho visa apresentar uma estratégia de trabalho de tópicos de mecânica quântica no ensino médio a partir de uma sequência didática que

contempla os seguintes assuntos: dualidade onda-partícula; princípio da superposição; barreira de potencial; potencial degrau; aplicações. A construção e aplicação do produto educacional foram embasadas na teoria de aprendizagem significativa, preconizada por Ausubel. O material também traz sugestões de utilização de simuladores para facilitar a compreensão dos conceitos. A aplicação do produto se deu num colégio público de ensino médio localizado na cidade de Cristalina, interior do estado de Goiás.

A apresentação desta dissertação está baseada nos seguintes tópicos. No capítulo 2 apresentamos a revisão de literatura, na qual realizamos um levantamento dos trabalhos já realizados que dialogam com o nosso objeto de estudo. No capítulo 3 apresentamos alguns elementos do formalismo da mecânica quântica. No capítulo 4 discutimos um pouco sobre a teoria da aprendizagem significativa. A metodologia utilizada na construção e aplicação da sequência didática está elencada no capítulo 5. No capítulo 6 apresentamos os resultados obtidos com a aplicação do produto. Na sequência serão apresentadas as considerações finais e perspectivas.

## 2. PROPOSTAS DE INSERÇÃO DE MECÂNICA QUÂNTICA NO ENSINO MÉDIO

Neste capítulo serão apresentadas propostas de inserção de assuntos pertinentes à mecânica quântica no ensino médio. Nesse arcabouço, para o desenvolvimento deste capítulo, foram consultados artigos, dissertações e teses, o que totalizou trinta trabalhos relacionados ao ensino de conteúdos de mecânica quântica no ensino médio. Como fonte de pesquisa, foram utilizados o Banco de Teses e Dissertações da Capes, a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), o portal de periódicos da Capes e a Revista Brasileira do Ensino de Física (RBEF). Fizemos um recorte temporal entre os anos de 2005 a 2015, pois, nesse período, as pesquisas sobre Física Moderna na perspectiva do ensino receberam maior representatividade no mundo acadêmico. O método para seleção desses artigos científicos consistiu na busca dos termos “mecânica quântica no ensino médio”. Apresentamos a seguir apenas os trabalhos que possuem mais proximidade com a nossa pesquisa.

Nesse caminho, Sousa (2012) apresenta uma sequência didática destinada a alunos da terceira série do ensino médio contendo dois softwares educacionais do tipo bancada para ensinar conceitos de física quântica. Nessa sequência didática, além de disponibilizar material didático para se trabalhar conteúdos de física moderna, a autora enfatiza que o uso do computador na sala de aula pode revolucionar o ensino de Física.

Neste trabalho, Sales apresenta uma sequência de atividades de modelagem exploratória aplicada ao ensino de física quântica com a utilização do Objeto de Aprendizagem (OA) denominado Pato Quântico. Esse OA representa uma metáfora do efeito fotoelétrico e possibilita o cálculo da constante de Planck. Como resultado, percebeu-se que a construção ou a manipulação de um modelo não depende, exclusivamente, de como os alunos dominam a lógica empregada na ferramenta

computacional, mas sim do entendimento sobre o fenômeno físico e suas habilidades em relacioná-lo com o objetivo da atividade desenvolvida. Para o autor, o computador como ferramenta de ensino possibilita a seus usuários a oportunidade de descobertas e aprendizagens. Ele mostra que os softwares educativos podem ampliar as nossas capacidades cognitivas e adverte sobre os cuidados que devem ser tomados ao respeito do uso desses softwares. O sucesso de um software em promover a aprendizagem depende da integração deste no currículo e nas atividades de sala de aula. É necessário que os professores assumam a postura de arquitetos cognitivos, dinamizadores da inteligência coletiva, afirma.

Em outro trabalho, Pinto e Zanetic (2014) desenvolveram uma experiência educacional em uma escola da rede pública de ensino médio do estado de São Paulo sobre a inserção da natureza quântica da luz. A noção de perfil epistemológico, de Gaston Bachelard, é utilizada como referencial filosófico. Diferentes formas de expressão humana como a arte, a música e a pintura compõem uma estratégia de ensino que permite apresentar a física como elemento cultural, procurando despertar o interesse de um número maior de estudantes. Com este trabalho, o autor pretende mostrar que a física quântica consegue tratar problemas que a física clássica não consegue. Ele destaca as várias dificuldades que são enfrentadas na introdução da física quântica no ensino médio, quais sejam: a primeira refere-se ao formalismo matemático inerente à descrição quântica; a segunda concerne as novidades conceituais que se distanciam da física clássica de forma ainda mais acentuada do que esta da física “do senso comum”; a terceira dificuldade está relacionada ao tratamento experimental dos temas quânticos. Assim, temos de ir em busca de formas alternativas e tentativas. Ao todo, foram ministradas doze aulas sobre o tema e, segundo os autores, o resgate do interesse dos alunos pela física constitui o “caminho” para levar a física quântica até o ensino médio.

Santos (2015) apresenta uma pesquisa acerca do uso de cartoons no aprendizado de conceitos de mecânica quântica no ensino médio. Os cartoons utilizados foram de autoria própria e o conjunto de cartuns constituiu uma revistinha de quadrinhos intitulada “Elétron no mundo quântico”. As histórias contidas nos cartoons narram as aventuras e descobertas de um garoto num mundo em que se realçam as regras da Mecânica Quântica. Os cartoons devem ser utilizados como complementos às aulas tradicionais, levando os estudantes a estabelecerem



analogias entre as histórias e os fenômenos de natureza quântica. Os resultados qualitativos e quantitativos revelaram significativo impacto no aprendizado dos estudantes a respeito dos conceitos em comparação ao método tradicional de ensino em sala de aula.

Em outra abordagem, Lima (2015) apresentam trabalho que é parte de uma pesquisa de mestrado e trata de uma pesquisa-ação realizada com alunos de terceira série do ensino médio. Como resultado, os autores destacaram a forma como a literatura e seus recursos (as metáforas, analogias e leituras) podem contribuir para o surgimento de pseudo-conceitos nos alunos, os quais, tratados didaticamente, fomentam a construção de conceitos científicos genuínos sobre mecânica quântica. Foram utilizados os três primeiros capítulos do livro “Alice no País do Quantum”, o qual trata de conceitos de mecânica quântica. Após as leituras efetuadas e após as aulas sobre os conteúdos ministrados, os alunos demonstraram ter criado símbolos; aos quais os autores denominaram pseudo-conceitos, que levaram ao entendimento de elementos de mecânica quântica. A conversão semiótica de Duval foi utilizada como guia de análise entre os conceitos entendidos pelos alunos em suas leituras e aquilo que eles aprenderam nas aulas ministradas pelo professor. A literatura utilizada com ferramenta de ensino em Física mostrou sua eficácia ao permitir primeiro entendimento do assunto, facilitando a conversão conceitual mediada pelo professor, além de ter proporcionado maior interesse dos alunos por estudar física. Considera-se a proposta eficaz em comparação à metodologia com uma aula tradicional, em que, geralmente, somente decoram expressões matemáticas e o ensino ocorre por repetição de exercícios desarticulados de contextos culturais mais amplos. Os alunos responderam a um questionário aberto, abordando a articulação entre física e literatura em seu ensino e realizaram uma prova com conteúdo específicos de física moderna e contemporânea e mecânica quântica. As respostas dadas pelos alunos, bem como a análise dos autores confirmaram a literatura como ferramenta didática no ensino de Física.

Ostermann (2007) sustenta, no artigo “*Fundamentos da Física quântica à luz de um interferômetro virtual de Mach-Zehnder*”, que a dualidade onda-partícula deve ser o conceito central na introdução da física quântica no ensino médio. Do ponto de vista teórico-metodológico, os autores propõem que a “porta de entrada” para o mundo quântico seja a óptica ondulatória, tendo como recurso didático principal um software

livre do tipo “bancada virtual”, o qual simula o fenômeno da interferência quântica em um aparato denominado de interferômetro de Mach-Zehnder. A Sequência Didática se mostrou eficaz, propiciando indícios de aprendizagem significativa dos conceitos propostos, podendo ser utilizada por outros professores do ensino médio que desejem inserir esse tema nas suas aulas.

Com os exemplos apresentados neste capítulo, percebemos que já existem diversas propostas de introdução de conteúdos de física moderna e contemporânea no ensino médio, sobretudo alguns conceitos de mecânica quântica. Contudo, não encontramos material didático que contemple assuntos mais específicos de mecânica quântica, como a dualidade onda-partícula e barreira de potencial, por exemplo.

## 3. Conceitos de Mecânica Quântica

Neste capítulo serão apresentados conceitos de mecânica quântica, os quais fomentaram a elaboração do produto educacional de uma forma conceitualmente consistente. Abordaremos desde a apresentação da equação de Schroedinger até a análise de um sistema físico específico tomado como exemplo. A apresentação deste capítulo tomou como base as referências (Eisberg & Resnick, 1979) e (Griffiths, 2011).

### 3.1 A dualidade onda-partícula

É um fato conhecido dos princípios da difração e interferência e do estudo dos efeitos fotoelétrico e Compton que, para explicar os fenômenos físicos, a luz ora é vista como onda, ora como partícula. Ou seja, para explicar a difração e a interferência, temos que admitir a luz como uma onda eletromagnética, e para explicar o efeito fotoelétrico, admitimos que a luz é constituída por fótons. De forma análoga, à matéria também pode ser associado o comportamento dual. Assim sendo, Louis de Broglie, em 1924, demonstrou que uma partícula material, como o elétron, tinha também, em movimento, comportamento ondulatório, tal que o seu comprimento de onda pode ser calculado pela expressão

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

em que  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} J \cdot s$  é a constante de Planck e  $p$  é o momento linear da partícula. A confirmação experimental de que os elétrons se propagam como onda veio logo a seguir. De forma independente, em 1927, Davisson e George P. Thomson confirmaram que os elétrons sofrem difração ao incidirem num cristal. Com o passar do tempo, o comportamento ondulatório da matéria passou a ser aplicado em diversos contextos, dentre os quais podemos citar o microscópio eletrônico.

### 3.2 A equação de Schroedinger e o significado da função de onda

A mecânica quântica possui diversas interpretações, sendo as principais: a interpretação de Copenhagem e a interpretação de muitos universos (Pires, 2008). Neste trabalho abordaremos a interpretação de Copenhagem, também denominada interpretação da função de onda. Essa interpretação possui diversas formas de ser representada. Nesse percurso, o físico austríaco Schroedinger, inspirado na tese de de Broglie e na teoria de Hamilton-Jacobi, desenvolveu a equação de onda da mecânica ondulatória, originando assim tal interpretação. Sendo assim, optamos por apresentar a interpretação de Schroedinger na representação da posição, na qual a função de onda evolui com o tempo e os operadores permanecem estacionários. Nesta abordagem, o elemento básico da teoria é a função de onda, representada por  $\psi(x, t)$ , a qual representa o estado físico do sistema físico na posição  $x$  e tempo  $t$ . Na função de onda está contida toda a informação sobre o sistema físico a ser analisado. O significado físico e as propriedades da função de onda serão destacados posteriormente. A equação diferencial que descreve a evolução da função de onda é dada por

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x, t)}{dx^2} + V(x)\psi(x, t) = -i\hbar \frac{d\psi(x, t)}{dt}, \quad (1)$$

em que  $\hbar$  é a constante de Plank dividida por  $2\pi$ ,  $m$  é a massa da partícula e  $V(x)$  é a energia potencial do sistema.

Caso utilizemos a técnica de separação de variáveis para solucionar a equação (1), ou seja, se admitirmos que  $\psi(x, t) = \phi(x)T(t)$ , obtemos que

$$T(t) = e^{-i\frac{E}{\hbar}t}.$$

Dessa forma, a equação de Schroedinger independente do tempo fica escrita como

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + V(x)\phi(x) = E\phi(x). \quad (2)$$

A equação (2) será aplicada na continuidade deste trabalho.

### 3.3 Interpretação probabilística da função de onda

Foi Max Born quem propôs, em 1926, uma interpretação probabilística da mecânica quântica, a qual discutiremos a seguir. Nesse contexto, a solução da equação de Schroedinger, a função  $\psi(x, t)$ , é também denominada de amplitude de probabilidade. Essa denominação se deve ao fato que

$$|\psi(x, t)|^2 = \psi^*(x, t)\psi(x, t)$$

(em que  $\psi^*(x, t)$  representa o complexo conjugado da função de onda) representar uma densidade de probabilidade de encontrar a partícula (ou o sistema físico) numa determinada posição do espaço no tempo  $t$ . Ou melhor, podemos dizer que a probabilidade de se encontrar a partícula no intervalo  $a < x < b$ ,  $P(a < x < b)$  no tempo  $t$ , é dada por

$$P(a < x < b) = \int_a^b \psi^*(x, t)\psi(x, t) dx.$$

Como  $\psi^*(x, t)\psi(x, t)$  é uma densidade de probabilidades, a sua integral em todo o espaço para o qual a função de onda e seu complexo conjugado estejam definidos deve ser igual a 1, ou seja,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t)\psi(x, t) dx = 1.$$

Ainda com relação a interpretação probabilística da função de onda, temos que utilizando  $\psi^*(x, t)\psi(x, t)$  podemos calcular o valor esperado das grandezas físicas. Este procedimento é dado da seguinte forma: cada grandeza física  $A$  (que será denominada observável) possui um operador correspondente  $\hat{A}$ ; e com tal operador o valor esperado  $\langle A \rangle$  é calculado por

$$\langle A \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t)\hat{A}\psi(x, t) dx.$$

Na representação da posição, na qual estamos trabalhando, o operador posição é dado por  $\hat{x} = x$ , e o operador momento é dado por  $\hat{p} = -i\hbar \frac{d}{dx}$ . Com isso, por exemplo, o valor esperado da energia cinética  $\hat{K} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}$  de um dado sistema pode ser calculada por

$$\langle K \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x, t) \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x, t)}{dx^2} \right) dx.$$

Antes de passarmos a próxima etapa de discussão, é valioso definirmos o que é o comutador entre dois operadores. Dados dois operadores  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$ , definimos o comutador,  $[\hat{A}, \hat{B}]$ , entre eles como

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}.$$

Com relação aos operadores posição e momento, é relevante calcular o comutador entre eles. Fazendo isso, obtemos

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar,$$

fato que é uma consequência do princípio da incerteza de Heisenberg,

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2},$$

o qual estabelece que ao aumentarmos a precisão na medição da posição de uma partícula, diminuiremos a precisão da medida do momento, e vice-versa. O princípio da incerteza é uma propriedade intrínseca de um sistema quântico.

Conhecendo a equação de Schroedinger e as características da função de onda, analisaremos agora dois exemplos: o poço de potencial infinito e a barreira de potencial. O estudo desses sistemas será realizada mediante o uso da equação do Schroedinger. Tais sistemas no fornecerão conceitos que foram importantes na idealização do produto educacional.

### 3.4 O Poço de potencial infinito

O problema do poço de potencial infinito consiste num sistema no qual um elétron está aprisionado num poço de largura  $L$  com paredes infinitas. No interior do poço a energia potencial é numa, enquanto nas paredes do poço a energia potencial é infinita, conforme está mostrado na Figura 3.1.

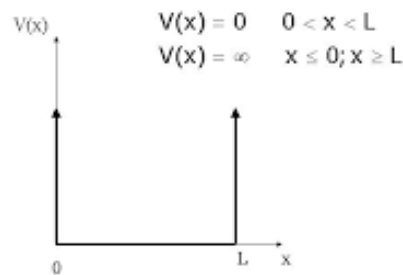


Figura 3.1: Poço de potencial infinito  
(fonte: cesarzen.com)

Este é um caso de um problema unidimensional, pois a única dimensão que nos interessa é a  $x$ . Sendo assim, resolveremos a equação de Schrodinger independente do tempo. E ainda, as condições de contorno que aplicaremos na solução deste problema são as seguintes: a função de onda devem ser nula nas paredes do poço, isto é,  $\psi(0) = \psi(L) = 0$ . O elétron estará restrito ao poço, de forma que a função de onda que o representa deverá ser nula no exterior das paredes. Dessa forma, a equação de Schrodinger dentro do poço ( $V(x) = 0$ ) é dada por

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = E\phi(x).$$

Essa última equação pode ser escrita ainda como

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = \alpha\phi(x),$$

em que  $\alpha = -\frac{2mE}{\hbar^2}$ .

A solução dessa equação é dada por

$$\phi(x) = A \sin\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x\right) + B \cos\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x\right).$$

Ao aplicarmos a condição de contorno  $\phi(0) = \phi(L) = 0$ , obtemos que  $B = 0$  e

$$\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} L = n\pi,$$

em que  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Obtemos também que a energia é quantizada, ou seja, pode assumir só valores discretos dados por

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}.$$

Ao aplicarmos a condição de normalização, obtemos que a função de onda estacionária para o poço de potencial infinito unidimensional é dada por

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x\right),$$

ou ainda

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right).$$

Na próxima seção analisaremos outro exemplo de aplicação da equação de Schrodinger unidimensional. Estudaremos o problema da barreira de potencial para o caso em que a energia do elétron é menor que a altura da barreira. Este exemplo, conforme veremos, será útil na confecção do produto educacional.

### 3.5 A barreira de potencial e a penetração de barreira

Nesta seção, analisaremos a barreira de potencial. Esse sistema físico possibilitará que conheçamos uma propriedade muito interessante da teoria quântica: a penetração de barreira. O sistema é mostrado na Figura 3.2, na qual percebemos três regiões distintas: a região I ( $x < 0$ ), em que a energia potencial é nula; a região II ( $0 < x < a$ ), em que a energia potencial é constante e igual a  $V_0$ ; e a região III ( $x > a$ ), em que a energia potencial é nula. Para analisar tal sistema, devemos resolver a equação de Schrodinger nas três regiões. Analisaremos o caso em que a partícula possui energia cinética menor que a energia potencial da barreira, ou seja,  $E < V_0$ .



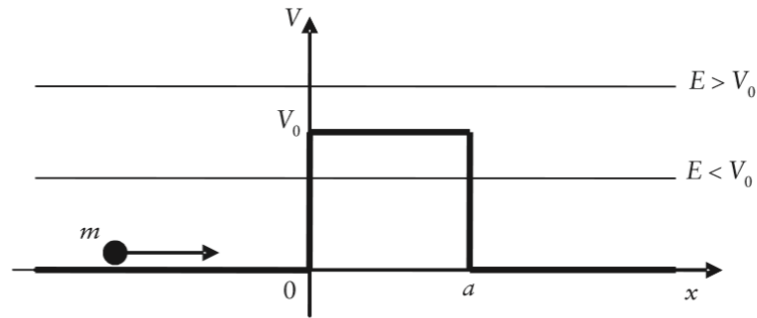


Figura 3.2:

Barreira

de potencial  
(Caruso, 2007)

Na região I, a equação de Schroedinger possui a forma

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} = E\phi(x).$$

E sua solução é dada por

$$\phi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx},$$

em que  $A$  e  $B$  são constantes e  $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ . Note que a parcela  $Ae^{ikx}$  representa uma onda incidente e a parcela  $Be^{-ikx}$  representa uma onda refletida.

Na região II, a equação de Schroedinger assume a forma

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + V_0\phi(x) = E\phi(x),$$

a qual pode ser escrita como

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)\phi(x).$$

Essa equação possui solução dada por

$$\phi_{II}(x) = Ce^{\lambda x} + De^{-\lambda x},$$

em que  $C$  e  $D$  são constantes e  $\lambda = \frac{\sqrt{2m(V_0-E)}}{\hbar}$ .

Na região III, a equação de Schrodinger é dada por

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = E\phi(x).$$

A sua solução é dada por

$$\phi_{III}(x) = Fe^{ikx} + Ge^{-ikx},$$

em que  $F$  e  $G$  são constantes e  $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ . Note que a parcela  $Fe^{ikx}$  representa uma onda incidente e a parcela  $Ge^{-ikx}$  representa uma onda refletida. Como nessa região não temos onda refletida, devemos assumir  $G = 0$ .

Ao utilizarmos as condições de continuidade  $\phi_I(0) = \phi_{II}(0)$ ,  $\phi_{II}(a) = \phi_{III}(a)$ , e de suavidade  $\frac{d\phi_I(0)}{dx} = \frac{d\phi_{II}(0)}{dx}$ ,  $\frac{d\phi_{II}(a)}{dx} = \frac{d\phi_{III}(a)}{dx}$  da função de onda, obtemos o seguinte sistema de equações

$$\begin{cases} A + B = C + D \\ Ce^{\alpha a} + De^{-\alpha a} = Ge^{ika} \\ ik(A - B) = \alpha(C - D) \\ \alpha(Ce^{\alpha a} - De^{-\alpha a}) = ikGe^{ika} \end{cases}$$

O coeficiente de transmissão através da barreira é definido como

$$T = \frac{G^*G}{A^*A}.$$

Utilizando o sistema de equações, obtemos

$$T = \left[ 1 + \frac{\sinh^2(\alpha a)}{4 \frac{E}{V_0} \left(1 - \frac{E}{V_0}\right)} \right]^{-1},$$

Se  $\alpha a \gg 1$ , podemos escrever

$$T \cong 16 \frac{E}{V_0} \left(1 - \frac{E}{V_0}\right) e^{-2\alpha a}.$$

O coeficiente de transmissão  $T$  fornece a probabilidade da partícula ser encontrada do outro lado da barreira. Note que há transmissão através da barreira, resultado inesperado classicamente. Esse fenômeno é conhecido como efeito túnel ou penetração de barreira. Note também que quanto mais larga for a barreira, menor será a transmissão. Utilizaremos este resultado na confecção de parte do produto.

## 4. A Teoria de Aprendizagem Significativa

Neste capítulo destinaremos a nossa atenção à teoria da aprendizagem significativa, proposta em 1963 pelo psicólogo estadunidense David Ausubel. Esta teoria estabelece pressupostos interessantes ao processo ensino-aprendizagem, pois preconiza um rompimento com a aprendizagem mecânica, tão comum nas escolas brasileiras. Dessa forma, a aprendizagem significativa seria, de forma superficial, uma aprendizagem que transforma a estrutura cognitiva do aprendiz, pois todo o processo tem como ponto de partida aquilo que ele já sabe, e a partir daí ocorre de forma gradativa e hierárquica. Ou melhor, quando o aluno relaciona o novo conteúdo de maneira substancial e não arbitrária com aquilo que ele já sabe, teremos a aprendizagem significativa; caso contrário, quando o aluno não consegue fazer essa relação, estaremos diante da aprendizagem mecânica ou repetitiva. Devido aos seus conceitos, esta teoria norteou a elaboração e aplicação do produto educacional desenvolvido nesta pesquisa. Este capítulo foi embasado nas referências (Ausubel, 1961) e (Ausubel, 1980).

### 4.1 Subsunçores e organizadores prévios

Na teoria da aprendizagem significativa existem dois conceitos elementares: subsunçor e organizador prévio. De forma sucinta, um subsunçor é o conhecimento que o estudante já traz em sua bagagem cognitiva, enquanto que o organizador prévio é a ponte que liga o subsunçor e aquilo que o estudante deveria saber. Ausubel garantia que o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe; o professor deveria descobrir isso e ensiná-lo de acordo. Para Ausubel a aprendizagem se dá de forma hierárquica, constituindo um processo em que a nova informação interage com a estrutura cognitiva do aluno. Segundo Ausubel, estrutura cognitiva corresponde a toda informação armazenada por um indivíduo, a qual é organizada de forma hierárquica em qualquer modalidade do conhecimento. Por isso, é muito importante considerar o conhecimento prévio do aprendiz para dar início a um novo conhecimento.

No arcabouço dos organizadores prévio, podemos dizer que são materiais introdutórios apresentados antes do material de aprendizagem da grade curricular utilizado na escola. Tais organizadores são também denominados âncoras, nos quais os novos conceitos que devem ser aprendidos devem se alicerçar. O professor deve usar organizadores prévios quando perceber que o aluno não possui, em sua estrutura cognitiva, os subsunçores adequados para que ele possa aprender o conteúdo novo de forma significativa.

### Segundo Moreira (1982), organizador prévio é

Material introdutório apresentado antes do material a ser aprendido, porém em nível mais alto de generalidade, exclusividade e abstração do que o material em si e, explicitamente, relacionado às ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva e à tarefa de aprendizagem. Destina-se a facilitar a aprendizagem significativa, servindo de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele precisa saber para que possa aprender o novo material de maneira significativa. É uma espécie de ponte cognitiva. (MOREIRA E MASINI, 1982, p. 103).

Para Ausubel, a principal função do organizador prévio consiste em servir de “ponte” entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deveria saber, a fim de que o novo material possa ser aprendido de forma significativa.

Os organizadores prévios podem tanto fornecer “ideias âncora” relevantes para a aprendizagem significativa do novo material, quanto estabelecer relações entre ideias, proposições e conceitos já existentes na estrutura cognitiva e aqueles contidos no material de aprendizagem, ou seja, para explicitar a relação entre os novos conhecimentos e aqueles que o aprendiz já tem mas não percebe que são relacionáveis aos novos. No caso de material totalmente não familiar, um organizador “expositivo”, formulado em termos daquilo que o aprendiz já sabe em outras áreas de conhecimento, deve ser usado para suprir a falta de conceitos, ideias ou proposições relevantes à aprendizagem desse material e servir de “ponto de ancoragem inicial”. No caso da aprendizagem de material relativamente familiar, um organizador “comparativo” deve ser usado para integrar e discriminar as novas informações e conceitos, ideias ou proposições, basicamente similares, já existentes na estrutura cognitiva. (MOREIRA, 2000, p. 2).

Eggen, Kauchak e Harker (1979) propuseram um exemplo de organizador prévio que poderia ser utilizado para iniciar um estudo sobre sistemas de rios. Eles apresentaram uma situação em que os aprendizes provavelmente ainda não teriam oportunidade de analisar a importância dos rios e sugeriram que, antes de iniciar este

estudo, fosse introduzido um organizador prévio comparando sistemas de rios com outro importante sistema, o sistema circulatório, supostamente já conhecido pelos aprendizes. Assim, seria usado, como organizador, o texto a seguir.

Um sistema de rios é tão importante para os outros elementos do ambiente físico quanto o sistema circulatório é para o corpo humano. Eles têm algumas características em comum. Um grande rio, tal como o Rio Mississipi, fornece o “sangue da vida” — água — para plantas e animais, bem como para a agricultura e indústrias hidroelétricas, justamente como a aorta, sendo a artéria principal, leva sangue às partes do corpo. Além de água, ele leva também muitas fontes de alimentos para plantas e animais. Neste aspecto, os rios se parecem com as artérias de nosso corpo que transportam nutrientes para diferentes partes do corpo. Eles são como veias quando levam produtos inúteis para o mar. Entretanto, um sistema de rios difere do sistema circulatório no aspecto de que tanto o suprimento de alimentos quanto os elementos

inúteis são transportados em um único canal. Outra similaridade é que, como vasos capilares, riachos alimentam o rio. Portanto, como sistema circulatório, o sistema de rios funciona tanto como carregador de fontes de energia quanto como transportador de produtos inúteis. Assim como o homem pode fazer mau uso do sistema circulatório, pode também fazer mau uso de um sistema de rios. Quando o rio carrega muitos resíduos, começa a se obstruir, exatamente como uma veia ou artéria pode ser obstruída. Fábricas ao longo de rios, erosão do solo causada por métodos de agricultura ou práticas florestais inadequadas são as principais causas de obstrução. Da mesma forma, produtos químicos, fertilizantes e inseticidas usados por agricultores têm causado uma alteração na vegetação ao longo dos rios. Como no sistema circulatório, estes danos, às vezes, não podem ser reparados e, quando isto é possível, consomem muito tempo (p.263).

Vemos então que os organizadores prévios exercem um papel fundamental no processo da aprendizagem significativa, pois são os facilitadores que estabelecem o elo entre o que o aprendiz já sabe e aquilo que ele deve aprender.

## 4.2 Condições necessárias para uma aprendizagem significativa

Segundo Ausubel, para que haja aprendizagem significativa, devem ser observados os seguintes preceitos:

- a) a existência de um material potencialmente significativo;
- b) um material que facilite o entendimento de significados;
- c) uma estrutura cognitiva adequada que permita a adequação de conhecimento prévio;

- d) existência de interesse do aluno;
- e) um professor motivado no momento de ensinar.

Ou seja, expandindo um pouco os tópicos apresentados, podemos dizer que a aprendizagem significativa ocorrerá desde que: o conhecimento prévio do aluno seja ponto de partida para o novo conhecimento; o material a ser assimilado seja potencialmente significativo, ou seja, não seja arbitrário em si (é válido destacar que mesmo materiais arbitrários podem ser tornados significativos por meio de organizadores prévios, os quais servirão de âncora para a nova aprendizagem, e ainda, que recursos introdutórios devem ser usados antes do material a ser ensinado); o aluno deve ser motivado, deve encontrar sentido no que está aprendendo, deve construir seu próprio conhecimento; exista um conteúdo mínimo na estrutura cognitiva do indivíduo, com subsunçores em suficiência para suprir as necessidades relacionais; o aprendiz apresente uma disposição para aprender significativamente e não de forma mecânica.

Ausubel dizia também que para que um processo de aprendizagem tenha eficácia, é preciso que o aluno promova, em sua estrutura cognitiva, um processo de aquisição e organização de significados no seu sistema cognitivo; vemos, assim, uma proposta do que ele chama de “teoria de assimilação”. A assimilação ocorre quando o conceito potencialmente significativo é colocado num contexto mais amplo e mais inclusivo, de forma mais aprofundada do que existe na sua estrutura cognitiva, ampliando, assim, a extensão ou qualificação do seu conhecimento (Moreira, 1999).

Dessa forma, é preciso considerar a estrutura cognitiva do aprendiz em primeiro lugar. O professor deve identificar os conceitos básicos que envolvem o assunto a ser ensinado, e como eles são estruturados. Também deve se levar em conta os organizadores de conteúdo, como será a sequência do material apresentado. Nesse momento é interessante usar as ideias âncora relevantes para o tema, apresentando-as numa sequência natural de aprendizagem.

Outro ponto refere-se ao fato de que se deve consolidar o que está sendo estudado antes de apresentar novos conteúdos. Em suma, para que a aprendizagem ocorra com significado ao aluno, é necessário que ao professor:

- Identificar os conceitos inclusivos e organizá-los do mais geral para o mais específico;
- Identificar os subsunçores relevantes para o conteúdo;
- Saber o que o aluno já sabe e quais subsunçores ele possui sobre o tema;
- Usar recursos que permitam a aquisição significativa do conceito do conteúdo.

Com isso, percebemos os pontos fundamentais, no escopo da teoria de aprendizagem significativa, para que um produto educacional seja elaborado de forma eficaz, ficando claro que o material a ser construído não deve se restringir ao conteúdo que será ensinado, como também na aquisição dos pré-requisitos necessários para a sua assimilação e a utilização do que o estudante já conhece sobre o assunto (Moreira, 2000).

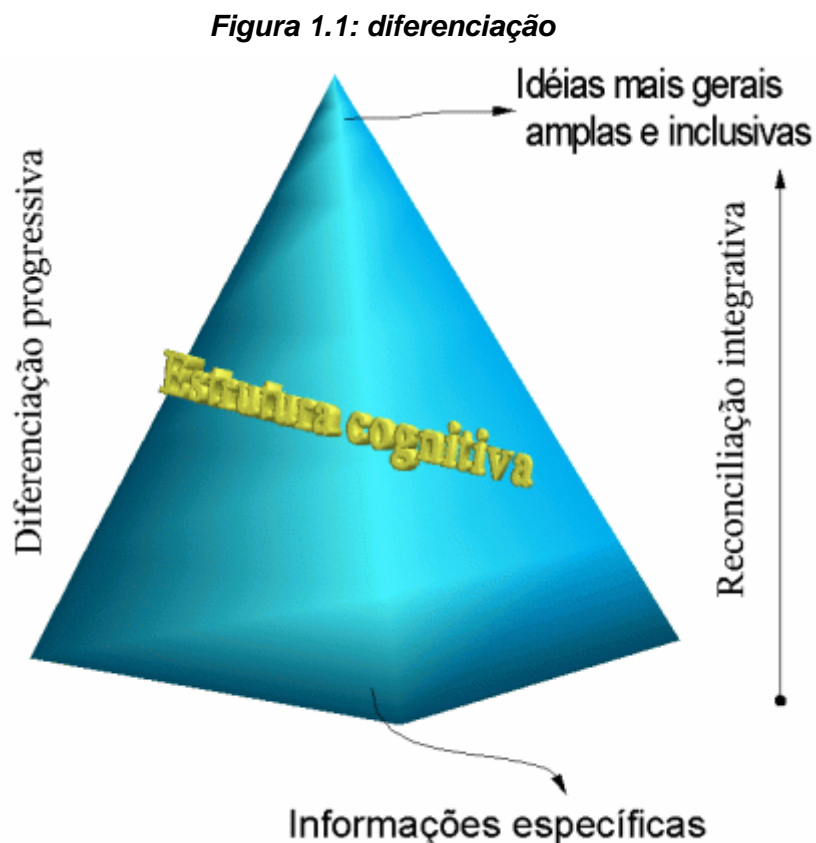
#### 4.3 A diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa

No arcabouço de sua teoria, Ausubel definiu dois processos que podem acontecer durante a aprendizagem significativa. Tais processos são fundamentais durante a aplicação de um material didático, em especial, do produto educacional que é um dos objetivos deste trabalho. Esses processos são denominados diferenciação progressiva e reconciliação integrativa.

Na diferenciação progressiva, um novo conceito é aprendido pelo processo de subordinação, mas também modifica seu subsunçor. Esse processo estabelece que conceitos mais gerais sejam apresentados no início, e devem ser aprofundados aos poucos. O sujeito tem, primeiramente, uma visão mais geral do assunto, para, posteriormente, se aprofundar neste. Vemos assim, que um conceito original vai sendo progressivamente detalhado e especializado, evoluindo, por meio das assimilações subordinadas, e resultando num processo de análise.

Dessa forma, percebemos que um material didático que pretende introduzir algum conteúdo, deve partir de conceitos mais gerais, e então alavancar conceitos mais específicos. E ainda, deve partir de situações mais simples, deixando as situações complexas para o fim.

Já a reconciliação integrativa ocorre durante a aprendizagem superordenada ou combinatória. Refere-se ao momento em que as ideias contidas na estrutura cognitiva são relacionáveis, o que permite maior organização dessa estrutura e promoção de novos significados para os conteúdos. Em síntese, na reconciliação integrativa os conceitos originais buscam associações entre si, interligando-se de forma expansiva e sintética, estabelecendo uma mudança tanto na nova informação como nos subsunçores com os quais o novo conhecimento estabelece relação. O resultado dessa interação constitui a assimilação de significados. A Figura 4.1 esboça bem esses dois elementos.



Fonte: disponível em: <http://penta2.ufrgs.br/edu/objetivo/ausubel.html>. Acesso 04 out 2018.

Por fim, podemos concluir que Ausubel propõe a valorização da estrutura Cognitiva do aprendiz, subordinando o método de ensino à capacidade do aluno de assimilar a informação, conforme consta na citação a seguir



A aprendizagem significativa tem lugar quando as novas ideias vão se relacionando de forma não arbitrária e substantiva com as ideias já existentes. Por “não arbitrariedade entende-se que existe uma relação lógica e explícita entre a nova ideia e alguma(s) outra(s) já existente(s) na estrutura cognitiva do indivíduo. Além de não arbitrária, para ser significativa, a aprendizagem precisa ser também substantiva, ou seja, uma vez aprendido determinado conteúdo desta forma, o indivíduo conseguira explicá-lo com as suas próprias palavras. A “substantividade” do aprendizado significa que o aprendiz apreendeu o sentido, o significado daquilo que se ensinou, de modo que pode expressar este significado com as mais diversas palavras. O objetivo maior do ensino é que todas as ideias sejam aprendidas de forma significativa. Isso porque é somente deste jeito que estas novas ideias serão “armazenadas” por bastante tempo e de maneira estável. Além disso, a aprendizagem significativa permite ao aprendiz o uso do novo conceito de forma inédita, independentemente do contexto em que este conteúdo foi primeiramente aprendido. (MOREIRA, 2011, p.26).

No próximo capítulo apresentaremos a metodologia que nos conduziu à elaboração e aplicação do produto educacional.

## 5. Percurso Metodológico

Neste capítulo será apresentada a metodologia que conduziu esta pesquisa. Serão detalhadas as etapas de elaboração do produto educacional, bem como o caminho percorrido em sua aplicação.

### 5.1 O local de aplicação da pesquisa e o público-alvo

O trabalho de pesquisa foi desenvolvido no Centro Educacional Zulca Peixoto de Paiva, localizado na cidade de Cristalina, estado de Goiás. Esta escola funciona em período integral. A pesquisa foi realizada em turmas de terceiro do Ensino Médio, perfazendo um total de 72 educandos com idades entre 17 e 18 anos. A turma A com 37 alunos e a turma B com 35 alunos. Os alunos foram informados sobre o objetivo do projeto de pesquisa, como seriam as aulas, e qual seria a participação deles durante toda a aplicação sequencial didática. Todos eles concordaram em participar e colaborar com o que for necessário.

A escola, no que tange ao seu espaço físico e aos seus recursos pedagógicos, apresenta as características a seguir: existe laboratório de física; as atividades docentes que envolvem práticas e experimentos acontecem em sala de aula e no laboratório de física; a disciplina de física possui carga horária de 4 horas-aulas semanais, sendo duas aulas expositivas e duas aulas experimentais. A escola possui projetor de imagens, caixas de som, computador; contudo, não há laboratório de informática.

É relevante destacar que a escola atende a um público seletivo, pois pelo seu histórico é considerado, durante algum tempo, um colégio padrão (destaque positivo) do Estado de Goiás, sendo uma das 15 melhores escolas da rede pública estadual pelos índices do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica).

### 5.2 O produto educacional

O produto educacional consiste numa sequência didática intitulada “Mecânica Quântica: uma abordagem para o ensino médio”, a qual está disponível no Apêndice

1 desta dissertação. A elaboração desta sequência didática seguiu os pressupostos da teoria de aprendizagem significativa, e teve como principal motivação a inserção de aspectos da física do século XXI, tão necessária para a construção da tecnologia moderna, no currículo do ensino médio. Descreveremos a seguir os elementos básicos do produto educacional desenvolvido.

O produto educacional contém cinco capítulos, distribuídos da seguintes forma:

- O capítulo 1 versa sobre ondulatória e conservação de energia mecânica. O objetivo deste preâmbulo é averiguar se os estudantes possuem os subsunçores mínimos necessários para a compreensão dos elementos de mecânica quântica que serão trabalhados posteriormente. Nesse sentido, logo no início do pré-capítulo recomendamos que o professor aplique o questionário apresentado no produto, o qual possui cinco questões, sendo a primeira sobre conservação da energia mecânica, a segunda e a terceira contemplam o assunto de interferência de ondas, a quarta e a quinta versam sobre o experimento de Young. No produto há a recomendação do professor revisar esses assuntos caso o rendimento dos estudantes neste pré-teste seja insatisfatório. Sendo assim, disponibilizamos no produto citações a simuladores e vídeos que abordam tais conteúdos. Recomendamos que esse levantamento de subsunçores seja realizado em uma aula de 50 minutos e a revisão, caso necessário, seja feita em uma aula de 50 minutos.
- O capítulo 2 trata da história do surgimento da mecânica quântica, abordando os problemas que a física clássica encontrava para explicar determinados fenômenos, bem como destacando o percurso bem sucedido da teoria quântica desde o seu surgimento até os dias atuais. Nesse caminho, o capítulo inicia com uma questão problematizadora e logo em seguida é apresentado um texto. É recomendado que os estudantes leiam esse texto antes da aula referente a este capítulo. No momento da aula recomenda-se que o professor discuta com os estudantes o conteúdo abordado no texto. No capítulo 2 também consta um questionário e o guia para o estudante construir um mapa mental sobre mecânica quântica. Recomenda-se o uso de uma aula de 50 minutos para trabalhar este capítulo.

- No capítulo 3 é apresentado o conteúdo relativo a dualidade onda-partícula. Sendo assim, um texto sobre o experimento da dupla fenda para elétrons e o comprimento de onda de Broglie é disponibilizado. No capítulo consta também exercícios e sugestões de vídeos e simuladores para a fixação do conteúdo. Recomenda-se o uso de duas aulas de 50 minutos.
- O capítulo 4 foi destinado à discussão do problema da barreira de potencial e do potencial degrau, bem como o fenômeno da penetração de barreira. No capítulo são sugeridos vídeos e simuladores, bem como são oferecidos textos que mostram a aplicação desses fenômenos em dispositivos tecnológicos disponíveis no cotidiano dos estudantes. No fim do capítulo consta uma lista de exercícios. Como esse capítulo é o que traz mais cálculos, recomenda-se a adoção de duas ou três aulas, com cinquenta minutos cada, para desenvolvê-lo.
- No capítulo 5 são apresentadas algumas curiosidades acerca da mecânica quântica. No fim do capítulo há algumas atividades para a fixação do conteúdo. Recomenda-se que ao final deste módulo o professor solicite que os estudantes façam um mapa mental sobre os conteúdos trabalhados ao longo da discussão de todo o produto educacional. Recomenda-se a adoção de uma aula de cinquenta minutos para a execução das tarefas desse capítulo.

No produto há elementos muito interessantes, cujos objetivos são: despertar a curiosidade; possibilitar a reconciliação integradora e a diferenciação progressiva; desafiar os discentes. Esses elementos são: o momento quebra-cuca quântico; as aplicações quânticas; as questões problematizadas; o jornal-mural; as curiosidades. No decorrer de todo o produto o leitor se deparará com tais tópicos, estando pelo menos um em cada capítulo ou momento de aprendizagem.

Tendo apresentado o produto educacional de forma breve, na próxima seção trataremos um relato de cada aula dedicada a aplicação do produto.

### 5.3 Relato das aulas

Antes de relatar como ocorreram as aulas, apresentaremos como foi a sequência de aplicação do produto. Ela se baseou nos seguintes tópicos:

1. Aplicação do questionário;
2. Construção de mapas conceituais;
3. Aulas;
4. Reaplicação do questionário;
5. Confecção dos mapas conceituais (Novak, 1988);
6. Relato dos estudantes sobre as impressões acerca do produto.

Ou seja, no início foi aplicado o questionário e solicitado aos estudantes que construíssem um mapa mental sobre o que conheciam sobre a mecânica quântica. O objetivo tanto do questionário, como do mapa conceitual foi a realização de um levantamento sobre os subsunçores dos estudantes. Em seguida, o produto foi aplicado, desde a fase de revisão do conteúdo sobre ondulatória e conservação de energia. Esse tópico de revisão funcionou como uma espécie de organizadores prévios. Com a finalização dos conteúdos, o questionário foi reaplicado, bem como foi solicitado aos estudantes a confecção de outro mapa conceitual sobre o que eles conheciam sobre mecânica quântica. O objetivo da reutilização desses instrumentos foi estabelecer uma comparação com o início do processo. Por fim, foi solicitado aos estudantes que redigissem comentários da impressão que eles tiveram do produto educacional e das aulas. Essa etapa também serviu de avaliação da sequência didática.

Na sequência, quando apresentarmos o relato das aulas, detalharemos cada um dos pontos dados acima. No decorrer da aplicação do produto foi construído um diário de bordo, de forma que os conteúdos fossem apresentados de forma mais organizada e servir de subsídio a outros professores que porventura pretendam utilizar o produto educacional.

- Primeira aula:

Na primeira aula foi realizada a aplicação de um questionário como avaliação diagnóstica. O questionário foi respondido por 73 alunos das duas turmas de ensino médio presentes na escola. O objetivo deste questionário era verificar o conhecimento prévio de conceitos sobre luz, ondas fenômenos ondulatórios necessários à compreensão dos tópicos de mecânica quântica que serão apresentados no produto. Essa ação pedagógica de diagnosticar os conhecimentos prévios do estudante, antes de ensiná-los, tem fundamento na teoria da aprendizagem significativa, proposta por David Ausubel. Esse conhecimento prévio que o aluno já possui é definido como subsunçor. Os resultados da avaliação diagnóstica serviram como referência para a organização do plano de ensino, sendo um guia para orientar cada atividade, cada agrupamento e cada intervenção realizada no decorrer da aplicação do produto. Após responder ao questionário, os alunos tiveram o momento motivação em que assistiram ao vídeo “Motivação Quântica”. Esse encontro foi desenvolvido em 50 minutos.

- Segunda aula:

A segunda iniciou com a correção do questionário aplicado como pré-teste. Nesse sentido, o conteúdo abordado no questionário (conservação de energia, interferência, difração) foram trabalhados com o uso dos seguintes recursos: vídeos, simuladores e aula expositiva. A esses recursos, que estabeleceram um elo entre o que os estudantes sabiam e aquilo que eles deveriam aprender, podemos denominar de organizadores prévios. Na sequência, após assistir ao vídeo, “Além do Cosmo”, os alunos, reunidos em grupos, discutiram o conteúdo do filme durante vinte minutos. Em seguida iniciou-se o conteúdo sobre a história da mecânica quântica. Para a realização da leitura e discussão deste texto, foi feito um círculo na turma, de forma que os alunos se sentissem agentes integrados ao processo ensino-aprendizagem. No fim das discussões, solicitamos que eles realizassem em casa as outras atividades propostas no capítulo. Esse encontro foi desenvolvido em 50 minutos.

- Terceira aula:

Nessa aula, os alunos entraram em contato com o tópico “Curiosidade Quântica”, presente em cada capítulo do produto. O aluno recebeu informação sobre aplicações da Mecânica Quântica. Nessa aula, a curiosidade a ser trabalhada foi o computador quântico. O computador quântico é um dispositivo que executa cálculos fazendo uso direto das principais propriedades da mecânica quântica, tais como entrelaçamento quântico, sobreposição e interferência. Nessa parte do capítulo, o professor forneceu um ambiente em que os alunos puderam trocar informações, no grupo de discussão, respondendo às perguntas do roteiro sobre o vídeo “O computador quântico” e respondendo às perguntas do roteiro de discussões do texto complementar, tendo sempre o professor como motivador e mediador das discussões. Por fim, chegou a hora de aplicar o conhecimento, foi o momento da atividade quebra-cuca, em que os alunos resolveram questões objetivas e subjetivas, demonstrando que houve entendimento do conteúdo ministrado pelo professor. Esse momento foi importante não apenas como estratégia de ensino-aprendizagem, mas também como espaços favoráveis à formação do educando, tendo em vista que as questões elaboradas por esse material didático têm como contexto fenômenos físicos que, embora não estejam presentes no cotidiano dos alunos, estão relacionados direta ou indiretamente com sua rotina em casa, em seu trabalho, nos momentos de lazer, resultantes dos avanços tecnológicos. O aluno é o agente ativo na hora de resolver as questões da atividade quebra-cuca. Esse encontro foi desenvolvido em 50 minutos.

- Quarta aula:

Essa aula iniciou-se com a questão problematizadora “o que é luz, afinal? onda ou partícula?”. Os alunos se reuniram em grupo e ficaram 20 minutos discutindo a respeito dessa questão. Nesse momento, observou-se muita curiosidade entre os alunos a respeito do que seria luz. Na sequência assistiram ao vídeo “O que é o Elétron? Uma Onda ou Uma Partícula?”. Em grupo, os alunos discutiram as questões do roteiro de discussão, houve participação de todos eles. Dois grupos tiveram algumas dúvidas que foram colocadas no quadro e discutidas com a turma. Cada grupo entregou a folha de resposta com as questões da discussão. Na sequência, os alunos assistiram ao vídeo “interferência e difração”. Os vídeos utilizados nesse dia

foram recurso que serviram como organizadores prévios para as aulas de dualidade onda-Partícula. Nesse sentido, o professor deu sequência à aula de dualidade onda-partícula discutindo com a turma sobre o texto complementar “dualidade onda-corpúsculo”. Para sanar algumas dúvidas, os alunos observaram o experimento da dupla fenda no simulador *Phet*. Na sequência, foi discutido sobre o comprimento de onda de Broglie. Essa parte do conteúdo foi lecionada com aula expositiva, utilizando giz e quadro-negro. Foram discutidos alguns problemas, tais como o cálculo do comprimento de onda do elétron. Em seguida, foi sugerido aos estudantes que calculasse o comprimento de onda de uma pessoa e de um carro. Feito isso, eles foram instigados sobre os porquês de não percebermos o comportamento ondulatório de objetos macroscópicos. As discussões acerca dessa questão foram muito proveitosas e muitas dúvidas surgiram. A aula foi finalizada com a sugestão para que os estudantes resolvessem os problemas propostos no capítulo. Esse encontro foi desenvolvido em 1h 40 minutos.

- Quinta aula:

Esta aula é iniciada com a imagem do morro Pão de Açúcar no Rio de Janeiro e a seguinte questão problematizada: como você faria para chegar ao outro lado do morro Pão de Açúcar? Um veículo de 1000kg consegue chegar ao outro lado do morro Pão de Açúcar? Uma partícula consegue atravessar esse morro? Que teoria da Física quântica diz que é possível atravessar um morro?. Os alunos estavam instigados a falarem sobre a conservação da energia. Após vinte minutos de discussão, os alunos tinham muitas dúvidas, as quais foram anotadas no quadro pela professora para futuro esclarecimento e discussão. Nesse momento a professora pediu aos alunos que se reunissem em grupos e, após assistirem ao vídeo “O Tunelamento Quântico”, fizessem uma discussão. Nessa etapa da aula, os alunos já estavam mais tranquilos sendo capazes de discutirem o assunto e darem esclarecimento aos colegas. Dessa forma, as indagações escritas no quadro foram sendo esclarecidas pelos próprios alunos. Encerrada a discussão as folhas de resposta foram entregues à professora e os alunos prosseguiram com a leitura do texto “Efeito Túnel da Mecânica Quântica” e com a posterior discussão em que alguns colegas conseguiam dar esclarecimentos de dúvidas que os outros colegas traziam. Na sequência, o conteúdo sobre barreira



de potencial e potencial degrau forma ministrados via aula expositiva com o uso de Datashow. Foram apresentados cálculos sobre a probabilidade de uma partícula ser encontrada após uma barreira de potencial no caso em que a energia da partícula é menor que a barreira. Após os cálculos realizados e alguns problemas solucionados, foram apresentadas algumas aplicações deste conteúdo nos dispositivos tecnológicos, dentre os quais o microscópio eletrônico. Os estudantes ficaram maravilhados, tanto pela perplexidade de haver probabilidade de encontrar uma partícula do outro lado de uma barreira de potencial, como com o fato de um tema tão complexo ter contrapartida tecnológica. No fim da aula, os estudantes foram instigados a solucionarem os problemas disponíveis no material. Esse encontro foi desenvolvido em 1 hora e 40 minutos.

- Sexta aula :

No início da sexta aula, a professora resolveu as questões dos capítulos 3 e 4 do produto, sempre perguntado se os alunos tinham alguma dúvida sobre a resolução. Em seguida, deu-se início a elaboração do jornal mural, o qual continha notícias dos assuntos mais interessante estudados neste projeto de pesquisa. Nesta etapa, os alunos se reuniram em grupos de quatro e fizeram cada grupo um jornal mural. o grupo A tratou do tema “física quântica”, divulgando o assunto por meio de figuras e textos explicativos, os cartazes foram fixados nos corredores da escola . O grupo B trabalhou o tema “tele transporte quântico”, usando as mesmas ferramentas do grupo A. O grupo C trabalhou os temas “dualidade onda-partícula” e “tunelamento quântico” do mesmo modo que os outros grupos. O grupo D fez um jornal mural sobre “equação de Schroedinger” e o “experimento mental do gato de Schroedinger”. Os trabalhos ficaram excelentes e o restante dos estudantes da escola ficaram bastante interessados nos assuntos desenvolvidos no produto. No fim da aula os alunos fizeram um questionário como pós-teste e construíram mapas mentais sobre o conteúdo. Esse encontro foi desenvolvido em 1 hora e 40 minutos.

Tendo apresentado a metodologia que conduziu a elaboração e aplicação do produto educacional, a próxima etapa será a apresentação dos resultados obtidos após a sua aplicação. Essa tarefa será executada no próximo capítulo.

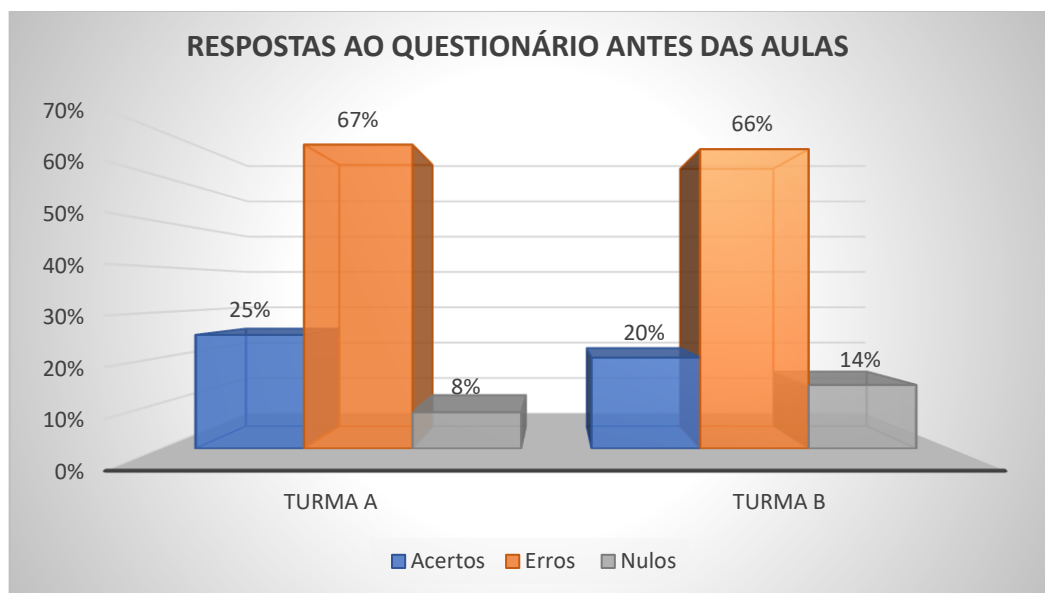
## 6. Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados da aplicação do produto. Tais resultados dividem-se em aspectos quantitativos e qualitativos. Por meio deles, pode-se averiguar indícios da eficácia do produto educacional desenvolvido.

### 6.1 Resultado da aplicação do questionário

Conforme mencionado no capítulo anterior, o questionário destinado a levantamento dos subsunçores foi aplicado em dois momentos, antes da aplicação do produto e depois da aplicação do produto, ou seja, no fim do projeto. O questionário foi aplicado nas duas turmas de terceiro ano, sendo 37 alunos da turma A e 35 alunos da turma B. O gráfico esboçado na Figura 6.1 mostra o rendimento geral dos estudantes no questionário.

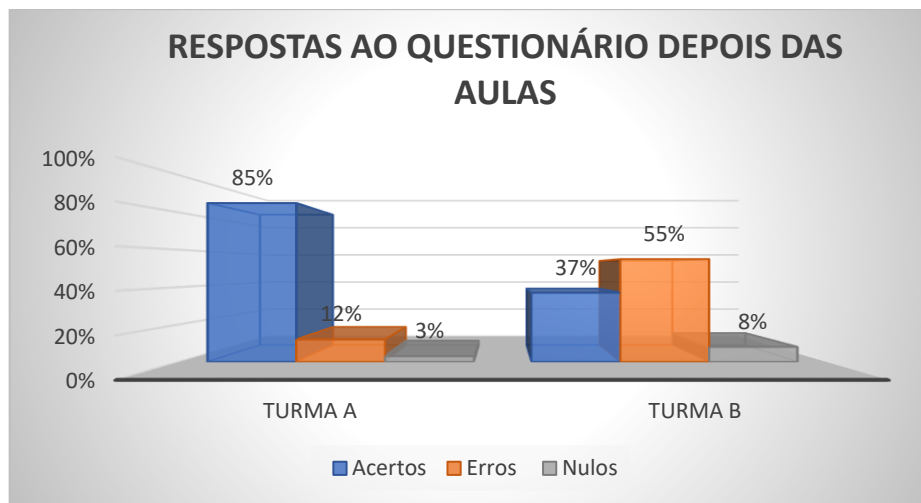
Figura 6.1: Gráfico com o percentual de acertos dos estudantes no questionário antes da aplicação do produto educacional



Conforme pode ser visualizado na Figura 6.1, os estudantes de ambas as turmas demonstravam um nível de conhecimento aquém do necessário para a estudo de elementos de mecânica quântica. O percentual de acertos foi de 25% na Turma A e 20% na Turma B. Como o questionário versava sobre conservação de energia e fenômenos ondulatórios, e tais conteúdos foram considerados pela pesquisadora como pré-requisitos necessários para a compreensão dos conteúdos presentes no produto educacional, houve a necessidade de os conteúdos relativos aos questionários serem trabalhados por meio do uso de simuladores e aulas expositivas antes do início do conteúdo sobre os tópicos de mecânica quântica.

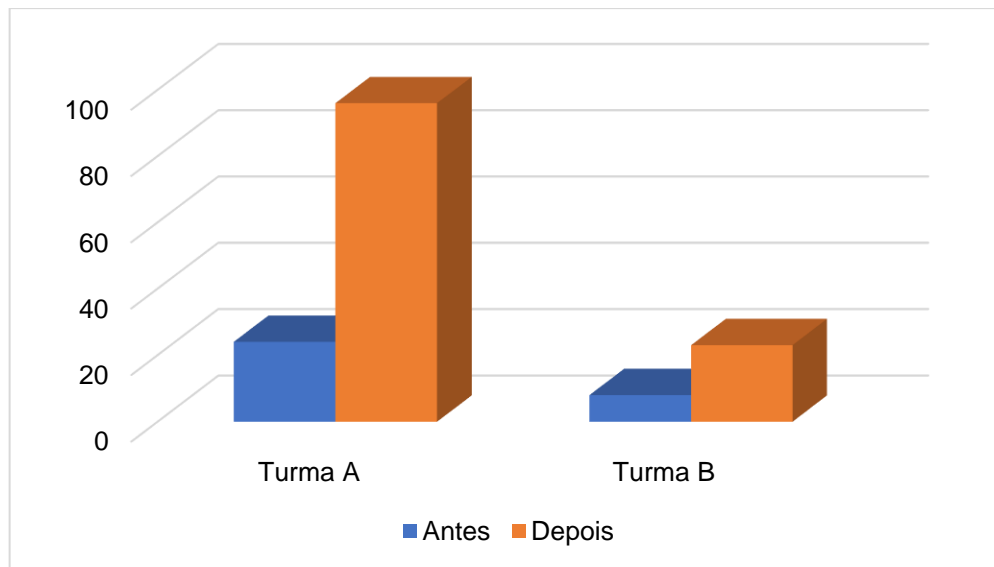
O gráfico disponível na Figura 6.2 apresenta os percentuais de acertos de ambas as turmas após a aplicação do produto. A porcentagem de acertos subiu de 25% para 85% na turma A e de 20% para 37% na turma B. Esse resultado é um indicador que o produto educacional foi relevante para estabelecer a ponte entre o que os estudantes conheciam e o conteúdo que eles deveriam aprender.

Figura 6.2: Resultado da aplicação do questionário após a aplicação do produto educacional



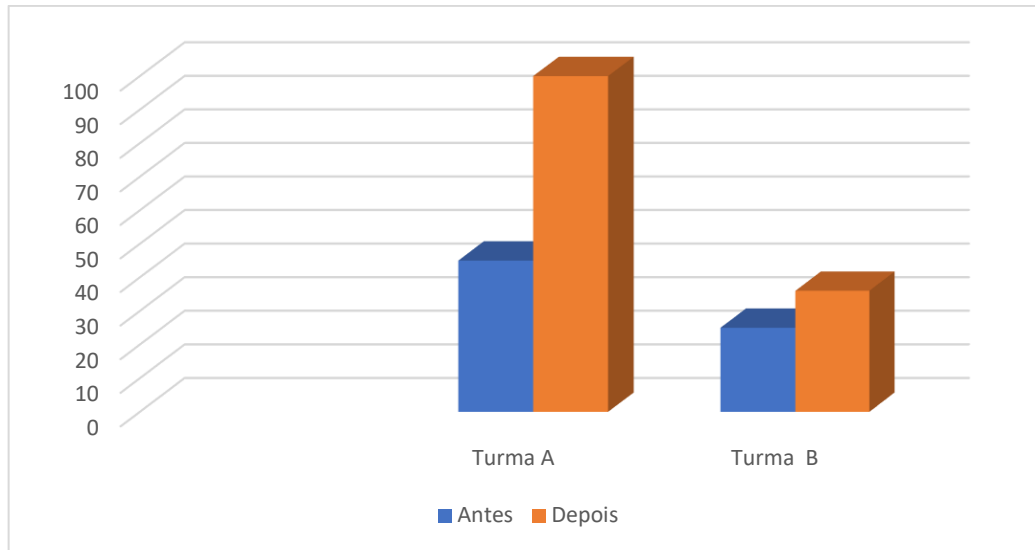
A Figura 6.3 mostra os percentuais de acertos relativos à primeira questão do questionário antes e depois da aplicação do produto educacional. Conforme pode ser percebido, o percentual de acertos dos alunos da turma A após a aplicação do produto foi de 100%, enquanto da turma B foi de 30%. Antes da aplicação do produto, a turma A e B tinham um percentual de acertos de 18% e 15%, respectivamente. Mais uma vez constata-se que há indícios de que o produto educacional tenha sido eficaz no desenvolvimento dos pré-requisitos.

Figura 6.3: Percentual de acertos da Questão 1 do questionário



Na Figura 6.4 apresentamos o gráfico contendo o percentual de acertos à última questão do questionário antes e depois da aplicação do produto. A questão versava sobre o experimento de dupla fenda relacionado à luz. Mais uma vez percebe-se que os estudantes que tiveram acesso às aulas com o produto educacional tiveram um rendimento muito superior aos demais estudantes, tendo aumentado o índice de acertos subiu de 18% para 90%, enquanto na turma B o percentual de acertos subiu de 15% para 20%. Esse aumento expressivo na Turma A evidencia a importância da utilização das aulas de revisão como organizadores prévios.

Figura 6.4: Percentual de acertos da Questão 5 do questionário



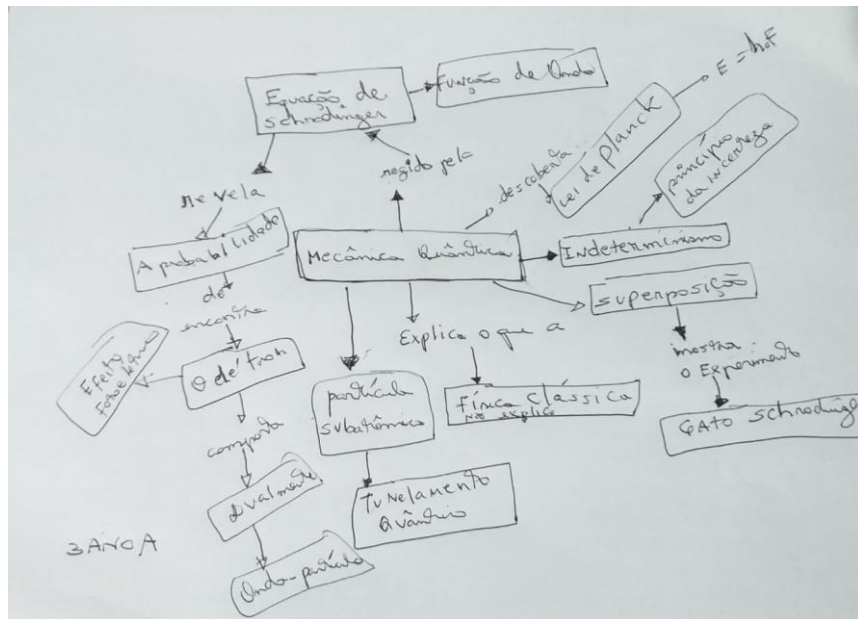
Na próxima seção apresentaremos os mapas conceituais construídos pelos estudantes sobre o conteúdo disponibilizado no produto educacional.

## 6.2 Mapas Conceituais elaborado pelos estudantes

Como alternativa às avaliações quantitativas, foi solicitado que os estudantes da Turma A elaborassem mapas conceituais antes e depois da aplicação do produto educacional. O resultado foi muito animador, pois foi perceptível a evolução dos tópicos relacionados à mecânica quântica que os estudantes apresentaram em seus mapas conceituais, bem como a interrelação que eles estabeleceram entre os conceitos apresentados. Na Figura 6.5 vemos um mapa conceitual elaborado por um dos estudantes após a aplicação do produto.

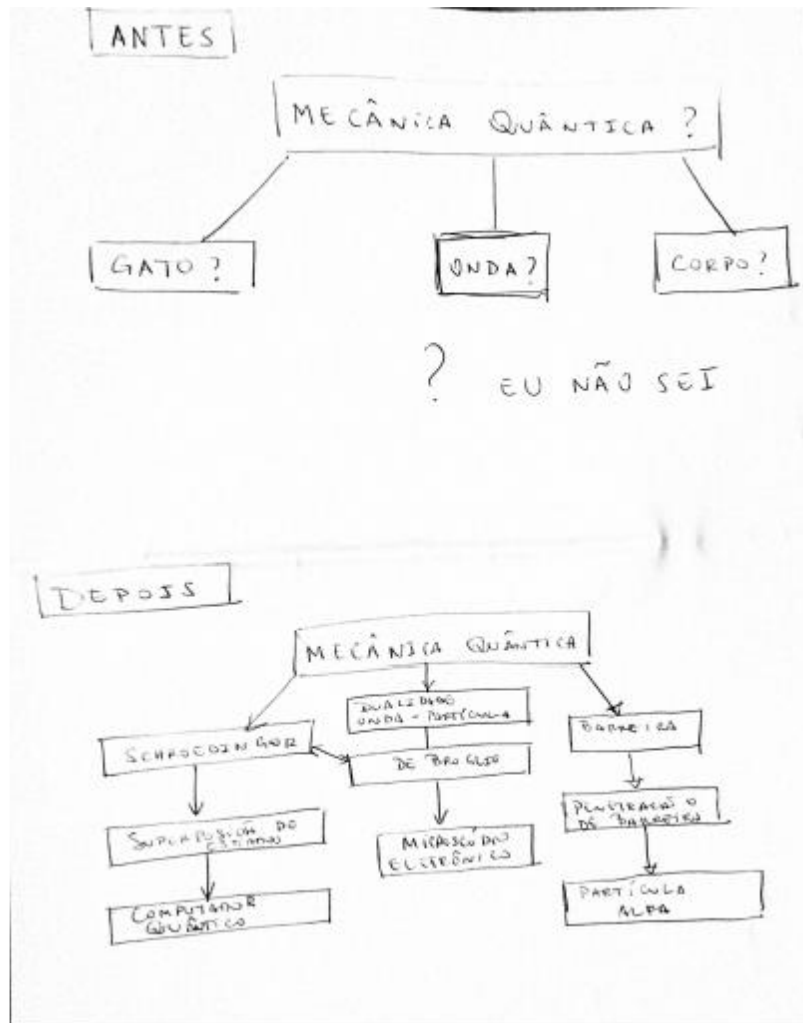
Conforme pode ser visualizado na Figura 6.5, o estudante soube relacionar a mecânica quântica com a equação de Schroedinger, bem como enfatizar que trata-se de uma teoria probabilística. Além disso, ele também relacionou conceitos muito importantes como a superposição de estados e o gato de Schroedinger. Outros elementos relacionados à assimilação do estudante podem ser notados no mapa conceitual apresentado.

Figura 6.5: Mapa conceitual de um estudante da Turma A



Na Figura 6.6 destacamos dois mapas conceituais elaborados por um mesmo estudante da turma A. No mapa construído antes da aplicação do produto educacional, o estudante colocou pouquíssimos conceitos, não sabendo estabelecer relações entre eles; além disso o mapa continha muitas interrogações. Já no mapa conceitual elaborado no fim do processo, notamos a presença de bastantes conceitos, bem como a relação entre eles. O estudante apresentou algumas aplicações da mecânica quântica atreladas a muitos conceitos.

Figura 6.6: Mapas mentais elaborados por um mesmo estudante antes e depois da aplicação do produto



### 6.3 Questionários e Avaliações

Nesta seção apresentamos algumas atividades resolvidas pelos estudantes, quais sejam: questionários e avaliações. Tais atividades tinham o intuito de averiguar se a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora estavam de fato ocorrendo. A principal atividade realizada neste contexto foi denominada “Momento Quebra-Cuca”, a qual trazia questões desafiadoras. A resolução de uma delas está apresentada na Figura 6.7.

Figura 6.7: Momento Quebra-Cuca resolvido por um estudante da Turma A

#### Momento Quebra Cuca

Texto 1 para os itens de 1 a 8

O espectro de corpo negro

Usar roupa preta durante o verão não é uma boa ideia porque ela vai absorver toda e qualquer radiação incidente sobre ela. O corpo negro não é necessariamente um corpo preto ele emite radiação porque ele é quente. A barra de ferro aquecida é um corpo negro. Corpo negro é aquele que emite radiação eletromagnética por causa da temperatura. Corpo negro é um corpo que está quente. O sol emite radiação de corpo negro. Exemplos de radiação térmica a luz visível e a luz infravermelha emitidas por uma lâmpada incandescente, a radiação infravermelha emitida por animais e detectada por câmeras de infravermelho, e micro-ondas cósmicas. O corpo negro originou-se no estudo da termodinâmica onde evidenciou a sua principal propriedade: que é a de absorver toda e qualquer radiação incidente sobre ele. Todo corpo emite radiação devido ao fato de todo corpo está associado a uma temperatura. O responsável pelo estudo mais denso da radiação térmica foi o físico alemão Robert Kirchhoff. Ele postulou duas leis importantes que contribuíram muito para os estudos da física moderna. Na primeira lei, ele relaciona a temperatura do corpo e a radiação emitida. Na segunda, ele introduz o conceito de radiação do corpo negro. A emissão do corpo negro é perfeitamente térmica e foi descrita pela Lei de Planck. Esta lei deu origem à mecânica quântica e diz como é distribuída a densidade de energia de um corpo, a uma dada temperatura, em função de um outro parâmetro que pode ser a frequência. Esta distribuição de energia recebe o nome de Espectro de Corpo Negro.

De acordo com o texto acima e usando seu conhecimento sobre radiação do corpo negro examine cada item abaixo com (V) para verdadeiro e (F) para falso.

1- O espectro da radiação térmica era algo que sempre intrigava os estudiosos pelo fato de nunca ter sido, de fato, desvendado. Planck foi o responsável pelo estudo mais aprofundado do espectro da radiação, a lei de Planck foi uma das motivadoras da Mecânica Quântica.


2- A mecânica quântica nasceu, de fato, a partir do momento em que o físico Max Planck, de forma desesperada, inverteu o processo de análise da radiação do corpo negro. Isso aconteceu porque a radiação emitida por um corpo negro gerava uma radiação muito intensa, gerando então gráficos para diferentes temperaturas. Planck queria, de forma matemática, mostrar como era possível chegar a tais gráficos, mas partindo das funções conhecidas na física clássica era impossível chegar aos gráficos, então teve a ideia de partir dos gráficos para então chegar à função matemática correta, e quando encontrou-se

Conforme, podemos perceber na Figura 6.7, o estudante conseguiu solucionar a atividade, aplicando o conteúdo estudado em situações concretas do cotidiano. Com isso, percebe-se que há indícios que os estudantes assimilaram o conteúdo. A atividade completa pode ser visualizada no produto educacional, disponível no Apêndice 1 desta dissertação.

Na Figura 6.8 mostramos uma avaliação que foi resolvida por um dos estudantes. Conforme pode ser percebido, o estudante realizou os cálculos relativos a uma questão sobre comprimento de onda de Broglie e respondeu a uma questão sobre a teoria de Broglie utilizando as próprias palavras. Este fato nos traz indício de que houve aprendizagem significativa.



Figura 6.8: Avaliação resolvida por um estudante da Turma A



**Momento Quebrando a Cuca com dualidade Onda-partícula**

**CENTRO EDUCACIONAL EM TEMPO INTEGRAL ZULCA PEIXOTO DE PAIVA**

1. (UFRGS) O físico francês Louis de Broglie (1892-1987), em analogia ao comportamento dual onda-partícula da luz, atribuiu propriedades ondulatórias à matéria.

Sendo a constante de Planck  $h = 6,6 \times 10^{-34}$  J.s, o comprimento de onda de Broglie para um elétron (massa  $m = 9,1 \times 10^{-31}$  kg) com velocidade de módulo  $v = 2,2 \times 10^6$  m/s é, aproximadamente:

a)  $3,3 \times 10^{-10}$  m.       $(v = \lambda \cdot f)$

b.  $3,3 \times 10^{-9}$  m.

c.  $3,3 \times 10^3$  m.

d.  $3,0 \times 10^9$  m.

e.  $3,0 \times 10^{10}$  m.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6,6 \times 10^{-34}}{9,1 \times 10^{-31} \cdot 2,2 \times 10^6} = \frac{6,6 \times 10^{-34}}{1,98 \times 10^{-24}} = \frac{6,6 \times 10^{-34}}{1,98 \cdot 10^{-24}} = 3,3 \cdot 10^{-10}$$

2. (UFSC-2007) A Física moderna é o estudo da Física desenvolvido no final do século XIX e início do século XX. Em particular, é o estudo da Mecânica Quântica e da Teoria da Relatividade Restrita.

Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S) em relação às contribuições da Física moderna.

01. Demonstra limitações da Física Newtoniana na escala microscópica.

02. Nega totalmente as aplicações das leis de Newton.

03. Explica o efeito fotoelétrico e o laser.

08. Afirma que as leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

16. Comprova que a velocidade da luz é diferente para quaisquer observadores em referenciais inerciais.

32. Demonstra que a massa de um corpo depende de sua velocidade.

3- Demonstre a teoria Louis de Broglie.  
*Não somente a luz, mas qualquer corpo pode se comportar como onda e/ou partícula. É comprovado através de constante de Planck*

4- Fale sobre o Experimento de Young.

Os resultados apresentados nas Figuras 6.7 e 6.8 não foram exceções. Praticamente todos os estudantes da Turma A demonstraram resultados proveitosos.

## 6.4 Depoimento dos estudantes

Nesta seção apresentamos os depoimentos de alguns estudantes da Turma A sobre o produto educacional e a experiência que tiveram em estudar os tópicos de mecânica quântica. Denominamos os autores dos depoimentos escolhidos para compor o texto como estudante 1, estudante 2 e estudante 3.

Estudante 1: “ Eu achei muito legal estudar esses temas, pois percebi que a física é uma matéria que vai muito além daquilo que eu pensava. Ela pode ser aplicada em

muitos aparelhos que uso. Nunca imaginava que meu celular não existiria sem a física.”

Conforme podemos perceber, o estudante 1 evidenciou as aplicações da mecânica quântica, e isso foi o que mais despertou a sua atenção. Ele destaca que a sua ideia sobre física foi expandida com as aulas de mecânica quântica.

Estudante 2: “ Finalmente entendi o que é o gato de Schroedinger, porque estudei sobre superposição de estados. Eu nunca imaginava que a matéria também poderia se comportar como uma onda em algumas situações. Eu queria estudar mais essas coisas. Foi muito fera.”

O estudante 2 destacou fenômenos da mecânica quântica que não possuem contrapartida clássica, destacando que gostaria de se aprofundar mais nessa temática.

Estudante 3: “ Eu não entendi muito bem as coisas que estudei, mesmo assim achei muito interessante. A professora poderia ter explicado melhor algumas coisas, poderia ter usado mais tempo, pois foi muito corrido. Acho que as escolas poderiam colocar esses assuntos para serem estudados em todas as escolas, mas com tempo adequado para entender.”

Já o estudante 3, apesar de ter gostado do conteúdo, fez uma crítica a metodologia utilizada, destacando que a professora poderia ter isso mais devagar na apresentação dos tópicos.

Tendo apresentado as diversas formas com que a aplicação do produto foi avaliada, finalizamos este capítulo. O principal resultado que podemos evidenciar são os indícios de aprendizagem significativa apresentados em cada uma das estratégias utilizadas

## 7. Considerações Finais e Perspectivas

Nesta dissertação foi apresentado o produto educacional que versa sobre inserção de tópicos de mecânica quântica no ensino médio, desde a sua confecção até a sua aplicação. Há uma espécie de mitificação da física moderna, especificamente da mecânica quântica, entre os discentes, bem como entre os docentes da disciplina de física na educação básica. Os docentes, devido a uma formação acadêmica ineficiente, muitas vezes não tiveram acesso aos conteúdos dessa parte da física; e, por isso, transmitem essa visão de impossibilidade de compreensão de conceitos aos estudantes. Por isso, esse trabalho, bem como muitos outros que procuram estabelecer uma transposição didática de tais temas ao nível do ensino médio são importantes, pois ajudam a quebrar essa barreira que impossibilita o aprendizado. Conforme percebemos em todo o capítulo de resultados, os estudantes gostaram de estudar os conteúdos sobre mecânica quântica, e mais que isso, demonstraram indícios de aprendizado e solicitaram mais iniciativas assim. O fato é que a física é muito interessante, pois é aplicada diretamente no cotidiano das pessoas, sobretudo a física moderna, que é aplicada nos instrumentos tecnológicos que mais utilizamos no dia a dia. Esse último fato atrai a atenção de todos, principalmente nos jovens, que passam a ver a utilidade da ciência e querem compreendê-la mais ainda.

Como perspectiva, esperamos aprimorar o produto educacional desenvolvido, bem como elaborar outros produtos que contemplem diversos tópicos de física que geralmente são negligenciados no ensino médio, tais como: física nuclear; física de partículas; dentre outros.

## Referências Bibliográficas

- AUSUBEL, D.P. & Fitzgerald, D. The role of discriminability in meaningful verbal learning and retention. *Journal of Educational Psychology*, 52(5); 266-74, 1961.
- AUSUBEL, D.P.; Novak, J.D.; HANESIAN, J. *Psicologia educacional*. Rio de Janeiro, Interamericana, 1980.
- AUSUBEL, D.P. *The acquisition and retention of knowledge: A cognitive view*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers. 2000.
- CARUSO, livro *Física Moderna Origem Clássica e Fundamentos Quânticos*, editora Campus, 2007.
- EGGEN, P.D.; KAUCHAK, D.P.; HARDER, R.J. *Strategies for teachers*. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1979.
- EISBERG, R.; RESNICK, R. *Física Quântica: Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas*. Rio de Janeiro: Elsevier, 1979. p. 19-42.
- GRIFITHS, D.J. *Mecânica Quântica*. São Paulo. Editora Pearson Prentice Hall, 2011.
- LIMA, R.G. *Física e Literatura: revisão bibliográfica*. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, 32 (3): 577-617, 2015.
- MAYER, R.E. Advance organizers that compensate for the organization of text. *Journal of Educational Psychology*, 70 (6): 880-6, 1978.
- MOREIRA, M.A. & Masini, E.A.F.S. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo, Centauro, 2ª ed. 1982.
- MOREIRA, M.A. *A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula*. Brasília, Editora da UnB, 2006.
- MOREIRA, M.A. *Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares*. São Paulo, Livraria Editora da Física, 2011.
- MOREIRA, Marco Antônio. *Teorias de Aprendizagem*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária LTDA, 1999.
- NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. *Teoria y practica de la educación*. 1988.
- OSTERMANN. *Fundamentos da Física Quântica*. 2007.
- PEGORARO, A. N. *Scientia Cum Industria* 4, 4 (2016).
- PEREIRA, A.P., OSTERMANN, F. *Investigações em Ensino de Ciências* 14, 3 (2009).

PIRES, A. S. T. *Evolução das Ideias da Física*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2008.

RONCA, A.C.C. *O efeito de organizadores prévios na aprendizagem significativa de textos didáticos*. Dissertação de Mestrado. São Paulo, Pontifícia Universidade Católica, 1976.

SAMUDIO, C.A.P. , GIACOMELLI, A. C. *A concepção de tempo em um grupo de acadêmicos ao ingressar no curso de licenciatura em física*. Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista 7, (2017).

SANTOS, R.A.P. *A importância do uso de cartuns como ferramentas auxiliares do ensino de mecânica quântica no ensino médio*. Dissertação de Mestrado. Brasília, Universidade de Brasília, 2015.

SOUSA, C.M.S.G. *Pseudo-organizadores prévios como recursos instrucionais no ensino de Física*. Dissertação de Mestrado. Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1980.

ZANETIC, J; PINTO, A. C. *É possível levar a física quântica para o ensino médio?* Cad. Cat. Ens. Fís. 16 (1), 7 (1999).

## Apêndice : Produto Educacional

SÔNIA RODRIGUES MARTINS

# Mecânica Quântica: uma abordagem para o ensino médio

UM GUIA PARA DESVENDAR A FÍSICA DAS PARTÍCULAS SUBATÔMICAS



CRISTALINA  
2019

Prezado leitor,

Este material é um produto didático resultado de pesquisa desenvolvida no Mestrado Nacional Profissional em ensino de Física do polo da Universidade de Brasília (UnB). Ele foi elaborado com o objetivo de proporcionar o ensino de tópicos de Mecânica Quântica no Ensino Médio. Mais especificamente, ele abordará o comportamento ondulatório da matéria por meio do uso de textos e simuladores. Os simuladores que são recomendados são advindos do “*Phet interactive simulations*” da Universidade do Colorado, EUA. Os textos são de autoria própria, os quais trazem, ao fim de cada seção, uma coletânea de exercícios. Para que o Professor aplique este produto com mais eficácia, na primeira parte do material, consta um questionário cujo objetivo é detectar se o estudante possui os subsunçores apropriados, bem como realizar uma avaliação acerca da eficácia do material com base nas respostas dos estudantes ao questionário. Dessa forma, esperamos que tanto Professores como estudantes façam um bom proveito do material.

Autora

**Capítulos:**

1. Trabalhando os subsunçores
2. Um pouco de história
3. Dualidade onda-partícula
4. Compreendendo a barreira de potencial e o potencial degrau
5. Curiosidades quânticas





## 1. Trabalhando os Subsunoçores

Nessa aula será aplicada a prova diagnóstica. O objetivo dessa prova é verificar se os estudantes possuem os subsunoçores considerados necessários para a compreensão dos tópicos de mecânica quântico. A duração recomendada para essa atividade é de 50 minutos.

Os conteúdos que serão abordados são os seguintes: conservação de energia, ondas, difração, interferência construtiva e destrutiva, experimento de Thomas Young.

As aulas relativas a estes conteúdos só serão aplicadas se o desempenho dos estudantes no questionário prévio for aquém das expectativas, ou se o professor julgar necessário que os temas sejam trabalhados. O professor pode optar pelos recursos que preferir, contudo, recomendamos o uso de simuladores, do vídeo sobre motivação quântica e da reportagem disponibilizada.

O questionário apresentado a seguir deverá ser aplicado anterior e posteriormente ao uso do material proposto. A aplicação prévia servirá tanto para diagnosticar a existência ou não dos subsunoçores (as cinco primeiras questões), bem como para comparar com o resultado posterior ao uso do material.

### Questionário de Pesquisa (teste e pós-teste)



Centro Educacional em Tempo Integral Zulca Peixoto de Paiva

1. Um carro de massa 1000 kg viaja com velocidade constante de 20 m/s quando se depara com uma serra de 30 metros de altura que deve ser ultrapassada. Considere que não haja forças de atrito, tampouco qualquer força dissipativa e admita que a aceleração da gravidade seja igual a  $10 \text{ m/s}^2$ . O carro conseguirá atingir o outro lado da montanha? Justifique a sua resposta.
2. Um homem ocupa uma região entre duas potentes caixas de som. Com a ajuda de um detector sonoro, ele percebe que, em diferentes posições, o som produzido pelas

caixas sonoras é mais ou menos intenso. Marque a alternativa que explica a constatação do homem.

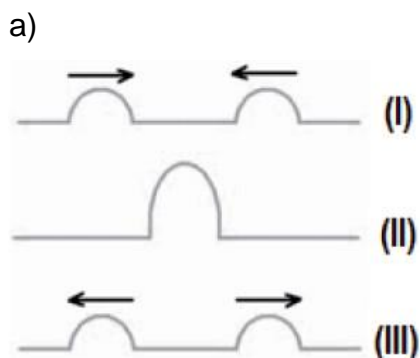
- a) Nas posições onde o som é menos intenso, as ondas sonoras sofrem interferência construtiva.
- b) As diferenças de som não estão relacionadas com as caixas de som, mas sim com a acústica do ambiente.
- c) Nas posições onde o som é mais intenso, as ondas sonoras sofrem interferência destrutiva.
- d) Nas posições em que o som é menos intenso, as ondas sonoras sofrem difração.
- e) Nas posições em que o som é mais intenso, as ondas sonoras sofrem interferência construtiva.

3. (Udesc) Em uma corda, dois pulsos de onda propagam-se em sentidos opostos, conforme mostra a figura.

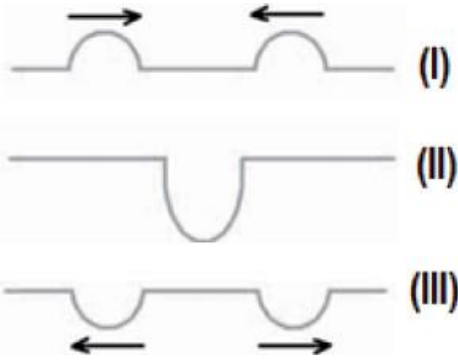


Fonte: Descomplicado.

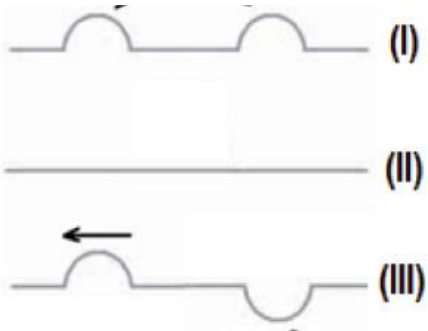
Assinale a alternativa que representa, corretamente, a propagação dos pulsos de onda, nos seguintes momentos: antes da interferência (I), durante a interferência (II) e após a interferência (III), respectivamente.



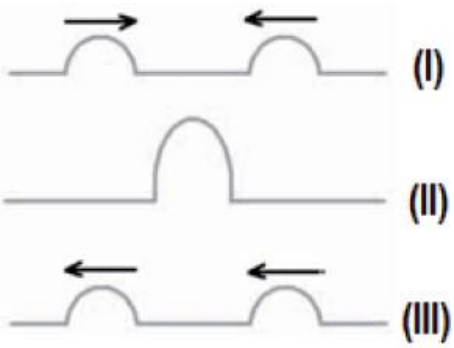
b)



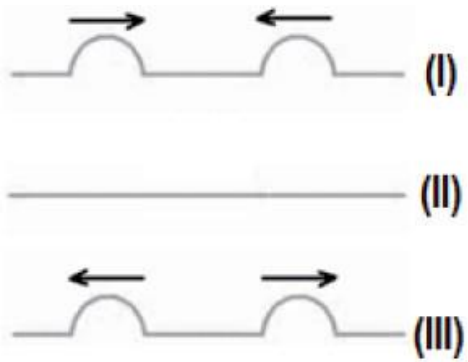
c)



d)



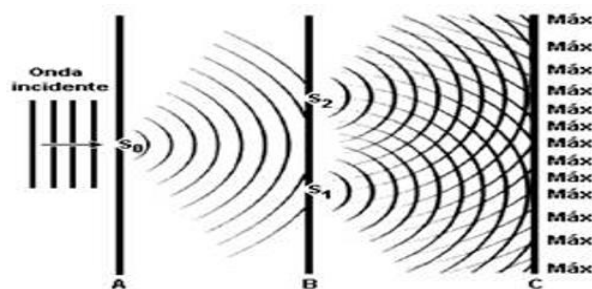
e)



4. Thomas Young (1773-1829) fez a luz de uma fonte passar por duas fendas paralelas antes de atingir um anteparo e observou no anteparo o surgimento de regiões claras e escuras. Marque a alternativa verdadeira a respeito desse fenômeno:

- a) Trata-se do fenômeno da refração, em que a luz tem condição de passar por obstáculos.
- b) Trata-se do fenômeno da difração, que ocorre somente com ondas mecânicas.
- c) Trata-se do fenômeno da difração, em que, após a passagem por pequenos obstáculos, as ondas tendem a contorná-lo.
- d) Trata-se do fenômeno da polarização, em que, após a passagem por pequenos obstáculos, as ondas tendem a contorná-lo.
- e) Trata-se do fenômeno da difração, em que, após a passagem por pequenos obstáculos, as ondas mecânicas tendem a contorná-lo.

5. (UECE) Na figura 3, C é um anteparo e  $S_0$ ,  $S_1$  e  $S_2$  são fendas nos obstáculos A e B.



Fonte: Descomplicado.

Assinale a alternativa que contém os fenômenos ópticos esquematizados na figura:

- a) Reflexão e difração

- b) Difração e interferência
- c) Polarização e interferência
- d) Reflexão e interferência

Caso os estudantes não tenham apresentado bom rendimento nas cinco primeiras questões do questionário prévio, recomenda-se ao Professor que ministre aulas com o objetivo de resgatar os conteúdos de ondulatória o enfoque nos fenômenos de interferência e difração. O Professor poderá utilizar a metodologia que julgar mais apropriada, porém, indicamos, fortemente, a utilização, além de qualquer outro material utilizado pelo docente, dos simuladores do *Phet interactive simulations* que aborde os fenômenos de interferência e difração. Tais simuladores são denominados Interferência de ondas e Ondas sonoras, e estão disponíveis em: <https://phet.colorado.edu/pt/simulations/category/physics/sound-and-waves>.

Os próximos textos versam, especificamente, sobre os conteúdos de Mecânica Quântica. Eles constituem a parte principal desse produto. Contudo, recomendamos que eles sejam aplicados após a revisão sobre ondulatória (organizadores prévios) tendo em vista a necessidade de os estudantes disporem dos subsunçores apropriados.

### Momento Motivação Quântica

Neste tópico será apresentado aos alunos um material cujo objetivo é motivar os estudantes a estudarem os temas relacionados à mecânica quântica. O material consiste em um vídeo e uma reportagem divulgada num jornal de grande circulação.

Vídeo:

Motivacional Quântico

<https://www.youtube.com/watch?v=bF4JpcKHvRk>

Reportagem de jornal:

Jovem de MG explica física quântica com boliche e pode ganhar US\$ 400 mil:

<https://www1.folha.uol.com.br/ciencia/2018/09/jovem-de-mg-explica-fisica-quantica-com-boliche-e-pode-ganhar-us-400-mil.shtml2>.

## 2. Um pouco de história

Neste tópico, apresentamos um pouco da história do surgimento da física quântica. É interessante que o estudante conheça os problemas que rodeavam a ciência e que ocasionaram a procura por soluções. Com isso, os estudantes poderão ter noção de como a ciência evoluiu, além de se motivarem para o estudo dos temas propostos.

Recomendamos que esse capítulo seja trabalhado em aproximadamente 200 minutos ou quatro aulas de 50 minutos.

Os conteúdos abordados neste capítulo serão: O espectro do corpo negro, a Lei de Planck, o nascimento da física quântica, computador quântico aplicação da mecânica quântica.

O texto que será apresentado é de autoria própria. O professor pode utilizar diversas ferramentas didáticas para discutir o texto com os estudantes. Recomendamos que os estudantes sejam divididos em grupos para a discussão do texto e de outras atividades que seguirão neste capítulo.

### **Texto: O surgimento da teoria quântica**

O dia 14 de dezembro de 1900 estabeleceu um marco não apenas na história da ciência, mas também na história da humanidade, pois, com a publicação do artigo intitulado *“Sobre a Teoria da Lei de Distribuição do Espectro Normal”*, de autoria do cientista alemão Max Planck, nascia a Física Quântica. O alvorecer das primeiras ideias quânticas recebeu uma propulsão baseada na necessidade que a comunidade científica sentia em explicar fenômenos que não eram explicados pelas teorias físicas até então propostas. Problemas como a radiação do corpo negro, o efeito fotoelétrico

e a estabilidade do átomo não eram solucionados pela física Newtoniana e nem mesmo pela eminente teoria eletromagnética. Como acontece com qualquer concepção nova, as novas concepções das teorias físicas advindas com a Teoria Quântica trouxeram muitas controvérsias e geraram muitas discussões, as quais envolveram os maiores cientistas da época.

No que concerne ao trabalho de Max Planck, notamos o surgimento da ideia de quantização, pois, com o objetivo de explicar a forma com que determinado material absorve ou emite radiação eletromagnética, Planck sugeriu que essa energia seria emitida em pacotes com unidades mínimas, as quais foram denominadas *quanta*. Com essa hipótese, Planck resolveu o problema do espectro de radiação do corpo negro, mas não explicou o porquê da quantização da energia. Seguindo esse panorama, o físico alemão Albert Einstein publicou em 1905, um artigo que explicava o efeito fotoelétrico. Nesse artigo, Einstein elucidou a emissão de elétrons que ocorre quando um feixe luminoso incide numa superfície metálica. Para explicar o efeito fotoelétrico, Einstein apresentou a hipótese de que a luz era constituída de pacotes denominados fótons, assim, mais uma vez, aparecia proposta de quantização.

Contudo, assim como ocorreu no trabalho de Planck, a hipótese de que a luz é constituída de fótons, apesar de elucidar o efeito fotoelétrico, não explica o fundamento da quantização. Um problema parecido surgiu quando o físico dinamarquês Niels Bohr, em 1913, introduziu o seu modelo atômico, no qual supôs que o elétron poderia se mover somente em órbitas determinadas onde não emitia radiação eletromagnética. A radiação era emitida somente quando o elétron “saltava” de uma órbita para outra. Com esse modelo, Bohr solucionou a estabilidade atômica e explicou o espectro de radiação discreto para o átomo de hidrogênio, porém, não ficou claro o motivo pelo qual o elétron não poderia ocupar posições intermediárias no espaço. Assim, por meio desses exemplos, percebemos que a Teoria Quântica, desenvolvida até o primeiro quarto do século XX, possuía bases teóricas e conceituais frágeis, pois os princípios eram esparsos e os enunciados eram criados com a finalidade específica de atender a uma necessidade pontual. Nesse escopo, os físicos ressentiam-se de postulados autênticos e princípios gerais dos quais poderiam formular uma teoria consistente, eficiente e abrangente. Esse desejo dos físicos se tornou realidade com o surgimento da Mecânica Quântica.



A Mecânica Quântica é a teoria científica mais bem-sucedida da história da ciência. Esse fato se deve à infalibilidade, até o momento, de suas previsões serem constatadas mediante os experimentos. A Mecânica Quântica constitui a base da Física Atômica, da Física Nuclear, da Física do Estado Sólido e da Química Moderna, sendo assim, não é espantoso que um grande número de utensílios com valor tecnológico agregado tenha seus princípios de funcionamento embasados na Mecânica Quântica. Para se ter uma ideia, desde o pós-guerra, cerca de um terço do produto interno bruto dos Estados Unidos é oriundo da aplicação da Mecânica Quântica. Dessa forma, quando observarmos, por exemplo, os modernos telefones celulares e televisores, além de diversos outros equipamentos eletrônicos, devemos nos lembrar que são oriundos da vasta aplicabilidade da teoria quântica. E, ainda, há projeções que indicam que com base na segunda década do século corrente, boa parte dos empregos em manufatura no mundo estarão ligados à nanotecnologia, e, para se trabalhar nessa escala, é indispensável um conhecimento sólido em mecânica quântica. Nesse panorama, este trabalho traz uma breve discussão das principais ideias da Mecânica Quântica, com o objetivo de colaborar com a divulgação dessa importante área. Nos próximos capítulos, estudaremos alguns fenômenos pertencentes estritamente ao mundo quântico, tais como: a dualidade onda-partícula e a penetração de barreira. É instrutivo citar que esses fenômenos são explicados somente se admitirmos o novo paradigma do comportamento da matéria ora como partícula, ora como onda.

Tendo realizado a leitura e discussão do texto, recomendamos a discussão da seguinte questão problematizada.

Questão problematizada

O homem pode atravessar uma parede?



Fonte<sup>1</sup>: Tecmundo, 2018.

E as partículas subatômicas podem atravessar “paredes”?

Após a discussão do texto e dessa situação-problema, sugerimos que os estudantes respondam as questões disponibilizadas na atividade a seguir.

### **Atividade**

1. Aprendemos que nêutrons, prótons e elétrons são partículas com carga e massa específicas, cujos valores numéricos têm sido utilizados para cálculos principalmente em Química. Entretanto, sabemos que a Mecânica Quântica descreve o caráter dual dessas partículas. Como se justifica essa dualidade? Você conhece uma evidência experimental que leva a essa conclusão?

Descreva-a.

2. Explique, com suas palavras, de que forma os princípios da complementaridade, do não determinismo e da probabilidade são evidenciados no experimento imaginário do gato de Schrödinger.

---

<sup>1</sup> Disponível em: <<https://www.tecmundo.com.br/fisica/16020-fisicos-sugerem-que-materia-pode-atravesar-paredes.htm>>. Acesso dia: 16/10/2018.

3. Foram dados, em sala de aula, alguns exemplos de casos de nosso cotidiano que podem ilustrar o colapso da função de onda. Crie o seu exemplo.

4. Pense sobre a frase: “fulano é bom e mal ao mesmo tempo”. Essa frase faz sentido para você?

Posteriormente a resolução da atividade, sugerimos aos estudantes que utilizem o simulador com a proposta abaixo.

### **Simulador**

Simulador *Phet*: Modelo do Átomo de Hidrogênio

[https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/hydrogen-atom](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/hydrogen-atom)

Nessa proposta, os alunos deverão interagir com as simulações, orientados por questionários que serão propostos com o objetivo de mediar essa interação de forma a possibilitar o diálogo com os aspectos considerados em cada simulação. Sugerimos que o professor faça uma discussão ao término das simulações sobre os principais assuntos abordados.

Na sequência, apresentamos uma coletânea de vídeos e textos sobre mecânica quântica. Recomendamos que o professor escolha alguns deles e assista com os estudantes para posterior discussão. Os roteiros de discussão sugeridos também são apresentados a seguir.

### **Atividades Complementares**

Assista aos vídeos: (Escolher o vídeo de acordo com a turma)

1 Nosso Amigo o Átomo - Walt Disney (1957) – dublado em Português

<https://www.youtube.com/watch?v=Tw1htytissw>

2 A Estrutura do Átomo – 1/6: Os primeiros modelos

<https://www.youtube.com/watch?v=Y6ZlyhT5azU>

3 A Estrutura do Átomo – 2/6: Menor que o menor

<https://www.youtube.com/watch?v=npzzpgeclvc>

4 A Estrutura do Átomo – 6/6: o modelo mecânico-ondulatório

<https://www.youtube.com/watch?v=EjTeUNtSf80>

5 – Os princípios da Mecânica Quântica:

[https://www.youtube.com/watch?v=\\_jzfcTRPub8](https://www.youtube.com/watch?v=_jzfcTRPub8)

6 – Conceitos para você começar a entender a Mecânica Quântica

<https://www.hipercultura.com/entendas-os-principais-conceitos-da-mecanica-quantica/>

Após a apresentação do vídeo, peça para os alunos, em grupos, discutirem o conteúdo deste, de acordo com o roteiro sugerido abaixo.

Roteiro de discussão:

- O que vocês acharam do vídeo?
- Qual a importância de se estudar os elétrons?
- Que mudanças ocorreram com a lei de Planck?
- Cite algumas aplicações da Física Quântica?
- Fale dos princípios da Mecânica Quântica.
- Fale do experimento mental de Schrodinger?

**Outros vídeos interessantes:**

1 Além do Cosmos – Mecânica Quântica – (National Geographic)

<https://www.youtube.com/watch?v=c1AKzIncvwk> (Assistir depois do slides)

2 Salto Quântico o que é.

<https://www.youtube.com/watch?v=uSipPUmYmLI>

### 3 FÍSICA QUÂNTICA HISTÓRIA RESUMIDA

<https://www.youtube.com/watch?v=wCfY-chIDGc>

### 4 O experimento da dupla fenda e a essência da física quântica

<https://www.youtube.com/watch?v=uvhV9Dozcr0>

Após a apresentação do vídeo, peça para os alunos, em grupos, discutirem o conteúdo deste, de acordo com o roteiro sugerido abaixo.

- O que vocês acharam do vídeo? (Vídeo 1)
- O que vocês acharam do vídeo? (Vídeo 2)
- O que é salto quântico?
- Qual a importância de se estudar a Mecânica Quântica?
- Que mudanças ocorreram com a lei de Planck?
- Cite algumas aplicações da Física Quântica?
- Fale dos princípios da Mecânica Quântica
- Qual a importância da lei de Bell para a mecânica quântica?
- Fale do experimento mental de Schrodinger?
- O que é tele transporte quântico?
- É possível o tele transporte humano?

### Momento quebra-cuca

Neste tópico o professor deve apresentar as atividades propostas aos estudantes de forma a desafiá-los. Este momento é importante para verificar indícios de aprendizagem significativa.

Texto 1 para os itens de 1 a 8

### O espectro de corpo negro

Usar roupa preta durante o verão não é uma boa ideia porque ela absorve toda e qualquer radiação incidente sobre ela. O corpo negro não é, necessariamente, um corpo preto, ele emite radiação porque ele está quente. A barra de ferro aquecida é um corpo negro. Corpo negro é aquele que emite radiação eletromagnética por causa da temperatura. O sol emite radiação de corpo negro. Exemplos de radiação térmica: a luz visível e a luz infravermelha emitidas por uma lâmpada incandescente, a radiação infravermelha emitida por animais e detectada por câmeras de infravermelho, e micro-ondas cósmicas. O corpo negro originou-se no estudo da termodinâmica em que evidenciou a sua principal propriedade que é a de absorver toda e qualquer radiação incidente sobre ele. Todo corpo emite radiação devido ao fato de todo corpo estar associado a uma temperatura. O responsável pelo estudo mais denso da radiação térmica foi o físico alemão Robert Kirchhoff. Ele postulou duas leis importantes que contribuíram muito para os estudos da física moderna. Na primeira lei, ele relacionou a temperatura do corpo e a radiação emitida. Na segunda, ele introduziu o conceito de radiação do corpo negro. A emissão do corpo negro é perfeitamente térmica e foi descrita pela Lei de Planck. Essa lei deu origem à mecânica quântica e revela como é distribuída a densidade de energia de um corpo, a uma dada temperatura, em função de um outro parâmetro que pode ser a frequência. Essa distribuição de energia recebe o nome de Espectro de Corpo Negro.

De acordo com o texto acima e usando seus conhecimentos sobre radiação do corpo negro, examine cada item abaixo com (V) para verdadeiro e (F) para falso.

1 – ( ) O espectro da radiação térmica era algo que sempre intrigava os estudiosos pelo fato de nunca ter sido, de fato, desvendado. Planck foi o responsável pelo estudo mais aprofundado do espectro da radiação, a lei de Planck foi uma das motivadoras da Mecânica Quântica.

2 – ( ) A mecânica quântica nasceu, de fato, do momento em que o físico Max Planck, de forma desesperada, inverteu o processo de análise da radiação do corpo negro. Isso aconteceu porque a radiação emitida por um corpo negro era muito intensa,

gerando, então, gráficos para diferentes temperaturas. Planck queria, de forma matemática, mostrar como era possível chegar a tais gráficos, mas, partindo das funções conhecidas na física clássica, era impossível chegar aos gráficos. Então, teve a ideia de partir dos gráficos para chegar à função matemática correta e encontrou fundamentou nas teorias da termodinâmica, de Boltzmann, para, então, justificá-la.

3 – ( ) A Teoria de Planck foi postulada a fim de mostrar que, na natureza, somente existe energia em valores discretos em quanta de ação, dando à natureza um resultado de caráter contínuo e aceitável para a física clássica conhecida até então.

4 – ( ) A Teoria Quântica também é conhecida como mecânica quântica ou física quântica, e tem como foco principal de estudo o mundo microscópico. Os princípios da quantização da energia, propostos por Einstein e Planck, e as observações experimentais do espectro atômico dos elementos mostravam que as leis de Newton produziam resultados corretos quando aplicadas a sistemas muito pequenos, como átomos e moléculas. Para explicar o movimento dos elétrons em torno do núcleo, foi criada por Planck, Bohr, Einstein e Schrodinger uma nova teoria, a da Mecânica Quântica.

5 – ( ) Somente com o trabalho de Erwin Schrodinger e Werner Heisenberg, em 1925, a Teoria Quântica se estabeleceu. Schrodinger postulou uma equação que permite calcular os níveis de energia e a probabilidade de se encontrar uma partícula em determinada região.

6 – ( ) Pelas Leis de Newton, podemos descrever o movimento dos elétrons (posição e velocidade) com base nas forças que atuam sobre eles. A Teoria Quântica, por sua vez, calcula a probabilidade de se encontrar o elétron (ou outra partícula) em uma região do espaço, usando a Equação de Planck.

7 – ( ) A mecânica quântica surgiu para explicar os fenômenos físicos que a mecânica clássica não podia, entre eles o efeito fotoelétrico, os modelos atômicos e o efeito compton. Antes disso, os físicos usavam o modelo atômico de Rutherford-Bohr para explicar essas questões. Numa análise aprofundada, esse modelo apresentava certas lacunas, mas para a época ele era suficiente.

8 – ( ) A radiação do corpo negro teve um papel fundamental no desenvolvimento da Física Quântica porque através da compreensão desse problema Planck foi capaz de

obter um espectro para a radiação de um corpo negro que se aproxima muito bem dos espectros medidos experimentalmente.

9 – ( ) Conforme a Teoria dos Quanta, a luz é emitida e absorvida de forma descontínua, em pequenos pacotes chamados fótons, cuja quantidade de energia é proporcional à frequência da luz. O olho humano não é sensibilizado por luz infravermelha intensa, embora um pequeno número de fótons o sensibilize na cor amarela. Isso acontece porque a frequência do infravermelho está abaixo da faixa de frequência visível do olho humano.

#### Questão 10

Exercícios sobre: A Quantização da Matéria  
(UEPB-2006)

“Quanta do latim

Plural de quantum

Quando quase não há

Quantidade que se medir

Qualidade que se expressar

Fragmento infinitésimo

Quase que apenas mental...”

(Gilberto Gil)

O trecho acima é da música Quanta, que faz referência ao quanta, denominação atribuída aos pequenos pacotes de energia emitidos pela radiação eletromagnética, segundo o modelo desenvolvido por Max Planck, em 1900. Mais tarde Einstein admitiu que a luz e as demais radiações eletromagnéticas deveriam ser consideradas como um feixe desses pacotes de energia, os quais chamou de fótons, que significa “partículas de luz”, cada um transportando uma quantidade de energia.

Considere  $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$  J.s e  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  J. Com base nas informações do texto acima, pode-se afirmar que:



- a) Quando a frequência da luz incidente numa superfície metálica excede um certo valor mínimo de frequência, que depende do metal de que foi feita a superfície, esta libera elétrons.
- b) As quantidades de energia emitidas por partículas oscilantes, independem da frequência da radiação emitida.
- c) saltando de um nível de energia para outro, as partículas não emitem nem absorvem energia, uma vez que mudaram de estado quântico.
- d) a energia de um fóton de frequência 100MHz é de  $663.10^{-28}$ .

### 3. Dualidade Onda-Partícula

Neste capítulo será tratado do conteúdo acerca da dualidade onda-partícula. As ideias que serão apresentadas poderão parecer muito estranhas aos estudantes. Dessa forma, recomendamos ao professor que utilize ao máximo as curiosidades e aplicações deste conteúdo que se encontram disponíveis neste material.

Recomendamos que as atividades deste capítulo sejam trabalhadas em duzentos minutos. No capítulo serão discutidos os seguintes conteúdos: dualidade onda-partícula, ondas de matéria e comprimento de ondas de Broglie, entrelaçamento quântico e o tele transporte.

A discussão acerca dos temas deste capítulo deve iniciar com a questão problematizada apresentada a seguir. Essa estratégia pode funcionar como um organizador prévio.

Questão Problematizada:

Como a luz se comporta, afinal? Como onda ou como partícula?



Fonte: acervo do Google.

A fim de fomentar o debate sobre a questão problematizada, recomendamos que os estudantes assistam aos vídeos:

1 – O Que É Um Elétron? Uma Onda ou Uma Partícula?

[https://www.youtube.com/watch?v=wYI52w\\_FQqQ](https://www.youtube.com/watch?v=wYI52w_FQqQ)

2 – Interferência(**Zulca**)

[https://www.youtube.com/watch?time\\_continue=335&v=c3e2-5F5i8s](https://www.youtube.com/watch?time_continue=335&v=c3e2-5F5i8s)

3 – Difração:

<https://www.youtube.com/watch?v=ANdYomBQL8U> (**ZULCA**)

## **Simuladores**

Após assistir aos vídeos, recomendamos que os estudantes utilizem os simuladores sobre efeito fotoelétrico e pacotes de onda. Após realizar os experimentos disponíveis nos simuladores, os estudantes deverão responder às questões apresentadas.

### **1- Efeito Foto Elétrico**

Nesta proposta os alunos deverão interagir com as simulações, orientados por questionários que serão propostos com o objetivo de mediar esta interação de forma a possibilitar o diálogo com os aspectos considerados em cada simulação. Sugerimos que o professor faça uma discussão ao término das simulações sobre os principais assuntos abordados.

[https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/photoelectric](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/photoelectric)

### **2- Pacotes de Onda e Tunelamento Quântico**

[https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/legacy/quantum-tunneling](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/quantum-tunneling)

Após a apresentação do vídeo, peça para os alunos, em grupos, discutirem o conteúdo deste, de acordo com o roteiro sugerido abaixo.

#### **Roteiro de discussão:**

- O que vocês acharam do vídeo? (Vídeo 1)
- Qual a importância da dualidade onda partícula para física quântica?
- O que é interferência da Onda?
- O que é difração da onda?
- Que princípios da onda devemos saber antes de dualidade onda partícula? Por quê?
- Cite algumas aplicações do princípio da dualidade onda partícula?
- Fale sobre superposição quântica.
- O que é entrelaçamento quântico.

#### **Curiosidade quântica**

No tópico curiosidade quântica, discutimos a teoria ondulatória da luz. É recomendado que os estudantes leiam e discutam esse texto.

Em 1677 Huygens lança a Teoria Ondulatória da Luz e classifica a luz com uma onda, pois acreditava que a luz vibrava os pontos do meio, da mesma forma que o

som o faz. Isaac Newton dizia que a luz era constituída por pequenas partículas. Por volta de 1704, Newton apresentou a Teoria Corpuscular da Luz, segundo a qual ela se comportava como se fosse uma partícula. Ele propôs que, se a luz fosse realmente uma onda, ela poderia contornar obstáculos, como acontece com o som.

É possível ouvir uma pessoa mesmo estando separado desta por um obstáculo, embora não possa vê-la, isso porque, no caso do som, existe a difração e, ao que tudo indica, não há difração no caso da luz. A teoria de Newton sobre o comportamento da luz tornou-se restrita porque não explica alguns fenômenos. As observações de Huygens permitiram a ele concluir que cada ponto de uma onda se comporta como uma fonte de onda secundária para os próximos pontos. Segundo Huygens a própria frente de onda gera infinitas novas ondas a partir de cada um de seus pontos dando origem uma nova frente de ondas. Para Huygens apenas as propagações que seguem a direção inicial da onda têm energia suficiente para gerar uma onda secundária. Por isso que existe a sombra nos corpos.

Albert Einstein dizia que, quando a luz incide sobre determinados metais, ela é capaz de arrancar elétrons destes. A esse fenômeno, descoberto por Henrich Hertz, damos o nome de efeito fotoelétrico. Einstein intrigou-se com o fato de a energia emitida pelos elétrons não depender da quantidade de luz que incidia sobre a placa. Por exemplo: uma luz vermelha muito forte não conseguia arrancar os elétrons da placa enquanto uma luz violeta de baixa intensidade arrancava. Então, concluiu que o ponto crucial era o comprimento da onda e usou a hipótese de Max Planck que dizia que a energia não seria contínua. Isto é, a radiação é absorvida ou emitida por um corpo aquecido não sob a forma de ondas, mas por meio de pequenos pacotes de energia. Por isso, se diz que a energia é quantizada e o fóton é a partícula que carrega essa energia.

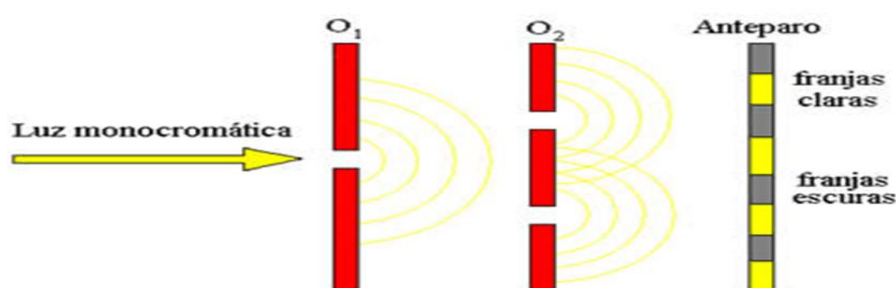
A razão pela qual o efeito fotoelétrico é tão revolucionário refere-se ao fato de que os fótons são pura e simplesmente partículas. Pela primeira vez na história, observou-se que a luz, uma onda, também agia como uma partícula, esse fenômeno ficou conhecido como a dualidade onda-partícula da luz. Em 1924 o físico Louis De Broglie afirmou que os elétrons se comportam como ondas e como partículas dependendo do experimento. Ele propôs que havia uma simetria entre o comportamento de elétrons e de fótons. Para ele se a luz apresenta comportamento

corpúscular, os elétrons deveriam manifestar comportamento ondulatório. De Broglie demonstrou esse fenômeno matematicamente por meio da equação  $\lambda = \frac{h}{m.v}$ . De acordo com Broglie, um elétron deve se comportar como uma onda de comprimento  $\lambda$ .

Podemos dizer que a Teoria da Luz começou a ganhar força quando o físico e matemático Young montou um experimento que foi capaz de revelar que a luz sofria difração.

Em seu experimento, Young usou um obstáculo,  $O_1$ , contendo uma minúscula fenda; e na sequência, outro obstáculo,  $O_2$ , com duas minúsculas fendas, conforme figura abaixo.

### ***Experimento da Dupla Fenda de Young***



Fonte<sup>2</sup>: alunos online, 2018.

Usando um feixe de luz monocromática, ele o fez passar pelas fendas. Após os obstáculos, Young colocou um anteparo para projetar a luz. Para a surpresa de Young, apareceram franjas claras e escuras. Com isso, ele pôde concluir que, se houve a formação de franjas, a luz sofreu difração ao passar pelas minúsculas fendas. Portanto, a luz tem um comportamento ondulatório.

James C Maxwell também deu suas contribuições sobre o comportamento da luz. Ele determinou que a velocidade das ondas eletromagnéticas no vácuo é igual a  $3.10^8$  m/s, o que corresponde a mesma velocidade já obtida para a propagação da

<sup>2</sup> Disponível em : <<https://alunosonline.uol.com.br/fisica/dualidade-onda-particula.html>>. Acesso em 15de março. 2018.

luz. Essa descoberta fez Maxwell suspeitar que a luz era um tipo de onda eletromagnética, o que foi confirmado por Hertz, alguns anos mais tarde. A descoberta das propriedades dessas ondas trouxe muitos benefícios para a sociedade como poder ouvir músicas ou notícias nos rádios, assistir a programas de TV, aquecer alimentos em micro-ondas, acessar à internet e mais uma infinidade de coisas.

Reunir em grupo e representar uma peça de teatro sobre: um debate sobre o comportamento da luz, entre os cientistas, Galileu Galilei, Albert Einstein, Isaac Newton, Huygens, Max Planck, Maxwell; Pierre de Fermat e outros.

- Fale da Teoria de Huygens.
- Qual a importância de se estudar a Dualidade onda-partícula?
- Que mudanças ocorreram com a Lei de Planck?
- Cite algumas aplicações da descoberta da dualidade onda-partícula?
- Fale sobre a Teoria de Newton do comportamento da luz.
- Fale da Teoria de Broglie sobre a dualidade onda partícula?
- Fale da Teoria de Maxwell sobre ondas eletromagnética.
- Demonstre o experimento de Young usando a escrita e desenhos.
- A Teoria de Einstein, dos fótons, que admite ser a luz uma corrente de fótons, invalida a experiência da interferência numa fenda dupla, de Young, em que a luz se comporta como uma onda?

### **As ondas de matéria e o comprimento de onda de Broglie**

Dependendo do fenômeno físico que estamos analisando, devemos considerar o caráter da luz ora corpuscular, ora ondulatório. Com base na Teoria Ondulatória, alguns aspectos do comportamento ondulatório, como a difração, somente são perceptíveis quando o tamanho do obstáculo é da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda. Assim, podemos afirmar que, quando a luz se propaga no espaço, ela se comporta como onda, mas, quando a luz incide sobre uma superfície, passa a se comportar como partícula.

## As Ondas de Matéria e o Comprimento de Onda de Broglie

Nas seções anteriores, você estudou que a luz apresenta o comportamento dual de onda e partícula. Mas será que na natureza apenas a luz apresenta tal dualidade? A resposta é negativa! Assim como a luz, outras entidades físicas, inclusive partículas reais, como o elétron, podem apresentar essa dualidade, ou seja, ora se comportam como onda, ora como partícula. Louis de Broglie, físico francês, foi primeiro a conjecturar que toda matéria tem caráter dual. Nesse caminho, de Broglie postulou que o comprimento de onda de uma partícula se relaciona com sua massa e velocidade de acordo com a seguinte equação:

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

em que  $\lambda$  é comprimento de onda da partícula,  $m$  sua massa e  $v$  a sua velocidade. A constante de Planck  $h$ , tão fundamental na física quântica, é igual a  $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ .

Para que você compreenda melhor esse conceito, veja os seguintes exemplos.

Exemplo 1: calcule o comprimento de onda de Broglie de uma bola de futebol de 350g chutada com a velocidade de 144 km/h.

Resolução: para calcularmos o comprimento de onda relacionado a essa bola, basta utilizarmos a equação:

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Antes disso, precisamos escrever as unidades no sistema internacional (SI). Fazendo isso, obtemos  $m = 0,35 \text{ kg}$  e  $v = 40 \text{ m/s}$ . Assim, temos que

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,35 \cdot 40} = 0,47 \cdot 10^{-34} \text{ m}.$$

Percebemos que o comprimento de onda da bola de futebol, dado nesse exemplo, é extremamente diminuto, sem qualquer chance de ser medido ou observado experimentalmente com a tecnologia que temos atualmente.

Exemplo 2: calcule o comprimento de onda de Broglie de um elétron que possui energia cinética igual a 240 eV.

Resolução: primeiramente, devemos colocar a energia cinética no sistema internacional, ou seja, como  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , temos que  $240 \text{ eV} = 384 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . Uma vez que  $E_c = \frac{mv^2}{2}$ , temos que  $mv = \sqrt{2mE_c}$ . A massa do elétron é igual a  $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . Assim, temos  $mv = \sqrt{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 384 \cdot 10^{-19}} = 83,64 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ . E, finalmente,

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{83,64 \cdot 10^{-25}} = 0,079 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

Esse valor é, aproximadamente, o tamanho de um átomo.

Em 1937, o cientista C.J. Davisson mediu em laboratório o comprimento de onda de elétrons lentos. Em 1927, George P. Thomson havia confirmado a Equação de Broglie por meio do estudo da difração de elétrons. Esses dois cientistas compartilharam o prêmio Nobel de Física de 1937.

O fenômeno físico estudado nesta unidade pode ser visualizado por meio do simulador intitulado Interferência quântica do Phet interactive simulations, disponível em <https://phet.colorado.edu/pt/simulations/category/physics/light-and-radiation>.

## MOMENTO QUEBRA-CUCA

### 1. Exercícios propostos

E1. Descreva com as suas palavras o que é a dualidade onda-partícula.

E2. Observe a situação descrita na tirinha abaixo.





Fonte: Paiva, 2015.

- (i) A tirinha estabelece uma analogia com qual situação peculiar da mecânica quântica?
- (ii) Explique as condições necessárias para se observar o comportamento ondulatório da matéria.

1. (UFRGS) O físico francês Louis de Broglie (1892-1987), em analogia ao comportamento dual onda-partícula da luz, atribuiu propriedades ondulatórias à matéria.

Sendo a constante de Planck  $h = 6,6 \times 10^{-34}$  J.s, o comprimento de onda de Broglie para um elétron (massa  $m = 9 \times 10^{-31}$  kg) com velocidade de módulo  $v = 2,2 \times 10^6$  m/s é, aproximadamente:

- a.  $3,3 \times 10^{-10}$  m.
- b.  $3,3 \times 10^{-9}$  m.
- c.  $3,3 \times 10^3$  m.
- d.  $3,0 \times 10^9$  m.
- e.  $3,0 \times 10^{10}$  m.

2. (UEL–2006) Em 2005 comemoramos o centenário da publicação, por Albert Einstein, de três trabalhos que mudaram a visão do homem sobre o mundo. Um

desses trabalhos discute os fundamentos do eletromagnetismo e introduz o que é hoje conhecido como Teoria da Relatividade. Noutro, a interação de um elétron com a radiação eletromagnética (Efeito Fotoelétrico) é discutida, fornecendo nova base experimental à Mecânica Quântica. Num terceiro, as consequências observáveis das bases microscópicas da Termodinâmica e Mecânica Estatística são previstas, fundamentando o que até então era conhecido como efeito Browniano. Um dos resultados notáveis da Teoria da Relatividade foi a união dos conceitos de massa ( $m$ ) e energia ( $E$ ).  $E = mc^2$ . A famosa equação em que  $c$  é a velocidade da luz no vácuo,  $c = 3 \times 10^8$  m/s, fornece uma relação entre os conteúdos de massa e energia de:

3. Um corpo, e prediz, por exemplo, que, ao aquecermos uma panela com água, estamos, também, aumentando sua massa. Assim, se uma caloria, 4,18 Joules, é a quantidade de energia necessária para elevar a temperatura de 1g de água de 14,5°C para 15,5°C, assinale, dentre as alternativas a seguir, aquela que melhor expressa o correspondente incremento de massa.

- a)  $5 \times 10^{-3}$  kg
- b)  $5 \times 10^{-9}$  kg
- c)  $5 \times 10^{-17}$  kg
- d)  $5 \times 10^{-25}$  kg
- e)  $5 \times 10^{-34}$  kg

4. (UFSC-2007) A Física moderna é o estudo da Física desenvolvido ao final do século XIX e início do século XX. Em particular, é o estudo da Mecânica Quântica e da Teoria da Relatividade Restrita.

Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S) em relação às contribuições da Física moderna:

- 01. Demonstra limitações da Física Newtoniana na escala microscópica.
- 02. Nega totalmente as aplicações das leis de Newton.
- 04. Explica o efeito fotoelétrico e o laser.
- 08. Afirma que as leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

16. Comprova que a velocidade da luz é diferente para quaisquer observadores em referenciais inerciais.

32. Demonstra que a massa de um corpo independe de sua velocidade.

5. (ITA-2006) No modelo proposto por Einstein, a luz se comporta como se sua energia estivesse concentrada em pacotes discretos, chamados de “quanta” de luz, e atualmente conhecidos por fótons. Estes possuem momento  $p$  e energia  $E$  relacionados pela equação  $E = pc$ , em que  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Cada fóton carrega uma energia  $E = hf$ , em que  $h$  é a constante de Planck e  $f$  é a frequência da luz. Um evento raro, porém possível, é a fusão de dois fótons, produzindo um par elétron-pósitron, sendo a massa do pósitron igual à massa do elétron. A relação de Einstein associa a energia da partícula à massa do elétron ou pósitron, isto é,  $E = mc^2$ . Assinale a frequência mínima de cada fóton, para que dois fótons, com momentos opostos e de módulo iguais, produzam um par elétron-pósitron após a colisão.

a)  $f = \frac{4mc^2}{h}$

b)  $f = \frac{mc^2}{h}$

c)  $f = \frac{2mc^2}{h}$

d)  $f = \frac{mc^2}{2h}$

e)  $f = \frac{mc^2}{4h}$

**Texto 1 para as questões de 1 a 6.**

Um elétron em movimento manifesta uma onda de matéria com comprimento de onda de Broglie igual a  $10^{-10}$  m. Sendo a massa do elétron igual a  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, sua carga é  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C e a constante de Planck igual a  $6,63 \cdot 10^{-34}$  J.s.

Examine cada item abaixo com V (verdadeiro) e F(falso) conforme seus conhecimentos de dualidade onda-partícula.

- 1 – ( ) Pela Hipótese de Broglie, a velocidade do elétron vale  $7,28 \cdot 10^3$  sendo possível calculá-la usando a expressão  $\lambda = \frac{h}{mv}$ .
- 2 – ( ) Utilizando o Teorema do Trabalho  $W = \Delta E$  e da Energia Cinética  $= Uq = \frac{1}{2}mv^2$  e desconsiderando o efeito relativístico do elétron, a DDP necessária para acelerar o elétron do repouso até a velocidade necessária é 190 V.
- 3 – ( ) Werner Heisenberg é um cientista alemão que se propôs a mostrar, ou exprimir matematicamente, sua tese de que a posição e velocidade do elétron em torno do núcleo do átomo são impossíveis de precisar simultaneamente.
- 4 – ( ) No efeito fotoelétrico, quando um metal é iluminado por um feixe de luz monocromática, a quantidade de elétrons emitidos pelo metal é diretamente proporcional à intensidade do feixe incidente, independentemente da frequência da luz.
- 5 – ( ) As órbitas permitidas ao elétron em um átomos são aquelas em que o momento angular é  $nh/2$  para  $n=1,3,5\dots$
- 6 – ( ) Os aspectos corpuscular e ondulatório são necessários para a descrição completa de um sistema quântico.

#### 4. Compreendendo a Barreira de Potencial e o Potencial Degrau

Neste capítulo apresentamos a barreira de potencial e o potencial degrau. Esses modelos teóricos são bastante importantes na mecânica quântica e servem de base para a compreensão de diversas aplicações da mecânica quântica, conforme será visto no decorrer do capítulo. Recomendamos que sejam utilizados 150 minutos para trabalhar este conteúdo.

Nesse sentido, os seguintes tópicos serão abordados: barreira de potencial, potencial degrau, efeito Túnel.

O estudo deve partir da seguinte questão problematizada, de forma que o aluno estabeleça analogias entre os sistemas clássicos e os quânticos.

#### Questão problematizada



Fonte<sup>3</sup>: acervo do Google Imagens.

---

<sup>3</sup>Disponível em:

<[https://www.google.com.br/search?q=imagem+do+morro+do+pao+de+açucar&rlz=1C1SQJL\\_pt-BRBR776BR776&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=iPW7R1SI2Mm-3M%253A%252C6aFPn1](https://www.google.com.br/search?q=imagem+do+morro+do+pao+de+açucar&rlz=1C1SQJL_pt-BRBR776BR776&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=iPW7R1SI2Mm-3M%253A%252C6aFPn1)>.  
Acessado dia 12 de Out de 2018.

Como você faria para chegar ao outro lado do morro Pão de Açúcar?

Um veículo de 1000 kg conseguiria chegar do outro lado do morro Pão de Açúcar?

É possível chegar do outro lado do Pão de Açúcar sem ter que subir no topo e depois descê-lo?

E se você fosse uma partícula subatômica, como será que você chegaria ao outro lado? Na física clássica, se quisesse atravessar a montanha, bateria a cabeça nesta e voltaria para o meio de onde veio. E na física quântica? Como seria?

A física quântica explica como uma partícula atravessa uma barreira?

O que é o tunelamento quântico?

Após a questão problematizada, é recomendado que os estudantes assistam ao vídeo:

O Tunelamento Quântico <https://www.youtube.com/watch?v=5HcVsRyX9xs>

Após a apresentação do vídeo, peça para os alunos, em grupos, discutirem o conteúdo deste, de acordo com o roteiro sugerido abaixo.

O que vocês acharam do vídeo?

O que é a constante de Planck?

O que é o comportamento da Luz?

Qual a importância da Equação de Schrodinger?

### **A barreira de potencial e o efeito túnel**

Prezado(a) estudante,

Nesta unidade mergulharemos numa temática muito interessante sobre mecânica quântica, estudaremos a barreira de potencial e o potencial degrau. Esses assuntos possibilitam diversas aplicações na vida prática, algumas das quais veremos

no decorrer da unidade. O estudo minucioso sobre tais assuntos exige um conhecimento matemático que vai além do que temos no Ensino Médio, pois requer que solucionemos a equação diferencial de Schroedinger. Equação que se relacionada com a Mecânica Quântica assim como com as leis de Newton se relacionam com a Mecânica Clássica. Porém, não se preocupe, pois tentaremos compensar a superficialidade matemática com clareza na apresentação dos conceitos. E, então, vamos encarar esse desafio e nos enveredar no mundo quântico? Então, vamos lá!

Imagine a seguinte situação: você está dirigindo um carro, indo de Brasília a Cristalina, cidades 120 quilômetros distantes uma da outra. Contudo, a gasolina, que tem no seu carro, somente dá para rodar no máximo 60 quilômetros. Suponha, ainda, que o único meio de se chegar em Cristalina seja no seu carro, ou seja, você não pode ir a pé, tampouco de bicicleta ou moto, tampouco pegar carona. Além disso, ninguém pode trazer gasolina para reabastecer o seu carro. Então, eu pergunto: qual é a probabilidade de você ser visto em Cristalina algumas horas após ter saído de Brasília? Certamente, você responderá que a probabilidade é nula, ou seja, você não será visto em Cristalina. Na mecânica quântica, não é bem assim! Segundo a mecânica quântica, haveria uma probabilidade, mesmo que pequena, de você ser visto em Cristalina, ou seja, de alguma forma, seria como se ocorresse um grande milagre e a gasolina fosse suficiente.

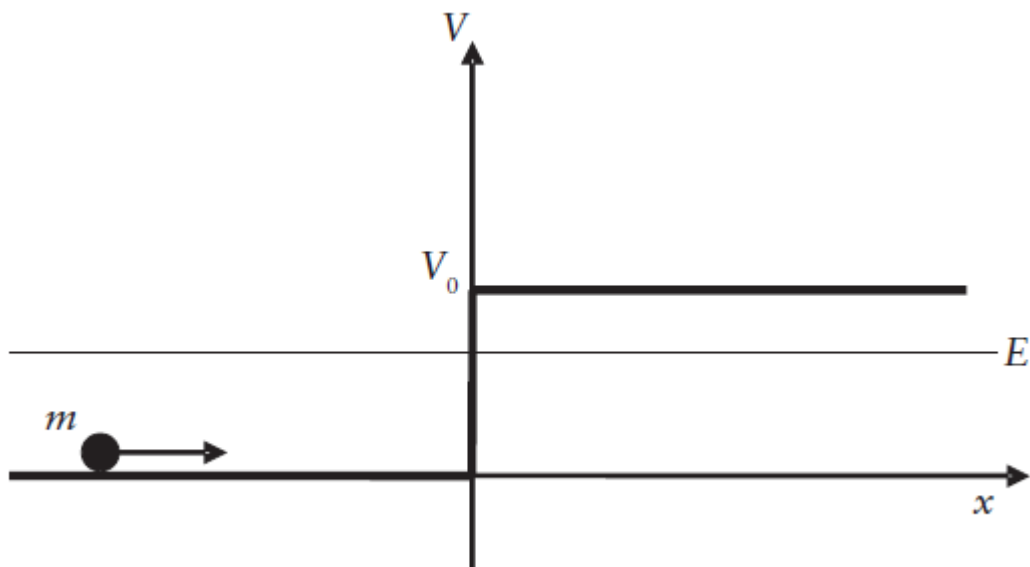
No mundo quântico, há diversos fenômenos físicos que são análogos ao que foi discutido no parágrafo precedente, tendo o potencial degrau e a barreira de potencial como bons representantes. E este será o nosso objetivo: estudar tais fenômenos quânticos.

### 5.3. O POTENCIAL DEGRAU

Para analisar a barreira de potencial, utilizaremos como referência a Figura 1. Nela temos uma partícula de massa  $m$  e energia total  $E$  se movendo da esquerda para direita. Essa partícula encontrará, a partir de  $x = 0$ , uma região de energia potencial  $V_0$ , em que  $V_0 > E$ . Ou seja, a energia potencial da partícula é menor que o potencial. Do ponto de vista clássico, para a partícula passar pela região do potencial, e ser

detectada na região em que  $x > 0$ , sua energia total  $E$  deveria ser maior que a energia potencial do degrau, ou seja, deveríamos ter  $E > V_0$ . Por isso, denominamos a região  $x > 0$  como região classicamente proibida. Podemos dizer que, de acordo com o que sabemos da Física Clássica, a probabilidade de se encontrar a partícula em  $x > 0$  é nula; ou seja, é impossível encontrar a partícula nessa região.

Figura: potencial degrau



Fonte: Livro do Caruso.

Agora você ficará surpreso! No mundo quântico, a probabilidade de encontrar a partícula na região classicamente proibida é diferente de zero, ou seja, é possível encontrar a partícula na região  $x > 0$ .



Agora você vai descobrir como os cientistas chegaram a tal conclusão! Os físicos que demonstraram pela primeira vez esse resultado basearam-se nas soluções da Equação de Schroedinger. Eles resolveram a Equação de Schroedinger em duas regiões: para  $x > 0$  e para  $x < 0$ . Após encontrarem a solução, eles as relacionaram e com isso chegaram à expressão da probabilidade de detecção da partícula na região  $x > 0$ .

Dessa forma, a probabilidade de se detectar a partícula em  $x > 0$  é dada pela equação:

$$p(x > 0) = p(0)e^{-2Kx},$$

em que  $K = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$  e  $p(0)$  representa a probabilidade de detectá-la na origem ( $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} J \cdot s = 6,58 \cdot 10^{-16} eV \cdot s$  é a constante de Planck dividida por  $2\pi$ ).

Para compreender melhor essa equação, façamos o exemplo apresentado na sequência.

**Exemplo 1:** neste exemplo vamos estudar a aplicação da equação da probabilidade para um objeto pertencente ao nosso mundo clássico. Vamos escolher um objeto muito diminuto e, então, estimar a distância de penetração de barreira que faria a probabilidade de detectar tal partícula decaísse a 1% de seu valor na origem. Para esse fim, considere que a partícula analisada seja um grão de poeira com massa igual a  $m = 1,0 \cdot 10^{-14} kg$  e velocidade  $v = 10^{-3} m/s$  (essa velocidade é típica da agitação térmica de uma partícula com tais parâmetros). Considere, ainda, que a altura do degrau seja o dobro da energia cinética da partícula.

Resolução: A energia total do grão de areia é igual à sua energia cinética, por se tratar de uma partícula livre. Nesse caso, temos:

$$E = \frac{1}{2}mv^2,$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^{-14} \cdot (10^{-3})^2,$$

$$E = 0,5 \cdot 10^{-20} J.$$

Nesse caso, de acordo com a informação do problema, temos  $V_0 = 1,0 \cdot 10^{-20} J$ .

Com isso, temos que

$$K = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} = \sqrt{\frac{2.1,0 \cdot 10^{-14} \cdot (1,0 \cdot 10^{-20} - 0,5 \cdot 10^{-20})}{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}} = 9,5 \cdot 10^{16} m^{-1}.$$

Dessa forma, a probabilidade de detectar a partícula na região  $x > 0$  é dada por

$$p(x > 0) = p(0)e^{-2.9,5 \cdot 10^{16} \cdot x} = p(0)e^{-19 \cdot 10^{16} \cdot x}.$$

Como a probabilidade de encontrá-la na origem é  $p(0)$ , temos que a razão  $\frac{p(x > 0)}{p(0)}$  é dada por

$$\frac{p(x > 0)}{p(0)} = e^{-19 \cdot 10^{16} \cdot x}.$$

Como queremos descobrir a distância de penetração para a qual  $p(x > 0)$  seja 1% de  $p(0)$ , temos

$$\frac{p(x > 0)}{p(0)} = e^{-19 \cdot 10^{16} \cdot x} = 0,01.$$

Resolvendo a última equação, extraíndo o logaritmo natural de ambos os membros da equação, obtemos

$$\begin{aligned} \ln(e^{-19 \cdot 10^{16} \cdot x}) &= \ln(0,01) \\ -19 \cdot 10^{16} \cdot x &= -4,605, \\ x &= 0,2424 \cdot 10^{-16} m = 2,424 \cdot 10^{-17} m. \end{aligned}$$

Essa distância de penetração  $2,424 \cdot 10^{-17} m$  é sete ordens de grandeza menor que o tamanho de um átomo, o que indica a impossibilidade de uma partícula “clássica” penetrar uma barreira. Nos exercícios dessa unidade, você fará um cálculo análogo para um elétron em vez do grão de areia, e notará que a distância de penetração será bastante ampliada.

### Momento Quebra Cuca

Texto para exame como verdadeiro (v) ou falso(f).

No começo do século XX, os cientistas desenvolveram uma teoria capaz de descrever a dinâmica de sistemas microscópicos. Essa teoria, conhecida como mecânica quântica, obteve grande sucesso na descrição dos átomos e das ligações entre átomos que formam moléculas e sólidos. Julgue o item a seguir, relacionado à mecânica quântica e a alguns de seus resultados.

( ) Segundo a mecânica quântica, uma partícula em um poço de potencial infinito não pode ter energia total nula.

2 – Um feixe de elétrons de  $2 \text{ eV}$  incide sobre uma barreira de potencial retangular de  $4 \text{ eV}$  de altura e  $1 \text{ nm}$  de espessura.

a) Qual a probabilidade de transmissão  $T$ ?

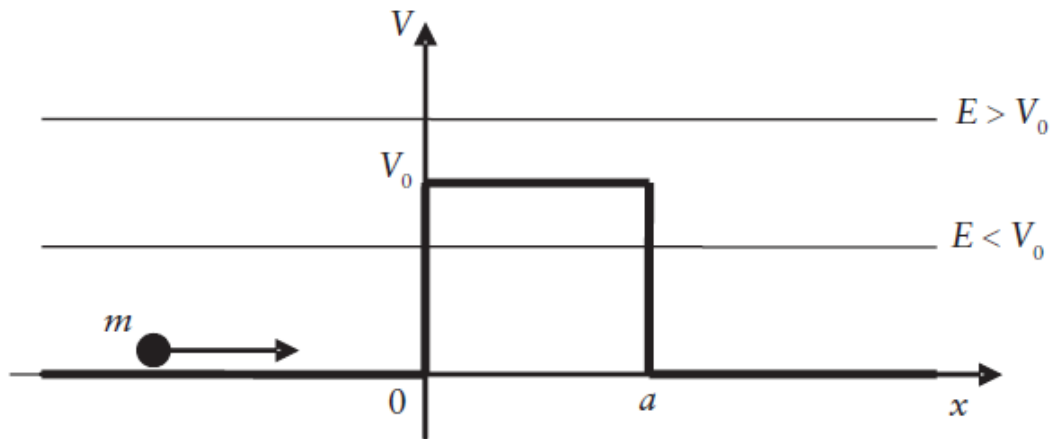
b) Qual o valor de  $T$  para elétron de  $6 \text{ eV}$ ?

3 – Supondo que podemos ajustar a espessura da barreira do exercício 2 A, qual o valor desta para que 1 elétron, de cada 1000 incidentes, tunelasse por meio dela?

### 5.3 A BARREIRA DE POTENCIAL

Na barreira de potencial, a situação é análoga à do potencial degrau. A energia total da partícula incidente é menor que a energia potencial da barreira. Porém, a probabilidade de detectar a partícula na região depois da barreira é diferente de zero. Ou seja, mais uma vez, a partícula pode ser encontrada na “região classicamente proibida”. A análise dessa situação será baseada na Figura 2.

**Figura 2: barreira de potencial**



Fonte: Livro do Caruzo.

Conforme pode ser observado na Figura 2, uma partícula de massa  $m$  e energia total  $E$  incide numa barreira com energia potencial  $V_0$  e de largura  $a$ . A expectativa da mecânica clássica é que a partícula não tivesse qualquer chance de ser detectada na região após a barreira, ou seja, na região  $x > a$ .

A explicação teórica desse fenômeno segue, mais uma vez, a prescrição da Equação de Schroedinger, ou seja, resolvemos a Equação de Schroedinger em três regiões:  $x < 0$ ,  $0 < x < a$  e  $x > a$ . Após encontrarmos as soluções, estas são relacionadas e, por fim, obtemos a expressão da probabilidade. Essa expressão é dada por:

$$P(x > a) = \frac{16k^2K^2}{(k^2 + K^2)} e^{-2Ka},$$

em que:  $K = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$  e  $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ .

Perceba que a probabilidade decai exponencialmente com a largura da barreira, ou seja, quanto maior a barreira menor será a probabilidade de detectar a partícula na região classicamente proibida. Os conceitos apresentados aqui ficarão mais claros com o exemplo 2 apresentado a seguir.

### Atividade

#### 1 – Barreira de Potencial e o Tunelamento Quântico

[https://www.youtube.com/watch?v=E\\_ekYLEL3HQ](https://www.youtube.com/watch?v=E_ekYLEL3HQ)

**Exemplo 2:** um elétron com energia total igual a  $2 \text{ eV}$  incide numa barreira de potencial de altura  $4 \text{ eV}$  e largura  $10^{-10} \text{ m}$ . Qual é a probabilidade de ele ser detectado na região depois da barreira?

Resolução: para solucionar esse problema, basta calcularmos os valores de  $K =$

$\sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$  e  $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$  e em seguida utilizarmos a expressão

$$P(x > a) = \frac{16k^2K^2}{(k^2 + K^2)} e^{-2Ka}.$$

Fazendo esses cálculos, obtemos (vale lembrar que  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  e que a massa do elétron é igual a  $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

$$K = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (4 - 2) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}} = 7,27 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}.$$

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}} = 7,27 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}.$$

Com isso, chegamos a

$$P(x > a) = \frac{16k^2K^2}{(k^2 + K^2)} e^{-2Ka} = \frac{16(7,27 \cdot 10^9)^2(7,27 \cdot 10^9)^2}{((7,27 \cdot 10^9)^2 + (7,27 \cdot 10^9)^2)} e^{-2(7,27 \cdot 10^9)10^{-10}} = 0,94.$$

Ou seja, a probabilidade de o elétron ser encontrado na região classicamente proibida é alta, pois é da ordem de 94%!

Os fenômenos abordados neste capítulo podem ser visualizados por meio do simulador intitulado Tunelamento quântico do Phet interactive simulations, disponível em: <https://phet.colorado.edu/pt/simulations/category/physics/quantum-phenomena>.

## MOMENTO QUEBRA CUCA

1 – Um elétron está no interior de um poço quadrado de 10 eV de profundidade. a. Se a energia do estado fundamental do elétron no poço é de 8 eV, calcule:

a) A largura do poço.

b) Repita o item anterior para o caso em que 8 eV seja a energia do primeiro estado excitado.

## APLICAÇÕES QUÂNTICAS

### Microscópio Eletrônico de Tunelamento Quântico

Agora você verá que os modelos apresentados de fato são aplicados no estudo de situações práticas da natureza. Um bom exemplo dessas aplicações é o microscópio eletrônico por tunelamento. Como o próprio nome já menciona, o funcionamento desse microscópio é baseado no tunelamento de barreira de potencial. Esse aparelho foi inventado em 1981 na IBM de Zurique pelos físicos Gerd Binnig e Heinrich Rohrer, os quais foram laureados com o Prêmio Nobel de Física de 1986. O microscópio de varredura por tunelamento foi o primeiro dispositivo capaz de gerar imagens reais de superfícies com resolução atômica!

O microscópio de tunelamento usa o tunelamento quântico para detectar as alterações na distância entre sua ponta minúscula e uma superfície condutora. A amostra que está sendo analisada recebe uma tensão elétrica e a ponta começa a se mover sobre ela. Medindo alterações na corrente produzidas na medida em que os elétrons tunelam entre a amostra e a ponta do microscópio. Com base nesse princípio, os cientistas conseguem desenhar um mapa preciso da topologia da superfície do material com precisão atômica.

Outra aplicação importante é o importante processo do decaimento alfa. O decaimento alfa é um fenômeno que consiste na emissão espontânea de uma partícula alfa por um núcleo atômico instável (radioativo) e são constituídos por dois prótons dois nêutrons ligados pela força nuclear forte. Para o decaimento alfa ocorrer, isto é, escapar do núcleo radioativo, primeiramente ela é formada dentro do núcleo,

e, posteriormente, sofre tunelamento (penetra) por meio de uma barreira de energia potencial coulombiana que representa o poço de potencial nuclear com profundidade finita, cuja altura da barreira é, muitas vezes, maior que a energia cinética da partícula alfa emitida, e essa barreira, é formada pela combinação da força nuclear atrativa e da força de repulsão coulombiana entre a partícula e o restante do núcleo. O fato de a partícula alfa escapar da atração coulombiana, isto é, da barreira de potencial, só é explicado com a Teoria Quântica que estudamos nesta unidade. Apesar de a probabilidade de penetração de barreira ser pequena, a ocorrência desta é percebida de forma prática.

O universo das aplicações desses fenômenos não se restringe aos dois já apresentados. Se você já emendou dois fios elétricos, fazendo a denominada gambiarra, certamente, já fez uso do efeito túnel. Os fios que compramos, normalmente, vêm revestidos com uma fina camada de esmalte que deve ser raspada antes de fazermos a emenda de dois fios. Entretanto, isto geralmente não é feito, e, portanto, questionamos: se há uma fina camada de isolante separando os dois fios que estão juntos, como o chuveiro funciona? A resposta está justamente no efeito túnel. Entre os fios emendados, há uma energia potencial que os elétrons devem superar para que haja a condução de eletricidade. Essa barreira é ultrapassada graças ao efeito de penetração de barreira que o elétron é submetido. Muitas outras aplicações desses efeitos existem. Fica como tarefa você realizar uma pesquisa mais detalhada para levantar algumas. Que tal?

O efeito túnel e a penetração de barreira, apesar de se apresentarem bem estranhos aos “olhos clássicos”, são bem conhecidos no estudo das ondas. Ou seja, eles são observados, por exemplo, na análise de ondas eletromagnéticas ou acústicas. Se admitirmos a hipótese das ondas de matéria proposta por De Broglie, tais efeitos podem ser visto como manifestações do comportamento ondulatório da matéria. E isso é bem notável se compararmos os efeitos discutidos nos exemplos que analisavam um grão de areia e um elétron. No elétron, os efeitos são bastante plausíveis pois ele possui um comprimento de onda de Broglie bem maior que do grão de areia. Reflita sobre isso. O tunelamento quântico foi desenvolvido com base no

estudo da radiatividade que é um fenômeno no qual algumas substâncias emitem radiações que atravessam corpos opacos por meio da luz.

## Atividade

1 – Identificar a importância conceitual e prática do efeito-túnel na Física.

Poderíamos ter discutido, também, o efeito túnel e o potencial degrau para o caso em que a energia total da partícula fosse maior que o potencial. Nesse caso, segundo a perspectiva clássica, deveríamos ter probabilidade de encontrar a partícula na região  $x < 0$  nula. Porém, é possível mostrar que tal probabilidade existe, caracterizando o efeito ondulatório da matéria.

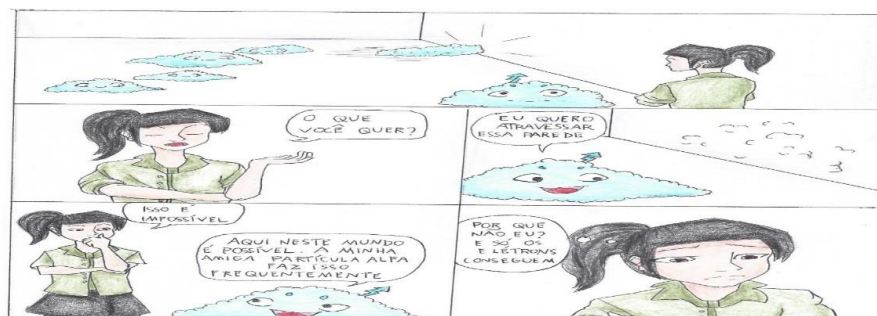
## MOMENTO QUEBRA-CUCA

### Exercícios Propostos

E1. Descreva com as suas palavras o que é o efeito túnel e o potencial degrau.

E2. Observe a situação descrita na tirinha abaixo.

**Figura 3: atravessar paredes**





(iii) A tirinha estabelece uma analogia com qual situação peculiar da mecânica quântica?

(iv) No último quadrinho, o garoto disse que só os elétrons conseguem tunelar uma barreira. Essa afirmação é verdadeira? Quais condições são necessárias para que o tunelamento de barreira ocorra?

E3. Um próton cuja energia total é  $5,1 \text{ eV}$  aproxima-se de uma barreira de potencial cuja altura  $V_0$  é  $6,8 \text{ eV}$  e cuja espessura é  $a = 750 \text{ pm}$ . Qual é a probabilidade de se detectar o elétron na região classicamente proibida? E se a partícula incidente fosse um elétron, qual seria a probabilidade? Compare os dois resultados e justifique a diferença encontrada.

### UM EXEMPLO DE TUNELAMENTO QUÂNTICO NA SUA CASA

As pessoas, no dia a dia, entram em contato com a física quântica e nem sabem. um exemplo simples disso refere-se ao tunelamento quântico em que você monta um aparelho elétrico qualquer de sua casa com dois fios comprados nas lojas de materiais de construção esses fios vêm revestidos com uma camada de esmalte que deve ser retirada antes de juntar os dois fios e no instante que você liga os fios sem retirar esse esmalte, que é um isolante, como o elétron consegue atravessar a aquela barreira e levar energia aos aparelhos? Segundo o mundo Clássica de Isaac Newton, um elétron jamais conseguiria atravessar tal barreira, mas, no mundo quântico, a função de Schrodinger, que descreve a probabilidade de se encontrar uma partícula, diz ser possível penetrar a barreira de potencial, e é por isso que, mesmo tendo uma barreira impedindo o elétron de atravessá-la, o elétron a atravessa por tunelamento quântico e o aparelho funcionam normalmente. Não podemos esquecer que um simples olhar do observado pode mudar tudo na física dos pequenos corpo

## 5. CURIOSIDADES QUÂNTICAS

Neste capítulo apresentaremos algumas curiosidades relacionadas à mecânica quântica. A ênfase será dada ao princípio da incerteza e à equação de Schroedinger.

### **O princípio da incerteza de Heisenberg**

As ondas de matéria constituem um aspecto realmente estranho no que compreende o mundo quântico. No entanto, muitas outras propriedades que escapam do senso comum ainda serão tratadas no presente trabalho. Nesse caminho, apresentaremos o Princípio da Incerteza de Heisenberg, que estabelece a limitação em fazer uma medição da posição e do momento de uma partícula simultaneamente. Segundo esse princípio, publicado em 1927, quanto mais precisa for a medida da

posição de uma partícula, mais imprecisa será a medida do momento, e vice-versa. Se fossemos analisar o nosso mundo clássico segundo o Princípio da Incerteza, um carro se movendo numa rodovia somente poderia ter um dos dois parâmetros bem determinado, a sua posição ou a sua velocidade; assim se tornaria complicado saber, precisamente, onde o carro está em que  $\Delta x$  representa a incerteza na medida da posição, e  $\Delta p$  representa a incerteza na medida do momento. É importante salientar que a restrição não é em relação à precisão com que  $p$  ou  $x$  podem ser medidas, mas em relação ao produto  $\Delta x \Delta p$  numa medida simultânea de ambos. O que tira o Princípio da Incerteza do alcance das nossas experiências cotidianas é o fato de  $h$  ser pequeno. É possível demonstrar que a relação de incerteza apresentada constitui consequência das hipóteses ondulatórias apresentadas por de Broglie. E, assim como toda a mecânica quântica, o Princípio da Incerteza foi interpretado de diversas formas, há uma interpretação que estabelece uma relação entre tal princípio e o nosso livre arbítrio!

## A EQUAÇÃO DE SCHROEDINGER

A Teoria Quântica necessitava de um tratamento teórico que fornecesse uma base conceitual sólida, como ocorre com as outras teorias da física. O desenvolvimento da Teoria Quântica dependia desse fator, já que, em sua fase inicial, não havia explicação para a inserção das hipóteses de quantização, apenas se sabia que as introduzindo, se obtinham os resultados experimentais. No entanto, esse panorama já estava se modificando quando de Broglie sugeriu a hipótese das ondas de matéria. Apoiado no trabalho de Broglie, o físico Erwin Schroedinger desenvolveu, no ano de 1925, a Equação de Onda cuja solução representaria as tais ondas de matéria. É justo citar que de Broglie tentou deduzir uma equação para ondas de matéria, mas a equação proposta por ele não foi tão bem-sucedida como a de Schroedinger. A Equação de Schroedinger permitiu calcular, corretamente, as energias dos estados estacionários e explorar as cores presentes nos espectros de raios dos elementos, tendo se apresentado como a formulação teórica adequada para a descrição dos sistemas atômicos. Numa análise unidimensional, a Equação de Schroedinger pode ser escrita como

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2m} \frac{d^2\varphi(x,t)}{dx^2} + V(x,t)\varphi(x,t) = \frac{i\hbar}{2\pi} \frac{d\varphi(x,t)}{dt}.$$

Quando buscamos a solução dessa equação, estamos procurando a função  $\varphi(x,t)$ , que descreve o sistema quântico em questão. A função  $\varphi(x,t)$  é denominada função de onda ou amplitude de probabilidade. Merece destaque o fato de não conhecermos ao certo o significado da função  $\varphi(x,t)$ , mas sabemos que  $|\varphi(x,t)|^2$  representa a densidade de probabilidade de encontrar a partícula ou o sistema em determinada região do espaço. E, ainda, caso calculemos a integral  $\int |\varphi(x,t)|^2 dx$ , obtemos a probabilidade de a partícula ser encontrada numa determinada região do espaço. Outro ponto importante da equação é o potencial  $V(x,t)$  que nos informa como a partícula (ou o sistema) interage com o meio, ou seja, o potencial é a “impressão digital” do problema em questão. A Equação de Schroedinger torna-se bem-sucedida, pois mostra-se aplicável a diversas situações, e, assim, a mecânica quântica, além de repetir cálculos já confirmados por resultados experimentais, passa a estabelecer previsões. Com o sucesso da equação proposta por Schroedinger, a mecânica quântica torna-se expressa, matematicamente, e adquire maturidade.

Apesar dos resultados alcançados por meio da aplicação da Equação de Schroedinger, devemos destacar que a mecânica quântica é uma teoria probabilística. Sendo assim, seu caráter baseado em probabilidades desperta angústia em muitos físicos que se contrapuseram à emergente teoria. Um dos maiores críticos da mecânica quântica foi Albert Einstein, justamente um dos fundadores da física quântica. Um dos motivos que levou Einstein a sustentar oposição à Mecânica Quântica referiu-se ao caráter probabilístico da teoria.

Einstein era realista e, dessa forma, atribuía à natureza uma realidade objetiva, a qual o homem procura conhecer a verdade por meio da ciência. Assim, acreditava na existência de uma teoria determinista para descrever o comportamento das partículas a nível microscópico. Einstein chegou a afirmar que “Deus não joga dados”, fazendo uma alusão ao descrédito que atribuía a uma teoria que descrevesse a natureza por meio de probabilidades. Nesse sentido, Einstein era, também, crítico da escola de Copenhague, a qual aceitava com naturalidade a nova concepção introduzida pela emergente teoria. Tal escola interpretava a natureza probabilística da

mecânica quântica como a contrapartida teórica das dificuldades inerentes aos processos de medida dos sistemas físicos. Nesse sentido, Einstein não admitia o conformismo expresso pela escola de Copenhague. Entretanto, mesmo contrária a uma das maiores mentes da ciência, a mecânica quântica avançou devido aos brilhantes resultados e aplicações. Hoje podemos afirmar que quase todo conhecimento que temos do mundo atômico é atribuído à mecânica quântica.

## O GATO DE SCHROEDINGER

Um efeito quântico muito interessante e conhecido pelos leigos é o gato de Schroedinger. Com o objetivo de explicar as minúcias das soluções da equação fundamental da mecânica quântica, Schroedinger propôs o experimento imaginário no qual utiliza um gato que, supostamente, pode estar vivo ou morto ao mesmo tempo. Esse exemplo trata de uma forma simples de analisar o Princípio da Superposição das soluções da Equação de Schroedinger. Tal princípio afirma que se, para um determinado problema, a Equação de Schroedinger admitir duas soluções distintas  $|\alpha\rangle$  e  $|\beta\rangle$ , então, o sistema pode ser descrito por meio da superposição das duas soluções, o que é matematicamente escrito como

$$|\varphi\rangle = |\alpha\rangle + |\beta\rangle$$

em que os estados  $|\alpha\rangle$  e  $|\beta\rangle$  existem simultaneamente. Contudo, quando observarmos o sistema, ou seja, quando efetuarmos uma medição, um dos estados colapsa (deixa de existir) e o outro é então detectado. Nesse sentido, o referido gato de Schroedinger faz alusão a essa curiosa propriedade quântica, conforme explicitamos a seguir.

Considere um gato preso numa caixa em que há um recipiente com material radioativo que tem 50% de chance de emitir uma partícula radioativa a cada hora, e um contador Geiger. O contador Geiger é um aparelho utilizado para detectar radiação. Se o material liberar partículas radioativas, o contador percebe a sua presença e aciona um martelo, que, por sua vez, quebra um frasco de veneno. Evidentemente, ao se passar uma hora, somente terá ocorrido um dos dois casos possíveis: o átomo emitiu uma partícula radioativa ou não a emitiu (a probabilidade que ocorra um ou outro evento é a mesma). Como resultado da interação, no interior

da caixa o gato estará vivo ou morto. Porém, isso não poderemos saber a não ser que se abra a caixa para comprovar as hipóteses. Se tentarmos descrever o que ocorreu no interior da caixa, servindo-nos das leis da mecânica quântica, chegaremos a uma conclusão muito estranha. O gato viria descrito por uma função de onda extremamente complexa resultado da superposição de dois estados, combinando 50% de “gato vivo” e 50% de “gato morto”. Ou seja, aplicando-se o formalismo quântico, o gato estaria por sua vez “vivo” e “morto”; correspondente a dois estados indistinguíveis! Assim, a função de onda que representaria o estado do gato seria dada por

$$|\varphi\rangle = |vivo\rangle + |morto\rangle.$$

A única forma de averiguar o que “realmente” aconteceu com o gato será realizar uma medida: abrir a caixa e olhar dentro. Em alguns casos, encontraremos o gato vivo e, em outros, um gato morto. Isso ocorre porque ao realizar a medida, o observador interage com o sistema e o altera, rompendo a superposição dos dois estados, fazendo com o que o sistema seja observado em um dos dois estados possíveis. E isso é uma forma simplista de explicar o que chamamos de colapso da função de onda, que é uma característica inerente ao processo de medição em mecânica quântica.

## ENTRELAÇAMENTO QUÂNTICO

Outra interessante propriedade da mecânica quântica que, por sua vez, também foge do senso comum, é o emaranhamento. Para entender essa propriedade, considere uma superposição de estados constituída por duas componentes. O emaranhamento quântico nos diz que, se uma observação for feita sobre uma das componentes do sistema, essa observação afeta o resultado da observação feita sobre uma outra componente, que pode estar em um local bem distante da primeira, sem que haja qualquer interação entre elas. Como um exemplo pictórico, tomemos dois irmãos, Paulo e João. Paulo mora no Brasil, enquanto João vive em Portugal. Suponha que Paulo e João tenham, cada um, camisetas de 4 cores distintas. Num dia qualquer, Paulo vai até o guarda-roupas e retira uma das camisetas ao acaso. No

mesmo momento, João também faz o mesmo. Se a propriedade do emaranhamento fosse aplicada a esse caso, e as camisetas dos dois irmãos constituíssem estados emaranhados, quando observássemos a camiseta retirada por Paulo no Brasil, seria possível conhecer a cor da camiseta que João retirou em Portugal. E um detalhe interessante refere-se ao fato de que não houve qualquer comunicação entre os irmãos. O emaranhamento encontra diversas aplicações, dentre as quais se destacam as suas contribuições à computação quântica, informação quântica e tele porte quântico.

## COMPUTADOR QUÂNTICO

Neste tópico é disponibilizado ao estudante uma curiosidade acerca da mecânica quântica. Neste capítulo trazemos uma aplicação moderna da teoria quântica.

O computador quântico

**Figura 4: Computador Quântico**



Fonte<sup>4</sup>: acervo do Google Imagens.

Um computador quântico é um dispositivo que executa cálculos fazendo uso direto de propriedades da mecânica quântica, tais como entrelaçamento quântica, sobreposição e interferência.

---

<sup>4</sup> Disponível em:

[https://www.google.com.br/search?q=imagem+do+computador+quantico&rlz=1C1SQJL\\_pt-BRBR776BR776&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=XyFNk6uKUdTp7M%253A%252CE4glpjRRlg,Acesso em 24 de set.2018.](https://www.google.com.br/search?q=imagem+do+computador+quantico&rlz=1C1SQJL_pt-BRBR776BR776&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=XyFNk6uKUdTp7M%253A%252CE4glpjRRlg,Acesso em 24 de set.2018.)

Vídeos complementares:

1 – Computador quântico mudará o mundo que vivemos! Você está preparado?

<https://www.youtube.com/watch?v=psxriulyit4>

2 – Computador quântico – tudo sobre

<https://www.youtube.com/watch?v=ENL5mpjDmZc>

Após a apresentação do vídeo, peça para os alunos, em grupos, discutirem o conteúdo deste, de acordo com o roteiro sugerido abaixo.

- O que vocês acharam do vídeo? (Vídeo 2)
- Qual a importância da mecânica quântica na descoberta do computador quântico?
- Que princípios da mecânica quântica foram usados para fazer o computador quântico?
- Cite algumas aplicações da Física Quântica além do computador?
- Qual a diferença do computador Quântico e dos outros computadores?
- Fale sobre superposição quântica.
- O que é entrelaçamento quântico.

O professor pode recomendar aos alunos a leitura dos seguintes textos complementares sobre computação quântica:

1 – O que é e como funciona um computador quântico? Disponível em

<https://super.abril.com.br/mundo-estranho/o-que-e-e-como-funciona-um-computador-quantico/>

2 – IBM abre seu computador quântico para o mundo todo

<https://super.abril.com.br/tecnologia/ibm-abre-seu-computador-quantico-para-o-mundo-todo/>



Recomendamos que o professor leia o texto juntamente com os estudantes, utilizando a estratégia que julgar mais eficaz, a qual pode ser a divisão dos estudantes em grupos. Após a leitura e discussão do texto, as seguintes atividades podem ser feitas:

- Curiosidades Quânticas Superposição de estados e o Gato de Schroedinger

<https://www.youtube.com/watch?v=bW1gYq3L9u0>

Após a apresentação do vídeo, peça para os alunos, em grupos, discutirem o conteúdo deste, de acordo com o roteiro sugerido abaixo.

Roteiro de discussão:

- O que vocês acharam do vídeo?
- Qual a importância da superposição de estado quântico?

Mostre, por meio da escrita e de desenhos, o experimento do gato de Schroedinger.