



**CAMINHO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA: MODELAGEM
AUTOMÁTICA E COMPARAÇÃO DE DIFERENTES CRITÉRIOS
COM O PROGRAMA BEMCRACKER2D**

DANILO CARVALHO DE MOURA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**CAMINHO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA: MODELAGEM
AUTOMÁTICA E COMPARAÇÃO DE DIFERENTES CRITÉRIOS COM
O PROGRAMA BEMCRACKER2D**

DANILO CARVALHO DE MOURA

ORIENTADOR: GILBERTO GOMES, DSc

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

PUBLICAÇÃO: 19A/19

BRASÍLIA/DF: AGOSTO – 2019

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**CAMINHO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA: MODELAGEM
AUTOMÁTICA E COMPARAÇÃO DE DIFERENTES CRITÉRIOS COM
O PROGRAMA BEMCRACKER2D**

DANILO CARVALHO DE MOURA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Prof. Gilberto Gomes, DSc. (PECC – UnB)
(Orientador)

Prof. Luciano Mendes Bezerra, DSc. (PECC – UnB)
(Examinador Interno)

Prof. Lenildo Santos da Silva, DSc. (UnB)
(Examinador Externo)

Brasília/DF, 08 DE AGOSTO DE 2019.

FICHA CATALOGRÁFICA

MOURA, DANILO CARVALHO DE

Caminho de Propagação de Trinca: Modelagem Automática e Comparação de Diferentes Critérios com o Programa BemCracker2D / Danilo Carvalho de Moura; orientador Gilberto Gomes. – Brasília 2019.

Dissertação de Mestrado (Mestrado em Estruturas e Construção Civil). Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília – UnB/DF, 2019.

- | | |
|--|------------------------------------|
| 1. Mecânica da Fratura | 2. Caminho de Propagação de Trinca |
| 3. Método dos Elementos de Contorno Dual | 4. BemCracker2D |
| 5. BemLab2D | |
| I. FT / ENC / PECC / UNB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MOURA, D. C. (2019). Caminho de Propagação de Trinca: Modelagem Automática e Comparação de Diferentes Critérios com o Programa BemCracker2D. Dissertação de Mestrado, Publicação E.DM 19A/2019, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, UnB – DF, 129p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Danilo Carvalho de Moura

TÍTULO: Caminho de Propagação de Trinca: Modelagem Automática e Comparação de Diferentes Critérios com o Programa BemCracker2D.

GRAU: Mestre ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Danilo Carvalho de Moura
QNB 11 casa 20 – Taguatinga
CEP: 72115-110, Brasília/DF – Brasil
e-mail: danilo.cmoura@hotmail.com

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas graças à Deus não sou o que era antes”.

Marthin Luther King

AGRADECIMENTOS

Agradeço à toda minha família e, em especial, minha mãe Celma, meu pai Odir, meu irmão Guilherme e minha namorada Eliziane, por todo o apoio e compreensão ao longo dessa jornada.

Aos colegas e professores dos PECC que sempre contribuíram de alguma forma. Em especial, agradeço ao Luciano, Luís Vinícius e Rodolfo Palhares pelo suporte e muita conversa.

Ao Thiago Arnaud e Álvaro Martins Delgado Neto que sempre me ajudaram nos entraves da dissertação, nas modelagens que não davam certo e nas implementações que geravam erros.

Agradeço ao professor e orientador Gilberto Gomes, pelas suas orientações, incentivo e principalmente paciência.

Agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

RESUMO

CAMINHO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA: MODELAGEM AUTOMÁTICA E COMPARAÇÃO DE DIFERENTES CRITÉRIOS COM O PROGRAMA BEMCRACKER2D.

Autor: Danilo Carvalho de Moura

Orientador: Gilberto Gomes

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, agosto de 2019

O principal aspecto de muitos estudos de modelagem de propagação de trinca, bem como sua aplicação na indústria, tem sido a busca por técnicas numéricas e computacionais que simulem geometria e condições de carga da maneira mais realista possível e com menor esforço computacional. Neste sentido, o método dos elementos finitos (MEF) tem sido amplamente utilizado, porém apresenta ainda a desvantagem da remalhamento em análises do tipo incremental.

Aqui, o problema de modelar descontinuidades em movimento, como a propagação de trinca, é resolvido usando o método de elementos de contorno dual (MECD) e o programa BemCracker2D com três critérios diferentes de propagação de trincas: Máxima Tensão Circunferencial; Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial; Mínima Densidade de Energia de Deformação.

A metodologia consiste em analisar vários modelos, calcular os FITs usando a Integral J e, a partir deles, calcular as direções de propagação para cada incremento, de acordo com os três critérios empregados. Então, devido à exigência de continuidade das equações de cada critério, o procedimento aplicado para definir a direção do enésimo incremento da propagação da trinca requer uma correção de seu caminho. Os resultados são comparados com um estudo numérico – realizado por MEF – previamente conferido com um estudo experimental demonstrando assim a eficiência da metodologia adotada, a precisão dos resultados e a eficácia do código BemCracker2D.

Palavras-Chave: Mecânica da Fratura; Caminho de Propagação de Trinca; Método dos Elementos de Contorno Dual; BemCracker2D;.BemLab2D.

ABSTRACT

CRACK GROWTH PATH: AUTOMATIC MODELLING AND COMPARISON OF DIFFERENT CRITERIONS WITH BEMCRACKER2D PROGRAM.

Author: Danilo Carvalho de Moura
Supervisor: Gilberto Gomes
Postgraduate program in Structures and Civil Construction
Brasília, august of 2019.

The main aspect of several studies of crack propagation modeling, as well as its application in the industry, has been the search for numerical and computational techniques that simulate geometry and load conditions in the most realistic way possible and with less computational effort. In this sense, the finite element method (FEM) has been widely used, but it also presents the disadvantage of remeshing in incremental analysis.

Here, the problem of shaping discontinuities in motion, such as crack propagation, is solved using the dual boundary elements method (DBEM) and the BemCracker2D program with three different crack propagation criteria: Maximum Principal Stress; Maximum Energy Release Rate; Strain Energy Density.

The methodology consists of analyzing several models, calculating the SIFs using the J Integral and, from them, calculating the propagation directions for each increment, according to the three criteria employed. Therefore, due to the requirement of continuity of the equations of each criterion, the procedure applied to define the direction of the nth increment of the propagation of the crack requires a correction of its path. The results are compared with a numerical study – performed by FEM – previously conferred with an experimental study thus demonstrating the efficiency of the methodology adopted, as well as the accuracy of the results and the efficacy of the BemCracker2D code.

Keywords: Fracture Mechanics; Crack Growth Path; Dual Boundary Elements Method; BemCracker2D; BemLab2D.

SUMÁRIO

1. CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO.....	4
1.2 OBJETIVOS.....	5
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	6
2. CAPÍTULO 2 – MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA (MFLE).....	7
2.1 FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO (FITS)	8
2.2 BALANÇO ENEGÉTICO DE GRIFFITH	11
2.3 TAXA DE LIBERAÇÃO DE ENERGIA.....	13
2.4 INTEGRAL J	16
2.5 PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA	18
2.6 DIREÇÃO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA.....	19
2.6.1 Critério Da Máxima Tensão Circunferencial.....	19
2.6.2 Critério Da Máxima Taxa De Liberação De Energia Potencial	21
2.6.3 Critério Da Mínima Densidade De Energia De Deformação	22
2.6.4 Correção da Propagação de Trinca	24
3. CAPÍTULO 3 – MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO	25
3.1 CONCEITOS BÁSICOS	25
3.1.1 Resíduos Ponderados	25
3.1.2 Formulação Fraca	26
3.1.3 Soluções De Contorno E De Domínio.....	27
3.1.4 Equação Integral Básica.....	27
3.2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO (MEC).....	27
3.2.1 Implementação Numérica	28
3.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO DUAL (MECD).....	30
3.3.1 Formulação Do Método Dos Elementos De Contorno Dual	31

4. CAPÍTULO 4 – SOFTWARES E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	33
4.1 SOFTWARE BEMCRACKER2D.....	33
4.2 SOFTWARE BEMLAB2D	36
4.3 CONTRIBUIÇÃO COMPUTACIONAL	40
4.3.1 Critério MTLEP	40
4.3.2 Critério MDED	41
4.3.3 Compatibilização com BemCracker2D	42
5. CAPÍTULO 5 – MODELAGEM.....	44
5.1 PRIMEIRO MODELO – DLSP	44
5.1.1 Apresentação.....	44
5.1.2 Construção do modelo	45
5.2 SEGUNDO MODELO – VIGA PMME	54
5.2.1 Apresentação.....	54
5.2.2 Construção do modelo	54
5.3 TERCEIRO MODELO – PLACA COM ENTALHE EM FURO	56
5.3.1 Apresentação.....	56
5.3.2 Construção do Modelo.....	57
5.4 QUARTO MODELO – CHAPA CRUCIFORME COM TRINCA	59
5.4.1 Apresentação.....	59
5.4.2 Construção do Modelo.....	59
5.5 QUINTO MODELO – CHAPA RETANGULAR COM FUROS E ENTALHE ...	60
5.5.1 Apresentação.....	60
5.5.2 Construção do Modelo.....	61
6. CAPÍTULO 6 – RESULTADOS E ANÁLISES	63
6.1 PRIMEIRO MODELO – DLSP.....	63
6.1.1 Fatores De Intensidade de Tensão	63
6.1.2 Caminho de Propagação de Trinca – Resultados Numéricos	72
6.1.3 Comparação Gráfica entre Curvas de Propagação Numérica e Experimental.	85

6.2	SEGUNDO MODELO – VIGA PMME	90
6.2.1	Fatores de Intensidade de Tensão	90
6.2.2	Caminho de Propagação de Trinca	92
6.2.3	Resultados Gráficos do BemLab2D	95
6.3	TERCEIRO MODELO – PLACA COM ENTALHE EM FURO	96
6.3.1	Número de Ciclos de Cargas	96
6.3.2	Caminho de Propagação	96
6.3.3	Resultado Gráfico BemLab vs. Resultado Experimental.	99
6.4	QUARTO MODELO – CHAPA CRUCIFORME COM TRINCA	100
6.4.1	Caminho de Propagação	100
6.4.2	Resultado Gráfico em BemLab2D.....	103
6.5	QUINTO MODELO – CHAPA RETANGULAR COM FUROS E ENTALHE .	104
6.5.1	Caminho de Propagação	104
7.	CAPÍTULO 7 – CONCLUSÃO.....	106
7.1	CONCLUSÃO.....	106
7.2	TRABALHOS FUTUROS	108
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	109

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – (a) Tensão no vértice da elipse é finita para um furo elíptico em uma placa elástica; (b) A tensão tende ao infinito quando a elipse se torna uma trinca (BAZANT e PLANAS, 1998).	1
Figura 2.1 – Comparação entre critérios da resistência dos materiais (a) e critérios de projeto da mecânica da fratura (b) (ANDERSON, 2005).	7
Figura 2.2 – a) Fratura Dúctil; (b) Fratura por Clivagem; (c) Fratura Intergranular (ANDERSON, 2005).	8
Figura 2.3 – Os três tipos de carregamento e os respectivos modo de fratura (ANDERSON, 2005).	9
Figura 2.4 – Definição do eixo de coordenada polar na ponta da trinca. Direção Z é normal à página (ANDERSON, 2005).	10
Figura 2.5 – Placa infinita submetida à tensão de tração com trinca através da espessura (ANDERSON, 2005).	12
Figura 2.6 – Placa com trinca e carregamento fixo (ANDERSON, 2005).	14
Figura 2.7 – Placa com trinca e deslocamento fixo (ANDERSON, 2005).	15
Figura 2.8 – Contorno arbitrário ao redor da ponta de uma trinca (ANDERSON, 2005).	17
Figura 2.9 – Contornos arbitrários Γ_1 e Γ_2 ao redor da trinca conectados por Γ_3 e Γ_4 formando um contorno fechado (MIRANDA, 2003).	18
Figura 2.10 – Constante amplitude para crescimento de trinca por fadiga sob condições de pequenas escalas (ANDERSON, 2005).	19
Figura 2.11 – Tensões na ponta da trinca em coordenadas polares (MIRANDA, 2003).	20
Figura 2.12 – Correção da direção do caminho de propagação de trinca (LUCHT e ALIABADI, 2007).	24
Figura 3.1 – Discretização do contorno de um corpo 2D com elementos quadráticos.	28
Figura 4.1 – Diagrama de Classes do programa BemCracker2D (GOMES, DELGADO NETO e WROBEL, 2016).	35
Figura 4.2 – Diagrama de sequência do crescimento da trinca (GOMES, DELGADO NETO e WROBEL, 2016).	36
Figura 4.3 – Arquitetura de um sistema de análises de engenharia (GOMES, 2006).	37
Figura 4.4 – Interface de modelagem do programa BEMLAB2D.	38
Figura 4.5 – Interface dos resultados gráficos do BEMLAB2D.	38
Figura 4.6 – Hierarquia de funcionalidades da Interface BEMLAB2D (DELGADO NETO, 2017).	39

Figura 4.7 – Fluxograma do processo de modelagem.....	39
Figura 4.8 – Fluxograma do critério MTLEP.	41
Figura 4.9 – Fluxograma do critério MDED.....	42
Figura 4.10 – Fluxograma da análise incremental de trinca no BemCracker2D.	43
Figura 5.1 – Placa quadrada carregada diagonalmente (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). ...	44
Figura 5.2 – Tela de inserção das coordenadas dos pontos.....	45
Figura 5.3 – Lançamento de pontos.	46
Figura 5.4 – Lançamento de linhas.	46
Figura 5.5 – Lançamento de arcos.	47
Figura 5.6 – Lançamento de zonas.....	48
Figura 5.7 – Criação de malha de elementos de contorno para a zona mestre.....	49
Figura 5.8 – Geração de malha para os furos.....	50
Figura 5.9 – Geração de malha para a trinca.....	50
Figura 5.10 – Inserção de pontos internos.....	51
Figura 5.11 – Condições de contorno de deslocamento.....	52
Figura 5.12 – Condições de contorno de tração.....	52
Figura 5.13 – Parâmetros de propagação de trinca.	53
Figura 5.14 – Seleção de estado plano de tensões.....	53
Figura 5.15 – Geometria inicial da viga PMME. Dimensões em milímetros (BOLJANOVIC e MAKSIMOVIC, 2011).	54
Figura 5.16 – Viga PMME lançada no BEMLAB2D.	55
Figura 5.17 – Menu de definição dos parâmetros de propagação no BEMLAB2D.	56
Figura 5.18 – Geometria da placa com entalhe em furo central (BOLJANOVIC e MAKSIMOVIC, 2011).	57
Figura 5.19 – Lançamento de Placa com entalhe em furo central no BemLab2D.....	58
Figura 5.20 – Análise elastostática no BemLab2D.	58
Figura 5.21 – Chapa cruciforme. Dimensões em mm.....	59
Figura 5.22 – Modelagem em BemLab2D de placa cruciforme.	60
Figura 5.23 – Chapa retangular com furos e entalhe. Dimensões em mm.....	61
Figura 5.24 – Modelagem em BemLab2D de chapa com furos e entalhe.	62
Figura 6.1 – Variações do fator geométrico do modo I (YI) com ângulo de inclinação de trinca (α) no corpo de prova DLSP (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009).	63
Figura 6.2 – Variações do fator geométrico do modo I (YII) com ângulo de inclinação de trinca (α) no corpo de prova DLSP (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009).	64

Figura 6.3 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 0^\circ$	66
Figura 6.4 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 15^\circ$	68
Figura 6.5 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 30^\circ$	69
Figura 6.6 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 45^\circ$	71
Figura 6.7 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 62.5^\circ$	72
Figura 6.8 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 0^\circ$	73
Figura 6.9 – Caminho de propagação com $\alpha = 0^\circ$	73
Figura 6.10 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 0^\circ$	74
Figura 6.11 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 15^\circ$	75
Figura 6.12 – Caminho de propagação com $\alpha = 15^\circ$	76
Figura 6.13 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 15^\circ$	76
Figura 6.14 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 30^\circ$	78
Figura 6.15 – Caminho de propagação com $\alpha = 30^\circ$	78
Figura 6.16 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 30^\circ$	79
Figura 6.17 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 45^\circ$	80
Figura 6.18 – Caminho de propagação com $\alpha = 45^\circ$	81
Figura 6.19 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 45^\circ$	81
Figura 6.20 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 62.5^\circ$	83
Figura 6.21 – Caminho de propagação com $\alpha = 62.5^\circ$	83
Figura 6.22 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 62.5^\circ$	84
Figura 6.23 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 0^\circ$. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.	85
Figura 6.24 – Padrão de fissura para $\alpha = 0^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 0^\circ$ à direita.	85
Figura 6.25 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 15^\circ$. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.	86
Figura 6.26 – Padrão de fissura para $\alpha = 15^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 15^\circ$ à direita.	86
Figura 6.27 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 30^\circ$. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.	87
Figura 6.28 – Padrão de fissura para $\alpha = 30^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 30^\circ$ à direita.	87
Figura 6.29 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 45^\circ$. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.	88

Figura 6.30 – Padrão de fissura para $\alpha = 45^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 45^\circ$ à direita.	88
Figura 6.31 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 62.5^\circ$	89
Figura 6.32 – Padrão de fissura para $\alpha = 45^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 45^\circ$ à direita.	89
Figura 6.33 – Gráfico de SIFs vs. Incremento para os três critérios de propagação do BemCracker2D.	91
Figura 6.34 – SIFs vs. Incrementos. Resultado numéricos do BemCracker2D e do trabalho de Boljanovic e Maksimovic.	92
Figura 6.35 – Gráficos da curva de propagação dos três critérios calculados pelo BemCracker2D.	93
Figura 6.36 – Comparação entre curvas de propagação do BemCracker2D e do trabalho de Boljanovic e Maksimovic.	94
Figura 6.37 – Curvas de propagação na viga PMME.	94
Figura 6.38 – Caminho de crescimento de trinca BemLab2D. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.	95
Figura 6.39 – Número de ciclos de carga.	96
Figura 6.40 – Comparação entre os três critérios de propagação de trinca.	97
Figura 6.41 – Comparação entre curvas numéricas de propagação do BemCracker2D e do trabalho de Boljanovic e Maksimovic.	98
Figura 6.42 – Curvas de propagação na placa com entalhe em furo central.	98
Figura 6.43 – Resultado gráfico de caminho de propagação de trinca no BemLab2D. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.	99
Figura 6.44 – Comparação entre propagação de trinca experimental – imagem superior – e propagação numérica – imagem inferior.	100
Figura 6.45 – Comparação entre curvas numéricas de propagação do BemCracker2D para chapa cruciforme com trinca.	101
Figura 6.46 – Curvas de propagação em chapa com furos e entalhe.	102
Figura 6.47 – Resultado gráfico de caminho de propagação de trinca no BemLab2D para chapa cruciforme com trinca. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.	103
Figura 6.48 – Comparação entre curvas numéricas de propagação do BemCracker2D para chapa retangular com furos e entalhe.	105
Figura 6.49 – Caminho de propagando para as três curvas numéricas calculadas no BC2D de chapa retangular com furos e entalhe.	105

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 – Valores dos fatores geométricos para $aw = 0.3$.	64
Tabela 6.2 – Valores dos FITs calculados analiticamente. Unidade em <i>MPam</i> .	64
Tabela 6.3 – Comparação entre valores de FITs analíticos e numéricos. Unidade em <i>MPam</i> .	65
Tabela 6.4 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 0^\circ$. Unidade em <i>MPam</i> .	66
Tabela 6.5 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 15^\circ$. Unidade em <i>MPam</i> .	67
Tabela 6.6 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 30^\circ$. Unidade em <i>MPam</i> .	69
Tabela 6.7 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 45^\circ$. Unidade em <i>MPam</i> .	70
Tabela 6.8 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 62.5^\circ$. Unidade em <i>MPam</i> .	71
Tabela 6.9 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 0^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).	74
Tabela 6.10 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 15^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).	77
Tabela 6.11 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 30^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).	79
Tabela 6.12 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 45^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).	82
Tabela 6.13 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 62.5^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).	84
Tabela 6.14 – Comparação de FITs calculados pelo BemCracker2D e com trabalho de Boljanovic e Maksimovic. Unidades em <i>MPam</i> .	90
Tabela 6.15 – Diferença percentual entre critérios do BC2D e do trabalho de Boljanovic e Maksimovic.	90
Tabela 6.16 – Comparação entre ângulos de propagação. Unidade em graus ($^\circ$).	93
Tabela 6.17 – Diferença percentual para a propagação com relação ao trabalho de Boljanovic e Maksimovic.	93
Tabela 6.18 – Coordenadas do caminho de propagação de trinca calculado pelo BemCracker2D e por Boljanovic e Maksimovic. Unidades em mm.	95
Tabela 6.19 – Comparação entre ângulos. Unidade em graus ($^\circ$).	97
Tabela 6.20 – Caminho de propagação de trinca em coordenadas cartesianas.	99
Tabela 6.21 – Ângulos de propagação dos três critérios. Unidades em graus ($^\circ$).	100
Tabela 6.22 – Ângulos de propagação dos três critérios para chapa retangular com furos e entalhe. Unidades em graus ($^\circ$).	104

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

a	Tamanho de trinca
A	Área da trinca
A_m	Amplitude
B	Espessura da placa
C	<i>Compliance</i>
d_s	Incremento de comprimento ao longo de um contorno arbitrário
da/dN	Crescimento do tamanho da trinca por ciclo de carga
dW	Energia de deformação para o elemento de área dA
E	Energia total
E'	Módulo de elasticidade
f_{ij}	Função adimensional de θ para o primeiro termo
F	Forças externas
$g_{ij}(\theta)$	Função adimensional de θ para o m-ésimo termo
\mathcal{G}	Taxa de Liberação de Energia
J	Integral J
K	Fator de Intensidade de Tensão – FIT
K_I, K_{II}, K_{III}	FIT modo I, modo II e modo III, respectivamente
K_{IC}	Fator de Intensidade de Tensão Crítico
$K_{máx}, K_{mín}$	FIT máximo e FIT mínimo, respectivamente
n_j	Componentes do vetor unitário normal a um contorno arbitrário
r	Raio a partir da ponta da trinca
R	Razão entre carga/FIT mínima e máxima
$S(\theta)$	Fator de densidade de energia de deformação
T_i	Componentes do vetor tração
u_i	Componentes do vetor de deslocamento;
u_r	Deslocamento na direção radial
U	Energia interna de deformação
w	Energia de deformação por unidade de volume
W_S	Trabalho para formar novas superfícies
$Y(a/W)$	Função adimensional dependente da geometria
Γ	Contorno arbitrário
γ_S	Energia de superfície do material
ε_{ij}	Tensor deformação
μ	Módulo de cisalhamento
ν	Coefficiente de Poisson
v_θ	Deslocamento na direção circunferencial
Π	Energia potencial (da energia interna de deformação e das forças externas)
Π_0	Energia potencial da placa sem trinca
σ	Tensão aplicada
σ_{ij}	Tensor tensão
ψ_i	Função de ponderação linearmente independente
<i>FITs</i>	Fatores de Intensidade de Tensão
<i>MDED</i>	Critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação
<i>MEC</i>	Método dos Elementos de Contorno
<i>MECD</i>	Método dos Elementos de Contorno Dual

<i>MEF</i>	Método dos Elementos Finitos
<i>MF</i>	Mecânica da Fratura
<i>MFLE</i>	Mecânica da Fratura Linear Elástica
<i>MTC</i>	Crítério da Máxima Tensão Circunferencial
<i>MTLEP</i>	Crítério da Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A Mecânica da Fratura, como disciplina, teve seus primeiros passos por meio de uma publicação de Inglis (1913). O autor obteve uma solução elástica para tensão na ponta de um buraco central elipsoide em uma placa infinita (INGLIS, 1913). Do seu estudo, observou-se que quanto maior a relação entre o eixo maior e o eixo menor da elipse, maior o valor da tensão, ou seja, quando a elipse tende a se tornar uma linha – simulando uma fratura linear – o valor da tensão na ponta tende ao infinito – Figura 1.1 – (BAZANT e PLANAS, 1998).

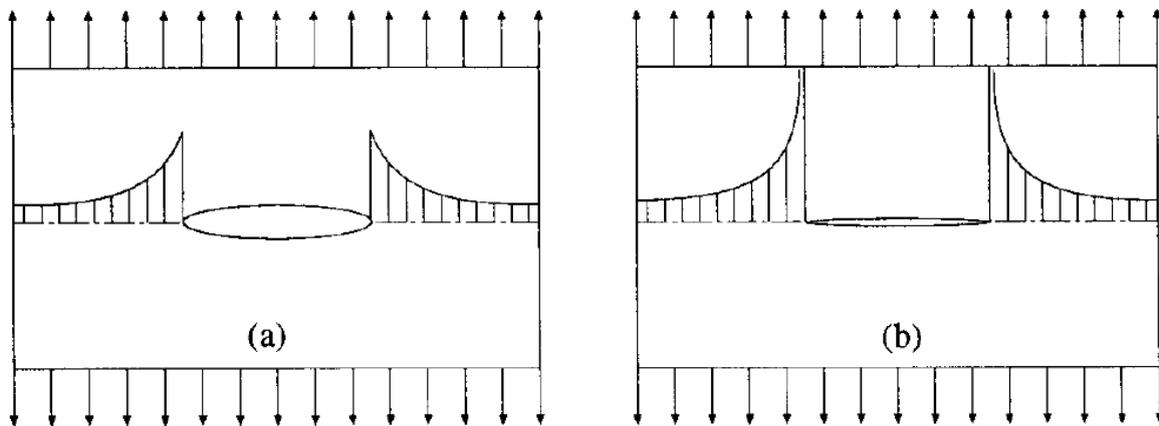


Figura 1.1 – (a) Tensão no vértice da elipse é finita para um furo elíptico em uma placa elástica; (b) A tensão tende ao infinito quando a elipse se torna uma trinca (BAZANT e PLANAS, 1998).

É de conhecimento comum que uma trinca causa uma influência destrutiva, especialmente quando se trata de materiais frágeis (não dúctil). Um arranhão na superfície externa de um material produz uma fragilidade local às tensões que, por sua vez, pode vir a gerar uma trinca, por meio de forças externas consideradas insignificantes para o resto da placa (INGLIS, 1913).

A partir do trabalho de Inglis, Griffith (1921, 1924) propôs um critério de ruptura baseando-se em energia, uma vez que as tensões na ponta da trinca tendem ao infinito (GRIFFITH, 1924). De acordo com esse critério, a trinca irá propagar se a energia disponível for igual a energia requerida para que isso aconteça e então nasceu o parâmetro Taxa de Liberação de Energia. Esse método serviu de base para a Mecânica da Fratura Linear Elástica Clássica (MFLE) e para Mecânica da Fratura Elástica, no qual a linearidade não é requisito (BAZANT e PLANAS, 1998).

Entretanto, os estudos até então realizados eram considerados meramente acadêmicos. Assim, o desenvolvimento prático da matéria só veio a ocorrer essencialmente entre 1940 e 1970 dando forma para a disciplina Mecânica da Fratura. O estímulo foi dado por conta de uma série de falhas de estruturas metálicas de navios e aviões que fez a Inglaterra e os Estados Unidos investirem no ramo (SANFORD, 2002).

A partir de então, houve grandes avanços como: a Taxa de Liberação de Energia Potencial, proposto por Irwin (1956), que representa a energia disponível para separar duas superfícies de trinca durante a propagação; o Fator de Intensidade de Tensão, K , por Irwin (1957), servindo de parâmetro para quantificar a intensidade das Tensões próximo da ponta da trinca; e a formulação da Integral J por Rice (1968) – que trouxe a chave para relacionar a Taxa de Liberação de Energia, G , com o campo de tensões e deformações próximo da ponta da trinca para qualquer material elástico (BAZANT e PLANAS, 1998).

Outra análise feita na mecânica da fratura que é de importância fundamental é a propagação das trincas. Portanto, além de se estudar a trinca, também se estuda seu comportamento: se ela irá se propagar ou não; se essa propagação será instável ou estável e qual será a direção na qual a trinca irá.

Assim, a mecânica da fratura cresce cada vez mais, inclusive na área de projetos. São dois os fatores presente na hora de se realizar um dimensionamento estrutural: estado limite último, ou seja, o dimensionamento realizado para a estrutura suportar o carregamento solicitado; e estado limite de serviço – a estrutura deve, além de suportar as solicitações, se comportar de forma adequada quando for solicitada, isto é, sem deformações e fissuras excessivas, possibilitando o conforto aos usuários (HENRIQUES , 1998).

Então, a mecânica da fratura pode ser utilizada na predição de trinca, tanto explicando sua ocorrência quanto seu comportamento e direção. Pode também prever a vida útil de elementos estruturais. Há situações em que os parâmetros usuais utilizados em projetos de estruturas não são suficientes para impedir o aparecimento de trincas, o que torna necessário um dimensionado sob a luz da mecânica da fratura (BORGES, 2010).

Porém, há algumas décadas, os dimensionamentos eram feitos utilizando-se de modelos matemáticos que surgiam a partir de hipóteses simplificadoras e formulações empíricas. Isso porque, para modelos mais complexos, era praticamente impossível de se encontrar soluções, dado a complexidade matemática dos problemas, uma vez que, para modelos reais, é frequente o uso de equações diferenciais. A fim de resolver esse entrave, os métodos numéricos voltados

à resolução de problemas de engenharia começaram a surgir.

Os métodos numéricos usados para resolver os modelos numéricos, também chamados de modelos discretos, que têm mais destaques são: o Método dos Elementos Finitos (MEF); e o Método dos Elementos de Contorno (MEC) (BREBBIA e DOMINGUEZ, 1992). São métodos que contêm simplificações e utilizam técnicas de aproximação de funções e que tornaram as análises mais práticas e eficientes.

O MEF divide o elemento em várias partes, chamadas de elementos finitos, e forma uma malha. Essa pode ser bidimensional ou tridimensional sendo que os vértices são os nós da malha. Os elementos podem ser de diferentes formas como quadriláteros – para bidimensional – e tetraedros – para tridimensional. Para cada elemento finito têm-se matrizes de equações com forças e deslocamentos associados. A partir disso, aplicam-se condições de contorno, monta-se uma equação global e calculam-se os deslocamentos e tensões (GOMES, 2006).

Diferentemente, o MEC faz a discretização somente do contorno do elemento. Os deslocamentos e as forças de superfícies são variáveis interpoladas e a partir de valores do contorno, encontram-se as tensões internas. Logo o método trabalha com menos dados, em relação ao MEF (GOMES, 2006).

O MEC padrão resolve satisfatoriamente problemas de elasticidade, domínio infinito ou semi-infinito, porém, quando há descontinuidade nos modelos, como em trincas, o método torna-se pouco eficiente, uma vez que as trincas possuem faces distintas, mas na mesma coordenada (GOMES *et al*, 2016). Para driblar esse problema, Portela *et al.* (1992) criaram o Método dos Elementos de Contorno Dual (MECD) aplicando equações integrais de contorno de deslocamento em uma face de trinca e equações de forças de superfície na outra face. Deste modo, para pontos de mesmas coordenadas, têm-se equações diferentes o que soluciona o problema de singularidade.

Portanto, na resolução de problemas de engenharia, utilizando-se de conceitos da mecânica da fratura, faz-se necessário o uso de métodos computacionais para auxiliar, como o Método dos Elementos de Contorno e, mais especificamente, o Método dos Elementos de Contorno Dual, que veio como uma alternativa para auxiliar na resolução de problemas especificamente de trincas, uma vez que pelo método tradicional ocorria singularidade nas equações por causa da dependência linear nas matrizes.

1.1 MOTIVAÇÃO

A mecânica da fratura é uma ciência relativamente nova – menos de 40 anos – e seu foco está em prevenir fratura frágil. Contudo, mesmo sendo uma disciplina recente, essa preocupação de prevenir este tipo de ruptura não é nova e como exemplo têm-se as pontes em arco dos Romanos (SANFORD, 2002).

Esse ramo cresceu quando a teoria da resistência dos materiais sofreu uma grande mudança no século XIX: começou-se a se utilizar aço maleável ao invés de madeira, tijolos e argamassa, principalmente na indústria de ferrovias, pontes, navios, aeronaves etc. Essa mudança de ênfase se deu por conta de que, com o uso de um novo material, apareceu um novo problema: fraturamento dos elementos por conta de carregamentos cíclicos que transformam as características de fibra do aço em estruturas de forma cristalina – fadiga (SANFORD, 2002).

Com esse cenário e com o avanço da ciência da Mecânica da Fratura houve um aumento considerável de estudos com relação às tensões e às propagações de trincas, bem como a direção em que elas ocorrem já que muitos acidentes estavam acontecendo com aeronaves e navios, por exemplo.

Contudo, uma das dificuldades encontradas no estudo da Mecânica da Fratura, é a complexidade que se tem para resolver problemas de engenharia, por isso, um pequeno número de soluções era disponível. Porém, esse problema vem sendo driblado com o aumento constante do poder de processamento dos computadores junto com os métodos numéricos de aproximação de funções, como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método dos Elementos de Contorno (MEC) (GOMES, 2016).

Dentre os métodos numéricos o MEF ganhou bastante popularidade nas últimas décadas. Entretanto, o uso tradicional de elementos finitos para resolver problemas de mecânica da fratura envolvendo trincas possui algumas desvantagens, por exemplo, exige o remalhamento a cada incremento na predição da propagação da trinca, resultando em baixa eficiência. (HE *et al*, 2011).

Portanto, um dos motivos para o uso de MEC nesse trabalho é que o MEF exige um remalhamento a cada vez que a trinca se estende, ao contrário do MEC. Esta dificuldade, entre outras, é enfrentada pelo surgimento de novas técnicas como, por exemplo, o método estendido dos elementos finitos XFEM (MOËS *et al*, 1999) que permite que se modele a propagação eliminando a geração de nova malha para trincas com curvatura pequena, perdendo a precisão

para elementos da curvatura elevada. Outro é o método de elemento finito generalizado GFEM (DUARTE *et al.*, 2001) que usa uma abordagem enriquecida para modelar o crescimento de trinca 3D, introduzindo uma representação de trinca com triângulos.

Sendo assim, aliando a importância crescente do ramo da Mecânica da Fratura na indústria naval, ferroviária e aérea com o avanço dos métodos numéricos, o trabalho servirá de contribuição para programas que fazem essas análises utilizando MEC, como o BEMCRACKER2D (GOMES e MIRANDA, 2018) e sua interface gráfica BEMLAB2D (DELGADO NETO, 2017), já que são tão escassos, se comparados com os que fazem o processamento com MEF. A escassez de trabalhos voltados à implementação computacional também é uma motivação para a realização deste.

E, por fim, as poucas e principais ferramentas computacionais disponíveis para a automação de projeto e simulação, como os pacotes ANSYS, ABAQUS, FRANC-2D/3D, foram desenvolvidas no exterior, tornando inviável a sua adoção nos centros de ensino e pesquisa do Brasil, como no PECC, devido ao alto custo.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral desse trabalho é a implementação, junto aos programas BEMCRACKER2D e BEMLAB2D, de dois outros critérios para simular a direção de propagação de trincas, a saber, o Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial (MTLEP) e o Mínima Densidade de Energia de Deformação (MDED), para posteriormente, avaliá-los com o critério da Máxima Tensão Circunferencial (MTC), já implementado, e compará-los entre si.

Especificamente, os objetivos são:

- I. Implementar, em linguagem C++, o método BCMaxTaxLibEnergPot para o critério da Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial;
- II. Implementar, em linguagem C++, o método BCMinDensEnergDef para o critério da Mínima Densidade de Energia de Deformação;
- III. Adequar os métodos implementados (objetivos I e II) aos referidos softwares;
- IV. Realizar testes de modelagem e geração de malhas por meio do BEMLAB2D, bem como de processamentos com o BEMCRACKER2D, a fim de avaliar os métodos implementados;

- V. Comparar os caminhos de propagação de trinca pelos três critérios e analisar as possíveis divergências;

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A dissertação foi dividida em sete capítulos de forma estruturada e sequencial para o melhor entendimento das análises. Este, o capítulo 1, apresenta uma breve introdução a respeito de todo o assunto que será abordado no trabalho, bem como sua motivação e os objetivos.

O segundo capítulo traz uma revisão de Mecânica da Fratura. Faz-se necessário, uma vez que o assunto principal se trata de propagação de trinca. Logo, serão abordados métodos para se calcular a direção de propagação. Contudo, para o entendimento e cálculo dos métodos, outros parâmetros são de suma importância, tais como: Taxa de Liberação de Energia Potencial e Fatores de Intensidade de Tensão, bem como o cálculo da Integral J.

O terceiro capítulo trata de apresentar os métodos numéricos que são utilizados nos softwares de auxílio. O método principal é o Método dos Elementos de Contorno, contudo, para modelos de problemas envolvendo trincas, uma abordagem diferente faz-se necessária, por isso, entra também uma explanação sobre o Método dos Elementos de Contorno Dual.

Por sua vez, no quarto capítulo, serão apresentados os softwares utilizados. Eles são: BEMLAB2D, responsável pelo pré- e pós-processamentos, sendo utilizado para fazer as modelagens físico-geométricas e visualização de gráficos, respectivamente; BEMCRACKER2D, usado para fazer o processamento, ou a análise propriamente dita, via MEC/MECD. Será apresentado também, parte de scripts da implementação dos métodos propostos para os critérios de direção de propagação, que compõem um dos objetivos específicos da dissertação.

Já o quinto capítulo, mostra as modelagens utilizadas. Será explicado como os modelos são feitos, por meio do BEMLAB2D, bem como os detalhes de dimensões, malha, carregamento e condições de contorno.

Após as modelagens, será feito o processamento por meio do BEMCRACKER2D e então no sexto capítulo, mostrar-se-á os resultados, principalmente os de caminho de trinca. Também haverá análises acerca dos resultados.

O último capítulo traz considerações finais e sugestões de continuidade sobre o tema da dissertação.

CAPÍTULO 2

MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA (MFLE)

A Mecânica da Fratura (MF) tem a finalidade de estudar como as tensões se comportam e se distribuem, bem como a sua grandeza, em regiões próximas de uma trinca. Essas tensões e sua magnitude podem ser descritas pelo Fator de Intensidade de Tensão (FIT), K . Desta forma, tendo parâmetros do material e o K é possível fazer previsões de propagações e de falhas de uma trinca quando submetida à certos carregamentos.

Na Figura 2.1, tem-se uma diferenciação entre os critérios de projeto tradicionais – resistência dos materiais – e os da mecânica da fratura. Em (a) – critérios tradicionais – nota-se que há um carregamento aplicado e o material é assumido adequado quando a sua resistência é maior que a solicitação esperada. Já em (b) – critérios da mecânica da fratura – há três variáveis, que são: tenacidade à fratura (substituindo a resistência do material), tamanho da trinca e o carregamento aplicado (ANDERSON, 2005).

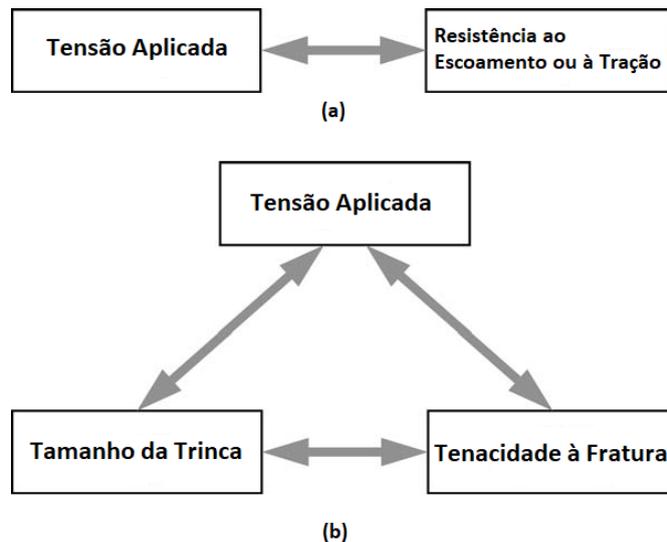


Figura 2.1 – Comparação entre critérios da resistência dos materiais (a) e critérios de projeto da mecânica da fratura (b) (ANDERSON, 2005).

Os parâmetros da mecânica da fratura são bastante sensíveis às mudanças estruturais. A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) é extensamente aplicada aos materiais rígidos (frágil). Isso porque esses materiais têm a zona plástica menor e também o início de fissuração instável que pode descrita pelo FIT crítico – aquele que a partir de seu valor há a propagação da trinca (GRELLMANN e CHE, 1997).

Em regra, a fratura pode se dar por dois tipos em ligas metálicas: fratura dúctil ou fratura frágil, como ilustrado na Figura 2.2. A fratura dúctil ocorre quando há uma grande deformação plástica. Já na fratura frágil há pouca deformação plástica, podendo ainda ser separada por dois tipos: fratura intergranular – quando a trinca ocorre entre os grãos; e fratura por clivagem – separação das ligações químicas de um plano cristalino (plano estruturado formado pelos átomos dando característica geométricas).

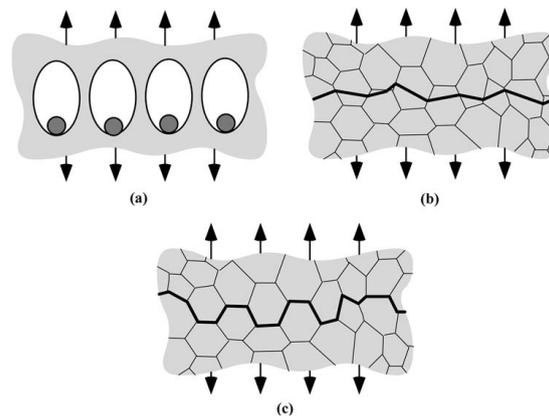


Figura 2.2 – a) Fratura Dúctil; (b) Fratura por Clivagem; (c) Fratura Intergranular (ANDERSON, 2005).

O termo fratura costuma denominar a trinca que se propagou até a falha. Quando se dá de forma estável – ou seja, aumenta quando se aumenta o carregamento – pode ser denominada de trincamento. Os principais tipos de trincamento são: fadiga – aumento progressivo da trinca por conta de carregamentos ou deformações cíclicas; corrosão – perda de secção transversal do metal gerando diminuição de resistência e aumento de deformações; e hidrogenação na ponta da trinca – processo de redução química no qual há a adição de hidrogênio. Quando o trincamento chega ao limite crítico, ocorre algum dos tipos de fraturas citados no parágrafo anterior (MIRANDA, 2003).

Assim, serão abordados em seguida os principais parâmetros da Mecânica da Fratura: Fatores de Intensidade de Tensão e Taxa de Liberação de Energia Potencial, bem como conceitos sobre Integral J e métodos de cálculo de direção de propagação de trinca.

2.1 FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO (FITS)

O Fator de Intensidade de Tensão, K , é o parâmetro mais importante na mecânica da fratura linear elástica e quantifica o campo de tensões próximo de uma trinca, fornecendo informação fundamental de como a trinca se inicia e se propaga (HE *et al*, 2011). Esse fator está associado ao modo de abertura da trinca e existem três modos: modo I, modo II e modo III.

O modo I é referente ao carregamento ou deslocamento que causa uma abertura da trinca e separa as duas pontas, dentro do plano. O modo II ocorre por conta de cisalhamento que existe na ponta da trinca, no plano. O modo III se dá também por conta de um cisalhamento na fratura, porém, nesse caso, ocorre fora do plano. A configuração de carregamento de um corpo pode ser em qualquer desses modos, ou na combinação de dois ou três. Quando há a combinação, chama-se de modo misto. A Figura 2.3 abaixo descreve os três casos descritos acima.

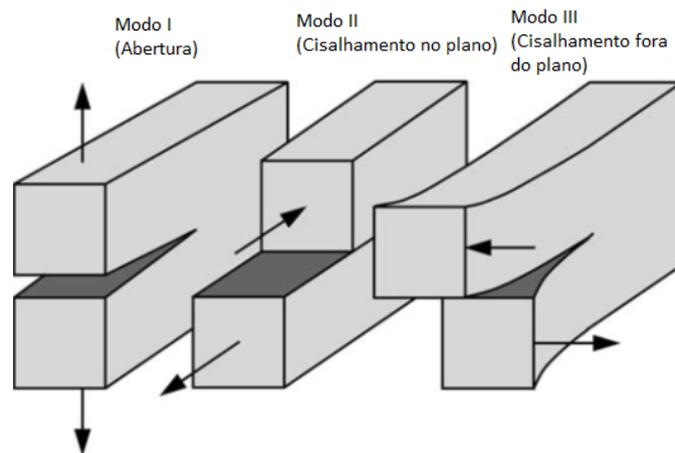


Figura 2.3 – Os três tipos de carregamento e os respectivos modo de fratura (ANDERSON, 2005).

Dessa forma, associa-se cada modo de abertura a um FIT e assim adiciona-se um subscrito ao K e tem-se: K_I para o modo I; K_{II} para o modo II; e K_{III} para o modo III. Quando o valor de K representa o valor máximo ou crítico referente à tenacidade à fratura do material, denomina-se de K_{IC} , para o modo I e similarmente para os demais modos.

Se um eixo de coordenada polar for definido na ponta da trinca (Figura 2.4) de um corpo linear elástico e isotrópico, para configurações de trincas sujeitas a forças externas, é possível demonstrar que o campo de tensões é dado por:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (2.1)$$

Onde σ_{ij} é o tensor tensão; r e θ são mostrados na Figura 2.4; k é uma constante; f_{ij} é uma função adimensional de θ para o primeiro termo (ANDERSON, 2005).

Quando se trata de termos de alta ordem, A_m é a amplitude e $g_{ij}(\theta)$ é uma função adimensional de θ para o m-ésimo termo, e são dependentes da geometria. Porém, nota-se pelo primeiro termo da equação (2.1), que para qualquer solução o termo \sqrt{r} é inversamente proporcional,

logo se r tende à zero, o tensor tende ao infinito. Assim, quanto mais próximo à ponta da trinca, mais o campo de tensões tende ao infinito.

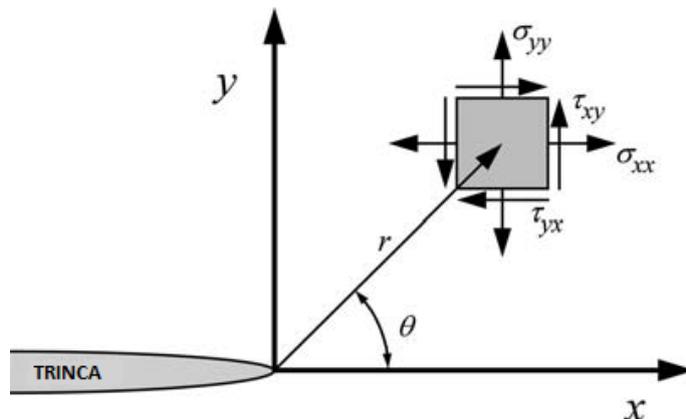


Figura 2.4 – Definição do eixo de coordenada polar na ponta da trinca. Direção Z é normal à página (ANDERSON, 2005).

Levando em consideração que k é uma constante que depende modo de carregamento, é conveniente trocá-la pelo Fator de Intensidade de Tensão. Então, faz-se a substituição de k por K , sendo que $K = k\sqrt{2\pi}$ e negligencia-se os termos de alta ordem (ANDERSON, 2005). Assim, o campo de tensão na ponta de uma trinca de um material isotrópico e linear elástico pode ser descrito como:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (2.2)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \quad (2.3)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta) \quad (2.4)$$

Para os modos I, II e III, respectivamente (ANDERSON, 2005).

No caso de modo misto, as componentes podem ser somadas, usando do princípio da superposição, de forma que:

$$\sigma_{ij}^{(Total)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (2.5)$$

Se a equação (2.2) for reescrita de forma genérica, isolando K , tem-se:

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij} * \sqrt{2\pi r} * \frac{1}{f_{ij}(\theta)} \quad (2.6)$$

De forma geral, e após algumas considerações, a equação (2.6) é apresentada da seguinte forma:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} * Y\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2.7)$$

Onde $Y\left(\frac{a}{W}\right)$ é uma função adimensional que depende da geometria da peça. O valor da carga aplicada, σ , e o tamanho da trinca, a , podem ser diretamente relacionados com o Fator de Intensidade de Tensão (SANFORD, 2002).

2.2 BALANÇO ENERGÉTICO DE GRIFFITH

De acordo com a primeira lei da termodinâmica, há uma diminuição na energia do sistema quando esse sai de um estado de não equilíbrio para um de equilíbrio. Em 1920, Griffith aplicou essa teoria na formação de trincas. Sabe-se que em qualquer material há forças de tração que ligam e mantem o material unido. Quando essas ligações são rompidas e deixam de existir, há a formação de trincas. A partir desse instante existem duas possibilidades: o sistema fica em equilíbrio ou não. Se ocorrer o primeiro caso, a energia do sistema não muda, caso contrário, a energia potencial decai até o sistema chegar em um ponto de equilíbrio ou ocorrer a falha total (GRIFFITH, 1921). Em outras palavras, uma trinca se forma ou uma existente se propaga, quando a energia potencial do sistema diminui ou permanece constante (ANDERSON, 2005).

Considera-se uma placa de tensão σ constante e trinca de tamanho $2 * a$, assim como a Figura 2.5. O comprimento da trinca é muito maior que a largura e a espessura B da placa é muito menor que as demais dimensões (caracterizando estado plano de tensões). Para que haja a propagação da trinca, é necessário que se tenha energia potencial suficiente para superar a energia de superfície do material.

Assim, um balanço energético para um crescimento incremental na área da trinca pode ser dado por:

$$\frac{dE}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_S}{dA} = 0 \quad (2.8)$$

Onde: E é a energia total; Π é energia potencial (da energia interna de deformação e das forças externas); W_S é o trabalho para formar novas superfícies; A é a área da trinca.

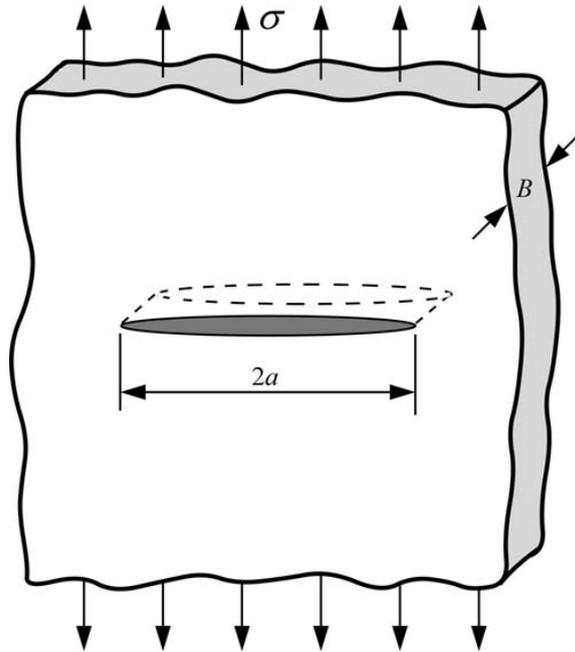


Figura 2.5 – Placa infinita submetida à tensão de tração com trinca através da espessura (ANDERSON, 2005).

Utilizando do trabalho de Inglis, (INGLIS, 1913), Griffith propôs que:

$$\Pi = \Pi_0 - \frac{\pi * \sigma^2 * a^2 * B}{E} \quad (2.9)$$

Sendo Π_0 a energia potencial da placa sem trinca, B a espessura da placa, a é o tamanho da trinca e σ é a tensão aplicada na placa.

Quando a trinca se forma, há a criação de duas superfícies e, portanto:

$$W_S = 2 * (2 * a * b) * \gamma_S \quad (2.10)$$

Onde γ_S é a energia de superfície do material.

Logo:

$$-\frac{d\Pi}{dA} = \frac{\pi * \sigma^2 * a}{E} \quad (2.11)$$

$$\frac{dW_S}{dA} = 2 * \gamma_S \quad (2.12)$$

2.3 TAXA DE LIBERAÇÃO DE ENERGIA

Em 1956, Irwin propôs uma abordagem energética equivalente ao modelo de Griffith, porém de forma mais conveniente para problemas de engenharia. Foi definido então A Taxa de Liberação de Energia (\mathcal{G}), que é uma medida de energia disponível por incremento de trinca, dada por (IRWIN, 1957) como,

$$\mathcal{G} = -\frac{d\Pi}{dA} = \frac{\pi * \sigma^2 * a}{E} \quad (2.13)$$

A taxa de liberação de energia para criação de superfície é definida com base no balanço energético e representa a energia disponível para separar duas superfícies de trinca durante a propagação, excluindo a dissipação plástica dependente do modo de carregamento (XIAO *et al.*, 2017).

Nesse contexto, \mathcal{G} é usado como taxa, porém não se refere à derivação em relação ao tempo, mas sim à taxa de mudança de energia potencial com relação à área de trinca (ANDERSON, 2005).

Sendo assim, a trinca se propaga quando atinge um valor crítico de \mathcal{G} , que é dado por:

$$\mathcal{G}_c = \frac{dW_s}{dA} = 2 * \gamma_s \quad (2.14)$$

A energia potencial de um corpo elástico é:

$$\Pi = U - F \quad (2.15)$$

Onde U é a energia interna de deformação e F é as forças externa.

I. Analisando para o caso de carregamento controlado (Figura 2.6):

$$F = P * \Delta \quad (2.16)$$

$$U = \int_0^{\Delta} P d\Delta = \frac{P * \Delta}{2} \quad (2.17)$$

Então:

$$\Pi = -U \quad (2.18)$$

e

$$\mathcal{G} = \frac{1}{B} * \left(\frac{dU}{da} \right)_P = \frac{P}{2B} * \left(\frac{d\Delta}{da} \right)_P \quad (2.19)$$

Sendo que o índice P significa carregamento controlado, ou seja, o carregamento é fixo.

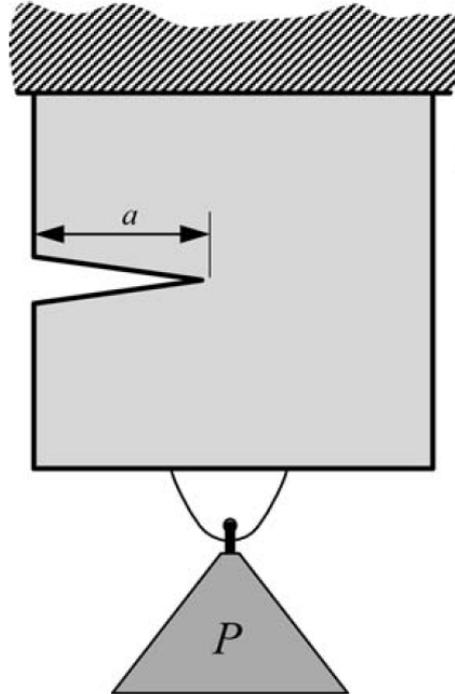


Figura 2.6 – Placa com trinca e carregamento fixo (ANDERSON, 2005).

II. Analisando para o caso de deslocamento controlado:

$$F = 0 \quad (2.20)$$

Então:

$$\Pi = U \quad (2.21)$$

e

$$\mathcal{G} = -\frac{1}{B} * \left(\frac{dU}{da} \right)_\Delta = -\frac{\Delta}{2B} * \left(\frac{dP}{da} \right)_\Delta \quad (2.22)$$

Sendo que o índice Δ significa deslocamento controlado, ou seja, o deslocamento é fixo.

É conveniente agora introduzir a *compliance*, que é a razão entre deformação e carregamento aplicado e também o inverso da rigidez da placa (ANDERSON, 2005). *Compliance* então é dado por:

$$C = \frac{\Delta}{P} \quad (2.23)$$

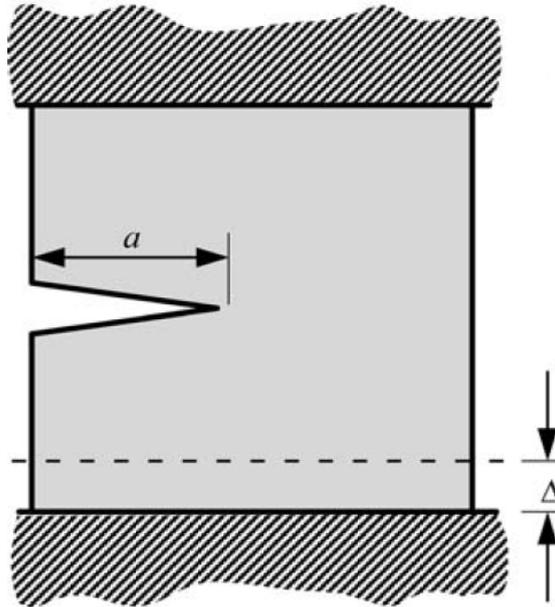


Figura 2.7 – Placa com trinca e deslocamento fixo (ANDERSON, 2005).

E, portanto, substituindo a equação (2.23) nas equações (2.19) e (2.22), encontra-se o mesmo resultado:

$$\mathcal{G} = \frac{P^2}{2 * B} * \frac{dC}{da} \quad (2.24)$$

Para os casos de carregamento e deslocamento controlado. Nota-se uma relativa facilidade para o cálculo da Taxa de Liberação de Energia, uma vez que depende de parâmetros como carregamento e deslocamento.

O valor de \mathcal{G} pode também ser facilmente relacionado com o K . Utilizando as equações (2.7) e (2.13) tem-se:

$$\mathcal{G} = \frac{K_I^2}{E'} \quad (2.25)$$

Geralmente a equação (2.25) é usada em modo I, onde E' é módulo de elasticidade.

Para o estado plano de tensão:

$$E' = E \quad (2.26)$$

Para o estado plano de deformação:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (2.27)$$

Onde ν é o coeficiente de Poisson.

Para modo misto:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2 * \mu} \quad (2.28)$$

Onde μ é o módulo de cisalhamento, calculado por meio da expressão:

$$\mu = \frac{E}{(2 + 2\nu)} \quad (2.29)$$

2.4 INTEGRAL J

A Mecânica da Fratura Linear Elástica é bastante limitada, admitindo pequenas deformações não-lineares ao redor da trinca, e por isso, em várias situações e com diferentes materiais não é possível se caracterizar o comportamento da fratura. Para esses casos, têm-se alternativas como a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica que se aplica a materiais que não dependem do tempo e são não-lineares, isto é, possuem deformação plástica. Dentro desse ramo há um parâmetro importante: a Integral J (ANDERSON, 2005).

A Integral J, desenvolvida por Rice (1968), consiste em uma integral de linha que possui o mesmo valor para qualquer caminho ao redor da ponta da trinca em um campo de deformação bidimensional de um corpo elástico ou elastoplástico (RICE, 1968).

Na Figura 2.8, tem-se um exemplo de um contorno arbitrário anti-horário, Γ , ao redor da ponta de uma trinca. A integral J é dada então por:

$$J = \int_{\Gamma} \left(w d_y - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} d_s \right) \quad (2.30)$$

Onde w é a energia de deformação por unidade de volume; T_i é as componentes do vetor tração; u_i é as componentes do vetor de deslocamento; d_s é o incremento de comprimento ao longo do contorno Γ (ANDERSON, 2005).

A energia de deformação por unidade de volume é dada por:

$$w = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2.31)$$

Onde σ_{ij} é o tensor tensão e ε_{ij} é o tensor deformação (ANDERSON, 2005).

O vetor tração é um vetor de tensão em algum qualquer ponto do contorno. Assim, T_i representa as tensões que agem nas bordas de um diagrama de corpo livre de um material dentro do contorno, portanto, suas componentes são dadas por:

$$T_i = \sigma_{ij}n_j \quad (2.32)$$

Sendo n_j componentes do vetor unitário normal ao contorno Γ .

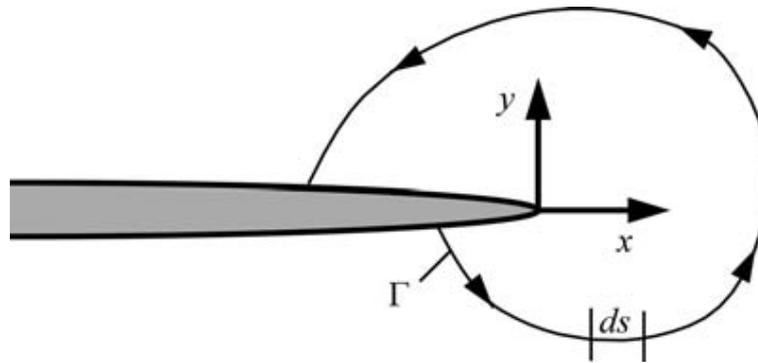


Figura 2.8 – Contorno arbitrário ao redor da ponta de uma trinca (ANDERSON, 2005).

Outra particularidade desse método é que para qualquer contorno fechado, o valor de J é igual a zero, isto é, $J = 0$. Então, imaginam-se dois contornos arbitrários Γ_1 e Γ_2 conectados por outros caminhos Γ_3 e Γ_4 ao longo da face da trinca, como na Figura 2.9. Pela propriedade, esse caminho terá energia total J igual a 0 e J será a soma das energias de cada caminho Figura 2.9. Então:

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 = 0 \quad (2.33)$$

Sabe-se que na face da trinca o vetor tração é zero, $T_i = 0$, portanto, $J_3 = J_4 = 0$. Então, se conclui que $J_1 = -J_2$ (MIRANDA, 2003), ou seja, o que se faz é traçar dois caminhos, um próximo da trinca – de maior interesse e maior complexidade – e outro afastado da trinca – de menor interesse e menor complexidade. Ligando os dois caminhos pela face da trinca, tem-se um caminho fechado, logo o valor de J próximo da trinca é igual ao valor de J longe da trinca. Resolve-se então o problema mais fácil – o de menor complexidade – e acha-se o valor de J próximo da trinca.

Com o resultado do J e sabendo que a integral é uma versão mais geral do G , tem-se que (ANDERSON, 2005):

$$J = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.34)$$

E, portanto, obtém-se o valor de \mathcal{G} . Uma vez calculada a integral, pode-se achar também o valor de K facilmente:

$$J = \frac{K_I^2}{E'} \quad (2.35)$$

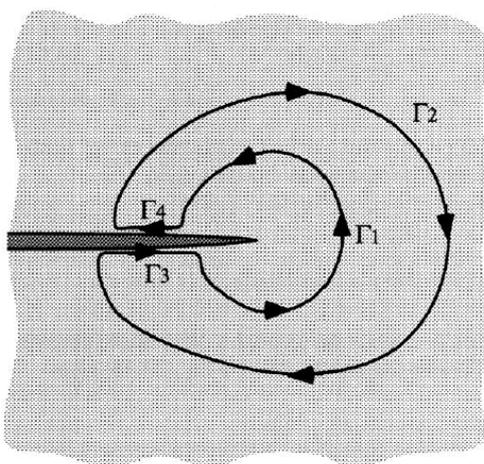


Figura 2.9 – Contornos arbitrários Γ_1 e Γ_2 ao redor da trinca conectados por Γ_3 e Γ_4 formando um contorno fechado (MIRANDA, 2003).

2.5 PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA

Considera-se o crescimento de uma trinca sob uma variação cíclica constante dos FITs. Uma zona plástica cíclica se forma na ponta da trinca e ao se propagar deixa para tras um “rastro” plástico. Se essa zona plástica for suficientemente pequena e estiver dentro de uma zona de singularidade elástica, as condições na ponta da trinca podem ser definidas unicamente pelo valor de K , e a taxa de crescimento da trinca é caracterizada pelos valores de $K_{máx}$ e K_{min} Figura 2.10 (ANDERSON, 2005). Portanto, é conveniente expressar o crescimento da trinca pela seguinte expressão:

$$\frac{da}{dN} = f_1(\Delta K, R) \quad (2.36)$$

Onde:

$$\Delta K = (K_{máx} - K_{min}) \quad (2.37)$$

$$R = \frac{K_{min}}{K_{máx}} \quad (2.38)$$

E da/dN é o crescimento do tamanho da trinca por ciclo de carga.

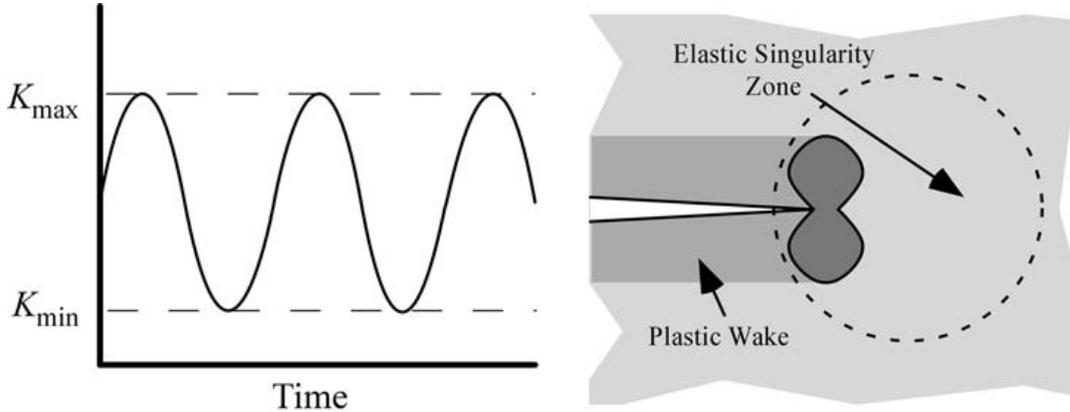


Figura 2.10 – Constante amplitude para crescimento de trinca por fadiga sob condições de pequenas escalas (ANDERSON, 2005).

2.6 DIREÇÃO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA

Nesse tópico serão abordados três métodos utilizados para o cálculo da direção de propagação das fissuras. O critério I já se encontra implementado no software BEMCRACKER2D. Os critérios são:

- I. Critério da Máxima Tensão Circunferencial (MTC).
- II. Critério da Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial (MTLEP);
- III. Critério da Mínima Densidade da Energia de Deformação (MDED).

2.6.1 CRITÉRIO DA MÁXIMA TENSÃO CIRCUNFERENCIAL

Cada modo de abertura – modo I e modo II – gera parcelas de tensões na trinca, que, quando somadas, caracterizam as tensões na ponta da fratura (BARSOM e ROLFE, 1987).

No caso de estado plano de deformação ou estado plano de tensão generalizado que contém uma trinca reta – Figura 2.11 –, o campo de tensões na ponta da trinca é dado pelas fórmulas, em coordenadas polares (ERDOGAN e SIH, 1963):

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left\{ K_I \left[1 + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + \frac{3}{2} K_{II} \sin\theta - 2K_{II} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \right\} \quad (2.39)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{3}{2} K_{II} \sin\theta \right] \quad (2.40)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [K_I \sin\theta + K_{II}(3 \cos\theta - 1)] \quad (2.41)$$

Como o interesse está na iniciação lenta da extensão da trinca para certo carregamento, a equação (2.39) é suficiente. Depois, para crescimento de trincas em materiais frágeis as seguintes hipóteses são assumidas (ERDOGAN e SIH, 1963):

- a) A fissuração começa na ponta da trinca em direção radial;
- b) A fissuração se inicia no plano perpendicular à direção de maior tensão;

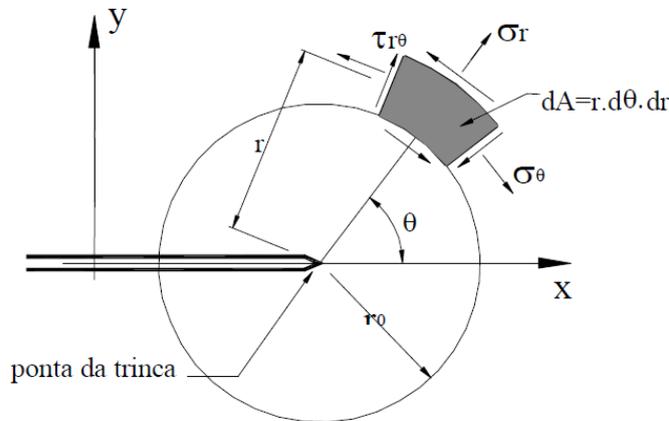


Figura 2.11 – Tensões na ponta da trinca em coordenadas polares (MIRANDA, 2003).

Então, de acordo com o critério da máxima tensão circunferencial, a trinca irá se propagar normal ao plano em que a tensão circunferencial for máxima, $\frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} = 0$ e $\frac{\partial^2 \sigma_{\theta}}{\partial \theta^2} < 0$, ou seja, onde a tensão de cisalhamento for nula, $\tau_{r\theta} = 0$. Contudo, a trinca somente se propaga se a tensão circunferencial for maior que a tensão correspondente para o K_{IC} (sem influência da fadiga).

Sabendo-se que $\tau_{r\theta} = 0$ e que $\sigma_{\theta} = \text{máx}$ tem-se das equações (2.40) e (2.41) que:

$$\sigma_{\theta} \sqrt{2\pi r} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{3}{2} K_{II} \sin\theta \right] \quad (2.42)$$

$$0 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [K_I \sin\theta + K_{II}(3 \cos\theta - 1)] \quad (2.43)$$

Resolvendo as equações, têm-se duas soluções: uma trivial, quando $\theta = \pm\pi$, fazendo $\cos(\theta/2) = 0$; e outra quando:

$$K_I \sin \theta + K_{II}(3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (2.44)$$

Se for considerado o modo misto, essa última solução – equação (2.44) – pode ser resolvida para θ , gerando a equação abaixo:

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right) \quad (2.45)$$

Para o modo I puro, ou seja, $K_{II} = 0$, a equação (2.44) fica $K_I \sin \theta = 0$. Neste caso, o ângulo de propagação será de $\theta = 0^\circ$ para $\sin \theta = 0$.

Para o modo II puro, ou seja, $K_I = 0$, a equação (2.19) fica $K_{II}(3 \cos \theta - 1) = 0$. Neste caso o ângulo de propagação será de $\theta \cong 70.5^\circ$ para $\cos \theta = \frac{1}{3}$.

2.6.2 CRITÉRIO DA MÁXIMA TAXA DE LIBERAÇÃO DE ENERGIA POTENCIAL

Esse critério tem como bases os métodos de energia de Griffith da taxa de liberação de energia, G e consiste em medir a energia potencial que é liberada durante o faturamento. Quando se estuda fraturas em regime elástico linear e que não mudam de direção, o G é facilmente relacionado com o K , onde a energia potencial total para faturamento é equivalente à soma das energias potenciais de cada modo – G_I e G_{II} .

Contudo, no faturamento em modo misto, a trinca muda de direção. Pensando nisso, Hussain (1974) propôs que a propagação da trinca iria ocorrer na direção em que houvesse a maior taxa liberação de energia para faturamento.

Para tanto, criou-se uma equação para G em função de θ – ângulo em relação a ponta da trinca (HUSSAIN *et al.*, 1974). A expressão é:

$$G(\theta) = \frac{4}{E} \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \theta} \right)^2 \left(\frac{1 - \frac{\theta}{\pi}}{1 + \frac{\theta}{\pi}} \right)^{\frac{\theta}{\pi}} \left[(1 + 3 \cos^2 \theta) K_I^2 + 8 \sin \theta \cos \theta K_I K_{II} + (9 - 5 \cos^2 \theta) K_{II}^2 \right] \quad (2.46)$$

De forma similar, os fatores de intensidade de tensão para modo I e modo II foram definidos em função de θ , representando valores de K_I e K_{II} para a propagação em θ quando o limite do incremento dessa propagação tendo a zero.

$$K_I(\theta) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \theta} \right) \left(\frac{1 - \frac{\theta}{\pi}}{1 + \frac{\theta}{\pi}} \right)^{\frac{\theta}{2\pi}} \left[K_I \cos \theta + \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] \quad (2.47)$$

$$K_{II}(\theta) = \left(\frac{4}{3 + \cos^2 \theta} \right) \left(\frac{1 - \frac{\theta}{\pi}}{1 + \frac{\theta}{\pi}} \right)^{\frac{\theta}{\pi}} \left[K_{II} \cos \theta - \frac{1}{2} K_I \sin \theta \right] \quad (2.48)$$

Dessa forma, é possível encontrar G_I e G_{II} em função de θ e, portanto, a taxa de liberação de energia total:

$$\mathcal{G}(\theta)_I = \frac{K_I^2(\theta)}{E'} \quad (2.49)$$

$$\mathcal{G}(\theta)_{II} = \frac{K_{II}^2(\theta)}{E'} \quad (2.50)$$

$$\mathcal{G}(\theta) = \mathcal{G}(\theta)_I + \mathcal{G}(\theta)_{II} \quad (2.51)$$

Portanto, a fissuração irá ocorrer na direção θ em que houver maior liberação de energia e quando essa taxa de energia máxima liberada for maior que a taxa de energia crítica necessária para fissuração, \mathcal{G}_C (HUSSAIN *et al.*, 1974).

2.6.3 CRITÉRIO DA MÍNIMA DENSIDADE DE ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

Este critério, proposto por Sih (1974), tem por base a magnitude da densidade de energia de deformação, S , como parâmetro para avaliar a direção da propagação de trincas.

Os deslocamentos nas direções radial e circunferencial são dados, respectivamente, por (ANDERSON, 2005):

$$u_r = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{r}{2\mu}} \left\{ K_I \left[(2\kappa - 1) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] - K_{II} \left[(2\kappa - 1) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3 \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \right\} \quad (2.52)$$

$$v_\theta = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{r}{2\mu}} \left\{ K_I \left[-(2\kappa - 1) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] - K_{II} \left[(2\kappa - 1) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3 \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \right\} \quad (2.53)$$

A energia de deformação para o elemento de área $dA = rd\theta dr$ é:

$$dW = \frac{1}{2} \left[\sigma_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \sigma_\theta \left(\frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) + \tau_{r\theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \right) \right] dA \quad (2.54)$$

Substituindo as equações (2.39), (2.40), (2.41), (2.52) e (2.53) na equação (2.54) tem-se que:

$$\frac{dW}{dA} = \frac{1}{r} (a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_IK_{II} + a_{22}K_{II}^2) \quad (2.55)$$

Que é a expressão da energia de deformação na forma quadrática, onde os coeficientes são:

$$a_{11} = \frac{1}{16\mu} [(1 + \cos \theta)(\kappa - \cos \theta)] \quad (2.56)$$

$$a_{12} = \frac{1}{16\mu} \sin \theta [2 \cos \theta - (\kappa - 1)] \quad (2.57)$$

$$a_{22} = \frac{1}{16\mu} [(\kappa + 1)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)] \quad (2.58)$$

Sendo μ o módulo de cisalhamento – equação (2.29). Para estado plano de deformação:

$$\kappa = 3 - 4\nu \quad (2.59)$$

E para estado plano tensão:

$$\kappa = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \quad (2.60)$$

Na equação (2.55) o termo em parênteses que multiplica $1/r$ é chamado de fator de densidade de energia de deformação, S , e representa a intensidade de dW/dA dentro de um elemento infinitesimal, em função do ângulo θ . De forma geral, pode ser escrito como:

$$S(\theta) = a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_IK_{II} + a_{22}K_{II}^2 \quad (2.61)$$

O valor de S não é válido quando o valor de r é muito pequeno e é limitado por um r crítico, r_0 . Além disso, haverá propagação da fissura caso o valor de $S(\theta)$ for igual que um fator de densidade de energia de deformação crítico, S_{cr} e ocorre na direção de mínima densidade de energia de deformação (SIH, 1974).

2.6.4 CORREÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE TRINCA

Quando se trata de análise incremental, faz-se necessário aplicar uma correção no cálculo do ângulo de propagação para o enésimo termo. O ângulo de correção se dá na direção tangente ao ângulo θ encontrado por meio de qualquer dos três critérios (LUCHT e ALIABADI, 2007). Esse método para correção de propagação incremental de trinca, já está implementado no programa de análises BEMCRACKER2D.

$$\tan(\theta_n^{i+1}) = \frac{1}{2} * (\tan(\theta_n) + \tan(\theta_n^i + \theta_{n+1}^i)) \quad (2.62)$$

Para o crescimento da enésima extensão de trinca (n), a iteração (i), pode ser resumida da seguinte forma (LUCHT e ALIABADI, 2007):

- I. Somente para a primeira iteração, avalie a direção de propagação com qualquer dos critérios e a extensão para o próximo ponto;
- II. Para o ponto seguinte, P_{n+1}^i , calcule os SIFs e o ângulo de propagação local, θ_{n+1}^i , com o mesmo critério definido no passo I;
- III. Aplique a equação (2.62) para corrigir o ângulo da propagação;
- IV. Voltando ao passo II, repita os processos até que a variação entre o ângulo anterior e o atual corrigidos $|\Delta\theta_n^i|$ seja menor que 0.1° .

A Figura 2.12 de forma esquemática a correção de propagação:

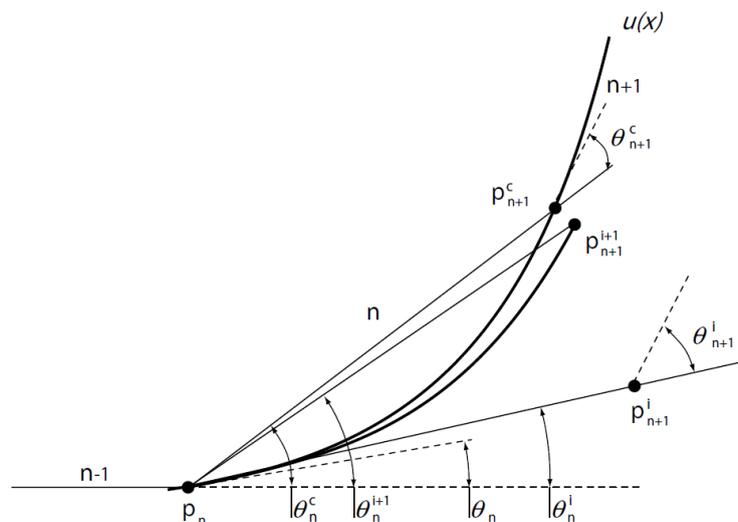


Figura 2.12 – Correção da direção do caminho de propagação de trinca (LUCHT e ALIABADI, 2007).

CAPÍTULO 3

MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

Na resolução de problemas de engenharia, frequentemente usa-se equações diferenciais para descrever leis físicas e em muitos casos é encontrado equações integrais de contorno como representação matemática dos problemas. Com o crescente aumento das técnicas numéricas e capacidade de processamento dos computadores vários métodos computacionais vêm sendo aprimorados, sendo o Método dos Elementos de Contorno, MEC, um deles (SCUCIATO, 2007).

Neste capítulo, há uma breve revisão de conceitos de MEC bem como de MECD, envolvendo também tópicos de resíduos ponderados, formulação fraca, solução de contorno e de domínio e equação integral básica.

3.1 CONCEITOS BÁSICOS

3.1.1 RESÍDUOS PONDERADOS

Os métodos numéricos usam vários tipos de formulações a fim de encontrar soluções para problemas de engenharia e tem como ideia central tentar reduzir o erro ao menor valor possível. A redução do erro consiste em distribuí-lo e amenizá-lo de forma que é forçado a tender a zero em certas regiões. Isto é, forçar a integral dos resíduos ponderados da função a zero (GOMES, 2006).

De acordo com Brebia e Dominguez (1989), o método de resíduos ponderados pode ser de três tipos, dependendo da formulação escolhida para a solução do problema de contorno. Esses tipos são:

- I. Método do Domínio – solução aproximada satisfaz as condições de contorno, mas não a equação do domínio;
- II. Método do Contorno – solução aproximada não satisfaz as condições de contorno, mas sim a equação de domínio;
- III. Método Misto – solução não satisfaz nenhum dos casos.

A ideia é aplicar a função residual, R , no campo e nas condições de contorno, a fim de reduzir seu erro, portanto:

$$\int_{\Omega} R\psi_i d\Omega = 0 \quad (3.1)$$

Onde ψ_i é a função de ponderação linearmente independente.

Há três métodos de Resíduos Ponderados que podem variar de acordo com as funções de ponderação usadas. Eles são:

a) Galerkin: a função de ponderação é igual a função aproximada, logo:

$$\phi_j = \psi_j \quad (3.2)$$

E conseqüentemente:

$$\int_{\Omega} R\phi_j d\Omega = 0 \quad (3.3)$$

b) Colocação: X pontos são escolhidos no domínio e o resíduo é zero nestes pontos. Em termos de Delta de Dirac:

$$\psi_j = \Delta(x - x_j) \quad (3.4)$$

A função tem valor infinito e a integral valor unitário, nos pontos $x - x_j$.

c) Subdomínio: o domínio Ω é dividido em Y subdomínio sendo que em cada Y a integral do erro é igual a zero. As funções são escolhidas de tal forma:

$$\psi_j = \begin{cases} 0, & x \in \Omega_j \\ 1, & x \notin \Omega_j \end{cases} \quad (3.5)$$

O índice j é cada subdomínio Y. E assim:

$$\int_{\Omega_j} R dx = 0 \quad (3.6)$$

3.1.2 FORMULAÇÃO FRACA

A formulação fraca é um processo que consistem em reduzir a ordem da continuidade necessária para dada função. Isso ocorre como uma combinação do processo de integração por partes com uma demonstração de resíduos ponderados (BREBBIA e DOMINGUEZ, 1992). Pode ser interpretada de duas formas:

- I. As condições de contorno são satisfeitas de maneira aproximada e, portanto, reduz a precisão dos valores de contorno dessas variáveis;
- II. A redução da ordem de continuidade da função e, portanto, a da ordem de derivação.

3.1.3 SOLUÇÕES DE CONTORNO E DE DOMÍNIO

Os métodos de contorno são aqueles definidos como os quais a solução aproximada satisfaz a equação governante ou te campo. Há duas formas de satisfazer a solução de campo: por meio da sua forma homogênea; ou por meio de uma forma especial, utilizando-se de um termo singular de um lado da equação para fornecerem um valor de um ponto quando integrado no domínio. Assim, a solução encontrada não leva em consideração as condições de contorno (GOMES, 2006).

Por meio dos resíduos ponderados as soluções de domínio são obtidas quando ocorre de a solução aproximada não satisfazer as a equação governante (GOMES, 2006).

3.1.4 EQUAÇÃO INTEGRAL BÁSICA

O Método dos Elementos de Contorno requer a equação integral de contorno. Essa equação pode ser deduzida por meio de considerações dos Resíduos Ponderados. A vantagem do uso dessa técnica encontra-se em na sua generalidade. Permite que seja estendida na resolução de equações diferenciais parciais mais complexas e também para relacionar elementos de contorno com outras técnicas numéricas e pode ser facilmente entendida por engenheiros (BREBBIA e DOMINGUEZ, 1992).

3.2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO (MEC)

A equação diferencial parcial de um problema descreve como as incógnitas se comportam tanto no interior do domínio quanto no contorno. Sendo assim, o MEC constitui-se em transformar essas equações em uma outra integral que relaciona somente os valores no contorno, de forma a obter uma solução numérica. Caso necessite de valores de pontos internos ao domínio, esses são obtidos a partir dos valores obtidos no contorno (GOMES, 2006).

No MEC a discretização do problema é feita em elementos somente no contorno – Figura 3.1 – que servem para integrar as equações para cada ponto, tornando-se uma ótima ferramenta para resolução de equações integrais de contorno. As variáveis consideradas são: deslocamentos e trações de superfícies. Pelo fato de todas as aproximações do método serem no contorno, a dimensionalidade do problema diminui em um. Isso gera vantagem, permitindo trabalhar com

sistema de equações bem menor e com um menor volume de dados (GOMES, 2006).

Portanto, problemas tridimensionais são discretizados em superfícies – bidimensional – e problemas bidimensionais são discretizados no contorno – unidimensional – causando diminuição do esforço computacional, se comparado com outros métodos (SCUCIATO, 2007).

Outra característica do MEC é que esse fornece um modelo contínuo do domínio, uma vez que não precisa discretizá-lo. Primeiro, faz-se um cálculo das variáveis do contorno para depois calcular soluções nos pontos internos sendo que a localização, densidade e distribuição desses pontos não interferem nas variáveis de contorno nem na malha. É possível também usar o MEC para domínio semi-infinitos e finitos, uma vez que satisfaz as condições de contorno (SCUCIATO, 2007).

As formulações de integrais de contorno, utilizadas no MEC, tem duas categorias: formulação direta e indireta. Na primeira categoria, as funções incógnitas são variáveis físicas do problema enquanto na segunda, as funções incógnitas são representadas por fontes de densidade fictícias (SCUCIATO, 2007).

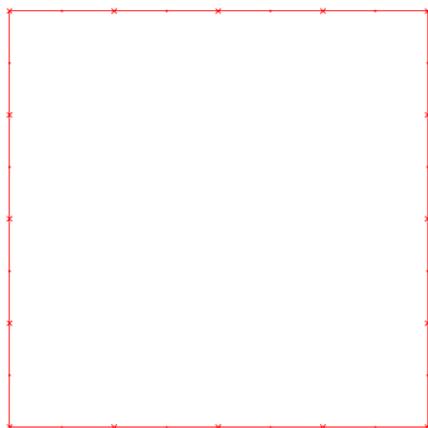


Figura 3.1 – Discretização do contorno de um corpo 2D com elementos quadráticos.

3.2.1 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

Será demonstrado nesse tópico, de forma resumida, um procedimento número geral para problemas de contorno. Seja:

$$c_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x) \quad (3.7)$$

A equação (3.7) é usada em cada ponto j do contorno. Para resolver as integrais, o contorno é então dividido em elementos em que os deslocamentos e as trações são aproximados por meio

das funções de interpolação, que são:

$$\mathbf{u} = \Phi^T \mathbf{u}^n \quad (3.8)$$

$$\mathbf{p} = \Phi^T \mathbf{p}^n \quad (3.9)$$

Onde n é o número de nós do contorno. A equação (3.7) torna-se:

$$c^i u^i = \sum_{j=1}^N \left(\int_{\Gamma_j} u^* \phi^t d\Gamma \right) p^n - \sum_{j=1}^N \left(\int_{\Gamma_j} p^* \phi^t d\Gamma \right) u^n \quad (3.10)$$

Onde Γ_j é a superfície do elemento j e ϕ é a função de interpolação dos N elementos do contorno (GOMES, 2006).

Em situações bidimensional ($i = 1, 2$ e $j = 1, 2$) tem-se submatrizes 2×2 (h_{ij}^k e g_{ij}^k), em que k é o número de nós no elemento (GOMES, 2006).

$$h_{ij}^1 = \int_{\Gamma_j} p^* \phi_1 d\Gamma \quad (3.11)$$

$$h_{ij}^2 = \int_{\Gamma_j} p^* \phi_2 d\Gamma \quad (3.12)$$

$$g_{ij}^1 = \int_{\Gamma_j} u^* \phi_1 d\Gamma \quad (3.13)$$

$$g_{ij}^2 = \int_{\Gamma_j} u^* \phi_2 d\Gamma \quad (3.14)$$

Substituindo as equações (3.11), (3.12), (3.13) e (3.14) na equação (3.10) tem-se que:

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^N \bar{H}_{ij} u_j = \sum_{j=1}^N \bar{G}_{ij} p_j \quad (3.15)$$

Incorporando c^i em \mathbf{H} , a equação (3.15) fica:

$$\sum_{j=1}^N H_{ij} u_j = \sum_{j=1}^N G_{ij} p_j \quad (3.16)$$

Pode-se generalizar \mathbf{u} e \mathbf{p} – respectivamente, como sendo vetores de deslocamentos e trações – e colocar a equação (3.7) na forma matricial. Considera-se também \mathbf{u}_{ij}^* e \mathbf{p}_{ij}^* – matrizes de

deslocamento e tração, respectivamente – na direção j devido a uma força unitária no ponto sob consideração e atuando na direção i . Logo, tem-se que:

$$\mathbf{c}\mathbf{u} + \int_{\Gamma} \mathbf{p}^* \mathbf{u} d\Gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^* \mathbf{p} d\Gamma \quad (3.17)$$

Após aplicar as condições de contorno, obtém-se:

$$\mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{p} \quad (3.18)$$

Para uma carga pontual no contorno ξ_1 essa formulação é válida. A incógnita \mathbf{c} pode ser encontrada de forma analítica; \mathbf{p}^* e \mathbf{u}^* são conhecidos; \mathbf{p} e \mathbf{u} são valores desconhecidos do contorno (GOMES, 2006).

A equação (3.17) requer integração numérica que resulta em equações do tipo matricial que são aplicadas em cada nó de forma sucessiva e resolvidas após a aplicação das condições de contorno.

De forma resumida, os passos da técnica são:

- I. Realizar a discretização do contorno em vários elementos, em que os valores de deslocamentos e trações são interpolados entre os nós dos elementos;
- II. Utiliza-se a equação (3.7) na forma discretizada em cada ponto do contorno. As integrais são resolvidas, gerando sistemas lineares;
- III. Por fim, aplicam-se as condições de contorno e resolve os sistemas lineares obtendo a solução.

3.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO DUAL (MECD)

O MEC é uma técnica numérica bem usual na resolução de problemas na engenharia e consiste em obter uma equação integral de contorno. Esse método funciona muito bem para problemas linear-elásticos, onde o domínio não é descontínuo. Essa descontinuidade, conhecida como fissura, seja ela interna ou em borda, tem a característica de não possuir nem volume e nem área e de o campo de deslocamento ser descontínuo (PORTELA *et al.*, 1992).

Porém, quando se tem problemas em que há presença de trincas, o MEC não funciona por causa de que a coincidência das superfícies das trincas gera uma singularidade no sistema de equações. Isso ocorre porque as equações para um ponto localizado em uma face da trinca são

idênticas às equações para outro ponto, de mesmas coordenadas, só que na outra face da fissura. Essa coincidência gera a singularidade (PORTELA *et al.*, 1992).

Para contornar isso, usa-se o MECD, que consiste em aplicar equações integrais de contorno de deslocamento em uma face da trinca, e na outra face aplicar equações integrais de contorno de tração. Mesmo os pontos de um lado da fissura sendo os mesmos do outro lado, as equações de contorno não são mais as mesmas, fugindo assim, da singularidade (PORTELA *et al.*, 1992).

3.3.1 FORMULAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO DUAL

As equações integrais de contorno dual em que o MECD é baseado são as de deslocamento e de tração. Na ausência de forças de corpo, a representação da equação integral de contorno dos deslocamentos u_i para um ponto no contorno é dado por:

$$u_i(X') + \int_{\Gamma} T_{ij}(X', x) u_j(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} U_{ij}(X', x) t_j(x) d\Gamma(x) \quad (3.19)$$

Onde i e j representado componentes cartesianas; T_{ij} e U_{ij} são as soluções fundamentais de Kelvin para tração e deslocamento, respectivamente, em um ponto x no contorno; a distância entre X' e x é escrita como r . As integrais da equação (3.19) são regulares quando $r \neq 0$. Quando um ponto interno se aproxima do contorno, $X' \rightarrow x'$, a distância r tende a zero gerando singularidade na solução. Assumindo uma continuidade dos deslocamentos no ponto x' , para um ponto no contorno, a equação (3.19) torna-se:

$$c_{ij}(x') u_j(x') + CPV \int_{\Gamma} T_{ij}(x', x) u_j(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} U_{ij}(x', x) t_j(x) d\Gamma(x) \quad (3.20)$$

Onde $CPV \int$ representa a integral de valor principal de Cauchy; c_{ij} é um coeficiente dado por $\delta_{ij}/2$ para um ponto x' no contorno, sendo δ_{ij} o delta de Kronecker (PORTELA *et al.*, 1992)

As componentes da tensão σ_{ij} , na ausência de forças de superfície, podem ser obtidas a partir da diferenciação da equação (3.19). Aplicando-se a lei de Hooke, acha-se:

$$\sigma_{ij}(X') + \int_{\Gamma} S_{ijk}(X', x) u_k(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} D_{ijk}(X', x) t_k(x) d\Gamma(x) \quad (3.21)$$

Na equação (3.21) os termos $S_{ijk}(X', x)$ e $D_{ijk}(X', x)$ são combinações lineares de $T_{ij}(x', x)$ e $U_{ij}(x', x)$, respectivamente. Essa equação é regular quando $r \neq 0$. Quando um ponto interno se aproxima do contorno, isto é, $X' \rightarrow x'$, r tende a zero e tanto S_{ijk} quanto D_{ijk} apresentam

singularidade. Assumindo continuidade na deformação e na tração no ponto x' , para um ponto no contorno, pode-se escrever a equação (3.21) como:

$$\frac{1}{2}\sigma_{ij}(x') + HPV \int_{\Gamma} S_{ijk}(X', x)u_k(x)d\Gamma(x) = CPV \int_{\Gamma} D_{ijk}(X', x)t_k(x)d\Gamma(x) \quad (3.22)$$

Onde $HPV \int$ representa a integral de valor principal de Hadamard.

As componentes da tração, t_j , é dada por:

$$\frac{1}{2}t_j(x') + n_i(x')HPV \int_{\Gamma} S_{ijk}(x', x)u_k(x)d\Gamma(x) = n_i(x') \int_{\Gamma} D_{ijk}(x', x)t_k(x)d\Gamma(x) \quad (3.23)$$

Onde n_j representa o i -ésimo componente do vetor unitário normal ao contorno, no ponto x' (PORTELA *et al.*, 1992)

As equações (3.20) e (3.23) são a base do MECD. No caso de fissura sem tração, essas equações simplificam-se e o deslocamento e tração, respectivamente, tornam-se:

$$c_{ij}(x')u_j(x') + CPV \int_{\Gamma_c} T_{ij}(x', x)u_j(x)d\Gamma(x) = 0 \quad (3.24)$$

$$n_i(x')HPV \int_{\Gamma_c} S_{ijk}(x', x)u_k(x)d\Gamma(x) = 0 \quad (3.25)$$

Onde Γ_c representa o contorno da trinca. As integrais de valor principal de Cauchy e Hadamard são partes finitas de integrais impróprias (PORTELA *et al.*, 1992).

CAPÍTULO 4

SOFTWARES E IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Esse capítulo aborda os softwares usados no trabalho para realizar criação de modelos, geração de malha, processamento e criação de gráficos. Há também a contribuição computacional realizada.

4.1 SOFTWARE BEMCRACKER2D

O BEMCRACKER2D é um software escrito em linguagem de programação C++ utilizando conceitos de Programação Orientada a Objetos (POO) com a finalidade de analisar problemas elastostáticos bidimensionais para tensões e deformações planas, usando como base o método dos elementos de contorno (GOMES, DELGADO NETO e WROBEL, 2016).

O programa possui 3 módulos de cálculos:

- I. MEC padrão (módulo I) – para análise de elementos sem descontinuidade, ou seja, sem trinca usando Método dos Elementos de Contorno.
- II. MECD Sem Propagação (módulo II) – para análise de elementos com descontinuidade, porém, sem propagação usando Método dos Elementos de Contorno Dual;
- III. MECD Com Propagação (módulo III) – para análise de elementos com descontinuidade quando há propagação usando Método dos Elementos de Contorno Dual;

O programa faz o processamento da seguinte forma:

- a) Análise de Tensões utilizando MEC convencional;
- b) Avaliação dos Fatores de Intensidade de Tensão (FITs) utilizando o método da integral J ;
- c) Avaliação da direção/correção da propagação da trinca utilizando os seguintes métodos: Máxima Tensão Circunferencial; Máxima Taxa de Liberação de Energia Potencial; Mínima Densidade de Energia de Deformação;
- d) Avaliação de Vida à Fadiga utilizando Lei de Paris;

De acordo com os objetivos dessa dissertação, o módulo utilizado será o III, uma vez que todas

as modelagens possuem propagação de trinca. A Figura 4.1 mostra o diagrama de classes no qual o programa é construído.

Toda a modelagem é feita no software BEMLAB2D – que será descrito no próximo tópico – e, com o arquivo de dados gerado, é importado para o BEMCRACKER2D, que, por sua vez, realiza todo o processamento. A classe *BemCrk_BEMSYS* é a classe que faz o elo entre todas as outras, lendo, inclusive, os arquivos importados e chamando funções específicas de outras classes no momento apropriado.

Para melhor entendimento, tem-se um breve resumo das classes e suas finalidades:

- a) Classe BemCrk_BEMSYS:
 - a. Instância/Objeto: bem;
 - b. Finalidade: Leitura, análise, solução e impressão do modelo de trinca.
- b) Classe BemCrk_GENRL:
 - a. Instância/Objeto: grl;
 - b. Finalidade: Produção do sistema $Ax=By=f$.
- c) Classe BemCrk_ELEMENT:
 - a. Instância/Objeto: elem;
 - b. Finalidade: Composição do elemento quadrático contínuo e descontínuo.
- d) Classe BemCrk_MESH:
 - a. Instância/Objeto: mesh;
 - b. Finalidade: Montagem da malha do elemento.
- e) Classe BemCrk_QUADJAC:
 - a. Instância/Objeto: quad;
 - b. Finalidade: Gerar pontos de Gauss, Jacobiano e Funções de forma.
- f) Classe BemCrk_CRACKS:
 - a. Instância/Objeto: crk;

- b. Finalidade: Produção do incremento de propagação de trinca.
- g) Classe BemCrk_JINTGR:
 - a. Instância/Objeto: jint;
 - b. Finalidade: Calcular fatores de Intensidade de Tensão.
- h) Classe BemCrk_SYS:
 - a. Instância/Objeto: sys;
 - b. Finalidade: Alocação de arrays e Solver LU.

Por fim, o algoritmo de análise incremental para o caminho de propagação de trinca é mostrado no diagrama da Figura 4.2.

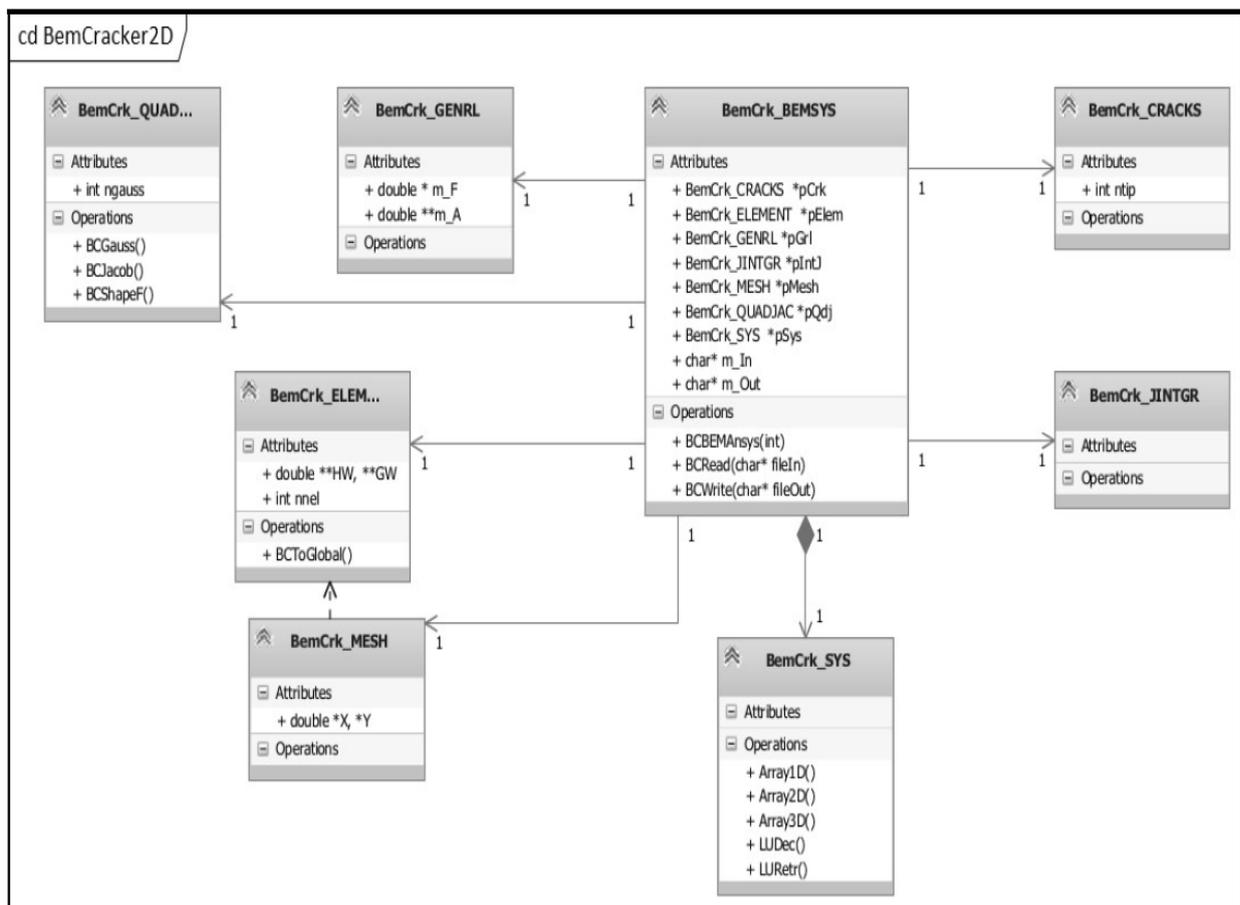


Figura 4.1 – Diagrama de Classes do programa BemCracker2D (GOMES, DELGADO NETO e WROBEL, 2016).

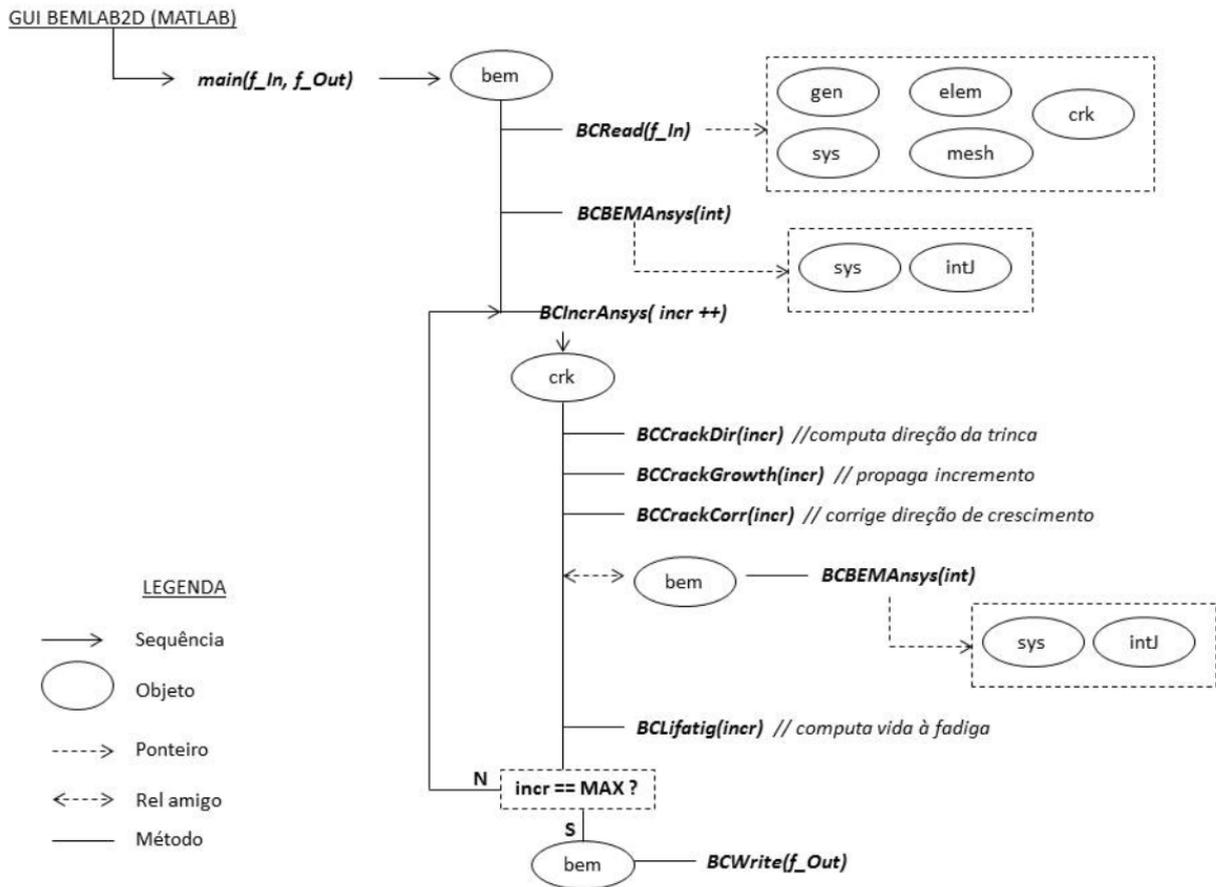


Figura 4.2 – Diagrama de sequência do crescimento da trinca (GOMES, DELGADO NETO e WROBEL, 2016).

4.2 SOFTWARE BEMLAB2D

O software BEMLAB2D (DELGADO NETO, 2017) nasceu da necessidade de se ter um pré- e pós-processamento funcionando como interface com os *Solvers* de análise. O pré-processamento é onde se faz a definição do modelo geométrico do problema, associando atributos físicos a geometria e gerando malha de elementos de contorno e cria arquivos de entrada de dados para o *Solver*. Já o pós-processamento realiza a leitura e interpretação dos dados de saída do *Solver* a fim de gerar gráficos e modelos de resultados. O *Solver* é o que realiza a análise numérica e o utilizado neste trabalho é o BEMCRACKER2D. Na Figura 4.3 tem-se um esquema dessa sequência.

Então, o BEMLAB2D é uma interface gráfica escrita em MATLAB com o objetivo de fazer pré- e pós-processamentos. A interface é do tipo GUI – Interface Gráfica do Utilizador – e as suas finalidades mais vantajosas são: gerar malhas para problemas bidimensionais e possibilitar sua visualização; exibir gráficos da análise elastostática processada pelo programa BEMCRACKER2D (GOMES *et al.*, 2016).

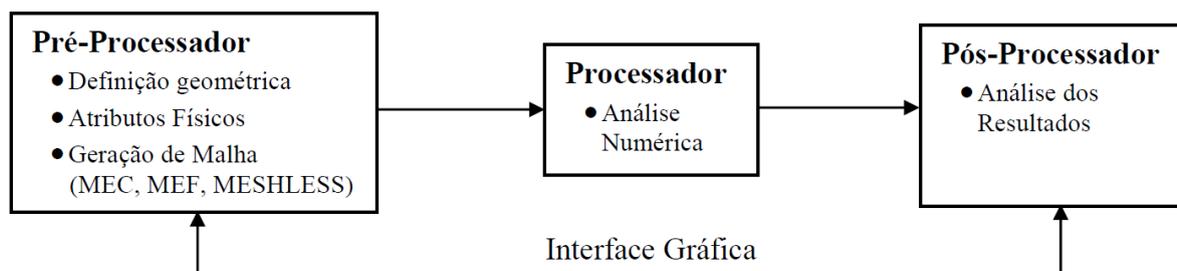


Figura 4.3 – Arquitetura de um sistema de análises de engenharia (GOMES, 2006).

As ações são definidas pelo usuário por meio de botões, mouse e diálogo. Os diálogos facilitam a execução e entendimento das funções. Na Figura 4.4 tem-se um exemplo do programa em sua tela inicial (DELGADO NETO, 2017). Os módulos do programa são:

- I. GEOMETRY (módulo I) – módulo independente a fim de construir modelos 2D com ferramentas de desenhos como Points, Lines, Arcs e Zones (Pontos, Linhas, Arcos e Zonas);
- II. MESH (módulo II) – a partir da criação do modelo pelo módulo I, o MESH tem a finalidade de gerar a malha, podendo ser de três tipos: MEC, MEF e MESHLESS (Sem Malha), sendo que as duas últimas somente geram, visualiza e grava informações da geometria da malha;
- III. BOUNDARY CONDITIONS (módulo III) – com esse módulo é possível definir as condições de contorno do modelo. É específico para MEC e podem ser: DISPLACEMENTS (Deslocamentos); TRACTIONS (Trações); e UNKNOWN (Desconhecidas);
- IV. ELASTOSTATIC ANALYSIS (módulo IV) – aqui é possível definir qual tipo de análise será realizada no modelo. É específico para MEC e pode ser: STANDARD BEM (MEC Padrão), WITH NO CRACK GROWTH (Trincas Sem Propagação) e WITH CRACK GROWTH (Trincas Com Propagação);
- V. GRAPHICAL RESULTS (módulo V) – por aqui é possível obter a visualização dos resultados gráficos, sendo também específico para MEC. Os possíveis resultados são: MESH DEFORMED (Deformada da Malha); MESH STRESSES (Malha de Tensões); STRESS INTENSITY FACTOR (Fatores de Intensidade de Tensão); CRACK GROWTH PATH (Caminho de Propagação da Trinca); FATIGUE LIFE (Vida à Fadiga) e CRACKS SPREADING (Trincas Propagando).

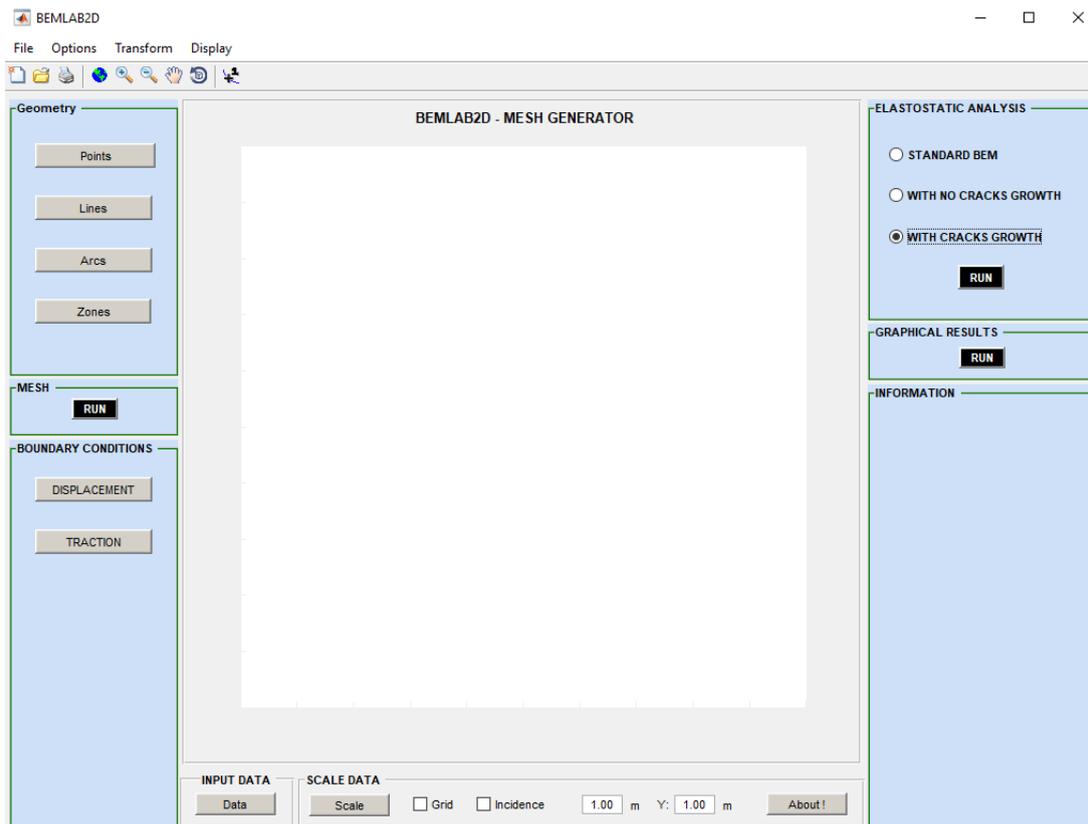


Figura 4.4 – Interface de modelagem do programa BEMLAB2D.

A tela de apresentação dos resultados gráficos encontra-se na Figura 4.5.

A Figura 4.6 tem-se ilustrado um esquema da hierarquia mostrando como operacionalizar o software em todas as suas etapas. A Figura 4.7 mostra um fluxograma das etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento.

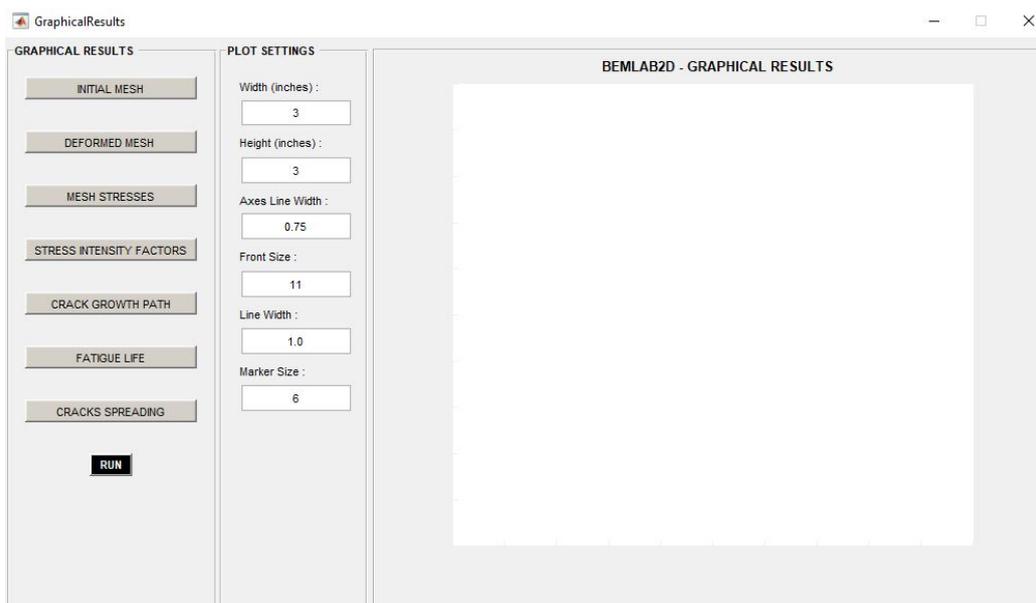


Figura 4.5 – Interface dos resultados gráficos do BEMLAB2D.

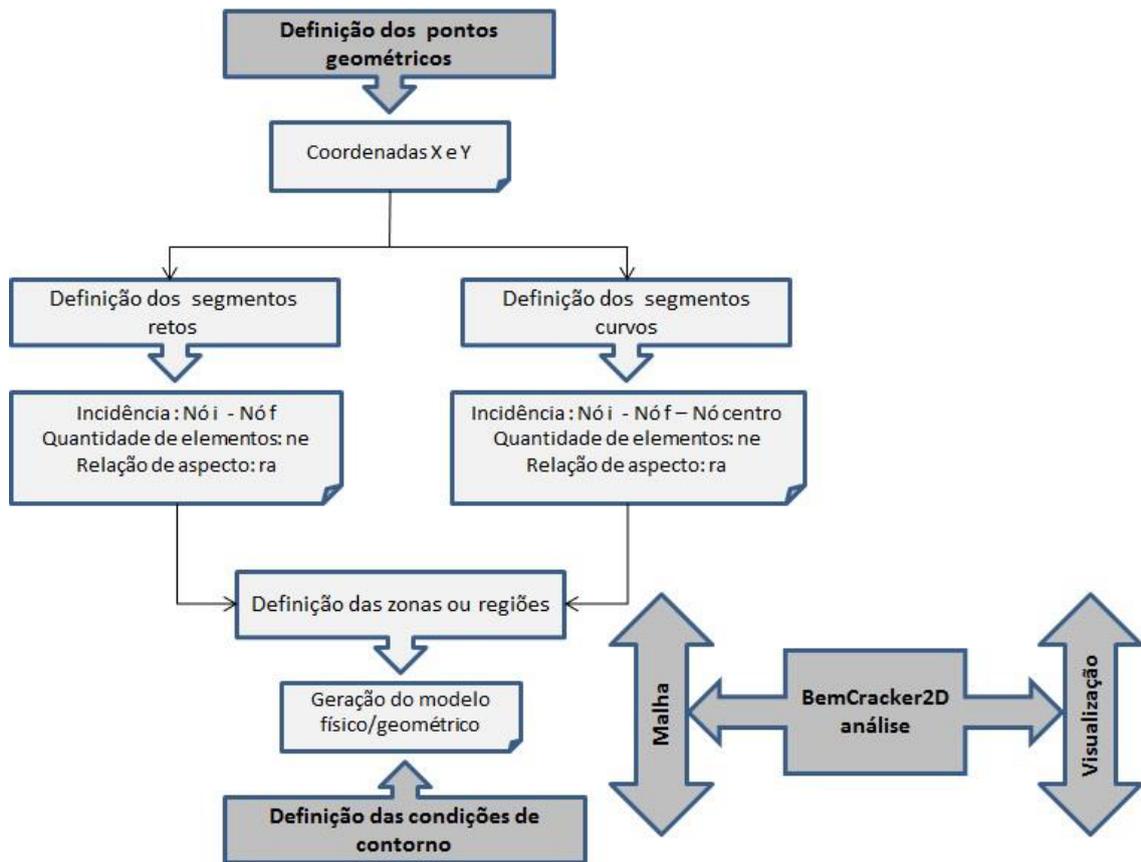


Figura 4.6 – Hierarquia de funcionalidades da Interface BEMLAB2D (DELGADO NETO, 2017).

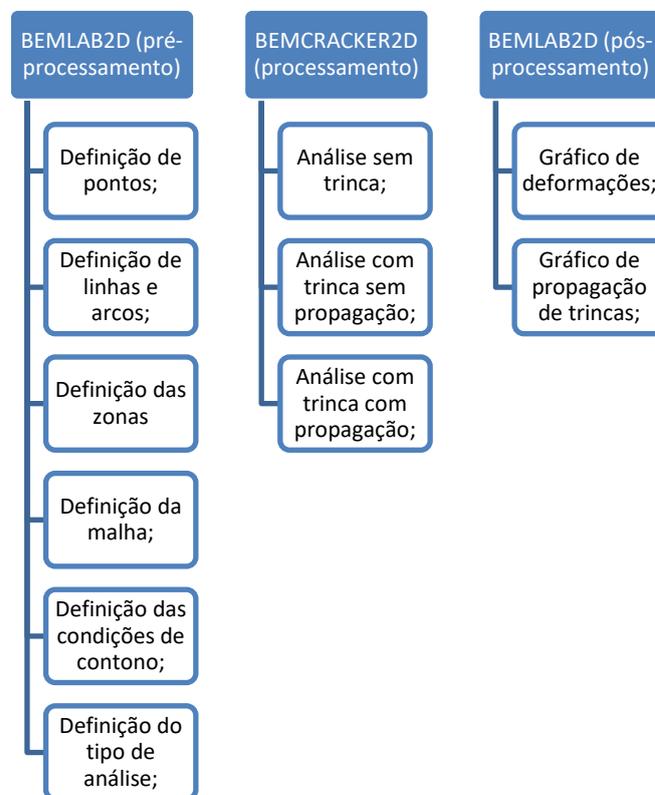


Figura 4.7 – Fluxograma do processo de modelagem.

4.3 CONTRIBUIÇÃO COMPUTACIONAL

A contribuição computacional constitui a implementação e adequação de dois critérios de propagação de trinca ao programa BemCracker2D.

O critério MTC – tópico 2.6.1 – já estava implementado. Logo os dois critérios adicionado foram o MTLEP e MDED – tópicos 2.6.2 e 2.6.3, respectivamente.

4.3.1 CRITÉRIO MTLEP

De acordo com a literatura, a propagação de trinca utilizando este método, se dará na direção em que houver maior liberação de energia. Portanto, o ângulo θ será aquele que fizer a equação (2.46) assumir o maior valor.

O fluxograma da Figura 4.8 e o pseudocódigo abaixo mostram como o método se comporta.

```
1: Parâmetros de entrada: módulo de elasticidade,  $K_I$ ,  $K_{II}$ ;  
2: Inicializa variáveis:  $\theta = 0$ ,  $GG = 0$ ,  $MaxG = 0$ ,  $Angle = 0$ ;  
3: Enquanto  $\theta \leq 2*\pi$   
4: { Calcula  $G(\theta)$  com a equação (2.46);  
5:   se  $GG \geq MaxG$  {  
6:      $MaxG = GG$ ;  
7:      $Angle = \theta$ ;  
8:     se  $K_{II} > 0$  {  $Angle = - Angle$  };  
9:   }  
10:  $\theta = \theta + 0.0001$ ;  
11: }  
12: Return Angle;
```

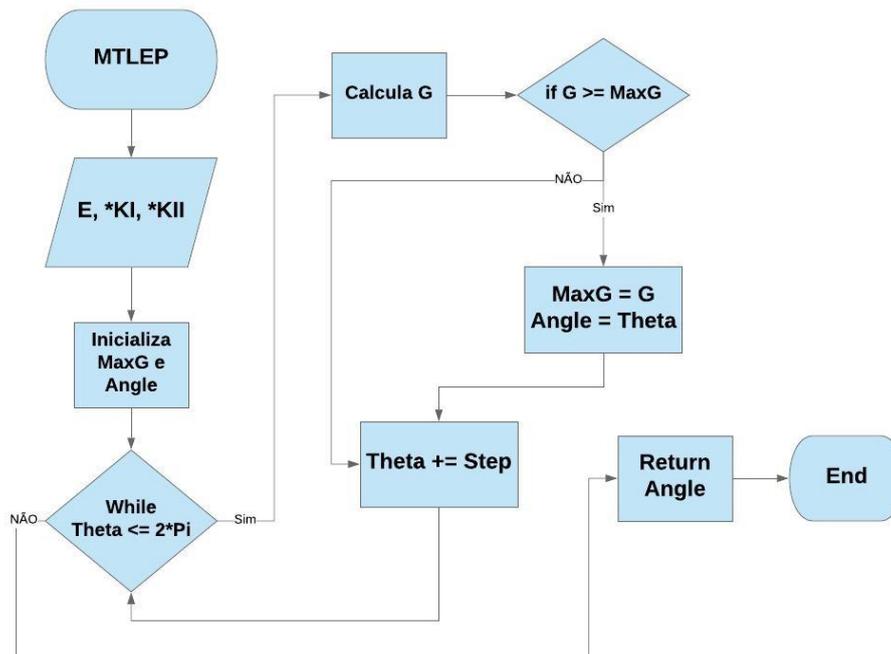


Figura 4.8 – Fluxograma do critério MTLEP.

4.3.2 CRITÉRIO MDED

Esse critério baseia-se na menor densidade de energia. Portanto, a propagação ocorre na direção θ que fizer a equação (2.61) ter o menor valor.

O processo de cálculo do ângulo de propagação está esquematizado na Figura 4.9 e o pseudocódigo encontra-se abaixo.

- 1: Parâmetros de entrada: coeficiente de Poisson, módulo de elasticidade, K_I , K_{II} ;
- 2: Inicializa variáveis: $k = 0$, $Theta = 0$, $SS = 1$, $MinS = 1$, $Angle = 0$;
- 3: se Estado Plano de Deformações { calcula k com a equação (2.59) }
- 4: senão { calcula k com a equação (2.60) }
- 5: Calcula módulo de cisalhamento com a equação (2.29);
- 6: Enquanto $Theta < \pi$
- 7: { Calcula a_{11} , a_{12} e a_{22} com as equações (2.56), (2.57), (2.58), respectivamente;
- 8: Calcula $S(\theta)$ com a equação (2.61);
- 9: se $SS \leq MinS$ {
- 10: $MinS = SS$;
- 11: $Angle = Theta$;
- 12: se $|Angle| > \pi/2$ { $Angle = \pi - |Angle|$ }
- 13: se $K_{II} > 0$ { $Angle = -Angle$ };
- 14: }
- 15: $Theta = Theta + 0.0001$;
- 16: }
- 17: Return Angle;

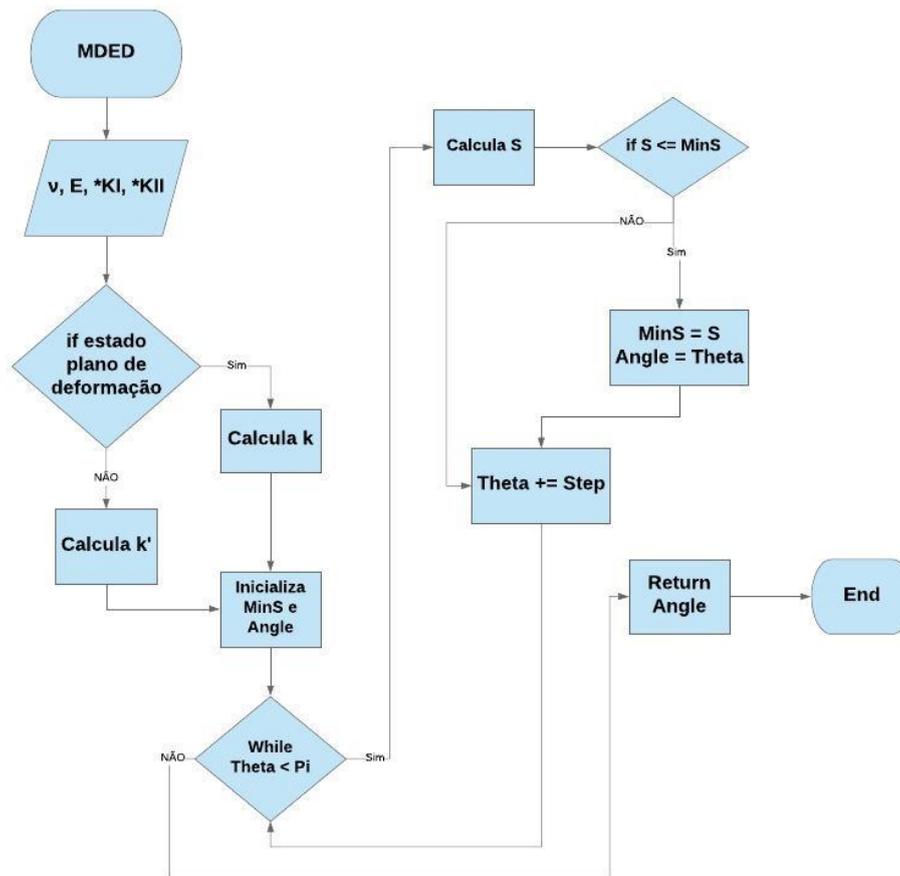


Figura 4.9 – Fluxograma do critério MDED.

4.3.3 COMPATIBILIZAÇÃO COM BEMCRACKER2D

O fluxograma da Figura 4.10 mostra de forma sucinta como o BemCracker2D se comporta na análise incremental de trinca. Primeiramente, o programa recebe qual tipo de análise incremental será feita. Essa informação vem do BemLab2D através do módulo IV. Em seguida, caso seja um problema com crescimento de trinca, escolhe-se qual dos três critérios se deseja utilizar.

Por meio do método *BCBemAnalise()*, o programa faz a análise elastostática e calcula os FITs. Em seguida, o programa verifica se possui trinca. Caso não tenha, finaliza escrevendo os arquivos de saída. Se houver trinca, o método *BCAnaliseTrinca()* é chamado.

Dentro desse método, primeiro inicia o *BCDirtan()* onde o ângulo de propagação de trinca é calculado por meio de critério escolhido no início do programa. Em seguida, inicia-se o *BCPropag()* criando a malha de propagação.

O último chamado é o *BCDirinc()* onde será feita a correção do ângulo de propagação – tópico 2.6.4. Isso é feito dentro de um loop limitado com o número de incrementos de trincas definidos

anteriormente. Por fim, escrevem-se os arquivos de saída com os dados calculados e finaliza o programa.

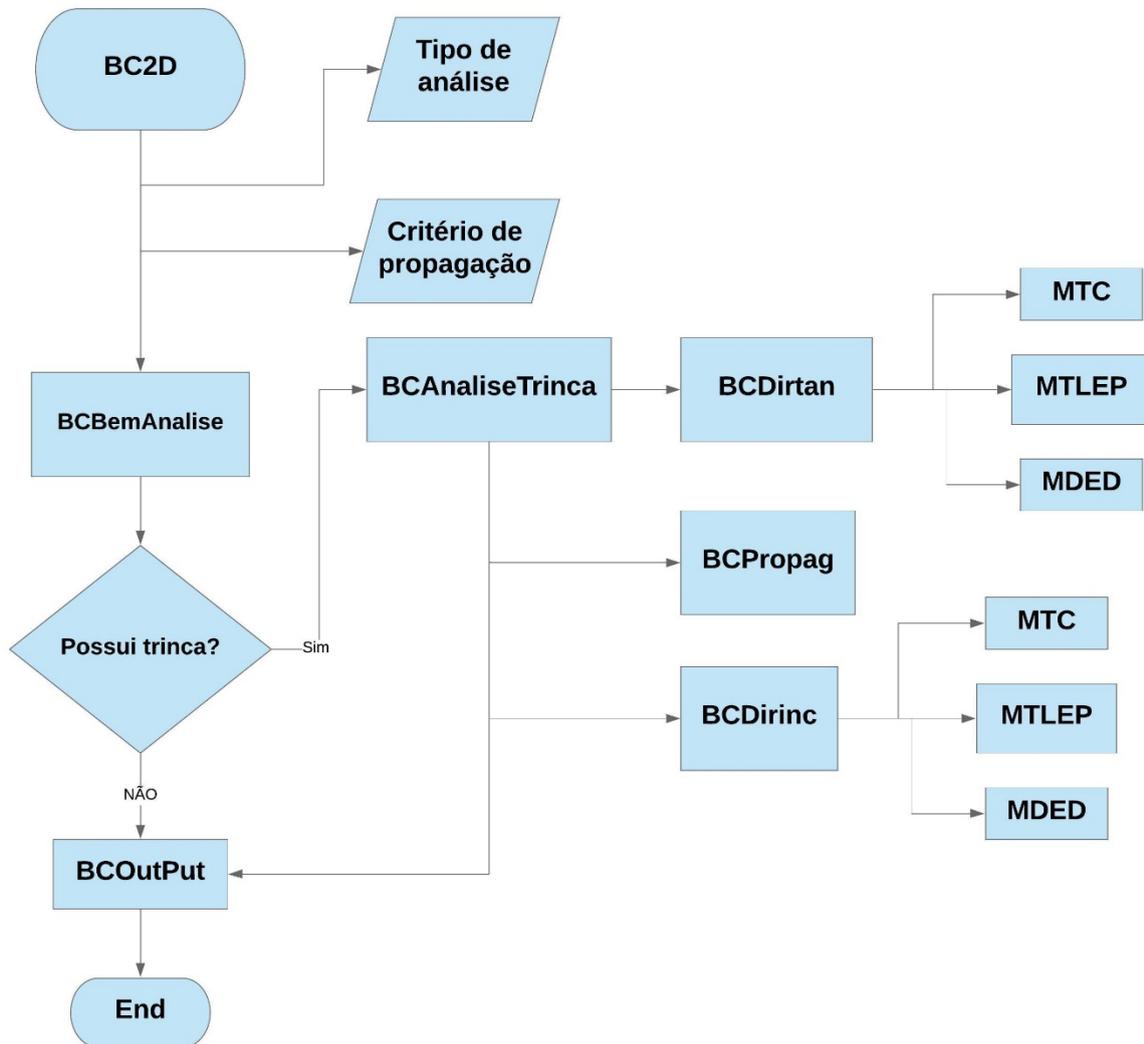


Figura 4.10 – Fluxograma da análise incremental de trinca no BemCracker2D.

CAPÍTULO 5

MODELAGEM

A metodologia consiste em simular numericamente modelos experimentais e numéricos encontrados em publicações relacionadas com propagação de trinca em modo misto. Mostram-se detalhes adotados pelos autores como: geometria, condições de contorno de deslocamento e tração, parâmetros do material. O método de criação utilizando o BEMLAB2D é apresentado, porém, somente será mostrado passo a passo no primeiro modelo, pois, para os demais exemplos, o procedimento é semelhante.

O primeiro exemplo é de uma publicação de Ayatollahi e Aliha em 2009, que utiliza corpo de prova DLSP – placa quadrada diagonalmente carregada – com trinca central realizando tanto análises numéricas quanto análises experimentais.

5.1 PRIMEIRO MODELO – DLSP

5.1.1 APRESENTAÇÃO

O corpo de prova DLSP (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009), é constituído de polímero Plexiglas. A Figura 5.1 mostra sua geometria.

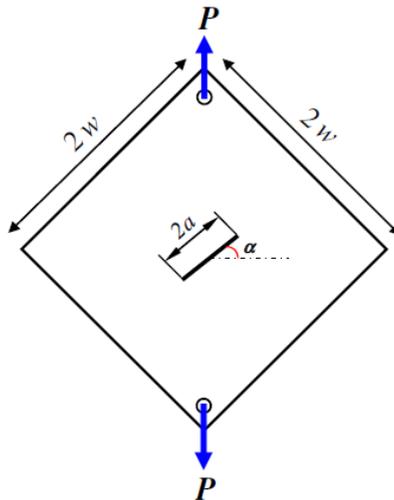


Figura 5.1 – Placa quadrada carregada diagonalmente (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009).

Os valores propostos de w e a são, respectivamente, de 75mm e 22.5mm. O valor de P será definido ao longo da modelagem de acordo com o que for desejado e foi definido estado plano de tensões. O módulo de elasticidade E tem valor de 2940 MPa e o coeficiente de Poisson ν

vale 0.38. O ângulo α assumirá os valores de 0° , 15° , 30° , 15° e 62.5° . Os furos nos cantos superior e inferior possuem raio r de 4 mm e seus centros distam 25 mm das quinas mais próxima.

5.1.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO

O primeiro passo para criar um modelo no BEMLAB é lançar os pontos que serviram de base para traçar as linhas e arcos – Figura 5.3. Ao clicar no botão “Points”, será pedido as coordenadas (x,y) dos pontos Figura 5.2.

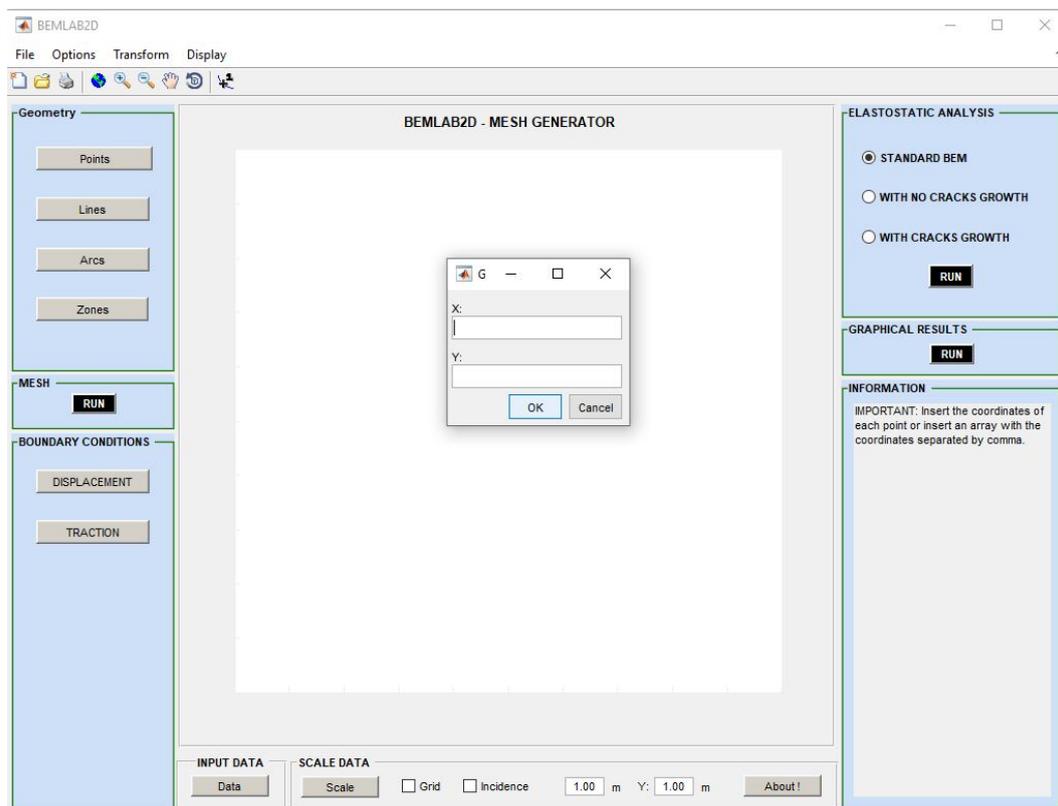


Figura 5.2 – Tela de inserção das coordenadas dos pontos.

Os vários pontos no centro correspondem à pares que formam as várias angulações de trincas. Cada angulação corresponde à um modelo feito separadamente, contudo, a título de exemplo, será mostrado o modelo com trinca de 45° .

Após o lançamento dos pontos, clica-se no botão “Lines” para gerar as linhas. Ao fazer o desenho, é necessário clicar no ponto inicial e final de cada segmento, ficando como na Figura 5.4.

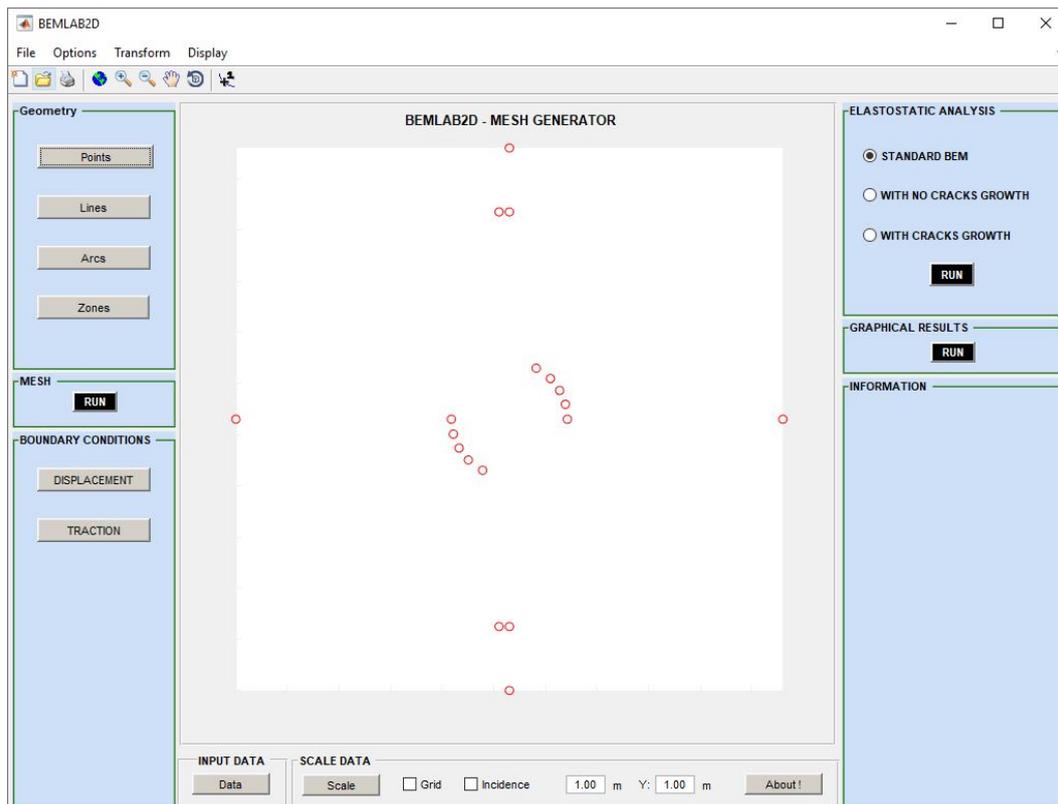


Figura 5.3 – Lançamento de pontos.

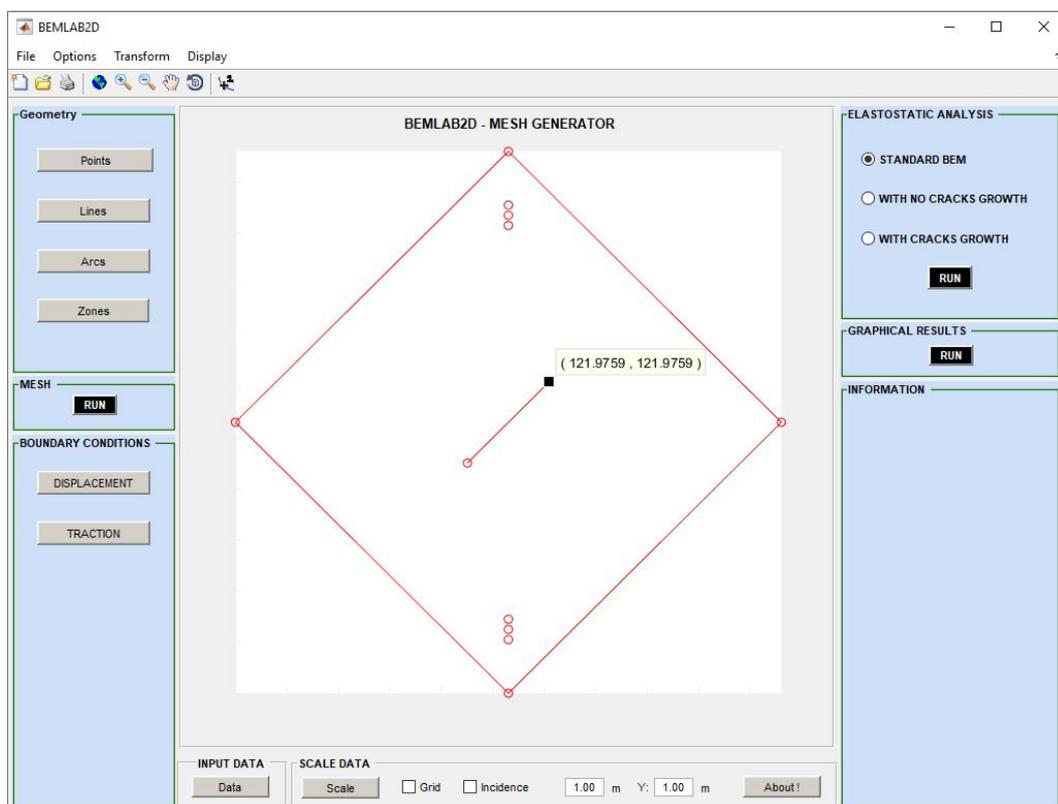


Figura 5.4 – Lançamento de linhas.

O próximo procedimento é lançar os arcos que são feitos clicando-se no ponto inicial, ponto final e centro e, ao final, escolhe-se qual o sentido do desenho (horário ou anti-horário), Figura 5.5.

Posteriormente são definidas as zonas clicando no botão “Zones”. Podem-se definir três tipos de zonas: mestre, buraco ou inclusão. No exemplo em questão, as linhas que formam a placa são definidas como zona mestre que utiliza como parâmetros o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. Para ser definida, seleciona-se “Master” e inserem-se os valores requeridos, depois clica-se em “Select Zone” e em todas as linhas que compõem a zona. Tanto os furos quanto a trinca, são selecionados como buracos e nenhum parâmetro precisa ser inserido, apenas selecionam-se os elementos de forma semelhante à zona mestre, como ilustrado na Figura 5.6. Por fim, seleciona-se “Finish”.

Em seguida será feito a malha. Para tanto, seleciona-se “Mesh” e clica-se na primeira linha de elemento contínuo que faz parte da zona mestre. Seleciona-se a opção BEM – elementos de contorno. Em seguida escolhe o tipo “continuous” e digita o número de elementos que se deseja naquele contorno, repetindo o processo para todos os elementos da zona mestre, conforme Figura 5.7.

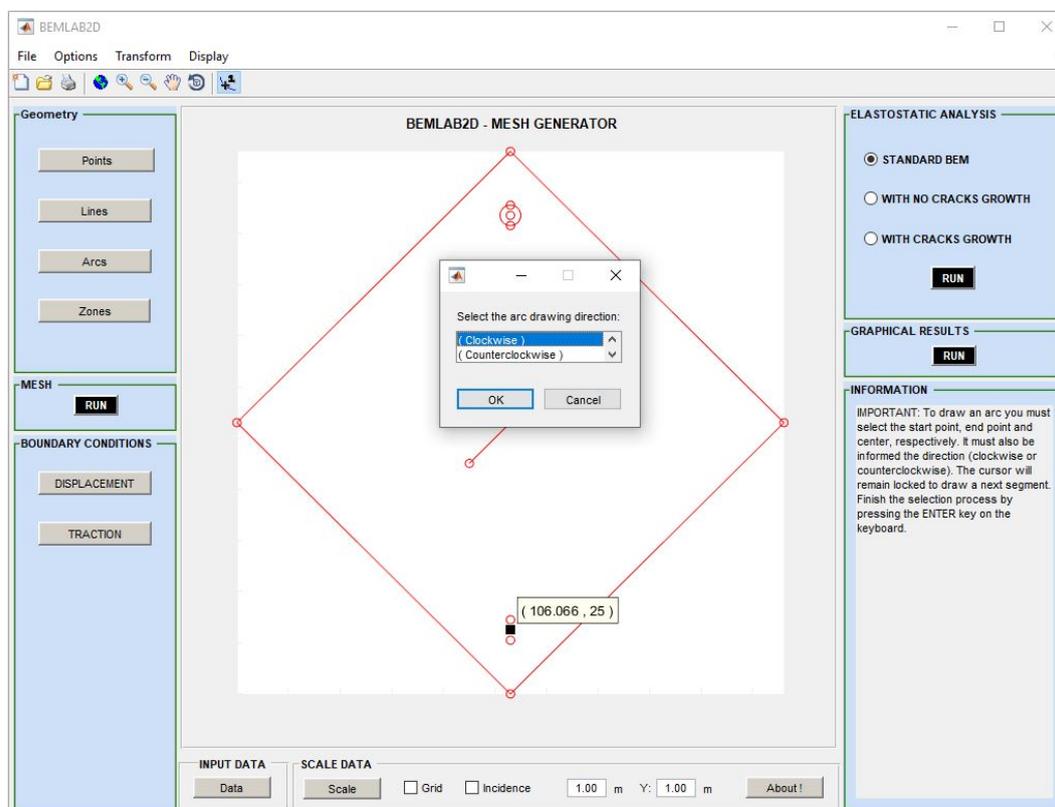


Figura 5.5 – Lançamento de arcos.

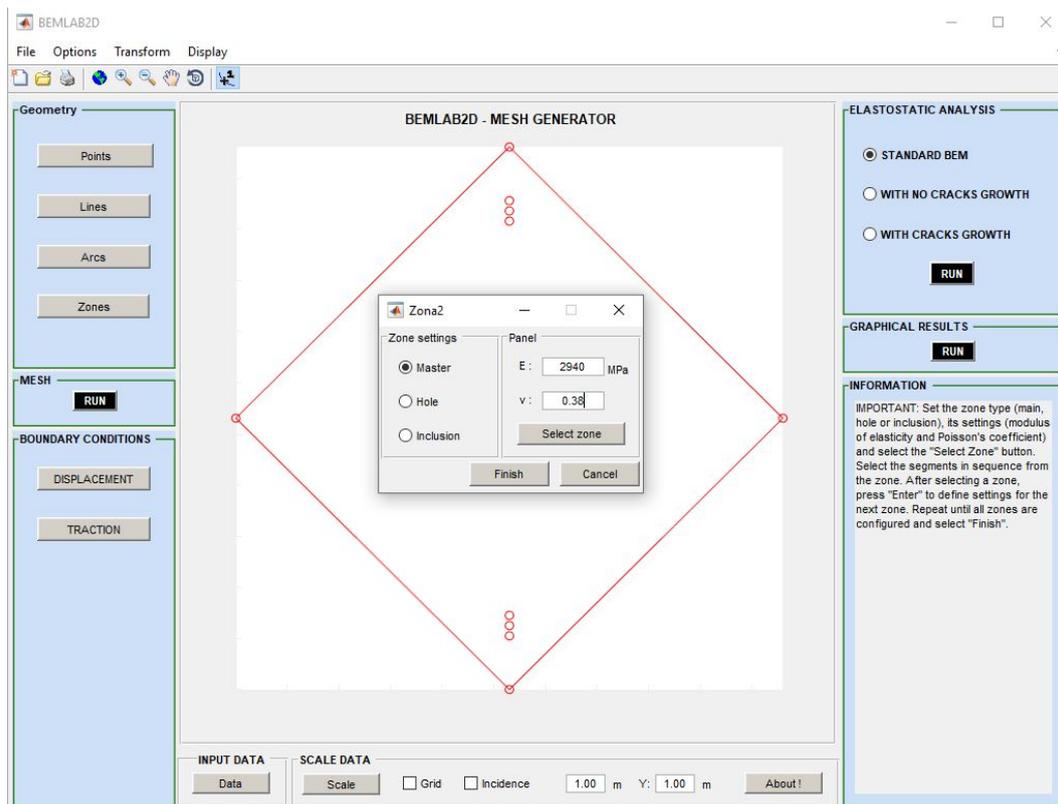


Figura 5.6 – Lançamento de zonas.

Os furos são definidos como elementos de contorno – BEM – assim como a trinca. Depois da seleção, digita-se o número de elementos, Figura 5.8. Para a trinca, após escolher a opção BEM, a seleção de “*Crack Segment*” deve estar ativa, bem como “Discontinuous”, digitando em seguida a razão dos elementos de trinca, Figura 5.9.

Cada linha da zona mestre e cada furo foram definidos com 10 elementos quadráticos contínuos. Já a trinca foi definida com 4 elementos quadráticos descontínuos em cada face com razão de 0.2-0.3-0.3-0.2., isto é, percentuais correspondentes a quantidade de elementos na trinca. Ao final da malha será perguntado se há pontos internos e neste caso não há.

A quantidade de elementos quadráticos foi definida com bases em trabalhos anteriores (LEITE, 2017) onde foi estudada a quantidade de elementos necessários para uma boa modelagem. Foi constatado que o uso de poucos elementos quadráticos já era suficiente para modelos pequenos, como os abordados neste trabalho e, aqui, não foi feito nenhum estudo de convergência, por fugir do escopo do trabalho.

A razão da trinca é uma divisão proporcional do tamanho dela. Neste caso, uma trinca de tamanho 1, foi dividida em partes de tamanho 0.2-0.3-0.3-0.2, sendo que, em cada divisão, há um elemento quadrático descontínuo.

Dando sequência à modelagem, lançam-se agora as condições de contorno. A primeira é a de deslocamento. Para tanto, clica-se em “*Displacement*”, digita os números dos elementos, seleciona qual nó receberá a restrição e qual tipo de restrição será. Neste caso a restrição será apoio de 2º grau nos nós que formam a quina inferior, Figura 5.11.

Para as condições de contorno de tração, seleciona-se “*Traction*” e de forma similar, digitam-se os números dos elementos, seleciona-se qual nó do elemento ou se todo elemento e o valor do esforço na direção x ou y. Neste exemplo, o esforço será nos dois elementos superiores do furo de cima Figura 5.12.

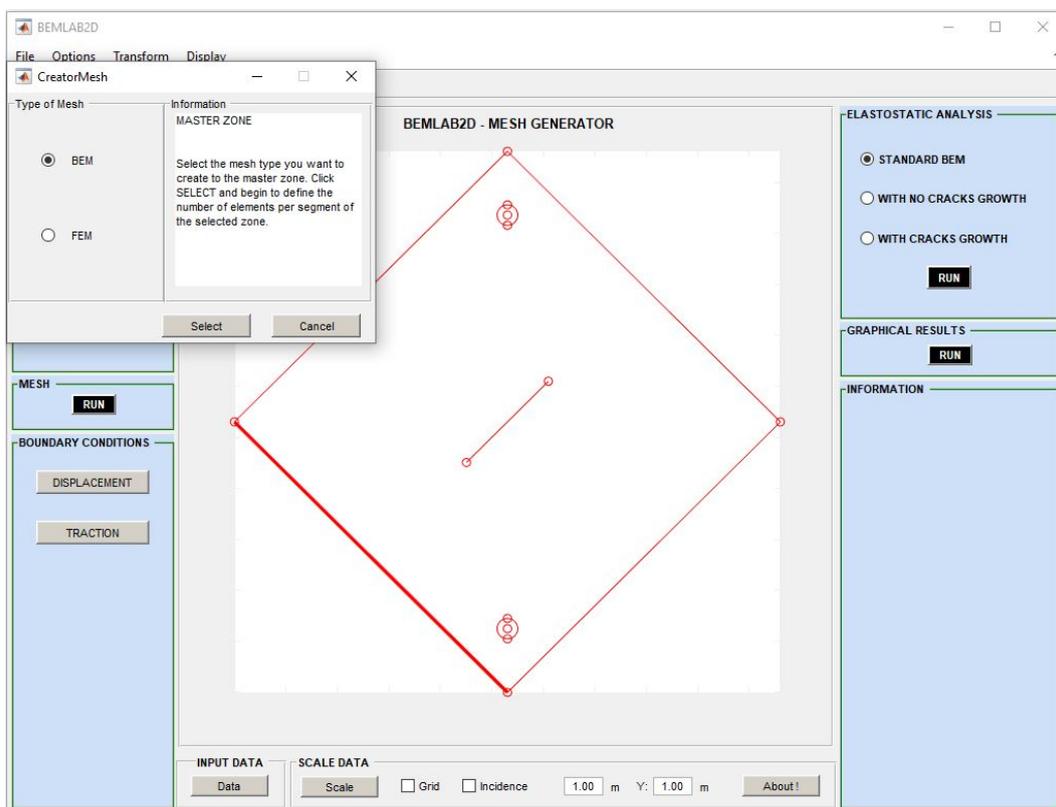


Figura 5.7 – Criação de malha de elementos de contorno para a zona mestre.

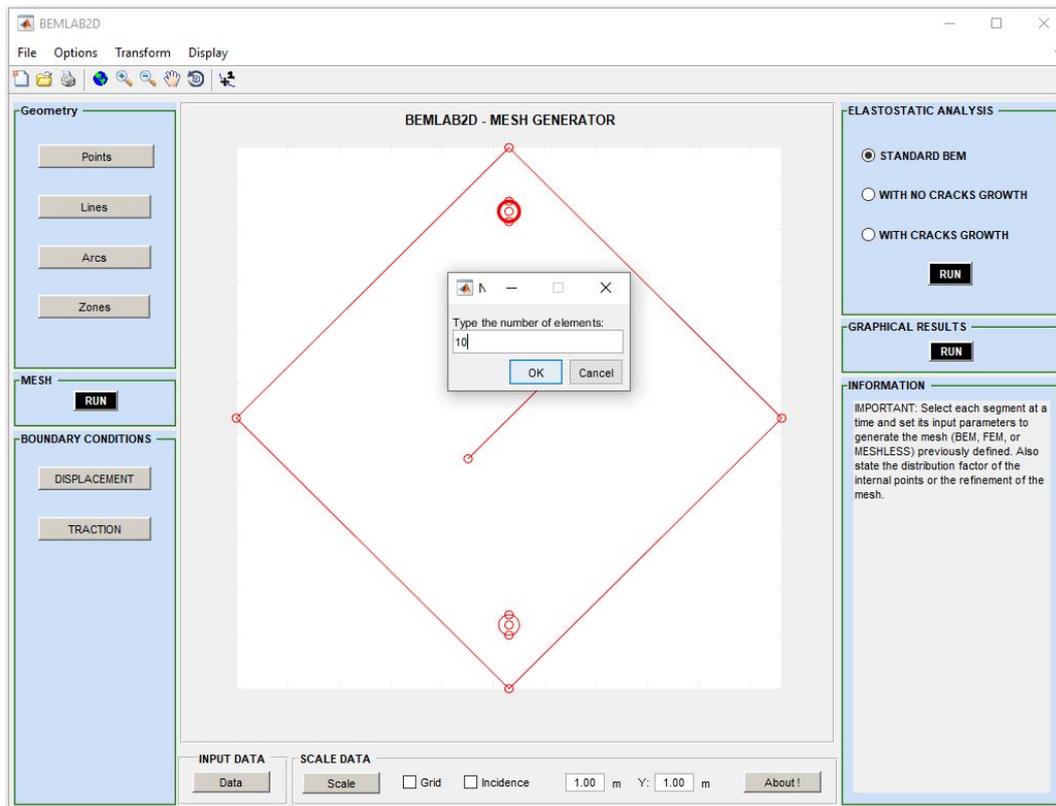


Figura 5.8 – Geração de malha para os furos.

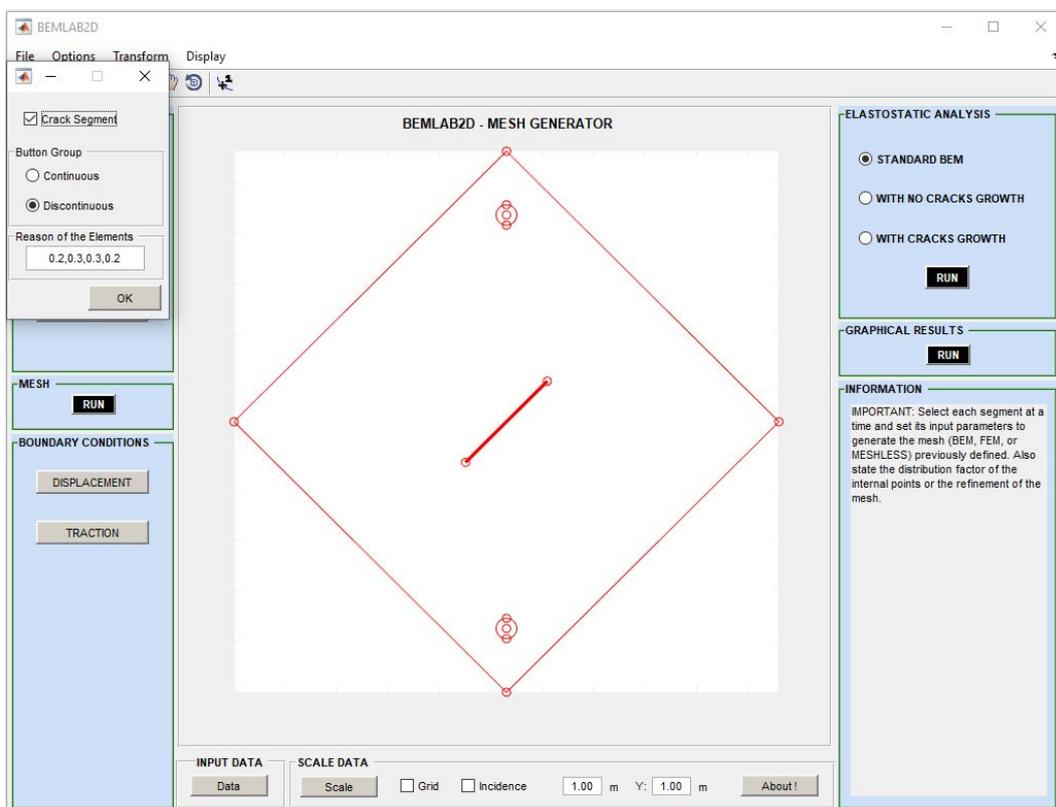


Figura 5.9 – Geração de malha para a trinca.

Finalizando a modelagem, na análise elastostatica seleciona-se “*With cracks growth*” e clica-se

em “Run”. Uma tela com os parâmetros de propagação aparecerá. Para este caso serão definidos 20 incrementos de propagação com tamanho de 1.5mm, Figura 5.13. Em seguida clica-se em “Ok”, digita o título do problema e seleciona o tipo de problema. Como neste caso a espessura da placa é de 1mm optou-se por estado plano de tensões, Figura 5.14.

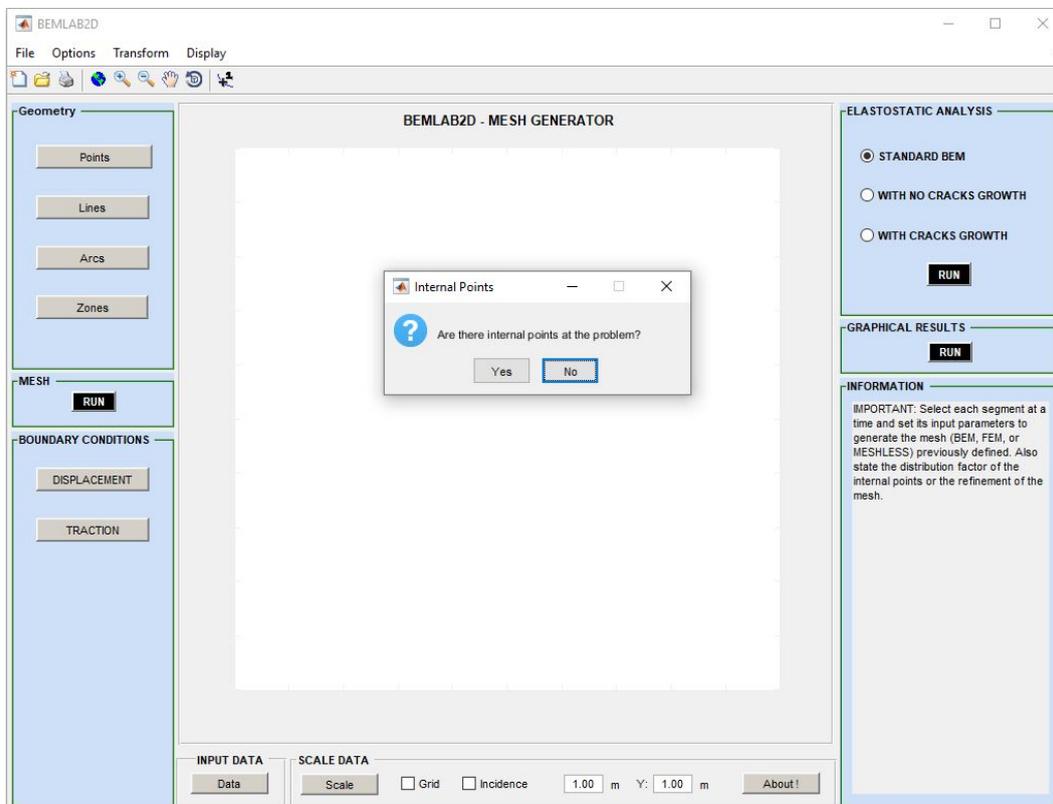


Figura 5.10 – Inserção de pontos internos.

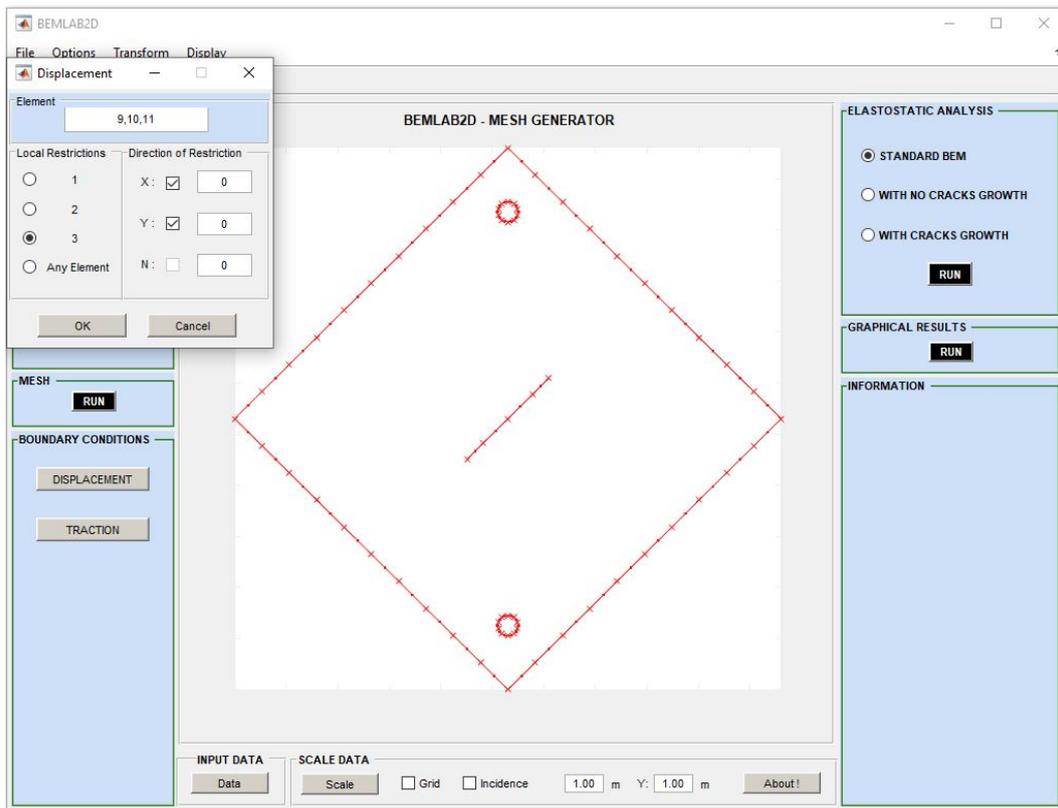


Figura 5.11 – Condições de contorno de deslocamento.

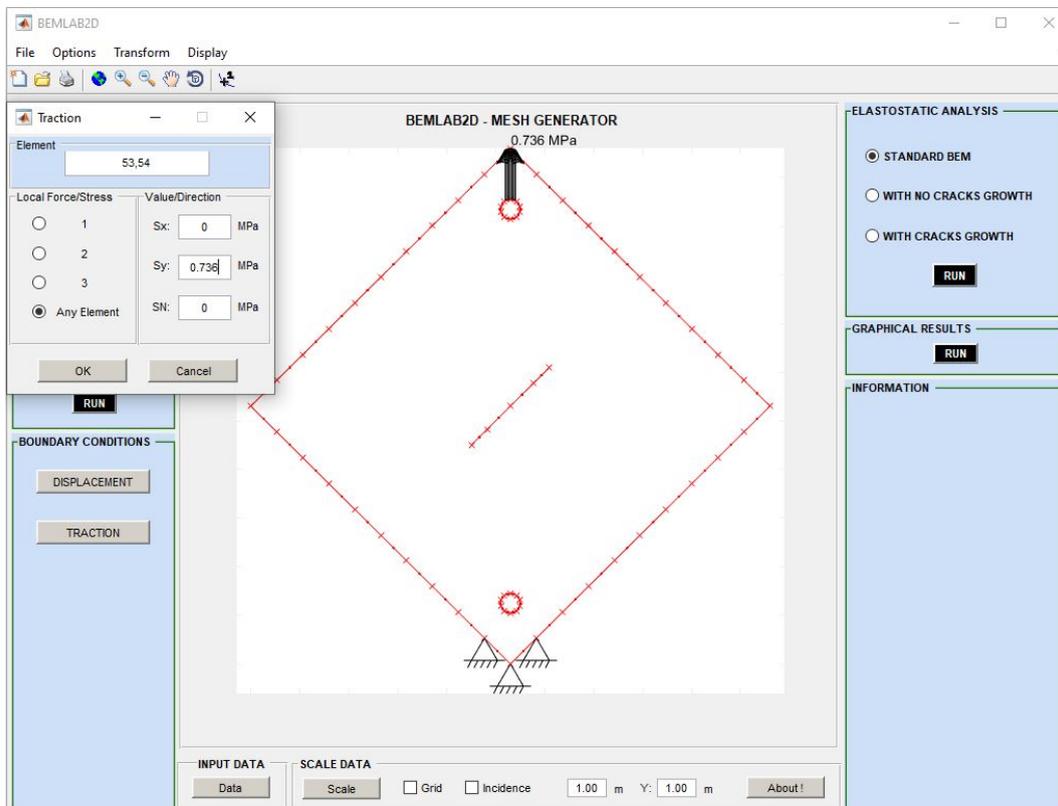


Figura 5.12 – Condições de contorno de tração.

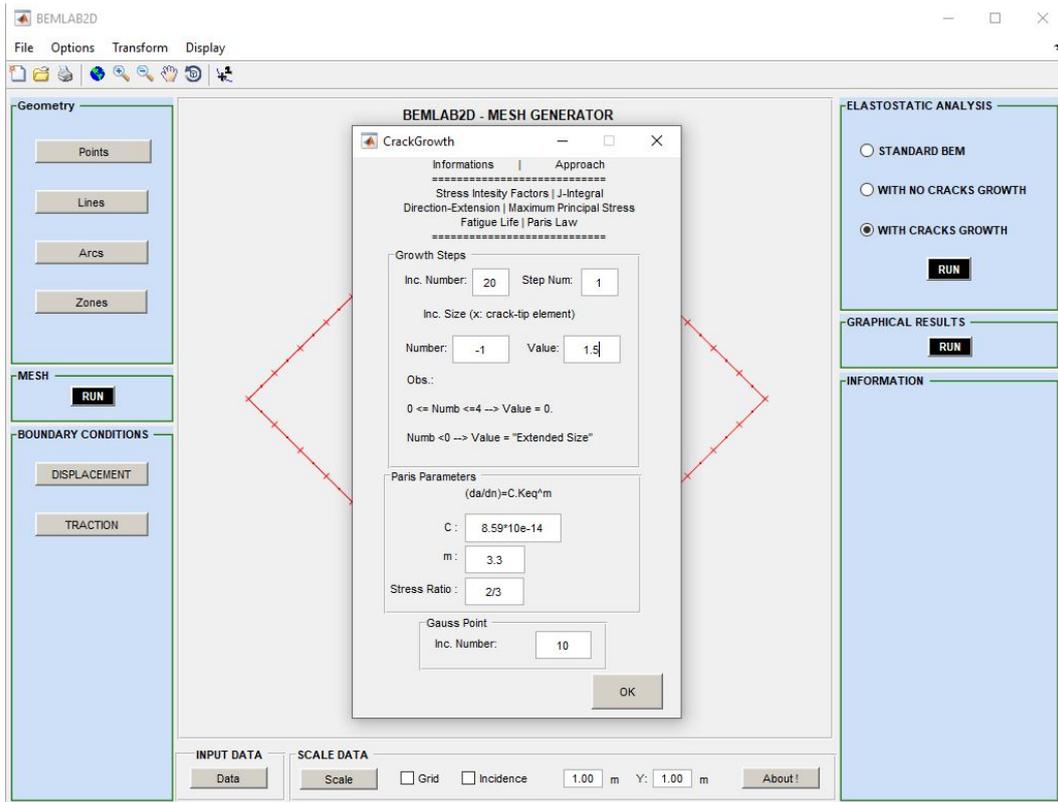


Figura 5.13 – Parâmetros de propagação de trinca.

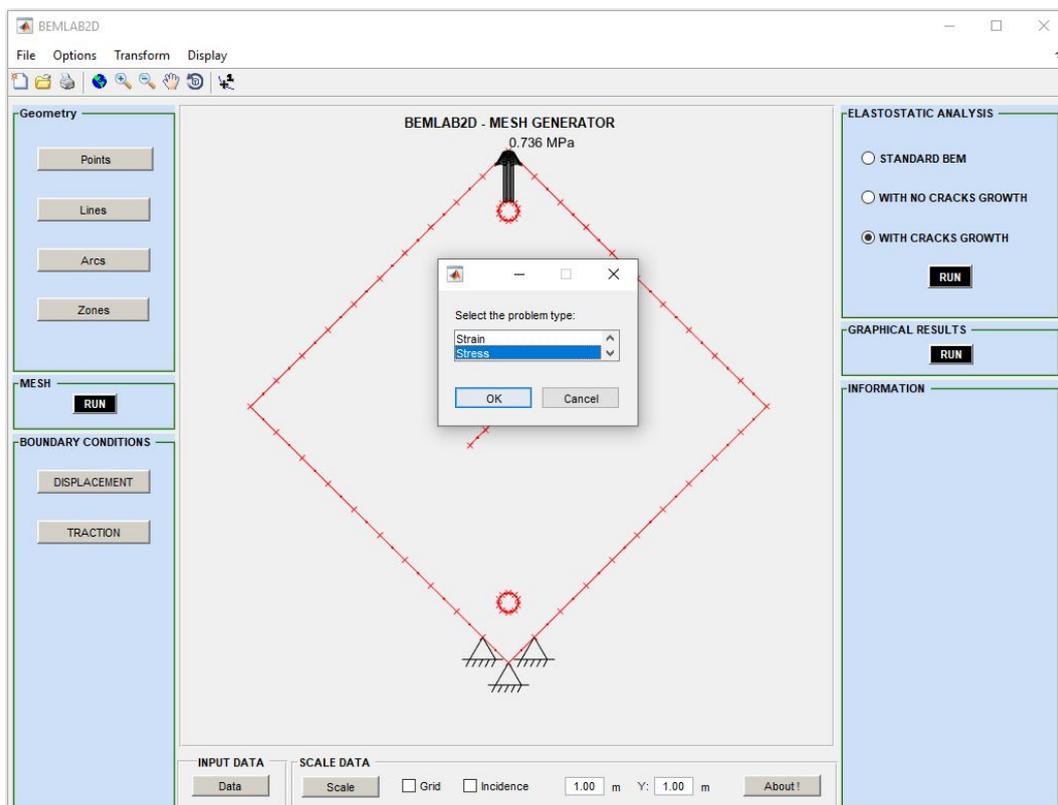


Figura 5.14 – Seleção de estado plano de tensões.

5.2 SEGUNDO MODELO – VIGA PMME

5.2.1 APRESENTAÇÃO

O segundo modelo trata-se da Viga PMME – viga de polimetilmetacrilato – biapoiada com carregamento central e um entalhe no canto inferior esquerdo – Figura 5.15. Boljanovic e Maksimovic, 2011, fizeram simulações numéricas com Método dos Elementos Finitos para examinar a propagação da trinca formada a partir do entalhe, bem com os fatores de intensidade de tensão em cada incremento de propagação.

Os resultados de propagação foram comparados com estudo experimental feito por Ingraffea e Grigoriu (1990). O material da viga é de polimetilmetacrilato. O carregamento utilizado foi cíclico com carga máxima de $5.7kN$ e mínima de 10% da máxima. O módulo de elasticidade do material é $E = 3103MPa$ e o coeficiente de Poisson é $\nu = 0.36$ (INGRAFFEA e GRIGORIU, 1990).

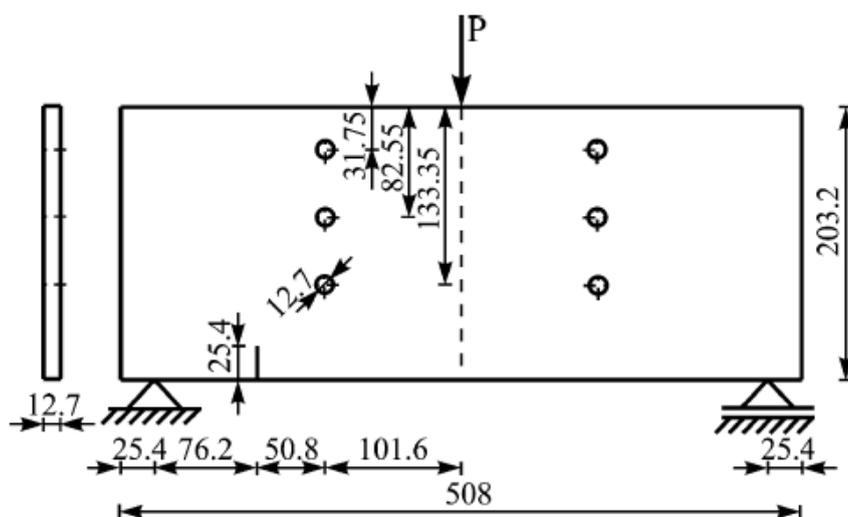


Figura 5.15 – Geometria inicial da viga PMME. Dimensões em milímetros (BOLJANOVIC e MAKSIMOVIC, 2011).

O critério utilizado para o cálculo da propagação foi o MTC. Foram considerados 9 incrementos de $12.7mm$, contudo, o último incremento foi de $6.35mm$ uma vez que o décimo incremento já se encontra muito próximo do furo.

5.2.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO

O modelo é construído de forma similar ao feito para o primeiro modelo deste trabalho. As zonas foram lançadas com os parâmetros do material polimetilmetacrilato sendo 6 zonas de furo e 1 zona mestre envolvendo o contorno da viga e a trinca.

A malha dos furos foi definida com 6 elementos quadráticos contínuos em cada furo. A trinca foi feita com 3 elementos quadráticos descontínuos em cada face e com razão de 0.5, 0.3, 0.2. A malha do contorno da viga foi definida com 50 elementos quadráticos contínuos.

As condições de contorno de deslocamento foram dois apoios: um de segundo grau no lado esquerdo e outro de primeiro grau no lado direito. A condição de contorno de tração foi um carregamento concentrado no meio da parte superior da viga. Foi definido estado plano de tensões.

A Figura 5.16 mostra detalhes da modelagem.

Por fim, foi escolhida a análise elastostática com crescimento de trinca – Figura 5.17. Foi definido então o passo de 12.7mm para o crescimento da trinca. Os parâmetros de Paris usados foram os de default do programa, uma vez que não será feito análise de ciclo de carga neste exemplo.

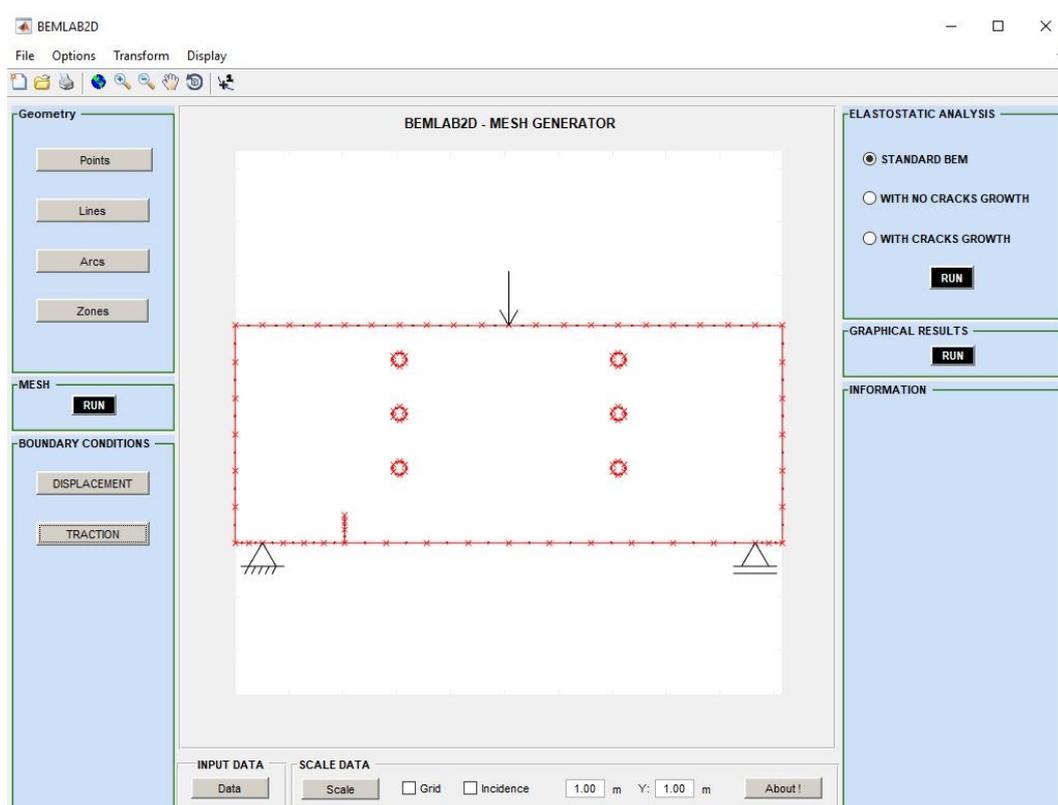


Figura 5.16 – Viga PMME lançada no BEMLAB2D.

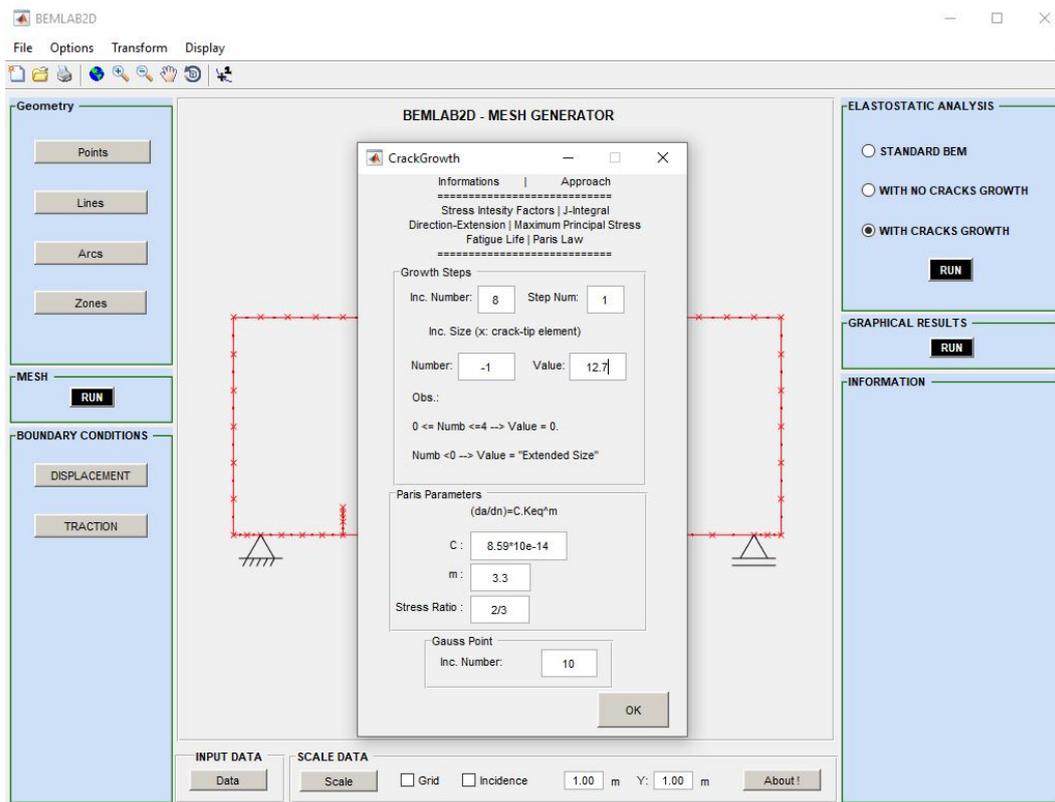


Figura 5.17 – Menu de definição dos parâmetros de propagação no BEMLAB2D.

5.3 TERCEIRO MODELO – PLACA COM ENTALHE EM FURO

5.3.1 APRESENTAÇÃO

Neste modelo, foi feito teste de fadiga experimental no estudo de Boljanovic e Maksimovic. O teste foi realizado em temperatura ambiente e o corpo de prova ficou sujeito a uma carga cíclica com carregamento máximo de $P = 5.2kN$ e mínimo de $0.52kN$, ou seja, a razão de carregamento foi de 0.1. O crescimento de trinca também foi monitorado e medido em intervalos periódicos de tempo.

O corpo de prova é uma placa de liga de alumínio 2024 T3. No centro da placa há um furo com um entalhe à 45° no primeiro quadrante – Figura 5.18. A largura mede $w = 50mm$, o comprimento é $L = 200mm$ e a espessura $t = 5mm$. O furo central tem diâmetro de $20mm$ e o primeiro inicial do entalhe a_0 é de $2mm$.

O módulo de elasticidade do material é $E = 71200MPa$ e o coeficiente de Poisson vale $\nu = 0.33$.

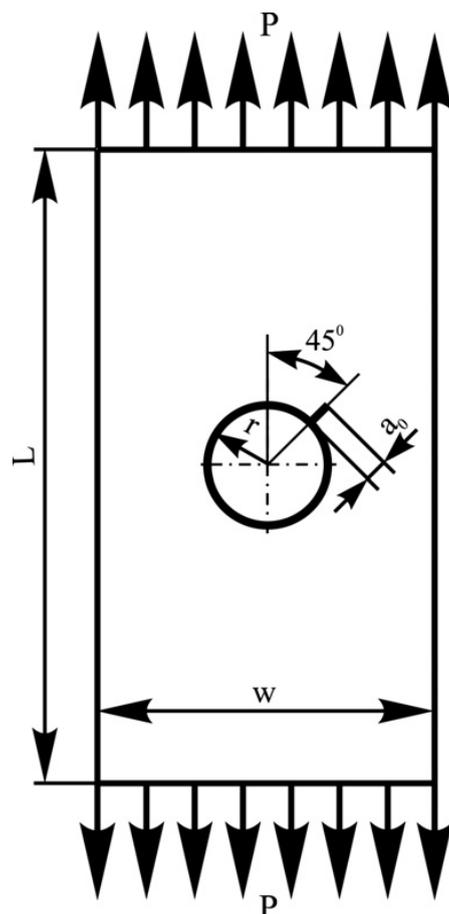


Figura 5.18 – Geometria da placa com entalhe em furo central (BOLJANOVIC e MAKSIMOVIC, 2011).

5.3.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO

Aqui, foram feitas duas zonas. A primeira, a zona mestre, constitui as bordas da placa e recebe as propriedades do material – módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. A segunda zona abrange o furo e a trinca e foi definida como zona de furo.

A malha foi definida com 80 elementos quadráticos contínuos no total para as bordas externas. O furo teve 10 elementos quadráticos contínuos e o entalhe 6 elementos quadráticos descontínuos, com razão de 0.5, 0.3, 0.2.

As condições de contorno de deslocamento foram: um apoio de segundo gênero e outro de primeiro gênero na lateral direita do corpo de prova. As condições de contorno de tração foram esforços de tração nas bordas superior e inferior – Figura 5.19. Modelo em estado plano de deformação.

A análise elastostática com crescimento de trinca foi selecionada. Foram definidos dez incrementos de trinca com tamanho de 1.65mm. Os parâmetros de Paris foram $C = 2.731 * 10^{-10}$, $m = 3.545$ e a razão de carregamento de 0.1.

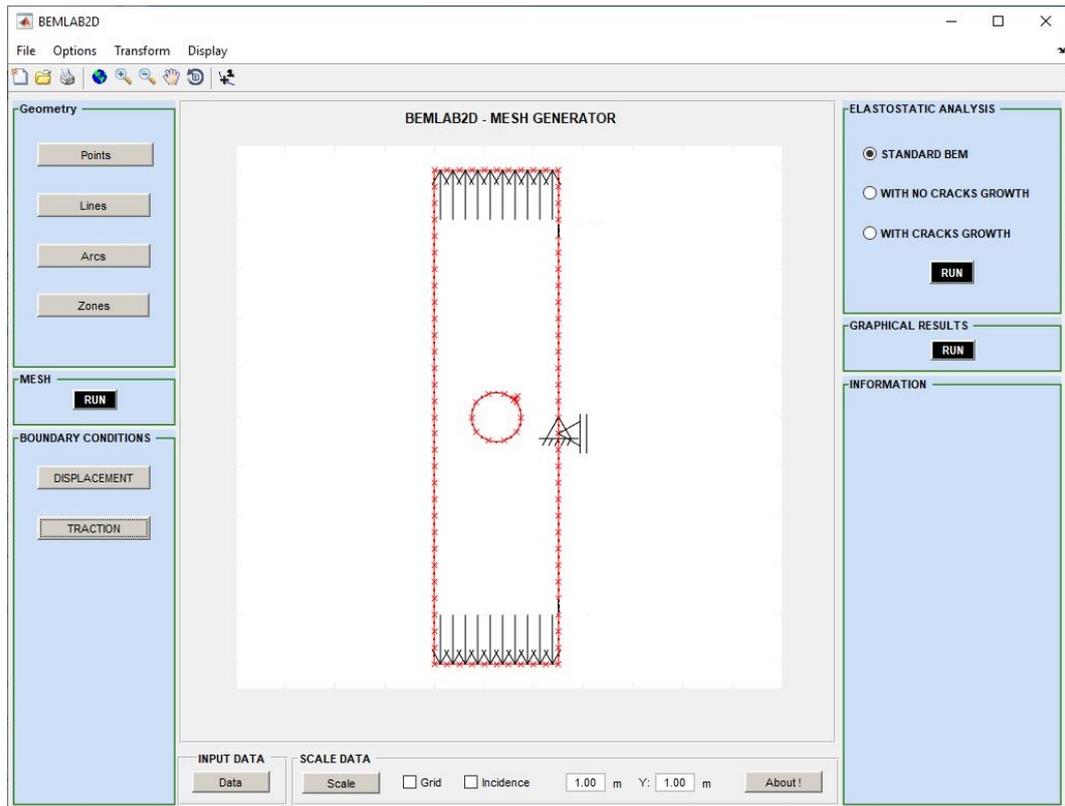


Figura 5.19 – Lançamento de Placa com entalhe em furo central no BemLab2D.

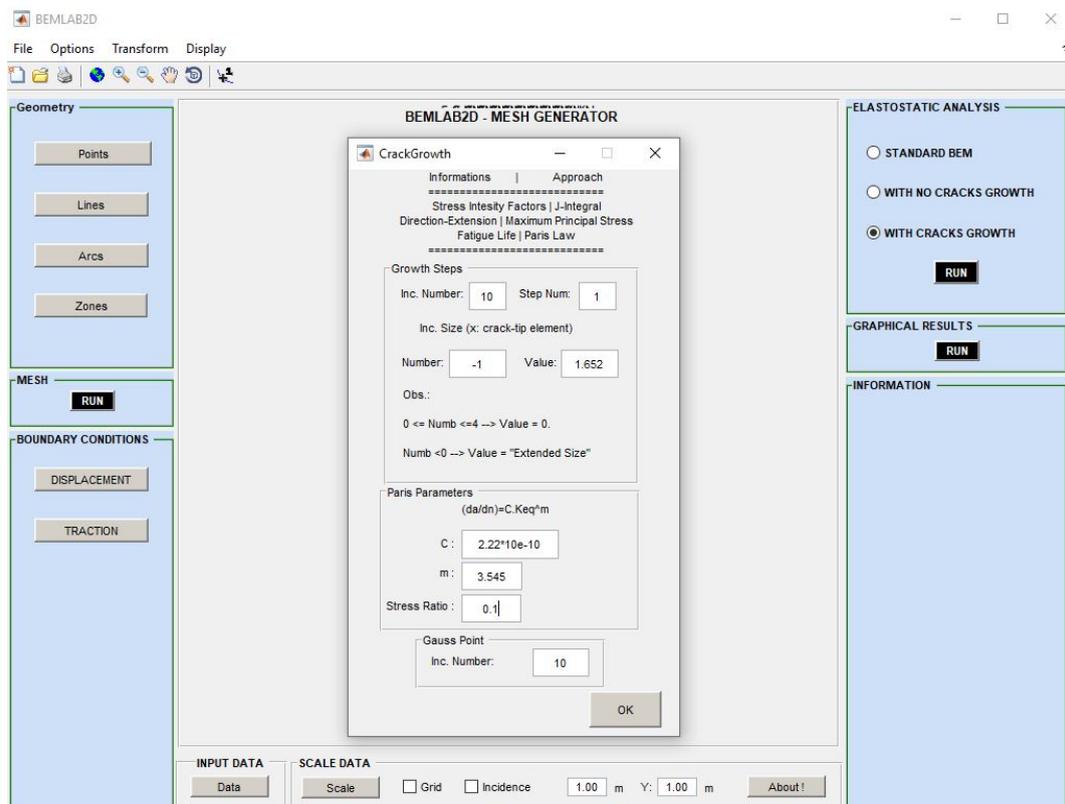


Figura 5.20 – Análise elastostática no BemLab2D.

5.4 QUARTO MODELO – CHAPA CRUCIFORME COM TRINCA

5.4.1 APRESENTAÇÃO

Este exemplo é de uma placa cruciforme – Figura 5.21. O módulo de elasticidade é $E = 200GPa$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0.25$ e sujeito a estado plano de tensões (DELGADO NETO, 2017).

Cada lado da placa mede 2 mm e a trinca tem tamanho inicial de 0.4 mm.

Foi atribuído um carregamento de 20MPa nas extremidades superior e inferior e de 10MPa nas extremidades esquerda e direita.

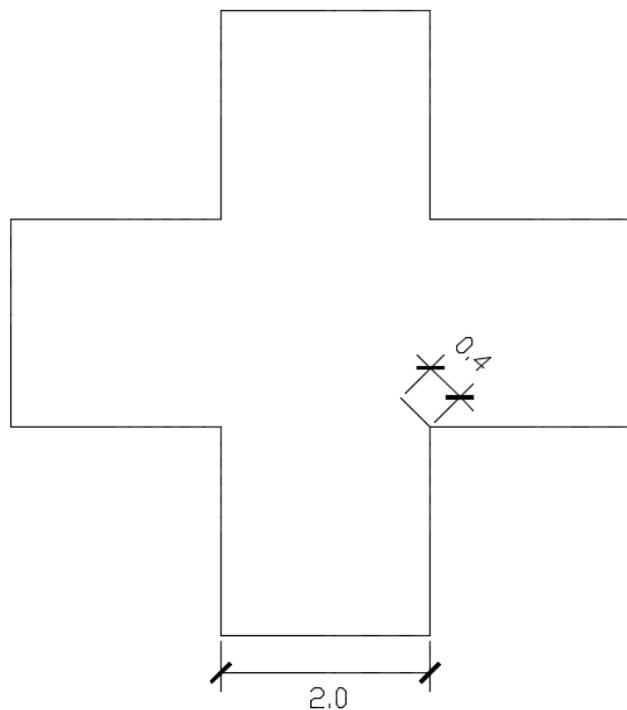


Figura 5.21 – Chapa cruciforme. Dimensões em mm.

5.4.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO

Para esse modelo, bastou criar uma zona mestre englobando a placa e a trinca com $E = 200GPa$ e $\nu = 0.25$.

Foi definida uma malha com 4 elementos quadráticos contínuos em cada face do elemento e para a trinca, foram definidos 3 elementos quadráticos descontínuos em cada face com razão de 0.5, 0.3, 0.2.

Aplicou-se dois apoios para condições de contorno de deslocamento. As condições de contorno

de tração foram os carregamentos de 20 e 10MPa conforme Figura 5.22. Modelo em estado plano de tensões.

Os parâmetros de Paris foram o default do programa, já que não será análise de fadiga. Foram definidos 10 incrementos de trinca.

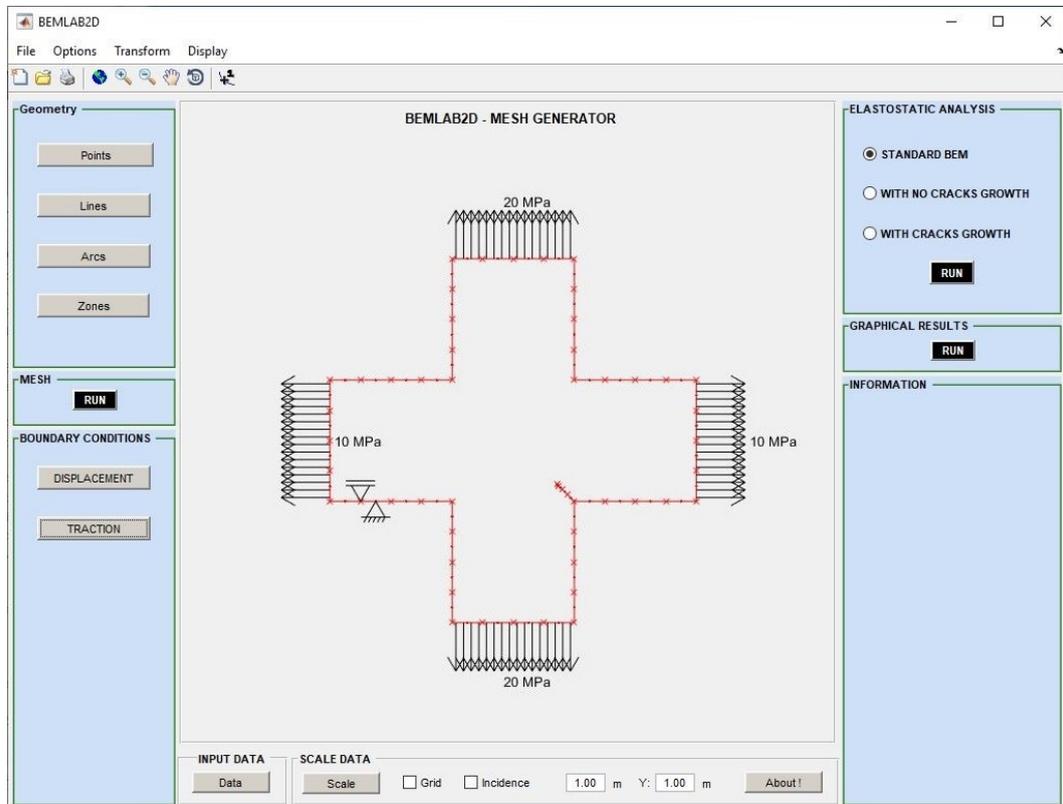


Figura 5.22 – Modelagem em BemLab2D de placa cruciforme.

5.5 QUINTO MODELO – CHAPA RETANGULAR COM FUROS E ENTALHE

5.5.1 APRESENTAÇÃO

Constitui-se de uma placa retangular com três furos não colineares e com entalhe sujeito à propagação de trinca (DELGADO NETO, 2017).

A placa tem 200mm de altura por 30mm de largura e os furos possuem raios de 20mm. O entalhe possui tamanho inicial de 10mm – Figura 5.23.

O módulo de elasticidade é $E = 200GPa$ e o coeficiente de Poisson vale $\nu = 0.25$ estando em estado plano de tensões.

A placa sofre um carregamento de 10MPa na exterminada superior e inferior.

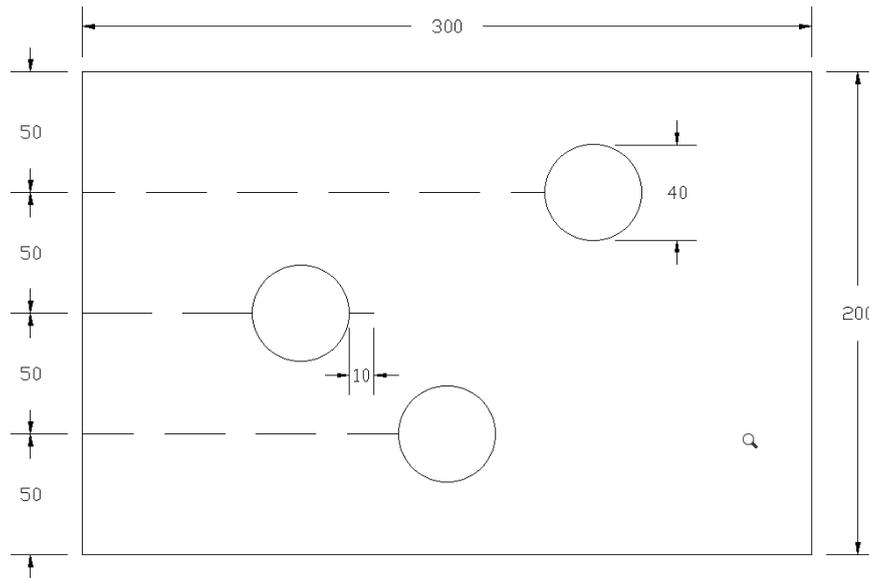


Figura 5.23 – Chapa retangular com furos e entalhe. Dimensões em mm.

5.5.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO

Neste problema, foi criada uma zona mestre para as linhas que representam a placa. Foram criados também três zonas de furos para os furos, sendo que um deles, há também uma trinca. Para a zona mestre usou-se $E = 200GPa$ e $\nu = 0.25$.

A malha foi definida com 30 elementos quadráticos contínuos para o contorno da placa. Cada furo foi feito com 12 elementos quadráticos contínuos. A trinca com 3 elementos quadráticos descontínuos em cada face, com razão de 0.5, 0.3, 0.2.

As condições de contorno de deslocamento foi um apoio de segundo grau no lado direito e outro de primeiro grau no lado esquerdo. As condições de contorno de tração foram tensões de 10MPa nas extremidades superiores e inferiores – Figura 5.24.

Já que não houve análise de fadiga, os parâmetros de Paris foram deixados com valores default. Foi utilizado 30 incrementos de propagação.

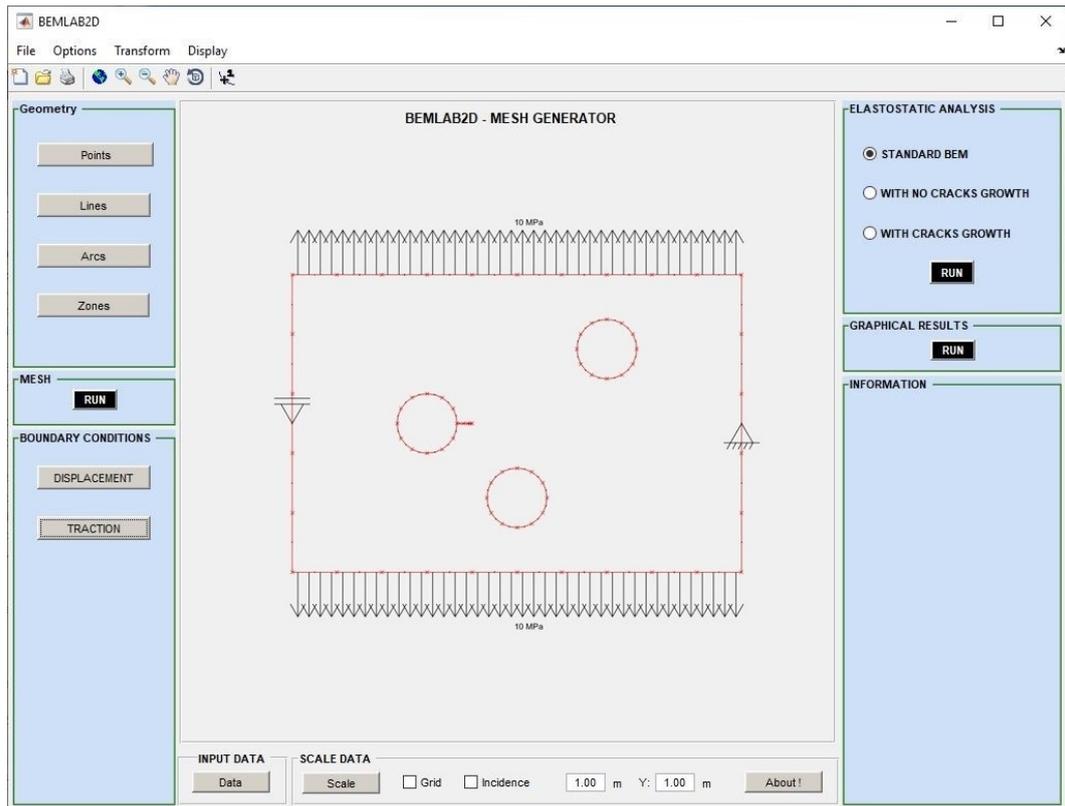


Figura 5.24 – Modelagem em BemLab2D de chapa com furos e entalhe.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS E ANÁLISES

Este capítulo se destina a expor os resultados obtidos por meio dos modelos bem como a análise desses dados.

6.1 PRIMEIRO MODELO – DLSP

6.1.1 FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO

Em sua pesquisa, Ayatollahi e Aliha (2009) apresentam equações (6.1) e (6.2) para o cálculo dos FITs que variam em função do carregamento, da geometria, da relação a/w e do ângulo da trinca:

$$K_I = \frac{P}{w * t} * \sqrt{\frac{\pi * a}{2}} * Y_I \left(\frac{a}{w}, \alpha \right) \quad (6.1)$$

$$K_{II} = \frac{P}{w * t} * \sqrt{\frac{\pi * a}{2}} * Y_{II} \left(\frac{a}{w}, \alpha \right) \quad (6.2)$$

Os fatores geométricos são obtidos por meio de gráficos que variam o a/w de 0.2 até 0.6 e o ângulo α de 0° a 90°. Para o modo I, Figura 6.1 e para o modo II, Figura 6.2.

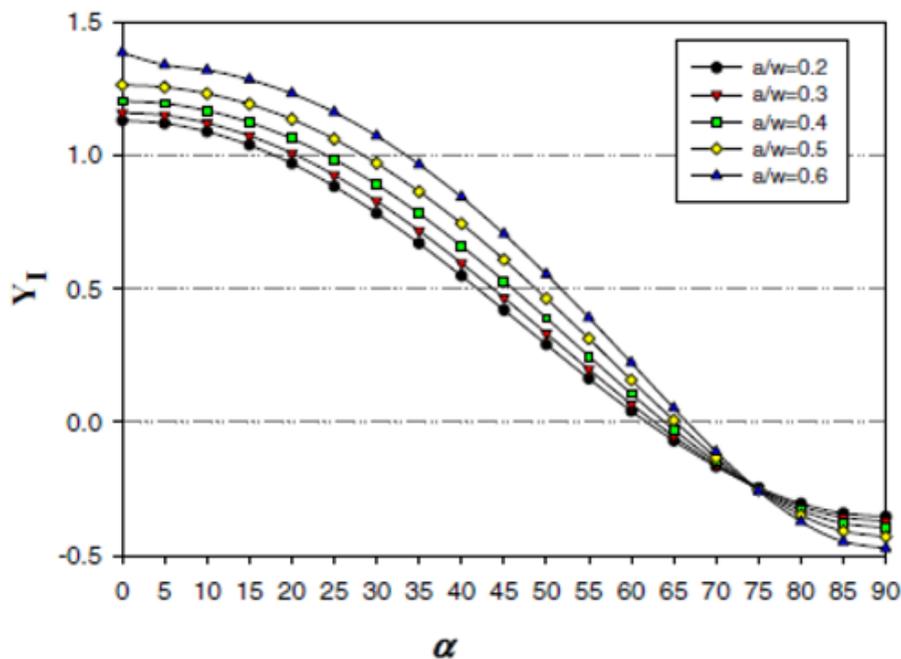


Figura 6.1 – Variações do fator geométrico do modo I (Y_I) com ângulo de inclinação de trinca (α) no corpo de prova DLSP (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009).

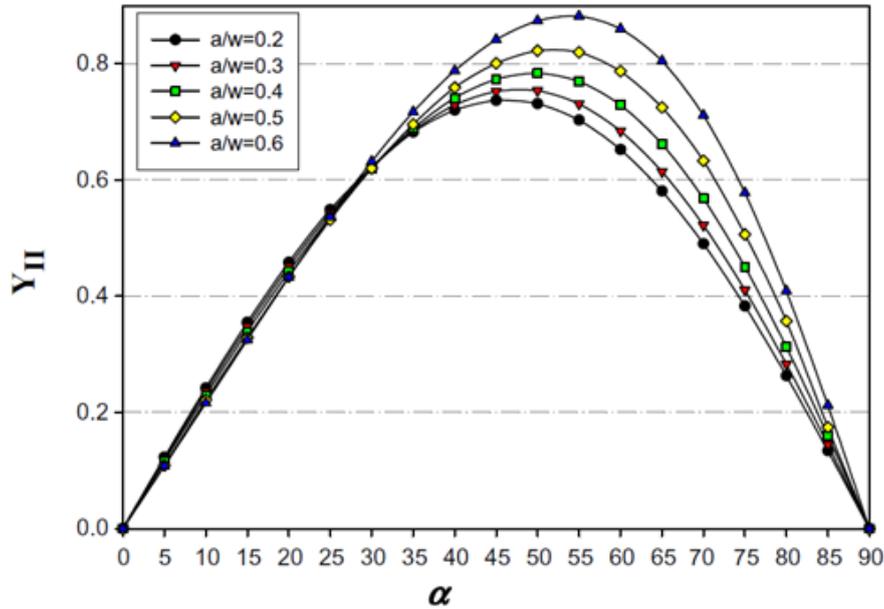


Figura 6.2 – Variações do fator geométrico do modo I (Y_{II}) com ângulo de inclinação de trinca (α) no corpo de prova DLSP (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009).

Assumindo, por conveniência, um valor de $a/w = 0.3$, os seguintes valores de fatores geométricos são obtidos para cada α (Tabela 6.1):

Tabela 6.1 – Valores dos fatores geométricos para $a/w = 0.3$.

α	Y_I	Y_{II}
0°	1.1556	0
15°	1.0713	0.3492
30°	0.8256	0.6222
45°	0.4647	0.7548
62.5°	0.0072	0.6529

A partir dos valores dos fatores geométricos, é possível calcular os valores de K_I e K_{II} de forma analítica para carregamentos arbitrários (Tabela 6.2):

Tabela 6.2 – Valores dos FITs calculados analiticamente. Unidade em $MPa\sqrt{m}$.

α	P(N)	KI	KII
0°	800	2.317328	0
15°	810	2.175134	0.709005
30°	820	1.696967	1.278892
45°	830	0.966809	1.570363
62.5°	840	0.01516	1.374725

Em seguida, várias modelagens foram feitas utilizando o BEMLAB2D. Uma para cada ângulo proposto utilizando os carregamentos descritos na Tabela 6.2. Após o processamento por meio

do BC2D, tem-se os seguintes FITs calculados numericamente:

Tabela 6.3 – Comparação entre valores de FITs analíticos e numéricos. Unidade em $MPa\sqrt{m}$.

α	ANALÍTICO		BC2D MTC		BC2D MTLEP		BC2D MDED		Diferença Percentual	
	KI	KII	KI	KII	KI	KII	KI	KII	KI	KII
0°	2.317328	0.000000	2.34204	0.000999	2.34204	0.000999	2.34204	0.000999	1.07%	0.00%
15°	2.175134	0.709005	2.19562	0.705678	2.19562	0.705678	2.19562	0.705678	0.94%	0.47%
30°	1.696967	1.278892	1.71579	1.277	1.71579	1.277	1.71579	1.277	1.11%	0.15%
45°	0.966809	1.570363	0.980743	1.56203	0.980743	1.56203	0.980743	1.56203	1.44%	0.53%
62.5°	0.01516	1.374725	0.029152	1.36842	0.029152	1.36842	0.029152	1.36842	92.29%	0.46%

Pelo fato do exemplo ser simétrico, apenas uma ponta da trinca foi considerada, pois a outra tem resultados idênticos. Percebe-se pela Tabela 6.3 que os valores numéricos calculados são bem próximos dos valores calculados de forma analítica validando os resultados obtidos pelo software BC2D – BEMCRACKER2D. Os valores de FITs foram calculados usando os três critérios de propagação – ver tópicos 2.6.1 (MTC), 2.6.2 (MTLEP) e 2.6.3 (MDED) –, porém, como se trata de um ponto no início da propagação as coordenadas da ponta da trinca ainda são iguais e, portanto, os valores de FITs também. Ao longo da propagação, os ângulos calculados por meio de cada critério divergem suavemente e assim a ponta da trinca passa a ter coordenadas ligeiramente diferentes, somente então haverá uma leve divergência nos FITs.

Nota-se ainda que a diferença percentual – última coluna da Tabela 6.3 – é mínima quando se compara o valor analítico com o valor numérico. O único percentual divergente foi o de K_I para $\alpha = 62.5^\circ$, e isso se deve ao fato de que, nessa angulação, predomina o modo II puro no início da propagação. Por conta disso, os valores iniciais K_I são muito pequenos e qualquer diferença entre o analítico e o numérico gera percentuais elevados. Neste caso, a diferença foi de aproximadamente $0.015 MPa\sqrt{m}$.

I. FITs para $\alpha = 0^\circ$:

Aqui, serão apresentados os resultados numéricos dos FITs para um ângulo de trinca de 0° .

Tabela 6.4 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 0^\circ$. Unidade em $MPa\sqrt{m}$.

$\alpha = 0^\circ$	BC2D MTC		BC2D MTLEP		BC2D MDED		MTC e MTLEP - Dif %	MTC e MDED - Dif %
Incr.	KI	KII	KI	KII	KI	KII	KI	KI
0	2.34204	0.000999	2.34204	0.000999	2.34204	0.000999	0.0%	0.0%
1	2.52703	-0.00097	2.52703	-0.00108	2.52703	-0.00106	0.0%	0.0%
2	2.63134	0.00065	2.63134	0.00081	2.63134	0.000638	0.0%	0.0%
3	2.77277	-0.00047	2.77277	-0.00072	2.77277	-0.00051	0.0%	0.0%
4	2.92402	-0.00036	2.92402	0.000571	2.92402	-0.0004	0.0%	0.0%
5	3.08155	0.000665	3.08155	-0.00045	3.08155	0.00087	0.0%	0.0%
6	3.24524	-0.00021	3.24524	-0.00034	3.24524	-0.00034	0.0%	0.0%
7	3.4158	-0.00031	3.4158	0.000587	3.4158	-0.00035	0.0%	0.0%
8	3.59427	0.000318	3.59427	-0.00033	3.59427	0.000329	0.0%	0.0%
9	3.78188	-0.00026	3.78188	-0.00029	3.78188	-0.00029	0.0%	0.0%
10	3.97999	-0.00025	3.97999	0.000467	3.97999	-0.00027	0.0%	0.0%
11	4.19014	0.000314	4.19014	-0.00039	4.19014	0.000327	0.0%	0.0%
12	4.41401	-0.00017	4.41401	-0.00027	4.41401	-0.00024	0.0%	0.0%
13	4.65353	-0.00021	4.65353	0.000291	4.65353	-0.00027	0.0%	0.0%
14	4.91085	-0.00022	4.91085	-8E-05	4.91085	-0.00021	0.0%	0.0%
15	5.18845	0.000398	5.18845	-0.00024	5.18845	0.000353	0.0%	0.0%

A Tabela 6.4 mostra os FITs calculados ao longo da propagação obtida por meio dos três critérios para $\alpha = 0^\circ$. Neste caso, nota-se que não houve variação nos valores de K_I – percentuais de diferença de 0% – uma vez que a trinca não possui angulação e, portanto, se propagará em modo I.

Na Figura 6.3 temos os gráficos desta tabela, mostrando que o K_I tanto quando o K_{II} em nada divergem seus valores. As curvas estão muito próximas, tornando difícil distingui-las.

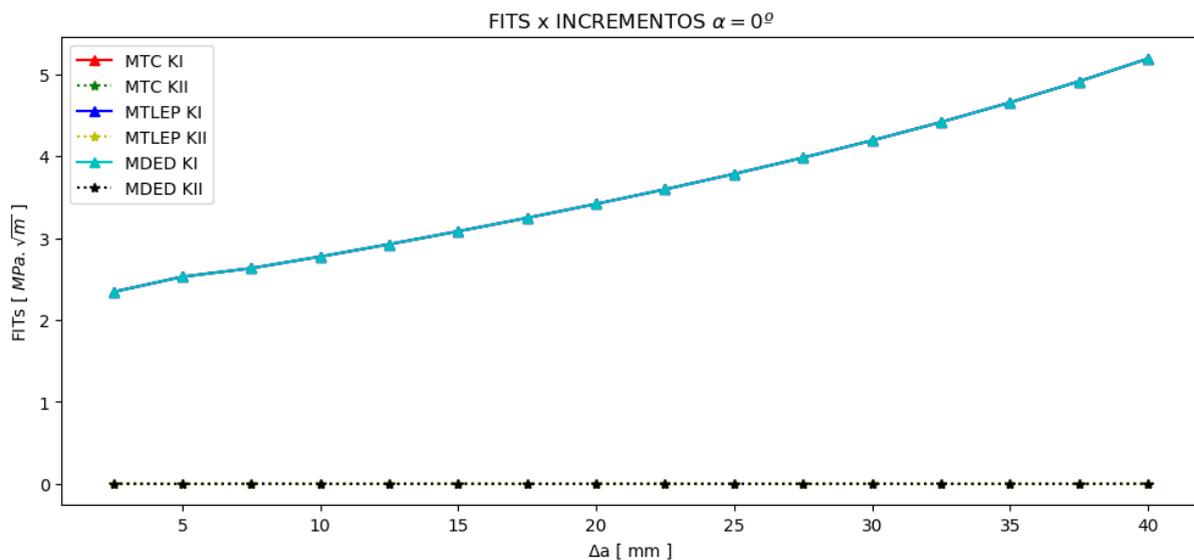


Figura 6.3 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 0^\circ$

II. FITS para $\alpha = 15^\circ$:

Aqui, serão apresentados os resultados numéricos dos FITs para um ângulo de trinca de 15° .

Tabela 6.5 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 15^\circ$. Unidade em $MPa\sqrt{m}$.

$\alpha = 15^\circ$	BC2D MTC		BC2D MTLEP		BC2D MDED		MTC e MTLEP - Dif %	MTC e MDED - Dif %
Incr.	KI	KII	KI	KII	KI	KII	KI	KI
0	2.19562	0.705678	2.19562	0.705678	2.19562	0.705678	0.0%	0.0%
1	2.57322	-0.0102	2.57354	-0.01807	2.57306	-0.00412	0.0%	0.0%
2	2.66485	-0.05841	2.66652	-0.0356	2.66372	-0.07124	0.1%	0.0%
3	2.80393	0.050122	2.80428	-0.01798	2.80288	0.070018	0.0%	0.0%
4	2.94798	-0.10417	2.95423	-0.01633	2.94413	-0.13405	0.2%	0.1%
5	3.10429	0.13298	3.11217	-0.0098	3.09794	0.177318	0.3%	0.2%
6	3.25457	-0.20725	3.27699	-0.00901	3.23958	-0.27023	0.7%	0.5%
7	3.41303	0.278324	3.44928	-0.00647	3.38628	0.365491	1.1%	0.8%
8	3.55469	-0.38594	3.62987	-0.00603	3.50321	-0.49964	2.1%	1.4%
9	3.69857	0.495678	3.81994	-0.00461	3.61379	0.637623	3.3%	2.3%
10	3.81303	-0.62032	4.0208	-0.00445	3.67707	-0.78236	5.4%	3.6%
11	3.93105	0.728906	4.23398	-0.00424	3.73804	0.903729	7.7%	4.9%
12	4.02108	-0.81845	4.4612	-0.00401	3.76037	-0.98912	10.9%	6.5%
13	4.12991	0.87628	4.70437	-0.00421	3.80605	1.03625	13.9%	7.8%
14	4.21766	-0.90544	4.96571	-0.0046	3.82724	-1.04106	17.7%	9.3%
15	4.33019	0.913547	5.24777	-0.00556	3.8788	1.02596	21.2%	10.4%

A Tabela 6.5 e a Figura 6.4 mostram os FITs calculados para $\alpha = 15^\circ$. Como a propagação já não acontece em modo I puro no início, pode-se perceber uma suave variação dos FITs. Os valores de K_{II} podem seguir constante com valores muito próximos de zero ou variar entre valores positivos e negativos com tendência de a média estar próximo de zero, regulando o sinal do ângulo de propagação. A diferença percentual de K_I para os MTLEP e MDED com relação ao MTC gerou resultados satisfatórios. Somente no final da propagação que houve um percentual maior, porém, nesse caso, o elemento encontra-se próximo da falha.

Na Figura 6.4, tem-se o comportamento da Tabela 6.5. Nota-se que no início da propagação os valores dos FITs estão próximos. Da metade para o final, começa-se a ter uma leve divergência, sendo que o MTLEP é o que mais se afasta das demais curvas para K_I . Já para o K_{II} há oscilação dos valores para o MDED e MTC, como já explicado anteriormente, de forma a corrigir o caminho de propagação da trinca.

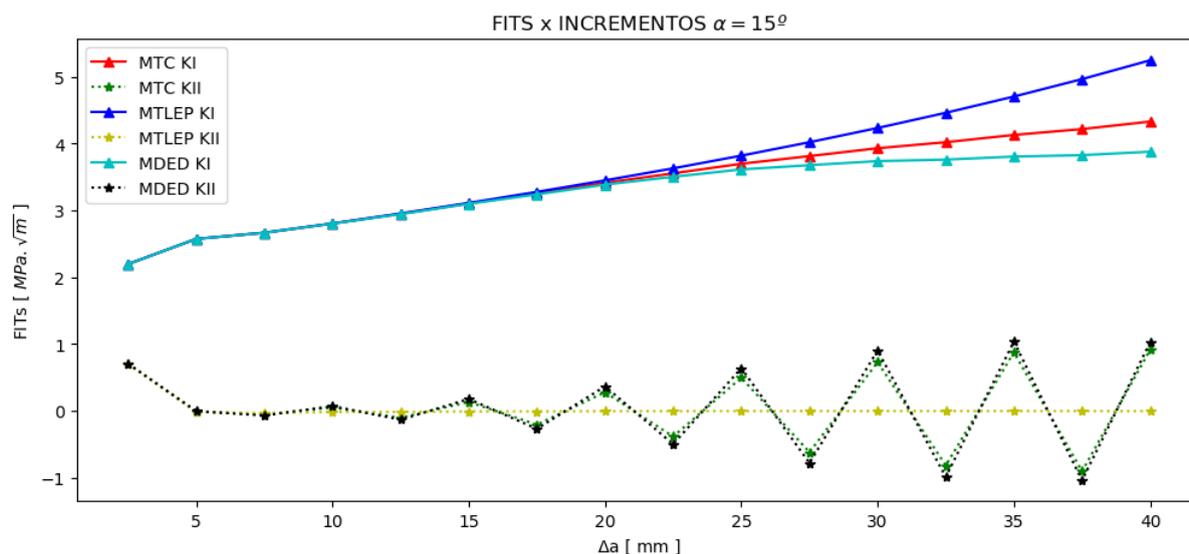


Figura 6.4 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 15^\circ$

III. FITs para $\alpha = 30^\circ$:

Aqui, serão apresentados os resultados numéricos dos FITs para um ângulo de trinca de 30° .

A Tabela 6.6 mostra os FITs calculados para $\alpha = 30^\circ$. A propagação já não acontece em modo I puro no início e, portanto, pode-se perceber uma suave variação dos FITs. Os valores de K_{II} podem seguir constante com valores muito próximos de zero ou variar entre valores positivos e negativos com tendência de a média estar próximo de zero, regulando o sinal do ângulo de propagação. A diferença percentual de K_I para os MTLEP e MDED com relação ao MTC gerou resultados satisfatórios, sendo que o MTLEP foi o que melhor se ajustou. Quando o valor de K_{II} aumenta positivamente (ao invés de se aproximar de zero), o próximo incremento tende a ser um pouco maior que o anterior em módulo, porém, com valor negativo. Contudo, por serem valores baixos não afetam a propagação da trinca.

Tabela 6.6 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 30^\circ$. Unidade em $MPa\sqrt{m}$.

$\alpha = 30^\circ$	BC2D MTC		BC2D MTLEP		BC2D MDED		MTC e MTLEP - Dif %		MTC e MDED - Dif %	
Incr.	KI	KII	KI	KII	KI	KII	KI	KII	KI	KII
0	1.71579	1.277000	1.71579	1.277	1.71579	1.277	0.0%		0.0%	
1	2.61787	-0.03398	2.61817	-0.03774	2.61678	-0.00841	0.0%		0.0%	
2	2.69675	-0.04287	2.69818	-0.02503	2.69022	-0.09766	0.1%		0.2%	
3	2.82266	-0.05015	2.82564	-0.00979	2.82269	0.07583	0.1%		0.0%	
4	2.96918	0.02077	2.96853	-0.04664	2.95201	-0.15857	0.0%		0.6%	
5	3.12207	-0.0448	3.12437	-0.01596	3.10672	0.182262	0.1%		0.5%	
6	3.28601	-0.01794	3.28794	-0.02103	3.24044	-0.28118	0.1%		1.4%	
7	3.45778	-0.01796	3.46032	-0.01398	3.39444	0.353427	0.1%		1.8%	
8	3.63876	-0.01391	3.64172	-0.01307	3.51035	-0.47931	0.1%		3.5%	
9	3.82976	-0.01189	3.83318	-0.01082	3.64187	0.59004	0.1%		4.9%	
10	4.03196	-0.01027	4.03588	-0.00989	3.71794	-0.72238	0.1%		7.8%	
11	4.24678	-0.0092	4.25126	-0.00898	3.81481	0.828805	0.1%		10.2%	
12	4.47583	-0.00856	4.48097	-0.00857	3.85491	-0.91881	0.1%		13.9%	
13	4.72099	-0.00834	4.72691	-0.00888	3.93479	0.974912	0.1%		16.7%	
14	4.98441	-0.00852	4.99129	-0.00925	3.96548	-0.99814	0.1%		20.4%	
15	5.26862	-0.00911	5.2767	-0.00991	4.04505	1.0009	0.2%		23.2%	

Na Figura 6.5, tem-se o comportamento da Tabela 6.6. Nota-se que no início da propagação os valores dos FITs estão próximos. Para K_I as curvas do MTC e do MTLEP são quase idênticas. A curva do MDED diverge levemente. Para K_{II} as curvas do MTC e MTLEP estão em torno de zero no eixo X, enquanto as do MDED oscila para corrigir a propagação.

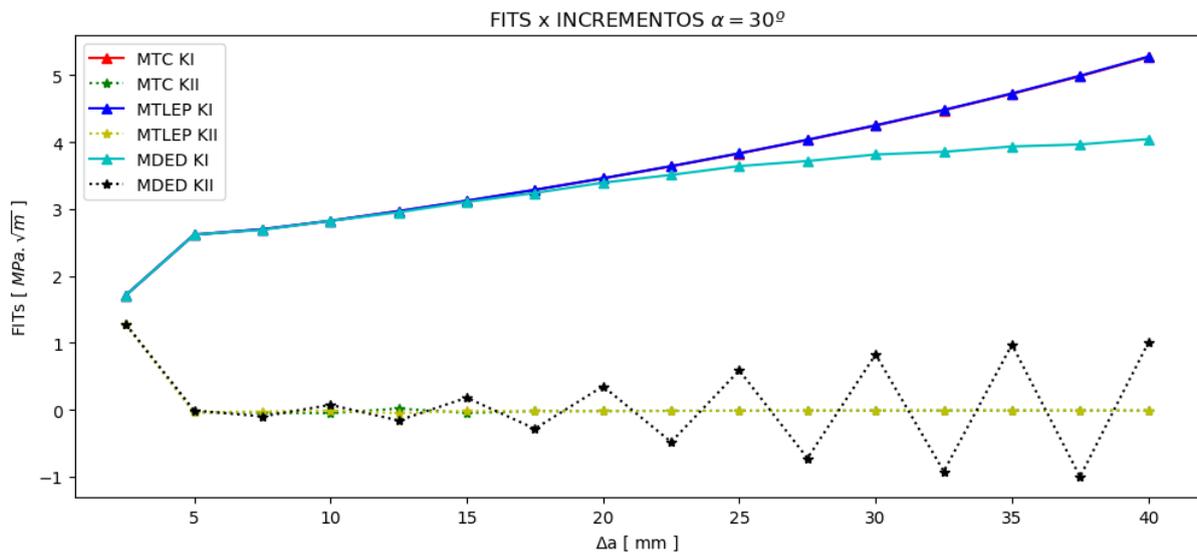


Figura 6.5 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 30^\circ$.

IV. FITs para $\alpha = 45^\circ$:

Aqui, serão apresentados os resultados numéricos dos FITs para um ângulo de trinca de 45° .

A Tabela 6.7 mostra os FITs calculados para $\alpha = 45^\circ$. A propagação já não acontece em modo I puro no início e, portanto, pode-se perceber uma suave variação dos FITs. A diferença percentual de K_I para os MTLEP e MDED com relação ao MTC gerou resultados satisfatórios, sendo que os três critérios geraram resultados quase idênticos. Para K_{II} o MDED gerou resultados ligeiramente mais próximos do MTC, porém, o MTLEP também se ajustou muito bem.

Tabela 6.7 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 45^\circ$. Unidade em $MPa\sqrt{m}$.

$\alpha = 45^\circ$	BC2D MTC		BC2D MTLEP		BC2D MDED		MTC e MTLEP - Dif %		MTC e MDED - Dif %	
	Incr.	KI	KII	KI	KII	KI	KII	KI	KI	
0	0.980743	1.562030	0.980743	1.56203	0.980743	1.56203	0.0%	0.0%		
1	2.56695	-0.04367	2.56709	-0.04655	2.56612	-0.01975	0.0%	0.0%		
2	2.6763	-0.01141	2.67709	0.015218	2.67589	-0.01116	0.0%	0.0%		
3	2.80295	-0.0619	2.80667	-0.02027	2.80082	-0.07209	0.1%	0.1%		
4	2.94917	0.01857	2.94764	-0.05499	2.94791	0.033941	0.1%	0.0%		
5	3.09838	-0.05615	3.10272	0.033837	3.09668	-0.06129	0.1%	0.1%		
6	3.26096	0.026443	3.261	-0.05841	3.2593	0.033044	0.0%	0.1%		
7	3.4283	-0.04441	3.43232	0.050062	3.42634	-0.0466	0.1%	0.1%		
8	3.60685	-0.02257	3.60929	-0.05354	3.60472	-0.02229	0.1%	0.1%		
9	3.79502	-0.02112	3.79896	-0.00896	3.7926	-0.02106	0.1%	0.1%		
10	3.99447	-0.01771	3.99846	-0.02074	3.99174	-0.01761	0.1%	0.1%		
11	4.20635	-0.01557	4.21087	-0.01263	4.20328	-0.01545	0.1%	0.1%		
12	4.43211	-0.01394	4.43714	-0.0137	4.42865	-0.01349	0.1%	0.1%		
13	4.67343	-0.01282	4.67915	-0.01148	4.66952	-0.01252	0.1%	0.1%		
14	4.93224	-0.01216	4.93881	-0.01145	4.9278	-0.01159	0.1%	0.1%		
15	5.21082	-0.01193	5.21846	-0.01093	5.20575	-0.0115	0.1%	0.1%		

Na Figura 6.6 mostram-se os FITs da Tabela 6.7. Nota-se que as curvas, tanto de K_I quanto de K_{II} , são bem próximas entre si, quase não havendo divergências. Neste caso, o modo II de abertura é predominante no início da propagação, tanto que os valores de K_{II} são maiores que o de K_I no começo da fissuração.

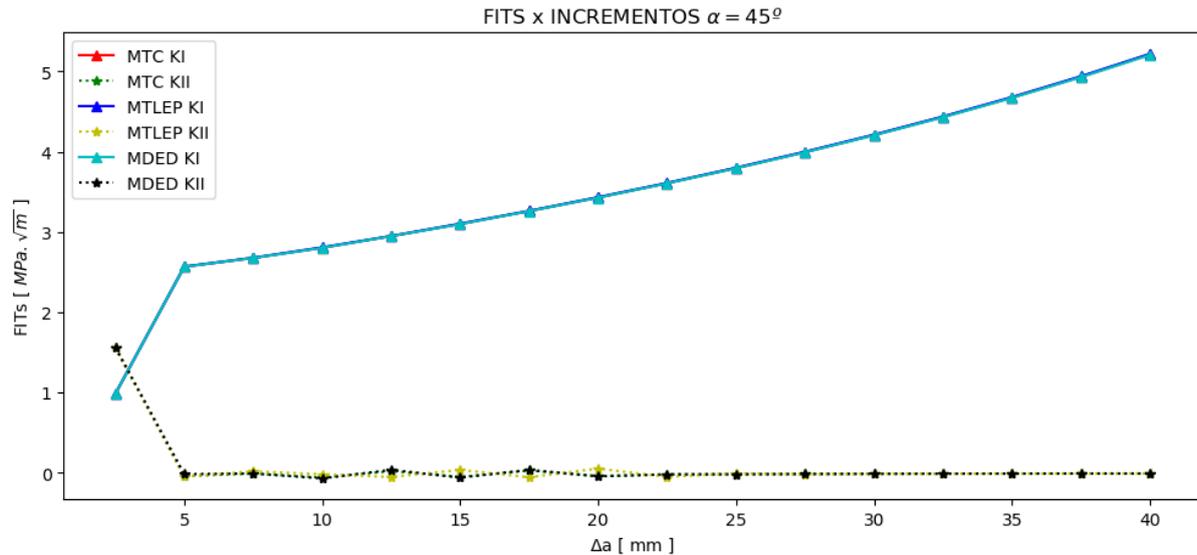


Figura 6.6 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 45^\circ$.

V. FITs para $\alpha = 62.5^\circ$:

Aqui, serão apresentados os resultados numéricos dos FITs para um ângulo de trinca de 62.5° .

A Tabela 6.8 mostra os FITs calculados para $\alpha = 62.5^\circ$. A propagação acontece em modo II puro no início e, portanto, pode-se perceber que os valores de K_{II} são maiores que os de K_I no início. A diferença percentual de K_I para os MTLEP e MDED com relação ao MTC gerou resultados satisfatórios. Aqui, a curva do MTLEP foi a que melhor se ajustou ao MTC. Para K_{II} o MTLEP e o MTC oscilaram corrigindo a propagação.

Tabela 6.8 – FITs ao longo da propagação com $\alpha = 62.5^\circ$. Unidade em $MPa\sqrt{m}$.

$\alpha = 62.5^\circ$ Incr.	BC2D MTC		BC2D MTLEP		BC2D MDED		MTC e MTLEP - Dif %		MTC e MDED - Dif %	
	KI	KII	KI	KII	KI	KII	KI		KI	
0	0.029152	1.368420	0.029152	1.36842	0.029152	1.36842	0.0%		0.0%	
1	2.21473	0.024076	2.2184	-0.05942	2.21896	-0.00427	0.2%		0.2%	
2	2.45674	0.046745	2.45202	0.022684	2.44249	-0.02669	0.2%		0.6%	
3	2.62548	-0.1183	2.62852	-0.05948	2.6226	-0.01554	0.1%		0.1%	
4	2.80134	0.096483	2.80109	0.032936	2.78835	-0.05471	0.0%		0.5%	
5	2.94744	-0.17903	2.96148	-0.06763	2.95493	0.016161	0.5%		0.3%	
6	3.11694	0.174395	3.1292	0.049989	3.11732	-0.05192	0.4%		0.0%	
7	3.25759	-0.26104	3.28884	-0.12112	3.28625	-0.03406	1.0%		0.9%	
8	3.43068	0.27413	3.46542	0.136399	3.46086	-0.03251	1.0%		0.9%	
9	3.56976	-0.36414	3.625	-0.23652	3.64342	-0.0291	1.5%		2.1%	
10	3.74733	0.391218	3.80637	0.304414	3.83515	-0.02659	1.6%		2.3%	
11	3.88482	-0.47981	3.94516	-0.45448	4.03738	-0.02441	1.6%		3.9%	
12	4.06635	0.512275	4.10421	0.586844	4.25149	-0.02272	0.9%		4.6%	
13	4.20312	-0.59135	4.17923	-0.7715	4.47899	-0.0213	0.6%		6.6%	
14	4.38922	0.619239	4.28695	0.911856	4.72153	-0.02033	2.3%		7.6%	
15	4.52723	-0.68177	4.29731	-1.03887	4.98102	-0.01968	5.1%		10.0%	

Na Figura 6.7 mostram os FITS da Tabela 6.8. Nota-se a proximidade da curva de K_I para o MTC e MTLEP, bem como a oscilação dessas duas curvas para os valores de K_{II} .

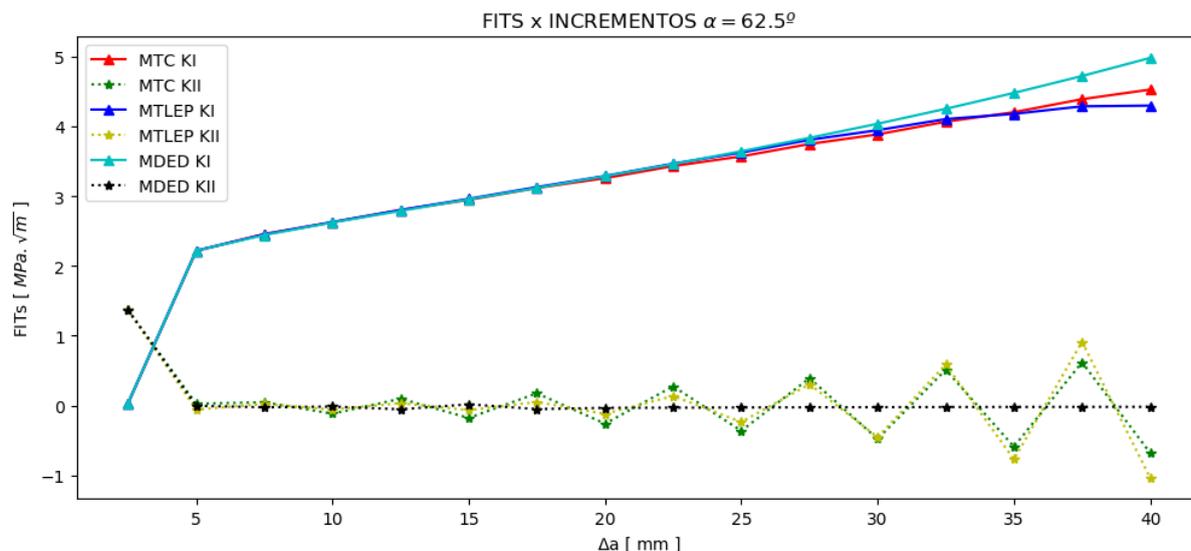


Figura 6.7 – FITs vs. Incrementos para $\alpha = 62.5^\circ$.

6.1.2 CAMINHO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA – RESULTADOS NUMÉRICOS

I. Caminho de propagação para $\alpha = 0^\circ$.

Aqui, serão abordados os resultados numéricos dos caminhos de propagação para um ângulo de trinca de 0° .

A propagação para quando a trinca está a zero graus é mostrada na Figura 6.8. Pode-se perceber que quase não é possível identificar as curvas, pois estão sobrepostas. De forma ampliada a Figura 6.9 mostra a mesma propagação. Nesse caso, o MDED foi o método que mais se aproximou da curva do MTC, contudo, as três curvas têm resultados satisfatórios.

A Figura 6.10 mostra as curvas de forma separada, percebendo-se igual tendência para os três critérios. Neste caso a trinca começa em modo I e continua assim ao longo de toda a propagação.

Os ângulos calculados de cada incremento de propagação estão na Tabela 6.9. Como a propagação é em modo I puro, os valores são muito próximos do zero. Percebe-se também que o MDED mais se aproxima da curva do MTC.

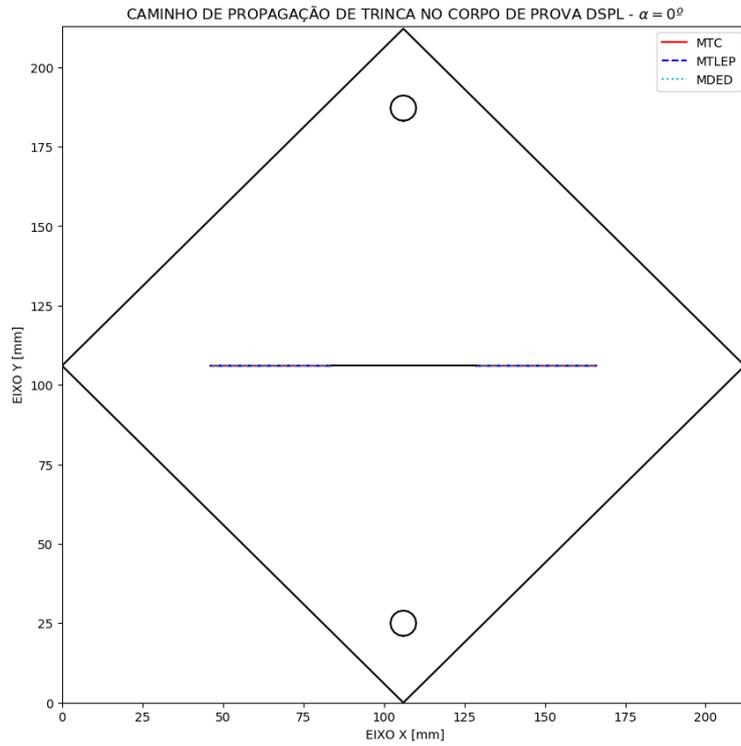


Figura 6.8 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 0^\circ$.

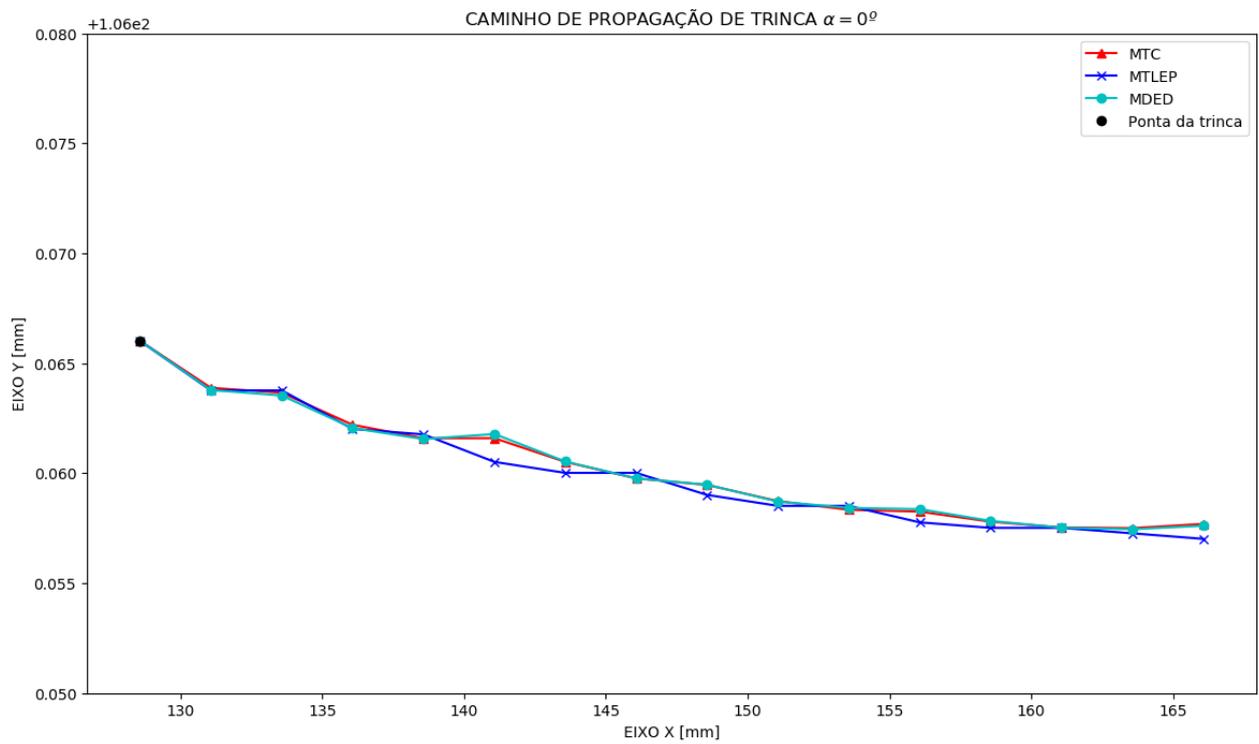


Figura 6.9 – Caminho de propagação com $\alpha = 0^\circ$.

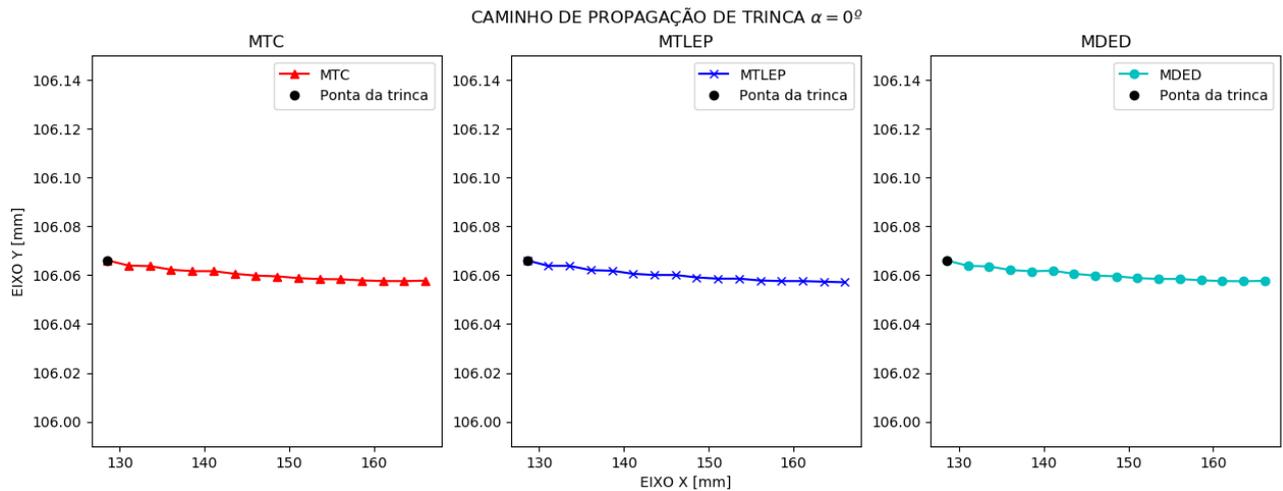


Figura 6.10 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 0^\circ$.

Tabela 6.9 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 0^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).

$\alpha = 0^\circ$	BC2D MTC	BC2D MTLEP	BC2D MDED
0	0	0	0
1	-0.04888458	-0.0515662	-0.05114528
2	0.043784796	0.051566202	0.045415705
3	-0.02830629	-0.04010705	-0.02822697
4	0.019371375	0.034377468	0.022497393
5	0.014099988	-0.02291831	0.016767815
6	-0.02472902	0.017188734	-0.03395655
7	0.007429332	0.011459156	0.011038237
8	0.010474177	-0.02291831	0.011038237
9	-0.01014295	0.011459156	-0.01103824
10	0.007853364	0.011459156	0.011038237
11	0.007150795	-0.01718873	0.00530866
12	-0.0085963	0.011459156	-0.01103824
13	0.00453008	0.005729578	0.00530866
14	0.005245903	-0.00572958	0.00530866
15	0.005077651	0	0.00530866

II. Caminho de propagação para $\alpha = 15^\circ$.

Aqui, serão abordados os resultados numéricos dos caminhos de propagação para um ângulo de trinca de 15° .

A propagação para quando a trinca está a 15 graus é mostrada na Figura 6.8 e Figura 6.11. Pode-se perceber que as curvas estão sobrepostas. De forma ampliada a Figura 6.12 mostra a mesma propagação. Nesse caso, o MDED foi o método que mais se aproximou da curva do MTC, porém, as três curvas têm resultados bem próximos.

A Figura 6.13 mostra as curvas de forma separada. Neste caso a trinca começa em modo misto

e continua a se propagar em modo I.

Os ângulos calculados de cada incremento de propagação estão na Tabela 6.10. O critério MDED foi o que gerou resultados mais próximos ao do MTC.

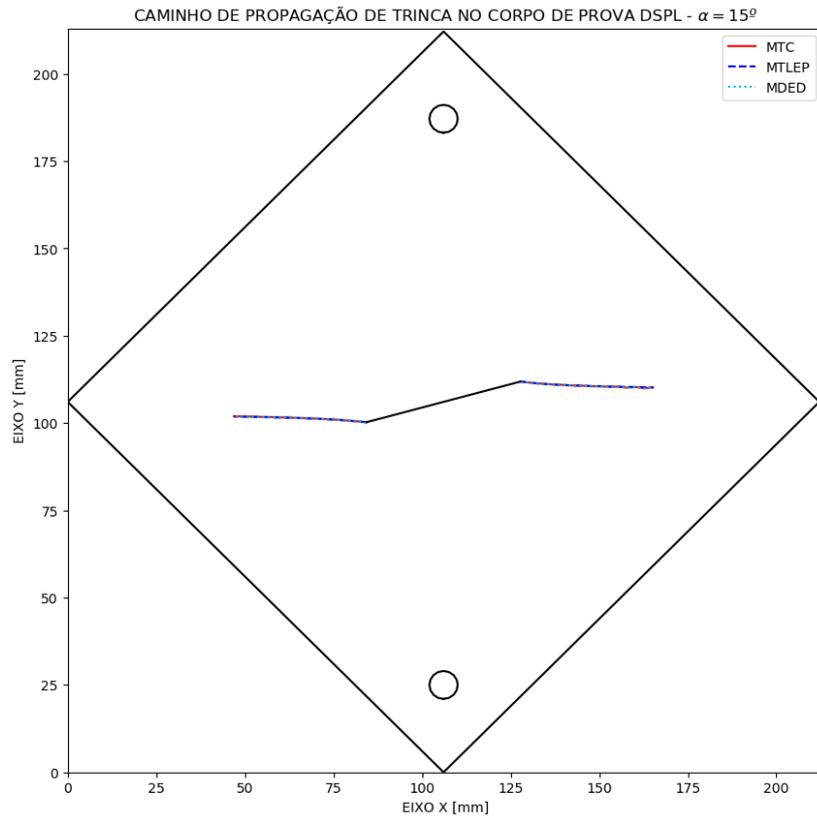


Figura 6.11 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 15^\circ$.

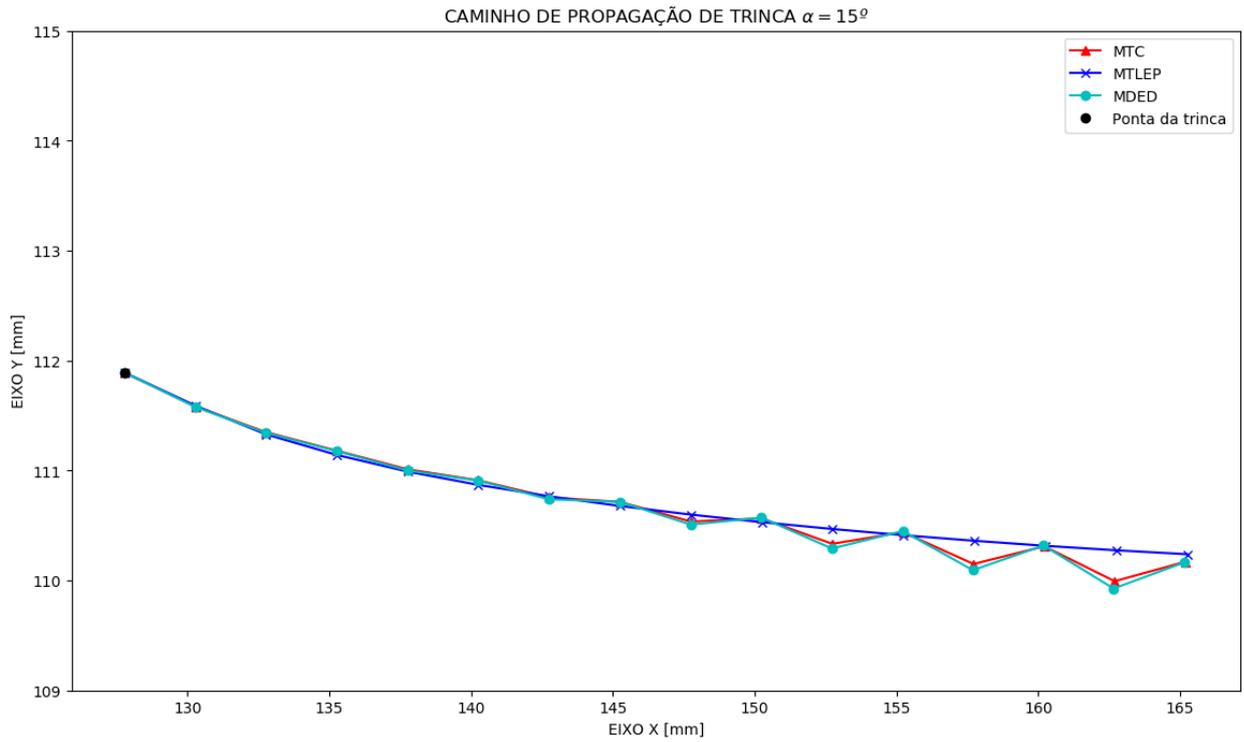


Figura 6.12 – Caminho de propagação com $\alpha = 15^\circ$.

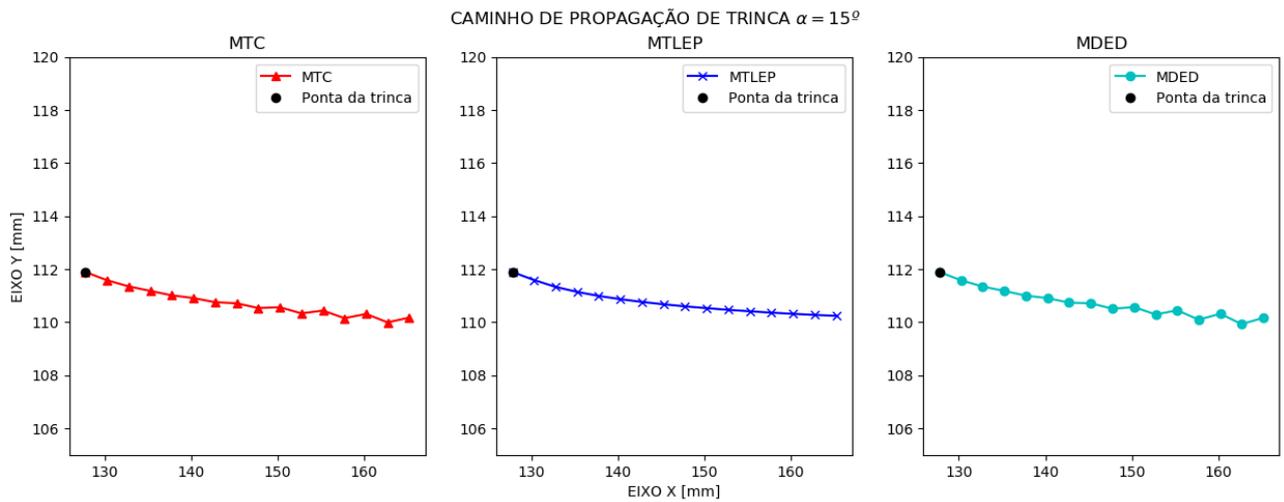


Figura 6.13 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 15^\circ$.

Tabela 6.10 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 15^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).

$\alpha = 15^\circ$	BC2D MTC	BC2D MTLEP	BC2D MDED
0	0	0	0
1	-22.055128	-21.869799	-22.13336
2	1.7088217	0.88808458	1.7125124
3	1.4856017	1.6902255	1.6298545
4	-0.02816861	0.81360007	-0.25762055
5	1.5934234	0.69900851	1.9392517
6	-1.2732827	0.40107046	-1.798877
7	2.6275438	0.34950426	3.3802405
8	-3.1458708	0.2349127	-4.2224885
9	4.7356825	0.21199438	6.1934633
10	-5.9560232	0.1546986	-7.880824
11	7.7276739	0.13750987	10.080982
12	-9.057876	0.12605071	-11.825638
13	10.32168	0.11459156	13.321058
14	-10.974655	0.11459156	-14.134658
15	11.354189	0.11459156	14.438326

III. Caminho de propagação para $\alpha = 30^\circ$.

Aqui, serão abordados os resultados numéricos dos caminhos de propagação para um ângulo de trinca de 30° .

A propagação para quando a trinca está a 30 graus é mostrada na Figura 6.14. Pode-se perceber que as curvas estão novamente sobrepostas. De forma ampliada a Figura 6.15 mostra a mesma propagação. Nesse caso, o MTLEP se aproximou da curva do MTC, porém, as três curvas têm resultados bem próximos. No MDED pode-se notar o efeito da oscilação do valor de K_{II} . Quando esse parâmetro oscila entre valores negativos e positivos, isso causa oscilação também na direção da trinca, que pode apontar para cima ou para baixo. Assim, sempre que a curva desce um pouco além, a correção acontece no próximo incremento, fazendo-o subir.

A Figura 6.16 mostra as curvas de forma separada. Neste caso a trinca começa em modo misto e continua a se propagar em modo I.

Os ângulos calculados de cada incremento de propagação estão na Tabela 6.11. O critério MTLEP foi o que gerou resultados mais próximos ao do MTC. Os primeiros incrementos são os que definem a direção de propagação, uma vez que, posteriormente, a trinca cresce em modo I.

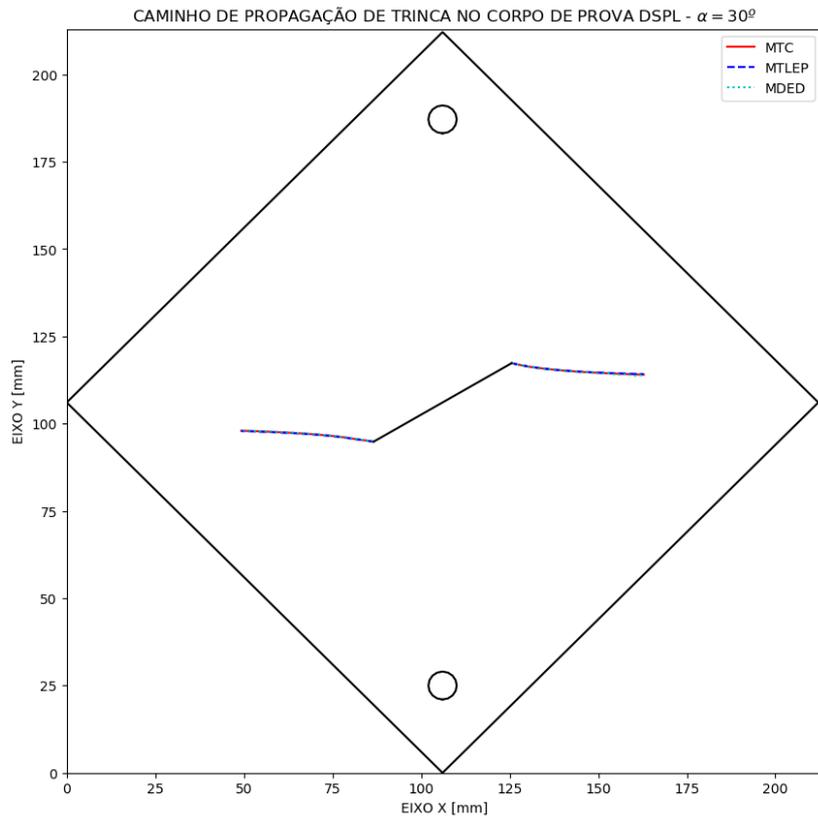


Figura 6.14 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 30^\circ$.

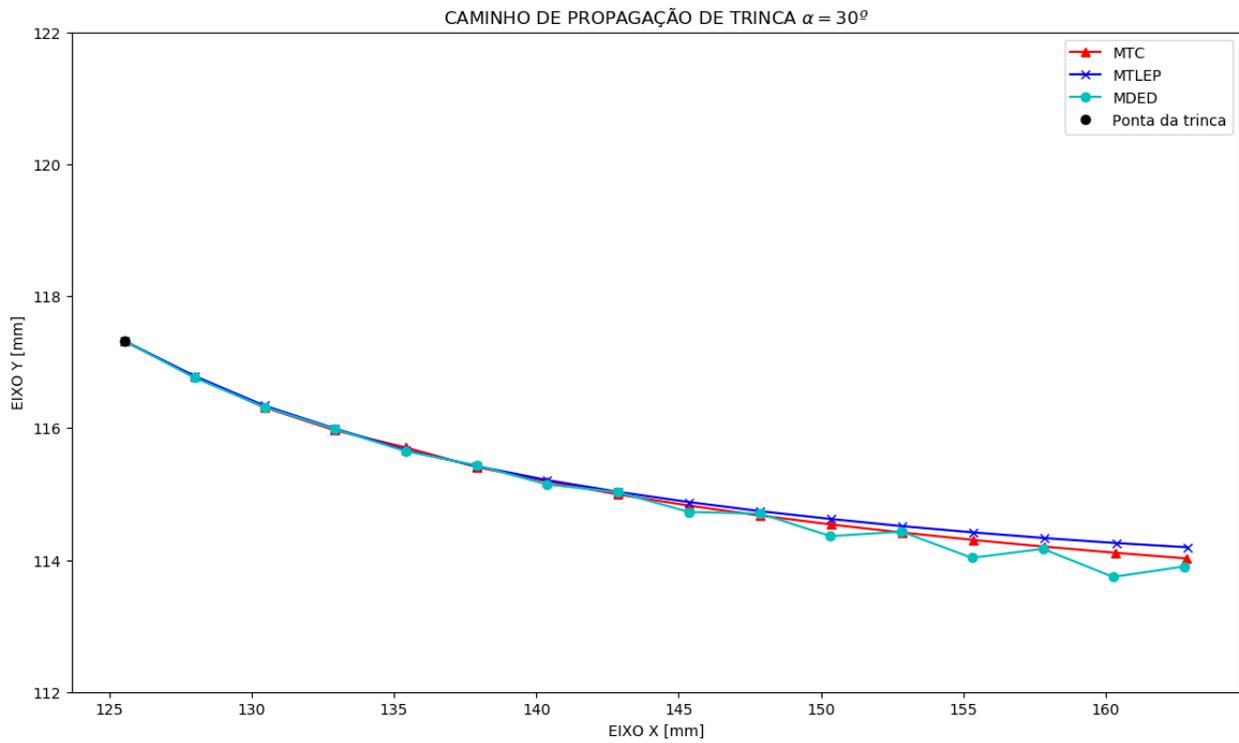


Figura 6.15 – Caminho de propagação com $\alpha = 30^\circ$.

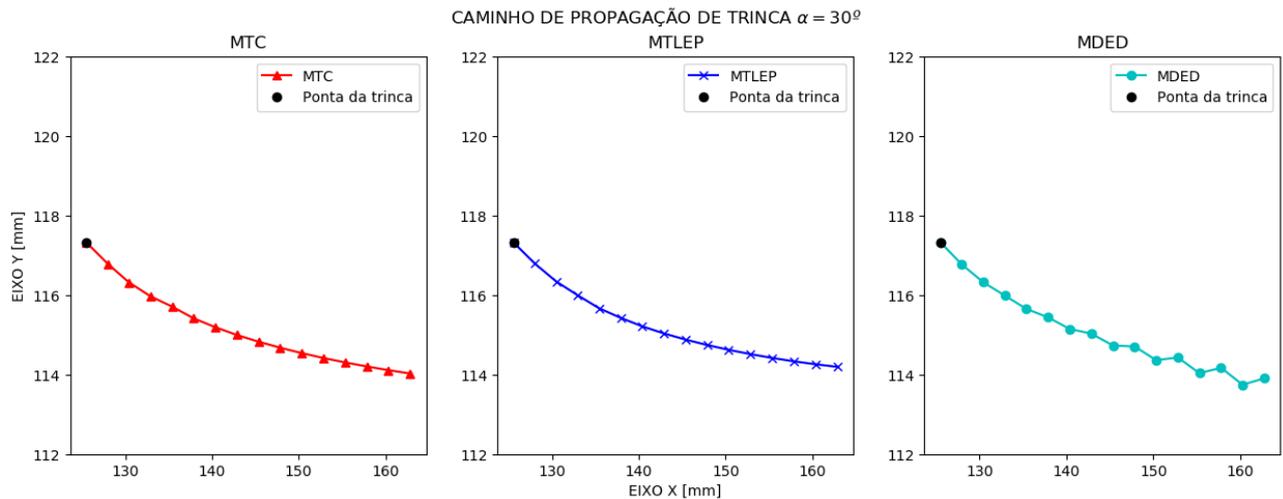


Figura 6.16 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 30^\circ$.

Tabela 6.11 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 30^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).

$\alpha = 30^\circ$	BC2D MTC	BC2D MTLEP	BC2D MDED
0	0	0	0
1	-42.313694	-42.172559	-42.731192
2	1.4869282	1.8220058	2.4430336
3	2.8375515	2.3806396	2.6153419
4	2.0343208	0.4411775	-0.01411349
5	-0.80149232	1.9881635	2.7814996
6	1.6435536	0.64744231	-1.7730939
7	0.62539914	0.80787049	3.9589279
8	0.59525155	0.50993244	-4.1308152
9	0.43792984	0.45263666	6.2822718
10	0.35567651	0.35523383	-7.310731
11	0.2917908	0.30939721	9.4335396
12	0.2481598	0.26929016	-10.659669
13	0.21917311	0.24064227	12.195196
14	0.2024524	0.2349127	-12.865557
15	0.19596885	0.2349127	13.412732

IV. Caminho de propagação para $\alpha = 45^\circ$.

Aqui, serão abordados os resultados numéricos dos caminhos de propagação para um ângulo de trinca de 45° .

A propagação para quando a trinca está a 45 graus é mostrada na Figura 6.17. Perceber-se que as curvas estão sobrepostas. De maneira ampliada a Figura 6.18 mostra a mesma propagação. Nesse caso, tanto o MTLEP quanto o MDED se aproximaram da curva do MTC.

Na Figura 6.19 tem-se as curvas de forma separada. Neste caso a trinca começa em modo misto

e continua a se propagar em modo I.

Os ângulos calculados de cada incremento de propagação estão na Tabela 6.12. O critério MDED foi o que gerou resultados mais próximos ao do MTC.

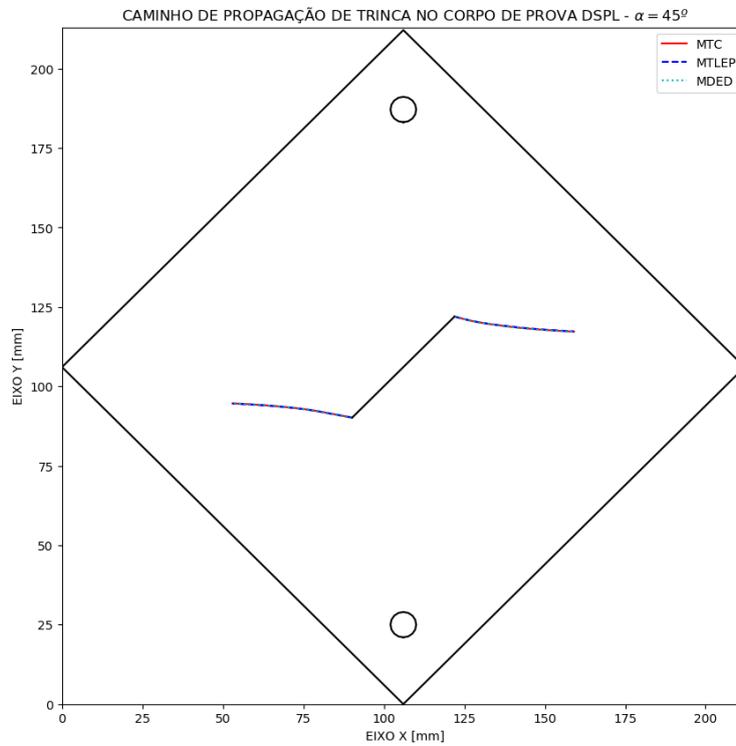


Figura 6.17 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 45^\circ$.

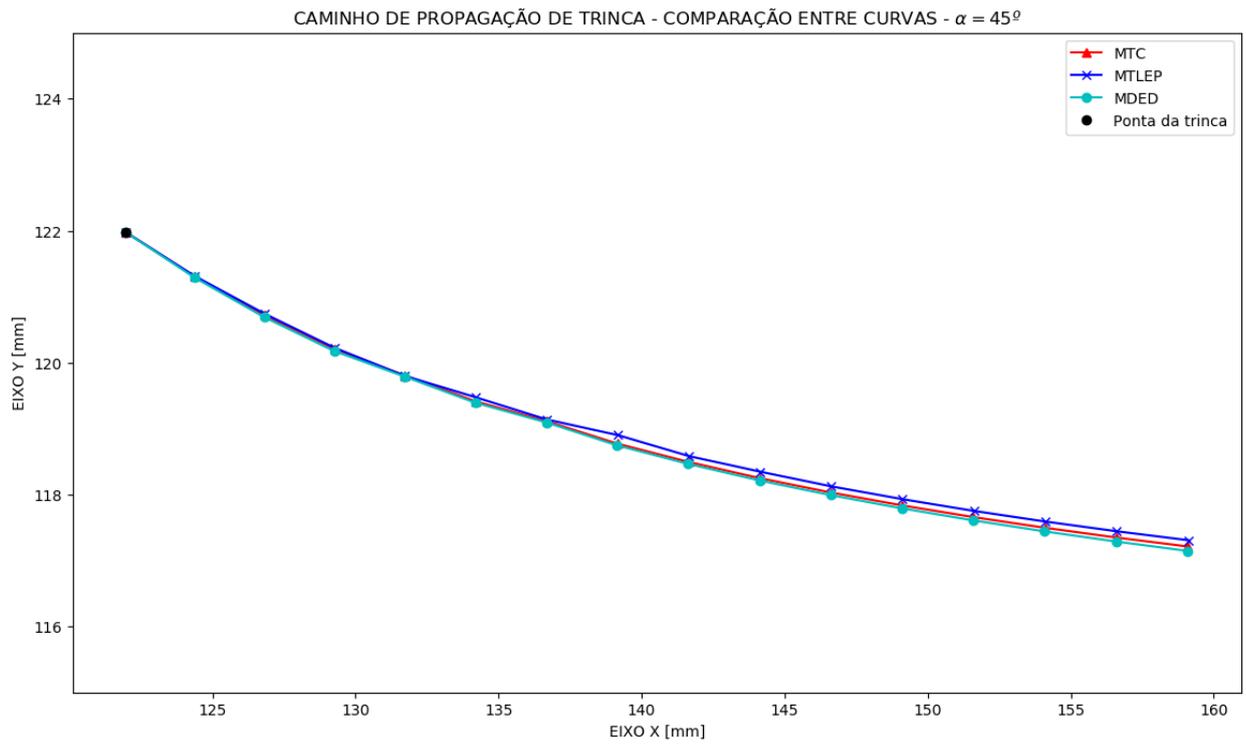


Figura 6.18 – Caminho de propagação com $\alpha = 45^\circ$.

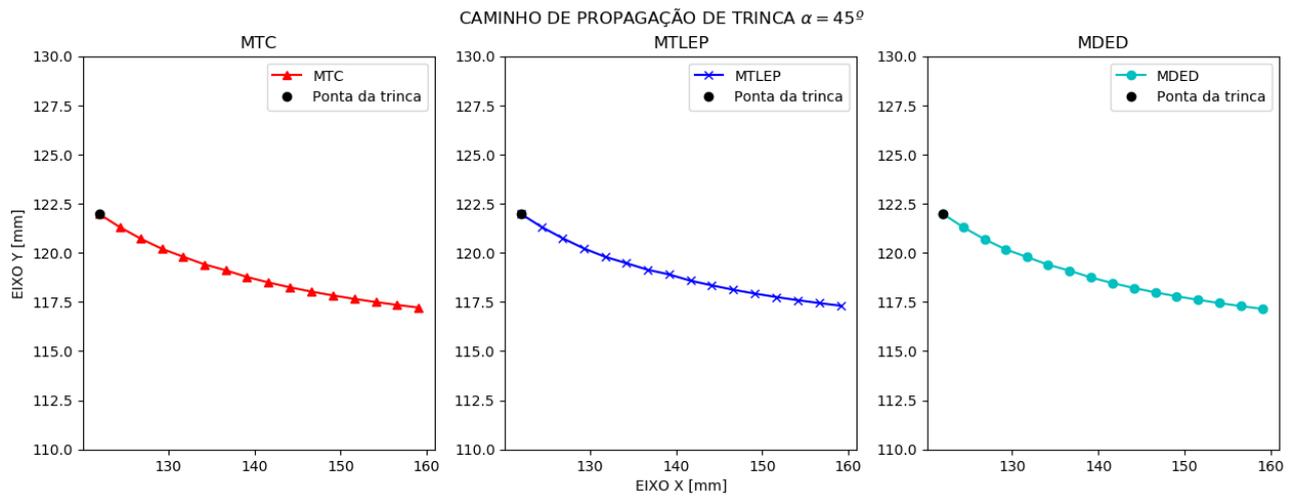


Figura 6.19 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 45^\circ$.

Tabela 6.12 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 45^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).

$\alpha = 45^\circ$	BC2D MTC	BC2D MTLEP	BC2D MDED
0	0	0	0
1	-60.528573	-60.438453	-60.965574
2	1.9479999	2.2918312	2.1336364
3	1.7525136	1.2232649	1.9531547
4	2.5276398	2.0970255	2.9445821
5	0.31611564	2.3605861	-0.18313604
6	2.0751635	-0.24923664	2.268492
7	-0.92906168	2.2631833	-1.1626834
8	1.4838164	-1.8449241	1.5580243
9	0.71713823	1.8793016	0.71004675
10	0.63755504	0.29793805	0.63556223
11	0.50792173	0.65890146	0.50378194
12	0.42414021	0.37815214	0.42356785
13	0.36034659	0.3896113	0.34908334
14	0.31438017	0.30939721	0.30897629
15	0.28253822	0.29220848	0.26886925

V. Caminho de propagação para $\alpha = 62.5^\circ$.

Aqui, serão abordados os resultados numéricos dos caminhos de propagação para um ângulo de trinca de 62.5° .

A propagação para quando a trinca está a 62.5 graus é mostrada na Figura 6.8Figura 6.20. As curvas estão sobrepostas. De maneira ampliada a Figura 6.21 mostra a mesma propagação. Tanto o MTLEP quanto o MDED se aproximaram da curva do MTC.

Na Figura 6.22 tem-se as curvas de forma separada. Neste caso a trinca começa em modo II puro e depois se ajusta para propagação em modo I.

Os ângulos calculados de cada incremento de propagação estão na Tabela 6.13. Os primeiros incrementos são os que definem a direção de propagação. Neste caso, em modo II puro, o K_{II} tem influência muito forte no início da propagação.

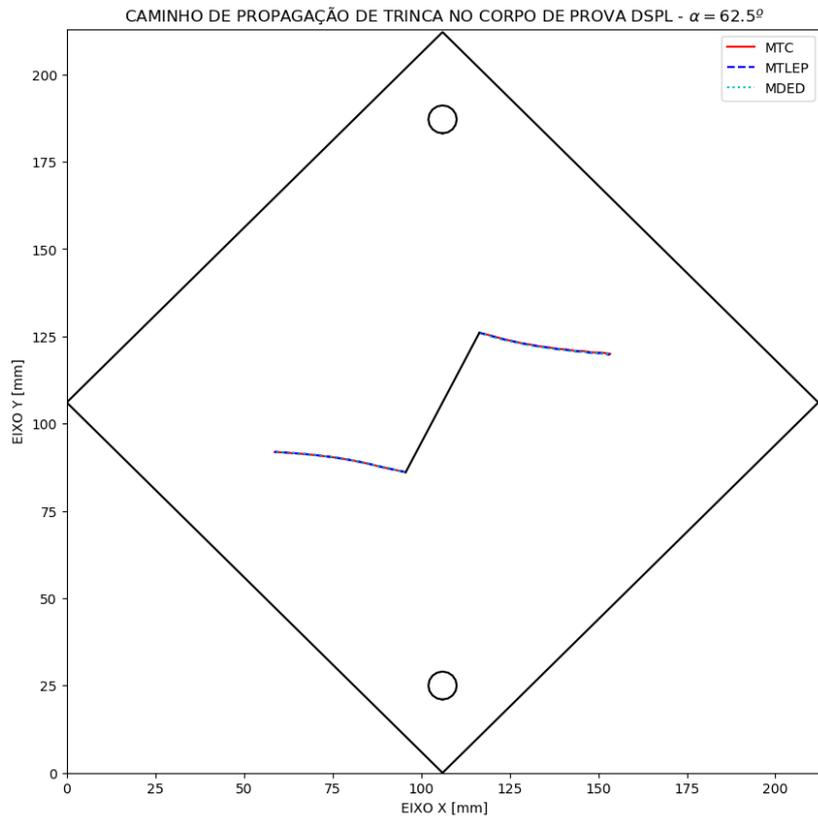


Figura 6.20 – Caminho de propagação do corpo de prova DLSP com $\alpha = 62.5^\circ$.

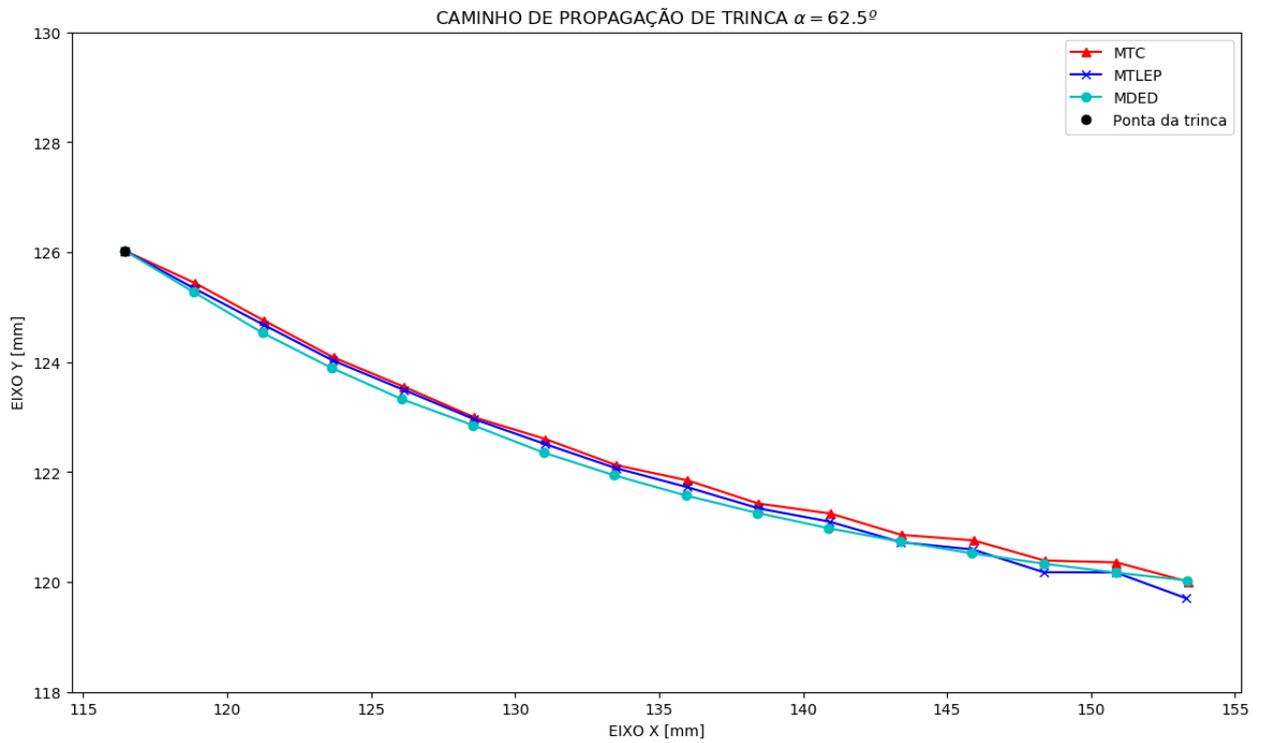


Figura 6.21 – Caminho de propagação com $\alpha = 62.5^\circ$.

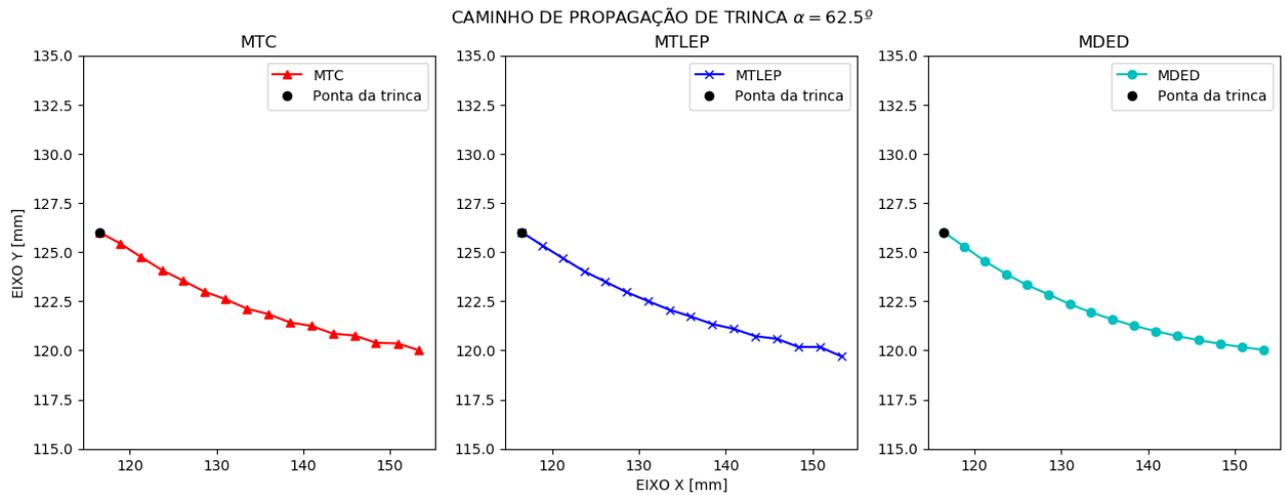


Figura 6.22 – Caminho de propagação com curvas separadas para $\alpha = 62.5^\circ$.

Tabela 6.13 – Ângulos de propagação dos três critérios para $\alpha = 62.5^\circ$. Unidade em graus ($^\circ$).

$\alpha = 62.5^\circ$	BC2D MTC	BC2D MTLEP	BC2D MDED
0	0	0	0
1	-76.057005	-78.340519	-79.95626
2	-2.3346478	0.46982539	0.22303262
3	0.39105356	0.2606958	2.3284421
4	3.1712502	2.8590594	1.8041857
5	-0.48526836	-0.04583662	2.2455736
6	3.718579	1.8764368	-0.62410308
7	-1.8410151	0.30080284	1.9075285
8	4.5366666	2.1657805	1.1856017
9	-3.3150449	-0.882355	1.0767397
10	5.5810883	3.1856453	0.91631155
11	-4.8325356	-2.9106256	0.79599042
12	6.7124861	5.4889357	0.69285801
13	-6.21777	-6.4199921	0.61264392
14	7.698435	9.3936431	0.54388899
15	-7.26284	-10.788795	0.49232279

6.1.3 COMPARAÇÃO GRÁFICA ENTRE CURVAS DE PROPAGAÇÃO NUMÉRICA E EXPERIMENTAL.

I. Gráficos para $\alpha = 0^\circ$.

A seguir, nas Figura 6.23 e Figura 6.24, tem-se a comparação visual entre o resultado numérico e o resultado experimental. Os resultados gráficos se mostraram satisfatórios.

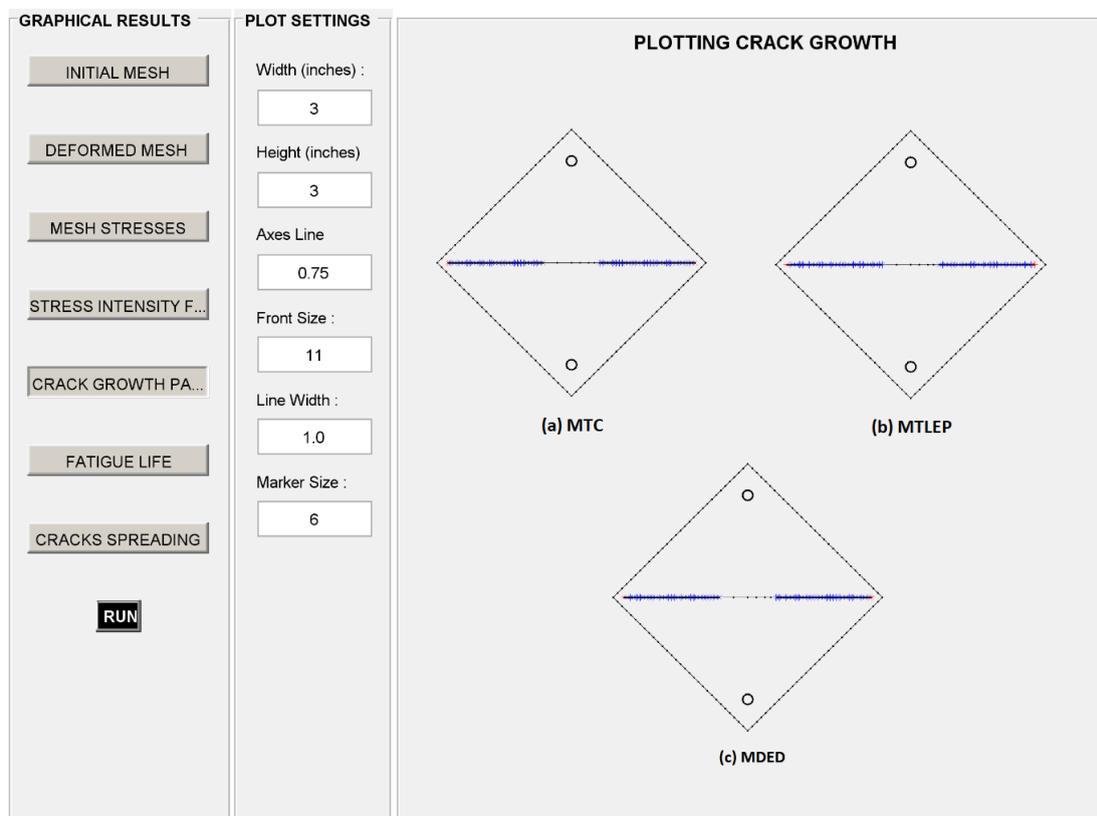


Figura 6.23 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 0^\circ$. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.

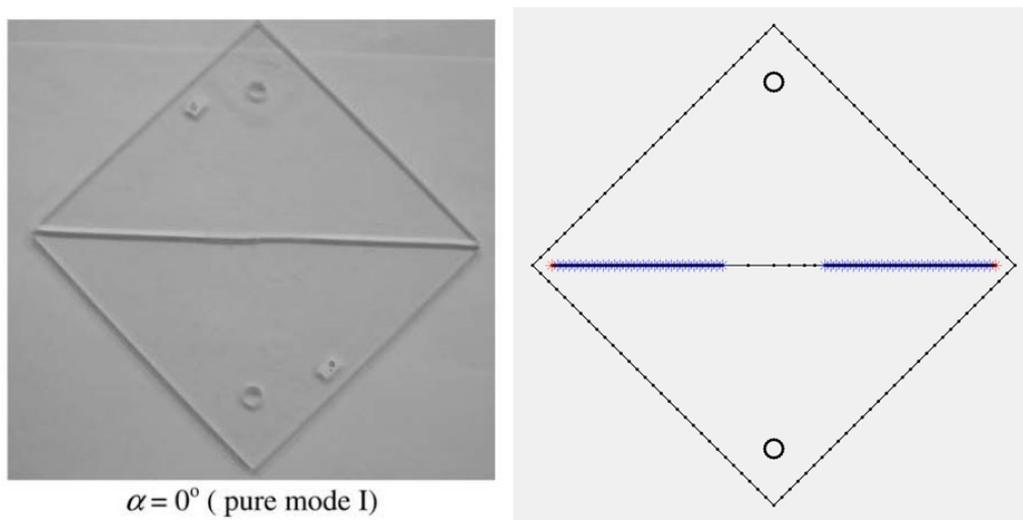


Figura 6.24 – Padrão de fissura para $\alpha = 0^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 0^\circ$ à direita.

II. Gráficos para $\alpha = 15^\circ$.

A seguir, nas Figura 6.25 e Figura 6.26, tem-se a comparação visual entre o resultado numérico e o resultado experimental. Os resultados gráficos se mostraram satisfatórios.

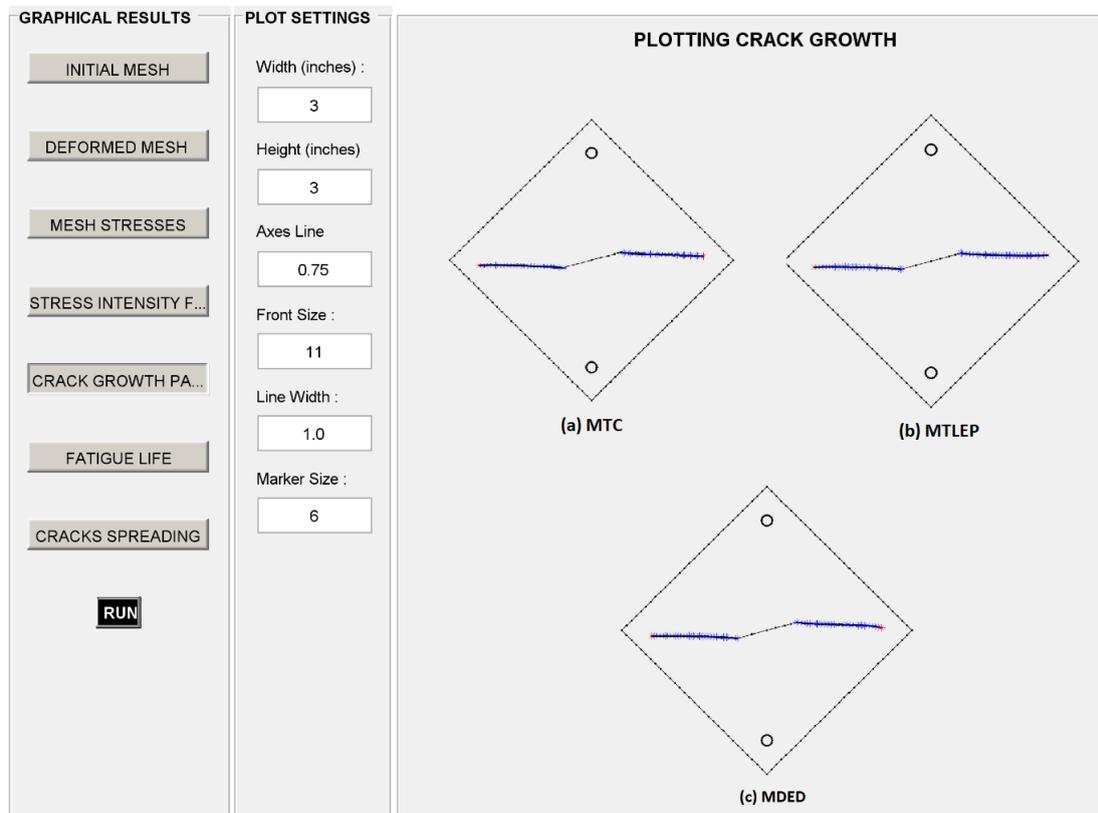


Figura 6.25 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 15^\circ$. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED

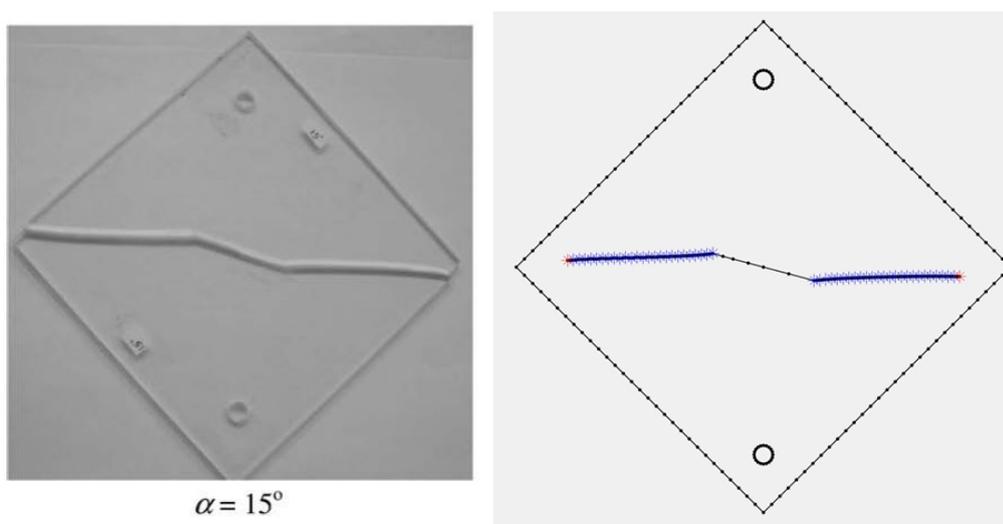


Figura 6.26 – Padrão de fissura para $\alpha = 15^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 15^\circ$ à direita.

III. Gráficos para $\alpha = 30^\circ$.

A seguir, nas Figura 6.27 e Figura 6.28, tem-se a comparação visual entre o resultado numérico e o resultado experimental. Os resultados gráficos se mostraram satisfatórios.

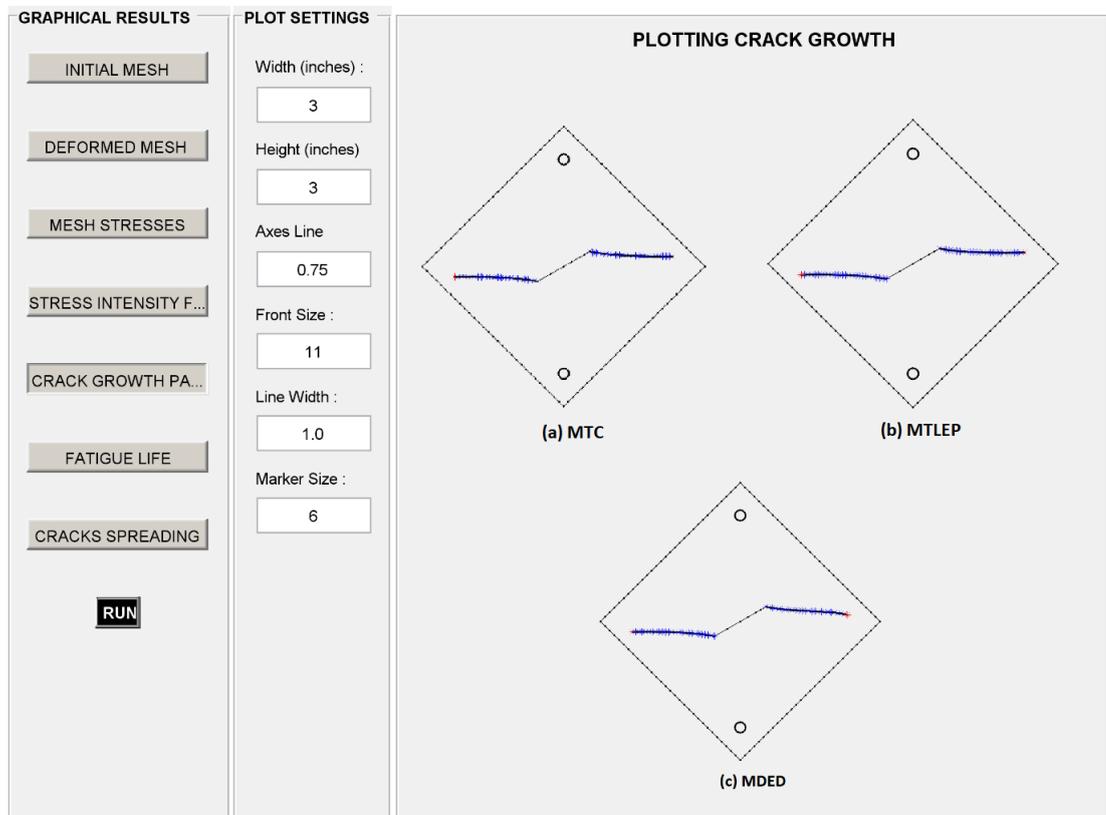


Figura 6.27 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 30^\circ$. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.

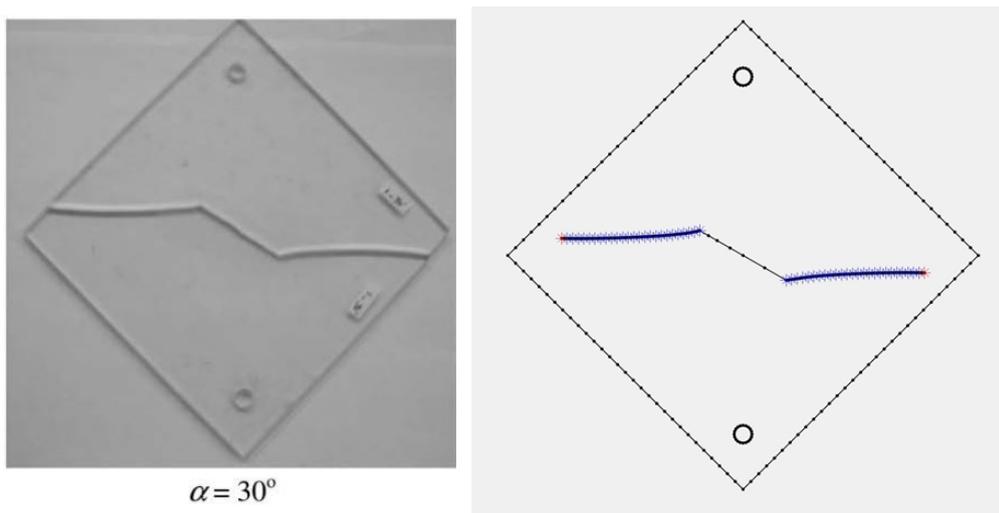


Figura 6.28 – Padrão de fissura para $\alpha = 30^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 30^\circ$ à direita.

IV. Gráficos para $\alpha = 45^\circ$.

A seguir, nas Figura 6.29 e Figura 6.30, tem-se a comparação visual entre o resultado numérico e o resultado experimental. Os resultados gráficos se mostraram satisfatórios.

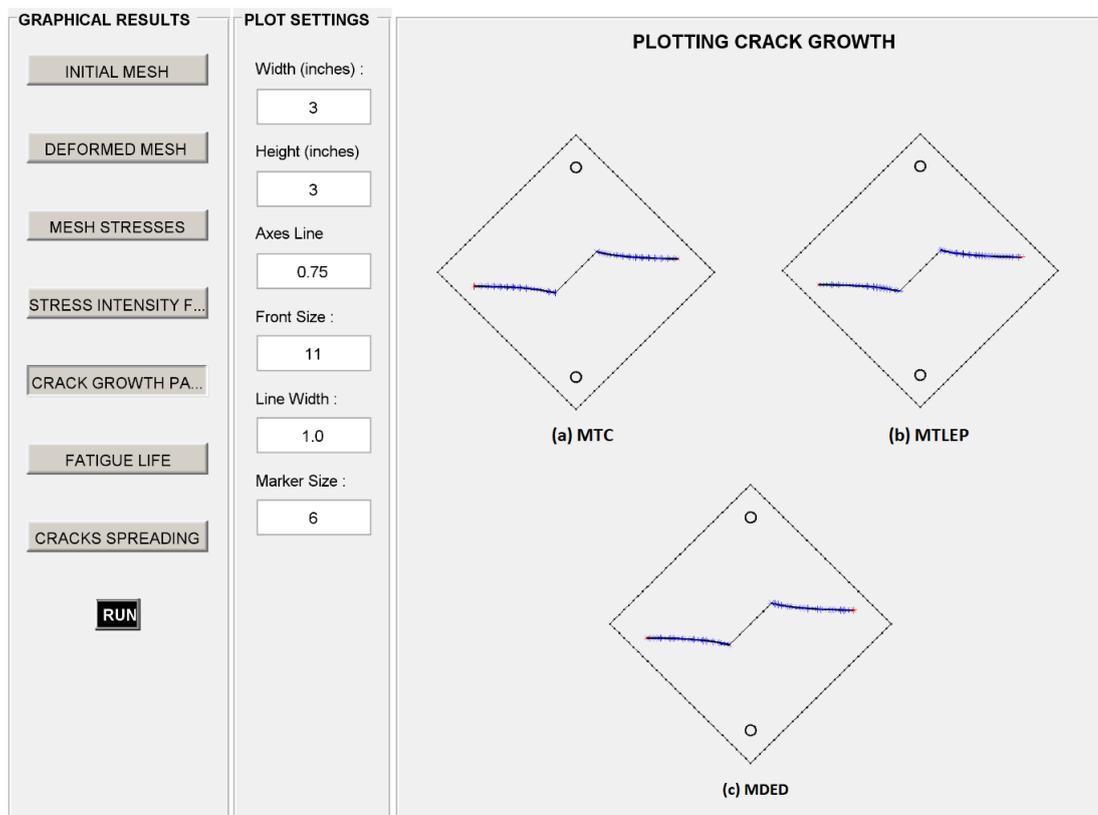


Figura 6.29 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 45^\circ$. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.

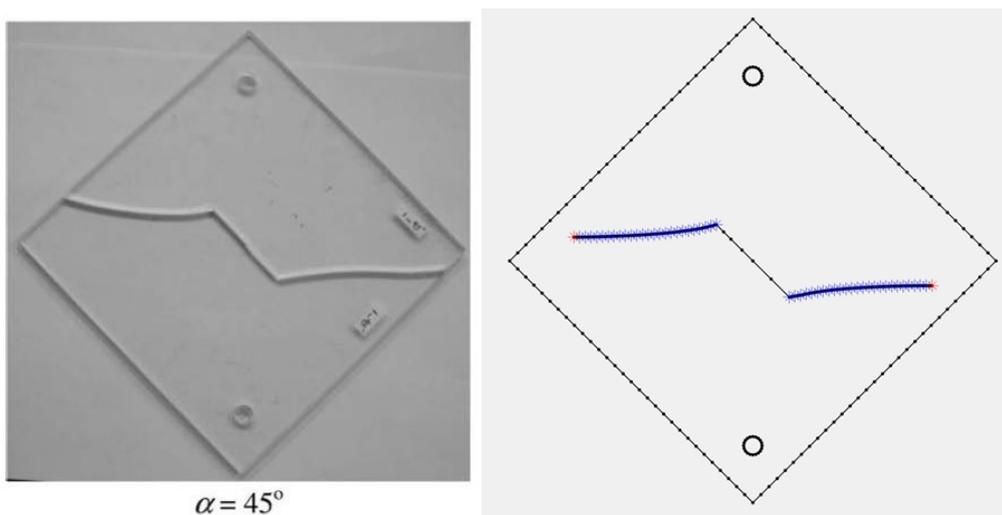


Figura 6.30 – Padrão de fissura para $\alpha = 45^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 45^\circ$ à direita.

V. Gráficos para $\alpha = 62.5^\circ$.

A seguir, nas Figura 6.31 e Figura 6.32, tem-se a comparação visual entre o resultado numérico e o resultado experimental. Os resultados gráficos se mostraram satisfatórios.

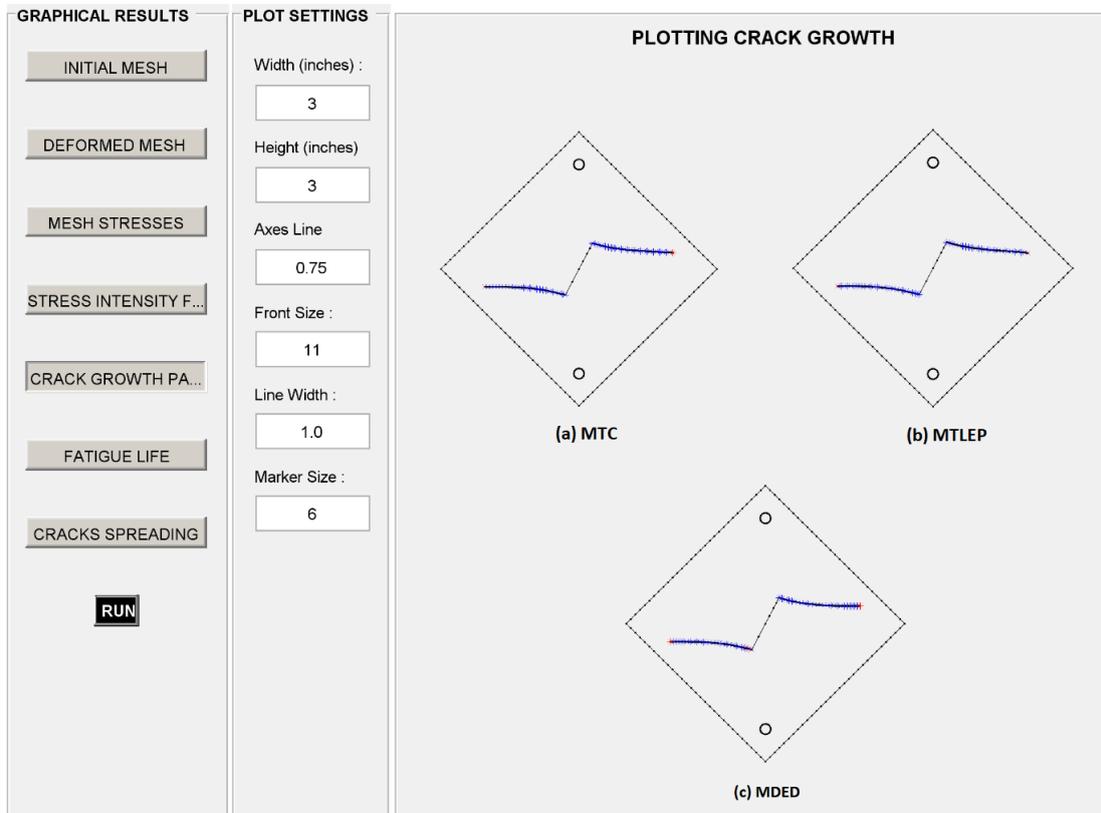


Figura 6.31 – Resultado de caminho de trinca por meio do BEMLAB2D – $\alpha = 62.5^\circ$.

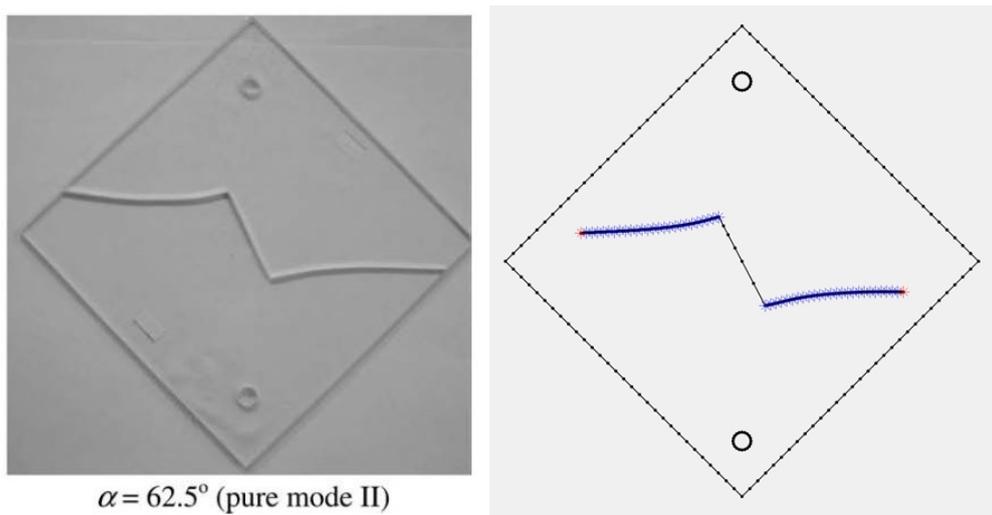


Figura 6.32 – Padrão de fissura para $\alpha = 45^\circ$ de corpo de prova à esquerda (AYATOLLAHI e ALIHA, 2009). Resultado gráfico do BEMLAB2D para $\alpha = 45^\circ$ à direita.

6.2 SEGUNDO MODELO – VIGA PMME

6.2.1 FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO

Durante a propagação, de forma incremental, os valores de K_I e K_{II} foram calculados usando os critérios – MTC, MTLEP, MDED – e comparados com os resultados numéricos de Boljanovic e Maksimovic – Tabela 6.14.

Tabela 6.14 – Comparação de FITs calculados pelo BemCracker2D e com trabalho de Boljanovic e Maksimovic. Unidades em $MPa\sqrt{m}$.

Incr.	BC2D MTC		BC2D MTLEP		BC2D MDED		Boljanovic e Maksimovic	
	KI	KII	KI	KII	KI	KII	KI	KII
1	0.6903	0.0800	0.6903	0.0800	0.6903	0.0800	0.69	0.08
2	0.8807	0.0101	0.8814	0.0083	0.8807	0.0102	0.88	0.04
3	1.0833	0.0099	1.0844	0.0084	1.0834	0.0099	1.08	0.04
4	1.3212	0.0107	1.3227	0.0091	1.3212	0.0108	1.31	0.04
5	1.5887	0.0258	1.5907	0.0248	1.5888	0.0259	1.57	0.05
6	1.8704	0.0083	1.8717	0.0076	1.8705	0.0083	1.86	0.2
7	2.2582	-0.0207	2.2594	-0.0185	2.2583	-0.0208	2.18	0.24
8	2.9135	-0.0120	2.9166	-0.0101	2.9137	-0.0120	2.84	0.03
9	2.9313	-0.9116	3.2765	-0.3017	FALHA	FALHA	3.39	0.01
10	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA

Tabela 6.15 – Diferença percentual entre critérios do BC2D e do trabalho de Boljanovic e Maksimovic.

Incr.	Boljanovic et al x MTC	Boljanovic et al x MTLEP	Boljanovic et al x MDED
	KI	KI	KI
1	0.0%	0.0%	0.0%
2	0.1%	0.2%	0.1%
3	0.3%	0.4%	0.3%
4	0.9%	1.0%	0.9%
5	1.2%	1.3%	1.2%
6	0.6%	0.6%	0.6%
7	3.6%	3.6%	3.6%
8	2.6%	2.7%	2.6%
9	13.5%	3.3%	FALHA
10	FALHA	FALHA	FALHA

Percebe-se que os três critérios de propagação trazem resultados satisfatórios. Os valores dos FITs têm precisão de duas casas decimais com relação aos resultados numéricos do trabalho de Boljanovic e Maksimovic.

O primeiro incremento está na ponta da trinca e, portanto, os valores de FITs serão iguais. Porém, os demais valores sofrem uma leve divergência, uma vez que, as coordenadas dos pontos de propagação não são exatamente as mesmas. O nono incremento calculado pelo MDED possui valores muito altos e divergentes de FITs por causa da proximidade da trinca. Por causa disso, foi considerada a falha do elemento.

Na Tabela 6.15 tem-se as diferenças percentuais. Os percentuais de K_I estão bem coerentes, com valores baixos. Durante a propagação a divergência foi satisfatória, mas o MTC foi o que mais se aproximou da curva do trabalho de Boljanovic.

Pode-se notar também que o valor de K_I tende a crescer enquanto K_{II} tende a permanecer constante – Figura 6.33. Isso explica o comportamento da trinca iniciar sua propagação em modo misto e após alguns incrementos continuar em modo I, pois o valor de K_I torna-se muito maior que o valor de K_{II} .

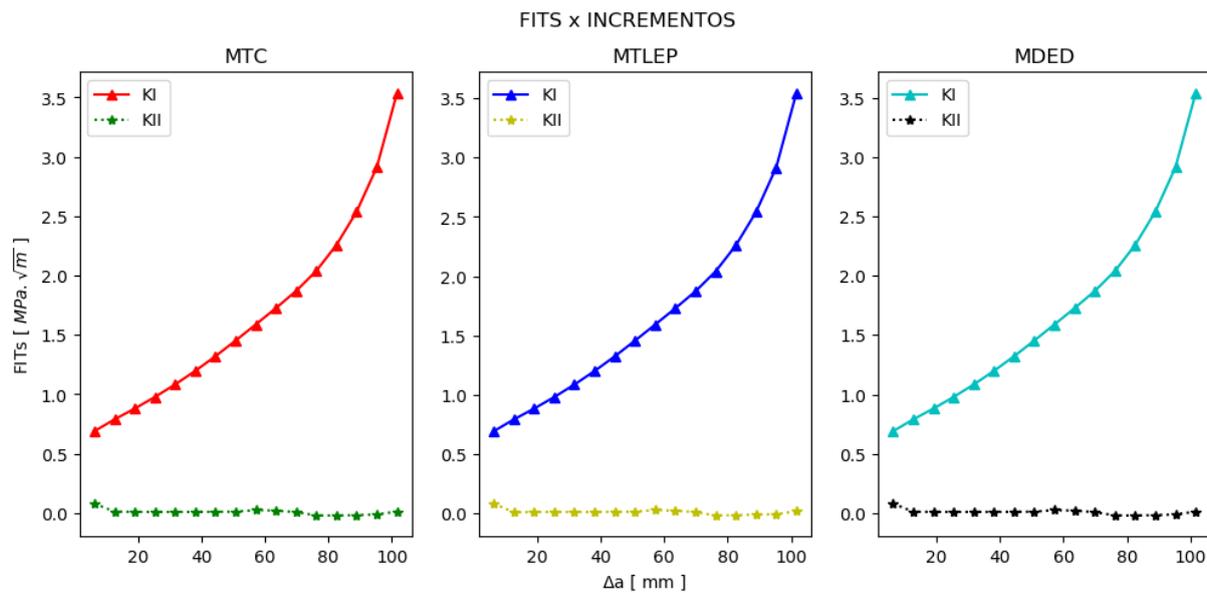


Figura 6.33 – Gráfico de SIFs vs. Incremento para os três critérios de propagação do BemCracker2D.

Quando se compara essas curvas juntas – Figura 6.34 – percebe-se que as curvas de FITs são muito próximas. Há uma pequena diferença com a curva de Boljanovic e Maksimovic, porém, é mínima, sendo que a tendência dos FITs é igual.

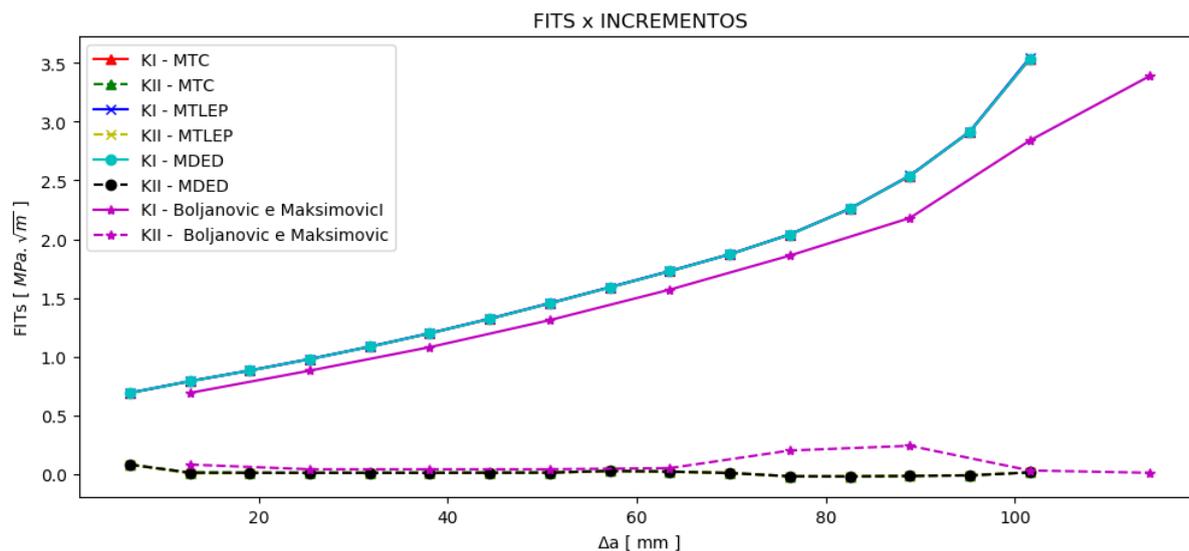


Figura 6.34 – SIFs vs. Incrementos. Resultado numéricos do BemCracker2D e do trabalho de Boljanovic e Maksimovic.

6.2.2 CAMINHO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA

Os ângulos de propagação calculados para cada critério estão na Tabela 6.16. Nota-se uma pequena variação no ângulo do começo da propagação, que ao longo dessa, vai se atenuando.

Na Tabela 6.17 tem-se a diferença percentual dos três critérios quando comparados com o resultado numérico de Boljanovic e Maksimovic. Para o primeiro incremento, o MTC foi o que melhor se ajustou aos valores comparativos. Contudo, ao longo da propagação a diferença dos três critérios foi semelhante. Os valores percentuais, embora apresentem leve divergência, se mostraram satisfatórios.

A Figura 6.35 mostra as curvas de propagação para os três critérios do BemCracker2D mostrando a mesma tendência para as três curvas. Em seguida, na Figura 6.36, os três critérios são comparados com a propagação encontrada por Boljanovic e Maksimovic, expondo resultados excelentes com relação à propagação.

A Figura 6.37 mostra a propagação no corpo de prova – viga PMME.

A Tabela 6.18 mostra o mesmo caminho de propagação, porém, em coordenadas cartesianas. Percebe-se aqui, uma diferença máxima de 3 mm entre coordenadas cartesianas das curvas.

Tabela 6.16 – Comparação entre ângulos de propagação. Unidade em graus (°).

Incr.	BC2D MTC	BC2D MTLEP	BC2D MDED	Boljanovic e Maksimovic
1	0.000	0.000	0.000	0.000
2	-12.890	-14.158	-13.011	-12.900
3	-2.639	-2.593	-2.652	-5.100
4	-2.136	-2.120	-2.134	-4.800
5	-1.934	-1.937	-1.936	-3.900
6	-1.862	-1.977	-1.867	-3.480
7	-0.509	-0.516	-0.510	-11.820
8	1.052	1.037	1.054	12.420
9	0.472	0.441	0.469	1.240
10	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA

Tabela 6.17 – Diferença percentual para a propagação com relação ao trabalho de Boljanovic e Maksimovic.

Incr.	Boljanovic et al x MTC	Boljanovic et al x MTLEP	Boljanovic et al x MDED
1	0.00%	0.00%	0.00%
2	0.08%	-9.75%	-0.86%
3	48.25%	49.16%	48.00%
4	55.50%	55.83%	55.55%
5	50.41%	50.34%	50.36%
6	46.48%	43.20%	46.34%
7	95.69%	95.64%	95.69%
8	-91.53%	-91.65%	-91.52%
9	-61.97%	-64.42%	-62.14%
10	FALHA	FALHA	FALHA

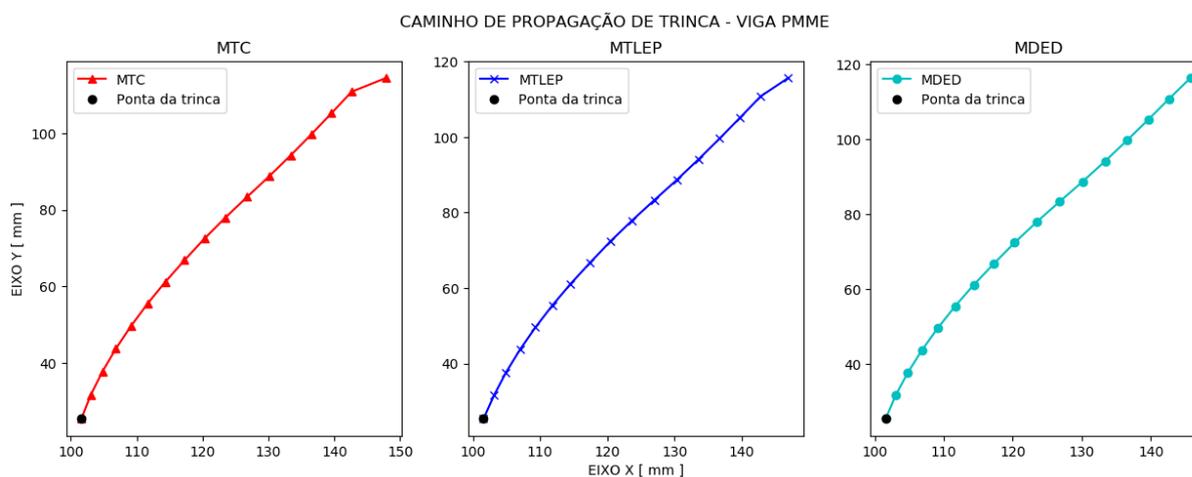


Figura 6.35 – Gráficos da curva de propagação dos três critérios calculados pelo BemCracker2D.

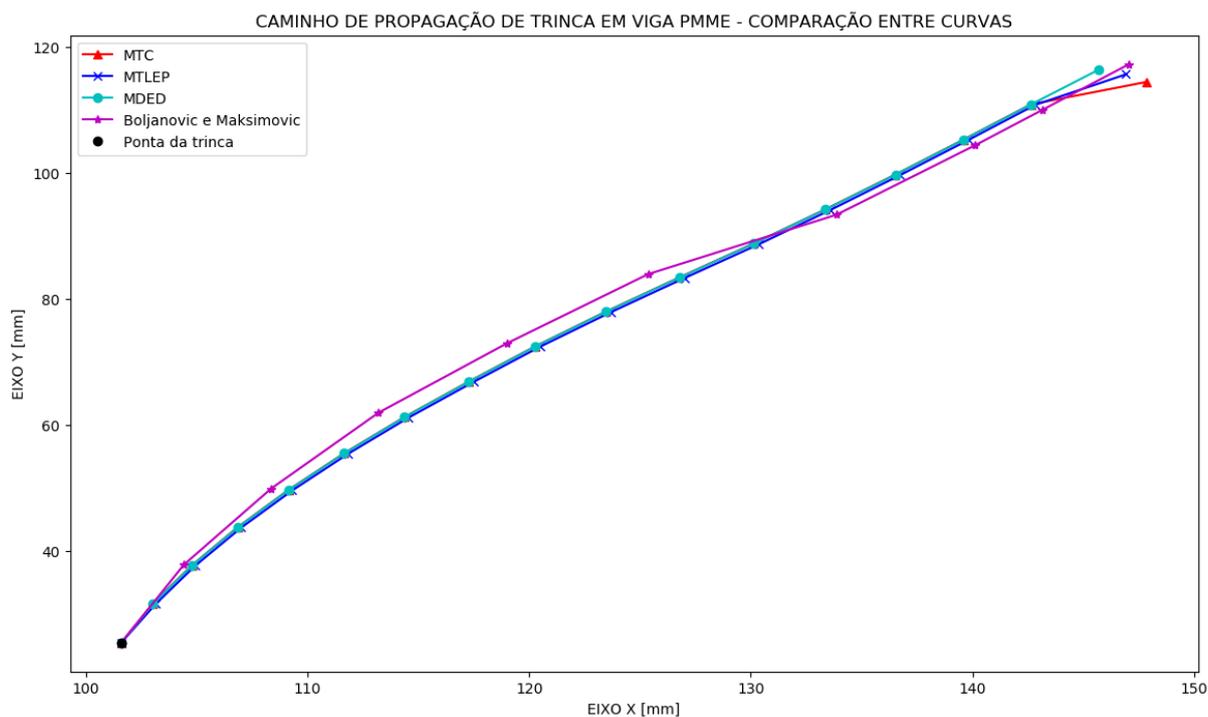


Figura 6.36 – Comparação entre curvas de propagação do BemCracker2D e do trabalho de Boljanovic e Maksimovic.

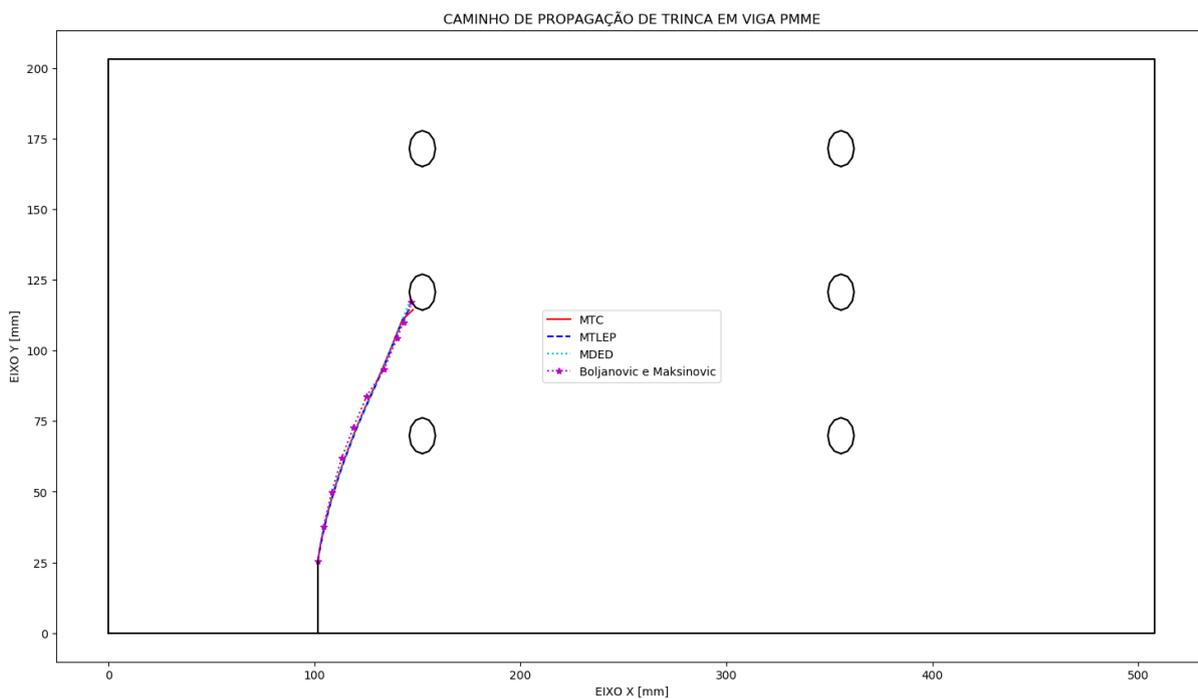


Figura 6.37 – Curvas de propagação na viga PMME.

Tabela 6.18 – Coordenadas do caminho de propagação de trinca calculado pelo BemCracker2D e por Boljanovic e Maksimovic. Unidades em mm.

Incr.	BC2D MTC		BC2D MTLEP		BC2D MDED		Boljanovic e Maksimovic	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	101.6000	25.4000	101.6000	25.4000	101.6000	25.4000	101.6	25.4
2	104.7880	37.6879	104.9440	37.6494	104.7997	37.6853	104.42	37.77
3	109.1338	49.6184	109.3158	49.5704	109.1451	49.6159	108.36	49.86
4	114.3646	61.1890	114.5659	61.1323	114.3752	61.1869	113.21	61.92
5	120.2725	72.4307	120.4877	72.3667	120.2826	72.4288	119	72.92
6	126.7607	83.3472	127.0027	83.2674	126.7709	83.3453	125.37	83.9
7	133.3702	94.1911	133.6089	94.1129	133.3805	94.1891	133.86	93.32
8	139.6008	105.2574	139.8153	105.1928	139.6109	105.2555	140.13	104.37
9	142.6332	110.8366	142.8404	110.7759	142.6434	110.8346	143.15	109.96
10	147.8689209	114.4295936	146.9359967	115.6285505	145.717629	116.3908452	147.06	117.22

6.2.3 RESULTADOS GRÁFICOS DO BEMLAB2D

Os resultados gráficos obtidos pelo modulo V do BemLab2D é apresentado na Figura 6.38 a seguir.

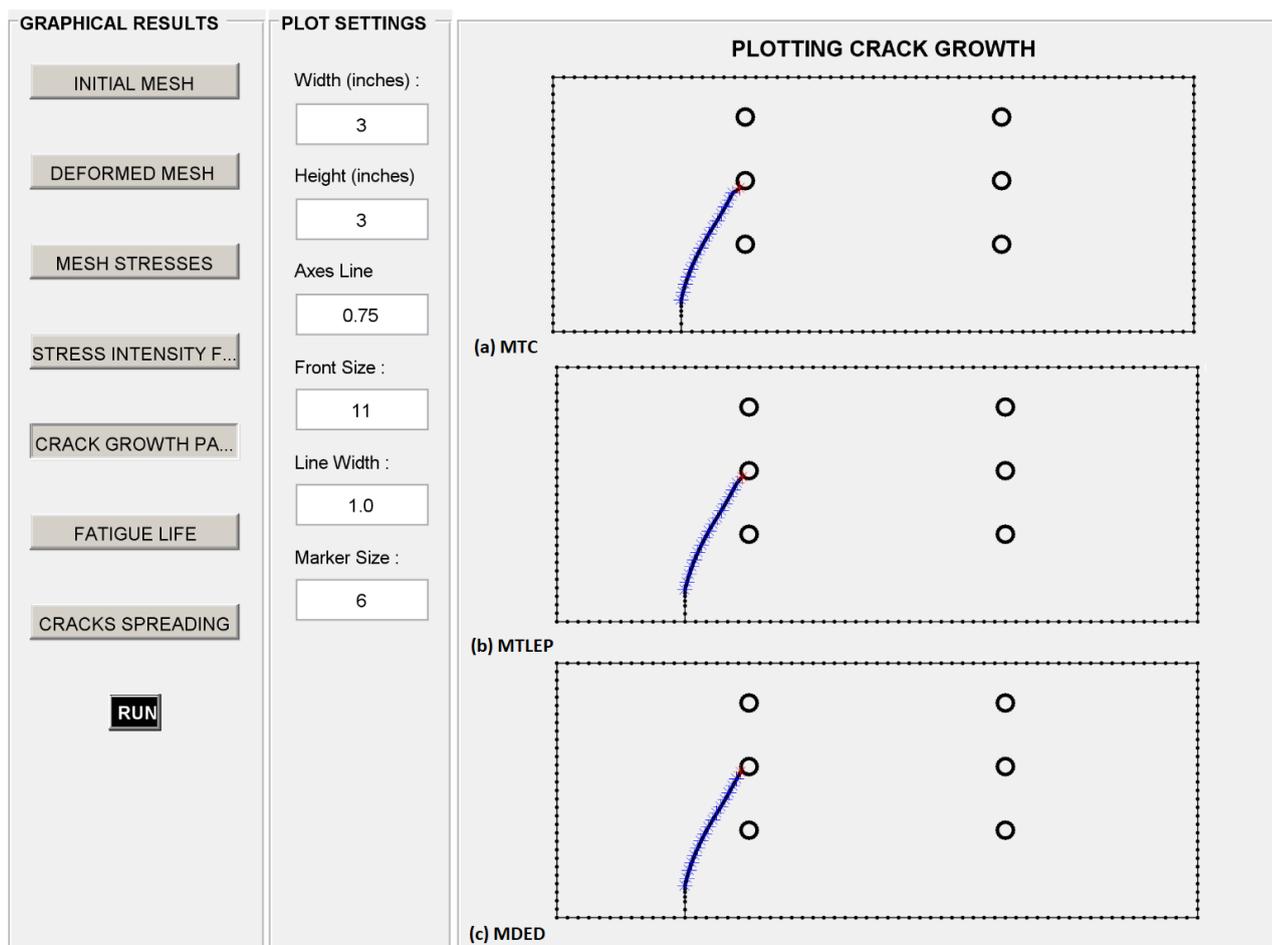


Figura 6.38 – Caminho de crescimento de trinca BemLab2D. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.

6.3 TERCEIRO MODELO – PLACA COM ENTALHE EM FURO

6.3.1 NÚMERO DE CICLOS DE CARGAS

A seguir – Figura 6.39 – tem-se a comparação entre os valores do número de ciclo de carga calculado por meio de vários métodos de propagação e o resultado experimental de (BOLJANOVIC e MAKSIMOVIC, 2011).

Nota-se pelas curvas a mesma tendência do ciclo de carga. Nos incrementos iniciais e finais, os pontos são quase coincidentes. Porém, os incrementos do meio apresentam um ligeiro atraso com relação aos valores experimentais.

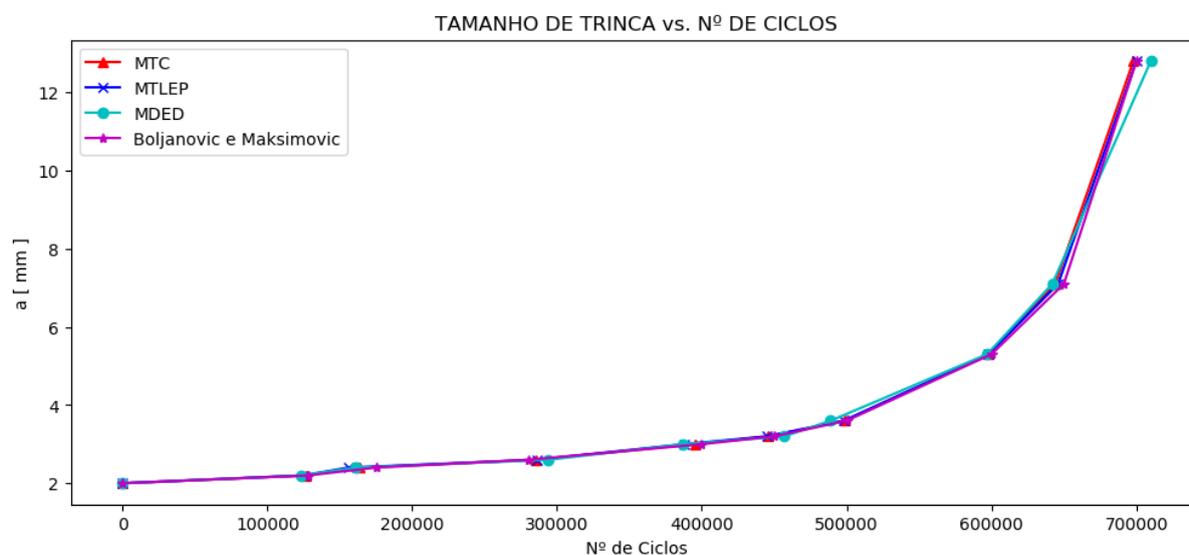


Figura 6.39 – Número de ciclos de carga.

6.3.2 CAMINHO DE PROPAGAÇÃO

Os ângulos de propagação calculados são comparados na tabela a seguir – Tabela 6.19. Percebe-se que o primeiro ângulo é calculado de forma precisa, definindo por onde a trinca irá se propagar, inicialmente em modo misto. Os ângulos posteriores tendem a decrescer, uma vez que a trinca tende a incrementar em modo I de abertura.

Tabela 6.19 – Comparação entre ângulos. Unidade em graus (°).

Incr.	BC2D MTC	BC2D MTLEP	BC2D MDED	Boljanovic e Maksimovic
1	0.000	0.000	0.000	0.000
2	-40.250	-41.872	-41.671	-42.000
3	-4.724	-3.134	-3.991	-1.000
4	-3.543	-3.693	-2.687	-6.500
5	-2.093	-1.960	-2.251	-1.400
6	-0.489	-0.321	-0.441	-1.630
7	-1.246	-1.518	-1.289	-0.040
8	-0.524	0.579	-0.527	0.310
9	0.768	-0.206	0.790	0.870
10	FALHA	FALHA	FALHA	FALHA

Na Figura 6.40 tem-se a propagação de cada método de forma isolada demonstrando a tendência das curvas. Na Figura 6.41 tem-se todas as propagações em contraste com o estudo de Boljanovic e Maksimovic. O método MTC foi o que mais chegou perto da curva experimental, entretanto, os outros métodos resultaram em curvas bem próximas.

As curvas foram também plotadas dentro da placa – Figura 6.42.

Na tabela Tabela 6.20 compara-se as propagações das quatro curvas mostradas, porém, em termos de coordenadas cartesianas. Nota-se que a diferença máxima entre as coordenadas foi de 2 mm, ou seja, as curvas têm propagação satisfatória.

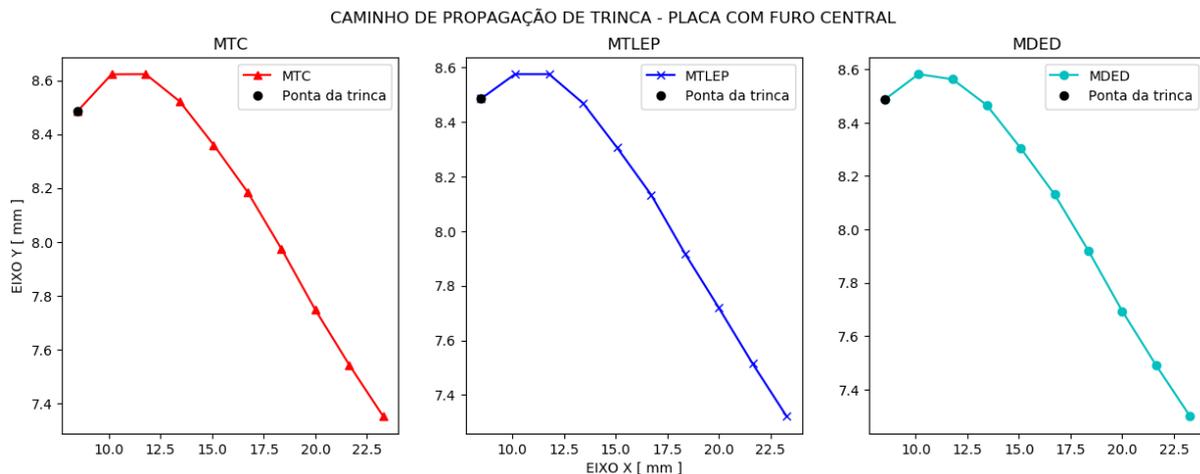


Figura 6.40 – Comparação entre os três critérios de propagação de trinca.

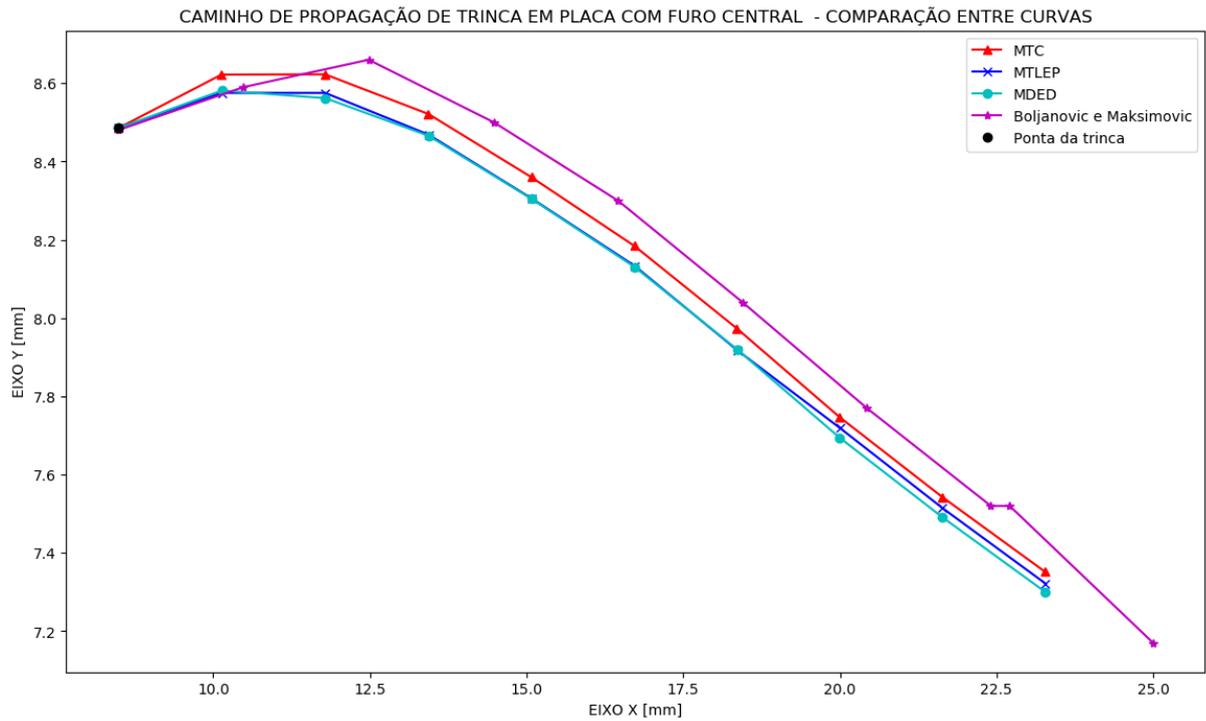


Figura 6.41 – Comparação entre curvas numéricas de propagação do BemCracker2D e do trabalho de Boljanovic e Maksimovic.

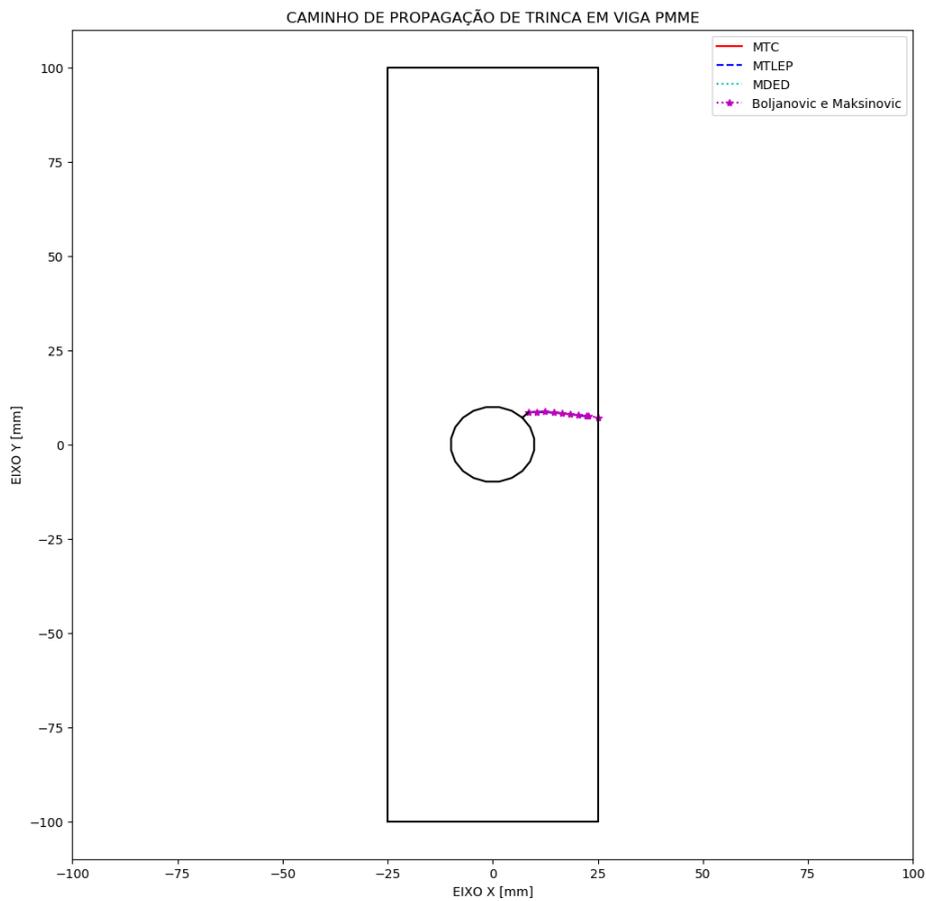


Figura 6.42 – Curvas de propagação na placa com entalhe em furo central.

Tabela 6.20 – Caminho de propagação de trinca em coordenadas cartesianas.

Incr.	BC2D MTC		BC2D MTLEP		BC2D MDED		Boljanovic e Maksimovic	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	8.4853	8.4853	8.4853	8.4853	8.4853	8.4853	8.48	8.48
2	10.1316	8.6221	10.1348	8.5754	10.1345	8.5812	10.48	8.59
3	11.7836	8.6228	11.7868	8.5753	11.7864	8.5621	12.48	8.66
4	13.4325	8.5215	13.4354	8.4687	13.4356	8.4657	14.48	8.5
5	15.0766	8.3600	15.0793	8.3058	15.0797	8.3045	16.46	8.3
6	16.7192	8.1845	16.7223	8.1337	16.7225	8.1307	18.45	8.04
7	18.3577	7.9733	18.3602	7.9182	18.3610	7.9199	20.43	7.77
8	19.9941	7.7471	20.0002	7.7192	19.9975	7.6942	22.41	7.52
9	21.6335	7.5429	21.6394	7.5143	21.6370	7.4910	22.71	7.52
10	23.27436424	7.35181424	23.28018891	7.32186413	23.27792336	7.30023243	25	7.17

6.3.3 RESULTADO GRÁFICO BEMLAB VS. RESULTADO EXPERIMENTAL.

A Figura 6.43 apresenta os resultados para o caminho de propagação dos três critérios obtidos por meio do software BemLab2D.

Na Figura 6.44 é apresentada a comparação entre a propagação de trinca obtida de forma experimental – figura superior – e a propagação numérica calculada por meio do MTC – figura inferior. Os resultados numéricos são, então, condizentes com o resultado experimental.

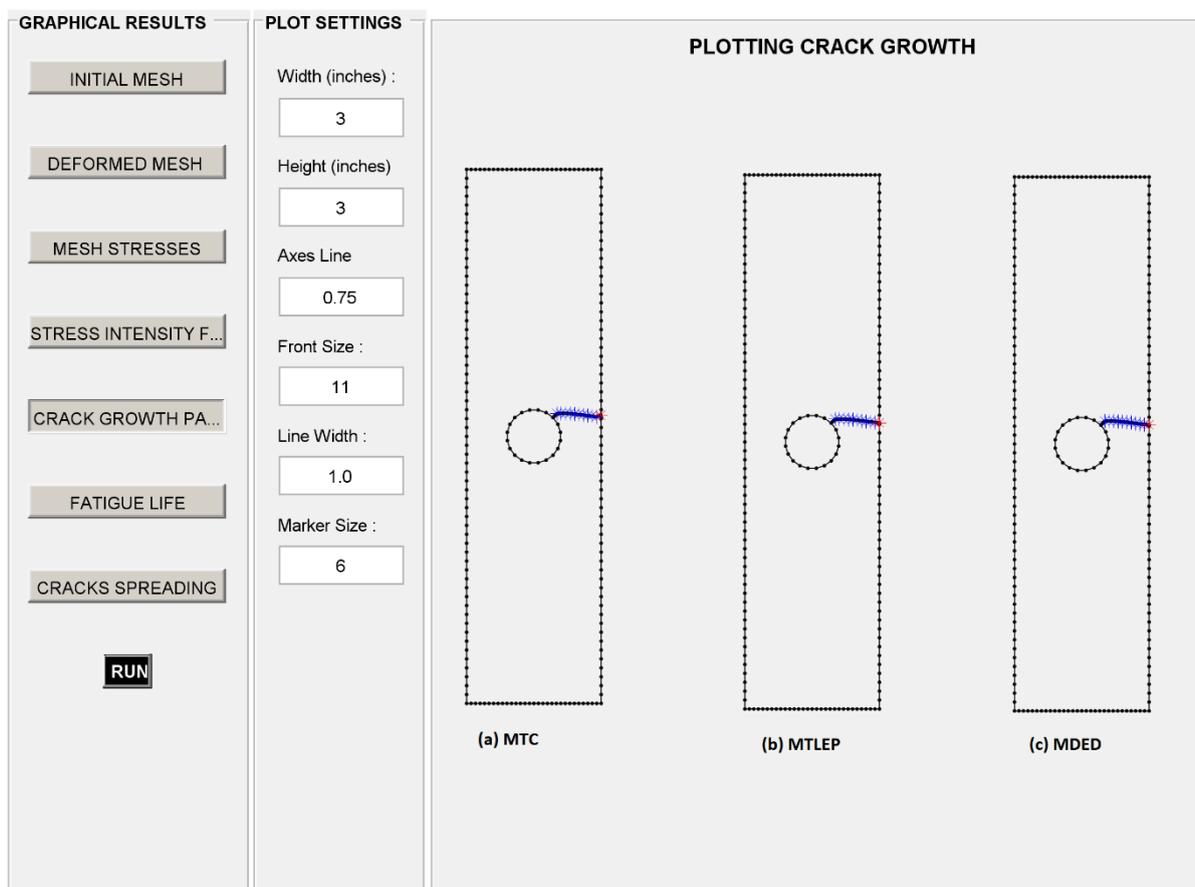


Figura 6.43 – Resultado gráfico de caminho de propagação de trinca no BemLab2D. (a) MTC.

(b) MTLEP. (c) MDED.

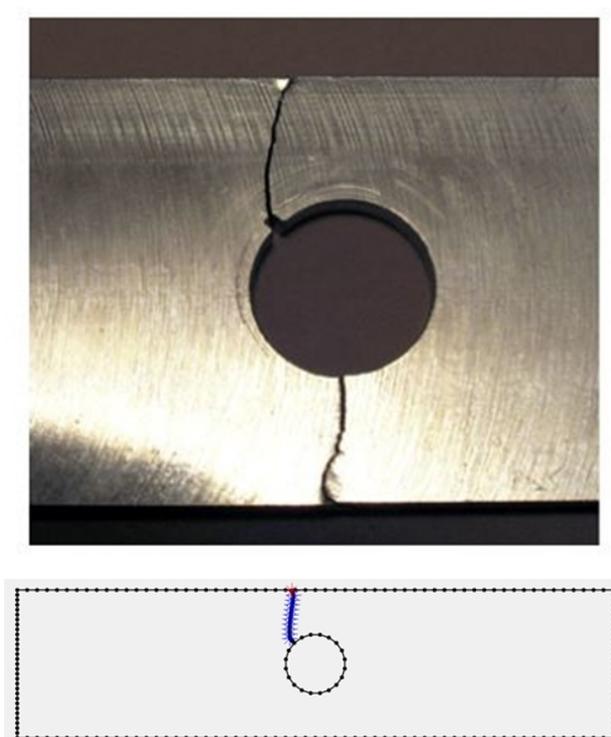


Figura 6.44 – Comparação entre propagação de trinca experimental – imagem superior – e propagação numérica – imagem inferior.

6.4 QUARTO MODELO – CHAPA CRUCIFORME COM TRINCA

6.4.1 CAMINHO DE PROPAGAÇÃO

Para esse modelo, os ângulos de propagação calculados estão na Tabela 6.21. Nota-se que os valores calculados são muito próximos. O critério MDED foi o que mais se aproximou do MTC, contudo, os resultados gerados pelo MTLEP são satisfatórios.

Tabela 6.21 – Ângulos de propagação dos três critérios. Unidades em graus (°)

Incr.	BC2D MTC	BC2D MTLEP	BC2D MDED
0	0.000	0.000	0.000
1	22.965	22.996	22.136
2	3.021	3.246	3.764
3	4.887	3.922	4.878
4	4.236	5.177	4.236
5	4.702	4.727	4.695
6	5.516	5.592	5.508
8	7.836	6.913	7.831
9	8.671	9.603	8.691
10	9.722	9.669	9.779
11	8.654	8.689	8.728

A Figura 6.45 mostra a propagação das três curvas plotadas no mesmo gráfico, mostrando

pouca diferença entre elas.

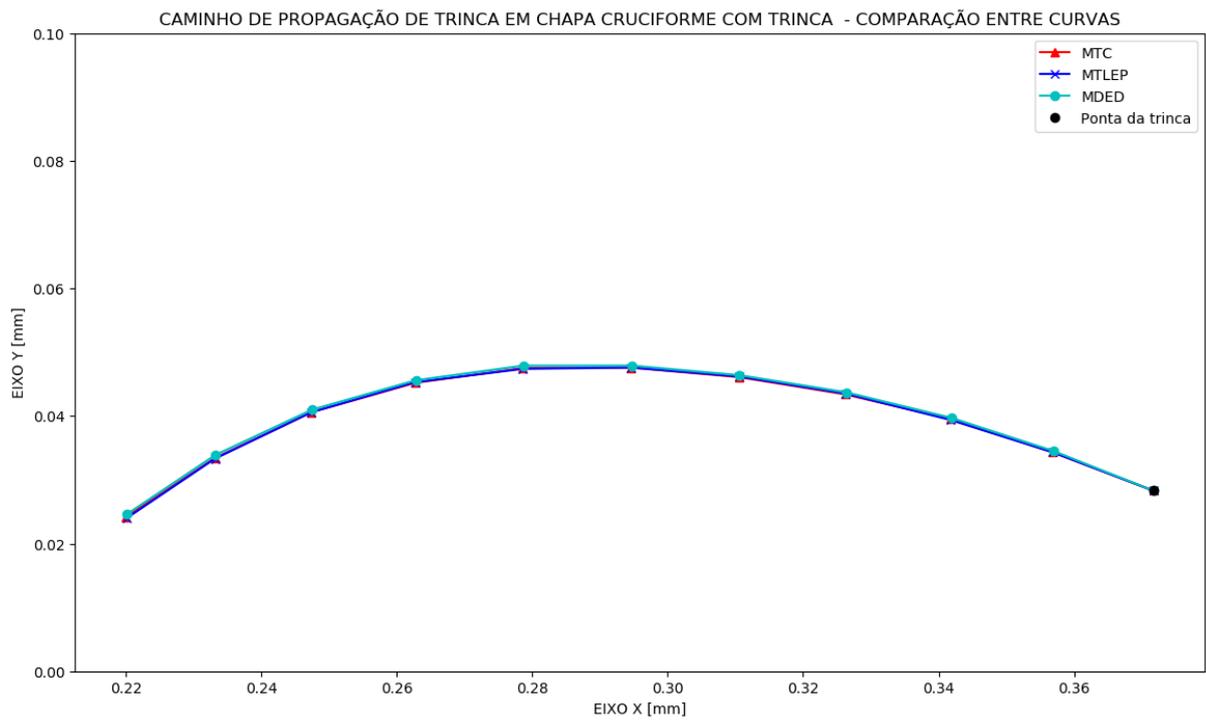


Figura 6.45 – Comparação entre curvas numéricas de propagação do BemCracker2D para chapa cruciforme com trinca.

As mesmas curvas foram plotadas no corpo de prova – Figura 6.46.

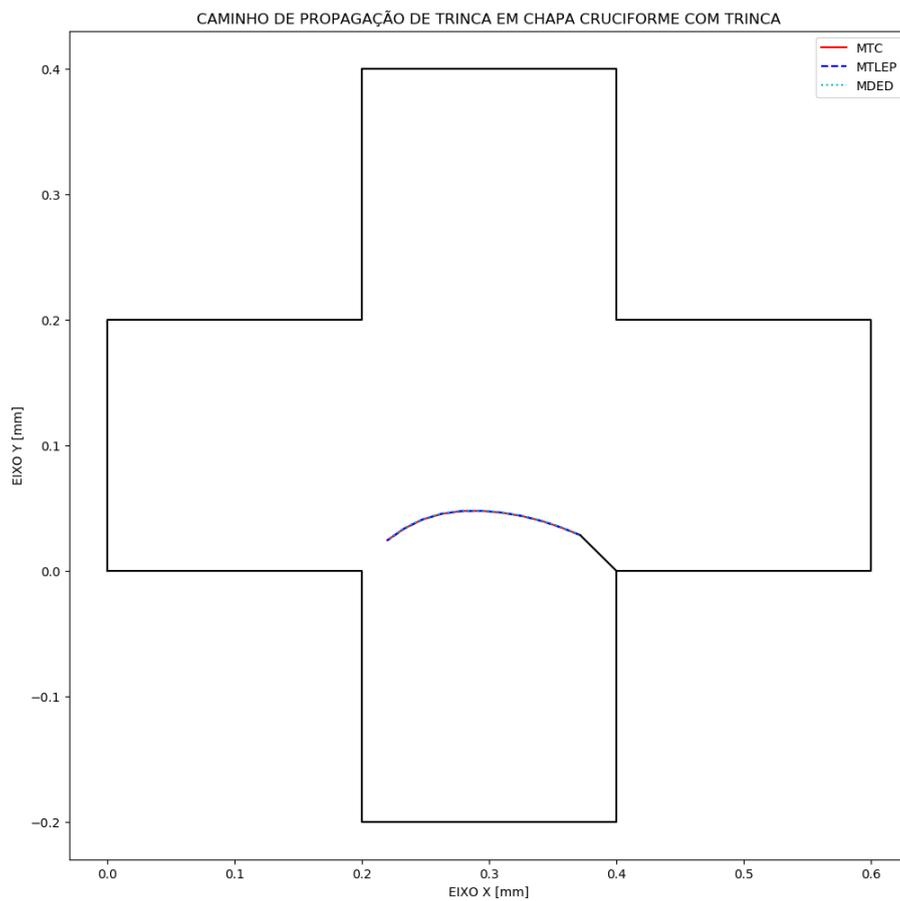


Figura 6.46 – Curvas de propagação em chapa com furos e entalhe.

6.4.2 RESULTADO GRÁFICO EM BEMLAB2D

A Figura 6.47 mostra os resultados gráficos gerados pelo BemLab2D para todos os três critérios utilizados.

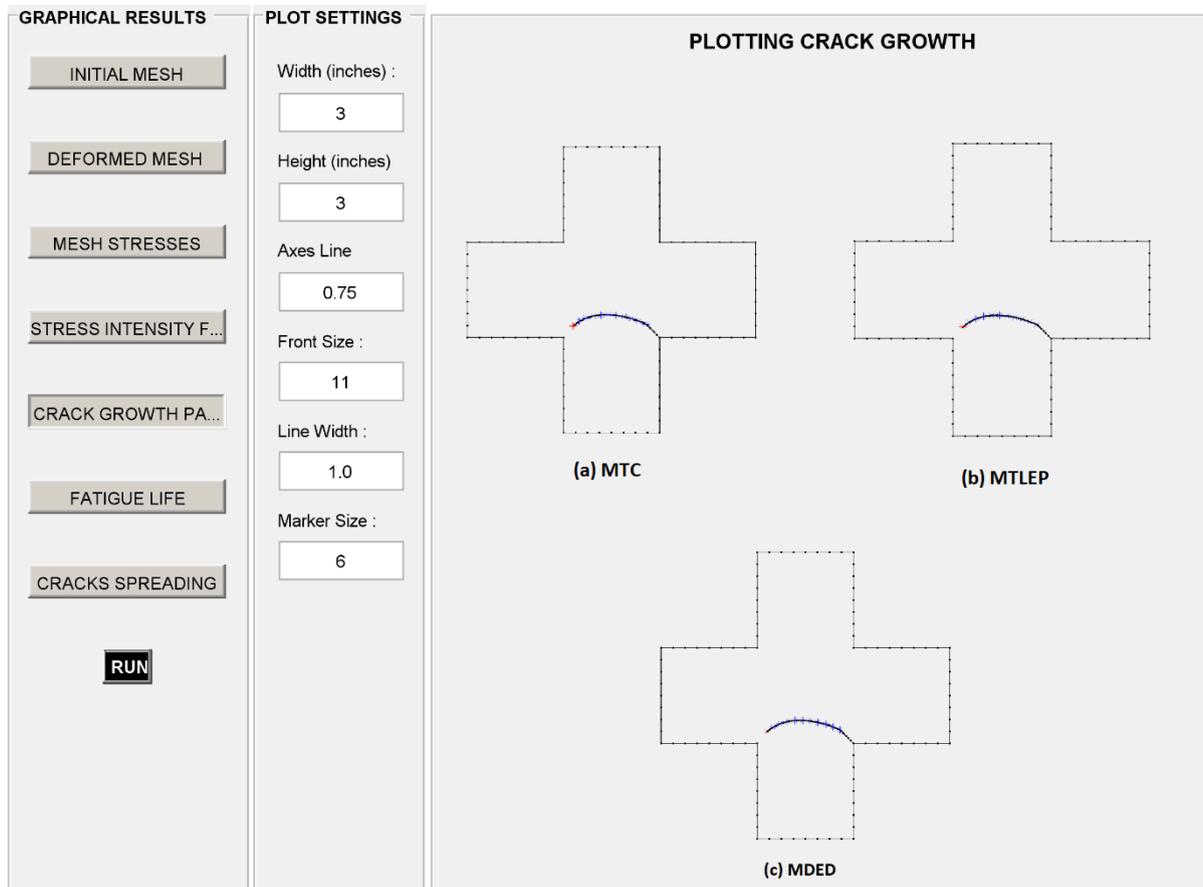


Figura 6.47 – Resultado gráfico de caminho de propagação de trinca no BemLab2D para chapa cruciforme com trinca. (a) MTC. (b) MTLEP. (c) MDED.

6.5 QUINTO MODELO – CHAPA RETANGULAR COM FUROS E ENTALHE

6.5.1 CAMINHO DE PROPAGAÇÃO

Os ângulos calculados para cada critério utilizando o BC2D estão expostos na Tabela 6.22.

Nota-se novamente que a divergência entre os critérios é mínima.

Tabela 6.22 – Ângulos de propagação dos três critérios para chapa retangular com furos e entalhe. Unidades em graus (°)

Incr.	BC2D MTC	BC2D MTLEP	BC2D MDED
0	0.000	0.000	0.000
1	-9.058	-9.975	-9.104
2	-0.710	0.659	-0.658
3	-1.139	-1.793	-1.140
4	-0.912	-0.693	-0.916
5	-0.847	-0.900	-0.848
6	-0.714	-0.688	-0.716
7	-0.413	-0.395	-0.412
8	0.188	0.206	0.189
9	1.747	1.856	1.747
10	2.475	2.524	2.475
11	3.372	3.412	3.374
12	3.527	3.507	3.526
13	2.927	2.859	2.927
14	2.049	1.982	2.048
15	0.648	0.544	0.647
16	1.350	1.478	1.352
17	0.633	0.510	0.630
18	0.517	0.561	0.521
19	0.422	0.407	0.418
20	0.371	0.378	0.372
21	0.306	0.304	0.309
22	0.194	0.183	0.194
23	0.076	0.092	0.080
24	-0.204	-0.246	-0.212
25	-0.503	-0.516	-0.498
26	-0.799	-0.825	-0.802
27	-1.069	-1.083	-1.071
28	-1.238	-1.249	-1.237
29	-1.268	-1.261	-1.266
30	-1.163	-1.152	-1.163

Em seguida, apresenta-se os gráficos das três curvas propagando na Figura 6.48.

A Figura 6.49 apresenta as mesmas curvas, porém, são apresentadas dentro do modelo – a chapa

retangular.

As curvas são tão semelhantes que se torna difícil diferenciá-las no gráfico.

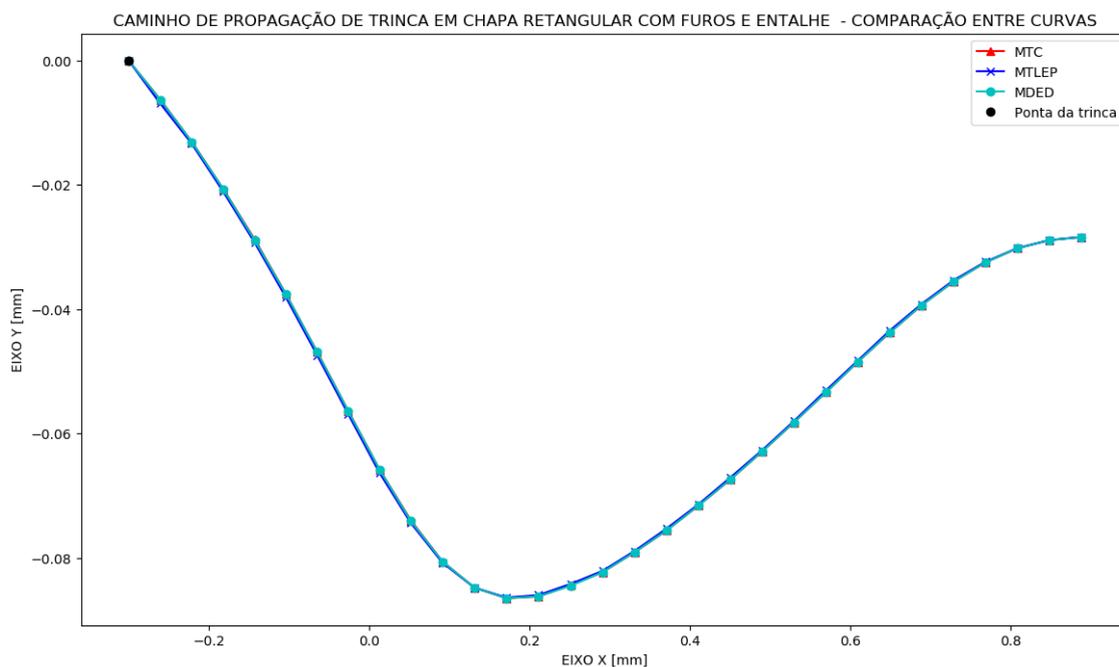


Figura 6.48 – Comparação entre curvas numéricas de propagação do BemCracker2D para chapa retangular com furos e entalhe.

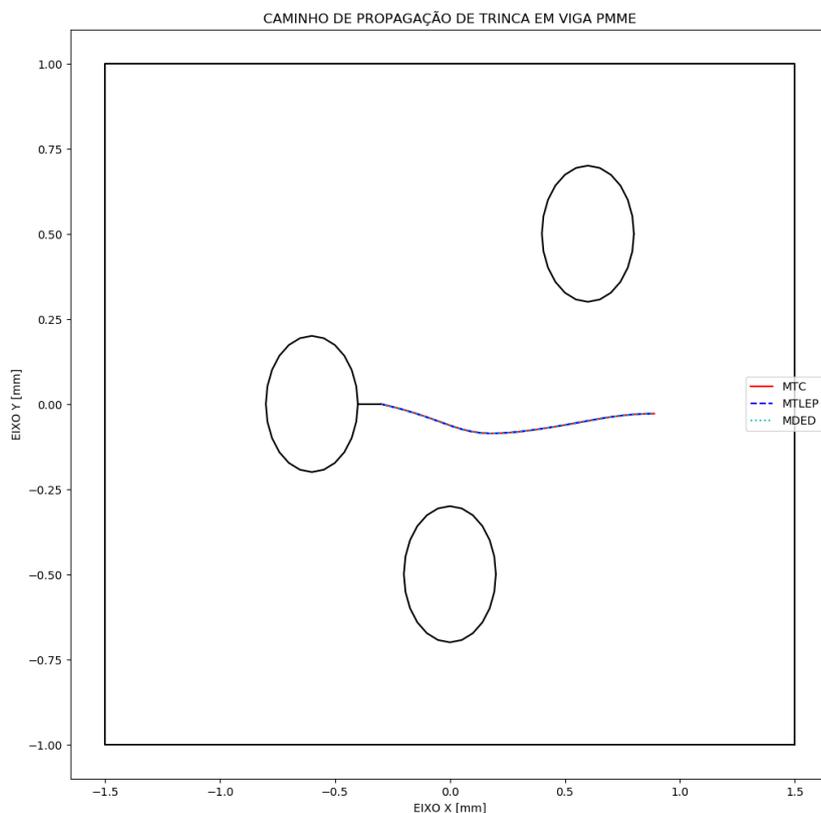


Figura 6.49 – Caminho de propagando para as três curvas numéricas calculadas no BC2D de chapa retangular com furos e entalhe.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÃO

7.1 CONCLUSÃO

A partir do que foi exposto até aqui, nota-se, primeiramente, a grande eficiência do programa BemLab2D na geração de modelos. O software gera automaticamente malhas de elementos de contorno de forma muito ágil a partir de simples cliques de mouse e definição de nós por meio do teclado. Além disso, possibilita visualizar os pontos lançados e garantir que se possa conferir visualmente se as coordenadas inseridas estão corretas e coerentes. Ainda mais, é possível perceber as condições de contorno, tanto de tração quanto de deslocamento, e seus locais de aplicação bem como escolher qual análise elastostática deseja-se utilizar, definindo parâmetros importantes como: parâmetros de Paris – para análise de fadiga –, número de incrementos para trinca e seu tamanho, número de pontos de Gauss. Desta forma, o BemLab2D torna-se uma ferramenta extremamente importante quando se trata de modelagens.

O BemCracker2D, é outra ferramenta muito importante. O software realiza cálculos de tensões de forma extremamente rápida, gastando pouco recurso da máquina. Os resultados gerados são bem precisos. Além de computar as tensões, o programa consegue fazer previsões do caminho de propagação de trinca, por meio de três critérios diferentes, e do número de ciclos de carga para o incremento de trinca de um modelo avançar.

No primeiro exemplo deste trabalho foi apresentado o corpo de prova DLSP. Nele, foram realizadas várias modelagens com diversos ângulos de inclinação de trinca, captando modo I, modo II e modo misto de abertura de trinca. O objetivo foi calcular os valores de FITs bem como os ângulos e caminhos de propagação de trinca. Os resultados dos fatores de intensidade de tensão foram excelentes quando comparados com os resultados numéricos de trabalhos anteriores tanto para os valores no início da propagação quanto ao longo dessa, com diferenças percentuais em torno de 1%. O MTC foi o critério que mais se aproximou da curva do trabalho de comparação. Percebe-se também que as curvas de K_I tende a crescer seu valor, enquanto K_{II} tende a decrescer, representado o comportamento comum da trinca iniciar sua propagação em modo misto e, posteriormente, o modo I de abertura governa a propagação.

Os caminhos de propagação de trinca resultaram em números muito precisos. Os resultados foram coerentes com os resultados experimentais, mostrando que o cálculo numérico do BemCracker2D com relação à propagação de trinca é confiável. Quando se compara os

resultados do crescimento de trinca do método MTC com os outros métodos – MTLEP e MDED – percebe-se que os critérios são bem próximos entre si e, em alguns casos, quase não há diferença na propagação.

O segundo modelo apresenta a comparação dos fatores de intensidade de tensão. Neste caso, porém, a comparação com resultados de trabalhos anteriores não é feita somente para o primeiro incremento do modelo – como no exemplo um –, mas sim para toda a propagação. Nota-se aqui que os FITs possuem valores próximos calculados por meio de qualquer critério de propagação – com diferença percentual em torno de 3% para o K_I . Isso mostra novamente que o BemCracker2D possui um código para cálculo de FITs eficaz. Os valores de K_I também tendem a subir enquanto os de K_{II} tendem a decrescer ou permanecer constante.

As curvas de propagação para os três critérios geram resultados satisfatórios e coerentes quando comparados com os resultados numéricos utilizados. A divergência que existe entre os três critérios que se pode utilizar dentro do BemCracker2D é mínima, porém, o MTC foi o que chegou mais próximo da curva de comparação.

No terceiro exemplo, foi analisada a fadiga do elemento, ou seja, o número de ciclos de carga – ciclo entre o maior e menor carregamento – necessário para que a trinca avance um incremento. Ao analisar o gráfico, é possível notar que o software BemCracker2D consegue fazer uma ótima previsão da fadiga do elemento, uma vez que, os valores calculados por ele, apresentam-se bem próximos dos valores dos resultados de trabalhos prévios.

As curvas de propagação apresentam-se bem próximas dos valores de comparação. Neste caso, embora as propagações de todas as curvas sejam bem próximas, o critério MTC foi o que mais se aproximou da curva numérica tirada da literatura.

O quarto e quinto exemplo tinham como finalidade comparar as propagações em modo misto em modelos mais complexos. Esses exemplos, tirados da literatura, foram calculados inicialmente por meio do MTC.

O exemplo da chapa cruciforme tem a propagação praticamente sempre em modo misto. O caminho da trinca forma uma curva acentuada ao longo de toda a propagação. A partir daí, é possível notar que os três critérios implementados no BemCracker2D conseguem prever com pouquíssima diferença o caminho da trinca.

No exemplo da chapa retangular com furos e entalhe, percebe-se que a trinca também se encontra em modo misto em boa parte da propagação por causa dos furos. Quando a trinca se

inicia, ela tende a descer, pois logo abaixo e na frente tem um furo na chapa. Esse furo causa mudança de rigidez, consequentemente os valores de K_{II} aumentam fazendo com que a curva da propagação desça, indo em direção ao furo abaixo. Em seguida, o segundo furo – superior e à frente – influencia os valores de K_{II} novamente fazendo com que dessa vez a propagação suba. Com esse modelo, mostra-se que o BemCracker2D consegue prever com os três critérios a propagação em modo misto e até mesmo quando há mudança da curva de propagação, com outra configuração de FITs.

O que se observa com relação aos três critérios é que eles geram resultados muito próximos entre. Isso foi constatado em todas as modelagens. Porém, em termos de facilidade, o método MTC é programado de forma mais fácil, pois já possui uma formulação direta para o cálculo do ângulo. Os outros dois critérios – MTLEP e MDED – não possuem fórmulas diretas. Logo, precisa-se de um loop para procurar valores de ângulos que maximizam ou minimizam as funções correspondentes de métodos, e assim, gera um esforço operacional um pouco maior.

O MTC também dispensa parâmetros de materiais. Com os valores de tensões pode-se calcular os FITs e consequentemente o ângulo de propagação. Contudo, para utilizar o MTLEP, faz-se necessário ter o módulo de elasticidade do material e no MDED, além disso, precisa-se do coeficiente de Poisson e do estado plano a que está submetido – se de tensões ou de deformações.

Por fim, o MTC torna-se mais prático e facilmente implementado. Contudo, em termos de valores numéricos e caminho de propagação, os três se equiparam.

7.2 TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros sugere-se:

- Importação de arquivos .dxf para a modelagem dentro do BEMLAB2D;
- Exportação de arquivos .dxf da modelagem feita dentro do BEMLAB2D;
- Melhorias na interface do BEMCRACKER2D;
- Melhorias na compatibilização entre os softwares BEMCRACKER2D e BEMLAB2D.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDERSON, T. L. "**Fracture Mechanics: Fundamentals and Application**". 3rd. ed.: CPC Press, 2005.
- AYATOLLAHI, M. R.; ALIHA, M. R. M. "Analysis of a new specimen for mixed mode fracture tests on brittle materials". **Engineering Fracture Mechanics Journal**, v. 76, p. 1563-1573, 2009.
- BARSOM, J. M.; ROLFE, S. T. "Fracture and Fatigue Control in Structures". **Prentice-Hall**, New Jersey, 1987.
- BAZANT, Z. P.; PLANAS, J. "**Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials**".: CPC Press, 1998.
- BOLJANOVIC, S.; MAKSIMOVIC, S. "Analysis of the crack growth propagation process under mixed-mode". **Engineering Fracture Mechanics**, v. 78, p. 1565-1576, 2011.
- BORGES, M. L. M. "**Análise de propagação de trincas por meio da mecânica da fratura**". Belo Horizonte: Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, 2010. 178 p.
- BREBBIA, C. A.; DOMINGUEZ, J. "**Boundary Elements: An Introductory Course**". 2ª. ed.: WIT Press, 1992.
- DELGADO NETO, Á. M. "**BEMLAB2D: Interface Gráfica de Modelagem, Visualização e Análise com Elementos de Contorno – Uma Aplicação em Problemas Elastostáticos**". Brasília: Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-graduação em Estrutura e Construção Civil, Universidade de Brasília, UnB, 2017. 112 p.
- DUARTE, C. A. et al. "A generalized finite element method for the simulation of three dimensional dynamic crack propagation". **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 190, p. 2227-2262, 2001.
- ERDOGAN, F.; SIH, G. C. "On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear". **Journal of Basic Engineering**, v. 85, n. 4, p. 519, 1963.
- GOMES, G. "**Aplicação dos métodos de elementos de contorno e reciprocidade dual em problemas de plasticidade 2D orientada a objeto**". Brasília - DF: Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-graduação em Estrutura e Construção Civil, Universidade de Brasília, UnB, 2006. 168 p.
- GOMES, G.; DELGADO NETO, Á. M.; WROBEL, L. C. "Modelagem e visualização de trincas 2D usando equação integral de contorno dual". **XXXVII IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING**, Brasília, v. 37, 2016.

GOMES, G.; MIRANDA, A. C. O. "Analysis of crack growth problems using the object-oriented program bemcracker2D". **Frattura ed Integrità Strutturale**, v. 45, p. 67-85, 2018.

GRELLMANN, W.; CHE, M. "Assessment of temperature-dependent fracture behavior with different fracture mechanics concepts on examples of unoriented and cold-rolled polypropylene". **Journal of Applied Polymer Science**, v. 66, n. 7, p. 1237–1249, 1997.

GRIFFITH, A. A. "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids". **Philosophical Transactions**, v. Series A, 221, p. 163-198, 1920.

GRIFFITH, A. A. "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids". **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 221, p. 163-198, 1921.

GRIFFITH, A. A. "The theory of rupture". **In Proceedings of the First International Conference of Applied Mechanics**, p. 55-63, 1924.

HE, W.-Y.; REN, W.-X.; YANG, Z.-J. "Computation of Plane Crack Stress Intensity Factors Using Trigonometric Wavelet Finite Element Method". **Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures**, v. 35, n. 8, p. 732–741, 2011.

HENRIQUES, A. A. R. "**Aplicação de novos conceitos de segurança no dimensionamento do betão estrutural**". Porto: Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Universidade do Porto, 1998. 502 p.

HUSSAIN, M. A.; PU, S. U.; UNDERWOOD, J. "Strain Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and II". **ASTM STP 560**, p. 2-28, 1974.

INGLIS, C. E. "Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners". **Transactions of the Institute of Naval Architects**, v. 55, p. 219-241, 1913.

INGLIS, C. E. "Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corner". **Transactions of the Institute of Naval Architects**, v. 55, p. 219-241, 1913.

INGRAFFEA, A. R.; GRIGORIU, M. "Probabilistic fracture mechanics: a validation of predictive capability". **Department of Structural Engineering, Cornell University**, 1990.

IRWIN, G. "Analysis of Stresses and Strains near the End of a Crack Traversing a Plate". **Journal of Applied Mechanics**, v. 24, p. 361-364, 1957.

IRWIN, G. R. "Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminum Alloys". **Sagamore Research Conference Proceedings**, v. 2, p. 289-305, 1956.

LEITE, P. G. P. "**Simulação numérica de propagação de trinca por fadiga em modo misto (I+II) utilizando o BemCracker2D**". Brasília: Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-graduação em Estrutura e Construção Civil, Universidade de Brasília, UnB, 2017.

LUCHT, T.; ALIABADI, M. H. "CORRECTION TO THE CRACK EXTENSION DIRECTION IN NUMERICAL MODELLING OF MIXED MODE CRACK PATHS". **International Journal of Fracture**, v. 143, p. 195-202, 2007.

MIRANDA, A. C. O. "**Propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D complexas sob cargas cíclicas variáveis**". Rio de Janeiro: Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade, PUC, 2003. 106 p.

MOËS, N.; DOLBOW, J.; BELYTSCHKO, T. "A finite element method for crack growth without remeshing". **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 46, p. 131-150, 1999.

PORTELA, A.; ALIABADI, M. H.; ROOKE, D. P. "The Dual Bounday Element Method: Effective Implementation for Crack Problems". **International Journal for Numerical Method in Engineering**, v. 33, p. 1269-1287, 1992.

RICE, J. R. "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks". **Journal of Applied Mechanics**, v. 35, n. 2, p. 379, 1968.

SANFORD, R. J. "**Fundamentals of Frature Mechanics**".: Prentice Hall, 2002.

SCUCIATO, R. F. "**Estudo teórico e implementação computacional do método de elementos de contorno aplicado a problemas elastostáticos lineares bidimensionais**". Paraná: Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) – Curso de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, UFPR, 2007. 191 p.

SIH, G. C. "Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems". **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, v. 11, n. 12, p. 305-321, 1974.

XIAO, S. et al. "The surface-forming energy release rate versus the local energy release rate". **Engineering Fracture Mechanics**, v. 175, p. 86-100, 2017.