

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO CAMPO DE
TENSÃO/DEFORMAÇÃO NA VIDA À FADIGA POR
FRETING BASEADA NAS LEIS DE EVOLUÇÃO DA
MICROMECAÂNICA DE DEFEITOS**

CAROLINA FERNANDA BURBANO SANDOVAL

ORIENTADOR: LUCIVAL MALCHER

CO-ORIENTADOR: THIAGO DOCA

TESE DE DOUTORADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM/2019

BRASÍLIA/DF: MARÇO– 2019

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO CAMPO DE TENSÃO/DEFORMAÇÃO NA
VIDA À FADIGA POR FRETTING BASEADA NAS LEIS DE EVOLUÇÃO DA
MICROMECAÂNICA DE DEFEITOS**

CAROLINA FERNANDA BURBANO SANDOVAL

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS
MECÂNICAS.**

APROVADA POR:

**Prof. Dr. Lucival Malcher (ENM-UnB)
(Orientador)**

**Prof. Dr. Thiago Doca (ENM-UnB)
(Co-Orientador)**

**Prof. Dr. Jose Alexander Araújo (ENM-UnB)
(Examinador Interno ao Programa)**

**Prof. Dr. Francisco Evangelista Junior (ENC-UnB)
(Examinador Externo ao Programa)**

**Prof. Dr. Marcus Vinícius Costa Sá (IFB)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, MARÇO DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA

CAROLINA FERNANDA BURBANO SANDOVAL

Estudo da Influência do Campo de Tensão/Deformação na Vida à Fadiga por Fretting Baseado nas Leis de Evolução da Micromecânica dos defeitos.

xxi, 123p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Doutor, Ciências Mecânicas, 2019).

Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 1. Carregamentos Cíclicos. | 2. Fadiga por Fretting. |
| 3. Mecânica de Dano. | 4. Endurecimento Cinemático. |
| 5. Elementos Finitos. | 6. lei de localização. |
| I. ENM/FT(ENM) | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Sandoval, C. F. B. (2019). Estudo da Influência do Campo de Tensão/Deformação na Vida à Fadiga por Fretting Baseado nas Leis de Evolução da Micromecânica dos defeitos. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM -2019, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 123p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Carolina Fernanda Burbano Sandoval.

TÍTULO: Estudo da Influência do Campo de Tensão/Deformação na Vida à Fadiga por Fretting Baseado nas Leis de Evolução da Micromecânica dos defeitos.

GRAU: Doutor

ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta Tese de Doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósito acadêmico e científico. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa Tese de Doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Carolina Fernanda Burbano Sandoval
SQS 405 BL R Apto 301, Asa Sul.
70.239-180. Brasília / DF
caroburbano2010@gmail.com

RESUMO

Neste trabalho é proposto o estudo da influência do campo de deformação plástica na vida a fadiga por fretting da liga de alumínio 7050-T7451, através de uma abordagem que leva em consideração os princípios da mecânica do dano contínuo. Para isto, é realizado um programa de ensaios experimentais, onde se é emulado o problema de fadiga por fretting, por intermédio da utilização de um corpo de prova de seção retangular e sapatas, com raio de curvatura de 70 mm. No ensaio proposto, é aplicada carga trativa média sobre o corpo de prova, diferentes níveis de pressão de aperto na sapata e diferentes amplitudes de carregamento sobre o CP. O critério de parada dos experimentos é estabelecido quando se observa uma trinca macroscópica no CP, ou a sua completa separação. Em seguida, propõe-se a extensão do modelo de dano de Gurson para condições multiaxiais de carregamento, onde se introduz um parâmetro capaz de distinguir a evolução do dano volumétrica sobre condições trativas e compressivas, o acoplamento do mecanismo de dano em cisalhamento de Xue, fazendo com que a abordagem estendida, seja capaz de capturar a degradação do material em condições torcionais de carregamento. Como no problema estudado o comportamento macroscópico do material é completamente elástico, na formulação proposta, utiliza-se também uma abordagem em multiescala, onde se tem na escala macroscópica um comportamento elástico e na microescala um comportamento elastoplástico, fazendo com que o princípio do dano contínuo seja possível ser aplicado. Por fim, para se mostrar a robustez e capacidade preditiva do modelo, são utilizados dados da literatura para ensaios convencionais de fadiga, sob controle de força, considerando carregamento trativo com razão de carregamento igual a -1, carregamento torcional reversível e carregamento axial/torcional proporcional. Nestes testes, observa-se que o modelo foi capaz de calcular a vida do corpo de prova dentro de uma faixa de dispersão de dois, para vidas menores que 10^6 ciclos, e dentro de uma faixa de dispersão igual a quatro, para vidas maiores que 10^6 ciclos. Assim, os ensaios de fretting foram então simulados através da formulação desenvolvida, onde também se conseguiu observar boa capacidade preditiva para o modelo, sempre dentro de uma faixa de dispersão igual a dois. Como conclusões, foi possível verificar que a pressão na sapata é capaz de introduzir um campo de deformação plástica ao problema, onde se observa um nível de endurecimento do material capaz de contribuir positivamente para a vida de fadiga por fretting, ou seja, quanto maior a pressão aplicada, maior a vida observada e calculada para o problema. Também, considerando um mesmo nível de pressão na sapata, observa-se que a vida diminui com o aumento da amplitude de carregamento.

Palavras chave: Carregamento Multiaxial, Fadiga por Fretting, Mecânica de Dano, Mecanismo de Cisalhamento, multiescala, Deformação Plástica.

Abstract

In this work is realized the study of the field of plastic research in the life to the fatigue of the fretting of aluminum alloy 7050, through an approach that takes into account the mechanics of continuous damage. For this, a program of experimental tests is carried out, where the problem of fretting fatigue is emulated, through the use of a rectangular test piece and shoes, with radius of curvature of 70 mm. In the proposed test, the average tensile load on the test piece, different levels of tightening pressure on the shoes and different loading amplitudes on the test specimen. The stopping criterion of the experiments is established when a macroscopic crack in the test specimen, or its complete separation. Then, it is proposed the extension of the Gurson damage model for multiaxial loading conditions, where a parameter capable of distinguishing the evolution of the volumetric damage on trative and compressive conditions is introduced, the coupling of the Xue shear damage mechanism, making the extended approach, capable of capturing the degradation of the material under torsional loading conditions. As in the studied problem the macroscopic behavior of the material is completely elastic, in the proposed formulation, a multiscale approach is also used, where the elastic behavior at the macroscopic scale and at the microscale an elastoplastic behavior, making it possible to apply the principle of continuous damage. Finally, to show the robustness and predictive capacity of the model, we used data from the literature for conventional fatigue tests, under force control, considering trative loading with load ratio equal to -1, reversible torsional loading and proportional axial / torsional travel. In these tests, it is observed that the model was able to calculate the life of the test body within a dispersion range of two, for life less than 10^6 cycles, and within a dispersion range equal to four, for lives greater than 10^6 cycles. Thus, the fretting tests were then simulated through the developed formulation, where it was also possible to observe good predictive capacity for the model, always within a dispersion range equal to two. As conclusions, it was possible to verify that the pressure in the shoe is able to introduce a field of plastic deformation to the problem, here it is observed a level of hardening of the material capable of contributing positively to the life of fatigue- fretting, that is, the higher the pressure applied, the longer the observed and calculated life for the problem. Also, considering the same level of pressure in the pad, it is observed that life decreases with increasing loading amplitude.

Keywords: Multiaxial Loading, Fretting Fatigue, Damage Mechanics, Shear Mechanism, Multiscale, Plastic Deformation.

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Contextualização.....	1
1.2 Objetivo.....	4
1.2.1 Objetivos específicos.....	5
1.3 Metodologia.....	5
1.4 Organização do trabalho.....	6
2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
2.1 Processo de fadiga.....	9
2.2.1 Processo físico de fadiga.....	10
2.2.1.1 Nucleação.....	10
2.2.1.2 Crescimento.....	11
2.2.1.3 Ruptura final.....	12
2.2 Fadiga por fretting	13
2.2.1 Falhas características em fadiga por fretting.....	15
2.3 Teoria Constitutiva.....	16
2.3.1 Termodinâmica com variáveis internas.....	16
2.3.2 Variáveis de estado.....	16
2.3.3 Potencial termodinâmico.....	17
2.3.4 Forças termodinâmicas.....	18
2.3.5 Evolução das variáveis internas.....	18
2.3.6 Potencial de dissipação.....	18
2.3.7 Equações constitutivas puramente mecânicas.....	19

2.3.8 Problema constitutivo de valor inicial.....	19
2.3.9 Equilíbrio: Princípio dos trabalhos virtuais.....	20
2.3.10 Configuração espacial.....	20
2.3.11 Configuração Material.....	21
2.4 Abordagens da mecânica de dano contínuo.....	21
2.4.1 Modelos Fenomenológicos.....	22
2.4.2 Modelos baseados na Micromecânica de Dano.....	23
2.4.2.1 Modelo de Gurson.....	23
2.4.2.2 Modelo de Gurson –Tvergaard- Needleman.....	27
2.4.2.3 Mecanismos de cisalhamento.....	28
2.5 Plasticidade Cíclica.....	32
2.5.1 Superfície de Escoamento.....	33
2.5.2 Lei de Encruamento do Material.....	34
2.5.2.1 Encruamento como perfeitamente plástico.....	34
2.5.2.2 Encruamento isotrópico.....	35
2.5.2.3 Encruamento cinemático.....	36
2.5.2.4 Modelo de Armstrong –Frederick.....	37
2.5.2.5 Modelo de Chaboche.....	37
3- MODELO PROPOSTO.....	38
3.1 Modelo matemático da nova proposta.....	38
3.2 Modelo em duas Escalas.....	43
3.3 Modelo numérico da nova proposta.....	46
4- ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE FADIGA POR FRETTING.....	52
4.1 Procedimento Experimental.....	52
4.2 Resultados dos Ensaio Experimentais.....	54

4.3 Hipóteses para o local de iniciação de trinca.....	63
5- RESULTADOS NUMÉRICOS.....	65
5.1 Calibração dos parâmetros do material.....	65
5.1.1 Determinação dos parâmetros monotônicos.....	65
5.1.2 Determinação de parâmetros cíclicos.....	67
5.1.3 Determinação de parâmetros de dano.....	69
5.2 Desempenho do modelo com relação a dados experimentais em corpos de prova.....	74
5.3 Desempenho do modelo com relação a previsão de vida a fadiga por fretting.....	82
5.3.1 Simulação Numérica do problema de fretting.....	82
5.3.2 Escolha da malha de elementos finitos.....	85
5.3.2.1 Análises elástico com a Teoria de Hertz.....	85
5.3.3 Resultados da simulação em Abaqus.....	86
5.3.3.1 Estudos de convergência no campo plástico.....	91
5.4 Históricos das Deformações.....	98
6. CONCLUSÕES	113
6.1 Proposta para trabalhos futuros.....	114
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	116

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1. Modelo Matemático da nova proposta.....	43
Quadro 3.2. Modelo Matemático de duas escalas da nova proposta.....	46
Quadro 3.3. Algoritmo de atualização das tensões e variáveis internas de da nova proposta na escala micro.....	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 Resultados experimentais de vida à Fadiga por <i>Fretting</i>	56
Tabela 4.2 Cálculo da média dos resultados.....	58
Tabela 5.1. Parâmetros elásticos para a liga de alumínio 7050.....	66
Tabela 5.2. Parâmetros de ajuste para a curva de Kleinermann.....	67
Tabela 5.3. Parâmetros cíclicos para a equação de potência.....	69
Tabela 5.4. Parâmetros para a equação de Armstrong & Frederick.....	69
Tabela 5.5. Dados calibrados para os parâmetros de dano.....	75
Tabela 5.6. Dados experimentais retirados da literatura, Sá (2017)	75
Tabela 5.7. Vida calculada para as amplitudes de tensão/deformação da trajetória A....	78
Tabela 5.8. Vida calculada para as amplitudes de tensão/deformação da trajetória B....	79
Tabela 5.9. Vida calculada para as amplitudes de tensão/deformação da trajetória C....	81
Tabela 5.10. Condições de carga na simulação.....	84
Tabela 5.11. Tamanho do contato para cada malha testada.....	90
Tabela 5.12. Valores de máxima deformação plástica equivalente para as malhas de 20 μ m e 30 μ m.....	92
Tabela 5.13 Valores máximos de deformação plástica equivalente depois de 30 ciclos.....	93
Tabela 5.14. Tabela dos valores máximos de deformação plástica equivalente a cada 10 ciclos.....	96
Tabela 5.15. Ângulos de propagação da trinca calculados para cada carga normal de contato.....	98
Tabela 5.16 Histórico de deformações para as cargas da simulação 1 (força de compressão de 480,56 N e amplitude de tensão de 7670 N), com 30 ciclos na região central.....	100
Tabela 5.17 Histórico de deformações para as cargas da simulação 1 (força de compressão de 480,56 N e amplitude de tensão de 7672 N), com 30 ciclos na região de contato.....	101

Tabela 5.18. Histórico de deformações para as cargas da simulação 2 (força de compressão de 480,56 N e amplitude de tensão de 9206 N), com 30 ciclos na região central.....	102
Tabela 5.19. Histórico de deformações para as cargas da simulação 2 (força de compressão de 480,56 N e amplitude de tensão de 9206 N), com 30 ciclos na região de contato.....	103
Tabela 5.20. Histórico de deformações para as cargas da simulação 3 (força de compressão de 854,3 N e amplitude de tensão de 7672 N), com 30 ciclos na região central.....	104
Tabela 5.21. Histórico de deformações para as cargas da simulação 3 (força de compressão de 854,3 N e amplitude de tensão de 7672 N), com 30 ciclos na região de contato.....	105
Tabela 5.22. Histórico de deformações para as cargas da simulação 4 (força de compressão de 854,3 N e amplitude de tensão de 9206 N), com 30 ciclos na região central.....	106
Tabela 5.23. Histórico de deformações para as cargas da simulação 4 (força de compressão de 854,3 N e amplitude de tensão de 9206 N), com 30 ciclos na região de contato.....	107
Tabela 5.24. Histórico de deformações para as cargas da simulação 5 (força de compressão de 1334,9 N e amplitude de tensão de 7670 N), com 30 ciclos na região central.....	108
Tabela 5.25. Histórico de deformações para as cargas da simulação 5 (força de compressão de 1334,9 N e amplitude de tensão de 7076 N), com 30 ciclos na região de contato.....	109
Tabela 5.26 Histórico de deformações para as cargas da simulação 6 (força de compressão de 1334,9 N e amplitude de tensão de 9206 N), com 30 ciclos na região de central.....	110

Tabela 5.27. Histórico de deformações para as cargas da simulação 6 (força de compressão de 1334,9 N e amplitude de tensão de 9206 N), com 30 ciclos na região de contato.....	111
--	-----

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Nucleação de trincas de componentes submetidos a tensões cíclicas. Adaptado: Garcia et al (2000)	11
Figura 2.2. Mecanismo de crescimento da trinca. Adaptado: Fadel (2010).	12
Figura 2.3. Aparência de superfície onde ocorreu fratura por fadiga.....	13
Figura 2.4. Superfícies em contato, conformação de zonas por <i>fretting</i>	14
Figura 2.5. Regímenes de escorregamento no fenômeno de <i>fretting</i> . Adaptado: Fadel (2000)	14
Figura 2.6. Representação do defeito esférico do modelo de Gurson. Fonte: Adaptado de Malcher, 2012.....	23
Figura 2.7. Representação física da evolução de dano.....	25
Figura 2.8 Evolução do dano de Gurson sob carga cíclica.....	27
Figura 2.9. Representação em duas dimensões do VRE em seu estado inicial e seu estado após a aplicação da tensão cisalhante, Fonte: Adaptado de Xue 2007.....	29
Figura 2.10. Evolução do mecanismo de cisalhamento do Xue sob carga cisalhante pura.....	32
Figura 2.11. Evolução da função do ângulo de Lode em relação ao terceiro invariante.....	32
Figura 2.12. Representação do comportamento perfeitamente plástico de um material. Fonte: Souza Neto et al (2008)	35
Figura 2.13 Representação do endurecimento isotrópico do material. Fonte: Souza Neto et al (2008).....	36
Figura 2.22. Representação do endurecimento cinemático do material. Fonte: Souza Neto et al (2008).....	37
Figura 3.1 Evolução de dano do Gurson para um ciclo sob carregamento cíclico axial....	39

Figura 3.2 Evolução de dano do Gurson para um ciclo sob carregamento cíclico axial com adição de K_M	40
Figura 3.3 Evolução de dano da nova proposta.....	42
Figura 3.4. Modelo em duas escalas na superfície de fratura.....	44
Figura 4.1 Instalação das sapatas.....	53
Figura 4.2. Máquina da MTS para a execução do ensaio de Fadiga por fretting.....	54
Figura 4.3. Cargas usadas nos ensaios Tipo1, Tipo 2, Tipo 3, Tipo 4, Tipo 5 e Tipo 6 da Tabela 4.1.....	55
Figura 4.4. Comparação dos resultados dos Ensaio Ciclos/vida vs. Pressão de contato com amplitude de tensão de 7672 N.....	57
Figura 4.5. Comparação dos resultados dos Ensaio Ciclos/vida vs. Pressão de contato com amplitude de tensão de 9206 N.....	57
Figura 4.6. Amostra com carga de contato de 300 MPa.....	59
Figura 4.7. Amostra com carga de contato de 405 MPa.....	60
Figura 4.8. Amostra com carga de contato de 500 MPa.....	61
Figura 4.9. Aparição de pontos de iniciação de trincas nas bordas de caras fraturadas localizadas nos cantos da superfície de contato para a carga normal de contato de 300 MPa. (a) fotografia tomada com microscópio eletrônico de Varredura.....	62
Figura 4.10. Aparição de pontos de iniciação de trincas nas bordas de caras fraturadas localizadas nos cantos da superfície de contato para a carga normal de contato de 500 MPa. (a) fotografia tomada com microscópio eletrônico de Varredura.....	63
Figura 5.1. Geometria do corpo de prova de tração.....	65
Figura 5.2. Curva de reação obtida para a liga de alumínio 7050.....	66
Figura 5.3. Dados experimentais obtidos por Fabara (2016).....	68

Figura 5.4. Ajuste de curva para obtenção dos parâmetros para a equação de potência de Ramberg-Osgood.....	68
Figura 5.5. Curva de reação e evolução do dano no processo de identificação paramétrica.....	71
Figura 5.6. Calibração do parâmetro de dano K_D , através de uma trajetória de tensão cisalhante.....	72
Figura 5.7. Calibração do parâmetro de dano K_M , através de uma trajetória de tensão normal.....	73
Figura 5.8 Fluxograma para determinar K_M e K_D	74
Figura 5.9. Evolução do dano e relação tensão versus deformação normal na micro e macro escalas.....	77
Figura 5.10. Evolução do dano e relação tensão versus deformação cisalhante na micro e macro escalas.....	79
Figura 5.11. Evolução do dano e relação tensão versus deformação normal e cisalhante na micro e macro escalas.....	81
Figura 5.12. Diagrama vida – vida para as trajetórias A, B e C.....	82
Figura 5.13. Geometria utilizada na simulação com valores em mm.....	84
Figura 5.14 Condições de contorno usadas na simulação O contato entre a sapata e o corpo de prova foi definido com o algoritmo superfície.....	85
Figura 5.15. Resultado analítico com a teoria de Hertz.....	87
Figura 5. 16. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 10 μm	88
Figura 5.17. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 20 μm	88
Figura 5.18. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 30 μm	89

Figura 5.19. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 40 μm	89
Figura 5.20. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 50 μm	90
Figura 5.21. Distribuição da tensão principal S22, Carga máxima de reação no Corpo de prova de -96,46 MPa.....	91
Figura 5.22. Distribuição do deslocamento no plano U22, valor máximo do deslocamento é 1,709E-05 mm.....	92
Figura 5.23. Distribuição da deformação plástica equivalente na linha de contato para as malhas de 20 μm e 30 μm	93
Figura 5.24. Malha de elemntos finitos tamanho na regiaõ de contato de 20 μm	94
Figura 5.25. Deformação total aos 30 ciclos, ponto máximo de deformação, com as cargas da simulação 5 da Tabela 5.1.....	95
Figura 5.26. Distribuição de tensões no plano de aplicação da carga de compressão, com as cargas da simulação 5 da Tabela 5.1.....	95
Figura 5.27. Distribuição da deformação plástica equivalente, com as cargas da simulação 5 da Tabela 5.10.....	96
Figura 5.28. Perfis de deformação plástica equivalente para cada de 10 ciclos da simulação.....	97
5.29. Ângulo de propagação da trinca para carga normal de 500MPa.....	98
5.30. Ângulo de propagação da trinca para carga normal 400 MPa.....	99
5.31. Ângulo de propagação da trinca para carga normal de 300 MPa.....	99
Figura 5.32. Fluxograma de estimativa da vida a fadiga por fretting com a nova proposto.....	112

Figura 5.33. Gráfico de vida observada versus a vida calculada para as regiões de contato e central da simulação.....113

LISTA DE SÍMBOLOS

σ	Tensor das tensões
σ^μ	Tensor das tensões microescala
I	Tensor identidade de segundo ordem
τ	Tensão cisalhante
$dev \sigma$	Tensor das tensões desviadoras
$dev \sigma^\mu$	Tensor das tensões desviadoras na microescala
β	Tensor tensão cinemático
β^μ	Tensor tensão cinemático na microescala
ε^e	Tensor das deformações elásticas
$\varepsilon^{\mu e}$	Tensor das deformações elásticas na microescala
$\varepsilon^{\mu p}$	Tensor das deformações plásticas na microescala
$\bar{\varepsilon}^{\mu p}$	Deformação plástica acumulada na microescala
$\dot{\varepsilon}^{\mu p}$	Taxa de evolução da deformação plástica equivalente na microescala
$\Delta \varepsilon^{\mu p}$	Incremento de deformação plástica na microescala
$\Delta \varepsilon$	Incremento de deformação
θ	Ângulo de Lode
$\bar{\theta}$	Ângulo de Lode normalizado
r	Terceiro invariante do tensor desvio em função do ângulo de Lode
ξ	Terceiro invariante normalizado em função do ângulo de Lode
ξ^μ	Terceiro invariante normalizado em função do ângulo de Lode na microescala
$J_{2,3}$	Segundo e terceiro invariante do tensor desviador

$I_{1,2,3}$	Primeiro, Segundo e terceiro invariante do tensor de tensões
p^μ	Tensão hidrostática na microescala
η^μ	Razão de triaxialidade na microescala
Φ^μ	Função de escoamento do material na microescala
N^μ	Vetor de fluxo plástico na microescala
γ^μ	Multiplicador plástico na microescala
E	Modulo de elasticidade
G	Modulo de cisalhamento
K	Modulo volumétrico
H	Modulo de endurecimento isotrópico
$\dot{\gamma}^\mu$	Taxa de evolução do multiplicador plástico na microescala
$\Delta\gamma^\mu$	Incremento de multiplicador plástico na microescala
σ_{y0}^μ	Tensão de escoamento inicial na microescala
σ_{y0}^m	Limite de escoamento monotônico
σ_{y0}^c	Limite de escoamento cíclico
σ_f	Limite de fadiga
H^k	Módulo de endurecimento cinemático
b	Saturação A&F
V_{VRE}	Volume do elemento de referência
V_v	Volume de defeitos
f^μ	Fração volumétrica de defeitos na microescala
$f^{\dot{\mu}g}$	Taxa de evolução do mecanismo de crescimento de defeitos na microescala
f^N	Taxa de evolução do mecanismo de nucleação de defeitos

D_{shear}	Variável de dano referente ao cisalhamento
$\dot{D}^{\mu xue}$	Variável de dano referente ao cisalhamento segundo Xue na microescala
f_0	fração volumétrica de defeitos inicia, parâmetro de dano inicial
D_{cr}	Parâmetro de Dano crítico.
K_D e K_M .	Parametros materiais da nova proposta adicionados ao modelo de Gurson e Xue
σ_R	Limite de resistência monotônico
ω, σ_∞ e δ	Parâmetros de ajuste da curva de Kleiner mann.
K'	Coeficiente de endurecimento cíclico
n'	Expoente de endurecimento cíclico
g_o^μ	Função dependente do ângulo de Lode na microescala
σ_{n+1}^μ	Tensor das tensões no pseudo-tempo t_{n+1} na microescala
$\sigma_{n+1}^{\mu trial}$	Tensor das tensões tentativo na microescala
p_{n+1}^μ	Tensão hidrostática no pseudo-tempo t_{n+1} na microescala
$p_{n+1}^{\mu trial}$	Tensão hidrostática tentativa na microescala
$dev \sigma_{n+1}^\mu$	Tensor das tensões desviadoras no pseudo-tempo t_{n+1} na microescala
$dev \sigma_{n+1}^{\mu trial}$	Tensor das tensões desviadoras tentativa na microescala
$\epsilon_{n+1}^{\mu e trial}$	Tensor das deformações elásticas tentativa na microescala
$\epsilon_{n+1}^{\mu e}$	Tensor das deformações elásticas no pseudo-tempo t_{n+1} na microescala
$\epsilon_{n+1}^{\mu p trial}$	Tensor das deformações plásticas tentativa na microescala
$\epsilon_{n+1}^{\mu p}$	Tensor das deformações plásticas no pseudo-tempo t_{n+1} na microescala
\mathbb{D}^{ep}	Operador tangente elasto-plástico consistente
\mathbb{D}^e	Matrix de deformação elástica Isotropica

α	Parâmetro do material que depende do coeficiente de Poisson ν .
ν	Coeficiente de Poisson
σ_a	Amplitude de tensão axial
τ_a	Amplitude de tensão torcional
ε_a	Amplitude de deformação axial
ε_{ap}	Amplitude de deformação plástica axial
γ_a	Amplitude de deformação torcional
N_{exp}	Vida experimental
$N_{calculada}$	Vida calculada
ε_{11}	Deformação no eixo x, direção de aplicação carga media
ε_{22}	Deformação no eixo y, direção de aplicação carga normal
ε_{12}	Deformação no cisalhante
P	Carga normal de contato
F_m	Carga media
F_a	Carga cíclica de amplitude constante
p_0	pressão máxima da distribuição de pressão normal lei de Hertz
a	metade da longitude do contato
R	raio das sapatas

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

O fenômeno de fadiga por *fretting* é apresentado em vários campos da indústria como em estruturas *offshore*, no campo automotivo, aeronáutico e em linhas de transmissão de energia elétrica, entre outros. Este fenômeno é apresentado no contato entre duas superfícies quando há presença de deslocamentos relativos entre elas. A forma tradicional para estimar a vida à fadiga consiste em uma bancada de ensaios no laboratório com os quais é possível estimar a curva de Wöhler (Curva de Tensão-Vida). Esta curva é construída a partir de vários testes de fadiga que correlacionam o número de ciclos necessários para fraturar uma amostra submetida a carga cíclica. Por outro lado, é realizada uma contagem dos ciclos aplicados usando o método de Rainflow desenvolvido por Endo e Matsuishi (1968). Depois de ter a vida estimada da curva S-N e da contagem de ciclos com o Rainflow, é usada a lei de Palmgren (1924) e Miner (1945) referente ao acúmulo do dano, onde o fim da vida ocorre quando o dano é igual a um.

Hoje em dia são usadas abordagens da mecânica do dano para medir degradação do material. Desta forma, uma abordagem alternativa da que foi exposta pode ser associada a métodos de acúmulo de dano através da mecânica do dano contínuo (MDC). Atualmente, esta abordagem vem sendo aplicada para a determinação da chamada fratura dúctil. Contudo, nos últimos anos, pesquisadores vêm associando as técnicas da MDC com a estimativa de vida de componentes sujeitos a carregamentos cíclicos. Inicialmente, usou-se a MDC para se estimar a vida de longas linhas de dutos e para transporte de óleo e gás, quando sujeitas a abalos sísmicos. Contudo, nos dias atuais, também vem sendo associada a previsão de vida de componentes mecânicos, como peças da indústria aeronáutica, naval, automotiva, entre outros setores. Na literatura, observa-se a existência de duas grandes abordagens para a mecânica do dano: a primeira, associada às leis de dano com bases fenomenológicas, onde a principal contribuição está ligada à abordagem de Lemaitre (1985). A outra, associada às leis de dano desenvolvidas com base na micromecânica de defeitos, onde a principal contribuição está ligada ao modelo de Gurson. Estas duas abordagens ganharam destaque e novos modelos foram propostos para a evolução do tema. Nesta linha, existem os seguintes modelos que realizam uma evolução do modelo de Gurson (1977): Gurson-Teevergard-Needleman (1984) adicionaram ao Gurson o efeito de duas parcelas na evolução da fração volumétrica de defeitos. Uma é a nucleação de defeitos e outra a coalescência dos mesmos, melhorando

a capacidade preditiva do modelo, mas aumentado a dependência dele na determinação de mais parâmetros materiais. Sabe-se que, estas modificações ainda não haviam conseguido realizar uma boa estimativa do comportamento do material, principalmente, quando está sob a presença de tensões desviadoras que produzem mudança da forma dos defeitos. Por isso, foram estudados mecanismos incluídos no modelo GTN. A inclusão dos mecanismos cisalhantes denominou o modelo como “GTN estendido”. Da mesma forma, Zhou (2014) fez uma nova proposta para o GTN estendido.

Os modelos descritos no parágrafo anterior mostram a degradação do material, usando uma variável de dano, que depende diretamente da deformação plástica equivalente. Com ela, é possível encontrar o local e momento do início da trinca. A capacidade preditiva das abordagens depende da escolha da variável de dano, conseguindo quantificar de forma aproximada o processo micromecânico da evolução dos micro defeitos com combinações de tensão hidrostática e tensão desviadora. Estas tensões produzem alteração de volume e mudança da forma dos microdefeitos, respectivamente. Consequentemente, estes modelos possuem limitações fora de intervalos específicos, especialmente quando as estruturas estão sob carregamento puramente cisalhante.

Com as abordagens descritas acima, a principal motivação deste trabalho é determinar o campo de deformação plástica e também estimar a vida sob condições de fadiga por fretting, por meio, de uma abordagem baseada na micromecânica de defeitos. Considerando, que estes modelos de dano, medem a degradação do material utilizando diretamente a evolução da deformação plástica é importante estudar a presença da mesma no problema de fadiga por fretting. Desta forma, na literatura, existem trabalhos que relacionam o contato mecânico com a plasticidade e estão relacionados a seguir: Ambricio et al (2000) fizeram uso da lei de Coulomb para identificar o coeficiente de atrito e analisar a evolução do mesmo sob diferentes níveis de plasticidade, com este estudo conseguiu-se comprovar que o modelo constitutivo elastoplástico prevê, de forma muito mais aproximada, os locais de nucleação do que o modelo elástico. Em um segundo trabalho, Ambricio et al (2001) empregaram o método dos elementos finitos para a análise das deformações plásticas na região de contato e perceberam que a deformação plástica tem grande influência na vida do componente. Ruiz et al (2003) utilizaram um modelo constitutivo baseado na mecânica de dano contínuo para realizar a estimativa de dano por fadiga em plataformas marítimas. Mohd Tobi et al (2009) realizaram um estudo sobre contato do tipo cilindro-plano usando um modelo de plasticidade que leva em

consideração o encruamento cinemático, onde se mostra a evolução de dano associada ao fenômeno de plasticidade cíclica, mostrando um efeito significativo de plasticidade na evolução dos tamanhos nas zonas de aderência e tensões cisalhantes na superfície de contato. Warhadpande et al (2012) estudaram, fadiga na mecânica do contato, baseando-se na mecânica do dano, o modelo de plasticidade de Mises e endurecimento cinemático. Eles demonstraram que uma vez iniciada a trinca, o acúmulo de deformação plástica baseada na lei de evolução de dano impulsiona a propagação da trinca e que a pressão de contato constitui de 15 a 40% da vida total. Sebés et al (2014), baseando-se em estudos sobre a região de contato e usando a lei de endurecimento perfeitamente plástico, concluíram que o dano produzido no contato está diretamente relacionado com a plasticidade. Canut (2016) fez a estimativa da vida à fadiga por fretting como um modelo baseado na micromecânica de defeitos do alumínio 7050, obtendo resultados para cinco níveis de dano crítico, onde assumindo níveis de dano crítico de 0.3, 0.5, 0.8 e 1.0, os resultados estão dentro da faixa de ponderação de 2 no gráfico vida-vida e para nível de dano crítico igual a 0.1 foram obtidas vidas numéricas menores que as experimentais, cujos resultados estão fora da faixa de ponderação de dois no gráfico vida-vida. Song (2016) realizou uma análise puramente elástica e outra elasto-plástica. A segunda análise foi feita usando o modelo de Gao (1999), dependente do segundo invariante do tensor desviador, o qual foi implementado numa sub-rotina UMAT em Abaqus. Então, foi simulado o contato entre uma superfície de um plano rígido e uma superfície rugosa e deformável, destacando assim a importância de realizar um estudo elasto-plástico nos problemas de contato. Finalmente, conseguiu-se determinar a influência da deformação plástica, devida à obtenção de resultados diferentes na distribuição de tensões de contato para as análises elásticas e elasto-plásticas. Sendo assim, é importante notar que segundo os estudos realizados até agora, os problemas de fadiga por fretting estudados no campo elástico apresentam resultados conservativos, tendo melhores resultados no estudo do problema ao considerar o comportamento elasto-plástico do material, para o qual é preciso o uso de modelos constitutivos elasto-plásticos.

Em vista da história de investigações realizadas sobre a estimativa da vida a fadiga e fadiga por fretting, sabendo que a deformação plástica é de grande influência em tais fenômenos e também considerando que as abordagens da mecânica do dano podem chegar a ser de grande ajuda na predição de vida nestes casos. Este trabalho terá como parte inovadora a implementação de um novo modelo baseado na micromecânica de defeitos. Assim, a nova proposta será baseada na modelagem de Gurson, (1977). A

modelagem de Gurson faz com que a variável de dano evolua a razão em que os defeitos esféricos crescem quando estão sujeitos a carregamentos trativos e, ao apresentar-se carregamentos cíclicos, as tensões na matriz do material são trativas/compressivas. O modelo de Gurson não consegue representar de forma adequada o efeito das tensões compressivas, para isto será agregada na lei de evolução do dano uma variável que reduza os efeitos compressivos da carga cíclica resolvendo assim a limitação do modelo original. Por outro lado, o modelo tem outra limitação, ele não apresenta evolução sob cargas cisalhantes, pelo que também é adicionada na proposta um mecanismo cisalhante que soluciona tal limitação. Este mecanismo cisalhante é o proposto por Xue (2007), sendo que a proposta do Xue apresenta resultados muito conservativos devido sua elevada velocidade de convergência, é agregado um parâmetro que controla dita velocidade. É considerado também, o endurecimento cinemático de Armstrong & Frederick (1966) que consegue ajustar-se bem à reação do material ante as cargas cíclicas.

Desta forma, a nova proposta será validada com os resultados experimentais de Sá (2017), os ensaios realizados pelo autor foram ensaios de fadiga conduzidos por controle de tensão sob cargas axiais, torcionais e multiaxiais. Já que, os ensaios estão sob controle de tensão, o comportamento analisado neste trabalho é puramente elástico no nível macro. Neste sentido, para aplicar o novo modelo constitutivo elasto-plástico, é preciso considerar a deformação plástica existente no nível micro, por fim, para relacionar as escalas macro e micro é usada a chamada lei de localização de Lemaitre et al (1999). A nova proposta também será usada para estimar o campo de deformação plástica e determinar a vida de corpos de prova ensaiados sob condições fadiga por fretting.

1.2 Objetivo

Com a nova modelagem constitutiva, baseada no modelo original de Gurson, o qual é melhorado segundo o descrito na contextualização deste trabalho. objetiva-se determinar os efeitos da plastificação em um problema de contato sob condições de fadiga por fretting. Com a realização de testes sob corpos de prova de tipo “dogbone” submetidos a fadiga por fretting. Onde, o contato do corpo de prova com as sapatas é de tipo cilindro-plano. Com este objetivo, são obtidos dados experimentais, com os quais será possível comparar os resultados numéricos obtidos com a nova modelagem e comprovar, desta forma, sua capacidade preditiva.

1.2.1 Objetivos Específicos

Para chegar no objetivo geral do trabalho devem ser cumpridos os seguintes objetivos específicos:

- A nova proposta será validada com dados experimentais de fadiga em condições de carga axial, torcional e multiaxial, dentro dos valores de vida a ser trabalhadas nos experimentos de fadiga por fretting.
- O experimento do problema de fadiga por fretting será realizado com cargas normais de contato que induzam uma degradação inicial, tal que permita estudar o efeito da plastificação no problema.
- Estudar os experimentos realizados de fadiga por fretting com a nova proposta fazendo uma estimativa da vida e analisando o efeito de campo de deformação inicial produzido pelo aperto das sapatas.
- Encontrar o ponto de início da trinca, analisando o caminho percorrido por ela tanto nos resultados numéricos, como também, nos experimentais.

1.3 Metodologia

A nova proposta baseada na micromecânica dos defeitos, será validada e aplicada em um problema de fadiga por fretting, para desenvolver as hipóteses planteadas no objetivo do trabalho devem ser seguidos os seguintes passos.

1. Para o desenvolvimento do modelo é preciso encontrar um conjunto de parâmetros materiais, serão determinados parâmetros monotônicos os quais serão tomados da literatura e comprovados com um ensaio de tração monotônica em controle de deformação. Será preciso também, a obtenção de parâmetros cíclicos, de dano e parâmetros K_M e K_D , o primeiro para diferenciar cargas trativas das compressivas em fadiga e o segundo para reduzir a taxa acelerada de evolução de dano em cisalhamento da abordagem de Xue. Os parâmetros cíclicos do material serão tomados da dissertação de Fabara (2016), a qual realizou ensaios cíclicos sob carregamento axial sob controle de deformação. Os parâmetros de dano serão determinados com a curva de reação do ensaio monotônico realizado e o código da nova proposta, assim, foi utilizado um processo de identificação paramétrica, assumindo valores para o dano inicial e o dano crítico, por meio deste processo, são obtidos valores para o dano inicial e o dano crítico, até que a curva numérica resultante seja similar à curva de reação monotônica. Da mesma forma,

que os parâmetros de dano foram determinados K_M e K_D , sendo assim, foram usados dados experimentais do Sá (2017), quem realizou os ensaios em controle de tensão e sob carregamentos axiais, torcionais e multiaxiais. Pelo fato dos ensaios estar sob controle de tensão, se faz necessário o uso do modelo constitutivo a duas escalas. A escala macro que representa os resultados dos ensaios experimentais já que mostra só deformações elásticas e a microescala que representa deformações plásticas no nível macro imperceptíveis, a microescala é usada pela nova proposta que realiza a evolução de dano com a evolução das deformações plásticas. Visto isto, para K_M serão utilizados os dados de amplitude de deformação axial de cada ensaio do Sá, obtidos na macro escala, então, será realizado novamente um processo de identificação paramétrica com cada amplitude de deformação dos ensaios do Sá. Este processo será realizado até que a vida numérica e experimental coincida, assim depois, obtidos os valores de K_M para cada amplitude de deformação axial os quais foram ponderados para chegar a um valor único de K_M . O mesmo procedimento será realizado para obter o valor de K_D , mas desta vez serão usados os dados de amplitude de deformação e vidas dos ensaios torcionais encontrados por Sá.

2. Depois da realização da identificação paramétrica completa será realizado o procedimento de validação da nova proposta, novamente serão utilizados os dados do Sá. Desta forma, a nova proposta será validada para carregamentos cíclicos axiais, torcionais e multiaxiais.

3. Serão realizados um conjunto de ensaios experimentais em condições de fadiga por fretting. Estes ensaios serão simulados em um software de elementos finitos com o fim de extrair o campo de deformação plástico inicial produzido pelo aperto transmitido pelas sapatas. As histórias de deformação extraída das simulações serão utilizadas na implementação da nova proposta captando assim o efeito da degradação inicial causada pelo aperto das sapatas.

4. Estimar a vida numérica dos corpos de prova impondo as mesmas condições dos ensaios experimentais. Desta maneira, poderiam ser comparados resultados numéricos com experimentais e analisar o efeito produzido pela plastificação na vida à fadiga por fretting.

1.4 Organização do trabalho

No primeiro capítulo é feita a contextualização do problema que motiva a produção do trabalho. São mencionados da literatura os modelos existentes da mecânica de dano e,

também, os trabalhos existentes relacionados com mecânica do dano e plasticidade. É descrita a metodologia usada para realizar a estimativa da vida à fadiga por fretting mediante a micromecânica dos defeitos. Finalmente, neste capítulo é formulado o objetivo do trabalho.

No segundo capítulo, é feita a revisão bibliográfica, onde como primeira etapa são realizadas as definições da mecânica do dano contínuo para o desenvolvimento da nova proposta, como segunda etapa são definidos os fenômenos de fadiga e fadiga por fretting. Terminando o capítulo com as definições de plasticidade cíclica e o conceito de modelo de duas escalas.

No capítulo três, será apresentado o modelo numérico da nova proposta. Desta forma, descrito o processo de atualização das tensões e formulados os sistemas de equações não lineares do modelo. No quarto capítulo, será descrito o procedimento experimental do ensaio de fadiga por *fretting*, mostrados e analisados os resultados obtidos nos 12 testes realizados anteriormente.

No quinto capítulo, é descrita a estimativa de parâmetros do material e a validação da nova proposta, analisando a capacidade preditiva do mesmo sob condições de fadiga axial, torcional e multiaxial. É mostrada a simulação dos testes experimentais de fadiga por fretting descritos no capítulo quatro e analisado o campo de tensão deformação com o código da nova proposta. No sexto capítulo, são feitas as conclusões da tese.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão resumidos os conceitos necessários para o desenvolvimento de um novo modelo constitutivo baseado na micromecânica de defeitos para o qual são explicados os conceitos da teoria constitutiva, nos quais estão a termodinâmica com variáveis internas, as variáveis de estado com seu potencial termodinâmico, as forças termodinâmicas, o potencial de dissipação e evolução de variáveis internas. É definido o problema constitutivo de valor inicial e as equações de equilíbrio baseadas no princípio dos trabalhos virtuais. Também, serão explicados os processos físicos de fadiga, fadiga por fretting, plasticidade cíclica e modelos baseados na micromecânica de defeitos. Tudo isto, a fim de encontrar uma metodologia para trabalhar com os fenômenos mencionados acima baseando-se na nova proposta da micromecânica dos defeitos.

Seguindo esta linha de pesquisa, vale a pena mencionar que existem trabalhos relacionam fenômenos de contato, fadiga e plasticidade. Das quais, existem poucas pesquisas que avaliem o efeito da plastificação nos mesmos e que estudem seu comportamento baseando-se em um modelo da micromecânica dos defeitos. Sendo assim, a continuação apresenta-se um resumo sobre pesquisas existentes na área de fadiga sob condições de fretting e também aqueles que fazem estudos preliminares de fadiga por fretting e os efeitos da plastificação. Os primeiros estudos de fadiga por *fretting* começaram no século XX. Cattaneo (1938) e Mindlin(1949) realizaram observações do efeito de forças tangenciais no contato de dois corpos elásticos. Desta forma, eles perceberam que a aparição da força tangencial influencia a resultante da tensão normal de contato. Continuando com o estudo das tensões tangenciais, McFarlane e Tabor (1950) comprovaram que a aparição delas afeta também de forma significativa o tamanho da região de contato. Por outro lado, Tabor (1981) desenvolveu uma abordagem relacionada à fricção entre dois sólidos, na qual determinou três elementos básicos. O primeiro é a área de contato das duas superfícies, o segundo é os tipos de contato entre duas superfícies e o terceiro a forma em que as duas superfícies em contato se desgastam durante o escorregamento. Assim, foi observado que dentro do campo elástico não é possível atender aos três elementos mencionados, devido à existência de deformações plásticas. Neste contexto, Rigney (1978) aborda um modelo para descrever a fricção em materiais metálicos, considerando trabalho plástico apresentado na superfície de contato e analisando o efeito da deformação plástica. Na mesma linha de pesquisa, Chang (1987) apresentou um modelo elasto-plástico acima do contato de duas superfícies rugosas, o

qual é importante na análise problemas de desgaste, contato térmico e elétrico, entre outros. Tendo isso em vista, se faz importante ir além do campo elástico no estudo do contato entre duas superfícies. Brizmer (2007) usou um modelo elasto-plástico para estudar o contato entre duas superfícies esféricas com existência de tensões tangenciais sob condições de adesão. Esta é produzida no contato entre duas superfícies sem lubrificação e que ocasiona desgaste como resultado das forças atrativas entre os átomos das superfícies em contato. Igualmente, o uso de método de elementos finitos se faz prático para o estudo de fenômenos mecânicos. Cohen (2009) realizou um estudo do fenômeno de fricção no contato, fazendo uma análise elasto-plástica de uma superfície esférica por meio do método dos elementos finitos. O estudo do contato entre duas superfícies no campo plástico vem evoluindo através de décadas de pesquisa. Sendo assim, Alquezar (2014) apresentou uma análise elasto-plásticas qualitativas sob condições de fadiga por *fretting*. Ela é desenvolvida com três modelos constitutivos incluindo o efeito do endurecimento isotrópico, cinemático e o endurecimento misto, obtendo nos três casos resultados semelhantes. Canut (2016) realizou uma estimativa da vida à fadiga por *fretting* baseando-se no modelo de Gurson, o qual faz parte das abordagens da micromecânica de dano. Lopes (2017) fez uma estimativa da vida a fadiga em um componente mecânico submetido a cargas multiaxiais, baseando-se na mecânica do dano contínuo. Com o desenvolvimento científico realizado até agora na área de fadiga por *fretting* em presença de plasticidade se considera que é importante ter em conta que a deformação plástica influencia a vida dos componentes mecânicos sob condições de fadiga por *fretting*. Desse modo, se faz necessário aprofundar para encontrar uma relação entres estes dois fenômenos que permita obter resultados mais precisos. Portanto, realizar o desenho de componentes mecânicos capazes de cumprir com os objetivos de funcionalidade.

2.1 Processo de fadiga

A fadiga é definida como dano contínuo posicionado que apresenta deformações permanentes no material, o qual é produzido por tenções cíclicas. Estas tensões dão início à falha do material depois de um número determinado de ciclos segundo a norma ASTM-E1823 (1996). Os métodos usados no estudo de fadiga de maneira formal são a curva SN ou curva de Wöhler (1850), ela apresenta amplitude de tensão versus número de ciclos. Por meio desta curva é possível determinar a resistência à fadiga de materiais.

Com o resultado da vida à fadiga obtido da curva SN, pode-se realizar uma contagem de ciclos por meio do algoritmo de Rainflow desenvolvido por Endo e Matsuishi (1968). Com os dados obtidos da curva SN e da contagem de ciclos será aplicada a lei de Palmgren (1924) e Miner (1945) para estimar o acúmulo de dano. Esta define que a falha por fadiga é esperada quando o somatório n_i/N_{fi} seja igual a um. A regra define a D como a evolução da degradação do material.

$$D = \sum D_i = \frac{n_i}{N_{fi}} \quad (2.1)$$

Onde, n_i são as vidas para cada um dos respectivos níveis de tensão obtidos em campo e usando o método de rainflow, N_{fi} são as vidas obtidas da curva SN correspondientes a $\sigma_1, \dots, \sigma_i$. Estes são os valores dos diferentes níveis de tensão dinâmica aos quais os cabos estão submetidos.

2.1.1 Processo físico de fadiga

O dano produzido por fadiga está associado a tensões cisalhantes, deformações plásticas e sua evolução está diretamente influenciada pelas cargas trativas, as quais produzem tensões medias positivas no componente, como foi citado por Fadel (2010). Em uma falha por fadiga devido à ação de forças cisalhantes ocorre um deslocamento relativo entre dois planos. Em materiais poli cristalinos os grãos possuem uma orientação aleatória dos planos atômicos. A deformação plástica é iniciada nos grãos cujos planos atômicos estão alinhados com a direção da tensão cisalhante máxima, isto ocorre em poucos grãos enquanto os outros grãos do material ainda estão no campo elástico. Porém, estas deformações plásticas que aparecem em uns poucos grãos têm pouca amplitude e são assim difíceis de detectar.

O processo de fadiga produzido por tensões cíclicas encontra-se definido em três etapas, a primeira é a nucleação, a segunda é a propagação de trincas e a terceira é a falha.

2.1.1.1 Nucleação

Em esta etapa do processo de fadiga que refere ao surgimento de micro trincas na matriz do material não é perceptível ao olho. Em materiais dúcteis a nucleação ocorre por formação de planos de deslizamento como consequência da deformação plástica. Isto ocorre nos grãos onde é apresentado alinhamento com a direção da máxima tensão

cisalhante. Estes planos aparecem nos primeiros ciclos do carregamento e evoluem com as solicitações, assim, se vão formando novos planos. Deste modo, um conjunto de planos constituem uma banda de deslizamento que vai aumentando sua densidade. Por outro lado, nas regiões livres de defeitos podem ser nucleadas por concentração localizada de tensão, isto segundo Garcia et al (2000). O processo de nucleação de trincas está descrito com todos seus elementos na Figura 2.1

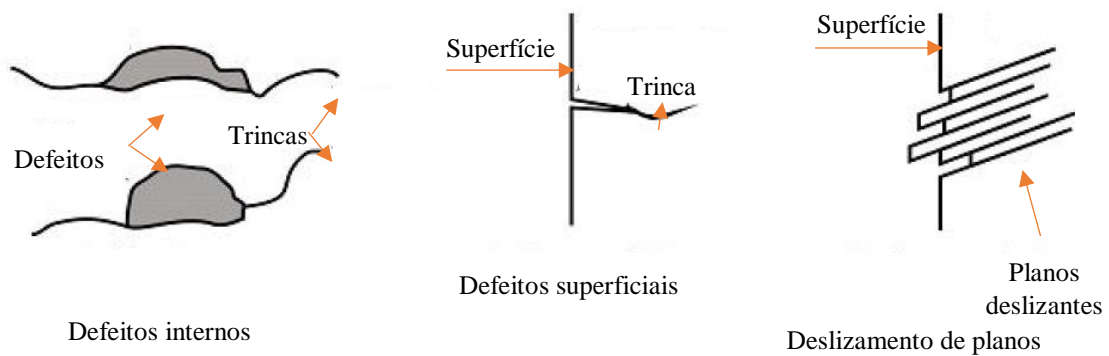


Figura 2.1. Nucleação de trincas de componentes submetidos a tensões cíclicas.

Adaptado: Garcia et al (2000).

2.1.1.2 Crescimento

O procedimento de crescimento de trincas nos planos deslizantes na microestrutura do grão do material começa como o movimento de estes para frente e para trás. Este produz na superfície do material extrusões e intrusões. Na figura 2.2 é mostrado o processo físico de crescimento das trincas.

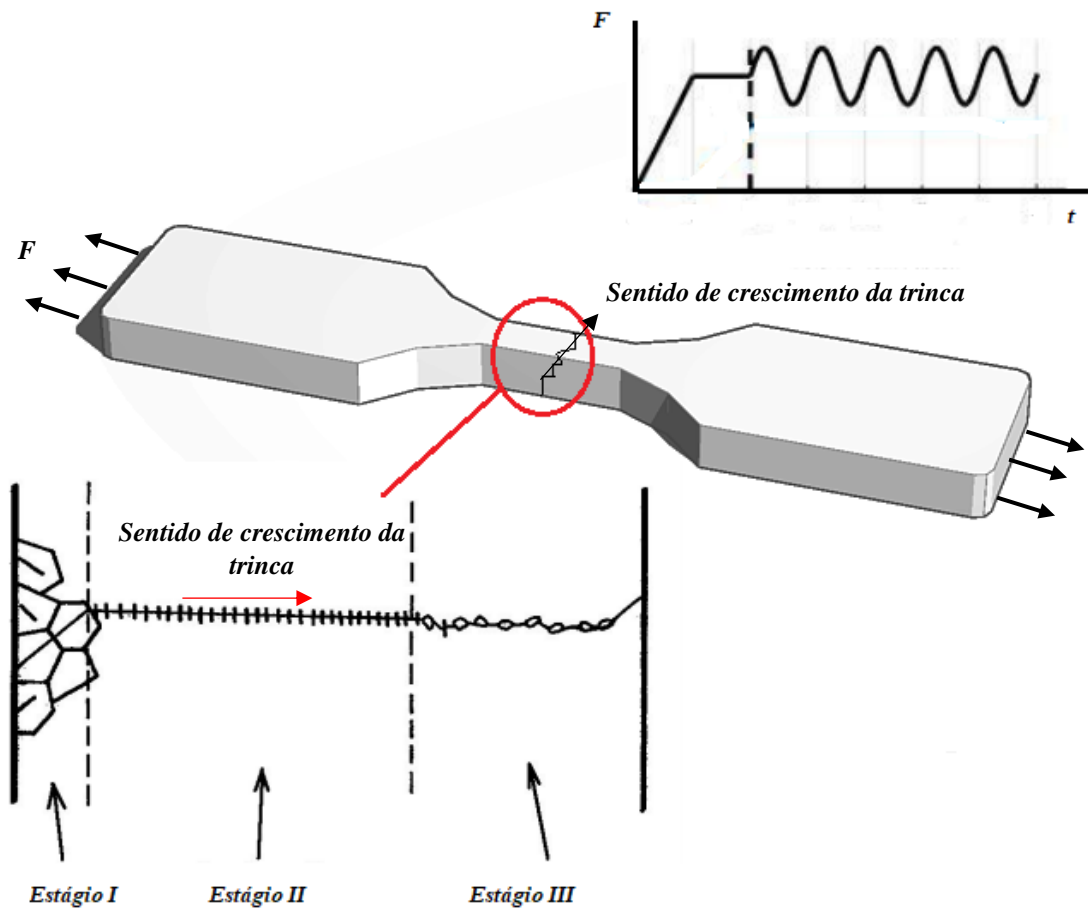


Figura 2.2. Mecanismo de crescimento da trinca. Adaptado Fadel (2010).

O crescimento da trinca consiste em duas etapas, a primeira etapa é conhecida como estágio I. Este é definido como pequenas trincas não perceptíveis ao olho, logo após, de que estas trincas atingem aos bordos dos grãos o crescimento passa ao grão adjacente. Este crescimento está na direção da máxima tensão cisalhante até formar um ângulo de 45 graus. Quando o tamanho da trinca alcance aproximadamente três grãos o comportamento da trinca muda em consequência da formação de uma concentração de tensões geométrica e assim chega no estágio II, onde, se forma uma zona de tração e o crescimento começa a ser perpendicular à carga aplicada.

2.1.1.3 Ruptura final

Já nesta última etapa a trinca continua evoluindo de maneira progressiva. Assim, cada novo ciclo deixa marcas na macroestrutura da superfície de fratura as quais são chamadas “marcas de praia”. Estas aparecem logo após da origem da falha e ajudam a identificar o início da ruptura. Esta etapa é conhecida também como estágio 3.

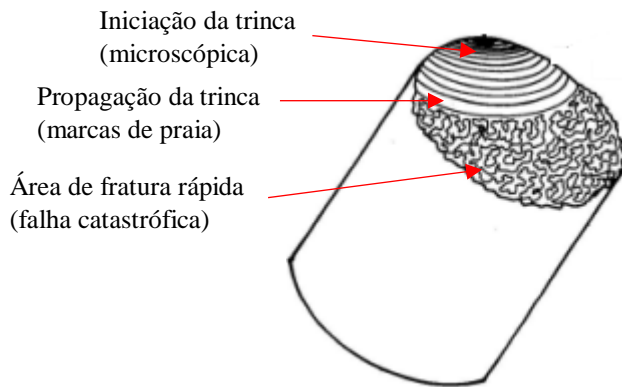


Figura 2.3. Aparência de superfície onde ocorreu fratura por fadiga.

2.2 Fadiga por *fretting*

Segundo Lindley (1997), o fenômeno de *fretting* é apresentado quando ocorre um deslizamento oscilatório na forma de pequenos deslocamentos relativos entre duas superfícies em contato. Dois importantes fenômenos surgem como resultado deste movimento: uma é o desgaste de duas superfícies conhecido como desgaste por *fretting*. Outro fenômeno que ocorre são trincas de fadiga que podem ter início na região danificada e levar a grandes reduções da resistência à fadiga em um componente submetido a cargas cíclicas.

Contudo, tentando reproduzir os efeitos do *fretting* são usados aparelhos que induzem carregamento tangencial, Q , e uma carga normal compressiva, P , em consequência da ação das duas cargas já comentadas e o deslocamento relativo produzido por Q é produzido atrito entre as duas superfícies. Assim, são geradas na região de contato zonas descritas na Figura 2.4. Estudos acerca de estas zonas mostram a formação de duas zonas, uma é a zona de escorregamento e a outra é zona de adesão. Estas dependem dos valores das cargas P e Q . Os regimes de *fretting* são denominados de acordo com a ação de estas cargas. Desta forma são definidos três regimes: regime de escorregamento parcial caracterizado por um loop fechado de forma elíptica, regime de escorregamento total caracterizado por um loop fechado de forma quadrática e o regime de escorregamento misto.

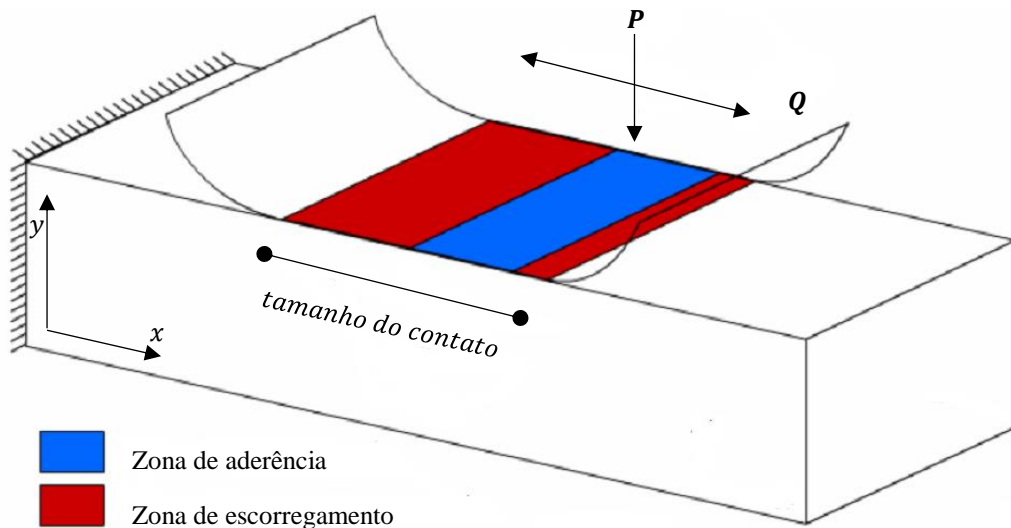


Figura 2.4. Superfícies em contato, conformação de zonas por *fretting*.

Segundo Nowell (1988), o dano superficial produzido pelo atrito entre as duas superfícies associado ao gradiente de tensões no contato acelera o processo de nucleação e crescimento da trinca.

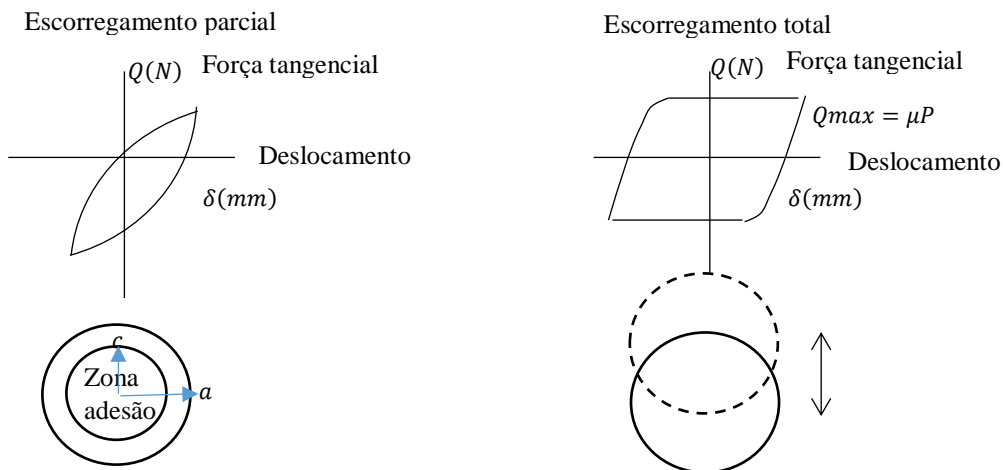


Figura 2.5. Regimes de escorregamento no fenômeno de *fretting*. Adaptado: Fadel (2010).

2.2.1 Falhas características em fadiga por fretting

O dano produzido pelo movimento entre duas superfícies em contato deixa marcas características do fenômeno de fretting. Em escorregamento parcial o contato é composto como é mostrado na Figura 2.4. Desta forma, as trincas aparecem na fronteira entre a zona

de aderência e a zona de escorregamento como foi estudado por Fouvry (2000^a).

Segundo análises feitas por Waterhouse (2000) existe deformação plástica nos primeiros estágios de fadiga por fretting conduzindo à rugosidade da superfície, adesão e iniciação de trincas de fadiga. Este processo de nucleação e propagação de microtrincas considera a formação de bandas de escorregamento em direção da ação de tensões cisalhantes. Análises experimentais e numéricas realizados por Mutoh (1995) mostram que as tensões cisalhantes nas bordas do contato são maiores que no centro do corpo, com isto, o possível início da trinca se encontra em estas regiões. As observações feitas sobre o início da trinca são feitas sabendo que as cargas aplicadas estão dentro do regime elástico. As trincas de fadiga por fretting iniciam em um plano diagonal com relação à superfície de contato. No primeiro estágio ocorre desgaste por fretting, este envolve remoção de camadas finas que cobrem a superfície dos materiais, então os metais das superfícies em contato se aderem ocasionando desgaste mecânico. No segundo estágio há aparição de deformação plástica próxima da superfície e desgaste adicional. Assim, a deformação plástica pode resultar na nucleação de uma série de microtrincas próximas da superfície, Waterhouse (2000). Este processo da criação de microtrincas produz intrusão e extrusão nas bandas de escorregamento, este é governado pelas tensões cisalhantes que conduzem à formação de trincas. A transição entre desgaste por fretting e fadiga por fretting considerada como o terceiro estágio onde é evidente pela nucleação e propagação de uma ou mais trincas superficiais na região de contato.

Quando as trincas chegam no segundo estágio adotam uma direção aproximadamente normal à superfície o qual é comum em fadiga por fretting segundo os estudos feitos por Mutoh (1995) e Endo (2002), esta troca de direção é devida ao fato de que a tensão tangencial diminui à medida que é afastada da superfície, então este estágio é dirigido pela tensão alternada de fadiga atuando sobre o plano de máxima tensão. A tensão normal de contato mantém as trincas fechadas e evita o escorregamento dos planos aumentando assim a resistência do corpo de prova e aumentando a vida à fadiga por fretting.

Sabe-se que acima do limite elástico começam a aparecer deformações permanentes, ao aplicar cargas compressivas superiores ao limite elástico, o material é endurecido aumentando a sua resistência à falha como é dito por Askeland no seu Livro *“Ciencia e Ingenieria de los Materiales”* (1998). De forma semelhante sabe-se que em fadiga as tensões médias compressivas aumentam a resistência à fadiga de um componente segundo o Dowling em *“Mechanical Behavior of Materials”* (1993). Visto isto, a carga

de contato, sendo uma carga compressiva sobre o corpo de prova, dependendo da sua magnitude e das outras condições de carga, pode contribuir ao aumento da resistência do material e assim aumentar a vida à fadiga por fretting do componente.

2.3 Teoria Constitutiva

Em esta parte da seção são citadas as variáveis internas para formular modelos constitutivos de materiais abertos termodinamicamente usando referências como De Souza Neto (2008) e Khan (1995).

2.3.1 Termodinâmica com variáveis internas

Uma forma eficiente para descrever o comportamento constitutivo dissipativo é a adoção da chamada termodinâmica com variáveis internas. Este estudo consiste em formular a hipótese de que em um momento do processo termodinâmico, o estado do mesmo definido por σ, ψ, s e q , para um ponto p , pode ser determinado através de um conjunto de variáveis de estado. O estado termodinâmico depende dos valores imediatos das variáveis de estado e não de valores históricos passados. Assim é assumido um estado inicial fictício de equilíbrio termodinâmico o qual é descrito pelo valor atual das variáveis de estado. Portanto, este processo pode ser resumido como uma sequência de estados de equilíbrio.

2.3.2 Variáveis de estado

Em um instante t , o estado termodinâmico em um ponto é definido através de um conjunto de variáveis de estado como são:

$$\{\mathbf{F}, \theta, \mathbf{g}, \boldsymbol{\alpha}\}, \quad (2.2)$$

onde \mathbf{F} , θ e \mathbf{g} são valores imediatos do gradiente de deformação, temperatura e gradiente de temperatura, respectivamente. O termo $\boldsymbol{\alpha}$ representa o conjunto de variáveis internas associadas com o mecanismo de dissipação mecânica $\boldsymbol{\alpha} = \alpha_k$, normalmente estas variáveis são de natureza escalar, onde k é o número de variáveis internas do processo.

2.3.3 Potencial termodinâmico

Considerando as hipóteses já expostas, pode-se assumir que a energia específica livre é expressa como segue:

$$\psi = \psi(\mathbf{F}, \theta, \boldsymbol{\alpha}), \quad (2.3)$$

A taxa de evolução da energia livre é:

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{F}} : \dot{\mathbf{F}} + \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \dot{\theta} + \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_k} \dot{\alpha}_k, \quad (2.4)$$

onde o somatório em k está tácito. Se usamos a seguinte equação para a energia de tensão:

$$\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T} : \dot{\mathbf{F}}, \quad (2.5)$$

Da desigualdade de Clausius-Duhem, pode-se obter a seguinte equação:

$$(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{F}}) : \dot{\mathbf{F}} - \rho (s + \frac{\partial \psi}{\partial \theta}) \dot{\theta} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_k} \dot{\alpha}_k - \frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \mathbf{g} \geq 0. \quad (2.6)$$

Da mesma forma, em termos de energia por unidade de volume na configuração de referência tem-se:

$$(\mathbf{P} - \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{F}}) : \dot{\mathbf{F}} - \bar{\rho} (s + \frac{\partial \psi}{\partial \theta}) \dot{\theta} - \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_k} \dot{\alpha}_k - \frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \mathbf{g} \geq 0. \quad (2.7)$$

A equação 2.89 é válida para as funções constitutivas $\{\dot{\mathbf{F}}(t), \dot{\theta}(t)\}$, o que implica nas seguintes equações constitutivas:

$$\mathbf{P} = \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{F}}, \quad s = \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad (2.8)$$

Considerando o primeiro tensor tensão de Kirchhoff, a Equação 2.90 pode ser escrita como segue:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{J} \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{F}} \mathbf{F}^T, \quad \boldsymbol{\tau} = \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{F}} \mathbf{F}^{-T}. \quad (2.9)$$

2.3.4 Forças termodinâmicas

Para cada variável interna α_k do conjunto de variáveis $\boldsymbol{\alpha}$, pode-se definir a força termodinâmica como:

$$A_k = \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_k} \quad (2.10)$$

onde A_k é a força termodinâmica associada à variável interna α_k . Assim considerando a Equação 2.90, a desigualdade de Clausius-Duhem pode ser reescrita como:

$$-A_k \dot{\alpha}_k - \frac{1}{\theta} \mathbf{q} \cdot \mathbf{g} \geq 0. \quad (2.11)$$

2.3.5 Evolução das variáveis internas

Para definir totalmente o modelo constitutivo é precisa a definição de algumas leis complementares associadas aos mecanismos de dissipação. Então, equações constitutivas para as variáveis de fluxo $\frac{1}{\theta} \mathbf{q}$ e internas $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ devem ser definidas, como segue:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\theta} \mathbf{q} &= h(\mathbf{F}, \theta, \mathbf{g}, \boldsymbol{\alpha}) \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}} &= f(\mathbf{F}, \theta, \mathbf{g}, \boldsymbol{\alpha}). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Com a Equação 2.6 sobre a desigualdade de Clausius-Duhem, usada em qualquer processo. A exigência postulada nesta equação impõe restrições sobre as possíveis respostas das funções gerais constitutivas f e h mostradas na Equação 2.12.

2.3.6 Potencial de dissipação

Para garantir que a equação 2.12 seja satisfeita é definido um valor escalar potencial de dissipação de energia assim:

$$\Xi = \Xi(\mathbf{A}, \mathbf{F}, \theta, \mathbf{g}, \boldsymbol{\alpha}) \quad (2.13)$$

onde as variáveis de estado \mathbf{F} , θ e $\boldsymbol{\alpha}$ aparecem como parâmetros. O potencial Ξ é assumido convexo com relação a cada A_k e \mathbf{g} , não negativo e nulo na origem, $\{A, \mathbf{g}\} = \{0, 0\}$. Logo a hipótese de dissipação normal é introduzida, o que implica que as variáveis de fluxo podem ser determinadas através das seguintes condições:

$$\dot{\alpha}_k = \frac{\partial \Xi}{\partial A_k}, \quad \frac{1}{\theta} \mathbf{q} = -\frac{\partial \Xi}{\partial \mathbf{g}}. \quad (2.14)$$

Um modelo constitutivo, o qual é definido como nas Equações 2.5, 2.8 e 2.14, cumpre, em princípio, a desigualdade de dissipação. Contudo, por meio dos potenciais

convexos descritos acima é possível realizar formulações constitutivas sem violar as leis da termodinâmica.

2.3.7 Equações constitutivas puramente mecânicas

O conjunto de variáveis internas baseadas em equações constitutivas puramente:

$$\begin{aligned}\psi &= \psi(\mathbf{F}, \boldsymbol{\alpha}) \\ \mathbf{P} &= \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{F}} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}} &= \mathbf{f}(\mathbf{F}, \boldsymbol{\alpha})\end{aligned}\tag{2.15}$$

onde ψ é o potencial termodinâmico, \mathbf{P} é o primeiro tensor de Piola-Kirchhoff e $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ é a taxa de evolução das variáveis internas.

2.3.8 Problema constitutivo de valor inicial

Para formular um problema constitutivo básico o primeiro passo é definir um histórico do gradiente de deformação, encontrar a energia livre e a tensão de acordo com a lei constitutiva. Se a abordagem da variável interna é feita na formulação das equações constitutivas. O problema constitutivo é reduzido a um problema de valor inicial, como mostrado a seguir.

Problema constitutivo mecânico de valor inicial:

Dados os valores iniciais das variáveis internas $\boldsymbol{\alpha}(t_0)$ e o histórico do gradiente de deformação:

$$\mathbf{F}(t) \quad t \in [t_0, t], \tag{2.16}$$

determinar as funções $\mathbf{P}(t)$ e $\boldsymbol{\alpha}(t)$, para a primeira tensão de Piola-Kirchhoff e o conjunto de variáveis internas como:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(t) &= \bar{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{F}} \Big|_t \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{F}(t), \boldsymbol{\alpha}(t))\end{aligned}\tag{2.17}$$

Em quanto as condições da Equação 2.99 sejam cumpridas para o intervalo de $t \in [t_0, t]$.

2.3.9 Equilíbrio: Princípio dos trabalhos virtuais

Em esta seção serão estabelecidos da forma global as equações de equilíbrio fazendo uso do princípio dos trabalhos virtuais, o qual é fundamental para a definição de um problema inicial de contorno e é o ponto inicial no problema de elementos finitos. Conceitos comentados no trabalho de Malcher (2012) e De Souza Neto (2008).

Para começar considera-se novamente o corpo Ω , o qual ocupa a região $\Omega \subset R^3$ com fronteira $\partial\Omega$ em sua configuração de referência. Este corpo submetido a forças em seu interior e forças de superfície em sua fronteira. Logo em sua configuração deformada, o corpo Ω ocupa a região $\varphi(\Omega)$ com fronteira $\varphi(\partial\Omega)$ definida no mapa de deformação φ .

2.3.10 Configuração espacial

No princípio de trabalhos virtuais para a explicação espacial é estabelecido que o corpo Ω está em equilíbrio se, e somente se, o campo de tensão de Cauchy, σ , cumpre com a equação:

$$\int_{\varphi(\Omega)} [\sigma: \nabla_x \mathbf{n} - (\mathbf{f} - \rho \ddot{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{n}] dv - \int_{\varphi(\partial\Omega)} \mathbf{t} \cdot \mathbf{n} da = 0 \quad \forall \mathbf{n} \in \mathcal{V} \quad (2.18)$$

onde \mathbf{f} e \mathbf{t} são forças de corpo por unidade de volume deformado e forças de superfície por unidade de área deformada e \mathcal{V} é o espaço de deslocamentos virtuais de Ω , o que significa que o espaço de deslocamentos regulares arbitrários é:

$$\mathbf{n}: \varphi(\Omega) \rightarrow \mathcal{U}. \quad (2.19)$$

2.3.11 Configuração Material

No princípio de trabalhos virtuais para a explicação material é estabelecido que o corpo Ω está em equilíbrio se, e somente se, o campo da primeira tensão de Piola-Kirchhoff, \mathbf{P} , cumpre com a equação:

$$\int_{\Omega} [\mathbf{P}: \nabla_p \mathbf{n} - (\bar{\mathbf{f}} - \bar{\rho} \ddot{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{n}] dv - \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{n} da = 0 \quad \forall \mathbf{n} \in \mathcal{V} \quad (2.20)$$

onde $\bar{\mathbf{f}} = J\mathbf{f}$ é a força de corpo na configuração de referência e $\bar{\mathbf{t}}$ é a força de superfície por unidade de área na configuração de referência. Então, o espaço do deslocamento virtual de Ω é definido como o espaço suficientemente regular de um campo de deslocamento arbitrário:

$$\mathbf{n}: \boldsymbol{\varphi}(\Omega) \rightarrow \mathcal{U}. \quad (2.21)$$

A expressão para a versão material dos trabalhos virtuais é obtida introduzindo na expressão para a versão espacial as identidades a seguir:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{J} \mathbf{P}\mathbf{F}^T \quad \nabla_x \mathbf{a} = \nabla_p \mathbf{a}\mathbf{F}^{-1} \quad (2.22)$$

onde a segunda equação é válida em um campo vetorial genérico \mathbf{a} e fazendo uso da Equação de Gurtin (1981) expressa a seguir:

$$\int_{\boldsymbol{\varphi}(\Omega)} \mathbf{a}(\mathbf{x}) dv - \int_{\Omega} J(\mathbf{p}) \mathbf{a}(\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})) dv \quad (2.23)$$

2.4 Abordagens da mecânica de dano contínuo

É importante encontrar um modelo constitutivo que reeprime o comportamento mecânico do material. Para definir este modelo de forma eficiente é necessário realizar uma escolha das variáveis internas que além de ser guiada pelas propriedades do material, também, considere as variáveis envolvidas nos mecanismos de dissipação.

O modelo constitutivo é relacionado tanto em uma abordagem micro-mecânica ou fenomenológica. Assim, a abordagem micro-mecânica envolve a determinação de variáveis e mecanismos a níveis atômicos, moleculares ou cristalinos. Estas variáveis geralmente são discretas em seus meios contínuos, ou seja no nível macroscópico, ou também podem ser definidas com técnicas de homogenização. De outra forma, a abordagem fenomenológica consiste no estudo de um volume representativo o suficientemente grande para ser um meio contínuo homogêneo. Neste caso, as variáveis internas são associadas a um mecanismo dissipativo em um nível macroscópico, em termos de quantidades contínuas como a deformação e a tensão, entre outras.

A abordagem fenomenológica em processos termodinâmicos irreversíveis está bem sucedida no campo da mecânica dos sólidos. Ainda que, a preocupação principal desta

abordagem é em início macroscópica, em alguns casos é necessária a inclusão de informações de nível microscópico Estas abordagens descritas em De Souza Neto et al (2008).

2.4.1 Modelos Fenomenológicos

Uma das abordagens principais no campo fenomenológico é o modelo de dano dúctil de Lemaitre (1985:1996) o qual considera o endurecimento cinemático, endurecimento isotrópico e dano isotrópico.

A função de escoamento do modelo de Lemaitre é expressa como:

$$\Phi = \frac{\sqrt{3J_2(\mathbf{dev} \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\beta})}}{(1-D)} - (\sigma_o - R(r)), \quad (2.24)$$

onde R e $\boldsymbol{\beta}$ são as forças termodinamicas associadas ao endurecimento isotropico e cinemático, J_2 é o segundo invariante do tensor desviador, σ_o é o valor inicial da tensão de escoamento do material e D é a variavel interna de dano.

Evolução do Dano para a Lemaitre:

$$\dot{D} = \dot{\epsilon}^p \left(\frac{-Y}{S} \right)^S, \quad (2.25)$$

onde $-Y$ é chamado taxa de densidade de energia de deformação liberada devida ao dano, que é igual à metade da variação da densidade de energia de Lemaitre (1996). Isto também corresponde à taxa de energia de deformação liberada por uma trinca, J , comumente usada na teoria da mecânica da fratura. $\dot{\epsilon}^p$ é a taxa de evolução da deformação plastica equivalente e S é uma constante material.

Evolução das variáveis internas associadas ao endurecimento isotrópico e cinemático, \dot{r} e $\dot{\boldsymbol{\beta}}$, respectivamente, como segue:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \frac{\partial \Psi}{\partial R} = \dot{\gamma}, \\ \dot{\boldsymbol{\beta}} &= \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \dot{\gamma}(a\mathbf{N} - b\boldsymbol{\beta}), \end{aligned} \quad (2.26)$$

onde $\dot{\mathbf{N}}$ é o vetor de fluxo plástico e $\dot{\gamma}$ é o parâmetro plástico, o qual deve satisfazer a lei da complementaridade da plasticidade expressa a seguir:

$$\dot{\gamma} \geq 0; \Phi \leq 0; \dot{\gamma} \Phi = 0. \quad (2.27)$$

2.4.2 Modelos baseados na Micromecânica de Dano

Os modelos constitutivos formulados pela mecânica do dano são fundamentais, pois, são uma grande ferramenta para estudar a aparição de microtrincas. Estes modelos admitem a perda de rigidez e a resistência no processo de crescimento da trinca. McClintock (1968), Rice e Tracey (1969) estudaram a forma das microtrincas na predição da falha de materiais dúcteis. Estudos mais recentes realizados por Kim et al (2007) mostraram que os parâmetros de ângulo de Lode e a tensão de triaxialidade, os quais estão directamente relacionados com o estado de tensão, influenciam o comportamento de crescimento da trinca no volume representativo do material.

2.4.2.1 Modelo de Gurson

O modelo original de Gurson (1977) baseado na micromecânica de dano considerou um volume representativo do material dentro do qual existe um defeito de forma esférica como se mostra na Figura 2.6.

Gurson considera várias hipóteses. A primeira é que o material tem porosidade inicial, apresentando, assim, a diminuição na resistência do material. A degradação do material segundo Gurson pode ser descrita através do crescimento de defeitos presentes ou não inicialmente na matriz do material.

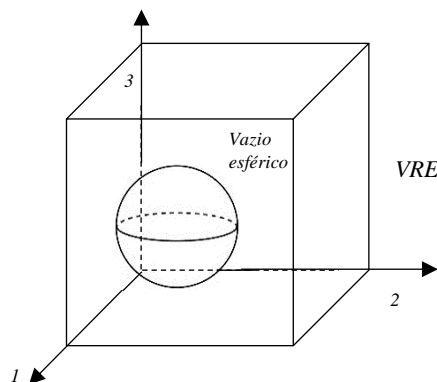


Figura 2.6. Representação do defeito esférico do modelo de Gurson. Fonte: Adaptado de Malcher, 2012.

A superfície de escoamento é então obtida a partir do defeito esférico contido em um meio rígido plástico sem endurecimento. A relação entre volume de defeitos e volume do elemento de referência (VRE) é conhecida como fração volumétrica de dano e é apresentada na seguinte equação:

$$f = \frac{V_v}{V_{VRE}} \quad (2.28)$$

onde V_v é o volume de defeitos e V_{VRE} é o volume do elemento de referência.

Segundo este modelo, o material apresenta um comportamento elastoplástico suscetível à tensão hidrostática. A medida que são aplicadas cargas trativas são apresentados a nucleação e crescimento das trincas.

Na Figura 2.7 estão representadas quatro fases as quais sofre o material submetido a cargas trativas. Na fase (a) o material encontra-se no regime elástico e não existe nenhuma modificação na microestrutura do material. Na fase (b) pela aplicação de cargas trativas começam a existir deformações permanentes na microestrutura e consequentemente nucleação que leva na formação de planos de deslizamento. Na fase (c) por causa da tensão hidrostática existe crescimento de dano no material como resultado do movimento dos planos para atrás e para frente, desta forma, aparecem intrusões e extrusões na superfície do componente. Nesta etapa as trincas formadas são pequenas não perceptíveis e é chamado na teoria da fadiga como estágio I, (d) depois do crescimento da fase anterior, a trinca continua seu crescimento até atingir um tamanho que leva a formar concentração de tensões, assim em sentido aproximadamente de 45° da aplicação da carga começa a propagação da trinca, esta etapa é conhecida como estágio II.

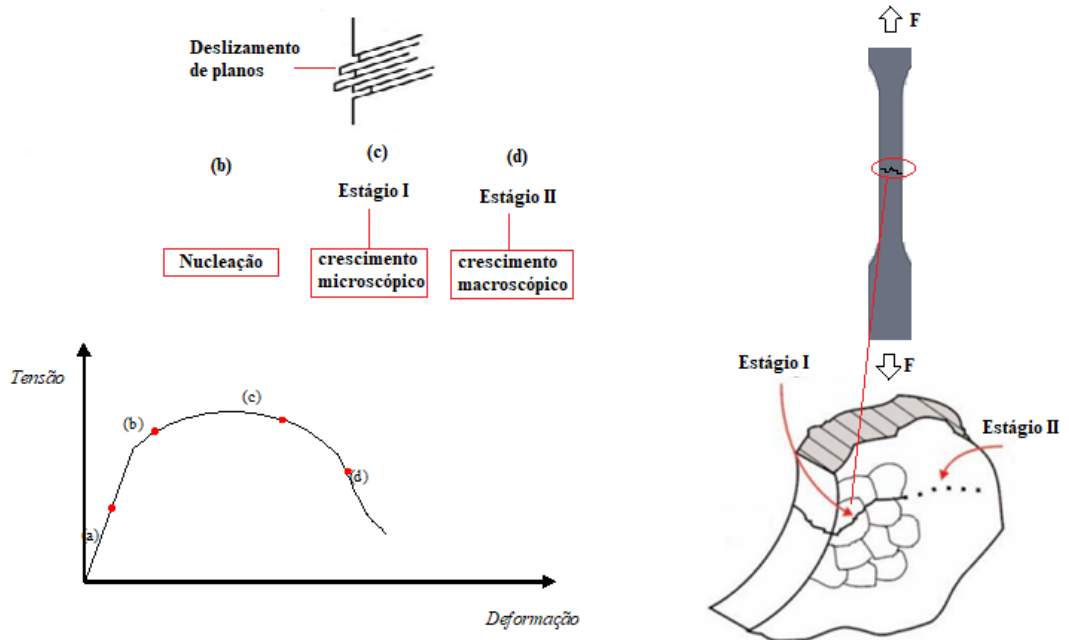


Figura 2.7. Representação física da evolução de dano.

Desta forma apresenta-se a continuação da função de escoamento de Gurson, dependente do primeiro invariante do tensor tensão:

$$\Phi = J_2 - \frac{1}{3} \left[1 + 2f^2 - 2f \cosh \left(\frac{3p}{2\sigma_y} \right) \right] \sigma_y^2, \quad (2.29)$$

$$\sigma_y = \sigma_{y0} + H \bar{\epsilon}^P, \quad (2.30)$$

onde σ_{y0} é a tensão de escoamento inicial do material, H é o modulo de endurecimento isotrópico do material e $\bar{\epsilon}^P$ representa a deformação plástica equivalente, que faz o papel de variável interna de endurecimento, e f é a fração volumétrica de dano.

Para determinar a evolução da fração volumétrica de vazios Gurson baseia-se na lei de conservação da massa e no suposto que a deformação elástica é depreciável. Inicialmente, assumindo que o material possui fração volumétrica de dano iniciais e que esse conjunto de dano iniciais estão contidos numa matriz rígida plástica, a densidade do sólido (VRE) pode se descrever como:

$$\rho = \rho_m \frac{V_m}{V_{VRE}}, \quad (2.31)$$

onde ρ é a densidade do sólido (VRE), ρ_m é a densidade do material da matriz e f é a fração volumétrica de dano.

O somatório do volume do material da matriz V_m e o volume de dano V_v é igual ao volume do elemento representativo, assim:

$$V_m + V_v = V_{VRE}, \quad (2.32)$$

ao dividir a equação anterior pelo volume do elemento representativo temos:

$$\begin{aligned} \frac{V_m + V_v}{V_{VRE}} &= 1, \\ \frac{V_m}{V_{VRE}} + \frac{V_v}{V_{VRE}} &= 1, \\ \frac{V_m}{V_{VRE}} + f &= 1, \\ \frac{V_m}{V_{VRE}} &= (1 - f), \end{aligned} \quad (2.33)$$

substituindo a equação anterior na Equação 2.31, temos:

$$\rho = \rho_m(1 - f), \quad (2.34)$$

a taxa de evolução da densidade do sólido é:

$$\dot{\rho} = \dot{\rho}_m(1 - f) - \rho_m \dot{f}, \quad (2.35)$$

onde pela lei de conservação de massa $\dot{\rho}_m = 0$ e a Equação 2.35 fica:

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= -\rho_m \dot{f} \\ \dot{f} &= \frac{-\dot{\rho}}{\rho_m} = \frac{-\dot{\rho}}{\rho} (1 - f) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Então, o crescimento de dano que aparece quando o material é submetido a deformação plástica fica em termos da parte volumétrica da deformação plástica equivalente definido por Tvergaard (1982) como:

$$\dot{f} = \dot{f}^g = (1 - f)\dot{\varepsilon}_v^p, \quad (2.37)$$

onde $\dot{\varepsilon}_v^p$ é a parte volumétrica do tensor das deformações plásticas.

Este modelo funciona bem com carregamentos puramente trativos, mas quando há cargas compressivas a fração volumétrica de defeitos não apresenta evolução, comportando-se para uma carga cíclica da seguinte forma:

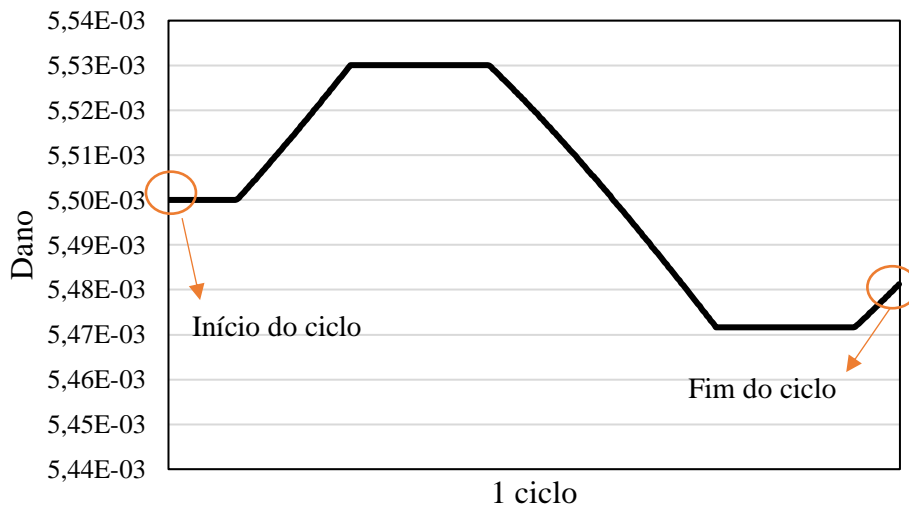


Figura 2.8. Evolução do dano de Gurson sob carga cíclica.

Observa-se na Figura 2.8 que o valor da fração volumétrica de defeitos começa com um valor maior no início do ciclo e decresce no ponto final do ciclo.

2.4.2.2 Modelo de Gurson –Tvergaard- Needleman

O modelo original de Gurson (1977) é modificado por Tvergaard e Needleman (1984) para solucionar a falta de capacidade de prever a falha final causada pela nucleação e coalescência. Os parâmetros q_i são introduzidos por Tvergaard (1982). q_1 prediz a influência da porosidade na superfície de escoamento, enquanto q_2 prediz a influência da tensão hidrostática. A evolução do dano é descrita por dois mecanismos básicos de nucleação e crescimento de trincas.

Definição da função de escoamento:

$$\Phi = J_2 - \frac{1}{3} \left[1 + q_3 f^2 - 2q_1 f \cosh \left(\frac{3pq_2}{2\sigma_y} \right) \right] \sigma_y^2, \quad (2.38)$$

Então, este modelo leva em consideração a nucleação permitindo, assim, eliminar o problema do modelo original. Desta forma, se a porosidade inicial for zero a fração volumétrica evolui com sua parcela de nucleação. A fração volumétrica de dano para o GTN está expressada a seguir:

$$f = f^g + f^N, \quad (2.39)$$

onde \dot{f}^N representa a parcela de nucleação.

Visto o aumento da deformação plástica inicia-se a aparição de trincas no material. A parcela de nucleação é representada na seguinte distribuição normal:

$$\dot{f}^N = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\epsilon}^p - \epsilon_N}{S_N} \right)^2 \right] \dot{\bar{\epsilon}}^p, \quad (2.40)$$

onde f_N representa o volume das frações de todas as partículas com potencial para nuclear, ϵ_N e S_N representam a deformação média para nucleação e seu desvio padrão, $\bar{\epsilon}^p$ a deformação plástica equivalente e $\dot{\bar{\epsilon}}^p$ a taxa de deformação plástica equivalente.

2.4.2.3 Mecanismos de cisalhamento

O modelo original do Gurson não descreve o comportamento do componente quando ele aparecem na sua matriz tensões cisalhantes. O crescimento da trinca produzida por tensões cisalhantes influencia a degradação do material. O mecanismo de cisalhamento no modelo de Gurson foi proposto por Xue (2007) originado desde a teoria de McClintock et al. (1968). Trata-se de uma célula quadrada com um defeito circular dentro sob uma tensão cisalhante que produz distorção no defeito como se mostra na Figura 2.9.

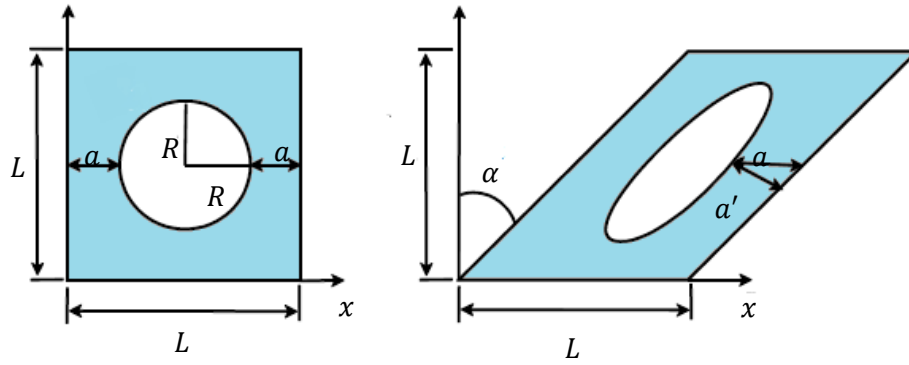


Figura 2.9. Representação em duas dimensões do VRE em seu estado inicial e seu estado após a da aplicação da tensão cisalhante, Fonte: Adaptado de Xue 2007

Ao ser aplicada a tensão cisalhante, a célula quadrada de aresta L e o defeito de raio R sofrem um giro e o defeito se alonga. Supõe-se, pela lei de conservação de massa, que as posições do defeito com referência à célula não são alteradas. Porém, as distâncias entre o defeito e as arestas da célula diminuem quando a tensão cisalhante aumenta. O ângulo apresentado na distorção da célula é nomeado de α . Na Equação 2.41 está a relação entre o ângulo α , a aresta L da célula, o raio R e a tensão cisalhante.

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{L}{2} - R \\ \tan \alpha &= \varrho, \end{aligned} \quad (2.41)$$

onde ϱ é a deformação cisalhante.

A distância mínima do defeito ao canto da célula quadrada a' pode ser calculado com a expressão a seguir:

$$a' = a \cos \alpha = a \sqrt{\frac{1}{1 + \varrho^2}} \quad (2.42)$$

Segundo Xue (2008), pode-se associar a distância mínima a' à deformação por meio da Equação logarítmica 2.40. Baseando-se em McClintock et al. (1968), o qual diz que a falha determina a faixa de cisalhamento, define-se a deformação na faixa de cisalhamento na Equação 2.44.

$$\varepsilon = \ln \frac{a}{a'} = \ln \sqrt{1 + \varrho^2} \quad (2.43)$$

$$\varepsilon_s = \frac{L}{2R} \quad (2.44)$$

Sendo assim, pode-se associar os danos do defeito devido ao cisalhamento como:

$$D^{xue} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_s} = \frac{\ln\sqrt{1 + \varrho^2}}{\frac{L}{2R}} \quad (2.45)$$

Xue 2008, transformou a equação anterior trabalhando numa série de Taylor, logo:

$$\varepsilon \approx \frac{\varrho^2}{2} \quad (2.46)$$

Podendo-se expressar a deformação cisalhante em função da deformação equivalente de von Mises. Para cisalhamento puro e fracções volumétricas pequenas:

$$\varrho = \sqrt{3\varepsilon^p}, \quad (2.47)$$

onde ε_{eq} deformação equivalente de von Mises.

Reescrevendo então a Equação 2.45 temos:

$$D^{xue} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} = \frac{\frac{\gamma^2}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{f}}} = 3f^{0.5}\varepsilon^p, \quad (2.48)$$

onde $f = \pi \frac{R^2}{L^2}$ é a fração volumétrica da célula.

No caso de três dimensões, o defeito teria forma esférica então $f = 4\pi \frac{R^3}{3L^3}$ e o dano seria:

$$D^{xue} = \frac{3}{2} \left(\frac{6}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} f^{\frac{1}{3}} \varepsilon^p \quad (2.49)$$

Derivando a equação anterior para encontrar a evolução de dano temos:

$$\dot{D}^{xue} = q_4 f^{q_5} \varepsilon^{p-1} \dot{\varepsilon}, \quad (2.50)$$

onde $q_4 = \frac{3}{\sqrt{\pi}}$ e $q_4 = \frac{1}{2}$ para duas dimensões e $q_4 = \frac{2}{3} \left(\frac{6}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$ e $q_4 = \frac{1}{3}$ para três dimensões.

Para melhorar a predição do modelo Gurson sob condições de carregamento cisalhante puro é preciso incluir a nova parcela de dano por cisalhamento na fração volumétrica de dano, assim:

$$f = f^g + \dot{D}^{xue} \quad (2.51)$$

Porém, além de incluir esta parcela de dano por cisalhamento é preciso incluir a influência do ângulo de Lode a fim de usar o modelo para uma condição de carregamento arbitrária. Assim, a função do ângulo de Lode teria valores entre zero e um. Do mesmo jeito que o ângulo de Lode compreendido entre zero e um, zero para condições de carregamento puramente trativos e um para carregamentos puramente cisalhantes, valores compreendidos entre eles seriam para carregamentos mistos.

O mecanismo proposto por Xue (2007) foi realizado a partir de um defeito esférico centrado no VRE como se mostra na Figura 2.6. Este mecanismo será incluído no modelo de Gurson como uma função da deformação plástica acumulada $\bar{\epsilon}^p$, da fração volumétrica de dano f e do terceiro invariante do tensor desviador na forma normalizada $\xi(\mathbf{S})$. A evolução da porosidade devido ao corte está expressa como:

$$\dot{D}^{xue} = [q_4 f^{q_5} \bar{\epsilon}^p \dot{\bar{\epsilon}}^p] g_o(\mathbf{dev} \boldsymbol{\sigma}) \quad (2.52)$$

Desta maneira, o modelo de Gurson leva em consideração o dano produzido por cargas cisalhantes. Na Figura a seguir é apresentada a evolução do mecanismo de cisalhamento do Xue baixo o efeito de cargas puramente cisalhantes.

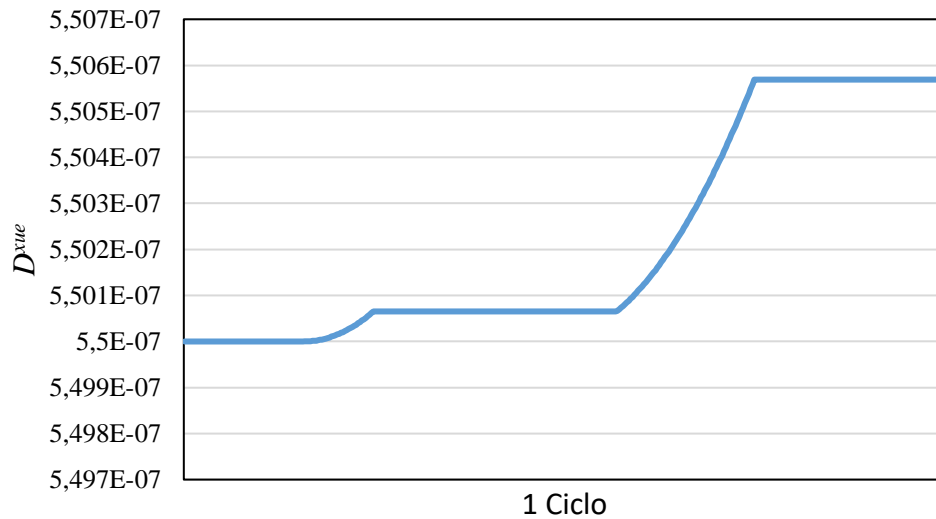


Figura 2.10. Evolução do mecanismo de cisalhamento do Xue sob carga cisalhante pura.

Nahshon & Hutchinson (2008), formularam também a função de dependência do ângulo de Lode que diferencia tensões uniaxiais das biaxiais escritas em função do terceiro invariante normalizado:

$$g_o(\text{dev } \boldsymbol{\sigma}) = 1 - \xi(\text{dev } \boldsymbol{\sigma})^2 \quad (2.53)$$

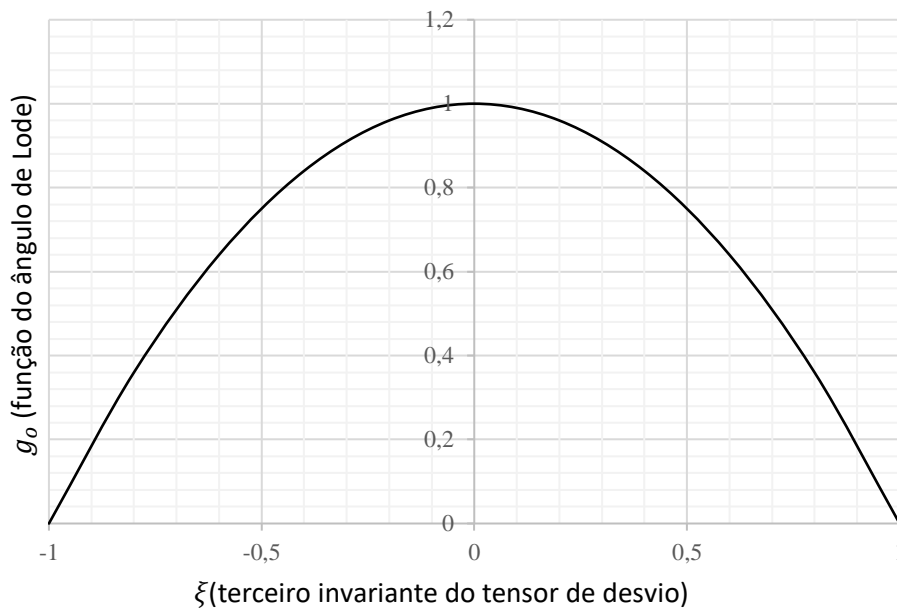


Figura 2.11. Evolução da função do ângulo de Lode em relação ao terceiro invariante.

Quando o estado de tensão é puramente cisalhante, o valor do terceiro invariante normalizado $\xi(\text{dev } \boldsymbol{\sigma})$ tende a zero, dando um valor máximo da função $g_o(\text{dev } \boldsymbol{\sigma})$. Isto permite ao modelo ser mais sensível ao mecanismo de corte. Por outro lado, em estados de tensão puramente trativos ou compressivos, o valor do término $\xi(\text{dev } \boldsymbol{\sigma})^2$ tende a um, eliminando o efeito do modelo ao mecanismo de corte.

2.5 Plasticidade Cíclica

A plasticidade é um fenômeno conhecido como a capacidade que um material tem para se deformar permanentemente quando está submetido a tensões acima de seu limite elástico. Existem várias formulações para descrever o comportamento mecânico do material. Isto nos leva ao estudo dos modelos constitutivos, como por exemplo: o modelo elastoplástico, que leva em consideração tanto o comportamento elástico quanto o plástico do material; o modelo elastoviscoplastico, que leva em consideração o comportamento elástico do material e o efeito da taxa de aplicação da carga no comportamento plástico do mesmo; o modelo rígido plástico ou viscoplastico, que despreza a contribuição elástica no comportamento do material; o modelo com dano acoplado, que incorpora a lei de evolução de uma variável interna de dano para se descrever de maneira explícita, o nível de degradação do material; entre outros. Lei de evolução comentada por Lemaitre & Chaboche (1990).

2.5.1 Superfície de Escoamento

A superfície de escoamento de um modelo constitutivo é quem define o critério de escoamento e, também, pode ser representada na forma de uma função de escoamento, como segue:

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{A}), \\ \boldsymbol{\eta} &= \text{dev } \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\beta},\end{aligned}\tag{2.54}$$

onde o termo \mathbf{A} representa um conjunto de variáveis internas ao processo, $\boldsymbol{\eta}$ é o tensor relativo, $\text{dev } \boldsymbol{\sigma}$ representa o tensor das tensões desvidoras e $\boldsymbol{\beta}$ representa o tensor de tensão cinemático. De acordo com Khan (1995), para um material isotrópico, verifica-se que a tensão de escoamento depende exclusivamente da magnitude das tensões principais e não das suas orientações no espaço das tensões. Logo, o conjunto de variáveis

associadas ao endurecimento resume-se apenas a um escalar denominado de parâmetro de encruamento, k . Desta forma, a função de escoamento Φ passa a ser definida também como um escalar, podendo ser escrita da seguinte forma:

$$\Phi(\boldsymbol{\eta}, k) = F(\boldsymbol{\eta}) - \sigma_y(k) = 0, \quad (2.55)$$

onde $F(\boldsymbol{\eta})$ é chamado de critério de escoamento, que depende do estado de tensão e $\sigma_y(k)$ representa a lei de encruamento do material que é, neste caso, uma função da variável interna de encruamento, k .

De acordo com a função de escoamento do material, $\Phi(\boldsymbol{\eta}, k)$, pode-se concluir que: caso em um determinado ponto de um corpo material deformável nota-se a condição de:

$$\Phi(\boldsymbol{\eta}, k) \leq 0, \quad (2.56)$$

o ponto apresenta um comportamento elástico. Porém, caso:

$$\Phi(\boldsymbol{\eta}, k) > 0. \quad (2.57)$$

Lemaitre & Chaboche (1990) definem o comportamento como plástico. Ao ser atingido o regime plástico, o comportamento subsequente nesse ponto será condicionado pela variação de $\Phi(\boldsymbol{\eta}, k)$ em relação ao estado de tensão, $\boldsymbol{\eta}$, ou seja:

$$\mathbf{N} \equiv \frac{\partial \Phi(\boldsymbol{\eta}, k)}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad (2.58)$$

onde \mathbf{N} representa o chamado vetor de fluxo plástico que é normal à superfície de escoamento, considerando a chamada plasticidade associativa citada por Souza Neto et al (2008). Caso $\mathbf{N} < 0$, o material encontra-se perante uma situação de descarregamento elástico. Neste caso, o estado de tensão encontra-se no interior da chamada superfície de escoamento, retomando ao material um comportamento elástico. No caso de $\mathbf{N} = 0$, isto significa que não há alterações na superfície de escoamento do material, o que pode ser uma consideração válida para materiais modelados como perfeitamente plásticos. Porém, caso $\mathbf{N} > 0$, o estado de tensão mantém-se sobre a superfície de escoamento e a mesma é, então, alterada. Neste caso, modela-se o material apresentando um grau de encruamento fazendo com que o limite de escoamento do mesmo seja uma função do nível de

deformação plástica que passa a ser uma variável interna de encruamento do material segundo o Khan (1995).

2.5.2 Lei de Encruamento do Material

A lei de encruamento estabelece as condições materiais para que um novo escoamento plástico ocorra, após ter atingido o regime plástico do mesmo. Comentado por Souza Neto et al (2008). Esta regra resulta do fato de que a superfície de escoamento sofre constantes alterações à medida que o regime plástico é desenvolvido. A regra de endurecimento, também chamada de endurecimento por deformação, pode ser modelada de acordo com a definição dos parâmetros de endurecimento. Em geral, modela-se tal fenômeno como perfeitamente plástico, com endurecimento isotrópico, com endurecimento cinemático e com endurecimento isotrópico e cinemático.

2.5.2.1 Encruamento como perfeitamente plástico

Quando se estabelece que não há endurecimento do material a medida em que a deformação plástica evolui, ou seja, o parâmetro de endurecimento do material é igual a zero ($k = 0$), diz-se então que o material é perfeitamente plástico. Nesta condição, o limite de escoamento do material bem como sua superfície de escoamento ficam inalterados.

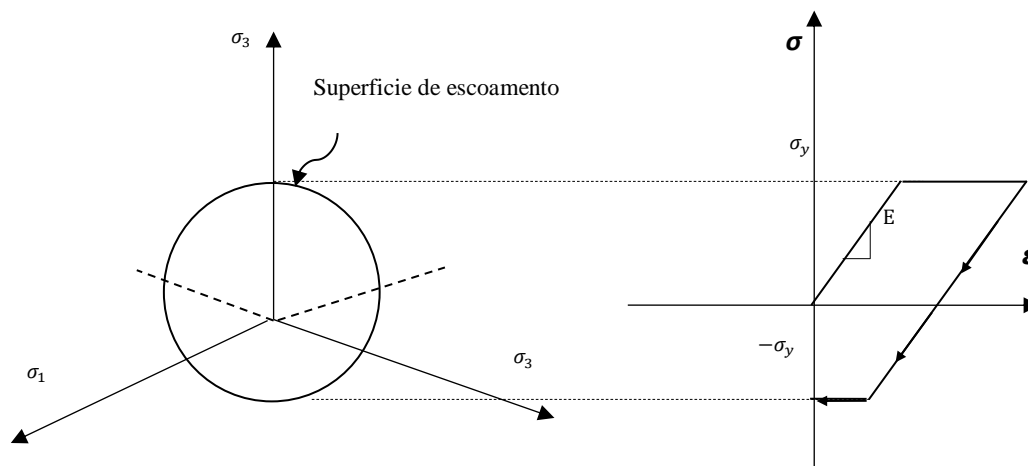


Figura 2.12. Representação do comportamento perfeitamente plástico de um material. Fonte: Souza Neto et al (2008).

2.5.2.2 Encruamento isotrópico

Na condição de se modelar o endurecimento do material como isotrópico, considera-se que a superfície de escoamento do material aumenta durante o escoamento plástico, porém a sua forma e localização ficam inalteradas. Pode-se considerar neste caso, uma relação isotrópica linear ou isotrópica não-linear entre o limite de escoamento do material e o nível de plastificação. A Figura 2.13 representa o endurecimento isotrópico não-linear de um material.

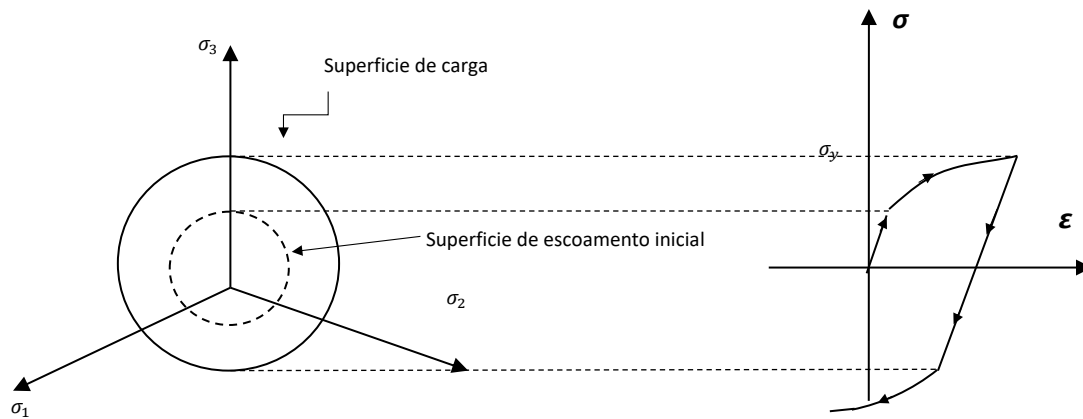


Figura 2.13. Representação do endurecimento isotrópico do material. Fonte: Souza Neto et al (2008).

O conjunto de variáveis que resultam da evolução da superfície de escoamento no encruamento isotrópico são características do material. Em geral a deformação plástica acumulada à variável associada com o endurecimento isotrópico encontra-se na seguinte equação:

$$\sigma_y(\bar{\epsilon}^p) = \sigma_{y0} + H\bar{\epsilon}^{pn}, \quad (2.59)$$

onde $\sigma_y(\bar{\epsilon}^p)$ é o limite de escoamento para cada grau de endurecimento, σ_{y0} é o limite de escoamento inicial, H é o módulo de endurecimento isotrópico, n o expoente de endurecimento isotrópico e $\bar{\epsilon}^p$ é a deformação plástica acumulada.

2.5.2.3 Encruamento cinemático

No caso de se modelar o endurecimento do material como cinemático, considera-

se que a superfície de escoamento mantém a mesma forma para um dado incremento de deformação plástica, no entanto, translada como um corpo rígido. Este modelo, foi inicialmente proposto por Prager (1955:1956) que assim permitiu modelar o chamado efeito de Bauschinger, bastante visível em materiais sujeitos a regimes de carregamento cíclico. Posteriormente, Lemaitre & Chaboche (1990) estabelecem que o tamanho do regime elástico do material muda a medida em que se atinge o regime plástico em uma determinada direção e, posteriormente, se inverte a direção σ carregamento. Para a introdução deste efeito de encruamento é necessário introduzir o chamado tensor de tensão cinemático, β . A Figura 2.14 representa o efeito do endurecimento cinemático de um material.

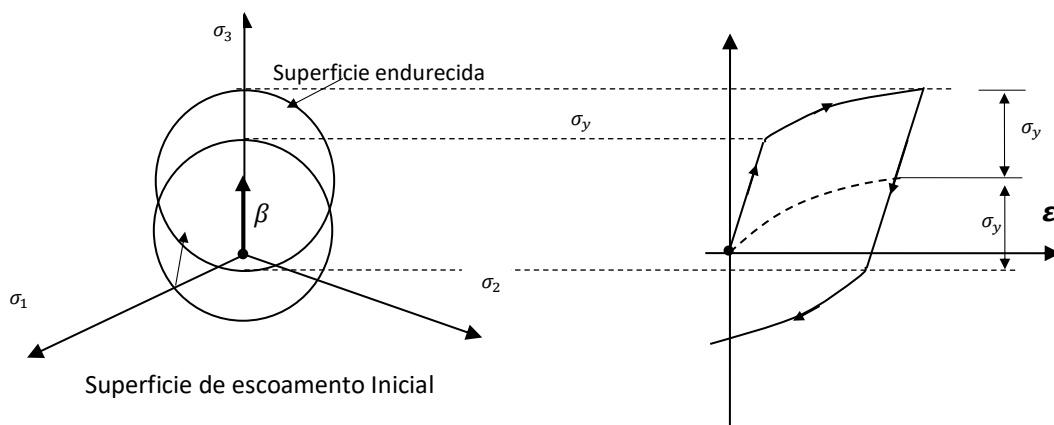


Figura 2.14. Representação do endurecimento cinemático do material. Fonte: Souza Neto et al (2008).

Para a formulação de um modelo que descreva o comportamento com endurecimento cinemático se faz preciso determinar a evolução do β em relação ao tempo. Na literatura, existem formulações encarregadas de descrever esta evolução entre as quais se encontram os modelos de Armstrong-Frederick e de Chaboche que representa uma evolução do Armstrong Frederick.

2.5.2.4 Modelo de Armstrong -Frederick

Em 1966 Frederick & Armstrong fizeram a seguinte formulação não linear da evolução do β :

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{2}{3} H^k \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p b \boldsymbol{\beta}, \quad (2.60)$$

onde, H^k é o módulo de endurecimento cinemático, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$ é a taxa de evolução da deformação plástica equivalente e o termo extra ($\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p b \boldsymbol{\beta}$) introduz o efeito da saturação na lei de endurecimento cinemático, onde $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$ é o chamado multiplicador plástico e b é uma constante do material.

2.5.2.5 Modelo de Chaboche

A formulação de Chaboche (1989) consistiu-o fazer uma evolução do modelo de da seguinte forma:

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{2}{3} H_i^k \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p b_i \boldsymbol{\beta}_i \right), \quad (2.61)$$

A equação de evolução do tensor de tensão cinemático $\boldsymbol{\beta}$ de Chaboche e o modelo de Armstrong-Frederick resultam em superestimativas dos efeitos de *ratchetting*. Por isso, Chaboche propôs a formulação anterior generalizando o modelo de Armstrong Frederick, mantendo suas vantagens e permitindo maior flexibilidade no ajuste dos parâmetros do material (H_i^k e b_i).

3. MODELO PROPOSTO

Neste capítulo é formulada uma nova proposta baseada no modelo de Gurson (1977). A nova proposta tenta resolver as limitações do Gurson, desta forma, a nova proposta considera o dano produzido por tensões desviadoras, adicionando uma nova parcela na evolução do dano da formulação. A nova parcela é definida de acordo com o mecanismo de cisalhamento proposto pelo Xue (2007). São adicionados também dois parâmetros K_M e K_D . O parâmetro K_M é um parâmetro de distinção de carga tratativa e compressiva, que resolve a limitação que não permite evolução da variável de dano quando há carga cíclica axial e o parâmetro K_D é um parâmetro de redução que resolve o problema do mecanismo de Xue, que possui uma taxa de evolução elevada segundo visto na literatura. Também é incluída a evolução do tensor cinemático para representar de forma mais aproximada o comportamento cíclico do material.

Quando a superfície de fratura de um corpo de prova submetido a fadiga apresenta a simples vista só deformações elásticas (macro escala), para analisar deformações plásticas é preciso fazê-lo no nível micro. Sendo necessário, a nova proposta será desenvolvida em escala micro e usa uma lei que relaciona a escala macro com a escala micro. Esta lei é conhecida como lei de localização e foi desenvolvida por Lemaitre, Sermage e Desmorat (1999).

3.1 Modelo matemático da nova proposta

Para a formulação da nova proposta é usado como base o modelo de Gurson que apresenta sua evolução de dano como na equação 3.1, o qual depende principalmente do crescimento de vazios sob cargas axiais tratativas.

$$\dot{f} = (1 - f)\dot{\epsilon}_v^p, \quad (3.1)$$

onde \dot{f} representa a taxa de evolução de dano do Gurson que considera apenas o crescimento de vazios, $\dot{\epsilon}_v^p$ é a parte volumétrica da taxa de evolução de deformação plástica. Desta forma como podemos observar na Figura 3.1, ao apresentar cargas cíclicas axiais o modelo apresenta dificuldades na evolução.

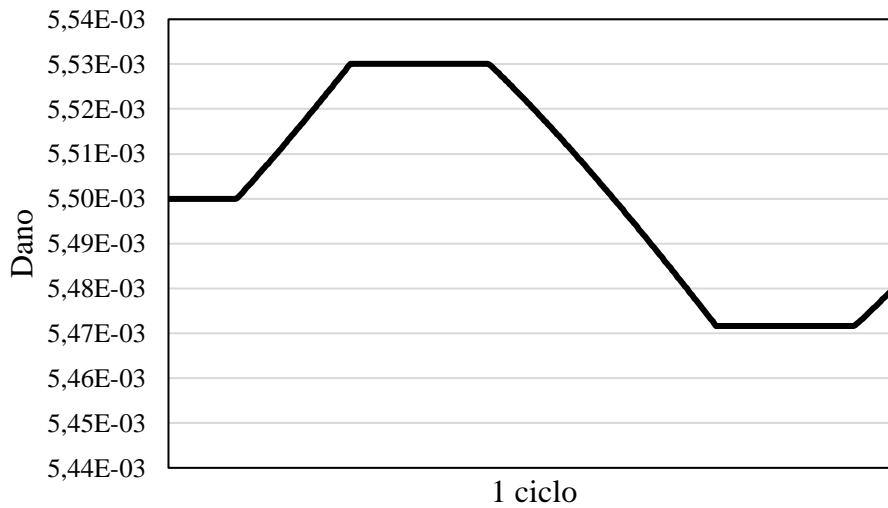


Figura 3.1 Evolução de dano do Gurson para um ciclo sob carregamento cíclico axial.

Vista esta limitação do modelo de Gurson, a nova proposta adiciona um parâmetro que distingue cargas compressivas de trativas o parâmetro é chamado K_M e é adicionado na evolução de dano como se apresenta a seguir:

$$\dot{f} = K_M (1 - f) \dot{\epsilon}_v^p, \quad (3.2)$$

A evolução do dano com a adição do K_M é mostrada na Figura 3.2, onde é mostrado um bom resultado resolvendo a primeira limitação do modelo de Gurson.

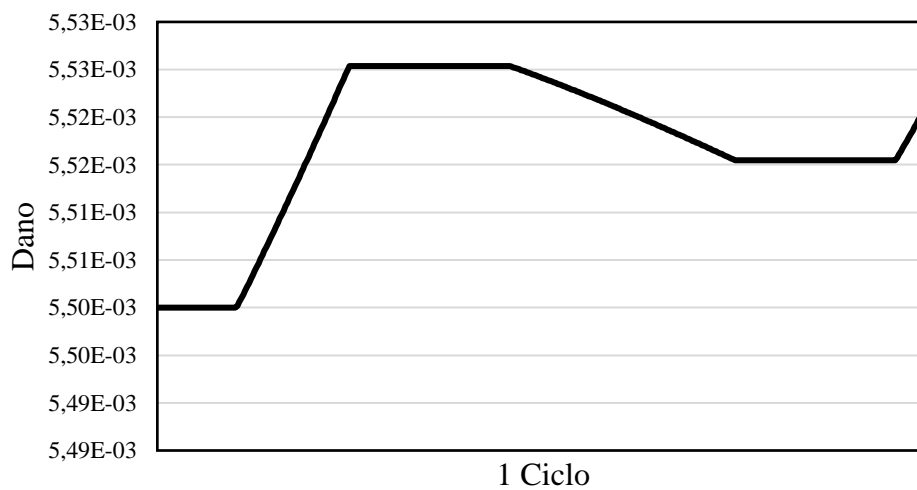


Figura 3.2 Evolução de dano do Gurson para um ciclo sob carregamento cíclico axial com adição de K_M .

A segunda limitação do modelo de Gurson é não apresentar evolução sob carregamentos cisalhantes como é mostrado na Figura 3.3.

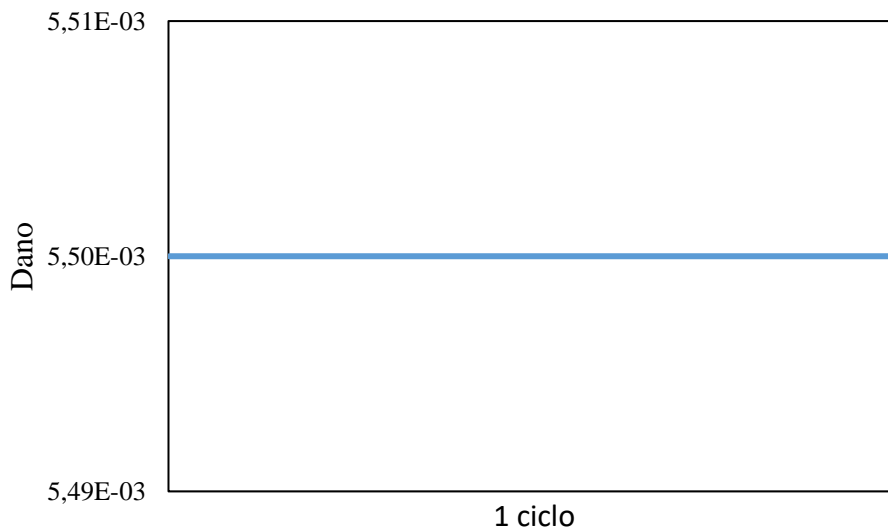


Figura 3.2 Evolução de dano do Gurson para um ciclo sob carregamento cisalhante.

Para resolver esta limitação do Gurson sob cargas cisalhantes é adicionado um mecanismo de cisalhamento na evolução da variável de dano como é mostrado na equação 3.3.

$$\dot{f} = K_M (1 - f) \dot{\epsilon}_v^p + K_D [q_4 f^{q_5} \bar{\epsilon}^p \dot{\epsilon}^p] g_o(\text{dev } \boldsymbol{\sigma}) \quad (3.3)$$

Na nova proposta o mecanismo de cisalhamento é adicionado de acordo à proposta feita por Xue (2007). Como já foi mencionado na introdução do capítulo a proposta do Xue apresenta resultados conservativos. Para isto é adicionado o parâmetro K_D que controla o crescimento acelerado do dano por cisalhamento. Na Figura 3.3 é mostrada a evolução de dano da nova proposta após ser resolvidas as limitações do modelo do Gurson.

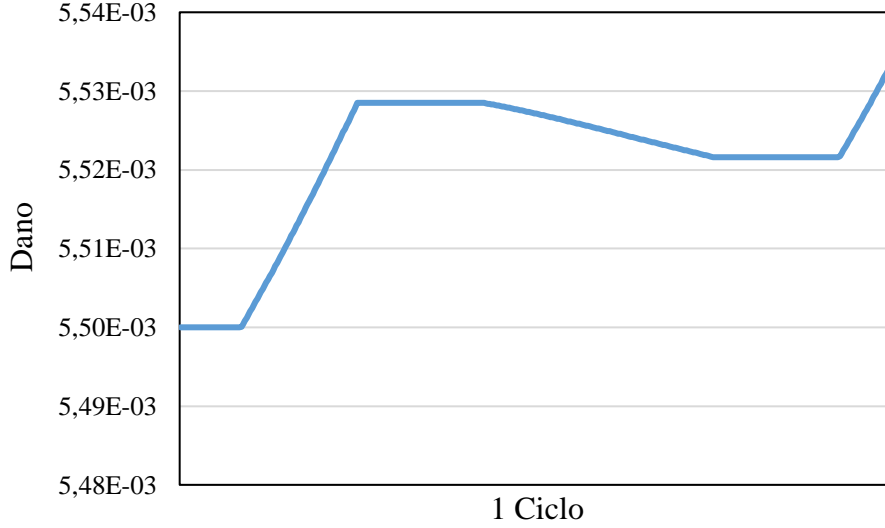


Figura 3.3 Evolução de dano da nova proposta.

Após resolver todas as limitações do modelo de Gurson, na Equação 3.4 é apresentada a função de escoamento da nova proposta.

$$\Phi = \frac{\|dev\sigma - \beta\|^2}{2} - \frac{1}{3} \left[1 + f^2 - 2f \cosh\left(\frac{3p}{2\sigma_{yo}}\right) \right] \sigma_{yo}^2, \quad (3.4)$$

onde, $dev\sigma$ é o tensor desviador, β é o tensor cinemático, f é a fração volumétrica de defeitos, p é a parte volumétrica do tensor tensão e σ_{yo} é a tensão de escoamento inicial do material. Ao considerar a plasticidade associativa teríamos que o vetor de fluxo plástico esteja dada pela Equação 3.5.

$$N \equiv \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma} = \frac{\|dev\sigma - \beta\|}{2} + \frac{1}{3} f \sigma_{yo} \sinh\left(\frac{3p}{2\sigma_{yo}}\right) I, \quad (3.5)$$

A taxa de evolução do tensor das deformações plásticas se encontra expressado com a lei de fluxo plástico na Equação 3.6.

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma} = \dot{\gamma} \left[\sigma - \beta + \frac{1}{3} f \sigma_{yo} \sinh\left(\frac{3p}{2\sigma_{yo}}\right) I \right], \quad (3.6)$$

As leis de evolução para a deformação plástica e do tensor cinemático de Armstrong Frederick estão nas Equações 3.7 e 3.8 respectivamente.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p} = \dot{\gamma} \sqrt{\frac{2}{3} \left[dev \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\beta} : dev \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\beta} + \frac{1}{3} \left(f \sigma_{y_0}^\mu \sinh \left(\frac{3p}{2\sigma_{y_0}} \right) \right)^2 \right]}, \quad (3.7)$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{2}{3} H \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p b \boldsymbol{\beta}, \quad (3.8)$$

No quadro 3.1 é realizado um resumo do modelo matemático da nova proposta, onde é apresentada a decomposição aditiva das deformações, lei elástica, a função de escoamento da nova proposta e a evolução de deformação plástica, tensor cinemático e do dano.

Quadro 3.1. Modelo Matemático da nova proposta

i)	Decomposição aditiva das deformações	$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$
ii)	Lei elástica: lei de Hooke	$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}$
iii)	Função de escoamento:	$\Phi = \frac{\ dev \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\beta}\ ^2}{2} - \frac{1}{3} \left[1 + f^2 - 2f \cosh \left(\frac{3p}{2\sigma_{y_0}} \right) \right] \sigma_{y_0}^2$
iv)	Lei de fluxo plástico na microescala (definição do tensor de fluxo plástico com lei associativa):	$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$
v)	Atualização de outras variáveis internas: Evolução da deformação plástica equivalente e do tensor cinemático:	$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p}$ $\dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{2}{3} H \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p b \boldsymbol{\beta}$
	Evolução da variável de dano:	$\dot{f} = K_M \dot{f}^g + K_D \dot{D}^{xue}$ $\dot{f}^g = (1 - f) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v^p$ $\dot{D}^{xue} = [q_4 f^{q_5} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p] g_o (dev \boldsymbol{\sigma})$
vi)	lei de complementaridade:	$\Phi \leq 0 \quad \dot{\gamma} \geq 0 \quad \Phi \dot{\gamma} = 0$

3.2 Modelo em duas Escalas

Já que a superfície de fratura tem características elásticas na macro escala e elastoplásticas na microescala, a qual está representada na Figura 3.4. A tensão de escoamento é um parâmetro material diferente na macro e micro escala. Desta maneira, é incluído o superíndice “ μ ” o qual será utilizado para descrever as propriedades na micro escala. Assumindo que o limite de escoamento na micro escala seria igual ao limite de fadiga do material σ_f . Dado que o limite de fadiga é menor que o limite de escoamento, permite que seja criado dano na micro escala. Para o estudo do fenômeno de plastificação no campo de fadiga e mais de fadiga por fretting, é preciso encontrar uma relação entre a macro escala (deformações elásticas) e a micro escala (presença de micro defeitos-deformações permanentes), assim o limite de escoamento na micro escala é tomado como o limite de resistência à fadiga σ_f . Esta relação é conhecida como lei de localização estudada por Lemaitre, Sermage e Desmorat em 1999 e é apresentada na Equação 3.10. Para identificar o instante e local da falha na macro escala, existe uma variável na microescala que ao chegar a um valor crítico nos dá aviso da ocorrência do início da falha.

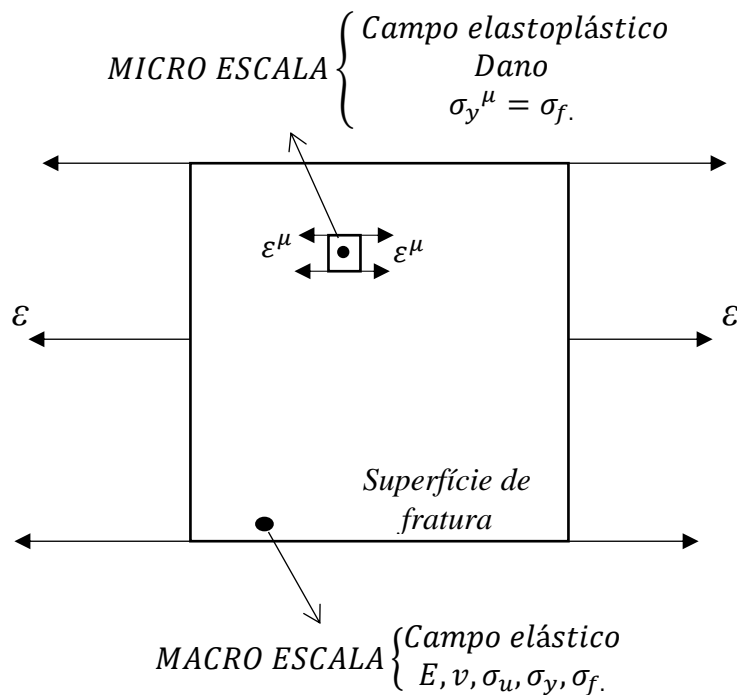


Figura 3.4. Modelo em duas escalas na superfície de fratura.

Inicialmente, a lei de localização assume que:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mu} = \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\alpha} (\boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p} - \boldsymbol{\varepsilon}^p). \quad (3.9)$$

De acordo com a hipótese inicial, a deformação plástica no nível macro é zero, então a Equação 3.9 é resumida a seguir:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mu} = \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p}, \quad (3.10)$$

onde a constante $\boldsymbol{\alpha}$ é um parâmetro do material que depende do coeficiente de Poisson ν . Este parâmetro é deduzido assumindo que o defeito tem forma esférica como foi estudado por Eshelby e Kroner em 1957 e 1961 respectivamente. A constante $\boldsymbol{\alpha}$ é descrita como na Equação 3.10.

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{2}{15} \left(\frac{4-5\nu}{1-\nu} \right), \quad (3.11)$$

No Quadro 3.2 é descrito o modelo matemático da nova proposta na microescala.

Quadro 3.2. Modelo Matemático de duas escalas da nova proposta.

- i) deformação elástica na macro escala (assumindo comportamento elástico):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e$$

- ii) Lei elástica na macroescala: lei de Hooke

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e$$

- iii) Consideração elastoplástica na micro escala (lei de localização):

$$\boldsymbol{\varepsilon}^\mu = \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{a} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p}, \quad a = \frac{2}{15} \left(\frac{4 - 5\nu}{1 - \nu} \right)$$

- iv) Decomposição aditiva na micro escala (assumindo comportamento elasto-plástico):

$$\boldsymbol{\varepsilon}^\mu = \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu e} + \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p}$$

- v) Lei elástica na microescala: lei de Hooke

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu E}$$

- vi) Função de escoamento na microescala:

$$\Phi^\mu = \frac{\|dev \boldsymbol{\sigma}^\mu - \boldsymbol{\beta}^\mu\|^2}{2} - \frac{1}{3} \left[1 + f^{\mu 2} - 2f^\mu \cosh \left(\frac{3p^\mu}{2\sigma_{yo}^\mu} \right) \right] \sigma_{yo}^{\mu 2}$$

- vii) Lei de fluxo plástico na microescala (definição do tensor de fluxo plástico com lei associativa):

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mu p} = \dot{\gamma} \frac{\partial \Phi^\mu}{\partial \boldsymbol{\sigma}^\mu} = \dot{\gamma} \left[\boldsymbol{\sigma}^\mu - \boldsymbol{\beta}^\mu + \frac{1}{3} f^\mu \sigma_{yo}^\mu \sinh \left(\frac{3p^\mu}{2\sigma_{yo}^\mu} \right) \mathbf{I} \right]$$

- viii) Atualização de outras variáveis internas:

Evolução da deformação plastica equivalente:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mu p} = \dot{\gamma} \sqrt{\frac{2}{3} \left[dev \boldsymbol{\sigma}^\mu - \boldsymbol{\beta}^\mu : dev \boldsymbol{\sigma}^\mu - \boldsymbol{\beta}^\mu + \frac{1}{3} \left(f^\mu \sigma_{yo}^\mu \sinh \left(\frac{3p^\mu}{2\sigma_{yo}^\mu} \right) \right)^2 \right]}$$

Evolução do vetor de endurecimento cinemático (lei de Armstrong e Frederick):

$$\dot{\beta}^{\mu} = \frac{2}{3} H \dot{\varepsilon}^{\mu p} - \dot{\varepsilon}^{\mu p} b \beta^{\mu}$$

Evolução da fração volumétrica de defeitos com mecanismo de cisalhamento de Xue:

$$\dot{f}^{\mu} = K_M \dot{f}^{\mu g} + K_D \dot{D}^{\mu xue}$$

vii) Critério de carga/descarga

$$\Phi^{\mu} \leq 0 \quad \dot{\gamma} \geq 0 \quad \Phi^{\mu} \dot{\gamma} = 0$$

3.3 Modelo numérico da nova proposta

No modelo numérico se determina o estado tentativa na microescala e este encontra-se dado na seguinte forma (consideração elastoplástica):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n+1}^{\mu e \text{ trial}} &= \varepsilon_n^{\mu e} + \Delta \varepsilon, & \sigma_{n+1}^{\mu \text{ trial}} &= \mathbb{D}^e : \varepsilon_{n+1}^{\mu e \text{ trial}}, & \beta_{n+1}^{\mu \text{ trial}} &= \beta_n^{\mu}, \\ \bar{\varepsilon}_{n+1}^{\mu p \text{ trial}} &= \bar{\varepsilon}_n^{\mu p \text{ trial}}, & f_{n+1}^{\mu \text{ trial}} &= f_n^{\mu} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Onde $\varepsilon_{n+1}^{\mu e \text{ trial}}$ é o tensor de deformação elástica, $\sigma_{n+1}^{\mu \text{ trial}}$ é o tensor das tensões e $\varepsilon_{n+1}^{\mu \text{ trial}}$ é o tensor das deformações totais. Por tratar-se da macro escala não há deformação plástica e por tanto o tensor de deformações elásticas é igual ao tensor de deformações totais.

A função de escoamento no estado tentativa na microescala está dada pela Equação 3.13, esta é usada para checar a admissibilidade plástica. Onde se tem caso que $\Phi^{\mu \text{ trial}} \leq 0$, que o passo é elástico e conclui como o estado tentativa igual a estado real. Em caso contrário, se $\Phi^{\mu \text{ trial}} > 0$, se sabe que com o incremento a deformação não foi elástico então se usa o corretor plástico para corrigir o estado tentativa.

$$\Phi^{\mu trial} = \frac{\|dev \boldsymbol{\sigma}^{\mu trial} - \boldsymbol{\beta}^{\mu trial}\|^2}{2} - \frac{1}{3} \left[1 + f^{\mu trial 2} - 2f^{trial \mu} \cosh\left(\frac{3p^{\mu trial}}{2\sigma_{yo}^{\mu trial}}\right) \right] \sigma_{yo}^{\mu trial 2} \quad (3.13)$$

Para corrigir o estado tentativa, na Equação 3.14 é removido o incremento da deformação plástica:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e trial} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e trial} - \Delta \gamma \mathbf{N}_{n+1}^{\mu}, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e trial} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{\mu p} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e trial} - \Delta \gamma \left[dev \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu} - \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu} + \frac{1}{3} f_{n+1}^{\mu} \sigma_{yo}^{\mu} \sinh\left(\frac{3p_{n+1}^{\mu}}{2\sigma_{yo}^{\mu}}\right) \mathbf{I} \right], \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde, $\Delta \gamma^{\mu}$ é o multiplicador plástico e \mathbf{N}_{n+1}^{μ} é o vetor de fluxo plástico.

A atualização da deformação plástica está descrita na Equação 3.14.

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{\mu p} &= \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{\mu p} + \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mu p}, \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{\mu p} &= \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{\mu p} + \Delta \gamma^{\mu} \sqrt{\frac{2}{3} \left(dev \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu} - \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu} : dev \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu} - \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu} + \frac{1}{3} \left[f_{n+1}^{\mu} \sigma_{yo}^{\mu} \sinh\left(\frac{3p_{n+1}^{\mu}}{2\sigma_{yo}^{\mu}}\right) \right]^2 \right)}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

O vetor de fluxo plástico para o modelo proposto é:

$$\mathbf{N}_{n+1}^{\mu} = dev \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu} - \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu} + \frac{1}{3} f_{n+1}^{\mu} \sigma_{yo}^{\mu} \sinh\left(\frac{3p_{n+1}^{\mu}}{2\sigma_{yo}^{\mu}}\right) \mathbf{I} \quad (3.16)$$

O vetor de fluxo plástico pode ser dividido em duas partes, uma parte desviadora e outra parte volumétrica, as quais estão nas Equações 3.17 e 3.18 respectivamente.

$$\mathbf{N}_{d n+1}^{\mu} = dev \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu} - \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu}, \quad (3.17)$$

$$\mathbf{N}_{v n+1}^{\mu} = \frac{1}{3} f_{n+1}^{\mu} \sigma_{yo}^{\mu} \sinh\left(\frac{3p_{n+1}^{\mu}}{2\sigma_{yo}^{\mu}}\right), \quad (3.18)$$

onde, $\mathbf{N}_{d n+1}^{\mu}$ é a parte desviadora e $\mathbf{N}_{v n+1}^{\mu}$ é a parte volumétrica.

A atualização do tensor de tensão é:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^\mu &= \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e} = \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e \text{ trial}} - \Delta\gamma^\mu \mathbb{D}^e : \mathbf{N}_{n+1}^\mu, \\ \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^\mu &= \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu \text{ trial}} - \Delta\gamma^\mu \mathbb{D}^e : \left[\mathit{dev} \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^\mu - \boldsymbol{\beta}_{n+1}^\mu + \frac{1}{3} f_{n+1}^\mu \sigma_{y_0}^\mu \sinh\left(\frac{3p_{n+1}^\mu}{2\sigma_{y_0}^\mu}\right) \mathbf{I} \right],\end{aligned}\quad (3.19)$$

O tensor tensão tem uma parte desviadora e uma volumétrica descritas nas equações a seguir:

$$\begin{aligned}\mathit{dev} \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^\mu &= \mathit{dev} \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu \text{ trial}} - 2G\Delta\gamma^\mu \mathbf{N}_{n+1}^\mu, \\ p_{n+1}^\mu &= p_{n+1}^{\mu \text{ trial}} - Kp_{n+1}^\mu N_{v n+1}^\mu,\end{aligned}\quad (3.20)$$

onde $\mathit{dev} \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^\mu$ é a parte desviadora e p_{n+1}^μ é a parte volumétrica, G é o módulo volumétrico e K é o módulo cisalhante.

Atualização da fração volumétrica de vazios:

$$f_{n+1}^\mu = f_n^\mu + K_M(1 - f_{n+1}^\mu)\Delta\gamma^\mu f_{n+1}^\mu \sigma_{y_0}^\mu \sinh\left(\frac{3p_{n+1}^\mu}{2\sigma_{y_0}^\mu}\right) + K_D \left[q_4 f_{n+1}^\mu q_5 \varepsilon_{n+1}^{\mu p} \Delta \bar{\varepsilon}^{\mu p} \right] g_{o n+1}^\mu, \quad (3.21)$$

onde,

$$g_{o n+1}^\mu = 1 - \xi_{n+1}^{\mu 2} (\mathit{dev} \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^\mu), \quad (3.22)$$

Atualização do tensor tensão cinemático:

$$\boldsymbol{\beta}_{n+1}^\mu = \boldsymbol{\beta}_n^\mu + \Delta\boldsymbol{\beta}^\mu \quad (3.23)$$

$$\Delta\boldsymbol{\beta}^\mu = \frac{2}{3} H^k \Delta\gamma^\mu \mathbf{N}_{n+1}^\mu - b \bar{\varepsilon}_{n+1}^{\mu p} \boldsymbol{\beta}_{n+1}^\mu, \quad (3.24)$$

Já com as variáveis atualizadas, se consegue obter o estado de tensão real, e se tem o seguinte sistema de equações não lineares para resolver:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\mathbf{dev} \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu} = \mathbf{dev} \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu \text{ trial}} - 2G\Delta\gamma^{\mu} \mathbf{N}_{d n+1}^{\mu} \\
p_{n+1}^{\mu} = p_{n+1}^{\mu \text{ trial}} + K\Delta\gamma^{\mu} N_{v n+1}^{\mu} \\
f_{n+1}^{\mu} = f_n^{\mu} + K_M(1 - f_{n+1}^{\mu})\Delta\gamma^{\mu} f_{n+1}^{\mu} \sigma_{y_o}^{\mu} \sinh\left(\frac{3p_{n+1}^{\mu}}{2\sigma_{y_o}^{\mu}}\right) + K_D[q_4 f_{n+1}^{\mu} \varepsilon_{n+1}^{\mu p} \Delta\bar{\varepsilon}^{\mu p}] g_{o n+1}^{\mu} \\
\Phi^{\mu \text{ trial}} = \frac{\|\mathbf{dev} \boldsymbol{\sigma}^{\mu \text{ trial}} - \boldsymbol{\beta}^{\mu \text{ trial}}\|^2}{2} - \frac{1}{3} \left[1 + f^{\mu \text{ trial}^2} - 2f^{\mu \text{ trial}} \cosh\left(\frac{3p^{\mu \text{ trial}}}{2\sigma_{y_o}^{\mu \text{ trial}}}\right) \right] \sigma_{y_o}^{\mu} \\
\boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu} = \boldsymbol{\beta}_n^{\mu} + \frac{2}{3} H^k \Delta\gamma^{\mu} \mathbf{N}_{n+1}^{\mu} - b \varepsilon_{n+1}^{\mu p} \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu}
\end{array} \right. \quad (3.25)$$

No Quadro 3.3 encontra-se resumido o procedimento de atualização das tensões para o modelo de Gurson com mecanismo de cisalhamento e endurecimento cinemático.

Quadro 3.3. Algoritmo de atualização das tensões e variáveis internas de da nova proposta na escala micro.

i) Determinar o estado tentativa: Dado um incremento de deformação, $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e \text{ trial}} = \boldsymbol{\varepsilon}_n^{\mu e} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu \text{ trial}} = \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e \text{ trial}}, \quad \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu \text{ trial}} = \boldsymbol{\beta}_n^{\mu},$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{\mu p \text{ trial}} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{\mu p \text{ trial}}, \quad f_{n+1}^{\mu \text{ trial}} = f_n^{\mu}$$

ii) Verificar a admissibilidade plástica:

$$\Phi^{\mu \text{ trial}} = \frac{\|\text{dev } \boldsymbol{\sigma}^{\mu \text{ trial}} - \boldsymbol{\beta}^{\mu \text{ trial}}\|^2}{2} - \frac{1}{3} \left[1 + f^{\mu \text{ trial}^2} - 2f^{\mu \text{ trial}} \mu \cosh \left(\frac{3p^{\mu \text{ trial}}}{2\sigma_{yo}^{\mu \text{ trial}}} \right) \right] \sigma_{yo}^{\mu \text{ trial}^2}$$

Se $\Phi^{\mu \text{ trial}} \leq 0$, então (passo elástico): $(*)_{n+1} = (*)_{n+1}^{\text{trial}}$,

Caso contrário, então (passo plástico): Algoritmo de retorno:

iii) Algoritmo de retorno: resolver o sistema de equações não-lineares (Newton-Raphson), tendo como variáveis: $\text{dev } \boldsymbol{\sigma}^{\mu \text{ trial}}, p_{n+1}^{\mu \text{ trial}}, f_{n+1}^{\mu}, \Delta \gamma^{\mu}$ e $\boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{dev } \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu} = \text{dev } \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{\mu \text{ trial}} - 2G\Delta\gamma^{\mu} \mathbf{N}_{d n+1}^{\mu} \\ p_{n+1}^{\mu} = p_{n+1}^{\mu \text{ trial}} + K\Delta\gamma^{\mu} \mathbf{N}_{v n+1}^{\mu} \\ f_{n+1}^{\mu} = f_n^{\mu} + K_M(1 - f_{n+1}^{\mu})\Delta\gamma^{\mu} f_{n+1}^{\mu} \sigma_{yo}^{\mu} \sinh \left(\frac{3p_{n+1}^{\mu}}{2\sigma_{yo}^{\mu}} \right) + K_D [q_4 f_{n+1}^{\mu} q_5 \varepsilon_{n+1}^{\mu p} \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mu p}] g_{o n+1}^{\mu}, \\ \Phi^{\mu \text{ trial}} = \frac{\|\text{dev } \boldsymbol{\sigma}^{\mu \text{ trial}} - \boldsymbol{\beta}^{\mu \text{ trial}}\|^2}{2} - \frac{1}{3} \left[1 + f^{\mu \text{ trial}^2} - 2f^{\mu \text{ trial}} \mu \cosh \left(\frac{3p^{\mu \text{ trial}}}{2\sigma_{yo}^{\mu \text{ trial}}} \right) \right] \sigma_{yo}^{\mu \text{ trial}^2} \\ \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu} = \boldsymbol{\beta}_n^{\mu} + \frac{2}{3} H^k \Delta\gamma^{\mu} \mathbf{N}_{n+1}^{\mu} - b \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{\mu p} \boldsymbol{\beta}_{n+1}^{\mu} \end{array} \right.,$$

iv) Atualizar outras variáveis internas

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e \text{ trial}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{\mu e} - \Delta\gamma^{\mu} \mathbf{N}_{n+1}^{\mu}$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{\mu p \text{ trial}} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^{\mu p} + \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mu p}$$

v) Fim.

Para resolver o sistema de equações pelo método de Newton Raphson, o sistema deve ser escrito como o seguinte sistema de equações residuais:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{dev \sigma_{n+1}} = dev \sigma_{n+1}^{\mu} - dev \sigma_{n+1}^{\mu \text{ trial}} + 2G\Delta\gamma^{\mu} N_{d n+1}^{\mu} \\ R_{p_{n+1}} = p_{n+1}^{\mu} - p_{n+1}^{\mu \text{ trial}} - K\Delta\gamma^{\mu} N_{v n+1}^{\mu} \\ R_{f_{n+1}} = f_{n+1}^{\mu} - f_n^{\mu} + K_M(1 - f_{n+1}^{\mu})\Delta\gamma^{\mu} f_{n+1}^{\mu} \sigma_{y_0}^{\mu} \sinh\left(\frac{3p_{n+1}^{\mu}}{2\sigma_{y_0}^{\mu}}\right) - K_D[q_4 f_{n+1}^{\mu} \varepsilon_{n+1}^{\mu p} \Delta\bar{\varepsilon}^{\mu p}] g_{o n+1}^{\mu}, \\ R_{\Delta\gamma} = \frac{\|dev \sigma_{n+1}^{\mu \text{ trial}} - \beta_{n+1}^{\mu \text{ trial}}\|^2}{2} - \frac{1}{3} \left[1 + f_{n+1}^{\mu \text{ trial}^2} - 2f_{n+1}^{\mu \text{ trial}} \mu \cosh\left(\frac{3p_{n+1}^{\mu \text{ trial}}}{2\sigma_{y_0}^{\mu \text{ trial}}}\right) \right] \sigma_{y_0}^{\mu \text{ trial}^2} \\ R_{\beta_{n+1}} = \beta_{n+1} - \beta_n^{\mu} - \frac{2}{3} H^k \Delta\gamma^{\mu} N_{n+1}^{\mu} + b \bar{\varepsilon}_{n+1}^{\mu p} \beta_{n+1}^{\mu} \end{array} \right. \quad (3.26)$$

Depois o sistema deve ser escrito na forma linearizada:

$$\left[\begin{array}{ccccc} \frac{\partial R_{dev \sigma_{n+1}}}{\partial dev \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{dev \sigma_{n+1}}}{\partial p_{n+1}} & \frac{\partial R_{dev \sigma_{n+1}}}{\partial f_{n+1}} & \frac{\partial R_{dev \sigma_{n+1}}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{dev \sigma_{n+1}}}{\partial \beta_{n+1}} \\ \frac{\partial R_{p_{n+1}}}{\partial p_{n+1}} & \frac{\partial R_{p_{n+1}}}{\partial p_{n+1}} & \frac{\partial R_{p_{n+1}}}{\partial p_{n+1}} & \frac{\partial R_{p_{n+1}}}{\partial p_{n+1}} & \frac{\partial R_{p_{n+1}}}{\partial p_{n+1}} \\ \frac{\partial R_{f_{n+1}}}{\partial f_{n+1}} & \frac{\partial R_{f_{n+1}}}{\partial f_{n+1}} & \frac{\partial R_{f_{n+1}}}{\partial f_{n+1}} & \frac{\partial R_{f_{n+1}}}{\partial f_{n+1}} & \frac{\partial R_{f_{n+1}}}{\partial f_{n+1}} \\ \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\beta_{n+1}}}{\partial \beta_{n+1}} & \frac{\partial R_{\beta_{n+1}}}{\partial \beta_{n+1}} & \frac{\partial R_{\beta_{n+1}}}{\partial \beta_{n+1}} & \frac{\partial R_{\beta_{n+1}}}{\partial \beta_{n+1}} & \frac{\partial R_{\beta_{n+1}}}{\partial \beta_{n+1}} \\ \frac{\partial dev \sigma_{n+1}}{\partial dev \sigma_{n+1}} & \frac{\partial dev \sigma_{n+1}}{\partial p_{n+1}} & \frac{\partial dev \sigma_{n+1}}{\partial f_{n+1}} & \frac{\partial dev \sigma_{n+1}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial dev \sigma_{n+1}}{\partial \beta_{n+1}} \end{array} \right]^k \left[\begin{array}{c} \delta dev \sigma_{n+1} \\ \delta p_{n+1} \\ \delta f_{n+1} \\ \delta \Delta\gamma \\ \delta \beta_{n+1} \end{array} \right]^{k+1} = - \left[\begin{array}{c} R_{dev \sigma_{n+1}} \\ R_{p_{n+1}} \\ R_{f_{n+1}} \\ R_{\Delta\gamma} \\ R_{\beta_{n+1}} \end{array} \right]^k \quad (3.27)$$

4. ENSAIOS EXPERIMENTAIS DE FADIGA POR FRETTING

Com a finalidade de dar aplicabilidade ao modelo proposto foram realizados 12 ensaios experimentais de fadiga por *fretting* com Alumínio 7050-T7451. Os quais foram simulados e comparados com resultados numéricos. Neste capítulo é relatado o procedimento experimental utilizado na realização dos testes de fadiga por fretting. Da mesma forma, são descritos os resultados dos experimentos, realizados com diferentes condições de carregamento, foram aplicadas três cargas normais, duas cargas axiais cíclicas de força alternada constante e foi usada a mesma carga média para todos os experimentos. Tendo assim um total de 6 tipos de experimento com uma repetição.

4.1 Procedimento Experimental

É importante antes da realização do ensaio verificar as dimensões das sapatas e o corpo de prova considerando uma tolerância de ± 1 ou 2%. Assim mesmo limpar as superfícies de importância no contato das superfícies. A aquisição de dados do ensaio será realizada no “*Station Manager*” onde será realizada a configuração de cargas do teste. Inicialmente são posicionados os atuadores da máquina para poder fazer a instalação do corpo de prova devidamente alinhado no sentido vertical. Logo após do corpo de prova, devem ser verificados os compartimentos das sapatas, instalando-as de forma manual em cada compartimento. São colocadas as duas sapatas nos seus compartimentos e instaladas as braçadeiras superiores parafusando-as manualmente, considerando que só deve haver contato entre os parafusos e o compartimento. Figura 4.1.

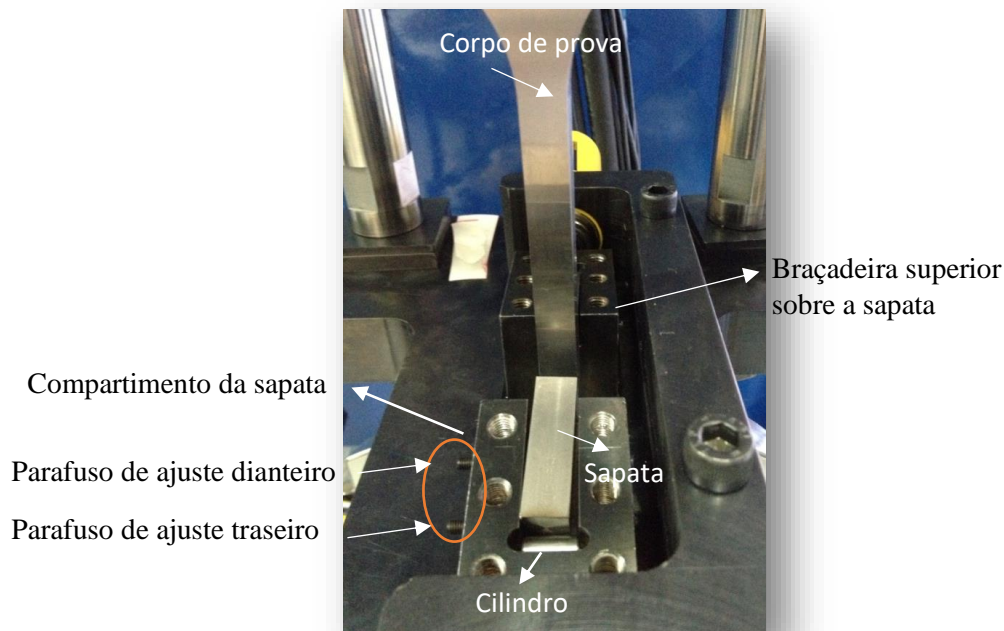


Figura 4.1 Instalação das sapatas

Logo após de ter instaladas as sapatas com as braçadeiras superiores da sapata pré-instaladas. Usa-se a bomba para colocar uma pressão baixa de aproximadamente 10 bar e fechando o parafuso de ajuste traseiro. Ao liberar a pressão pode-se verificar se o alinhamento está certo. Caso não estiver certo deve ser realizado o alinhamento com o parafuso de ajuste dianteiro. Com as sapatas pré-instaladas e o corpo de prova instalado, se precede a colocar a pressão nas garras que prendem o corpo de prova de 80 bar aproximadamente para alumínio. Ativar os intertravamentos de forças e deslocamentos, estabelecendo limites máximos de força e deslocamentos a fim de proteger a máquina. Uma vez ativados os intertravamentos pode ser aplicada a força média do experimento de forma gradual até alcançar o valor desejado. Terminar de alinhar as sapatas com a carga média aplicada.

Com as sapatas devidamente alinhadas aplicar a carga total normal com a bomba sobre as sapatas. Depois, abrir o “Test Setup” e configurar a aplicação da carga cíclica no atuador superior da máquina. Com todas as cargas aplicadas verificar a estabilidade do ensaio e esperar a separação do corpo de prova em duas partes para observar a vida.

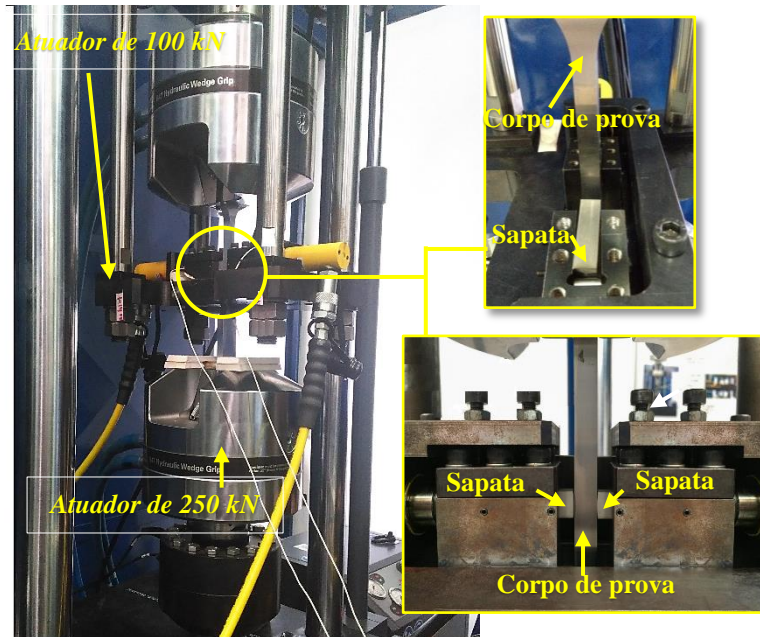


Figura 4.2. Máquina da MTS para a execução do ensaio de Fadiga por fretting.

4.2 Resultados dos ensaios experimentais

Foram realizados 6 tipos de ensaios experimentais de acordo com a configuração de cargas usada, foram usadas três cargas normais de contato, uma carga média e duas cargas com força alternada constante. O ensaio tipo 1 consiste em aplicar pressão de contato de 300 MPa, força média de 30690 N e uma força alternada de 7672 N, o ensaio tipo 2 consiste repetir o ensaio tipo 1 mudando apenas a força alternada para 9206 N, o ensaio tipo 3 consiste em aplicar pressão de contato de 405 MPa, força média de 30690 N e uma força alternada de 7672 N, o ensaio tipo 4 consiste em repetir o ensaio tipo 3 mudando apenas a força alternada para 9206 N, o ensaio tipo 5 consiste em aplicar pressão de contato de 500 MPa, força média de 30690 N e uma força alternada de 7672 N e o ensaio tipo 6 consiste em repetir o ensaio tipo 5 mudando apenas a força alternada para 9206 N. Os testes foram repetidos duas vezes para um total de 12.

Na Figura 4.3 é ilustrada a forma aplicação das forças no sistema simplificado usado na representação do ensaio experimental.

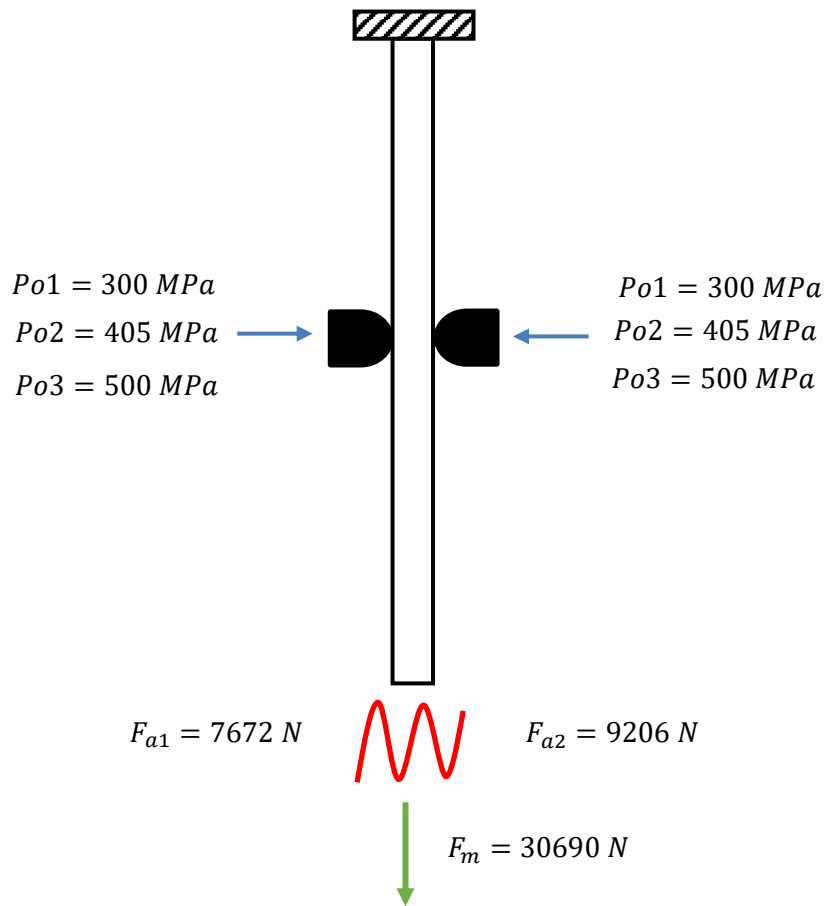


Figura 4.3. Cargas usadas nos ensaios Tipo1, Tipo 2, Tipo 3, Tipo 4, Tipo 5 e Tipo 6 da Tabela 4.1.

4.2.1 Resultados obtidos dos ensaios de fadiga por *fretting*

Após a realização dos 12 experimentos os resultados dos ensaios foram os seguintes:

Tabela 4.1 Resultados experimentais de vida à Fadiga por Fretting.

P (MPa)	F_m (N)	F_a (N)	N_{exp} (ciclos)
Ensaio Tipo 1			
300	30690	7672	72455
300	30690	7672	88323
Ensaio Tipo 2			
300	30690	9206	75700
300	30690	9206	82818
Ensaio Tipo 3			
405	30690	7672	134852
405	30690	7672	108636
Ensaio Tipo 4			
405	30690	9206	82982
405	30690	9206	87795
Ensaio Tipo 5			
500	30690	7672	103991
500	30690	7672	118024
Ensaio Tipo 6			
500	30690	9206	92496
500	30690	9206	86876

Nas Figuras 4.4 e 4.5, observa-se uma comparação dos resultados obtidos da vida à fadiga por *fretting* em relação à tensão de aperto usada nos ensaios. De forma geral observa-se que entre maior seja a tensão de aperto usada maior é a vida do corpo de prova.

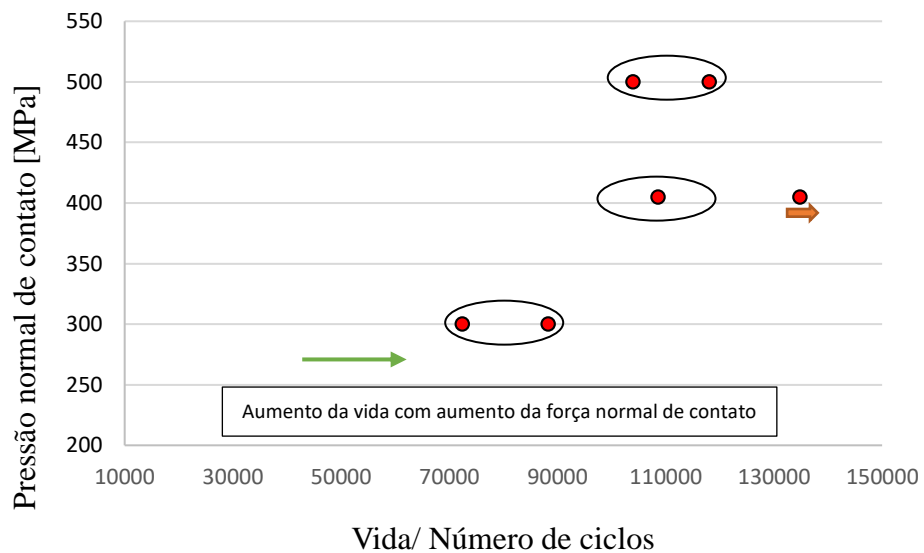


Figura 4.4. Comparação dos resultados dos Ensaio Ciclos/vida vs. Pressão de contato com força alternada de 7672 N.

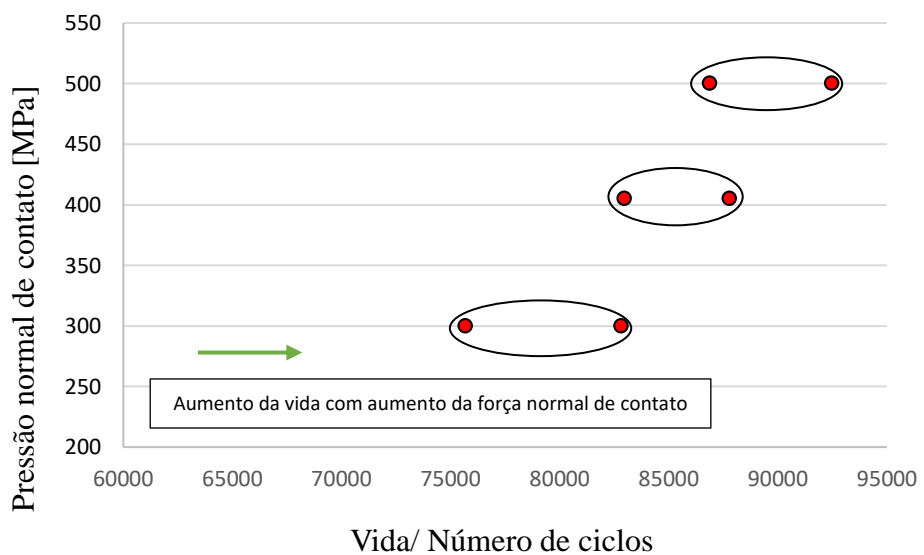


Figura 4.5. Comparação dos resultados dos Ensaio Ciclos/vida vs. Pressão de contato com força alternada de 9206 N.

Para os resultados anteriores se fez o cálculo da média aritmética como é mostrado na tabela 4.2.

Tabela 4.2. Cálculo da Média dos resultados.

Tipo de ensaio	Vida 1 (Ciclos)	Vida 2 (Ciclos)	Media (Ciclos)
1	88323	72455	80389
2	82818	75700	79259
3	134852	108636	121744
4	82982	87795	85389
5	103991	118024	111008
6	92496	86876	89686

Segundo os resultados dos ensaios experimentais podemos perceber que com maior força normal de contato aumenta-se a vida dos corpos de prova ensaiados. Isto porque as cargas compressivas endurecem o material, aumentando a resistência do mesmo. Consequentemente aumenta o regime elástico e diminui a ductilidade do mesmo. De outro lado nos ensaios com a mesma pressão de contato pero diferente força alternada, se observa que com maior força alternada a vida dos corpos de prova se reduz (Pressão de contato de 300 MPa ensaios 1 e 2, pressão e contato de 405MPa ensaios 3 e 4, pressão de contato de 500 MPa ensaios 5 e 6).

Foram tiradas fotografias das superfícies fraturadas dos corpos de prova. Uma por cada tensão normal de contato usadas no experimento. Na Figura 4.6 se mostram as áreas dúctil e frágil da amostra fraturada com pressão de contato de 300 MPa. A área de fratura dúctil foi calculada ponderando as duas áreas da respectiva Figura. Sendo assim, a área de fratura dúctil calculada foi de 114 mm².

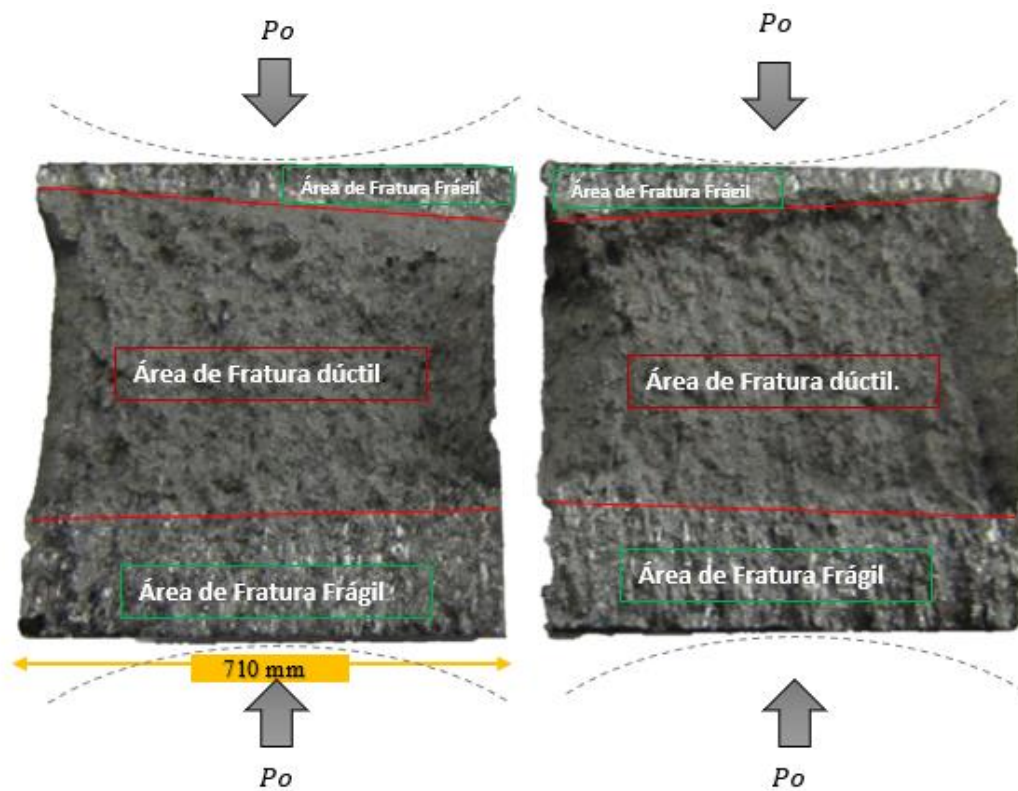


Figura 4.6. Amostra com pressão de contato de 300 MPa

Na Figura 4.7 se mostram as áreas dúctil e frágil para a amostra fraturada com pressão de contato de 405 MPa. A área de fratura dúctil foi calculada ponderando as duas áreas da respectiva Figura. Sendo assim a área de fratura dúctil calculada foi de 94,13 mm².

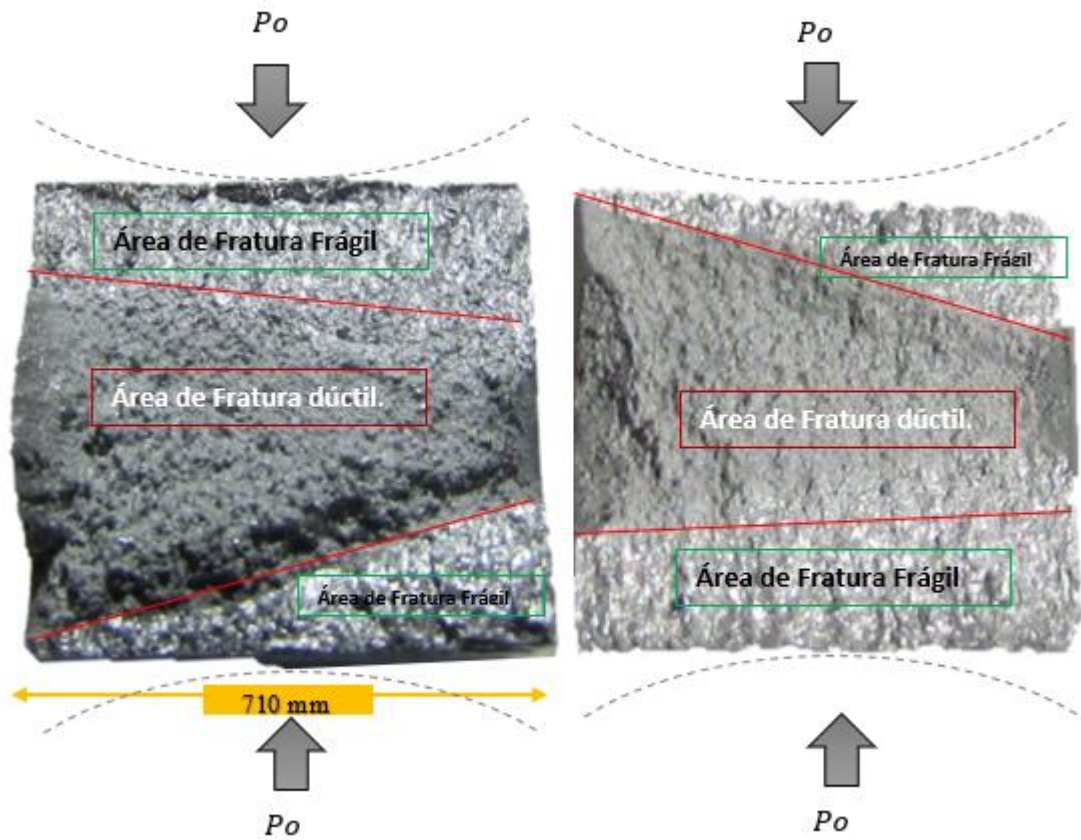


Figura 4.7. Amostra com pressão de contato de 405 MPa.

Na Figura 4.8 se mostram as áreas dúctil e frágil para a amostra fraturada com pressão de contato de 500 MPa. A área de fratura dúctil foi calculada ponderando as duas áreas da respectiva Figura. Sendo assim, a área de fratura dúctil calculada foi de 93,96 mm².

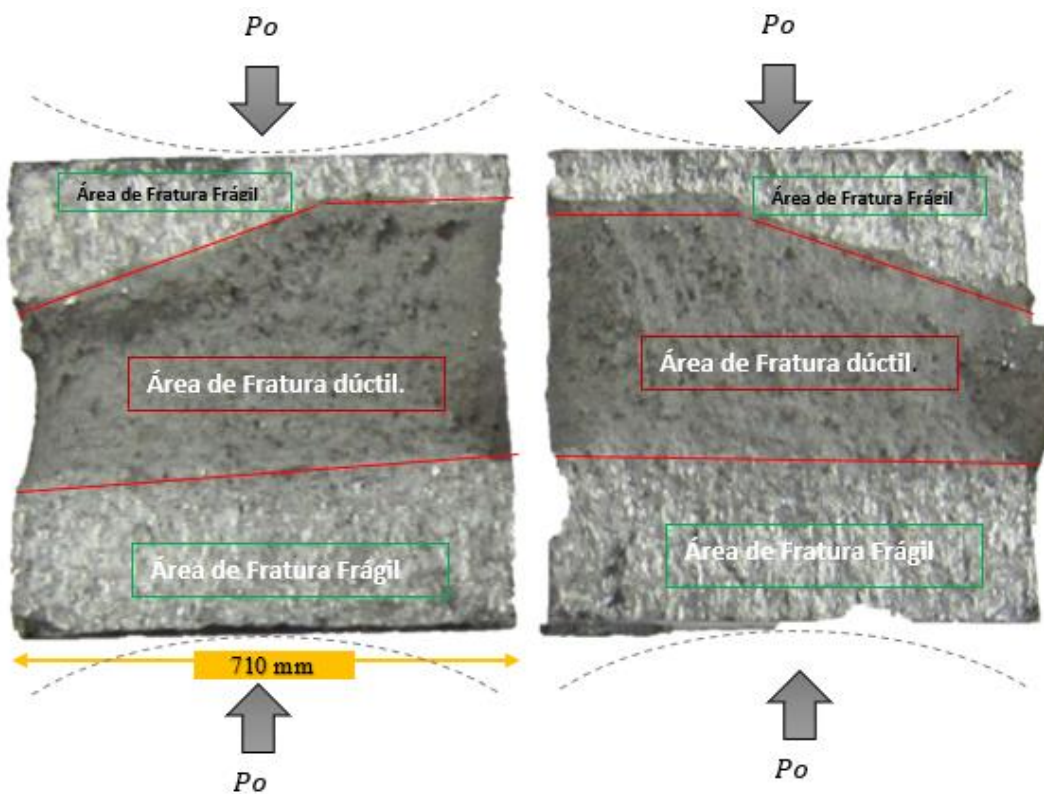


Figura 4.8. Amostra com pressão de contato de 500 MPa.

Pode-se observar que com o aumento de tensão de contato a área de fratura dúctil se faz menor. Das três Figuras anteriores se observa que para uma pressão de contato de 300 MPa a área de fratura dúctil é maior do que para a pressão de contato de 500 MPa. Contudo, o corpo de prova duro mais para pressão de contato de 500 MPa, comprovando assim, que a compressão no contato endurece o material, aumenta a resistência e diminuí a ductilidade do material.

Um dos trabalhos importantes é o trabalho feito por Warhadpande et al (2012) no qual foram testados dois modelos, um modelo puramente elástico e um outro modelo baseado no modelo de von Mises, este modelo inclui o efeito do tensor cinemático e uma variável de dano baseada na mecânica do contínuo. Com o primeiro modelo que é puramente elástico conclui-se que a propagação da trinca representa de um 60% a um 80% da vida total. Segundo o modelo testado levando em consideração a plasticidade se conclui que a propagação da trinca representa de um 15% a um 40% da vida, segundo a carga de contato usada. Com referência à carga normal aplicada no contato, os resultados experimentais mostram que para vidas entre 10^5 e 10^6 ciclos com maior tensão normal aplicada no contato é aumentada a vida dos corpos de prova.

Nas Figuras 4.9 e 4.10 são mostrados os resultados do ensaio de *fretting* nas faces fraturadas dos corpos de prova. Observa-se nas fotografias das figuras a aparição de marcas de praia o qual indica a iniciação de trincas nas regiões de contato dos corpos de prova com as sapatas. Estas marcas de praia aparecem quando há interrupções na propagação da trinca, estas interrupções segundo a configuração de cargas aplicadas no experimento, são devidas à ação de tensão normal no contato. Assim mesmo, a deformação plástica aparece na formação das marcas de praia produzindo endurecimento e evitando a propagação, justo em momentos de parada da máquina ou simplesmente quando a força alternada não é suficientemente alta para contribuir na propagação da trinca. Também visto as figuras resultado de fotografias do microscópio eletrônico de varredura, existem pontos de iniciação de trinca perto da superfície de contato para cada carga normal de contato aplicada.

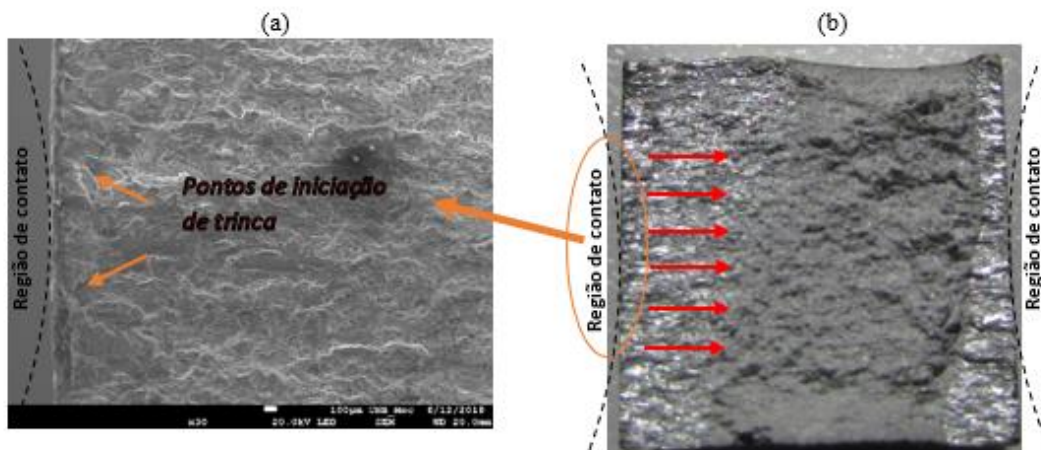


Figura 4.9. Aparição de pontos de iniciação de trincas nas bordas de superfícies fraturadas localizadas nos cantos da superfície de contato para a pressão normal de contato de 300 MPa. (a) fotografia tomada com microscópio eletrônico de Varredura.

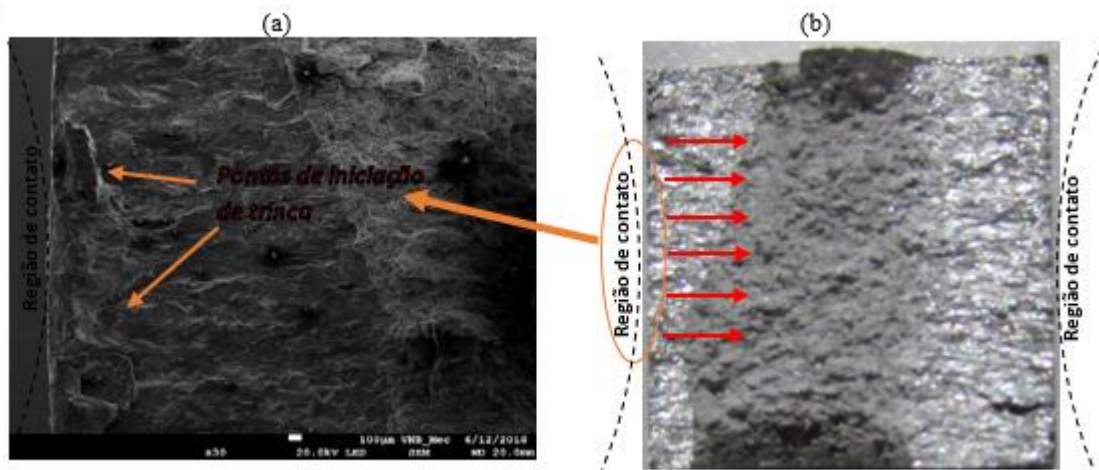


Figura 4.10. Aparição de pontos de iniciação de trincas nas bordas de superfícies fraturadas localizadas nos cantos da superfície de contato para a pressão normal de contato de 500 MPa. (a) fotografia tomada com microscópio eletrônico de Varredura

4.3 Hipóteses para o local de iniciação de trinca

Segundo os resultados de estudos experimentais feitos até o momento no alumínio 7050 -T7451, por Rossino (2008), Muñoz (2006) entre outros autores que realizaram pesquisas sobre outros materiais, pode-se dizer que o local de início da trinca é um fenômeno difícil de definir. No entanto, os estudos existentes estão realizados com tensões medias, alternadas e tensão normal de contato no regime elástico, a iniciação da trinca neste caso pode ser prevista perto da superfície de contato. Porém, no presente trabalho com a configuração de cargas saindo do regime elástico, se tem resultados nos que é difícil de prever o início da trinca, na maioria dos 12 corpos de prova ensaiados. A área de fratura dúctil se encontra no meio do canto fraturado sobre tudo para pressão normal de contato de 500 MPa e 400 MPa. Além disso, existem outras superfícies fraturadas nas que a área de fratura dúctil está muito próxima da superfície de contato e como se mostra na Figura 4.9. Também observa-se na Figura 4.9 que há marcas de praia na superfície fraturada localizadas perto da superfície de contato e pontos de início de trinca. Então, segundo estes resultados existe a possibilidade do início da trinca tanto no médio do corpo de prova quanto na superfície do contato.

Para a realização de estudos numéricos no caso das cargas estudadas é preciso definir o ponto do início da trinca, por isso são definidas as seguintes três hipóteses:

1. O início da trinca está perto da superfície de contato, como foi dito para o caso de cargas no regime elástico baseada em estudos existentes.
2. O início da trinca pode ser dado tanto na superfície quanto no centro do corpo de prova, segundo o observado no experimento do presente trabalho.
3. O início da trinca está no centro do corpo de prova, como é justificado mais na frente nas simulações numéricas feitas com as cargas usadas em este trabalho.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo são apresentados os resultados de vida calculada através da formulação proposta, comparada a vida observada em laboratório. Para isto, inicialmente são calibrados os parâmetros do material quanto as suas propriedades monotônicas, cíclicas e de dano. Posteriormente é observado o desempenho da formulação proposta quanto a capacidade de previsão de vida à fadiga, considerando ensaios realizados em corpos de prova convencionais. Por fim, a formulação proposta é testada quanto a capacidade de previsão de vida à fadiga por *fretting*, bem como a capacidade de determinar o correto local de iniciação da trinca de fadiga.

5.1 Calibração dos parâmetros do material

Na determinação dos parâmetros do material, quanto as propriedades monotônicas, são identificados o módulo de elasticidade, E , limite de escoamento inicial monotônico, σ_{y0}^m , curva de endurecimento isotrópico, $\sigma_{y0}^m = \sigma_{y0}^m(\bar{\epsilon}^p)$, alongamento percentual máximo, AL e limite de resistência, σ_R . Já nas propriedades cíclicas, são determinados o limite de escoamento inicial cíclico, σ_{y0}^c , curva de endurecimento cinemático, $\sigma_{y0}^c = \sigma_{y0}^c(\bar{\epsilon}^p)$ e o limite de fadiga, σ_f . Por fim, para os parâmetros de dano, são identificados a fração de defeitos inicial, f_0 , o dano crítico, D_{cr} , e os parâmetros K_D e K_M .

5.1.1 Determinação dos parâmetros monotônicos

Para comprovar a calibração dos parâmetros monotônicos realizados por Rossino (2008), realizou-se um ensaio de tração em corpo de prova convencional. O ensaio foi conduzido sob controle de deformação até a fratura, considerando um extensômetro de 25 mm de comprimento útil. A Figura 5.1 mostra a geometria do corpo de prova utilizado.

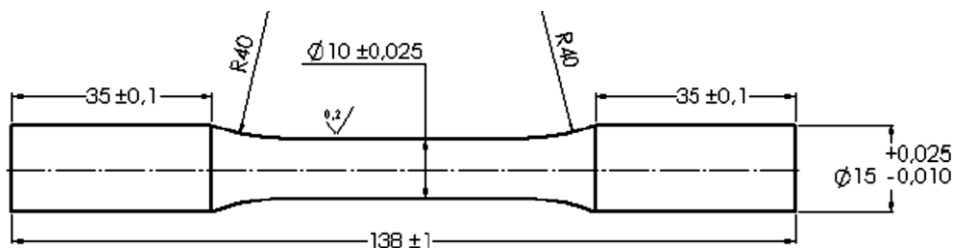


Figura 5.1. Geometria do corpo de prova de tração.

Neste contexto, a seguinte curva de reação foi determinada experimentalmente (ver Figura 5.2) e, com base em seu comportamento, os parâmetros elásticos contidos na Tabelas 5.1 foram calculados.

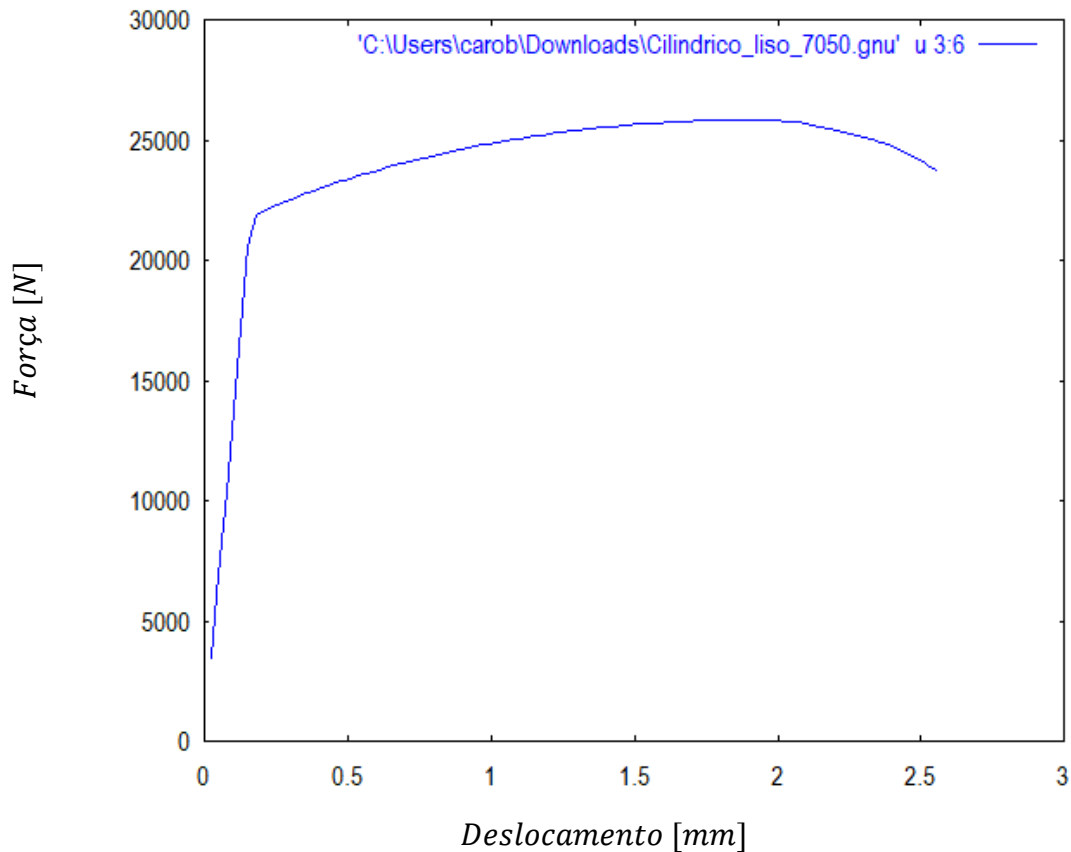


Figura 5.2. Curva de reação obtida para a liga de alumínio 7050.

Tabela 5.1. Parâmetros elásticos para a liga de alumínio 7050.

Propriedade	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de Elasticidade	E	73400	MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0,33	-
Limite de escoamento inicial	σ_{y0}^m	436	MPa
Alongamento percentual máximo	AL	11,2	%
Limite de resistência	σ_R	536	MPa

Para determinação da curva isotrópica de endurecimento do material, foi utilizado um método inverso de identificação paramétrica, levando como base, a Equação de Kleinermann (2000).

$$\sigma_y^m = \sigma_{y0}^m + \omega \bar{\epsilon}^p + (\sigma_\infty - \sigma_{y0}^m)(1 - \exp(-\delta \bar{\epsilon}^p)) \quad (5.1)$$

onde σ_y^m representa a curva de encruamento isotrópica do material, σ_{y0}^m é o limite de escoamento inicial monotônico e o conjunto ω , σ_∞ e δ são parâmetros de ajuste da curva. Assim, a Tabela 5.2 contém os parâmetros da equação de Kleinermann que define a curva de encruamento da liga de alumínio 7050.

Tabela 5.2. Parâmetros de ajuste para a curva de Kleinermann.

Parâmetro	Valor	Unidade
ω	1500	<i>MPa</i>
σ_∞	901,5	<i>MPa</i>
δ	9,4	-

5.1.2 Determinação de parâmetros cíclicos

Para determinação da curva de encruamento cíclica, foram utilizados os dados obtidos experimentalmente por Fabara (2016), onde foram realizados diversos ensaios cíclicos, sob carregamento axial, com razão de deformação igual a -1. A Figura 5.3 mostra os dados retirados da literatura.

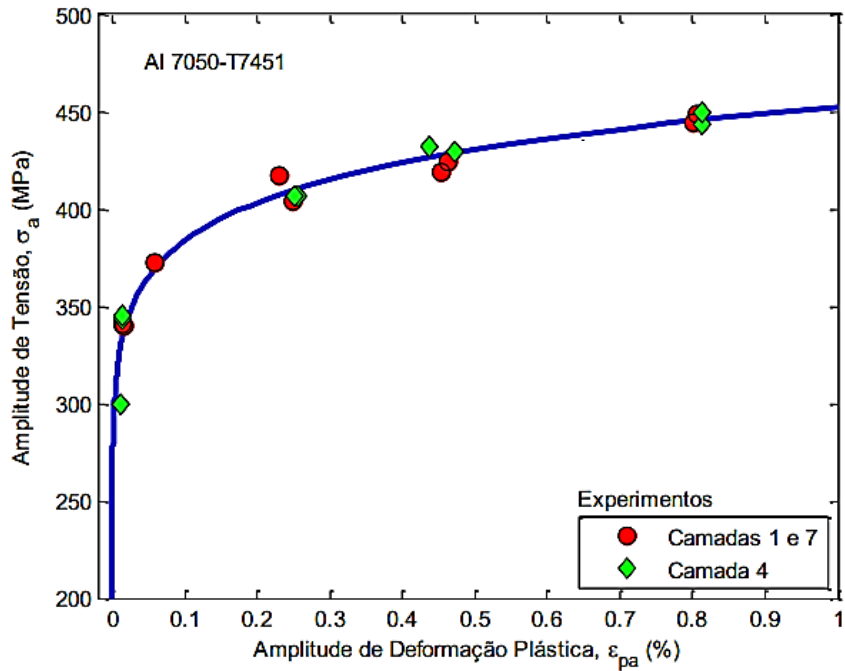


Figura 5.3. Dados experimentais obtidos por Fabara (2016).

Tais dados experimentais foram então utilizados inicialmente para se determinar o limite de escoamento cíclico e os parâmetros para a curva de potência de Ramberg-Osgood, onde são demonstrados através da Figura 5.4 e Tabela 5.3.

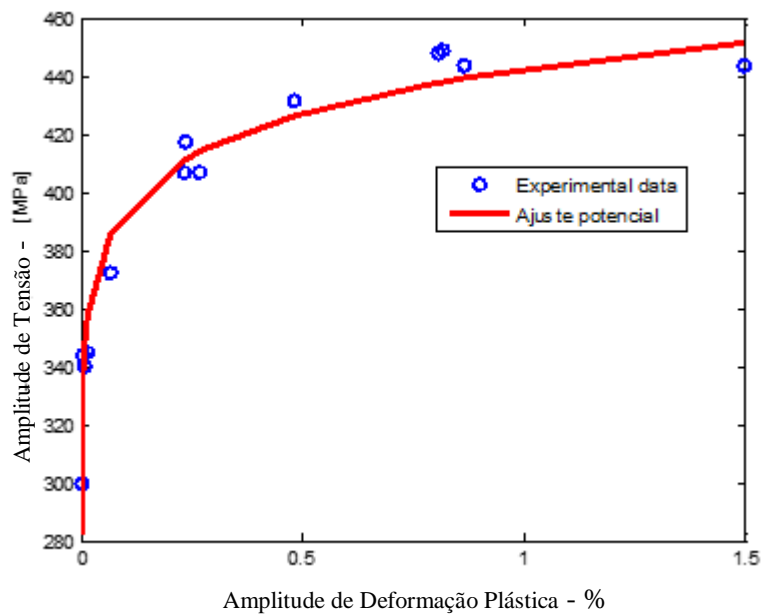


Figura 5.4. Ajuste de curva para obtenção dos parâmetros para a equação de potência de Ramberg-Osgood.

Tabela 5.3. Parâmetros cíclicos para a equação de potência.

Descrição	Símbolo	Valor	Unidade
Limite de escoamento inicial cíclico	σ_{y0}^c	306,7	MPa
Coefficiente de endurecimento cíclico	K'	442,7	MPa
Expoente de endurecimento cíclico	n'	0,0506	-

Contudo, para utilização do modelo constitutivo proposto, houve a necessidade de se determinar os parâmetros para a equação de evolução das tensões cinemática, de acordo com Armstrong & Frederick. Para isso, foi utilizada a equação que representa a integral analítica da equação de evolução de β , proposto por Chaboche (1986).

$$\sigma_y^c = \sigma_{y0}^c + \frac{H^k}{b} \tan(H^k \bar{\epsilon}^p) \quad (5.2)$$

onde σ_y^c representa a curva de endurecimento cíclico do material, σ_{y0}^c é o limite de escoamento inicial, H^k é o módulo de endurecimento cíclico e b é o termo de saturação da curva de encruamento cinemático de Armstrong & Frederick. Assim, a Tabela 5.4 apresenta os parâmetros obtidos através de um procedimento de ajuste entre a equação de potência de Ramberg-Osgood e a Equação 5.2.

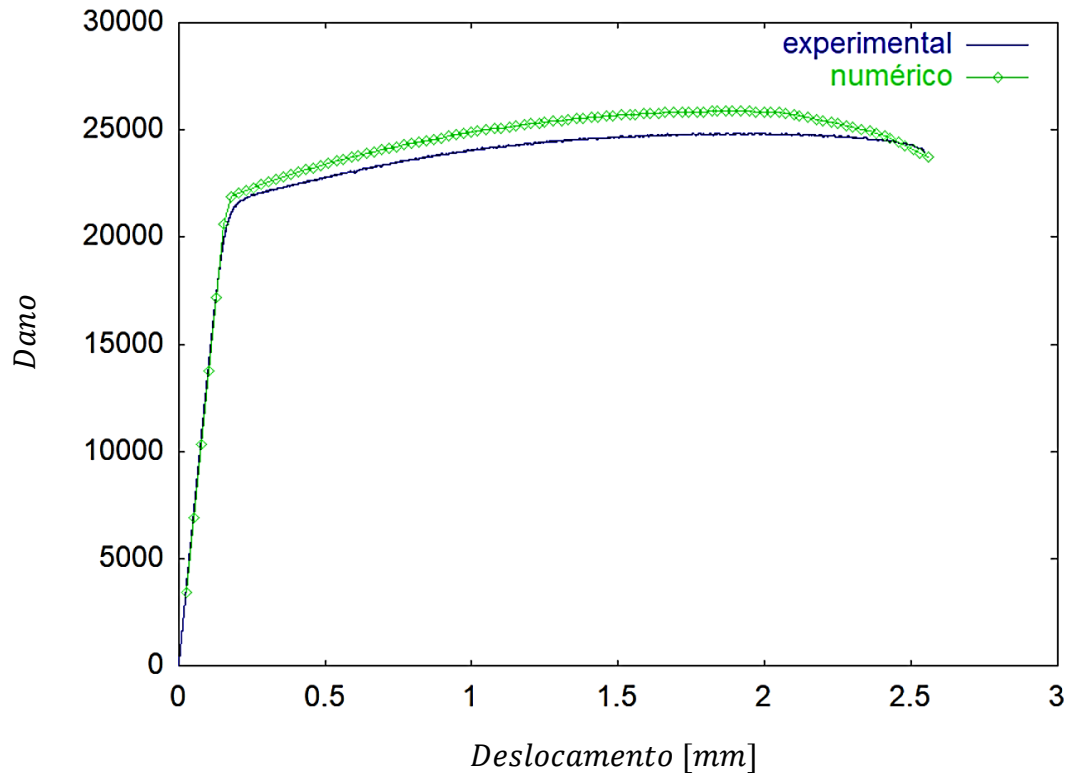
Tabela 5.4. Parâmetros para a equação de Armstrong & Frederick.

Descrição	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de endurecimento cinemático	H^k	6035,6	MPa
Saturação	b	100,88	-

5.1.3 Determinação de parâmetros de dano

Nesta etapa do processo de calibração dos parâmetros do material requeridos pelo modelo constitutivo proposto, são identificados a fração de defeitos inicial, f_0 , o dano crítico, D_{cr} , e os parâmetros K_D e K_M . Assim, para determinação dos parâmetros f_0 e D_{cr} ,

utilizou-se os resultados do ensaio de tração monotônico, mostrado na Figura 5.2. Neste sentido, novamente, foi utilizado um processo de identificação paramétrica, onde são sugeridos valores de f_0 e D_{cr} , até o instante onde a curva de reação numericamente determinada, coincide com a curva experimental. A Figura 5.5 mostra o resultado final do processo de identificação dos parâmetros.



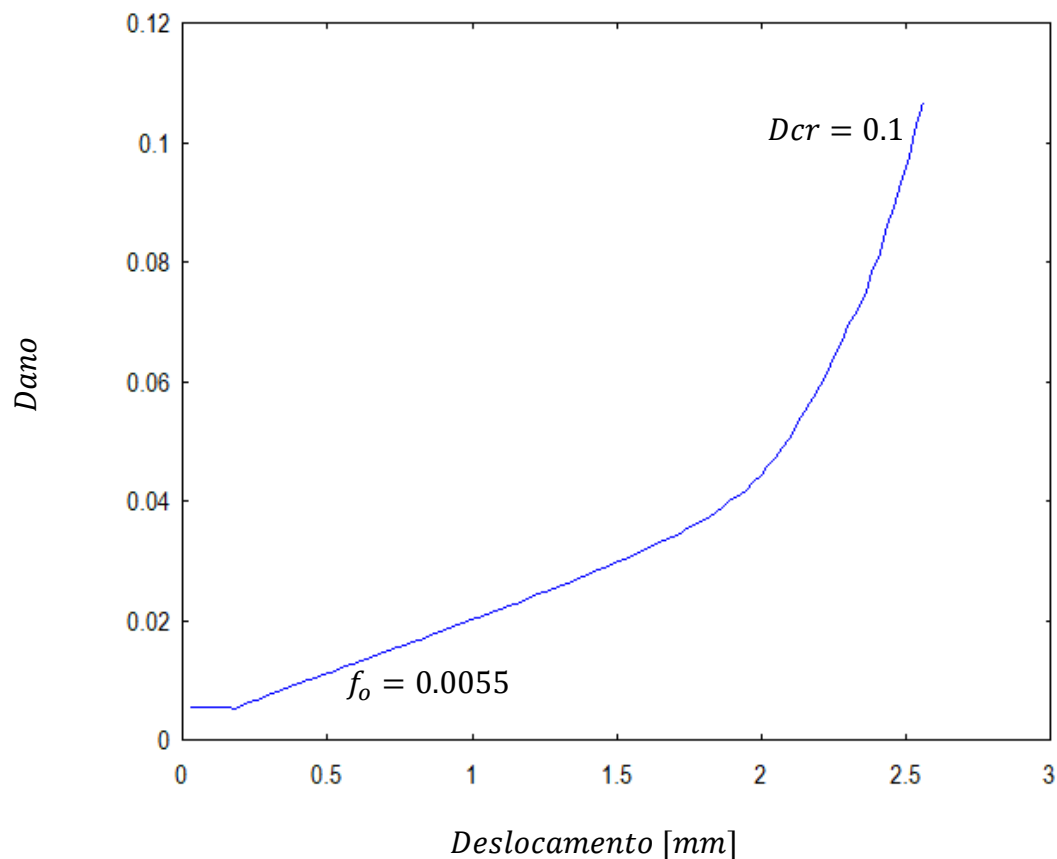


Figura 5.5. Curva de reação e evolução do dano no processo de identificação paramétrica.

Contudo, para calibração dos parâmetros K_D e K_M , requeridos na lei de evolução do dano proposto no trabalho, foram utilizados dados experimentais da literatura, obtidos por Sá (2017), onde foram conduzidos experimentos sob controle de tensão, considerando carregamentos axial, torcional e axial-torcional.

Para calibração do parâmetro K_D são utilizados dados de amplitude de tensão e vida, obtidos através de carregamentos torcionais. Este parâmetro é responsável pela taxa de evolução da contribuição cisalhante da lei de evolução do dano (ver Equação 3.3). O processo de identificação do valor ótimo deste parâmetro se dá através da sugestão de valores que obrigue o modelo constitutivo a calcular valores de vida próximo ao experimentalmente observado, no instante em que se atinge o valor de dano crítico calibrado anteriormente. A Figura 5.6 mostra o exemplo de amplitude de tensão aplicada e vida calculada para calibração do valor de K_D .

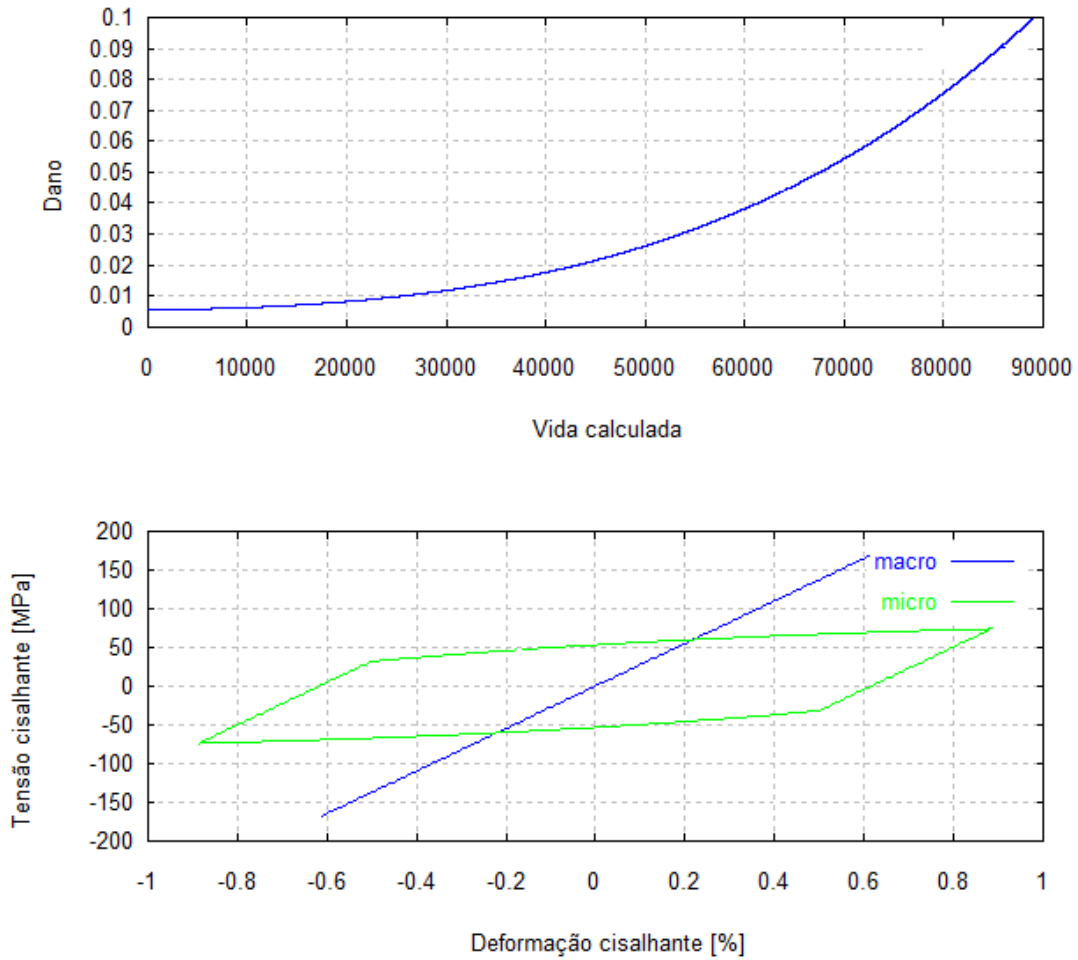


Figura 5.6. Calibração do parâmetro de dano K_D , através de uma trajetória de tensão cisalhante.

Para calibração do parâmetro K_M são utilizados dados de amplitude de tensão e vida, obtidos através de carregamentos axiais. Este parâmetro é responsável pela distinção entre a taxa de evolução do dano em tração e compressão (ver Equação 3.2). O processo de identificação do valor ótimo deste parâmetro também se dá através da sugestão de valores que obrigue o modelo constitutivo a calcular valores de vida próximo ao experimentalmente observado, no instante em que se atinge o valor de dano crítico calibrado. A Figura 5.7 mostra o exemplo de amplitude de tensão aplicada e vida calculada para calibração do valor de K_M .

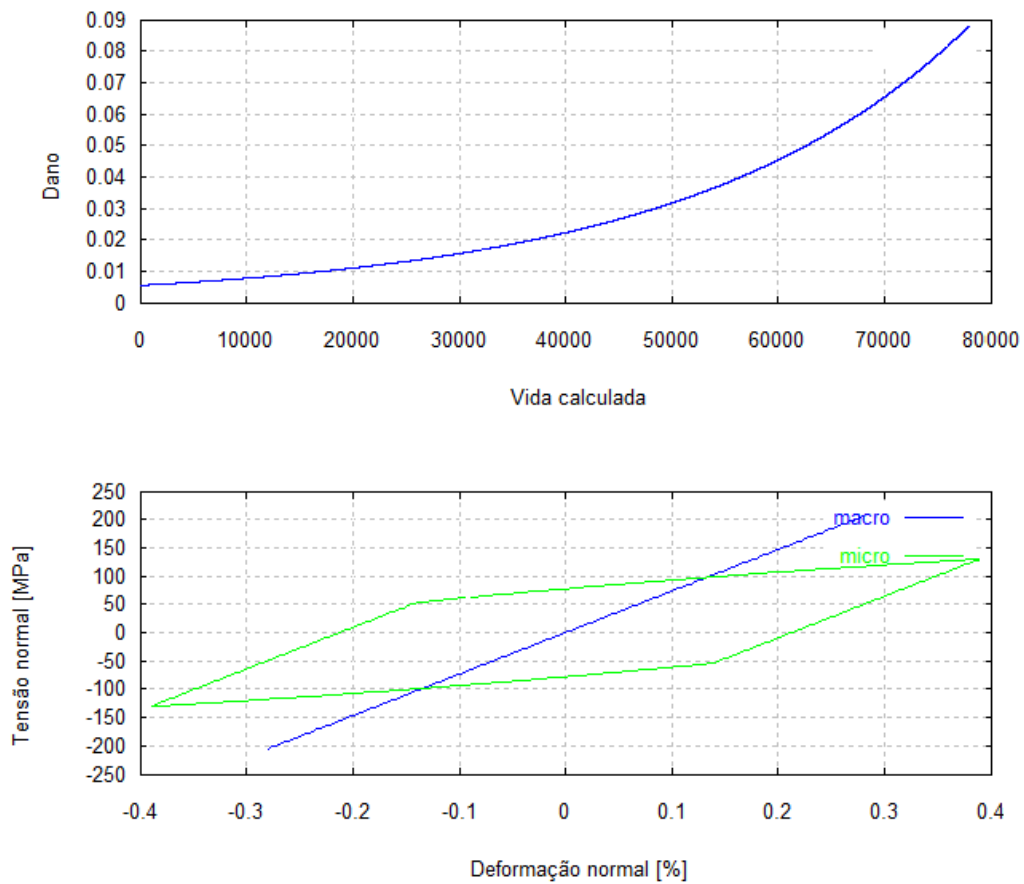


Figura 5.7. Calibração do parâmetro de dano K_M , através de uma trajetória de tensão normal.

Na figura 5.8 é apresentado um fluxograma que descreve o processo de calibração dos parâmetros K_M e K_D . Para cada amplitude de deformação, é seguido o mesmo processo e os valores para K_M e K_D são ponderados ao final e assim obtidos os valores únicos para K_M e K_D .

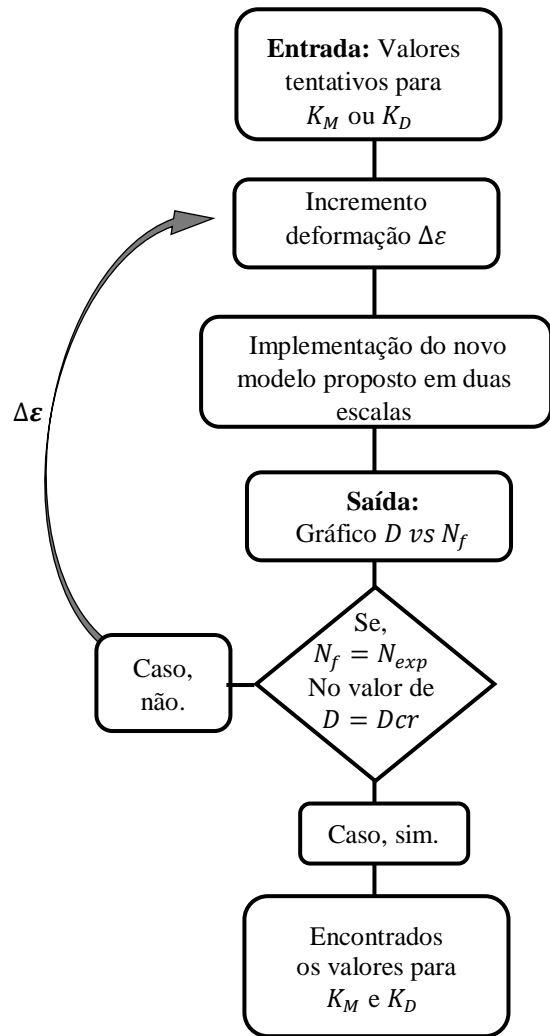


Figura 5.8 Fluxograma para determinar K_M e K_D .

Assim, a Tabela 5.5 apresenta os valores de K_D e K_M médios obtidos para cinco amplitudes de tensão normal e seis amplitudes de tensão cisalhante aplicadas no processo.

Tabela 5.5. Dados calibrados para os parâmetros de dano.

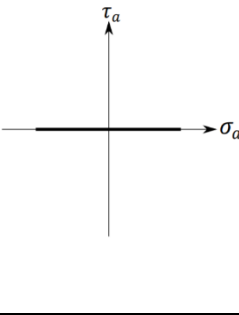
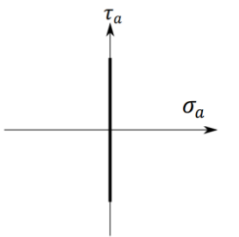
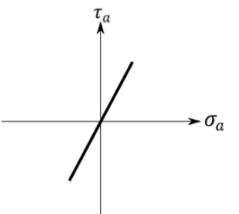
Descrição	Símbolo	Valor	Unidade
Fração inicial de defeitos	f_0	0,0055	-
Dano crítico	D_{cr}	0,10	-
Parâmetro de aceleração da taxa de evolução do dano cisalhante	K_D	$5 \cdot 10^{-8}$	-
Parâmetro de distinção da evolução do dano em tração e compressão	K_M Tração	1,0	-
	K_M Compressão	0,2	-

5.2 Desempenho do modelo com relação a dados experimentais em corpos de prova

Para se testar a capacidade preditiva do modelo proposto, foram utilizados inicialmente dados experimentais de fadiga em corpos de prova convencionais. Tais dados foram gerados por Sá (2017), sob condições de carregamento axial (trajetória A), torcional (trajetória B) e multiaxial proporcional axial-torcional (trajetória C). Os ensaios experimentais propostos por Sá (2017) foram conduzidos sob controle de tensão e a Tabela 5.6 apresenta as amplitudes de tensão normal e cisalhante aplicadas, bem como a vida a fadiga experimentalmente observada.

Tabela 5.6. Dados experimentais retirados da literatura, Sá (2017)

Trajetória	σ_a [MPa]	τ_a [MPa]	ε_a [%]	γ_a [%]	N_{exp}
A	205	0	0,28	0	78000
	205	0	0,28	0	45800
	180	0	0,25	0	65700
	180	0	0,25	0	52600
	180	0	0,25	0	94900
	180	0	0,25	0	54500

	146	0	0,20	0	213000
	146	0	0,20	0	145000
	129	0	0,18	0	300000
	112	0	0,15	0	292000
	112	0	0,15	0	1270000
<p style="text-align: center;">B</p> 	0	173,21	0	0,61	89000
	0	173,21	0	0,61	53600
	0	118,35	0	0,42	368000
	0	108,63	0	0,38	645000
	0	108,63	0	0,38	500000
	0	86,60	0	0,31	3240000
	0	86,60	0	0,31	2760000
	0	86,60	0	0,31	2420000
	0	86,60	0	0,31	2070000
	0	79,67	0	0,28	2500000
	0	79,67	0	0,28	2350000
	0	79,67	0	0,28	1740000
	0	67,72	0	0,24	1740000
	0	67,72	0	0,24	6230000
	0	67,72	0	0,24	9470000
0	67,72	0	0,24	5110000	
<p style="text-align: center;">C</p> 	121,90	61	0,17	0,22	230000
	64,60	106,60	0,09	0,38	247000
	57,50	115	0,08	0,41	212000
	53,50	88,20	0,07	0,31	1470000
	47,50	78,30	0,06	0,28	2500000

Neste contexto, para a trajetória de carregamento A, foram impostas as amplitudes de deformação normal da Tabela 5.6 e, através do modelo constitutivo proposto, calculou-se a quantidade de ciclos necessários para se atingir o nível de dano crítico calibrado.

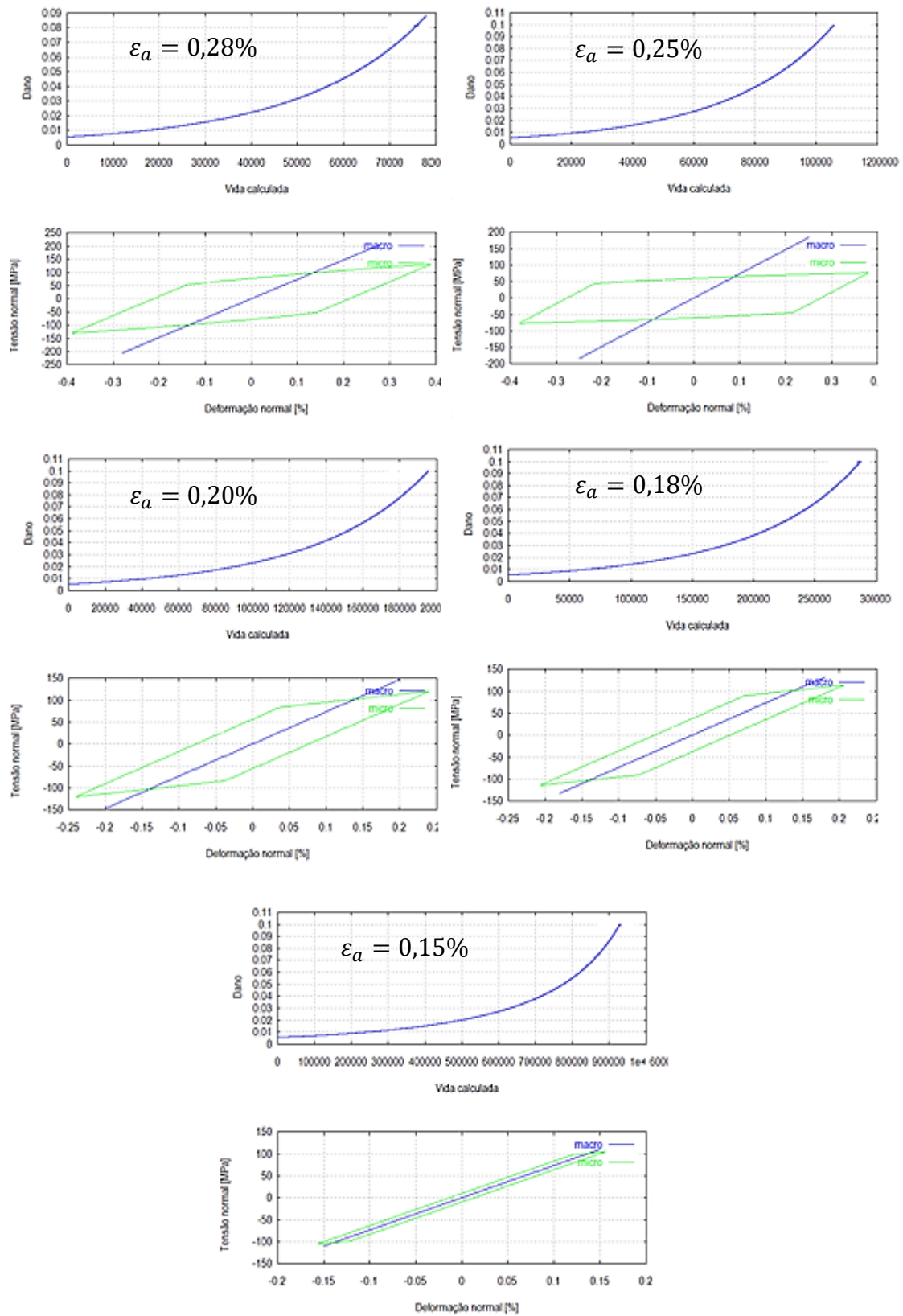


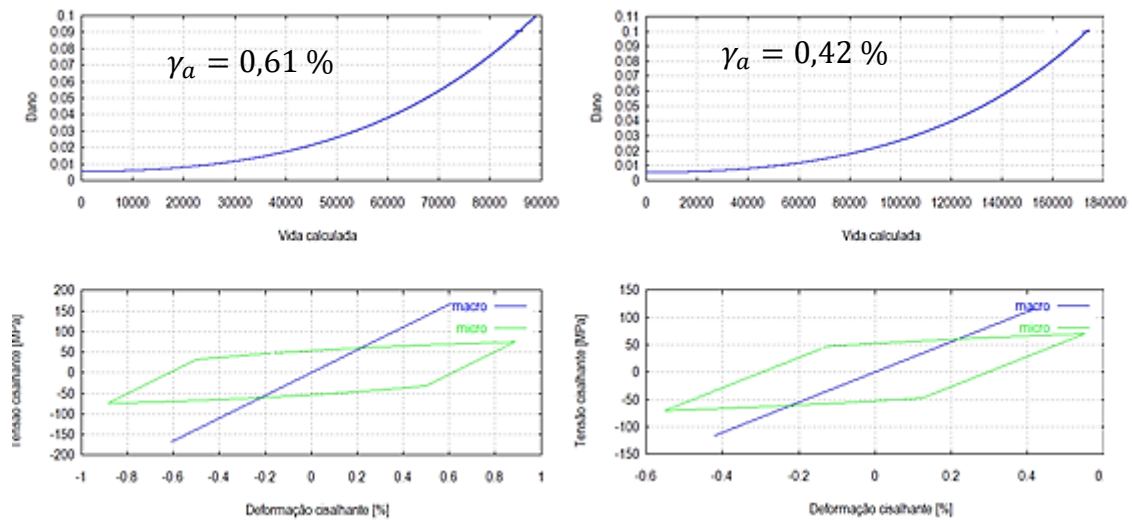
Figura 5.9. Evolução do dano e relação tensão versus deformação normal na micro e macro escalas.

Na Tabela 5.7 são apresentados os dados de vida calculada, através do modelo proposto, para as cinco amplitudes de deformação da trajetória A.

Tabela 5.7. Vida calculada para as amplitudes de tensão/deformação da trajetória A.

σ_a [MPa]	ε_a [%]	$N_{calculada}$
205	0,28	81000
180	0,25	105000
146	0,20	190000
129	0,18	295000
112	0,15	920000

Para a trajetória de carregamento B, foram impostas as amplitudes de deformação cisalhante observadas na Tabela 5.6 e novamente se calculou a quantidade de ciclos necessários para se atingir o nível de dano crítico calibrado. A Figura 5.10 apresenta a evolução do dano e as relações de tensão e deformação cisalhante obtidas para a macro e microescalas.



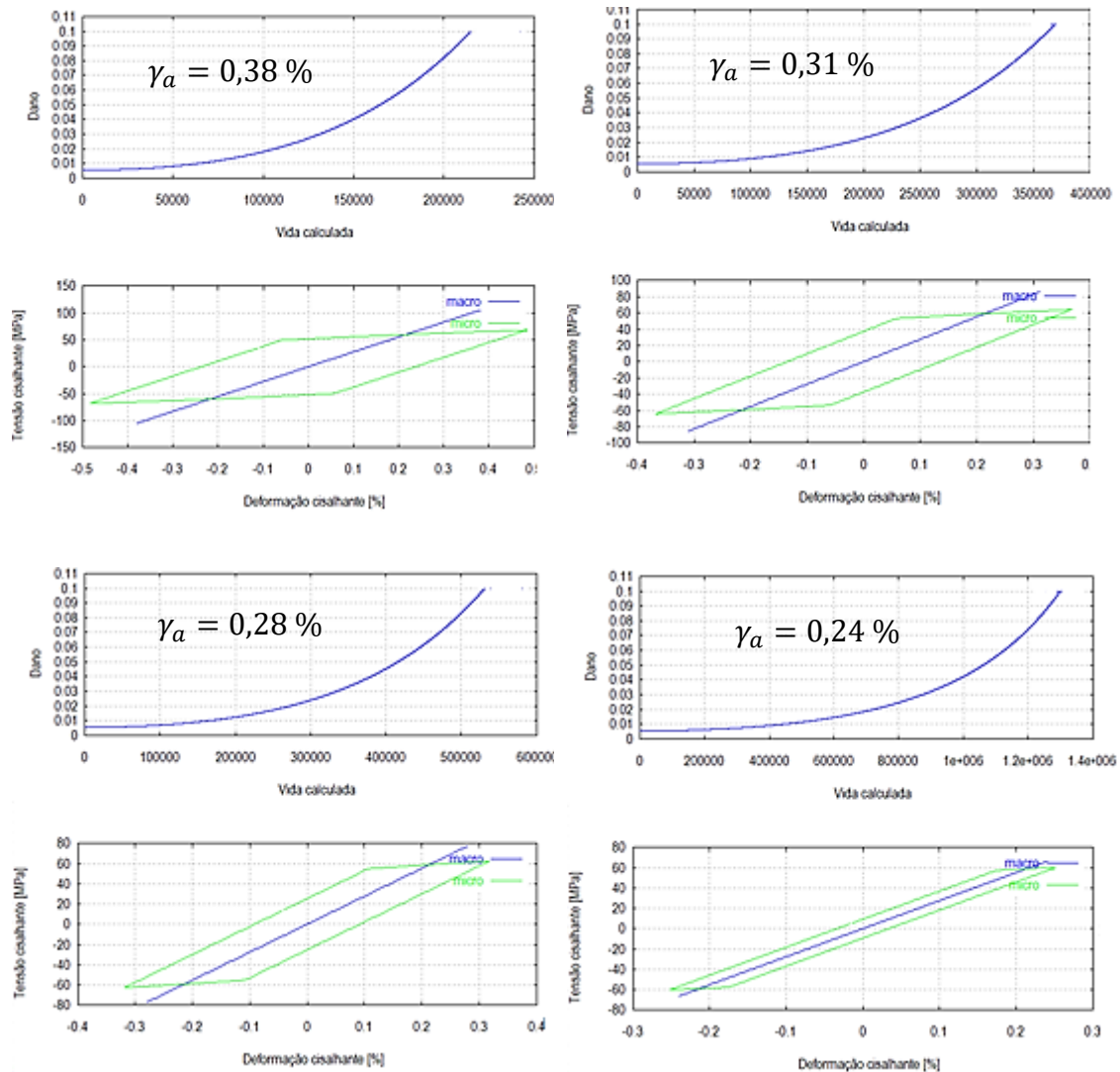


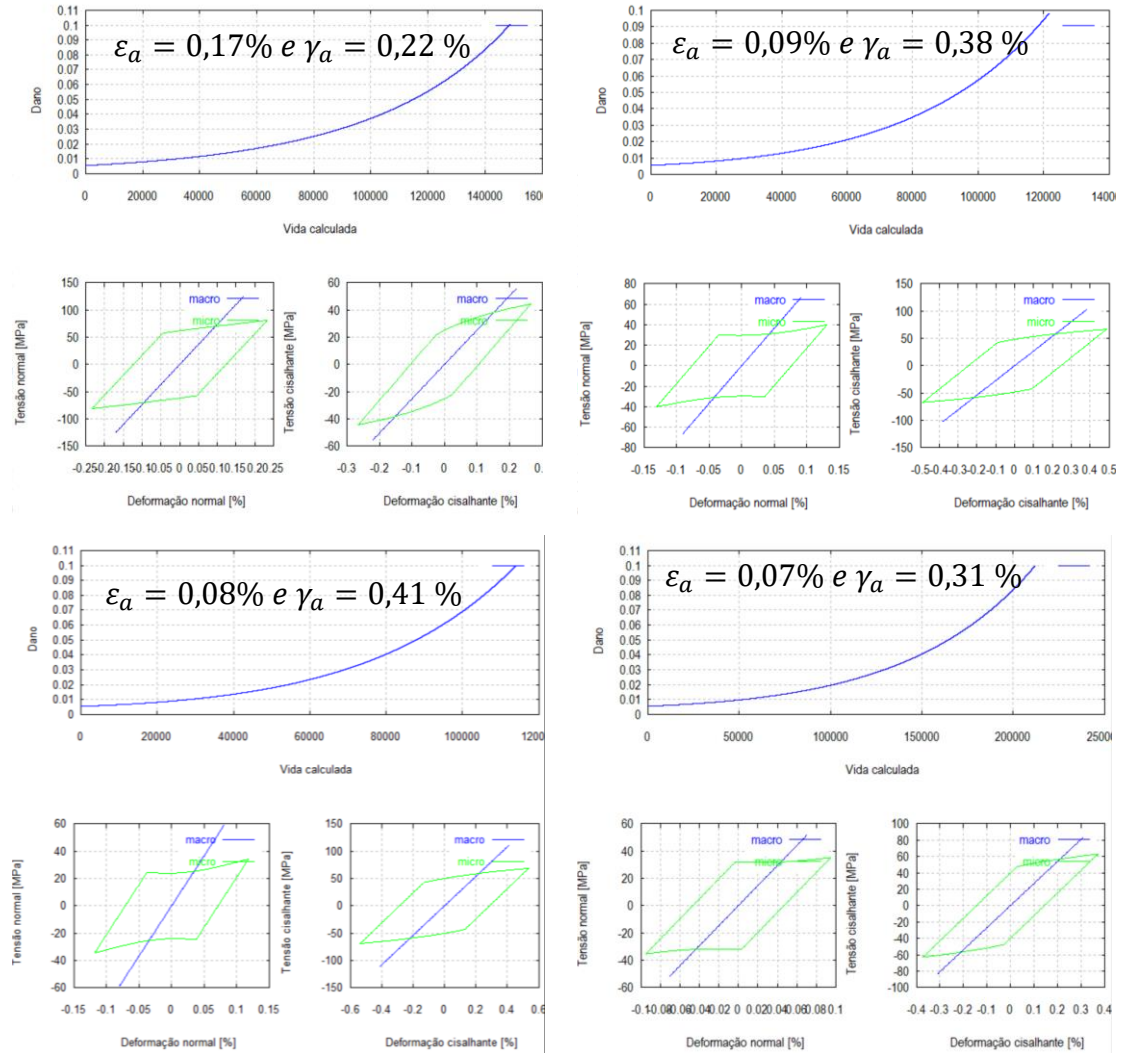
Figura 5.10. Evolução do dano e relação tensão versus deformação cisalhante na micro e macro escalas.

Na Tabela 5.8 são apresentados os dados de vida calculada, através do modelo proposto, para as seis amplitudes de deformação da trajetória B.

Tabela 5.8. Vida calculada para as amplitudes de tensão/deformação da trajetória B.

τ_a [MPa]	γ_a [%]	$N_{calculada}$
173,21	0,61	85000
118,35	0,42	173000
108,63	0,38	215000
86,60	0,31	369000
79,67	0,28	532000
67,72	0,24	1300000

Por fim, para a trajetória C, foram impostas as amplitudes de deformação normal e cisalhante, de acordo com a Tabela 5.6 e novamente se calculou a quantidade de ciclos necessários para se atingir o nível de dano crítico calibrado. A Figura 5.11 apresenta a evolução do dano e as relações de tensão e deformação normal e cisalhante obtidas para a macro e microescalas.



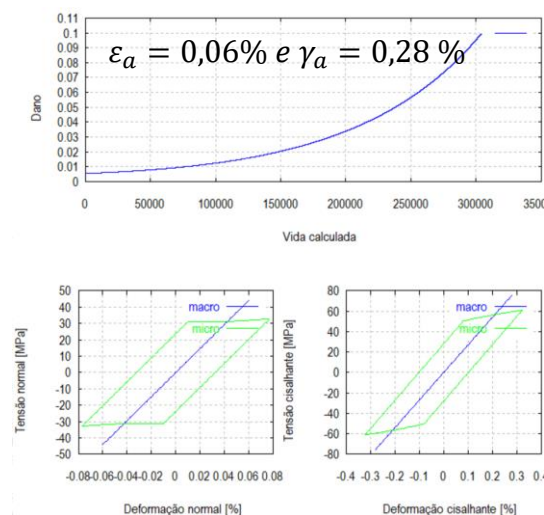


Figura 5.11. Evolução do dano e relação tensão versus deformação normal e cisalhante na micro e macro escalas.

Na Tabela 5.9 são apresentados os dados de vida calculada, através do modelo proposto, para as cinco amplitudes de deformação da trajetória C.

Tabela 5.9. Vida calculada para as amplitudes de tensão/deformação da trajetória C.

σ_a [MPa]	τ_a [MPa]	ε_a [%]	γ_a [%]	$N_{calculada}$
121,90	61	0,17	0,22	149000
64,60	106,6	0,09	0,38	120000
57,30	115	0,08	0,41	114000
53,53	88,20	0,07	0,31	210000
47,50	78,30	0,06	0,28	300000

A Figura 5.12 apresenta o diagrama vida-vida para os pontos das trajetórias A, B e C. São observadas as vidas experimentais da Tabela 5.6 e as vidas calculadas contidas nas Tabelas 5.7, 5.8 e 5.9. Consideram-se fatores de análise de dispersão iguais a 2 e 4 para a construção do diagrama.

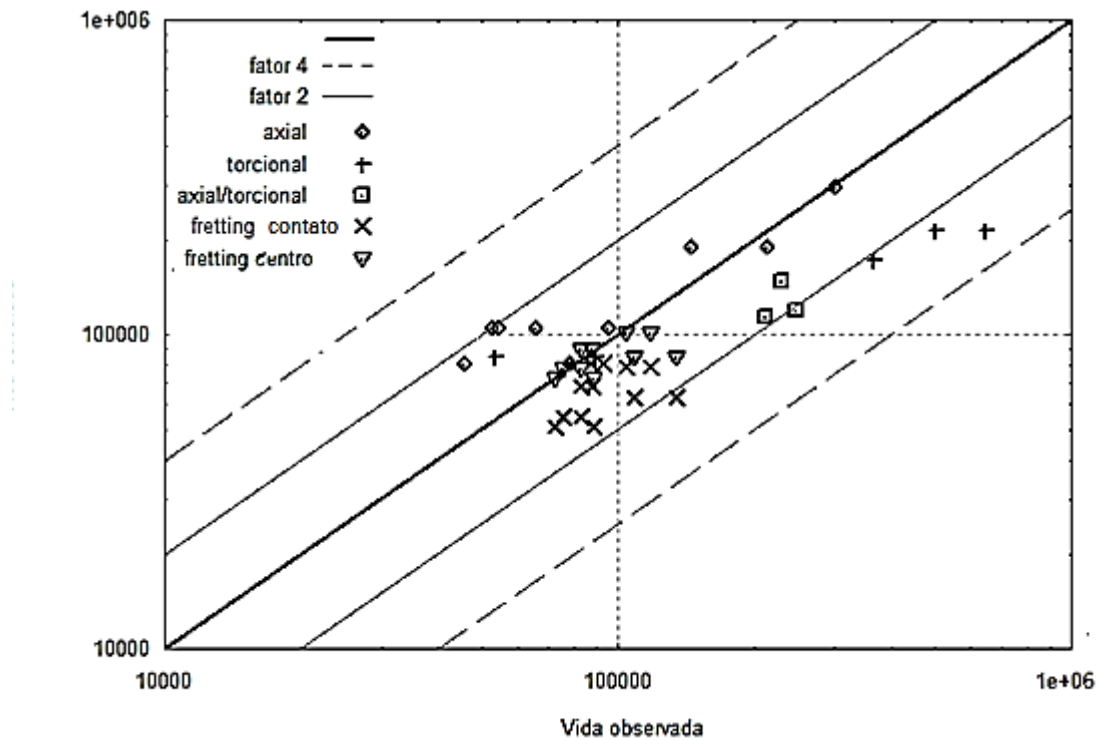


Figura 5.12. Diagrama vida – vida para as trajetórias A, B e C.

Observa-se que para os três tipos de trajetórias utilizadas, a capacidade preditiva do modelo é bastante satisfatória para vidas de até 10^6 ciclos. Para vidas maiores que 10^6 ciclos, ou seja, para carregamentos cujas amplitudes de tensão/deformação principalmente cisalhantes baixas, na macro escala, o modelo se torna conservativo. Considerando somente as trajetórias de carregamento axial, observa-se que 90% das amplitudes analisadas estão dentro do fator de dispersão igual a 2 e 100% dentro do fator de dispersão igual a 4. Para as trajetórias de carregamento torcional, observa-se que até 10^6 ciclos, 80% das amplitudes estão dentro do fator de dispersão igual a 2 e 100% dentro do fator de dispersão igual a 4. Considerando vidas maiores que 10^6 ciclos, pode-se concluir que 32% das amplitudes torcionais estão dentro do fator de dispersão igual a 2 e 68% dentro do fator de dispersão igual a 4. Finalmente, considerando as trajetórias axiais/torcionais, 100% das amplitudes analisadas estão dentro do fator de dispersão igual a 2, para vidas de até 10^6 ciclos e 60% para vidas maiores que 10^6 ciclos.

5.3 Desempenho do modelo com relação a previsão de vida a fadiga por fretting

Nesta etapa do trabalho, a capacidade preditiva do modelo constitutivo proposto é então testada para cálculo de vida a fadiga por fretting. Como observado na Tabela 4.1, todos os ensaios laboratoriais foram realizados para vidas entorno de 10^5 ciclos. Levando em consideração a análise de vida em corpos de prova convencionais, preliminar feita, pode-se observar que o modelo proposto possui um bom desempenho para vidas de até 10^6 ciclos, o que mostra a aplicabilidade da modelagem para o tipo de problema aqui proposto.

5.3.1 Simulação Numérica do problema de fretting

Com a finalidade de reproduzir o experimento apresentado no capítulo 4, gerou-se um modelo de elementos finitos, utilizando no programa Abaqus 6.14. A simulação consiste em aplicar passo a passo as cargas usadas no experimento, primeiro então é aplicada a carga média, a seguir a carga normal de contato e para finalizar aplicar a carga alternada, depois de aplicar a última carga a simulação vai até chegar em trinta ciclos, onde é estabilizada a reação no corpo de prova. Dessa parte da simulação é extraído para cada caso de cargas um histórico de deformação no ponto de máxima deformação, o qual é usado como entrada em um código onde está implementado o novo modelo com um ponto de Gauss. Este código tem como critério de parada o dano crítico de material, que se define como o início da falha para encontrar a vida do corpo de prova e comparar com os resultados experimentais.

Nesta etapa foi modelado um contato tipo círculo-plano em 2D, as dimensões da sapata e corpo de prova desenhadas para a simulação são mostradas na Figura 5.1.3.

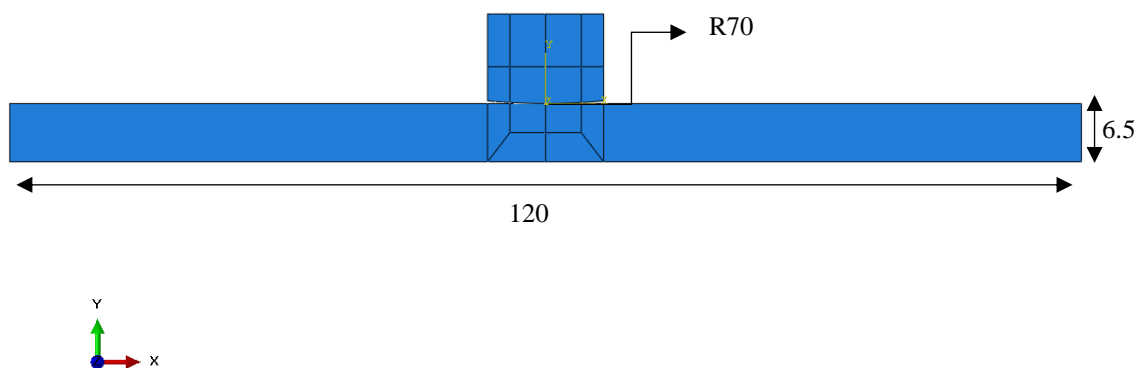


Figura 5.13. Geometria utilizada na simulação com valores em mm.

A simulação numérica é feita em três passos (*step*), os passos foram caracterizados como “*step dynamic*” devido que este representa de forma correta o comportamento mecânico do material com a aplicação da carga média do corpo prova, compressão do corpo de prova e carga cíclica do corpo de prova. No primeiro passo, o corpo de prova é tracionado até alcançar força média determinada, F_m . No segundo passo é aplicada a carga normal de contato na sapata, P , com a qual o corpo de prova é comprimido, e no último passo são aplicados trinta ciclos de amplitude constante, F_a determinada. A aplicação dos trinta ciclos é necessária para garantir a estabilização do laço de histerese formado devido a aplicação da carga cíclica. As forças usadas nos análises foram corrigidas, já que a simulação representa a metade do contato. Estas forças corrigidas se encontram na Tabela 5.10.

Tabela 5.10. Condições de carga na simulação

No.	Força de contato (N)	Força Média (N)	Força alternada (N)
Simulação 1	480,6	1180	295
Simulação 2	480,6	1180	354
Simulação 3	854,3	1180	295
Simulação 4	854,3	1180	354
Simulação 5	1334,9	1180	295
Simulação 6	1334,9	1180	354

As cargas descritas na Tabela 5.10 foram calculadas usando a teoria de Hertz (1882) e tendo em conta que a simulação foi feita em 2D e com apenas a metade do problema do contato.

Os carregamentos descritos na Tabela 5.10 foram aplicados no programa de elementos finitos como forças concentradas aplicadas em pontos de referências, RP1 e RP2. Estes pontos, por sua vez, estão conectados às superfícies que serão submetidas aos carregamentos por meio de uma restrição chamada “*coupling*”. Essa restrição permite que as forças concentradas e as condições de contorno aplicadas nos pontos de referência sejam distribuídas de forma uniforme por toda a superfície selecionada. As condições de contorno foram inseridas no modelo levando-se em conta a fixação corpo de prova e sapata e a simetria apresentada pelo problema. Na Figura 5.14 se encontram desenhadas as condições de contorno usadas na simulação.

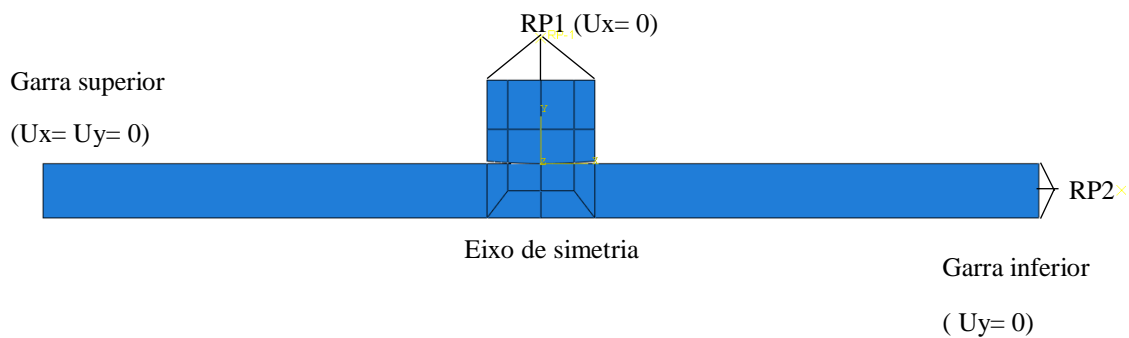


Figura 5.14 Condições de contorno usadas na simulação

Para tratar o problema de fretting, é necessário considerar forças tangenciais geradas no contato, o atrito no contato foi calculado usando a formulação de Lagrange. O coeficiente de atrito utilizado na simulação, segundo ensaios estudos experimentais feitos foi de 0.54 para o Alumínio 7050-T7451 utilizado por Rossino (2008).

A malha de elementos finitos usada, é constituída por elementos quadrilaterales em estado plano de deformação com quatro nós, com formulação híbrida (CPE4H), estes elementos foram testados para elementos em contato submetidos a cargas cortantes e momentos fletores obtendo resultados bons como mostrado por Areias (2015). Na região de contato, a malha foi construída de forma estruturada, enquanto nas demais regiões foi permitido o uso de elementos triangulares para diminuir o nível de discretização fora da área de contato. Na região de contato foram testados quatro tamanhos diferentes de elemento: 50 um, 40 um, 30 um e 20 um.

5.3.2 Escolha da malha de elementos finitos

Para escolher o tipo de malha de elementos finitos a ser usada no sistema sapata/corpo de prova, foi realizada uma comparação do modelo analítico de Hertz (1980) e os resultados da simulação numérica do sistema realizada em Abaqus.

Neste passo da simulação, foi apenas simulada a carga normal aplicada na sapata de magnitude 50N a qual se encontra dentro do campo elástico segundo as propriedades mecânicas do material.

5.3.2.1 Análises elástico com a Teoria de Hertz

Para o cálculo da carga normal P e o Raio das sapatas R , considera-se cada corpo como semi-plano, a distribuição da força normal é calculada usando a solução do Hertz (1882):

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (5.3)$$

onde, p_0 é a pressão máxima da distribuição de pressão normal, a é a metade da longitude do contato:

$$p_0 = \frac{2P}{\pi a} \quad (5.4)$$

$$a = \sqrt{\frac{4PR}{\pi E}} \quad (5.5)$$

onde E é o modulo de elasticidade.

De acordo as Equações 5.3, 5.4 e 5.5 e as propriedades mecânicas da Tabela 5.1 é desenhada a distribuição da pressão de contato segundo a teoria de Hertz na Figura 5.15, onde máxima pressão na região de contato é de 96,77 MPa.

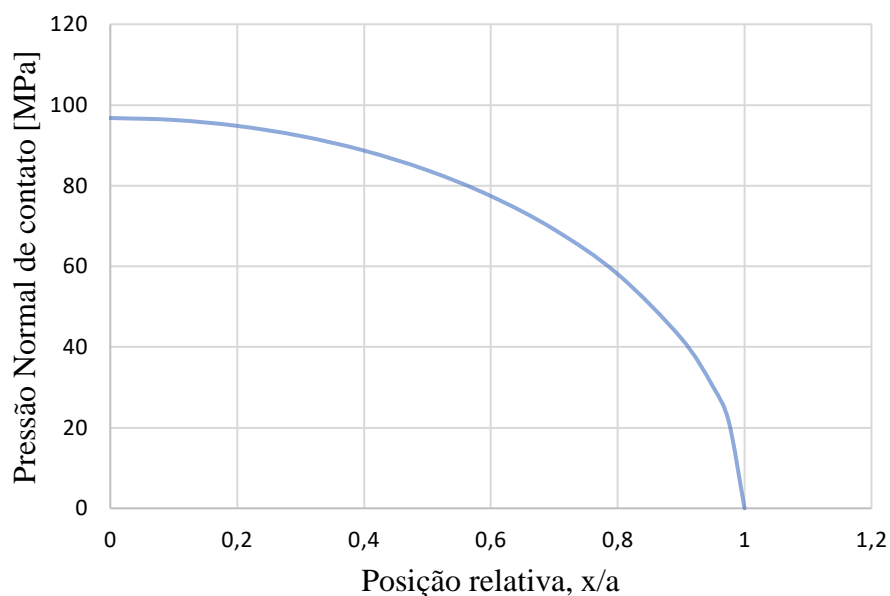


Figura 5.15. Resultado analítico com a teoria de Hertz

5.3.3 Resultados da simulação em Abaqus

Foi realizada a simulação no Abaqus do problema de contato sapata corpo de prova aplicando apenas pressão de normal de 50 N a qual está dentro do campo elástico do material, com estas condições de carregamento foram testadas cinco malhas de elementos finitos 10 μm , 20 μm , 30 μm , 40 μm e 50 μm com as quais se tiveram os seguintes resultados:

Com a malha de 10 μm a reação máxima do corpo de prova à aplicação da carga normal de 50N foi de 96,75 MPa, a distribuição da carga normal ao longo do contato é apresentada na Figura 5.16, na qual foi medido o tamanho do contato.

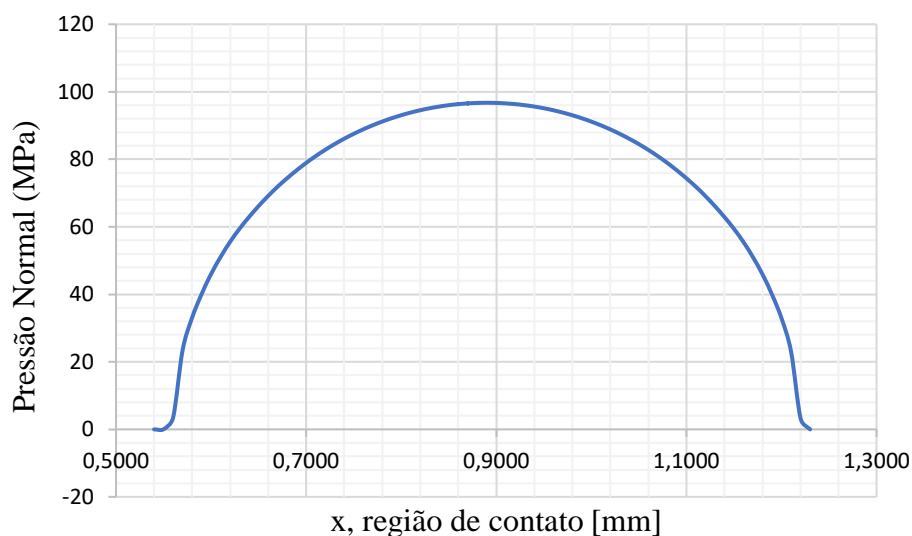


Figura 5.16. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 10 μm .

Com a malha de 20 μm a reação máxima do corpo de prova à aplicação da carga normal de 50N foi de 96,75 MPa, a distribuição da carga normal ao longo do contato é apresentada na Figura 5.17, na qual foi medido o tamanho do contato.

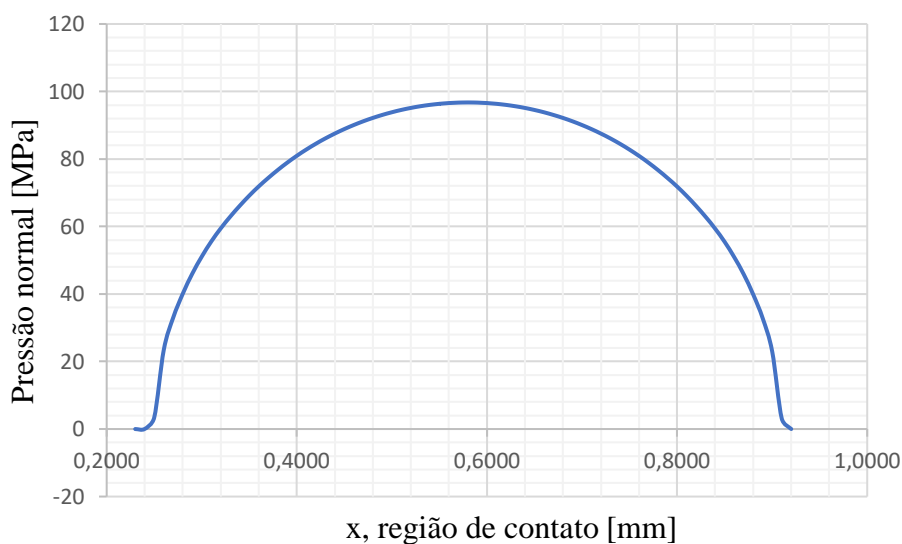


Figura 5.17. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 20 μm

Com a malha de 30 μm a reação máxima do corpo de prova à aplicação da carga normal de 50N foi de 96,81 MPa, a distribuição da carga normal ao longo do contato é apresentada na Figura 5.18, na qual foi medido o tamanho do contato.

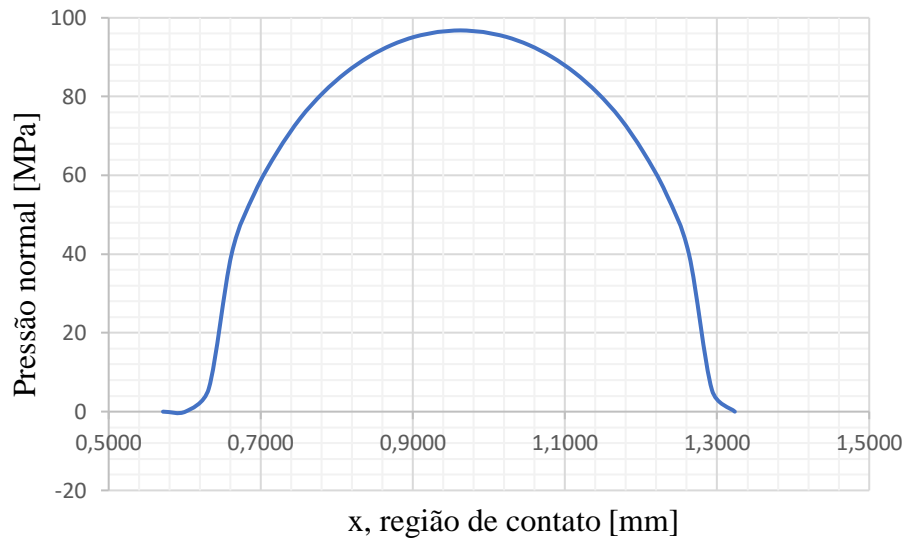


Figura 5.18. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 30 μm .

Com a malha de 40 μm a reação máxima do corpo de prova à aplicação da carga normal de 50 N foi de 96,70 MPa, a distribuição da carga normal ao longo do contato é apresentada na Figura 5.19, na qual foi medido o tamanho do contato.

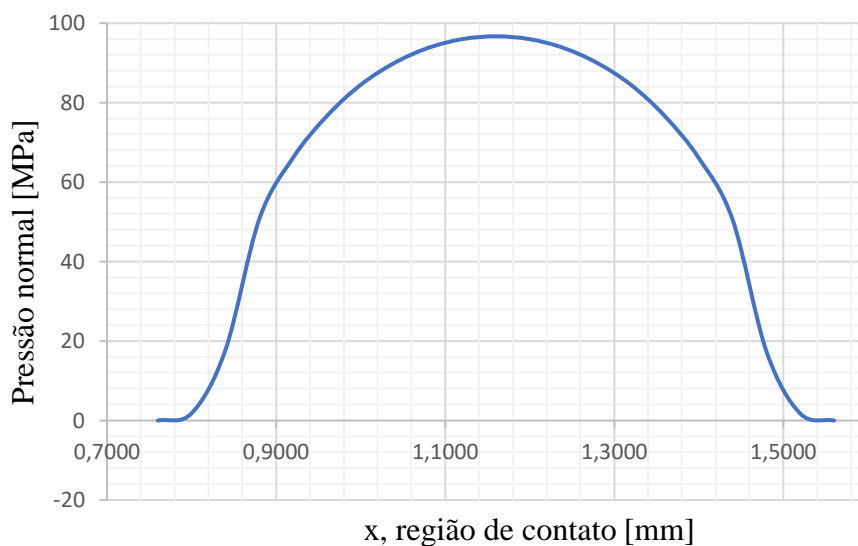


Figura 5.19. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 40 μm .

Com a malha de 50 μm a reação máxima do corpo de prova à aplicação da carga normal de 50 N foi de 96,70 MPa, a distribuição da carga normal ao longo do contato é apresentada na Figura 5.20, na qual foi medido o tamanho do contato.

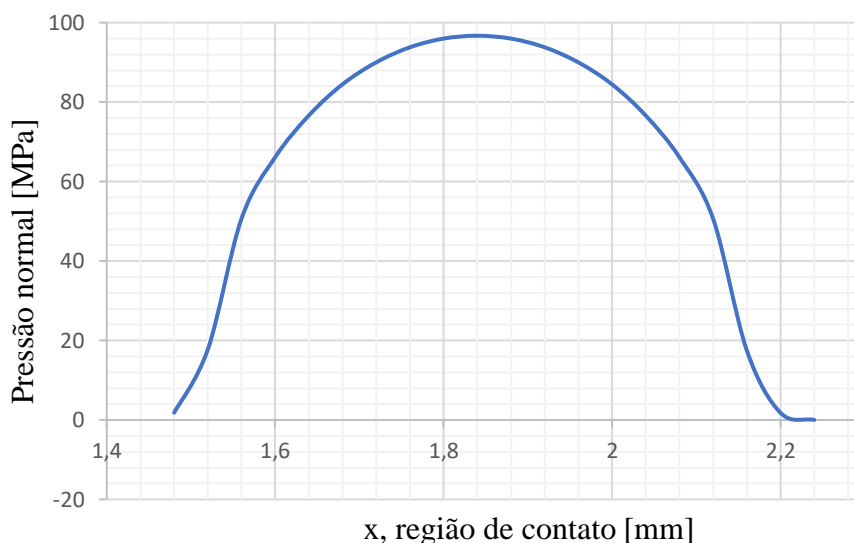


Figura 5.20. Distribuição da carga normal no corpo de prova na região de contato com malha de 50 μm .

Para as cinco malhas a pressão máxima de reação do corpo de prova frente a aplicação da carga de compressão de 50 N sobre as sapatas foi muito próxima da teórica encontrada com o problema de Hertz que foi de 96,77 MPa, então para conseguir diferenciar os resultados encontrados com as cinco malhas foi medido o tamanho do contato encontrado com cada malha, esta operação foi feita nas Figuras 5.16 a 5.20 para cada malha, nas interseção das curvas com o eixo x. obtendo assim a medida da metade do contato a, descrito na Tabela 5.11 .

Tabela 5.11. Tamanho do contato para cada malha testada.

Tamanho da malha (μm)	Medida da metade do contato, a (mm)
10	0,345
20	0,345
30	0,376
40	0,40
50	0,40

De acordo com a Equação 5.5, o valor teórico encontrado para o tamanho do contato foi de $a = 0,328$, então observando os resultados das cinco simulações na Tabela 5.10, os tamanhos de $40 \mu\text{m}$ e $50 \mu\text{m}$ estão longe do resultado teórico do valor de a . São escolhidos os tamanhos de malha de $10 \mu\text{m}$, $20 \mu\text{m}$ e $30 \mu\text{m}$. O resultado para $10 \mu\text{m}$ e $20 \mu\text{m}$ é o mesmo tanto para a pressão normal de reação do corpo de prova quanto para o tamanho do contato, então o tamanho de $10 \mu\text{m}$ implica mais custo computacional com os mesmos resultados que para o tamanho de $20 \mu\text{m}$, como resultado do análise foram escolhidos os tamanhos de $20 \mu\text{m}$ e $30 \mu\text{m}$.

Na Figura 5.21 temos a distribuição da tensão principal S22, onde se pode observar que quanto para $20 \mu\text{m}$ e $30 \mu\text{m}$ o resultado de máxima tensão no corpo de prova é de $-96,46 \text{ MPa}$, o qual é muito próximo ao teórico a calculado com Hertz de $96,77 \text{ MPa}$.

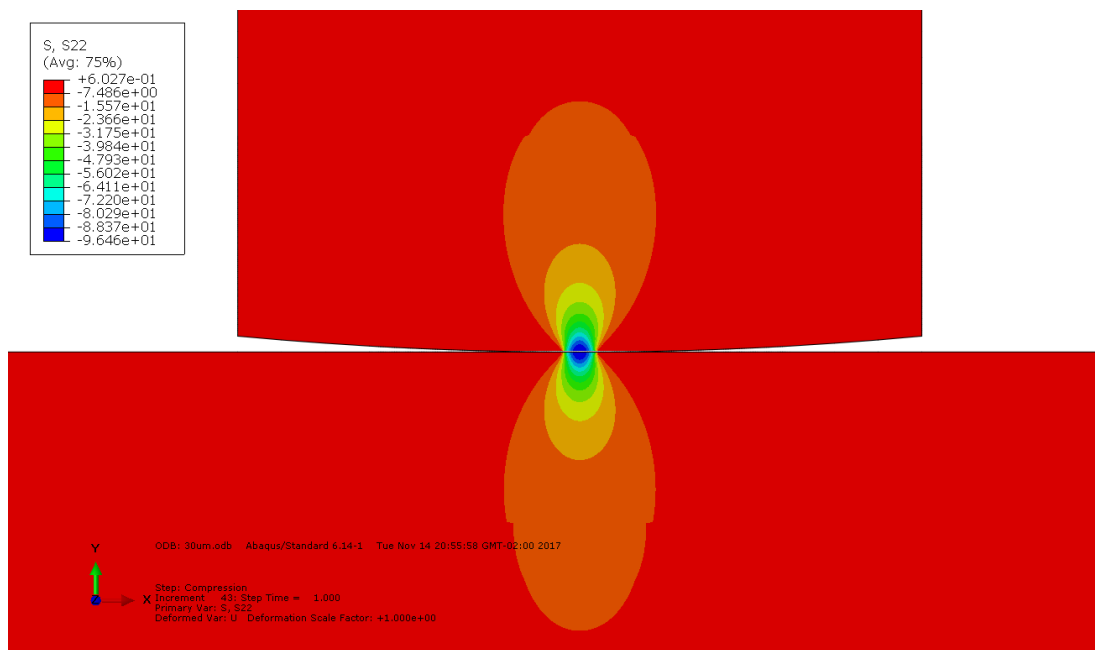


Figura 5.21. Distribuição da tensão principal S22, Carga máxima de reação no Corpo de prova de $-96,46 \text{ MPa}$

Outro análise feito para as cinco malhas foi o deslocamento realizado pela aplicação da carga normal, na Figura 5.22 é mostrada a distribuição do deslocamento no plano U22, o resultado do deslocamento máximo foi o mesmo para as cinco malhas, o deslocamento máximo observado na distribuição foi de $1,709\text{E}-05 \text{ mm}$.

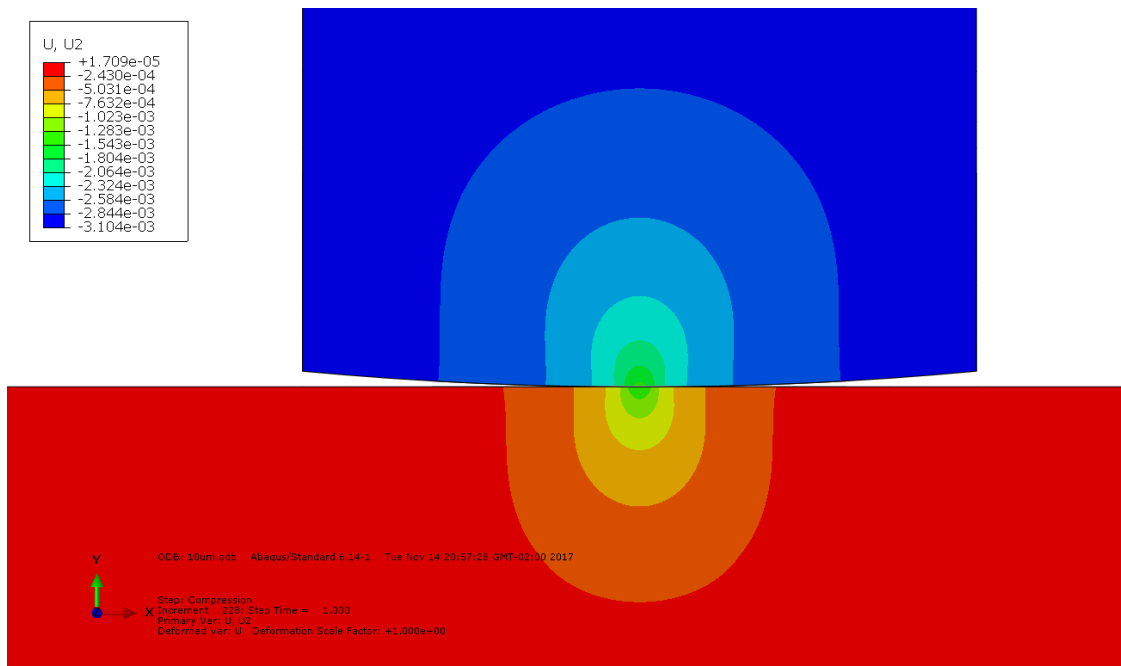


Figura 5.22. Distribuição do deslocamento no plano U22, valor máximo do deslocamento é 1,709E-05 mm.

5.3.3.1 Estudos de convergência no campo plástico

Na análise elástica, foram obtidos bons resultados para as malhas de 20 μm e 30 μm , para avaliar os resultados de estas malhas no campo plástico foi feita uma simulação aplicando uma carga de compressão de 1334,9 N que equivale a 500 MPa.

Na Tabela 5.12, encontram-se os dados de máxima deformação plástica equivalente das malhas de 20 μm e 30 μm . E na Figura 5.23, encontra-se a distribuição da deformação plástica equivalente medida na linha de contato.

Tabela 5.12. Valores de máxima deformação plástica equivalente para as malhas de 20 μm e 30 μm .

Tamanho da malha	20 μm	30 μm
Deformação plástica equivalente máxima.	0,005327	0,005254

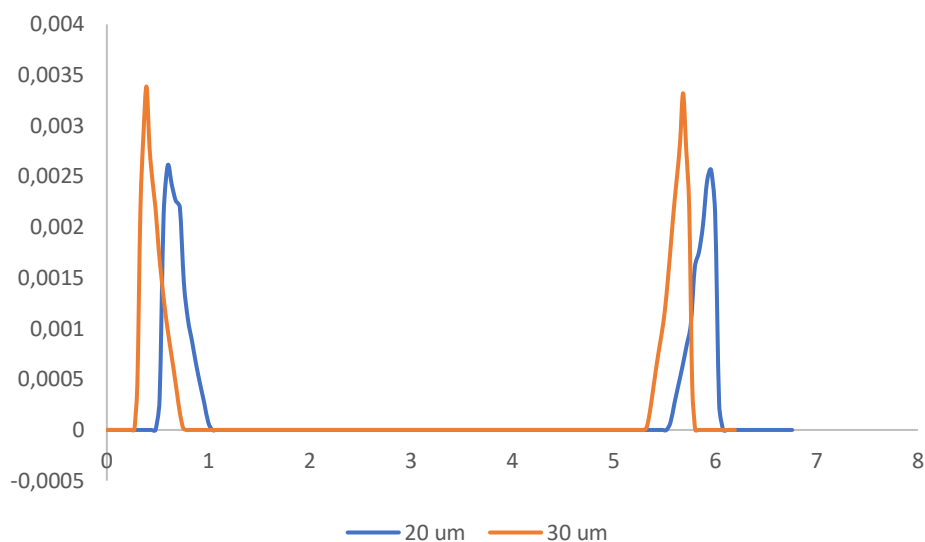


Figura 5.23. Distribuição da deformação plástica equivalente na linha de contato para as malhas de 20 μm e 30 μm .

Os valores máximos de deformação plástica equivalente para cada uma das malhas são muito próximos e a distribuição da deformação plástica equivalente mostrada na Figura 5.23 apresenta a mesma tendência para as duas malhas.

Foram usados os dois tipos de malha colocando os carregamentos cíclicos descritos no experimento do Capítulo 4. Onde se usaram as cargas correspondentes à simulação 5 da Tabela 5.10. Os valores máximos de deformação plástica equivalente depois de aplicar 30 ciclos são descritos na Tabela 5.13.

Tabela 5.13 Valores máximos de deformação plástica equivalente depois de 30 ciclos.

Tamanho da malha	20 μm	30 μm
Deformação plástica equivalente máxima.	0,01401	0,01402

Os resultados de deformação plástica equivalente para as duas malhas apresentam uma diferença de 0,007 %. O tempo computacional para a malha de 20 μm foi de 34727 segundos, e para 30 μm foi de 11933 segundos.

Ainda que o tamanho de 30 μm seja menos custoso computacionalmente, o tamanho de 20 μm oferece uma melhor aproximação no tamanho do contato segundo o mostrado na Tabela 5.11, então para maior aproximação com os resultados analíticos foi escolhido o tamanho de 20 μm .

O número de elementos usados para a malha de 20 μm são 157196 sendo que na região de contato tem 65200 no corpo de prova e 82400 na sapata, em total no contato temos 147600 elementos que equivalem ao 94 % do total de elementos usados. A malha de 20 μm é mostrada na Figura 5.24.

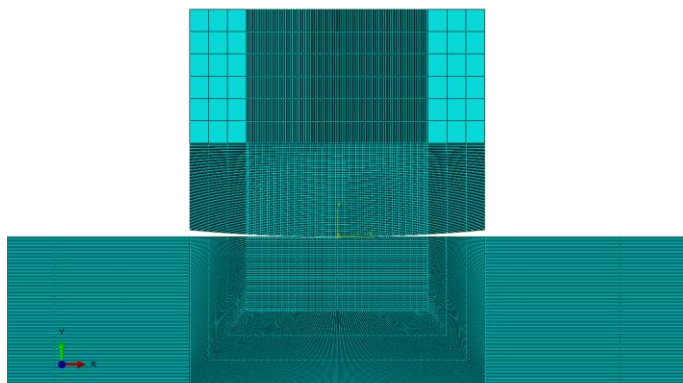


Figura 5.24. Malha de elemntos finitos tamanho na região de contato de 20 μm

Os perfis de deformação total, deformação plástica equivalente e distribuição de tensões com a malha de 20 μm aos 30 ciclos de aplicação de carga são mostrados nas Figuras 5.25 até a Figura 5.27. Com estas imagens pode-se observar que o caminho da trinca está seguindo um caminho de aproximadamente 45° desde o ponto de máxima deformação ponto “B” até o extremo externo da sapata ponto “A” o qual é comprovado nas Figuras 5.29, 5.30 e 5.31.

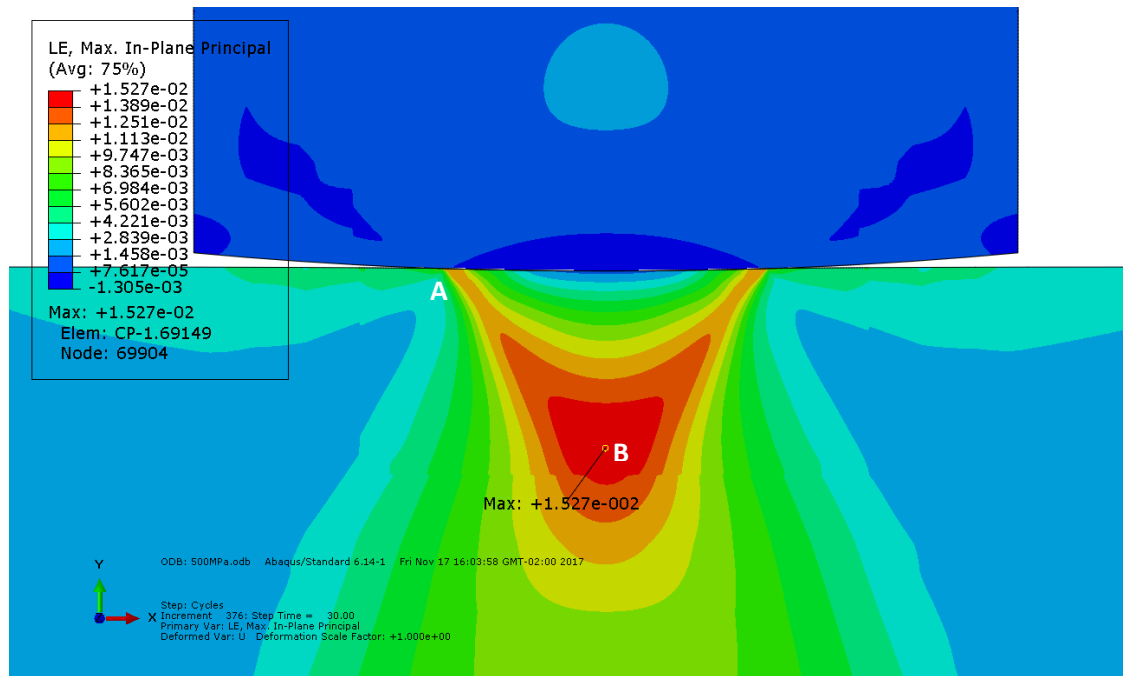


Figura 5.25. Deformação total aos 30 ciclos, ponto máximo de deformação, com as cargas da simulação 5 da Tabela 5.1.

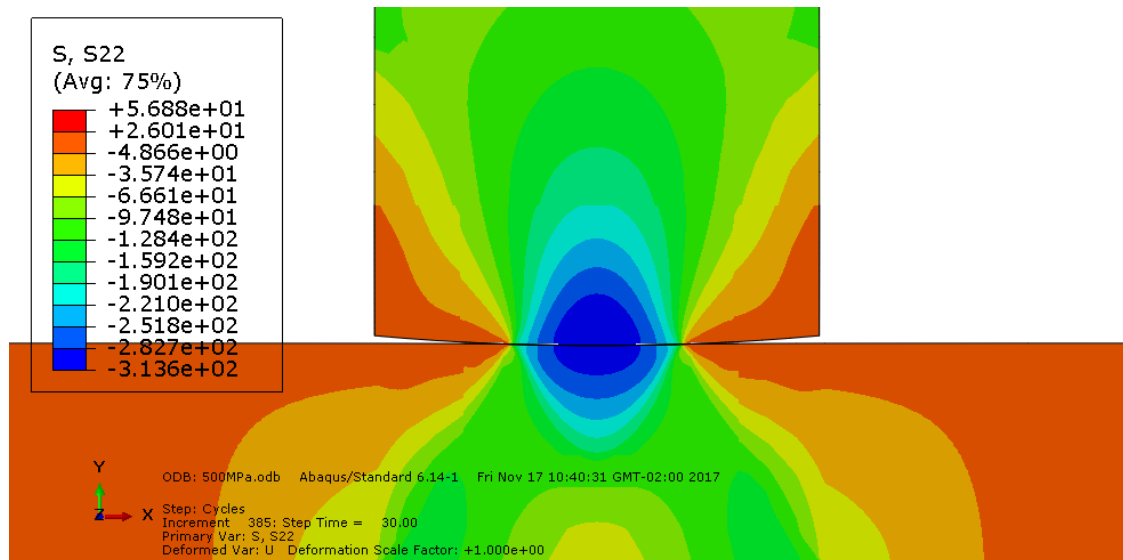


Figura 5.26. Distribuição de tensões no plano de aplicação da carga de compressão, com as cargas da simulação 5 da Tabela 5.1

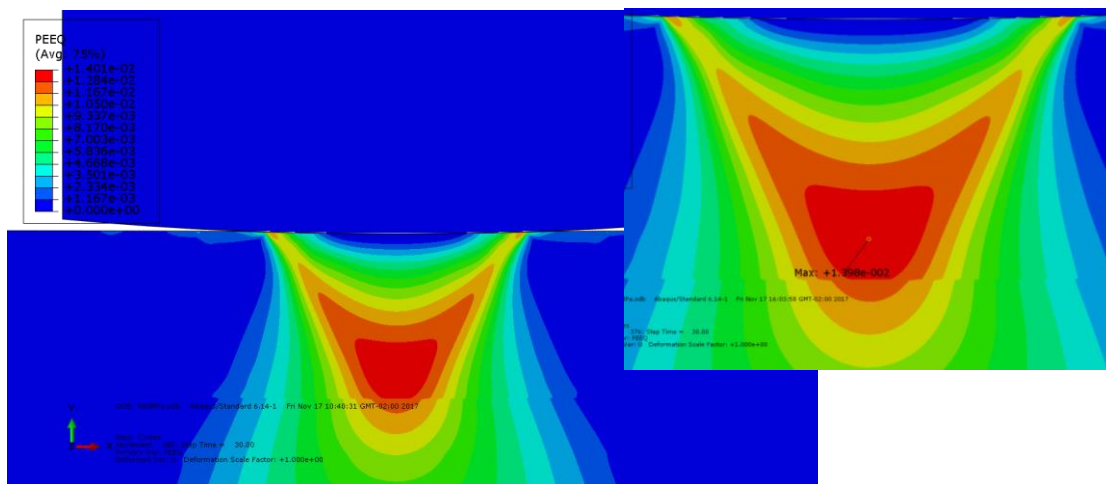


Figura 5.27. Distribuição da deformação plástica equivalente, com as cargas da simulação 5 da Tabela 5.10.

Para comprovar que a deformação plástica equivalente é estabilizada durante a aplicação das cargas são registrados os valores máximos de deformação plástica equivalente a cada 10 ciclos, estes valores são escritos na Tabela 5.14, e os perfis de deformação plástica cada 10 ciclos na Figura 5.28.

Tabela 5.14. Tabela dos valores máximos de deformação plástica equivalente a cada 10 ciclos.

Ciclos	Valores máximos de deformação plástica equivalente
10	0,01398
20	0,01398
30	0,01398
40	0,01398
50	0,01398
60	0,01398
70	0,01398
80	0,01401
90	0,01402
100	0,01402
110	0,01402
120	0,01402
130	0,01402
140	0,01402
150	0,01402

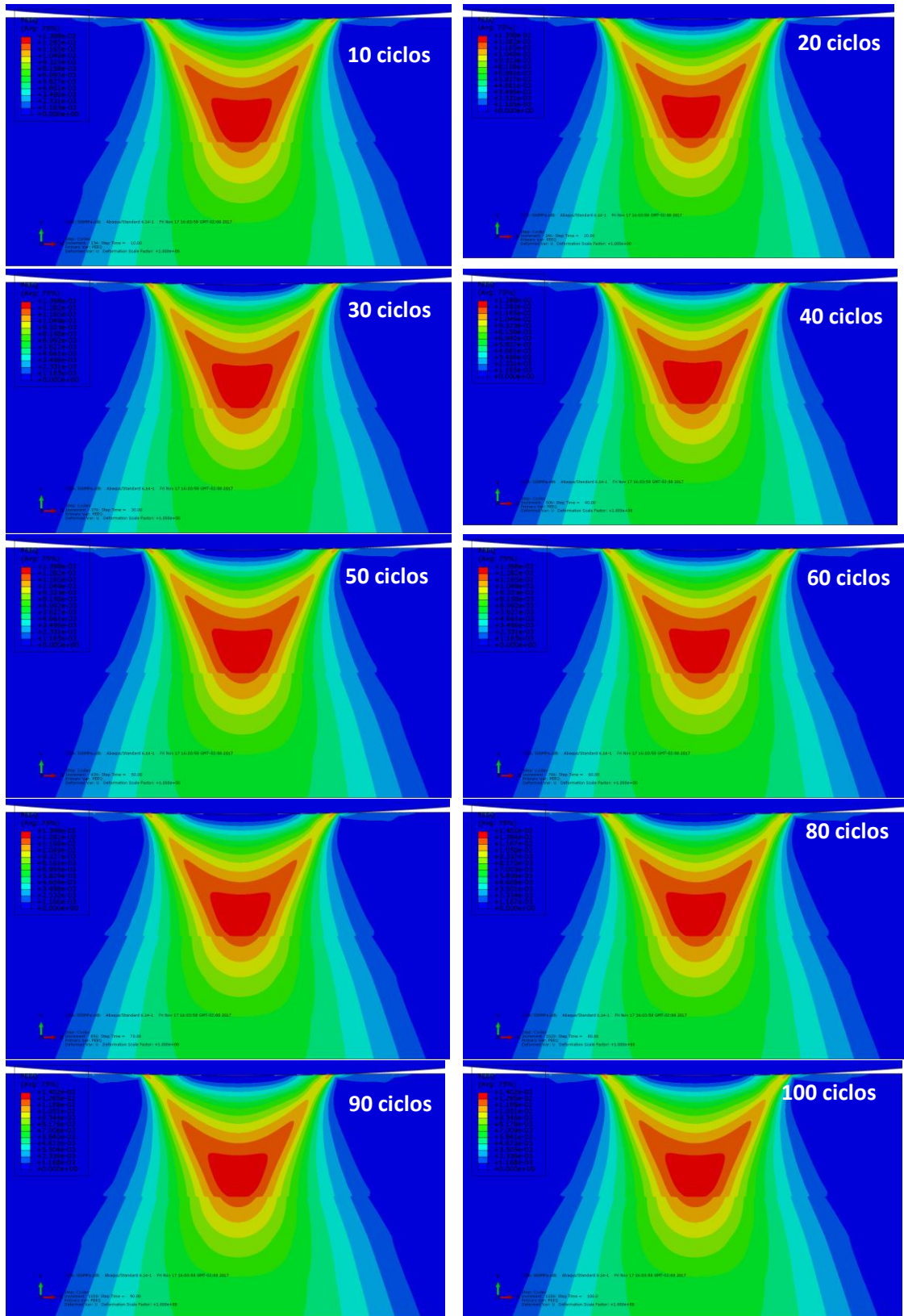
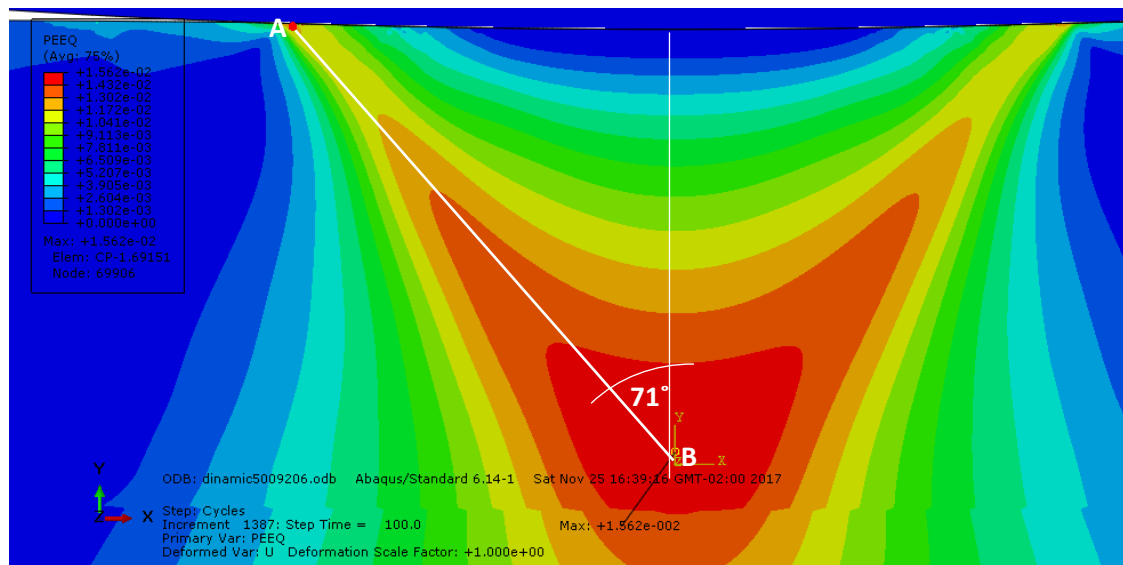


Figura 5.28. Perfis de deformação plástica equivalente para cada de 10 ciclos da simulação.

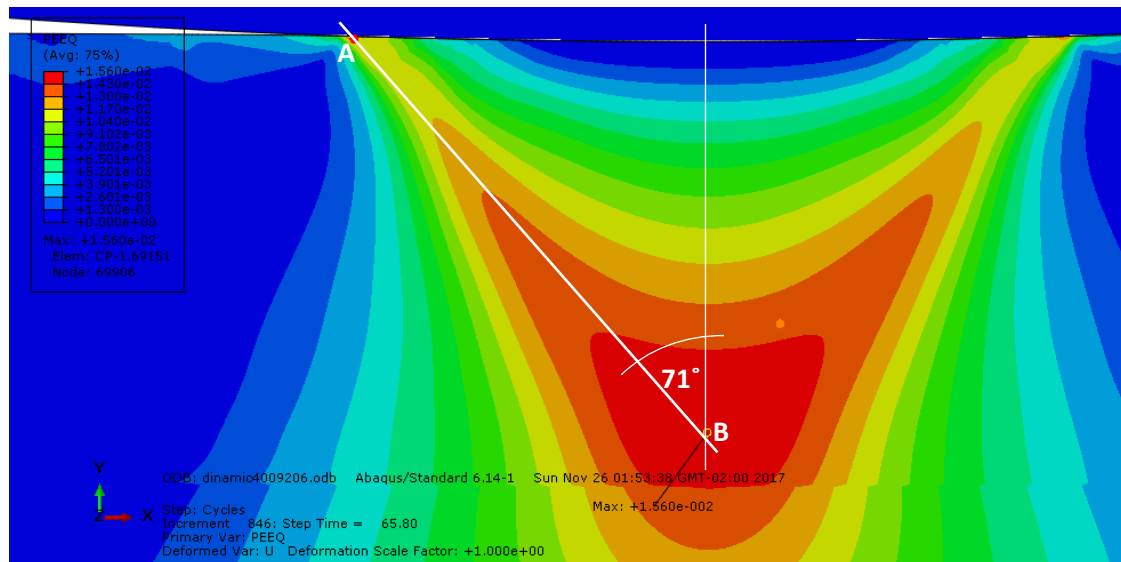
Para cada carga normal de contato foram medidos os ângulos de propagação da trinca, as coordenadas dos pontos “A” e “B” sinalados nas Figuras 5.29, 5.30 e 5.31 foram extraídos em Abaqus, assim foram calculados os ângulos de propagação da Tabela 5.15.

Tabela 5.15. Ângulos de propagação da trinca calculados para cada carga normal de contato

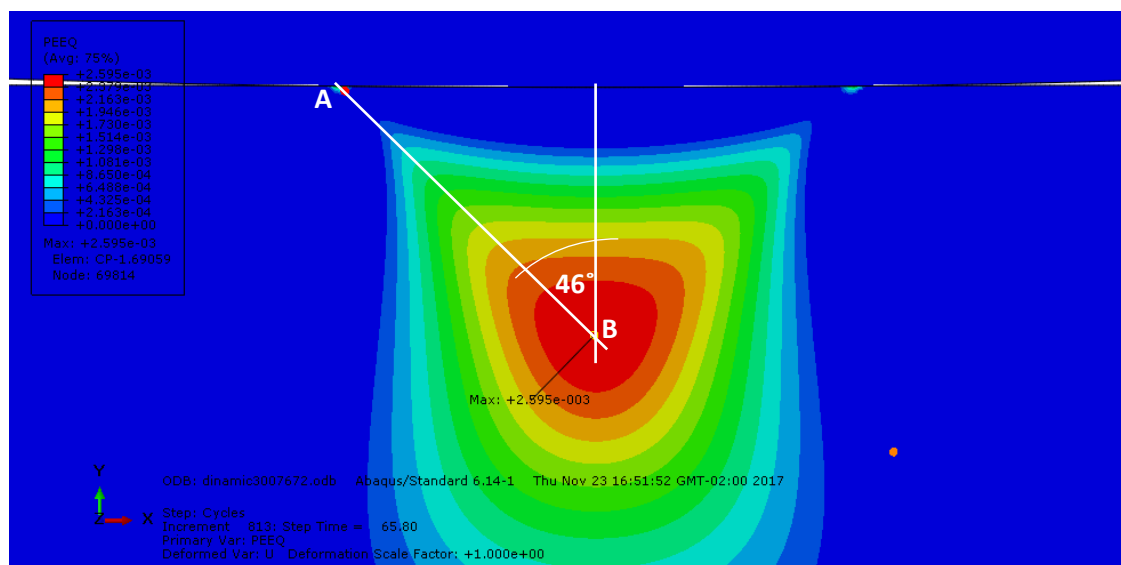
Ensaio com carga Normal de	Ângulo
500 MPa	71°
400 MPa	71°
300 MPa	46°



5.29. Ângulo de propagação da trinca para tensão normal de 500MPa



5.30. Ângulo de propagação da trinca para tensão normal 400 MPa



5.31. Ângulo de propagação da trinca para tensão normal de 300 MPa

5.4 Históricos das Deformações.

De acordo com a análise feita no Capítulo 4, existe iniciação de trincas nos cantos da região de contato como também existe a possibilidade de início da trinca no meio do corpo de prova na região de fratura dúctil. Segundo as simulações feitas o ponto de máxima deformação que indica início da trinca está na região central do corpo de prova, mas também é apresentada uma deformação substancialmente alta em um ponto perto do canto de contato entre a sapata e o corpo de prova. Como primeira etapa do análises numérica são obtidos os históricos de deformação da simulação no ponto de máxima deformação total a qual se localiza na zona central da parte do corpo de prova e também

no canto onde há contato entre a sapata e corpo de prova. Estes históricos serão usados como dados de entrada no código da formulação proposta no trabalho. Os históricos são mostrados nas Tabelas 5.16 a 5.28 para cada condição de carga registrada na Tabela 5.10.

Tabela 5.16 Histórico de deformações para as cargas da simulação 1 (força de compressão de 480,56 N e amplitude de força de 7670 N), com 30 ciclos na região central.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	5,00E-03	-5,28E-03	0,00E+00	-1,06695E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	5,17E-03	-5,38E-03	0,00E+00	-1,073E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	5,33E-03	-5,46E-03	0,00E+00	-1,07744E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,15	5,46E-03	-5,54E-03	0,00E+00	-1,0824E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	5,55E-03	-5,59E-03	0,00E+00	-1,08565E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	5,59E-03	-5,61E-03	0,00E+00	-1,0867E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	5,58E-03	-5,61E-03	0,00E+00	-1,0863E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	5,52E-03	-5,57E-03	0,00E+00	-1,08408 E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	5,41E-03	-5,51E-03	0,00E+00	-1,08098E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	5,27E-03	-5,43E-03	0,00E+00	-1,0761E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,5	5,10E-03	-5,34E-03	0,00E+00	-1,0713E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,55	4,93E-03	-5,24E-03	0,00E+00	-1,0651E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,6	4,78E-03	-5,15E-03	0,00E+00	-1,0607E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,65	4,64E-03	-5,08E-03	0,00E+00	-1,0557E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,7	4,55E-03	-5,03E-03	0,00E+00	-1,0525E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,75	4,51E-03	-5,01E-03	0,00E+00	-1,0514E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,8	4,52E-03	-5,01E-03	0,00E+00	-1,0518E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,85	4,58E-03	-5,05E-03	0,00E+00	-1,0540E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,9	4,69E-03	-5,11E-03	0,00E+00	-1,0573E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,95	4,83E-03	-5,19E-03	0,00E+00	-1,0620E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	5,00E-03	-5,28E-03	0,00E+00	-1,0669E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.17 Histórico de deformações para as cargas da simulação 1 (força de compressão de 480,56 N e amplitude de força de 7672 N), com 30 ciclos na região de contato.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	3,51E-03	-2,672120E-03	0,00E+00	-3,16E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	4,06E-03	-2,975780E-03	0,00E+00	-6,26E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	4,56E-03	-3,270400E-03	0,00E+00	-8,50E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,15	4,63E-03	-3,445830E-03	0,00E+00	-9,08E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	4,87E-03	-3,567640E-03	0,00E+00	-9,49E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	4,99E-03	-3,623850E-03	0,00E+00	-9,67E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	4,99E-03	-3,624960E-03	0,00E+00	-9,40E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	4,96E-03	-3,615640E-03	0,00E+00	-8,07E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	4,90E-03	-3,599520E-03	0,00E+00	-5,77E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	4,65E-03	-3,476900E-03	0,00E+00	-4,43E-05	0,00E+00	0,00E+00
29,5	4,33E-03	-3,31E-03	0,00E+00	-8,26E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,55	3,74E-03	3,01E-03	0,00E+00	-1,10E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,6	3,20E-03	2,72E-03	0,00E+00	-1,32E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,65	2,85E-03	-2,55E-03	0,00E+00	-1,38E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,7	2,60E-03	-2,43E-03	0,00E+00	-1,43E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,75	2,49E-03	-2,37E-03	0,00E+00	-1,45E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,8	2,50E-03	-2,37E-03	0,00E+00	-1,43E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,85	2,53E-03	-2,38E-03	0,00E+00	-1,29E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,9	2,58E-03	-2,40E-03	0,00E+00	-1,06E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,95	2,80E-03	-2,51E-03	0,00E+00	-4,83E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	3,50E-03	-2,67E-03	0,00E+00	-3,05E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.18. Histórico de deformações para as cargas da simulação 2 (força de compressão de 480,56 N e amplitude de força de 9206 N), com 30 ciclos na região central.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	5,32E-03	-5,53E-03	0,00E+00	-1,11E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	5,52E-03	-5,64E-03	0,00E+00	-1,12E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	5,71E-03	-5,75E-03	0,00E+00	-1,13E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,15	5,87E-03	-5,84E-03	0,00E+00	-1,13E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	5,98E-03	-5,90E-03	0,00E+00	-1,14E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	6,03E-03	-5,93E-03	0,00E+00	-1,14E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	6,02E-03	-5,92E-03	0,00E+00	-1,14E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	5,94E-03	-5,88E-03	0,00E+00	-1,13E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	5,81E-03	-5,81E-03	0,00E+00	-1,13E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	5,64E-03	-5,71E-03	0,00E+00	-1,13E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,5	5,44E-03	-5,60E-03	0,00E+00	-1,12E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,55	5,24E-03	-5,48E-03	0,00E+00	-1,11E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,6	5,04E-03	-5,38E-03	0,00E+00	-1,11E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,65	4,89E-03	-5,29E-03	0,00E+00	-1,10E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,7	4,78E-03	-5,23E-03	0,00E+00	-1,10E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,75	4,72E-03	-5,20E-03	0,00E+00	-1,10E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,8	4,74E-03	-5,21E-03	0,00E+00	-1,10E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,85	4,81E-03	-5,25E-03	0,00E+00	-1,10E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,9	4,94E-03	-5,32E-03	0,00E+00	-1,10E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,95	5,11E-03	-5,42E-03	0,00E+00	-1,11E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	5,31E-03	-5,53E-03	0,00E+00	-1,11E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.19. Histórico de deformações para as cargas da simulação 2 (força de compressão de 480,56 N e amplitude de força de 9206 N), com 30 ciclos na região de contato.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	4,28E-03	-3,59E-03	0,00E+00	-6,13E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	4,93E-03	-3,97E-03	0,00E+00	-9,14E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	5,24E-03	-4,26E-03	0,00E+00	-1,05E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,15	5,66E-03	-4,46E-03	0,00E+00	-1,12E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,2	5,90E-03	-4,58E-03	0,00E+00	-1,15E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,25	6,01E-03	-4,63E-03	0,00E+00	-1,18E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,3	6,01E-03	-4,63E-03	0,00E+00	-1,14E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,35	5,97E-03	-4,62E-03	0,00E+00	-9,77E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	5,91E-03	-4,60E-03	0,00E+00	-6,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	5,64E-03	-4,47E-03	0,00E+00	-1,37E-06	0,00E+00	0,00E+00
29,5	5,20E-03	-4,25E-03	0,00E+00	-8,49E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,55	4,49E-03	-3,87E-03	0,00E+00	-1,15E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,6	3,94E-03	-3,60E-03	0,00E+00	-1,29E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,65	3,52E-03	-3,39E-03	0,00E+00	-1,37E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,7	3,28E-03	-3,28E-03	0,00E+00	-1,40E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,75	3,17E-03	-3,22E-03	0,00E+00	-1,42E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,8	3,18E-03	-3,23E-03	0,00E+00	-1,39E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,85	3,22E-03	-3,24E-03	0,00E+00	-1,22E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,9	3,28E-03	-3,26E-03	0,00E+00	-9,43E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,95	3,52E-03	-3,37E-03	0,00E+00	-3,00E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	4,27E-03	-3,58E-03	0,00E+00	-6,08E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.20. Histórico de deformações para as cargas da simulação 3 (força de compressão de 854,3 N e amplitude de força de 7672 N), com 30 ciclos na região central.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	8,17E-03	-8,60E-03	0,00E+00	-1,44E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	8,34E-03	-8,69E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	8,50E-03	-8,78E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,15	8,63E-03	-8,85E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	8,72E-03	-8,91E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	8,76E-03	-8,93E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	8,75E-03	-8,92E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	8,69E-03	-8,89E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	8,58E-03	-8,83E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	8,44E-03	-8,75E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,5	8,27E-03	-9,17E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,55	8,10E-03	-8,56E-03	0,00E+00	-1,44E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,6	7,94E-03	-8,47E-03	0,00E+00	-1,44E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,65	7,81E-03	-8,40E-03	0,00E+00	-1,44E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,7	7,72E-03	-8,35E-03	0,00E+00	-1,44E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,75	7,68E-03	-8,32E-03	0,00E+00	-1,43E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,8	7,69E-03	-8,33E-03	0,00E+00	-1,43E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,85	7,75E-03	-8,36E-03	0,00E+00	-1,44E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,9	7,86E-03	-8,42E-03	0,00E+00	-1,44E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,95	8,00E-03	-8,50E-03	0,00E+00	-1,44E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	8,17E-03	-8,60E-03	0,00E+00	-1,44E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.21. Histórico de deformações para as cargas da simulação 3 (força de compressão de 854,3 N e amplitude de força de 7672 N), com 30 ciclos na região de contato.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	7,97E-03	-7,29E-03	0,00E+00	-4,09E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	8,58E-03	-7,29E-03	0,00E+00	-2,73E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	9,06E-03	-7,53E-03	0,00E+00	-2,11E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,15	9,41E-03	-7,69E-03	0,00E+00	-1,79E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	9,63E-03	-7,80E-03	0,00E+00	-1,67E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	9,73E-03	-7,85E-03	0,00E+00	-1,63E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	9,70E-03	-7,83E-03	0,00E+00	-2,27E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	9,58E-03	-7,78E-03	0,00E+00	-5,43E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	9,33E-03	-7,65E-03	0,00E+00	-1,17E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,45	8,86E-03	-7,41E-03	0,00E+00	-1,72E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,5	8,17E-03	-7,04E-03	0,00E+00	-2,01E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,55	7,60E-03	-6,76E-03	0,00E+00	-2,14E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,6	7,13E-03	-6,53E-03	0,00E+00	-2,22E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,65	6,79E-03	-6,37E-03	0,00E+00	-2,26E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,7	6,58E-03	-6,26E-03	0,00E+00	-2,28E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,75	6,48E-03	-6,22E-03	0,00E+00	-2,29E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,8	6,49E-03	-6,22E-03	0,00E+00	-2,26E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,85	6,57E-03	-6,26E-03	0,00E+00	-2,01E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,9	6,83E-03	-6,39E-03	0,00E+00	-1,37E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,95	7,25E-03	-6,60E-03	0,00E+00	-6,94E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	7,96E-03	-6,98E-03	0,00E+00	-4,14E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.22. Histórico de deformações para as cargas da simulação 4 (força de compressão de 854,3 N e amplitude de tensão de força N), com 30 ciclos na região central

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	8,88E-03	-9,12E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	9,09E-03	-9,23E-03	0,00E+00	-1,47E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	9,28E-03	-9,34E-03	0,00E+00	-1,47E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,15	9,44E-03	-9,42E-03	0,00E+00	-1,47E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	9,55E-03	-9,48E-03	0,00E+00	-1,48E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	9,60E-03	-9,51E-03	0,00E+00	-1,48E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	9,58E-03	-9,50E-03	0,00E+00	-1,48E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	9,50E-03	-9,46E-03	0,00E+00	-1,47E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	9,37E-03	-9,38E-03	0,00E+00	-1,47E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	9,19E-03	-9,29E-03	0,00E+00	-1,47E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,5	8,99E-03	-9,17E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,55	8,79E-03	-9,06E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,6	8,59E-03	-8,95E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,65	8,44E-03	-8,87E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,7	8,33E-03	-8,81E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,75	8,28E-03	-8,78E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,8	8,29E-03	-8,79E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,85	8,37E-03	-8,83E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,9	8,51E-03	-8,91E-03	0,00E+00	-1,45E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,95	8,68E-03	-9,00E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	8,88E-03	-9,11E-03	0,00E+00	-1,46E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.23. Histórico de deformações para as cargas da simulação 4 (força de compressão de 854,3 N e amplitude de força de 9206 N), com 30 ciclos na região de contato.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	7,37E-03	-7,18E-03	0,00E+00	-2,34E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	8,51E-03	-7,58E-03	0,00E+00	-8,59E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	9,14E-03	-7,94E-03	0,00E+00	-1,06E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,15	9,57E-03	-8,18E-03	0,00E+00	-1,12E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,2	9,61E-03	-8,31E-03	0,00E+00	-1,15E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,25	9,73E-03	-8,37E-03	0,00E+00	-1,17E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,3	9,72E-03	-8,37E-03	0,00E+00	-1,12E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,35	9,65E-03	-8,33E-03	0,00E+00	-8,86E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	9,56E-03	-8,29E-03	0,00E+00	-5,12E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	9,47E-03	-8,27E-03	0,00E+00	-6,17E-05	0,00E+00	0,00E+00
29,5	9,03E-03	-8,05E-03	0,00E+00	-1,07E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,55	8,25E-03	-7,64E-03	0,00E+00	-1,60E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,6	7,57E-03	-7,29E-03	0,00E+00	-1,80E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,65	7,10E-03	-7,06E-03	0,00E+00	-1,88E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,7	6,83E-03	-6,93E-03	0,00E+00	-1,92E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,75	6,70E-03	-6,87E-03	0,00E+00	-1,94E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,8	6,72E-03	-6,88E-03	0,00E+00	-1,89E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,85	6,78E-03	-6,91E-03	0,00E+00	-1,66E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,9	6,89E-03	-6,96E-03	0,00E+00	-1,27E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,95	6,97E-03	-6,98E-03	0,00E+00	-8,24E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	7,37E-03	-7,18E-03	0,00E+00	-2,18E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.24. Histórico de deformações para as cargas da simulação 5 (força de compressão de 1334,9 N e amplitude de força de 7670 N), com 30 ciclos na região central.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	1,53E-02	-1,54E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	1,55E-02	-1,55E-02	0,00E+00	-1,82E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	1,56E-02	-1,56E-02	0,00E+00	-1,82E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,15	1,58E-02	-1,57E-02	0,00E+00	-1,82E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	1,59E-02	-1,57E-02	0,00E+00	-1,82E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	1,59E-02	-1,58E-02	0,00E+00	-1,82E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	1,59E-02	-1,58E-02	0,00E+00	-1,82E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	1,58E-02	-1,57E-02	0,00E+00	-1,82E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	1,57E-02	-1,57E-02	0,00E+00	-1,82E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	1,56E-02	-1,56E-02	0,00E+00	-1,82E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,5	1,54E-02	-1,55E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,55	1,52E-02	-1,54E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,6	1,51E-02	-1,53E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,65	1,49E-02	-1,52E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,7	1,48E-02	-1,52E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,75	1,48E-02	-1,51E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,8	1,48E-02	-1,52E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,85	1,49E-02	-1,52E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,9	1,50E-02	-1,53E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,95	1,51E-02	-1,53E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	1,53E-02	-1,54E-02	0,00E+00	-1,81E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.25. Histórico de deformações para as cargas da simulação 5 (força de compressão de 1334,9 N e amplitude de força de 7076 N), com 30 ciclos na região contato.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	1,28E-02	-1,20E-02	0,00E+00	-8,27E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	1,35E-02	-1,23E-02	0,00E+00	-8,27E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	1,41E-02	-1,26E-02	0,00E+00	-6,56E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,15	1,45E-02	-1,28E-02	0,00E+00	-6,54E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	1,47E-02	-1,29E-02	0,00E+00	-6,63E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	1,48E-02	-1,30E-02	0,00E+00	-6,68E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	1,48E-02	-1,30E-02	0,00E+00	-7,13E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	1,48E-02	-1,29E-02	0,00E+00	-9,33E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	1,45E-02	-1,28E-02	0,00E+00	-1,54E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,45	1,41E-02	-1,26E-02	0,00E+00	-2,45E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,5	1,33E-02	-1,22E-02	0,00E+00	-2,75E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,55	1,26E-02	-1,18E-02	0,00E+00	-2,88E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,6	1,21E-02	-1,16E-02	0,00E+00	-2,95E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,65	1,17E-02	-1,14E-02	0,00E+00	-2,98E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,7	1,15E-02	-1,13E-02	0,00E+00	-3,00E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,75	1,14E-02	-1,13E-02	0,00E+00	-3,00E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,8	1,14E-02	-1,13E-02	0,00E+00	-2,97E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,85	1,14E-02	-1,13E-02	0,00E+00	-2,75E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,9	1,15E-02	-1,13E-02	0,00E+00	-2,31E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,95	1,20E-02	-1,16E-02	0,00E+00	-1,34E-03	0,00E+00	0,00E+00
30	1,28E-02	-1,20E-02	0,00E+00	-8,32E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.26. Histórico de deformações para as cargas da simulação 6 (força de compressão de 1334,9 N e amplitude de força de 9206 N), com 30 ciclos na região de central.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	1,66E-02	-1,67E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,05	1,68E-02	-1,68E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,1	1,70E-02	-1,69E-02	0,00E+00	-1,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,15	1,72E-02	-1,70E-02	0,00E+00	-1,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	1,73E-02	-1,71E-02	0,00E+00	-1,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	1,74E-02	-1,71E-02	0,00E+00	-1,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	1,73E-02	-1,71E-02	0,00E+00	-1,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	1,73E-02	-1,71E-02	0,00E+00	-1,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	1,71E-02	-1,70E-02	0,00E+00	-1,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	1,70E-02	-1,69E-02	0,00E+00	-1,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,5	1,68E-02	-1,68E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,55	1,65E-02	-1,67E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,6	1,64E-02	-1,66E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,65	1,62E-02	-1,65E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,7	1,61E-02	-1,64E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,75	1,60E-02	-1,64E-02	0,00E+00	-1,96E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,8	1,60E-02	-1,64E-02	0,00E+00	-1,96E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,85	1,61E-02	-1,64E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,9	1,63E-02	-1,65E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,95	1,64E-02	-1,66E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00
30	1,66E-02	-1,67E-02	0,00E+00	-1,97E-04	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 5.27. Histórico de deformações para as cargas da simulação 6 (força de compressão de 1334,9 N e amplitude de força de 9206 N), com 30 ciclos na região de contato.

<i>P-seudo tempo</i>	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}	ϵ_{12}	ϵ_{23}	ϵ_{13}
29	1,20E-02	-1,21E-02	0,00E+00	-1,92E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,05	1,22E-02	-1,22E-02	0,00E+00	-1,18E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,1	1,28E-02	-1,25E-02	0,00E+00	-2,55E-05	0,00E+00	0,00E+00
29,15	1,36E-02	-1,29E-02	0,00E+00	-2,73E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,2	1,41E-02	-1,31E-02	0,00E+00	-3,17E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,25	1,42E-02	-1,32E-02	0,00E+00	-3,32E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,3	1,42E-02	-1,32E-02	0,00E+00	-2,98E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,35	1,42E-02	-1,32E-02	0,00E+00	-1,06E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,4	1,41E-02	-1,32E-02	0,00E+00	-2,43E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,45	1,40E-02	-1,31E-02	0,00E+00	-7,43E-04	0,00E+00	0,00E+00
29,5	1,38E-02	-1,30E-02	0,00E+00	-1,41E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,55	1,36E-02	-1,29E-02	0,00E+00	-2,24E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,6	1,29E-02	-1,26E-02	0,00E+00	-3,29E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,65	1,22E-02	-1,22E-02	0,00E+00	-3,54E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,7	1,18E-02	-1,20E-02	0,00E+00	-3,60E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,75	1,16E-02	-1,19E-02	0,00E+00	-3,62E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,8	1,16E-02	-1,19E-02	0,00E+00	-3,59E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,85	1,17E-02	-1,19E-02	0,00E+00	-3,40E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,9	1,18E-02	-1,20E-02	0,00E+00	-3,06E-03	0,00E+00	0,00E+00
29,95	1,19E-02	-1,20E-02	0,00E+00	-2,57E-03	0,00E+00	0,00E+00
30	1,20E-02	-1,21E-02	0,00E+00	-1,93E-03	0,00E+00	0,00E+00

Na Figura 5.32 são descritos os passos para chegar na estimativa da vida à fadiga por fretting por meio da nova proposta, onde são usados os históricos extraídos da simulação como entrada no código da nova proposta. Onde, a vida calculada será a estimada com a nova proposta e a vida observada será a vida obtida com o experimento do Capítulo 4.

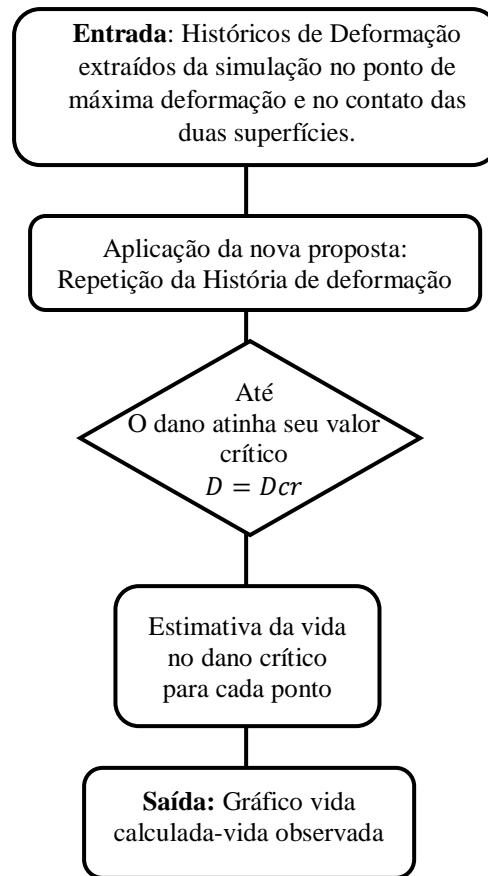


Figura 5.32. Fluxograma de estimativa da vida a fadiga por fretting com a nova proposta.

A Figura 5.33 apresenta o gráfico vida-vida para os históricos destacados anteriormente. Observa-se que o modelo desenvolvido possui boa capacidade preditiva, determinando vidas sempre dentro da faixa de dispersão igual a dois. Pode-se destacar que para os históricos de deformação obtidos para o ponto de maior deformação plástica na região central da simulação no corpo de prova, o modelo sempre determinou vidas maiores do que para a região do canto da área de contato. Isso estabelece que a iniciação da trinca ocorre sempre da região de contato para a região central, segundo a formulação proposta e os experimentos descritos no Capítulo 4. É importante destacar, também, que quanto maior é a carga normal de contato, maior é a vida calculada, o que foi exatamente observado através dos ensaios experimentais. Contudo, para um mesmo nível de pressão, quanto maior é a amplitude de carga, menor é a vida, o que também pode ser observado experimentalmente. Este comportamento do material se dá pelo fato de a carga normal de

contato inicialmente empregada, causar um nível de encruamento inicial ao material e fazer com que a tensão de escoamento inicial aumente, endurecendo o material e fazendo com que a degradação progressiva seja menor, com a aplicação da carga cíclica.

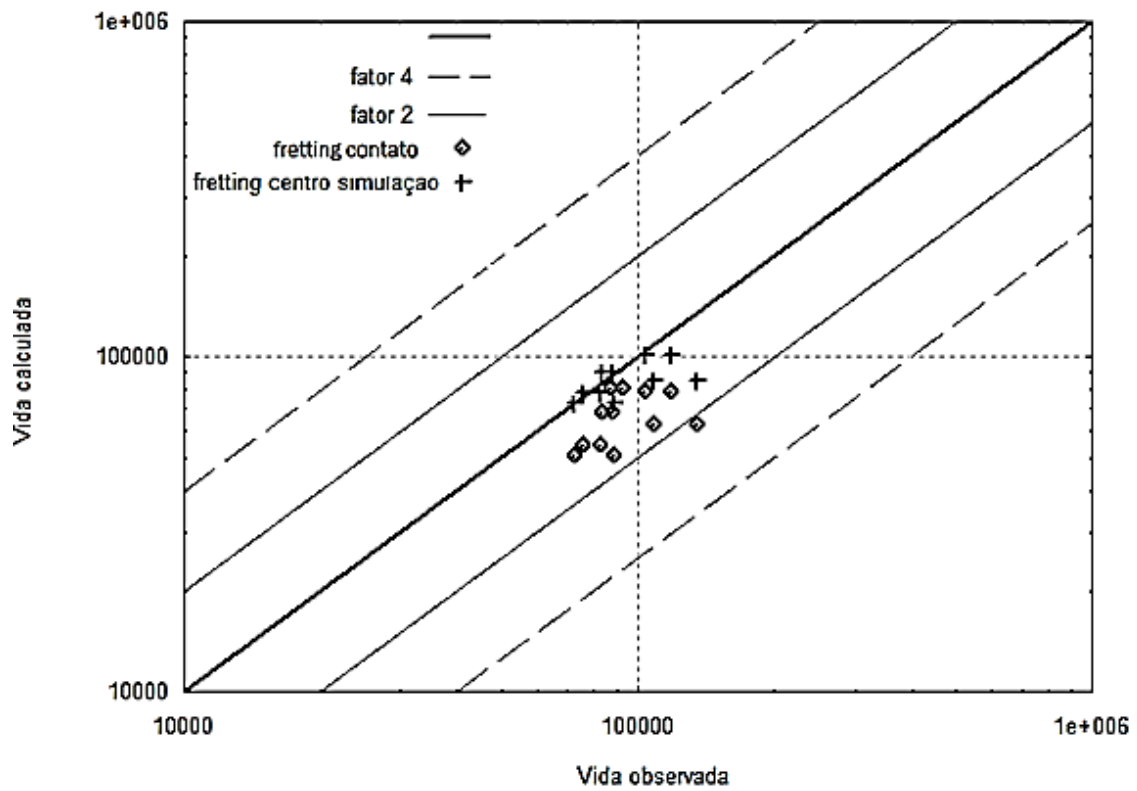


Figura 5.33. Gráfico de vida observada versus a vida calculada para as regiões de contato e central da simulação.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto o estudo do campo de deformação plástica na vida a fadiga por fretting de um sistema composto por um corpo de prova retangular e sapatas com bordas abauladas. Assim, foi proposto um conjunto de ensaios experimentais, onde se estudou diferentes níveis de pressão sobre a sapata, introduzindo por este intermédio, um campo de deformação plástica inicial ao problema. Através destes ensaios, foi possível se observar que quanto maior é a pressão aplicada sobre a sapata, maior é a vida do componente. Este comportamento pode ser justificado, exatamente devido a introdução do campo de deformação plástica inicial, que induz a um endurecimento do material, onde seu nível de tensão de escoamento inicial se eleva, fazendo com que a degradação progressiva do material, devido a presença de deformação plástica, seja reduzida. Observou-se também, através dos experimentos realizados, que para um mesmo nível de pressão aplicada sobre as sapatas, quanto maior é a amplitude de carregamento, menor é a vida do componente. Este comportamento é justificado pelo fato de níveis maiores de amplitude de carregamento gerarem níveis maiores de amplitudes de tensão, reduzindo assim a vida do componente.

Através de uma análise da superfície de fratura dos corpos de prova ensaiados, é possível se observar que a iniciação da trinca de fadiga por fretting ocorre na região de contato entre o corpo de prova e a sapata, mais precisamente, no ponto de maior deformação plástica, dentro da região de adesão. É possível se observar também, que a trinca propaga em direção a região central do bulbo formado pelo campo de deformação plástica. Por outro lado, na superfície de fratura são observadas duas áreas, área de fratura dúctil e área de fratura frágil, a última encontra-se centrada na superfície de fratura. A zona de fratura dúctil, foi diminuindo simultaneamente com o aumento da pressão de aperto das sapatas, sendo isto, um motivo para assumir de forma experimental, que o aumento de pressão de aperto nas sapatas aumenta a vida dos corpos de prova, já que, o caminho da trinca da região de contato (região de fratura frágil) até o centro do corpo de prova (região de fratura dúctil) seria mais longo com maior pressão de aperto das sapatas.

Considerando a formulação constitutiva desenvolvida, foi possível se observar a necessidade de identificar além dos parâmetros elásticos do material, como módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson, parâmetros plásticos, como a curva de encruamento isotrópica e a curva de encruamento cíclica, e também os parâmetros de dano, como o dano crítico, a fração de dano inicial do material, o parâmetro que controle a taxa de evolução do dano em cisalhamento e o parâmetro que distingue a evolução do dano em

tração e compressão. Todos estes parâmetros foram identificados através de ensaios monotônicos e cíclicos (axial e torcional).

Foi realizada inicialmente, uma análise da capacidade preditiva do modelo proposto, através de ensaios de fadiga em corpos de prova convencionais, propostos por Sá (2017). Nesta condição, é possível concluir que o modelo possui excelente capacidade preditiva para vidas menores que 10^6 ciclos, onde foram observadas vidas calculadas sempre dentro da faixa de dispersão igual a dois. Para vidas maiores que 10^6 ciclos, observou-se um comportamento mais conservativo da formulação proposta, calculando vidas sempre menores que as vidas observadas experimentalmente, contudo sempre dentro de uma faixa de dispersão igual a quatro. Este comportamento pode ser justificado pelo fato de os parâmetros de dano serem calibrados para ensaios em corpos de prova convencionais com vida observada por volta de 10^6 ciclos. Esta calibração foi conduzida nesta faixa de vida, pelo fato dos ensaios de fadiga por fretting aqui propostos, observarem vidas sempre entre 10^5 e 10^6 ciclos. Outra observação importante da formulação proposta é o fato de se verificar vidas conservativas para simulações onde o carregamento cisalhante é predominante. Este fato ocorre devido a utilização do mecanismo de dano por cisalhamento de Xue, onde se pode observar na literatura, conclusões conservativas sobre o mesmo, ou seja, o mecanismo quando ativado, possui uma taxa elevada de evolução do dano, levando a vidas curtas.

Por fim, na utilização da formulação na previsão de vida dos experimentos de fretting conduzidos neste trabalho, pode-se verificar que para os históricos de deformação extraídos da região de contato ou do centro do bulbo de deformação plástica, as vidas calculadas sempre se comportaram dentro da faixa de dispersão igual a dois. Contudo, observou-se que as vidas calculadas para os históricos de deformação da região de contato foram sempre menores que as vidas calculadas para os históricos da região central do bulbo de deformação. Esta análise pode levar a conclusão de que a iniciação da trinca sempre ocorre na região de contato entre o corpo de prova e a sapata, tendo sua propagação em direção ao centro do bulbo de deformação plástica, o que foi observado experimentalmente através da análise da superfície de fratura dos corpos de prova. Sendo assim, ao observar o gráfico vida-vida, os resultados obtidos com os históricos da região de contato são mais próximos das vidas experimentais obtidas, isto é uma resposta adequada do modelo novo, já que ele assume como critério de falha o início da trinca.

6.1 Proposta para trabalhos futuros

1. Um dos futuros estudos a realizar na mesma linha de pesquisa seria separar variável de dano por cisalhamento do dano por crescimento de defeitos, assim o dano por cisalhamento poderia ser acoplado na parte desviadora da função de Gurson (Ver Equação 6.1).

$$\Phi = \frac{J_2}{D^{Shear}} - \frac{1}{3} \left[1 + 2f^2 - 2f \cosh \left(\frac{3p}{2\sigma_y} \right) \right] \sigma_y^2, \quad (6.1)$$

2. Fazer o mesmo estudo com o modelo fenomenológico de dano de Lemaitre (1985:1996) e assim realizar comparações dos dois modelos de dano (ver item 2.4.1). A função de escoamento é descrita a seguir:

$$\Phi = \frac{\sqrt{3J_2(\mathit{dev} \sigma - \beta)}}{(1-D)} - (\sigma_o - R(r)), \quad (6.2)$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alquezar M., Arrieta V., Constantinescu A., Flandi L., Maitournam M. H., Wackers P. (2014). Computational fretting fatigue maps for different plasticity models. Wiley Publishing Ltd. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 2014, 37, 446–461

Ambrico J.M., Begley M.R. (2000). Plasticity in fretting contact, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48 (11) (2000) 2391–2417.

Askeland R. D. (1998). *Ciencia e Ingenieria de los Materiales*. Terceira edição. Editora ThomsonInternacional. Capitulo 6 e 7.

Azevedo C.R.F., Henriques A.M.D., Pulino Filho A.R., Ferreira J.L.A., J.A. Araújo J.A. (2009). Fretting fatigue in overhead conductors: Rig Design and failure analysis of a Grosbeak aluminium cable steel reinforced conductor, *Journal Engineering Failure Analysis* 16 (2009)136-151.

Bai, Y. (2008). *Effect of Loading History on Necking and Fracture*. Ph.D Thesis, Massachusetts Institute of Technology.

Brizmer V, Klingerman Y., Etsion L. (2007). A Model for Junction Growth of a Spherical Contact Under Full Stick Condition. *Journal of Tribology*. october 2007, Vol. 129.

Cattaneo C. (1938). Sul Contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi. *Rendiconti dell'Accademia nazionale dei Lincei*, 27, Ser. 6, 342, 434, 474.

Cohen D., Klingerman Y., Etsion L. (2009). The Effect of Surface Roughness on Static Friction and Junction Growth of an Elastic-Plastic Spherical Contact. *Journal of Tribology*. april 2009, Vol. 131.

Chaboche, J. L. (1974). Une loi Differentielle d'Endommagement de Fatigue Avec Accumulation Non Lineaire, *Revue Française de Mécanique*, 50-51.

Chaboche J.L (1989). Constitutive Equations for cyclic Plasticity and Cyclic Viscoplasticity, *International Journal of plasticity*, Vol. 5, pag 247-302.

Cockcroft, M., & Latham, D. (1968). Ductility and workability of metals. *J. Inst. Metals*, pp. 33-39.

Canut, F.A. (2016). Estimativa de Vida à Fadiga por Fretting em Cabos Condutores Baseada na Micromecânica de Defeitos. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas. Publicação ENM.DM – 246/2016, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 92p.

Chang W. R., Etsion I., Bogy D. B. (1987). An Elastic-Plastic Model for the Contact of Rough Surfaces. *Journal of Tribology* april 1987, Vol. 109/25.

De Souza Neto, E.A., Perić, Owen, D.R.J. (2008). Computational methods for plasticity: theory and applications. John Wiley & Sons Ltd.

Dowling, N.E. (1999). *Mechanical Behavior of Materials*, Prentice-Hall. Hills, D. A., & Nowell, D., 1994, “Mechanical of Fretting Fatigue, Solid Mechanics and its applications”, Kluwer Academic Publishers.

Endo T., Matsuishi M. (1968). Fatigue of metals subjected to varying stress – Fatigue lives under random loading. Preliminary Proc. Of the Kyushu District Meeting. The Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka. p. 37-40. march 1968.

Eshelby J. D. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proc. R. Soc. Lond. A*, The Royal Society, v. 241, n. 1226, p. 376–396.

Fabara, H., K. V. (2016). Fadiga e comportamento tensão deformação cíclico da liga de alumínio 7050-T7451, Dissertação de Mestrado Publicação ENM.DM-238/2016, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília DF, 55 p.

Fadel, A. A. (2010). Avaliação do Efeito de Tracionamento em Elevados Níveis de EDS Sobre a Resistência em Fadiga do Condutor IBIS (CAA 397,5 MCM). Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.TD-005/200, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 185 p.

Fouvry S., Kapsa P., Vincent L. (2001). An elastic–plastic shakedown analysis of frettingwear, *Wear* 247 (1) (2001) 41 –54.

Fouvry S., Kapsa P., Vincent L. (2000^a). A Multiaxial Fatigue Analysis of Fretting Contact Taking into Account the Size Effect. *Fretting fatigue: current technology and practices*.

Frederick C.O. and Armstrong. (1966). A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger Effect, *Science Reviews, Materias at High Temperatures* 24(1) pag 1 -26.

Garcia A., Spim J.A., Santos A. (2000). *Ensaio dos Materiais*. Rio de Janeiro: Ltc - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 2000. 247 p.

Gurson, A.L. (1977). Continuum Theory of ductile rupture by void nucleation and growth- Part I. Yield criteria and flow rules for porous ductile media. *J. Engrg Mat, Tech.*, 99:2-15.

Gao, X., Zhang, T., Zhou, J., Graham, S.M., Hayden, M., Roe, C. (2011). On stressstate dependent plasticity modeling: Significance of the hydrostatic stress, the third invariant of stress deviator and the non-associated flow rule, *International Journal of Plasticity*, vol. 27, 2:217-231.

Hertz, H. (1882). *Über die Berührung fester elastischer Körper*, *Jnl. Reine und angewandte Mathematik*, 92, pp. 156-171.

Holzapfel, G.A. (2000). *Non-linear Solid Mechanics. A Continuum Approach for Engineering*. London: John Wiley & Sons.

Johnson, G.R, Cook, W.H. (1985). Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Engineering Fracture Mechanics*, 21(1):31 –48.

Kanvinde A. M., Deierlein G. G. (2008). Validation of Cyclic Void Growth Model for Frature Initiation in Blunt Notch and Dogbone Steel Specimens. *Journal of Structural Enginneering* 134(9): 1528-1537.

Kalombo R. B., Martinez J. M.G., Ferreira J. L. A., Da Silva C.R.M, Araújo J. A. (2015). Comparative fatigue resistance of overhead conductors made of aluminium and aluminium alloy: tests and analysis. *Procedia Engineering* 133 (2015) 223 – 232.

Khan, A., and Huang, S., (1995). Continuum Theory of Plasticity.

Kleineremann, Jean-Pascal. (2000). Identification Paramétrique Et Optimisation Des Procédés De Mise A Forme Par Problèmes Inverses. Université De Liège, Liège, 2000

Lemaitre, J. (1985). A continuous damage mechanics model for ductile fracture. Journal of Engineering Materials and Technology.

Lemaitre, J. (1985). A continuous damage mechanics model for ductile fracture. Journal of Engineering Materials and Technology - Trans. of the ASME, 107:83–89.

Lemaitre, J., Chaboche, J.L. (1990). Mechanics of Solid Materials. Cambridge Uni v Press.

Lemaitre J., Sermage J. e Desmorat R. A. (1999). two scale damage concept applied to fatigue. International Journal of fracture, Springer, v. 97, n. 1-4, p. 67, 1999

Leen S.B., C.H.H., Ratsimba, McColl. R. I, Williams E.J., Hyde T.H. (2002). An investigation of the fatigue and fretting performance of a representative aero-engine spline coupling, Journal of Strain Analysis for Engineering Design 37 (6).

Lindley T. C. (1997). Fretting fatigue in engineering alloys, Int. J. Fatigue, Vol. 19, No 1, pp. S39-S49.

Lopes, J. P. (2016). Análise de vida à fadiga sob carregamentos não proporcionais através de modelo de dano contínuo. Dissertação de mestrado, Publicação ENM.DM-240/2016, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, DF, 173p.

Malcher, L.; Andrade Pires, F.M.; César de Sá, J.M.A. (2012). An Assessment of Isotropic Damage Constitutive Models under high and Low Stress Triaxialities. International Journal of Plasticity.

Malcher, L. (2012). Continuum Modelling and Numerical Simulation of Damage for Ductile Materials, tese de Doutorado em Engenharia Mecânica da Universidade de Porto.

Marcato A. M. (2010). Os apagões e o futuro da eletricidade no Brasil. Jornal de Engenharia Elétrica página 82.

Manual do ensaio de fadiga por fretting UnB (2015).

Maouche N., Maitournam M.H., Dang Van K. (1997). On a new method of evaluation of the inelastic state due to moving contacts, *Wear* 203–204 (1997) 139–147.

McClintock, F. A. (1968). A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes. *J. Appl. Mech.*, 35, 363–371.

Miner M. A. (1945). Cumulative Damage in Fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, New York, p. A159-A164. setembro 1945.]

Mindlin, R. D. (1949). Compliance of elastic bodies in contact, *Jnl. App. Mech.*, 16, pp. 259-268.

McFarlane J. S., Tabor D. (1950). Relation between friction and adhesion Research Laboratory on the Physics and Chemistry of Rubbing Solids, Departamento f Physical Chemistry, University of Cambridge. January 1950.

Mohd Tobi A.L., Ding J., Bandak G., Leen S.B., Shipway P.H. (2009). A study on the interaction between fretting wear and cyclic plasticity for Ti–6Al–4V, *wear* 267 (2009) 270–282.

Muñoz S., Proudhon H., Dominguez J., Fouvry S. (2006). Prediction of the crack extension under fretting wear loading conditions. *International Journal of Fatigue* 28 (2006) 1769–1779.

Mutoh Y. (1995). mechanisms of fretting fatigue. *Japan Society Mechanic Engineering International Journal*, v. 38A, n. 4, 405p.

Nahshon, K., Hutchinson, J. (2008). Modification of the Gurson model for shear failure. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 27:1 –17.

Nowell D. (1988). An analysis of fretting fatigue, D. Phil. thesis, Oxford University.

Ortiz L.B. (1998). Elasticidad. Mc Graw Hill. Tercera Edicion. ISBN 84-481-2046-9.

Palmgren N, A., Lebensdauer D., Kugellager. (1924). Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, v.68, n.14, p. 339–341, 1924.

Pereira, F. G. (2014). Um estudo do parâmetro de Tanaka como medida do encruamento não proporcional, no contexto da plasticidade cíclica. Dissertação de mestrado em Ciências Mecânicas, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 122p.

Poffemberger Swart, J. C., Swart, R.L. (1965). Differential Displacement and Dynamic Conductor Strain. IEEE Transactions: Power Apparatus and Systems. New York, v. 84, n.4, p.281 -289, ago. 1965.

Prager, W. (1955). The theory of plasticity: a survey of recent achievements. Proceedings, Institution of Mechanical Engineers, 169:41 -57.

Rice, J. R., Tracey, D., M. (1969). On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 17:201 –217.

Rigney D. A. and Hirth J. P. (1978). Plastic Deformation and Sliding Friction Of Metals. Wear, 53 (1979) 345 – 370.

Rossino L. S. (2008). Estudo do comportamento em fadiga por fretting da liga al 7050-T7451/ Luciana Sgarbi Rossino; orientador Waldek Wladimir Bose Filho. São Carlos, 2008. 232 pag.

Ruiz, S. A., Méndez, R. C. T., Oller, M. S. (2003). Estimación de daño por fatiga mediante mecánica del daño continuo ‘aplicación a plataformas marinas de acero’. Ingenierías, vol. VI, no 21.

Sá, M.V.C (2017). Estudo sobre o comportamento em fadiga da liga de alumínio 7050- T7451 na presença de entalhe e carregamento axial-torcional. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM DT- 046/2017, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 122 p.

Sá M.V.C., Ferreira J.L.A., Da Silva C.R.M., Araújo J. A. (2018) The role of the shear and normal stress gradients on life estimation of notched AL7050-T7451 under multiaxial loadings. Journal Elsevier 97 (2018) 38-47.

Sebés M., Chollet H., Ayasse J-B., Chevalier L. (2014). A multi-Hertzian contact model considering plasticity. *Wear* .2013.11.036.

Song H., Giessen Vd., Liu X. (2016). Strain gradient plasticity analysis of elasto-plastic contact between rough surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solid*.

Tabor, D. (1981). Friction – The Present State of our Understanding. *ASME J. Lubr. Technol.*, 103, pp.169- 179.

Tvergaard, V.; Needleman, A. (1984). Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metallurgica*, v.32, n.1, p.157-169.

Xue, L. (2008). Constitutive modeling of void shearing effect in ductile fracture of porous materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 75: 3343–3366.

Xue, L., (2007). Damage Accumulation and Fracture Initiation in Uncracked Ductile Solids Subject to Triaxial Loading. *International Journal of Solids and Structures* 44 (16), 5163–5181.

Warhadpande A., Sadeghi F., N. Kotzalas M., Doll G. (2012). Effect of plasticity on subsurface initiated spalling in rolling contact fatigue. *International Journal Of Fatigue Elsevier* 36(2012) 80-95.

Watanabe L. (2014). Análise da vida à fadiga de cabos condutores de energia submetidos a carregamentos Aleatórios. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas. Universidade de Brasília. Departamento de Engenharia Mecânica.

Waterhouse, R. B. (2009). Plastic deformation in fretting process. *Fretting fatigue: current technology and practices*. ASTM STP 1367. West Conshohocken: ASTM, 2000, p. 3-18.

Vichi F. M, (2009). Energia, meio ambiente e economia: o Brasil no contexto mundial. *Quim. Nova*, Vol. 32, No. 3, 757-767, 2009.

Zhou Z. R., Cardout. A., Gourdreu S. and Fiset M. (1996). Fundamental Investigations on electrical conductor fretting fatigue. *Tribology International Elsevier Science Ltd* Vol 29. No 3, pp 221 -232 (1996).

Zhou, J., Gao, X., Sobotka, J.C., Webler, B.A., Cockeram, B.V. (2014). On the Extension of the Gurson-Type Porous Plasticity Models for Prediction of Ductile Fracture under Shear-Dominated Conditions, *International Journal of Solids and Structures*.