

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ESTUDO DE UM MERCADO CONJUNTO DE ENERGIA E  
DIREITOS DE TRANSMISSÃO**

**WLADIMIR PÁEZ GUERRA**

**ORIENTADOR: PABLO EDUARDO CUERVO FRANCO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PUBLICAÇÃO: PPGENE.DM – 355 A/08  
BRASÍLIA / DF: NOVEMBRO – 2008**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ESTUDO DE UM MERCADO CONJUNTO DE ENERGIA E  
DIREITOS DE TRANSMISSÃO**

**WLADIMIR PÁEZ GUERRA**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Pablo Eduardo Cuervo Franco, Doutor (ENE/UnB)  
(Orientador)**

---

**Profa. Kátia Campos de Almeida, Doutora (UFSC)  
(Examinador Externo)**

---

**Profa. Alessandra Macedo de Souza, Doutora (ENE/UnB)  
(Examinador Interno)**

---

**Prof. Ivan Marques de Toledo Camargo, Doutor (ENE/UnB)  
(Examinador Interno Suplente)**

**BRASÍLIA, 7 DE NOVEMBRO DE 2008**

## FICHA CATALOGRÁFICA

GUERRA, WLADIMIR PÁEZ

Estudo de um Mercado Conjunto de Energia e Direitos de Transmissão [Distrito Federal] 2008.

xv, 85p., 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Engenharia Elétrica, 2008).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Sistemas de Potência

2. Direitos de Transmissão

3. Despacho Econômico de Energia

4. Método da bisseção

5. Leilão Conjunto de Energia e Direitos de Transmissão.

I. ENE/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

GUERRA, W. P. (2008). **Estudo de um Mercado Conjunto de Energia e Direitos de Transmissão**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGENE.DM - 355 A/05, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, xv, 85p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Wladimir Páez Guerra.

TÍTULO: Estudo de um Mercado Conjunto de Energia e Direitos de Transmissão.

GRAU: Mestre ANO: 2008

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Wladimir Páez Guerra

## AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho, agradeço:

A Deus pelas dádivas recebidas.

A minha mãe Maria del Carmen, meu pai Pedro e meus irmãos pelo apoio emocional para seguir me superando.

Ao professor e amigo Pablo Cuervo por guiar minha pesquisa e ajudar em cada uma das questões e problemas que surgiram no desenvolvimento do trabalho.

Ao professor e amigo Luis Eduardo Machado por seu conselho para começar o mestrado no Brasil.

Ao CNPq pela ajuda econômica.

Aos fiéis amigos Juan Carlos, Javier, Liudy, Jimmy, Alex, Fernand, Juan Fernando, Diego, Sergio, Diana, Carolina, Renata, Carlos, Sebastián, Egdar, Edison e Juliana que sempre me apoiaram. Em especial a Augusto, Edcelio, Claudia e Cristina com os quais tive a oportunidade de compartilhar, pelo carinho, excelentes contribuições e por sempre ouvir meus desabafos, sofrendo comigo e torcendo pelo meu sucesso.

Aos amigos inesquecíveis de Brasília que tornaram a minha vida aqui muito mais feliz, compreendendo minha ausência e meus dilemas.

A minha outra família na Colômbia que sempre se preocupou por mim; César, Germán e Alcira.

Ao povo colombiano, brasileiro, peruano, mexicano e espanhol.

E para não fazer injustiça, a todos aqueles que, de maneira direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.

A todos muito obrigado.

A meus adorados tesouros,  
todo o carinho e ternura,  
do meu coração.

## **RESUMO**

### **ESTUDO DE UM MERCADO CONJUNTO DE ENERGIA E DIREITOS DE TRANSMISSÃO**

**Autor: Wladimir Páez Guerra.**

**Orientador: Pablo Eduardo Cuervo Franco.**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica.**

**Brasília, Novembro 2008.**

Com abertura de mercados de eletricidade surgiu a necessidade dos agentes envolvidos de projetar mecanismos de proteção contra a volatilidade dos preços. Uma forma de se proteger foi criando direitos de transmissão de dois tipos: ponto a ponto, chamados de FTR e outros direitos relacionados diretamente com determinados corredores, chamados de FGR. Surgiram então mercados de FTR e FGR como forma de alocar estes direitos e ganhar receitas para o sistema de transmissão. Via de regra os mercados de energia e direitos de transmissão operam de forma separada.

O estudo aqui apresentado explora a possibilidade do operador do sistema (OS) executar um mercado conjunto de energia e direitos de transmissão incluindo FTR e FGR. A vantagem desta abordagem é que tanto os preços de energia como de direitos podem diretamente refletir com maior fidelidade os custos envolvidos na operação e no uso da transmissão.

Particularmente, esta abordagem procura ajustar desequilíbrios financeiros que podem resultar na concessão dos direitos de transmissão quando se depende somente de excedentes financeiros devidos ao congestionamento da rede e quando o mercado de direitos de transmissão se realiza de forma separada.

O modelo matemático que caracteriza o problema é um problema linear complementar (PLC) que é resolvido através de uma metodologia simples baseado no método de bissecção evitando o uso de complexas ferramentas e códigos.

Os resultados apresentados mostram como interagem os mercados e o impacto causado neles quando o operador procura adequar financeiramente seus pagamentos. A abordagem proposta é testada em sistemas de 3 barras, 5 barras e no sistema IEEE-14 barras.

## **ABSTRACT**

### **STUDY OF SET OF A ENERGY MARKET AND TRANSMISSION RIGHTS**

**Author: Wladimir Páez Guerra.**

**Supervisor: Pablo Eduardo Cuervo Franco.**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica.**

**Brasília, November 2008.**

With the opening electricity markets came the need for the agents involved to desing protection mechanisms against price volatility. One way to protect it was creating two types of transmission rights: Point to point, called FTR and another rights directly linked to Flow-Gate Rights, called FGR. Then appeared FTR and FGR markets like a way to locate these rights and winning revenues to the transmission system. A rule is energy and transmission rights markets operate in a separated way.

This study explicates the possibility of the system operator (ISO), to execute a joint energy and transmission rights markets including FTR and FGR. An advantage of this approach is more faithfully reflect the costs involved in operation and use of the transmission.

Particularly, this approach seeks to align financial imbalances that may result in the granting of the transmission rights when it depends only of merchandising surplus caused for the network congestion and when the transmission marketing rights is realized in a separated way.

The mathematical model that characterizes the problem is a linear complementarity problem (LCP) that is solved through a simple methodology based in the bisection method, avoiding the use of complex tools ad codes.

The results showed how is the interaction between markets and the impact caused in those ones when the operator tries to adequate financially his payments. The approach proposed is tested in systems of 3 buses, 5 buses and IEEE-14.

## **RESUMEN**

### **ESTUDIO DE UM MERCADO CONJUNTO DE ENERGIA Y DERECHOS DE TRANSMISIÓN**

**Autor: Wladimir Páez Guerra.**

**Orientador: Pablo Eduardo Cuervo Franco.**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica.**

**Brasília, outubro de 2008.**

Con la apertura de los mercados de electricidad surgió la necesidad de los agentes que lo conforman de proyectar mecanismos de protección contra la volatilidad de los precios. Una forma de protegerse fue creando derechos de transmisión de dos tipos: punto a punto, llamados FTR e otros derechos relacionados con determinados trayectos, llamados FGR. Surgieron mercados de FTR y FGR como una forma de localizar esos derechos y ganar ingresos para el sistema de transmisión. Siendo que los mercados de energía y derechos de transmisión operan de forma separada.

El estudio aquí presentado explora la posibilidad del operador del sistema (OS) establecer un mercado conjunto de energía y de derechos de transmisión incluyendo FTR y FGR. La ventaja de este modelo es que tanto los precios de energía como los precios de los contratos de derechos de transmisión pueden reflejarse directamente con mayor fidelidad a los costos envueltos en la operación y el uso de la transmisión.

Particularmente, este modelo procura ajustar los desequilibrios financieros que pueden resultar en la concesión de derechos de transmisión cuando se depende de los excedentes financieros debidos al congestionamiento de la red y cuando el mercado de derechos de transmisión é realizado en forma separada.

El modelo matemático que caracteriza el problema es un problema lineal complementario (PLC) que es resuelto a través de una metodología simple basado en el método de bisección evitando el uso de herramientas complejas y códigos.

Los resultados presentados muestran como interactúan los mercados y el impacto causado en ellos, cuando el operador busca adecuar financieramente sus pagos. El modelo propuesto es testado en sistemas de 3 barras, 5 barras y el sistema IEEE-14 barras.



# SUMÁRIO

<b><u>INTRODUÇÃO.....</u></b>	<b>1</b>
<b>1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA</b>	<b>1</b>
<b>1.2. OBJETIVO</b>	<b>6</b>
<b>1.3. MOTIVAÇÃO</b>	<b>7</b>
<b>1.4. ORIGINALIDADE E CONTRIBUIÇÃO</b>	<b>7</b>
<b>1.5. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>8</b>
<b>1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO</b>	<b>9</b>
<b><u>2. LEILÕES DE ENERGIA E DIREITOS DE TRANSMISSÃO .....</u></b>	<b>11</b>
<b>2.1. LEILÃO DE ENERGIA</b>	<b>12</b>
2.1.1. LEILÃO MONO-PERÍODO DE ENERGIA	12
2.1.2. LEILÃO DE ENERGIA CONSIDERANDO A REDE DE TRANSMISSÃO	13
2.1.3. EFEITOS DO LEILÃO COM REDE CONGESTIONADA	15
<b>2.2. LEILÃO DE DIREITOS DE TRANSMISSÃO</b>	<b>16</b>
2.2.1. LEILÃO DE DIREITOS DE TRANSMISSÃO TIPO FTR (PONTO A PONTO)	16
2.2.2. LEILÃO DE DIREITOS DE TRANSMISSÃO TIPO FGR	17
2.2.3. LEILÃO DE DIREITOS DE TRANSMISSÃO FTR E FGR CONJUNTO	19
<b>2.3. LEILÃO CONJUNTO DE ENERGIA E DIREITOS DE TRANSMISSÃO</b>	<b>20</b>
<b>2.4. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO</b>	<b>23</b>
<b><u>3. SOLUÇÃO DO LEILÃO CONJUNTO ATRAVÉS DO MÉTODO DE BISSECÃO .....</u></b>	<b>25</b>
<b>3.1. PROCEDIMENTO</b>	<b>25</b>
<b>3.2. GERAÇÃO DA RESTRIÇÃO LINEAR</b>	<b>25</b>
<b>3.3. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO</b>	<b>29</b>
<b><u>4. SIMULAÇÕES DE CASOS .....</u></b>	<b>31</b>
<b>4.1. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO DE ENERGIA COM REDE CONGESTIONADA</b>	<b>31</b>
<b>4.2. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO DE DIREITOS DE TRANSMISSÃO – FTR (PONTO A PONTO)</b>	<b>33</b>
<b>4.3. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO DE DIREITOS DE TRANSMISSÃO TIPO – FGR</b>	<b>37</b>

<b>4.4. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO COM FTR (PONTO A PONTO) E FGR SIMULTANEAMENTE</b>	<b>39</b>
<b>4.5. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO CONJUNTO DE ENERGIA E DIREITOS DE TRANSMISSÃO</b>	<b>41</b>
4.5.1. CASO SISTEMA DE TRÊS BARRAS	41
4.5.1.1. Leilão conjunto de energia e direitos tipo – FTR	42
4.5.1.2. Leilão conjunto de energia e direitos tipo – FGR	47
4.5.1.3. Leilão conjunto de energia e direitos de transmissão FTR e FGR	51
4.5.2. SISTEMA DE CINCO BARRAS	54
4.5.2.1. Leilão conjunto de energia e direitos de transmissão em um sistema de cinco barras.	54
4.5.2.2. Leilão conjunto de energia e direitos com presença de uma dupla contingência: linhas de transmissão 1-2 e 3-4 fora de serviço	58
4.5.3. SISTEMA DE CATORZE BARRAS	62
<b>4.6. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO</b>	<b>67</b>
<b><u>5. CONCLUSÕES .....</u></b>	<b><u>69</u></b>
<b>5.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>70</b>
<b><u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</u></b>	<b><u>73</u></b>
<b><u>APÊNDICES.....</u></b>	<b><u>75</u></b>
<b>A – FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO (FPO)</b>	<b>77</b>
<b>B – CASO DE CATORZE BARRAS</b>	<b>78</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Leilão conjunto de Energia e Direitos de Transmissão	21
Figura 3.1. Processo do método da biseção na primeira iteração.	27
Figura 3.2. Proximidade de $\varepsilon^{(2)}$ ao limite $\bar{\varepsilon}$	28
Figura 4.1. Sistema exemplo de três barras	32
Figura 4.2. Sistema exemplo de três barras com contratos de FTR	34
Figura 4.3. Sistema de três barras com despacho de FGR.	38
Figura 4.4. Fluxos nas linhas, FTR e FGR premiados no leilão.	39
Figura 4.5. Leilão de energia e direitos de transmissão tipo FTR sistema de três barras	44
Figura 4.6. Sistema de cinco barras.	54
Figura 4.7. Sistemas de cinco barras com duas linhas abertas.	58

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Análise do limite $\varepsilon^{(2)}$ quando é maior ou menor que o limite do ISO	28
Tabela 4.1. Dados do sistema exemplo de três barras – Caso base.	32
Tabela 4.2. Dados de saída – Leilão de energia com rede congestionada	33
Tabela 4.3. Contratos de injeção e extração de potência, ofertas dos contratos de FTR	35
Tabela 4.4. Dados de saída do leilão de FTR.	36
Tabela 4.5. Dados das linhas e das ofertas de FGR.	37
Tabela 4.6. Dados de saída do leilão de FGR.	37
Tabela 4.7. Dados de entrada do sistema de três barras com ofertas de FTR e FGR.	39
Tabela 4.8. Resultados do leilão de FTR (ponto a ponto) e FGR rede 3 barras	40
Tabela 4.9. Dados do sistema de três barras com ofertas de FTR.	42
Tabela 4.10. Resultados do leilão conjunto sem ajuste para reduzir inadequação.	43
Tabela 4.11. Sistema de três barras ajustado, sem inadequação.	46
Tabela 4.12. Comportamento do TR e EF quando varia $\bar{\varepsilon}$ .	47
Tabela 4.13. Distribuição da inadequação pelo método Pro-Rata com FTR.	47
Tabela 4.14. Dados do sistema de três barras e oferta de FGR.	48
Tabela 4.15. Fluxos e preços do sistema com inadequação e com inadequação reduzida.	48
Tabela 4.16. Leilão de energia e FGR – Situação com inadequação e como inadequação.	49
Tabela 4.17. Comparação de pagamentos e receitas para encontrar $\bar{\varepsilon}$	50
Tabela 4.18. Distribuição da inadequação pelo método Pro-Rata com FGR	51
Tabela 4.19. Leilão conjunto com inadequação – sistema de três barras.	51
Tabela 4.20. Limite de $\bar{\varepsilon}$ - sistema de três barras.	53
Tabela 4.21. Leilão conjunto com inadequação – sistema de três barras	53
Tabela 4.22. Dados do sistema de cinco barras.	55
Tabela 4.23. Dados dos contratos de FTR e FGR do sistema.	55
Tabela 4.24. Inadequação e inadequação reduzida no sistema de cinco barras.	56
Tabela 4.25. Limite $\bar{\varepsilon}$ calculado e desejado no sistema de cinco barras.	58
Tabela 4.26. Despacho de fluxos em estado de inadequação com e sem contingência	59
Tabela 4.27. Despacho e fluxos com redução da inadequação com e sem contingência.	59
Tabela 4.28. Ajuste da inadequação do sistema de cinco barras com contingência.	60
Tabela 4.29. Limite $\bar{\varepsilon}$ - sistema de cinco barras com contingência.	61
Tabela 4.30. Distribuição do ajuste da receita entre os agentes.	61
Tabela 4.31. Ofertas de direitos de transmissão sistema de catorze barras.	62
Tabela 4.32. Inadequação e ajuste de receita – sistema de catorze barras.	63
Tabela 4.33. Sistema de catorze barras - caso contingência em duas linhas.	65
Tabela 4.34. Limite $\bar{\varepsilon}$ para sistema de catorze barras sem contingência.	66
Tabela 4.35. Limite $\bar{\varepsilon}$ para sistema de catorze barras com contingência.	66
Tabela 4.36. Sistema de catorze barras – caso contingência duas linhas.	67

# LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

CCT	Contrato de Congestionamento da Transmissão
DT	Direitos de transmissão
FTR	Direitos de transmissão tipo FTR
FGR	Direitos de transmissão tipo FGR
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
ONS	Operador Nacional do Sistema
OS	Operador do Sistema
ORT	Operador Regional da Transmissão
PLC	Problema Linear Complementar
PJM	Pennsylvania-Nova Jersey-Maryland
PM	Preço de Alocação Marginal
SGC	Sistema de Gerenciamento do Congestionamento
$i, j$	Índice para unidades
$k$	Número de iterações no método da bisseção.
$A_{fir}$	Matriz de correspondência dos FTR.
$b_i$	Oferta do FTR $i$ .
$C_i$	Vetor de custo da unidade geradora $i$ .
$C_i(P_{gi})$	Função custo de geração da unidade geradora $i$ .
$d_i$	Oferta do FGR $i$ .
EF	Excedente Financeiro – Merchandising Surplus
F	Fluxo de potência ativa que circula pela linha de transmissão.
$F^{\max}$	Fluxo máximo da linha de transmissão.
$f_{gr}$	Matriz de FGR premiados.
$f_{gr}^{\min}, f_{gr}^{\max}$	Vetor dos limites FGR mínimo e máximo leiloado.
$f_{gr}^{(k)}$	Matriz dos FGR premiados na iteração $k$ .
$f_{tr}$	Matriz de FTR premiados.
$f_{tr}^{\min}, f_{tr}^{\max}$	Vetor dos limites FTR mínimo e máximo leiloado.

$f_{tr}^{(k)}$	Quantidade de FTR premiado na iteração k.
$f_{grk}^*$	FGR disponibilizados.
$f_{trij}^*$	FTR disponibilizados.
$H$	Matriz de sensibilidade nos elementos de transmissão.
$m$	Número máximo de linhas de transmissão.
$n_d$	Número de cargas no sistema de potência.
$n_g$	Número de geradores.
$n_{FTR}$	Número de ofertas de FTR no sistema de potência.
$n_{FGR}$	Número de ofertas de FG no sistema de potência.
$P_G^{(k)}$	Matriz de potência ativa gerada na iteração k.
$P_G$	Matriz da potência ativa gerada.
$P_{gi}$	Potência ativa gerada da unidade geradora i.
$P_{gi}^{\min}, P_{gi}^{\max}$	Geração mínima e máxima da unidade geradora i respectivamente.
$P_D$	Matriz da potência ativa demandada.
$P_{dj}$	Potência ativa demandada da carga j.
$W_i$	Pagamento da carga i.
$W_{TOT}$	Pagamento total da demanda.
$R_i$	Valor da receita no gerador i.
$R_{TOT}$	Valor da receita total de geração.
$R^{TR}$	Valor da receita recebida pelos direitos de transmissão.
$R^{fir}$	Valor da receita obtida no leilão pelos FTR.
$R^{fgr}$	Valor da receita obtida no leilão pelos FGR.
$S$	Matriz indicando as linhas onde existem ofertas de FGR.
$Tol$	Tolerância ou erro permitido na solução pelo método de bisseção.
$u^{(k)}$	Restrição linear para o método da bisseção na iteração k.
$u^{(1)}$	Restrição linear calculada na iteração N° 1.
$X, A, B$	Matriz diagonal de reatâncias serie dos elementos de transmissão, matriz de incidência da rede e matriz de susceptâncias.

$x_l$	Reatância da linha de transmissão (p.u.).
$\delta$	Vetor dos ângulos de tensão.
$\bar{\epsilon}$	Valor estabelecido para máxima inadequação permitida.
$\epsilon^{(k)}$	Valor da inadequação na iteração k.
$\lambda$	Vetor de preços nodais.
$\lambda^{(0)}$	Vetor de preços nodais da iteração zero do despacho econômico conjunto.
$\lambda^{(k)}$	Vetor de preços nodais na iteração k.
$\mu_k$	Preços de congestionamento da linha k.
$\mu^{\min}, \mu^{\max}$	Vetor de preços de congestionamento mínimo e máximo respectivamente.
$\mu^{\min.(0)}, \mu^{\max.(0)}$	Vetor de preços de congestionamento mínimo e máximo na iteração zero, respectivamente.
$\mu^{\min.(k)}, \mu^{\max.(k)}$	Vetor de preços de congestionamento mínimo e máximo na iteração k, respectivamente.

# INTRODUÇÃO

## 1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A reestruturação do setor elétrico no mundo teve início na década passada, com a desverticalização das empresas e alteração em suas atividades. Foi um fator essencial no avanço dos sistemas de transmissão porque teve como princípio o aumento de competitividade e eficiência, o atendimento adequado à demanda, a estabilidade de regras, a racionalização da oferta e demanda, a capacidade de investimento do setor, o respeito ao meio ambiente, o fortalecimento do estado regulador e fiscalizador e finalmente a participação privada com qualidade e preço justo para os consumidores [6].

Na maioria, senão todas, as regiões do mundo, a hipótese de que a energia elétrica pode ser negociada como se todos os geradores e as cargas estiveram conectados à mesma barra não é defendível. As restrições e perdas na rede de transmissão introduzem distorções no mercado de energia elétrica [4, 6].

A rede de transmissão possui uma capacidade limitada de transporte de energia, e ao ser superado esse limite de operação segura, se diz que a linha está congestionada<sup>1</sup>. O congestionamento constitui um impedimento para o livre uso da rede, manifestando-se com violações nos níveis de tensão na barra e/ou violações nos limites de fluxo de potência pelas linhas de transmissão.

O gerenciamento do congestionamento<sup>2</sup> é uma tarefa que o Operador do Sistema (OS) deve realizar a fim de garantir a segurança do mesmo. As principais consequências do congestionamento são volatilidade de preços, limitação ao livre acesso à rede de

---

<sup>1</sup> Um sistema está congestionado em um instante de tempo quando a determinação do estado de operação está limitada pelas restrições técnicas de algum elemento do sistema.

<sup>2</sup> Com a introdução da concorrência nos mercados elétricos, o gerenciamento do congestionamento cobra especial relevância desde o ponto de vista econômico dado que as situações de congestionamento prejudicam (criam risco) com certos atores do mercado e favorecem (cria oportunidades) em outros.



transmissão, restrições nas condições de concorrência do mercado e condições propícias para o exercício de poder de mercado<sup>3</sup> (Market Power).

Portanto, uma análise inapropriada dos fluxos de potência pode conduzir a conclusões errôneas ou à adoção de modelos elétricos incorretos. É importante ter uma visão global do sistema, tomando em consideração aspectos técnicos e econômicos em seu conjunto.

Atualmente existem vários modelos de gerenciamento do congestionamento (SGC, Sistema de Gerenciamento do Congestionamento), que servem de ferramentas para que os usuários do sistema possam se proteger da volatilidade de preços devidos aos fenômenos de saturação nas linhas de transmissão. Estes modelos propõem a implementação de direitos de transmissão (DT), que são seguros financeiros para os agentes que os adquiram, os quais protegem aos seus donos frente à diferença de preços nodais de energia que incorporam custos devidos ao congestionamento [5, 10].

Identificam-se duas claras tendências no espectro de possibilidades para o tratamento do congestionamento: sistemas nodais com implementação de direitos de transmissão (DT) tipo (FTR) sob uma estrutura centralizada onde o Operador do Sistema (OS/ORT) está encarregado da operação física e o mercado spot. A outra possibilidade está relacionada com os sistemas zonais implementados com DT tipo FGR, onde predomina a tendência de descentralizar a operação do mercado, o qual implica que os agentes participam ativamente da valoração da energia e dos níveis de congestionamento no sistema [1,3,6-8].

Na atualidade só o modelo nodal com implementação de preços de alocação marginal (PM<sup>4</sup>) [8] complementado com DT tipo FTR está sendo implementados com êxito em sistemas como os de Pennsylvania-Nova Jersey-Maryland (PJM) [1], Nova York, Nova Inglaterra e Nova Zelândia. Os sistemas zonais com DT tipo FGR, mesmo assim não têm sido implementados em sistemas reais de grande porte, apesar de serem estudados e discutidos há alguns anos [2].

---

<sup>3</sup> Poder de mercado é uma situação na qual os geradores utilizam as imperfeições do sistema para elevar o preço da energia e aumentar seu benefício. Não há que confundir o fenômeno poder de mercado com a subida dos preços que não influi no congestionamento do sistema.

<sup>4</sup> O PM é um sistema para o cálculo da tarifa flexível que reflete diferenças nos custos de produção de eletricidade, por alocação dos geradores e as cargas, e a demanda total do sistema. O PJM define o PM como o custo marginal de suprir o próximo incremento de energia a uma alocação específica (nó) na rede elétrica, tendo em conta o custo marginal de geração e os aspectos físicos do sistema de transmissão.

A implementação de PM [7] por definição reconhece as limitações da rede de transmissão, por conseguinte fornece os sinais adequados para que essa se expanda em forma consistente com o crescimento do parque de geração e a demanda presente. Não obstante, em um sistema real podem existir milhares de barras (portanto milhares de PM), em alguns sistemas elétricos, se propõe reduzir o número de barras por meio da definição de zonas, as quais tratariam de agrupar nós com similitude no comportamento de seus preços para que de essa maneira possa-se outorgar um preço único à zona que seria aplicável a todas as barras contidas nela. Essas simplificações iriam a favor de uma operação mais simples e transparente em quanto aos sinais de preços que os usuários de transmissão estariam recebendo. Além dos limites das zonas entregariam claros sinais dos fenômenos mais importantes do congestionamento na rede de transmissão. Por esta razão, é que os limites das zonas deveriam ser claramente definidos sob critérios que sejam, consistentes com o comportamento de preços em barras que não danifiquem os mercados de curto e longo prazo. Esses sinais deveriam ser estáveis no tempo, já que seria inadmissível ter que estar definindo novas zonas cada certo tempo dado que afetariam os contratos no longo prazo e poria em risco o abastecimento energético.

O propósito dos DT é permitir que o proprietário consiga neutralizar o valor pago pelo custo de congestionamento, que geralmente é bastante volátil e pode afetar a condição econômica dos agentes [7, 10].

Os DT estão baseados na receita produzida pelo congestionamento das linhas e que são arrecadados pelos proprietários dos mencionados direitos com posterioridade ao investimento que eles realizam [7,11]. Eles são conhecidos de formas diferentes tais como contrato de congestionamento da transmissão (CCT) em NYPP, FTR(Fixed Transmission Rights) em PJM, FTR (Firm Transmission Rights) na Nova Inglaterra e FTR(Financial Transmission Rights) pelo FERC. A expressão genérica FTR é usada aqui para evitar confusão com qualquer implementação do conceito [4].

O FTR é um instrumento puramente financeiro de proteção contra pagamentos inesperados nas linhas de transmissão restringidas [11]. Por exemplo, se existe um contrato por congestionamento de 100 MW entre as barras A e B, esse deveria dar o direito ao dono a receber a diferença nos custos de congestionamento em A e B por cada 100 MW e pelo período em que se estabelece o contrato. Usando o mesmo exemplo anterior, o gerador pode obter um contrato de transmissão por 100 MW entre o ponto em que se encontra o

gerador e o ponto do consumidor. Se uma restrição faz que o preço aumente 6 (\$/h) na localidade do consumidor e que permaneça em 5 (\$/h) no nó do gerador, a diferença constitui a receita por congestionamento. O consumidor paga 6 (\$/h) ao OS pela potência que consome e o OS paga ao gerador 5 (\$/h) pela potência fornecida. Com o contrato de transmissão, o gerador deveria receber 1 (\$/h) por cada 100 MW. Essa receita deveria permitir ao gerador pagar a diferença que aparece com o contrato de geração, pelo que o custo neto do consumidor seria de 5 (\$/h). Sem o contrato de transmissão, o gerador não teria uma receita para compensar ao consumidor a diferença nos preços entre as duas localidades.

Quando somente estão envolvidos um gerador e um consumidor, esta seqüência de intercâmbios nos dois tipos de contrato pode parecer redundante. Embora, nos sistemas de transmissão reais com muitos participantes, esse processo é mais complexo e não parece tão obvio, já que existem muitos possíveis direitos de transmissão entre as diferentes barras.

O OS neste modelo trabalha no mercado de operações de curto prazo para proporcionar um despacho econômico, fazendo a arrecadação e pagamento respectivo de acordo ao preço marginal de operação (PM) em cada localidade, além de distribuir as receitas por congestionamento aos donos dos direitos de capacidade de transmissão. Os geradores e clientes fazem, sem intervenção do OS, os acordos bilaterais para firmar os contratos de geração<sup>5</sup>.

Os preços por congestionamento pagos e recebidos são altamente variáveis e dependentes da carga. Somente o OS tem a informação necessária contida em todos os preços nodais do mercado spot. Os direitos pelos contratos de transmissão definem aqueles direitos que garantam proteção contra as mudanças nas receitas por congestionamento. Se os direitos por capacidade de transmissão têm sido completamente distribuídos, o OS é simplesmente um canal para a distribuição dessas receitas.

Os montantes dos DT são concedidos aos contratos vencedores nos leilões quando ocorre congestionamento; o OS é obrigado a despachar os direitos de transmissão leiloados, fazendo o pagamento aos donos no momento de contabilização e liquidação dos mercados de energia. Esses pagamentos se apóiam nos recursos obtidos da cobrança dos custos de

---

<sup>5</sup> Embora, a participação do ISO nos contratos de transmissão é necessária para analisar as implicações do congestionamento na rede.

congestionamento dos usuários da rede de transmissão. Apesar disso, se apresentam inadequações na receita, ou seja, a receita de congestionamento recebida pelo OS não é suficiente para compensar os pagamentos a serem feitos aos proprietários dos contratos por DT [1].

Através da combinação dos contratos de geração e transmissão, os participantes no mercado elétrico podem estabelecer uma proteção aos preços e reduzir os riscos associados às variações desses. Os FTR uma vez criados podem ser comercializados em mercados secundários, ou seja, podem ser divididos e remarcados. Ao mesmo tempo, o valor destes contratos não pode diferir demasiado dos custos esperados produzidos pelo congestionamento, situação respaldada pelo acesso aberto ao sistema de transmissão e os preços spot nodais [10]. O fato de ser dono destes contratos não outorga o direito a controlar o despacho e cada um dos participantes é livre de confiar nos preços do mercado.

Quando se apresentam os sinais econômicos adequados, os participantes do mercado veem um incentivo para fazer investimentos no sistema de transmissão respaldados pelos FTR [10]:

- Os FTR proporcionam um mecanismo que atribui os benefícios da transmissão junto com os custos associados ao investimento. Os contratos protegem aos seus donos de futuras mudanças nos custos por congestionamento.

- Devido às economias de escala e as interações elétricas na rede, se dão situações nas quais alguns podem ver-se beneficiados pela expansão na transmissão, sem que estes pertençam ao grupo que realizou o investimento. Nestes casos, se precisa um mecanismo regulador com a finalidade de aprovar os investimentos e fazer a atribuição dos respectivos custos. Dentro desta modelagem, o OS arrecada os encargos por congestionamento provenientes dos usuários do sistema ao mesmo tempo faz os pagamentos aos respectivos donos dos FTR. O controle do despacho fica nas mãos do OS, atua como um coordenador, portanto, não é um concorrente neste mercado.

- Se não existem direitos de propriedade bem definidos, a alternativa seria confiar somente no proprietário do sistema de transmissão (ente monopolista) para expandir o sistema, e ao mesmo tempo, teria que enviar as contas a aqueles agentes que fariam uso da rede.

Em resumo, ao aplicar este tipo de contratos se observa o seguinte:

- O OS não recebe receitas.
- Os proprietários do sistema de transmissão recebem os pagamentos fixos regulados.
- Os donos dos contratos recebem compensações pelos custos incorridos no despacho fora de mérito.

Então, os usuários do sistema de transmissão são os que devem pagar os custos de oportunidade<sup>6</sup>.

Outra alternativa para proteger os agentes que participam no mercado contra a volatilidade dos preços e o congestionamento nas linhas de transmissão, está relacionado com os DT sobre uma conexão, trajetória, ou caminho na rede elétrica (Flow Gates Rights) [7]. Uma característica importante do FGR é que permite o fluxo de potência só em uma direção<sup>7</sup> e proporciona um mecanismo para reservar o direito de uso de uma parte da capacidade de cada linha. Dessa forma simplifica o problema do congestionamento de um sistema a uma série de linhas.

## 1.2. OBJETIVO

No presente trabalho o problema do congestionamento é avaliado em relação à limitação da capacidade de transporte da rede, dado pelo limite de estabilidade desses elementos. Estuda-se o efeito da inadequação da receita dos pagamentos que devem ser realizados pelo OS, quando se tem um leilão conjunto de energia e direitos de transmissão (FTR e FGR) em um mercado competitivo de eletricidade. Uma restrição sob uma trajetória específica produz um efeito global no sistema elétrico e com maior incidência naquelas redes altamente interconectadas.

O objetivo desta pesquisa é apresentar as características que possuem os leilões conjuntos de energia e direitos de transmissão e resolver o problema de inadequação de receita, ou seja, que as receitas de congestionamento abrangem o valor dos contratos de direitos de transmissão e garantam os pagamentos aos proprietários desses direitos.

---

<sup>6</sup> Os participantes do mercado spot pagam os preços em cada localidade, onde se incluem os custos de oportunidade pelo uso do sistema no curto prazo. A diferença entre os preços spot define este custo de oportunidade.

<sup>7</sup> O FTR é válido em ambos sentidos do fluxo de potência pela linha.

### **1.3. MOTIVAÇÃO**

O foco deste trabalho está no estudo do comportamento estratégico dos agentes do mercado de energia e de direitos de transmissão, principalmente os geradores, as cargas e os proprietários de direitos de transmissão [8]. A análise de um leilão conjunto é feita do ponto de vista do operador do sistema (OS), já que ele se encarrega de dispor qual é o limite permitido de inadequação de receita.

O estudo de uma metodologia para conhecer quando existe inadequação de receita e seu respectivo ajuste é a principal contribuição deste trabalho.

### **1.4. ORIGINALIDADE E CONTRIBUIÇÃO**

Estudar como é o procedimento para resolver um sistema de potência que possua inadequação de receita e como ela afeta aos agentes do mercado é um dos principais temas abordados, cujos principais propósitos são:

1. Mostrar os modelos usados nos leilões de energia, de direitos de transmissão e no leilão conjunto.
2. Modelar cada leilão, considerando as receitas e pagamentos que devem ser feitos pelos participantes do mercado.
3. Implementação das equações que compõem um leilão de essas características.
4. Propõe um método de solução que considera em forma conjunta a otimização do leilão de energia e direitos de transmissão com inadequação de receita.
5. Observar como é o comportamento da receita dos geradores, os pagamentos da demanda e os pagamentos para os proprietários dos direitos de transmissão.
6. Avaliar aquelas condições que conduzem a inadequação de receita no leilão conjunto de energia e direitos de transmissão e em caso de que aconteçam resolver essa situação com a abordagem a ser desenvolvida.
7. Considerar na modelagem situações de contingência (saída de uma ou duas linhas de transmissão do sistema), analisando situações de inadequação de receita.

8. Mostrar vantagens e desvantagens da abordagem proposta.
9. Apreciar como é a liquidez dos agentes que atuam no leilão conjunto de energia e direitos de transmissão.

### **1.5. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

No mercado “pool” toda a energia produzida e consumida é negociada fisicamente, os produtores e os consumidores injetam ou extraem potência da rede de transmissão de acordo com o despacho econômico de energia [6]. Nesses sistemas, o usuário paga diretamente o custo de gerenciamento do congestionamento como uma parcela do preço nodal, o valor do custo de congestionamento é calculado como: o produto entre o montante de energia transferida pelo agente de uma barra a outra do sistema pela diferença dos preços nodais entre a barra onde ela é retirada e a barra onde ela é injetada [8].

Os agentes que participam no mercado apresentam um grande problema relacionado com a volatilidade dos preços da energia, causados pelo congestionamento nas linhas de transmissão que afeta a concorrência e a rentabilidade dos participantes do mercado. Uma forma de proteção contra essa volatilidade são os mercados de DT implementados em vários países para resolver as mudanças nos preços nodais. Existem duas categorias, os direitos de transmissão ponto a ponto (FTR) associados a uma transferência de energia de um ponto de injeção a um ponto de extração e os direitos de transmissão associados ao fluxo de potência em um elemento específico da rede de transmissão (FGR) [1, 11].

Segundo [1] em um mercado de FTR, o OS é obrigado geralmente a conseguir adequação de receita. Isto é, as receitas de congestionamento precisam ser suficientes para cobrir os pagamentos para os proprietários dos FTR e FGR. Quando existem direitos de transmissão premiados, é importante avaliar que o FTR e o FGR estejam dentro da capacidade da rede de transmissão. A finalidade desses direitos é permitir que o dono consiga neutralizar o valor pago pelo custo de congestionamento que na maioria das vezes é volátil e pode afetar a situação financeira dos participantes do mercado [7, 10, 11].

O leilão é o mecanismo central para garantir a disponibilidade de direitos de transmissão a todos os participantes do mercado em uma base não- discriminatória que permite comprar,

vender, e trocar FTR, válidos para um período específico de tempo tipicamente um mês, uma estação sazonal ou um ano, e para horas de ponta, fora de ponta, ou ambas [1, 10].

Os pagamentos coletados pelo OS para os proprietários dos direitos de transmissão devem ser sempre pelo menos tão grandes como as cobranças pelo congestionamento dos usuários da rede de transmissão [10]. Apesar disso se apresentam inadequações de receita, o que indica que a receita recebida pelo OS por congestionamento na rede elétrica não é suficiente para compensar os pagamentos a serem realizados aos donos dos direitos de transmissão [1, 8].

Na literatura é exposto por [8] um leilão conjunto de energia e direitos de transmissão onde é levada em conta uma base rigorosa que assegura adequação de receita evitando que existam pagamentos adicionais (uplifts), o leilão de [8] pode incluir desequilíbrios nos contratos ponto a ponto e em os outros serviços de eletricidade, tais como capacidade instalada ou reservas operativas.

Em [19] se desenvolvem modelos formulados com PLC para dar solução a mercados de concorrência imperfeita. Com esses modelos se procura manter equilibrado o mercado e dessa forma o OS terá adequação de receita nele.

É importante mencionar que a operação conjunta de FTR e FGR é um tema em estudo e existe uma considerável controvérsia sobre as vantagens e desvantagens de cada método [1, 6]. De igual forma é inevitável a inadequação nestes mercados, motivo pelo qual se expõe um modelo que ajude na avaliação e solução destas situações.

No modelo proposto nesta pesquisa se permitem as ocorrências de inadequação de receita, com a finalidade de dar solução a essa condição pelo método de bisseção e dessa forma encontrar os valores ótimos de geração e de direitos de transmissão que cumprem com o limite de inadequação de receita estabelecido pelo OS.

## **1.6. ESTRUTURA DO TRABALHO**

Este trabalho, além desta introdução, discute, no Capítulo 2, a conceituação e base matemática dos leilões de energia, leilões de direitos de transmissão e os leilões conjuntos de energia e direitos de transmissão. Introduce também a noção de inadequação de receita e



examina aspectos essenciais dela nos leilões conjuntos para a compreensão do modelo proposto e extremamente pertinente para os objetivos deste trabalho.

No Capítulo 3 é apresentado o método de bisseção para resolver um leilão conjunto de energia e direitos de transmissão que possua inadequação de receita, ademais com a finalidade de formular os procedimentos apropriados para resolver este tipo de leilões.

O Capítulo 4 consta de simulações e análise de resultados com sistemas de três, cinco e catorze barras, onde se apresentam situações de inadequação de receita. São resolvidas estas ocorrências aplicando o método de bisseção e encontrando os valores ótimos do leilão conjunto que cumprem com o limite de inadequação estabelecido pelo OS. Ademais se apresentam casos de leilões nos quais acontecem contingências, como por exemplo, a saída de operação de duas linhas de transmissão nos sistemas de cinco e catorze barras.

Finalmente, o Capítulo 5 apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos e pesquisas futuras.

REINICIALIZANDO O NUMERADOR DE FIGURAS

## 2. LEILÕES DE ENERGIA E DIREITOS DE TRANSMISSÃO

Com a finalidade de mostrar o modelo sugerido para o leilão conjunto de energia e direitos de transmissão, este capítulo começa descrevendo os modelos simplificados de leilão de energia mono-período sem considerar rede de transmissão e posteriormente considerando sua presença e implicações.

Na solução dos leilões são necessários métodos de otimização<sup>8</sup> que em forma geral usam o Fluxo de Potência Ótimo (FPO) como algoritmo para atender a carga a custo mínimo, ficando o tratamento do congestionamento implícito na sua formulação (apêndice A).

O FPO se caracteriza por atribuir a capacidade de transporte disponível, não só àqueles geradores que têm os menores custos de geração, como também aqueles que se encontram em condições de despachar energia sem produzir violações nas restrições de transmissão, permitindo a operação segura do sistema. O FPO considera o congestionamento e seus efeitos, mas não protege os agentes contra a volatilidade dos preços pelo congestionamento.

Os leilões são mecanismos dinâmicos e eficientes utilizados para comercializar bens em mercados complexos, principalmente quando não existe uma referência estável de preço. Os leilões podem ser de vários tipos de energia mono-período, multi-período, walsariano e de direitos de transmissão (DT).

O leilão mono-período se caracteriza porque não leva em conta as restrições intertemporais. Os leilões multi-período consideram as restrições intertemporais e cobre um período que pode ser de várias horas a um dia.

Já o leilão walsariano considera várias rodadas de ofertas e os leilões de direitos de transmissão onde os participantes do mercado submetem suas ofertas para compra ou venda de FTR, FGR ou ambos [10].

---

<sup>8</sup> A otimização é o conceito básico por trás da aplicação da computação evolutiva para qualquer problema nos sistemas de potência. Sendo um meio para a modelagem / previsão, controle e simulação. As técnicas de otimização têm sido aplicadas a vários problemas em sistemas de energia: coordenação de unidades térmicas / hidro-térmicas, despacho econômico / FPO, programação de manutenção, alocação de fontes reativas, planejamento da expansão estão entre as mais importantes aplicações [12].

A formulação e análise dos leilões de energia sem rede, com rede e seus efeitos se apresenta neste trabalho. Outros leilões analisados estão relacionados com ofertas de direitos de transmissão tipo FTR e tipo FGR. Uma vez, considerados estes leilões simplificados é levado em conta o modelo proposto que inclui a combinação desses leilões.

## 2.1. LEILÃO DE ENERGIA

Em um leilão de energia mono-período não são levadas em conta as restrições intertemporais que afetam os geradores. Em cada leilão é maximizado o benefício social. Esse benefício é a soma do excedente dos consumidores e do excedente dos produtores.

### 2.1.1. Leilão mono-período de energia

A finalidade do leilão mono-período considerando carga inelástica<sup>9</sup> é minimizar o custo total de geração de um sistema de potência, enquanto são satisfeitos o balanço de potência e as restrições impostas pelos limites de capacidade das unidades de geração [4].

O mercado de energia tipo “pool”<sup>10</sup> segue a formulação (1) – (3) onde cada gerador submete uma oferta de produção de energia para participar no atendimento da demanda prevista inelástica total  $P_d$ . As ofertas dos geradores estão compostas pelas suas funções de oferta  $C_i$  em (\$/h) (1) e os limites de capacidade  $P_{gi}^{\min}$  e  $P_{gi}^{\max}$  (3). A variável  $P_{gi}$  representa a nível de potência ativa que deve produzir o gerador  $i$ , em (MW) caso ele faça parte do despacho.

$$\text{Minimizar } \sum_i^{n_g} C_i(P_{gi}) \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_i^{n_g} P_{gi} = P_d \quad (2)$$

$$P_G^{\min} \leq P_G \leq P_G^{\max} \quad (3)$$

<sup>9</sup> Uma carga é inelástica quando uma variação qualquer no preço resulta em uma variação zero da quantidade demandada, ou seja, independentemente do preço de mercado a quantidade se mantém constante [18].

<sup>10</sup> O mercado pool tem como principal objetivo minimizar o custo de operação do sistema, daí a necessidade de centralizar as operações do sistema. Neste modelo, os geradores e vendedores, de acordo com suas estratégias individuais fazem suas ofertas e lances. E o OS estabelece o preço do mercado para garantir a confiabilidade do sistema.

quando uma variação qualquer no preço resulta numa variação zero da quantidade demandada, ou seja, independentemente do preço de mercado a quantidade se mantém constante.

O problema mostrado é um caso de otimização, cuja solução produz o despacho ótimo de geração  $P_{gi}$  (MW) e o multiplicador de Lagrange  $\lambda$  (\$/MWh).  $\lambda$  representa o preço da energia do sistema (PES) [6,10].

Neste caso a receita das ofertas premiadas no leilão esta dada pelo produto entre a energia fornecida e o preço (PES) como mostra a equação (4). O pagamento da demanda é calculado como o produto entre o preço (PES) e a potência demandada, na equação (5) se mostra está operação.

$$R_i = \lambda \cdot P_{gi}, i = 1, 2, \dots, n_g \quad (\$/h) \quad (4)$$

$$W = \lambda \cdot P_d, \quad (\$/h) \quad (5)$$

Então a receita total se mostra na equação (6) e os pagamentos totais na (7):

$$R_{TOT} = \sum_i^{n_g} \lambda \cdot P_{gi}; \quad (\$/h) \quad (6)$$

$$W_{TOT} = \lambda \cdot P_D; \quad (\$/h) \quad (7)$$

O excedente financeiro seria a diferença entre os pagamentos das cargas pela energia consumida e a receita de geração (8).

$$W_{TOT} - R_{TOT} = \lambda \cdot P_D - \lambda \cdot \sum_i^{n_g} P_{gi} = \lambda \cdot (P_D - \sum_i^{n_g} P_{gi}) = 0 \quad (8)$$

Ou seja, não existe excedente financeiro neste leilão de energia.

### 2.1.2. Leilão de energia considerando a rede de transmissão

Esse leilão de energia está descrito pelas equações (9) – (14), onde o processo de otimização consiste na minimização dos custos de geração, estando sujeito às restrições do sistema de potência como o balanço nodal (10), os limites de geração (11) e a máxima potência que circula pelas linhas de transmissão (12).

$$\text{Minimizar} \quad \sum_i^{n_g} C_i(P_{gi}) \quad (9)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad P_G - P_D = B \cdot \delta \quad (10)$$

$$P_G^{\min} \leq P_G \leq P_G^{\max} \quad (11)$$

$$-F^{\max} \leq H \cdot \delta \leq F^{\max} \quad (12)$$

Onde,

$$F = X^{-1} \cdot A^T \cdot \delta = H \cdot \delta \quad (13)$$

$$\delta_{ref} = 0 \quad (14)$$

A restrição (10) mostra que a diferença entre  $P_G$  e  $P_D$  dá como resultado o vetor de injeções nodais de potência ativa que é igualado aos fluxos de potência que estão circulando pelas linhas de transmissão.  $B$  é a matriz de susceptâncias do sistema de transmissão e  $\delta$  o vetor ângulos de fase das barras. O vetor de multiplicadores de Lagrange  $\lambda$  está associado à restrição (10) e representa os preços nodais.

A restrição de desigualdade (12) está relacionada com os fluxos de potência ativa que circulam pela rede de transmissão, onde o parâmetro  $F^{\max}$  é o fluxo máximo que pode circular pela linha de transmissão. Já a equação (13) descreve que existe um fluxo de potência na linha que conecta dois nós e essa relação está composta pela matriz de sensibilidade dos elementos de transmissão  $H^{11}$  e os ângulos de fase nas barras do sistema.

A receita dos geradores está dada por (15):

$$R_i = \lambda_i \cdot P_{gi}, i = 1, 2, \dots, n_g \quad (\$/h) \quad (15)$$

Os pagamentos são representados por (16):

$$W_j = \lambda_j \cdot P_{dj}, j = 1, 2, \dots, n_d \quad (\$/h) \quad (16)$$

Os valores totais das receitas e dos pagamentos estão nas equações (17) e (18), respectivamente.

$$R_{TOT} = \sum_i^{n_g} \lambda_i \cdot P_{gi}; \quad (\$/h) \quad (17)$$

$$W_{TOT} = \sum_j P_{dj}; \quad (\$/h) \quad (18)$$

O excedente deste tipo de leilão fica da seguinte forma:

$$W_{TOT} - R_{TOT} = \sum_j \lambda_j \cdot P_{dj} - \sum_i^{n_g} \lambda_i \cdot P_{gi} = 0 \quad (19)$$

---

<sup>11</sup>  $H$  pode ser escrita como o produto da matriz diagonal de susceptâncias  $X^{-1}$  pela matriz de incidência da rede  $A$  (matriz que relaciona a conexão entre as barras e as linhas).

### 2.1.3. Efeitos do leilão com rede congestionada

A restrição (20) descreve os fluxos de potência ativa no sistema. As variáveis indicadas por  $\mu^{\min}$  e  $\mu^{\max}$  são os multiplicadores de Lagrange associados à restrição (20) e caracterizam-se por ter um valor nulo na maior parte do tempo, mas apresentam variações exageradas quando há congestionamento na rede de transmissão, dando lugar a situações de volatilidade de preços. Esses representam os preços sombra [14] ou preços de congestionamento em (\$/MWh) [6].

$$-F^{\max} \leq H \cdot \delta \leq F^{\max} \quad (20)$$

Se não existe congestionamento devido às restrições na capacidade de transporte das linhas, os preços nodais da energia  $\lambda_i$  em todas as barras são iguais. Esta característica pode ser provada analisando as condições de otimalidade do problema quando não são consideradas as perdas na transmissão de energia. Os geradores cobram o mesmo preço que pagam os consumidores, ou seja:

$$\sum_i \lambda_i \cdot P_{gi} = \sum_j \lambda_j \cdot P_{dj} \quad (21)$$

Quando o sistema está congestionado e atuam as restrições sobre as linhas, os preços  $\lambda_i$  são diferentes de uma barra à outra, nessa situação o pagamento feito pelas cargas e a receita dos geradores diferem em função da barra na qual estejam conectados. Em um sistema congestionado, a solução do leilão caracterizado por um FPO satisfaz [14]:

$$\sum_i^{n_g} \lambda_i \cdot P_{gi} + \sum_k^m \mu_k \cdot F_k = \sum_j \lambda_j \cdot P_{dj} \quad (22)$$

Ou seja, o pagamento das cargas é igual às receitas dos geradores mais o valor do congestionamento. Como os multiplicadores  $\mu_k$  de (22) são positivos ou zero é deduzido que:

$$\sum_k \mu_k \cdot F_k \geq 0 \quad (23)$$

Portanto, em um sistema congestionado a receita total recebida pelos geradores é menor que os pagamentos feitos pelas cargas (24) [10].

$$\sum_i^{n_g} \lambda_i \cdot P_{gi} < \sum_j \lambda_j \cdot P_{dj} \quad (24)$$

No leilão de energia com rede congestionada as receitas dos geradores e os pagamentos feitos pela demanda estão regidos pelas equações (25) e (26) respectivamente.

$$R_{TOT} = \sum_i^{n_g} \lambda_i \cdot P_{gi}; \quad (\$/h) \quad (25)$$

$$W_{TOT} = \sum_j \lambda_j \cdot P_{dj}; \quad (\$/h) \quad (26)$$

De modo que o excedente financeiro (EF, ou, “Merchandising Surplus”) é como mostra (27).

$$EF = \sum_j \lambda_j \cdot P_{dj} - \sum_i^{n_g} \lambda_i \cdot P_{gi} = \sum_k^m \mu_k \cdot F_k \quad (27)$$

$$\therefore EF = W_{TOT} - R_{TOT}$$

Quando EF é suficiente para pagar os portadores de direitos de transmissão o equilíbrio financeiro é mantido não ocorrendo inadequação de receita.

## 2.2. LEILÃO DE DIREITOS DE TRANSMISSÃO

Existem três tipos de leilões de direitos de transmissão, um deles caracterizado pela oferta de FTR, outro pela oferta de FGR e finalmente quando existe a presença de ambos no mesmo mercado. Deve-se mencionar que os montantes de direitos de transmissão são concedidos aos vencedores de leilões realizados com determinada antecedência em relação à data de operação do sistema, ou seja, os direitos são válidos em um período definido de tempo, tipicamente um mês, uma estação sazonal ou um ano, e freqüentemente durante o horário de ponta e fora de ponta [1]. Os portadores de direitos de transmissão conhecem com antecedência como são as possíveis injeções e extrações de potência nas barras, para levar uma idéia de como é o comportamento do leilão de energia e fazer suas ofertas sem nenhum inconveniente.

### 2.2.1. Leilão de direitos de transmissão tipo FTR (ponto a ponto)

O leilão de FTR caracterizado por (28) – (32) procura maximizar as ofertas por direitos de transmissão composta por,  $b$ , em ( $\$/MWh$ ) e a quantidade requerida  $f_{tr}^{\min}, f_{tr}^{\max}$ . O leilão determina os níveis premiados de direitos de transmissão  $f_{tr}$  em (MW) e verificado o congestionamento os donos de FTR premiados recebem seus pagamentos levando em consideração as limitações que o sistema possui (29) – (32).

A restrição (29) apresenta as potências líquidas injetadas nas barras ( $P_G - P_D$ ) mais as ofertas por FTR que devem ser igualadas aos fluxos circulando pelas linhas de transmissão. A matriz  $A_{fir}$  em (29) representa os pontos de injeção e extração que definem cada FTR solicitado no leilão.

$$\text{Maximizar } b^T \cdot f_{tr} \quad (28)$$

$$\text{Sujeito } a : P_G - P_D + A_{fir} \cdot f_{tr} = B \cdot \delta \quad (29)$$

$$-F^{\max} \leq H \cdot \delta \leq F^{\max} \quad (30)$$

$$f_{tr}^{\min} \leq f_{tr} \leq f_{tr}^{\max} \quad (31)$$

$$\delta_{ref} = 0 \quad (32)$$

O leilão define os FTR que conseguiram ser premiados, ou seja, direitos disponibilizados  $f_{trij}^*$ . Os donos desses direitos recebem a proteção do OS de acordo com (33):

$$\pi_{ij}^{fir} = f_{trij}^* (\lambda_j - \lambda_i) \quad (33)$$

Portanto, o pagamento total a ser realizado para os donos dos contratos de FTR é:

$$\pi_{TOT}^{fir} = \lambda^T \cdot A_{fir} \cdot f_{tr} = \sum_{ij} f_{trij}^* \cdot (\lambda_j - \lambda_i) \quad (34)$$

A receita obtida no leilão é (35), que se usa para pagar o uso do sistema de transmissão [10]. Esta receita líquida deve ser alocada pelo OS aos proprietários do sistema de transmissão baseado em um critério determinado previamente.

$$R^{fir} = b^T \cdot f_{tr}^* \quad (35)$$

### 2.2.2. Leilão de direitos de transmissão tipo FGR

Este leilão está caracterizado pelo problema de otimização descrito em (36) – (40) procura escolher as ofertas que pagam mais pelos direitos de transmissão tipo FGR. O vetor  $d$ , representa as ofertas dos FGR em (\$/MWh), o vetor  $f_{gr}$  representa os níveis de direitos de FGR premiados que sejam aceitos no leilão.

$$\text{Maximizar } d^T \cdot f_{gr} \quad (36)$$

Este leilão deve também estar sujeito a restrições técnicas (37) – (40) para garantir soluções factíveis.



A restrição (37) obriga ao atendimento da carga no período satisfazendo as leis elétricas, onde a diferença  $(P_G - P_D)$  representa o vetor de injeções nodais de potência ativa igualado ao vetor de fluxo que circula pelas linhas de transmissão.

$$\text{Sujeito a: } P_G - P_D = B \cdot \delta \quad (37)$$

Na restrição (38) se observam os limites das linhas de transmissão, considerando as ofertas de FGR. H representa a matriz de sensibilidade nos elementos de transmissão<sup>12</sup> e a matriz S serve para indicar as linhas ou caminhos onde existem contratos por FGR e o valor da variável  $f_{gr}$  são as ofertas vencedoras no leilão. Da restrição (38) serão obtidos os multiplicadores de Lagrange  $\mu^{\min}$  e  $\mu^{\max}$  que aparecem representando os preços de congestionamento das linhas de transmissão [14].

$$-F^{\max} \leq H \cdot \delta + S \cdot f_{gr} \leq F^{\max} \quad (38)$$

A restrição (39) mostra os limites mínimo e máximo dos FGR que são parte da oferta submetida ao leilão.

$$f_{gr}^{\min} \leq f_{gr} \leq f_{gr}^{\max} \quad (39)$$

Também para o sistema deve estabelecer-se um ângulo de referência.

$$\delta_{ref} = 0 \quad (40)$$

Os pagamentos que deve realizar o OS para os donos dos FGR premiados no leilão são feitos de acordo com (41),  $\mu_k$  são os preços de congestionamento da linha k e  $f_{gr k}^*$  é o nível do direito de transmissão que foi vencedor no leilão. É de ressaltar que o multiplicador  $\mu$  é sempre maior que zero quando a linha está congestionada.

$$\pi_k^{fgr} = \mu_k \cdot f_{gr k}^* \quad (41)$$

Os pagamentos totais que o OS deve fazer por FGR são,

$$\pi_{TOT}^{fgr} = \sum_k \pi_k^{fgr} \quad (42)$$

A receita obtida (43) é utilizada para os mesmos fins que no caso dos FTR.

$$R^{fgr} = d^T \cdot f_{gr}^* \quad (43)$$

---

<sup>12</sup> H pode ser escrita como:  $H = X^{-1} \cdot A^T$ , onde matriz de susceptância  $X^{-1}$  pela matriz de incidência da rede A.

### 2.2.3. Leilão de direitos de transmissão FTR e FGR conjunto

No caso de existir um mercado conjunto de direitos de transmissão incluindo FTR e FGR, o leilão fica caracterizado por (44) – (49). O mecanismo de leilão de direitos de transmissão (FTR e FGR) consiste em receber ofertas  $b$  e  $d$  em (\$/MWh) para reservar FTR e FGR em (MW) respectivamente. O objetivo é assegurar que as ofertas vencedoras do leilão sejam factíveis e garantam receita para o OS.

A função de otimização (44) procura aceitar as ofertas com maior valor ofertado por FTR e FGR, que incluem os blocos desejados (45) – (46).

$$\text{Maximizar } b^T \cdot f_{tr} + d^T \cdot f_{gr} \quad (44)$$

$$f_{tr}^{\min} \leq f_{tr} \leq f_{tr}^{\max} \quad (45)$$

$$f_{gr}^{\min} \leq f_{gr} \leq f_{gr}^{\max} \quad (46)$$

A condição de factibilidade para os FTR está dada por (45) e o fluxo de carga está dado por (47).

$$P_G - P_D + A_{ftr} \cdot f_{tr} = B \cdot \delta \quad (47)$$

A condição de factibilidade para os FGR está sendo exigida pela restrição (48).

$$-F^{\max} \leq H \cdot \delta + S \cdot f_{gr} \leq F^{\max} \quad (48)$$

$$\delta_{ref} = 0 \quad (49)$$

Atendidas todas as condições do leilão de direitos de transmissão (FTR e FGR), a solução do problema de otimização produz os ângulos de fase para os fluxos de potência na rede de transmissão, os preços nodais  $\lambda_i$ , os preços de congestionamento ( $\mu_k^{\min}$  e  $\mu_k^{\max}$ ) e finalmente as ofertas de  $f_{tr}^*$  e  $f_{gr}^*$  premiadas no leilão.

Estes direitos,  $f_{tr}^*$  e  $f_{gr}^*$ , protegem a seus donos no caso que aconteça congestionamento e volatilidade nos preços da energia. Os pagamentos para esses proprietários de FTR e FGR premiados no leilão foram apresentados em (33) e (41) respectivamente, e os pagamentos totais de FTR e FGR se mostram em (34) e (42) respectivamente.

$R^{TR}$  é a receita obtida pelo OS no leilão de direitos de transmissão. Caso exista posteriormente congestionamento, os donos dos direitos ficam protegidos por possuírem

$f_{tr}^*$  e  $f_{gr}^*$  a serem pagos pelo OS de acordo com as características de cada direito. Ou seja,  $(\lambda_j - \lambda_i) \cdot f_{tr\ ij}^*$  para cada  $ij$  e  $\mu_k^{\max} \cdot f_{gr\ k}^*$  para cada  $k$ . Em (51) está o que o OS deve pagar aos proprietários dos DT.

$$R^{TR} = \sum_{ij} b_{ij} \cdot f_{tr\ ij}^* + \sum_k d_k \cdot f_{gr\ k}^* \quad (50)$$

$$\pi^{TR} = \sum_{ij} (\lambda_j - \lambda_i) \cdot f_{tr\ ij}^* + \sum_k \mu_k \cdot f_{gr\ k}^* \quad (51)$$

### 2.3. LEILÃO CONJUNTO DE ENERGIA E DIREITOS DE TRANSMISSÃO

Os leilões de energia têm como objetivo atender a carga considerando as ofertas mais econômicas no mercado. Os leilões de direitos de transmissão se encarregam de proteger os agentes participantes contra a volatilidade dos preços. No entanto, a alocação de direitos de transmissão (DT) afeta a disponibilidade de capacidade do sistema de transmissão, por conseguinte, afeta as ofertas de energia.

A estratégia de ter mercados de energia e DT de forma separada produz preços tanto de energia quanto de DT que não refletem a operação do sistema. O objetivo de considerar estes mercados operando em forma conjunta é obter as ofertas mais econômicas de energia e DT, refletindo diretamente o impacto entre os preços de cada mercado e os consequentes pagamentos e receitas para os agentes que participam.

O foco principal deste trabalho é observar o comportamento dos agentes quando ocorre inadequação de receita no leilão. Acontece inadequação, quando as receitas por congestionamento da rede de transmissão são menores que ao montante a ser pago aos donos dos contratos de DT no leilão conjunto. Essas receitas por congestionamento são equivalentes ao excedente financeiro (EF) recebido pelo OS.

Como as ocorrências de inadequação são indesejáveis, no momento que aconteça, o objetivo é ajustar o leilão conjunto de acordo com o limite estabelecido pelo OS. Já que essa inadequação pode gerar pagamentos (encargos) exagerados aos agentes na forma de taxas adicionais (uplift).

A Figura 2.1 ilustra de modo simplificado esse tipo de leilão e como, da solução, obtêm-se os preços por barra, os preços de congestionamento e a adequação da receita por parte do OS.

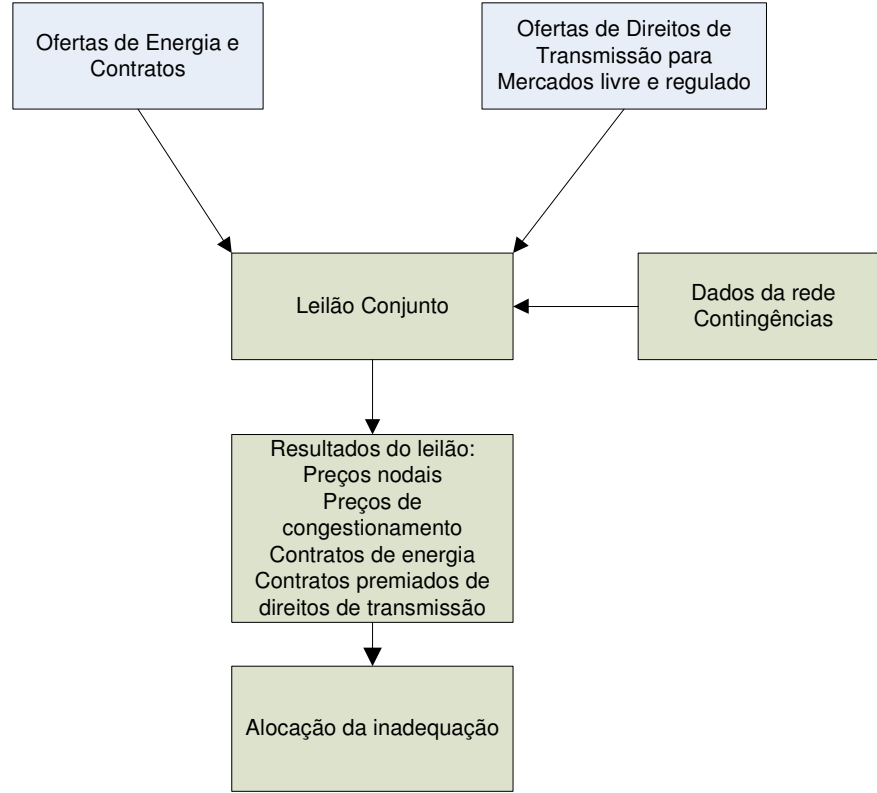


Figura 2.1: Leilão conjunto de Energia e Direitos de Transmissão.

O problema de otimização que caracteriza um leilão que trabalha em forma conjunta o despacho econômico de energia e de direitos de transmissão, é modelado por (52) – (58), busca minimizar as ofertas de geração e ao mesmo tempo maximiza as ofertas por direitos de transmissão (FTR e FGR).

$$\text{Minimizar } C_i^T \cdot P_G - b^T \cdot f_{tr} - d^T \cdot f_{gr} \quad (52)$$

$$\text{Sujeito a : } P_G - P_D + A_{ftr} \cdot f_{tr} = B \cdot \delta \quad (53)$$

$$-F^{\max} \leq H \cdot \delta + S \cdot f_{gr} \leq F^{\max} \quad (54)$$

$$P_G^{\min} \leq P_G \leq P_G^{\max} \quad (55)$$

$$f_{tr}^{\min} \leq f_{tr} \leq f_{tr}^{\max} \quad (56)$$

$$f_{gr}^{\min} \leq f_{gr} \leq f_{gr}^{\max} \quad (57)$$

$$\delta_{ref} = 0 \quad (58)$$

A restrição (53) garante a factibilidade da oferta dos FTR levando em conta as leis elétricas. As variáveis duais associadas representam os preços nodais,  $\lambda_i$ , os quais refletem a influência do mercado de energia e direitos de transmissão.

A restrição (54) garante a factibilidade das ofertas dos FGR levando em conta a capacidade das linhas ou caminhos. São obtidos os preços de congestionamento  $\mu^{\min}$  e  $\mu^{\max}$  importantes para conhecer os pagamentos que serão feitos pelo OS aos donos dos FGR.

Nas restrições (55), (56) e (57) são levadas em consideração os limites mínimos e máximos das ofertas de geração, das ofertas de FTR e das ofertas de FGR respectivamente.

Neste modelo o leilão fornece os níveis aceitos de energia,  $P_G$ , os  $f_{tr}^*$  e  $f_{gr}^*$  premiados, os preços nodais  $\lambda_i$ , os preços de congestionamento  $\mu$  e os ângulos de fase  $\delta$  das barras. Com esses dados, o OS deve determinar os pagamentos realizados pelas cargas,  $W_{TOT}$  (26), as receitas que receberam os geradores,  $R_{TOT}$  (25), e os pagamentos que devem ser feitos aos proprietários dos DT (59).

$$\pi^{TR} = \lambda^T \cdot A_{ftr} \cdot f_{tr} + \mu^{\min T} \cdot S \cdot f_{gr} + \mu^{\max T} \cdot S \cdot f_{gr} \quad (59)$$

Se os pagamentos por DT (59) e o excedente financeiro (27) garantem (60), então, há adequação de receita. Esta ocorrência não é levada em consideração no leilão de DT quando ele se analisa de forma isolada para determinar  $R^{TR}$ .

$$\pi^{TR} - EF = \pi^{TR} - \left[ \sum_j \lambda_j \cdot P_{dj} - \sum_i^{n_g} \lambda_i \cdot P_{gi} \right] \leq 0 \quad (60)$$

Caso contrário, se a diferença entre (59) e (27) é maior que zero existe inadequação da receita, portanto, o OS precisa que os custos de congestionamento coletados dos usuários da rede sejam suficientes para cobrir os pagamentos totais aos portadores dos FTR e FGR.

Na medida que cada vez mais existem agentes utilizando intensivamente os sistemas de transmissão, freqüentemente podem acontecer inadequações porque a receita de congestionamento recebida pelo OS não é suficiente para compensar os pagamentos aos contratos por direitos de transmissão de energia [1]. Então o leilão conjunto (52) – (58) deve considerar a restrição adicional (61).

$$\pi^{TR} - EF = (\lambda^T \cdot A_{fir} \cdot f_{ir} + \mu^{\min T} \cdot S \cdot f_{gr} + \mu^{\max T} \cdot S \cdot f_{gr}) - \lambda^T \cdot (P_D - P_{Gi}) \leq \bar{\epsilon} \quad (61)$$

A restrição (61) apresenta o produto entre variáveis duais do problema (52) – (58) e variáveis primárias, por conseguinte é uma restrição não linear. No entanto, a estratégia seguida consiste em uma aproximação linear de essa restrição fixando as variáveis duais a partir de uma primeira solução de (52) – (58). Somente depois de obter esses valores a restrição (61) é incluída no corpo de restrições do problema (52) – (58).

Onde  $\bar{\epsilon}$  representa a inadequação desejada pelo OS que pode ser zero ou um valor que ele estabelece. Caso o resultado da diferença de inadequação seja negativo, a receita recebida pelo OS é suficiente para efetuar os pagamentos dos direitos de transmissão adquiridos pelos agentes [1].

Esse novo leilão conjunto de energia e direitos de transmissão se caracteriza por ser um problema linear complementar (PLC) pela presença da restrição linear (61) que fica em função das variáveis duais do mesmo problema de otimização. Pretende-se realizar uma linearização e na busca da solução desse novo leilão obter os valores ótimos das ofertas de geração e DT que permitam adequar a receita do sistema de potência até um limite  $\bar{\epsilon}$  estabelecido pelo OS.

O limite  $\bar{\epsilon}$  permitirá determinar que tão baixa pode ficar a inadequação de receita levando em consideração a liquidez no mercado de DT, além de definir os valores ótimos das ofertas de geração e os preços nodais.

## 2.4. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Em um leilão de energia somente é realizado um despacho econômico de geração que atenda a demanda de energia do sistema. Dado que, o preço da energia (PES) é igual, a receita dos geradores é igual ao pagamento total realizado pela carga.

Entretanto, nos leilões com rede congestionada os preços nodais,  $\lambda_i$ , são diferentes e aparecem os preços de congestionamento,  $\mu^{\min}$  e  $\mu^{\max}$ , devidos às restrições de fluxo de potência nas linhas de transmissão. Então, com a presença da restrição de capacidade nas linhas aparece o excedente financeiro, esse conceito é interpretado como as receitas obtidas pelo congestionamento da rede.

Nos leilões de DT são analisadas as receitas recebidas pelos donos dos DT, observando a incidência que têm as ofertas de FTR e FGR na rede de transmissão produzindo estados de congestionamento no sistema.

Nos leilões conjuntos de energia e direitos de transmissão ocorrem estados de inadequação de receita devidas às restrições e limitações que possui o sistema de potência. Nesse tipo de ocorrências o OS avalia e reduz a inadequação de receita do leilão e assim, determina uma nova solução que produz o despacho ótimo de geração e alocação de FTR e FGR, levando em conta as limitações que possui a rede de transmissão.

No capítulo seguinte, será analisado o método da bisseção para a solução de um leilão conjunto de energia e de direitos de transmissão com inadequação de receita.

REINICIALIZANDO O NUMERADOR DE FIGURAS

### **3. SOLUÇÃO DO LEILÃO CONJUNTO ATRAVÉS DO MÉTODO DE BISSEÇÃO**

A convexidade do problema (52) – (58), (61) não é demonstrada aqui. Por conseguinte, não existe garantia de que o procedimento de bisseção converge para todos os casos. No entanto, experimentalmente para vários sistemas considerados em diferentes pontos de operação houve convergência com o método da bisseção reduzindo a inadequação em todos os casos, obtendo uma grande aproximação que na prática tem-se mostrado razoável.

#### **3.1. PROCEDIMENTO**

Na solução do sistema é necessário seguir os seguintes passos:

Passo 1. Resolver o leilão conjunto de energia e direitos de transmissão com (52) – (58).

Passo 2. Caso (60) seja violada, ocorre inadequação de receita no sistema de potência, ou seja, o valor de  $\bar{\epsilon}$  foi ultrapassado, deve-se introduzir uma aproximação linear para simular a restrição (61) na solução do mercado conjunto. Essa restrição se acrescenta ao conjunto de restrições do leilão (52) – (58).

Passo 3. Resolva o leilão acrescentando uma aproximação linear (61) do passo anterior.

Passo 4. Se não há violação ao limite  $\bar{\epsilon}$  imposto pelo OS, a solução é obtida. Caso contrário vá para o passo dois.

#### **3.2. GERAÇÃO DA RESTRIÇÃO LINEAR**

Como pode ser visto no passo três, é necessário introduzir uma restrição linear. A forma de fazer a geração da restrição está baseada no método da bisseção<sup>13</sup>.

---

<sup>13</sup> O método da bisseção pode ser aplicado para resolver equações não lineares como  $f(x)=0$ , onde é conhecido algum intervalo  $[a,b]$  no qual  $f(x)$  é contínua e uma única solução existe... [17].



Na iteração (k) do processo de solução do leilão conjunto acima é possível calcular  $\varepsilon^{(k)}$  com (62).

$$\varepsilon^{(k)} = (\lambda^{(k)})^T \cdot A_{fir} \cdot f_{ir}^{(k)} + \mu^{\min.(k)T} \cdot S \cdot f_{gr}^{(k)} + \mu^{\max.(k)T} \cdot S \cdot f_{gr}^{(k)} - \lambda^{(k)T} \cdot (P_D - P_{Gi}^{(k)}) \quad (62)$$

Se  $\varepsilon^{(k)} \leq \bar{\varepsilon}$ , então o mercado conjunto de energia e direitos de transmissão está completo e o OS conseguiu ajustar a receita ao limite de inadequação pré-especificado  $\bar{\varepsilon}$ . Caso contrário, para atingir  $\bar{\varepsilon}$  é introduzida a restrição adicional (63) no leilão original.

$$(\lambda^{(0)})^T \cdot A_{fir} \cdot f_{ir}^{(k)} + \mu^{\min.(0)T} \cdot S \cdot f_{gr}^{(k)} + \mu^{\max.(0)T} \cdot S \cdot f_{gr}^{(k)} - \lambda^{(0)T} \cdot (P_D - P_{Gi}^{(k)}) \leq u^{(k)} \quad (63)$$

A restrição (63) é linear e facilmente acrescentada ao PLC representado pelas equações (52) – (58). Durante cada iteração (k) se usa o método da bisseção para atualizar  $u^{(k)}$ .

Antes de fazer a primeira iteração o leilão é calculado sem impor a restrição de adequação da receita (61). Baseados nos resultados desta primeira avaliação do leilão,  $\varepsilon^{(0)}$  é calculada utilizando (62) e comparada com  $\bar{\varepsilon}$ , a continuação se enuncia o procedimento para essa busca iterativa.

1. Se  $\varepsilon^{(0)} > \bar{\varepsilon}$ , então, o valor de  $u$  na iteração,  $u^{(1)}$ , será reduzido e escolhido como a média entre  $\varepsilon$  e  $\bar{\varepsilon}$  (64).

$$u^{(1)} = \frac{\bar{\varepsilon} + \varepsilon^{(0)}}{2} \quad (64)$$

Calcula-se o mercado conjunto de energia e direitos de transmissão (52) – (58), considerando também a restrição linear (61). Dos resultados obtidos se avalia o novo limite ( $\varepsilon^{(1)}$ ) a partir de (62), se o modulo da diferença entre  $\varepsilon$  e  $\varepsilon^{(1)}$  é menor que uma tolerância permitida (erro) a solução do leilão foi encontrada.

O critério de parada a ser satisfeito é como mostra (65).

$$|\bar{\varepsilon} - \varepsilon^{(k)}| < tol \quad (65)$$

2A. Se  $\varepsilon^{(1)} = \varepsilon_{(b)}^{(1)} < \bar{\varepsilon}$ , então,

$$u_{(b)}^{(2)} = \frac{u^{(1)} + \varepsilon^{(0)}}{2} = \frac{u^{(1)} + u^{(0)}}{2} \quad (66)$$

Resolva o leilão (52) – (58), (61) e (66), determinado o valor de  $\varepsilon^{(1)}$  com (60) e observa-se a precisão nessa iteração (65) de acordo com (62).

2B. Se  $\varepsilon^{(1)} = \varepsilon_{(a)}^{(1)} > \bar{\varepsilon}$ , então,

$$u_{(a)}^{(2)} = \frac{u^{(1)} + \bar{\varepsilon}}{2} \quad (67)$$

Resolva o leilão (52) – (58), (61) e (67), com os dados encontrados se avalia  $\varepsilon^{(1)}$  com (62) e se verifica a precisão nessa iteração com (65). A Figura 3.1 é mostrada o procedimento quando se realiza a aplicação do método para a iteração inicial.

3A. Se  $\varepsilon^{(2)} = \varepsilon_{(a)}^{(2)} > \bar{\varepsilon}$ , então,

$$u_{(a)}^{(3)} = \frac{u^{(1)} + u_{(b)}^{(2)}}{2} \quad (68)$$

Resolva o leilão (52) – (58), (61) e (68), para essa nova iteração e com os dados encontrados se avalia  $\varepsilon^{(2)}$  (62) observando como fica a precisão na terceira iteração  $\varepsilon^{(2)}$  (65). Caso não se consiga adequar o leilão, resolva com o mesmo processo das equações (52) – (58), (61) e (69).

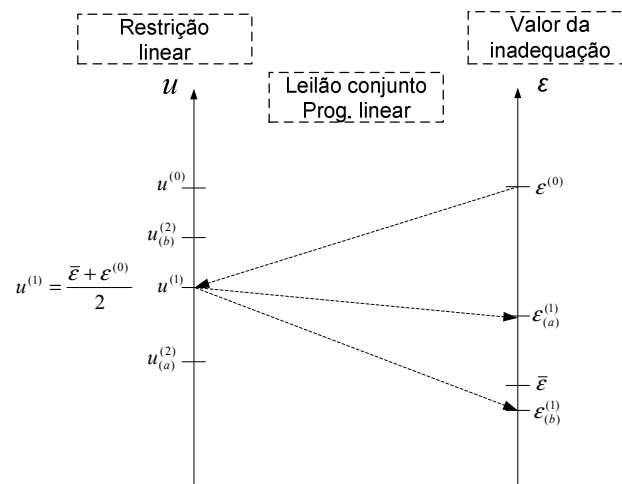


Figura 3.1: Processo do método de bissecção na primeira iteração.

O problema de otimização que caracteriza um leilão que trabalha em forma conjunta o Figura 3.1.

$$u_{(a)}^{(3)} = \frac{\bar{\varepsilon} + u_{(a)}^{(2)}}{2} \quad (69)$$

Calcular um novo  $\varepsilon^{(2)}$  e analisar a precisão (65) para ajustar a receita do leilão.

3B. Caso,  $\varepsilon^{(2)} = \varepsilon_{(b)}^{(2)} < \bar{\varepsilon}$ , então,

$$u_{(b)}^{(3)} = \frac{\varepsilon^{(0)} + u_{(b)}^{(2)}}{2} = \frac{u^{(0)} + u_{(b)}^{(2)}}{2} \quad (70)$$

Resolva-se o leilão (52) – (58), (61) e (70)), e com os dados encontrados se avalia  $\varepsilon^{(2)}$  (62). Verificar a precisão com (65). Caso a precisão não seja atendida, ajuste a restrição linear de acordo com (71).

$$u_{(b)}^{(3)} = \frac{u^{(1)} + u_{(a)}^{(2)}}{2} \quad (71)$$

Na Figura 3.2 é mostrado como o método iterativo de bisseção vai fazendo a adequação para ficar mais perto do limite  $\bar{\varepsilon}$ , e na Tabela 3.1 se mostra como foi analisada a iteração 2 para adequar a receita.

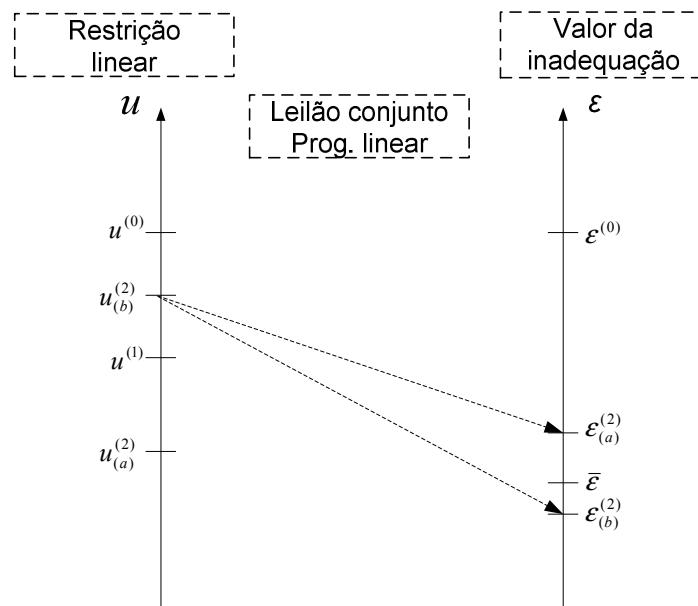


Figura 3.2: Proximidade da  $\varepsilon^{(2)}$  ao limite  $\bar{\varepsilon}$

Tabela 3.1: Análise do limite  $\varepsilon^{(2)}$  quando é maior ou menor que o limite do OS.

	$\varepsilon_{(a)}^{(2)} > \bar{\varepsilon}$	$\varepsilon_{(b)}^{(2)} < \bar{\varepsilon}$
$u_{(b)}^{(2)}$	$u_{(a)}^{(3)} = \frac{u^{(1)} + u_{(b)}^{(2)}}{2}$	$u_{(b)}^{(3)} = \frac{\varepsilon^{(0)} + u_{(b)}^{(2)}}{2}$
$u_{(a)}^{(2)}$	$u_{(a)}^{(3)} = \frac{\bar{\varepsilon} + u_{(a)}^{(2)}}{2}$	$u_{(b)}^{(3)} = \frac{u^{(1)} + u_{(a)}^{(2)}}{2}$

O processo se repete para as iterações subseqüentes até ajustar o mercado conjunto de energia e direitos de transmissão ao limite  $\bar{\epsilon}$  estabelecido pelo OS.

O algoritmo utilizado é mostrado a seguir:

Variáveis a declarar:

- $L_{MAX} = \epsilon^{(0)}$ : limite máximo de inadequação de receita encontrado após de resolver o leilão conjunto (52) – (58) e (61)
- $L_{MIN} = \bar{\epsilon}$ : limite mínimo de inadequação de receita permitida pelo OS.
- $Tol$ : precisão ou tolerância estabelecida da adequação de receita.
- $k$ : número de iterações.

Faça:

1.  $u = \frac{L_{MAX} + L_{MIN}}{2}$ .
2. Resolva o leilão conjunto (52) – (58).
3. Calcular  $\epsilon^{(k)}$ .
4. Se  $|\bar{\epsilon} - \epsilon^{(k)}| < tol$ , então termina.
5. Se  $\epsilon < \bar{\epsilon}$ ,  $L_{MIN} = u$ , retorna para o passo 1.
6. Se  $\epsilon > \bar{\epsilon}$ ,  $L_{MAX} = u$ , retorna para o passo 1.

Fim algoritmo.

### 3.3. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi descrito o método de bisseção que pode ser usado na resolução de um leilão conjunto de energia e direitos de transmissão com inadequação de receita. No

momento que se apresenta essa condição, o operador reduz a inadequação de receita encontrando a solução ótima do sistema de potência, de forma que todos os agentes e ofertas que compõem o leilão sejam atendidos.

REINICIALIZANDO O NUMERADOR DE FIGURAS

## 4. SIMULAÇÕES DE CASOS

O objetivo deste capítulo é a apresentação de simulações de alguns dos leilões mencionados no Capítulo 2 e fazer a ilustração através de alguns exemplos práticos da aplicação do método de bisseção.

Primeiro usando o FPO se caracterizam situações de congestionamento no leilão de energia, da solução do problema de otimização se obtêm os níveis ótimos de geração, os fluxos nas linhas de transmissão, os preços nodais e os custos de restrição de transmissão considerando atendidos os montantes de carga. Após, se realiza um leilão de direitos de transmissão com a finalidade de entender as características dos leilões de FTR, FGR e quando os dois atuam simultaneamente no mesmo mercado.

Logo após de estudar em forma independente os leilões de energia e de direitos de transmissão, é feito o leilão conjunto. Em seguida, são procuradas situações de inadequação de receita, para aqueles casos onde sejam misturados mercados de energia e FTR, após energia e FGR e quando todos estejam presentes no mesmo leilão.

Finalmente, no momento que aconteça inadequação de receita resolver essa situação aplicando o método de bisseção do capítulo anterior, procurando garantir o ajuste da inadequação perto do limite estabelecido pelo OS.

### 4.1. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO DE ENERGIA COM REDE CONGESTIONADA

Começa-se com um sistema composto por três barras e interconectado por três linhas de transmissão, como é mostrado na Figura 4.1. Cada barra pode-se interpretar como a representação de uma barra local ou como um nó que representa um conjunto de barras de um subsistema de uma rede principal.

Os dados da rede são mostrados na Tabela 4.1. onde se encontram os parâmetros de linha como a susceptância dados em por unidade, na base 100 MW e 230kV. As colunas  $F$  e

$P_{g \max}$  contém dados relacionados com o limite de fluxo máximo da linha e com o limite de capacidade de geração, respectivamente. Os limites mínimos de todos os geradores são 0MW e a coluna oferta representa os custos de cada unidade de geração (\$/MWh). A coluna Pd mostra o valor da carga conectada em cada barra.

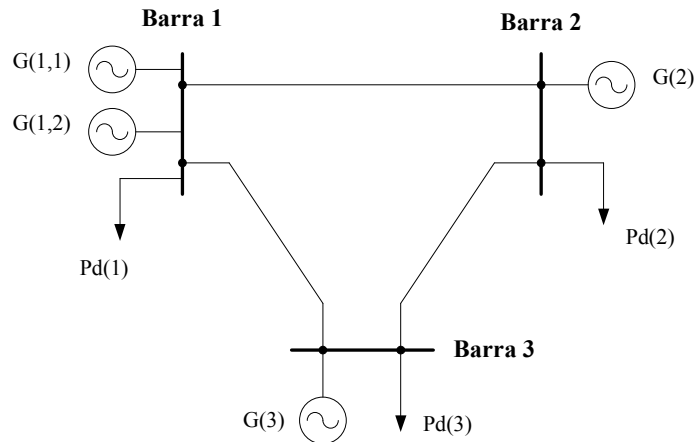


Figura 4.1: Sistema exemplo de três barras [6].

Tabela 4.1: Dados do sistema exemplo de 3 barras – Caso base [6].

Linha	X	Fluxo	Barra n°	Demanda Pd (MW)	Geração P <sub>gmax</sub> (MW)	Ci (\$/MWh)
i - j	(pu)	Max (MW)				
1>2	0,2	126	1	50	140	7,5
					285	6
1>3	0,2	250	2	60	90	14
2>3	0,1	130	3	300	85	10

Realizado o leilão de energia para o sistema de três barras são obtidos os fluxos de potência na rede de transmissão, os preços nas barras  $\lambda_i$  e os custos de congestionamento ( $\mu^{\min}$  e  $\mu^{\max}$ ); na Tabela 4.2. pode-se observar como fica o despacho de energia. É de notar que como a linha 1-2 está operando no limite máximo de fluxo (Tabela 4.1), então aparecem os preços por congestionamento dessa linha ( $\mu \geq 0$ ) [6].

Pode apreciar-se, como os preços nodais  $\lambda_i$  (Tabela 4.2) em todas as barras são diferentes dado que a rede se encontra congestionada, esse motivo faz que algumas unidades de geração com custos de geração maior devam ser despachadas com a finalidade de atender a demanda de potência no sistema.

Já com os preços por barra  $\lambda_i$ , o OS pode calcular os pagamentos que devem realizar as cargas pela energia consumida,  $W_3 = \lambda_3 \cdot P_{d3} = 10 \cdot (300) = 3000 (\$/h)$ ; e conhecer as receitas que deverão receber os geradores pela energia subministrada  $R_3 = \lambda_3 \cdot P_{g3} = 10 \cdot (75) = 750 (\$/h)$ .

Na Tabela 4.2 se observa como é feito o despacho econômico das unidades de geração levando em conta os custos de cada uma e as limitações de fluxo de potência do sistema. Outra informação relevante está relacionada com os pagamentos e as receitas totais porque com elas é possível conhecer o excedente financeiro (EF) (25). O EF para esse sistema seria igual a  $(4050 - 3262,5) = 787,50 (\$/h)$  que equivalem às receitas geradas pelo congestionamento das linhas de transmissão. Por isso em um despacho econômico sem restrições, os preços nodais  $\lambda_i$  são idênticos em todas as barras e a quantidade total da receita coletada pelos geradores é igual à quantidade total dos pagamentos dos consumidores (17) [6,14].

Tabela 4.2: Dados de saída – Leilão de energia com rede congestionada<sup>14</sup>.

Linha	Fluxo	$\mu$		Barra	Preços nodais	Demanda	Pagamentos	Geração	Receitas
		max	min						
$i > j$	F				$\lambda$	Pd	W	Pg	R
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/MWh)	Nº	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)
1>2	126	6,25	0	1	7,5	50	375	50	375
1>3	159	0	0					285	2137,5
2>3	66	0	0					0	0
				2	11,25	60	675	0	0
				3	10	300	3000	75	750
$\Sigma$ total						410	4050	410	3262,5
$EF = W - R; (\$/H)$							<b>787,5</b>		

Como existe congestionamento na rede aparecem os vetores duais  $\mu_{ij}$  que representam os preços de congestionamento nas linhas de transmissão, neste caso a linha 1-2 que opera no seu limite máximo possui um preço  $\mu_{1,2} = 6,25 (\$/MWh)$ .

#### 4.2. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO DE DIREITOS DE TRANSMISSÃO – FTR (PONTO A PONTO)

Como os agentes querem se proteger contra mais congestionamentos na rede de transmissão, um direito de transmissão é um instrumento financeiro que intitula o seu

<sup>14</sup> Pd (Potência demandada), Pg (potencia gerada), W (pagamentos das cargas), R (receitas dos geradores),  $\lambda$  (preços nodais),  $\mu$  (preços de congestionamento), EF (excedente financeiro).



proprietário a receber compensação por custos de congestionamento da transmissão que surgem quando a rede está congestionada no mercado [1-6, 10].

Na seção anterior se conheceram as principais características de um leilão de energia com rede congestionada, agora o objetivo é determinar o comportamento dos leilões de direitos de transmissão tipo FTR (ponto a ponto). Uma característica importante neste tipo de leilões é que o proprietário tem conhecimento do mercado.

Do despacho de energia anterior são conhecidas as potências geradas e a demanda em cada barra, então são calculadas as injeções líquidas de potência de cada nó. Por exemplo, a barra 1 possui dois geradores com 50MW e 285MW e está conectada uma carga de 50MW (Tabela 4.2); a injeção líquida nessa barra será  $(P_g - P_d) = (50+285) - 50 = 285\text{MW}$ . Nas barras 2 e 3 se estão extraindo 60 e 225 MW respectivamente.

Na Figura 4.2 são mostradas as injeções líquidas nas barras e se apresenta a distribuição de ofertas de direitos de transmissão tipo FTR (ponto a ponto). O objetivo do leilão é alocar direitos de transmissão aos agentes baseados nas suas ofertas. Desta forma o OS recebe

$\sum_{ij} b_{ij} \cdot f_{trij}^*$  e os donos dos  $f_{trij}^*$  premiados recebem a proteção  $(\lambda_j - \lambda_i) \cdot f_{trij}^*$ .

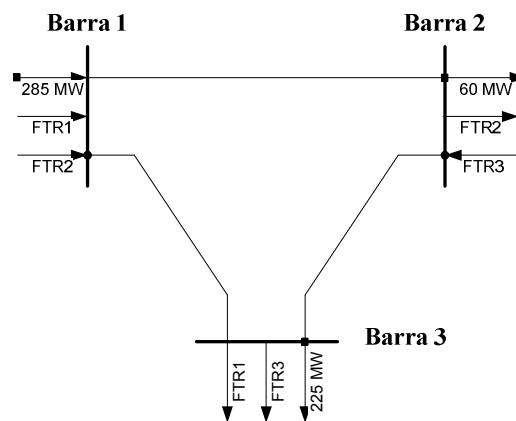


Figura 4.2: Sistema exemplo de três barras com contratos de FTR.

As características do sistema se apresentam na Tabela 4.3 onde estão os dados dos contratos de injeção e extração dos FTR, os valores das injeções líquidas de potência nas barras do caso base e as ofertas dos FTR.

Tabela 4.3: Contratos de injeção e extração de potência, ofertas dos contratos de FTR.

ALOCAÇÃO DOS CONTRATOS FTR				
Barra	Caso base	Contrato1	Contrato2	Contrato3
Nº	(MW)	FTR1	FTR2	FTR3
1	285	1	1	0
2	-60	0	-1	1
3	-225	-1	0	-1
CAPACIDADE E OFERTA DE FTR				
Contrato	FTRmin	FTRmax	Oferta	
	(MW)	(MW)	b (\$/MWh)	
1	0	200	6	
2	0	100	5,5	
3	0	120	8	

O fluxo de potência do sistema pode ser representado por (29), onde as injeções de potência em cada barra são representadas pela diferença Pg e Pd. Então substituindo os valores em (29), o sistema fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 285 + f_{tr1} + f_{tr2} &= F_{12} + F_{13} = b_{12}(\delta_1 - \delta_2) + b_{13}(\delta_1 - \delta_3) \\
 -60 - f_{tr2} + f_{tr3} &= -F_{12} + F_{23} = b_{12}(\delta_2 - \delta_1) + b_{23}(\delta_2 - \delta_3) \\
 -225 - f_{tr1} - f_{tr3} &= -F_{13} - F_{23} = b_{13}(\delta_3 - \delta_1) + b_{23}(\delta_3 - \delta_2)
 \end{aligned}$$

As restrições de fluxo de potência nas linhas de transmissão do sistema são montadas de acordo com (30), onde está representada a matriz de sensibilidade dos elementos de transmissão (H) e estão presentes os limites das linhas, como se mostra:

$$- \begin{bmatrix} 126 \\ 250 \\ 130 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 \\ 0 & 5 & -5 \\ 0 & 10 & -10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 126 \\ 250 \\ 130 \end{bmatrix}$$

Na Tabela 4.4 se mostra a solução do leilão cujo objetivo é a maximização das ofertas de direitos de transmissão  $f_{trij}$ . No caso do leilão de energia sem restrições na transmissão, o sistema aloca todas as ofertas de FTR mas o preço do direito seria igual a zero porque os preços nodais em todas as barras do sistema nesse caso são iguais, ou seja, para calcular os preços dos FTR se faz a diferença de preços entre a barra de destino  $\lambda_j$  e da barra de extração  $\lambda_i$  assim:

$$\begin{aligned}
 \text{Se } \lambda_i &= \lambda_j, \text{ e, } \text{preçoFTR} = (\lambda_j - \lambda_i) \\
 \Rightarrow \text{substituindo } \lambda_j - \lambda_i &= \lambda_i - \lambda_i = 0
 \end{aligned}$$

Após maximizar as ofertas de FTR (ponto – ponto) se obtêm os preços nodais  $\lambda_i$ , os preços de congestionamento ( $\mu^{\min}$  e  $\mu^{\max}$ ) e a potência que flui pelas linhas de transmissão. Nota-se que o sistema de transmissão está congestionado o que motiva a aparição dos preços,  $\mu$  (\$/MWh), nas linhas 1-2 e 2-3 (30) (Tabela 4.4).

Como foi mencionado anteriormente, o preço que corresponde a cada  $f_{trij}^*$  premiado no leilão é  $(\lambda_j - \lambda_i)$ , por exemplo, o preço para a oferta ftr 13 é  $(\lambda_3 - \lambda_1) = 22 - 8,5 = 13,5$  (\$/MWh) (Tabela 4.4).

Tabela 4.4: Dados de saída do leilão de FTR.

Linha	F	$\mu$ (\$/MWh)		Barra	$\lambda_i$	Contrato	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$f_{trij}^*$	$\pi_{ij}^{ftr}$	$R_{ij}^{ftr}$
		(MW)	min							
1>2	126	19	0	1	8,5	FTR1	13,5	0	0	0
1>3	191	0	0	2	14	FTR2	5,5	32	176	176
2>3	130	14,75	0	3	22	FTR3	8	96	768	768
-				-		<b><math>\Sigma</math>Total</b>		<b>128</b>	<b>944</b>	<b>944</b>

Os preços dos  $f_{trij}^*$  premiados obtidos do leilão são iguais a os preços das ofertas, b, já que a função de otimização procura maximizar os contratos de FTR; então onde não exista congestionamento da rede de transmissão o sistema trata de alocar contratos de FTR dando prioridade aqueles cujas ofertas, b, sejam maiores. Neste leilão o contrato FTR3 possui uma oferta b de 8 (\$/MWh) pela qual ele consegue alocar a maior quantidade de potência 96MW.

Para encontrar o valor do pagamento de cada contrato tipo FTR se usa  $\pi_{ij}^{ftr} = f_{trij}^* (\lambda_j - \lambda_i)$  (33), esses resultados representam os pagamentos para os donos dos direitos de transmissão no caso do FTR3 seria igual a 768 (\$/h), determinando cada um desses pagamentos é possível conhecer o valor total que o OS deve pagar por direitos de transmissão tipo FTR (ponto a ponto). Outra observação importante está relacionada com o que OS recebe pelos direitos que ele conseguiu despachar,  $R_{ij}^{ftr}$ . Neste caso as receitas são iguais aos pagamentos porque os preços b e os preços  $(\lambda_j - \lambda_i)$  para os contratos FTR2 e FTR3 são iguais. Em outras simulações realizadas com diferentes valores de preço nas ofertas  $b_{ij}$  dos contratos de FTR, a solução do leilão sempre alocou potência para os contratos FTR2 e FTR3 dando sempre como resultado que a diferença entre os preços marginais das barras seja igual ao preço ofertado, b, isso a partir das condições de otimalidade de (28) – (32).

### 4.3. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO DE DIREITOS DE TRANSMISSÃO TIPO – FGR

A finalidade nesta seção é mostrar como se comporta um leilão de direitos de transmissão tipo FGR, olhar suas principais características preços, receitas e pagamentos. Continua-se com o sistema de três barras do leilão de energia com rede congestionada usando os dados das linhas de transmissão e mantendo carga base nas barras. Na Tabela 4.5 estão os preços das ofertas de FGR, os limites mínimos e máximos desses contratos e sua alocação, neste leilão se estão oferecendo somente dois contratos de FGR nas linhas 1-3 e 2-3.

Tabela 4.5: Dados das linhas e das ofertas de FGR<sup>15</sup>.

Contrato	FGRmin	FGRmax	Oferta
	(MW)	(MW)	d (\$/MWh)
1 > 3	0	120	6,5
2 > 3	0	100	5,5

A solução do leilão está baseada na maximização das ofertas de transmissão tipo – FGR, os resultados são mostrados na Tabela 4.6.

Os fluxos de potencia nas linhas (Tabela 4.6) são os mesmos do leilão de energia (Tabela 4.2), mas os preços nodais e os preços de congestionamento variam pela presença das ofertas de FGR.

Tabela 4.6: Dados de saída do leilão de FGR.

Linha	F	$\mu$ (\$/MWh)		Contrato	$\mu_k$	$f_{grk}^*$	$\pi_k^{fgr}$	$R_k^{fgr}$	Barra	$\lambda_i$
		min	max							
1>2	126	0	0	-	-	-	-	-	1	3,9
1>3	159	6,5	0	1 > 3	6,5	91	591,5	591,5	2	4,3
2>3	66	5,5	0	2 > 3	5,5	64	352	352	3	10
-					<b><math>\Sigma</math>total</b>	<b>155</b>	<b>943,5</b>	<b>943,5</b>	-	

Pode-se mencionar como característica importante deste leilão que a capacidade disponível das linhas de transmissão sem congestionamento são leiloadas, nestes casos aquelas linhas abaixo da restrição máxima de transmissão são as linhas 1-3 e 2-3. Então, como a linha 1-2 está em seu limite máximo não será levada em conta no leilão, além de não possuir nenhuma oferta por FGR. Quando é feita a soma do fluxo da linha 1-3 com o FGR premiado 1-3, obteve-se o limite de fluxo máximo da linha de transmissão,

<sup>15</sup> Os FGR são direitos de transmissão sobre uma conexão da rede elétrica. [6, 8].

( $F_{1-3} + f_{gr\ 1-3} = F^{MAX} \rightarrow 159 + 91 = 250\ MW$ ), o mesmo processo acontece com a linha 2-3 e o FGR<sub>2-3</sub>, assim ( $F_{2-3} + f_{gr\ 2-3} = F^{MAX} \rightarrow 66 + 64 = 130\ MW$ ).

Uma particularidade com este tipo de leilão é que o preço obtido da solução do leilão,  $\mu_k$ , é igual ao preço da oferta inicial,  $d_k$ . No momento que foram trocados os valores das ofertas de FGR, o leilão seguiu alocando a mesma capacidade de transmissão em ambos contratos de FGR mudando na solução somente os preços nodais porque os preços de congestionamento determinavam os mesmos preços das ofertas. Essa condição é demonstrada a partir das condições de otimalidade (36) – (40).

Na Figura 4.3 se mostram as potências líquidas injetadas em cada barra, a direção dos fluxos de potência nas linhas e o valor dos contratos premiados de FGR.

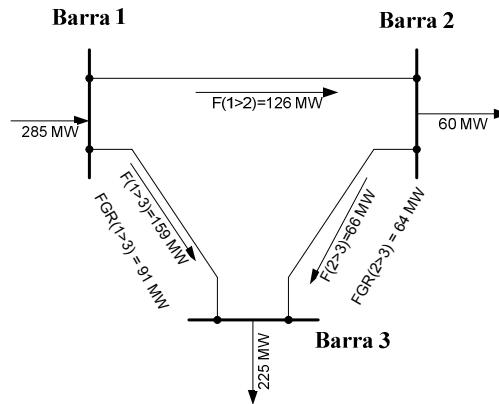


Figura 4.3: Sistema de três barras com despacho de FGR.

Os pagamentos pelos direitos de transmissão tipo FGR são encontrados só multiplicando os preços de congestionamento pela quantidade de potência alocada. De (41) se obteve  $\pi_k^{fgr} = \mu_k \cdot f_{gr\ k} = 6,5 \cdot (91) = 591,5\ (\$/h)$ , a mesma operação se realiza para os outros contratos.

Comparando os leilões de FTR (ponto a ponto) e FGR, a diferença entre os pagamentos é pequena de 0,5 (\$/h) o que indica que os proprietários de contratos de FTR (ponto a ponto) foram mais beneficiados pelos preços nodais do sistema, porém os donos dos contratos de FGR conseguiram alocar mais potência  $FGR_{1-3} = 91\ MW$  e  $FGR_{2-3} = 64\ MW$ , ou seja, 155MW. No caso do mercado de DT tipo FTR somente se alocou 128 MW (Tabela 4.4). Dependendo do tipo de mercado um ou outro pode ser beneficiado.

#### 4.4. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO COM FTR (PONTO A PONTO) E FGR SIMULTANEAMENTE

Neste exemplo é considerado o mesmo sistema de três barras com três linhas dos casos anteriores, é analisado um leilão de FTR e FGR simultaneamente. Os dados de entrada para esse leilão serão os mesmos levados em conta com os leilões de direitos de transmissão tipo FTR (ponto a ponto) e tipo FGR. Na Tabela 4.7 se apresentam os valores da potência do caso base (Tabela 4.1) e a informação dos contratos de FTR (ponto a ponto) e FGR.

A finalidade neste mercado é determinar as melhores ofertas, observando o comportamento do sistema quando no mesmo leilão se têm contratos de FTR e FGR, apreciar como são os preços e como eles afetam as ofertas.

Tabela 4.7: Dados de entrada do sistema de três barras com ofertas de FTR e FGR.

Barra	Caso base	Contrato1	Contrato2	Contrato3
	Nº	(MW)	FTR1	FTR2
1	285	1	1	0
2	-60	0	-1	1
3	-225	-1	0	-1
FTR	Contrato	FTRmin (MW)	FTRmax (MW)	Oferta b (\$/MWh)
	1	0	200	6
2	0	100	5,5	
3	0	110	8	
FGR	Contrato	FGRmin (MW)	FGRmax (MW)	Oferta d (\$/MWh)
	1 > 3	0	120	6,5
2 > 3	0	100	5,5	

Na Figura 4.4 se mostram como são os fluxos de potência nas linhas de transmissão além de encontrar as quantidades de potência alocadas para as ofertas de FTR e FGR vencedoras no leilão.

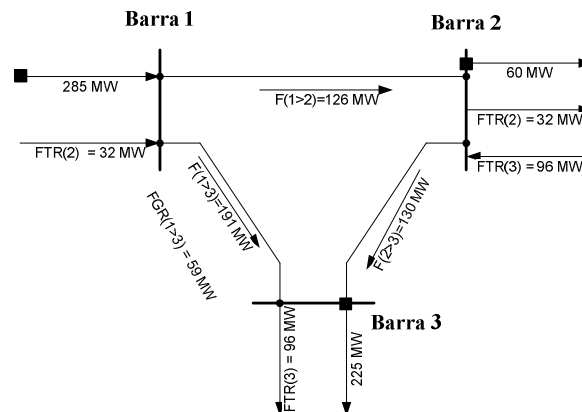


Figura 4.4: Fluxos nas linhas, FTR e FGR premiados no leilão.

Comprovando que as leis de conservação da energia em cada uma das barras (45) não seja violada se obtém para cada uma das barras o seguinte:

$$\text{Barra 1: } \sum P_{\text{injetadas}} = \sum P_{\text{extraidas}} \Rightarrow 285 + 32 = 191 + 126 = 0$$

$$\text{Barra 2: } \sum P_{\text{injetadas}} = \sum P_{\text{extraidas}} \Rightarrow 126 + 96 = 130 + 32 + 60 = 0$$

$$\text{Barra 3: } \sum P_{\text{injetadas}} = \sum P_{\text{extraidas}} \Rightarrow 191 + 130 = 225 + 96 = 0$$

O único FGR que conseguiu ser alocado foi na linha 1-3, já que ela tem capacidade para transportar mais energia. Para comprovar isto se soma o fluxo que circula pela linha com o FGR premiado e dessa forma obter o limite máximo dela. Então,  $F_{13} + FGR_{13} = F^{\max}$ ,  $191 + 59 = 250$  MW. Os preços dos FTR e dos FGR são obtidos a partir dos preços nodais e de congestionamento respectivamente.

Na Tabela 4.8 apresentam-se os valores obtidos da solução do leilão de FTR (ponto a ponto) e de FGR simultaneamente. Comparando este leilão com o leilão de somente FTR pode-se observar que os fluxos, os preços nodais e a quantidade de  $f_{trij}^*$  vencedores no problema (Tabela 4.8) são iguais ao caso do leilão de FTR (Tabela 4.4). Entretanto, analisando os preços de congestionamento do leilão simultâneo, diferem dos resultados do leilão de FTR e do leilão de FGR porque existem fluxos de potência diferentes nas linhas.

Tabela 4.8: Resultados do leilão de FTR (ponto a ponto) e FGR rede de 3 barras.

Barra		$\lambda_i$		Contrato	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$f_{trij}^*$	$\pi_{ij}^{ftr}$
Nº		(\$/MWh)			(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)
1		8,5		FTR1	13,5	0	0
2		14		FTR2	5,5	32	176
3		22		FTR3	8	96	768
<b>Σtotal</b>					-	<b>128</b>	<b>944</b>
Linha	F	$\mu$ (\$/MWh)		Contrato	$\mu_{ij}$	$f_{gr}^*$	$\pi_k^{fgr}$
		min	max		(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)
i>j	(MW)						
1>2	126	12,5	0	-	-	-	-
1>3	191	6,5	0	1 > 3	6,5	59	383,5
2>3	130	11,5	0	2 > 3	11,5	0	0
<b>Σtotal</b>					-	<b>59</b>	<b>383,5</b>
<b>Σtotal FTR e FGR (\$/h)</b>							<b>1327,5</b>

Agora, confrontando os preços do leilão de unicamente FGR, se obteve que só um contrato neste leilão simultâneo foi vencedor e outro contrato de FGR na linha 2-3 foi zero devido

ao efeito que tem a oferta FTR3 e à capacidade máxima de potência da mesma linha sobre a oferta do FGR<sub>2-3</sub>.

No leilão de só FTR foi calculado o preço deles, concluindo que os preços para o leilão de FTR (ponto a ponto) é o mesmo que no leilão de FTR e FGR simultâneo. Neste leilão as ofertas de FGR somente conseguiram alocar 59MW devido ao congestionamento da rede de transmissão, por enquanto o leilão de FGR conseguiu alocar 96 MW a mais que no leilão simultâneo permanecendo a única oferta aceita no mesmo preço 6,5 (\$/h).

Os pagamentos do leilão de FTR e do leilão em forma simultânea são iguais, não obstante comparando o leilão de FGR e o leilão simultâneo de FTR e FGR os pagamentos foram maiores quando o primeiro estava atuando sem a intervenção do leilão de FTR por esses contratos de FGR deixaram de receber  $(943,5 - 383,5) = 560$  (\$/h).

Finalmente, o pagamento total por ofertas de FTR e FGR simultaneamente ficam como a soma de todos os contratos de FTR e FGR vencedores no leilão, então seria igual a  $\pi^{TR} = \pi_{TOT}^{fir} + \pi_{TOT}^{fgr} = (944 + 383,5) = 1327,5$  (\$/h).

A vantagem do leilão simultâneo de FTR e FGR, esta na possibilidade de ofertar ao mesmo tempo contratos que possuem diferentes características no sistema de potência.

#### **4.5. SOLUÇÃO DE UM LEILÃO CONJUNTO DE ENERGIA E DIREITOS DE TRANSMISSÃO**

Nesta parte serão apresentados exemplos de leilões conjuntos de energia e direitos de transmissão que apresentem inadequação de receita, com a finalidade de aplicar o método de bisseção na busca do ajuste da receita a um limite estabelecido pelo OS. Os sistemas avaliados foram de três, cinco e catorze barras.

##### **4.5.1. Caso sistema de três barras**

O sistema de três barras que inicialmente se apresentou nos leilões anteriores foi modificado, com a finalidade de conseguir condições de inadequação para verificar o método da bisseção.



#### 4.5.1.1. Leilão conjunto de energia e direitos tipo – FTR

O sistema de três barras analisado consta de ofertas de energia e direitos de transmissão tipo FTR no mesmo leilão, a Tabela 4.9 mostra os dados de entrada como ofertas de geração, ofertas de FTR e características do sistema.

Em relação ao exemplo inicial do sistema de três barras com rede congestionada foram feitas mudanças nos valores das capacidades máximas dos geradores e no valor da carga que está alocada na barra 3, com a finalidade de criar uma situação de inadequação de receita neste sistema de potência.

Tabela 4.9: Dados do sistema de três barras com ofertas de FTR.

Linha $i>j$	X (pu)	F Max (MW)	Barra n°	Pd (MW)	Pg (MW)	Oferta (\$/MWh)
1>2	0,2	126	1	50	140	7,5
1>3	0,2	250			185	6
2>3	0,1	130	2	60	100	14
			3	168	150	10
CONTRATOS DE FTR						
Contrato	Barra			FTRmin	FTRmax	Oferta
N°	1	2	3	(MW)	(MW)	b (\$/MWh)
FTR1	1		-1	0	150	6
FTR2	1	-1		0	50	5,5
FTR3		1	-1	0	120	4,5

A Tabela 4.10 mostra os resultados do leilão conjunto sem fazer o ajuste na inadequação. Depois de simulado o leilão se atende a demanda, ainda assim o sistema de três barras apresenta congestionamento nas linhas 1-2 e 2-3, por esse motivo os preços nodais são diferentes e aparecem os custos pelo congestionamento das linhas. Como nos anteriores leilões conhecidos os preços nodais se calculam as receitas dos geradores (15), ou seja,  $R_i = \lambda_i \cdot P_{gi}$ ; por exemplo para o gerador:

$$R_3 = \lambda_3 \cdot P_{g3} = 10 \cdot (111) = 1110 (\$/h)$$

Isto é feito para todos os geradores que estejam conectados na rede, assim a receita total ( $R_{TOT}$ ) para as unidades de geração que conseguiram vender no leilão conjunto é de 2112 (\$/h) (Tabela 4.11). Este resultado é menor que a receita recebida pelos geradores do exemplo do leilão de energia com rede congestionada porque a carga foi reduzida em aproximadamente um 41% da carga inicial (410 MW).

Tabela 4.10: Resultados do leilão conjunto sem ajuste para reduzir inadequação.

Linha	Fluxo	Preço congestionamento		Barra	Preço nodal
	F	$\mu$ (\$/MWh)			$\lambda_i$
$i > j$	(MW)	min	max	N°	(\$/MWh)
1>2	126	3,5	0	1	6
1>3	191	0	0	2	5,5
2>3	130	6,5	0	3	10
ENERGIA					
Barra	Pot. Gerada	Receitas	Pot. Demandad	Pagamentos	
	Pg	R	Pd	W	
N°	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)	
1	0	0	50	300	
	167	1002			
2	0	0	60	330	
3	111	1110	168	1680	
$\Sigma$ total	278	2112	278	2310	
Excedente Financeiro (\$/h): EF = W - R			198,00		
DIREITOS DE TRANSMISSÃO					
Contrato	Preço FTR	FTR premiado	Pagamentos		
	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$f_{tr\,ij}^*$	$\pi_{ij}^{fir}$		
N°	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)		
FTR1	4	150	600		
FTR2	-0,5	50	-25		
FTR3	4,5	114	513		
$\Sigma$ TR	-	314	1088		
Inadequação de receita (\$/h) = $\Sigma$ TR - EF			890,00		

As cargas têm que pagar pela potência consumida de (16),  $W_j = \lambda_j \cdot P_{dj}$ , portanto, o pagamento da carga na barra três, por exemplo, é  $W_3 = \lambda_3 \cdot P_{d3} = 10 \cdot (168) = 1680$  (\$/h) o mesmo cálculo se faz com as outras cargas, de modo que o pagamento total ( $W_{TOT}$ ) por potencia consumida é de 2310 (\$/h). Por conseguinte, ao ser conhecidos  $R_{TOT}$  e  $W_{TOT}$ , é possível conhecer o excedente financeiro do leilão de energia, assim  $EF = W_{TOT} - R_{TOT}$  (27), do leilão conjunto se tem  $(2310 - 2112) = 198$  (\$/h) cujo resultado indica as receitas por congestionamento das linhas de transmissão.

Outra informação mostrada na Tabela 4.10 está relacionada com os preços dos FTR premiados no leilão, como foi mencionado em seções anteriores o preço a ser pago aos FTR é  $(\lambda_j - \lambda_i)$ , por exemplo, o preço do  $f_{r3}^*$  é  $(10 - 5,5) = 4,5$  (\$/MWh). Depois de conhecer a quantidade de oferta premiada no leilão do  $f_{r3}^* = 114$  (MW), o proprietário desse  $f_{r3}^*$  deve receber do OS,  $\pi_{23}^{fir3} = 114 \cdot (10 - 5,5) = 513$  (\$/h). Então, a somatória total de pagamentos por direitos de transmissão feita pelo OS é igual a 1088 (\$/h).

Na Tabela 4.11 aparece o preço do  $f_{tr,2}^*$  com sinal negativo. Neste caso, se o agente executasse o seu FTR, ao invés de receber pagamento do OS, ele teria que pagar 25 (\$/MWh) como se mostra na Tabela. A não realização do direito de transmissão nessas situações é permitida quando os direitos leiloados são caracterizados como “opção”. Porém, há direitos que são vendidos como “obrigação” e neste caso, havendo transferência de energia no sentido do FTR adquirido e havendo diferença negativa de preço entre a barra de extração e de injeção, o portador do direito de transmissão é obrigado a efetuar o respectivo pagamento. Neste caso o FTR2 é tomado como um contrato de obrigação porque trata de beneficiar ao sistema na busca de situações de adequação de receita e de congestionamento.

Na Figura 4.5 se apresenta o leilão conjunto de energia e direitos de transmissão tipo FTR, mostrando os fluxos nas linhas, as potências de geração, as ofertas premiadas e as cargas em cada nó do sistema. Analisando todas as barras se cumpre a restrição de balanço nodal (53) onde as potências injetadas devem ser iguais às potências extraídas.

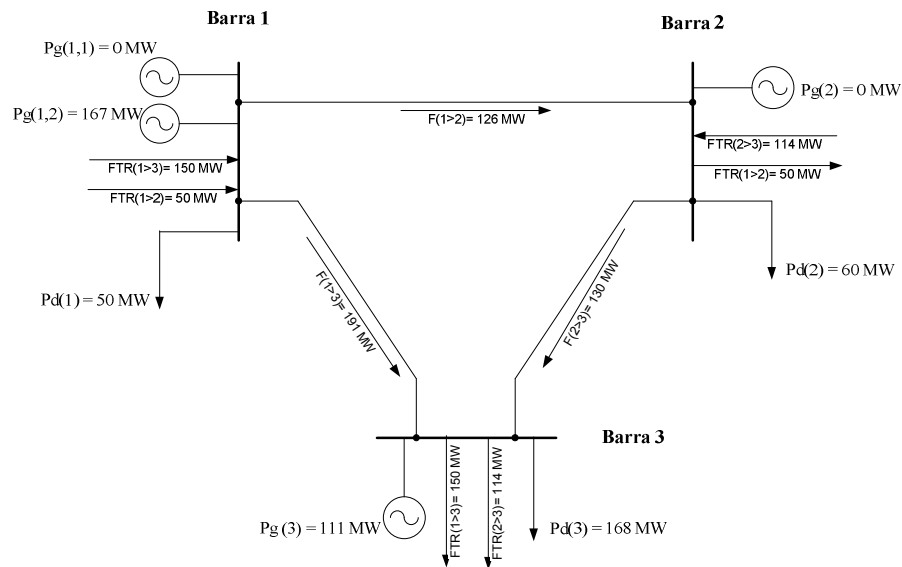


Figura 4.5: Leilão de energia e direitos de transmissão tipo FTR – Sistema de três barras.

Levando em conta o pagamento total que o OS deve fazer por direitos de transmissão, 1088 (\$/h) (Tabela 4.11), é hora de avaliar a inadequação de receita e saber que tão perto pode estar do limite  $\bar{\epsilon}$  estabelecido pelo OS. Usando (60) se tem que a diferença entre os

pagamentos por direitos de transmissão e o excedente financeiro é igual a  $(1088 - 198) = 890$  (\$/h), este valor representa uma inadequação na receita.

Existe inadequação da receita quando as receitas por congestionamento não são suficientes para pagar os contratos por direitos de transmissão que foram premiados no leilão.

A receita obtida no leilão é de  $1688$  (\$/h)  $= \sum_{ij} b_{ij} \cdot f_{ir_{ij}}^*$ . Esta receita é para pagar a utilização do sistema de transmissão [10]. As receitas líquidas (dado que pode existir tanto compra como venda de FTR) devem ser alocadas pelo OS aos proprietários da transmissão baseados em um determinado critério.

O resultado da inadequação da Tabela 4.10 sugere que estão sendo premiados mais  $f_{ir}^*$  dos que o OS pode pagar. Quando acontece essa inadequação é aplicado o método de bissecção para tratar de diminuir esse valor ou talvez fazê-lo zero. O OS pode estabelecer por exemplo, o limite de inadequação de receita  $\bar{\epsilon}$  igual a 2 (\$/h) que equivale neste caso ao 1% do excedente financeiro (EF) e ajustar o leilão com a finalidade de que fique o mais perto possível dessa meta.

A Tabela 4.11 mostra o resultado do leilão com a redução da inadequação para o valor  $\bar{\epsilon}$  requerido. Devido ao ajuste da receita os valores dos preços nodais (Tabela 4.11) comparados com os dados da Tabela 4.10 mudaram, isto se deve a que ocorre um despacho para compensar e ajustar a receita. Por exemplo, a barra 1 tem dois geradores que no momento da inadequação somente o gerador com menor valor ofertado de venda de energia ( $C_{1,2} = 6$  \$/MWh) estava fornecendo (167 MW), após do ajuste da receita os dois geradores na mesma barra despacham energia para o sistema ( $PG1 = 60,19$  MW e  $PG2 = 185$  MW) ademais as duas unidades possuem os menores custos de geração do leilão. É preciso mencionar que o preço nodal dos geradores na barra em referência é igual, ou seja, o OS vai pagar o preço nodal da barra (10,125 (\$/MWh) pela quantidade de potência fornecida ao sistema  $R_{1,1} = 10,125 \cdot (60,19) = 609,42$  (\$/h), e,  $R_{1,2} = 10,125 \cdot (185) = 1873,13$  (\$/h).

Com a mudança nos preços nodais o OS tem que calcular os novos pagamentos das cargas, as receitas dos geradores (como no parágrafo anterior), os pagamentos por FTR e verificar se finalmente a receita ficou dentro do limite estabelecido ( $\bar{\epsilon} = 2$  (\$/h)). Nota-se que com

o aumento nos preços nodais todas as parcelas mudam de valor, os pagamentos totais das cargas são de 3631,87 (\$/h) aumento de aproximadamente um 57% comparado com o pagamento inicial sem ajustar a receita e as receitas de geração receberam 2954,19 (\$/h) um 40% demais que no caso anterior.

Antes de ajustar a receita o valor do excedente financeiro era de 198 (\$/h), aumentando para 677,68 (\$/h) após da adequação de receita (Tabela 4.11). Analisando na Tabela pode-se ver como a quantidade total de potência alocada do FTR com inadequação era de 314 (MW) agora com o novo despacho é de somente 235,811 (MW), isto indica que na busca de reduzir a inadequação no leilão deixaram de ser premiados 78,189 (MW) por direitos de transmissão.

Tabela 4.11: Sistema de três barras ajustado, sem inadequação.

Linha	Fluxo	Preço congestionamento		Barra	Preço nodal
	F	$\mu$ (\$/MWh)			$\lambda_i$
$i > j$	(MW)	min	max	N°	(\$/MWh)
1>2	126	3,5	0	1	10,13
1>3	191	0	0	2	11,84
2>3	130	6,5	0	3	14,38
ENERGIA					
Barra	Pot. Gerada	Receitas	Pot. Demandad	Pagamentos	
	Pg	R	Pd	W	
N°	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)	
	60,19	609,42	50	506,25	
1	185	1873,13			
2	0	0	60	710,62	
3	32,81	471,64	168	2415	
<b><math>\Sigma</math>total</b>	<b>278</b>	<b>2954,19</b>	<b>278</b>	<b>3631,87</b>	
Excedente Financeiro (\$/h): EF = W - R		677,68			
DIREITOS DE TRANSMISSÃO					
Contrato	Preço FTR	FTR premiado	Pagamentos		
	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$f_{ij}^{pr}$	$\pi_{ij}^{fr}$		
N°	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)		
FTR1	4,25	71,81	305,20		
FTR2	1,72	50	85,94		
FTR3	2,53	114	288,57		
<b><math>\Sigma</math>total</b>	<b>-</b>	<b>235,81</b>	<b>679,70</b>		
Inadequação de receita (\$/h) = $\Sigma$ TR - EF		2,02			

Em outras simulações feitas mudando o parâmetro  $\bar{\epsilon}$ , foi observado que na medida que o limite  $\bar{\epsilon}$  foi diminuindo os pagamentos por direitos (TR) vão decrescendo e o EF vai aumentando até chegar sua diferença a ser igual a zero, situação na qual é reduzida a inadequação de receita. A Tabela 4.12 mostra como  $W_{TOT}$  se mantém constante enquanto que as receitas dos geradores vão decrescendo para que seja possível reduzir a inadequação. Os direitos de transmissão aceitos no mercado diminuem conforme a

restrição de adequação (61) é mais exigente. Neste sentido o mercado de FTR perde liquidez na medida que é estabelecida uma maior adequação de receita no leilão.

Tabela 4.12: Comportamento do TR e EF quando se varia  $\bar{\epsilon}$ .

$W_{TOT}$	$R_{TOT}$	$EF$	$TR$	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\epsilon}$
(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	$TR - EF$	ISO
3631,88	2953,19	678,69	678,69	0	0
3631,87	2954,19	677,68	679,7	2,02	2
3631,87	2956,18	675,69	681,68	5,99	5
3631,87	2958,19	673,68	683,69	10,01	10
2310	2112	198	1088	890	-

A receita obtida no leilão neste caso é de  $1218,87 (\$/h) = \sum_{ij} b_{ij} \cdot f_{trij}^*$ . Esta receita é utilizada para pagar os proprietários da transmissão baseados em um determinado critério [10].

Se um determinado nível de inadequação é permitido pelo OS, este valor deve ser cobrado dos agentes através de um critério de alocação. Aplicando o método Pro-Rata para a inadequação permitida pelo OS entre os agentes do sistema de três barras no caso de  $\bar{\epsilon} = 2$  aparece o custo alocado para cada um dos participantes deste leilão na Tabela 4.13.

Tabela 4.13: Distribuição da inadequação pelo método Pro-Rata com FTR.

Barra	Geradores	Cargas
Nº	(\$/h)	(\$/h)
1	0,22	0,18
	0,67	
2	0,00	0,22
3	0,12	0,61
$\Sigma$ total	1,01	1,01

#### 4.5.1.2. Leilão conjunto de energia e direitos tipo – FGR

É realizado um leilão conjunto de energia e direitos de transmissão tipo FGR com o mesmo sistema de três barras. A oferta de FGR se apresenta na Tabela 4.14 junto com os dados da rede de três barras, geração e demanda.

Tabela 4.14: Dados do sistema de três barras e oferta de FGR.

Linha	X	Fluxo	Barra	Demanda	Geração	Oferta
		F		Pd	Pg	Ci
i>j	(pu)	(MW)	Nº	(MW)	(MW)	(\$/MWh)
1>2	0,2	126	1	50	140	7,5
1>3	0,2	250			185	6
2>3	0,1	130	2	60	100	14
-	-	-	3	168	150	10
CONTRATOS DE FGR						
Contrato	Linha	FGRmin	FGRmax	Oferta		
		(MW)	(MW)	d (\$/MWh)		
FGR1	1 > 3	0	150	5		

A Tabela 4.15 mostra os fluxos nas linhas de transmissão, os preços nodais e de congestionamento com inadequação e após de ser ajustado o sistema para reduzi-la. Quando se restringe o sistema para ficar o mais próximo ao limite  $\bar{\epsilon}$ , acontece que os fluxos nas linhas e os preços nodais aumentam por causa do congestionamento na rede.

Tabela 4.15: Fluxos e preços do sistema com inadequação e com inadequação reduzida.

Linha	INADEQUAÇÃO		SISTEMA AJUSTADO	
	Fluxo		Fluxo	
	F		F	
i > j	(MW)		(MW)	
1>2	86,67		103,17	
1>3	100		124,76	
2>3	26,67		43,17	
Linha	$\mu$		$\mu$	
	$\mu_{min}$	$\mu_{max}$	$\mu_{min}$	$\mu_{max}$
i > j	(\$/MWh)	(\$/MWh)	(\$/MWh)	(\$/MWh)
1>2	0	0	0	0
1>3	4,17	0	4,58	0
2>3	0	0	0	0
Barra	Preços nodais		Preços nodais	
	$\lambda_i$		$\lambda_i$	
Nº	(\$/MWh)		(\$/MWh)	
1	7,5		8,25	
2	9,17		10,08	
3	10		11	

Ao ser reduzida a inadequação no leilão conjunto de energia e FGR ao valor de  $\bar{\epsilon}$  os preços nodais e de congestionamento são afetados com a presença da restrição de receita (61). Anteriormente, se mencionou que os preços dos FGR estão diretamente relacionados com os preços de congestionamento que possui a rede de transmissão, então quando o sistema tem inadequação de receita o valor do  $\mu_{13}$  é de 4,17 (\$/MWh) (Tabela 4.15). A

inadequação se apresenta porque o EF recolhido pelo OS não é suficiente para cobrir os contratos por FGR, tendo em vista que, de acordo com (41), o OS paga ao proprietário de FGR  $\pi_{13}^{fgr1} = \mu_{13} \cdot FGR1 = 4,17 \cdot (150) = 625,5 (\$/h)$ , esse resultado é o pagamento pela oferta de FGR1.

Os pagamentos e receitas para cada um dos agentes são mostrados na Tabela 4.16 e pode ser observado que como existe um novo despacho de geração as receitas e os pagamentos aumentam, mas a oferta de FGR diminui significativamente a 24,76 (MW) comparado com o valor inicialmente ofertado 150 MW no caso de inadequação de receita. Naquele momento de inadequação os fluxos das linhas eram menores que quando o sistema se ajustou, esse fato, faz que a capacidade disponível da linha seja menor para alocar capacidade da oferta de FGR, motivando o aumento do preço  $\mu_{13}$ .

Usando (61), o OS calcula o valor da inadequação que é a diferença entre o valor de todos os contratos por FGR e o excedente financeiro obtendo  $(625,5 - 416,88) = 208,62 (\$/h)$ . Como o limite  $\bar{\epsilon}$  estabelecido pelo OS é igual a 2 ( $\$/h$ ) que equivale a 1% do EF e a inadequação está por acima desse valor, então o operador precisa cobrir com mais excedente financeiro os contratos por direitos de transmissão ou restringir a quantidade de ofertas de direitos para redução da inadequação.

Tabela 4.16: Leilão de energia e FGR – Situação com inadequação e com inadequação reduzida.

INADEQUAÇÃO				SISTEMA AJUSTADO				
ENERGIA								
Barra	Pg	R	Pd	W	Pg	R	Pd	W
N°	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)
1	51,67	387,53	50	375	92,93	766,67	50	412,5
	185	1387,5			185	1526,25		
2	0	0	60	550,2	0	0	60	604,80
3	41,33	413,3	168	1680	0,07	0,77	168	1848
$\Sigma$ total	278	2188,33	278	2605,2	278	2293,69	278	2865,30
EF=W-R	416,88			571,61				
DIREITOS DE TRANSMISSÃO								
Contrato	FGR1 (MW)	Pagament (\$/h)		FGR1 (MW)	Pagament (\$/h)			
1>3	150	625,5		125,24	573,60			
Inad rec	208,63			1,99				

Após de adequar o sistema há um novo despacho de geração e desta vez são beneficiados os geradores mais baratos provocando mudanças nos fluxos de potencia das linhas e



fazendo que as receitas e os pagamentos sejam maiores. Ao ser reduzida a inadequação no leilão se obteve um incremento nos preços nodais de um 10% do valor com inadequação e a parcela EF aumentou um 37% com respeito ao excedente obtido na situação inicial.

Um aspecto importante está relacionado com o despacho de geração porque ao ser ajustada a receita, se determino no leilão com ajuste alocar a maior quantidade de potência nos geradores mais baratos da barra 1 (Tabela 4.16), mas ainda esses dois geradores não conseguiram ficar com tudo o despacho de potência devido ao congestionamento nas linhas de transmissão e a presença do contrato de FGR na linha 1-3.

Com a finalidade de encontrar uma condição de inadequação de receita igual a zero se determinaram outras soluções para diferentes valores no limite  $\bar{\epsilon}$ , obtendo os valores da Tabela 4.17, onde são comparados as receitas ( $R_{TOT}$ ) com pagamentos ( $W_{TOT}$ ) e excedente financeiro (EF) com pagamentos de FGR ( $TR$ ). De acordo com os dados obtidos na solução se tem um valor calculado de  $\bar{\epsilon}$  como se mostra na Tabela 4.17, esse valor indica que tão perto ficou a aproximação do valor estabelecido pelo OS (coluna 6). No caso quando se quis encontrar inadequação de receita igual a zero a aproximação pelo método de bisseção chegou até 1,7 (\$/h). Na coluna  $TR - EF$  se obtém os valores de inadequação, notando que sem ser ajustado o sistema, EF (416,87 \$/h) é menor que os valores ajustados pelo método de bisseção. Ou seja, na busca de adequar a receita usando o método se consegue a mínima inadequação para o sistema de potência.

Tabela 4.17: Comparação de pagamentos e receitas para encontrar  $\bar{\epsilon}$ .

$W_{TOT}$ (\$/h)	$R_{TOT}$ (\$/h)	EF (\$/h)	TR (\$/h)	$\bar{\epsilon}$ $TR - EF$	$\bar{\epsilon}$ ISO
2865,3	2293,1	572,2	573,9	1,7	0
2865,3	2293,69	571,61	573,6	1,99	2
2865,3	2295,33	569,97	575,67	5,7	5
2865,3	2296,99	568,31	577,32	9,01	8
2605,2	2188,33	416,87	625,5	208,63	-

Agora, fazendo a distribuição da inadequação de receita para um valor  $\bar{\epsilon} = 2(\$/h)$  pelo método Pro-rata, obteve-se que os custos do ajuste se distribuem entre os geradores alocados na barra 1 porque eles possuem a maior quantidade de inadequação como é mostrado na Tabela 4.18.

Tabela 4.18: Distribuição da inadequação pelo método Pro-Rata com FGR.

Barra	Geradores	Cargas
N°	(\$/h)	(\$/h)
1	0,33	0,17
	0,66	
2	0,00	0,21
3	0,00	0,62
$\Sigma$ total	1,00	1,00

#### 4.5.1.3. Leilão conjunto de energia e direitos de transmissão FTR e FGR

Neste caso, se fazem as mesmas ofertas dos casos anteriores tanto de FTR quanto de FGR. A Tabela 4.19 apresenta o leilão conjunto com os resultados da inadequação e quando é ajustado o sistema para um valor de  $\bar{\epsilon} = 2 (\$/h)$ .

Tabela 4.19: Leilão conjunto com inadequação – sistema de três barras.

INADEQUAÇÃO						SISTEMA AJUSTADO				
ENERGIA										
Barra	$\lambda$	Pg	R	Pd	W	$\lambda$	Pg	R	Pd	W
N°	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)
1	6	0	0	50	300	10,13	89,29	904,06	50	506,25
		155	930				185	1873,13		
2	7	0	0	60	420	11,19	0	0	60	671,25
3	10	123	1230	168	1680	14,38	3,71	53,33	168	2415
$\Sigma$ total	-	278	2160	278	2400	-	278	2830,52	278	3592,50
EF=W-R	240					762,0				
DIREITOS DE TRANSMISSÃO										
-	Oferta	Custo	Pagamento			Oferta	Custo	Pagamento		
	$f_{irij}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_{ij}^{ir}$			$f_{irij}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_{ij}^{ir}$		
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		
FTR1	150	4	600			42,71	4,25	181,52		
FTR2	50	1	50			50	1,06	53,13		
FTR3	120	3	360			114	3,19	363,38		
$\Sigma$ ftr	320	-	1010			206,71	-	598,02		
-	Oferta	Custo	Pagamento			Oferta	Custo	Pagamento		
	$f_{grk}^*$	$\mu_k$	$\pi_k^{gr}$			$f_{grk}^*$	$\mu_k$	$\pi_k^{gr}$		
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		
FGR1	65	5	325			59,00	2,81	165,94		
$\Sigma$ fgr	65	-	325			59	-	165,94		
$\Sigma$ TR	1335					764				
Inad. Rec	1095					2				

Para determinar o valor da inadequação se usa (61), assim no caso inicial se obteve  $(1335 - 240) = 1095$  (\$/h), como há inadequação deve ser ajustada ao valor determinado pelo OS ( $\bar{\epsilon} = 2 (\$/h)$ ) que equivale ao 1% do EF.

Para obter o valor de EF se usa (24), neste caso quando existe inadequação de receita foi de 240 (\$/h) que seria um valor intermediário entre o leilão de energia e FTR e o leilão de energia e FGR, onde os resultados foram 198 (\$/h) (Tabela 4.10) e 416,88 (\$/h) (Tabela 4.16), respectivamente. Isso indica que a distribuição de preços entre cada leilão esta influenciada na forma de despachar as unidades de geração e as ofertas por contratos de direitos de transmissão.

Analisando os resultados da Tabela 4.19, a oferta do contrato FTR1 desceu em forma drástica com o ajuste feito no leilão conjunto porque inicialmente conseguiram ser ofertados 150 (MW) em estado de inadequação e no momento que se reduz a receita a oferta premiada foi de 42,71 (MW) aproximadamente 3,5 vezes menor à inicial. No ajuste de receita todos os preços aumentaram prejudicando as cargas já que elas tiveram que pagar 761,98 (\$/h) a mais pela potência consumida. Outros agentes afetados na redução da inadequação foram os proprietários dos contratos porque eles alocaram uma menor quantidade de potência no mercado e deixaram de perceber 571 (\$/h) do pagamento total por direitos de transmissão.

O preço do FGR sempre está associado aos preços de congestionamento da linha cuja disponibilidade de capacidade quer contratar. O preço para o FGR1 é de 5(\$/MWh) e o pagamento feito pelo ISSO ao dono desse contrato é de  $\pi_{13}^{fgr1} = (5) \cdot (65) = 325 (\$/h)$ .

Pode ser observado que no caso ajustado os pagamentos das cargas aumentaram 49,6% e as receitas dos geradores um 31%, os direitos de transmissão premiados foram reduzidos e o valor a ser pago caiu um 48,9% comparado com o leilão em estado de inadequação; o que indica que a restrição de receita (61) limita as ofertas de direitos de transmissão.

Ao aumentar ou diminuir o valor de  $\bar{\epsilon}$ , o pagamento total das cargas ( $W_{TOT}$ ) é igual quando se ajusta a inadequação, está característica se encontra na Tabela 4.20. As únicas parcelas que apresentam modificações financeiras são as receitas dos geradores ( $R_{TOT}$ ) e os pagamentos por direitos de transmissão ( $TR$ ). Segundo a Tabela 4.20 as ofertas de direitos de transmissão se adaptam financeiramente de acordo com o limite  $\bar{\epsilon}$  e dessa forma conseguir a meta estabelecida pelo OS mantendo a carga do sistema sempre atendida.

Da Tabela 4.20, pode-se afirmar que a inadequação do sistema inicialmente é grande 1095 (\$/h) dado que não é levada em conta a restrição (61). No momento que é aplicado o método se conseguem valores mínimos de  $\bar{\epsilon}$ .

Tabela 4.20: Limite  $\bar{\epsilon}$  – sistema de três barras.

$W_{TOT}$	$R_{TOT}$	$EF$	$TR$	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\epsilon}$
(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	$TR - EF$	ISO
3592,5	2829,53	762,97	762,96	-0,01	0
3592,5	2830,52	761,98	764	2,02	2
3592,5	2832,02	760,48	765,46	4,98	5
3592,5	2834,53	757,97	767,97	10	10
2400	2160	240	1335	1095	-

O valor da inadequação pode ser distribuído entre os agentes usando o método Pro-Rata na Tabela 4.21 se mostra a repartição desses os encargos entre cada um dos participantes do mercado, observando que os geradores alocados na barra 1 têm que pagar as maiores taxas, enquanto a carga da barra 3 tem a maior parcela (0,61 (\$/h)).

Tabela 4.21: Leilão conjunto com inadequação – sistema de três barras.

Barra	Geradores	Cargas
N°	(\$/h)	(\$/h)
1	0,33	0,18
	0,66	
2	0,00	0,21
3	0,01	0,61
$\Sigma$ total	1,00	1,00

Dos dados obtidos dos anteriores leilões se nota que o gerador com capacidade de 185 (MW) da barra 1 em cada uma das situações simuladas sempre alocou potência, mas o outro gerador da mesma barra foi ganhando posição no mercado por ter o mesmo preço nodal e pela restrição de receita do leilão. Ademais o gerador mencionado da barra 1 contribui para obter um melhor ajuste da receita no leilão conjunto.

Os únicos que encontraram sempre desvantagem em todas as situações foram as cargas, já que sempre seus pagamentos foram maiores pela mesma energia consumida (278 MW) em todos os cenários.

Finalmente, as ofertas por direitos de transmissão conseguiram alocar em todas as situações, diferentes quantidades de potência após de ajustado o leilão conjunto, o que

significa que eles dependem da situação de congestionamento e das restrições que possua a rede de transmissão nesse momento.

#### 4.5.2. Sistema de cinco barras

O objetivo além de demonstrar a aplicação do método de bisseção em um sistema mais complexo é mostrar como o OS pode obter informações detalhadas sobre o uso do sistema de potência e o comportamento dos mercados de energia e direitos de transmissão. E analisar que acontece com a receita do leilão ao apresentar-se uma situação de contingência, por exemplo, como a saída de serviço de uma linha de transmissão.

##### 4.5.2.1. Leilão conjunto de energia e direitos de transmissão em um sistema de cinco barras.

A simulação numérica se faz sobre um sistema de cinco barras interconectadas por sete linhas de transmissão, na Figura 4.6 se mostra o diagrama simplificado do sistema, os dados da rede de cinco barras e das ofertas de energia estão na Tabela 4.22, e na Tabela 4.23 são mostradas as ofertas dos direitos de transmissão.

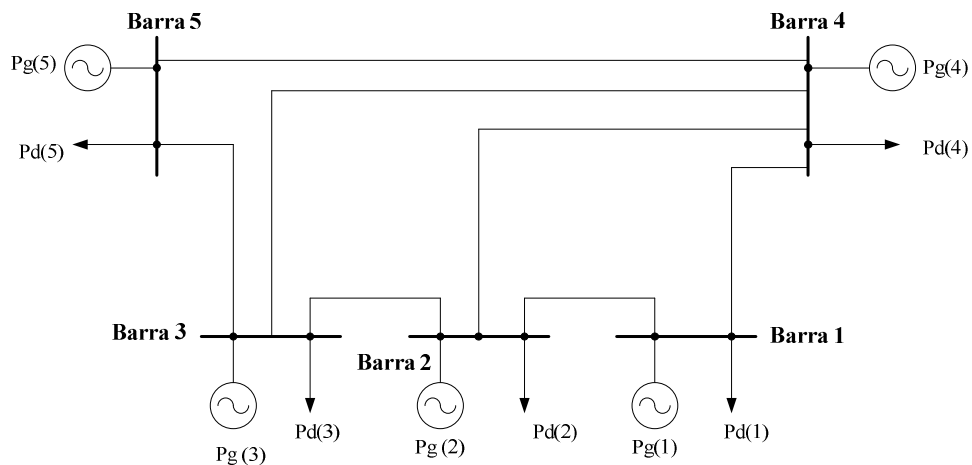


Figura 4.6: Sistema de cinco barras.

Tabela 4.22: Dados do sistema de cinco barras.

Linha $i > j$	X (pu)	Fluxo Max (MW)	Barra n°	Demanda	Geração	Oferta		
				Pd (MW)	Pgmax (MW)	Co (\$/h)	ai (\$/MWh)	bi (\$/MW <sup>2</sup> h)
1>2	0,168	300	1	27,2	500	0	20	0,04
1>4	0,126	355	2	68	200	0	21	0,03
2>3	0,21	300	3	95,2	500	0	25	0,045
3>4	0,336	300	4	421,6	500	0	44	0,04
3>5	0,252	300	5	258,4	500	0	45	0,04
4>5	0,126	450	-	-	-	-	-	-
2>4	0,13	360	-	-	-	-	-	-

Tabela 4.23: Dados dos contratos de FTR e FGR do sistema.

CONTRATOS DE FTR								
Contrato	Barra					FTR		Oferta
	1	2	3	4	5	min (MW)	max (MW)	b (\$/MWh)
	FTR1			1	-1		0	420
FTR2	1			-1		0	350	19,5
FTR3	1	-1				0	300	18,5
CONTRATOS DE FGR								
Contrato	LINHAS		FGR		Oferta			
			min (MW)	max (MW)	d (\$/MWh)			
FGR1	Linha 1 > 2		0	300	18,2			
FGR2	Linha 4 > 5		0	550	17			

O OS pode requerer uma máxima inadequação de receita com valor de  $\bar{\epsilon} = 5(\$/h)$  que equivale a 1% do EF inicial. Na Tabela 4.24, se mostra como foi realizado o despacho no momento que acontece a inadequação de receita e após de ajustar ao limite  $\bar{\epsilon}$ . No momento da inadequação os geradores das barras 1 e 4 não são despachados pelo OS, motivo pelo qual os outros devem gerar a energia necessária para atender a demanda do sistema que é de 870,4 MW. Mas o que provoca a inadequação do sistema são as ofertas de direitos de transmissão, a quantia total por FTR é de 821,68 MW e de 824,70 MW em FGR. Isto acontece porque o leilão inicialmente não possui a restrição de inadequação de receita, sendo inicialmente aceitos direitos em grande quantidade procurando maximizar a receita e garantir a maior proteção.

Os fluxos nas linhas de transmissão estão dentro dos limites e somente duas operam no máximo (linha 1-2 e linha 3-5), mas sem deixar de transportar a energia demandada pelas cargas.

Um exemplo de como é calculado o preço dos FTR se mostra a seguir; como o FTR2 que foi ofertado da barra 1 para a barra 4, obtendo  $\lambda_4 - \lambda_1 = 26,90 - 7,61 = 19,29 (\$/MWh)$ , (Tabela 4.21).

No caso do preço dos FGR basta somente saber quanto é o custo de congestionamento da linha de transmissão sobre a qual ele está contratando, o contrato FGR1 possui um preço de congestionamento de 18,2 ( $\$/MWh$ ), da mesma forma são determinados os outros contratos de FGR.

Com os preços dos direitos de transmissão é possível conhecer as receitas que receberam os donos desses direitos. Simplesmente se realiza o produto entre o custo do direito pela quantia premiada no leilão, por exemplo, para o FTR2 é igual a  $(19,29 \cdot (350)) = 6752,69$  ( $\$/h$ ).

Tabela 4.24: Inadequação e inadequação reduzida no sistema de cinco barras<sup>16</sup>.

INADEQUAÇÃO						SISTEMA AJUSTADO				
ENERGIA										
Barra	$\lambda$	Pg	R	Pd	W	$\lambda$	Pg	R	Pd	W
Nº	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)
1	7,61	0	0,0	27,2	207,03	22,05	278,51	6141,54	27,2	599,80
2	26,11	200	5222,3	68	1775,57	35,84	200	7167,20	68	2436,85
3	25,20	454,62	11458,5	95,2	2399,48	31,58	351,32	11095,56	95,2	3006,65
4	26,90	0	0,0	258,4	6952,17	38,64	0	0,00	258,4	9985,09
5	45,09	215,78	9728,7	421,6	19008,38	56,51	40,57	2292,54	421,6	23823,90
$\Sigma$ total	-	870,4	26409,50	870,4	30342,63	-	870,4	26696,84	870,4	39852,29
EF=W-R			3933					13155,45		
DIREITOS DE TRANSMISSÃO										
-	Oferta	Custo	Pagamento			Oferta	Custo	Pagamento		
	$f_{ij}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_{ij}^{gr}$			$f_{ij}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_{ij}^{gr}$		
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		
FTR1	420	1,70	714,08			420	7,06	2964,99		
FTR2	350	19,29	6752,69			0	16,59	0,00		
FTR3	51,68	18,50	956,08			207,59	13,78	2861,52		
$\Sigma$ ftr	821,68	-	8422,85			627,59	-	5826,51		
-	Oferta	Custo	Pagamento			Oferta	Custo	Pagamento		
	$f_{grk}^*$	$\mu_k$	$\pi_k^{fgr}$			$f_{grk}^*$	$\mu_k$	$\pi_k^{fgr}$		
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		
FGR1	280,52	18,2	5105			196,10	13,56	2659,31		
FGR2	544,18	17	9251			368,97	12,67	4673,71		
$\Sigma$ fgr	824,70	-	14357			565	-	7333,02		
$\Sigma$ TR			22779,4					13159,53		
Inad. Rec			18846,2					4,08		

No momento que o sistema estava com inadequação se permitiram todas as ofertas de direitos admissíveis ao mercado cuidando dos limites de fluxo nas linhas, os limites de geração e os limites dos próprios direitos sem incluir a restrição de inadequação da receita. Por esse motivo se aceitou uma grande quantia de contratos de FTR e FGR, no momento o

<sup>16</sup> Preço nodal (coluna  $\lambda$ ), Potência gerada (Pg), Receitas (R), Demanda (Pd), Pagamento demanda (W).

OS não estava preocupado pela receita só queria atender o mercado maximizando suas receitas de direitos de transmissão.

No instante que é levada em conta a restrição de inadequação e seu limite  $\bar{\epsilon}$ , o problema de otimização muda, de fato todos os participantes do mercado se comportam de acordo com as novas limitações do sistema. Por exemplo, geradores que não estavam no despacho inicial agora são levados em conta, os preços nodais são modificados, também as ofertas de FTR e FGR premiadas são afetadas no leilão, algumas diminuem, outras entram e outras são retiradas, tudo com o objetivo de aumentar o EF e cobrir as ofertas de direitos de transmissão no sistema de potência.

Neste caso o aumento do pagamento das cargas ( $W_{TOT}$ ) é de 31,3% e o aumento da receita dos geradores ( $R_{TOT}$ ) é de 1%, isso indica que as cargas são significativamente afetadas quando se ajusta o leilão conjunto. Os pagamentos por direitos de transmissão premiados desceram um 42,2% com respeito aos pagamentos por direitos premiados no caso sem restrição de inadequação.

Enquanto que a quantia de FTR premiada com inadequação era de 821,68 (MW) e após com o ajuste deixaram de ofertar-se 194,09 (MW), para o caso dos FGR ficaram 259,7 (MW) fora da oferta inicial. Por conseguinte, as receitas recebidas pelos donos dos FTR desceram de 8422,85 (\$/h) para 5826,51 (\$/h) uma diferença de 2596,34 (\$/h) que deixaram de receber devido à restrição de receita (61); os donos dos FGR tiveram uma forte descida de aproximadamente 51,1% com respeito às ofertas premiadas com a inadequação que foi de 14357 (\$/h).

O resultado da inadequação inicial foi de 18846,2 (\$/h) uma quantia grande comparada com o valor de 4,08 (\$/h) conseguido com a adequação de receita; o valor obtido é 4000 vezes menor que o inicial e foi a melhor aproximação conseguida com o método de bisseção. O valor de  $\bar{\epsilon}$  calculado era de 5 (\$/h) que equivale a menos do 0,1% do valor de EF, e o valor conseguido com o método de bisseção é ainda mais baixo o que demonstra que é possível conseguir uma boa aproximação.

Na Tabela 4.25 se mostra como muda o excedente financeiro na medida que o limite  $\bar{\epsilon}$  se ajusta, além de exibir como os pagamentos por direitos de transmissão vão se ajustando para conseguir o limite desejado pelo OS.



Tabela 4.25: Limite  $\bar{\epsilon}$  calculado e desejado no sistema de cinco barras<sup>17</sup>.

$W_{TOT}$	$R_{TOT}$	$EF$	$TR$	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\epsilon}$
(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	$TR - EF$	ISO
39852,34	26695,3	13157,04	13157,92	0,88	0
39852,33	26695,63	13156,7	13158,25	1,55	2
39852,31	26696,94	13155,37	13159,58	4,21	5
39852,25	26700,27	13151,98	13162,95	10,97	10
30342,63	26409,5	3933,13	22779,4	18846,27	-

O método da bissecção oferece uma forma de aproximação para conseguir a adequação da receita, mas também cuidando de manter todos os agentes nos seus limites.

#### 4.5.2.2. Leilão conjunto de energia e direitos com presença de uma dupla contingência: linhas de transmissão 1-2 e 3-4 fora de serviço

Na figura 4.7 estão as linhas que saíram de serviço.

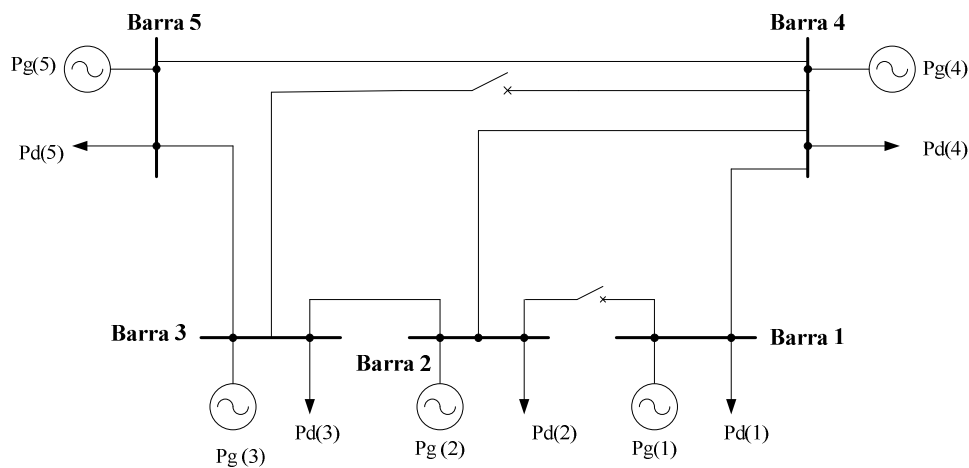


Figura 4.7: Sistema de cinco barras com duas linhas abertas.

Na Tabela 4.26 se apresentam os fluxos nas linhas e as potências geradas quando o sistema está sem e com estado de contingência antes de fazer a adequação de receita. A saída de serviço das linhas 1-2 e 3-4 faz que o sistema fique com três linhas congestionadas fazendo que o despacho de geração se re-distribua entre as unidades. Nessa repartição o gerador da barra 1 inicialmente não alocou energia, não obstante, no momento da contingência colocou 158,59 (MW) da sua oferta no leilão (Tabela 4.26).

<sup>17</sup> Preço nodal (coluna  $\lambda$ ), Potência gerada (Pg), Receitas (R), Demanda (Pd), Pagamento demanda (W).

Tabela 4.26: Despacho e fluxos em estado de inadequação com e sem contingência.

INADEQUAÇÃO				INADEQUAÇÃO		
Linha	Fluxo (MW)			Barra N°	Geração (MW)	
	Max	Sem contingência	Sem linhas 1>2 e 3>4		Sem contingência	Sem linhas 1>2 e 3>4
1>2	300	19,48	-	1	0	158,59
1>4	355	355	355	2	200	200
2>3	300	-219,1	-300	3	454,62	275,2
3>4	300	260,32	-	4	0	0
3>5	300	300	300	5	215,78	236,61
4>5	450	-94,18	-115,01	Σtotal	870,4	870,4
2>4	360	318,9	208,39			

Reduzindo a inadequação para um valor de  $\bar{\epsilon} = 5 (\$/h)$  que equivale a 0.07% do valor do EF, neste caso somente as linhas que permanecem congestionadas são 1-4 e 3-5, as outras ficam um pouco mais relaxadas como se mostra na Tabela 4.27. O gerador alocado na barra 1 é mais beneficiado com a ocorrência já que seus custos de geração são baixos e pelo despacho de energia. Após de adaptar à inadequação do sistema e comparando os dados obtidos para os dois sistemas (sem e com contingência) o gerador mais barato alocado na barra 1 conseguiu ofertar mais energia 382,2 (MW) que equivale ao 44% da carga total do sistema, o que indica que o gerador dessa barra na ocorrência da saída das duas linhas consegue ser mais beneficiado pelas ofertas de direitos de transmissão.

Tabela 4.27: Despacho e fluxos com redução da inadequação com e sem contingência.

SISTEMA AJUSTADO				SISTEMA AJUSTADO		
Linha	Fluxo (MW)			Barra N°	Geração (MW)	
	Max	Sem contingência	Contingência ajuste		Sem contingência	Contingência ajuste
1>2	300	103,9	-	1	278,51	382,2
1>4	355	355	355	2	200	200
2>3	300	-181,5	-175,42	3	351,32	157,06
3>4	300	194,62	-	4	0	0
3>5	300	300	300	5	40,57	131,14
4>5	450	81,03	-9,54	Σtotal	870,4	870,4
2>4	360	209,81	307,42			

Na Tabela 4.28 se apresentam as receitas e pagamentos do sistema quando acontece a saída das linhas de transmissão. O valor do EF sem contingência foi igual a 13155,45 (\$/h) e com a contingência foi menor e igual a 11564,18 (\$/h) deixando de perceber 1591,27 (\$/h), o que indica, que as cargas foram beneficiadas com a saída das linhas de transmissão porque pagaram menos pela energia consumida. Caso contrário os agentes afetados pela ausência das linhas foram as ofertas por direitos de transmissão totais, já que a quantidade de potência ofertada com o sistema completo foi de 1192,59 (MW) passando a 713,56 (MW) sem duas linhas.

Apesar do sistema estar em estado de contingência o OS consegue resolver o leilão conjunto e adequar a receita o mais próximo do limite  $\bar{\epsilon}$ , neste caso se conseguiu um valor de adequação de receita igual a 4,97 (\$/h).

Alguns agentes do mercado foram mais beneficiados com o ajuste da receita, por exemplo, o gerador da barra 1 que considerando inadequação só tinha vendido 158,59 MW e com o ajuste da receita o OS alocou 382,2 (MW). No caso dos contratos por FTR o único premiado após do ajuste foi o FTR1 com um preço de oferta de 16,64 (\$/MWh). No caso dos contratos por FGR o único beneficiado foi o FGR1 que conseguiu vender toda a quantidade que ofertou no leilão. Observe-se que os preços dos direitos de transmissão e nodais pouco variam entre os casos sem e com ajuste.

Tabela 4.28: Ajuste da inadequação do sistema de cinco barras com contingência.

INADEQUAÇÃO					SISTEMA AJUSTADO					
ENERGIA										
Barra	$\lambda$	Pg	R	Pd	W	$\lambda$	Pg	R	Pd	W
Nº	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)
1	20,06	158,59	3181,9	27,2	545,72	22,98	382,2	8784,60	27,2	625,17
2	38,56	200	7712,7	68	2622,31	38,89	200	7778,20	68	2644,59
3	25,12	275,2	6914,1	95,2	2391,79	28,62	157,06	4494,48	95,2	2724,27
4	41,88	0	0	258,4	10821,82	45,25	0	0	258,4	11693,01
5	45,09	236,61	10669,8	421,6	19011,88	51,42	131,14	6742,75	421,6	21677,15
$\Sigma$ total	-	870,4	28478,44	870,4	35393,52	-	870,4	27800,02	870,4	39364,20
EF=W-R	6915					11564,18				
DIREITOS DE TRANSMISSÃO										
-	Oferta	Custo	Pagamento		Oferta	Custo	Pagamento			
	$f_{w,u}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_i^{ftr}$		$f_{w,u}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_i^{ftr}$			
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			
FTR1	420	16,76	7037,65		413,56	16,64	6879,69			
FTR2	0	21,82	0,0		0	22,27	0			
FTR3	223,61	18,50	4136,79		0	15,91	0			
$\Sigma$ ftr	643,61	-	11174,43		413,56	-	6879,69			
-	Oferta	Custo	Pagamento		Oferta	Custo	Pagamento			
	$f_{gr,k}^*$	$\mu_k$	$\pi_k^{fgr}$		$f_{gr,k}^*$	$\mu_k$	$\pi_k^{fgr}$			
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			
FGR1	300	18,2	5460		300,00	15,63	4689,45			
FGR2	0	0	0		0	0	0			
$\Sigma$ fgr	300	-	5460		300	-	4689,45			
$\Sigma$ TR	16634,4					11569,14				
Inad. Rec	9719,3					4,97				

Comparando as Tabelas 4.24 e 4.28 pode ser ressaltado que a ocorrência da contingência (para um valor similar de  $\bar{\epsilon}$ ) reduz EF em um 12% e reduz as ofertas totais por FTR em 40% sendo que os pagamentos para FTR aumentam 18% e os pagamentos para FGR diminuem 36%.

Em outras simulações foi analisado como o sistema trata de adequar para diferentes valores de  $\bar{\epsilon}$  as receitas, os pagamentos das cargas e dos direitos de transmissão. Na Tabela 4.29 se apresentam as diferentes adequações que foram feitas aplicando o método de bisseção, encontrando que as receitas dos geradores aumentam quando o valor de  $\bar{\epsilon}$  vá diminuindo e também que as ofertas por direitos de transmissão vão sendo restringidas com a finalidade de cumprir com a meta estabelecida pelo OS.

O valor de  $\bar{\epsilon}$  em inadequação é de 9719,32 (\$/h) (Tabela 4.29), ao ser usado a bisseção se conseguem valores de adequação menores para este sistema de potência. Dessa forma se conclui que o método ajusta todos os valores para que sejam ótimos ao valor de inadequação que precisa o OS.

Tabela 4.29: Limite  $\bar{\epsilon}$  - sistema de cinco barras com contingência.

$W_{TOT}$	$R_{TOT}$	$EF$	$TR$	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\epsilon}$
(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	$TR - EF$	ISO
39364,23	27797,7	11566,53	11566,73	0,2	0
39364,22	27798,51	11565,71	11567,55	1,84	2
39364,18	27800,01	11564,17	11569,11	4,94	5
39364,11	27803,24	11560,87	11572,45	11,58	10
35393,52	28478,44	6915,08	16634,4	9719,32	-

O método de bisseção dá uma boa aproximação na adequação de receita do leilão de energia e direitos de transmissão no sistema de cinco barras. Na Tabela 4.30 se apresenta a distribuição do ajuste da receita após de resolver o sistema para um  $\bar{\epsilon} = 5$  (\$/h) entre geradores e cargas pelo método Pro-Rata.

Tabela 4.30: Distribuição do ajuste da receita entre os agentes.

Barra	Geradores	Cargas
Nº	(\$/h)	(\$/h)
1	1,090	0,078
2	0,571	0,194
3	0,448	0,272
4	0,000	0,737
5	0,374	1,203
$\Sigma$ total	2,483	2,483

O gerador da barra 1 tem que pagar uma maior quantia pela inadequação já que ele foi quem conseguiu vender mais energia (382,2 MW), do mesmo modo analisando a demanda se encontra que a carga da barra 5 deve pagar aproximadamente o 48,4% da receita pertencente à demanda.

### 4.5.3. Sistema de catorze barras

A inadequação da receita em um sistema de catorze barras modificado se escolheu com a finalidade de mostrar como funciona o método sistemas de maior porte. Os dados das ofertas de FTR e FGR se mostram na Tabela 4.31. A informação do fluxo máximo nas linhas, a capacidade dos geradores e a demanda se encontram no apêndice B.

Tabela 4.31: Ofertas de direitos de transmissão.

CONTRATO	BARRA														FTRmin	FTRmax	Oferta
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	(MW)	(MW)	(\$/MWh)
FTR1			1	-1											0	100	7,5
FTR2						1						-1			0	40	6
FTR3						1							-1		0	30	5
FTR4		1	-1												0	60	5,5
FTR5				1	-1										0	50	4
															FGRmin	FGRmax	Oferta
Contrato	LINHAS														(MW)	(MW)	(\$/MWh)
FGR1	Linha 13 > 14														0	30	8

Inadequação permitida pelo ISO  $\bar{\epsilon} = 2$  (\$ / h)

A Tabela 4.32 mostra a simulação de um leilão conjunto de energia e direitos de transmissão em um sistema de 14 barras, onde se apresentam os dados obtidos quando é feito o leilão conjunto no momento que existe inadequação e depois de fazer a redução da inadequação, na Tabela são mostrados os dados dos contratos de transmissão que conseguiram vencer no leilão. Neste sistema as linhas de transmissão congestionadas no momento da inadequação foram as linhas 2-5 e 6-13, a linha 13-14 apresenta congestionamento pela presença do contrato de transmissão FGR1, no momento que se realiza o ajuste de receita três linhas (2-4, 2-5 e 6-13) apresentam congestionamento e pela oferta premiada de FGR1 a linha 13-14 também se encontra congestionada.

A interpretação dos dados da Tabela 4.32 se faz da seguinte forma, para calcular as receitas dos geradores (R) fazendo o produto entre os preços nodais pelo valor da geração. No caso dos pagamentos das cargas (W) resulta de multiplicar o consumo da carga pelo preço nodal, com as receitas e pagamentos do sistema se pode conhecer o excedente financeiro  $EF = (W - R)$ , por exemplo, com inadequação (2941,02 – 2464,57) essa diferença é igual a 476,46 (\$/h) no caso com inadequação reduzida é de 678,23 (\$/h) quando se reduz a inadequação.

Os pagamentos que se devem fazer pelos direitos é calculado com (33), por exemplo, para a oferta FTR2 é  $\pi_{6-12}^{fir2} = (33,55) \cdot (6) = 201,32 (\$/h)$ . O pagamento do FGR é feito como mostra (41),  $\pi_{13-14}^{fgr1} = (8) \cdot (23,83) = 1910,64 (\$/h)$ .

Com os pagamentos totais de FTR e FGR é obtido o valor total por direitos de transmissão (59)  $\pi^{TR} = 1028,57 + 190,64 = 1219,21 (\$/h)$ .

Tabela 4.32: Inadequação e ajuste de receita – sistema catorze barras.

INADEQUAÇÃO						SISTEMA AJUSTADO				
ENERGIA										
Barra	$\lambda$	Pg	R	Pd	W	$\lambda$	Pg	R	Pd	W
Nº	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)
1	6,00	57,2	343,2			7,97	124,27	990,74		
2	2,36	0	0,0	17,36	41,04	4,93	0	0,00	17,36	85,65
3	9,52	50	475,9	75,36	717,27	11,27	0	0,00	75,36	849,01
4	15,70			38,24	600,22	16,73			38,24	639,94
5	19,70			6,08	119,75	19,42			6,08	118,07
6	15,48	60	928,7	8,96	138,68	16,59	42,93	712,14	8,96	148,63
7	17,92					18,23				
8	17,92	40	716,8			18,23	40	729,12		
9	19,09			23,6	450,53	19,01			23,6	448,71
10	18,45			7,2	132,83	18,58			7,2	133,79
11	16,99			2,8	47,57	17,60			2,8	49,29
12	21,48			4,88	104,81	20,62			4,88	100,61
13	26,14			10,8	282,32	23,75			10,8	256,45
14	25,67			11,92	306,00	23,43			11,92	279,29
Σtotal	-	207,2	2464,57	207,2	2941,02	-	207,2	2431,99	207,2	3109,45
EF=W-R	476,46					677,45				
DIREITOS DE TRANSMISSÃO										
-	Oferta	Custo	Pagamento		Oferta	Custo	Pagamento			
	$f_{w,y}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_{ij}^{fir}$		$f_{w,y}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_{ij}^{fir}$			
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			
FTR1	100	6,18	617,83		66,34	5,47	362,82			
FTR2	33,55	6,00	201,32		36,33	4,03	146,33			
FTR3	0	10,66	0,00		0	7,16	0,00			
FTR4	0	7,15	0,00		0	6,33	0,00			
FTR5	52,36	4,00	209,42		12,64	2,69	33,93			
Σftr	185,91	-	1028,57		115,31	-	543,08			
-	Oferta	Custo	Pagamento		Oferta	Custo	Pagamento			
	$f_{gr,k}^*$	$\mu_k$	$\pi_k^{fgr}$		$f_{gr,k}^*$	$\mu_k$	$\pi_k^{fgr}$			
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			
FGR1	23,83	8,0	190,64		25,40	5,37	136,39			
Σfgr	23,83	-	190,64		25,40	-	136,39			
ΣTR	1219,21					679,47				
Inad. Rec	742,75					2,02				

Finalmente, para conhecer se há inadequação da receita se faz subtração entre os pagamentos por direitos menos o excedente financeiro  $(1219,21 - 476,46) = 742,75 (\$/h)$

cujo valor é maior que EF e por tanto existe inadequação maior que a permitida pelo OS (Tabela 4.32).

Após de fazer o ajuste da inadequação, diminuem os preços nodais de algumas barras do sistema (5, 9, 12, 13 e 14) isto provoca que os preços dos contratos por direitos de transmissão sejam afetados e as ofertas premiadas sejam menores comparado-as com a condição de inadequação de receita.

Neste caso pode ser observado que o efeito da redução da inadequação faz aumentar os pagamentos das cargas em 5,7% e reduzir as receitas dos geradores em 32,58 (\$/h) o resultado é um aumento do EF de 42,18%. A redução maior é no total de FTR premiados que é aproximadamente de 38%, isto se deve a que o valor ofertado do FGR é maior que as ofertas dos FTR.

A Tabela 4.33 mostra os resultados no sistema de catorze barras quando as linhas 2-3 e 4-5 estão abertas e ficam fora do circuito. As unidades de geração devem seguir atendendo a carga que se encontra no sistema, em caso de contingência. Nesta condição o congestionamento se apresenta nas linhas 2-4, 2-5, 3-4, 6-13 e 13-14 tanto para inadequação quanto no ajuste da receita. No caso da saída das linhas o sistema de qualquer forma atende a demanda com uma nova distribuição dos fluxos.

Pode ser observado na Tabela 4.33 que quando existe redução da inadequação o montante, W pago pelas cargas aumenta 52% e as receitas dos geradores aumentam 64% fazendo com que EF aumente 17,4%. O total dos direitos de transmissão diminui em 21%.

No momento de ajustar a receita, somente a unidade de geração da barra 2 fica sem vender sua energia, por enquanto as outras conseguem colocá-la no mercado (Tabela 4.33). Quando o sistema possuía todas as linhas de transmissão somente os geradores alocados nas barras 1, 6 e 8 venderam sua energia (Tabela 4.32). A quantidade de potência das ofertas de FTR e FGR no sistema sem contingência foi de 140,71 (MW) e no outro caso 199,86 (MW) com o sistema completo.

Tabela 4.33: Sistema catorze barras – caso contingência em duas linhas.

INADEQUAÇÃO						SISTEMA AJUSTADO				
ENERGIA										
Barra	$\lambda$	Pg	R	Pd	W	$\lambda$	Pg	R	Pd	W
N°	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)	(\$/MWh)	(MW)	(\$/h)	(MW)	(\$/h)
1	6,00	100,84	605,0			10,08	100,84	1016,61		
2	3,42	0	0,0	17,36	59,37	6,90	0	0,00	17,36	119,84
3	9,00	25,36	228,2	75,36	678,24	15,12	31,66	478,76	75,36	1139,59
4	11,72			38,24	448,11	20,77			38,24	794,36
5	15,72			6,08	95,57	22,05			6,08	134,08
6	11,50	41	471,5	8,96	103,04	20,70	60	1242,18	8,96	185,50
7	13,94					21,48				
8	13,94	40	557,7			21,48	14,7	315,82		
9	15,11			23,6	356,66	21,86			23,6	515,86
10	14,47			7,2	104,19	21,65			7,2	155,90
11	13,01			2,8	36,43	21,19			2,8	59,32
12	17,50			4,88	85,40	22,62			4,88	110,39
13	22,16			10,8	239,36	24,11			10,8	260,42
14	21,69			11,92	258,59	23,96			11,92	285,64
$\Sigma$ total	-	207,2	1862,48	207,2	2464,96	-	207,2	3053,37	207,2	3760,90
EF=W-R	602,47					707,53				
DIREITOS DE TRANSMISSÃO										
-	Oferta	Custo	Pagamento		Oferta	Custo	Pagamento			
	$f_{tr,j}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_{tr,j}^{gr}$		$f_{tr,j}^*$	$(\lambda_j - \lambda_i)$	$\pi_{tr,j}^{gr}$			
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			
FTR1	100	2,72	271,84		93,70	5,65	529,51			
FTR2	36,85	6,00	221,11		28,15	1,92	54,01			
FTR3	0	10,66	0,00		0	3,41	0,00			
FTR4	0	5,58	0,00		0	8,22	0,00			
FTR5	49,48	4,00	197,92		57,22	1,28	73,19			
$\Sigma$ fr	186,33	-	690,87		179,07	-	656,71			
-	Oferta	Custo	Pagamento		Oferta	Custo	Pagamento			
	$f_{gr,k}^*$	$\mu_k$	$\pi_{gr,k}^{gr}$		$f_{gr,k}^*$	$\mu_k$	$\pi_{gr,k}^{gr}$			
	(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)		(MW)	(\$/MWh)	(\$/h)			
FGR1	25,68	8,0	205,44		20,79	2,56	53,18			
$\Sigma$ fgr	25,68	-	205,44		20,79	-	53,18			
$\Sigma$ TR	896,31					709,89				
Inad. Rec	293,84					2,36				

Então, analisando os resultados obtidos da Tabela 4.33 se encontra que os pagamentos feitos pelas cargas, W aumentam um 52%, da mesma forma se avaliam as receitas dos geradores obtendo um 64% de incremento sendo beneficiados com a restrição de receita. No caso do EF o incremento é de 17,4% com respeito à inadequação do sistema.

Outras comparações se realizam entre o sistema completo (Tabela 4.32) e o sistema em contingência encontrando que o EF aumento 30,08 (\$/h), notando que os pagamentos por direitos de transmissão apresentaram um 4,5% de incremento. Enquanto que as cargas pagaram 21% mais pela mesma potência consumida, lembrando que o sistema contém uma contingência dupla. Os pagamentos pelas ofertas de FGR no sistema com contingência diminuíram 2,5 vezes com respeito ao sistema inicial, já que o preço da oferta foi de 2,56 (\$/h). Na Tabela 4.34 se apresentam as variações ao ser mudado  $\bar{\epsilon}$  quando o sistema



possui todas as linhas de transmissão e na Tabela 4.35 se apresenta a variação em estado de contingência.

O pagamento e a receita, 2464,96 (\$/h) e 1862,48 (\$/h) respectivamente (Tabela 4.35) no sistema de 14 barras com contingência é menor que no momento que esse sistema contem todas as linhas de transmissão (Tabela 4.34). Usando o método de bisseção para resolver ambas situações, observa-se que com a saída das linhas de transmissão os pagamentos das cargas aumentaram aproximadamente um 21% com respeito ao sistema com todas as linhas de transmissão.

Tabela 4.34: Limite  $\bar{\epsilon}$  para sistema de catorze barras sem contingência.

$W_{TOT}$ (\$/h)	$R_{TOT}$ (\$/h)	$EF$ (\$/h)	$TR$ (\$/h)	$\bar{\epsilon}$ $TR - EF$	$\bar{\epsilon}$ ISO
3109,44	2431,04	678,4	678,44	0,04	0
3109,44	2432,03	677,41	679,43	2,02	2
3109,44	2434,01	675,43	681,42	5,99	6
3109,44	2436,02	673,42	683,42	10	10
2941,02	2464,57	476,45	1219,21	742,76	-

Tabela 4.35: Limite  $\bar{\epsilon}$  para sistema de catorze barras com contingência.

$W_{TOT}$ (\$/h)	$R_{TOT}$ (\$/h)	$EF$ (\$/h)	$TR$ (\$/h)	$\bar{\epsilon}$ $TR - EF$	$\bar{\epsilon}$ ISO
3760,9	3052,72	708,18	709,2	1,02	0
3760,9	3053,4	707,5	709,88	2,38	2
3760,9	3054,77	706,13	711,25	5,12	6
3760,9	3057,57	703,33	714,05	10,72	10
2464,96	1862,48	602,48	896,31	293,83	-

Na Tabela 4.36 é mostrada a distribuição do valor permitido de inadequação  $\bar{\epsilon} = 2$ (\$/h) entre os geradores e as cargas usando o método Pro-Rata, encontrando que a distribuição é equilibrada para as duas situações tanto para geradores quanto para cargas.

Tabela 4.36: Sistema catorze barras – caso contingência duas linhas.

Sistema ajustado - 14 barras					
		Todas as linhas		Sem duas linhas	
Barra	Geradores	Cargas	Geradores	Cargas	
Nº	(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	(\$/h)	
1	0,606		0,574		
2	0	0,085	0	0,099	
3	0	0,367	0,180	0,429	
4		0,186		0,218	
5		0,030		0,035	
6	0,209	0,044	0,342	0,051	
7					
8	0,195		0,084		
9		0,115		0,134	
10		0,035		0,041	
11		0,014		0,016	
12		0,024		0,028	
13		0,053		0,062	
14		0,058		0,068	
Σtotal	1,010	1,010	1,180	1,180	

O sistema de catorze barras tem cinco geradores, quando ocorre a saída das linhas de transmissão a distribuição do limite  $\bar{\epsilon} = 2$  (\$/h) é feita entre quatro geradores, enquanto que no sistema sem contingência a distribuição é realizada entre 3 geradores. No caso das cargas nos dois casos o aumento é de 16,8 % devido a que a carga é igual nas duas situações.

#### 4.6. CONCLUSÃO DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentadas diversas aplicações do método de bisseção em sistemas de três, cinco e catorze barras com inadequação de receita. Dos eventos simulados se obteve as ofertas, pagamentos e receitas dos agentes em um leilão conjunto de energia e direitos de transmissão.

É possível encontrar os valores ótimos do leilão conjunto para um valor de inadequação  $\bar{\epsilon}$  usando a restrição do problema de otimização. Na maioria dos casos simulados, os pagamentos feitos pelas cargas ao OS são altos, por enquanto os geradores são beneficiados com os incrementos nos preços nodais e pelo congestionamento da rede de transmissão. Assim no leilão conjunto, os direitos de transmissão são restringidos e as suas ofertas ficam limitadas à capacidade da rede.

Pelo método de bisseção se conseguiu soluções aos problemas de inadequação de receita, fazendo que o sistema fique equilibrado em forma técnica, econômica e financeira.



## 5. CONCLUSÕES

Este capítulo apresenta a análise geral da abordagem proposta neste trabalho e destaca as características principais e as suas vantagens para resolver um leilão conjunto de energia e direitos de transmissão.

O método de bisseção e o FPO são ferramentas úteis que servem para ajustar a inadequação de receita presente nos leilões que misturam mercados de energia e de direitos de transmissão (tipo FTR (ponto a ponto), tipo FGR ou ambos). Mesmo assim, permitem determinar o despacho econômico originando os valores ótimos de geração, e de alocação de ofertas de direitos de transmissão (FTR e FGR), obtendo um melhor leilão com inadequação reduzida que esteja de acordo com o limite fixado pelo OS.

A metodologia além de ser simples, permite avaliar os sistemas de potência para diferentes valores de inadequação admitindo a análise em situações de contingência na rede de transmissão.

Este trabalho mostra o método de bisseção atuando em conjunto com FPO para resolver condições de inadequação de receita nos leilões conjuntos de energia e direitos de transmissão.

Apresenta os diferentes tipos de leilões com suas combinações, a formulação que os compõe e como devem ser analisados em cada uma dessas circunstâncias. Da mesma forma se apresenta a análise de um leilão conjunto no qual estejam interagindo energia e direitos de transmissão.

Em sistemas maiores, quando existem situações de inadequação de receita se têm mais graus de liberdade para resolver esse tipo de ocorrências, porque se trata de buscar a melhor solução que diminua o máximo possível a inadequação do sistema.

As situações de inadequação de receita constituem uma fonte de risco para os agentes que operam em leilões conjuntos de energia e direitos de transmissão. Através da adoção do método da bisseção podem-se manter condições apropriadas, tanto de ajuste de receita como de despachos de geração, fazendo eficiente o uso das unidades geradoras e do

sistema de transmissão. Dependerá da topologia da rede e de outras características do respectivo sistema de potência a solução dada pelo método.

Os direitos de transmissão estão baseados na renda produzida pelo congestionamento nas linhas de transmissão. Então o OS tem que limitar os direitos de transmissão à capacidade da rede, do contrário pode se ver em uma situação de desequilíbrio financeiro, na qual ele deve compensar economicamente aos proprietários desses direitos em uma quantidade maior à recebida dos usuários do sistema que assumiram o risco de aceder ao mercado através do OS.

A proposta apresentada permite concluir que aumentando os níveis de inadequação aceitos pelo OS é permitido maior participação de ofertas no mercado de direitos de transmissão sem afetar significativamente o total dos pagamentos e receitas. No entanto, níveis cada vez mais altos de inadequação impõem pagamentos adicionais (uplifts) maiores para os agentes do mercado.

Em sistemas bastante congestionados o mercado de direitos de transmissão fica mais restrito, motivando a uma menor oferta de FTR e FGR no leilão.

Este trabalho encontra-se submetido como resumo estendido para o Congresso Bucharest PowerTech 2009 “Innovative ideas toward the Electrical Grid of the Future”, com o artigo:

“A Combined Energy and Transmission Rights Market” Páez, W. G. e Cuervo, P. A.

## **5.1. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Sugere-se o aprofundamento do estudo do leilão conjunto de energia e direitos de transmissão nos seguintes aspectos:

- Usar outras abordagens para solucionar o problema linear complementar (PLC) na busca de soluções alternas do leilão conjunto de energia e direitos de transmissão com inadequação de receita.
- Introduzir na análise, o poder de mercado para que todos os agentes vinculados com o leilão conjunto sejam beneficiados e não somente os geradores com poder de mercado sejam os que obtêm os melhores lances.

- Estudar novas formas de se realizar o leilão conjunto para que inclua a minimização dos pagamentos realizados pelas cargas.
- Adicionar ao estudo do leilão conjunto de energia e direitos de transmissão a possibilidade de que as cargas no leilão tenham suas próprias ofertas de compra de energia.
- Relacionar a expansão da transmissão com o leilão conjunto de energia e direitos de transmissão.
- Procurar vantagens e desvantagens dos leilões conjuntos com os leilões sequenciais, com a finalidade de encontrar as aplicações no mercado elétrico.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Alsaç, O., Bright, J.M., Brignone, S., Prais, M.; Silva, C., Scott, B., Vempati, N. “The Rights to Fight Price Volatility”. IEEE Power & Energy Magazine, pp. 47-57, Jul/Aug, 2004.
- [2] Bompard, E., Correia, P., Gross, G., Amelin, M. “Congestion-Management Schemes: A Comparative Analysis Under a Unified Framework”. IEEE Trans. Power Systems, vol. 18, n. 1, February 2003.
- [3] Chao, H., Peck, S., Oren, S., Wilson, R. “Flow-Based Transmission Rights and Congestion Management”. The Electricity Journal. Elsevier Science Inc, pp. 38-58, Oct 2000.
- [4] Christie, R.D., Wollenberg, B., Wangenstein, I. “Transmission Management in the Deregulated Environment”. Proceedings of the IEEE, vol. 88, n. 2, pp. 170-195, Feb 2000.
- [5] Hogan, W. “A concurrent Auction Model for Transmission Congestion Contracts”. Center for Business and Government, Harvard University. Cambridge, Massachussets, Jan 1997.
- [6] Kirschen, D., Strbac, G. “Fundamentals of Power System Economics”. John Wiley and Sons, 2004.
- [7] Méndez, R., Rudnick, H. “Congestion Management and Transmission Rights in Centralized Electric Markets”. IEEE Trans. Power Systems, vol. 19, n. 2, pp. 889-896, May 2004.
- [8] O’Neil, R. P., Helman, U., Hobbs, B.F., Stewart, W.R., Rothkopf, M. H. “A Joint Energy and Transmission Rights Auction; Proposal and Properties”. IEEE Trans. Power Systems, vol. 17, n. 2, pp. 1058-1067, Nov 2002.
- [9] Oscullo L, J. A. “Um modelo de pré-despacho com gerenciamento de congestionamento no sistema de transmissão”. UNICAMP, 2002.



- [10] Shahidehpour, M., Yamin, H., LI, Z. “Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Management”. John Wiley & Sons, New York, 2002.
- [11] Silva, J. O. F., Cuervo, P. “A Used-based Allocation Model for Revenue Adequacy in Congested Networks with Financial Transmission Rights Markets”. IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006.
- [12] Lee, Kwang Y.; El-Sharkawi, Mohamed A. “Modern Heuristic Optimization Techniques. Theory and applications to power systems”. IEEE Press Series on Power Engineering, 2008.
- [13] Gómez, A. E.; Conejo, A., Cañizares, C. “Electric Energy Systems. Analysis and Operation.”. CRC Press Taylor and Francis Group, 2008.
- [14] Gómez, A. E. “Análisis y Operación de Sistemas de Energía Eléctrica”. McGraw Hill, 2002.
- [15] Murty, K. “Linear and combinatorial programming”. John Wiley and Sons, 1976.
- [16] Bazaara, M., Shetty, C. M. “Nonlinear Programming. Theory and Algorithms”. John Wiley and Sons, 1979.
- [17] Young, Y., Cao, W., Chung, Tae-Sang. Morris, J. “Applied Numerical Methods Using Matlab”. John Wiley and Sons, 2005.
- [18] Varian, H. R. “Microeconomic Analysis”. Norton International Student Edition, 3ra Edição, 1992.
- [19] Hobbs, B. F. “LCP Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO – Based Power Markets”. IEEE Power Engineering Society, vol. 1, pp 303 – 308, Feb 1998.

## **APÊNDICES**



## A – FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO (FPO)

O FPO no gerenciamento do sistema é usado em numerosos sistemas, por exemplo, no caso da interconexão PJM, Nova York, Nova Inglaterra nos Estados Unidos [1]. O problema de FPO [4] determina o despacho de geração ou o benefício social e pode ser formulado como:

$$\text{Minimizar } \sum_i^{n_g} C_i \cdot P_{gi} \quad (\text{A.1})$$

$$\text{Sujeito a: } P_G - P_D = B \cdot \delta \quad (\text{A.2})$$

$$-f^{\max} \leq H \cdot \delta \leq f^{\max} \quad (\text{A.3})$$

$$f = X^{-1} \cdot A' \cdot \delta = H \cdot \delta \quad (\text{A.4})$$

A função objetivo (A.1) representa a função que precisa ser otimizada. A equação (A.2) representa o balanço de potência global, e são o número de geradores e o número de barras com carga, respectivamente. A restrição (A.4) representa um modelo linear (DC) do sistema de transmissão e fornece a matriz de sensibilidade das linhas de transmissão em função da injeção de potência ativa nas barras, e a restrição (A.3) representa os limites de fluxo de potência ativa que circula pelas linhas de transmissão. A solução do problema acima atende a demanda de carga e respeita os limites de transmissão da rede.

As restrições de igualdade são representadas pelas equações lineares do fluxo de potência e as restrições de desigualdade são as limitações impostas a uma variável, podem ser das restrições físicas, restrições operacionais e/ou restrições de segurança [6]. A utilidade do problema de FPO é dar uma orientação ao operador ou planejador do sistema elétrico de como estas variáveis devem ser ajustadas de modo que os centros de geração, de consumo e os equipamentos que participam da transmissão estejam dentro de suas capacidades. Seu campo de aplicação compreende o planejamento da operação e da expansão, e a operação em tempo real.

## B – CASO DE CATORZE BARRAS

-----  
 RESULTADOS DO LEILAO CONJUNTO DE ENERGIA E DIREITOS DE TRANSMISSAO  
 =====

TABELA No. 1: DADOS DO SISTEMA

LINHA i > j	X (pu)	FLUXO MAX. (MW)
1 > 2	0.0592	130.00
1 > 5	0.2230	50.00
2 > 3	0.1980	60.00
2 > 4	0.1763	30.00
2 > 5	0.1739	20.00
3 > 4	0.1710	50.00
4 > 5	0.0421	50.00
4 > 7	0.2091	30.00
4 > 9	0.5562	30.00
5 > 6	0.2520	35.00
6 > 11	0.1989	30.00
6 > 12	0.2558	30.00
6 > 13	0.1303	30.00
7 > 8	0.1762	85.00
7 > 9	0.1100	60.00
9 > 10	0.0845	30.00
9 > 14	0.2704	30.00
10 > 11	0.1921	30.00
12 > 13	0.1988	30.00
13 > 14	0.3480	30.00

=====

TABELA No. 2: OFERTAS DE ENERGIA

NoGEN	GERAÇÃO (MW)max	Geraçao c(\$/h)
1	230.0	6.0000
2	40.0	8.0000
3	50.0	9.0000
4	0.0	0.0000
5	0.0	0.0000
6	60.0	11.5000
7	0.0	0.0000
8	40.0	12.0000
9	0.0	0.0000
10	0.0	0.0000
11	0.0	0.0000
12	0.0	0.0000
13	0.0	0.0000
14	0.0	0.0000

BARRA	DEMANDA (MW)max	Angulo Min (°)	Angulo Max (°)
1	0.0	0.00	0.00
2	17.4	-Inf	Inf
3	75.4	-Inf	Inf
4	38.2	-Inf	Inf
5	6.1	-Inf	Inf

6		9.0		-Inf	Inf
7		0.0		-Inf	Inf
8		0.0		-Inf	Inf
9		23.6		-Inf	Inf
10		7.2		-Inf	Inf
11		2.8		-Inf	Inf
12		4.9		-Inf	Inf
13		10.8		-Inf	Inf
14		11.9		-Inf	Inf

TABELA No. 3: OFERTAS DE DIREITOS DE TRANSMISSAO - FTR

BARRA: FTR N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
FTR1	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FTR2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0
FTR3	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0
FTR12	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
FTR14	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

OFERTAS DE DIREITOS DE TRANSMISSAO - FTR

BARRA: FTR N°	Oferta (\$/MW)	FTRmin (MW)	FTRmax (MW)
1	7.50	0.0	100.0
2	6.00	0.0	80.0
3	5.00	0.0	200.0
12	5.50	0.0	70.0
14	4.00	0.0	60.0

TABELA No. 5: FLUXOS NAS LINHAS, ANGULOS DAS TENSOES E PREÇOS NODAIS

LINHA k->m	FLUXO (MW)	PREÇOS DE CONGESTIONAMENTO FGR	
		min(R\$)	max(R\$)
1 > 2	32.88	0.00	0.00
1 > 5	24.32	0.00	0.00
2 > 3	-24.86	0.00	0.00
2 > 4	20.37	0.00	0.00
2 > 5	20.00	47.45	0.00
3 > 4	49.78	0.00	0.00
4 > 5	-2.70	0.00	0.00
4 > 7	-13.31	0.00	0.00
4 > 9	0.28	0.00	0.00
5 > 6	-16.81	0.00	0.00
6 > 11	12.38	0.00	0.00
6 > 12	25.41	0.00	0.00
6 > 13	30.00	16.89	0.00
7 > 8	-40.00	0.00	0.00
7 > 9	26.69	0.00	0.00
9 > 10	-2.38	0.00	0.00
9 > 14	5.75	0.00	0.00
10 > 11	-9.58	0.00	0.00
12 > 13	-13.03	0.00	0.00
13 > 14	6.17	8.00	0.00

TABELA No. 6: PREÇOS NODAIS E ANGULOS DAS TENSOES

BARRA N°	Ang. (°)	PREÇOS NODAIS (\\$)
1	0.0	6.00
2	-1.1	2.36
3	1.7	9.52
4	-3.2	15.70
5	-3.1	19.70
6	-0.7	15.48
7	-1.6	17.92
8	2.5	17.92
9	-3.3	19.09
10	-3.1	18.45
11	-2.1	16.99
12	-4.4	21.48
13	-2.9	26.14
14	-4.2	25.67

Convergencia = 1

TABELA No. 7: POTENCIA GERADAS NAS BARRAS

NoGER	GERAÇÃO (MW)	RECEITA (\\$)
1	57.20	343.20
2	-0.00	-0.00
3	50.00	475.89
4	0.00	0.00
5	0.00	0.00
6	60.00	928.66
7	0.00	0.00
8	40.00	716.81
9	0.00	0.00
10	0.00	0.00
11	-0.00	0.00
12	0.00	0.00
13	-0.00	0.00
14	0.00	0.00

TOTAIS: 207.20 2464.57

TABELA No. 8: POTENCIA DEMANDADAS NAS BARRAS

BUS	DEMANDA (MW)	PAGAMENTO (\\$)
1	0.00	0.00
2	17.36	41.04
3	75.36	717.27
4	38.24	600.22
5	6.08	119.75
6	8.96	138.68
7	0.00	0.00
8	0.00	0.00
9	23.60	450.53
10	7.20	132.83
11	2.80	47.57
12	4.88	104.81
13	10.80	282.32
14	11.92	306.00

TOTAIS: 207.20 2941.02

TABELA No. 9: RESULTADOS DO LEILAO DE DIREITOS DE TRANSMISSAO - FTR

FTR N°	ALOCAÇÃO DOS FTRS													
	b1	b2	b3	b4	b5	b6	b7	b8	b9	b10	b11	b12	b13	b14
1			9.5	15.7										
2						15.4						21.4		
3						15.4							26.1	
12		2.3	9.5											
14				15.7	19.7									

TABELA No. 9: RESULTADOS DO LEILAO DE DIREITOS DE TRANSMISSAO - FTR

FTR N°	FTR (MW)	PREÇO FTR(\$)	DIREITO FTR(\$)
1	100.00	6.18	617.83
2	33.55	6.00	201.32
3	0.00	10.66	0.00
4	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00
12	0.00	7.15	0.00
13	0.00	0.00	0.00
14	52.36	4.00	209.42

TOTAIS: 185.91 1028.57

TABELA No. 10: RESULTADOS DO LEILAO DOS FGRs

FGR N°	FGR (MW)	ALOCAÇÃO DOS FGR L20	PREÇO FGR(\$)	DIREITO FGR(\$)
1	23.83	8	8.00	190.62

TOTAIS: 23.83 190.62

TABELA No. 11: RESULTADO DA ADEQUAÇÃO DE RECEITA

EXCEDENTE FINANCEIRO (MERCHANDISING SURPLUS): 476.45  
 TRANSMISSION RIGHT (DIREITO DE TRANSMISSAO) : 1219.18  
 ADEQUAÇÃO DA RECEITA (ADEQUACY REVENUE) : 742.73

TABELA No. 12: PREÇOS NODAIS DA INADEQUAÇÃO

Iter No.	PREÇOS NODAIS				
	b(1)	b(2)	b(3)	b(4)	b(5)
0	6.0000	2.3641	9.5179	15.6961	19.6961
1	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199



2	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199
3	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199
4	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199
5	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199
6	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199
7	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199
8	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199
9	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199
10	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199
11	7.9725	4.9335	11.2660	16.7349	19.4199

Iter No.	PREÇOS NODAIS				
	b(6)	b(7)	b(8)	b(9)	b(10)
0	15.4777	17.9203	17.9203	19.0904	18.4484
1	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
2	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
3	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
4	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
5	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
6	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
7	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
8	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
9	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
10	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824
11	16.5883	18.2279	18.2279	19.0133	18.5824

Iter No.	PREÇOS NODAIS			
	b(11)	b(12)	b(13)	b(14)
0	16.9889	21.4777	26.1407	25.6713
1	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
2	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
3	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
4	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
5	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
6	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
7	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
8	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
9	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
10	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307
11	17.6026	20.6158	23.7458	23.4307

TABELA No. 13: PAGAMENTOS POR FTR, FGR, DEMANDA E RECEITA DA OFERTA

Iter No.	Pag.FTR (\$)	Pag.FGR (\$)	Pag.Demanda (\$)	Receita (\$)
0	1028.57	190.62	2941.02	2464.57
1	850.35	123.27	3109.44	2570.62
2	745.93	131.22	3109.44	2486.45
3	693.72	135.19	3109.44	2444.36
4	667.61	137.17	3109.44	2423.32
5	680.67	136.18	3109.44	2433.84
6	674.14	136.68	3109.44	2428.58
7	677.40	136.43	3109.44	2431.21
8	679.04	136.30	3109.44	2432.52
9	678.22	136.37	3109.44	2431.87
10	678.63	136.33	3109.44	2432.19
11	678.42	136.35	3109.44	2432.03

TABELA No. 14: RECEITAS, PAGAMENTOS E INADEQUAÇÃO DA RECEITA

Iter No.	Dir. Transmissao (\$)	Exc.Financeiro (\$)	Resultado adequação (\$)
0	1219.18	476.45	742.73
1	818.02	538.83	279.19
2	733.85	623.00	110.85
3	691.76	665.08	26.68
4	670.72	686.12	-15.41
5	681.24	675.60	5.64
6	675.98	680.86	-4.89
7	678.61	678.23	0.38
8	679.92	676.92	3.01
9	679.27	677.58	1.69
10	679.60	677.25	2.35
11	679.43	677.41	2.02

O valor estabelecido para manter a minima inadequação e: 2.00

TABELA No. 15: POTENCIA GERADAS NAS BARRAS

ITER No.	GERAÇÃO (MW)					
	Ger(1)	Ger(2)	Ger(3)	Ger(6)	Ger(8)	GeraçãoTotal
0	57.20	-0.00	50.00	60.00	40.00	207.20
1	108.18	-0.00	0.00	59.02	40.00	207.20
2	117.95	0.00	-0.00	49.25	40.00	207.20
3	122.83	0.00	-0.00	44.37	40.00	207.20
4	125.28	0.00	-0.00	41.92	40.00	207.20
5	124.06	-0.00	-0.00	43.14	40.00	207.20
6	124.67	0.00	0.00	42.53	40.00	207.20
7	124.36	0.00	-0.00	42.84	40.00	207.20
8	124.21	0.00	-0.00	42.99	40.00	207.20
9	124.28	0.00	-0.00	42.92	40.00	207.20
10	124.25	-0.00	-0.00	42.95	40.00	207.20
11	124.27	-0.00	0.00	42.93	40.00	207.20

TABELA No. 16: RESULTADOS DO LEILAO DE FTR

Iter No.	FTR (MW)					
	FTR(1)	FTR(2)	FTR(3)	FTR(12)	FTR(14)	FTRtotal
0	100.0000	33.5531	0.0000	0.0000	52.3551	185.9082
1	93.7708	32.0046	-0.0000	0.0000	19.7462	145.5217
2	77.1120	34.6330	-0.0000	0.0000	15.4287	127.1737
3	68.7826	35.9472	0.0000	-0.0000	13.2699	117.9996
4	64.6179	36.6043	0.0000	0.0000	12.1905	113.4126
5	66.7002	36.2757	-0.0000	0.0000	12.7302	115.7061
6	65.6590	36.4400	0.0000	0.0000	12.4603	114.5594
7	66.1796	36.3579	0.0000	0.0000	12.5953	115.1327
8	66.4399	36.3168	0.0000	-0.0000	12.6627	115.4194
9	66.3098	36.3373	-0.0000	0.0000	12.6290	115.2761
10	66.3748	36.3271	-0.0000	-0.0000	12.6459	115.3478
11	66.3423	36.3322	0.0000	0.0000	12.6374	115.3119

TABELA No. 17: RESULTADOS DO LEILAO DE FGR

Iter No.	FGR(1)	FGRtotal	FGR(MW)
0	23.83	23.83	
1	22.96	22.96	
2	24.43	24.43	
3	25.17	25.17	
4	25.54	25.54	
5	25.36	25.36	
6	25.45	25.45	
7	25.41	25.41	
8	25.38	25.38	
9	25.39	25.39	
10	25.39	25.39	
11	25.39	25.39	

TABELA No. 18: ERRO DO SISTEMA APOS DE CADA ITERAÇÃO

Iter No.	U	Erro
0		742.73
1	372.37	279.19
2	187.18	110.85
3	94.59	26.68
4	48.30	-15.41
5	71.44	5.64
6	59.87	-4.89
7	65.66	0.38
8	68.55	3.01
9	67.10	1.69
10	67.83	2.35
11	67.46	2.02

TABELA No. 19: METODO PRO-RATA - DISTRIBUIÇÃO ENTRE GERADORES

ITER No.	GERAÇÃO(MW)					
	Ger(1)	Ger(2)	Ger(3)	Ger(6)	Ger(8)	GeraçãoTotal
0	0.28	-0.00	0.24	0.29	0.19	1.01
1	72.88	-0.00	0.00	39.76	26.95	139.60
2	31.55	0.00	-0.00	13.17	10.70	55.42
3	7.91	0.00	-0.00	2.86	2.58	13.34
4	-4.66	0.00	0.00	-1.56	-1.49	-7.70
5	1.69	-0.00	-0.00	0.59	0.54	2.82
6	-1.47	-0.00	-0.00	-0.50	-0.47	-2.44
7	0.11	0.00	-0.00	0.04	0.04	0.19
8	0.90	0.00	-0.00	0.31	0.29	1.50
9	0.51	0.00	-0.00	0.18	0.16	0.85
10	0.70	-0.00	-0.00	0.24	0.23	1.17
11	0.61	-0.00	0.00	0.21	0.19	1.01

TABELA No. 20: METODO PRO-RATA - DISTRIBUIÇÃO ENTRE A DEMANDA

Iter	PD(2)	PD(3)	PD(4)	PD(5)	PD(6)	PD(9)
0	0.08	0.37	0.19	0.03	0.04	0.11
1	11.70	50.77	25.76	4.10	6.04	15.90

2	4.64	20.16	10.23	1.63	2.40	6.31
3	1.12	4.85	2.46	0.39	0.58	1.52
4	-0.65	-2.80	-1.42	-0.23	-0.33	-0.88
5	0.24	1.02	0.52	0.08	0.12	0.32
6	-0.20	-0.89	-0.45	-0.07	-0.11	-0.28
7	0.02	0.07	0.03	0.01	0.01	0.02
8	0.13	0.55	0.28	0.04	0.06	0.17
9	0.07	0.31	0.16	0.02	0.04	0.10
10	0.10	0.43	0.22	0.03	0.05	0.13
11	0.08	0.37	0.19	0.03	0.04	0.11
-----						
Iter	PD(10)	PD(11)	PD(12)	PD(13)	PD(14)	sum(PD)
-----						
0	0.04	0.01	0.02	0.05	0.06	1.01
1	4.85	1.89	3.29	7.28	8.03	139.60
2	1.93	0.75	1.31	2.89	3.19	55.42
3	0.46	0.18	0.31	0.70	0.77	13.34
4	-0.27	-0.10	-0.18	-0.40	-0.44	-7.70
5	0.10	0.04	0.07	0.15	0.16	2.82
6	-0.08	-0.03	-0.06	-0.13	-0.14	-2.44
7	0.01	0.00	0.00	0.01	0.01	0.19
8	0.05	0.02	0.04	0.08	0.09	1.50
9	0.03	0.01	0.02	0.04	0.05	0.85
10	0.04	0.02	0.03	0.06	0.07	1.17
11	0.04	0.01	0.02	0.05	0.06	1.01
-----						