



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**



**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PROJETO DE ANTENAS UTILIZANDO SENSITIVIDADE  
CALCULADA PELA TRANSFORMADA DA INCERTEZA**

**ALCYONE CÉSAR PEREIRA SILVA**

**ORIENTADOR: LEONARDO R.A.X. DE MENEZES**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PUBLICAÇÃO: PPGENE.DM - 718/2018**  
**BRASÍLIA/DF: FEVEREIRO – 2019**

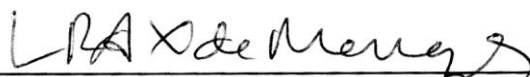
**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PROJETO DE ANTENAS UTILIZANDO SENSITIVIDADE  
CALCULADA PELA TRANSFORMADA DA INCERTEZA**

**ALCYONE CÉSAR PEREIRA SILVA**


DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:



---

LEONARDO RODRIGUES ARAUJO XAVIER DE MENEZES, Dr., ENE/UNB  
(ORIENTADOR)



---

UGO SILVA DIAS, Dr., ENE/UNB  
(EXAMINADOR INTERNO)



---

LEONARDO DA CUNHA BRITO, Dr., UFG  
(EXAMINADOR EXTERNO)

Brasília, 27 de fevereiro de 2019.

## FICHA CATALOGRÁFICA

SILVA, ALCYONE CÉSAR PEREIRA

Projeto de Antenas Utilizando Sensitividade Calculada pela Transformada da Incerteza.  
[DISTRITO FEDERAL 2019].

xv, 102 p., 210 X 297 mm (PPGEE/FT/UnB, Mestre, Engenharia Elétrica 2019)  
Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.  
Faculdade de Tecnologia.  
Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Projeto de antena

2. Transformada da incerteza

3. Otimização

4. HFSS

I. ENE/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SILVA, ALCYONE CÉSAR PEREIRA. (2019). Projeto de Antenas Utilizando Sensitividade Calculada pela Transformada da Incerteza. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGENE.DM - 718/2018, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 102 p.

### CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Alcyone César Pereira Silva.

TÍTULO: Projeto de Antenas Utilizando Sensitividade Calculada pela Transformada da Incerteza.

GRAU: Mestre

ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.



Alcyone César Pereira Silva

## **DEDICATÓRIA**

Este trabalho é dedicado ao meu filho Caio César e à minha esposa Maria Elita, pela grande compreensão que tiveram com relação à minha escolha de cursar esse mestrado, mesmo em detrimento do conforto da família e pelo apoio que sempre me deram.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por me dar saúde e força para enfrentar desafios como esse. Agradeço aos meus pais pela coragem que tiveram de virem para Brasília e onde nos deram a oportunidade de estudar, mesmo com muito sacrifício. Agradeço ao meu filho Caio César e à minha esposa Maria Elita por terem me apoiado quando tomei a decisão de mudar de emprego, saindo de uma situação mais confortável para uma menos confortável, mesmo sabendo que seria necessário um grande sacrifício da família durante um longo período, para que eu pudesse realizar um sonho antigo: concluir o mestrado. Agradeço ao Instituto Federal de Brasília (IFB), especialmente ao Campus Estrutural, por ter possibilitado que eu me afastasse parcialmente para estudo na maior parte do tempo e, especificamente nesse último ano pelo afastamento total para estudo e qualificação, que me permitiram concluir esse mestrado. Agradeço também ao Colegiado do curso de Licenciatura em Matemática pelo sacrifício que fizeram no aperto da carga horária para facilitar o meu afastamento. Agradeço imensamente ao professor Leonardo R. A. X. de Menezes pela confiança, por ter acreditado em mim desde o princípio, pela orientação madura e segura e por ter me dado a oportunidade de realizar este projeto.

## RESUMO

Esse trabalho analisa a sensibilidade estatística como uma ferramenta de projeto para a antena Yagi Uda usando o software HFSS (High Frequency Structure Simulator) e a Transformada da Incerteza, *Unscented Transform* (UT). O estudo se baseia na análise da correlação, covariância e análise de regressão linear simples entre os parâmetros das variáveis de entrada e saída envolvidas no processo. Para tal foi montado um cenário usando uma antena Yagi com quatro elementos, a partir do qual os testes foram desenvolvidos. O alimentador da antena Yagi foi cortado para meio comprimento de onda. Os dados foram obtidos por meio de simulação usando o software HFSS. Após aplicar a UT nos dados do problema, fez-se um estudo da correlação entre as variáveis envolvidas no processo, sendo elas as distâncias entre os elementos, e o impacto disso nos parâmetros de saída, VSWR (Voltage Standing Wave Ratio) e Ganho Total. A busca era por combinações com melhor desempenho e que tornasse a antena mais robusta, menos suscetível a pequenas variações da entrada. O objetivo era desenvolver um método matemático/estatístico para a otimização da antena. A posição inicial dos elementos da antena foi determinada por uma distribuição uniforme de probabilidade normalizada e adaptada aos intervalos considerados. Foram realizados testes de ganho e VSWR em diversas situações diferentes. As novidades nesse trabalho estão na aplicação da Transformada da Incerteza para determinar a posição inicial dos elementos da antena e para a obtenção das métricas, e também na aplicação do método de regressão linear simples para otimização do projeto. Com o estudo da correlação entre as variáveis é possível identificar as combinações que dão os melhores resultados, permitindo fixar algumas variáveis e calcular a posição exata da outra, produzindo os resultados esperados.

***Palavras-chave – Projeto de antena; Transformada da Incerteza; Otimização; HFSS.***

## ABSTRACT

This work analyses the statistic sensibility as a project tool for Yagi Uda antenna using the HFSS (High Frequency Structure Simulator) software and the Unscented Transform (UT). The study is based on the correlation, covariance and simple linear regression analysis among the input and output variables parameters involved in the process. For so it was mounted a scenario using one Yagi antenna with four elements, from which the tests were developed. The Yagi antenna feeder was calculated to half wavelength. The data were obtained by means of simulation using the HFSS software. After apply the UT in the problem data, it was made a correlation study among the variables involved in the process, been they the distances among the elements, and the impact of this in the output parameters, VSWR (Voltage Standing Wave Ratio) and Total Gain. The idea was to seek the combinations with better performance and that have been turned it more robust, less susceptible to small input variations. The objective was to develop a mathematical/statistical method to the antenna optimization. The initial position of the antenna elements was determined by a uniform normalised probability distribution and adapted to the considered intervals. Gain and VSWR tests were realised in diverse different situations. The novels in this work are in the application of the Unscented Transform to determine the initial position of the antenna elements and to the metrics acquisition, and also in the simple linear regression method application to the project optimization. With the correlation study among variables it's possible to identify the combinations that give the better results, permitting to fix some variables and to calculate the exact position of the other, yielding the expected results.

**Key words – Antenna Project; Unscented Transform; Optimization; HFSS.**

## Sumário

1.	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	MOTIVAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	1
1.2	OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO .....	2
1.3	CONTEXTUALIZAÇÃO .....	2
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	3
2.	PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA - CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....	4
2.1	Variáveis aleatórias .....	4
2.1.1	Espaço de probabilidade .....	4
2.1.2	Definição de variáveis aleatórias .....	6
2.2	Teoria da probabilidade .....	7
2.3	Medidas de dispersão .....	7
2.3.1	Média ou valor esperado .....	7
2.3.2	Momentos da distribuição de probabilidade .....	8
2.3.3	Variância e desvio padrão .....	8
2.3.4	Covariância .....	10
2.4	Funções estatísticas .....	10
2.4.1	Função de distribuição cumulativa .....	10
2.4.2	Função densidade de probabilidade .....	11
2.4.3	Distribuição de probabilidade discreta .....	11
2.4.4	Distribuição de probabilidade contínua .....	11
2.5	Distribuição normal (ou Distribuição Gaussiana) .....	12
2.6	Distribuição Uniforme .....	14
3.	A TRANSFORMADA DA INCERTEZA E A ESTIMATIVA DA MÉDIA .....	17
3.1	A TEORIA DA TRANSFORMADA DA INCERTEZA .....	17
3.1.1	Transformada da Incerteza Gaussiana (UTG) .....	19
3.1.2	Transformada da Incerteza Uniforme (UTU).....	20



3.1.3	Aprofundamento da teoria da UT .....	22
4.	CONCEITOS BÁSICOS DE ANTENA .....	26
4.1	EQUAÇÕES DE MAXWELL – BREVE REVISÃO.....	26
4.2	Principais parâmetros da antena .....	27
4.2.1	Parâmetros de espalhamento (parâmetros S).....	27
4.2.2	VSWR (Voltage Standing Wave Ratio) .....	27
4.2.3	Diretividade .....	30
4.2.4	Ganho .....	30
4.2.5	Diagrama de radiação .....	31
4.2.6	O feixe do ângulo sólido .....	31
4.2.7	Potência de transmissão .....	34
4.2.8	Potência de Recepção .....	34
4.2.9	Impedância de entrada e casamento de impedância .....	34
4.2.10	Frequência de ressonância .....	37
5.	PROJETO DE ANTENAS UTILIZANDO SENSITIVIDADE CALCULADA PELA TRANSFORMADA DA INCERTEZA .....	38
5.1	Introdução .....	38
5.2	Objetivo .....	39
5.3	Metodologia .....	39
5.4	O problema (Embasamento Teórico) .....	41
6.	RESULTADOS TEÓRICOS.....	42
7.	RESULTADOS DOS TESTES PRÁTICOS.....	51
	Fase inicial .....	51
7.1	FASE DE OTIMIZAÇÃO .....	65
8.	COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS TEÓRICOS E OS PRÁTICOS ..	80
9.	CONCLUSÕES .....	82
9.1	Conclusões gerais .....	82

## LISTA DE TABELAS

- Tabela 3.1: Pontos-sigma para uma distribuição gaussiana (COSTA Jr., 2009)
- Tabela 3.2: Pesos para uma distribuição gaussiana (COSTA Jr., 2009)
- Tabela 3.3: Pontos-sigma para uma distribuição uniforme (COSTA Jr., 2009)
- Tabela 3.4: Pesos para uma distribuição uniforme (COSTA Jr., 2009)
- Tabela 6.1: Combinações de testes e respectivos pesos – Grupo 1
- Tabela 6.2: Combinações de testes e respectivos pesos – Grupo 2
- Tabela 6.3: Resumo dos dados – Coeficientes de correlação
- Tabela 7.1: Configuração inicial da antena
- Tabela 7.2: Resultados obtidos na simulação
- Tabela 7.3: Resultados mais significativos
- Tabela 7.4: Lista de frequência e ganho calculado
- Tabela 7.5: Configuração inicial da antena (fase de otimização)
- Tabela 7.6: Resultado do teste de otimização no simulador
- Tabela 7.7: Configuração dos elementos nessa fase de otimização, com  $X \sim U(0, 1)$
- Tabela 7.8: Configuração dos elementos nessa fase de otimização, com  $X \sim U(0; 0,5)$
- Tabela 7.9: Lista de frequência e ganho calculado ( $X \sim U(0,1)$ ), 4 pontos sigma
- Tabela 8.1: Comparação entre valores simulados e medidos

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Função densidade de probabilidade para distribuição normal .....	13
Figura 2.2: Função de distribuição cumulativa para distribuição normal .....	14
Figura 2.3: Função Densidade de probabilidade para distribuição uniforme.....	15
Figura 2.4: Função de distribuição cumulativa para distribuição uniforme .....	16
Figura 3.1: O princípio da UT .....	18
Figura 4.1: Representação dos parâmetros S.....	27
Figura 4.2: Terminais de referência da antena .....	28
Figura 4.3: Terminais de referência e perdas da antena .....	28
Figura 4.4: Diagrama de radiação da antena .....	31
Figura 4.5: Sistema de coordenadas para análise de antena.....	33
Figura 4.6: Antena em modo de transmissão .....	35
Figura 4.7: Equivalente de Thevenin.....	35
Figura 4.8: Equivalente de Norton .....	35
Figura 5.1: Cenário: Antena Yagi Uda.....	40
Figura 5.2: Exemplo de diagrama de radiação da antena Yagi (HFSS).....	41
Figura 7.1: Configuração de teste 1 .....	52
Figura 7.2: Configuração de teste 2 .....	53
Figura 7.3: Analisador de espectro (589 MHz a 1,1 GHz).....	54
Figura 7.4: Analisador de espectro (de 400 a 610 MHz).....	55
Figura 7.5: Posição e forma do alimentador no Teste 5.....	59
Figura 7.6: Resultado do teste 5 (VSWR).....	60
Figura 7.7: Detalhe da forma e posicionamento do alimentador (Teste 13).....	61
Figura 7.8: Perda de retorno do teste 14.....	62
Figura 7.9: Configuração final do alimentador (Teste 14).....	62
Figura 7.10: Resultado do Teste 14 (VSWR).....	63
Figura 7.11: Analisador de espectro (589 MHz a 1,1 GHz).....	66
Figura 7.12: Analisador de espectro (de 100 MHz a 1,1 GHz).....	67
Figura 7.13: Analisador de espectro (de 400 a 610 MHz).....	68
Figura 7.14: Antena com 5 pontos sigma ( $X \sim U(0,1)$ ).....	69
Figura 7.15: Curva inicial do VSWR sem nenhum tipo de ajuste (5 pontos sigma).....	72
Figura 7.16: Posição e forma do alimentador no Teste 5.....	73
Figura 7.17: Resultado do Teste 6 (VSWR).....	73
Figura 7.18: Resultado do teste 7 (VSWR), com $X \sim U(0;0,5)$ .....	75

Figura 7.19: Configuração do alimentador no teste 12. ....	76
Figura 7.20: Resultado do teste 12 (VSWR), com $X \sim U(0;0,5)$ . ....	76
Figura 7.21: Resultado do Teste 13 (VSWR), com $X \sim U(0;0,5)$ . ....	77
Figura 7.22: Resultado do teste 14 (VSWR). ....	78

## LISTA DE ABREVIACOES E SÍMBOLOS

$A_p$ : rea física

ALPS: Adaptive Lanczos-Pade Sweep (Varredura de Lanczos-Pade Adaptativa)

BGA: tipo de modelagem de pacote de software

CDF: Cumulative Distribution Function (Função de distribuição Cumulativa)

$Cov(X, Y)$ : covariância entre X e Y

$C_r$ : Coeficiente de Regressão

$d_A$ : rea infinitesimal na superfície da esfera

dB: Decibel

dBm: decibel em relação ao mW

$D(\theta, \phi)$ : diretividade da antena

$d_r$ : distância entre alimentador e refletor

$d_1$ : distância entre alimentador e diretor 1

$d_2$ : distância entre alimentador e diretor 2

$E(X)$ : Valor esperado de X

EM: onda eletromagnética

EMC: electromagnetic compatibility (compatibilidade eletromagnética)

EMI: electromagnetic interference (interferência eletromagnética)

Flip-Chip: tipo de modelagem de pacote de software

FSS: Frequency Selective Surfaces (Superfícies Seletivas em Frequência)

GT : Ganho Total (em dB).

$e_0$ : eficiência total (adimensional)

$e_r$ : eficiência de reflexão (descasamento de impedância) =  $(1 - |\Gamma|^2)$  (adimensional)

$e_c$ : eficiência de condução (adimensional)

$e_d$ : eficiência dielétrica (adimensional)

$\Gamma$  = coeficiente de tensão de reflexão nos terminais de entrada da antena

$[\Gamma = (Z_{in} - Z_0)/(Z_{in} + Z_0)]$

FEM: Finite Element Method (Método de Elemento Finito)

$G(\theta, \phi)$ : ganho da antena

$G_{max}$ : ganho máximo

HFSS: High Frequency Structure Simulator (Simulador de estruturas de Alta Frequência)

IEEE: Institute of Electrical and Electronic Engineer (Instituto de Engenheiros Elétricos e Eletrônicos)

MHz: Mega Hertz

$m_X^k(b) = E\{(X - b)^k\}$ : k-ésimo momento da variável aleatória X em torno de b

$n_a$ : número de vezes que um evento específico  $a$  ocorre

S: scattering parameters. (Parâmetros de espalhamento)

$S_{1,1}$ : índice de reflexão (em dB, coeficiente de autorreflexão)

$S_{2,1}$ : potência transferida da porta 1 para a porta 2

$P_{accepted}$ : potência recebida (aceita) pela antena

PDF: Probability Density Function (Função Densidade de Probabilidade)

$P(A)$ : probabilidade de A

$p(x_i)$ : probabilidade de ocorrência de  $x_i$

$P_{rad}$ : potência radiada

$p(d_{1i})$ : probabilidade ou peso de  $d_{1i}$

$p(d_{2i})$ : probabilidade ou peso de  $d_{2i}$

$p(VS_i)$ : probabilidade ou peso de  $VS_i$

$p(GT_i)$ : probabilidade ou peso de  $GT_i$

Q: fator de qualidade da antena

QFP: tipo de modelagem de pacote de software

$r_{xy}$ : coeficiente de correlação entre X e Y

RF: Radio Frequency (Frequência de Rádio)

RCS: Radar Cross Section (Seção Cruzada de Radar)

SAR: Specific Absorption Rate (taxa de absorção específica)

SFP: tipo de conector

$stdev(X)$ : standard deviation (desvio-padrão)

sr: steradian (ângulo sólido, cuja área na superfície da esfera é equivalente à área de um quadrado de lado r - esferorradiano).

TRP: Total Radiated Power (potência total radiada)

$U(\theta, \phi)$ : intensidade de radiação numa dada direção

$U_{max}$ : intensidade de radiação máxima

URSI: International Union of Radio Science (URSI) (União Internacional de Rádio Ciência)

USNC: U.S. National Committee (USNC) (Comitê Nacional dos Estados Unidos)

UT: Unscented Transform (Transformada da Incerteza)

UTG: Gaussian Unscented Transform (Transformada da Incerteza Gaussiana)

UTU: Uniform Unscented Transform (Transformada da Incerteza Uniforme)

$Var(X)$ : variância de  $X$

VSWR: Voltage Standing Wave Ratio (Coeficiente de reflexão)

W: Watt (unidade de medida de potência)

$W_{av}$ : vetor de Poynting médio no tempo (densidade média de potência)

XFP: tipo de conector

$\lambda$ : comprimento de onda

$\sigma$ : standard deviation (desvio-padrão)

$\sigma_{xy}$ : o mesmo que  $Cov(X, Y)$

$\sigma_x$ : desvio-padrão de  $X$

$\sigma_y$ : desvio-padrão de  $Y$

$\mu_x$ : média ou valor esperado de  $X$

$\nabla \times \vec{E}$ : rotacional de  $\vec{E}$  (campo elétrico)

$\nabla \times \vec{H}$ : rotacional de  $\vec{H}$  (campo magnético)

$\nabla \cdot \vec{D}$ : divergente de  $\vec{D}$  (densidade de carga elétrica)

$\nabla \cdot \vec{B}$ : divergente de  $\vec{B}$  (densidade de campo magnético)

$\mathcal{W}$ : vetor de Poynting instantâneo ( $W/m^2$ )

$Z_A$ : impedância da antena nos terminais a — b (ohms)

$R_A$ : resistência da antena nos terminais a — b (ohms)

$X_g$ : reatância da impedância do gerador (ohms)

$R_r$ : resistência de radiação da antena

$R_L$ : resistência de perda da antena (ou resistência de carga)

$R_g$ : resistência da impedância do gerador (ohms)

$Z_{in}$ : impedância de entrada da antena

$Z_0$ : impedância característica da linha de transmissão

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A principal motivação desse trabalho foi a necessidade de uma ferramenta menos empírica para projeto e análise de antenas. A criação do método aqui apresentado atende a essa necessidade. Partimos da observação dos métodos de projeto e construção da antena Yagi e de alguns modelos de arranjos de antenas. Começamos os testes fixando posições para os elementos da antena, seguindo uma lógica de espaçamentos iguais correspondentes a frações do comprimento de onda. Os resultados obtidos foram satisfatórios. Naturalmente, começaram a surgir perguntas sobre como melhor definir as posições dos elementos. Daí veio a ideia de colocar os elementos em posições correspondentes às posições dos pontos sigma de uma distribuição uniforme ou gaussiana. Decidimos implementar essas mudanças e os resultados melhoraram. Essa nova forma de posicionar os elementos ajudou a descobrir intervalos e combinações de posições dos elementos que levavam a resultados mais estáveis, quando as variações da entrada eram relativamente pequenas. Passamos então a controlar e otimizar os resultados, apoiados por um processo de regressão linear simples.

Apesar de termos feito esses testes para uma antena Yagi (ou bem similar), o processo serve para outros tipos de antenas e provavelmente para a fabricação de outras peças na indústria. Esse processo é basicamente geral e pode ser testado em outras situações, desde que obedeçam a algumas premissas em relação às variáveis envolvidas, por exemplo, a questão da distribuição de probabilidade é um quesito muito importante nesse processo. Outro ponto importante é a adequação dos intervalos e a determinação dos pontos escolhidos (sigma), pois, conforme a quantidade de pontos sigma a serem usados, as posições finais dos elementos variam.

Enfim, acredita-se que a validação desse processo possa ajudar na construção de projetos, na análise de desempenho dos mesmos e na otimização dos resultados esperados. É um processo interessante tanto para o mundo acadêmico como para a indústria, diga-se isso, referente ao interesse das pessoas presentes na seção onde esse trabalho foi apresentado em forma de artigo num simpósio nos Estados Unidos, em Boston, estado de Massachusetts, em julho de 2018 (2018 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting).



## **1.2 OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO**

O objetivo dessa dissertação é descrever de maneira formal todo o estudo e o processo desenvolvidos no decorrer do trabalho, demonstrando a eficiência do método e apresentando as fundamentações teóricas, tanto da UT (*Unscented Transform*) quanto da teoria básica sobre antenas, principalmente na revisão dos principais conceitos e parâmetros relativos à parte eletromagnética envolvidos nesse trabalho.

## **1.3 CONTEXTUALIZAÇÃO**

Esse trabalho trata de uma questão relacionada ao projeto e otimização de antenas, mais especificamente a antena Yagi Uda. O projeto de antenas sempre envolveu muitas questões empíricas, de tal forma que até então não se tinha nada mais concreto, nenhum método matemático/estatístico, que pudesse guiar os passos do pesquisador, engenheiro ou técnico no processo de projeto e fabricação de antenas. Com esse trabalho, apresentamos uma proposta de aplicação de conceitos estatísticos e matemáticos com o intuito de facilitar esse processo. Uma das partes mais importantes num sistema de telecomunicações sem fio é a antena ou o conjunto de antenas. Elas impactam o desempenho dos sistemas e sofrem os efeitos do acoplamento mútuo entre as mesmas, o que, por si só, justifica o trabalho para tentar desenvolver uma antena com características cada vez melhores, de tal forma que ela possa auxiliar positivamente na otimização do sistema. Dessa forma, antes de executar um projeto numa fábrica ou indústria, por exemplo, um estudo eficiente e confiável do projeto seria bastante interessante e poderia poupar bastante tempo e dinheiro.

Mesmo com todas as técnicas de otimização, o processo de montagem de antenas introduz erros causados por problemas de tolerância na fabricação. Portanto, alguém pode esperar que um projeto de antena que inclui, de alguma forma, o desempenho da sensibilidade devido a efeitos de erros, terá mais robustez que um sem essas considerações.

## **1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

O trabalho foi organizado da seguinte maneira, dividido basicamente em seis partes: a primeira faz uma revisão básica dos conceitos fundamentais de probabilidade e estatística, que são mostrados no capítulo 2. A segunda parte apresenta a teoria da Transformada da Incerteza, no capítulo 3. A terceira parte faz uma revisão sobre os conceitos básicos de antena, no capítulo 4. A quarta parte apresenta a metodologia aplicada ao projeto de antenas utilizando sensibilidade calculada pela Transformada da Incerteza, que é o principal ponto de nosso trabalho, no capítulo 5. A quinta parte apresenta os resultados teóricos e práticos e uma comparação entre eles, nos capítulos 6, 7 e 8. A sexta parte, no capítulo 9, traz as conclusões do trabalho, as publicações resultantes dele e os possíveis trabalhos futuros.

## 2. PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA - CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Este capítulo tem como objetivo apresentar os conceitos fundamentais de probabilidade e estatística, com o intuito de dar ao leitor uma breve noção dos principais conceitos relacionados a variáveis aleatórias, valor esperado (ou esperança), variância, funções de distribuição e funções densidade de probabilidade. Um estudo completo pode ser obtido em (PAPOULIS, 1991). Várias outras fontes citadas nesse trabalho trazem esse conteúdo, aprofundado em maior ou menor grau, conforme o interesse de cada autor. São exemplos de outras fontes citadas aqui: (BREMERMANN), (BUSSAB, 2013), (COSTA Jr., 2009), (GARCIA, 1975), (GUBNER, 2006), (LEE, 1997), (MEYER, 2017), (PAPOULIS, 1991), (PINHEIRO, 2011), (SILVA & MENEZES, 2018), (TOLEDO, MARTIND, & FONSECA, 1986), (WINE, 1964) e (WONNCOTT & WONNCOTT, 1985).

### 2.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Dentre todas as leituras, a que mais nos pareceu adequada ao início dessa obra foi retirada de (PINHEIRO, 2011), pelo forma resumida e direta com que foi tratada. Então, seguimos com as primeiras definições.

#### 2.1.1 Espaço de probabilidade

É o conjunto que se obtém ao realizar, repetidas vezes, um dado experimento com condições, parâmetros e métodos bem definidos, gerando um conjunto de resultados possíveis para tal experimento. Este conjunto se chama espaço amostral ou espaço de probabilidade do experimento. Para facilitar e organizar nosso entendimento, faremos algumas definições:

**Definição 2.1** - O espaço amostral de um experimento é o conjunto  $\Omega$ , tal que todo resultado possível do experimento corresponde a um, e somente um,  $\omega \in \Omega$ , e um mesmo  $\omega$  não pode corresponder a dois resultados distintos.

Supondo que, num dado experimento, deseja-se observar um determinado subconjunto  $A$  do espaço amostral  $\Omega$ , se o resultado  $\omega$  de uma das repetições do experimento pertencer

a  $A$ , diz-se que  $\omega$  é favorável a  $A$ ; caso contrário, diz-se que  $\omega$  não é favorável a  $A$ . O conjunto  $A$  recebe o nome de evento.

**Definição 2.2** - Evento é qualquer subconjunto  $A$  do espaço amostral  $\Omega$  de um experimento. O conjunto unitário  $\{\omega\}$  é denominado evento elementar,  $\emptyset$  é chamado evento impossível e  $\Omega$  é o evento certo.

O resultado  $\omega$  de um experimento pode ou não ser favorável a um evento  $A$ ; pode acontecer dos resultados das diferentes iterações nunca serem favoráveis ou sempre serem favoráveis a  $A$ ; ou pode ainda acontecer de  $\omega$  favorecer um evento  $B$  mais frequentemente do que favorece  $A$ . Suponha que possa se associar a cada evento  $A \in \Omega$  um número real  $P(A)$  que represente a chance de ocorrência de tal evento num experimento. Eventos aleatórios são os eventos em que tal associação pode ser feita; chama-se de probabilidade de  $A$  o número  $P(A)$ .

**Definição 2.3** - Seja  $B \in \Omega$  um subconjunto de eventos aleatórios. Chama-se função de probabilidade  $P$  em  $B$ , ou simplesmente probabilidade em  $B$ , a uma função  $P: B \rightarrow \mathcal{R}$  tal que

$$P(A) \geq 0, \forall A \in B.$$

$$P(\Omega) = 1.$$

Se quaisquer  $N$  eventos  $A_1, A_2, \dots, A_N \in B$  são disjuntos (isto é,  $A_i \cap A_j = \emptyset$  para  $i \neq j$ ), então

$$P\left(\bigcup_{k=1}^N A_k\right) = \sum_{k=1}^N P(A_k). \quad (2.1)$$

Considere agora o subconjunto  $\mathbb{A} \in \Omega$  que possui uma probabilidade  $P(A)$  associada, o qual é denominado classe dos eventos aleatórios de  $\Omega$ . Se uma classe de eventos aleatórios contiver o evento certo e for fechada para o complementar (isto é, o complementar de todos os seus elementos também pertence a ela) e para a união (todas as possíveis uniões entre seus elementos estão contidas nela), ela será chamada álgebra de eventos.

**Definição 2.4** - Seja  $\mathbb{A}$  a classe de eventos aleatórios de  $\Omega$ . Chama-se  $\mathbb{A}$  de álgebra de eventos ou álgebra de subconjuntos de  $\Omega$  se  $\mathbb{A}$  satisfizer as seguintes condições:

$$\Omega \in \mathbb{A}$$

Se  $A \in \mathbb{A}$ , então  $A^c \in \mathbb{A}$

Se  $A, B \in \mathbb{A}$ , então  $A \cup B \in \mathbb{A}$

Define-se espaço de probabilidade  $(\Omega, \mathbb{A}, P)$  a junção de três componentes: espaço amostral  $\Omega$  não-nulo, álgebra de eventos  $\mathbb{A}$  e função de probabilidade  $P$  em  $\mathbb{A}$ .

### 2.1.2 Definição de variáveis aleatórias

Ao realizar certo experimento, podem-se associar valores numéricos aos seus possíveis resultados. Estes valores podem ser utilizados para uma melhor identificação dos resultados possíveis ou podem mesmo ser a informação que se pretende obter a partir do experimento.

**Definição 2.5** – Uma variável aleatória  $X$  em um espaço de probabilidade  $(\Omega, \mathbb{A}, P)$  é uma função real definida no espaço  $\Omega$  tal que  $[X \leq x]$  é o evento aleatório para todo  $x \in \mathcal{R}$ , isto é,  $X: \Omega \rightarrow \mathcal{R}$  é variável aleatória se  $[X \leq x] \in \mathbb{A}, \forall x \in \mathcal{R}$ .

Como o evento  $[X \leq x]$  pertence a  $\mathbb{A}$ , pode-se calcular sua probabilidade. Se tomar  $x_1, x_2 \in \mathcal{R}$ , com  $x_1 \leq x_2$ , têm-se  $P(X \leq x_1) \leq P(X \leq x_2)$ . Deste modo, à medida que se avança para a direita na reta real, a probabilidade do evento  $[X \leq x]$  aumenta, tendendo ao limite de 1. Define-se uma função  $F$  que associará, para cada ponto  $x$  da reta real, a probabilidade do evento  $[X \leq x]$  ocorrer. Devido às características citadas, ela é denominada função de distribuição acumulada, ou simplesmente, função de distribuição de  $X$ . As variáveis aleatórias, por serem definidas como funções, podem ser classificadas como discretas, contínuas ou descontínuas.

Uma variável aleatória  $X$  é chamada contínua se sua função distribuição  $F(x)$  é contínua. Uma variável aleatória  $X$  é chamada discreta se sua função distribuição  $F(x)$  for constante por partes.

Uma variável aleatória  $X$  é chamada descontínua se sua função distribuição  $F(x)$  for contínua por partes (ou seja, contínua a menos de um conjunto de pontos  $\{x, \dots\} \subset \mathcal{R}$  enumerável).

**Definição 2.6** – Chama-se função de distribuição acumulada  $F_X$  da variável aleatória  $X$  a função  $F_X: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  tal que

$$F_X(x) = P(X \leq x). \quad (2.2)$$

Segundo (GUBNER, 2006), esta função é a função de distribuição acumulada de alguma variável  $X$  se e somente se  $F$  satisfaz as seguintes condições:

a) se  $x < y$ , então  $F(x) \leq F(y)$ .

$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \text{ e } \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1. \quad (2.3)$$

c)  $F$  é contínua à direita, i. e.,  $F(x+h) \rightarrow F(x)$  para  $h \downarrow 0$ .

## 2.2 TEORIA DA PROBABILIDADE

Seja um experimento realizado  $n$  vezes e  $n_a$  o número de vezes que um evento específico ocorre. Segundo a definição clássica da Teoria Probabilística, a frequência relativa  $n_a/n$  é próxima de  $P(A)$  se  $n$  for suficientemente grande. (GARCIA, 1975), (WONNCOTT & WONNCOTT, 1985) e (BUSSAB, 2013).

$$P(A) \cong \frac{n_a}{n}. \quad (2.3)$$

## 2.3 MEDIDAS DE DISPERSÃO

### 2.3.1 Média ou valor esperado

Obtida durante um número muito grande de tentativas, a média estatística é baseada na probabilidade de ocorrência (LEE, 1997).

**Definição 2.7** - Seja  $X$  uma variável aleatória discreta com  $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots\}$  e  $\mathbb{P}\{X = x_i\} = p(x_i), i = 1, 2, \dots$ . O valor esperado de  $X$  é definido como

$$E\{x\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{n} x_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \left(\frac{n_i}{n}\right) x_i = \sum_{i=1}^N p(x_i) x_i. \quad (2.4)$$

Onde:

$E\{x\} \rightarrow$  Valor esperado de  $x$  ou média de  $x$ .

$p(x_i) \rightarrow$  Probabilidade de ocorrência de  $x_i$

**Definição 2.8** - Seja  $X$  uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade  $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ . O valor esperado de  $X$  é definido como

$$E\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx. \quad (2.5)$$

### 2.3.2 Momentos da distribuição de probabilidade

Momentos são grandezas associadas a uma variável aleatória  $X$  que caracterizam a mesma, dando, dentre outras, informações sobre seu valor esperado, sua medida de dispersão e a forma da sua função de densidade de probabilidade.

**Definição 2.9** – Define-se como o  $k$ -ésimo momento da variável aleatória  $X$  em torno de  $b$  o valor

$$m_X^k(b) = E\{(X - b)^k\}. \quad (2.6)$$

onde  $k \in \mathbb{N}$  e  $b \in \mathcal{R}$ .

Se  $b = 0$ , chama-se  $m_X^k = m_X^k(0) = E\{X^k\}$  de  $k$ -ésimo momento de  $X$  ou momento de ordem  $k$  de  $X$ ; se  $b = E\{X\}$ , denomina-se  $m_X^k = m_X^k(E\{X\}) = E\{(X - E\{X\})^k\}$  de  $k$ -ésimo momento central de  $X$ .

Os momentos de baixa ordem ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) são de grande interesse e utilidade. Se  $X$  é uma variável aleatória, o primeiro momento  $m_x$  é a esperança matemática, ou valor esperado de  $x$ .

### 2.3.3 Variância e desvio padrão

O segundo momento central é denominado *variância de  $X$* , e é uma medida de dispersão estatística, no sentido que mensura a distância entre os resultados obtidos em um experimento e a média (valor esperado). A unidade da variância é o quadrado da unidade da variável original.

**Definição 2.10** - Se a variável aleatória  $X$  tem valor esperado (média)  $\mu = E(X)$ , então a variância  $Var(X)$  de  $X$  é dada por

$$Var(X) = E\{(X - \mu)^2\}. \quad (2.7)$$

A variância é um número não negativo e a raiz quadrada positiva da variância é chamada de desvio padrão. O desvio padrão tem as mesmas unidades que a variável original, e por esta razão pode ser mais fácil de interpretá-lo e é dado por

$$stdev(X) = \sigma = \sqrt{E\{(X - \mu)^2\}} = \sqrt{E\{X^2\} - (E\{X\})^2}. \quad (2.8)$$

Se  $X$  é uma variável aleatória contínua com função densidade probabilidade  $p(x)$  então a variância será dada por

$$Var(X) = \int (x - \mu)^2 p(x) dx. \quad (2.9)$$

e o desvio padrão será dado por:

$$\sigma = \sqrt{\int (x - \mu)^2 p(x) dx}. \quad (2.10)$$

onde

$$\mu = \int x p(x) dx. \quad (2.11)$$

e as integrais são definidas tomadas em  $x$  e variando ao longo de  $X$ .

### Função massa de probabilidade

Função de probabilidade ou função massa de probabilidade é uma função que associa a cada possível ocorrência de uma variável aleatória discreta uma probabilidade.

O conceito de função de probabilidade é análogo ao conceito de função densidade de probabilidade; a diferença é que este último se refere apenas a variáveis aleatórias contínuas.

#### Definição formal

A função massa de probabilidade, também designada por *função de probabilidade*, faz corresponder a cada valor  $x$  do espaço de resultados um valor  $y$  real positivo menor ou igual a 1.  $X$  é obrigatoriamente um conjunto enumerável. Esse valor indica a probabilidade da variável aleatória discreta  $X$  para o valor  $x$ . Em outras palavras, seja  $\Omega$  o espaço amostral, e  $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  a função massa de probabilidade. Então temos que:

$$0 < f(x) \leq 1.$$

$$f(x) = P(X = x).$$

ou seja, o valor que a função assume corresponde à probabilidade da variável  $X$  assumir um determinado valor " $x$ ".

Se a variável aleatória  $X$  é discreta com função de probabilidade massa  $x_1 \rightarrow p_1, \dots, x_n \rightarrow p_n$ , então

$$Var(X) = \sum_{i=1}^n p_i (x_i - \mu)^2. \quad (2.12)$$



### 2.3.4 Covariância

A covariância entre duas variáveis aleatórias de valor real  $X$  e  $Y$ , com os valores esperados  $E(X) = \mu$  e  $E(Y) = \nu$ , é definida como

$$Cov(X, Y) = E\{(X - \mu)(Y - \nu)\}. \quad (2.13)$$

onde  $E$  é o operador do valor esperado.

Pode-se reescrever a equação acima como

$$\begin{aligned} Cov(X, Y) &= E\{X \cdot Y - X\nu - \mu Y + \mu\nu\}. \\ Cov(X, Y) &= E\{X \cdot Y\} - \mu E\{Y\} - \nu E\{X\} + \mu\nu. \\ Cov(X, Y) &= E\{X \cdot Y\} - \mu\nu. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Se  $X$  e  $Y$  forem variáveis aleatórias independentes, então

$$E\{X \cdot Y\} = E\{X\} \cdot E\{Y\} = \mu\nu. \quad (2.15)$$

Assim, substituindo (2.15) em (2.14) vem

$$Cov(X, Y) = 0. \quad (2.16)$$

Alguns pares de variáveis aleatórias têm covariância zero, embora elas não sejam independentes. De acordo com alguns pressupostos, covariância zero às vezes não implica independência (BUSSAB, 2013).

## 2.4 FUNÇÕES ESTATÍSTICAS

### 2.4.1 Função de distribuição cumulativa

(CDF – Cumulative Distribution Function)

Na teoria de Probabilidade e Estatística, a Função de Distribuição Cumulativa (CDF), também função de probabilidade de distribuição, ou simplesmente função de distribuição, descreve completamente a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória  $X$  (WINE, 1964). Para avaliar cada número real  $x$ , a CDF de  $X$  dada é a função  $F: \mathcal{R} \rightarrow [0,1]$  dada por  $F(x) = \mathbb{P}\{X \leq x\}$ .

Em geral, a função distribuição de  $X$  pode ser expressa como

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(u)du, \quad x \in \mathcal{R}. \quad (2.17)$$

Ou

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}. \quad (2.18)$$

para alguma função  $f: \mathcal{R} \rightarrow [0, \infty]$  denominada função densidade de probabilidade de  $X$  (PDF).

No caso discreto, se  $\mathbb{P}\{X = x_i\} = p_i \geq 0$  e  $\sum_{i \in I} P_i = 1$  usa-se

$$f(x) = \sum_{i \in I} P_i \delta(x - x_i). \quad (2.19)$$

#### 2.4.2 Função densidade de probabilidade

(PDF – Probability Density Function)

A função densidade de probabilidade ou simplesmente função de densidade é uma função não negativa utilizada para representar a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória, ou seja, qual a chance de uma variável assumir determinado valor ao longo de um espaço de valores.

#### 2.4.3 Distribuição de probabilidade discreta

Seja  $X$  uma variável aleatória discreta, e sejam  $x_1, x_2, x_3, \dots$ , os valores que ela pode tomar, dispostos em ordem crescente de magnitude. Suponha também probabilidades atribuídas a estes valores dadas por

$$P(X = x_i) = f(x_i) \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.20)$$

A função massa de probabilidade, também designada distribuição de probabilidade é dada por

$$P(X = x) = f(x). \quad (2.21)$$

De modo geral,  $f(x)$  é uma função de probabilidade se

$$a) f(x) \geq 0.$$

$$b) \sum_x f(x) = 1. \quad (2.22)$$

onde o somatório em b cobre todos os valores possíveis de  $x$  (PAPOULIS, 1991).

#### 2.4.4 Distribuição de probabilidade contínua

Seja  $X$  uma variável aleatória contínua. A probabilidade de  $X$  tomar um determinado valor é, em geral, zero. Não se pode, pois, definir uma função de probabilidade contínua da mesma maneira feita para a discreta. Aqui, faz sentido falar da probabilidade de  $X$  estar compreendido entre dois valores diferentes. A função  $f(x)$  é uma função densidade de probabilidade para uma variável aleatória contínua (comumente designada simplesmente função de probabilidade) se

$$\begin{aligned}
 a) & f(x) \geq 0. \\
 b) & \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1.
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

Define-se então a probabilidade de X estar entre a e b como

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx.
 \tag{2.24}$$

Uma distribuição tem uma função densidade se e somente se sua CDF for absolutamente contínua (equação (2.18)) (PAPOULIS, 1991).

## 2.5 DISTRIBUIÇÃO NORMAL (OU DISTRIBUIÇÃO GAUSSIANA)

Um dos mais importantes exemplos de distribuição contínua de probabilidade é a distribuição normal, também chamada de distribuição gaussiana. A função de densidade para esta distribuição é dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad -\infty < x < \infty.
 \tag{2.25}$$

Onde  $\mu$  e  $\sigma$  são respectivamente a média e o desvio padrão. A função de distribuição correspondente é

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} dv.
 \tag{2.26}$$

Diz-se então que a variável aleatória X é distribuída normalmente com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .

A distribuição normal padrão é a distribuição normal com média zero e variância 1.

A função de densidade para esta distribuição, que é comumente chamada função ou distribuição de densidade normal é dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}.
 \tag{2.27}$$

A função de distribuição correspondente é dada por

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-u^2/2} du.
 \tag{2.28}$$

A Figura 2.1 exibe o gráfico da PDF e a Figura 2.2 exibe o gráfico da CDF da distribuição normal.

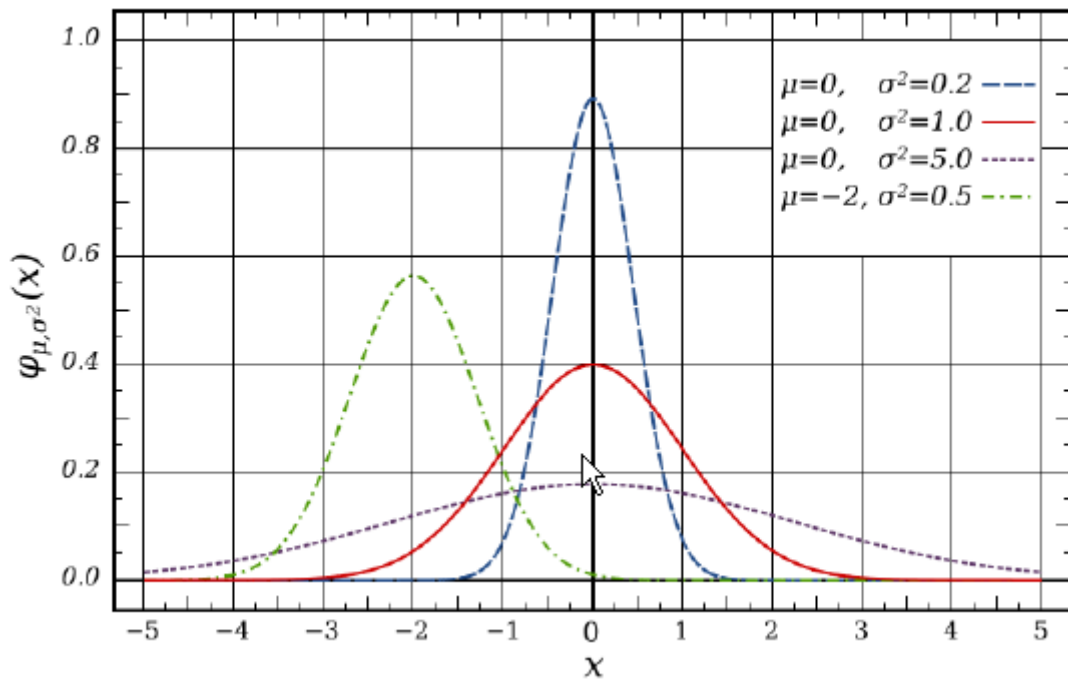


Figura 2.1: Função densidade de probabilidade para distribuição normal.

(Fonte: (PINHEIRO, 2011))

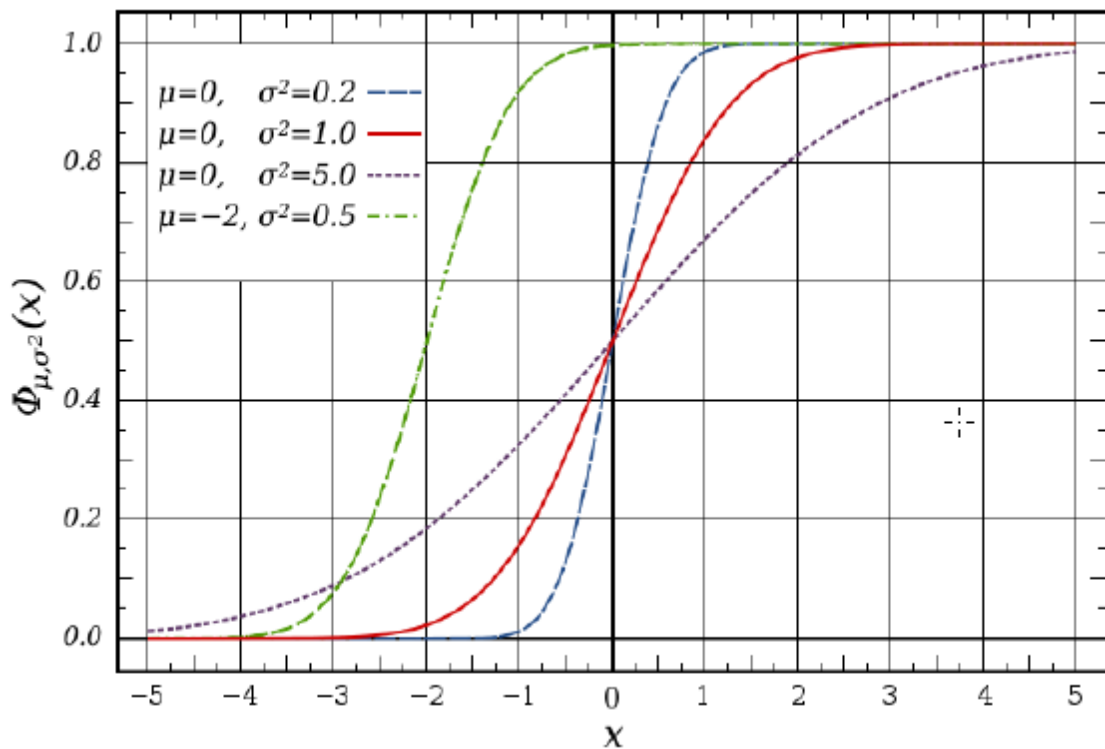


Figura 2.2: Função de distribuição cumulativa para distribuição normal.  
(Fonte: (PINHEIRO, 2011))

A distribuição normal maximiza informações entre todas as distribuições conhecidas com média e variância, o que torna a escolha natural para a distribuição subjacente dos dados resumidos em termos de amostra média e variância. A distribuição normal é a mais utilizada na família de distribuições estatísticas, e muitos testes estatísticos são baseadas na suposição de normalidade. Em teoria de probabilidade, a distribuição normal surge como caso limite de várias famílias de distribuições contínuas e discretas (BREMERMANN).

## 2.6 DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

Diz-se que uma variável aleatória  $X$  tem distribuição uniforme de probabilidade no intervalo  $[a, b]$ , ou seja, em  $a \leq x \leq b$  se a sua função de densidade é

$$f(x) = \begin{cases} 1/(b - a), & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (2.29)$$

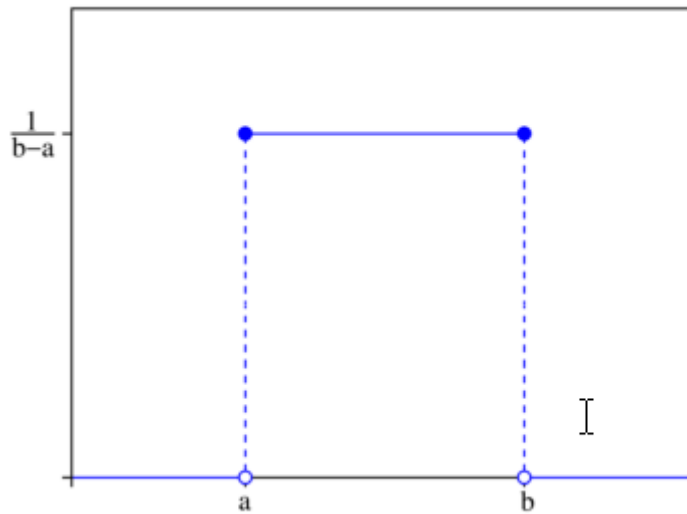


Figura 2.3: Função Densidade de probabilidade para distribuição uniforme.  
(Fonte: (PINHEIRO, 2011))

Os valores dos limites  $a$  e  $b$ , da Figura 2.3, geralmente não importam muito, porque não alteram no valor da integral de  $f(x)dx$  durante um intervalo de tempo, nem da integral  $xf(x)dx$  ou qualquer momento mais alto. Às vezes, eles são escolhidos iguais a zero e, por vezes, escolhidos iguais a  $1/(b - a)$ .

A função de distribuição cumulativa, Figura 2.4, para a distribuição uniforme é dada por

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x - a}{b - a} & a \leq x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \quad (2.30)$$

A média e a variância são, respectivamente,

$$\mu = \frac{1}{2}(a + b) \quad (2.31)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{12}(b - a)^2 \quad (2.32)$$

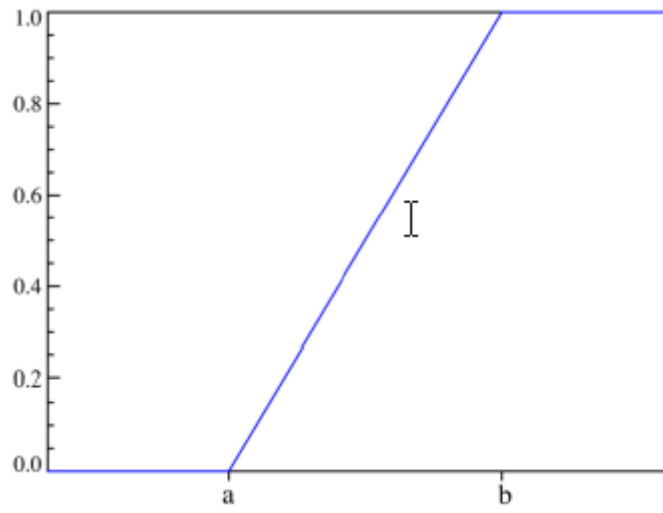


Figura 2.4: Função de distribuição cumulativa para distribuição uniforme.  
(Fonte: (PINHEIRO, 2011))

### **3. A TRANSFORMADA DA INCERTEZA E A ESTIMATIVA DA MÉDIA**

A Transformada da Incerteza foi criada por volta do ano 1997, por Simon Julier e Jeffrey K. Uhlmann, do grupo de pesquisa de robótica, do Departamento de Ciências da Engenharia, da Universidade de Oxford, no Reino Unido. O procedimento pode ser entendido de várias maneiras diferentes. Ela usa pontos determinísticos selecionados pertencentes a uma distribuição de probabilidade original para mapear uma variável aleatória numa função não linear. Esses são os pontos sigma.

O cálculo dos momentos das variáveis aleatórias, em especial a determinação do valor esperado (esperança) e da variância, é de fundamental importância para o estudo do comportamento e das características das mesmas, sobretudo nos casos em que estas variáveis são originadas a partir de transformações não lineares de outras variáveis aleatórias. Essa noção pode ser verificada em (MEYER, 2017) e (TOLEDO, MARTIND, & FONSECA, 1986). Existem várias maneiras de se calcular o valor esperado de uma variável aleatória, mas para a grande maioria delas é suposto o conhecimento da transformação à qual as variáveis são submetidas e os momentos destas variáveis. Como nem sempre é possível conhecer todas essas informações, podem ser usados métodos como o Método de Monte Carlo e a UT, transformada da incerteza, para obter essas estimativas.

#### **3.1 A TEORIA DA TRANSFORMADA DA INCERTEZA**

A Transformada da Incerteza (*Unscented Transform* - UT) foi desenvolvida para resolver as deficiências de linearização, fornecer uma forma mais direta e um mecanismo mais explícito para a informação e transformação da média e covariância.

Foi desenvolvida na intuição de que é mais fácil aproximar uma distribuição de probabilidade do que uma função ou transformação de uma função não-linear arbitrária



(JULIER S. J., 2004). Essa aproximação está ilustrada na Figura 3.1.

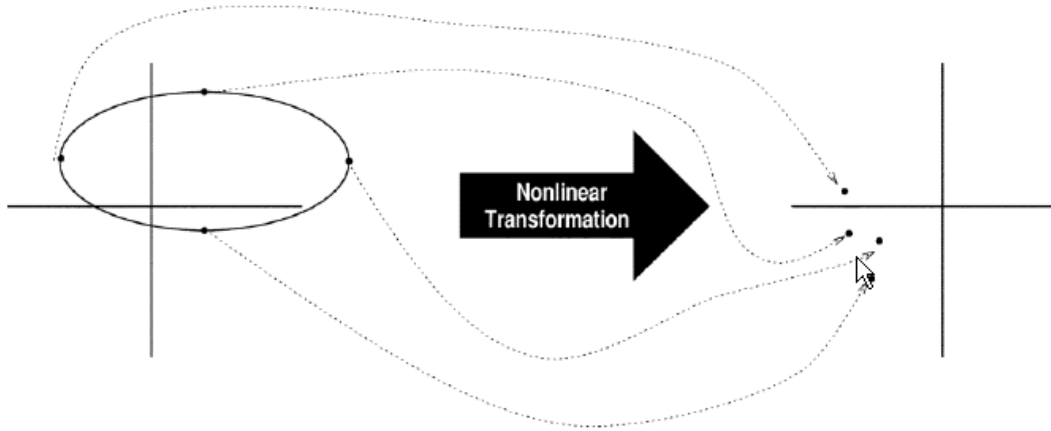


Figura 3.1: O princípio da UT.

(Fonte: (JULIER S. J., 2004)).

Considere que se conheça apenas a média e a matriz de covariância de uma variável aleatória simétrica  $X \in \mathfrak{R}^n$ . Seja a transformação  $h : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$  e a variável aleatória  $Y$  definida por

$$Y = h(X). \quad (3.1)$$

O que se deseja é aproximar a função de probabilidade de  $Y$  (ou apenas a média e a matriz de covariância) por uma função densidade de probabilidade de tal forma que

$$P(Y = y_i) = y_i = h(x_i), i = 1, 2, 3 \dots \quad (3.2)$$

em que  $x_i = P(X = x_i)$  é o valor de cada probabilidade de uma função que aproxima a densidade de probabilidade de  $X$  de modo que a média amostral de  $x_i$  seja igual à média de  $X$  e a matriz de covariância amostral de  $x_i$  seja igual à matriz de covariância de  $X$  (JULIER S. J.).

Em outras palavras, queremos encontrar um conjunto de amostras de  $X$  cuja média amostral e matriz de covariância amostral sejam iguais à média e à matriz de covariância de  $X$ , respectivamente, e que ao mesmo tempo o conjunto de amostras transformadas  $y_i = h(x_i)$  forneça uma boa estimativa de  $Y$ , de modo especial, da média e da matriz de covariância.

Dada uma variável aleatória  $X$  com função densidade de probabilidade  $p(x)$ , a esperança  $E\{X\}$  de  $X$  é dada pela equação (2.5)

$$E\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx.$$

Matematicamente falando, a esperança é a soma ponderada de todos os possíveis valores assumidos pela variável  $X$ , vezes a probabilidade de acontecimento dos mesmos. Desta forma, podemos entender os valores  $x$  como os pesos dos valores  $p(x)$  na referida soma (MENEZES L. R., *The Foundations of the Unscented Transform*, 2007).

A ideia da UT, técnica proposta inicialmente em (JULIER S. J., 2004), é determinar um conjunto finito de pontos, denominados pontos-sigma (sigma points no original), que aproximam esta soma quando ponderados pelos devidos pesos.

Interpretando o problema de uma segunda forma, se a esperança  $E\{X\}$  é a área  $A$  sob a curva  $x p(x)$ , o problema da Unscented Transform é determinar um conjunto finito de retângulos  $R_i$ , cuja base sejam os pesos e as alturas os valores de  $p(x)$  avaliada nos pontos-sigma, tais que

$$\bigcup_i R_i \approx A. \quad (3.3)$$

Em (JULIER S. J., 2004) temos uma formulação para a escolha dos pontos-sigma e dos pesos. Esta formulação utiliza uma aproximação da solução ideal do problema de quadraturas, assim, a escolha dos pontos-sigma e dos pesos, extrapola os pesos e os pontos-sigma de uma distribuição uniforme para as demais distribuições (COSTA Jr., 2009) e (MENEZES L. R., *The Consolidated Theory of the Unscented Transform*, 2007).

### 3.1.1 Transformada da Incerteza Gaussiana (UTG)

Em (COSTA Jr., 2009) é apresentada a UT Gaussiana (UTG) que é baseada em uma solução ótima para cada tipo de distribuição de probabilidade onde é proposta uma técnica para o cálculo dos pontos-sigma e dos respectivos pesos. Como os pesos e os pontos-sigma independem da função que transforma a variável aleatória, estes podem ser tabelados em relação aos parâmetros da função de distribuição de probabilidade, sendo desnecessário o cálculo dos mesmos a cada novo experimento que use uma variável aleatória com distribuição idêntica. Em (COSTA Jr., 2009) são tabelados estes valores para várias distribuições. Nesta dissertação os resultados de (COSTA Jr., 2009) para uma distribuição uniforme serão utilizados, Tabela 3.3 e Tabela 3.4.

Tabela 3.1: Pontos-sigma para uma distribuição gaussiana (COSTA Jr., 2009).

No de Pontos	$S_1$					
1	0	$S_2$				
2	1	-1	$S_3$			
3	-1,73205	0	1,73205	$S_4$		
4	-2,334410	-0,74196	0,74196	2,334410	$S_5$	
5	-2,85697	-1,35562	0	1,35562	2,85697	$S_6$
6	-3,32426	-1,88917	-0,61671	0,61671	1,88917	3,32426

Tabela 3.2: Pesos para uma distribuição gaussiana (COSTA Jr., 2009).

No de Pontos	$P_1$					
1	1	$P_2$				
2	0,5	0,5	$P_3$			
3	0,16667	0,66667	0,16667	$P_4$		
4	0,04587	0,45412	0,45412	0,04587	$P_5$	
5	0,01126	0,22207	0,53333	0,22207	0,01126	$P_6$
6	0,00255	0,08861	0,40883	0,40883	0,08861	0,00255

### 3.1.2 Transformada da Incerteza Uniforme (UTU)

De acordo com (COSTA Jr., 2009), como os pesos e os pontos-sigma independem da função que transforma a variável aleatória, estes podem ser tabelados em relação aos parâmetros da função de distribuição de probabilidade associada ao problema. Neste caso, se a função de distribuição de probabilidade é uniforme, os pontos-sigma e pesos correspondentes são recalculados, e, como podemos observar, são diferentes dos pontos da UTG.

Tabela 3.3: Pontos-sigma para uma distribuição uniforme (COSTA Jr., 2009).

Nº de pontos	$S_1$										
1	0,50000	$S_2$									
2	0,21150	0,78850	$S_3$								
3	0,11271	0,50000	0,88730	$S_4$							
4	0,06943	0,33001	0,66999	0,93060	$S_5$						
5	0,04690	0,23075	0,50000	0,76930	0,95310	$S_6$					
6	0,03375	0,16940	0,38070	0,61930	0,83061	0,96630	$S_7$				
7	0,02545	0,12925	0,29710	0,50000	0,70290	0,87080	0,97460	$S_8$			
8	0,01985	0,10165	0,23725	0,40830	0,59170	0,76280	0,89840	0,98020	$S_9$		
9	0,01590	0,08200	0,19330	0,33790	0,50000	0,66220	0,80670	0,91800	0,98410	$S_{10}$	
10	0,01305	0,06745	0,16030	0,28330	0,42555	0,57450	0,71670	0,83970	0,93260	0,98700	

Tabela 3.4: Pesos para uma distribuição uniforme (COSTA Jr., 2009).

Nº de pontos	$P_1$										
1	1,000	$P_2$									
2	0,500	0,500	$P_3$								
3	0,278	0,444	0,278	$P_4$							
4	0,174	0,326	0,326	0,174	$P_5$						
5	0,119	0,239	0,284	0,239	0,119	$P_6$					
6	0,086	0,180	0,234	0,234	0,180	0,086	$P_7$				
7	0,065	0,140	0,191	0,209	0,191	0,140	0,065	$P_8$			
8	0,051	0,111	0,157	0,181	0,181	0,157	0,111	0,05100	$P_9$		
9	0,041	0,090	0,130	0,165	0,165	0,156	0,130	0,090	0,041	$P_{10}$	
10	0,033	0,075	0,110	0,148	0,148	0,148	0,135	0,110	0,075	0,033	

Essas duas últimas tabelas resumem os principais pontos-sigma que são utilizados nesse trabalho. Elas são repetidamente aplicadas nos cálculos para obtenção das métricas das variáveis de entrada e saída no capítulo 5, uma vez que todas as variáveis envolvidas possuem distribuição de probabilidade supostamente uniforme.

### 3.1.3 Aprofundamento da teoria da UT

É importante estudar a definição da Transformada da Incerteza (UT) e conhecer a fundamentação matemática que garante o seu funcionamento. Como já foi apresentada uma visão intuitiva da UT, observando as razões que levaram ao estudo e criação da ferramenta, será feita uma breve demonstração matemática que garante o funcionamento da ideia intuitiva. Vale lembrar que a UT é fruto da aplicação direta de conceitos de probabilidade e estatística e que resulta de um processo de discretização de funções analíticas, resguardados os devidos ajustes para cada tipo de problema analisado. A ideia básica é selecionar um conjunto de pontos-chaves, chamados de pontos sigma, e atribuir a eles os devidos pesos, representando através de um conjunto finito de pontos o comportamento aproximado de uma função analítica. A Transformada da Incerteza veio para suprir a necessidade de convergência de resultados de uma maneira mais rápida e quase tão eficiente quanto os métodos tradicionais, mas com um custo computacional infinitamente menor.

#### 3.1.3.1 Expansão em Série de Taylor

Valor esperado e variância de uma variável aleatória unidimensional

Seja  $\bar{X} + \hat{x}$  uma variável aleatória, onde  $\bar{X}$  é o valor esperado (média) e  $x$  é uma variável aleatória simetricamente distribuída, a distribuição é par, com média zero e variância  $\sigma^2$ . Portanto, o mapeamento (transformação) não-linear  $g(\bar{X} + x)$ , pode ser expresso pela série de Taylor:

$$g(\bar{X} + x) = g(\bar{X}) + \frac{dg}{dx}x + \frac{1}{2!} \frac{d^2g}{dx^2}x^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3g}{dx^3}x^3 + \dots \quad (3.4)$$

Esse mapeamento pode ser expresso como uma série polinomial:

$$g(\bar{X} + x) = g(\bar{X}) + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots \quad (3.5)$$

Desde que estejamos interessados nos momentos da transformação, pode-se tomar o valor esperado:

$$\bar{g} = E\{g(\bar{X} + x)\} = E\{g(\bar{X})\} + a_1 E\{x\} + a_2 E\{x^2\} + a_3 E\{x^3\} + \dots \quad (3.6)$$

Desde que  $x$  seja uma variável aleatória normal, com média zero e variância  $\sigma^2$ , o valor esperado é:

$$\bar{g} = E\{g(\bar{X} + x)\} = g(\bar{X}) + a_2 \sigma^2 a_3 \sigma^3 + \dots \quad (3.7)$$

A variância é calculada usando a definição:

$$\begin{aligned} \sigma_g^2 &= E\{[g(\bar{X} + x) - \bar{g}]^2\} \\ &= E\{[g(\bar{X}) + a_1 x + a_2 x^2 + \dots - g(\bar{X}) - a_2 \sigma^2 - \dots]^2\}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Truncando a expressão até a segunda ordem e expandindo-a, resulta:

$$\sigma_g^2 = E\{[a_1^2 x^2 + 2a_1 a_2 x^3 - a_2^2 x^4 - 2a_2^2 x^2 \sigma^2 + a_2^2 \sigma^4]\}. \quad (3.9)$$

Expandindo os termos:

$$\begin{aligned} \sigma_g^2 &= a_1^2 E\{x^2\} + 2a_1 a_2 E\{x^3\} - 2a_1 a_2 \sigma^2 E\{x\} + a_2^2 E\{x^4\} \\ &\quad - 2a_2^2 \sigma^2 E\{x^2\} + a_2^2 \sigma^4. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Desde que:

$$E\{x\} = 0; E\{x^2\} = \sigma^2; E\{x^3\} = 0 \text{ e } E\{x^4\} = 3\sigma^4. \quad (3.11)$$

A variância pode ser simplificada para:

$$\sigma_g^2 = a_1^2 \sigma^2 + 3a_2^2 \sigma^4 - 2a_2^2 \sigma^4 + a_2^2 \sigma^4. \quad (3.12)$$

Portanto, o valor esperado (média) e a variância são:

$$\bar{g} = E\{g(\bar{X} + x)\} = g(\bar{X}) + a_2 \sigma^2. \quad (3.13)$$

$$\sigma_g^2 = E\{[g(\bar{X} + x) - \bar{g}]^2\} = a_1^2 \sigma^2 + 2a_2^2 \sigma^4. \quad (3.14)$$

### 3.1.3.2 Derivação rigorosa para uma variável aleatória – Exemplo

A precisão da UT dependerá do número de pontos sigma. O número de pontos sigma é determinado pelo truncamento do polinômio de aproximação do valor esperado. No caso de uma variável aleatória, o polinômio é:

$$p(x) = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots \quad (3.15)$$

Para uma precisão de segunda ordem, o polinômio pode ser truncado após a potência do quadrado (grau 2).

$$\tilde{p}(x) = a_1x + a_2x^2. \quad (3.16)$$

No caso de uma distribuição normal com média zero, esse truncamento significa que o valor esperado será:

$$\bar{g} = E\{g(\bar{X} + x)\} = g(\bar{X}) + E\{p(x)\} = g(\bar{X}) + a_2\sigma^2. \quad (3.17)$$

Portanto, a variância será:

$$\sigma_g^2 = E\{(p(x))^2\} - E\{p(x)\}^2 = E\{b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4\} - a_2^2\sigma^4. \quad (3.18)$$

Isso resulta em:

$$\sigma_g^2 = b_2\sigma^2 + (3b_4 - a_2^2)\sigma^4. \quad (3.19)$$

Portanto, essa é a estimativa da variância com uma aproximação de segunda ordem. A UT fornecerá um resultado que é consistente com essa estimativa. Os pontos sigma serão calculados usando a expressão:

$$\sum_i w_i S_i^k = E\{x^k\}. \quad (3.20)$$

No caso de uma aproximação de segunda ordem, isso resulta em 4 equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i w_i S_i = E\{x\} = 0. \\ \sum_i w_i S_i^2 = E\{x^2\} = \sigma^2. \\ \sum_i w_i S_i^3 = E\{x^3\} = 0. \\ \sum_i w_i S_i^4 = E\{x^4\} = 3\sigma^4. \end{array} \right. \quad (3.21)$$

Para o sistema ser determinado é necessário então pelo menos quatro (4) variáveis:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_1 S_1 + w_2 S_2 = E\{x\} = 0. \\ w_1 S_1^2 + w_2 S_2^2 = E\{x^2\} = \sigma^2. \\ w_1 S_1^3 + w_2 S_2^3 = E\{x^3\} = 0. \\ w_1 S_1^4 + w_2 S_2^4 = E\{x^4\} = 3\sigma^4. \end{array} \right. \quad (3.22)$$

Isso significa dois pontos sigma e dois pesos. As soluções desse sistema são pontos sigma simétricos e pesos iguais. Em resumo:

$$w_1 = \frac{1}{6}; w_2 = \frac{1}{6}; S_1 = \sqrt{3}\sigma; S_2 = -\sqrt{3}\sigma. \quad (3.23)$$

O peso do ponto sigma +1, crista da função de densidade gaussiana, é calculado usando a relação:

$$\left[ w_0 + \sum_i w_i \right] = 1. \quad (3.24)$$

Seguindo um procedimento semelhante, mas adequando os termos para a distribuição uniforme de probabilidade, encontramos os pesos e os pontos sigma correspondentes. Para o caso de uma aproximação de segundo grau, teríamos:

$$w_1 = 0,5; w_2 = 0,5; S_1 = 0,2115; S_2 = 0,7885. \quad (3.25)$$

Se alguém for mais longe e adicionar mais variáveis aleatórias, a série de Taylor começa a ficar mais complicada. Esse estudo extrapola o objetivo desse trabalho e ficará para uma oportunidade posterior.



## 4. CONCEITOS BÁSICOS DE ANTENA

Nesse capítulo faremos uma revisão dos principais conceitos necessários para se trabalhar com antenas. Devido à grande profundidade do tema, focaremos apenas nos mais importantes, para facilitar o entendimento desse trabalho e não sair do foco do mesmo.

### 4.1 EQUAÇÕES DE MAXWELL – BREVE REVISÃO

Os campos, elétrico  $\vec{E}$  e magnético  $\vec{B}$ , dominam as regiões de campo da antena. O efeito desses campos pode ser caracterizado pelos vetores de densidade de fluxo, magnético  $\vec{H}$  e elétrico  $\vec{D}$ . O comportamento eletromagnético e a operação das antenas podem ser descritos pelas Equações de Maxwell:

Na forma diferencial:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (4.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (4.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho. \quad (4.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (4.4)$$

Ou na forma integral:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}. \quad (4.5)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 1 + \frac{d\Phi_e}{dt}. \quad (4.6)$$

$$\oint \vec{E} \cdot dA = Q. \quad (4.7)$$

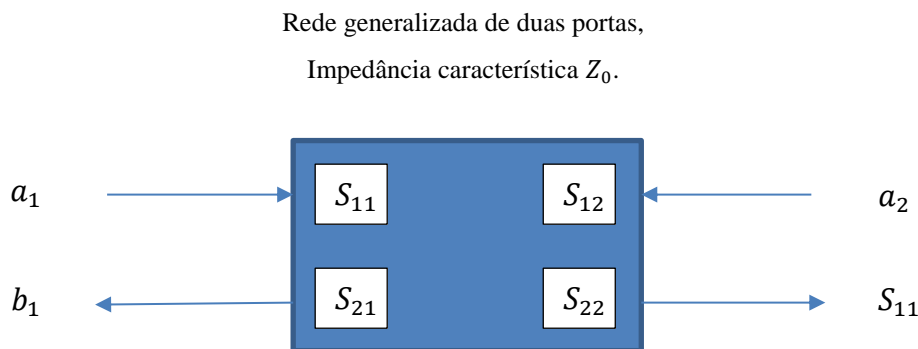
$$\oint \vec{B} \cdot dA = 0. \quad (4.8)$$

## 4.2 PRINCIPAIS PARÂMETROS DA ANTENA

São muitos os parâmetros a serem estudados numa antena. Novamente, faremos aqui uma revisão dos mais importantes, num alcance que permita o bom entendimento do trabalho.

### 4.2.1 Parâmetros de espalhamento (parâmetros S)

Para analisar e comparar o desempenho de uma antena projetada, um dos parâmetros mais importantes para ser considerado é o parâmetro de espalhamento (reflexão), mais conhecido como parâmetro S (Scattering Parameters). Parâmetros S descrevem a relação entrada-saída entre as portas num sistema elétrico. Ele fornece informação tal como potência transmitida, potência refletida, ganho, casamento de impedância, frequência ressonante e acoplamento entre as portas. Para um dispositivo de duas portas, S21 representa a potência transferida da porta 1 para a porta 2. Nesse trabalho, o parâmetro S mais importante é S11 que dá o acoplamento mútuo entre os elementos da antena. S11 é chamado parâmetro de espalhamento de transmissão e ocorre devido ao acoplamento. S11 pode indicar também o coeficiente de reflexão ( $\Gamma$ ) na entrada.



(Desenho próprio, baseado em Google, microwaves101.com, acesso em 26/12/2018, 10:55 h)

### 4.2.2 VSWR (Voltage Standing Wave Ratio)

De acordo com (BALANIS, 1997), página 64, associado com uma antena há diversos parâmetros para medir a eficiência da mesma e esses podem ser definidos usando as Figuras 4.1 e 4.2. A eficiência total da antena  $e_0$  é usada para levar em conta perdas nos terminais de entrada e dentro da estrutura da antena. Referindo-se à Figura 4.1 e à Figura 4.2, tais perdas podem ser devidas a:

1. Reflexões por causa do descasamento de impedância entre a linha de transmissão e a antena.

2.  $I^2R$  perdas (condução e dielétrico)

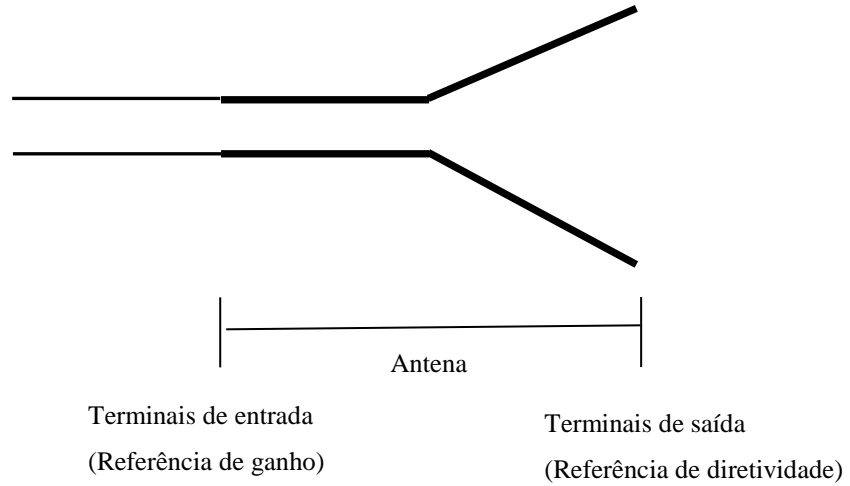


Figura 4.2: Terminais de referência da antena.

(Desenho próprio, baseado em BALANIS, C. A. (1997). Page 65)

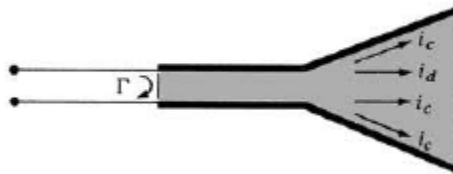


Figura 4.3: Terminais de referência e perdas da antena.

(Reflexão, condução e perdas por dielétrico)

(Fonte: BALANIS, C. A. (1997). Page 65)

Em geral, a eficiência total pode ser escrita como

$$e_0 = e_r e_c e_d. \quad (4.9)$$

Onde,

$e_0$  = eficiência total (adimensional)

$e_r$  = eficiência de reflexão (descasamento de impedância) =  $(1 - |\Gamma|^2)$  (adimensional)

$e_c$  = eficiência de condução (adimensional)

$e_d$  = eficiência dielétrica (adimensional)

$\Gamma$  = coeficiente de tensão de reflexão nos terminais de entrada da antena

$$[\Gamma = (Z_{in} - Z_0)/(Z_{in} + Z_0)]$$

onde

$Z_{in}$  = impedância de entrada da antena

$Z_0$  = impedância característica da linha de transmissão

O VSWR, também conhecido como TOE (Taxa de Onda Estacionária) ou ROE (Razão de Onda Estacionária), é a razão entre o máximo valor de tensão e o mínimo valor de tensão. O máximo de tensão é calculado considerando que o coeficiente de reflexão na entrada interfere construtivamente:

$$V_{max} = V(1 + \Gamma). \quad (4.10)$$

O mínimo de tensão é calculado considerando que o coeficiente de reflexão na entrada interfere destrutivamente:

$$V_{min} = V(1 - \Gamma). \quad (4.11)$$

Portanto o VSWR é:

$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}. \quad (4.12)$$

VSWR = voltage standing wave ratio (relação de tensão de onda estacionária)

Usualmente  $e_c$  e  $e_d$  são muito difíceis de computar, mas eles podem ser determinados experimentalmente. Mesmo por medições eles não podem ser separados, e é usualmente mais conveniente escrever (4.9) como

$$e_0 = e_r e_{cd} = e_{cd}(1 - |\Gamma|^2). \quad (4.13)$$

Onde  $e_{cd} = e_c e_d$  = eficiência de radiação da antena, que é usada para relacionar ganho e diretividade.

### 4.2.3 Diretividade

De acordo com (RAMAMOORTHY, 2014), página 5 e também com (BALANIS, 1997), a diretividade  $D(\theta, \phi)$  de uma antena é a medida que descreve quão bem a antena direciona a energia irradiada. A diretividade de uma antena depende da forma do diagrama de radiação. De acordo com (BALANIS, 1997), A diretividade de uma antena é definida como: “a razão entre a intensidade de radiação em uma dada direção da antena e a intensidade média de radiação em todas as direções”. Matematicamente, a diretividade pode ser medida usando a seguinte fórmula:

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{TRP}. \quad (4.14)$$

Onde  $D(\theta, \phi)$  é a diretividade,  $U(\theta, \phi)$  é a intensidade de radiação e TRP é a potência total radiada.

### 4.2.4 Ganho

Conforme podemos ver em (RAMAMOORTHY, 2014), página 6, o ganho  $G(\theta, \phi)$  de uma antena leva em consideração ambas as perdas na antena e sua diretividade. Ela pode ser definida como (BALANIS, 1997): “a razão da intensidade, em uma dada direção, para a intensidade de radiação que seria obtida se a potência recebida pela antena fosse radiada isotropicamente”. Matematicamente, o ganho pode ser computado como se segue (BALANIS, 1997):

$$G(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{accepted}} \quad (4.15)$$

Onde  $P_{accepted}$  é a potência recebida (aceita) pela antena. Usualmente, o ganho se refere ao ganho máximo. Dependendo do tipo de antena de referência usada (por exemplo, antena isotrópica ou dipolo), o ganho é medido em dBi ou dBd, respectivamente.

Observação: 0 dBd é aproximadamente 2.15 dBi.

#### 4.2.5 Diagrama de radiação

Um diagrama de radiação ou simplesmente diagrama de antena é definido como uma “função matemática ou representação gráfica das propriedades de radiação da antena como uma função de coordenadas espaciais”. Na maior parte dos casos, o diagrama de radiação é determinado na região de campo distante e é representado como uma função das coordenadas direcionais (BALANIS, 1997). Podemos observar essa mesma definição adotada em (RAMAMOORTHY, 2014), página 4. A Figura 4.3 mostra um exemplo de diagrama de radiação de uma antena Yagi

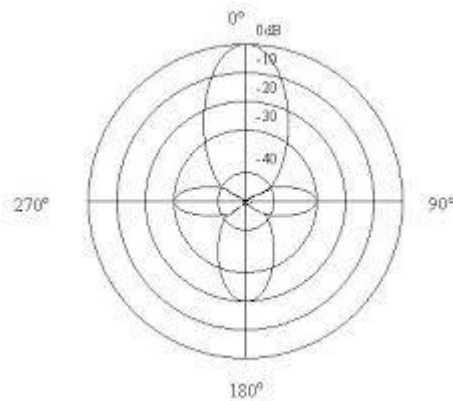


Figura 4.4: Diagrama de radiação da antena.

(Retirado da internet, acessado em 26/12/2018, 10:30 h. Google, gta.ufrj.br, cap. 4)

#### 4.2.6 O feixe do ângulo sólido

Segundo (BALANIS, 1997), podemos aproveitar a definição de diagrama de radiação para definir o feixe do ângulo sólido. As propriedades de radiação incluem várias grandezas, dentre elas podemos citar: densidade de fluxo de potência, intensidade de radiação, intensidade de campo, diretividade, fase ou polarização. A propriedade de

radiação de maior preocupação ou importância é o gráfico bi ou tridimensional da distribuição espacial da energia radiada como uma função da posição do observador ao longo do caminho ou superfície de raio constante. Um conjunto conveniente de coordenadas é mostrado na Figura 4.5. Um traço do campo elétrico (ou magnético) recebido num raio constante é chamado de padrão de amplitude de campo. Por outro lado, um gráfico da variação espacial da densidade de potência ao longo de um raio constante é chamado de amplitude do diagrama de radiação (padrão de potência). Frequentemente os padrões de campo e de potência são normalizados com respeito a seu valor máximo, produzindo padrões normalizados de campo e potência. Também, o diagrama de radiação usualmente é plotado numa escala logarítmica ou mais comumente em decibéis (dB). Essa escala é usualmente desejável porque uma escala logarítmica pode acentuar em mais detalhes aquelas partes do padrão que têm valores muito baixos, os quais posteriormente nós nos referiremos como lóbulos menores. Para uma antena, o:

Diagrama de radiação (padrão de campo, em escala linear) tipicamente representa uma plotagem da magnitude do campo elétrico ou magnético como uma função do espaço angular.

Diagrama de radiação (padrão de potência, em escala linear) tipicamente representa uma plotagem do quadrado da magnitude do campo elétrico ou magnético como uma função do espaço angular.

Diagrama de radiação (padrão de potência, em dB) representa a magnitude do campo elétrico ou magnético, em decibéis, como uma função do espaço angular.

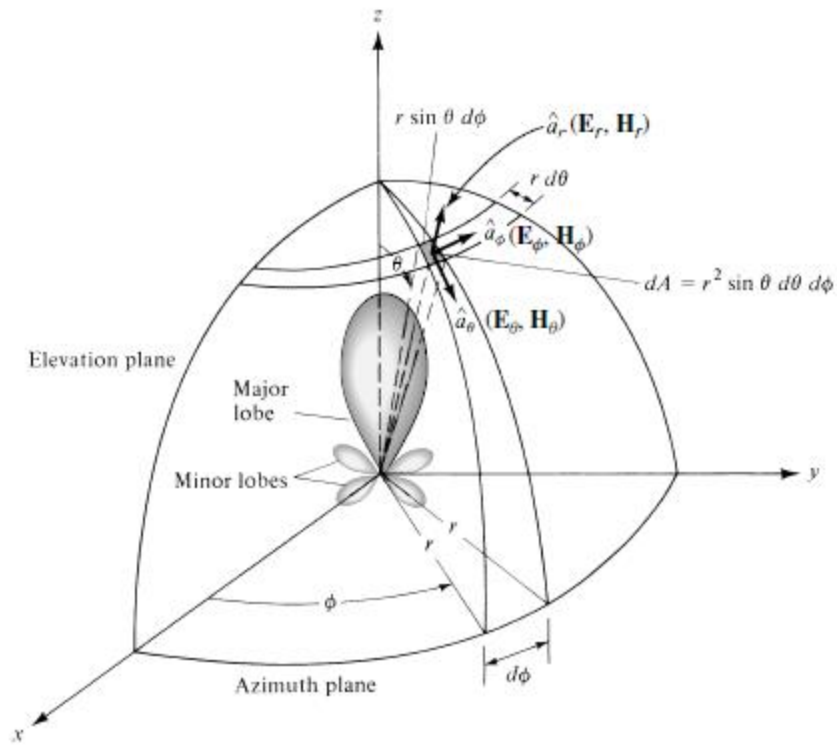


Figura 4.5: Sistema de coordenadas para análise de antena.

(Fonte: BALANIS, C. A. (1997). Page 28)

A área infinitesimal  $dA$  na superfície de uma esfera de raio  $r$  mostrada na Figura 4.5, é dada por

$$d_A = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (m^2). \quad (4.16)$$

Portanto, o elemento do ângulo sólido  $d\Omega$  de uma esfera pode ser escrito como

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi \quad (sr). \quad (4.17)$$

Onde:

sr = esferorradiano (ângulo sólido, cuja área na superfície da esfera é equivalente à área de um quadrado de lado  $r$ ).



#### 4.2.7 Potência de transmissão

De uma maneira bastante simplificada, aproveitando a definição de transmissor, podemos inferir que potência de transmissão é a quantidade de energia eletromagnética acoplada ao meio de transmissão pelo transmissor. É resultado da potência incidente menos a potência refletida. Normalmente é medida em Watt (W) ou decibel (dBm).

#### 4.2.8 Potência de Recepção

Analogamente ao que foi definido para o transmissor, podemos inferir que potência de recepção é a energia eletromagnética detectada pelo dispositivo receptor, que é sensível a essa energia e permite recuperar a informação enviada pelo meio de transmissão.

#### 4.2.9 Impedância de entrada e casamento de impedância

Um dos parâmetros mais sensíveis numa antena é sua impedância de entrada e uma das maiores exigências dos sistemas de transmissão é justamente o casamento de impedância entre a saída do transmissor e a antena. A impedância de entrada pode ser definida de várias maneiras, mas, para esse trabalho, ficamos com as definições encontradas em (BALANIS, 1997), em sua página 80. Impedância de entrada é definida como “a impedância apresentada pela antena em seus terminais ou a razão entre a voltagem e a corrente no par de terminais ou a razão dos componentes apropriados do campo elétrico para o magnético em um ponto”. Nessa seção nós estamos primeiramente interessados na impedância de entrada num par de terminais que são os terminais de entrada da antena. Nas figuras 4.6, 4.7 e 4.8 esses terminais são designados *a* e *b*. A razão da voltagem para a corrente nesses terminais, sem carga acoplada, define a impedância da antena como

$$Z_A = R_A + jX_A. \quad (4.18)$$

## Modo de transmissão

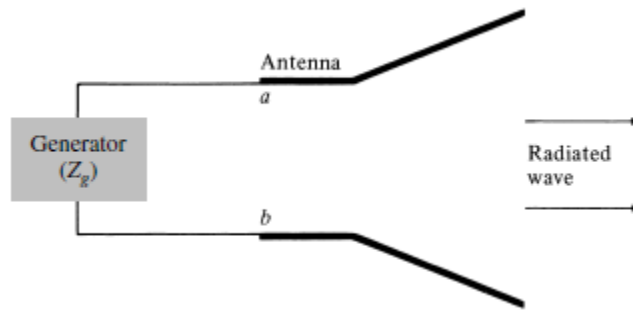


Figura 4.6: Antena em modo de transmissão.  
(Fonte: BALANIS, C. A. (1997). Page 81)

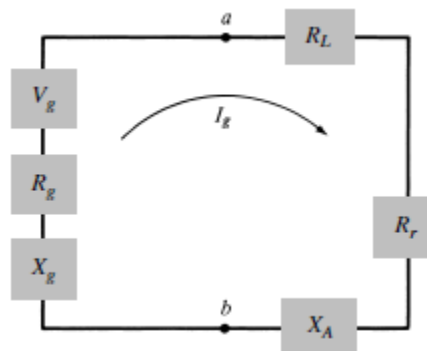


Figura 4.7: Equivalente de Thevenin.  
(Fonte: BALANIS, C. A. (1997). Page 81)

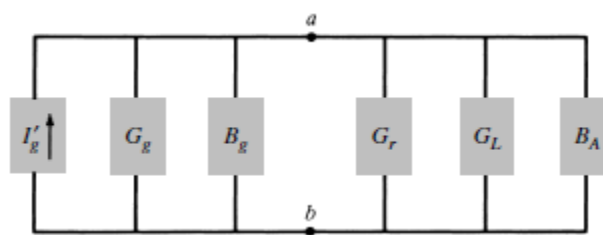


Figura 4.8: Equivalente de Norton.  
(Fonte: BALANIS, C. A. (1997). Page 81)

As figuras 4.6, 4.7 e 4.8 mostram a antena de transmissão e seus circuitos equivalentes.

Em que

$Z_A$  = impedância da antena nos terminais  $a - b$  (ohms)

$R_A$  = resistência da antena nos terminais  $a - b$  (ohms)

$X_A$  = reatância da antena nos terminais  $a - b$  (ohms)

Em geral, a parte resistiva de (4.32) consiste de dois componentes; Esses componentes são:

$$R_A = R_r + R_L \quad (4.19)$$

Onde

$R_r$  = resistência de radiação da antena

$R_L$  = resistência de perda da antena (ou resistência de carga)

Apesar da resistência de radiação ser considerada importante, não entraremos em maiores detalhes nesse trabalho.

Se nós assumirmos que a antena está acoplada a um gerador com impedância interna

$$Z_g = R_g + jX_g \quad (4.20)$$

Em que

$R_g$  = resistência da impedância do gerador (ohms)

$X_g$  = reatância da impedância do gerador (ohms)

e a antena é usada em modo de transmissão, nós podemos representar a antena e o gerador por um circuito equivalente mostrado nas Figuras 4.7 e 4.8.

O modo de recepção tem circuito análogo ao descrito nesta seção.

A impedância de entrada de uma antena é geralmente uma função da frequência. Então a antena será casada para a linha de transmissão de interconexão e outro equipamento associado somente dentro de uma determinada largura de banda. Adicionalmente, a impedância de entrada da antena depende de muitos fatores incluindo sua geometria, seu método de excitação, e sua proximidade para objetos da vizinhança. Por causa de suas geometrias complexas, somente um número limitado de antenas práticas foram investigadas analiticamente. Para muitas outras, a impedância de entrada tem sido determinada experimentalmente.

#### **4.2.10 Frequência de ressonância**

Na frequência de ressonância, a reatância é zero e a energia eletromagnética é igualmente distribuída, produzindo campos elétrico e magnético iguais. Existem várias concepções para se estabelecer a largura de banda de atuação de uma antena, a principal delas leva em conta a frequência de ressonância, mas podemos citar outras, como a frequência de projeto, a frequência de menor VSWR e a média geométrica da frequência.

## **5. PROJETO DE ANTENAS UTILIZANDO SENSITIVIDADE CALCULADA PELA TRANSFORMADA DA INCERTEZA**

### **5.1 INTRODUÇÃO**

Os elementos de uma antena ou de um conjunto de antenas interagem uns com os outros, alterando a corrente e, conseqüentemente, a impedância nos seus terminais, quando comparados à situação em que estão isolados. Esta interação é chamada de acoplamento mútuo. Ela pode alterar a amplitude, a fase e a distribuição de corrente de cada elemento. Com isso, o diagrama do conjunto como um todo torna-se diferente nos casos com e sem acoplamento (RAMAMOORTHY, 2014). Além disso, os efeitos causados dependem da frequência e da direção do lóbulo principal do diagrama de radiação. A variação da frequência causa a variação do comprimento elétrico das antenas e do espaçamento em função do comprimento de onda entre as mesmas. A variação da direção do lóbulo principal do diagrama de radiação gera um acoplamento mais ou menos intenso, dependendo da intensidade do sinal recebido ou refletido em tal direção (RAMAMOORTHY, 2014). A antena Yagi Uda já é bem conhecida, ideal para realizar esses testes. Ela é composta basicamente por três elementos distintos: alimentador, refletor e diretor. Com exceção do alimentador, podemos adicionar mais elementos repetidos na antena, mudando sua configuração e impactando os parâmetros envolvidos. A antena Yagi-Uda é primeiramente um arranjo de dipolos lineares, com um elemento servindo como alimentador enquanto os outros agem como parasitas (BALANIS, 1997). As características de radiação que são de interesse na antena Yagi-Uda neste trabalho são o ganho, impedância de entrada e largura de banda. Os comprimentos e diâmetros dos diretores e refletores, bem como seus respectivos espaçamentos, determinam as características ótimas. Já foram realizadas exaustivas investigações de caráter analítico e experimental acerca da antena Yagi-Uda na literatura geral e em vários lugares (BALANIS, 1997). O diferencial desse trabalho consiste em prover um método matemático/estatístico, baseado na Transformada da Incerteza, eficaz para identificar as melhores posições possíveis a fim de otimizar o desempenho da antena, conforme as características desejadas, ou seja, a escolha das posições dos elementos passa a ser uma decisão de embasamento matemático/estatístico. Usualmente a Antena Yagi-Uda tem

baixa impedância de entrada e largura de banda relativamente estreita. Melhoramentos em ambos podem ser alcançados ao custo de outros parâmetros. Cada projeto tem que fazer suas escolhas de acordo com o compromisso assumido.

## 5.2 OBJETIVO

O objetivo desse trabalho é mostrar que podemos aplicar a teoria da Transformada da Incerteza (UT) no estudo da correlação entre as variáveis envolvidas no processo de construção e na análise de desempenho da antena Yagi Uda com o software HFSS, principalmente em termos de sensibilidade e ganho.

## 5.3 METODOLOGIA

Para executar esse trabalho foi montado um cenário usando uma antena Yagi com quatro elementos, onde o alimentador foi projetado para meio comprimento de onda. Os dados foram obtidos por meio de simulação usando o software HFSS (*High Frequency Structure Simulator*). A antena Yagi foi configurada no HFSS e as distâncias entre alimentador-refletor e alimentador-diretor foram ajustadas em várias etapas de teste. Com a obtenção dos primeiros resultados, foram feitos os cálculos de valor esperado, variância e desvio-padrão das medidas envolvidas. Basicamente nos restringimos à análise do ganho da antena e do VSWR (*Voltage Standing Wave Ratio*) em função das distâncias entre os elementos da antena. Na antena Yagi, a distância entre o alimentador e o refletor foi estabelecida em três valores distintos, de acordo com os pontos sigma da UT seguindo uma distribuição uniforme entre  $-0,5 \lambda$  e  $0$ . Esses pontos foram:  $-0,444 \lambda$ ,  $-0,25 \lambda$  e  $-0,056 \lambda$ . A figura 5.1 mostra a antena Yagi projetada no HFSS. O sinal negativo indica apenas que esses pontos se encontram na parte negativa do eixo Y no HFSS. A distância entre o alimentador e o primeiro diretor também seguiu uma distribuição uniforme entre  $0$  e  $0,5 \lambda$ , conseqüentemente, os pontos sigma escolhidos foram:  $0,056 \lambda$ ,  $0,25 \lambda$  e  $0,444 \lambda$ . A distância entre o alimentador e o segundo diretor também seguiu uma distribuição uniforme entre  $0,5 \lambda$  e  $1 \lambda$ . Conseqüentemente, os pontos sigma escolhidos foram:  $0,556 \lambda$ ,  $0,75 \lambda$  e  $0,944 \lambda$ . A partir daí, para cada ponto sigma referente à distância entre o alimentador e o refletor, mantivemos fixa essa posição e fomos variando a distância entre o alimentador e os diretores. O dipolo da antena Yagi (alimentador) foi configurado como

*Lumped Port*, a configuração de porta interna do HFSS. Para o teste foi escolhida a frequência de 540 MHz, uma frequência no meio da primeira faixa de TV digital no Brasil, que vai de 470 a 608 MHz, segundo tabela da Anatel (Agência Nacional de Telecomunicações) (<http://www.anatel.gov.br>, 2018). Após aplicar a UT nos dados de entrada e nos dados obtidos na saída, fez-se um estudo da correlação entre as distâncias envolvidas no processo e o ganho e VSWR da antena, a fim de analisar e buscar as combinações que permitiriam um melhor desempenho da antena. A análise foi feita usando a UTU (*Uniform Unscented Transform*), Transformada da Incerteza Uniforme, assumindo que as grandezas de entrada, distâncias, e as de saída, VSWR e ganho, seriam variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade uniforme.

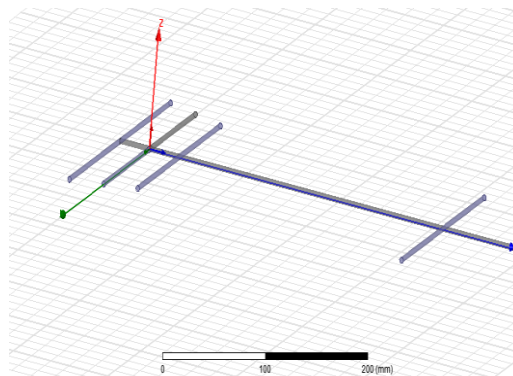


Figura 5.1: Cenário: Antena Yagi Uda  
(Fonte: Desenho próprio feito no HFSS)

Após os primeiros testes, logo observamos que a antena apresentava um bom desempenho quando as distâncias entre alimentador-refletor e alimentador-diretor 1 eram pequenas. Isso nos levou a verificar o comportamento dela em outro conjunto de pontos sigma, mais próximos, dessa vez entre 0 e  $0,1 \lambda$ . Nesse intervalo, os pontos sigma calculados foram:  $-0,021 \lambda$ ,  $-0,06 \lambda$  e  $-0,099 \lambda$  para o refletor;  $0,021 \lambda$ ,  $0,06 \lambda$  e  $0,099 \lambda$  para o primeiro diretor e  $0,745 \lambda$ ,  $0,9 \lambda$  e  $1,055 \lambda$  para o segundo diretor.

## 5.4 O PROBLEMA (EMBASAMENTO TEÓRICO)

Como mencionado no início do capítulo, já foram realizadas exaustivas investigações de caráter analítico e experimental acerca da antena Yagi-Uda (BALANIS, 1997). A grande questão é: qual a posição de cada elemento da antena para o melhor desempenho? Quais as distâncias entre esses elementos? Como estabelecer essas distâncias? De onde partir? O diferencial desse trabalho consiste em prover um método matemático/estatístico eficaz para identificar as melhores posições possíveis a fim de otimizar o desempenho da antena, conforme as características desejadas, ou seja, a escolha das posições dos elementos utiliza um embasamento matemático/estatístico, baseado no estudo da correlação entre as variáveis de entrada e as de saída. A Figura 5.2 mostra um exemplo de diagrama de radiação da antena Yagi.

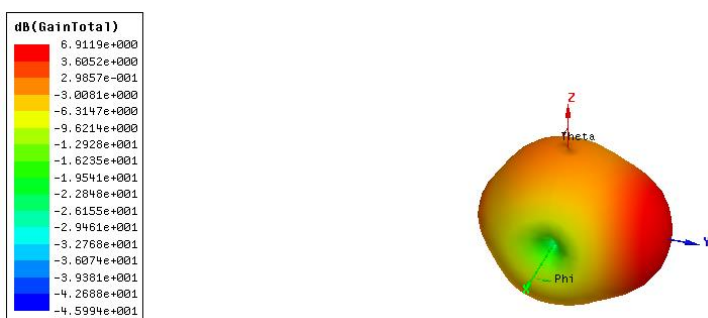


Figura 5.2: Exemplo de diagrama de radiação da antena Yagi (HFSS).

(Fonte: Desenho próprio obtido no HFSS)

No próximo capítulo, veremos os resultados teóricos alcançados durante as simulações. No capítulo 7 apresentamos os resultados dos testes práticos e no capítulo 8 é feita uma comparação entre os resultados teóricos e os práticos.



## 6. RESULTADOS TEÓRICOS

Para fazer a análise do desempenho da antena, na primeira fase executamos vários testes com o HFSS simulando situações diferentes. As grandezas diretamente avaliadas foram o Ganho e o VSWR da antena. As variáveis manipuláveis foram as distâncias entre o alimentador e o refletor e entre o alimentador e os diretores, mantendo fixa a posição do alimentador na origem do sistema. As distâncias foram atribuídas em termos de frações do comprimento de onda, de acordo com os pontos sigma da distribuição uniforme considerados na seção 5.3. Os resultados obtidos consideram o posicionamento dos elementos nesses pontos sigma e que a distribuição de probabilidade das variáveis de saída, Ganho e VSWR, também seguem uma distribuição uniforme. A tabela 6.1 mostra as combinações de testes que foram executadas para o primeiro grupo de pontos sigma com seus respectivos pesos, bem como os seus resultados.

Tabela 6.1: Combinações de testes e respectivos pesos – Grupo 1.

Teste	dr (% L)	d1 (% L)	d2 (% L)	S <sub>1,1</sub> (dB)	VSWR	GT (dB)	Q	Peso 1	Peso 2	Peso 3	Peso Total
1	-0,444	0,056	0,556	-5,270	3,390	4,200	240,000	0,278	0,278	0,278	0,021
2	-0,444	0,056	0,750	-7,650	2,420	5,250	245,000	0,278	0,278	0,444	0,034
3	-0,444	0,056	0,944	-7,650	2,410	5,600	245,000	0,278	0,278	0,278	0,021
4	-0,444	0,250	0,556	-5,120	3,490	4,020	10,056	0,278	0,444	0,278	0,034
5	-0,444	0,250	0,750	-4,970	3,570	4,110	12,068	0,278	0,444	0,444	0,055
6	-0,444	0,250	0,944	-4,820	3,700	4,160	12,786	0,278	0,444	0,278	0,034
7	-0,444	0,444	0,556	-6,900	2,650	4,260	14,563	0,278	0,278	0,278	0,021
8	-0,444	0,444	0,750	-8,250	2,260	5,440	14,767	0,278	0,278	0,444	0,034
9	-0,444	0,444	0,944	-8,340	2,240	5,360	12,643	0,278	0,278	0,278	0,021
10	-0,250	0,056	0,556	-5,350	3,340	5,070	225,000	0,444	0,278	0,278	0,034
11	-0,250	0,056	0,750	-8,350	2,240	6,180	40,500	0,444	0,278	0,444	0,055
12	-0,250	0,056	0,944	-7,820	2,370	6,770	19,300	0,444	0,278	0,278	0,034
13	-0,250	0,250	0,556	-2,150	8,120	6,570	9,944	0,444	0,444	0,278	0,055
14	-0,250	0,250	0,750	-2,370	7,370	7,160	13,379	0,444	0,444	0,444	0,088
15	-0,250	0,250	0,944	-2,280	7,660	8,120	13,719	0,444	0,444	0,278	0,055
16	-0,250	0,444	0,556	-4,260	4,160	4,690	14,367	0,444	0,278	0,278	0,034
17	-0,250	0,444	0,750	-4,890	3,640	5,030	12,414	0,444	0,278	0,444	0,055
18	-0,250	0,444	0,944	-4,98	3,580	5,620	14,400	0,444	0,278	0,278	0,034
19	-0,056	0,056	0,556	-4,970	3,590	6,890	15,403	0,278	0,278	0,278	0,021
20	-0,056	0,056	0,750	-8,000	2,320	7,260	11,950	0,278	0,278	0,444	0,034
21	-0,056	0,056	0,944	-8,490	2,210	8,230	11,950	0,278	0,278	0,278	0,021
22	-0,056	0,250	0,556	-0,500	34,490	7,320	235,000	0,278	0,444	0,278	0,034
23	-0,056	0,250	0,750	-0,570	30,600	8,610	460,000	0,278	0,444	0,444	0,055
24	-0,056	0,250	0,944	-0,670	25,800	9,050	460,000	0,278	0,444	0,278	0,034
25	-0,056	0,444	0,556	-3,080	5,700	7,450	470,000	0,278	0,278	0,278	0,021
26	-0,056	0,444	0,750	-2,110	8,280	6,970	460,000	0,278	0,278	0,444	0,034
27	-0,056	0,444	0,944	-2,120	8,230	7,780	460,000	0,278	0,278	0,278	0,021

Na tabela acima, temos:

$d_r$  = distância entre alimentador e refletor.

$d_1$  = distância entre alimentador e diretor 1.

$d_2$  = distância entre alimentador e diretor 2.

$S_{1,1}$  = índice de reflexão (em dB).

$L = \lambda$  (comprimento de onda).

VSWR = Coeficiente de reflexão.

GT = Ganho Total (em dB).

Q = fator de qualidade da antena.

Peso 1 = peso correspondente a  $d_r$ .

Peso 2 = peso correspondente a  $d_1$ .

Peso 3 = peso correspondente a  $d_2$ .

Peso Total = peso resultante do produto dos pesos: Peso 1, Peso 2 e Peso 3, devido à independência entre as variáveis aleatórias  $d_r$ ,  $d_1$  e  $d_2$

Como podemos observar na tabela, nem todas as combinações produzem bons resultados, no entanto, algumas combinações produzem resultados muito bons. A partir desse ponto podemos entrar num processo de otimização mais detalhado, onde podemos tentar alterar alguns parâmetros, como, por exemplo, o diâmetro dos tubos, ou pequenas variações na posição final ou no tamanho dos elementos. Em seguida, repetimos os testes com as modificações implementadas e analisamos os resultados, verificando se melhorou ou piorou. A tabela 6.2 mostra as combinações de testes que foram executadas para o segundo grupo de pontos sigma com seus respectivos pesos e correspondentes resultados.

Tabela 6.2: Combinações de testes e respectivos pesos – Grupo 2.

Teste	dr (% L)	d1 (% L)	d2 (% L)	S <sub>1,1</sub> (dB)	VSWR	GT (dB)	Q	Peso 1	Peso 2	Peso 3	Peso Total
1	-0,099	0,099	0,745	-15,770	1,390	6,760	12,211	0,278	0,278	0,278	0,021
2	-0,099	0,099	0,900	-16,200	1,370	7,470	11,675	0,278	0,278	0,444	0,034
3	-0,099	0,099	1,055	-20,700	1,200	7,870	11,378	0,278	0,278	0,278	0,021
4	-0,099	0,060	0,745	-17,800	1,300	6,960	8,518	0,278	0,444	0,278	0,034
5	-0,099	0,060	0,900	-22,100	1,170	7,560	9,284	0,278	0,444	0,444	0,055
6	-0,099	0,060	1,055	-29,100	1,070	7,920	8,704	0,278	0,444	0,278	0,034
7	-0,099	0,021	0,745	-21,200	1,190	7,150	13,955	0,278	0,278	0,278	0,021
8	-0,099	0,021	0,900	-21,700	1,180	7,740	12,132	0,278	0,278	0,444	0,034
9	-0,099	0,021	1,055	-25,700	1,110	8,070	13,955	0,278	0,278	0,278	0,021
10	-0,060	0,099	0,745	-11,200	1,760	6,670	27,324	0,444	0,278	0,278	0,034
11	-0,060	0,099	0,900	-10,800	1,810	7,450	33,786	0,444	0,278	0,444	0,055
12	-0,060	0,099	1,055	-12,000	1,660	7,820	22,548	0,444	0,278	0,278	0,034
13	-0,060	0,060	0,745	-22,800	1,150	6,910	11,286	0,444	0,444	0,278	0,055
14	-0,060	0,060	0,900	-23,300	1,150	7,570	11,950	0,444	0,444	0,444	0,088
15	-0,060	0,060	1,055	-45,600	1,010	7,920	11,357	0,444	0,444	0,278	0,055
16	-0,060	0,021	0,745	-18,100	1,280	7,190	11,925	0,444	0,278	0,278	0,034
17	-0,060	0,021	0,900	-18,000	1,290	7,790	14,409	0,444	0,278	0,444	0,055
18	-0,060	0,021	1,055	-14,300	1,470	8,000	18,231	0,444	0,278	0,278	0,034
19	-0,021	0,099	0,745	-3,400	5,160	6,550	470,000	0,278	0,278	0,278	0,021
20	-0,021	0,099	0,900	-2,800	6,100	6,920	470,000	0,278	0,278	0,444	0,034
21	-0,021	0,099	1,055	-4,000	4,380	7,970	480,000	0,278	0,278	0,278	0,021
22	-0,021	0,060	0,745	-5,900	3,030	7,010	480,000	0,278	0,444	0,278	0,034
23	-0,021	0,060	0,900	-7,100	2,560	7,830	490,000	0,278	0,444	0,444	0,055
24	-0,021	0,060	1,055	-7,900	2,350	8,110	490,000	0,278	0,444	0,278	0,034
25	-0,021	0,021	0,745	-27,400	1,090	7,420	25,000	0,278	0,278	0,278	0,021
26	-0,021	0,021	0,900	-18,100	1,290	8,210	29,441	0,278	0,278	0,444	0,034
27	-0,021	0,021	1,055	-19,400	1,120	8,310	31,250	0,278	0,278	0,278	0,021

Obs.: as variáveis utilizadas (siglas) são as mesmas da Tabela 6.1.

Relembrando, o VSWR é calculado pela seguinte fórmula (BALANIS, 1997), página 65:

$$VSWR = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} \quad (6.1)$$

Observe que  $S_{11}$  na tabela é dado em decibel (dB), devendo ser convertido em valor linear antes de aplicar na fórmula acima. Como a frequência de teste escolhida foi de 540 MHz,

o comprimento de onda correspondente é de  $\lambda=55,5$  cm. Para poder calcular a correlação entre as distâncias envolvidas e as variações provocadas no ganho e no VSWR da antena, foram usados os conceitos básicos de estatística e processos estocásticos, com o diferencial de que as médias iniciais foram obtidas com a Transformada da Incerteza Uniforme. Assim, associando as variáveis  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_r$  à entrada do sistema e  $VSWR$  e  $GT$  à saída, usando os pesos combinados correspondentes da UT, o valor esperado de cada uma delas pode ser obtido pela fórmula:

$$E\{X\} = \mu_x = \sum_{i=1}^N p(x_i) x_i \quad (6.2)$$

Onde:  $x_i$  é substituído por  $d_1, d_2, d_r, VS$  e  $GT$ , uma variável por vez.

$d_i$  = distância entre o elemento "i" e o alimentador

$VS = VSWR$ ;  $GT =$  Ganho Total

$p(x_i)$  = probabilidade ou peso de  $x_i$

Após obter essas médias, podemos calcular a variância de  $d_1, d_2, d_r, VS$  e  $GT$  usando a seguinte fórmula:

$$E\{(x - \mu_x)^2\} = Var(x) = \sum_{i=1}^n p(x_i)(x_i - \mu_x)^2 \quad (6.3)$$

Onde:

$\mu_x$  é substituído por  $\mu_{d1}, \mu_{d2}, \mu_{dr}, \mu_{VS}, \mu_{GT}$  e  $Var(x)$  é substituído por  $Var(d_1), Var(d_2), Var(d_r), Var(VS), Var(GT)$ , uma variável de cada vez.

$\mu_x =$  valor esperado de  $x$  e  $Var(x) =$  variância de  $x$

$x = d_1, d_2, d_r, VS$  or  $GT$

Na sequência, calculamos a covariância entre as variáveis de entrada e de saída, que serão dadas pelas fórmulas:

$$Cov(x, y) = \sum_{i=1}^n p(x_i) \{(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)\} \quad (6.4)$$

Onde  $Cov(X, Y)$  = Covariância entre X e Y.

$X = d_1, d_2, d_r$  e  $Y = VS, GT$ .

Por fim, após obter a covariância entre as grandezas envolvidas, podemos calcular o coeficiente de correlação entre elas e usar essa informação para inferir e direcionar os testes de otimização. Genericamente, esse coeficiente de correlação é calculado pela fórmula:

$$r_{xy} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X) \cdot Var(Y)}} \text{ ou } \frac{\sigma_{xy}}{\sqrt{(\sigma_x)^2 \cdot (\sigma_y)^2}} \quad (6.5)$$

Onde:

$r_{xy}$  = Coeficiente de correlação entre X e Y.

$\sigma_{xy}$  = o mesmo que  $Cov(X, Y)$ .

$\sigma_x$  = desvio-padrão de X.

$\sigma_y$  = desvio-padrão de Y.

Assim, por exemplo, para calcular o coeficiente de correlação entre  $d_1$  e  $VS$ , basta substituir os dados correspondentes na fórmula geral, ficando assim:

$$r_{d_1VS} = \frac{Cov(d_1, VS)}{\sqrt{Var(d_1) \cdot Var(VS)}} \quad (6.6)$$

Para obter os demais coeficientes de correlação, basta seguir um procedimento similar a esse. Usando os dados das tabelas de 6.1 e 6.2, chegamos aos resultados. Seguindo o mesmo raciocínio e a mesma sequência de operações, encontramos os valores dos outros coeficientes de correlação. Existem várias possibilidades de combinações que permitem analisar o comportamento desses coeficientes em subgrupos dentro das tabelas de dados originais. Realizamos o cálculo para a correlação geral de  $d_1, d_2$  e  $d_r$  com  $VS$  e  $GT$

usando todos os dados das tabelas 6.1 e 6.2. A Tabela 6.3 mostra o resumo dos coeficientes de correlação calculados para os dois grupos de pontos sigma.

Tabela 6.3: Resumo dos dados – Coeficientes de correlação.

Corre- lação	r_dr_VS	r_d1_VS	r_d2_VS	r_dr_GT	r_d1_GT	r_d2_GT
Grupo 1	0.561	0.076	-0.057	0.804	-0.110	0.299
Grupo 2	0.329	0.649	-0.001	0.304	-0.321	0.794

Onde:

$r_{di\_VS}$  = coeficiente de correlação entre di e VS.

$r_{di\_GT}$  = coeficiente de correlação entre di e GT.

$i = 1, 2$  e r.

Analisando os resultados obtidos, pode-se observar que a correlação entre d1 e VS é direta e varia de intensidade de acordo com a distância d1, entre 7 % e 65 % . A correlação entre dr e VS é direta e significativa, de 32 % a 56%. A correlação entre d2 e VS é pequena e inversa, variando de 0,1 % a 5 %.

A correlação entre d1 e GT é similar ao que ocorre com d2\_VS, só que ligeiramente mais intensa, de 11 % a 32 % . A correlação entre d2 e GT é direta e mais ou menos intensa conforme a posição de d2, de 29 % a 79 % . A correlação entre dr e GT é direta e bem intensa, dependendo da posição de dr, varia de 30 a 80 % . Algo interessante nos pontos onde  $r \cong 0$  entre duas variáveis, é que a saída fica insensível a pequenas variações dessa variável de entrada, o que permite ajustar o parâmetro desejado pelo posicionamento adequado dos outros elementos, conforme análise da correlação entre eles e a saída.

Pode-se observar que, de maneira geral:

- 1) Quanto mais próximo o refletor estiver do alimentador, maior o ganho e maior o VSWR.
- 2) Afastando o refletor, diminui o VSWR mas cai também o ganho.
- 3) Quanto mais distante o diretor 1, maior fica o VSWR, que sofre algum impacto, e menor o ganho, porém, o impacto de d1 é pequeno em ambos os parâmetros de saída.
- 4) Quanto mais distante o diretor 2, maior o ganho e o VSWR sofre pouco impacto.

Os testes mostraram que nem todas as combinações entre as distâncias envolvidas geram bons resultados. No entanto, algumas combinações se destacam, principalmente quando o refletor e o primeiro diretor estão bastante próximos do alimentador, e à mesma distância em relação à origem. Historicamente, o posicionamento dos elementos, refletores e diretores, sempre foi feito de forma empírica, experimental. Com a utilização dos pontos-sigma e dos coeficientes de correlação, é possível adaptar o processo de otimização. Mais que isso, nós podemos usar análise de regressão para encontrar uma equação de regressão linear que controla a relação entre os parâmetros de entrada e saída. Aplicando o Método de Regressão dos Mínimos Quadrados (BUSSAB, 2013), nós podemos descobrir os coeficientes de regressão para essa equação. Os coeficientes são calculados usando (BUSSAB, 2013):

$$C_r = r_{xy} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad (6.7)$$

Onde:

$C_r$  é o coeficiente de regressão.

$r_{xy}$  é a correlação entre x e y.

$\sigma_y$  é o desvio-padrão de y e

$\sigma_x$  é o desvio-padrão de x.

Suponhamos que as equações de regressão do ganho e do VSWR sejam da forma:

$$GT = a \cdot d_r + b \cdot d_1 + c \cdot d_2 + k \quad (6.8)$$

$$VS = a' \cdot d_r + b' \cdot d_1 + c' \cdot d_2 + l \quad (6.9)$$

Onde:

$a, b, c, a', b'$  e  $c'$  são os coeficientes de regressão de cada parâmetro e  $k$  e  $l$  são os pontos de interseção linear (coeficientes lineares). GT é o ganho total e VS é o VSWR. Usando as equações (6.8) e (6.9), nós obtemos as seguintes equações de regressão para o ganho e VSWR, respectivamente:



$$GT = 8,26 d_r - 1,13 d_1 + 3,07 d_2 + 6,32 \quad (6.10)$$

$$VS = 34,44 d_r + 4,67 d_1 - 3,50 d_2 + 17,71 \quad (6.11)$$

Assim, conhecendo o ganho (GT) ou o VSWR (VS) desejados, você pode encontrar a posição exata para colocar  $d_2$ , uma vez que tenham sido fixadas as posições de  $d_r$  e  $d_1$ . Embora as equações (6.10) e (6.11) sejam relações lineares, nada impede que o procedimento possa ser expandido para mapeamentos polinomiais gerais. Após toda essa teoria, faltava testar a antena na prática, razão pela qual construímos uma antena e executamos vários testes, gerando um relatório de testes. A partir desse relatório, condensamos os resultados mostrados no capítulo 7.

## 7. RESULTADOS DOS TESTES PRÁTICOS

### FASE INICIAL

Devido às dificuldades de conectar a alimentação na antena Yagi Uda, construímos um modelo adaptado chamado Dipolo Dobrado (Folded Dipole). Com esse modelo, fizemos as medições iniciais e realizamos pequenas modificações a fim de otimizar os resultados. Após conseguirmos as primeiras medições, aplicamos o método de regressão linear simples proposto em nosso trabalho para alcançar o VSWR desejado. Primeiro, simulamos no HFSS, que indicou para qual posição deveria ir o refletor, a fim de manter aproximadamente o mesmo ganho e diminuir o VSWR. O resultado na simulação foi muito bom, alcançando o valor esperado. Na execução prática, surgiu uma outra dificuldade, o plano de terra precisaria ser cerca de 50 ou 60 cm maior em comprimento, recurso do qual não dispúnhamos na hora. Para amenizar o problema, fizemos pequenos ajustes no tamanho dos elementos diretores e no formato e posicionamento do alimentador. O ideal seria instalar a antena na parte externa do prédio, preferencialmente um pouco acima deles, a fim de deixar a visada direta com as antenas das transmissoras de TV e minimizar as reflexões e refrações. No entanto, devido à falta de infraestrutura para tal, a antena foi instalada num suporte improvisado dentro do laboratório de testes. Com certeza, o ambiente interno desfavoreceu os resultados dos testes, pois seria impossível controlar influências internas e externas devidas a reflexões e refrações em obstáculos fixos ou móveis. Os testes seguintes foram realizados entre os dias 08 e 10 de outubro de 2018, no Laboratório de Estruturas de Microondas e Ondas Milimétricas (LEMOM), no prédio SG-11, da FT-UnB e gerou um Relatório de Testes da Antena Folded Dipole. Foram utilizados os seguintes instrumentos e componentes auxiliares:

Analizador de espectro.

Fabricante/Marca: Keysight.

Modelo: N9342C Handheld Spectrum Analyzer, 100 KHz – 7.0 GHz.

Analizador de RF Field Fox.

Fabricante: Agilent Technologies.

Modelo: N9912A (6 GHz).

Cabo de RF, similar ao RGC 58, com conector N macho numa ponta e TNC macho na outra. Características técnicas:

- Impedância: 50 Ohms.
- Atenuação: até 33,7 dB/100 m (até 900 MHz).
- Condutor central: cobre.
- Diâmetro externo: 5 mm.
- Capacitância: 81 pF/m.

Adaptador TNC fêmea para N macho. Características técnicas aproximadas:

- Impedância: 50 Ohms.
- Frequência de operação: de 0 a 11 GHz.
- Tensão máxima de operação: 1400 V.
- $VSWR \leq 1,3$  até 4GHz.
- Perda de retorno: 18 dB até 4 GHz.
- Perda de inserção: 0,15 dB até 4 GHz.
- Temperatura de operação: de -65 ° C a 155 ° C.

Suporte da antena (altura média): em torno de 0,90 m a 1 m em relação ao solo.

Configuração de teste 1

Montagem da configuração de teste com o Analisador de Espectro



Figura 7.1: Configuração de teste 1

## Configuração de teste 2

Montagem da configuração de teste com o Analisador de RF (medidor de VSWR e perda de retorno)

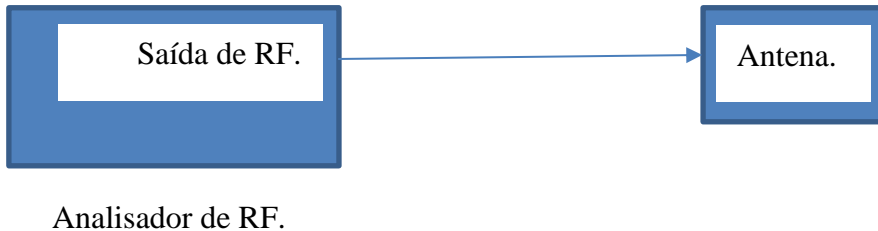


Figura 7.2: Configuração de teste 2

A configuração de teste 1 permite avaliar os sinais das portadoras de RF recebidas pela antena e encaminhadas ao Analisador de Espectro, possibilitando verificar suas frequências e amplitudes. A configuração de teste 2 permite avaliar o VSWR e a perda de retorno da antena. O Analisador de RF gera portadoras na faixa de frequência selecionada e envia para a antena, medindo a quantidade de energia que retorna da mesma. Iniciados os testes, como procedimento inicial, resolvemos verificar em qual faixa larga de frequência ela estava captando sinais, o que gerou o gráfico da Figura 7.3, que vai aproximadamente de 589 MHz a 1,1 GHz.

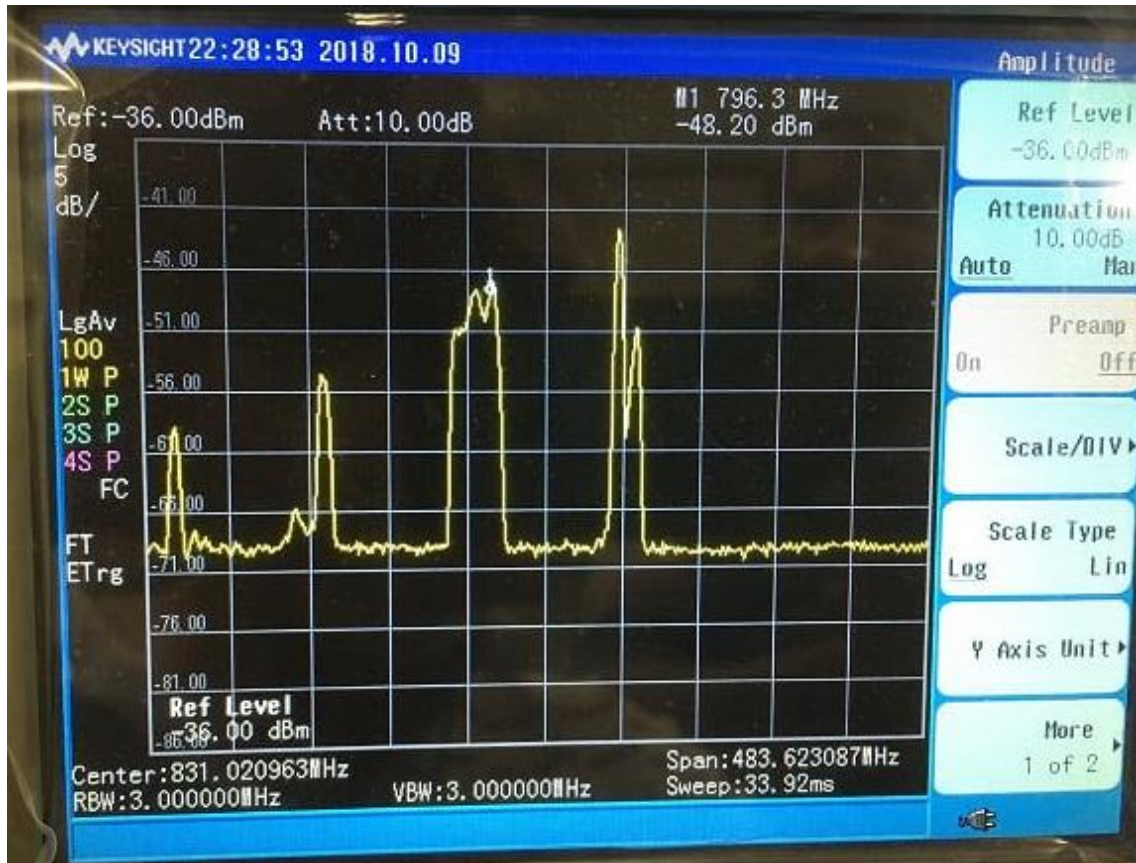


Figura 7.3: Analisador de espectro (589 MHz a 1,1 GHz).

Na sequência, reduzimos a faixa de frequência para uma região mais próxima do que foi calculado e observamos a presença de vários sinais, incluindo alguns canais da TV Digital. A Figura 7.4 mostra o gráfico de varredura entre 400 e 610 MHz, com todos os sinais que foram captados pela antena.

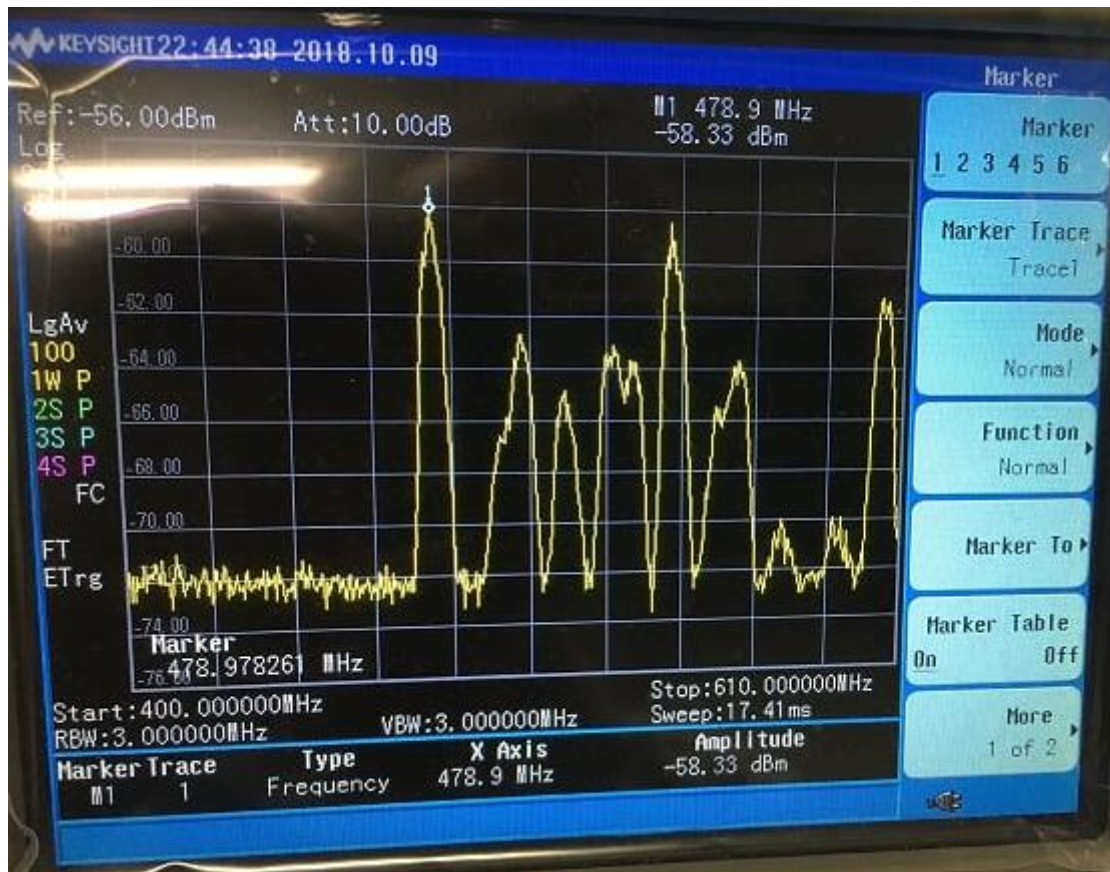


Figura 7.4: Analisador de espectro (de 400 a 610 MHz).

Para começar o processo de otimização, fizemos o cálculo da nova posição de  $d_r$  para alcançar um VSWR igual a 2. Encontramos  $d_r = -0,46$  m. Para alcançar um VSWR igual a 4,  $d_r$  seria igual a  $-0,40$  m. Em qualquer caso, precisaríamos deixar uma distância livre até o fim do plano de aproximadamente 15 cm, já que  $\frac{\lambda}{4} = 14,44$  cm. Por não termos um plano de terra com tais dimensões, decidimos ajustar o comprimento dos diretores, aumentando ou diminuindo seu tamanho entre 5 e 10% e testando para ver quais as melhores combinações. Além disso, modificamos também o comprimento e a forma do alimentador, buscando o melhor desempenho em termos de ganho e VSWR. A variação do comprimento do alimentador, aumentando ou diminuindo seu tamanho, não contribuiu positivamente no processo. No entanto, a modificação da forma, aproximando ou afastando a ponta do alimentador do próprio conector tipo N ou do refletor, apresentou melhores resultados. Por fim, colocamos uma pequena carga de massa metálica na ponta do alimentador, o que mudou significativamente os resultados.

## Procedimento geral e resultados

Partindo da descoberta anterior, referente ao formato do alimentador e à colocação da pequena carga na ponta (carga de topo), começamos a observar valores adequados para o VSWR. De antemão, pelo fato da antena ter sido projetada para trabalhar aproximadamente no centro da primeira faixa da TV digital no Brasil, decidimos estreitar a banda de teste, trabalhando entre 470 MHz e 610 MHz. O fim da primeira faixa, oficialmente, é em 608 MHz. A configuração inicial da antena foi resumida na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Configuração inicial da antena.

	Elementos	Comprimento	Distâncias					
			d <sub>i</sub> - alimentador		F <sub>p</sub> - refletor		d <sub>2</sub> - F <sub>p</sub>	
			(λ)	cm	(λ)	cm	(λ)	cm
Configuração inicial	d1	13	0,25	14,44	NA	NA	NA	NA
	d2	13	0,75	43,32	NA	NA	0,33	19,06
	d <sub>r</sub>	15,9	-0,25	-14,44	0,3	17,33	NA	NA

Onde:

$F_p$ : Fim do plano

$d_1$ : distância do diretor 1

$d_2$ : distância do diretor 2

$d_r$ : distância do refletor

$d(a - b)$ : distância de a até b

$i = 1, 2, r$

NA: Não se aplica

## Características dos elementos

Alimentador:

- Formato do dipolo dobrado, quase um retângulo inicialmente;
- Lados maiores (comprimento) = 12,13 cm e lado menor (largura) = 5,26 cm;
- Comprimento total: variando entre 29,52 e 30,04 cm;
- Raio projetado: 0,3 cm;

- Raio final: 0,75 mm (1,5 mm de diâmetro);
- Raio dos diretores e refletores: aproximadamente 0,3 cm.

### Dados específicos obtidos no simulador

A frequência projetada foi de 519,25 MHz, que corresponde a um  $\lambda$  de aproximadamente 57,77 cm. A Tabela 7.2 condensa os resultados obtidos na simulação para o melhor caso.

Tabela 7.2: Resultados obtidos na simulação.

Melhor caso (MC)													
							BW (MHz)						
Freq. (MHz)	$\lambda$ (cm)	$\lambda/4$ (cm)	VSWR	GT (dB)	Q	1/Q	10 dB	6 dB	3 dB	$f_c$ (S11 min) MHz	$f_c$ (BW) MHz	$f_a$ (MHz)	$f_b$ (MHz)
519,25	57,77	14,44	1,37	7,16	7,5	0,13	75	79	81	540	562,5	600	525

Onde:

BW: bandwidth

$f_{c_{s11min}}$  = frequência onde  $S_{11}$  é mínimo

$f_{c_{BW}}$  = frequência central da banda

$f_a$  = frequência alta, final da banda

$f_b$  = frequência baixa, início da banda

Os resultados obtidos durante a simulação foram considerados muito bons. Restava agora fazer os testes práticos para podermos comparar os resultados.

### Dados obtidos nos testes práticos em laboratório

Baseado nos primeiros resultados, fizemos um novo refinamento na faixa de frequência, que agora seria de 470 a 570 MHz. Utilizamos várias configurações de teste e fomos modificando o tamanho e a ordem dos diretores e a forma do alimentador até conseguirmos resultados bem satisfatórios. Para simplificar os dados dos resultados, foi construída a Tabela 7.3.



Tabela 7.3: Resultados mais significativos.

Nº do teste	Comprimento (cm)			MC							fc (MHz)	Obs.
				Alimentador	Refletor	RL	VSWR					
	d1	d2	dr				Modelo	Modelo	dB	fb		
5	12	11	15,9	A1	R1	NM	5,69	10,07	<b>1,74</b>	<b>504</b>	1	
13	12	11	15,9	A1	R1	15,55	5,98	6,62	<b>1,43</b>	<b>497</b>	2	
14	12	11	15,9	A1	R1	19,79	5,31	5,95	<b>1,27</b>	<b>501</b>	3	

Onde:

RL (Return Loss): em dB.

MC (Melhor caso): frequência e RL ou VSWR em que ocorreu o melhor resultado.

NM: Não medido

R1 (refletor padrão): com  $r = 15,9$  cm.

A1 (Alimentador padrão): 12 + 4,3 + 12 (cm)

#### Observações:

- 1) Ponta do alimentador mais próxima do conector N ( $\approx 1$  cm, com carga e dipolo no sentido do eixo). A Figura 7.3 mostra a antena montada com o detalhe do alimentador com a massa metálica.

Foram realizados 14 testes para melhorar o casamento de impedância da antena. Para tanto foi utilizada uma massa metálica, próxima à ponta do alimentador, como carga de topo. O posicionamento desta carga foi feito ao longo destes testes até encontrarmos uma configuração com melhor desempenho. As Figuras 7.5-7.10 exemplificam parte deste processo.



Figura 7.5: Posição e forma do alimentador no Teste 5.

- 2) Distância da ponta do alimentador ao conector N: 2 a 3 mm com duas cargas (garra jacaré).
- 3) Distância da ponta do alimentador ao conector N: 2 a 3 mm com duas cargas (garra jacaré). Colocada mais uma carga no alimentador, próxima ao conector N, no sentido do eixo. Em alguns momentos o VSWR chegou a 1,23 (teste 14), mas estabilizou em 1,27.

A Figura 7.6 mostra o gráfico do VSWR correspondente ao teste 5, primeiro teste com casamento satisfatório.

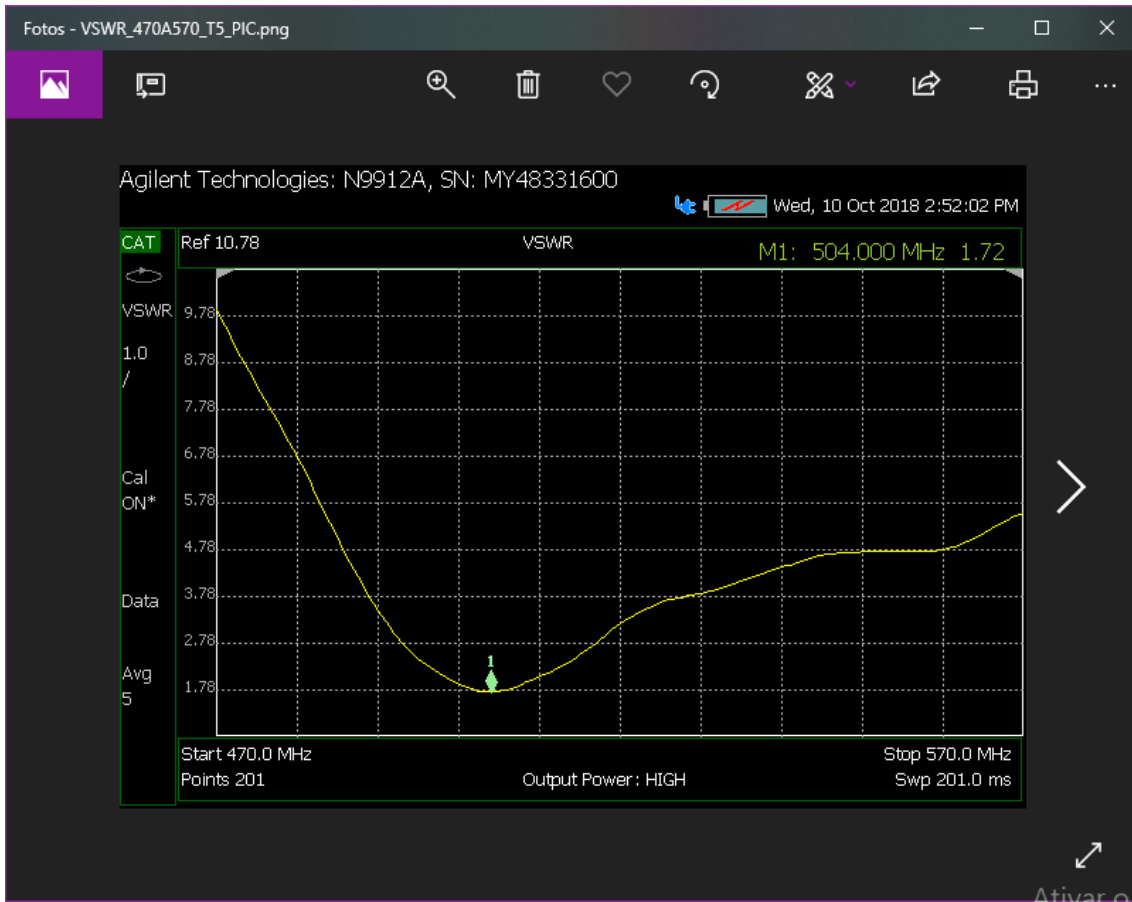


Figura 7.6: Resultado do teste 5 (VSWR).

Na sequência, melhorando o resultado a cada teste, conseguimos um resultado muito significativo no décimo terceiro teste. Um detalhe da forma e posicionamento do alimentador no Teste 13 é mostrado na Figura 7.7.

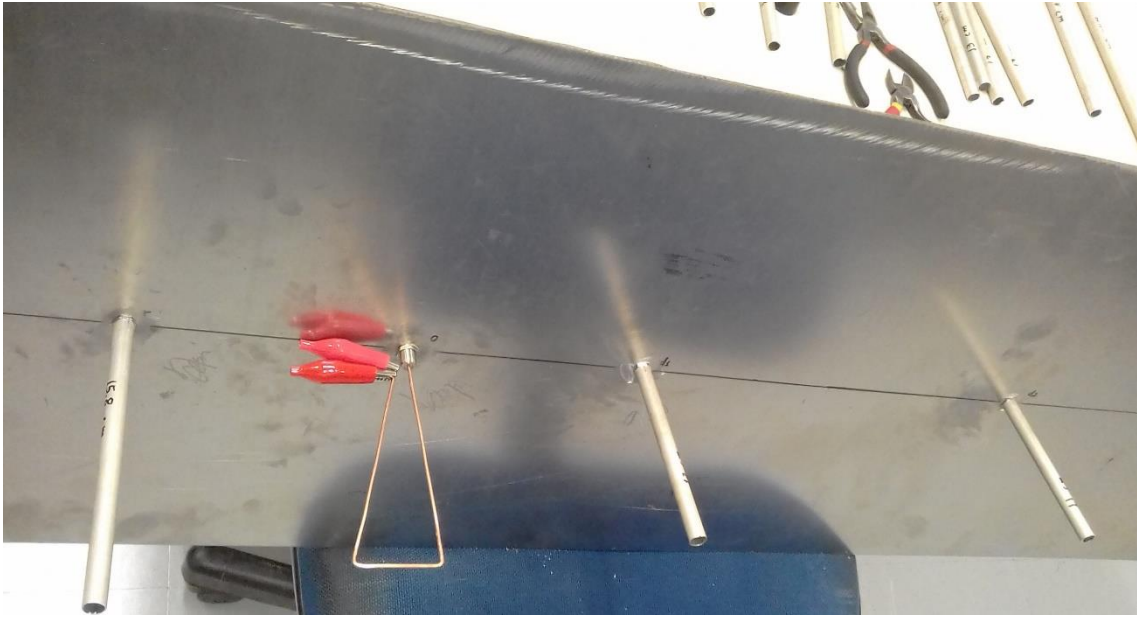


Figura 7.7: Detalhe da forma e posicionamento do alimentador (Teste 13).

E finalmente, chegamos a um ponto considerado o suficiente para comprovar os resultados teóricos e simulados, com o décimo quarto teste.

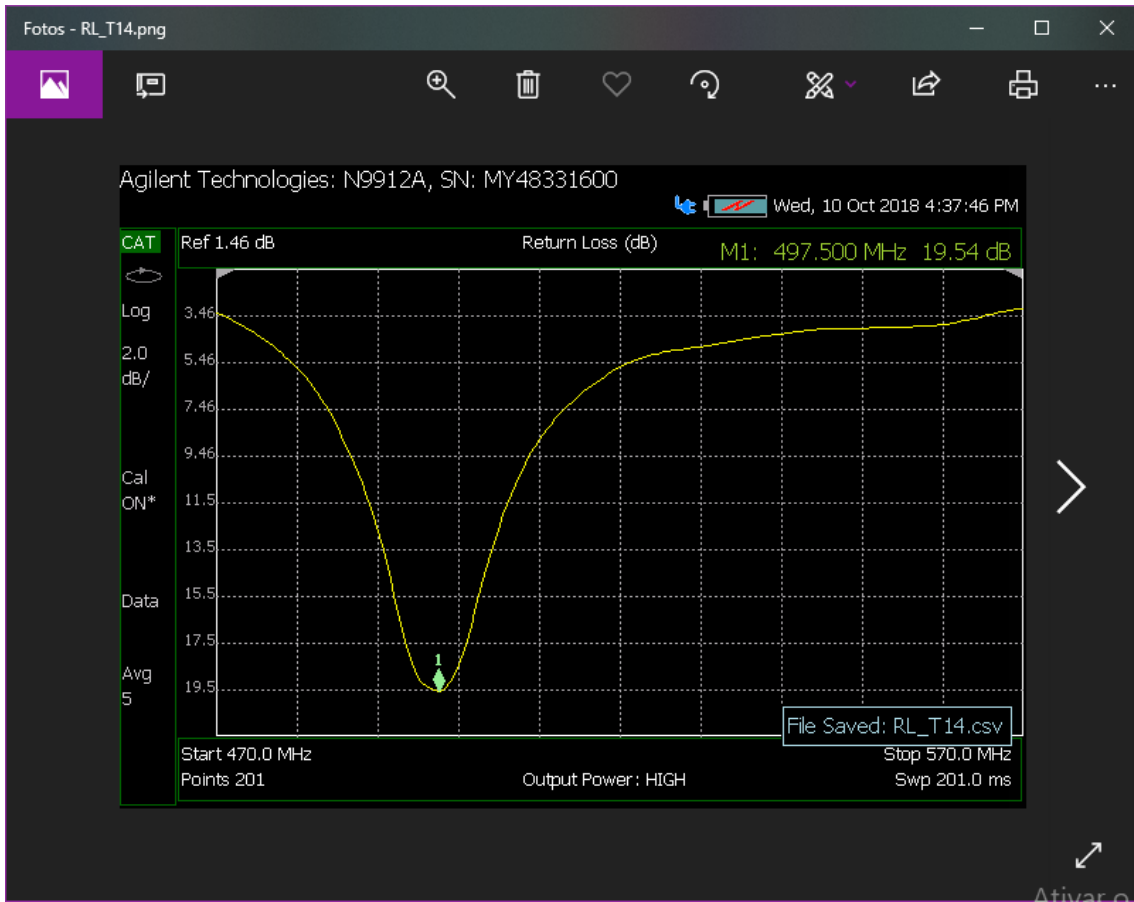


Figura 7.8: Perda de retorno do teste 14.



Figura 7.9: Configuração final do alimentador (Teste 14).

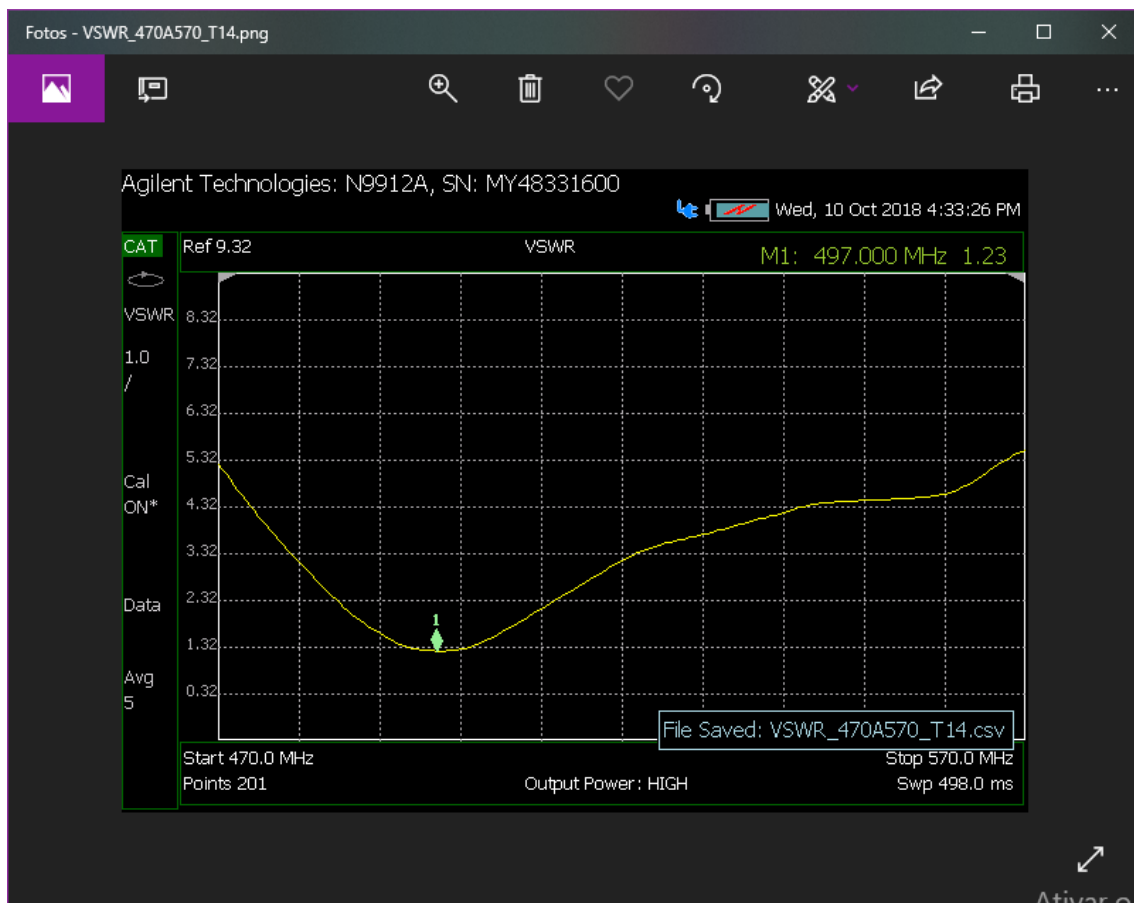


Figura 7.10: Resultado do Teste 14 (VSWR).

Como podemos observar no resultado do último teste, atingimos um valor de VSWR comparável ao do simulador. De uma maneira geral, a antena apresentou resultados de VSWR e perda de retorno muito bons, dentro do esperado, de acordo com a simulação realizada.

### Análise do ganho

Calculamos o ganho medindo o nível de sinal recebido em várias frequências diferentes e comparando com o nível de ruído para cada uma delas, quando a antena não estava conectada. Sintonizava-se uma portadora, anotava a frequência exata e o nível de sinal recebido. Desconectava a antena, mantendo o cursor exatamente na mesma posição que se encontrava, na mesma frequência, e observava o nível de ruído, já que a portadora não chegava no instrumento, uma vez que a antena estava desconectada. Considerando que o ganho simulado foi de 7,16 dB, podemos observar que nossa antena alcançou a

expectativa e, em alguns pontos, até superou a expectativa. A Tabela 7.4 traz uma lista dessas frequências observadas.

Tabela 7.4: Lista de frequência e ganho calculado

Freq. (MHz)	Potência RX (dBm)	Nível do ruído (dBm)	Ganho (dB)
478,5	-62,47	-71,00	8,53
478,9	-58,33	-71,00	12,67
502,7	-63,56	-71,33	7,77
513,2	-65,43	-71,00	5,57
514,1	-64,72	-71,73	7,01
526	-62,34	-71,73	9,39
526,9	-62,97	-71,00	8,03
536,7	-63,87	-72,07	8,20
544,2	-59,51	-71,76	12,25
544,7	-60,14	-71,00	10,86
551,1	-63,77	-72,22	8,45
563,4	-63,62	-71,00	7,38
575,3	-71,23	-72,89	1,66
592,1	-70,39	-72,48	2,09
604,9	-61,11	-72,19	11,08

Deve-se observar que os valores constantes da Tabela são resultantes da leitura direta no Analisador de Espectro, ou seja, não foi feito nenhum acréscimo a título de compensação por perdas no cabo e nas conexões. Caso essa compensação fosse feita, o ganho poderia melhorar em torno de 1 dB.

Numa análise um pouco mais profunda, com relação à tabela de ganho, há um fator que deve ser levado em consideração: a reflexão da própria antena. Tecnicamente

a potência recebida sem antena é dada por  $P_0$ . Já a potência recebida com a antena é dada por

$$P_1 = P_0 \cdot G_{ant} \cdot (1 - \gamma^2) \quad (7.1)$$

Onde  $\gamma$  é o coeficiente de reflexão da antena, que pode ser obtido do VSWR:

$$\gamma = \frac{(VSWR - 1)}{(VSWR + 1)} \quad (7.2)$$

E  $G_{ant} = G_0$  é o ganho da antena. Por outro lado, temos que levar em conta também o VSWR. Neste caso a potência recebida é dada por

$$P_1 = G_0 \cdot \frac{(VSWR^2 - 1)}{(VSWR^2 + 1)} \cdot P_0 \quad (7.3)$$

Onde:

$P_1$ : potência com antena

$P_0$ : potência sem antena

$G_0$ : Ganho da antena

Isso quer dizer que podemos calcular  $G_0$  ou  $P_0$ , da seguinte forma:

$$G_0 = \frac{P_1}{P_0} \cdot \frac{(VSWR^2 + 1)}{(VSWR^2 - 1)} \rightarrow P_0 = \frac{P_1 \cdot (VSWR^2 + 1)}{G_0 \cdot (VSWR^2 - 1)} \quad (7.4)$$

## 7.1 FASE DE OTIMIZAÇÃO

Os testes a seguir foram realizados no dia 05 de novembro de 2018, no mesmo laboratório e com os mesmos instrumentos de teste da fase inicial. Aproveitando o Dipolo Dobrado (*Folded Dipole*) dos testes iniciais, recalculamos novos pontos sigma para teste e verificação de resultados. Como será mostrado não surgiram variações significativas. Na verificação inicial, observamos em qual faixa larga de frequência ela estava captando



sinais, o que gerou os gráficos das figuras 7.11 e 7.12, que vão aproximadamente de 589 MHz a 1,1 GHz e 100 MHz a 1,1 GHz, respectivamente.

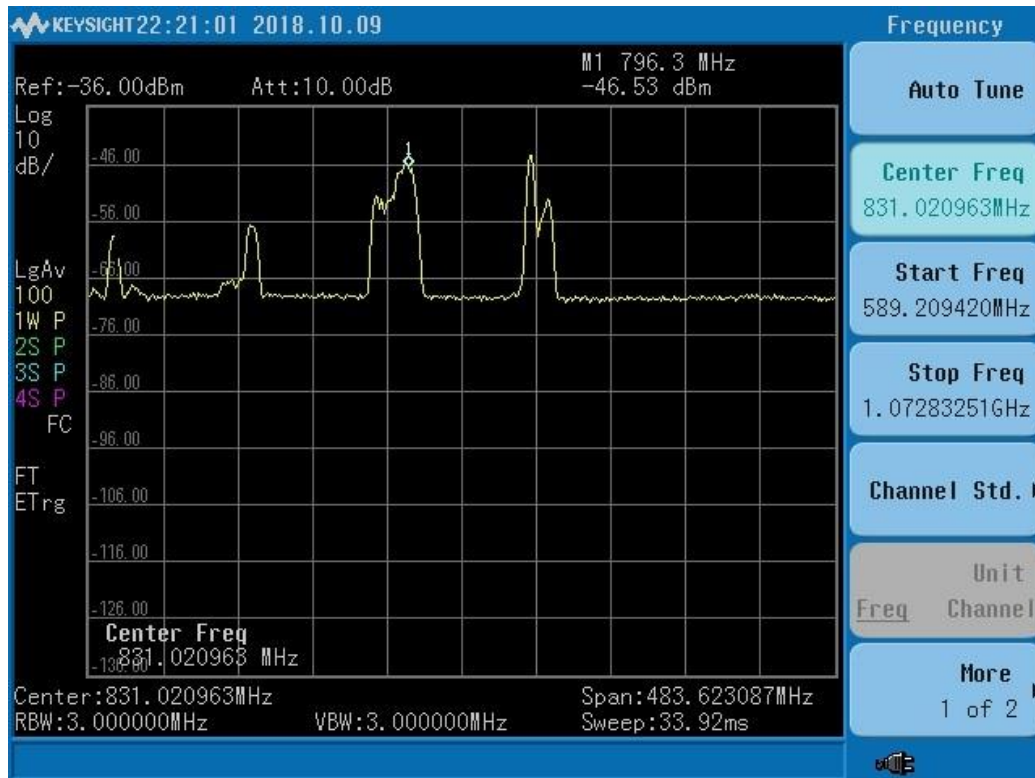


Figura 7.11: Analisador de espectro (589 MHz a 1,1 GHz).

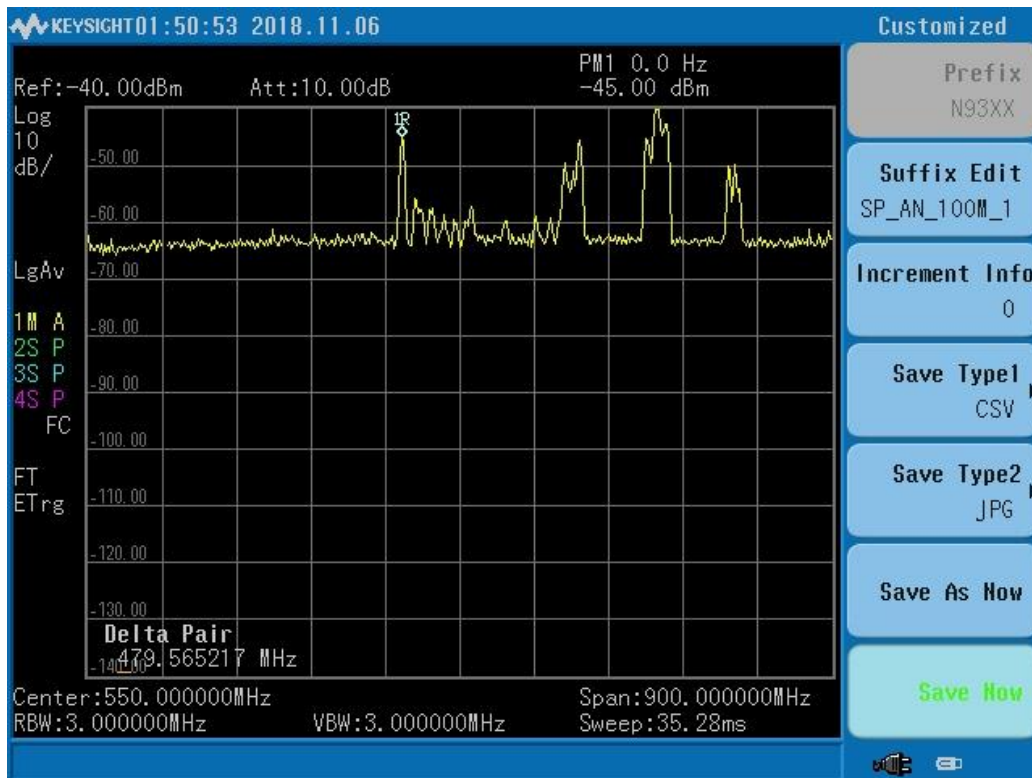


Figura 7.12: Analisador de espectro (de 100 MHz a 1,1 GHz).

Na sequência, reduzimos a faixa de frequência para uma região mais próxima do que foi calculado e observamos a presença de vários sinais, incluindo os mesmos canais anteriores da TV Digital. A Figura 7.13 mostra o gráfico de varredura entre 400 e 610 MHz, com todos os sinais que foram captados pela antena. Na foto, o marcador se encontra no último pico.

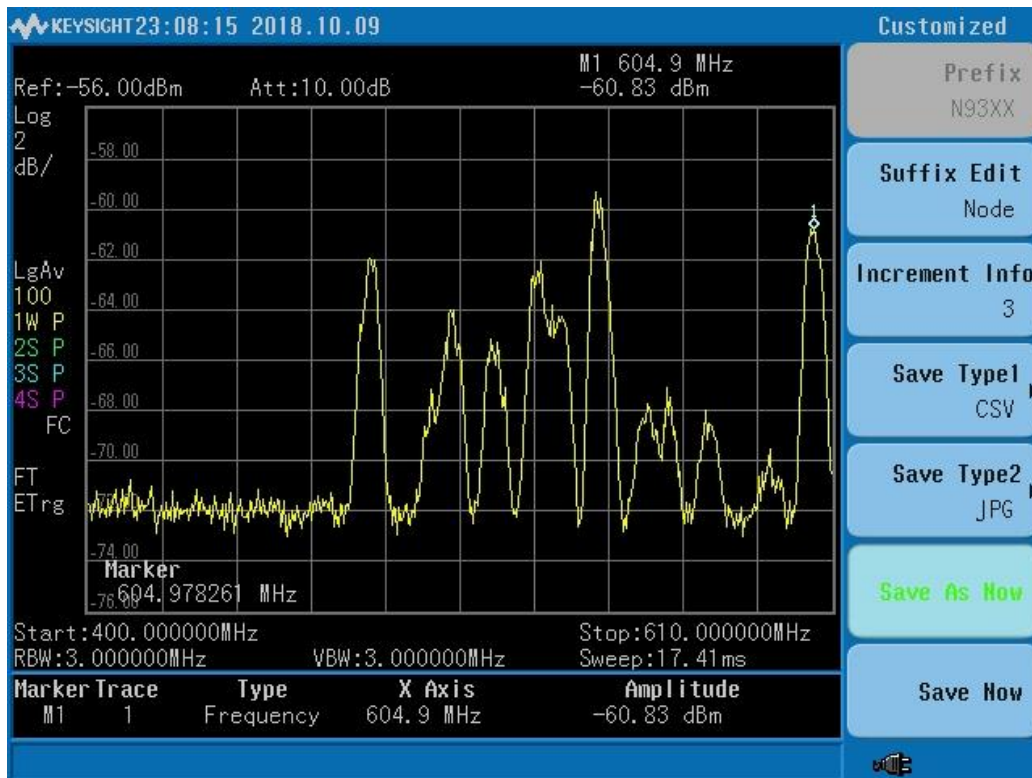


Figura 7.13: Analisador de espectro (de 400 a 610 MHz).

### Procedimento inicial

Começamos o processo de otimização testando uma configuração com cinco pontos sigma, dispostos de tal maneira que ficamos com um alimentador (origem do sistema), um refletor e quatro diretores. Nessa configuração,  $X \sim U(0, 1)$ . Veja a Figura 7.14.



Figura 7.14: Antena com 5 pontos sigma ( $X \sim U(0,1)$ ).

Tivemos que fazer pequenas modificações na forma do alimentador, pois os elementos estavam muito próximos e não foi possível manter a forma original, principalmente para a distribuição no intervalo de 0 a  $0,5 \lambda$ ; sempre buscando o melhor desempenho em termos de ganho e VSWR.

### Procedimento geral e resultados

Com o reposicionamento dos elementos, o pequeno ajuste na forma do alimentador e a colocação da pequena carga na ponta, voltamos a observar valores adequados para o VSWR. A banda de teste foi entre 400 MHz e 610 MHz. A configuração inicial da antena, nessa fase de otimização, é mostrada na Tabela 7.5.

Tabela 7.5: Configuração inicial da antena (fase de otimização).

Configu- Ração  inicial	Elemen- tos	Compri- mento  (cm)	Distâncias					
			$d_i$ - alimentador		Fp - refletor		d4 - Fp	
			( $\lambda$ )	cm	( $\lambda$ )	cm	( $\lambda$ )	cm
	d1	13	0,07	4,04	NA	NA	NA	NA
	d2	13	0,33	19,06	NA	NA	NA	NA
	d3	13	0,67	38,7	NA	NA	NA	NA
	d4	13	0,93	53,7	NA	NA	0,33	24
	dr	15,9	-0,07	-4,04	0,47	27,5	NA	NA

Onde:

$F_p$ : Fim do plano

$d_1$ : distância do diretor 1

$d_2$ : distância do diretor 2

$d_3$ : distância do diretor 3

$d_4$ : distância do diretor 4

$d_r$ : distância do refletor

$d(a - b)$ : distância de a até b

NA: Não se aplica

As características dos elementos são basicamente as mesmas da primeira fase de testes, apenas o lado menor do dipolo dobrado (largura) foi reduzido para 3,5 cm.

#### Dados específicos obtidos no simulador:

Os dados para simulação e as siglas usadas foram os mesmos da fase inicial de testes, antes da otimização. A Tabela 7.6 condensa os resultados do melhor caso.

Tabela 7.6: Resultado do teste de otimização no simulador.

Melhor caso (MC)													
							BW (MHz)						
Freq. (MHz)	$\lambda$ (cm)	$\lambda/4$ (cm)	VSWR	GT (dB)	Q	1/Q	10 dB	6 dB	3 dB	fc (S11 min) MHz	fc (BW) MHz	fa (MHz)	fb (MHz)
519,25	57,77	14,44	1,55	7,08	7,5	0,13	75	79	81	540	562,5	600	525

### Resultados dos testes práticos obtidos em laboratório

A configuração dos elementos nessa fase de otimização, com X~U (0, 1), é mostrada na Tabela 7.7. Nela, é possível verificar que já no quarto teste, conseguimos um resultado aceitável. O quinto teste do processo de otimização já apresentou um resultado surpreendentemente bom. Na sequência, o resultado do sexto teste foi ligeiramente melhor.

Tabela 7.7: Configuração dos elementos nessa fase de otimização, com X~U (0, 1).

MC														
Nº do teste	Comprimento (cm)					Alimentador	Refletor	RL	VSWR					
	d1	d2	d3	d4	dr	Modelo	Modelo	dB	fb	fa	fc	fc (MHz)	Obs.	
1	13	13	13	13	15,9	A1	R1	NM	105	21,7	21,7	505	1	
4	13	13	13	13	15,9	A1	R1	NM	66,6	20	1,82	477,7	2	
5	13	13	13	13	15,9	A1	R1	NM	41,6	34	1,34	443,05	3	
6	13	13	13	13	15,9	A1	R1	NM	46,6	16	1,33	444,1	4	



Figura 7.15: Curva inicial do VSWR sem nenhum tipo de ajuste (5 pontos sigma).

Obs. 1: Alimentador perpendicular ao eixo.

Obs. 2: Alimentador quase no sentido do eixo, com a ponta mais próxima do diretor 1.

Com uma (01) carga metálica na ponta, acompanhando o sentido do alimentador.

Obs. 3: a) Alimentador no sentido do eixo, com a ponta mais próxima do diretor 1, com uma (01) carga metálica na ponta, acompanhando o seu alinhamento.

Obs. 4: Nova dobradura do alimentador, mais estreito.

Lado maior = 17 cm, lado menor = 2 cm, lado médio  $\approx$  10 cm

A posição e a forma do alimentador no teste 5 são mostrados na Figura 7.16.

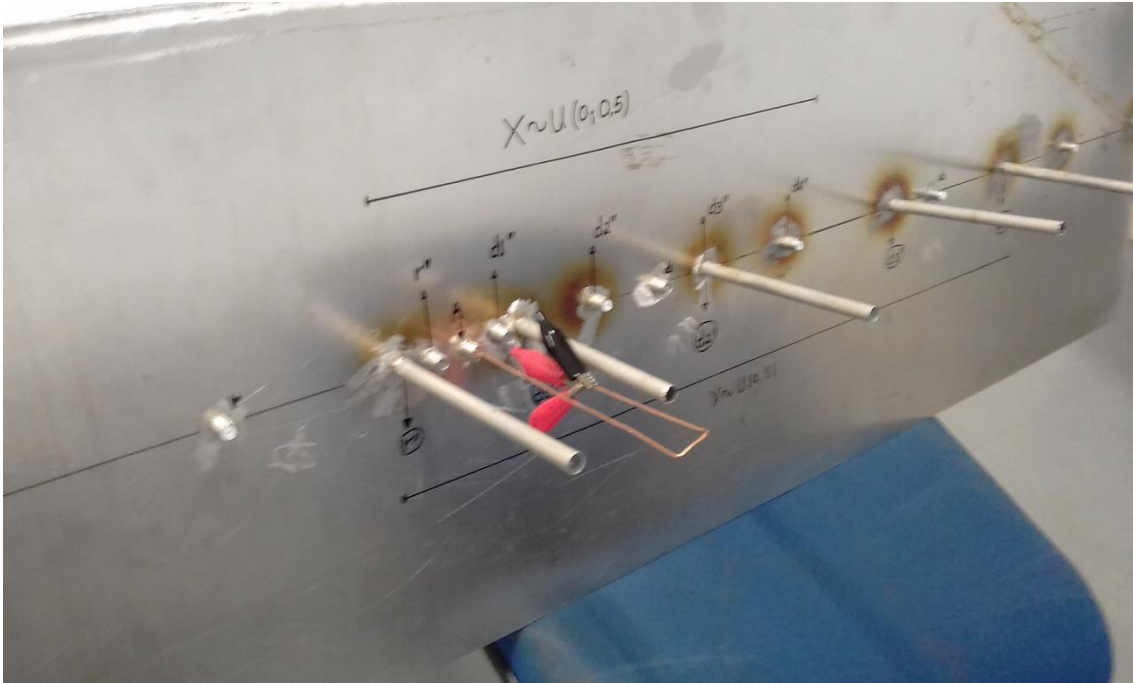


Figura 7.16: Posição e forma do alimentador no Teste 5.

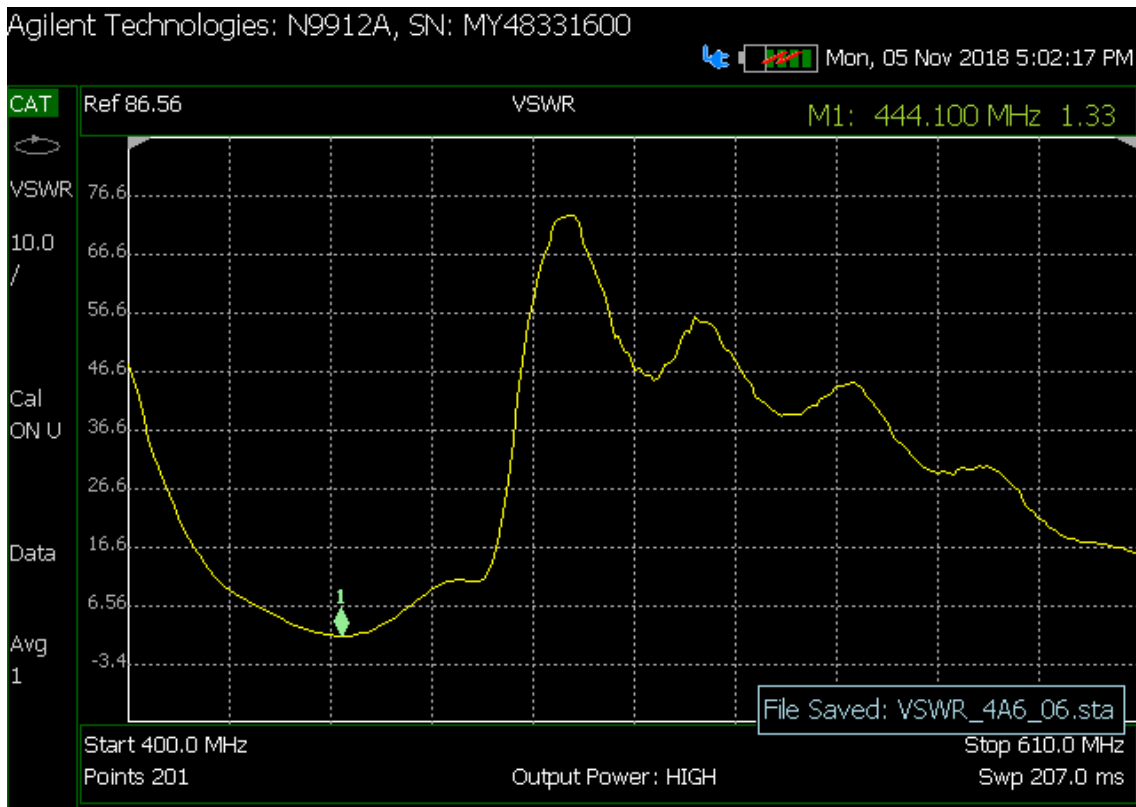


Figura 7.17: Resultado do Teste 6 (VSWR).



Nova configuração:  $X \sim U(0; 0,5)$

A partir desse ponto, os testes foram feitos com uma nova configuração, usando uma distribuição onde  $X \sim U(0; 0,5)$ . Logo no primeiro teste dessa nova configuração, o resultado do VSWR foi bem melhor que o primeiro teste da configuração anterior. Dando continuidade à sequência de testes, reiniciamos no sétimo teste. A Tabela 7.8 resume os resultados alcançados.

Tabela 7.8: Configuração dos elementos nessa fase de otimização, com  $X \sim U(0; 0,5)$ .

Nº do teste	Comprimento (cm)					MC							Obs.
						Alimentador	Refletor	RL	VSWR			fc (MHz)	
									Modelo	Modelo	dB		
7	13	13	13	13	15,9	A1	R1	NM	25	131	3,11	508,15	5
9	13	13	13	13	15,9	A1	R1	NM	20	225	1,68	452,5	6
11	13	13	13	13	15,9	A1	R1	NM	41,6	34	1,27	487,15	7
12	13	13	13	13	15,9	A1	R1	NM	42,9	7,88	1,16	486,1	8
13	13	13	13	NA	15,9	A1	R1	NM	14,8	9	1,03	477,7	9
14	13	13	13	13	15,9	A1	R1	NM	14,5	9	1,21	480,85	10

É possível verificar que já no nono teste, obtivemos um resultado satisfatório. O Teste 11 já apresentou um VSWR melhor que o valor simulado. E assim, continuando, o Teste doze alcançou um resultado excelente.

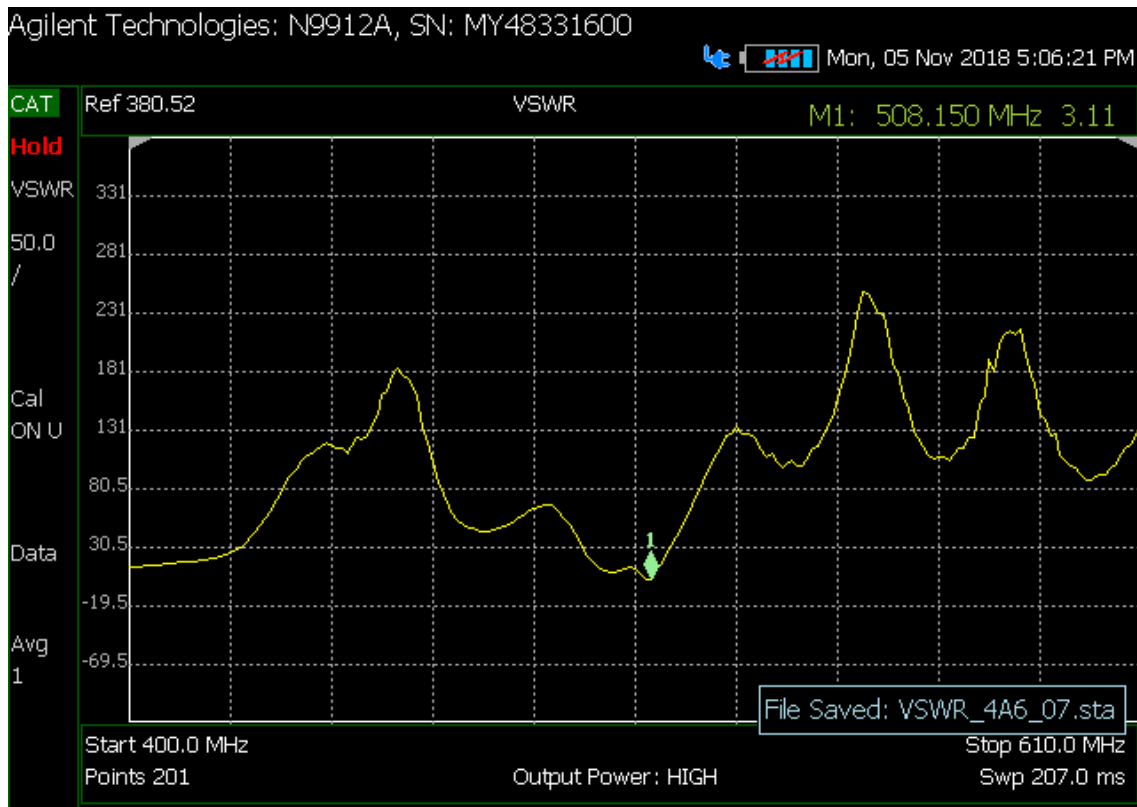


Figura 7.18: Resultado do teste 7 (VSWR), com  $X \sim U(0;0,5)$ .

Obs. 5: Alimentador perpendicular ao eixo, sem carga metálica na ponta.

Obs. 6: Alimentador no sentido do eixo com a ponta bem próxima ao conector N. Com 02 (duas) cargas metálicas na ponta.

Obs. 7: Alimentador quase no sentido do eixo, próximo ao diretor 1, sem carga metálica na ponta.

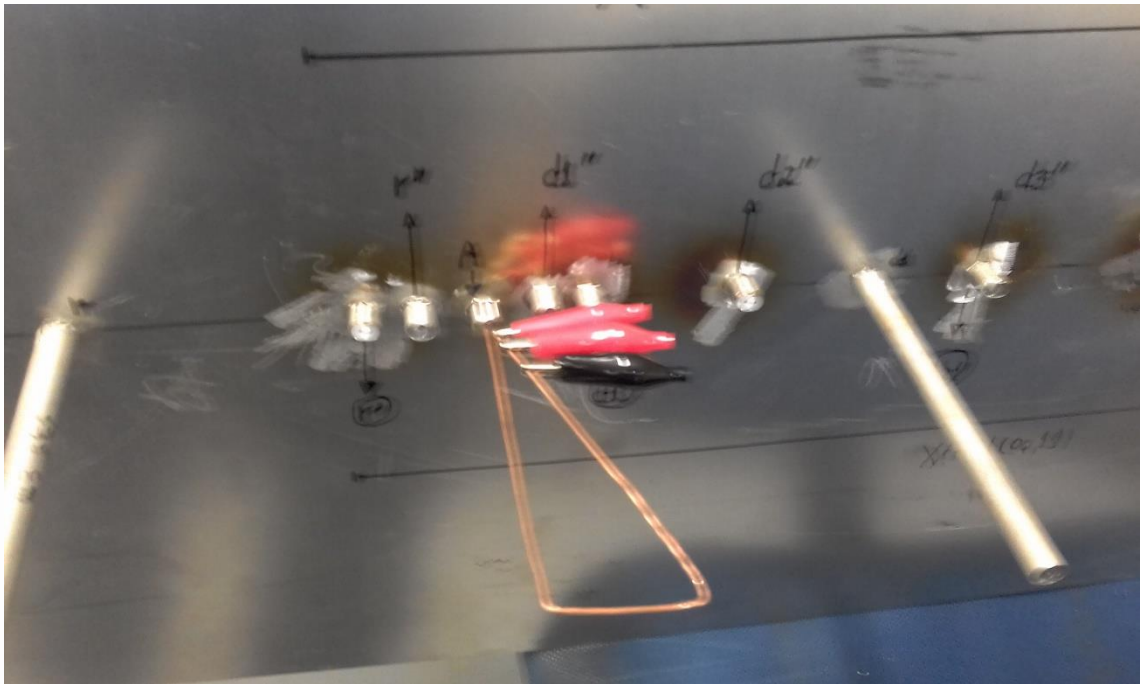


Figura 7.19: Configuração do alimentador no teste 12.

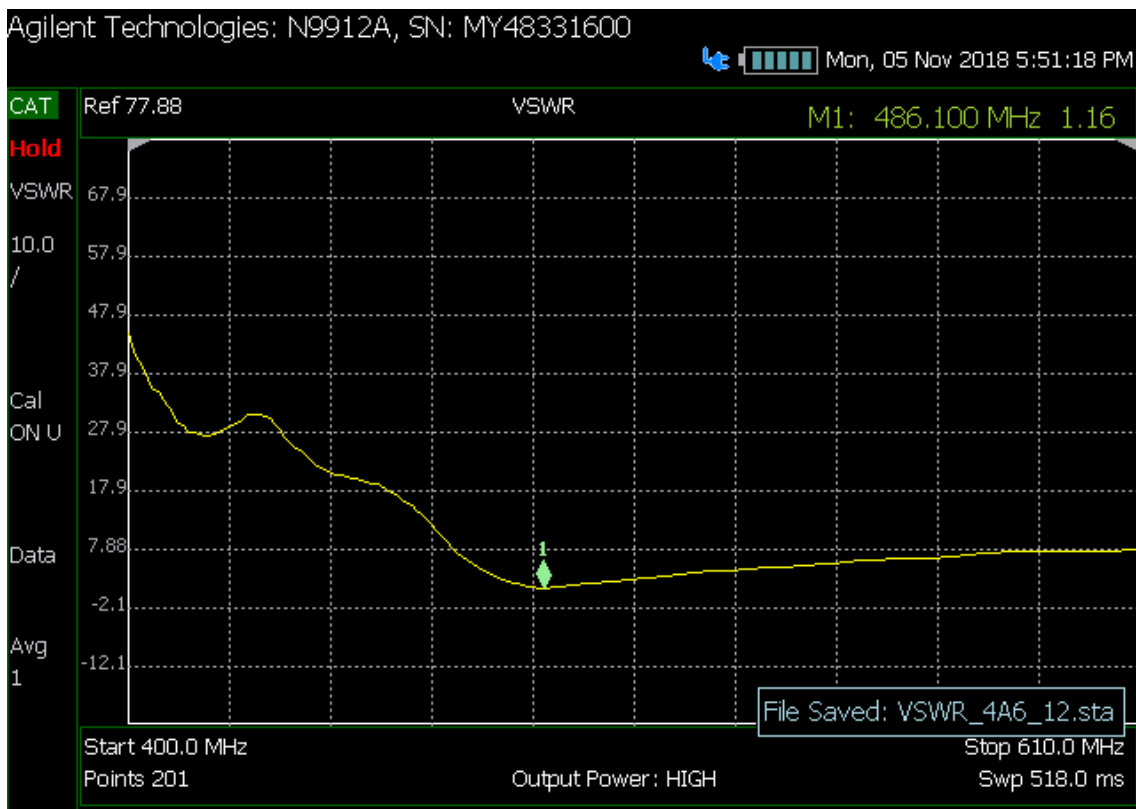


Figura 7.20: Resultado do teste 12 (VSWR), com  $X \sim U(0;0,5)$ .

Obs. 8: Alimentador no sentido do eixo com a ponta bem próxima ao conector N. Com 03 (três) cargas metálicas em paralelo na ponta.

Os dois testes seguintes foram feitos a título de especulação, pois já tínhamos considerado o resultado final de VSWR satisfatório nas duas configurações.

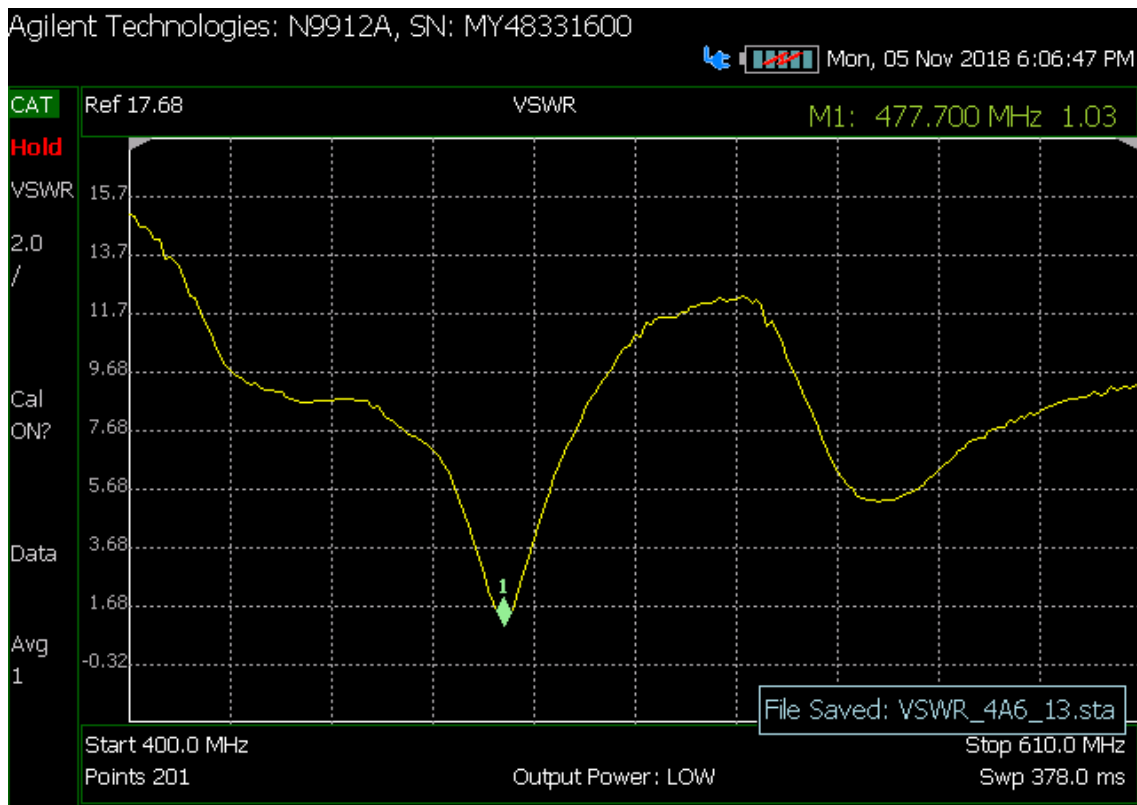


Figura 7.21: Resultado do Teste 13 (VSWR), com  $X \sim U(0;0,5)$ .

Obs. 9:

a) Alimentador no sentido do eixo com a ponta bem próxima ao conector N. Com 01 (uma) carga metálica na ponta.  $X \sim U(0,1)$ , mas sem o quarto diretor.

Distância da ponta do alimentador ao conector N: 2 a 3 mm.

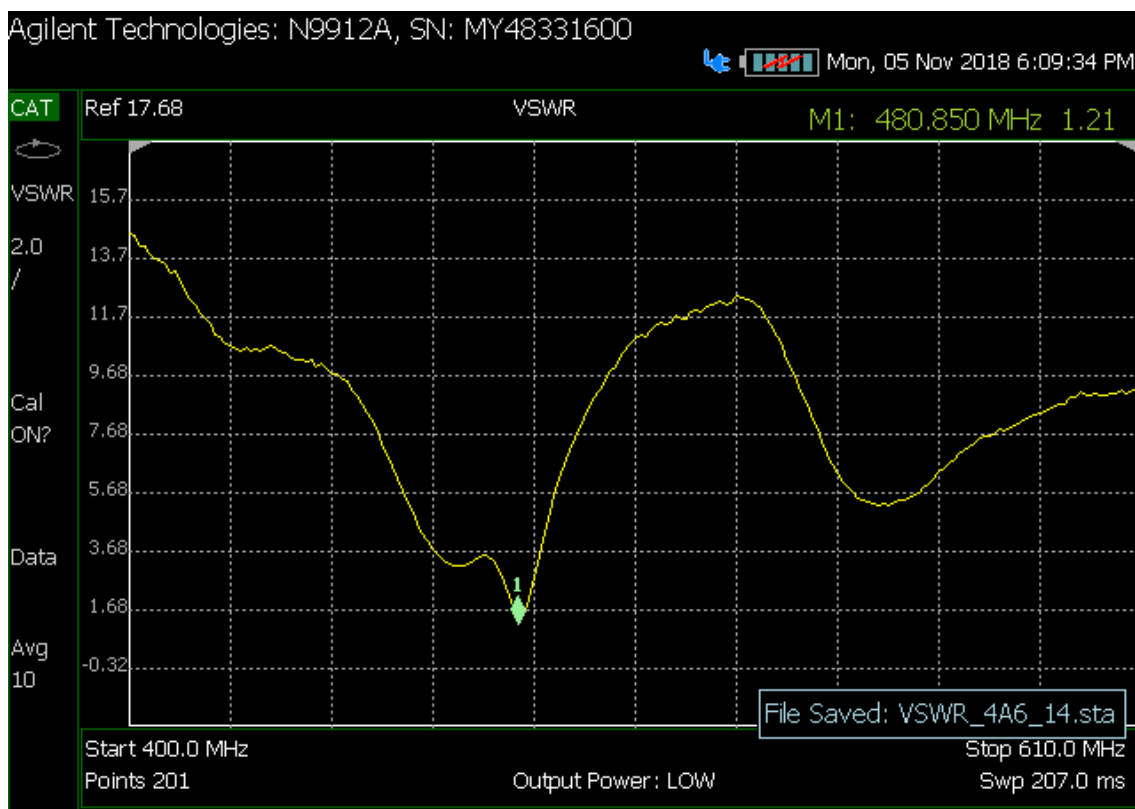


Figura 7.22: Resultado do teste 14 (VSWR).

Obs. 10: Idem ao teste 13, porém, foi recolocado o quarto diretor.

Como podemos observar no resultado do último teste de cada configuração básica, atingimos um valor de VSWR um pouco melhor que o esperado no simulador. De uma maneira geral, a antena apresentou resultados de VSWR muito bons, dentro do esperado, coerente com a simulação realizada. A configuração com distribuição uniforme entre 0 e 1 se mostrou mais estável e a configuração com distribuição uniforme entre 0 e 0,5 ofereceu muita dificuldade para acomodar o alimentador com as cargas, pois o espaço disponível para pequenas manobras era muito pequeno.

### Análise do ganho

Da mesma forma que na fase inicial de testes, conseguimos calcular o ganho medindo o nível de sinal recebido em várias frequências diferentes e comparando com o nível de ruído para a mesma frequência, ao desconectar a antena. Considerando que o ganho simulado foi de 7,08 dB, podemos considerar que nossa antena alcançou a

expectativa, uma vez que foi observado um ganho médio entre 2 e 3 dB com relação às frequências observadas no primeiro relatório de testes, isso com relação à distribuição uniforme entre 0 e 1, com quatro pontos sigma. A Tabela 7.9 mostra alguns resultados.

Tabela 7.9: Lista de frequência e ganho calculado ( $X \sim U(0,1)$ ), 4 pontos sigma.

Freq. (MHz)	Potência RX (dBm)	Nível do ruído (dBm)	Ganho (dB)
479,80	-56,13	-71,00	14,87
500,8	-52,08	-71,00	18,92
513,16	-49,12	-71,00	21,88
531,9	-50,44	-71,00	20,56
543,8	-46,87	-71,00	24,13
563,4	-46,01	-71,00	24,99
575,7	-63,33	-71,00	7,67
591,2	-60,29	-71,00	10,71
603,6	-58,95	-71,00	12,05
604,9	-60,83	-71,00	10,17

Apenas para fazer uma observação, comparando esses valores com os dados da tabela equivalente da primeira fase, Tabela 7.4, algumas frequências bem próximas apresentam um resultado coerente, compatível com um ganho de 2 a 3 dB. Estes resultados indicam que este procedimento precisa de uma investigação mais detalhada a respeito do ganho da antena.

## **8. COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS TEÓRICOS E OS PRÁTICOS**

Após tantos estudos teóricos e testes práticos, é conveniente fazer uma breve comparação para averiguar a validade de nosso processo. Como visto anteriormente, os testes mostraram que nem todas as combinações entre as distâncias envolvidas geram bons resultados. No entanto, algumas combinações se destacam, principalmente quando o refletor e o primeiro diretor estão bastante próximos do alimentador, e à mesma distância em relação à origem. Se você escolhe uma dessas boas opções para otimizar, que foi o que fizemos em nosso trabalho, os resultados finais podem ser muito promissores e, por vezes, superando a expectativa inicial. Como foi possível observar no resultado dos últimos testes de cada configuração, atingimos um valor de VSWR um pouco melhor que o esperado no simulador. De uma maneira geral, a antena apresentou resultados de VSWR e perda de retorno muito bons, dentro do esperado, coerentes com as simulações realizadas. A configuração com distribuição uniforme entre 0 e 1 se mostrou mais estável e a configuração com distribuição uniforme entre 0 e 0,5 ofereceu mais dificuldade para acomodar o alimentador com as cargas, massas metálicas, pois o espaço disponível para acomodar os componentes nessa configuração era muito pequeno. Considerando que o ganho simulado foi de 7,16 dB para o posicionamento dos elementos seguindo uma distribuição uniforme entre 0 e 1, podemos observar que nossa antena alcançou a expectativa e, em alguns pontos, superou o esperado. Desde a verificação inicial, observamos que a antena estava captando sinais numa larga faixa de frequência, variando aproximadamente de 100 MHz a 1,1 GHz. Também conforme esperado, reduzindo a faixa de frequência para uma região mais próxima do que foi calculado, é possível observar a presença de vários sinais, incluindo os desejados canais da TV Digital. Várias figuras mostraram o gráfico de varredura entre 400 e 610 MHz, com todos os sinais que foram captados pela antena. Intuitivamente, conseguimos estimar o ganho da antena medindo o nível de sinal recebido em várias frequências diferentes e comparando com o nível de ruído para a mesma frequência, ao desconectar a antena. Considerando que o ganho simulado foi de 7,08 dB para o posicionamento dos elementos seguindo uma distribuição uniforme entre 0 e 0,5, podemos novamente considerar que nossa antena alcançou a expectativa, ficando bem próximo do valor esperado. Com relação à distribuição uniforme entre 0 e 1, com quatro pontos sigma, é importante observar que

houve um ganho médio em torno de 2 dB com relação às frequências observadas no primeiro relatório de testes. E finalmente, dados os resultados apresentados, podemos comprovar a coerência entre os resultados teóricos e simulados, com os resultados dos testes práticos. A Tabela 8.1 facilita a visualização desses dados.

Tabela 8.1: Comparação entre valores simulados e medidos.

Teste	dr (% L)	d1 (% L)	d2 (% L)	d3 (% L)	d4 (% L)	VSWR	GT (dB)
Simulação Fase Inic. 3 Sg	-0,250	0,250	0,750	NA	NA	1,37	7,16
Simulação Fase Oti. 5 Sg	-0,070	0,070	0,330	0,670	0,930	1,55	7,08
T. prático Fase Inic. 3 Sg	-0,250	0,250	0,750	NA	NA	1,27	7 a 8
T. prát. F. Oti. 5 Sg $X \sim (0,1)$	-0,070	0,070	0,330	0,670	0,930	1,33	8 a 9
T. prát. F. Oti. 5 Sg $X \sim (0; 0,5)$	-0,035	0,035	0,165	0,335	0,465	1,21	8 a 9

Onde:

T.: Teste

Sg: Pontos Sigma

Os resultados alcançados durante as simulações foram promissores, mas a inquietação científica só acabou após a montagem da antena e execução dos testes práticos, o que possibilitou as comprovações dos resultados. Além disso, esse estudo permite tirar as conclusões apontadas no próximo capítulo.



## 9. CONCLUSÕES

### 9.1 CONCLUSÕES GERAIS

Em face do estudo teórico, das simulações realizadas e dos testes práticos executados, podemos averiguar tecnicamente os resultados obtidos, onde uma pessoa pode observar que existem as seguintes relações:

- A correlação entre  $d_1$  e  $VS$  é direta e significativa com diferentes magnitudes (como visto na Tabela 6.3).
- A correlação entre  $d_r$  e  $VS$  é direta e significativa. A correlação entre  $d_2$  e  $VS$  é inversa e não significativa.
- A correlação entre  $d_1$  e  $GT$  é inversa e significativa com diferentes magnitudes (como visto na Tabela 6.3).
- A correlação entre  $d_2$  e  $GT$  é direta e significativa com diferentes magnitudes (como visto na Tabela 6.3).
- A correlação entre  $d_r$  e  $GT$  é direta e significativa com diferentes magnitudes (como visto na Tabela 6.3).

Durante o processo de otimização, o parâmetro desejado pode ser ajustado por meio de uma equação de regressão linear que controla o relacionamento entre entrada e saída. De uma maneira mais geral, o trabalho apresentado aqui constitui uma aplicação da UT no projeto e otimização da antena Yagi-Uda. Os resultados obtidos mostram que a expectativa inicial foi alcançada, pois, embora a UT já tenha sido estudada para esse propósito em antenas cônicas, era interessante investigar essa possibilidade de aplicação para a antena Yagi.

### 9.2 PUBLICAÇÕES RESULTANTES DESTE TRABALHO E TRABALHOS FUTUROS

Esse trabalho foi submetido em forma de artigo e apresentado numa seção oral num simpósio nos Estados Unidos, em Boston, estado de Massachusetts, em julho de 2018 (2018 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting).

Casos mais complexos, com mais variáveis podem e devem ser estudados, inclusive aplicando o método para otimização de outros modelos de antenas. Este trabalho mostra que a UT pode ser pensada como uma ferramenta a ser utilizada na avaliação de desempenho de antenas formadas por vários elementos. O desempenho dependerá da quantidade de elementos que compõem a antena e da posição desses elementos, o que, por sua vez, dependerá do tipo de distribuição de probabilidade considerada e da quantidade de pontos sigma. Os resultados dos testes em cada configuração permitem calcular a correlação entre as entradas e a saída e essa informação direciona o que fazer para alcançar um ponto onde o resultado seja ainda melhor. Com os pontos sigma da UT e seus pesos seria possível definir a posição ideal de cada elemento de acordo com o objetivo do projeto, aplicando também a regressão linear. É possível que essa metodologia aqui apresentada seja útil na análise de outras antenas, como as antenas *Microstrip*, *Patch Panel* e antenas em forma de lentes, como as parabólicas, por exemplo. Ainda há a possibilidade de estudar os arranjos de antenas (arrays). Em decorrência desse trabalho, podemos sugerir algumas ideias para trabalhos futuros, como, por exemplo, montagem de novas antenas com verificação da correlação entre parâmetros usando cada uma das configurações de pontos sigma apresentadas nas Tabelas 6.1 e 6.2, verificação do ganho das configurações utilizando medidores de campo distante e uso de simuladores diversos para verificar a robustez da UT.

A base para essa metodologia de otimização de antena foi apresentada neste trabalho. Concluímos que o estudo da correlação, associado à análise de regressão usando a UT e o HFSS, são um método promissor para otimizar um projeto, saindo de ajustes puramente empíricos para um método matemático/estatístico que pode melhorar a otimização do mesmo. Por fim, conclui-se que este trabalho é um bom começo, que a teoria apresentada aqui possui um grande potencial a ser explorado a fim de se obter resultados que possam ser implementados na prática. Além disso, a aplicação desse método pode contribuir para o desenvolvimento de uma ferramenta mais eficiente para análise de projeto e avaliação de desempenho de antena.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BALANIS, C. A. (1997). *Antenna Theory, Analysis and Design* (3rd ed.). New York, NY, USA: J. W. and Sons.
- BERTULLI, S. (2005). *MATLAB - Based Dipole Array Simulator Tool for MIT Haystack Observatory*. Boston, Massachusetts, USA: Faculty of the Worcester Polytechnic Institute.
- BREMERMANN, H. (s.d.). *Distributions, complex variables, and fourier transforms*. (A. Wesley, Ed.) Addison Wesley.
- BUSSAB, W. d. (2013). *Estatística Básica* (8ª ed.). Brasil: Saraiva.
- COSTA Jr., E. A. (2009). Propagação de incertezas em Eletromagnetismo. Em U. d. Brasília (Ed.). Brasília: Publicação PPGENE.TD - 040/09.
- GARCIA, L. d. (1975). *Elementos de Estatística: estatística descritiva, noções de probabilidade*. Rio de Janeiro.
- GOLDSMITH, A. (2005). *Wireless Communications*. Cambridge: Cambridge University.
- GUBNER, J. (2006). *Probability and Random Processes for Electrical and Computer Engineers*. Cambridge: Cambridge University.
- <http://www.anatel.gov.br>. (27 de Dezembro de 2018). Fonte: Anatel:  
<http://www.anatel.gov.br/setorregulado/atribuicao-destinacao-e-distribuicao-de-faixas>
- JULIER, S. J. (2004). Unscented filtering and non linear estimation. *Proceedings of the IEEE*, 92, pp. 401-422.
- JULIER, S. J. (s.d.). *A general method for approximating nonlinear transformations of probability distributions*. Oxford, U.K.: Univ. Oxford.
- JULIER, S., & UHLMANN, J. (March de 2004). Unscented Filtering and Nonlinear Estimation. *Proceedings of the IEEE*, pp. Vol. 92, nº 3.
- KARUNAKAR, G. S. (Apr de 2015). Analysis of Linear and Planar Antenna arrays. *IJSEAT*, 3(4), p. 151.
- LEE, A. J. (1997). *Statistics, Theory and Practice*. (M. Dekker, Ed.) New York: New York.
- MENEZES, L. R. (2007). The Consolidated Theory of the Unscented Transform. *Unpublished*. Brasília, Distrito Federal, Brasil: Unpublished.

- MENEZES, L. R. (2007). *The Foundations of the Unscented Transform. Unpublished.* Brasília, Distrito Federal, Brasil.
- MENEZES, L. R., PAREDES, A. O., ABDALLA Jr., H., & BORGES, G. (2008). *Modeling Device Manufacturing Uncertainty in Electromagnetic Simulations* (ISSN: 0149-645X ed.). (I. M.-S. International, Ed.) Atlanta, GA, USA: Proc. of IEEE Xplore Microwave Symposium Digest.  
doi:10.1109/MWSYM.2008.4633036
- MENEZES, L. R., SOARES, A. J., SILVA, F. C., TERADA, M. A., & CORREIA, D. (March de 2010). A New Procedure for Assessing the Sensitivity of Antennas Using the Unscented Transform. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 58.
- MEYER, P. (2017). *Probabilidade: Aplicações à Estatística* (2<sup>a</sup> ed.). Rio de Janeiro, RJ, Brasil: LTC.
- OUDA, M. (2008-2009). *Antenna Lab Manual EELE 5133.* (S. EMGHARY, Ed.) Gaza: The Islamic University.
- P., A. O., MENEZES, L. R., ABDALLA Jr., H., & ROMANI, I. N. (2010). Modeling and Characterization for Microstrip Filters in the Manufacturing Process through the Unscented Transform (UT) and use of electromagnetic simulators. *Proc. of Journal Modeling and Simulation in Engineering*, 2010, p. 5.  
doi:10.1155/2010/691241
- PAPOULIS, A. (1991). *Probability, Random variables, stochastic processes* (3rd ed.). MGH.
- PINHEIRO, M. M. (2011). *Aplicação da Transformada da Incerteza em Dimensionamento de Redes Móveis.* (PPGENE, Ed.) Brasília, DF, Brasil: UnB.
- PROAKIS, J. (1995). *Digital Communications.* Singapore: McGrawHill.
- RAMAMOORTHY, D. (Janeiro de 2014). *Impact of Mutual Coupling among Antenna Arrays on the Performance of the Multipath Simulator System.* University of Gavle.
- SAUNDERS, S. R. (1999). *Antennas and Propagation for Wireless Communication.* New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc.

- SILVA, A. P., & MENEZES, L. R. (12 de Julho de 2018). A Statistical Method for the Project and Analysis of a Yagi Antenna Using the HFSS and the Unscented Transform. *Proc. of IEEE Magazine*.
- TOLEDO, G. L., MARTIND, G. d., & FONSECA, J. S. (1986). *Estatística Aplicada*. São Paulo: Atlas.
- WINE, R. L. (1964). *Statistics for scientists and engineers*. (E. cliffs, Ed.) Prentice Hall.
- WONNCOTT, T., & WONNCOTT, R. (1985). *Fundamentos de Estatística*. Rio de Janeiro: LTC.