

**UnB - UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE UnB GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA**

**ESTUDO NUMÉRICO EXPERIMENTAL DE CONTROLE VIA UM
SISTEMA DE PÊNDULO INVERTIDO**

DIOGO VIEIRA RESENDE

**ORIENTADOR(A): Dra. Suzana Moreira Avila
CO-ORIENTADOR(A): Dr. Marcus Vinicius Girão de Moraes
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS
DA ENGENHARIA**

**PUBLICAÇÃO: FGA.DM – 074A/2018
BRASÍLIA/DF: NOVEMBRO – 2018**

**UnB - UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE UnB GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA**

DIOGO VIEIRA RESENDE

**ESTUDO NUMÉRICO EXPERIMENTAL DE CONTROLE VIA UM
SISTEMA DE PÊNDULO INVERTIDO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA FACULDADE UnB GAMA E FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

**ORIENTADOR(A): Dra. Suzana Moreira Avila
CO-ORIENTADOR(A): Dr. Marcus Vinicius Girão de Morais**

BRASÍLIA

2018

ii

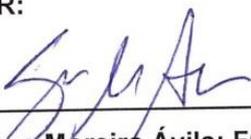
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DO GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA

"ESTUDO NUMÉRICO EXPERIMENTAL DE CONTROLE VIA UM SISTEMA
DE PÊNULO INVERTIDO"

DIOGO VIEIRA RESENDE

DISSERTAÇÃO DE Mestrado submetida ao Programa de Pós-graduação em Integridade de Materiais da Engenharia da Faculdade do Gama e Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Integridade de Materiais da Engenharia.

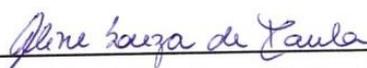
APROVADA POR:



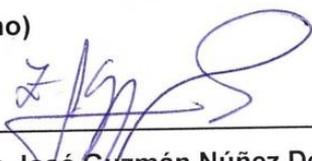
Prof. Dra. Suzana Moreira Ávila; FGA / UnB
(Orientador)



Prof. Dr. Marcus Vinicius Girão de Moraes; FT / UnB
(Coorientador)



Prof. Dra. Aline Souza de Paula; FT / UnB
(Membro Interno)



Prof. Dr. Zenon José Guzmán Núñez Del Prado UFG
(Membro Externo)

Brasília / DF, 30 de novembro de 2018

FICHA CATALOGRÁFICA

DIOGO VIEIRA RESENDE

ESTUDO NUMÉRICO EXPERIMENTAL DE CONTROLE VIA UM SISTEMA DE PÊNULO INVERTIDO, Distrito Federal 2018.

143 p., 210 x 297 mm (FGA/UnB Gama, Mestre, Integridade de Materiais da Engenharia, 2018). Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade UnB Gama. Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia.

1. PÊNULO INVERTIDO

2. CONTROLE ESTRUTURAL

3. AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO

4. AMS

I. FGA UNB GAMA/UNB.

II. Estudo numérico

experimental de controle via um sistema de pêndulo invertido

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

RESENDE, D. V. (2018). ESTUDO NUMÉRICO EXPERIMENTAL DE CONTROLE VIA UM SISTEMA DE PÊNULO INVERTIDO. Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia, Publicação 074A/2018, Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia, Faculdade UnB Gama, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 143 p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: DIOGO VIEIRA RESENDE.

TÍTULO: ESTUDO NUMÉRICO EXPERIMENTAL DE CONTROLE VIA UM SISTEMA DE PÊNULO INVERTIDO.

GRAU: Mestre

ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Diogo Vieira Resende, Brasília/DF – Brasil (2018) - diogocivil@gmail.com

Agradeço a todos aqueles que, de alguma maneira,
contribuíram para a concretização deste sonho.

Diogo Vieira Resende

RESUMO

Um estudo numérico experimental de controle passivo é realizado para minimizar as vibrações de um sistema com um grau de liberdade (1GdL). É utilizado, para isso, um amortecedor de massa sintonizado do tipo pêndulo invertido (AMS-PI). Inicialmente, um modelo de sistema dinâmico com 1GdL translacional na direção horizontal é analisado. A esse sistema é acoplado um dispositivo de controle passivo na forma de pêndulo invertido (AMS-PI), passando assim a tratar-se de um sistema com dois graus de liberdade (2GdL). A formulação teórica adotada, para as análises em vibração livre e forçada, é apresentada. Posteriormente, é projetada e construída uma bancada experimental composta por um modelo reduzido com 1GdL, um AMS-PI e um excitador dinâmico. Uma análise de sensibilidade é realizada, assim como uma otimização, encontrando-se os parâmetros ótimos para o AMS-PI. Por fim, são realizadas análises em vibração livre, em vibração forçada e a comparação dos resultados numéricos e experimentalmente. Ao longo do trabalho, três configurações diferentes do AMS-PI são analisadas.

Palavras-chaves: Amortecedor de massa sintonizado; Controle passivo; Pêndulo invertido.

ABSTRACT

A numerical-experimental study of a passive control inverted pendulum system is developed to minimize the vibrations in a one degree of freedom (1DoF) system, by using a pendulum type tuned mass damper (IP-TMD). Initially, a 1DoF transitional dynamic system model in the horizontal direction is analyzed; at this system, the pendulum type tuned mass damper is coupled as a passive control device, which turns it into a 2DoF system. Three different IP-TMD configurations were used to analyze the differences among them. The theoretical formulation for the free and forced vibration analysis is presented. To verify the system experimentally, a 1DoF reduced model system with an IP-TMD is built and the system was excited by a dynamical exciter. A sensitivity analysis is performed as well as an optimization, to find out the best parameters to IP-TMD. Finally, the free and forced vibration and the experimental results were analyzed.

Keywords: Tuned mass damper; Passive control; Inverted pendulum.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Justificativa	1
1.2	Objetivos.....	3
1.2.1	Gerais.....	3
1.2.2	Específicos	3
1.3	Metodologia	4
1.4	Estrutura do trabalho	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
2.1	Tipos de sistemas de controle estrutural	6
2.1.1	Controle passivo.....	6
2.1.2	Controle ativo	11
2.1.3	Controle híbrido.....	11
2.1.4	Controle semi-ativo	11
2.2	Amortecedor de massa sintonizado tipo pêndulo	12
2.3	Aplicações	22
3	FORMULAÇÃO TEÓRICA	24
3.1	Sistema principal (1GdL)	24
3.2	Sistema principal com AMS-PI (2GdL)	26
3.3	Diagramas de Lissajous.....	34
4	APARATO EXPERIMENTAL	36
4.1	Bancada experimental	36
4.2	Trilho de ar.....	37
4.3	Projeto e construção do modelo 3D do sistema principal	38
4.4	Projeto e construção do modelo 3D do AMS tipo pêndulo invertido	41
4.4.1	Configurações adotadas para o AMS-PI	44
4.5	Projeto e construção do excitador dinâmico	47
4.6	Metodologia	50
4.7	Aquisição de imagem.....	52
4.7.1	Identificação do sinal no domínio do tempo	53
5	RESULTADOS.....	55
5.1	Análise de sensibilidade e Otimização.....	55

5.2	Análise do K mínimo	57
5.3	Vibração Livre	61
5.3.1	Sistema Principal – 1GdL	62
5.3.2	Sistema com AMS-PI – CA 1	67
5.3.3	Sistema com AMS-PI – CA 2	74
5.3.4	Sistema com AMS-PI – CO	80
5.3.5	Verificação da linearidade física das molas utilizadas.....	86
5.3.6	Comparação de desempenho dos AMS-PI`s	87
5.4	Vibração Forçada	89
5.4.1	Análise do sinal do excitador	90
5.4.2	Sistema Principal – 1GdL	91
5.4.3	Sistema com AMS-PI – CA 1	99
5.4.4	Sistema com AMS-PI – CA 2	109
5.4.5	Sistema com AMS-PI – CO	115
5.4.6	Verificação da amplitude máxima para os pêndulos	128
5.4.7	Verificação da linearidade física das molas utilizadas.....	130
5.4.8	Ações preventivas para situações adversas ocorridas nas etapas experimentais.....	130
6	CONCLUSÕES	133
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	139

LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1 – Aplicações de AMS`s do tipo pêndulo (adaptado de Oliveira, 2012 e Zuluaga, 2007).	23
Tabela 4. 1 – Resumo geral da dissertação.	51
Tabela 5. 1 – Determinação do limite de linearidade física para as molas.....	87
Tabela 5. 2 – Determinação do limite de linearidade física para as molas.....	87
Tabela 5. 3 – Determinação do limite de linearidade física para as molas.....	130

LISTA DE ABREVIações E SÍMBOLOS

AMS: amortecedor de massa sintonizado.

AMS-PI: amortecedor de massa sintonizado do tipo pêndulo invertido.

ALS: amortecedor de líquido sintonizado.

ACLS: amortecedor de coluna de líquido sintonizado.

1GdL: Um grau de liberdade.

2GdL: Dois graus de liberdade.

m_c : é a massa do sistema principal.

$\frac{k_c}{2}$: é a constante elástica de cada mola.

$\frac{c}{2}$: é o coeficiente de amortecimento de cada amortecedor.

$F(t)$: é excitação aplicada à massa.

u_c : representa o deslocamento da massa ao longo do eixo X-X.

ω_n : é a frequência natural não amortecida.

v_0 : é a velocidade inicial.

x_0 : é o deslocamento inicial.

w_d : é a frequência natural amortecida.

ξ : é a razão de amortecimento.

$x(t)$: é a resposta total do sistema sob carregamento harmônico.

$x_H(t)$: é a resposta homogênea do sistema sob carregamento harmônico.

$x_p(t)$: é a resposta particular do sistema sob carregamento harmônico.

Ω : é a frequência do forçamento harmônico.

f_0 : é a amplitude do forçamento harmônico.

$H_{uc}(i\omega)$: é resposta do sistema principal no domínio da frequência (deslocamento horizontal).

$H_{\theta}(i\omega)$: é resposta do pêndulo no domínio da frequência (deslocamento angular).

r : é a razão de frequência ($\frac{\omega}{\omega_n}$).

m : é a massa concentrada no topo da barra.

θ : é a amplitude angular da barra do AMS.

l : é o comprimento da barra do AMS, que é considerada um corpo rígido.

ρ : é a densidade linear da haste.

ω_{θ} : é o coeficiente de rigidez rotacional equivalente.

k : é a constante elástica da mola torsional.

c_d : é o coeficiente de amortecimento da haste do AMS.

ρ : é a densidade linear da barra do AMS.

s_1 : é o comprimento infinitesimal do elemento linear (haste) do AMS

ds_1 : é a direção de integração de s_1 , e que varia no intervalo $[0, l]$.

x_c : é o deslocamento horizontal da base deslizante (m_c).

x_m : é o deslocamento horizontal da massa do topo (m).

x_b : é o deslocamento horizontal dos elementos da barra do pêndulo.

y_c : é o deslocamento vertical da base deslizante (m_c).

y_m : é o deslocamento vertical da massa do topo (m).

y_b : é o deslocamento vertical dos elementos da barra do pêndulo.

L : Lagrangeano do sistema.

q_i : coordenadas generalizadas (θ, u_c).

F_i^N : forças generalizadas não conservativas.

F_i^E : forças externas atuantes no sistema.

F_i^D : forças dissipativas do sistema.

i : índice das coordenadas generalizadas.

k_E : Energia cinética.

P_E : Energia potencial.

D_E : Energia dissipada.

\mathbf{M} : é a matriz de massa do sistema analisado.

\mathbf{C} : é a matriz de amortecimento do sistema analisado.

\mathbf{K} : é a matriz de rigidez do sistema analisado.

CA 1: é a configuração alternativa 1, possui $l = 0,52 [m]$ e $\mu = 0$.

CA 2: é a configuração alternativa 2, possui $l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0$.

CO: é a configuração ótima, possui $l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0,086 (97g)$.

$\mathbf{z}(t)$: é o vetor de estado.

\mathbf{A} : é a matriz de estados.

\mathbf{B} : é a matriz que fornece a posição dos controladores no espaço de estado.

$\mathbf{u}(t)$: é vetor de forças de controle.

\mathbf{H} : é a matriz que fornece a posição das forças externas no espaço de estado.

$\mathbf{f}(t)$: é o vetor de forças externas aplicadas.

$\mathbf{y}(t)$: é o valor das variáveis generalizadas do sistema analisado (deslocamentos linear e angular).

\mathbf{D} : define a localização das forças de controle.

\mathbf{E} : define a localização das forças externas de excitação.

ϕ : Ângulo de fase.

μ : Razão de massas ($\frac{m}{m_c}$).

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. 1 – Aplicações para o pêndulo invertido em equipamentos para locomoção.	1
Figura 1. 2 - Aplicações diversas para o pêndulo invertido.	2
Figura 1. 3 – Esquema de fixação dos aerogeradores <i>offshores</i> no fundo do mar	2
Figura 2. 1 - Sistema de isolamento de base, com neoprene (a) e com placas deslizantes (b)	7
Figura 2. 2 - Amortecedor metálico (a) e sua localização na estrutura (b) (Nascimento, 2008).	7
Figura 2. 3 - Amortecedor de fricção (Wilson, 2005).	8
Figura 2. 4 – Amortecedor visco-elástico (aerotecnologia.com.br/engenheiros/pages/engaer8.htm, acesso em 18 de agosto de 2017).	8
Figura 2. 5 – Amortecedor visco-fluido (Wilson, 2005).	9
Figura 2. 6 – Ilustração de um ACLS (a); Ilustração de um ALS (b).	9
Figura 2. 7 – Esquema de uma estrutura com um AMS conectado ao topo (Avila, 2002).	10
Figura 2. 8 – Sistema principal associado a um AMSM-NI (a) e AMSM-I (b) (Carneiro, 2004).	10
Figura 2. 9 – Pêndulo simples acoplado à base móvel (Zuluaga <i>et al.</i> , 2007).	12
Figura 2. 10 – Imagem do AMS dentro do arranha céu Taipei 101.	13
Figura 2. 11 – Pêndulo invertido acoplado à base móvel (Guimarães <i>et al.</i> , 2015). ..	14
Figura 2. 12 – Sistema principal com pêndulo simples (a), e com pêndulo invertido (b)	16
Figura 3. 1 – Modelo do sistema principal.	24
Figura 3. 2 – Modelo do sistema principal com AMS-PI (adaptado de Guimarães, 2016).	27
Figura 3. 3 – Lissajous para $\varnothing = 0^\circ$. $\varnothing = 90^\circ$	34
Figura 3. 4 – Lissajous para $\varnothing = 90^\circ$	34
Figura 3. 5 – Lissajous para $\varnothing = 180^\circ$	35
Figura 3. 6 – Lissajous para o caso geral em que $0 \leq \varnothing \leq 360^\circ$	35
Figura 4.1 – Bancada experimental montada com o sistema principal e excitador. ...	36
Figura 4.2 - Trilho de ar multicronômetro com fluxo de ar, da empresa CIDEPE	37
Figura 4.3 – Base deslizante do trilho de ar da empresa CIDEPE	38
(http://www.cidepe.com.br/index.php/br/produtos-interna/trilho-de-ar-multicronometro-2-sensores-e-unidade-de-fluxo-1910 , acesso em 4 de outubro de 2017).	38
Figura 4.4 – Modelo esquemático do sistema principal.	39
Figura 4.5 – Vistas, frontal e lateral direita, do modelo esquemático, com dimensões.	40
Figura 4.6 – Imagem do sistema principal (1GdL) impresso.	41
(a)	42

(b).....	42
Figura 4.7 – (a) Imagem da conexão do AMS-PI; (b) Modelo esquemático da conexão do AMS-PI.	42
Figura 4.8 - Modelo esquemático da conexão do AMS-PI.	43
Figura 4.9 – Vistas, frontal e lateral direita, da conexão do AMS-PI, com dimensões.	43
Figura 4.11 – (a) Rolamento; (b) Segueta Starrett; (c) Molas Hydra	44
Figura 4.12 – Configuração alternativa 1 – CA 1 ($l = 0,52 [m]$ e $\mu = 0$).....	46
Figura 4.13 – Configuração alternativa 2 – CA 2 ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0$).....	46
Figura 4.14 – (a) Elementos de massa (33 arruelas + 2 parafusos = 97g); (b) Configuração ótima – CO ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0,086 97g$).	47
Figura 4.15 – Esquema do circuito eletrônico do excitador.	48
Figura 4.16 - Modelo 3D simplificado do excitador.....	49
Figura 4.17 – Excitador construído com controle de RPM.	49
Figura 4.18 – Tela inicial do software CVMOB.....	53
Figura 4.19 – Tela ilustrativa do software CVMOB contendo alguns registros.....	53
Figura 5. 1 – Superfície de sensibilidade $\ln(\max H(\omega))$ em função de l e μ	56
Figura 5. 2 – Mapa de sensibilidade $\ln(\max H(\omega))$ em função de l e μ	57
Figura 5. 3 – Análise paramétrica da rigidez rotacional “k” para a CA1.	59
Figura 5. 4 – Análise paramétrica da rigidez rotacional “k” para a CA2.	60
Figura 5. 5 – Análise paramétrica da rigidez rotacional “k” para a CO.	61
Figura 5. 6 – Bancada montada para experimentação do sistema com 1GdL.	62
Figura 5. 7 – Delimitador de perturbação por deslocamento com espaçamento de 2,5cm.	62
Figura 5. 8 – Ajuste do decaimento no tempo do sistema com 1GdL (CFTOOL).	63
Figura 5. 9 – Função de resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 1GdL.	64
Figura 5. 10 – Comparação da evolução da resposta no tempo, numérica e experimentalmente, para o sistema com 1GdL.	65
Figura 5. 11 – Variação da frequência no tempo para o sistema com 1GdL em vibração livre.	66
Figura 5. 12 – (a) Função de resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 1GdL; (b) Comparação entre a FRF do sinal numérico e do experimental do sistema com 1GdL.	67
Figura 5. 13 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1.	68
Figura 5. 14 – Ajuste do decaimento no tempo para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1 (CFTOOL).	68
Figura 5. 15 – Função de resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 2GdL e AMS-PI - CA1.....	69
Figura 5. 16 – Ajuste de curva para a evolução do deslocamento angular do pêndulo ao longo do tempo, no CFTOOL, para o AMS-PI - CA1 em vibração livre.....	70

Figura 5. 17 – Comparação da evolução da resposta no tempo, numérica e experimentalmente, para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1.....	71
Figura 5. 18 – Variação da frequência no tempo para o sistema com a CA1 em vibração livre.	72
Figura 5. 19 – (a) Função de resposta em frequência (FRF) para o sinal numérico do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1 em vibração livre; (b) Comparação entre a FRF do sinal numérico e do sinal experimental do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1..	73
Figura 5. 20 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CA1....	74
Figura 5. 21 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.....	75
Figura 5. 22 – Função de resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.....	76
Figura 5. 23 – Comparação da evolução da resposta no tempo, numérica e experimentalmente, para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.....	77
Figura 5. 24 – Variação da frequência no tempo para o sistema com a CA2 em vibração livre.	78
Figura 5. 25 – (a) Função de resposta em frequência (FRF) do sinal numérico para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2 em vibração livre; (b) Comparação entre a FRF do sinal numérico e do experimental do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.	79
Figura 5. 26 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CA2....	80
Figura 5. 27 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.....	81
Figura 5. 28 – Resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 2GdL e AMS-PI - CO.....	82
Figura 5. 29 – Comparação da evolução da resposta no tempo, numérica e experimentalmente, para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CO.	83
Figura 5. 30 – Variação da frequência no tempo para o sistema com a CO em vibração livre.	84
Figura 5. 31 – (a) Função de resposta em frequência (FRF) para o sinal temporal numérico para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CO em vibração livre; (b) Comparação entre a FRF do sinal numérico e do experimental do sistema com 2GdL e AMS-PI – CO.....	85
Figura 5. 32 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CO.	86
Figura 5. 33 – Comparação das FRF`s dos sinais temporais experimentais: (a) visão macro; (b) visão ampliada.	88
Figura 5. 34 – Comparação do sinal experimental para a evolução do deslocamento no tempo em vibração livre.	89
Figura 5. 35 – Experimento para análise do sinal do excitador.	90
Figura 5. 36 – Comparação do sinal do excitador para 65RPM (1,08Hz).	91
Figura 5. 37 – Bancada montada para experimentação do sistema com 1GdL.	92
Figura 5. 38 – Pontos de referência para a aquisição de imagens.....	92
Figura 5. 39 – Comparação da evolução do deslocamento ao longo do tempo - 1GdL e $\omega = \omega d$	93

Figura 5. 40 – Diagrama de fases para o sistema com 1GdL e $\omega = \omega d$.	94
Figura 5. 41 – (a) Lissajous para $r = 0,40$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,40$; (c) Lissajous para $r = 0,85$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,85$; (e) Lissajous para $r = 0,90$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,90$.	95
Figura 5. 42 – (a) Lissajous para $r = 0,95$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,95$; (c) Lissajous para $r = 1,0$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,0$; (e) Lissajous para $r = 1,05$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,05$.	96
Figura 5. 43 – (a) Lissajous para $r = 1,10$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,10$; (c) Lissajous para $r = 1,15$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,15$; (e) Lissajous para $r = 1,60$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,60$.	97
Figura 5. 44 – Evolução do ângulo de fases ϕ em função da razão de frequência.	99
Figura 5. 45 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1.	100
Figura 5. 46 – Comparação da evolução do deslocamento ao longo do tempo - 2GdL – CA1 ($\omega = \omega d1$).	101
Figura 5. 47 – Diagrama de fases para o sistema com 2GdL – CA1 ($\omega = \omega d$).	102
Figura 5. 48 – (a) Lissajous para $r = 0,40$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,40$; (c) Lissajous para $r = 0,85$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,85$; (e) Lissajous para $r = 0,87$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,87$.	103
Figura 5. 49 – (a) Lissajous para $r = 0,90$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,90$; (c) Lissajous para $r = 0,93$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,93$; (e) Lissajous para $r = 0,96$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,96$.	104
Figura 5. 50 – (a) Lissajous para $r = 1,00$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,00$; (c) Lissajous para $r = 1,04$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,04$; (e) Lissajous para $r = 1,07$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,07$.	105
Figura 5. 51 – (a) Lissajous para $r = 1,10$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,10$; (c) Lissajous para $r = 1,13$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,13$; (e) Lissajous para $r = 1,15$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,15$.	106

Figura 5. 52 – (a) Lissajous para $r = 1,60$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,60$.	107
Figura 5. 53 – Evolução do ângulo de fases ϕ em função da razão de frequência.	108
Figura 5. 54 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.	109
Figura 5. 55 – Comparação da evolução do deslocamento ao longo do tempo - 2GdL – CA2 ($\omega = \omega d1$).	110
Figura 5. 56 – Diagrama de fases para o sistema com 2GdL – CA2 ($\omega = \omega d$).	111
Figura 5. 57 – (a) Lissajous para $r = 0,40$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,40$; (c) Lissajous para $r = 0,87$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,87$; (e) Lissajous para $r = 0,93$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,93$.	112
Figura 5. 58 – (a) Lissajous para $r = 0,96$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,96$; (c) Lissajous para $r = 1,0$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,0$; (e) Lissajous para $r = 1,07$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,07$.	113
Figura 5. 59 – (a) Lissajous para $r = 1,36$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,36$.	114
Figura 5. 60 – Evolução do ângulo de fases ϕ em função da razão de frequência.	115
Figura 5. 61 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CO.	116
Figura 5. 62 – Comparação da evolução do deslocamento ao longo do tempo - 2GdL – CO ($\omega = \omega d1$).	117
Figura 5. 63 – Diagrama de fases para o sistema com 2GdL – CO ($\omega = \omega d$).	118
Figura 5. 64 – (a) Lissajous para $r = 0,40$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,40$; (c) Lissajous para $r = 0,78$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,78$; (e) Lissajous para $r = 0,83$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,83$.	119
Figura 5. 65 – (a) Lissajous para $r = 0,85$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,85$; (c) Lissajous para $r = 0,88$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,88$; (e) Lissajous para $r = 0,90$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,90$.	120
Figura 5. 66 – (a) Lissajous para $r = 0,93$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,93$; (c) Lissajous para $r = 0,96$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,96$; (e) Lissajous para $r = 1,00$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,00$.	121
Figura 5. 67 – (a) Lissajous para $r = 1,04$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,04$; (c) Lissajous para $r = 1,07$; (d) Comparação	

do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,07$; (e) Lissajous para $r = 1,10$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,10$.	122
Figura 5. 68 – (a) Lissajous para $r = 1,12$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,12$; (c) Lissajous para $r = 1,15$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,15$; (e) Lissajous para $r = 1,22$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,22$.	123
Figura 5. 69 – (a) Lissajous para $r = 1,35$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,35$; (c) Lissajous para $r = 1,58$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,58$.	124
Figura 5. 70 – Evolução do ângulo de fases ϕ em função da razão de frequência.	126
Figura 5. 71 – Comparação das FRF`s dos sinais experimentais sob vibração forçada.	127
Figura 5. 72 – Comparação do sinal experimental para a evolução do deslocamento no tempo em vibração forçada.	128
Figura 5. 73 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CA1..	129
Figura 5. 74 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CA2..	129
Figura 5. 75 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CO. ..	129

1 INTRODUÇÃO

1.1 Justificativa

Sistemas do tipo pêndulo invertido podem ser utilizados como uma boa referência no estudo das técnicas de controle, devido às suas características particulares de não-linearidade e instabilidade natural. Esse tipo de característica surge uma vez que nos sistemas de pêndulo invertido, o centro de gravidade do sistema é situado acima do ponto de giro (pivô) do pêndulo. Sendo assim, existe uma tendência natural ao giro quando o pêndulo invertido é submetido a deslocamentos angulares que o desviem do perfeito alinhamento vertical. Isso facilita, também, o surgimento de vibrações excessivas nos sistemas de pêndulo invertido.

A maior parte das aplicações desse tipo de sistema limita-se a modelos com um grau de liberdade, o deslocamento angular do pêndulo, que necessitam de algum tipo de controle para se manter estáveis na vertical. A inclusão do sistema de controle pode ser feita de diversas maneiras, o que constitui um desafio aos que estudam esse tipo de sistema.

Além da esfera acadêmica, os sistemas de pêndulo invertido estão presentes no cotidiano em aplicações diversas e muito úteis. As Figuras 1.1 e 1.2 apresentam aplicações variadas do sistema de pêndulo invertido em equipamentos utilizados para a locomoção de pessoas; para a estabilidade de barcos à vela, de um equilibrista ou de uma vassoura sobre a mão de uma criança; e para a orientação de foguetes.

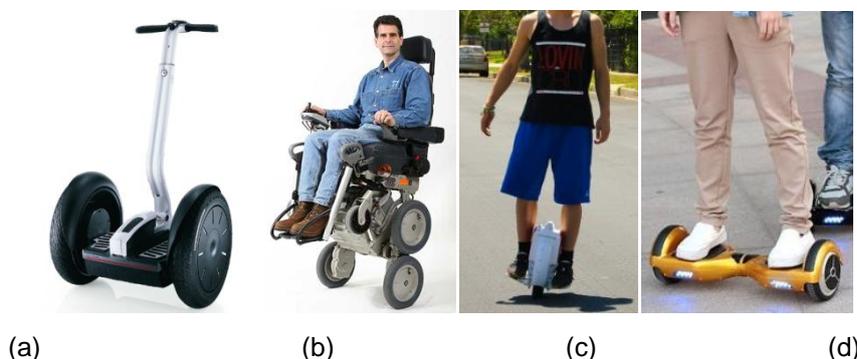


Figura 1. 1 – Aplicações para o pêndulo invertido em equipamentos para locomoção.

(a) (arenarobo.com.br/pendulo-invertido-e-controle-de-equilibrio/, acesso em 19/10/2017)

(b) (<http://gopaultech.com/blog/category/robotics/>, acesso em 19/10/2017)

(c) (viralnova.com/airwheel/, acesso em 19/10/2017)

(d) (pplware.sapo.pt/gadgets/hoverboard-coloque-a-tecnologia/, acesso em 19/10/2017)



(a) (b) (c) (d)
 Figura 1. 2 - Aplicações diversas para o pêndulo invertido.

- (a) (google.com.br/imgres?imgurl=http%3A%2F%2F, acesso em 19/10/2017)
- (b) (sipse.com/novedades/malabarista-estilodevida-chetumal-quintanaroo-urbanos-calle-artistas-250413.html, acesso em 19/10/2017)
- (c) (arenarobo.com.br/pendulo-invertido-e-controle-de-equilibrio/, acesso em 19/10/2017)
- (d) (arenarobo.com.br/pendulo-invertido-e-controle-de-equilibrio/, acesso em 19/10/2017)

A Figura 1.3 também apresenta aplicações para o sistema de pêndulo invertido. Nela, são ilustradas algumas das formas de fixação dos aerogeradores *offshores* no fundo do mar. Apesar da fixação, esses equipamentos são flutuantes e devem permanecer estáveis e com amplitudes de vibrações adequadas mesmo após as ações de ondas e de vetos fortes atuando na estrutura dos aerogeradores.



Figura 1. 3 – Esquema de fixação dos aerogeradores *offshores* no fundo do mar (adaptado de Stewart *et al.*, 2011).

Pesquisas nas áreas de engenharia, de tecnologia e da indústria colaboram para o desenvolvimento dos métodos numéricos, dos métodos de análise estrutural e dos materiais utilizados. Como consequência, tem-se construções cada vez mais altas e esbeltas, as quais são mais suscetíveis aos problemas de instabilidade e de vibrações excessivas. Sendo assim, a necessidade de cuidados especiais em relação a esse tipo de problema aumenta. A depender do tipo de estrutura, alguns exemplos de ações dinâmicas que agravam os problemas citados são: ventos fortes, terremotos, ondas, tráfego intenso de pessoas ou veículos, entre outros (Avila 2002).

Existem diversas maneiras de se evitar os efeitos do excesso de vibrações e, dentre elas, pode-se citar o controle estrutural passivo com a utilização dos sistemas de pêndulo invertido como amortecedores de massa sintonizados (AMS-PI).

Em recente trabalho, Guimarães (2016) apresentou modelos de pêndulo invertido para descrever o comportamento dinâmico e a estabilidade de uma turbina eólica *offshore* flutuante.

1.2 Objetivos

1.2.1 Gerais

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo numérico experimental para o controle de um sistema principal com um grau de liberdade. É projetado e construído um amortecedor de massa sintonizado do tipo pêndulo invertido (AMS-PI) do tipo passivo.

1.2.2 Específicos

- Projetar e construir o modelo reduzido do sistema principal e do AMS-PI.
- Projetar e construir um excitador dinâmico para a aplicação do forçamento harmônico no modelo que será analisado sob vibração forçada.
- Realizar análise paramétrica para a obtenção do valor mínimo da rigidez rotacional “k” para a estabilidade do pêndulo invertido.
- Realizar a análise de sensibilidade e a otimização para a obtenção dos parâmetros ótimos para o AMS-PI. Para esse estudo, utilizar-se o método dos algoritmos genéticos implementado por Colherinhas (2016).

- Comparar as respostas das simulações numéricas com as experimentais do sistemas, sem AMS-PI e com AMS-PI, em vibração livre e forçada.

1.3 Metodologia

- A resposta do sistema principal com 1 GdL é analisada para a estrutura em vibração livre e, posteriormente, para a estrutura em vibração forçada.
- Um excitador é projetado e construído para possibilitar a aplicação de um forçamento harmônico à base deslizante.
- O parâmetro de rigidez rotacional “k”, para a conexão do AMS-PI ao sistema principal, é adotado após análise paramétrica que encontra o valor mínimo que mantém o sistema com 2GdL estável.
- Os três tipos diferentes de AMS-PI são analisados e seus resultados são comparados, tanto para vibração livre, quanto para vibração forçada.

1.4 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está dividido, ao todo, em seis capítulos, conforme descrito a seguir:

O primeiro capítulo apresenta os aspectos gerais que envolvem o conteúdo abordado e os objetivos do trabalho.

O segundo capítulo apresenta a revisão bibliográfica e, também, alguns exemplos de aplicações do conteúdo estudado em projetos já construídos. Neste capítulo é apresentado um modelo esquemático e algumas características do sistema de pêndulo invertido, o qual será o objeto principal deste estudo.

O terceiro capítulo compreende a formulação teórica onde um modelo de sistema dinâmico com um grau de liberdade (1GdL) translacional na direção horizontal é analisado. A esse sistema é acoplado um dispositivo de controle passivo na forma de pêndulo invertido (AMS-PI), passando assim a tratar-se de um sistema com dois graus de liberdade (2GdL). Neste capítulo estão deduzidas as equações de movimento para os sistemas com AMS e sem AMS.

O quarto capítulo contempla o programa experimental, ou seja, possui as informações relacionadas aos trabalhos executados em laboratório, como projeto e

construção do modelo reduzido, projeto e construção do excitador, montagem da bancada experimental e execução dos experimentos.

O quinto capítulo apresenta os resultados do presente estudo. Neste capítulo estão presentes: uma análise de sensibilidade; uma otimização; as análises do parâmetro de rigidez rotacional k , para a estabilidade dos sistemas com dois graus de liberdade; as análises em vibração livre; as análises em vibração forçada; a comparação dos resultados obtidos por meio de simulações numéricas com os obtidos experimentalmente; e a comparação, entre si, dos resultados obtidos experimentalmente com a intenção de se demonstrar a eficiência de cada uma das configurações do AMS-PI.

O sexto capítulo contempla as conclusões e sugestões de estudos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O controle estrutural está sendo, a cada dia, mais utilizado para melhorar o desempenho de estruturas, que estão cada vez mais esbeltas e suscetíveis à vibrações excessivas causadas por cargas dinâmicas. Esse tipo de técnica tem a finalidade de promover a alteração da rigidez e do amortecimento da estrutura e, com isso, modificar o comportamento dinâmico da mesma frente às cargas dinâmicas atuantes (Avila, 2002).

2.1 Tipos de sistemas de controle estrutural

Existem diversos tipos de dispositivos destinados ao controle de vibrações excessivas em estruturas. Sua concepção pode ser simples, como a utilização de materiais dissipadores de energia, ou complexa, como a utilização de amortecedores que funcionam de maneira integrada a algoritmos de controle.

A utilização de técnicas de controle pode ser alcançada por meio da utilização de diferentes tipos de sistemas, a saber: sistema de controle passivo, sistema de controle ativo, sistema de controle híbrido e sistema de controle semiativo (Soong & Dargush, 1997). A implementação dos sistemas supracitados consiste, de uma maneira geral, da instalação de dispositivos absorvedores ou na aplicação de forças externas na estrutura (Avila, 2002).

2.1.1 Controle passivo

O controle passivo consiste na instalação de um ou mais elementos em uma estrutura principal com a intenção de absorver ou transferir, em parte ou em sua totalidade, a energia proveniente de um determinado carregamento dinâmico para a estrutura. Com isso, os elementos estruturais ficam responsáveis por absorverem uma quantidade menor de energia, uma vez que o excedente, ou é transformado em calor, ou é dissipado com a transferência de energia entre os diferentes modos de vibração da estrutura (Fujino *et al.*, 1996).

Existem diversos tipos de dispositivos que podem ser utilizados como sistemas de controle passivo, entre eles: os amortecedores de massa sintonizados, os

amortecedores estruturais e os sistemas de isolamento de base (Riley *et al.*, 1998). Alguns exemplos dos dispositivos supracitados (Avila, 2002), suas imagens e uma breve descrição do funcionamento dos mesmos, são apresentados em seguida:

- Isolamento de base: a Figura 2.1 ilustra este tipo de sistema, que funcionam com a desconexão entre a estrutura do edifício e seus elementos de fundação (Chopra, 1995).



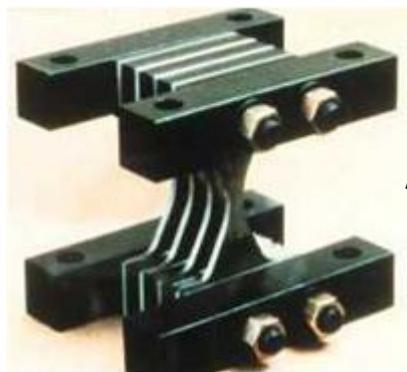
(a)



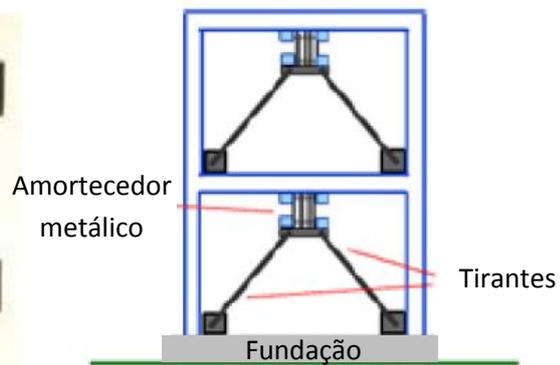
(b)

Figura 2. 1 - Sistema de isolamento de base, com neoprene (a) e com placas deslizantes (b) (buildcivil.wordpress.com, acesso em 12 de julho de 2017).

- Amortecedores metálicos: a Figura 2.2 ilustra este tipo de dispositivo, que dissipa energia por meio de calor através da deformação inelástica do material (Soong & Dargush, 1997).



(a)



(b)

Figura 2. 2 - Amortecedor metálico (a) e sua localização na estrutura (b) (Nascimento, 2008).

- Amortecedores de fricção: a Figura 2.3 ilustra este tipo de dispositivo, que dissipa energia por meio do atrito entre dois elementos sólidos (Soong & Dargush, 1997).

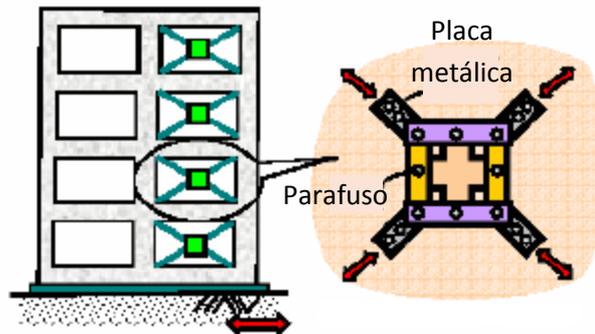


Figura 2. 3 - Amortecedor de fricção (Wilson, 2005).

- Amortecedores visco-elásticos: a Figura 2.4 ilustra este tipo de dispositivo, que dissipa energia por meio da deformação oriunda do cisalhamento que ocorre entre um material visco-elástico e um elemento rígido (Soong & Dargush, 1997).

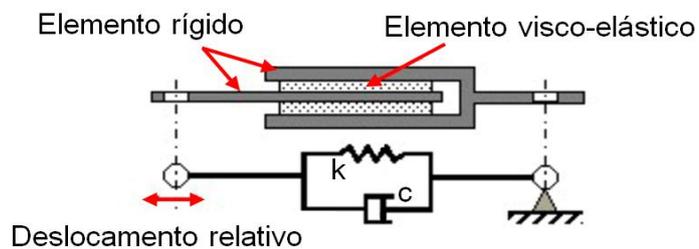


Figura 2. 4 – Amortecedor visco-elástico

(aerotecologia.com.br/engenheiros/pages/engaer8.htm, acesso em 18 de agosto de 2017).

- Amortecedores visco-fluidos: a Figura 2.5 ilustra este tipo de dispositivo, que dissipa energia por meio de calor quando o pistão se move dentro do fluido (Soong & Dargush, 1997).

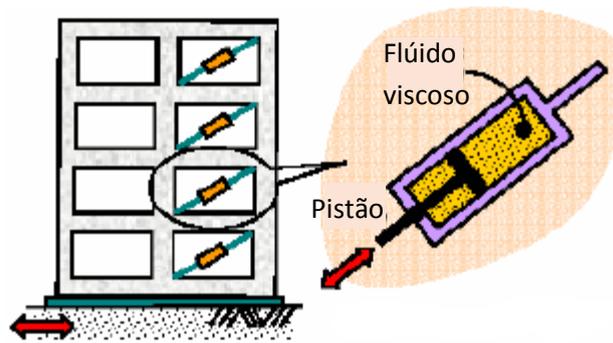


Figura 2. 5 – Amortecedor visco-fluido (Wilson, 2005).

- Amortecedores líquidos sintonizados: são dispositivos de amortecimento inercial e que podem ser subdivididos em amortecedores de coluna de líquido sintonizados (ACLS) e amortecedores de líquido sintonizados (ALS). Os ALS`s absorvem energia da estrutura quando as ondas de superfície do líquido, geradas pela movimentação da estrutura, se chocam com as paredes do reservatório (Soong & Dargush, 1997) (Figura 2.6(b)). A utilização dos ALS`s em edifícios é favorecida pelo fato dessas obras já serem projetadas com grandes reservatórios superiores. Os ACLS`s (Figura 2.6(a)) funcionam a partir da amplitude do desnível do líquido no interior das colunas e do fluxo desse líquido, através de um orifício com o diâmetro calculado a partir da frequência em que se deseja sintonizar o dispositivo. De acordo com a abertura do orifício, é possível controlar o coeficiente de perda de carga para o fluxo e, conseqüentemente, alterar o amortecimento da estrutura. Ambos os tipos de dispositivos possuem simplicidade de manutenção e implantação (Alkmim, 2017).

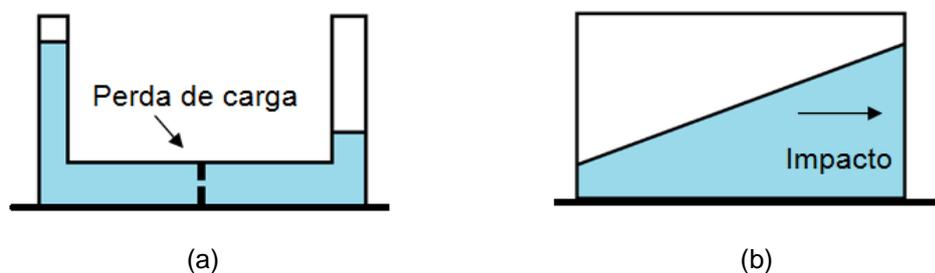


Figura 2. 6 – Ilustração de um ACLS (a); Ilustração de um ALS (b).

- Amortecedores de massa sintonizados (AMS): a Figura 2.7 ilustra este tipo de dispositivo. A energia da estrutura é transferida para o sistema massa-mola-

amortecedor que vibra fora de fase com o sistema principal. O dispositivo citado é sintonizado em uma única frequência (Avila, 2002).

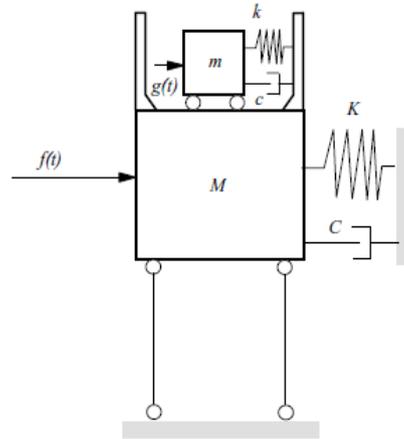


Figura 2. 7 – Esquema de uma estrutura com um AMS conectado ao topo (Avila, 2002).

- Amortecedores de massa sintonizados múltiplos (AMSM): a Figura 2.8 ilustra este tipo de dispositivo, que transfere a energia para os sistemas massa-mola-amortecedor. São sintonizados em várias frequências. Podem ser do tipo “Interligado” (AMSM-I), ou do tipo “não interligado” (AMSM-NI).

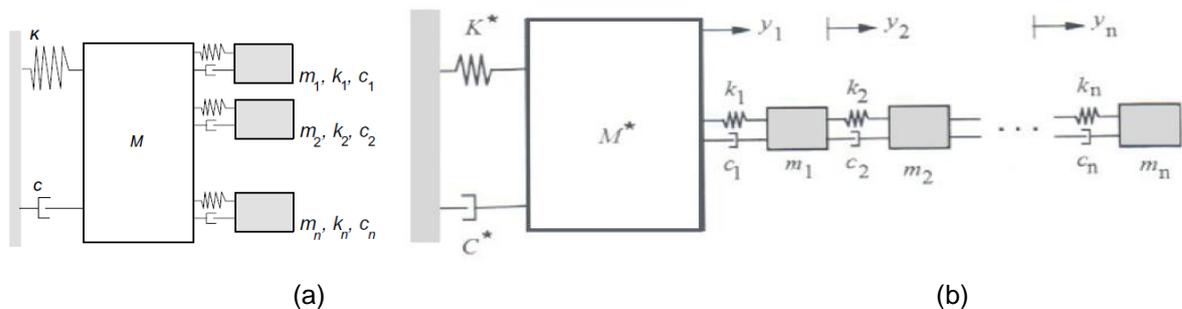


Figura 2. 8 – Sistema principal associado a um AMSM-NI (a) e AMSM-I (b) (Carneiro, 2004).

Algumas vantagens e desvantagens da utilização do sistema de controle passivo, segundo Jurukovski *et al.* (1995), estão listadas a seguir.

Vantagens:

- Dispensam a alta tecnologia para sua implementação e operação.
- Não necessitam de manutenção permanente e/ou especializada.
- Dispensam fonte de energia externa.

Desvantagens:

- São projetados para possuírem eficiência em uma determinada faixa de frequência, sendo que as características dinâmicas da maioria dos carregamentos naturais são aleatórias.

2.1.2 Controle ativo

O controle ativo consiste no controle da resposta de uma estrutura principal através da aplicação de forças externas. Para isso são utilizados atuadores geridos por computador, os quais adéquam as forças que serão aplicadas ao sistema principal às necessidades do mesmo, em tempo real (Soong, 1990). O movimento dos atuadores gera as forças de inércia, que exercem o chamado controle ativo na estrutura.

2.1.3 Controle híbrido

Funciona a partir da combinação entre os sistemas de controle passivo e ativo (Avila, 2002). Este tipo de dispositivo necessita de menor quantidade de energia que o sistema ativo, diminui custo e melhora a eficiência do sistema (Spencer & Sain, 1997; Avila & Gonçalves, 2002). Outra característica é que, com sistema híbrido, o sistema ativo é solicitado somente quando o sistema passivo não é suficiente para controlar as vibrações do sistema principal (Xue et al., 1997). Contudo, este tipo de controle continua necessitando de energia para o pleno funcionamento.

2.1.4 Controle semi-ativo

Este sistema é similar ao sistema de controle híbrido, com a vantagem de não necessitar de energia para o sistema de controle principal. O que acontece neste caso é que alguns dispositivos do sistema possuem propriedades controláveis, que se alteram para o correto funcionamento do sistema de controle. Essas alterações, quando necessitam de energia, demandam muito pouco e baterias são capazes de fornecer a quantidade de energia necessária (Symans & Constanttinou, 1999). Alguns exemplos de mecanismos que exercem um controle semi-ativo são os

amortecedores com fluidos não-newtonianos e amortecedores visco-fluidos com orifício de fluxo ajustável.

2.2 Amortecedor de massa sintonizado tipo pêndulo

Existem diversas configurações geométricas possíveis para o amortecedor de massa sintonizado (AMS). Uma solução possível é utilizando um amortecedor do tipo pêndulo, que pode ser do tipo pêndulo simples ou do tipo pêndulo invertido. A Figura 2.9 ilustra de maneira simplificada o modelo de um pêndulo simples, que consiste em uma massa conectada a uma estrutura por meio de um cabo flexível ou haste rígida, de forma que o movimento oscilatório da massa do amortecedor se estabeleça em torno do ponto de fixação na estrutura. A posição da massa para esse sistema pendular é de equilíbrio estável. Uma aplicação prática para esse tipo de dispositivo é o AMS tipo pêndulo simples, instalado no arranha céu Taipei 101 em Taiwan (Figura 2.10). A Figura 2.11, por sua vez, ilustra de maneira simplificada o modelo de um pêndulo invertido, que consiste em uma massa conectada a uma estrutura por meio, obrigatoriamente, de uma haste rígida. Nesse sistema, o movimento oscilatório da massa do amortecedor se estabelece em torno do ponto de fixação na estrutura, contudo, a posição da massa, aqui, é de equilíbrio instável.

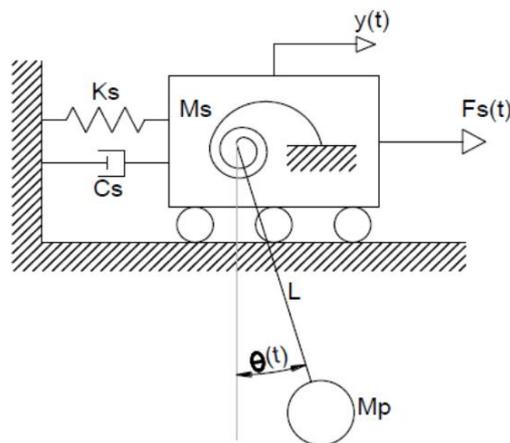
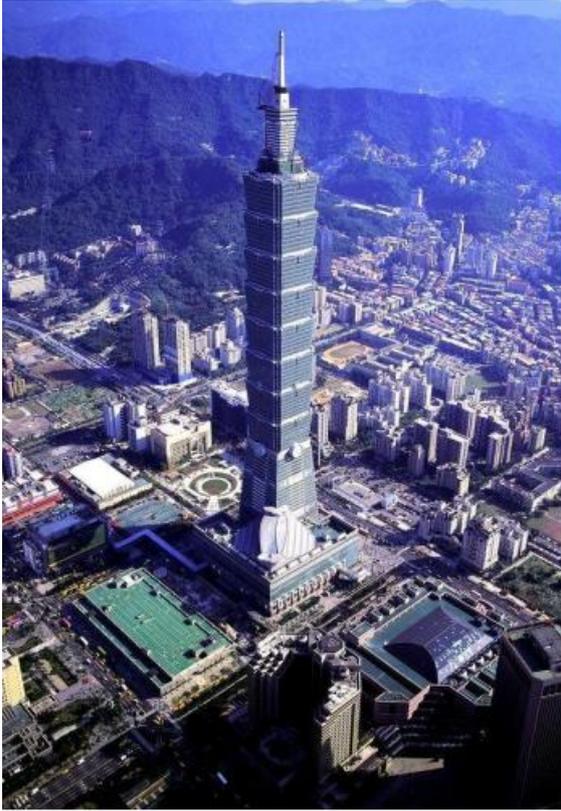


Figura 2. 9 – Pêndulo simples acoplado à base móvel (Zuluaga *et al.*, 2007).



(a)



(b)



(c)

Figura 2. 10 – Imagem do AMS dentro do arranha céu Taipei 101.

(<http://homesthetics.net/taipei-101-tower-in-taiwan-by-c-y-lee-partners/>, acesso em 10/03/2018).

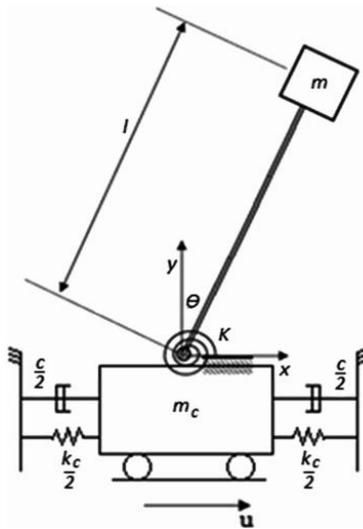


Figura 2. 11 – Pêndulo invertido acoplado à base móvel (Guimarães *et al.*,2015).

Para ambos os tipos de amortecedor, o movimento da estrutura excita o dispositivo de amortecimento e transfere a ele parte da energia proveniente do carregamento dinâmico. A oscilação do pêndulo aplica, no ponto de conexão com a estrutura, uma força horizontal oposta ao movimento oscilatório da estrutura. Isso diminui a quantidade de energia do sistema que deve ser absorvida pelos elementos estruturais.

O tipo de dispositivo citado somente pode ser considerado um oscilador linear em regime de pequenas amplitudes de vibração, quando $\sin(\theta) \cong \theta$; e o período dessas oscilações depende do comprimento do cabo/haste.

Gerges & Vickery (2005) estudaram o comportamento de um AMS do tipo pêndulo analisando a redução da resposta RMS dos deslocamentos da estrutura. O objetivo do estudo numérico foi avaliar os parâmetros ótimos para um sistema principal amortecido sujeito a forças de vento e sísmicas. O sistema foi submetido a forças e acelerações, em que as excitações aleatórias foram simuladas como um espectro de ruído branco.

Avila *et al.* (2006) avaliaram a eficiência de um AMS do tipo pêndulo analisando a redução dos deslocamentos da estrutura em questão. Foi realizado um estudo paramétrico por meio do procedimento de busca numérica Min.Max. (Tsai e Lin, 1993) com o objetivo de determinar a razão ideal de massa e comprimento do cabo para incrementar a eficiência do dispositivo.

Orlando & Gonçalves (2006) estudaram um AMS tipo pêndulo simples no controle de vibrações de estruturas de torres esbeltas. Com o objetivo de estudar o

comportamento no regime não-linear do sistema torre-pêndulo sob um carregamento harmônico, foi proposto e analisado, na vizinhança da frequência fundamental da torre, um modelo com dois graus de liberdade. Uma análise paramétrica detalhada foi realizada no regime não-linear e os resultados demonstraram que, em algumas situações, o amortecedor pendular passivo pode amplificar a resposta da torre. Os autores afirmam que a análise da não-linearidade geométrica do pêndulo é de extrema importância. Por fim, foi proposto um sistema de controle pendular híbrido e os resultados indicaram que o controle híbrido proposto é mais eficiente que o exclusivamente passivo que foi analisado.

Zuluaga (2007) analisou o comportamento de um edifício de dez andares, discretizado como um *shear frame* e reduzido a um grau de liberdade. O sistema utilizado para amortecimento foi um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo simples, o que implica em um sistema modelado com dois graus de liberdade. O autor avaliou a eficiência do AMS na redução dos deslocamentos, velocidades e acelerações de uma estrutura submetida a excitações aleatórias. Foram consideradas as funções de densidade espectral de potência para as excitações provocadas por sismos e pelo vento, considerando uma função de densidade espectral constante (ruído branco) e depois mediante funções de densidade espectrais mais realísticas, como o espectro de Kanai-Tajimi (no caso de excitações sísmicas), e o espectro de Davenport (no caso de carregamentos devidos ao vento). Nesse trabalho foram determinados os parâmetros ótimos para o sistema com amortecimento (comprimento do cabo e razão de amortecimento do pêndulo). Em todos os casos analisados o comprimento ótimo do cabo do pêndulo e o período de oscilação do mesmo diminuíram com o aumento da razão de massa, enquanto que a razão ótima de amortecimento aumentou. De acordo com o autor o ruído branco proporciona, em muitos casos, uma boa aproximação para o espectro de Davenport ou de Kanai-Tajimi no estudo de vibrações aleatórias.

Anh *et al.* (2007) apresenta um sistema principal do tipo pêndulo invertido, previamente estabilizado, com um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo, como absorvedor dinâmico de vibrações. O AMS foi modelado de duas maneiras distintas e os resultados foram comparados. Primeiramente o AMS foi modelado como um pêndulo simples e, posteriormente, como pêndulo invertido. Ambas as situações tiveram o AMS conectado em região intermediária do pêndulo

principal conforme é ilustrado na Figura 2.12. Os resultados mostraram que o AMS do tipo pêndulo invertido foi mais eficiente que o AMS do tipo pêndulo simples como absorvedor para as análises realizadas, uma vez que o pêndulo simples necessitou de comprimentos muito maiores para ter a mesma eficiência com a mesma razão de massa.

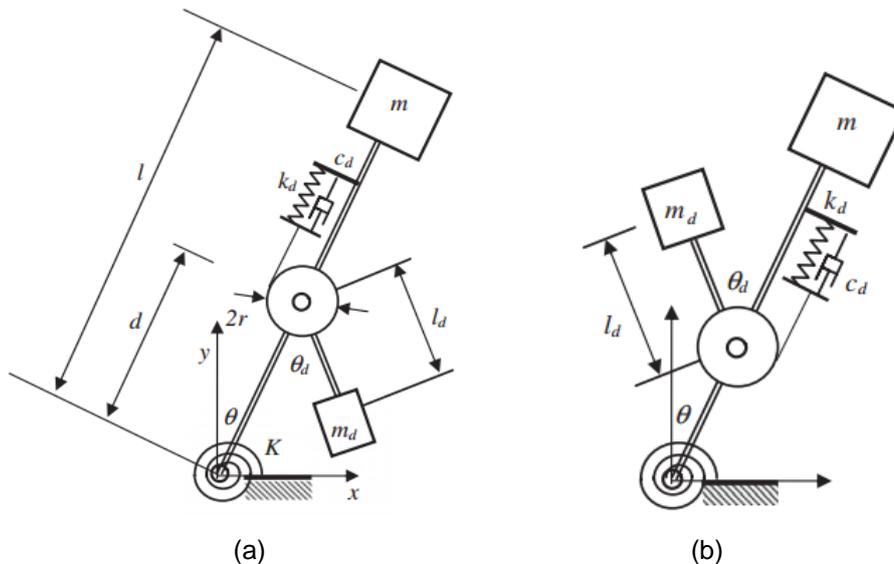


Figura 2. 12 – Sistema principal com pêndulo simples (a), e com pêndulo invertido (b) (Anh *et al.*, 2007).

Avila *et al.* (2009) estudaram uma torre eólica modelada como uma viga em balanço, engastada, vertical e com uma massa concentrada na extremidade superior. O modelo contínuo foi reduzido para um modelo massa-mola com grau de liberdade. O histórico temporal de velocidade do vento foi calculado a partir de uma composição dos espectros de potência de Van der Hoven's. O dispositivo passivo utilizado para controle estrutural foi um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo. Primeiramente, foi analisada a resposta da estrutura no primeiro modo de vibração quando a excitação foi o ruído branco. Os parâmetros utilizados para o sistema de controle foram os encontrados na otimização realizada por Zuluaga (2007) e os resultados foram satisfatórios. Posteriormente foi considerado o espectro de potência de Van der Hoven's. Neste último caso os parâmetros de Zuluaga (2007) não tiveram desempenho satisfatório.

Rosa *et al.* (2010) construíram uma plataforma para o controle de processos físicos em tempo real. Para tal, utilizou-se um pêndulo invertido acoplado a uma

base móvel com motores independentes. O sistema reage à variações de estado em tempo real e tenta manter seu equilíbrio independente da ação humana. Também foi construída uma placa de interface entre o computador e as partes mecânicas. A bancada construída contempla, também, os circuitos eletrônicos necessários para a comunicação com o computador e a análise dos dados obtidos com sensores.

Lourenco (2011) analisou teórica e experimentalmente a performance de um amortecedor de massa sintonizado (AMS), ativo, tipo pêndulo, com amortecedor conectado à massa do AMS, para o controle dinâmico de vibrações de um *shear building* de dois andares submetido a espectros de banda larga. A otimização dos parâmetros do AMS é realizada em tempo real pelo algoritmo, atualizando as razões de frequência, de amortecimento e de massa. Um modelo teórico de um sistema reduzido a um grau de liberdade foi utilizado para demonstrar a eficiência do sistema de controle quando os parâmetros do AMS são otimizados. O referido sistema é capaz de identificar os modos de vibração da estrutura em tempo real e sintonizar o AMS, por meio da alteração do comprimento do pêndulo, na frequência desejada. A razão de amortecimento é alterada por meio do ajuste do coeficiente de amortecimento do dispositivo conectado à massa do pêndulo.

Oliveira (2012) analisou o comportamento de um edifício de dez andares, discretizado como um *shear frame* e reduzido a um grau de liberdade. Com o intuito de comparar resultados com Zuluaga (2007), o autor utilizou um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo simples como mecanismo controlador de vibrações, o que implica em um sistema modelado com dois graus de liberdade. Desenvolveu-se um estudo para encontrar os parâmetros ótimos para uma estrutura com amortecimento e submetida a uma força harmônica inicialmente na estrutura e posteriormente na base. Foram determinados os parâmetros ótimos gerais e adimensionais para o dimensionamento de estruturas com diferentes razões de massa e amortecimento. No estudo realizado, os valores da resposta em frequência diminuíram com o aumento da razão de massa. As comparações foram realizadas para o sistema submetido, tanto a uma força harmônica, quanto a uma excitação de base e os resultados encontrados por meio do procedimento de busca Min.Max. (proposto por Tsai e Lin, 1993) apresentaram bom comportamento em relação ao procedimento do valor quadrático médio. Os resultados também foram comparados com os de Tsai e Lin (1993) e se mostraram bastante semelhantes.

Guimarães & Avila (2013a) analisaram o comportamento dinâmico de uma aerogerador offshore modelado, de maneira simplificada, por um pêndulo invertido. Inicialmente foi proposto um controle proporcional para garantir, tanto a estabilidade do sistema (que é naturalmente instável), quanto às pequenas amplitudes de oscilação (comportamento linear). Posteriormente, foram comparadas as eficiências de um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo simples e outro do tipo pêndulo invertido, no controle de vibrações do sistema principal. Foram realizadas simulações numéricas com a intenção de procurar parâmetros do AMS que melhorassem a eficiência do dispositivo. Os resultados mostraram que o AMS do tipo pêndulo invertido foi mais eficiente que o AMS do tipo pêndulo simples, para as análises realizadas, uma vez que o pêndulo simples necessitou de comprimentos muito grandes, o que torna inviável a execução deste dispositivo na prática. Os gráficos da resposta em frequência também indicaram melhor eficiência do dispositivo invertido, uma vez que as amplitudes diminuíram nas frequências de ressonância.

Guimarães & Avila (2013b) analisaram a estabilidade dinâmica de uma turbina eólica modelada como um pêndulo invertido. Uma vez que o equilíbrio do referido pêndulo é naturalmente instável e não-linear, foi proposto um controle proporcional para a estabilização do mesmo. Foi adotado o tipo de controle proporcional, integral e derivativo (PID), que é baseado em valores de aproximação para as variáveis desejadas, visando controlar, neste caso, o desvio angular do sistema. Os valores calculados para as ações são transformados em sinal e enviados para os atuadores, que, por sua vez, ficam encarregados de aplicar as forças instantaneamente e estabilizar o sistema. O valor limite para a constante de rigidez torsional, conectada à base pêndulo e que torna o sistema estabilizado, foi encontrado analisando-se os autovalores da matriz de estado do sistema. Os resultados finais deste estudo indicaram que o controle proporcional proposto para a estabilização do pêndulo invertido foi satisfatório.

Shzu *et al.* (2015) realizaram um estudo sobre a eficiência de um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo, modelando a estrutura principal e o AMS pelo método dos elementos finitos (MEF) por meio do *software* ANSYS. A carga oriunda do vento foi considerada, o sistema principal foi uma torre esbelta com dimensões fictícias. Elementos de viga, placa e massa foram distribuídos na parte

superior do modelo. Além das frequências naturais, os modos de vibração foram determinados e as análises transiente e harmônica foram efetuadas. Apesar do controle de estruturas esbeltas com AMS ser bastante estudado na literatura, ainda não foram encontrados estudos de AMS tipo pêndulo com a utilização do ANSYS. Essa é uma ferramenta poderosa para a análise desse tipo de sistema para o controle de vibrações em torres esbeltas como turbinas eólicas. Os resultados mostraram que, caso seja adequadamente sintonizado, o AMS tipo pêndulo promove uma satisfatória redução na resposta das vibrações nesse tipo de estrutura.

Colherinhas *et al.* (2015) analisaram numericamente o comportamento dinâmico de uma torre esbelta antes e após a instalação de um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo. Foi realizada uma análise harmônica para se obter a resposta em frequência da torre com o amortecedor. O modelo matemático proposto para descrever a torre foi reduzido para o primeiro modo de vibração e analisado com dois graus de liberdade. Foi realizada uma otimização utilizando algoritmo genético (AG) para melhorar a eficiência do AMS e duas restrições foram propostas para a função objetivo do AG. A primeira: minimizar a amplitude máxima de oscilação; e a segunda: minimizar a amplitude máxima de oscilação e maximizar o inverso da amplitude máxima de oscilação (Min.Max., Tsai e Lin, 1993). Foi realizada uma comparação com os resultados encontrados por Zuluaga (2007) e para a primeira restrição os mesmos foram idênticos, o que valida a presente implementação. A comparação para a segunda restrição demonstra que o AMS é o principal afetado pelas variações da razão de massa e de amortecimento, porém outros estudos são necessários para analisar as forças de amortecimento em outros formatos de estruturas.

Colherinhas (2016) elaborou uma metodologia para otimizar o controle de vibrações em torres esbeltas com a utilização de um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo, para um sistema modelado com dois graus de liberdade. A massa, o comprimento do pêndulo, a rigidez e o amortecimento são os parâmetros pesquisados e analisados no algoritmo. Um gráfico contendo uma função de resposta da estrutura modelada com dois graus de liberdade é construído no domínio da frequência para validar os resultados da otimização utilizando algoritmos genéticos. Os resultados também são comparados com análises

realizadas com o método dos elementos finitos (MEF). A implementação elaborada permite a identificação da solução para a torre com o AMS, que otimiza as configurações do pêndulo para que o sistema absorva, de maneira mais eficiente, as vibrações na torre.

Guimarães (2016) analisou o comportamento dinâmico de uma aerogerador offshore flutuante modelado, de maneira simplificada, por um pêndulo invertido sobre uma base móvel. Foram propostos dois tipos de controle, o passivo e o semiativo. Para o controle passivo, foi utilizado um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo invertido e para o controle semiativo, foi proposta uma estratégia de modificação dos parâmetros de rigidez e de amortecimento do AMS. A modificação desses parâmetros foi realizada por meio, tanto de um estudo paramétrico, quanto da utilização de algoritmos de otimização. Na primeira opção do controle semiativo, apenas a variação do valor do amortecimento foi analisado, enquanto que na segunda opção, as variações dos valores de amortecimento e de rigidez foram analisadas. Os resultados mostraram que o sistema de controle semiativo foi mais eficiente que o passivo nas análises realizadas para a redução da amplitude de oscilação do sistema principal, principalmente para excitações aleatórias. Também foi possível concluir que, para alcançar um melhor desempenho do sistema semiativo, deve-se variar apenas o parâmetro de amortecimento quando o sistema principal estiver submetido a um carregamento aleatório; e deve-se variar, tanto o parâmetro de amortecimento, quanto o parâmetro de rigidez, quando o sistema principal estiver sob um carregamento harmônico.

Deraemaeker & Soltani (2016) iniciaram um estudo com a intenção de obterem, de forma analítica, a solução para a otimização de um amortecedor linear de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo, conectado a um sistema principal considerado sem amortecimento e reduzido para um modelo com um grau de liberdade. O método dos picos iguais de Den Hartog, para AMS's viscosos, foi a motivação para o estudo dos presentes autores. Com a razão de massa entre o sistema principal e o AMS, são calculados os valores ótimos para o comprimento do pêndulo e para o coeficiente do amortecedor que fica conectado à massa do AMS. A formulação é apresentada de maneira dimensional e adimensional. Parte das análises se concentra na comparação do valor da amplitude máxima de vibração para a função receptância do sistema com os resultados de Oliveira (2012) e

indicaram que a eficiência do sistema de amortecimento oriunda da formulação proposta é muito similar aos resultados quando se utiliza a otimização por técnicas numéricas.

Bernardes *et al.* (2017) analisaram um *shear building* de dez andares, com modelo matemático representando um sistema reduzido a um grau de liberdade. O sistema utilizado para o controle de vibrações foi um amortecedor de massa sintonizado (AMS) do tipo pêndulo invertido e uma otimização para os parâmetros do pêndulo foi realizada com algoritmos genéticos. A implementação em algoritmo genético utilizada como ferramenta computacional, elaborada por Colherinhas (2015), permite selecionar os valores ótimos para os parâmetros do pêndulo a partir de um gráfico 3D em que os referidos valores encontram-se nos vales da superfície que representa a solução analítica para o sistema com dois graus de liberdade, ou seja, sistema principal com o AMS.

Bernardes (2018) projetou, construiu e ensaiou um amortecedor de massa sintonizado do tipo pêndulo invertido – AMSPI, com a intenção de avaliar a eficiência desse dispositivo no controle de vibrações em um modelo experimental de edifício alto, construído de aço, em escala reduzida. Inicialmente a estrutura foi analisada numericamente no software ANSYS, onde a caracterização das propriedades dinâmicas dela foi realizada. Posteriormente, um ensaio de vibração livre realizado em laboratório indicou que o shear frame utilizado não conseguiu reproduzir fielmente o comportamento da estrutura real, do ponto de vista de suas frequências naturais. A análise dos dados, após aquisição de imagens no laboratório, forneceu satisfatoriamente a razão de amortecimento da estrutura possibilitando a redução do modelo a um sistema teórico com um único grau de liberdade. Uma otimização foi realizada com a intenção de encontrar os melhores valores dos parâmetros μ e l , para a construção do AMSPI. Análises demonstraram que, de fato, as menores respostas do sistema com AMSPI acontecem quando os parâmetros ótimos são utilizados. Ensaio de vibração forçada demonstraram que a amplitude das respostas do sistema com o AMSPI são, aproximadamente, 15 vezes menores que as amplitudes do sistema sem o dispositivo, para o estudo em questão.

2.3 Aplicações

A origem do controle de vibrações tem sua origem no século XX, contudo a partir da década de 60 essa tecnologia passou a ser utilizada com frequência em estruturas de engenharia civil. A partir desse período, as técnicas foram implementadas em um grande número de edifícios alto, pontes, torres e chaminés (Oliveira, 2012).

Aplicações dos sistemas de amortecedores de massa sintonizados (AMS`s) podem ser encontradas em Spencer & Soong (1999), em Spencer & Sain (1997), em Holmes (1995), no sítio da internet <https://nisee.berkeley.edu/elibrary/search> (Zuluaga, 2007) e em Oliveira (2012). Alguns exemplos de aplicação de AMS`s do tipo pêndulo seguem listados na Tabela 2.1.

Tabela 2. 1 – Aplicações de AMS's do tipo pêndulo (adaptado de Oliveira, 2012 e Zuluaga, 2007).

Nome da estrutura	Cidade/País	Tipo de amortecedor	Data aproximada de instalação	Informações adicionais
111 West 57th Street	New York City	AMS	2018	Altura = 435m
Suzhou IFS	Suzhou	ALS	2017	Altura = 450m
Ping An Finance Center	Shenzhen	AMS	2017	Altura = 599m
Shanghai Tower	Shanghai	AMS	2015	Altura = 632m
432 Park Avenue	New York City	AMS	2015	Altura = 425m
Taipei 101	Taipei, Taiwan	AMS – Pêndulo	2002/2003	Custo = 4 milhões de dólares; diâmetro = 5,5m; M = 660ton.
Sydney Tower	Sydney, Austrália	AMS – Pêndulo	1980/1981	Altura = 305m; Razão de massa = 0,10; Freq. Natural = 0,50Hz; M = 220ton.
Rokko Island P & G	Kobe, Japão	AMS – Pêndulo	1993	Altura = 117m; Freq. Natural = 0,33-0,62Hz; M = 270ton.
Chifley Tower	Sydney, Austrália	AMS – Pêndulo	1993	Altura = 209m; M = 400ton.
Kansai International Airport	Osaka, Japão	AMA – Pêndulo Invertido	1993	Freq. Natural = 0,8Hz; M = 10ton.
MKD8 Hikarigaoka Office Building	Tóquio, Japão	AMA - Pêndulo	1993	Altura = 100m; Freq. Natural = 0,44Hz.
Higashiyama Sky Tower	Nagoya, Japão	AMS – Pêndulo	1989	***

3 FORMULAÇÃO TEÓRICA

O presente trabalho analisa um modelo de sistema dinâmico com um grau de liberdade (1GdL) translacional na direção horizontal. A esse sistema é acoplado um dispositivo de controle passivo na forma de pêndulo invertido (AMS-PI), passando assim a tratar-se de um sistema com dois graus de liberdade (2GdL). Esse sistema é analisado numérica e experimentalmente nas condições de vibração livre e forçada. Neste capítulo apresenta-se a formulação teórica adotada para a referida análise.

3.1 Sistema principal (1GdL)

O sistema principal é definido por um modelo com um grau de liberdade (1GdL), mostrado na Figura 3.1, que consiste de uma massa concentrada m_c conectada a duas molas, uma de cada lado, possuindo constante elástica $\frac{k_c}{2}$ cada uma delas. A massa pode transladar na horizontal, ao longo do eixo X-X, e seu deslocamento é representado por u_c . A energia do sistema é dissipada por dois amortecedores equivalente conectados à massa, um de cada lado, com coeficiente de amortecimento $\frac{c}{2}$ cada um deles. A excitação do sistema é provocada por uma força dinâmica $F(t)$ aplicada à massa.

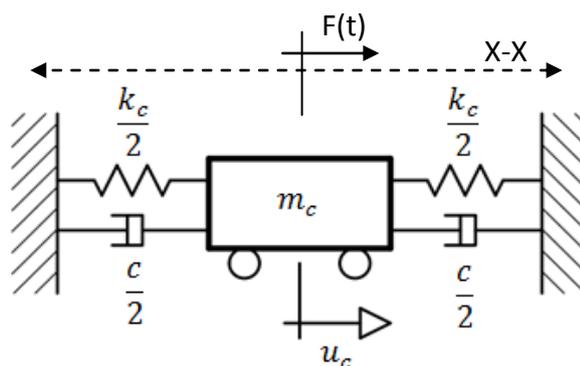


Figura 3. 1 – Modelo do sistema principal.

A equação de movimento para o sistema com 1GdL é descrita na Equação 3.1.

$$m_c \ddot{u}_c + c \dot{u}_c + k_c u_c = F(t) \quad (3.1)$$

onde,

m_c : é a massa do sistema principal,

$\frac{k_c}{2}$: é a constante elástica de cada mola,

$\frac{c}{2}$: é o coeficiente de amortecimento de cada amortecedor,

$F(t)$: é excitação aplicada à massa,

u_c : representa o deslocamento da massa ao longo do eixo X-X.

A frequência natural não amortecida do sistema citado é dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_c}{m_c}} \quad (3.2)$$

A evolução do deslocamento do sistema principal no domínio do tempo, para o sistema com 1GdL em vibração livre e regime subamortecido, pode ser representada pela Equação 3.3. Ela contempla apenas a solução homogênea da equação de movimento.

$$x_H(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left(\frac{v_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_d} \sin(\omega_d t) + x_0 \cos(\omega_d t) \right) \quad (3.3)$$

onde v_0 e x_0 são as condições iniciais do sistema e correspondem, respectivamente, à velocidade e ao deslocamento iniciais; $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ é a frequência natural amortecida; e $\xi = c/(2m_c\omega_n)$ é a razão de amortecimento.

A evolução do deslocamento para o mesmo sistema, considerando, agora, vibração forçada, pode ser representada pela Equação 3.4. Nesta condição, a resposta total do sistema é a sobreposição das soluções homogênea e particular. Esta última, que é a solução para um carregamento harmônico, está representada na Equação 3.5.

$$x(t) = x_H(t) + x_p(t) \quad (3.4)$$

$$x_p(t) = k_1 \sin(\Omega t) + k_2 \cos(\Omega t) \quad (3.5)$$

onde $k_1 = 2\xi\omega_n^3\Omega[(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\Omega)^2]^{-1}f_0$; $k_2 = \omega_n^2(\omega_n^2 - \Omega^2)[(\omega_n^2 - \Omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\Omega)^2]^{-1}f_0$; Ω é a frequência do forçamento harmônico; e f_0 é a amplitude do forçamento harmônico.

A resposta em regime permanente do sistema principal no domínio da frequência pode ser representada a partir de $|H_{uc}(i\omega)|$, conforme apresentado na Equação 3.6.

$$|H_{uc}(i\omega)| = \frac{1}{[(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2]^{1/2}} \quad (3.6)$$

onde,

$r = \frac{\omega}{\omega_n}$: é a razão de frequência.

3.2 Sistema principal com AMS-PI (2GdL)

Considerando-se um amortecedor de massa sintonizado do tipo pêndulo invertido (AMS-PI) acoplado ao sistema principal descrito no item anterior com a intenção de diminuir a amplitude de vibração deste sistema. O sistema de dois graus de liberdade correspondente está ilustrado na Figura 3.2.

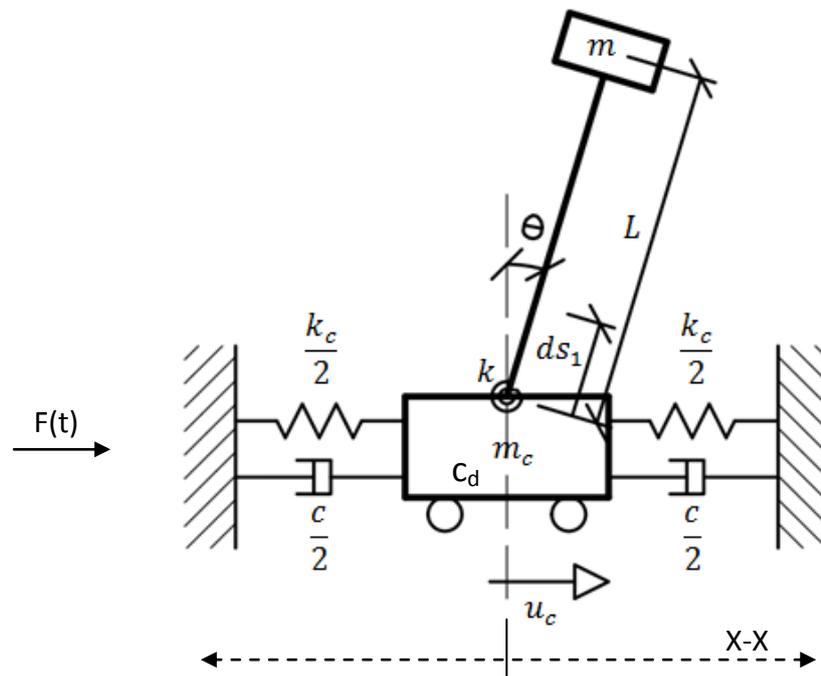


Figura 3. 2 – Modelo do sistema principal com AMS-PI (adaptado de Guimarães, 2016).

Os parâmetros do AMS-PI são:

m_c : é a massa do sistema principal,

$\frac{k_c}{2}$: é a constante elástica de cada mola do sistema principal,

$\frac{c}{2}$: é o coeficiente de amortecimento de cada amortecedor equivalente do sistema principal,

$F(t)$: é excitação aplicada à massa m_c ,

u_c : representa o deslocamento da massa m_c ao longo do eixo X-X,

m : é a massa concentrada no topo da barra,

μ : é a relação entre as massas ($\frac{m}{m_c}$),

θ : é a amplitude angular da barra do AMS,

l : é o comprimento da barra do AMS, que é considerada um corpo rígido,

k : é a constante elástica da mola torsional,

c_d : é o coeficiente de amortecimento da haste do AMS,

ρ : é a densidade linear da barra do AMS,

s_1 : é o comprimento infinitesimal do elemento linear (haste) do AMS,

ds_1 : é a direção de integração de s_1 , e que varia no intervalo $[0, l]$.

O pêndulo invertido consiste em uma haste rígida conectada sobre a base deslizante. A haste possui liberdade para girar em torno de sua conexão na base, enquanto esta possui liberdade para transladar horizontalmente, ao longo do eixo X-X.

O modelo em questão é um sistema com dois graus de liberdade, possui amortecedores e molas conectados à base de massa m_c ; possui um amortecedor e uma mola com rigidez rotacional na conexão da haste com a base deslizante; e a excitação do sistema é provocada por uma força dinâmica $F(t)$ aplicada à massa deslizante. O deslocamento angular é admitido pequeno, o que implica em um comportamento linear para o modelo proposto.

Para a origem do sistema de coordenadas foi considerado o ponto de rotação do pêndulo (parte inferior da haste) e toda a massa m_c é considerada concentrada nesse ponto.

As coordenadas horizontais para os componentes do modelo matemático são:

$$x_c = u_c \quad (3.7)$$

$$x_m = u_c + l \sin \theta \cong u + l \theta \quad (3.8)$$

$$x_b = u_c + s_1 \sin \theta \cong u + s_1 \theta \quad ; s_1 = [0, l] \quad (3.9)$$

onde,

x_c : é o deslocamento horizontal da base deslizante (m_c),

x_m : é o deslocamento horizontal da massa do topo (m),

x_b : é o deslocamento horizontal dos elementos da barra do pêndulo.

As coordenadas verticais para os componentes do modelo matemático são:

$$y_c = 0 \quad (3.10)$$

$$y_m = l \cos \theta \quad (3.11)$$

$$y_b = s_1 \cos \theta \quad (3.12)$$

onde,

y_c : é o deslocamento vertical da base deslizante (m_c),

y_m : é o deslocamento vertical da massa do topo (m),

y_b : é o deslocamento vertical dos elementos da barra do pêndulo.

As equações de movimento são obtidas por meio da equação de Lagrange para sistemas não conservativos. Para tanto, são necessárias as expressões das energias cinética, potencial e dissipada do sistema em estudo.

Dada a equação de Lagrange,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) = F_i^N \quad , i = (1, 2, \dots, n) \quad (3.13)$$

onde,

$L = K_E - P_E$: Lagrangeano do sistema,

q_i : coordenadas generalizadas (θ, u_c),

$F_i^N = F_i^E + F_i^D$: forças generalizadas não conservativas,

F_i^E : forças externas atuantes no sistema,

F_i^D : forças dissipativas do sistema,

i : enumera as coordenadas generalizadas,

K_E : é a energia cinética,

P_E : é a energia potencial.

Considerando as relações descritas anteriormente, a energia cinética, a energia potencial e a energia dissipada são calculadas.

- Energia cinética (K_E).

$$K_E = \frac{1}{2} \left(m_c \dot{x}_c^2 + m \dot{x}_m^2 + \int_0^l \rho \dot{x}_b^2 ds_1 \right) \quad (3.14)$$

$$K_E = \frac{1}{2} \left(m_c \dot{u}_c^2 + m (\dot{u}_c + l\dot{\theta})^2 + \rho l \left(\dot{u}_c^2 + l\dot{\theta}\dot{u}_c + \frac{1}{3} (l\dot{\theta})^2 \right) \right) \quad (3.15)$$

- Energia potencial (P_E).

$$P_E = \frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2}k_c u_c^2 + mgy_m + \int_0^l \rho g y_b ds_1 \quad (3.16)$$

$$P_E = \frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2}k_c u_c^2 + mgl\cos\theta + \rho \frac{l^2}{2} g\cos\theta \quad (3.17)$$

- Energia dissipada (F^D).

$$D_E = \frac{1}{2}c_d \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}c\dot{u}_c^2 \quad (3.18)$$

Aplicando a equação diferencial de Lagrange, descrita na Equação 3.13, para as duas variáveis generalizadas do sistema (θ, u_c) e realizando algumas manipulações matemáticas, chega-se nas duas equações de movimento do sistema, conforme apresentado nas Equações 3.19 até 3.22.

Com Lagrange aplicado à θ , tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left(ml(\dot{u}_c + l\dot{\theta}) + \frac{\rho l^2}{2} \dot{u}_c + \frac{\rho l^3}{3} \dot{\theta} \right) + \left(k\theta - mgl\sin\theta - \frac{\rho l^2}{2} g\sin\theta \right) = -c_d \dot{\theta} \quad (3.19)$$

$$\left(ml^2 + \frac{\rho l^3}{3} \right) \ddot{\theta} + \left(ml + \frac{\rho l^2}{2} \right) \ddot{u}_c + c_d \dot{\theta} + \left(k - mgl - \frac{\rho gl^2}{2} \right) \theta = 0 \quad (3.20)$$

Com Lagrange aplicado à u_c , tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left(m_c \dot{u}_c + m(\dot{u}_c + l\dot{\theta}) + \frac{\rho l}{2} (2\dot{u}_c + l\dot{\theta}) \right) + k_c u_c = F(t) - c\dot{u}_c \quad (3.21)$$

$$\left(ml + \frac{\rho l^2}{2} \right) \ddot{\theta} + (m_c + m + \rho l) \ddot{u}_c + c\dot{u}_c + k_c u_c = F(t) \quad (3.22)$$

A Equação 3.23 representa as equações de movimento na forma matricial e seus coeficientes são apresentados nas relações posteriores.

$$\begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} \\ M_{2,1} & M_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{u}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{1,1} & 0 \\ 0 & C_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{u}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{1,1} & 0 \\ 0 & K_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F(t) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

onde,

$$\begin{aligned} M_{1,1} &= \frac{\rho l^3}{3} + ml^2 \\ M_{1,2} &= M_{2,1} = ml + \frac{\rho l^2}{2} \\ M_{2,2} &= m_c + m + \rho l \\ C_{1,1} &= c_d \\ C_{1,2} &= C_{2,1} = 0 \\ C_{2,2} &= c \\ K_{1,1} &= k - mgl - \frac{\rho gl^2}{2} \\ K_{1,2} &= K_{2,1} = 0 \\ K_{2,2} &= k_c \end{aligned}$$

As equações de movimento do sistema também podem ser representadas por meio das equações de estado conforme segue:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t) \quad (3.24)$$

onde,

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \dot{\mathbf{y}}(t) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

é o vetor de estado (ordem $2n$), $\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \theta \\ u_c \end{bmatrix}$, que é o vetor de deslocamentos ($n \times 1$),

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

é a matriz de estado ($2n \times 2n$) do sistema, $\mathbf{u}(t)$ é vetor de forças de controle ($m \times 1$),

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

é a matriz ($2n \times m$) que fornece a posição dos controladores no espaço de estado, $\mathbf{f}(t)$ vetor de forças externas aplicadas ($r \times 1$),

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

é a matriz ($2n \times r$) que fornece a posição das forças externas no espaço de estado, \mathbf{D} define a localização das forças de controle ($n \times m$) e \mathbf{E} define a localização das forças externas de excitação ($n \times r$).

A análise da evolução da resposta do sistema em função da frequência pode ser realizada a partir da construção da função de resposta no domínio da frequência (FRF), a qual relaciona um sinal de saída de um sistema com um sinal de entrada desse sistema.

Dadas as equações de movimento para o sistema com AMS-PI descritas na Equação 3.23, faz-se, admitindo que a solução dessas equações a um forçamento $f(t) = e^{i\omega t}$ são dadas por $\theta(t) = H_\theta(\omega)e^{i\omega t}$ e $u_c(t) = H_{u_c}(\omega)e^{i\omega t}$, chega-se a:

$$\begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} \\ M_{2,1} & M_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -H_\theta(\omega)e^{i\omega t}\omega^2 \\ -H_{u_c}(\omega)e^{i\omega t}\omega^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{1,1} & 0 \\ 0 & C_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_\theta(\omega)e^{i\omega t}(i\omega) \\ H_{u_c}(\omega)e^{i\omega t}(i\omega) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{1,1} & 0 \\ 0 & K_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_\theta(\omega)e^{i\omega t} \\ H_{u_c}(\omega)e^{i\omega t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ e^{i\omega t} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Onde os coeficientes das matrizes de massa \mathbf{M} , de amortecimento \mathbf{C} e de rigidez \mathbf{K} são os mesmos da Equação 3.23.

A partir das equações anteriores, o sistema é escrito na forma de um sistema linear do tipo $Ax = b$ e o vetor solução do mesmo é obtido.

$$\begin{bmatrix} -M_{1,1}\omega^2 + C_{1,1}i\omega + K_{1,1} & -M_{1,2}\omega^2 \\ -M_{2,1}\omega^2 & -M_{2,2}\omega^2 + C_{2,2}i\omega + K_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_\theta(\omega) \\ H_{u_c}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

A FRF com relação ao deslocamento angular θ é dada por:

$$H_{\theta}(\omega) = \frac{B_2\omega^2 + B_1i\omega + B_0}{A_4\omega^4 + A_3i\omega^3 + A_2\omega^2 + A_1i\omega + A_0} \quad (3.31)$$

onde,

$$B_0 = 0$$

$$B_1 = 0$$

$$B_2 = -6(\rho l^2 - 2ml)$$

$$A_0 = 6(-2k_c k + k_c g \rho l^2 + 2k_c m g l)$$

$$A_1 = 6(-2ck - 2c_d k_c + 2cmgl + c \rho l^2 g)$$

$$A_2 = 12m_c k + 12mk + 12\rho l k + 12mk_c l^2 + 4\rho l^3 k_c - 12cc_d l^2 - 12m^2 g l - 6\rho^2 l^3 g - 12m_c m g l - 6m_c \rho l^2 g - 18m \rho l^2 g$$

$$A_3 = 4(3c_d m_c + 3c_d m + 3c_d \rho l + 3c m l^2 + c \rho l^3)$$

$$A_4 = -\rho^2 l^4 - 12m_c m l^2 - 4m_c \rho l^3 - 4m \rho l^3$$

A FRF do deslocamento da base deslizante u_c é dada por:

$$H_{u_c}(\omega) = \frac{B_2\omega^2 + B_1i\omega + B_0}{A_4\omega^4 + A_3i\omega^3 + A_2\omega^2 + A_1i\omega + A_0} \quad (3.32)$$

onde,

$$B_0 = 6(\rho g l^2 + 2m g l - 2k)$$

$$B_1 = -12c_d$$

$$B_2 = 4(\rho l^3 + 3m l^2)$$

$$A_0 = 6(-2k_c k + k_c g \rho l^2 + 2k_c m g l)$$

$$A_1 = 6(-2ck - 2c_d k_c + 2cmgl + c \rho l^2 g)$$

$$A_2 = 12m_c k + 12mk + 12\rho l k + 12mk_c l^2 + 4\rho l^3 k_c - 12cc_d l^2 - 12m^2 g l - 6\rho^2 l^3 g - 12m_c m g l - 6m_c \rho l^2 g - 18m \rho l^2 g$$

$$A_3 = 4(3c_d m_c + 3c_d m + 3c_d \rho l + 3c m l^2 + c \rho l^3)$$

$$A_4 = -\rho^2 l^4 - 12m_c m l^2 - 4m_c \rho l^3 - 4m \rho l^3$$

3.3 Diagramas de Lissajous

Os diagramas de Lissajous, ou curvas de Bowditch, foram estudados inicialmente por Nathaniel Bowditch em 1815, e mais tarde por Jules Antoine Lissajous, em 1857 (Júnior *et al.*, 2009). Esses diagramas referem-se a gráficos produzidos por sistemas de equações paramétricas que descrevem movimentos harmônicos cujas frequências dos sinais podem ser diferentes. As Equações 3.33 e 3.34 apresentam as equações com a mesma frequência, que são o caso do presente estudo.

$$Y(t) = Y_0 \text{sen}(\omega t) \quad (3.33)$$

$$X(t) = X_0 \text{sen}(\omega t - \phi) \quad (3.34)$$

onde, t é o tempo, Y_0 e X_0 representam a amplitude do respectivo sinal, ω é a frequência angular dos sinais e ϕ é a diferença de fase entre eles.

Eliminando o tempo entre as duas equações anteriores, chega-se na Equação 3.35, que depende apenas das amplitudes dos sinais e do ângulo de fase entre eles.

$$\left(\frac{X(t)}{X_0}\right)^2 + \left(\frac{Y(t)}{Y_0}\right)^2 - \frac{X(t)Y(t)}{X_0Y_0} \cos\phi = \text{sen}^2\phi \quad (3.35)$$

Mantendo X_0 e Y_0 constantes e variando o ϕ , a Equação 3.35 representa uma elipse, para o caso de $\phi = 0^\circ$, uma reta a 45° , para o caso de $\phi = 90^\circ$, ou uma reta a 135° , para o caso de $\phi = 180^\circ$, conforme é apresentado nas Figuras 3.3, 3.4 e 3.5.

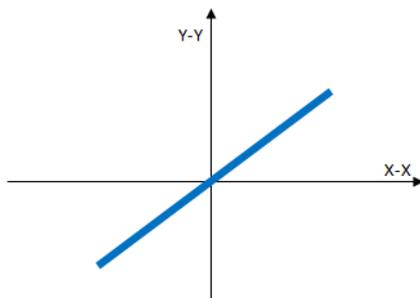


Figura 3. 3 – Lissajous para $\phi = 0^\circ$.

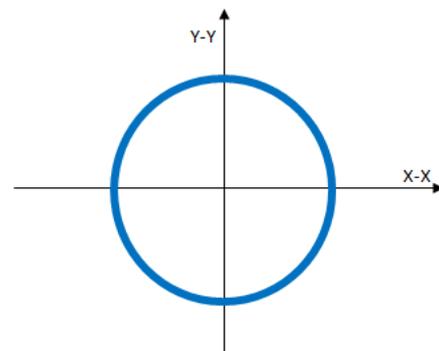


Figura 3. 4 – Lissajous para $\phi = 90^\circ$.

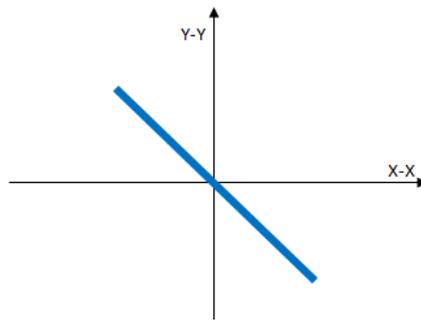


Figura 3. 5 – Lissajous para $\phi = 180^\circ$.

Para os casos em que ϕ é diferente dos valores anteriores, forma-se a Figura 3.6, para o caso geral. Considerando $Y = 0$ na Equação 3.35, chega-se na Equação 3.36, com a qual encontra-se o ângulo de fase ϕ entre os dois sinais.

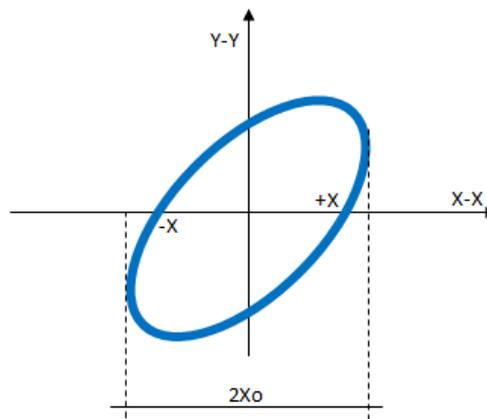


Figura 3. 6 – Lissajous para o caso geral em que $0 \leq \phi \leq 360^\circ$.

$$\phi = \arcsen\left(\frac{2X}{2X_0}\right) \quad (3.36)$$

4 APARATO EXPERIMENTAL

O objetivo do presente capítulo é apresentar: a bancada experimental; os equipamentos utilizados; o projeto e a construção do modelo reduzido com 1GdL e do AMS-PI; o projeto e a construção do excitador; e a metodologia utilizada.

4.1 Bancada experimental

A bancada experimental ilustrada na Figura 4.1 foi montada no laboratório de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília. Os principais componentes da bancada são o trilho de ar, o motor de fluxo de ar e a base deslizante (sistema principal). A configuração da bancada experimental pode ser alterada conectando-se um excitador à base deslizante, para os ensaios de vibração forçada, e conectando-se o AMS-PI à mesma base, para os ensaios com controle passivo.

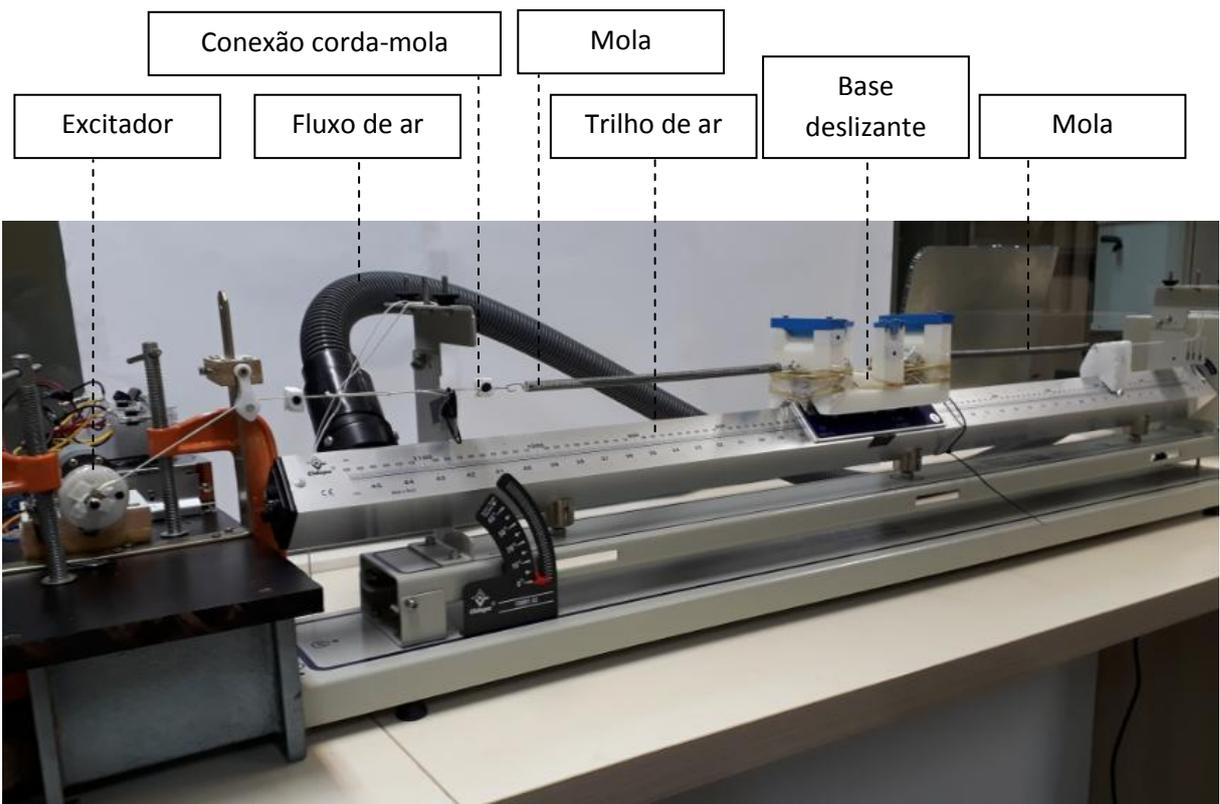


Figura 4.1 – Bancada experimental montada com o sistema principal e excitador.

4.2 Trilho de ar

O objetivo deste trilho é, basicamente, promover um colchão de ar minimizando o atrito entre a base deslizante e o corpo do trilho, a partir do ar injetado pelo motor de fluxo para dentro do corpo do trilho e que extravasa desse através de pequenos orifícios que existem em toda sua extensão. A utilização do presente equipamento possibilita o surgimento do grau de liberdade translacional para o sistema principal (1GdL), o que está de acordo com o modelo matemático adotado.

O trilho de ar da empresa CIDEPE utilizado está ilustrado na Figura 4.1. A referida empresa produz diversos instrumentos educacionais que são utilizados em instituições de ensino. O trilho de ar possui diversos acessórios e alguns deles também serão utilizados nos experimentos, por exemplo: a unidade de fluxo de ar, o dinamômetro, as massas, as molas, as peças de fixação e a base deslizante que está ilustrada na Figura 4.2. A base deslizante sobre o trilho de ar é ilustrada na Figura 4.3.



Figura 4.2 - Trilho de ar multicronômetro com fluxo de ar, da empresa CIDEPE (<http://www.cidepe.com.br/index.php/br/produtos-interna/trilho-de-ar-multicronometro-2-sensores-e-unidade-de-fluxo-1910>, acesso em 4 de outubro de 2017).

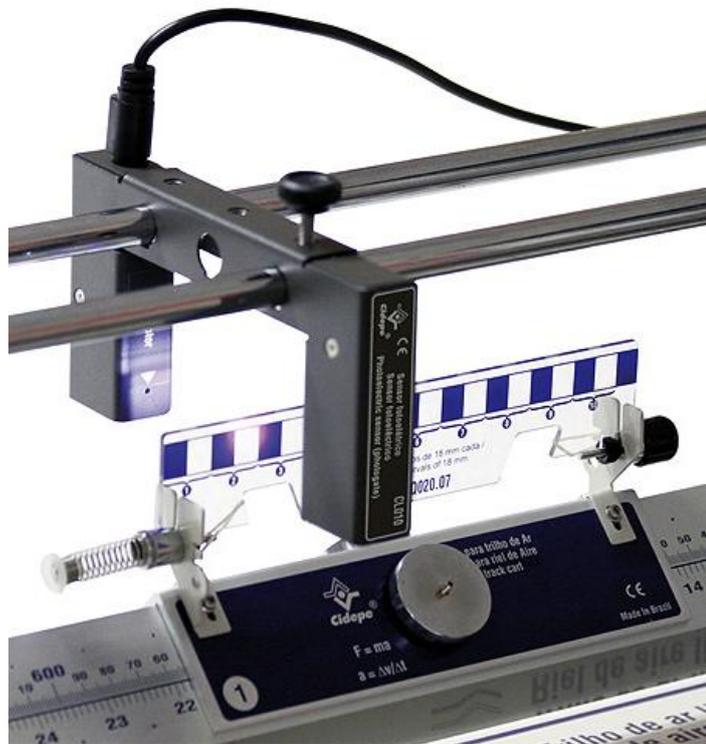


Figura 4.3 – Base deslizante do trilho de ar da empresa CIDEPE (<http://www.cidepe.com.br/index.php/br/produtos-interna/trilho-de-ar-multicronometro-2-sensores-e-unidade-de-fluxo-1910>, acesso em 4 de outubro de 2017).

Análises realizadas com o trilho de ar e diferentes potências para seu fluxo de ar demonstraram que utilizando o nível 4, na escala que vai de 0 até 7, o colchão de ar gerado suporta uma carga máxima de 3kg, que incluem o peso da base deslizante.

4.3 Projeto e construção do modelo 3D do sistema principal

A modelagem 3D do sistema principal foi feita com a utilização do software SKETCHUP PRO (2017) e, posteriormente, os elementos foram impressos em plástico por uma impressora 3D no LAB-UNB (Laboratório Aberto de Brasília). Essa impressora utiliza filamentos ABS de 1.75mm. As Figuras 4.4 e 4.5 ilustram o modelo usado para a construção da base que desliza sobre o trilho de ar, que está ilustrada na Figura 4.6. Os dados referentes à geometria e massa, utilizados nas simulações numéricas, são descritos nesta etapa e possuem as seguintes características:

- A massa total do sistema principal que desliza sobre o trilho de ar é $m_c = 1.133,17 [g]$.
- A carga vertical máxima suportada pelo colchão de ar do trilho é de 3kg.
- Será utilizado o nível de ar 4 na unidade de fluxo de ar.
- A base metálica deslizante é um componente do conjunto do trilho de ar.
- A base de plástico, fixada sobre a base metálica, acomoda, tanto os elementos de massa, quanto o AMS-PI.
- Todas as travas de fixação são de plástico e estão fortemente parafusadas na base deslizante de plástico.
- Existem, ao todo, 14 elementos de massa conectados ao sistema principal. Cada elemento possui 50g, é cilíndrico, de aço e pertence ao equipamento da CIDEPE.
- O trilho de ar deverá estar em perfeito alinhamento com a horizontal em relação ao eixo que está contido no plano da bancada experimental.
- 2 molas são utilizadas para promover a rigidez translacional do sistema. Cada uma delas é uma resistência do chuveiro Hydra – 7700w. A deformação das molas deve estar dentro do regime de linearidade física do material.

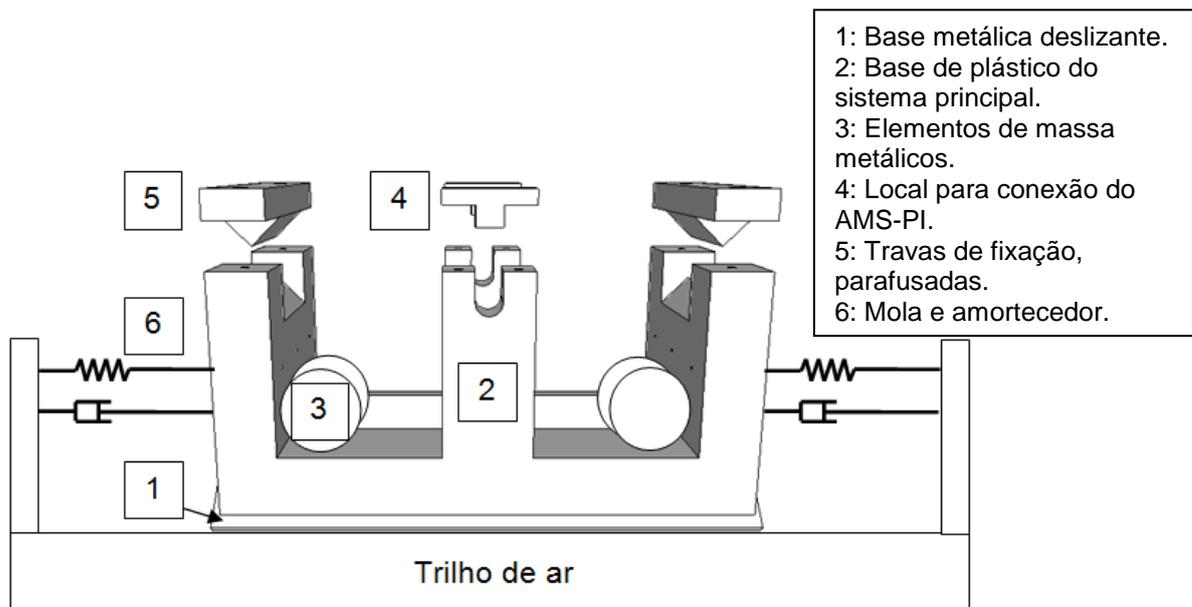


Figura 4.4 – Modelo esquemático do sistema principal.

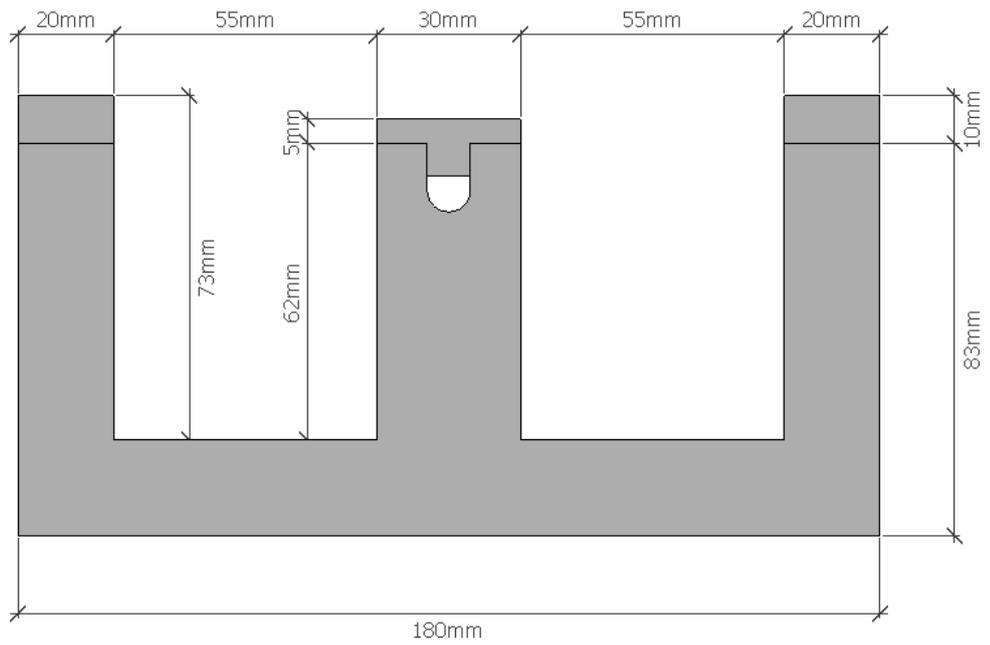
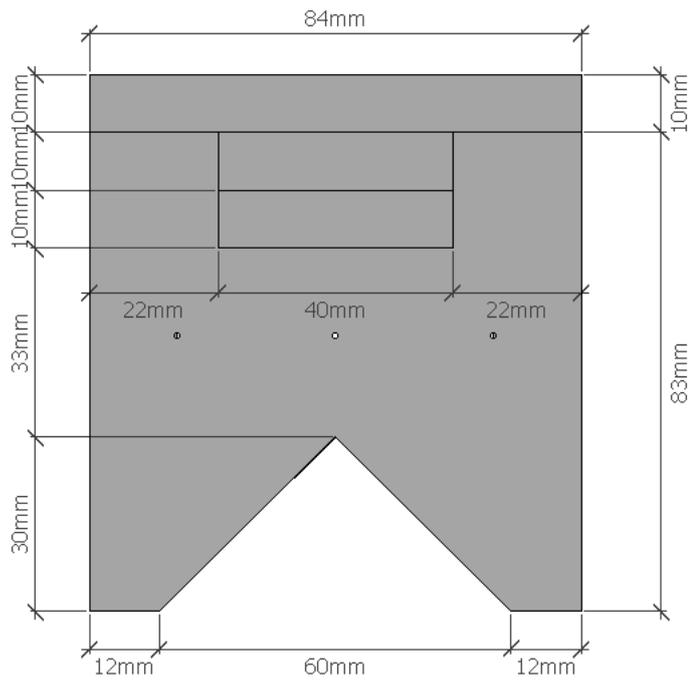


Figura 4.5 – Vistas, frontal e lateral direita, do modelo esquemático, com dimensões.

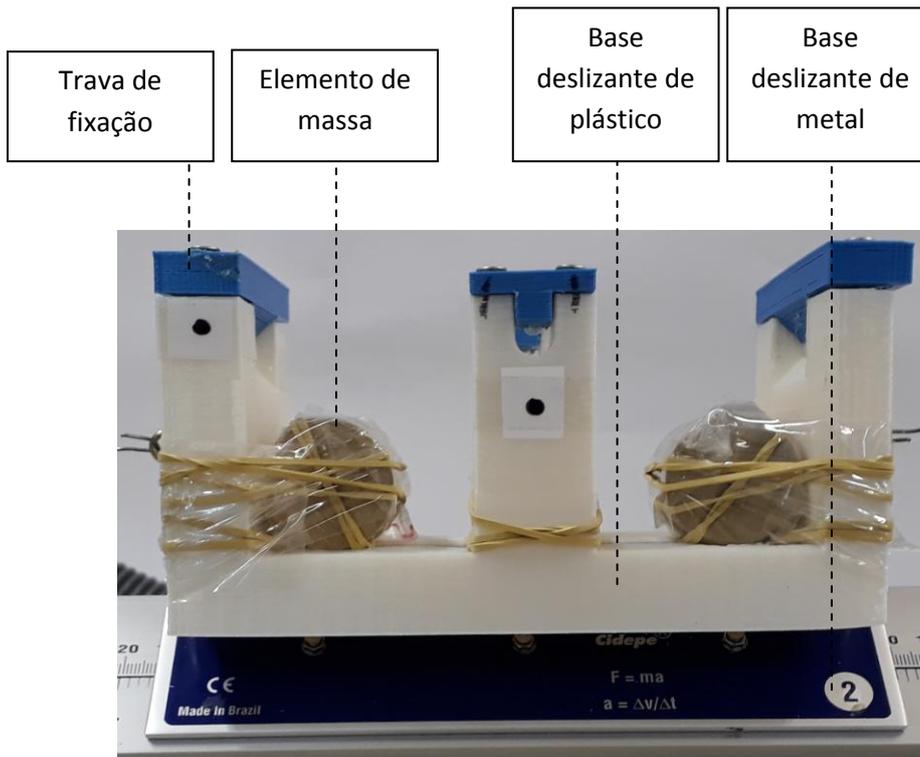


Figura 4.6 – Imagem do sistema principal (1GdL) impresso.

4.4 Projeto e construção do modelo 3D do AMS tipo pêndulo invertido

A modelagem 3D do AMS tipo pêndulo invertido também foi feita com a utilização do software SKETCHUP PRO (2017) e os elementos foram impressos da mesma maneira. As Figuras 4.8 e 4.9 ilustram o modelo para a construção do AMS-PI, o qual está ilustrado na Figura 4.10. Os comprimentos dos pêndulos, o valor da densidade linear da barra do pêndulo e os valores das massas conectadas à extremidade da haste, quando for o caso, estão de acordo com os parâmetros de entrada utilizados nas simulações numéricas e possuem as seguintes características:

- Existem dois comprimentos para o pêndulo: $l = 52 [cm]$ e $l = 24 [cm]$.
- A densidade linear da haste é de $\rho \cong 0,24 [kg/m]$.
- Um elemento de plástico fará a conexão do pêndulo invertido com a base deslizante através de um eixo. Sendo assim, o eixo atravessa (horizontalmente) os dois rolamentos fixados nas faces da peça de conexão, para, após isso, fixar-se na base deslizante de plástico.
- Uma segueta de metal, marca Starrett, é utilizada para promover a rigidez rotacional do AMS-PI. O elemento metálico é fixado, horizontalmente, em dois

pontos. O Primeiro é o eixo do pêndulo invertido (na peça de conexão de plástico) e o segundo é uma das extremidades laterais da base deslizante de plástico. O primeiro ponto comporta-se como um engaste que gira junto com o pêndulo, enquanto que o segundo ponto comporta-se como um apoio de 1º gênero para a segueta. A partir disso, o elemento metálico (segueta) é fletido quando a haste do pêndulo tende a girar em torno do eixo de sua conexão, na base. Esse mecanismo promove a rigidez rotacional do pêndulo. A Figura 4.7 ilustra o mecanismo descrito.

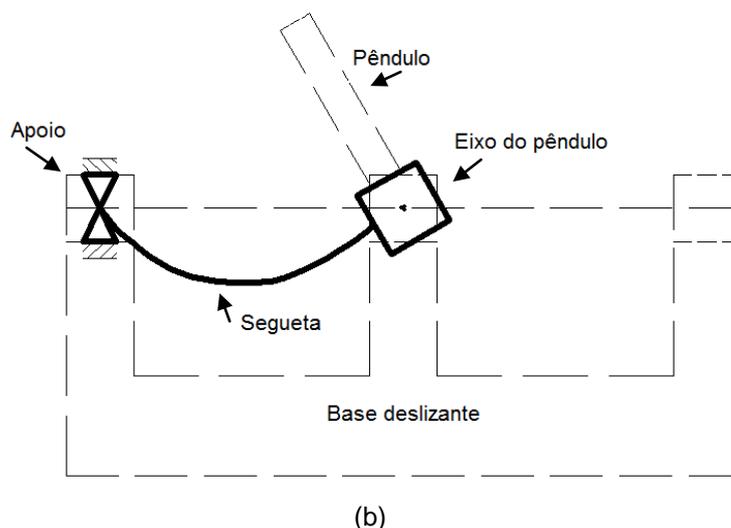
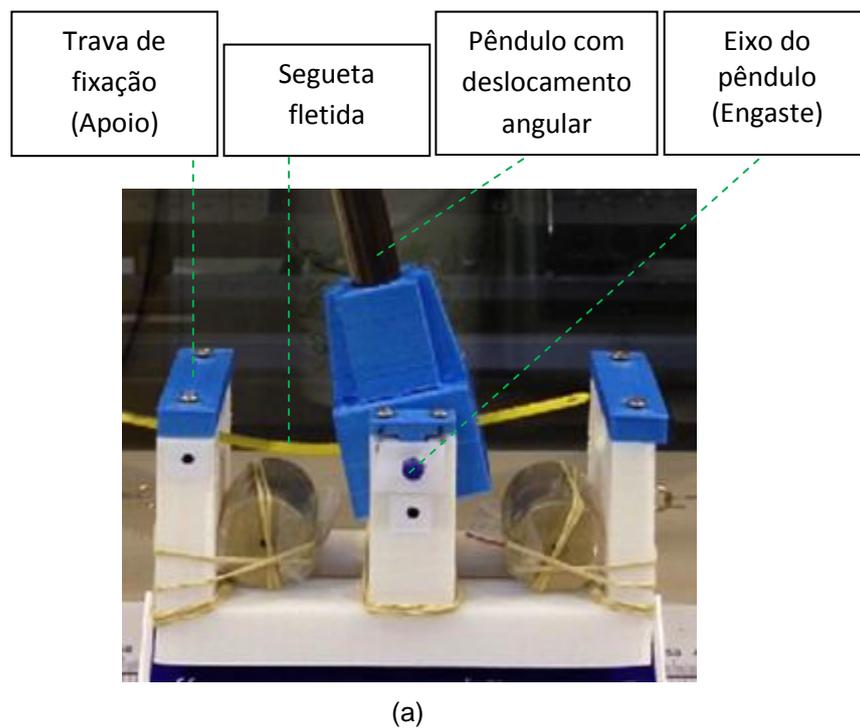
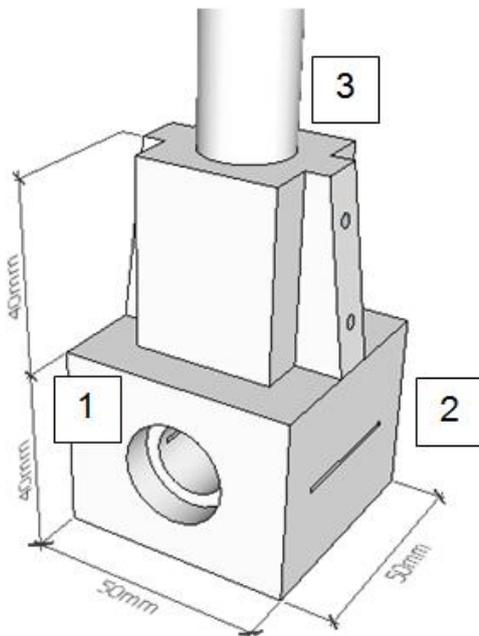


Figura 4.7 – (a) Imagem da conexão do AMS-PI; (b) Modelo esquemático da conexão do AMS-PI.

- A massa total do elemento de conexão (peça 3D + rolamentos + eixo + serra) é de 92,4 [g].



1: Face onde estão instalados os rolamentos, que são atravessados pelo eixo de conexão.
 2: Face que é atravessada pela segueta de metal (segueta Starrett).
 3: Local de fixação da haste do pêndulo invertido.

Figura 4.8 - Modelo esquemático da conexão do AMS-PI.

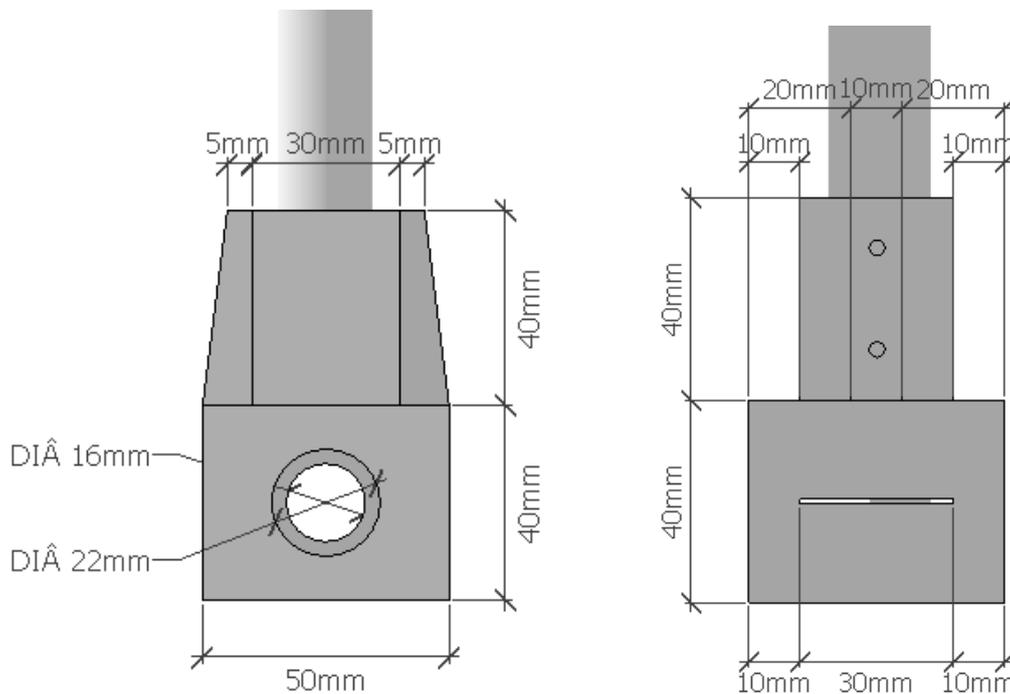


Figura 4.9 – Vistas, frontal e lateral direita, da conexão do AMS-PI, com dimensões.

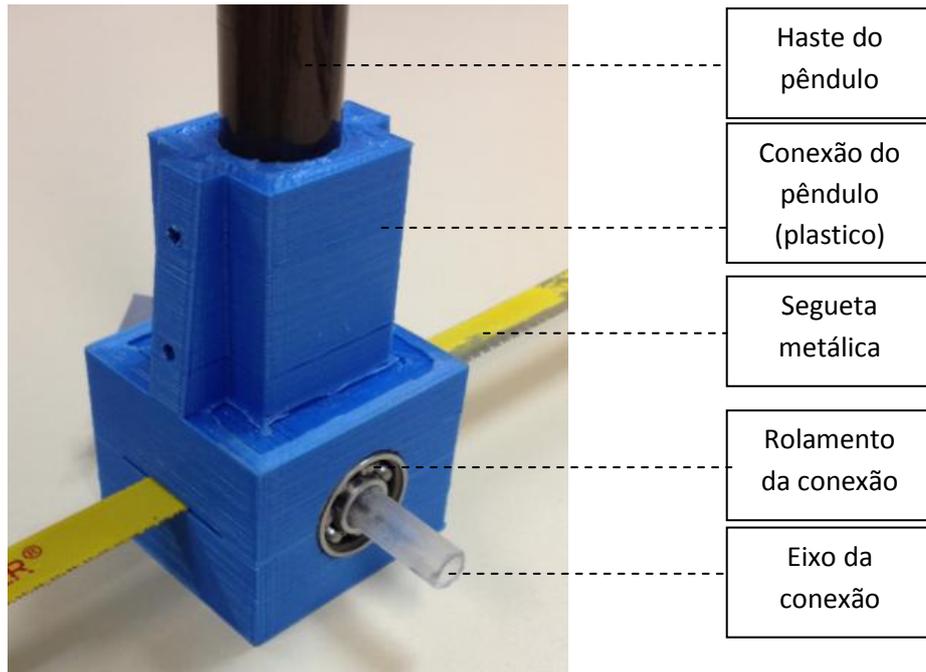


Figura 4.10 – Imagem da conexão do AMS-PI impressa de plástico.

A Figura 4.11 contém imagens de alguns elementos que foram utilizados na construção do modelo reduzido. O rolamento Abec 1 é ilustrado na Figura 4.11 (a); a segueta Starrett é ilustrada na Figura 4.11 (b); e a mola, que é uma resistência do chuveiro Hydra – 7700w, é ilustrada na Figura 4.11 (c).

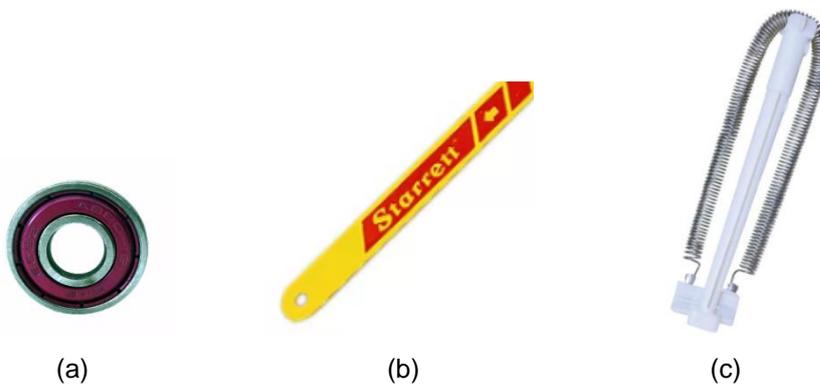


Figura 4.11 – (a) Rolamento; (b) Segueta Starrett; (c) Molas Hydra

(<https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-783037182>, acesso em 4 de outubro de 2017).

4.4.1 Configurações adotadas para o AMS-PI

As análises experimentais com controle são realizadas para três configurações distintas do AMS-PI. A primeira configuração é chamada de configuração alternativa 1 – CA 1 e possui $l = 0,52 [m]$ e $\mu = 0$, onde μ é a relação entre as massas ($\frac{m}{m_c}$).

Nesta configuração os parâmetros foram escolhidos arbitrariamente, sem levar em consideração a análise de sensibilidade. Nessa configuração não existe massa conectada na extremidade da haste. A Figura 4.12 mostra o AMS-PI montado com a CA 1.

A segunda configuração é chamada de configuração alternativa 2 – CA 2 ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0$). Essa configuração teve os valores de seus parâmetros escolhidos após a análise de sensibilidade que está contemplada no Capítulo 5, contudo não é a configuração ótima. Nessa configuração também não existe massa conectada na extremidade da haste. A Figura 4.13 mostra o AMS-PI montado com a CA 2.

A terceira configuração é chamada de configuração ótima – CO ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0,086 (97g)$). Essa configuração teve os valores de seus parâmetros escolhidos após a análise de sensibilidade e otimização, ambos contemplados no Capítulo 5. É a configuração ótima. Nessa configuração existe uma massa conectada na extremidade da haste. Essa massa possui 97g e é formada por 30 arruelas grandes, 3 arruelas pequenas e 2 parafusos de fixação. A Figura 4.14(a) mostra os elementos de massa e a Figura 4.14(b) mostra o AMS-PI montado com a CO.

Para todas as três configurações de AMS-PI, o atrito dos rolamentos é desprezado. Isso foi possível após constatar que as frequências naturais, amortecidas e não amortecidas, são praticamente idênticas entre si, para todas as três configurações. As pequenas diferenças entre os valores ocorrem após a segunda casa decimal.



Figura 4.12 – Configuração alternativa 1 – CA 1 ($l = 0,52 [m]$ e $\mu = 0$).



Figura 4.13 – Configuração alternativa 2 – CA 2 ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0$).



(a)



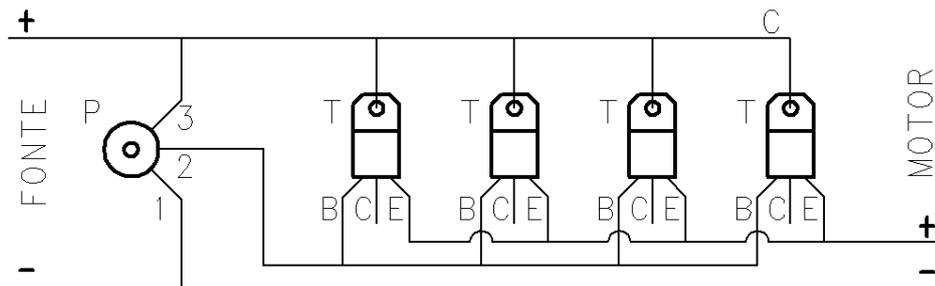
(b)

Figura 4.14 – (a) Elementos de massa (33 arruelas + 2 parafusos = 97g); (b) Configuração ótima – CO ($l = 0,24$ [m] e $\mu = 0,086$ (97g)).

4.5 Projeto e construção do excitador dinâmico

O excitador utilizado foi projetado e construído para o presente trabalho e consiste, basicamente, em uma fonte que alimenta um motor, cuja rotação pode ser controlada dentro de determinados limites por um circuito eletrônico. Uma corda fina, pré-tracionada, conecta o sistema principal ao excitador. A Figura 4.15 ilustra, esquematicamente, o circuito eletrônico construído, o qual possui as características e os elementos listados a seguir:

- Potenciômetro A10k.
- Quatro transistores TIP41C conectados em paralelo.
- Um dissipador de temperatura.



P: Potenciômetro.
 1, 2, 3: Terminais do potenciômetro.
 T: Transistor.
 B, C, E: Terminais do transistor.

Figura 4.15 – Esquema do circuito eletrônico do excitador.

A Figura 4.16 ilustra o modelo esquemático utilizado para a construção do excitador. As especificações dos elementos utilizados e a disposição das peças no tabuleiro estão listadas a seguir:

- Circuito eletrônico, descrito anteriormente, utilizado para a variação da frequência de rotação do motor.
- Motor Akiyama, tensão de 24Vdc, potência de 15w, 350RPM (5,83Hz) e torque de 5kgf.cm.
- Fonte chaveada, estabilizada, de 24V, 10A e Bivolt.
- Ciclocomputador Cateye Strada Cadence digital, utilizado para a contagem da frequência de rotação do motor. O limite máximo para o funcionamento deste equipamento é de 299 RPM.
- Guia do cabo do excitador com ajuste variável de altura e com uma roldana.
- Interruptor on/off.

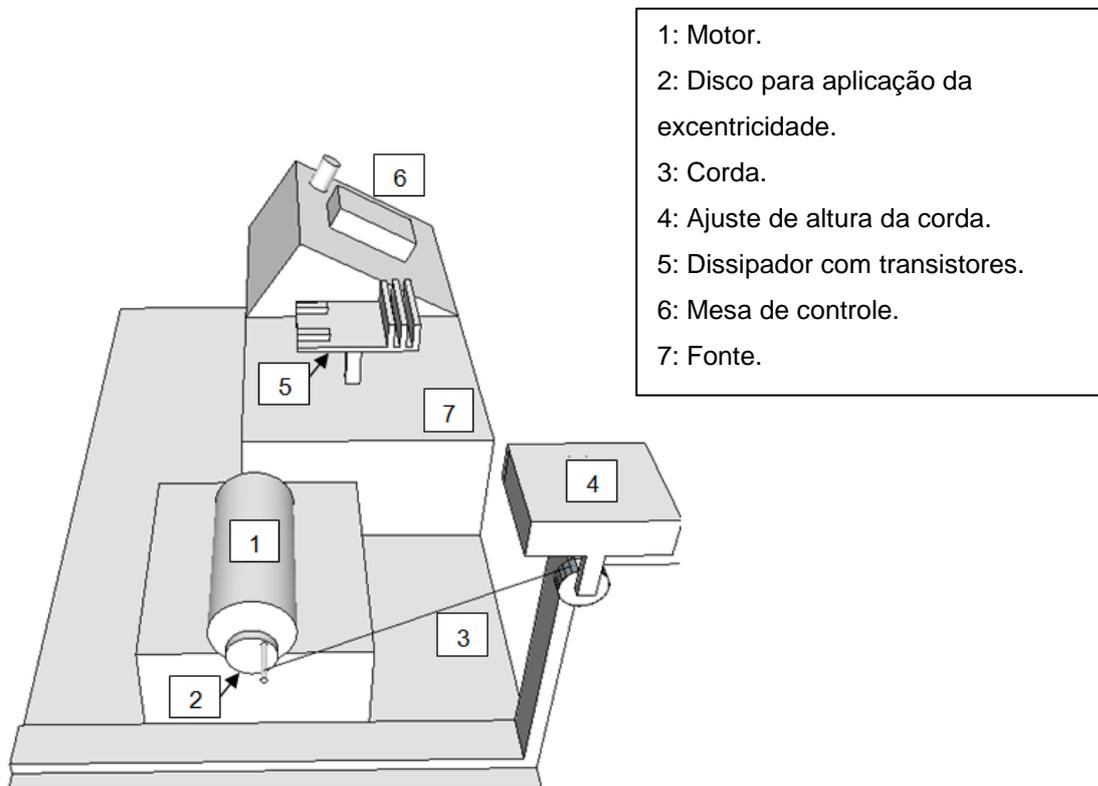


Figura 4.16 - Modelo 3D simplificado do excitador.

A Figura 4.17 mostra o excitador com controle de frequência de rotação, que foi construído. Todos os elementos do aparelho estão parafusados sobre um tabuleiro de madeira.

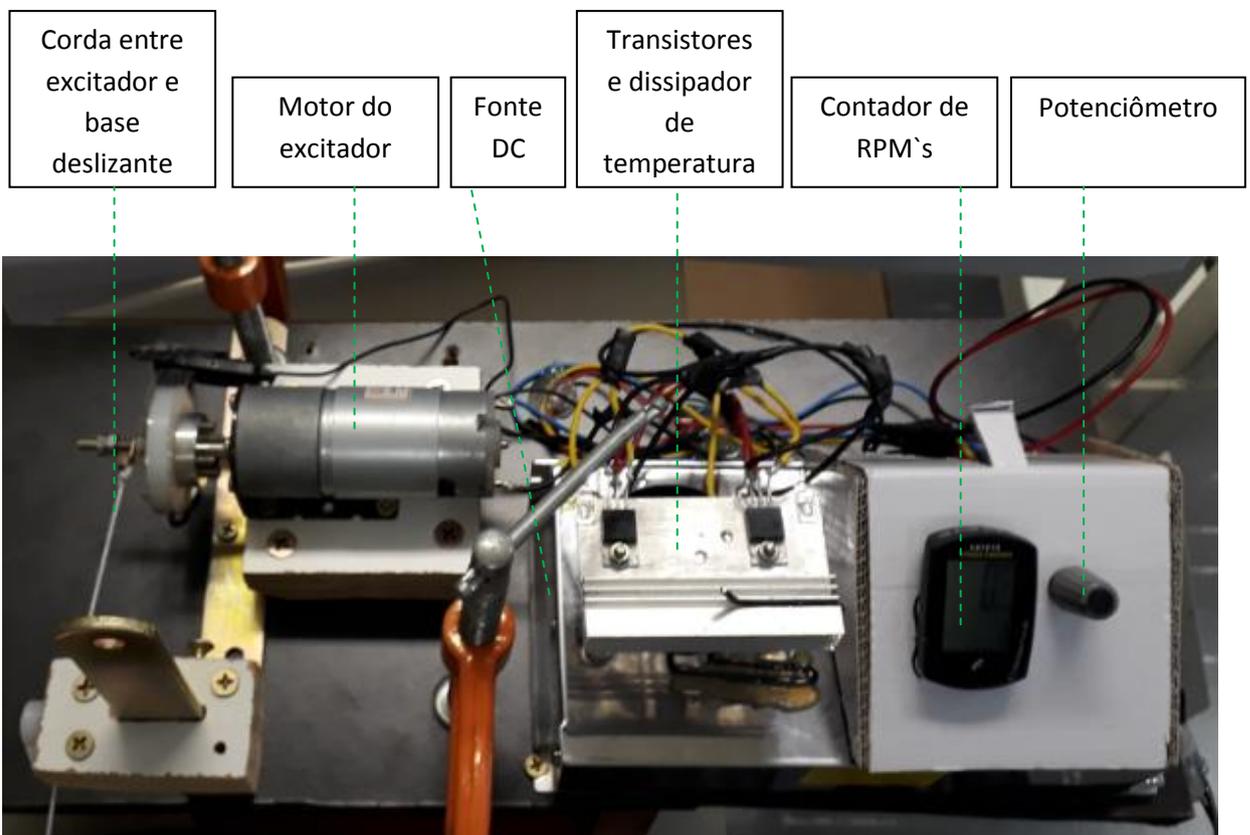


Figura 4.17 – Excitador construído com controle de RPM.

4.6 Metodologia

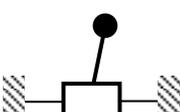
A resposta do sistema principal com 1GdL é analisada inicialmente para a estrutura em vibração livre e posteriormente para a estrutura submetida à vibração forçada. As análises são realizadas numérica e experimentalmente, para o sistema sem controle e com controle (AMS-PI).

Na etapa teórica, são realizadas: a análise paramétrica da rigidez rotacional k da mola que conecta o pêndulo ao sistema principal; a análise modal do sistema com 1GdL; e a análise da evolução da resposta no tempo e na frequência para esse sistema. É feita uma análise de sensibilidade e uma otimização, com a intenção de encontrar os melhores valores para os parâmetros μ e l do AMS-PI. As análises numéricas foram realizadas com o auxílio, principalmente, dos softwares Microsoft Office EXCEL (2007) e MATLAB (R2016a). Os valores dos parâmetros utilizados na etapa numérica são os obtidos experimentalmente.

Na etapa experimental, a construção do modelo reduzido e do excitador é realizada primeiro. O projeto do modelo reduzido é desenvolvido no SKETCHUP 2017 e impresso em plástico com auxílio de uma impressora 3D. O excitador é constituído basicamente de um motor com um controle de rotações e que, ao girar, transmite ao sistema principal o movimento por meio de uma corda rígida. O sistema principal desliza sobre um trilho de ar que minimiza o atrito entre a base deslizante e o corpo do trilho de ar. A captura das imagens é feita com o software CVMOB 2017.

As configurações analisadas são quatro ao todo, das quais apenas a primeira possui 1GdL. As demais são variações do AMS-PI. A configuração alternativa 1 – CA 1 possui $l = 0,52 [m]$ e $\mu = 0$, a configuração alternativa 2 – CA 2 possui $l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0$ e a configuração ótima – CO possui $l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0,086 (97g)$. Os ensaios são realizados cinco vezes e seus valores médios são adotados. A Tabela 4.1 apresenta um resumo geral dos ensaios realizados no presente trabalho.

Tabela 4. 1 – Resumo geral da dissertação.

Configuração	Esquema	Ensaio	Análises
SP	$l = 0,0 [m]$ $\mu = 0,0$ 	Vib. Livre	FRF`s numérica e experimental Decaimento da amplitude Backbone (Freq & Amplit)
		Vib. Forçada	Evolução no tempo Diagrama de fase Lissajous Fase & Razão de frequência
CA – 1	$l = 0,52 [m]$ $\mu = 0,0$ 	Vib. Livre	FRF`s numérica e experimental Decaimento da amplitude Backbone (Freq & Amplit)
		Vib. Forçada	Evolução no tempo Diagrama de fase Lissajous Fase & Razão de frequência
CA – 2	$l = 0,24 [m]$ $\mu = 0,0$ 	Vib. Livre	FRF`s numérica e experimental Decaimento da amplitude Backbone (Freq & Amplit)
		Vib. Forçada	Evolução no tempo Diagrama de fase Lissajous Fase & Razão de frequência
CO	$l = 0,24 [m]$ $\mu = 0,086 (97g)$ 	Vib. Livre	FRF`s numérica e experimental Decaimento da amplitude Backbone (Freq & Amplit)
		Vib. Forçada	Evolução no tempo Diagrama de fase Lissajous Fase & Razão de frequência

Após a montagem da bancada experimental, são realizados os ensaios de vibração livre para as quatro configurações. As frequências, os parâmetros de rigidez e os de amortecimento são obtidos e são utilizados para a calibração do modelo numérico utilizado. Os ensaios de vibração forçada são realizados com a corda do excitador conectada a uma das molas, a qual se conecta à base deslizante que fica sobre o trilho de ar. Os ensaios são realizados para as quatro configurações e para várias frequências de forçamento.

Com a aquisição de imagens, as respostas dos sistemas são registradas no domínio do tempo e posteriormente, são analisadas. As respostas dos sistemas no domínio da frequência são obtidas fazendo a transformada de Fourier a partir do sinal temporal. O diagrama de fase e o diagrama de Lissajous, dos ensaios, são construídos com os dados extraídos de imagens capturadas após determinado

tempo de movimento, para que as perturbações transientes não influenciem os resultados. No primeiro diagrama é plotado em um gráfico o deslocamento & velocidade; e no segundo diagrama é plotado o deslocamento & força de excitação. Um gráfico da evolução do ângulo de fases em função da razão de frequência é construído a partir dos resultados dos diagramas de Lissajous.

4.7 Aquisição de imagem

A aquisição dos dados de resposta dos sistemas, no domínio do tempo, é realizada através de técnicas de aquisição de imagens. Para isso, um telefone celular Samsung Galaxy J5 Prime, com velocidade de captura de 30fps e definição de foto de 720x1280, e o software CVMOB, são utilizados. Este último foi produzido pelo Núcleo de Inovação Tecnológica em Reabilitação – NITRE, da Universidade Federal da Bahia – UFBA.

O CVMOB é um software livre e validado. Seu funcionamento é basicamente por meio de análise gráfica de vídeos, selecionando-se pontos de interesse em tela e o software registra a trajetória desses pontos no domínio do tempo. Com isso, ele atualmente ele é capaz de mensurar diversas grandezas no espaço bi-dimensional, como por exemplo: trajetórias, distâncias, velocidades, acelerações, ângulos e tempo transcorrido. Com o software é possível realizar diversas aplicações, como comparar resultados, identificar discrepâncias de padrões de movimento e analisar performances.

A calibração do CVMOB é necessária para garantir a precisão dos dados armazenados. Para efetuar esse procedimento é necessário informar, em tela, a distância entre dois pontos conhecidos, a distância entre a câmera e plano de ação do movimento e a velocidade de captura da câmera que é utilizada para a filmagem do movimento.

Os dados de resposta podem ser visualizados graficamente, em tempo real, ou podem ser exportados para serem analisados em outros softwares, como por exemplo, o MATLAB ou o EXCEL.

A Figura 4.18 possui um exemplo da tela inicial do CVMOB e a Figura 4.19 possui uma tela ilustrativa com as respostas registradas de um movimento.

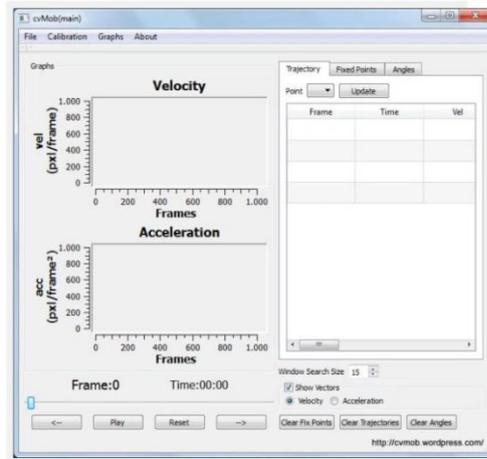


Figura 4.18 – Tela inicial do software CVMOB
 (<https://cvmob.wordpress.com/page/2/>, acesso em 4 de outubro de 2017).

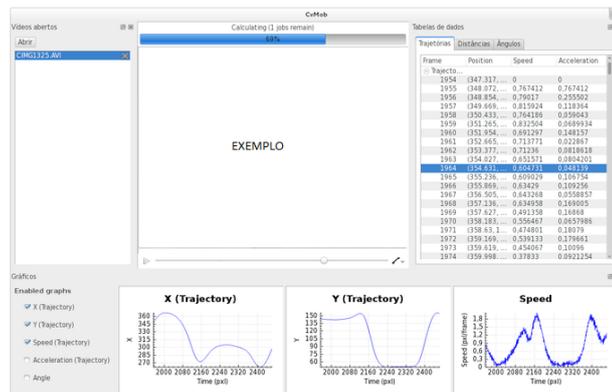


Figura 4.19 – Tela ilustrativa do software CVMOB contendo alguns registros
 (<https://cvmob.wordpress.com/page/2/>, acesso em 4 de outubro de 2017).

4.7.1 Identificação do sinal no domínio do tempo

Após a aquisição dos dados de resposta do sistema no domínio do tempo, a partir da captura das imagens, as informações são importadas para o MATLAB, a fim de realizar o processamento dos dados com o CFTOOL (Curve Fitting Toolbox). Após esse procedimento o modelo numérico é calibrado com os parâmetros de amortecimento encontrados em laboratório.

A equação utilizada para o ajuste dos pontos experimentais dos ensaios em vibração livre é mostrada na Equação (4.1), a qual é composta por duas senóides amortecidas que descrevem a evolução da amplitude de oscilação ao longo do tempo para sistemas em vibração livremente amortecida. Com isso, a resposta

ajustada do sistema contempla a influência dos seus dois modos de vibração. Para os casos com 1GdL, apenas a primeira parte da equação supracitada é utilizada. Os parâmetros “b” e “c” são determinados através do CFTOOL. O método utilizado para o ajuste da curva é o dos Mínimos Quadrados Não Linear associado ao algoritmo TRUS-REGION. Utilizando esse algoritmo é necessário definir regiões de confiança para os coeficientes procurados, estabelecendo, para cada um deles, os limites máximos e mínimos possíveis (2016, MATLAB R2016a). As frequências naturais não amortecidas e os amortecimentos são calculados com o auxílio dos parâmetros descritos na Equação (4.2).

$$u_c(t) = A_1 e^{-b_1 t} \sin(c_1 t + \phi_1) + A_2 e^{-b_2 t} \sin(c_2 t + \phi_2) + off \quad (4.1)$$

onde,

$$b_i = \xi \omega_n \quad , \quad c_i = \omega_d \quad , \quad \omega_n = \sqrt{c_i^2 + b_i^2} \quad , \quad \xi = \frac{b_i}{\omega_n} \quad e \quad i = (1,2) \quad (4.2)$$

“A” é a amplitude do sinal, ϕ é o ângulo de fases e “off” representa o offset entre a origem geral das ordenadas e a ordenada média do sinal analisado em vibração livre.

As frequências naturais amortecidas (ω_d) encontradas com o procedimento descrito acima são comparadas com as frequências encontradas após aplicação da transformada rápida de Fourier - FFT no sinal temporal, dos ensaios realizados em vibração livre.

5 RESULTADOS

Nesta etapa do trabalho, são realizadas: uma análise de sensibilidade; uma otimização; as análises do parâmetro de rigidez rotacional k , para a estabilidade dos sistemas com dois graus de liberdade; as análises em vibração livre; as análises em vibração forçada; a comparação dos resultados obtidos por meio de simulações numéricas com os obtidos experimentalmente; e a comparação, entre si, dos resultados obtidos experimentalmente com a intenção de se demonstrar a eficiência de cada uma das configurações do AMS-PI.

O deslocamento linear do sistema com 1GdL, ao longo do eixo X-X, é analisado experimentalmente, primeiro com o sistema em vibração livre e, posteriormente, com o sistema sob vibração forçada. O desempenho do AMS-PI é demonstrado para 3 configurações diferentes, são elas: configuração alternativa 1 – CA 1 ($l = 0,52 [m]$ e $\mu = 0$), configuração alternativa 2 – CA 2 ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0$) e configuração ótima – CO ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0,086 (97g)$). Para todas as configurações analisadas, l é o comprimento do pêndulo e μ é a relação entre as massas ($\frac{m}{m_c}$).

5.1 Análise de sensibilidade e Otimização

A partir dos parâmetros de geometria e rigidez do sistema principal com o AMS-PI conectado, são possíveis infinitas possibilidades para os parâmetros l (comprimento do pêndulo) e μ (razão de massa) para sintonizar o dispositivo. A análise de sensibilidade é realizada com a intenção de encontrar uma combinação que melhore a desempenho do sistema de controle proposto.

Para isso, utiliza-se a rotina desenvolvida em MATLAB por Colherinhas *et al.* (2016). A ferramenta, em seu módulo de análise de sensibilidade, analisa a influência dos parâmetros l e μ , isoladamente, na resposta $H_{uc}(\omega)$ do sistema com 2GdL (Equação 3.32). O objetivo da ferramenta é construir uma superfície com o valor máximo de $H_{uc}(\omega)$ para cada par (l, μ) analisado.

A partir dos resultados sugeridos na análise de sensibilidade, é possível realizar uma otimização com a intenção de confirmar os parâmetros ótimos encontrados (l e μ). Para isso, a rotina desenvolvida em MATLAB por Colherinhas *et*

al. (2016) continua sendo utilizada. A ferramenta, em seu módulo de otimização, utiliza a metodologia de algoritmos genéticos para analisar a influência dos parâmetros l e μ , isoladamente, na resposta $H_{uc}(\omega)$ do sistema com 2GdL (Equação 3.32). A minimização desejada é obtida maximizando a função objetivo, que é definida pelo inverso de $H_{uc}(\omega)$ e está representada na Equação 5.1.

$$F_{objetivo} = \frac{1}{\max(H_{uc}(\omega))i} \quad (5.1)$$

onde i são os cromossomos da população N_i do método utilizado.

A superfície 3D e o mapa gerados estão ilustrados nas Figuras 5.1 e 5.2, respectivamente. O domínio para ambos os parâmetros é $[0; 0,5]$. Ambas as figuras citadas indicam uma região de valores mínimos, contínua e curva. A Figura 5.2 indica alguns pontos ao longo da região de valores mínimos e sugere que a resposta mínima do sistema controlado ocorre, aproximadamente, para $\mu = 0,09$ e $l = 0,25$ [m].

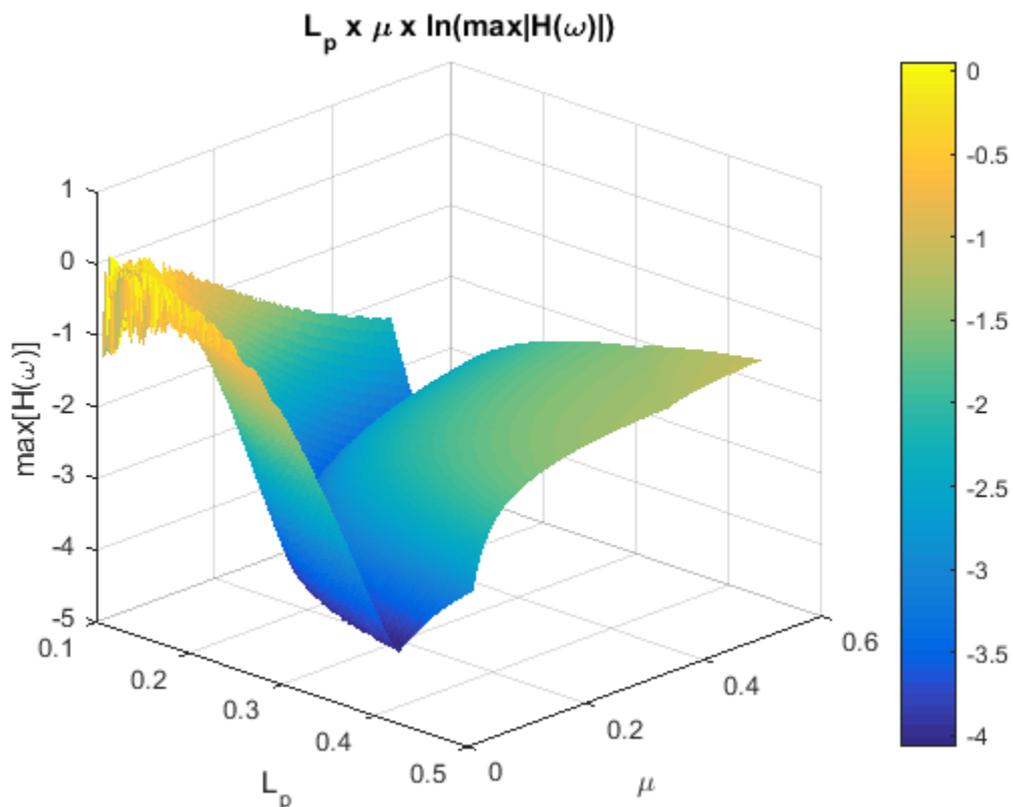


Figura 5. 1 – Superfície de sensibilidade $\ln(\max|H(\omega)|)$ em função de l e μ .

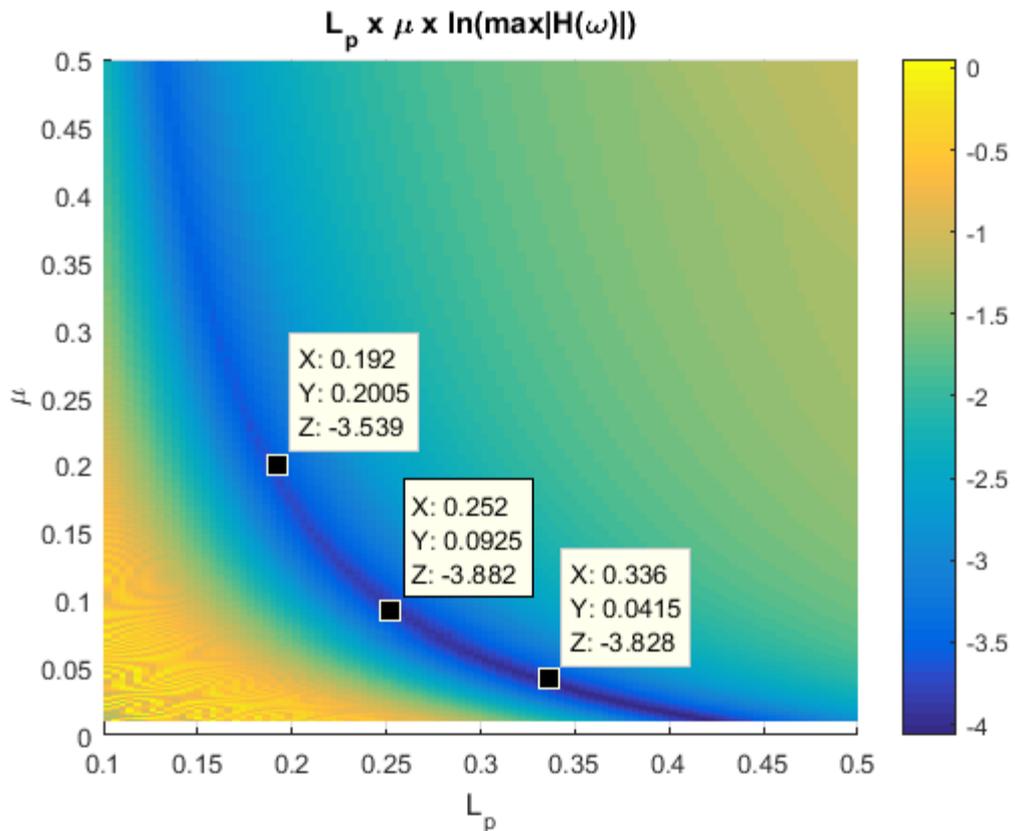


Figura 5. 2 – Mapa de sensibilidade $\ln(\max|H(\omega)|)$ em função de l e μ .

A partir dos resultados sugeridos na análise de sensibilidade, procede-se uma otimização com a intenção de encontrar os parâmetros ótimos para o par l e μ . Para isso, a rotina desenvolvida em MATLAB por Colherinhas *et al.* (2016) é utilizada e os valores otimizados para os parâmetros foram: $l = 0,24$ [m] e $\mu = 0,086$ (97g), o que é bem próximo dos valores encontrados na análise de sensibilidade. A partir desses valores, o experimento com a configuração ótima – CO foi montado e realizado.

5.2 Análise do K mínimo

A matriz de estado \mathbf{A} , representada na Equação 3.26, é muito importante para a verificação da estabilidade dinâmica de um sistema de controle. A estabilidade de um sistema pode ser verificada por meio dos autovalores da sua matriz de estado \mathbf{A} . É possível demonstrar que um dado sistema linear é estável se, e somente se, a matriz de estado \mathbf{A} não possui nenhum autovalor com parte real positiva. Além

disso, o sistema é assintoticamente estável se, e somente se, todos os autovalores da matriz de estado **A** possuírem parte real negativa (Inman, 1989).

Nesta etapa do trabalho, apresenta-se uma análise paramétrica para encontrar o valor da constante de rigidez rotacional “k”, que mantém cada um dos três sistemas com 2GdL no limite da estabilidade. São analisadas as três configurações do AMS-PI, são elas: CA1, CA2 e CO.

O valor da constante de rigidez rotacional “k” da mola, que existe na conexão da barra do pêndulo invertido com a base deslizante, é obtido a partir dos autovalores da matriz de estado (**A**) do sistema principal, verificando a estabilidade do mesmo. Os dados de entrada para as matrizes de massa (**M**), de amortecimento (**C**) e de rigidez (**K**) são objeto de estudo de itens posteriores, contudo serão citados agora para o melhor entendimento da presente análise: $m_c = 1,13317 [kg]$, $m = 0,097 [kg]$, $l = 0,52 [m]$ (CA – 1), $l = 0,24 [m]$ (CA – 2 e CO), $k_c = 2 * 164,17 [\frac{N}{m}]$, $k = 3,03 [\frac{Nm}{rad}]$ (CA – 1), $k = 2,79 [\frac{Nm}{rad}]$ (CA – 2), $k = 2,23 [\frac{Nm}{rad}]$ (CO), $c = 0,546 [\frac{Ns}{m}]$, $g = 9,781 [\frac{m}{s^2}]$, $\rho = 0,24 [\frac{kg}{m}]$, $c_d = 0,0093 [\frac{Ns}{m}]$ (CA – 1), $c_d = 0,0056 [\frac{Ns}{m}]$ (CA – 2) e $c_d = 0,0056 [\frac{Ns}{m}]$ (CO).

Para a configuração alternativa 1, ao inserir os valores referentes à geometria, à massa, ao amortecimento e à rigidez, nas respectivas matrizes, é possível determinar o que segue:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0,0112 & 0,0324 \\ 0,0324 & 1,2580 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0,0093 & 0 \\ 0 & 0,5460 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k - 0,3174 & 0 \\ 0 & 329,42 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

A partir disso é necessário adotar algum valor para a constante “k”, efetuar a montagem da matriz de estados **A** do sistema e analisar seus autovalores. Uma análise paramétrica preliminar foi realizada, avaliando o sistema para a constante de rigidez “k”, de $0,01[Nm/rad]$ até $200[Nm/rad]$. Ao final desse procedimento, dez valores diferentes e sucessivos do coeficiente de rigidez “k” foram analisados. As partes reais dos autovalores são plotadas em função da constante “k” e constata-se que o limite de estabilidade ocorre para um valor inferior à $k = 1,00 [Nm/rad]$, contudo é necessário melhorar a análise.

Nova análise é realizada, agora, para valores da constante de rigidez “k” variando de 0,30[Nm/rad] até 0,33[Nm/rad]. Novamente são realizadas as análises da matriz **A** e acumulando, ao final desse procedimento, a análise dos autovalores para quarenta valores diferentes e sucessivos do coeficiente de rigidez “k”. As partes reais desses autovalores foram plotadas em função da constante “k” e é possível identificar na Figura 5.3 o limite de estabilidade para o valor próximo a $k = 0,3169$ [Nm/rad].

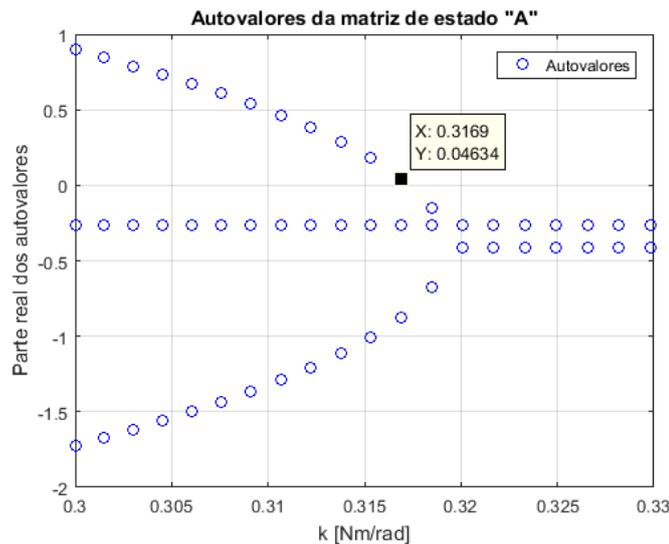


Figura 5. 3 – Análise paramétrica da rigidez rotacional “k” para a CA1.

A Figura 5.3 indica que valores para a constante de rigidez superiores a $k = 0,3174$ [Nm/rad] caracterizam o sistema como estável. Sendo assim, o valor experimental adotado, de $k = 3,03$ [Nm/rad], atende a essa condição. Por outro lado, valores inferiores a $k = 0,3174$ [Nm/rad] caracterizam o sistema como instável, uma vez que surgem valores positivos nas partes reais dos autovalores da matriz de estado **A**.

O mesmo procedimento descrito anteriormente, também é realizado para as demais configurações do AMS-PI. Para a configuração alternativa 2, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez são as que seguem:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0,0011 & 0,0069 \\ 0,0069 & 1,1908 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0,0056 & 0 \\ 0 & 0,5460 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k - 0,0676 & 0 \\ 0 & 329,42 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Nova análise é realizada, agora, para valores da constante de rigidez “k” variando de 0,01[Nm/rad] até 0,11[Nm/rad]. Novamente são realizadas as análises da matriz **A** e acumulando, ao final desse procedimento, a análise dos autovalores para quarenta valores diferentes e sucessivos do coeficiente de rigidez “k”. As partes reais desses autovalores foram plotadas em função da constante “k” e é possível identificar na Figura 5.4 o limite de estabilidade para o valor próximo a $k = 0,0671$ [Nm/rad].

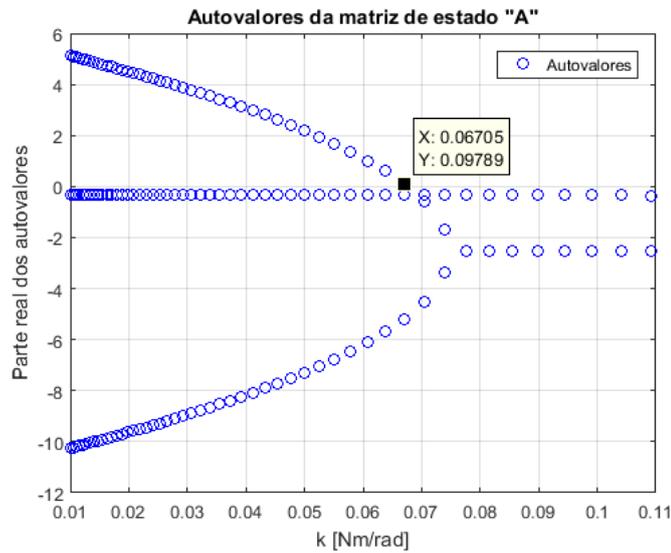


Figura 5. 4 – Análise paramétrica da rigidez rotacional “k” para a CA2.

A Figura 5.4 indica que valores para a constante de rigidez superiores a $k = 0,0676$ [Nm/rad] caracterizam o sistema como estável. Sendo assim, o valor experimental adotado, de $k = 2,79$ [Nm/rad], atende a essa condição. Por outro lado, valores inferiores a $k = 0,0676$ [Nm/rad] caracterizam o sistema como instável, uma vez que surgem valores positivos nas partes reais dos autovalores da matriz de estado **A**.

Para a configuração ótima, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez são as que seguem:

$$M = \begin{bmatrix} 0,0067 & 0,0302 \\ 0,0302 & 1,2878 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,0056 & 0 \\ 0 & 0,5460 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} k - 0,2953 & 0 \\ 0 & 329,42 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Nova análise é realizada, agora, para valores da constante de rigidez “k” variando de 0,02[Nm/rad] até 0,34[Nm/rad]. Novamente são realizadas as análises

da matriz \mathbf{A} e acumulando, ao final desse procedimento, a análise dos autovalores para quarenta valores diferentes e sucessivos do coeficiente de rigidez “k”. As partes reais desses autovalores foram plotadas em função da constante “k” e é possível identificar na Figura 5.5 o limite de estabilidade para o valor próximo a $k = 0,2948 \text{ [Nm/rad]}$.

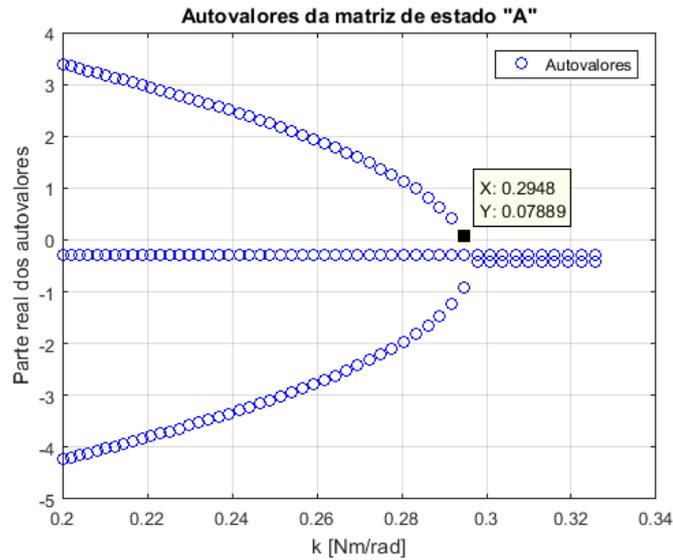


Figura 5. 5 – Análise paramétrica da rigidez rotacional “k” para a CO.

A Figura 5.5 indica que valores para a constante de rigidez superiores a $k = 0,2953 \text{ [Nm/rad]}$ caracterizam o sistema como estável. Sendo assim, o valor experimental adotado, de $k = 2,23 \text{ [Nm/rad]}$, atende a essa condição. Por outro lado, valores inferiores a $k = 0,2953 \text{ [Nm/rad]}$ caracterizam o sistema como instável, uma vez que surgem valores positivos nas partes reais dos autovalores da matriz de estado \mathbf{A} .

5.3 Vibração Livre

Análises numéricas e experimentais, para o sistema em vibração livre, são realizadas e comparadas. As experimentais são realizadas sempre com várias repetições, mínimo de 5, para garantir boa repetibilidade e seus valores médios são utilizados. Os dados extraídos são analisados e os parâmetros de rigidez e amortecimento são estimados. Após isso o modelo numérico é calibrado e as

análises numéricas são novamente realizadas. Por fim os resultados são comparados.

5.3.1 Sistema Principal – 1GdL

A bancada experimental presente é montada sem o excitador, apenas com a base deslizante sobre o trilho de ar. As duas molas são conectadas às extremidades do trilho de ar, conforme Figura 5.6. A base deslizante possui dois pontos pretos, os quais servem de ponto de referência no momento da aquisição das imagens e o trilho de ar possui um delimitador de perturbação por deslocamento, conforme Figura 5.7. Esse delimitador possui espaçamento de 2,5cm e serve manter o mesmo deslocamento inicial, em todas as repetições do ensaio de vibração livre.

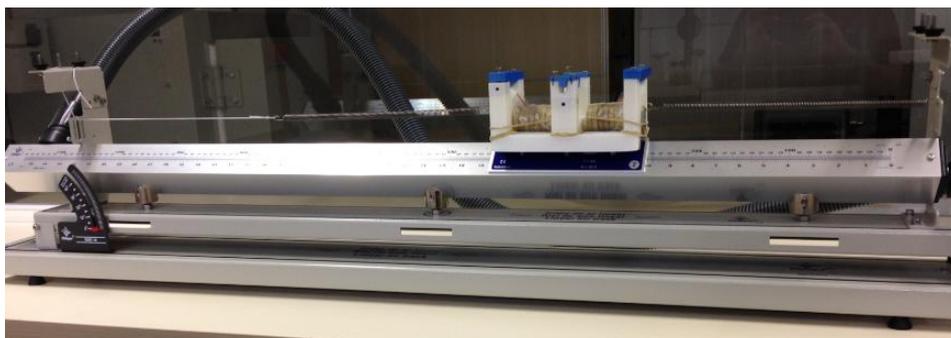


Figura 5. 6 – Bancada montada para experimentação do sistema com 1GdL.

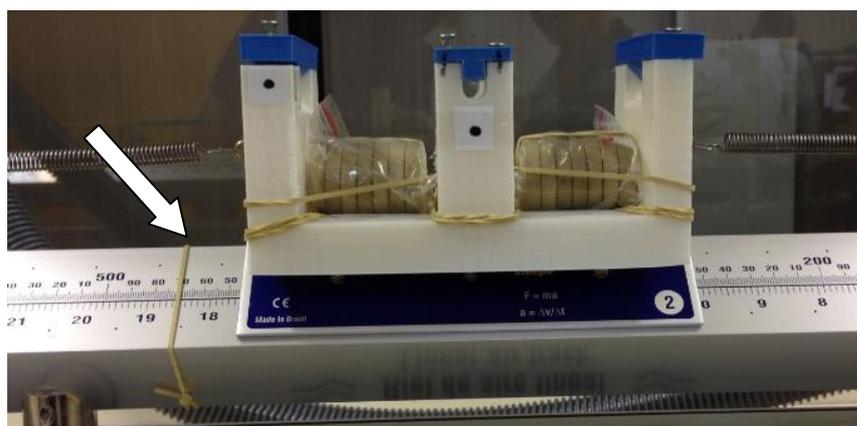


Figura 5. 7 – Delimitador de perturbação por deslocamento com espaçamento de 2,5cm.

Após a aquisição das imagens dos repetidos ensaios, a evolução do deslocamento da base deslizante ao longo do tempo é analisada com o CFTOOL,

conforme Figura 5.8. Com o auxílio da Equação (4.2) as frequências e os amortecimentos são identificados.

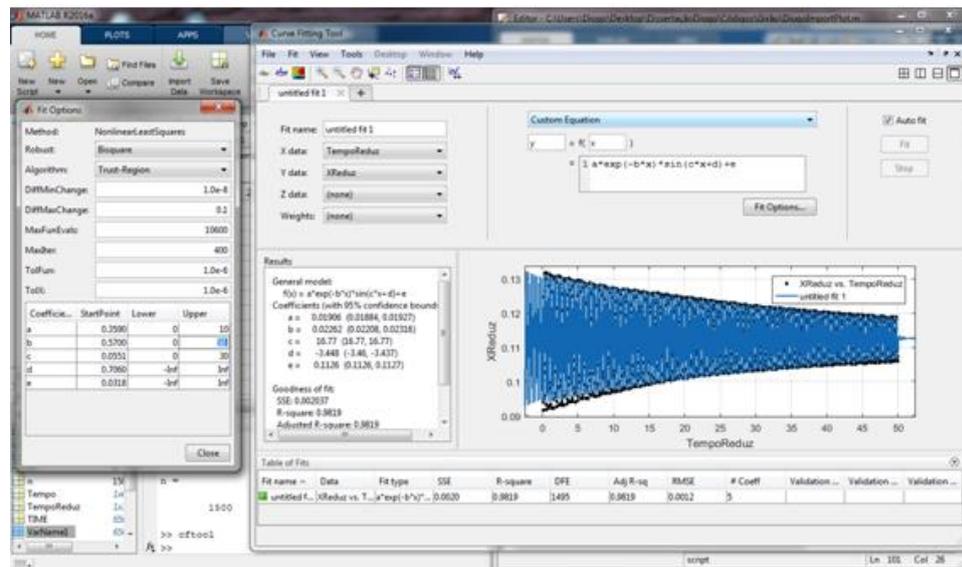


Figura 5. 8 – Ajuste do decaimento no tempo do sistema com 1GdL (CFTOOL).

Os valores médios encontrados são: $\omega_d = 16,77 \pm 0,00 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,67 \pm 0,00 [Hz]$; $\omega_n = 16,77 \pm 0,00 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,67 \pm 0,00 [Hz]$; e $\xi = 1,4 \pm 0,01 \%$. Como o amortecimento encontrado é muito baixo, as frequências amortecida e não amortecida apresentam valores praticamente idênticos. A análise do erro experimental foi realizada para a precisão de 95,5% e, em muitos dos casos, a magnitude desse erro ficou abaixo da segunda casa decimal.

A FFT é feita a partir do sinal temporal com a intenção de se verificar o resultado encontrado anteriormente. O pico na resposta ocorre em valor de frequência muito próximo ao encontrado via CFTOOL. Conforme ilustrado na Figura 5.9, a frequência encontrada é $\omega_d = 2,67 \pm 0,00 [Hz]$.

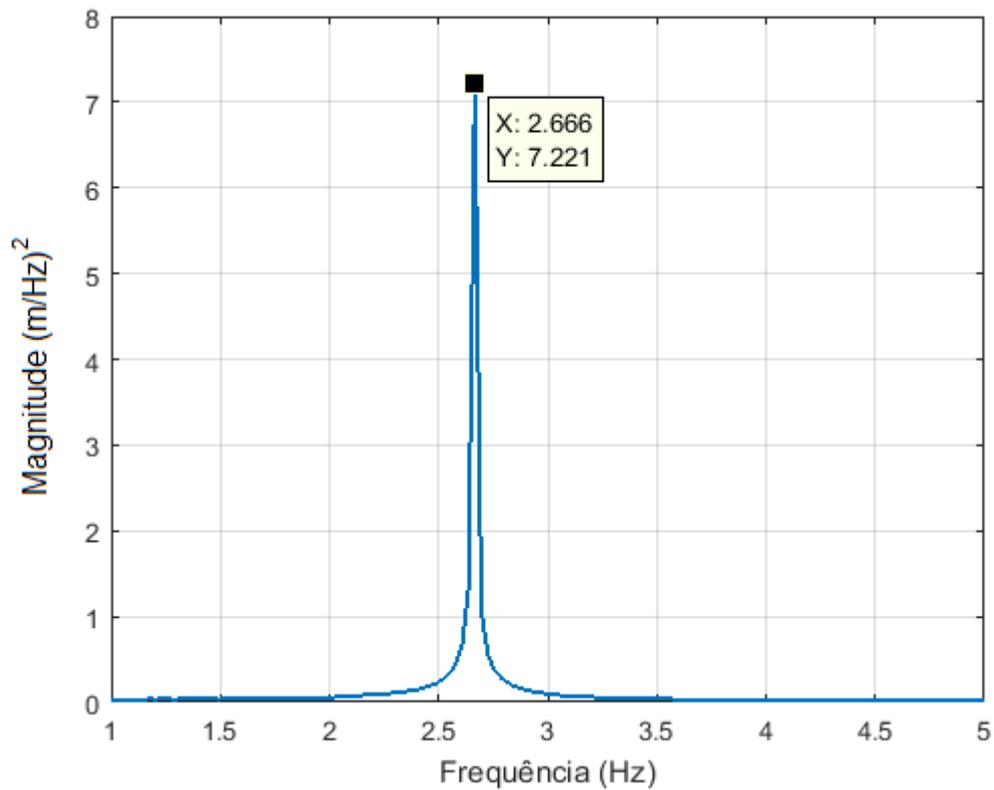


Figura 5. 9 – Função de resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 1GdL.

O modelo numérico do sistema com 1GdL é calibrado com os valores dos parâmetros encontrados e a evolução da resposta do sistema ao longo do tempo está representada na Figura 5.10, a qual compara o sinal experimental com o sinal numérico. Os dados de entrada para a análise teórica são: $m = 1,13317 [kg]$, $k_c = 2 * 164,17 [\frac{N}{m}]$, $c = 0,546 [\frac{Ns}{m}]$.

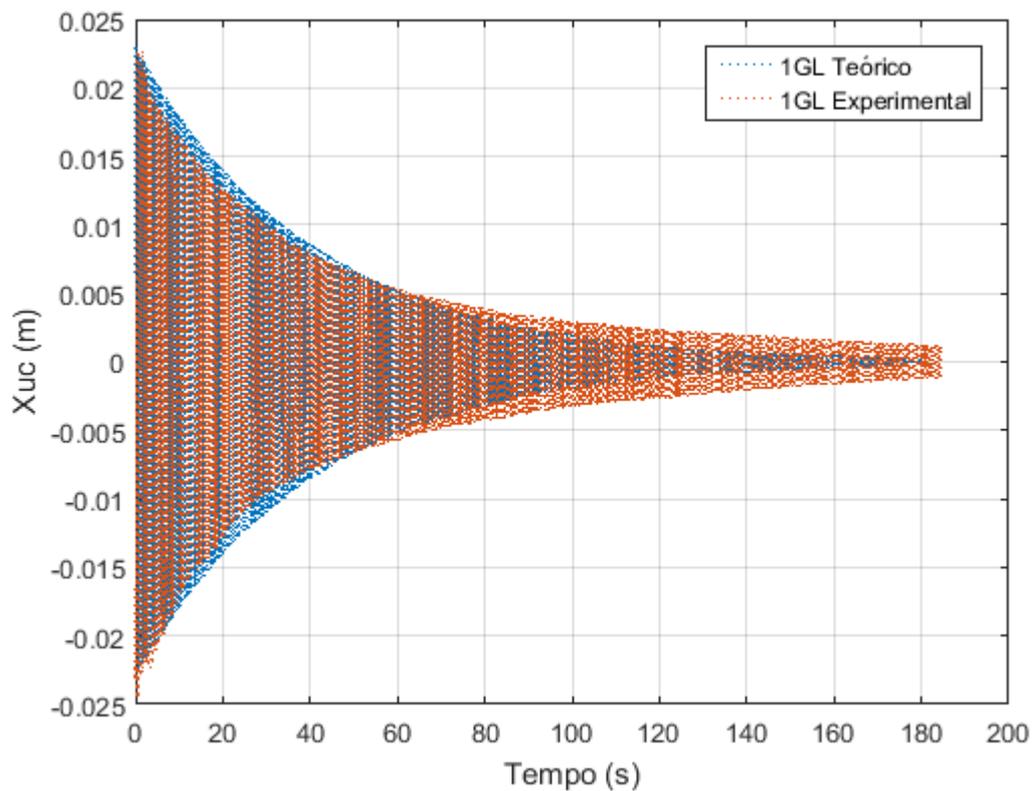


Figura 5. 10 – Comparação da evolução da resposta no tempo, numérica e experimentalmente, para o sistema com 1GdL.

Os comportamentos numérico e experimental são próximos, contudo há diferenças. Inicialmente o sinal experimental é mais amortecido, enquanto que na parte final da comparação, o comportamento é invertido, ou seja, o sinal numérico é mais amortecido. As amplitudes e o tempo necessário para o decaimento da resposta são semelhantes. Uma diferença que existe e que não pode ser observada na Figura 5.10, é que a frequência do sinal experimental não é constante ao longo do tempo. Ela, aparentemente, diminui. Em alguns momentos, no final da comparação, os sinais, numérico e experimental, apresentam-se em oposição de fases.

A variação da frequência do sinal experimental, ao longo do tempo, foi verificada e confirmada. A partir do sinal obtido no experimento de vibração livre, avalia-se a amplitude média entre dois picos consecutivos e o período entre eles, procedimento conhecido como backbone (gráfico de espinha) (Londoño *et al.*, 2014). Isso é repetido para diversos pontos no domínio do tempo. A Figura 5.11 indica os resultados para os pontos analisados e que foram escolhidos aleatoriamente.

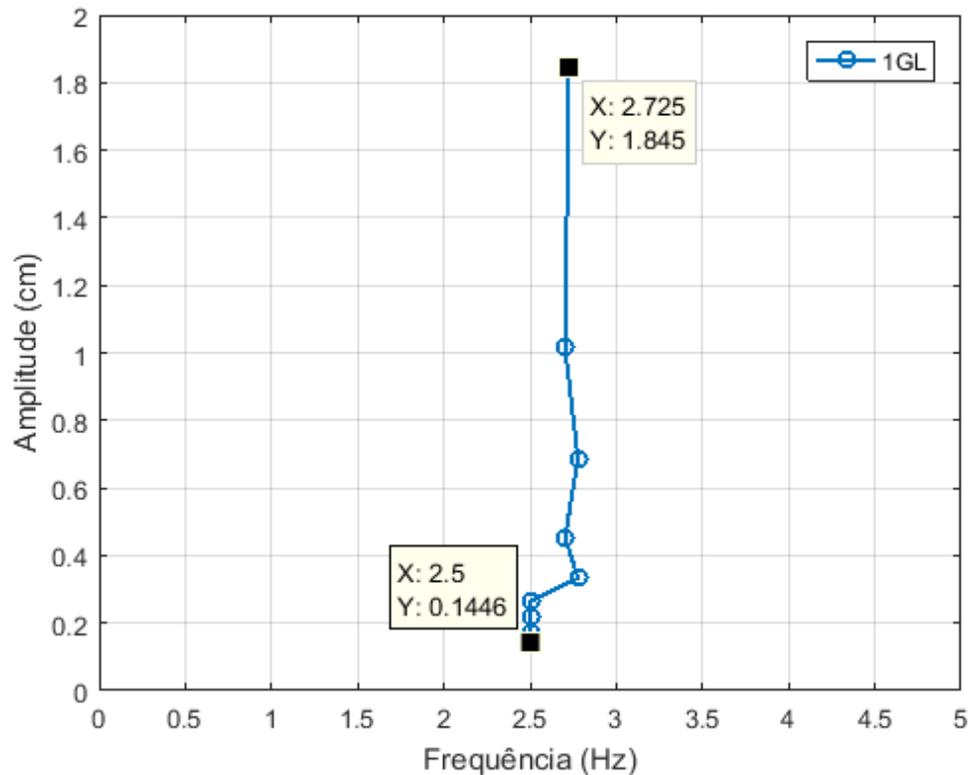


Figura 5. 11 – Variação da frequência no tempo para o sistema com 1GdL em vibração livre.

A partir do gráfico é possível perceber que para as menores amplitudes realmente existe uma variação na frequência do movimento. Acredita-se que, para pequenas velocidades, além do atrito seco entre a base deslizante e o trilho de ar ser mais significativo, o arrasto causado pelo ar que escoava entre essas duas superfícies também influencia o movimento.

Aplicando a FFT à resposta temporal numérica, chega-se em $\omega_d = 2,72 [Hz]$, conforme representado na Figura 5.12(a). A comparação entre as respostas em frequência, teórica e experimental, está presente na Figura 5.12(b), que mostra valores de amplitude e frequência menores para o sinal experimental.

A diferença entre os valores de frequência, apesar de muito pequena, pode ser justificada por imprecisões no cálculo do coeficiente de rigidez k_c das molas utilizadas. A diferença entre os valores de amplitude pode ser atribuída ao amortecimento do sistema, uma vez que esses valores, provavelmente, são maiores nos ensaios que nas análises numéricas.

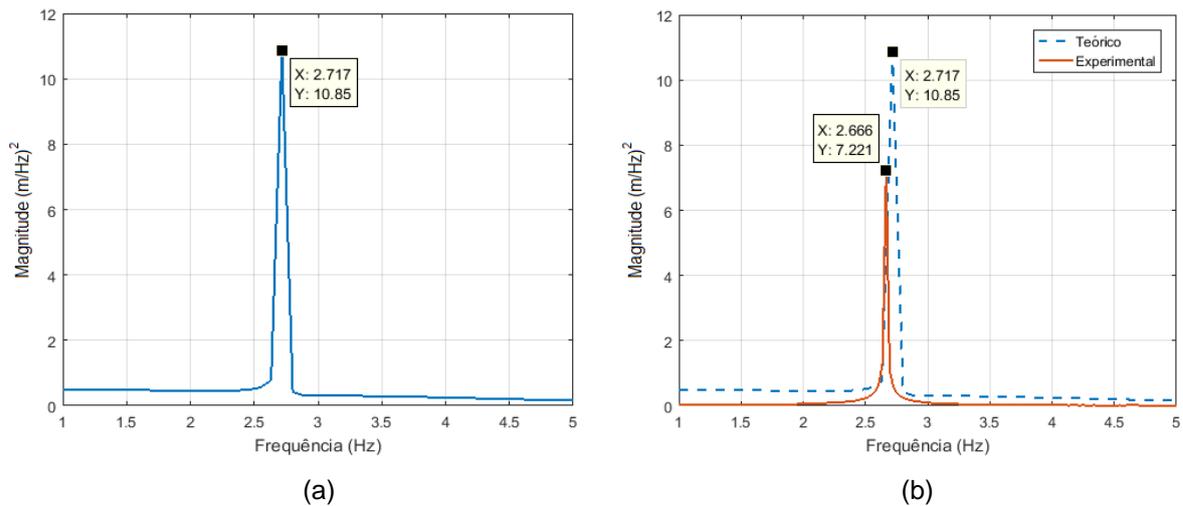


Figura 5. 12 – (a) Função de resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 1GdL; (b) Comparação entre a FRF do sinal numérico e do experimental do sistema com 1GdL.

5.3.2 Sistema com AMS-PI – CA 1

A bancada experimental com dois graus de liberdade também é montada inicialmente sem o excitador, a fim de realizar ensaios de vibração livre. A configuração alternativa 1 – CA 1 ($l = 0,52 [m]$ e $\mu = 0$) do AMS-PI é conectada à base que desliza sobre o trilho de ar. As duas molas são conectadas às extremidades do trilho de ar e o mesmo tipo de delimitador de perturbação por deslocamentos é utilizado, conforme Figura 5.13. A base deslizante e o pêndulo possuem dois pontos pretos, os quais servirão de ponto de referência no momento da aquisição das imagens. O delimitador do trilho de ar para o deslocamento inicial possui o mesmo espaçamento anterior, ou seja, 2,5cm e será mantido para todas as cinco repetições.

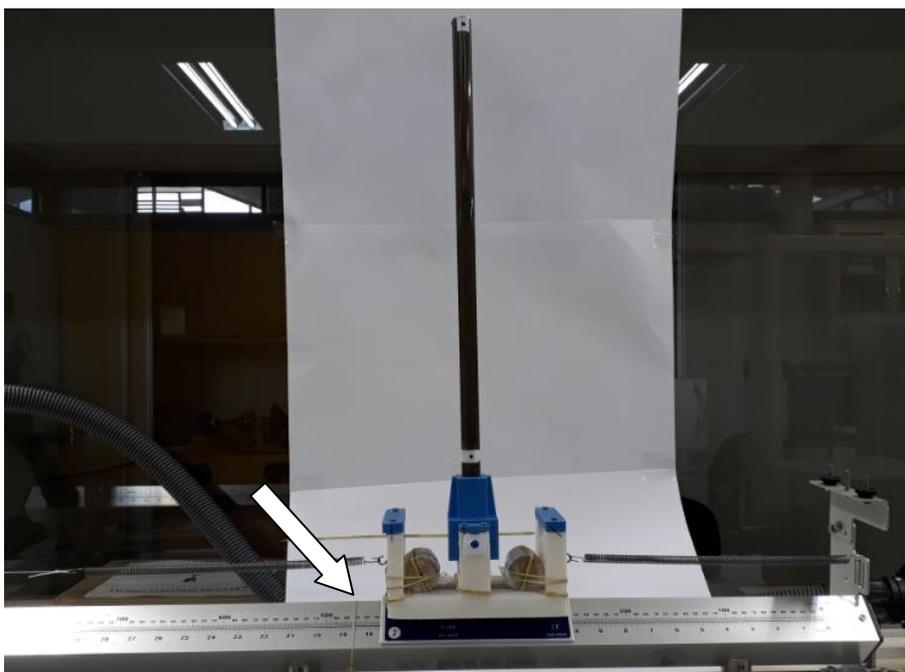


Figura 5. 13 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1.

Após a aquisição das imagens dos repetidos ensaios, a evolução do deslocamento da base deslizante ao longo do tempo é analisada com o CFTOOL, conforme Figura 5.14. Com o auxílio da Equação (4.2) as frequências e os amortecimentos, correspondentes, são identificados.

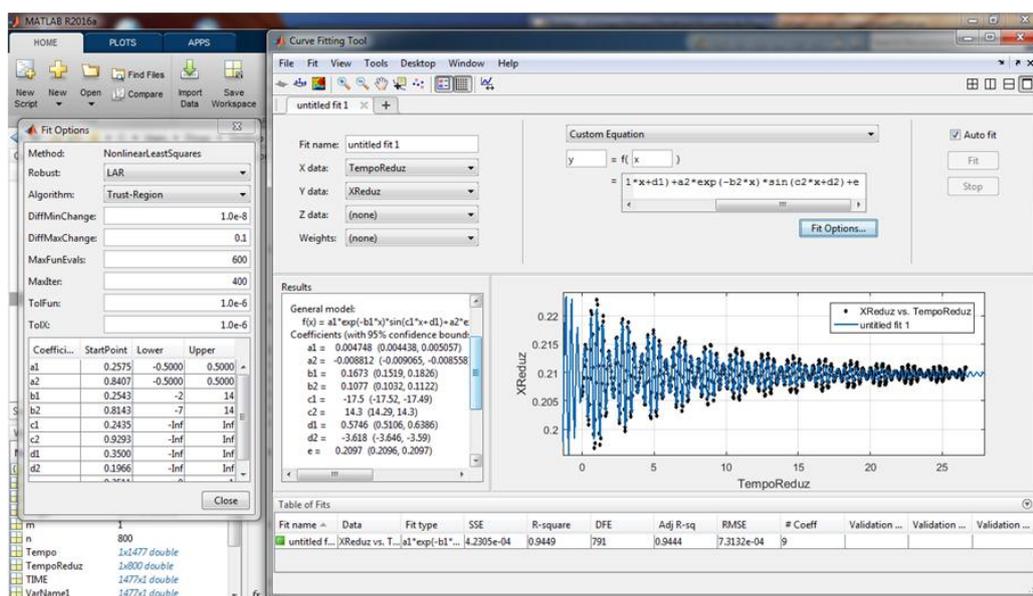


Figura 5. 14 – Ajuste do decaimento no tempo para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1 (CFTOOL).

Os valores médios encontrados são: $\omega_{d1} = 14,22 \pm 0,01 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,26 \pm 0,00 [Hz]$; $\omega_{n1} = 14,22 \pm 0,01 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,26 \pm 0,00 [Hz]$; $\xi_1 = 0,61 \pm 0,05 \%$; $\omega_{d2} = 17,38 \pm 0,02 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,77 \pm 0,00 [Hz]$; $\omega_{n2} = 17,38 \pm 0,02 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,77 \pm 0,00 [Hz]$; $\xi_2 = 0,45 \pm 0,06 \%$. Como o amortecimento encontrado é muito baixo, as frequências, amortecida e não amortecida, apresentam valores praticamente idênticos. A análise do erro experimental foi realizada para a precisão de 95,5% e, em muitos dos casos, a magnitude desse erro ficou abaixo da segunda casa decimal.

A FFT é feita no sinal temporal com a intenção de se verificar o resultado encontrado anteriormente. Os picos na resposta ocorrem em valores muito próximos aos encontrados via CFTOOL. Conforme ilustrado na Figura 5.15, as frequências encontradas são $\omega_{d1} = 2,29 \pm 0,00 [Hz]$ e $\omega_{d2} = 2,78 \pm 0,00 [Hz]$.

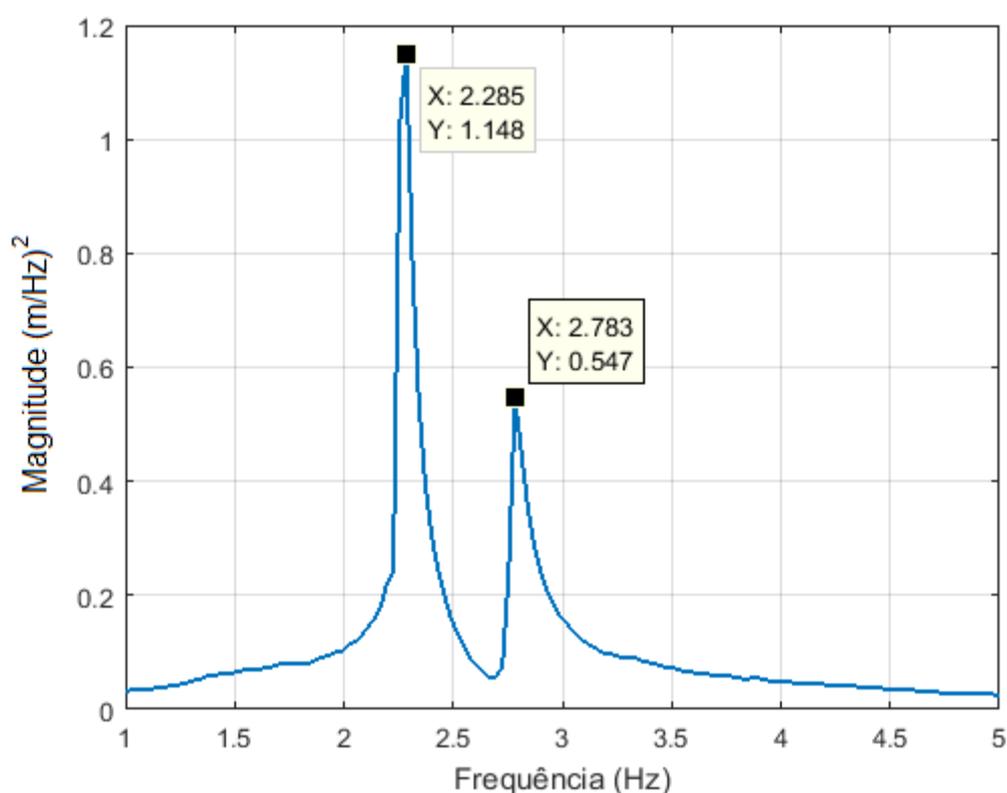


Figura 5. 15 – Função de resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 2GdL e AMS-PI - CA1.

Para a obtenção do coeficiente de amortecimento do pêndulo, um ensaio de vibração livre somente com o pêndulo é realizado. Isso é feito com o fluxo de ar

desligado, o que impede a base de deslizar sobre o trilho de ar. Nessa configuração, apenas o movimento de rotação do pêndulo é permitido. A bancada mostrada na Figura 5.13 é utilizada.

A Figura 5.16 ilustra a análise do deslocamento angular do pêndulo ao longo do tempo realizada no CFTOOL. Com o auxílio da Equação (4.2) as frequências e o amortecimento são identificados e são: $\omega_{n,p} = 15,52 \pm 0,09 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,47 \pm 0,03 [Hz]$; $\omega_{d,p} = 15,52 \pm 0,09 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,47 \pm 0,03 [Hz]$; e $\xi_p = 0,20 \pm 0,01 \%$.

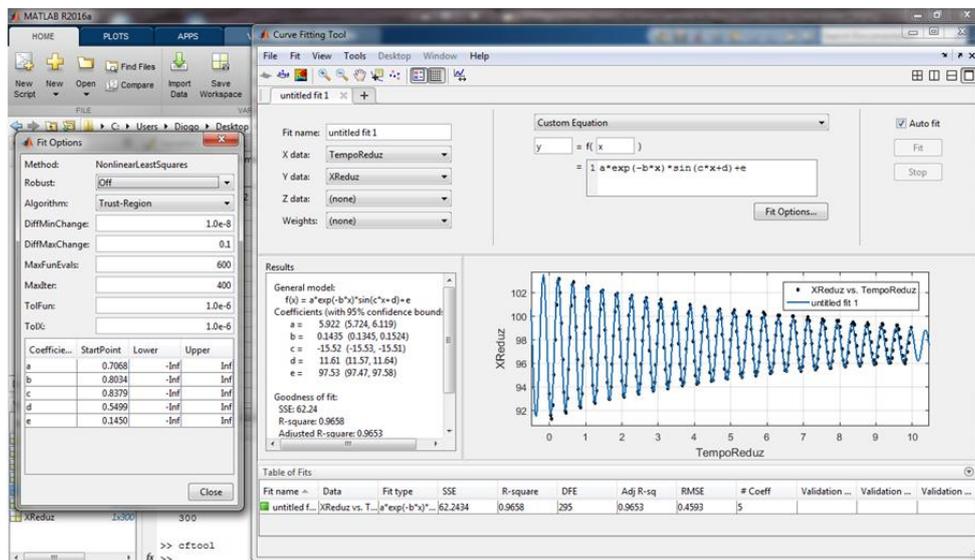


Figura 5. 16 – Ajuste de curva para a evolução do deslocamento angular do pêndulo ao longo do tempo, no CFTOOL, para o AMS-PI - CA1 em vibração livre.

Para a obtenção do coeficiente de rigidez rotacional k , que conecta o pêndulo invertido ao sistema principal, é utilizada a equação da frequência do pêndulo invertido, descrita pela Equação (5.5) (Anh *et al.*, 2007). A partir dela, tem-se o coeficiente de rigidez rotacional equivalente, descrito pela Equação (5.6). Utilizando essa última equação, os parâmetros da presente análise e $g = 9,781 \left[\frac{m}{s^2} \right]$ (gravidade local em Brasília), chega-se em $k = 3,03 \left[\frac{Nm}{rad} \right]$.

$$\omega_{\theta} = \sqrt{\frac{6k - gl(6m + 3\rho l)}{2l^2(\rho l + 3m)}} \quad (5.5)$$

$$k = \frac{1}{6} [\omega_{\theta}^2 2l^2(3m + \rho l) + gl(6m + 3\rho l)] \quad (5.6)$$

O modelo numérico do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1 é calibrado com os valores dos parâmetros encontrados anteriormente e a evolução da resposta da base deslizante ao longo do tempo está representada na Figura 5.17, a qual compara o sinal experimental com o sinal numérico. Os dados de entrada para a análise teórica são: $m_c = 1,13317 [kg]$, $k_c = 2 * 164,17 [\frac{N}{m}]$, $c = 0,546 [\frac{Ns}{m}]$, $l = 52 [cm]$, $g = 9,781 [\frac{m}{s^2}]$, $\rho = 0,24 [\frac{kg}{m}]$, $m = 0 [kg]$, $k = 3,03 [\frac{Nm}{rad}]$ e $c_d = 0,0093 [\frac{Ns}{m}]$.

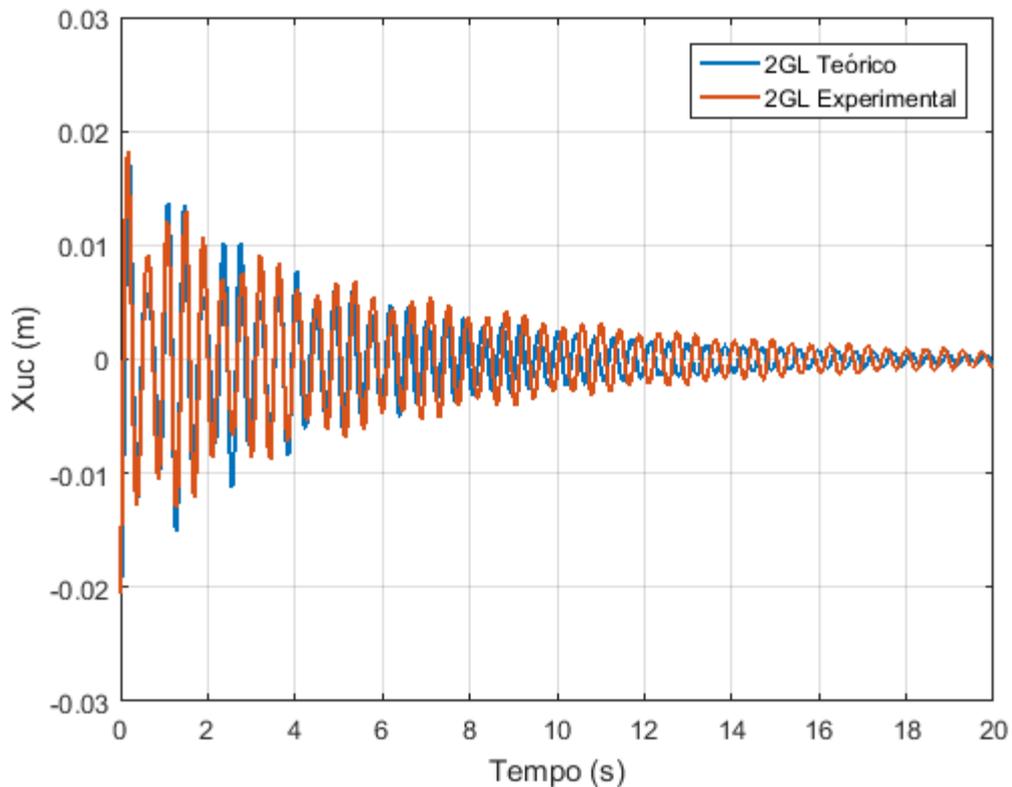


Figura 5. 17 – Comparação da evolução da resposta no tempo, numérica e experimentalmente, para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1.

Os comportamentos, numérico e experimental, são próximos, contudo há diferenças. Inicialmente o sinal experimental é bem próximo do numérico, em amplitude e em frequência. Na parte final da comparação, as amplitudes continuam próximas, contudo, a frequência do sinal experimental, aparentemente, diminui. Em alguns momentos os dois sinais apresentam-se em oposição de fases.

A variação da frequência do sinal experimental, ao longo do tempo, também foi verificada e confirmada para este caso. A partir do sinal obtido no experimento de vibração livre, avalia-se, novamente, a amplitude média e o período entre dois picos

consecutivos e para diversos pontos no domínio do tempo, procedimento conhecido como backbone (gráfico de espinha) (Londoño *et al.*, 2014)

A partir da Figura 5.18 é possível perceber que para as menores amplitudes realmente existe uma variação na frequência do movimento. Acredita-se que, para pequenas velocidades, além do atrito seco entre a base deslizante e o trilho de ar ser mais significativo, o arrasto causado pelo ar que escoava entre essas duas superfícies também influencia o movimento.

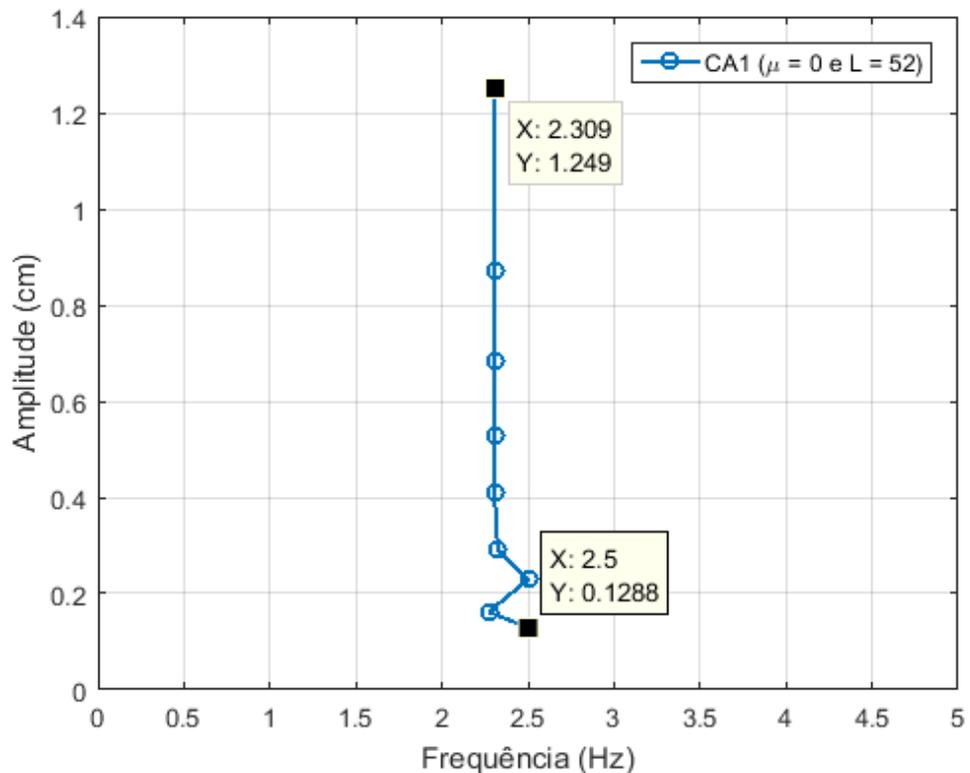


Figura 5. 18 – Variação da frequência no tempo para o sistema com a CA1 em vibração livre.

Aplicando a FFT no sinal temporal numérico, a partir da função de resposta em frequência, chega-se em $\omega_{d1} = 2,24 [Hz]$ e $\omega_{d2} = 2,89 [Hz]$, conforme representado na Figura 5.19 (a). A comparação entre as respostas em frequência, teórica e experimental, está presente na Figura 5.19 (b), que mostra correspondência para as frequências dos dois modos de vibração, para ambos os casos. Para a primeira frequência, a amplitude do sinal experimental é menor que a teórica, enquanto que para a segunda frequência ocorre o oposto. O valor encontrado para a primeira frequência no sinal experimental é maior que no numérico, enquanto que para a segunda frequência ocorre o oposto. Esse tipo de comportamento pode estar

relacionado com diferenças entre o coeficiente de rigidez rotacional k utilizado na análise numérica e o que efetivamente acontece nos ensaios. Valores menores para esse coeficiente favorecem um aumento do 2º pico de ressonância.

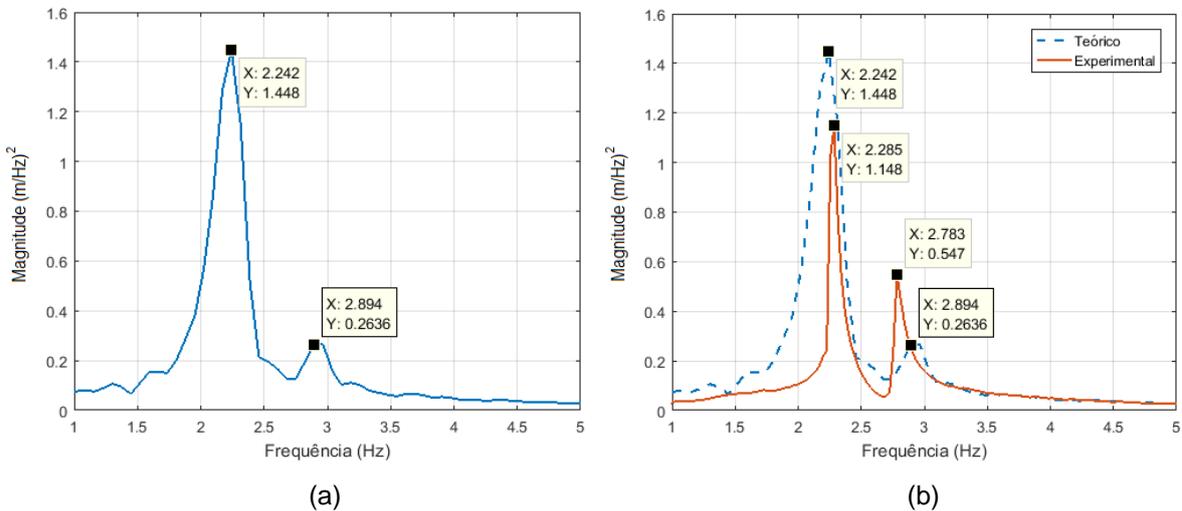


Figura 5. 19 – (a) Função de resposta em frequência (FRF) para o sinal numérico do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1 em vibração livre; (b) Comparação entre a FRF do sinal numérico e do sinal experimental do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1.

A amplitude de oscilação do pêndulo também é analisada, contudo, apenas é verificado se a amplitude máxima do movimento do pêndulo permanece abaixo do limite de pequenos deslocamentos, onde $\text{sen}(\theta) \cong \theta$. Para a consideração de regime linear, neste trabalho, é adotado o ângulo máximo de 17°, o que corresponde a 0,3 radianos. A Figura 5.20 representa a evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI obtido experimentalmente para o presente caso. O deslocamento máximo, que ocorre no início do movimento, está na ordem de 11°, o que confirma a vibração no regime linear segundo o critério adotado.

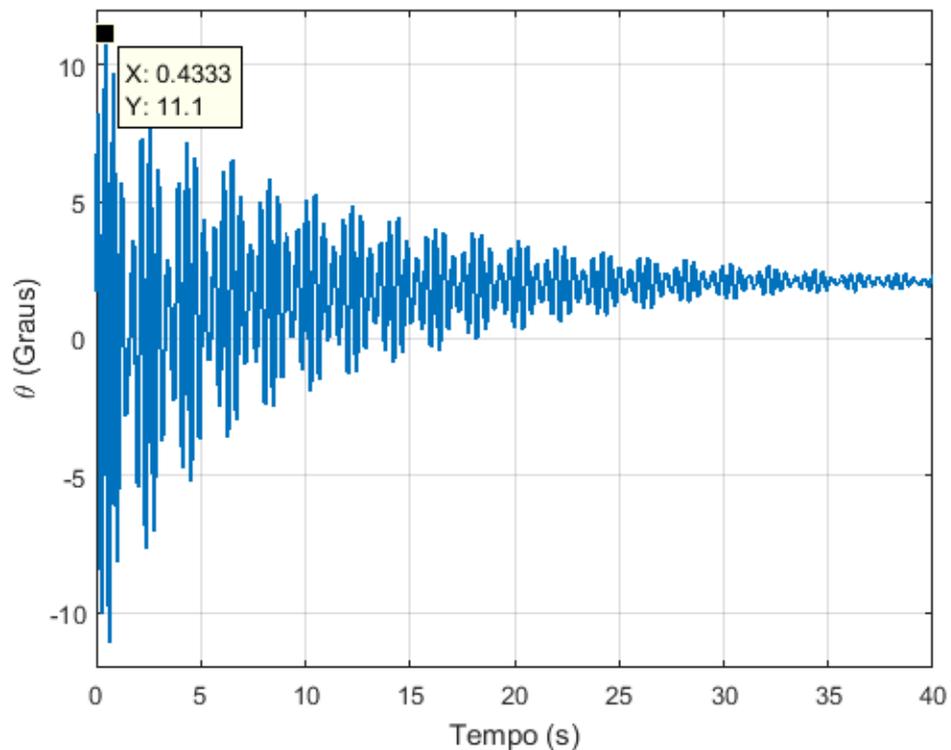


Figura 5. 20 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CA1.

5.3.3 Sistema com AMS-PI – CA 2

Novos ensaios de vibração livre são realizados da mesma forma que os anteriores, alterando somente o comprimento do pêndulo. A configuração alternativa 2 – CA 2 ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0$) do AMS-PI é conectada à base que desliza sobre o trilho de ar. As duas molas são conectadas às extremidades do trilho de ar e o mesmo deslocamento inicial é aplicado, conforme Figura 5.21. A base deslizante e o pêndulo possuem dois pontos pretos, os quais servirão de ponto de referência no momento da aquisição das imagens. O delimitador do trilho de ar possui o mesmo espaçamento anterior, ou seja, 2,5cm e será mantido para todas as cinco repetições.

Após a aquisição das imagens dos repetidos ensaios, a evolução do deslocamento da base deslizante ao longo do tempo é analisada com o CFTOOL, assim com realizado no item 5.3.1. Com o auxílio da Equação (4.2) as frequências e os amortecimentos, acoplados, são identificados.

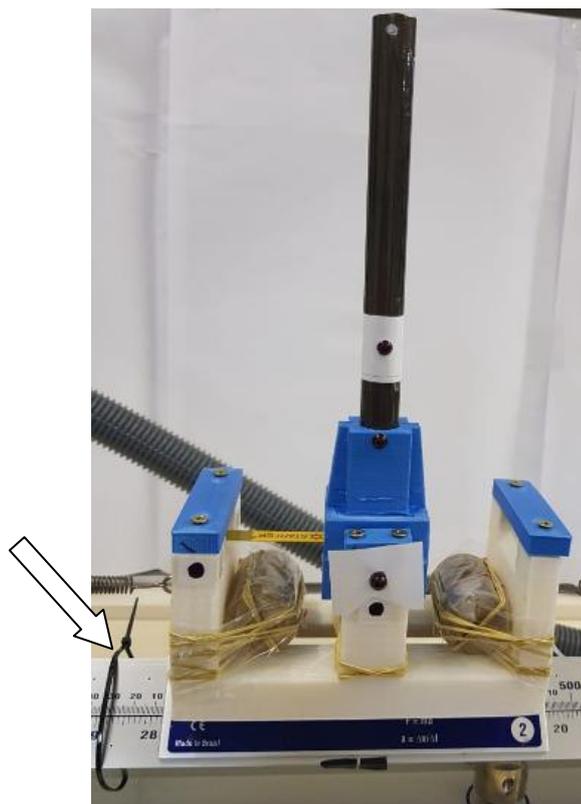


Figura 5. 21 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.

Os valores médios encontrados são: $\omega_d = 15,95 \pm 0,02 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,54 \pm 0,00 [Hz]$; $\omega_n = 15,95 \pm 0,02 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,54 \pm 0,00 [Hz]$; e $\xi = 0,28 \pm 0,02 \%$. Como o amortecimento encontrado é muito baixo, as frequências, amortecida e não amortecida, apresentam valores praticamente idênticos. A análise do erro experimental foi realizada para a precisão de 95,5% e, em muitos dos casos, a magnitude desse erro ficou abaixo da segunda casa decimal.

A FFT é feita no sinal temporal com a intenção de se verificar o resultado encontrado anteriormente. O pico na resposta ocorre em valor muito próximo ao encontrado via CFTOOL. Conforme ilustrado na Figura 5.22, a frequência encontrada é $\omega_d = 2,54 \pm 0,00 [Hz]$. Também, a resposta em frequência da CA2 sugere que esse sistema com 2GdL tenha um comportamento de corpo rígido, uma vez que apresentou apenas uma frequência de ressonância. Para este caso, provavelmente o coeficiente de rigidez rotacional k é muito alto, o que reduz o deslocamento angular do AMS-PI para níveis insignificantes.

Para a obtenção do coeficiente de amortecimento para o pêndulo, um ensaio de vibração livre somente para o pêndulo é realizado, assim como foi realizado no

item 5.3.2. Isso é feito com o fluxo de ar desligado, o que impede a base de deslizar sobre o trilho de ar. Nessa configuração, apenas o movimento de rotação do pêndulo é permitido. A bancada mostrada na Figura 5.21 é utilizada.

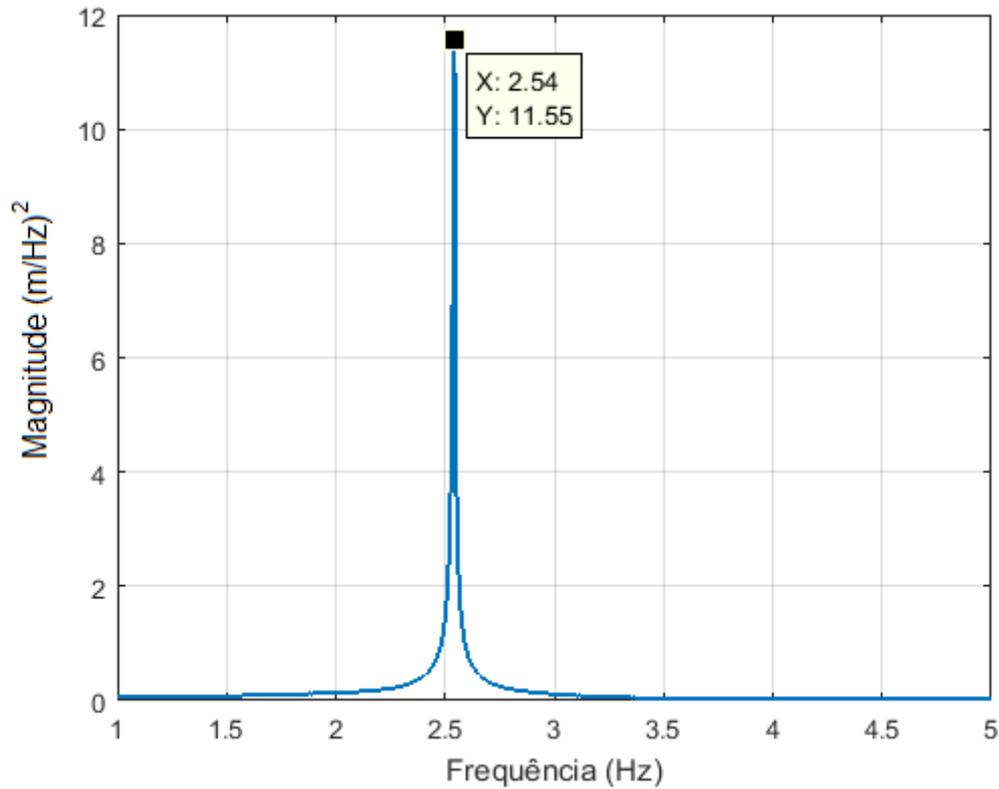


Figura 5. 22 – Função de resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.

A análise do deslocamento angular do pêndulo ao longo do tempo é realizada no CFTOOL e com o auxílio da Equação (4.2) as frequências e o amortecimento são identificados e são: $\omega_{n,p} = 49,60 \pm 0,04 \left[\frac{rad}{s} \right] = 7,89 \pm 0,01 [Hz]$; $\omega_{d,p} = 49,60 \pm 0,04 \left[\frac{rad}{s} \right] = 7,89 \pm 0,01 [Hz]$; e $\xi_p = 0,12 \pm 0,01 \%$.

Para a obtenção do coeficiente de rigidez rotacional k , que conecta o pêndulo invertido ao sistema principal, a Equação (5.6) é novamente utilizada. Utilizando essa última equação, os parâmetros da presente análise e $g = 9,781 \left[\frac{m}{s^2} \right]$ (gravidade local em Brasília), chega-se em $k = 2,79 \left[\frac{Nm}{rad} \right]$.

O modelo numérico do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2 é calibrado com os valores dos parâmetros encontrados anteriormente e a evolução da resposta da

base deslizante ao longo do tempo está representada na Figura 5.23, a qual compara o sinal experimental com o sinal numérico. Os dados de entrada para a análise numérica são: $m_c = 1,13317 [kg]$, $k_c = 2 * 164,17 \left[\frac{N}{m}\right]$, $c = 0,546 \left[\frac{Ns}{m}\right]$, $l = 24 [cm]$, $g = 9,781 \left[\frac{m}{s^2}\right]$, $\rho = 0,24 \left[\frac{kg}{m}\right]$, $m = 0 [kg]$, $k = 2,79 \left[\frac{Nm}{rad}\right]$ e $c_d = 0,0056 \left[\frac{Ns}{m}\right]$.

Os comportamentos, numérico e experimental, são próximos, contudo há diferenças no início da comparação, onde o sinal experimental é mais amortecido que o numérico. Na parte final da comparação entre as respostas temporais, elas apresentam amplitudes muito próximas. As amplitudes e o tempo necessário para o decaimento são semelhantes. Uma diferença que existe e que não pode ser observada na Figura 5.23, é que a frequência do sinal experimental ao longo do tempo não é constante. Ela, aparentemente, diminui. Em alguns momentos, no final da comparação, os dois sinais, numérico e experimental, apresentam-se em oposição de fases.

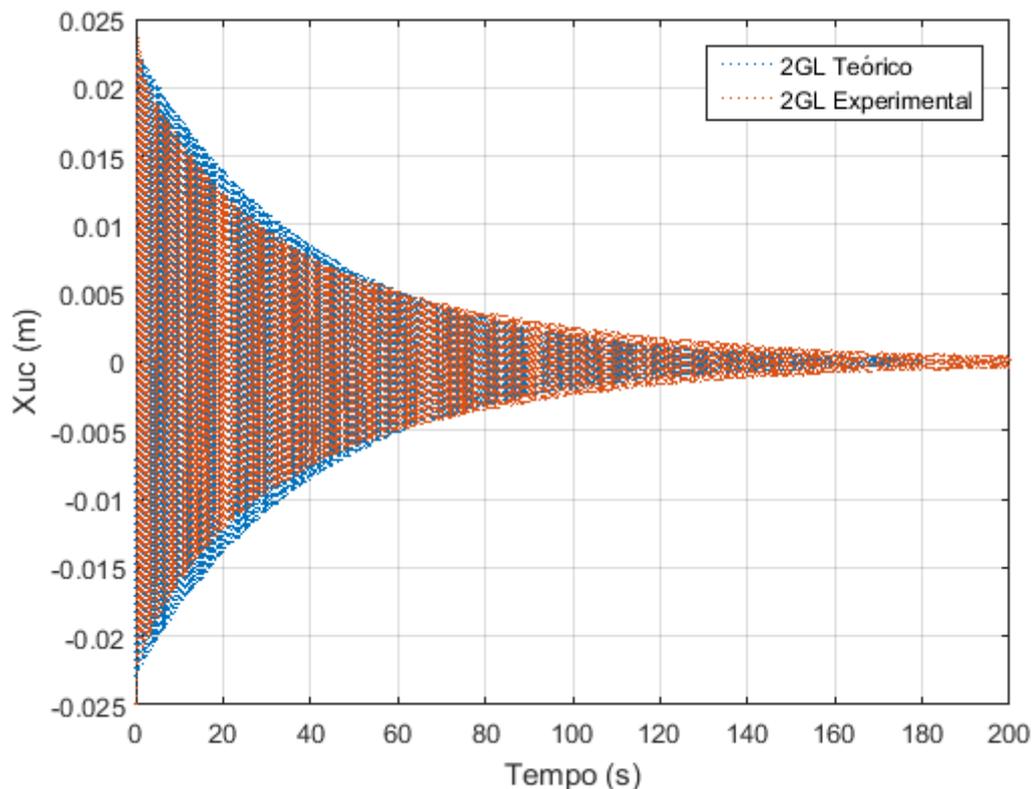


Figura 5. 23 – Comparação da evolução da resposta no tempo, numérica e experimentalmente, para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.

A variação da frequência do sinal experimental, ao longo do tempo, também foi verificada e confirmada para este caso. A partir do sinal obtido no experimento de vibração livre, avalia-se, novamente, a amplitude média e o período entre dois picos consecutivos e para diversos pontos no domínio do tempo, procedimento conhecido como backbone (gráfico de espinha) (Londoño *et al.*, 2014)

A partir da Figura 5.24 é possível perceber que para as menores amplitudes realmente existe uma variação na frequência do movimento. Acredita-se que, para pequenas velocidades, além do atrito seco entre a base deslizante e o trilho de ar ser mais significativo, o arrasto causado pelo ar que escoar entre essas duas superfícies também influencia o movimento.

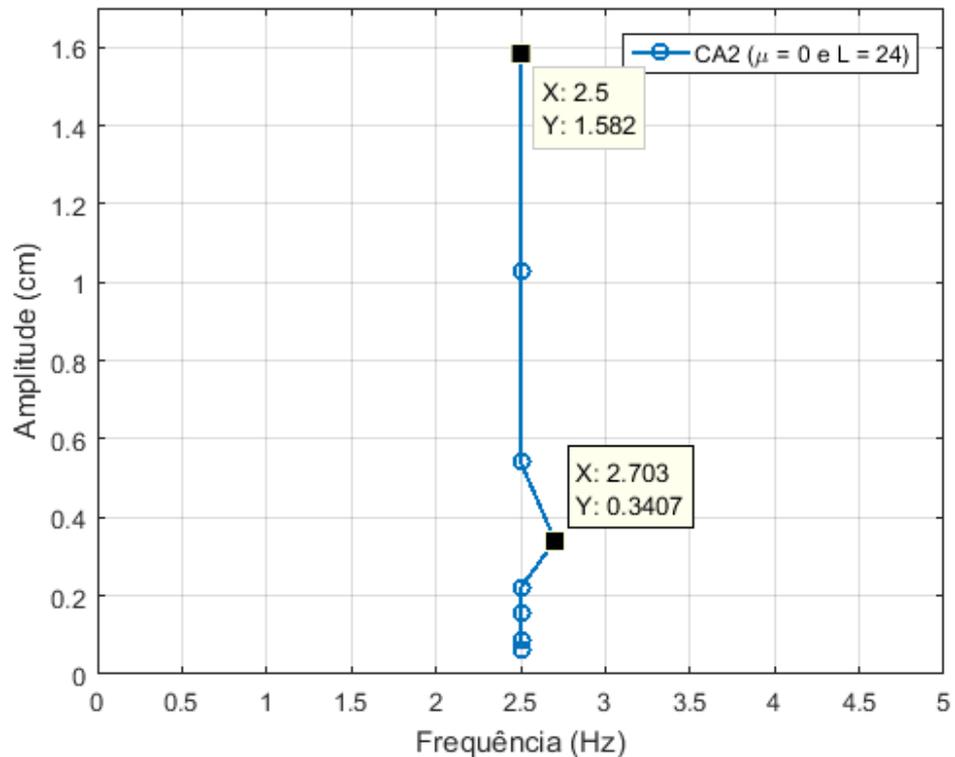


Figura 5. 24 – Variação da frequência no tempo para o sistema com a CA2 em vibração livre.

Aplicando a FFT no sinal temporal numérico obtém-se a função de resposta em frequência e chega-se em $\omega_d = 2,57 [Hz]$, conforme representado na Figura 5.25 (a). A comparação entre as respostas em frequência, teórica e experimental, está presente na Figura 5.25 (b), que indica valor de frequência e de amplitude maiores para a resposta numérica.

A diferença entre os valores de frequência, praticamente não existe. A diferença entre os valores de amplitude pode ser atribuída ao amortecimento do sistema, uma vez que esses valores, provavelmente, são maiores nos ensaios que nas análises numéricas.

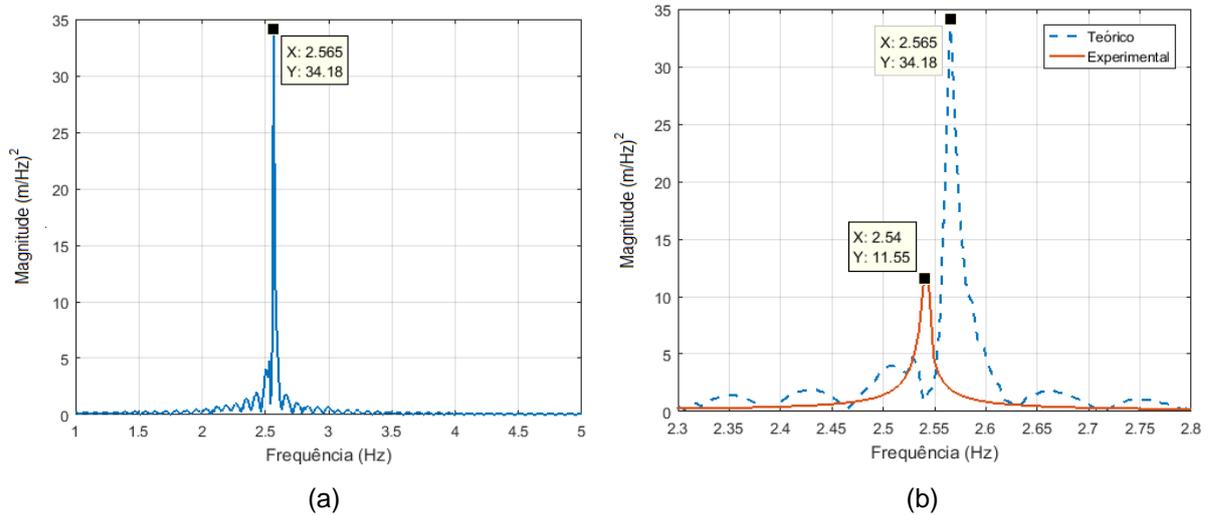


Figura 5. 25 – (a) Função de resposta em frequência (FRF) do sinal numérico para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2 em vibração livre; (b) Comparação entre a FRF do sinal numérico e do experimental do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.

A amplitude de oscilação do pêndulo também é analisada, assim com realizado no item 5.3.2. Neste caso, a Figura 5.26 apresenta a evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI e apresenta deslocamento máximo também no início do movimento e na ordem de 3° , o que implica em vibração no regime linear segundo o critério adotado.

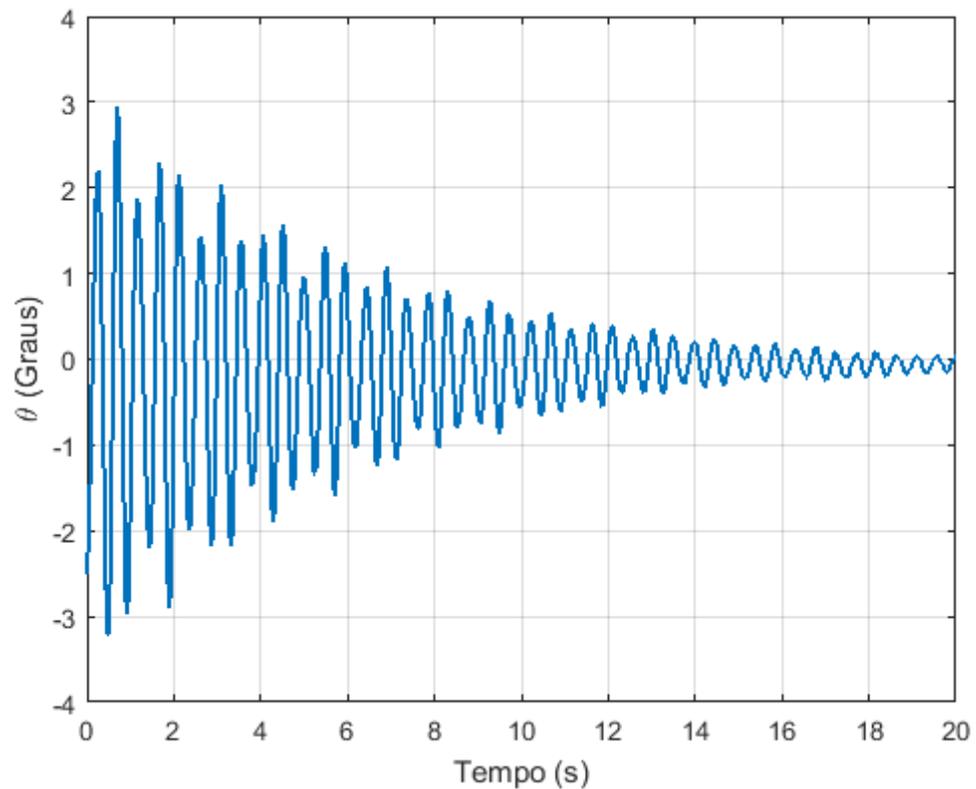


Figura 5. 26 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CA2.

5.3.4 Sistema com AMS-PI – CO

Novos ensaios de vibração livre são realizados da mesma forma que os anteriores, alterando somente agora o valor da massa na extremidade do pêndulo. A configuração ótima – CO ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0,086 (97g)$) do AMS-PI é conectada à base que desliza sobre o trilho de ar. Essa configuração é determinada após uma análise de sensibilidade seguida de um procedimento de otimização, realizados, e que são alvo de estudo no item 5.1.

Novamente as duas molas são conectadas às extremidades do trilho de ar e o mesmo deslocamento inicial é aplicado, conforme Figura 5.27. A base deslizante e o pêndulo possuem dois pontos pretos, os quais servirão de ponto de referência no momento da aquisição das imagens. O delimitador do trilho de ar possui o mesmo espaçamento anterior, ou seja, 2,5cm e será mantido para todas as repetições.

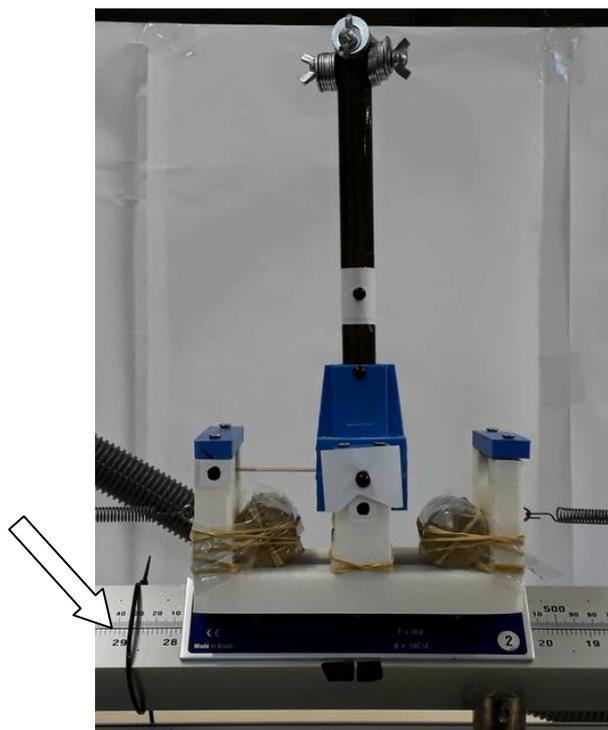


Figura 5. 27 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.

Após a aquisição das imagens para os ensaios, repetidos cinco vezes cada, a evolução do deslocamento da base deslizante ao longo do tempo é analisada com o CFTOOL, assim com realizado no item 5.3.1. Com o auxílio da Equação (4.2) as frequências e os amortecimentos, acoplados, são identificados.

Os valores médios encontrados são: $\omega_{d1} = 13,30 \pm 0,02 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,12 \pm 0,00 [Hz]$; $\omega_{n1} = 13,30 \pm 0,02 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,12 \pm 0,00 [Hz]$; $\xi_1 = 1,30 \pm 0,07 \%$; $\omega_{d2} = 18,35 \pm 0,03 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,92 \pm 0,01 [Hz]$; $\omega_{n2} = 18,35 \pm 0,03 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,92 \pm 0,01 [Hz]$; $\xi_2 = 2,40 \pm 0,09 \%$. Como o amortecimento encontrado é muito baixo, as frequências, amortecida e não amortecida, apresentam valores praticamente idênticos. A análise do erro experimental foi realizada para a precisão de 95,5% e, em muitos dos casos, a magnitude desse erro ficou abaixo da segunda casa decimal.

A FFT é feita no sinal temporal com a intenção de se verificar o resultado encontrado anteriormente através da função de resposta em frequência. Os picos na resposta ocorrem em valores muito próximos aos encontrados via CFTOOL. Conforme ilustrado na Figura 5.28, as frequências encontradas são $\omega_{d1} = 2,12 \pm 0,00 [Hz]$ e $\omega_{d2} = 3,04 \pm 0,00 [Hz]$.

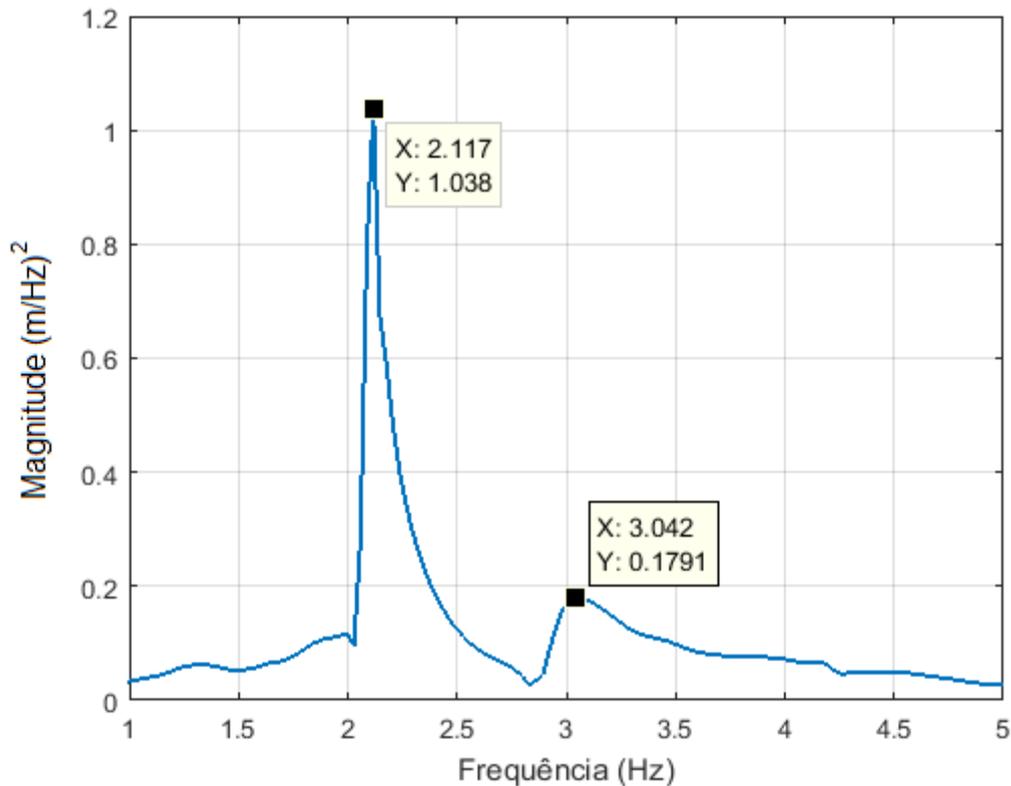


Figura 5. 28 – Resposta em frequência (FRF) para o sistema em vibração livre do sistema com 2GdL e AMS-PI - CO.

Para a obtenção do coeficiente de amortecimento para o pêndulo, um ensaio de vibração livre somente para o pêndulo é realizado, assim com realizado no item 5.3.2. Isso é feito com o fluxo de ar desligado, o que impede a base de deslizar sobre o trilho de ar. Nessa configuração, apenas o movimento de rotação do pêndulo é permitido. A bancada mostrada na Figura 5.27 é utilizada.

A análise do deslocamento angular do pêndulo ao longo do tempo é realizada no CFTOOL e com o auxílio da Equação (4.2) as frequências e o amortecimento são identificados e são: $\omega_{n,p} = 17,01 \pm 0,02 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,71 \pm 0,00 [Hz]$; $\omega_{d,p} = 17,01 \pm 0,02 \left[\frac{rad}{s} \right] = 2,71 \pm 0,00 [Hz]$; e $\xi_p = 0,12 \pm 0,01 \%$.

Para a obtenção do coeficiente de rigidez rotacional k , que conecta o pêndulo invertido ao sistema principal, a Equação (5.6) é novamente utilizada. Utilizando essa última equação, os parâmetros da presente análise e $g = 9,781 \left[\frac{m}{s^2} \right]$ (gravidade local em Brasília), chega-se em $k = 2,23 \left[\frac{Nm}{rad} \right]$.

O modelo numérico do sistema com 2GdL e AMS-PI – CO é calibrado com os valores dos parâmetros encontrados anteriormente e a evolução da resposta da base deslizante ao longo do tempo está representada na Figura 5.29, a qual compara o sinal experimental com o sinal numérico. Os dados de entrada para a análise numérica são: $m_c = 1,13317 [kg]$, $k_c = 2 * 164,17 [\frac{N}{m}]$, $c = 0,546 [\frac{Ns}{m}]$, $l = 24 [cm]$, $g = 9,781 [\frac{m}{s^2}]$, $\rho = 0,24 [\frac{kg}{m}]$, $m = 0,097 [kg]$, $k = 2,23 [\frac{Nm}{rad}]$ e $c_d = 0,0056 [\frac{Ns}{m}]$.

Os comportamentos, numérico e experimental, são próximos, contudo há diferenças. Inicialmente o sinal experimental é bem próximo do numérico, em amplitude e em frequência. Na parte final da resposta, as amplitudes continuam próximas, contudo, a frequência do sinal experimental ao longo do tempo não é constante. Ela, aparentemente, diminui. Em alguns momentos os dois sinais, numérico e experimental, apresentam-se em oposição de fases. Esse comportamento é semelhante ao apresentado pela configuração alternativa 1 – CA1.

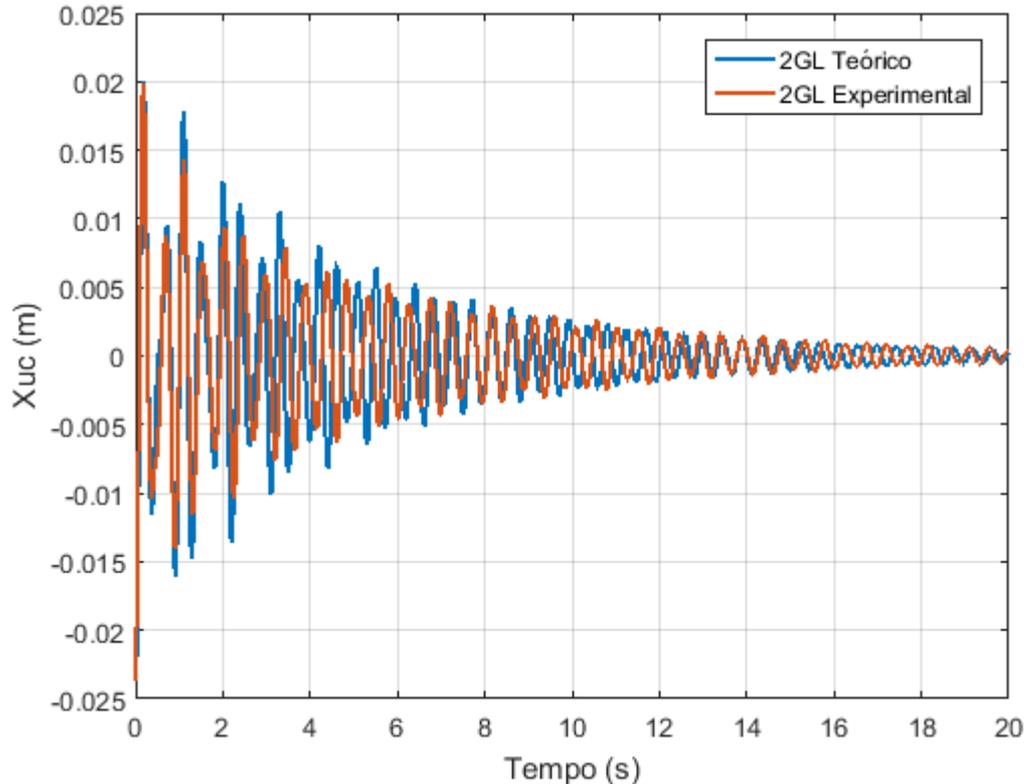


Figura 5. 29 – Comparação da evolução da resposta no tempo, numérica e experimentalmente, para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CO.

A variação da frequência do sinal experimental, ao longo do tempo, também foi verificada e confirmada para este caso. A partir do sinal obtido no experimento de vibração livre, avalia-se, novamente, a amplitude média e o período entre dois picos consecutivos e para diversos pontos no domínio do tempo, procedimento conhecido como backbone (gráfico de espinha) (Londoño *et al.*, 2014)

A partir da Figura 5.30 é possível perceber que realmente existe variação na frequência ao longo do movimento. Como neste caso existe diferença no início da comparação também, acredita-se que, não só o atrito seco e o arrasto do ar entre as duas superfícies influenciam o movimento, como também o colchão de ar diminuiu com o acréscimo da massa do AMS-PI, o que agravou essa situação.

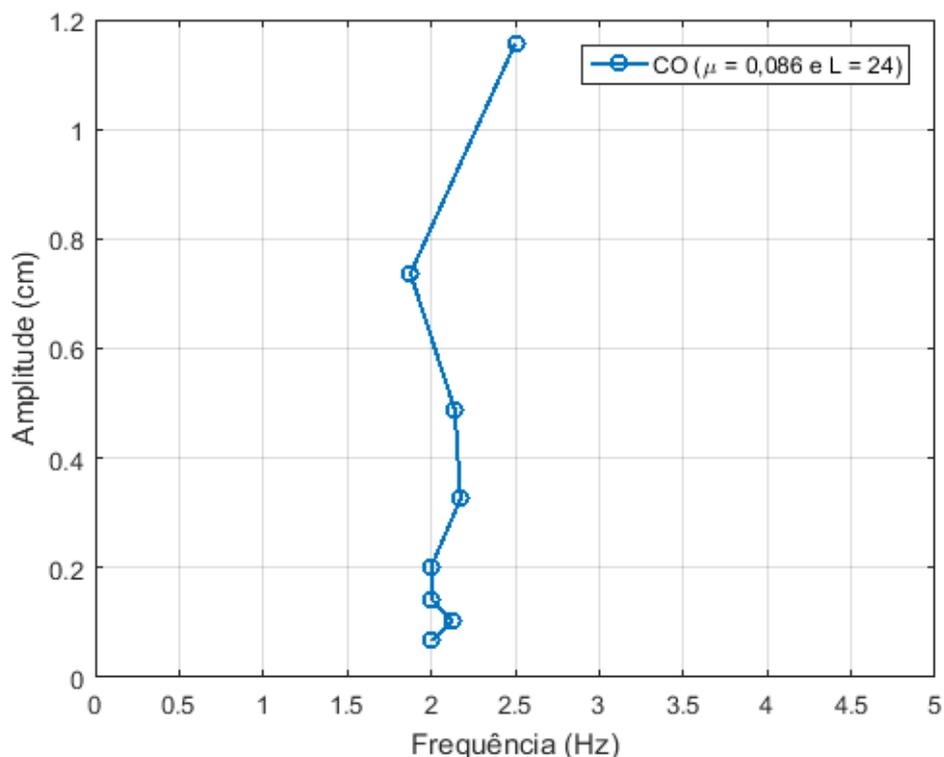


Figura 5. 30 – Variação da frequência no tempo para o sistema com a CO em vibração livre.

Aplicando a FFT no sinal temporal numérico, obtém-se a função de resposta em frequência e chega-se em $\omega_{d1} = 2,07 [Hz]$ e $\omega_{d2} = 2,87 [Hz]$, conforme representado na Figura 5.31 (a). A comparação entre as respostas em frequência, teórica e experimental, está presente na Figura 5.31 (b), que mostra correspondência para as frequências dos dois modos de vibração, para ambos os sinais. Para as duas frequências a amplitude do sinal experimental é menor que a

teórica. Também, o valor encontrado para as duas frequências do sinal experimental é maior que o valor para o sinal numérico.

A diferença entre os valores de frequência, apesar de muito pequena, pode ser justificada por imprecisões no cálculo do coeficiente de rigidez k_c das molas utilizadas. A diferença entre os valores de amplitude pode ser atribuída ao amortecimento do sistema, uma vez que esses valores, provavelmente, são maiores nos ensaios que nas análises numéricas.

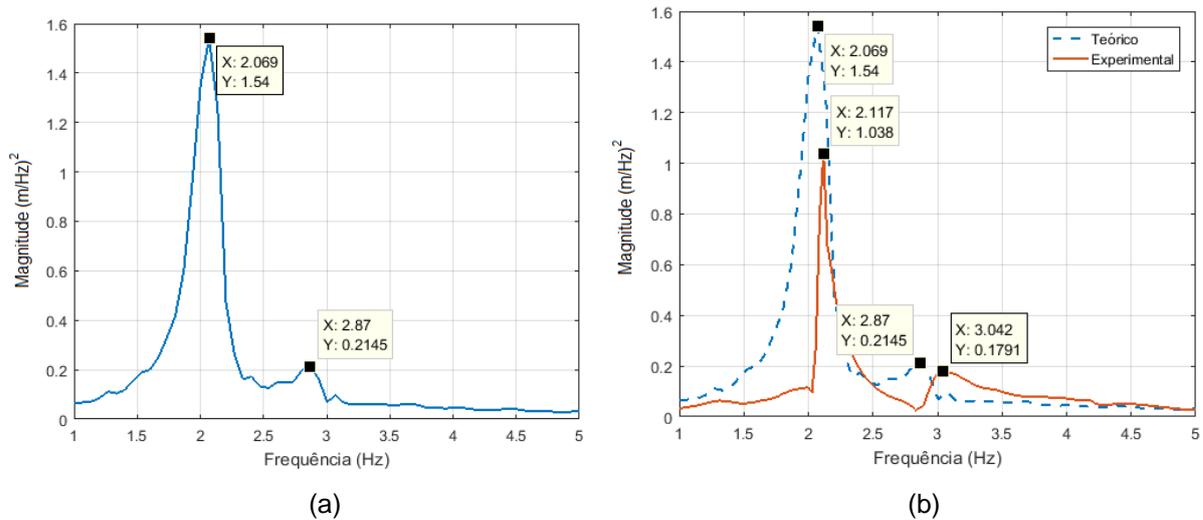


Figura 5. 31 – (a) Função de resposta em frequência (FRF) para o sinal temporal numérico para o sistema com 2GdL e AMS-PI – CO em vibração livre; (b) Comparação entre a FRF do sinal numérico e do experimental do sistema com 2GdL e AMS-PI – CO.

A amplitude de oscilação do pêndulo também é analisada, assim como realizado no item 5.3.2. Neste caso, a evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI apresenta deslocamento máximo, também no início do movimento, e na ordem de 13°, conforme apresentado na Figura 5.32. Isso implica em vibração no regime linear segundo o critério adotado.

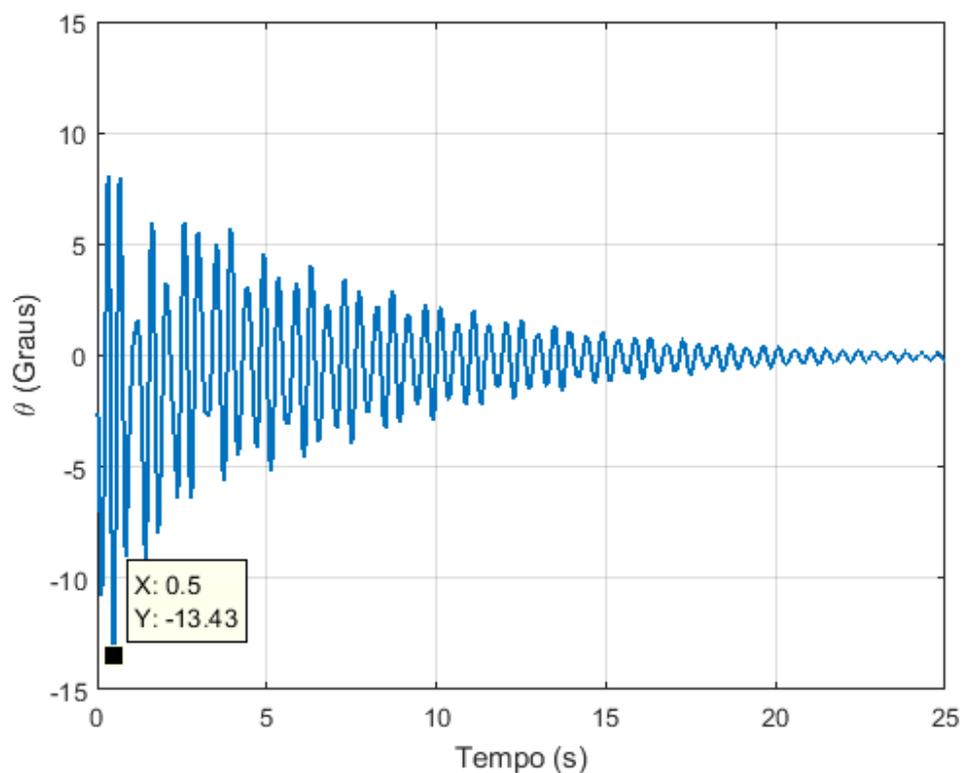


Figura 5. 32 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CO.

5.3.5 Verificação da linearidade física das molas utilizadas

Para o atendimento da hipótese da linearidade física das molas utilizadas foram comparadas as deformações limites obtidas experimentalmente com as deformações totais máximas obtidas nas molas, em cada um dos experimentos realizados. Para isso, foi realizado um ensaio incremental de massa com o objetivo de calcular, não só esses limites, como também as constantes de rigidez k das molas.

O ensaio realizado consiste, basicamente, em analisar a deformação causada em uma mola, quando determinada quantidade de massa é suspensa por essa mola. Analisando as deformações em função dessas forças (massas multiplicadas pela gravidade), para diversos valores diferentes de massa, é possível identificar o ponto de deformação máxima, a partir do qual a mola não responde linearmente ao incremento de massa.

A Tabela 5.1 apresenta o valor que é adotado como limite de linearidade para a presente análise.

Tabela 5. 1 – Determinação do limite de linearidade física para as molas.

Mola	Deformação máxima [cm]	Equação ajustada	k [N/m]	Rp (R de Pearson)
1	12,3	$F(d) = 164,71d - 0,01$	164,71	0,9999
2	12,3	$F(d) = 164,53d - 0,00$	164,53	0,9999

OBS: “F” é a força peso referente a cada massa e “d” é a deformação que cada elemento de massa provoca na mola.

Vale ressaltar que, para ambas as molas, o limite de linearidade física não foi atingido, pois o ensaio foi interrompido aos 12,3cm. Até esse nível de deformação o comportamento da mola é linear e não existe deformação residual.

A Tabela 5.2 apresenta a análise das deformações dos ensaios em vibração livre e indica que em todos eles as molas permanecem com deformações dentro do regime de linearidade física.

Tabela 5. 2 – Determinação do limite de linearidade física para as molas.

Ensaio	Pré tração [cm]	Deslocamento máximo [cm]	Deformação total [cm]	Limite linear [cm]	Regime linear
Vib Livre SP	5	2,5	7,5	12,3	Sim
Vib Livre CA1	5	2,5	7,5	12,3	Sim
Vib Livre CA2	5	2,5	7,5	12,3	Sim
Vib Livre CO	5	2,5	7,5	12,3	Sim

OBS: Em todos os aparatos experimentais as molas foram pré tracionadas em 5cm para que se mantenham firmes para as oscilações com amplitudes de até 4,5cm, aproximadamente.

5.3.6 Comparação de desempenho dos AMS-PI's

As funções de resposta em frequência para os quatro experimentos realizados em vibração livre foram sobrepostos na Figura 5.33.

A Figura 5.33(a) compara as FRF's para os sinais temporais experimentais, de uma maneira macro, e registra uma diferença de comportamento entre a CA2 e as outras duas configurações. Enquanto a CA2 apresenta uma amplitude de oscilação maior que o sistema com 1GdL, as outras duas configurações apresentam o oposto. Também, a resposta em frequência da CA2 sugere que esse sistema com 2GdL

tenha um comportamento de corpo rígido, uma vez que apresentou apenas uma frequência. Para este caso, provavelmente o coeficiente de rigidez rotacional k é muito alto, o que impede o deslocamento angular do AMS-PI. A frequência apresentada, menor que a do sistema principal, está coerente com o fato de que ao se conectar o AMS-PI à base deslizante, o sistema adquire mais massa e, conseqüentemente, sua frequência diminui.

A Figura 5.33(b) compara as FRF's para os sinais temporais experimentais, de uma maneira ampliada, e indica relativa semelhança entre os sinais da CA1 e da CO. Ambas apresentam as duas frequências naturais. As amplitudes dos picos da CO são menores que as amplitudes dos picos da CA1. Pode ser verificado na Figura 5.33(b), que a CO apresenta amplitudes com diferenças significativas, caso sejam comparadas as amplitudes de seus picos de ressonância.

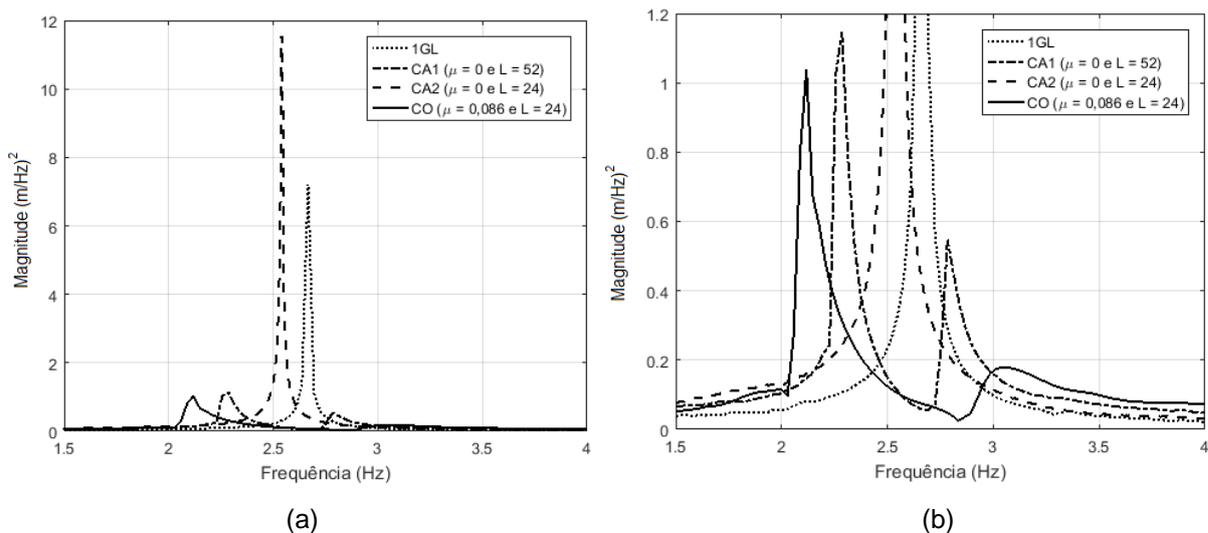


Figura 5. 33 – Comparação das FRF's dos sinais temporais experimentais: (a) visão macro; (b) visão ampliada.

A evolução da resposta no tempo para os quatro experimentos realizados em vibração livre foram sobrepostos na Figura 5.34.

Na figura, é possível perceber que os quatro sinais se dividem em dois comportamentos distintos. Enquanto que as oscilações dos sistemas com 1GdL e com a CA2 necessitam de 150 segundos, aproximadamente, para serem reduzidas praticamente à zero, as oscilações dos sistemas com a CA1 e com a CO necessitam de, aproximadamente, 25 segundos. Além disso, as amplitudes para as oscilações dos sinais semelhantes, para cada padrão de comportamento, são muito parecidas.

O sistema com AMS-PI – CA2 apresenta os piores desempenhos para os ensaios em vibração livre e o sistema com AMS-PI – CO apresenta os melhores.

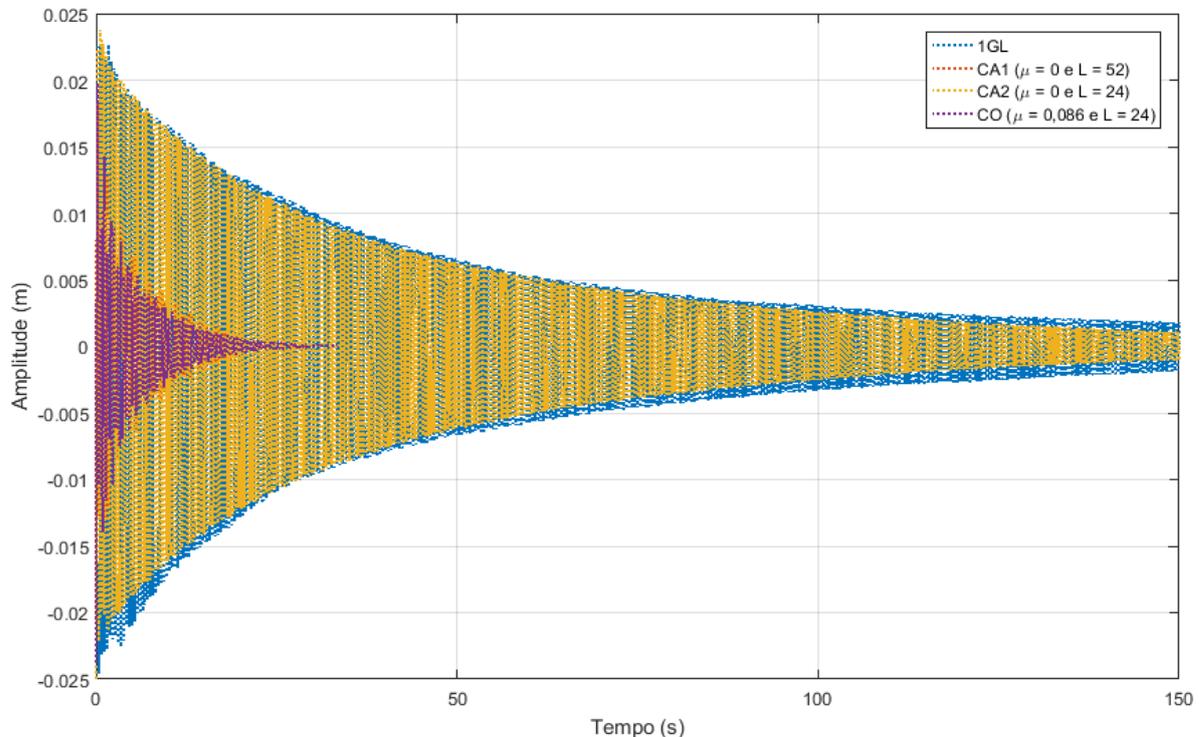


Figura 5. 34 – Comparação do sinal experimental para a evolução do deslocamento no tempo em vibração livre.

5.4 Vibração Forçada

O objetivo desta etapa do trabalho é aplicar uma excitação harmônica sobre a base deslizante, cuja frequência de forçamento seja igual à frequência natural amortecida do sistema, a qual já foi obtida nos ensaios de vibração livre (item 5.3). Com isso, as amplitudes máximas de vibração, para a base deslizante de cada um dos quatro sistemas analisados, são encontradas.

Análises numéricas e experimentais, para o sistema em vibração forçada, são realizadas e comparadas, com o modelo teórico já calibrado. A campanha experimental continua sendo realizada sempre com várias repetições de ensaios (mínimo de 5) e os valores médios das medições são utilizados.

5.4.1 Análise do sinal do excitador

O experimento ilustrado na Figura 5.35 é utilizado para comprovar que o excitador é capaz de promover um forçamento harmônico na extremidade livre da corda que está fixada ao disco de seu motor. Um elástico conecta essa extremidade da corda a um anteparo rígido e indeslocável. Na união da corda com o elástico é posicionado um elemento para servir de referência no momento da captura de imagens. Quando o excitador é ligado, a corda estica o elástico e o ponto de referência oscila na horizontal em torno de uma posição média. Essa oscilação é analisada.

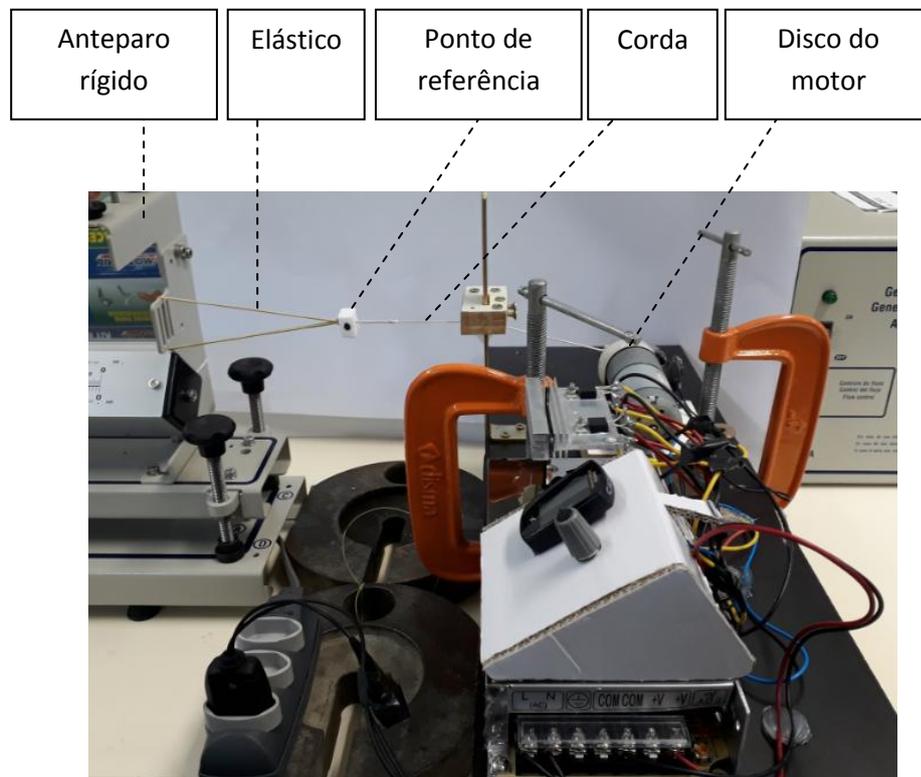


Figura 5. 35 – Experimento para análise do sinal do excitador.

O sinal do excitador foi analisado para frequências de rotação de 60RPM até 300RPM. As rotações escolhidas para análise foram todas as que são múltiplas de 5RPM e que estão no intervalo citado. Após aquisição das imagens para os sinais correspondentes às frequências escolhidas, é realizada a comparação com um sinal senoidal teórico e com a mesma frequência registrada no contador de RPM existente no excitador.

Para todas as frequências analisadas ficou confirmado que o formato do sinal do excitador é muito próximo de uma senóide. Em muitas situações os sinais, teórico e experimental, ficaram perfeitamente sobrepostos. A Figura 5.36 registra a comparação feita para 65RPM. Nela é possível perceber, não só a boa concordância entre os sinais senoidais, como também que a amplitude do forçamento harmônico que o excitador é capaz de aplicar é de 2mm.

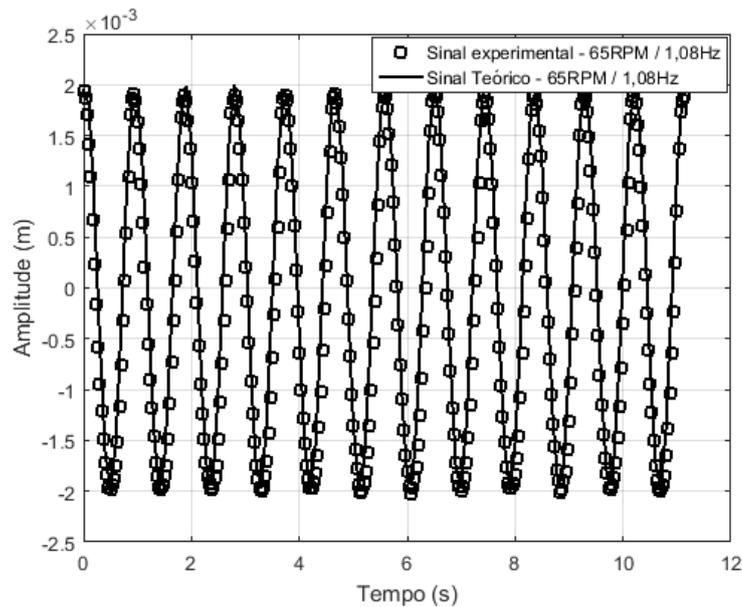


Figura 5. 36 – Comparação do sinal do excitador para 65RPM (1,08Hz).

5.4.2 Sistema Principal – 1GdL

A bancada experimental é montada com o excitador conectado à base que desliza sobre o trilho de ar. Uma das molas é conectada a uma das extremidades do trilho de ar, enquanto a outra é conectada à corda do excitador. Essa corda conecta a extremidade da segunda mola ao disco do excitador, conforme mostra a Figura 5.37. A base deslizante possui dois pontos pretos, os quais servirão de ponto de referência no momento da aquisição das imagens, conforme Figura 5.38.

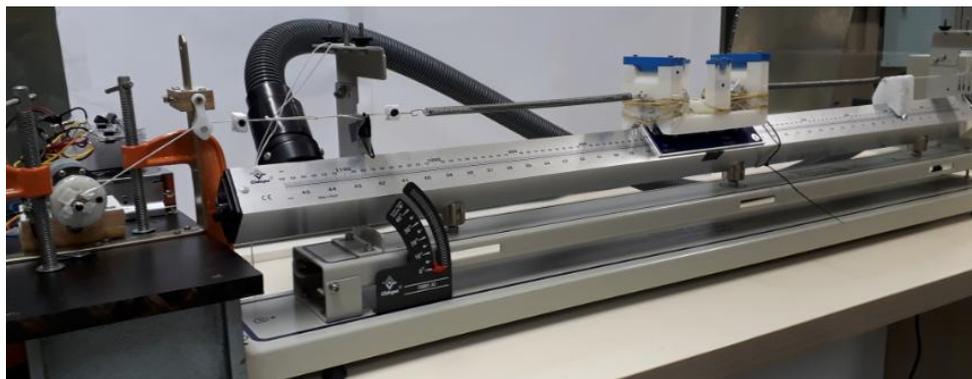


Figura 5. 37 – Bancada montada para experimentação do sistema com 1GdL.

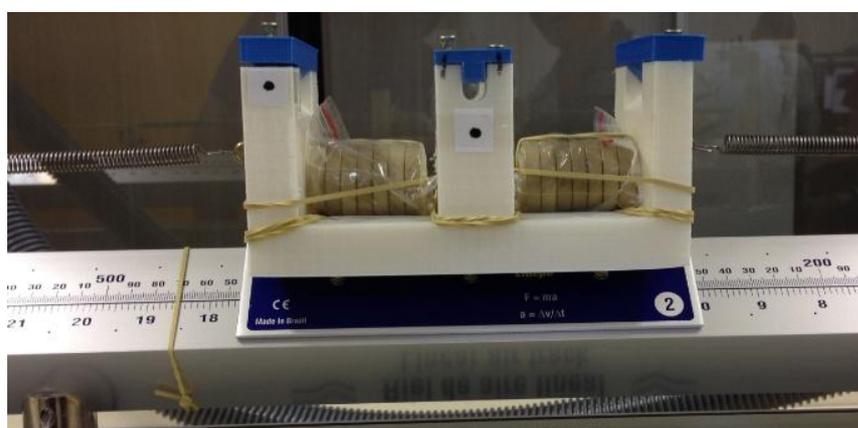


Figura 5. 38 – Pontos de referência para a aquisição de imagens.

A frequência natural amortecida experimental encontrada para o sistema principal com 1GdL foi $\omega_d = 2,67 [Hz]$ e a teórica foi de $\omega_d = 2,72 [Hz]$. No presente ensaio, o excitador é configurado para a rotação de $\omega = 160 [RPM]$, o que corresponde à $\omega = \omega_d = 2,67 [Hz]$, e a evolução do deslocamento do sistema com 1GdL ao longo do tempo é registrada.

A Figura 5.39 apresenta a comparação do sinal experimental com o numérico calibrado, para os seguintes dados de entrada: $m = 1,13317 [kg]$, $k_c = 2 * 164,17 [\frac{N}{m}]$, $c = 0,546 [\frac{Ns}{m}]$, $F_0 = 0,32 [N]$, $\omega = \omega_d = 2,67 [Hz](experimental)$ e $\omega = \omega_d = 2,72 [Hz](teórica)$.

Os comportamentos, numérico e experimental, são próximos, contudo há diferenças. A principal delas é a amplitude, pois o modelo experimental, ao contrário do esperado, registra amplitudes maiores ao longo de todo o tempo de movimento. A amplitude máxima para o sinal experimental é de aproximadamente 4cm,

enquanto que a amplitude do sinal numérico é de aproximadamente 3,1cm, 25% menor. Acredita-se que essa situação acontece por dois motivos:

- A extremidade do trilho de ar, onde uma das molas é fixada, não é tão rígida quanto considerado no modelo. Essa peça, que é de ferro, é fletida à medida que a força da mola solicita esse elemento. É possível perceber que a peça apresenta um deslocamento, que é muito pequeno (aproximadamente 1mm), mas que pode estar colaborando para a amplificação do movimento.
- É possível que a amplitude do forçamento configurado, $F_0 = 0,32 [N]$, esteja um pouco menor que a realidade. Esse valor é obtido multiplicando-se a amplitude do sinal do excitador, que foi encontrada nas análises do item 5.4.1, pelo coeficiente de rigidez $\frac{k_c}{2} = 164,17 [\frac{N}{m}]$ obtido no início do trabalho. Tanto a amplitude do sinal, quanto o coeficiente de rigidez apresentam incertezas em seus valores e, conseqüentemente, afetam o valor da amplitude do forçamento utilizado.

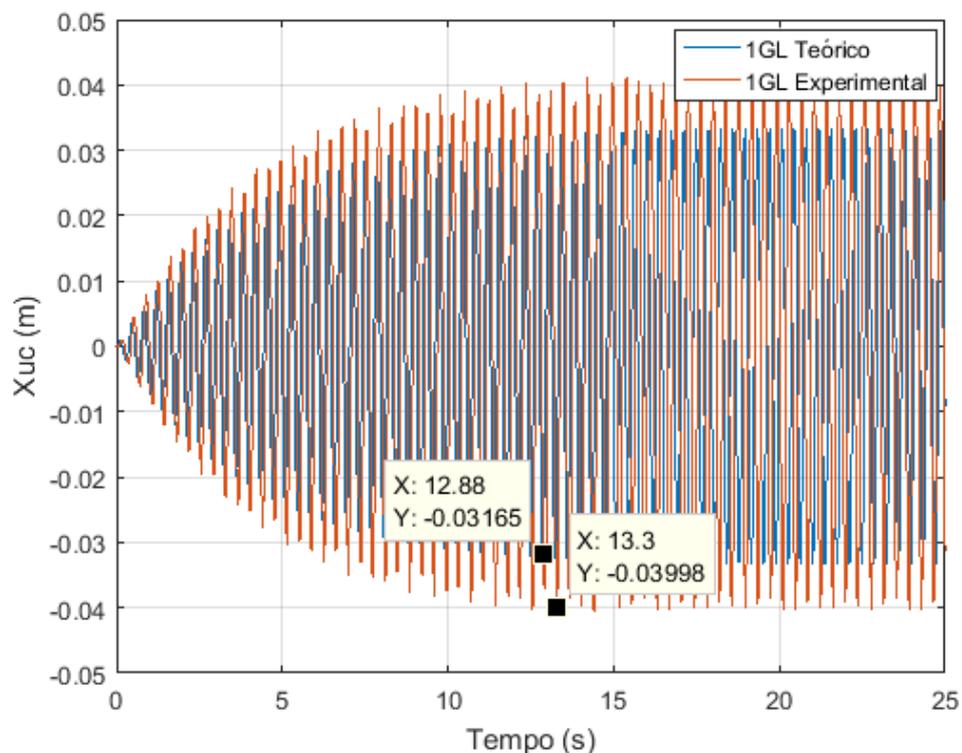


Figura 5. 39 – Comparação da evolução do deslocamento ao longo do tempo - 1GdL e $\omega = \omega_d$.

A Figura 5.40 apresenta o diagrama de fases para o presente sistema submetido ao forçamento com frequência $\omega = \omega_d = 160 [RPM]$. O diagrama apresentado indica amplitude máxima constante para o movimento da base deslizante, uma vez que a imagem formada é semelhante a uma elipse / círculo e seus ciclos estão praticamente sobrepostos.

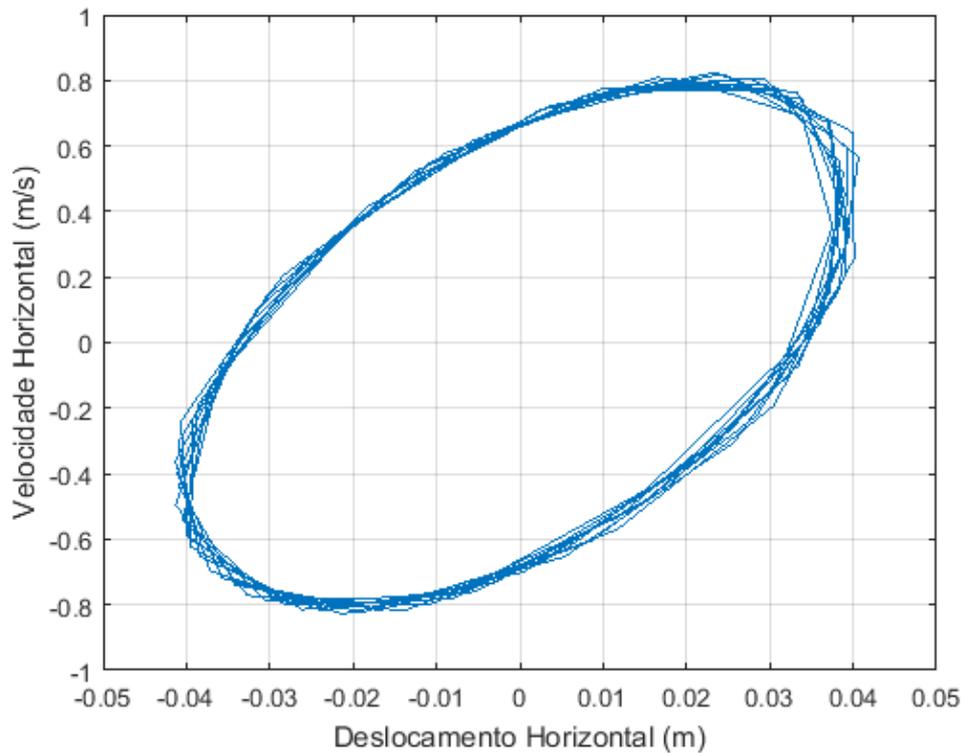
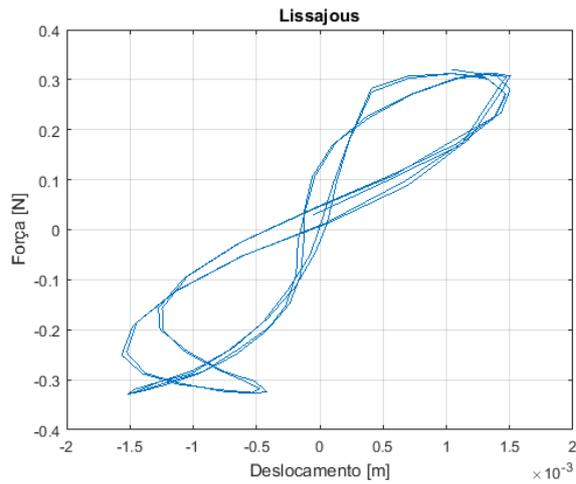
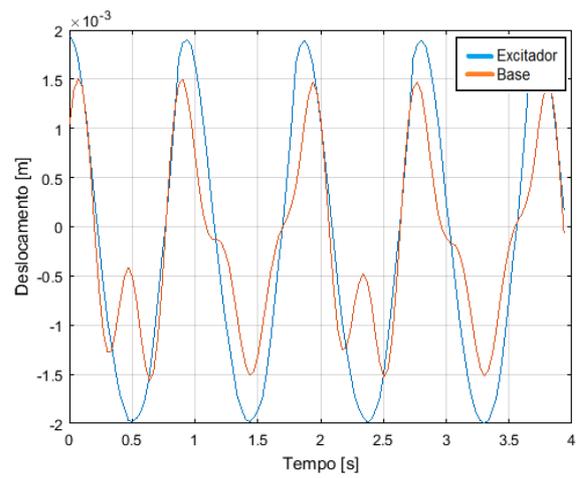


Figura 5. 40 – Diagrama de fases para o sistema com 1GdL e $\omega = \omega_d$.

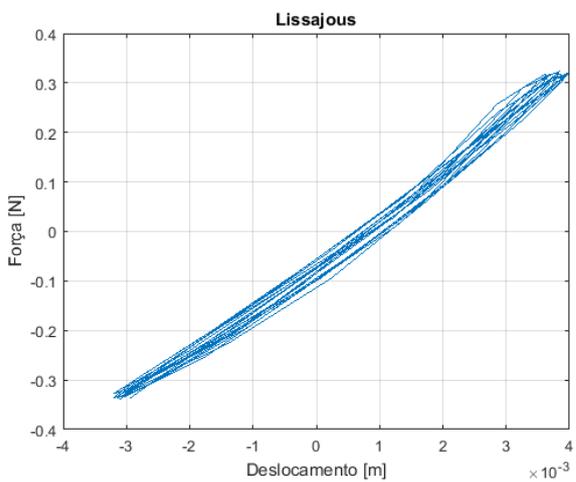
Para registrar o comportamento do ângulo de fase ϕ , entre o sinal do forçamento e o da resposta do sistema, são construídos os diagramas de Lissajous para diversos valores de razão de frequência. A razão de frequência é dada por $r = \frac{\Omega}{\omega_d}$, em que $\omega_d = 2,67 [Hz]$. Ao final das análises desses diagramas é construído o gráfico da evolução do ângulo de fases em função da razão de frequência. A mesma bancada experimental apresentada na Figura 5.38 é utilizada. As Figuras 5.41, 5.42 e 5.43 mostram os diagramas de Lissajous construídos para cada frequência adotada e a comparação da evolução no tempo da excitação com o deslocamento da base deslizante, para as respectivas frequências.



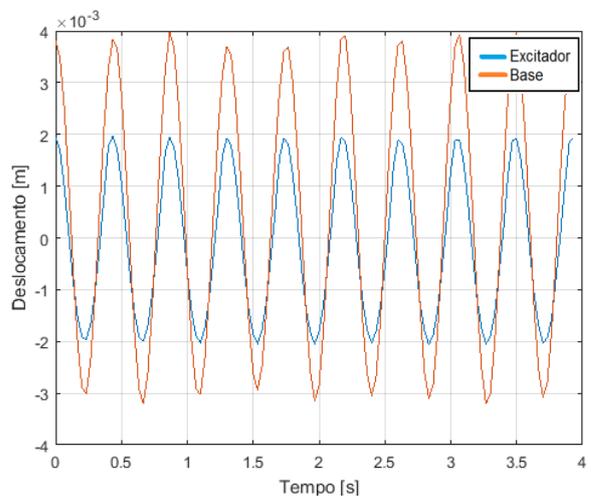
(a)



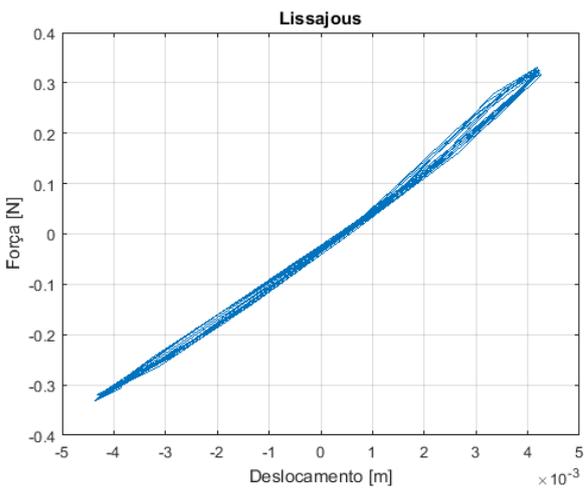
(b)



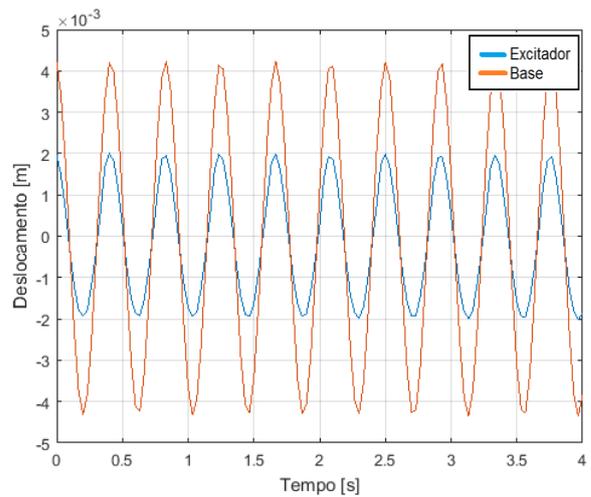
(c)



(d)

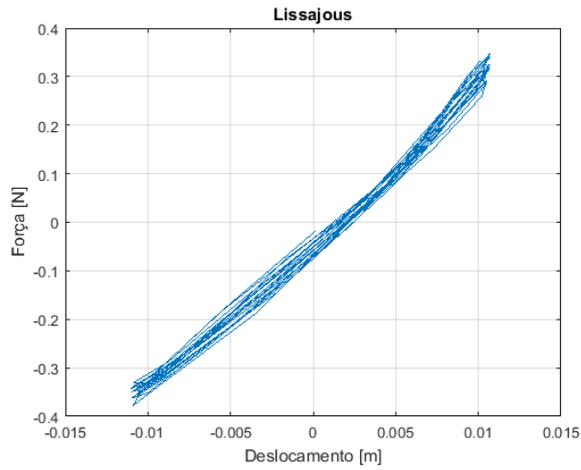


(e)

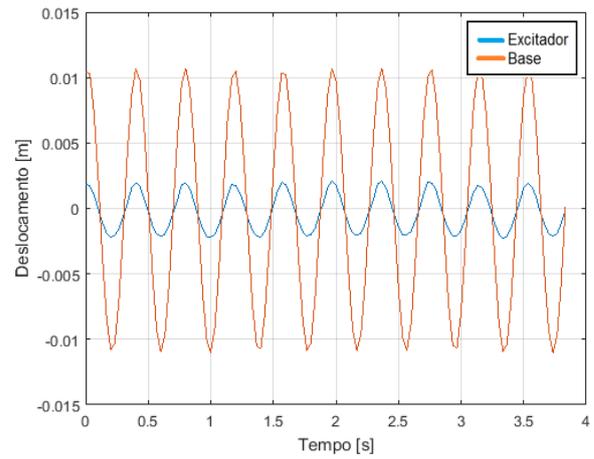


(f)

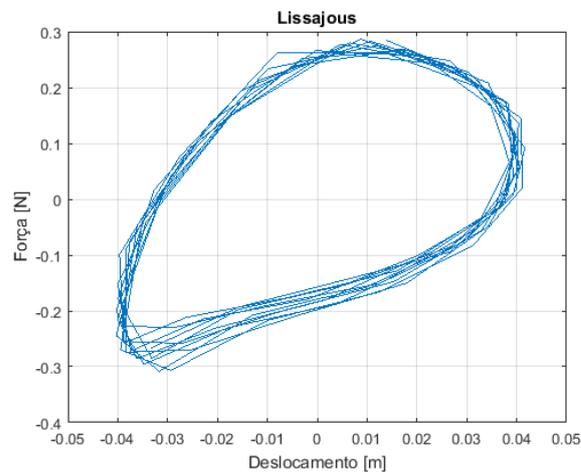
Figura 5. 41 – (a) Lissajous para $r = 0,40$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,40$; (c) Lissajous para $r = 0,85$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,85$; (e) Lissajous para $r = 0,90$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,90$.



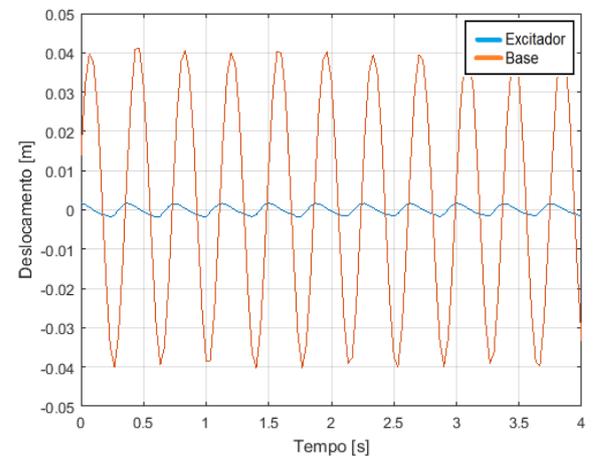
(a)



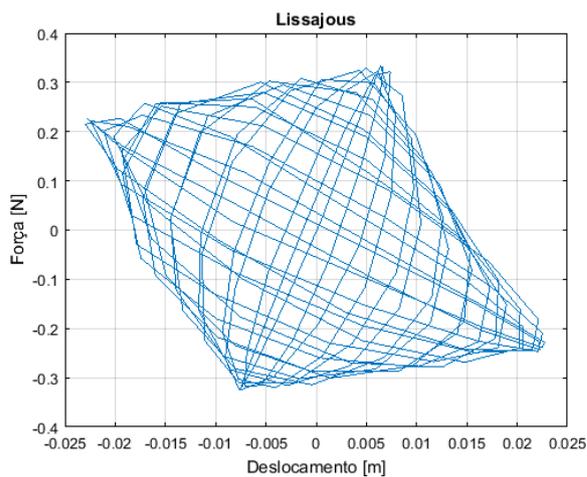
(b)



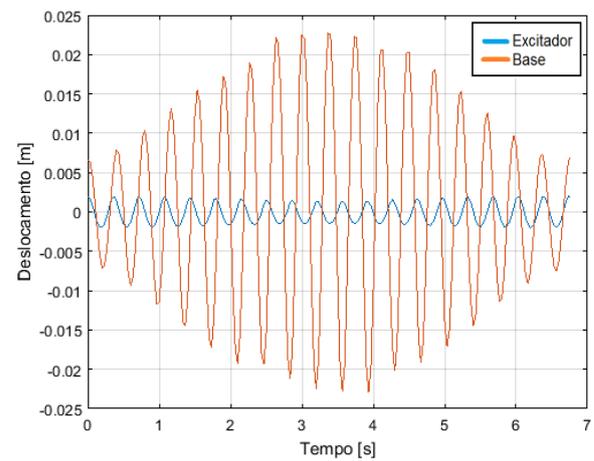
(c)



(d)

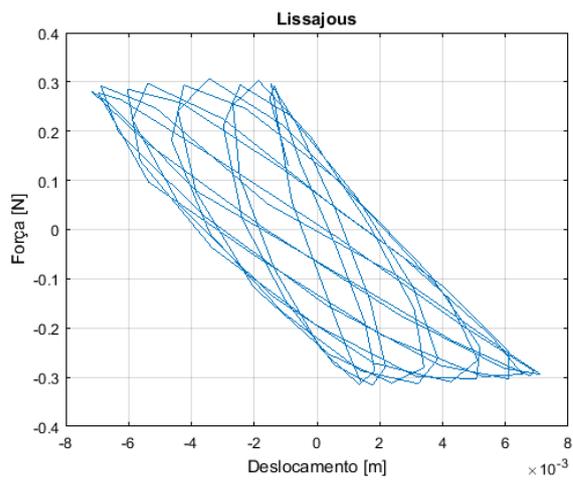


(e)

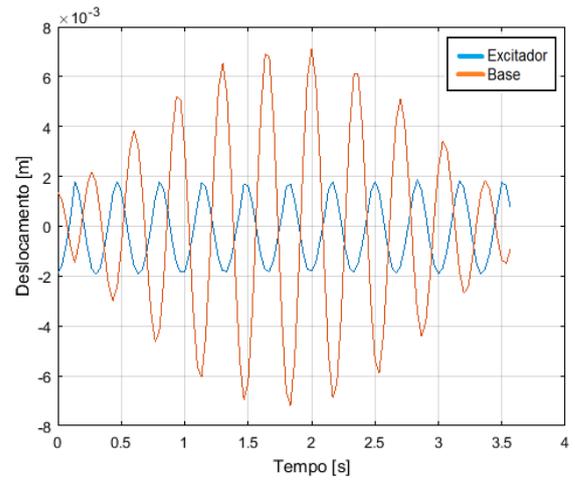


(f)

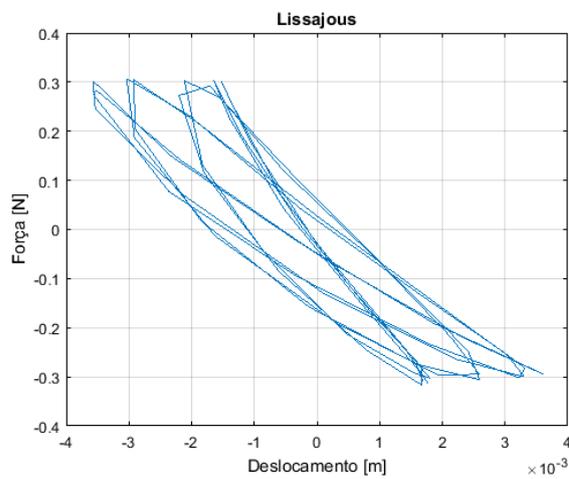
Figura 5. 42 – (a) Lissajous para $r = 0,95$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,95$; (c) Lissajous para $r = 1,0$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,0$; (e) Lissajous para $r = 1,05$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,05$.



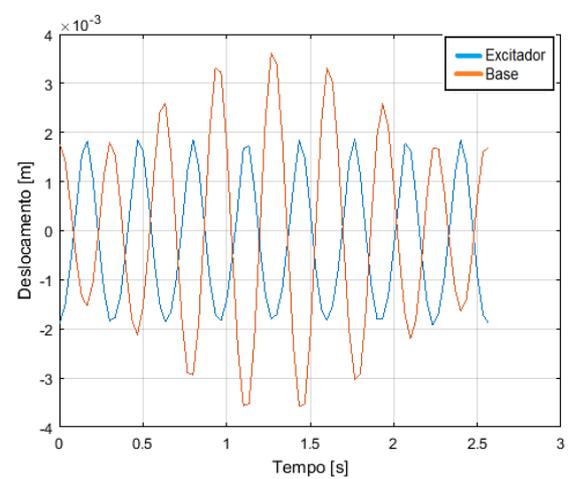
(a)



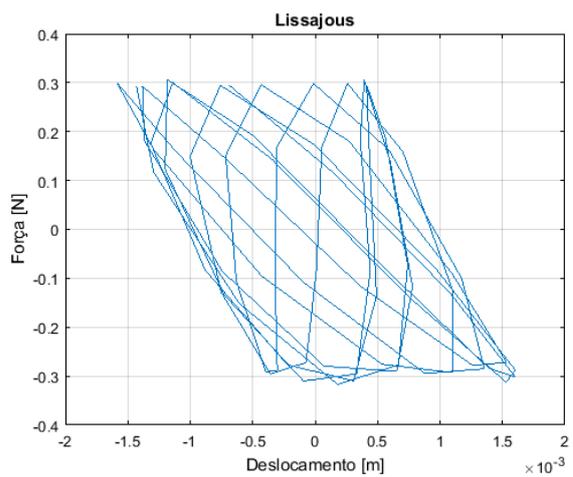
(b)



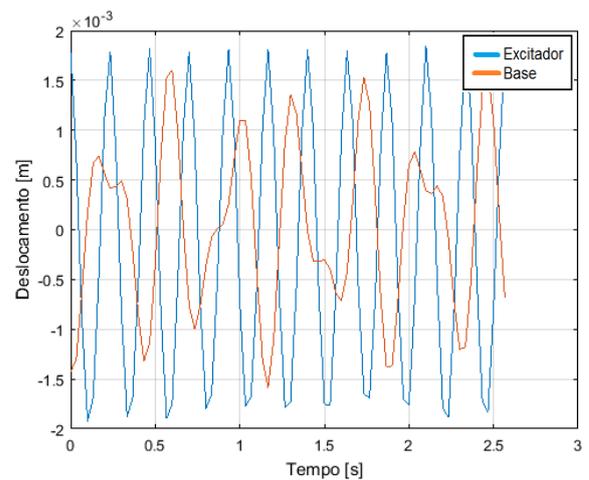
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5. 43 – (a) Lissajous para $r = 1,10$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,10$; (c) Lissajous para $r = 1,15$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,15$; (e) Lissajous para $r = 1,60$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,60$.

Os diagramas de Lissajous construídos para $r \leq 1$ estão de acordo com a teoria descrita no item 3.3 deste trabalho.

Nos diagramas de Lissajous para valores de $r < 1$, exceto o (a), os sinais de forçamento e de resposta estão em fase e a figura formada, além de ser semelhante a uma reta, apresenta inclinação aproximada de 45° .

No diagrama de Lissajous para o valor de $r = 1$, os sinais de forçamento e de resposta estão em quadratura de fases e a figura formada é semelhante a uma circunferência. Neste momento, a frequência de forçamento é igual à frequência natural do sistema com 1GdL.

Nos diagramas de Lissajous para valores de $r > 1$, imaginava-se obter figuras semelhantes às formadas para $r < 1$ com a diferença que, para este caso, elas deveriam ser espelhadas em relação ao eixo Y-Y, ou seja, as retas deveriam cortar os quadrantes 2 e 4. Acredita-se que essa situação acontece por três motivos:

- O tempo necessário para a amplitude da oscilação da base deslizante estabilizar-se em seu valor máximo (resposta transiente) é maior que o tempo praticado em laboratório. Esse último foi de 5 minutos, aproximadamente; muito antes disso, já não era possível enxergar o fenômeno de batimento.
- A frequência do forçamento (ω) configurada no excitador foi levemente diferente da frequência natural amortecida (ω_d) do sistema principal (comportamento não harmônico).
- O valor da razão de amortecimento (ξ) é muito pequeno. Isso favorece uma resposta transiente muito longa e o surgimento do fenômeno de batimento para casos de dois sinais senoidais com frequências muito parecidas.

A Figura 5.44 apresenta a evolução do ângulo de fases \emptyset em função da razão de frequência. O presente diagrama contempla os valores máximos e mínimos encontrados nos diagramas de Lissajous, que estão apresentados na figura anterior, e foram calculados de acordo com a teoria descrita no item 3.3 deste trabalho.

O diagrama supracitado apresenta apenas uma relação de frequência em que os sinais de forçamento e de resposta estão em quadratura de fases. O valor é, aproximadamente, $r = 1,0$, que corresponde à frequência de forçamento $\omega =$

2,67[Hz]. Esse comportamento está coerente com as análises realizadas em vibração livre, o pico de ressonância corresponde ao mesmo valor de frequência. Para os demais valores de forçamento, os sinais estão, ou em fase, ou em oposição de fases.

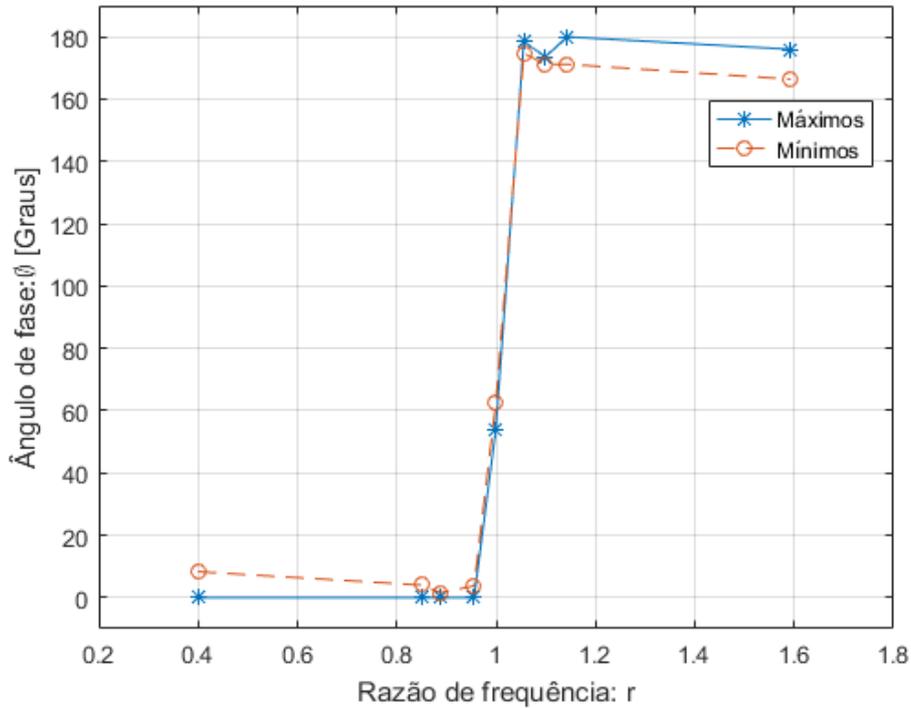


Figura 5. 44 – Evolução do ângulo de fases ϕ em função da razão de frequência.

5.4.3 Sistema com AMS-PI – CA 1

Considera-se o mesmo procedimento experimental anterior com o excitador conectado à base que desliza sobre o trilho de ar, agora com o AMS-PI na configuração alternativa 1 ($l = 0,52 [m]$ e $\mu = 0$) conectado sobre o sistema principal. Uma das molas é conectada a uma das extremidades do trilho de ar, enquanto a outra é conectada à corda do excitador. Essa corda conecta a extremidade da segunda mola ao disco do excitador. A base deslizante possui dois pontos pretos, os quais servirão de ponto de referência no momento da aquisição das imagens. A Figura 5.45 apresenta a atual configuração montada sobre o trilho de ar.

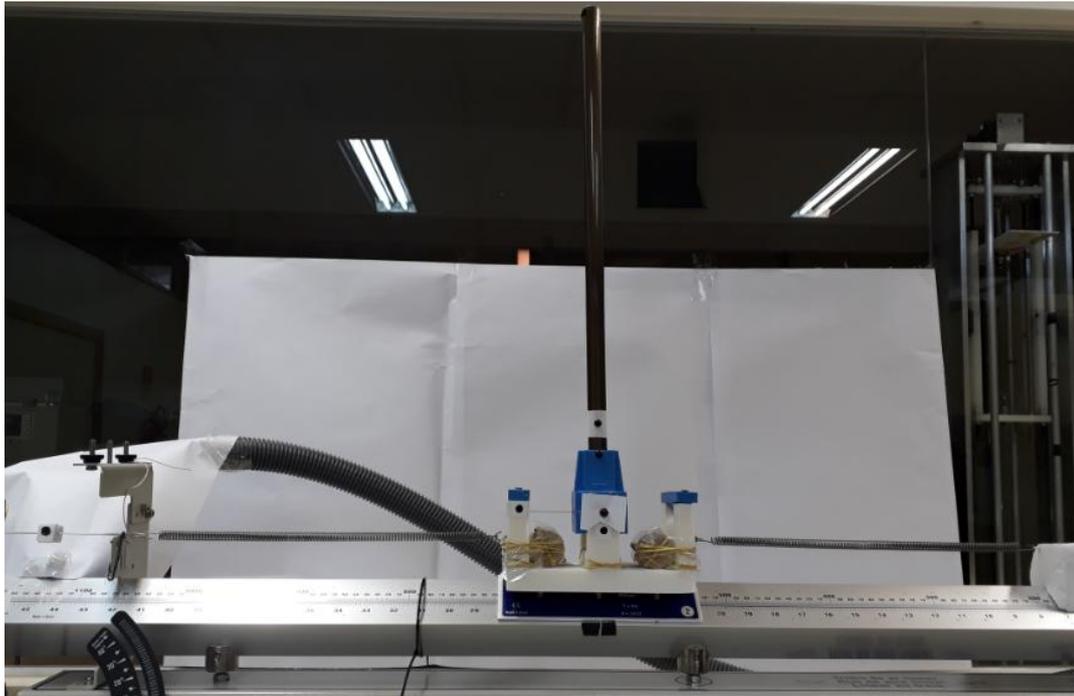


Figura 5. 45 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA1.

As frequências naturais amortecidas experimentais encontradas para o sistema com 2GdL - CA1 foram $\omega_{d1} = 2,29 [Hz]$ e $\omega_{d2} = 2,78 [Hz]$ e as teóricas foram $\omega_{d1} = 2,24 [Hz]$ e $\omega_{d2} = 2,89 [Hz]$. De acordo com a Figura 4.38, que mostra a resposta em frequência da vibração livre para a presente configuração, a frequência do primeiro modo é a mais importante. Sendo assim, o excitador é configurado para a rotação de $\omega = 137 [RPM]$ neste ensaio, o que corresponde à $\omega = \omega_{d1} = 2,29 [Hz]$, e a evolução do deslocamento do sistema com 2GdL - CA1 ao longo do tempo é registrada.

A Figura 5.46 apresenta a comparação do sinal experimental com o numérico calibrado, para os seguintes dados de entrada: $m = 1,13317 [kg]$, $k_c = 2 * 164,17 [\frac{N}{m}]$, $c = 0,546 [\frac{Ns}{m}]$, $F_0 = 0,32 [N]$, $l = 52 [cm]$, $g = 9,781 [\frac{m}{s^2}]$, $\rho = 0,24 [\frac{kg}{m}]$, $m = 0 [kg]$, $k = 3,03 [\frac{Nm}{rad}]$, $c_d = 0,0093 [\frac{Ns}{m}]$, $\omega = \omega_d = 2,29 [Hz](experimental)$ e $\omega = \omega_d = 2,24 [Hz](teórica)$.

Os comportamentos, numérico e experimental, são próximos, contudo há diferenças. A principal delas é a amplitude, pois o modelo experimental, ao contrário do esperado, apresenta amplitudes maiores ao longo de todo o tempo de movimento. O padrão apresentado neste ensaio é o mesmo apresentado no ensaio com o sistema de 1GdL. A amplitude máxima para o sinal experimental é de

aproximadamente 4cm, enquanto que a amplitude do sinal teórico é de aproximadamente 2,5cm, 38% menor. Acredita-se que essa situação aconteça pelos mesmos motivos apresentados no item 5.4.2.

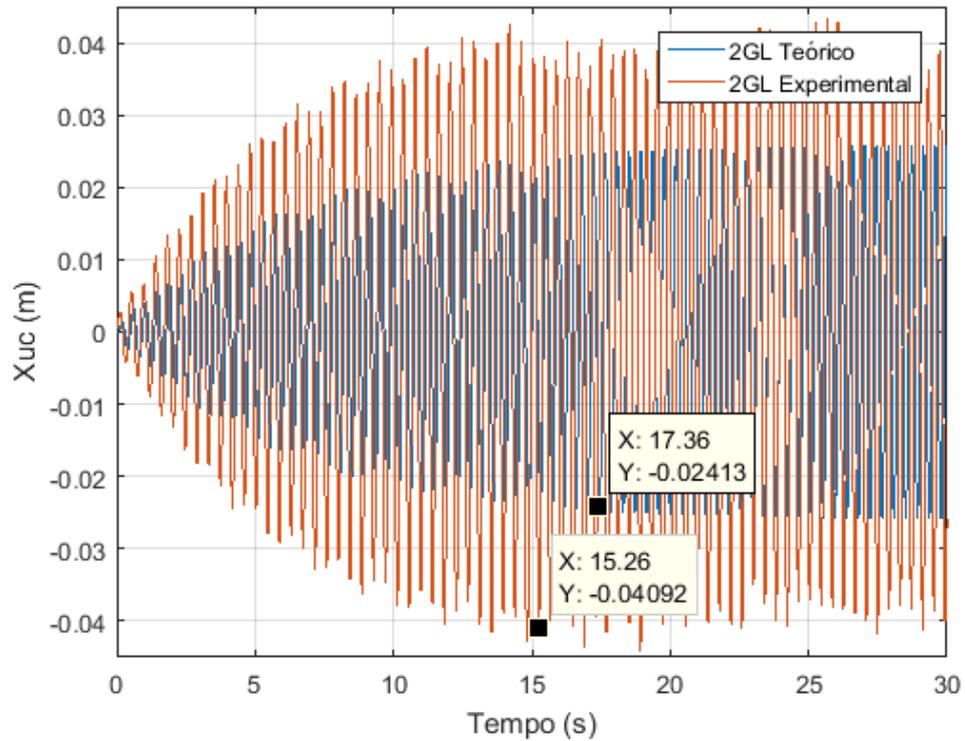


Figura 5. 46 – Comparação da evolução do deslocamento ao longo do tempo - 2GdL – CA1
 $(\omega = \omega_{d1})$.

A Figura 5.47 apresenta o diagrama de fases para o presente sistema submetido ao forçamento com frequência $\omega = \omega_d = 137 [RPM]$. O diagrama apresentado indica amplitude máxima constante para o movimento da base deslizante, uma vez que a imagem formada é semelhante a uma elipse / círculo e seus ciclos estão praticamente sobrepostos.

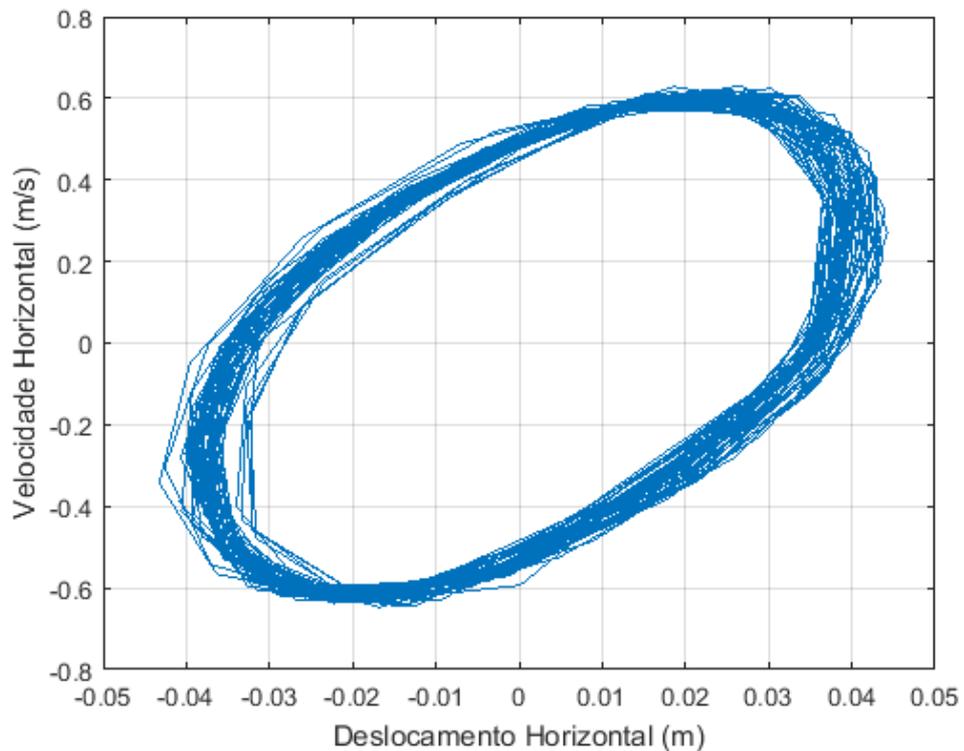
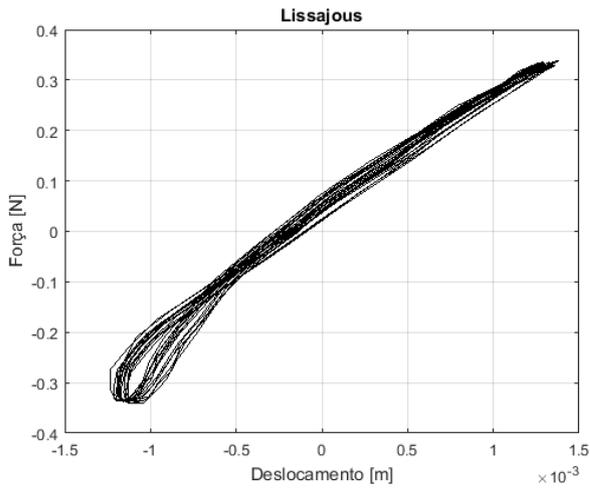
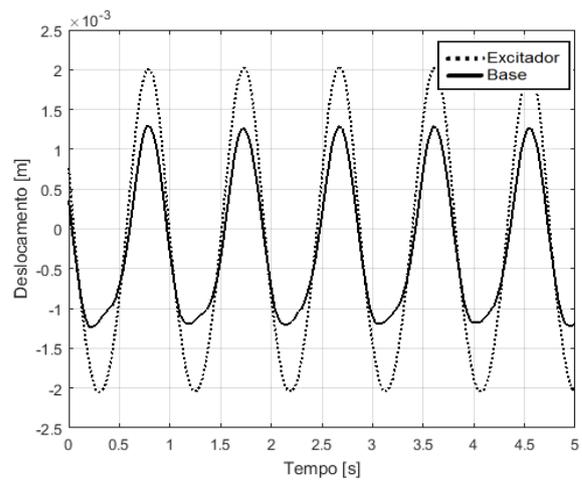


Figura 5. 47 – Diagrama de fases para o sistema com 2GdL – CA1 ($\omega = \omega_d$).

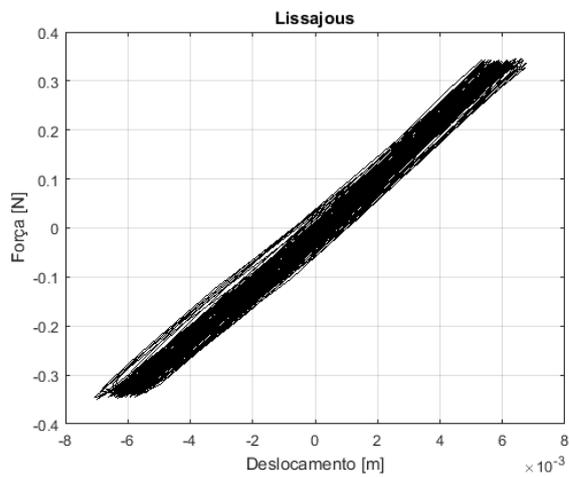
Para registrar o comportamento do ângulo de fase ϕ , entre o sinal do forçamento e o da resposta do sistema, são construídos os diagramas de Lissajous para diversos valores de razão de frequência. A razão de frequência é dada por $r = \frac{\omega}{\omega_d}$, em que $\omega_d = 2,67 [Hz]$. Ao final das análises desses diagramas é construído o gráfico da evolução do ângulo de fases em função da razão de frequência. O mesmo experimento mostrado na Figura 5.45 é utilizado. As Figuras 5.48 até 5.52 apresentam, tanto os diagramas de Lissajous construídos para cada frequência adotada, quanto a comparação do sinal do excitador com o sinal do deslocamento da base deslizante, para as respectivas frequências.



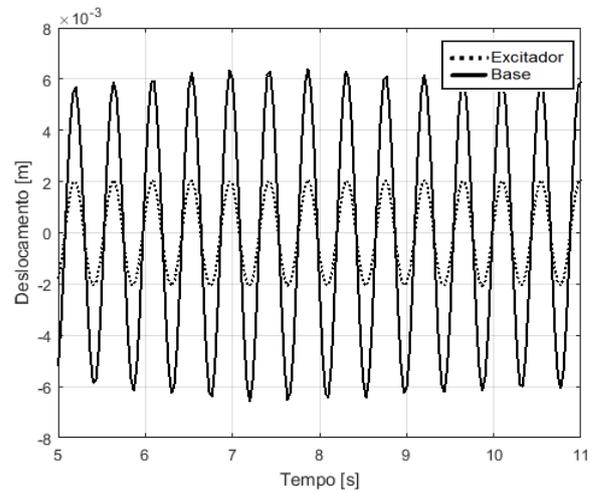
(a)



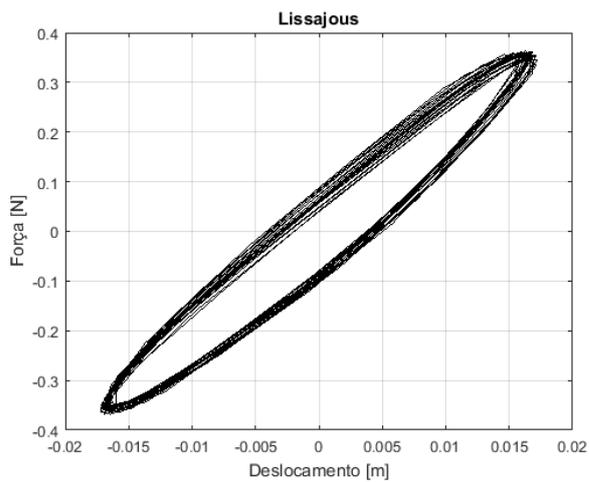
(b)



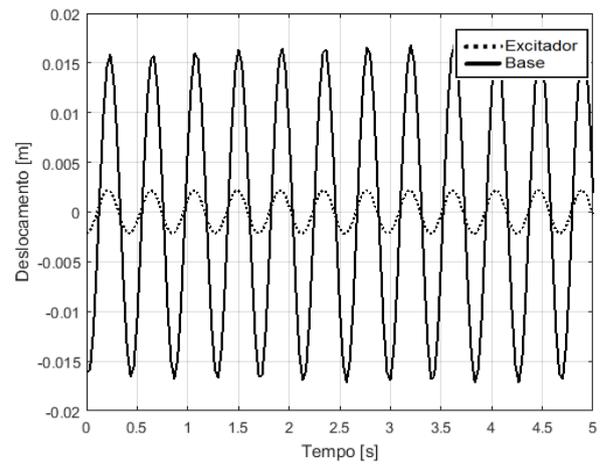
(c)



(d)

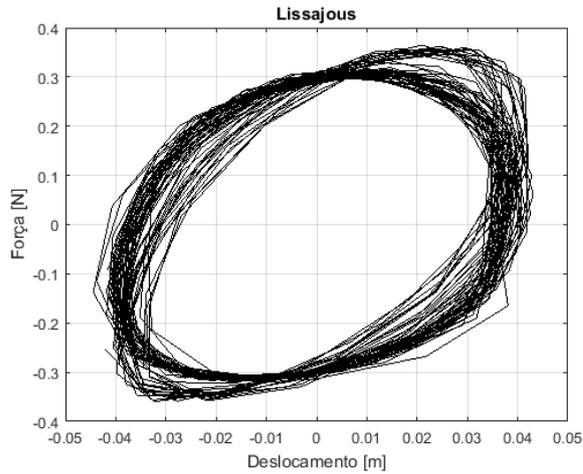


(e)

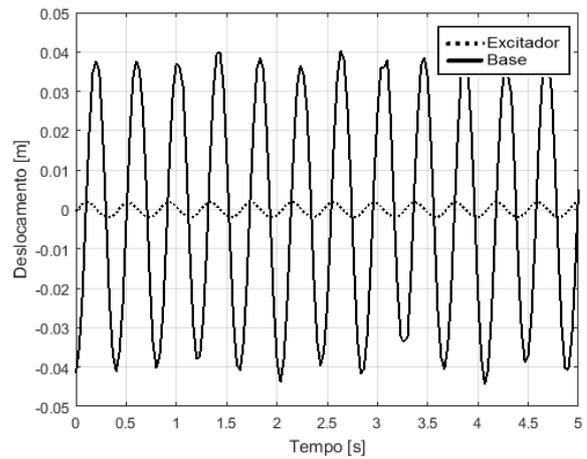


(f)

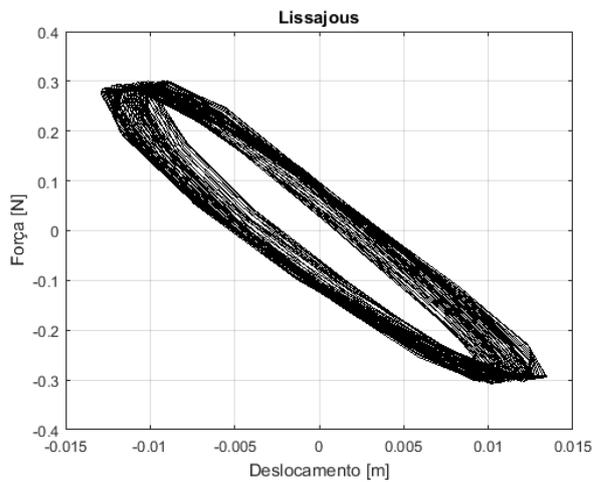
Figura 5. 48 – (a) Lissajous para $r = 0,40$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,40$; (c) Lissajous para $r = 0,85$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,85$; (e) Lissajous para $r = 0,87$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,87$.



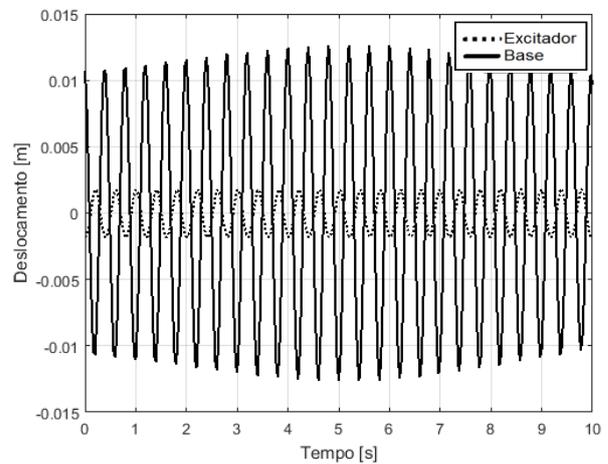
(a)



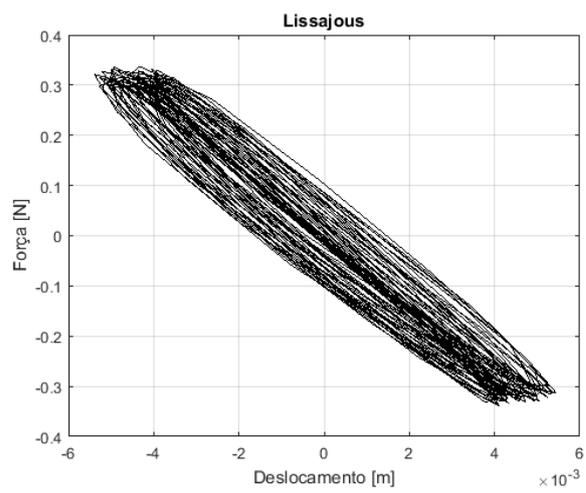
(b)



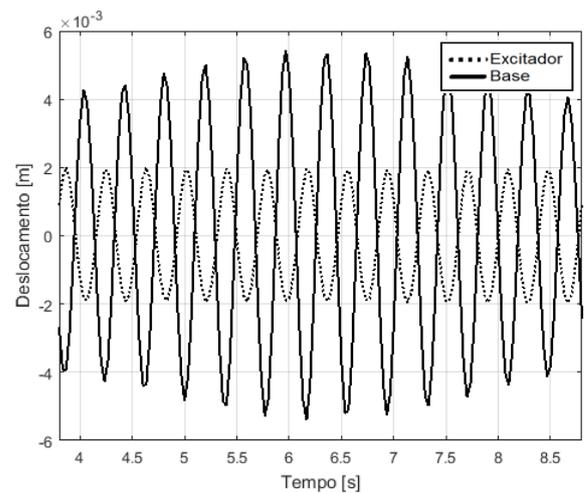
(c)



(d)

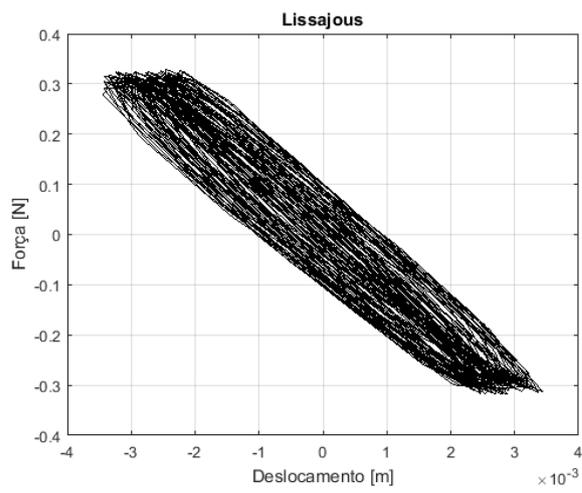


(e)

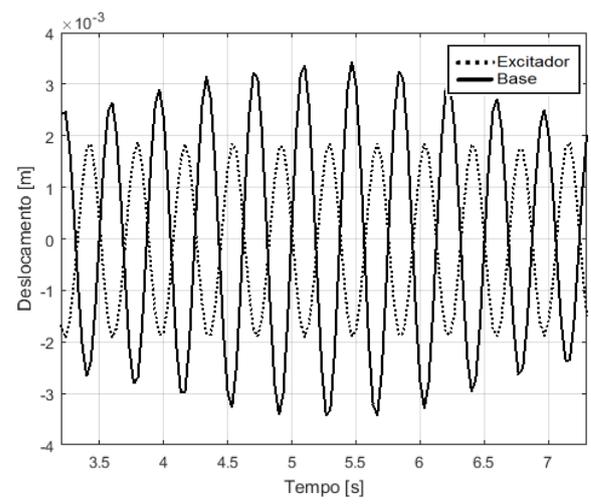


(f)

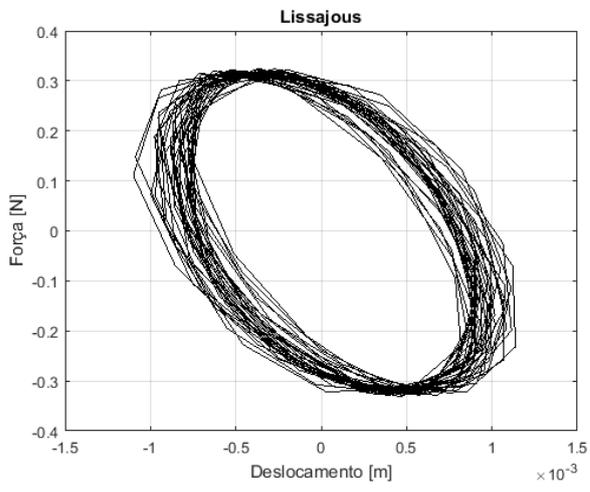
Figura 5. 49 – (a) Lissajous para $r = 0,90$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,90$; (c) Lissajous para $r = 0,93$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,93$; (e) Lissajous para $r = 0,96$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,96$.



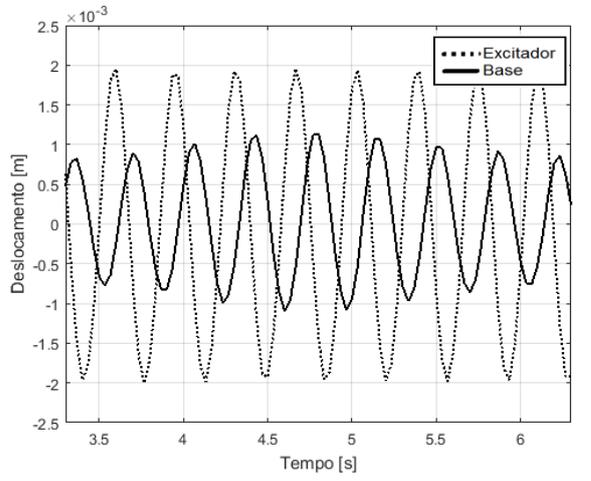
(a)



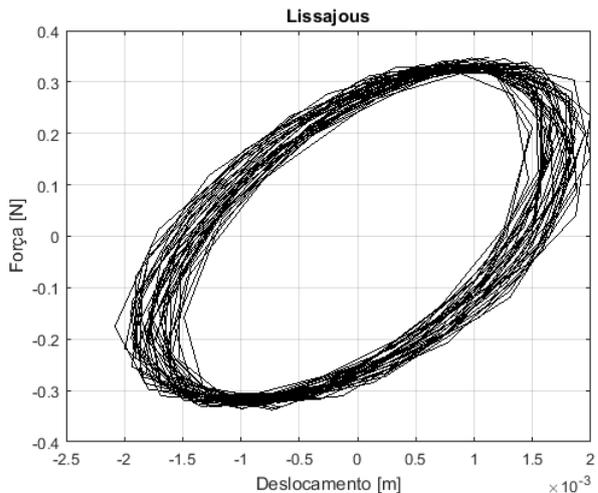
(b)



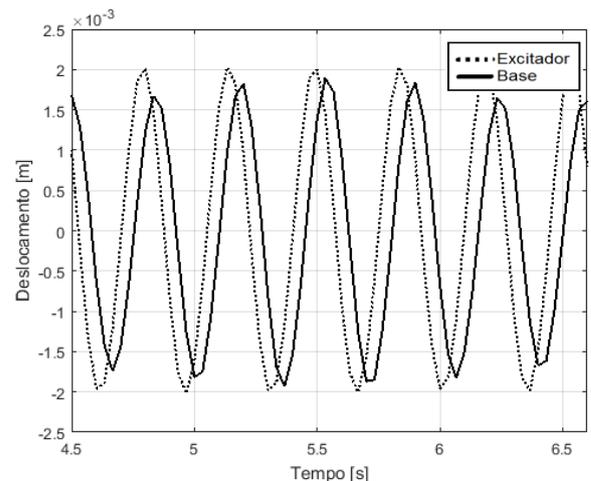
(c)



(d)

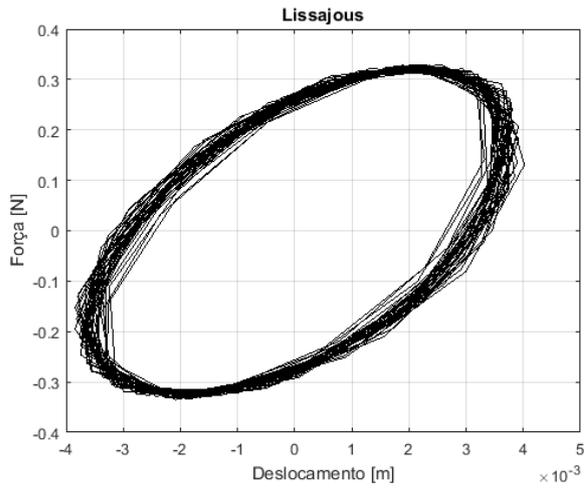


(e)

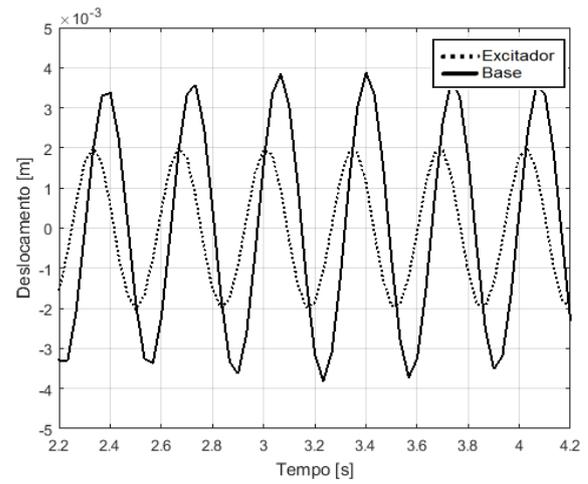


(f)

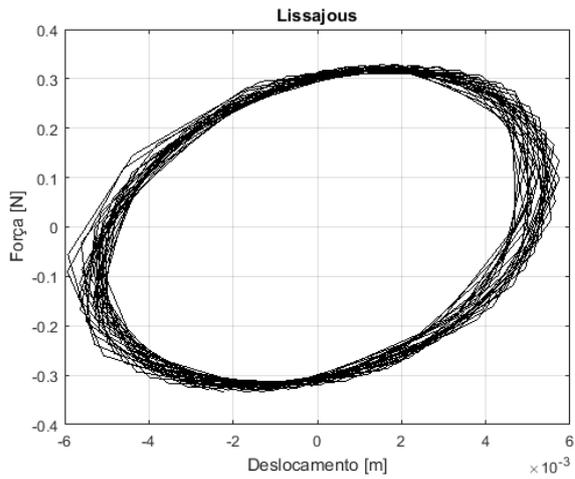
Figura 5. 50 – (a) Lissajous para $r = 1,00$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,00$; (c) Lissajous para $r = 1,04$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,04$; (e) Lissajous para $r = 1,07$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,07$.



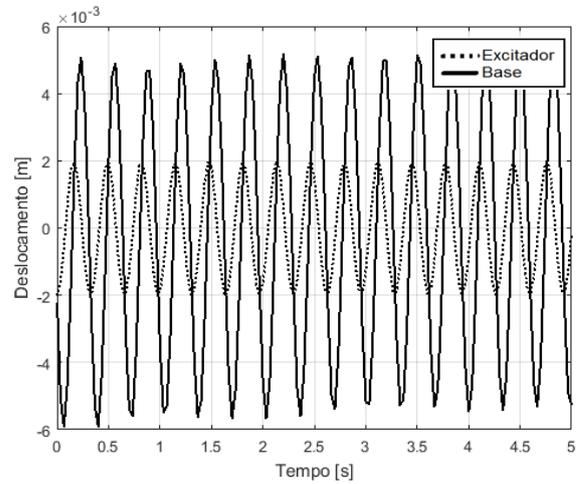
(a)



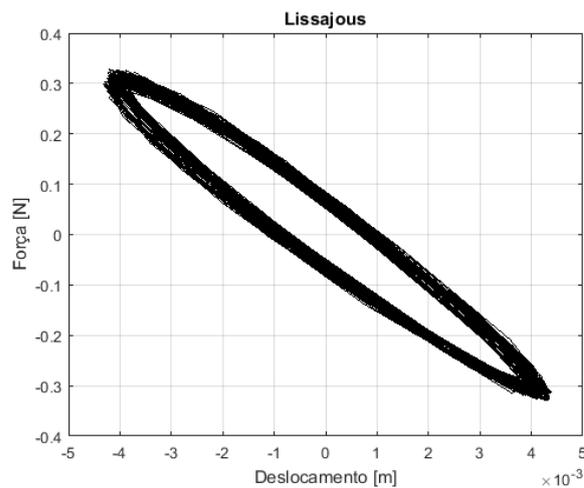
(b)



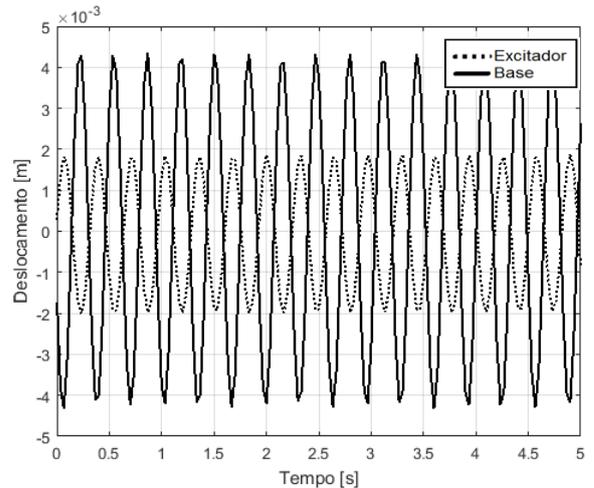
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5. 51 – (a) Lissajous para $r = 1,10$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,10$; (c) Lissajous para $r = 1,13$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,13$; (e) Lissajous para $r = 1,15$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,15$.

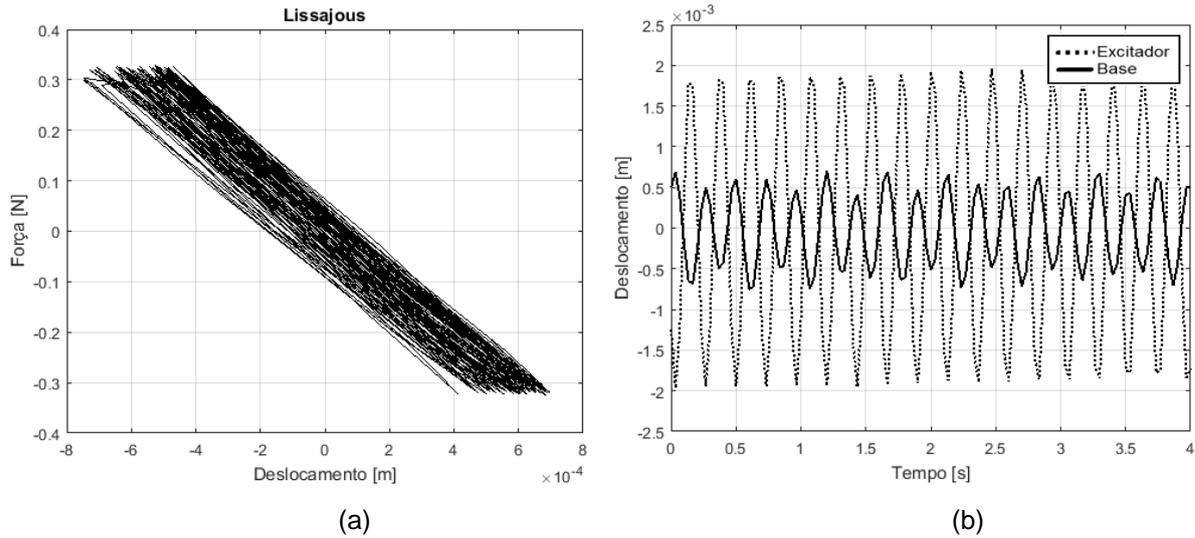


Figura 5. 52 – (a) Lissajous para $r = 1,60$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,60$.

Todos os diagramas de Lissajous construídos estão de acordo com a teoria descrita no item 3.3 deste trabalho.

Nos diagramas de Lissajous para valores de $r < 0,90$, os sinais de forçamento e de resposta estão em fase e a figura formada, além de ser semelhante a uma reta, apresenta inclinação aproximada de 45° .

No diagrama de Lissajous para o valor de $r = 0,90$, os sinais de forçamento e de resposta estão em quadratura de fases e a figura formada é semelhante a uma circunferência. Neste momento, a frequência de forçamento é próxima da primeira frequência natural do sistema com 2GdL.

Nos diagramas de Lissajous para valores entre $r = 0,90$ e $r = 1,04$, os sinais de forçamento e de resposta estão em oposição de fases e a figura formada, além de ser semelhante a uma reta, apresenta inclinação aproximada de 135° .

Nos diagramas de Lissajous para valores entre $r = 1,04$ e $r = 1,13$, os sinais de forçamento e de resposta estão em quadratura de fases e a figura formada é semelhante a uma circunferência. Neste momento, a frequência de forçamento é próxima da segunda frequência natural do sistema com 2GdL.

Nos diagramas de Lissajous para valores de $r > 1,13$, os sinais de forçamento e de resposta estão em oposição de fases e a figura formada, além de ser semelhante a uma reta, apresenta inclinação aproximada de 135° .

Em alguns casos registrados nas figuras supracitadas a amplitude de oscilação da base deslizante não apresenta amplitudes constantes ao longo de todos os seus

ciclos. Acredita-se que essa situação acontece pelos mesmos motivos apresentados no item 5.4.2.

A Figura 5.53 apresenta a evolução do ângulo de fases \varnothing em função da razão de frequência. O presente diagrama contempla os valores máximos e mínimos encontrados nos diagramas de Lissajous, que estão apresentados na figura anterior e que foram calculados de acordo com a teoria descrita no item 3.3 deste trabalho.

O diagrama supracitado apresenta duas relações de frequência em que os sinais de forçamento e de resposta estão em quadratura de fases. Os valores são, aproximadamente, $r = 0,9$ e $r = 1,1$, que correspondem às frequências de forçamento $\omega = 2,4[Hz]$ e $\omega = 2,9[Hz]$. Esse comportamento está coerente com as análises realizadas em vibração livre, onde dois picos de ressonância foram encontrados, cujas frequências são muito próximas das encontradas neste item. Para os demais valores de forçamento, os sinais estão, ou em fase, ou em oposição de fases.

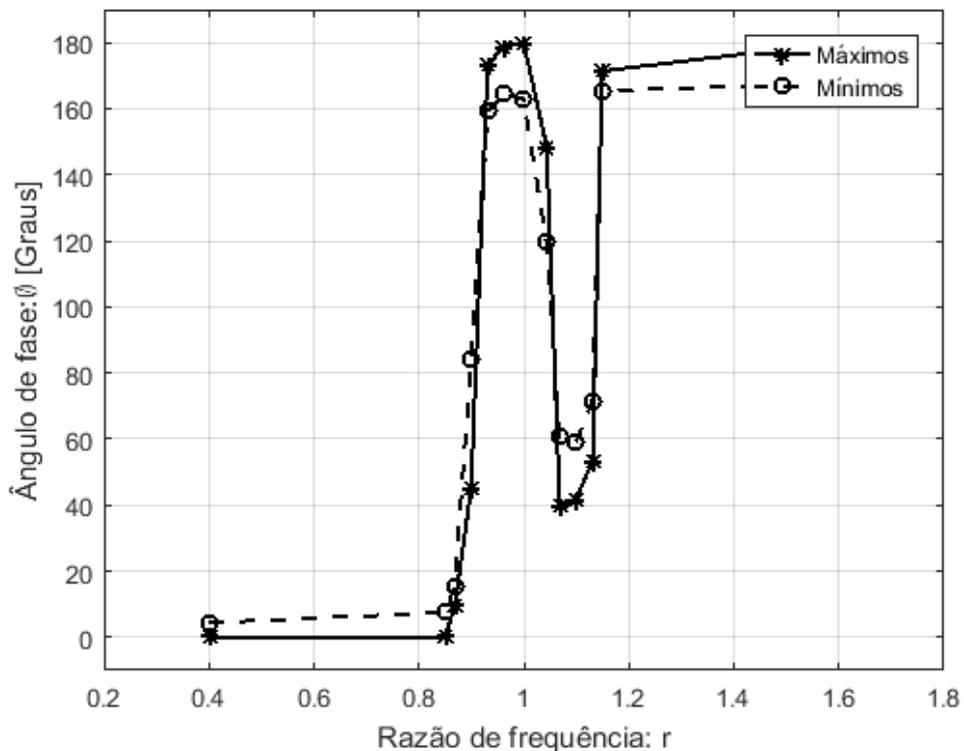


Figura 5. 53 – Evolução do ângulo de fases \varnothing em função da razão de frequência.

5.4.4 Sistema com AMS-PI – CA 2

Considerando-se o mesmo procedimento experimental anterior, agora utilizando um AMS-PI com a configuração alternativa 2 ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0$) conectado sobre o sistema principal. Uma das molas é conectada a uma das extremidades do trilho de ar, enquanto a outra é conectada à corda do excitador. Essa corda conecta a extremidade da segunda mola ao disco do excitador. A base deslizante possui dois pontos pretos, os quais servirão de ponto de referência no momento da aquisição das imagens. A Figura 5.54 apresenta o atual experimento.

A frequência natural amortecida experimental encontrada para o sistema com 2GdL – CA2 foi $\omega_{d1} = 2,54 [Hz]$ e a teórica foi $\omega_{d1} = 2,57 [Hz]$. Neste ensaio o excitador é configurado para a rotação de $\omega = 152 [RPM]$, o que corresponde à $\omega = \omega_{d1} = 2,54 [Hz]$, e a evolução do deslocamento do sistema com 2GdL – CA2 ao longo do tempo é registrada.

A Figura 5.55 apresenta a comparação do sinal experimental com o numérico calibrado, para os seguintes dados de entrada: $m = 1,13317 [kg]$, $k_c = 2 * 164,17 [\frac{N}{m}]$, $c = 0,546 [\frac{Ns}{m}]$, $F_0 = 0,32 [N]$, $l = 24 [cm]$, $g = 9,781 [\frac{m}{s^2}]$, $\rho = 0,24 [\frac{kg}{m}]$, $m = 0 [kg]$, $k = 2,79 [\frac{Nm}{rad}]$, $c_d = 0,0056 [\frac{Ns}{m}]$, $\omega = \omega_d = 2,54 [Hz](experimental)$ e $\omega = \omega_d = 2,57 [Hz](teórica)$.



Figura 5. 54 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2.

Os comportamentos, numérico e experimental, são muito próximos, contudo não seguiu o comportamento dos ensaios anteriores. Neste caso foi registrado o fenômeno de batimento. As amplitudes, no trecho comparado (75s até 100s), possuem valores semelhantes. Vale ressaltar que, problemas técnicos no experimento impediram o registro do sinal desde o início da aplicação do forçamento. Acredita-se que o comportamento apresentado acontece pelos mesmos motivos apresentados no item 5.4.2.

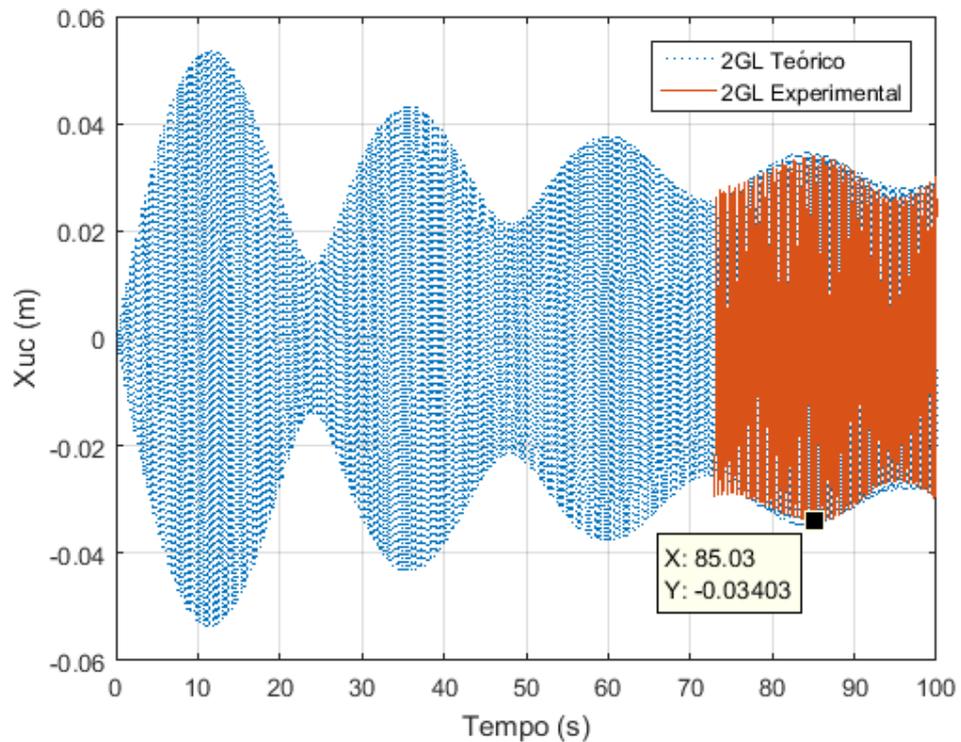


Figura 5. 55 – Comparação da evolução do deslocamento ao longo do tempo - 2GdL – CA2
 $(\omega = \omega_{d1})$.

A Figura 5.56 apresenta o diagrama de fases para o presente sistema submetido ao forçamento com frequência $\omega = \omega_d = 152 [RPM]$. O diagrama apresentado indica que a amplitude máxima para o movimento da base deslizante não é constante. A imagem formada é semelhante a uma elipse / círculo com seus ciclos concêntricos, porém eles não estão sobrepostos. Os ciclos representados no gráfico da evolução do ângulo de fases em função da razão de frequência variam de dimensão preenchendo uma região anelar espessa, cujos limites, mínimo e máximo, estão bem definidos.

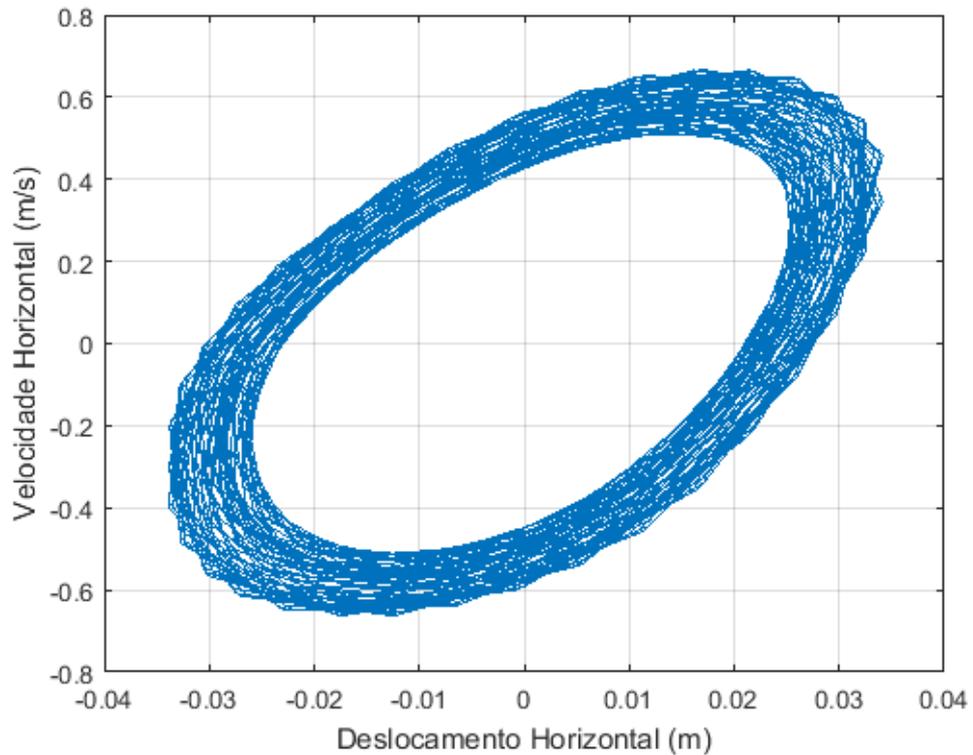
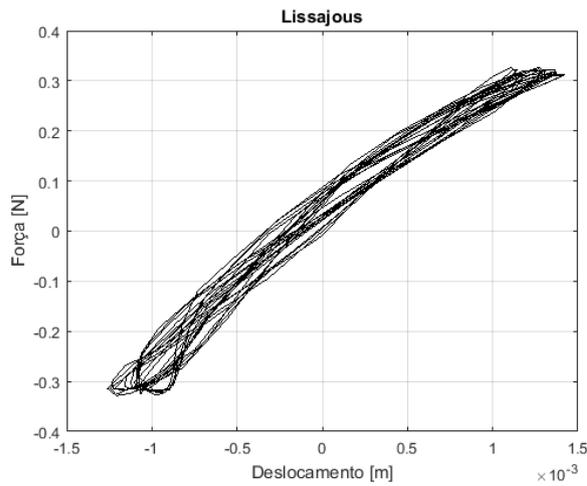
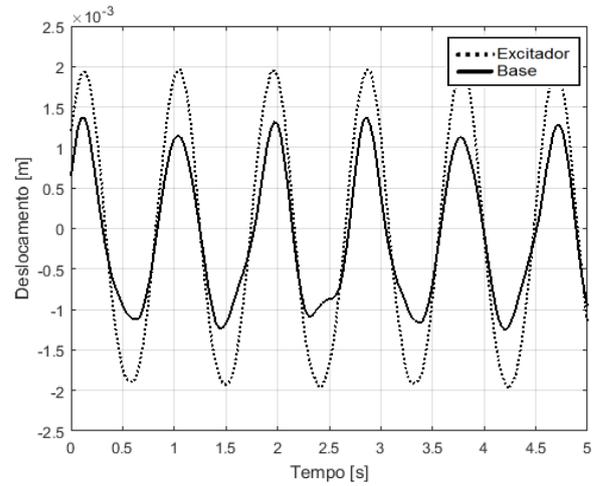


Figura 5. 56 – Diagrama de fases para o sistema com 2GdL – CA2 ($\omega = \omega_d$).

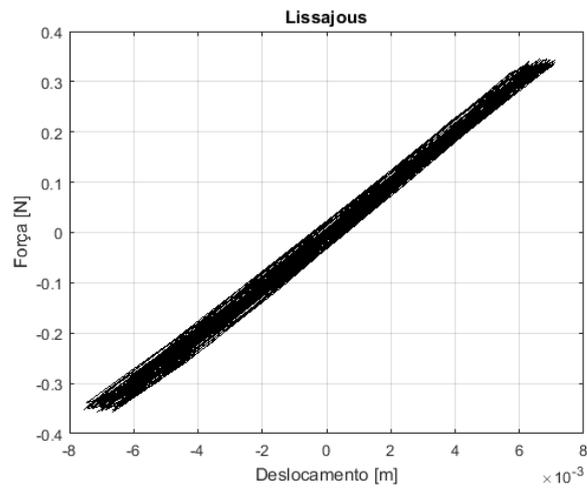
Para registrar o comportamento do ângulo de fase ϕ , entre o sinal do forçamento e o da resposta do sistema, são construídos os diagramas de Lissajous para diversos valores de razão de frequência. A razão de frequência é dada por $r = \frac{\omega}{\omega_d}$, em que $\omega_d = 2,67 [Hz]$. Ao final das análises desses diagramas é construído o gráfico da evolução do ângulo de fases em função da razão de frequência. O mesmo experimento mostrado na Figura 5.54 é utilizado. As Figuras 5.57 até 5.59 apresentam, tanto os diagramas de Lissajous construídos para cada frequência adotada, quanto a comparação do sinal do excitador com o sinal do deslocamento da base deslizante, para as respectivas frequências.



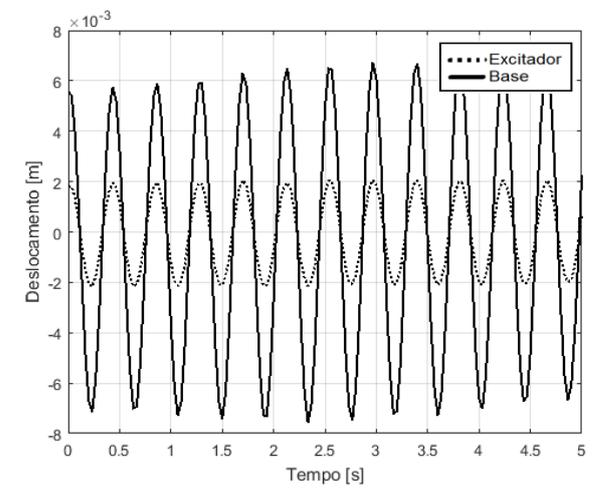
(a)



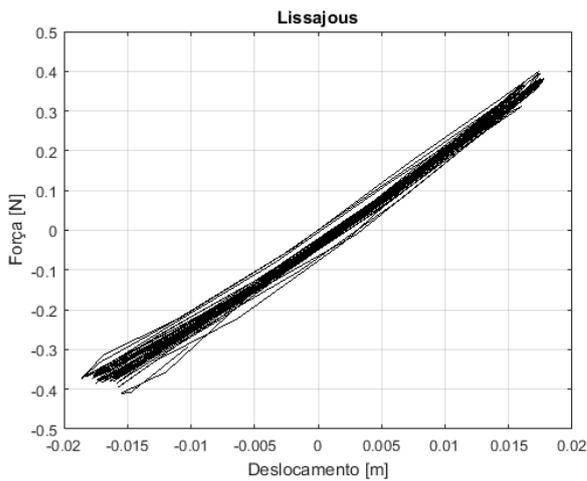
(b)



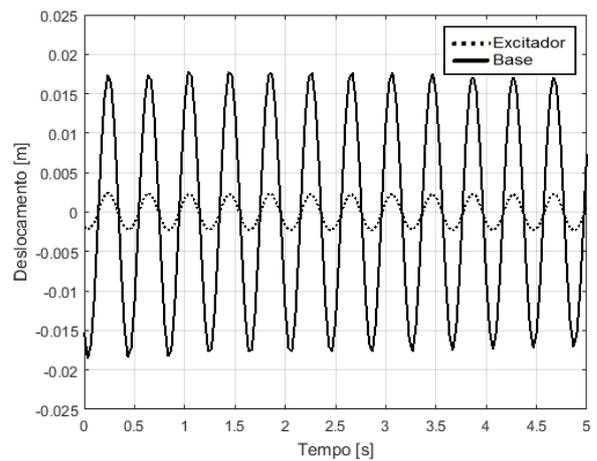
(c)



(d)

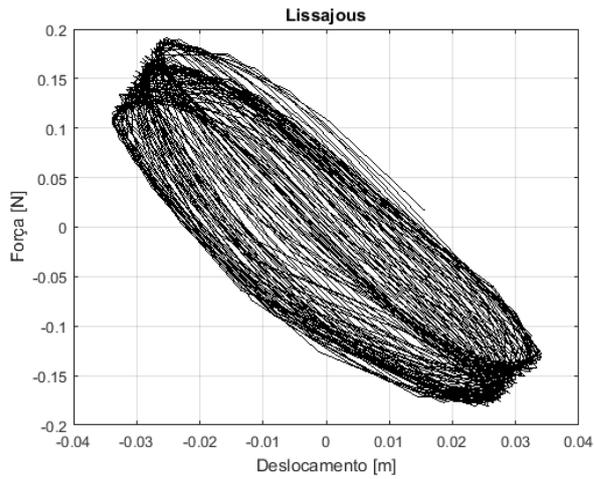


(e)

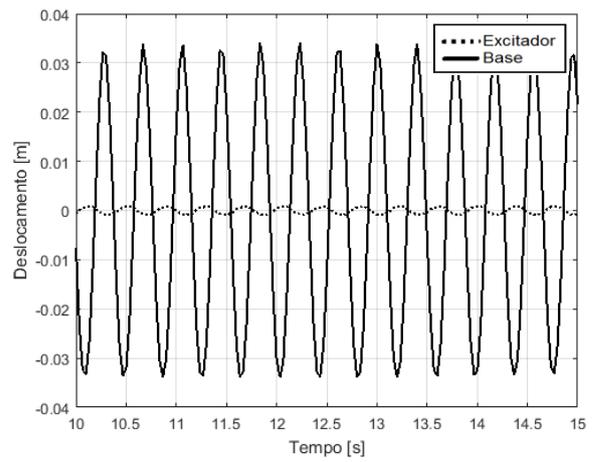


(f)

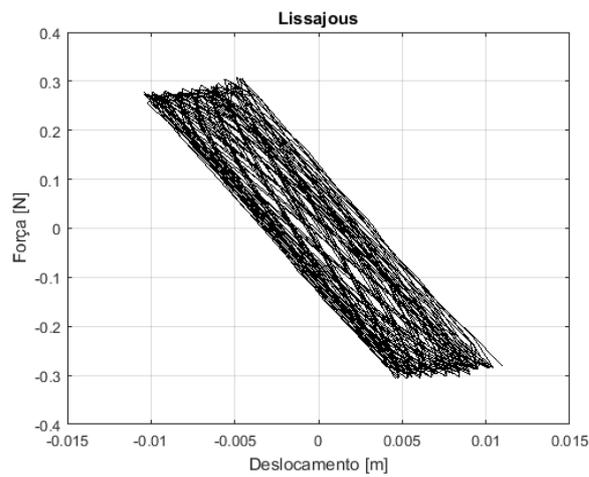
Figura 5. 57 – (a) Lissajous para $r = 0,40$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,40$; (c) Lissajous para $r = 0,87$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,87$; (e) Lissajous para $r = 0,93$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,93$.



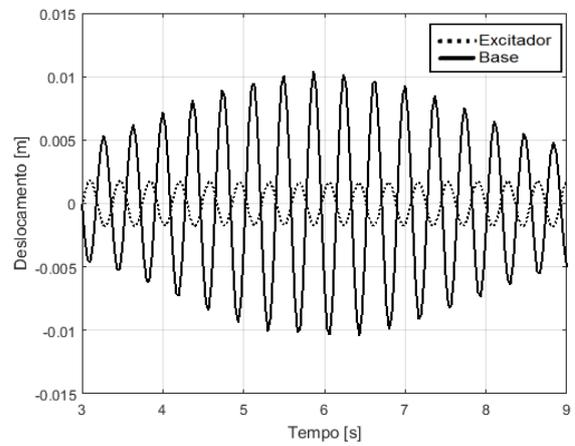
(a)



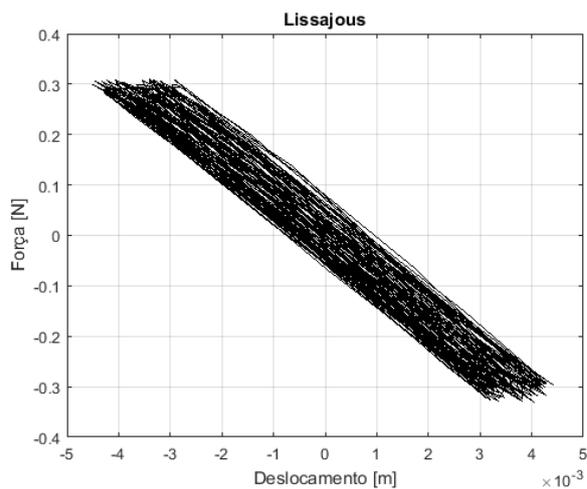
(b)



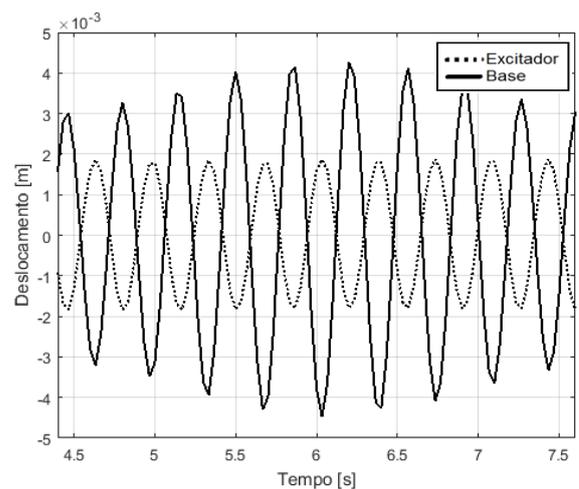
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5. 58 – (a) Lissajous para $r = 0,96$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,96$; (c) Lissajous para $r = 1,0$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,0$; (e) Lissajous para $r = 1,07$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,07$.

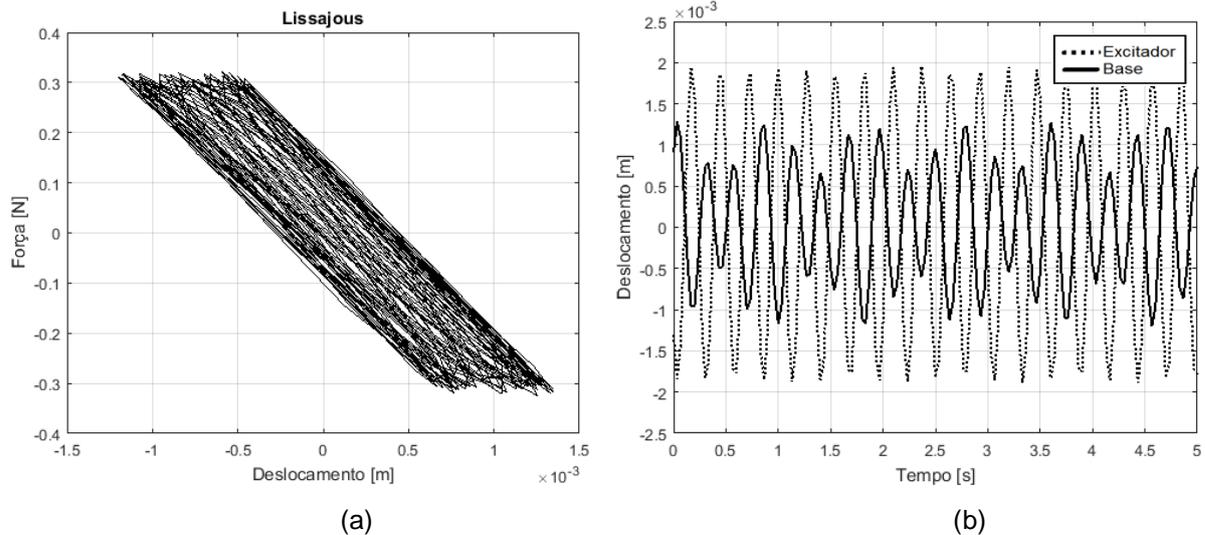


Figura 5.59 – (a) Lissajous para $r = 1,36$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,36$.

Todos os diagramas de lissajous estão de acordo com a teoria descrita no item 3.3 deste trabalho.

Nos diagramas de Lissajous para valores de $r \leq 0,93$, os sinais de forçamento e de resposta estão em fase e a figura formada, além de ser semelhante a uma reta, apresenta inclinação aproximada de 45° .

Nos diagramas de Lissajous para valores de $r \geq 0,96$, os sinais de forçamento e de resposta estão em oposição de fases e a figura formada, além de ser semelhante a uma reta, apresenta inclinação aproximada de 135° .

Neste ensaio não foi registrado o comportamento do sistema para um forçamento de frequência próxima à frequência natural do sistema com 2GdL. Isso aconteceu por falta de um ajuste fino do potenciômetro do excitador. Para este caso, vale ressaltar que o sistema com 2GdL e AMS-PI – CA2, analisado no item 5.3.3, apresentou apenas uma frequência natural e esse valor está entre os pontos $r = 0,93$ e $r = 0,96$ analisados em laboratório.

Em alguns casos registrados nas figuras supracitadas a amplitude de oscilação da base deslizante não apresenta amplitudes constantes ao longo de todos os seus ciclos. Analisado o sinal com muitos ciclos, o que não está representado na figura citada, aparentemente acontece o fenômeno de batimento, uma vez que existe um padrão para a variação desses valores máximos de deslocamento. Acredita-se que essa situação acontece pelos mesmos motivos apresentados no item 5.4.2.

A Figura 5.60 apresenta a evolução do ângulo de fases ϕ em função da razão de frequência. O presente diagrama contempla os valores máximos e mínimos encontrados nos diagramas de Lissajous, que estão registrados na figura anterior e que foram calculados de acordo com a teoria descrita no item 3.3 deste trabalho.

O diagrama supracitado apresenta apenas uma relação de frequência em que os sinais de forçamento e de resposta estão em quadratura de fases. O valor é, aproximadamente, $r = 0,95$, que corresponde à frequência de forçamento $\omega = 2,5[Hz]$. Esse comportamento está coerente com as análises realizadas em vibração livre, onde apenas um pico de ressonância foi encontrado, cuja frequência é muito próxima da encontrada neste item. Para os demais valores de forçamento, os sinais estão, ou em fase, ou em oposição de fases.

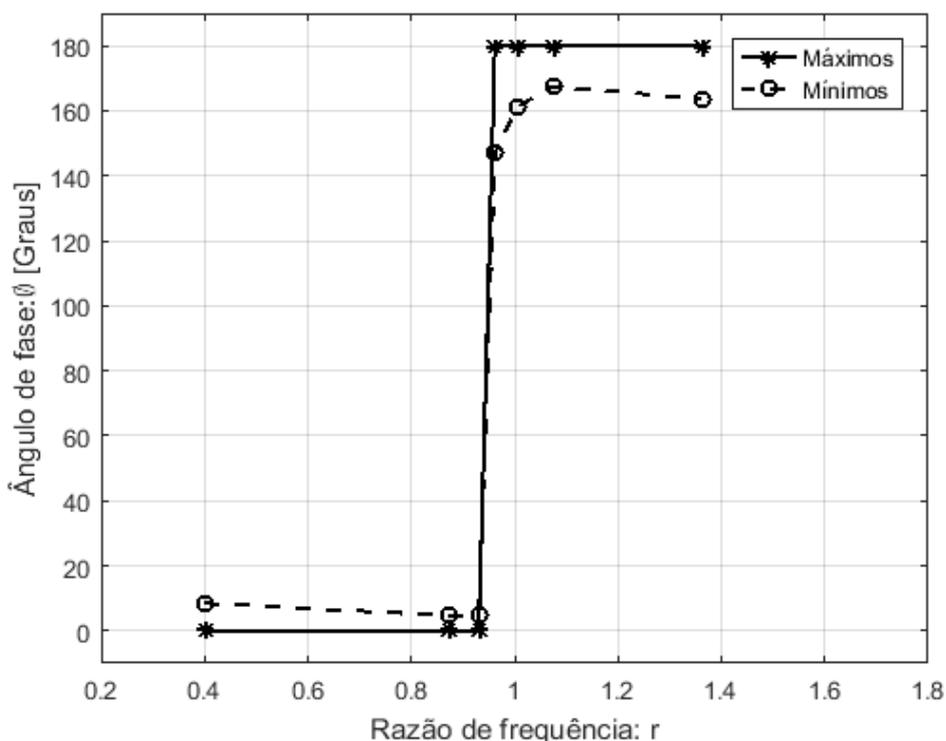


Figura 5. 60 – Evolução do ângulo de fases ϕ em função da razão de frequência.

5.4.5 Sistema com AMS-PI – CO

Considerando-se o mesmo procedimento experimental anterior, agora utilizando o AMS-PI com a configuração ótima ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0,086 (97g)$) conectado sobre o sistema principal. Uma das molas é conectada a uma das

extremidades do trilho de ar, enquanto a outra é conectada à corda do excitador. Essa corda conecta a extremidade da segunda mola ao disco do excitador. A base deslizante possui dois pontos pretos, os quais servirão de ponto de referência no momento da aquisição das imagens. A Figura 5.61 apresenta a atual configuração montada sobre o trilho de ar.

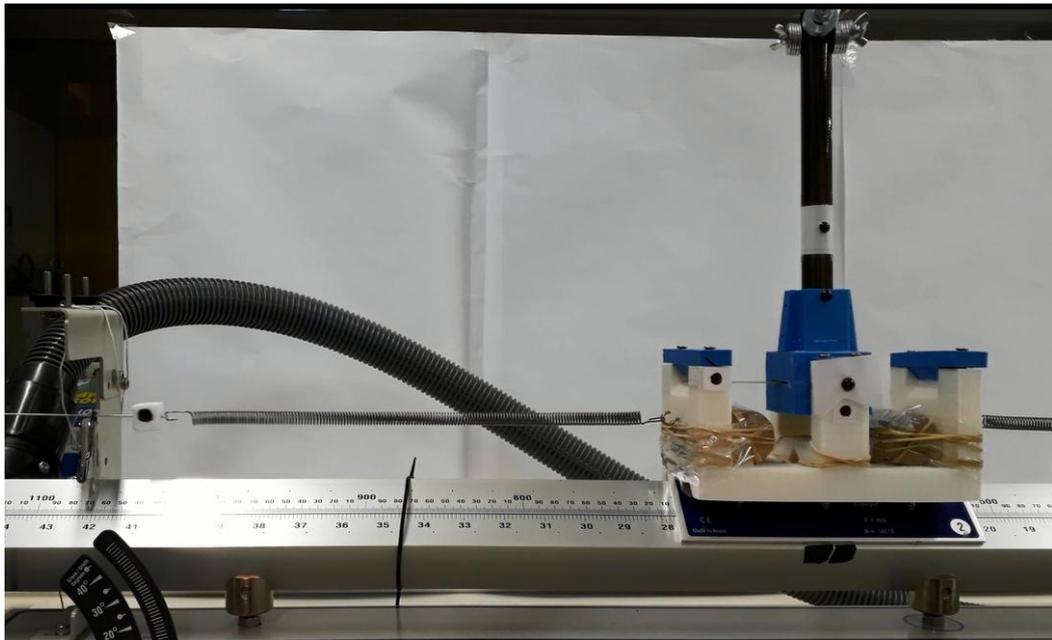


Figura 5. 61 – Bancada montada para experimentação do sistema com 2GdL e AMS-PI – CO.

As frequências naturais amortecidas experimentais encontradas para o sistema com 2GdL - CO foram $\omega_{d1} = 2,12 [Hz]$ e $\omega_{d2} = 3,04 [Hz]$ e as teóricas foram $\omega_{d1} = 2,07 [Hz]$ e $\omega_{d2} = 2,87 [Hz]$. De acordo com a FFT do sinal temporal em vibração livre feito para a presente configuração, a frequência do primeiro modo é a mais importante. Sendo assim, o excitador é configurado para a rotação de $\omega = 127 [RPM]$ neste ensaio, o que corresponde à $\omega = \omega_{d1} = 2,12 [Hz]$, e a evolução do deslocamento do sistema com 2GdL - CO ao longo do tempo é registrada.

A Figura 5.62 apresenta a comparação do sinal experimental com o numérico calibrado, para os seguintes dados de entrada: $m = 1,13317 [kg]$, $k_c = 2 * 164,17 [\frac{N}{m}]$, $c = 0,546 [\frac{Ns}{m}]$, $F_0 = 0,32 [N]$, $l = 24 [cm]$, $g = 9,781 [\frac{m}{s^2}]$, $\rho = 0,24 [\frac{kg}{m}]$, $m = 0,097 [kg]$, $k = 2,23 [\frac{Nm}{rad}]$, $c_d = 0,0056 [\frac{Ns}{m}]$, $\omega = \omega_d = 2,12 [Hz]$ (*experimental*) e $\omega = \omega_d = 2,07 [Hz]$ (*teórica*).

Os comportamentos, numérico e experimental, são muito próximos e estão de acordo com o esperado. A amplitude máxima para o sinal experimental é de aproximadamente 2cm, enquanto que a amplitude do sinal numérico é de aproximadamente 2,3cm, 15% maior. Ambas são constantes. Acredita-se que pequenas imprecisões nos valores dos amortecimentos utilizados sejam os responsáveis por essa diferença de amplitudes. Na bancada experimental utilizada para a vibração forçada, que não é exatamente igual à bancada utilizada para vibração livre, existem diversos componentes que podem contribuir com o amortecimento do sistema.

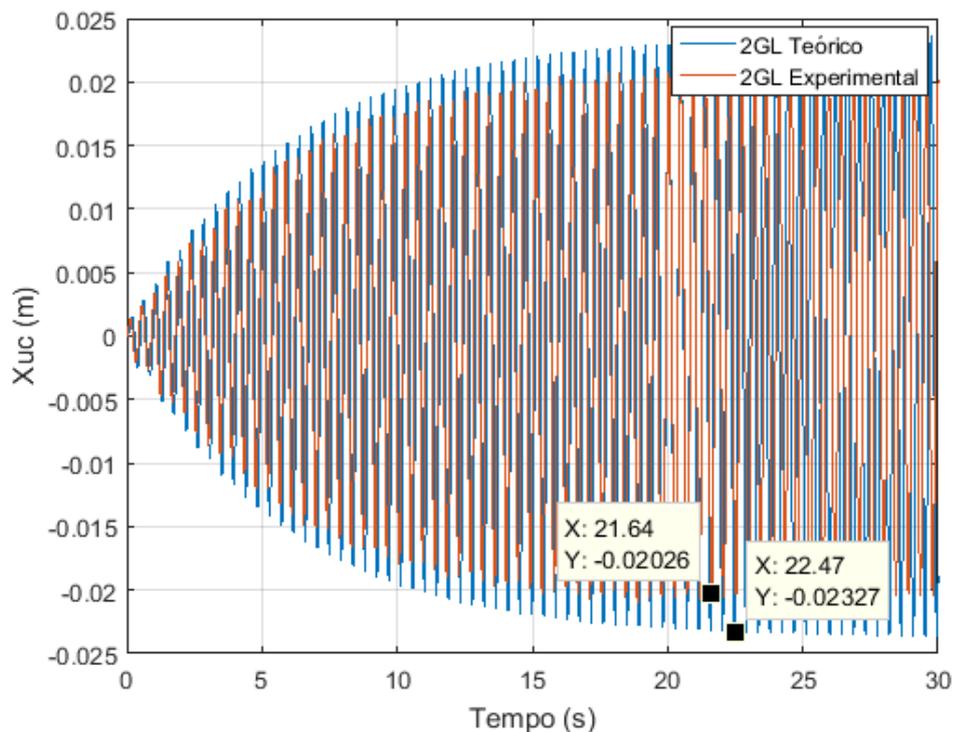


Figura 5. 62 – Comparação da evolução do deslocamento ao longo do tempo - 2GdL – CO
 $(\omega = \omega_{d1})$.

A Figura 5.63 apresenta o diagrama de fases para o presente sistema submetido ao forçamento com frequência $\omega = \omega_d = 127 [RPM]$. O diagrama apresentado indica amplitude máxima constante para o movimento da base deslizante, uma vez que a imagem formada é semelhante a uma elipse / círculo e seus ciclos estão praticamente sobrepostos.

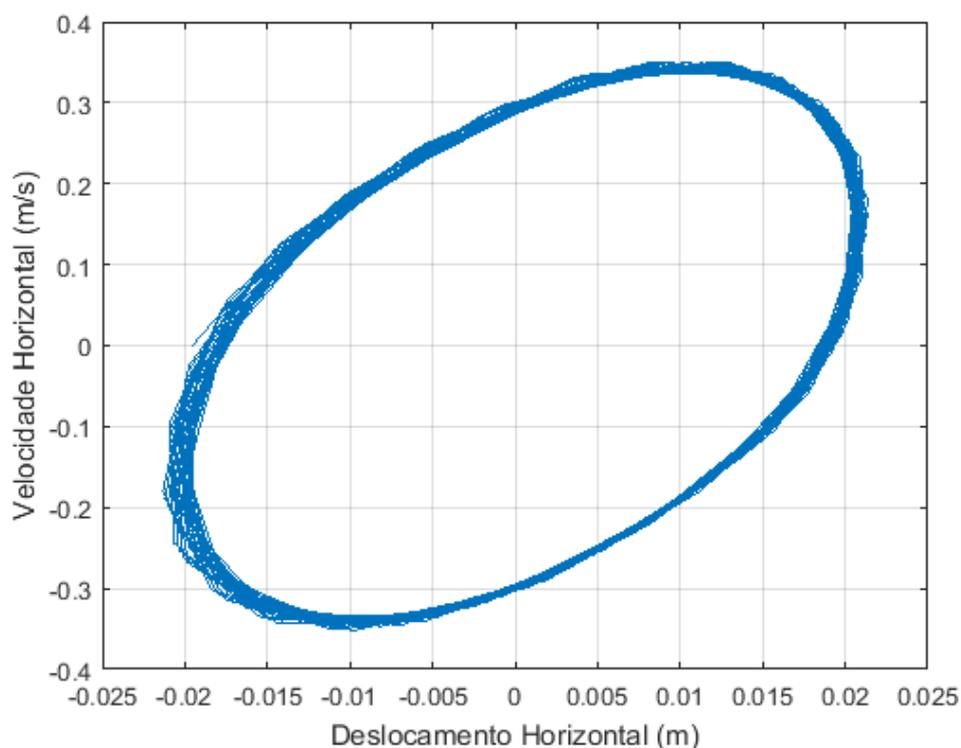
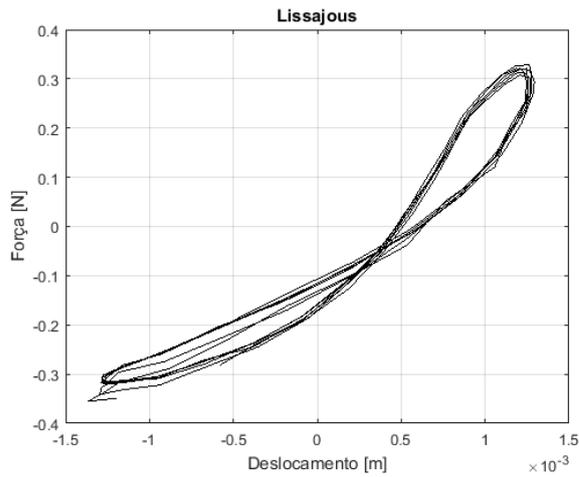
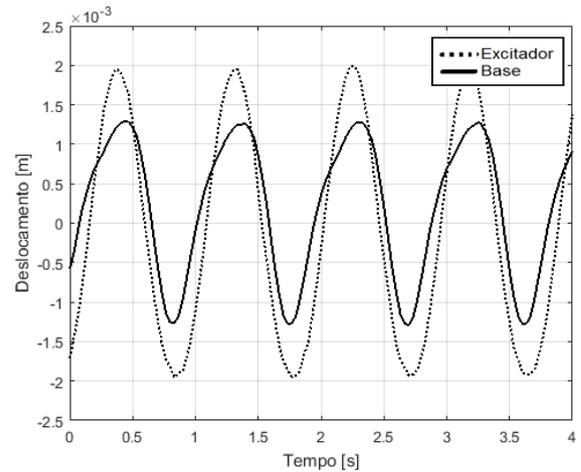


Figura 5. 63 – Diagrama de fases para o sistema com 2GdL – CO ($\omega = \omega_d$).

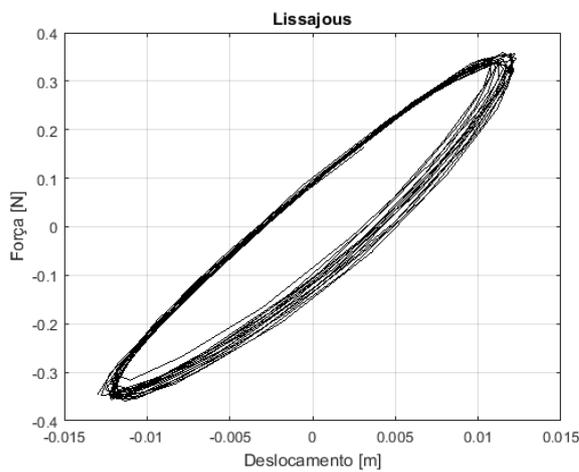
Para registrar o comportamento do ângulo de fase ϕ , entre o sinal do forçamento e o da resposta do sistema, são construídos os diagramas de Lissajous para diversos valores de razão de frequência. A razão de frequência é dada por $r = \frac{\omega}{\omega_d}$, em que $\omega_d = 2,67 [Hz]$. Ao final das análises desses diagramas é construído o gráfico da evolução do ângulo de fases em função da razão de frequência. A mesma bancada experimental apresentada na Figura 5.61 é utilizada. As Figuras 5.64 até 5.69 apresentam, tanto os diagramas de Lissajous construídos para cada frequência adotada, quanto a comparação do sinal do excitador com o sinal do deslocamento da base deslizante, para as respectivas frequências.



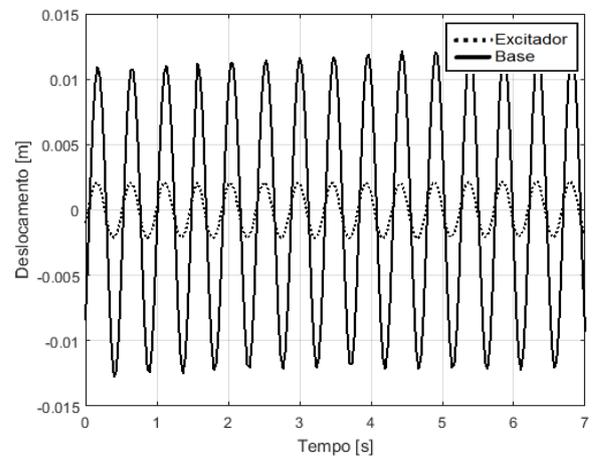
(a)



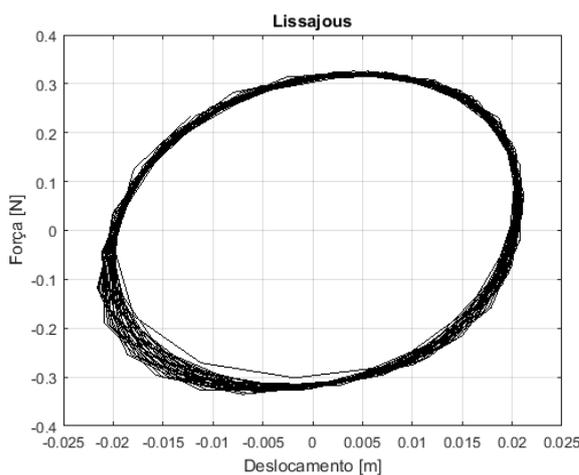
(b)



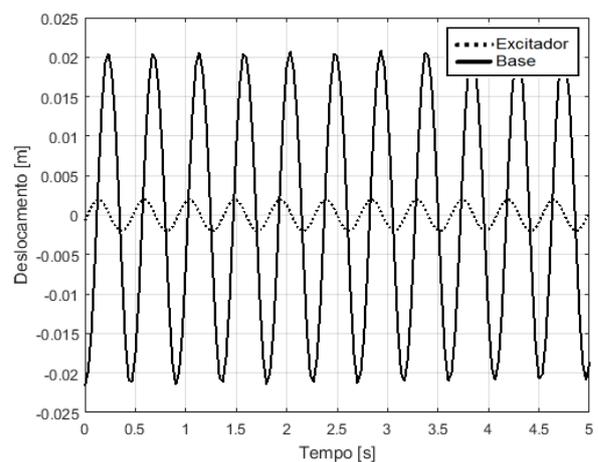
(c)



(d)

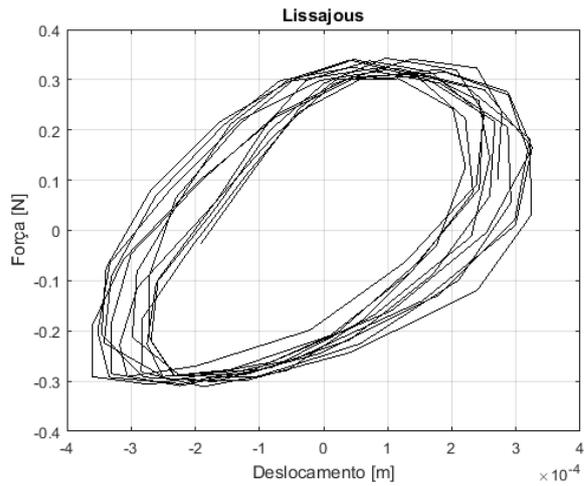


(e)

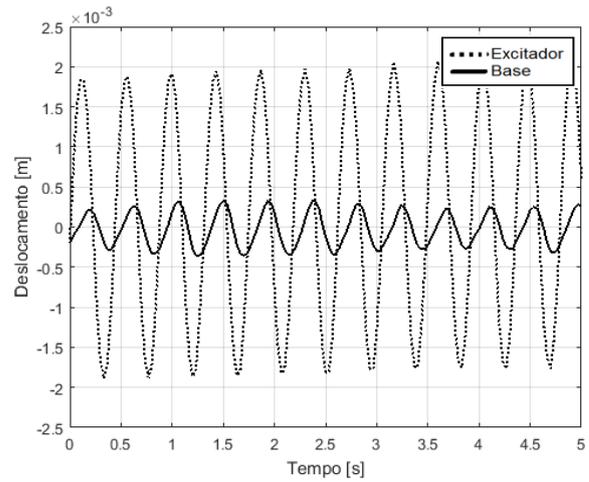


(f)

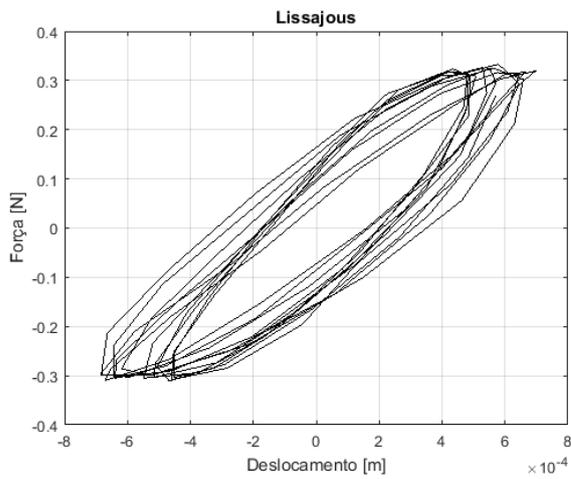
Figura 5. 64 – (a) Lissajous para $r = 0,40$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,40$; (c) Lissajous para $r = 0,78$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,78$; (e) Lissajous para $r = 0,83$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,83$.



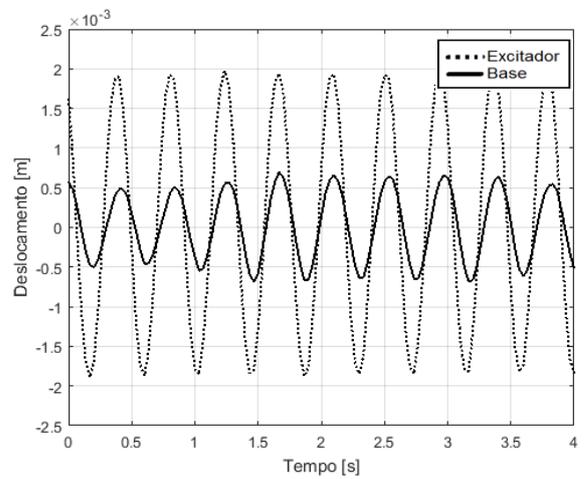
(a)



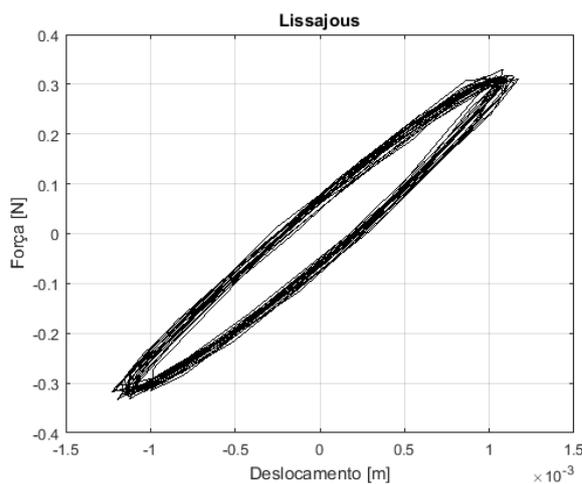
(b)



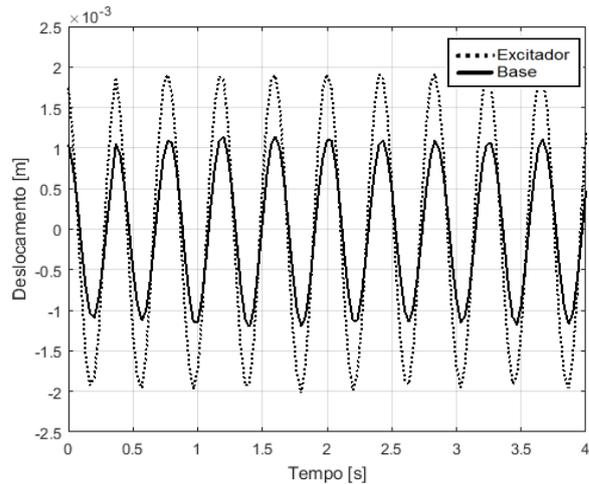
(c)



(d)

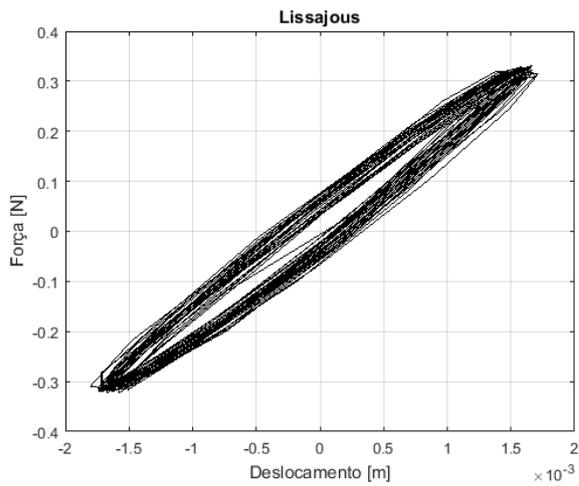


(e)

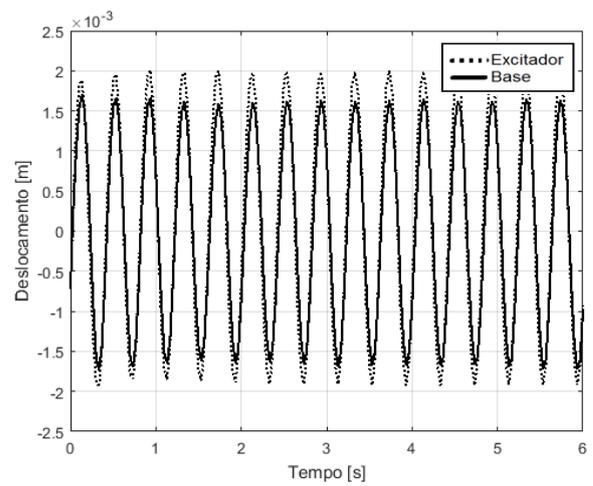


(f)

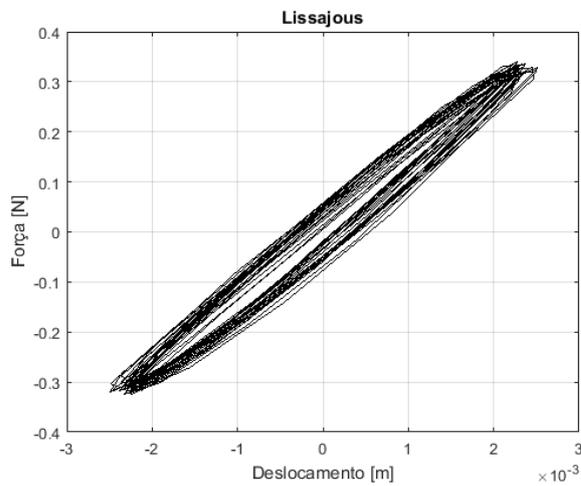
Figura 5. 65 – (a) Lissajous para $r = 0,85$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,85$; (c) Lissajous para $r = 0,88$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,88$; (e) Lissajous para $r = 0,90$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,90$.



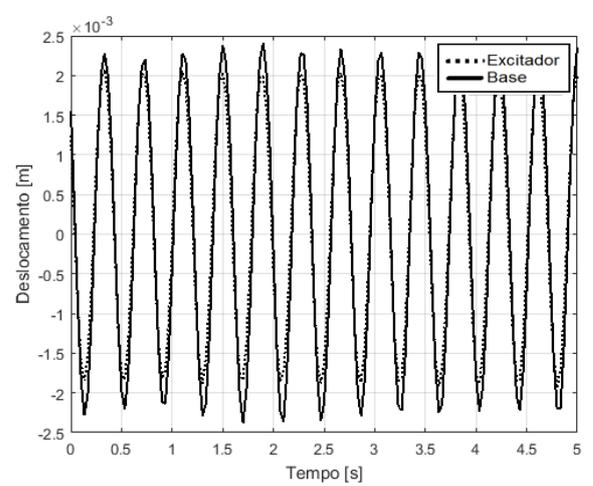
(a)



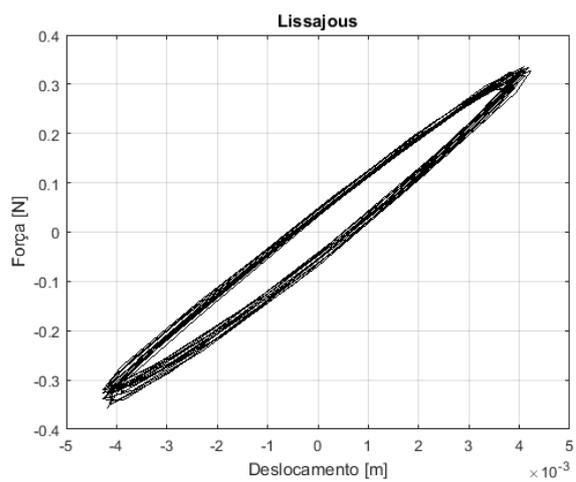
(b)



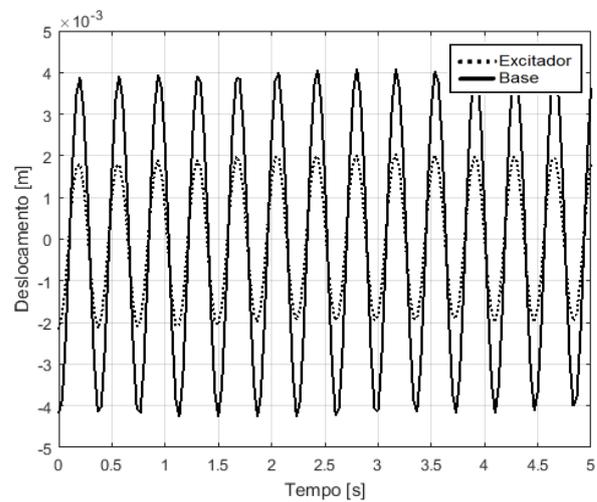
(c)



(d)

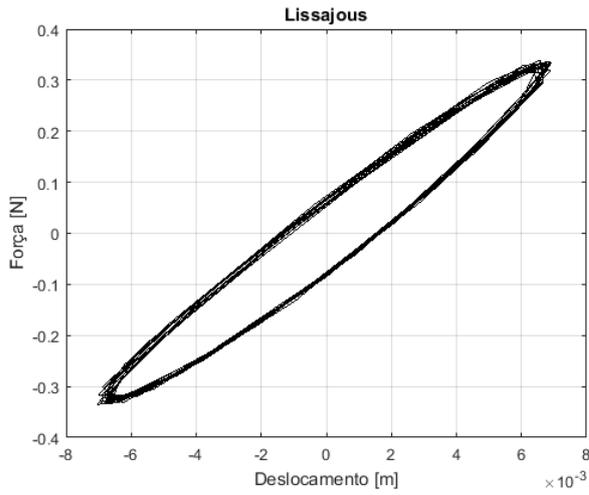


(e)

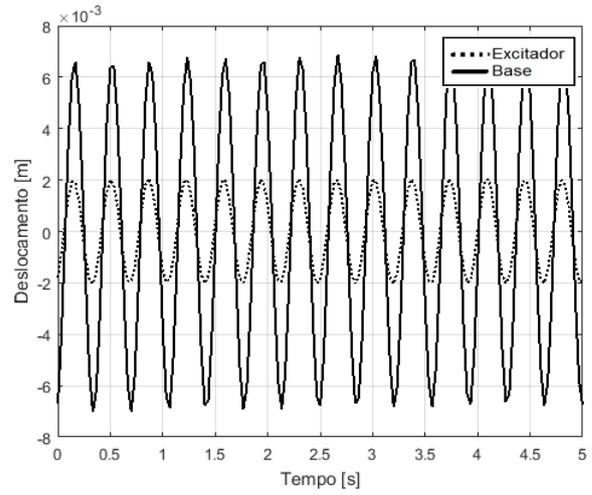


(f)

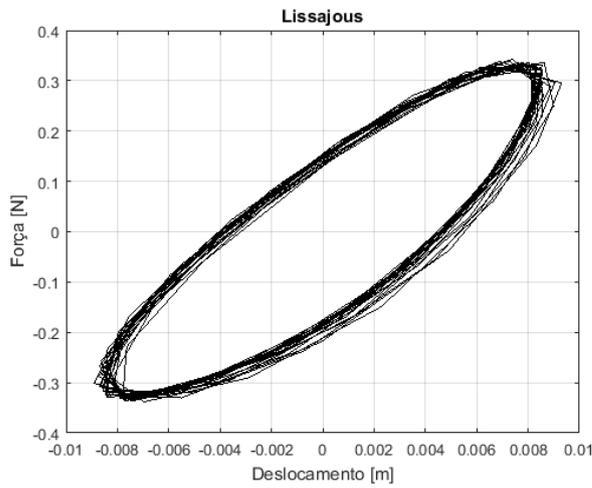
Figura 5. 66 – (a) Lissajous para $r = 0,93$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,93$; (c) Lissajous para $r = 0,96$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 0,96$; (e) Lissajous para $r = 1,00$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,00$.



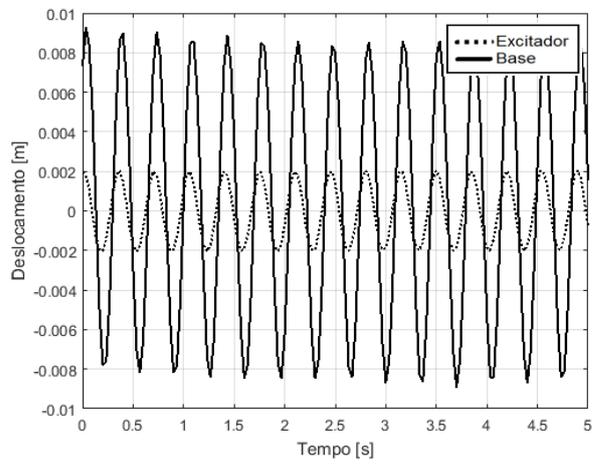
(a)



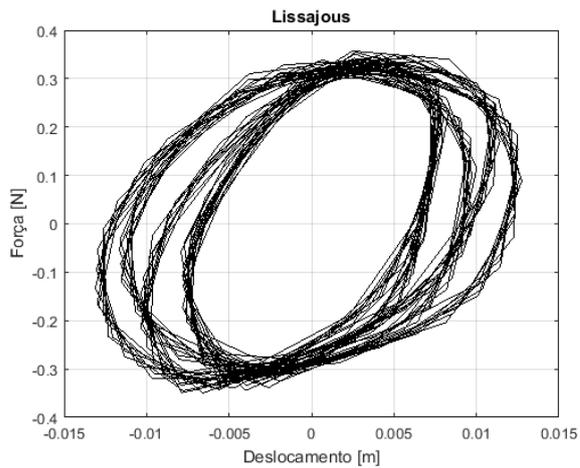
(b)



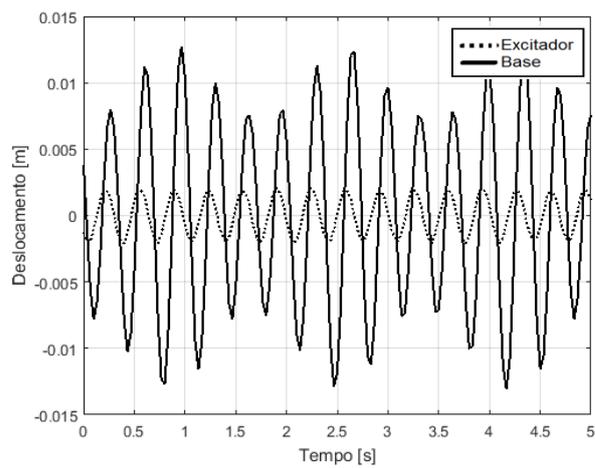
(c)



(d)

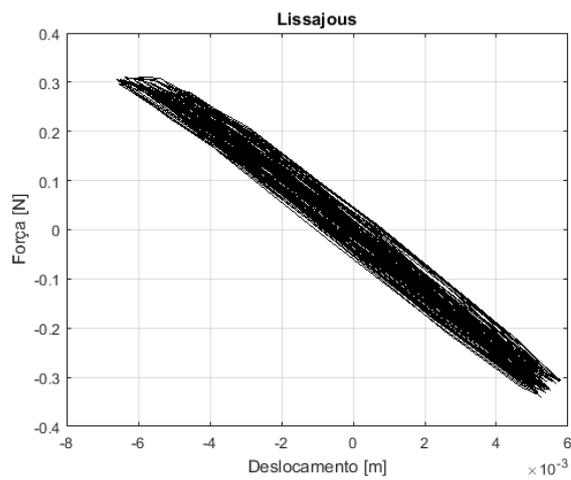


(e)

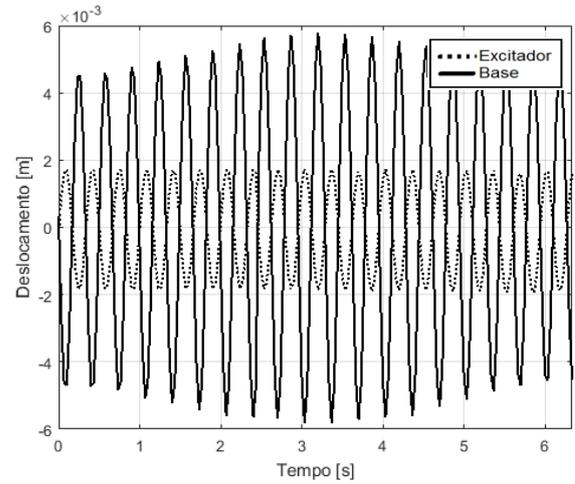


(f)

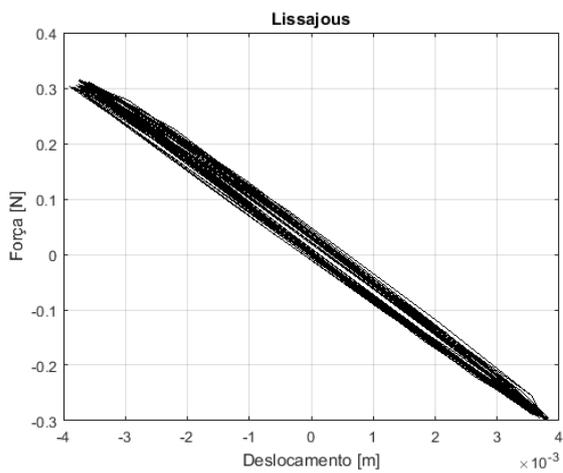
Figura 5. 67 – (a) Lissajous para $r = 1,04$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,04$; (c) Lissajous para $r = 1,07$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,07$; (e) Lissajous para $r = 1,10$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,10$.



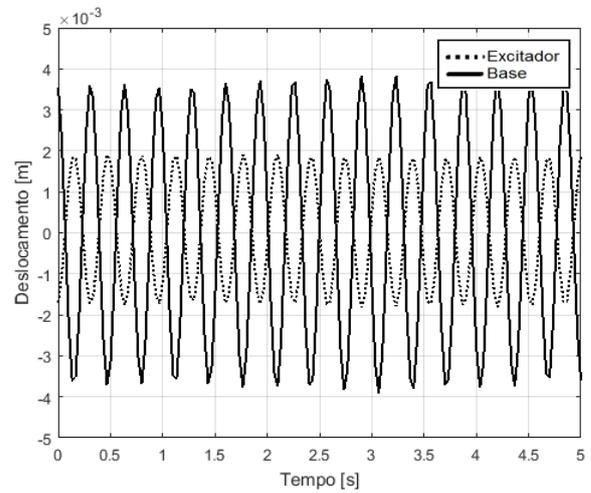
(a)



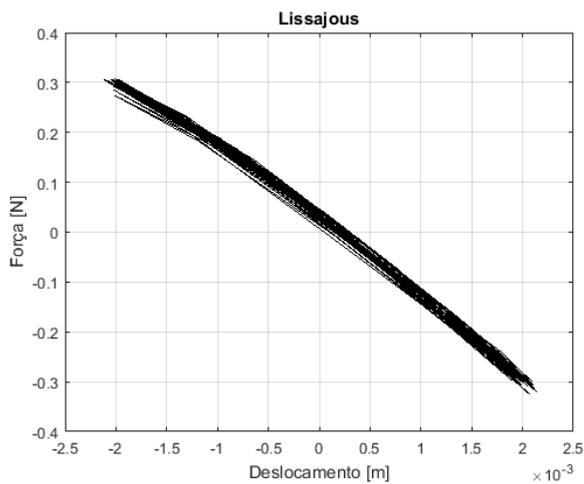
(b)



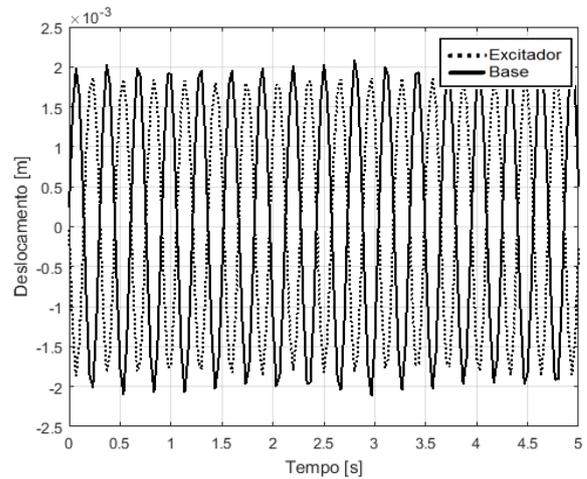
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5. 68 – (a) Lissajous para $r = 1,12$; (b) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,12$; (c) Lissajous para $r = 1,15$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,15$; (e) Lissajous para $r = 1,22$; (f) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,22$.

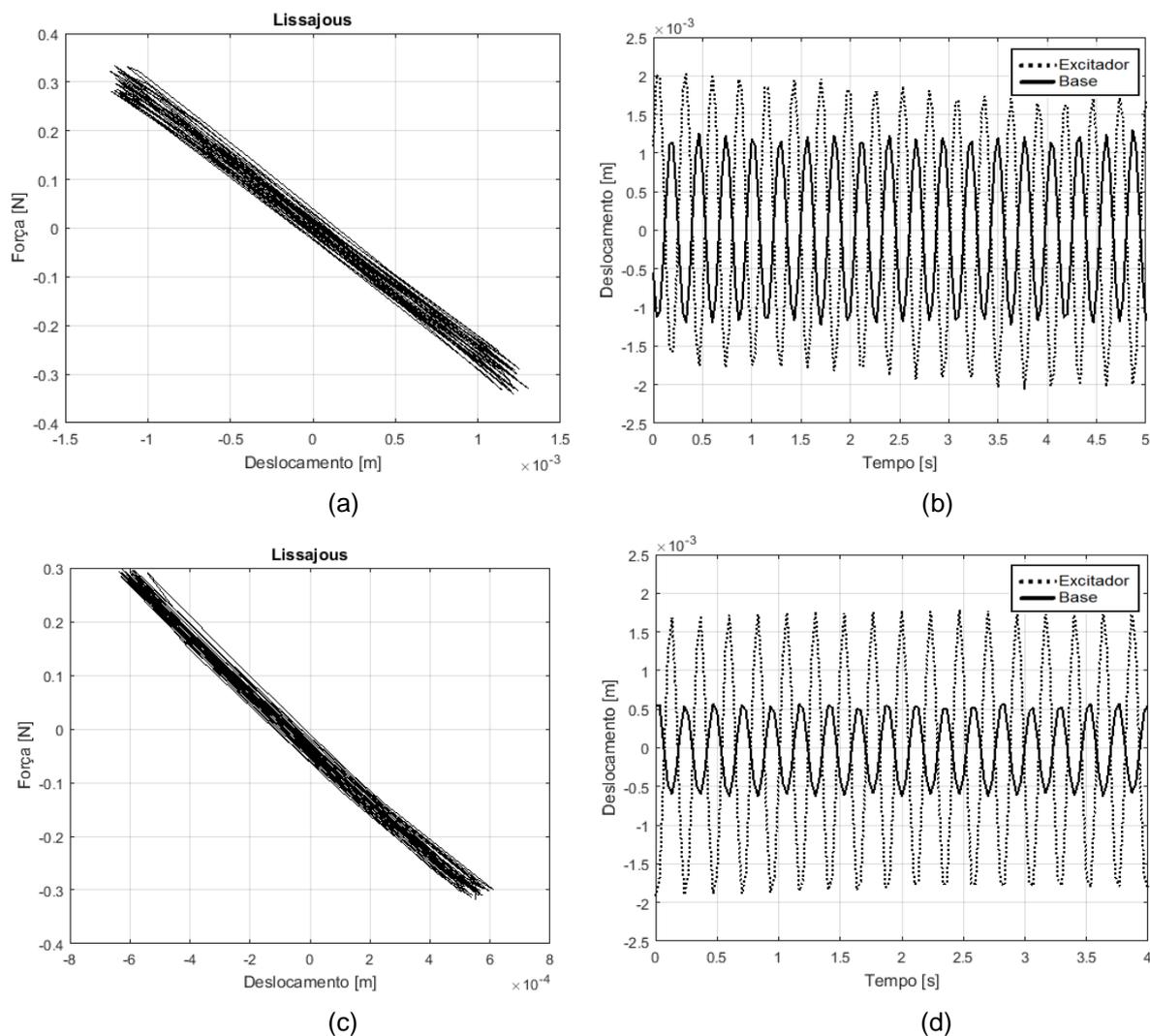


Figura 5. 69 – (a) Lissajous para $r = 1,35$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,35$; (c) Lissajous para $r = 1,58$; (d) Comparação do sinal do excitador com o da resposta do sistema para $r = 1,58$.

Todos os diagramas de Lissajous construídos estão de acordo com a teoria descrita no item 3.3 deste trabalho.

Nos diagramas de Lissajous para valores de $r < 0,83$, os sinais de forçamento e de resposta estão em fase e a figura formada, além de ser semelhante a uma reta, apresenta inclinação aproximada de 45° .

No diagrama de Lissajous para o valor de $r = 0,83$, os sinais de forçamento e de resposta estão em quadratura de fases e a figura formada é semelhante a uma circunferência. Neste momento, a frequência de forçamento é próxima da primeira frequência natural do sistema com 2GdL.

Nos diagramas de Lissajous para valores entre $r = 0,83$ e $r = 1,10$, os sinais de forçamento e de resposta estão em fase e a figura formada, além de ser semelhante a uma reta, apresenta inclinação aproximada de 45° .

No diagrama de Lissajous para o valor de $r = 1,10$, os sinais de forçamento e de resposta estão em quadratura de fases e a figura formada é semelhante a uma circunferência. Neste momento, a frequência de forçamento é próxima da segunda frequência natural do sistema com 2GdL.

Nos diagramas de Lissajous para valores de $r > 1,10$, os sinais de forçamento e de resposta estão em oposição de fases e a figura formada, além de ser semelhante a uma reta, apresenta inclinação aproximada de 135° .

Em alguns casos registrados nas figuras supracitadas a amplitude de oscilação da base deslizante não apresenta amplitudes constantes ao longo de todos os seus ciclos. Analisado o sinal com muitos ciclos, o que não está representado na figura citada, aparentemente acontece o fenômeno de batimento, uma vez que existe um padrão para a variação desses valores máximos de deslocamento. Acredita-se que essa situação acontece pelos mesmos motivos apresentados no item 5.4.2.

A Figura 5.70 apresenta a evolução do ângulo de fases \emptyset em função da razão de frequência. O presente diagrama contempla os valores máximos e mínimos encontrados nos diagramas de Lissajous, que estão registrados na figura anterior e que foram calculados de acordo com a teoria descrita no item 3.3 deste trabalho.

O diagrama supracitado apresenta duas relações de frequência em que os sinais de forçamento e de resposta estão em quadratura de fases. Os valores são, aproximadamente, $r = 0,8$ e $r = 1,1$, que correspondem às frequências de forçamento $\omega = 2,1[Hz]$ e $\omega = 2,9[Hz]$. Esse comportamento está coerente com as análises realizadas em vibração livre, onde dois picos de ressonância foram encontrados, cujas frequências são muito próximas das encontradas neste item. Para os demais valores de forçamento, os sinais estão, ou em fase, ou em oposição de fases.

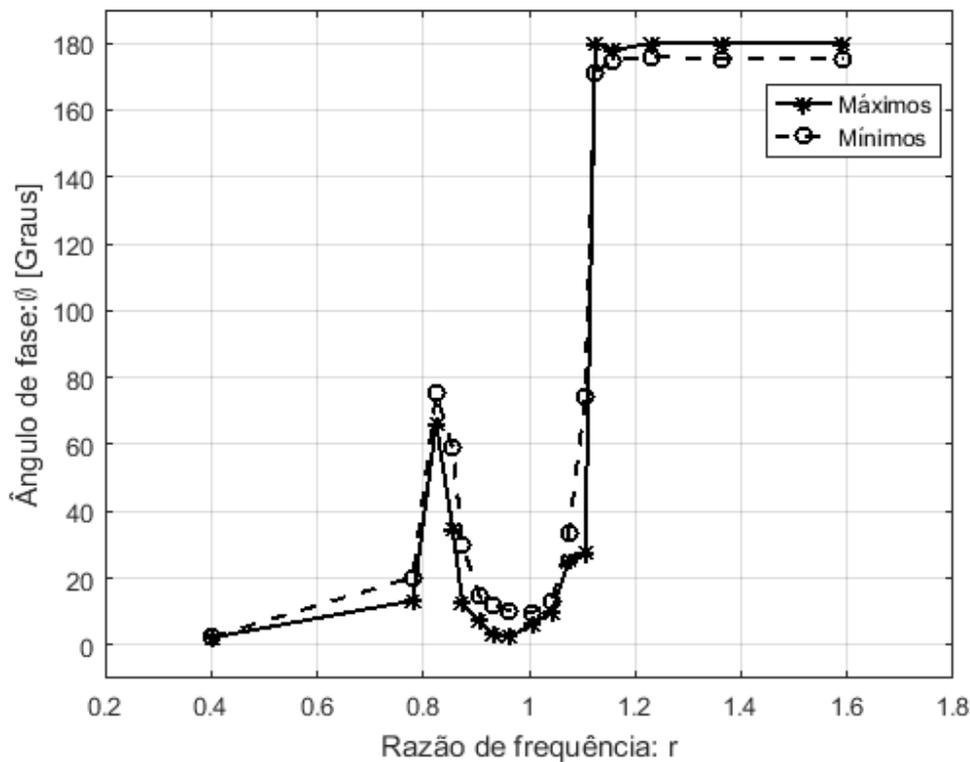


Figura 5.70 – Evolução do ângulo de fases ϕ em função da razão de frequência.

As funções de resposta em frequência para os quatro experimentos realizados sob vibração forçada foram sobrepostos na Figura 5.71.

A configuração com AMS-PI – CA2 apresentou apenas um pico de ressonância, o que está de acordo com o comportamento já registrado nas análises em vibração livre e nos diagramas de Lissajous, o que reforça a hipótese da referida configuração comportar-se como um corpo rígido. As configurações com AMS-PI – CA1 e com AMS-PI – CO apresentaram dois picos de ressonância.

A amplitude dos picos máximos de ressonância para as quatro configurações segue, de maneira decrescente, a seguinte ordem: SP, CA2, CA1 e CO.

A configuração com AMS-PI – CO apresenta as menores amplitudes e, se comparada com a configuração com AMS-PI – CA1, possui as menores variações de amplitudes de seus dois picos de ressonância. No caso da CO, os dois picos possuem amplitudes semelhantes, enquanto que na CA1, não.

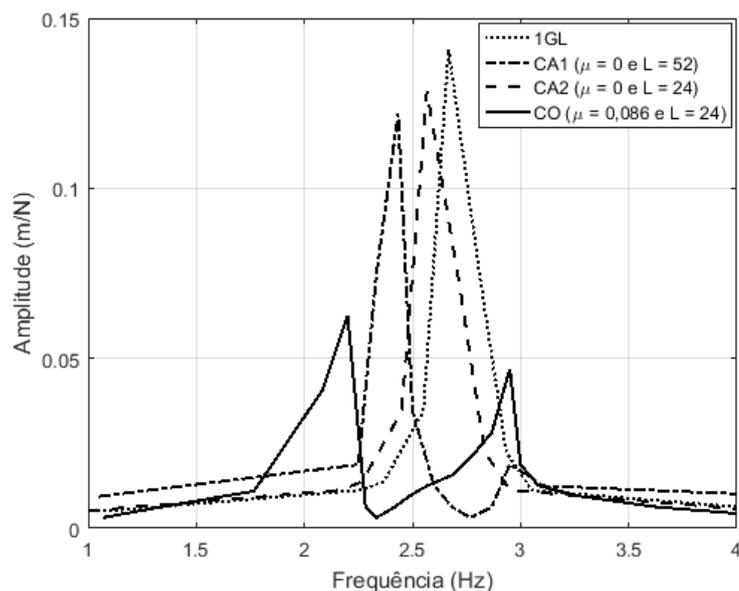


Figura 5. 71 – Comparação das FRF's dos sinais experimentais sob vibração forçada.

As ampliações das amplitudes de oscilação ao longo do tempo para os quatro experimentos realizados em vibração forçada foram sobrepostos na Figura 5.72.

Na figura, é possível perceber claramente que o AMS-PI – CO obteve as menores ampliações. A amplitude máxima para essa configuração é, aproximadamente, 1,9cm. Seguindo uma ordem crescente dessas ampliações, tem-se o AMS-PI – CA2, com amplitude máxima de 3,4cm e, com amplitudes praticamente iguais, tem-se os sistemas com 1GdL e com AMS-PI – CA1, os quais atingiram aproximadamente 4,2cm. O sistema com o AMS-PI – CO atenuou em 55% as amplitudes do sistema principal com 1GdL.

A CA1 apresentou comportamento muito semelhante ao do sistema principal e em muitas situações ambos os sinais se confundem.

A CO possui a menor variação de amplitude entre os picos adjacentes, com valores absolutos máximos inferiores a 0,05cm (2% da amplitude). Já a CA1 possui a maior variação entre essas amplitudes, apresentando variações de até 0,6cm (14% da amplitude) e picos máximos superiores aos picos do sistema principal.

As configurações 1GdL, CA1 e CO necessitam de, aproximadamente, 12s para entrar em regime permanente. A configuração CA2 não entrou em regime permanente e a amplitude de seus pulsos variou entre 2,9cm e 3,4cm (14% da amplitude).

O AMS-PI – CA1 apresenta os piores desempenhos nos ensaios de vibração forçada e o sistema com AMS-PI – CO apresenta os melhores.

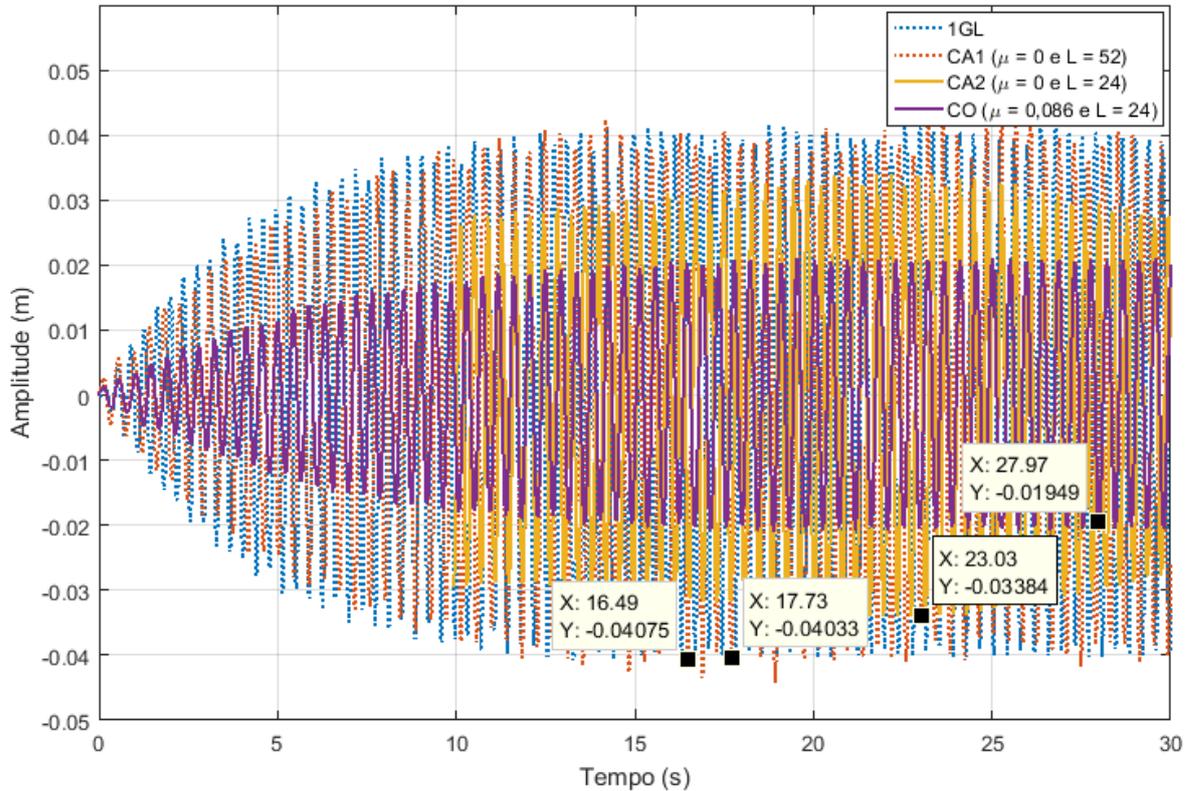


Figura 5. 72 – Comparação do sinal experimental para a evolução do deslocamento no tempo em vibração forçada.

5.4.6 Verificação da amplitude máxima para os pêndulos

As amplitudes máximas de oscilação dos pêndulos, para os três casos de AMS-PI, também são analisadas. Nesta etapa do estudo, apenas é verificado se a amplitude máxima do movimento do pêndulo permanece abaixo do limite de pequenos deslocamentos já mencionado anteriormente, onde $\text{sen}(\theta) \cong \theta$. Para a consideração de regime linear é adotado, neste trabalho, o ângulo máximo de 17° , o que corresponde a 0,3 radianos. As Figuras 5.73, 5.74 e 5.75 apresentam a evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI para cada caso. O deslocamento máximo é registrado quando após alguns minutos do início do movimento (aproximadamente 5 min), quando, aparentemente, a amplificação desses deslocamentos se estabiliza. A Figura 5.73 apresenta amplitudes máximas na ordem de 10° . A Figura 5.74 apresenta amplitudes máximas na ordem de 2° . A

Figura 5.75 apresenta amplitudes máximas na ordem de 11° . Esses valores implicam que o sistema oscila em vibração no regime linear segundo o critério adotado.

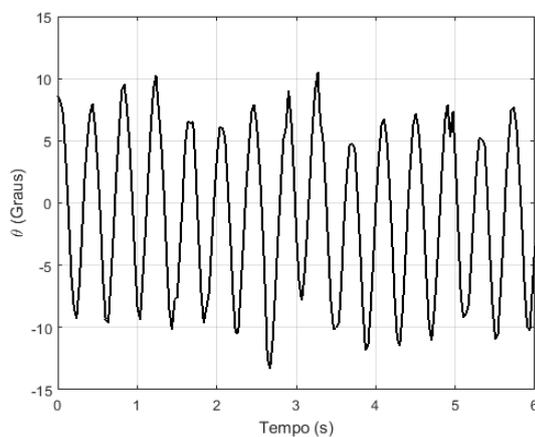


Figura 5. 73 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CA1.

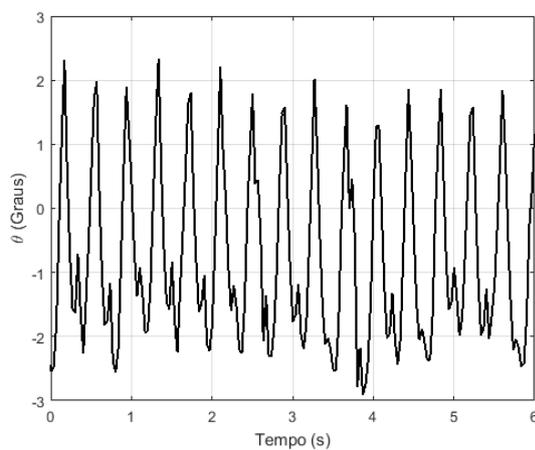


Figura 5. 74 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CA2.

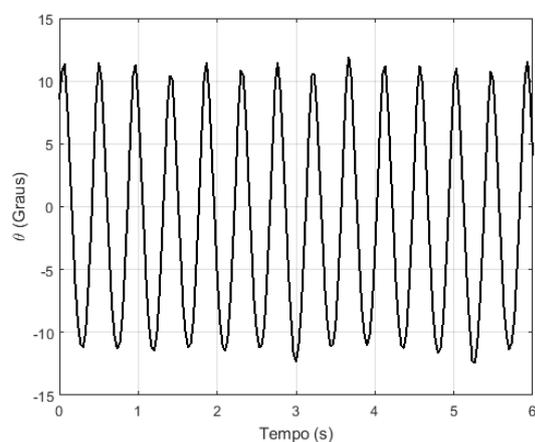


Figura 5. 75 – Evolução do deslocamento angular do pêndulo do AMS-PI – CO.

5.4.7 Verificação da linearidade física das molas utilizadas

Para o atendimento da linearidade física das molas utilizadas nesta etapa do trabalho, foi realizada a mesma análise apresentada no item 5.3.5 (vibração livre).

A Tabela 5.3 apresenta a análise das deformações dos ensaios em vibração forçada e indica que em todos eles as molas permanecem com deformações dentro do regime de linearidade física.

Tabela 5. 3 – Determinação do limite de linearidade física para as molas.

Ensaio	Pré tração [cm]	Deslocamento máximo [cm]	Deformação total [cm]	Limite linear [cm]	Regime linear
Vib For SP	5	4	9	12,3	Sim
Vib For CA1	5	4	9	12,3	Sim
Vib For CA2	5	3,4	8,4	12,3	Sim
Vib For CO	5	1,9	6,9	12,3	Sim

OBS: Em todos os aparatos experimentais as molas foram pré tracionadas em 5cm para que se mantenham firmes para as oscilações com amplitudes de até 4,5cm, aproximadamente.

5.4.8 Ações preventivas para situações adversas ocorridas nas etapas experimentais

No transcorrer deste trabalho ocorreram alguns problemas inesperados que foram solucionados, mas que demandaram algum tempo. Muitas situações simples podem atrasar o desenvolvimento no prazo previsto do programa experimental.

No sentido de contribuir com a prevenção deste tipo de contratempo, sugerem-se algumas ações preventivas para trabalhos futuros:

- Realizar um pré-projeto inicial: isso ajuda a obter valores adequados para dimensões, massas, rigidezes e amortecimentos. Com valores adequados é possível fabricar, posteriormente, todo o modelo 3D, mesmo que esses valores sejam levemente alterados.
- Atenção com o valor máximo de massa sobre a base deslizante: analisar qual o valor máximo que a base suporta para manter-se em movimento. A massa total

dos componentes, que foi prevista no pré-projeto, deve ser suportada pela base deslizante.

- Realizar medições precisas de toda sua bancada experimental, tirar diversas fotos e fazer alguns vídeos. Isso ajuda a obter informações importantes posteriormente.

- Ter em mão sempre: todas as ferramentas necessárias para a construção do aparato experimental, pois os equipamentos podem necessitar de manutenção e/ou ajustes inesperados. Ter disponível jogos de grampos de pressão (sargentos), elásticos (ligas), arame rígido, cola super bonder, parafusos diversos, régua, fita adesiva e pedaços de isopor.

- Atenção com o ajuste da altura do cabo que conecta o excitador à base deslizante. Foi construído um sistema para ajuste fino dessa altura, utilizando roldanas e suporte em “L” de ferro.

- Atenção com a altura de fixação do motor: precisa existir uma distância suficiente para acomodar o Disco que será fixado ao eixo do motor (nesse Disco será posicionado o “pino” excêntrico). Caso o motor seja fixado diretamente na base, não será possível instalar o Disco.

- Atenção com a excentricidade do “pino” no Disco: o valor para a excentricidade do “pino” no Disco do motor (amplitude do forçamento harmônico) deve estar adequado. Valores muito pequenos para essa excentricidade, além de dificultarem a leitura durante o ensaio, levarão à gráficos com escalas muito reduzidas. Valores muito elevados, além de dificultarem a leitura, podem causar problemas sérios nos momentos de ressonância do sistema (quebra do aparato Experimental).

- Sempre se programe para realizar, no mínimo, um ensaio completo de testes antes do ensaio real. Isso é importante para ter certeza que alguma situação inesperada não irá acontecer durante o experimento, depois de muitas horas de trabalho. É necessário testar, principalmente, em situações extremas, onde o aparato experimental é solicitado ao máximo.

- Utilizar um “pino” excêntrico muito rígido e muito bem fixado no Disco do motor. Isso impede que o pino seja arrancado, ou deforme, nos momentos em que o sistema esteja sujeito à esforços altos.

- Ter dissipador de calor e cooler para os transistores de potência. Ter elementos sobressalentes para substituição imediata.
- Utilize uma fonte e construa um circuito eletrônico que suportem a corrente de arranque do motor, que normalmente é muito mais alta que a corrente de operação do mesmo.
- Utilizar corda rígida e resistente: isso evita que o componente se rompa e/ou interfira nos resultados do ensaio.
- Identifique e retire todas “folgas” (falta de apertos) do aparato: Sempre que o aparato for montado e sempre que algum novo ensaio for iniciado, verificar todas as “folgas” do aparato experimental. Elas podem interferir nos ensaios no momento dos maiores deslocamentos e das maiores velocidades.

6 CONCLUSÕES

O estudo numérico experimental de controle com pêndulo invertido para um sistema principal em modelo reduzido, que foi desenvolvido neste trabalho, foi dividido em três etapas principais: teórica, experimental e resultados.

Na etapa teórica, um modelo de sistema dinâmico com um grau de liberdade (1GdL) translacional na direção horizontal é analisado. A esse sistema é acoplado um dispositivo de controle passivo na forma de pêndulo invertido (AMS-PI), passando assim a tratar-se de um sistema com dois graus de liberdade (2GdL). Nesta etapa, a formulação teórica adotada, para as análises em vibração livre e forçada, é apresentada.

Na etapa experimental, são apresentados: a bancada experimental; os equipamentos utilizados; o projeto e a construção do modelo reduzido com 1GdL e do AMS-PI; o projeto e a construção do excitador; e a metodologia utilizada. Nesta etapa, todos os equipamentos utilizados funcionaram satisfatoriamente e todos os pequenos imprevistos foram resolvidos de imediato. Não houve quebra de equipamentos, a qualidade da captura de imagens foi suficiente para realizar as análises numéricas e o trilho de ar proporcionou, de maneira muito eficiente, a redução do atrito entre base deslizante e corpo do trilho de ar.

Na etapa de resultados, são realizadas: uma análise de sensibilidade; uma otimização; as análises do parâmetro de rigidez rotacional k , para a estabilidade dos sistemas com dois graus de liberdade; as análises em vibração livre; as análises em vibração forçada; a comparação dos resultados obtidos por meio de simulações numéricas com os obtidos experimentalmente; e a comparação, entre si, dos resultados obtidos experimentalmente com a intenção de se demonstrar a eficiência de cada uma das configurações do AMS-PI. O deslocamento linear do sistema com 1GdL, ao longo do eixo X-X, é analisado experimentalmente, primeiro com o sistema em vibração livre e, posteriormente, com o sistema sob vibração forçada. O desempenho do AMS-PI é demonstrado para 3 configurações diferentes, são elas: configuração alternativa 1 – CA 1 ($l = 0,52 [m]$ e $\mu = 0$), configuração alternativa 2 – CA 2 ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0$) e configuração ótima – CO ($l = 0,24 [m]$ e $\mu = 0,086 (97g)$).

Os resultados da análise de sensibilidade são compatíveis com os resultados da otimização. Enquanto que no primeiro, os parâmetros encontrados foram $\mu = 0,09$ e $l = 0,25$ [m], no segundo, foram $l = 0,24$ [m] e $\mu = 0,086$.

Os resultados para as análises do parâmetro de rigidez rotacional k , indicaram que todas as três configurações de AMS-PI, adotadas, são estáveis. Para a configuração alternativa 1, configuração alternativa 2 e configuração ótima, os valores experimentais adotados foram respectivamente $k = 3,03$ [Nm/rad], $k = 2,79$ [Nm/rad] e $k = 2,23$ [Nm/rad].

Todos os valores de amortecimento encontrados neste trabalho foram muito pequenos, o que implica em valores de $\omega_n \cong \omega_d \cong \omega_{ress}$ para todos os casos analisados.

Resultados para as análises em vibração livre:

Para a análise do sistema principal, a frequência numérica ($\omega_d = 2,72$ [Hz]) foi 1,8% maior que a experimental ($\omega_d = 2,67$ [Hz]). A diferença entre esses valores, apesar de muito pequena, pode ser justificada por imprecisões no cálculo do coeficiente de rigidez k_c das molas utilizadas.

Para a análise da configuração alternativa 1, as frequências numéricas ($\omega_{d1} = 2,24$ [Hz] e $\omega_{d2} = 2,89$ [Hz]) apresentaram diferenças inferiores à 3,9% em relação às experimentais ($\omega_{d1} = 2,29$ [Hz] e $\omega_{d2} = 2,78$ [Hz]). O valor encontrado para o primeiro pico de ressonância é maior no sinal experimental, enquanto que para o segundo pico ocorre o oposto. Esse tipo de comportamento pode estar relacionado com diferenças entre o coeficiente de rigidez rotacional k utilizado na análise numérica e o que efetivamente acontece nos ensaios.

Para a análise da configuração alternativa 2, a FRF experimental apresentou apenas 1 frequência, em $\omega_{d1} = 2,54$ [Hz]. Para este caso, provavelmente o coeficiente de rigidez rotacional k é muito alto, o que reduz o deslocamento angular do AMS-PI para níveis insignificantes. O valor encontrado na análise numérica é 0,7% maior, o que pode ser desconsiderado.

Para a análise da configuração ótima, as frequências numéricas ($\omega_{d1} = 2,07$ [Hz] e $\omega_{d2} = 2,87$ [Hz]) apresentaram diferenças inferiores à 5,9% em relação às experimentais ($\omega_{d1} = 2,11$ [Hz] e $\omega_{d2} = 3,04$ [Hz]). A diferença entre os valores de frequência, apesar de muito pequena, pode ser justificada por imprecisões no

cálculo do coeficiente de rigidez k_c das molas utilizadas, uma vez que ambos os valores experimentais foram maiores que os numéricos.

A amplitude máxima de oscilação do pêndulo, para os três casos, permanece abaixo do limite de pequenos deslocamentos, onde $\text{sen}(\theta) \cong \theta$. Para a consideração de regime linear, neste trabalho, é adotado o ângulo máximo de 17° , o que corresponde a 0,3 radianos.

A análise da evolução da resposta no tempo para os quatro experimentos foi realizada. Todos os 4 sinais experimentais tiveram comportamentos coerentes com as simulações numéricas. As oscilações dos sistemas com 1GdL e com a CA2 necessitam de 150 segundos, aproximadamente, para serem reduzidas praticamente à zero, enquanto que as oscilações dos sistemas com a CA1 e com a CO necessitam de, aproximadamente, 25 segundos (6 vezes menos). O sistema com AMS-PI – CA2 apresentou os piores desempenhos para os ensaios em vibração livre e o sistema com AMS-PI – CO apresentou os melhores.

Resultados para as análises em vibração forçada:

O sinal do excitador foi analisado para diversas frequências de rotação e, para todas elas, foi confirmado que o formato do sinal do excitador é muito próximo de uma senóide. Em muitas situações os sinais, teórico e experimental, ficaram perfeitamente sobrepostos. Além disso, a amplitude do forçamento harmônico que o excitador é capaz de aplicar é de 2mm.

Para a análise do sistema principal, com $\omega = \omega_d$, o comportamento dos modelos, numérico e experimental, é próximo. A resposta experimental registra amplitudes maiores ao longo de todo o tempo de movimento. A amplitude máxima para o sinal experimental é de aproximadamente 4cm, enquanto que a amplitude do sinal numérico é de aproximadamente 3,1cm, 25% menor. Acredita-se que esse comportamento ocorreu porque a extremidade do trilho de ar, onde uma das molas é fixada, não é tão rígida quanto se pensava e a amplitude do forçamento que foi utilizado na análise numérica, $F_0 = 0,32 [N]$, pode estar um pouco menor que a realidade. Tanto a amplitude do sinal, quanto o coeficiente de rigidez apresentam incertezas em seus valores e, conseqüentemente, afetam o valor da amplitude do forçamento utilizado.

Para a análise da configuração alternativa 1, com $\omega = \omega_d$, o comportamento dos modelos é o mesmo registrado anteriormente, contudo, a diferença da amplitude entre os sinais chega a 38%.

Para a análise da configuração alternativa 2, com $\omega = \omega_d$, o comportamento dos modelos, numérico e experimental, é muito próximo, contudo não seguiu o comportamento dos ensaios anteriores. As amplitudes, no trecho comparado (75s até 100s), possuem valores semelhantes. Vale ressaltar que, problemas técnicos no experimento impediram o registro do sinal desde o início da aplicação do forçamento. Acredita-se que o padrão de comportamento apresentado aconteceu por 3 motivos: tempo necessário para a amplitude da oscilação da base deslizante estabilizar-se em seu valor máximo é maior que o tempo praticado em laboratório; a frequência do forçamento (ω) configurada no excitador foi levemente diferente da frequência natural amortecida (ω_d) do sistema principal; e o valor da razão de amortecimento (ξ) é muito pequeno, o que favorece o surgimento do fenômeno de batimento para casos de dois sinais senoidais com frequências muito parecidas.

Para a análise da configuração ótima, com $\omega = \omega_d$, o comportamento dos modelos, numérico e experimental, é muito próximo e está de acordo com o esperado. A amplitude máxima para o sinal experimental é de aproximadamente 2cm, enquanto que a amplitude do sinal numérico é de aproximadamente 2,3cm, 15% maior.

Para os 4 ensaios com $\omega = \omega_d$ os diagramas de fases foram construídos e analisados. Em todos os casos os diagramas indicaram oscilação em regime linear.

Os diagramas de Lissajous foram construídos para todas as 4 configurações e, assim, foi possível visualizar, para os diversos valores de frequência, qual é o valor da força (aproximadamente 0,32N) que é aplicada pelo excitador e quais são os deslocamentos registrados da base deslizante.

O gráfico da evolução do ângulo de fases ($0^\circ - 180^\circ$) em função da razão de frequências, para as 4 configurações, pôde ser construído a partir dos resultados extraídos dos diagramas de Lissajous. A partir deles foi possível visualizar, para os diversos valores de frequência, qual é a diferença de fase entre o sinal do excitador e o sinal de resposta da base deslizante. Os resultados experimentais estão coerentes com os numéricos.

A análise da evolução da resposta no tempo para os quatro experimentos foi realizada. O AMS-PI – CO, novamente, obteve os melhores resultados. Sua amplitude máxima atingiu, aproximadamente, 1,9cm. Seguindo uma ordem crescente dessas amplificações, tem-se o AMS-PI – CA2, com amplitude máxima de 3,4cm e, com amplitudes praticamente iguais, tem-se o sistema com 1GdL e o sistema com AMS-PI – CA1. Esse último AMS-PI apresenta os piores desempenhos nos ensaios de vibração forçada.

Em todas as comparações realizadas neste trabalho, os resultados numéricos foram relativamente próximos dos resultados experimentais, o que significa que a calibração dos parâmetros no modelo numérico foi realizada de maneira satisfatória.

A instalação de um amortecedor do tipo pêndulo invertido promoveu resultados satisfatórios no controle de vibrações de um sistema principal com um grau de liberdade. Além de minimizar a amplitude de vibração do sistema ao longo do tempo, a magnitude dos valores encontrados para os parâmetros μ e l , após otimização, mostrou-se adequada para a escada do modelo experimental reduzido. Os valores encontrados foram baixos e possibilitaram a construção de um AMS-PI eficiente.

A rotina desenvolvida em MATLAB por Colherinhas *et al.* (2016), cujo objetivo é a minimização da resposta máxima do sistema, mostrou-se eficiente para as análises realizadas. Os resultados, tanto para vibração livre, quanto para vibração forçada, tiveram melhor desempenho quando foi utilizada a configuração com os parâmetros ótimos.

Foi possível compreender que não existe apenas um par (μ, l) capaz de promover resposta mínima ao sistema. É possível notar que quando se utiliza um pêndulo com comprimento l maior, é necessário uma razão de massas μ menor para se minimizar a resposta do sistema. O oposto também acontece.

Foi possível verificar, conforme esperado, que o valor da amplitude de ressonância do sistema principal foi bastante reduzido após a instalação do AMS-PI, contudo as amplitudes dos picos de ressonância para os sistemas com 2GdL são maiores que as amplitudes do sistema principal, se analisadas para as mesmas frequências.

O modelo experimental reduzido mostrou-se muito sensível aos parâmetros k e μ , uma vez que pequenas variações nesses, implicaram em grandes divergências em relação aos resultados numéricos.

Sugestões para trabalhos futuros:

- Utilização de grandes deslocamentos no pêndulo, para que seja realizada uma análise não linear.
- Alterar a configuração do excitador, ou providenciar sua substituição, para que sejam realizados ensaios com tipos de carregamentos diferentes.
- Realizar ensaios com valores de μ, l, k, k_c diferentes dos presentes neste trabalho.
- Realizar ensaios com valores de c ajustáveis. Isso pode ser possível, experimentalmente, a partir da instalação de um mini amortecedor na base deslizante.
- Realizar ensaios cujo sistema principal já seja um pêndulo invertido, instalando um AMS para ele.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alkmim M. H.. Análise de um amortecedor de coluna de líquido sintonizado em uma turbina eólica sujeita a carregamento aleatório. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2017.
- ANH, N. D., MATSUHISA, H., VIETA, L. D., Yasuda, M. "Vibration Control of an Inverted Pendulum Type Structure by Passive Mass-Spring-Pendulum Dynamic Vibration Absorber". *Journal of Sound and Vibration*, 2007: p. 187-201.
- AVILA, S. M. Controle híbrido para atenuação de vibrações em edifícios. Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2002.
- AVILA, S. M.; PERRONI J. C.; BRITO, J. L. Controle de vibrações utilizando amortecedor de massa sintonizado na forma de pêndulo. XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, 2006, Campinas, SP, Anais da XXXII Jornadas, p. 1198-1207, 2006.
- AVILA SM, BARCELOS M, MORAIS M, *et al.* Vibration control of the set tower and wind turbine under the wind influence. In: 20th international congress of mechanical engineering COBEM, Brazil, November 2009. Brazil: ABCM.
- BERNARDES, P. L.; AVILA, S. M., COLHERINHAS, G. B., MORAIS, M. V. G. Optimization of inverted pendulum damper parameters for vibration control in tall buildings. *Cilamce 2017*, Florianópolis, Santa Catarina – Brasil.
- BERNARDES JÚNIOR, P. L.. Amortecedor tipo pêndulo invertido para controle de vibrações em edifícios altos. Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia, Faculdade Gama e Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2018.
- CARNEIRO, R. B. Controle de vibrações em edifícios altos utilizando amortecedor de massa sintonizado múltiplo (AMSM). Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, 2004.
- COLHERINHAS, G. B., MORAIS, M. V. G., SHZU, M. A. M., & Ávila, S. M. Genetic Optimization of Tower Vibrations with Pendulum TMD. *CILAMCE 2015*, XXXVI Ibero-Latin, 2015.

- COLHERINHAS, G. B., "Ferramenta de Otimização via Algoritmos Genéticos com Aplicações em Engenharia". Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília. Brasília, 2016.
- CHOPRA, A.K. Dynamics of Structures – Theory and Applications to Earthquake Engineering, New Jersey: Prentice-Hall, 1995.
- FUJINO, Y.; SOONG, T.T.; SPENCER JR., B.F. Structural control: basic concepts and applications, In: 1996 ASCE Structures Congress, 1996, Chicago.
- DERAEMAERKER, A., SOLTANI, P. "A short note on equal peak design for the pendulum tuned mass dampers" J Multi-body Dynamics, 2016.
- GERGES, R. R.; VICKERY, B. J. Optimum design of pendulum-type tuned mass dampers. The Structural Design of Tall and Special Buildings. (In press), 2005.
- GUIMARÃES P. V. B., AVILA S. M, [A]. Análise dinâmica linear de aerogeradores offshore. Projeto de Graduação em Engenharia Mecânica; Universidade de Brasília, 2013.
- GUIMARÃES P. V. B., AVILA S. M, [B]. Control of an offshore wind turbine modeled as discrete system. 2nd ECCOMAS Young Investigators Conference, 2013, Bordeaux, France.
- GUIMARÃES P. V. B., MORAES, M. V. G., AVILA S. M. Tuned Mass Damper Inverted Pendulum to Reduce Offshore Wind Turbine Vibrations. Springer International Publishing Switzerland, 2015. J.K. Sinha (ed.), Vibration Engineering and Technology of Machinery, Mechanisms and Machine Science 23, DOI 10.1007/978-3-319-09918-7_34.
- GUIMARÃES, P. V. B. Controle Semiativo de Modelo de Pêndulo Invertido para Aerogeradores Off-Shore. Dissertação de mestrado; Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2016.
- HOLMES, J. D. Listing of installations. Engineering Structures, Vol. 17, p. 676-678, 1995.
- HOMESTHETICS. [Online]. Acesso em 10/03/2018. Disponível em: <http://homesthetics.net/taipei-101-tower-in-taiwan-by-c-y-lee-partners/>.
- INMAN D. J.. Vibration with control, measurement and stability: Prentice Hall; 1989.
- JÚNIOR F. N M., CALUZI J. J., CARVALHO W. L. P.. O aparato de lissajous e o ensino experimental das vibrações mecânicas. VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciência – VII Enpec, 2009.

- JURUKOVSKI, D.; PETKOVSKI, M.; RAKICEVIC, Z. Energy absorbing elements in regular and composite steel frame structures, *Engineering Structures*, v.17, n.5, p. 319-333, 1995.
- LONDOÑO J. M., NEILD S. A., COOPER J. E.. Identification of backbone curves of nonlinear systems from resonance decay responses. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 348, p. 224-238, 2015.
- LOURENCO, R. Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper. Tese de Mestrado - Waterloo, Ontario, Canada, 2011.
- NASCIMENTO, Daniele Ramos. Controle da vibração de um edifício de múltiplos pavimentos. 2008. 59 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás. 2008.
- OLIVEIRA, F. S. “Critérios de Projeto para Amortecedor Tipo Pêndulo para Controle de Vibrações em Edifícios Altos”. Dissertação de mestrado; Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2012.
- OLIVEIRA FS, ZULUAGA AL, AVILA SM, BRITO JLV. Design criteria for a pendulum absorber to control high building vibrations. *International Journal of Innovations in Materials Science and Engineering*. 2014: p. 82-89.
- ORLANDO, D.; GONÇALVES P. B. Absorção pendular para controle de vibrações de torres esbeltas. XXVI CILAMCE Congresso Íbero Latino Americano de Métodos Computacionais em Engenharia, Guarapari, Espírito Santo, Brasil, 19-21 de Outubro de 2005.
- RILEY, M.A.; REINHORN, A.M.; NAGARAJIAH, S. Implementation issues and testing of a hybrid isolation system, *Engineering Structures*, v.20, n.3, p. 144-154, 1998.
- ROSA, S. S. F. R.; AVILA, S. M.; COELHO JÚNIOR, H. O.; SILVA, B. S. S.. Plataforma para controle de processos físicos em tempo real utilizando um pêndulo invertido. VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Paraíba, Brasil - CONEM 2010.
- SHZU M. A. M., MORAIS, M. V. G., DEL PRADO Z. J. G., AVILA, S. M.. Finite Element Analysis of a Wind Turbine Tower with a Pendulum Tuned Mass Damper. *Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics – DINAME*, 2015.

- SOONG, T.T. Active structural control, theory & practice, New York: John Wiley & Sons, 1990.
- SOONG, T. T.; DARGUSH G. F. Passive energy dissipation systems in structural engineering, John Wiley & Sons, Chichester, 1997.
- SPENCER, B. F.; SAIN, M. K. Controlling Buildings: a new frontier in feedback. Special Issue of IEEE Control Systems Magazine on Emerging Technology, Vol. 17, p. 19-35, 1997.
- SPENCER JR., B.F.; SOONG, T.T. New applications and development of active, semi-active and hybrid control techniques for seismic and nonseismic vibration in the USA, In: INTERNATIONAL POST-SMIRT CONFERENCE SEMINAR NOS SEISMIC ISOLATION, PASSIVE ENERGY DISSIPATION AND ACTIVE CONTROL OF VIBRATION OF STRUCTURES, 1999, Cheju, Korea.
- STEWART G. M., LACKNER M. A.. The effect of actuator dynamics on active structural control of offshore wind turbines. Engineering Structures. 2011: p. 1807-1816.
- SYMANS, M. D.; CONSTANTINOU, M. C. Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. Engineering Structures, Vol. 21, p. 469-487, 1999.
- TSAI, H; LIN, G. Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady-state response of support-excited and damped systems. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 22, p. 957-973, 1993.
- XUE, S. *et al.*. Mechanics and dynamics of intelligent passive vibration control system, Journal of Engineering Mechanics, v.123, n.4, p. 322-327, 1997.
- WILSON, C. M. D. Fuzzy control of magnetorheological dampers for vibration reduction of seismically excited structures. Flórida, 2005.
- ZULUAGA, A., L. “Controle de Vibrações em Edifícios Submetidos à Ação de Cargas Dinâmicas Utilizando Amortecedor de Massa Sintonizado na Forma de Pêndulo”. Dissertação de mestrado; Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, 2007.