

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE GEOMECÂNICA DA INJEÇÃO DE  
FLUIDOS EM SUBSUPERFÍCIE**

**LUIS CARLOS DE SOUSA JUNIOR**

**ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc.**

**TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA**

**PUBLICAÇÃO: G.TD-147/18**

**BRASÍLIA-DF: 17 DE SETEMBRO DE 2018.**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE GEOMECÂNICA DA INJEÇÃO DE FLUIDOS  
EM SUBSUPERFÍCIE**

**LUIS CARLOS DE SOUSA JUNIOR**

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
GEOTECNIA.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Manoel Porfírio Cordão Neto, DSc (UnB)  
(ORIENTADOR)**

---

**Prof. Igor Fernandes Gomes, DSc (UFPE)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

---

**Prof. André Pacheco de Assis, PhD (UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)  
BRASÍLIA/DF, 27 de setembro de 2018.**

---

**Prof. Eder Lima de Albuquerque, DSc (UnB)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**BRASÍLIA/DF, 27 de setembro de 2018.**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

SOUSA JUNIOR, LUIS CARLOS DE

Análise Geomecânica da Injeção de Fluidos em Subsuperfície [Distrito Federal] 2018  
xxii, 111 p., 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia, 2018).

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Petróleo

3. Métodos Numéricos

2. Geomecânica

4. Fraturamento Hidráulico

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

SOUSA JUNIOR, L. C. DE, 2018. Análise Geomecânica da Injeção de Fluidos em Subsuperfície. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-147/18, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 111 p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: Luis Carlos de Sousa Junior.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Análise Geomecânica da Injeção de Fluidos em Subsuperfície.

GRAU / ANO: Doutor / 2018.

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Eng. Luis Carlos de Sousa Junior

Rua Riachuelo, 92, Apto. 1046, Centro

20230-014 – Rio de Janeiro/RJ - Brasil

## DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho à minha família  
pelo incentivo ao trabalho e persistência nos estudos.  
Um agradecimento especial aos meus pais Luis e Maria e  
a Aline, Luis Gabriel e Arthur*

## **AGRADECIMENTO**

Agraço a instituição Universidade de Brasília pela educação de qualidade que me foi oferecida desde a graduação em Engenharia Civil e o mestrado em Estruturas até o doutorado em Geotecnia. Fico com a imagem de uma instituição que prima pela excelência acadêmica e que propicia aos seus estudantes um desenvolvimento intelectual de alto nível.

Estendo esse agradecimento ao qualificado corpo de professores da UnB, em especial àqueles do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Esses professores caracterizam-se por sólida formação acadêmica e grande dedicação ao ensino que permitem a transformação de estudantes em profissionais qualificados para a sociedade. O meu muito obrigado aos docentes da UnB.

Agradecimento ao professor orientador Manoel Neto pelos ensinamentos e por acreditar que poderíamos fazer um trabalho de pesquisa de ponta durante o doutorado. Destaco também sua habilidade em conduzir os estudos da tese considerando que eu dispunha de limitado tempo em função da minha atividade profissional.

Por fim, um agradecimento à PETROBRAS, empresa que trabalho a 14 anos. O curso de formação em Engenharia de Petróleo e a oportunidade de atuação como Engenheiro de Reservatórios ao lado de brilhantes profissionais foram fatores fundamentais para a minha formação técnica e para a condução do presente trabalho.

## RESUMO

A injeção de água é comprovadamente um mecanismo eficiente para o aumento da produtividade de reservatórios de petróleo. A eficiência desse mecanismo de recuperação depende, dentre outros fatores, da injetividade dos poços e das questões de integridade mecânica das formações rochosas.

A injeção de água sob pressão pode induzir mecanismo de fraturamento das formações rochosas, podendo aumentar a permeabilidade do meio por um lado, mas pode também comprometer o selo da rocha capeadora. Para avaliar esse problema, o presente trabalho apresentou uma estratégia de modelagem computacional do escoamento monofásico no meio poroso, transporte de calor e equilíbrio estrutural em torno de um poço injetor de água. Os estudos foram feitos considerando formações rochosas inconsolidadas e, portanto, com alta permeabilidade, baixa rigidez e resistência ao cisalhamento.

Dois modelos numéricos estruturais foram empregados, um baseado na solução estrutural dinâmica com integração explícita das relações constitutivas e um segundo modelo quase estático baseado no modelo viscoplástico de Perzyna. O modelo dinâmico é robusto no tratamento de não linearidades de material e condições de contorno, já o modelo quase estático se mostrou muito superior no desempenho computacional.

A principal contribuição do trabalho foi permitir avaliar o papel de um modelo viscoplástico de resistência ao cisalhamento no fraturamento das formações rochosas sob injeção de água considerando o efeito térmico. Os resultados obtidos permitiram concluir que a plastificação por cisalhamento é o mecanismo dominante no desenvolvimento de zonas de alta permeabilidade em torno de poços injetores de água.

Os efeitos poromecânicos também se mostraram importantes na plastificação e fraturamento das rochas inconsolidadas. A elevada permeabilidade associada ao alto Coeficiente de Biot promovem a elevação das tensões *in situ*, dificultando o fraturamento da rocha por tração.

## ABSTRACT

Water injection is a proven method to increase oil production in reservoirs. The efficiency of water injection as recovery method depends, among other factors, on well injectivity and rock integrity.

The injection of water under high pressure can induce rock failure that can increase the medium permeability, but can produce damage to cap rock on the other hand. In order to evaluate this problem, the present work presented strategies for computational modeling of monophasic flow in porous media, heat transport and structural equilibrium near injection well. The studies performed were done considering unconsolidated formations with high permeability, low stiffness and low shear strength.

Two numerical algorithms were employed for structural analysis, one based on a dynamic structural equilibrium with explicit integration of stress-strain constitutive models and other quasi-static model based on Perzyna's viscoplastic model. The dynamic model is more robust to consider non-linearities in material and boundary conditions, but the quasi-static mode seems to be computationally more efficient.

The main contribution of this work is evaluating the role of shear strength on rock fracturing under water injection. Results obtained allow us to conclude that shear plasticity is the main mechanism of rock failure and responsible to induce high permeability around injection wells.

Poromechanics effects also seem to be important for plasticity and failure of unconsolidated rock formations. High permeability associated to high Biot Coefficient of these formations promotes increase of in situ stress and avoid traction failure.

## SUMÁRIO

1. Introdução	1
1.1. Justificativa	3
1.2. Hipótese	3
1.3. Objetivos	4
1.4. Escopo da Tese	4
2. Revisão Bibliográfica	6
2.1. Contexto Geral: Reservatórios de Petróleo	6
2.2. Mecanismos de Recuperação de Petróleo	9
2.3. Recuperação de Petróleo com Injeção de Água	10
2.4. Injeção de Água com Propagação de Fraturas	11
2.5. Escoamento Multifásico em Meios Porosos	15
2.5.1. Comportamento de Hidrocarbonetos	16
2.5.2. Modelos Baseados em Volumes Finitos e Diferenças Finitas	17
2.5.3. Modelos Baseados no Método dos Elementos Finitos	18
2.6. Comportamento Mecânico	19
2.7. Acoplamento Hidromecânico	21
2.8. Fraturas	23
2.8.1. Deformabilidade de Fraturas	23
2.8.2. Hidráulica de Fraturas	25
2.8.3. Critério de Fraturamento Em Modo I	25
2.8.4. Zonas de Cisalhamento e Fraturamento Hidráulico	31
2.9. Efeito Térmico	34
3. Conceitos Básicos e Formulação Teórica	37
3.1. Equações Fundamentais	37
3.2. Relações Constitutivas do Fluido	38
3.2.1. Compressibilidade do Fluido	38
3.2.2. Deformação do Espaço Poroso	39
3.2.3. Velocidade de Escoamento no Meio Poroso	39
3.2.4. Velocidade de Escoamento na Fratura	40
3.3. Relações Constitutivas do Sólido Poroso Deformável	40
3.3.1. Princípio das Tensões Efetivas	40



3.3.2. Relações Tensão-Deformação	41
3.3.3. Deformações Viscopoplásticas	43
3.3.4. Deformações Térmicas	44
3.3.5. Fratura	45
3.3.6. Propagação de Fraturas	46
3.4. Dano Mecânico e Evolução da Permeabilidade	48
4. Formulação Numérica e Validação	51
4.1. Escoamento de Fluido e Transporte de Calor	51
4.2. Discretização da Equação de Equilíbrio	53
4.3. Equilíbrio Quase-Estático	55
4.4. Acoplamento entre Modelos	57
4.5. Modelo Computacional	58
4.6. Modelo Computacional de Propagação de Fraturas	59
4.7. Esforços Devido a Escavação	60
4.8. Validações	60
4.8.1. Estrutural	61
4.8.2. Fluxo no Meio Poroso	73
5. Estudos de Caso	77
5.1. Propagação Vertical de Fratura em um Meio Permeável	77
5.2. Injeção de Água em Arenito com Poço Vertical	80
5.2.1. Dados Gerais	81
5.2.2. Poropressão e Tensões Iniciais	83
5.2.3. Injeção de Água no Poço	85
5.2.4. Resposta Hidromecânica com Modelo Elástico	86
5.2.5. Resposta Hidromecânica com Modelo Viscopoplástico	88
5.2.6. Análise de Deslocamentos, Deformações e Tensões	90
5.2.7. Efeito da Temperatura	94
5.2.8. Efeito da Pressão de Injeção	95
5.2.9. Vazão de Injeção	96
5.3. Injeção de Água em Arenito com Poço Horizontal	97
6. Conclusões	102
6.1. Aspectos Numéricos e Computacionais	102
6.2. Casos Analisados	102

6.3. Sugestões de Pesquisas Futuras	103
Anexo - Relações Constitutivas Tensão-Deformação	105
Referências Bibliográficas	108

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Bacias Sedimentares brasileiras segundo Milani et al. (2007).	1
Figura 2.1– Acumulação de petróleo em uma estrutura anticlinal. Fonte: Enciclopédia Britânica (traduzida).	6
Figura 2.2- Processos de desenvolvimento da produção de um campo de petróleo.	7
Figura 2.3 – Figura ilustrativa de um sistema de produção offshore de petróleo. Fonte: Orłowski (2007) modificada.	8
Figura 2.4 – Modelo de deslocamento de óleo por água no meio poroso. (a) modelo de deslocamento imiscível 1D de Buckley & Leverett; (b) perfil do fluxo fracionário de água produzida em função da saturação média de água no meio poroso.	11
Figura 2.5 – Incremento de injetividade do poço devido ao fraturamento hidráulico.	12
Figura 2.6 – Alguns modelos utilizados na indústria para estudos de fraturamento hidráulico. (Adachia et al., 2007).	13
Figura 2.7 - Modelo de fraturamento com injeção de água acoplado ao escoamento multifásico no meio poroso e modelo estrutural (tensão- deformação) (Modificado de Ji et al., 2006).	14
Figura 2.8 - Mecanismos indesejados de propagação de fraturas. (a) propagação por longas distâncias horizontais, (b) propagação para fora do horizonte de interesse.	15
Figura 2.9 - Gráfico conceitual ilustrando o processo de convergência plástica de um algoritmo (a) elastoplástico baseado em Newton-Raphson ou <i>initial stress</i> – baseado em Smith & Griffiths (2007) - e (b) viscoplástico ou <i>initial strain</i> .	20
Figura 2.10 – Modelos estruturais para fraturas em rochas: (a) rocha fraturada em modo compressivo ( $\sigma_n > p$ ); (b) rocha fraturada em modo de tração ( $p > \sigma_n$ ).	24
Figura 2.11 – Concentração de tensões na ponta de uma fratura hidráulica pressurizada. (a) Modelo estrutural referente a uma fratura hidráulica pressurizada, (b) perfis de tensão horizontal ao longo do plano no qual a fratura está contida e (c) deformação plásticas desviadora para	27

dois níveis de resistência ao cisalhamento (20 e 30 graus de ângulo de atrito).

- Figura 2.12 – Fratura observada em experimentos de injeção de silicone fluido em um material particulado de quartzo: (a) 100 ml de silicone, (b) 200 ml, (c) 400 ml. As escalas na figura correspondem a 2,54 cm. Fonte: Germanovich et al. (2012). 32
- Figura 2.13 – (a) Seção de uma fratura induzida em um arenito pela injeção de um fluido viscoso (silicone) e (b) modelo conceitual. 32
- Figura 2.14 – Mecanismos de fratura hidráulico das formações rochosas em função da difusividade hidráulica e tipo de rocha, segundo Pak (1997). Extraído de Taghipoor et al. (2015). 34
- Figura 2.15 – Envoltória de resistência ao cisalhamento de Mohr-Coulomb para a situação de atrito original/estático e residual. 34
- Figura 2.16 – Figura esquemática que ilustra como a temperatura do fluido injetado evolui da plataforma até o fundo do poço em um ambiente offshore de águas profundas. A temperatura ambiente refere-se a temperatura da água do mar e das formações rochosas. 35
- Figura 2.17– Efeitos termomecânicos da injeção de fluido frio em torno de um poço. O resfriamento induzido pela água injetada reduz as tensões horizontais podendo até facilitar o fraturamento hidráulico da formação rochosa. 36
- Figura 3.1 – Equilíbrio de forças na parede da fratura hidráulica. 45
- Figura 3.2 – Integral J na ponta da fratura. 46
- Figura 3.3 – Integral J em um elemento fraturado. 47
- Figura 3.4 – Modelo de dano bilinear do sólido fraturado. A Integral J equivale ao produto da área sob a curva pela espessura da zona fraturada. 48
- Figura 3.5 – (a) Variação da tensão cisalhante durante um teste de cisalhamento direto de uma areia mostrando o comportamento de *hardening* seguido de *softening* (Shibuya et al. (1997), (b) modelo conceitual de dano a rigidez e resistência ao cisalhamento com a deformação plástica cisalhante empregado no presente trabalho. 49
- Figura 4.1– Modelo de discretização escoamento de um meio poroso por Volumes Finitos. 51

Figura 4.2 – Algoritmo de equilíbrio estrutural viscoplástico.	56
Figura 4.3 – Fluxograma de solução acoplada iterativa do problema termo-hidromecânico-dinâmico.	58
Figura 4.4 – Modelo de propagação de fratura em modo de tração. Visão no plano de propagação da fratura indicada como superfície livre	59
Figura 4.5 – Algoritmo de propagação de fraturas integrado ao equilíbrio estrutural.	60
Figura 4.6 - Modelo estrutural da sapata e malha de elementos finitos. Geometria e propriedade propostos por Smith & Griffiths (2004).	62
Figura 4.7 – Deslocamento vertical máximo em função da carga na sapata.	63
Figura 4.8 – Malha deformada (10x de exagero) mostrando o (a) deslocamento vertical e (b) a deformação plástica cisalhante.	64
Figura 4.9 – Modelo uniaxial para o caso elástico isotrópico drenado.	65
Figura 4.10 – Resposta mecânica do modelo uniaxial a uma variação uniforme de poropressão. (a) evolução das tensões vertical e horizontal (principais) com a poropressão, (b) trajetória de tensões dos modelos elástico e elastoplástico e (c) comparativo da evolução das tensões principais entre os modelos viscoplástico e dinâmico.	67
Figura 4.11 – Modelo de teste de tração na direção Y para validação do modelo constitutivo de tração. (a) Malha de elementos finitos e condições de contorno, (b) evolução da tensão normal da direção Y com a respectiva deformação normal.	70
Figura 4.12 – Placa parcialmente fraturada submetida à tração. (a) problema e condições de contorno, (b) campo de deslocamento Y (metro) elásticos da placa sob tração, (c) Tensão Desviadora, Tensão Mínima. Deslocamentos exagerados em 50x.	71
Figura 4.13 – Solução analítica para o coeficiente de concentração de tensões.	72
Figura 4.14 - Deslocamento máximo na direção do carregamento de tração na placa para modelos elásticos, elástico com propagação de fratura (Elástico_CDM) e viscoplástico-Tresca com modelo de propagação de fratura (Viscoplástico_CDM). Para o Tresca foi utilizada coesão de 1,0E6 Pa.	73

Figura 4.15 – Evolução da posição da ponta da fratura a partir da sua posição inicial (5m) para os modelos elástico, elástico com propagação de fratura (Elástico_CDM) e viscoplástico-Tresca com modelo de propagação de fratura (Viscoplástico_CDM). Para o Tresca foi utilizada coesão de 1,0E6 Pa.	74
Figura 4.16 – Malha deformada em 50x mostrando a evolução da tensão mínima e da posição da ponta da fratura em função da carga de tração para o modelo elástico.	75
Figura 4.17 – Poropressão no meio poroso nos instantes de tempo: 6, 18, 42 e 60 minutos.	76
Figura 4.18 – Modelo radial de fluxo. (a) Vista em mapa de topo mostrando malha e condições de contorno hidráulicas e (b) visão 3D do modelo com zoom próximo à parede do poço.	78
Figura 4.19 – Distribuição de poropressão com o raio de distância à parede do poço para regime estabilizado de fluxo. Previsão analítica e numérica com Volumes Finito baseado em Diferenças Finitas.	79
Figura 5.1 – Modelo de injeção de água em um meio poroso por meio de uma fratura aberta.	81
Figura 5.2 – Malha deformada (50x) em três instantes de propagação da fratura com (a) magnitude do deslocamento para fluido não penetrante e (b) poropressão para fluido penetrante. Os passos de tempo correspondem a 159, 718 e 1440 minutos, respectivamente.	82
Figura 5.3 – Tensão mínima ao final da simulação com indicação da posição da ponta da fratura para os casos com e sem infiltração do fluido da fratura ao final de 1440 minutos de injeção.	83
Figura 5.4 – Propriedades elásticas das rochas do modelo: (a) Coeficiente de Poisson, (b) Módulo de Elasticidade e (c) é o Coeficiente de Biot (0,56 a 0,97). Dimensões em metros.	85
Figura 5.5 – Malha de elementos finitos da região em torno do poço. Malha com 523.500 elementos finitos hexaédricos lineares e 555.100 nós.	87
Figura 5.6 – Deformação plástica cisalhante com detalhe na zona de deformação plástica cisalhante alinhada com a tensão mínima (máxima horizontal).	88

Figura 5.7 – Condições de contorno em plano horizontal que corta o modelo. (a) condições de contorno mecânicas e (b) condições de contorno hidráulicas.	89
Figura 5.8 – Resultado da simulação no modelo elástico após 9.504E05 segundos (11 dias) de injeção de água. (a) poropressão, (b) deslocamentos (m), (c) tensão mínima.	91
Figura 5.9 – Poropressão em diferentes instantes de tempo para (a) o fluxo desacoplado e (b) – (d) fluxo acoplado com modelo estrutural viscoplástico.	92
Figura 5.10 – Deslocamentos calculados no modelo viscoplástico após 9.504E05 segundos (11 dias) de injeção de água.	93
Figura 5.11 - Coeficiente de Poisson e zona de fraturamento hidráulico (ZFH) formada pelo volume de rocha que sofre deformação plástica cisalhante para os seguintes períodos de injeção de água: (a) inicial, (b) 1,037E05 segundos (1,2 dia), (c) 3,024E05 segundos (3,5 dias), (d) 5,184E+05 segundos (6 dias) e (e)/(f) 9,504E05 segundos (11 dias).	95
Figura 5.12 – Diagrama tensão média efetiva versus tensão desviadora no estado inicial no reservatório superior após 9,504E05 segundos (11 dias) de injeção de água. O diagrama também traz envoltórias de Resistência ao cisalhamento de Mohr-Coulomb para ângulo de Lode (theta) de 0 e 30 graus.	96
Figura 5.13 – Tensões calculadas nas formações rochosas após 9,504E05 segundos (11 dias) de injeção de água. (a) Tensão desviadora em escala log e (b) Tensão Média Efetiva.	96
Figura 5.14 – Resultado do modelo elástico considerando deformações térmicas em 5 anos de injeção de água fria. Região com propagação de fratura em modo I (tração) no arenito friável. A região da fratura foi filtrada pela tensão desviadora e a variável impressa na fratura é o deslocamento em Y.	97
Figura 5.15 – Zona de Fratura Hidráulico de acordo com modelo viscoplástico considerando deformações térmicas em 5 anos de injeção de água fria com pressão de injeção igual a tensão mínima inicial.	98

Figura 5.16 – Evolução da injeção de água com o tempo.	99
Figura 5.17 – Modelo geológico com Coeficiente de Poisson e malha de elementos finitos com 645.000 elementos hexaédricos de 8 nós.	101
Figura 5.18 – Visão do arenito superior friável e condições de contorno hidráulicas e posição do poço horizontal com pressão constante.	101
Figura 5.19 – (a) Poropressão final no arenito friável superior e (b) magnitude de deslocamento na malha deformada (1000x) após 9,504E05 segundos (11 dias) de injeção.	102
Figura 5.20 – Volume composto mostrando a distribuição de poropressão, a tensão mínima e a Zona de Fraturamento Hidráulico (ZFH) formada pelo volume de rocha plastificada em torno do poço horizontal após 9,504E05 segundos (11 dias) de injeção de água. Geometria deformada em 1000x sobre a magnitude do deslocamento.	103



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 - Distribuição da produção de petróleo e gás natural por bacia (Fonte: Boletim de Produção da ANP de janeiro de 2018).	2
Tabela 2.1 – Alguns procedimentos numéricos para análise de propagação de fraturas.	28
Tabela 4.1 – Interdependência de variáveis entre os problemas físicos modelados.	57
Tabela 5.1 – Parâmetros de resistência ao cisalhamento típicos das rochas, estimados a partir de perfis de poços de águas profundas (Sousa Jr et al., 2010).	84

## LISTA DE SÍMBOLOS

a	Abertura da fratura (m)
A	Área (m <sup>2</sup> )
A <sub>f</sub>	Área da fratura (m <sup>2</sup> )
b	Força de corpo (N/m <sup>3</sup> )
B <sup>(p,T)</sup> , B <sub>f</sub>	Fator volume formação da fase fluida
B	Relações deslocamento-deformação do elemento finito
c	Coesão (envoltória de Mohr-Coulomb) (Pa) Velocidade de propagação da onda de compressão (m/s) Calor específico (J/(kg.K))
C	Amortecimento estrutural (N.s/m <sup>4</sup> )
C <sub>c</sub>	Amortecimento estrutural crítico (N.s/m <sup>4</sup> )
c <sub>f</sub>	Compressibilidade do fluido (1/Pa)
CTOD	<i>Crack opening displacement</i>
CDM	<i>Continuous Damage Mechanics</i>
d	Variável de dano
D	Profundidade (m) Relações tensão-deformação (elásticas) (Pa)
D <sub>EP</sub>	Relações tensão-deformação elastoplásticas (Pa)
D <sub>ort</sub>	Relações tensão-deformação elásticas-ortotrópicas (Pa)
E	Módulo de Elasticidade (Pa)
EPT	Estado plano de tensão
EPD	Estado plano de deformação
F	Função de escoamento da rocha (Pa)
F <sub>ext</sub>	Força externa (N)
f <sub>int</sub>	Força interna (N)
f <sub>w</sub>	Fluxo fracionário de água (=vazão de água / vazão total)
G	Função potencial plástico da rocha (Pa) Energia desprendida de Griffith na propagação da fratura (J/m <sup>2</sup> )
G <sub>c</sub>	Energia desprendida crítica na propagação da fratura (J/m <sup>2</sup> )
g	Aceleração da gravidade (m/s <sup>2</sup> )
h	Espessura (m) Coeficiente de transferência de calor entre a rocha e o fluido (J <sup>0</sup> C).

H	Módulo de endurecimento isotrópico da rocha (Pa)
HFZ	<i>Hydraulic Fracture Zone</i>
II	Índice de Injetividade do poço (m <sup>3</sup> /s/Pa)
J	Integral-J (J/m <sup>2</sup> )
k	Permeabilidade efetiva do meio poroso (m <sup>2</sup> ) Condutividade térmica (W/(m·K)) Parâmetro de endurecimento isotrópico da rocha
k <sub>r</sub>	Permeabilidade relativa da fase fluida
k <sub>ini</sub>	Permeabilidade inicial do meio poroso (m <sup>2</sup> )
K <sub>b</sub>	módulo de deformação volumétrica seco da rocha (Pa)
K <sub>f</sub>	módulo de deformação volumétrica do fluido (Pa)
K <sub>I</sub>	coeficiente de concentração de tensões (N/m <sup>1.5</sup> )
K <sub>IC</sub>	coeficiente de concentração de tensões crítico (N/m <sup>1.5</sup> )
KGD	Modelo de fraturamento hidráulico Kristianovich-Geertsma-de Klerk
K <sub>S</sub>	módulo de deformação volumétrica da estrutura mineral da rocha (Pa)
LEFM	Mecânica Fratura Linear Elástica
L <sub>min</sub>	Comprimento mínimo no elemento finito (m)
M	Massa (kg)
N	Função de forma do elemento finito
NLFM	Mecânica Fratura Não-Linear Elástica
p	Pressão do fluido (Pa) Poropressão (Pa) Tensão média (invariante tensorial) (Pa)
P <sub>int</sub>	Pressão na face interna do modelo (Pa)
P <sub>ext</sub>	Pressão na face externa do modelo (Pa)
p <sub>fra</sub>	Pressão do fluido na fratura (Pa)
PKN	Modelo analítico de fratura Perkins-Kern-Nordgren
q	Tensão desviadora (invariante tensorial) (Pa) Vazão (m <sup>3</sup> /s)
q <sub>ε</sub> <sup>plast</sup>	Deformação plástica desviadora
r	Raio (m)
r <sub>e</sub>	raio externo do reservatório (radial) (m)
r <sub>w</sub>	raio do poço (m)

$S_f$	Saturação da fase fluida no meio poroso
$S_o$	Saturação de óleo no meio poroso
$S_{or}$	Saturação de óleo residual no meio poroso
$S_w$	Saturação de água no meio poroso
$S_{wi}$	Saturação de água irreduzível no meio poroso
$t$	Tempo (s)
$T$	Temperatura (K ou $^{\circ}\text{C}$ )
$\{t\}$	Vetor de forças de tração na superfície da fratura (N)
$u$	Deslocamento (m)
$\dot{u}$	Velocidade (m/s)
$\ddot{u}$	Aceleração ( $\text{m/s}^2$ )
$V$	Volume ( $\text{m}^3$ )
$V_b$	Volume de rocha ( $\text{m}^3$ )
$v_f$	Velocidade de escoamento da fase fluida (m/s)
XFEM	<i>Extended Finite Element Method</i>
$W_s$	Trabalho de deformação (J)
$W_i$	Volume de água injetado ( $\text{m}^3$ )
$\alpha$	Coefficiente de Biot Willis
$\alpha^T$	Coefficiente de dilatação térmica ( $1/^{\circ}\text{C}$ )
$\gamma$	Parâmetro de fluidificação ( $1/\text{Pa}$ )
$\Gamma$	Contorno
$\varepsilon$	Deformação
$\Delta p$	Variação da poropressão (Pa)
$\Delta t_{\text{crítico}}$	Passo de tempo crítico (s)
$\Delta T$	Variação de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )
$\Delta \tau$	Carga distribuída de tração em uma superfície livre ( $\text{N/m}^2$ )
$\varepsilon^T$	Deformação térmica
$\varepsilon^{vp}$	Deformação viscoplástica
$\dot{\varepsilon}^{vp}$	Taxa de deformação viscoplástica ( $1/\text{s}$ )
$\varepsilon^e$	Deformação elástica
$\varepsilon_t$	Deformação prescrita
$\varepsilon_{\text{vol}}$	Deformação volumétrica

$\varepsilon_{yy}$	Deformação normal na direção y
$\theta$	Ângulo de Lode (invariante tensorial)
$\lambda$	Multiplicador plástico
$\mu$	Viscosidade do fluido (Pa.s)
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\rho$	Massa específica (kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_{\text{sat}}$	Massa específica saturada da rocha (kg/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	Tensão (Pa)
	Tensão normal (Pa)
$\sigma'$	Tensão normal efetiva (Pa)
$\sigma_n$	Tensão normal a uma superfície (Pa)
$\sigma'_{yy}$	Tensão normal efetiva na direção y (Pa)
$\sigma'_{zz}$	Tensão normal efetiva na direção z (Pa)
$\sigma_{zz}$	Tensão normal na direção z (Pa)
$\sigma_{yld}$	Tensão de escoamento (Von Mises) (Pa)
$\sigma'_m$	Tensão média efetiva (invariante tensorial) (Pa)
$\varphi$	Porosidade
	Ângulo de dilatação (rad)
$\omega$	Frequência natural de vibração estrutural (rad/s)

## 1. INTRODUÇÃO

A produção brasileira de petróleo alcançou a marca de 528,202 m<sup>3</sup> (3,322,294 barris) de óleo equivalente por dia, segundo o boletim de produção de janeiro de 2018 emitido pela Agência Nacional de Petróleo (ANP). Também segundo a ANP, as reservas estimadas brasileiras em 2017 são da ordem de 2,03 bilhões de m<sup>3</sup> (12,8 bilhões de barris) de óleo. De acordo com o anuário estatístico de 2017 da ANP, o Brasil é nono maior produtor de petróleo do mundo.

As reservas e a produção mencionada anteriormente evidenciam o alto potencial produtivo de petróleo das bacias sedimentares brasileiras, que estão presentes em grande parte do território nacional. O mapa da Figura 1.1, apresentado por Milani et al. (2007) mostra a distribuição dessas bacias, tanto na parte continental quanto marítima.

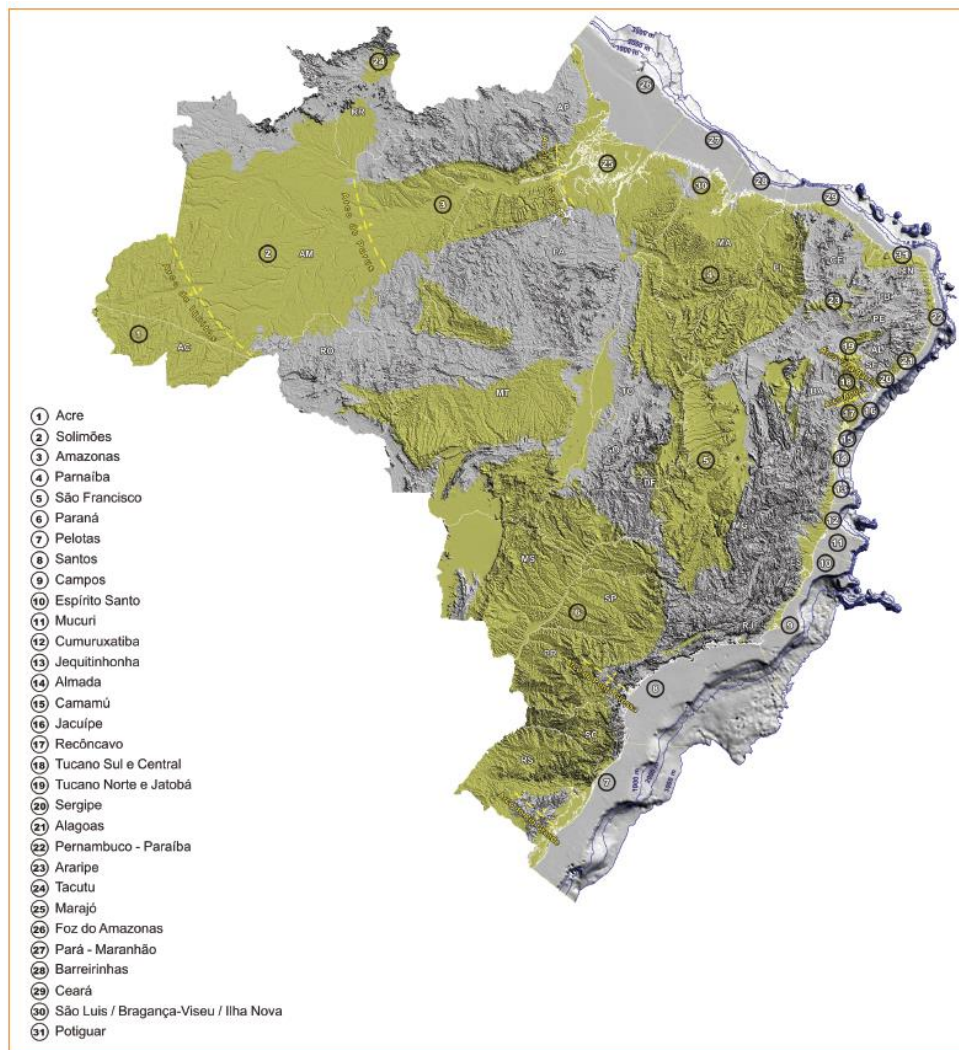


Figura 1.1 – Bacias Sedimentares brasileiras segundo Milani et al. (2007).

O mesmo boletim da ANP divulga a produção nacional de petróleo e gás natural por bacia sedimentar, os números estão na Tabela 1.1. É possível perceber que a maior parte da produção advém de duas bacias principais, a de Santos e a de Campos, ambas *offshore*.

Tabela 1.1 - Distribuição da produção de petróleo e gás natural por bacia (Fonte: Boletim de Produção da ANP de janeiro de 2018).

Bacia	Petróleo (bbl/d)	Gás Natural (Mm <sup>3</sup> /d)	Produção Total (boe/d)	Nº Campos Produtores
Santos	1.204.592	57.444	1.565.907	10
Campos	1.251.616	23.483	1.399.318	41
Solimões	19.430	11.530	91.949	7
Espírito Santo	35.005	2.597	51.340	42
Potiguar	44.145	971	50.255	80
Recôncavo	31.051	2.132	44.463	78
Parnaíba	50	6.134	38.629	5
Sergipe	22.164	2.487	37.806	21
Camamu	422	4.441	28.353	1
Alagoas	2.821	1.097	9.718	12
Ceará	3.896	71	4.341	4
Tucano Sul	1	34	215	4
<b>Total Geral</b>	<b>2.615.193</b>	<b>112.420</b>	<b>3.322.294</b>	<b>305</b>

Obs:

bbl: barril (1 bbl = 0,159 m<sup>3</sup>)

boe: barril de óleo equivalente por dia. 1 bbl de óleo equivale a 1000 boe de gás.

Mm<sup>3</sup>: mil m<sup>3</sup>

Elevadas produtividades de hidrocarboneto são alcançadas e mantidas com o emprego de método suplementar de recuperação de petróleo. A injeção de água nos reservatórios é um método muito utilizado no mundo, e consiste em injetar um fluido não miscível para promover o deslocamento do óleo no meio poroso. Além do efeito de deslocamento, a injeção de água também ajuda a manter os níveis de proressão do reservatório. Comprovadamente, o emprego dessa técnica eleva a produção de petróleo e maximiza a recuperação final.

Dependendo da composição dos fluidos produzidos, também se faz necessário reinjetar no reservatório outros fluidos além de água. No caso de reservatórios do pré-sal da Bacia de Santos, boa parte dos reservatórios são portadores de contaminantes, como, por exemplo, o CO<sub>2</sub>

(Formigli Filho et al., 2009). Esses contaminantes são separados do óleo e do gás e podem ser reinjetados no reservatório.

Portanto, a concepção e operação de um sistema de produção de petróleo requer o conhecimento de algumas questões relativas à operação do sistema de injeção de fluidos, dentre as quais cabe destacar:

- Qual é a vazão máxima de injeção nos poços?
- Qual é a pressão máxima de fundo dos poços injetores de modo a manter a injeção contida na formação rochosa de interesse e também evitar a irrupção (*breakthrough*) do fluido injetado?

## **1.1. JUSTIFICATIVA**

As respostas a essas questões ajudam a dimensionar e otimizar a injeção de fluidos nos reservatórios (água e gás) e maximizar a produção de petróleo. Para atender a demanda de volume de injeção de fluidos no reservatório, os poços injetores devem operar sob elevada pressão, podendo, a depender das condições geomecânicas, induzir fraturas na formação.

Há na literatura modelos clássicos de propagação de fraturas, como o PKN ou KGD, que apesar da sua robustez analítica, simplificam consideravelmente o comportamento mecânico das formações das rochas, empregando relações elásticas homogêneas e isotrópicas que nem sempre são válidas. Além disso, esses modelos assumem formas simplificadas para a geometria da fratura, sem levar em conta as heterogeneidades do meio rochoso no qual a fratura hidráulica se propaga.

O presente trabalho também investigará o efeito da temperatura do fluido injetado no fraturamento das formações rochosas, uma vez que a tensão térmica pode reduzir significativamente as tensões nas formações rochosas e, portanto, facilitar o fraturamento.

## **1.2. HIPÓTESE**

O modelo constitutivo elastoplástico com superfície de plastificação do tipo Mohr-Coulomb, em conjunto com um modelo de propagação de fraturas em modo de tração, é capaz de reproduzir de maneira adequada a plastificação da rocha e o desenvolvimento de fraturas durante a injeção de água fria em formações rochosas.



### **1.3. OBJETIVOS**

A presente tese propõe estudar o problema de injeção de água sob alta pressão em reservatórios de formações rochosas inconsolidados, considerando aspectos hidráulicos, poromecânicos e térmicos.

Pretende-se avaliar numericamente a evolução das tensões e deformações nas formações rochosas durante a injeção de água fria sob alta pressão no meio poroso, empregando também algoritmos de propagação de fraturas de tração. Ao final, é possível quantificar a deformação plástica e o fraturamento das formações rochosas.

### **1.4. ESCOPO DA TESE**

A tese pretende estudar problemas de propagação de fraturas hidráulicas induzidas pela injeção de água fria em formações rochosas permeáveis, pouco rígidas e de baixa resistência ao cisalhamento e tração. A formação rochosa de interesse será um típico arenito inconsolidado a cerca de 1500 m de soterramento capeado por folhelhos com comportamento elastoplástico dúctil.

A propagação de fraturas será avaliada por meio de modelo de dano contínuo baseado no conceito da Integral  $J$ . Esse modelo emprega um contorno de integração específico para a solução da Integral  $J$  que simplifica a sua solução. Considerando que os problemas que serão aqui abordados possuem geometria e condições de contorno bem definidas, foi empregado um caminho pré-definido para a propagação de fraturas.

Para tanto, emprega-se modelos numéricos que irão abranger a região em torno do poço, podendo chegar a poucas centenas de metros. O propósito é modelar os processos mecânicos que surgem nas formações rochosas na medida em que se injeta água sob diferentes pressões.

No Capítulo 2 será apresentada uma contextualização geral de um sistema de produção de petróleo e o papel da injeção de água nos reservatórios. Será feita uma revisão bibliográfica de alguns aspectos relativos à injeção de água em reservatórios de petróleo, a modelagem do escoamento em reservatórios, a modelagem tensão-deformação e a mecânica do fraturamento.

No Capítulo 3 são apresentados os fundamentos teóricos relativos à injeção de água fria em reservatórios com propagação de fraturas hidráulicas. Equações de escoamento em meios porosos, transporte de calor e equilíbrio estrutural são apresentadas em conjunto com as relações constitutivas que regem os fenômenos.

O Capítulo 4 trata dos métodos de solução adotados na tese. Descreve-se a formulação em volumes finitos e diferenças finitas adotada para o escoamento em meios porosos e o modelo em elementos finitos para o equilíbrio estrutural. Duas abordagens para o equilíbrio estrutural são apresentadas, uma dinâmica explícita e outra quase estática com formulação viscoplástica. Alguns aspectos computacionais são descritos nesse capítulo e também são apresentados alguns casos de validação para as soluções numéricas implementadas.

O Capítulo 5 apresenta três estudos de caso no qual foram empregadas as soluções numéricas-computacionais descritas no Capítulo 4. O primeiro caso trata de um problema de propagação vertical de uma fratura hidráulica em um meio poroso. O segundo e terceiro casos referem-se a modelagem do problema de injeção de água sob alta pressão em poços vertical e horizontal, respectivamente.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. CONTEXTO GERAL: RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO

Os reservatórios de petróleo são rochas porosas e permeáveis preenchidas com hidrocarbonetos que podem estar na fase oleica ou gasosa, dependendo de suas características químicas e das condições de temperatura e pressão. Na natureza, a estrutura anticlinal, ilustrada na Figura 2.1, é um ambiente típico de trapeamento do petróleo, no qual o gás preenche a porção mais superior da estrutura e a coluna de óleo vem em seguida antes do aquífero, obedecendo às densidades dos fluidos. A rocha capeadora (*cap rock*) se localiza imediatamente acima do reservatório, provendo o selo hidráulico responsável por manter o petróleo dentro da estrutura do reservatório. Suas principais características são: a maleabilidade para evitar fissuras durante eventos tectônicos, a baixa permeabilidade e a capacidade de prover selo capilar ao petróleo.

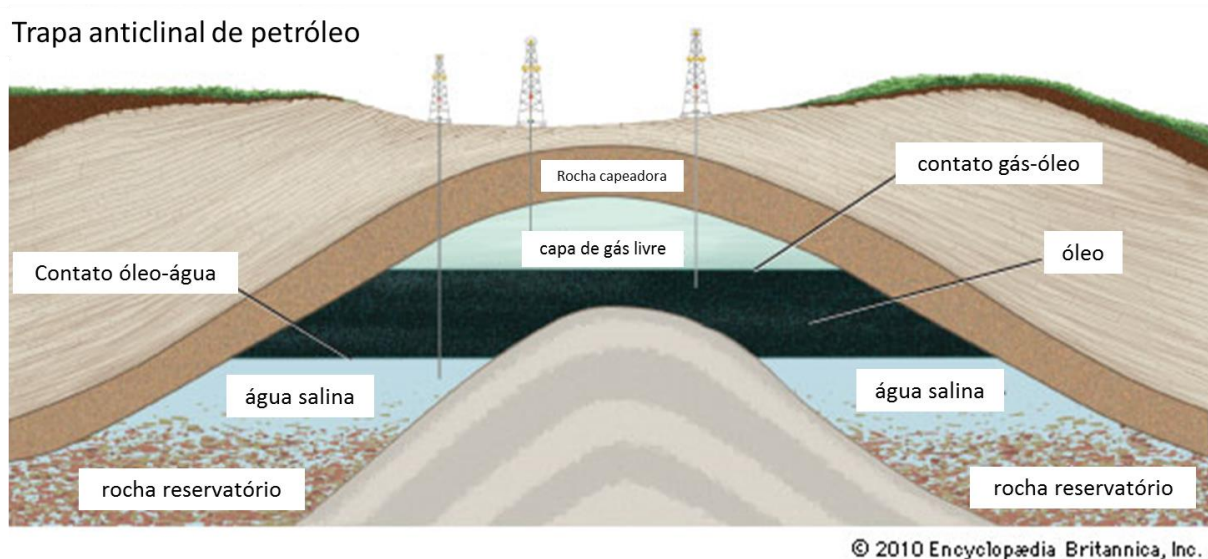


Figura 2.1– Acumulação de petróleo em uma estrutura anticlinal. Fonte: Enciclopédia Britânica (traduzida).

Uma vez formada a estrutura de acumulação de petróleo, é necessário haver a migração de petróleo da rocha geradora para o reservatório, que pode se dar por falhas geológicas ou camadas permeáveis. Todo esse processo de formação de um reservatório de petróleo requer sincronismo temporal entre a deposição das camadas geológicas, geração, migração e trapeamento de hidrocarbonetos (Thomas, 2004). Esses requisitos ajudam a explicar porque a formação de um reservatório de petróleo é rara e limitada a algumas poucas áreas do planeta.

As rochas capeadoras (*cap rock*) são comumente os folhelhos ou as rochas salinas (reservatórios sub-sal). Essa última tem maior eficiência de selo do reservatório, devido: i - a característica de fluência que permite absorver deformações tectônicas sem fraturar, e; ii - ao elevado nível de tensões confinantes horizontais (próximo a vertical), que inibe processos de fraturamento hidráulico.

Os tipos de rocha reservatório mais comuns são os arenitos e os carbonatos, porém, existem os reservatórios não convencionais, dentre os quais cabe destacar os folhelhos (*shale*) e os basaltos, no qual o óleo se acumula nas fraturas naturais existentes no maciço rochoso.

Entre a descoberta e a produção final de um reservatório de petróleo, ocorrem diversas atividades que vão da investigação do volume poroso e qualidade do reservatório até a implantação de um sistema de drenagem e escoamento. A Figura 2.2 ilustra os principais processos.

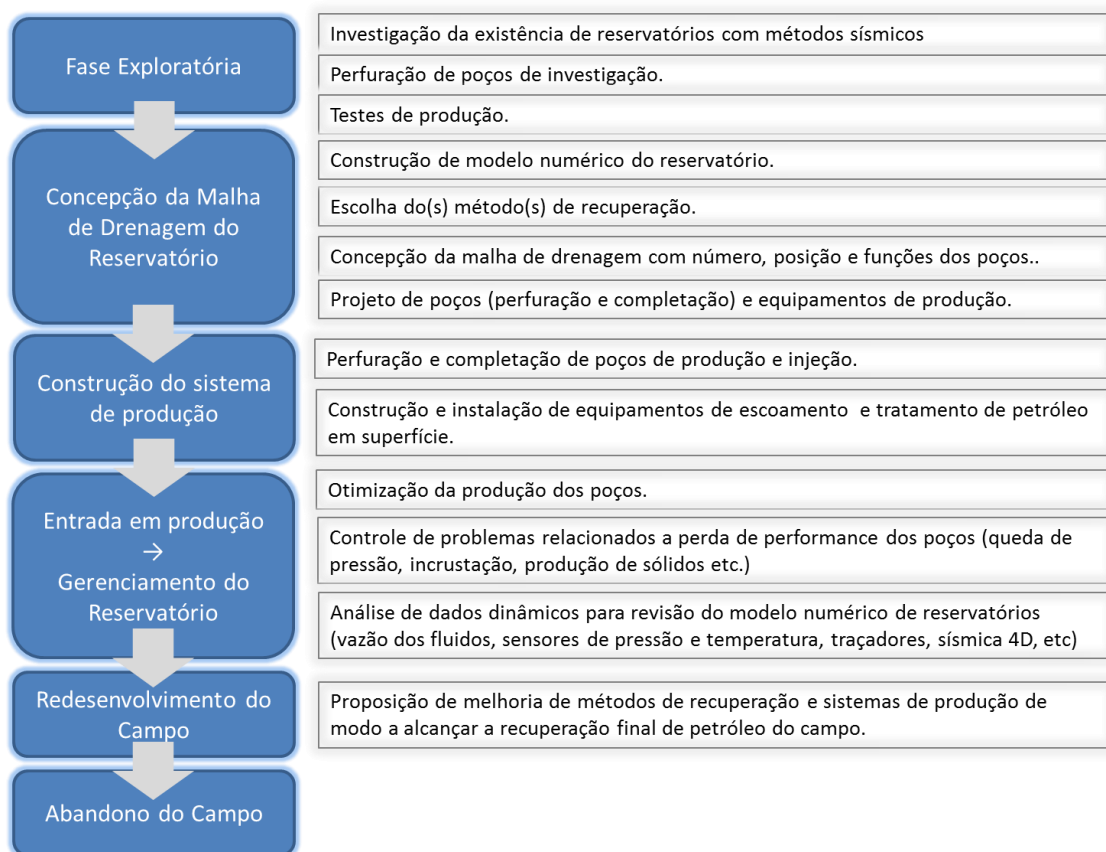
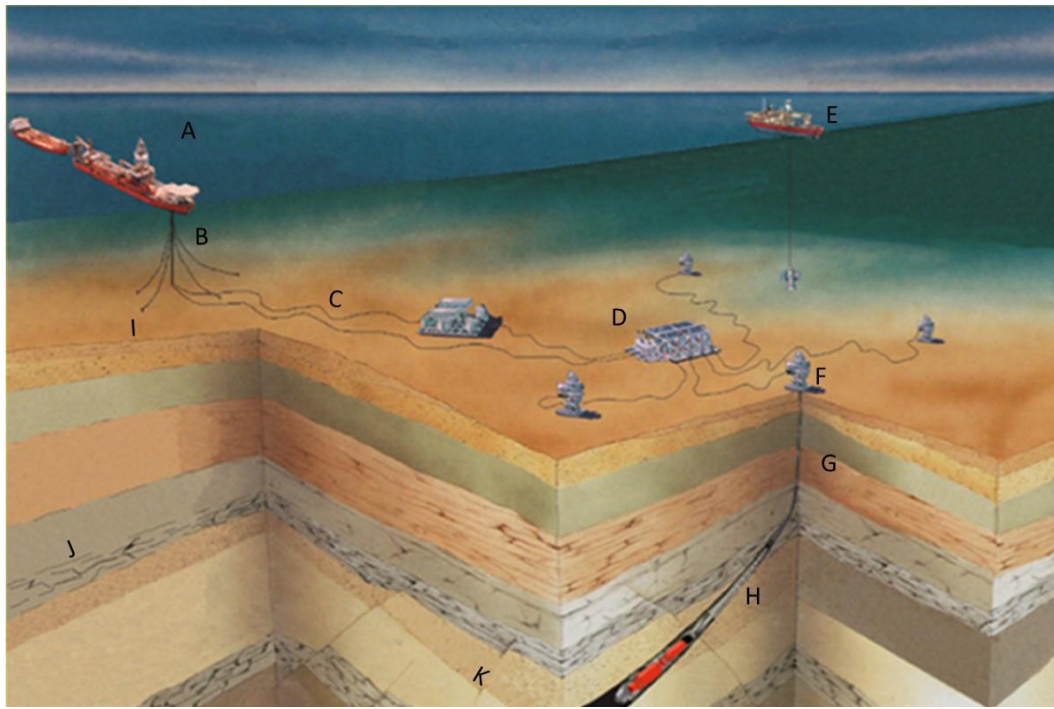


Figura 2.2- Processos de desenvolvimento da produção de um campo de petróleo.

Para drenar o petróleo de um reservatório *offshore* é necessário instalar um sistema de produção que consiste em uma infraestrutura de tubulações que levam os fluidos drenados para

uma Unidade Estacionária de Produção - UEP, ou simplesmente plataforma de produção. A Figura 2.3 ilustra um sistema de produção *offshore*.



- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| A: Unidade Estacionária de Produção. | G: Poço.                                   |
| B: Riser e ancoragem.                | H: Sistema de Completção de Fundo de Poço. |
| C: Dutos de escoamento.              | I: Fundo Marinho.                          |
| D: Manifold.                         | J: Rocha Capeadora.                        |
| E: Sonda de perfuração.              | K: Rocha Reservatório.                     |
| F: Árvore de Natal.                  |  |

Figura 2.3 – Figura ilustrativa de um sistema de produção offshore de petróleo. Fontes: Petrobras (2006) e Orłowski (2007) modificadas.

A drenagem do petróleo passa, em linhas gerais, pelas seguintes etapas:

1) Escoamento no reservatório. Os fluidos escoam no meio poroso em direção ao fundo do poço, onde o potencial hidráulico é menor. Ao chegar lá, os fluidos passam pelos equipamentos de completção de fundo do poço, que constituem a interface do poço com o reservatório.

2) Os fluidos escoam pela coluna de produção até o sistema de “cabeça de poço”, onde está a Árvore de Natal Molhada – ANM, que é um equipamento localizado no fundo marinho cuja função é controlar o poço. Durante o escoamento, o fluido despressuriza em decorrência do seu deslocamento vertical e da perda de carga na tubulação, promovendo a expansão dos fluidos e dissolução de gás.

3) Após passar pela ANM, o fluido escoar por uma tubulação no fundo marinho até alcançar a posição da plataforma. Nesse momento, ele entra no trecho vertical da tubulação, conhecido como *riser*.

Ao chegar na plataforma de produção, o petróleo entra em um tanque separador e as fases óleo, água e gás seguem para diferentes destinos. A água produzida é, em geral, tratada e descartada no mar dentro de especificações técnicas definidas por órgãos reguladores (CONAMA, 2007), ou reinjetada no reservatório. O óleo pode ser exportado via oleoduto ou armazenado na UEP para posterior descarregamento em navio aliviador, mas em ambos os casos, o objetivo é transportar o óleo para uma refinaria. O gás é utilizado para gerar energia para a UEP e o restante é exportado via gasoduto ou queimado dependendo do escopo do sistema de produção.

## 2.2. MECANISMOS DE RECUPERAÇÃO DE PETRÓLEO

Para conceber um plano de drenagem que maximize a recuperação do petróleo de forma financeiramente atrativa, é necessário conhecer os mecanismos de produção do reservatório. Rosa et al. (2006) agrupa esses mecanismos em:

- **Recuperação primária.** O princípio básico desse método é drenar o petróleo a partir da energia natural do reservatório (Ahmed, 2000). Para que os mecanismos naturais de produção funcionem, é necessário promover a queda da poropressão (depleção) de forma a permitir que a expansão dos fluidos (óleo, gás e água) e contração do espaço poroso expulsem o petróleo do reservatório.

- **Recuperação secundária.** Método de recuperação complementar à recuperação primária baseado na injeção de água ou gás imiscível (Ahmed, 2000). Esse método preconiza que, além de manter a pressão do reservatório em níveis elevados, os fluidos injetados desloquem o óleo em direção aos poços produtores, acelerando a recuperação do petróleo.

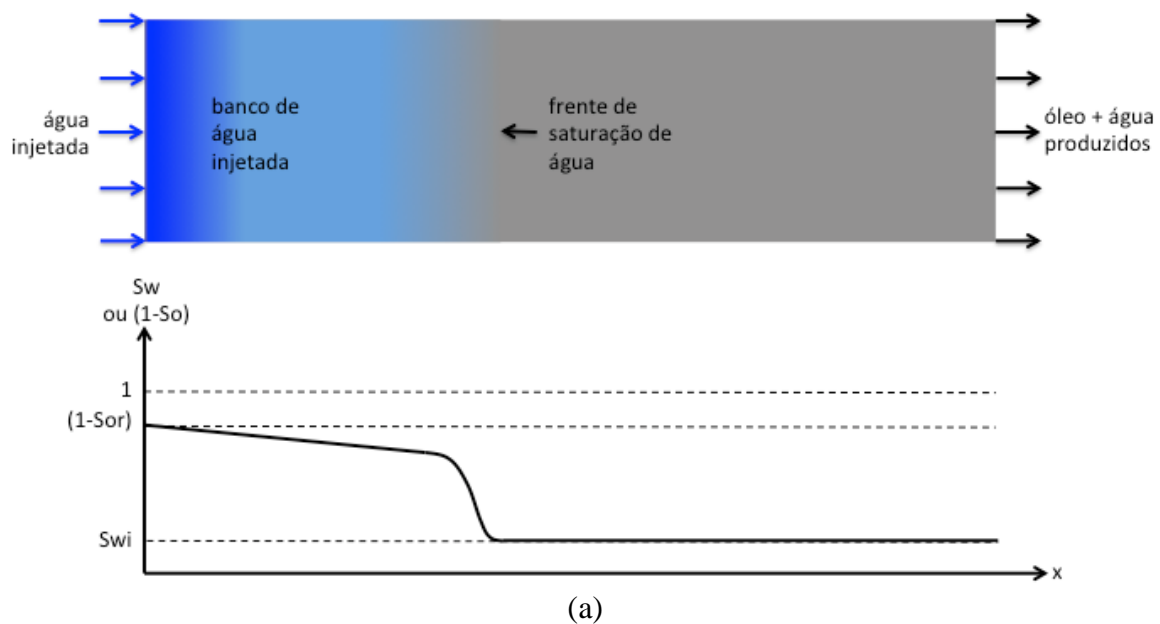
- **EOR – *enhanced oil recovery* (EOR).** Esse grupo de métodos especiais de recuperação inclui a injeção miscível de gás, injeção química e os métodos térmicos (*US Department of Energy*). Usualmente, emprega-se esses métodos quando já foi alcançada uma parte significativa da recuperação secundária ou quando existe grande volume de gás disponível para injeção. Já os métodos térmicos são empregados, em geral, nos casos no qual o óleo é altamente viscoso e há a necessidade de incrementar a sua mobilidade por meio do aquecimento pela injeção de um fluido aquecido (vapor).

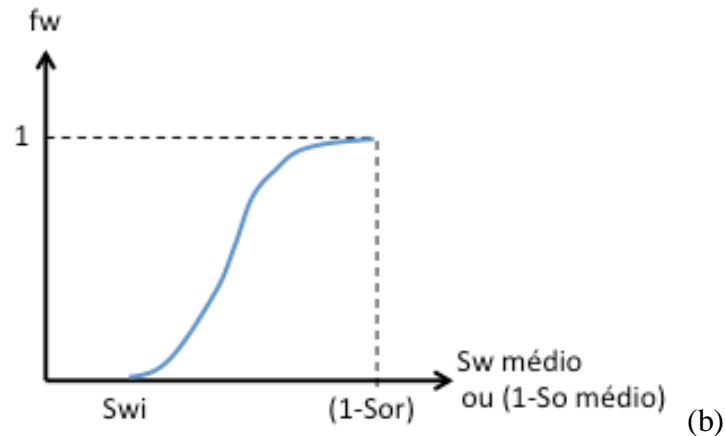
O emprego de métodos EOR pode se dar desde o princípio da vida produtiva do reservatório, seja por necessidade de viabilização da produção ou pela disponibilidade de recursos naturais (gás, CO<sub>2</sub>) e infra-estrutura de processamento e escoamento de fluidos. O emprego antecipado desses métodos pode acelerar a recuperação do petróleo e maximizar o retorno econômico dos sistemas de produção.

### 2.3. RECUPERAÇÃO DE PETRÓLEO COM INJEÇÃO DE ÁGUA

Dois aspectos principais justificam a injeção de água em reservatórios para recuperação suplementar de petróleo: evitar queda da proressão no meio poroso de modo a manter o potencial de produção dos poços; e garantir o deslocamento do óleo em direção aos poços produtores para aumentar a recuperação final do petróleo.

Segundo Rosa et al. (2006), Buckley & Leverett (1942) apresentaram um modelo matemático capaz de representar o deslocamento de óleo por um fluido imiscível (água). Os autores consideraram fluidos viscosos incompressíveis cuja velocidade de escoamento é regida pela permeabilidade relativa de cada um dos fluidos no meio poroso. O modelo permite entender como a injeção de água reduz a saturação de óleo no meio poroso até a saturação residual, com o progressivo aumento da produção de água. A Figura 2.4 ilustra o processo de deslocamento do óleo pela água injetada e a evolução da saturação de óleo no meio poroso conforme esse modelo.





$S_w$ : saturação de água.

$S_{wi}$ : saturação de água irreduzível.

$S_o$ : saturação de óleo.

$S_{or}$ : saturação de óleo residual.

$f_w$ : fluxo fracionário de água (=vazão de água / vazão total).

Figura 2. 4 – Modelo de deslocamento de óleo por água no meio poroso. (a) modelo de deslocamento imiscível 1D de Buckley & Leverett; (b) perfil do fluxo fracionário de água produzida em função da saturação média de água no meio poroso.

## 2.4. INJEÇÃO DE ÁGUA COM PROPAGAÇÃO DE FRATURAS

Baseado nesse modelo de Buckley & Leverett (1942), pode-se supor que a injeção de água com propagação de fraturas traz benefícios para a recuperação de petróleo, uma vez que a fratura pode elevar a vazão de injeção de água, promovendo, por conseguinte, uma drenagem mais rápida do petróleo.

O gráfico da Figura 2.5 ilustra o comportamento usual da pressão de fundo de um poço injetor em função da sua vazão. A relação entre essas variáveis tem uma tendência linear para baixas pressões, sendo que o coeficiente angular dessa reta é conhecido na literatura como Índice de Injetividade (II). Rosa et al. (2006) define essa relação como:

$$q_{wi} = \frac{2\pi kh}{B_f \mu} \left( \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{3}{4} \right) (p_i - p_0)$$

$$q_{wi} = II (p_i - p_0) \quad (2.1)$$

onde  $k$  é a permeabilidade efetiva do meio poroso à água,  $h$  é a espessura do meio poroso,  $B_f$  é o fator volume formação da água,  $\mu$  é a viscosidade da água,  $r_e$  é o raio externo do reservatório



(radial),  $r_w$  é o raio do poço,  $p_i$  é a pressão de injeção do poço (fluxo) e  $p_0$  é a pressão estática do reservatório.

Acima de um certo valor de pressão de injeção, espera-se que a razão entre vazão e a pressão de injeção se altere devido surgimento de fraturas hidráulicas no meio poroso, conforme representado no gráfico esquemático da Figura 2.5. O fraturamento hidráulico se inicia quando a pressão de fundo do poço alcança a chamada pressão de quebra ou *breakdown pressure* (Zobak, 2007). Nesse momento, inicia-se o processo de propagação de fraturas hidráulicas, que pode progredir na medida em que se aumenta a pressão de injeção ou a temperatura da formação rochosa cai em decorrência do seu resfriamento pelo fluido frio injetado.

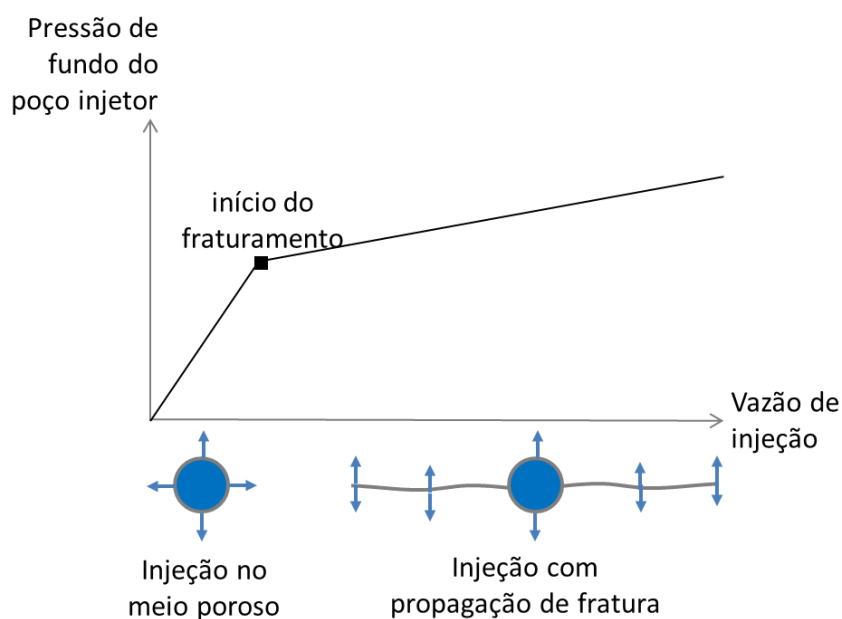


Figura 2. 5– Incremento de injetividade do poço devido ao fraturamento hidráulico.

Adachia et al. (2007) descrevem alguns aspectos considerados na modelagem do fraturamento hidráulico em poços injetores, a saber:

- Elasticidade para estimar a resposta mecânica à propagação da fratura;
- Escoamento do fluido injetado na fratura;
- Leak-off, ou filtração do fluido da fratura para o meio poroso;
- O transporte de sólidos no interior da fratura e a possível obstrução da fratura e/ou do meio poroso;
- Critério mecânico de propagação de fratura.

Adachia et al. (2007) apresentam um histórico dos modelos matemáticos mais empregados na modelagem do fraturamento hidráulico, dentre os quais cabe destacar o PKN e KGD. Ambos são basicamente modelos elásticos de altura de fratura especificada e com representação da infiltração do fluido da fratura para um meio poroso homogêneo.

Adachia et al. (2007) também relatam os modelos *Pseudo-3D*, que consistem em combinações de modelos 2D (PKN ou KGD, por exemplo). Esses modelos representaram ganho de representatividade com o mínimo de custo computacional em relação aos modelos clássicos. Nesses modelos são empregadas soluções numéricas para o escoamento na fratura e para o problema linear elástico de abertura da fratura.

A Figura 2.6 ilustra os principais modelos destacados por Adachia et al. (2007).

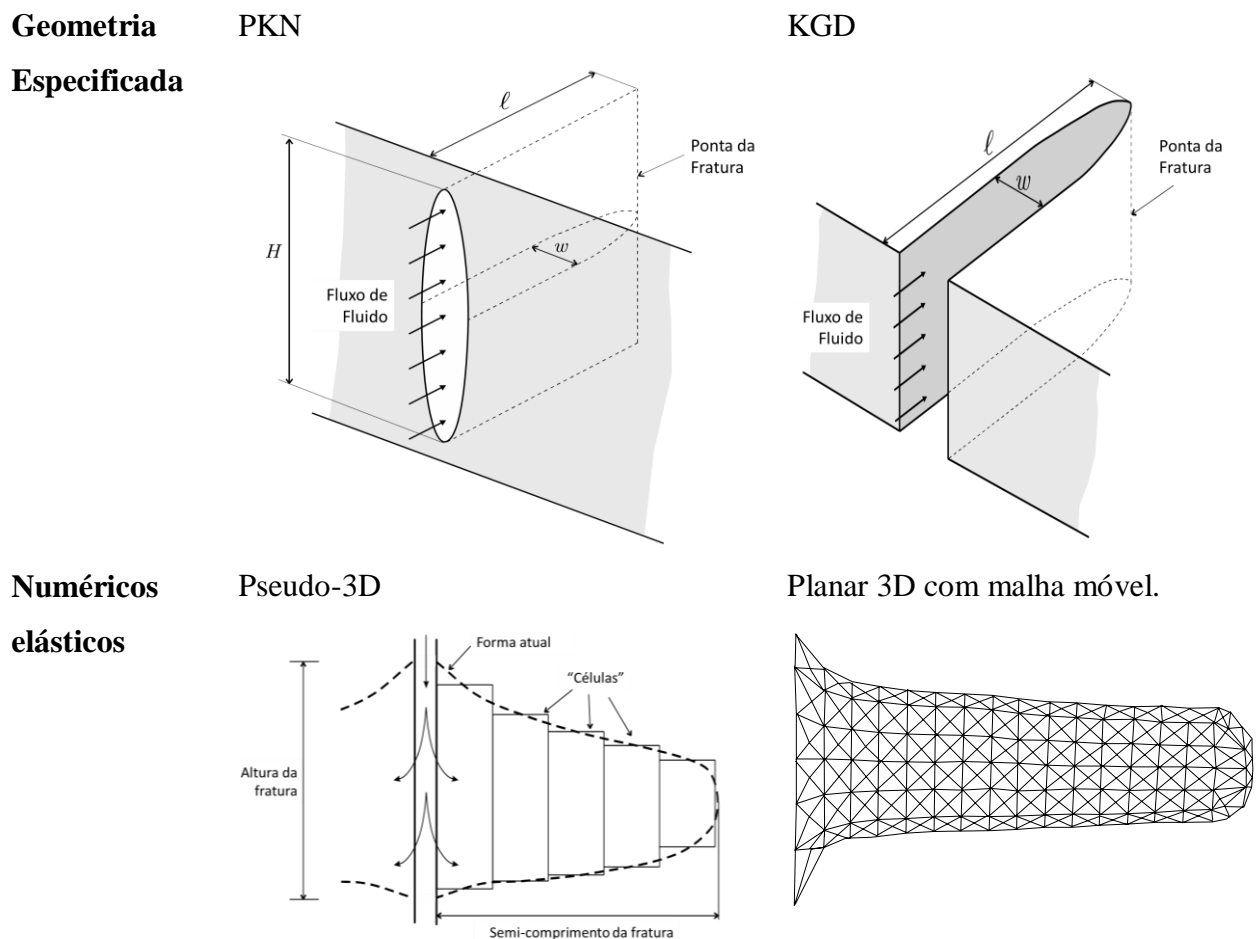


Figura 2. 6 – Alguns modelos utilizados na indústria para estudos de fraturamento hidráulico. (Adachia et al., 2007, traduzida).

Yew (1997) apresentou o desenvolvimento de um modelo 3D planar para modelar a propagação de fraturas, no qual, o problema elástico de deformação da fratura é resolvido por meio da solução em elementos finitos da equação integral 3D de contorno do problema.

Ji et al. (2006) propuseram um modelo numérico iterativo para solução do problema de propagação de fratura acoplado ao escoamento multifásico no reservatório e ao equilíbrio estrutural. Nesse trabalho, foi possível quantificar o *leak-off* do fluido da fratura para a formação, os deslocamentos na fratura e também os efeitos poromecânicos associados. A Figura 2.7 mostra os diferentes modelos físicos empregados no problema.

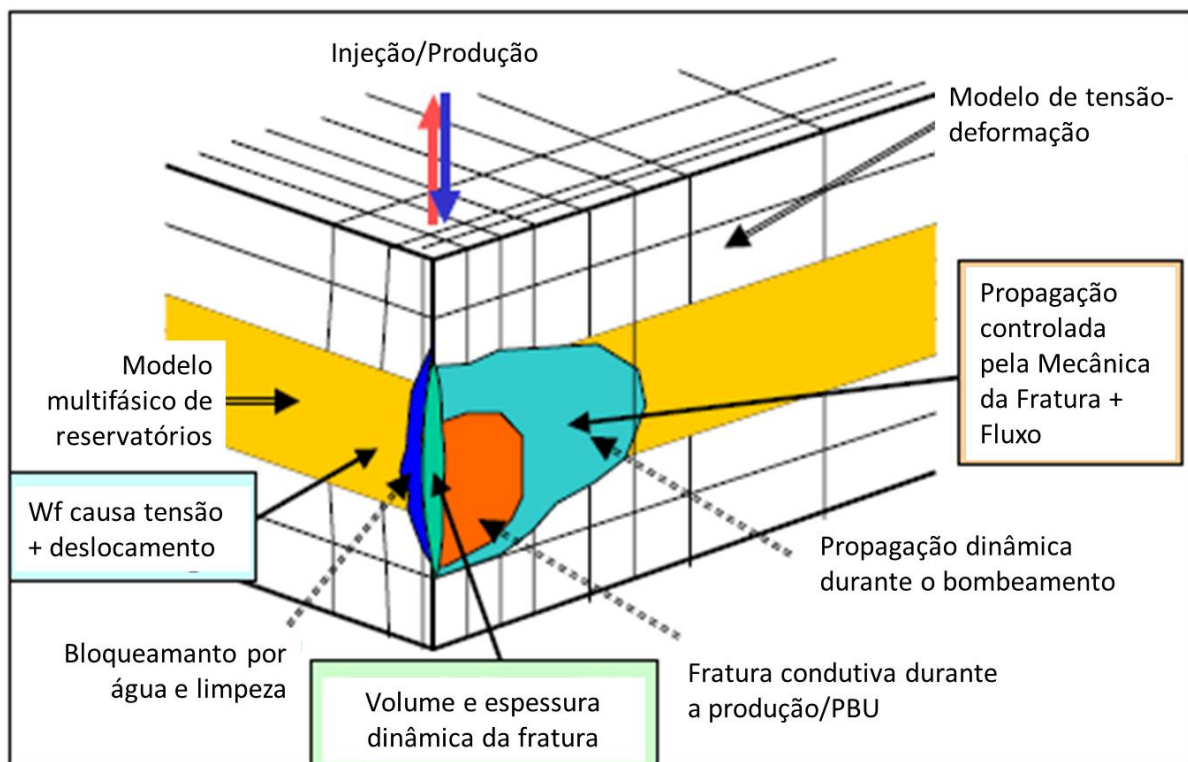
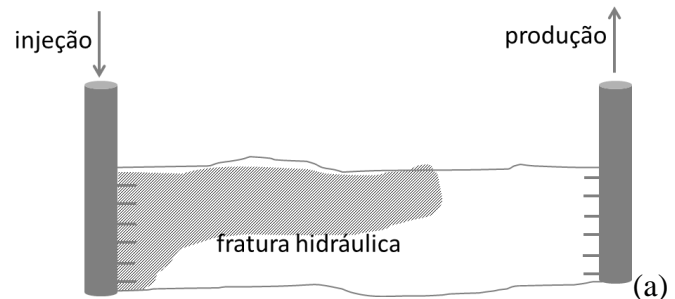


Figura 2. 7 - Modelo de fraturamento com injeção de água acoplado ao escoamento multifásico no meio poroso e ao modelo estrutural (tensão-deformação) (traduzido de Ji et al., 2006).

O emprego de modelos para prever a propagação de fraturas hidráulicas procura, dentre outros objetivos, avaliar fenômenos indesejados que possam prejudicar a eficiência da injeção de água. As Figuras 2.8 (a) e (b) ilustram dois aspectos relativos ao controle de propagação de fraturas, a primeira refere-se à propagação horizontal excessiva das fraturas que pode promover a ineficiência na recuperação do petróleo, caso essas fraturas se aproximem excessivamente dos

poços produtores. Já a Figura 2. 7 (b) ilustra o problema da contenção vertical das fraturas induzidas, no qual, a fratura pode se propagar para fora do horizonte geológico de interesse, injetando parte da água fora do reservatório.

*Propagação de fraturas por longas distâncias horizontais, podendo resultar em produção prematura de água no poço produtor.*



*Propagação de fraturas para fora da zona geológica de interesse.*

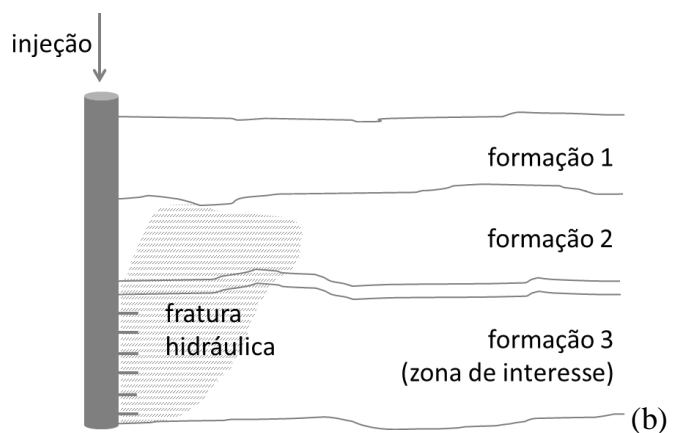


Figura 2. 8- Aspectos indesejados relativos à propagação de fraturas. (a) propagação por longas distâncias horizontais, (b) propagação para fora do horizonte de interesse.

A seguir serão abordados alguns fenômenos físicos inerentes ao processo de propagação de fraturas em meios poroso devido a injeção de água, a saber: escoamento no meio poroso; balanço de energia; comportamento estrutural do meio poroso; hidromecânica de fraturas; e mecânica do fraturamento.

## 2.5. ESCOAMENTO MULTIFÁSICO EM MEIOS POROSOS

O item 2.5.1 procurará descrever alguns aspectos gerais sobre os modelos *black oil* e composicional de comportamento do petróleo. Em seguida, nos tópicos 2.5.2 e 2.5.3, serão apresentadas revisões de literatura referente a duas técnicas de discretização do escoamento multifásico no meio poroso, uma mais largamente utilizada na indústria baseada no Método dos Volumes Finitos e outra baseada no Método dos Elementos Finitos.

### 2.5.1. COMPORTAMENTO DE HIDROCARBONETOS

O modelo mais tradicionalmente utilizado para representar o comportamento de hidrocarbonetos é o *black oil* ou  $\beta$ -*model* (Aziz & Settari, 1979, Mattax & Dalton, 1989). Este modelo baseia-se fundamentalmente em dois parâmetros, o Fator Volume Formação ( $B_f$ ) e a Razão de Solubilidade ( $R_s$ ). O primeiro relaciona o volume do óleo ou gás em condição (pressão e temperatura) de reservatório e o volume em condição de superfície. No processo de escoamento do petróleo do reservatório até a superfície, o óleo expande devido a descompressão, mas também libera gás dissolvido, resultando em redução no seu volume total. Já a Razão de Solubilidade é uma medida do volume de gás dissolvido no óleo, sendo matematicamente definido como a razão entre o volume de gás dissolvido e o volume de óleo, ambos em condição de pressão e temperatura de superfície. A partir desses parâmetros, é possível escrever as equações de conservação de massa para o óleo e o gás no meio poroso, com consideração da compressibilidade dos fluidos e dissolução da fase gasosa.

O modelo *black oil* também prevê que as propriedades do hidrocarboneto, tais como os parâmetros  $B$  e  $R_s$ , viscosidade e densidade, variam em função da pressão. Dessa forma, o equacionamento do escoamento de óleo e gás se torna não linear com a pressão.

Nessa formulação, é possível construir equações de escoamento para cada uma das fases fluidas do sistema (óleo e gás), além da equação da fase aquosa. O balanço de massa do gás inclui o gás livre no reservatório e também o gás dissolvido no óleo. O modelo de representação do hidrocarboneto abrange uma grande quantidade de tipos de petróleo, sendo, portanto, o método mais utilizado na simulação de reservatórios.

Já em casos no qual se pretende modelar o escoamento de óleo volátil ou de fluidos condensados, recomenda-se o emprego de um modelo do comportamento do hidrocarboneto conhecido como composicional (Fanchi, 2005). De acordo com esse modelo, o hidrocarboneto é descrito por componentes químicos (etano, metano, butano, etc.) ou pseudo-componentes (agrupamentos de componentes químicos) e o cálculo de equilíbrio vapor-líquido de cada componente permite estimar as composições das fases oleica e gasosa. A partir daí, as propriedades das fases (óleo e gás), como viscosidade e densidade são obtidas a partir da proporção dos componentes.

O equilíbrio vapor-líquido baseia-se na igualdade da fugacidade de cada componente químico nas fases fluidas presentes no sistema. A formulação do problema de equilíbrio vapor-líquido ainda requer a adoção de uma equação de estado (EOS) que correlaciona variáveis

termodinâmicas. Dentre as EOS mais utilizadas em estudos de reservatórios, cabe destacar a equação de Peng-Robinson (1976).

O emprego de uma formulação composicional implica na solução de  $(n_p - 1)n_c + n_p$  equações para a completa solução do problema de escoamento, onde  $n_p$  é o número de fases presentes e  $n_c$  é o número de componentes ou pseudo-componentes utilizados na representação do hidrocarboneto. Logo, uma descrição composicional completa de um hidrocarboneto pode agregar um número considerável de variáveis ao problema de escoamento.

Mais recentemente, Pourafshary et al. (2009) estendeu o modelo composicional de escoamento do reservatório para o fluxo nas tubulações do poço. Equações únicas de conservação dos componentes químicos para ambos os meios físicos foram empregadas e resolvidas em um mesmo sistema de equações (acoplado), formando um modelo único de escoamento do meio poroso até a superfície.

## **2.5.2. MODELOS DE BASEADOS EM VOLUMES FINITOS E DIFERENÇAS FINITAS**

Os principais simuladores comerciais de escoamento em reservatórios que se estabeleceram na prática de Engenharia de Reservatórios resolvem as equações de conservação de massa utilizando o método dos Volumes de Finitos e o Método das Diferenças Finitas para a aproximação de derivadas. Além disso, o escoamento é definido pela Lei de Darcy para a definição da velocidade de escoamento. Algumas publicações formaram a base conceitual da aplicação desses conceitos na área de reservatórios, dentre as quais cabe destacar Aziz & Settari (1979), Ertekin et al. (2001) e Mattax & Dalton (1990). Ertekin et al. (2001) denominaram a discretização comumente empregada na simulação de reservatórios como CVFD – *Control Volume Based on Finite Differences*.

Devido ao caráter não linear da equação de fluxo multifásico no meio poroso, utiliza-se o Método de Newton-Raphson (MNR) para resolver o resíduo da equação de balanço de massa nos volumes discretos (Aziz & Settari, 1979, Mattax & Dalton, 1990 e Ertekin et al., 2001). A solução transiente eficiente da equação de fluxo também requer o uso de versões modificadas do MNR, e dentre essa classe de métodos pode-se citar o IMPES (*Implicit Pressure and Explicit Saturation*) (Aziz & Settari, 1979, Ertekin et al., 2001, Chen et al., 2006). Nele, as pressões são resolvidas implicitamente e a saturação é resolvida a *posteriori* de forma explícita. A grande vantagem do método IMPES é a rapidez e duas grandes desvantagens são o tratamento explícito da mobilidade e da pressão capilar (Aziz & Settari, 1979), que podem resultar em

instabilidades numéricas. Esses métodos clássicos de modelagem de escoamento, além de serem conservativos em massa, se mostraram robustos para as não linearidades presentes em um problema típico de escoamento em reservatórios, no qual as propriedades do fluido e do escoamento variam com a pressão e saturação das fases fluidas.

Cordazzo (2006) apresentou uma formulação para o problema de escoamento bifásico em reservatórios baseado em malhas não estruturadas. O método utiliza uma malha de elementos finitos composta por volumes finitos em torno dos nós, onde são calculadas as variáveis primárias (pressão e saturação). Os gradientes de pressão, requeridas pelo Método dos Volumes Finitos nas interfaces entre volumes, são calculadas com o uso das funções de forma polinomiais dos elementos finitos. Esse método contém os princípios conservativos do Método dos Volumes Finitos e as funções de forma do Método dos Elementos Finitos, e por essa razão foi denominado EbFVM – Método dos Volumes Finitos Baseado em Elementos.

Cordazzo (2006) apresentou resultados que vão de casos simples de poucos elementos até casos 2D de geometria complexa. Os primeiros tiveram como objetivo validar a formulação proposta com soluções analíticas e simuladores comerciais, e os casos mais complexos procuram explorar as potencialidades do método, no que se refere ao uso de malhas não estruturadas e refinamento local da malha. O autor também conseguiu demonstrar vantagens do método proposto nos casos de deslocamento imiscível com acentuada diferença de mobilidades.

### **2.5.3. MODELOS BASEADOS NO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Wang (2002) resume uma formulação estabilizada em elementos finitos para o problema de escoamento multifásico no reservatório, baseado nos trabalhos de Douglas (1980), Darlow et al. (1984) e Masud & Hughes (2002). Os métodos estabilizados procuram suprir deficiências de precisão e estabilidade do método clássico de elementos finitos. Além disso, o autor também destaca aspectos intrínsecos dos modelos de reservatórios que podem contribuir consideravelmente para a oscilação da pressão em soluções numéricas transientes, como a combinação de fluidos de baixa e alta compressibilidade no reservatório com regiões de permeabilidade relativamente muito baixas. O autor apresenta soluções acopladas com a equação de equilíbrio estrutural.

Murad et al. (2013) destaca as complexidades do problema de modelagem do escoamento bifásico imiscível em meios poroso deformáveis, dentre as quais cabe destacar a forte heterogeneidade das propriedades da rocha entre elementos adjacentes da malha e grandes

contrastes de viscosidade entre os fluidos (água e óleo). Essas características demandam a implementação de metodologias especiais para manter a conservação de massa no Método de Galerkin clássico. Os autores propuseram um método baseado em elementos finitos mistos (*mixed finite element*), método dos volumes finitos e Galerkin descontínuo para contornar o problema. A formulação proposta baseada no espaço de Raviart-Thomas força a interpolação do fluxo normal nas faces do elemento finito para garantir a continuidade. Os autores ainda propuseram técnicas de pós-processamento do campo de velocidades para melhorar a conservação de massa entre os elementos da malha.

Conforme exposto nesses trabalhos, o emprego da técnica de elementos finitos para escoamento multifásico em meios poroso ainda é um tema de pesquisa, visto que é necessário empregar técnicas especiais para contornar os problemas de conservação de massa detectados no emprego do método de Galerkin tradicional.

## 2.6. COMPORTAMENTO MECÂNICO

A deformação e as tensões no meio poroso são variáveis fundamentais para a propagação de fraturas hidráulicas. Sobre o meio poroso atuam cargas estruturais decorrentes da variação de poropressão, da pressão exercida pelo fluido da fratura e da redução de temperatura devido a injeção de água fria.

Zienkiewicz & Taylor (1989) e Bathe (2014) apresentaram as bases para a modelagem não-linear de sólidos em condição estática e dinâmica com o Método dos Elementos Finitos. A partir da forma fraca do equilíbrio estrutural discretizada pelo Método dos Elementos Finitos, são apresentados os problemas de não linearidade geométrica (grandes deslocamentos) e de material (relação constitutiva).

No que se refere às relações tensão-deformação, o modelo de Mohr-Coulomb ainda é largamente utilizado na prática de Geomecânica tanto para o estudo do comportamento de rochas quanto de fraturas naturais. Contudo, estudos do comportamento tensão-deformação em solos e rochas revelaram a necessidade de novos modelos constitutivos capazes de representar comportamentos complexos observados em problemas de campo.

Pedroso (2002) estudou esquemas implícito e explícitos de integração da relação constitutiva tensão-deformação. Foram analisados os modelos CAM-CLAY modificado e TIJ-CLAY. Os esquemas explícitos testados pelo autor foram baseados nos trabalhos de Sloan (1987 e 1992) e Sloan et al. (2001), e são eles: *Forward-Euler*, *Modified-Euler*, *Runge-Kuta-England* e *Runge-Kuta-Dormand-Price*. Em todos os testes, o Método *Forward-Euler* foi o



computacionalmente mais eficiente. O Método Implícito, apesar de ser a referência por conta da estabilidade incondicional, foi o de pior desempenho computacional. No caso do modelo TIJ-CLAY, o autor não empregou um esquema implícito devido à complexidade de obtenção das derivadas necessárias para a aplicação do método.

Alternativamente aos métodos descritos anteriormente, Zienkiewicz e Corneau (1974) apresentaram um método de solução do problema elastoplástico conhecido como viscoplástico, com o propósito de unificar as análises de viscoplasticidade e plasticidade. O trabalho é fundamentado nos conceitos de viscoplasticidade desenvolvidos por Perzyna (1966). Trata-se de um método de integração explícito no tempo que produz incrementos de deformação que geram sucessivos cálculos de equilíbrios estruturais com deformações viscoplásticas prescritas. Esse método admite que o estado de tensões fique inicialmente fora da superfície de plastificação e naturalmente retorne para a região de admissibilidade de tensões com a sucessiva aplicação dos incrementos de deformação viscoplástica no equilíbrio estrutural. A Figura 2.9 ilustra o processo de convergência do método viscoplástico de Perzyna e o método elastoplástico baseado em Newton-Raphson, conforme descrito por Smith & Griffiths (2007) e Stolle (1991).

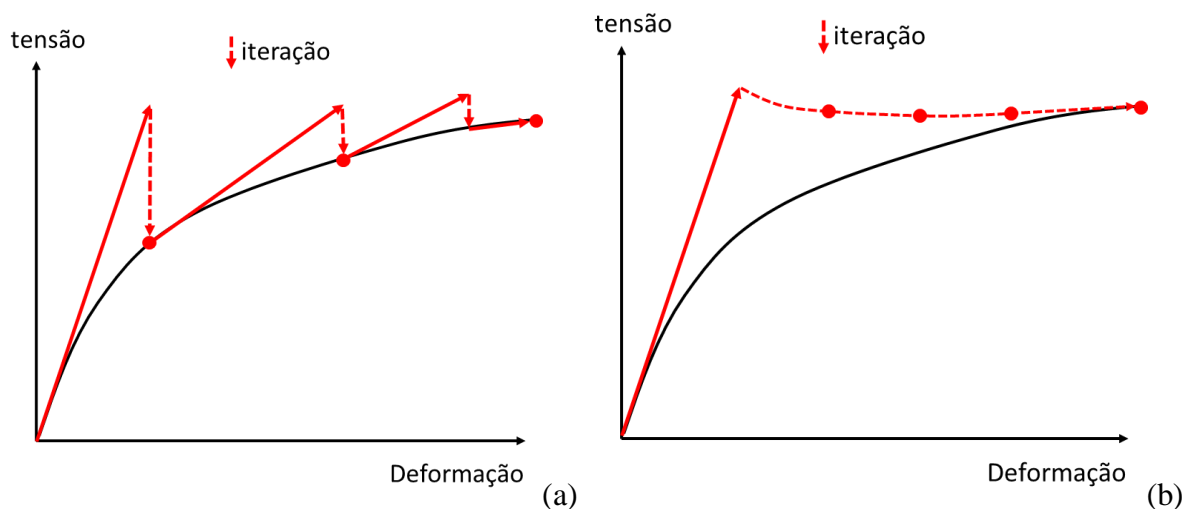


Figura 2. 9- Gráfico conceitual ilustrando o processo de convergência plástica de um algoritmo (a) elastoplástico baseado em Newton-Raphson ou *initial stress* – baseado em Smith & Griffiths (2007) - e (b) viscoplástico ou *initial strain*.

Corneau (1975), Stolle (1991) e Smith & Griffiths (2007) exploraram o método obtendo passos de tempo crítico para diversos materiais elastoplásticos comumente utilizados em

Geotecnia. Stolle (1991) comparou o método viscoplástico, denominado *initial strain* com o método *initial stress* (baseados em Newton Raphson) e demonstrou que eles são equivalentes.

Gomes (2006) comparou diferentes métodos de integração elastoplásticos convencionais com o método viscoplástico ou elasto-viscoplástico. O autor aplicou os métodos em um caso clássico de cavidade cilíndrica onde foi possível comparar a qualidade dos resultados e aos tempos computacionais. Sobre esse último aspecto, o Método Explícito foi o de melhor desempenho computacional. Os métodos chegaram a resultados iguais (deslocamentos e tensões) para o problema da cavidade com o critério de Von Mises, porém, utilizando-se o critério de Mohr Coulomb para o mesmo problema, foi obtido maior resistência (patamar de ruptura) e maiores deslocamentos na análise viscoplástica em relação a elastoplástica convencional. O resultado comparativo similar foi obtido para um problema de estabilidade de taludes. O autor atribui as diferenças às considerações de propriedades viscosas do material e conclui que o método viscoplástico apresenta menor custo computacional.

Apesar de Gomes (2006) ter implementado uma versão do método viscoplástico com atualização da matriz de rigidez, pode-se aplicar o método sem a necessidade de reformulá-la. Essa característica pode representar um ganho computacional considerável no caso de modelos geomecânico em escala de reservatórios, ou seja, com milhões de elementos finitos, no qual o custo computacional de reforma da matriz de rigidez tangente pode ser elevado.

## **2.7. ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO**

A variação de poropressão no reservatório decorrente da produção ou injeção de fluidos induz esforços no meio poroso que resultarão em deslocamentos, deformações e tensões. Wang (2000) revisa os conceitos que fundamentam o comportamento poroelástico dos meios porosos, dentre os quais cabe destacar o princípio das tensões efetivas, o significado das principais constantes poroelásticas, as equações diferenciais que descrevem o equilíbrio estrutural e o escoamento monofásico em meios porosos. O autor apresenta soluções analíticas para alguns problemas clássicos de consolidação com diversas condições de contorno, como sedimentação, erosão e carregamento periódico.

Wang (2000) também apresentou soluções analíticas para problemas poroelásticos em coordenadas cilíndricas, aplicáveis a análise de tensões em poços com pressurização interna da parede do poço. Por último, o autor também estudou o problema de produtividade de poços e os deslocamentos elásticos induzidos pela queda de poropressão em torno do poço. Dessa

forma, foram apresentados os conceitos mais fundamentais da poroelasticidade e as aplicações, por meio de soluções analíticas, a alguns problemas clássicos de reservatórios.

Settari (2002) apresenta o problema de compactação de reservatórios relatando casos históricos e os prejuízos estimados que o excesso de compactação e subsidência acarretaram na infraestrutura de produção de petróleo. Dentre os casos mais extremos, o autor cita o Campo de Ekofisk (Mar do Norte), no qual o fundo marinho logo abaixo da torre de uma plataforma de produção afundou 3,5 m como consequência da depleção de um espesso reservatório carbonático. Neste mesmo caso, inúmeros poços foram danificados devido a deformação do reservatório e rochas capeadoras. O autor ainda discorre sobre os aspectos físicos envolvidos na compactação de reservatórios, como a compactação elástica e plástica das rochas e também discute sobre estratégias de desenvolvimento e gerenciamento de campos de petróleo suscetíveis a compactação.

No que se refere a solução acoplada entre escoamento multifásico no meio poroso e o equilíbrio estrutural, existem diferentes técnicas numéricas disponíveis na literatura. A forma mais precisa, e cara do ponto de vista computacional, consiste em resolver o problema com o acoplamento total dos modelos, no qual um sistema matricial único é construído para a solução simultânea das equações. Outra forma de resolver o problema é por meio de métodos iterativos, no qual, os problemas estrutural e de fluxo são resolvidos separadamente e variáveis são trocadas entre os modelos ao final dos passos de tempo.

Rahman & Lewis (1999) apresentaram uma formulação totalmente acoplada em elementos finitos baseada na aplicação do Método de Galerkin clássico. A equação de escoamento incorpora as deformações do espaço poroso e do grão da rocha. Os fluidos são considerados imiscíveis e compressíveis e a fase gasosa está sob pressão atmosférica. As variáveis primárias que descrevem o comportamento do fluido são as pressões das fases fluidas e o sólido é descrito pelos deslocamentos. Essa é uma típica formulação utilizada em estudos de solos não saturados.

Jesus (2012) apresenta uma formulação clássica em elementos finitos para modelagem acoplada do escoamento em um meio poroso deformável, onde foi considerada um modelo tensão-deformação elastoplástico. A autora considerou ainda na formulação a velocidade total do fluido, que incorpora, além da velocidade de Darcy, o componente de velocidade do sólido.

De acordo com Kim (2010), pode-se conseguir com métodos iterativos a mesma acurácia da simulação acoplada, porém, com menor custo computacional. Em seu trabalho, o autor empregou a tensão média ou a deformação volumétrica obtida da simulação estrutural no cálculo da deformação do espaço poroso na equação de fluxo. O autor avaliou quatro esquemas

iterativos de acoplamento entre as equações de fluxo e equilíbrio. Inicialmente foram testados os esquemas de acoplamento drenado e não-drenado, no qual o problema equilíbrio estrutural é resolvido antes do fluxo.

De acordo com Kim (2010), a fundamental diferença entre os métodos é que no acoplamento não-drenado, o problema mecânico é resolvido primeiro considerando a rigidez do fluido dos poros, portanto, a poropressão varia durante a solução do problema de equilíbrio estrutural. Foram testados também os esquemas de acoplamento com deformação prescrita e tensão prescrita, no qual o fluxo multifásico é resolvido antes do problema estrutural. Os estudos demonstraram que os métodos de acoplamento não-drenado e tensão prescrita são incondicionalmente estáveis para problemas elásticos e elastoplásticos. Esses mesmos métodos também se mostraram mais robustos quanto a convergência.

As abordagens testadas por Kim (2010) desoneram consideravelmente a simulação do fluxo em comparação à formulação totalmente acoplada. Além disso, o acoplamento iterativo permite explorar solvers especializados de fluxo multifásico e geomecânica.

## **2.8. FRATURAS**

Em um problema de fraturamento hidráulico, além da representação do comportamento mecânico das formações rochosas apresentados no tópico anterior, é necessário modelar a deformação e propagação das fraturas, além do seu escoamento interno. A seguir serão tratados alguns aspectos relativos ao comportamento hidromecânico de fraturas.

### **2.8.1. DEFORMABILIDADE DE FRATURAS**

A dilatação ou contração de uma fratura hidráulica tem uma relação de dependência com a pressão do fluido interno à fratura, uma vez que pressões de fluido produzirão cargas estruturais sobre a parede da fratura que resultarão em dilatação da mesma, com conseqüente incremento da sua condutividade hidráulica. Dessa forma, o escoamento na fratura se acopla automaticamente ao problema estrutural que define a dilatação da própria fratura.

Nas rochas podem existir fraturas naturais ou induzidas. As fraturas induzidas são usualmente de tração e ocorrem quando a pressão do fluido interno da fratura é maior que a tensão normal sobre a fratura, causando dilatação e aumento do esforço na ponta da fratura. A Figura 2.10 ilustra os modelos estruturais de deformabilidade de fraturas para uma fratura sob compressão efetiva (a) e tração (b).

A deformabilidade da fratura em modo compressivo (Figura 2.10a) é usualmente representado por modelos constitutivos empíricos baseados em Barton et al. (1985), já a deformabilidade em modo de tração e a propagação da fratura são plenamente descritas pela Mecânica da Fratura. Alguns conceitos relativos a esses dois modelos serão revisados nos tópicos seguintes.

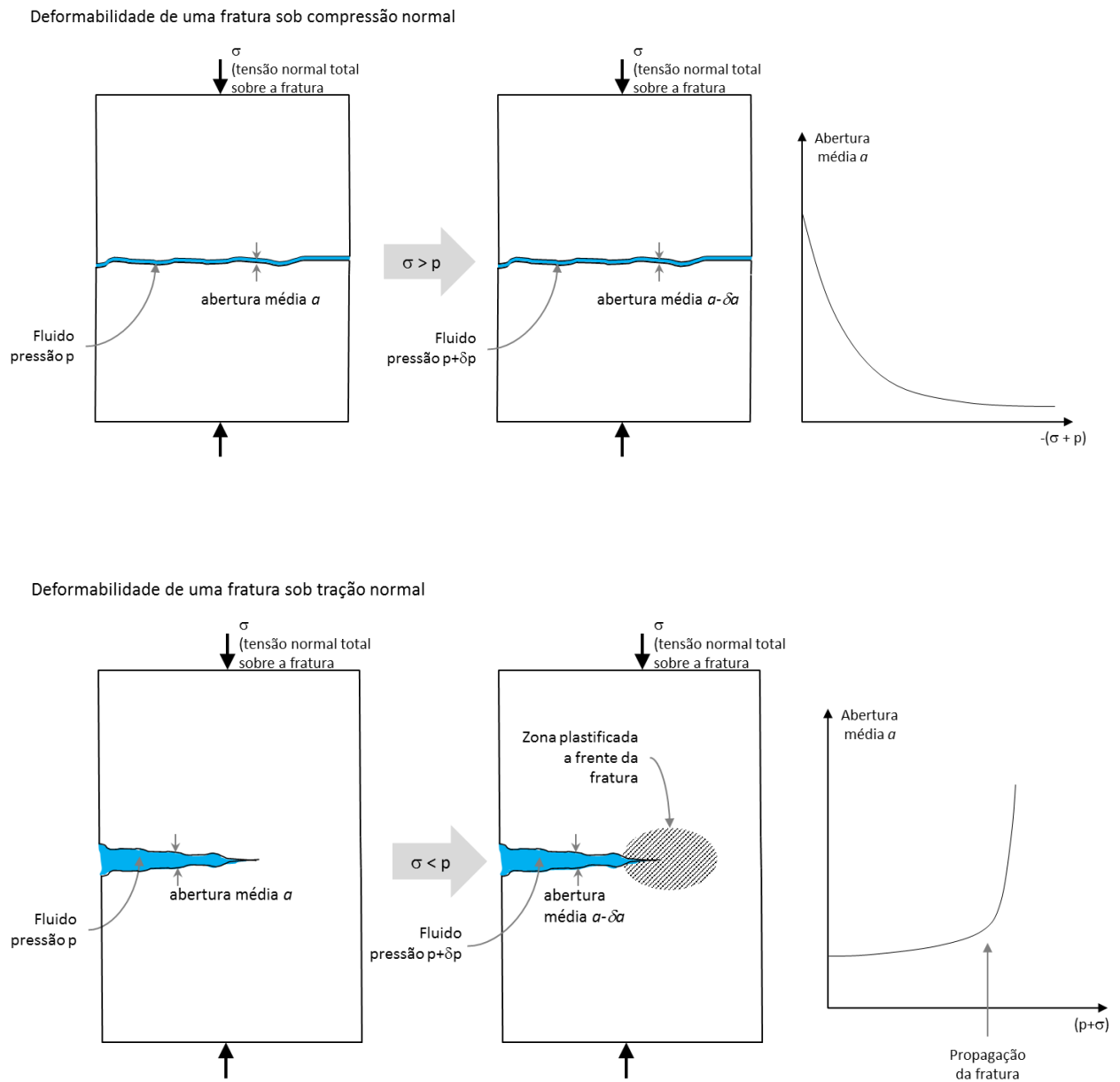


Figura 2.10 – Modelos estruturais para fraturas em rochas: (a) rocha fraturada em modo compressivo ( $\sigma_n > p$ ); (b) rocha fraturada em modo de tração ( $p > \sigma_n$ ).

### **2.8.2. HIDRÁULICA DE FRATURAS**

Barton et al. (1985) estudaram a deformabilidade de fraturas sob compressão e cisalhamento. Os autores estabeleceram correlações da tensão normal compressiva com a abertura da fratura e da tensão cisalhante com o deslocamento tangencial relativo das paredes da fratura. As correlações baseiam-se no aspecto visual da rugosidade da fratura e em propriedades mecânicas da rocha. Os autores também investigaram como a redução da abertura da fratura pelo confinamento altera a permeabilidade da fratura e também demonstraram como a dilatância pode incrementar a sua permeabilidade. A partir desse trabalho, foi criado um mecanismo de acoplamento entre a deformação plástica cisalhante da fratura e a sua permeabilidade.

A velocidade de escoamento no interior de uma fratura pode ser idealizada como um modelo de fluxo entre placas paralelas, no qual, a velocidade é proporcional ao quadrado da distância entre as placas. Essa mesma lei pode ser entendida como uma relação entre a vazão de escoamento e o cubo da distância entre as placas, e por essa razão, essa relação é conhecida como *lei cúbica*. Witherspoon et al. (1980) confirmaram a validade da lei e verificaram também o fenômeno da perda de condutividade da fratura com o aumento da tensão confinante sobre a fratura.

Zimmerman et al. (2004) conduziram experimentos numéricos e laboratoriais em uma fratura em rocha arenítica cimentada com o propósito de testar a validade da lei cúbica. Um modelo computacional de alta resolução da superfície da fratura foi construído para estudar numericamente o escoamento no interior da fratura. Resultados experimentais e numéricos mostraram que a lei é válida para regime laminar de escoamento, porém para número de Reynolds maior que 10, os efeitos de turbulência invalidam a lei cúbica.

### **2.8.3. CRITÉRIO DE FRATURAMENTO EM MODO I**

Griffith em 1921 foi pioneiro nos estudos de propagação de fraturas apresentando um balanço energético estrutural que preconizava que a energia interna de deformação subtraída do trabalho das cargas estruturais externas é convertida em energia de superfície da fratura. A partir desses estudos, foram definidos conceitos fundamentais da análise linear estática de propagação de fraturas.

Uma importante abordagem comumente utilizada em Mecânica da Fratura é o tratamento da singularidade do estado de tensões na ponta da fratura a partir do fator de intensidade de

tensão ( $K_I$ ). Segundo a Teoria Linear Elástica da Mecânica da Fratura, as tensões em torno da ponta da fratura tendem para o infinito.

Diversas soluções analíticas desenvolvidas para geometrias típicas de fraturas tornaram o método popular. O critério de propagação de fratura baseia-se na comparação do fator de intensidade de tensão com valores críticos ( $K_{IC}$ ) definidos experimentalmente.

No caso de geomateriais, o modelo constitutivo tensão-deformação pode ter um papel relevante na análise de tensões em um problema de fraturamento hidráulico. Para ilustrar esse aspecto, a Figura 2.11 (a) mostra o modelo estrutural referente a metade de fratura hidráulica vertical pressurizada. A Figura 2.11 (b) mostra os perfis de tensão horizontal efetiva ( $\sigma'_{yy}$ ) calculados para os modelos tensão-deformação linear e elastoplástico (Mohr-Coulomb). É possível notar que os perfis de tensão divergem próximo à ponta da fratura, dependendo inclusive dos parâmetros de resistência ao cisalhamento adotados. O modelo elástico ( $S_{yy}$  *elástico* na Figura 2.11 (b)) prevê nível de concentração de tensões consideravelmente maior que o modelo elastoplástico com resistência ao cisalhamento limitada ( $S_{yy}$  *elasto* na Figura 2.11). Por fim, a Figura 2.11 (c) mostra a deformação plástica desviadora referente aos dois casos elastoplásticos.

Para materiais que apresentam comportamento não-linear, existem outras metodologias de análise de propagação de fraturas, como o método baseado no conceito da abertura da fratura próximo a ponta (*crack tip opening displacement – CTOD*) e o método de Irwin em 1957/1960, que considera a existência de uma zona plástica na ponta da fratura. Porém, Rice (1968) desenvolveu o método da Integral  $J$  que permite avaliar a propagação de fraturas em problemas 3D com comportamento não linear do material em regime de pequenas deformações.

A prática de modelagem de fraturamento hidráulico na indústria do petróleo costuma empregar métodos de propagação de fratura baseados no conceito da abertura elástica da fratura (Yew, 1997) e em soluções elásticas 2D, como as metodologias simplificadas apresentadas por Simonson et al. (1976), Ji et al. (2014) dentre outros. Simonson et al. (1969) apresentaram teorias de propagação vertical de fraturas em meios heterogêneos formados por camadas sob diferentes tensões mínimas. Ji et al. (2014) utilizaram um modelo no qual a propagação horizontal da fratura é definida fundamentalmente em função da tensão mínima na região onde está alojada a ponta da fratura e do próprio comprimento da fratura.

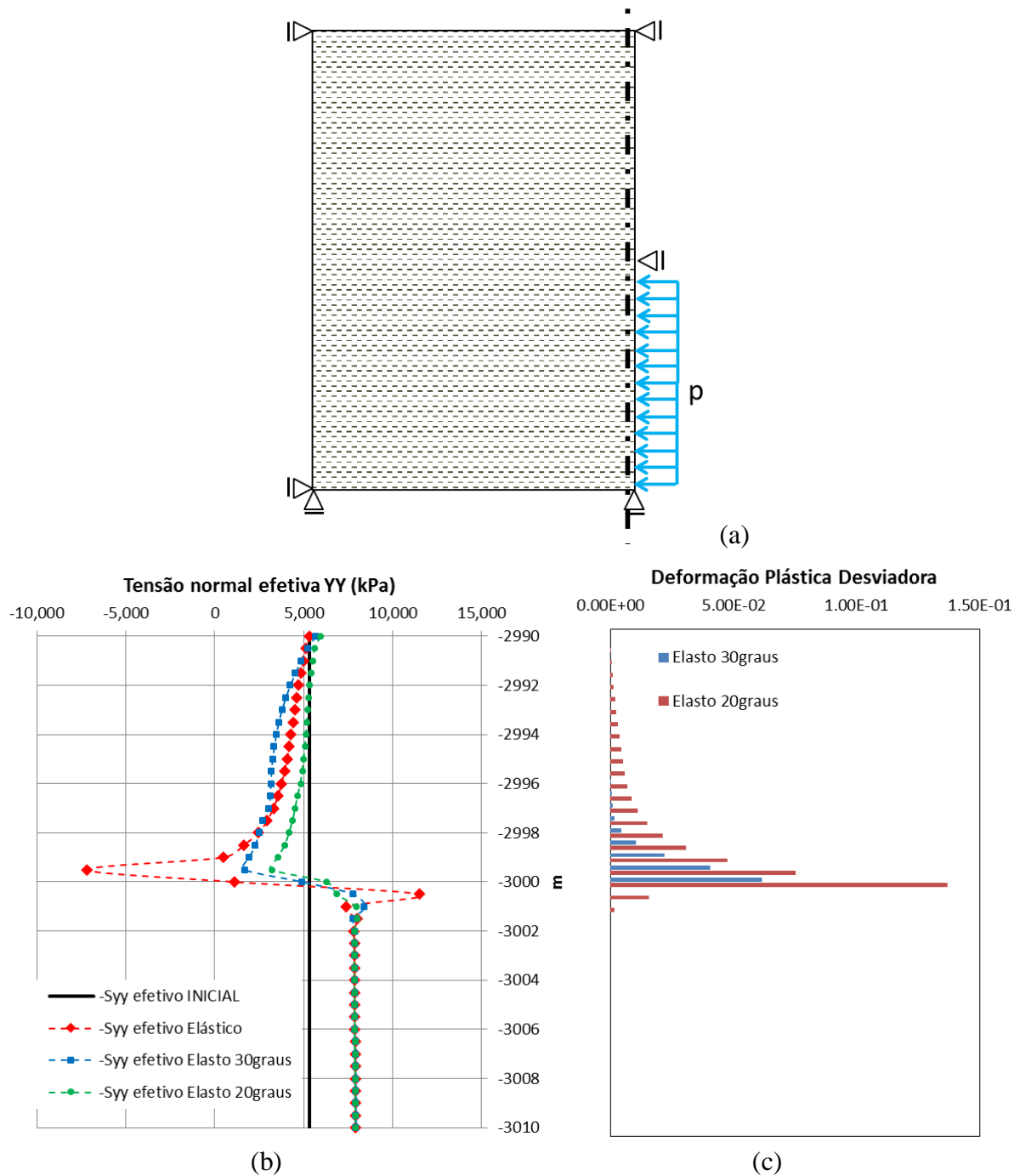


Figura 2. 11 – Concentração de tensões na ponta de uma fratura hidráulica pressurizada. (a) Modelo estrutural referente a uma fratura hidráulica pressurizada, (b) perfis de tensão horizontal ao longo do plano no qual a fratura está contida e (c) deformação plásticas desviadora para dois níveis de resistência ao cisalhamento (20 e 30 graus de ângulo de atrito).

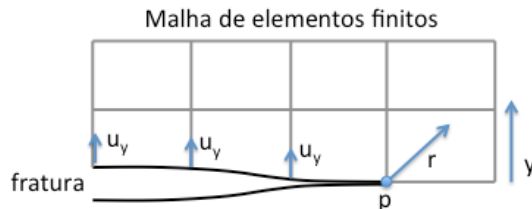
A Tabela 2.1 ilustra alguns métodos de análise de propagação de fraturas dentro do contexto de Mecânica da Fratura Linear Elástica (LEFM) e não-linear (NLFM).



Tabela 2.2 – Alguns procedimentos numéricos para análise de propagação de fraturas com Elementos Finitos.

LEFM

Extrapolação de Deslocamentos



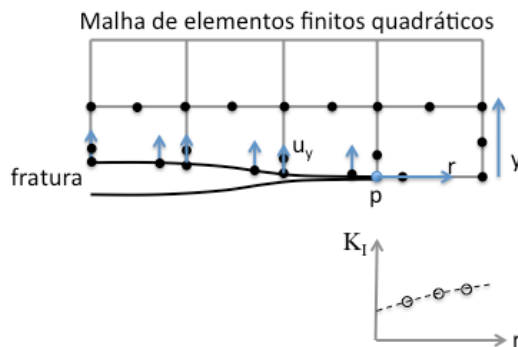
O sólido é assumido como sendo elástico linear e o coeficiente de concentração de tensões ( $K_I$ ) pode ser inferido a partir dos deslocamentos nodais da malha de elementos finitos, Mohammadi (2008).

$$K_I = \frac{E}{2(1+\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \frac{u_y}{2(1-\nu)}$$

A fratura se propaga caso  $K_I$  seja maior que o valor crítico do material ( $K_{IC}$ ).

LEFM

Cálculo de concentração de tensões com elemento finito *quarter point*.

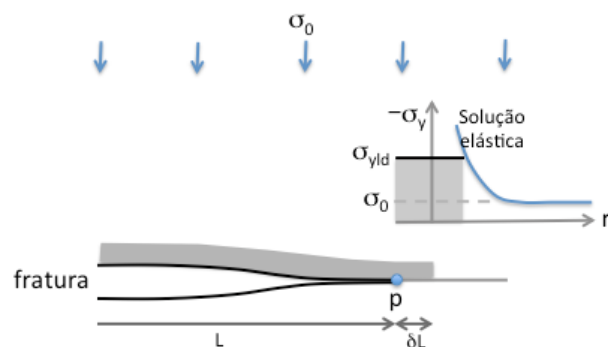


Ao mover o nó intermediário do elemento quadrático *serendipity* em  $1/4$  do tamanho da aresta para um dos cantos, ocorre uma singularidade tipo  $r^{-1/2}$  nas deformações e tensões elásticas. Dessa forma, é possível calcular o coeficiente de concentração de tensões a partir da extrapolção de tensões ao longo das arestas do elemento finito.

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} (\sqrt{2\pi r} \sigma'_{yy})$$

NLFM

Abertura da Ponta da Fratura (CTOD) considerando Zona Plástica.



Irwin (1960) considera o critério de resistência de Von Mises para estimar o comprimento da zona plástica na ponta da fratura. Por fim, chega-se a expressões para a abertura da ponta da fratura (Scheurs (2012) e Mohammadi (2008)):

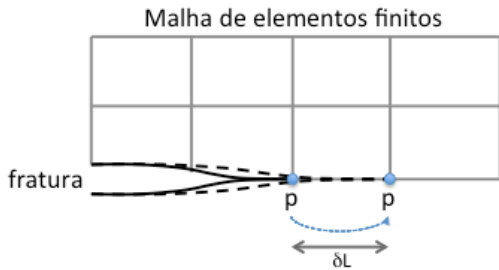
$$CTOD_{EPT} = \frac{\pi K_I^2}{8 E \sigma_{yld}}$$

$$CTOD_{EPD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{4(1-\nu^2)}{\pi} \frac{K_I^2}{E \sigma_{yld}}$$

Quando essa abertura exceder um valor crítico definido para o material, a fratura se propaga.

LEFM

Balço Energético na Extensão Virtual da Fratura.



Em uma modelagem por elementos finitos, a energia despendida de Griffith na propagação da fratura ( $G$ ) pode ser obtida a partir da expressão:

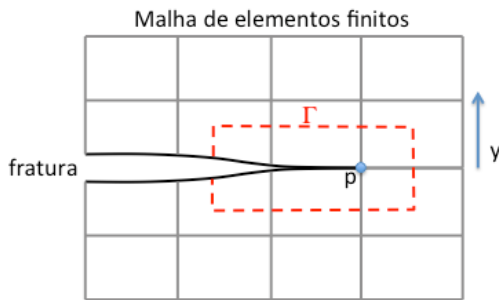
$$G = -\frac{1}{2} \{u\}^T \frac{\partial [K]}{\partial L} \{u\} + \{u\}^T \frac{\partial \{P\}}{\partial L}$$

O coeficiente de concentração de tensões pode então ser obtido a partir de  $G$ :

$$K_I = \sqrt{EG} \text{ (EPT)} \text{ ou } K_I = \sqrt{\frac{E}{(1-\nu^2)}} G \text{ (EPD)}$$

NLFM

Integral  $J$



Considerando os princípios da conservação de energia, a integral- $J$  é independente do contorno adotado em torno da ponta da fratura.

$$J = \oint_{\Gamma} \left( W_s \, dy - \{t\} \cdot \frac{\partial \{u\}}{\partial x} \, d\Gamma \right)$$

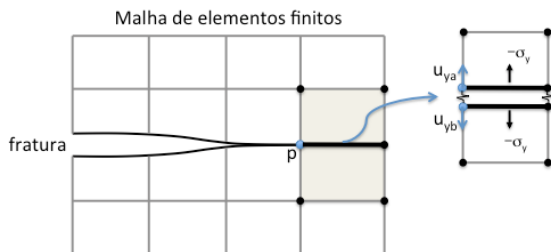
Onde:

$$W_s = \int_0^{\epsilon} \{\sigma\} \, d\epsilon$$

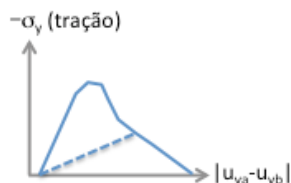
No domínio da LEFM, a Integral  $J$  corresponde a energia despendida de Griffith ( $G$ ).

NLFM

Elemento de Interface Coesivo com Dano



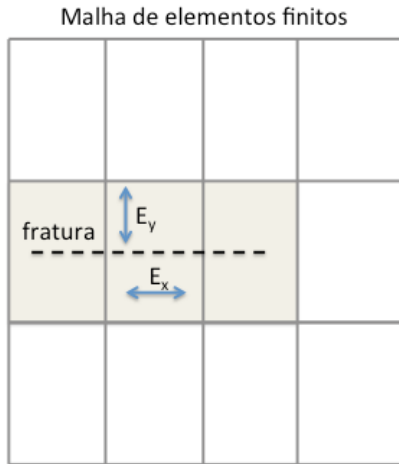
Modelo constitutivo para a interface mecânica



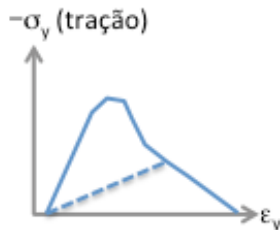
A frente da ponta da fratura é posicionado um elemento finito de interface capaz de prover deslocamento relativo entre os elementos finitos adjacentes. Esse elemento de interface possui uma relação constitutiva que preconiza a perda de rigidez na medida em que a tensão de tração excede um limite definido para o material. Quando a perda de rigidez é total, a fratura passou pelo elemento.

## NLFM

### Anisotropia Elástica com Dano



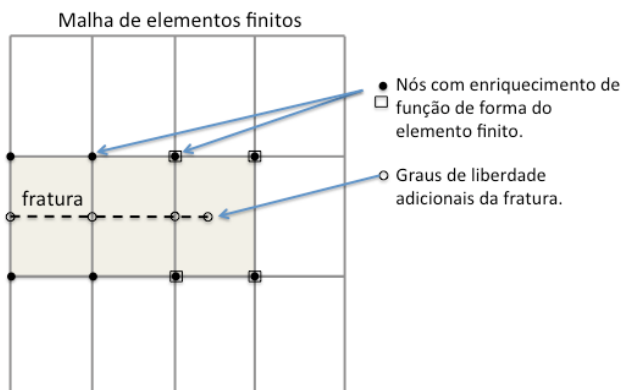
Modelo constitutivo



Esse método não tem uma representação explícita da fratura na malha de elementos finitos. Adota-se como premissa que um elemento finito cortado por uma fratura tem sua rigidez degradada na direção normal ao plano de propagação da fratura. Dessa forma, emprega-se uma modificação na matriz de rigidez estrutural dos elementos finitos de forma a contemplar um modelo elástico ortotrópico. Léger & Leclerc (1996) aplicaram o método com sucesso na modelagem de fraturas induzidas em barragens de concreto. Min & Ghassemi (2012) desenvolveram modelos hidrodinâmicos acoplados para modelagem de clusters de fraturas hidráulicas em reservatórios inconsolidados.

## NLFM

### Elementos Finitos Estendidos (XFEM)



O XFEM não representa explicitamente a fratura na malha de elementos. O método prevê o enriquecimento das funções de forma dos elementos finitos cortados pela fratura de forma a representar as singularidades de deslocamento, deformação e tensão próximo a uma fratura. Moraes (2016) aplicou o método com sucesso na modelagem de problemas de fraturamento hidráulico.

#### 2.8.4. ZONAS DE CISALHAMENTO E FRATURAMENTO HIDRÁULICO

Os materiais inconsolidados podem apresentar comportamento consideravelmente diferente do previsto pela teoria clássica de Mecânica da Fratura, por dois motivos: i – a deformação plástica cisalhante antecede a ruptura por tração e condiciona as tensões no material; ii – os efeitos poromecânicos são consideráveis quando se injeta um fluido que infiltra na formação rochosa.

Germanovich et al. (2012) comentam que ao fraturar hidraulicamente um material particulado, dois principais mecanismos de ruptura são observados: 1 – formação de bandas de cisalhamento a frente da fratura devido à resistência limitada do material; e 2 – liquefação do material a frente da fratura, promovendo a propagação da fratura. Em seu trabalho, foram realizados experimentos de injeção de fluidos viscosos solidificáveis em arenitos de modo a permitir visualizar a zona invadida de fluido (*leakoff*). A Figura 2.12 mostra as zonas de fraturamento geradas experimentalmente em torno da fratura hidráulica.

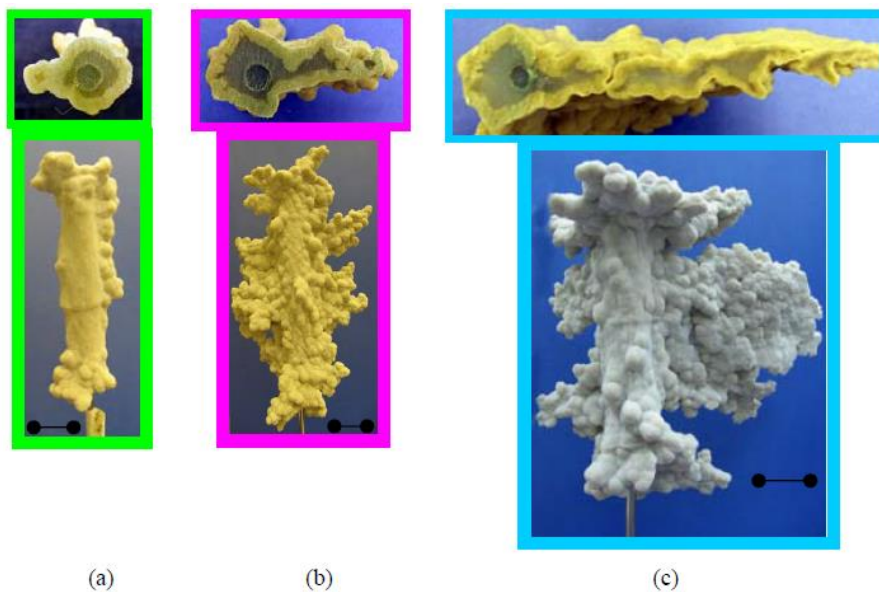


Figura 2. 12 – Fratura observada em experimentos de injeção de silicone fluido em um material particulado de quartzo: (a) 100 ml de silicone, (b) 200 ml, (c) 400 ml. As escalas na figura correspondem a 2,54 cm. Fonte: Germanovich et al. (2012).

Germanovich et al. (2012) também ilustraram um modelo conceitual para uma zona fraturada em um arenito friável, conforme a Figura 2.13. Observa-se a existência de uma zona interna, equivalente a área aberta de uma fratura convencional e uma zona de *leakoff*,

desenvolvida em função da viscosidade do fluido injetado. O autor ainda menciona que é possível que o mecanismo de propagação da fratura seja pela formação de uma banda de cisalhamento na ponta da fratura no caso de materiais inconsolidados. Ele comprovou experimentalmente essa hipótese injetando traçadores diferentes ao longo do experimento de propagação de fratura.

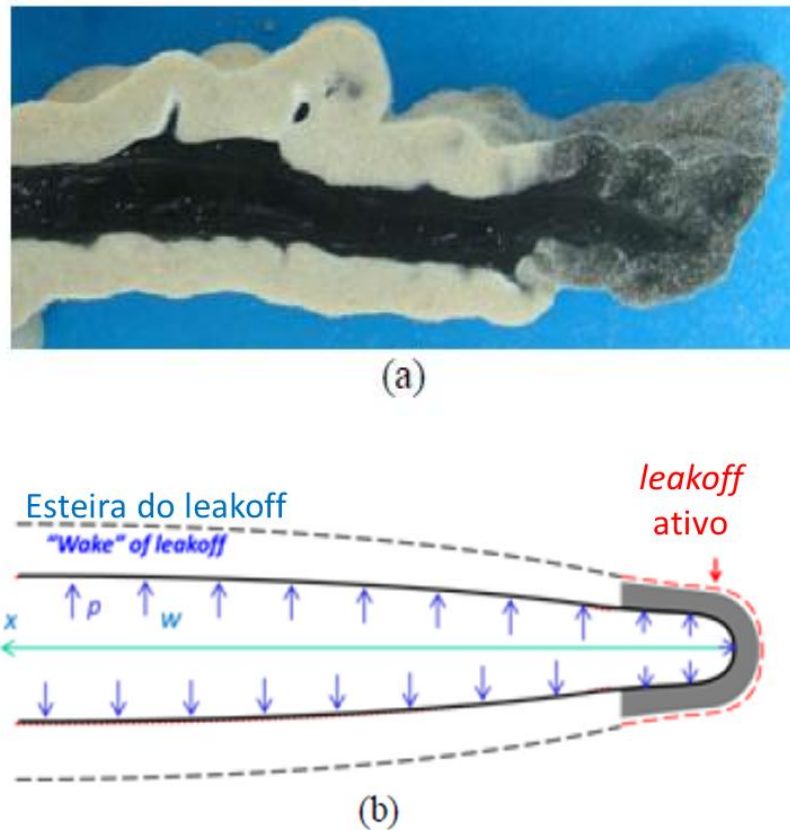


Figura 2.13 – (a) Seção de uma fratura induzida em um arenito pela injeção de um fluido viscoso (silicone) e (b) modelo conceitual. Fonte: traduzido de Germanovich et al. (2012).

Taghipour et al. (2015) defendem que a formação de banda de cisalhamento e o aumento induzido de permeabilidade são fundamentais para o fraturamento hidráulico de arenitos inconsolidados. Os autores empregam os termos *shear fracturing* e *shear-permeability evolution* para caracterizar o principal mecanismo de criação de permeabilidade em materiais inconsolidados durante o fraturamento. Os autores ainda ressaltam que esse comportamento é consideravelmente diferente do fraturamento de rochas competentes.

Pak (1997) classificou os padrões de fraturamento hidráulico das rochas em função taxa de infiltração do fluido e de suas características mecânicas. A Figura 2.14 mostra o diagrama construído por Pak (1997) para classificar os padrões de propagação de fraturas e, de acordo

com essa referência, espera-se que o processo de fraturamento hidráulico em arenitos inconsolidados seja dominado pelo cisalhamento e formado por pequenas fraturas interconectadas. Ainda de acordo com esse diagrama, o modelo de uma fratura planar clássica não é esperado para uma formação rochosa inconsolidada de alta permeabilidade.

Esses resultados experimentais e numéricos permitem construir uma hipótese de que o fraturamento hidráulico em formações inconsolidadas se dá por meio da formação de uma zona de deformação plástica cisalhante, no qual, as fissuras induzidas pela deformação cisalhante e a dilatação plástica resultem no aumento da permeabilidade da rocha.

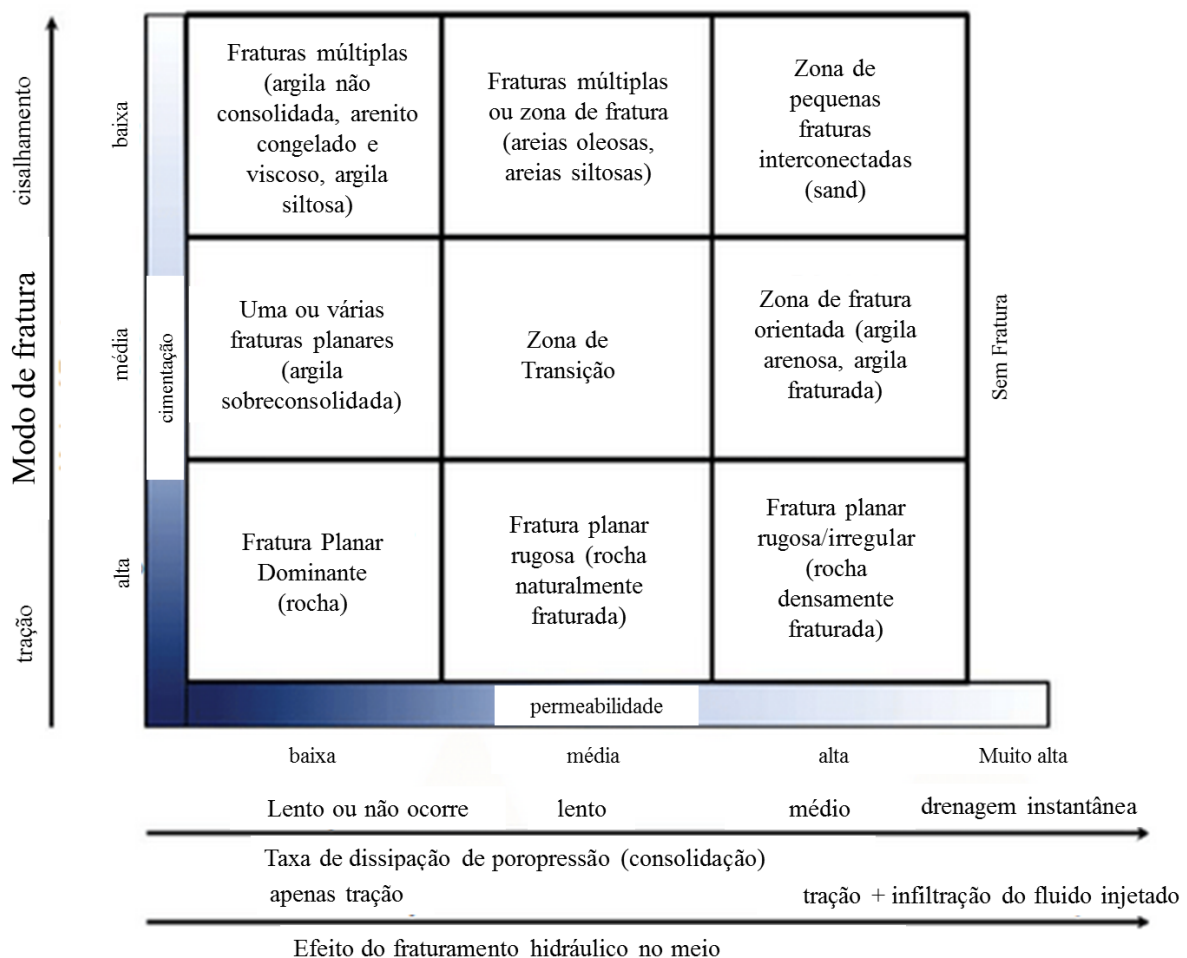


Figura 2. 14 – Mecanismos de fratura hidráulico das formações rochosas em função da difusividade hidráulica e tipo de rocha, segundo Pak (1997). Traduzida de Taghipoor et al. (2015).

Na modelagem da zona de plastificação, pode-se considerar um modelo de dano na resistência ao cisalhamento. No gráfico da tensão média efetiva ( $p'$ ) versus a tensão desviadora

(q) da Figura 2.15 são apresentadas duas envoltórias de resistência ao cisalhamento de Mohr-Coulomb, uma referente à resistência primária ou estática (mais alto) e um menor para de resistência residual (após ruptura). Esse modelo pode potencializar a localização da deformação na zona de deformação plástica.

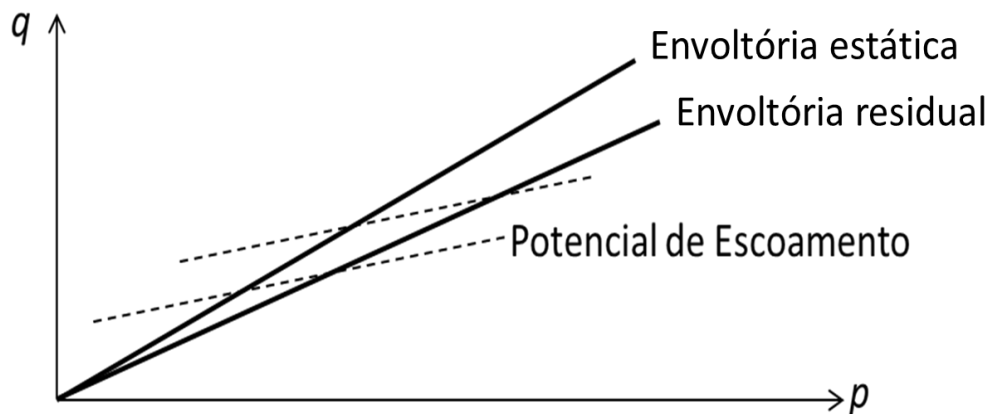


Figura 2. 15– Envoltória de resistência ao cisalhamento de Mohr-Coulomb para a situação de atrito original/estático e residual.

## 2.9. EFEITO TÉRMICO

Em reservatórios *offshore* profundos submetidos a grandes vazões de injeção, o fluido chega ao fundo do poço com temperatura inferior à temperatura da formação rochosa, e ao infiltrar na rocha resfria o meio circundante induzindo tensões térmicas.

Em águas profundas e ultraprofundas, a temperatura do fundo marinho é de aproximadamente 4°C e aumenta a um gradiente de aproximadamente 1°C a cada 30 metros. Logo, o fluido injetado sai da plataforma a cerca de 20-30 °C, esfria em direção ao fundo marinho devido a troca de calor com a água do mar e depois de entrar no poço, passa a esquentar na medida que se aproxima do fundo do poço. Nesse contexto, espera-se que os fluidos injetados cheguem consideravelmente frios na profundidade do reservatório. A taxa de condução de calor depende também das propriedades térmicas das tubulações de escoamento do fluido e da vazão de escoamento do fluido. A contração da rocha decorrente do resfriamento propicia maior probabilidade de ruptura da rocha nessa região.

Alguns autores estudaram o efeito da injeção da água fria nas tensões da rocha reservatório. Perkins & Gonzales (1985) apresentaram soluções analíticas para estimativa do

volume da zona resfriada em torno do poço injetor e para as tensões térmicas induzidas. Nesse modelo, faz-se um balanço de energia do fluido e da rocha, considerando a capacidade calorífica da rocha e da mistura do fluido injetado com fluido presente no reservatório. Esse modelo despreza efeitos difusivos do calor e requer o conhecimento do volume acumulado de fluido frio injetado na formação rochosa.

A Figura 2.16 ilustra a evolução da temperatura do fluido injetado em um sistema de injeção *offshore* e a Figura 2.17 ilustra os efeitos termomecânicos decorrentes da injeção de água fria em reservatórios.

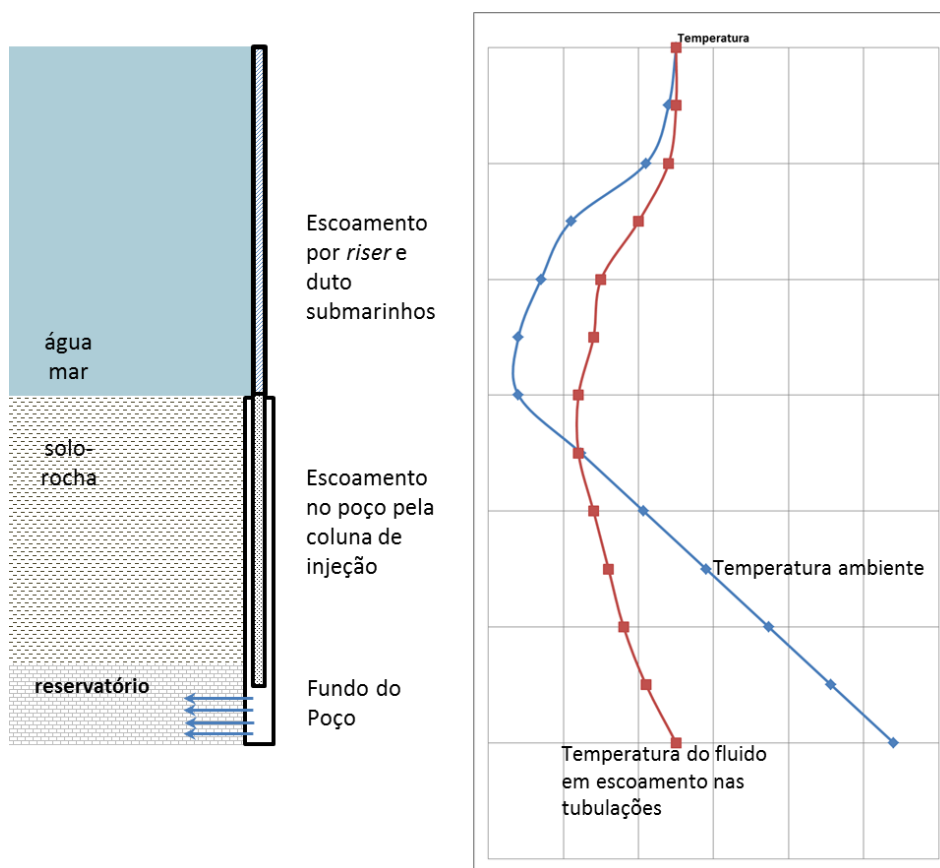


Figura 2. 16 – Figura esquemática que ilustra como a temperatura do fluido injetado evolui da plataforma até o fundo do poço em um ambiente offshore de águas profundas. A temperatura ambiente refere-se a temperatura da água do mar e das formações rochosas.



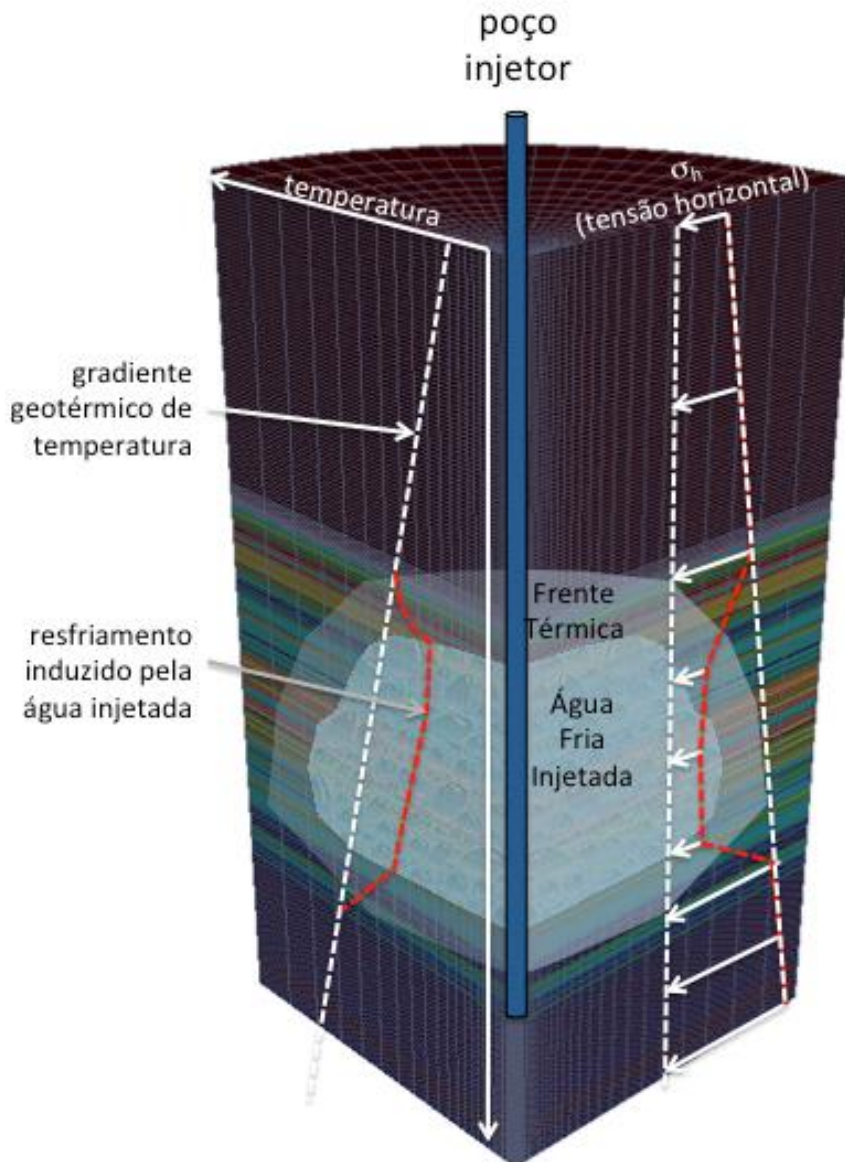


Figura 2. 17– Efeitos termomecânicos da injeção de fluido frio em torno de um poço. O resfriamento induzido pela água injetada reduz as tensões horizontais podendo até facilitar o fraturamento hidráulico da formação rochosa.

### 3. CONCEITOS BÁSICOS E FORMULAÇÃO TEÓRICA

A seguir serão apresentadas as equações que representam o fluxo de massa e calor (balanços de massa e energia, respectivamente) em meios porosos e a equação de equilíbrio do meio poroso deformável. Para fins de esclarecimento, utiliza-se a notação convencional de tensões da Mecânica dos Meios Contínuos, ou seja, tensões normais compressivas são negativas e tensões normais de tração são positivas.

Optou-se no presente texto por adotar uma notação matricial nas equações, procurando representar tensores simétricos de tensão e deformação pelo seu equivalente vetor de seis posições.

#### 3.1. EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS

O problema da injeção de água fria em um poço será estudado por meio três equações fundamentais: conservação de massa, conservação de energia e conservação de momento linear.

A conservação de massa requer que cada fase fluida presente no sistema obedeça a equação (Mattax & Dalton, 1990):

$$\{\nabla\}^T \left( \frac{\{v_f\}}{B^{(p,T)}} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{S_f \phi}{B^{(p,T)}} \right) \quad (3.1)$$

onde o sub-índice  $f$  denota a fase fluida,  $(p,T)$  se refere a uma condição termodinâmica de pressão e temperatura (*standard*, por exemplo),  $\{v_f\}$  é o vetor velocidade de escoamento da fase,  $S_f$  é a saturação da fase no meio poroso e  $\phi$  é a porosidade da rocha. A solução das equações de fluxo permite obter a poropressão e saturação das fases fluidas na rocha.

Uma vez que o fluido injetado não está em equilíbrio térmico com a rocha, é necessário resolver o balanço de energia para calcular a evolução do campo de temperatura no tempo. De acordo com Nield & Bejan (2013), os balanços de energia da rocha e do fluido podem ser expressos em 1D por:

$$(1-\phi)(\rho c)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = (1-\phi) \frac{\partial}{\partial s} \left( k_s \frac{\partial}{\partial s} (T_s) \right) + (1-\phi) q_s + h(T_f - T_s) \quad (3.2)$$

$$\phi(\rho c_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c_p)_f v_{xf} \frac{\partial}{\partial s} (T_f) = \phi \frac{\partial}{\partial s} \left( k_f \frac{d}{ds} (T_f) \right) + \phi q_f + h(T_s - T_f) \quad (3.3)$$

onde os subíndices  $s$  e  $f$  referem-se ao sólido e fluido respectivamente,  $c$  é o calor específico,  $c_p$  é o calor específico do fluido a pressão constante,  $v_{xf}$  é a velocidade de escoamento do fluido,  $k$  é a condutividade térmica,  $q$  é o calor produzido por unidade de volume e  $h$  é o coeficiente de transferência de calor entre a rocha e o fluido.

A equação de equilíbrio estrutural de um sólido pode ser escrita como:

$$[\nabla]^T \{d\sigma\} + \rho_d \{d\ddot{u}\} + \{b\} = 0 \quad (3.4)$$

onde  $\{\sigma\}$  é o vetor que representa o tensor simétrico de tensões na rocha,  $\{b\}$  é o vetor de forças de corpo,  $\rho_d$  é a massa específica do sólido e  $\{\ddot{u}\}$  é o vetor aceleração do sólido. Problemas estáticos não consideram o termo de aceleração do sólido na Equação 3.4.

Vale salientar que as Equações 3.1 a 3.4 podem ser resolvidas de forma simultânea em um esquema totalmente acoplado ou com estratégias de acoplamento iterativo com soluções individuais de cada equação.

## 3.2. RELAÇÕES CONSTITUTIVAS DO FLUIDO

### 3.2.1. Compressibilidade do Fluido

O comportamento pressão – volume de fluidos levemente compressíveis pode ser expresso por um parâmetro experimental conhecido como “fator volume formação” ( $B_f$ ), que representa uma razão entre volumes do fluido em duas condições termodinâmicas distintas.

$$B_f = \frac{V}{V^{ref}(p,T)} \quad (3.5)$$

onde  $V$  é o volume do fluido em uma condição termodinâmica específica e  $V^{ref}(p,T)$  é o volume desse fluido em uma condição termodinâmica de referência (*standard*, por exemplo).

A partir do conceito de compressibilidade de fluidos (Aziz & Settari, 1979), pode-se escrever:

$$c_f = - \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \Big|_T = \frac{B_f^{ref}(p,T) - B_f}{B_f (p - p^{ref}(p,T))} \quad (3.6)$$

onde o índice *ref* ( $p, t$ ) indica uma condição termodinâmica de referência.

### 3.2.2. Deformação do Espaço Poroso

A variação da porosidade da rocha é resultado das deformações volumétricas da rocha e da sua estrutura mineral, conforme descrito por Rahman & Lewis (1999):

$$d\phi = \{m\}^T \{\varepsilon\} + \frac{1-\phi}{K_S} dp - \frac{1}{3 K_S} \{m\}^T \{d\sigma'\} \quad (3.7)$$

onde  $\{\varepsilon\}$  é vetor das deformações macroscópicas da rocha,  $\phi$  é a porosidade e  $K_S$  é o módulo de deformação volumétrica da estrutura mineral da rocha,  $\{d\sigma'\}$  são as tensões efetivas e  $\{m\}^T = \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}$ .

Desprezando o termo de deformação da estrutura mineral devido a variação de poropressão ( $dp$ ) e considerando que a deformação volumétrica pode ser expressa em função da tensão média efetiva, a Equação 3.7 pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} d\phi &\approx \varepsilon_{vol} - \frac{1}{K_S} K_b \varepsilon_{vol} \\ d\phi &= \alpha \varepsilon_{vol} \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde  $\alpha = 1 - K_b/K_S$  é conhecido como coeficiente de Biot-Willis,  $K_b$  é o Módulo Bulk da rocha e  $\varepsilon_{vol}$  é a deformação volumétrica.

A deformação volumétrica da rocha permite acoplar a equação de fluxo (Equação 3.1) com as deformações resultantes do equilíbrio estrutural.

### 3.2.3. Velocidade de Escoamento no Meio Poroso

A velocidade de escoamento de uma fase fluida ( $f$ ) pode ser expressa pela Lei de Darcy.

$$\{v_f\} = - \left( \frac{k_r}{\mu} \right) [k] (\{\nabla\} p_f - \rho_f g \{\nabla\} D) \quad (3.9)$$

onde  $k_r$  é a permeabilidade relativa da fase fluida,  $\mu$  é a viscosidade da fase fluida,  $[k]$  é o tensor de permeabilidades absolutas ou intrínsecas da rocha,  $p$  é a poropressão,  $\rho$  é a massa específica

da fase fluida,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $\nabla D$  é o gradiente da profundidade na direção de escoamento.

A Lei de Darcy apresentada acima é válida para regime laminar de fluxo, ou seja, a baixas velocidades. Quando a velocidade aumenta, próximo ao um poço, por exemplo, é necessário utilizar outra lei para a velocidade de fluxo (Equação 3.9) de modo a corrigir os efeitos inerciais e de turbulência (Aziz & Settari, 1979). A relação não-linear entre gradiente de pressão e velocidade não será tratado no presente trabalho.

### 3.2.4. Velocidade de Escoamento na Fratura

A velocidade de escoamento de uma fase fluida ( $f$ ) na fratura é usualmente expressa pela *Lei Cúbica* de escoamento laminar entre placas paralelas (Witherspoon et al., 1980):

$$\{v_f\} = - \left( \frac{k_f}{\mu} \right) \frac{a^2}{12} (\{\nabla\} p_f - \rho_f g \{\nabla\} D) \quad (3.10)$$

onde  $a$  é a abertura média entre as paredes da fratura.

Quando a velocidade na fratura é elevada, o escoamento passa a ser turbulento e a equação de escoamento precisa ser corrigida com o auxílio de correlações experimentais, conforme demonstrado nos estudos de Zimmerman et al. (2004). O presente trabalho considera fluxo na fratura em regime laminar, conforme Equação 3.10.

## 3.3. RELAÇÕES CONSTITUTIVAS DO SÓLIDO POROSO DEFORMÁVEL

### 3.3.1. Princípio das Tensões Efetivas

Terzaghi em 1923 e posteriormente Biot em 1962 escreveram as bases conceituais do comportamento de tensões e deformações em meios poroso elásticos. De acordo com esses trabalhos, a tensão atuante em um meio poroso elástico é particionada entre a poropressão ( $p$ ) e a tensão efetiva na estrutura mineral sólida:

$$\{d\sigma\} = \{d\sigma'\} - \alpha p \{m\} \quad (3.11)$$

onde  $\{\sigma\}$  é o tensor de tensões,  $\{\sigma'\}$  é o tensor de tensões efetivas,  $\alpha$  é o Coeficiente de Biot e  $\{m\}^T = \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}$ .

### 3.3.2. Relações Tensão-Deformação

O vetor de tensões efetivas se relaciona com o vetor das deformações por meio de um tensor ou matriz constitutiva de relações tensão-deformação  $[D]$ :

$$\{d\sigma'\} = [D] \{d\varepsilon\} \quad (3.12)$$

onde  $\{\varepsilon\}$  é o tensor de deformações e  $\{\sigma'\}$  é o tensor de tensões efetivas.

A Equação 3.12 pode ainda ser aplicada ao princípio das tensões efetivas (3.11), o que resulta em:

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= \{d\sigma'\} - \alpha \{m\} \Delta p \\ \{d\sigma\} &= [D] \{d\varepsilon\} - \alpha [D_f] \{d\varepsilon\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde a matriz  $[D_f]$  representa a relação tensão-deformação de um fluido deformável. O produto  $[D_f] \{d\varepsilon\}$  permite calcular o acréscimo de poropressão em um problema não-drenado. As matrizes  $[D]$  e  $[D_f]$  são apresentadas no Anexo.

A matriz  $[D]$  pode ser função exclusiva de constantes elásticas, porém, experimentalmente tem-se demonstrado que os materiais escoam ou plastificam quando o estado de tensões satisfaz uma função escalar definida genericamente como (Zienkiewicz & Taylor, 1989):

$$F(\{\sigma'\}, k) = 0 \quad (3.14)$$

onde  $k$  é o parâmetro de endurecimento isotrópico. Na Equação 3.14 foram omitidos os parâmetros relacionados ao endurecimento cinemático. A partir do escoamento, a matriz  $[D]$  ganha caráter não linear e passa a depender do estado de tensões e do comportamento plástico do material.

Em análises elastoplásticas, assume-se que as deformações podem ser separadas em duas parcelas (elástica e plástica), ou seja:

$$\{\Delta\varepsilon\}=\{\Delta\varepsilon^e\}+\{\Delta\varepsilon^p\} \quad (3.15)$$

O incremento de deformação plástica é definido a partir do gradiente de uma função escalar:

$$\{\Delta\varepsilon^p\}=\lambda \{\nabla_{\{\sigma\}}\}G \quad (3.16)$$

onde  $\lambda$  é uma constante de proporcionalidade denominado de multiplicador plástico,  $G$  é a função potencial plástico e  $\nabla_{\{\sigma\}}$  é definido:

$$\{\nabla_{\{\sigma\}}\}=\frac{\partial}{\partial\{\sigma\}} \quad (3.17)$$

A partir das Equações 3.12, 3.15 e 3.16, pode-se escrever:

$$\{\Delta\varepsilon\}=[D]^{-1} \{\Delta\sigma'\}+\lambda \{\nabla_{\{\sigma\}}\}G \quad (3.18)$$

$$\{\Delta\sigma'\}=[D] \{\Delta\varepsilon\}-\lambda [D] \{\nabla_{\{\sigma\}}\}G \quad (3.19)$$

Na elastoplasticidade clássica, parte-se do pressuposto que ao deformar plasticamente, as tensões no material permanecem sobre a superfície de escoamento, o que é denominado de lei consistência ( $F=0$ ), ou seja:

$$F=\{\nabla_{\{\sigma\}}\}F \{\sigma'\}+\lambda \{\nabla_k\}F=0 \quad (3.20)$$

$$\Delta F=\{\nabla_{\{\sigma\}}\}F \{\sigma'\}+H \lambda=0 \quad (3.21)$$

onde  $H$  é o Módulo de Endurecimento isotrópico.

Portanto, a partir as Equações 3.19 e 3.21, chega-se a seguinte expressão para a constante  $\lambda$ :

$$\lambda=\frac{\{\nabla_{\{\sigma\}}\}F [D] \{\Delta\varepsilon\}}{H+\{\nabla_{\{\sigma\}}\}^T F [D] \{\nabla_{\{\sigma\}}\}G} \quad (3.22)$$

Dessa forma, a relação constitutiva tensão-deformação pode ser escrita como:

$$\{d\sigma'\}=[D_{EP}] \{d\varepsilon\} \quad (3.23)$$

onde a matriz elastoplástica da relação tensão-deformação é:

$$[D_{EP}] = [D] - \frac{[D] \{ \nabla_{\{\sigma\}} \}_G \{ \nabla_{\{\sigma\}} \}_F^T [D] \{ \Delta \varepsilon \}}{H + \{ \nabla_{\{\sigma\}} \}_F^T [D] \{ \nabla_{\{\sigma\}} \}_G} \quad (3.24)$$

Definindo a relação não linear entre tensão e deformação, é necessário aplicar um método de integração da relação constitutiva. No método explícito, as tensões são obtidas a partir de incrementos de deformação, ou seja:

$$\{ \Delta \sigma \} = \int_0^{\Delta \sigma} \{ \delta \sigma \} = \int_0^{\Delta \varepsilon} [D_{EP}] \{ \delta \varepsilon \} \quad (3.25)$$

onde:

$$\{ \delta \varepsilon \} = \frac{\{ \Delta \varepsilon \}}{N} \quad (3.26)$$

e  $N$  é o número de incrementos de integração.

De forma alternativa, pode-se escrever o incremento de tensões como:

$$\{ \delta \sigma^{j+1} \} = [D_{EP}^j] \{ \delta \varepsilon^{j+1} \} \quad (3.27)$$

onde  $j$  é o contador do processo incremental e a relação tensão-deformação ( $[D_{EP}]$ ) é definida a partir do estado de tensões do passo anterior  $j$ . O método explícito requer o emprego de controle de erro nos incrementos de tensão plástica, conforme descrito por Zienkiewicz & Taylor (1989).

### 3.3.3. Deformações Viscopoplásticas

Uma forma alternativa de resolver o problema plástico é integrar explicitamente a taxa de deformação viscoplástica no tempo, conforme modelo desenvolvido por Perzyna (1966). Por se tratar de um método explícito de integração no tempo, deve-se se respeitar limites de passo de tempo para garantir a convergência do problema.

A taxa de deformação pode ser desmembrada em sua parcela elástica e viscoplástica, ou seja:

$$\{ \dot{\varepsilon} \} = \{ \dot{\varepsilon}^{el} \} + \{ \dot{\varepsilon}^{vp} \} \quad (3.28)$$



A taxa de deformação viscoplástica é definida a partir de uma função potencial de plastificação (G):

$$\{\dot{\varepsilon}^{vp}\} = \gamma \langle F \rangle \{\nabla_{\{\sigma\}}\} G \quad (3.29)$$

onde  $\gamma$  é conhecido como parâmetro de fluidificação e  $\langle F \rangle$  é o colchete de McCauley, definido como (Zienkiewicz, & Corneau (1974)):

$$\langle F \rangle = \begin{cases} =F & \text{se } F \geq 0 \\ =0 & \text{se } F < 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

O sucesso da integração no tempo do modelo de Perzyna depende da escolha do passo de tempo. Corneau (1975), Rizkalla & Mitri (1991) e Stolle (1991) apresentaram passos de tempo crítico para diferentes modelos constitutivos utilizados em Geotecnia. Para o envelope de Mohr-Coulomb, o passo de tempo crítico é definido como:

$$\Delta t_{\text{crítico}} = \frac{4(1-\nu)(1+\nu)}{E(\text{sen}\phi \text{ sen}\phi + 1 - 2\nu)} \quad (3.31)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $c$  é a coesão,  $\phi$  é o ângulo de atrito e  $\psi$  é o ângulo de dilatação.

### 3.3.4. Deformações Térmicas

A injeção de fluido frio no reservatório resulta no resfriamento e contração da rocha. De acordo com a literatura de Mecânica dos Sólidos (Zienkiewicz & Taylor, 1989, Felippa, 2004), a deformação térmica da rocha é função da variação de temperatura  $\Delta T$  e do coeficiente de expansão térmica linear  $\alpha^T$ .

$$\{\varepsilon^T\} = \alpha^T \Delta T \{m\} \quad (3.32)$$

Onde  $\{m\}^T = \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}$ .

### 3.3.5. Fratura

A fratura hidráulica é por definição uma superfície livre que divide o sólido e que possui, portanto, um volume vazio preenchido por um fluido. A condição de equilíbrio estático na parede da fratura impõe que a pressão do fluido seja igual a tensão normal a parede da fratura, conforme descrito na Figura 3.1:

$$p_{fra} = -(\sigma'_n - \alpha p) \quad (3.33)$$

onde  $p_{fra}$  é a pressão do fluido da fratura,  $\sigma'_n$  é a tensão normal efetiva no sólido,  $\alpha$  é o Coeficiente de Biot do sólido e  $p$  é a poropressão no sólido.

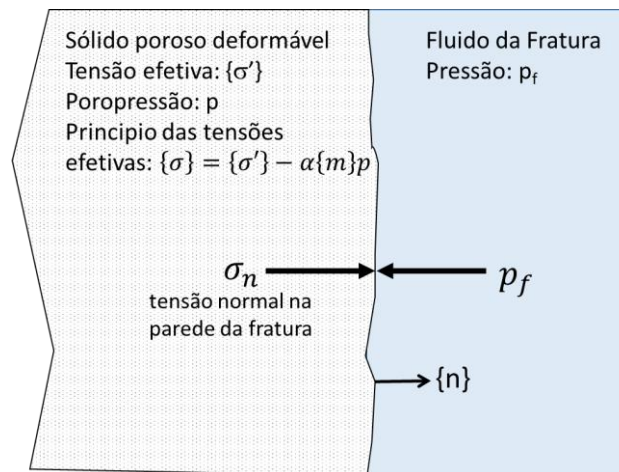


Figura 3.1 – Equilíbrio de forças na parede da fratura hidráulica.

A tensão normal efetiva na parede da fratura é obtida a partir do vetor de tração:

$$\{t'\} = [\sigma'] \{n\} \quad (3.34)$$

onde  $\{n\}$  é o vetor normal a superfície da fratura e  $\{t'\}$  é a projeção do tensor de tensões na superfície da fratura.

Havendo resíduo na Equação 3.33, o sólido deve ser reequilibrado até que seja satisfeita essa condição de equilíbrio na parede da fratura. O resíduo de forças é o resultado da integração da tensão desbalanceada (Equação 3.33) na parede da fratura, ou seja:

$$\{f_{desb}\} = -\{n\} \int_{A_f} (p_f + (\sigma'_n - \alpha p)) dA \quad (3.35)$$

onde  $A_f$  é a área da fratura e  $\{n\}$  é um vetor normal à fratura.

### 3.3.6. Propagação de Fraturas

Conforme apresentado no Item 2.8.3, a Integral  $J$  desenvolvida por Rice (1968) representa a taxa de energia liberada por unidade de área durante a propagação da fratura. Sua definição matemática é dada pela seguinte integral de contorno:

$$J = \oint_{\Gamma} \left( W_S dy - \{t\} \cdot \frac{\partial \{u\}}{\partial x} ds \right) \quad (3.36)$$

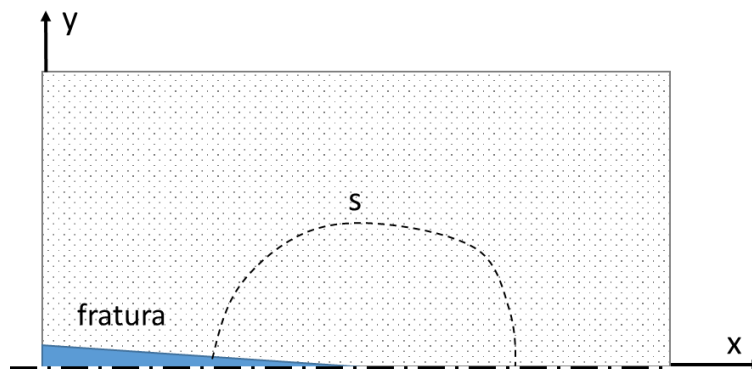


Figura 3.2 – Integral  $J$  na ponta da fratura.

Considerando um caminho  $S$  paralelo ao plano da fratura (Figura 3.2), com dimensão  $dy = 0$ , de acordo com Rice (1968) pode-se simplificar a Integral- $J$  pela integração da tensão normal pelo deslocamento normal ao plano da fratura. O deslocamento normal ainda pode ser escrito em função da deformação normal, e o resultado dessa manipulação da equação da Integral- $J$  é a expressão:

$$J = h \int \sigma'_{yy} d\varepsilon_{yy} \quad (3.37)$$

Onde  $h$  é a espessura da zona de fraturamento (*process zone*), conforme ilustrado na Figura 3.3.

A Integral  $J$  pode ser utilizada como critério para a propagação de fratura, pois uma vez que  $J$  for maior do que a energia crítica de Griffith ( $G_c$ ), a fratura irá se propagar.

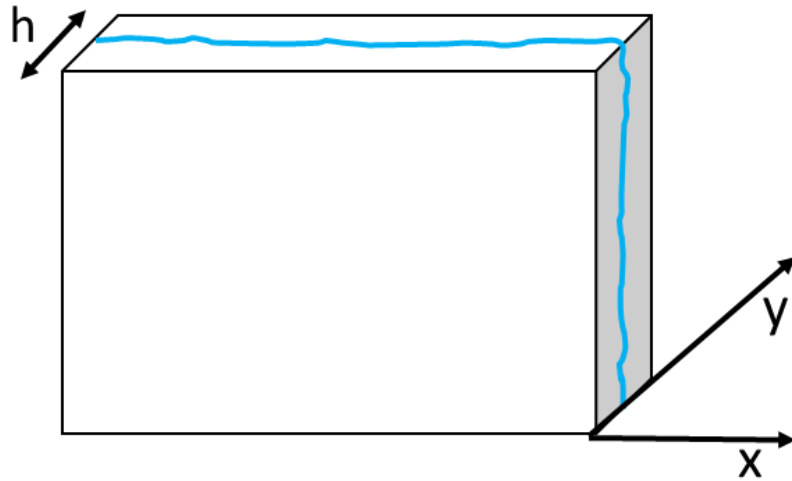


Figura 3.3 – Integral  $J$  em um elemento fraturado.

Dois modelos numéricos fazem uso da abordagem simplificada da Integral  $J$  (Equação 3.37), o modelo de dano com elemento coesivo aplicado por Chen et al. (2009) para fraturamento hidráulico e o modelo de dano contínuo equivalente (CDM – *Continuous Damage Mechanics*) empregado por Léger & Leclerc (1996) e Min & Ghassemi (2012). Ambos modelos estão brevemente explicados na Tabela 2.1.

O modelo CDM preconiza que a rigidez do sólido irá se degradar na direção normal ao plano de fraturamento, e, portanto, a matriz de relações tensão-deformação (Equação 3.12) ficará ortotrópica. Considera-se nessa formulação que apenas o Módulo de Elasticidade na direção normal ao plano degradado ( $E_2$ ) é alterado, a matriz de relações elásticas tensão-deformação fica (Beer et al., 2010):

$$[D_{\text{ort}}] = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & & & \\ C_2 & C_1 & C_3 & & 0 & \\ C_3 & C_3 & C_4 & & & \\ & & & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ & 0 & & 0 & \frac{E_y}{2(1+\nu)} & 0 \\ & & & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

onde:  $C_2=n(v+nu^2)C$ ,  $C_3=nu(1+v)C$ ,  $C_4=(1+u^2)C$ ,  $C=\frac{E_2}{(1-\nu)(1-\nu-2nu^2)}$ ,  $n=\frac{E}{E_2}$ .

A equação considera que o plano Z possui rigidez degradada, porém, a matriz  $D_{ort}$  pode ser rotacionada para coincidir com um plano de fraturamento arbitrário.

O Módulo de Elasticidade degradado ( $E_2$ ) relaciona-se com o Módulo de Elasticidade do material intacto ( $E$ ) por meio de uma variável de dano:

$$E_2=(1-d)E \quad (3.39)$$

onde  $d$  é a variável de dano que tem valor zero para um sólido não fraturado e valor unitário para um sólido completamente fraturado.

Existem diferentes opções de curva de dano proposta na literatura, a mais comum é a bilinear, no qual a trajetória tensão-deformação normal efetiva ao plano da fratura é composto por duas curvas lineares, conforme ilustrado na Figura 3.4. Nesse modelo, quando a tensão normal de tração ( $\sigma_{yy}$ ) alcança a envoltória de resistência à tração, o módulo de elasticidade é degradado na direção normal ao plano de fraturamento.

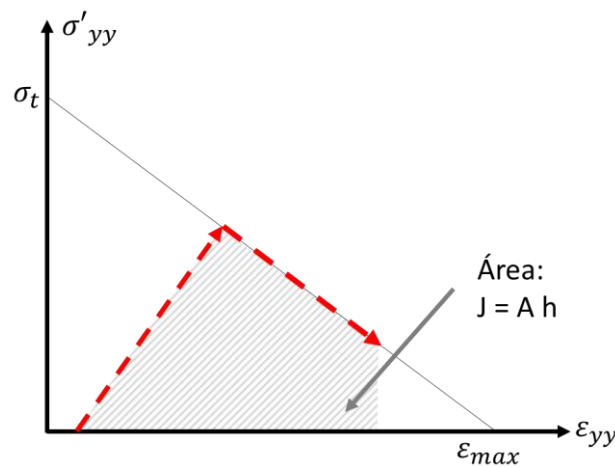


Figura 3.4 – Modelo de dano bilinear do sólido fraturado. A Integral  $J$  equivale ao produto da área sob a curva pela espessura da zona fraturada.

### 3.4. DANO MECÂNICO E EVOLUÇÃO DA PERMEABILIDADE

Formações rochosas inconsolidadas podem ter suas propriedades mecânicas degradadas após deformação plástica cisalhante, caracterizando o que se chama na literatura de *strain*

*softening*. Shibuya et al. (1997) mostram que a resistência ao cisalhamento de uma areia durante um teste de cisalhamento direto aumenta e depois decresce com a deformação cisalhante (Figura 3.5 a). De acordo com esse experimento, um reservatório arenítico pode apresentar mudança de propriedades mecânicas em função da sua história de carregamento e deformação experimentada durante o tempo geológico. O presente trabalho assumiu, por hipótese, que as formações rochosas vão degradar sua rigidez e resistência com a deformação plástica cisalhante.

O gráfico da Figura 3.5 (b) ilustra um modelo linear de perda de rigidez e resistência ao cisalhamento com a deformação plástica cisalhante (deformação desviadora) empregado no presente trabalho. Esse modelo permite a localização da deformação cisalhante formando uma zona de plastificação, conforme sugerido por resultados experimentais de fraturamento em arenitos inconsolidados (Figura 2.12).

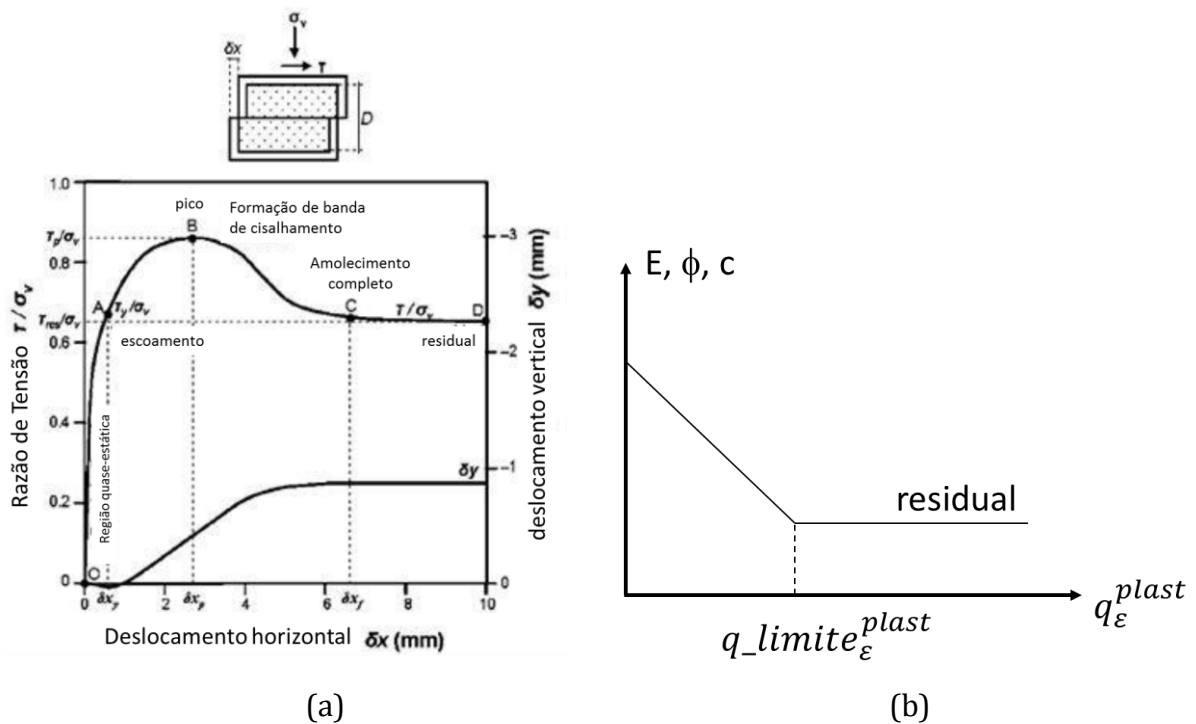


Figura 3.5 – (a) Variação da tensão cisalhante durante um teste de cisalhamento direto de uma areia mostrando o comportamento de *hardening* seguido de *softening* (Shibuya et al. (1997), (b) modelo conceitual de dano à rigidez e resistência ao cisalhamento com a deformação plástica cisalhante empregado no presente trabalho.

De acordo com o exposto no item 2.8.4, espera-se que a zona de fraturamento hidráulico em formações inconsolidadas seja dominada pela deformação cisalhante. Dessa forma, assume-se por hipótese, que a permeabilidade do meio deve ser incrementada na medida que a deformação plástica se acumule. Esse mecanismo permite o aumento da permeabilidade do meio na medida em que a rocha plastifica, formando ao final uma zona de deformação que representa um fraturamento induzido por cisalhamento.

No presente trabalho, adota-se uma relação simples linear de incremento da permeabilidade com a deformação plástica cisalhante, ou seja:

$$k = k_{ini} + \frac{dk}{dq_{\epsilon}^{plast}} q_{\epsilon}^{plast} \quad (3.40)$$

onde  $k_{ini}$  é a permeabilidade inicial do meio poroso,  $q_{\epsilon}^{plast}$  é a deformação plástica desviadora e  $\frac{dk}{dq_{\epsilon}^{plast}}$  é a taxa de incremento de permeabilidade, considerada constante no presente trabalho.

## 4. FORMULAÇÃO NUMÉRICA E VALIDAÇÃO

### 4.1. ESCOAMENTO DE FLUIDO E TRANSPORTE DE CALOR

A equação de balanço de massa discretizada pelo Método dos Volumes Finitos emprega elementos hexaédricos que trocam massa entre si pela interface comum entre os elementos. A Figura 4.1 representa o conceito de discretização do escoamento em um meio contínuo, no qual, a massa é transferida entre os volumes finitos adjacentes a uma vazão  $q_x$  decorrente de um gradiente de potencial hidráulico ao longo do eixo  $x$ .

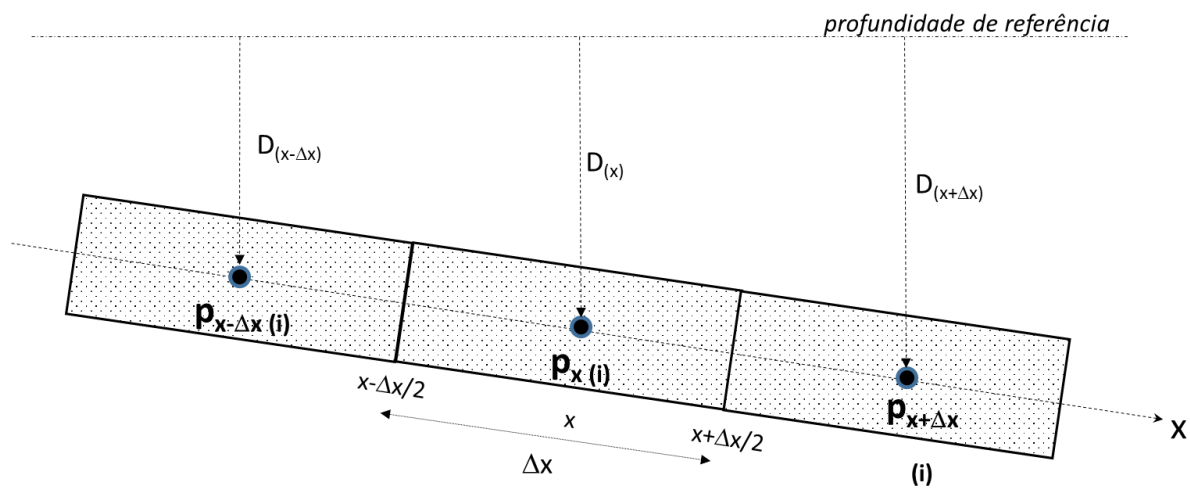


Figura 4.1 – Modelo de discretização do escoamento em um meio poroso por Volumes Finitos.

A equação de balanço de massa de uma fase fluida ( $f$ ) em um volume finito pode ser escrita em sua forma discreta como:

$$\frac{1}{B_f} \int_A v_n dA + q^{\text{std}} = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_f}{B_f} \right) \quad (4.1)$$

onde o índice *std* indica condição termodinâmica padrão (*standard*),  $A$  é a área da interface entre os volumes finitos,  $v_n$  é a velocidade de escoamento normal a face do elemento,  $q$  é a vazão injetada ou consumida no volume,  $V_b$  é o volume total de rocha,  $\phi$  é a porosidade,  $S_f$  é a saturação da fase fluida e  $B_f$  é o fator volume formação da fase fluida.



Na equação de balanço de massa, valem as relações constitutivas descritas no Capítulo 3. Portanto, a velocidade de escoamento em regime laminar aproximada pelo Método das Diferenças Finitas obedece às relações:

- Lei de Darcy para o fluxo multifásico em meios porosos ao longo de um eixo:

$$v_x = - \left( \frac{k_r}{\mu} \right) k_x \left( \frac{p_{x+\Delta x} - p_{x-\Delta x}}{\Delta x} - \rho_f g \frac{D_{x+\Delta x} - D_{x-\Delta x}}{\Delta x} \right) \quad (4.2)$$

- Lei de fluxo laminar monofásico entre placas paralelas (fraturas) com abertura média  $a$  ao longo de um eixo ( $x$ ):

$$v_x = - \left( \frac{1}{\mu} \right) \frac{a^2}{12} \left( \frac{p_{x+\Delta x} - p_{x-\Delta x}}{\Delta x} - \rho_f g \frac{D_{x+\Delta x} - D_{x-\Delta x}}{\Delta x} \right) \quad (4.3)$$

onde  $k_r$  é a permeabilidade relativa da fase fluida,  $\mu$  é a viscosidade da fase fluida,  $a$  é a abertura da fratura,  $p$  é a pressão do fluido,  $D$  é a profundidade do centro do volume finito,  $k$  é a permeabilidade absoluta da rocha,  $\rho_f$  é a massa específica da fase fluida,  $a$  é a abertura hidráulica da fratura,  $\Delta x$  é a distância entre os dois pontos (coordenadas  $x+\Delta x$  e  $x-\Delta x$ ) no qual a equação de escoamento está sendo resolvida.

A solução transiente da equação de fluxo seguiu o método incondicionalmente estável de Crank-Nicolson, com  $\theta$  igual a 0,5 (integração implícita).

A determinação do campo de temperatura nas rochas se dá com a solução da equação de balanço de energia. Aplicando também o Método dos Volumes Finitos, chega-se a forma discreta da equação (Chetveryk, 2000) para um volume de controle:

$$\phi \int_A v \, dA + h(T_R - T_f) = V_b \phi \frac{\partial(\rho_f c_p T_f)}{\partial t} \quad (4.4)$$

onde  $\phi$  é a porosidade da rocha,  $A$  é a área da interface do volume finito,  $\int_A v \, dA$  é fluxo de calor nas faces do volume finito,  $V_b$  é o volume de controle,  $\rho_f$  é a massa específica do fluido,  $c_p$  é o calor específico do fluido a pressão constante,  $h$  é o coeficiente de transferência de calor entre a rocha e o fluido,  $T_f$  é a temperatura do fluido e  $T_R$  é a temperatura do rocha.

Da mesma forma, pode-se escrever o balanço de energia na rocha como:

$$(1-\phi) \int_A v \, dA + h(T_f - T_R) = V_b (1-\phi) \frac{\partial(\rho c T_s)_R}{\partial t} \quad (4.5)$$

onde  $\phi$  é a porosidade da rocha,  $(\rho c)_R$  é o produto da massa específica seca da rocha pelo calor específico da rocha.

O fluxo de calor no fluido entre as faces do volume finito segue as seguintes relações constitutivas:

- Lei de Fourier para condução térmica.

$$v_x = -k \frac{dT_f}{dx} = -k \frac{T_{f_{x+\Delta x}} - T_{f_{x-\Delta x}}}{\Delta x} \quad (4.6)$$

- Fluxo Advectivo.

$$v_x = (\rho c_p)_f v_{xf} T \quad (4.7)$$

onde  $k$  é a condutividade térmica do fluido,  $v_f$  é a velocidade de escoamento do fluido e  $A$  é a área da face do volume finito.

O balanço de energia apresentado permite estabelecer uma solução analítica para o cálculo da temperatura (Perkins & Gonzales, 1985). Esse modelo calcula o raio de resfriamento em torno do poço a partir da diferença de temperatura entre o fluido injetado e a formação rochosa, da capacidade calorífica do meio (rocha e fluido dos poços) e o volume de fluido injetado. De acordo com esse trabalho, em escoamento monofásico de água, o raio da zona resfriada em torno do poço ( $r$ ) pode ser expressa da seguinte forma:

$$r^2 = \frac{1}{\pi H} \frac{\rho_w c_w W_i}{\rho_{gr} c_{gr} (1-\phi) + \rho_w c_w S_w} \quad (4.8)$$

onde  $H$  é espessura da formação rochosa,  $\rho_w$  é a massa específica da rocha,  $c_w$  é o calor específico da água,  $W_i$  é o volume acumulado de água fria injetada na formação rochosa,  $\rho_{gr}$  é a massa específica dos grãos da rocha,  $c_{gr}$  é o calor específico da rocha,  $\phi$  é a porosidade e  $S_w$  é a saturação de água no meio poroso.

## 4.2. DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO

Na estratégia de acoplamento explícito entre os modelos físicos, parte-se do princípio de que os campos de pressão e temperatura são calculados previamente ao equilíbrio estrutural.

Posto isso, calcula-se as cargas estruturais decorrentes da variação de temperatura e pressão do fluido.

No que se refere a solução da equação de equilíbrio, foram empregadas duas estratégias, uma baseada no equilíbrio dinâmico amortecido (relaxação dinâmica) e outra baseada no equilíbrio quase-estático, ou seja, sem aceleração e velocidade. O objetivo inicial da implementação das duas abordagens é avaliar a robustez de cada uma das formulações para o problema de fraturamento hidráulico.

Aplicando o princípio dos trabalhos virtuais e considerando o domínio discretizado pelo Método dos Elementos Finitos, pode-se chegar a expressão 3D do equilíbrio estrutural dinâmico:

$$\iiint \rho_{sat} [N]^T [N] dV \{\Delta \ddot{u}\} + \iiint C [N]^T [N] dV \{\Delta \dot{u}\} + \iiint [B]^T \{\Delta \sigma'\} dV - \alpha \iiint \Delta p [B]^T \{m\} dV + \iiint [B]^T [D] \{\Delta \epsilon\} dV + \iint [N]^T \{\Delta \tau\} dA = 0 \quad (4.9)$$

onde  $[N]$  e  $[B]$  são as matrizes de função de forma e relação deslocamento-deformação, respectivamente,  $\rho_{sat}$  é a massa específica saturada da rocha (rocha seca + fluidos do poro),  $\{\Delta \ddot{u}\}$  (m) e  $\{\Delta \dot{u}\}$  representam os vetores de aceleração e velocidades nodais da malha de elementos finitos,  $C$  é o coeficiente de amortecimento estrutural da rocha,  $\alpha$  é o Coeficiente de Biot,  $\Delta p$  é a variação da poropressão nodal resultante do balanço de massa,  $[D]$  é a matriz da relação constitutiva tensão-deformação,  $\{\Delta \epsilon_i\}$  é o tensor de deformações prescritas e  $\{\Delta \tau\}$  é o carga distribuída de tração em uma superfície livre.

A integração no tempo da equação de equilíbrio dinâmica segue o Método Explícito (Bathe (2014), Belytschko et al. (2000)). O algoritmo abaixo mostra o algoritmo de solução:

1. *Definição do passo de tempo crítico.*

$$\Delta t \leq \min \left( \frac{L_{min}}{c} \right)$$

2. *Carga prescrita no equilíbrio estrutural (poropressão, térmica, carga de superfície, deformação prescrita).*

$$\{F_{ext}\} = -\alpha \iiint \Delta p [B]^T \{m\} dV + \iiint [B]^T [D] \{\Delta \epsilon^T\} dV + \iint [N]^T \{\Delta \tau\} dA$$

3. Atualização dos deslocamento nodais.

$$\Delta u = \Delta t * \dot{u} + 0,5 * \Delta t^2 * \ddot{u}$$

4. Cálculo das forças internas.

$$\{f_{int}\} = \iiint [B]^T \{\Delta \sigma\} dV$$

5. Nova aceleração nodal.

$$\{\ddot{u}_{new}\} = \frac{(f_{int} + F_{ext} - C * \dot{u})}{M}$$

6. Nova velocidade nodal.

$$\{\Delta \dot{u}\} = (\ddot{u} + \ddot{u}_{new}) * 0,5 * \Delta t$$

7. Retornar ao passo 3 e continuar os passos de tempo.

onde  $L_{min}$  é o menor comprimento de um elemento,  $c$  é a velocidade de propagação da onda acústica de compressão no sólido e  $\Delta t$  é o passo de tempo da solução transiente.

Versões simplificadas das matrizes de massa e amortecimento foram adotadas. A matriz de massa é do tipo concentrada, ou seja, a massa do elemento é igualmente distribuída entre os seus graus de liberdade de deslocamento.

O amortecimento estrutural representa a dissipação de energia de natureza viscosa, sendo proporcional à velocidade estrutural, conforme Equação 4.9. Ao empregar a equação de equilíbrio dinâmico para resolver problemas estáticos, deve-se utilizar o amortecimento crítico, que por sua vez é proporcional à matriz de massa e à frequência fundamental de vibração estrutural (auto-valor)  $\omega$ , conforme descrito em Clough (1975) (Sousa Jr, 2006):

$$[C_c] = 2[M]\omega \quad (4.10)$$

onde  $\omega$  é frequência natural de vibração estrutural (rad/s).

### 4.3. EQUILÍBRIO QUASE ESTÁTICO

A forma mais tradicional do equilíbrio estrutural é resolver estaticamente a Equação 4.9, assumindo que as cargas estruturais serão aplicadas lentamente e, portanto, eliminando os termos de aceleração e velocidade da equação. Dessa forma, o equilíbrio pode ser rescrito da seguinte forma:

$$\iiint [B]^T \{\Delta \sigma'\} dV - \alpha \iiint \Delta p [B]^T \{m\} dV + \iiint [B]^T [D] \{\Delta \epsilon^T\} dV + \iint [N]^T \{\Delta \tau\} A = 0$$

(4.11)

As tensões efetivas são relacionáveis com as deformações conforme Equações constitutivas 3.13 e 3.15:

$$\{\Delta\sigma\}=[D] (\{\Delta\varepsilon^e\}+\{\Delta\varepsilon^{vp}\}) \quad (4.12)$$

onde  $\Delta\varepsilon^{vp}$  é a deformação viscoplástica.

O modelo de Perzyna (1966) consiste em uma solução pseudo-transiente para o problema de plasticidade, no qual a deformação é obtida a partir da integração temporal da taxa de deformação viscoplástica ( $\dot{\varepsilon}^{vp}$ ), ou seja:

$$\{\Delta\varepsilon^{vp}\}=\{\dot{\varepsilon}^{vp}\}\Delta t \quad (4.13)$$

A taxa de deformação viscoplástica ( $\dot{\varepsilon}^{vp}$ ) é função da distância do estado de tensões à envoltória de resistência (função de escoamento  $F$ ) e ao gradiente da superfície de escoamento ( $G$ ), ou seja:

$$\{\dot{\varepsilon}^{vp}\}=\gamma\langle F\rangle \nabla_{\{\sigma\}}G \quad (4.14)$$

onde  $\gamma$  é o parâmetro de fluidificação do material, usualmente adotado como unitário em análises numéricas de plasticidade.  $\langle F \rangle$  é igual a zero para  $F\leq 0$  e igual  $F$  para  $F>0$ .

Computacionalmente, o equilíbrio estrutural viscoplástico pode ser resolvido conforme o algoritmo descrito na Figura 4.2.

1. Solução do equilíbrio estrutural considerando modelo constitutivo elástico	Equação 4.11
2. Definição do passo de tempo crítico do método viscoplástico.	$\Delta t^{vp}$
3. Cálculo da taxa de deformação viscoplástica	$\{\dot{\varepsilon}^{vp}\}=\gamma\langle F\rangle \nabla_{\{\sigma\}}G$
4. Cálculo da deformação viscoplástica	$\{\delta\varepsilon^{vp}\}=\{\dot{\varepsilon}^{vp}\}\Delta t$
5. Acumula a deformação viscoplástica	$\{\Delta\varepsilon^{vp}\}=\{\Delta\varepsilon^{vp}\}+\{\delta\varepsilon^{vp}\}$
6. Solução do equilíbrio estrutural considerando a deformação viscoplástica	Equação 4.11

- 7. Critério de parada
- 8. Retornar ao passo 3, caso não tenha estabilizado as forças desbalanceadas e/ou deslocamentos.

Figura 4.1 – Algoritmo de equilíbrio estrutural viscoplástico.

**4.4. ACOPLAMENTO ENTRE MODELOS**

Devido a diferente natureza dos problemas físicos e o elevado esforço computacional para a solução acoplada de um sistema de equações, pode-se empregar esquemas iterativos de solução, no qual, os problemas são resolvidos em separado com *solvers* especializados e as informações entre os modelos são trocadas dentro do mesmo passo de tempo ou no passo de tempo subsequente.

Considerando os três fenômenos físicos da modelagem de injeção de água fria com propagação de fraturas (balanço de massa, balanço de energia e o equilíbrio estrutural), os dois primeiros necessitam de sincronismo na discretização no tempo, uma vez que a velocidade de escoamento é insumo para o cálculo térmico. Já a equação de equilíbrio pode ser resolvida a *posteriori* com os campos de pressão e temperatura previamente calculados em um dado passo de tempo.

A Tabela 4.1 mostra a relação entre variáveis dos três fenômenos físicos modelados, mostrando a interdependência entre os problemas.

Tabela 4.1 – Interdependência de variáveis entre os problemas físicos modelados.

Variável		Fluxo de Massa na Fratura	Fluxo de Massa no meio poroso	Fluxo de Calor no Meio Poroso	Equilíbrio Estrutural
Fluxo de Massa na Fratura	Pressão do Fluido		X		X
	Velocidade de escoamento			X	X
Fluxo de Massa no meio poroso	Poropressão de escoamento	X			X
	Velocidade			X	X
Fluxo de Calor no Meio Poroso	Temperatura	X	X		X
Equilíbrio Estrutural	Deslocamentos	X			
	Deformação		X		
	Tensão	X	X		

#### 4.5. MODELO COMPUTACIONAL

O fluxograma da Figura 4.2 ilustra o algoritmo empregado na solução do problema termo-hidromecânico de injeção de fluidos em reservatórios. Após a inicialização de tensões e deformações no poço decorrentes da escavação, o problema termo-hidromecânico é resolvido em passos de tempo ( $\Delta t$ ), sendo que ao final de cada passo ocorre a avaliação da propagação da fratura hidráulica, durante a etapa de equilíbrio estrutural.

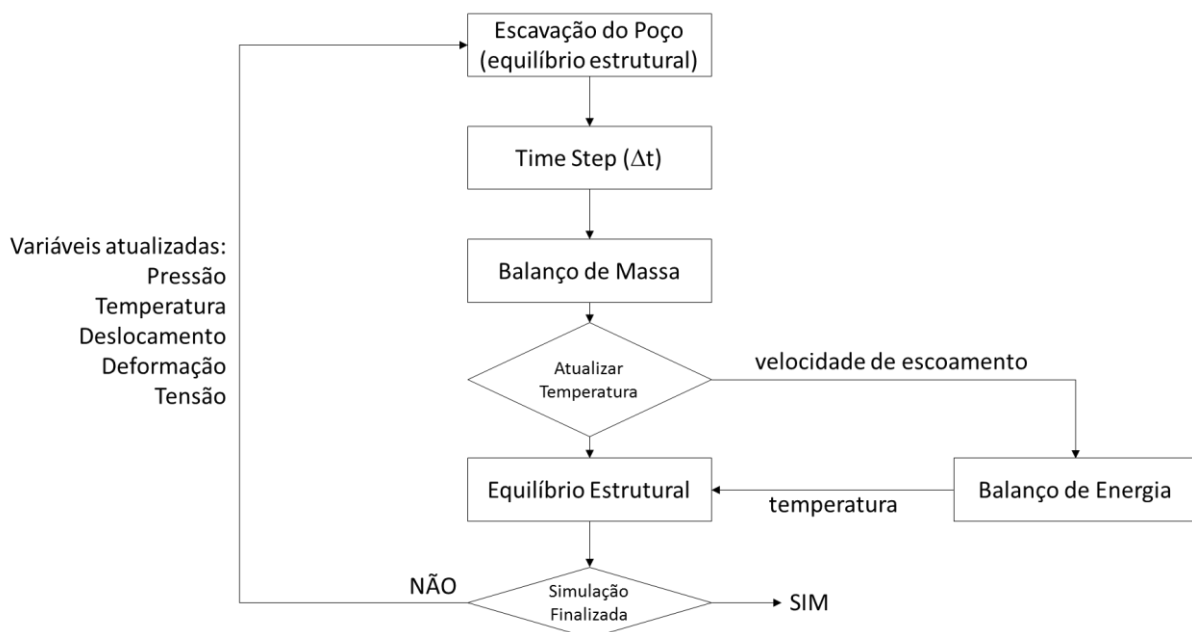


Figura 4.2 – Fluxograma de solução acoplada iterativa do problema termo-hidromecânico-dinâmico.

Conforme apresentado anteriormente, o balanço de massa é solucionado com um código computacional baseado em Volumes Finitos com derivadas aproximadas por Diferenças Finitas. Sua compressibilidade ou coeficiente de adensamento é atualizado com as propriedades mecânicas mais atuais do modelo estrutural. Neste trabalho, o problema considera fluxo monofásico de um fluido compressível.

O balanço de energia implementado baseia-se na solução analítica de Perkins & Gonzales (1985), conforme descrito no item 4.1. Além das propriedades térmicas da rocha e do fluido, o modelo depende do volume acumulado de fluido frio injetado em cada camada do modelo.

O solver linear utilizado foi o Gradientes Conjugados Pré-Condicionados Diagonalmente, conforme descrito em Griffith & Smith (2004).

Todos os códigos computacionais foram implementados em um único programa programado em Fortran com uso de diretivas OpenMP® para processamento paralelo.

#### 4.6. MODELO COMPUTACIONAL DE PROPAGAÇÃO DE FRATURAS

O equilíbrio estrutural implementado emprega um algoritmo de propagação de fratura que interage com a equação de equilíbrio modificando as condições de contorno para representar a propagação da fratura. Para a configuração de problemas propostos nesse trabalho, a propagação de fraturas de tração é limitada a um dos planos externos do modelo, normal à menor das tensões *in situ* inicial, conforme ilustrado na Figura 4.4.

No plano da fratura, os graus de liberdade de deslocamento do modelo estrutural são livres e há uma carga distribuída equivalente a diferença entre a pressão do fluido na fratura e a tensão normal total no elemento finito adjacente ao plano da fratura, conforme descrito no item 3.3.5.

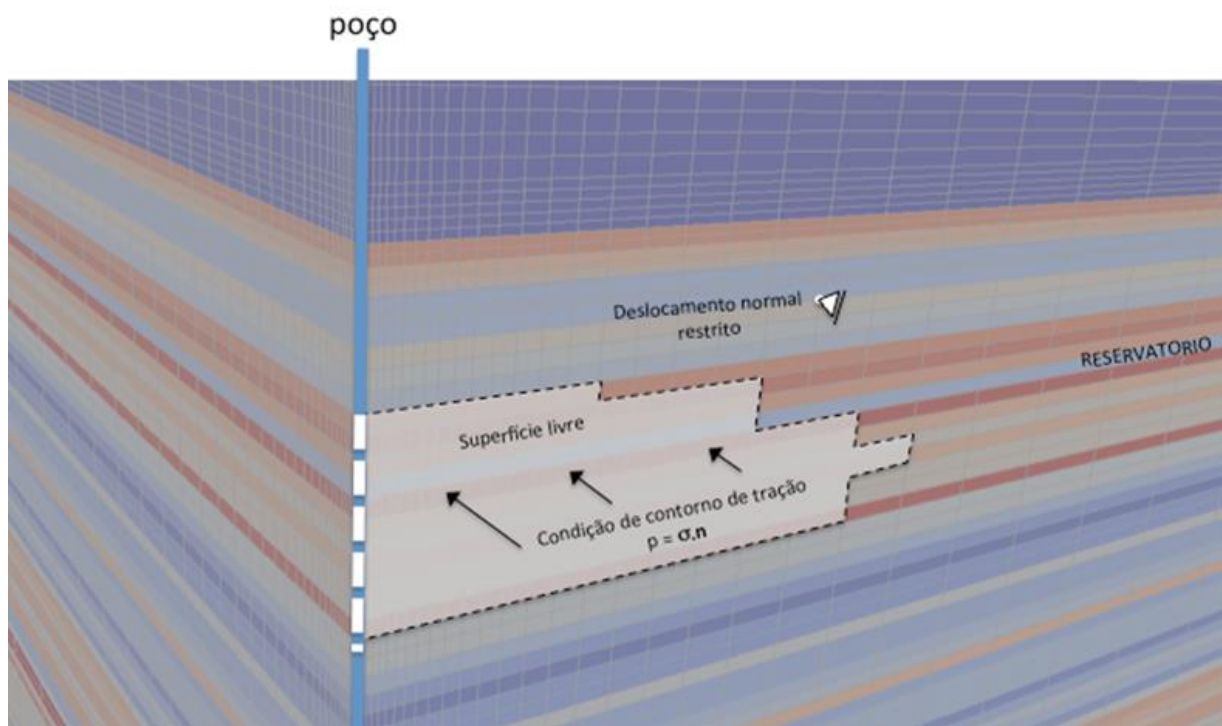


Figura 4.3 – Modelo de propagação de fratura em modo de tração. Visão no plano de propagação da fratura indicada como superfície livre

O algoritmo de propagação de fraturas hidráulicas é integrado ao código de equilíbrio estrutural. O código varre os elementos do plano de propagação da fratura (previamente



definido) calculando a forma simplificada da integral  $J$ , de acordo com a Equação 3.37. Quando a Integral  $J$  em um elemento finito é superior ao valor crítico estabelecido para o material ( $G_c$ ), os graus de liberdade de deslocamento nodais normais ao plano de propagação da fratura são liberados e as respectivas forças nodais se tornam desbalanceadas para a próxima iteração de equilíbrio estrutural. O diagrama da Figura 4.5 ilustra esquematicamente o algoritmo.

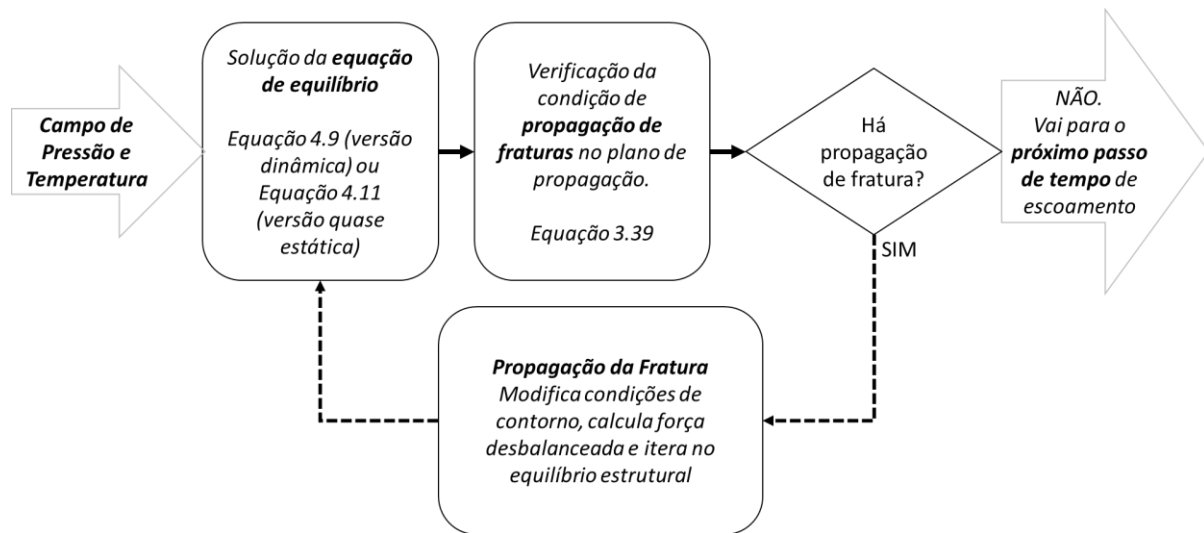


Figura 4.4 – Algoritmo de propagação de fraturas integrado ao equilíbrio estrutural.

A fratura hidráulica de tração entra no passo de tempo seguinte do escoamento e a transmissibilidade da fratura (Equação 4.3) é adicionada à transmissibilidade do meio poroso, conforme descrito em Sousa Jr (2016).

#### 4.7. ESFORÇOS DEVIDO À ESCAVAÇÃO

Para simulação dos esforços induzidos pela escavação, utilizou-se uma carga desbalanceada da escavação em função da diferença de tensões entre a rocha removida e o fluido de perfuração:

$$\{f_{\text{perf}}\} = \iint \{\Delta\sigma\}\{n\} dA \quad (4.15)$$

onde  $A$  é a área do elemento na parede da fratura,  $\{n\}$  é a normal a parede do poço,  $\{\Delta\sigma\}$  é variação do tensor de tensões causado pela substituição do estado de tensões original na rocha  $\{\sigma_0\}$  pelo estado de tensões hidrostático do fluido do poço, ou seja:

$$\{\Delta\sigma\} = \{\sigma_0\} - p \{m\} \quad (4.16)$$

onde  $\{m\}^T = \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}$  e  $p$  é a pressão do fluido do interior do poço.

A pressão no interior do poço em condições estáticas depende da profundidade em relação ao nível de fluido na sonda de perfuração.

$$p = \gamma_f Z \quad (4.17)$$

Onde  $\gamma_f$  é o peso específico do fluido de perfuração e  $Z$  é a profundidade em relação a superfície livre do fluido.

## 4.8. VALIDAÇÕES

### 4.8.1. Estrutural

Para testes os algoritmos implementados de solução da equação de equilíbrio, foram simulados exemplos com solução conhecida, a saber:

- Sapata com envoltória de resistência de Tresca;
- Modelo edométrico com carregamento vertical e diferentes modelos constitutivos;
- Modelo caixa com carga lateral de tração para teste do modelo de dano/fraturamento do material;
- Modelo de teste de tenacidade crítica de uma placa com uma fratura pré-existente.

#### a. Capacidade de Carga de uma Sapada

O propósito do presente teste é avaliar a implementação do modelo elastoplástico de resistência ao cisalhamento. O problema estrutural é 2D com carregamento parcial na superfície livre e condições de contorno uniaxial, ou seja, livre para deslocamento vertical e deslocamentos horizontais restritos. A Figura 4.6 ilustra o modelo estrutural em estudo com uma carga distribuída  $q$  e a malha de elementos finitos hexaédricos de oito nós com deslocamento restrito na direção normal ao plano do modelo. Os deslocamentos normais ao

plano da figura foram restritos, portanto, trata-se de um modelo de estado plano de deformações.

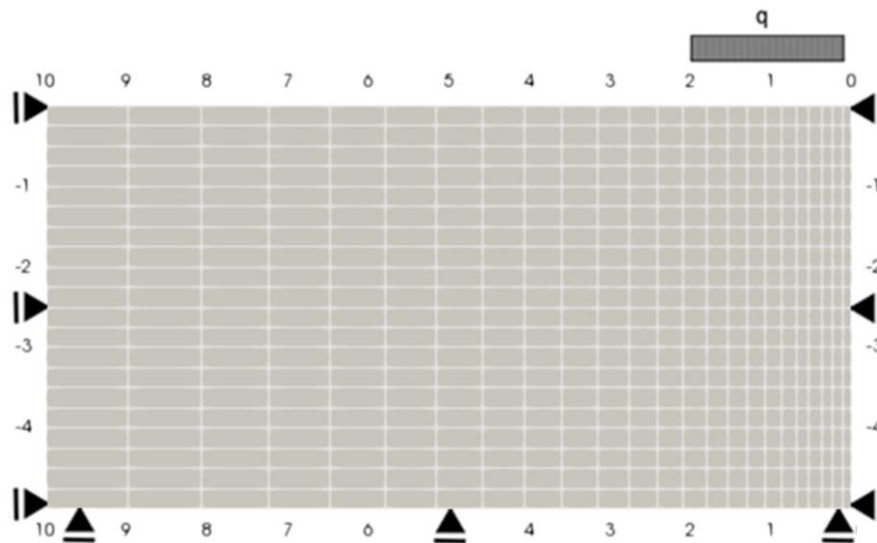


Figura 4. 5 - Modelo estrutural da sapata e malha de elementos finitos. Geometria e propriedade propostos por Smith & Griffiths (2004).

A capacidade de carga  $q$  da sapata descrita acima, também conhecida como carga de Prandtl, pode ser calculada analiticamente em função da coesão do solo (Smith & Griffiths, 2004):

$$q_u = (2 + \pi) c \quad (4.18)$$

onde  $c$  é a coesão do solo. Dessa forma, considerando-se a coesão do solo igual  $100,0E3$  Pa, a capacidade de carga prevista para a sapada é de  $514,0E3$  Pa.

No modelo em elementos finitos, foi considerado um material isotrópico de  $100,0E3$  Pa de Módulo de Elasticidade e  $0,30$  de Coeficiente de Poisson. Foi empregado a envoltória de resistência de Tresca com coesão de  $100,0E3$  Pa. O modelo numérico foi carregado com  $q = 100,0E3$  Pa até  $600,0E3$  Pa.

O gráfico da Figura 4.7 mostra o deslocamento vertical máximo obtido para os modelos elástico e elastoplástico e uma linha vertical sob a solução analítica de Prandtl ( $514,0E3$  Pa).

Observar que os modelos elástico e elastoplástico começam a divergir após  $200,0E3$  Pa de carga e entre  $500,0E3$  Pa e  $550,0E3$  Pa de carga aplicada ocorre um aumento significativo no deslocamento vertical (recalque). Pode-se atribuir esse aumento significativo do deslocamento a ruptura do solo.

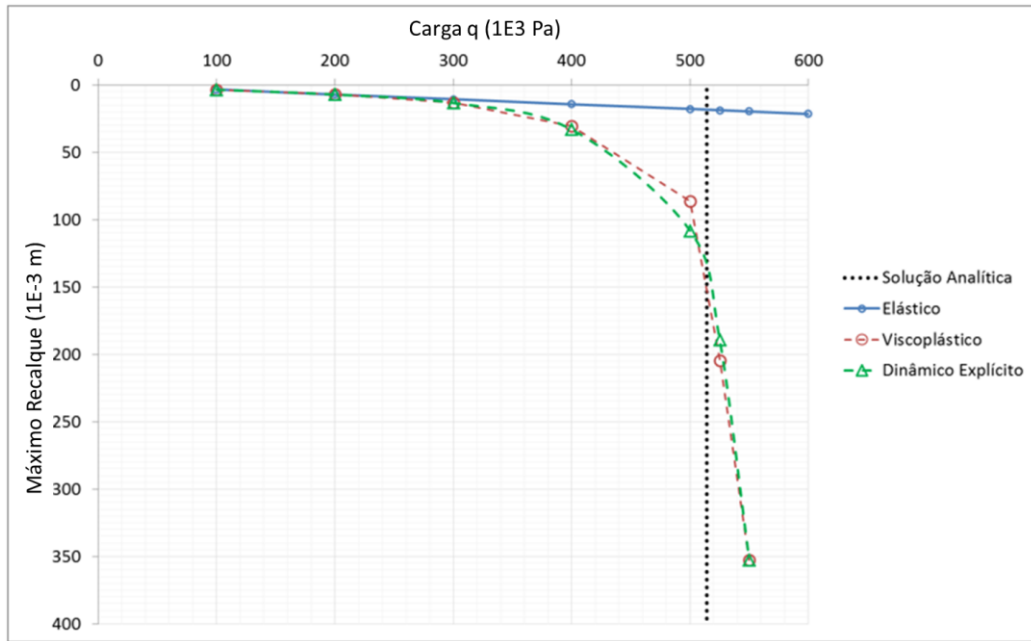
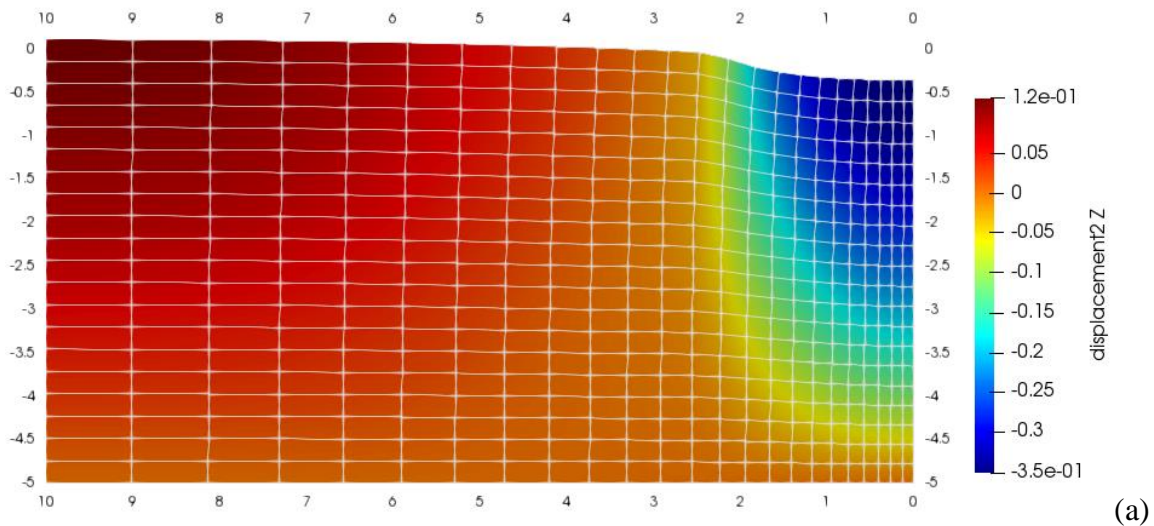


Figura 4.6 – Deslocamento vertical máximo em função da carga na sapata.

As Figuras 4.8 (a) e (b) abaixo ilustram a distribuição do deslocamento e a deformação plástica cisalhante para a carga de 525,0E3 Pa. Observar que o solo forma uma região plastificada similar a uma cunha de ruptura para esse nível de carga e os deslocamentos são apreciáveis frente ao modelo linear elástico. As deformações plásticas cisalhantes também apresentam um formato de cunha de ruptura. Os resultados permitem concluir que ambos modelos estruturais implementados (dinâmico e quase estático) são capazes de modelar o fenômeno de cisalhamento plástico.



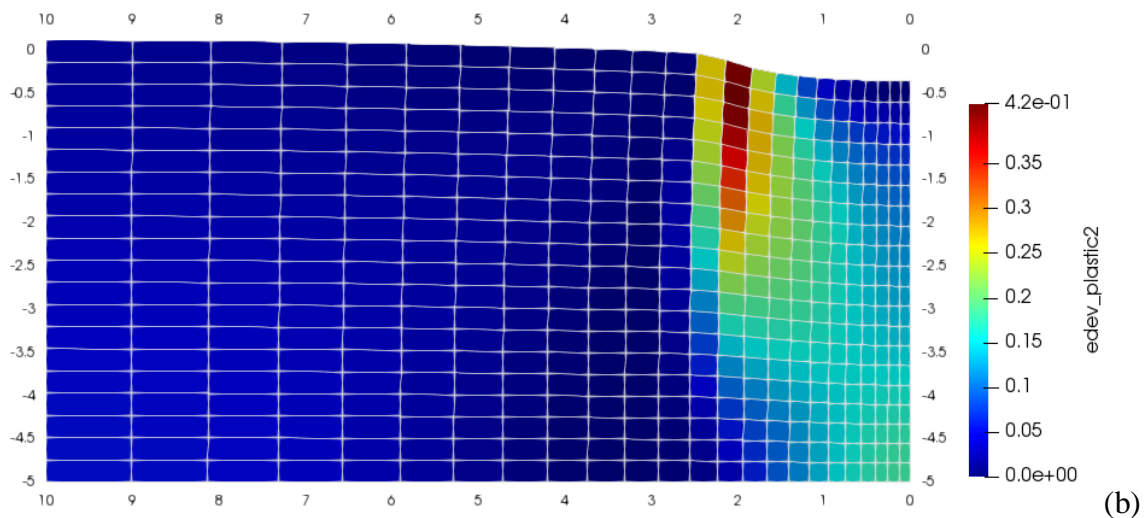


Figura 4.7 – Malha deformada (10x de exagero) mostrando o (a) deslocamento vertical e (b) a deformação plástica cisalhante.

## b. Deformação Uniaxial

Esse modelo tem o propósito de validar a formulação poromecânica implementada. A Figura 4.9 ilustra o modelo de deformação uniaxial de uma rocha submetida a uma variação de poropressão. Dois modelos constitutivos foram testados: elástico isotrópico em condição drenada e elástica isotrópico drenado com envoltória de resistência de Mohr-Coulomb.

Uma variação uniforme de poropressão é aplicada instantaneamente nos nós da malha de elementos finitos para gerar o carregamento estrutural. O modelo estrutural responderá com deslocamento, deformação e tensão que serão confrontados com soluções analíticas.

Os dados do problema são:

Dimensões	10 x 10 x 1	m <sup>3</sup>
Módulo de Young	2,0E6	Pa
Coef. Poisson	0,35	
Coef. de Biot	0,941	
Coesão	0	Pa
Ângulo de atrito	30	graus
Ângulo de dilatação	0	graus
Tensão vertical efetiva	-12.000,0E3	Pa
Tensão horizontal efetiva	-7.000,0E3	Pa
Poropressão	25.000,0E3	Pa

Delta Poropressão

2.500,0E3 Pa

A malha de elementos finitos hexaédricos e as condições de contorno estão descritas na Figura 4.9. Os deslocamentos laterais são restritos e o topo do modelo é livre para deslocar verticalmente. Portanto, as deformações laterais são nulas e a tensão vertical total é constante.

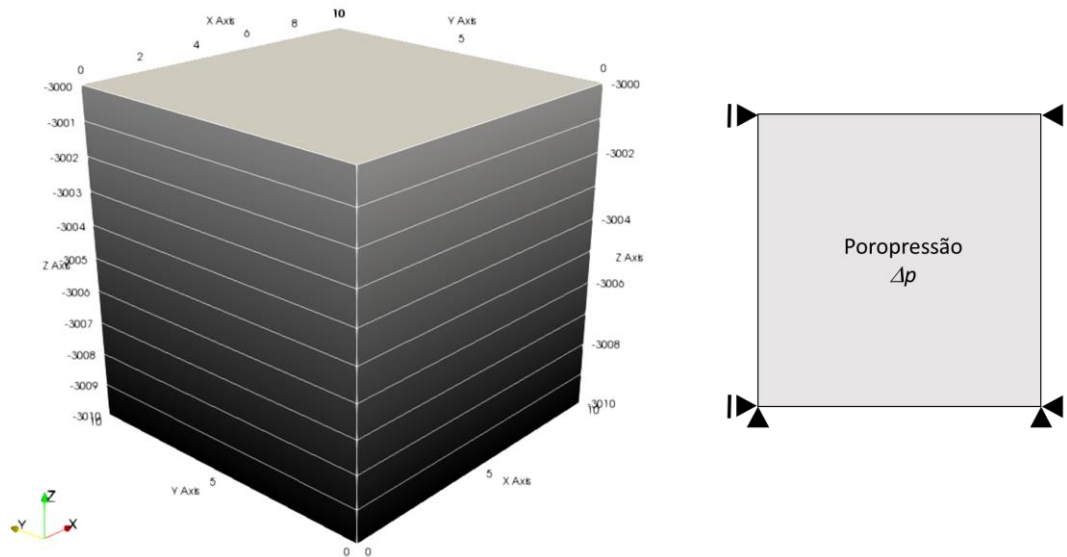


Figura 4. 8 – Modelo uniaxial para o caso elástico isotrópico drenado.

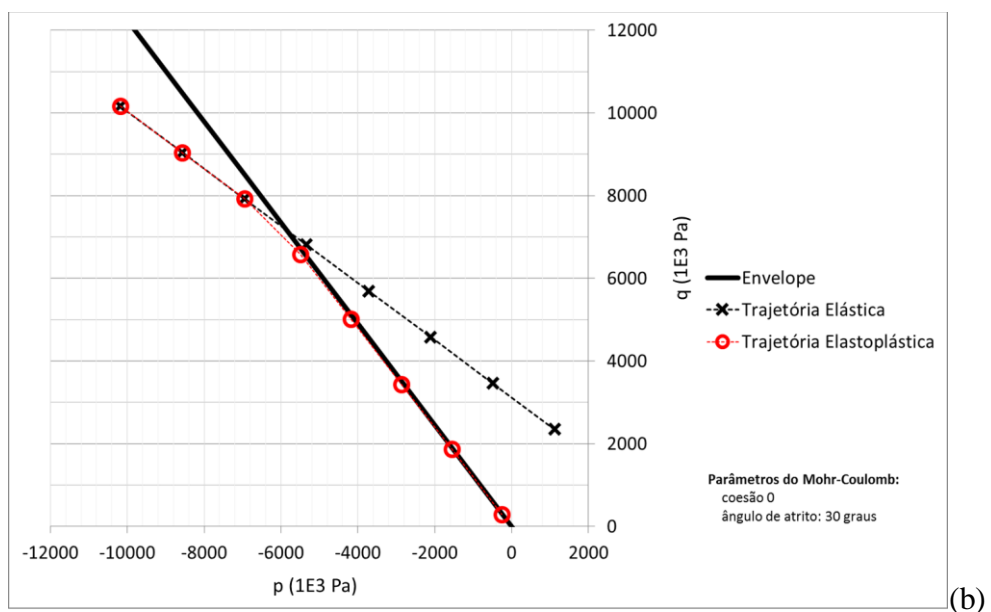
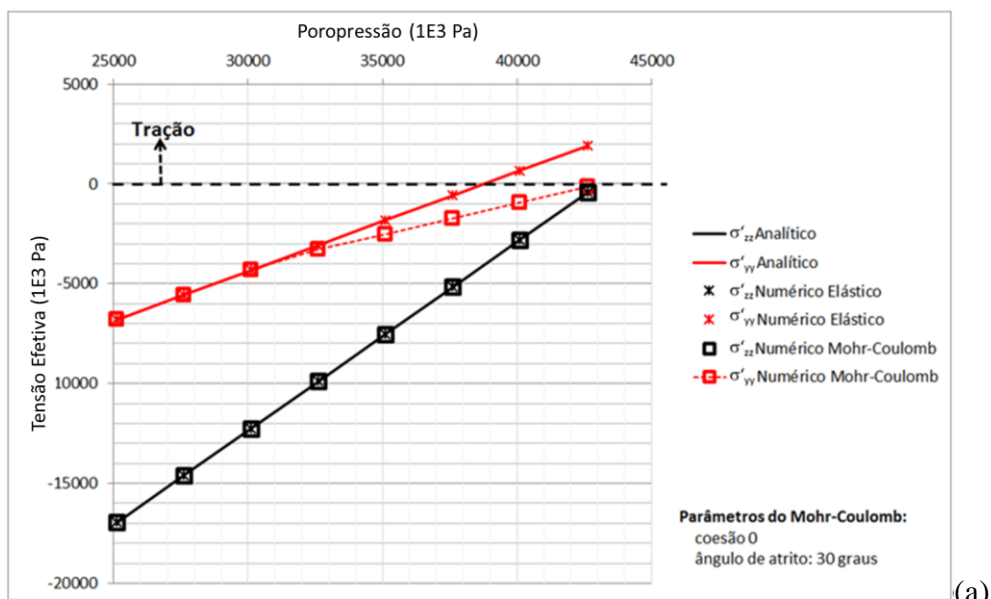
Esse problema tem solução conhecida tanto na literatura de Geomecânica de Reservatórios (Setari, 2009). As soluções poroelásticas para os deslocamentos, deformações e tensões são:

Deformações horizontais	$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = 0$
Variação da tensão vertical total	$\Delta\sigma_{zz} = 0$
Variação da tensão vertical efetiva	$\Delta\sigma'_{zz} = \alpha \Delta p$
Variação da tensão horizontal efetiva	$\Delta\sigma'_{xx} = \Delta\sigma'_{yy} = \frac{\nu}{1-\nu} \alpha \Delta p$
Deformação e deslocamento verticais	$\Delta\epsilon_{zz} = \frac{\Delta u_z}{H} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} \alpha \Delta p$

onde  $H$  é a espessura do meio poroso,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $\alpha$  é o coeficiente de Biot e  $\Delta p$  é a variação uniforme de poropressão aplicada no meio poroso.

O gráfico da Figura 4.10 (b) mostra a evolução das tensões efetivas para aumentos incrementais de poropressão no meio poroso. Foram empregados modelos constitutivos elástico e elastoplástico com envoltória de resistência de Mohr-Coulomb não-associativo. O gráfico da Figura 4.10 (c) mostra a evolução das tensões principais no mesmo tipo de gráfico para o algoritmo viscoplástico e dinâmico, ficando atestada a semelhança das tensões calculadas pelos modelos.

O diagrama da Figura 4.10b mostra a trajetória de tensões em um diagrama  $p - q$  (tensão média efetiva versus tensão desviadora). Nesse gráfico, as tensões do modelo elastoplástico ficam aderentes à envoltória de resistência.



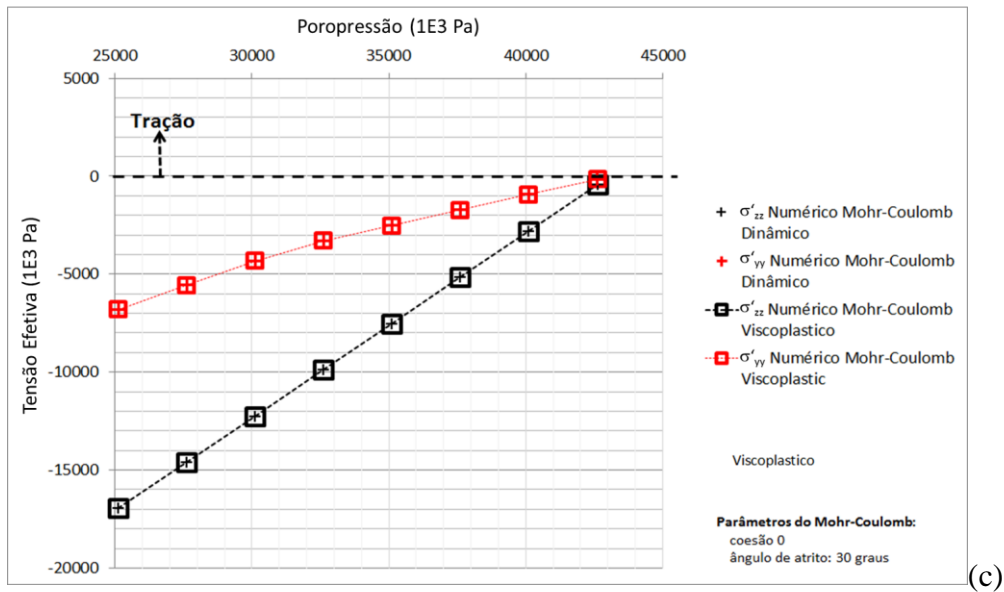


Figura 4.9 – Resposta mecânica do modelo poromecânico uniaxial a uma variação uniforme de poropressão. (a) evolução das tensões vertical e horizontal (principais) com a poropressão, (b) trajetória de tensões dos modelos elástico e elastoplástico e (c) comparativo da evolução das tensões principais horizontais entre os modelos viscoplastico e dinâmico.

### c. Carregamento não drenado

Considerando o mesmo modelo da Figura 4.9, é aplicado um carregamento vertical no topo do bloco que deformará verticalmente. O sólido utilizando nesse teste contém fluido pouco compressível nos poros, o que leva a carga a ser imediatamente transferida para o fluido.

Os dados do problema são:

Dimensões	10x10x1	m <sup>3</sup>
Módulo de Young	10,0E3	Pa
Coefficiente de Poisson	0,35	
Coefficiente de Biot	1,00	
Compressibilidade do Fluido	0,5E-9	1/Pa
Carga vertical	100,0E3	Pa

Após a aplicação da carga vertical, o modelo numérico calculou o incremento de poro poropressão em 100,06E3 Pa, o que é praticamente a carga vertical aplicada. O deslocamento vertical calculado foi 4.999E-05m, sendo que o valor esperado é 5,000E-5 m pela



compressibilidade do fluido. Esse resultado indica que o modelo não-drenado implementado está funcionando adequadamente.

#### **d. Teste de Tração**

O propósito do teste é avaliar o modelo constitutivo de dano por tração, conforme apresentado no tópico 3.3.6. Para tanto, um bloco de rocha é inicialmente carregado verticalmente em condição uniaxial (carga  $F_y$ ), conforme modelo estrutural da Figura 4.11 (a), e em seguida é deformado com velocidade constante na direção  $y$ , conforme ilustrado na Figura 4.11 (b).

No presente teste, foi empregado o modelo dinâmico estrutural explícito, conforme descrito no tópico 4.2.

Os dados básicos do problema são:

Dimensões	100x100x60	m <sup>3</sup>
Módulo de Young	20,0E9	Pa
Coeficiente de Poisson	0,23	
Carga vertical	100,0E3	Pa

O modelo de dano foi implementado do código estrutural dinâmico amortecido (tópicos 4.2 e 4.6). Portanto, emprega-se a matriz de relações tensão-deformação degradada (dano) na direção normal ao plano de propagação da fratura (Equações 3.38 e 3.39).

A tensão normal da direção  $y$ , que é originalmente confinante, começa a ser aliviada na medida em que o bloco é deformado na direção  $y$ . Após algum período de deformação, a tensão normal  $y$  entra no regime de tração e espera-se que ela evolua respeitando a envoltória de resistência à tração mostrado no gráfico da Figura 4.11 (c) (Resistência a Tração).

A face lateral livre em  $y+$  foi deslocada obedecendo a seguinte trajetória:

Trecho de carregamento	Deslocamento na direção $y$ (m)
I	+0,5
II	-0,5
III	+0,6

O gráfico da Figura 4.11 mostra a trajetória de tensão normal ( $\sigma_y$ ) versus o deslocamento na direção  $y$ . A tensão normal cresceu em trajetória linear crescente passando de compressão para tração até encontrar a envoltória de resistência à tração, até que a tensão normal passou a ser limitada pela envoltória de resistência (trecho I). O descarregamento seguiu trajetória esperada até o ponto de tensão normal nula, quando então passou a se dar segundo as propriedades elásticas do material (trecho II). O recarregamento com tração seguiu exatamente a trajetória II até encontrar a envoltória de resistência à tração, quando então a tensão foi condicionada a esta superfície.

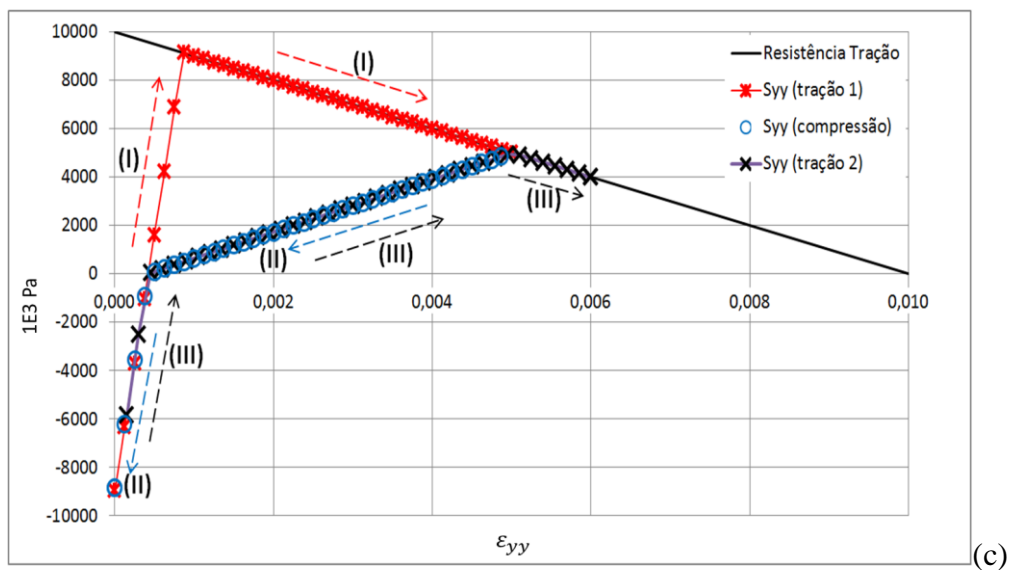
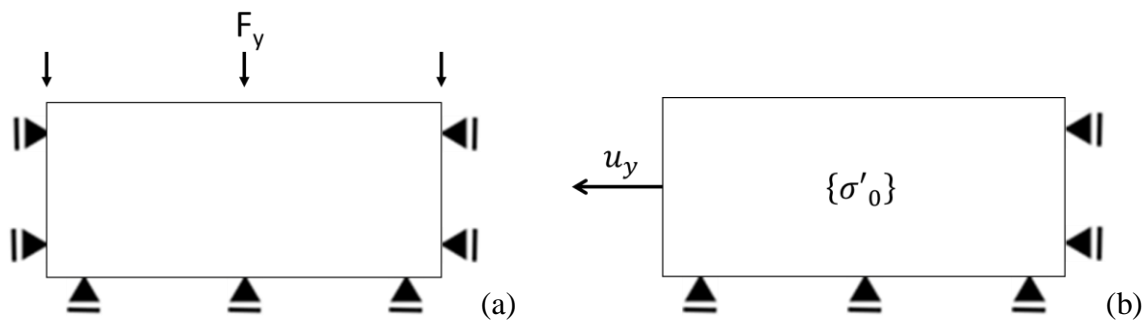


Figura 4.10 – Modelo de teste de tração na direção Y para validação do modelo constitutivo de tração. (a) Malha de elementos finitos e condições de contorno, (b) evolução da tensão normal da direção Y com a respectiva deformação normal.

O resultado mostrou que o modelo estrutural dinâmico explícito é robusto na modelagem de problemas não-lineares com dano de propriedades elásticas.

### e. Teste de Tenacidade

Uma placa em estado plano de deformações com uma fratura parcialmente é submetida a um carregamento de tração, conforme ilustrado na Figura 4.12. O propósito do teste é verificar se o modelo de dano é capaz de prever para qual nível de carga a fratura se propaga em modo I (tração).

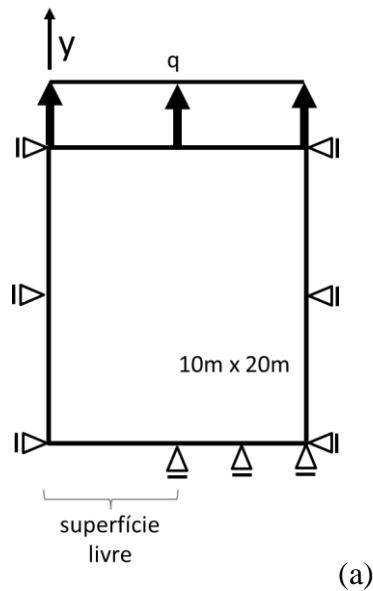


Figura 4.11 – Placa parcialmente fraturada submetida à tração.

A solução de referência para o coeficiente de concentração de tensões do presente modelo é apresentada na Figura 4.13. Portanto, considerando o coeficiente de concentração de tensões crítico ( $K_{IC}$ ) de  $1,0E6 \text{ N/m}^{1,5}$ , a fratura se propaga para cargas de tração superiores a  $712,0E3 \text{ Pa}$ .

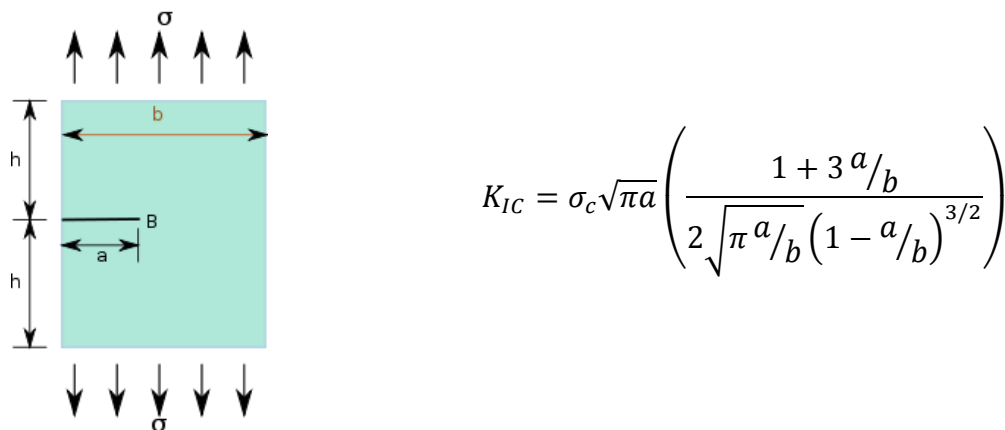


Figura 4. 12 – Solução analítica para o coeficiente de concentração de tensões.

O gráfico da Figura 4.14 mostra o deslocamento máximo (em  $y$ ) em função da carga aplicada. Três modelos foram empregados: puramente elástico sem propagação de fratura; elástico com propagação de fratura e; modelo viscoplástico com propagação de fratura. Este último utiliza a envoltória de resistência de Tresca com  $1,0E6$  Pa de tensão de escoamento. O deslocamento máximo  $y$  identifica o ponto de início de propagação de fratura. Para cargas de tração superiores a carga limite ( $712,0E3$  Pa), os deslocamentos dos modelos com propagação de fratura divergem do modelo estático (sem propagação de fratura), indicando propagação da fratura. Vale ressaltar que o número de iterações de propagação de fraturas foi limitado, uma vez que o fenômeno de propagação se torna instável após a carga de propagação.

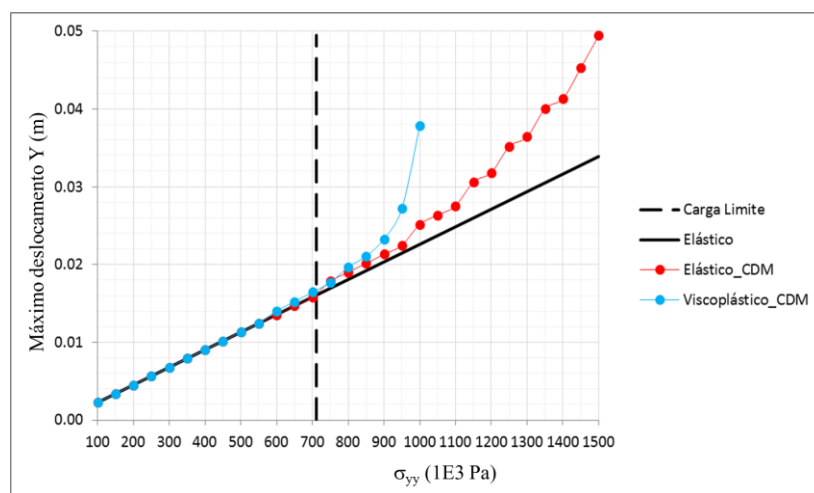


Figura 4.13 – Deslocamento máximo na direção do carregamento de tração na placa para modelos elásticos, elástico com propagação de fratura (Elástico\_CDM) e viscoplástico-Tresca com modelo de propagação de fratura (Viscoplastico\_CDM). Para o Tresca foi utilizada coesão de  $1,0E6$  Pa.

O gráfico da Figura 4.15 mostra a evolução da ponta da fratura para cada um dos modelos descritos anteriormente. Em torno de  $714,0E3$  Pa, a fratura se propaga tanto no modelo elástico quanto viscoplástico. Vale ressaltar, que no modelo viscoplástico, a fratura inicia a propagação antes do modelo elástico.

As malhas deformadas para vários níveis de carga estão apresentadas na Figura 4.16. Nessa figura, também há um mapa da tensão mínima mostrando a concentração de tensões na ponta da fratura que se torna mais forte na medida que a fratura se torna maior.

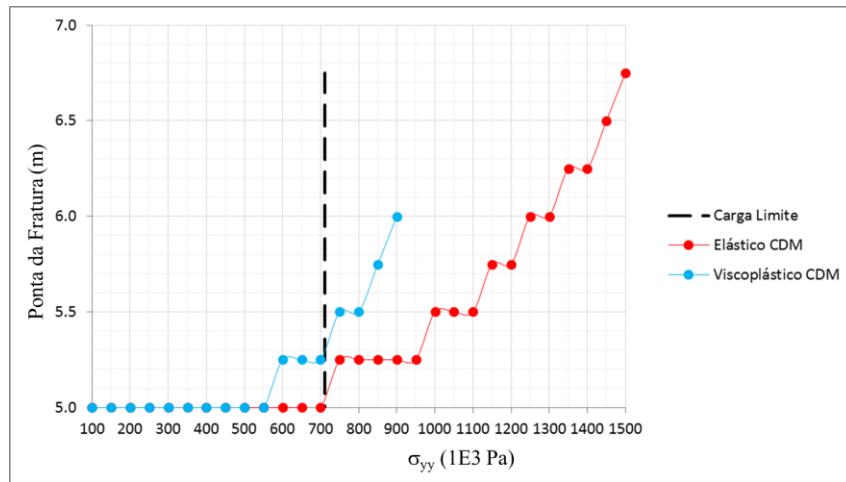
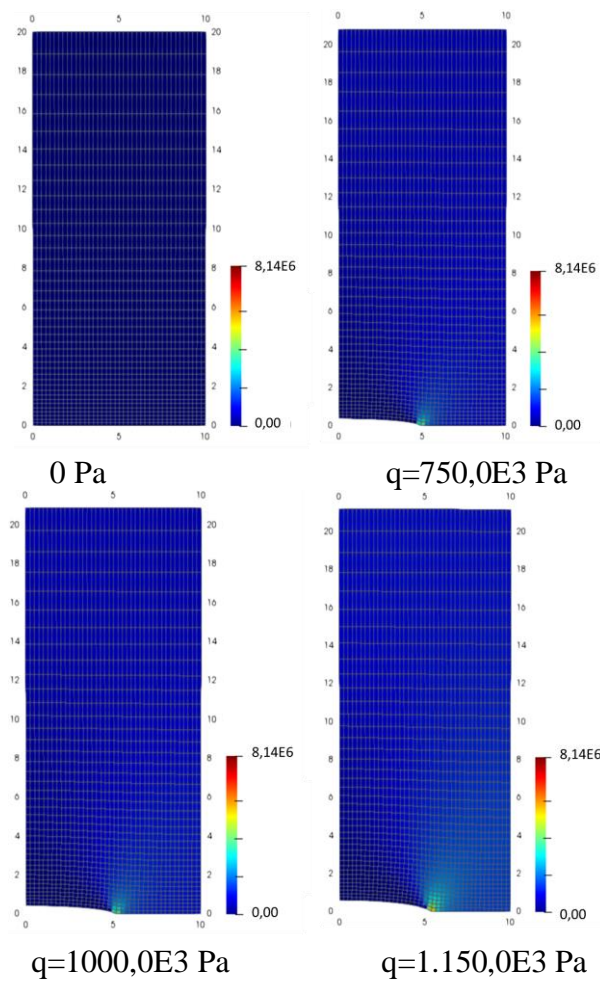


Figura 4.14 – Evolução da posição da ponta da fratura a partir da sua posição inicial (5m) para os modelos elástico, elástico com propagação de fratura (Elástico\_CDM) e viscoplastico-Tresca com modelo de propagação de fratura (Viscoplastico\_CDM). Para o Tresca foi utilizada coesão de 1,0E6 Pa.



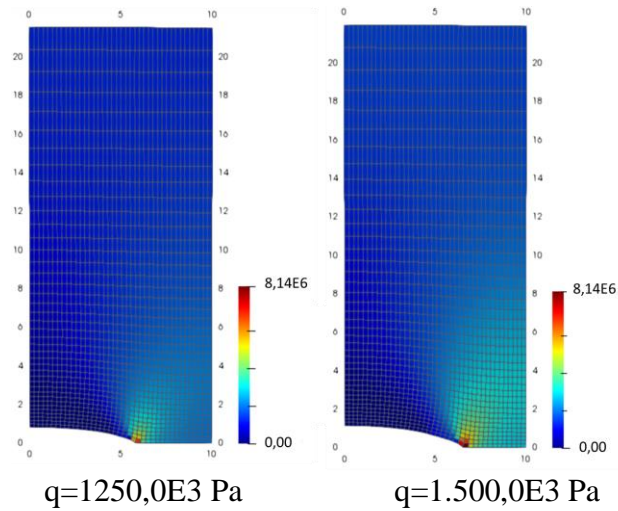


Figura 4.15 – Malha deformada em 50x mostrando a evolução da tensão mínima e da posição da ponta da fratura em função da carga de tração para o modelo elástico.

#### 4.1.1. Fluxo no Meio Poroso

O problema consiste em aplicar uma vazão constante na fronteira do meio poroso 1D indicado na Figura 4.17. A vazão é injetada por meio de uma fratura hidráulica pré-existente na face direita do modelo ( $y=0$ ) e resulta em uma mudança no perfil de poropressão ao longo do eixo de escoamento ( $y$ ).

O meio poroso estudado tem 10 m de comprimento, 5 m de largura e 1 m de altura. O fluido injetado é a água, como viscosidade de 0,001 Pa.s e compressibilidade de  $0,5E-9$  1/Pa. A poropressão inicial no meio poroso é  $5.000,0E3$  Pa e o fator volume formação inicial do fluido é 1,00. A porosidade inicial da rocha é 0,30 e sua permeabilidade é  $9,869233E-13$  m<sup>2</sup> (1000 mD). A vazão de injeção aplicada em uma das faces do meio poroso é constante e igual a  $0,000695$  m<sup>3</sup>/s.

O problema descrito, a poropressão no meio poroso pode ser prevista analiticamente pela equação (Rosa et. all 2006):

$$p(y,t) = p_i - \frac{q_w \mu}{kA} \left[ \sqrt{\frac{4\eta t}{\pi}} \exp\left(\frac{-y^2}{4\eta t}\right) - y \operatorname{erfc}\left(\frac{y}{\sqrt{4\eta t}}\right) \right] \quad (4.19)$$

onde  $p_i$  é a poropressão inicial,  $q_w$  é a vazão,  $\mu$  é a viscosidade de fluido,  $k$  é a permeabilidade,  $A$  é a área do meio poroso normal a velocidade de escoamento,  $y$  é a coordenada no eixo de escoamento,  $t$  é o tempo e  $\eta$  é definido como:

$$\eta = \frac{k}{\phi \mu c_t} \quad (4.20)$$

onde  $\phi$  é a porosidade e  $c_t$  é a compressibilidade total do sistema, que aqui será considerado como igual a compressibilidade do fluido.

O gráfico da Figura 4.17 mostra o perfil de poropressão em diferentes instantes de tempo. Nele são comparadas as soluções analítica e numérica. Os resultados atestam a aderência do modelo numérico com a solução esperada e validam o algoritmo de solução transiente do escoamento.

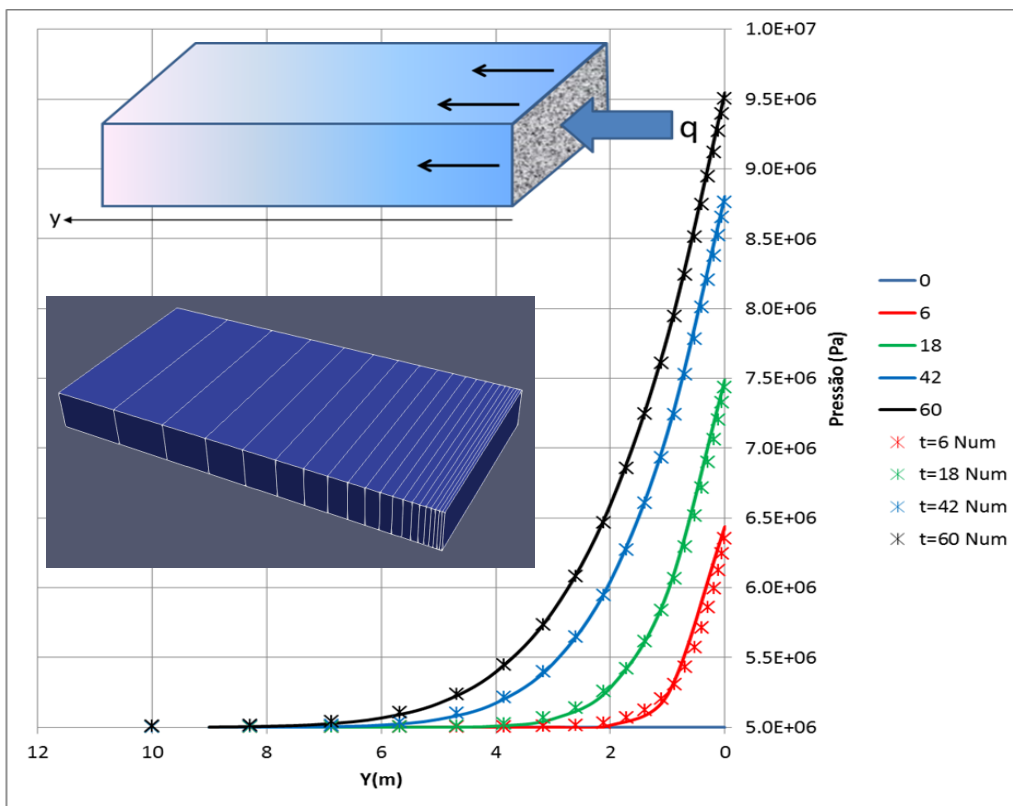


Figura 4.16 – Poropressão no meio poroso nos instantes de tempo: 0, 6, 18, 42 e 60 minutos.

Além desse caso, também foi simulado um modelo radial em regime de fluxo estabilizado (permanente) para atestar a precisão do modelo numérico de transmissibilidades baseado em Volumes Finitos. A Figura 4.18 (a) mostra a malha em mapa de topo e as condições de contorno hidráulicas.

Foi simulado a injeção de água em um meio poroso de permeabilidade homogênea. A borda interna tem condição de poropressão igual a pressão de injeção do poço e a borda externa

foi mantida com poropressão constante durante a simulação. Essas condições de contorno permitem o fluxo de fluido da borda interna (poço) para a borda externa do modelo.

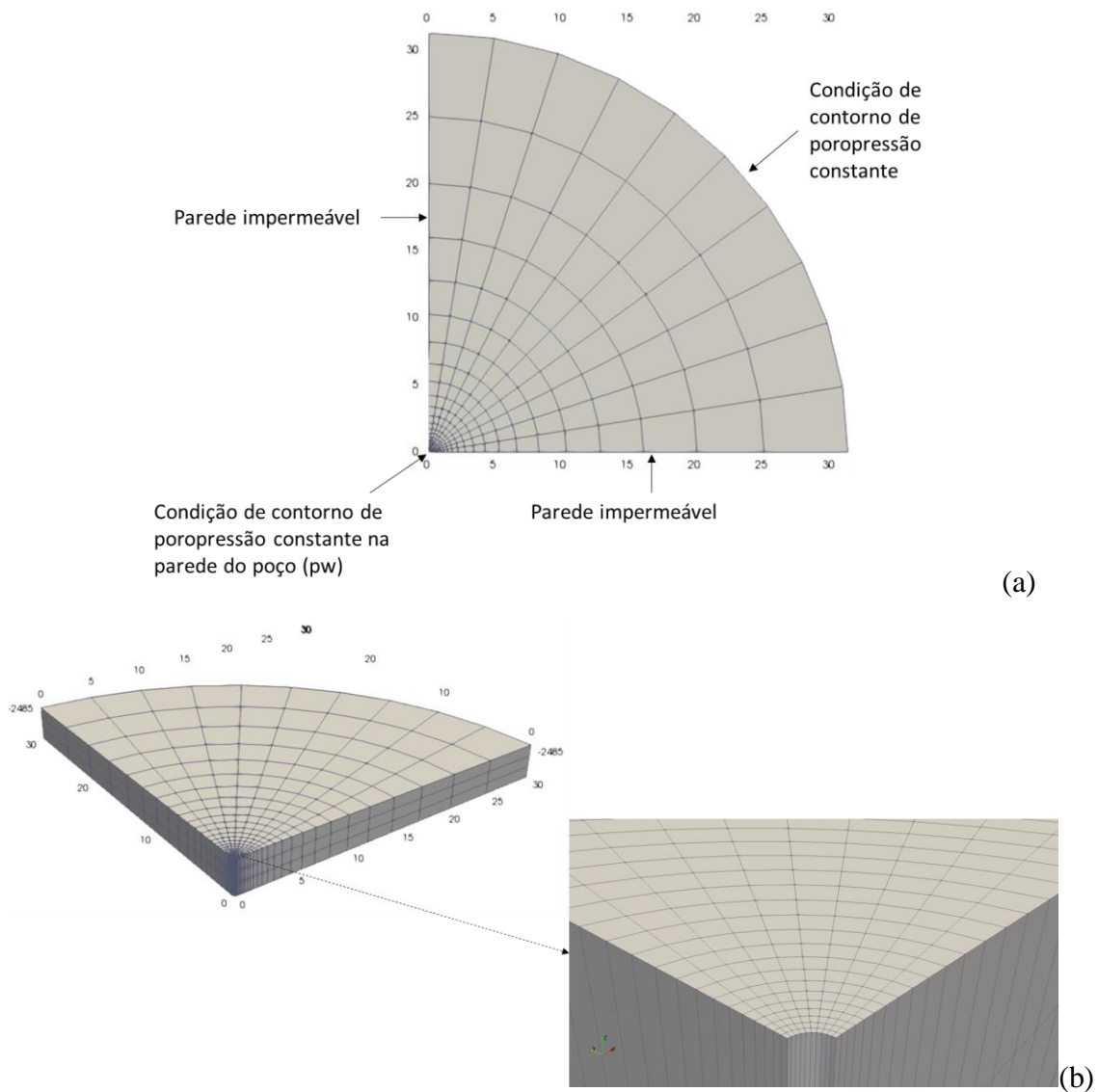


Figura 4.17 – Modelo radial de fluxo. (a) Vista em mapa de topo mostrando malha e condições de contorno hidráulicas e (b) visão 3D do modelo com zoom próximo à parede do poço.

Em regime estabilizado de fluxo com condição de contorno interna e externa de pressão constante, a solução da poropressão obedece a seguinte equação (Rosa et. all 2006):

$$p(r) = p_w + \frac{(p_e - p_w)}{\ln(r_e/r_w)} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) \quad (4.21)$$



onde  $p_w$  é a pressão no interior do poço,  $p_e$  é a pressão no raio externo  $r_e$  e  $r$  é o raio de distância ao poço.

Os dados considerados no problema para o fluido, rocha e malha são:

Pressão inicial: 25.061,0E3 Pa a -2485 m	Malha estruturada de hexaédricos:
Pressão de injeção: 40.000,0E3 Pa a -2485 m	30 divisões na direção radial
Permeabilidade constante: 4,935E-13 (500 mD)	10 divisões angulares
Espessura do meio poroso: 3,00 m	3 camadas na direção z
Raio do poço: 0,096 m	Raio externo: 30,0 m

Após a simulação numérica por um período de 5,184E07 segundos (600 dias), obteve-se a distribuição de poropressão apresentada na Figura 4.19. O resultado numérico ficou perfeitamente aderente a solução analítica do problema. Dessa forma, conclui-se que o modelo numérico de escoamento tem um cálculo de transmissibilidades hidráulicas com boa precisão numérica mesmo em malhas não regulares e próximo a parede do poço.

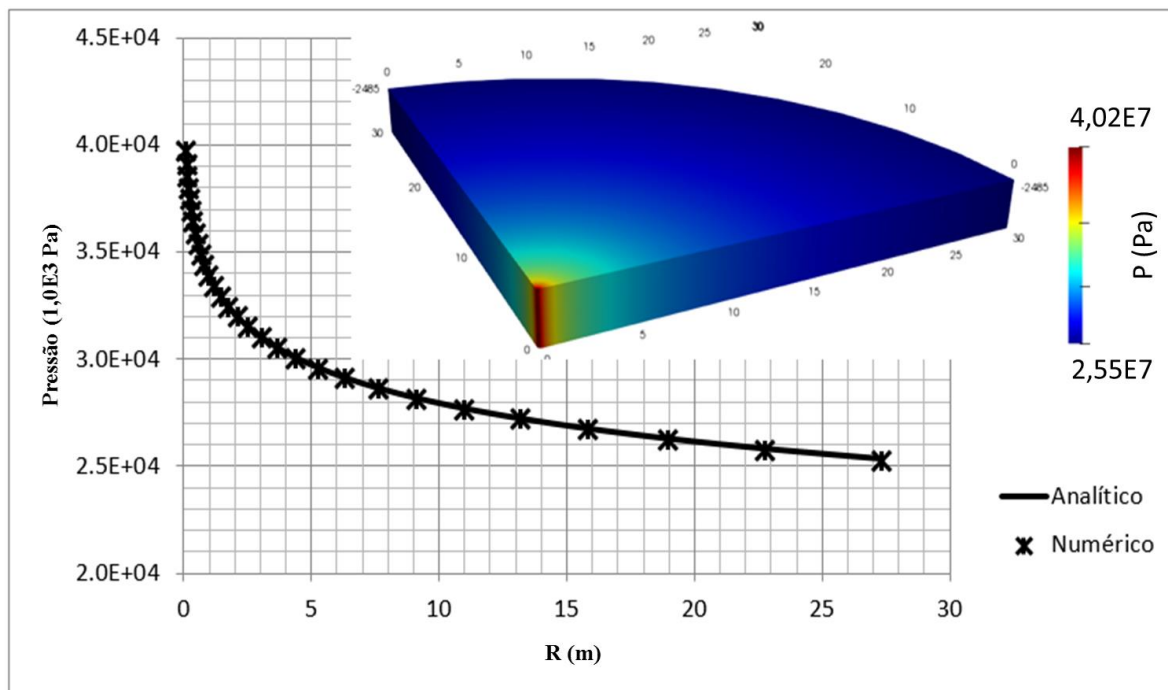


Figura 4.18 – Distribuição de poropressão com o raio de distância à parede do poço para regime estabilizado de fluxo. Previsão analítica e numérica com Volumes Finitos.

## **5. ESTUDOS DE CASO**

A seguir serão apresentados três estudos de caso que têm por objetivo explorar alguns aspectos geomecânicos no problema de injeção de água sob altas pressões em formações rochosas inconsolidadas. A principal questão analisada é o efeito do modelo constitutivo tensão-deformação no problema.

O Caso 5.1 refere-se a um problema 2D de propagação de uma fratura vertical pré-existente. O objetivo do caso é mostrar a relevância da infiltração do fluido na propagação da fratura.

O Caso 5.2 refere-se a um modelo heterogêneo composto de dois reservatórios cortados por um poço vertical injetor de água. Pretende-se avaliar o mecanismo de plastificação ou ruptura da formação rochosa, por tração e/ou cisalhamento. São realizados estudos de sensibilidade para a pressão de injeção e temperatura da água injetada no comportamento hidromecânico das formações rochosas.

Por fim, o Caso 5.3 emprega o mesmo modelo geológico do caso 5.2, porém, considera que a água é injetada por um poço horizontal. Nesse caso, investiga-se a zona plastificada de rocha em torno do poço.

### **5.1. PROPAGAÇÃO VERTICAL DE FRATURA EM UM MEIO PERMEÁVEL**

O primeiro estudo de caso tratará do problema de propagação de fraturas hidráulicas de tração em um meio poroso permeável. O modelo mostrará como a dinâmica da evolução da poropressão pode induzir tensões na formação rochosa que influenciarão a propagação da fratura hidráulica.

No presente caso, uma fratura vertical é pressurizada com água e na medida em que a fratura se propaga verticalmente ocorre percolação do fluido no meio poroso. A Figura 5.1 mostra o problema hidromecânico, as condições de contorno hidráulicas e mecânicas. Considera-se que o fluido injetado é água com viscosidade de 0,001 Pa.s, densidade de 1,00 e Módulo Bulk de 2,0E9 Pa.

O estado de tensões inicial no modelo é hidrostático com tensão efetiva média de 75.000,0E3 Pa e poropressão inicial de 5.000,0E3 Pa. A pressão de injeção de água na fratura hidráulica é de 10.000,0E3 Pa.

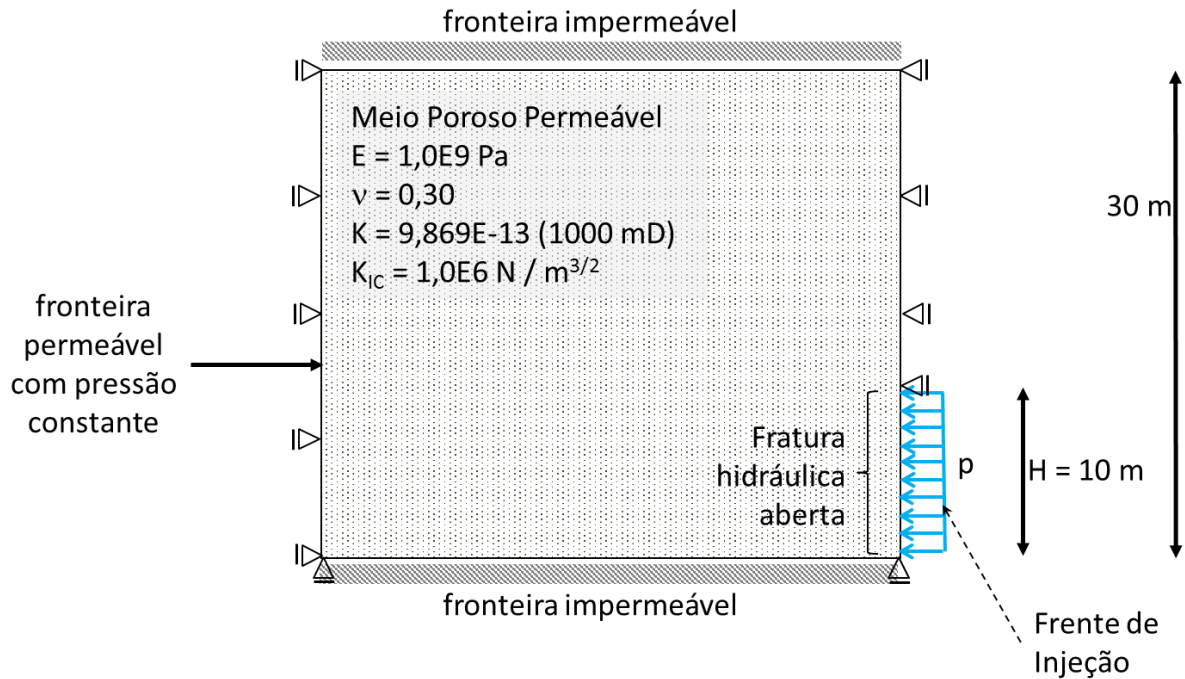


Figura 5.1 – Modelo de injeção de água em um meio poroso por meio de uma fratura aberta.

A pressão de propagação vertical da fratura para um fluido não penetrante (sem percolação) é definida por (Simonson et al. (1978)):

$$p_0 = \frac{K_{ic}}{\sqrt{\pi H}} + \sigma_3 \quad (5.1)$$

onde  $K_{ic}$  é o fator de intensidade de tensões,  $H$  é a semi-altura da fratura e  $\sigma_3$  é a tensão mínima original na formação rochosa. Portanto, a partir dos dados apresentados a pressão de propagação da fratura é 5.126,0E3 Pa, ligeiramente acima da tensão mínima inicial. Considerando que a fratura será pressurizada com 10.000,0E3 Pa, é esperado que a fratura se propague.

A Figura 5.2 (a) mostra a malha de elementos finitos deformada, com amplificação de deslocamentos em 50X, para o caso de pressurização da fratura sem percolação do fluido da fratura na formação rochosa. São mostrados três instantes de tempo e, conforme esperado, a fratura se propaga verticalmente em direção ao topo do modelo. Nessa figura é mostrada a magnitude do deslocamento absoluto durante a propagação da fratura.

A Figura 5.2 (b) mostra a malha deformada em 50x para o caso de pressurização da fratura com percolação do fluido na formação rochosa. Nos instantes de tempo iniciais, a poropressão estava restrita ao entorno da fratura, porém, com o decorrer do tempo, a zona pressurizada ocupa uma porção maior do meio poroso, induzindo dilatação no material e causando redução

na abertura da fratura hidráulica. Devido a menor dilatação da fratura no caso de fluido penetrante, a fratura para de propagar.

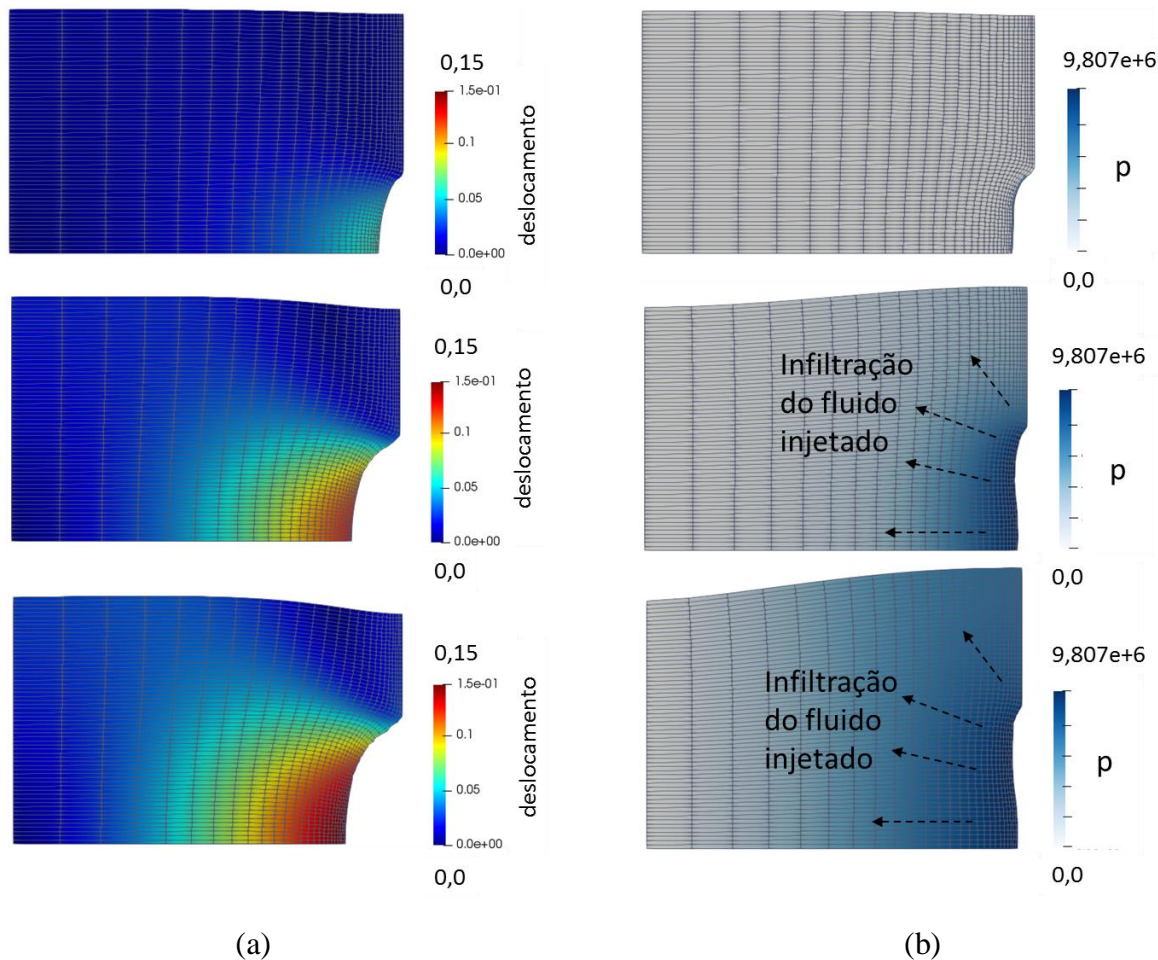


Figura 5.2 – Malha deformada (50x) em três instantes de propagação da fratura com (a) magnitude do deslocamento para fluido não penetrante e (b) poropressão para fluido penetrante. Os passos de tempo correspondem a 159, 718 e 1440 minutos, respectivamente.

A Figura 5.3 mostra a tensão mínima na formação para ambos os casos, com e sem percolação do fluido injetado, e é possível identificar a ponta da fratura ao final da simulação pela concentração de tensões no material. No caso sem percolação do fluido, a fratura se propaga verticalmente por 9,5 m, ao passo que no caso com percolação de fluido na formação, a fratura se propaga por 5,5 m.

Além disso, devido a maior abertura da fratura no caso de fluido não penetrante, a concentração de tensões na ponta da fratura é maior, conforme pode ser constatado na Figura 5.3.

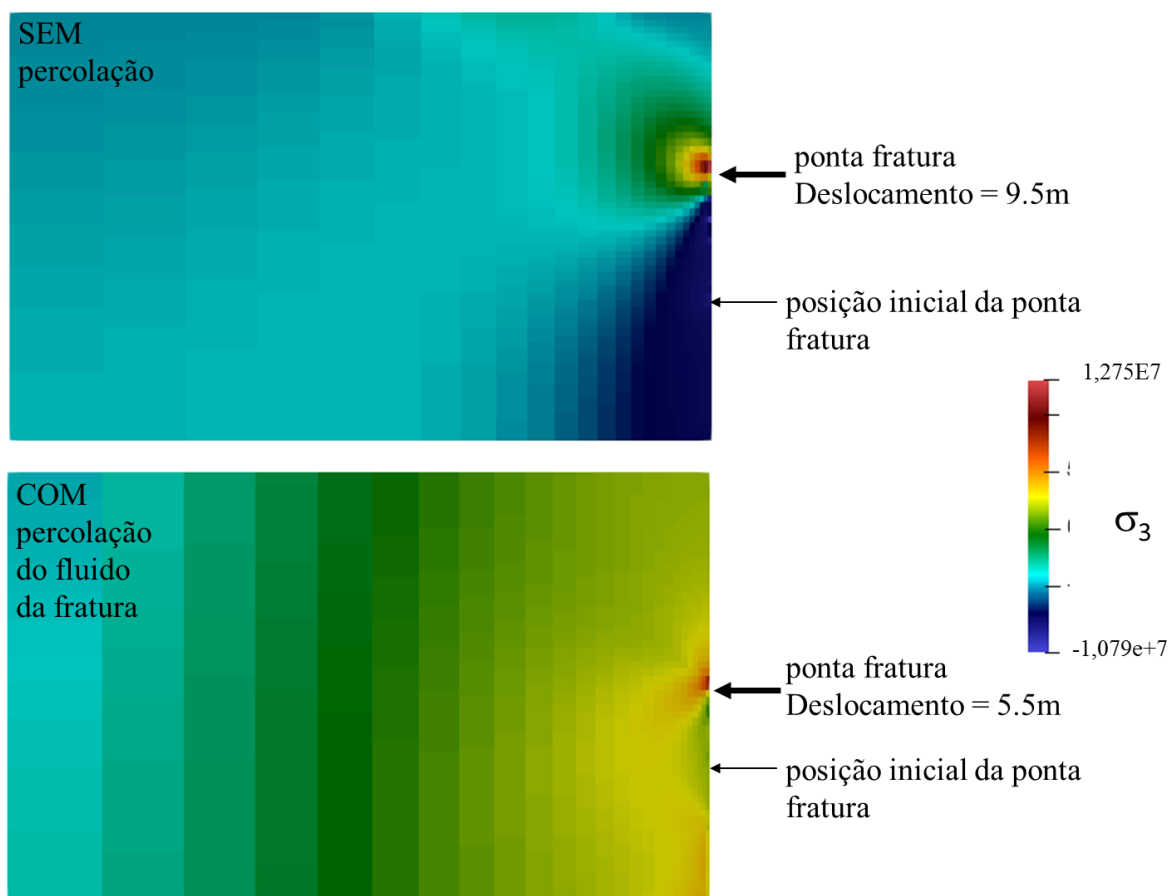


Figura 5.3 – Tensão mínima ao final da simulação com indicação da posição da ponta da fratura para os casos com e sem infiltração do fluido da fratura ao final de 1440 minutos de injeção.

## 5.2. INJEÇÃO DE ÁGUA EM ARENITO COM POÇO VERTICAL

O estudo de caso que será apresentado a seguir tem por objetivo avaliar efeitos geomecânicos próximo a um poço injetor de água sob elevada pressão. A pressão de injeção será igual a tensão vertical (maior tensão *in situ*) na formação rochosa e será possível identificar o modo de ruptura predominante da rocha reservatório e capeadora.

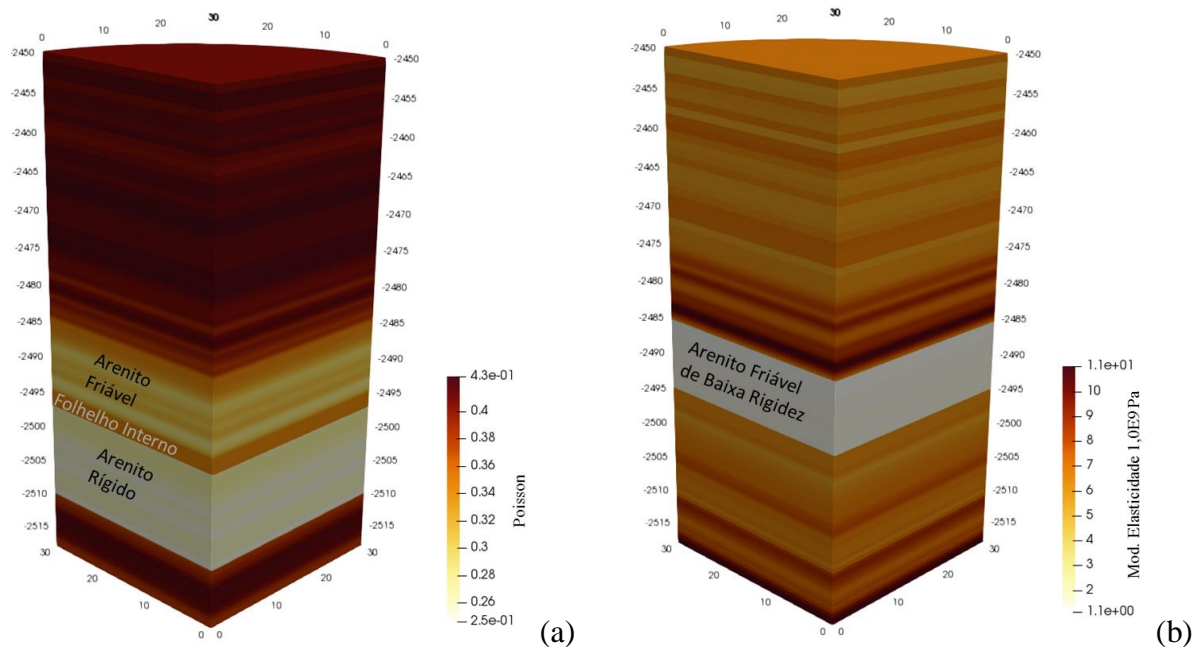
Os reservatórios em estudo estão a cerca de -2500 m de profundidade e constitui-se de duas zonas permeáveis, a superior formada por um arenito inconsolidado e a inferior formada por um arenito mais rígido com alguma cimentação. As formações são separadas verticalmente por uma camada de folhelho originalmente impermeável, conforme Figura 5.4.

### 5.2.1. Dados Gerais

O modelo em estudo é de alta resolução geológica, com 349 camadas de rocha e 30 m de raio em torno do eixo do poço vertical. As propriedades são consideradas constantes dentro de uma mesma camada. Verticalmente o modelo compreende 35 m de rocha acima das zonas permeáveis e 15 metros abaixo destas.

O modelo corresponde a  $\frac{1}{4}$  do cilindro em torno do poço, onde valem as condições de simetria. O poço vertical tem, no reservatório, cerca de 10 cm de raio.

A Figura 5.4 mostra a distribuição de propriedades mecânicas no modelo em estudo. Na Figura 5.4(a) está apresentado o coeficiente de Poisson, em (b) está mostrado o Módulo de Elasticidade e em (c) o Coeficiente de Biot. Este último foi obtido considerando um módulo Bulk médio dos grãos igual a  $38,0E9$  Pa. O arenito superior, considerado friável, tem maior coeficiente de Poisson e menor Módulo de Elasticidade em relação ao arenito cimentado da zona inferior. O coeficiente de Poisson foi obtido de perfis sônicos de um poço típico offshore de águas profundas, já o módulo de Elasticidade é obtido de correlações com o perfil de velocidade de ondas compressoriais (Sousa Jr et al., 2010).



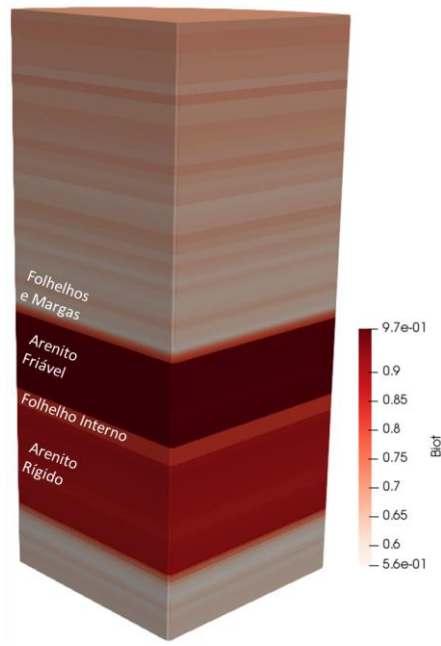


Figura 5.4 – Propriedades elásticas das rochas do modelo: (a) Coeficiente de Poisson, (b) Módulo de Elasticidade e (c) é o Coeficiente de Biot (0,56 a 0,97). Dimensões em metros.

A Tabela 5.1 contém os parâmetros de resistência ao cisalhamento adotados para as formações rochosas, estimados a partir de estudos de perfis acústicos de poços offshore (Sousa Jr et al., 2010). Foi considerado que a resistência ao cisalhamento da rocha cai linearmente com a deformação plástica cisalhante, conforme discutido em 3.4. Para deformações plásticas maiores que este valor, a resistência ao cisalhamento permanece constante.

Tabela 5.1 – Parâmetros de resistência ao cisalhamento típicos das rochas, estimados a partir de perfis de poços de águas profundas (Sousa Jr et al., 2010).

Formação	Coessão	Ângulo de Atrito	Ângulo de Dilatação	Deformação Cisalhante Limite*	Fator de redução da Resistência Cisalhante
	kPa	graus	graus		
Folhelhos Capeadores	2000	20	5	1.00E-04	0.90
Arenito Friável (superior)	0	30	10	1.00E-03	0.90
Folhelho Interno	2000	20	5	1.00E-04	0.90
Arenito Rígido (inferior)	1000	30	10	1.00E-05	0.90
Folhelhos Subjacentes	2000	20	5	-	-

(\*) deformação desviadora.

Para todas as formações rochosas considera-se a taxa crítica de energia liberada ( $G_c$ ) de 455 Joules/m<sup>2</sup> para a propagação da fratura de tração (Modo I). Essa energia determina o valor da Integral  $J$  que permite que se abra uma fratura em modo de tração. Na simulação, a Integral  $J$  será avaliada permanentemente durante a simulação ao longo da face do modelo paralela ao eixo  $x$ , que é normal a tensão mínima inicial ( $\sigma_{yy}$ ).

Os folhelhos do modelo são considerados inicialmente impermeáveis e com porosidade de 35%, com exceção do folhelho entre as zonas reservatórios que foi considerado com permeabilidade de 9,869E-19 m<sup>2</sup> (0,001 mD). O arenito friável da zona superior tem permeabilidade horizontal inicial de 9,869E-13 m<sup>2</sup> (1000 mD), permeabilidade vertical inicial de 9,869E-14 m<sup>2</sup> (100 mD) e porosidade de 30%, ao passo que o arenito da zona inferior tem permeabilidade horizontal inicial de 9,869E-14 m<sup>2</sup> (100 mD), permeabilidade vertical inicial de 4,935E-14 (50 mD) e porosidade de 10%.

Assume-se, por hipótese, que a permeabilidade das formações rochosas aumenta na medida em que essas sofrem deformação plástica cisalhante, conforme discutido no item 3.4. Adotou-se um incremento de 9,869E-15 m<sup>2</sup> (10 mD) na permeabilidade do elemento para cada 0,01% de deformação plástica cisalhante (desviadora).

Foi empregada uma malha de elementos finitos hexaédricos de 8 nós. A malha tem aspecto radial com nível de refinamento maior próximo a parede do poço. São 349 camadas, 60 divisões na direção radial e 25 divisões na circunferência. No total, o modelo possui 523.500 elementos finitos hexaédricos de 8 nós e 555.100 nós. A Figura 5.5 mostra a malha de elementos hexaédricos. A simulação foi realizada em um *notebook* científico de 16 GB de memória RAM e processador *Intel Core I7*® com 8 núcleos de processamento.

### 5.2.2. Poropressão e Tensões Iniciais

A poropressão inicial foi considerada normal, com gradiente de 10,085E3 Pa/m, tanto para os folhelhos quanto para os arenitos. A poropressão inicial no topo do reservatório (-2.486m) ficou em 24.930,0E3 Pa.

Para estimativa de tensões *in situ* considerou-se tensão vertical de 40.700,0E3 Pa a -2.486m (topo do reservatório). A tensão horizontal máxima (direção  $X$ ) foi considerada igual a tensão vertical e a tensão horizontal mínima (direção  $Y$ ) foi estimada a partir do coeficiente de Poisson e coeficiente de Biot:



$$\sigma_{yy} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_{zz} - \alpha p \quad (5.2)$$

onde  $\sigma'_{zz}$  é a tensão vertical efetiva. Obteve-se tensão mínima de 34.800,0E3 Pa no topo do reservatório (-2486m).

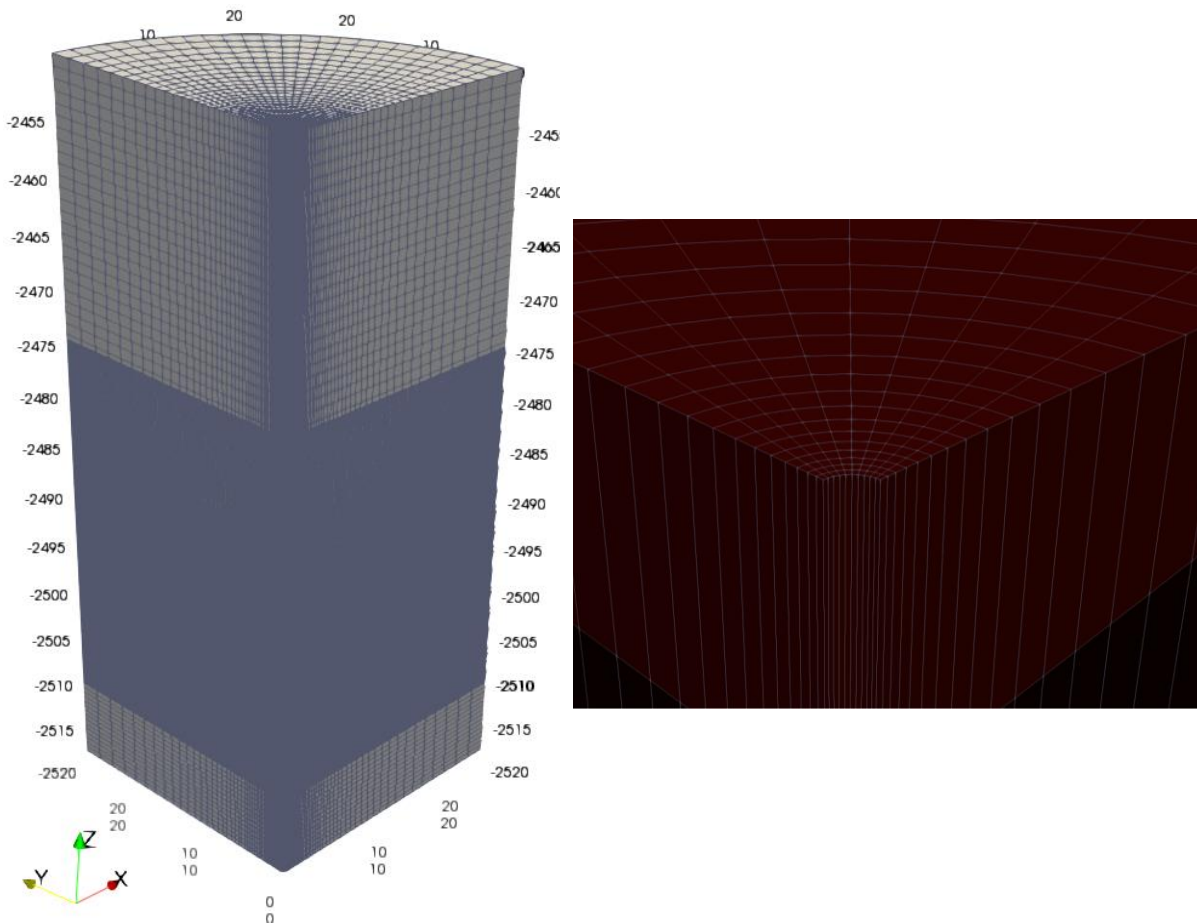


Figura 5.5 – Malha de elementos finitos da região em torno do poço. Malha com 523.500 elementos finitos hexaédricos lineares e 555.100 nós.

A inicialização de tensões no poço seguiu o procedimento numérico descrito no item 4.7. A Figura 5.6 mostra a deformação plástica cisalhante ( $xy$ ) em torno da parede do poço resultante do processo de escavação. A imagem em detalhe próxima ao poço mostra a região de *breakout* onde foi desenvolvida a deformação plástica cisalhante na direção da tensão horizontal mínima ( $\sigma_{yy}$ ).

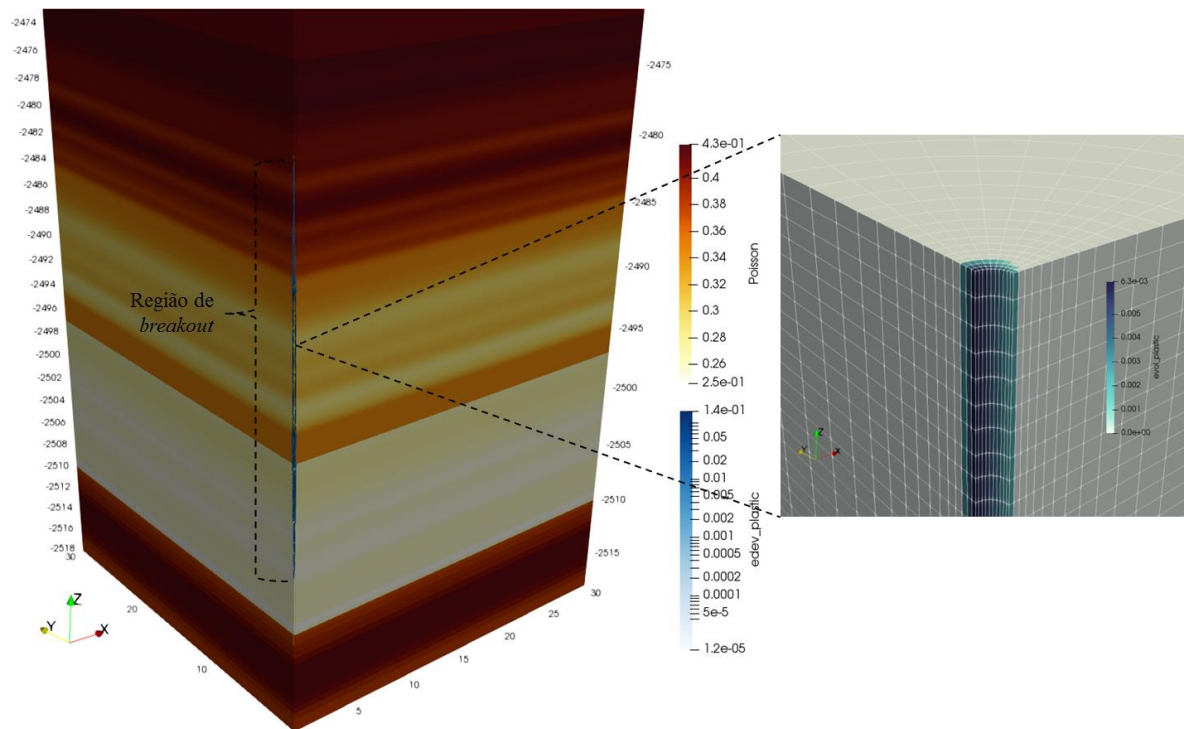


Figura 5.6 – Deformação plástica cisalhante ao longo do poço resultante da escavação e imagem de detalhe próxima à parede do poço mostrando a zona de potencial *breakout* alinhada com a tensão mínima in situ.

### 5.2.3. Injeção de Água no Poço

Após a inicialização de tensões, foi simulada a injeção de água no poço da profundidade -2485 m até -2510 m. Esse intervalo compreende os dois arenitos atravessados pelo poço. Na fronteira externa do modelo, oposta à posição do poço, a poropressão foi mantida constante para representar uma fronteira aberta conectada a um grande volume poroso. Vide a Figura 5.7 (b) para detalhes das condições de contorno do problema.

A pressão de injeção no poço será igual a  $40.646,0E3$  Pa a -2485,3 m, e é equivalente a tensão de vertical no topo do reservatório mais superior.

O fluido injetado é água com Módulo Bulk de  $2,0E9$  Pa e massa específica de  $1.028$  kg/m<sup>3</sup>. O meio poroso está 100% saturado com água.

Do ponto de vista mecânico, todas as fronteiras do modelo estão sujeitas a condições de contorno de deslocamentos. A Figura 5.7 ilustra as condições de contorno mecânicas e hidráulicas utilizadas no problema. Na direção vertical (Z), o fluxo é restrito pelos folhelhos capeador, interno e subjacente. Porém, vale ressaltar que essas formações podem

dinamicamente aumentar sua permeabilidade na medida em que se desenvolve deformação plástica cisalhante.

Na parede do poço, assume-se que a rocha é solidária à estrutura de poço e, portanto, há restrição de deslocamento vertical.

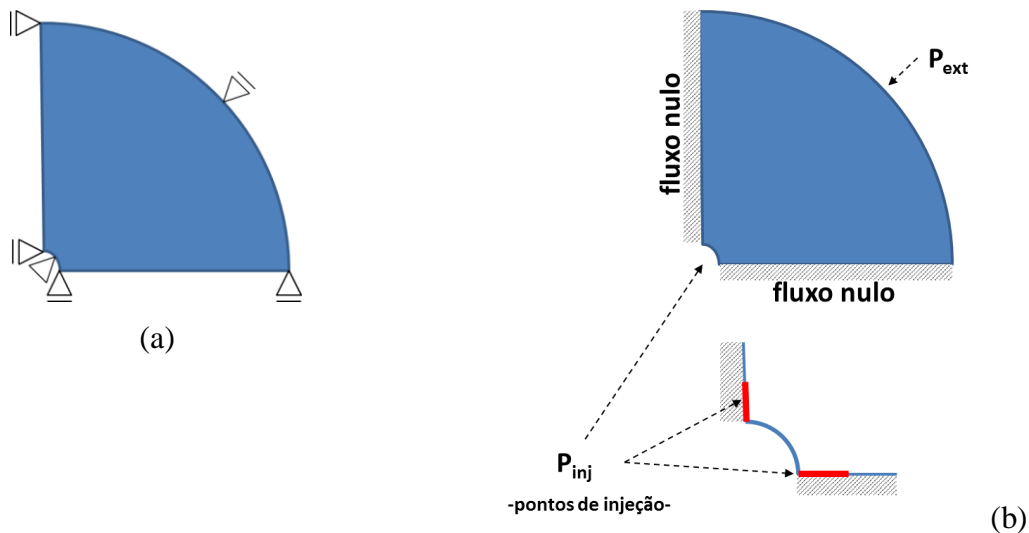


Figura 5.7 – Condições de contorno em plano horizontal que corta o modelo. (a) condições de contorno mecânicas e (b) condições de contorno hidráulicas.

A injeção de água se dá por um período de aproximadamente 9,504E5 segundos (11 dias ou 264 horas). Rapidamente um padrão de fluxo estacionário é alcançado devido às condições de contorno de pressão fixa na parede do poço e na borda externa do modelo (Figura 5.8a).

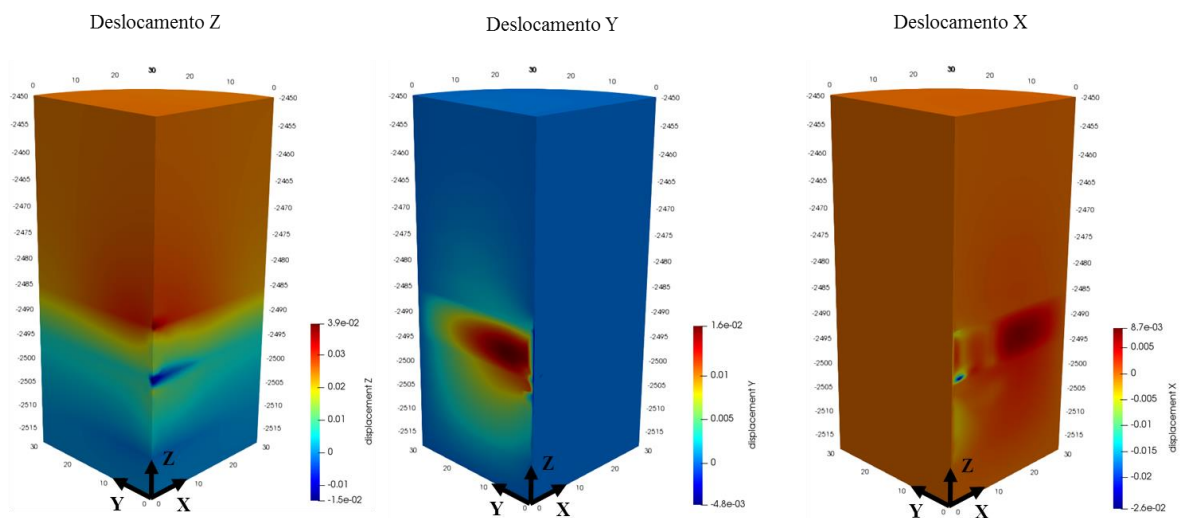
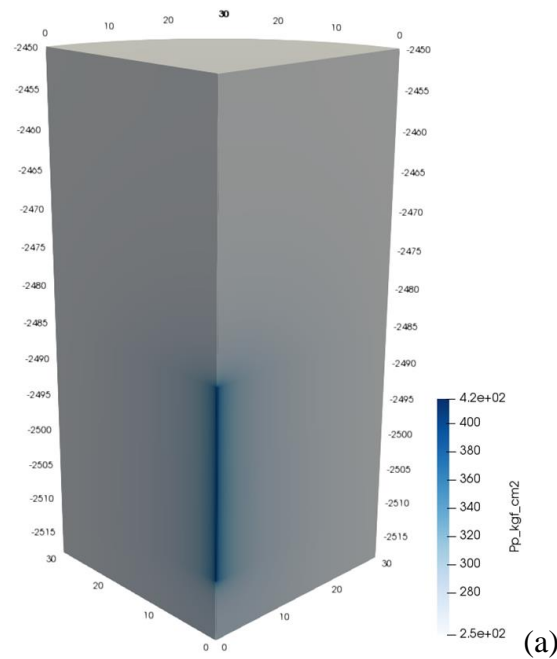
### 5.2.1. Resposta Hidromecânica com Modelo Elástico

Considerando em um primeiro momento que as rochas se comportam elasticamente, o fluxo de fluido se dá em função das permeabilidades originais das formações rochosas. Rapidamente o regime radial permanente de escoamento se estabelece, conforme mostrado na Figura 5.8 (a). Nesse caso, a pressão de injeção de 40.700,0E3 Pa a -2486m decai com o raio de afastamento da parede do poço e chega até a pressão original de 24.930,0E3 Pa a -2486 m de profundidade na borda externa do modelo.

A Figura 5.8 (b) mostra os deslocamentos vertical e horizontais no modelo numérico. Observa-se no deslocamento  $y$  que não houve mudança na condição de contorno de contorno

na face do modelo paralela ao eixo  $x$ . Portanto, não houve ruptura das formações rochosas em Modelo I (Tração).

A Figura 5.8 (c) mostra a tensão mínima nas faces do modelo e em corte próximo ao poço. Apesar de haver tração localizada próximo à parede do poço, a tensão rapidamente se torna compressiva na medida em que se afasta dessa região. Os efeitos poroelásticos parecem ser dominantes e o acréscimo de tensões *in situ* promovido pela pressurização do meio poroso evita o fraturamento das formações rochosas.



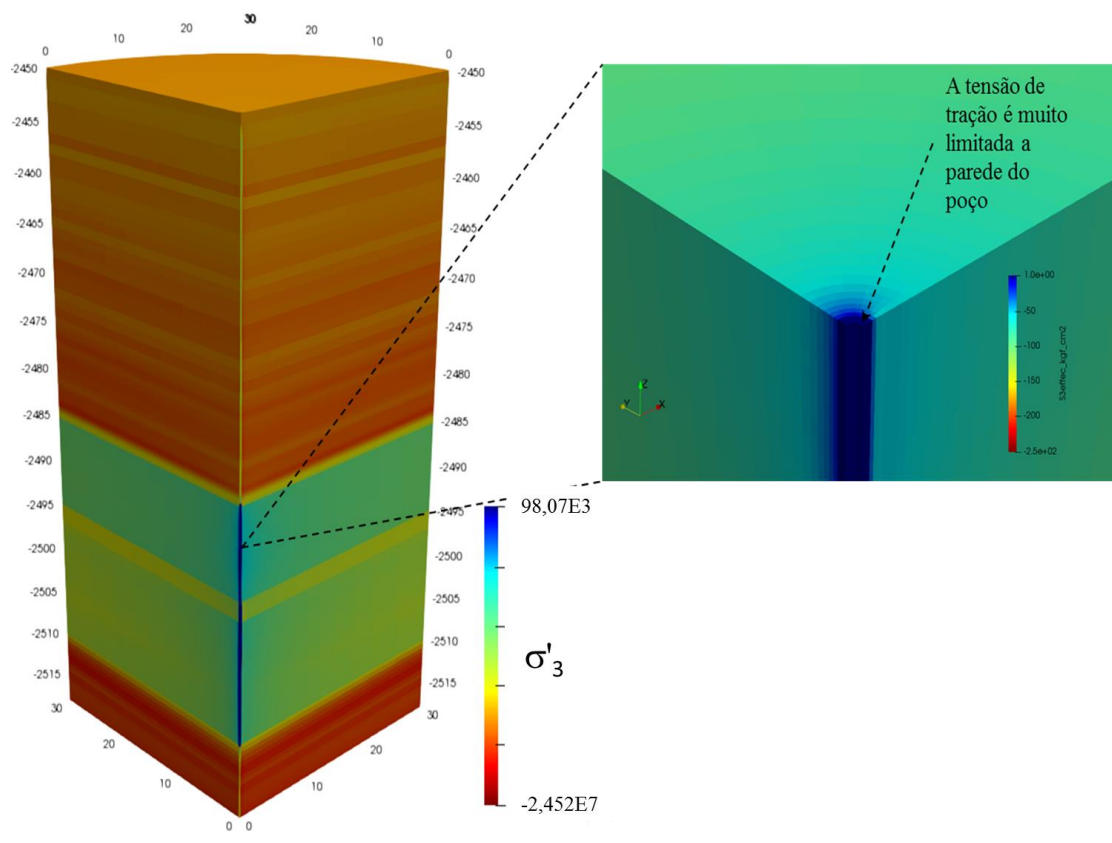


Figura 5.8 – Resultado da simulação no modelo elástico após 4,320E5 segundos (5 dias) de injeção de água. (a) poropressão, (b) deslocamentos e (c) tensão mínima.

### 5.2.2. Resposta Hidromecânica com Modelo Viscoplastico

Quando se considera o comportamento não-linear tensão - deformação das formações rochosas, a deformação plástica cisalhante modifica a permeabilidade do meio e altera o padrão de escoamento do fluido, conforme mostrado nas Figuras 5.9 (b) a (d).

É possível notar que os folhelhos capeador e interno (entre arenitos) se tornam parcialmente permeáveis com tempo, possibilitando a comunicação hidráulica entre os dois arenitos e também permitindo o escoamento da água injetada nos folhelhos capeadores, conforme destacado nas Figuras 5.9b e c.

Ao final de 4,320E5 segundos (5 dias ou 120 horas) de injeção de água (Figura 5.9 (d)), observa-se que um grande volume de rocha em torno do poço se tornou altamente permeável devido à deformação cisalhante plásticas.

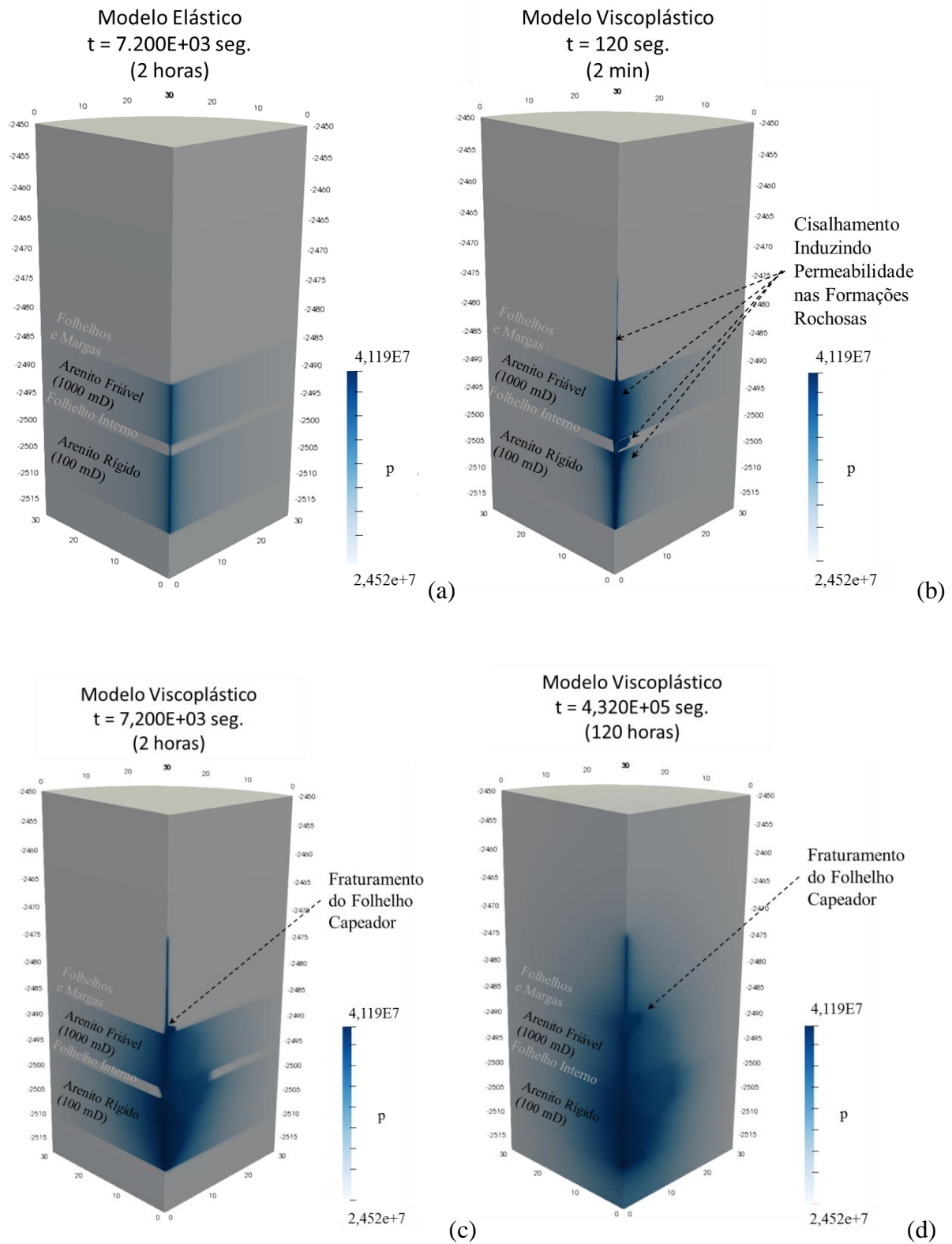


Figura 5.9 – Poropressão em diferentes instantes de tempo para (a) o fluxo desacoplado e (b) – (d) fluxo acoplado com modelo estrutural viscoplastico.

Nos tópicos seguintes serão examinadas as variáveis mecânicas que explicam esses padrões de escoamento constatados na simulação.

### 5.2.3. Análise de Deslocamentos, Deformações e Tensões

A Figura 5.10 mostra os deslocamentos vertical ( $z$ ) e horizontais ( $x$  e  $y$ ) para o modelo estrutural viscoplástico. O deslocamento  $y$  representa o movimento de dilatação da zona de fraturamento hidráulico que se desenvolve paralela ao eixo  $x$ , a ser detalhada mais adiante. Porém, esse mesmo mapa mostra que na borda paralela ao eixo  $x$  (normal a menor tensão horizontal  $\sigma_{yy}$ ) não ocorre abertura de fraturas de tração, uma vez que os deslocamentos  $Y$  são nulos ao longo dessa face.

Nessa mesma figura, o deslocamento  $x$  mostra os movimentos diferenciais de propagação da zona de fraturamento hidráulico.

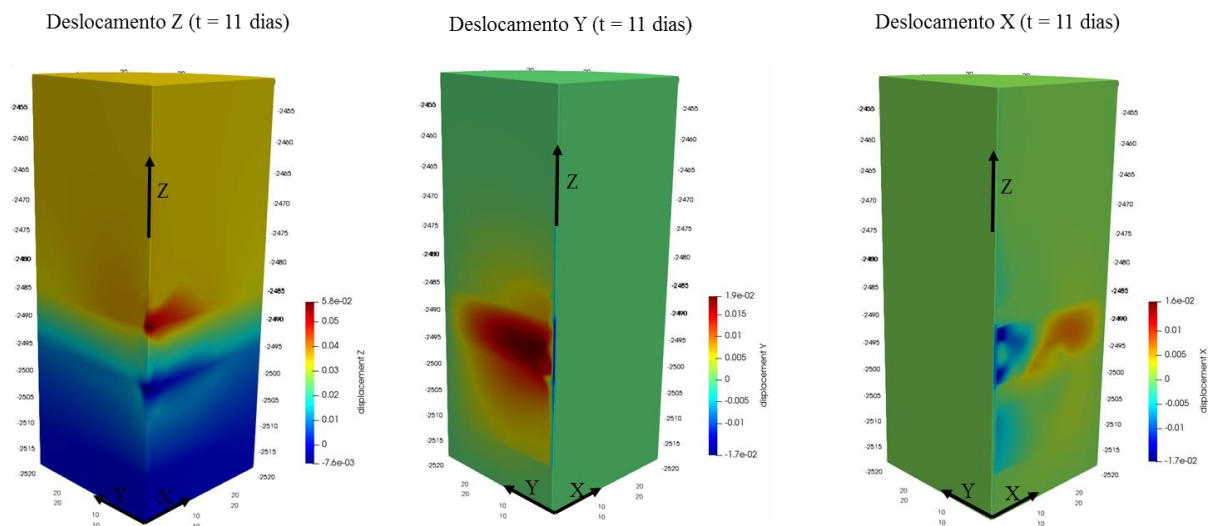
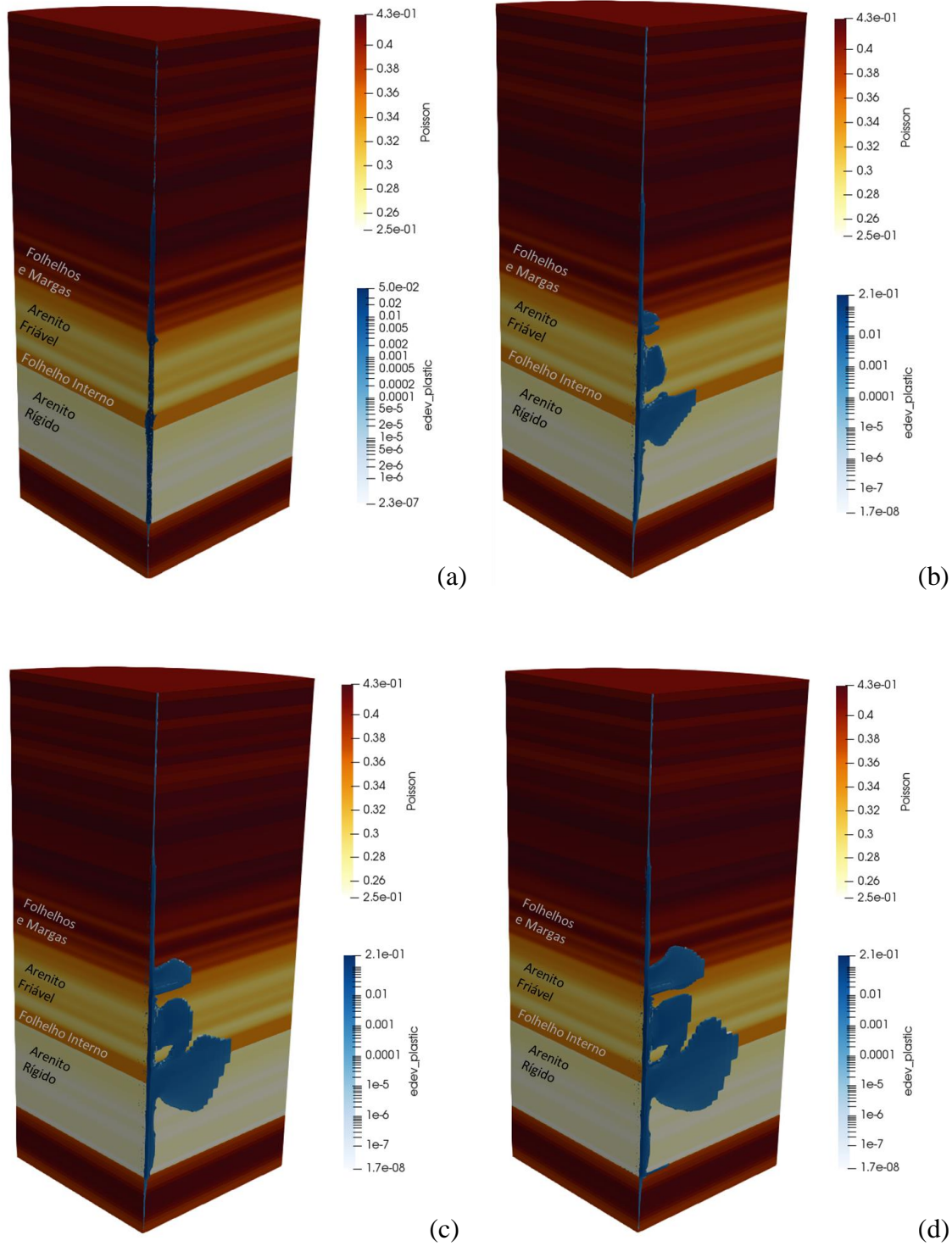


Figura 5.10 – Deslocamentos calculados no modelo viscoplástico após  $9,504 \times 10^5$  segundos (11 dias ou 264 horas) de injeção de água.

A Figura 5.11 mostra a região onde ocorreu deformação plástica cisalhante (azul) sobreposta ao coeficiente de Poisson das formações rochosas. Esse volume de rocha deformado plasticamente devido à limitada resistência ao cisalhamento do material é chamado aqui de “Zona de Fraturamento Hidráulico” (ZFH). Nessa região, a permeabilidade é aumentada na medida em que se acumula deformação plástica cisalhante.

Ainda na Figura 5.11, a ZFH se propagou horizontalmente por cerca de 10 metros além do raio do poço e, predominantemente, ao longo da borda do modelo paralelo ao eixo X, normal a menor das tensões horizontais ( $\sigma_{yy}$ ).





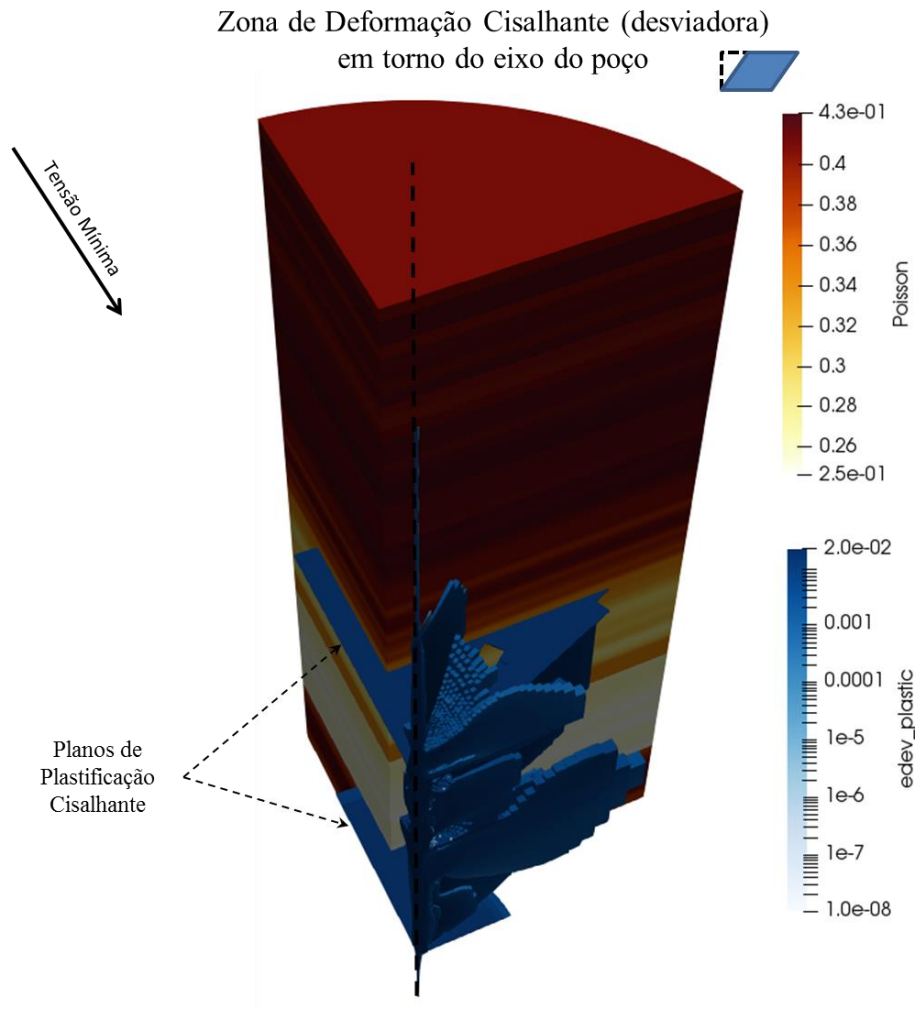


Figura 5.11 – Coeficiente de Poisson e zona de fraturamento hidráulico (ZFH) formada pelo volume de rocha que sofre deformação plástica cisalhante para os seguintes períodos de injeção de água: (a) inicial, (b) 1,037E05 segundos (1,2 dia), (c) 3,024E05 segundos (3,5 dias), (d) 5,184E+05 segundos (6 dias) e (e)/(f) 9,504E05 segundos (11 dias).

Também é possível perceber que a ZFH se desenvolve mais no arenito superior, que é uma formação friável pouco rígida e não coesa. Nesse material, a coesão é nula, o que minora a resistência ao cisalhamento, e o coeficiente de Biot é maior (Figura 5.4c), o que promove maiores carregamentos estruturais sobre a formação rochosa.

A simulação também mostrou que a ZFH se propaga sobre o folhelho interno que separa as duas formações areníticas, bem como no folhelho capeador do arenito superior.

O diagrama tensão média efetiva - tensão desviadora da Figura 5.12 mostra a evolução do estado de tensões no arenito inconsolidado superior. Observa-se que a tensão confinante se desloca para uma situação de menor confinamento, se aproximando da tensão nula.

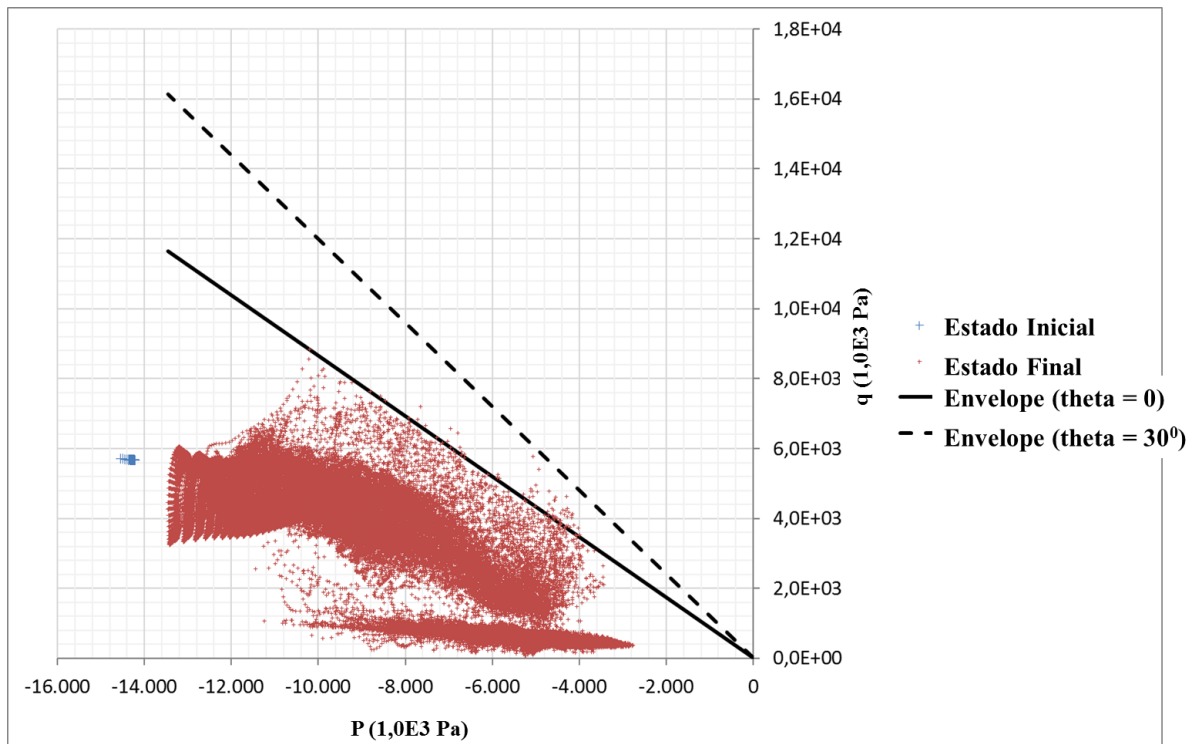


Figura 5.12 – Diagrama tensão média efetiva versus tensão desviadora no estado inicial no reservatório superior após 9,504E05 segundos (11 dias) de injeção de água. O diagrama também traz envoltórias de Resistência ao cisalhamento de Mohr-Coulomb para ângulo de Lode (theta) de 0 e 30 graus.

A Figura 5.13 mostra a tensão média efetiva e a tensão desviadora ao final do processo de injeção de água (9,504E05 segundos ou 11 dias). Na ZFH, observa-se que a tensão desviadora (5.13a) se aproxima de zero, com valores máximos a frente das suas bordas. Esse fenômeno de elevada tensão desviadora na borda da ZFH tende a propagá-la nas formações rochosas.

A tensão média efetiva (5.13b) também se aproxima de zero dentro da ZFH. Considerando ainda que ZFH tem alta poropressão (Figura 5.13b), pode-se afirmar que há tendência de liquefação da rocha dentro da ZFH, no qual, a tensão efetiva reduz significativamente e a tensão total é aproximadamente igual a pressão do fluido.

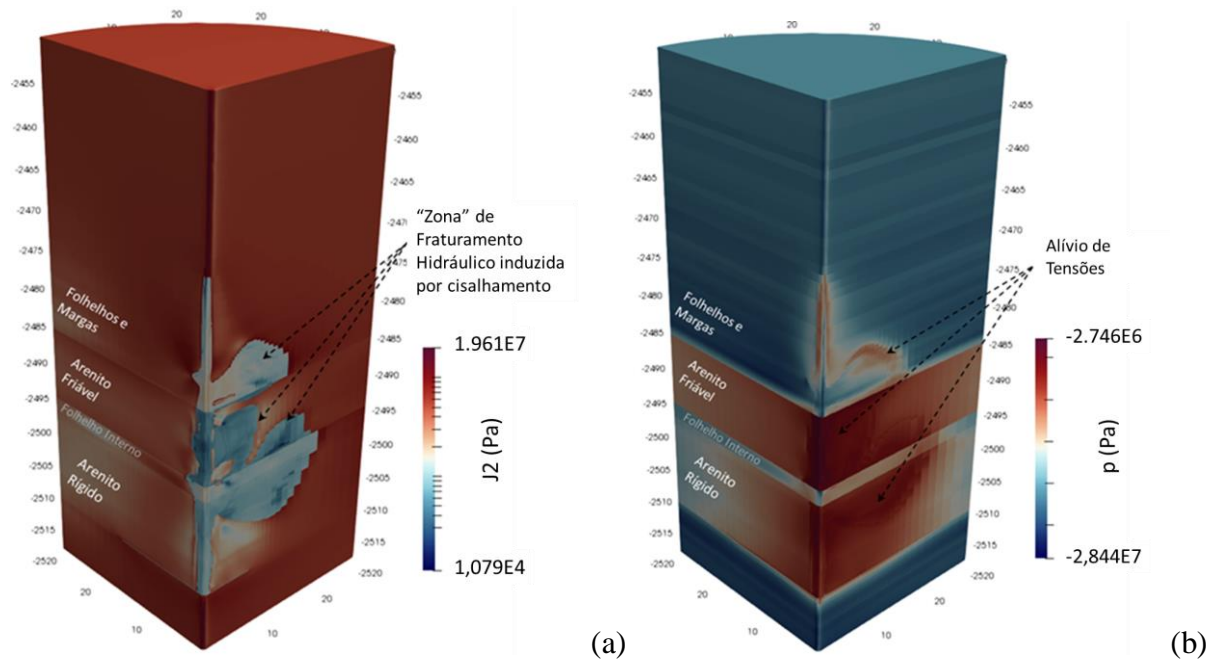


Figura 5.13 – Tensões calculadas nas formações rochosas após  $9,504E05$  segundos (11 dias) de injeção de água. (a) Tensão desviadora em escala log e (b) Tensão Média Efetiva.

#### 5.2.4. Efeito da Temperatura

Outro fator que pode ter impacto considerável no desenvolvimento da ZFH é a menor temperatura de injeção do fluido em formações rochosas profundas. Para estimar a magnitude da deformação térmica, o mesmo modelo foi simulado novamente com o cálculo explícito do campo de temperatura em cada passo de tempo, conforme Perkins & Gonzales (1995).

As formações rochosas foram consideradas inicialmente a temperatura de  $50^{\circ}\text{C}$  e o fluido de injeção a  $20^{\circ}\text{C}$ . Foram adotados calor específico da rocha e do fluido igual a 830 e 4.100 J/K.kg, respectivamente, e coeficiente de expansão térmica de  $20,0 \times 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$ .

Considerando os efeitos térmicos de longo prazo, observa-se que o modelo elástico não apresenta fratura de tração uma vez que a menor tensão ficou levemente compressiva, conforme mostrado na Figura 5.14. Portanto, mesmo em um modelo no qual a tensão tende a reduzir consideravelmente, os efeitos poromecânicos se mostram preponderantes na trajetória de tensões nas formações rochosas sujeitas a percolação do fluido.

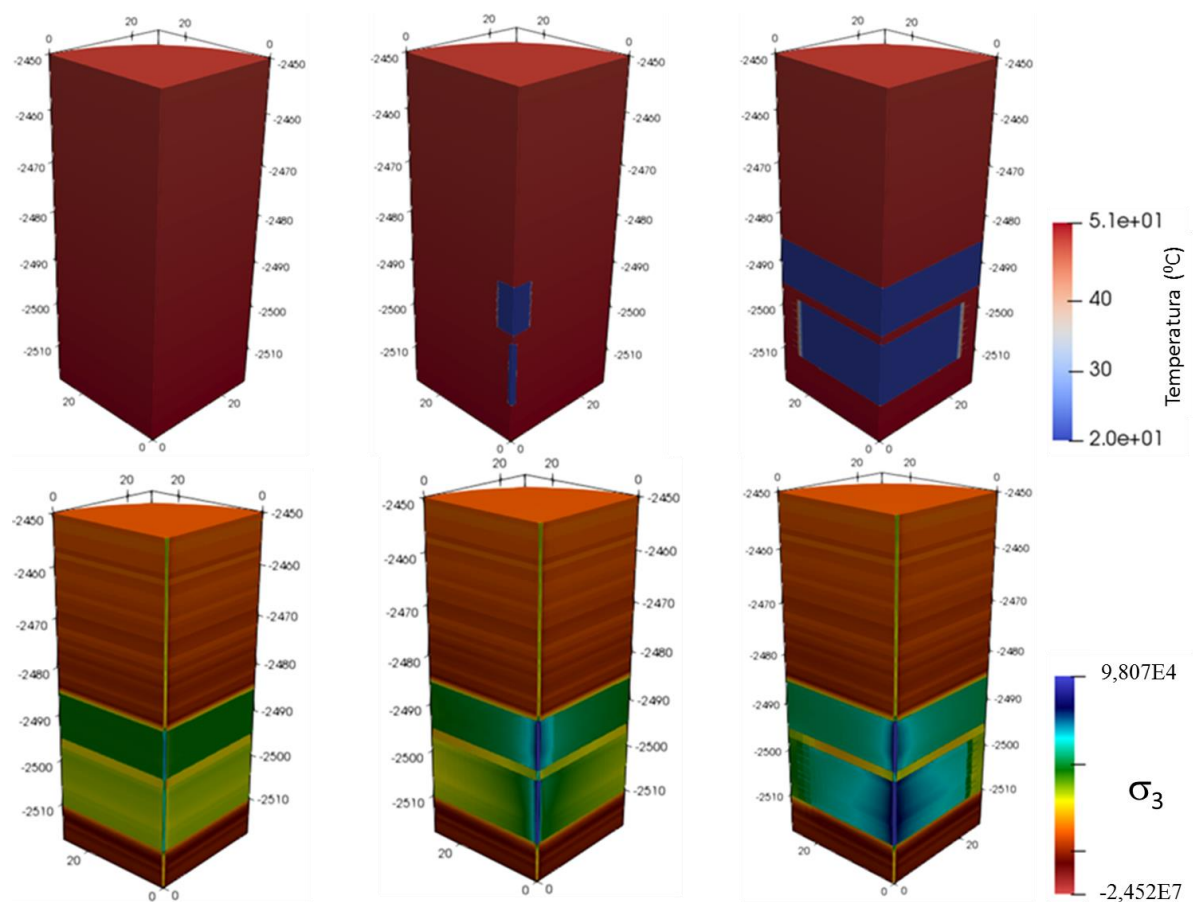


Figura 5.14 – Resultado do modelo elástico considerando deformações térmicas após  $1,577E8$  segundos (5 anos) de injeção de água fria.

### 5.2.5. Efeito da Pressão de Injeção

As simulações viscoplásticas apresentadas anteriormente mostraram que a injeção de água com pressão igual a tensão vertical inicial induz uma ZFH nos arenitos e rochas capeadora.

Uma nova simulação foi realizada com pressão de injeção igual a  $34.798,0E3$  Pa a  $-2486$  m, equivalente a tensão mínima ( $\sigma_{yy}$ ) inicial no topo do arenito superior.

A Figura 5.15 mostra que a ZFH formada em torno do poço é de pequena extensão (inferior a 1 m de raio). Também é possível notar que não há penetração da ZFH na rocha capeadora. Portanto, sob o ponto de vista de integridade da rocha capeadora, essa situação de injeção tende a preservar o selo hidráulico das rochas capeadoras.

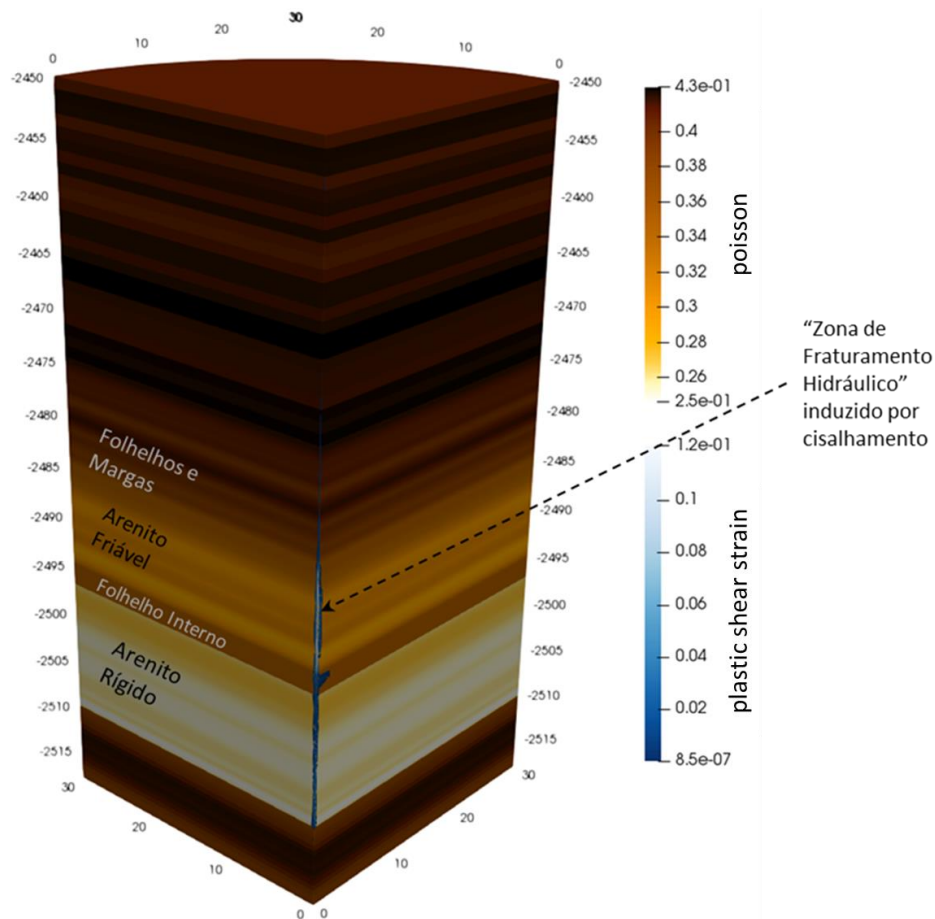


Figura 5.15 – Zona de Fratura Hidráulico de acordo com modelo viscoplástico considerando deformações térmicas em  $9,504E05$  segundos (11 dias) de injeção de água fria com pressão de injeção igual a tensão mínima inicial.

### 5.2.6. Vazão de Injeção

A Figura 5.16 mostra a evolução no tempo da vazão total injetada nas duas zonas reservatório. Nesse gráfico, constam duas curvas, uma denominada Numérica-Elástica, que seria o caso da injeção de água na rocha com comportamento tensão-deformação elástico, e outra denominada Numérico-Viscoplástico que emprega a envoltória de Mohr-Coulomb para resistência ao cisalhamento e incrementa a permeabilidade do meio poroso com a deformação plástica cisalhante.

No modelo Numérico-Viscoplástico, no qual ocorre a propagação da ZFH, a vazão de injeção aumenta dado que a formação fica mais permeável. E ao final, injeta-se mais de 3 vezes a vazão de água do caso Numérico-Elástico.

O gráfico da Figura 5.16 ainda mostra que no período final de injeção, o modelo Numérico-Viscoplastico ainda apresenta um segundo incremento de permeabilidade em decorrência da maior plastificação devido ao efeito térmico de longo prazo.

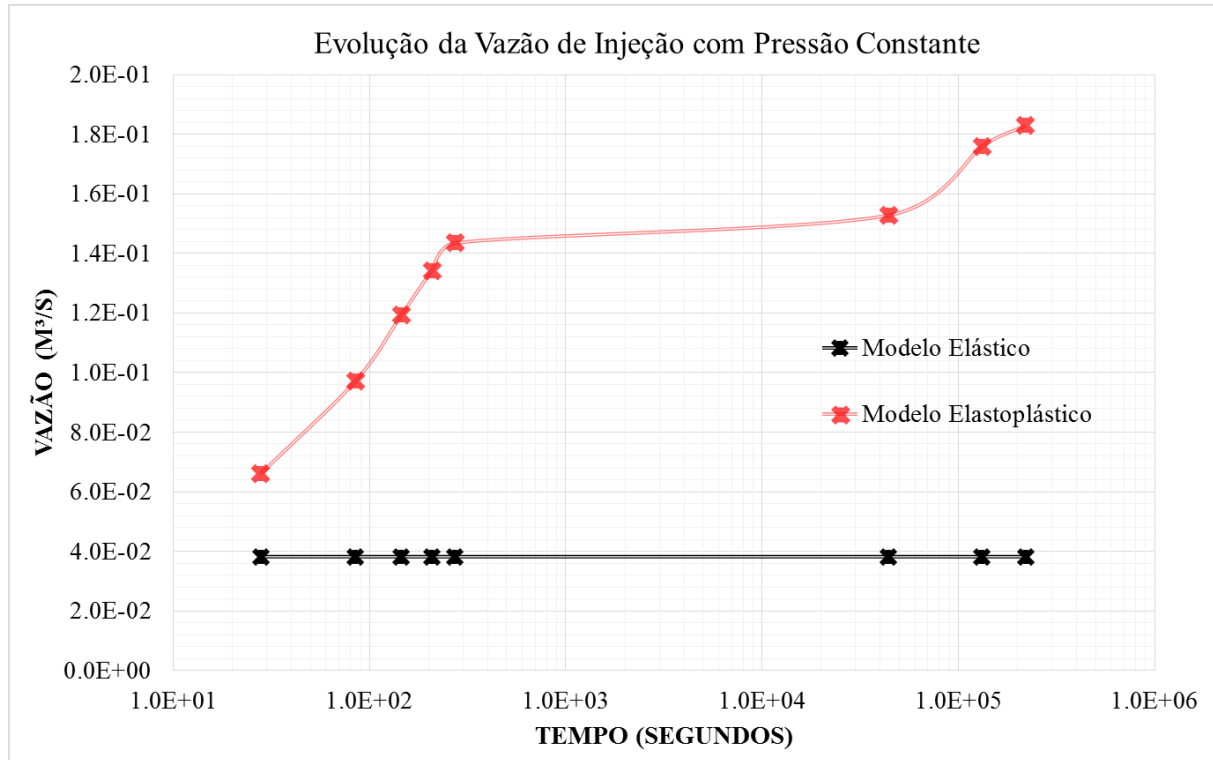


Figura 5.16 – Evolução da vazão de injeção de água com o tempo.

### 5.3. INJEÇÃO DE ÁGUA EM ARENITO COM POÇO HORIZONTAL

O modelo geológico empregado é o mesmo do caso 5.2, porém, o atual modelo incorpora um volume maior de rocha chegando até a profundidade de -2300 m, o que corresponde a cerca de 500 m acima do reservatório. A base do modelo também foi estendida até -2600 m.

A Figura 5.17 mostra o modelo geológico com o coeficiente de Poisson e a malha de elementos finitos. As condições de contorno de deslocamento são de um modelo edométrico, ou seja, deslocamento lateral restrito nas bordas e deslocamento vertical restrito na base. Essas condições de contorno garantem a simetria mecânica.

As tensões *in situ* são iguais ao modelo do poço vertical (5.2), portanto, a tensão mínima inicial (direção *y*) é normal à trajetória do poço horizontal.

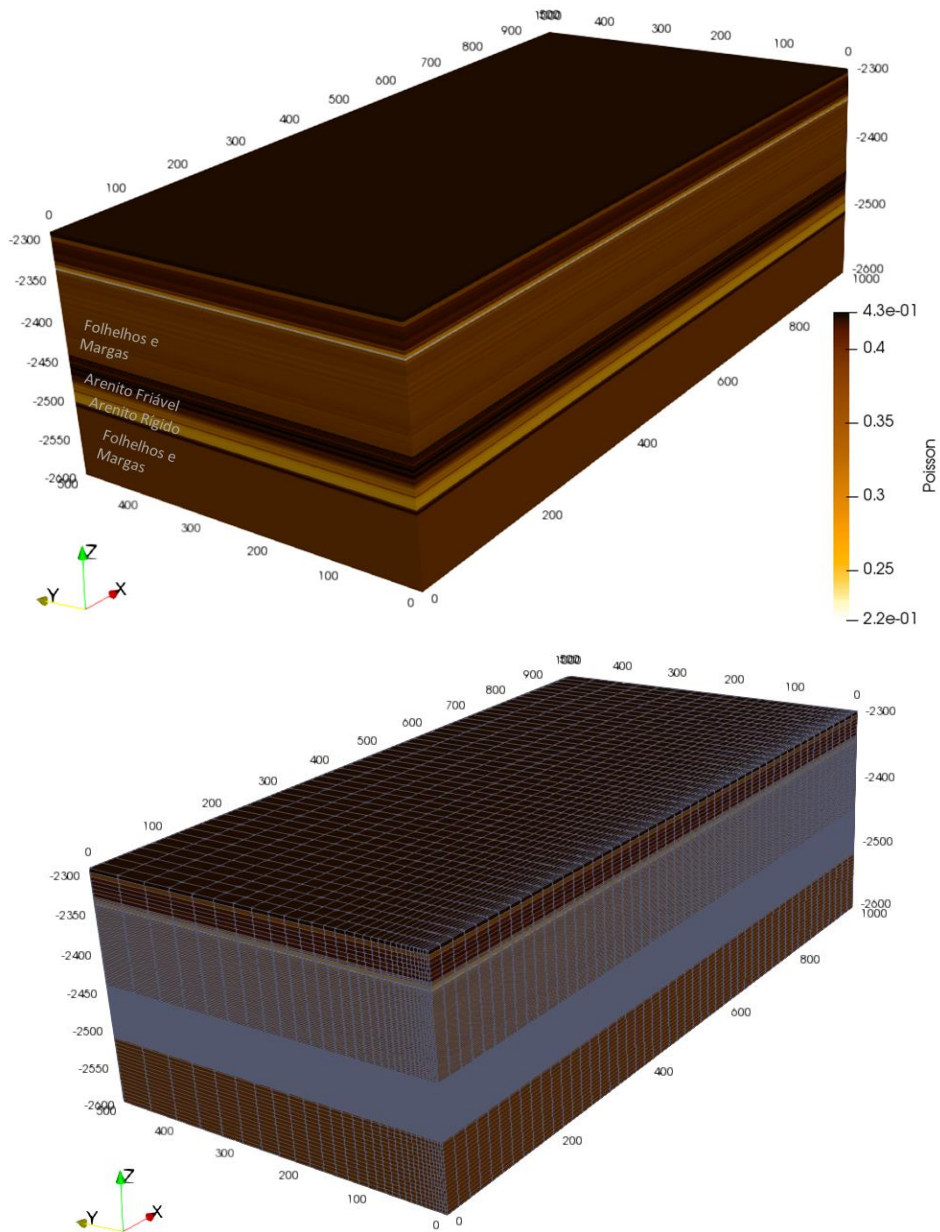


Figura 5.17 – Modelo geológico com Coeficiente de Poisson e malha de elementos finitos com 645.000 elementos hexaédricos de 8 nós.

A Figura 5.18 mostra o arenito superior e as respectivas condições de contorno hidráulicas. No poço horizontal, há uma condição de pressão prescrita (pressão de injeção) e nas bordas há uma condição aberta de fluxo com pressão constante. Da mesma forma que o caso 5.2, a pressão de injeção será igual a  $40.646,0E3$  Pa a  $-2485.3$  m, equivalente a tensão de vertical no topo do reservatório mais superior.

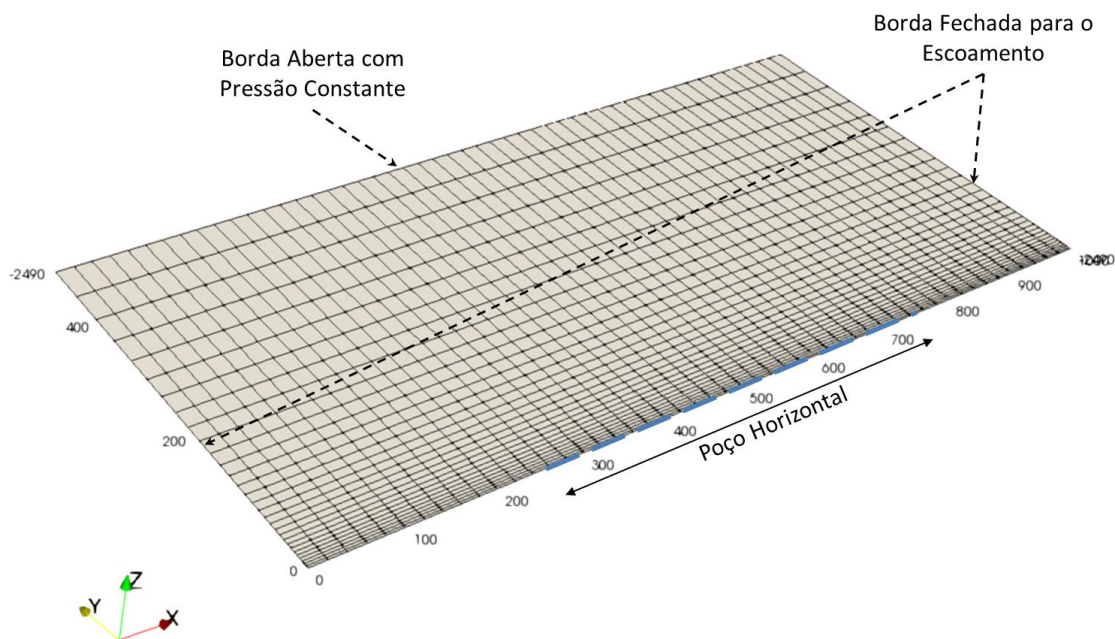


Figura 5.18 – Visão do arenito superior friável, condições de contorno hidráulicas e posição do poço horizontal com pressão constante.

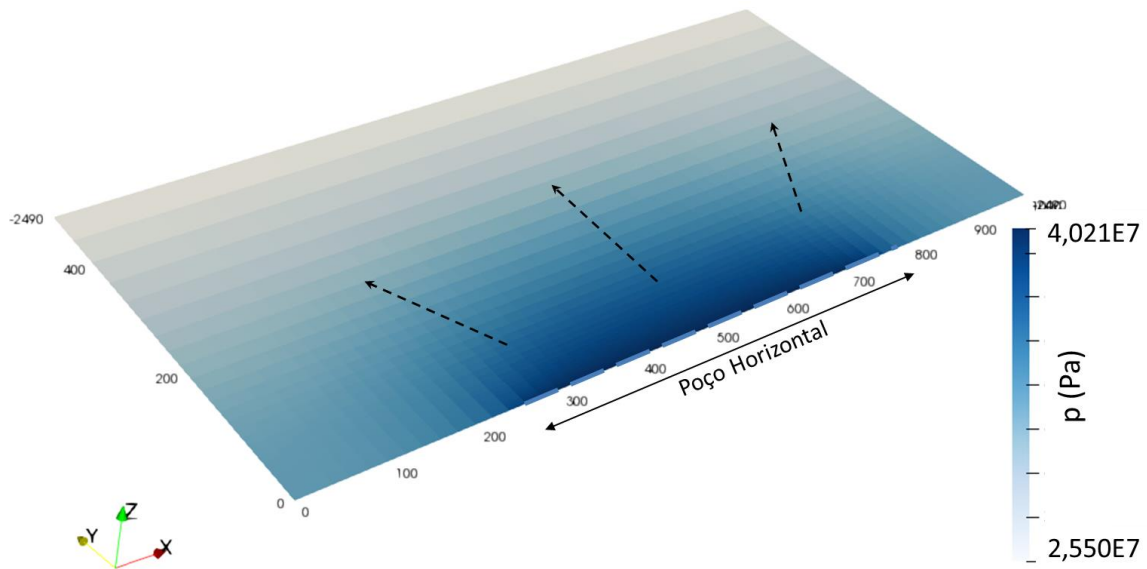
Na Figura 5.19 estão mostrados a poropressão no arenito superior e os deslocamentos induzidos nas formações rochosas na malha deformada (500x) após  $9,504E05$  segundos (11 dias) de injeção. O deslocamento máximo calculado chegou a 13 cm na região de influência do poço. Foi formada uma câmara pressurizada de rocha em torno do poço onde foi identificado o máximo deslocamento e onde ocorreram as maiores deformações e variações de tensões.

A Figura 5.20 mostra uma visão composta da poropressão no arenito superior, o volume de deformação plástica cisalhante em torno do poço e as tensões desviadoras.

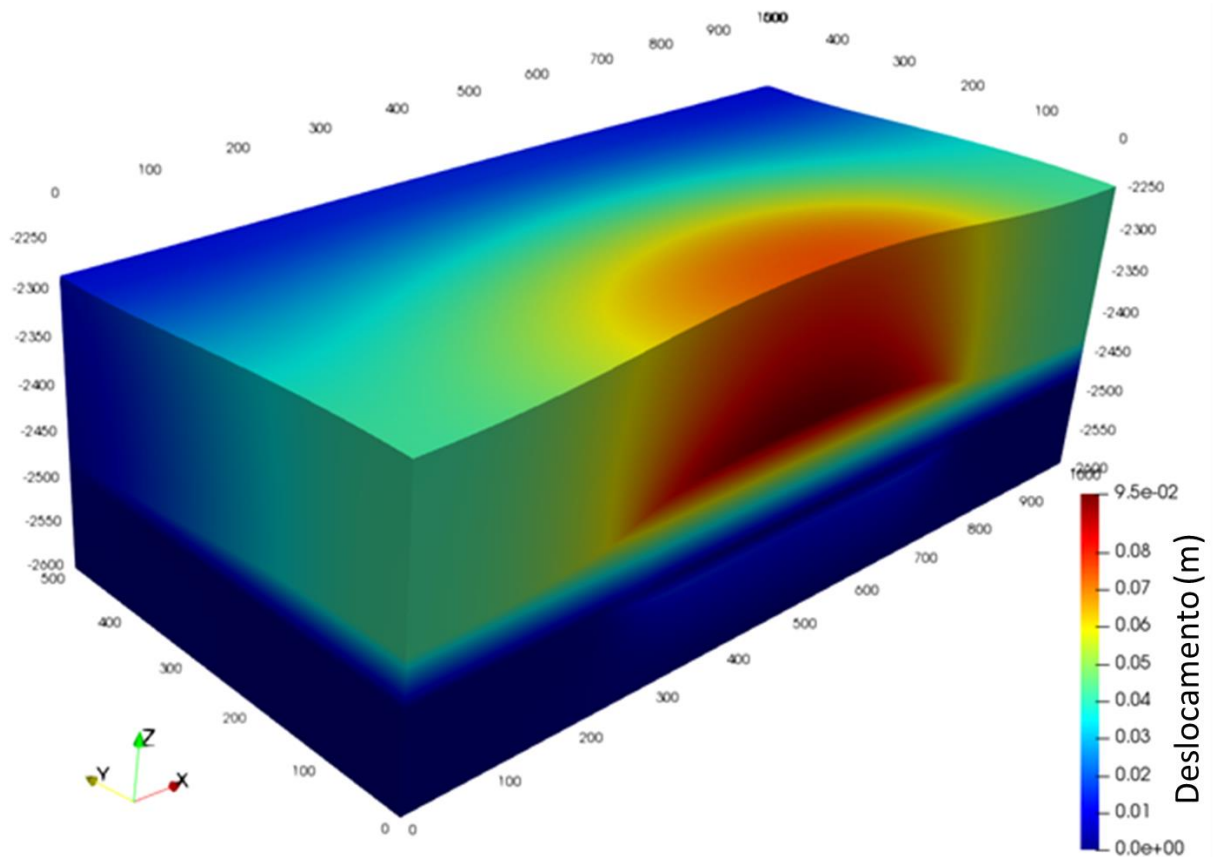
O volume de deformação plástica cisalhante corresponde à ZFH, onde a permeabilidade do meio poroso é aumentada a uma taxa de  $9,869E-15$  m<sup>2</sup> (10 mD) por 0,01% de deformação plástica cisalhante. Comparando com o caso do poço vertical, a ZFH formou um volume maior em torno do poço, porém não houve extensão da ZFH para a rocha capeadora.

Nas rochas capeadoras e subjacente à ZHF é possível notar que há uma elevada concentração de tensões desviadoras, porém, considerando as propriedades mecânicas adotadas, as tensões desviadoras ficaram abaixo da resistência ao cisalhamento.





(a)



(b)

Figura 5.19 – (a) Poropressão final no arenito friável superior e (b) magnitude de deslocamento na malha deformada (1000x) após  $9,504E05$  segundos (11 dias) de injeção.

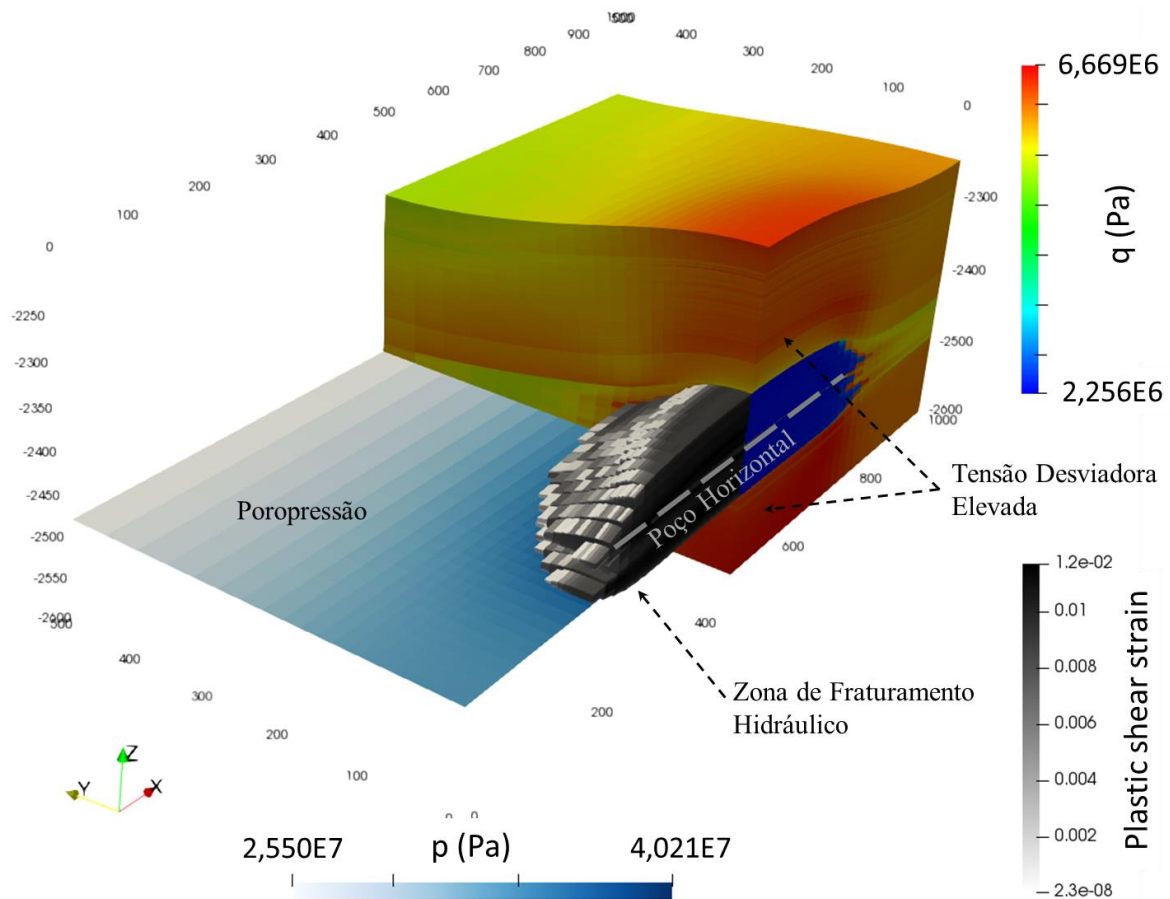


Figura 5.20 – Volume composto mostrando a distribuição de poropressão, a tensão mínima e a Zona de Fraturamento Hidráulico (ZFH) após 9,504E05 segundos (11 dias) de injeção de água. Geometria deformada em 1000x sobre a magnitude do deslocamento.

## **6. CONCLUSÕES**

### **6.1. ASPECTOS NUMÉRICOS E COMPUTACIONAIS**

Foram empregados dois algoritmos de solução da equação de equilíbrio, um baseado no equilíbrio dinâmico e um segundo quase estático. Este último é consideravelmente mais eficiente do ponto de vista de tempo de simulação, porém o algoritmo dinâmico com integração explícita das relações constitutivas tem maior potencial para modelagem de não linearidades, como por exemplo, na solução do problema de dano apresentado no caso 4.8.1d.

Um aspecto não explorado na tese é do algoritmo dinâmico para a modelagem da sismicidade induzida pela injeção de água. Esse tema tem um apelo para indústria em função dos sismos comumente detectados em regiões com operação de fraturamento hidráulico na América do Norte.

O acoplamento entre os diferentes modelos numéricos (escoamento-calor-estrutural) se mostrou viável, e foi possível rodar modelos de razoável tamanho (500 mil elementos finitos) de forma eficiente.

### **6.2. CASOS ANALISADOS**

Os estudos realizados mostraram que o escoamento em um domínio do meio poroso em torno do poço tende a ser permanente para fins de propagação de fraturas, ou seja, rapidamente o transiente do escoamento se estabiliza e é formado um perfil constante de queda de pressão no meio poroso.

Os estudos ainda mostraram que os efeitos poroelásticos são relevantes para a propagação de fraturas em modo de tração. Em um material elástico, conforme apresentado no estudo de caso 4.1, a infiltração do fluido da fratura na formação promove o aumento da poropressão e tensão na rocha, dificultando a propagação de fratura hidráulica.

As modelagens numéricas de injeção de água em formações rochosas inconsolidadas permitiram concluir que o cisalhamento plástico é o principal mecanismo de ruptura da rocha, conforme preconizado em pesquisas anteriores (Germanovich et al., 2012, Pak, 1997 e Taghipour et al., 2015). Os estudos de caso mostraram que a envoltória de resistência ao cisalhamento com coesão nula inibe o aparecimento de tensões de tração no material, ao mesmo tempo em que a deformação plástica cisalhante é desenvolvida.

Em situações de elevada pressão de injeção, i.e., pressão igual ou próxima a tensão vertical na rocha, a tensão média efetiva cai consideravelmente na rocha ao mesmo tempo em que se desenvolve uma intensa deformação plástica cisalhante. Nesse momento, forma-se uma Zona de Fraturamento Hidráulico (ZFH) em torno do poço com elevada permeabilidade e em condição próxima à liquefação, ou seja, com baixo contato entre os grãos da formação rochosa. A ZFH se desenvolveu em torno do plano normal a tensão mínima, porém, a ZFH também apresentou crescimento ao longo da interface entre o reservatório e sua rocha capeadora.

No estudo de caso do poço vertical, o folhelho capeador também deformou plasticamente e, pelas regras de incremento de permeabilidade adotadas no trabalho, conduziu fluido para fora da formação rochosa alvo de injeção, caracterizando uma perda de selo hidráulico do reservatório.

Ao injetar com pressão próxima a tensão mínima do reservatório, a simulação mostrou pouca plastificação da rocha em torno do poço. Nesse caso, a rocha capeadora se manteve íntegra.

A plastificação da rocha reservatório promoveu aumento significativo da permeabilidade da formação rochosa, o que resultou em aumento significativo (4 vezes) na vazão de injeção para as mesmas condições de contorno hidráulicas.

O estudo de caso 4.3 mostrou que os poços horizontais localizados a meia espessura do reservatório tendem a formar uma zona de deformação plástica de maior volume em torno do poço, porém, não foi detectado plastificação da rocha capeadora.

### **6.3. SUGESTÕES DE PESQUISAS FUTURAS**

Segue uma lista de aspectos que podem ser desenvolvidos em pesquisas futuras relacionadas ao tema injeção de água sob alta pressão:

- Obtenção experimental da relação entre permeabilidade e deformação plástica cisalhante em formações inconsolidadas;
- Acoplamento do modelo de poço com modelos de reservatórios para capturar adequadamente as condições de contorno;
- Modelagem da hidráulica do escoamento na tubulação de fundo do poço acoplado com à modelagem do escoamento no meio poroso e fratura hidráulica;
- Modelagem do comportamento de liquefação de formações inconsolidadas, empregando modelos mais adequados a esse problema;

- Incorporação de modelos de degradação da permeabilidade do meio poroso em função de teor de sólidos presentes na água injetada;
- Avaliar sismicidade induzida pela injeção de água sob alta pressão;
- Modelagem do efeito da presença de fraturas naturais na propagação da fratura hidráulica ou da Zona de Fraturamento Hidráulico.
- Solução numérica do balanço de energia e modelagem da variação da viscosidade do fluido com a temperatura.

## ANEXO

### RELAÇÕES CONSTITUTIVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

A relação entre o tensor de tensões efetivas e o tensor de deformação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\{\Delta\sigma'\}=[D] \{\Delta\varepsilon\} \quad (\text{A.1})$$

onde  $[D]$  é uma matriz de relações tensão-deformação, formada por parâmetros característicos do material.

#### A1. Meios Elásticos Isotrópicos

Considerando um meio elástico isotrópico, a matriz de relações tensão-deformação é escrita como:

$$[D]=\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Onde  $E$  é o Módulo de Elasticidade e  $\nu$  é o Coeficiente de Poisson.

#### A2. Meios Elásticos Ortotrópicos

Considerando um meio elástico que possui um plano de fraqueza em torno do plano  $Z$ , pode-se escrever as relações tensão-deformação como (Beer et al., 2010):

$$[D_{ort}] = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & & & \\ C_2 & C_1 & C_3 & & & \\ C_3 & C_3 & C_4 & & & \\ & & & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ & 0 & & 0 & \frac{E_y}{2(1+\nu)} & 0 \\ & & & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (A.3)$$

onde:  $C_2 = n(\nu + n\nu^2)C$ ,  $C_3 = n\nu(1 + \nu)C$ ,  $C_4 = (1 + \nu^2)C$ ,  $C = \frac{E_2}{(1 - \nu)(1 - \nu - 2n\nu^2)}$ ,  $n = \frac{E}{E_2}$ .

### A3. Fluido Compressível

Em um fluido compressível, a matriz de relações elásticas pode ser escrita como (Smith & Griffiths, 2007):

$$[D_f] = \begin{bmatrix} K_f & K_f & K_f & 0 & 0 & 0 \\ K_f & K_f & K_f & 0 & 0 & 0 \\ K_f & K_f & K_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A.4)$$

Onde  $K_f$  é o Módulo Bulk do fluido.

### A4. Meio Poroso Elástico Não-Drenado

Em um meio poroso saturado com um fluido compressível, pode-se se escrever a relação tensão deformação para carregamento instantâneo (sem escoamento) combinando o princípio das tensões efetivas com as equações A1, A2 e A4:

$$\{\Delta\sigma\} = ([D] + \alpha[D_f]) \{\Delta\varepsilon\} \quad (A.5)$$

onde  $[D]$  é a matriz de relações tensão-deformação da rocha seca e  $\alpha$  é o coeficiente de Biot.

### A5. Envelope de Resistência ao Cisalhamento (Mohr-Coulomb)

Para definir a envoltória de resistência de Mohr-Coulomb é necessário primeiramente apresentar os invariantes de tensão conhecidos por tensão média, tensão desviadora e ângulo de Lode ( $\sigma'_m$ ,  $q$  e  $\theta$ , respectivamente). De acordo com Smith & Griffiths (2007), esses invariantes são definidos como:

$$\sigma'_m = \frac{\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy} + \sigma'_{zz}}{3} \quad (\text{A.6})$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma'_{xx} - \sigma'_{yy})^2 + (\sigma'_{yy} - \sigma'_{zz})^2 + (\sigma'_{zz} - \sigma'_{xx})^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{yz}^2 + 6\tau_{zx}^2} \quad (\text{A.7})$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arcsen \left( - \frac{3\sqrt{6}(s_x s_y s_z - s_x \tau_{yz}^2 - s_y \tau_{zx}^2 - s_z \tau_{xy}^2 + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx})}{(q\sqrt{2/3})^3} \right) \quad (\text{A.8})$$

onde  $\sigma_{ii}$  corresponde as tensões efetivas,  $\tau_{ij}$  é a tensão cisalhante e:

$$s_x = \frac{2\sigma'_{xx} - \sigma'_{yy} - \sigma'_{zz}}{3} \quad s_y = \frac{2\sigma'_{yy} - \sigma'_{xx} - \sigma'_{zz}}{3} \quad s_z = \frac{2\sigma'_{zz} - \sigma'_{yy} - \sigma'_{xx}}{3} \quad (\text{A.9})$$

A envoltória de resistência de Mohr-Coulomb é definida como:

$$F = \sigma'_m \text{sen}\phi + q \left( \frac{\cos\theta}{\sqrt{3}} - \frac{\sin\theta \cos\phi}{3} \right) - c \cos\phi \quad (\text{A.10})$$

onde  $\phi$  é o ângulo de atrito e  $c$  é a coesão do material.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adachia, J, Siebritsb, E. Peircec, A., Desrochesd, J. (2007). Computer simulation of hydraulic fractures. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 44, 739–757.
- Aziz, K. And Settari, A. (1979). *Petroleum Reservoir Simulation*, Applied Science Publishers.
- Bathe, K-J. (2014). *Finite Element Procedures*, 2a ed.
- Barton, N. (1976). Rock Mechanics Review – The Shear Strength of Rock and Rock Joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 13, pp. 255-279.
- Barton, N. Bandis, S., Bakhtar, K. (1985). Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. Volume 22, Issue 3, Pages 121-140.
- Beer, G., Smith, I., Duenser, C. (2010). *The Boundary Element Method with Programming for Engineers and Scientists*.
- Belytschko, T., Liu, W.K. Moran, B., Elkhodary, K. (2014). *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, Wiley, 2nd Edition.
- Chetveryk, H. (2000). Analytical and Numerical Modelling of Cold Water Injection Into Horizontal Reservoirs. *Geothermal Training Programme. Reports 2000, Number 4, Orkustofnun, Grensásvegur 9. IS-108 Reykjavík, Iceland.*
- Chen Z, Bungler AP, Zhang X, Jeffrey RG. (2009). Cohesive zone finite element-based modeling of hydraulic fractures. *Acta Mech Solida Sin*; 22(5):443–52.
- Clough, R.W. & Penzien, J. (1960). *Dinamic of Structures*”. MacGrow-Hill, 2a ed.
- Cormeau, I.C. (1975). Numerical stability in quasi-static elasto/visco-plasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 9(1):109–127.
- Cordazzo, J. (2006). *Simulação de Reservatórios de Petróleo Utilizando o Método EbFVM e Multigrid Algébrico*. 150 p., Engenharia Mecânica / UFSCAR, Doutorado.
- Darlow, L.B., E. Ewing, E. R, Mary, W. (1984). Mixed Finite Element Method for Miscible Displacement Problems in Porous Media. *Society of Petroleum Engineers Journal*. 24. 391-398.
- Douglas, J.Jr. (1980). The numerical solution of miscible displacement in porous media". *Computational Methods in Nonlinear Mechanics* J.T. Oden(ed.).
- Ertekin, T., Abou-Kassem, J., King, G.R. (2001). *Basic Applied Reservoir Simulation*. SPE Textbook Series Vol.7.
- Fanchi, J.R. (2005). *Principles of Applied Reservoir Simulation*. Gulf Professional Publishing. 3rd Edition. 8<sup>th</sup>.
- Felippa, C.A. (2004). *Introduction to Finite Element Methods*. Lecture Notes. Dep. Of Aerospace Eng. Sciences and Center for Aerospace Structures, Un. Of Colorado.
- Germanovich, L.N., Hurt, R.S., Ayoub, J.A., Siebrits, E., Norman, D., Ispas, I., Montgomery, C.T. (2012). Experimental Study of Hydraulic Fracturing in unconsolidated Materials. *SPE International Symposium and Exhibition on Formation Damage Control*. SPE 151827.

- Gomes, I.F. (2006). Implementação de métodos explícitos de integração com controle de erro para modelos elastoplásticos e viscoplásticos. 106 folhas, Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Engenharia Civil.
- Jesus, S.R.C.B.P. (2012). Coupled Hydro-Mechanical Analysis Considering Fluid And Solids Compressibility. Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, xxii, 122 p.
- Formigli Filho, J.M., Capeleiro Pinto, A.C., De Almeida, A.S. (2009). Santos Basin's Pre-Salt Reservoirs Development – The Way Ahead. Offshore Technology Conference, Houston, Texas, USA.
- Ji, L., Settari, A. and Sullivan, R.B. (2006). A New Approach to Hydraulic Fracturing Modeling – Fully Coupled With Geomechanical and Reservoir Simulation. SPE Europec/EAGE Annual Conference, and Exhibition, Viena, Austria, SPE 99428.
- Kim, J. (2010). Sequential Methods for Coupled Geomechanics and Multiphase Flow. PhD Department of Energy Resources Engineering, Univ. of Stanford.
- Krabbehoft, K. (2002). Basic Computational Plasticity. Department of Civil Engineering, Technical University of Denmark.
- Léger, P. and Leclerc, M. (1996). Evaluation of earthquake ground motion to predict cracking response of gravity dams, *Engineering Structures*, **18**,(3):227–239.
- Masud, A., & Hughes, T. J. R. (2002). A stabilized mixed finite element method for Darcy flow. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191(39-40), 4341-4370.
- Mattax, C. C. And Dalton, R. L. (1990). Reservoir Simulation. SPE Monograph Series, Vol 13, Society of Petroleum Engineers - SPE, Richardson, TX.
- Milani, E.J., Rangel, H.D., Bueno, G.V., Stica, J.M., Winter, W.R., Caixeta, J.M., Neto, O.C.P. (2007). Bacias Sedimentares Brasileiras – Cartas Estratigráficas – Introdução. *Boletim de Geociências Petrobras*, Rio de Janeiro, v. 15, n. 2, p. 183-205.
- Min, K. S., & Ghassemi, A. (2012). Simulation of Fracture Clusters In Unconventional Reservoir Using Fully Coupled Thermo-hydro-mechanical FEM Analysis. American Rock Mechanics Association.
- Mohammadi, S. (2008). Extended finite element method for fracture analysis of structures. Utopia Press Pte Ltd.
- Morais, L. P. (2016). Análise hidromecânica do problema de Fraturamento Hidráulico. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM- 268/2016, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 110p.
- Murad, A.A., Borges, M., Obregon, J.A., Correa, M. (2013). A new locally conservative numerical method for two-phase flow in heterogeneous poroelastic media. *Elsevier, Computers and Geotechnics*, 48, 192-207.
- Nield, D.A. e Bejan, A. (2013). *Convection in Porous Media*, Springer Science-Business Media.
- Orlowski, R.T.C. (2007). Dispositivo em Rigidez Não-Linear na Instalação de Módulos Submarinos em Águas Profundas. Dissertação de Mestrado, Eng. Oceânica, COPPE/UFRJ.

- Pak, A. (1997). Numerical Modeling of Hydraulic Fracturing. PhD dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Alberta, Canada.
- Pedroso, D.M. (2002). Modelos Elastoplásticos para Solos Argilosos: Capacidade de Previsão de Comportamento e Integração da Relação Constitutiva. 171 p., ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia.
- Perkins, T.K. & Gonzales, J.A. (1985). The Effect of Thermoelastic Stress in Injection Well Fracturing. Society of Petroleum Engineers.
- Perzyna, P. (1966). Fundamental problems in viscoplasticity. *Advances in Applied Mechanics*, 9(C):243–377.
- Petrobras (2006). Petrobras Domestic E&P - Results and Perspectives. [www.investidorpetrobras.com.br/download/1489](http://www.investidorpetrobras.com.br/download/1489).
- Rahman, N.A. & Lewis, R.W. (1999). Finite element modeling of multiphase immiscible flow in deforming porous media for subsurface systems. Elsevier, *Computer and Geotechnics* 24 41-67.
- Rice, J.R. (1968). *Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture*. Academic Press.
- Rosa, A.J., Carvalho, R.S. & Xavier, J.A.D. (2006). *Engenharia de Reservatório de Petróleo*. Ed. Iterciência.
- Schreurs, P.J.G. (2012). *Fracture Mechanics*. Lecture notes. Eindhoven University of Technology. Dep. of Mechanical Engineering, Materials Technology, September 6.
- Simonson, E.R., Abou-Sayed, A.S., Clifton, R.J. (1976). Containment of Massive Hydraulic Fractures. SPE-AIME Annual Technical Conference and Exhibition. SPE 6089.
- Smith, I.M. & Griffiths, V. (2004). *Programming the Finite Element Method*, Wiley-Blackwell; 4th Revised edition.
- Settari, A. (2002). “Reservoir Compaction”. Society of Petroleum Engineers (SPE) Distinguished Author Series.
- Sloan, S.W. (1987). Substepping schemes for the numerical integration of Elastoplastic stress-strain relations. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24: 893-911.
- Sloan, S.W. (1992). Integration of Tresca and Mohr-Coulomb constitutive relations in plane strain elastoplasticity. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33: 163-196.
- Sloan, S.W., Abbo, A.J. and Sheng, D. (2001). Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control. *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, 18(1/2): 121-154.
- Sousa Jr, L.C., Santos, L. O. S., Rios, V. S., Araújo, Celes, C.W., Sepehrnoori, K. (2016). Methodology for geomechanically controlled transmissibility through active natural fractures in reservoir simulation. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. Volume 147, November 2016, Pages 7–14.
- Sousa Jr, L. C., Santos, E. S. R e Ferreira, F. H. (2010). Geomechanical Data Acquisition and Modeling Applied to an Offshore Sandstone Petroleum Reservoir. 44th US Rock Mechanics Symposium and 5th U.S.-Canada Rock Mechanics Symposium, held in Salt Lake City, UT June 27–30.
- Sousa Jr, L.C. (2006). Uma aplicação dos métodos dos elementos finitos e diferenças finitas à interação fluido-estrutura Uma aplicação dos métodos dos elementos finitos e diferenças

- finitas à interação fluido-estrutura. Dissertação de Mestrado em Estruturas, UnB/FT/ENC.
- Stolle, D. F. (1991). An interpretation of initial stress and strain methods, and numerical stability. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 15: 399-416.
- Shibuya, S., Mitachi, T., and Tamate, S. (1997). Interpretation of direct shear box testing of sands as quasilinear shear. *Geotechnique*, 47(4), 769–790.
- Rizkalla, M. and Mitri, H.S. (1992). Numerical simulation of time-dependent behaviour of mining sequences with backfill. *Proc. 4th Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics*, Swansea, United Kingdom, August 24-26, 697-706. Balkema Publishers.
- Taghipoor, S., Nouri, A., Chan, D. (2015). Numerical Modelling of Hydraulic Fracturing in Cohesionless Sand: Validation Against Laboratory Experiments.
- Wang, J. (2002). Stabilized finite element methods for coupled geomechanics and multiphase flow. Department of Petroleum Engineering, Stanford University.
- Wang, H.F. (2000). Theory of Linear Poroelasticity with Applications to Geomechanics and Hydrogeology.
- Witherspoon, P.A., Wang, J.S.Y., Iwai, K. and Gale, J.E. (1980). Validity of Cubic Law for Fluid Flow in a Deformable Rock Fracture. *Water Resources Research*, Vol. 16, pp. 1016-1024.
- Yew, C.H. (1997). *Mechanics of Hydraulic Fracturing*. Gulf Publishing Company.
- Zienkiewicz, O.C. & Corneau, I.C. (1974). Visco-plasticity - plasticity and creep in elastic solids - a unified numerical solution approach. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 8(4):821 – 845.
- Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L. (2000). *The Finite Element Method. Volume 1: The Basis*. McGraw-Hill, Fifth ed.
- Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L. (1989). *The Finite Element Method. Volume 2: Solid Mechanics*. McGraw-Hill, first ed.
- Zienkiewicz, O.C., Chan, A.H.C., Pastor, M., Schrefler, B.A. and Shiomi, T. (1999). *Computational Geomechanics with Special Reference to Earthquake Engineering*. John Wiley & Sons, first ed.
- Zimmerman, R. W., Pain, C. and Grattoni, C.A. (2004). Non-linear regimes of flow in rock fractures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*
- Zoback, M.D. (2007). *Reservoir Geomechanics*. Cambridge.