

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE UnB GAMA-FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE**  
**MATERIAIS DA ENGENHARIA**

**ANÁLISE DO POSICIONAMENTO DE UM ABSORVEDOR**  
**DINÂMICO DE VIBRAÇÕES EM LINHAS DE TRANSMISSÃO**  
**DE ENERGIA ELÉTRICA**

**RANGEL SILVA MAIA**

**ORIENTADOR (A): Dra. ALINE SOUZA DE PAULA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE**  
**MATERIAIS DA ENGENHARIA**

**PUBLICAÇÃO: FGA.DM – N° 060A/2018**

**BRASÍLIA/DF: MAIO/2018**

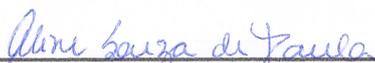
**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE  
MATERIAIS DA ENGENHARIA.**

**ANÁLISE DO POSICIONAMENTO DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO DE  
VIBRAÇÕES EM LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA  
ELÉTRICA**

**RANGEL SILVA MAIA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-  
GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA  
FACULDADE GAMA E FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE  
DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA  
ENGENHARIA.**

**APROVADA POR:**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup>. Aline Souza de Paula**  
**(Orientador)**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup>. Marcela Rodrigues Machado**  
**(Examinador Interno)**

  
\_\_\_\_\_  
**Prof. Dr. Adriano Todorovic Fabro**  
**(Examinador Externo)**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

MAIA, RANGEL SILVA

ANÁLISE DO POSICIONAMENTO DE UM ADV EM LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, [Distrito Federal] 2018.

Nº.p.76 210 x 297 mm (FGA/FT/UnB, Mestre, Integridade de Materiais da Engenharia, 2018).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade UnB Gama. Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia.

1. ADV

2. CABOS CONDUTORES

3. LINHAS DE TRANSMISSÃO

4. POSICIONAMENTO DE ADV

I. FGA/FT/UnB

II. FGA.DM-060A/2018

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

MAIA, R. S. (2018). ANÁLISE DO POSICIONAMENTO DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES EM LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA. Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais da Integridade da Engenharia, Publicação Nº 060A/2018, Faculdade UnB Gama/FT/Universidade de Brasília, DF, nº.p.76

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: RANGEL SILVA MAIA.

TÍTULO: ANÁLISE DO POSICIONAMENTO DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES EM LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA.

GRAU: Mestre

ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.



RANGEL SILVA MAIA

QUADRA 19 CASA 88 SETOR LESTE GAMA

CEP 72.460-190 Brasília, DF – Brasil.

rangel.maia@gmail.com



# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, que esteve presente em todos os momentos da minha vida, não hesitando em me apoiar e me dar forças para que eu pudesse concluir esse mestrado em tempos difíceis dos quais passamos no Brasil. Me pergunto quantos jovens não tiveram a oportunidade que tive de se dedicar aos estudos e buscar um futuro melhor. À isso, eu devo à Ele.

Agradeço à minha família: meu pai, Adão, minha mãe, Maria Elizabeth e meu irmão, Renan, que são a minha base. Minha mãe, principalmente, por colocar os filhos sempre em primeiro lugar, por acreditar em mim e pelo imenso amor.

Agradeço aos meus amigos, que são na verdade a minha segunda família e os responsáveis pela pessoa que sou, forjadores do caráter que tenho. Em especial aos amigos de infância Infinity, aos amigos da república Friboi, aos amigos do intercâmbio e aqueles que mesmo distante sabem que pode passar dez anos que a amizade continua igual.

Agradeço à minha namorada e confidente, Bruna Emanoela, por me incentivar com meus projetos e por seu exemplo de companheirismo.

À Universidade de Brasília (UnB), onde passei bons anos da minha vida, pela oportunidade de realizar mais este curso.

Por fim, agradeço à minha orientadora, Dra. Aline Souza de Paula, que sempre com presteza, educação e paciência me guiou durante essa pesquisa para que os objetivos fossem concluídos. Muito obrigado pela disposição, pela experiência e pela contribuição a este trabalho e a minha vida pessoal e profissional.



*“É por medo de perder o chão que você não toca as estrelas”  
(Autor Desconhecido)*



# Resumo

Maia, R. S.. ANÁLISE DO POSICIONAMENTO DE UM ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES EM LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA. 2018. 76, f. Dissertação (Mestrado em Integridade de Materiais) - Campus Gama, Universidade de Brasília - Brasília - DF

Uma das fontes mais comuns de vibração em cabos condutores de transmissão de energia elétrica é a excitação eólica. Como o vento é constante, ele pode levar à fadiga do cabo, diminuindo assim o seu tempo de vida. Geralmente, linhas de transmissões aéreas são projetadas com grande rigor quanto às cargas estáticas. No entanto, para cargas dinâmicas - como incidências de vento - o mesmo rigor não é aplicado. Isso pode levar à falha dos condutores, causando enormes prejuízos econômicos e sociais. Uma das formas de aumentar o tempo de vida é diminuir as vibrações do cabo através de dispositivos chamados de Absorvedores Dinâmicos de Vibração - ADV. O objetivo desse trabalho é investigar o posicionamento de um ADV sob um critério baseado na energia total de vibração do cabo, dando suporte para a redução de amplitudes de vibração em linhas de transmissão existentes, evitando a paralização do fornecimento de energia elétrica para determinadas regiões. Primeiramente, apresenta-se um modelo que descreve o comportamento dinâmico do cabo e, realiza-se uma avaliação de suas frequências e modos naturais de vibração. Os resultados numéricos obtidos nessas etapas foram compatíveis com aqueles analíticos. Em seguida, utilizando elementos finitos, o comportamento do cabo é simulado sem forçamento externo, com forçamento e sem ADV e com forçamento e ADV acoplado. O desempenho do ADV é avaliado através da energia total do sistema e os melhores posicionamentos para o ADV são estabelecidos e comparados com o posicionamento sugerido pela CIGRÉ. Os resultados das simulações mostraram que o posicionamento do ADV de acordo com o método proposto ficaram próximos dos valores calculados pela norma para todas as frequências avaliadas.

**Palavras-chaves:** ADV. Absorvedor Dinâmico de Vibrações. Linhas de transmissão de Energia. Cabos condutores de energia. Posicionamento de Absorvedores.



# Abstract

Maia, R. S., ANALYSIS OF A DVA POSITIONING ON TRANSMISSION LINES OF ELECTRICAL ENERGY. 2018. 76, f. Dissertation (Master in Integrity of Materials) - Campus Gama, Universidade de Brasilia - Brasilia - DF.

One of the most usual types of vibration in overhead lines of electrical energy transmission is the aeolian excitations. As the wind is constant, it can lead to cable fatigue, and so decreasing its lifetime. Generally, overhead lines are designed with great accuracy regarding static loads. However, for dynamic loads - as wind incidences - the same accuracy is not applied. This can lead to conductors fail, causing huge economic and social damages. One way to increase the lifetime is decreasing the cable vibrations through mechanisms called Dynamic Vibration Absorbers - DVA. The aim of this work is investigating the performance of a DVA under a criterion based in the total energy of vibration on the cable, to serve as support for the reduction of the vibration amplitudes in the existing overhead lines, avoiding the blackout in some regions. Firstly, it is presented a model which describes the dynamic behavior of the cable and, it is evaluated the natural frequencies and modes. The numerical results obtained was consistent with the analytical ones. Then, using finite element methods - FEM - the cable is simulated without loading, with loading and without DVA and with loading and DVA coupled. The DVA performance is evaluated through the total energy of the system and the better positioning for the DVA are established and compared with the positioning suggested by CIGRÉ. The results of simulations showed the DVA positioning according to the proposed method was close to the CIGRE curves for all the evaluated frequencies.

**Key-words:** DVA. Dynamic Vibration Absorber. Transmission lines. Conductors cables. Overhead lines. DVA Positioning



# Lista de ilustrações

Figura 1 – ADV tipo StockBridge (AZEVEDO; CESCÓN, 2002). . . . .	21
Figura 2 – Absorvedor Dinâmico de Vibração acoplado a uma linha de transmissão de energia elétrica (PINGSTONE, 2014) . . . . .	22
Figura 3 – Amortecedor Stockbridge (MARCHI; MERINO, 2014) . . . . .	25
Figura 4 – Posição teórica ideal para o Stockbridge (SILVA, 2006) . . . . .	30
Figura 5 – Absorvedor de vibrações sem amortecimento (MEIROVITCH, 1975). . . . .	37
Figura 6 – Comparação da amplitude do sistema e da amplitude do absorvedor com a amplitude do caso sem absorvedor acoplado . . . . .	39
Figura 7 – ADV amortecido (OLIVEIRA, 2011) . . . . .	40
Figura 8 – Comparação das amplitudes do sistema primário a partir da ação do ADV com diferentes $\xi$ . . . . .	41
Figura 9 – Comparação da amplitude do absorvedor com diferentes $\xi$ . . . . .	42
Figura 10 – Discretização do cabo em elementos finitos. . . . .	50
Figura 11 – Representação do elemento global discretizado em nós locais. . . . .	50
Figura 12 – Matrizes globais de massa, $MT$ , e rigidez, $KT$ , de um sistema com 5 nós globais e absorvedor acoplado. . . . .	51
Figura 12 – Comparação da convergência da malha para o cabo no décimo modo de vibração . . . . .	55
Figura 13 – Vibração livre no cabo na 3ª frequência natural . . . . .	55
Figura 14 – Deslocamento medido em $x = 6.58$ m do cabo com forçamento aplicado em $x=11.976$ m da origem. . . . .	56
Figura 15 – Energia total constante no sistema livre sem amortecimento . . . . .	57
Figura 16 – Energia no cabo forçado com amortecimento e sem ADV acoplado. . . . .	58
Figura 17 – Energia no cabo e no ADV com excitação harmônica, amortecimento próprio e ADV acoplado. . . . .	59
Figura 18 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado . . . . .	60
Figura 19 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 1ª frequência natural, com e sem ADV acoplado. . . . .	61
Figura 20 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado . . . . .	61
Figura 21 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 3ª frequência natural, com e sem ADV acoplado. . . . .	62
Figura 22 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado. . . . .	63

Figura 23 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 5ª frequência natural, com e sem ADV acoplado. . . . .	63
Figura 24 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado. . . . .	64
Figura 25 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 7ª frequência natural, com e sem ADV acoplado. . . . .	65
Figura 26 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado. . . . .	65
Figura 27 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 9ª frequência natural, com e sem ADV acoplado. . . . .	66
Figura 28 – Comparação entre a menor energia total calculada e da CIGRÉ quando a força aplicada é distribuída igualmente nos nós globais. . . . .	66
Figura 29 – Energia máxima quando o ADV está desacoplado para cada uma das frequências de ressonância estudadas . . . . .	67
Figura 30 – Comparação entre a menor energia total calculada e da CIGRÉ quando a força aplicada é concentrada no nó global 18. . . . .	68
Figura 31 – Energia máxima quando o ADV está desacoplado para cada uma das frequências de ressonância estudadas . . . . .	69
Figura 32 – Comparação entre as melhores posições do ADV entre a CIGRÉ e o método proposto, para forçamento distribuído. . . . .	69
Figura 33 – Comparação entre as melhores posições do ADV entre a CIGRÉ e o método proposto, para forçamento concentrado. . . . .	70

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Seleção de condutores e amortecedores Stockbridge (TR05-09-1E, 2016)	29
Tabela 2 – Quantidade de amortecedores Stockbridge (LIBERMAN; KRUKOV, 1968)	32
Tabela 3 – Número de amortecedores por condutor e vão (TR05-09-1E, 2016)	32
Tabela 4 – Parâmetros do cabo estudado	53
Tabela 5 – Frequências naturais [Hz]	54
Tabela 6 – Eficiência do modelo sobre a CIGRÉ quando o forçamento aplicado é distribuído ao longo do cabo.	71



# Lista de abreviaturas e siglas

<i>ADV</i>	Absorvedor Dinâmico de Vibrações;
<i>IEC</i>	International Electrotechnical Commission;
<i>IEEE</i>	Instituto de Engenheiros Elétricos e Eletrônicos;
$\lambda$	Comprimento de onda;
<i>CIGRÉ</i>	Conselho Internacional de Grandes sistemas Elétricos;
$X_s$	Posicionamento do absorvedor no cabo;
$f_n$	Frequência natural do cabo;
$F_T$	Tração no cabo;
$m$	Massa do cabo por unidade de comprimento;
$U$	Velocidade do vento;
$f_s$	Frequência de Strouhal;
$D$	Diâmetro do cilindro;
$S$	Número de Strouhal;
$Re$	Número de Reynolds;
<b>M</b>	Matriz de massa;
<b>C</b>	Matriz de amortecimento;
<b>K</b>	Matriz de rigidez;
<b>F</b>	Vetor Força;
$u_i$	Deslocamento transversal;
$\phi_i$	Função de interpolação dos elementos finitos;
$EI$	Rigidez à flexão;
$\epsilon$	Resíduo;
$\rho$	Massa específica do cabo;

$A$	Área da seção transversal do cabo;
$P$	Força axial;
$f(x, t)$	Força externa;
$\xi$	Coordenadas naturais;
$\mathbf{J}$	Matriz Jacobiana;
$J$	Jacobiano;
$L$	Comprimento do cabo;
$\mathbf{N}$	Funções de forma;
$\mathbf{va}$	Autovalores;
$\mathbf{ve}$	Autovetores;
$x$	Posição ao longo do cabo;
$t$	Tempo;
$\omega$	Frequência natural de vibração;
$C_n$	Parâmetros desconhecidos;
$n$	Modo de vibrar do cabo;
$O_j$	Função de interpolação dos elementos finitos.

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
1.1	Motivação	23
1.2	Objetivos	23
1.3	Metodologia	23
1.4	Estrutura	24
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E CONCEITOS TEÓRICOS</b>	<b>25</b>
2.0.1	Modelos de cabo com ADV acoplado	26
2.0.2	Análise de ADV	27
2.0.3	Estudo de posicionamento	28
<b>2.1</b>	<b>Normas sobre Posicionamento de ADV</b>	<b>29</b>
2.1.1	Quantidade de amortecedores por vão	31
<b>2.2</b>	<b>Método dos Elementos Finitos (MEF)</b>	<b>33</b>
<b>2.3</b>	<b>Frequências e modos naturais</b>	<b>35</b>
<b>2.4</b>	<b>Absorvedor Dinâmico de Vibrações</b>	<b>36</b>
2.4.1	Sistema de um grau de liberdade	36
2.4.2	ADV não-amortecido e amortecido	36
<b>2.5</b>	<b>Desempenho do ADV</b>	<b>42</b>
<b>2.6</b>	<b>Contextualização do trabalho</b>	<b>43</b>
<b>3</b>	<b>APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA</b>	<b>45</b>
<b>3.1</b>	<b>Equacionamento do Cabo</b>	<b>45</b>
<b>3.2</b>	<b>Frequências e modos naturais - Solução analítica</b>	<b>45</b>
<b>3.3</b>	<b>Aplicação do MEF</b>	<b>47</b>
3.3.1	Equacionamento do cabo com o ADV acoplado	49
<b>3.4</b>	<b>Malha do cabo</b>	<b>50</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>53</b>
<b>4.1</b>	<b>Frequências e modos naturais</b>	<b>53</b>
<b>4.2</b>	<b>Resposta livre</b>	<b>55</b>
<b>4.3</b>	<b>Resposta forçada</b>	<b>56</b>
<b>4.4</b>	<b>Avaliação da energia do cabo</b>	<b>56</b>
4.4.1	Energia no cabo livre sem amortecimento	56
4.4.2	Energia no cabo forçado com amortecimento e sem ADV acoplado	57
4.4.3	Energia no cabo com excitação harmônica, amortecimento próprio e ADV acoplado	58

<b>4.5</b>	<b>Análise do posicionamento do ADV</b> . . . . .	<b>59</b>
4.5.1	Forçamento Harmônico Uniformemente Distribuído . . . . .	59
4.5.2	Forçamento Harmônico Concentrado . . . . .	68
4.5.3	Análise Comparativa . . . . .	69
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b> . . . . .	<b>73</b>
<b>5.1</b>	<b>Considerações Gerais</b> . . . . .	<b>73</b>
<b>5.2</b>	<b>Propostas para futuros trabalhos</b> . . . . .	<b>74</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>75</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Linhas de transmissão de energia elétrica estão presentes em grande parte da extensão territorial brasileira. Essas grandes estruturas estão sujeitas a várias condições naturais que podem levar à fadiga do cabo condutor. Uma delas é a vibração eólica, causada pela ação do vento, e um dos principais causadores desse rompimento (ALENCAR, 2013). Um dos mais notáveis exemplos desse tipo de falha ocorreu em 2002, atingindo o sul, sudeste e centro-oeste do Brasil com um condutor de alumínio reforçado de aço (ACSR) que estava em operação desde 1973 e levou quase 67 milhões de brasileiros a ficarem completamente sem energia (AZEVEDO; CESCUN, 2002). Em locais onde além do vento, essas linhas são congeladas, surge um fenômeno chamado galope, caracterizado pelas altas amplitudes de vibração (DESAI et al., 1995).

As vibrações eólicas de linhas de transmissão aéreas são provocadas por ventos de 1 a 7 m/s e podem ocorrer em frequências de 3 a 150 Hz com amplitudes de deslocamento de pico a pico de até um diâmetro de condutor (VECCHIARELLI et al., 2000). A faixa de frequências mais comum ocorre de 10 a 50 Hz (HAGEDORN et al., 2002). Quando a frequência de excitação do sistema se aproxima da frequência de ressonância, as flexões nos pontos fixos do condutor, como fixações ou grampos, aumentam causando esforços alternativos que provocam ruptura dos fios componentes do condutor por fadiga (SILVA, 2006).

Com o objetivo de neutralizar ou diminuir essa vibração, alguns elementos são colocados nos cabos para evitar que o sistema alcance essas altas amplitudes. Esses elementos, conhecidos como Absorvedores Dinâmicos de Vibrações - ADV (Fig. 1), são responsáveis por absorverem a energia de entrada e redistribuí-la para o sistema em frequências específicas (OLIVEIRA, 2011). Um dos ADV mais utilizados é o “Stockbridge”, desenvolvido por George H. Stockbridge em 1926 - ilustrado na Fig 1 - e que consiste em um sistema mecânico com dois contrapesos posicionados nas extremidades de cabos entrelaçados conhecidos como cabo mensageiro (AZEVEDO; CESCUN, 2002).



Figura 1 – ADV tipo StockBridge (AZEVEDO; CESCUN, 2002).

O funcionamento dos ADV's baseia-se no princípio da antirressonância, ou seja, dado a vibração no cabo causada pela ação do vento, o absorvedor é acoplado no condutor gerando uma força de mesma amplitude e direção, e frequência em oposição de fase à excitação. Esta força é projetada para agir quando a frequência natural do absorvedor se iguala à frequência de excitação (FERNANDES et al., 2009).

O absorvedor linear funciona muito bem para uma frequência muito bem definida que é a frequência natural dele. Entretanto, para mudanças na excitação, como é o caso do vento, em que a excitação possui uma larga faixa de frequências correspondentes à velocidade do vento (CANALES et al., 2008), o absorvedor linear fica muito limitado, pois ele consegue absorver numa determinada frequência mas nas outras frequências não. Tentando solucionar esse problema, alguns autores passam a trabalhar com um caso não-linear, buscando ter uma faixa de desempenho do absorvedor mais larga. A busca pelo uso do absorvedor não linear é para aumentar essa faixa de atuação quando comparado com o ADV linear.

A Fig. 2 mostra absorvedores conectados a linhas de transmissão de energia elétrica.

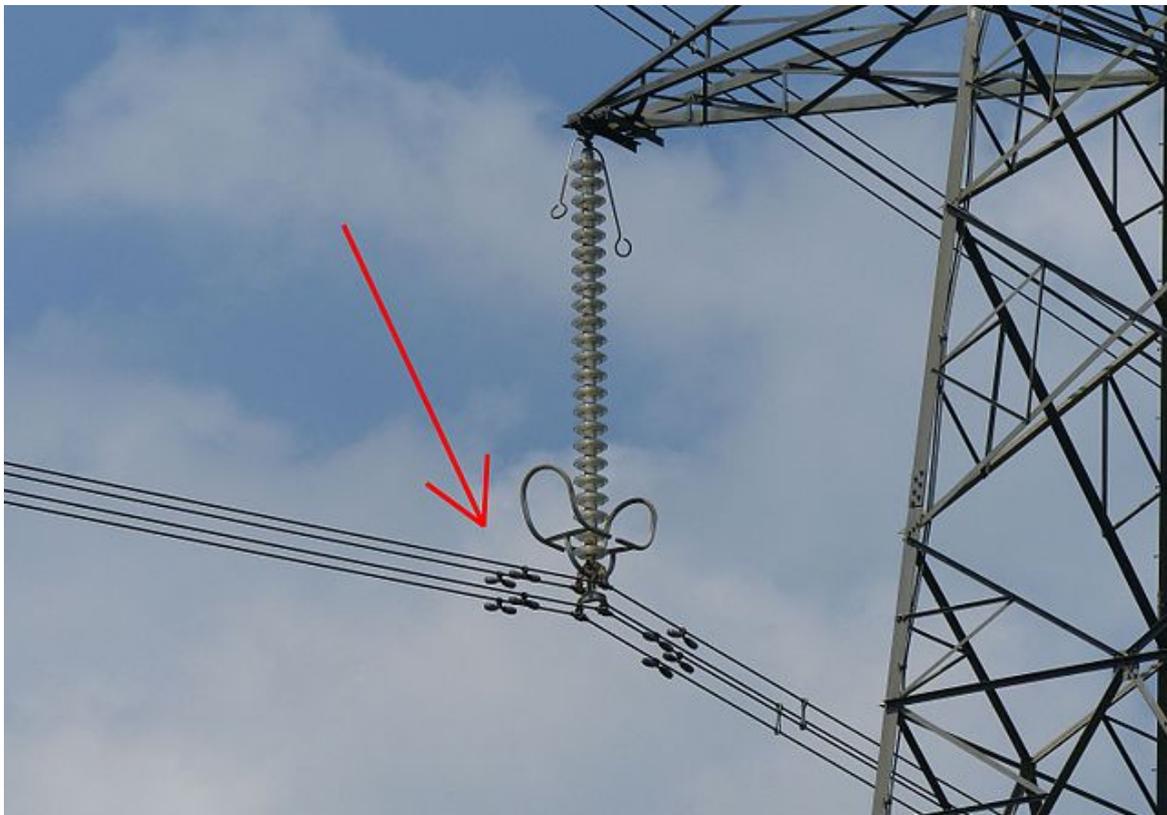


Figura 2 – Absorvedor Dinâmico de Vibração acoplado a uma linha de transmissão de energia elétrica (PINGSTONE, 2014)

## 1.1 Motivação

O rompimento de um cabo de transmissão causa grandes perdas econômicas e sociais para a população que usufrui da prestação do serviço. Este trabalho tem como motivação dar suporte para a diminuição das amplitudes de vibração nas linhas de transmissões aéreas existentes e dessa forma aumentar a confiabilidade dos cabos condutores sob ação de carregamentos externos, evitando a paralização do fornecimento de energia elétrica para determinadas regiões.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral investigar o desempenho do posicionamento de um ADV sob um critério baseado na energia total de vibração do cabo, dando suporte para a redução das amplitudes de vibração nas linhas de transmissão existentes.

Pode-se citar como objetivos específicos:

1. Definir um critério de desempenho do absorvedor através da avaliação da energia total do cabo;
2. Gerar rotinas próprias no Matlab para avaliar o desempenho de um ADV acoplado a cabos de transmissão de energia elétrica;
3. Avaliar o desempenho do ADV para diferentes posicionamentos.

## 1.3 Metodologia

Primeiramente, apresenta-se uma modelagem do sistema a partir de um modelo de viga sob ação de uma força axial em que a equação do movimento consiste numa Equação Diferencial Parcial - EDP. Esse sistema contínuo é discretizado em Equações Diferenciais Ordinárias - EDO, com o auxílio do método dos elementos finitos, de forma a representar um cabo de transmissão de energia elétrica fixo nas duas extremidades sob a ação de um forçamento externo.

Inicialmente, realiza-se uma análise das frequências e modos naturais. Nesta etapa define-se a malha do sistema. Em seguida, analisa-se o sistema com forçamento externo aplicado sem e com ADV acoplado.

Por último, posiciona-se o ADV em diferentes locais no cabo e considera-se diferentes frequências de excitação, buscando o melhor posicionamento para cada situação. Dois tipos de forçamentos são avaliados: um concentrado em um único ponto do cabo, e outro distribuído igualmente por todo o cabo.

## 1.4 Estrutura

Esta dissertação está dividida em 5 capítulos. Este capítulo introduz o problema e mostra os objetivos e metodologias da dissertação. O segundo capítulo apresenta conceitos teóricos e revisão da literatura, contendo informações relevantes para o problema de vibrações em linhas de transmissão aéreas.

No terceiro capítulo é apresentado o modelo que descreve o comportamento dinâmico do cabo sob ação do vento; sua solução analítica para o cálculo das frequências e modos e a solução numérica em elementos finitos.

No quarto capítulo, é realizada uma avaliação das frequências e modos de vibração. Aqui é feita uma validação de acordo com os resultados do trabalho de [Barbieri et al. \(2004a\)](#). Em seguida, é implementado uma solução numérica com a utilização do método dos elementos finitos. Após a avaliação da vibração do cabo livre, considera-se o ADV acoplado ao cabo. Por último são feitas simulações com o ADV posicionado ao longo do cabo para diferentes frequências de excitação, comparando-se os resultados com os da literatura.

Por último, no quinto capítulo, são apresentadas as conclusões retiradas ao longo do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E CONCEITOS TEÓRICOS

O stockbridge é o dispositivo mais utilizado no controle das vibrações do tipo eólicas, tendo sido desenvolvido em 1925 por George H. Stockbridge. O dispositivo é constituído por duas massas rígidas anexados na ponta de cabos trançados que são conhecidos como fios mensageiros (Fig. 3). Esses fios são compostos geralmente de 7 ou 19 fios de aço que são capazes de dissipar energia (VECCHIARELLI et al., 2000). Geralmente, esses amortecedores são colocados no extremo do vão (nó do condutor).

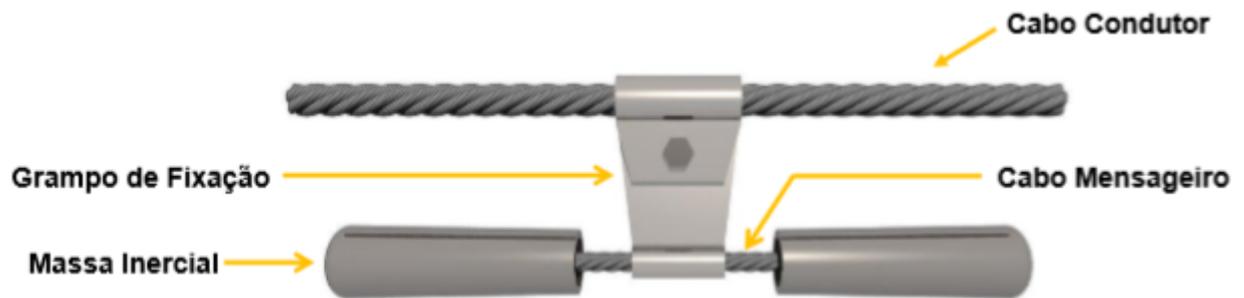


Figura 3 – Amortecedor Stockbridge (MARCHI; MERINO, 2014)

A dissipação de energia ocorre pelo deslizamento interno dos planos cristalinos dos fios que compõe o cabo mensageiro e pelo amortecimento devido ao atrito entre os fios do cabo mensageiro. A simples construção, de baixo custo e eficiência na redução de vibrações são as vantagens desses dispositivos (LABEGALINI et al., 1992). Entretanto, a sua eficiência é limitada devido à sua estreita faixa de frequência.

Stockbridges são estudados por vários pesquisadores ao redor do mundo. Esses trabalhos abordam principalmente o aperfeiçoamento de suas características de amortecimento através de suas características dinâmicas e o seu posicionamento na linha de transmissão, visando um aproveitamento máximo em termos de dissipação de energia de vibração. Entre esses autores estão Arruda (1975), Barbieri et al. (2004a), Canales et al. (2008), Diana et al. (2003), Fernandes et al. (2009), Labegalini et al. (1992), Santos (2015a) e Vecchiarelli et al. (2000).

Vibrações em linhas de transmissão são dificilmente perceptíveis por possuírem baixas amplitudes - menores que um diâmetro de condutor (HAGEDORN et al., 2002) - contudo, são extremamente importantes uma vez que podem levar o cabo à fadiga. Assim, como forma de computar essas vibrações, avaliar o risco de potencial dano às linhas e

estudar a eficiência de amortecedores, é importante o estudo de modelos matemáticos de forma a avaliar o comportamento (HAGEDORN et al., 2002).

A seguir alguns trabalhos vinculados ao tema desta dissertação são brevemente explicados.

### 2.0.1 Modelos de cabo com ADV acoplado

Muitos estudos relacionados a dinâmica de linhas de transmissão vêm sendo desenvolvidos nos últimos anos. Vecchiarelli et al. (2000) fazem um estudo comparativo analítico-experimental acerca da vibração eólica de um cabo condutor com um amortecedor do tipo Stockbridge acoplado. Esse estudo tem o objetivo de desenvolver um modelo matemático para determinar a vibração eólica sem forçamento de um vão com um condutor; e realizar uma análise numérica do sistema. Os resultados numéricos mostram que quando o amortecedor é posicionado entre o primeiro ponto antinodal e perto do extremo do vão, a massa do amortecedor tende a deslocar o ponto nodal mais próximo em direção ao extremo do vão, e causar uma torção no grampo do condutor que contém o amortecedor. A presença de um absorvedor tem um efeito profundo na forma espacial da vibração do condutor. O trabalho é desenvolvido com o auxílio do programa comercial AEOLUS. É verificado que o método do balanço de energia geralmente superestima a amplitude de flexão nos dois grampos de suspensão relativo aos valores do programa.

Durante anos, o principal método para estudar o deslocamento do cabo quando amortecedores são acoplados foi o Método do Balanço de Energia Santos (2015b). Este método é caracterizado pela dependência de um grande número de valores empíricos, levando cada caso do sistema mecânico de um condutor com um ADV acoplado a ser único. Novos procedimentos baseados no método dos elementos finitos (MEF) têm sido encaminhados para estudo da vibração eólica de condutores. Santos (2015b) desenvolve uma solução numérica em MEF no software comercial Matlab para executar simulações para análise de vibrações livres e forçadas. Alguns resultados importantes podem ser observados como: a utilização de mais de um ADV posicionados simetricamente no vão é sempre mais favorável que a utilização deles numa configuração agrupada; para um mesmo caso quando mais de um amortecedor é usado, não existe uma melhora significativa entre utilizar um modelo simétrico ou assimétrico; os maiores contrapesos de massa em um amortecedor assimétrico parecem dissipar mais energia do que os menores.

Barbieri et al. (2004a) também fazem uma análise numérica com auxílio do MEF. Nesse estudo, resultados analíticos e experimentais do comportamento dinâmico de linhas de transmissão sem amortecedor são comparados. Os resultados analíticos e experimentais foram consistentes para todas as situações de forçamentos impostos e comprimento do vão.

Os estudos feitos por Barbieri et al. (2004b) tentam estabelecer um procedimento

---

para identificar o amortecimento dos cabos das linhas de transmissão a fim de estimar de uma maneira proporcional a matriz de amortecimento do sistema. Os procedimentos são analisados por dados experimentais e numéricos. A caracterização do amortecimento é importante para estimar a resposta do sistema e a resposta de frequência de qualquer estrutura dominada pela dissipação de energia.

Já os experimentos feitos por [Barbieri et al. \(2008\)](#) usam uma teoria não linear para investigar o comportamento dinâmico de linhas de transmissão através de modelos para simulação. Esses modelos foram validados com os dados experimentais obtidos anteriormente e tiveram boas aproximações.

### 2.0.2 Análise de ADV

O trabalho feito por [Santos \(2015a\)](#) tem o objetivo de estudar a caracterização da potência dissipada e a criação e testes de modelos experimentais para análise dinâmica de absorvedores dinâmicos de vibração do tipo Stockbridge simétricos e assimétricos. O estudo parte de um modelo analítico que através de equações conhecidas, possibilitam o cálculo das frequências naturais e da potência dissipada. Também nesse trabalho, é feita uma análise dinâmica utilizando um programa comercial de elementos finitos. Os resultados experimentais e numéricos são comparados ao final e demonstram que é extremamente importante obter o momento de inércia de ambas as massas envolvidas de uma forma mais completa, de forma a tornar o modelo de elementos finitos mais correto. Quanto à potência dissipada, os resultados mostraram que os modelos de menor dimensão e menor massa dissipam mais energia que os de maior dimensão. Um ponto importante verificado foi a grande sensibilidade no segundo modo face ao momento de inércia das massas, ou seja, a potência dissipada pelo deslocamento vertical nesse modo vai diminuindo com o aumento do comprimento da barra em que se localiza o ADV. Os absorvedores simétricos apresentaram resultados experimentais próximos aos numéricos.

O trabalho de [Arruda \(1975\)](#) propõe uma metodologia para o ensaio do desempenho de amortecedores de linhas de transmissão em campo e em laboratório. Essa metodologia em campo não afeta o funcionamento da linha e por esse motivo acredita-se ser um método inteiramente viável. Para o estudo em laboratório, propõe-se adotar um dispositivo que possibilita a aplicação de uma mesma metodologia de ensaio para diferentes tipos de amortecedores. Ao final, a metodologia proposta é aplicada com a finalidade de testar um modelo teórico apresentado como representativo do amortecedor Stockbridge. Os resultados dos ensaios experimentais tiveram uma boa aproximação com os dados obtidos segundo a metodologia proposta, servindo de apoio para projetos de construção de amortecedores Stockbridge.

O trabalho feito por [Canales et al. \(2008\)](#) faz um estudo da otimização de parâmetros de amortecedores do tipo Stockbridge sob duas vertentes: na primeira com o

objetivo de atenuar a vibração máxima e na segunda com o objetivo de minimizar os custos de materiais. Nessa pesquisa foram levados em conta parâmetros como a massa, o comprimento e o momento de inércia do amortecedor. A partir dos resultados obtidos com a otimização foi observado que a atenuação da vibração é principalmente influenciada pela massa do absorvedor, de uma maneira inversamente proporcional; o comprimento do cabo mensageiro é a segunda variável mais importante na atenuação da vibração; e o Método de Elemento Finito é uma ferramenta eficiente na otimização de amortecedores e na análise da influência de variáveis.

Diana et al. (2003) avaliam a efetividade de um amortecedor do tipo Stockbridge comparando testes experimentais feitos com um excitador e com um dinamômetro. Dessa forma, este estudo é capaz de avaliar a qualidade nas medições de testes experimentais em linhas de transmissão com amortecedores desse tipo.

### 2.0.3 Estudo de posicionamento

No trabalho de Wolf et al. (2008), o método do balanço de energia é utilizado para estimar as vibrações em linhas aéreas de transmissão. Para isso, o procedimento gráfico de determinação do posicionamento ótimo do amortecedor é descrito, uma vez que a eficiência do ADV tem uma forte dependência da sua posição. Nesse procedimento, procura-se a tensão de flexão mínima para todas as frequências consideradas, uma vez que o ADV será mais eficiente nessa posição. A validação do modelo é feita através da comparação de dados obtidos em campo com aqueles estimados no trabalho, o que resulta em uma correlação muito grande entre os resultados, comprovando uma boa descrição do sistema real através do numérico. É observado pelos resultados que as tensões máximas no condutor podem ser significativamente reduzidas se o posicionamento do amortecedor for determinado utilizando o procedimento de otimização descrito. Além disso, os melhores resultados podem ser encontrados determinando o posicionamento ótimo do amortecedor para cada vão dentro da linha de seção.

O trabalho de Silva (2006) faz um estudo experimental em um vão de laboratório da posição do ADV na linha de transmissão e confronta os resultados com dois critérios de posição ótima. O primeiro critério é chamado de critério russo, no qual o dispositivo é colocado no ponto de maior amplitude do ventre mais próximo à ancoragem; O segundo critério é definido pela CIGRÉ (Conselho Internacional sobre Grandes Sistemas Elétricos, em francês) - uma associação sem fins lucrativos que promove a colaboração de especialistas de todas as partes do mundo para compartilhar conhecimentos e unir esforços em prol da melhora nos sistemas de energia elétrica atuais e futuros. Esse critério define o posicionamento ótimo como 1,7 vezes o valor definido pelo critério russo. Nas duas frequências analisadas é observada uma maior concordância com o critério da CIGRÉ, entretanto para a frequência superior os valores são discrepantes.

A seguir são abordadas as normas e disposições presentes na literatura que tratam do posicionamento de ADVs empregados em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica.

## 2.1 Normas sobre Posicionamento de ADV

A Norma 61897 (IEC, 1998) mostra os ensaios e exigências tanto elétricas quanto mecânicas que amortecedores do tipo Stockbridge devem apresentar. Segundo essa norma e a Norma 664 (IEEE, 1993), os amortecedores devem ser instalados de acordo com as recomendações do fornecedor, a menos que seja especificado pelo comprador.

Da mesma forma, o relatório técnico 17 (IEEE, 2015) do Instituto de Engenheiros Elétricos e Eletrônicos (IEEE) diz que cada fabricante fornece a recomendação da quantidade e da posição que seus amortecedores devem ser instalados.

De acordo com Silva (2006), para o amortecedor absorver o máximo de energia, ele precisa estar posicionado próximo aos grampos de fixação dos condutores, que são pontos críticos de fadiga. Entretanto, a eficiência pode ser comprometida caso esteja muito próximo ou muito longe. Além disso, as variáveis de projeto como a velocidade do vento, as características do cabo, dentre outros, devem estar compatíveis com as características dinâmicas no dispositivo.

A norma sueca TR05-09-1E (2016), que trata das exigências para amortecedores usados em condutores de aço reforçados em alumínio e de ligas de alumínio para linhas aéreas de transmissão, utiliza a Tab. 1 para definir o posicionamento do Stockbridge.

Tabela 1 – Seleção de condutores e amortecedores Stockbridge (TR05-09-1E, 2016)

Condutor		Amortecedor	
Tipo	Tração [N]	Tipo	Distância [m]
142FeAl	11000	A	0,8
241FeAl	19300	B	0,8
319FeAl	22100	C	0,8
454FeAl	22900	D	1,5
593/98 FeAl	30200	E	1,5
774/89 FeAl	39800	F	1,5
910/102 FeAl	46900	G	1,5

A distância medida na Tab. 1 é medida do centro do grampo de suspensão ao centro do grampo do amortecedor.

Labegolini et al. (1992) dizem que o melhor posicionamento é no ponto de maior amplitude de vibração e mais próximo do grampo de suspensão, ou seja, no centro do primeiro ventre ( $1/4$  do comprimento de onda  $\lambda$ ), conforme mostrado na Fig. 4. Entretanto,

quando o ADV é adicionado, as frequências naturais do sistema cabo e amortecedor são diferentes das frequências naturais do cabo isolado, fazendo com que essa melhor posição se altere.

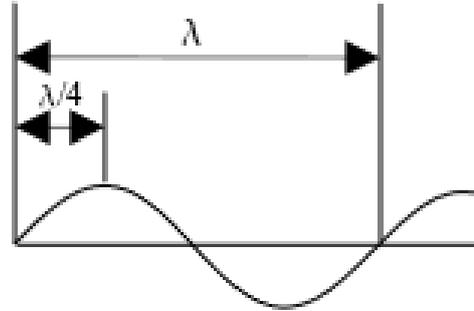


Figura 4 – Posição teórica ideal para o Stockbridge (SILVA, 2006)

Pensando na diferença entre as frequências e modos naturais do conjunto cabo e amortecedor e o cabo isolado, membros do CIGRÉ propuseram a seguinte equação para definir o posicionamento do amortecedor no cabo:

$$X_s = 0.85 \left( \frac{\lambda}{2} \right) = 1.70 \left( \frac{\lambda}{4} \right) \quad (2.1)$$

sendo  $\lambda$  dado pela seguinte equação:

$$\lambda = \frac{1}{f_n} \sqrt{\frac{F_T}{m}} \quad (2.2)$$

onde  $f_n$  é uma frequência de ressonância do cabo [Hz] relacionada a frequência que o cabo será exposto,  $F_T$  é a tração do cabo [N] e  $m$  é a massa do cabo por unidade de comprimento [kg/m].

De acordo com Labegalini et al. (1992), as vibrações eólicas podem ser explicadas pela esteira de vórtices periódicos. Uma relação empírica para a frequência desses vórtices (chamada de frequência de Strouhal) para um cilindro em um fluxo de ar é dada por:

$$f_s = S \frac{U}{D} \quad (2.3)$$

onde  $U$  é a velocidade do vento [m/s],  $D$  é o diâmetro do cilindro [m] e  $S$  é o Número de Strouhal para um intervalo real de Reynolds ( $200 < Re < 10^6$ ). Esse número é considerado igual a 0.185 para efeitos práticos em linhas de transmissão (SILVA, 2006).

A ressonância ocorre em valores próximos à frequência natural do sistema e depende do amortecimento. Assumindo que a frequência de excitação é igual à frequência de ressonância,  $f_n$ , ao substituir na Eq. 2.2, tem-se:

$$\lambda = 5.26 \frac{D}{U} \sqrt{\frac{F_T}{m}} \quad (2.4)$$

Substituindo ainda a Eq. 2.4 na Eq. 2.1, tem-se:

$$X_s = 2.24 \frac{D}{U} \sqrt{\frac{F_T}{m}} \quad (2.5)$$

que é a definição do melhor posicionamento do amortecedor de acordo com a CIGRÉ.

### 2.1.1 Quantidade de amortecedores por vão

A tensão mecânica a que os condutores estão sujeitos e as características topográficas das regiões em que as linhas de transmissão atravessam são os dois fatores essenciais que determinam a intensidade da vibração (LABEGALINI *et al.*, 1992). Alguns testes feitos na Rússia mostraram que as vibrações, seja ela de qual magnitude for, só apareciam quando a tensão mecânica no condutor excedia 4 ou 5 kg/mm<sup>2</sup> (LIBERMAN; KRUKOV, 1968).

As características topográficas são definidas como natureza do contorno do terreno, presença de floresta ou de construções ao redor da linha de transmissão, ou aspectos que tenham influência nas características do vento na camada adjacente ao solo e, conseqüentemente, influenciam a intensidade da vibração.

Dependendo das características do terreno, comprimento do vão, material e tensão do condutor, mais de um ADV por vão é necessário. Liberman e Krukov (1968) recomendam que a necessidade de proteção e o número de amortecedores a serem instalados em vãos normais sejam baseados na Tab. 2.

Tabela 2 – Quantidade de amortecedores Stockbridge (LIBERMAN; KRUKOV, 1968)

Topografia	Vão [m]	Proteção recomendada para a tensão média de serviço em:		
		Condutor de Alumínio Reforçado em Aço (ACSR)		
		Acima de 5 kgf/mm <sup>2</sup>	De 4 a 5 kgf/mm <sup>2</sup>	Menor que 4 kgf/mm <sup>2</sup>
		Condutor de cobre		
		Acima de 11 kgf/mm <sup>2</sup>	De 10 a 11 kgf/mm <sup>2</sup>	Menor que 10 kgf/mm <sup>2</sup>
		Condutor de aço e cabo pára-raio		
		Acima de 22 kgf/mm <sup>2</sup>	De 18 a 22 kgf/mm <sup>2</sup>	Menor que 18 kgf/mm <sup>2</sup>
Terreno aberto, plano ou levemente montanhoso	150-500	2 amortecedores por vão	1 amortecedor por vão	
	75-150	1 amortecedor por vão	1 amortecedor por vão	
Terreno acidentado, áreas florestais com poucas árvores, ou áreas com árvores baixas	100-500	1 amortecedor por vão		
Florestas maciças com árvores cujas alturas excedem às dos pontos de suspensão dos condutores	Independente do vão	Não necessitam de proteção		

Os tamanhos e os pesos dos amortecedores são escolhidos com base no diâmetro e na tensão aplicada dos condutores (LIBERMAN; KRUKOV, 1968).

A norma sueca TR05-09-1E (2016) prevê a quantidade de amortecedores por vão definida pela Tab. 3.

Tabela 3 – Número de amortecedores por condutor e vão (TR05-09-1E, 2016)

Terreno	Vegetação	Comprimento do vão [m]			
		<150	150-<350	≥350-550	>550
montanhoso ou vales paralelos com a linha	Outro tipo de vegetação desde florestas densas de um lado à terreno plano sem obstáculos	0	1	2	2
Plano ou vales perpendiculares à linha	Outro tipo de vegetação desde florestas densas de um lado à terreno plano sem obstáculos	1	1	2	4
	Lagos ou cursos de água	1	2	2	4

## 2.2 Método dos Elementos Finitos (MEF)

A solução das equações que descrevem o cabo é feita numericamente com o auxílio do MEF, no qual o cabo é discretizado em elementos de comprimento definido, conectados por meio de nós. Esse processo de discretização resulta na substituição das Equações Diferenciais Parciais (EDP) - sistema contínuo - que regem o problema, por um conjunto de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) - sistema discreto, mais simples de resolver.

A substituição do sistema contínuo pelo discreto faz com que a solução encontrada será aproximada e não exata (RAO, 2004). Ela combina uma série de conceitos matemáticos para produzir um sistema de equações lineares ou não-lineares (SAVI, 2006). O programa de elementos finitos é desenvolvido no software MATLAB.

Os estudos feitos por Canales et al. (2008) mostraram que o método dos elementos finitos é uma ferramenta eficiente no auxílio da otimização de amortecedores e na análise da influência das variáveis, tornando possível explorar os parâmetros dentro da área de projeto.

Segundo Savi (2006), o MEF tem como objetivo aproximar uma quantidade contínua (deslocamento, temperatura, pressão, velocidade), que é regida por uma equação de governo (como a Eq. 3.1), por um modelo discreto composto de um conjunto de funções contínuas por partes definidas sobre um número finito de sub-domínios, denominados elementos. E, essas funções contínuas são definidas entre um número finito de pontos do domínio, denominado nós.

O MEF pode ser subdividido em cinco passos conforme descrito por Savi (2006).

1. No primeiro momento, o domínio é discretizado, ou seja, dividido em número finito de elementos conectados por nós comuns. Assim, a quantidade contínua é aproximada por uma série de funções polinomiais definida para cada um dos elementos.

2. A função de aproximação é especificada em cada nó a partir dos valores nodais, com o auxílio de funções de forma ou de interpolação, também conhecidas como funções de Lagrange, que garantem a continuidade das funções nos nós.

3. No terceiro passo, a equação contínua é utilizada para se chegar à uma equação discreta que governa o problema. Esse sistema discreto pode ser obtido pelo Método de Galerkin - uma técnica de ponderação da solução aproximada em todo o domínio, com o que minimiza-se o erro - para determinar quais são os valores nodais. Isso pode ser feito, fisicamente, através da minimização de uma grandeza integral que está relacionada a cada problema particular. Essa integral define um sistema de equações algébricas, no qual podem ser encontrados os valores dos coeficientes que serão os próprios valores nodais.

O método de Galerkin é utilizado para encontrar uma solução aproximada para um problema de campo como problemas de elasticidade, escoamento de um fluido e trans-

ferência de calor (RAO, 2004). Por exemplo, considera-se uma solução de um problema, da seguinte forma:

$$W(x) = C_1X_1(x) + C_2X_2(x) + \dots + C_nX_n(x), \quad i = 0, 1, 2 \dots n \quad (2.6)$$

onde  $C_1, C_2, \dots, C_n$  são constantes e  $f_1, f_2, \dots, f_n$  são funções que satisfaçam todas as condições de contorno especificadas por esse problema. Uma vez que a solução 2.6 não é exata, é obtido um resíduo,  $\epsilon$ , diferente de zero ao substituir essa solução no problema. As constantes são obtidas fazendo a integral desse resíduo multiplicado por cada uma das funções  $O_j(x), i = 1, 2, \dots, n$  sobre todo o domínio:

$$\int_{x=0}^L \epsilon(x)O_j(x)dx = 0 \quad (2.7)$$

No método de Galerkin, o resíduo ou erro deve ser ortogonal às funções de forma. Assim, a função de ponderação é a própria função de forma.

4. Após a resolução do sistema de equações, o problema físico descrito por uma equação de governo genérica, resulta em um sistema discreto do tipo:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2.8)$$

No qual  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{K}$  são respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez; e  $\mathbf{F}$  o vetor força.

5. Por último, a solução do problema discreto fornece os valores nodais das variáveis primárias, incógnitas. Ainda é necessário avaliar as variáveis secundárias, interpretar os resultados e apresentá-los graficamente ou em forma de tabela.

Para a resolução numérica da equação diferencial da dinâmica do cabo, os deslocamentos e acelerações nodais podem ser encontrados fazendo-se a seguinte aproximação:

$$u(x, t) \equiv \tilde{u}(x, t) = O_i(x)u_i \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \equiv \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial t^2} = O_i(x)\ddot{u}_i \quad (2.10)$$

onde  $u_i$  representa o deslocamento nodal e  $\tilde{u}_i$ .  $O_i(x)$  é a função de interpolação dos elementos finitos.

A Equação de governo 3.1 é um exemplo de equação contínua que pode ser resolvida por meio do MEF e se chegar na Eq. 2.8, discreta.

Uma vez encontrado o sistema de EDOs que regem o problema, é possível calcular as frequências e modos naturais.

## 2.3 Frequências e modos naturais

As frequências e modos naturais são avaliadas com o sistema livre e não amortecido. O cabo é um sistema contínuo que pode ser discretizado como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad (2.11)$$

onde  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{K}$  são as matrizes de massa e rigidez, respectivamente, e  $\mathbf{u}$  e  $\ddot{\mathbf{u}}$  são, respectivamente, os vetores de deslocamento e aceleração.

Considerando soluções separáveis do tipo:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{X}\mathbf{g}(t) \quad (2.12)$$

onde  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{g}(t)$  dependem somente do espaço e do tempo, respectivamente. Substituindo a Eq. 2.12 na 2.11, tem-se:

$$\mathbf{M}\mathbf{X}\ddot{\mathbf{g}} + \mathbf{K}\mathbf{X}\mathbf{g} = \mathbf{0}, \quad (2.13)$$

Pré multiplicando a Eq. 2.13 pelo vetor transposto de  $\mathbf{X}$ , tem-se

$$\mathbf{X}^T\mathbf{M}\mathbf{X}\ddot{\mathbf{g}} + \mathbf{X}^T\mathbf{K}\mathbf{X}\mathbf{g} = \mathbf{0}, \quad (2.14)$$

Reorganizando a Eq. 2.14

$$\frac{\mathbf{X}^T\mathbf{K}\mathbf{X}}{\mathbf{X}^T\mathbf{M}\mathbf{X}} = -\frac{\ddot{\mathbf{g}}}{\mathbf{g}} = \lambda, \quad (2.15)$$

onde  $\lambda$  é uma constante.

Avaliando somente a parte temporal, tem-se que:

$$-\frac{\ddot{\mathbf{g}}}{\mathbf{g}} = \lambda \rightarrow \ddot{\mathbf{g}} + \lambda\mathbf{g} = 0 \quad (2.16)$$

A Eq. 2.16 pode ser resolvida por meio da solução:

$$\mathbf{g} = \mathbf{A}\cos(\omega t - \phi) \quad (2.17)$$

sendo  $\lambda = \omega^2$ , onde  $\mathbf{A}$  é a amplitude,  $\phi$  é a fase e  $\omega$  é a frequência.

Substituindo a relação  $\ddot{\mathbf{g}} = -\omega^2\mathbf{g}$  na Eq. 2.13:

$$[\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}]\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (2.18)$$

Admitindo uma solução não trivial:

$$\det [\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] = 0 \quad (2.19)$$

Com isso, é possível encontrar as frequências naturais do sistema ( $\omega_i, i = 1, \dots, n$ ) a partir da Eq. 2.19. Os modos de vibrações  $X^i$  podem ser encontrados substituindo cada frequência na Eq.2.18.

## 2.4 Absorvedor Dinâmico de Vibrações

Em alguns sistemas, onde não é possível mudar as características como massa e rigidez, um absorvedor de vibrações (ou ADV) pode ser incluído no projeto para diminuir as amplitudes de vibração em frequências específicas. Esse ADV consiste em uma massa acoplada a uma mola e um amortecedor que adiciona um grau de liberdade (GDL) ao sistema. Esse sistema massa-mola-amortecedor é sintonizado para vibrar com altas amplitudes e, assim, absorver parte da energia vibratória do sistema primário (RAO, 1975).

### 2.4.1 Sistema de um grau de liberdade

Um dos objetivos da análise de vibração é ser capaz de prever a resposta ou o movimento de um sistema vibratório (INMAN, 2014). A frequência natural determina o intervalo de tempo durante o qual a função se repete.

Embora o cabo seja um sistema contínuo e, conseqüentemente, com infinitos GDL, o absorvedor de vibração é sintonizado em apenas uma frequência natural. Desta forma, apresenta-se a teoria de ADV para um sistema primário de 1 GDL, sendo que esse GDL possui a frequência natural do cabo que se deseja sintonizar/trabalhar.

### 2.4.2 ADV não-amortecido e amortecido

A Fig. 5 representa um sistema com ADV não amortecido (uma simplificação do Stockbridge) acoplado a um sistema primário. Ele é projetado de forma a absorver energia do sistema primário em sua frequência de sintonização.

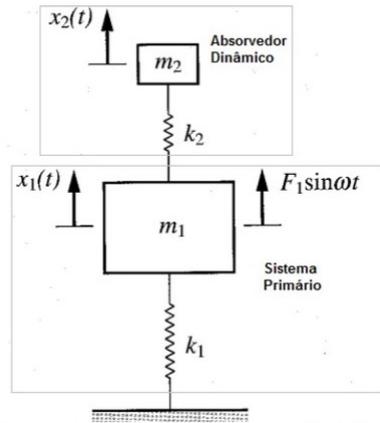


Figura 5 – Absorvedor de vibrações sem amortecimento (MEIROVITCH, 1975).

As equações do movimento do sistema são dadas por:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1(t) \\ \ddot{u}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} \sin \omega t \quad (2.20)$$

$F_1 \sin \omega t$  é a força de excitação aplicada na massa principal; o absorvedor dinâmico é especificado com os valores de  $k_2$  e  $m_2$  (rigidez e massa do ADV, respectivamente).  $k_1$  e  $m_1$  são rigidez e massa do sistema primário, respectivamente.

Assumindo que a solução é (solução particular):

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sin \omega t \quad (2.21)$$

Substituindo a Eq. 2.21 na Eq. 2.20 temos:

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m_1 \omega^2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 - m_2 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sin \omega t = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} \sin \omega t \quad (2.22)$$

Resolvendo para  $X_1$  e  $X_2$ , temos:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \begin{bmatrix} k_2 - m_2 \omega^2 & k_2 \\ k_2 & k_1 + k_2 - m_1 \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

E assim, a amplitude do sistema primário é dada por:

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2 \omega^2) F_1}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \quad (2.24)$$

Como dito anteriormente, procura-se anular a vibração do sistema primário a partir do acoplamento do ADV. Analisando a Eq. 2.24, vemos que a amplitude pode ser anulada caso o termo  $k_2 - m_2\omega^2$  seja igual a zero. Para isso acontecer, basta escolher  $k_2$  e  $m_2$  de modo que  $\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \omega$ . Assim, a massa adicionada estará sintonizada para a frequência de excitação,  $\omega$ .

Rearranjando a Eq. 2.24, temos que:

$$\frac{X_1}{F_1 k_1^{-1}} = \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2})(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}) - \mu \frac{\omega^2}{\omega_1^2}} \quad (2.25)$$

onde  $\mu$  é a razão de massas  $\frac{m_2}{m_1}$ .

Normalizando a Eq. 2.25, ou seja, fazendo a raiz quadrada do quadrado, e multiplicando e dividindo por  $\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}$ , obtem-se:

$$\left| \frac{X_1}{F_1 k_1^{-1}} \right| = \left[ \frac{(g^2 - f^2)^2}{[\mu g^2 f^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.26)$$

onde  $g = \frac{\omega}{\omega_1}$  e  $f$  é a razão de frequências  $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ .

Na Eq. 2.26,  $\left| \frac{X_1}{F_1 k_1^{-1}} \right| = |G(\omega)|$  é chamada de módulo da função de resposta em frequência (FRF), que pode ser visualizada pela Fig. 6 para diferentes valores de  $g$ , que representa a frequência de ressonância.

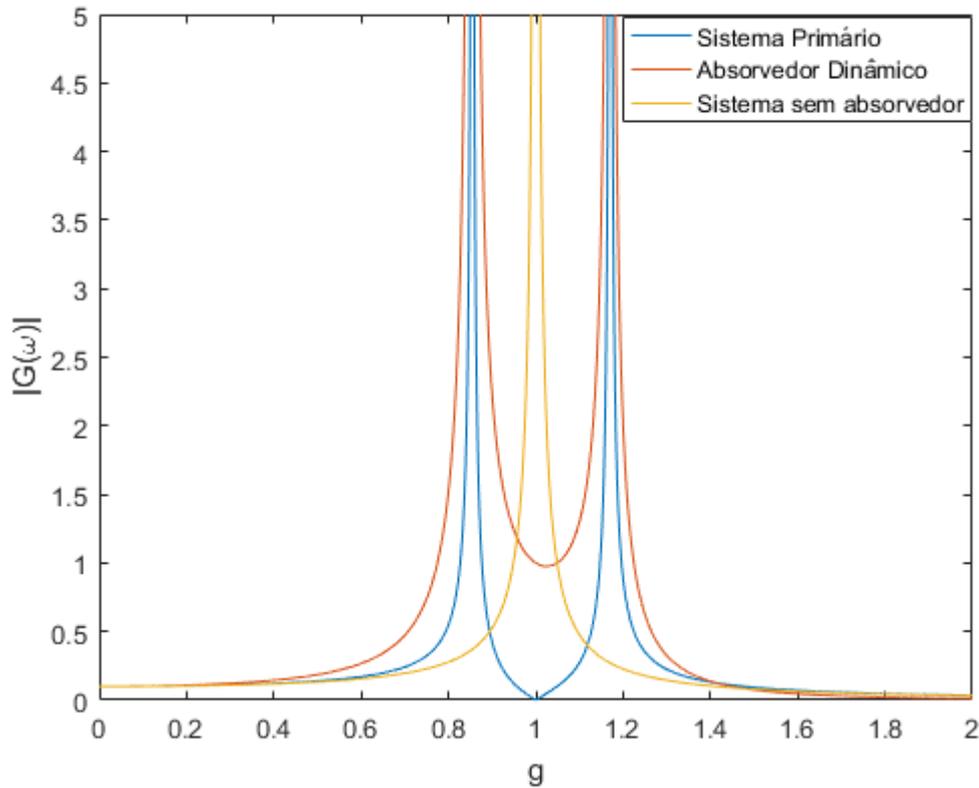


Figura 6 – Comparação da amplitude do sistema e da amplitude do absorvedor com a amplitude do caso sem absorvedor acoplado

Na Fig. 6, a curva em amarelo representa o sistema sem ADV, a curva em azul representa a amplitude do sistema primário quando o absorvedor é acoplado, e a curva em vermelho representa a amplitude do absorvedor quando este é acoplado ao sistema.

Quando a frequência de forçamento é igual à frequência de ressonância do sistema primário,  $g = 1$ , a amplitude vai para infinito (curva em amarelo), pois o sistema está em ressonância. Quando o ADV é acoplado ao sistema, ele consegue anular a amplitude em  $g = 1$ , fazendo com que essa vibração seja zero (curva em azul). A curva azul é comparada com a curva vermelha, e mostra que as amplitudes de vibração no absorvedor (curva vermelha), fora da ressonância, são maiores que aquelas do sistema primário (azul).

No ADV amortecido, 7, a energia de vibração é dissipada, fazendo com que as amplitudes não tendam mais ao infinito como no caso anterior. Logo, as amplitudes máximas de vibração passam a ser limitadas e no ponto da frequência de projeto do absorvedor, ou frequência de sintonização, o sistema primário não fica mais parado como no caso sem amortecimento, ele passa a vibrar um pouco.

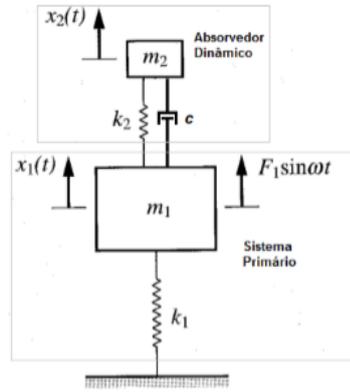


Figura 7 – ADV amortecido (OLIVEIRA, 2011)

Fazendo os mesmos procedimentos do sistema não amortecido, obtém-se a equação matricial da forma:

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 - m_1\omega^2 + ic\omega & -ic\omega - k_2 \\ -k_2 - ic\omega & -ic\omega + k_2 - m_2\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sin \omega t = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} \sin \omega t \quad (2.27)$$

Resolvendo o sistema para  $X_1$ , tem-se:

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2\omega^2 + ic\omega)F_1}{[(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - m_2k_2\omega^2] + ic\omega(k_1 - m_1\omega^2 - m_2\omega^2)} \quad (2.28)$$

Sabendo que a constante de amortecimento crítico  $C_c = 2m_2\omega_1$  e o fator de amortecimento  $\xi = c_2/2m_2\omega_1$ , a Eq. 2.28 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{X_1}{F_1 k_1^{-1}} = \left[ \frac{(2\xi g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\xi g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

A FRF para esse sistema pode ser visualizada pela Fig. 8 para diferentes fatores de amortecimento,  $\xi$ . Pode-se perceber da Fig. 8 uma redução nas oscilações quando a frequência de forçamento se iguala à frequência de ressonância, mais acentuada quanto menor o amortecimento.

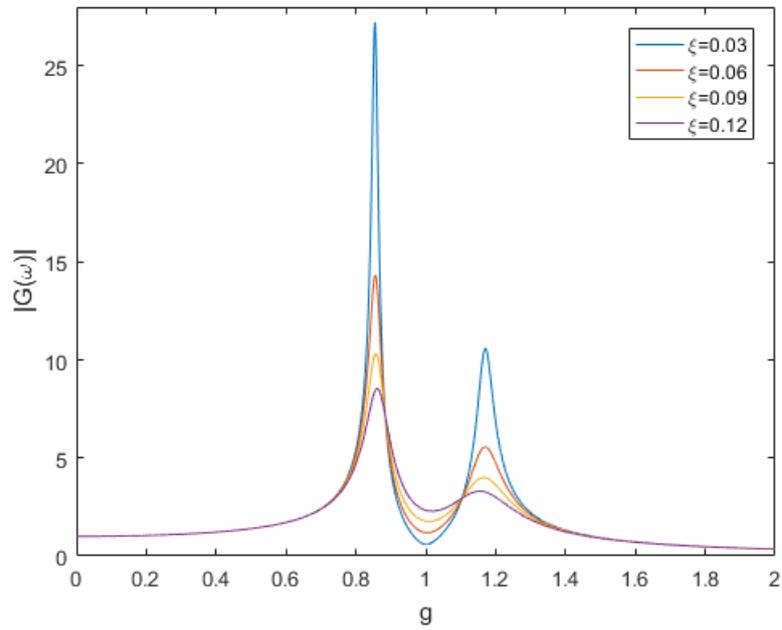


Figura 8 – Comparação das amplitudes do sistema primário a partir da ação do ADV com diferentes  $\xi$ .

Resolvendo o sistema para a amplitude do absorvedor,  $X_2$ :

$$\frac{X_2}{F_1 k_1^{-1}} = \left[ \frac{(2\xi g)^2 + f^4}{(2\xi g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + [\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.30)$$

A Fig. 9 representa uma comparação das amplitudes do absorvedor para quatro fatores de amortecimento,  $\xi$ .

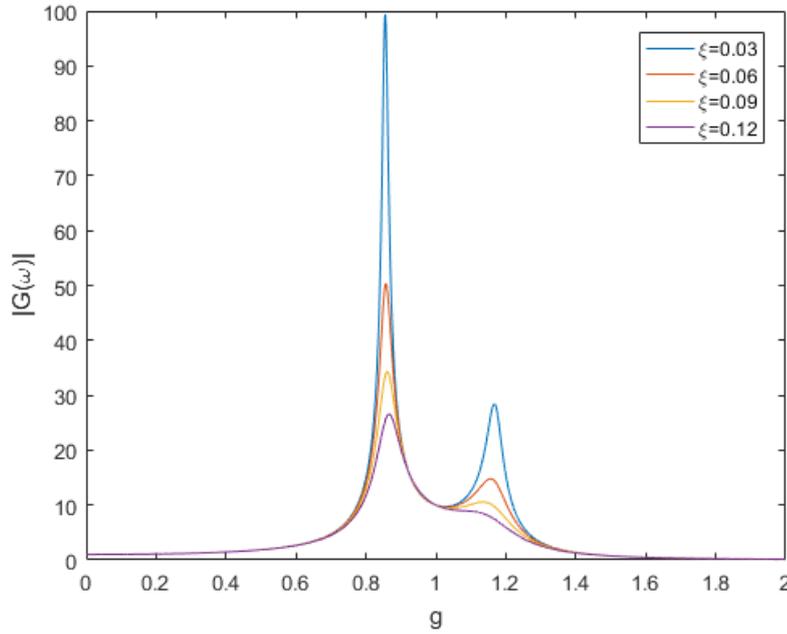


Figura 9 – Comparação da amplitude do absorvedor com diferentes  $\xi$ .

## 2.5 Desempenho do ADV

Para avaliar o desempenho do ADV, propõe-se o cálculo da energia total do cabo condutor. A energia total do cabo é dada por:

$$E_T = E_C + E_P \quad (2.31)$$

onde  $E_C$  é a energia cinética e  $E_P$  é a energia potencial.

A energia cinética para um sistema com  $n$  partículas é

$$E_C = \sum_{r=1}^n \frac{1}{2} \mathbf{m}_r \dot{\mathbf{u}}_r \dot{\mathbf{u}}_r \quad (2.32)$$

onde  $\mathbf{m}_r$  e  $\dot{\mathbf{u}}_r$  é a massa e velocidade da  $r$ -ésima partícula, respectivamente.

Mas, a velocidade é uma derivada temporal do vetor deslocamento  $\mathbf{u}_r$  que, por sua vez, é função do vetor posição  $\mathbf{x}$  e, eventualmente, do tempo. Assim:

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_r(x_1, \dots, x_N, t) \rightarrow \dot{\mathbf{u}}_r = \frac{d\mathbf{u}_r}{dt} = \sum \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial t} \quad (2.33)$$

onde  $i = 1, \dots, N$

Substituindo a Eq. 2.33 na expressão para a energia cinética, Eq. 2.32, tem-se:

$$E_C = \frac{1}{2} \sum_r m_r \left( \sum_i \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial t} \right) \left( \sum_j \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial x_j} \dot{x}_j + \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial t} \right) \quad (2.34)$$

Como, na maioria dos casos  $\mathbf{u}_r$  não depende explicitamente do tempo, a energia cinética se reduz a:

$$E_C = \frac{1}{2} \sum_r \sum_{ij} m_r \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial x_j} \dot{x}_i \dot{x}_j = \frac{1}{2} \sum_{ij} m_{ij} \dot{x}_i \dot{x}_j \quad (2.35)$$

onde  $m_{ij} = \sum_r m_r \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{u}_r}{\partial x_j}$  e que pode ser reescrita em notação matricial, uma vez que é possível interpretar  $i$  e  $j$  como índices das linhas e colunas, respectivamente, de uma matriz  $N \times N$ , chamada matriz de massa  $\mathbf{M}$ . Dessa forma, pode-se encontrar a seguinte expressão matricial para a energia cinética de um sistema de partículas:

$$E_C = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T [\mathbf{m}] \dot{\mathbf{x}} \quad (2.36)$$

A energia potencial,  $E_P$ , para um sistema com  $n$  partículas é

$$E_P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n F_i x_i \quad (2.37)$$

onde  $F_i$  é a força aplicada no  $i$ -ésimo ponto. Como  $F_i = \sum_{j=1}^n k_{ij} x_j$ , então:

$$E_P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n k_{ij} x_j \right) x_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} x_i x_j \quad (2.38)$$

A Eq. 2.39 pode ainda ser escrita da forma matricial:

$$E_P = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T [\mathbf{k}] \mathbf{x} \quad (2.39)$$

Ao posicionar o ADV ao cabo busca-se a menor  $E_T$  possível. O desempenho é avaliado comparando-se a  $E_T$  sem e com o ADV.

## 2.6 Contextualização do trabalho

Na literatura, existem trabalhos que estimam os níveis de vibração através do método do balanço de energia, que depende por exemplo da capacidade do ADV em dissipar energia. No entanto, esse método possui algumas restrições como a utilização somente de sistemas lineares. Por exemplo, se o absorvedor utilizado for não-linear esse método não pode ser aplicado. Além disso, nem todo forçamento externo pode ser utilizado, existem limitações. Uma alternativa é a utilização do Método dos Elementos Finitos - MEF - que fornece uma representatividade muito mais geral do sistema e uma maior flexibilidade de análise. Além disso, como tratado por [Vecchiarelli et al. \(2000\)](#), o método do balanço de energia geralmente superestima a amplitude de flexão nos dois grampos de suspensão

Muitas formulações matemáticas para a equação do movimento de uma linha de transmissão sujeita a uma vibração causada pelo vento foram desenvolvidas ao longo dos anos. O modelo de cabo utilizado nesse trabalho é o mesmo modelo dos trabalhos citados anteriormente na Seção 2.0.1, os quais possuem uma abordagem mais recente. Esse modelo utiliza um modelo de viga sólida com propriedades físicas homogêneas por toda a área da seção transversal para representar o cabo de transmissão presa nas duas extremidades, por meio de uma EDP.

Neste trabalho é proposto uma nova metodologia baseada em uma abordagem energética para avaliar o posicionamento mais adequado do ADV no cabo. O sistema é resolvido numericamente utilizando o método dos elementos finitos. A integração numérica é realizada pelo método de Galerkin. Assim, o posicionamento do ADV é analisado em função da energia total. Essa análise é comparada com o posicionamento dado pela norma da CIGRÉ, tratado na Seção 2.1, que é a norma mais utilizada entre as existentes. Foi adotado apenas 1 amortecedor no vão, com base no trabalho de (BARBIERI et al., 2004a), e portanto, as tabelas da seção 2.1.1 não foram utilizadas.

O MEF é utilizado na discretização do cabo e do absorvedor, entretanto, este último é simplificado, modelado como um sistema 1 GDL. Na seção 2.0.2, os autores citados utilizam um modelo discretizado em elementos finitos do ADV mais completo (Santos (2015a), Arruda (1975), Canales et al. (2008) e Diana et al. (2003)). Esse modelo 1GDL é uma primeira análise. Um modelo mais completo poderia ser abordado em uma continuação desse trabalho, fornecendo resultados mais reais com uma melhor representatividade.

## 3 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

### 3.1 Equacionamento do Cabo

O equacionamento do cabo é apresentado de acordo com [Claren e Diana \(1969\)](#), onde a análise de vibrações transversais em cabos multifilares é simplificada através de uma corda tracionada com rigidez à flexão e amortecimento ignorados. [Barbieri et al. \(2004a\)](#) propõe uma análise dinâmica de um cabo a partir de um modelo de viga sob a ação de uma força axial. Esse modelo é comumente usado para determinar o comportamento de um cabo sob a ação de uma força externa (como o vento) e para uma força axial (como a tensão no cabo):

$$EI \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = f(x, t), \quad (3.1)$$

onde  $f(x, t)$  é a força externa,  $P(x, t)$  é a força axial,  $\rho$  é a massa específica ou densidade,  $A$  é a área da seção transversal,  $u(x, t)$  é o deslocamento transversal,  $x$  é a posição ao longo da amostra,  $t$  é o tempo e  $EI$  é a rigidez à flexão constante.

### 3.2 Frequências e modos naturais - Solução analítica

De acordo com [\(INMAN, 2014\)](#), para encontrar as frequências e modos naturais de vibração, assume-se uma solução separável conforme apresentado na Eq. 3.2.

$$u(x, t) = W(x)T(t), \quad (3.2)$$

onde  $W(x)$  é uma função que depende somente do espaço,  $x$ , e  $T(t)$  é uma função que depende somente do tempo,  $t$ . Substituindo a Eq. 3.2 na Eq. 3.1, tem-se:

$$EI \frac{d^4 W(x)}{dx^4} T(t) + mW(x) \frac{d^2 T(t)}{dt^2} - \frac{P d^2 W(x)}{dx^2} T(t) = 0 \quad (3.3)$$

As derivadas parciais se transformam em derivadas totais, uma vez que as funções  $W(x)$  e  $T(t)$  são funções de uma variável somente agora. Realizando a separação de variáveis:

$$\frac{1}{W(x)} \frac{d^4 W(x)}{dx^4} - \frac{P}{EIW(x)} \frac{d^2 W(x)}{dx^2} = -\frac{m}{EIT(t)} \frac{d^2 T(t)}{dt^2} \quad (3.4)$$

Na Eq. 3.4 cada lado da equação é uma função de uma variável diferente, sendo portanto igual a uma constante. Para visualizar isso, basta igualar a equação a uma constante:

$$\frac{1}{W(x)} \frac{d^4 W(x)}{dx^4} - \frac{P}{EIW(x)} \frac{d^2 W(x)}{dx^2} = \text{constante} = -\sigma^2 \quad (3.5)$$

Considerando apenas a parte espacial:

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} - \frac{P}{EI} \frac{d^2 W(x)}{dx^2} + \sigma^2 W(x) = 0 \quad (3.6)$$

O método de Galerkin discutido no passo 3 da seção 2.2 é utilizado para resolver a Eq. 3.6. A Eq. 3.6 é de quarta ordem e portanto possui 4 soluções independentes, e assim:

$$W(x) = C_1 X_1(x) + C_2 X_2(x) + C_3 X_3(x) + C_4 X_4(x) \quad (3.7)$$

onde  $C_n$  são as constantes de integração com  $n$  variando de 1 a 4. As funções  $X_n(x)$  podem ser assumidas como:

$$X_1(x) = X_3(x) = \sin \sigma x \quad (3.8)$$

e

$$X_2(x) = X_4(x) = \cos \sigma x \quad (3.9)$$

Como o cabo é fixado nas duas extremidades, os deslocamentos nesses pontos são nulos e dessa forma a Eq. 3.2 resulta em  $W(0)T(t) = 0$  e  $W(L)T(t) = 0$ . A solução temporal não pode ser zero para todo tempo  $t$ , então  $X(0) = 0$  e  $X(L) = 0$ . Aplicando essas condições na Eq. 3.7, tem-se:

$$W(0) = C_2 + C_4 = 0 \quad (3.10)$$

$$W(L) = (C_1 + C_3) \sin \sigma L = 0 \quad (3.11)$$

A Eq. 3.11 produz valores de  $\sigma$  que satisfaçam à condição  $\sigma L = 0$ , conhecida como equação característica, com solução  $\sigma L = n\pi$ . Uma vez que a função seno desaparece quando seu argumento for zero e múltiplo inteiro de  $\pi$ , existe uma solução da equação característica para cada valor de  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ :

$$\sigma_n = \frac{n\pi}{L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.12)$$

E portanto, a solução espacial 3.7 resulta em:

$$W_n(x) = C_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.13)$$

e representa os modos de vibração do cabo.

Para encontrar as frequências naturais, considera-se a parte temporal da Eq. 3.4. Fazendo os mesmos procedimentos do caso espacial, tem-se:

$$\frac{d^2 T_n(t)}{dt^2} + \sigma_n^2 \frac{EI}{m} T_n(t) = 0 \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.14)$$

O coeficiente de  $T_n(t)$  é indexado porque existe uma solução para cada valor de  $\sigma_n$ . O coeficiente  $T_n(t)$  na equação temporal 3.14 define a frequência natural, notando que  $\omega_n^2 = \sigma_n^2 \frac{EI}{m}$ . Considerando as condições de contorno já citadas anteriormente e uma solução da forma  $W(x) = Ce^{\sigma x}$ , onde C é uma constante, o problema resulta na Eq. 3.15.

$$w_n^2 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{P}{m} \left[1 + \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{EI}{P}\right] \quad (3.15)$$

E dessa forma:

$$w_n = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \sqrt{n^4 + n^2 \frac{PL^2}{\pi^2 EI}}, \quad (3.16)$$

onde  $w_n$  é a frequência natural correspondente ao n-ésimo modo de vibrar do cabo.

Os cálculos da rigidez à flexão  $EI$  de um cabo não são exatos, uma vez que os filamentos individuais podem se mover na parte tracionada e deslizar ou se deformar na parte comprimida. Entretanto, para um trabalho computacional é essencial ter uma expressão que dê a frequência de ressonância exata baseada nos dados obtidos por alguns testes experimentais (CLAREN; DIANA, 1969).

### 3.3 Aplicação do MEF

Substituindo as Eq. 2.9 e 2.10 na Eq. 3.1:

$$EI \frac{\partial^4 \tilde{u}(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, t)}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, t)}{\partial x^2} = \epsilon(x, t) \quad (3.17)$$

onde  $\epsilon(x, t)$  é o erro ou resíduo devido às aproximações feitas pelas Eq. 2.9 e 2.10. Aplicando o método de Galerkin (Eq. 2.7):

$$\int \int_0^L \epsilon(x, t) O_j(x) dx dt = 0 \quad (3.18)$$

Substituindo a Eq. 3.17 na Eq. 3.18, chega-se ao seguinte sistema discreto:

$$\mathbf{M}_{ji}\ddot{O}_i + \mathbf{K}_{ji}O_i = f_j(x, t) \quad (3.19)$$

onde  $f_j(x, t)$  representa a força externa.

$$-f_j(x, t) = \left[ EI \frac{\partial^3 \tilde{u}(x, t)}{\partial x^3} O_j(x) - EI \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, t)}{\partial x^2} \frac{\partial O_j(x)}{\partial x} + P \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, t)}{\partial x^2} O_j(x) \right]_0^L \quad (3.20)$$

e

$$\mathbf{K}_{ji} = \int_0^L \left( EI \frac{d^2 O_i(x)}{dx^2} \frac{d^2 O_j(x)}{dx^2} + P \frac{dO_i(x)}{dx} \frac{dO_j(x)}{dx} \right) dx \quad (3.21)$$

$$\mathbf{M}_{ji} = \int_0^L \rho A O_i(x) O_j(x) dx \quad (3.22)$$

Para resolver a Eq. 3.19, são utilizados quatro nós e as seguintes funções de forma cúbicas, como proposto por Barbieri et al. (2004a):

$$O_1(\xi) = (-9\xi^3 + 9\xi^2 + \xi - 1) / 16, \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (3.23)$$

$$O_2(\xi) = (27\xi^3 - 9\xi^2 - 27\xi + 9) / 16, \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (3.24)$$

$$O_3(\xi) = (-27\xi^3 - 9\xi^2 + 27\xi + 9) / 16, \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (3.25)$$

$$O_4(\xi) = (9\xi^3 + 9\xi^2 - \xi - 1) / 16, \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (3.26)$$

onde  $\xi = (2x/L) - 1$ . Na formulação acima, são utilizados **elementos isoparamétricos**. Com o auxílio da Jacobiana,  $\mathbf{J}$ , pode ser feita a transformação das Eq. 3.21 e 3.22 para esse domínio. No caso de elementos axiais, a matriz Jacobiana se reduz à um escalar  $J$ , denominado Jacobiano. Dessa forma:

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L} \quad \rightarrow \quad dx = \frac{L}{2} d\xi \quad \rightarrow \quad dx = J d\xi \quad (3.27)$$

Fazendo a transformação nas funções de forma, tem-se:

$$\frac{d\mathbf{O}}{dx} = \frac{1}{J} \frac{d\mathbf{O}}{d\xi} = \mathbf{O1} \quad (3.28)$$

$$\frac{d^2\mathbf{O}}{dx^2} = \frac{1}{J^2} \frac{d^2\mathbf{O}}{d\xi^2} = \mathbf{O2} \quad (3.29)$$

Em que  $\mathbf{O1}$  e  $\mathbf{O2}$  são as derivadas primeira e segunda das funções de forma  $\mathbf{O}$  em função das coordenadas naturais  $\xi$ . Substituindo essas três equações acima na Eq. 3.21 e 3.22, chega-se às matrizes de massa e rigidez novamente.

$$\mathbf{K} = \int_{-1}^1 \left( \frac{EI}{J^3} \mathbf{O2O2} + \frac{P}{J} \mathbf{O1O1} \right) d\xi \quad (3.30)$$

$$\mathbf{M} = \int_{-1}^1 \rho A \mathbf{OO} J d\xi \quad (3.31)$$

$\mathbf{K}$  e  $\mathbf{M}$  são chamados de matriz de rigidez local e de massa local, respectivamente e, formam um sistema matricial de 4 equações para cada elemento.

Além do amortecimento obtido pelo ADV, o condutor possui um amortecimento próprio que contribui para a diminuição da vibração no cabo. Uma das causas do amortecimento próprio é devido ao deslizamento dos condutores devido à vibração nessas linhas de transmissão (SANTOS, 2015a). Este amortecimento pode ser aumentado com a diminuição do nível de tensão no condutor, porém não traz vantagens econômicas. Valores comuns aplicados aos cabos são cerca de 20% da tensão de escoamento.

As duas formas de dissipação de energia contribuem para a diminuição do deslocamento do cabo, diminuindo as amplitudes de vibração e conseqüentemente as probabilidade de falhas por fadiga.

O amortecimento próprio do cabo foi baseado no estudo feito por Barbieri et al. (2004b),

$$C_t = \alpha M + \beta K \quad (3.32)$$

no qual  $C_t$  é o amortecimento proporcional,  $\alpha = 0.1$  e  $\beta = 0$ .

### 3.3.1 Equacionamento do cabo com o ADV acoplado

No sistema sem absorvedor a equação do movimento mostrada na Eq. 2.8 representa todos os nós globais presentes no cabo discretizado. Com o acoplamento do ADV, os termos referentes ao absorvedor devem ser considerados de acordo com o nó do cabo em que o dispositivo se encontra. Dessa forma, a matriz de massa, rigidez e amortecimento vão ter uma linha e uma coluna adicional.

No sistema sem absorvedor, o nó  $n$  pode ser representado pela seguinte equação:

$$\overbrace{M_{n(n-1)}\ddot{u}_{n(n-1)} + M_{nn}\ddot{u}_n + \dots + C_{nn}\dot{u}_n + \dots + K_{nn}u_n + \dots}^{Eq.} = F_n \quad (3.33)$$

Quando o absorvedor é acoplado ao sistema, os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento pertencentes ao ADV são adicionados na equação do movimento do sistema. Desta forma a Eq. 3.33 passa a ser descrita da seguinte forma:

$$Eq. = F_n - k_A(u_n - u_A) - c_A(\dot{u}_n - \dot{u}_A) \quad (3.34)$$

e ainda, surge outra equação relativa ao GDL adicionado pelo ADV:

$$m_A\ddot{u}_A = -k_A(u_A - u_n) - c_A(\dot{u}_A - \dot{u}_n) \quad (3.35)$$

### 3.4 Malha do cabo

Na discretização do cabo em elementos finitos, a malha do cabo possui 19 elementos globais. Esses elementos globais tem 2 nós, sendo 1 em cada extremidade, Fig. 10. Dentro de cada elemento global tem 3 elementos locais, pois são necessários 4 nós considerando uma função de forma cúbica, como mostrado na Fig. 11. A representação da malha do cabo pode ser visualizada na Fig. 10;



Figura 10 – Discretização do cabo em elementos finitos.

O elemento global 1-2 da Fig. 10 é ampliado na Fig. 11. Os nós 1 e 2 globais podem ser visualizados na parte de cima da Fig. 11, e coincidem com os nós locais 1 e 4, respectivamente. O número de nós locais total é igual a 58.

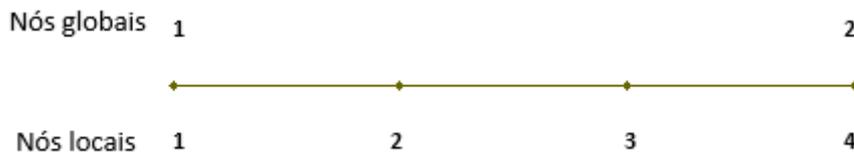


Figura 11 – Representação do elemento global discretizado em nós locais.

Uma representação das matrizes de massa e rigidez de um sistema com 5 nós globais é visualizada na Fig.12a e 12b, respectivamente. O absorvedor é acoplado no quarto nó local.

$$\text{MT} = \begin{pmatrix}
 1.0489 & -0.1311 & -0.0583 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -0.1311 & 1.0489 & 0.1603 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -0.0583 & 0.1603 & 0.4144 & 0.1603 & -0.0583 & 0.0308 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.1603 & 1.0489 & -0.1311 & -0.0583 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -0.0583 & -0.1311 & 1.0489 & 0.1603 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.0308 & -0.0583 & 0.1603 & 0.4144 & 0.1603 & -0.0583 & 0.0308 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1603 & 1.0489 & -0.1311 & -0.0583 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0583 & -0.1311 & 1.0489 & 0.1603 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0308 & -0.0583 & 0.1603 & 0.4144 & 0.1603 & -0.0583 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1603 & 1.0489 & -0.1311 & -0.0583 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0583 & -0.1311 & 1.0489 & 0.1603 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0583 & -0.1311 & 1.0489 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0000
 \end{pmatrix}$$

(a) MT.

$$\text{KT} = \begin{pmatrix}
 3.4702 & -2.3898 & 0.4365 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -2.3898 & 3.4702 & -1.5169 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0.4365 & -1.5169 & 8.2745 & -1.5169 & 0.4365 & -0.1051 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.9035 \\
 0 & 0 & -1.5169 & 3.4702 & -2.3898 & 0.4365 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.4365 & -2.3898 & 3.4702 & -1.5169 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -0.1051 & 0.4365 & -1.5169 & 2.3710 & -1.5169 & 0.4365 & -0.1051 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.5169 & 3.4702 & -2.3898 & 0.4365 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4365 & -2.3898 & 3.4702 & -1.5169 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1051 & 0.4365 & -1.5169 & 2.3710 & -1.5169 & 0.4365 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.5169 & 3.4702 & -2.3898 & 0.4365 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4365 & -2.3898 & 3.4702 & -1.5169 & 0 \\
 0 & 0 & -5.9035 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.9035
 \end{pmatrix}$$

(b) KT.

Figura 12 – Matrizes globais de massa, MT, e rigidez, KT, de um sistema com 5 nós globais e absorvedor acoplado.

O primeiro e o último nós não são levados em consideração, pois são onde estão os grampos de suspensão do cabo com deslocamento zero, retirando dois graus de liberdade do sistema e fazendo com que a matriz fique menor. Dessa forma, o sistema sem ADV passa a ser uma matriz 11x11 (vermelho). A demonstração da numeração dos nós locais é visualizada na Fig. 11. A matriz em vermelho representa o sistema sem o ADV. Com o acoplamento do ADV, uma linha e uma coluna são adicionadas e o sistema passa a ser representado pela matriz em azul.



## 4 RESULTADOS

Nas simulações numéricas consideram-se os parâmetros de cabo iguais aos adotados por Barbieri et al. (2004a):

Tabela 4 – Parâmetros do cabo estudado

PARÂMETROS	VALORES
Massa específica ( $\rho$ )	0.8127 kg/m
Rigidez à flexão ( $EI$ )	11.07 Nm <sup>2</sup>
Comprimento (L)	13.385 m
Tração no cabo (TC)	10700 N

Como primeira etapa deste trabalho, são avaliadas as frequências e modos naturais do cabo. Para isso, utiliza-se a Eq. 3.1, na qual considera-se uma tração no cabo e rigidez à flexão constantes e desconsidera-se o amortecimento.

Para garantir a convergência da solução é feito um estudo de malha, definindo a quantidade de elementos necessários para o método dos elementos finitos. Os resultados numéricos das frequências naturais são então comparados com as frequências analíticas, Eq. 3.15.

Em seguida, duas simulações considerando o cabo forçado harmonicamente e sem ADV são realizadas. Nesta etapa considera-se uma frequência de excitação  $w_3 = 12.86Hz$  - igual à terceira frequência natural - e outra  $w = 10Hz$ .

Na sequência, o ADV é acoplado ao cabo forçado a fim de verificar a redistribuição da energia de vibração em determinada frequência de ressonância.

A solução das equações diferenciais ordinárias no programa em Matlab é feita através do Método de Euler. Esse método de integração numérica é um método de passo único no qual a inclinação no início do intervalo é tomada como uma aproximação da inclinação média em todo o intervalo (CHAPRA; CANALE, 2011).

### 4.1 Frequências e modos naturais

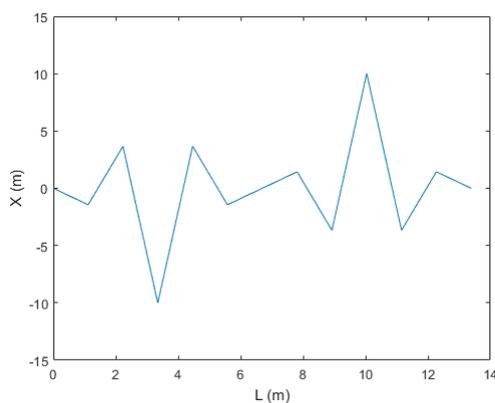
No estudo das frequências e modos naturais de vibração consideram-se as primeiras 10 frequências. A Tab. 5 apresenta os valores das frequências obtidas analiticamente e os erros (em relação à solução analítica) das frequências obtidas numericamente para diferentes quantidades de elementos.

Tabela 5 – Frequências naturais [Hz]

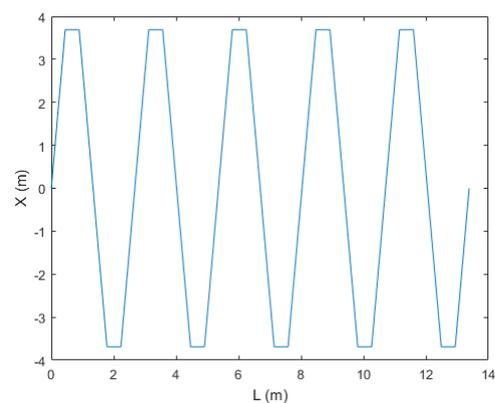
	ANALÍTICO	NUMÉRICO			
	$\omega_n$	4 elementos	10 elementos	20 elementos	40 elementos
1º modo	4.29	$4.29 \pm 1e - 6$	$4.29 \pm 6e - 8$	$4.29 \pm 7e - 7$	$4.29 \pm 3e - 6$
2º modo	8.57	$8.57 \pm 8e - 5$	$8.57 \pm 9e - 7$	$8.57 \pm 3e - 6$	$8.57 \pm 1e - 5$
3º modo	12.86	$12.87 \pm 7e - 4$	$12.86 \pm 8e - 6$	$12.86 \pm 5e - 6$	$12.86 \pm 3e - 5$
4º modo	17.15	$17.27 \pm 7e - 3$	$17.15 \pm 4e - 5$	$17.15 \pm 7e - 6$	$17.15 \pm 4e - 5$
5º modo	21.45	$21.68 \pm 0.01$	$21.45 \pm 1e - 4$	$21.45 \pm 7e - 6$	$21.45 \pm 7e - 5$
6º modo	25.74	$26.43 \pm 0.03$	$25.75 \pm 3e - 4$	$25.74 \pm 2e - 6$	$25.74 \pm 1e - 4$
7º modo	30.05	$31.57 \pm 0.05$	$30.06 \pm 6e - 4$	$30.05 \pm 1e - 5$	$30.04 \pm 1e - 4$
8º modo	34.35	$35.47 \pm 0.03$	$34.39 \pm 1e - 3$	$34.35 \pm 4e - 5$	$34.35 \pm 2e - 4$
9º modo	38.67	$47.73 \pm 0.23$	$38.75 \pm 2e - 3$	$38.67 \pm 8e - 5$	$38.66 \pm 2e - 4$
10º modo	42.98	$57.12 \pm 0.33$	$43.29 \pm 0.01$	$42.99 \pm 1e - 4$	$42.97 \pm 3e - 4$

Pela tabela pode-se verificar que quanto maior é a frequência de vibração, mais elementos são necessários para garantir a convergência da solução, ou seja, que os resultados numéricos fiquem mais próximos dos resultados analíticos. Com 20 elementos percebe-se que a solução numérica se aproxima da solução analítica em todos os modos. Refinando mais uma vez a malha, pode-se perceber que com 40 elementos não há uma mudança significativa nos valores.

Os erros associados a cada frequência são calculados em relação ao valor analítico. As frequências maiores e com menos elementos possuem maiores erros; o é explicado pela necessidade de um maior refinamento nesses modos de vibração. A Fig. 12 apresenta modos de vibração relacionados a décima frequência natural para 4, 10, 20 e 40 elementos.



(a) 4 elementos



(b) 10 elementos

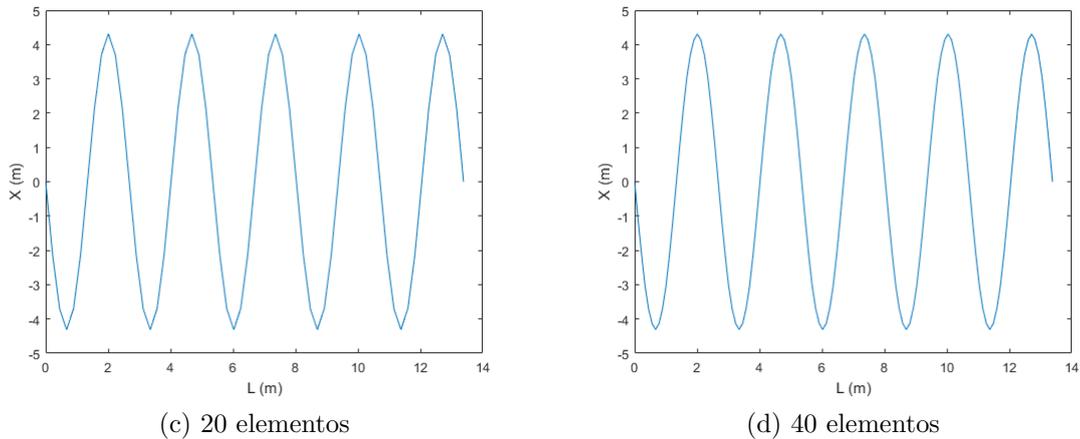
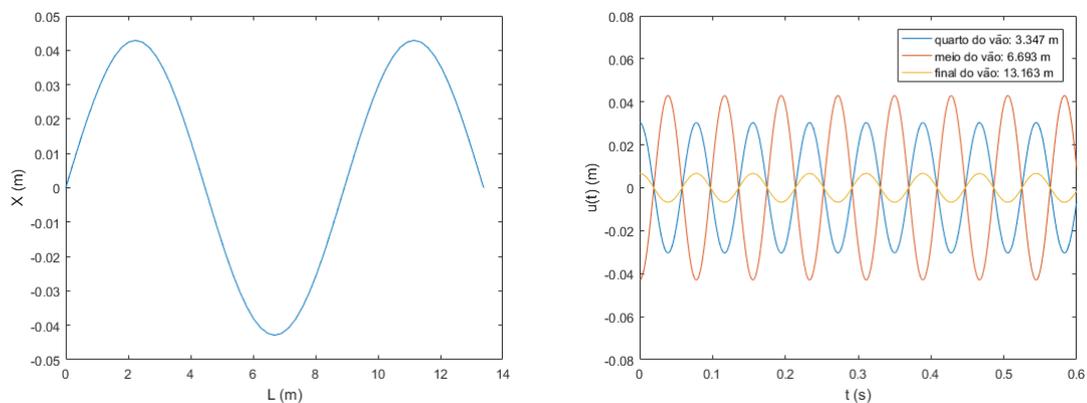


Figura 12 – Comparação da convergência da malha para o cabo no décimo modo de vibração

A Fig. 12 representa a evolução do refinamento da malha de 4 até 40 elementos para o décimo modo. É possível verificar uma melhora pequena refinando de 20 para 40 elementos nos pontos de máxima amplitude. Nos modos inferiores, as melhorias são ainda menos expressivas. Entretanto de 4 para 10 e de 10 para 20, a mudança no refinamento é aparente. Logo, esse trabalho adota 20 elementos de refinamento de malha.

## 4.2 Resposta livre

Para avaliar a resposta livre do cabo sem ADV considera-se condição inicial proporcional ao terceiro modo, conforme mostrado na Fig. 13a, e velocidades iniciais nulas. Nesta etapa ainda não há amortecimento presente. A Fig. 13b apresenta o deslocamento no tempo, de diferentes pontos do cabo:



(a) Posição inicial do cabo para a vibração livre (b) Deslocamento de diferentes pontos do cabo em vibração livre

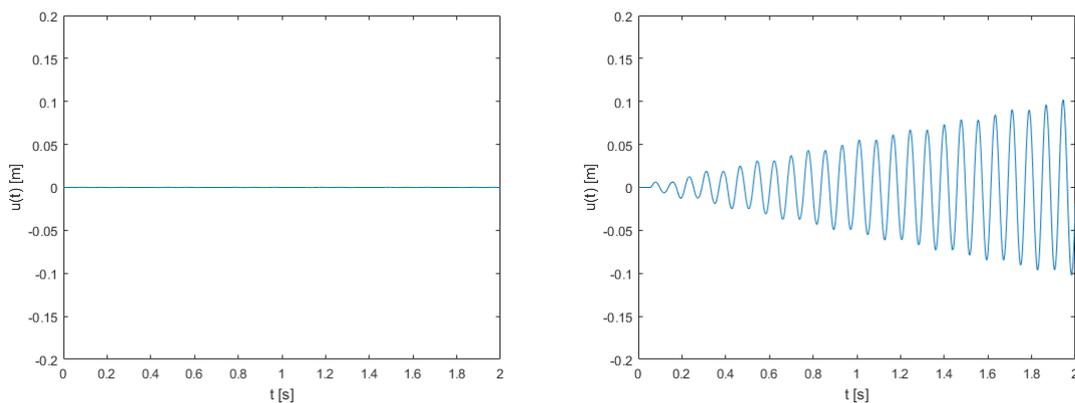
Figura 13 – Vibração livre no cabo na 3ª frequência natural

A Fig. 13b mostra que o meio do cabo apresenta as maiores amplitudes de resposta, o que é coerente devido às condições iniciais impostas serem proporcionais ao terceiro modo de vibração.

### 4.3 Resposta forçada

Para avaliar o comportamento do cabo sob a ação de um forçamento externo, considera-se uma excitação perto de uma das frequências naturais  $\omega_n$  e outra distante de  $\omega_n$ .

A Fig. 14 mostra a resposta do cabo em  $x=6.58\text{m}$ , sob ação de um forçamento  $F = F_0 \sin \omega t$  aplicado na posição  $x=11.976\text{ m}$  (nó 18). Nos dois casos, assume-se  $F_0 = 2N$ . A 3ª frequência natural do cabo é igual a  $12.86\text{ Hz}$ . A Fig. 14a apresenta a resposta para  $\omega = 10\text{ Hz}$ , enquanto a Fig. 14b para  $\omega = 12.86\text{ Hz}$ .



(a) Cabo forçado com frequência  $\omega_3 = 10\text{ Hz}$     (b) Cabo forçado com frequência  $\omega_3 = 12.86\text{ Hz}$

Figura 14 – Deslocamento medido em  $x = 6.58\text{ m}$  do cabo com forçamento aplicado em  $x=11.976\text{ m}$  da origem.

Na Fig. 14a, quando  $\omega = 10\text{ Hz}$ , ou seja, a frequência de forçamento está distante das frequências naturais do cabo e o deslocamento da posição  $x=6.58\text{ m}$  do cabo é praticamente nulo. Ao igualar a frequência de forçamento com a frequência natural do cabo, pode-se verificar pela Fig. 14b que as amplitudes aumentam indefinidamente, pois o sistema encontra-se em ressonância.

### 4.4 Avaliação da energia do cabo

#### 4.4.1 Energia no cabo livre sem amortecimento

A análise a seguir é útil para avaliar a coerência dos resultados e validar a implementação computacional. Considera-se o cabo livre, sem amortecimento e sem ADV

acoplado. A energia total é constante, uma vez que o sistema é conservativo.

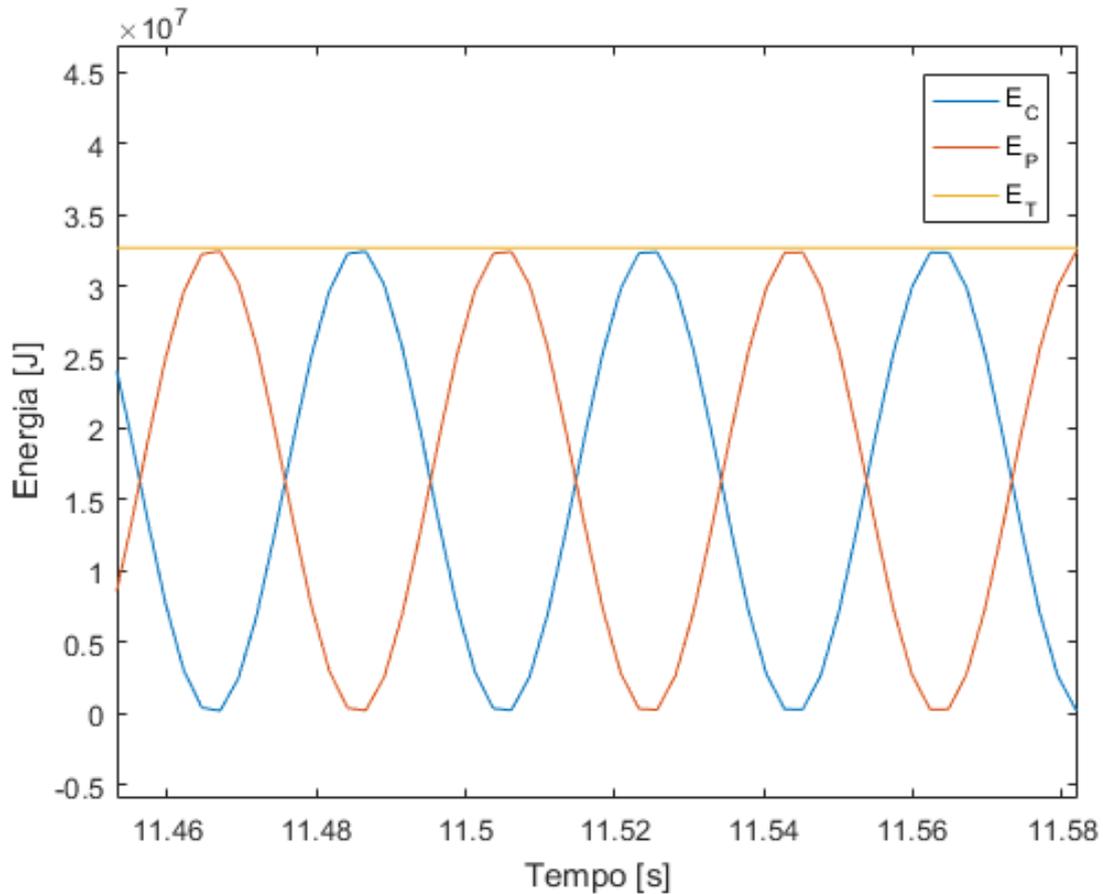


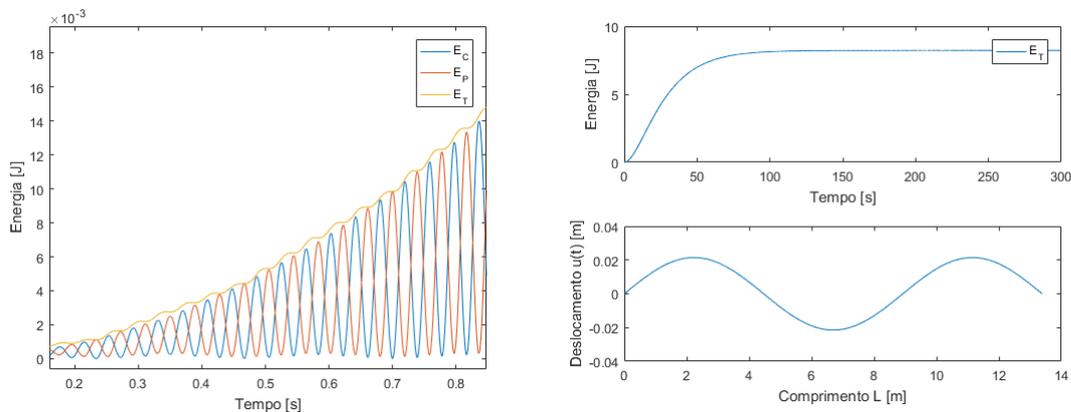
Figura 15 – Energia total constante no sistema livre sem amortecimento

A Fig. 15 contém as curvas da energia cinética ( $E_C$ ), energia potencial ( $E_P$ ) e energia total ( $E_T$ ) que é a soma simples das duas anteriores, conforme mostrado no Capítulo 2. Percebe-se que quando a energia potencial é máxima, a energia cinética é mínima, e vice e versa. Além disso, a energia total se mantém constante ao longo do tempo, ou seja ela se conserva, o que é coerente tendo em vista que o sistema é conservativo. Com isso, o programa é validado para prosseguir com as simulações.

#### 4.4.2 Energia no cabo forçado com amortecimento e sem ADV acoplado

Nesta etapa considera-se uma excitação com amplitude de 2 N e frequência de forçamento igual à 12.86 Hz, e amortecimento proporcional, conforme a Eq. 3.32. Este forçamento é concentrado aplicado no nó global 18. Neste momento, o ADV ainda não é acoplado ao cabo. A energia total do condutor com forçamento pode ser visualizada na Fig. 16b.

Ao aproximar uma região da Fig. 16b, pode-se visualizar que a energia total é obtida através da soma das energias cinética e potencial, Fig. 16a.



- (a) Energia total no sistema amortecido sem ADV acoplado com a presença de um forçamento. (b) Energias total, cinética e potencial do cabo, sem ADV acoplado e forçamento externo harmônico.

Figura 16 – Energia no cabo forçado com amortecimento e sem ADV acoplado.

O segundo gráfico da Fig. 16b mostra a configuração do cabo quando a energia total é máxima.

#### 4.4.3 Energia no cabo com excitação harmônica, amortecimento próprio e ADV acoplado

A Fig. 17 representa a energia total no cabo e no ADV quando este está acoplado. Uma força concentrada de amplitude 2 N e frequência de forçamento 12,86 Hz é aplicada à 12,68 metros da origem (nó global 18), o que causa uma deformação na configuração espacial do cabo nesse ponto. De acordo com a Eq. 2.2, na terceira frequência natural, por exemplo, o comprimento de onda é  $\lambda = 8,92m$ . Neste caso, a partir da Eq. 2.1 tem-se que o posicionamento ótimo do absorvedor no cabo deve ser em  $X_s = 3.79m$  do grampo de suspensão (aproximadamente no nó 6 a 3.52 m ou no nó 15 a 9,86 m da origem).

Na Fig. 17 a energia é medida na posição  $x=6.58m$ . Na Fig. 17a a energia total do cabo é nula no regime permanente da curva. Nesse ponto, a configuração do cabo corresponde à situação de energia total máxima. Por outro lado, a energia total no ADV, Fig. 17b, possui um resíduo que vai se estabilizando em torno de cerca de 3J.

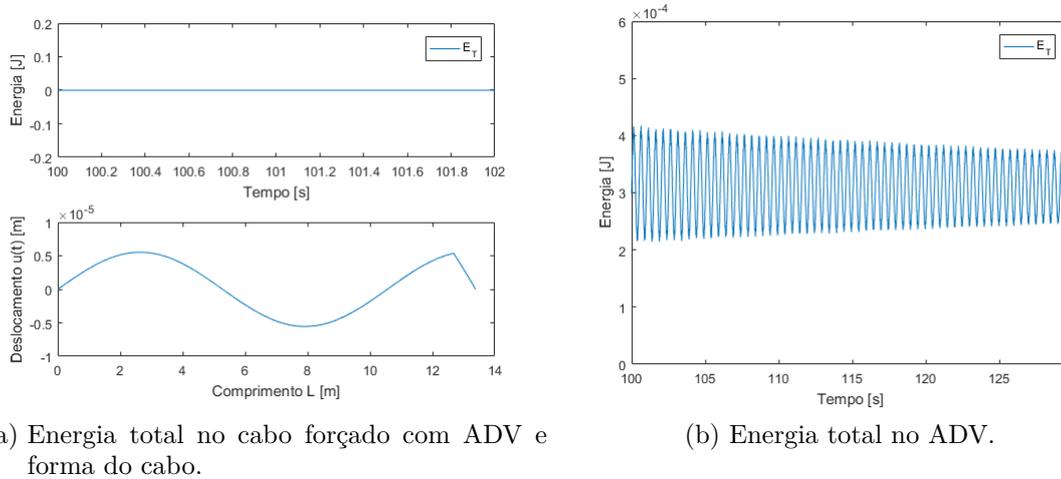


Figura 17 – Energia no cabo e no ADV com excitação harmônica, amortecimento próprio e ADV acoplado.

Comparando-se a Fig. 17a com a Fig. 16b é possível verificar a diminuição da energia do cabo com o acoplamento do ADV, que vai para zero, o que mostra que o absorvedor cumpriu seu papel de absorver a vibração nessa frequência.

## 4.5 Análise do posicionamento do ADV

Para verificar a eficácia do ADV, o cabo é excitado em cada uma das cinco primeiras frequências naturais ímpares e o ADV posicionado ao longo do cabo em cada um dos 18 nós globais, sendo o nó 0 e o nó 19 as extremidades do cabo presas ao grampo de suspensão.

Duas análises são feitas: a primeira com um forçamento distribuído aplicado à cada um dos nós globais interno igualmente e a segunda com um forçamento concentrado aplicado à 12,68 m da origem (nó 18). A energia total máxima é verificada a cada simulação no regime permanente.

### 4.5.1 Forçamento Harmônico Uniformemente Distribuído

A seguir são apresentados os resultados das simulações feitas com um forçamento harmônico uniformemente distribuído ao longo do cabo. Esse forçamento é representado por uma força concentrada de amplitude de 2 N em todos os nós globais do cabo.

No primeiro caso considera-se  $\omega_1 = 4.29Hz$ , que corresponde à 1ª frequência natural do cabo. A Fig. 18 apresenta a energia total do cabo em regime permanente de acordo com o posicionamento do ADV nos diferentes nós. A energia quando o ADV é posicionado nos nós 1 a 5 e 14 a 18 não aparecem na figura pois possuem um valor muito alto e deseja-se obter o posicionamento com menor energia possível. Considerando que a

posição de máxima amplitude no primeiro nó é no centro do vão, 19b, e que com o ADV posicionado nessa região, a energia total foi mínima, considera-se o nó 9 e 10 os melhores nós para posicionamento do ADV.

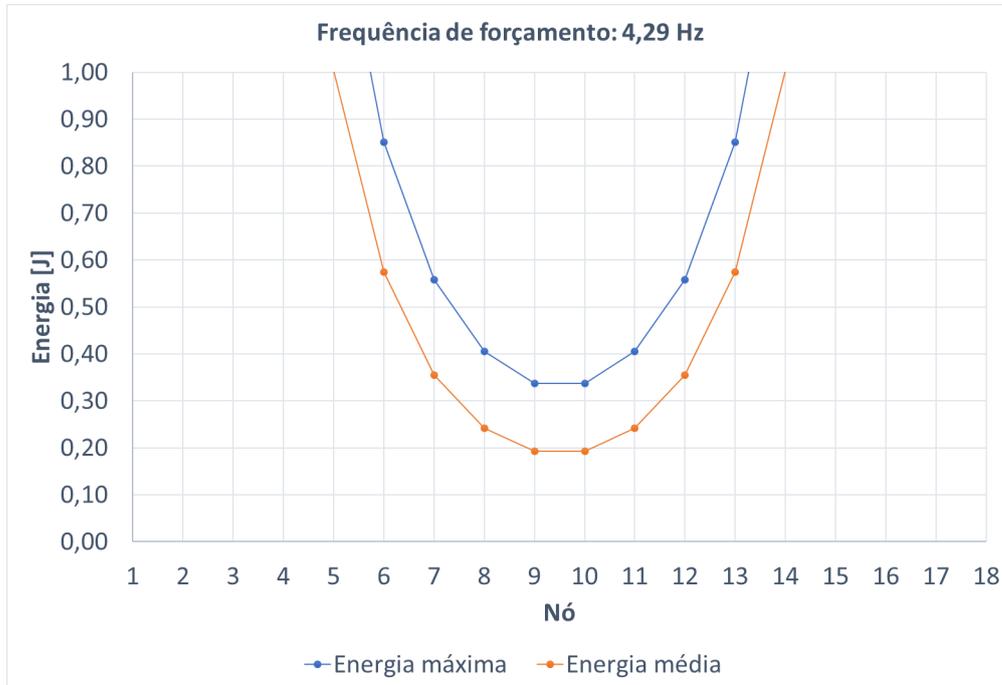
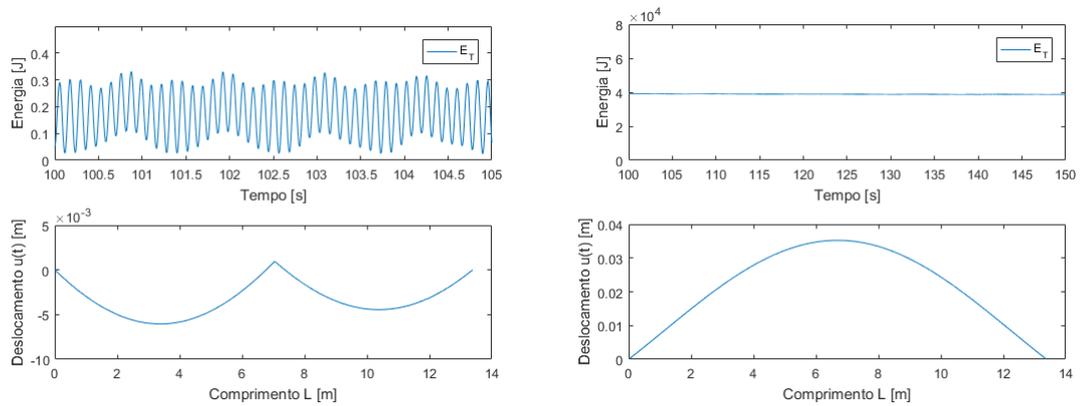


Figura 18 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado

Na Fig. 18, a menor energia máxima (curva azul), em torno de 0,33 J, está nos nós 9 e 10, a 6,34 e 7,04 metros da origem, respectivamente. A energia e o deslocamento (a partir de  $t=100$  s) do cabo no nó 10 é mostrado na Fig. 19a.

O cabo sem o ADV acoplado pode ser visualizado na Fig. 19b. A Fig. 19a é a energia total no regime permanente da curva, que quando comparada com a Fig. 19b mostra o quanto de energia é dissipada ao acoplar o ADV no cabo, indicando sua eficácia. A energia vai da ordem de  $10^4$ J sem ADV para quase zero com ADV. A forma do cabo pode ser visualizada na parte debaixo de cada figura.



(a) Energia total e deslocamento do cabo com o ADV acoplado a 7,04 m da origem (nó 10) para a primeira frequência de ressonância. (b) Energia total e deslocamento do cabo sem acoplamento do ADV para a primeira frequência de ressonância.

Figura 19 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 1ª frequência natural, com e sem ADV acoplado.

Como segundo caso de análise, excita-se o sistema na 3ª frequência natural  $\omega = 12,86\text{Hz}$ . A Fig. 20 mostra a energia total do cabo em cada um dos 18 nós globais. A energia total do cabo quando o ADV é posicionado nos nós 6 e 13 não é mostrada, uma vez que tende ao infinito. É importante destacar a simetria da energia total, ocasionada pela força distribuída. Percebe-se que a menor energia total nessa frequência está no nó 4, ou simetricamente no nó 15, a 2,82 m do grampo de suspensão. As posições de menor energia total são localizadas nas regiões de máxima amplitude do terceiro modo.

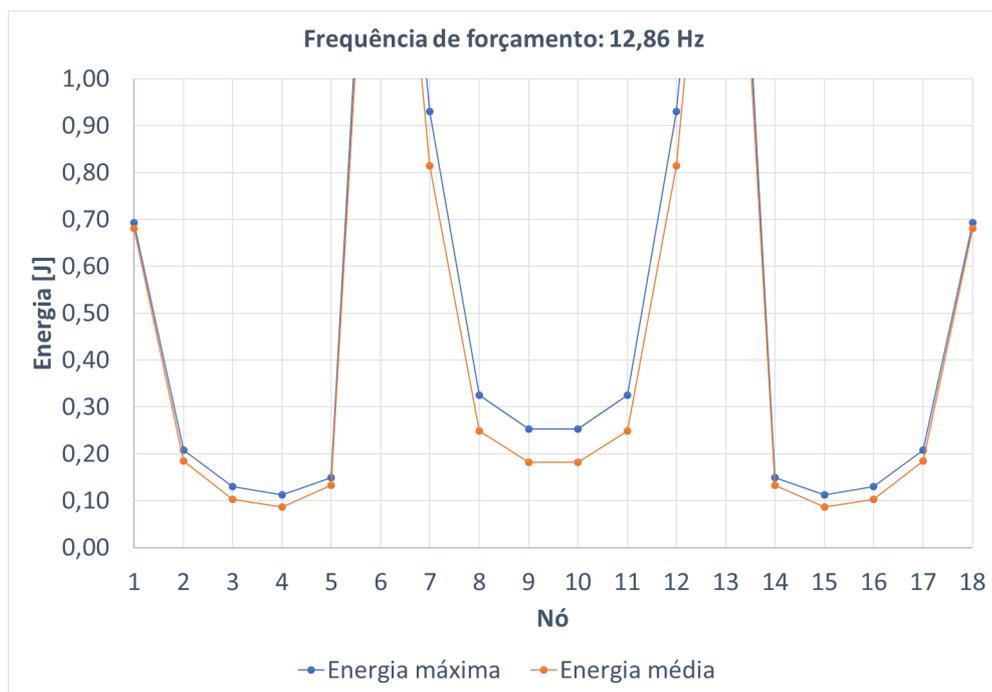
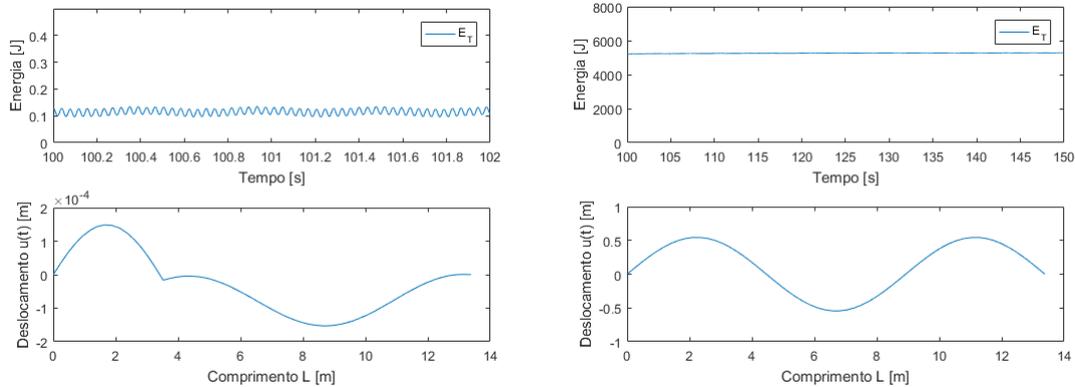


Figura 20 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado

A resposta do sistema na menor energia máxima é visualizada na Fig. 21a, quando o ADV está no nó 4. No regime permanente a partir de 100 s a energia reduz da ordem de  $10^3$  para 0,1 J. Ela pode ser comparada com a Fig. 21b, mostrando a melhora na diminuição da vibração com o acoplamento do ADV.



(a) Energia total e deslocamento do cabo na 3<sup>a</sup> frequência de ressonância com o ADV acoplado a 2,82 m da origem (nó 4). (b) Energia total e deslocamento do cabo na 3<sup>a</sup> frequência de ressonância sem acoplamento do ADV.

Figura 21 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 3<sup>a</sup> frequência natural, com e sem ADV acoplado.

As curvas dos deslocamentos mostradas na parte inferior das Fig. 21a e 21b representam a configuração espacial do cabo no instante de tempo onde a energia total é máxima.

A análise do cabo na 5<sup>a</sup> frequência  $\omega = 21,45 Hz$  com excitação harmônica distribuída é apresentada na Fig. 23. Essa figura mostra a energia total do cabo quando o ADV é posicionado em cada um dos nós globais. A menor energia máxima está presente quando o ADV é posicionado no nó 2, ou simetricamente no nó 17, ambas a 1,41 m do grampo de suspensão.

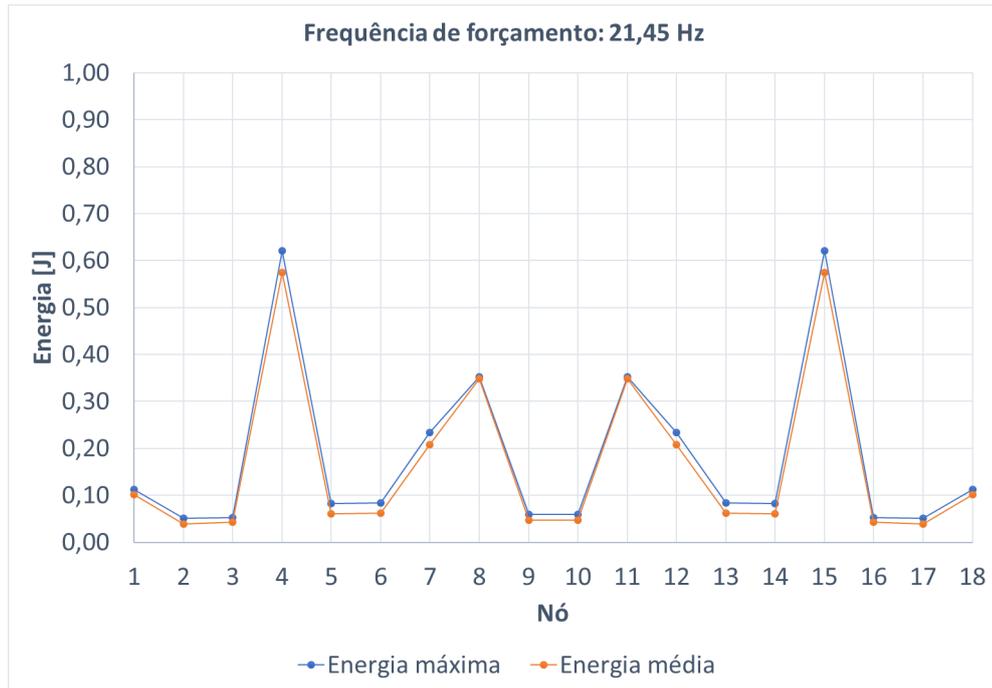
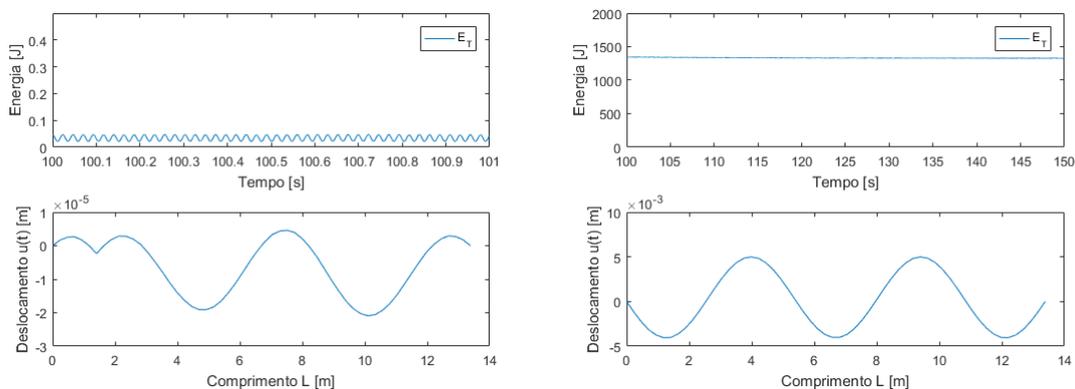


Figura 22 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado.

A menor energia total da Fig. 22 ocorre quando o ADV é posicionado no nó 2. Essa energia total pode ser visualizada na Fig. 23a, no regime permanente. A comparação entre os dois gráficos superiores da Fig. 23 permite comparar a diminuição da energia total no cabo quando o ADV é acoplado. Pode-se notar uma inflexão no deslocamento nessa figura que é o ponto onde o ADV está acoplado. Nas partes inferiores, é mostrado a configuração espacial do cabo quando a energia total no cabo é máxima.



(a) Energia total e deslocamento do cabo da 5<sup>a</sup> frequência de ressonância com o ADV acoplado a 1,41 m da origem (nó 2). (b) Energia total e deslocamento do cabo na 5<sup>a</sup> frequência de ressonância sem acoplamento do ADV.

Figura 23 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 5<sup>a</sup> frequência natural, com e sem ADV acoplado.

A análise do cabo na 7<sup>a</sup> frequência  $\omega = 30,05 Hz$  com excitação harmônica dis-

tribuída é mostrada na Fig. 24. Essa figura representa a energia total do cabo quando o ADV é posicionado em cada um dos nós globais. A menor energia máxima se localiza à 1,41 m do grampo de suspensão (nó 2), ou simetricamente no nó 17.

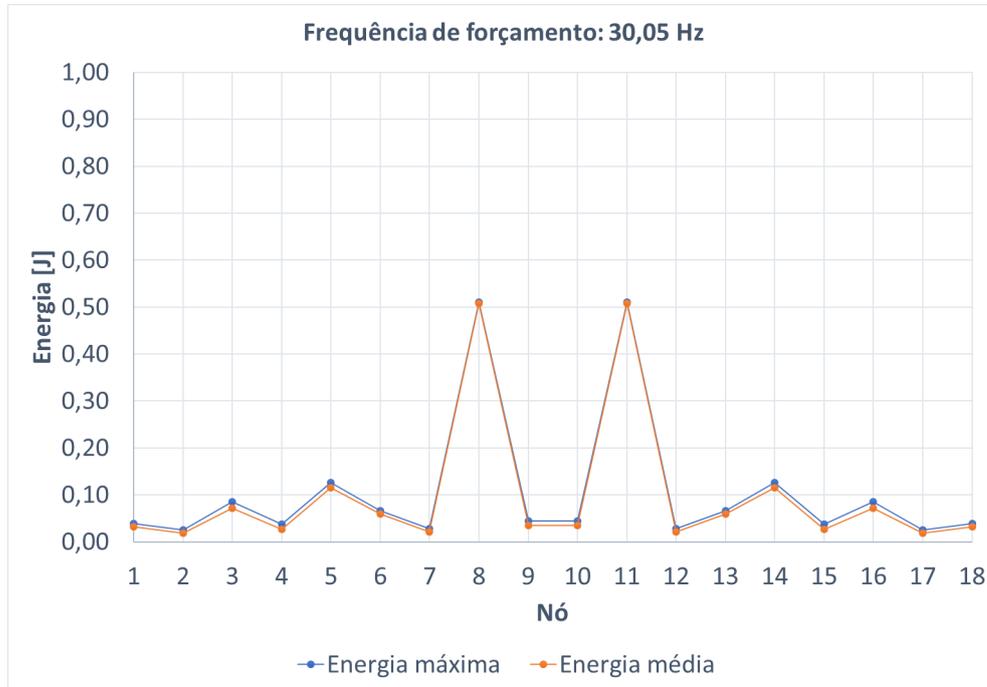
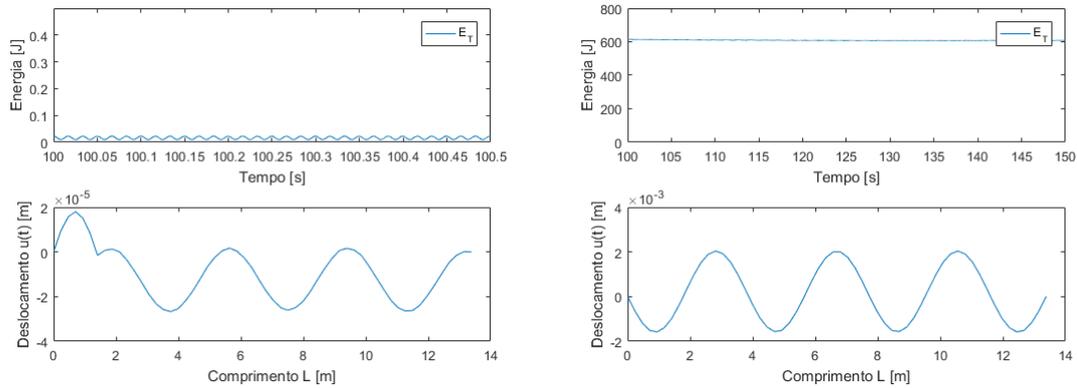


Figura 24 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado.

A energia total no nó 2 é mostrada na Fig. 25a. A comparação destes dois gráficos da Fig. 25 permite verificar a melhora do sistema com o acoplamento do ADV. A energia total vai de 600 J para quase zero com o ADV acoplado.

A parte inferior da Fig. 25 representa a configuração espacial do cabo quando a energia total é máxima. Na Fig. 25a, a inflexão no deslocamento a 1,41 m da origem é o ponto onde está o ADV.



(a) Energia total e deslocamento do cabo da 7<sup>a</sup> frequência de ressonância com o ADV acoplado a 1,41 m da origem. (b) Energia total e deslocamento do cabo na 7<sup>a</sup> frequência de ressonância sem acoplamento do ADV.

Figura 25 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 7<sup>a</sup> frequência natural, com e sem ADV acoplado.

A análise do cabo na 9<sup>a</sup> frequência  $\omega = 38,67 Hz$  com excitação harmônica distribuída é apresentada na Fig. 26. Essa figura representa a energia total do cabo quando o ADV é posicionado em cada um dos nós globais. A menor energia total se localiza a 0,704 m do grampo de suspensão, nó 1.

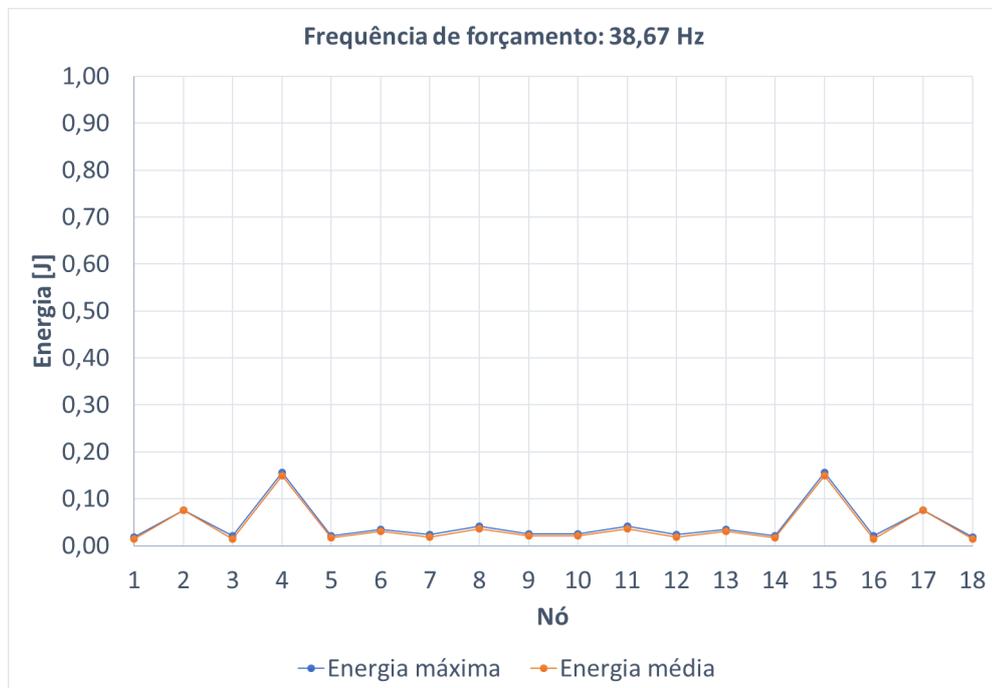
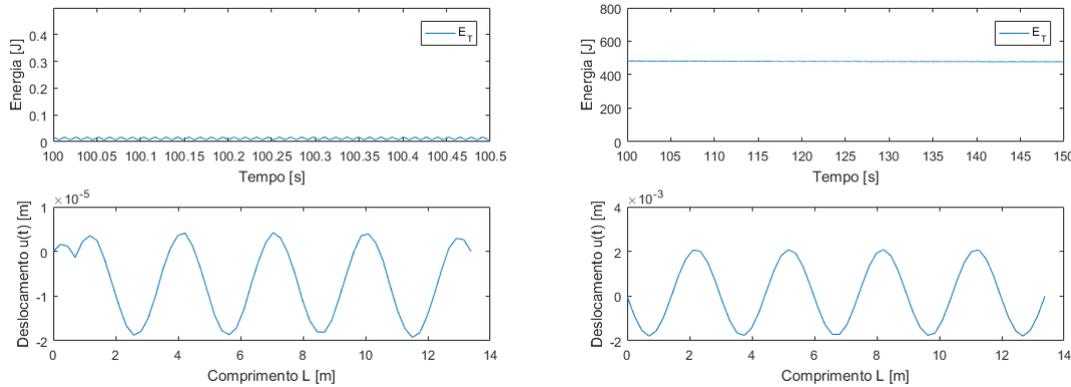


Figura 26 – Energia máxima (azul) e média (laranja) do cabo com relação ao nó (posição) em que o ADV é acoplado.

A energia total no nó 1 é mostrada na Fig. 27a. A energia total no cabo reduz de 500 J, Fig. 27b, para quase zero com o acoplamento do ADV, Fig. 27a.

Nas curvas da parte inferior da Fig. 27 é verificada a configuração espacial do cabo quando a energia total é máxima. A inflexão demonstrada na Fig. 27a na curva inferior se deve ao posicionamento do ADV estar localizado nesse nó.



- (a) Energia total e deslocamento do cabo da 9<sup>a</sup> frequência de ressonância com o ADV acoplado a 0,704 m da origem. (b) Energia total e deslocamento do cabo na 9<sup>a</sup> frequência de ressonância sem acoplamento do ADV.

Figura 27 – Energia no cabo com excitação harmônica distribuída na 9<sup>a</sup> frequência natural, com e sem ADV acoplado.

As figuras 18, 20, 22, 24 e 26 são simétricas, o que mostra coerência nos resultados, haja visto que o forçamento é distribuído igualmente ao longo do cabo.

Uma comparação entre a menor energia total do cabo quando o método proposto é baseado na energia, e a energia com a posição do ADV segundo recomendação da CIGRÉ é apresentada na Fig. 28. Esse gráfico representa uma compilação de todos os resultados citados nesta Seção 4.5.1.

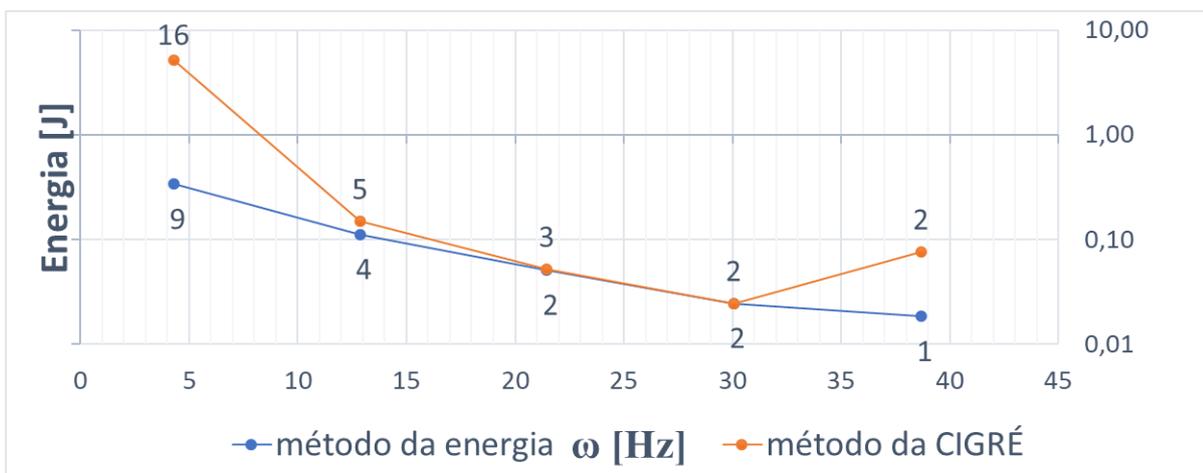


Figura 28 – Comparação entre a menor energia total calculada e da CIGRÉ quando a força aplicada é distribuída igualmente nos nós globais.

A curva vermelha é a curva que representa a energia total quando o ADV é posicionado segundo a Norma, ou simplesmente, a curva da CIGRÉ. Já a curva azul representa

a energia total obtida segundo o método energético.

Os números presentes em cada ponto das curvas representam a posição (nós globais do cabo) em que a energia total é mínima, ou seja, o melhor posicionamento do ADV no cabo dentre os nós avaliados. Na curva da CIGRÉ, a menor energia máxima na frequência de 4.29 Hz, por exemplo, ocorre quando o ADV está no nó 16, ao passo que na curva azul, o melhor posicionamento se localiza no nó global 9 do cabo.

É possível notar pela Fig. 28 que na primeira frequência há uma discrepância grande entre a curva calculada e a da CIGRÉ no que diz respeito à energia e ao posicionamento. Nas outras frequências os resultados foram mais próximos, principalmente nas 5ª e 7ª frequências naturais, como é possível visualizar no gráfico. Nas 3ª e 9ª frequências naturais há uma melhora da energia da curva azul em relação a da alaranjada, e a melhor posição do ADV ficou bem próxima entre as duas.

A seguir, a Fig. 29 mostra a energia máxima do cabo sem o ADV acoplado quando a força aplicada é harmônica e distribuída ao longo do cabo.

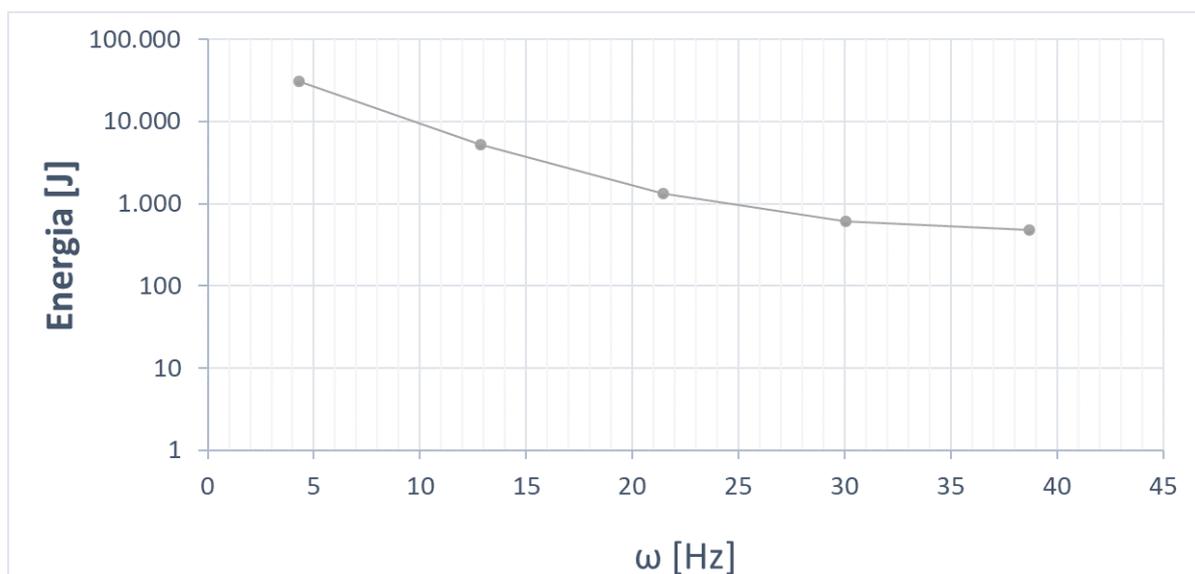


Figura 29 – Energia máxima quando o ADV está desacoplado para cada uma das frequências de ressonância estudadas

Considerando-se a Fig. 29 com a Fig.28, pode-se perceber que sem o ADV acoplado a energia máxima no cabo assume valores muito maiores do que quando o ADV está acoplado, demonstrando a eficácia do ADV.

É possível visualizar também, na Fig. 29, o padrão decrescente do gráfico, onde a energia vai diminuindo para um mesmo forçamento de entrada. Isto reforça a coerência dos resultados, uma vez que uma frequência maior contém mais picos na curva, e portanto deslocamentos menores.

### 4.5.2 Forçamento Harmônico Concentrado

A seguir são apresentados os resultados das simulações feitas com um forçamento concentrado a 12,67 metros da origem (nó 18), que seria equivalente a 0,704 m do grampo de suspensão. O forçamento aplicado tem amplitude de 2 N e a frequência de forçamento varia de acordo com as cinco primeiras frequências naturais ímpares do cabo. Assim como para o caso distribuído, os melhores valores para cada frequência são mostrados na Fig. 30.

A Fig. 30 mostra uma comparação entre a menor energia total do cabo quando o ADV é posicionado pela abordagem energética proposta e a energia segundo a posição recomendada pela CIGRÉ.

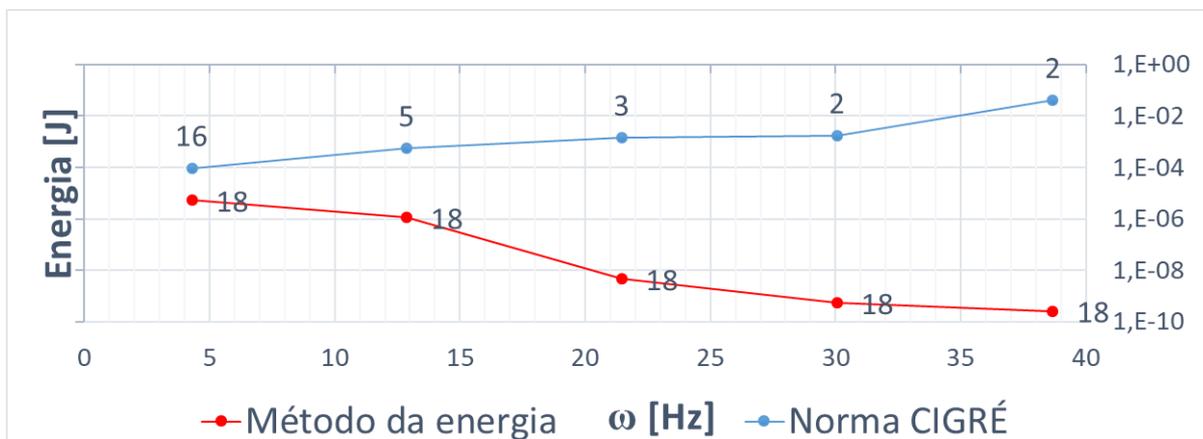


Figura 30 – Comparação entre a menor energia total calculada e da CIGRÉ quando a força aplicada é concentrada no nó global 18.

A curva vermelha representa a energia total do condutor quando o ADV é posicionado ao longo do cabo. Já a curva em azul representa a energia total do cabo com excitação concentrada quando o posicionamento do ADV é calculado pela Norma da CIGRÉ.

A Fig. 30 mostra o melhor posicionamento do ADV para as diferentes frequências de excitação pelo método proposto e pela norma, que são representadas pelos números nas curvas. Estes números são os nós globais do cabo, por exemplo, na curva calculada, a melhor posição para o ADV em todas as frequências foi no nó global 18 (mesmo nó em que o forçamento foi aplicado). Por outro lado, verifica-se que a curva da CIGRÉ possui diferentes melhores posições para cada frequência.

Da mesma forma, a Fig. 30 apresenta uma comparação das menores energias máximas para cada frequência testada. No caso numérico, o posicionamento do ADV foi mais eficiente em todos os casos quando comparado com o posicionamento sugerido pela CIGRÉ, pois a curva vermelha se manteve abaixo da curva azul em todas as frequências.

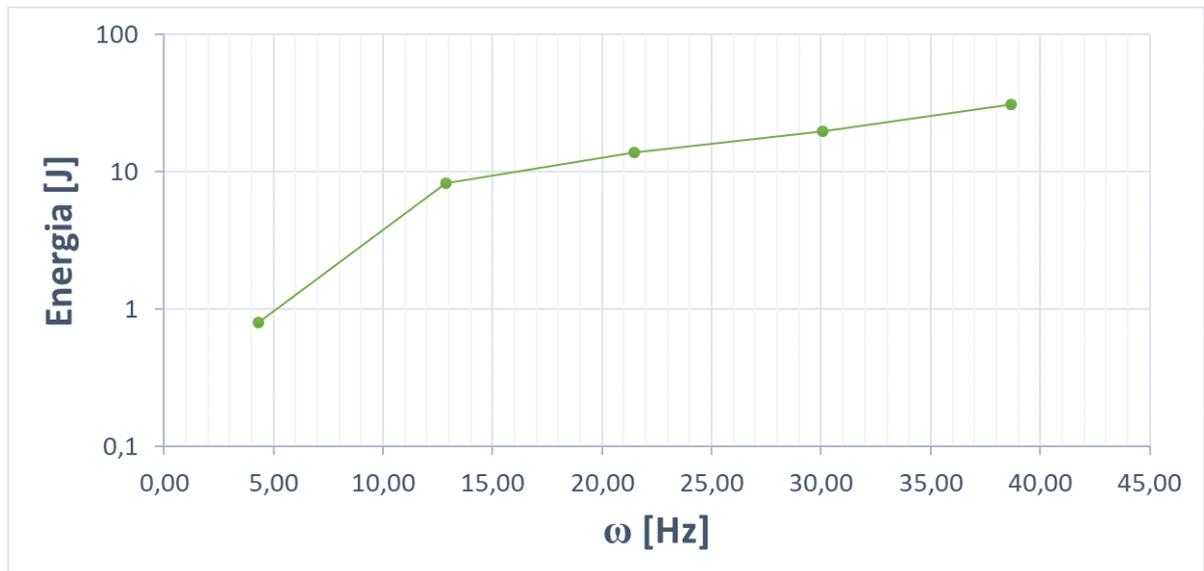


Figura 31 – Energia máxima quando o ADV está desacoplado para cada uma das frequências de ressonância estudadas

Comparando-se a Fig. 31 com a Fig.30 percebe-se que sem o ADV acoplado a energia total no cabo assume valores muito maiores do que quando o ADV está acoplado, o que reforça a eficácia na utilização do ADV.

### 4.5.3 Análise Comparativa

A Fig. 32 apresenta uma comparação das melhores posições do ADV para cada uma das frequências de excitação avaliadas quando o forçamento aplicado é distribuído ao longo do cabo. O gráfico apresenta o posicionamento do ADV quando a energia total é mínima em função da frequência. A curva considerando forçamento distribuído (azul) pelo método utilizado é comparada com a curva com o posicionamento do ADV recomendado pela CIGRÉ (cinza). Além disso, o valor da energia total é apresentada em cada ponto.

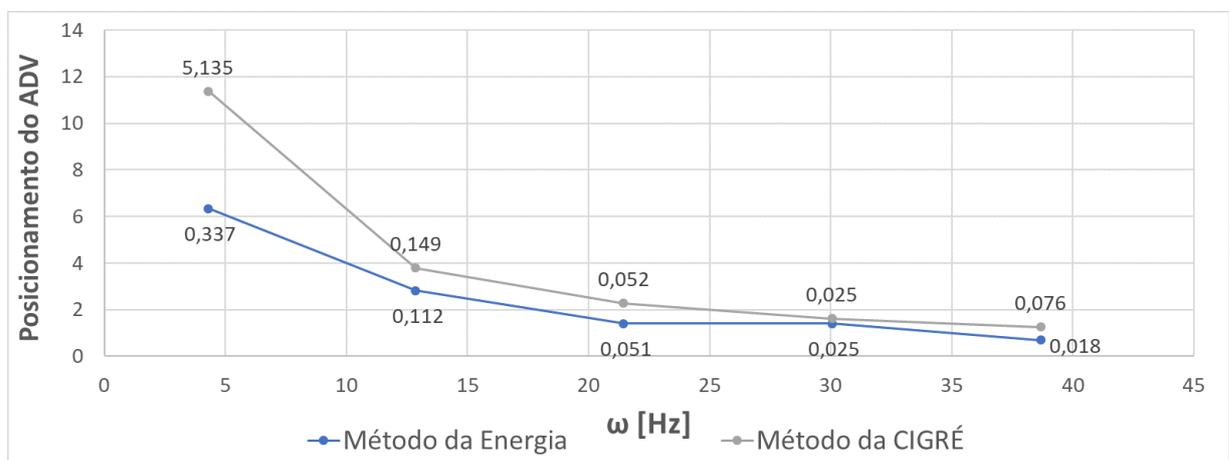


Figura 32 – Comparação entre as melhores posições do ADV entre a CIGRÉ e o método proposto, para forçamento distribuído.

A Fig. 33 apresenta uma comparação das melhores posições do ADV para cada uma das frequências de excitação avaliadas quando o forçamento é concentrado. A curva amarela representa o posicionamento do ADV calculado pelo método proposta, enquanto a curva cinza representa o posicionamento do ADV segundo recomendações da CIGRÉ. O valor da energia total é mostrada em cada ponto.

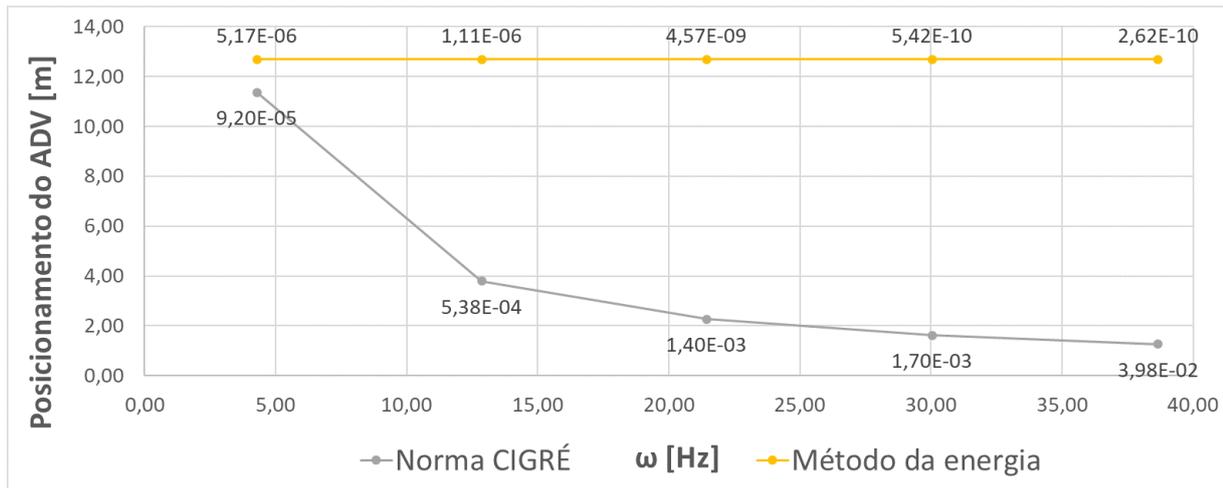


Figura 33 – Comparação entre as melhores posições do ADV entre a CIGRÉ e o método proposto, para forçamento concentrado.

A Fig. 33 mostra que em ambos os casos, pela norma e pelo método proposto, a energia possui valores quase nulos.

A literatura diz que o absorvedor deve ser colocado próximo ao grampo de suspensão, portanto a simulação se mostra coerente. O caso concentrado sugere que o ADV seja mais eficaz sempre quando colocado a 12,68 metros da origem num vão de 13,385 metros, ou seja, a 0,704 m do grampo de suspensão, próximo ao forçamento aplicado.

O caso distribuído tem uma curva mais próxima à curva da norma (laranja e cinza). Porém, na primeira frequência, o posicionamento não fica próximo ao grampo de suspensão.

A redução percentual de energia, considerando o posicionamento proposto e o calculado de acordo com a CIGRÉ é denominada Eficiência do ADV, ou seja, quanto as vibrações no ADV melhoraram quando este foi posicionado segundo o método energético. Por exemplo, na Tab. 6, o ADV melhora 93,44% em relação à Norma da CIGRÉ quando acoplado na posição do programa.

As energias totais em todas as frequências analisadas já possuem valores bem próximos de zero quando o forçamento aplicado é concentrado, o que significa que o método proposto não apresentou melhora comparado aos valores obtidos pela CIGRÉ, como mostra a Fig. 33.

A Tab. 6 apresenta o percentual de melhora do uso do método energético em

relação ao da CIGRÉ.

Tabela 6 – Eficiência do modelo sobre a CIGRÉ quando o forçamento aplicado é distribuído ao longo do cabo.

Frequência natural [Hz]	Eficiência (Distribuída)
(1) 4,29	93,44 %
(3) 12,86	25,07 %
(5) 21,45	2,30 %
(7) 30,05	0,00 %
(9) 38,67	75,88 %

Na Tab. 28, a 5<sup>a</sup> e a 7<sup>a</sup> frequências naturais tiveram pouca melhora quando comparadas com a norma, sendo que na frequência de 30,05 Hz, a eficiência é nula, ou seja, não há melhora. Pode-se perceber que, em todos os casos, a energia foi reduzida com o acoplamento do ADV posicionado segundo o método proposto.



# 5 CONCLUSÕES

## 5.1 Considerações Gerais

O objetivo desse trabalho foi avaliar o comportamento dinâmico de um cabo com e sem absorvedor, buscando um melhor posicionamento do mesmo, a fim de servir como suporte para a diminuição das amplitudes de vibração nas linhas aéreas de transmissões existentes. Com isso, pretende-se aumentar a resistência dos cabos condutores sob ação de carregamentos externos, evitando a paralisação do fornecimento de energia elétrica para determinadas regiões.

O primeiro passo para atingir o objetivo principal foi o desenvolvimento de um modelo de cabo e a avaliação das frequências e modos de vibração. Os parâmetros do cabo modelado foram baseados no trabalho de [Barbieri et al. \(2004a\)](#). Dessa forma, a implementação computacional feita a partir do MEF pode ser validada com os resultados experimentais da bibliografia. Os resultados numéricos tiveram uma boa concordância com os resultados analíticos, conforme mostrado na Tab. 5.

Primeiramente, o sistema livre foi analisado para validação do programa, no qual foi escolhida uma excitação igual a terceira frequência natural para as simulações. Os resultados foram satisfatórios e se mostraram compatíveis com a revisão bibliográfica, conforme Fig. 13b. Em seguida, foi feita a implementação de um forçamento no programa. Mais uma vez, os resultados foram satisfatórios.

A partir daí, a implementação da energia no programa pôde ser estudada. Pode-se constatar que as simulações corresponderam ao que se era esperado, tendo a energia se conservado na ausência de forçamento e amortecimento (Fig. 15); aumentado drasticamente ao excitar o cabo na terceira frequência de ressonância (Fig. 16b); e diminuído ao ser adicionado um ADV no cabo forçado (Fig. 17a).

Com todo esse estudo e validação, a energia total do cabo pôde ser avaliada para o posicionamento do ADV em cada um dos nós globais internos em todas as cinco primeiras frequências naturais ímpares a fim de encontrar um melhor posicionamento daquele das normas. A Fig. 33 mostrou que o melhor posicionamento para o ADV em todos os casos para a simulação com força concentrada ficou perto do grampo de suspensão, a 0,704 m, assim como previsto pelas normas. Para o caso simulado com força distribuída, os posicionamentos do ADV nas diferentes frequências de ressonância ficaram próximos ao da CIGRÉ.

É importante destacar que em todos os casos com força aplicada distribuída ao

longo do cabo, o absorvedor diminuiu consideravelmente a vibração no condutor quando comparada com a CIGRÉ. Para o caso de força concentrada, a energia total pelo método da CIGRÉ já possuía valores pequenos, de forma que não haveria necessidade de melhora dos níveis de vibração.

Nas simulações realizadas foram utilizados forçamentos distribuídos e concentrados, entretanto, é importante deixar claro que em uma situação real o forçamento (vento) não atinge todo o cabo de forma igual.

## 5.2 Propostas para futuros trabalhos

Como proposta para trabalhos futuros, sugere-se avaliar o posicionamento do ADV segundo outras combinações de posição do forçamento concentrado para avaliar o porquê desse padrão encontrado nos resultados sempre no nó 18.

Como tratado anteriormente, um outro tema de dissertação seria a investigação da modificação dos modos e frequências naturais pela forma espacial do forçamento. O porquê em um forçamento todo constante, onde os modos pares são anti-simétricos, os deslocamentos ficam próximos de zero.

Sugere-se também uma verificação do forçamento distribuído com amplitudes diferentes para cada nó de forma a ter uma representação melhor do modelo de vento aleatório que incide no cabo.

O modelo do ADV utilizado neste trabalho foi simplificado, de um sistema de 1 GDL, e uma possível continuação interessante seria melhorar essa modelagem do absorvedor.

Por último, um estudo de otimização do posicionamento do ADV poderia aprofundar este tema de forma mais completa, além de poder desenvolver uma fórmula geral para casos como este.

# Referências

- ALENCAR, R. F. M. de. Fadiga em cabos condutores tipo cal dispostos em feixe duplo vertical - um estudo de caso para uma linha de transmissão de 230 kv. Programa de Pós Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia. Universidade de Brasília, 2013.
- ARRUDA, A. C. F. de. Análise de amortecedores para linhas de transmissão de energia elétrica. Faculdade de Engenharia de Campinas, 1975.
- AZEVEDO, C. R. F.; CESCO, T. Failure analysis of aluminum cable steel reinforced (acsr) conductor of the transmission line crossing the paraná river. In: *Engineering Failure Analysis*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 9, p. 645–664.
- BARBIERI, N. et al. Dynamical analysis of transmission line cables. part 1 - linear theory. In: *Mechanical Systems and Sygnal Processing*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 18, p. 659–669.
- BARBIERI, N. et al. Dynamical analysis of transmission line cables. part 2 - damping estimation. In: *Mechanical Systems and Sygnal Processing*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 18, p. 671–681.
- BARBIERI, N. et al. Dynamical analysis of transmission line cables. part 3 - nonlinear theory. In: *Mechanical Systems and Sygnal Processing*. [S.l.: s.n.], 2008. v. 22, p. 992–1007.
- CANALES, C. N. et al. Optimal design of stockbridge dampers. In: *Ingeniería Mecánica. Tecnología y Desarrollo*. [S.l.: s.n.], 2008. v. 2, p. 193–199.
- CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. *Métodos Numéricos para Engenheiros*. Quinta edição. [S.l.: s.n.], 2011.
- CLAREN, R.; DIANA, G. Vol. pas-88, *Mathematical analysis of transmissions line vibrations*. 1969.
- DESAI, Y. M. et al. Finite element modelling of transmission line galloping. In: *Computer and Structures*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 57, p. 407–420.
- DIANA, G. et al. Vol. 18, *Stockbridge-Type Damper Effectiveness Evaluation: Part I - Comparison Between tests on span and on the shaker*. 2003.
- FERNANDES, V. et al. Posicionamento ótimo de absorvedores dinâmicos de vibrações aplicados a tubulações utilizando análise numérica por elementos finitos. Faculdade de Engenharia mecânica da UNESP, 2009.
- HAGEDORN, P. et al. Vortex-excited vibrations in bundled conductors: a mathematical model. In: *Journal of Fluids and Structures*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 16, p. 843–854.
- IEC - INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. *Overhead lines: Requirements and tests for stockbridge type aeolian vibration dampers*. Geneva, 1998.
- INMAN, D. J. *Engineering vibration*. University of Michigan, 2014.

- LABEGALINI, P. R. et al. *Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de transmissão*. 2nd edition. ed. [S.l.: s.n.], 1992.
- LIBERMAN, A. J.; KRUKOV, K. P. Session 23-06 - CIGRE, *Vibration of overhead line conductors and protection against it in the U.S.S.R.* 1968.
- MARCHI, M. E.; MERINO, V. J. Z. Análise dinâmica de amortecedores tipo stockbridge. trabalho de conclusão de curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014.
- MEIROVITCH, L. *Elements of Vibration Analysis*. 2nd edition. ed. [S.l.: s.n.], 1975.
- OLIVEIRA, H. de S. Análise dinâmica de um stockbridge pseudoelástico. Faculdade de Tecnologia. Universidade de Brasília, 2011.
- PINGSTONE, A. *Stockbridge dampers on a 400 KV line near Castle Combe, England*. 2014. Acessado em 18/11/2017. Disponível em: <[https://en.wikipedia.org/wiki/Stockbridge\\_damper#/media/File:Stockbridge\\_dampers\\_on\\_an\\_English\\_400\\_KV\\_line\\_arp.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Stockbridge_damper#/media/File:Stockbridge_dampers_on_an_English_400_KV_line_arp.jpg)>.
- RAO, S. S. *Vibrações Mecânicas*. Quarta edição. [S.l.: s.n.], 1975.
- RAO, S. S. *The Finite Element Method in Engineering*. Fourth edition. [S.l.: s.n.], 2004.
- SANTOS, D. F. dos. Análise dinâmica de absorvedores de vibração do tipo stockbridge. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2015.
- SANTOS, J. M. M. dos. Modelling and analysis of wind-excited vibrations of transmission lines. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2015.
- SAVI, M. *Dinâmica Não-linear e Caos*. [S.l.: s.n.], 2006.
- SILVA, V. P. Estudo numérico e experimental em amortecedores tipo stockbridge para linhas de transmissão aéreas. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2006.
- SWEDISH NATIONAL GRID. *TR05-09-1E: Overhead transmission lines vibration dampers*. [S.l.], 2016.
- THE INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS. *IEEE Std 664: Ieee guide for laboratory measurement of the power dissipation characteristics of aeolian vibration dampers for single conductors*. [S.l.], 1993.
- THE INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS. *Technical Report PES-TR17: An introductory discussion on aeolian vibrations of single conductors*. [S.l.], 2015.
- VECCHIARELLI, J. et al. Computational analysis of aeolian conductor vibration with a stockbridge-type damper. In: *Journal of Fluids and Structures*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 14, p. 489–509.
- WOLF, H. et al. Using the energy balance method in estimation of overhead transmission line aeolian vibrations. In: *Strojarsstvo*. [S.l.: s.n.], 2008. v. 50, p. 269–276.