

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

**INVESTIGAÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA EM MODELO DE
TORRE EÓLICA COM ACOPLAMENTO ENTRE ROTOR E
ELEMENTOS ESTRUTURAIS SOB EFEITO DE CARGAS
AXIAIS**

Por:

LAÍS COSTA E CASTRO

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**INVESTIGAÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA EM MODELO DE
TORRE EÓLICA COM ACOPLAMENTO ENTRE ROTOR E
ELEMENTOS ESTRUTURAIS SOB EFEITO DE CARGAS
AXIAIS**

LAÍS COSTA E CASTRO

**ORIENTADOR: MARCELA RODRIGUES MACHADO
COORIENTADOR: MARCUS VINICIUS GIRÃO DE MORAIS
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS
PUBLICAÇÃO: ENM-DM 289/2018
BRASÍLIA/DF: JUNHO – 2018**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**INVESTIGAÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA EM MODELO DE
TORRE EÓLICA COM ACOPLAMENTO ENTRE ROTOR E
ELEMENTOS ESTRUTURAIS SOB EFEITO DE CARGAS
AXIAIS**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIAS MECÂNICAS DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS
MECÂNICAS.**

APROVADA POR:

**Profa. Marcela Rodrigues Machado, DSc. (ENM-UNB)
(Orientador)**

**Prof. Marcus Vinicius Girão de Moraes, Dr. Univ. (ENM-UNB)
(Coorientador)**

**Profa. Aline Souza de Paula, DSc. (ENM-UNB)
(Examinador Interno)**

**Profa. Suzana Moreira Ávila, DSc. (FGA-UNB)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, 29 DE JUNHO DE 2018.

FICHA CATALOGRÁFICA

CASTRO, LAÍS COSTA E

Investigação analítico-numérica em modelo de torre eólica com acoplamento entre rotor e elementos estruturais sob efeito de cargas axiais [Distrito Federal] 2018.

101p. 210x297mm (PPGCM/FT/Unb, Mestre, Ciências Mecânicas, 2018).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Programa de Pós-Graduação em Ciências Mecânicas.

1. Análise Modal 2. Energia Eólica 3. Método de Galerkin 4. Método dos Elementos Finitos

I. ENM/FT/Unb

II. Brasília

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

CASTRO, L.C Investigação analítico-numérica em modelo de torre eólica com acoplamento entre rotor e elementos estruturais sob efeito de cargas axiais. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas. Publicação ENM.DM – 289/2018, Programa de Pós-Graduação em Ciências Mecânicas, Universidade de Brasília – Faculdade de Tecnologia, Brasília, DF, 101p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: LAÍS COSTA E CASTRO

TÍTULO: Investigação analítico-numérica em modelo de torre eólica com acoplamento entre rotor e elementos estruturais sob efeito de cargas axiais.

GRAU: Mestre ANO:2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

LAÍS COSTA E CASTRO

QS 1 Rua 210, lote 14 apt. 202

71950-770 Brasília – DF – Brasil.

À memória de meu avô, Seu Manel

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Márcio e Mônica que proporcionaram a vida maravilhosa que tive sob seus cuidados e que acreditaram no meu potencial. Obrigado por todo carinho, amor, broncas e suporte sempre. Obrigada por me lembrarem sempre do objetivo final e não me deixarem desistir.

A todos os professores que participaram da minha formação desde a alfabetização à pós-graduação, especialmente aos que integram o Grupo de Dinâmica de Sistemas da Universidade de Brasília. À minha orientadora Marcela e ao meu coorientador Marcus Vinicius que dedicaram seu tempo e conhecimento para possibilitar a conclusão desse trabalho, mesmo que fosse necessário explicar algo repetidas vezes.

Aos meus amigos Tiago e Cecília que em tantas noites de estudo não me deixaram dormir ou que durante o dia me proporcionaram discussões enriquecedoras e um cuidado nos momentos em que a saúde não colaborou. Ao João Cósmico por ser um espaço de apoio e acolhimento aos alunos, pelos debates dos mais diversos temas, em especial ao Álvaro e ao Kléverson por se disponibilizarem sempre para ajudar a todos.

Ao meu marido David, por me dar suporte nos meus piores momentos e me fazer querer ser melhor a cada dia em nossos 12 anos juntos. Sem ele esse trabalho não seria possível e minha vida não teria o mesmo gosto.

Lais Costa e Castro

“... Deixe o mundo um pouco melhor do que encontrou...”

Robert Baden-Powel

RESUMO

INVESTIGAÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA EM MODELO DE TORRE EÓLICA COM ACOPLAMENTO ENTRE ROTOR E ELEMENTOS ESTRUTURAIS SOB EFEITO DE CARGAS AXIAIS

Autor: Laís Costa e Castro

Orientador: Marcela Rodrigues Machado

Coorientador: Marcus Vinicius Girão de Moraes

Departamento de Engenharia Mecânica

Brasília, 29 de Junho de 2018.

Em busca de melhor aproveitamento da energia eólica disponível, a demanda em relação a projetos de torres eólicas é por torres cada vez mais altas e pás maiores. Pás de torres eólicas são estruturas flexíveis que estão sujeitas a altas velocidades do vento e restritas pela movimentação da torre. As principais forças aplicadas no sistema são do tipo inercial, gravitacional e aerodinâmica, que são responsáveis pelas vibrações da pá. Além disso, o acoplamento das vibrações da pá e da torre leva à um sistema com elevado grau de complexidade. A torre, em função de suas dimensões, pode ser modelada como uma viga esbelta e pode estar sujeita a vibrações excessivas, que podem causar acidentes. A primeira frequência natural da torre está contida na faixa de atuação das pás, então um estudo do seu acoplamento com as pás é necessário. Este trabalho foca no estudo da resposta dinâmica da interação torre-pá através de modelos dinâmicos discretos. O modelo discreto considera efeitos de peso-próprio e de força centrífuga devido à rotação das pás. Evidencia-se a relação entre posição do rotor e frequência de resposta do sistema e, também, entre velocidade de rotação e frequência de resposta do sistema.

ABSTRACT

ANALITICAL AND NUMERICAL INVESTIGATION OF WIND TURBINE MODEL CONSIDERING COUPLING BETWEEN ROTOR AND STRUCTURAL ELEMENTS UNDER AXIAL LOADING

Author: Laís Costa e Castro

Advisor: Marcela Rodrigues Machado

Co-advisor: Marcus Vinicius Girão de Moraes

Department: Mechanical Engineering

Brasília, June 29th, 2018.

To better exploit available wind energy, the demand for wind tower design is for increasingly higher towers and larger blades. Wind tower blades are flexible structures that are subject to high forcing velocities and restricted by tower movement. The main forces applied in the system are inertial, gravitational and aerodynamic, which are responsible for blade vibrations. In addition, coupling vibrations of the blade and the tower leads to a system with a high degree of complexity. The tower, depending on its size, is considered a slender beam and may be subject to excessive vibrations, which may cause accidents. The first natural frequency of the tower is contained in the operating range of the blades, so a study of their coupling with the blades is necessary. This work presents a study on dynamic response of tower-blade interaction through discrete dynamical models. The discrete model considers self-weight effects and centrifugal force due to blade rotation. It shows the relationship between rotor position and system frequency response and also between rotation speed and frequency response of the system.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
1.1	MOTIVAÇÃO	7
1.2	OBJETIVO	10
1.3	METODOLOGIA	10
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	12
2	TURBINAS EÓLICAS DE GRANDE CAPACIDADE	13
2.1	COMPONENTES PRINCIPAIS	14
2.2	AÇÕES MECÂNICAS	17
3	MODELAGEM DOS SISTEMAS EM ESTUDO	22
3.1	MODELO ANALÍTICO DE VIGA	24
3.1.1	MODELO DE TRÊS PÁS	30
3.2	MÉTODO DE GALERKIN	33
3.3	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	36
4	RESULTADOS	40
4.1	MODELOS DE UMA PÁ	41
4.1.1	CONTORNO ENGASTADO/LIVRE	42
4.1.2	CONTORNO DESLIZANTE/LIVRE	44
4.1.3	CONTORNO MASSA-MOLA/LIVRE	45
4.1.4	CONSIDERANDO PESO PRÓPRIO E FORÇA CENTRÍFUGA	47
4.2	MODELO DE TRES PÁS	54
4.2.1	CONSIDERANDO PESO PRÓPRIO E FORÇA CENTRÍFUGA	61
5	CONCLUSÃO	64
6	REFERÊNCIAS	66
	APÊNDICE A	67
	APÊNDICE B	69
	APÊNDICE C	72
	APÊNDICE D	74
	APÊNDICE E	76
	APÊNDICE F	78
	APÊNDICE G	80
	APÊNDICE H	81
	APÊNDICE I	85
	APÊNDICE J	89
	APÊNDICE K	92
	APÊNDICE L	96
	APÊNDICE M	101

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1-1 Acidente registrado em Santana do Livramento G1 RS, (2014)	8
Figura 1-2 Perspectiva de uma pá com possíveis direções de flexão	9
Figura 1-3 Fluxograma da metodologia de pesquisa com uma pá	11
Figura 1-4 Fluxograma da metodologia de pesquisa com três pás	12
Figura 2-1 Exemplo de geradores eólicos. a) Gerador de eixo vertical tipo Darrieus. b) Gerador de eixo vertical tipo Savonius. c) Gerador de eixo horizontal e três pás...	13
Figura 2-2 Componentes de uma torre eólica. (Rao, 2009 - traduzida)	14
Figura 2-3 Parâmetros principais de um perfil de aerofólio	16
Figura 2-4 Volume de ar em movimento	18
Figura 2-5 Forças aerodinâmicas presentes em uma pá de turbina eólica	19
Figura 2-6 Força gravitacional na pá em função da posição	20
Figura 2-7 Direção da força centrífuga	21
Figura 3-1 Representação dos três casos estudados. a) Viga estática engastada sob vibração transversal. b) Viga engastada sobre um carrinho deslizante unidirecional. c) Viga engastada sobre um carrinho deslizante carregada com uma massa pontual e sujeita aos efeitos de uma mola	23
Figura 3-2 a) Diagrama de corpo livre. b) Elemento	24
Figura 3-3 – Esquema ilustrativo de dimensões e ângulos relevantes	30
Figura 4-1 – Modelo proposto com uma pá, vista superior	42
Figura 4-2 Formas modais de flexão obtidas pelo MEF para viga de contorno engastado/livre	43
Figura 4-3 Formas modais de flexão obtidas analiticamente para viga de contorno engastado/livre	43
Figura 4-4 Formas modais de flexão obtidas pelo MEF para viga de contorno deslizante/livre	45
Figura 4-5 Formas modais de flexão obtidas analiticamente para viga de contorno deslizante/livre	45
Figura 4-6 Formas modais de flexão obtidas pelo MEF para viga de contorno massa/mola/livre	47
Figura 4-7 Formas modais de flexão obtidas analiticamente para viga de contorno massa- mola/livre	47
Figura 4-8 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o primeiro modo de vibrar.	49
Figura 4-9 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o segundo modo de vibrar.	49
Figura 4-10 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o terceiro modo de vibrar.	50
Figura 4-11 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o quarto modo de vibrar.	50
Figura 4-12 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o quinto modo de vibrar.	51
Figura 4-13 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o primeiro modo de vibrar.	51
Figura 4-14 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o segundo modo de vibrar	52
Figura 4-15 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o terceiro modo de vibrar	52

Figura 4-16 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o quarto modo de vibrar.....	53
Figura 4-17 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o quinto modo de vibrar.....	53
Figura 4-18 Diagrama de Campbell com os cinco primeiros modos de vibrar para a pá em posição horizontal.....	54
Figura 4-19 Formas modais para o primeiro modo em ANSYS.....	56
Figura 4-20 Formas modais para o primeiro modo analítico.....	56
Figura 4-21 Formas modais para o segundo modo em ANSYS.....	57
Figura 4-22 Formas modais para o segundo modo analítico.....	57
Figura 4-23 Formas modais para o terceiro modo em ANSYS.....	58
Figura 4-24 Formas modais para o terceiro modo analítico.....	58
Figura 4-25 Formas modais para o quarto modo em ANSYS.....	59
Figura 4-26 Formas modais para o quarto modo analítico.....	59
Figura 4-27 Resposta do sistema de três pás à excitação harmônica.....	60
Figura 4-28 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o primeiro modo de vibrar.....	62
Figura 4-29 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o segundo modo de vibrar.....	62
Figura 4-30 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o terceiro modo de vibrar.....	63
Figura 4-31 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o quarto modo de vibrar.....	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1 Valores dos quatro primeiros Lambdas para viga sob contorno massa-mola/livre	29
Tabela 4-1 Dados físicos do sistema	40
Tabela 4-2 Resultados de frequência para modelo de viga engastado/livre	43
Tabela 4-3 Resultados de frequência para modelo de viga deslizante/livre	44
Tabela 4-4 Resultados de frequência para modelo de viga massa-mola/livre	46
Tabela 4-5 Resultados de frequência para modelo de três pás	55
Tabela 4-6 Resultados de harmônicos para modelo de três pás	60
Tabela 4-7 Comparação entre frequências naturais em ensaio modal e harmônico (Hz)	60

LISTA DE SIMBOLOS

$[K]$	Matriz de rigidez
$[M]$	Matriz de massa
δ	Delta de Dirac
λ	Autovalores da equação transcendental
ρ	densidade do material da pá
ρ_l	Densidade linear da pá
ρ_T	Densidade linear da torre
σ	Relação trigonométrica simplificadora
ϕ	Função teste
ω	Velocidade de rotação das pás
C	Amplitude máxima de deslocamento
E	Módulo de elasticidade
f	Carregamento externo
f_c	Força centrífuga
f_n	Frequência natural
K	Rigidez equivalente da torre
l	Comprimento da viga
L	Altura da torre
M	Momento fletor
m	Massa da pá
M_{cg}	Momento resultante no centro de gravidade da viga
M_e	Massa equivalente torre-nacele
M_{nac}	Massa da nacele
R	Força resultante
S	Número de onda
T	Parcela temporal da deflexão da viga
V	Força cisalhante
W	Deflexão da viga
W	Parcela espacial da deflexão da viga

1 INTRODUÇÃO

Transformar a energia existente no vento em energia utilizável pelos humanos é o princípio da energia eólica. Para tal, a energia dos ventos pode ser transformada para a forma elétrica em aerogeradores ou em energia motriz para movimentar moinhos de vento. Em 1887 o Prof. James Blyth da Universidade de Anderson, Escócia, realizou o projeto da primeira turbina eólica para produção de energia elétrica. A torre construída com 10 metros de altura possuía pás revestidas de tecido e foi instalada no jardim de uma casa de campo, propriedade do Prof Blyth. A eletricidade gerada carregava acumuladores de energia desenvolvidos por Camille Faure, que abasteciam a iluminação da casa. A energia foi oferecida ao vilarejo próximo para iluminar as ruas, o que foi recusado por superstições religiosas que associavam a energia elétrica à ação demoníaca. Apesar da comprovada funcionalidade da invenção, não se consolidou como opção para geração de energia por ser considerada economicamente inviável no período (Hardy, 2012).

Apenas na década de 1920 que aerogeradores elétricos de 1,3 kW começaram a ser fabricados para uso rural, porém, com a instalação de rede de distribuição pública e aumento da demanda, os geradores ficaram obsoletos (Niki Nixon, (2008). Em 1956 foi projetada uma turbina eólica de eixo horizontal com três pás e 200 kW de potência, que seria precursor dos projetos posteriores. Em 1975 o Departamento de Energia dos Estados Unidos, através da NASA, financiou um projeto de desenvolvimento de turbinas eólicas com o objetivo de serem integradas à rede de distribuição. Nos últimos 40 anos as turbinas tem aumentado de tamanho em busca de ventos mais fortes e maior aproveitamento, sendo as maiores de capacidade de 7,5 MW (Vries, 2012).

1.1 MOTIVAÇÃO

Acidentes em turbinas eólicas podem ser catastróficos e ter um potencial alto para gerar danos materiais e perdas humanas em uma grande área em torno de si, levando em consideração as dimensões das pás e da torre, bem como sua massa elevada. Existem diversos exemplos de acidentes registrados, alguns incluem pás soltas que atingem residências, torres que entram em colapso ou explosão do sistema elétrico. A maior causa de acidentes registrados pela Caithness Windfarm Information Forum (CWIF) entre os anos de 1995 e 2012 é devido à falhas nas pás (Uadiale et al.,

2014). A Figura 1-1 apresenta um exemplo de acidente ocorrido em Santana do Livramento, RS. Na ocasião ventos fortes derrubaram oito torres e causaram danos à outras torres, além de árvores na proximidade (G1 RS, 2014).



Figura 1-1 Acidente registrado em Santana do Livramento (G1 RS, 2014)

O rotor é movimentado pelo vento em velocidade pré-definida em função das características do vento no local de instalação, de forma que o gerador funcione plenamente sob regulamentação do sistema de controle. O aumento da demanda energética requer que fabricantes forneçam aerogeradores mais eficientes e com maior capacidade de geração. Como a energia gerada é proporcional ao diâmetro do rotor e à velocidade de rotação, a tendência é que sejam construídos projetos cada vez maiores em diâmetro do rotor e altura das torres, de forma a alcançar ventos mais rápidos. Com o aumento nas dimensões dos aerogeradores em busca de maior geração de energia, surge aumento dos efeitos de flexibilidade dos elementos e necessidade de melhor estudar e entender a interação de movimentos entre a torre e as pás.

Algumas características importantes do sistema, como rigidez e amortecimento, controlam a mudança de resposta à vibração que depende de condições operacionais como velocidade do vento, velocidade de rotação e ângulo de passo da pá (Chaudhari, 2014). Como parte do procedimento de certificação, todos os protótipos de pás de turbinas eólicas são submetidos a um procedimento de teste experimental, a fim de garantir que a pá produzida cumpra os requisitos reais de projeto. Além de teste experimental de capacidade de carga sob carga extrema e testes de resistência a fadiga, uma prática comum é suplementar com testes de dinâmica, tais como frequências naturais e propriedades de amortecimento, estes são essenciais para o comportamento dinâmico e integridade estrutural de toda a turbina de vento. Geralmente, essas características dinâmicas são determinadas para os três ou quatro primeiros modos de flexão e para o primeiro modo de torção. No entanto, conhecimento detalhado de frequências naturais e amortecimento estrutural, por si só, não garantem um comportamento dinâmico ideal da turbina eólica quando sujeita a forças aerodinâmicas decorrentes do campo de vento imposto. Para uma pá de turbina eólica, as flexões de interesse são transversais, também chamadas flapwise e edgewise (Larsen e Forskningscenter Risø, 2002). A Figura 1-2 mostra as direções de interesse.

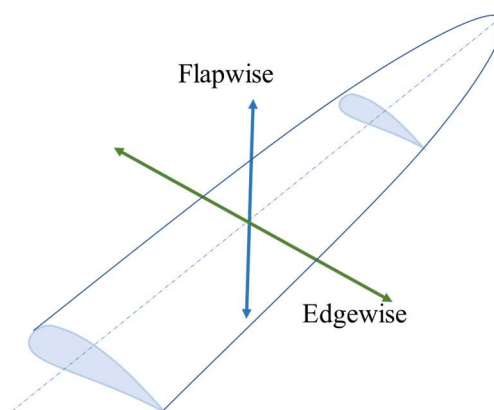


Figura 1-2 Perspectiva de uma pá com possíveis direções de flexão

As ações às quais estão submetidas as pás contribuem para efeitos indesejados de fadiga, devido à sua característica alternante de rotação, como o peso próprio que gera esforços de tração/compressão/cisalhamento na pá ao longo de cada rotação. Tendo em vista o longo prazo para retorno financeiro (10 a 20 anos) e o relativo curto prazo de concessão de serviço (entre 20 e 30 anos), os investidores

procuram garantias de funcionamento pleno dos projetos sem avarias inesperadas que gerem custos. Para operar durante o período de concessão de serviço, um estudo detalhado das condições operacionais normais e críticas é necessário para obter a combinação de características dinâmicas dos componentes de forma a evitar problemas.

O projeto Eólica (CNPq & MCTI – Processo 406895/2013-9), da Universidade de Brasília, prevê o estudo numérico-analítico do comportamento de pás. Este trabalho faz parte de um esforço coletivo em estudar e buscar soluções de engenharia para os problemas apresentados. Um trabalho prévio realizado por Oliveira (2015), estudou os efeitos de cargas axiais aplicadas sobre uma pá, sem considerar interação das pás entre si e com a torre.

1.2 OBJETIVO

Estudar a resposta dinâmica da interação torre-pá através de modelos dinâmicos discretos. O modelo discreto considera efeitos de peso-próprio e de força centrífuga devido à rotação das pás. Além do objetivo apresentado, podemos citar os seguintes objetivos específicos:

- Estudar a influência nas frequências naturais e nas formas modais devido ao posicionamento do rotor.
- Estudar a validade do modelo discreto.

1.3 METODOLOGIA

O estudo de caso realiza, através de comparação de resultados por diferentes meios, duas grandes etapas de análise: (a) a primeira etapa efetua uma validação preliminar das técnicas estudadas a partir de um modelo massa mola-viga (torre acoplado a uma pá), e (b) a segunda etapa realiza a análise de um sistema mecânico torre acoplado a três pás, a partir de informações obtidas na primeira etapa.

A primeira etapa, marcada como 1 no fluxograma da Figura 1-3, parte de um aerogerador real. São montados três modelos de estudo com uma pá cada, representada por uma viga sob diferentes condições de contorno. Na etapa 2, são obtidas soluções exatas e pelo método dos elementos finitos para cada modelo e, com as equações das soluções exatas, o método de Galerkin é aplicado. Na segunda etapa os resultados são comparados, afim de validar os métodos entre si e com a

literatura. A etapa 3 aplica efeitos de peso próprio e força centrífuga nos modelos já estudados, pelo método dos elementos finitos, de onde é possível obter algumas conclusões em relação aos resultados obtidos na segunda etapa em comparação com os obtidos na terceira etapa.

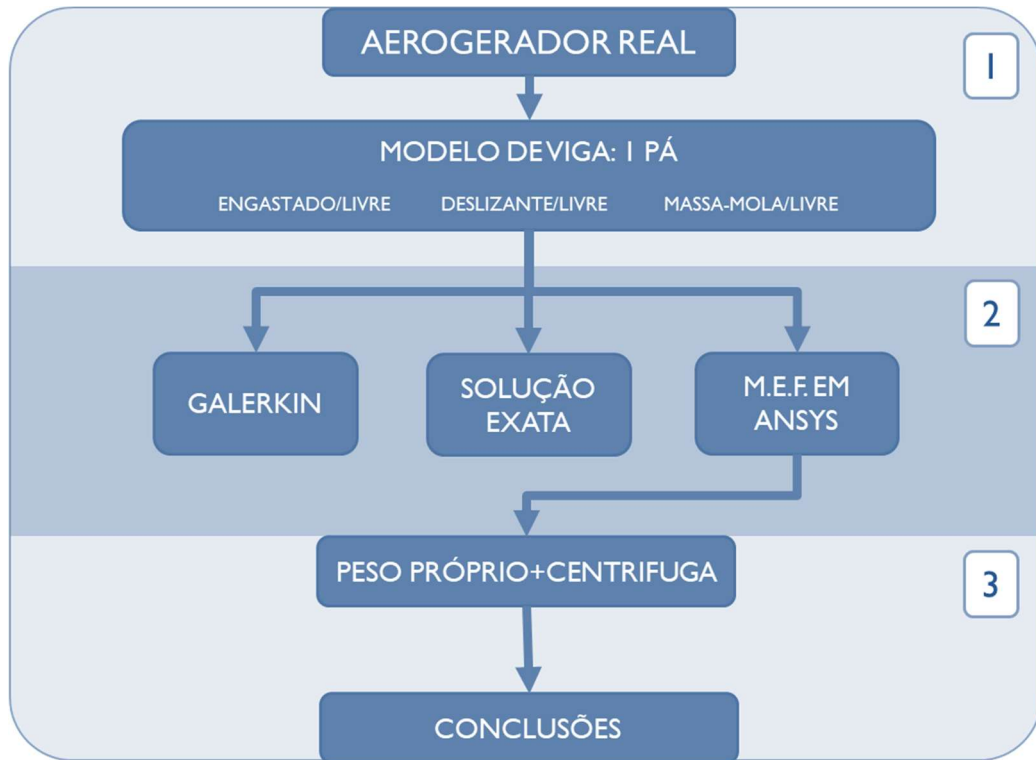


Figura 1-3 Fluxograma da metodologia de pesquisa para modelo torre acoplada com uma pá

Após a conclusão da etapa 3, é proposto um novo modelo de aerogerador com três pás e iniciado um novo ciclo de análises (Figura 1-4). Com o modelo proposto em 4, são obtidas soluções em elementos finitos e de forma algébrica aproximada. As soluções são comparadas na etapa 5 e, na etapa 6, submetidas aos efeitos de peso próprio e força centrífuga das pás. Com as informações geradas nas etapas 5 e 6, conclusões são obtidas e os resultados discutidos.

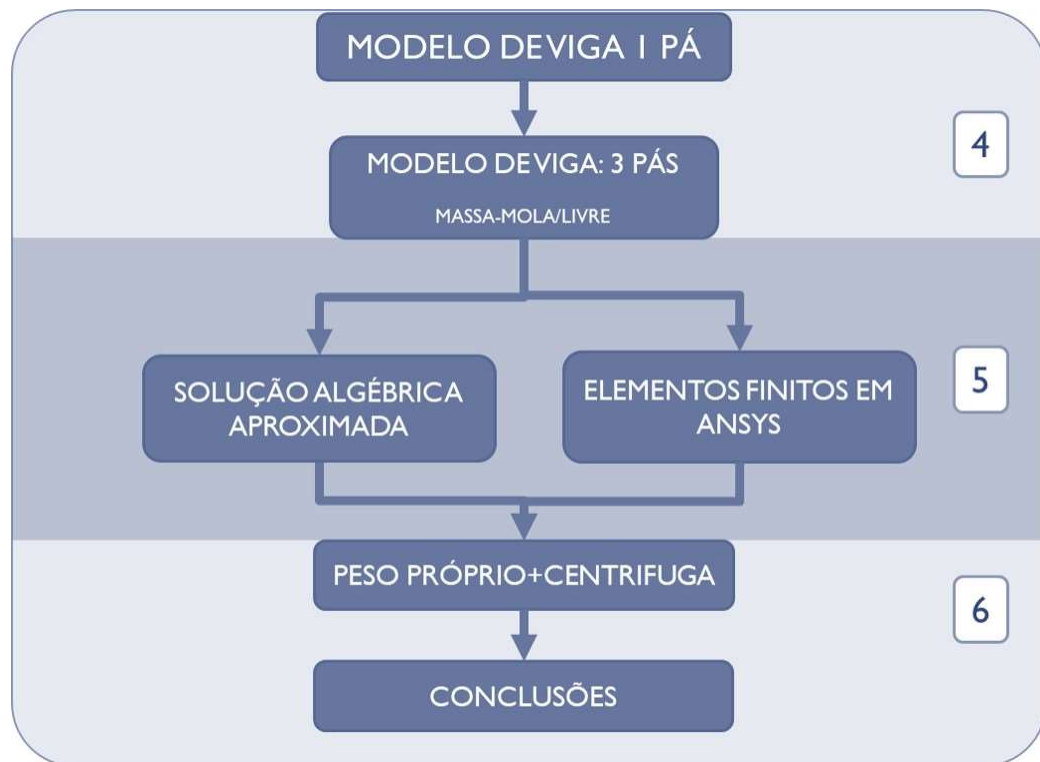


Figura 1-4 Fluxograma da metodologia de pesquisa com três pás

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O texto é dividido em cinco capítulos. O primeiro trata de assuntos gerais relacionados ao tema central do trabalho, além de apresentar os objetivos, a metodologia e a organização do trabalho. O segundo capítulo busca posicionar o leitor no contexto histórico e científico do estudo, descrevendo o objeto de pesquisa e os fenômenos externos com que se relaciona. O capítulo três propõe uma descrição mecânica do problema e os modelos utilizados para análise. No quarto capítulo os resultados obtidos são apresentados e discutidos, enquanto o capítulo cinco contém as considerações finais e conclusões obtidas com o presente trabalho.

2 TURBINAS EÓLICAS DE GRANDE CAPACIDADE

Aerogeradores são os mecanismos desenvolvidos com o objetivo de captar energia do vento para fins de utilização com o apoio de um rotor aerodinâmico, eixos, sistema de transmissão e estrutura de suporte. Existem algumas possibilidades para se aproveitar a energia dos ventos, sendo intuitivo dividir em duas grandes categorias de aerogeradores: com eixo vertical e com eixo horizontal. Entre os geradores de eixo vertical tem-se os primeiros moinhos de grãos usados pelos antigos persas, com painéis de tecido movimentados pelo vento. Recentemente, a categoria apresenta uma variedade de pequenos geradores urbanos de uso residencial e de grandes geradores em fazendas eólicas com as mais variadas configurações de pás e estruturas. Os geradores de eixo horizontal são mais semelhantes entre si e possuem a mesma composição básica. A Figura 2-1 apresenta três dos principais estilos de geradores eólicos, dois de eixo vertical e um de eixo horizontal. O presente trabalho estuda aerogeradores semelhantes à Figura 2-1 c), compostos por um sistema rotor, uma torre e a nacelle.

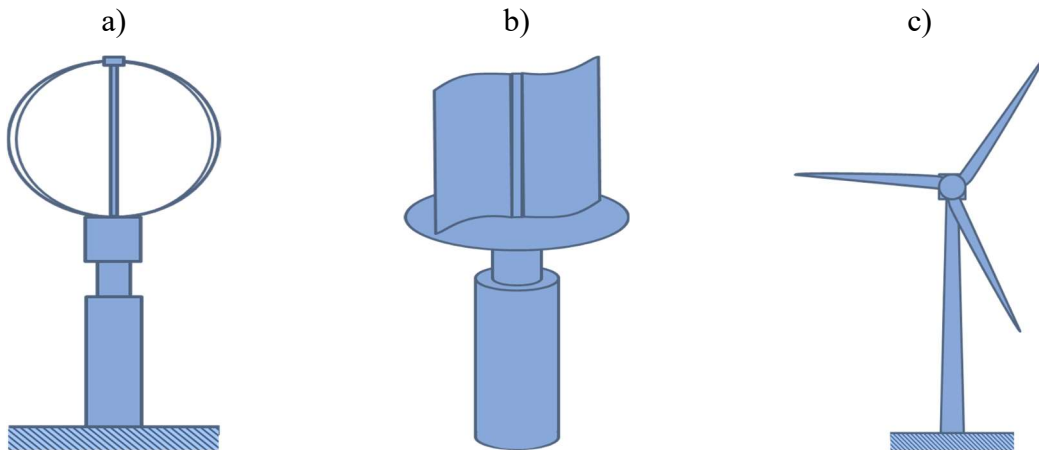


Figura 2-1 Exemplo de geradores eólicos. a) Gerador de eixo vertical tipo Darrieus. b) Gerador de eixo vertical tipo Savonius. c) Gerador de eixo horizontal e três pás.

Os geradores em estudo, Figura 2-1 (c), possuem um sistema de pás anguladas, de seção transversal variada e não linear. As pás, através do eixo do rotor, movimentam uma caixa transmissora que, por meio de um sistema de engrenagens, rotacionam as bobinas do gerador, produzindo corrente elétrica. Além disso, unidades de controle são responsáveis por acionar deslocamento angular das pás para adequar

à direção e intensidade do vento. O sistema de transmissão e geração está contido na nacelle, compartimento de proteção e suporte aos componentes. Para que as pás estejam sobre a ação de ventos em grandes velocidades, é necessária sua colocação em grandes alturas. Conseqüentemente a estrutura de suporte deve ser alta e esbelta, para minimizar também interferências que comprometam o escoamento do ar.

2.1 COMPONENTES PRINCIPAIS

Sendo que o objeto de estudo apresenta diversos elementos complexos em sua estrutura, tanto em geometria quanto em acionamento, é necessária a descrição dos elementos do sistema para selecionar quais serão relevantes na análise e quais simplificações serão feitas. Os principais componentes de uma turbina eólica comercial são: torre, rotor, eixos de alta e baixa rotação, caixa de engrenagens, gerador, sensores e direcionadores, unidade de controle e sistemas de segurança.

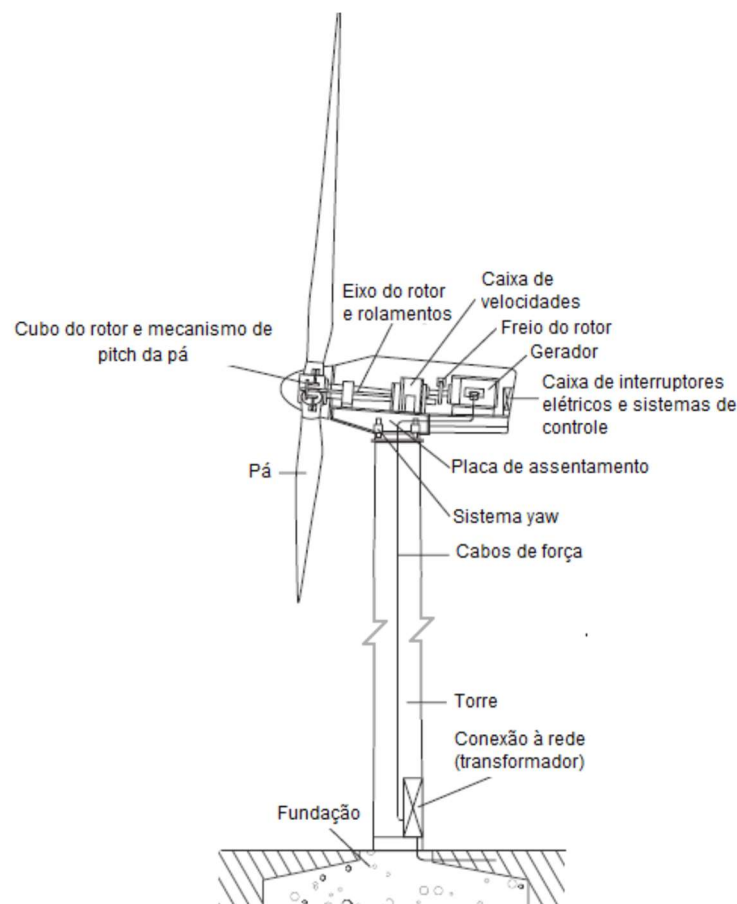
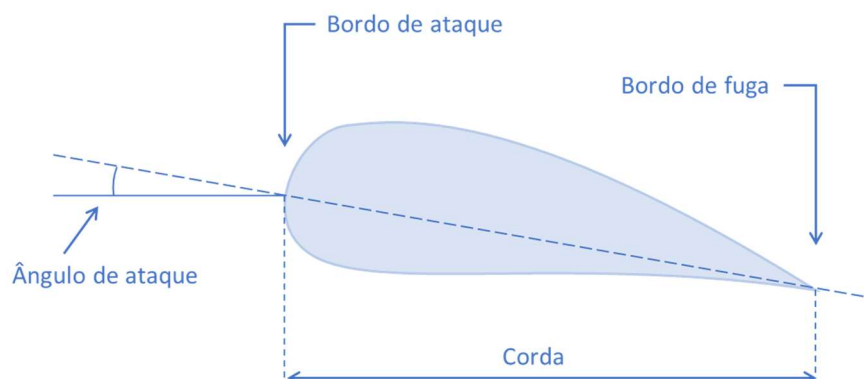


Figura 2-2 Componentes de uma torre eólica. (Rao, 2009 - traduzida)

O sistema de uma torre eólica de eixo horizontal em estudo possui três pás aerodinâmicas de perfil variável e não linear, suportadas pelo cubo do rotor. Através de um eixo a rotação é transmitida para a caixa de engrenagens e, então, para o gerador elétrico. Os elementos são suportados e protegidos por uma casca e ao conjunto se denomina nacele. Tanto as pás quanto a nacele possuem sistema de posicionamento, de forma a otimizar o aproveitamento do vento nas diversas condições de funcionamento. Todo o conjunto é sustentado por uma torre esbelta responsável por posicionar o sistema em altura conveniente, geralmente oca e com sistema de acesso para funcionários de manutenção. Outras configurações são possíveis, mas não serão abordadas no trabalho. São separadas, então, três partes principais para análise: pás, torre e nacele.

Para aproveitamento eficiente do vento, as pás atuais são construídas com seções transversais de aerofólios. Inicialmente as seções usadas pertenciam à classificação NACA (National Advisory Committee for Aeronautics), que especifica as características do perfil através de números representativos. Em relação aos requisitos de uma turbina eólica, os aerofólios especificados pela NACA se mostram insatisfatórios em relação à adesão da camada limite do vento sobre a superfície da pá, levando à perda de sustentação que é necessária para movimentação do eixo. Além disso, a grande variação de velocidades do vento a que estão sujeitas as pás não é administrada adequadamente. Estas limitações exigiam o desenvolvimento de perfis específicos para turbinas eólicas (Sathyajith Mathew (2006)). A Figura 2-3 apresenta os principais parâmetros de um perfil de aerofólio. O bordo de ataque é a região inicial de contato com o vento, enquanto o bordo de fuga é a região final. Corda é a maior distância entre os bordos de ataque e fuga. Ao ângulo formado entre a corda e a direção de movimento, é dado o nome ângulo de ataque.



**Figura 2-3 Parâmetros principais de um perfil de aerofólio.
Baseado em Sathyajith Mathew (2006)**

A torre suporta e posiciona o rotor e a nacele na altura e direção desejadas em projeto. É comumente construída em seções tubulares, para garantir resistência à flexão em todas as direções. A ação das cargas na torre aumenta com o tamanho da turbina. Deste modo, a tendência recente para sistemas de alta capacidade necessita de torres maiores, tanto em altura quanto em diâmetro e espessura da parede, o que limita as condições de transporte de peças. Normalmente, o transporte terrestre de estruturas maiores que 4,3 m e peso acima de 50 a 60 toneladas é difícil e muitas vezes inviável. Além disso, a fabricação de grandes estruturas como as descritas demanda indústria especializada, assim como a fabricação de chapas laminadas com espessura de parede acima de 50 mm (Sathyajith Mathew, 2006).

A caixa de transição transfere o movimento do rotor para o gerador. A velocidade do rotor de uma turbina eólica típica varia de 30 a 50 rotações por minuto, enquanto que a velocidade ideal de um gerador varia entre 1000 e 1500 rotações por minuto. Um sistema de engrenagens deve ser projetado para trabalhar de maneira suave e silenciosa mesmo em situações climáticas adversas ou em condições de carregamento extremo durante a vida útil da turbina. Devido a restrições de projeto da nacele, o tamanho do cubo de engrenagem também é um fator crítico. Em turbinas menores, a taxa de velocidade desejada é atingida ao introduzir um sistema de engrenagem com duas ou três transmissões. Com o design adequado do sistema de transmissão é possível reduzir consideravelmente as dimensões das engrenagens, porém, devido ao tamanho reduzido, a força transmitida pelas engrenagens gera calor que pode comprometer o funcionamento do sistema se não for dissipado adequadamente. Uma turbina eólica de 600kW gera calor equivalente a 18 kW ao operar em sua maior capacidade de funcionamento. Engrenagens são projetadas com base na duração e distribuição de cargas em seus dentes. A duração da carga e o seu padrão de distribuição sob uma determinada condição de vento é analisada e aplicada em critérios de projeto para garantir o tempo de vida das engrenagens. Ferramentas de simulações numéricas avançadas são utilizadas para caracterizar a resposta dinâmica das engrenagens da turbina eólica e dos trens de transmissão (Sathyajith Mathew, 2006).

2.2 AÇÕES MECÂNICAS

Turbinas eólicas estão sujeitas, principalmente, à três tipos de carregamento: aerodinâmico, inercial e gravitacional (Hansen, 2008). A ação aerodinâmica é responsável pela movimentação das pás, além de efeitos de interação fluido-estrutura com a torre e a nacele. Os carregamentos inerciais são devido à geometria dos elementos em movimento de rotação e suas massas. Os efeitos gravitacionais com a ação de peso próprio das pás geram carregamento alternante de tração, compressão e cisalhamento ao longo da rotação das pás.

A energia disponível no vento que se aproveita em aerogeradores é devida a grandes massas de ar que se locomovem. A eficiência de um aerogerador é diretamente ligada à interação entre o rotor e o vento. A energia cinética de uma massa de ar, m_{ar} , à velocidade V_{vento} é dada como:

$$E_c = \frac{1}{2} m_{ar} V_{vento}^2 \quad (2-1)$$

A massa do vento por unidade de tempo que percorre as pás pode ser calculada multiplicando a densidade do ar, ρ_{ar} , pelo volume de um cilindro de área circular igual à área varrida pelo rotor, A_r , e comprimento igual à velocidade V (Figura 2-4).

$$m_{ar} = \rho_{ar} A_r V_{vento} \quad (2-2)$$

Dessa forma, substituindo a massa por unidade de tempo na equação (2-1), tem-se a energia por unidade de tempo, a potência.

$$P = \frac{1}{2} \rho_{ar} A_r V_{vento}^3 \quad (2-3)$$

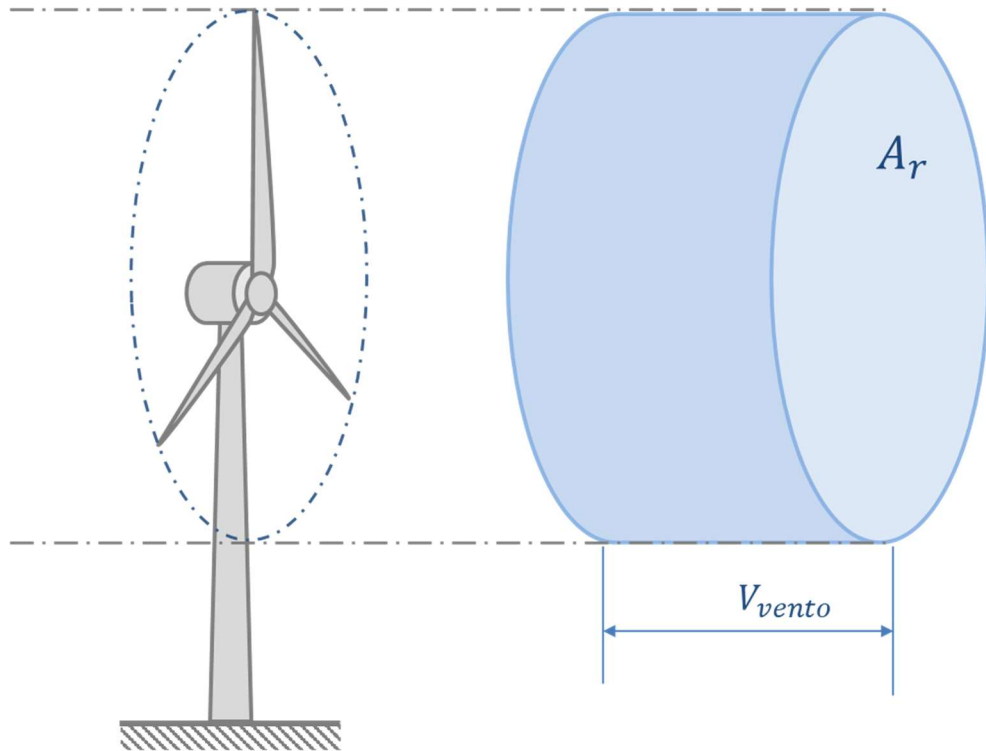


Figura 2-4 Volume de ar em movimento

A densidade do ar varia de acordo com diversos fatores, como pressão atmosférica, temperatura e elementos presentes em sua composição. Dessa forma, a potência disponível no vento é proporcional à densidade do ar, ao diâmetro do rotor e à velocidade do vento, sendo que o último apresenta maior representação por ser uma variável elevada à terceira potência (Burton, 2001). Dessa forma é preferível construir torres mais altas, de forma a alcançar ventos mais rápidos e ter um ganho em potência considerável. Em contrapartida, com torres mais altas e rotores de diâmetro maior, a velocidade do vento passa a ser assimétrica, sujeito à velocidades maiores na parte superior do rotor e velocidades menores na região de rotação mais próxima do solo. Mudanças repentinas de direção do vento também causam velocidades irregulares (Rao, 2009).

A alternância das forças contribui consideravelmente para fadiga das pás. Velocidades extremas, além do previsto, também contribuem para colapso, porém são raras. O peso próprio das pás alterna e gera esforços de tração e compressão ao longo do comprimento da pá. Em conjunto com a turbulência do vento, a influência das forças gravitacionais torna-se o fator dominante para existência de fadiga nas pás dos rotores.

Um rotor de 600 kW irá rotacionar 2×10^8 vezes durante 20 anos de uso, sendo que cada rotação gera uma tensão gravitacional alternante no eixo de baixa velocidade e em cada pá. Além disso, têm-se as cargas geradas pela velocidade do vento fora do plano do rotor, cisalhamento, erro de guinada, inclinação do eixo, efeito de sombra da torre e turbulência.

A flutuação da velocidade do vento em um curto período, ou turbulência, têm um grande impacto nas cargas de projeto, interferindo nos valores definidos para resistência à rajada de vento e à fadiga. Em uma fazenda eólica, a turbulência gerada no vento após passar por uma torre gera efeitos de carga nas turbinas seguintes, além de reduzir a velocidade do vento (efeito esteira). Em geral, turbinas de ventos com baixa velocidade são posicionadas atrás de turbinas de alta velocidade, de forma a garantir um melhor aproveitamento do recurso. Existem modelos que descrevem os efeitos e deficiências geradas pela redução da velocidade do vento e pela turbulência, mas não há consenso quanto à eficácia dos modelos Sathyajith Mathew (2006).

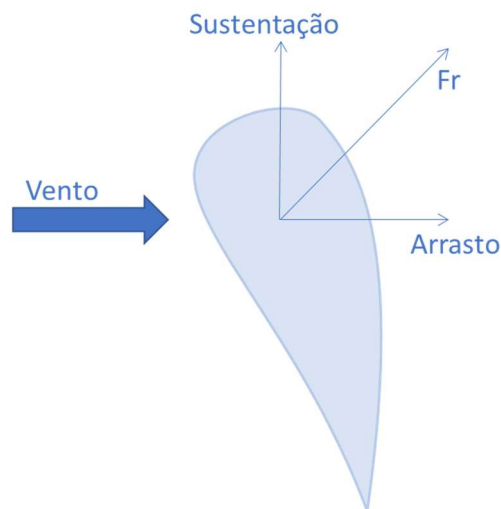


Figura 2-5 Forças aerodinâmicas presentes em uma pá de turbina eólica.

Baseado em: Ishida e Yamamoto (2013)

A força Fr na Figura 2-5 é resultante do fluxo de ar ao passar pelo perfil aerodinâmico. Tal força é decomposta em força de arrasto e força de sustentação, sendo a segunda relevante para movimentação da pá e fornecimento de torque útil para o gerador elétrico. A força de arrasto é responsável pelos efeitos de flexão que são suportados pela interação da pá com a torre.

Além das forças geradas diretamente pelo vento, o campo gravitacional terrestre provoca uma força atrativa para os elementos de massa em direção ao chão. Em função da rotação das pás, a força gerada pode exercer efeitos de tração, compressão ou cisalhamento sobre as pás. A Figura 2-6 mostra a decomposição de tal força para algumas posições.

O vetor marcado como (1) na Figura 2-6 representa a força gravitacional no centro de massa de cada pá. Quando a pá está na posição vertical superior, $\psi = 0^\circ$, a pá se encontra sobre compressão devido ao seu próprio peso. Na posição horizontal, $\psi = 90^\circ$ ou $\psi = 30^\circ$, a ação gravitacional é de cisalhamento sobre a pá que estiver na posição. Em qualquer outra posição da pá, a força gravitacional é decomposta nos itens (2) e (3), de carga axial e transversal respectivamente. Quando a carga axial é de compressão, o efeito de flambagem reduz a rigidez da pá. No caso contrário, carga axial de tração, a rigidez da pá é aumentada (Ishida et al., 2013).

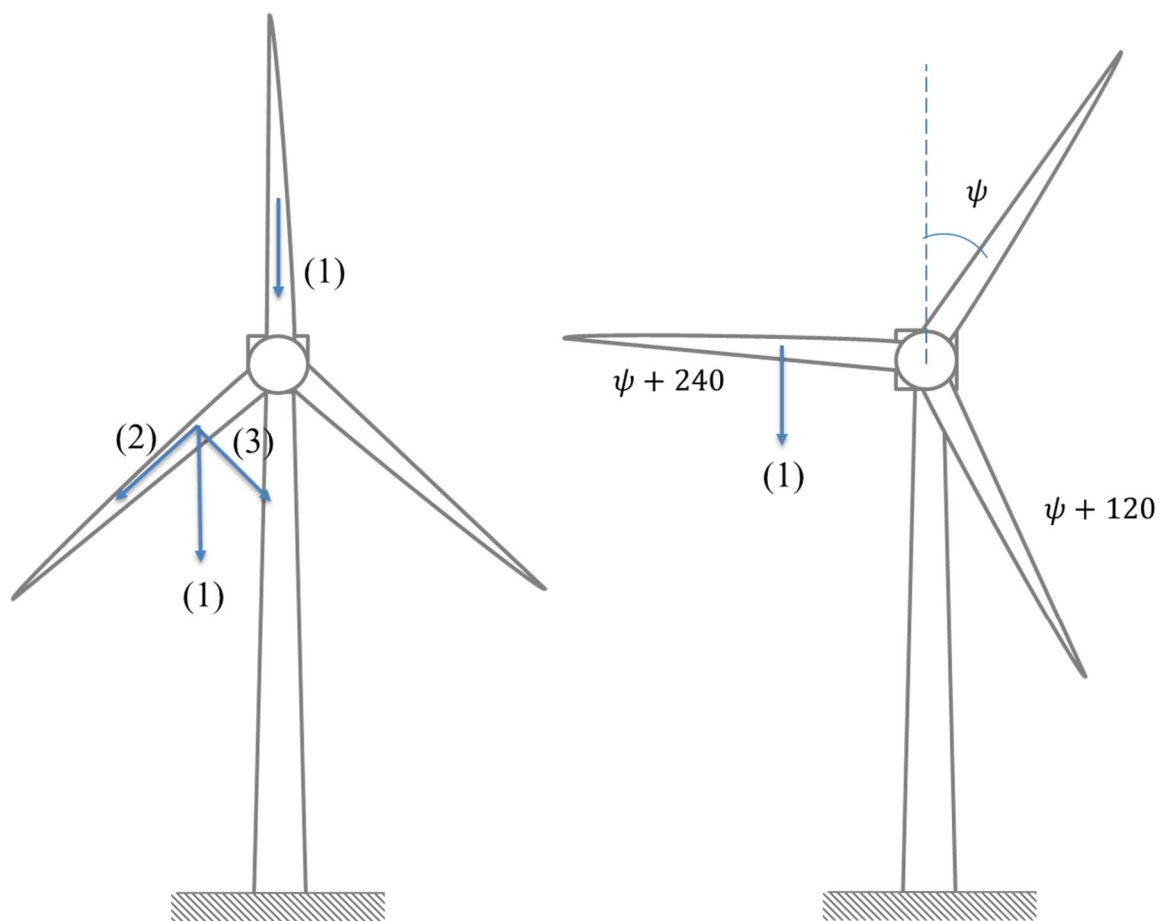


Figura 2-6 Força gravitacional na pá em função da posição

Corpos dotados de massa em movimento de rotação sofrem efeito da força centrífuga (Ishida *et al*, 2013). A força centrífuga é proporcional à massa e ao quadrado da velocidade de rotação e atua na direção radial para fora no plano de rotação. Note que, em situações reais, as pás possuem movimento de flexão na direção de escoamento do vento. Sendo assim, a força centrífuga é decomposta em um termo axial e outro transversal que variam conforme a magnitude do ângulo de flexão θ . A Figura 2-7 apresenta a força centrífuga vista de frente, em a), e de lado, em b).

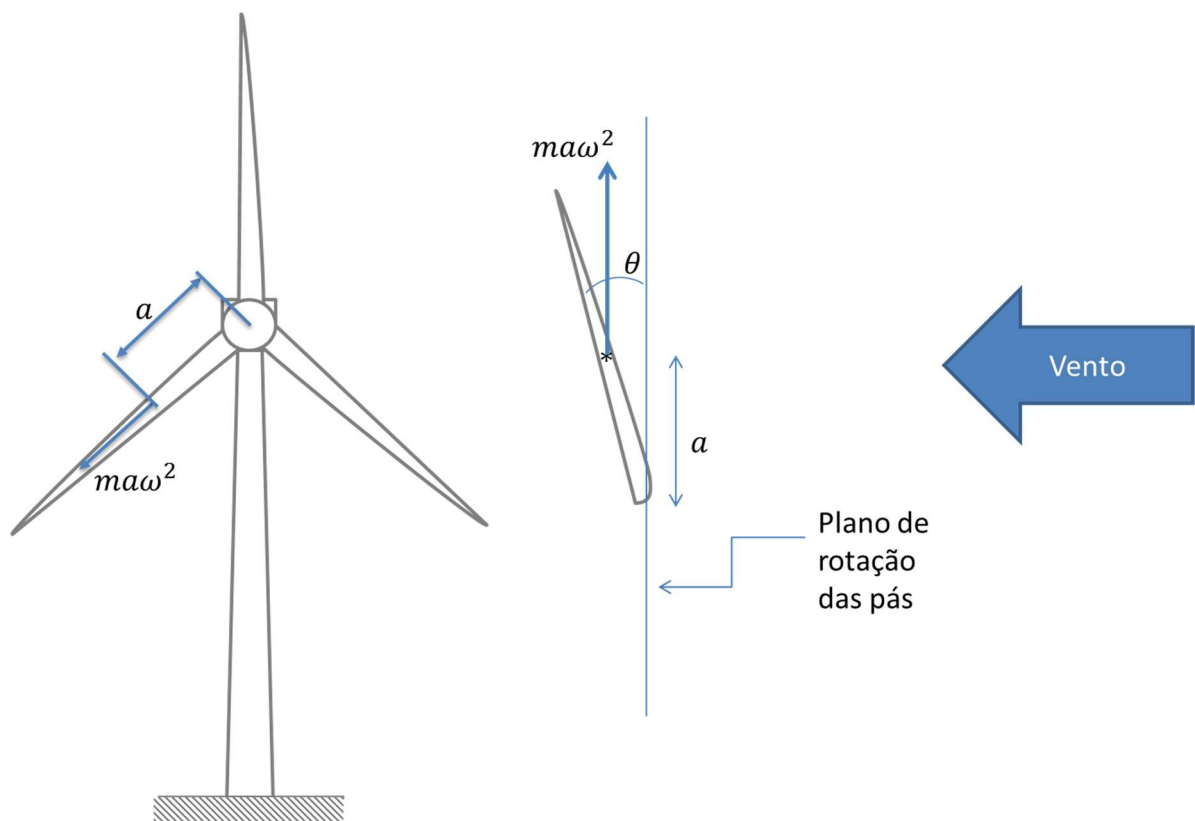


Figura 2-7 Direção da força centrífuga

Cada vez que uma pá passa na região inferior de rotação, em frente à torre no caso de aerogerador frontal ou “upwind”, uma mudança de fluxo em função da presença da torre gera redução do torque aerodinâmico (Pinto, 2013). Os efeitos do chamado sombreamento da pá podem ser mínimos caso a menor distância entre a pá e a torre seja ao menos uma vez o diâmetro da torre (Rao, 2009). Caso o rotor esteja em funcionamento a velocidades próximas da frequência natural de flexão da torre é necessário observar os riscos de excitação.

3 MODELAGEM DOS SISTEMAS EM ESTUDO

Problemas complexos, quando abordados de forma inteira como um único elemento contínuo, podem ter solução analítica muito elaborada ou mesmo impossível. Uma visão abrangente demanda alto custo computacional e tempo de trabalho, além de incorrer em erros por negligência de informações essenciais. Uma alternativa é iniciar o estudo com um sistema mais simples e de solução rápida, tornando possível ressaltar aspectos do sistema que não seriam abordados na análise do sistema completo. É importante garantir que as hipóteses feitas são apropriadas e que conectam o sistema simplificado ao complexo de forma satisfatória.

Como o principal objetivo é obter as frequências naturais e as formas modais do movimento da pá, dividiu-se o sistema completo em algumas partes. A pá é abordada como um tubo de seção circular homogênea. Para representar a torre, assume-se a aproximação para um grau de liberdade, considerando apenas o primeiro modo visto que os demais possuem frequências elevadas, fora da faixa de frequências de operação da pá. A mesma abordagem da torre como um grau de liberdade é encontrada literatura (Avila et al. 2016, Kang et al. 2016). Dessa forma, um sistema massa mola é suficiente para representar seu movimento, sendo a rigidez da mola equivalente à rigidez da torre e a massa equivalente ao conjunto de torre e nacelle. Feitas as devidas simplificações nos corpos, são propostas duas configurações que podem ser amplamente comparadas com soluções analíticas na literatura: o caso de uma viga sob condições engastada-livre e o caso de uma viga deslizante-livre. A Figura 3-1 mostra os três casos de estudo, dois com solução analítica conhecida e o terceiro representando o conjunto composto por torre, nacelle e uma pá:

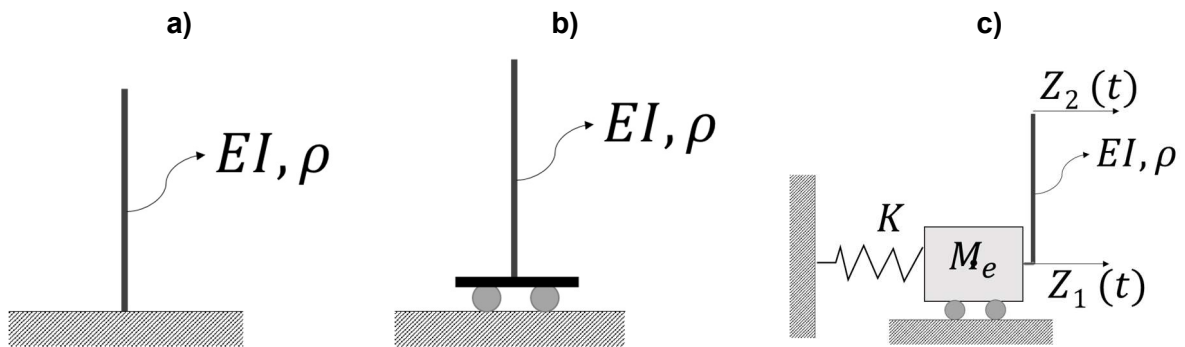


Figura 3-1 Representação dos três casos estudados. a) Viga estática engastada sob vibração transversal. b) Viga engastada sobre um carrinho deslizante unidirecional. c) Viga engastada sobre um carrinho deslizante carregada com uma massa pontual e sujeita aos efeitos de uma mola.

Para ser possível a comparação de resultados, é necessário aplicar condições de rigidez e valor de massa extremos ao caso (c), utilizando uma mola de rigidez infinitamente maior que a massa, aproximando do caso engastado (a) e utilizando mola e massa M de valores infinitesimais para aproximar ao caso (b). É importante frisar que o acoplamento da viga com o carrinho e com a massa é considerado rígido para o primeiro caso e que não permite rotação.

A escolha em relação aos modelos em estudo parte da necessidade de obter informações relativas à interação do sistema rotor de três pás com a torre. Dessa forma, a simulação final apresenta três pás acopladas à um sistema de um grau de liberdade. Para garantir o correto funcionamento do modelo é proposto um estudo com uma viga uniforme representando a geometria da pá, como se encontra em Kang et al. (2016) e Oliveira (2015), que é submetida a três condições de contorno, sendo duas com modos e frequências disponíveis na literatura e uma que acrescenta efeitos de interação com a torre. A viga escolhida possui seção transversal tubular.

Para análises de sistemas com três pás, usa-se o modelo (c), Figura 3-1, acrescentando duas pás com ângulos de 120° entre si. Nas seções seguintes os quatro modelos serão implementados nas respectivas metodologias de análise, sendo três modelos de uma única pá e um modelo com três pás. Os modelos de uma única pá são analisados nos três métodos e o modelo de três pás, analisado com o método analítico e por elementos finitos.

3.1 MODELO ANALÍTICO DE VIGA

Vigas são elementos estruturais que resistem, inicialmente, a esforços transversais. As cargas aplicadas à viga geram reações em seus apoios, além do efeito resultante de cisalhamento e momento fletor ao longo da viga, que são os esforços internos. As principais características de vigas são as formas de apoio, perfil da seção transversal, comprimento e o material do qual é feito. A Figura 3-2 representa o diagrama de corpo livre de uma viga e um elemento de comprimento dx da mesma.

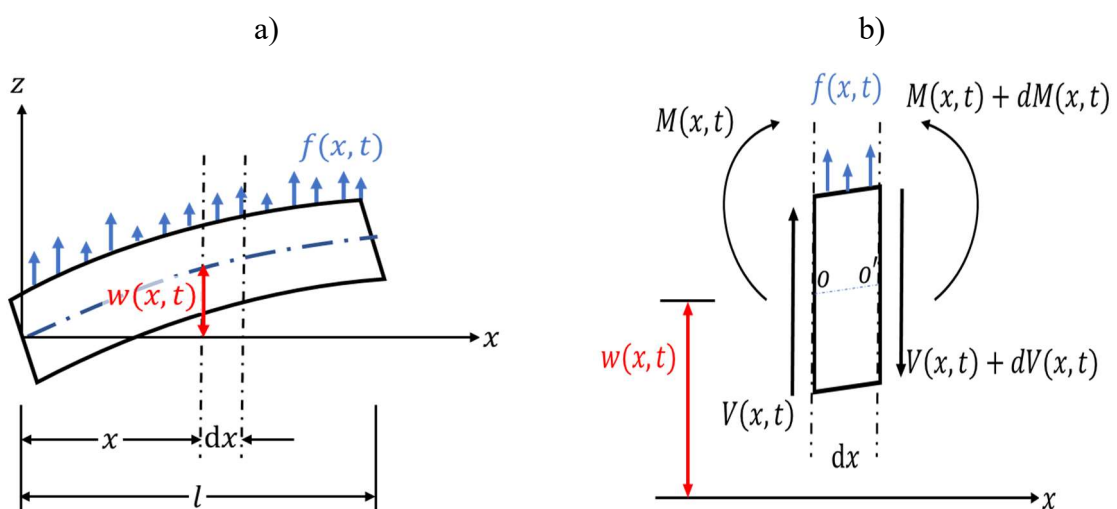


Figura 3-2 a) Diagrama de corpo livre. b) Elemento

Baseado em: Rao, (2009)

Na figura temos $M(x,t)$ que é o momento fletor, $V(x,t)$ que é a força de cisalhamento e $f(x,t)$ que é a força externa por unidade de comprimento da viga. Também se tem $w(x,t)$ que é a flexão da viga

Considerando pequenas deflexões, a equação de movimento da viga é escrita como na Equação (3-1), onde ρ é a densidade do material e $A(x)$ é a área da seção transversal da viga em função da posição ao longo do seu comprimento.

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}(x,t) + f(x,t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (3-1)$$

A teoria de vigas de Euler-Bernoulli é uma simplificação da teoria da elasticidade linear, que permite calcular o carregamento atuante e a deflexão característica da viga. A teoria é válida para pequenas deflexões em vigas submetidas

à carregamentos transversais apenas. A relação entre momento fletor e deflexão é expressa como:

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \quad (3-2)$$

Para uma viga uniforme em vibração livre, a equação se reduz à forma:

$$EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3-3)$$

A Equação (3-3) possui uma derivada temporal de segunda ordem, sendo necessário duas condições iniciais. Além disso, a derivada espacial de quarta ordem requer quatro condições de contorno afim de obter uma solução única para $w(x, t)$.

A solução de vibração livre é obtida pelo método de separação de variáveis, com uma parte temporal, $T(t)$, e outra espacial, $W(x)$.

$$w(x, t) = W(x)T(t) \quad (3-4)$$

Substituindo a Equação (3-4) na Equação (3-3), temos uma nova equação onde as variáveis estão separadas:

$$\frac{EI d^4 W}{W dx^4} = -\frac{\rho A d^2 T}{T dt^2} = cte \quad (3-5)$$

A Equação (3-5) pode ser separada em duas equações, uma temporal e outra espacial.

$$\frac{d^4 W}{dx^4} - \frac{\rho A \omega^2}{EI} W = 0 \quad (3-6)$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0 \quad (3-7)$$

Para a solução da parte espacial, é proposta uma solução tal que:

$$W(x) = Ce^{sx} \quad (3-8)$$

onde C e S são constantes. Aplicando a solução espacial proposta na Equação (3-6), obtém-se equações para s , onde ω é a frequência natural.

$$s^4 - \frac{\rho A \omega^2}{EI} = 0 \quad (3-9)$$

$$S_{1,2}^2 = \pm \left(\frac{\rho A \omega^2}{EI} \right)^{1/2} \quad (3-10)$$

Em consequência das relações obtidas, a Equação (3-8) pode ser reescrita, com o valor absoluto de s_2 , como:

$$W(x) = C_1 \cosh(s_1 x) + C_2 \sinh(s_1 x) + C_3 \cos(s_2 x) + C_4 \sin(s_2 x) \quad (3-11)$$

São apresentadas três condições de contorno distintas: engasta-livre, deslizante-livre e massa/mola-livre. As duas primeiras condições de contorno podem ser encontradas em referências como Rao (2009) e Blevins (2001). Contudo a terceira condição de contorno, que pode ser visualizada na Figura 3-1 c), não foi encontrada em nenhuma referência. Assim, analisa-se a extremidade da viga acoplada ao sistema massa-mola, onde a força cortante na viga é a mesma resultante do massa-mola. O sistema está ilustrado na Figura 3-1 c).

$$EI \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = +kw(l, t) + M_e \frac{\partial^2 w(l, t)}{\partial t^2} \quad (3-12)$$

E o momento fletor é nulo:

$$EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0 \quad (3-13)$$

Utilizando a condição de contorno onde a força de cisalhamento é igual a força aplicada sobre o massa-mola na Equação (3-11), obtém-se:

$$\begin{aligned}
EI(\lambda l)^3 \left(-C_1 \cos\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + C_2 \sin\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + C_3 \cosh\left(\lambda \frac{x}{l}\right) \right. \\
\left. + C_4 \sinh\left(\lambda \frac{x}{l}\right) \right) + (\omega_0^2 M_e - k) \left(C_1 \sin\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + C_2 \cos\left(\lambda \frac{x}{l}\right) + C_3 \sinh\left(\lambda \frac{x}{l}\right) \right. \\
\left. + C_4 \cosh\left(\lambda \frac{x}{l}\right) \right) = 0
\end{aligned} \tag{3-14}$$

Avaliando para $x = l$, tem-se:

$$\begin{aligned}
EI \left(\frac{\lambda}{l} \right)^3 \left(-C_1 \cos(\lambda) + C_2 \sin(\lambda) + C_3 \cosh(\lambda) + C_4 \sinh(\lambda) \right) \\
+ (\omega_0^2 M_e - k) (C_1 \sin(\lambda) + C_2 \cos(\lambda) + C_3 \sinh(\lambda) \\
+ C_4 \cosh(\lambda)) = 0
\end{aligned} \tag{3-15}$$

Utilizando a condição de contorno em $x = l$ de momento fletor nulo, obtém-se:

$$EI \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \left(-C_1 \sin(\lambda) - C_2 \cos(\lambda) + C_3 \sinh(\lambda) + C_4 \cosh(\lambda) \right) = 0 \tag{3-16}$$

Assumindo que $EI \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \neq 0$, temos:

$$-C_1 \sin(\lambda) - C_2 \cos(\lambda) + C_3 \sinh(\lambda) + C_4 \cosh(\lambda) = 0 \tag{3-17}$$

Para a extremidade livre sabe-se que as condições de contorno são momento fletor e força cortante nulos:

$$\begin{aligned}
EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} &= 0 \\
EI \frac{\partial^3 w(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=0} &= 0
\end{aligned} \tag{3-18}$$

Utilizando a condição de momento fletor na Equação (3-11), obtemos que:

$$EI \left(\frac{\lambda}{l}\right)^2 (-C_1 \text{sen}(0) - C_2 \text{cos}(0) + C_3 \text{senh}(0) + C_4 \text{cosh}(0)) = 0 \quad (3-19)$$

E para o momento cortante:

$$EI \left(\frac{\lambda}{l}\right)^3 (-C_1 \text{cos}(0) - C_2 \text{sen}(0) + C_3 \text{cosh}(0) + C_4 \text{senh}(0)) = 0 \quad (3-20)$$

Que, assumindo $EI \left(\frac{\lambda}{l}\right)^3 \neq 0$ e simplificando, fica:

$$\begin{aligned} C_2 &= C_4 \\ C_1 &= C_3 \end{aligned} \quad (3-21)$$

Substituindo na Equação (3-11), é possível obter uma relação entre C_1 e C_2 .

$$C_1 \text{cos}(\lambda) - C_2 \text{sen}(\lambda) + C_1 \text{cosh}(\lambda) + C_2 \text{senh}(\lambda) = 0 \quad (3-22)$$

Ou seja:

$$C_2 = C_1 \frac{(\text{cos}(\lambda) + \text{cosh}(\lambda))}{(\text{sen}(\lambda) - \text{senh}(\lambda))} \quad (3-23)$$

Para simplificar a notação, será adotada a notação de σ a seguir:

$$\frac{(\text{cos}(\lambda) + \text{cosh}(\lambda))}{(\text{sen}(\lambda) - \text{senh}(\lambda))} = \sigma \quad (3-24)$$

A Equação (3-11) pode, agora, ser escrita apenas em termos de C_1 .

$$\begin{aligned}
EI \left(\frac{\lambda}{l}\right)^3 & (-C_1 \cos(\lambda) + C_1 \sigma \sin(\lambda) + C_1 \cosh(\lambda) + C_1 \sigma \sinh(\lambda)) \\
& + (k - \omega_0^2 M_e)(C_1 \sin(\lambda) + C_1 \sigma \cos(\lambda) + C_1 \sinh(\lambda) \\
& + C_1 \sigma \cosh(\lambda)) = 0 = f(\lambda)
\end{aligned} \tag{3-25}$$

Com $C_1 \neq 0$ e aplicando σ , simplifica-se:

$$\begin{aligned}
EI \left(\frac{\lambda}{l}\right)^3 & (\cos(\lambda) \sinh(\lambda) + \sin(\lambda) \cosh(\lambda)) \\
& + (\omega_0^2 M_e - k)(1 + \cos(\lambda) \cosh(\lambda)) = 0
\end{aligned} \tag{3-26}$$

Uma forma alternativa seria:

$$-\frac{Kl^3}{EI(\lambda)^3} + \lambda \frac{M_e}{\rho Al} = \frac{(1 + \cos(\lambda) \cosh(\lambda))}{(\cos(\lambda) \sinh(\lambda) + \sin(\lambda) \cosh(\lambda))} \tag{3-27}$$

A Equação (3-26) possui infinitos valores possíveis de λ que a torna verdadeira. Criada uma sequência de valores para lambda, é possível plotar $f(\lambda)$ e aproximar os valores de λ que zeram o valor da função e validam a Equação (3-26). Os quatro primeiros valores de λ obtidos com auxílio de rotina em MatLab (APÊNDICE A) são listados na Tabela 3-1.

Tabela 3-1 Valores dos quatro primeiros Lambdas para viga sob contorno massa-mola/livre

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
1,663	2,404	5,515	8,650

Ao considerar que a equação possui infinitas soluções, qualquer valor de c_1 é válido, toma-se $c_1 = 1$ na Equação (3-25) e a forma modal fica:

$$W(x) = \sin\left(\frac{\lambda x}{l}\right) + \sigma \cos\left(\frac{\lambda x}{l}\right) + \sinh\left(\frac{\lambda x}{l}\right) + \sigma \cosh\left(\frac{\lambda x}{l}\right) \tag{3-28}$$

3.1.1 MODELO DE TRÊS PÁS

Para solução de três pás a abordagem é iniciada em termos de equações de equilíbrio de forças e momentos. As definições geométricas são colocadas na Figura 3-3, mostrando os ângulos e as distancias utilizadas nos cálculos. A linha em vermelho representa a distância entre a raiz da i -ésima pá e o seu centro de gravidade, denominado por a . Tal linha possui projeções nos eixos x e y , denominadas a_{xi} e a_{yi} , além de uma projeção no plano xy , denominada a_{xyi} . O ângulo θ_i aponta a flexão angular da i -ésima pá em relação à sua posição neutra no plano xy . A posição da i -ésima pá no plano de rotação xy é dada pelo ângulo ψ_i em relação ao eixo y .

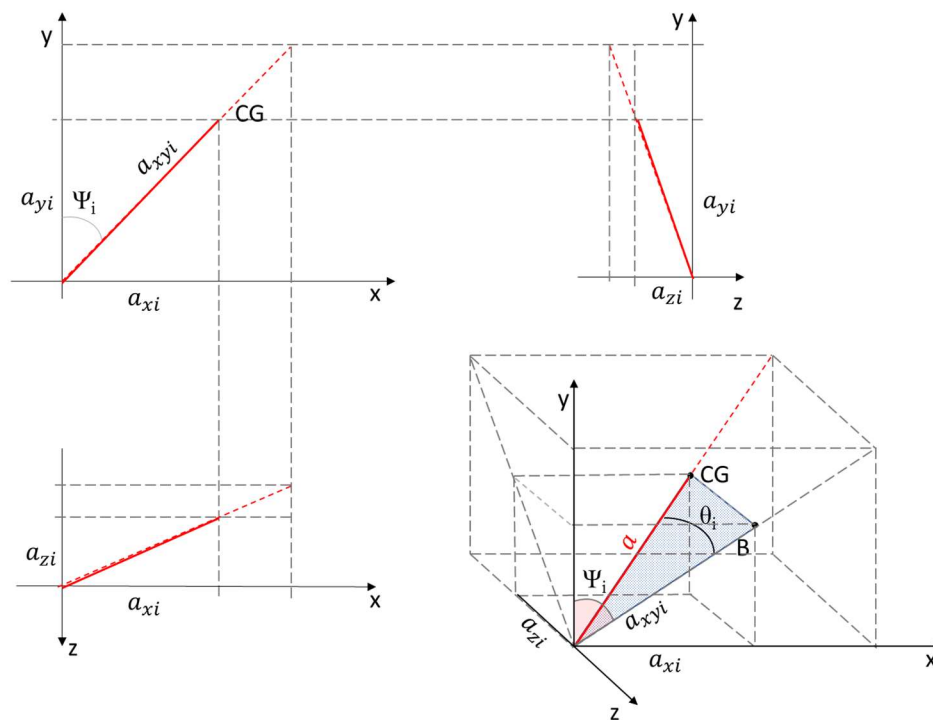


Figura 3-3 – Esquema ilustrativo de dimensões e ângulos relevantes

Da Figura 3-3 é possível observar as relações entre comprimentos e ângulos na Equação (3-29).

$$\begin{aligned}
 a_{xyi} &= a \cos \theta_i \\
 a_{zi} &= a \sin \theta_i \\
 a_{yi} &= a \cos \theta_i \cos \psi_i \\
 a_{xi} &= a \cos \theta_i \sin \psi_i
 \end{aligned}
 \tag{3-29}$$

A força centrífuga atua na direção radial de rotação do centro de massa da pá e pode ser decomposta em componentes x e y . Para a i -ésima pá, assim como visto em Almeida Leite de Oliveira, (2015), a força centrífuga no plano xy é:

$$f_{cxyi} = m\omega^2 a_{xyi} = m\omega^2 a \cos \theta_i \tag{3-30}$$

Que pode ser decomposta na direção y como:

$$f_{cyi} = f_{cxyi} \cos \psi_i = m\omega^2 a \cos \theta_i \cos \psi_i \tag{3-31}$$

A equação de equilíbrio de momentos no centro de gravidade e as equações de equilíbrio de forças em y e z são:

$$\sum F_y = m\ddot{Y}_i = -mg + R_{yi} + f_{cyi} \tag{3-32}$$

$$\sum F_z = -m\ddot{Z}_i = R_{zi} \tag{3-33}$$

$$\sum M_{cg} = I\ddot{\theta}_i = -M_{yzi} + R_{zi}a_{zi} + R_{yi}a_{yi} \tag{3-34}$$

Para identificar os deslocamentos Y e Z , considera-se a posição neutra da pá, então, tem-se:

$$-Y_i = a_{yi0} - a_{yi} = a \cos \psi_i - a \cos \theta_i \cos \psi_i \quad (3-35)$$

$$Z = a_{zi0} + (u + a_{zi}) = u + a \sin \theta_i \quad (3-36)$$

E as acelerações, considerando θ pequeno, ficam:

$$\dot{Y}_i = a \cos \psi_i \quad (3-37)$$

$$\ddot{Z} = \ddot{u} + a\ddot{\theta}_i \quad (3-38)$$

Ao substituir os valores das acelerações nas equações de equilíbrio em z e y , é possível determinar o valor das reações R_{zi} e R_{yi} .

$$R_{zi} = -m(\ddot{u} + a\ddot{\theta}_i) \quad (3-39)$$

$$R_{yi} = ma(1 - \omega^2) \cos \psi_i + mg \quad (3-40)$$

Então, a equação de equilíbrio de momentos fica:

$$m\ddot{u} + (I + ma)\ddot{\theta}_i - ma(1 - \omega^2) \cos \psi_i - mg = 0 \quad (3-41)$$

Até o presente momento, tem-se quatro incógnitas (u , θ_1 , θ_2 , θ_3) e três equações (3-41). Dessa forma, é necessário fazer uma equação de equilíbrio para as forças na nacele.

$$\begin{aligned}
-M_e \ddot{u} &= k(-u) - \sum_1^3 R_{zi} = -ku + \sum_1^3 m(\ddot{u} + a\ddot{\theta}_i) \\
\therefore \frac{(M_e + 3m)}{a} \ddot{u} + \sum_1^3 m\ddot{\theta}_i - \frac{k}{a} u &= 0
\end{aligned} \tag{3-42}$$

As quatro equações podem ser escritas na forma matricial:

$$\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} (M_e + 3m)/a & m & m & m \\ m & I + ma & 0 & 0 \\ m & 0 & I + ma & 0 \\ m & 0 & 0 & I + ma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{Bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} 0 \\ ma(1 - \omega^2) \cos \psi_1 - mg \\ ma(1 - \omega^2) \cos \psi_2 - mg \\ ma(1 - \omega^2) \cos \psi_3 - mg \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{3-43}$$

Com a equação de frequências, é possível determinar as quatro primeiras frequências naturais analíticas do sistema de três pás acopladas ao sistema massa mola, considerando peso próprio e força centrífuga, aproximando cada pá à um pêndulo invertido de massa concentrada no centro de gravidade.

3.2 MÉTODO DE GALERKIN

Buscando solucionar sistemas contínuos de uma forma discreta, o método de Galerkin converte equações diferenciais para a forma integral equivalente e, com o apoio de um conjunto de funções teste de coeficientes arbitrários, permite obter uma solução numérica aproximada.

A solução aproximada é, então, substituída na equação governante, o que gera um resíduo numérico (Madenci e Guven, 2015). Visando minimizar o resíduo numérico, são utilizadas as funções de forma do elemento como as funções de peso do método. Os dois primeiros modelos propostos utilizam equações de forma de uma viga engastada-livre e deslizante-livre das soluções disponíveis em Blevins (2001).

Adicionalmente, as equações obtidas para o caso massa-mola/livre também são aplicadas ao método de Galerkin para obtenção das respectivas frequências e comparação.

O método de Galerkin será utilizado na solução aproximada para o sistema apresentado na Figura 3-1 c), que consiste de uma viga vertical livre na extremidade superior e acoplada a um sistema massa mola na extremidade inferior. A equação do movimento do sistema é apresentada pela Equação (3-44) (Rao, 2009), onde o primeiro termo refere-se à rigidez de flexão da viga, o segundo termo representa a inércia da viga e da massa pontual e o terceiro elemento representa a rigidez da mola.

$$EIw^{iv} + (M_e + \rho_1\delta(y - y_0))\dot{w} + K\delta(y - y_0)w = 0 \quad (3-44)$$

A solução aproximada proposta é substituída na equação de movimento. A solução é composta por um somatório de funções de teste (ϕ_i) multiplicadas por um termo temporal da resposta (T_i).

$$w \cong w_n = \sum_{i=1}^n \phi_i T_i \quad (3-45)$$

$$R = EIw_n^{iv} + (M_e + \rho_1\delta(y - y_0))\dot{w}_n + K\delta(y - y_0)w_n \neq 0 \quad (3-46)$$

Ao substituir uma solução aproximada na Equação (3-44), tem-se um resíduo numérico $R(w_n, y)$. O método consiste em minimizar o resíduo com funções peso ortogonais à equação de movimento. Ao integrar o produto do resíduo com a função teste o valor deve ser nulo, para que o resíduo seja mínimo.

$$\int_0^l R(w_n, y) \phi(y) dy = 0 \quad (3-47)$$

Substituindo a equação do resíduo no método de Galerkin, tem-se:

$$\int_0^l \left[EI \sum_{i=1}^n \phi_i^{(iv)} a_i + M_e \sum_{i=1}^n \phi_i^{iv} \ddot{a}_i \right] \phi_j dy + \rho_1 \sum_{i=1}^n \phi_i \ddot{a}_i \phi_j + k \sum_{i=1}^n \phi_i a_i \phi_j = 0 \quad (3-48)$$

Simplificando, fica:

$$EI \sum_{i=1}^n \int_0^l \phi_i^{iv} a_i \phi_j dy + M_e \sum_{i=1}^n \int_0^l \phi_i^{iv} \ddot{a}_i \phi_j dy = 0 \quad (3-49)$$

Como o método exige equações de forma como funções teste, serão utilizadas as equações obtidas analiticamente na seção 3.1.

$$W(y) = \text{sen} \left(\frac{\lambda y}{l} \right) + \sigma \cos \left(\frac{\lambda y}{l} \right) + \text{senh} \left(\frac{\lambda y}{l} \right) + \sigma \cosh \left(\frac{\lambda y}{l} \right) \quad (3-50)$$

E sua quarta derivada:

$$\frac{\partial}{\partial y} (W(y)) = \frac{\lambda^4}{l^4} \left(\text{sen} \left(\frac{\lambda y}{l} \right) + \sigma \cos \left(\frac{\lambda y}{l} \right) + \text{senh} \left(\frac{\lambda y}{l} \right) + \sigma \cosh \left(\frac{\lambda y}{l} \right) \right) = \frac{\lambda^4}{l^4} (W(y)) \quad (3-51)$$

Aplicando na Equação (3-49), tem-se:

$$a_i \sum_{i=1}^n \int_0^l EI \frac{\lambda^4}{l^4} \phi_i \phi_j dy + \ddot{a}_i \sum_{i=1}^n \int_0^l M_e \frac{\lambda^4}{l^4} \phi_i \phi_j dy = 0 \quad (3-52)$$

Efetuada as integrais é possível obter as formas das matrizes de massa e rigidez para os 4 primeiros modos.

$$[K] = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} \lambda_1^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4^4 \end{bmatrix} \quad (3-53)$$

$$[M] = M_e l \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-54)$$

A equação de movimento fica:

$$[M]\ddot{a} + [K]a = 0 \quad (3-55)$$

Com isso, é possível determinar as frequências naturais $f_{n,i}$ do sistema com a relação:

$$2\pi f_{n,i} = \sqrt{\frac{K_{ii}}{M_{ii}}}, i = 1,2,3,4. \quad (3-56)$$

3.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A origem do método dos elementos finitos está fortemente ligada à aviação, no início dos anos 40. O desenvolvimento de aviões de alta performance trouxe à tona dificuldades na previsão de respostas das novas estruturas a carregamentos estáticos e dinâmicos, principalmente em cascas metálicas usadas no revestimento das estruturas treliçadas com barras de tração e compressão. Em 1941 foi proposta uma técnica para solução de placas retangulares como sendo um sistema de barras com rigidez conhecida, que funcionou para o caso específico, mas não era efetivo em formas irregulares. Posteriormente, em 1956, foi apresentado um método para estimar rigidez em plano de elementos triangulares e quadrilaterais, método que serviu como base para novas possibilidades de análise de corpos como elementos. Aproximadamente no mesmo período, estudos no método de análise estrutural por matrizes foram aprimorados e implementados em computadores digitais para resolver as diversas equações simultaneamente. Sem o desenvolvimento da computação os métodos teriam pouca perspectiva de avanço pois após 1965 as condições

tecnológicas permitiram que o método dos elementos finitos se desenvolvesse para o que atualmente é considerado um método solidificado de análise (Grandin, 1991).

O método consiste de uma técnica para solução numérica aplicável em termos de equações algébricas, diferenciais ou integrais em diversas situações. O método é utilizado para amenizar a dificuldade em obter soluções para mecânica de corpos e meios contínuos, que seriam possíveis apenas em casos extremamente simplificados, ou com aproximações apenas para parte do corpo. A região a ser analisada é dividida em pequenas sub-regiões, denominadas elementos, de forma que cada sub-região possibilite soluções significativamente mais simples. Os elementos são ligados entre si através de condições mecânicas que os façam compatíveis com as condições dos elementos vizinhos e mantenham a integridade do problema original.

Para essa análise foi utilizado o software de análise ANSYS. O modelo construído no ANSYS é composto por três categorias de elementos, um tipo BEAM4, um COMBIN14 e um MASS21. O primeiro, BEAM4, é um modelo de viga uniaxial que aceita esforços de tensão, compressão, torção e flexão. Cada nó do elemento tem seis graus de Liberdade, sendo três de translação e três de rotação. O segundo elemento acrescenta propriedades de uma mola elástica, COMBIN14, que suporta deslocamentos longitudinais ou torcionais em espaços de aplicação uni, bi ou tridimensionais. Ao usar a opção longitudinal, o elemento é compreendido como tensão-compressão uniaxial com até três graus de liberdade em cada nó, apenas para translação. Dessa forma ele não considera flexão ou torsão. A opção torcional é puramente de rotação, com três graus de liberdade em cada nó, apenas para rotação e ignora flexão ou cargas axiais. Em ambos os casos, o COMBIN14 não possui propriedades de massa ou inércia, sendo necessário usar o último elemento, MASS21, para tal finalidade. Ele possui até seis graus de liberdade, três em translação e três em rotação. Suas definições aceitam propriedades de massa e inércia de rotação diferentes para cada direção e não possui dimensão, o que representa uma massa pontual.

São criados dois pontos-chave para o posicionamento do elemento representativo da pá, nas coordenadas da origem $(0,0,0)$ e no eixo x em $(Lb, 0,0)$ onde Lb é o comprimento da pá previamente definido. Nos modelos de três pás, são adicionados duas outras vigas, com início na origem e final nos pontos $(-ab, bb, 0)$ e

$(-ab, -bb, 0)$, onde $ab = Lb \sin(\pi/6)$ e $bb = Lb \cos(\pi/6)$. Para a malha utilizou-se a ferramenta de malha automática de linha, feita com 400 elementos para cada viga.

O elemento mola também utiliza dois pontos para seu posicionamento. Foi utilizada novamente a origem de um lado e o segundo ponto sobre o eixo z , em $(0,0,1)$. Para esse elemento de mola o seu comprimento é irrelevante, não havendo problemas típicos de molas como interação entre espiras devido ao contato e deslocamento máximo ou limite de escoamento e deformação plástica. O elemento trabalha como mola ideal de comportamento linear. Não é necessário fazer uma malha desse elemento.

O terceiro tipo de elemento colocado, MASS21, necessita apenas de um ponto para sua colocação. Posicionado na origem, compartilhando o mesmo nó que o acoplamento entre viga e mola, esse elemento também não necessita ser malhado.

Todos os nós criados foram restritos na direção y e x , então o sistema tem movimentação livre em z apenas. Adicionalmente o ponto final da mola, foi totalmente restrito para translação e rotação, representando o engaste da mola. O ponto da origem, que representa o acoplamento entre a viga e a mola, foi restrito para todas as rotações e para deslocamento em x e y . Dessa forma o nó 1 $(0,0,0)$ representa um carrinho deslizando com uma viga “engastada” em si.

Para o primeiro caso de uma pá foi realizado o ensaio modal com obtenção dos 5 primeiros modos no ansys e um confronto com os modelos de viga engastada/livre e deslizando/livre encontradas em referências como Blevins (2001) e comparado com resultados de frequência para o sistema massa-mola/livre pelo Método de Galerkin. Para comparar, os parâmetros de massa e rigidez da mola foram manipulados no sistema massa-mola/livre (APÊNDICE B). No primeiro teste comparativo com uma viga engastada/livre a massa utilizada foi mantida inalterada e a rigidez da mola foi multiplicada por 10^{11} . No segundo teste a massa concentrada e a rigidez da mola foram anuladas, o que equivale ao sistema deslizando/livre. No terceiro teste os valores originais de massa e rigidez da mola são aplicados para comparação com os resultados pelo Método de Galerkin. Desta forma, é possível obter um modelo válido do sistema equivalente de interação de torre com uma pá, sem efeitos de peso próprio e centrífuga.

Após análise dos primeiros resultados, o ensaio modal do caso massa-mola/livre é novamente testado, agora incluindo efeitos de força centrífuga e peso próprio. Para os efeitos de força centrífuga é utilizado o comando OMEGA, que aplica

uma velocidade de rotação de intensidade i sobre um dos eixos coordenados, no caso o eixo z . Os efeitos de força gravitacional são aplicados na forma de um vetor de aceleração sobre o sistema com o comando ACEL, nas direções $A_x = 9,81 \sin k$ e $A_y = 9,81 \cos k$ que decompõe a aceleração da gravidade de acordo com a posição da pá. Os valores de i e k são variados, de forma a testar diferentes posições da pá para diferentes valores de rotação. Os resultados são tratados graficamente em rotina no software MatLab (APÊNDICE F).

Para obter resultados do sistema de três pás, é construído o sistema de pás acoplados ao sistema massa-mola. São realizados três ensaios, o primeiro do tipo modal, sem considerar peso próprio e força centrífuga, o segundo do tipo harmônico, também sem efeito de peso próprio e força centrífuga, e o terceiro do tipo modal considerando os efeitos de peso-próprio e força centrífuga. As rotinas de ensaio se assemelham as apresentadas anteriormente e estão disponíveis no APÊNDICE J, APÊNDICE K e APÊNDICE L respectivamente.

4 RESULTADOS

Um aerogerador de pás rotativas é tomado como referência inicial para esse trabalho. A partir dele é feito um modelo, que consiste de uma torre com massa concentrada no topo, representando a nacele, e três pás de perfil tubular constante.

Os parâmetros físicos e geométricos utilizados nas simulações e cálculos foram baseados no artigo de Kang *et al.* (2016) de forma a permitir mais uma comparação dos resultados. A torre considerada possui 46 metros de altura, com 1,5 metro de diâmetro externo e 1 centímetro de espessura. Construída em aço, com densidade de 7850 quilos por metro cúbico e módulo de Young de 210 giga-pascal. A pá possui 22 metros de comprimento, com 0,5 metro de diâmetro externo e 0,1 metro de espessura. Sua densidade é do alumínio, com 2770 quilos por metros cúbico e módulo de Young de 69 giga-pascal. A Tabela 4-1 apresenta um resumo dos valores e as unidades de medida das propriedades da torre, das pás e da nacele.

Tabela 4-1 Dados físicos do sistema

Componente	Propriedade	Dimensão
Torre	Altura	46 m
	Diâmetro externo	1,5 m
	Diâmetro interno	1,49 m
	Densidade	7850 kg/m ³
	Módulo de Young	210 GPa
Pá	Comprimento	22 m
	Diâmetro externo	0,5 m
	Espessura	0,1 m
	Densidade	2770 kg/m ³
	Módulo de Young	69 GPa
Nacele	Massa	30000 kg

O modelo proposto ainda apresenta algumas complexidades, então, buscando uma compreensão completa do comportamento dos elementos, uma simplificação é feita ao aproximar a torre de um sistema massa-mola. Para manter equivalência entre os elementos, o coeficiente de rigidez da torre é mantido como a rigidez da mola. A

massa utilizada nas simulações é obtida através de uma equivalência, de acordo com Avila *et al.*, (2016) pela seguinte equação:

$$M_e = M_{nac} + \rho_T L \left[\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right] \quad (4-1)$$

onde M_{nac} é a massa da nacele, ρ_T é a densidade linear da torre e L a altura da torre. A rigidez da torre é obtida da forma:

$$K = \frac{EI\pi^4}{32L^3} \quad (4-2)$$

onde E é o módulo de elasticidade e I o momento de inércia, ambas informações da torre. Sendo assim, a frequência natural do sistema massa-mola preserva a primeira frequência da torre.

4.1 MODELOS DE UMA PÁ

Essa seção realiza um estudo de comparação entre métodos de elementos finitos, analítico e Galerkin. O modelo de elementos finitos é composto por um tubo cilíndrico acoplado rigidamente a uma massa pontual e de movimentação restrita por uma mola, como mostra a Figura 4-1. O movimento é possível apenas na direção de deslocamento da mola. Para comparação com um modelo analítico de viga sob condições de contorno engastado/livre, serão aplicadas condições de rigidez e massa tais que os sistemas sejam equivalentes. O mesmo procedimento será realizado considerando um modelo analítico com condições de contorno deslizante/livre. Após validado o modelo em MEF, serão comparados os resultados obtidos para o sistema sob condições de rigidez e massa que correspondam ao sistema massa-mola/livre com os resultados obtidos pelo método de Galerkin.

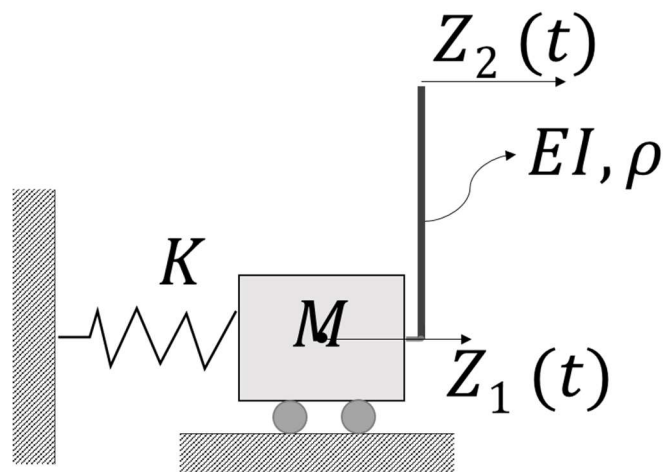


Figura 4-1 – Modelo proposto com uma pá, vista superior

4.1.1 CONTORNO ENGASTADO/LIVRE

A Figura 4-1 é composta por uma viga na direção x ligada a um massa-mola de deslocamento na direção z em uma extremidade e livre na outra extremidade. Ao considerar rigidez da mola $K = 6,79 \cdot 10^{16} N/m$ e a massa equivalente torre-nacele como $M_e = 40690 kg$, o sistema se comporta como uma viga sob condições de contorno engastado/livre.

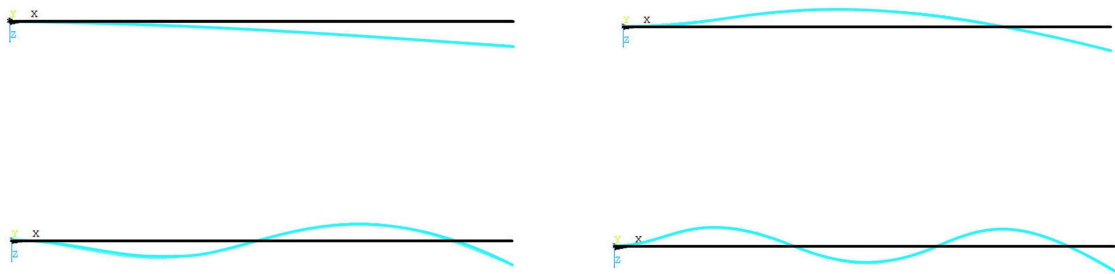
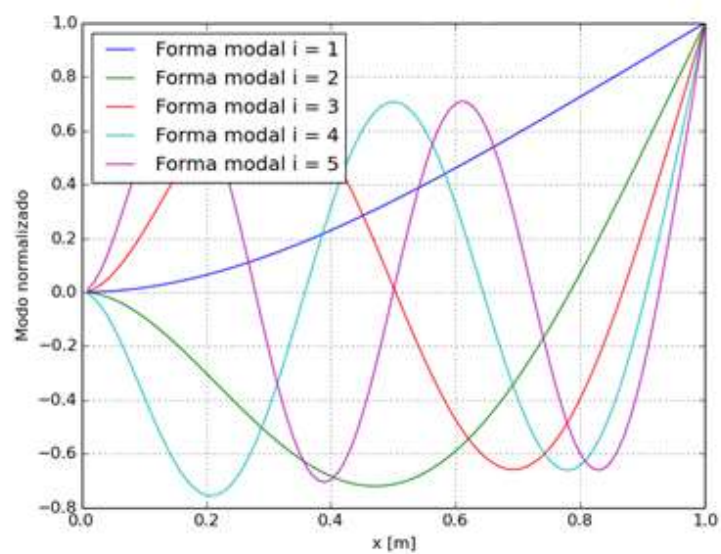
A Tabela 4-2 apresenta os resultados das cinco primeiras frequências naturais, numeradas na primeira coluna. A coluna de Frequências analíticas é obtida pelo mesmo método apresentado por Blevins (2001), construindo uma rotina de cálculo em MatLab com equações para condição engastado/livre apresentada no APÊNDICE C. As frequências FEM são obtidas no software de análise ANSYS com rotina APDL apresentada no APÊNDICE B. Pode-se observar um erro relativo satisfatório entre os dois métodos.

Após observar que o erro relativo entre os métodos é consideravelmente pequeno, apresenta-se agora as formas modais dos quatro primeiros modos de flexão.

A Figura 4-2 apresenta os modos obtidos pelo ANSYS e a Figura 4-3 pelo método apresentado por Kang *et al.* (2016) (APÊNDICE D). Observa-se que as formas modais obtidas em cada método são correspondentes, mostrando a equivalência do modelo em MEF, considerando condições de rigidez elevada, com o modelo analítico.

Tabela 4-2 Resultados de frequência para modelo de viga engastado/livre

Modo	Frequências analíticas (Hz)	Frequências MEF (Hz)	Erro relativo (%)
1	0,8412	0,8410	0,0238
2	5,2716	5,2678	0,0721
3	14,7606	14,7360	0,1667
4	28,9249	28,8350	0,3108
5	47,8149	47,5770	0,4975

**Figura 4-2 Formas modais de flexão obtidas pelo MEF para viga de contorno engastado/livre****Figura 4-3 Formas modais de flexão obtidas analiticamente para viga de contorno engastado/livre**

4.1.2 CONTORNO DESLIZANTE/LIVRE

Ao considerar rigidez da mola e a massa nulas, o sistema deve se comportar como uma viga sob condições de contorno deslizante/livre.

A Tabela 4-3 apresenta os resultados das cinco primeiras frequências naturais, numeradas na primeira coluna. A coluna de Frequências analíticas é obtida pelo mesmo método apresentado por Blevins, (2001), com apoio de uma rotina de cálculo em MatLab com as equações para condição deslizante/livre apresentada no APÊNDICE C. As frequências FEM são obtidas no software de análise ANSYS com rotina APDL apresentada no APÊNDICE B. Pode-se observar novamente um erro relativo satisfatório entre os dois métodos, assim as frequências obtidas pelos dois métodos são equivalentes e as formas modais podem ser comparadas.

Tabela 4-3 Resultados de frequência para modelo de viga deslizante/livre

Modo	Frequência analítica (Hz)	Frequência MEF (Hz)	Erro relativo (%)
1	1,3382	1,3378	0,0299
2	7,2313	7,2239	0,1023
3	17,8568	17,8180	0,2173
4	33,2048	33,0790	0,3789
5	53,2753	52,9650	0,5824

Após observar que o erro relativo entre os métodos é consideravelmente pequeno, apresenta-se agora as formas modais dos cinco primeiros modos de flexão. A Figura 4-5 apresenta as formas modais obtidas analiticamente (APÊNDICE E) com equações disponíveis por Blevins, (2001) e a Figura 4-4 pelo MEF em ANSYS já modelado. Observa-se que as formas modais obtidas em cada método são correspondentes, mostrando a equivalência do modelo em MEF com o modelo analítico, considerando condições de rigidez e massa nulas.

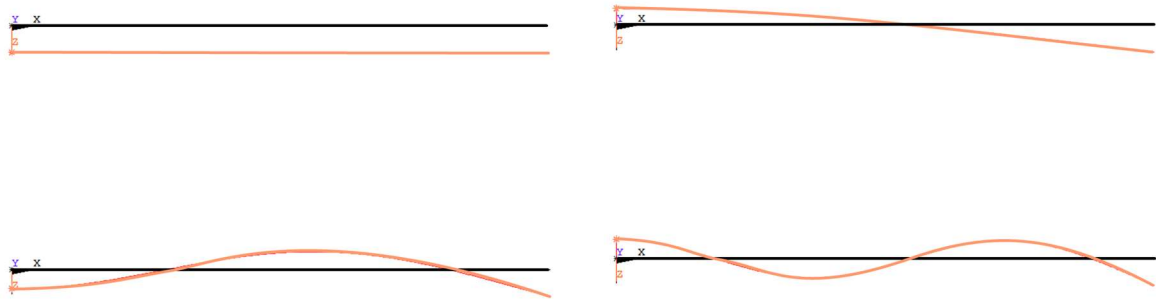


Figura 4-4 Formas modais de flexão obtidas pelo MEF para viga de contorno deslizante/livre

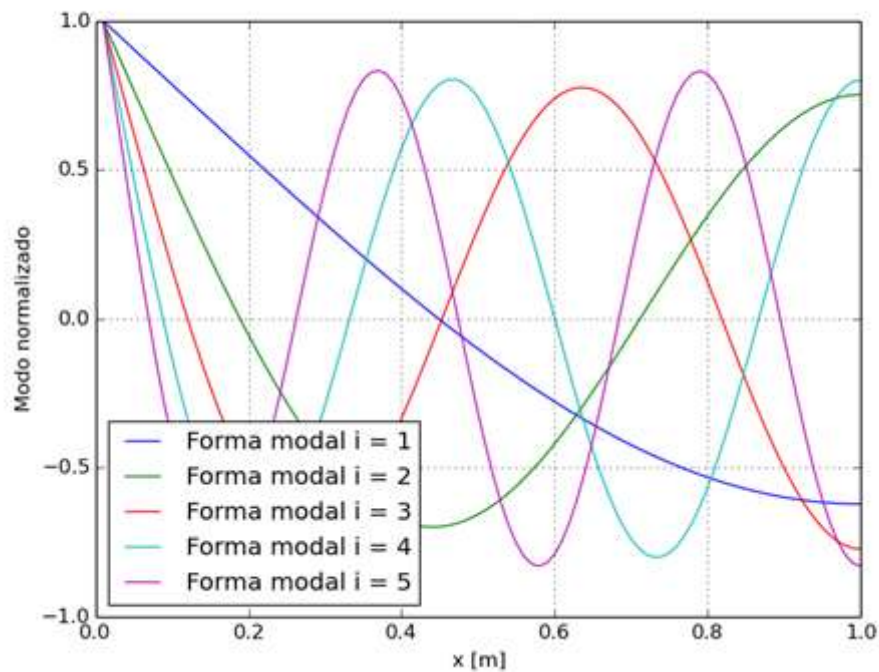


Figura 4-5 Formas modais de flexão obtidas analiticamente para viga de contorno deslizante/livre

4.1.3 CONTORNO MASSA-MOLA/LIVRE

As duas seções anteriores apresentam os resultados de uma comparação entre o método de solução analítico e numérico por elementos finitos. Nessa seção apresenta-se resultados para a viga sob condições de contorno massa-mola/livre. Visto que não há solução ou exemplos na literatura para tal condição de contorno, resolve-se o problema pelo Método de Galerkin afim de comparar com os resultados

obtidos pelo MEF, já que o modelo construído em ANSYS se mostrou coerente nas seções anteriores.

Tabela 4-4 Resultados de frequência para modelo de viga massa-mola/livre

Modo	Frequência MEF (Hz)	Frequência Galerkin (Hz)	Erro relativo (%)
1	0,7631	0,6617	15,32417
2	2,4853	1,3833	79,66457
3	7,5558	7,2779	3,818409
4	17,9460	17,9023	0,244103
5	33,1470	33,2502	0,310374

Na Tabela 4-4, a coluna de frequências MEF apresenta os valores obtidos pela rotina em ANSYS do modelo já apresentado, dessa vez considerando os valores normais de massa equivalente e rigidez da mola, APÊNDICE B. Os valores apresentados na coluna de frequências Galerkin são obtidos pelo método discutido na Seção 3.2, com os valores de λ notados na Tabela 3-1 e rotina apresentada no APÊNDICE F e APÊNDICE G. Os valores obtidos pelo Métodos de Galerkin apresentam um erro relativo grande para os dois primeiros modos, sendo maior para o segundo modo. Uma possível fonte de erro são os valores de λ obtidos, visto que pequenas variações em suas casas decimais podem incorrer em grandes variações nos resultados de frequência (Blevins, 2001), além das limitações numéricas do software MatLab usado para obtenção tanto dos valores de λ quanto das frequências, ao lidar com valores com mais que 16 dígitos. Usando o comando “digits” é possível alterar o número de dígitos analisados, mas incorre em maior custo computacional. Para esse trabalho foram usados 48 dígitos. Apesar de erros relativos não tão favoráveis para os dois primeiros modos, os demais apresentam resultados satisfatórios.

Apresenta-se agora as formas modais dos cinco primeiros modos de flexão. A Figura 4-7 apresenta as formas modais obtidas analiticamente com equações discutidas na Seção 3.1 e a Figura 4-6 pelo MEF em ANSYS já modelado. Observe-se que as formas modais obtidas em cada método são correspondentes, mostrando a equivalência do modelo em MEF com o Método de Galerkin, mesmo com valores de frequência díspares para os dois primeiros modos.

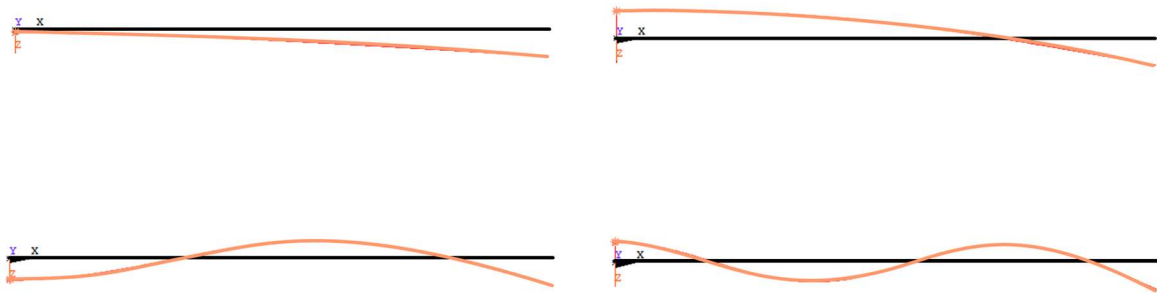


Figura 4-6 Formas modais de flexão obtidas pelo MEF para viga de contorno massa/mola/livre

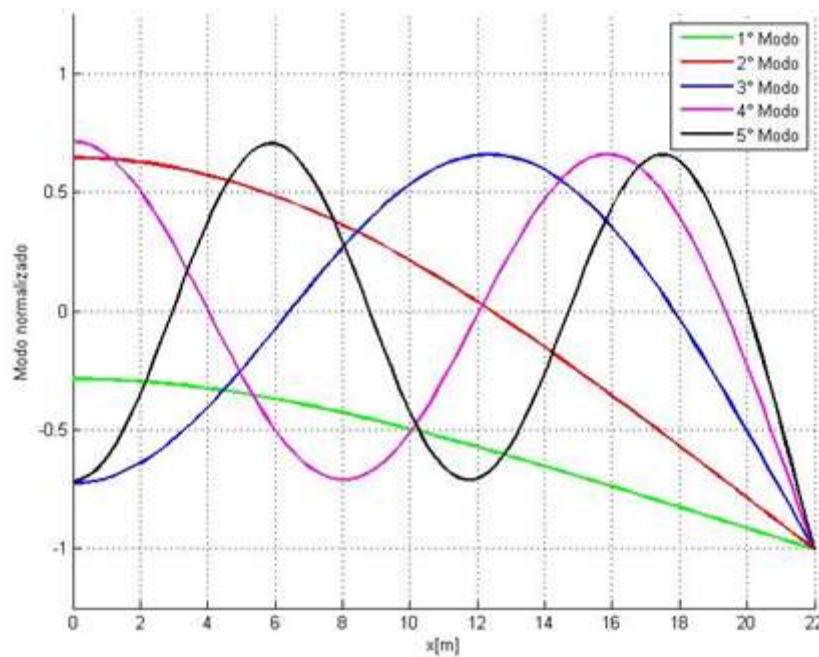


Figura 4-7 Formas modais de flexão obtidas analiticamente para viga de contorno massa-mola/livre

4.1.4 CONSIDERANDO PESO PRÓPRIO E FORÇA CENTRÍFUGA.

O modelo construído em ANSYS foi testado nas seções anteriores, de forma a considerar efeitos de interação entre uma pá e a torre/nacele. Sendo assim os resultados apresentados nessa seção aproximam o modelo do caso real ao levar em consideração efeitos alternantes do peso próprio ao longo de cada rotação da pá, bem como os efeitos de força centrífuga.

A rotina construída em ANSYS para obtenção das frequências de resposta está no APÊNDICE H. Nela são construídos dois loops, um que varia a velocidade de rotação das pás de forma crescente, e o segundo que varia a inclinação da pá em relação à posição vertical. Dessa forma, para cada velocidade de rotação são obtidos os valores de frequência para as inclinações de uma rotação completa da pá. Os dados são armazenados em uma coluna, na sequência em que são calculados pelo ANSYS. Para o processamento gráfico é criada uma rotina em MatLab que separa e gera os gráficos com as informações para cada modo, posição e frequência de rotação (APÊNDICE I).

As Figuras apresentam, à esquerda, as frequências de resposta do sistema em relação à velocidade de rotação da pá em cada modo. Cada linha apresenta a relação entre frequência de rotação e resposta do sistema para cada posição de inclinação da pá. Sendo assim, a linha de frequências de resposta mais baixas de cada modo é calculada para a posição de pá vertical para baixo, enquanto a linha de frequências mais altas é calculada com a pá em posição vertical para cima. No gráfico à direita, cada linha representa a variação da resposta em função da posição da pá para uma determinada velocidade de rotação. Sendo assim, a linha mais inferior é calculada considerando velocidade de rotação igual a zero e cada linha acima é calculada para a frequência de rotação seguinte. As linhas superiores apresentam também uma flutuação ao longo dos diferentes ângulos de posição da pá, contudo suas variações são menores que nas linhas inferiores.

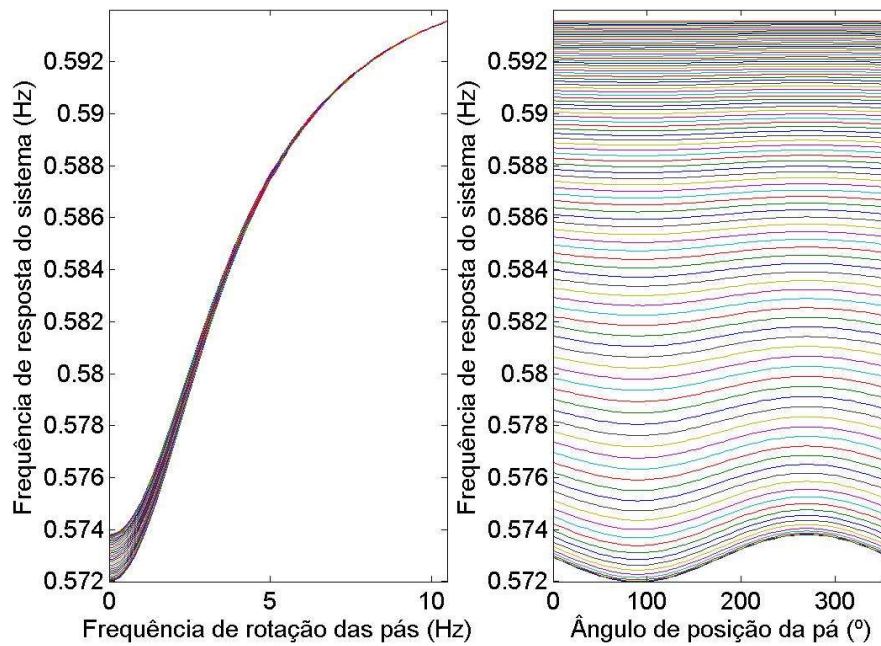


Figura 4-8 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o primeiro modo de vibrar.

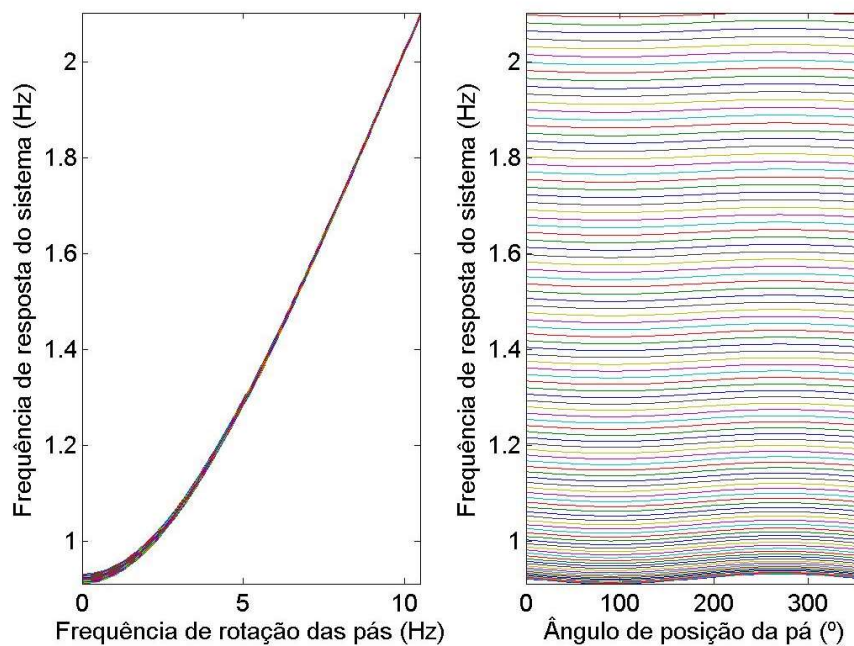


Figura 4-9 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o segundo modo de vibrar.

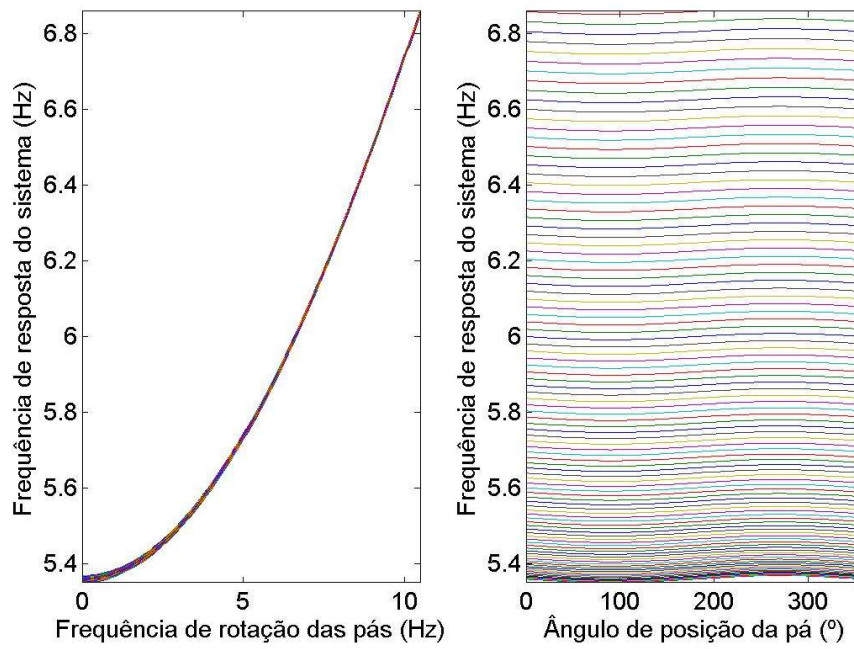


Figura 4-10 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o terceiro modo de vibrar.

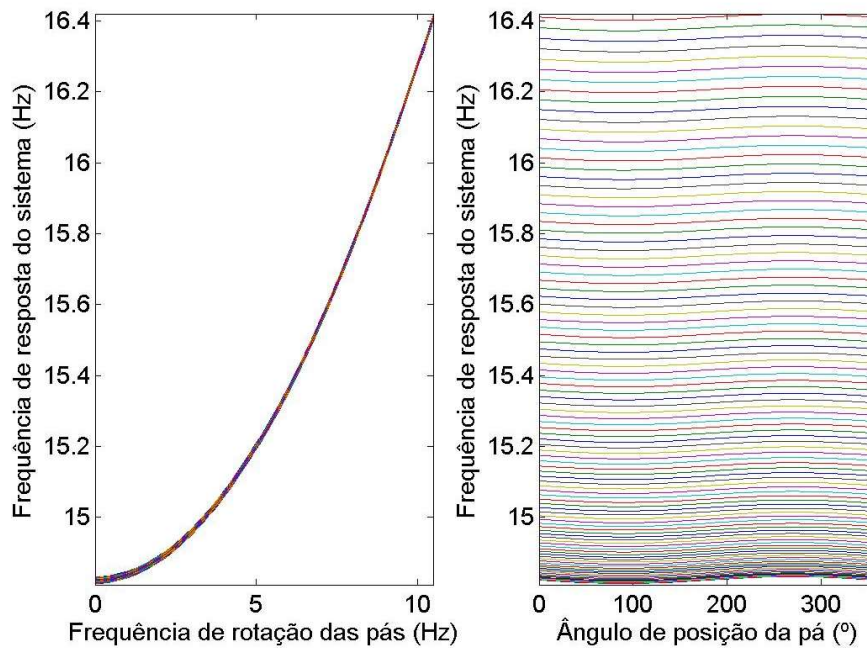


Figura 4-11 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o quarto modo de vibrar.

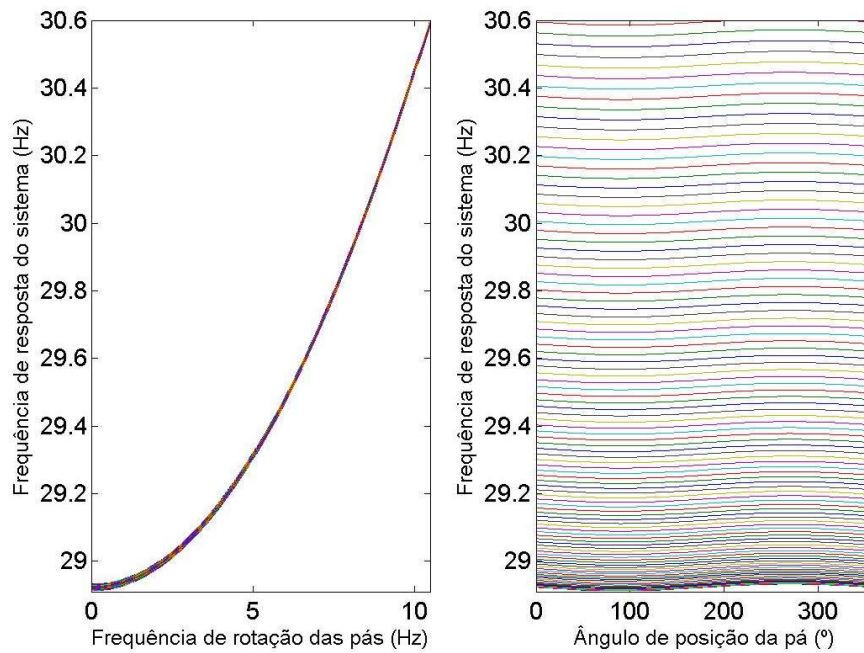


Figura 4-12 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o quinto modo de vibrar.

De forma complementar, é possível plotar uma superfície que relaciona as informações de velocidade de rotação, posição e resposta para cada modo, que são as Figuras Figura 4-13, Figura 4-14, Figura 4-15, Figura 4-16 e Figura 4-17.

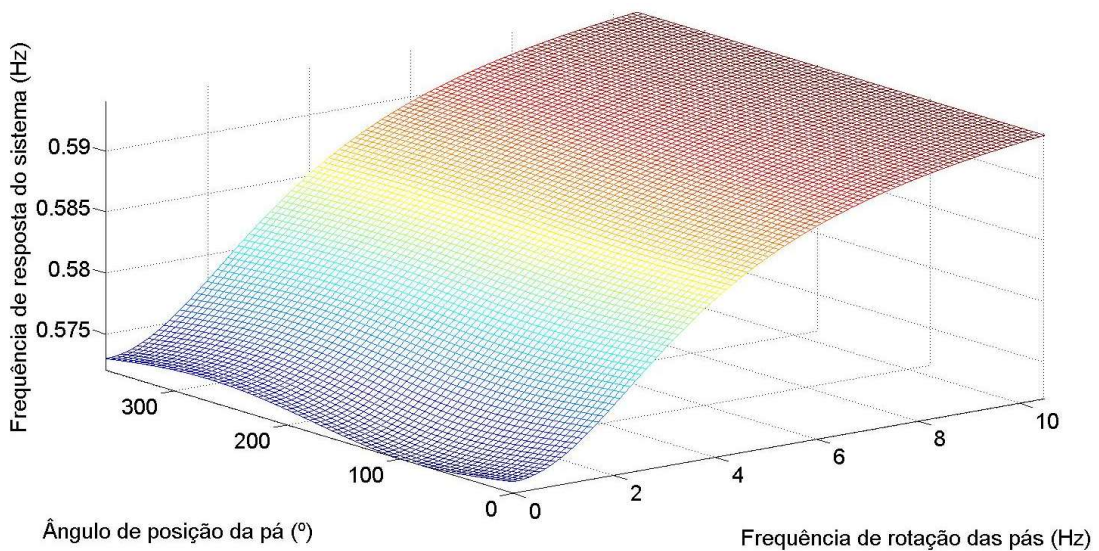


Figura 4-13 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o primeiro modo de vibrar.

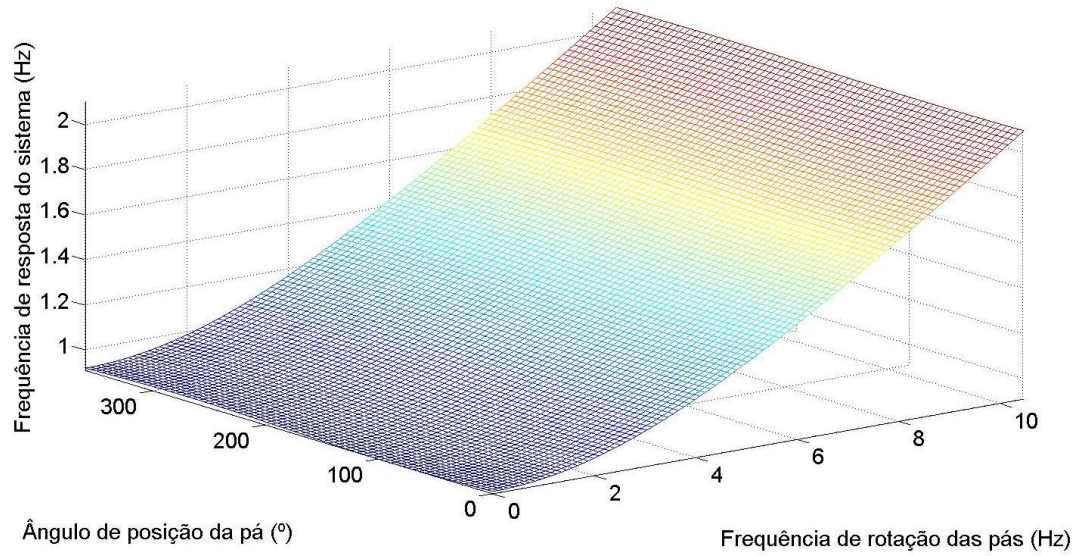


Figura 4-14 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o segundo modo de vibrar.

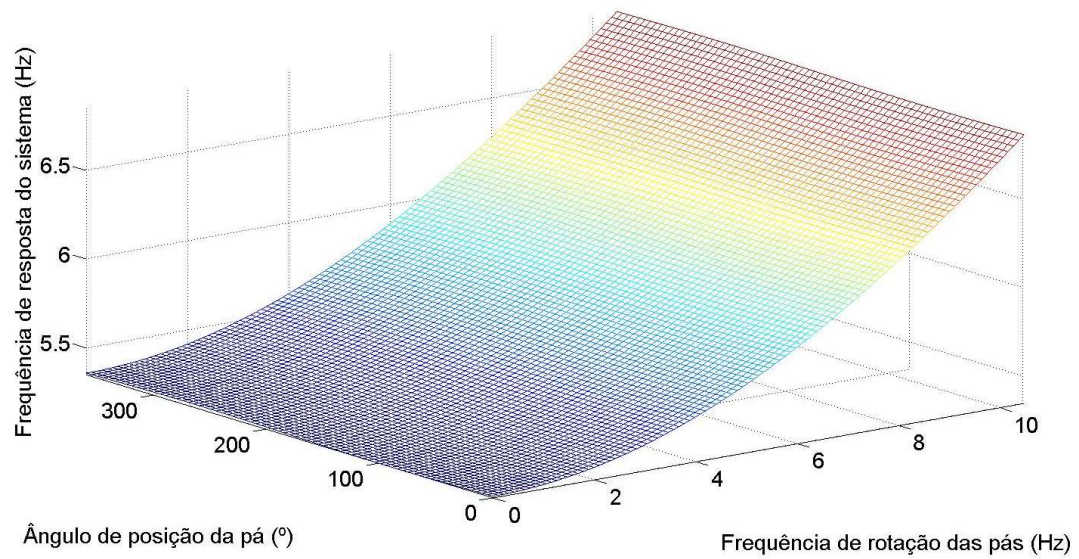


Figura 4-15 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o terceiro modo de vibrar.

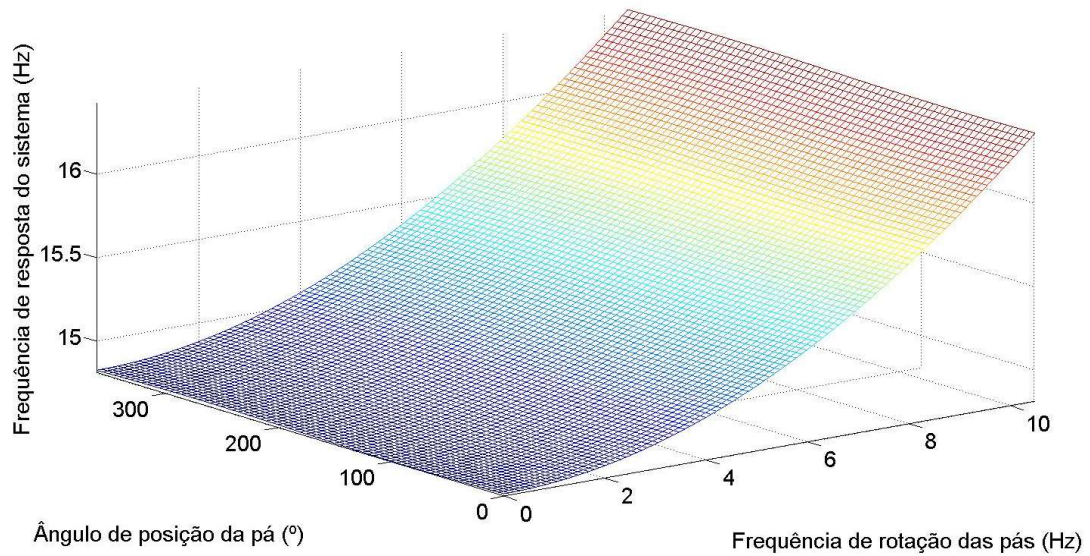


Figura 4-16 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o quarto modo de vibrar.

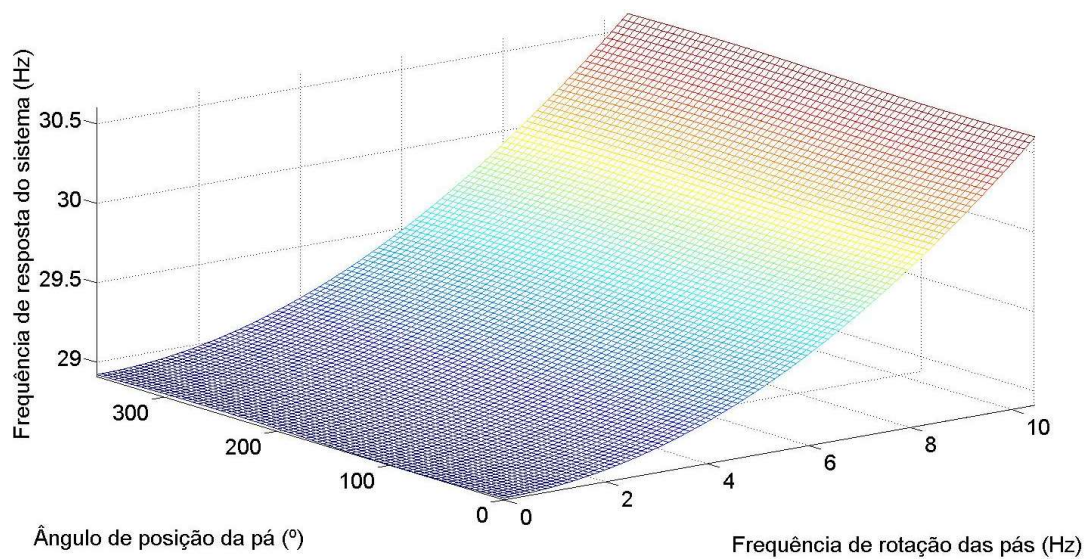


Figura 4-17 Relação entre frequência de rotação, posição da pá e a resposta do sistema para o quinto modo de vibrar.

Por fim, é relevante observar que os efeitos em função do aumento da velocidade de rotação das pás são melhor visualizados para os modos mais altos, como consta na Figura 4-18 que contém o Diagrama de Campbell para os cinco primeiros modos com a pá em posição horizontal. Os dados foram obtidos pela mesma rotina em ANSYS e tratados em rotina pelo MatLab

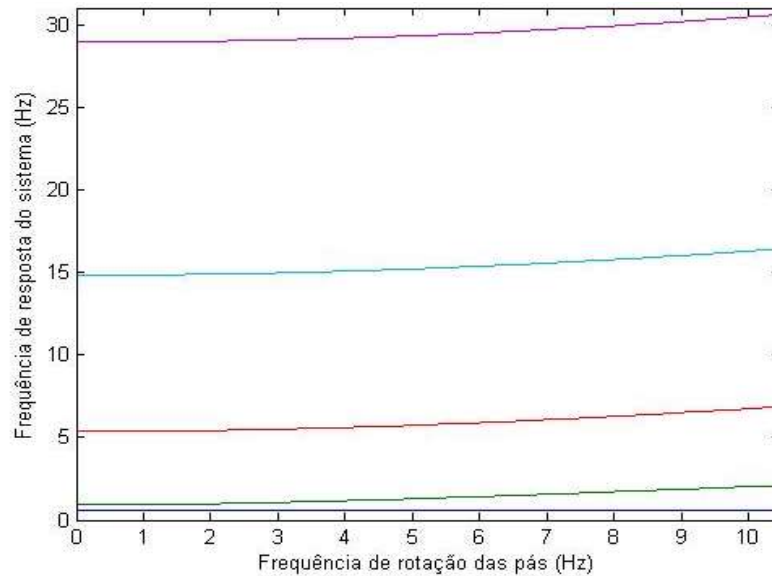


Figura 4-18 Diagrama de Campbell com os cinco primeiros modos de vibrar para a pá em posição horizontal

4.2 MODELO DE TRES PÁS

Essa seção realiza um estudo de comparação entre método de elementos finitos e analítico apresentado na Seção 3.1.1, constituído de três pás, nacele e mola. O modelo de elementos finitos é composto por três tubo cilíndricos acoplado rigidamente a uma massa pontual, sob um mesmo plano e distribuídos igualmente sobre ele com ângulos de 120° entre si. A extremidade de ligação entre as pás possui movimentação restrita por uma mola. A flexão é possível apenas na direção de deslocamento da mola para todos os elementos, denominada flexão flapwise da pá. Flexões edgewise não são consideradas.

A Tabela 4-5 apresenta uma coluna de resultados analíticos considerando o sistema de quatro graus de liberdade. Em função da metodologia escolhida, as frequências naturais do sistema modelado analiticamente não dependem de valores da velocidade de rotação da pá, nem do efeito do peso. Apesar de serem considerados no diagrama de equilíbrio de forças e momentos, seus efeitos não estão presentes nas matrizes de massa e rigidez, portanto não alteram frequências naturais. Dessa forma, deve-se comparar com os resultados para três pás, considerando a mesma posição das pás no plano de rotação e velocidade de rotação nula. Os dados obtidos para o modelo em MEF estão na coluna ANSYS da mesma tabela seguido pela coluna com o erro relativo.

Tabela 4-5 Resultados de frequência para modelo de três pás

Modo	Analítico (Hz)	ANSYS (Hz)	Erro relativo (%)
1	0,4337	0,4922	11,88541
2	0,5860	0,8356	29,87075
3	0,5860	0,8462	30,74923
4	0,8787	1,0061	12,66276

Foram obtidos os quatro primeiros modos de vibrar em ANSYS e observou-se que alguns modos se repetem, variando a combinação de pás excitadas, mas variando muito pouco a frequência de resposta. Em função disso, é necessário obter mais do que os quatro primeiros modos para ser possível comparar com o modelo analítico. Por fim foi definido o número arbitrário de 30 modos, de forma a observar quais seriam repetidos e, então, selecionar apenas um modo de flexão para cada frequência. As Figura 4-19, Figura 4-21, Figura 4-23 e Figura 4-25 apresentam as formas modais dos quatro primeiros modos obtidos pelo método de elementos finitos em ANSYS. As Figura 4-20, Figura 4-22, Figura 4-24 e Figura 4-26 apresentam as formas modais dos quatro primeiros modos obtidos pelo método analítico. Apesar dos valores de frequência terem um erro relativo alto, até 30%, as formas modais são equivalentes. Importante ressaltar que o modelo em MEF mantém informações relativas ao efeito da gravidade, ainda que não avalie o efeito de sua variação ao longo da rotação, o que o modelo analítico não considera. Também contribui para o erro a escolha de aproximar a viga como uma massa concentrada com rigidez torsional na solução analítica, o que simplifica consideravelmente os cálculos, mas compromete a precisão na solução.

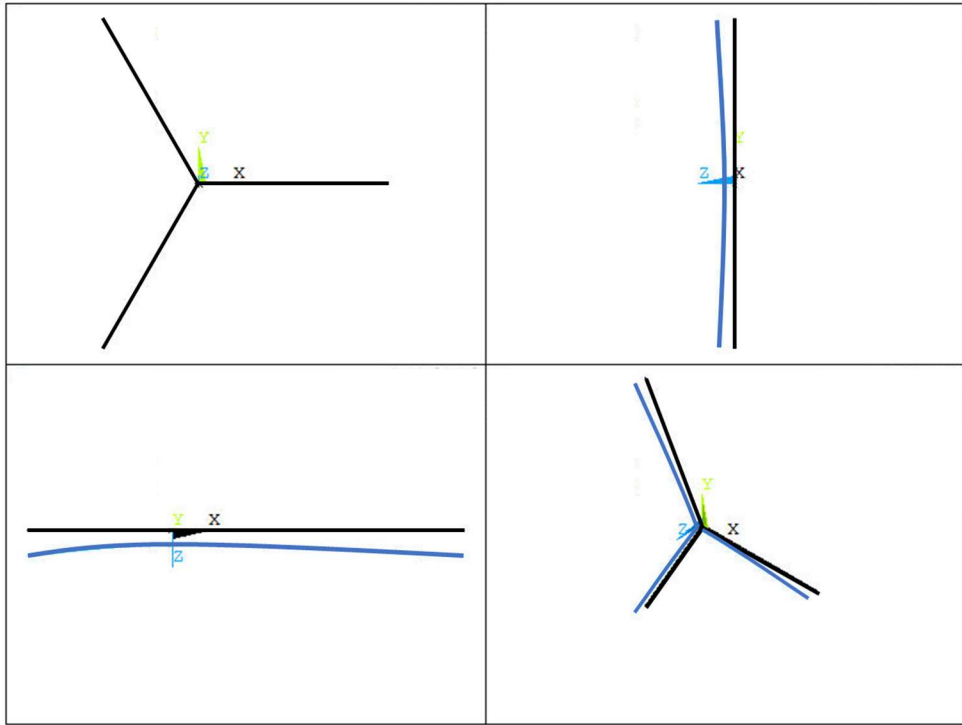


Figura 4-19 Formas modais para o primeiro modo em ANSYS

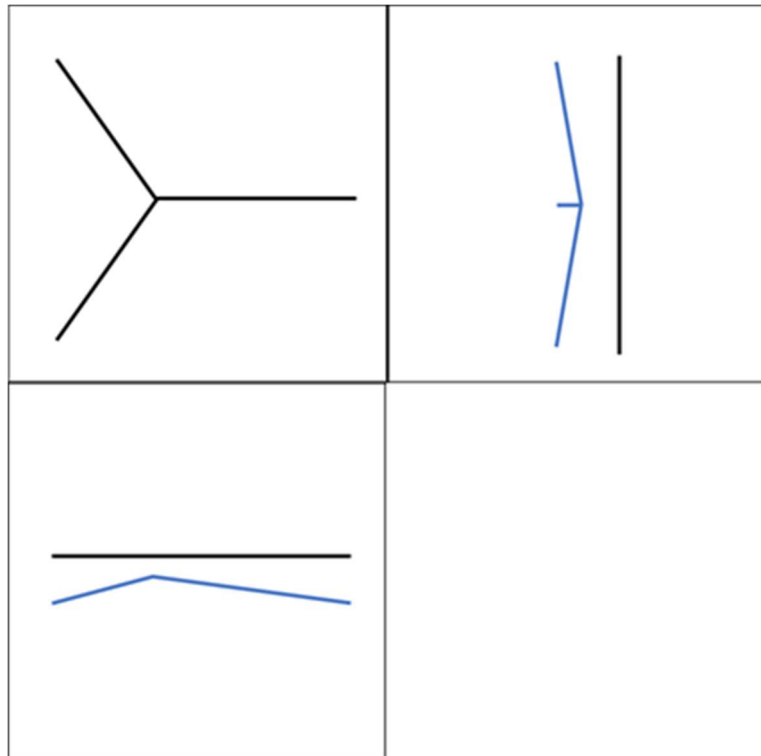


Figura 4-20 Formas modais para o primeiro modo analítico

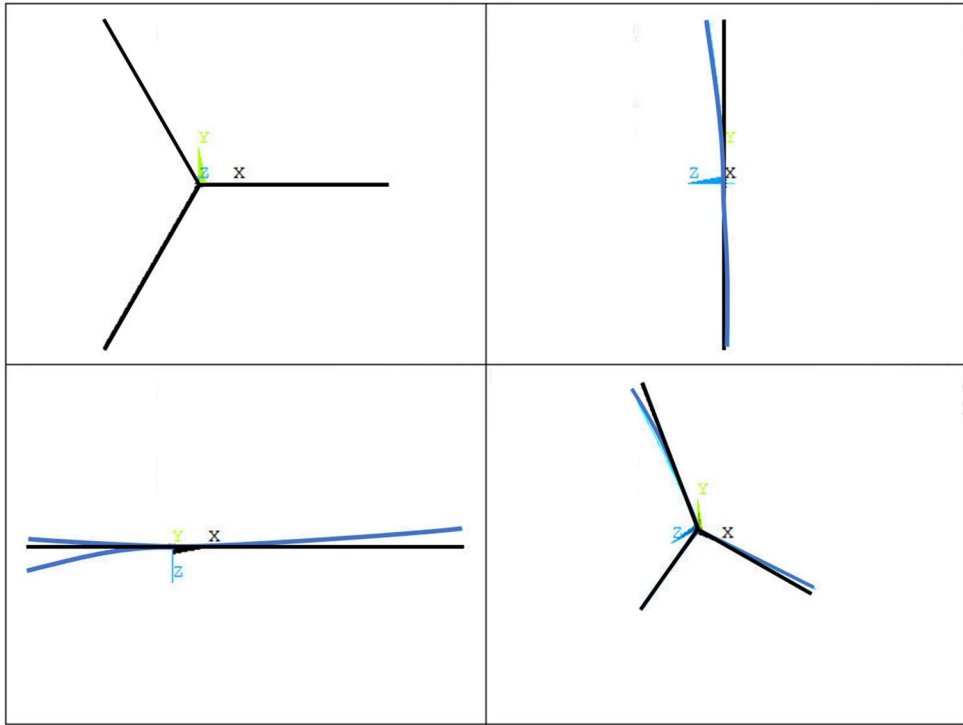


Figura 4-21 Formas modais para o segundo modo em ANSYS.

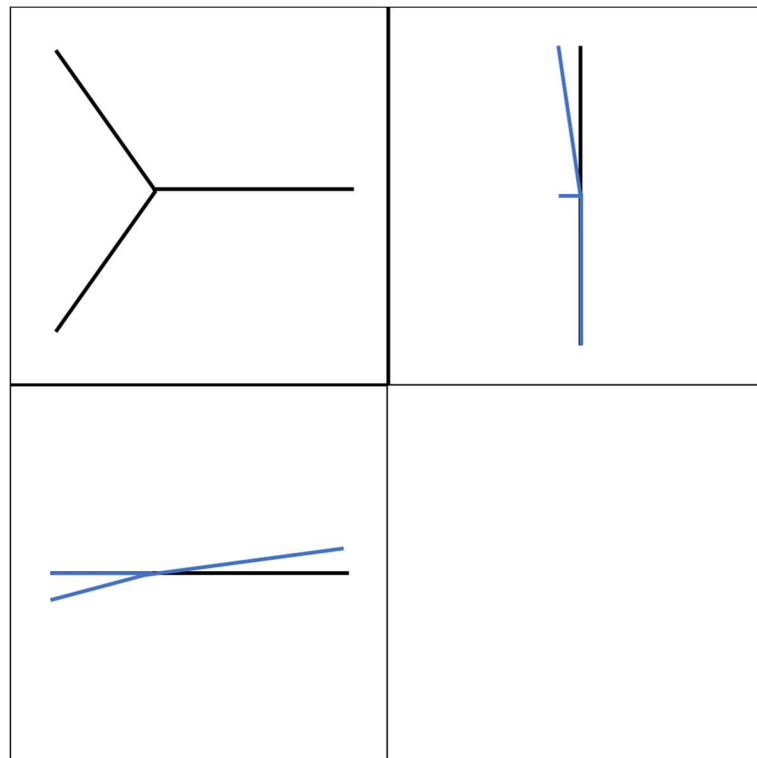


Figura 4-22 Formas modais para o segundo modo analítico

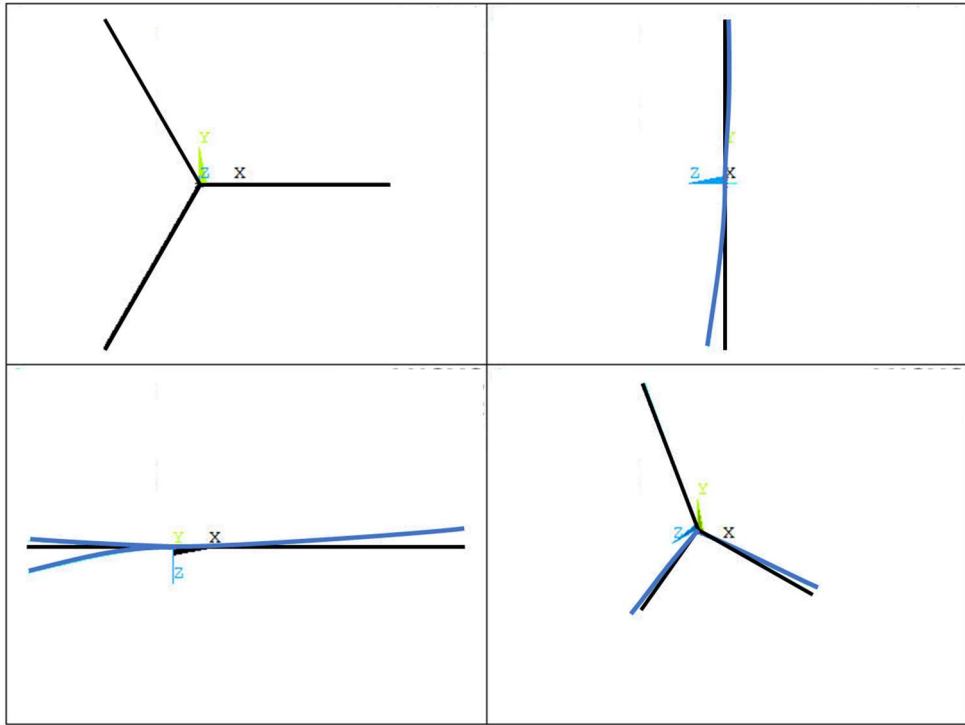


Figura 4-23 Formas modais para o terceiro modo em ANSYS.

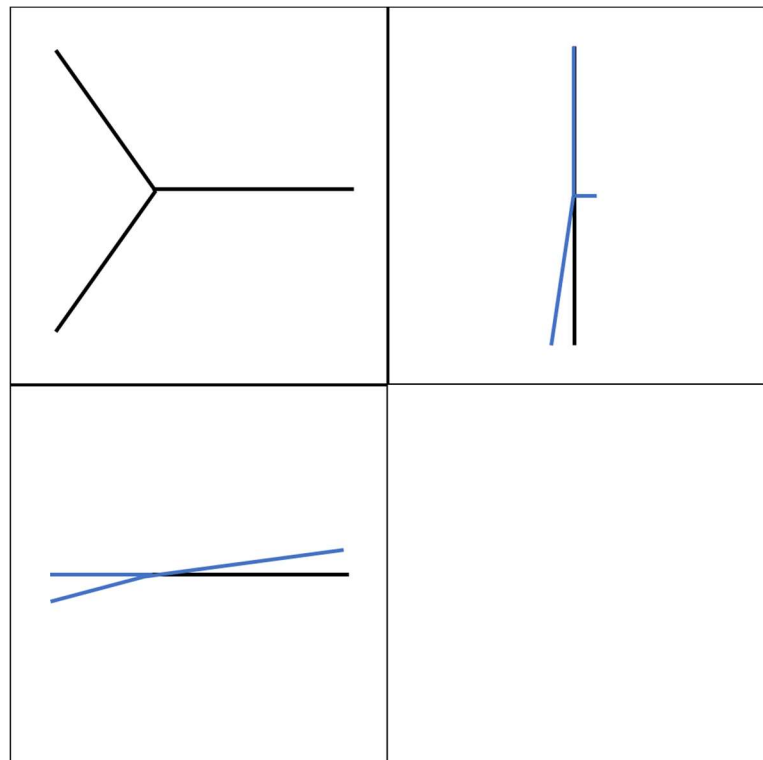


Figura 4-24 Formas modais para o terceiro modo analítico

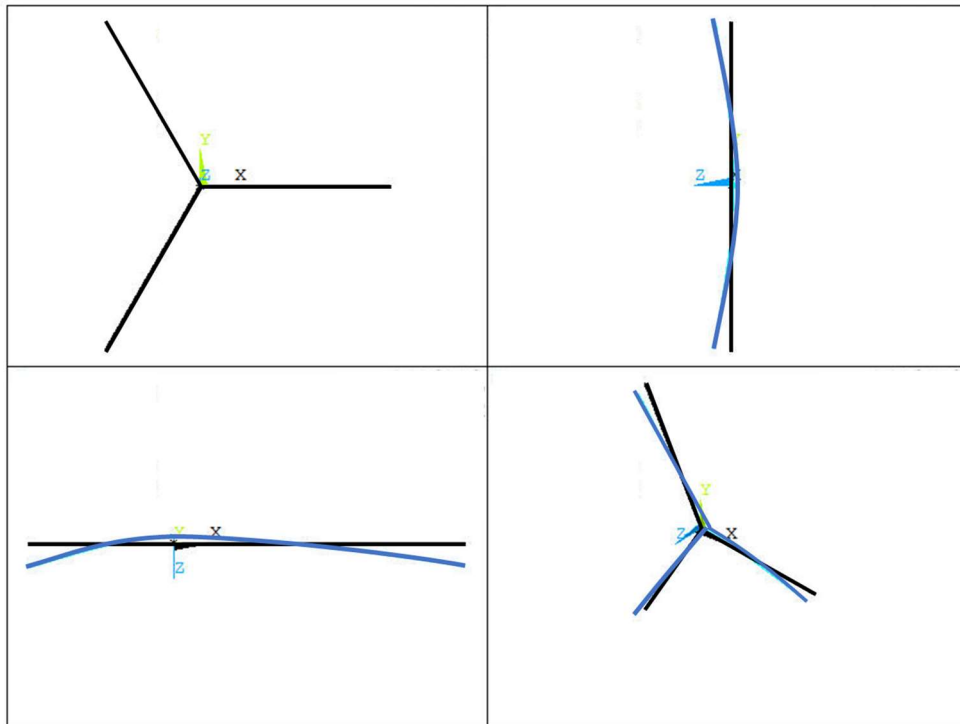


Figura 4-25 Formas modais para o quarto modo em ANSYS.

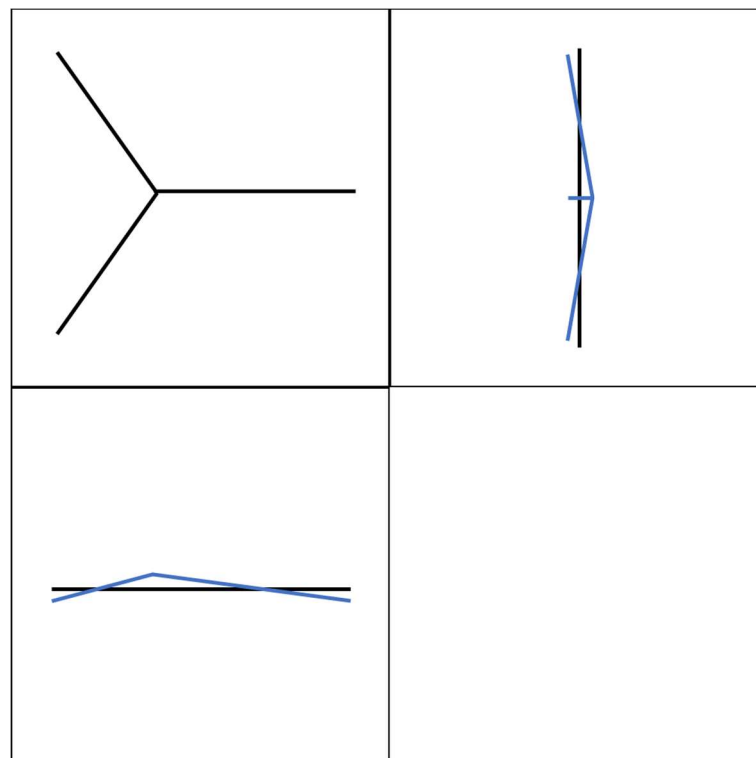


Figura 4-26 Formas modais para o quarto modo analítico

De forma complementar, é realizado um ensaio harmônico pelo MEF em ANSYS, com rotina apresentada no APÊNDICE K. O ensaio do sistema de três pás

acoplado ao massa-mola é realizado sem efeitos de força centrífuga ou peso próprio das pás. A Figura 4-27 mostra a resposta do sistema em função da frequência de excitação em azul escuro e o ângulo de fase em azul claro. À cada mudança no ângulo de fase, o pico associado representa uma frequência natural do sistema e seus valores estão listados na Tabela 4-6.

Tabela 4-6 Resultados de harmônicos para modelo de três pás

Modo	1	2	3	4	5	6	7
Frequência (HZ)	1	5,6	15,05	29,1	47,85	71,2	99,05

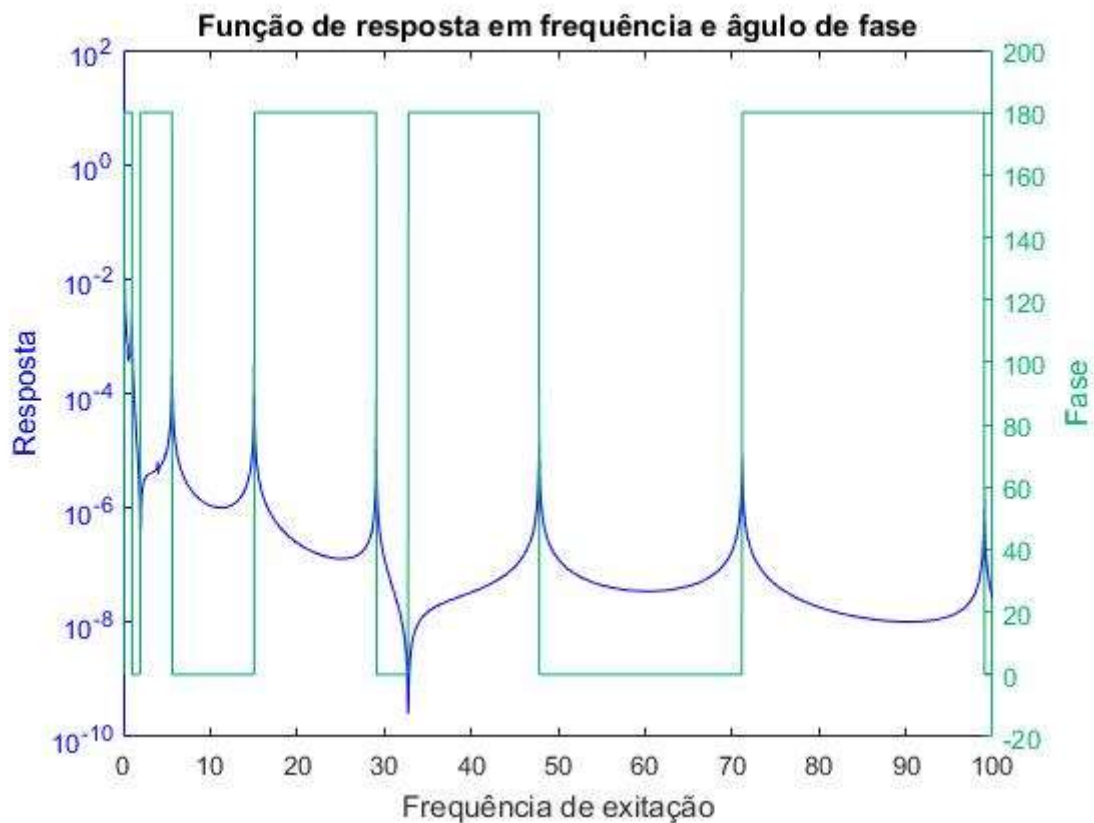


Figura 4-27 Resposta do sistema de três pás à excitação harmônica

Percebe-se que os três primeiros modos obtidos não condizem com os modos obtidos anteriormente, pelo ensaio modal e pelo método analítico. Porém, para frequências maiores os picos apresentam equivalências com o ensaio modal, como mostra a Tabela 4-7.

Tabela 4-7 Comparação entre frequências naturais em ensaio modal e harmônico (Hz)

Frequência Modal	0,49	0,83	0,85	1,01	5,51	14,99	29,09	47,83	71,17	99,03
Frequência Harmônico				1,00	5,60	15,05	29,10	47,85	71,20	99,05

4.2.1 CONSIDERANDO PESO PRÓPRIO E FORÇA CENTRÍFUGA

Os ensaios executados anteriormente visam testar o modelo proposto, tanto com uma pá como com três pás, e conferir seu comportamento dinâmico. Nesse ponto o próximo passo é aproximar o modelo do caso real, ao considerar efeitos alternantes do peso próprio ao longo de cada rotação da pá, bem como os efeitos de força centrífuga.

A rotina construída em ANSYS para obtenção das frequências de resposta está no APÊNDICE L. Nela são construídos dois loops de forma semelhante aos utilizados na Seção 4.1.4. Para o processamento gráfico é criada uma rotina em MatLab também semelhante à rotina utilizada na Seção 4.1.4 e está disponível no APÊNDICE M.

As Figuras Figura 4-28, Figura 4-29, Figura 4-30 e Figura 4-31 apresentam, à esquerda, as frequências de resposta do sistema em relação à velocidade de rotação da pá em cada modo. Cada linha apresenta a relação entre frequência de rotação e resposta do sistema para cada posição de inclinação do conjunto de pás. À direita está a relação entre a resposta do sistema e a posição do conjunto de pás, onde cada linha representa uma velocidade de rotação diferente. É possível notar que o primeiro e o quarto modo, Figura 4-28 e Figura 4-31, tem pouca influência da posição do conjunto de pás, sendo que a variação apresentada está na quarta casa decimal e pode ser confundida com erro numérico. O primeiro modo não apresenta um padrão perceptível de influência, embora o quarto modo se aproxime de uma função senoidal. Já o segundo e terceiro modo, Figura 4-29 e Figura 4-30, apresentam maior influência das posições das pás. Como o ângulo ψ foi variado de 0° a 240° , isso significa que a cada 120° as pás se posicionam de forma semelhante à uma posição já assumida antes. Além disso, há uma simetria em relação à vertical de forma que para todo ângulo ψ existe um $\psi + 180^\circ$ que representa a mesma configuração de pás. Assim, existe um conjunto de posições críticas em que os efeitos da posição com a força centrífuga mudam de característica. As posições críticas são para os ângulos de 30° , 90° , 150° e 210° .

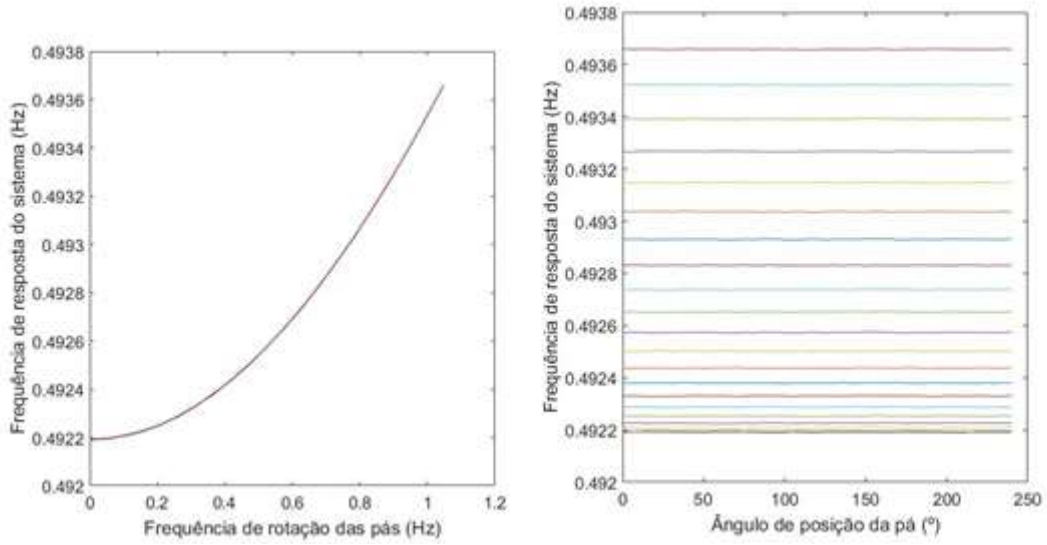


Figura 4-28 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o primeiro modo de vibrar

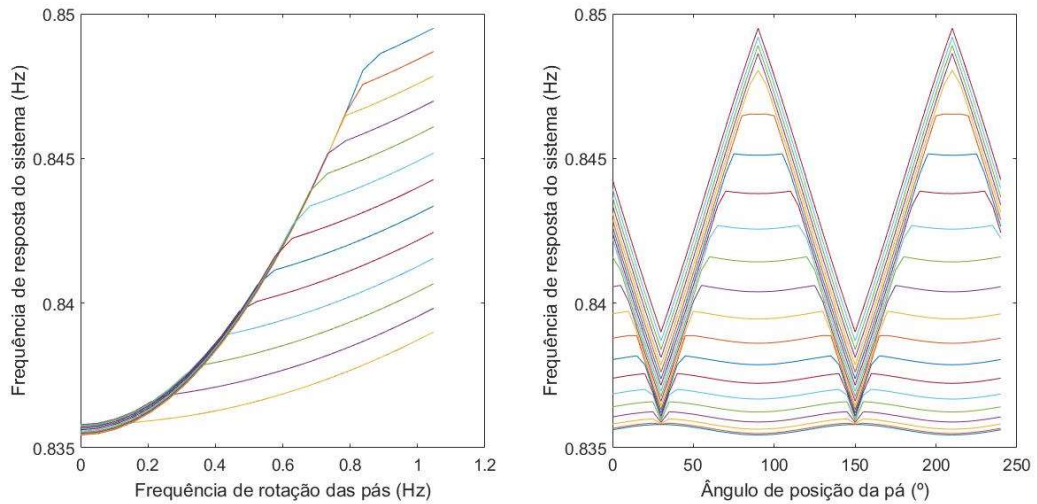


Figura 4-29 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o segundo modo de vibrar

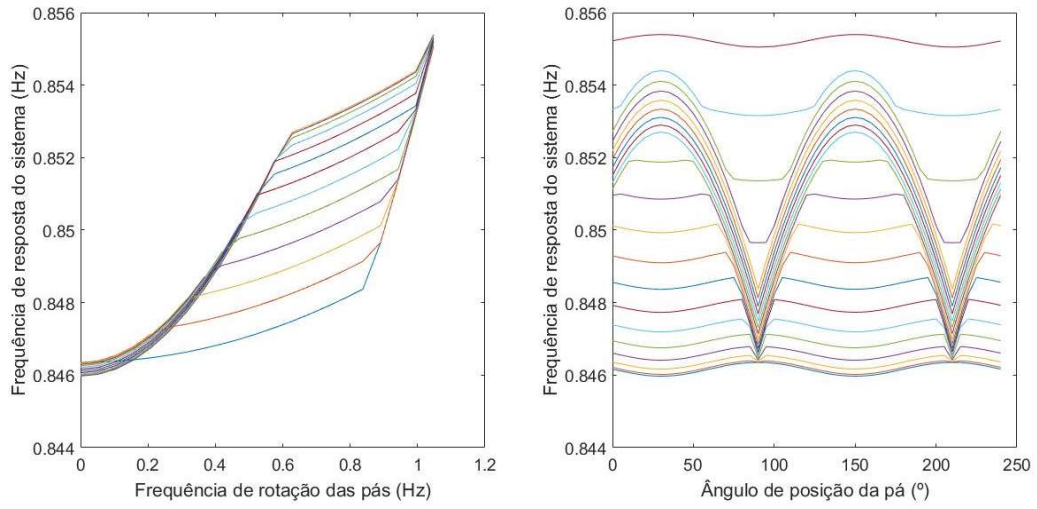


Figura 4-30 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o terceiro modo de vibrar

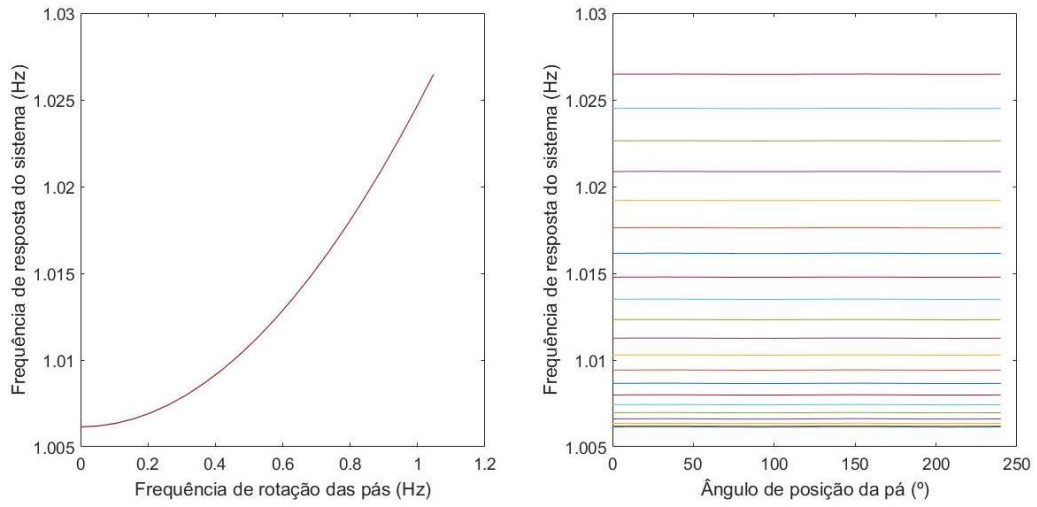


Figura 4-31 Relação entre frequência de rotação e posição da pá com a resposta do sistema, separadamente, para o quarto modo de vibrar

5 CONCLUSÃO

Esse trabalho realiza uma investigação da dinâmica de uma torre eólica. Esse trabalho estuda os efeitos de acoplamento entre o rotor, composto pelas pás, e os elementos estruturas, composto pela nacele e a torre. Os efeitos de carregamento devido ao peso próprio e a força centrífuga são considerados. A primeira análise baseia-se em um modelo de uma pá, sob condições de contorno engastado/livre, duas abordagens são performadas: analítica e numérica (utilizando ANSYS). O modelo numérico é baseado em uma viga com uma extremidade acoplada com um massa-mola e outra extremidade livre. Para que essas condições de contorno sejam equivalentes as condições de contorno de engastado/livre se considera uma rigidez elevada. A investigação analítica e numérica também é realizada para um modelo de viga deslizante/livre. Os resultados analíticos para esses dois conjuntos de condições de contorno já são encontrados na literatura, assim essa etapa do trabalho visa realizar uma validação do código construído no ANSYS.

A terceira análise considera uma viga com condições de contorno de massa-mola/livre, que se aproxima de um modelo de interação entre pá e estrutura. Não foi encontrado resultado analítico direto na literatura para essas condições de contorno. O código ANSYS foi validado pela comparação dos resultados nas análises. É realizada a obtenção das frequências pelo Método de Galerkin para o mesmo sistema de viga sob contorno massa-mola/livre e os resultados são comparados.

Após as análises do modelo de uma viga com três condições de contorno distintas é considerado que o modelo está respondendo como deveria e são acrescentadas condições de forçamento externo através dos efeitos de peso próprio e força centrífuga. Os resultados obtidos revelam relação de aumento das frequências de resposta em regiões em que a força centrífuga se soma com a força gravitacional e diminuição no caso em que as forças se opõem. Além disso, para valores maiores de rotação da pá a frequência de resposta do sistema também aumenta, como esperado. O estudo do sistema de uma pá é considerado concluído e passa-se à análise do sistema com três pás.

O modelo proposto com três pás é construído em ANSYS de forma semelhante ao de uma pá, sendo acrescentadas duas vigas para formar o conjunto do rotor distribuído à 120° umas das outras. Os resultados são obtidos através de ensaio modal e harmônico sem considerar efeitos de força centrífuga e peso próprio. O

modelo analítico, construído com quatro graus de liberdade, é comparado aos modelos em ANSYS e observa-se a correspondência entre as formas modais do caso analítico com o ensaio modal em ANSYS. O ensaio harmônico não apresenta picos de ressonância equivalentes aos três primeiros modos obtidos pelo ensaio modal, porém após a frequência de excitação de 0,9 Hz é possível observar a coincidência dos picos com as frequências de ressonância obtidas pelo ensaio modal.

O último ensaio em ANSYS acrescenta efeito de força centrífuga e peso próprio ao modelo. É observada pouca influência da posição relativa das pás nas frequências de resposta para o primeiro e quarto modo. Para o segundo e terceiro modo, fica clara a variação da resposta em função da posição do rotor, apresentando grande influência no sistema ao longo da rotação das pás. É possível observar que a distribuição das pás em 120° cria efeitos cíclicos, além de haver um eixo vertical de simetria entre as posições. Existe um conjunto de posições críticas em que os efeitos da posição com a força centrífuga mudam de característica. As posições críticas são para os ângulos de 30° , 90° , 150° e 210° .

6 REFERÊNCIAS

- Almeida Leite de Oliveira, F. “Estudo Numérico-Analítico Dos Efeitos De Cargas Axiais Sobre O Comportamento Vibratório De Pás Eólicas”. Brasília: Universidade de Brasília, 2015.
- Avila, S. M. *et al.* “Numerical modeling of the dynamic behavior of a wind turbine tower”. *Advances in Vibration Engineering*, v. 4, p. 249-257–257, 2016.
- Blevins, R. D. “Formulas for Natural Frequency and Mode Shape”. [s.l.] Krieger Publishing Company, 2001.
- Burton, T. (ED.). “Wind energy: handbook”. Chichester ; New York: [s.n.].
- Chaudhari, N. “Dynamic Characteristics of Wind Turbine Blade”. *International Journal of Engineering Research*, v. 3, n. 8, p. 6, 2014.
- G1 RS. **Ventania derruba torre de energia eólica em Santana do Livramento, RS.** Disponível em: <<http://g1.globo.com/rs/rio-grande-do-sul/noticia/2014/12/ventania-derruba-torre-de-energia-eolica-em-santana-do-livramento-rs.html>>. Acesso em: 18 jul. 2018.
- Grandin, H. “Fundamentals of the finite element method”. [s.l.] Waveland Press, 1991.
- Hansen, M. O. L. “Aerodynamics of Wind Turbines”. 2nd edition ed. London ; Sterling, VA: Earthscan Publications Ltd., 2008.
- Hardy, C. **The Courier - Renewable energy and role of Marykirk’s James Blyth.** Disponível em: <<http://web.archive.org/web/20120314025335/http://www.thecourier.co.uk/Community/Heritage-and-History/article/2332/renewable-energy-and-role-of-marykirk-s-james-blyth.html>>. Acesso em: 17 jun. 2018.
- Ishida, Y.; Yamamoto, T. “Linear and Nonlinear Rotordynamics: A Modern Treatment with Applications”. [s.l.] John Wiley & Sons, 2013.
- Kang, N. *et al.* “Dynamics of flexible tower-blade and rigid nacelle system: dynamic instability due to their interactions in wind turbine”. *Journal of Vibration and Control*, v. 22, n. 3, p. 826–836, fev. 2016.
- Larsen, G. C.; Forskningscenter Risø. “Modal analysis of wind turbine blades”. Roskilde: Risø National Laboratory : Available from: Risø National Laboratory, Information Service Department, 2002.
- Madenci, E.; Guven, I. “The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®”. [s.l.] Springer, 2015.
- Niki Nixon. “Timeline: The history of wind power”. *The Guardian*, 17 out. 2008.
- Pinto, M. DE O. “Fundamentos de energia eólica”. [s.l.] Grupo Gen - LTC, 2013.
- Rao, S. S. “Vibrações mecânicas (4a. ed.)”. [s.l.] Pearson Educación, 2009.
- Sathyajith Mathew. “Wind energy: fundamentals, resource analysis and economics”. [s.l.: s.n.]. v. 44
- Uadiale, S. *et al.* “Overview of Problems and Solutions in Fire Protection Engineering of Wind Turbines”. *Fire Safety Science*, v. 11, p. 983–995, 2014.
- Vries, E. DE. **Enercon E-126 7.5MW still world’s biggest.** Disponível em: <<https://www.windpowermonthly.com/article/1143257/enercon-e-126-75mw-worlds-biggest>>. Acesso em: 18 jun. 2018.

APÊNDICE A

```

Clc; clear all; close all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      Universidade de Brasília - PPG em Ciências Mecânicas      %
%      Mestranda Laís C. e Castro - Junho/2018                  %
%                                                                %
% Este código realiza processamento gráfico de equação transcendental para%
% viga sob condições de contorno livre em uma extremidade e massa-mola na %
% outra. São obtidos valores de lambda para uso futuro.         %
%                                                                %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Definições do sistema

K=679431;
m=40690;
E=69e9;
raio=0.25;
esp=0.1;
raioi=raio-esp;
A=pi*(raio^2-raioi^2);
I=pi*(raio^4-raioi^4)/4;
rho=2770;
L=22;

digits(48)
%%
x=1;
ftr1(x)=@(x) -K*L^3/E/I./(x.^3)+x.*m/rho/A/L-
(1+cos(x).*cosh(x))./(cos(x).*sinh(x)+sin(x).*cosh(x));
for ii=1:1:200
    F1(ii)=fzero(ftr1,(ii/40)*pi);
end

digits(14);
F1=vpa(F1)';
F1=double(F1);

G1=sort(unique(F1));

omega1=(G1.^2)*sqrt(E*I/(rho*A*L^4))/(2*pi);

figure
x=0.3:0.001:12;
ze=x*0;
plot(x,ftr1(x),'b',x,ze)
axis([0 12 -1 1])

x=1;
ftr2(x)=@(x) 1./(-K*L^3/E/I./(x.^3)+x.*m/rho/A/L)-
1./((1+cos(x).*cosh(x))./(cos(x).*sinh(x)+sin(x).*cosh(x)));
for ii=1:1:200
    F2(ii)=fzero(ftr2,(ii/40)*pi);
end

digits(14);
F2=vpa(F2)';

```

```
F2=double(F2);

G2=sort(unique(F2));

omega2=(G2.^2)*sqrt(E*I/(rho*A*L^4))/(2*pi);

hold on
x=0.3:0.001:12;
ze=x*0;
plot(x,ftr2(x),'k',x,ze)
axis([0 12 -1 1])

Lambda=intersect(G1,G2)

FreqN_Hz=(Lambda.^2)*sqrt(E*I/(rho*A*L^4))/(2*pi)

hold on
plot(Lambda,zeros(length(Lambda)),'rx')

digits(32)
```

APÊNDICE B

```

FINISH
/CLEAR
/FILNAM,el_beam
/title Viga com massa mola

!-----!
!-----Universidade-de-Brasília---PPG-em-Ciências-Mecânicas-----!
!-----Mestranda-Lais-C.-e-Castro---Junho/2018-----!

!-----Definições-Iniciais-do-Sistema-----!
/PREP7

pi = 3.141592654

!-----PA-----!
Db = 2770    !densidade
Rb = 0.25    !raio
Eb = 0.1     !espessura
Ri = (Rb-Eb) !raio interno
AR = (pi*((Rb*Rb)-(Ri*Ri)))    !area
Iy = ((pi*Rb*Rb*Rb*Rb/4)-(pi*Ri*Ri*Ri*Ri/4)) !inercia z
Iz = Iy     !inercia y
Lb = 22     !comp da pa
Eb = 69e9   !modl elast
Pb = 0.32   !poisson
!-----!

!---Estrutura---!
Ms = 40690                                !massa equivalente---usar-o-para-contorno-deslizante
Ks = 67943100000000                        !rigidez---usar-0-para-contorno-deslizante---usar-679431-
para-massa-mola
Cs = 0                                     !amortecimento
!-----!

!Pa

ET,1,BEAM4
!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
R,1,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
!MP,ALPD,1,0    !Mass multiplier f/ damping
!MP,ALPX,1,0    !thermal expansion
!MP,BETD,1,     !Stiffness multiplier f/ damping
MP,DENS,1,Db    !Mass density
MP,EX,1,Eb     !Elastic moduli
!MP,GXY,1,     !Shear moduli
MP,PRXY,1,Pb   !Poisson
NÃOESTÁNOBEAM4

!keypoints

```

k,1,0,0,0
 k,2,Lb,0,0
 l,1,2

!Malha
 LESIZE,ALL, , ,400
 MSHKEY,0
 SMRTSIZE,3,
 LMESH,ALL

!Torre

ET,2,COMBIN14
 KEYOPT,2,1,0
 KEYOPT,2,2,3
 R,2,Ks,, ,1,

N,402,0,0,1

TYPE,2
 REAL,2
 E,1,402

!Restrição
 D,ALL,uy,0
 D,ALL,ux,0

!Nacele

ET,3,MASS21
 R,3,Ms,Ms,Ms,o,o
 KEYOPT,3,1,0
 KEYOPT,3,2,0
 KEYOPT,3,3,2

 TYPE,3
 real,3
 E,1

!-----Ensaio-----!

k=0
 !---Aceleração---!
 *afun,deg
 Ax=9.81*sin(k)
 Ay=9.81*cos(k)
 !-----!

/solu

```
ANTYPE,,NEW
ANTYPE,static
pstres, on
  !---Restrições---!
  D,402,ALL,0  !
  D,1,UX,0    !
  D,1,ROTX,0  !
  D,1,ROTY,0  !
  D,1,ROTZ,0  !
  !-----!
ACEL,Ax,Ay

OUTPR,ALL,ALL

/OUT,SCRATCH

/solu
ANTYPE,modal
modopt,lanpcg,10
mxpand,10
pstres,ON
solve
finish

!-----Fim-do-Ensaio-----!
```

APÊNDICE C

```

clc
clear all
close all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%       Universidade de Brasília - PPG em Ciências Mecânicas           %
%       Mestranda Lais C. e Castro - Junho/2018                       %
%                                                                       %
% Este código realiza processamento matemático de frequências para o mode-%
% lo de 1 pá pelo método analítico, considerando valores de lambda e equa-%
% ções disponíveis no livro "Blevins Formulas for Natural Frequency and %
% Mode Shape.                                                         %
%                                                                       %
%                                                                       %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% - Dados Iniciais

% geometria
Db = 2770;           %densidade da pá
Rb = 0.25;          %raio
Eb = 0.1;           %espessura
Ri = (Rb-Eb);       %raio interno
AR = (pi*((Rb*Rb)-(Ri*Ri))); %area
L = 22.0;           %comprimento
Me = 40690;         %massa concentrada equivalente torre
Ke = 679431;        %rigidez concentrada equivalente torre

% material
E = 6.9e10;         % módulo flexional
I = ((pi*(Rb^4)/4)-(pi*(Ri^4)/4)); %inércia
EI = E*I;
m = Db*AR;          % densidade linear

nm = 8;             %número de modos à obter

%% Lambdas

lambda_e(1) = 1.87510407;
lambda_e(2) = 4.69409113;
lambda_e(3) = 7.85475744;
lambda_e(4) = 10.99554073;
lambda_e(5) = 14.13716839;

if nm>5
for i=6:nm
    lambda_e(i)=(2*i-1)*pi/2;
end
end

lambda_d(1) = 2.36502037;
lambda_d(2) = 5.49780392;
lambda_d(3) = 8.63937983;
lambda_d(4) = 11.78097245;
lambda_d(5) = 14.92256510;

if nm>5
for i=6:nm

```



```
        lambda_d(i)=(4*i-1)*pi/4;
end
end

%% Frequências

freq_e = (lambda_e.^2./(2*pi*L^2)).*sqrt(EI./m);    %frequências naturais
de viga engastada-livre
freq_d = (lambda_d.^2./(2*pi*L^2)).*sqrt(EI./m);    %frequências naturais
de viga deslizante-livre
```

APÊNDICE D

```

# -*- coding: utf-8 -*-
## Dinâmica de uma viga engastada-livre
# Esse programa utiliza as equações para a dinâmica de vigas
engastadas
#disponíveis em (Blevins).
using PyPlot      # Funções para gerar gráficos
using Roots       # Funções para encontrar zeros de funções
close("all")      # Fecha todas as janelas de figuras que estiverem
abertas
xL = 15           # Limite superior para lambda
lambda = 0.01:0.00001:xL # Vetor com os passos de zero ao limite
superior
plot(lambda,-ones(size(lambda,1)),"--b",label=L"$-1$")      # Produz
o gráfico da
#função constante de valor -1
plot(lambda,cos.(lambda).*cosh.(lambda),"--k",label=L"$\cos(\lambda)$") # Produz o gráfico da função transcendental de
lambda
grid(1)          # Grade
legend()         # Legenda
ylim(-20,20)     # Limites dos eixos x e y
xlim(0,xL)
xlabel(L"$\lambda$") # Nome do eixo x
title(L"Equação transcendental de $\lambda$ para viga engastada-
livre")          # Título do gráfico

lambda_fun(lambda) = if cos.(lambda).*cosh.(lambda) +1 > 20; return
20; elseif cos.(lambda).*cosh.(lambda) +1 < -20; return -20; else;
return cos.(lambda).*cosh.(lambda) +1; end # Função transcendental
de lambda. Se o valor da função for muito grande (i.e., >20),
retorna 20.
lambdaf = [0. 0 0 0 0]      # Aloca o vetor lambdaf que conterá os
valores de ressonância para lambda
aa = [1.5 2.; 4. 5.; 7. 8.; 10. 11.; 14. 15.] # Esse vetor contém
os intervalos da função transcendental em que não existe
descontinuidade.
for i = 1:5
    a = aa[i,1]
    b = aa[i,2]
    lambdaf2 = fzeros(lambda_fun,a,b) # Produz o zero da função
dentro do intervalo de continuidade
    lambdaf[i] = lambdaf2[1] # Aloca no vetor de ressonância
end
plot(lambdaf,-ones(size(lambdaf,1)),"or") # Mostra os pontos em que
a equação transcendental é nula
savefig("equacao_transc_CF.png",transparent = true) # Salva o
gráfico gerado

f(lambda,L,E,I,m) = (lambda.^2)./(2.*pi.*L.^2).*sqrt(E.*I./m) #
Função que retorna o valor da frequência de ressonância da viga
alpha(lambda) = (sin.(lambda) + sinh.(lambda))./(cos.(lambda) +
cosh.(lambda))
w(lambda,L,x) = (sin.(lambda.*x./L) - sinh.(lambda.*x./L) -
alpha(lambda).*(cos.(lambda.*x./L) -

```

```

cosh.(lambda.*x./L)) ./abs.(maximum(abs.((sin.(lambda.*x./L) -
sinh.(lambda.*x./L) - alpha(lambda).*(cos.(lambda.*x./L) -
cosh.(lambda.*x./L)))))) # Função que calcula a forma modal
normalizada da viga

L = 1 # Comprimento da viga
x = 0.01:0.01:L # Vetor com os passos de x entre 0 e L

figure() # Produz uma nova janela de figura
for i = 1:5
    if i ==2 || i ==4
        plot(x, -w(lambdaf[i],L,x),label="Forma modal i = $(i)")
# Produz a forma modal para o modo i
    else
        plot(x, w(lambdaf[i],L,x),label="Forma modal i = $(i)") #
Produz a forma modal para o modo i
    end
    grid(1) # Grade
    legend(loc=0) # Legenda na melhor posição
end
xlabel("x [m]") # Nome dos eixos x e y
ylabel("Modo normalizado")
title("Formas modais para a viga engastada-livre")
savefig("formas_modais_CF.png",transparent = true) # Salva o
gráfico gerado

```

APÊNDICE E

```

# -*- coding: utf-8 -*-
## Dinâmica de uma viga deslizante-livre
# Esse programa utiliza as equações para a dinâmica de vigas
deslizantes-livres
#disponíveis em (Blevins - citação).
using PyPlot      # Funções para gerar gráficos
using Roots       # Funções para encontrar zeros de funções
close("all")      # Fecha todas as janelas de figuras que estiverem
abertas
xL = 16           # Limite superior para lambda
lambda = 0.01:0.00001:xL # Vetor com os passos de zero ao limite
superior
lambda_fun(lambda) = if tan.(lambda) + tanh.(lambda) > 20; return
20; elseif tan.(lambda) + tanh.(lambda) < -20; return -20; else;
return tan.(lambda) + tanh.(lambda); end # Função transcendental
de lambda. Se o valor da função for muito grande (i.e., >20),
retorna 20.
plot(lambda,-zeros(size(lambda,1)),"--b",label=L"$0$")      # Produz
os gráficos da função transcendental
plot(lambda,tan.(lambda) + tanh.(lambda),"--k",label=L"$\tan(\lambda)
+ \tanh(\lambda)$")
grid(1)
legend()
ylim(-20,20)
xlim(0,xL)
xlabel(L"$\lambda$")
title(L"Equação transcendental de $\lambda$ para viga deslizante-
livre")
lambdaf1 = [0. 0 0 0 0] # Aloca o vetor lambdaf que conterá os
valores de ressonância para lambda
aa = [2. 3.; 5. 6.; 8. 9.; 11. 12.; 14.5 15.]# Esse vetor contém os
intervalos da função transcendental em que não existe
descontinuidade.
for i = 1:5
    a = aa[i,1]
    b = aa[i,2]
    lambdaf2 = fzeros(lambda_fun,a,b) # Produz o zero da função
dentro do intervalo de continuidade
    lambdaf1[i] = lambdaf2[1] # Aloca no vetor de ressonância
end
plot(lambdaf1,zeros(size(lambdaf1,1)),"or") # Mostra os pontos em
que a equação transcendental é nula
savefig("equacao_transc_FS.png",transparent = true)

f(lambda,L,E,I,m) = (lambda.^2)./(2.*pi.*L.^2).*sqrt(E.*I./m) #
Função que retorna o valor da frequência de ressonância da viga
alpha(lambda) = (sinh.(lambda) - sin.(lambda))./(cos.(lambda) +
cosh.(lambda))
w(lambda,L,x) = (cos.(lambda.*x./L) + cosh.(lambda.*x./L) -
alpha(lambda).*(sin.(lambda.*x./L) +
sinh.(lambda.*x./L)))./abs.(maximum(abs.((cos.(lambda.*x./L) +
cosh.(lambda.*x./L) - alpha(lambda).*(sin.(lambda.*x./L) +
sinh.(lambda.*x./L)))))) # Função que calcula a forma modal
normalizada da viga

```

```
L = 1 # Comprimento da viga
x = 0.01:0.01:L # Vetor com os passos de x entre 0 e L

figure()# Produz uma nova janela de figura
for i = 1:5
    plot(x, w(lambdaf1[i],L,x),label="Forma modal i = $(i)") #
    Produz a forma modal para o modo i
    grid(1) # Grade
    legend(loc=3) # Legenda
end
xlabel("x [m]") # Nome dos eixos x e y
ylabel("Modo normalizado")
title("Formas modais para a viga livre-deslizante")
savefig("formas_modais_FS.png",transparent = true) # Salva o
gráfico gerado
```

APÊNDICE F

```

clc
clear all
close all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      Universidade de Brasília - PPG em Ciências Mecânicas      %
%      Mestranda Lais C. e Castro - Junho/2018                  %
%                                                                %
% Este código realiza processamento numérico de frequências e modos para %
% o modelo de 1 pá pelo método de Galerking, considerando contorno massa- %
% mola/livre                                                    %
%                                                                %
%                                                                %
%                                                                %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% - Dados Iniciais

% geometria
Db = 2770;           %densidade da pá
Rb = 0.25;          %raio
Eb = 0.1;           %espessura
Ri = (Rb-Eb);       %raio interno
AR = (pi*((Rb*Rb)-(Ri*Ri))); %area
L = 22.0;           %comprimento
Me = 40690;         %massa concentrada equivalente torre
Ke = 679431;        %rigidez concentrada equivalente torre

% material
E = 6.9e10;         % módulo flexional
I = ((pi*(Rb^4)/4)-(pi*(Ri^4)/4)); %inércia
EI = E*I;
m = Db*AR;          % densidade linear
xi = 0.00 ;         % coef. de amortecimento

%% - Discretização em Modos

% modos de vibração
Nmodos = 5 ;

%% - Definição de phi_r
lambda = zeros(Nmodos,1);
lambda(1) = 1.6630917631685/L;
lambda(2) = 2.4045653680522/L;
lambda(3) = 5.5155007555203/L;
lambda(4) = 8.6503865141323/L;
lambda(5) = 11.789021874953/L;

lambda

%
phiL = zeros(Nmodos,1);
for i = 1:Nmodos
    phiL(i) = springmass( lambda(i), L, 11 );
end
phiL

```

```

%% - Matrices Globais

MM = zeros(Nmodos);
for i = 1:Nmodos
    MM(i,i) = m*L ;
end

% matriz de rigidez

KK = zeros(Nmodos);
for i = 1:Nmodos
    KK(i,i) = (EI/(L^3))*power(lambda(i),4) ;
end

%% - Análise Modal
[V,D] = eig(KK,MM);

% frequencias naturais
for i=1:size(D,1)
    omg(i) = sqrt(D(i,i));
end
omg
fn = L^2*omg/(2*pi);
fn

% forma modal
for i=1:size(V,1)
    V1(:,i)=V(:,i);
end
V1;

xx = 0:L/100:L ;
y_h = zeros(Nmodos,size(xx,2));
for i=1:size(y_h,1);
    for j=1:size(y_h,1);
        y_h(i,:) = y_h(i,:) + springmass(lambda(j),L,xx).*V(j,i);
    end
end
figure(); hold on;
xx = fliplr(xx);
plot(xx,y_h(1,:)/max(abs(y_h(1,:))), 'g', 'LineWidth',2)
plot(xx,y_h(2,:)/max(abs(y_h(2,:))), 'r', 'LineWidth',2)
plot(xx,y_h(3,:)/max(abs(y_h(3,:))), 'b', 'LineWidth',2)
plot(xx,y_h(4,:)/max(abs(y_h(4,:))), 'm', 'LineWidth',2)
plot(xx,y_h(5,:)/max(abs(y_h(5,:))), 'k', 'LineWidth',2)

title('Formas modais para viga massa-mola/livre');
legend('1° Modo','2° Modo','3° Modo','4° Modo','5° Modo');
xlabel('x[m]');
ylabel('Modo normalizado');

axis([0 22 -1.25 1.25])
grid on

```

APÊNDICE G

```
function PHIr = springmass( lambda, L, x )
%SlideFree forma modal de viga deslizante-livre
% Formulas For Natural Frequency and Mode Shape - Robert D. Blevins Ph.D.
% Page 109 - Eq 2.
%%
sig = (cos(lambda*L)+cosh(lambda*L))/(sin(lambda*L)-sinh(lambda*L));
%
PHIr = sin(lambda*x)+sinh(lambda*x)+sig*(cos(lambda*x)+cosh(lambda*x));
%
end
```


APÊNDICE H

```

FINISH
/CLEAR
/FILNAM,el_beam
/title Viga com massa – simplificação da pá com torre

!-----!
!-----Universidade-de-Brasília---PPG-em-Ciências-Mecânicas-----!
!-----Mestranda-Láís-C.-e-Castro---Junho/2018-----!

!-----Definições-Iniciais-do-Sistema-----!
/PREP7

pi = 3.141592654

!-----PA-----!
Db = 2770 !densidade
Rb = 0.25 !raio
Eb = 0.1 !espessura
Ri = (Rb-Eb) !raio interno
AR = (pi*((Rb*Rb)-(Ri*Ri))) !area
Iy = ((pi*Rb*Rb*Rb*Rb/4)-(pi*Ri*Ri*Ri*Ri/4)) !inerzia z
Iz = Iy !inerzia y
Lb = 22 !comp da pa
Eb = 69e9 !modl elast
Pb = 0.32 !poisson
!-----!

!---Estrutura---!
Ms = 40690 !massa equivalente
Ks = 679431 !rigidez
Cs = 0 !amortecimento
!-----!

!Pa

ET,1,BEAM4
!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
R,1,AR,Iz,Iy,Eb,Eb,,
!MP,ALPD,1,0 !Mass multiplier f/ damping
!MP,ALPX,1,0 !thermal expansion
!MP,BETD,1, !Stiffness multiplier f/ damping
MP,DENS,1,Db !Mass density
MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
!MP,GXY,1, !Shear moduli
MP,PRXY,1,Pb !Poisson
NÃOESTÁNOBEAM4

!keypoints
k,1,0,0,0

```

k,2,Lb,0,0
 l,1,2

!Malha

LESIZE,ALL, , ,400
 MSHKEY,0
 SMRTSIZE,3,
 LMESH,ALL

!Torre

ET,2,COMBIN14
 KEYOPT,2,1,0
 KEYOPT,2,2,3
 R,2,Ks,,,,1,

N,402,0,0,1

TYPE,2
 REAL,2
 E,1,402

!Restrição

D,ALL,uy,0

!Nacele

ET,3,MASS21

R,3,Ms,Ms,Ms,o,o
 KEYOPT,3,1,0
 KEYOPT,3,2,0
 KEYOPT,3,3,2

TYPE,3
 real,3
 E,1

!-----Ensaio-----!

iival=0
 ffval=100*2*pi/60
 iinc=(2*pi)/(60)

ival=0
 fval=360
 inc=5
 j=1
 i=0

```
*DIM,FREQ,table,5,((fval-ival)/inc+1)*((ffval-iival)/iinc+1),,Modo, Frequencia
*DO,i,iival,ffval,iinc
*DO,k,ival,fval,inc
```

```
!---Aceleração---!
*afun,deg
Ax=9.81*sin(k)
Ay=9.81*cos(k)
!-----!
```

```
/solu
```

```
ANTYPE,static
pstres, on
ACEL,Ax,Ay
OMEGA,,i
```

```
!---Restrições---!
D,402,ALL,0 !
D,1,UX,0 !
D,1,UY,0 !
D,1,ROTX,0 !
D,1,ROTY,0 !
!D,1,ROTZ,0 !
!-----!
```

```
OUTPR,,1
```

```
/OUT,SCRATCH
solve
finish
```

```
/solu
ANTYPE,modal
ACEL,Ax,Ay
modopt,lanpcg,5
mxpand,5
pstres,ON
solve
finish
```

```
/OUT,
*GET,FREQ(1,j),MODE,1,FREQ
*GET,FREQ(2,j),MODE,2,FREQ
*GET,FREQ(3,j),MODE,3,FREQ
```

```
*GET,FREQ(4,j),MODE,4,FREQ  
*GET,FREQ(5,j),MODE,5,FREQ  
j=j+1  
finish
```

```
*enddo  
*enddo  
*status,freq
```

```
!-----Fim-do-Ensaio-----!
```

APÊNDICE I

```

clc
clear all
close all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      Universidade de Brasília - PPG em Ciências Mecânicas      %
%      Mestranda Lais C. e Castro - Junho/2018                  %
%                                                                 %
% Este código realiza processamento gráfico de resultados obtidos em ANSYS%
% para o modelo de 1 pá, considerando peso próprio e força centrífuga. %
%                                                                 %
% O vetor de resultados é separado para cada modo na matriz AUX e, %
% posteriormente, para cada posição no plano de rotação das pás. %
%                                                                 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

load p_massamola_pp_ctf.txt;
serie = p_massamola_pp_ctf;

n_mod = 5;                                     %número de modos

AUX = vec2mat(serie(:,4),n_mod);

P = 0:5:360;                                   %passo de iteração da posição
F = 0:(2*pi)/(60):100*2*pi/60;                %passo de iteração da frequência

mod_1 = vec2mat(AUX(:,1),length(P));
mod_2 = vec2mat(AUX(:,2),length(P));
mod_3 = vec2mat(AUX(:,3),length(P));
mod_4 = vec2mat(AUX(:,4),length(P));
mod_5 = vec2mat(AUX(:,5),length(P));

%% modo 1
figure

subplot(121)
plot(F,mod_1)
axis ([0 10.47 0.572 0.594])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

subplot(122)
plot(P,mod_1)
axis ([0 360 0.572 0.594])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Ângulo de posição da pá (°)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

suptitle('Frequência do 1° modo com relação a posição e velocidade')

[A B] = meshgrid(P , F);
figure
mesh(B,A,mod_1)
axis ([0 10.47 0 360 0.572 0.594])
set(gca,'fontsize',22)

```

```

xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Ângulo de posição da pá (°)');
zlabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');
title('Frequência do 1° modo com relação a velocidade de rotação e
posição')

%% modo 2
figure
subplot(121)
plot(F,mod_2)
axis ([0 10.47 0.911 2.102])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

subplot(122)
plot(P,mod_2)
axis ([0 360 0.911 2.102])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Ângulo de posição da pá (°)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

suptitle('Frequência do 2° modo com relação a posição e velocidade')

[A B] = meshgrid(P , F);
figure
mesh(B,A,mod_2)
axis ([0 10.47 0 360 0.911 2.102])
set(gca,'fontsize',22)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Ângulo de posição da pá (°)');
zlabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');
title('Frequência do 2° modo com relação a velocidade de rotação e
posição')
%% modo 3
figure
subplot(121)
plot(F,mod_3)
axis ([0 10.47 5.349 6.86])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

subplot(122)
plot(P,mod_3)
axis ([0 360 5.349 6.86])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Ângulo de posição da pá (°)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

suptitle('Frequência do 3° modo com relação a posição e velocidade')

[A B] = meshgrid(P , F);
figure
mesh(B,A,mod_3)
axis ([0 10.47 0 360 5.349 6.86])
set(gca,'fontsize',22)

```

```

xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Ângulo de posição da pá (°)');
zlabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');
title('Frequência do 3° modo com relação a velocidade de rotação e
posição')
%% modo 4
figure
subplot(121)
plot(F,mod_4)
axis ([0 10.47 14.81 16.42])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

subplot(122)
plot(P,mod_4)
axis ([0 360 14.81 16.42])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Ângulo de posição da pá (°)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

suptitle('Frequência do 4° modo com relação a posição e velocidade')

[A B] = meshgrid(P , F);
figure
mesh(B,A,mod_4)
axis ([0 10.47 0 360 14.81 16.42])
set(gca,'fontsize',22)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Ângulo de posição da pá (°)');
zlabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');
title('Frequência do 4° modo com relação a velocidade de rotação e
posição')

%% modo 5

figure

subplot(121)
plot(F,mod_5)
axis ([0 10.47 28.91 30.6])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)','fontsize',12);
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)','fontsize',12);

subplot(122)
plot(P,mod_5)
axis ([0 360 28.91 30.6])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Ângulo de posição da pá (°)','fontsize',12);
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)','fontsize',12);

suptitle('Frequência do 5° modo com relação a posição e velocidade')

[A B] = meshgrid(P , F);
figure

```

```
mesh(B,A,mod_5)
axis ([0 10.47 0 360 28.91 30.6])
set(gca,'fontsize',22)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Ângulo de posição da pá (°)');
zlabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');
title('Frequência do 5° modo com relação a velocidade de rotação e
posição')

%%

for i= 1:10
    fig = figure(i);
    saveas(fig,sprintf('figura%d.jpg',i))
end

%%

figure

plot(F,mod_1(:,1),F,mod_2(:,1),F,mod_3(:,1),F,mod_4(:,1),F,mod_5(:,1))
axis ([0 10.47 0 31])
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');
title('Pá horizontal')
```


APÊNDICE J

```

FINISH
/CLEAR
/FILNAM,el_beam
/title Viga com massa – simplificação da pá com torre

!-----Definições-Iniciais-do-Sistema-----!
/PREP7

pi = 3.141592654
*afun,deg

!-----PA-----!
Db = 2770 !densidade
Rb = 0.25 !raio
Eb = 0.1 !espessura
Ri = (Rb-Eb) !raio interno
AR = (pi*((Rb*Rb)-(Ri*Ri))) !area
Iy = ((pi*Rb*Rb*Rb*Rb/4)-(pi*Ri*Ri*Ri*Ri/4)) !inercia z
Iz = Iy !inercia y
Nb = 8 !no de celulas
!Lb = 22 !comp da pa
Lb = 61 !comp da pa
ab = Lb*(sin(30))! projeção em y das pás inclinadas
bb = Lb*(cos(30))! projeção em x das pás inclinadas
Eb = 69e9 !modl elast
Pb = 0.32 !poisson
!-----!

!---Estrutura---!
Ms = 40690 !massa equivalente
Ks = 679431 !rigidez
Cs = 0 !amortecimento
!-----!

!-----Definições-dos-Elementos-----!

!Pa

ET,1,BEAM4
!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
R,1,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
MP,DENS,1,Db !Mass density
MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
MP,PRXY,1,Pb !Poisson
NÃOESTÁNOBEAM4

!keypoints
k,1,0,0,0
k,2,Lb,0,0

```

1,1,2

ET,2,BEAM4

!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
 R,2,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
 MP,DENS,1,Db !Mass density
 MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
 MP,PRXY,1,Pb !PoissonNÃOESTÁNOBEAM4

!keypoints

k,3,-ab,bb,0

1,1,3

ET,3,BEAM4

!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
 R,3,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
 MP,DENS,1,Db !Mass density
 MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
 MP,PRXY,1,Pb !PoissonNÃOESTÁNOBEAM4

!keypoints

k,4,-ab,-bb,0

1,1,4

!Malha

LESIZE,ALL, , ,400

MSHKEY,0

SMRTSIZE,3,

LMESH,ALL

!Torre

ET,4,COMBIN14

KEYOPT,4,1,0

KEYOPT,4,2,3

R,4,Ks,,,,1,

N,1202,0,0,1

TYPE,4

REAL,4

E,1,1202

!Restrição

!D,ALL,UY,0

!D,ALL,UX,0

!Nacele

```

ET,5,MASS21
  R,5,Ms,Ms,Ms,o,o
  KEYOPT,5,1,0
  KEYOPT,5,2,0
  KEYOPT,5,3,2

  TYPE,5
  real,5
  E,1

!-----Ensaio-----!

k = 90

!---Aceleração---!
*afun,deg
  Ax=9.81*sin(k)
  Ay=9.81*cos(k)
!-----!

/solu

ANTYPE,static
pstres, on
  !---Restrições---!
  D,1202,ALL,0 !
  D,1,UX,0 !
  D,1,UY,0 !
  D,1,ROTX,0 !
  D,1,ROTY,0 !
  D,1,ROTZ,0 !
  !-----!

  ACEL,Ax,Ay

  OUTPR,ALL,ALL

  /OUT,SCRATCH
  solve
  finish

/solu
ANTYPE,modal
ACEL,Ax,Ay
modopt,lanpcg,30
mxpand,30
pstres,ON
solve
finish
!-----Fim-do-Ensaio-----!

```

APÊNDICE K

```

FINISH
/CLEAR
/FILNAM,el_beam
/title Viga com massa – simplificação da pá com torre

!-----Definições-Iniciais-do-Sistema-----!
/PREP7

pi = 3.141592654
*afun,deg

!-----PA-----!
Db = 2770 !densidade
Rb = 0.25 !raio
Eb = 0.1 !espessura
Ri = (Rb-Eb) !raio interno
AR = (pi*((Rb*Rb)-(Ri*Ri)) !area
Iy = ((pi*Rb*Rb*Rb*Rb/4)-(pi*Ri*Ri*Ri*Ri/4)) !inercia z
Iz = Iy !inercia y
Nb = 8 !no de celulas
Lb = 22 !comp da pa
ab = Lb*(sin(30))! projeção em y das pás inclinadas
bb = Lb*(cos(30))! projeção em x das pás inclinadas
Eb = 69e9 !modl elast
Pb = 0.32 !poisson
!-----!

!---Estrutura---!
Ms = 40690 !massa equivalente
Ks = 679431 !rigidez
Cs = 0 !amortecimento
!-----!

!-----Definições-dos-Elementos-----!

!Pa

ET,1,BEAM4
!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
R,1,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
MP,DENS,1,Db !Mass density
MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
MP,PRXY,1,Pb !PoissonNÃOESTÁNOBEAM4

!keypoints
k,1,0,0,0
k,2,Lb,0,0
l,1,2

```

```

ET,2,BEAM4
!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
R,2,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
MP,DENS,1,Db !Mass density
MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
MP,PRXY,1,Pb !Poisson

```

```

!keypoints
k,3,-ab,bb,0
l,1,3

```

```

ET,3,BEAM4
!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
R,3,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
MP,DENS,1,Db !Mass density
MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
MP,PRXY,1,Pb !Poisson

```

```

!keypoints
k,4,-ab,-bb,0
l,1,4

```

```

!Malha
LESIZE,ALL, , ,4000
MSHKEY,0
SMRTSIZE,3,
LMESH,ALL

```

```

!Torre

```

```

ET,4,COMBIN14
KEYOPT,4,1,0
KEYOPT,4,2,3
R,4,Ks,,,,1,

```

```

N,12002,0,0,1

```

```

TYPE,4
REAL,4
E,1,1202

```

```

!Restrição
D,ALL,UY,0
D,ALL,UX,0

```

```

!Nacele

```

```

ET,5,MASS21
R,5,Ms,Ms,Ms,o,o

```

KEYOPT,5,1,0
 KEYOPT,5,2,0
 KEYOPT,5,3,2

TYPE,5
 real,5
 E,1

!-----Ensaio-----!

/SOL

ANTYPE,3

HROPT,FULL
 HROUT,ON
 LUMPM,0

EQSLV, ,0,
 PSTRES,0
 FLST,2,1,1,ORDE,1
 FITEM,2,1
 !*

/GO

F,2668,FZ,100,
 F,6669,FZ,100,
 F,10668,FZ,100,

HARFRQ,0,100,
 NSUBST,20000,
 KBC,1
 !*

/STATUS,SOLU

SOLVE

FINISH

/POST26

FILE,'el_beam','rst',''

/UI,COLL,1

NUMVAR,200

SOLU,191,NCMIT

STORE,MERGE

PLCPLX,0

PRCPLX,1

FILLDATA,191,,1,1

REALVAR,191,191

!*

NSOL,2,1,U,Z, UZ_2,
 STORE,MERGE

XVAR,1
PLVAR,2,
/DIST,1,0.729,1
/REP,FAST

!-----Fim-do-Ensaio-----!

APÊNDICE L

```

FINISH
/CLEAR
/FILNAM,el_beam
/title Viga com massa – simplificação da pá com torre

!-----Definições-Iniciais-do-Sistema-----!
/PREP7

pi = 3.141592654
*afun,deg

!-----PA-----!
Db = 2770 !densidade
Rb = 0.25 !raio
Eb = 0.1 !espessura
Ri = (Rb-Eb) !raio interno
AR = (pi*((Rb*Rb)-(Ri*Ri))) !area
Iy = ((pi*Rb*Rb*Rb*Rb/4)-(pi*Ri*Ri*Ri*Ri/4)) !inercia z
Iz = Iy !inercia y
Nb = 8 !no de celulas
Lb = 22 !comp da pa
ab = Lb*(sin(30))! projeção em y das pás inclinadas
bb = Lb*(cos(30))! projeção em x das pás inclinadas
Eb = 69e9 !modl elast
Pb = 0.32 !poisson
!-----!

!---Estrutura---!
Ms = 40690 !massa equivalente
Ks = 679431 !rigidez
Cs = 0 !amortecimento
!-----!

!-----Definições-dos-Elementos-----!

!Pa

ET,1,BEAM4
!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
R,1,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
MP,DENS,1,Db !Mass density
MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
MP,PRXY,1,Pb !Poisson
NÃOESTÁNOBEAM4

!keypoints
k,1,0,0,0
k,2,Lb,0,0

```


1,1,2

ET,2,BEAM4

!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
 R,2,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
 MP,DENS,1,Db !Mass density
 MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
 MP,PRXY,1,Pb !PoissonNÃOESTÁNOBEAM4

!keypoints

k,3,-ab,bb,0

1,1,3

ET,3,BEAM4

!"r",Set number,Area,Izz,Iyy,thick-z,thick-y,theta
 R,3,AR,Iz,Iy,Rb,Rb,,
 MP,DENS,1,Db !Mass density
 MP,EX,1,Eb !Elastic moduli
 MP,PRXY,1,Pb !PoissonNÃOESTÁNOBEAM4

!keypoints

k,4,-ab,-bb,0

1,1,4

!Malha

LESIZE,ALL, , ,400

MSHKEY,0

SMRTSIZE,3,

LMESH,ALL

!Torre

ET,4,COMBIN14

KEYOPT,4,1,0

KEYOPT,4,2,3

R,4,Ks,,,,1,

N,1202,0,0,1

TYPE,4

REAL,4

E,1,1202

!Restrição

!D,ALL,UY,0

!Nacele

```
ET,5,MASS21
  R,5,Ms,Ms,Ms,o,o
  KEYOPT,5,1,0
  KEYOPT,5,2,0
  KEYOPT,5,3,2
```

```
  TYPE,5
  real,5
  E,1
```

```
!-----Ensaio-----!
```

```
iiival=0
ffval=100*2*pi/60
iinc=2*pi/60
```

```
ival=0
fval=360
inc=5
j=1
i=0
```

```
*DIM,FREQ,table,30,((fval-ival)/inc+1)*((ffval-iiival)/iinc+1),,Modo, Frequencia
*DO,i,iiival,ffval,iinc
*DO,k,ival,fval,inc
```

```
!---Aceleração---!
```

```
Ax=9.81*sin(k)
Ay=9.81*cos(k)
!-----!
```

```
/solu
```

```
ANTYPE,static
pstres, on
ACEL,Ax,Ay
OMEGA,,,i
```

```
!---Restrições---!
D,1202,ALL,0 !
D,1,UX,0 !
D,1,UY,0 !
D,1,ROTX,0 !
D,1,ROTY,0 !
D,1,ROTZ,0 !
!-----!
```

OUTPR,,1

/OUT,SCRATCH

solve

finish

/solu

ANTYPE,modal

ACEL,Ax,Ay

OMEGA,,,i

modopt,lanpcg,30

mxpand,30

pstres,ON

solve

finish

/OUT,

*GET,FREQ(1,j),MODE,1,FREQ

*GET,FREQ(2,j),MODE,2,FREQ

*GET,FREQ(3,j),MODE,3,FREQ

*GET,FREQ(4,j),MODE,4,FREQ

*GET,FREQ(5,j),MODE,5,FREQ

*GET,FREQ(6,j),MODE,6,FREQ

*GET,FREQ(7,j),MODE,7,FREQ

*GET,FREQ(8,j),MODE,8,FREQ

*GET,FREQ(9,j),MODE,9,FREQ

*GET,FREQ(10,j),MODE,10,FREQ

*GET,FREQ(11,j),MODE,11,FREQ

*GET,FREQ(12,j),MODE,12,FREQ

*GET,FREQ(13,j),MODE,13,FREQ

*GET,FREQ(14,j),MODE,14,FREQ

*GET,FREQ(15,j),MODE,15,FREQ

*GET,FREQ(16,j),MODE,16,FREQ

*GET,FREQ(17,j),MODE,17,FREQ

*GET,FREQ(18,j),MODE,18,FREQ

*GET,FREQ(19,j),MODE,19,FREQ

*GET,FREQ(20,j),MODE,20,FREQ

*GET,FREQ(21,j),MODE,21,FREQ

*GET,FREQ(22,j),MODE,22,FREQ

*GET,FREQ(23,j),MODE,23,FREQ

*GET,FREQ(24,j),MODE,24,FREQ

*GET,FREQ(25,j),MODE,25,FREQ

*GET,FREQ(26,j),MODE,26,FREQ

*GET,FREQ(27,j),MODE,27,FREQ

*GET,FREQ(28,j),MODE,28,FREQ

```
*GET,FREQ(29,j),MODE,29,FREQ  
*GET,FREQ(30,j),MODE,30,FREQ  
j=j+1  
finish
```

```
*enddo  
*enddo  
*status,freq
```

```
!-----Fim-do-Ensaio-----!
```

APÊNDICE M

```

clc
clear all
close all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%           Universidade de Brasília - PPG em Ciências Mecânicas           %
%           Mestranda Lais C. e Castro - Junho/2018                       %
%                                                                           %
% Este código realiza processamento gráfico de resultados obtidos em ANSYS%
% para o modelo de 3 pás, considerando peso próprio e força centrífuga.   %
%                                                                           %
% O vetor de resultados é separado para cada modo na matriz AUX e,       %
% posteriormente, para cada posição no plano de rotação das pás.         %
%                                                                           %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

load STATUS_3P_PP_rot_0360_0100.txt;
serie = STATUS_3P_PP_rot_0360_0100;

n_mod = 30;                               %número de modos

AUX = vec2mat(serie(:,4),n_mod);

P = 0:5:360;                               %passo de iteração da posição
F = 0:(2*pi)/(60):100*2*pi/60;           %passo de iteração da frequência
%F = 0;

mod_1 = vec2mat(AUX(:,1),length(P));
% mod_2 = vec2mat(AUX(:,2),length(P));
mod_3 = vec2mat(AUX(:,3),length(P));
% mod_4 = vec2mat(AUX(:,4),length(P));
mod_5 = vec2mat(AUX(:,5),length(P));
% mod_6 = vec2mat(AUX(:,6),length(P));
mod_7 = vec2mat(AUX(:,7),length(P));
% mod_8 = vec2mat(AUX(:,8),length(P));
% mod_9 = vec2mat(AUX(:,9),length(P));
% mod_10 = vec2mat(AUX(:,10),length(P));
% mod_11 = vec2mat(AUX(:,11),length(P));
% mod_12 = vec2mat(AUX(:,12),length(P));
% mod_13 = vec2mat(AUX(:,13),length(P));
% mod_14 = vec2mat(AUX(:,14),length(P));
% mod_15 = vec2mat(AUX(:,15),length(P));
% mod_16 = vec2mat(AUX(:,16),length(P));
% mod_17 = vec2mat(AUX(:,17),length(P));
% mod_18 = vec2mat(AUX(:,18),length(P));
% mod_19 = vec2mat(AUX(:,19),length(P));
% mod_20 = vec2mat(AUX(:,20),length(P));
% mod_21 = vec2mat(AUX(:,21),length(P));
% mod_22 = vec2mat(AUX(:,22),length(P));
% mod_23 = vec2mat(AUX(:,23),length(P));
% mod_24 = vec2mat(AUX(:,24),length(P));
% mod_25 = vec2mat(AUX(:,25),length(P));
% mod_26 = vec2mat(AUX(:,26),length(P));
% mod_27 = vec2mat(AUX(:,27),length(P));
% mod_28 = vec2mat(AUX(:,28),length(P));
% mod_29 = vec2mat(AUX(:,29),length(P));
% mod_30 = vec2mat(AUX(:,30),length(P));

```

```

%% modo 1
figure

subplot(121)
plot(F,mod_1)
% axis ([0 10.47 0.572 0.594])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

subplot(122)
plot(P,mod_1)
% axis ([0 360 0.572 0.594])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Ângulo de posição da pá (°)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

suptitle('Frequência do 1° modo com relação a posição e velocidade')

[A B] = meshgrid(P , F);
figure
mesh(B,A,mod_1)
% axis ([0 10.47 0 360 0.572 0.594])
set(gca,'fontsize',22)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Ângulo de posição das pás (°)');
zlabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');
title('Frequência do 1° modo com relação a velocidade de rotação e
posição')

%% modo 2
figure
subplot(121)
plot(F,mod_3)
% axis ([0 10.47 0.911 2.102])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

subplot(122)
plot(P,mod_3)
% axis ([0 360 0.911 2.102])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Ângulo de posição da pá (°)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

suptitle('Frequência do 2° modo com relação a posição e velocidade')

[A B] = meshgrid(P , F);
figure
mesh(B,A,mod_3)
% axis ([0 10.47 0 360 0.911 2.102])
set(gca,'fontsize',22)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Ângulo de posição da pá (°)');
zlabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

```

```

title('Frequência do 2° modo com relação a velocidade de rotação e
posição')
%% modo 3
figure
subplot(121)
plot(F,mod_5)
% axis ([0 10.47 5.349 6.86])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

subplot(122)
plot(P,mod_5)
% axis ([0 360 5.349 6.86])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Ângulo de posição da pá (°)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

suptitle('Frequência do 3° modo com relação a posição e velocidade')

[A B] = meshgrid(P , F);
figure
mesh(B,A,mod_5)
% axis ([0 10.47 0 360 5.349 6.86])
set(gca,'fontsize',22)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Ângulo de posição da pá (°)');
zlabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');
title('Frequência do 3° modo com relação a velocidade de rotação e
posição')
%% modo 4
figure
subplot(121)
plot(F,mod_7)
% axis ([0 10.47 14.81 16.42])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

subplot(122)
plot(P,mod_7)
% axis ([0 360 14.81 16.42])
set(gca,'fontsize',14)
xlabel('Ângulo de posição da pá (°)');
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');

suptitle('Frequência do 4° modo com relação a posição e velocidade')

[A B] = meshgrid(P , F);
figure
mesh(B,A,mod_7)
% axis ([0 10.47 0 360 14.81 16.42])
set(gca,'fontsize',22)
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');
ylabel('Ângulo de posição da pá (°)');
zlabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');
title('Frequência do 4° modo com relação a velocidade de rotação e
posição')

```

```
%%
```

```
figure
```

```
plot(F,mod_1(:,1),F,mod_3(:,1),F,mod_5(:,1),F,mod_7(:,1))  
% axis ([0 10.47 0 31])  
xlabel('Frequência de rotação das pás (Hz)');  
ylabel('Frequência de resposta do sistema (Hz)');  
title('Pá horizontal')
```