MNPEF Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física	Universidade de Brasília	SBF SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

GUIAS DIDÁTICOS DESENVOLVIDOS PARA O ENSINO DE SOMA VETORIAL, DECOMPOSIÇÃO VETORIAL E MOVIMENTO DE LANÇAMENTO OBLÍQUO.

OMAR DE ARAÚJO ESPER

Brasília-DF
2018

MNPEF
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

Universidade de Brasília

SBF
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

Guias Didáticos desenvolvidos para o ensino de soma vetorial, decomposição vetorial e movimento de lançamento oblíquo.

Produtos Educacionais – Guias Didáticos

Omar De Araújo Esper

Orientador:
José Felippe Beaklini Filho

Brasília
Julho de 2018

Lista de Figuras

Sumário

Guia Do Professor - Soma Vetorial

Introdução

Segundo a matemática, vetores são entidades geométricas dotadas de três características: Módulo, Direção e Sentido. O módulo representa o seu comprimento, o seu tamanho. A direção está intimamente ligada à inclinação em relação à horizontal. Enquanto o sentido representa a orientação do vetor. Na **Figura 1** logo abaixo, temos a representação de um vetor $\overrightarrow{V_1}$ qualquer de módulo igual a 87 (unidade arbitrária), cuja direção está inclinada em 60° com a horizontal, e seu sentido é orientado pela ponta da seta.

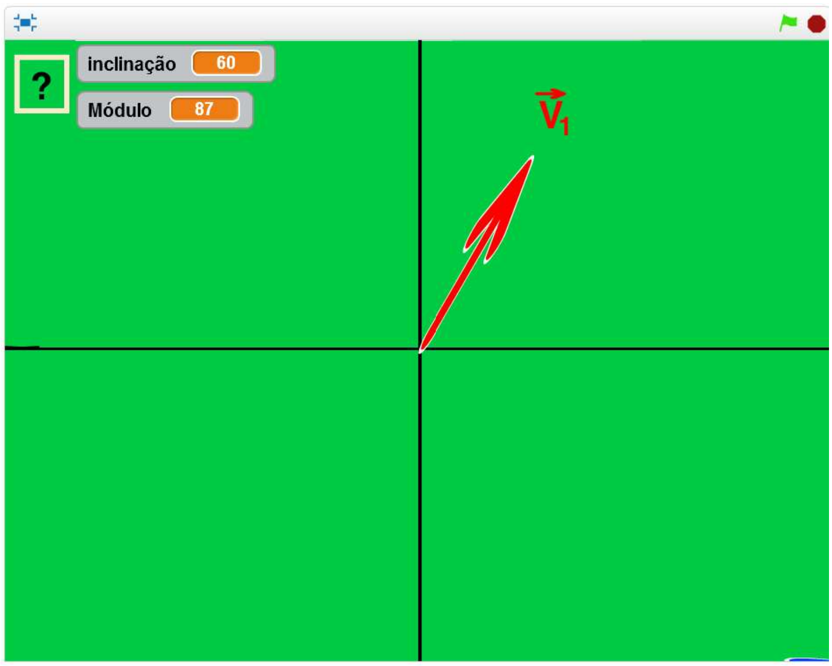

Figura 1 - Vetor inclinado em 60°

Não é raro confundir direção e sentido de um vetor, muito devido ao significado empregado a estas palavras no âmbito social. Por esse motivo é bom esclarecer suas diferenças. A **Figura 2** mostra uma boa forma de diferenciar direção e sentido ao colocar dois vetores na mesma direção, porém em sentidos opostos e dessa maneira, diferenciá-los visualmente e conceitualmente.

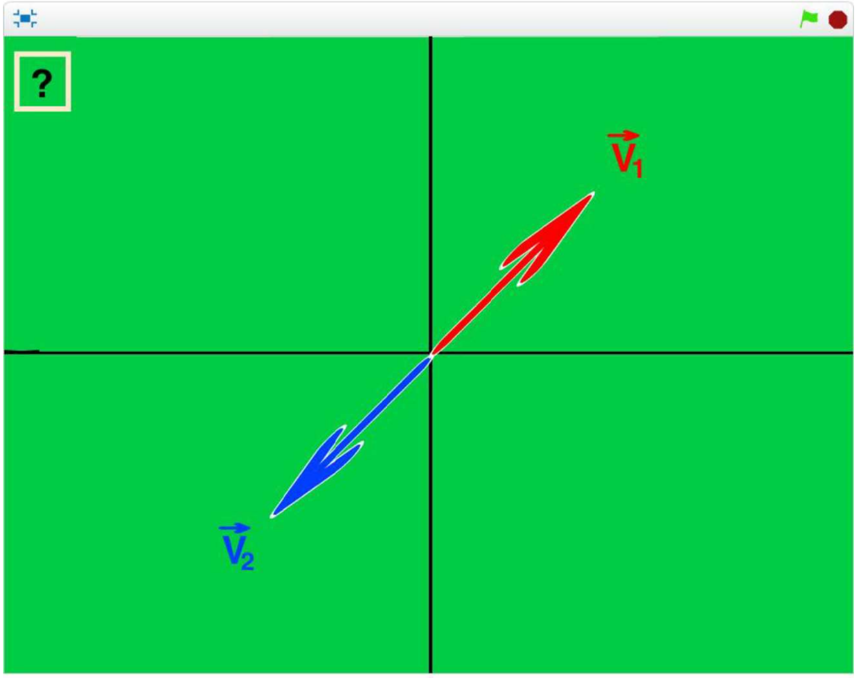

Figura 2 - Vetores posicionados na mesma direção, porém com sentidos opostos.

A discriminação feita entre direção e sentido é essencial para a correta aplicação da soma vetorial, pois em casos de vetores de mesma direção, a congruência ou não de seus sentidos representa a soma ou subtração de seus módulos, conforme descrito nos casos 1 e 2 do tópico “Soma vetorial”.

Soma vetorial

Ensinar a soma vetorial passa a ter maior significado quando apresentamos os vetores como portadores de características geométricas e que, por isso, a adição numérica simples – chamada de soma de escalares na física – não produz resultados corretos. Portanto a soma vetorial é uma soma com características geométricas na qual o valor numérico (módulo) é apenas uma das três características que levamos em consideração ao somar vetores, a saber: módulo, direção e sentido. Esse *objeto de aprendizagem*[1] é proposto para sanar a dificuldade existente na compreensão dos vetores, desenvolvendo junto aos estudantes situações nas quais somas vetoriais podem ser exemplificadas, verificadas e contextualizadas.

[1] “*Objetos de aprendizagem são qualquer entidade, digital ou não, que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada no processo de aprendizagem apoiada em tecnologia*s” (IEEE/LTSC, 2000).

A seguir, desenvolveremos quatros casos gerais de soma vetorial a fim de esclarecer suas características geométricas.

1° caso – Soma vetorial entre vetores de mesma direção e sentido. Trata-se da situação mais básica. Ao colocarmos o inicio do vetor $\overrightarrow{V_1}$ no final do vetor $\overrightarrow{V_2}$ percebemos que os comprimentos se somam, de modo que o vetor resultante $\overrightarrow{\boldsymbol{V_r}}$ possui comprimento (ou módulo) igual à soma dos comprimentos (ou módulos) de $\overrightarrow{V_1}$ e $\overrightarrow{V_2}$. O procedimento de soma vetorial então resulta numa soma escalar simples conforme mostrado nas **Figuras 3 E 4**.

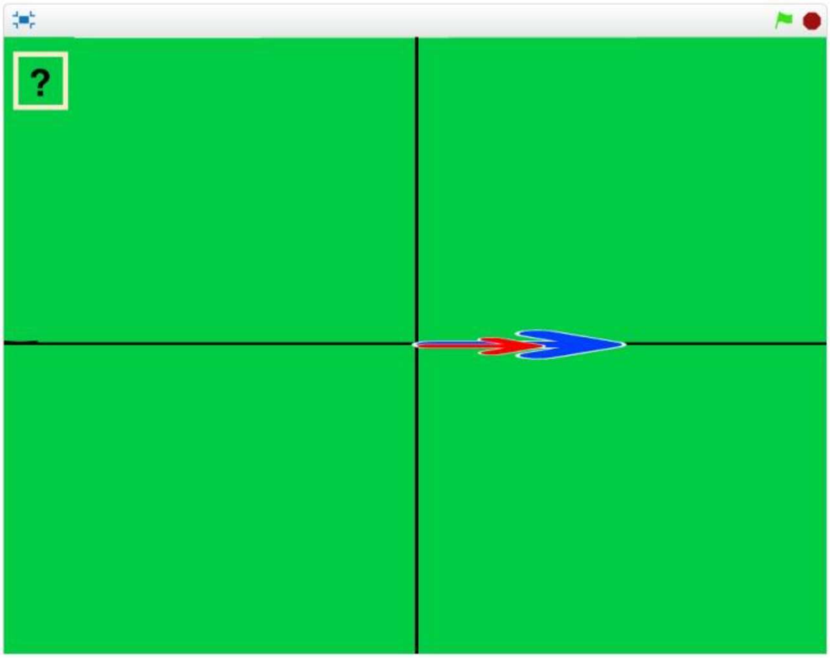

Figura 3 - vetores na mesma direção e sentidos opostos

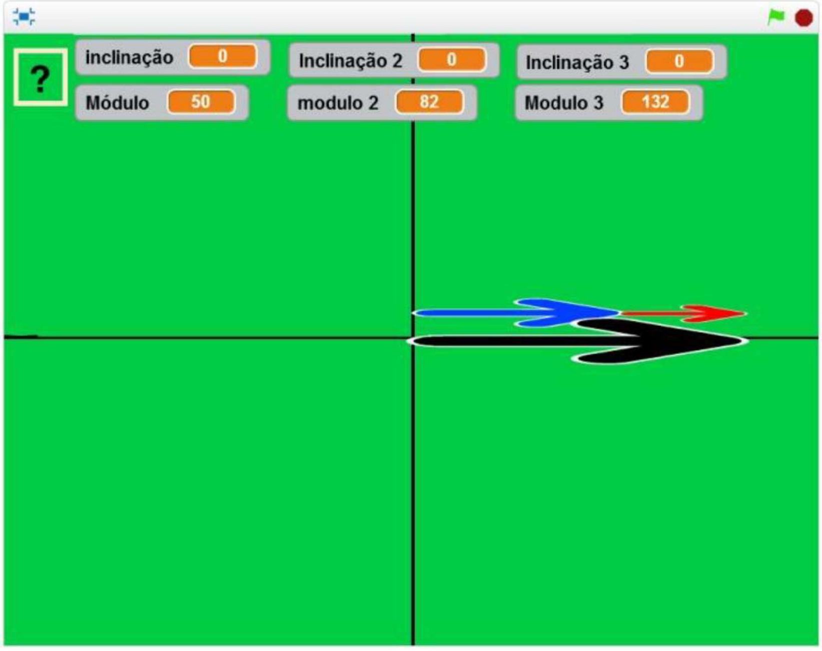

Figura 4 - Soma vetorial resultando na soma escalar de seus módulos

2° caso – Soma vetorial entre vetores de mesma direção e sentidos opostos. Ao colocarmos o inicio do vetor $\overrightarrow{V_1}$ no final do vetor $\overrightarrow{V_2}$, conforme **Figura 5**, percebemos que os comprimentos se subtraem, de modo que o vetor resultante $\overrightarrow{\boldsymbol{V_r}}$ possui módulo igual à diferença entre os módulos de $\overrightarrow{V_1}$ e $\overrightarrow{V_2}$. O procedimento de soma vetorial então resulta numa subtração escalar dos comprimentos (ou módulos) dos referidos vetores.

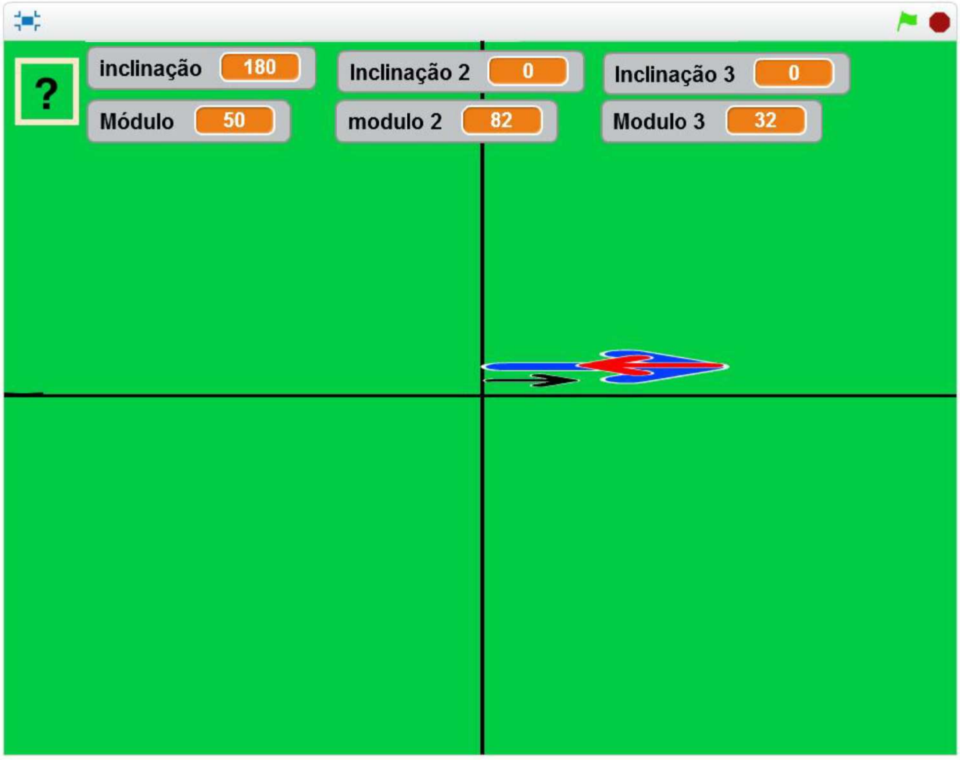

Figura 5 - Vetores na mesma direção e sentidos opostos.

3° caso – Soma vetorial entre vetores perpendiculares.

Até aqui vemos algo típico no vetor resultante $\overrightarrow{\boldsymbol{V_r}}$, ele sempre parte da origem do vetor $\overrightarrow{V_2}$ e chega ao final do vetor $\overrightarrow{V_1}$, e de fato isso sempre acontecerá.

Ao colocarmos o inicio do vetor $\overrightarrow{V_1}$ no final do vetor $\overrightarrow{V_2}$, conforme a **Figura 6,** percebemos que o vetor $\overrightarrow{\boldsymbol{V_r}}$ aparece como a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos $\overrightarrow{V_1}$ e $\overrightarrow{V_2}$. O comprimento (ou módulo) do vetor resultante $\overrightarrow{\boldsymbol{V_r}}$ pode então ser calculado pelo teorema de Pitágoras $V_r = \sqrt{V_1^2 + V_2^2}$.

Porém, esse resultado é apenas uma redução do 4° caso, no qual os vetores podem assumir qualquer inclinação.

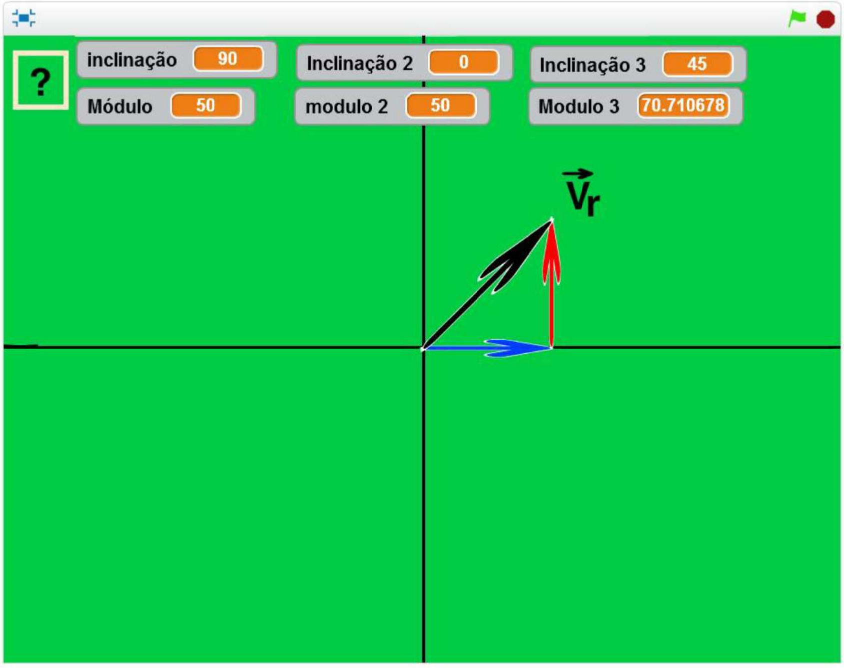

Figura 6 - Soma de vetores perpendiculares

4° Caso – Soma vetorial entre vetores com direção e sentido diferentes.

O comportamento do vetor $\overrightarrow{\boldsymbol{V_r}}$ se conserva e pode-se concluir que o mesmo parte do início do vetor $\overrightarrow{V_2}$ e chega ao final do vetor $\overrightarrow{V_1}$. É possível calcular seu módulo através da relação $V_r = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2cos\theta}$, onde θ é o ângulo entre os vetores. Na **Figura 7** temos um caso em que os vetores estão inclinados 60° entre si – para verificar basta subtrair suas inclinações em relação ao eixo x – a soma vetorial, por sua vez, segue nos moldes descritos neste caso.

É importante destacar que determinar a inclinação do vetor resultante $\overrightarrow{V_r}$ pode se tornar um problema de grande complexidade e por esse motivo trataremos melhor desse assunto no guia de decomposição vetorial.

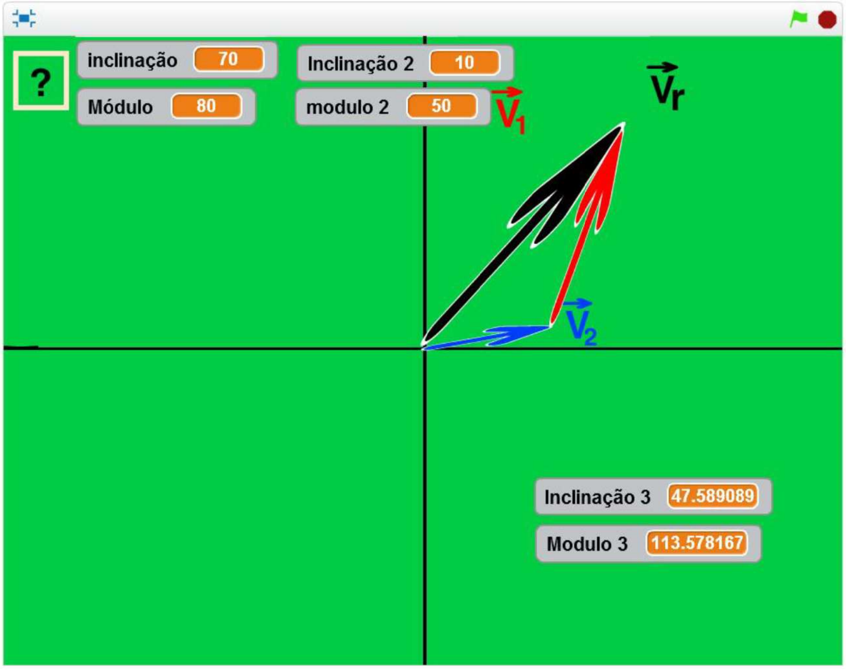

Figura 7 - soma vetorial com vetores inclinados

Objetivos

Apresentar o vetor como uma um elemento geométrico dotado de três características: módulo, direção e sentido.

Exemplificar soma vetorial entre dois vetores e a relação existente entre o ângulo entre eles e o resultado final.

Pré-requisitos

Os alunos devem ter noções de ângulos e arcos, dos valores de seno e cosseno dos ângulos notáveis.

Tempo previsto para aula

A atividade poderá ter 50min de duração.

Na sala de aula

O professor pode resgatar os conceitos prévios acerca dos ângulos e arcos, dos valores de seno e cosseno para os ângulos notáveis.

Descreveremos nossa sugestão para o melhor aproveitamento deste *objeto de aprendizagem*, disponível no *link* ***https://scratch.mit.edu/projects/213882712/***. O professor/aluno poderá clicar no ícone "*tela inteira*" que fica localizado no canto superior esquerdo, para ampliar a tela e facilitar a visualização.

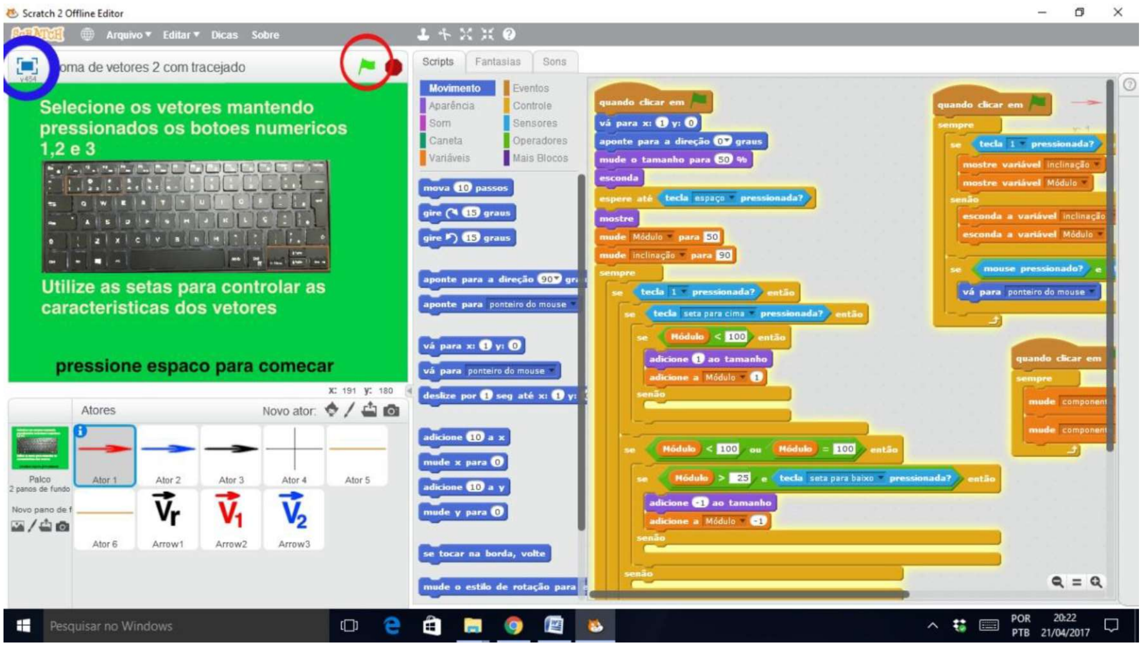

Figura 8 - tela inicial do Objeto de aprendizagem

O objeto de aprendizagem inicia ao clicar na bandeira verde identificada na **Figura 8** pelo circulo vermelho e mostra uma tela com instruções básicas de controle dos vetores. Ao manter a tecla "1" pressionada, pode-se controlar o vetor $\vec{V_1}$ com os botões direcionais, variando o módulo do vetor com as setas para cima ou para baixo e mudando a inclinação do vetor com as setas para direita ou esquerda. Algo similar acontece com o vetor $\vec{V_2}$ quando se mantém a tecla "2" pressionada. Ao pressionar a tecla "3", são mostrados: o vetor resultante na sua posição real os valores do módulo e inclinação do vetor soma $\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$.

Ao manter a tecla 1 e o botão esquerdo do mouse pressionados, o vetor $\vec{V_1}$ se deslocará para a posição do apontador do mouse, isso permite fechar um triângulo retângulo formado pelos vetores $\vec{V}, \vec{V_1}$ *e* $\vec{V_2}$ e demonstrar as relações entre eles. Algo similar pode ser feito ao manter a tecla 2 pressionada, o vetor $\vec{V_2}$ poderá se deslocar e assumir a posição do apontador do mouse com o mesmo intuito.

Questões para discussão

Há algumas questões que podem ser discutidas como, por exemplo: A soma vetorial $\vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$ sempre produz o mesmo resultado que $|\vec{V}| = |\vec{V_1}| + |\vec{V_2}|$? Em que situação $\vec{V_1} + \vec{V_2} = |\vec{V_1}| + |\vec{V_2}|$? É possível que a soma vetorial entre $\vec{V_1}$ e $\vec{V_2}$ resulte em $\vec{V_1} + \vec{V_2} = |\vec{V_1}| - |\vec{V_2}|$? Em que situação o teorema de Pitágoras pode ser usado para encontrar o módulo da soma vetorial $|\vec{V_1} + \vec{V_2}|$?

Na sala de computadores

Preparação

Os alunos poderão se assentar individualmente ou em duplas nos computadores para realizar a atividade.

Material Necessário

Acreditamos ser necessário apenas o computador. Porém, caso o professor queira enriquecer a aula com algumas verificações adicionais discutidas no tópico “Avaliação” e “Atividades Complementares”, sugerimos que os alunos levem caderno, lápis e borracha.

Requisitos Técnicos

1. Este objeto necessita de navegador (browser) com *plugin* flash atualizado e acesso a internet;
2. Computador com processador Pentium® ou similar, com 512 Mb de memória RAM, embora 1 Gb seja recomendável;
3. Monitor capaz de mostrar cores;
4. Sistema operacional Windows® da Microsoft ou Linux.

Durante a atividade

A interação entre os alunos pode ser benéfica, a intervenção do professor seria interessante somente no caso de uma dúvida de um grupo de alunos.

Avaliação

É sempre interessante propor questões em escala de dificuldade crescente, por exemplo:

1. Verifique a soma de dois vetores de mesma direção e sentido. O resultado condiz com o esperado?

2. Verifique a soma de dois vetores de mesma direção e sentidos opostos. O resultado condiz com o esperado?

3. Verifique a soma de dois vetores em direções perpendiculares. O resultado condiz com o esperado?

4. Verifique a soma de dois vetores em direções que formem o ângulo de 30°. O resultado condiz com o esperado?

5. Fixe a inclinação e o modulo do vetor $\overrightarrow{V_2}$ em 30° e 80, respectivamente; fixe a inclinação do vetor $\overrightarrow{V_1}$ em 90°; e encontre o valor do módulo do vetor $\overrightarrow{V_1}$ para que a soma $\overrightarrow{V_1} + \overrightarrow{V_2}$ resulte em $|\vec{V}| = 121{,}65$.

6. A partir dos resultados da questão anterior, demonstre que ao aumentar o ângulo entre os vetores o modulo do vetor resultante diminui.

Atividades Complementares

O professor pode levar uma lista de exercícios de soma vetorial para que os alunos verifiquem se o objeto educacional produz resultados exatos.

Referencias Bibliográficas

Halliday, Resnick, Walker. *Fundamentos de Física - Volume 1.* LTC.

Hewitt, P. G. Física Conceitual. In: P. G. Hewitt, *Física Conceitual* (p. Capítulo 32).

Leila Maria Araújo Santos, Maria Lucia Pozzatti Flores, Liane Margarida Rockenbach Tarouco. (2007). Objeto De Aprendizagem: Teoria Instrutiva Apoiada por. *CINTED-UFRGS Novas Tecnologias na educação.*

Matias , Fratezzi. *Física Geral para o ensino médio - Volume único.* Saraiva.

Moreira, M. A. (2012). *wwww.if.ufrgs.br./~moreira.* Acesso em 11 de 12 de 2017, disponível em wwww.if.ufrgs.br./~moreira: wwww.if.ufrgs.br./~moreira

Nussenzveig, M. *Física Básica - Mecânica - Volume 1 - 5° edição.* Edgar Blücher.

Paivio, A. (1991). Dual Coding Theory: retrospect and current status. *Can. J. Psyschol* (45), 255.

Ramalho, Nicolau, Toledo. *Os Fundamentos da Física - Volume 1 - 10° edição.* Moderna.

Tavares, R. (s.d.). *www.fisica.ufpb.br/~romero.* Acesso em 03 de Janeiro de 2017, disponível em http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/ANPED-28.pdf

Vekiri, I. (2002). What Is the Value of Graphical Displays in Learning? *Psyschool* (14), 261-262.

Guia do Aluno – Soma Vetorial

Procedimentos iniciais

1- Ligue o computador e inicie o programa Scratch.

2- Abra o arquivo “soma de vetores 2 com tracejado”

3- Após carregar o arquivo, clique no ícone “tela inteira” situado no canto superior esquerdo.

4- Clique na bandeira verde. Sempre que precisar reiniciar, clique no botão vermelho e logo em seguida na bandeira verde novamente.

5- Observe as instruções e aperte espaço.

6- Responda a pergunta com S para sim ou N para não.

Procedimentos de verificação

1- Na tela agora aparecem dois vetores. Mantenha pressionada a tecla correspondente ao numeral 1 (tecla 1) do seu teclado e controle o vetor $\overrightarrow{V_1}$ com os botões direcionais do teclado (as setinhas do teclado).

2- De forma similar, controle o vetor $\overrightarrow{V_2}$ mantendo pressionado o botão correspondente ao numeral 2 (tecla 2).

3- Pressione a tecla correspondente ao numeral 3 (tecla 3) e o vetor resultante $\overrightarrow{V_r}$, o resultado da soma entre os vetores $\overrightarrow{V_1}$ e $\overrightarrow{V_2}$, irá aparecer na tela.

4- Repare que ao pressionar as teclas 1, 2 e 3 os dados dos vetores correspondentes aparecem na tela, a saber: Módulo e Inclinação em relação à Horizontal.

Para registrar

1- Mude a inclinação do vetor $\overrightarrow{V_1}$ para 180° e seu módulo para 60. Mude a inclinação do vetor 2 para 0° e seu módulo para 100. Qual é o resultado da soma entre esses dois vetores? Anote em seu caderno.

a. Mantenha a tecla 1 pressionada e clique no botão esquerdo do mouse (botão usual) para deslocar o vetor $\overrightarrow{V_1}$. Desloque o vetor $\overrightarrow{V_1}$ para a ponta da flecha do vetor $\overrightarrow{V_2}$, mas de forma que ainda seja visível.

b. Pressione a tecla 3 e observe o arranjo feito pelos vetores $\overrightarrow{V_1}, \overrightarrow{V_2}$ e $\overrightarrow{V_r}$.

c. Desenhe no quadro abaixo o que observou.

c

2- Mude a inclinação do vetor $\overrightarrow{V_1}$ para 0° e seu módulo para 40. Mantenha a inclinação do vetor $\overrightarrow{V_2}$ em 0° e fixe seu módulo em 80. Qual é o resultado da soma entre os dois vetores? Anote em seu caderno.

a. Mantenha a tecla 1 pressionada e clique no botão esquerdo do mouse (botão usual) para deslocar o vetor $\overrightarrow{V_1}$. Desloque o vetor $\overrightarrow{V_1}$ para a ponta da flecha do vetor $\overrightarrow{V_2}$, mas de forma que ainda seja visível.

b. Pressione a tecla 3 e observe o arranjo feito pelos vetores $\overrightarrow{V_1}, \overrightarrow{V_2}$ e $\overrightarrow{V_r}$.

c. Desenhe no quadro abaixo o que observou.

d. Reinicie o aplicativo.

3- Mantenha a inclinação do vetor $\overrightarrow{V_1}$ em 90° e fixe seu módulo em 40. Mantenha a inclinação do vetor $\overrightarrow{V_2}$ em 0° e fixe seu módulo em 30. Qual é o resultado da soma entre os dois vetores? Anote em seu caderno.

a. Mantenha a tecla 1 pressionada e clique no botão esquerdo do mouse (botão usual) para deslocar o vetor $\overrightarrow{V_1}$. Desloque o vetor $\overrightarrow{V_1}$ para a ponta da flecha do vetor $\overrightarrow{V_2}$, mas de forma que ainda seja visível.

b. Pressione a tecla 3 e observe o arranjo feito pelos vetores $\overrightarrow{V_1}$, $\overrightarrow{V_2}$ e $\overrightarrow{V_r}$.

c. Desenhe no quadro abaixo o que observou.

d. Se a inclinação é sempre medida em relação à horizontal, qual é o ângulo formado entre os vetores $\overrightarrow{V_1}$ e $\overrightarrow{V_2}$.

e. Reinicie o aplicativo.

4- Mude a inclinação do vetor $\overrightarrow{V_1}$ para 75° e seu modulo para 40. Mude a inclinação do vetor $\overrightarrow{V_2}$ para 15° e fixe seu módulo em 80. Qual é o resultado da soma entre os dois vetores? Anote em seu caderno.

a. Mantenha a tecla 1 pressionada e clique no botão esquerdo do mouse (botão usual) para deslocar o vetor $\overrightarrow{V_1}$. Desloque o vetor $\overrightarrow{V_1}$ para a ponta da flecha do vetor $\overrightarrow{V_2}$, mas de forma que ainda seja visível.

b. Pressione a tecla 3 e observe o arranjo feito pelos vetores $\overrightarrow{V_1}, \overrightarrow{V_2}$ e $\overrightarrow{V_r}$.

c. Desenhe no quadro abaixo o que observou.

d. Se a inclinação é sempre medida em relação à horizontal, qual é o ângulo formado entre os vetores $\overrightarrow{V_1}$ e $\overrightarrow{V_2}$.

Guia Do Professor - Decomposição Vetorial

Introdução

Ensinar decomposição vetorial pode ser um desafio, especialmente quando é preciso entender e aplicar em alguma situação próxima da realidade a relação entre o ângulo de inclinação de um vetor e suas componentes vertical e horizontal no sistema de coordenadas cartesianas. Muitas vezes se faz necessário ter mais que a lousa e o livro didático como recursos à mão.

Neste sentido, programas e simulações podem ser utilizados como recursos para ensino-aprendizagem por serem dinâmicos e visualmente atrativos, de forma a auxiliarem na construção do conhecimento dos estudantes. A esses programas e simulações deu-se o nome de *objeto de aprendizagem*[2].

Decomposição Vetorial

A decomposição vetorial baseia-se no fato de que um vetor qualquer pode ser obtido a partir da soma de dois outros vetores. Ao considerar um vetor $\vec{V}$ descrito num plano cartesiano, pode-se representa-lo a partir de dois vetores situados sobre os eixos ***x*** e ***y***, convenientemente nomeados de $\vec{V_x}$ *e* $\vec{V_y}$, respectivamente, de forma que $\vec{V} = \vec{V_x} + \vec{V_y}$.

Deste modo, atrevo-me a dizer que a soma vetorial e a decomposição vetorial são processos inversos, assim como multiplicação e divisão. Observe a **Figura 9b**, ao somar $\vec{V_x} + \vec{V_y}$ obtemos exatamente $\vec{V}$.

[2] "*Objetos de aprendizagem são qualquer entidade, digital ou não, que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada no processo de aprendizagem apoiada em tecnologia*s" (IEEE/LTSC, 2000).

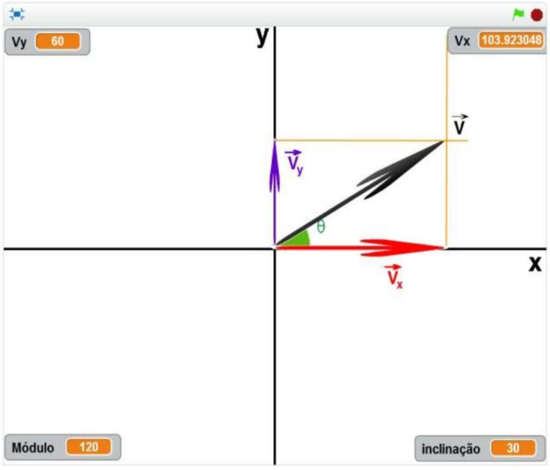

Figura 9a - Decomposição vetorial.

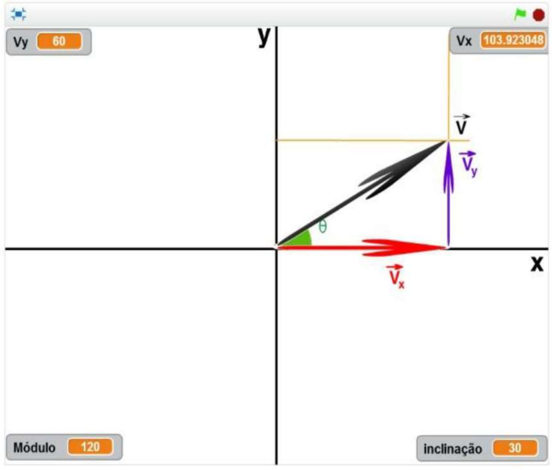

Figura 9b - A soma das componentes resulta em V.

Mas como chegar aos valores dessas componentes $\overrightarrow{V_x}\ e\ \overrightarrow{V_y}$? A resposta para essa pergunta surge das relações trigonométricas do triângulo retângulo, uma vez que o ângulo entre as componentes $\overrightarrow{V_x}\ e\ \overrightarrow{V_y}$ é 90°.

$$cos\ \theta = \frac{V_x}{V} \quad \rightarrow \quad V.cos\ \theta = V_x \quad \rightarrow \quad V_x = V.\cos\theta$$

$$Sen\ \theta = \frac{V_y}{V} \quad \rightarrow \quad V.sen\ \theta = V_y \quad \rightarrow \quad V_y = V.sen\ \theta$$

Dessa forma, se tivermos a inclinação θ, podemos calcular os módulos de $\overrightarrow{V_x}$ e $\overrightarrow{V_y}$.

Objetivos

Sugerir ao professor um caminho para demonstrar a relação existente entre inclinação e módulo de um vetor com suas componentes vertical e horizontal no sistema de coordenadas cartesianas, utilizando um objeto de aprendizagem como recurso visual e interativo.

Pré-requisitos

O estudante deve conhecer as relações trigonométricas do triângulo retângulo e as relações de soma vetorial.

Tempo previsto para aula

A atividade poderá ter 50min de duração.

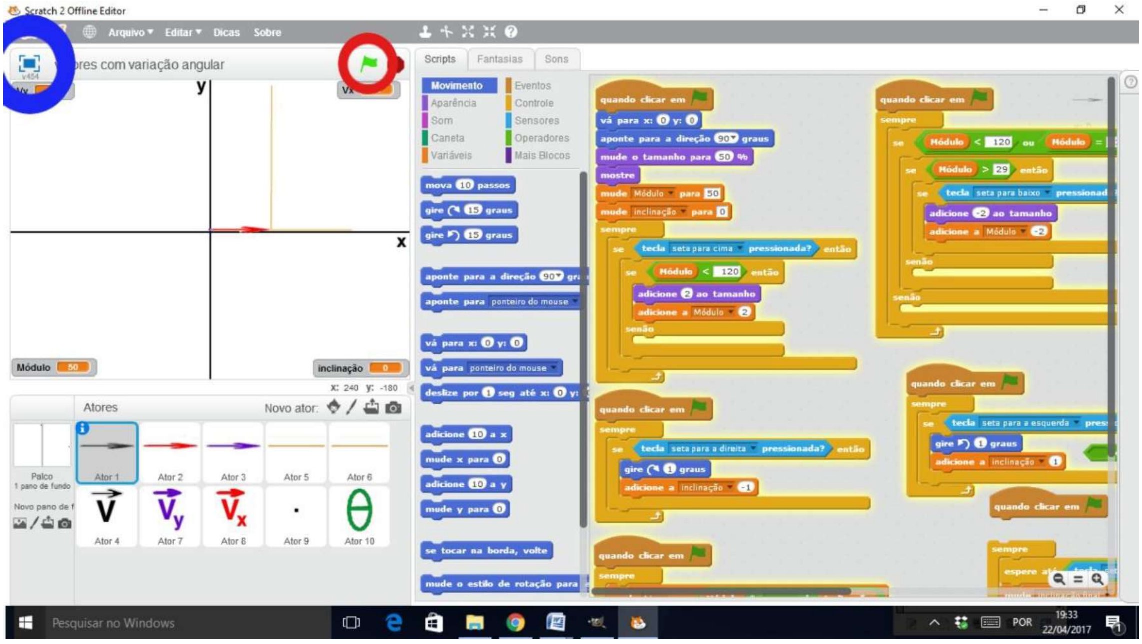

Figura 10 - tela inicial do objeto de aprendizagem.

Na sala de aula

O professor pode resgatar os conceitos prévios acerca dos vetores, da soma vetorial e das relações trigonométricas do triângulo retângulo. Descreveremos nossa sugestão para melhor aproveitamento deste recurso de aprendizagem disponível no *link* ***https://scratch.mit.edu/projects/213883023/***. O professor/aluno poderá clicar no ícone "*tela inteira*" que fica localizado no canto superior esquerdo – circulado em azul na **Figura 10** - para ampliar a tela e facilitar a visualização. O objeto de aprendizagem inicia ao clicar na bandeira verde localizada no canto superior direito – circulado em vermelho na figura 2. Com as setas direcionais do teclado é possível controlar a inclinação e o módulo do vetor. Os alunos poderão observar que o vetor azul corresponde à componente vertical e o vetor vermelho corresponde à componente horizontal. Pode-se verificar que a mudança na inclinação e no módulo do vetor ($\vec{V}$ - cor preta) resulta na mudança dos módulos das componentes vertical ($\vec{V_y}$ - cor azul) e horizontal ($\vec{V_x}$ – cor vermelha) e em seus sentidos caso a inclinação seja suficiente para posicionar o vetor $\vec{V}$ em outro quadrante.

Ao manter a tecla 1 e o botão direito do mouse pressionados, o vetor $\vec{V_y}$ poderá se deslocar para a posição do mouse, isso permite fechar um triângulo retângulo formado pelos vetores $\vec{V}, \vec{V_y}\ e\ \vec{V_x}$ - conforme a figura 1b - e demonstrar as relações entre eles a partir das relações trigonométricas do triângulo retângulo. Algo similar pode ser feito ao manter a tecla 2 pressionada, o vetor $\overrightarrow{V_x}$ poderá se deslocar e assumir a posição do mouse com o mesmo intuito.

Questões para discussão

Há algumas questões que podem ser discutidas como, por exemplo: Que tipo de relação existe entre os vetores $\vec{V}, \overrightarrow{V_X}\ e\ \overrightarrow{V_y}$? Porque o vetor $\overrightarrow{V_x}$ muda de sentido quando o vetor $\vec{V}$ muda de quadrante? É possível definir o vetor $\vec{V}$ como sendo a soma vetorial entre as componentes vertical e horizontal, ou seja, $\vec{V} = \overrightarrow{V_x} + \overrightarrow{V_y}$?

Na sala de computadores

Preparação

Os alunos poderão se assentar individualmente ou em duplas nos computadores para realizar a atividade.

Material Necessário

Acreditamos ser necessário apenas o computador. Porém, caso o professor queira enriquecer a aula com algumas verificações adicionais discutidas no tópico "Avaliação" e "Atividades Complementares", sugerimos que os alunos levem caderno, lápis e borracha.

Requisitos Técnicos

1. Este objeto necessita de navegador (browser) com *plugin* flash atualizado e com acesso a internet;
2. Computador com processador Pentium ou similar, com 512 mb de memória RAM, embora 1 Gb seja recomendável;
3. Monitor capaz de mostrar cores;
4. Sistema operacional Windows da Microsoft ou Linux.

Durante a atividade

A interação entre os alunos pode ser benéfica, a intervenção do professor seria interessante somente no caso de uma dúvida de um grupo de alunos.

Avaliação

É sempre interessante propor questões em escala de dificuldade crescente, por exemplo:

Perguntar quantas componentes tem um vetor? Um vetor descrito num espaço tridimensional teria quantas componentes?

Encontre as componentes do vetor V = 80u, descrito no plano *xy*, quando este forma um ângulo de 30° com a horizontal.

A partir dos resultados da questão anterior, demonstre que $\vec{V} = \vec{V_x} + \vec{V_y}$.

Atividades Complementares

O professor pode levar uma lista de exercícios de decomposição vetorial para que os alunos verifiquem se o objeto educacional produz resultados exatos.

Referências Bibliográficas

Halliday, Resnick, Walker. *Fundamentos de Física - Volume 1.* LTC.

Leila Maria Araújo Santos, Maria Lucia Pozzatti Flores, Liane Margarida Rockenbach Tarouco. (2007). Objeto De Aprendizagem: Teoria Instrutiva Apoiada por. *CINTED-UFRGS Novas Tecnologias na educação.*

Matias , Fratezzi. *Física Geral para o ensino médio - Volume único.* Saraiva.

Nussenzveig, M. *Física Básica - Mecânica - Volume 1 - 5° edição.* Edgar Blücher.

Ramalho, Nicolau, Toledo. *Os Fundamentos da Física - Volume 1 - 10° edição.* Moderna.

Guia do Aluno - Decomposição Vetorial

Procedimentos de verificação

1- Na tela agora aparece os vetores $\vec{V}$ $\vec{V_x}$ e $\vec{V_y}$.. Controle o vetor $\vec{V}$ com os botões direcionais do teclado (as setinhas do teclado).

2- Repare no comportamento das componentes $\vec{V_x}$ e $\vec{V_y}$.

3- Repare no ângulo de inclinação do vetor $\vec{V}$.

Para registrar

1- Mude a inclinação do vetor $\vec{V}$ para 30° e seu módulo para 100.

a) Quais são os Valores das componentes $\vec{V_x}$ e $\vec{V_y}$?

b) Mantenha a tecla 1 pressionada e clique no botão esquerdo do mouse (botão usual) para deslocar o vetor $\vec{V_y}$. Desloque o vetor $\vec{V_y}$ para a ponta da flecha do vetor $\vec{V_x}$, mas de forma que ainda seja visível. Observe o arranjo feito pelos vetores $\vec{V_y}, \vec{V_x}\ e\ \vec{V}$ e os desenhe no quadro abaixo o que observou.

2- Mude a inclinação do vetor $\vec{V}$ para 45° e seu módulo para 80.

a) Qual é o resultado das componentes $\vec{V_x}$ e $\vec{V_y}$?

b) Mantenha a tecla 1 pressionada e clique no botão esquerdo do mouse (botão usual) para deslocar o vetor $\vec{V_y}$. Desloque o vetor $\vec{V_y}$ para a ponta da flecha do vetor $\vec{V_x}$, mas de forma que ainda seja visível. Observe o arranjo feito pelos vetores $\vec{V_y}, \vec{V_x}$ e $\vec{V}$ e desenhe no quadro abaixo o que observou.

3- Mude a inclinação do vetor $\vec{V}$ para 60° e seu módulo para 100.

c) Qual é o resultado das componentes $\overrightarrow{V_x}$ e $\overrightarrow{V_y}$?

d) Mantenha a tecla 1 pressionada e clique no botão esquerdo do mouse (botão usual) para deslocar o vetor $\overrightarrow{V_y}$. Desloque o vetor $\overrightarrow{V_y}$ para a ponta da flecha do vetor $\overrightarrow{V_x}$, mas de forma que ainda seja visível. Observe o arranjo feito pelos vetores $\overrightarrow{V_y}, \overrightarrow{V_x}$ e $\vec{V}$ e desenhe no quadro abaixo o que observou.

4- Na decomposição vetorial é possível ver que sempre se pode obter um triângulo retângulo ao deslocar o vetor $\overrightarrow{V_y}$ para a ponta da seta do vetor $\overrightarrow{V_x}$.

a) Em que consiste a decomposição vetorial?

b) Qual é o resultado da soma vetorial $\overrightarrow{V_y} + \overrightarrow{V_x}$?

c) Como podemos expressar $\overrightarrow{V_x}$ e $\overrightarrow{V_y}$ em função de $\vec{V}$? Dica: Utilize as razões trigonométricas do triangulo retângulo.

d) Pode-se concluir que a decomposição vetorial é o processo análogo à soma vetorial do Caso 3, em que as direções dos vetores são perpendiculares?

Guia Do Professor - Lançamento Oblíquo

Introdução

Ensinar o movimento de lançamento oblíquo é desafiador, especialmente quando é preciso explicar as relações vetoriais presentes neste estudo. O módulo do vetor velocidade inicial e suas componentes vertical e horizontal relacionam-se com as características do lançamento oblíquo e podem influenciar no alcance horizontal do lançamento, por exemplo. Mas a velocidade é o único fator responsável pelo alcance horizontal? Veremos que não.

Muitas vezes se faz necessário ter mais que a lousa e o livro didático como recursos à mão para verificar tais situações, neste sentido, programas e simulações podem ser utilizados como recursos para o ensino e aprendizagem por serem dinâmicos e visualmente atraentes, e por auxiliarem na construção do conhecimento dos estudantes. A esses programas e simulações deu-se o nome de *objeto de aprendizagem*[3].

Lançamento Oblíquo

O Lançamento Oblíquo ocorre quando um goleiro chuta uma bola durante o tiro de meta, quando um atleta arremessa um disco, quando um caçador dispara em direção a um pássaro ou quando um morteiro é disparado em direção ao inimigo. Seja qual for a situação, há formas de calcular e determinar as variáveis para que o atleta tenha seu desempenho melhorado e o soldado acerte seu alvo.

O primeiro ponto a ser estudado está nas características do movimento bidimensional. Para o estudarmos melhor, precisaremos separar o movimento em duas partes, a parte *vertical* e a parte *horizontal*, de forma que possamos analisar o movimento de forma completa.

A característica da parte horizontal do movimento oblíquo é uma velocidade constante nesta direção sempre que a resistência do ar puder ser desprezada. Ora, se a velocidade horizontal é constante então o movimento característico é o Movimento Uniforme, por esse motivo pode-se aplicar a equação do movimento uniforme para essa parte horizontal do movimento.

---

[3] "*Objetos de aprendizagem são qualquer entidade, digital ou não, que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada no processo de aprendizagem apoiada em tecnologia*s" (IEEE/LTSC, 2000).

$$S_x = S_{0x} + V_x.t$$

Onde S_x é a posição do objeto lançado projetada sob o eixo x, S_{0x} é a posição inicial do objeto sob o eixo x, V_x é a velocidade constante deste objeto na direção horizontal e t é o tempo.

Já a característica da parte vertical é, na ausência de resistência do ar, a variação da velocidade num ritmo constante. Desse modo, podemos caracterizar essa parte do movimento como sendo um Movimento Uniformemente Variado, podendo utilizar e aplicar as equações deste tipo de movimento.

$$V_y = V_{0y} - gt$$

$$S_y = S_{0y} + V_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$

$$V_y^2 = V_{0y}^2 - 2a\Delta S_y$$

Onde V_y é a velocidade vertical instantânea do objeto ao longo de todo o movimento, V_{0y} é a velocidade inicial vertical do objeto lançado, g é o módulo da gravidade no local do lançamento e t é o tempo, S_y é a posição do objeto projetada sob o eixo y, S_{0y} é a posição inicial do objeto sob o eixo y, ΔS_y é altura relativa à posição inicial,. Note que o sinal que antecede g nas equações é negativo, isso se deve à orientação da gravidade contrária à progressão da posição. Se o movimento do projétil ocorre verticalmente para cima então como a gravidade é sempre para baixo, ela atua para reduzir a velocidade até atingir o ponto mais alto da trajetória, após isso, o módulo da velocidade volta a aumentar.

Agora que já definimos as variáveis e os parâmetros necessários para o entendimento desse movimento, precisamos saber como calcular as componentes V_x e V_{0y}, para tanto, basta aplicar a decomposição vetorial do vetor $\vec{V}_0$ (velocidade inicial de lançamento) e desta forma determinar $\overrightarrow{V_x}$ e $\vec{V}_{0y}$.

$$\vec{V}_x = \overrightarrow{V_0}.cos\theta$$

$$\vec{V}_{0y} = \overrightarrow{V_0}.sen\theta$$

Onde θ é a inclinação do lançamento. Dessa forma, se tivermos a inclinação θ, podemos calcular os módulos de $\overrightarrow{V_x}$e $\vec{V}_{0y}$.

Objetivos

Oferecer ao professor um caminho para demonstrar a relação existente entre inclinação e módulo do vetor $\vec{V}_0$ de lançamento com suas componentes vertical e horizontal ($\vec{V}_{0y}$ e $\vec{V}_x$) e o alcance, bem como com as demais características do movimento de lançamento oblíquo, utilizando um objeto de aprendizagem como recurso visual e interativo.

Pré-requisitos

O estudante precisa conhecer a decomposição vetorial, as equações dos movimentos uniforme e uniformemente variado e ter em mente alguns exemplos de lançamentos oblíquos.

Tempo previsto para aula

A atividade poderá ter 50min de duração.

Na sala de aula

Antes de levar os alunos ao laboratório de informática, o professor pode resgatar os conceitos prévios acerca da decomposição vetorial e das características dos movimentos uniforme e uniformemente variado. Relembrar as equações desses movimentos e até mesmo desenvolver alguma situação problema com os alunos, identificando o que é alcance horizontal, altura máxima, velocidade de lançamento e inclinação. Isso pode ajudar no momento de utilizar o objeto de aprendizagem no laboratório.

É importante comunicar ao aluno que o objetivo dessa aula é demonstrar as relações existentes entre o ângulo de inclinação do lançamento com o alcance horizontal do lançamento. Sendo assim, o aluno poderá verificar no laboratório que a relação entre inclinação e alcance não é linear. Como essa relação pode ser descrita?

Quando chegar ao laboratório, já com o objeto de aprendizagem aberto, o professor pode incentivar os alunos a procurarem a inclinação que garante o maior alcance ao lançamento. O professor pode propor que os alunos procurem inclinações diferentes que produzem o mesmo alcance mantendo o mesmo valor para a velocidade inicial de lançamento.

Instruções sobre o Objeto de Aprendizagem

Descreveremos nossa sugestão para melhor aproveitamento deste recurso de aprendizagem disponível no *link* ***https://scratch.mit.edu/projects/213883420/***. O professor/aluno poderá clicar no ícone "*tela inteira*" que fica localizado no canto superior esquerdo – circulado em azul na **Figura 11** - para ampliar a tela e facilitar a visualização. O objeto de aprendizagem inicia ao clicar na bandeira verde localizada no canto superior direito – circulado em vermelho na **Figura 11**. Com as setas direcionais do teclado é possível controlar a inclinação de lançamento. Ao pressionar a

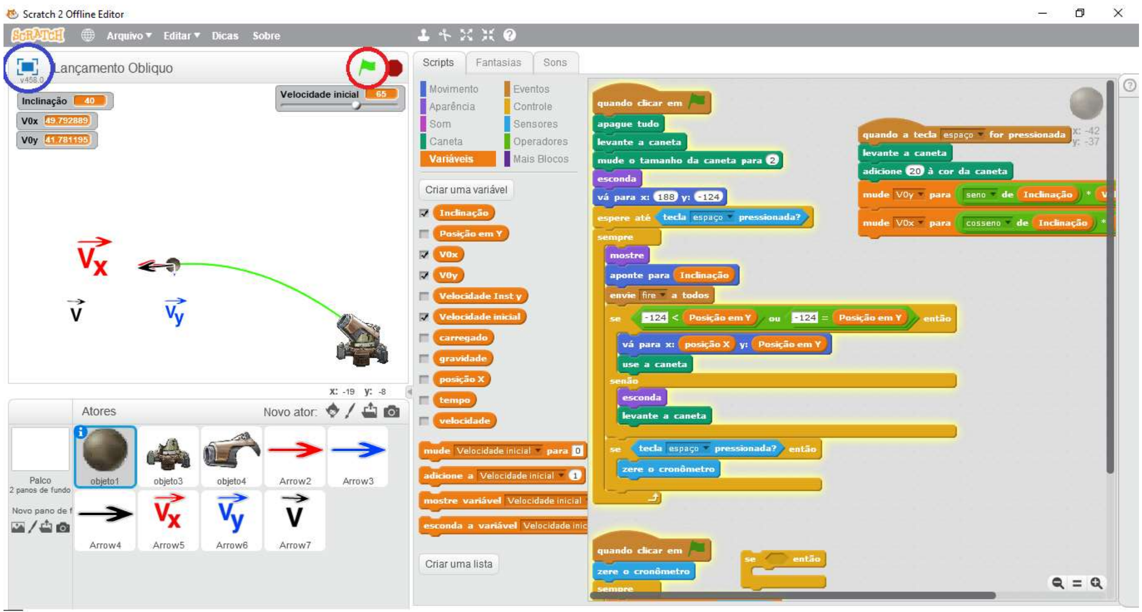

Figura 11 - tela inicial do objeto de aprendizagem

tecla espaço, o canhão dispara da direção escolhida com as setas direcionais. Os alunos poderão observar que o vetor azul corresponde à componente vertical e o vetor vermelho corresponde à componente horizontal. Pode-se verificar que a mudança na inclinação e no módulo do vetor ($\vec{V}$ - cor preta) resulta na mudança do módulo da componente vertical ($\vec{V_y}$ - cor azul) e em seu sentido, mas não do componente horizontal ($\vec{V_x}$ – cor vermelha), isso porque o movimento horizontal é uniforme.

Questões para discussão

- Que tipo de relação existe entre os vetores $\vec{V}, \overrightarrow{V_X}$ e $\overrightarrow{V_y}$?
- Porque o vetor $\overrightarrow{V_y}$ muda de sentido ao longo do movimento?
- Qual é o valor de V_y no ponto mais alto da trajetória?
- Em que instante de tempo o objeto passa pelo ponto mais alto da trajetória?
- Como calcular a altura máxima atingida num lançamento oblíquo?
- Que ângulo de lançamento garante o alcance máximo?
- Se mudarmos apenas a inclinação do lançamento, mantendo todos os outros parâmetros constantes, podemos obter um mesmo alcance horizontal com diferentes inclinações?

Na sala de computadores

Preparação

Os alunos poderão se assentar individualmente ou em duplas nos computadores para realizar a atividade.

Material Necessário

Acreditamos ser necessário apenas o computador. Porém, caso o professor queira enriquecer a aula com algumas verificações adicionais discutidas no tópico "Avaliação" e "Atividades Complementares", sugerimos que os alunos levem caderno, lápis e borracha.

Requisitos Técnicos

1. Este objeto necessita de navegador (browser) com *plugin* Flash atualizado e acesso a internet;
2. Computador com processador Pentium ou similar, com 512 Mb de memória RAM, embora 1 Gb seja recomendável;
3. Monitor capaz de mostrar cores;
4. Sistema operacional Windows da Microsoft ou Linux.

Durante a atividade

A interação entre os alunos pode ser benéfica, a intervenção do professor seria interessante somente no caso de uma dúvida de um grupo de alunos.

Avaliação

É sempre interessante propor questões em escala de dificuldade crescente, por exemplo:

- Perguntar qual é a velocidade horizontal do objeto?
- Qual é a velocidade vertical inicial do objeto?
- Qual é a velocidade do objeto no ponto mais alto da trajetória?
- Calcule o alcance horizontal de um objeto lançado numa inclinação de 30°, com velocidade inicial de 20m/s, num local onde a gravidade é $10 m/s^2$.

Atividades Complementares

O professor pode levar uma lista de exercícios de lançamento oblíquo para que os alunos verifiquem se o objeto de aprendizagem produz resultados coerentes com a teoria.

Referências Bibliográficas

Halliday, Resnick, Walker. *Fundamentos de Física - Volume 1.* LTC.

Leila Maria Araújo Santos, Maria Lucia Pozzatti Flores, Liane Margarida Rockenbach Tarouco. (2007). OBJETO DE APRENDIZAGEM: TEORIA INSTRUTIVA APOIADA POR. *CINTED-UFRGS Novas Tecnologias na educação.*

Matias , Fratezzi. *Física Geral para o ensino médio - Volume único.* Saraiva.

Nussenzveig, M. *Física Básica - Mecânica - Volume 1 - 5° edição.* Edgar Blücher.

Ramalho, Nicolau, Toledo. *Os Fundamentos da Física - Volume 1 - 10° edição.* Moderna.

Guia do Aluno – Soma Vetorial

Procedimentos iniciais

7- Ligue o computador e inicie o programa Scratch.

8- Abra o arquivo “Lançamento Oblíquo”

9- Após carregar o arquivo, clique no ícone “tela inteira” situado no canto superior esquerdo.

10- Clique na bandeira verde. Sempre que precisar reiniciar, clique no botão vermelho e logo em seguida na bandeira verde novamente.

Procedimentos de verificação

5- Na tela agora aparecem o canhão e os dados de inclinação e velocidade de lançamento.

6- Controle o ângulo de lançamento com as teclas direcionais do teclado (setinhas do teclado).

7- Dispare o canhão com a tecla espaço.

Para registrar: Velocidade de Lançamento

5- Fixe a inclinação do canhão para 35° e mude a velocidade inicial do lançamento partindo de 40 e efetue o primeiro disparo e observe o movimento do projétil do canhão

6- Observe o arranjo feito pelos vetores $\overrightarrow{V_x}, \overrightarrow{V_y}$ e $\overrightarrow{V}$.

7- Fixe a inclinação do canhão para 35° e mude a velocidade Inicial do lançamento partindo de 45. O lançamento teve maior alcance?

____

8- Fixe a inclinação do canhão em 35°e vá aumentando 5 unidades na velocidade de lançamento a cada novo disparo, partindo de 50 até chegar a 65.

9- Escreva na linha abaixo qual é a velocidade inicial que produziu maior alcance.

____

10- Quanto maior a velocidade Inicial maior o alcance?

____

____

Para registrar: Ângulo de Lançamento

1- Mude a inclinação do canhão para 15° e fixe a velocidade do lançamento em 65. Efetue o primeiro disparo e observe o movimento do projétil do canhão

2- Observe o arranjo feito pelos vetores $\overrightarrow{V_x}, \overrightarrow{V_y}$ e $\overrightarrow{V}$.

3- Acrescente 5° à inclinação e efetue o segundo disparo. O lançamento teve maior alcance?

4- Varie a inclinação, acrescentando 5° a cada disparo e responda a seguinte pergunta: Qual é a inclinação que produz o maior alcance?

5- Agora que encontrou o ângulo que garante o maior alcance, reinicie a simulação.

6- Partindo da inclinação 10°, acrescente 10° à inclinação a cada novo disparo e anote as inclinações que tiveram alcances iguais. Existe algo em comum nesses lançamentos que tiveram alcances iguais, descubra o que é. Dica: Tem relação com ângulos complementares.

7- Responda a seguinte pergunta: Quanto maior a Inclinação, maior o alcance do lançamento?

Avaliação

1- Um objeto é lançado obliquamente num ângulo de 30°, com velocidade inicial de 20 m/s.

a) Qual é a componente horizontal da velocidade do objeto?

b) A componente $\overrightarrow{V_x}$ da velocidade do objeto varia ao longo do movimento bidimensional do objeto?

c) Qual é a componente vertical da velocidade inicial do objeto?

d) A componente $\overrightarrow{V_y}$ da velocidade do objeto varia ao longo do movimento bidimensional do objeto?

e) Que tipo de relação existe entre os vetores $\vec{V}, \overrightarrow{V_X}$ e $\overrightarrow{V_y}$?

f) Porque o vetor $\overrightarrow{V_y}$ muda de sentido ao longo do movimento?

g) Qual é o valor de V_y no ponto mais alto da trajetória?

h) Qual é a velocidade do objeto no ponto mais alto da trajetória?

i) Em que instante de tempo o objeto passa pelo ponto mais alto da trajetória?

j) Qual é o alcance horizontal deste lançamento?

Referencias Bibliográficas

Halliday, Resnick, Walker. *Fundamentos de Física - Volume 1.* LTC.

Hewitt, P. G. Física Conceitual. In: P. G. Hewitt, *Física Conceitual* (p. Capítulo 32).

Leila Maria Araújo Santos, Maria Lucia Pozzatti Flores, Liane Margarida Rockenbach Tarouco. (2007). Objeto De Aprendizagem: Teoria Instrutiva Apoiada por. *CINTED-UFRGS Novas Tecnologias na educação.*

Matias , Fratezzi. *Física Geral para o ensino médio - Volume único.* Saraiva.

Nussenzveig, M. *Física Básica - Mecânica - Volume 1 - 5° edição.* Edgar Blücher.

Paivio, A. (1991). Dual Coding Theory: retrospect and current status. *Can. J. Psyschol* (45), 255.

Ramalho, Nicolau, Toledo. *Os Fundamentos da Física - Volume 1 - 10° edição.* Moderna.

Tavares, R. (s.d.). *www.fisica.ufpb.br/~romero.* Acesso em 03 de Janeiro de 2017, disponível em http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/ANPED-28.pdf