



**PREDIÇÃO DA VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES
DE *FRETTING* DE UM FIO DE ALUMÍNIO 1350-H19
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

RODRIGO LIMA PEREIRA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**PREDIÇÃO DA VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES
DE *FRETTING* DE UM FIO DE ALUMÍNIO 1350-H19
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

RODRIGO LIMA PEREIRA

**Orientador: PROF. JORGE LUIZ DE ALMEIDA FERREIRA, D.SC.
(ENM-PCMEC/UNB)**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**PUBLICAÇÃO ENM.DM - ENM-DM 283/2018
BRASÍLIA-DF, 03 DE JULHO DE 2018.**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**PREDIÇÃO DA VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES
DE *FRETTING* DE UM FIO DE ALUMÍNIO 1350-H19
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

RODRIGO LIMA PEREIRA

DISSERTAÇÃO DE Mestrado Acadêmico submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

APROVADA POR:

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, D.Sc. (ENM-PCMEC/UnB)
Orientador

Prof. Cosme Roberto Moreira da Silva, Ph.D. (ENM-PCMEC/UnB)
Examinador interno

Prof. Edson Paulo da Silva, Ph.D. (ENM-PPMEC/UnB)
Examinador externo

BRASÍLIA, 03 DE JULHO DE 2018.

FICHA CATALOGRÁFICA

RODRIGO LIMA PEREIRA

PREDIÇÃO DA VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES DE *FRETTING* DE UM FIO DE ALUMÍNIO 1350-H19 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

2018xv, 128p., 201x297 mm

(ENM/FT/UnB, Mestre, Engenharia Mecânica, 2018)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília

Faculdade de Tecnologia - Departamento de Engenharia Mecânica

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

RODRIGO LIMA PEREIRA (2018) PREDIÇÃO DA VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES DE *FRETTING* DE UM FIO DE ALUMÍNIO 1350-H19 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Publicação ENM-DM 283/2018, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 128p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: RODRIGO LIMA PEREIRA

TÍTULO: PREDIÇÃO DA VIDA EM FADIGA SOB CONDIÇÕES DE *FRETTING* DE UM FIO DE ALUMÍNIO 1350-H19 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.

GRAU: Mestre ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor se reserva a outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de Mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

RODRIGO LIMA PEREIRA

Rua Gal. Bernardo Figueiredo, 2313

Bairro Amadeu Furtado - 60455475

Fortaleza, CE - Brasil

Agradecimentos

Gostaria de começar agradecendo à meus pais Magna e Edvaldo pelo apoio incondicional, por serem fonte de amor, carinho, dedicação e inspiração, e por me ensinarem que o trabalho honesto é sempre o melhor caminho. Agradeço também ao meu irmão Edvaldo Júnior, a minha cunhada Lígia, e aos meus familiares Alexandre, Adriana, Raimunda, Bruna e Jaqueline por todos os momentos de carinho e afeto.

Agradeço, de todo meu coração, a minha namorada Juliana, que além de companheira e amiga, é minha principal fonte de força e coragem. Agradeço também à sua família, em especial aos pais Joaquim e Consolação, aos irmãos Gabriel e Regina, ao sobrinho Hugo e a todos os demais parentes e amigos que me acolheram como se eu fosse sua própria família.

Por fim, agradeço também ao meu orientador, professor Jorge Luiz de Almeida Ferreira, bem como aos colegas do Grupo de Fadiga e Fratura dos Materiais, em especial ao Edson, André, Cainã, José, Vinícius, Rômulo, Silvia e Stephânia, e aos amigos Santiago, Arthur e Bruna pelos muitos momentos de descontração e pelas discussões engrandecedoras.

Resumo

A vida de cabos condutores de energia é geralmente reduzida devido a ação de vários fatores degradantes, tais como tensões flutuantes, distorção, corrosão e desgaste. Contudo, quando sujeitos à deslocamentos oscilatórios provocados pela carga de vibração eólica, essas estruturas são ainda afetadas pelo fenômeno da fadiga por *fretting*, que acarreta na ruptura de seus fios internos, sendo o principal causador de falhas catastróficas. Adicionalmente, a caracterização experimental desse evento é bastante custosa, já que se faz necessário o estudo das interações fio-fio e fio-estrutura que ocorrem em diversos pontos internos e externos aos cabos. Tendo em vista esse contexto, o objetivo deste trabalho é investigar o comportamento de um fio de alumínio 1350-H19, elemento constituinte do cabo condutor IBIS (CAA 397,5 MCM), quando sujeito à fadiga por *fretting*, por meio da previsão de vida desses componentes. Para isso, desenvolveu-se uma metodologia onde, primeiramente, utilizou-se o *software* ABAQUS/CAE para construir uma simulação com elementos finitos tridimensionais, a fim de se obter as tensões e deformações características dessa configuração de contato e, assim, poder implementá-las em uma abordagem analítica de fadiga uniaxial, baseada em tensão. Dessa forma, utilizou-se uma malha otimizada, estruturada apenas na região do contato, com elementos de $35\mu\text{m}$ e erros relativos, quanto à mecânica do contato elástico, em torno de 10%. Além disso, na análise de fadiga utilizaram-se os modelos uniaxiais de Gerber, Goodman modificado, Soderberg, Smith-Watson-Topper (SWT), Morrow e Walker, associados às metodologias de Juvinall e Marshek (2011) e Budynas e Nisbett (2011). Os modelos de Goodman modificado, Soderberg e Morrow conseguiram prever a inclinação média dos dados experimentais quando a carga normal (P) foi considerada 250 N com erros relativos de no máximo 10%, enquanto que os modelos de SWT e Walker previram a inclinação média dos pontos quando a carga $P = 500$ N com erros relativos por volta de 3%. Por fim, para os modelos de Morrow e Walker, quando combinados à metodologia de Budynas e Nisbett (2011), obteve-se a maior aproximação das previsões numéricas em relação aos dados experimentais, com mais de 80% dos dados dentro dos limites impostos pelo fator de três vidas.

Abstract

The life of overhead conductors is usually reduced by some degradation mechanisms, such as repetitive bending, distortion, corrosion and wear. However, when subjected to oscillatory displacements caused by aeolian vibrations, these structures also suffer from the fretting fatigue phenomenon, which is the main cause of catastrophic failure due to internal wire breaking. Additionally, the experimental characterization of this problem is very expensive, since it is necessary to consider the wire-to-wire and wire-to-structure interactions, which occurs in many regions inside and outside the conductor. With that in mind, the goal of this work is to investigate the behavior of an 1350-H19 aluminum wire, constitutive element of the IBIS (ACSR 397,5 MCM) overhead conductor, when subjected to fretting fatigue, by predicting their operational lives. In order to do that, a methodology was developed in which the ABAQUS/CAE software was used to build a 3D FEA with the purpose of finding the stresses and strains of the contact configuration and, therefore, implement them in a uniaxial fatigue-based analytical approach. Using a structured mesh only at the contact region, an optimized simulation was obtained with $35\mu\text{m}$ elements and errors, with respect to the mechanics of elastic contacts, around 10%. In addition, the uniaxial models of Gerber, modified Goodman, Soderberg, Smith-Watson-Topper (SWT), Morrow and Walker, in association with the Juvinall and Marshek (2011) and Budynas and Nisbett (2011) methodologies, were used in the fatigue analysis. The modified Goodman, Soderberg and Morrow models were able to predict the main slope of the experimental data when the normal load (P) was 250 N with relative errors of less than 10%. The SWT and Walker models predicted the main slope of the data when $P = 500$ N with errors around 3%. Finally, for the Morrow and Walker models, combined with the Budynas and Nisbett (2011) methodology, it was obtained the closest approximation of the numerical predictions in relation to the experimental data, with more than 80% of the points within the limits imposed by the factor of three lives.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA	3
1.2	HIPÓTESE	4
1.3	OBJETIVO GERAL	4
1.4	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	4
1.5	DIRETRIZES METODOLÓGICAS	4
1.6	ESTRUTURA DO TRABALHO	5
2	FADIGA DOS MATERIAIS	6
2.1	DEFINIÇÕES E CONCEITOS	8
2.2	NATUREZA FÍSICA DO PROCESSO DE FADIGA	9
2.3	CURVAS DE WÖHLER	12
2.4	MODIFICADORES DA RESISTÊNCIA À FADIGA	14
2.4.1	ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA À FADIGA PARA VIDA INFINITA	14
2.4.2	ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA À FADIGA EM 1000 CICLOS	16
2.5	EFEITOS DOS CONCENTRADORES DE TENSÃO	17
2.5.1	EFEITOS DOS CONCENTRADORES DE TENSÃO NA RESISTÊNCIA À FADIGA	17
2.5.2	EFEITOS DOS CONCENTRADORES DE TENSÃO EM VIDAS CURTAS E INTERMEDIÁRIAS	18
2.5.3	ESTIMATIVA DA VIDA PARA COMPONENTES ENTALHADOS	19
2.6	EFEITOS DA TENSÃO MÉDIA	20
3	MECÂNICA DO CONTATO ELÁSTICO	26
3.1	CARACTERIZAÇÃO DO CONTATO	26
3.2	GEOMETRIA E CINEMÁTICA DO CONTATO	27
3.2.1	CONTATO UNILATERAL	28
3.2.2	CONTATO UNILATERAL COM ATRITO	29
3.3	FORMULAÇÃO GERAL DE UM PROBLEMA DE CONTATO	30
3.3.1	ESTUDO DO CONTATO EM UM SISTEMA MASSA-MOLA	31
3.4	CONTATO ENTRE CILINDROS – TEORIA ELÁSTICA DE HERTZ	35
3.4.1	CAMPO DE TENSÕES NO INTERIOR DA REGIÃO DE CONTATO	38
3.5	CONTATO SOB ESCORREGAMENTO PARCIAL	39

3.6	O EFEITO DA CARGA REMOTA	44
4	MATERIAIS E MÉTODOS	47
4.1	DETALHES EXPERIMENTAIS	47
4.1.1	MATERIAL	47
4.1.2	MÁQUINA DE ENSAIO DE FIOS	48
4.2	METODOLOGIA NUMÉRICA	50
4.2.1	PANORAMA DO USO DE ELEMENTOS FINITOS EM PROBLEMAS DE CONTATO	52
4.2.2	MODELAGEM DO PROBLEMA DE CONTATO UTILIZANDO MEF	58
4.2.3	PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS	63
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	66
5.1	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO.....	66
5.2	RESULTADOS DA ANÁLISE DE FADIGA	72
5.2.1	MODELO DE GERBER	74
5.2.2	MODELO DE GOODMAN MODIFICADO	76
5.2.3	MODELO DE SODERBERG.....	78
5.2.4	MODELO DE SMITH-WATSON-TOPPER (SWT)	79
5.2.5	MODELO DE MORROW	81
5.2.6	MODELO DE WALKER	83
6	CONCLUSÃO	86
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	88
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	89
	APÊNDICES.....	95
A	ARQUIVOS DE ENTRADA PARA O CÁLCULO DA VIDA	95
A.1	P1000.TXT.....	95
A.2	P500.TXT	96
A.3	P250.TXT	96
A.4	DADOS EXPERIMENTAIS P1000.TXT	96
A.5	DADOS EXPERIMENTAIS P500.TXT.....	97
A.6	DADOS EXPERIMENTAIS P250.TXT.....	97
B	ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS PREVISTOS E EXPERIMENTAIS .	98
B.1	PORCENTAGEM DE DADOS INTERNOS ÀS BANDAS DE 3 VIDAS.....	98
B.2	PORCENTAGEM DE DADOS INTERNOS ÀS BANDAS DE 2 VIDAS.....	99
B.3	PORCENTAGEM DE DADOS ABAIXO DA LINHA DE CORRELAÇÃO PERFEITA	100

B.4	ERRO DA INCLINAÇÃO DA CURVA PREVISTA EM RELAÇÃO A EXPERIMENTAL	101
C	CÓDIGOS FONTE PARA O CÁLCULO DA VIDA E DAS CARACTERÍSTICAS DO CONTATO	102
C.1	VIDA.M.....	102
C.2	HERTZELLIPTICCONTACT.M	105
C.3	NEWTONRAPHSON.M	108
C.4	TENSOES3D.M	108
D	CÓDIGO FONTE DA SIMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS.....	110

LISTA DE FIGURAS

1.1	Detalhes internos de um cabo IBIS (CAA 397,5 MCM) (FADEL et al., 2012).	1
1.2	Visão geral de um cabo condutor CAA depois de um teste de fadiga: (a) dano por desgaste na camada externa (b) marcas elípticas de <i>fretting</i> nas camadas internas, devido à interação fio-fio (AZEVEDO et al., 2009).....	2
1.3	Componentes básicos de um cabo de aço (COSTELLO, 1997) - modificado. ..	3
2.1	Ciclos com amplitude de tensão constante: (a) alternada, (b) repetida, (c) pulsante (NORTON, 2013).....	8
2.2	Ciclos com amplitude de tensão variável (GARCIA et al., 2012).	8
2.3	Rearranjos atômicos devido à movimentação de discordâncias: (a) posição inicial, (b) intermediária, (c) final (CALLISTER JR., 2007) - modificado.	10
2.4	Nucleação de trincas em grãos (SOCIE; MARQUIS, 2000).....	10
2.5	Processo de avanço da trinca por fadiga (GARCIA et al., 2012).....	11
2.6	Características das superfícies fraturadas por fadiga (GARCIA et al., 2012; DOWLING, 2013).	12
2.7	Curva S-N típica de materiais ferrosos (LEE et al., 2005) - modificado.	13
2.8	Curvas S-N sob efeito dos fatores de redução de resistência (LEE et al., 2005) - modificado.....	14
2.9	Fatores k_{as} para aços em função da técnica de fabricação ou tratamento superficial (JUVINALL, 1967 apud NORTON, 2013) - modificado.....	16
2.10	Fatores k_{as} em função da rugosidade superficial (LEE et al., 2005) - modificado.....	16
2.11	Curvas para estimativa do k'_f (LEE et al., 2005) - modificado.....	19
2.12	Efeitos do entalhe na vida em fadiga de aços: (a) modelo de Heywood, (b) modelo de Collins (LEE et al., 2005) - modificado.	20
2.13	Efeitos da tensão média na vida em fadiga (STEPHENS et al., 2000) - modificado.....	21
2.14	Diagrama de vida constante para o Al 7075-T6 (DOWLING, 2013) - modificado.....	21
2.15	Gráfico das falhas de fadiga por tensões médias nas regiões de tração e compressão (BUDYNAS; NISBETT, 2011) - modificado.	22
2.16	Diagrama de Haigh com alguns critérios de falha (NORTON, 2013) - modificado.....	22

2.17	Efeito da tensão média de tração na vida em fadiga dos materiais: (a) aços baseados em $\sim 10^7$ ciclos, (b) ligas de alumínio baseados em $\sim 5 \times 10^7$ ciclos (STEPHENS et al., 2000) - modificado.....	23
3.1	Caracterização do contato: (a) incompleto e não-conforme, (b) completo, (c) incompleto com singularidade e (d) incompleto e conforme (SHATERZADEH-YAZDI, 2015) - modificado.	27
3.2	(a) Configuração de referência Ω^0 e atual Ω , (b) detalhe da região de contato na configuração atual (YASTREBOV, 2013).	28
3.3	Leis do contato: (a) unilateral, (b) unilateral com atrito (HILLS; NOWELL, 1994; ALART; CURNIER, 1991) - modificado.....	30
3.4	(a) Sistema massa-mola, (b) energia potencial (WRIGGERS, 2006).	31
3.5	Métodos de reforço de restrições: (a) multiplicador de Lagrange, (b) Penalidade (WRIGGERS, 2006).....	32
3.6	Geometria dos corpos 1 e 2 em contato (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2000; HILLS et al., 1993) - modificado.....	36
3.7	Semi-elipsoide gerado pela distribuição da pressão de contato (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2000) - modificado.	37
3.8	Esquema de contato unidimensional entre corpos elasticamente similares sujeitos à forças normais e tangenciais (HILLS et al., 1993).	39
3.9	Tensões tangenciais devido à aplicação da força $Q < \mu P$ em um contato entre cilindros paralelos (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2000) - modificado.	40
3.10	Distribuição de tensões cisalhantes durante um carregamento tangencial.	41
3.11	Variação cíclica das zonas no interior de uma região de contato (HILLS; NOWELL, 1994) - modificado.....	42
3.12	(a) Configuração simplificada para testes de fadiga, (b) distribuição das forças aplicadas (NOWELL et al., 2006; ARAÚJO; NOWELL, 2002; ARAÚJO et al., 2008) - modificado.	44
3.13	Distribuição de tensões cisalhantes em um contato de Mindlin com tensão remota; $\sigma_B/(\mu p_0) = 0, 4$	46
4.1	Aparato Experimental - (a) esquema conceitual do 2º módulo, (b) região do contato entre os fios, (c) máquina de ensaio de fios (DIAZ et al., 2017) - modificado.....	49
4.2	Metodologia numérica resumida.....	51
4.3	Diferentes modos de discretização do contato: (a) nó-a-nó, (b) nó-a-superfície, (c) superfície-a-superfície (YASTREBOV, 2013) - modificado.	52
4.4	(a) Esquema experimental para realização do teste da marca de contato, (b) distribuição não uniforme da pressão de contato como ocorre no NTS (TAYLOR; PAPADOPOULOS, 1991; YASTREBOV, 2011).	53

4.5	Representação geral do método da penalidade: (a) configuração não deformada, (b) configuração depois da penetração g_n , a qual resulta em uma pressão de contato mostrada por setas vermelhas na superfície mestre e setas azuis na superfície escrava, (c) condição final, após a carga de penetração e a pressão de contato entrarem em equilíbrio. (YASTREBOV, 2013; YASTREBOV, 2011) - modificado.	55
4.6	Exemplos de problemas de ponto de sela (PASCANU et al., 2014) - modificado.	55
4.7	Classificação de elementos quanto às suas geometrias (ABAQUS 6.11, 2011) - modificado.....	56
4.8	Classificação de elementos quanto aos seus números de nós e interpolação (ABAQUS 6.11, 2011) - modificado.....	56
4.9	Exemplo básico de travamento de malha (HUGHES, 1987; NUNES FILHO, 2016).....	57
4.10	Partes construídas no ABAQUS: (a) CP, (b) sapata, (c) acoplamento.	59
4.11	Montagem das instâncias: (a) vista isométrica, (b) vista lateral direita.....	59
4.12	Condições de contorno impostas à simulação.	61
4.13	Detalhes da malha de elementos finitos: (a) montagem completa, (b) regiões de maior interesse.	62
4.14	Detalhes das partes de um fio: (a) região “acoplável”, (b) região “vazia”.	62
5.1	Estudo de convergência: Tensão de von Mises.	67
5.2	Estudo de convergência: Pressão de contato normalizada.	67
5.3	Análise de tensões em profundidade.....	69
5.4	Marca do contato para $P = 250$ N	70
5.5	Marca do contato para $P = 500$ N	70
5.6	Marca do contato para $P = 1000$ N	70
5.7	Seção transversal do CP com $P = 250$ N e $\sigma_{max} = 110$ MPa ($B_a = 383,07$ N).....	71
5.8	Seção transversal do CP com $P = 500$ N e $\sigma_{max} = 110$ MPa ($B_a = 383,07$ N).....	71
5.9	Seção transversal do CP com $P = 1000$ N e $\sigma_{max} = 110$ MPa ($B_a = 383,07$ N).....	71
5.10	Estimativa dos valores de r para cargas normais quaisquer.	73
5.11	Superfície de um fio de Al 1350-H19 observada no microscópio Confocal Laser.	73
5.12	Resultados experimentais obtidos por Diaz et al. (2017).	74
5.13	Resultados obtidos com o modelo de Gerber e a metodologia de Jovinall e Marshek (2011).	75
5.14	Resultados obtidos com o modelo de Gerber e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).	76

5.15	Resultados obtidos com o modelo de Goodman modificado e a metodologia de Juvinal e Marshek (2011).	77
5.16	Resultados obtidos com o modelo de Goodman modificado e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).	77
5.17	Resultados obtidos com o modelo de Soderberg e a metodologia de Juvinal e Marshek (2011).	78
5.18	Resultados obtidos com o modelo de Soderberg e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).	79
5.19	Resultados obtidos com o modelo de Smith-Watson-Topper e a metodologia de Juvinal e Marshek (2011).	80
5.20	Resultados obtidos com o modelo de Smith-Watson-Topper e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).	81
5.21	Resultados obtidos com o modelo de Morrow e a metodologia de Juvinal e Marshek (2011).	82
5.22	Resultados obtidos com o modelo de Morrow e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).	83
5.23	Resultados obtidos com o modelo de Walker e a metodologia de Juvinal e Marshek (2011).	84
5.24	Resultados obtidos com o modelo de Walker e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).	85

LISTA DE TABELAS

2.1	Principais fatores de correção da resistência à fadiga (DOWLING, 2013; FADEL, 2010; JUVINALL; MARSHEK, 2011; BUDYNAS; NISBETT, 2011) - modificado.	15
2.2	Principais fatores de correção da resistência à fadiga em 1000 ciclos (DOWLING, 2013; JUVINALL; MARSHEK, 2011; BUDYNAS; NISBETT, 2011) - modificado.	17
3.1	Componentes de $q(x)$, de acordo com a zona de aplicação, e a carga Q correspondente (HILLS et al., 1993; HILLS; NOWELL, 1994).	43
4.1	Composição química do Al 1350-H19 (KALOMBO et al., 2015).	48
4.2	Propriedades físicas e mecânicas do Al 1350-H19 (KALOMBO et al., 2015; BENEDYK, 2009; FADEL, 2010; KAUFMAN, 2008).	48
4.3	Cargas aplicadas no corpo de prova.	50
5.1	Dados de convergência de malha.	68
5.2	Comparação entres os dados analíticos e numéricos: força normal de 250 N. ..	69
5.3	Comparação entres os dados analíticos e numéricos: força normal de 500 N. ..	69
5.4	Comparação entres os dados analíticos e numéricos: força normal de 1000 N..	70
5.5	Resultados obtidos na simulação com $P = 250$ N.	72
5.6	Resultados obtidos na simulação com $P = 500$ N.	72
5.7	Resultados obtidos na simulação com $P = 1000$ N.	72

LISTA DE TERMOS E SIGLAS

Siglas

ACAR	Cabo de Alumínio com Alma de Liga de Alumínio	
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>	
C3D10M	Elemento Tetraédrico Quadrático Modificado (10 nós)	
C3D20	Elemento Hexaédrico Quadrático (20 nós)	
C3D8	Elemento Hexaédrico Linear (8 nós)	
CA	Cabo de Alumínio	
CAA	Cabo de Alumínio com Alma de Aço	
CAE	<i>Computer-Aided Engineering</i>	
CAL	Cabo de Alumínio Liga	
CP	Corpo de Prova	
HB	Dureza Brinell	
KKT	Karush-Kuhn-Tucker	
MATLAB [®]	<i>Matrix Laboratory</i>	
MCM	<i>Thousands of Circular Mils</i>	[1000 · 5,067 × 10 ⁻⁴ mm ²]
MEF	Método dos Elementos Finitos	
NTN	Nó-a-Nó	
NTS	Nó-a-Superfície	
RP	Ponto de Referência	
SDI	Descontinuidade Severa	
STS	Superfície-a-Superfície	

SWT Smith-Watson-Topper

TW Fios Trapezoidais

Símbolos Gregos

δ	Símbolo de primeira derivada ou variação infinitesimal	
$\Delta\sigma$	Intervalo de tensões	[MPa]
δ^2	Símbolo de derivada segunda	
\sum	Somatório	
γ	Fator exponencial	
Γ_c	Superfície do corpo no ponto c	
λ	Multiplicador de Lagrange	
μ	Coefficiente de atrito	
ν, ν_1, ν_2	Coefficientes de Poisson	
Ω	Configuração atual do corpo	
ω	Velocidade de rotação	
Ω^0	Configuração inicial do corpo	
ϕ	Defasagem entre os corpos em contato	[Graus]
$\underline{\nu}$	Vetor normal unitário	
σ_B	Carga remota de fadiga ou carga <i>Bulk</i>	[MPa]
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Tensões internas ao contato	
σ_{1000}	Amplitude de tensão em 1000 ciclos	[MPa]
σ_{10^3}	Amplitude de tensão em 1000 ciclos corrigida	[MPa]
σ_{\max}	Tensão interna máxima	[MPa]
σ_{ar}	Amplitude de tensão totalmente alternada equivalente	[MPa]
σ_a	Amplitude de tensão ou tensão alternada	[MPa]
σ_{cis}	Resistência ao cisalhamento	[MPa]
σ_e	Resistência à fadiga corrigida	[MPa]
σ'_e	Resistência à fadiga	[MPa]

σ'_f	Coeficiente de resistência à fadiga	
σ_{max}	Tensão máxima	[MPa]
σ_{min}	Tensão mínima	[MPa]
σ_m	Tensão média	[MPa]
σ_{nom}	Tensão nominal	[MPa]
σ_{RT}	Limite de resistência na temperatura ambiente	[MPa]
σ_R	Limite de resistência na temperatura de operação	[MPa]
σ_u	Limite de resistência à tração	[MPa]
σ_y	Limite de resistência ao cisalhamento	[MPa]
$\sqrt{\rho}$	Constante de Neuber	
θ	Temperatura	[°F]
ε	Termo penalizador	
ε_{axial}	Deformação axial média	
Π	Energia potencial do sistema massa-mola	
Π_p	Energia potencial associada ao termo penalizador	
Π_{min}	Energia potencial mínima	
Π_{min}^c	Energia potencial mínima admissível	
$\tilde{\sigma}_{fB}$	Tensão de ruptura	[MPa]
N_e	Limite da vida em fadiga	[Ciclos]
N_f	Vida em fadiga	[Ciclos]
N_{1000}	1000 ciclos de vida	[Ciclos]

Símbolos Latinos

$\dot{\underline{g}}$	Velocidade relativa	
$\dot{\underline{g}}_t$	Velocidade relativa tangencial	
$\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z$	Vetores principais	
\underline{q}	Tensão tangencial ou cisalhante	[MPa]
\underline{u}	Vetor deslocamento de um ponto qualquer dentro do corpo	

\underline{X}	Vetor posição do corpo na configuração inicial	
\underline{x}	Vetor posição do corpo na configuração atual	
a, B, C, D	Constantes de ajuste	
b	expoente de Basquin ou expoente de resistência à fadiga	
e	Deslocamento do centro do contato	
k	Elipticidade	
R	Razão de tensões	
\underline{n}	Vetor normal à superfície	
A	Razão de amplitudes	
a	Semi-eixo maior da elipse de contato	[mm]
A_n	Amplitude do ciclo de número n	
A_n, B_n, C_n	Termos gerais da função $h(x, y)$	
A_o	Amplitude inicial	
Amp	Amplitude	
B	Carga remota de fadiga	[N]
b	Semi-eixo menor da elipse de contato	[mm]
B_a	Carga remota de fadiga alternada	[N]
B_m	Carga remota de fadiga média	[N]
B_n	Amplitude do ciclo de número n	
$c(u)$	Condição de contato entre corpos	
c, c'	Modificadores da região de contato	
d	Diâmetro	[mm]
d_e	Diâmetro específico	
e	Argumento	
$E(\phi, e)$	Integral elíptica incompleta do segundo tipo	
$E(e)$	Integral elíptica completa do primeiro tipo	
E, E_1, E_2	Módulos de elasticidade, ou módulos de Young	[MPa]

E^*	Módulo de elasticidade equivalente	
f	Frequência de oscilação	[Hz]
$F(\phi, e)$	Integral elíptica incompleta do primeiro tipo	
f_r	Força de reação	
g	Gravidade	
g_0	Distância normal definida na configuração inicial	
g_n	Distância normal, ou <i>gap</i>	
h	Altura	
$h(x, y)$	Função representativa das superfícies de corpos em contato	
k	Rigidez da mola	
$K(e)$	Integral elíptica completa do segundo tipo	
k_b	Inverso do fator de concentração de tensões em fadiga	
k_f	Fator de concentração de tensões em fadiga	
k'_f	Fator de concentração de tensões em fadiga em 1000 ciclos	
k_t	Fator de concentração de tensões elástico	
k_{as}	Fator de acabamento superficial	
k_{car}	Fator de carregamento	
k_{tam}	Fator de tamanho	
k_{temp}	Fator de temperatura	
L	Energia potencial associada ao multiplicador de Lagrange, ou Lagrangiano	
l	Termo representativo das dimensões gerais de corpos em contato	
m	Massa	
$max(\sigma_{mises})$	Tensão de von Mises máxima	[MPa]
P	Carga normal	[N]
p	Tensão normal ou pressão de contato	[MPa]
p_0	Pressão máxima	[MPa]
p_m	Pressão média	[MPa]

Q	Carga tangencial ou cisalhante	[N]
q	Sensibilidade ao entalhe	
$q(x)'$	Componente básico da tensão cisalhante	
$q(x)''$	Perturbação da tensão cisalhante	
$q(x)'''$	Termo de correção da tensão cisalhante	
q_{1000}	Sensibilidade ao entalhe em 1000 ciclos	
Q_{max}	Carga cisalhante máxima	[N]
R	Raio de curvatura relativa	
r	Raio do entalhe	[mm]
R_1, R_2	Raios dos corpos	[mm]
R_e	Raio equivalente	
T	Período	[s]
t	Tempo	[s]
t_0	Momento inicial	[s]
tol	Termo representativo da tolerância	
u	Deslocamento da massa m	
u_{min}	Extremo mínimo da massa m	
x, y, z	Direções principais em um plano de contato	

Subscritos

1, 2	Referente aos corpos 1 e 2
–	Vetor
a	Amplitude
ar	Amplitude equivalente
as	Acabamento superficial
$axial$	Direção axial
car	Carregamento
cis	Cisalhamento

<i>cont</i>	Contador de aumento (<i>augmentation counter</i>)
<i>m</i>	Médio
<i>max, Max</i>	Máximo
<i>min</i>	Mínimo
<i>mises</i>	von Mises
<i>n</i>	Direção normal
<i>nom</i>	Nominal
<i>R</i>	Temperatura de operação
<i>r</i>	Reação
<i>RT</i>	Temperatura ambiente
<i>t</i>	Direção tangencial
<i>tam</i>	Tamanho
<i>temp</i>	Temperatura
<i>x, y, z</i>	Direções principais

Sobrescritos

0	Inicial
1, 2	Referente aos corpos 1 e 2

Capítulo 1

Introdução

Sempre que a junção entre componentes mecânicos é sujeita a forças oscilatórias que provocam um deslocamento tangencial relativo na interface, ocorre o fenômeno conhecido como *fretting* (HILLS; NOWELL, 1994). Esse tipo de problema é geralmente encontrado em cabos condutores de alta tensão – nas regiões de contato fio-fio e fio-estrutura – pois, além de precisarem carregar o próprio peso, ainda sofrem a ação da chamada vibração eólica de pequena amplitude, causada pela excitação decorrente da ação dos ventos (ZHOU et al., 1994; ZHOU et al., 1995).

Existem diversos tipos de cabos condutores no mercado atual, tais como os CA: cabos de alumínio, CAA: cabos de alumínio com alma de aço, CAL: cabos de alumínio liga, ACAR: cabos de alumínio com alma de liga de alumínio e TW: fios trapezoidais. Tais elementos são geralmente compostos de várias estruturas redundantes (duas ou mais camadas de fios cilíndricos entrelaçados, em ângulos fora de fase, em volta de um núcleo), de forma que a fratura de um desses componentes não necessariamente leva todo o cabo à falha, mas pode reduzir, drasticamente, sua vida em serviço (WOKEM, 2015; KNAPP; CHIU, 1988; FADEL, 2010). A Figura 1.1 apresenta a vista em corte e esquemática da estrutura interna de um cabo IBIS (CAA 397,5 MCM), amplamente utilizado em linhas de transmissão na região do Centro-Oeste brasileiro, e a Figura 1.2 mostra a visão geral de um cabo condutor CAA depois de um teste de fadiga.

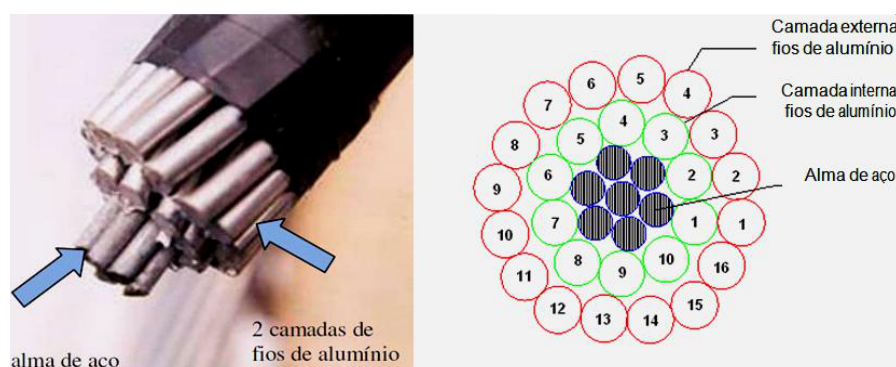


Figura 1.1: Detalhes internos de um cabo IBIS (CAA 397,5 MCM) (FADEL et al., 2012).

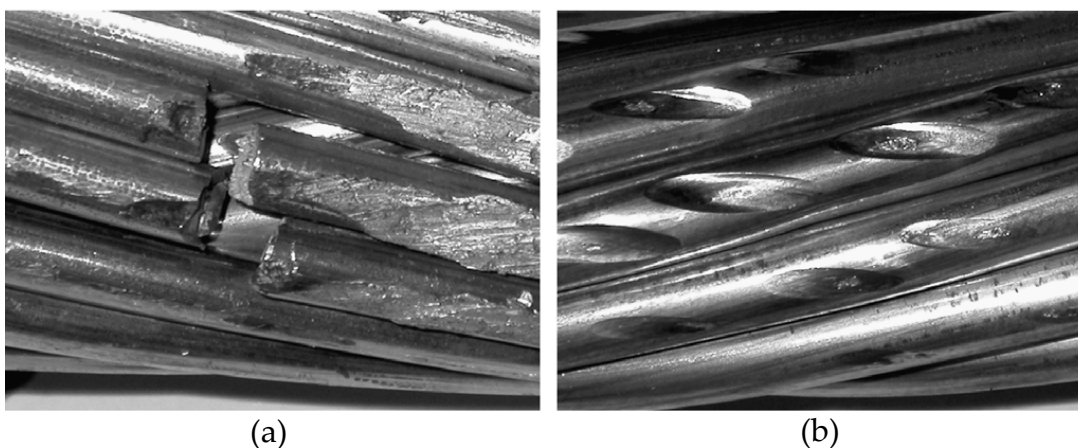


Figura 1.2: Visão geral de um cabo condutor CAA depois de um teste de fadiga: (a) dano por desgaste na camada externa (b) marcas elípticas de *fretting* nas camadas internas, devido à interação fio-fio (AZEVEDO et al., 2009).

Devido ao grande custo envolvido na indústria energética, de maneira geral, uma falha catastrófica de cabos condutores pode gerar perdas milionárias, de forma que investimentos em manutenção estão cada vez mais em destaque (FADEL, 2010). Por isso, muitas pesquisas têm sido conduzidas por cientistas, tais como Fadel et al. (2012), Araújo et al. (2008), Kalombo et al. (2015) e Azevedo et al. (2009), a fim de ampliar o entendimento do comportamento mecânico dos materiais que compõem os cabos condutores e, assim, estender a vida útil de tais estruturas. Da mesma forma, estudos como esses também são realizados em cabos de aço, os quais servem para diversas aplicações industriais – pontes, elevadores, plataformas *offshore*, entre outros – atuando como elementos estruturais ou de transporte, devido às suas altas resistência e flexibilidade. Assim, como os cabos condutores de energia, esses elementos também apresentam geometria baseada no enlaçamento de fios internos (Figura 1.3) e, devido à movimentação oscilatória, sofrem com a ocorrência de *fretting* (CRUZADO et al., 2012).

Grandes contribuições para o estudo da vida em fadiga de cabos condutores foram dadas por Knapp e Chiu (1988) que propuseram uma abordagem analítica, mas deixaram de lado os problemas relacionados ao contato fio-fio e, conseqüentemente, ao fenômeno de *fretting*. Já Raof (1990) e Hobbs e Raof (1996) propuseram uma série de equações para o cálculo da vida em fadiga de cabos de aço, as quais foram denominadas de Teoria do Campo Ortotrópico (*Orthotropic Sheet Theory*), onde passaram a considerar as interações internas aos cabos, a fim de se obter as máximas tensões de von Mises e, com isso, se estimar a vida em fadiga, sob condições de *fretting*, desses cabos.

Wokem (2015) utilizou essa mesma ideia de se obter as máximas tensões de von Mises, bem como as deformações axiais médias, para se calcular a vida em fadiga uniaxial de cabos de aço, mas agora utilizando o método dos elementos finitos. Tal abordagem é bastante interessante, pois, segundo Raof (1990), muitos fatores que afetam a vida em serviço de cabos poderiam ser estudados de maneira muito mais rápida e econômica por meio

da confecção de modelos, os quais gerariam resultados que poderiam ser extrapolados às condições reais de aplicação.

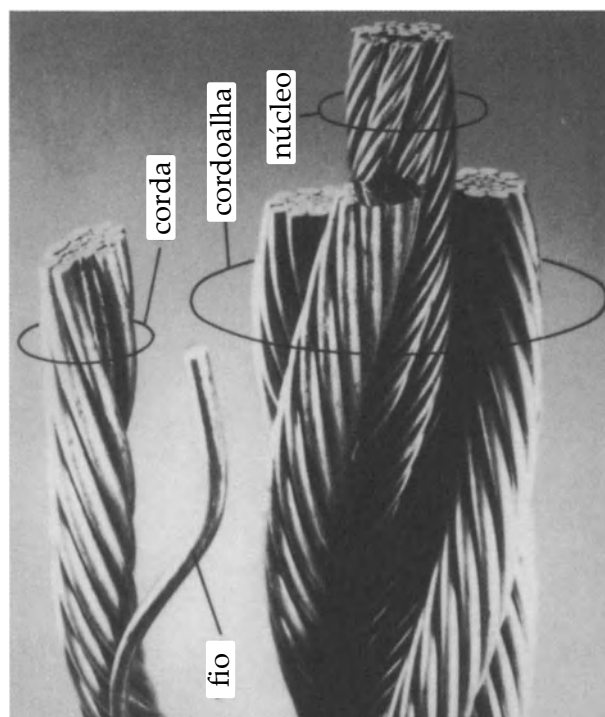


Figura 1.3: Componentes básicos de um cabo de aço (COSTELLO, 1997) - modificado.

Tendo em vista esse contexto, o presente trabalho buscou unir as metodologias utilizadas por Hobbs e Raoof (1996), Raoof (1990) e Wokem (2015), a fim de estudar a vida em fadiga de um fio de alumínio 1350-H19, componente essencial do cabo condutor IBIS (CAA 397,5 MCM), quando sujeito às condições de *fretting* inerentes ao contato fio-fio. Tais análises foram conduzidas utilizando o método dos elementos finitos e, posteriormente, aplicadas à confecção de curvas S-N, por meio da adoção de diversas estratégias baseadas em tensão. Vale ressaltar ainda que as metodologias base desta pesquisa são voltadas para a utilização em cabos de aço, mas aqui serão modificadas para aplicações em componentes de cabos condutores, mais especificamente, em fios de alumínio.

1.1 Identificação do Problema

Levando em consideração o contexto apresentado, o problema científico a ser investigado na presente pesquisa pode ser expresso com o seguinte questionamento: é possível prever a vida em fadiga de um fio de alumínio 1350-H19, sob condições de *fretting* inerente ao contato entre fios internos ao cabo IBIS (CAA 397,5 MCM), por meio da utilização do método dos elementos finitos em conjunto com análises de fadiga uniaxial?

1.2 Hipótese

A utilização do método dos elementos finitos fornece os dados necessários para, em conjunto com análises de fadiga baseadas em tensão, prever o tempo de vida de um fio de alumínio 1350-H19, sob condições de *fretting* inerente ao contato entre os fios internos ao cabo IBIS (CAA 397,5 MCM), dentro dos limites referentes às bandas de 3 vidas.

1.3 Objetivo Geral

O objetivo geral dessa pesquisa é prever a vida em fadiga de um fio de alumínio 1350-H19, sob condições de *fretting* inerente ao contato entre dois fios internos ao cabo IBIS (CAA 397,5 MCM), por meio do método dos elementos finitos em conjunto com diversos modelos de fadiga uniaxial baseados em tensão.

1.4 Objetivos Específicos

- Estabelecer uma simulação numérica tridimensional do contato entre dois fios de alumínio 1350-H19, seguindo a configuração experimental adotada no Laboratório de Fadiga da Universidade de Brasília.
- Fazer um estudo de convergência de malha, a fim de se obter o elemento mais adequado para as análises de MEF, com menores custos computacionais.
- Estabelecer comparação entre estudos analíticos e numéricos, em relação à mecânica do contato elástico.
- Realizar a previsão da vida em fadiga uniaxial de um fio de alumínio 1350-H19 utilizando, os métodos de Gerber, Goodman modificado, Soderberg, Smith-Watson-Topper, Morrow e Walker, em conjunto com as metodologias de Juvinal e Marshek (2011) e Budynas e Nisbett (2011).
- Comparar os resultados previstos numericamente com dados experimentais obtidos no Laboratório de Fadiga da Universidade de Brasília.

1.5 Diretrizes Metodológicas

Para determinar a vida em fadiga, sob condições de *fretting*, de um fio de alumínio 1350-H19 – componente integrante do cabo condutor IBIS (CAA 397,5 MCM) – esta pesquisa faz uso da abordagem proposta por Raoof (1990) e Hobbs e Raoof (1996), com modificações feitas por Wokem (2015). Assim, após obtidos os dados experimentais,

construiu-se, por intermédio do software ABAQUS/CAE, uma simulação numérica com base no método dos elementos finitos, a fim de obter as tensões de von Mises máximas e as deformações axiais médias na zona de contato, para que assim pudessem servir como dados de entrada no cálculo da vida em fadiga. Além disso, foram realizados vários testes numéricos de convergência de malha, bem como a comparação com resultados consolidados da literatura, a fim de otimizar a malha e garantir uma maior economia computacional.

Logo após, seguiu-se para a estimativa da vida desse material. Dessa forma, foram considerados seis modelos para obtenção da amplitude de tensão equivalente, sendo eles: Gerber, Goodman modificado, Soderberg, SWT, Morrow e Walker, bem como duas metodologias para calcular a resistência à fadiga corrigida, as quais são: Budynas e Nisbett (2011) e Juvinall e Marshek (2011). De posse da previsão, efetuou-se a comparação com os dados de vida obtidos no Laboratório de Fadiga da Universidade de Brasília, a fim de consolidar ou refutar a metodologia proposta.

1.6 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está organizado em seis capítulos, onde o primeiro discorre a respeito do fenômeno da fadiga por *fretting*, introduzindo o assunto, bem como identificando o problema, apresentando a hipótese e os objetivos geral e específicos deste trabalho. Tal capítulo dita ainda as diretrizes metodológicas e a estrutura do trabalho. O segundo e terceiro capítulos tratam da revisão bibliográfica, destacando, de forma objetiva, os principais conceitos e definições acerca da fadiga dos materiais e da mecânica do contato elástico que são relevantes à presente pesquisa.

O quarto capítulo descreve, detalhadamente, a metodologia numérica, bem como apresenta o programa experimental que serviu para validar a metodologia aqui proposta. No quinto capítulo os resultados são apresentados e discutidos, com o propósito de se comparar os dados de vida previstos com os experimentalmente obtidos.

E, finalmente, o capítulo seis trata das conclusões obtidas ao longo das análises, bem como propõe temas para trabalhos futuros. A dissertação conta ainda com apêndices que fornecem os códigos computacionais e os dados de entrada utilizados no cálculo da vida e na confecção da simulação pelo método dos elementos finitos.

Capítulo 2

Fadiga dos Materiais

O fenômeno da fadiga pode ser definido, conforme normal ASTM E1823 (2013), como o processo de alteração estrutural permanente, progressivo e localizado, que ocorre em um material sujeito a condições que produzem, num ponto ou em vários pontos, tensões ou deformações dinâmicas, capazes de culminar em trincas ou em uma fratura completa após um número suficiente de variações de carga.

Até meados do século XIX, engenheiros tratavam os carregamentos repetidos, flutuantes e estáticos da mesma forma, mas aplicando grandes coeficientes de segurança em seus projetos, a fim de evitar falhas catastróficas (JUVINALL; MARSHEK, 2011). Na década de 1840, mesmo período em que a palavra fadiga foi introduzida, a indústria ferroviária registrou a primeira grande falha relacionada a carregamentos repetidos, quando um eixo de locomotiva quebrou, resultando na morte de dezenas de pessoas. Além disso, por volta de 60 pessoas também perderam suas vidas nos acidentes com a aeronave Comet, em 1954, sendo a maioria desses casos devido ao processo de iniciação e propagação de trincas (SCHÜTZ, 1996).

Historicamente, o primeiro conceito a surgir foi o de falha por cristalização do material devido à vibração, sendo posteriormente refutado. Entre 1858 e 1860, August Wöhler realizou muitos testes laboratoriais em eixos de locomotivas por meio da aplicação de cargas repetidas. Tais estudos tinham por objetivo investigar falhas por fadiga e são considerados os primeiros testes sistemáticos a respeito desse fenômeno (STEPHENS et al., 2000).

Especificamente, as análises feitas por Wöhler foram em locomotivas de quatro e seis rodas que viajavam entre Breslau e Berlim, bem como entre Frankfurt e Berlim, totalizando 22000 km. As medidas de deflexão dos eixos foram feitas por medidores especialmente fabricados para esse fim, de forma que apenas as maiores deflexões eram registradas em cada viagem. Esse fato permitiu que Wöhler calibrasse as forças agindo nos eixos para que pudessem ser utilizadas em seus experimentos laboratoriais, a fim de propor projetos de estruturas mecânicas, agora considerando a vida finita para fadiga (SCHÜTZ, 1996).

Ainda conforme Schütz (1996), Wöhler apresentou, em 1870, um relatório final contendo suas conclusões, as quais são conhecidas como as Leis de Wöhler: "O material pode ser induzido a falha por várias repetições de tensão, sendo todas inferiores ao limite de resistência estático. As amplitudes de tensão são decisivas para a destruição da coesão do material. A tensão máxima influencia de forma que quanto maior, menor será a amplitude de tensão que levará à falha". Todos esses resultados, contudo, foram representados em tabelas, mas seu sucessor, Spangenberg, colocou-os em curvas, relacionando o número de ciclos para falha, N_f , com a amplitude de tensão, σ_a , sendo posteriormente denominadas Curvas de Wöhler ou Curvas S-N. Em 1910, Basquin representou a região de vida finita das Curvas de Wöhler na forma log-log, a qual é utilizada até os dias atuais.

Muitas outras descobertas a respeito desse tema continuaram sendo feitas ao longo dos anos seguintes, com o objetivo de tornar mais seguros e econômicos os projetos de engenharia. Atualmente, segundo Budynas e Nisbett (2011), existem três grandes abordagens para o projeto e análise com respeito às falhas por fadiga: o método da tensão-vida (ou vida sob tensão), o da deformação-vida (ou vida sob deformação) e o da mecânica da fratura linear elástica. Essas abordagens objetivam prever o número de ciclos que o material resistirá até a ocorrência da falha. Norton (2013) informa ainda que o método da vida sob tensão é o mais antigo dos citados, tendo surgido com os estudos de Wöhler, além de ser também o mais utilizado em aplicações que envolvem fadiga de alto-ciclo, ou seja, nas quais espera-se que o conjunto mecânico opere por mais de 10^3 ciclos de tensão, aproximadamente. Destaca-se também que essa abordagem é de fácil implementação e bastante fundamentada na literatura, além de permitir o projeto de peças e componentes, sob carregamento cíclico, para uma "vida infinita".

A abordagem deformação-vida é utilizada quando espera-se um regime de baixo-ciclo, ou seja, que o número total de ciclos seja inferior a 10^3 e que as tensões apresentem um valor suficiente para causar escoamento local da peça. Esse procedimento é recomendado devido ao estudo local do processo de fadiga e à inclusão dos efeitos da plasticidade uni e multidimensionais em suas análises, sendo considerada por muitos autores a mais complexa das três abordagens. O projeto com respeito a esse método é feito para "vidas finitas".

Para Budynas e Nisbett (2011), o método da mecânica da fratura linear elástica parte do princípio de que uma trinca está presente no material e tenha sido detectada. Assim, emprega-se esse procedimento, a fim de prever o comportamento dessa trinca ao longo do processo de fadiga. O presente trabalho utilizará a abordagem tensão-vida em suas análises, dessa forma, os tópicos seguintes servirão como aprofundamento acerca do assunto. Leituras adicionais sobre a história da fadiga podem ser encontradas em Stephens et al. (2000) e Schütz (1996), bem como em Paris (1998) e Newman Jr (1998) - os quais focalizam no histórico da mecânica da fratura.

2.1 Definições e Conceitos

Para o entendimento do processo de fadiga é necessária a introdução de alguns conceitos básicos. Primeiramente, se sabe que esse fenômeno ocorre somente em materiais sujeitos a carregamentos cíclicos, sendo classificados em ciclos com amplitude de tensão constante e variável (GARCIA et al., 2012). Na Figura 2.1 pode-se ver três tipos de ciclos senoidais constantes, onde em (a), ciclo alternado, a tensão média, σ_m , é nula, conferindo a característica idealizada de ter as tensões máxima, σ_{max} , e mínima, σ_{min} , com o mesmo valor absoluto. Em (b), ciclo repetido, σ_{min} é zero e a amplitude de tensão, σ_a , tem o mesmo valor de σ_m . Por fim, o ciclo pulsante (ou flutuante) é representado em (c) e traz todos os valores diferentes de zero, sendo o caso mais geral. Na Figura 2.2 pode-se ver um ciclo de tensão variável sob a atuação de cargas aleatórias, tais como as sofridas por asas de avião quando sujeitas às cargas de vento ou por molas de suspensão de veículos que trafegam por estradas não pavimentadas.

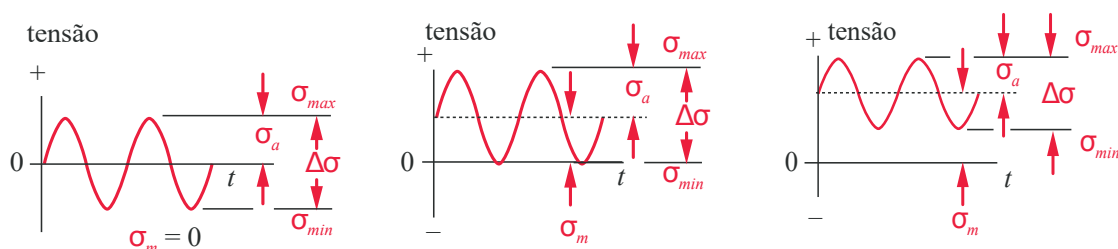


Figura 2.1: Ciclos com amplitude de tensão constante: (a) alternada, (b) repetida, (c) pulsante (NORTON, 2013).

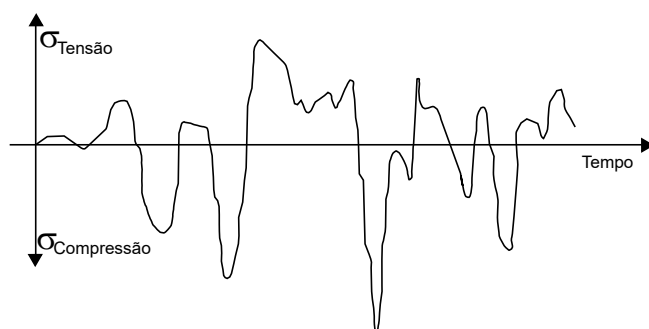


Figura 2.2: Ciclos com amplitude de tensão variável (GARCIA et al., 2012).

Pela observação da Figura 2.1, conclui-se que o intervalo de tensões é dado pela expressão: $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$. A tensão média pode ser determinada por (2.1a) e a amplitude de tensão, sendo a metade da faixa de variação de tensões, por (2.1b).

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}, \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}. \quad (\text{a, b}) \quad (2.1)$$

Dowling (2013) complementa esses conceitos introduzindo as equações (2.2a) e (2.2b), as

quais são denominadas de razão de tensões e razão de amplitudes, respectivamente.

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}, \quad A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}. \quad (\text{a, b}) \quad (2.2)$$

Além disso, o mesmo autor traz relações adicionais, derivadas das supracitadas, conforme pode ser visto em (2.3a) e (2.3b), e em (2.4a) e (2.4b).

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{max}}{2}(1 - R), \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{max}}{2}(1 + R), \quad (\text{a, b}) \quad (2.3)$$

$$R = \frac{1 - A}{1 + A}, \quad A = \frac{1 - R}{1 + R}. \quad (\text{a, b}) \quad (2.4)$$

Para especificar um carregamento com $\sigma_m \neq 0$ é necessário fornecer duas medidas, tais como σ_a e σ_m ou σ_{max} e R , entre outras combinações. Quando carregamentos com $\sigma_m = 0$ ocorrem, necessita-se apenas fornecer o valor de σ_a ou σ_{max} . Ademais, algumas dessas combinações são frequentemente referidas por nomes, sendo a mais importante delas o “carregamento totalmente reversível” ($\sigma_m = 0$ e $R = -1$). Por fim, segundo de Souza (1982), a curva senoidal apresentada na Figura 2.1 pode ser descrita por meio da expressão,

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \text{sen} \left(\frac{2\pi t}{T} \right), \quad (2.5)$$

onde T é o período de um ciclo completo.

2.2 Natureza Física do Processo de Fadiga

Segundo Socie e Marquis (2000), o processo de fadiga é caracterizado pela nucleação, coalescência e crescimento estável de trincas que levam, por fim, à fratura frágil. Esse processo foi primeiramente observado por Ewing e Humphrey, em 1903, por meio da utilização de microscópios óticos em materiais sujeitos às cargas cíclicas. Posteriormente, com o advento de microscópios eletrônicos, aparelhos de raios-X, entre outros, confirmou-se que a nucleação de trincas por fadiga é o resultado da ação de tensões e deformações cisalhantes cíclicas.

Tais tensões, eventualmente, promovem a criação de planos de deslizamento (ou escorregamento) por meio da movimentação de discordâncias. Esse processo, caso ocorra de forma permanente, recebe o nome de deformação plástica. Na Figura 2.3 é mostrado um exemplo de rearranjos atômicos que acompanham o movimento de discordâncias de uma estrutura cristalina sujeita a tensões cisalhantes. Em 2.3(a) pode-se ver o semiplano A sendo forçado para a direita devido à aplicação de uma tensão cisalhante. Isso empurra as metades superiores de B, C e D na mesma direção, de forma a romper as ligações interatômicas de B ao longo do plano de escorregamento, formando assim um novo semiplano extra em B, conforme 2.3(b). À medida que esse processo avança, o semiplano atinge o final da

estrutura cristalina, emergindo na superfície direita do cristal, formando uma aresta que possui a largura de uma distância atômica (CALLISTER JR., 2007).

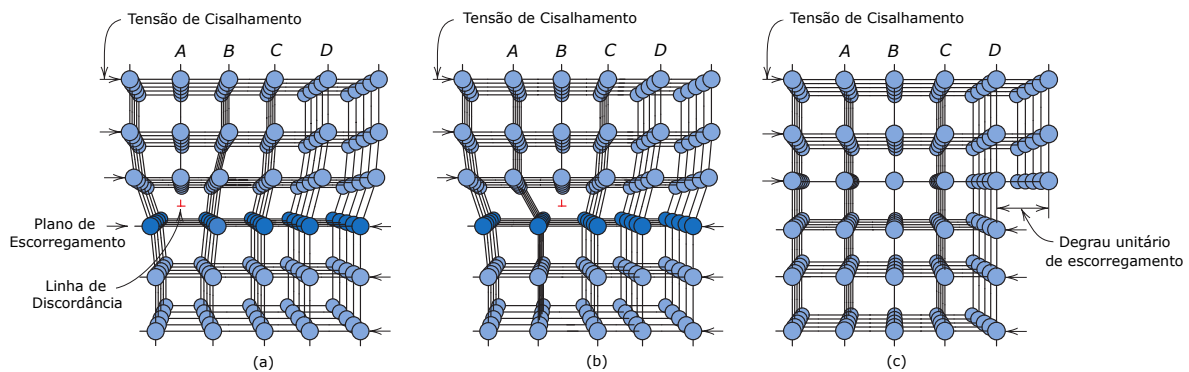


Figura 2.3: Rearranjos atômicos devido à movimentação de discordâncias: (a) posição inicial, (b) intermediária, (c) final (CALLISTER JR., 2007) - modificado.

Ainda de acordo com Socie e Marquis (2000), em materiais policristalinos, grãos com planos de deslizamento favoravelmente orientados, com respeito à aplicação de cargas cisalhantes cíclicas, serão os primeiros a formar bandas de deslizamento (ou sistemas de escorregamento), que nada mais são do que uma grande concentração de planos de escorregamento. É interessante atentar para o fato de que todos os cristais apresentam a mesma tensão limite de cisalhamento. Contudo, devido a diferenças na orientação, os grãos irão deformar sob aplicação de diferentes tensões.

Durante a atuação das cargas, bandas de deslizamento irão crescer e unir-se com outras de grãos vizinhos, por fim, transformando-se em trincas. A Figura 2.4 mostra esses sistemas de escorregamento, internos aos grãos, que foram formados devido às suas orientações favoráveis às cargas cisalhantes aplicadas. Além disso, pode-se ver em A, duas bandas que, por serem de grãos vizinhos e possuírem orientações favoráveis, coalesceram. Trincas por fadiga são essencialmente um fenômeno de superfície. Nos poucos casos em que ocorrem internamente ao material se deve a presença de inclusões, porosidades ou interfaces (SOCIE; MARQUIS, 2000).

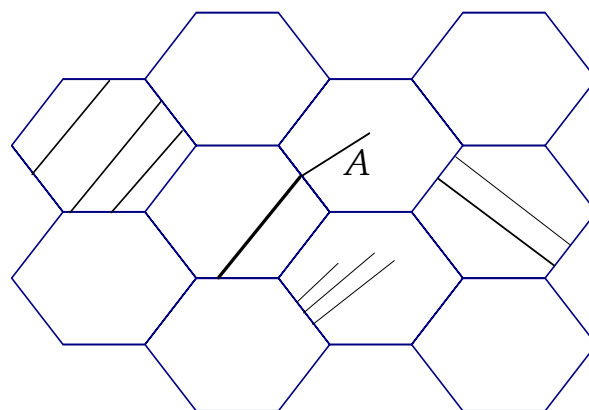


Figura 2.4: Nucleação de trincas em grãos (SOCIE; MARQUIS, 2000).

O estudo do crescimento de trincas é vasto e complexo, assim um ramo do conhecimento foi criado para esse fim, sendo conhecido como Mecânica da Fratura. Será considerado aqui, porém, um caso particular de tensão média não nula, conforme Figura 2.5. Percebe-se que a concentração de tensões na ponta da trinca favorece o aparecimento de planos de deslizamento a 45° . Por isso, a ponta da trinca torna-se curva com a aplicação de tensões de tração. O processo continua com a recuperação da tensão, ou tensão de compressão, que provoca o amassamento da ponta da trinca, tornando-a aguda novamente e reiniciando todo o processo. O avanço relativo da trinca ocorre a cada ciclo de tensão levando à fratura frágil do material (GARCIA et al., 2012).

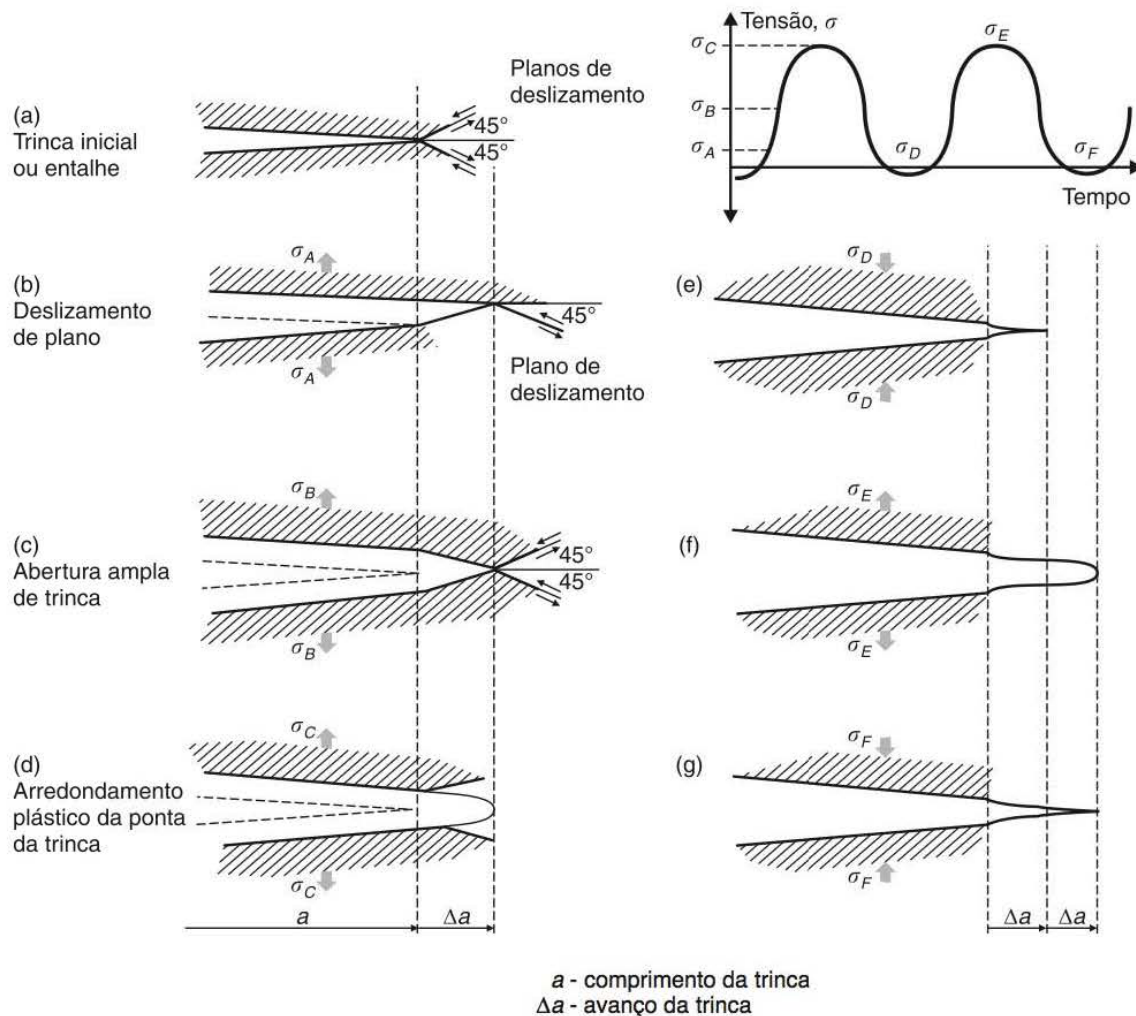


Figura 2.5: Processo de avanço da trinca por fadiga (GARCIA et al., 2012).

Analisando a superfície fraturada de um ponto de vista macroscópico, geralmente observa-se uma região lisa próxima à origem da trinca. A porção seguinte é associada ao crescimento dessa trinca, pois apresenta marcas de praia – marcas da propagação ao longo da superfície devido à variações abruptas de cargas, temperatura, ambiente químico ou corrosão. Por fim, a superfície final de fratura possui textura rugosa, e em materiais dúcteis, ocorre a aproximadamente 45° da tensão aplicada. Uma representação da superfície com essas características segue na Figura 2.6(a). Uma análise microscópica em um material

dúctil segue apresentada na Figura 2.6(b), onde marcas deixadas pela progressão da trinca em cada ciclo podem ser vistas. Essas marcas são frequentemente denominadas de estrias (DOWLING, 2013).

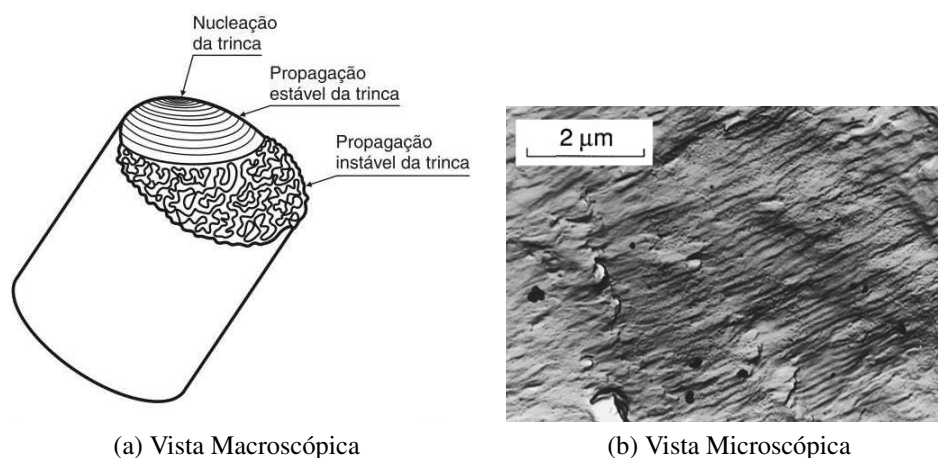


Figura 2.6: Características das superfícies fraturadas por fadiga (GARCIA et al., 2012; DOWLING, 2013).

2.3 Curvas de Wöhler

Segundo Bannantine et al. (1990), a base do método tensão-vida são as curvas de Wöhler, também conhecidas como curvas S-N, as quais representam gráficos de vida, N_f , versus tensão alternada, σ_a . Uma das principais desvantagens desse método, porém, é o fato de ignorar o comportamento da tensão e deformação reais. Assim, as aproximações dessa abordagem só serão válidas se as deformações plásticas forem bastante pequenas, como ocorre para aços que rompem depois de um alto número de ciclos de carregamento. Além disso, os dados coletados segundo essa abordagem são apresentados, frequentemente, em escalas log-log, com o objetivo de facilitar a visualização.

Com base nas características assintóticas da curva S-N, o limite de fadiga, S'_e , pode ser definido como a amplitude de tensão na qual a vida em fadiga se torna infinita, ou a falha por fadiga não ocorre. Tal característica é representada por um patamar na Figura 2.7, onde também se pode ver uma curva S-N típica para carregamentos totalmente reversíveis, em espécimes ferrosos lisos, como uma função dos ciclos para falha. Contudo, vários aços de alta resistência, ligas de alumínio e outros materiais não-ferrosos não apresentam esse patamar, de forma que σ_a continua a decrescer com o aumento do número de ciclos. Para tais casos é definida a resistência à fadiga, σ'_e , como sendo a amplitude de tensão que o material resiste por pelo menos 10^7 ciclos sem romper (esse valor é geralmente considerado 5×10^8 para ligas de alumínio) (SURESH, 1998; LEE et al., 2005).

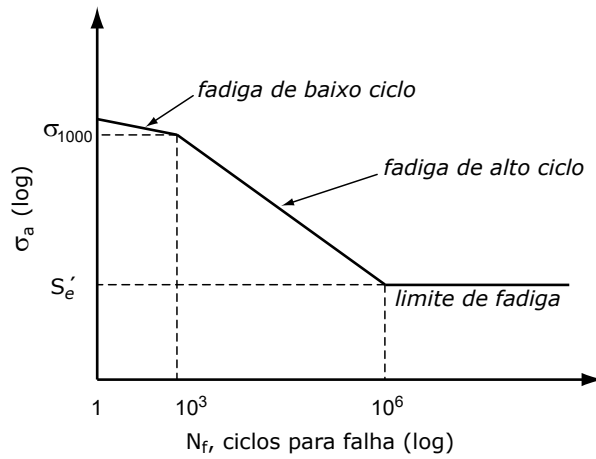


Figura 2.7: Curva S-N típica de materiais ferrosos (LEE et al., 2005) - modificado.

Dowling (2013) afirma que se colocada a Figura 2.7 em escala log-linear, a relação tensão-vida será dada pela equação (2.6), na qual C e D são constantes de ajuste.

$$\sigma_a = C + D \log N_f. \quad (2.6)$$

Já em escala log-log a relação será aproximadamente linear e dada pela equação de Basquin, isto é,

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b, \quad (2.7)$$

onde σ'_f é o coeficiente de resistência à fadiga (ou a resistência à fadiga após o primeiro ciclo de carregamento), b é o expoente de Basquin ou expoente de resistência à fadiga e $2N_f$ corresponde às reversões de carregamento, onde uma reversão equivale à metade de um ciclo de carregamento. A expressão 2.7 também pode ser representada conforme (2.8), sendo as constantes de ajuste relacionadas para as duas formas em (2.9).

$$\sigma_a = a N_f^B, \quad (2.8)$$

$$a = 2^b \sigma'_f, \quad B = b. \quad (2.9)$$

Por fim, Bannantine et al. (1990) completam fornecendo uma relação de potência para o cálculo da vida em função de σ_a , proveniente da expressão (2.6), a qual segue apresentada na equação (2.10), sendo σ_{1000} a amplitude de tensão para $N_f = 1000$ ciclos.

$$D = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{\sigma_{1000}}{\sigma'_e} \right),$$

$$C = \log \left(\frac{\sigma_{1000}^2}{\sigma'_e} \right), \quad (2.10)$$

$$N_f = 10^{-C/D} \sigma_a^{1/D}.$$

2.4 Modificadores da Resistência à Fadiga

Segundo Lee et al. (2005), na ocasião em que dados experimentais não estão disponíveis, curvas S-N podem ser estimadas por meio de métodos específicos considerando vidas curtas, intermediárias e longas sob fadiga. Além disso, há também diversas relações empíricas que corrigem a resistência à fadiga quando o material é submetido a condições diferentes das laboratoriais, sendo bastante úteis em aplicações nos projetos de engenharia. Portanto, a presente seção visa a demonstrar como pode ser estimada a resistência à fadiga corrigida em 1000 ciclos, σ_{1000} , e em 5×10^8 ciclos, σ_e , (ou, para aços, o limite de fadiga corrigido em 10^6 ciclos, S_e), que correspondem aos pontos extremos da curva S-N, considerando a abordagem de alto número de ciclos. A Figura 2.8 apresenta os principais modificadores considerados neste trabalho e suas consequências gerais no comportamento das curvas S-N. Todos os fatores abordados serão devidamente explanados nas subseções seguintes.

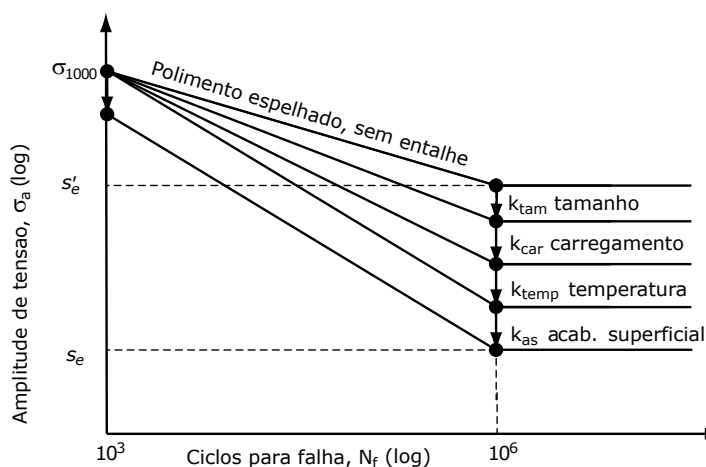


Figura 2.8: Curvas S-N sob efeito dos fatores de redução de resistência (LEE et al., 2005) - modificado.

2.4.1 Estimativa da resistência à fadiga para vida infinita

Conforme Bannantine et al. (1990), as análises até o momento foram feitas para corpos de prova com polimento espelhado e sob flexão totalmente reversível. Contudo, em situações reais de projeto, é importante considerar os efeitos relacionados ao tamanho da peça, bem como ao acabamento e tratamento superficiais, tipo de carregamento, temperatura, entre outros. Dessa forma, a resistência à fadiga corrigida, σ_e , (ou, para aços, o limite de fadiga corrigido, S_e) é proposta, a fim de considerar os principais modificadores. A equação 2.11 mostra como é feito esse cálculo,

$$\sigma_e = \sigma'_e k_{car} k_{tam} k_{as} k_{temp} \dots \quad \text{ou} \quad S_e = S'_e k_{car} k_{tam} k_{as} k_{temp} \dots, \quad (2.11)$$

onde k_{car} corresponde ao fator de carregamento, k_{tam} ao de tamanho, k_{as} ao de acabamento superficial, k_{temp} ao de temperatura, e assim por diante. Sabe-se ainda que o uso desses

fatores tende a ser menos efetivo em vidas com baixo número de ciclos e sua utilização em toda a curva S-N é geralmente conservativa. Assim, vários modificadores recomendados por Juvinal e Marshek (2011) e Budynas e Nisbett (2011), bem como utilizados por Dowling (2013) e Fadel (2010), são apresentados na Tabela 2.1, a qual faz menção à Figura 2.9 que fornece k_{as} em função dos diversos tipos de acabamento superficial para aços. Além disso, a Figura 2.10 também fornece o fator de acabamento superficial de componentes mecânicos, mas agora considerando suas rugosidades superficiais.

Tabela 2.1: Principais fatores de correção da resistência à fadiga (DOWLING, 2013; FADEL, 2010; JUVINALL; MARSHEK, 2011; BUDYNAS; NISBETT, 2011) - modificado.

Parâmetro	Aplicabilidade	Juvinal e Marshek (2011)	Budynas e Nisbett (2011)
Fator de carregamento: k_{car}	Flexão	1,0	1,0
	Axial	1,0	0,85
	Torção	0,58	0,59
Fator de tamanho: k_{tam}	Flexão ou Torção ^{1,2}	1,0 ($d \leq 10$ mm)	$1,24d^{-0,107}$ ($3 \leq d \leq 51$ mm)
		0,9 ($10 \leq d \leq 50$ mm)	$1,24d^{-0,107}$ ($3 \leq d \leq 51$ mm)
		0,8 ($50 < d \leq 100$ mm)	$1,51d^{-0,157}$ ($51 < d \leq 254$ mm)
	Axial ³	0,7 ($100 < d \leq 150$ mm) 0,7 a 0,9 ($d \leq 50$ mm)	1,0
Fator de acabamento superficial: k_{as}	Polimento espelhado	1,0	1,0
	Polimento retificado ou comercial ⁴	Ver Figura 2.9	$1,58\sigma_u^{-0,085}$
	Usinado ou laminado a frio ⁴	Ver Figura 2.9	$4,51\sigma_u^{-0,265}$
	Laminado a quente ⁴	Ver Figura 2.9	$57,7\sigma_u^{-0,718}$
Fator de temperatura: k_{temp}	$70^\circ F \leq \theta \leq 840^\circ F$	1,0	$k_{temp} = 0,975 + 0,432(10^{-3})\theta$
	$840^\circ F < \theta \leq 1000^\circ F$	$1 - (0,0032\theta - 2,688)$	$-0,115(10^{-5})\theta^2 + 0,104(10^{-8})\theta^3$ $-0,595(10^{-12})\theta^4$
	Conhecidos σ_R e σ_{RT} ⁵	—	$k_{temp} = \frac{\sigma_R}{\sigma_{RT}}$
Ponto limite para a vida em fadiga: N_e , em ciclos	Aços e ferros forjados	10^6	10^6
	Ligas de alumínio	5×10^8	—
	Ligas de magnésio	10^8	—

¹ Em casos de flexão não rotativa, substitua d por $d_e = 0,37d$ para seções circulares.

² Em casos de flexão não rotativa, substitua d por $d_e = 0,808\sqrt{ht}$ para seções retangulares.

³ Use 0,9 para carregamentos concêntricos precisos, caso contrário use um valor menor.

⁴ Conforme Budynas e Nisbett (2011), σ_u deve estar em MPa.

⁵ σ_R e σ_{RT} correspondem aos limites de resistência na temperatura de operação e ambiente, respectivamente.

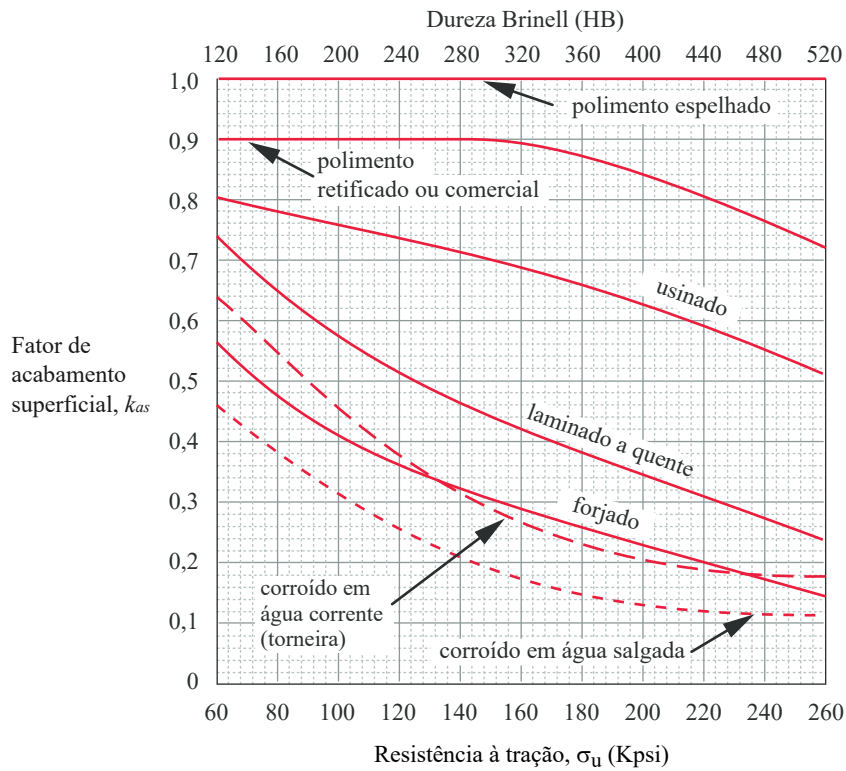


Figura 2.9: Fatores k_{as} para aços em função da técnica de fabricação ou tratamento superficial (JUVINALL, 1967 apud NORTON, 2013) - modificado.

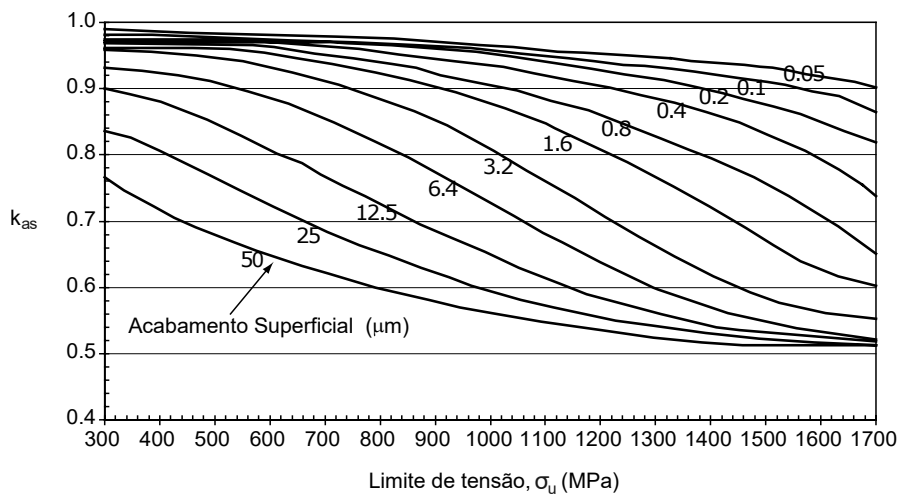


Figura 2.10: Fatores k_{as} em função da rugosidade superficial (LEE et al., 2005) - modificado.

2.4.2 Estimativa da resistência à fadiga em 1000 ciclos

Dowling (2013) também reúne as considerações feitas por Juvinal e Marshek (2011) e Budynas e Nisbett (2011), a fim de estimar σ_{1000} . Dessa forma, os pesquisadores partem da premissa de que o limite de resistência à tração do material em questão é conhecido e aplicam sobre esse σ_u um fator m' que depende do tipo de carregamento ao qual esse material é submetido. Essas informações são apresentadas, resumidamente, na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Principais fatores de correção da resistência à fadiga em 1000 ciclos (DOWLING, 2013; JUVINALL; MARSHEK, 2011; BUDYNAS; NISBETT, 2011) - modificado.

<i>Juvinall e Marshek (2011)</i> ^{1,2}	$m' = 0,90$ $m' = 0,75$	Flexão; torção com τ_u substituindo σ_u Axial
<i>Budynas e Nisbett (2011)</i> ³ (Somente Aço)	$m' = 0,90$ $m' = 0,2824x^2 - 1,918x + 4,012$	($\sigma_u < 483\text{MPa}$) $x = \log \sigma_u$ ($\sigma_u \geq 483\text{MPa}$)

¹ Onde τ_u representa o limite de resistência ao cisalhamento.

² Use $\tau_u \approx 0,8\sigma_u$ para aços e $\tau_u \approx 0,7\sigma_u$ para outros materiais dúcteis.

³ A equação para m' é um ajuste da curva presente em Budynas e Nisbett (2011).

2.5 Efeitos dos Concentradores de Tensão

De acordo com Pilkey (1997) e Lee et al. (2005), a presença de descontinuidades geométricas introduzidas em projeto, tais como furos e rasgos, ou por defeitos de manufatura e fabricação, como inclusões e porosidade, resultam na transformação de regiões com simples distribuição de tensões em zonas altamente solicitadas. Tais regiões são conhecidas como concentradores de tensão (ou entalhes) e são frequentemente descritas pelo fator de concentração de tensões, k_t , onde o subscrito t indica que o fator é de natureza teórica, ou seja, baseado na teoria da elasticidade, e por isso é, algumas vezes, referenciado como fator de concentração de tensões elástico. Quando o componente estrutural está sujeito a carregamentos cíclicos, se faz necessário um concentrador de tensões mais realístico do que o utilizado na teoria da elasticidade. Dessa forma, a presente seção aborda os efeitos do entalhe em estruturas sujeitas à fadiga.

2.5.1 Efeitos dos concentradores de tensão na resistência à fadiga

Segundo Stephens et al. (2000), quando o componente é sujeito à fadiga, a resistência não depende apenas do k_t , mas também de outros fatores como o raio do entalhe, a resistência do material, as tensões média e alternada, etc. Assim, foi definido o fator de concentração de tensões em fadiga, k_f , pela razão entre a resistência à fadiga de corpos lisos e entalhados.

$$k_f = \frac{\text{Resistência à fadiga de corpos lisos}}{\text{Resistência à fadiga de corpos entalhados}}. \quad (2.12)$$

Acredita-se que a diferença entre k_f e k_t está relacionada ao gradiente de tensão e a plasticidade localizados na raiz do entalhe, e geralmente têm-se que $k_f < k_t$. Essa situação também pode ser representada de outra maneira,

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1}, \quad k_f = 1 + q(k_t - 1), \quad (\text{a, b}) \quad (2.13)$$

sendo q o fator de sensibilidade ao entalhe. Logo, quando $q = 0$ ($k_f = 1$) não há sensibilidade ao entalhe e quando $q = 1$ ($k_f = k_t$) o material é altamente sensível ao entalhe. Dessa forma, conforme ressaltam Kalombo et al. (2015), materiais com baixa resistência e flexíveis tendem a ser menos sensíveis a descontinuidades do que materiais com alta resistência e dureza.

Além disso, descobriu-se, empiricamente, que se o raio do entalhe tender a zero, a sensibilidade do material também tenderá. Assim, vários modelos surgiram com o intuito de determinar a sensibilidade do material ao entalhe, sendo o de Neuber, equação (2.14), um dos mais utilizados atualmente (KALOMBO et al., 2015).

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\rho}{r}}}, \quad k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{\rho}{r}}}, \quad (\text{a, b}) \quad (2.14)$$

onde, $\sqrt{\rho}$ depende do tipo de material, sendo conhecida como constante de Neuber, e r é o raio do entalhe. Dowling (2013) fornece equações de ajuste para a obtenção de ρ em aços e alumínios laminados a quente, equação (2.15), e em alumínios séries T, segundo (2.16).

$$\log \rho = -1,079 \times 10^{-9} \sigma_u^3 + 2,740 \times 10^{-6} \sigma_u^2 - 3,740 \times 10^{-3} \sigma_u + 0,6404 \quad (2.15)$$

$$\rho, \text{ mm} = 10^{\log \rho} \quad (345 \leq \sigma_u \leq 1725 \text{ MPa}),$$

$$\log \rho = -9,402 \times 10^{-9} \sigma_u^3 + 1,422 \times 10^{-5} \sigma_u^2 - 8,249 \times 10^{-3} \sigma_u + 1,451 \quad (2.16)$$

$$\rho, \text{ mm} = 10^{\log \rho}.$$

2.5.2 Efeitos dos concentradores de tensão em vidas curtas e intermediárias

Conforme Dowling (2013), em vidas curtas e intermediárias, o efeito das tensões alternadas torna-se ainda mais importante à medida que as tensões crescem e, conseqüentemente, as vidas diminuem. Como resultado desse comportamento, a razão entre a resistência à fadiga de corpos lisos e entalhados é ainda menor do que k_f , de forma que, para essas regiões, define-se um novo fator de concentração de tensões em fadiga, k'_f , que varia com a vida. Uma abordagem empírica pode ser utilizada, considerando o fator de sensibilidade ao entalhe para 1000 ciclos, q_{1000} , apresentado em (2.17), e a Figura 2.11 que mostra as curvas de q_{1000} em função de σ_u para o aço e ligas de alumínio e magnésio.

$$q_{1000} = \frac{k'_f - 1}{k_f - 1}. \quad (2.17)$$

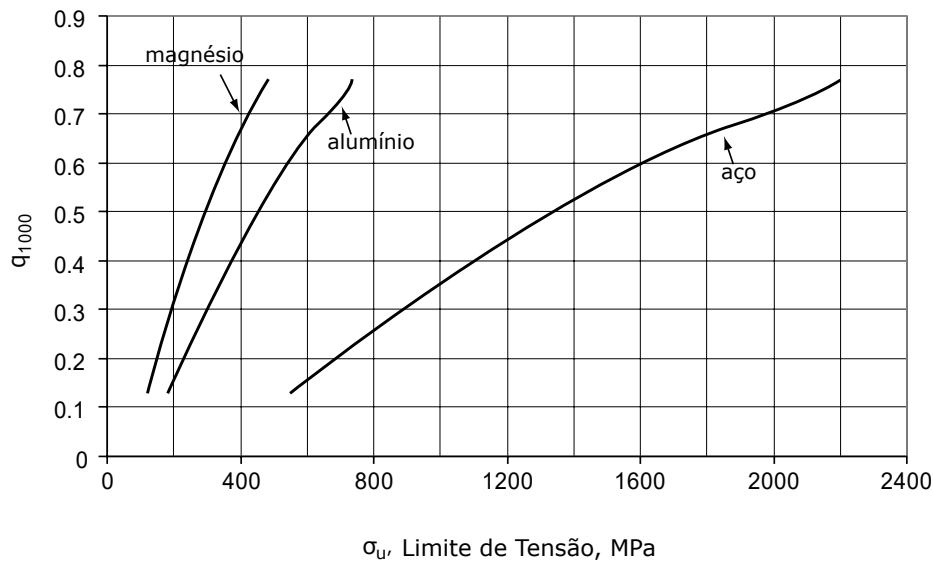
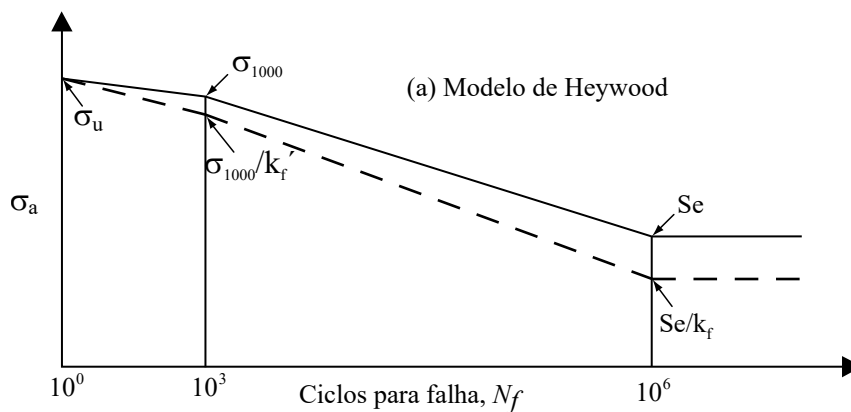


Figura 2.11: Curvas para estimativa do k'_f (LEE et al., 2005) - modificado.

2.5.3 Estimativa da vida para componentes entalhados

Segundo Lee et al. (2005), duas formas de representar as curvas S-N de componentes entalhados foram propostas por Heywood, em 1962, e Collins, em 1993, as quais seguem apresentadas na Figura 2.12. No modelo de Heywood, item (a), deve-se considerar os efeitos do entalhe em vidas curtas e longas ao se estimar a curva S-N do componente mecânico. Nesse mesmo item pode-se ver ainda que σ_{1000} foi dividido por k'_f e o limite de fadiga por k_f , considerando assim o efeito do entalhe nas duas regiões de interesse. Já para Collins, item (b), a curva S-N do material entalhado é definida por uma linha reta que liga σ_u a S_e/k_f , levando em consideração o efeito do concentrador de tensões somente em vidas longas. Esse modelo tem a vantagem de ser mais fácil de usar, contudo não corrige σ_{1000} para a presença do entalhe.



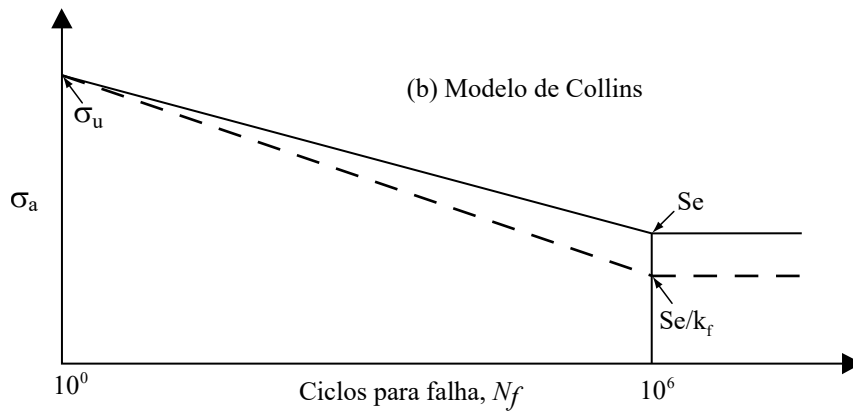


Figura 2.12: Efeitos do entalhe na vida em fadiga de aços: (a) modelo de Heywood, (b) modelo de Collins (LEE et al., 2005) - modificado.

2.6 Efeitos da Tensão Média

Grande parte das discussões contidas neste texto, até agora, trataram da vida em fadiga para carregamentos totalmente reversíveis ($\sigma_m = 0$). Contudo, isso nem sempre representa aplicações reais, já que a tensão média imposta sobre os ciclos de carregamento é conhecida por influenciar, de maneira decisiva, o comportamento em fadiga da maioria dos materiais de engenharia (SURESH, 1998). Tal fato, segundo Lee et al. (2005), ocorre devido à abertura e fechamento de microtrincas causadas pelas tensões médias de tração e compressão, respectivamente.

As tensões média e alternada já foram definidas anteriormente, conforme equações (2.1a) e (2.1b), e a influência de σ_m na vida em fadiga pôde ser vista na Figura 2.1. Agora, na Figura 2.13, explicita-se essa influência ao mostrar a amplitude de tensão versus o número de ciclos para a falha, quando existem tensões médias. Percebe-se, pelas curvas contínuas, que σ_m de compressão é benéfico para a vida em fadiga, enquanto que σ_m de tração é prejudicial. Isso também é mostrado nas três linhas verticais tracejadas (N_{ft} , N_{fo} , N_{fc}) indicativas das vidas em fadiga quando sujeitas à tensões médias de tração, nula e compressão, respectivamente, para uma dada amplitude de tensão.

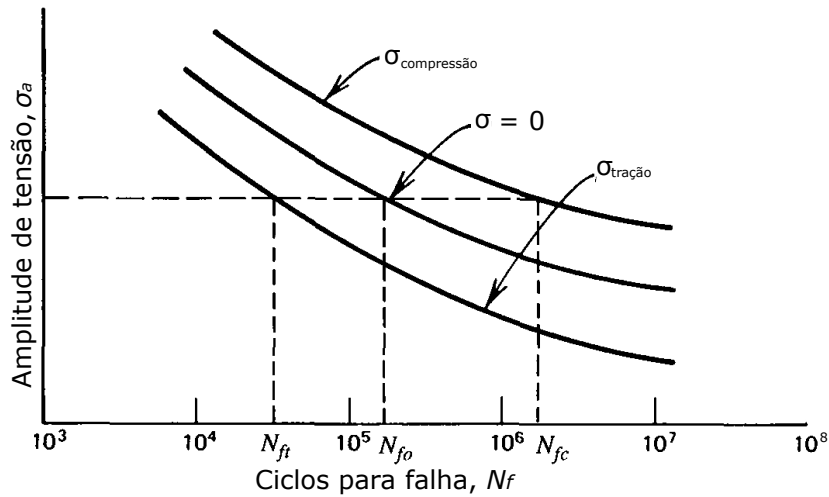


Figura 2.13: Efeitos da tensão média na vida em fadiga (STEPHENS et al., 2000) - modificado.

Dowling (2013) completa com algumas formas alternativas de apresentar as curvas S-N, tal como mostrado na Figura 2.14, a qual traz o diagrama de vida constante para a liga de alumínio 7075-T6. Nela, são representadas combinações distintas de amplitude de tensão e tensão média para uma vida constante, onde σ_{ar} corresponde a amplitude de tensão no caso especial de $\sigma_m = 0$. Além disso, mostra-se também na Figura 2.15 uma forma bastante tradicional de representar o diagrama de vida constante, por meio da normalização de σ_a por σ_{ar} e de σ_m por σ_u .

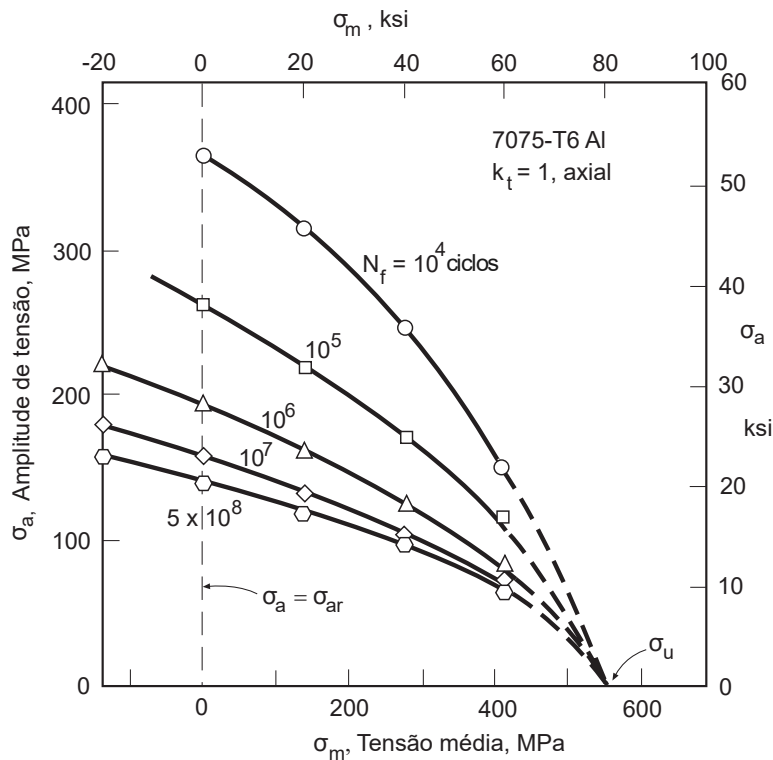


Figura 2.14: Diagrama de vida constante para o Al 7075-T6 (DOWLING, 2013) - modificado.

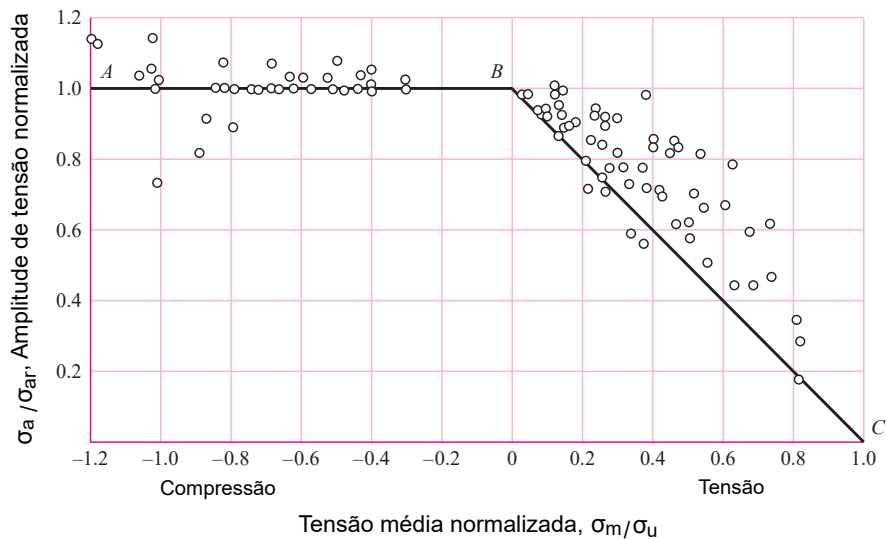


Figura 2.15: Gráfico das falhas de fadiga por tensões médias nas regiões de tração e compressão (BUDYNAS; NISBETT, 2011) - modificado.

Percebe-se, na Figura 2.15, que quando sujeitos a compressão, os materiais falham para $\sigma_a/\sigma_{ar} = 1$. Dessa forma, nenhum diagrama ou critério de fadiga precisa ser utilizado. Já quando os materiais sofrem a ação de tensões médias de tração, a vida em fadiga é tão prejudicada quanto maiores forem essas tensões. A Figura 2.16 mostra o lado positivo não normalizado da Figura 2.15, representação essa que foi primeiramente proposta nos trabalhos de Haigh, em 1917. Nela, pode-se ver alguns modelos empíricos propostos por Gerber, em 1874, Goodman, em 1899 e modificado por Smith em 1942, e por Soderberg, em 1930. Essas proposições foram formuladas com o objetivo de considerar a ação das tensões médias no comportamento em fadiga dos materiais. (LEE et al., 2005).

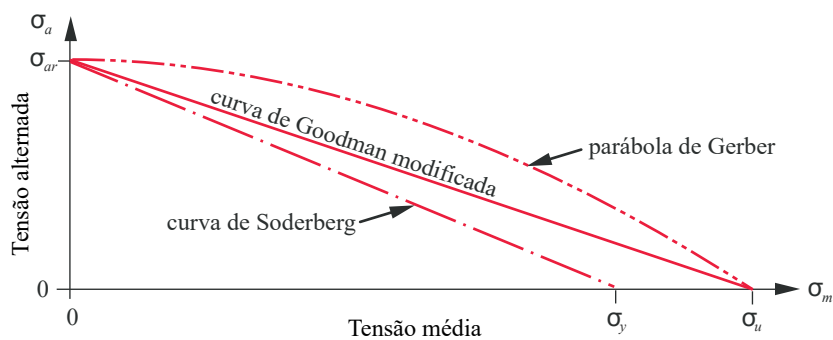


Figura 2.16: Diagrama de Haigh com alguns critérios de falha (NORTON, 2013) - modificado.

Na Figura 2.16 ainda se pode ver que o critério de Soderberg é o único que leva em conta a deformação permanente – por meio da consideração do limite de resistência ao cisalhamento (σ_y) – fato que o torna bastante conservativo. Já o modelo de Goodman Modificado é mostrado como a curva BC na Figura 2.15 e como a linha que liga σ_{ar} a σ_u na Figura 2.16. Por fim, conforme Figura 2.16, o critério de Gerber é representado por uma parábola. A Figura 2.17 também ilustra o efeito da tensão média de tração na vida em fadiga de alguns

materiais. Nela pode-se ver a representação dos modelos de Goodman Modificado e Gerber como a linha inferior e a parábola que melhor se ajusta aos dados, respectivamente.

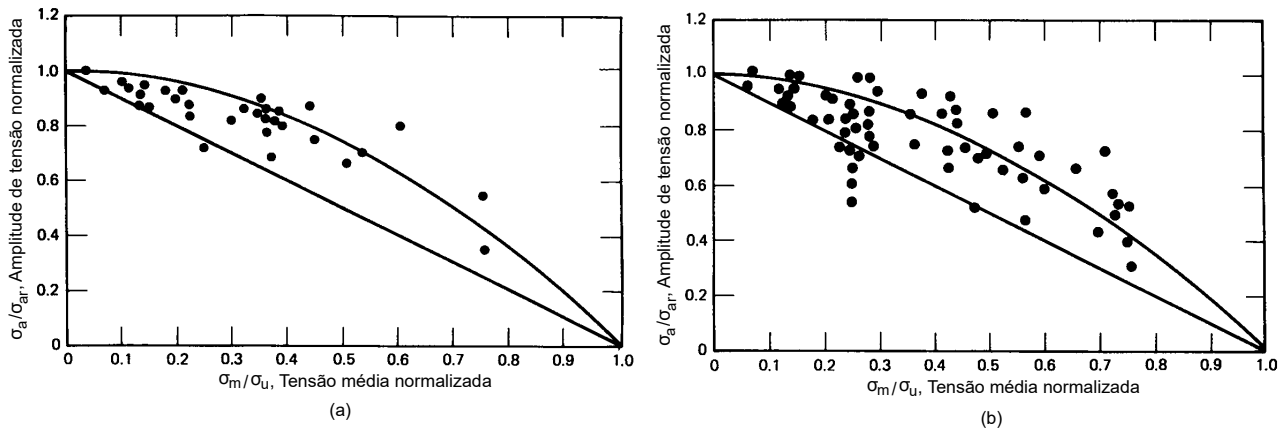


Figura 2.17: Efeito da tensão média de tração na vida em fadiga dos materiais: (a) aços baseados em $\sim 10^7$ ciclos, (b) ligas de alumínio baseados em $\sim 5 \times 10^7$ ciclos (STEPHENS et al., 2000) - modificado.

Segundo Lee et al. (2005), a parábola de Gerber, e as linhas de Soderberg e Goodman Modificado podem ser descritas matematicamente, conforme as seguintes expressões:

$$\textbf{Gerber:} \quad \sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)^2}, \quad (2.18)$$

$$\textbf{Goodman Modificado:} \quad \sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u}\right)}, \quad (2.19)$$

$$\textbf{Soderberg:} \quad \sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_y}\right)}. \quad (2.20)$$

Muitas outras equações também foram propostas com o objetivo de ajustar a tendência dos dados experimentalmente obtidos. Uma delas, segundo Dowling (2004), foi estabelecida por J.Morrow, em 1968, o qual trocou, na equação de Goodman Modificado, a tensão de resistência, σ_u , pela tensão verdadeira de ruptura, $\tilde{\sigma}_{fB}$. Já Lee et al. (2005), apresenta outra forma do modelo de Morrow, onde realiza a troca, na mesma equação, de σ_u pelo coeficiente de resistência à fadiga, σ'_f . As duas formas do modelo seguem apresentadas na expressão (2.21).

$$\textbf{Morrow:} \quad \sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{\tilde{\sigma}_{fB}}\right)} \quad \text{ou} \quad \sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma'_f}\right)}. \quad (\text{a, b}) \quad (2.21)$$

Ademais, relações frequentemente utilizadas também foram definidas por Smith et al. (1970), as quais seguem descritas, após manipulações feitas por Dowling et al. (2009), nas expressões (2.22), e possuem a vantagem de não utilizar nenhuma constante do material. As equações apresentadas em (2.22) são definidas para $\sigma_{max} \geq 0$, pois, matematicamente, esse modelo prevê vida infinita caso $\sigma_{max} < 0$, ou seja, a microtrinca não inicia nessas circunstâncias.

$$\sigma_{ar} = \sqrt{\sigma_{max}\sigma_a}, \quad (a)$$

$$\text{SWT:} \quad \sigma_{ar} = \sigma_{max} \sqrt{\frac{1-R}{2}}, \quad (b) \quad (2.22)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_a \sqrt{\frac{2}{1-R}}. \quad (c)$$

Walker (1970) apresentou um critério de fadiga baseado no fator exponencial γ , o qual pode ser ajustado aos dados experimentais, proporcionando maior exatidão, mas tendo como desvantagem a utilização de mais de um conjunto de dados para a realização desse ajuste. As equações propostas por Walker seguem apresentadas em (2.23), onde $\sigma_{max} > 0$.

$$\sigma_{ar} = \sigma_{max}^{1-\gamma} \sigma_a^\gamma, \quad (a)$$

$$\text{Walker:} \quad \sigma_{ar} = \sigma_{max} \left(\frac{1-R}{2} \right)^\gamma, \quad (b) \quad (2.23)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma_a \left(\frac{2}{1-R} \right)^{1-\gamma}. \quad (c)$$

Em vários trabalhos, tais como Dowling (2004), Dowling et al. (2009) e Dowling (2013), autores ressaltam a importância do modelo de Walker, apresentando gráficos e tabelas que comprovam sua eficácia sobre os demais critérios. Em Dowling et al. (2009), os pesquisadores consideram fundamental o desenvolvimento de métodos para se estimar o γ de materiais onde a tensão média é não nula, mas carecem de dados experimentais suficientes para promover o devido ajuste. Assim, os mesmos propõe uma equação para o γ de aços, baseando-se na tendência de decrescimento do fator exponencial com o aumento da tensão de resistência, isto é,

$$\gamma = -0,0002000\sigma_u + 0,8818 \quad (\sigma_u \text{ em MPa}). \quad (2.24)$$

Já em relação às ligas de alumínio, concluiu-se que para as de alta resistência, tais como 2014, 2024 e 7075, os valores de γ variam entre 0,41 e 0,57, podendo ser utilizado em média 0,50 – situação na qual o modelo de SWT se torna idêntico ao de Walker. Por outro lado, ligas de menor resistência, como 6061-T6 e Al Mg4.5Mn, apresentaram valores em torno de

0,65. Além disso, da mesma forma que observado nos aços, a tendência para o alumínio é que quanto maior forem as resistências menor será o γ , contudo, uma expressão matemática não pôde ser obtida.

Finalmente, medidas operacionais devem ser tomadas quando $\sigma_m \neq 0$, pois isso deve ser levado em consideração no cálculo da vida em fadiga. Assim, recomenda-se que sejam substituídas as tensões σ_a e σ_m nas equações de (2.18) a (2.23), com o objetivo de determinar σ_{ar} , que representa a amplitude de tensão completamente reversível equivalente. Essa tensão deve ser então aplicada na equação da vida, (2.10), produzindo a mesma resposta que seria dada pela combinação (σ_a, σ_m) .

Capítulo 3

Mecânica do Contato Elástico

Grande parte dos problemas reais de contato, segundo Hills (1994) e Hills e Nowell (1994), envolvem diversos efeitos complexos devido à geometria, aos carregamentos ou até mesmo às vibrações. Assim, com o objetivo de modelar o problema de contato, a ferramenta utilizada neste trabalho, e também recomendada pelos autores, baseia-se no método dos elementos finitos. Além disso, se comparado com defeitos superficiais, o contato entre dois componentes torna possível uma forma muito mais agressiva de provocar a nucleação e o crescimento de trincas. Tal evento recebe a denominação de *fretting*.

O fenômeno do *fretting* pode então ser caracterizado como a movimentação relativa de pequena amplitude, geralmente de origem oscilatória, a qual pode ocorrer entre duas superfícies em contato devido à ação de vibração, ou, como é mais comum, à aplicação de tensões cíclicas em um dos membros, sendo essa última conhecida como fadiga por *fretting* ou fadiga de contato. Além disso, o dano que esse fenômeno provoca às superfícies também é função das condições de carregamento normal, cisalhante e remoto, bem como da frequência de oscilação, provocando a nucleação de trincas que podem ou não se propagar (WATERHOUSE, 1976; WATERHOUSE, 1992).

3.1 Caracterização do Contato

Conforme ressaltam Hills e Nowell (1994) e Hills et al. (1993), uma análise inicial relevante do problema de contato se dá por meio de sua caracterização, conforme segue apresentado na Figura 3.1. Primeiramente, quando dois elementos convexos estão em contato e sujeitos a uma carga compressiva P , a região de contato (ou linha em casos unidimensionais) aumentará a medida que a carga também aumentar, não dependendo assim da geometria dos corpos. Tal configuração é referida como contato incompleto e segue ilustrado no item (a).

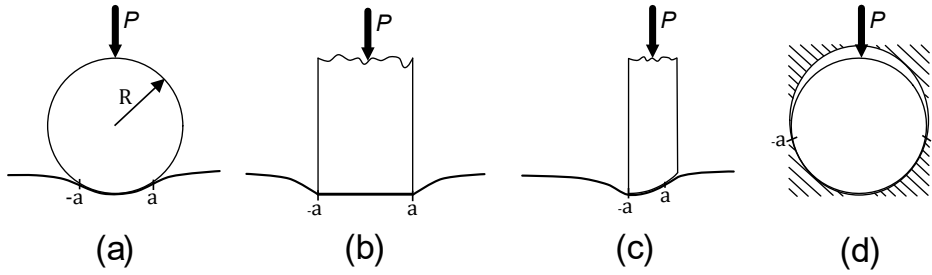


Figura 3.1: Caracterização do contato: (a) incompleto e não-conforme, (b) completo, (c) incompleto com singularidade e (d) incompleto e conforme (SHATERZADEH-YAZDI, 2015) - modificado.

Além disso, outra característica interessante dessa configuração é o fato de apresentar uma pressão de contato decrescente a medida que se afasta do centro da interação, tendendo, assim, a zero nas margens. Por fim, os corpos apresentam ainda uma tangente comum nas bordas do contato, a inclinação da superfície deformada é contínua e a distribuição das superfícies é afetada apenas localmente por pequenas imperfeições.

Ainda sobre a Figura 3.1(a), nota-se que quando as zonas de contato são pequenas em relação aos componentes sendo deformados, é comum considerá-los em interação com semiplanos ou espaços infinitos. Isso significa que a formulação de problemas elásticos pode ser apropriada para simplificar os cálculos, sendo assim referida-se como contato não-conforme.

Observando agora a Figura 3.1(b), pode-se ver o contato do tipo completo, onde um corpo de prova retangular é pressionado sobre um plano elástico. Nessa configuração a geometria define o tamanho da linha de contato, sendo independente da carga P , mas sofrendo consideráveis variações quando defeitos superficiais estão presentes. Além disso, não existe tangente comum entre os corpos e a pressão de contato é singular em ambas as extremidades. No item (c) ocorre a combinação das duas características previamente citadas, sendo um contato incompleto, mas com ocorrência de singularidade em $-a$. Por fim, no item (d) tem-se um contato incompleto e conforme, já que aumentando-se a carga P aumenta-se também a região do contato, mas agora o tamanho dessa zona não pôde ser ignorado devido ao seu grande tamanho em relação as dimensões de ambos os componentes envolvidos na interação.

3.2 Geometria e Cinemática do Contato

Segundo Alart e Curnier (1991), Yastrebov (2011) e Yastrebov (2013), é necessário, primeiramente, definir variáveis cinemáticas, a fim de medir os deslocamentos relativos de dois corpos candidatos ao contato, bem como variáveis geométricas, objetivando reforçar as interações. Assim, tomando o plano rígido como $z = 0$, de normal unitária $\underline{\nu} = \underline{e}_z$, e os pontos do corpo descritos pelo vetor \underline{X} na configuração inicial Ω^0 , e pelo vetor $\underline{x}(\underline{X}, t)$ na

configuração atual Ω e no tempo t , define-se $g_n(\underline{x})$ como sendo a distância normal, ou *gap*, entre o ponto \underline{x} na superfície do corpo deformável e o plano rígido como,

$$g_n(\underline{x}) = \underline{x} \cdot \underline{\nu} \geq 0, \quad (3.1)$$

ou, sendo o deslocamento de um ponto definido por $\underline{u} = \underline{x} - \underline{X}$, pode-se substituir \underline{x} na equação (3.1), a fim de obter uma forma mais geral para o *gap*, ou seja,

$$g_n = \underline{u} \cdot \underline{\nu} + g_0 \geq 0, \quad (3.2)$$

onde $g_0 = \underline{X} \cdot \underline{\nu}$. Além disso, define-se também $\underline{\dot{g}}$ como a velocidade relativa e $\underline{\dot{g}}_t$ como sua projeção no espaço vetorial tangente a $\underline{x}(\Gamma_c)$ no ponto de contato. Por fim, introduz-se o campo de tensões decomposto em suas componentes normal (referida também como pressão de contato), p , e tangencial (ou cisalhante), \underline{q} . Todas essas variáveis seguem também representadas esquematicamente na Figura 3.2.

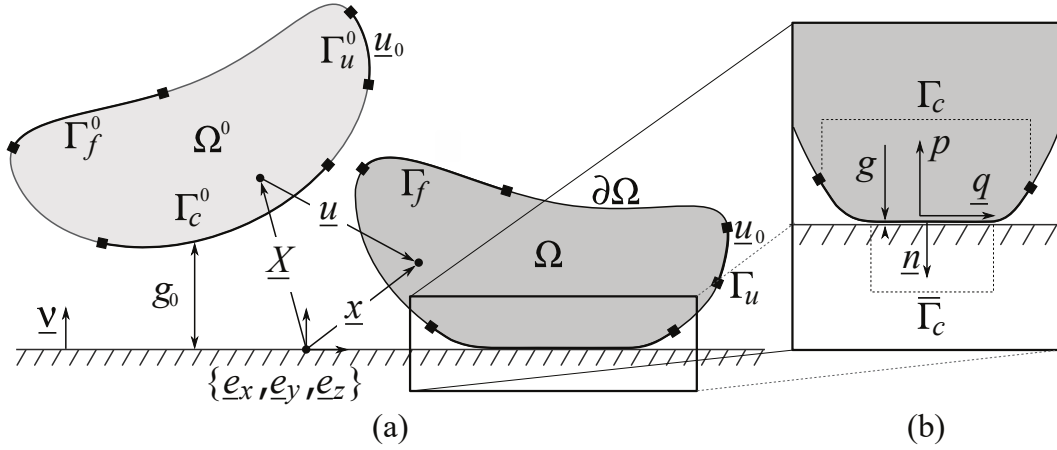


Figura 3.2: (a) Configuração de referência Ω^0 e atual Ω , (b) detalhe da região de contato na configuração atual (YASTREBOV, 2013).

Assim, nesta seção, serão definidas as leis tribológicas relacionadas ao contato, sendo divididas em dois tópicos: contato unilateral e contato unilateral com atrito. Por fim, informações adicionais a respeito dos parâmetros e conceitos aqui tratados são fornecidas também em Kikuchi e Oden (1988), Studer (2009), Konyukhov e Schweizerhof (2006), Konyukhov e Schweizerhof (2013) e Wriggers (2006), bem como nas referências citadas ao longo desta seção.

3.2.1 Contato unilateral

De acordo com Alart e Curnier (1991), em um contato unilateral,¹ geralmente, dois corpos podem “separar sem puxar” ou “comprimir sem penetrar” um ao outro, de forma

¹Refere-se ao contato entre um sólido deformável e uma superfície rígida

que, para que o contato ocorra, necessita-se que $g_n = 0$ e $p < 0$, mas caso exista um *gap* entre eles, então $g_n > 0$ e $p = 0$. Assim, introduz-se a expressão (3.3) para um contato sem atrito denominada relação de Hertz-Signorini-Moreau ou, considerando a teoria da otimização, relação de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Tal expressão pode ser entendida como uma condição de impenetrabilidade, uma de compressão e uma de complementariedade, sendo também representada na Figura 3.2. Além disso, a relação KKT também pode ser completada por uma condição de não fricção (ou não atrito), como pode ser visto na equação (3.4).

$$g_n \geq 0, \quad p \leq 0, \quad g_n p = 0, \quad (3.3)$$

$$g_n \geq 0, \quad p \leq 0, \quad g_n p = 0, \quad \underline{\mathbf{q}} = 0. \quad (3.4)$$

3.2.2 Contato unilateral com atrito

Conforme Hills e Nowell (1994), é interessante começar a discussão deste tópico com a introdução das clássicas leis de Coulomb (ou Amotons-Coulomb) para fricção isotrópica. Tais relações foram descobertas por meio de investigações do contato entre dois corpos rígidos, onde se concluiu que a pressão de contato relaciona-se de maneira proporcional com as tensões cisalhantes, ou matematicamente, $\|\underline{\mathbf{q}}\| = \mu|p|$, onde μ é conhecido como o coeficiente de atrito.

Além disso, segundo Popov (2010) e Wriggers (2006), pode-se dizer que μ , considerando a lei de Coulomb clássica, depende apenas dos pares materiais dos sólidos em contato. Contudo, o próprio Coulomb descobriu variações nessa consideração, de forma que o coeficiente, em certos materiais, sofre influência de outras circunstâncias físicas e geométricas. A variação do tempo, t , por exemplo, provoca crescimentos logarítmicos de μ , já a velocidade relativa tangencial entre os corpos, $\underline{\dot{\mathbf{g}}}_t$, é outro fator importante na modificação do coeficiente. Além deles, pode-se destacar também o acabamento superficial, a pressão de contato, p , e a temperatura, θ , de forma que $\mu = \mu(t, \underline{\dot{\mathbf{g}}}_t, p, \theta)$. Neste trabalho, porém, considerou-se válida a lei de Coulomb clássica ao longo de todas as análises.

Ademais, é sabido que quando dois corpos são submetidos ao contato unilateral com atrito, eles podem “aderir” ou “deslizar” um sobre o outro ao longo da mesma direção, ou seja,

$$\text{Adesão: } \|\underline{\dot{\mathbf{g}}}_t\| = 0, \quad \|\underline{\mathbf{q}}\| < \mu|p|, \quad (3.5)$$

$$\text{Deslizamento: } \|\underline{\dot{\mathbf{g}}}_t\| > 0, \quad \|\underline{\mathbf{q}}\| = \mu|p|, \quad \underline{\mathbf{q}}/\|\underline{\mathbf{q}}\| = -\underline{\dot{\mathbf{g}}}_t/\|\underline{\dot{\mathbf{g}}}_t\|. \quad (3.6)$$

Assim, em geral, tais contatos serão divididos em zonas de adesão, onde as expressões em (3.5) serão válidas, e zonas de deslizamento, nas quais se aplicará a equação (3.6), onde se pode ver ainda que, em tais regiões, as tensões cisalhantes têm sentido oposto à direção de cisalhamento. Além disso, essas expressões também podem ser sumarizadas por uma lei de

escorregamento, um critério de fricção e uma condição de complementariedade, assumindo a forma de uma relação KKT, conforme apresentado em (3.7).

$$\frac{\dot{\underline{g}}_t}{\|\dot{\underline{g}}_t\|} = -\frac{\underline{q}}{\|\underline{q}\|}, \quad \|\underline{q}\| \leq \mu|p|, \quad \|\dot{\underline{g}}_t\|(\|\dot{\underline{g}}_t\| - \mu|p|) = 0. \quad (3.7)$$

A Figura 3.3(a) mostra graficamente a lei do contato unilateral, onde se pode distinguir claramente as condições de *gap* e contato, já no item (b), tem-se a representação da lei do contato unilateral com atrito, onde as três zonas dessa configuração são bem definidas.

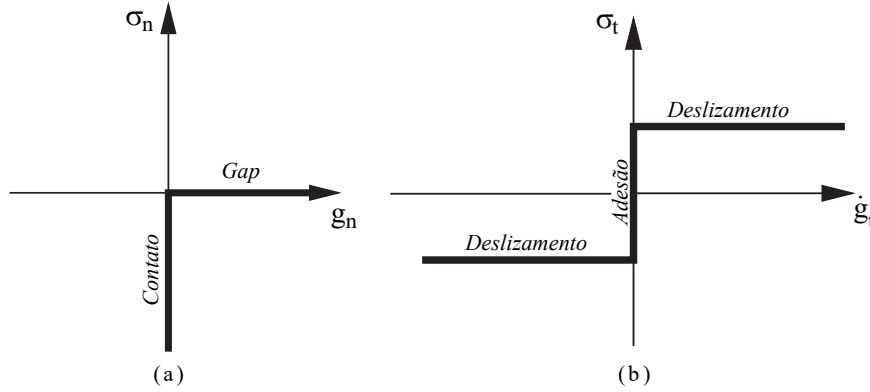


Figura 3.3: Leis do contato: (a) unilateral, (b) unilateral com atrito (HILLS; NOWELL, 1994; ALART; CURNIER, 1991) - modificado.

Finalmente, conforme apresentaram Alart e Curnier (1991), seguem em (3.8), (3.9) e (3.10) as expressões para uma completa descrição do comportamento das zonas de contato submetidas à ação de cargas normais e tangenciais.

$$\text{Gap: } g_n > 0, p = 0, \quad (3.8)$$

$$\text{Adesão: } g_n = 0, p < 0; \|\underline{q}\| = 0, \|\underline{q}\| < \mu|p|, \quad (3.9)$$

$$\text{Deslizamento: } g_n = 0, p < 0; \|\underline{q}\| > 0, \|\underline{q}\| = \mu|p|. \quad (3.10)$$

3.3 Formulação Geral de um Problema de Contato

Com o objetivo de enfatizar a importância do uso de restrições nos problemas gerais de contato, será introduzido, nesta seção, um problema de contato unidimensional e sem atrito entre uma massa m , presa a uma mola de rigidez k , e uma superfície plana. Tal questão foi primeiramente proposta por Wriggers (2002) (e repetida em Wriggers (2006)) e tem por objetivo apresentar os principais métodos numéricos utilizados no tratamento de restrições: o método do multiplicador de Lagrange, da penalidade e do *Augmented Lagrange*. Além disso, Konyukhov e Izi (2015) considerou, em seu livro, a proposição de tal questão como a forma mais simples de introduzir esses conceitos e, por isso, também a utilizou.

Para uma análise mais geral sobre os referidos métodos deve-se consultar os trabalhos de Kikuchi e Oden (1988), Johnson (1985), Yastrebov (2013), Wriggers (2006) e Konyukhov e Izi (2015). Para informações específicas sobre o método *Augmented Lagrange* deve-se referir aos clássicos estudos de Simo et al. (1985), Curnier e Alart (1988) e Zavarise e Wriggers (1998). Em relação às tratativas acerca da abordagem pelos multiplicadores de Lagrange, as pesquisas mais indicadas são as de Murty e Yu (1997) e Luenberger e Ye (2008). Finalmente, informações adicionais sobre os métodos também serão fornecidas na subseção 4.2.1, onde serão abordadas em conjunto com uma análise de elementos finitos.

3.3.1 Estudo do contato em um sistema massa-mola

Considerando o sistema da Figura 3.4(a) sujeito à ação da gravidade e com mola de rigidez k , estabelece-se uma restrição ao movimento da massa m por meio de um plano rígido, também representado na mesma figura. Além disso, a energia potencial desse sistema segue matematicamente descrita pela equação (3.11) e mostrada na Figura 3.4(b).

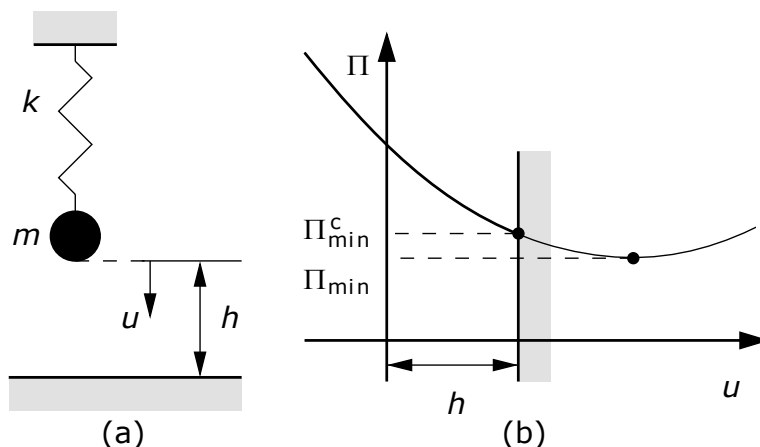


Figura 3.4: (a) Sistema massa-mola, (b) energia potencial (WRIGGERS, 2006).

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu. \quad (3.11)$$

De acordo com Wriggers (2006), como uma primeira análise, considera-se que esse sistema não possui a restrição imposta pelo plano rígido, assim sua energia potencial é representada, nos extremos, pela expressão,

$$\delta\Pi(u) = ku\delta u - mg\delta u = 0, \quad (3.12)$$

e sabendo que a derivada segunda da energia é positiva, ou seja, $\delta^2\Pi = k$, pode-se definir o extremo mínimo como $u_{min} = \frac{mg}{k}$. Com base nessas informações, pode-se agora considerar a restrição do movimento de m pela superfície rígida, isto é,

$$c(u) = h - u \geq 0, \quad (3.13)$$

onde $c(u) > 0$ representa o *gap* entre a massa m e o plano rígido, e $c(u) = 0$ refere-se ao contato. Por fim, percebe-se ainda que devido à essa restrição, a solução de (3.12) não corresponde ao u_{min} , e sua energia associada Π_{min} , mas a um ponto acima desse, com Π_{min}^c denotando a mínima energia potencial admissível. Além disso, a partir do momento que a massa m entra em contato com a superfície rígida, uma força de reação, f_r , surge. Na mecânica do contato clássica considera-se essa reação negativa, ou seja, apontando para cima. Assim, ou a massa não toca a superfície,

$$c(u) > 0 \quad \text{e} \quad f_r = 0, \quad (3.14)$$

ou ocorre o contato,

$$c(u) = 0 \quad \text{e} \quad f_r < 0. \quad (3.15)$$

levando a uma forma da relação Hertz-Signorini-Moreau, ou Karush-Kuhn-Tucker (KKT), conforme já apresentada na subseção 3.2.1, mas agora voltada ao problema em questão,

$$c(u) \geq 0, \quad f_r \leq 0, \quad c(u)f_r = 0. \quad (3.16)$$

Sabe-se ainda que, com o objetivo de solucionar o problema de contato, no qual a restrição do movimento de m é descrita pela inequação (3.13), vários métodos podem ser utilizados, entre os mais comuns estão: o método do multiplicador de Lagrange, da penalidade e do *Augmented Lagrange*, os quais serão brevemente abordados nos tópicos seguintes (KONYUKHOV; IZI, 2015; WRIGGERS, 2002).

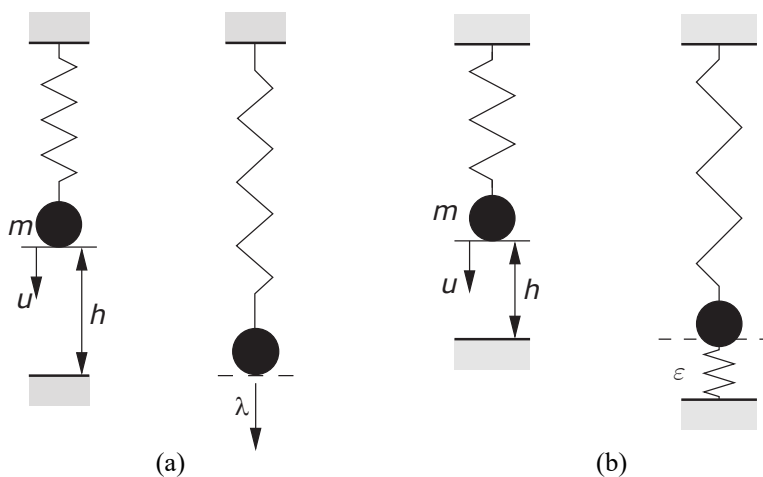


Figura 3.5: Métodos de reforço de restrições: (a) multiplicador de Lagrange, (b) Penalidade (WRIGGERS, 2006).

Método do multiplicador de Lagrange

Um método comumente utilizado em conjunto com a abordagem por elementos finitos é o do multiplicador de Lagrange, o qual adiciona um termo representativo da restrição à energia do sistema, conforme segue representado na equação (3.17). Dessa forma, o multiplicador de Lagrange, λ , pode ser interpretado como o equivalente à força de reação

do contato entre a massa m e a superfície rígida.

$$L(u, \lambda) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \lambda c(u). \quad (3.17)$$

Agora, com o objetivo de descobrir o ponto extremo (mínimo) da função $L(u, \lambda)$, se faz necessário derivar a expressão (3.17) com respeito as suas duas variáveis u e λ ,

$$ku\delta u - mg\delta u - \lambda\delta u = 0, \quad (3.18)$$

$$c(u)\delta\lambda = 0, \quad (3.19)$$

onde (3.18) e (3.19) representam o equilíbrio da massa m ao tocar a superfície rígida e o cumprimento da restrição de contato, respectivamente. Dessa forma, a movimentação de m não é mais restrita e o multiplicador de Lagrange pode ser interpretado fisicamente como a força reativa f_r , podendo ser determinada pela expressão (3.20), pois se sabe que, nesse caso, $u = h$.

$$\lambda = kh - mg = f_r. \quad (3.20)$$

Por fim, Konyukhov e Izi (2015) concluem que o método dos multiplicadores de Lagrange possibilita o cumprimento exato das condições de não penetração, mas adiciona uma variável a mais (λ) no sistema global, além de provocar um caso de energia potencial mínima variável (Figura 3.4(b)), referido-se como um problema de ponto de sela.

Método da Penalidade

Outro método bastante utilizado é o da Penalidade, o qual baseia-se na introdução de um termo penalizador, ε , em conjunto com a função de penetração $c(u)$, na expressão da energia potencial (3.11), como pode ser visto na equação (3.21).

$$\Pi_p(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \frac{1}{2}\varepsilon[c(u)]^2, \quad \text{com } \varepsilon > 0. \quad (3.21)$$

O novo termo introduzido, $\frac{1}{2}\varepsilon[c(u)]^2$, é conhecido como função da penalidade e, devido à sua forma similar à energia potencial da mola, o parâmetro ε pode ser interpretado como a rigidez de uma mola presente na interface de contato entre a massa m e a superfície rígida. A forma variacional da equação (3.21) segue apresentada em (3.22), sua solução em (3.23) e a equação de restrição, já implementada na expressão (3.23), em (3.24).

$$ku\delta u - mg\delta u - \varepsilon c(u)\delta u = 0, \quad (3.22)$$

$$u = \frac{mg + \varepsilon h}{k + \varepsilon}, \quad (3.23)$$

$$c(u) = h - u = \frac{kh - mg}{k + \varepsilon}. \quad (3.24)$$

Infere-se, então, que o método da penalidade apresenta dois casos interessantes, sendo o primeiro referente a quando $\varepsilon \rightarrow \infty \Rightarrow u - h \rightarrow 0$, abordagem essa que garante uma solução correta para o problema de restrição, já que o parâmetro tende ao infinito. Isso fisicamente representa uma mola com altíssima rigidez, de forma a não permitir interpenetração entre os corpos em contato. Já o segundo entende-se por $\varepsilon \rightarrow 0$, ou seja, não existe mola na interface dos corpos, permitindo assim grandes penetrações. Dessa forma, observa-se que esse método converge para o de Lagrange, no qual a solução para o problema de restrição é correta, mas o uso da penalidade traz consigo, muitas vezes, uma solução “aceitável” – com pequenos valores de penetração – por um menor custo computacional, especialmente quando uma análise por elementos finitos é utilizada.

Ainda, segundo Konyukhov e Izi (2015), esse método, apesar de cumprir apenas aproximadamente a condição de não penetração, não estende o sistema global, contendo apenas a variável primária u . Por fim, para se obter f_r , pode-se aplicar a equação (3.25), na qual obtêm-se a solução correta para o problema quando $\varepsilon \rightarrow 0$.

$$f_r = \lambda = \varepsilon c(u) = \frac{\varepsilon}{k + \varepsilon} (kh - mg). \quad (3.25)$$

Método Augmented Lagrange

O método *Augmented Lagrange* é o mais novo dos três e, segundo Konyukhov e Izi (2015), apresenta-se como uma abordagem alternativa na busca pelo cumprimento exato da condição de não penetração, mas sem introduzir uma nova variável – tal como o multiplicador de Lagrange – podendo ser descrito pela equação (3.26).

$$L(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \lambda c(u) + \frac{1}{2}\varepsilon[c(u)]^2. \quad (3.26)$$

Pode-se ver que esse método utiliza, em sua formulação, as duas abordagens anteriormente apresentadas, mas, devido a um esquema iterativo, a função $L(u)$ é dependente apenas da variável primária u . Esse esquema é chamado de aumento (*augmentation*) do multiplicador de Lagrange e consiste em dois passos principais, sendo eles:

Passo 1 Inicialização do multiplicador de Lagrange, $\lambda_0 = 0$, e definição do deslocamento inicial, u_0 , consistindo no uso da equação (3.22), ou seja,

$$ku_0 - mg + \varepsilon[c(u)] = 0. \quad (3.27)$$

Passo 2 Solução do problema de mínimo via variável primária, u , para a função da equação (3.26), ou seja, $\frac{\delta L}{\delta u}$, utilizando o seguinte esquema recursivo:

$$\begin{cases} \lambda_{cont} = \lambda_{cont-1} + \varepsilon[c(u_{cont-1})], \\ ku_{cont} - mg + \lambda_{cont} + \varepsilon[c(u_{cont})] = 0, \end{cases} \quad (3.28)$$

onde *cont* é o contador de aumento (*augmentation counter*). Além disso, os autores afirmam que esse método cumpri a condição de não penetração dentro de uma tolerância ε_{tol} , sendo o segundo parâmetro do esquema iterativo (o primeiro é ε). Por fim, os pesquisadores ainda provam que o método é independente do sinal de ε e que a exata condição de não penetração ($c(u) = 0$) so é satisfeita se o número de aumentos (*augmentations*) tender a infinito.

3.4 Contato entre Cilindros – Teoria Elástica de Hertz

Uma das mais importantes análises de tensões em um contato entre dois corpos elásticos se deve a Hertz, que em 1880 estudou franjas de interferência ótica no espaço entre duas lentes de vidro. Tal cientista observou uma possível influência da deformação elástica nas superfícies, devido à pressão de contato entre elas. Assim, ao longo de seu trabalho, Hertz propôs algumas hipóteses e simplificações, as quais seguem sumarizadas abaixo, conforme apresentadas por Johnson (1985):

- A região de contato, em geral, é elíptica (com semi-eixos de dimensões a e b);
- As superfícies são contínuas e não conformes ($a, b \ll R$);
- As deformações são consideradas muito pequenas ($a, b \ll R$);
- Os corpos são considerados semi-planos infinitos ($a, b \ll R_1, R_2$, e $a, b \ll l$);
- Não existe atrito entre as superfícies em contato ($\underline{q} = 0$).

onde R é o raio da curvatura relativa, R_1 e R_2 são os raios de cada corpo em contato e l representa as dimensões gerais dos sólidos, tanto em profundidade quanto em comprimento. Assim, suponha a configuração da Figura 3.6, onde dois corpos estão em contato hertziano e podem ter suas superfícies descritas, na região próxima a origem, pela equação (3.29), tendo os termos superiores desprezados.

$$h(x, y) = A_n x^2 + B_n y^2 + C_n xy + \dots \quad (3.29)$$

Considera-se ainda que os planos principais do corpo 1 estejam nas direções de x_1 e y_1 , com raios de curvatura passando por $x_1 = 0$ e $y_1 = 0$, iguais a R_{1x} e R_{1y} , respectivamente. Similarmente, assuma que os planos principais do corpo 2 estejam nas direções de x_2 e y_2 , com raios de curvatura passando por $x_2 = 0$ e $y_2 = 0$, correspondendo respectivamente a R_{2x} e R_{2y} . Por fim, suponha ainda que os sólidos estejam defasados de um ângulo ϕ entre as direções x_1 e x_2 . Dessa forma, um conjunto de coordenadas comuns (x, y, z) pode ser encontrado, tal que o termo xy , presente na equação (3.29), seja excluído ($C_n = 0$) e as variáveis restante sejam descritas pelas expressões (3.30) e (3.31), com o raio equivalente do conjunto, R_e , definido pela equação (3.32). Nas expressões (3.30) e (3.31) considera-se $R_{1x,1y}$ e $R_{2x,2y}$ positivos quando as superfícies são convexas, negativos quando côncavas e infinitos quando planas (HILLS et al., 1993; JOHNSON, 1985; GREENWOOD, 1985).

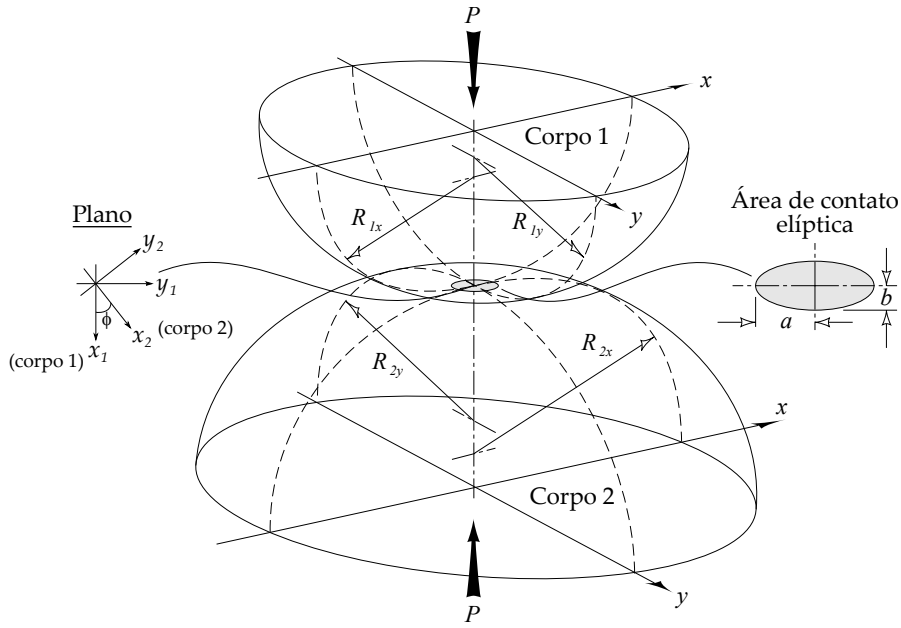


Figura 3.6: Geometria dos corpos 1 e 2 em contato (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2000; HILLS et al., 1993) - modificado.

$$A + B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{1x}} + \frac{1}{R_{1y}} + \frac{1}{R_{2x}} + \frac{1}{R_{2y}} \right), \quad (3.30)$$

$$|B-A| = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{R_{1x}} - \frac{1}{R_{1y}} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_{2x}} - \frac{1}{R_{2y}} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{R_{1x}} - \frac{1}{R_{1y}} \right) \left(\frac{1}{R_{2x}} - \frac{1}{R_{2y}} \right) \cos 2\phi \right\}^{1/2}, \quad (3.31)$$

$$R_e = \frac{1}{2} (AB)^{-1/2}. \quad (3.32)$$

Ainda segundo Johnson (1985), Hertz observou também uma semelhança entre problemas elásticos e elétricos (relacionados ao potencial eletrostático) e, por meio de analogias, identificou a distribuição de pressão dentro da elipse de contato entre dois sólidos, chegando a equação (3.33).

$$p = p_0 \left\{ 1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right\}^{1/2}. \quad (3.33)$$

Além disso, concluiu que a distribuição de pressão é correspondente a um semi-elipsoide (Figura 3.7) e, por meio do cálculo de seu volume, descobriu que o carregamento total, P , pode ser definido por,

$$P = \frac{2}{3} p_0 \pi ab, \quad (3.34)$$

ou, rearranjando essa expressão, tem-se que as pressões máxima, p_0 , e a média, p_m , são,

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi ab}, \quad p_m = \frac{2}{3} p_0. \quad (3.35)$$

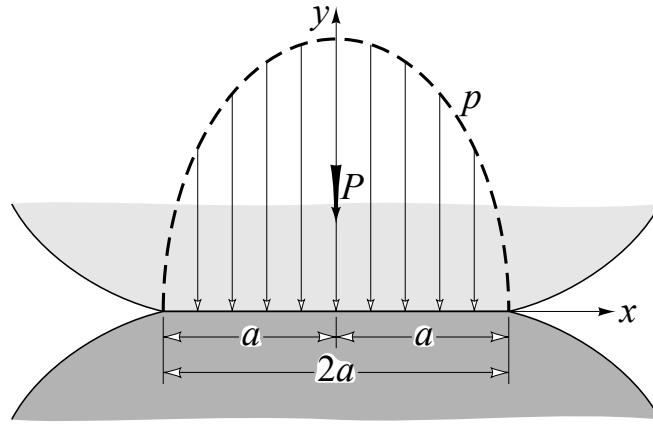


Figura 3.7: Semi-elipsoide gerado pela distribuição da pressão de contato (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2000) - modificado.

Já para encontrar o formato e o tamanho da elipse de contato, considera-se, primeiramente, a variável E^* ,

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}, \quad (3.36)$$

onde $\nu_{1,2}$ são os coeficientes de Poisson dos corpos 1 e 2, e $E_{1,2}$ são os módulos de elasticidade (ou de Young) também dos corpos 1 e 2. Além disso, define-se a elipticidade, k , o argumento, e ,

$$k = b/a, \quad (3.37)$$

$$e = \sqrt{1 - k^2}, \quad (3.38)$$

e por fim escreve-se,

$$\frac{B}{A} = \frac{(a/b)^2 E(e) - K(e)}{K(e) - E(e)}, \quad (3.39)$$

$$(ab)^{3/2} = \left(\frac{3PR_e}{4E^*} \right) \frac{4}{\pi e^2} (b/a)^{3/2} \{ [(a/b)^2 E(e) - K(e)][K(e) - E(e)] \}^{1/2}, \quad (3.40)$$

onde $E(e)$ e $K(e)$ são as integrais elípticas completas (ou integrais de Legendre) de primeiro e segundo tipos, respectivamente, as quais foram tabeladas por Puttock e Thwaite (1969) em função da razão B/A , e seguem detalhadas nos trabalhos de Abramowitz e Stegun (1972), ou mais recentemente, no livro de Olver et al. (2010).

As equações (3.39) e (3.40) são fundamentais para se determinar o valor de k e, conseqüentemente, os de a e b , por meio de iterações. Dessa forma, uma estimativa inicial para o k precisa ser utilizada. De acordo com Hills et al. (1993), um primeiro valor bastante útil de elipticidade foi utilizado por Greenwood (1985) e Johnson (1985), os quais afirmam que para valores de $B/A \approx 1$ pode-se assumir que,

$$\frac{b}{a} = \left(\frac{B}{A} \right)^{-2/3}. \quad (3.41)$$

Por fim, define-se também a profundidade de penetração entre os corpos, conforme equação (3.42).

$$\Delta = \frac{3P}{2\pi abE^*} bK(e). \quad (3.42)$$

3.4.1 Campo de tensões no interior da região de contato

É de fundamental importância conhecer também as tensões no interior da região de contato elíptica, a fim de ter um total entendimento dos fenômenos envolvidos na interação entre dois corpos. Contudo, a matemática de tal estudo é bastante intensa e de certo grau de dificuldade, dessa forma, neste trabalho, será mostrado apenas o cálculo das tensões σ_x , σ_y e σ_z ao longo do eixo z , bem como as tensões σ_x , σ_y dentro da superfície de contato, conforme apresentado por Johnson (1985). Para uma abordagem mais completa acerca do assunto, deve-se consultar, além do autor já citado, também Hills et al. (1993), os quais apresentam uma formulação alternativa, e Sackfield e Hills (1983a), os quais promovem uma completa descrição das tensões internas em qualquer ponto dos corpos quando sujeitos à pressão de contato.

Assim, sabendo que a pressão de contato é definida na expressão (3.33) e partindo da tradicional abordagem pelo potencial de Boussinesq, conforme apresenta Johnson (1985), pode-se então estabelecer as tensões internas com respeito ao eixo z da seguinte maneira,

$$\frac{\sigma_x}{p_0} = \frac{2b}{e^2 a} (\Omega_x + \nu \Omega'_x), \quad (3.43)$$

$$\frac{\sigma_y}{p_0} = \frac{2b}{e^2 a} (\Omega_y + \nu \Omega'_y), \quad (3.44)$$

$$\frac{\sigma_z}{p_0} = -\frac{b}{e^2 a} \left(\frac{1 - T^2}{T} \right), \quad (3.45)$$

onde,

$$\Omega_x = -\frac{1}{2}(1 - T) + \zeta \{F(\phi, e) - E(\phi, e)\}, \quad (3.46)$$

$$\Omega'_x = 1 - \left(\frac{Ta^2}{b^2} \right) + \zeta \left\{ \left(\frac{a^2}{b^2} \right) E(\phi, e) - F(\phi, e) \right\}, \quad (3.47)$$

$$\Omega_y = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2T} \right) - \left(\frac{Ta^2}{b^2} \right) + \zeta \left\{ \left(\frac{a^2}{b^2} \right) E(\phi, e) - F(\phi, e) \right\}, \quad (3.48)$$

$$\Omega'_y = -1 + T + \zeta \{F(\phi, e) - E(\phi, e)\}, \quad (3.49)$$

$$T = \left(\frac{b^2 + z^2}{a^2 + z^2} \right)^{1/2}, \quad \zeta = \frac{z}{a} = \cot \phi. \quad (3.50)$$

$F(\phi, e)$ e $E(\phi, e)$ são as integrais elípticas incompletas (ou integrais incompletas de Legendre) de primeiro e segundo tipos, respectivamente, conforme Abramowitz e Stegun (1972) e Olver et al. (2010). Ainda, têm-se as equações para as tensões σ_x e σ_y ao longo do

eixo x,

$$\frac{\sigma_x}{p_0} = -2\nu\gamma - (1 - 2\nu)\frac{b}{ae^2} \left\{ \left(1 - \frac{b\gamma}{a}\right) - \frac{x}{ae} \tanh^{-1} \left(\frac{ex}{a + b\gamma} \right) \right\}, \quad (3.51)$$

$$\frac{\sigma_y}{p_0} = -2\nu\gamma - (1 - 2\nu)\frac{b}{ae^2} \left\{ \left(\frac{a\gamma}{b} - 1\right) + \frac{x}{ae} \tanh^{-1} \left(\frac{ex}{a + b\gamma} \right) \right\}, \quad (3.52)$$

e ao longo do eixo y,

$$\frac{\sigma_x}{p_0} = -2\nu\gamma - (1 - 2\nu)\frac{b}{ae^2} \left\{ \left(1 - \frac{b\gamma}{a}\right) - \frac{y}{ae} \tan^{-1} \left(\frac{aey}{b(a\gamma + b)} \right) \right\}, \quad (3.53)$$

$$\frac{\sigma_y}{p_0} = -2\nu\gamma - (1 - 2\nu)\frac{b}{ae^2} \left\{ \left(\frac{a\gamma}{b} - 1\right) + \frac{y}{ae} \tan^{-1} \left(\frac{aey}{b(a\gamma + b)} \right) \right\}, \quad (3.54)$$

onde $\gamma = \{1 - (x/a)^2 - (y/b)^2\}^{1/2}$. Por fim, no centro da região de contato ($x = y = 0$), vem,

$$\frac{\sigma_x}{p_0} = -2\nu - (1 - 2\nu)\frac{b}{a + b}, \quad (3.55)$$

$$\frac{\sigma_y}{p_0} = -2\nu - (1 - 2\nu)\frac{a}{a + b}. \quad (3.56)$$

3.5 Contato sob Escorregamento Parcial

Segundo Hills e Nowell (1994) e Johnson (1985), é válido começar a discussão a respeito do contato sob escorregamento parcial considerando dois corpos unidimensionais e elasticamente similares² submetidos à aplicação de uma carga $Q < \mu P$, como representados na Figura 3.8.

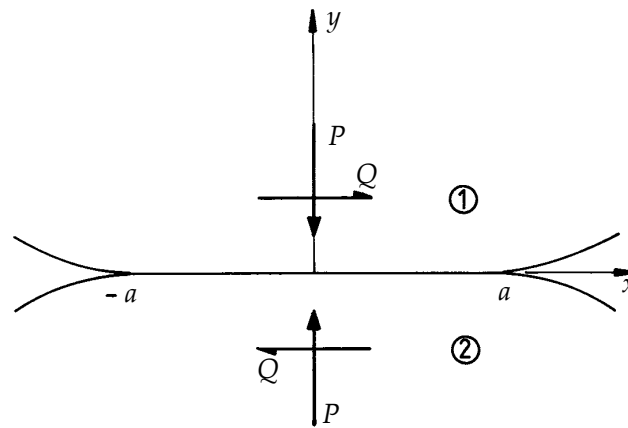


Figura 3.8: Esquema de contato unidimensional entre corpos elasticamente similares sujeitos à forças normais e tangenciais (HILLS et al., 1993).

²Os pares materiais dos sólidos em contato possuem o mesmo módulo de elasticidade, dessa forma, à medida que a pressão de contato se desenvolve, as partículas de ambos os corpos são comprimidas e se deslocam paralelamente às suas superfícies com a mesma taxa de variação, tendo assim movimentação relativa nula e, por conseguinte, nenhuma tensão cisalhante é desenvolvida na interface sem aplicação de uma carga Q .

Conforme visto na seção 3.2, a área de contato contém zonas de adesão e deslizamento, contudo há grandes dificuldades em se determinar a distribuição de tais regiões, já que elas são desconhecidas no início das análises. Assim, considera-se que uma carga cisalhante é aplicada, mas que as zonas de contato ainda permaneçam aderidas umas as outras (pois o coeficiente de atrito é suficientemente alto), dessa forma pode-se obter a tensão cisalhante,

$$q(x) = \frac{C}{\sqrt{a^2 - x^2}}, \quad (3.57)$$

onde C é uma constante. Logo observa-se que quando $x \rightarrow a$, $q(x) \rightarrow \infty$, ao mesmo tempo que $p(x) \rightarrow 0$, de forma que para valores de $x \rightarrow \pm a$ o coeficiente de atrito precisaria ser infinito para garantir a adesão entre as superfícies, ou seja, pode-se esperar que exista uma região de deslizamento nas extremidades do contato, enquanto que o meio permanece em adesão. A Figura 3.9, curva A, mostra essa tendência por meio do surgimento de singularidades quando $x = \pm a$.

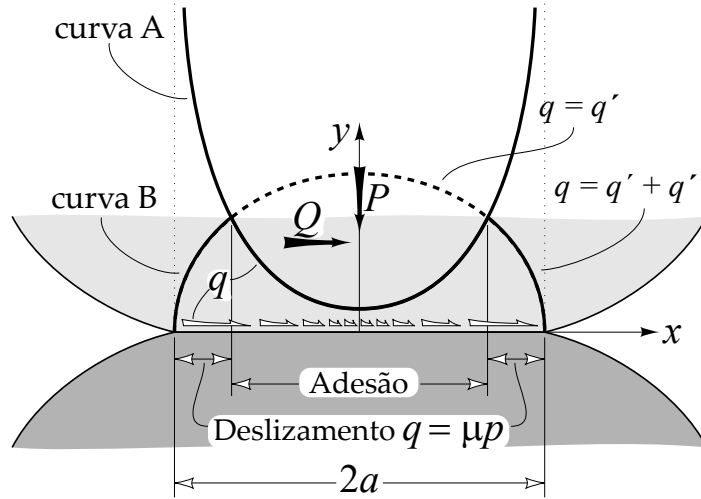


Figura 3.9: Tensões tangenciais devido à aplicação da força $Q < \mu P$ em um contato entre cilindros paralelos (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2000) - modificado.

Considera-se agora que a carga Q seja aumentada até seu limite ($Q = \mu P$), de forma que os corpos quase deslizem entre si, assim as tensões cisalhantes assumem a forma,

$$q(x) = q(x)' = \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}, \quad (3.58)$$

conforme previamente sugerido, é provável que o deslizamento ocorra em duas regiões simétricas ($a \geq |x| > c$) em volta de uma central de adesão ($-c \leq x \leq c$), como esquematizado na Figura 3.9. Dessa forma, é conveniente formular as tensões cisalhantes de uma região em escorregamento parcial como uma perturbação da solução de deslizamento completo, então,

$$q(x) = q(x)' + q(x)'', \quad (3.59)$$

onde a perturbação $q(x)''$ é nula na região de escorregamento ($a \geq |x| > c$). Pode-se definir

agora a forma de $q(x)''$ agindo em $-c \leq x \leq c$ como sendo,

$$q(x)'' = -\mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}, \quad (3.60)$$

e por meio do equilíbrio tangencial pode-se também obter o tamanho de c , isto é,

$$\frac{c}{a} = \sqrt{1 - \left| \frac{Q}{\mu P} \right|}. \quad (3.61)$$

Por fim, torna-se aparente o comportamento físico do sistema. Mantendo P constante, quando Q começa a aumentar, micro-deslizamentos começam imediatamente a aparecer nas extremidades do contato, espalhando-se para o centro da região à medida que Q se aproxima de μP e c de 0, ou seja, a zona de adesão diminui até que o escorregamento seja totalmente estabelecido em $Q = \mu P$, conforme pode ser visto na equação (3.61). A Figura 3.9, curva B, ilustra como a perturbação $q(x)''$ afeta a consideração de total adesão, de maneira que o surgimento das zonas de deslizamento torna-se bastante aparente. Já a Figura 3.10 mostra a distribuição dessas tensões, obtidas para diferentes valores de $Q/\mu P$. Segundo Nowell e Hills (1987), tais resultados foram primeiro encontrados por Cattaneo, em 1938, e independentemente por Mindlin, em 1949, sendo então conhecidos como soluções de Cattaneo-Mindlin.

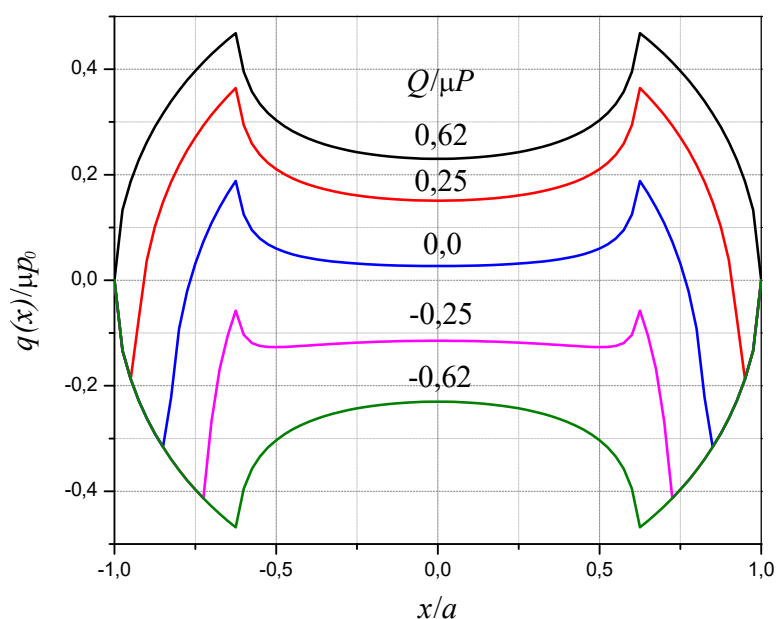


Figura 3.10: Distribuição de tensões cisalhantes durante um carregamento tangencial.

De acordo com Hills et al. (1993) e Hills e Nowell (1994), em problemas de *fretting* a carga tangencial geralmente varia de forma cíclica entre seus limites, contudo o que foi analisado até o momento corresponde ao primeiro quarto de um ciclo de carregamento comum, conforme pode ser visto na Figura 3.11.

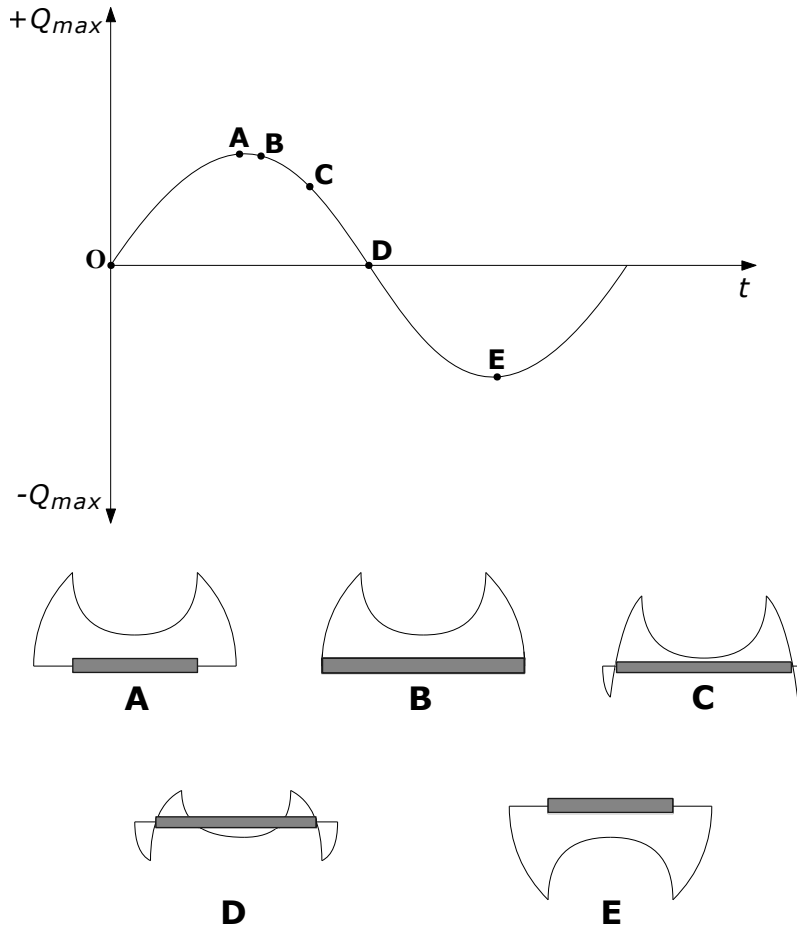


Figura 3.11: Variação cíclica das zonas no interior de uma região de contato (HILLS; NOWELL, 1994) - modificado.

O ponto inicial **O** corresponde ao momento em que os corpos estão submetidos à carga P somente, de forma que toda a região de contato estará em adesão. À medida que Q aumenta, zonas de deslizamento surgirão nas extremidades do contato até que $+Q_{max}$ seja atingido e $q(x)$ adquira a configuração vista em **A**. A partir desse momento a força Q diminuirá, sendo o ponto **B** correspondente ao começo desse processo. Isso significa que a condição (3.6) será violada, já que $q(x)/|q(x)| = \dot{g}_t/|\dot{g}_t|$, ocorrendo assim, de maneira instantânea, o espalhamento da zona de adesão por toda a área do contato. Continuando a redução de Q até o ponto **C**, ocorre um deslizamento reverso pelos mesmos motivos que provocaram o escorregamento inicial. Por isso, uma distribuição de tensões cisalhantes deve ser aplicada sobre a nova zona de adesão ($c' \leq x \leq c$), sendo definida por,

$$q(x)''' = +2\mu p_0 \frac{c'}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c'}\right)^2}, \quad (3.62)$$

onde o fator de 2 aparece, a fim de cancelar os deslocamentos relativos quando a nova zona de adesão surge (ponto **B**) e as tensões de cisalhamento mudam para $2\mu p_0 \sqrt{1 - (x/a)^2}$ ao invés de $\mu p_0 \sqrt{1 - (x/a)^2}$, como acontece no carregamento monotônico. Assim, pode-se obter a tensão de cisalhamento em cada zona de carregamento, conforme Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Componentes de $q(x)$, de acordo com a zona de aplicação, e a carga Q correspondente (HILLS et al., 1993; HILLS; NOWELL, 1994).

$q(x)$	zona de aplicação	carga Q
$\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$	$-a \leq x \leq a$	$\frac{1}{2} \mu p_0 \pi a$
$-\mu p_0 \left(\frac{c}{a}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c}\right)^2}$	$-c < x < c$	$-\frac{1}{2} \mu p_0 \pi c^2 / a$
$-2\mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$	$-a \leq x \leq a$	$-\mu p_0 \pi a$
$2\mu p_0 \left(\frac{c'}{a}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c'}\right)^2}$	$-c' < x < c'$	$\mu p_0 \pi (c')^2 / a$

A tensão cisalhante no ponto x sob análise pode finalmente ser obtida por meio da soma direta dos componentes apresentados no lado esquerdo da Tabela 3.1, isto é,

$$q(x)/\mu p_0 = \begin{cases} -\sqrt{1 - (x/a)^2}, & c' < |x| \leq a \\ -\sqrt{1 - (x/a)^2} + 2(c'/a)\sqrt{1 - (x/c')^2}, & c < |x| \leq c' \\ -\sqrt{1 - (x/a)^2} + 2(c'/a)\sqrt{1 - (x/c')^2} - (c/a)\sqrt{1 - (x/c)^2}, & |x| \leq c \end{cases} \quad (3.63)$$

dessa forma, resta ainda definir o valor de c' , o qual pode ser determinado por meio da imposição do equilíbrio na direção x , usando as expressões mostradas no lado direito da Tabela 3.1, assim,

$$\left(\frac{c'}{a}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2\mu P}(Q_{max} - Q), \quad (3.64)$$

quando a força cisalhante é completamente removida da expressão (3.64), ponto **D**, pode-se simplificar, isto é,

$$\left(\frac{c'}{a}\right)^2 = 1 - \frac{Q_{max}}{2\mu P} = \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 \right]. \quad (3.65)$$

Fica claro que tensões cisalhantes continuam atuando nas superfícies mesmo sem aplicação direta da carga Q , mostrando que a distribuição de tensões é dependente da história de carregamento. Isso significa que, ao contrário da maioria das aplicações em elasticidade, não se pode, necessariamente, usar de superposição para se obter a distribuição de tensões. Por fim, dando prosseguimento a interpretação da Figura 3.11, o ponto **E** corresponde ao instante em que se tem um carregamento reverso completo, ou seja, $Q = -Q_{max}$, de forma que as tensões cisalhantes também seguem a mesma tendência. Para uma abordagem bidimensional (considerando uma região de contato elíptica) e uma completa descrição das tensões internas em qualquer ponto dos corpos quando sujeitos à pressão de contato e à tensões cisalhantes, deve-se referir aos trabalhos de Sackfield e Hills (1983b).

3.6 O Efeito da Carga Remota

Segundo Nowell et al. (2006), uma série marcante de artigos foram publicados por Nishioka e Hirakawa,³ os quais propuseram uma diferente configuração de contato entre sapatas cilíndricas e espécimens planos, como pode ser visto na Figura 3.12(a). Tal geometria tem uma série de vantagens: o alinhamento das sapatas é de menor criticidade e as tensões podem, em princípio, ser preditas pelas soluções de Hertz e Mindlin. Além disso, ocorre o fácil controle das cargas P e Q , bem como da tensão remota de fadiga (ou *bulk*), $\sigma_B(t)$. Contudo, uma das principais dificuldades de implementação dessa configuração se deve ao fato de necessitar de um máquina de teste com dois atuadores distintos – como a utilizada por Mugadu et al. (2002) – mas uma simplificação usada por Hills et al. (1988), por exemplo, os quais implementaram molas nas sapatas, possibilitou o uso de apenas um atuador. Nos trabalhos de Nowell (1988) são fornecidos bastantes detalhes a respeito do aparato experimental.

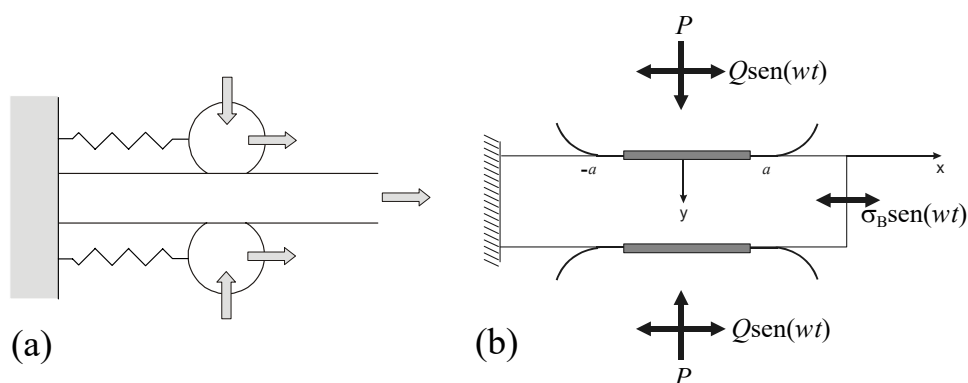


Figura 3.12: (a) Configuração simplificada para testes de fadiga, (b) distribuição das forças aplicadas (NOWELL et al., 2006; ARAÚJO; NOWELL, 2002; ARAÚJO et al., 2008) - modificado.

Para o estudo do fenômeno de *fretting*, fixa-se então uma carga normal P , e aplica-se uma tensão remota em uma extremidade do espécime, provocando o esticamento do mesmo e a conseqüente tendência de deslocamento das sapatas cilíndricas. Contudo, as molas restringem o movimento desses corpos, causando assim uma carga Q na interface de contato, em fase com σ_B . Ainda, considera-se que a rigidez das molas foram configuradas, a fim de permitir somente escorregamento parcial entre as superfícies, ou seja, $Q < \mu P$ (Figura 3.12(b)). Hills e Nowell (1994) salientam que σ_B não é aplicada nas sapatas, mas apenas no espécime, o qual experimenta uma deformação remota correspondente, ausente nas sapatas. Essa divergência nas deformações resulta em diferentes tensões tangenciais

³Os autores publicaram uma série de artigos em 1969, onde projetaram e fabricaram uma bancada de experimentos similar ao esquema apresentado na Figura 3.12(a), mas sem a presença das molas. O objetivo dos pesquisadores era observar vários aspectos do fenômeno de *fretting* em uma placa plana sujeita à flexão alternada, assim, analisaram o efeito da tensão média, o aparecimento de trincas, a pressão de contato, o endurecimento do material, entre outros. Os trabalhos são: Nishioka e Hirakawa (1969a), Nishioka e Hirakawa (1969b), Nishioka e Hirakawa (1969c), Nishioka e Hirakawa (1969d) e Nishioka e Hirakawa (1972).

daquelas existentes sem a presença da carga *bulk*. Tal configuração foi primeiro analisada por Nowell e Hills (1987), onde se pode obter mais detalhes a respeito do problema.

Dessa forma, é bastante improvável que a zona de adesão esteja posicionada no centro da região de contato, e portanto é necessário considerar uma movimentação dessa zona, partindo de $x = e - c$ até $x = e + c$, onde e corresponde ao deslocamento do centro da zona de adesão até o centro do contato. Assim, o equacionamento desse comportamento é bastante similar ao apresentado nas expressões (3.58) e (3.60), mas com a zona de adesão deslocada ($|x - e| < c$), ou seja,

$$q(x) = q(x)' + q(x)'', \quad (3.66)$$

onde $q(x)'$ corresponde ao termo de completa adesão,

$$q(x)' = \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}, \quad (3.67)$$

e $q(x)''$ é a perturbação desse termo devido à presença da tensão *bulk*,

$$q(x)'' = -\mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x - e}{c}\right)^2}, \quad (3.68)$$

sendo nulo nas zonas de deslizamento, isto é,

$$q(x)'' = 0, \quad |x - e| < c, \quad (3.69)$$

e finalmente define-se e como sendo,

$$\frac{e}{a} = \frac{\sigma}{4\mu p_0}. \quad (3.70)$$

Assim, percebe-se que, segundo Nowell e Hills (1987) e Hills e Nowell (1994), o efeito da tensão *bulk* teve a função de deslocar a posição do centro da zona de adesão por um valor e , como mostrado na Figura 3.13. Os autores afirmam ainda que a solução de Mindlin pode ser recuperada caso se faça $\sigma_B = 0$ e ressaltam que a solução proposta acima é apenas válida para $e + c \leq a$, ou seja,

$$\frac{\sigma_B}{\mu p_0} \leq 4 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu P}} \right). \quad (3.71)$$

Caso elevados valores de σ_B sejam utilizados, deslizamento reverso ocorrerá em um lado do contato. A solução numérica para esse caso pode ser encontrada nos trabalhos de Nowell e Hills (1987).

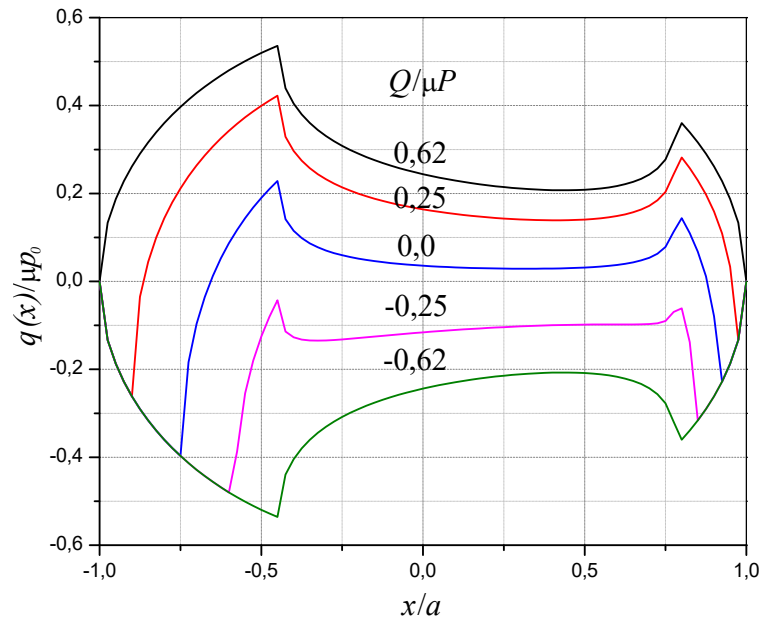


Figura 3.13: Distribuição de tensões cisalhantes em um contato de Mindlin com tensão remota; $\sigma_B/(\mu p_0) = 0,4$.

Capítulo 4

Materiais e Métodos

O presente capítulo apresenta as principais características físicas, químicas e mecânicas do material utilizado nas análises, bem como trata, resumidamente, dos procedimentos experimentais realizados por Diaz et al. (2017). Dessa forma, um dos objetivos do capítulo é mostrar as condições ambientais e de contorno utilizadas no experimento, que serviram de base para a construção da simulação por elementos finitos. Além disso, será discutido ainda o estudo da fadiga de materiais por meio de uma abordagem de tensão, a qual pode ser facilmente implementada quando se trata de um problema de alto ciclo, mesmo com o agravante da presença do fenômeno de *fretting*.

4.1 Detalhes Experimentais

Neste tópico serão apresentados os detalhes experimentais e as características do material abordados neste trabalho. Todos os testes foram realizados por Diaz et al. (2017) no Laboratório de Fadiga da Universidade de Brasília.

4.1.1 Material

Os fios utilizados na experimentação tinham 3,139 mm de diâmetro e foram fabricados com o alumínio 1350-H19, sendo o principal condutor do cabo de alumínio com alma de aço IBIS (CAA 397,5 MCM). O alumínio e suas ligas são designados por um número de 4 dígitos, geralmente seguidos pela identificação do tratamento térmico por meio de uma letra e um ou dois dígitos, tudo após um hífen. O material Al 1350 é um dos mais utilizados em condutores elétricos e tem um mínimo de 99,50% de alumínio puro em sua composição, sendo esse valor identificado por meio dos números 1X50, onde o 1XXX corresponde ao valor mínimo de 99,00% de pureza do alumínio e o XX50 ao adicional 0,50%. Devido ao alto grau de pureza, esse Al não é considerado uma liga e tem uma condutividade elétrica igual a 61% (também encontrado com 62%) em relação a um fio de cobre de mesmo diâmetro.

Além disso, o dígito X3XX refere-se a organização de sua composição química, a qual segue apresentada na Tabela 4.1. Já o sufixo H19 refere-se ao tratamento aplicado à esse material, onde o H significa que o Al foi endurecido e os dígitos X19 correspondem ao modo como isso foi feito, ou seja, o numeral X1X indica que o material foi endurecido a frio, sem passar por nenhum tratamento a quente, enquanto que o XX9 refere-se à um endurecimento extra para aplicações específicas. Por fim, esse alumínio apresenta uma alta resistência a corrosão, boa formabilidade, boa soldabilidade e boa resposta à anodização. As principais propriedades físicas e mecânicas seguem apresentadas na Tabela 4.2. (KIRKPATRICK, 1989; BENEDYK, 2009; ASTM B230/B230M, 1999; KALOMBO et al., 2015).

Tabela 4.1: Composição química do Al 1350-H19 (KALOMBO et al., 2015).

<i>Material</i>	<i>Al</i>	<i>B</i>	<i>Cr</i>	<i>Cu</i>	<i>Ga</i>	<i>Fe</i>	<i>Mn</i>	<i>Mg</i>	<i>Si</i>	<i>V+Ti</i>	<i>Zn</i>	<i>Cada</i>	<i>Total</i>
Al 1350-H19	≥99,5	≤0,05	≤0,01	≤0,05	≤0,03	≤0,4	≤0,01	—	≤0,1	≥0,02	≤0,05	≤0,03	≤0,1

Tabela 4.2: Propriedades físicas e mecânicas do Al 1350-H19 (KALOMBO et al., 2015; BENEDYK, 2009; FADEL, 2010; KAUFMAN, 2008).

<i>Propriedade</i>	<i>Unidade</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>
Coefficiente de Poisson	-	ν	0,33
Dureza Brinell	-	HB	50
Módulo de Elasticidade	GPa	E	68,9
Limite de Resistência a Tração	MPa	σ_u	186
Limite de Escoamento	MPa	σ_y	165
Resistência à Fadiga	MPa	σ'_e	48,3
Resistência ao Cisalhamento	MPa	σ_{cis}	103

4.1.2 Máquina de ensaio de fios

Segundo Diaz et al. (2017), com o objetivo de reproduzir as condições reais de operação, o dispositivo de ensaio foi inspirado na geometria primeiramente proposta por Nishioka e Hirakawa (1969c) e posteriormente utilizada por diversos pesquisadores no estudo do *fretting*, tais como Hills e Nowell (1994). Entretanto, objetivando um maior controle das cargas aplicadas e dos deslocamentos produzidos, o dispositivo foi composto por dois módulos, tal como aparece em Mugadu et al. (2002) e Hills e Mugadu (2002).

Assim, o primeiro módulo consiste em uma máquina servo hidráulica de ensaios MTS 322.21, com diversas modificações que possibilitaram um grande controle das cargas cisalhante, $Q(t)$, e remota de fadiga, $B(t)$. Já o segundo foi projetado especialmente para essa aplicação, sendo seu modelo teórico e computacional apresentados na Figura 4.1(a). Tal módulo serviu para controlar a aplicação da carga P , onde as cunhas (na cor laranja na Figura 4.1(a)), que representam os corpos em contato, foram funcionalmente substituídos por fios do condutor, tendo as sapatas fixas às mesas deslizantes e o corpo de prova aos

atuadores hidráulicos da MTS por meio de garras especiais. Além disso, o dispositivo opera verticalmente, sendo bastante compacto e evitando forças peso na montagem do contato. Detalhes da região de contato, bem como o aparato experimental em funcionamento, podem ser vistos nas Figuras 4.1(b) e 4.1(c), respectivamente.

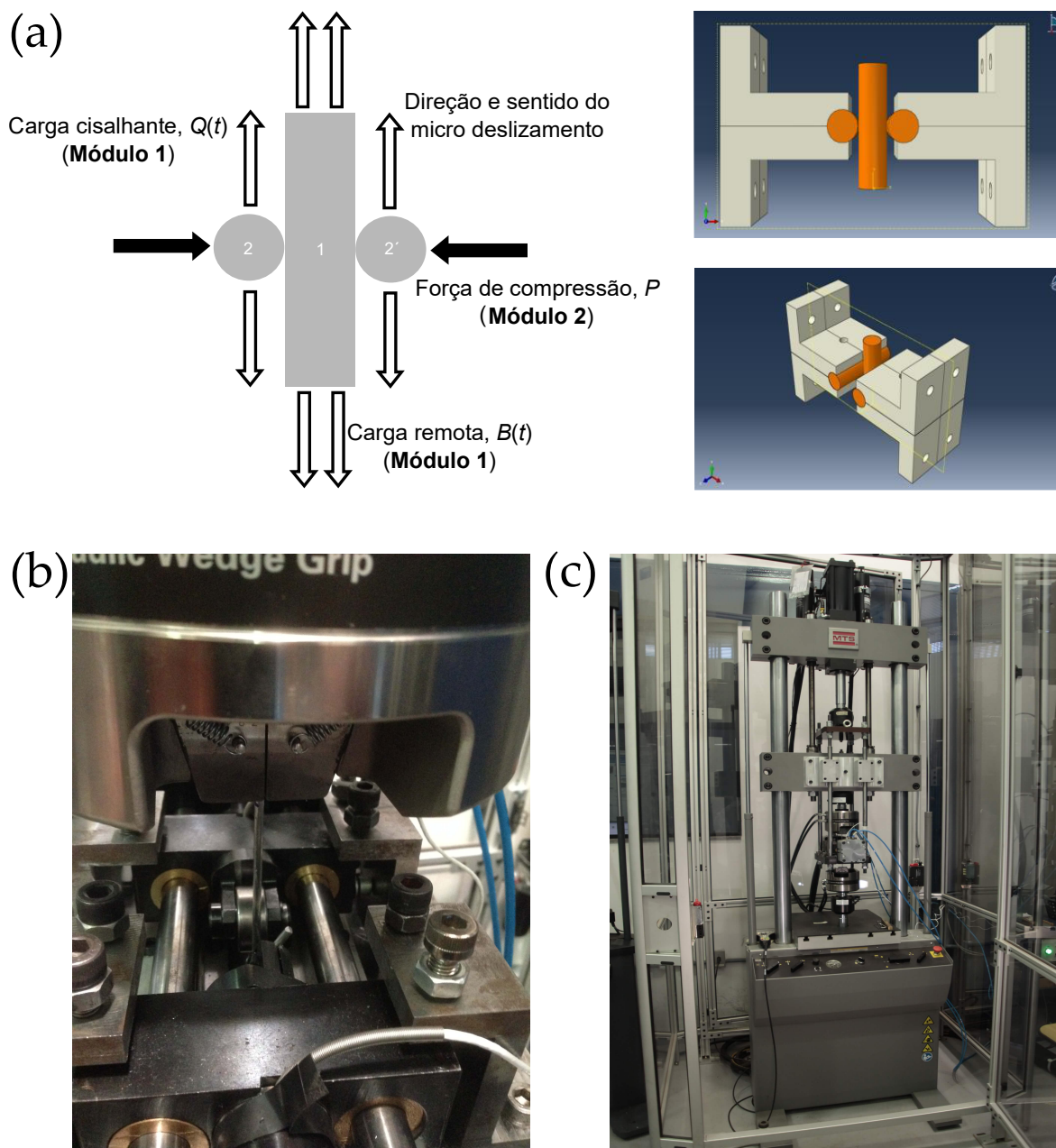


Figura 4.1: Aparato Experimental - (a) esquema conceitual do 2º módulo, (b) região do contato entre os fios, (c) máquina de ensaio de fios (DIAZ et al., 2017) - modificado.

Dessa forma, variou-se a carga P entre os valores de 250 N, 500 N e 1000 N e, para cada uma dessas forças, variou-se também a carga B , baseando-se nos valores de σ_{max} , conforme apresentados na Tab. 4.3. Os testes foram realizados com uma configuração de cilindros cruzados e defasados de 29° , um R de 0,1, indicando uma condição de tração-tração, além de uma gama de ciclos que variou entre 5×10^4 e 5×10^6 , bem como uma frequência de oscilação entre 10 e 30 Hz. A umidade relativa e a temperatura foram mantidas constantes

ao longo de todo o processo. Nenhum controle foi exercido sobre a carga Q nos estudos experimentais aqui referidos. Na tabela 4.3 pode-se ainda ver as cargas remota média (B_m) e alternada (B_a), geradas pela aplicação da força B , ou seja, $B = B_m + B_a \text{ sen}(2\pi t f)$. Por fim, é interessante destacar que B_a está em fase com Q , devido a configuração do dispositivo.

Tabela 4.3: Cargas aplicadas no corpo de prova.

σ_{max} (MPa)	B_m (N)	B_a (N)
80	340,5063	278,5961
90	383,0696	313,4206
100	425,6329	348,2451
110	468,1962	383,0696
120	510,7595	417,8941
130	553,3228	452,7186

4.2 Metodologia Numérica

A metodologia numérica teve por objetivo efetuar a previsão da vida em fadiga sob condições de *fretting* do fio de alumínio 1350-H19, quando submetido ao contato com outro corpo elasticamente similar ao primeiro, além de geometricamente idêntico. Essas análises investigam a interação fio-fio que ocorre no interior do cabo condutor IBIS (CAA 397,5 MCM) quando em operação, e buscam contribuir para o desenvolvimento de soluções efetivas para o problema de *fretting* em tais elementos. O uso dos softwares ABAQUS/CAE, para a simulação do contato entre os corpos utilizando o método dos elementos finitos, e MATLAB[®], para a construção de rotinas numéricas, foi de fundamental importância na construção da metodologia, que segue resumida na Figura 4.2. Além disso, pode-se ver, nos apêndices, o *script* construído na linguagem Python[™] que dá origem ao pré e pós processamento da simulação aqui descrita.

Ademais, a metodologia proposta na presente pesquisa foi inspirada nos procedimentos utilizados por cientistas que trabalharam com cabos de aço, principalmente nos artigos de Raoof (1990) e Hobbs e Raoof (1996), os quais tinham por objetivo obter a vida em fadiga desses elementos sob condições de *fretting*, utilizando uma abordagem baseada em tensão. Esses mesmos autores ainda criaram métodos analíticos, a fim de calcular os dados de entrada essenciais para a utilização na previsão de vida, fato que facilitou bastante o estudo da fadiga nesses sistemas. Neste trabalho, porém, várias mudanças foram feitas em relação aos estudos citados, tais como a utilização do método dos elementos finitos no cálculo dos *inputs* para o estudo da fadiga – inspirado nas pesquisas de Wokem (2015), Cruzado et al. (2012) e Cruzado et al. (2014) – e a utilização de fios de alumínio em todas as análises, apesar de mantidos os mesmos objetivos.

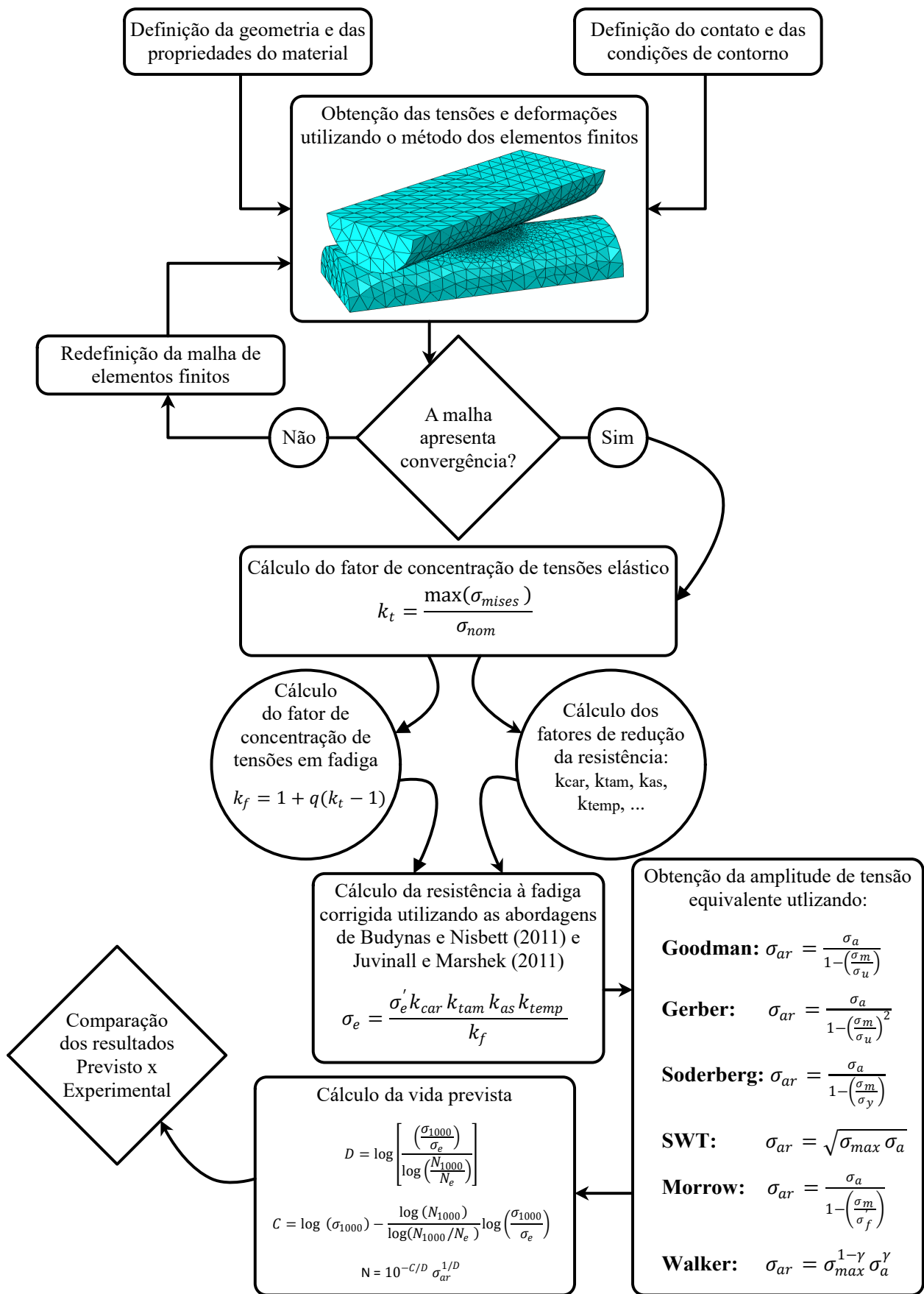


Figura 4.2: Metodologia numérica resumida.

4.2.1 Panorama do uso de elementos finitos em problemas de contato

A parte do código de elementos finitos que objetiva o tratamento de problemas de contato consiste nos seguintes passos: Detecção e discretização do contato, incorporação de elementos no problema geral não linear e, por fim, a resolução do problema. Mais informações podem ser encontradas nos trabalhos de Yastrebov (2011) e Yastrebov (2013), bem como em Bathe (1996), Hughes (1987) e Fish e Belytschko (2007).

4.2.1.1 Discretização e detecção do contato

Segundo Yastrebov (2011), é na discretização do contato que se determinam as estruturas dos elementos, bem como o modo que eles transferem esforços de uma superfície para outra, sendo também essencial na detecção do contato. Assim, três tipos de discretização podem ser distinguidos: nó-a-nó (NTN), nó-a-superfície (NTS) e superfície-a-superfície (STS), os quais podem ser vistos, esquematicamente, na Figura 4.3.

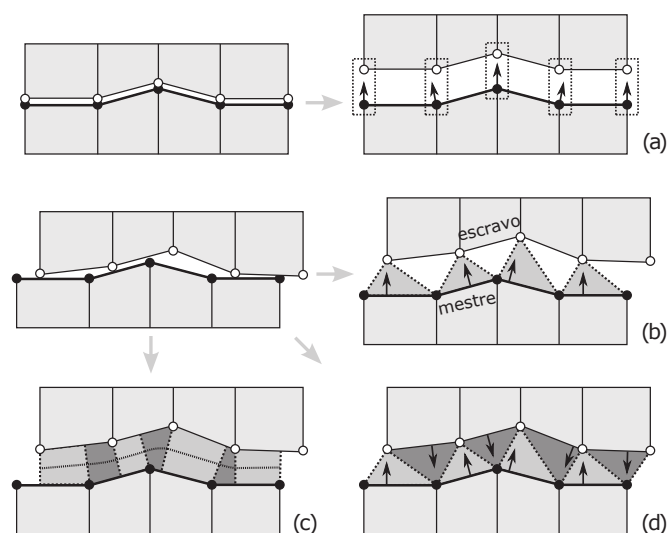


Figura 4.3: Diferentes modos de discretização do contato: (a) nó-a-nó, (b) nó-a-superfície, (c) superfície-a-superfície (YASTREBOV, 2013) - modificado.

O mais simples e antigo dos três modos de discretização é o nó-a-nó (Figura 4.3(a)), o qual passa no teste da marca de contato (*contact patch test*), proposto por Taylor e Papadopoulos (1991) (Figura 4.4(a)), de forma que a pressão transferida entre as superfícies é considerada corretamente. Entretanto, apresenta restrições na geração de malhas, além de permitir somente pequenas deformações e deslocamentos.

Já o nó-a-superfície (Figura 4.3(b)) é uma técnica de discretização multipropósito, válida para malhas não conformes, bem como para grandes deformações e deslizamentos. Contudo, o NTS é instável e não transfere a pressão de contato corretamente entre os corpos, ou seja, não passa no teste da marca de contato (Figura 4.4(b)). Apesar das desvantagens, essa técnica é bastante simples de implementar e muito comum nos programas de elementos finitos

utilizados comercialmente. Por fim, a discretização superfície-a-superfície (Figura 4.3(c)), proposta por Simo et al. (1985), é estável, passa no testes da marca de contato para malhas não conformes e evita penetrações espúrias, mas possui implementação extremamente complexa, apesar de ser também comumente difundida nos softwares de elementos finitos.

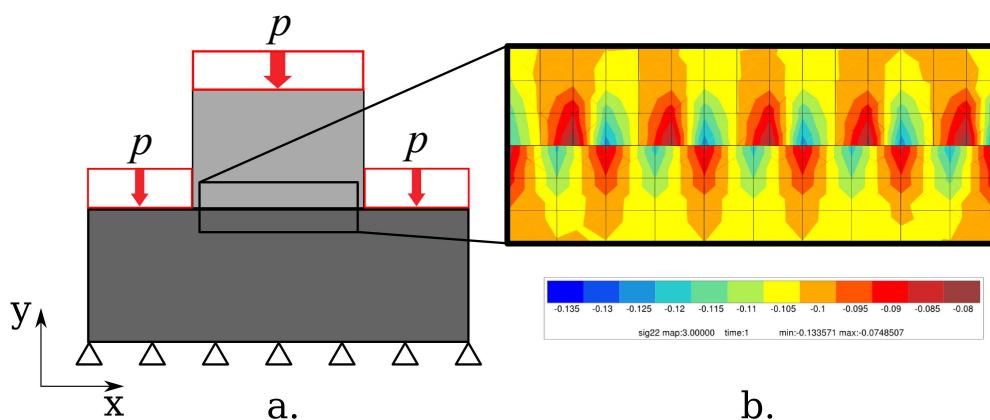


Figura 4.4: (a) Esquema experimental para realização do teste da marca de contato, (b) distribuição não uniforme da pressão de contato como ocorre no NTS (TAYLOR; PAPADOPOULOS, 1991; YASTREBOV, 2011).

A detecção do contato é fortemente dependente da discretização. Assim, para o caso NTN a detecção consiste simplesmente em estabelecer pares de nós em ambas as superfícies e, como essa discretização se limita a pequenas deformações e escorregamentos, uma vez criados, jamais serão alterados. Analisando o NTN, os nós da superfície escrava precisam se corresponder com o ponto mais próximo da superfície mestre, sendo um procedimento mais complicado que o anterior. A discretização STS requer uma detecção baseada na topologia das superfícies, sendo, conforme citado anteriormente, bastante complexa e demandante.

Rastreamento do contato

O ABAQUS/Standard fornece duas formas de efetuar o rastreamento da movimentação relativa de duas superfícies em simulações de contato mecânico, conforme apresenta ABAQUS 6.12 (2012b). Assim, conhece-se como abordagem geral o rastreamento por deslocamentos finitos (*finite sliding tracking approach*), a qual permite separação relativa dos corpos, bem como deslizamento e rotação. Tal conectividade é ativada no pré-processamento, mas sofre mudanças a medida que a simulação avança no tempo, ou seja, é recalculada a cada iteração, aumentando, assim, o custo computacional. Já a segunda forma é conhecida como rastreamento por pequenos deslocamentos (*small sliding tracking approach*) e, como o próprio nome sugere, essa abordagem assume que ocorrerá somente pequenos deslocamentos relativos entre as superfícies e, por isso, fixa os grupos de nós envolvidos no contato ao decorrer de todo o processamento. Por fim, tal abordagem é recomendada somente quando essa aproximação é razoável, provocando redução do custo computacional e aumento da robustez da simulação.

Escolhendo superfícies mestres e escravas

Ainda segundo ABAQUS 6.12 (2012b), é de grande importância definir corretamente as superfícies mestre e escrava, a fim de se obter resultados corretos de tensões, deformações e pressões de contato. Assim, sabe-se que ambas as superfícies em contato não podem ser rígidas, de forma que a escrava precisa, necessariamente, ser deformável. Caso ambas sejam deformáveis é comum que a de menor tamanho seja a escrava. Se tal distinção não puder ser feita, deve-se escolher, como mestre, a superfície atribuída ao material mais rígido ou a malha mais grosseira, caso tenham a mesma rigidez. Essas atribuições são particularmente importantes caso o modo de discretização nó-a-superfície seja escolhido, mas também devem ser considerados na superfície-a-superfície.

4.2.1.2 Resolução do contato

Conforme apresentado na seção 3.3, a formulação de um problema de contato resulta em uma inequação variacional sujeita a restrições geométricas que podem ser descritas por meio de termos adicionais, ou seja, dependem do método de otimização: multiplicador de Lagrange, penalidade ou *Augmented Lagrange*. Tais operadores transformam as inequações referentes às restrições (tais como a equação (3.13)) em equações não restritas (tais como as expressões (3.18), (3.19) e (3.22)) ou parcialmente restritas, as quais podem ser tratadas como problemas de mínimo não linear, sendo então resolvidos por meio de sistemas lineares e métodos para o tratamento das não linearidades, frequentemente presentes nos softwares de simulação por elementos finitos.

Dessa forma, de maneira mais geral, no método do multiplicador de Lagrange as condições de contato são satisfeitas com exatidão, por meio da introdução de termos extras denominados multiplicadores de Lagrange. Assim, o problema de mínimo torna-se um problema de ponto de sela¹ não restrito, necessitando de procedimentos iterativos para convergir ao resultado, como também adicionando graus de liberdade na equação de restrição, fato que aumenta o esforço computacional. O método da penalidade é mais simples de implementar, além de ser facilmente explicado fisicamente, contudo obtém soluções exatas somente no caso do parâmetro penalizador tender ao infinito, fato que resulta em problemas computacionais.

O método *Augmented Lagrange* é a combinação do dois anteriores, ou seja, é o método de Lagrange regulado por parâmetros de penalidade. Assim, apresenta uma solução exata para a equação de restrição, com parâmetros de penalidade finitos, mas também possui problemas de ponto de sela associados. Por fim, o autor deixa claro que o método *Augmented Lagrange* é a melhor opção dentre os apresentados, já que traz consigo vantagens das duas outras abordagens, bem como possui praticamente o mesmo custo computacional que o

¹O ponto de sela pode ser entendido como o ponto crítico de uma função, ou o ponto que possui um plano tangente horizontal, mas que não é um extremo, de forma que a função não apresenta solução nesses pontos. Além disso, esse tipo de situação também é comumente referida como problemas de máximos e mínimos. Para mais informações a respeito desse assunto pode-se consultar Hughes (1987) e Pascanu et al. (2014).

método do multiplicador de Lagrange. A representação geral do método da penalidade segue apresentada na Figura 4.5, onde dois corpos quaisquer interpenetram-se, mas são restringidos por molas de rigidez ϵ , representando o termo penalizador. Já a Figura 4.6 ilustra o problema de ponto de sela, característicos dos métodos do multiplicador de Lagrange e do *Augmented Lagrange*.

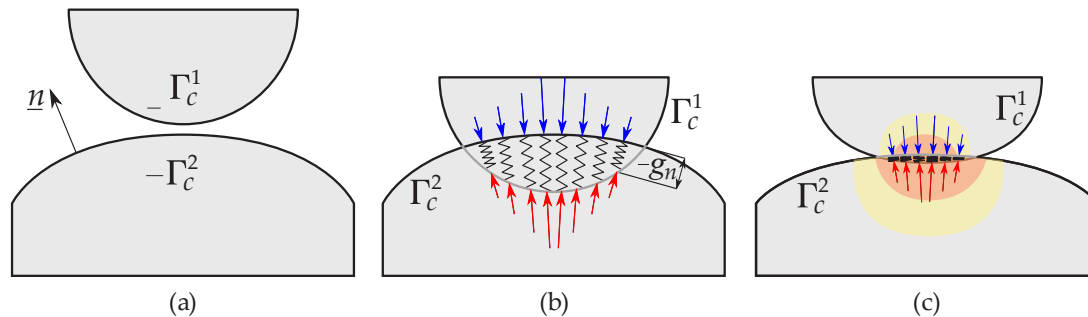


Figura 4.5: Representação geral do método da penalidade: (a) configuração não deformada, (b) configuração depois da penetração g_n , a qual resulta em uma pressão de contato mostrada por setas vermelhas na superfície mestre e setas azuis na superfície escrava, (c) condição final, após a carga de penetração e a pressão de contato entrarem em equilíbrio. (YASTREBOV, 2013; YASTREBOV, 2011) - modificado.

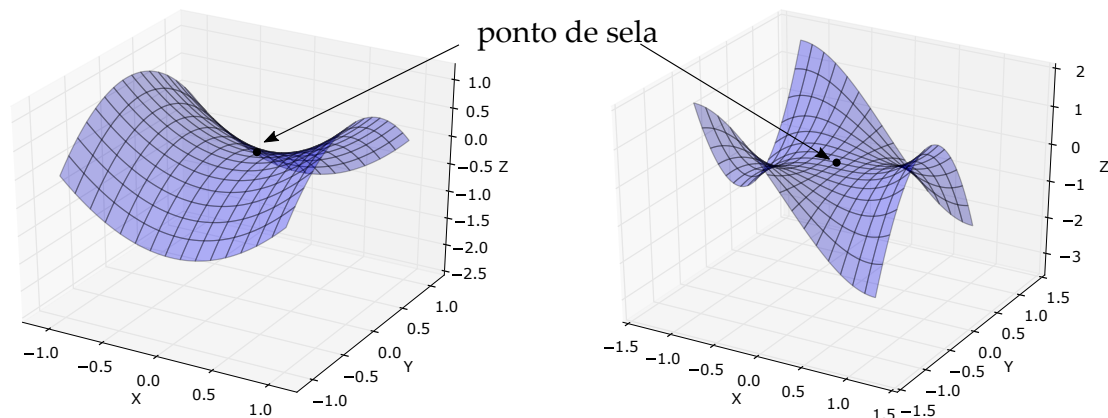


Figura 4.6: Exemplos de problemas de ponto de sela (PASCANU et al., 2014) - modificado.

4.2.1.3 Caracterização e escolha dos elementos finitos

De acordo com ABAQUS 6.11 (2011), existem cinco aspectos de um elemento que caracterizam seu comportamento, sendo eles: família, graus de liberdade, número de nós, formulação e integração. Esta seção aborda tais características brevemente, detalhando apenas alguns tipos específicos de elementos, os quais foram utilizados na simulação tratada neste trabalho.

Família e graus de liberdade

Existem diversas famílias de elementos que podem ser utilizadas no ABAQUS, sendo a principal diferença entre elas, o tipo de geometria que cada uma assume, como pode ser visto na Figura 4.7. Já os graus de liberdade são as variáveis fundamentais do cálculo durante o processamento. Para simulações de tensão/deformação esses graus são apenas de translação, enquanto que para elementos do tipo casca e viga consideram-se também rotações.

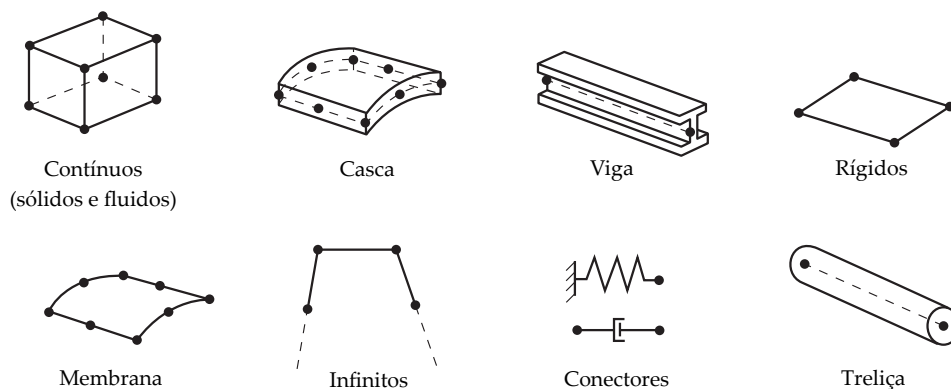


Figura 4.7: Classificação de elementos quanto às suas geometrias (ABAQUS 6.11, 2011) - modificado.

Número de nós, formulação e integração

O número de nós é de grande importância quando se define um elemento, pois são neles que os graus de liberdade são calculados, de forma que suas demais características são obtidas por meio de interpolação. Assim, a ordem de interpolação é geralmente definida por meio da quantidade de nós que existe na lateral do elemento. Na Figura 4.8 pode-se ver três tipos diferentes de elementos, sendo o do item (a) um elemento hexaédrico linear (C3D8), o qual apresenta nós somente em seus cantos e por isso utiliza interpolação linear, ou de primeira ordem, em cada direção. Já no item (b) mostra-se um elemento hexaédrico quadrático (C3D20), já que apresenta nós também nos centros de seus lados, ou seja, realiza interpolação quadrática, ou de segunda ordem. Por fim, em (c) segue um elemento tetraédrico quadrático modificado (C3D10M) que utiliza integração modificada de segunda ordem.

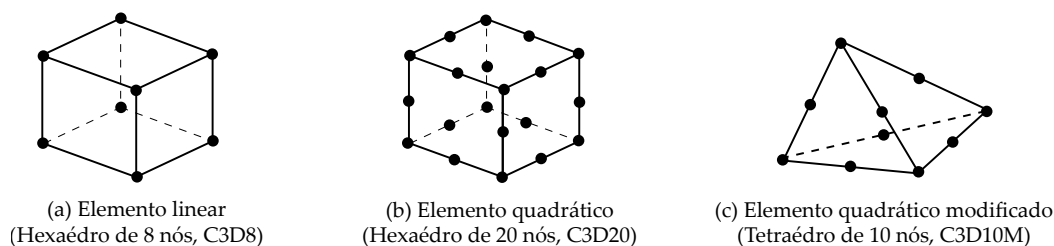


Figura 4.8: Classificação de elementos quanto aos seus números de nós e interpolação (ABAQUS 6.11, 2011) - modificado.

Quanto à formulação dos elementos, pode-se entender tal aspecto como a teoria matemática que define seus comportamentos. Assim, a mais comumente utilizada é a descrição de Lagrange, ou formulação material, a qual traduz o comportamento do elemento como deformável juntamente com o material. Já na descrição Euleriana alternativa, ou espacial, os elementos são fixados no espaço, enquanto o material flui através deles, sendo bastante utilizada em problemas de mecânica dos fluidos. Por fim, sabe-se ainda que o ABAQUS usa técnicas numéricas para integrar várias quantidades sobre o volume de cada elemento e, assim, avaliar suas resposta em cada um desses pontos de integração. Para isso utiliza-se, na maioria das vezes, a quadratura de Gauss, a qual, em alguns elementos contínuos, pode ser feita de maneira completa ou reduzida.

Elementos contínuos

Elementos contínuos (ou elementos de tensão/deformação) serão aqui discutidos com mais detalhes, devido ao seu intenso uso na simulação criada nesta pesquisa. Dessa forma, ainda segundo ABAQUS 6.11 (2011), sabe-se que esse tipo de elemento é usado em modelos lineares ou não-lineares, podendo envolver contato, plasticidade e grandes deformações, além de aceitar análises estáticas e quasi-estáticas, dinâmicas implícitas, explícitas, entre outras. Ademais, é o elemento padrão do ABAQUS, contando ainda com a possibilidade de sofrer integração completa e reduzida, em uma, duas ou três dimensões, e com formas de triângulos, tetraedros, quadrados e hexaedros.

Além disso, elementos contínuos de primeira ordem possuem proteção contra “travamento” de malha (*mesh “locking”*), que ocorre quando a resposta do material é aproximadamente incompressível, sendo assim indicados no uso com problemas de contato complexo, impacto ou distorções severas. O fenômeno do travamento segue exemplificado na Figura 4.9, onde os nós **B**, **C** e **D** são impedidos de se movimentar devido à suas condições de contorno, mas o nó **A** segue livre tanto na vertical, item (a), como na horizontal, item (b). Já no item (c), devido à união dos dois elementos (I e II), o nó **A** segue também impedido de movimentar-se, ou seja, travado.

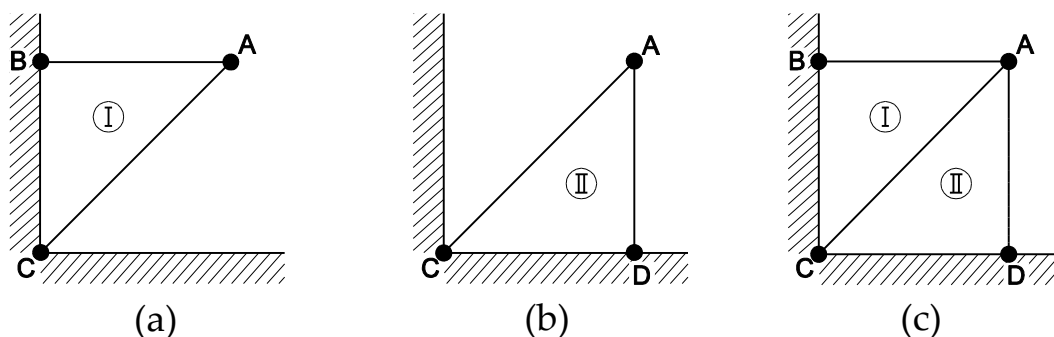


Figura 4.9: Exemplo básico de travamento de malha (HUGHES, 1987; NUNES FILHO, 2016).

Sabe-se ainda que, a integração reduzida pode ser utilizada em conjunto com elementos de primeira ordem para executar o cálculo da matriz de resistência do material, contribuindo para a redução do custo computacional. Entretanto, nesse procedimento pode-se produzir um efeito colateral denominado *hourglassing*, ou seja, sabendo que tais elementos possuem apenas um ponto de integração, é possível que a distorção sofrida por eles tenha resultante nula nesse ponto, introduzindo assim modos espúrios de pressão e deformação no referido elemento. Segundo Nunes Filho (2016) e ABAQUS 6.11 (2011), no Abaqus, elementos de primeira ordem e integração reduzida possuem, por padrão, controle desse efeito por meio da adição de rigidez artificial ou de viscoelasticidade artificial, bem como devido a um maior refino da malha de elementos finitos.

Por fim, ABAQUS 6.11 (2011) também recomenda o uso de elementos tetraédricos modificados em problemas de contato, juntamente com a relação de contato normal “duro”. Entretanto, tais elementos requerem um maior custo computacional, bem como um maior grau de refinamento em relação aos hexaédricos.

4.2.2 Modelagem do problema de contato utilizando MEF

O estudo teve por objetivo realizar a simulação do contato entre dois fios de alumínio 1350-H19 utilizando o método dos elementos finitos, por intermédio do software ABAQUS/CAE. Tal procedimento baseou-se inteiramente na configuração experimental adotada por Diaz et al. (2017), e segue descrita, em detalhes, neste tópico. Vale salientar ainda que a simulação foi construída na horizontal, ou seja, defasada de 90° em relação a montagem experimental, mas mantidas todas as características utilizadas no momento da experimentação. Assim, três partes foram construídas com o intuito de representar os fios em contato, onde duas delas partiram de semicírculos com 3,139 mm de diâmetro que, posteriormente, sofreram extrusão, resultando em 8 mm de comprimento. Além disso, esses corpos foram particionados em +1 mm e -1 mm com relação ao plano xy, e em -0.1 mm (parte 1: CP) e +0.1 mm (parte 2: sapata) com relação ao plano xz, sendo a origem localizada no centro de suas superfícies circulares. Esse procedimento foi realizado, a fim de se retirar, por meio de corte extrudado, a região que englobasse a zona de contato. Por fim, construiu-se a terceira parte (acoplamento) com as exatas medidas da região recém retirada dos corpos, para que, futuramente, a malha pudesse ser refinada localmente. Tal procedimento baseou-se diretamente no adotado por Cruzado et al. (2014). A Figura 4.10 mostra as partes construídas e suas respectivas partições. É interessante notar que no acoplamento também existem partições em 0 e -0,08 mm, com relação aos planos yz e xz, respectivamente, as quais são necessárias para garantir que a malha de elementos finitos seja devidamente estruturada em todo o corpo.

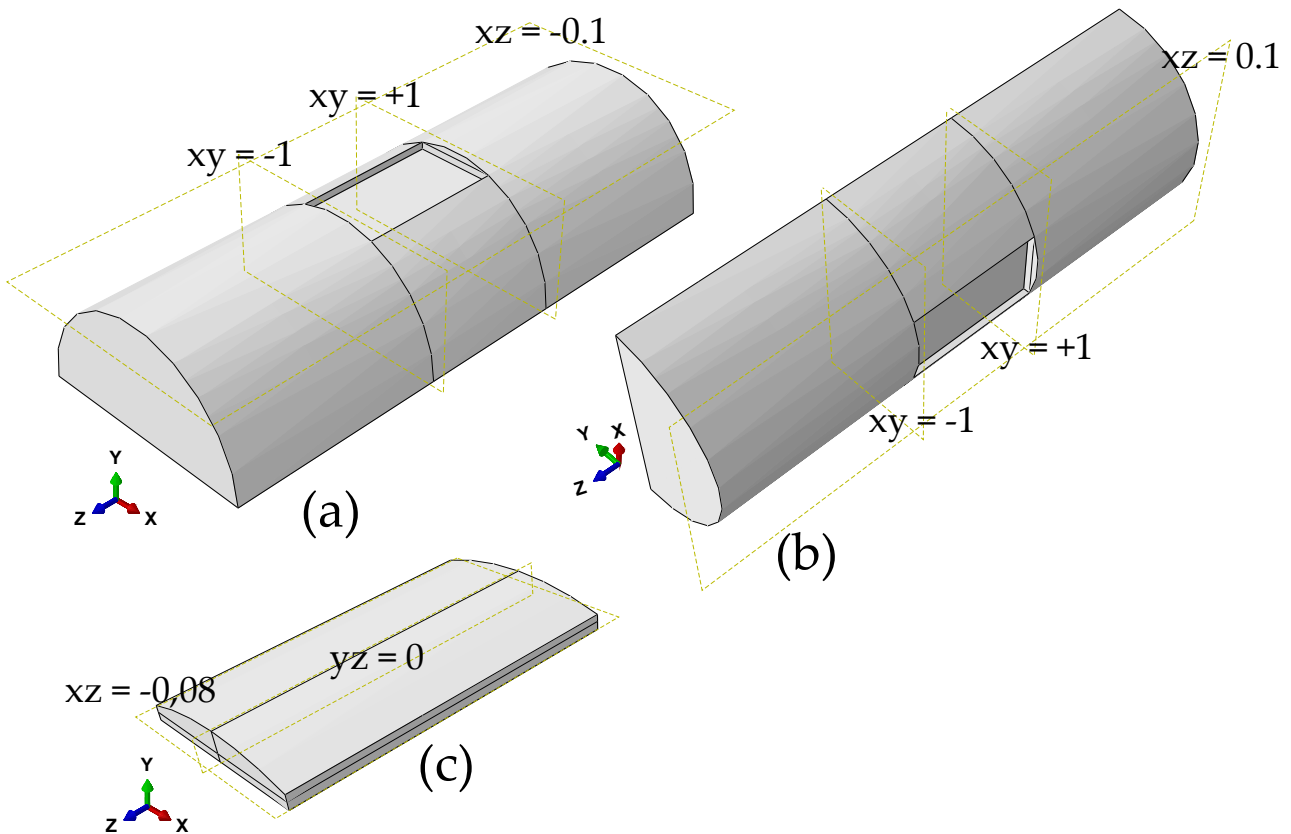


Figura 4.10: Partes construídas no ABAQUS: (a) CP, (b) sapata, (c) acoplamento.

No momento da montagem as instâncias foram organizadas de tal forma que a sapata ficou sobre o CP, com uma defasagem de 29° , a fim de representar a configuração adotada nos estudos experimentais. Além disso, duas instâncias de acoplamento foram criadas e atribuídas às partes “vazias” do CP e da sapata, utilizando um limitante do tipo *tie*. Essa configuração segue apresentada na Figura 4.11. O material utilizado foi o mesmo para os três corpos, sendo suas características anteriormente apresentadas na Tabela 4.2.

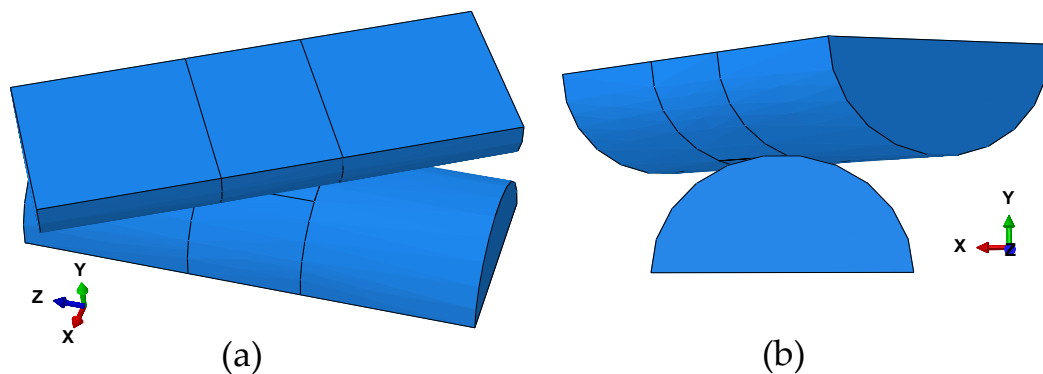


Figura 4.11: Montagem das instâncias: (a) vista isométrica, (b) vista lateral direita.

Continuando, foram criados quatro passos do tipo estático generalizado, sendo referentes à aplicação da carga B_m , ao deslocamento responsável pela inicialização do contato (identação), e à implementação das cargas P e B_a , respectivamente. Todos os passos

tiveram períodos de 1 segundo e incrementos automáticos padrão, exceto pelo último, referente a carga remota de fadiga, que teve incrementos fixos de 0,025 segundo, fato que gerou 40 iterações. De acordo com ABAQUS 6.12 (2012b) e ABAQUS 6.12 (2012a), o ABAQUS/Standard consegue distinguir dois tipos de interações, sendo elas de equilíbrio – na qual a solução varia suavemente – ou de descontinuidade severa (SDI), onde ocorrem mudanças abruptas na matriz de rigidez. A forma mais comum de ocorrer uma SDI envolve tanto o estabelecimento do contato como o de regiões de fricção (deslizamento e adesão). Por padrão, o ABAQUS continuará iterando até que as descontinuidades sejam suficientemente pequenas a ponto de se estabelecer o equilíbrio, dentro das tolerâncias impostas pelo software. Contudo, pode-se adotar uma abordagem alternativa de maneira que não ocorram descontinuidades severas, ou que as mesmas sejam significativamente reduzidas. Assim, o passo de identificação funciona como essa alternativa, pois associa-se a ele um deslocamento mínimo, somente para garantir que os corpos entrem em contato, evitando um aumento desnecessário do número de iterações, e conseqüentemente, o aumento do custo computacional envolvido. Além disso, reduz problemas comuns tais como a ocorrência de vibrações espúrias (*chattering*) e a inacurácia da solução ao analisar a pressão de contato.

Visando agora definir a interação entre os cilindros, o algoritmo de contato superfície-a-superfície foi utilizado e a formulação de deslocamento finito foi implementada como um método de reforço. Tais decisões foram tomadas baseando-se nas vantagens dessas abordagens, conforme discutidas na subseção 4.2.1.1, e na facilidade que o ABAQUS proporciona ao trazê-los já implementados em seu sistema. Além disso, ao utilizar esse algoritmo, necessita-se escolher uma superfície para ser a mestre e outra para ser a escrava, regendo assim o comportamento do contato. Essa escolha, entretanto, envolve uma série de análises importantes, citadas rapidamente na subseção 4.2.1.1. Contudo, como a malha de elementos finitos dessa simulação foi pensada para ser a mesma em ambos os corpos e como são de mesmo tamanho, deve-se buscar outras maneiras de definir a mestre e a escrava. Dessa forma, baseou-se na simulação realizada por Cruzado et al. (2012), que escolheram a superfície superior como escrava e a inferior como mestre, a fim de evitar problemas de convergência em pequenos tamanhos de malha.

O Multiplicador de Lagrange foi o algoritmo atribuído ao comportamento tangencial do contato, garantindo que as regiões de adesão e escorregamento fossem corretamente obtidas. Essa resolução segue bastante discutida nas subseções 3.3.1, para um problema unidimensional, e 4.2.1.2, para um problema geral, e foi aqui escolhida devido às suas vantagens e à facilidade de escolha no ABAQUS, o qual não trás o método *Augmented Lagrange* como opção de escolha nessa etapa. Já para o comportamento normal, foram mantidas todas as formulações padrão, as quais utilizam o método da penalidade. Tal decisão ocorreu com base na escolha anterior ter sido pelo algoritmo superfície-a-superfície como modo de discretização, fato que já garante uma grande redução da interpenetração entre os corpos. Assim, tendo esse problema já solucionado, buscou-se reduzir o custo computacional da simulação por meio da adoção desse método. O coeficiente de atrito implementado em

ambos os comportamentos foi 0,6, com direcionalidade isotrópica, conforme recomendado por Nunes Filho (2016).

As condições de contorno e os carregamentos concentrados foram aplicados em pontos de referência (RP) que, por meio de um acoplamento cinemático, foram atrelados às faces livres dos corpos, controlando, assim, todos os graus de liberdade dessas superfícies. Isso possibilitou a delimitação dos movimentos dos cilindros em contato, de forma que a sapata pôde movimentar-se somente na vertical e o CP na horizontal. Em relação às cargas, utilizou-se as mesmas já apresentadas na Tabela 4.3, com a diferença de que as forças aplicadas na horizontal, no momento da experimentação, foram agora implementadas na vertical e vice-versa. Todas essas condições seguem representadas na Figura 4.12, onde se pode ver as restrições impostas pelos pontos de referência, as condições de contorno limitantes do movimento e as cargas aplicadas. Vale ressaltar também que à carga B_a foi atribuída uma amplitude, Amp , conforme representada pela série de Fourier (4.1), sendo uma expressão complementar da já apresentada na equação (2.5).

$$Amp = A_0 + \sum_{n=1}^N [A_n \cos nw(t - t_0) + B_n \sin nw(t - t_0)], \text{ para } t \geq t_0. \quad (4.1)$$

Em tal expressão A_0 e A_n são ambos 0, enquanto que w , n , B_n receberam os valores de 2π , 1 e B_a , respectivamente, representando assim uma curva senoidal de amplitude B_a e período 1 s (ABAQUS 6.12, 2012b).

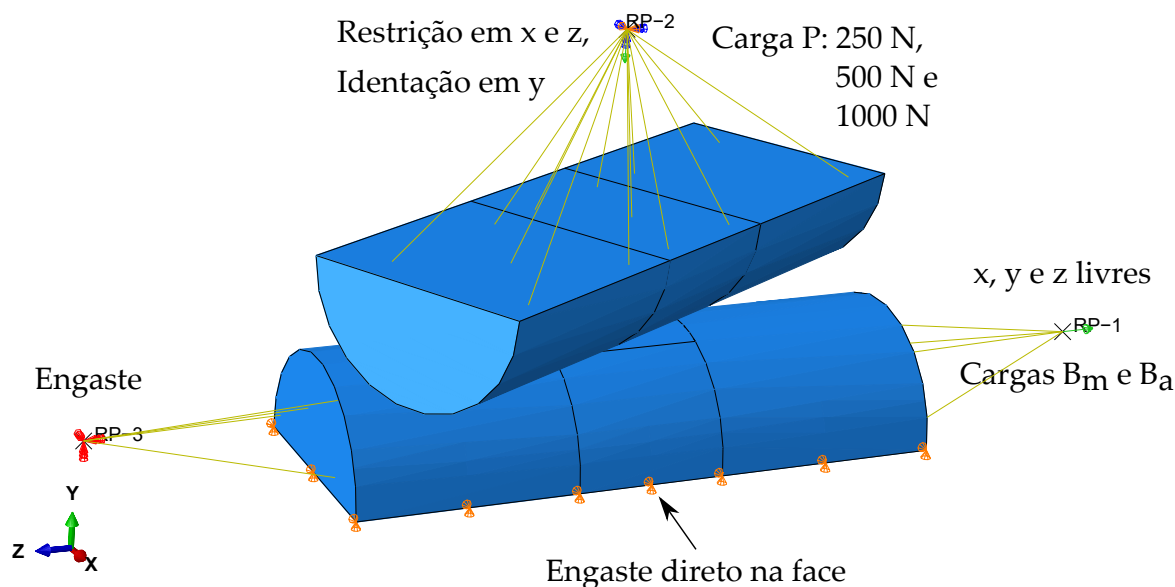


Figura 4.12: Condições de contorno impostas à simulação.

A malha foi construída com o objetivo de concentrar elementos menores na zona de contato e maiores longe dela, tendo portanto um maior refinamento na região de interesse. Esse procedimento foi inspirado em Cruzado et al. (2012) e Cruzado et al. (2014), e realizado de forma que todas as região similares apresentassem o mesmo grau de refinamento. Assim,

diminuiu-se o custo computacional, mas sem deixar de lado a exatidão na resposta da variação da pressão de contato, bem como das tensões e deformações associadas. A Figura 4.13 apresenta a montagem completa do modelo de elementos finitos e suas respectivas regiões de interesse, já com a malha completamente definida em todas as instâncias. Além disso, as malhas presentes na região “vazia” de um dos corpos (CP ou sapata) e na instância “acoplável” seguem evidenciadas na Figura 4.14. Informações referentes à escolha dos elementos finitos, bem como os valores de pressão, tensão e deformação obtidos serão tratados mais a frente, no capítulo 5.

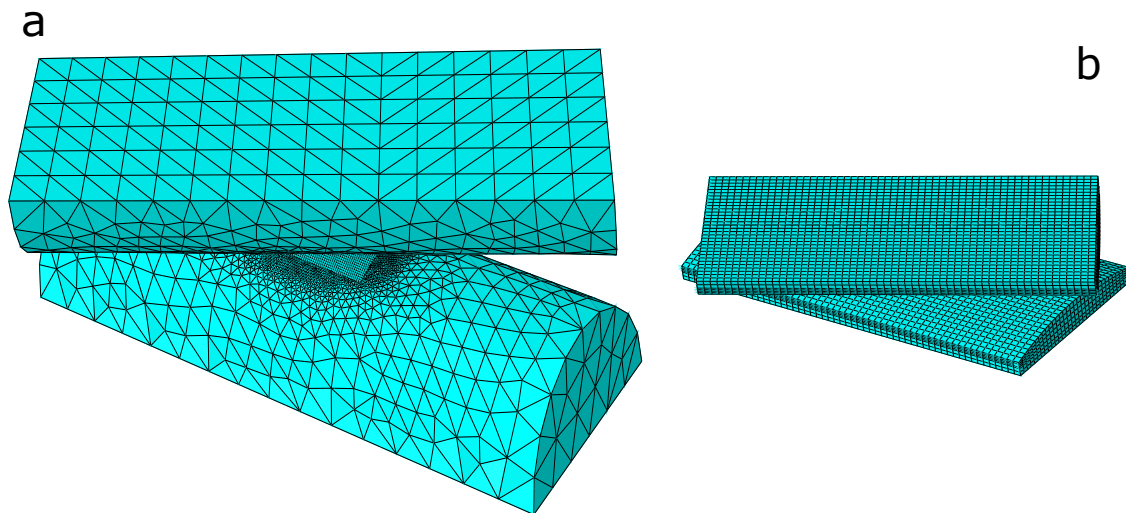


Figura 4.13: Detalhes da malha de elementos finitos: (a) montagem completa, (b) regiões de maior interesse.

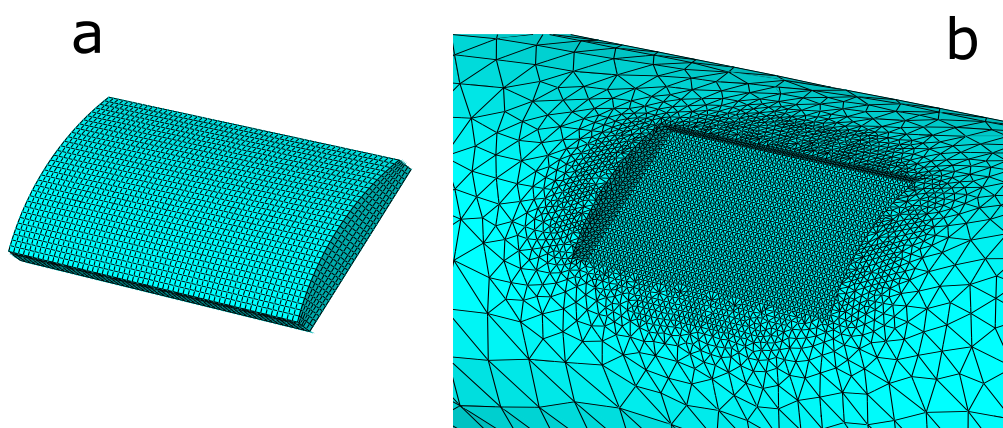


Figura 4.14: Detalhes das partes de um fio: (a) região “acoplável”, (b) região “vazia”.

4.2.3 Procedimentos analíticos

Para garantir que a simulação estava de acordo com as soluções amplamente difundidas de Hertz e para assegurar que o tamanho do elemento finito foi adequadamente escolhido, um *script* foi feito com alguns procedimentos de conferência. Primeiramente, utilizou-se as equações (3.30) e (3.31), em conjunto com o método numérico de Newton-Raphson, para se encontrar os valores de A e B . Logo após, necessitou-se encontrar também o argumento, e . Para isso, adotou-se a aproximação da elipticidade, k , conforme apresentada na equação (3.41), sendo então aplicada no cálculo das integrais de Legendre. Com isso, a equação (3.39) foi prontamente modificada, conforme (4.2), e introduzida em um *loop* até que o erro obtido entre k_n e k_{n+1} fosse de 10^{-10} .

$$k = \sqrt{\frac{E(e)}{K(e) + \frac{B}{A}(K(e) - E(e))}}. \quad (4.2)$$

Posteriormente, e de posse do valor final de k , modificou-se a expressão (3.40), conforme (4.3), a fim de se encontrar a e, por meio de (3.37), b .

$$a^3 = \frac{3PR_e}{E^*\pi e^2} \left\{ \left[\frac{1}{k^2} E(e) - K(e) \right] \cdot [K(e) - E(e)] \right\}^{1/2}. \quad (4.3)$$

Ainda, utilizou-se (3.35) e (3.33) para se obter as pressões máxima e média, bem como a variação de pressão ao longo do plano de contato, obtendo assim a solução de Hertz com os dados do problema de contato sob análise. Tais dados serviram como suporte para a escolha do elemento finito adotado nas demais análises, em conjunto com o estudo das tensões de von Mises obtidas na simulação de vários elementos distintos. Por fim, verificou-se ainda as tensões σ_x , σ_y e σ_z obtidas ao longo do eixo z , conforme apresentadas nas equações de (3.43) até (3.50), para o elemento escolhido, a fim de garantir sua acurácia. Os resultados dessa metodologia seguem apresentados no capítulo 5.

Tomadas as decisões a respeito da malha de elementos finitos e garantidos os valores de tensão e deformação, seguiu-se com a metodologia para a análise de fadiga, levando em conta o fenômeno do *fretting*. Por isso, construiu-se um *script* baseado na abordagem utilizada por Hobbs e Raoof (1996), Raoof (1990), e atualmente por Wokem (2015), onde tais autores consideraram o *fretting* na vida em fadiga uniaxial de cabos de aço utilizando uma fórmula específica do fator de concentração de tensões elástico, k_t , e, posteriormente, do fator de concentração de tensões em fadiga, k_f . Entretanto, neste trabalho, o procedimento foi aplicado a um fio de alumínio 1350-H19. Na equação (4.4) pode-se ver o cálculo do k_t , onde $max(\sigma_{mises})$ corresponde à máxima tensão de von Mises obtida nas proximidades do contato e σ_{nom} à tensão nominal (matematicamente definida por $\sigma_{nom} = E \varepsilon_{axial}$).

$$k_t = \frac{max(\sigma_{mises})}{\sigma_{nom}}. \quad (4.4)$$

Em seguida, seguiu-se para o cálculo da resistência à fadiga corrigida, σ_e , por meio da expressão (2.11), utilizando as abordagens de Juvinall e Marshek (2011) e Budynas e Nisbett (2011), conforme apresentadas na Tabela 2.1. Contudo, o cálculo do fator de acabamento superficial foi realizado por intermédio da Figura 2.10, baseando-se na análise da rugosidade da superfície de um fio típico. Continuando, foi necessário obter o k_f para que assim pudesse ser contada a fadiga no cálculo da resistência corrigida. Dessa forma, utilizou-se a abordagem de Neuber para se encontrar o fator de sensibilidade ao entalhe, q , conforme equação (2.14a), o qual foi posteriormente aplicado em (2.13), resultando no k_f . É importante salientar que a constante de Neuber, $\sqrt{\rho}$, para esse alumínio foi obtida por Kalombo et al. (2015), tendo um valor de 1,517, enquanto que o raio do entalhe, r , foi estimado a partir de dados experimentais, onde considerou-se que o volume da marca elíptica gerada no contato experimental seria igual ao volume de uma semiesfera, obtendo-se assim um r estimado para cada uma das cargas normais aplicadas. Dessa forma, o k_f foi implementado na equação da resistência corrigida (2.11), a fim de contar a influência da fadiga, ou seja,

$$\sigma_e = \sigma'_e k_{car} k_{tam} k_{as} k_{temp} k_b, \quad (4.5)$$

onde $k_b = 1/k_f$, conforme adotado por Knapp e Chiu (1988).

Procedimento similar foi realizado também para $N_f = 1000$ ciclos, onde se obteve a sensibilidade ao entalhe em 1000 ciclos, q_{1000} (equação (2.17) e Figura 2.11) e o fator de concentração de tensões em fadiga para 1000 ciclos, k'_f . Por fim, contou-se o fenômeno da fadiga fazendo $\sigma_{10^3} = \sigma_{1000}/k'_f$. Essas considerações seguiram o modelo de Heywood, o qual foi discutido na subseção 2.5.3 e tem aplicação ilustrada na Figura 2.12(a), linha tracejada.

Para contar o efeito da carga média ao longo da vida do fio utilizou-se os modelos de Gerber, Goodman modificado, Soderberg, Morrow, Smith-Watson-Topper e Walker, os quais seguem representados nas expressões de (2.18) até (2.23). Além disso, para o modelo de Walker, como não há dados experimentais suficientes para calcular com exatidão o fator exponencial, γ , foi utilizada a aproximação proposta por Dowling et al. (2009), os quais consideram $\gamma = 0,65$ para alumínios de baixa resistência. Finalmente, utilizou-se modificações das equações (2.10) para a obtenção da vida em fadiga, baseada em tensão, conforme trazidas por Wokem (2015), isto é,

$$D = \frac{\log\left(\frac{\sigma_{10^3}}{\sigma_e}\right)}{\log\left(\frac{N_{1000}}{N_e}\right)},$$

$$C = \log(\sigma_{10^3}) - \frac{\log(N_{1000})}{\log(N_{1000}/N_e)} \log\left(\frac{\sigma_{10^3}}{\sigma_e}\right), \quad (4.6)$$

$$N_f = 10^{-C/D} \sigma_{ar}^{1/D}.$$

onde N_{1000} e N_e são respectivamente iguais a 1000 e 5×10^8 ciclos, e, segundo Kaufman (2008), o valor de σ_{1000} é 210 MPa para o Al 1350-H19. Todos os *scripts* citados nesta subseção foram elaborados na linguagem Matlab[®] e também seguem reproduzidos nos apêndices.

Capítulo 5

Resultados e Discussão

Este capítulo descreve os resultados obtidos com a aplicação da metodologia tanto para o processo referente ao método dos elementos finitos, quanto para o estudo da vida em fadiga sob condições de *fretting*. Discussões detalhadas com respeito à análise de convergência de malha, tais como os testes analíticos utilizados para garantir a adoção de um elemento finito adequado, são aqui apresentadas. As dimensões e formas da marca de contato, para três magnitudes de carga normal, bem como as máximas tensões de von Mises e deformação axiais médias obtidas são apresentadas e discutidas. Por fim, são propostas estimativas do raio do entalhe, além da comparação de várias curvas S-N e diagramas vida-vida obtidos numericamente com resultados experimentais.

5.1 Resultados da Simulação

Para se decidir sobre o refino da malha de elementos finitos na região do contato efetuou-se uma análise de convergência, onde foram observadas as máximas tensões de von Mises e a variação da pressão de contato para vários elementos distintos, conforme mostram as Figuras 5.1 e 5.2, respectivamente. Percebeu-se que para elementos com tamanhos de 60 μm , 40 μm , 35 μm e 30 μm , ao se analisar as tensões de von Mises, ocorreu convergência em torno de 2250 MPa, já que se torna claro o aparecimento de um patamar de estabilização em torno desses valores. Voltando-se agora para a Figura 5.2, percebe-se que os dados de 35 μm aproximam-se da curva teórica idealizada por Hertz, assim como fazem os de tamanho 30 μm e 20 μm . Contudo, utilizando elementos de 30 μm tem-se um custo computacional por volta de 3 vezes maior ($\approx 6,5$ horas), e de 20 μm em torno de 7 vezes maior (≈ 16 horas) se comparados com o de 35 μm ($\approx 2,3$ horas)¹. A Tabela 5.1 apresenta todos os tamanhos observados, bem como o número de nós e a quantidade de elementos, as máximas tensões de von mises e pressões de contato, todas estudadas sob as mesmas condições.

¹Os resultados do custo computacional (em horas) foram estimados utilizando um computador padrão Intel® Core™ i5-337U CPU @ 1,80GHz, 1801 MHz, 2 núcleos, 4 processadores lógicos, 6,00 GB de memória RAM e placa de vídeo NVIDIA GeForce GT 720M com 2 GB de memória.

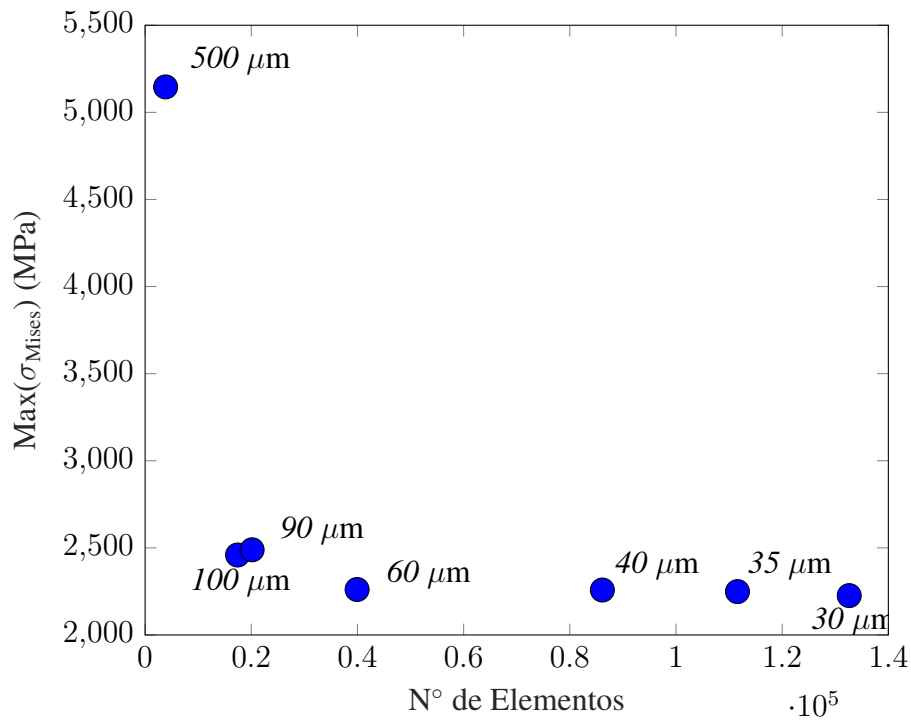


Figura 5.1: Estudo de convergência: Tensão de von Mises.

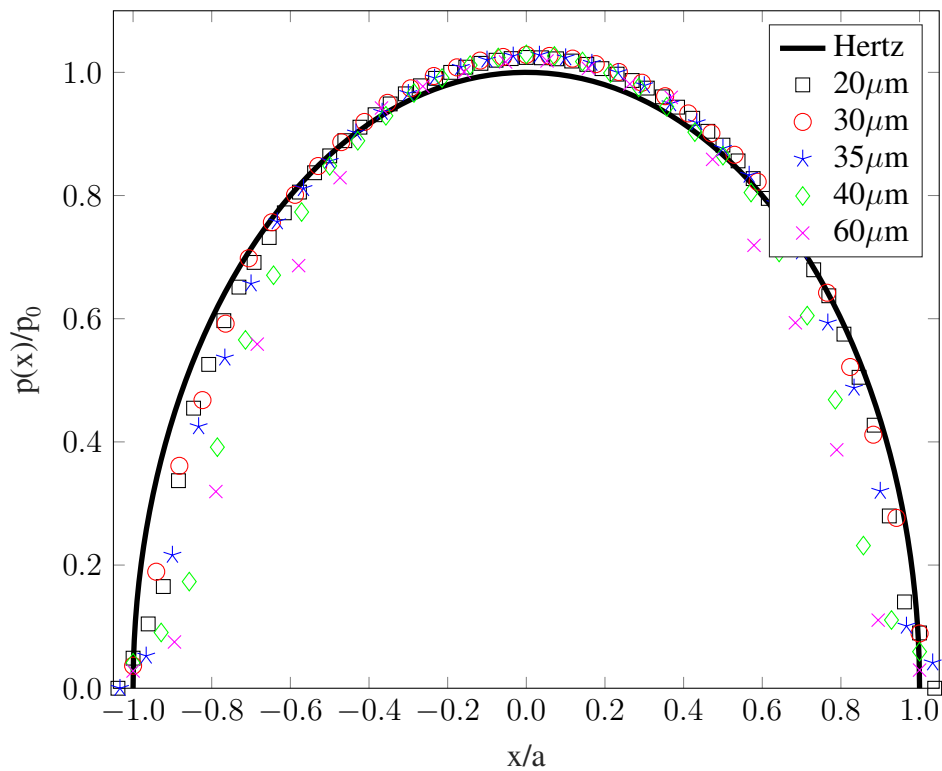


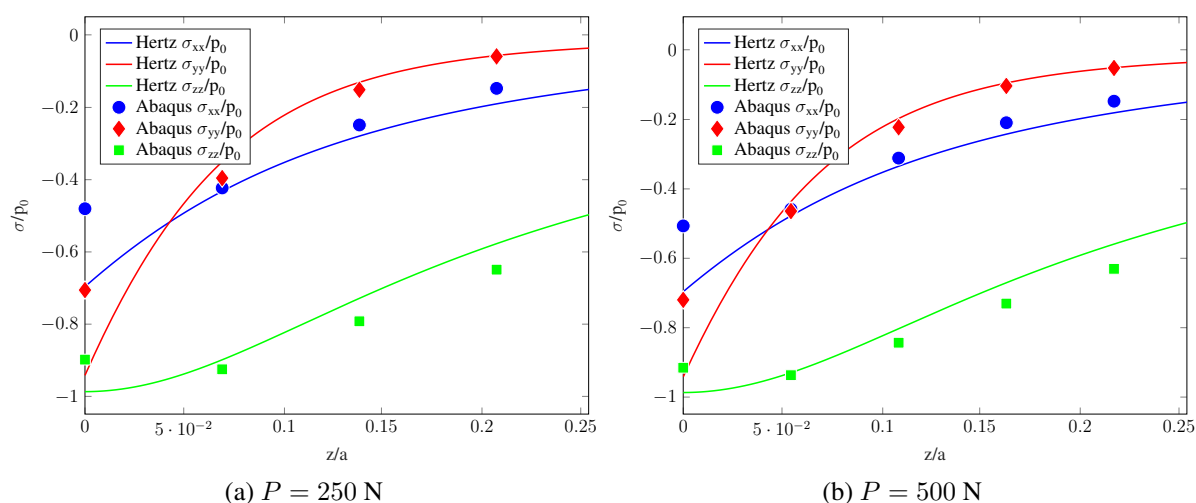
Figura 5.2: Estudo de convergência: Pressão de contato normalizada.

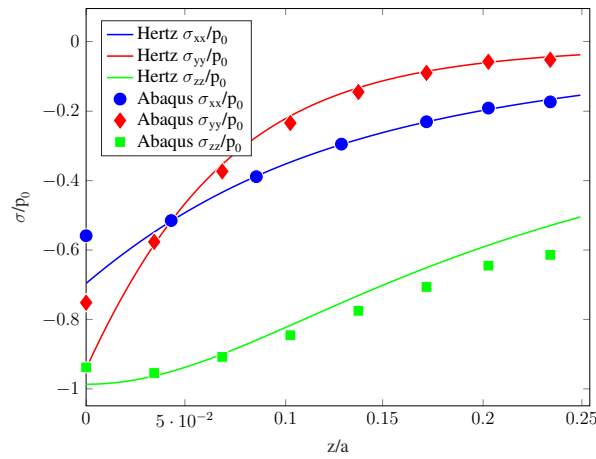
Tabela 5.1: Dados de convergência de malha.

Tamanho (μm)	Nº Nós	Nº Elementos	σ_{mises} (MPa)	p_0 (MPa)
500	1072	3857	5146	1876
100	5432	17413	2459	3702
90	6693	20158	2489	3703
60	13163	39931	2261	3657
40	33332	86132	2258	3696
35	46075	111580	2249	3694
30	59747	132628	2226	3704

Com base nisso, escolheu-se, para compor a região de contato (instância: Acoplamento), elementos hexaédricos tridimensionais contínuos de primeira ordem (8 nós) e integração completa (nomenclatura ABAQUS: C3D8). Tais decisões foram tomadas com o objetivo de se evitar problemas de “travamento” de malha e *hourglassing*, os quais foram abordados na subseção 4.2.1.3. Além disso, concluiu-se que o tamanho de $35\mu\text{m}$ seria adequado para ser utilizado nessa região, mas que análises de tensões ainda precisavam ser feitas para conferir o comportamento do material ao longo da profundidade do contato. Por fim, elementos tetraédricos tridimensionais contínuos de primeira ordem (4 nós), integração reduzida (nomenclatura ABAQUS: C3D4) e tamanho variável de $35\mu\text{m}$ (nas bordas das regiões de contato) à $500\mu\text{m}$ (longe das regiões de contato) foram adotados para constituir as demais regiões dos sólidos em contato, visando a diminuição do custo computacional.

Com a escolha da malha de elementos finitos, realizou-se também uma análise de tensões ao longo da profundidade do CP, com o ponto inicial na superfície, e considerando cargas normais aplicadas de 250 N, 500 N e 1000 N, conforme mostrados respectivamente na Figura 5.3, itens (a), (b) e (c). Percebe-se que os dados de tensão provenientes do modelo de MEF são correspondentes com as curvas advindas da abordagem analítica de Hertz, trazida por Johnson (1985), apresentando desvios consideráveis apenas nos pontos superficiais ($z/a = 0$), provavelmente por causa de interpenetrações espúrias, já que adotou-se o método da penalidade como algoritmo de formulação.





(c) $P = 1000 \text{ N}$

Figura 5.3: Análise de tensões em profundidade.

Além disso, nas Tabelas de 5.2 a 5.4, comparam-se os tamanhos dos semieixos das marcas de contato, a e b , e a máxima pressão, p_0 , obtidas na simulação (MEF), com os seus correspondentes adquiridos na abordagem analítica (Hertz), obtendo assim erros relativos, em sua maioria, menores do que 10%. Ainda, nas Figuras 5.4, 5.5 e 5.6, pode-se ver típicas marcas de contato entre os dois fios simulados, sujeitos às cargas $P = 250 \text{ N}$, $P = 500 \text{ N}$ e $P = 1000 \text{ N}$, bem como as linhas representativas dos semieixos a e b . Ademais, vale a pena notar que quanto menor a carga normal aplicada no conjunto fio-fio, maiores os erros relativos para a e b , representando uma queda de resolução da marca de contato (conforme Figuras 5.4, 5.5 e 5.6).

Tabela 5.2: Comparação entres os dados analíticos e numéricos: força normal de 250 N.

P = 250 N	<i>Hertz</i>	<i>MEF</i>	<i>Erro (%)</i>
a (mm)	0,5891	0,5279	10,39
b (mm)	0,0916	0,1104	20,63
p_0 (MPa)	2213,4	2269,0	2,51

Tabela 5.3: Comparação entres os dados analíticos e numéricos: força normal de 500 N.

P = 500 N	<i>Hertz</i>	<i>MEF</i>	<i>Erro (%)</i>
a (mm)	0,7422	0,6725	9,39
b (mm)	0,1154	0,1276	10,62
p_0 (MPa)	2788,6	2899,0	3,96

Tabela 5.4: Comparação entres os dados analíticos e numéricos: força normal de 1000 N.

P = 1000 N	<i>Hertz</i>	<i>MEF</i>	<i>Erro (%)</i>
a (mm)	0,9351	0,8510	8,99
b (mm)	0,1453	0,1577	8,48
p_0 (MPa)	3513,5	3694	5,14

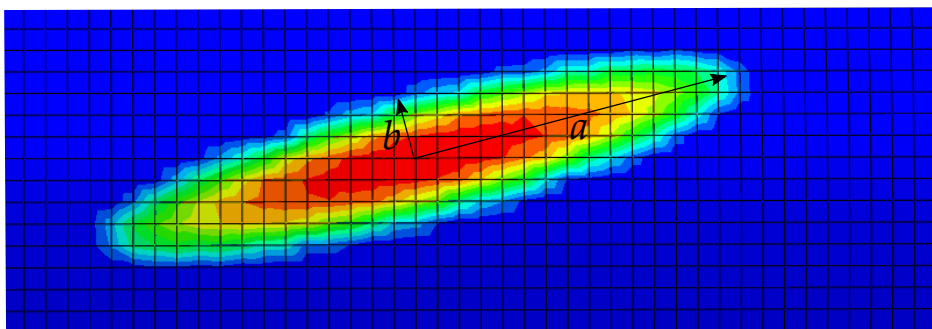


Figura 5.4: Marca do contato para $P = 250$ N

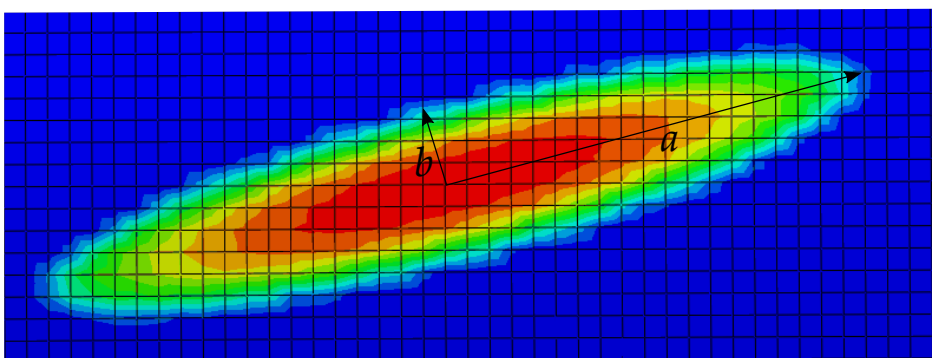


Figura 5.5: Marca do contato para $P = 500$ N

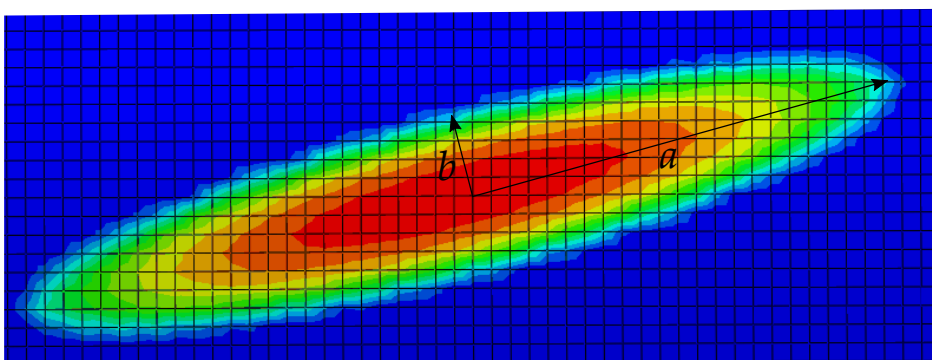


Figura 5.6: Marca do contato para $P = 1000$ N

Por fim, obtiveram-se as máximas tensões de von Mises e as deformações axiais médias para que, assim, fossem utilizadas como dados de entrada no estudo da vida em fadiga do fio CP. Para isso, observou-se as tensões no momento em que a carga B_a era máxima,

bem como as deformações no instante em que $B_a = 0$ (somente sob carregamento médio). As Figuras 5.7, 5.8 e 5.9 mostram as seções transversais do CP no momento de máxima aplicação da força remota alternada, para as cargas normais de 250 N, 500 N e 1000 N, enquanto que as Tabelas 5.5, 5.6, 5.7 apresentam os valores de tensões de von Mises máximas e deformações axiais médias obtidas na simulação. Nota-se ainda que o ponto de máxima tensão de von Mises é encontrado primeiramente na superfície (para $P = 250$ N), aumentando em profundidade à medida que a carga normal cresce. Esse fato reforça a necessidade de aumento do refino da malha de elementos finitos quanto menor for a carga P aplicada, bem como a mudança do algoritmo de contato (para o método do Multiplicador de Lagrange ou *Augmented Lagrange*), a fim de assegurar que tanto o módulo quanto a profundidade de $max(\sigma_{mises})$ sejam obtidos corretamente. Entretanto, as condições adotadas ainda apresentaram boa correspondência, de maneira geral, e por isso foram mantidas.

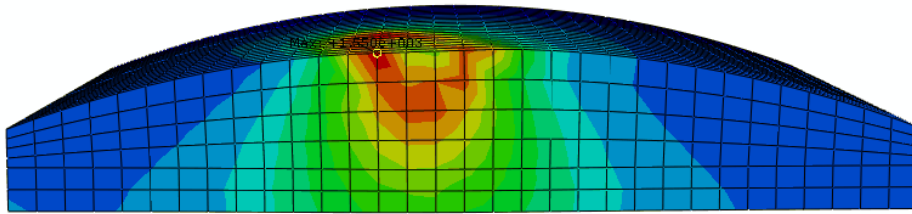


Figura 5.7: Seção transversal do CP com $P = 250$ N e $\sigma_{max} = 110$ MPa ($B_a = 383,07$ N).

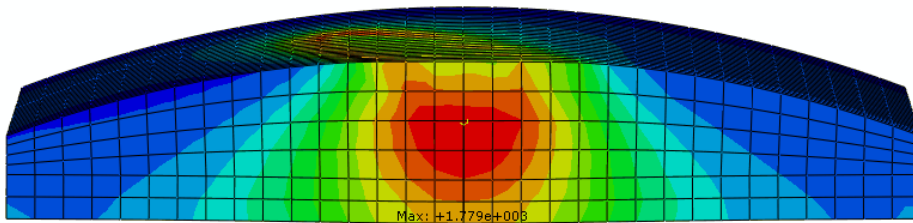


Figura 5.8: Seção transversal do CP com $P = 500$ N e $\sigma_{max} = 110$ MPa ($B_a = 383,07$ N).

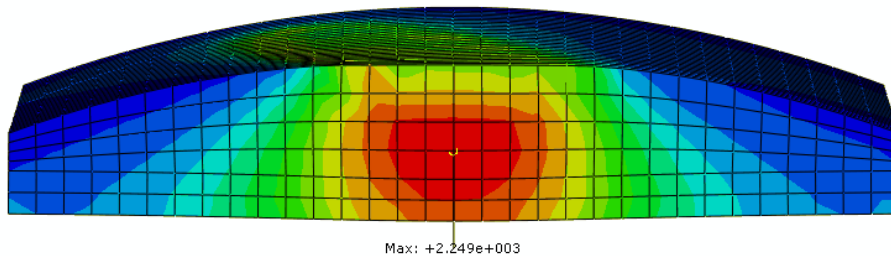


Figura 5.9: Seção transversal do CP com $P = 1000$ N e $\sigma_{max} = 110$ MPa ($B_a = 383,07$ N).

Tabela 5.5: Resultados obtidos na simulação com $P = 250$ N.

σ_{max} (MPa)	$max(\sigma_{mises})$ (MPa)	ε_{axial}
80	1431	3,487e-03
90	1443	3,601e-03
100	1457	3,724e-03
110	1550	3,847e-03
120	1649	3,972e-03
130	1693	4,208e-03

Tabela 5.6: Resultados obtidos na simulação com $P = 500$ N.

σ_{max} (MPa)	$max(\sigma_{mises})$ (MPa)	ε_{axial}
80	1752	4,370e-03
90	1761	4,617e-03
100	1770	4,392e-03
110	1779	4,468e-03
120	1790	4,554e-03
130	1801	4,658e-03

Tabela 5.7: Resultados obtidos na simulação com $P = 1000$ N.

σ_{max} (MPa)	$max(\sigma_{mises})$ (MPa)	ε_{axial}
80	2227	4,668e-03
90	2234	4,712e-03
100	2241	4,655e-03
110	2249	4,690e-03
120	2257	4,609e-03
130	2264	4,728e-03

5.2 Resultados da Análise de Fadiga

Após a obtenção das máximas tensões de von Mises e das deformações axiais médias foi necessário ainda definir o raio do entalhe para que se pudesse dar prosseguimento às análises. Por isso, considerou-se que o volume da marca elíptica gerada no contato experimental seria igual ao volume de uma semiesfera, obtendo-se assim o r para cada uma das cargas normais aplicadas. Os valores foram então correspondentes a 0,1900 mm, 0,3161 mm e 0,5816 mm considerando as forças P iguais a 250 N, 500 N e 1000 N, respectivamente. Além disso, foi também realizada uma regressão dos valores de r , a fim de facilitar a estimativa dessa variável quando valores quaisquer de carga P fossem utilizados. A Figura 5.10 mostra essa análise que, apesar de conter poucos dados, exhibe uma forte tendência à linearidade.

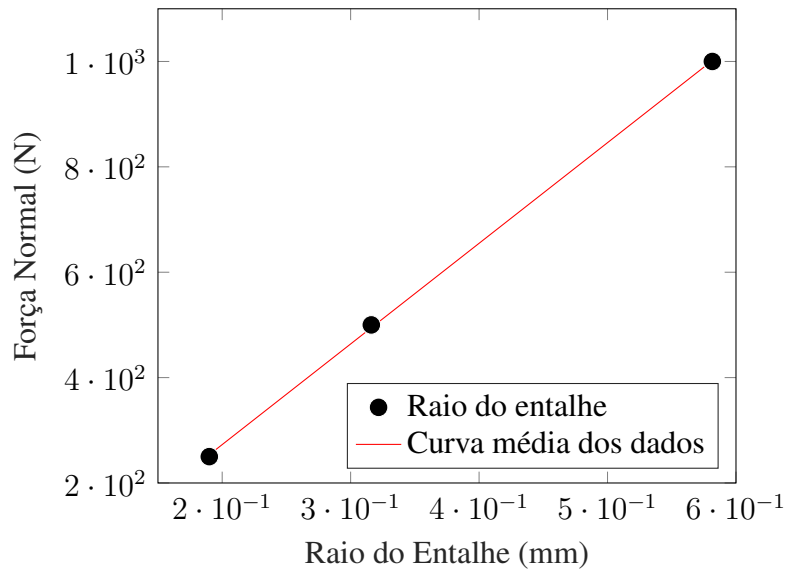


Figura 5.10: Estimativa dos valores de r para cargas normais quaisquer.

Ainda foi necessário determinar o acabamento superficial que seria considerado no cálculo da resistência à fadiga corrigida. Contudo, os dados que se tem à disposição na literatura são, em sua grande maioria, voltados para o aço, sendo, então, insuficientes para utilização com o alumínio. Dessa forma, utilizou-se o microscópio Confocal Laser (Olympus LEXT 4100) para se calcular a rugosidade de um fio de alumínio 1350-H19, o qual seria mais tarde usado como corpo de prova. Assim, após três observações, obteve-se uma rugosidade média de $0,1527\mu\text{m}$ e, por intermédio da Figura 2.10, um k_{as} de 0,98 foi escolhido. A Figura 5.11 mostra uma das imagens coletadas do Confocal, com escala em μm .

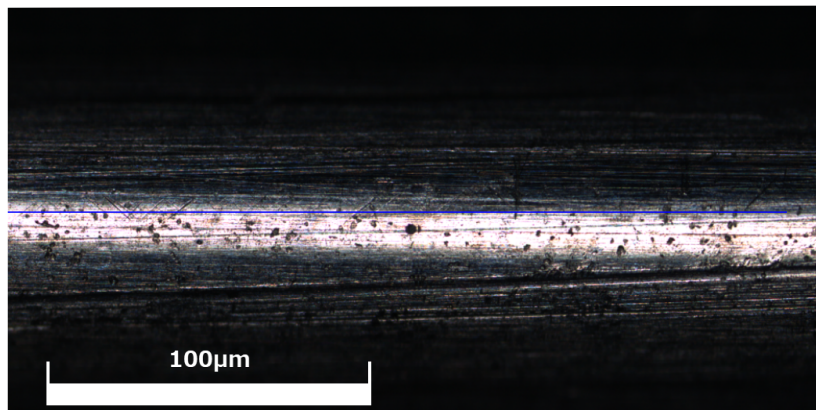


Figura 5.11: Superfície de um fio de Al 1350-H19 observada no microscópio Confocal Laser.

Para cada uma das metodologias de cálculo do σ_e , foram adotados seis modelos de fadiga uniaxial – Gerber, Goodman modificado, Soderberg, SWT, Morrow e Walker – a fim de considerar a ação da tensão média sobre a vida do fio CP. Os resultados obtidos foram então comparados com os dados experimentais coletados por Diaz et al. (2017), os quais seguem representados na Figura 5.12. É importante destacar que foram utilizados, para a correção da resistência à fadiga em 5×10^8 ciclos, os seguintes fatores: $k_{car} = 1$, $k_{tam} = 0,9$, $k_{temp} = 1,0$

e $k_{as} = 0,98$ para a metodologia de Juvinal e Marshek (2011), e $k_{car} = 0,85$, $k_{tam} = 1,0$ e $k_{temp} = 1,0019$, $k_{as} = 1,1292$ para a metodologia Budynas e Nisbett (2011). Nas duas abordagens adotaram-se as seguintes condições: fio de diâmetro 3,139 mm, carregamento axial, temperatura de 25°C (75°F) e a já considerada rugosidade média de 0,1527. Por fim, não foi necessário corrigir σ_u em 1000 ciclos, já que o valor de σ_{1000} foi considerado 210 MPa, segundo fornecido por Kaufman (2008). A adoção de todos os fatores segue justificada nas considerações apresentadas na Tabela 2.1.

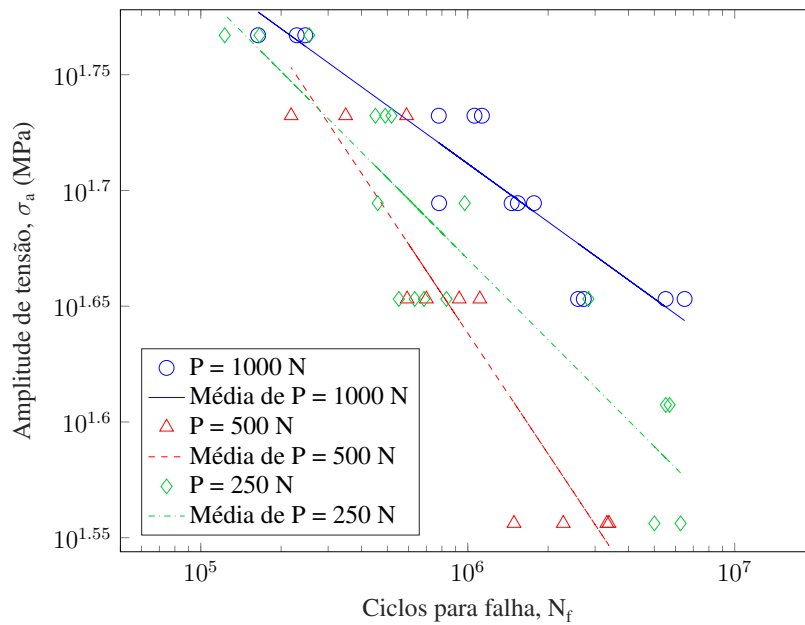
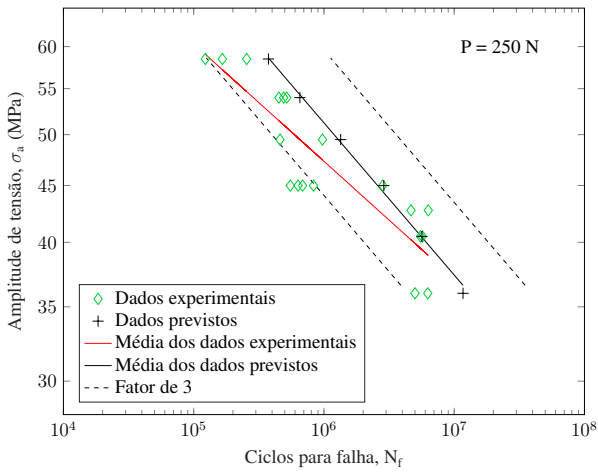


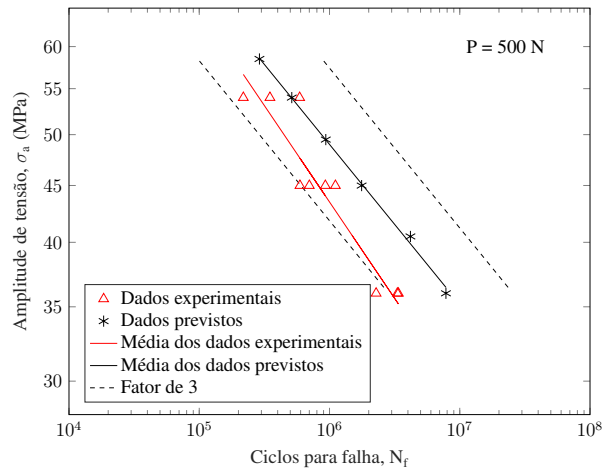
Figura 5.12: Resultados experimentais obtidos por Diaz et al. (2017).

5.2.1 Modelo de Gerber

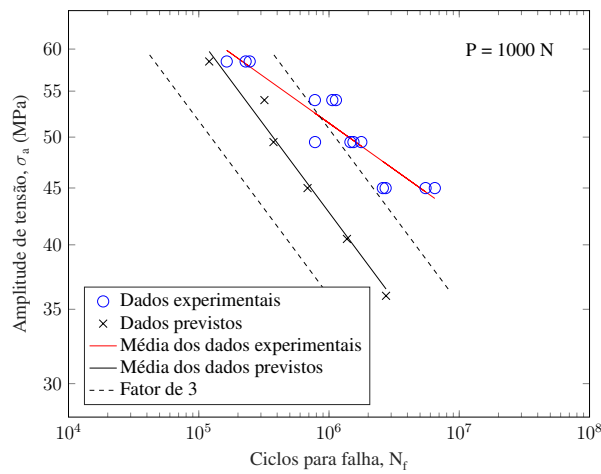
O primeiro modelo de fadiga considerado foi o de Gerber, associado às metodologias de Juvinal e Marshek (2011) e Budynas e Nisbett (2011), conforme mostrado nas Figuras 5.13 e 5.14. Percebe-se uma pequena diferença entre as duas metodologias, com a de Juvinal e Marshek (2011) um pouco mais conservadora, já que, quando $P = 500$ N, 9% dos dados experimentais encontram-se abaixo da linha de correlação perfeita (Figura 5.13(d)), contra 0% dos dados quando em conjunto com a metodologia de Budynas e Nisbett (2011) (Figura 5.14(d)). Ainda, observando as curvas previstas da Figura 5.13, com cargas normais de 250 N e 500 N, pode-se ver uma previsão contra a segurança (não conservadora), mesmo que 79% e 82% dos dados experimentais, respectivamente, estejam dentro das bandas de três vidas impostas ao problema. Além disso, ao se observar as curvas com carga $P = 1000$ N, a previsão mostrou-se bastante insatisfatória, tendo 100% dos dados abaixo da linha de correlação perfeita, indicando sua tendência conservadora, e apenas 29% dos resultados dentro dos limites impostos pelo fator de três.



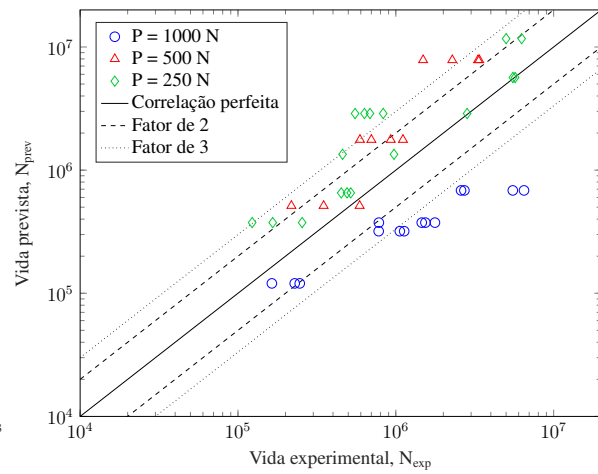
(a) Curvas S-N: $P = 250 \text{ N}$



(b) Curvas S-N: $P = 500 \text{ N}$

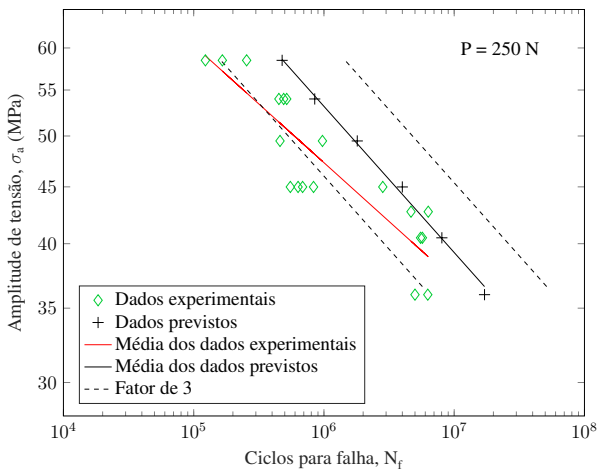


(c) Curvas S-N: $P = 1000 \text{ N}$

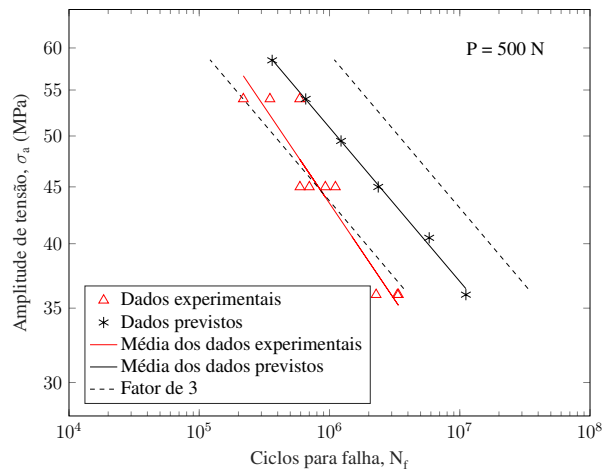


(d) Diagrama vida-vida

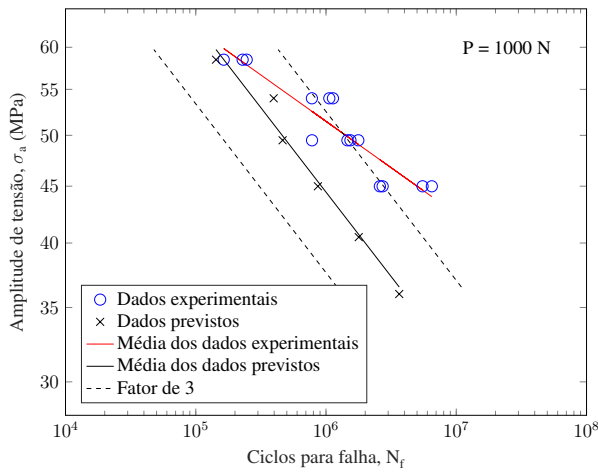
Figura 5.13: Resultados obtidos com o modelo de Gerber e a metodologia de Juvinal e Marshek (2011).



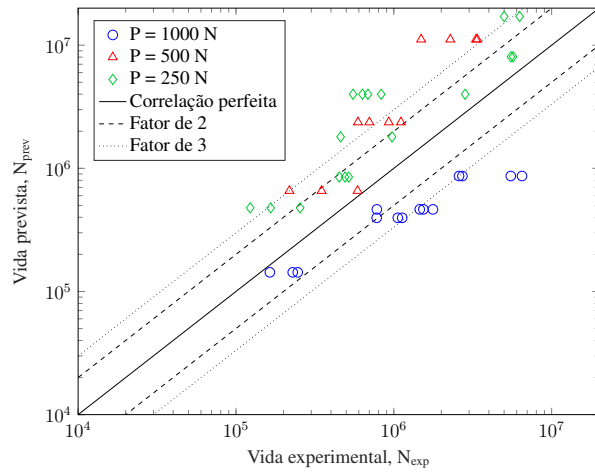
(a) Curvas S-N: $P = 250 \text{ N}$



(b) Curvas S-N: $P = 500 \text{ N}$



(c) Curvas S-N: $P = 1000$ N

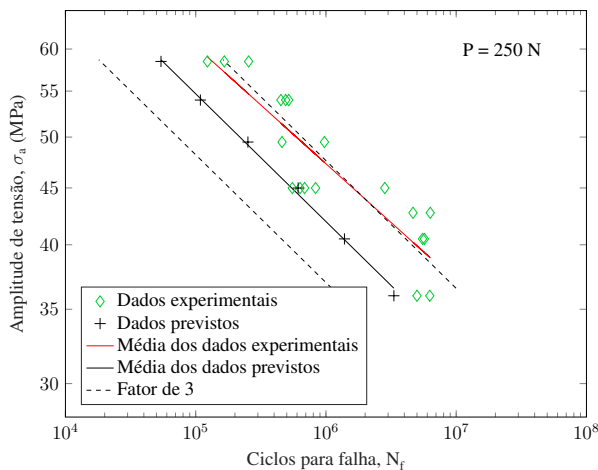


(d) Diagrama vida-vida

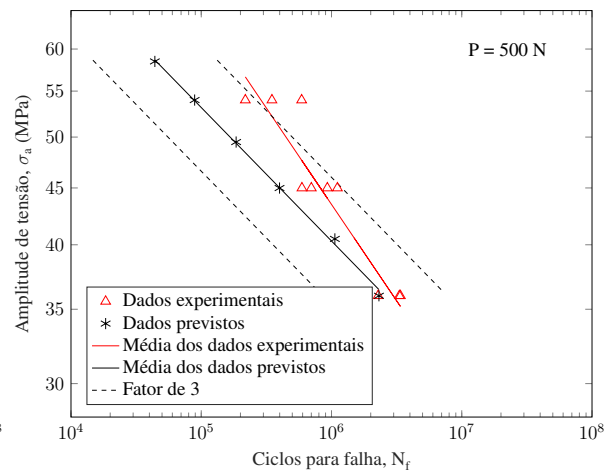
Figura 5.14: Resultados obtidos com o modelo de Gerber e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).

5.2.2 Modelo de Goodman modificado

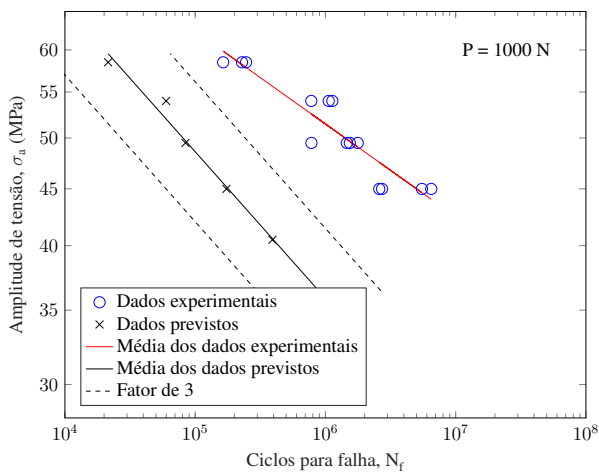
O próximo modelo a ser analisado foi o de Goodman modificado, associado às metodologias de Juvinal e Marshek (2011) e Budynas e Nisbett (2011), como se segue nas Figuras 5.15 e 5.16. Percebe-se que esse modelo é a favor da segurança em todas as análises, já que mais de 80% dos pontos estão abaixo da linha de correlação perfeita. Dessa forma, escolheu-se a metodologia não conservadora de Budynas e Nisbett (2011), visando obter melhores correspondências com os dados experimentais (Com Budynas e Nisbett (2011) obtêm-se 58% dos dados dentro dos limites impostos pelo fator de três, enquanto que utilizando Juvinal e Marshek (2011) obtêm-se 47%, ambos para $P = 250$ N). Vale ressaltar também que, ao se observar a curva S-N com $P = 250$ N, têm-se inclinações médias dos dados previstos e experimentais bastante semelhantes (erros relativos de 1% considerando Juvinal e Marshek (2011) e 5% para Budynas e Nisbett (2011)).



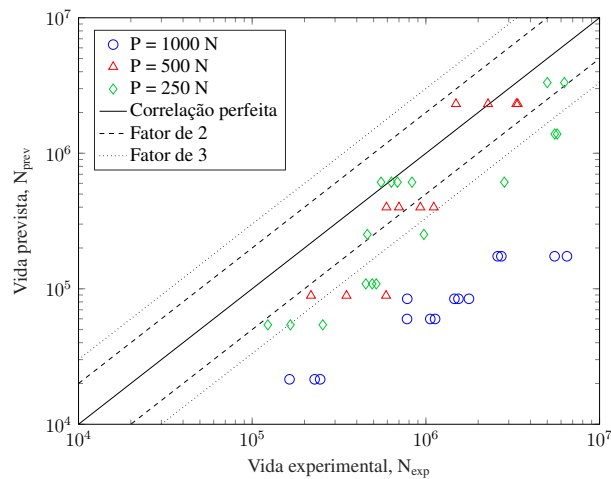
(a) Curvas S-N: $P = 250$ N



(b) Curvas S-N: $P = 500$ N

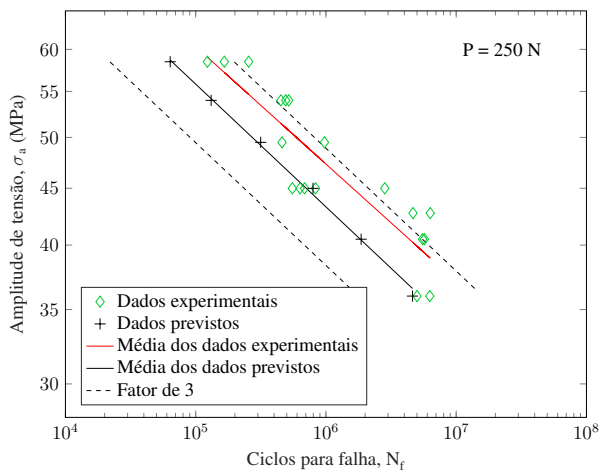


(c) Curvas S-N: $P = 1000$ N

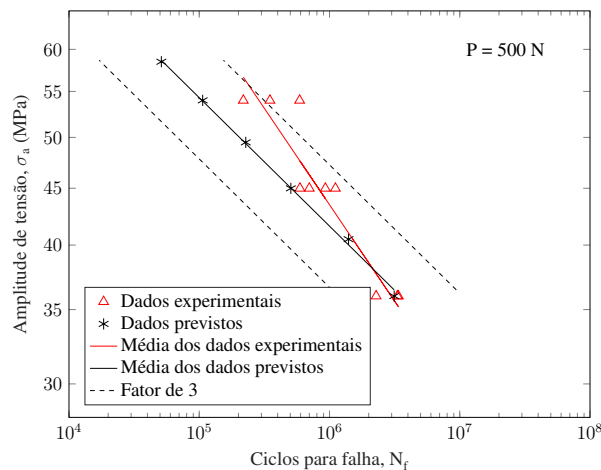


(d) Diagrama vida-vida

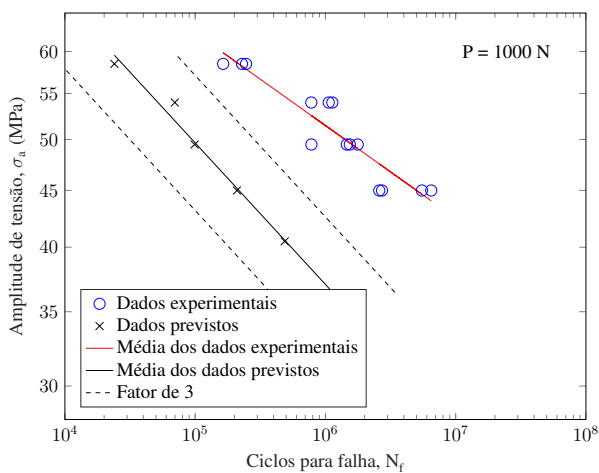
Figura 5.15: Resultados obtidos com o modelo de Goodman modificado e a metodologia de Juvinall e Marshek (2011).



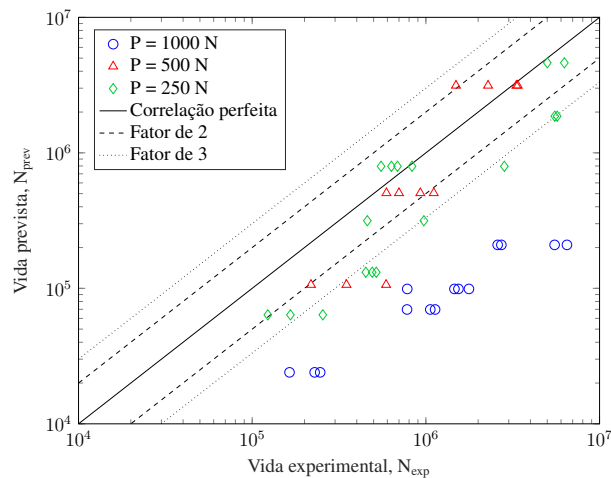
(a) Curvas S-N: $P = 250$ N



(b) Curvas S-N: $P = 500$ N



(c) Curvas S-N: $P = 1000$ N



(d) Diagrama vida-vida

Figura 5.16: Resultados obtidos com o modelo de Goodman modificado e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).

5.2.3 Modelo de Soderberg

O modelo de Soderberg pode ser visto nas Figuras 5.17 e 5.18, e apresenta certas similaridades com o modelo de Goodman modificado, tais como as inclinações das curvas previstas (considerando os modelos de Goodman modificado e Soderberg, a metodologia de Budynas e Nisbett (2011) e as cargas $P = 250$ N, $P = 500$ N e $P = 1000$ N, têm-se inclinações com erros relativos de 5% e 10%, 33% e 37% e, 52% e 43%, respectivamente), no entanto sendo ainda mais conservador, ou seja, para $P = 250$ N, em conjunto com Budynas e Nisbett (2011), 95% dos dados estão abaixo da linha de correlação perfeita, em comparação com os 84% do modelo de Goodman modificado.

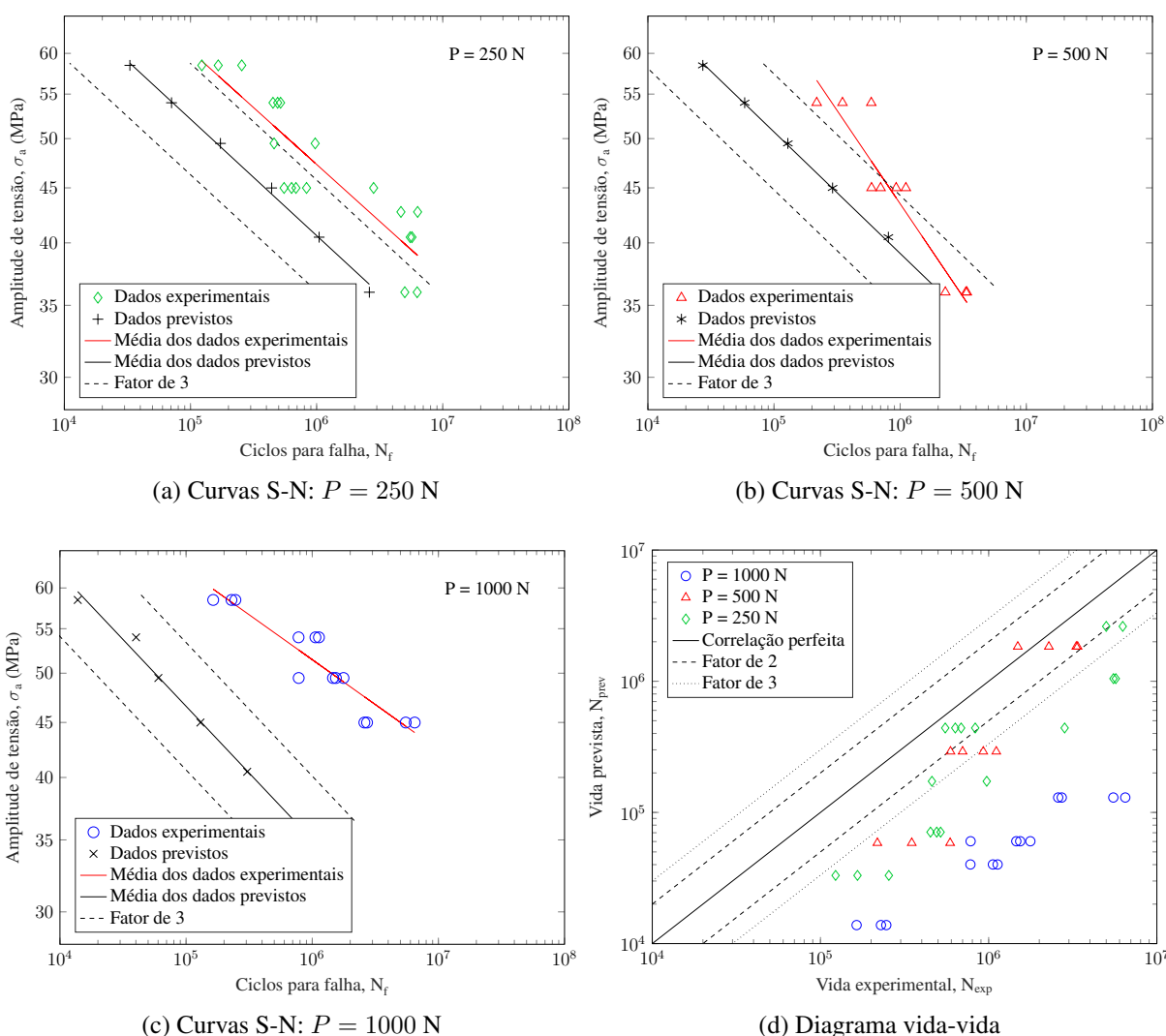


Figura 5.17: Resultados obtidos com o modelo de Soderberg e a metodologia de Juvinal e Marshek (2011).

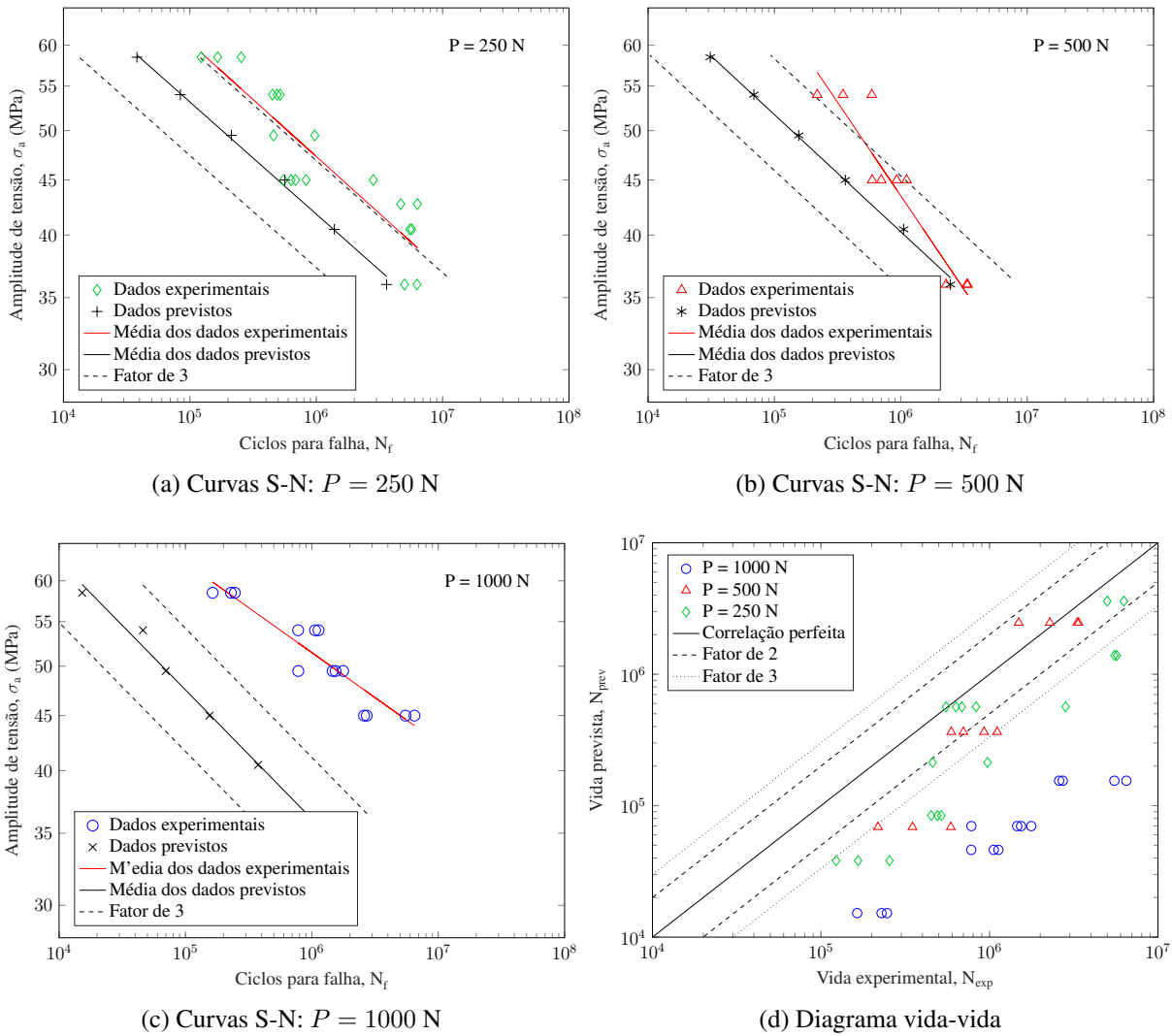
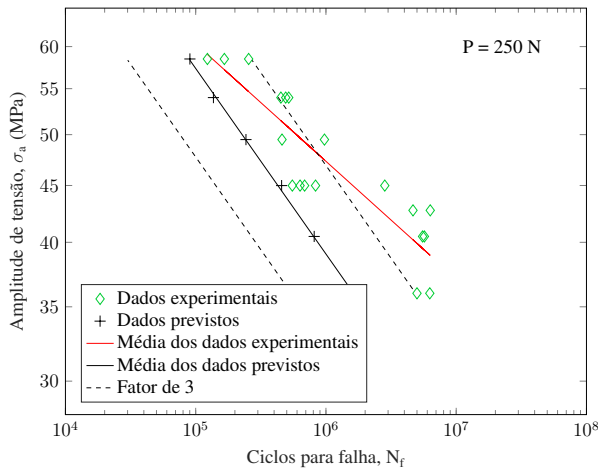


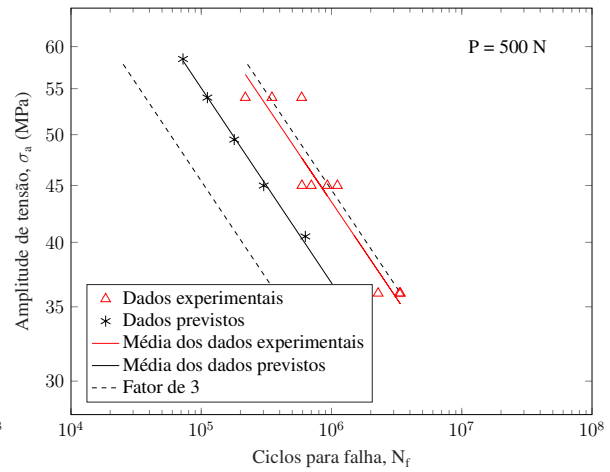
Figura 5.18: Resultados obtidos com o modelo de Soderberg e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).

5.2.4 Modelo de Smith-Watson-Topper (SWT)

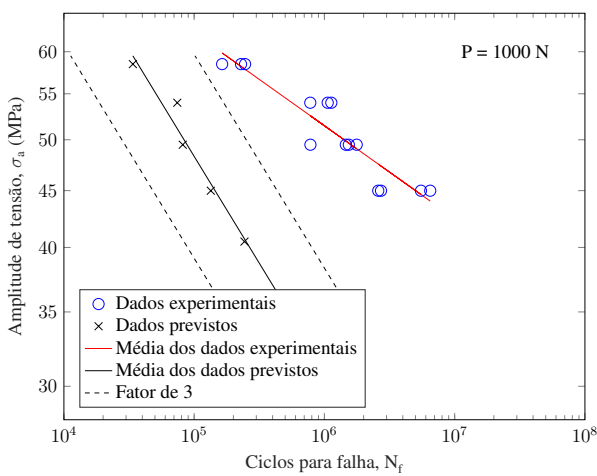
O modelo de SWT mantém a tendência dos outros dois anteriores ao conservadorismo (mais de 95% dos pontos estão abaixo da linha de correlação perfeita nos diagramas vida-vida), e apresenta muitos dados experimentais no interior das bandas de três vidas, principalmente em conjunto com a metodologia não conservadora de Budynas e Nisbett (2011) (68% e 91%, quando $P = 250 \text{ N}$ e 500 N , respectivamente). Esses resultados seguem apresentados nas Figuras 5.19 e 5.20, onde se destacam também as curvas S-N para $P = 500 \text{ N}$, já que as linhas médias dos dados previstos possuem inclinações com erros relativos às experimentais em torno de 3% – considerando a metodologia não conservativa – diferentemente dos dois modelos anteriores, os quais possuem essa mesma particularidade, mas quando $P = 250 \text{ N}$.



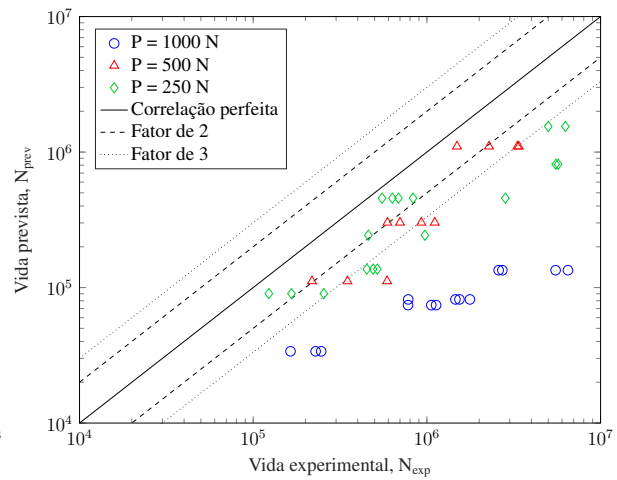
(a) Curvas S-N: $P = 250 \text{ N}$



(b) Curvas S-N: $P = 500 \text{ N}$

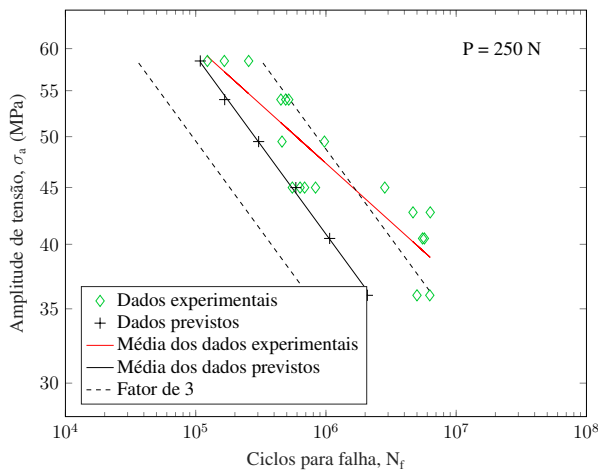


(c) Curvas S-N: $P = 1000 \text{ N}$

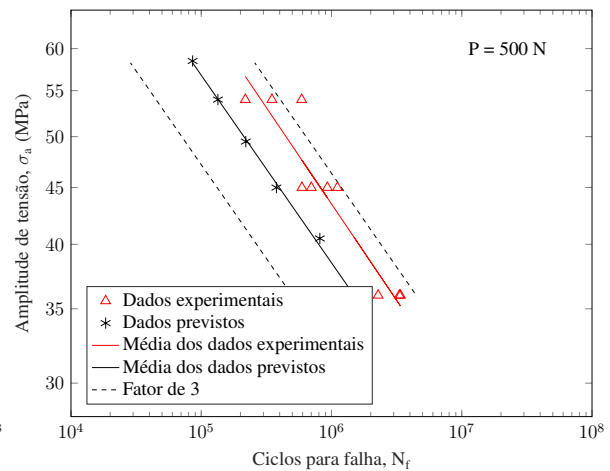


(d) Diagrama vida-vida

Figura 5.19: Resultados obtidos com o modelo de Smith-Watson-Topper e a metodologia de Juvinal e Marshek (2011).



(a) Curvas S-N: $P = 250 \text{ N}$



(b) Curvas S-N: $P = 500 \text{ N}$

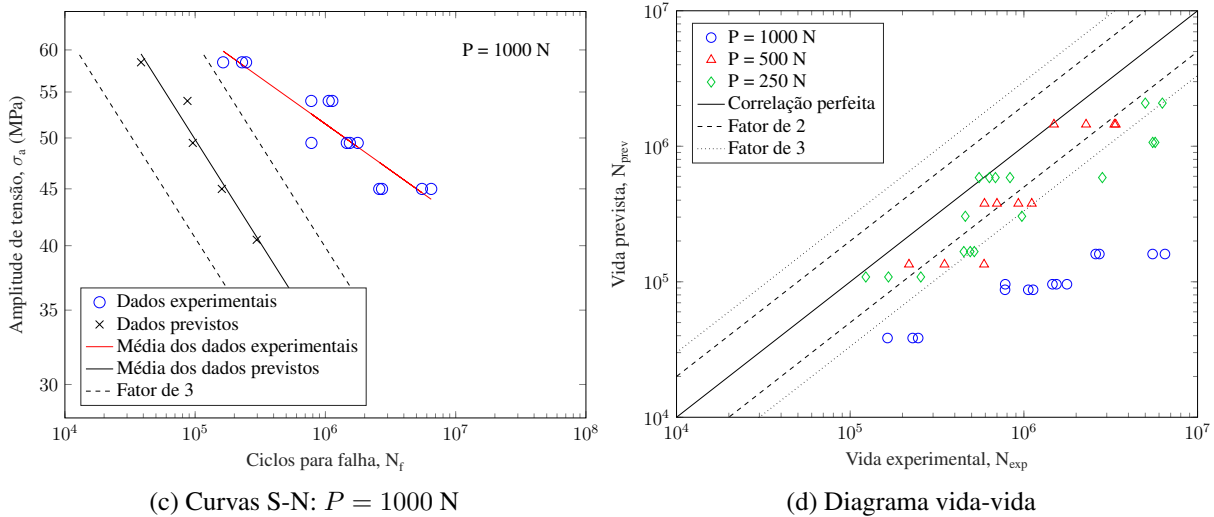
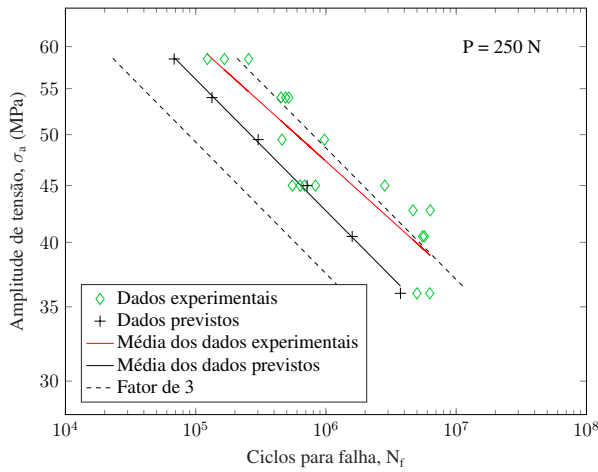


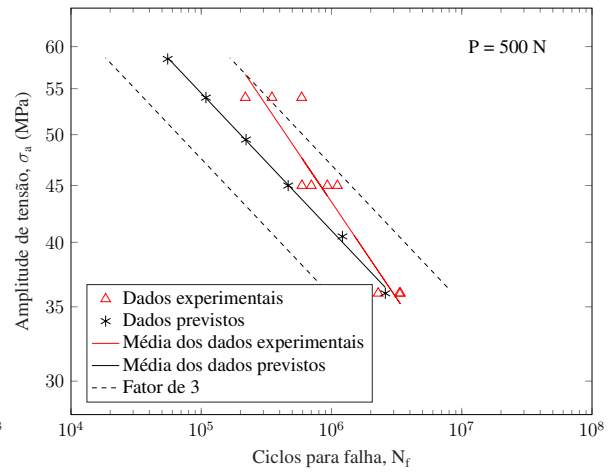
Figura 5.20: Resultados obtidos com o modelo de Smith-Watson-Topper e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).

5.2.5 Modelo de Morrow

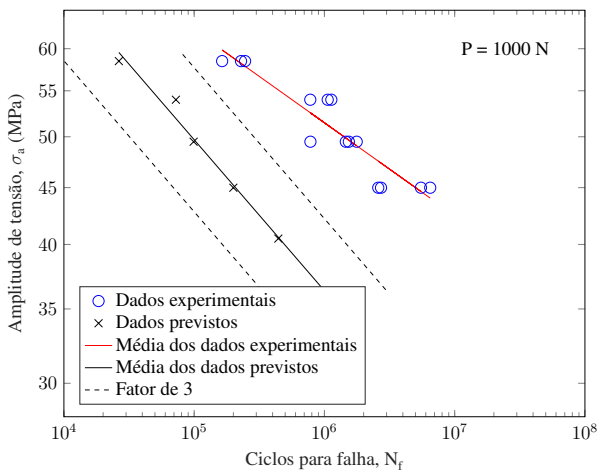
O modelo de Morrow proporciona uma análise bastante interessante, pois observando as curvas S-N das Figuras 5.21 e 5.22 é fácil perceber que, quando $P = 250 \text{ N}$, a abordagem de Budynas e Nisbett (2011), além de contribuir para uma melhor adequação dos resultados numéricos aos experimentais, com 84% dos dados no interior dos limites impostos pelo fator de três, ainda promove o ajuste da curva média prevista à curva média experimental (erros relativos em torno de 2%). Além disso, ao ser comparado com os modelos de Goodman modificado e Soderberg, o de Morrow mantém baixos os erros referentes a inclinação da curva prevista quando $P = 250 \text{ N}$, e ainda apresenta uma maior porcentagem de dados no interior dos limites de três vidas (84% e 91% quando $P = 250 \text{ N}$ e 500 N) e duas vidas (42% e 73% quando $P = 250 \text{ N}$ e 500 N). Dessa forma, esse modelo, em conjunto com a metodologia de Budynas e Nisbett (2011), torna-se o mais indicado para se prever a vida, pelo menos quando $P = 250 \text{ N}$, já que nesse caso, inclusive, a inclinação da curva S-N foi determinada com considerável exatidão.



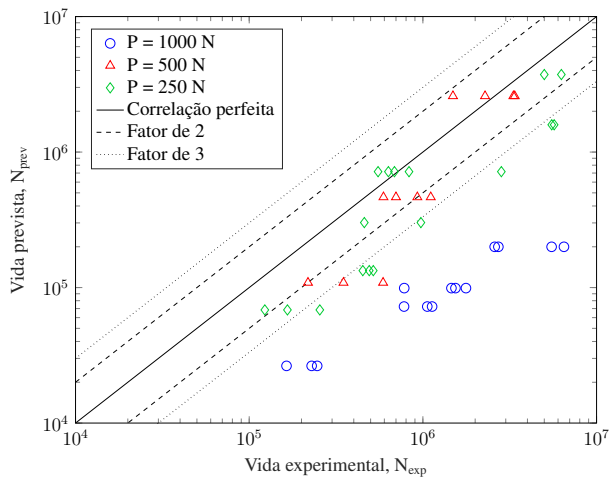
(a) Curvas S-N: $P = 250 \text{ N}$



(b) Curvas S-N: $P = 500 \text{ N}$

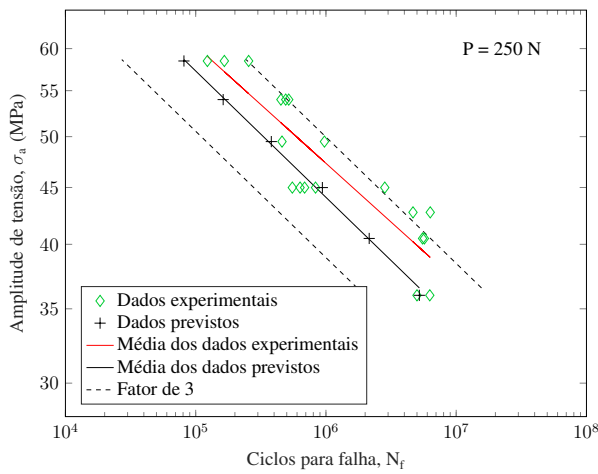


(c) Curvas S-N: $P = 1000 \text{ N}$

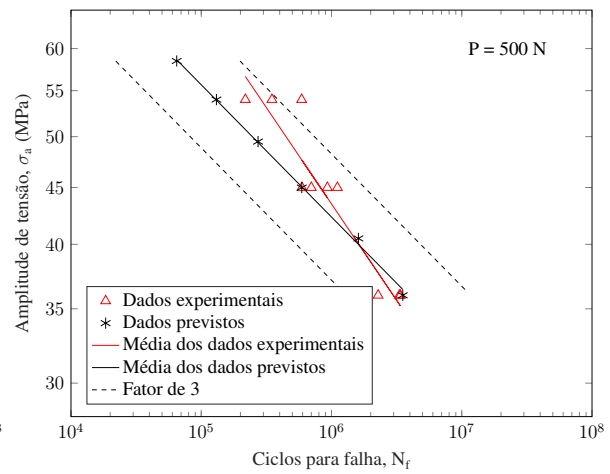


(d) Diagrama vida-vida

Figura 5.21: Resultados obtidos com o modelo de Morrow e a metodologia de Juvinall e Marshek (2011).



(a) Curvas S-N: $P = 250 \text{ N}$



(b) Curvas S-N: $P = 500 \text{ N}$

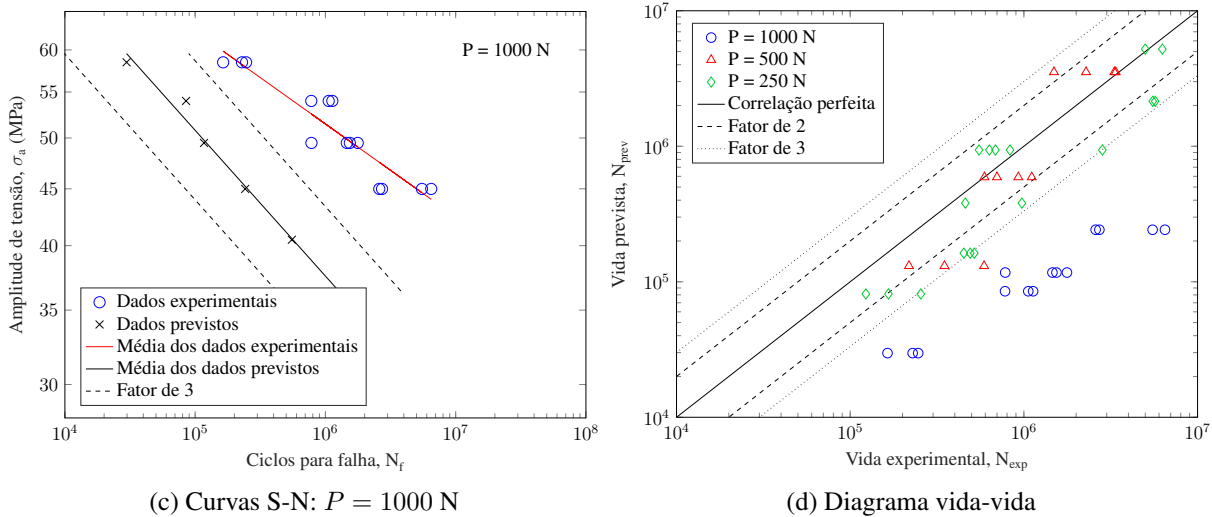
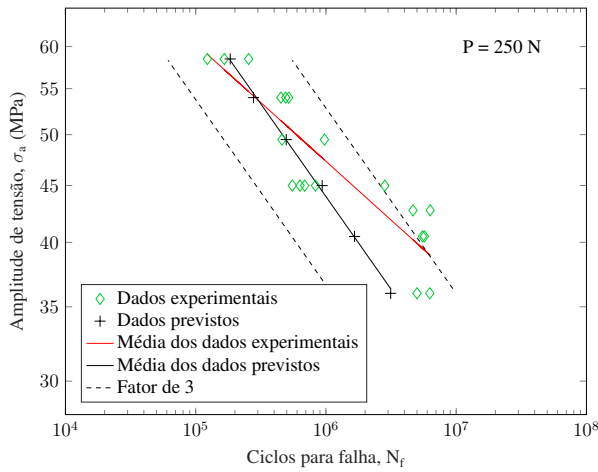


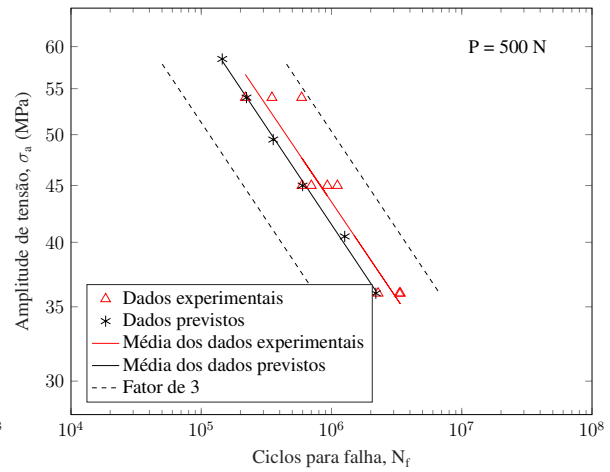
Figura 5.22: Resultados obtidos com o modelo de Morrow e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).

5.2.6 Modelo de Walker

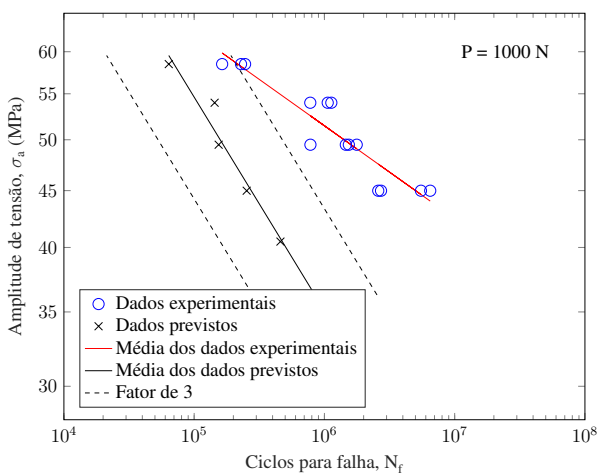
O último modelo a ser abordado foi o de Walker, tendo os resultados representados nas Figuras 5.23 e 5.24. Adotando uma carga normal aplicada de 250 N e 500 N e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011), têm-se previsões com 95% e 100% dos dados no interior das bandas de 3 vidas e, 68% e 91% dos pontos dentro dos limites impostos pelo fator de 2 vidas, sendo o modelo com maior exatidão de previsão dentre todos os estudados. Além disso, para $P = 500 \text{ N}$, têm-se erros relativos de inclinação entre as curvas prevista e experimental em torno de 1% e 3% ao se utilizar as metodologias de Juvinal e Marshek (2011) e Budynas e Nisbett (2011), respectivamente. Entretanto, percebe-se que a inclinação da curva média prevista, para $P = 250 \text{ N}$, é melhor descrita no modelo de Morrow (erros de 2% utilizando Morrow e 38% utilizando Walker, ambos em conjunto com Budynas e Nisbett (2011)), muito embora no de Walker existam mais dados no interior das bandas de três e duas vidas.



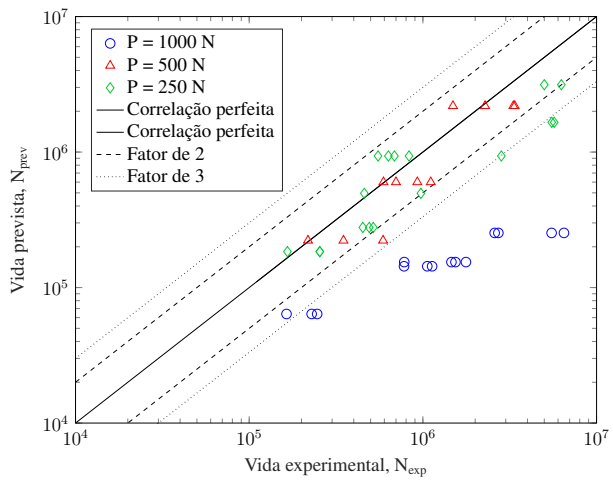
(a) Curvas S-N: $P = 250 \text{ N}$



(b) Curvas S-N: $P = 500 \text{ N}$

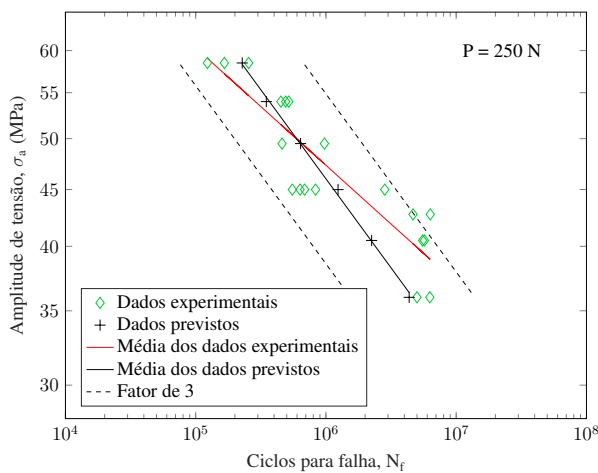


(c) Curvas S-N: $P = 1000 \text{ N}$

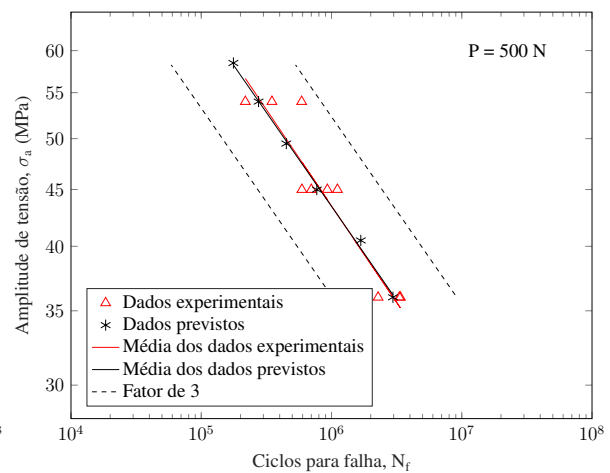


(d) Diagrama vida-vida

Figura 5.23: Resultados obtidos com o modelo de Walker e a metodologia de Juvinal e Marshek (2011).



(a) Curvas S-N: $P = 250 \text{ N}$



(b) Curvas S-N: $P = 500 \text{ N}$

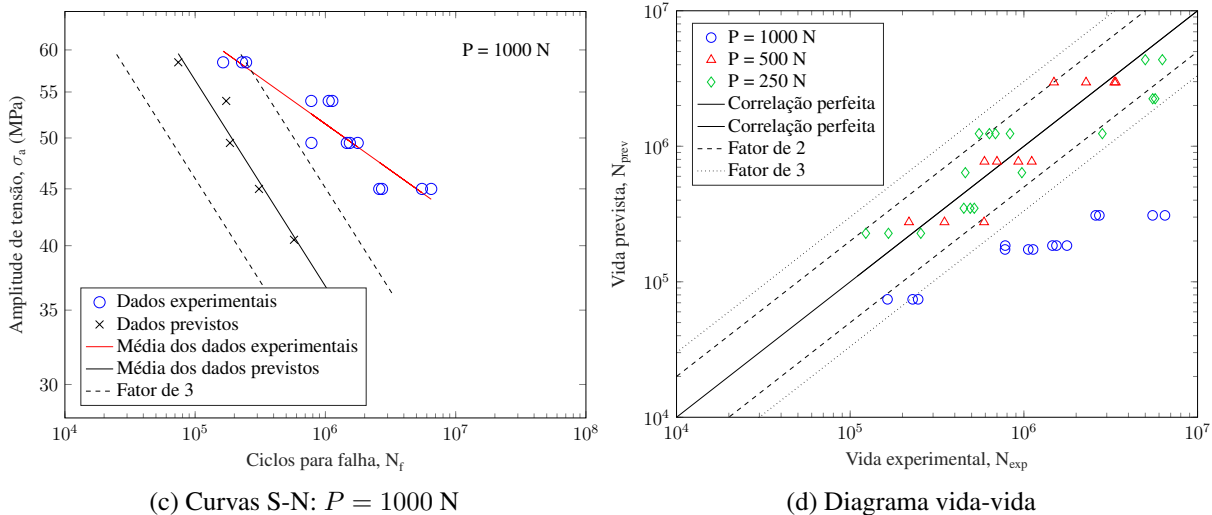


Figura 5.24: Resultados obtidos com o modelo de Walker e a metodologia de Budynas e Nisbett (2011).

Ainda, ao se analisar $P = 1000 \text{ N}$, todos os modelos apresentados são bastante conservadores, tendo os dados experimentais muito a direita das curvas S-N previstas, ou muito abaixo da curva de correlação perfeita (no diagrama vida-vida), sendo o de Gerber o único que possui dados no interior das bandas de 3 vidas (29% utilizando a metodologia de Juvinal e Marshek (2011) e 57% com a de Budynas e Nisbett (2011)). Tal fato pode ser atribuído ao alto valor da carga normal que, em situações reais, provoca deformações plásticas excessivas nas zonas de contato do material sob análise, distanciando-se assim do modelo elástico proposto neste trabalho. Portanto, ao adotar a carga normal igual a 1000 N, a metodologia aqui proposta não deve ser utilizada, a fim de se evitar previsões demasiadamente conservadoras. Por fim, no apêndice B pode-se ver as análises comparativas referentes às inclinações das curvas prevista e experimental, bem como às porcentagens de dados experimentais no interior das bandas previstas de três e duas vidas, para todos os casos aqui tratados.

Capítulo 6

Conclusão

Conclui-se, ao se analisar a interação entre dois fios de alumínio 1350-H19 – componentes fundamentais do cabo condutor IBIS (CAA 397,5 MCM) – que o *fretting* é, notadamente, a principal causa de falha desses elementos, devido aos movimentos oscilatórios sofridos pelo cabo em condições normais de operação. Por isso, muitos estudos numéricos e experimentais têm sido realizados com o objetivo de prever o comportamento de tais estruturas quando sujeitas à esse problema, identificando, principalmente, os seus tempos de vida médios.

Tendo em vista esse contexto, uma metodologia foi proposta levando em consideração aspectos numéricos por meio da elaboração de uma simulação utilizando o método dos elementos finitos. Em seguida, com os resultados gerados nessa primeira abordagem, um estudo analítico da vida em fadiga uniaxial, baseado em tensão, do contato entre dois fios sob condições de *fretting* foi então efetuado. Posteriormente, considerou-se também aspectos experimentais, já que todos os dados gerados numericamente foram devidamente comparados com os anteriormente obtidos no Laboratório da Universidade de Brasília, a fim de conferir o desempenho da metodologia adotada.

Dessa forma, para a simulação numérica utilizando o método dos elementos finitos adotou-se o software ABAQUS/CAE, onde se escolheu, na região do contato, elementos hexaédricos tridimensionais contínuos de primeira ordem, integração completa e de tamanho $35\mu\text{m}$, evitando assim problemas de convergência comuns a essa classe de elementos, bem como proporcionando erros menores do que 10%, se comparados com as formulações analíticas de Hertz. Além disso, para as demais regiões dos corpos, escolheu-se elementos tetraédricos tridimensionais contínuos de primeira ordem, integração reduzida e tamanho variável de $35\mu\text{m}$ (nas proximidades das regiões de contato) à $500\mu\text{m}$ (longe das regiões de contato), a fim de reduzir o custo computacional da operação. Ressalta-se ainda que, toda a construção feita por meio do MEF baseou-se na configuração adotada no momento da experimentação, a fim de que os resultados finais pudessem ser comparados diretamente com os experimentais.

O estudo da fadiga se deu, primeiramente, com a estimativa do raio do entalhe por meio da aproximação do volume de uma semi-esfera ao volume da marca gerada no momento da experimentação, obtendo resultados de 0, 1900 mm, 0, 3161 mm e 0, 5816 mm, considerando cargas normais aplicadas de 250 N, 500 N e 1000 N. Tal análise foi extrapolada para valores quaisquer de força normal, a fim de auxiliar em futuras metodologias. Ainda, necessitou-se medir a rugosidade superficial de um espécime, para que se pudesse calcular o fator de acabamento superficial, k_{as} , pela Figura 2.10. Assim, após três observações no microscópio Confocal Laser (Olympus LEXT 4100), pôde-se concluir que a rugosidade média teve o valor de $0,1527\mu\text{m}$ e, por conseguinte, o k_{as} foi adotado como 0,98.

Posteriormente, foram estudados os modelos de Gerber, Goodman modificado, Soderberg, Smith-Watson-Topper (SWT), Morrow e Walker, todos atrelados às metodologias de cálculo da resistência à fadiga corrigida, σ_e , de Juvinal e Marshek (2011) e Budynas e Nisbett (2011), por meio de curvas S-N geradas no software Matlab[®], onde se construiu o *script* da análise de fadiga uniaxial. Percebeu-se, com a adoção de tais metodologias, pouca variação de uma para a outra, mas que a de Budynas e Nisbett (2011) apresentou-se menos conservativa do que a de Juvinal e Marshek (2011), sendo assim mais indicada para aplicação em modelos voltados à segurança.

Considerando o modelo de Gerber pôde-se notar que a previsão foi contra a segurança (não conservadora), sendo então melhor combinada com a metodologia conservadora de Juvinal e Marshek (2011). Além disso, 79% dos dados experimentais ficaram dentro dos limites impostos pelas bandas de 3 vidas quando $P = 250$ N e 82% para $P = 500$ N. Em contrapartida, os modelos de Goodman modificado e Soderberg exibiram um comportamento mais conservador do que o de Gerber, sendo o de Soderberg ainda mais pronunciado (considerando a metodologia de Budynas e Nisbett (2011) e $P = 250$ N, por exemplo, têm-se 84% dos dados abaixo da linha de correlação perfeita para o modelo de Goodman modificado e 91% para o de Soderberg, em comparação com o 0% do modelo de Gerber). Quando considerado o modelo de Goodman modificado em conjunto com a metodologia não conservadora de Budynas e Nisbett (2011), percebeu-se que 58% e 82% dos dados experimentais ficaram no interior dos limites impostos pelo fator de três, quando $P = 250$ N e 500 N, respectivamente. Além disso, pôde-se ver que a inclinação das curvas previstas e experimentais, quando $P = 250$ N, apresentou erros relativos de apenas 5%.

O modelo de SWT também apresentou caráter conservativo e por isso foi melhor combinado com a metodologia de Budynas e Nisbett (2011). Ademais, abrangeu, respectivamente, 68% e 91% dos dados dentro dos limites impostos pelo fator de três, para $P = 250$ N e 500 N, mas, diferentemente dos anteriores, conseguiu prever o comportamento da curva média dos pontos experimentais com maior exatidão quando $P = 500$ N, apresentando erros relativos em torno de 3%, podendo então ser interpretado como um modelo complementar ao de Goodman modificado.

Por fim, os dois últimos modelos considerados foram os de Morrow e Walker. Os dois apresentaram maior exatidão de previsões, sendo capazes de abranger mais de 80% dos

dados experimentais dentro das faixas de 3 vidas, se conjugados à metodologia de Budynas e Nisbett (2011). O de Morrow foi ainda considerado uma evolução do modelo de Goodman modificado já que ambos apresentaram inclinações com pequenos erros relativos quando $P = 250$ N (5% para o de Goodman modificado e 2% para o de Morrow), mas com maiores dados dentro dos limites impostos pelo fator de três vidas (58% e 82% quando $P = 250$ N e 500 N, considerando Goodman modificado, e 84% e 91% quando $P = 250$ N e 500 N, considerando Morrow). Já o de Walker pôde ser considerado uma evolução do modelo de SWT, pois previu curvas de $P = 500$ N com erros relativos às inclinações em torno de 3% (em conjunto com a metodologia de Budynas e Nisbett (2011)). Além disso, percebeu-se que esse modelo apresenta a maior exatidão de resultado dentre todos os considerados, já que quando $P = 250$ N e 500 N, obteve-se 95% e 100% dos dados no interior das bandas de três vidas e 68% e 91% dos pontos dentro dos limites impostos pelo fator de dois. Entretanto, ao se analisar $P = 1000$ N, todos os modelos apresentados foram bastante conservadores, tendo os dados experimentais muito à direita das curvas S-N previstas, ou muito abaixo da curva de correlação perfeita (no diagrama vida-vida). Tal fato foi atribuído ao alto valor da carga normal que, em situações reais, provoca deformações plásticas excessivas no material estudado, distanciando-se assim do modelo elástico proposto neste trabalho. Dessa forma, para $P = 1000$ N a metodologia aqui implementada não é recomendada.

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

- Realizar análises experimentais exercendo controle sobre a carga cisalhante, Q , com o objetivo de avançar ainda mais no entendimento da fadiga por *fretting* nos fios de alumínio 1350-H19;
- Realizar análises numéricas com a ação controlada da carga cisalhante, Q , a fim de complementar a simulação proposta neste trabalho;
- Realizar análises numéricas considerando a influência da plasticidade na região de contato, bem como avaliar qual das duas abordagens (elástica ou plástica) melhor prevê a vida em fadiga do fio;
- Realizar análises numéricas considerando a geometria de todo o cabo condutor (como faz Wokem (2015) para cabos de aço), a fim de se estenderem os estudos às condições reais de operação, e, assim, poder decidir qual das abordagens (elástica ou plástica) melhor se aplica ao caso geral.

Referências Bibliográficas

ABAQUS 6.10. *Scripting Reference Manual*. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2010.

ABAQUS 6.11. *Analysis User's Manual: Elements*. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2011. Vol. IV.

ABAQUS 6.12. *Analysis User's Manual: Analysis*. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2012. Vol. II.

ABAQUS 6.12. *Analysis User's Manual: Prescribed Conditions, Constraints & Interactions*. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2012. Vol. V.

ABAQUS 6.12. *Scripting User's Manual*. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2012.

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. *Handbook of Mathematical Functions: with formulas, graphs, and mathematical table*. 10. ed. Washington, USA: National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, 1972.

ALART, P.; CURNIER, A. A mixed formulation for frictional contact problems prone to newton like solution methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier Science Publishers, v. 92, n. 3, p. 353–375, 1991.

ARAÚJO, J.; NOWELL, D. The effect of rapidly varying contact stress fields on fretting fatigue. *International Journal of Fatigue*, Elsevier Science Ltd, v. 24, n. 7, p. 763–775, 2002.

ARAÚJO, J. A.; SUSMEL, L.; TAYLOR, D.; FERRO, J. C. T.; FERREIRA, J. L. A. On the prediction of high-cycle fretting fatigue strength: Theory of critical distances vs. hot-spot approach. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier Ltd, v. 75, n. 7, p. 1763–1778, 2008.

ASTM B230/B230M. *Standard Specification for Aluminum 1350-H19 Wire for Electrical Purposes*. West Conshohocken, PA, 1999.

ASTM E1823. *Standard Terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing*. West Conshohocken, PA, 2013.

AZEVEDO, C. R. F.; HENRIQUES, A. M. D.; PULINOFILHO, A. R.; FERREIRA, J. L. A.; ARAÚJO, J. A. Fretting fatigue in overhead conductors: Rig design and failure analysis of a grosbeak aluminum cable steel reinforced conductor. *Engineering Failure Analysis*, Elsevier Ltd, v. 16, n. 1, p. 136–151, 2009.

BANNANTINE, J. A.; COMER, J. J.; HANDROCK, J. L. *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*. 1. ed. New Jersey, USA: Prentice Hall, 1990.

- BATHE, K. *Finite Element Procedures*. 1. ed. New Jersey, USA: Prentice-Hall, Inc, 1996.
- BENEDYK, J. C. International temper designation systems for wrought aluminum alloys: Part i - strain hardenable (h temper) aluminum alloys. *Light Metal Age*, Light Metal Age, v. 67, n. 5, p. 26–30, 2009.
- BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. 9. ed. New York, USA: McGraw-Hill, 2011.
- CALLISTER JR., W. D. *Materials Science and Engineering: an introduction*. 7. ed. New York, USA: John Wiley & Sons. Inc, 2007.
- COSTELLO, G. A. *Theory of Wire Rope*. 2. ed. New York, USA: Springer Science & Business Media, 1997.
- CRUZADO, A.; URCHEGUI, M.; GÓMEZ, X. Finite element modeling and experimental validation of fretting wear scars in thin steel wires. *Wear*, Elsevier B.V, v. 289, p. 26–38, 2012.
- CRUZADO, A.; URCHEGUI, M.; GÓMEZ, X. Finite element modeling of fretting wear scars in the thin steel wires: Application in crossed cylinder arrangements. *Wear*, Elsevier B.V, v. 318, n. 1, p. 98–105, 2014.
- CURNIER, A.; ALART, P. A generalized newton method for contact problems with friction. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, Gauthier-Villars, 1988.
- DE SOUZA, S. A. *Ensaio Mecânicos de Materiais Metálicos: Fundamentos Teóricos e Práticos*. 5. ed. São Paulo, Brasil: Editora Edgard Blucher LTDA, 1982.
- DIAZ, J. I. M.; ARAÚJO, J. A.; FERREIRA, J. L. A. *Testes em Modelo Reduzido de Resistência à Fadiga por Fretting*. CELG Distribuição e Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2017.
- DOWLING, N. E. *Mean Stress Effects in Stress-Life and Strain-Life Fatigue*. Society of Automotive Engineers, Inc., Virginia, USA, 2004.
- DOWLING, N. E. *Mechanical Behavior of Materials: engineering methods for deformation, fracture, and fatigue*. 4. ed. Essex, UK: Pearson, 2013.
- DOWLING, N. E.; CALHOUN, C. A.; ARCARI, A. Mean stress effects in stress-life fatigue and the walker equation. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Blackwell Publishing Ltd, v. 32, p. 163–179, 2009.
- FADEL, A. A. *Avaliação do Efeito de Tracionamento em Elevados Níveis de EDS Sobre a Resistência em Fadiga do Condutor IBIS (CAA 397,5 MCM)*. 185 p. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Publicação: ENM.TD-005/2010 — Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Brasília, DF, 2010.
- FADEL, A. A.; ROSA, D.; MURÇA, L. B.; FERREIRA, J. L. A.; ARAÚJO, J. A. Effect of high mean tensile stress on the fretting fatigue life of an ibis steel reinforced aluminum conductor. *International Journal of Fatigue*, Elsevier Ltd, v. 42, p. 24–34, 2012.
- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. *A first Course in Finite Elements*. 1. ed. West Sussex, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2007.

- GARCIA, A.; SPIM, J. A.; DOS SANTOS, C. A. *Ensaaios dos Materiais*. 2. ed. Rio de Janeiro, Brasil: Livros Técnicos e científicos, 2012.
- GREENWOOD, J. Formulas for moderately elliptical hertzian contacts. *Journal of Tribology*, American Society of Mechanical Engineers, v. 107, n. 4, p. 501–504, 1985.
- HILLS, D.; NOWELL, D. *Mechanics of Fretting Fatigue*. 1. ed. Waterloo, Canada: Kluwer Academic Publishers, 1994.
- HILLS, D.; NOWELL, D.; O’CONNOR, J. On the mechanics of fretting fatigue. *Wear*, Elsevier, v. 125, n. 1-2, p. 129–146, 1988.
- HILLS, D. A. Mechanics of fretting fatigue. *Wear*, Elsevier Sequoia, v. 175, n. 1-2, p. 107–113, 1994.
- HILLS, D. A.; MUGADU, A. An overview of progress in the study of fretting fatigue. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, SAGE Publications, v. 37, n. 6, p. 591–601, 2002.
- HILLS, D. A.; NOWELL, D.; SACKFIELD, A. *Mechanics of Elastic Contacts*. 1. ed. Oxford, UK: Elsevier Butterworth-Heinemann Ltd, 1993.
- HOBBS, R.; RAOOF, M. Behaviour of cables under dynamic or repeated loading. *Journal of Constructional Steel Research*, Elsevier Science Ltd, v. 39, n. 1, p. 31–50, 1996.
- HUGHES, T. J. R. *The Finite Element Method: Linear static and dynamic finite element analysis*. 1. ed. New Jersey, USA: Prentice-Hall, Inc, 1987.
- JOHNSON, K. L. *Contact Mechanics*. 1. ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985.
- JUVINALL, R. C.; MARSHEK, K. M. *Fundamentals of Machine Components Design*. 5. ed. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2011.
- KALOMBO, R. B.; MARTÍNEZ, J. M. G.; FERREIRA, J. L. A.; DASILVA, C. R. M.; ARAÚJO, J. A. Comparative fatigue resistance of overhead conductors made of aluminum and aluminum alloy: Tests and analysis. *Procedia Engineering*, Elsevier Ltd, v. 133, p. 223–232, 2015.
- KAUFMAN, J. G. *Properties of Aluminum Alloys: fatigue data and the effects of temperature, product form, and processing*. 1. ed. Ohio, USA: ASM International, 2008.
- KIKUCHI, N.; ODEN, J. T. *Contact Problems in Elasticity: a study of variational inequalities and finite element methods*. 1. ed. Philadelphia, USA: SIAM - Studies in Applied Mathematics, 1988.
- KIRKPATRICK, L. *Aluminum Electrical Conductor Handbook*. 3. ed. Washington, USA: The Aluminum Association, 1989.
- KNAPP, R.; CHIU, E. Tension fatigue model for helically armored cables. *Journal of Energy Resources Technology*, American Society of Mechanical Engineers, v. 110, n. 1, p. 12–18, 1988.
- KONYUKHOV, A.; IZI, R. *Introduction to Computational Contact Mechanics: A Geometrical Approach*. 1. ed. West Sussex, UK: John Wiley & Sons Ltd, 2015.

- KONYUKHOV, A.; SCHWEIZERHOF, K. On a geometrical approach in contact mechanics. In: *Wriggers P., Nackenhorst U. (eds) Analysis and Simulation of Contact Problems. Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*. Berlin, Germany: Springer-Heidelberg, 2006. v. 27, p. 23–30.
- KONYUKHOV, A.; SCHWEIZERHOF, K. *Computational Contact Mechanics: Geometrically Exact Theory for Arbitrary Shaped Bodies*. 1. ed. New York, USA: Springer Science & Business Media, 2013.
- LEE, Y.; PAN, J.; HATHAWAY, R.; BARKEY, M. *Fatigue Testing and Analysis: Theory and Practice*. 1. ed. Oxford, UK: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
- LUENBERGER, D. G.; YE, Y. *Linear and Nonlinear Programming*. 4. ed. New York, USA: Springer Science & Business Media, LLC, 2008.
- MUGADU, A.; HILLS, D. A.; NOWELL, D. Modifications to a fretting-fatigue testing apparatus based upon an analysis of contact stresses at complete and nearly complete contacts. *Wear*, Elsevier Science B.V, v. 252, n. 5-6, p. 475–483, 2002.
- MURTY, K. G.; YU, F.-T. *Linear Complementarity, Linear and Nonlinear Programming: Internet Edition*. 1. ed. [S.l.: s.n.], 1997.
- NEWMAN JR, J. C. The merging of fatigue and fracture mechanics concepts: A historical perspective. *Progress in Aerospace Sciences*, Elsevier Science Ltd, v. 34, n. 5-6, p. 347–390, 1998.
- NISHIOKA, K.; HIRAKAWA, K. Fundamental investigations of fretting fatigue: (part 3, some phenomena and mechanisms of surface cracks). *Bulletin of JSME*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 12, n. 51, p. 397–407, 1969.
- NISHIOKA, K.; HIRAKAWA, K. Fundamental investigations of fretting fatigue: (part 4, the effect of mean stress). *Bulletin of JSME*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 12, n. 51, p. 408–414, 1969.
- NISHIOKA, K.; HIRAKAWA, K. Fundamental investigations of fretting fatigue:(part 2, fretting fatigue testing machine and some test results). *Bulletin of JSME*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 12, n. 50, p. 180–187, 1969.
- NISHIOKA, K.; HIRAKAWA, K. Fundamental investigations of fretting fatigue:(part 5, the effect of relative slip amplitude). *Bulletin of JSME*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 12, n. 52, p. 692–697, 1969.
- NISHIOKA, K.; HIRAKAWA, K. Fundamental investigations of fretting fatigue: (part 6, effects of contact pressure and hardness of materials). *Bulletin of JSME*, The Japan Society of Mechanical Engineers, v. 15, n. 80, p. 135–144, 1972.
- NORTON, R. L. *Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada*. 4. ed. Porto Alegre, Brasil: Editora Bookman, 2013.
- NOWELL, D. *An Analysis of Fretting Fatigue*. 238 p. PhD Thesis — University of Oxford, Lincoln College, Trinity Term, Oxford, UK, 1988.
- NOWELL, D.; DINI, D.; HILLS, D. A. Recent developments in the understanding of fretting fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier Ltd, v. 73, n. 2, p. 207–222, 2006.

- NOWELL, D.; HILLS, D. A. Mechanics of fretting fatigue tests. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier Ltd, v. 29, n. 5, p. 355–365, 1987.
- NUNES FILHO, E. L. *Análise de tensões e deformações em fios de cabos condutores de linhas de transmissão*. 101 p. Dissertação de Mestrado — Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Brasília, DF, 2016.
- OLVER, F. W. J.; CLARK, C. W.; LOZIER, D. W., BOISVERT, R. F. *NIST Handbook of Mathematical Functions*. 1. ed. Cambridge, UK: National Institute of Standards and Technology and Cambridge University Press, 2010.
- PARIS, P. Fracture mechanics and fatigue: A historical perspective. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Blackwell Publisher Ltd, v. 21, n. 5, p. 535–540, 1998.
- PASCANU, R.; DAUPHIN, Y. N.; GANGULI, S.; BENGIO, Y. On the saddle point problem for non-convex optimization. *Cornell University Library: arXiv:1405.4604*, 2014.
- PILKEY, W. D. *Peterson's Stress Concentration Factors*. 2. ed. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc, 1997.
- POPOV, V. L. *Contact Mechanics and Friction: Physical Principles and Applications*. 1. ed. Berlin, Germany: Springer, 2010.
- PURI, G. M. *Python Scripts for Abaqus: Learn by Example*. 1. ed. USA: Gautam Puri, 2011.
- PUTTOCK, M.; THWAITE, E. *Elastic Compression of Spheres and Cylinders at Point and Line Contact*. Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, Melbourne, Australia, 1969. v. 25.
- RAOOF, M. Axial fatigue of multilayered strands. *Journal of Engineering Mechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 116, n. 10, p. 2083–2099, 1990.
- SACKFIELD, A.; HILLS, D. A. Some useful results in the classical hertz contact problem. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, SAGE Publications, v. 18, n. 2, p. 101–105, 1983.
- SACKFIELD, A.; HILLS, D. A. Some useful results in the tangentially loaded hertzian contact problem. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, SAGE Publications, v. 18, n. 2, p. 107–110, 1983.
- SCHÜTZ, W. A history of fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*, Elsevier Science Ltd, v. 54, n. 2, p. 263–300, 1996.
- SHATERZADEH-YAZDI, M. H. *Análise de Contato Entre Dois Corpos Elásticos Usando o Método dos Elementos de Contorno*. 102 p. Dissertação de Mestrado — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, SP, 2015.
- SIMO, J. C.; WRIGGERS, P.; TAYLOR, R. L. A perturbed lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier Science Publishers B.V, v. 50, n. 2, p. 163–180, 1985.
- SMITH, K. N.; WATSON, P.; TOPPER, T. H. A stress-strain function for the fatigue of metals. *Journal of Materials*, American Society for Testing Materials, v. 5, p. 767–778, 1970.

- SOCIE, D. F.; MARQUIS, G. B. *Multiaxial Fatigue*. 1. ed. Warrendale, USA: Society of Automotive Engineers, 2000.
- STACHOWIAK, G. W.; BATCHELOR, A. W. *Engineering Tribology*. 2. ed. London, UK: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2000.
- STEPHENS, R. I.; FATEMI, A.; STEPHENS, R. R.; FUCHS, H. O. *Metal Fatigue in Engineering*. 2. ed. New York, USA: John Wiley & Sons. Inc, 2000.
- STUDER, C. *Numerics of Unilateral Contacts and Friction: Modeling and Numerical Time Integration in Non-Smooth Dynamics*. 1. ed. Berlin, Germany: Springer Science & Business Media, 2009.
- SURESH, S. *Fatigue of Materials*. 2. ed. New York, USA: Cambridge University Press, 1998.
- TAYLOR, R. L.; PAPADOPOULOS, P. On a patch test for contact problems in two dimensions. In: *Wriggers P., Wagner W. (eds) Nonlinear Computational Mechanics*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1991. p. 690–702.
- WALKER, K. The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-t3 and 7075-t6 aluminum. In: *Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life*. West Conshohocken, PA: ASTM International, 1970. ASTM STP 462, p. 1–14.
- WATERHOUSE, R. B. Fretting fatigue. *Materials Science and Engineering*, Elsevier Sequoia, v. 25, p. 201 – 206, 1976.
- WATERHOUSE, R. B. Fretting fatigue. *International Materials Reviews*, Taylor & Francis, v. 37, n. 1, p. 77–98, 1992.
- WOKEM, C. O. *Fatigue Prediction for Strands and Wire Ropes in Tension and Bent Over Sheave Wheel*. 289 p. PhD Thesis — University of Alberta, Department of Civil and Environmental Engineering, Alberta, Canada, 2015.
- WRIGGERS, P. *Computational Contact Mechanics*. 1. ed. West Sussex, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2002.
- WRIGGERS, P. *Computational Contact Mechanics*. 2. ed. Berlin, Germany: Springer Science & Business Media, 2006.
- YASTREBOV, V. A. *Computational Contact Mechanics: Geometry, Detection and Numerical Techniques*. 383 p. PhD Thesis, NNT:2011ENMP0043 — École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Centre des Matériaux, Paris, France, 2011.
- YASTREBOV, V. A. *Numerical Methods in Contact Mechanics*. 1. ed. Hoboken, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2013.
- ZAVARISE, G.; WRIGGERS, P. A segment-to-segment contact strategy. *Mathematical and Computer Modeling*, Elsevier Science Ltd, v. 28, n. 4-8, p. 497–515, 1998.
- ZHOU, Z. R.; GOUDREAU, S.; FISET, M.; CARDOU, A. Single wire fretting fatigue tests for electrical conductor bending fatigue evaluation. *Wear*, Elsevier Science S.A., v. 181–183, p. 537–543, 1995.
- ZHOU, Z. R.; CARDOU, A.; FISET, M.; GOUDREAU, S. Fretting fatigue in electrical transmission lines. *Wear*, Elsevier Sequoia, v. 173, n. 1-2, p. 179–188, 1994.

Apêndice A

Arquivos de Entrada para o Cálculo da Vida

Nesse apêndice são fornecidos os dados de entrada para o cálculo da vida em fadiga sob condições de *fretting*, podendo ser utilizados no código fonte “Vida.m”, apresentado no apêndice C.1. As quatro colunas dos arquivos “P1000.txt”, “P500.txt” e “P250.txt” correspondem, respectivamente, ao raio do entalhe, às máximas tensões remotas aplicadas, às máximas tensões de von Mises coletadas da simulação e às deformações axiais médias também coletadas da simulação. Já para os arquivos “DadosExperimentaisP1000.txt”, “DadosExperimentaisP500.txt” e “DadosExperimentaisP250.txt” as colunas correspondem às tensões alternadas aplicadas, ao número de ciclos de vida obtidos experimentalmente e às cargas normais aplicadas, respectivamente.

A.1 P1000.txt

0.5816	80	2227	4.668E-03
0.5816	90	2234	4.712E-03
0.5816	100	2241	4.655E-03
0.5816	110	2249	4.690E-03
0.5816	120	2257	5.609E-03
0.5816	130	2264	4.728E-03

A.2 P500.txt

0.2509	80	1752	4.370E-03
0.2509	90	1761	4.617E-03
0.2509	100	1770	4.392E-03
0.2509	110	1779	4.468E-03
0.2509	120	1790	4.554E-03
0.2509	130	1801	4.658E-03

A.3 P250.txt

0.1900	80	1431	3.487E-03
0.1900	90	1443	3.601E-03
0.1900	100	1457	3.724E-03
0.1900	110	1550	3.847E-03
0.1900	120	1649	3.972E-03
0.1900	130	1693	4.208E-03

A.4 Dados Experimentais P1000.txt

T.Alt	N cilcos	F normal
45	6.49E+06	1000
45	2.59E+06	1000
45	2.72E+06	1000
45	5.51E+06	1000
49.5	7.81E+05	1000
49.5	1.46E+06	1000
49.5	1.54E+06	1000
49.5	1.77E+06	1000
54	7.79E+05	1000
54	1.06E+06	1000
54	1.13E+06	1000
58.5	1.64E+05	1000
58.5	2.29E+05	1000
58.5	2.46E+05	1000

A.5 DadosExperimentaisP500.txt

T.Alt	N cilcos	F normal
36	1.49E+06	500
36	3.32E+06	500
36	3.38E+06	500
36	2.28E+06	500
45	1.11E+06	500
45	7.00E+05	500
45	5.93E+05	500
45	9.29E+05	500
54	5.90E+05	500
54	3.49E+05	500
54	2.18E+05	500

A.6 DadosExperimentaisP250.txt

T.Alt	N cilcos	F normal
36	6.27E+06	250
36	5.00E+06	250
40.5	5.70E+06	250
40.5	5.52E+06	250
42.75	4.66E+06	250
42.75	6.32E+06	250
45	2.83E+06	250
45	6.33E+05	250
45	8.32E+05	250
45	5.52E+05	250
45	6.86E+05	250
49.5	4.60E+05	250
49.5	9.74E+05	250
54	4.51E+05	250
54	5.18E+05	250
54	4.91E+05	250
58.5	1.66E+05	250
58.5	2.55E+05	250
58.5	1.23E+05	250

Apêndice B

Análise Comparativa dos Resultados Previstos e Experimentais

Aqui são fornecidos todos os dados percentuais utilizados na análise dos resultados. Considerou-se o percentual dos dados internos às bandas de três e duas vidas, bem como a porcentagem de dados com tendências conservadoras (abaixo da linha de correlação perfeita no diagrama vida-vida) e o erro da inclinação prevista relativa à experimental.

B.1 Porcentagem de Dados Internos às Bandas de 3 Vidas

Gerber

Juvinal e Marshek (2011)			Budynas and Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
79%	82%	29%	63%	45%	57%

Goodman Modificado

Juvinal e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
47%	82%	0%	58%	82%	0%

Soderberg

Juvinal e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
37%	55%	0%	42%	73%	0%

SWT

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
42%	82%	0%	68%	91%	0%

Morrow

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
47%	82%	0%	84%	91%	0%

Walker

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
74%	100%	0%	95%	100%	0%

B.2 Porcentagem de Dados Internos às Bandas de 2 Vidas

Gerber

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas and Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
53%	36%	14%	53%	18%	36%

Goodman Modificado

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
37%	55%	0%	42%	55%	0%

Soderberg

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
26%	36%	0%	32%	55%	0%

SWT

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>	<i>250 N</i>	<i>500 N</i>	<i>1000 N</i>
37%	27%	0%	37%	45%	0%

Morrow

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
42%	64%	0%	42%	73%	0%

Walker

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
63%	91%	0%	68%	91%	0%

B.3 Porcentagem de Dados Abaixo da Linha de Correlação Perfeita

Gerber

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas and Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
0%	9%	100%	0%	0%	100%

Goodman Modificado

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
89%	82%	100%	84%	82%	100%

Soderberg

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
100%	91%	100%	95%	82%	100%

SWT

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
100%	100%	100%	95%	100%	100%

Morrow

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
84%	82%	100%	74%	64%	100%

Walker

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
68%	64%	100%	63%	55%	100%

B.4 Erro da Inclinação da Curva Prevista em Relação a Experimental

Gerber

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas and Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
18%	17%	89%	13%	20%	82%

Goodman Modificado

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
1%	31%	58%	5%	33%	52%

Soderberg

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
7%	35%	49%	10%	37%	43%

SWT

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
44%	1%	130%	38%	3%	122%

Morrow

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
2%	29%	63%	2%	31%	57%

Walker

Juvinall e Marshek (2011)			Budynas e Nisbett (2011)		
250 N	500 N	1000 N	250 N	500 N	1000 N
44%	1%	130%	38%	3%	122%

Apêndice C

Códigos Fonte para o Cálculo da Vida e das Características do Contato

Nesse apêndice apresentam-se os *scripts* em Matlab[®] para o cálculo da vida em fadiga uniaxial sob condições de *fretting*, bem como para a obtenção das características de um contato pontual. O apêndice C.1 contém o código “Vida.m”, sendo o arquivo principal para o cálculo da vida em fadiga uniaxial sob condições de *fretting*. No C.2 segue o código “HertzEllipticContact.m” para obtenção das características mecânicas e geométricas do contato, segundo a abordagem de Hertz (apresentada em Johnson (1985)). Além disso, são apresentados em C.3 e em C.4, por fim, os códigos-fonte das funções “NewthonRaphson.m” e “Tensoes3D” para se calcular, respectivamente, o valor de uma raiz utilizando o método numérico de Newthon-Raphson, bem como as tensões internas ao contato elíptico, segundo a abordagem de Hertz (apresentada em Johnson (1985)).

C.1 Vida.m

```
1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2 % Universidade de Brasilia – UnB
3 % Departamento de Engenharia Mecânica – ENM
4 % Group of Fatigue Fracture and Materials – GFFM
5 % Elaborado por: Rodrigo Lima Pereira
6 %
7 %           Calculo da vida em fadiga uniaxial, sob condicoes de fretting,
8 %                               do Al 1350–H19
9 %
10 % Inputs: Dadox (Smax, Smises, e_axial), E, A, R, Su, Sy, Sfb, Sel, Ne,
11 %          S1000_, N1000
12 % Outputs: Nf
13 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
14
15 close all;
```

```

16 clear all;
17 clc;
18
19 %% Inicializacao
20 % Propriedades fisicas e mecanicas do Al 1350-H19
21 E = 68900;           % [MPa]   % Modulo de elasticidade
22 A = pi*(3.139^2)/4; % [mm^2]  % Area de um fio
23 R = 0.1;            % Razao de carregamento
24
25 Su = 186;           % [MPa]   % Limite de resistencia a tracao
26 Sy = 165;           % [MPa]   % Limite de escoamento em tracao
27 SfB = 198.73;      % [MPa]   % Limite verdadeiro de ruptura
28 Sel = 48.3;         % [MPa]   % Resistencia a fadiga nao corrigida
29 Ne = 5E8;           % [ciclos] % Vida correspondente a Sel
30 S1000_ = 210;       % [MPa]   % Amplitude de tensao em 1000 ciclos
31 N1000 = 1E3;        % Vida correspondente a S1000_
32
33 % Carregamento dos inputs da simulacao
34 load P1000.txt
35 load P500.txt
36 load P250.txt
37
38 % Carregamento dos inputs do experimento
39 DadosExp_P1000 = dlmread('DadosExperimentais_P1000.txt','',1,0);
40 DadosExp_P500 = dlmread('DadosExperimentais_P500.txt','',1,0);
41 DadosExp_P250 = dlmread('DadosExperimentais_P250.txt','',1,0);
42
43 % Atribuicao dos inputs da simulacao a matriz 3D Dadox
44 Dadox = cat(3, P1000, P500, P250);
45
46 for k = 1:3
47     Dados = Dadox(:, :, k);
48     Smises_max = Dados(:, 3);   % [MPa] % Tensao maxima de von Mises
49     e_axial = Dados(:, 4);      % Deformacao axial media
50     Smax = Dados(:, 2);         % [MPa] % Tensao maxima em um fio
51
52     i = 1;
53     for i = 1:length(Dados(:, 1))
54         Smin = R*Smax(i);       % [MPa]% Tensao minima em um fio
55         Sm(i) = (Smax(i) + Smin)/2; % [MPa]% Tensao media em um fio
56         Sa(i) = (Smax(i) - Smin)/2; % [MPa]% Tensao alternada em um fio
57         Fm = Sm(i)*A;           % [N] % Forcas media em um fio
58         Fa = Sa(i)*A;           % [N] % Forcas alternadas em um fio
59
60         Snom = E*e_axial(i);    % [MPa]% Tensao nominal para 1 fio
61         kt(i) = Smises_max(i)/Snom; % Fator de concentracao de tensoes
62     end                         % elastico
63
64 %% Correcao da Resistencia a Fadiga

```

```

65 % Em 5x10^8
66 % Metodologia: (1) Juvinall e Marshek (2011)
67 % (2) Budynas e Nisbett (2011) -> Former Shigley's Book
68 Metodologia = 1; % Escolha aqui a metodologia (1) ou (2)
69 if Metodologia == 1 % Juvinall e Marshek (2011)
70 kcar = 1; % Axial % Correcao de carregamento
71 ktam = 0.9; % Axial % Correcao de tamanho
72 ktemp = 1; % 25 C = 77 F % Correcao de temperatura
73 kas = 0.98; % Ra = 0,1527 % Correcao de acabamento superficial
74 elseif Metodologia == 2 % Budynas e Nisbett (2011)
75 kcar = 0.85; % Axial % Correcao de carregamento
76 ktam = 1; % Axial % Correcao de tamanho
77 ktemp = 1.0019; % Tf = 77 F % Correcao de temperatura
78 kas = 4.51*Su^(-0.265); % Usinado ou laminado a frio
79 end
80
81 r = Dados(1,1); % Raio do entalhe
82 rho = 1.517; % Constante de Neuber: rho = raiz(a)
83 q = 1/(1 + rho/sqrt(r)); % Sensibilidade ao entalhe
84
85 for i = 1:length(Dados(:,1))
86 kf(i) = 1 + q*(kt(i) - 1); % Fator de concentracao de tensao
87 % em fadiga
88 kb = 1/kf(i); % Reciproco/Inverso do kf
89 Se(i) = Sel*kcar*ktam*ktemp*kas*kb;
90 end
91 kf
92 Se
93
94 % Em 10^3
95 q1000 = 0.12;
96 for i = 1:length(Dados(:,1))
97 kfl = q1000*(kf(i) - 1) + 1; % Fator de concentracao de tensao
98 % em 1000 ciclos
99 S1000(i) = S1000_/kfl; % Modelo de Heywood
100 end
101 kfl
102 S1000
103
104 %% Calculo da Vida
105 % Sar: Amplitude de tensao equivalente
106 % Modelo: Gerber(1), Goodman(2), Soderberg(3), SWT(4),
107 % Morrow(5), Walker(6).
108 for i = 1:length(Dados(:,1))
109 Modelo = 1; % Escolha aqui o modelo de (1) a (6)
110 if Modelo == 1
111 mynewFolder = 'Gerber';
112 Sar = (Sa(i)*(Su^2))/(Su^2 - Sm(i)^2);
113 elseif Modelo == 2

```

```

114         mynewFolder = 'Goodman';
115         Sar = (Sa(i)*Su)/(Su - Sm(i));
116     elseif Modelo == 3
117         mynewFolder = 'Soderberg';
118         Sar = (Sa(i)*Sy)/(Sy - Sm(i));
119     elseif Modelo == 4
120         mynewFolder = 'SWT';
121         Sar = sqrt(Smax(i)*Sa(i));
122     elseif Modelo == 5
123         mynewFolder = 'Morrow';
124         Sar = (Sa(i)*SfB)/(SfB - Sm(i));
125     elseif Modelo == 6
126         mynewFolder = 'Walker';
127         g = 0.65; % gamma para ligas de Al de menor resistencia
128         Sar = (Smax(i)^(1-g))*(Sa(i)^g);
129     end
130
131     % Ciclos para falha (Nf)
132     b = log10((S1000(i))/Se(i))/log10(N1000/Ne);
133     a = log10(S1000(i)) - (log10(N1000)/log10(N1000/Ne)) * ...
134         log10((S1000(i))/Se(i));
135     Nf(i) = (10^(-a/b))*(Sar^(1/b));
136
137     % Nao ha correcao em 10^3
138     end
139     format shortEng
140     Nf'
141 end

```

C.2 HertzEllipticContact.m

```

1  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2  % Universidade de Brasilia - UnB
3  % Departamento de Engenharia Mecanicas - ENM
4  % Group of Fatigue Fracture and Materials - GFFM
5  % Elaborado por: Rodrigo Lima Pereira
6  %
7  %           Caracteristicas do contato eliptico
8  %
9  % Inputs: P, Rx1, Ry1, E1, nu1, Rx2, Ry2, E2, nu2, alpha
10 % Outputs: a, b, p0, pm, delta, p(x), Sxx, Syy, Szz
11 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
12
13 clear all
14 close all
15 clc
16 syms B_
17
18 %% Forca normal aplicada [N]

```

```

19 P = 1000;
20
21 %% Propriedades Geometricas e Mecanicas dos Corpos em Contato %%
22 % Corpo 1: Cilindro
23 Rx1 = 1.5695e-3;           % Raio na direcao x [m]
24 Ry1 = inf;                 % Raio na direcao y [m]
25 E1 = 68.9e9;               % Modulo de Young [Pa]
26 nu1 = 0.33;                % Coeficiente Poisson
27 % Corpo 2: Cilindro
28 Rx2 = 1.5695e-3;           % Raio na direcao x [m]
29 Ry2 = inf;                 % Raio na direcao y [m]
30 E2 = 68.9e9;               % Modulo de Young [Pa]
31 nu2 = 0.33;                % Coeficiente Poisson
32 % Rotacao eixo-eixo
33 alpha = 29;                % [Graus]
34 % Curvaturas equivalentes (A e B)
35 A_ = (1/2)*(1/Rx1 + 1/Ry1 + 1/Rx2 + 1/Ry2) - B_;
36 y = B_ - A_ - (1/2)*sqrt(((1/Rx1 - 1/Ry1)^2 + (1/Rx2 - 1/Ry2)^2 + ...
37     2*(1/Rx1 - 1/Ry1)*(1/Rx2 - 1/Ry2)*cosd(2*alpha)));
38 B = double(NewtonRaphson( y ));
39 A = (1/2)*(1/Rx1 + 1/Ry1 + 1/Rx2 + 1/Ry2) - B;
40 % Razao de curvatura
41 B_A = B/A;
42 % Modulo Equivalente (Eeq)
43 Eeq = 1/((1 - nu1^2)/E1 + (1 - nu2^2)/E2); % Jonhson Equacao (4.17 - 4.18)
44 Re = (1/2)*(A*B)^(-1/2);           % Jonhson Equacao (4.28)
45
46 %% Caracteristicas do Contato %%
47 % Obtencao das Integrais Elipticas Completas
48 k(1) = (B_A)^(-2/3); % Jonhson: b/a = (B/A)^(-2/3) -> Equacao (4.33)
49 Erro = 100;
50 tol = 10^(-10);
51 i = 1;
52 while Erro >= tol
53     e(i) = sqrt(1 - k(i)^2);
54     [Ke(i),Ee(i)] = ellipke(e(i),tol);
55     % Jonhson Equacao (4.28) em funcao de k = b/a.
56     k(i+1) = sqrt(Ee(i)/(Ke(i) + (B_A)*(Ke(i) - Ee(i))));
57     Erro = abs(k(i+1) - k(i))/k(i+1)*100;
58     i = i + 1;
59 end
60 k = k(i);           % k = b/a
61 e = sqrt(1 - k^2);
62 [Ke,Ee] = ellipke(e,tol);           % Integrais elipticas completas
63 % Dimensoes do contato [m] b < a
64 % Jonhson Equacao (4.30) em funcao de a depois de substituir k = b/a.
65 a = ((3*P*Re)/(Eeq*pi*e^2)*sqrt(((1/k^2*Ee - Ke)*(Ke - Ee))))^(1/3);
66 b = a*k;
67 % Pressao maxima de Hertz [Pa]

```



```

68 p0 = 3*P/(2*pi*a*b);
69 % Pressao media no interior do contato [Pa]
70 pm = (2/3)*p0;
71 % Penetracao [m]
72 delta = (p0/Eeq)*(b*Ke);
73
74 %% Pressao de Contato
75 r = 1;
76 n = 1/2; % Pressao de Hertz
77 y_b = 0; % Nao varia em x
78 for x_a = -1:0.001:1
79     p(r) = p0*(1 - (x_a)^2 - (y_b)^2)^n;
80
81     j(r) = x_a;
82     r = r + 1;
83 end
84
85 %% Tensoes internas
86 i = 1;
87 y_b = 0;
88 z_a = 0;
89 caminho = 1;
90 for x_a = -1:0.01:1 % ao longo do eixo x
91     [Sxx_p0, Syy_p0, ~] = Tensoes3D_sup(x_a, y_b, z_a, nu1, k, e, caminho);
92     Sxx_x(i) = Sxx_p0; % Normalizado: Sxx/p0
93     Syy_x(i) = Syy_p0; % Normalizado: Syy/p0
94
95     uu(i) = x_a;
96     i = i + 1;
97 end
98
99 i = 1;
100 x_a = 0;
101 z_a = 0;
102 caminho = 2;
103 for y_b = -1:0.01:1 % ao longo do eixo y
104     [Sxx_p0, Syy_p0, ~] = Tensoes3D_sup(x_a, y_b, z_a, nu1, k, e, caminho);
105     Sxx_y(i) = Sxx_p0; % Normalizado: Sxx/p0
106     Syy_y(i) = Syy_p0; % Normalizado: Syy/p0
107
108     uuu(i) = y_b;
109     i = i + 1;
110 end
111
112 i = 1;
113 x_a = 0;
114 y_b = 0;
115 caminho = 3;
116 for z_b = 0:0.01:2 % ao longo do eixo z

```

```

117     z_a = z_b*k;
118     [Sxx_p0, Syy_p0, Szz_p0] = Tensoes3D_sup(x_a, y_b, z_a, nu1, k, e, caminho);
119     Sxx_z(i) = Sxx_p0;           % Normalizado: Sxx/p0
120     Syy_z(i) = Syy_p0;           % Normalizado: Syy/p0
121     Szz_z(i) = Szz_p0;           % Normalizado: Szz/p0
122
123     u(i) = -z_a;
124     i = i + 1;
125 end

```

C.3 NewtonRaphson.m

```

1  function [raiz] = NewtonRaphson( y )
2  % Funcao NewtonRaphson
3  %     Calcula o valor da raiz utilizando o metodo de Newton-Raphson
4  syms B_
5  fx = y ;
6  dx = diff(fx);
7  a = 0;
8  b = 1;
9  x_old = (a + b)/2;
10 fx_old = 1;
11
12 while abs(fx_old) > 1e-6
13     x_new = x_old - (subs(fx, B_, x_old)/subs(dx, B_, x_old));
14     x_old = x_new;
15     fx_old = double(subs(fx, B_, x_old));
16 end
17 raiz = x_old;
18 end

```

C.4 Tensoes3D.m

```

1  function [Sxx_p0, Syy_p0, Szz_p0] = Tensoes3D(x_a, y_b, z_a, nu1, k, e, caminho)
2  % Funcao Tensoes3D
3  %     Calcula as tensoes em profundidade e na superficie de um contato pontual
4  nu = nu1;
5  % Tensoes internas ao contato
6  y_a = y_b*k;
7  gama = sqrt(1 - (x_a)^2 - (y_b)^2);
8  if caminho == 1 % Ao longo do eixo x
9     Sxx_p0 = -2*nu*gama - (1 - 2*nu)*(k/(e^2))*((1 - k*gama) - (x_a/e)*...
10         atanh(e*x_a/(1 + k*gama)));
11     Syy_p0 = -2*nu*gama - (1 - 2*nu)*(k/(e^2))*((gama/k - 1) + (x_a/e)*...
12         atanh(e*x_a/(1 + k*gama)));
13     Szz_p0 = 0;
14 elseif caminho == 2 % Ao longo do eixo y
15     Sxx_p0 = -2*nu*gama - (1 - 2*nu)*(k/(e^2))*((1 - k*gama) - (y_a/e)*...

```

```

16         atan(e*y_b/(gama + k));
17     Syy_p0 = -2*nu*gama - (1 - 2*nu)*(k/(e^2))*((gama/k - 1) + (y_a/e)*...
18         atan(e*y_b/(gama + k));
19     Szz_p0 = 0;
20 elseif caminho == 3 % Ao longo do eixo z
21     zeta = z_a;
22     phi = acot(zeta); % [rad]
23     T = sqrt((k^2 + z_a^2)/(1 + z_a^2));
24     Fe = ellipticF(phi, e);
25     Ee = ellipticE(phi, e);
26
27     Omegax = -(1/2)*(1 - T) + zeta*(Fe - Ee);
28     Omegax_ = 1 - (T/(k^2)) + zeta*(((1/k)^2)*Ee - Fe);
29     Omegay = 1/2 + (1/(2*T)) - (T*((1/k)^2)) + zeta*(((1/k)^2)*Ee - Fe);
30     Omegay_ = -1 + T + zeta*(Fe - Ee);
31
32     Sxx_p0 = (2*k/e)*(Omegax + nu*Omegax_);
33     Syy_p0 = (2*k/e)*(Omegay + nu*Omegay_);
34     Szz_p0 = -(k/e)*((1 - (T^2))/T);
35 end
36 end

```

Apêndice D

Código Fonte da Simulação de Elementos Finitos

Finalmente, apresenta-se aqui o *script* “Contato.py”, escrito em Python™, para a reprodução da simulação construída neste trabalho. Para isso o leitor interessado deve copiar e colar o código em um software de edição de textos, tal como o Notepad++, ou na própria IDLE do Python, ou ainda na PDE do ABAQUS, onde for mais conveniente, e salvar em uma pasta acessível. Posteriormente, deve-se entrar na interface do usuário do ABAQUS e seguir o caminho: File → Run Script → Nome do Arquivo, dessa forma o código será prontamente implementado na plataforma e a simulação se construirá. Mais informações sobre como produzir *scripts* em Python™ para uso em ABAQUS/CAE são fornecidos nos trabalhos de Puri (2011), bem como nos manuais ABAQUS 6.10 (2010) e ABAQUS 6.12 (2012c). Vale ressaltar ainda que três apóstrofos foram colocados nas linhas 815 e 889 para impedir que o pós processamento seja iniciado automaticamente, mas caso isso seja desejado, pode-se retirá-los. O tempo de processamento médio é de 2 horas.

```
1 #####
2 # Universidade de Brasilia – UnB
3 # Departamento de Engenharia Mecanicas – ENM
4 # Group of Fatigue Fracture and Materials – GFFM
5 # Elaborado por: Rodrigo Lima Pereira
6 #
7 #           Analise do contato entre 2 fios de Al 1350–H19
8 #           sob condicoes de fretting
9 # Inputs: P = 1000N, Smax = 110 MPa
10 # Outputs: Simulacao utilizando o MEF na plataforma ABAQUS/CAE
11 #####
12
13 # INICIALIZACAO
14 from abaqus import *
15 from abaqusConstants import *
16 import regionToolset
17
```

```

18 session.viewports['Viewport: 1'].setValues(displayedObject=None)
19
20 #####
21 # MODELO (Model)
22 mdb.models.changeKey(fromName='Model-1', toName='Contato entre Fios')
23 contactModel = mdb.models['Contato entre Fios']
24
25 #####
26 # PARTES (Parts)
27 import sketch
28 import part
29
30 # a) CP
31 # i) Desenho do fio inferior: CP
32 CP_ProfileSketch = contactModel.ConstrainedSketch(name='Desenho do CP',
33                                                    sheetSize=20.0)
34 CP_ProfileSketch.Arc3Points(point1=(-1.5695,0.0), point2=(1.5695,0.0),
35                             point3=(0.0,1.5695))
36 CP_ProfileSketch.Line(point1=(-1.5695,0.0), point2=(1.5695,0.0))
37
38 # ii) Criacao da parte 3D por extrusao
39 CP_Part = contactModel.Part(name='CP', dimensionality=THREE_D,
40                             type=DEFORMABLE_BODY)
41 CP_Part.BaseSolidExtrude(sketch=CP_ProfileSketch, depth=8.0)
42
43 # b) Sapata
44 # i) Desenho do fio superior: sapata
45 sapataProfileSketch = contactModel.\
46     ConstrainedSketch(name='Desenho da Sapata',
47                       sheetSize=20.0)
48 sapataProfileSketch.Arc3Points(point1=(-1.5695,0.0), point2=(1.5695,0.0),
49                                point3=(0.0,-1.5695))
50 sapataProfileSketch.Line(point1=(-1.5695,0.0), point2=(1.5695,0.0))
51
52 # ii) Criacao da parte 3D por extrusao
53 sapataPart = contactModel.Part(name='Sapata', dimensionality=THREE_D,
54                                type=DEFORMABLE_BODY)
55 sapataPart.BaseSolidExtrude(sketch=sapataProfileSketch, depth=8.0)
56
57 # c) Acoplamento (Acopl)
58 # Desenho da regio do contato entre os fios: Acopl
59 AcoplProfileSketch = contactModel.\
60     ConstrainedSketch(name='Desenho do Acoplamento',
61                       sheetSize=20.0)
62 AcoplProfileSketch.Arc3Points(point1=(-0.551271258093508, 0.0),
63                               point2=(0.551271258093508, 0.0),
64                               point3=(0.0, 0.1))
65 AcoplProfileSketch.Line(point1=(-0.551271258093508, 0.0),
66                          point2=(-0.551271258093508, -0.1))

```

```

67 AcoplProfileSketch.Line(point1=(-0.551271258093508, -0.1),
68                             point2=(0.551271258093508, -0.1))
69 AcoplProfileSketch.Line(point1=(0.551271258093508, -0.1),
70                             point2=(0.551271258093508, 0.0))
71
72 # ii) Criacao da parte 3D por extrusao
73 AcoplPart = contactModel.Part(name='Acoplamento', dimensionality=THREE_D,
74                                 type=DEFORMABLE_BODY)
75 AcoplPart.BaseSolidExtrude(sketch=AcoplProfileSketch, depth=2.0)
76
77 # d) Criacao dos Datum Planes
78 # i) Criacao dos Datum planes no CP
79 CP_Part.DatumPlaneByPrincipalPlane(principalPlane=XZPLANE, offset=1.4695)
80 CP_Part.DatumPlaneByPrincipalPlane(principalPlane=XYPLANE, offset=3)
81 CP_Part.DatumPlaneByPrincipalPlane(principalPlane=XYPLANE, offset=5)
82
83 # Atribuindo os datum planes a variaveis
84 CP_DatumsKeys = CP_Part.datums.keys()
85 CP_DatumsKeys.sort()
86 CP_DatumPlaneXZ = CP_Part.datums[CP_DatumsKeys[0]]
87 CP_DatumPlaneXY_1 = CP_Part.datums[CP_DatumsKeys[1]]
88 CP_DatumPlaneXY_2 = CP_Part.datums[CP_DatumsKeys[2]]
89
90 # ii) Criacao dos Datum planes na Sapata
91 sapataPart.DatumPlaneByPrincipalPlane(principalPlane=XZPLANE, offset=-1.4695)
92 sapataPart.DatumPlaneByPrincipalPlane(principalPlane=XYPLANE, offset=3)
93 sapataPart.DatumPlaneByPrincipalPlane(principalPlane=XYPLANE, offset=5)
94
95 # Atribuindo os datum planes a variaveis
96 sapataDatumsKeys = sapataPart.datums.keys()
97 sapataDatumsKeys.sort()
98 sapataDatumPlaneXZ = sapataPart.datums[sapataDatumsKeys[0]]
99 sapataDatumPlaneXY_1 = sapataPart.datums[sapataDatumsKeys[1]]
100 sapataDatumPlaneXY_2 = sapataPart.datums[sapataDatumsKeys[2]]
101
102 # iii) Criacao dos Datum planes no Acoplamento
103 AcoplPart.DatumPlaneByPrincipalPlane(principalPlane=XZPLANE, offset=-0.08)
104 AcoplPart.DatumPlaneByPrincipalPlane(principalPlane=YZPLANE, offset=0.0)
105
106 # Atribuindo os datum planes a variaveis
107 AcoplDatumsKeys = AcoplPart.datums.keys()
108 AcoplDatumsKeys.sort()
109 AcoplDatumPlaneXZ = AcoplPart.datums[AcoplDatumsKeys[0]]
110 AcoplDatumPlaneYZ = AcoplPart.datums[AcoplDatumsKeys[1]]
111
112 # e) Criacao das particoes
113 # i) Criacao das particoes no CP
114 CP_Cells = CP_Part.cells
115 CP_Part.PartitionCellByDatumPlane(datumPlane=CP_DatumPlaneXY_1,

```

```

116             cells=CP_Cells)
117 CP_Part.PartitionCellByDatumPlane(datumPlane=CP_DatumPlaneXY_2,
118             cells=CP_Cells)
119
120 CP_Point_atCenter = (0.0,1.0,4.0)
121 CP_Cells_atCenter = CP_Part.cells.findAt((CP_Point_atCenter,))
122 CP_Part.PartitionCellByDatumPlane(datumPlane=CP_DatumPlaneXZ,
123             cells=CP_Cells_atCenter)
124
125 # ii) Criacao das particoes na Sapata
126 sapataCells = sapataPart.cells
127 sapataPart.PartitionCellByDatumPlane(datumPlane=sapataDatumPlaneXY_1,
128             cells=sapataCells)
129 sapataPart.PartitionCellByDatumPlane(datumPlane=sapataDatumPlaneXY_2,
130             cells=sapataCells)
131
132 sapataPoint_atCenter = (0.0,-1.0,4.0)
133 sapataCells_atCenter = sapataPart.cells.findAt((sapataPoint_atCenter,))
134 sapataPart.PartitionCellByDatumPlane(datumPlane=sapataDatumPlaneXZ,
135             cells=sapataCells_atCenter)
136
137 # iii) Criacao das particoes no Acopl
138 AcoplCells = AcoplPart.cells
139 AcoplPart.PartitionCellByDatumPlane(datumPlane=AcoplDatumPlaneYZ,
140             cells=AcoplCells)
141 AcoplPart.PartitionCellByDatumPlane(datumPlane=AcoplDatumPlaneXZ,
142             cells=AcoplCells)
143
144 AcoplPoint_left = (0.3,0.0,1.0)
145 AcoplCells_left = AcoplPart.cells.findAt((AcoplPoint_left,))
146 AcoplPart.PartitionCellByDatumPlane(datumPlane=AcoplDatumPlaneXZ,
147             cells=AcoplCells_left)
148
149 # Identificacao das faces e vertices
150 CP_PointatFaceforExtrusion = (0.0,1.4695,4.0)
151 CP_FaceforExtrusion = CP_Part.faces.findAt(CP_PointatFaceforExtrusion)
152
153 CP_PointatEdgeforExtrusion = (0.0,1.4695,3.0)
154 CP_EdgeforExtrusion = CP_Part.edges.findAt(CP_PointatEdgeforExtrusion)
155
156 # Identificacao do plano de sketch
157 TransformationCoord = CP_Part. \
158             MakeSketchTransform(sketchPlane=CP_FaceforExtrusion,
159             sketchUpEdge=CP_EdgeforExtrusion,
160             sketchPlaneSide=SIDE1, sketchOrientation=RIGHT,
161             origin=(0.0,1.4695,4.0))
162
163 # Sketch do furo
164 CP_HoleProfileSketch = mdb.models['Contato entre Fios']. \

```

```

165         ConstrainedSketch(name='Furo no CP',
166         sheetSize=15, gridSpacing=0.20,
167         transform=TransformationCoord)
168
169 CP_HoleProfileSketch.setPrimaryObject(option=SUPERIMPOSE)
170 CP_Part.projectReferencesOntoSketch(sketch=CP_HoleProfileSketch,
171         filter=COPLANAR_EDGES)
172 CP_HoleProfileSketch.rectangle(point1=(-1.0, 0.551271258093508),
173         point2=(1.0, -0.551271258093508))
174
175 # Corte extrudado
176 CP_Part.CutExtrude(sketchPlane=CP_FaceforExtrusion,
177         sketchUpEdge=CP_EdgeforExtrusion,
178         sketchPlaneSide=SIDE1, sketchOrientation=RIGHT,
179         sketch=CP_HoleProfileSketch, depth=0.1,
180         flipExtrudeDirection=OFF)
181
182 # Remocao de faces
183 CP_PointatFaceforDeletion_1 = (0.0,1.5695,4.0)
184 CP_FaceforDeletion_1 = CP_Part.faces.findAt(CP_PointatFaceforDeletion_1)
185 CP_Part.RemoveFaces(faceList=(CP_FaceforDeletion_1, ), deleteCells=False)
186
187 CP_PointatFaceforDeletion_2 = (0.0, 1.4695, 4.0)
188 CP_FaceforDeletion_2 = CP_Part.faces.findAt(CP_PointatFaceforDeletion_2)
189 CP_Part.RemoveFaces(faceList=(CP_FaceforDeletion_2, ), deleteCells=False)
190
191 # i) na Sapata
192 # Identificacao das faces e vertices
193 sapataPointatFaceforExtrusion = (0.0, -1.4695,4.0)
194 sapataFaceforExtrusion = sapataPart.\
195         faces.findAt(sapataPointatFaceforExtrusion)
196
197 sapataPointatEdgeforExtrusion = (0.0, -1.4695,3.0)
198 sapataEdgeforExtrusion = sapataPart.edges.\
199         findAt(sapataPointatEdgeforExtrusion)
200
201 # Identificacao do plano de sketch
202 TransformationCoord = sapataPart.\
203         MakeSketchTransform(sketchPlane=sapataFaceforExtrusion,
204         sketchUpEdge=sapataEdgeforExtrusion, sketchPlaneSide=SIDE1,
205         ketchOrientation=RIGHT, origin=(0.0, -1.4695,4.0))
206
207 # Sketch do furo
208 sapataHoleProfileSketch = mdb.models['Contato entre Fios']. \
209         ConstrainedSketch(name='Furo na Sapata',
210         sheetSize=15, gridSpacing=0.20,
211         transform=TransformationCoord)
212
213 sapataHoleProfileSketch.setPrimaryObject(option=SUPERIMPOSE)

```



```

214 sapataPart.projectReferencesOntoSketch( sketch=sapataHoleProfileSketch ,
215                                     filter=COPLANAR_EDGES)
216 sapataHoleProfileSketch.rectangle( point1=(-1.0, 0.551271258093508),
217                                    point2=(1.0, -0.551271258093508))
218
219 # Corte extrudado
220 sapataPart.CutExtrude( sketchPlane=sapataFaceforExtrusion ,
221                       sketchUpEdge=sapataEdgeforExtrusion ,
222                       sketchPlaneSide=SIDE1, sketchOrientation=RIGHT,
223                       sketch=sapataHoleProfileSketch , depth=0.1,
224                       flipExtrudeDirection=ON)
225
226 # Remocao de faces
227 sapataPointatFaceforDeletion_1 = (0.0, -1.5695, 4.0)
228 sapataFaceforDeletion_1 = sapataPart.faces.\
229                             findAt(( sapataPointatFaceforDeletion_1 , ))
230 sapataPart.RemoveFaces( faceList=sapataFaceforDeletion_1 , deleteCells=False)
231
232 sapataPointatFaceforDeletion_2 = (0.0, -1.4695, 4.0)
233 sapataFaceforDeletion_2 = sapataPart.faces.\
234                             findAt(( sapataPointatFaceforDeletion_2 , ))
235 sapataPart.RemoveFaces( faceList=sapataFaceforDeletion_2 , deleteCells=False)
236
237 #####
238 # MATERIAIS (Materials)
239 import material
240
241 # Criacao do Alumínio 1350-H19 atribuindo o Modulo de Young e o
242 # Coeficiente de Poisson
243 aluminumMaterial = contactModel.Material(name='Aluminio 1350-H19')
244 aluminumMaterial.Elastic(table=((68900, 0.33), ))
245
246 #####
247 # SECOES (Sections)
248 import section
249
250 # Criacao das secoes
251 AlSection = contactModel.HomogeneousSolidSection(name='Aluminio' ,
252                                                  material='Aluminio 1350-H19')
253
254 # Atribuindo a secao ao CP
255 CP_cells = CP_Part.cells
256 CP_region = regionToolset.Region(cells=CP_cells)
257 CP_Part.SectionAssignment(region=CP_region , sectionName='Aluminio')
258
259 # Atribuindo a secao a sapata
260 sapataregion = (sapataPart.cells ,)
261 sapataPart.SectionAssignment(region=sapataregion , sectionName='Aluminio')
262

```

```

263 # Atribuindo a secao ao Acopl
264 Acopl_cells = AcoplPart.cells
265 Acoplregion = regionToolset.Region(cells=Acopl_cells)
266 AcoplPart.SectionAssignment(region=Acoplregion, sectionName='Aluminio')
267
268 #####
269 # MONTAGEM (Assembly)
270 import assembly
271
272 # Criacao das instancias
273 contactAssembly = contactModel.rootAssembly
274 contactAssembly.DatumCsysByDefault(CARTESIAN)
275
276 CP_Instance = contactAssembly.Instance(name='CP-1',
277                                       part=CP_Part, dependent=ON)
278 sapataInstance = contactAssembly.Instance(name='Sapata-1',
279                                           part=sapataPart, dependent=ON)
280 AcoplInstance_1 = contactAssembly.Instance(name='Acoplamento-1',
281                                           part=AcoplPart, dependent=ON)
282 AcoplInstance_2 = contactAssembly.Instance(name='Acoplamento-2',
283                                           part=AcoplPart, dependent=ON)
284
285 # ++++++
286 # ++++++
287 # Sera aqui identificada as faces que serao usadas nas condicoes de
288 # contorno, na aplicacao dos carregamentos, no estabelecimento dos
289 # contatos e na atribuicao dos pontos de referencia. Isso sera feito
290 # neste ponto do codigo, pois posteriormente serao efetuados movimentos
291 # de rotacao e translacao, fato que alterara a localizacao das faces
292 # desejadas.
293 # Outra coisa interessante e o fato do abaqus identificar tanto 'sets'
294 # quanto 'surfaces' como 'regions', de forma que se pode utilizar as
295 # duas formas, conforme pode ser visto nas variaveis CP_LeftFace_region
296 # e CP_LeftFace_surf. As duas formas podem ser utilizadas sem prejuizo
297 # ao codigo, mas como 'sets' e 'surfaces' o abaqus mostrara na arvore
298 # do GUI.
299
300 # a) CP
301 # Face superior (utilizado no Tie com Acoplamento_1)
302 CP_pointatUpFace = (0.0, 1.3695, 4.0)
303 CP_UpFace = CP_Instance.faces.findAt((CP_pointatUpFace, ))
304 # CP_UpFace_region = regionToolset.Region(faces=CP_UpFace)
305 CP_UpFace_surf = contactAssembly.Surface(side1Faces=CP_UpFace,
306                                         name='CP: Face Superior')
307
308 # Face inferior
309 CP_pointatBottomFaceCenter = (0.0, 0.0, 4.0)
310 CP_pointatBottomFaceLeft = (0.0, 0.0, 2.0)
311 CP_pointatBottomFaceRight = (0.0, 0.0, 6.0)

```

```

312 CP_BottomFace = CP_Instance.faces.findAt(( CP_pointatBottomFaceCenter , ),
313                                             ( CP_pointatBottomFaceLeft , ),
314                                             ( CP_pointatBottomFaceRight , ))
315 CP_BottomFace_region = regionToolset.Region(faces=CP_BottomFace)
316 CP_BottomFace_surf = contactAssembly.Surface(side1Faces=CP_BottomFace ,
317                                             name='CP: Face Inferior')
318
319 # Face esquerda (Utilizada no acoplamento do RP_Left)
320 CP_pointatLeftFace = (0.0, 1.0, 8.0)
321 CP_LeftFace = CP_Instance.faces.findAt(( CP_pointatLeftFace , ))
322 # CP_LeftFace_region = regionToolset.Region(faces=CP_LeftFace)
323 CP_LeftFace_surf = contactAssembly.Surface(side1Faces=CP_LeftFace ,
324                                             name='CP: Face Esquerda')
325
326 # Face direita (Utilizada no acoplamento do RP_Right)
327 CP_pointatRightFace = (0.0, 1.0, 0.0)
328 CP_RightFace = CP_Instance.faces.findAt(( CP_pointatRightFace , ))
329 # CP_RightFace_region = regionToolset.Region(faces=CP_RightFace)
330 CP_RightFace_surf = contactAssembly.Surface(side1Faces=CP_RightFace ,
331                                             name='CP: Face Direita')
332
333 # b) Sapata
334 # Face superior (Utilizada no acoplamento do RP_Up)
335 sapatapointatUpFaceCenter = (0.0, 0.0, 4.0)
336 sapatapointatUpFaceLeft = (0.0, 0.0, 2.0)
337 sapatapointatUpFaceRight = (0.0, 0.0, 6.0)
338 sapataUpFace = sapataInstance.faces.findAt(( sapatapointatUpFaceCenter , ),
339                                             ( sapatapointatUpFaceLeft , ),
340                                             ( sapatapointatUpFaceRight , ))
341 # sapataUpFace_region = regionToolset.Region(faces=sapataUpFace)
342 sapataUpFace_surf = contactAssembly.Surface(side1Faces=sapataUpFace ,
343                                             name='Sapata: Face Superior')
344
345 # Face inferior (utilizada no Tie com Acoplamento_2)
346 sapatapointatBottomFace = (0.0, -1.3695 ,4.0)
347 sapataBottomFace = sapataInstance.faces.findAt(( sapatapointatBottomFace , ))
348 # sapataBottomFace_region = regionToolset.Region(faces=sapataBottomFace)
349 sapataBottomFace_surf = contactAssembly.Surface(side1Faces=sapataBottomFace ,
350                                             name='Sapata: Face Inferior')
351
352 # Face esquerda
353 sapatapointatLeftFace = (0.0, -1.0, 8.0)
354 sapataLeftFace = sapataInstance.faces.findAt(( sapatapointatLeftFace , ))
355 sapataLeftFace_region = regionToolset.Region(faces=sapataLeftFace)
356
357 # Face direita
358 sapatapointatRightFace = (0.0, -1.0, 0.0)
359 sapataRightFace = sapataInstance.faces.findAt(( sapatapointatRightFace , ))
360 sapataRightFace_region = regionToolset.Region(faces=sapataRightFace)

```

```

361
362 # c) Acoplamento_1
363 # Face Superior (utilizada no contato: Lado do CP)
364 Acopl1_pointatUpFaceRight = (-1E-5, 0.1, 1.0)
365 Acopl1_pointatUpFaceLeft = (1E-5, 0.1, 1.0)
366 Acopl1_UpFace = AcoplInstance_1.faces.findAt(( Acopl1_pointatUpFaceRight , ),
367                                               ( Acopl1_pointatUpFaceLeft , ))
368 # Acopl1_UpFace_region = regionToolset.Region(faces=Acopl1_UpFace)
369 Acopl1_UpFace_surf = contactAssembly.Surface(side1Faces=Acopl1_UpFace ,
370                                               name='Acopl1: Face superior')
371
372 # Face Inferior (utilizada no Tie com o CP)
373 Acopl1_pointatBottomFaceBehind = (-0.1, -0.1, 1.0)
374 Acopl1_pointatBottomFaceFront = (0.1, -0.1, 1.0)
375 Acopl1_BottomFace = AcoplInstance_1.faces.\
376                       findAt(( Acopl1_pointatBottomFaceBehind , ),
377                               ( Acopl1_pointatBottomFaceFront , ))
378 # Acopl1_BottomFace_region = regionToolset.Region(faces=Acopl1_BottomFace)
379 Acopl1_BottomFace_surf = contactAssembly.\
380                       Surface(side1Faces=Acopl1_BottomFace ,
381                               name='Acopl1: Face Inferior')
382
383 # d) Acoplamento_2
384 # Face Superior (utilizada no Tie com a Sapata)
385 # Essa face sera invertida!
386 Acopl2_pointatUpFaceBehind = (-0.1, -0.1, 1.0)
387 Acopl2_pointatUpFaceFront = (0.1, -0.1, 1.0)
388 Acopl2_UpFace = AcoplInstance_2.faces.findAt(( Acopl2_pointatUpFaceBehind , ),
389                                               ( Acopl2_pointatUpFaceFront , ))
390 # Acopl2_UpFace_region = regionToolset.Region(faces=Acopl2_UpFace)
391 Acopl2_UpFace_surf = contactAssembly.Surface(side1Faces=Acopl2_UpFace ,
392                                               name='Acopl2: Face Superior')
393
394 # Face Inferior (utilizada no contato: Lado da sapata)
395 # Essa face sera invertida!
396 Acopl2_pointatBottomFaceRight = (-1E-5, 0.1, 1.0)
397 Acopl2_pointatBottomFaceLeft = (1E-5, 0.1, 1.0)
398 Acopl2_BottomFace = AcoplInstance_2.faces.\
399                       findAt(( Acopl2_pointatBottomFaceRight , ),
400                               ( Acopl2_pointatBottomFaceLeft , ))
401 # Acopl2_BottomFace_region = regionToolset.Region(faces=Acopl2_BottomFace)
402 Acopl2_BottomFace_surf = contactAssembly.\
403                       Surface(side1Faces=Acopl2_BottomFace ,
404                               name='Acopl2: Face Inferior')
405 # ++++++
406 # ++++++
407
408 # Posicionamento das instancias
409 # Translacao

```

```

410 contactAssembly.translate(instanceList=('CP-1', ),
411                             vector=(0.0, -1.5695, -4.0))
412 contactAssembly.translate(instanceList=('Sapata-1', ),
413                             vector=(0.0, 1.5695, -4.0))
414 contactAssembly.translate(instanceList=('Acoplamento-1', ),
415                             vector=(0.0, -0.1, -1.0))
416 contactAssembly.translate(instanceList=('Acoplamento-2', ),
417                             vector=(0.0, -0.1, -1.0))
418
419 # Rotacao
420 contactAssembly.rotate(instanceList=('Sapata-1', ),
421                         axisPoint=(0.0, 0.0, 0.0),
422                         axisDirection=(0.0, 1.0, 0.0),
423                         angle=29.0)
424 contactAssembly.rotate(instanceList=('Acoplamento-2', ),
425                         axisPoint=(0.0, 0.0, 0.0),
426                         axisDirection=(0.0, 0.0, 1.0),
427                         angle=180.0)
428 contactAssembly.rotate(instanceList=('Acoplamento-2', ),
429                         axisPoint=(0.0, 0.0, 0.0),
430                         axisDirection=(0.0, 1.0, 0.0),
431                         angle=29.0)
432
433 #####
434 # PASSOS (Steps)
435 import step
436
437 contactModel.StaticStep(name='Identacao', previous='Initial',
438                         description='Estabelece o contato',
439                         timePeriod = 1.0, nlgeom=OFF,
440                         timeIncrementationMethod=AUTOMATIC,
441                         maxNumInc=100, initialInc=1,
442                         minInc=1E-005, maxInc=1)
443
444 contactModel.StaticStep(name='Carga de EDS',
445                         previous='Identacao',
446                         description='Aplica a carga de EDS',
447                         timePeriod = 1.0, nlgeom=OFF,
448                         timeIncrementationMethod=AUTOMATIC,
449                         maxNumInc=100, initialInc=0.1,
450                         minInc=1E-005, maxInc=1)
451
452 contactModel.StaticStep(name='Carga P',
453                         previous='Carga de EDS',
454                         description='Aplica a carga P',
455                         timePeriod = 1.0, nlgeom=OFF,
456                         timeIncrementationMethod=AUTOMATIC,
457                         maxNumInc=100, initialInc=0.1,
458                         minInc=1E-005, maxInc=1)

```

```

459
460 contactModel.StaticStep(name='Carga B',
461                          previous='Carga P',
462                          description='Aplica a carga B',
463                          timePeriod = 1.0, nlgeom=OFF,
464                          timeIncrementationMethod=FIXED,
465                          maxNumInc=1000, initialInc=0.025)
466
467 #####
468 # LIMITACOES (Constraints)
469
470 # Pontos de referencia
471 RP_1 = contactAssembly.ReferencePoint(point=(0.0, 4.0, 0.0))
472 RP_Up = (contactAssembly.referencePoints[RP_1.id], )
473 # RP_Up_region = regionToolset.Region(referencePoints=RP_Up)
474 RP_Up_set = contactAssembly.Set(referencePoints=RP_Up, name='RP Cima')
475
476 RP_2 = contactAssembly.ReferencePoint(point=(0.0, -0.78475, -7.0))
477 RP_Right = (contactAssembly.referencePoints[RP_2.id], )
478 # RP_Right_region = regionToolset.Region(referencePoints=RP_Right)
479 RP_Right_set = contactAssembly.Set(referencePoints=RP_Right, name='RP Direita')
480
481 RP_3 = contactAssembly.ReferencePoint(point=(0.0, -0.78475, 7.0))
482 RP_Left = (contactAssembly.referencePoints[RP_3.id], )
483 # RP_Left_region = regionToolset.Region(referencePoints=RP_Left)
484 RP_Left_set = contactAssembly.Set(referencePoints=RP_Left, name='RP Esquerda')
485
486 # Acoplando os RPs as faces
487 contactModel.Coupling(name='Coupling: Superior', controlPoint=RP_Up_set,
488                       surface=sapataUpFace_surf,
489                       influenceRadius=WHOLE_SURFACE,
490                       couplingType=KINEMATIC, localCsys=None, u1=ON,
491                       u2=ON, u3=ON, ur1=ON, ur2=ON, ur3=ON)
492
493 contactModel.Coupling(name='Coupling: Direita', controlPoint=RP_Right_set,
494                       surface=CP_RightFace_surf,
495                       influenceRadius=WHOLE_SURFACE,
496                       couplingType=KINEMATIC, localCsys=None, u1=ON,
497                       u2=ON, u3=ON, ur1=ON, ur2=ON, ur3=ON)
498
499 contactModel.Coupling(name='Coupling: Esquerda', controlPoint=RP_Left_set,
500                       surface=CP_LeftFace_surf,
501                       influenceRadius=WHOLE_SURFACE,
502                       couplingType=KINEMATIC, localCsys=None, u1=ON,
503                       u2=ON, u3=ON, ur1=ON, ur2=ON, ur3=ON)
504
505
506 contactModel.Tie(name='Tie: CP-Acopl1_1', master=CP_UpFace_surf,
507                 slave=Acopl1_BottomFace_surf,

```

```

508         positionToleranceMethod=COMPUTED, adjust=ON,
509         tieRotations=ON,
510         constraintEnforcement=SURFACE_TO_SURFACE, thickness=OFF)
511
512 contactModel.Tie(name='Tie: Sapata-Acopl_2', master=sapataBottomFace_surf,
513                 slave=Acopl2_UpFace_surf,
514                 positionToleranceMethod=COMPUTED, adjust=ON,
515                 tieRotations=ON,
516                 constraintEnforcement=SURFACE_TO_SURFACE, thickness=OFF)
517
518 #####
519 # PROPRIEDADES DAS INTERACOES (Interaction Properties)
520
521 # Contato: comportamento tangencial
522 friction_contact = contactModel.ContactProperty('Atrito')
523 friction_contact.TangentialBehavior(formulation=LAGRANGE,
524                                     directionality=ISOTROPIC,
525                                     slipRateDependency=OFF,
526                                     pressureDependency=OFF,
527                                     temperatureDependency=OFF,
528                                     dependencies=0,
529                                     table=((0.6, ), ),
530                                     shearStressLimit=None, )
531
532 # Contato: comportamento Normal
533 friction_contact.NormalBehavior(pressureOverclosure=HARD,
534                                 constraintEnforcementMethod=DEFAULT,
535                                 allowSeparation=ON)
536
537 #####
538 # INTERACOES (Interactions)
539 contactModel.SurfaceToSurfaceContactStd(name='Contato fio-fio',
540                                         createStepName='Identacao',
541                                         master=Acopl1_UpFace_surf,
542                                         slave=Acopl2_BottomFace_surf,
543                                         sliding=FINITE,
544                                         interactionProperty='Atrito')
545
546 #####
547 # CONDICAOES DE CONTORNO (Boundary Conditions - BCs)
548 # As BCs so aceitam 'sets' ou regioes no argumento 'region'
549 contactModel.EncastreBC(name='CP: Encastre', createStepName='Initial',
550                          region=RP_Left_set)
551
552 contactModel.DisplacementBC(name='CP: Restricao XeY',
553                              createStepName='Initial',
554                              region=CP_BottomFace_region, u1=SET, u2=SET,
555                              u3=UNSET, ur1=UNSET, ur2=UNSET, ur3=UNSET,
556                              amplitude=UNSET, distributionType=UNIFORM,

```

```

557         localCsys=None)
558
559     contactModel.DisplacementBC(name=' Sapata: Restricao X,ZeRotacoes' ,
560                                createStepName=' Initial' ,
561                                region=RP_Up_set, u1=0.0, u3=0.0, u2=UNSET,
562                                ur1=0.0, ur2=0.0, ur3=0.0, amplitude=UNSET,
563                                distributionType=UNIFORM, localCsys=None)
564
565     contactModel.DisplacementBC(name=' Sapata: Identacao' ,
566                                createStepName=' Identacao' ,
567                                region=RP_Up_set, u1=0.0, u2 =-0.0014,
568                                u3=0.0, ur1=0.0, ur2=0.0, ur3=0.0,
569                                amplitude=UNSET, distributionType=UNIFORM,
570                                localCsys=None)
571
572     # Condicoes de contorno serao propagadas de um passo para outro
573     # automaticamente , mas eu nao quero que isso aconteca com a condicao
574     # de contorno ' Sapata: Identacao' , pois isso serve apenas para iniciar
575     # o contato e nao deve ser propagado para os demais passos.
576
577     contactModel.boundaryConditions[' Sapata: Identacao' ]. \
578                                     deactivate(' Carga de EDS' )
579
580     #####
581     # AMPLITUDES ( Amplitudes )
582     contactModel.PeriodicAmplitude(name=' Amp' , timeSpan=STEP,
583                                   frequency=6.28, start=0.0, a_0=0.0,
584                                   data=((0.0, 1.0), ))
585
586     #####
587     # CARREGAMENTOS ( Loads )
588     contactModel.ConcentratedForce(name=' Carga de EDS' ,
589                                    createStepName=' Carga de EDS' ,
590                                    region=RP_Right_set, cf1 =0.0,
591                                    cf2 = 0.0, cf3=-468.196,
592                                    distributionType=UNIFORM,
593                                    amplitude=UNSET, localCsys=None)
594
595     contactModel.ConcentratedForce(name=' Carga P' ,
596                                    createStepName=' Carga P' ,
597                                    region=RP_Up_set, cf1 =0.0,
598                                    cf2 = -1000.0, cf3=0.0,
599                                    distributionType=UNIFORM,
600                                    amplitude=UNSET, localCsys=None)
601
602     contactModel.ConcentratedForce(name=' Carga B' ,
603                                    createStepName=' Carga B' ,
604                                    region=RP_Right_set, cf1 =0.0,
605                                    cf2 = 0.0, cf3=-383.07,

```



```

606                                     distributionType=UNIFORM,
607                                     amplitude='Amp' , localCsys=None)
608
609 #####
610 # MALHA (Mesh)
611 import mesh
612
613 # Como a malha esta atrelada a parte entao eu continuo utilizando as
614 # coordenadas da parte.
615
616 # a) Identificacao das celulas internas as partes
617 # i) CP
618 CP_Cells = CP_Part.cells.findAt(((0.0, 0.5, 7.0), ),
619                                 ((0.0, 0.5, 4.0), ),
620                                 ((0.0, 0.5, 2.0), ))
621 # ii) Sapata
622 sapataCells = sapataPart.cells.findAt(((0.0, -0.5, 7.0), ),
623                                       ((0.0, -0.5, 4.0), ),
624                                       ((0.0, -0.5, 2.0), ))
625 # iii) Acoplamento
626 AcoplCells = AcoplPart.cells.findAt(((0.4, -0.05, 1.0), ),
627                                     ((0.4, -0.09, 1.0), ),
628                                     ((-0.4, -0.05, 1.0), ),
629                                     ((-0.4, -0.09, 1.0), ))
630
631 # Identificacao das arestas das partes
632 # i) CP
633 CP_Edges_forSmallElem = CP_Part.edges.findAt(((0.0, 1.5695, 3.0), ),
634                                               ((0.0, 1.4695, 3.0), ),
635                                               ((0.0, 1.3695, 3.0), ),
636                                               ((0.551271, 1.4195, 3.0), ),
637                                               ((0.551271, 1.4695, 4.0), ),
638                                               ((0.551271, 1.3695, 4.0), ),
639                                               ((0.551271, 1.4195, 5.0), ),
640                                               ((0.0, 1.5695, 5.0), ),
641                                               ((0.0, 1.4695, 5.0), ),
642                                               ((0.0, 1.3695, 5.0), ),
643                                               ((-0.551271, 1.4195, 5.0), ),
644                                               ((-0.551271, 1.3695, 4.0), ),
645                                               ((-0.551271, 1.4695, 4.0), ),
646                                               ((-0.551271, 1.4195, 3.0), ))
647
648 CP_Edges_forBigElem = CP_Part.edges.findAt(((0.0, 1.5695, 8.0), ),
649                                             ((0.0, 0.0, 8.0), ),
650                                             ((1.5695, 0.0, 6.5), ),
651                                             ((-1.5695, 0.0, 6.5), ),
652                                             ((-1.5695, 0.0, 1.5), ),
653                                             ((0.0, 1.5695, 0.0), ),
654                                             ((1.5695, 0.0, 1.5), ),

```

```

655         ((0.0, 0.0, 0.0), ),
656         ((-1.5695, 0.0, 4.0), ),
657         ((1.5695, 0.0, 4.0), ))
658
659 CP_Edges_forBiasFlipElem = CP_Part.edges.findAt(((1.290068, 0.893899, 3.0), ),
660         ((1.290068, 0.893899, 5.0), ))
661
662 CP_Edges_forBiasNoFlipElem = CP_Part.edges.findAt((-1.290068, 0.893899, 3.0), ),
663         (-1.290068, 0.893899, 5.0), ))
664 # ii) Sapata
665 sapataEdges_forSmallElem = sapataPart.edges.findAt(((0.0, -1.5695, 3.0), ),
666         ((0.0, -1.4695, 3.0), ),
667         ((0.0, -1.3695, 3.0), ),
668         ((0.551271, -1.4195, 3.0), ),
669         ((0.551271, -1.4695, 4.0), ),
670         ((0.551271, -1.3695, 4.0), ),
671         ((0.551271, -1.4195, 5.0), ),
672         ((0.0, -1.5695, 5.0), ),
673         ((0.0, -1.4695, 5.0), ),
674         ((0.0, -1.3695, 5.0), ),
675         ((-0.551271, -1.4195, 5.0), ),
676         ((-0.551271, -1.3695, 4.0), ),
677         ((-0.551271, -1.4695, 4.0), ),
678         ((-0.551271, -1.4195, 3.0), ))
679
680 sapataEdges_forBigElem = sapataPart.edges.findAt(((0.0, -1.5695, 8.0), ),
681         ((0.0, 0.0, 8.0), ),
682         ((1.5695, 0.0, 6.5), ),
683         ((-1.5695, 0.0, 6.5), ),
684         ((-1.5695, 0.0, 1.5), ),
685         ((0.0, -1.5695, 0.0), ),
686         ((1.5695, 0.0, 1.5), ),
687         ((0.0, 0.0, 0.0), ),
688         ((-1.5695, 0.0, 4.0), ),
689         ((1.5695, 0.0, 4.0), ))
690
691 sapataEdges_forBiasNoFlipElem = sapataPart.edges.\
692         findAt(((1.290068, -0.893899, 3.0), ),
693         ((1.290068, -0.893899, 5.0), ))
694
695 sapataEdges_forBiasFlipElem = sapataPart.edges.\
696         findAt((-1.290068, -0.893899, 3.0), ),
697         (-1.290068, -0.893899, 5.0), ))
698 # iii) Acoplamento
699 AcoplEdges = AcoplPart.edges.findAt((-0.280134,0.074798, 2.0), ),
700         ((0.280134, 0.074798, 2.0), ),
701         ((0.0, 0.01, 2.0), ),
702         ((-0.275636, -0.08, 2.0), ),
703         ((0.275636, -0.08, 2.0), ),

```

```

704         ((-0.551271, -0.04, 2.0), ),
705         ((0.551271, -0.04, 2.0), ),
706         ((-0.551271, -0.09, 2.0), ),
707         ((-0.275636, -0.1, 2.0), ),
708         ((0.0, -0.09, 2.0), ),
709         ((0.275636, -0.1, 2.0), ),
710         ((0.551271, -0.09, 2.0), ),
711         ((-0.280134, 0.074798, 0.0), ),
712         ((0.280134, 0.074798, 0.0), ),
713         ((0.0, 0.01, 0.0), ),
714         ((-0.275636, -0.08, 0.0), ),
715         ((0.275636, -0.08, 0.0), ),
716         ((-0.551271, -0.04, 0.0), ),
717         ((0.551271, -0.04, 0.0), ),
718         ((-0.551271, -0.09, 0.0), ),
719         ((-0.275636, -0.1, 0.0), ),
720         ((0.0, -0.090, 0.0), ),
721         ((0.275636, -0.1, 0.0), ),
722         ((0.551271, -0.09, 0.0), ),
723         ((-0.551271, 0.0, 1.0), ),
724         ((-0.551271, -0.08, 1.0), ),
725         ((-0.551271, -0.1, 1.0), ),
726         ((0.551271, 0.0, 1.0), ),
727         ((0.551271, -0.08, 1.0), ),
728         ((0.551271, -0.1, 1.0), ),
729         ((0.0, 0.1, 1.0), ),
730         ((0.0, -0.1, 1.0), ))
731
732 # Definicao do tipo de elemento
733 elemType1 = mesh.ElemType(elemCode=C3D4, elemLibrary=STANDARD,
734                           kinematicSplit=AVERAGE_STRAIN, secondOrderAccuracy=OFF,
735                           hourglassControl=DEFAULT, distortionControl=DEFAULT)
736
737 elemType2 = mesh.ElemType(elemCode=C3D8, elemLibrary=STANDARD,
738                           kinematicSplit=AVERAGE_STRAIN, secondOrderAccuracy=OFF,
739                           hourglassControl=DEFAULT, distortionControl=DEFAULT)
740
741 # Implementando os controles da malha (Mesh: Controls)
742 # i) CP
743 CP_Part.setMeshControls(regions=CP_Cells, elemShape=TET, technique=FREE)
744 # ii) Sapata
745 sapataPart.setMeshControls(regions=sapataCells, elemShape=TET, technique=FREE)
746 # iii) Acoplamento
747 AcoplPart.setMeshControls(regions=AcoplCells, elemShape=HEX, technique=STRUCTURED)
748
749 # Atribuindo o tipo de elemento as respectivas partes (Mesh: Element type)
750 # i) CP
751 CP_MeshRegion = regionToolset.Region(cells=CP_Cells)
752 CP_Part.setElementType(regions=CP_MeshRegion, elemTypes=(elemType1, ))

```

```

753 # ii) Sapata
754 sapataMeshRegion = regionToolset.Region(cells=sapataCells)
755 sapataPart.setElementType(regions=sapataMeshRegion, elemTypes=(elemType1, ))
756 # iii) Acoplamento
757 AcoplMeshRegion = regionToolset.Region(cells=AcoplCells)
758 AcoplPart.setElementType(regions=AcoplMeshRegion, elemTypes=(elemType2, ))
759
760 # Fazendo o 'seed' dos elementos por arestas (Seed: Edges)
761 # i) CP
762 CP_Part.seedEdgeBySize(edges=CP_Edges_forSmallElem, size=0.035,
763                       deviationFactor=0.1, constraint=FINER)
764
765 CP_Part.seedEdgeBySize(edges=CP_Edges_forBigElem, size=0.5,
766                       deviationFactor=0.1, constraint=FINER)
767
768 CP_Part.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE,
769                       end2Edges=CP_Edges_forBiasFlipElem,
770                       minSize=0.035, maxSize=0.5, constraint=FINER)
771
772 CP_Part.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE,
773                       end1Edges=CP_Edges_forBiasNoFlipElem,
774                       minSize=0.035, maxSize=0.5, constraint=FINER)
775 # ii) Sapata
776 sapataPart.seedEdgeBySize(edges=sapataEdges_forSmallElem, size=0.035,
777                           deviationFactor=0.1, constraint=FINER)
778
779 sapataPart.seedEdgeBySize(edges=sapataEdges_forBigElem, size=0.5,
780                           deviationFactor=0.1, constraint=FINER)
781
782 sapataPart.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE,
783                           end1Edges=sapataEdges_forBiasNoFlipElem,
784                           minSize=0.035, maxSize=0.5, constraint=FINER)
785
786 sapataPart.seedEdgeByBias(biasMethod=SINGLE,
787                           end2Edges=sapataEdges_forBiasFlipElem,
788                           minSize=0.035, maxSize=0.5, constraint=FINER)
789 # iii) Acoplamento
790 AcoplPart.seedEdgeBySize(edges=AcoplEdges, size=0.035,
791                          deviationFactor=0.1, constraint=FINER)
792
793 # Gerando a malha (Mesh: Instance)
794 # i) CP
795 CP_Part.generateMesh()
796 # ii) Sapata
797 sapataPart.generateMesh()
798 # iii) Acoplamento
799 AcoplPart.generateMesh()
800
801 #####

```

```

802 # JOB
803 import job
804
805 # Criando o job
806 mdb.Job(name='ContatoEntreFiosJob', model='Contato entre Fios',
807         description='Roda a simulacao do contato entre fios',
808         type=ANALYSIS, atTime=None, waitMinutes=0, waitHours=0,
809         queue=None, memory=90, memoryUnits=PERCENTAGE,
810         getMemoryFromAnalysis=True, explicitPrecision=SINGLE,
811         nodalOutputPrecision=SINGLE, echoPrint=OFF, modelPrint=OFF,
812         contactPrint=OFF, historyPrint=OFF,
813         multiprocessingMode=DEFAULT, numCpus=4,
814         numDomains=4, numGPUs=4)
815 '''
816 # Rodando o job
817 mdb.jobs['ContatoEntreFiosJob'].submit(consistencyChecking=OFF)
818
819 # Nao retorna o controle ao usuario ate que o job seja completado
820 # mdb.jobs['ContatoEntreFiosJob'].waitForCompletion()
821
822
823 #####
824 # POS PROCESSAMENTO (Post processing)
825 import visualization
826
827 # Para visualizar selecione o Module: Visualization no Abaqus.
828 # Plot no estado deformado
829 contact_viewport_1 = session.Viewport(name='Viewport: Forma Deformada')
830 contact_Odb_Path = 'ContatoEntreFiosJob.odb'
831 odb_object = session.openOdb(name=contact_Odb_Path)
832 contact_viewport_1.setValues(displayedObject=odb_object)
833 contact_viewport_1.odbDisplay.display.setValues(plotState=(DEFORMED,
834                                                         CONTOURS_ON_DEF,))
835 contact_viewport_1.setValues(origin=(0.0,0.0), width=62.5, height=40.0)
836
837 # Plot do estado deformado sobre o nao deformado
838 contact_viewport_2 = session.Viewport(name='Viewport: Comparativo')
839 contact_viewport_2.setValues(displayedObject=odb_object)
840 contact_viewport_2.odbDisplay.display.\
841     setValues(plotState=(UNDEFORMED, DEFORMED,
842                         CONTOURS_ON_DEF,))
843 contact_viewport_2.setValues(origin=(10.0,10.0), width=125.0, height=80.0)
844
845 # plot da tensao de von Mises no estado deformado (Escala = 1)
846 contact_viewport_3 = session.Viewport(name='Viewport: Smises')
847 contact_viewport_3.setValues(displayedObject=odb_object)
848 contact_viewport_3.odbDisplay.commonOptions.\
849     setValues(deformationScaling=UNIFORM,
850             uniformScaleFactor=1)

```

```

851 contact_viewport_3.odbDisplay.setPrimaryVariable(variableLabel='S',
852                                                    outputPosition=INTEGRATION_POINT,
853                                                    refinement=(INVARIANT, 'Mises'), )
854 contact_viewport_3.odbDisplay.display.\
855                                                    setValues(plotState=(CONTOURS_ON_DEF, ))
856 contact_viewport_3.setValues(origin=(20.0,20.0),
857                               width=125.0, height=80.0)
858
859 # plot da deformacao axial (E33) no estado deformado (Escala = 1)
860 contact_viewport_4 = session.Viewport(name='Viewport: Deformacao Axial')
861 contact_viewport_4.setValues(displayedObject=odb_object)
862 contact_viewport_4.odbDisplay.commonOptions.\
863                                                    setValues(deformationScaling=UNIFORM,
864                                                    uniformScaleFactor=1)
865 contact_viewport_4.odbDisplay.setPrimaryVariable(variableLabel='E',
866                                                    outputPosition=INTEGRATION_POINT,
867                                                    refinement=(COMPONENT, 'E33'), )
868 contact_viewport_4.odbDisplay.display.\
869                                                    setValues(plotState=(CONTOURS_ON_DEF, ))
870 contact_viewport_4.setValues(origin=(30.0,30.0),
871                               width=125.0, height=80.0)
872
873 # plot do CPRESS no estado deformado (Escala = 1)
874 contact_viewport_5 = session.Viewport(name='Viewport: CPRESS')
875 contact_viewport_5.setValues(displayedObject=odb_object)
876 contact_viewport_5.odbDisplay.commonOptions.\
877                                                    setValues(deformationScaling=UNIFORM,
878                                                    uniformScaleFactor=1)
879 contact_viewport_5.odbDisplay.setPrimaryVariable(variableLabel='CPRESS',
880                                                    outputPosition=ELEMENT_NODAL, )
881 contact_viewport_5.odbDisplay.display.\
882                                                    setValues(plotState=(CONTOURS_ON_DEF, ))
883 contact_viewport_5.setValues(origin=(40.0,40.0),
884                               width=125.0, height=80.0)
885
886 session.viewports['Viewport: Smises']
887
888 # Fim do script.
889 '''

```