



DISSERTAÇÃO

**Emissões em rádio geradas por propulsores Hall**

**Lui Txai Calvoso Habi**

**Brasília, Julho de 2018**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Instituto de Física

DISSERTAÇÃO

**Emissões em rádio geradas por propulsores Hall**

**Lui Txai Calvoso Habi**

*Dissertação submetida ao Instituto de Física  
como requisito parcial para obtenção  
do grau de Mestre em Física*

Banca Examinadora

Prof. Dr. Ivan Soares Ferreira  
*Orientador e Presidente da Banca*

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Geraldo José da Silva  
*Avaliador, IF/UnB*

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Paolo Gessini  
*Avaliador, Membro Externo, FGA/UnB*

\_\_\_\_\_

## FICHA CATALOGRÁFICA

HABL, LUI TXAI CALVOSO

Emissões em rádio geradas por propulsores Hall [Distrito Federal] 2018.

xvi, 72 p., 210 x 297 mm (IFD/UnB, Mestre, Mestrado em Física, 2018).

Dissertação - Universidade de Brasília, Instituto de Física.

- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| 1. Física de plasmas      | 2. Propulsão elétrica     |
| 3. Ondas eletromagnéticas | 4. Dissertações da PG-IFD |
| I. IFD/UnB                | II. Título (série)        |

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

HABL, L. (2018). *Emissões em rádio geradas por propulsores Hall*. Dissertação, Instituto de Física, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 72 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Lui Txai Calvoso Habl

TÍTULO: Emissões em rádio geradas por propulsores Hall.

GRAU: Mestre em Física ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta Dissertação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. Os autores reservam outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa Dissertação pode ser reproduzida sem autorização por escrito dos autores.

---

Lui Txai Calvoso Habl  
Instituto de Física - IFD  
Universidade de Brasília (UnB)  
Campus Darcy Ribeiro  
CEP 70919-970 - Brasília - DF - Brasil

---

## RESUMO

O Laboratório de Plasmas (LP) da Universidade de Brasília (UnB) iniciou as atividades de pesquisa em propulsão no ano de 2000, com a inauguração do projeto PHALL para o desenvolvimento de propulsores Hall utilizando ímãs permanentes, onde diversos trabalhos foram desenvolvidos para a compreensão das características e dinâmica interna de propulsores deste tipo. Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo, a partir de uma abordagem teórica, o estudo e modelagem da radiação emitida pelos fenômenos oscilatórios de plasma na descarga do propulsor, para o desenvolvimento de um novo tipo de diagnóstico. No primeiro capítulo é apresentada uma introdução a respeito do contexto, motivação e objetivo da presente pesquisa. Na segunda parte é mostrada as principais técnicas de modelagem analítica de propulsores Hall, e os principais fenômenos de oscilação. Na terceira parte, mostra-se os processos de radiação relacionados ao plasma do propulsor, e as técnicas utilizadas para sua detecção. Mostra-se então, no quarto capítulo, a modelagem analítica da radiação, como ponto principal do trabalho. No quinto capítulo são mostradas as simulações de propagação eletromagnéticas realizadas para validação do modelo. Por fim apresenta-se a conclusão, onde discute-se os resultados obtidos e o trabalho futuro a ser conduzido.

---

## ABSTRACT

The Plasmas Laboratory (LP) of the University of Brasília (UnB) started the activities on propulsion research on the year of 2000, with the PHALL project for the development of Hall thrusters using permanent magnets, where several works were produced for the comprehension of the characteristics and internal dynamics of this kind of thruster. In this context, the present work has as its objective, using a theoretical approach, the study and modeling of the radiation emitted by the plasma oscillatory phenomena in the thruster's discharge, for the development of a novel diagnostics technique. In the first chapter, it is presented an introduction on the context, motivation and objectives of the work. On the second part, it is shown the main analytical techniques for the modeling of the Hall thruster operation and its typical oscillatory phenomena. In the third part, it is shown the plasma radiation processes and their typical measuring methods. It is shown then, in the fourth chapter, the analytical modeling of the radiation, as the primary part of this work. In the fifth chapter, it is shown the electromagnetic simulations used for the validation of the model. Lastly it is presented the conclusions and the discussions about the future work that may be conducted.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Contexto	1
1.2	Motivação e objetivos	8
1.3	Metodologia e organização do trabalho	10
<b>2</b>	<b>Dinâmica interna do propulsor Hall</b>	<b>12</b>
2.1	Modelagem do funcionamento	12
2.1.1	Produção de empuxo	12
2.1.2	Leis de escala	13
2.1.3	Modelo de fluido	15
2.2	Oscilações	16
2.2.1	Breathing mode	17
2.2.2	Ondas <i>spoke</i>	18
2.2.3	Oscilações induzidas por gradientes	20
2.2.4	Oscilações de tempo de transito iônico	21
2.2.5	Oscilações de alta frequência	21
2.3	Transporte de elétrons	22
2.4	Interação plasma-parede	25
<b>3</b>	<b>Processos radiativos no plasma</b>	<b>27</b>
3.1	Processos Microscópicos	27
3.1.1	Radiação por Bremsstrahlung	27
3.1.2	Radiação por recombinação de elétrons	28
3.1.3	Radiação Cyclotron	28
3.2	Processos Macroscópicos	29
3.3	Deteção de radiação em propulsores Hall	29
3.3.1	Experimentos de compatibilidade eletromagnética	30
3.3.2	Experimentos de espectroscopia	32
3.3.3	Experimentos de imageamento	33
<b>4</b>	<b>Modelagem analítica</b>	<b>35</b>
4.1	Abordagem	35
4.2	Propulsor Hall como uma antena	36
4.2.1	Teoria de antenas circulares	36
4.2.2	Condutividade do plasma	38
4.2.3	Modelagem do circuito equivalente	40
4.3	Processos de absorção	42

4.3.1	Propagação de ondas no plasma .....	42
4.3.2	Plumas de plasma .....	45
4.4	Resultados da análise numérica do modelo.....	47
<b>5</b>	<b>Simulação eletromagnética .....</b>	<b>53</b>
5.1	Método dos elementos finitos .....	53
5.2	Geometria do problema.....	54
5.3	Resultados .....	55
<b>6</b>	<b>Conclusões e trabalho futuro .....</b>	<b>66</b>

# LISTA DE FIGURAS

1.1	Esquema básico de um propulsor Hall. Fonte: Martinez-Sanchez e Lozano (2015).	5
2.1	Gráficos de contorno demonstrando a dinâmica espacial e temporal do <i>breathing mode</i> em um propulsor SPT-100 (tensão aplicada de 240 V, fluxo de Xe de 5 mg/s e campo magnético com pico de 200 G). A figura 3.2(a) mostra a oscilação de densidade de gás neutro, a figura 3.2(b) mostra a oscilação da densidade de plasma, e, por fim, a figura 2.1(c) mostra a oscilação do campo elétrico axial. Fonte: Boeuf e Garrigues (1998).	18
2.2	Análise espectral de ondas <i>spoke</i> realizada por Sekerak et al. (2015) obtidas por meio da técnica de imageamento de alta velocidade. Nos gráficos da parte superior, $B_r/B^*$ corresponde ao campo magnético máximo normalizado por um valor de referência, $m$ corresponde ao modo e mostram-se os espectros das ondas em unidades arbitrárias de energia. As figuras da parte inferior, mostra-se a variação temporal da densidade de corrente em cada posição angular. Fonte: Sekerak et al. (2015).	19
3.1	Esquemático de instalação utilizado no estudo de compatibilidade eletromagnética. Fonte: Beiting et al. (2015).	30
3.2	Emissão eletromagnética do propulsor BPT-4000. Fonte: Beiting et al. (2003).	31
3.3	Medida espectral do propulsor Hall BHT-200 na região de comprimento de onda entre 247 e 250 nm. Fonte: Çelik (2007).	32
3.4	Visualização de ondas <i>spoke</i> obtidas a partir de técnicas de pós-processamento de vídeos de alta velocidade. Fonte: McDonald (2012).	34
4.1	Esquema do problema a ser estudado.	35
4.2	Modelagem de circuito equivalente de uma antena circular típica. Fonte: Balanis (2005).	40
4.3	Gráficos do valor das componentes real e imaginária do índice de refração $n = \mu - i\chi$ , para diversos valores de $Z = \nu/\omega$ . Fonte: Budden (1985).	44
4.4	Cálculo da potência de radiação, $P_{rad}$ , no intervalo de frequência entre $10^4$ Hz e $10^{11}$ Hz, com frequência de colisão $\nu_m = 5 \cdot 10^6 s^{-1}$ .	47
4.5	Cálculo da tangente de perdas, $\tan \delta$ , no intervalo de frequência entre $10^4$ Hz e $10^{11}$ Hz, com frequência de colisão $\nu_m = 5 \cdot 10^6 s^{-1}$ .	48
4.6	Cálculo da profundidade de penetração, $\delta_p = 1/\alpha$ , no intervalo de frequência entre $10^4$ Hz e $10^{11}$ Hz, com frequência de colisão $\nu_m = 5 \cdot 10^6 s^{-1}$ .	49
4.7	Cálculo da profundidade de penetração, $\delta_p = 1/\alpha$ , no intervalo de frequência entre $10^4$ Hz e $10^{11}$ Hz, com densidade de plasma $n_0 = 10^{16} m^{-3}$ .	50

4.8	Cálculo da potência real dissipada pela oscilação, $P_r$ , no intervalo de frequência entre $10^4$ Hz e $10^{11}$ Hz, com frequência de colisão $\nu_m = 5 \cdot 10^6 s^{-1}$ . .....	51
4.9	Cálculo da impedância real do circuito equivalente, $P_r$ , no intervalo de frequência entre $10^4$ Hz e $10^{11}$ Hz, com frequência de colisão $\nu_m = 5 \cdot 10^6 s^{-1}$ . .....	52
5.1	Geometria do modelo, mostrando vista superior e lateral com descrição dos componentes e dimensões em mm. ....	54
5.2	Gráficos tridimensionais de campo distante. ....	58
5.3	Gráficos de diretividade. ....	59
5.4	Gráfico do cálculo do parâmetro S11 em todo o espectro. ....	60
5.5	Gráfico do cálculo do parâmetro Z em todo o espectro. ....	60
5.6	Gráficos tridimensionais de campo distante, considerando plasma com perdas (20 a 600 MHz). ....	61
5.7	Gráficos tridimensionais de campo distante, considerando plasma com perdas (1250 a 2500 MHz). ....	62
5.8	Gráficos de diretividade, considerando plasma com perdas. ....	63
5.9	Gráfico do cálculo do parâmetro S11 em todo o espectro, considerando plasma com perdas. ....	64
5.10	Gráfico do cálculo do parâmetro Z e Y em todo o espectro, considerando plasma com perdas. ....	65

## LISTA DE TABELAS

- 1.1 Parâmetros operacionais de alguns modelos de propulsores Hall desenvolvidos ou em desenvolvimento operando em sua condição nominal. Onde  $I_{sp}$  é o impulso específico,  $P_{in}$  potência utilizada,  $D$  diâmetro do canal,  $T$  o empuxo, e  $\eta_T$  a eficiência..... 7
- 1.2 Aplicações típicas de propulsores Hall para de sistemas operando em regimes distintos de potência. Fonte: Mazouffre (2016). ..... 7
- 2.1 Parâmetros empíricos para o cálculo do coeficiente de emissão secundária, para materiais comumente utilizados em propulsores Hall. Fonte: Goebel e Katz (2008). 26

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTO

Conhecido tipicamente como o quarto estado fundamental da matéria, o plasma consiste em um *gás quasi-neutro de partículas carregadas e neutras, que exhibe comportamento coletivo*, como definido por Chen (1984). Dessa maneira, para que um corpo gasoso configure-se como um plasma, ele deve primeiramente possuir um número significativo de partículas carregadas positiva e negativamente tal que a carga equivalente do sistema seja aproximadamente nula na maior parte de sua extensão; além de possuir interações eletromagnéticas entre suas partículas carregadas e com campos eletromagnéticos externos (INAN; GOLKOWSKI, 2012). De maneira geral, a produção de um plasma, na natureza ou em laboratório, ocorre a partir do fornecimento de energia a um gás para que assim seja criado e mantido um processo de ionização dos átomos e moléculas presentes, onde a fonte de energia pode ser das mais diversas, incluindo o processo de foto-ionização, fornecimento de energia térmica, fornecimento de energia eletromagnética, dentre outras (BITTENCOURT, 2004).

O estudo de plasmas naturais e artificiais consiste em um campo de pesquisa de grande impacto na física e engenharia, com importantes aplicações na astrofísica, medicina, tecnologias de energia, tecnologias aeroespaciais, dentre muitas outras (KEIDAR; BEILIS, 2013). No âmbito da tecnologia aeroespacial, uma das principais aplicações deste campo de pesquisa é no desenvolvimento de propulsores elétricos, onde visa-se a geração de empuxo através da aceleração das partículas carregadas presentes em uma descarga de plasma. Através da aplicação das mais diversas técnicas de aceleração, estes propulsores são utilizados em ambiente espacial para a manobra orbital de satélites e outros veículos espaciais (JAHN, 1968).

A propulsão pode ser definida fundamentalmente como *o ato de se acelerar um corpo através da troca de momento gerada pela exaustão de massa direcionada*. No contexto da engenharia de veículos espaciais, como satélites, sondas, e veículos lançadores, o desenvolvimento dos sistemas de propulsão serve como um dos pilares da tecnologia, permitindo a realização de missões dos mais diversos tipos através de tarefas fundamentais como (HUMBLE, 1995): *lançamento*: transporte do veículo da superfície até a órbita desejada; *manobras orbitais*: transferência da órbita original até uma órbita ou trajetória desejada; *manutenção de órbita*: compensação do arrasto e outras perturbações; *controle de atitude*: prover torque para o apontamento do veículo na direção correta.

Apesar de existirem relatos da utilização de foguetes militares desde o século X por diversos povos no campo de batalha, a tecnologia de propulsão com foco na exploração espacial teve seu desenvolvimento iniciado de fato a partir do início do século XX com o trabalho de pioneiros como Konstantin Tsiolkovsky, Robert Goddard e Hermann Oberth (BRAUN; ORDWAY, 1975). Dentre os diversos esforços para a concepção de meios de se atingir o espaço na primeira metade

do século, apenas em 1944, inspirado pelas obras pioneiras publicadas anteriormente, Wernher von Braun e sua equipe lançam na Alemanha nazista o foguete militar V-2 (*Vergeltungswaffe 2*)<sup>1</sup>, o qual se tornaria o primeiro artefato feito pela humanidade a atingir a linha de Kármán<sup>2</sup>. Com o fim da segunda guerra mundial e o decorrer da guerra fria, na segunda metade do século, a pesquisa e o desenvolvimento da tecnologia espacial, incluindo os sistemas de propulsão, foi grandemente acelerado como consequência do investimento no contexto da corrida espacial, possibilitando diversos marcos importantes da exploração espacial como missões tripuladas ao espaço à Lua, missões robóticas lunares e planetárias, e satélites de diversos tipos (BRAUN; ORDWAY, 1975). Com o fim da União Soviética no início da década de 1990, a indústria espacial atingiu sua maturidade e o avanço caracterizou-se pelo pragmatismo com foco na exploração econômica do espaço e um número limitado de missões científicas em comparação com as décadas precedentes.

Durante o avanço da tecnologia, partindo do ano 1944 até o presente, a grande maioria dos veículos espaciais basearam-se no emprego da tecnologia de motores químicos, devido à sua capacidade de gerar valores elevados de empuxo, possuindo aplicabilidade tanto em fase de lançamento quanto no restante das manobras espaciais. Sistemas de propulsão química utilizam-se da energia gerada pela reação de combustão de propelentes para acelerar um fluxo mássico de forma térmica, através de uma tubeira, e assim gerar empuxo. De maneira geral, propulsores deste tipo possuem valores limitados de impulso específico ( $< 1000$  s), porém são capazes de atingir grandes valores de empuxo (entre 1 N e  $10^6$  N), sendo os únicos capazes de realizar o transporte de cargas da superfície da Terra até a órbita (HUMBLE, 1995). Além de lançamentos orbitais, propulsores químicos são tradicionalmente utilizados também em ambiente exclusivamente espacial para realização dos outros tipos de manobra espacial, na maioria das missões da atualidade.

Ainda assim, no ano de 1906, o pioneiro Robert Goddard, dentre seus muitos trabalhos experimentais e teóricos no campo da propulsão, propôs o conceito de um sistema utilizando campos eletromagnéticos para a aceleração de massa, em contraste à tradicional combustão, obtendo assim o primeiro conceito de um propulsor elétrico (CHOUERI, 2004). De modo geral, um sistema de propulsão elétrica pode ser definido como aquele que injeta energia no fluido de trabalho a partir de uma fonte elétrica, tanto através de forças de corpo e aquecimento (MARTINEZ-SANCHEZ; POLLARD, 1998; JAHN, 1968). O principal ponto de contraste entre o conceito de foguetes elétricos e o químicos, é a capacidade do primeiro de acelerar partículas a velocidades consideravelmente mais elevadas<sup>3</sup> do que produtos de combustão, obtendo-se, segundo a equação de Tsiolkovsky, maior fração mássica de carga-útil comparando-se ao caso químico (JAHN, 1968).

Diversos estudos de viabilidade e novos conceitos foram desenvolvidos por notáveis pesquisadores como Lyman Spitzer e Ernst Stuhlinger durante os primeiros 50 anos de desenvolvimento

---

<sup>1</sup>Durante seu desenvolvimento o sistema era denominado A-4 (*Aggregat 4*), posteriormente recebendo o nome de *Vergeltungswaffe 2* quando foi utilizado militarmente.

<sup>2</sup>Fronteira, proposta por Theodore von Kármán, que representa a separação entre a Terra e o espaço, por convenção a 100 km acima do nível do mar.

<sup>3</sup>No estado atual da técnica, reportam-se níveis de velocidade de exaustão em média uma ordem de grandeza maiores (HUMBLE, 1995).

da área (1906-1956) (CHOUEIRI, 2004), o que levou, em 1964, aos primeiros testes de sistemas de propulsão elétrica em ambiente espacial a bordo da missão americana SERT-1 (*Space Electric Rocket Test*) a qual utilizava um propulsor iônico, e logo depois a bordo da missão soviética Zond-2, no mesmo ano, utilizando um propulsor a plasma pulsado (MAZOUFFRE, 2016).

A partir da década de 1970 até a atualidade o desenvolvimento de propulsores elétricos ganhou notório destaque no contexto comercial e científico da indústria espacial por sua capacidade de diminuir a quantidade de propelente necessária para a realização de diversas missões, como mudanças e manutenção de órbita e controle de atitude. Não obstante, devido à limitação de empuxo intrínseca a estes sistemas, sua aplicação manteve-se com escopo apenas em situações onde o rápido incremento de energia cinética no veículo não é importante, não sendo possível sua aplicação no caso onde requerem-se mudanças orbitais em um curto período de tempo. Pode-se comparar a execução manobra de inserção em órbita geostacionária a partir da órbita baixa terrestre, a qual requer  $\Delta V$  de aproximadamente 3,9 km/s: no caso de um motor químico típico, a manobra requer por volta de 100 minutos para sua conclusão e apresenta razão mássica<sup>4</sup> de 0,42; por outro lado, um motor elétrico pode requerer cerca de 6 meses para sua execução e possuir razão mássica de 0,90, consumindo aproximadamente 13 vezes menos massa de propelente que no caso anterior.

Os sistemas de propulsão elétrica utilizam-se da energia elétrica gerada por diferentes tipos de fontes (solar, nuclear, e química) e assim a utilizam para acelerar o propelente através de aquecimento e forças de corpo (JAHN, 1968). Diferentemente da propulsão química, os sistemas de propulsão elétrica são capazes de gerar valores de impulso específico elevados ( $> 10^4$  s), porém, devido à limitação de potência, intrinsecamente eles produzem baixos valores de empuxo ( $< 1$  N) (MARTINEZ-SANCHEZ; POLLARD, 1998).

De maneira geral, os propulsores elétricos podem ser classificados em três famílias distintas: eletrotérmicos, eletrostáticos e eletromagnéticos (JAHN, 1968). Propulsores eletrotérmicos utilizam-se do aquecimento elétrico do fluido de trabalho para assim o acelerar termicamente através de uma tubeira gerando empuxo, sendo os tipos mais comuns os chamados resistojatos e arcojatos. O primeiro utiliza da passagem de corrente através de uma resistência elétrica para aquecer o fluido e o segundo utiliza-se de uma descarga de arco elétrico através do propelente para assim aumentar sua temperatura. Uma vez que sua aceleração tem caráter térmico, estes propulsores apresentam de maneira geral valores de impulso específico reduzidos, geralmente abaixo de 800 segundos, o que é consideravelmente menor de propulsores elétricos com aceleração eletromagnética. Ainda assim, estes propulsores são frequentemente utilizados em aplicações onde é requerido um grande nível de empuxo.

Propulsores eletrostáticos utilizam-se da aplicação de um campo eletrostático em partículas carregadas para assim acelera-las. Os tipos mais comuns são os propulsores iônicos com grades (GIT), de coloides, e a emissão de campo (FEPP) (MARTINEZ-SANCHEZ; POLLARD, 1998).

---

<sup>4</sup>Define-se a razão mássica como a divisão entre a massa final do veículo, após a realização da manobra, pela massa inicial do veículo, incluindo propelente (HUMBLE, 1995).

Os GIT operam extraindo íons de um plasma, gerado a partir de bombardeamento eletrônico ou descarga RF, e os acelerando através de um conjunto de grades com um perfil adequado de tensão elétrica. Este tipo de propulsor caracteriza-se por ser capaz de atingir elevados valores de impulso específico, porém valores limitados de empuxo por uma limitação de carga espacial<sup>5</sup>. Já propulsores FEEP e de coloide utilizam-se da aceleração de gotículas ionizadas de líquidos iônicos para geração de empuxo. Nestes propulsores, a extração destas gotículas acontece de forma geral a partir do efeito do cone de Taylor, o qual consiste na geração de um spray a partir da aplicação de um campo elétrico de intensidade elevada a uma porção de fluido iônico (MARCUCCHIO; GENOVESE; ANDRENUCCI, 1998).

Por fim, em propulsores eletromagnéticos é utilizado a combinação de campos elétricos e magnéticos para a aceleração de íons e elétrons. Os tipos mais comuns de propulsores deste tipo são os propulsores magnetohidrodinâmicos (MHD), propulsores a plasma pulsado (PPT), e propulsores Hall (HT). Similares aos arco-jatos, propulsores MHD possuem geometria coaxial, possuindo um catodo central e anodo externo, e utilizam de uma descarga radial de plasma para realizar a ionização e aceleração do plasma a partir da força de Lorentz gerada pela geometria da descarga. Este tipo de propulsor caracteriza-se por necessitar de uma alta potencia para um funcionamento eficiente, e dessa forma é comumente associado à possíveis missões interplanetárias e de espaço profundo. Propulsores à plasma pulsado utilizam-se de uma descarga pulsada na superfície de um propelente sólido, como o Teflon®, ou através de um gás para realizar sua ionização e, novamente, sua aceleração através da força eletromagnética gerada pela própria descarga (BURTON; TURCHI, 1998). PPTs possuem diversas geometrias possíveis, porém as mais comuns são com eletrodos paralelos e coaxiais. Propulsores Hall possuem também geometria coaxial porém utilizam-se de uma configuração de campo cruzada para a ionização e aceleração do gás. Estes últimos serão descritos em mais detalhes a seguir.

Até os dias atuais, propulsores iônicos com grades e propulsores Hall são os tipos mais aplicados à missões espaciais tanto comerciais quanto científicas por sua versatilidade e confiabilidade devido ao longo tempo de desenvolvimento dessas tecnologias. Ainda assim, nos últimos anos, diversas missões de caráter inovador continuam a ser propostas e desenvolvidas, e assim os requisitos para novos tipos de propulsor continuam a ser criados. Um exemplo é a utilização de propulsores FEEP na missão LISA Pathfinder da Agência Espacial Europeia, lançada em 2015, por sua capacidade de realizar ajustes orbitais de grande precisão, importantes para missões científicas como essa (SCHARLEMANN et al., 2011).

O conceito dos propulsores Hall foi proposto simultaneamente por grupos nos EUA e na URSS no início da década de 1960 e apenas alguns anos após o início de seu desenvolvimento, o grupo americano decidiu por abandonar a linha de pesquisa por concluir que as instabilidades durante a operação deste propulsor inviabilizaria sua utilização de forma eficaz (MARTINEZ-SANCHEZ; LOZANO, 2015). Por outro lado, o desenvolvimento desta tecnologia recebeu grande foco por parte do grupo soviético, o qual desenvolveu sistemas progressivamente mais

---

<sup>5</sup>Na mecânica de extração e aceleração dos íons, a corrente possui valor máximo imposto pelo limite de Child-Langmuir(JAHN, 1968).

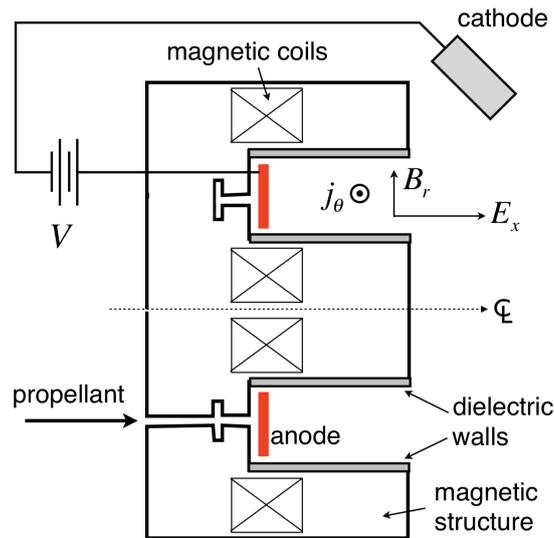


Figura 1.1: Esquema básico de um propulsor Hall. Fonte: Martinez-Sanchez e Lozano (2015).

eficientes durante as três décadas seguintes, lançando o primeiro protótipo no ano de 1971 a bordo da missão *METEOR-18*, seguido por mais de 50 missões utilizando esta tecnologia até meados da década de 1980 (BOEUF, 2017). Apenas em 1991, com a dissolução do regime soviético e o fim dos bloqueios de comunicação, o desenvolvimento dos propulsores Hall foi compartilhando com os países do bloco ocidental, sendo adotado internacionalmente como tecnologia de grande potencial para um amplo espectro de missões. A partir deste ponto, foram iniciados diversos esforços conjuntos para a otimização destes sistemas, os quais permanecem até os dias atuais, caracterizados por um dos campos de pesquisa mais ativos no contexto da propulsão elétrica.

A arquitetura básica de um propulsor Hall é demonstrada na figura 1.1. Como mostrado, ela é composta por um canal anular, com seção retangular, com paredes de material isolante, e com um ânodo posicionado em um de seus extremos. Na região interior e exterior do canal existem bobinas magnéticas, responsáveis por gerar um campo magnético idealmente radial na região interior do canal. No outro extremo do canal existe um cátodo, responsável por criar o campo elétrico axial de aceleração dos íons em conjunto com o potencial presente no ânodo, fornecer os elétrons para criação da descarga de plasma, e neutralizar a pluma gerada pela aceleração dos íons. A injeção de propelente ocorre na região onde está o ânodo, e assim o fluxo de gás escoar no sentido do ânodo ao plano de saída do propulsor.

Na região onde campo magnético e elétrico são virtualmente perpendiculares, elétrons oriundos do cátodo e da ionização do gás neutro são capturados na chamada deriva  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  formando assim uma corrente na direção azimutal, denominada *corrente Hall*, na figura representada por  $j_\theta$ . De maneira geral, a intensidade do campo magnético e elétrico são máximas em uma região coincidente, no plano de saída do propulsor. Levando em conta que a ionização do gás neutro, em sua maioria, é causada pela colisão de elétrons da corrente  $j_\theta$  com partículas neutras, e devido à grande eficiência de utilização mássica, a grande maioria dos átomos neutros são ionizados

antes mesmo de chegarem ao plano de saída do propulsor, e assim a região anterior à região de máximo dos campos é comumente denominada *região de ionização*. Além disso, por aprisionar os elétrons na trajetória azimutal, o campo magnético conseqüentemente reduz a condutividade eletrônica entre o catodo e o anodo, e elétrons chegam ao anodo apenas através de eventos que alteram bruscamente seu momento, como colisões. A baixa condutividade faz com que a energia dos elétrons seja em sua maioria gasta diretamente com a ionização da espécie neutra, aumentando assim a eficiência energética do sistema. Apesar de um circuito elétrico fechado ser estritamente necessário para a operação contínua do propulsor, alguns dos tópicos mais proeminentes de pesquisa em propulsores Hall consistem no desenvolvimento de técnicas para a diminuição da difusão eletrônica que ocorrem através de diversos efeitos secundários, como instabilidades, oscilações e emissões secundárias.

Para o correto funcionamento da descarga do propulsor, o magnético devem ter magnitudes que simultaneamente permitam que elétrons possuam trajetórias fechadas, ou seja, sejam magnetizados, e que íons possam ser acelerados em uma trajetória idealmente linear, ou seja, sejam não-magnetizados. Como afirmado por Mazouffre (2016), para parâmetros típicos, este campo magnético é da ordem de  $B \approx 150$  G. Dessa forma, com campo magnético fraco o suficiente, íons sofrem aceleração pelo campo elétrico de forma praticamente eletrostática e linear e dessa forma, a região onde este campo elétrico é máximo é geralmente denominada *região de aceleração*.

No caso de propulsores iônicos com grades, a corrente iônica extraída, e por conseguinte o empuxo, são limitados pela carga espacial formada entre as grades e seu valor máximo é dado pela corrente de Child-Langmuir (JAHN, 1968). Já no caso de propulsores Hall este efeito não é observado uma vez que a aceleração dos íons acontece por um campo elétrico formado pela distribuição de cargas no interior do plasma e não por um campo elétrico externo, imposto por duas fronteiras, como no caso do propulsor iônico. Dessa forma, sem a limitação de corrente, os propulsores Hall são capazes, de maneira geral, de gerar níveis de densidade de empuxo consideravelmente superiores aos propulsores com grades; valores tipicamente uma ordem de grandeza mais elevados (BOEUF, 2017). Devido à capacidade de gerar valores elevados de empuxo com um sistema de propulsão compacto, este tipo de propulsor revela-se com grande versatilidade e de fato é empregado em diversas missões onde torna-se necessária a realização de manobras em um curto espaço de tempo ou onde o impulso específico menos elevado, quando comparado aos propulsores iônicos, não se torna um fator impeditivo para o cumprimento da missão. Para fins de elucidção, reproduz-se aqui na tabela 1.1 dados de alguns modelos de propulsores Hall comerciais e em desenvolvimento, em ordem crescente de potência nominal. É possível observar a partir dos dados mostrados que o impulso específico de propulsores Hall encontra-se de maneira geral entre 1000 e 3000 segundos e que sua eficiência varia entre 0,4 e 0,6. Além disso, observa-se ainda uma tendência do empuxo e da eficiência crescerem proporcionalmente com os valores de potência utilizados.

Até os dias atuais, a versatilidade dos propulsores Hall foi comprovada através das aplicações nos mais diversos tipos de missões, dos mais distintos portes. Na tabela 1.2 mostram-se diferentes aplicações típicas com sistemas projetados para operar em diferentes regimes de potência. Além

Tabela 1.1: Parâmetros operacionais de alguns modelos de propulsores Hall desenvolvidos ou em desenvolvimento operando em sua condição nominal. Onde  $I_{sp}$  é o impulso específico,  $P_{in}$  potência utilizada,  $D$  diâmetro do canal,  $T$  o empuxo, e  $\eta_T$  a eficiência.

Modelo	Desenvolvedora	$D$ (cm)	$P_{in}$ (W)	$I_{sp}$ (s)	$T$ (mN)	$\eta_T$
BHT-200 (BUSEK, 2013)	Busek Inc.	–	200	1390	13	0,46
SPT-50 (GOEBEL; KATZ, 2008)	Fakel	5	350	1100	20	0,35
SPT-70 (GOEBEL; KATZ, 2008)	Fakel	7	700	1500	40	0,45
PPS-1350 (GOEBEL; KATZ, 2008)	Snecma	10	1500	1650	88	0,55
SPT-140 (GOEBEL; KATZ, 2008)	Fakel	14	5000	1750	300	0,55
BHT-8000 (BUSEK, 2016)	Busek Inc.	–	8000	1884	507	0,58
HERMeS (HOFER et al., 2016)	NASA	–	12500	2600	600	0,64

disso, destaca-se ainda que além das inúmeras missões conduzidas pela Rússia comercial e cientificamente, outras importantes missões científicas internacionais empregaram propulsores Hall, destacando-se a missão *SMART-1* desenvolvida pela Agencia Espacial Europeia (ESA) a qual enviou uma sonda à Lua (KOPPEL; ESTUBLIER, 2005); e a missão *Asteroid Redirect Mission* conduzida pela NASA, a qual empregará diversos propulsores Hall de alta potência ( $> 10$  kW) para o cumprimento da missão de redirecionamento de um corpo astronômico (HERMAN et al., 2016).

Tabela 1.2: Aplicações típicas de propulsores Hall para de sistemas operando em regimes distintos de potência. Fonte: Mazouffre (2016).

Regime de potência	Aplicações típicas
$< 500$ W	Missões de observação da terra em órbita baixa; correção de órbita de constelações de microssatélites.
1–2 kW	Controle de atitude e manutenção de órbita de satélites geoestacionários.
5–10 kW	Transferência orbital de órbita baixa para geoestacionária para satélites exclusivamente elétricos.
10–50 kW	Sondas interplanetárias; missões para asteroides; suporte de missões interplanetárias tripuladas.

Ainda que o desenvolvimento de propulsores Hall tenha sido iniciado há mais de cinco décadas e a tecnologia tenha atingido um nível de maturidade consideravelmente alto para as mais diversas aplicações, diversos desafios tecnológicos permanecem sem solução, impedindo um entendimento completo da dinâmica e funcionamento dos diversos fenômenos da descarga do propulsor. Um exemplo significativo são os fenômenos de oscilações presentes na descarga do propulsor, a qual possui dinâmica continuamente transiente (CHOUËIRI, 2001). Estas oscilações são originadas das mais diversas causas, sendo a mais comum denominada *breathing mode*, causada por instabilidades de ionização (BOEUF; GARRIGUES, 1998). Outra oscilação de grande importância na operação do propulsor é a *rotating spoke*, a qual consistem em ondas com propagação azimutal, e possuem correlação com instabilidades da velocidade crítica de ionização de Alfvén (SEKERAK et al., 2015). Estas oscilações, em particular a segunda, não são completamente compreendidas até o presente momento, e diversos trabalhos a correlacionam com o

processo de transporte de elétrons anômalo e aceleração iônica.

Outro aspecto de grande impacto na eficácia e vida útil dos propulsores são os fenômenos de interação entre plasma e paredes. Estes fenômenos, sobretudo, são relacionados com a geometria das linhas de campo magnético na cercania das paredes internas e externas do canal. Linhas de campo perpendiculares à superfície isolante, como idealizado no conceito inicial do propulsor, facilitam a mobilidade e favorecem um maior fluxo de partículas, especialmente elétrons, às paredes. Este fluxo, em colisão com a parede dielétrica, provoca emissões secundárias, erosão das paredes, depositando assim sua energia. Estes fenômenos, quando em excesso, alteram drasticamente a função de distribuição de energia eletrônica modificando a topologia do campo elétrico e outras importantes características operacionais do sistema. Além disso, fenômenos de erosão são um dos maiores limitantes na vida-útil de sistemas deste tipo, uma vez que as principais razões de falha compreendem perda de isolamento elétrico e térmico e falha do circuito magnético. Desta maneira, formas de mitigar a erosão e controlar a interação iônica e eletrônica com a parede estão dentre as áreas mais importantes da pesquisa deste campo.

Diversos conceitos e modificações foram propostos para realizar este controle. Um dos mais bem sucedidos é o chamado de *blindagem magnética*, onde a topologia do campo magnético é projetada a fim de se evitar linhas de campo perpendiculares às paredes do propulsor e assim diminuir a emissão secundária e o fluxo iônico responsável pela erosão do material isolante e limitação da vida-útil. De forma geral, para atingir este propósito, o circuito magnético é desenhado de forma a manter as linhas de campo paralelas ao corpo do propulsor, assim diminuindo a mobilidade na direção radial. Diversos modelos de propulsor usando este conceito já foram testados, e ele é em grande parte aceito como solução viável para o aumento da vida útil de propulsores Hall.

Com o advento da propulsão elétrica na indústria espacial, propulsores Hall ganharam grande notoriedade e aplicação em diversos setores da comunidade por sua capacidade de um grande valor de densidade de empuxo e manter níveis elevados de impulso específico. Mesmo após décadas de desenvolvimento, o estudo fenomenológico e a otimização destes sistemas é um campo ativo e importante da engenharia espacial que colabora para a disseminação contínua de propulsores elétricos e mitigação de preconceitos baseados na longa herança tecnológica de motores químicos. O presente trabalho justifica-se como uma forma de colaborar ao desenvolvimento destes sistemas para criar uma nova forma de se medir os fenômenos dinâmicos internos à descarga e assim auxiliar futuramente no desenvolvimento de novas técnicas de controle.

## 1.2 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

O Laboratório de Plasmas (LP) do Instituto de Física da Universidade de Brasília (UnB) foi inaugurado no ano de 1997, tendo como um de seus objetivos principais desenvolvimento do projeto PHALL, para o estudo e desenvolvimento de propulsores Hall com ímãs permanentes. O projeto possui alinhamento com o programa espacial brasileiro e seu objetivo principal é o

desenvolvimento da tecnologia de propulsão espacial para futuras missões nacionais. Além dos propulsores diversos instrumentos de diagnóstico de plasma foram desenvolvidos incluindo sondas de Langmuir, coletores de íons, copos de Faraday, e sistemas de espectroscopia. Possa (2009) descreve os detalhes do projeto do propulsor, além de realizar um estudo das instabilidades ocorrentes no PHALL. O presente trabalho tem como objetivo a continuação da pesquisa no campo de propulsores Hall no contexto do LP, afim de prover uma abordagem distinta da já utilizada, com um olhar teórico sobre fenômenos oscilatórios e radiativos ocorrentes em sistemas deste tipo.

Como já explicitado, a dinâmica interna da descarga dos propulsores Hall compreendem diversos fenômenos oscilatórios complexos das mais diversas origens. A partir do fato de que estas oscilações impactam diretamente no desempenho destes motores, faz-se necessário o estudo e desenvolvimento de técnicas de medida para determinação de seus comportamentos. Comumente, os métodos utilizados para a medida da intensidade e frequência de oscilações de descarga compreendem a medida direta do sinal de tensão e corrente do propulsor, utilização de sondas de plasma ao longo do canal, e métodos ópticos.

No caso de oscilações na direção axial, como é o caso do *breathing mode*, a medida é facilmente realizável a partir da medida do sinal. Por outro lado, como comentado por McDonald (2012), oscilações na direção azimutal são intrinsecamente indetectáveis por este método, uma vez que, neste caso, a integral da corrente eletrônica sobre o anodo é constante ao longo do tempo e faz se necessário o uso das outras duas técnicas citadas. No caso da utilização de sondas, apesar de possuírem grande precisão na medida temporal e dos parâmetros de plasma, ela possui a desvantagem de ser sempre um método de diagnóstico intrusivo, alterando a descarga sempre que utilizado. No caso da utilização de métodos ópticos, o método trate-se de uma abordagem custosa já que torna-se necessária a utilização câmeras de alta velocidade, além de não serem capazes de obter informação sobre a distribuição dos parâmetros na direção axial durante a medida e não serem facilmente utilizados em ambiente espacial. Apesar das desvantagem de ambos os métodos, com estes, a maioria dos trabalhos a respeito de oscilações azimutais foram realizados auxiliando na compreensão dos fenômenos de maneira quase completa, como por exemplo (SEKERAK et al., 2015).

Em paralelo, outro campo importante no desenvolvimento de propulsores Hall são os estudos de radiação eletromagnética emitida em sua operação, sendo importante principalmente para qualificação de equipamentos para voo. Diversos estudos, principalmente no contexto de testes de *compatibilidade eletromagnética* (EMC), reportaram medidas de radiação em um amplo espectro de frequência (BEITING et al., 2003). Apesar dos maiores níveis de potência estarem concentrados abaixo de 100 MHz, a maioria dos estudos são realizados no intervalo de frequência entre 1 e 18 GHz, já que de maneira geral a preocupação primária é relacionada à interferência desta emissão com os canais de comunicação do veículo espacial. Como comentado por Beiting et al. (2015) de maneira geral a radiação medida são em grande parte relacionadas com os fenômenos oscilatórios do plasma do propulsor e com interações entre catodo e pluma.

Considerando a conexão latente entre fenômenos oscilatórios e a radiação eletromagnética

gerada pelo sistema, chega-se à hipótese de que é possível inferir características fundamentais das oscilações de plasma no interior do propulsor a partir do espectro de radiação medida no exterior da descarga. Caso verificado que seja possível, propõe-se no presente trabalho um novo método de diagnóstico baseado nesta técnica, consistindo na medição da radiação e na determinação das oscilações presentes na descarga a partir de modelos analíticos e técnicas de reconstrução de fontes presente na literatura de diagnóstica de antenas. Caso prove-se funcional, esta técnica teria como objetivo a complementação das técnicas existentes para o auxílio de estudo destes fenômenos e seu impacto no transporte turbulento e outras características operacionais, uma vez que, em contraste com as sondas, não se trata de uma técnica intrusiva, e em contraste com técnicas de imagem, sua operação poderia ser escalável para diferentes intervalos de frequência.

O objetivo central deste trabalho é, então, *o desenvolvimento de uma nova técnica de diagnóstico que utiliza-se da radiação emitida pelo propulsor para dedução das características de sua dinâmica interna*. Para este fim, determina-se os objetivos específicos:

1. Determinação da viabilidade do conceito proposto;
2. Determinação de um modelo analítico aproximado para inferência de características da descarga a partir da radiação detectada;
3. Verificação, por meio de simulações computacionais, características de propagação radiativa e validade do modelo.

O presente trabalho tem como finalidade um estudo inicial da técnica proposta, e dessa forma não almeja a elaboração a respeito de detalhes técnicos, nem tão pouco a determinação de um modelo analítico fidedigno do problema de radiação de propulsores Hall. Este estudo possui, assim, caráter exploratório para determinar a viabilidade e fundamentos básicos de uma possível técnica de diagnóstico ainda não utilizada no desenvolvimento de propulsores elétricos.

Caso funcional, o método torna-se uma alternativa às técnicas convencionais de medida para verificar a condição operacional de propulsores Hall. Suas características de não-intrusão e possível baixo custo permitem que ele seja aplicado de formas não convencionais, por exemplo, servindo como método de diagnóstico *in situ* em ambiente espacial.

### **1.3 METODOLOGIA E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

O estudo e desenvolvimento deste trabalho seguirá de forma geral o cumprimento dos objetivos específicos determinados para que isto resulte em uma conclusão a respeito do objetivo primário. A abordagem consistirá de sete capítulos, contando o presente capítulo introdutório, capítulos de revisão bibliográfica, e os de desenvolvimento do tema propriamente dito.

Após a introdução, o segundo capítulo tratará da apresentação da dinâmica interna de um propulsor Hall. Primeiramente será apresentado a modelagem de um propulsor deste tipo, mostrando

as abordagens mais tradicionais presentes na literatura, com o objetivo de definir o método básico de cálculo de parâmetros operacionais do sistema. O modelo incluirá o cálculo do desempenho e fenômenos de perda mais comuns. Na segunda seção, será realizada uma revisão a respeito das instabilidades e oscilações mais comuns presentes na descarga Hall e seus efeitos no desempenho do sistema. Por fim, na terceira seção, será mostrado os aspectos gerais do transporte de elétrons, incluindo um modelo básico e a descrição do transporte anômalo, suas causas, e seus efeitos na operação.

No terceiro capítulo, será realizada uma ampla apresentação dos diversos processos radiativos em plasmas. Na primeira seção serão apresentados os processos denominados *microscópicos*, os quais são caracterizados por emissão de radiação por movimentos individuais das partículas, incluindo *bremsstrahlung*, recombinação e excitação, e ciclotron. Logo então são mostrados processos de radiação provenientes de movimentos macroscópicos do plasma, incluindo correntes e instabilidades. Por fim, é apresentado um panorama das medidas de radiação produzidas por propulsores Hall presentes na literatura, incluindo estudos de compatibilidade eletromagnética, espectroscopia e detecção óptica.

No quarto capítulo é finalmente apresentada a modelagem analítica do problema, consistindo na base teórica para a técnica proposta. O capítulo inicia-se com a seção de inicial de descrição da técnica utilizada para a abordagem do problema, incluindo uma descrição pragmática do problema, e a proposição de um caminho para o desenvolvimento do modelo. Na segunda seção mostra-se o primeiro passo da modelagem analítica, onde considera-se a corrente Hall do propulsor como uma antena circular e modela suas emissões como excitações de sinal em uma antena de plasma. Na terceira seção são mostrados os possíveis processos de absorção de radiação que ocorrem na propulsor, incluindo efeitos na pluma de plasma. Por fim, na última seção é mostrado o processo de reconstrução da corrente Hall, onde são levados em conta os processos oscilatórios descritos anteriormente, além de outras técnicas.

No quinto capítulo são apresentadas as simulações eletromagnéticas do sistema utilizando técnicas de elementos finitos a partir da utilização de softwares comerciais. São mostrados aqui os resultados numéricos para diversos casos distintos, incluindo casos distintos de geometrias de diferentes propulsores, e parâmetros de plasma diversos.

No capítulo final as conclusões do trabalho são apresentadas, descrevendo os resultados atingidos e a discussão quanto aos objetivos cumpridos e não cumpridos. Mostra-se ainda o trabalho futuro que pode ser realizado para o desenvolvimento da técnica e quais os pontos do trabalho que permanecem superficiais e necessitam de aprofundamento na pesquisa que se segue.

## 2 DINÂMICA INTERNA DO PROPULSOR HALL

### 2.1 MODELAGEM DO FUNCIONAMENTO

A modelagem da operação de propulsores Hall é uma disciplina intrincada, com múltiplas abordagens dos mais diversos graus de fidedignidade. Modelos preliminares, com caráter basicamente aproximativo, levam em conta de maneira geral apenas campos uniformes, uniformidade de parâmetros azimutal e axialmente e cálculos exclusivamente da média das características de empuxo e velocidade de exaustão. Com o aumento de sua complexidade, são adicionados efeitos como a não uniformidade de campos e parâmetros, efeitos de transporte de elétrons, e fenômenos dinâmicos transientes e oscilatórios. Ainda que muitos destes modelos encontrem soluções aproximativas, em sua grande maioria são solucionados por meio da utilização de ferramentas numéricas.

#### 2.1.1 Produção de empuxo

Para a apresentação de um modelo preliminar, considera-se aqui a geometria mostrada na figura 1.1 e o desenvolvimento feito por Martinez-Sanchez e Lozano (2015). Assumindo íons não magnetizados e um baixo nível de colisão, estes são acelerados simplesmente por um perfil eletrostático

$$v_i = \sqrt{\frac{2e\phi}{m_i}}, \quad (2.1)$$

onde  $e$  é a carga fundamental,  $\phi$  é o potencial em relação à referência, e  $m_i$  é a massa do íon. Considerando, por outro lado, elétrons magnetizados no interior do canal estes não são livres para acelerar em direção do anodo e assumem uma velocidade de deriva na direção azimutal (CHEN, 1984)

$$\mathbf{v}_\theta = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}. \quad (2.2)$$

Considerando uma densidade eletrônica  $n_e$  obtém-se então a corrente Hall média na direção azimutal simplesmente como  $\mathbf{j}_\theta = -en_e \mathbf{v}_\theta$ . Levando em conta a corrente Hall e o campo magnético presente, a força de Lorentz resultante aplicada no propulsor é

$$\mathbf{T} = \mathbf{j}_\theta \times \mathbf{B} = en_e \mathbf{E}, \quad (2.3)$$

mostrando assim, em concordância com a equação 2.1, que a transmissão de força para o propulsor é relacionada com a aceleração eletrostática dos íons.

Caso os campos elétrico e magnético sejam considerados uniformes, dados por  $\mathbf{E} = E_x \hat{x}$  e  $\mathbf{B} = B_r \hat{r}$ , a intensidade da corrente Hall pode ser escrita simplesmente como

$$j_\theta = en_e \frac{E_x}{B_r}. \quad (2.4)$$

Utilizando a definição de empuxo,  $T = \dot{m}u_e$ , onde  $\dot{m}$  e  $u_e$  são o fluxo mássico e a velocidade de exaustão respectivamente, pode-se, utilizando a equação 2.1 e a definição de corrente do feixe dada por  $I_b = q\dot{m}_i/m_i$ , definir a expressão de empuxo dependente apenas da tensão aplicada e da corrente do feixe,

$$T = \sqrt{\frac{2m_i}{e}} I_b \sqrt{\phi}. \quad (2.5)$$

Dentre os diversos mecanismos de perda na operação de um propulsor Hall, dois dos principais são a divergência do feixe de plasma, e a presença de partículas de ionização múltipla – ambos efeitos geram fatores de correção multiplicativos para o cálculo do empuxo dado pela equação 2.5. Para a divergência de um dado ângulo  $\beta$  o fator de correção para um feixe não-uniforme é dado por

$$f_d = \frac{1}{I_b} \int_0^r 2\pi r J(r) \cos(\beta(r)) dr, \quad (2.6)$$

o qual reduz-se simplesmente a  $f_d = \cos \beta$  para feixes uniformes (GOEBEL; KATZ, 2008).

Para íons múltiplos, pode-se definir a corrente do feixe como a soma das correntes das diferentes espécies,  $I_b = I^+ + I^{++}$ . Obtém-se então o fator de correção

$$f_\alpha = \frac{1}{T} \left( I^+ \sqrt{\frac{2m_i \phi}{e}} + I^{++} \sqrt{\frac{m_i \phi}{e}} \right) = \frac{I^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} I^{++}}{I^+ + I^{++}}. \quad (2.7)$$

Define-se assim a partir de ambos fatores calculados a expressão corrigida para o empuxo na forma  $T' = f_\alpha f_d T$ .

### 2.1.2 Leis de escala

Como comentado anteriormente, para que o modelo funcione, elétrons devem ser magnetizados para possuírem a trajetória de deriva azimutal, e íons devem ser livremente acelerados para gerar empuxo. Para que isso ocorra deve ser garantido que o raio de Larmor do elétron e do íon obedeçam respectivamente  $r_e \ll L$  e  $r_i \gg L$ , onde  $L$  é o comprimento característico do canal, geralmente tomado como a lacuna entre ambas paredes dielétricas (DANNENMAYER, 2012). Assumindo que a velocidade representativa do elétron seja a térmica, escrevemos a condição de  $r_e = v_{th}/\omega_c$  como

$$\frac{v_{th}}{\omega_c} = \frac{m_e}{eB} \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m_e}} \ll L, \quad (2.8)$$

$$B \gg \frac{m_e}{eL} \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m_e}}, \quad (2.9)$$

onde  $B$  é a intensidade do campo magnético,  $m_e$  é a massa do elétron, e  $T_e$  é a temperatura dos elétrons em K. Outra condição importante para garantir a magnetização dos elétrons é dada por

$$\Omega_e^2 = \frac{\omega_c^2}{\nu^2} \gg 1, \quad (2.10)$$

onde  $\Omega_e$  é denominado parâmetro Hall, e  $\nu$  é a frequência de colisão de elétrons e íons. Esta condição determina que para a correta operação do propulsor, elétrons devem ser capazes de completar vários ciclos de sua trajetória espiral antes de sofrer uma colisão.

Por outro lado, com o objetivo que íons possuam trajetórias aproximadamente lineares, assume-se que sua velocidade é dada simplesmente pela equação 2.1, e dessa forma obtém-se uma segunda condição para o campo magnético na forma

$$B \ll \frac{m_i}{eL} \sqrt{\frac{2e\phi}{m_i}}. \quad (2.11)$$

Outro fator de grande importância para a operação do sistema é a garantia de que eventos de ionização ocorram em sua maioria no interior do canal do propulsor, chamado também de *critério de Melikov–Morozov* (DANNENMAYER, 2012). Para tanto considera-se o livre caminho médio de ionização, dado por

$$\lambda_i = \frac{v_n}{n_e \langle \sigma_i v_e \rangle}. \quad (2.12)$$

E dessa forma, a condição dá-se simplesmente por

$$\frac{\lambda_i}{L} \ll 1 \quad (2.13)$$

Ainda que construídas a partir de simplificações, as equações 2.9, 2.10, 2.11 e 2.13 fornecem restrições básicas para o projeto e concepção de propulsores Hall. Além das relações apresentadas, Dannenmayer (DANNENMAYER, 2012) apresenta uma exploração completa de todas as leis de escala mais importantes para a construção do propulsor.

### 2.1.3 Modelo de fluido

Para além das relações básicas mostradas nesta seção, diversos trabalhos presentes na literatura, como comentado por Anton (2015), foram dedicados para a formulação de modelos elaborados para a descrição do funcionamento e dinâmica de plasma no interior de propulsores deste tipo. De maneira geral estes modelos recorrem a formulações cinéticas, de fluidos (KWON; WALKER; MAVRIS, 2011), ou híbridas (GOEBEL; KATZ, 2008) do plasma para o estudo do comportamento da descarga. Além disso, também subdividem-se entre os graus de liberdade presentes no modelo; de maneira geral, modelos escalares ou unidimensionais possuem soluções analíticas aproximadas, quanto que modelos com maiores graus de liberdade são estudados exclusivamente de forma numérica. Boeuf (2017) apresenta uma revisão dos métodos de modelagem mais aplicados.

Uma vez que a solução numérica da descarga não é almejada no presente trabalho, descreve-se aqui um modelo de fluido puro com múltiplas espécies descrevendo partículas neutras, elétrons e íons. Ainda que este tipo de modelo não produza resultados fidedignos e não permita um estudo detalhado dos efeitos que surgem no plasma, é suficiente para o nível de desenvolvimento aqui objetivado. Apresenta-se aqui o modelo de fluido 1D desenvolvido por Ahedo, Martinez-Cerezo e Martinez-Sanchez (2001).

Assume-se inicialmente a simetria azimutal e radial do problema, além de um perfil gaussiano para o campo magnético – dessa forma, quantidades variam apenas ao longo do eixo axial. Considera-se ainda a quasi-neutralidade no modelo e três espécies de fluidos presentes: elétrons ( $e$ ), íons ( $i$ ) e gás neutro ( $n$ ). Dessa forma, as equações de conservação de momento, energia e massa para uma resposta estacionária são escritas como

$$\frac{d}{dx}(An_e v_i) = \frac{d}{dx}(An_e v_e) = -\frac{d}{dx}(An_n v_n) = An_e \nu_i, \quad (2.14)$$

$$m_i v_i \frac{dv_i}{dx} = -e \frac{d\phi}{dx} - \nu_i m_i (v_i - v_n), \quad (2.15)$$

$$en_e = \frac{d}{dx} n_e T_e - \nu_d m_e n_e v_e, \quad (2.16)$$

$$v_e \frac{d}{dx} \left( \frac{3}{2} T_e \right) = -T_e \frac{dv_e}{dx} + v_d m_e v_e^2 - \nu_i \left( \alpha_i E_i + \frac{3}{2} T_e \right), \quad (2.17)$$

$$\frac{dv_n}{dx} = 0, \quad (2.18)$$

onde  $m_j$ ,  $n_j$  e  $v_j$  é a massa da partícula, densidade e velocidade axial para cada espécie respectivamente ( $j = e, i, n$ ),  $\phi$  é o potencial elétrico,  $T_e$  é a temperatura eletrônica,  $E_i$  é a energia de ionização do gás utilizado,  $\alpha_i$  é a perda de energia na ionização,  $\nu_i$  é a frequência de ionização,  $\nu_d$  é a frequência efetiva de difusão eletrônica.

O primeiro ponto a ser notado é o fato de que o modelo de fluido permite a definição tradicional do número de Mach ( $M = v_i / \sqrt{5T_e/3m_i}$ ) e o modelo mostra pontos sônicos os quais afetam

diretamente na propagação de perturbações de pressão na descarga. Estes pontos sônicos podem ser tanto regulares quanto singulares – no caso dos pontos singulares, a derivada das quantidades tornam-se infinitas mudando drasticamente o perfil dos parâmetros de plasma; no caso de pontos regulares, a transição de regime se dá de forma suave como no caso de tuberias termodinâmicas. Como a expansão da pluma sempre ocorre em um ambiente de vácuo, espera-se sempre que haja um ponto sônico na saída do canal, na fronteira entre os regimes.

É possível observar que a área da seção de plasma,  $A$ , é variável nas equações mostradas. Tradicionalmente esta área pode ser assumida como constante no caso mais simples, porém para incluir o efeito de divergência da pluma, seu cálculo deve ser incluído. Evidências empíricas mostram que este cálculo pode ser baseado simplesmente na velocidade radial constante de plasma, e é dado por

$$\frac{d}{dx} \ln A = \frac{2}{hv_i} \sqrt{\frac{5T_e E}{3m_i}}. \quad (2.19)$$

Para aplicação das equações é necessária ainda a definição das condições de contorno do problema. Este modelo assume então: fluxo mássico de propelente conhecido e constante; temperatura eletrônica no catodo é conhecida; a tensão elétrica de descarga é conhecida e é a diferença entre a tensão aplicada e a tensão de plasma; existe um ponto sônico na região de saída; a tensão na região próxima ao anodo obedece à relação

$$\frac{e\phi_{sh}}{T_{eB}} = \ln \left( \frac{\Gamma_{iB}}{\Gamma_{eB}} \sqrt{\frac{3m_i}{10\pi m_e}} \right). \quad (2.20)$$

A integração das equações mostradas tem como objetivo principal a determinação, principalmente, das variáveis de corrente de descarga  $I_d$ , empuxo  $T$ , eficiência, posição axial do ponto sônico  $x_s$  e divergência da pluma. A discussão detalhada das soluções pode ser encontrada no trabalho proponente do modelo (AHEDO; MARTINEZ-CEREZO; MARTINEZ-SANCHEZ, 2001), em conjunto com cálculos quantitativos e comparativos em relação à propulsores reais.

## 2.2 OSCILAÇÕES

O estudo das oscilações de plasma no interior de propulsores Hall possui importância notável no desenvolvimento e evolução destes sistemas e possuem características localizadas em um amplo espectro de frequências originando-se dos mais distintos fenômenos. O impacto das oscilações de plasma no desempenho de propulsores ocorre de forma diversa, podendo afetar parâmetros de eficiência, como divergência da pluma de plasma ou eficácia de ionização, até levar à extinção total da descarga (ZHURIN; KAUFMAN; ROBINSON, 1999). Como descrito por Choueiri (2001), a intensidade das diferentes oscilações é afetada por diversos parâmetros do propulsor, como: fluxo mássico e tipo de propelente, tensão aplicada, características do catodo,

características do sistema de alimentação, topologia do campo magnético, dentre outros.

Existe um grande número de trabalhos presentes na literatura a respeito da discussão e descrição dos fenômenos oscilatórios em propulsores Hall (CHOUEIRI, 2001; ZHURIN; KAUFMAN; ROBINSON, 1999). Sendo os principais: (1) *breathing mode*; (2) ondas *spoke*; (3) oscilações induzidas por gradientes; (4) oscilações de tempo de transito iônico; (5) oscilações de deriva eletrônica; e (6) oscilações de alta frequência.

### 2.2.1 Breathing mode

O chamado *breathing mode*, também conhecida por oscilação de “contorno” ou “loop”, consiste em um tipo de oscilação de baixa frequência (1–20 kHz) causada pelo processo de ionização. Apesar deste tipo de oscilação tradicionalmente poder ser mitigada por técnicas de controle ativo no sistema de alimentação, sua ocorrência pode ser explicada apenas pela dinâmica de ionização e causada por ondas de concentração de gás neutro. A dinâmica desta oscilação é modelada por um sistema de predador-preza entre íons e partículas neutras e suas equações escalares são escritas como

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} = -k_i n_n n_i + n_n \frac{v_n}{L}, \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = k_i n_n n_i - n_n \frac{v_i}{L}, \quad (2.22)$$

as quais consistem na aplicação das equações de Lotka-Volterra. A partir da linearização e resolução das equações, mostra-se que a frequência característica do problema pode ser calculada como

$$\omega_b = \frac{1}{L_i} \sqrt{v_i v_n}. \quad (2.23)$$

A presença deste tipo de oscilação de forma geral pode ser medida na grande maioria dos propulsores Hall e, dessa forma, ela consiste em um dos fenômenos mais bem estudados e compreendidos. Por tanto, diversas técnicas para sua mitigação foram desenvolvidas com sucesso, incluindo o ajuste de parâmetros elétricos do circuito, ou a modificação de regimes de operação (CHOUEIRI, 2001).

Atualmente o estudo do impacto e dinâmica destas oscilações acontece por meio tanto de estudos computacionais (BARRAL; AHEDO, 2009; BOEUF; GARRIGUES, 1998) quanto experimentais (LOBBIA, 2010). Os métodos de detecção experimentais abrangem um grande leque de técnicas, incluindo a utilização de sondas de plasma, técnicas de fluorescência, e de inspeção óptica com câmeras de alta velocidade.

As técnicas computacionais utilizadas são variadas, porém cita-se aqui o método utilizado por

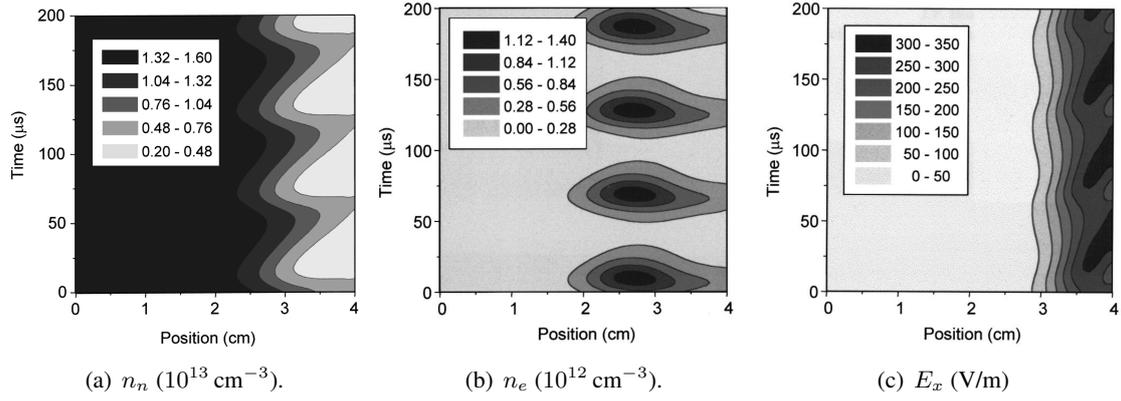


Figura 2.1: Gráficos de contorno demonstrando a dinâmica espacial e temporal do *breathing mode* em um propulsor SPT-100 (tensão aplicada de 240 V, fluxo de Xe de 5 mg/s e campo magnético com pico de 200 G). A figura 3.2(a) mostra a oscilação de densidade de gás neutro, a figura 3.2(b) mostra a oscilação da densidade de plasma, e, por fim, a figura 2.1(c) mostra a oscilação do campo elétrico axial. Fonte: Boeuf e Garrigues (1998).

Boeuf e Garrigues (1998), onde é considerado um modelo híbrido unidimensional onde elétrons são considerados um fluido contínuo e íons são modelados de forma cinética, sem colisões. No trabalho citado, o modelo é aplicado ao propulsor SPT-100, o qual possui 10 cm de diâmetro do canal e 4 cm de profundidade. Como consiste-se em um modelo com apenas um grau de liberdade, assume-se ainda a simetria e uniformidade azimutal e radial. A figura 2.1 mostra os resultados do cálculo do artigo de forma gráfica. Na figura são mostrados os parâmetros calculados, consistindo na densidade de gás neutro (3.2(a)), densidade de plasma (3.2(b)), e campo elétrico axial (2.1(c)). Todos os parâmetros neste trabalho são computados no plano de saída do propulsor.

## 2.2.2 Ondas *spoke*

As chamadas ondas *spoke* são ondas de densidade do plasma de propagação em direção azimutal de baixa frequência (5–25 kHz). Estas ondas foram medidas inicialmente por Janes e Lowder (1966), os quais realizaram medidas de densidade de plasma a partir de sondas de Langmuir posicionadas em diferentes posições no interior de um propulsor Hall, e identificaram diversas características importantes destas oscilações. Nota-se que o aparato experimental utilizado neste trabalho pioneiro diferenciava-se consideravelmente dos propulsores modernos, ainda assim a grande parte das conclusões propostas pelos autores confirmaram-se razoáveis ao longo dos anos (MCDONALD, 2012).

A partir de medidas experimentais determinou-se que estas ondas azimutais apresentam de modo geral ângulo de inclinação de 15 a 25 graus, pode possuir diferentes modos  $m$ , e sua velocidade de fase é dada aproximadamente por

$$v_\theta \approx c_v \frac{E_x}{B_r}, \quad (2.24)$$

onde  $c_v$  é uma constante empírica que varia entre 0,4 e 0,8 (ZHURIN; KAUFMAN; ROBIN-

SON, 1999), ou seja, com magnitude de alguns km/s.

No âmbito da modelagem analítica destas oscilações diversos trabalhos foram realizados para se determinar, dentre outros aspectos, sua relação de dispersão. Destacam-se os trabalhos pioneiros de Esipchuk et al. (1974), os quais determinaram modelos baseando-se em perfis de densidade de plasma e campo magnético, permitindo a predição de oscilações do propulsor SPT-100. Mais recentemente, baseando-se no trabalho de Chesta, Meezan e Cappelli (2001), (ESCOBAR; AHEDO, 2015) propõe uma modelagem bidimensional das instabilidades azimutais a qual leva em conta características de ionização e densidade de gás neutro. Diversos outros trabalhos relevantes estão disponíveis na literatura.

Já no que tange a medição experimental, identifica-se na literatura primariamente a utilização de sondas de Langmuir de alta velocidade e câmeras de alta velocidade para a determinação dos padrões de propagação da oscilação (MCDONALD, 2012; SEKERAK et al., 2015). É reproduzido na figura 2.2 o gráfico presente no trabalho de Sekerak et al. (2015), onde mostram-se medidas das ondas *spoke* realizadas pela técnica de imageamento de alta velocidade desenvolvida por McDonald (2012). Nos gráficos, observa-se os picos de energia em diversos pontos do espectro nos diferentes modos de propagação, mostrando a diversidade do fenômeno, variando desde 5 a 45 kHz.

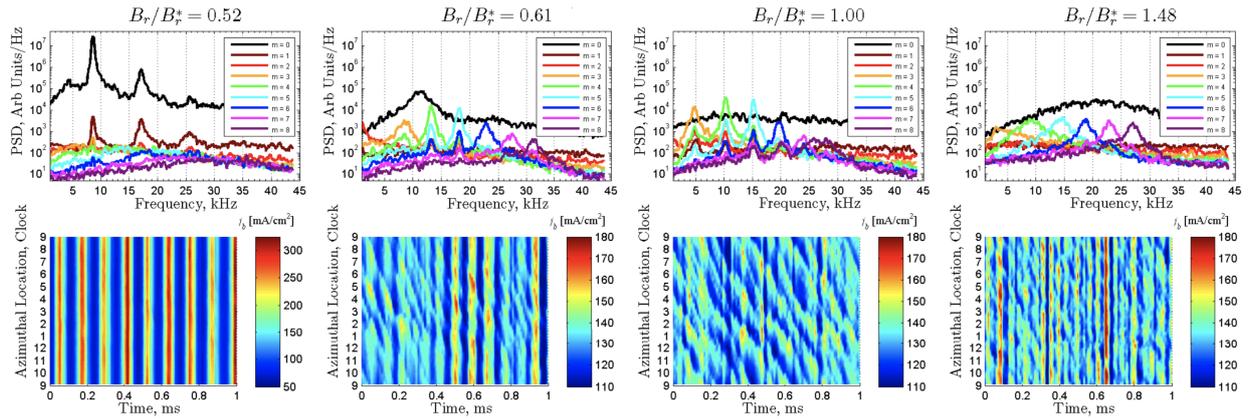


Figura 2.2: Análise espectral de ondas *spoke* realizada por Sekerak et al. (2015) obtidas por meio da técnica de imageamento de alta velocidade. Nos gráficos da parte superior,  $B_r/B^*$  corresponde ao campo magnético máximo normalizado por um valor de referência,  $m$  corresponde ao modo e mostram-se os espectros das ondas em unidades arbitrárias de energia. As figuras da parte inferior, mostra-se a variação temporal da densidade de corrente em cada posição angular. Fonte: Sekerak et al. (2015).

No campo do estudo computacional, os trabalhos desenvolvidos utilizaram principalmente abordagens com técnicas de Monte Carlo, e cinéticas (MATYASH; SCHNEIDER; KALENTEV, 2014), onde baseiam-se primariamente na modelagem bidimensional do problema, considerando a componente axial e azimutal da descarga. Como observado por Sekerak (2014), os estudos realizados, principalmente por limitações computacionais, possuem limitações de domínio e refinamento de grade, fazendo com que seus resultados não permitam a observação completa das ondas azimutais. O mesmo autor argumenta ainda há necessidade do desenvolvimento de novas técnicas numéricas sejam estatísticas ou de fluidos, que adotem um refinamento do problema

suficiente para a reprodução das ondas.

O estudo deste tipo de oscilação ainda é um campo em desenvolvimento, e seu funcionamento ainda não é completamente entendido (ANTON, 2015). É notado em diversos trabalhos que sua ocorrência tem grande correlação com o transporte anômalo de elétrons por meio da geração de estruturas turbulentas no escoamento do plasma e causando, assim, a diminuição da eficiência da blindagem magnética (MCDONALD, 2012).

### 2.2.3 Oscilações induzidas por gradientes

Conhecidas também como ondas magneto-sônicas, as oscilações induzidas por gradientes são ondas azimutais de baixa frequência (20–60 kHz), geradas por gradientes de campo magnético no interior do canal (CHOUERI, 2001). Como mostrado por Choueiri (2001), a condição para que tais ondas ocorram, é a presença de regiões onde  $\partial B_r / \partial x < 0$ , ou seja, que haja gradientes negativos do campo.

Assumindo um modelo MHD de dois fluidos, sem colisões, e onde íons são não magnetizados, e a não homogeneidade seja relativamente fraca, pode-se escrever a relação de dispersão para a onda (CHOUERI, 2001). Linearizando as equações de fluido com a aplicação da forma  $\xi = \xi_0 + \xi' \exp(k_x x + k_y y - i\omega t)$ , onde  $\xi$  é qualquer variável do problema, e  $\xi' \ll \xi_0$ , obtém-se a relação de dispersão na forma

$$1 - \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega - k_x u_i)^2} + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci} \omega_{ce}} + \frac{\omega_{pi}^2}{k^2 v_A^2} - \frac{\omega_{pi}^2 k_y (u_{dey} - u_B)}{k^2 u_i^2 (\omega - k_y u_{dey})} = 0, \quad (2.25)$$

onde  $\omega_{pi}$  é a frequência iônica de plasma,  $\omega_{ci}$  e  $\omega_{ce}$  são respectivamente as frequências ciclotônicas de íons e elétrons,  $\omega$  é a frequência da oscilação,  $k = 2\pi/\lambda$  é o número de onda,  $k_j = \mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{x}}_j$  é a componente do vetor  $\mathbf{k}$  na direção  $j$ ,  $u_i$  é a velocidade iônica de deriva,  $v_A$  é a velocidade de Alfvén,  $u_B$  é a velocidade de deriva magnética e  $u_{dey}$  é a velocidade de deriva eletrônica.

Assumindo ainda a condição de que a frequência híbrida de ionização obedece a  $\omega_{hl} \ll \omega_{pi}$ , Choueiri (2001) mostra a equação 2.25 possui raiz na forma

$$\omega = k_x u_i - \frac{k^2 u_i^2}{2k_y (u_{dey} - u_B)} \pm \frac{k u_i^2}{2(u_{dey} - u_B)} \left[ \frac{k_x^2}{k_y^2} - \frac{4k_x (u_{dey} - u_B)}{k_y u_i} + \frac{4u_{dey} (u_{dey} - u_B)}{u_i^2} + 1 \right]^{1/2}. \quad (2.26)$$

No mesmo trabalho é mostrado ainda que, calculando a estabilidade da região no interior do canal a partir das relações obtidas, as regiões de instabilidade são correspondentes à presença do gradiente negativo do campo  $\mathbf{B}$ , como era previsto. Além disso, é ainda mostrado que a

velocidade de fase da onda obedece a uma relação similar à equação 2.24, porém com a constante variando entre 0,1 e 0,22.

Dessa forma, esta onda caracteriza-se como uma onda eletrostática de baixa frequência, com propagação azimutal provocadas por gradientes negativos que oferecem a fonte de energia necessária para seu crescimento. Ainda assim, como comentado ainda, este tipo de oscilação não se apresenta como uma ameaça à maioria dos propulsores modernos, uma vez que, de maneira geral, são operados em um regime otimizado, onde as regiões que favorecem este tipo de onda não são encontradas com frequência.

#### **2.2.4 Oscilações de tempo de transito iônico**

As oscilações de tempo de transito dos íons são ondas longitudinais de média frequência (70–500 kHz) relacionadas à escalada de tempo em que um íon permanece no canal de descarga, dado por  $u_i/L$  (ANTON, 2015). O estudo destas oscilações torna-se importante uma vez que sua amplitude cresce com  $B$ , podendo atingir até 30% da tensão de descarga, podendo assim afetar drasticamente diversos parâmetros do plasma (CHOUEIRI, 2001). É reportado ainda que sua dinâmica tem forte característica turbulenta, podendo assim afetar no transporte de elétrons.

Como comentado por Anton (2015), este tipo de oscilação foi primeiramente detectado em experimentos realizados na década de 1970 por grupos soviéticos, porém apenas mais recentemente estudos numéricos possibilitaram a elucidação parcial da física do fenômeno. Barral et al. (2005) realizou uma destas análises, neste caso utilizando a técnica da aproximação de Wentzel–Kramers–Brillouin (WKB) escrevendo as equações de alta frequência e obtendo soluções por aproximações assintóticas.

#### **2.2.5 Oscilações de alta frequência**

Oscilações no espectro da alta frequência, acima de 1 MHz, geralmente são ligados à ondas de deriva eletrônica ou também à interação entre a trajetória eletro-ciclotrônica e as oscilações do campo elétrico no interior do canal (ANTON, 2015; KNOLL; CAPPELLI, 2006). Nota-se que, em comparação com os outros fenômenos oscilatórios, as ondas de alta frequência tem amplitude consideravelmente menor, e portanto causam muitas vezes impacto menor à operação dos propulsores (ZHURIN; KAUFMAN; ROBINSON, 1999).

No que tange as ondas de deriva, estas surgem principalmente em regiões da pluma próximas ao plano de saída do propulsor, e podem propagar-se tanto na direção azimutal ou axial, quando geralmente movem-se ao interior do canal (ANTON, 2015). Observa-se nestas ondas que sua frequência e velocidade de fase dependem fortemente no campo elétrico axial e o ponto operacional, e que sua criação está ligada, similarmente à ondas de gradiente, às regiões de gradiente negativo do campo magnético, geralmente localizados na região da pluma próxima ao plano de saída. Lazurenko et al. (2008) conduz uma ampla análise e descreve as principais características

deste tipo de onda incluindo, a propagação da onda majoritariamente com modo  $m = 1$  e superimposições, possuem comprimento uma ordem de magnitude menor que a circunferência do canal, respeitam uma relação de dispersão quase linear, dentre outras.

Para detecção das oscilações de maiores frequências, técnicas de espalhamento coletivo de luz, geralmente utilizadas no contexto de plasmas de fusão, foram utilizadas (TSIKATA et al., 2013). Detectou-se nesse caso oscilações com comprimento de onda com valores próximos aos encontrados no raio de Larmor dos elétrons da descarga, e velocidade de fase próxima à velocidade acústica dos íons. Afirma-se ainda que, devido às características intrinsecamente microscópicas, estas oscilações não podem ser modeladas a partir de equações de fluido, e neste caso a abordagem deve ser pela teoria cinética (ANTON, 2015).

### 2.3 TRANSPORTE DE ELÉTRONS

O transporte de elétrons no contexto de propulsores Hall, pode ser considerado como uma das análises mais relevantes em termos de seu desempenho uma vez que esta intrinsecamente ligada à capacidade do projeto de diminuir a mobilidade axial dos elétrons e assim aumentar sua eficiência energética no processo de ionização do gás propelente. Como a literatura a respeito da análise de transporte eletrônico em propulsores Hall é vasta, opta-se aqui, afim de prover ao leitor um entendimento das bases desta análise, apresentar as discussões feitas por McDonald (2012), Chen (1984), e Boeuf (2017). Em conjunto, as três obras mostram a fundamentação teórica e analítica necessária para o entendimento do fenômeno com complexidade suficiente para a condução do presente texto.

O estudo do transporte eletrônico divide-se entre a abordagem do *transporte clássico* e *transporte anômalo*. A abordagem clássica parte de modelos analíticos e princípios físicos básicos (MCDONALD, 2012) levando em conta efeitos de colisão entre as espécies e a parede para realizar a previsão do fluxo eletrônico ao anodo. Apesar de correto, o modelo clássico falha na previsão da magnitude de elétrons transportados, e assim desenvolveu-se o modelo anômalo, que leva em conta fenômenos de turbulência descritos pelo modelo de Bohm. Cita-se, para conclusão, a síntese de McDonald (2012)

*Transport that cannot be explained from first principles is by definition anomalous, and is often dealt with in models using a semi-empirical Bohm mobility.*

Para a descrição do transporte clássico faz-se necessário a utilização do modelo de difusão de elétrons através de um campo magnético a partir de colisões binárias entre as espécies. Primeiramente define-se a equação de Euler para o movimento de partículas carregadas na ausência de um campo magnético,

$$mn \frac{d\mathbf{v}}{dt} = mn \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = qn\mathbf{E} - \nabla p - mn\nu\mathbf{n}, \quad (2.27)$$

onde  $\mathbf{v}$  é a velocidade,  $m$  é a massa da partícula,  $n$  a densidade,  $p$  a pressão, e  $\mathbf{E}$  o campo elétrico.

Considerando um plasma estacionário, com  $\mathbf{v}$  constante no tempo, isotérmico, possibilitando a simplificação  $\nabla p = k_B T \nabla n$ , e considerando que a parte convectiva da derivada,  $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$ , seja nula, é possível resolver a equação para a velocidade,

$$\mathbf{v} = \frac{q}{m\nu} \mathbf{E} - \frac{k_B T}{m\nu} \frac{\nabla n}{n} = \mu \mathbf{E} - D \frac{\nabla n}{n}, \quad (2.28)$$

onde  $\mu \equiv q/m\nu$  e  $D \equiv k_B T/m\nu$  são respectivamente a mobilidade e o coeficiente de difusão de Fick. Especificamente, caso considerado que  $\mathbf{E} = 0$  a equação 2.28 reduz-se à lei de difusão de Fick, na forma  $\mathbf{v} = -D \nabla n/n$ .

Quando adicionamos um campo magnético uniforme, dado por  $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{z}}$ , primeiramente nota-se que o movimento paralelo à  $\hat{\mathbf{z}}$  não é alterado, e obedece à equação 2.28. Para a componente perpendicular do movimento, definimos novamente a equação de Euler, porém neste caso para uma força eletromagnética

$$mn \frac{d\mathbf{v}_\perp}{dt} = qn(\mathbf{E} + \mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}) - \nabla p - mn\nu \mathbf{n}. \quad (2.29)$$

De forma similar ao caso puramente eletrostático, Martinez-Sanchez e Lozano (2015) mostra a solução completa para a equação. Obtém-se coeficientes similares, na forma

$$\mu_\perp = \frac{\mu}{1 + \Omega_e^2}, \quad (2.30)$$

$$D_\perp = \frac{D}{1 + \Omega_e^2}, \quad (2.31)$$

onde  $\Omega_e = \omega_c/\nu$  é o parâmetro Hall mostrado originalmente na expressão 2.10.

Como mostrado por Chen (1984), pode-se então escrever a expressão para a velocidade perpendicular ao campo magnético como

$$\mathbf{v}_\perp = \mu_\perp \mathbf{E} - D_\perp \frac{\nabla n}{n} + \frac{\mathbf{v}_E + \mathbf{v}_D}{1 + \Omega_e^2}, \quad (2.32)$$

onde  $\mathbf{v}_E$  e  $\mathbf{v}_D$  são respectivamente a velocidade de deriva  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  e velocidade deriva diamagnética. A expressão para ambas velocidades são detalhadas por Chen (1984). Nota-se que a difusão através do campo magnético depende fortemente do parâmetro Hall, que pode ser entendido como a capacidade do campo magnético de confinamento dos elétrons. Caso consideremos o requisito de construção de propulsores Hall, novamente mostrado na expressão 2.10,  $\Omega_e \gg 1$ , podemos aproximar os parâmetros de difusão e mobilidade como  $\mu_\perp \approx \mu/\Omega_e^2$ ,  $D_\perp \approx D/\Omega_e^2$  e a

expressão de velocidade perpendicular é aproximada por

$$\mathbf{v}_\perp \approx \frac{1}{\Omega_e^2} \left( \mu \mathbf{E} - D \frac{\nabla n}{n} + \mathbf{v}_E + \mathbf{v}_D \right). \quad (2.33)$$

Observa-se, finalmente, considerando a equação obtida, que o modelo de difusão clássica derivado possui uma dependência do campo magnético na forma  $v_\perp \propto 1/B^2$ . Ainda assim, como observado primeiramente por David Bohm (CHEN, 1984) no contexto do desenvolvimento de arcos de plasma, certos regimes de descarga apresentam um comportamento de difusão anômalo de elétrons através de um campo magnético perpendicular, onde sua difusão segue a relação  $v_\perp \propto 1/B$ , em contraste com a proporcionalidade demonstrada no caso clássico.

A chamada difusão de Bohm define uma relação semi-empírica, para o coeficiente de difusão na forma

$$D_\perp = \frac{1}{16} \frac{k_B T}{eB}. \quad (2.34)$$

Como discutido por Chen (1984), apesar da eficácia desta lei na predição de dados em diferentes descargas, este coeficiente foi originalmente proposto como uma lei que obedeceria aos dados observados e sua constante de proporcionalidade  $1/16$  não possui uma demonstração rigorosa. Observado ainda pelo mesmo autor, a origem deste transporte anômalo tem três raízes prováveis, dentre as inúmeras propostas: topologia do campo magnético, uma vez que campos magnéticos reais não podem ser idealmente uniformes, e assim podem modificar o transporte; campo elétrico não-simétrico causados por obstáculos no plasma, modificando a direção da deriva eletrônica e podendo facilitar o transporte; e por fim, a chamada “célula convectiva”, causada pela presença de campos elétricos flutuantes gerados por ondas e oscilações de plasma.

Chen ainda mostra que a relação da difusão de Bohm com o campo magnético e a temperatura possui embasamento lógico e pode ser demonstrada no caso em que as perdas são correlacionadas fortemente com a deriva  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ . Considerando a bainha de Debye, o máximo potencial de plasma pode ser definido simplesmente como  $\phi_{max} \approx k_B T/q$ , podemos definir o pico do campo elétrico como

$$E_{max} \approx \frac{\phi_{max}}{R} \approx \frac{k_B T}{qR}, \quad (2.35)$$

onde  $R$  é um tamanho característico do problema na ordem do raio do plasma. Considerando um fluxo de partículas através do campo magnético proporcional à velocidade de deriva,  $\Gamma_\perp = nv_\perp \propto nE/B$ , e considerando o campo elétrico máximo calculado, podemos calcular o valor aproximado do fluxo como

$$\Gamma_\perp \approx \gamma \frac{n k_B T}{R q B} \approx -\gamma \frac{k_B T}{q B} \nabla n = -D_\perp \nabla n, \quad (2.36)$$

onde  $\gamma$  é uma constante de proporcionalidade – no caso de Bohm, esta constante assume o valor  $\gamma = 1/16$ , porém sem justificativa teórica para possuir este valor específico. Então, ainda que utilizado frequentemente com este valor, como comentado por Martinez-Sanchez e Lozano (2015) esta constante pode assumir diversos valores num intervalo entre 1/16 até 1/100, dependendo das características dos dados colhidos e assim utiliza-se essa constante como o valor para ajustar a curva aos pontos identificados.

McDonald (2012) faz uma discussão detalhada sobre o transporte anômalo no caso específico de propulsores Hall. Neste caso o transporte anômalo pode ser dividido em duas categorias gerais, o transporte por colisões e o transporte turbulento. O transporte por colisões refere-se aqui, não às colisões comuns entre espécies, mas ao aumento de condutividade pela colisão de partículas com a parede do propulsor, e geralmente é denominado na literatura como *near wall conductivity* (NWC). Este fenômeno sofre grande influência da topologia do campo magnético e do material utilizado nas paredes do propulsor, e assim grande parte dos trabalhos é focado no estudo da utilização de novos materiais.

O transporte turbulento, por sua vez, consiste em um fenômeno não-colisional transporte de partículas causado por flutuações do campo eletromagnético local que por sua vez geram componentes axiais velocidade de deriva, aumentando o fluxo de partículas ao anodo. Estas flutuações são atribuídas geralmente à oscilações, como as descritas anteriormente, e instabilidades no interior do canal, como a de Rayleigh-Taylor e Kelvin-Helmholtz. Acredita-se atualmente que ondas azimutais, incluindo as ondas spoke e as de alta frequência, são as principais causadoras deste tipo de transporte, uma vez que geram componentes azimutais de campo elétrico, e assim acabam por gerar deriva axial (CHOUERI, 2001; MCDONALD, 2012).

## 2.4 INTERAÇÃO PLASMA-PAREDE

Além do estudo de oscilações, outro campo de estudo fundamental para a compreensão da dinâmica interna de propulsores Hall é a determinação da física de interação entre o plasma e as paredes dielétricas do sistema. Como discutido anteriormente, esta interação acarreta na geração de uma grande gama de fenômenos, incluindo a emissão de elétrons secundários e a elevação da condutividade elétrica na região próxima à parede (MCDONALD, 2012).

Além do aumento desta condutividade, devido à dinâmica da bainha de plasma nos limites da descarga, a interação provoca instabilidades podendo acarretar no surgimento de alguns dos fenômenos oscilatórios descritos anteriormente (TACCOGNA et al., 2009). As ondas de plasma geradas por sua vez facilitam o surgimento do transporte anômalo turbulento de elétrons e uma diminuição do desempenho geral do sistema.

A conexão entre a denominada *instabilidade de bainha* e a indução de oscilações no corpo de plasma é discutido por Taccogna et al. (2009). Baseando-se numa abordagem numérica, o trabalho mostra as condições e efeitos desta instabilidade, sendo o principal resultado o surgimento de

ondas azimutais no plasma. Para tanto, utiliza-se a expressão da queda de tensão em uma bainha emissiva dada por

$$\Delta\phi_s = -\frac{k_B T_e}{e} \ln \left[ (1 - \gamma) \sqrt{\frac{M}{2\pi m}} \right], \quad (2.37)$$

onde  $\gamma = I_s/I_p$  é o coeficiente de emissão secundária de elétrons, dada pela razão entre a corrente secundária emitida e a corrente de elétrons primária impactando a parede. Esta equação é válida apenas para  $\gamma < \gamma_0 \approx 1$ , quando provê soluções assintóticas para o perfil de tensão, onde  $\gamma_0$  constitui o limite para quando a bainha torna-se limitada por carga espacial. Quando  $\gamma \geq \gamma_0$ , a bainha não possui mais um caráter estático, apresentando uma resistência diferencial negativa, e assim respondendo com uma dinâmica oscilatória ao aumento de corrente iônica. Goebel e Katz (2008) mostra que o coeficiente limite pode ser calculado pela expressão aproximada  $\gamma_0 = 1 - 8,3(m/M)$  e o coeficiente de um dado material pode ser obtido a partir da expressão empírica

$$\gamma = a\Gamma(2 + b)T_{eV}^b \quad (2.38)$$

onde  $a$  e  $b$  são coeficientes empíricos para cada material,  $\Gamma$  é a função gama e  $T_{eV}$  é a temperatura eletrônica em elétron-volts. A tabela 2.1 mostra os parâmetros empíricos para materiais tipicamente utilizados para paredes de propulsores Hall.

Tabela 2.1: Parâmetros empíricos para o cálculo do coeficiente de emissão secundária, para materiais comumente utilizados em propulsores Hall. Fonte: Goebel e Katz (2008).

Material	$a$	$b$	$\Gamma(2 + b)$
Alumina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )	0,145	0,650	1,49
Nitrato de Boro (BN)	0,150	0,549	1,38
BNSiO <sub>2</sub>	0,123	0,528	1,36
Aço inoxidável	0,040	0,610	1,44

Como comentado, a instabilidade da tensão elétrica na bainha do plasma causa o surgimento de ondas propagando-se na direção azimutal do plasma, com frequências características múltiplas de um valor fundamental  $\nu_0$  (TACCOGNA et al., 2009). A partir de simulações cinéticas bidimensionais, o autor determina ainda que esta frequência fundamental possui valor próximo à 2 GHz. O surgimento destas ondas azimutais causa, como explicitado anteriormente, o agravamento do transporte anômalo por meio de estruturas turbulentas macroscópicas e microscópicas no plasma sendo, em conjunto com a condutividade de parede e o transporte de Bohm, o mecanismo de maior perda em propulsores Hall.

# 3 PROCESSOS RADIATIVOS NO PLASMA

## 3.1 PROCESSOS MICROSCÓPICOS

De maneira geral, a emissão de radiação por um plasma, acontece de duas formas diferentes, através do movimento das partículas individuais, e através do movimento coletivo de partículas, formando correntes macroscópicas. No contexto da processos microscópicos, os principais fenômenos consistem na radiação de freamento, ou Bremsstrahlung, radiação pela recombinação e excitação de elétrons e íons, e a radiação cyclotron.

Na desenvolvimento de propulsores Hall, processos de radiação, como os descritos, oferecem uma maneira efetiva de avaliar as características do plasma no interior do canal, e assim inferir parâmetros essenciais para a determinação de seu desempenho. Descreve-se aqui então as características físicas básicas destes três tipos de fenômeno afim discutir suas princípios e comparar suas características com o tipo de radiação estudado no restante do trabalho.

### 3.1.1 Radiação por Bremsstrahlung

A radiação Bremsstrahlung consiste na emissão de fótons por elétrons durante seu freamento ou aceleração ao sofrerem colisões de Coulomb, ou seja, quando tem sua trajetória defletida por interação eletromagnética com outras partículas carregadas. Expressa-se a reação como (ÇELIK, 2007),



Como mostrado por Boyd e Sanderson (2003) é possível calcular a potência irradiada por um elétron para um dado intervalo de ângulos de aproximação do íon “alvo”. Dessa forma, considerando a radiação calculada pela fórmula de Larmor, a radiação dá-se por

$$P_e = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^2} \left( \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m r^2} \right)^2, \quad (3.2)$$

onde  $Z$  é o número de cargas do íon e  $r$  é a distância de aproximação. Além disso Boyd ainda mostra que caso considerada uma distribuição de elétrons uniforme em torno do íon, a radiação emitida por eles é calculada como

$$P = \frac{8\pi Z^2 e^6 n_e}{3(4\pi\epsilon_0)^3 m^2 c^3 r_{min}}, \quad (3.3)$$

onde  $r_{min}$  é o menor tamanho de aproximação possível. De maneira geral este raio pode ser

tomado como o comprimento de onda de de Broglie,  $\lambda_{deB}$ , onde em plasmas térmicos assume o valor de  $\lambda_{deB} = \hbar/(mk_B T_e)^{1/2}$ .

Como mostrado por Hutchinson (2005), é possível, para um plasma maxwelliano, descrever o espectro de potência, para verificar a radiação emitida em função da frequência considerada. A expressão pode ser escrita como

$$J(\omega) = n_e n_i Z^2 \bar{g} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{32\pi^2}{3\sqrt{3}m^2 c^3} \left( \frac{2m}{\pi T} \right)^{1/2} e^{-h\omega/2\pi T}, \quad (3.4)$$

onde  $J$  é a densidade de potência emitida por unidade de frequência,  $\bar{g}$  é o fator de Gaunt para correção de efeitos quânticos, e  $T$  é a temperatura média do plasma.

### 3.1.2 Radiação por recombinação de elétrons

De maneira similar à livre-livre, a radiação pela recombinação de elétrons acontece pela emissão de fótons no momento da desaceleração no evento de captura e recombinação do elétron pelo íon. A fórmula da reação é mostrada como



Para um plasma Maxwelliano, novamente, a equação usada para descrever a potencia de radiação emitida por este fenômeno possui grande semelhança com o Bremsstrahlung, a par de termos específicos (HUTCHINSON, 2005). Dessa forma, pode-se escrever a relação entre as duas como

$$\frac{J_R(\omega)}{J_B(\omega)} = \frac{Z^2 R_y}{T} \frac{2}{n^3} \frac{G_n}{\bar{g}} e^{Z^2 R_y/n^2 T}, \quad (3.6)$$

onde  $J_R$  e  $J_B$  é a radiação de recombinação e de Bremsstrahlung, dada pela equação 3.4.  $G_n$  é um fator de Gaunt calculado especificamente este tipo de radiação. Nota-se que a contribuição da radiação por recombinação torna-se pequena para frequências mais elevadas, sendo quase indetectável no infra-vermelho, por exemplo (ÇELIK, 2007).

### 3.1.3 Radiação Cyclotron

A radiação de cyclotron é causada pelo movimento helicoidal dos elétrons ao longo das linhas de campo magnético. A aceleração dos elétrons acontece pela ação da força eletromagnética na direção perpendicular à velocidade, causando a mudança de trajetória e assim emissão de fótons (ÇELIK, 2007).

A frequência da radiação emitida é ligada à frequência de rotação das partículas, e dada tipicamente por

$$\omega_c = \frac{eB}{m_e}, \quad (3.7)$$

onde  $B$  é o campo magnético aplicado. Para valores típicos de campo, nota-se que este tipo de radiação encontra-se, mais provavelmente, na região das microondas.

### 3.2 PROCESSOS MACROSCÓPICOS

A radiação emitida por um corpo de plasma também pode ser causada pelo movimento coletivo de partículas carregadas, ou seja, pela variação de uma dada distribuição de corrente em seu interior.

O exemplo mais claro deste tipo de fenômeno pode ser visto nos dispositivos chamados de *antena de plasma* (ANDERSON, 2011). Neste tipo de aplicação, uma diferença de potencial oscilatório é aplicada ao plasma, gerando uma densidade de corrente proporcional em seu interior. Este movimento de cargas, por sua vez, causa a emissão de radiação, de maneira similar às antenas tradicionais. Neste caso, o plasma funciona virtualmente como um condutor metálico para a condução de uma corrente induzida, porém nota-se que a radiação poderia ser gerada por uma corrente gerada internamente, de maneira similar.

Para um plasma cilíndrico, Anderson (2011) descreve a modelagem da potência irradiada, de maneira similar à uma antena de dipolo. A equação que descreve este fluxo de potência pode ser escrito como

$$P_{rad} = \left( \frac{\epsilon_0 a^2}{48\pi c} \right) (kd)^2 \omega_p^4 \frac{(\omega E_0)^2}{(\omega^2 - \omega_p^2)^2 - \nu^2 \omega^2}, \quad (3.8)$$

onde  $E_0$  é a amplitude do sinal aplicado. Nota-se que para a aplicação em antenas, o plasma possui vantagens sobre o condutor metálico quando considerado o fato da adaptabilidade de sua constante dielétrica e o ajuste de eficiência para diversos pontos do espectro eletromagnético.

Emissões originados em movimentos coletivos de partículas podem ser identificadas também no contexto da astrofísica (ZHELEZNYAKOV, 1996). De maneira geral, neste caso, a radiação origina-se principalmente de eventos de instabilidade e fluxos de partículas.

### 3.3 DETECÇÃO DE RADIAÇÃO EM PROPULSORES HALL

O espectro de radiação emitido durante a operação de propulsores Hall é reconhecidamente amplo e de compreensão complexa, devido aos diversos fenômenos eletromagnéticos e de plasma presentes em sua física. Divide-se, porém, a análise espectral em campos distintos: um de ondas próximas ao visível ( $\lambda < 1$  mm), e outro a análise de ondas de rádio ( $\omega < 1000$  GHz). O

estudo do primeiro é utilizado principalmente para a compreensão, a partir da espectroscopia, das características internas do plasma, já o segundo, de maneira geral, é utilizado para a determinação do perfil eletromagnético do sistema e sua interação com sistemas externos do veículo. Para além disso, ainda existe a técnica de detecção óptica onde estuda-se, a partir de um processo de imageamento de alta velocidade, movimentos e a dinâmica de plasma.

A baixo sumariza-se brevemente alguns resultados obtidos a partir da aplicação das técnicas descritas, conectando depois estes dados à técnica proposta neste trabalho.

### 3.3.1 Experimentos de compatibilidade eletromagnética

O estudo de compatibilidade eletromagnética no contexto da tecnologia espacial consiste em uma das mais importantes técnicas experimentais no desenvolvimento de veículos espaciais, já que tem como objetivo primário a garantia de que a radiação emitida pelos diversos componentes do veículo não interfira no funcionamento de cada um de seus subsistemas (CROFTON et al., 2009).

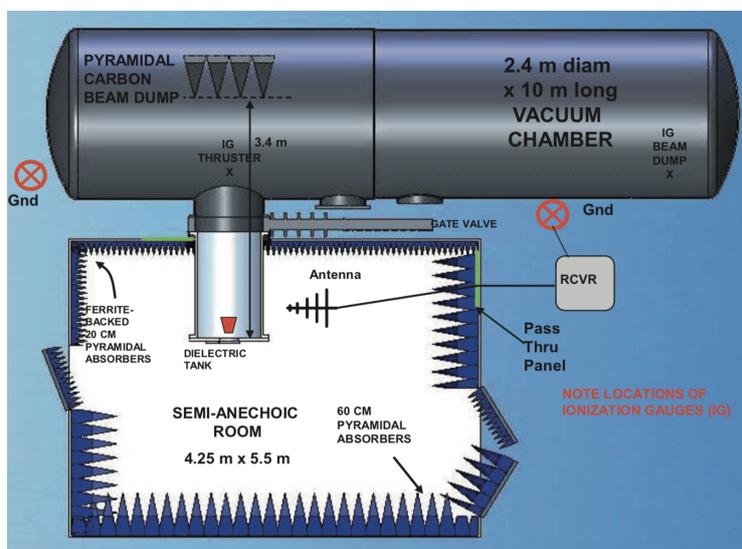
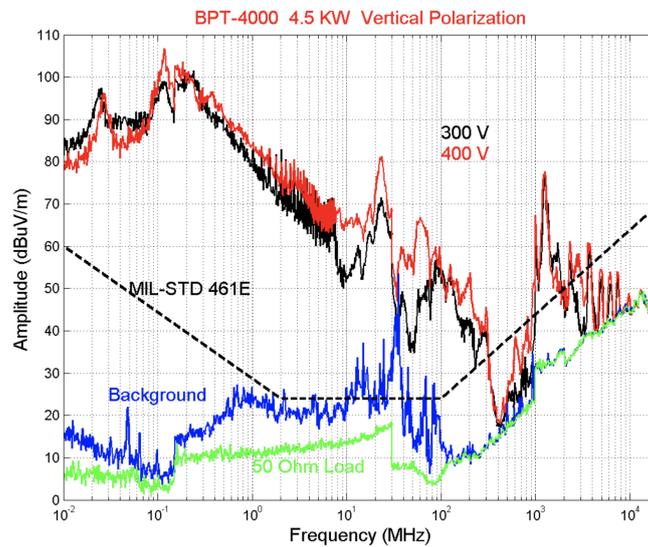


Figura 3.1: Esquemático de instalação utilizado no estudo de compatibilidade eletromagnética. Fonte: Beiting et al. (2015).

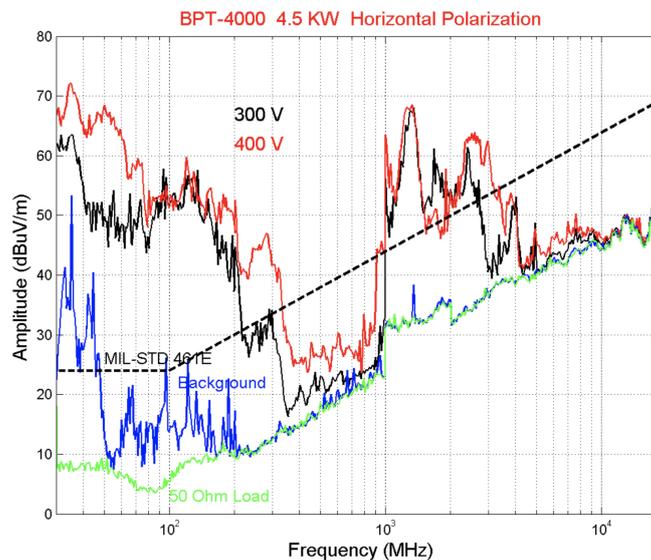
Especificamente no contexto da propulsão elétrica, o estudo de compatibilidade prova-se de importância excepcional uma vez que estes sistemas funcionam, de maneira geral, utilizando descargas eletromagnéticas de plasma e assim são propensos a gerar um grande fluxo de radiação localizado em um amplo espectro de frequências. Propulsores Hall, neste contexto, comportam-se tipicamente de maneira similar, produzindo uma grande variedade de fenômenos radiativos, interagindo fortemente com os demais sistemas do veículo. Existe, desta maneira, um grande volume de trabalhos publicados a respeito da determinação da compatibilidade eletromagnética deste tipo de propulsor.

Uma grande quantidade destes estudos foi conduzido pela equipe da empresa *Aerospace Cor-*

poration em parceria com outras instituições, onde foram realizados campanhas de testes de diversos propulsores Hall, incluindo o BHT-200 (BEITING; POLLARD; POTE, 2001), BPT-4000 (BEITING et al., 2003), PPS 1350 (BEITING; EAPEN; POLLARD, 2009), BHT-1500 (BEITING et al., 2015), dentre outros. Mostra-se na figura 3.1 o esquemático da instalação utilizada nos testes, onde o propulsor é localizado em uma protuberância da câmara de vácuo envolta de uma câmara anecóica, onde encontra-se a antena de detecção e outros equipamentos para a caracterização do sistema.



(a) Polarização vertical.



(b) Polarização horizontal

Figura 3.2: Emissão eletromagnética do propulsor BPT-4000. Fonte: Beiting et al. (2003).

A figura 3.2 mostra a medição de radiação eletromagnética, em polarização vertical e horizontal, do propulsor Hall BPT-4000, da empresa *Lockheed Martin*. As medições, neste trabalho referido (BEITING et al., 2003), são realizadas entre 10 kHz e 10 GHz e ainda distinguem-se

curvas medidas com a operação em 300 e 400 V de tensão no anodo. Mostra-se ainda a curva de intensidade eletromagnética referente à radiação de fundo do experimento, e o nível definido pelo padrão militar MIL-STD 461E, de controle de fenômenos de interferência eletromagnética.

Comparando a variedade de oscilações descritas por Choueiri (2001) e as medidas apresentadas nos gráficos, é possível verificar que a radiação medida possui picos em diversos pontos do espectro, relacionando-se principalmente com as frequências características dos diversos fenômenos de oscilação de plasma presentes na descarga. Nota-se que a no presente trabalho consideram-se medidas de radiação eletromagnética similares às realizadas nos trabalhos citados aqui, uma vez que visa-se a determinação da relação entre as ondas de rádio medidas e os modos de oscilações no interior do plasma.

### 3.3.2 Experimentos de espectroscopia

Uma grande gama de trabalhos aborda o estudo da descarga de propulsores Hall utilizando a técnica de espectroscopia, tanto para a determinação de propriedades básicas de plasma quanto de fenômenos diversos, como a erosão da parede dielétrica. Esta técnica permite a detecção do espectro de radiação eletromagnético relacionado à eventos de transição eletrônica, e à aceleração e desaceleração de cargas, como acontece na radiação de Bremsstrahlung.

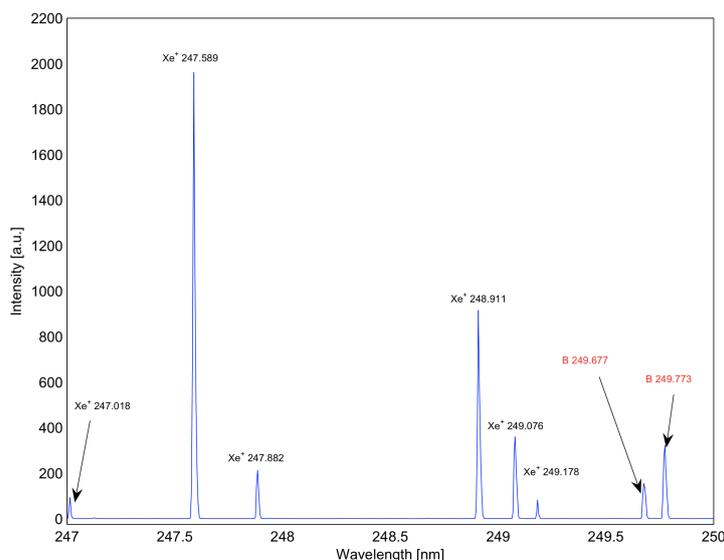


Figura 3.3: Medida espectral do propulsor Hall BHT-200 na região de comprimento de onda entre 247 e 250 nm. Fonte: Çelik (2007).

Çelik (2007) apresenta um extenso trabalho de medidas das características de plasma um propulsor Hall e outros sistemas, utilizando a técnica de espectroscopia de emissão na região do infravermelho próximo, ultravioleta e visível. Neste trabalho o autor realiza medidas em três tipos distintos, um propulsor Hall tradicional, BHT-200, um propulsor Hall do tipo *anode layer*, MHT-9, e um fonte de plasma do tipo Helicon. É demonstrado experimentalmente no trabalho a detecção da erosão do canal dielétrico e a determinação dos parâmetros de plasma no interior dos

três sistemas. A figura 3.3 mostra um exemplo das medidas da técnica de espectroscopia realizada no trabalho citado, onde todas as linhas espectrais são identificadas com sua espécie respectiva. Neste caso as medidas foram realizadas em comprimentos de onda entre 247 e 250 nm.

Ainda que, de forma geral, se possa identificar as linhas relacionadas com o boro nas medidas espectrais, advindo da erosão do nitrato de boro das paredes dielétricas, é importante ressaltar a dificuldade da modelagem da taxa desta erosão, uma vez que não existe uma correlação direta entre a intensidade desta linha e a densidade numérica de partículas desta espécie no plasma. Desta maneira o autor resalta a necessidade do desenvolvimento dos chamados modelos de colisão-radiação, os quais consistem em modelagens complexas do comportamento destas espécies no plasma e como a emissão acontece. Para este desenvolvimento faz-se necessária a simplificação dos processos de colisão, neste caso considerando que os átomos de propelente e os advindos da parede são excitados exclusivamente a partir de colisões com elétrons.

Existe ainda a técnica de espectroscopia a *fluorescência induzida por laser* (LIF), onde é utilizado um feixe de laser para excitar moléculas e átomos que por sua vez, ao voltar a seu estado não-excitado, emite fótons em outra frequência. Utiliza-se, então, fotodiodos para a detecção da radiação emitida e faz-se a análise de seu espectro. Huang, Gallimore e Smith (2011) apresentam medidas bidimensionais utilizando esta técnica em um propulsor de 6 kW. No trabalho estas medidas são utilizadas para um estudo de velocimetria, onde são determinadas as distribuições de velocidade axiais e radiais do propelente dentro do canal, permitindo assim uma compreensão mais aprofundada do processo de erosão do canal.

### 3.3.3 Experimentos de imageamento

A detecção de radiação a partir de técnicas de imageamento acontece a partir da utilização de câmeras de alta velocidade, no campo do visível, para filmagem da operação de um dado propulsor. A partir destas filmagens, em geral de curta duração, torna-se possível a identificação de modos de operação e oscilações acontecendo de forma macroscópica no canal de plasma.

Como já citado na subseção 2.2.2, McDonald (2012) apresenta um trabalho de detecção de ondas *spoke* utilizando câmeras de alta velocidade. O autor resalta que para ocorrer uma detecção efetiva de eventos oscilatórios no propulsor, o sistema de imageamento deve ser capaz de obter imagens no mínimo a 27000 quadros por segundo, devido à frequência de Nyquist relacionada às frequências típicas dos fenômenos oscilatórios no propulsor.

A figura 3.4 apresenta o resultado da utilização da técnica de imageamento realizada no trabalho citado. Na imagem observa-se o resultado do pós-processamento para identificação das ondas azimutais no canal, e é possível assim identificar sua velocidade de fase, intensidade, e número do modo de propagação. Para a realização da medida o autor utiliza uma proporção de imagem quadrada, para que não haja distorção em uma direção do sinal obtido, além de ser necessária a diminuição de resolução para permitir a aquisição com mais quadros por segundo. No trabalho é utilizado uma resolução de 64x64 pixels para 581250 quadros por segundo, 128x128 para 262500

quadros por segundo e 256x256 para 87500 quadros por segundo.

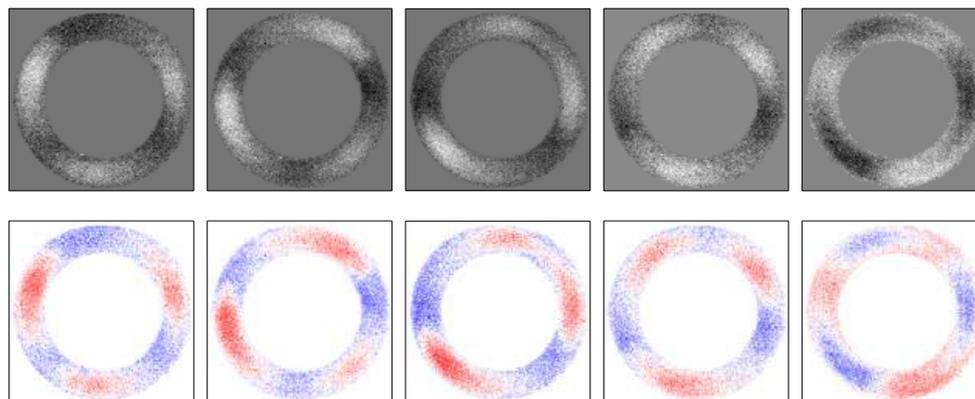


Figura 3.4: Visualização de ondas spoke obtidas a partir de técnicas de pós-processamento de vídeos de alta velocidade. Fonte: McDonald (2012).

A partir dos sinais obtidos, utilizou-se ainda métodos de transformada de Fourier discretas bidimensionais, onde foi possível a determinação dos picos de intensidade no espectro para os diversos modos de propagação. A figura 2.2 demonstra uma análise espectral similar à conduzida neste trabalho descrito.

## 4 MODELAGEM ANALÍTICA

### 4.1 ABORDAGEM

Como dito anteriormente, o objetivo central do trabalho consiste na obtenção de um modelo analítico para a avaliação da corrente Hall a partir do espectro de radiação medido no exterior do propulsor. Considera-se então, para este procedimento, que a descarga do propulsor possa ser aproximada como uma “antena de plasma” de formato circular, onde a variação de intensidade da corrente Hall provoca o fenômeno de radiação similarmente à corrente alternada aplicada a antenas comuns. A figura 4.1 mostra um esquemático com os principais aspectos do problema a ser analisado.

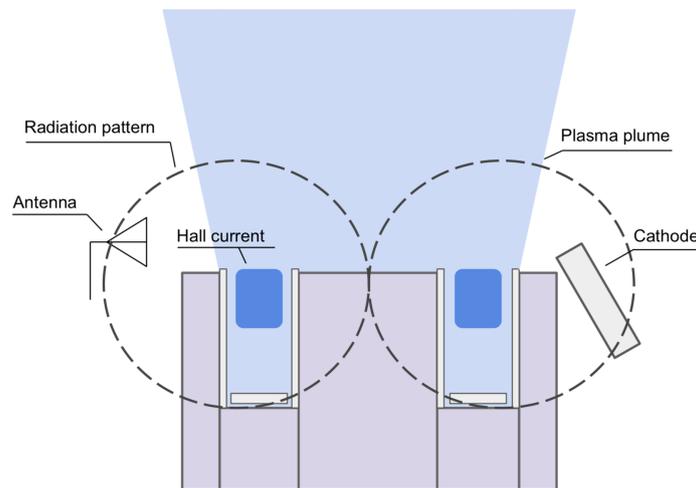


Figura 4.1: Esquema do problema a ser estudado.

Antenas de plasma, principalmente para aplicações de telecomunicação, são desenvolvidas e estudadas há um longo tempo, uma vez que, além de emularem uma antena comum, também possibilitam o ajuste de parâmetros elétricos em tempo real, ajustando-se assim à diferentes bandas de frequência (ANDERSON, 2011). Dessa forma, a abordagem da modelagem proposta possui embasamento empírico, já que mostrou-se anteriormente a evidência de radiação, similar a um condutor, a partir do sinal elétrico externo.

A excitação do sinal aplicado ao canal de plasma será, neste caso, as variações de densidade de plasma, que por sua vez, através de uma dependência linear, afetam a densidade de corrente,  $j_{\theta}(t) = qn_e(t)v_{\theta}$ . Nota-se que a grande maioria das oscilações citadas anteriormente, afetam diretamente a densidade de plasma de forma oscilatória, provendo assim uma fonte virtual de sinal elétrico alternado.

A descarga, modelada como uma antena, emite assim radiação, em um padrão similar ao visto

em antenas circulares, e em diversas bandas de frequência distintas. Porém, devido à presença do plasma que constitui a pluma do propulsor, no exterior do canal, deve-se considerar a atenuação dos campos eletromagnéticos e verificar como a frequência de corte do plasma se comporta para os diversos parâmetros presentes no propulsor.

## 4.2 PROPULSOR HALL COMO UMA ANTENA

### 4.2.1 Teoria de antenas circulares

Antenas circulares, conhecidas também como antenna *loop*, são sistemas elétricos utilizados para a transmissão de ondas eletromagnéticas, principalmente com a função de comunicação. Estas antenas constituem-se de formas geométricas fechadas, comumente círculos, feitas de material condutor, onde sua fonte de sinal fica conectada a uma abertura do caminho condutor. Balanis (2005) provém uma ampla abordagem da teoria de antenas circulares, e apresenta-se aqui os principais pontos da discussão fornecida pelo autor.

De maneira geral, antenas circulares dividem-se em dois grupos: eletricamente grandes, e eletricamente pequeno. Pertencem ao primeiro grupo antenas que possuem circunferência ( $L = 2\pi r$ ) uma ordem de grandeza menor que o comprimento de onda do sinal aplicado,  $L < \lambda/10$ . Estas antenas possuem, de maneira geral, baixa resistência de radiação comparada às suas perdas, e desta maneira dissipam mais potência como calor, do que como radiação – assim, possuem baixo desempenho como radiador eletromagnético. O padrão eletromagnético emitido por este tipo de antena é similar a um dipolo infinitesimal, onde seu máximo encontra-se no plano da antena e seu mínimo, idealmente nulo, é em sua direção perpendicular.

Já antenas eletricamente grandes possuem circunferência da ordem do comprimento de onda,  $L \sim \lambda$ . A medida que seu perímetro aproxima-se deste valor, seu padrão de radiação transita de um padrão de dipolo para um padrão onde seu máximo encontra-se no eixo.

Considerando o primeiro caso da antena eletricamente pequena, inicialmente, pode-se assumir uma antena circular posicionada no plano  $x-y$  e  $z = 0$ , em que sua distribuição espacial de corrente seja constante,  $I_\theta = I_0$ . Como discutido por Balanis (2005) é possível calcular o potencial vetor magnético da antena circular como

$$\mathbf{A}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \int_C \mathbf{I}(x', y', z') \frac{e^{-ikR}}{R} dl', \quad (4.1)$$

onde  $R$  é a distância entre o ponto de cálculo e o ponto do observador. A partir das reduções aproxima-se o potencial vetor neste caso como

$$A_\phi \approx \frac{k\mu a^2 I_0 \sin \theta}{4r} \left[ 1 + \frac{1}{ikr} \right] e^{ikR}, \quad (4.2)$$

onde  $a$  é o raio da antena,  $r$  e  $\theta$  são coordenadas cilíndricas e  $k$  o número de onda. Esta aproximação do potencial vetor magnético permite, a partir do vetor de Poynting, o cálculo da potência radiada

$$P_{rad} = \operatorname{Re}(Z) \frac{\pi}{12} (ka)^4 |I_0|^2. \quad (4.3)$$

Pode-se também analisar a radiação emitida por este tipo de antena quando excitada por um sinal periódico com diferentes distribuições espaciais e temporais. Divide-se, neste caso, possíveis distribuições entre ondas estacionárias com diferentes números de onda, descrito por  $I_\theta = \sum_{n=0}^{\infty} I_n \cos(n\theta)$ , e ondas viajantes, descritas de forma geral por  $I_\theta = I_0 \exp(ik\theta - i\omega t)$ .

Werner (1996) descreve um método de integração analítico exato para o cálculo dos campos de radiação para o caso geral de ondas estacionárias, incluindo o importante caso específico da onda cosseno,  $I_\theta = I_0 \cos(p\theta)$ . Uma vez que o método completo de integração proposta pelo autor é intrincado e extenso omite-se aqui sua derivação completa. Mostra-se um dos resultados principais do método, o qual consiste na aproximação de campo distante para uma onda estacionária genérica,

$$A_r(r, \theta, \phi) \approx \frac{\mu}{2i} \frac{e^{-i\beta r}}{\beta r} \sum_{n=1}^{\infty} n(i)^n I_n \sin(n\phi) J_n(w), \quad (4.4)$$

$$A_\theta(r, \theta, \phi) \approx \frac{\mu}{2i \tan \theta} \frac{e^{-i\beta r}}{\beta r} \sum_{n=1}^{\infty} n(i)^n I_n \sin(n\phi) J_n(w), \quad (4.5)$$

$$A_\phi(r, \theta, \phi) \approx \frac{\mu\beta a}{2i} \frac{e^{-i\beta r}}{\beta r} \sum_{n=1}^{\infty} (i)^n I_n \cos(n\phi) J'_n(w), \quad (4.6)$$

onde  $w = \beta a \sin \theta$  e  $\beta$ , neste caso, é o número de onda. Para aplicar a equação ao caso especial da onda cosseno, pode, apenas, utiliza-la para  $n = 1$ .

Prasad (1970), por outro lado, mostra um método para o cálculo dos campos no caso de uma onda viajante, ou seja, aquela em que picos e vales transitam no espaço. O autor considera em seu estudo dois casos distintos, o primeiro onde o número de onda é uma constante inteira, e no segundo onde é um número real. Reproduz-se aqui o resultado principal do trabalho, consistindo no cálculo do campo elétrico de campo distante, para o caso genérico onde  $k$  não é inteiro.

$$E_\phi = E_1 \left[ \frac{-J_1(l)}{2k} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(i)^p J'_p(l)}{k^2 - p^2} (k \cos p\phi - ip \sin p\phi) \right], \quad (4.7)$$

$$E_\theta = E_1 \cos \theta \left[ \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(i)^p p}{k^2 - p^2} \frac{J_p(l)}{l} (k \sin p\phi + ip \cos p\phi) \right], \quad (4.8)$$

$$E_1 = \left( \frac{I_0 R \omega \mu}{2\pi r_0} \right) \exp[i(\omega t - \beta r_0 - \pi/2)] [\exp(-i2\pi k) - 1]. \quad (4.9)$$

Apesar dos modelos eletromagnéticos apresentados, o comportamento elétrico e a resposta do sistema a um dado sinal, pode ser verificado mais facilmente por meio da modelagem de circuito equivalente, representando as diversas características de dissipação e de indução por meio de componentes elétricos equivalentes. A seção 4.2.3 descreve este método de modelagem a partir da discussão por Balanis (2005) e então é mostrado como a descarga do plasma pode ser modelada utilizando esta técnica.

#### 4.2.2 Condutividade do plasma

Torna-se importante neste ponto a descrição da maneira com que correntes elétricas são conduzida no interior do plasma, afim de prover ao leitor uma compreensão clara dos fenômenos resistivos ocorrentes na passagem de uma corrente no plasma e dos efeitos de atenuação de ondas, discutido na próxima seção.

Considera-se primeiramente o caso onde o plasma a campos elétricos e magnéticos estáticos, consistindo assim em um plasma anisotrópico de corrente contínua. Como descrito por Bittencourt (2004), invoca-se a equação de Langevin para o caso estacionário dada por

$$-e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}_0) - m_e \nu_m \mathbf{u}_e = 0, \quad (4.10)$$

onde  $\mathbf{u}_e$  é a velocidade média dos elétrons, e  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}_0$  são os campos elétricos e magnéticos, respectivamente. A expressão pode ser reescrita em função da corrente elétrica como  $\mathbf{J} = \sigma_0(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}_0)$ , notando-se que a definição condutividade de corrente direta é dada por  $\sigma_0 = n_e e^2 / m_e \nu_m$ . Por fim, a expressão da condutividade de corrente direta genérica pode ser dada pelo tensor  $\mathbf{S}$  e, dessa forma, a lei de Ohm para um plasma anisotrópico estático pode ser escrita como

$$\mathbf{J} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{E}. \quad (4.11)$$

Para a determinação dos termos da matriz  $\mathbf{S}$  deve-se primeiramente considerar o campo magnético como sendo paralelo ao eixo  $\hat{\mathbf{z}}$ , na forma  $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{z}}$ , e ainda substitui-se a variável de velocidade na expressão de densidade de corrente mostrada anteriormente pela própria definição

de corrente,  $\mathbf{u}_e = -\mathbf{J}/(en_e)$ . Obtém-se assim a expressão

$$\mathbf{J} = \sigma_0 \mathbf{E} - \frac{\sigma_0 B_0}{en_e} (\mathbf{J} \times \hat{\mathbf{z}}). \quad (4.12)$$

Resolvendo-se esta equação para cada componente do sistema de coordenadas, a matriz de condutividade pode ser escrita como

$$\mathbf{S} = \sigma_0 \begin{bmatrix} \frac{\nu_m^2}{\nu_m^2 + \omega_{ce}^2} & -\frac{\nu_m \omega_{ce}}{\nu_m^2 + \omega_{ce}^2} & 0 \\ \frac{\nu_m \omega_{ce}}{\nu_m^2 + \omega_{ce}^2} & \frac{\nu_m^2}{\nu_m^2 + \omega_{ce}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\perp} & -\sigma_H & 0 \\ \sigma_H & \sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\parallel} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

onde  $\omega_{ce} = eB_0/m_e$  é a frequência ciclotrônica, e  $\sigma_{\perp}$  é a condutividade perpendicular ao campo magnético,  $\sigma_H$  é a chamada condutividade Hall e  $\sigma_{\parallel}$  é a condutividade paralela às linhas de campo magnético. Nota-se que, caso  $B_0 = 0$ , ou seja no caso puramente eletrostático, todas os valores de condutividade reduzem-se simplesmente à  $\sigma_0$ , uma vez que o plasma torna-se assim isotrópico.

Considera-se agora o caso de corrente alternada, onde o campo elétrico varia de forma harmônica no tempo com frequência  $\omega$ , e o campo magnético permanece estático. Dessa forma, a equação de Langevin pode ser reescrita para uma formulação linearizada harmônica como

$$-e(\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}_0) - m_e(\nu_m - i\omega)\mathbf{u}_e = 0. \quad (4.14)$$

Nota-se aqui a semelhança entre a presente formulação e a equação 4.10, onde muda-se apenas o termo de colisões pela expressão  $(\nu_m - i\omega)$ . Para obter-se as expressões do tensor de condutividade para o caso de corrente alternada, pode-se então, por analogia, realizar a substituição do valor  $\nu_m$  por  $(\nu_m - i\omega)$  na matriz 4.13 (INAN; GOLKOWSKI, 2012; BITTENCOURT, 2004). Portanto, obtém-se as expressões

$$\sigma_{\perp} = \frac{(\nu_m - i\omega)^2}{(\nu_m - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2} \sigma_0 \quad (4.15)$$

$$\sigma_H = \frac{(\nu_m - i\omega)\omega_{ce}}{(\nu_m - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2} \sigma_0 \quad (4.16)$$

$$\sigma_0 = \sigma_{\parallel} = \frac{\epsilon_0 \omega_{pe}^2}{\nu_m - i\omega} \quad (4.17)$$

onde a matriz do tensor de condutividade pode ser montada de maneira idêntica à expressão 4.13. No presente trabalho considera-se, principalmente, a expressão de condutividade Hall dada

pela equação 4.16, uma vez que pode-se considerar a variação de corrente azimutal como uma reação à variação virtual do campo elétrico axial.

### 4.2.3 Modelagem do circuito equivalente

A modelagem de circuito equivalente parte do pressuposto que existe uma excitação de sinal elétrico provido por uma dada fonte, e a antena, como sistema elétrico, responde a esta excitação. No caso de uma antena circular típica, a modelagem é mostrada na figura 4.2.

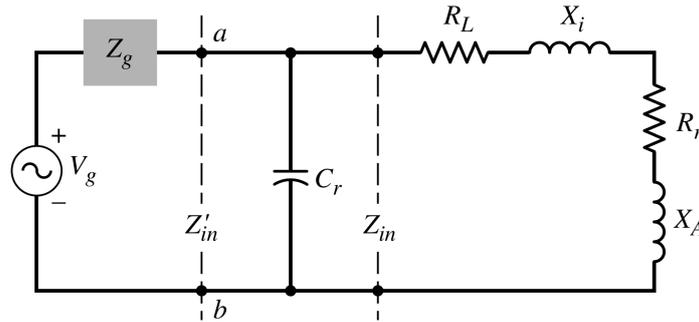


Figura 4.2: Modelagem de circuito equivalente de uma antena circular típica. Fonte: Balanis (2005).

Na figura,  $V_g$  e  $Z_g$  são respectivamente a tensão e a impedância da fonte,  $C_r$  um capacitor de ajuste de impedância;  $R_L$  e  $R_r$  são respectivamente a resistência do condutor da antena e sua resistência de radiação; e, por fim,  $X_i$  e  $X_A$  são respectivamente a indutância interna e externa do condutor circular.

Para a obtenção da modelo da corrente Hall como uma antena, consideramos então este modelo de circuito equivalente com algumas modificações necessárias:

- Considera-se primeiro que a fonte são campos elétricos gerados por oscilações e instabilidades, e assim  $Z_g = 0$ ;
- Desta mesma forma, não existe capacitância de regulação, e assim  $C_r = 0$ ;
- A resistência de radiação  $R_r$  mantém a mesma forma da antena típica, uma vez que a corrente possui a mesma geometria;
- A resistência do condutor  $R_L$  torna-se a resistência de plasma  $R_p$  calculada a seguir;
- A indutância externa  $X_A$  mantém-se a mesma devido, novamente, à similaridade geométrica;
- Por fim, a indutância interna  $X_i$  é substituída pela indutância causada pela inércia dos elétrons no plasma, também discutida a seguir.

Para a modelagem da resistência e indutância do plasma utiliza-se aqui a técnica apresentada

por Lieberman (LIEBERMAN; LICHTENBERG, 1994) no estudo de plasmas de acoplamento indutivo.

Como primeiro passo, é possível, utilizando a equação de condutividade de plasma Hall, dada pela equação 4.16, e considerando assim a seção transversal da corrente Hall como  $A_H$  e seu raio central como  $a$ , calcular a resistência de plasma como

$$R_p = \frac{\pi a}{\sigma_p A_H}. \quad (4.18)$$

Para obtenção da indutância do plasma,  $L_p$ , relativa à inércia dos elétrons, deve-se realizar a integração do campo  $E_\theta$  em toda a circunferência da corrente – obtém-se desta integral  $E_\theta = V/2\pi a$ . Definindo a corrente de plasma como  $I_p = J_\theta A_H$ , pode-se reescrever a lei de Ohm,  $J_\theta = \sigma_p E_\theta$ , como uma relação elétrica na forma

$$V = I_p(L_p + i\omega R_p). \quad (4.19)$$

E dessa forma, a indutância do plasma é dada por

$$L_p = \frac{R_p}{\nu_m}. \quad (4.20)$$

As quantidades  $R_p$  e  $L_p$  demonstradas representam os parâmetros elétricos do circuito ligados diretamente à descarga de plasma. Os parâmetros restantes, relativos à resistência de radiação e à indutância magnética, podem ser calculados diretamente das características eletromagnéticas do problema.

Considerando a equação 4.3 da potência de radiação, pode-se definir a resistência de radiação utilizando a expressão da dissipação de potência como

$$R_r = \frac{2P_{rad}}{|I_p|^2}. \quad (4.21)$$

Por fim, deve-se definir a indutância causada pelo fluxo magnético gerado pela corrente circular,  $L_M$ . Como descrito por Balanis (2005), neste caso, o parâmetro pode ser calculado como

$$L_M = \mu_0 a \left[ \ln \left( \frac{8a}{\sqrt{A_H}} \right) - 2 \right]. \quad (4.22)$$

Unindo os parâmetros elétricos mostrados, pode-se sintetizar então uma impedância do circuito equivalente da descarga de plasma

$$Z_H = \frac{2P_{rad}}{|I_p|^2} + \frac{R_p}{\nu_m}(\nu_m - i\omega) + i\omega\mu_0a \left[ \ln \left( \frac{8a}{\sqrt{A_H}} \right) - 2 \right], \quad (4.23)$$

$$= \text{Re}(Z) \frac{\pi}{6} (ka)^4 + (\nu_m - i\omega) \frac{\pi a}{A_H \nu_m \sigma_p} + i\omega\mu_0a \left[ \ln \left( \frac{8a}{\sqrt{A_H}} \right) - 2 \right]. \quad (4.24)$$

Observa-se que o termo de impedância interna do plasma foi unido ao termo de resistência, pela semelhança de ambos. Nota-se que, caso a condutividade paralela seja assumida, a expressão resultante revelaria-se como possuindo apenas parte real. Isso acarretaria que a única parte da impedância atuando como um virtual indutor consiste na parte de indutância magnética, causada pelo movimento macroscópico de corrente.

O efeito pragmático da indutância interna do plasma é de elevar a resistência de plasma, somando o valor da frequência da onda aplicada à frequência de colisão. Nota-se ainda que, quando a frequência aplicada é nula, a expressão reduz-se a  $Z_H = R_p$ , como originalmente previsto.

Com a obtenção da expressão da impedância, pode-se agora resolver a lei de Ohm para circuitos elétricos de corrente alternada, como em um circuito típico,  $V = Z_H I$ . A partir desta solução obtém-se a expressão da corrente para regimes de aplicação de tensão e a tensão para aplicação de corrente.

### 4.3 PROCESSOS DE ABSORÇÃO

#### 4.3.1 Propagação de ondas no plasma

Considera-se aqui, para o fim de se modelar a propagação e atenuação da onda eletromagnética através da pluma do propulsor, o plasma como um material dielétrico com perdas, representado pela expressão de uma constante dielétrica e índice de refração complexos.

Como mostrado por Bittencourt (2004), para obtenção da constante dielétrica do plasma invoca-se a equação de Ampère e aplica-se a definição de uma corrente em um plasma anisotrópico,  $\mathbf{J} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{E}$ , demonstrada anteriormente, e assume-se um regime harmônico na frequência  $\omega$ . Obtém-se então

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left( \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (4.25)$$

$$= \mu_0 \mathbf{S} \cdot \mathbf{E} - i\omega\mu_0\epsilon_0 \mathbf{E} \quad (4.26)$$

$$= -i\omega\mu_0\epsilon_0 \left( 1 + \frac{i}{\omega\epsilon_0} \mathbf{S} \right) \cdot \mathbf{E}. \quad (4.27)$$

O chamado *tensor dielétrico* do plasma pode ser definido, então, como

$$\mathbf{e} = \epsilon_0 \left( 1 + \frac{i}{\omega\epsilon_0} \mathbf{S} \right). \quad (4.28)$$

De maneira similar ao tensor de condutividade do plasma, pode-se definir aqui também os valores para a constante dielétrica para diferentes direções,

$$\epsilon_{p,1} = 1 + \frac{i}{\omega\epsilon_0} \sigma_{\perp} \quad (4.29)$$

$$\epsilon_{p,2} = \frac{i}{\omega\epsilon_0} \sigma_H \quad (4.30)$$

$$\epsilon_{p,3} = 1 + \frac{i}{\omega\epsilon_0} \sigma_0, \quad (4.31)$$

sendo arranjadas matricialmente de maneira similar à condutividade como

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \epsilon_{p,1} & -\epsilon_{p,2} & 0 \\ \epsilon_{p,2} & \epsilon_{p,1} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{p,3} \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Uma vez que o intuito da presente discussão é a compreensão da propagação de ondas transversais através de um plasma não magnetizado pode-se assumir  $B_0 = 0$ , e assim a expressão da constante dielétrica em qualquer direção pode ser escrita como

$$\epsilon_p = \epsilon_{p,3} = 1 + \frac{i}{\omega\epsilon_0} \sigma_0 \quad (4.33)$$

$$= 1 + \frac{i\omega_{pe}^2}{\omega(\nu_m - i\omega)} \quad (4.34)$$

Budden (1985) mostra uma análise da possibilidade de propagação de uma onda eletromagnética no plasma, levando em conta as propriedades matemáticas da constante dielétrica calculada. Para mostrar estas propriedades pode-se utilizar da definição do índice de refração  $n$ , reescrevendo-o a equação na forma,

$$n^2 = \epsilon_p = 1 - \frac{X}{U}, \quad (4.35)$$

onde  $X = \omega_p^2/\omega^2$ ,  $U = 1 - iZ$  e  $Z = \nu/\omega$ .

Para o caso onde  $U = 1$ , ou seja, no caso sem colisões, quando  $X < 1$ , a constante dielétrica

torna-se um valor real negativo, e assim o índice de refração torna-se puramente imaginário; isto acarreta que não haja oscilação e há, neste caso, apenas atenuação e reflexão total, tornando-se assim uma onda evanescente. Diz-se assim, que  $\omega_p$  é a frequência de corte, uma vez existe uma forte atenuação quando  $\omega < \omega_p$ . Quando  $X > 1$  e não existem colisões, a onda não é atenuada e propaga-se de maneira puramente oscilatória.

Inan e Golkowski (2012) também mostram o caso para a reflexão total da onda incidente quando o plasma é não-colisional. Em sua discussão o autor utiliza-se dos coeficientes de reflexão  $\Gamma$  e transmissão  $\tau$  para mostrar como ocorre a reflexão total e absorção da onda. Estes coeficientes podem ser escritos como,

$$\Gamma = \frac{\omega - \sqrt{\omega^2 - \omega_{pe}^2}}{\omega + \sqrt{\omega^2 - \omega_{pe}^2}} \quad (4.36)$$

$$\tau = \frac{2\omega}{\omega + \sqrt{\omega^2 - \omega_{pe}^2}} \quad (4.37)$$

O autor salienta que quando  $\omega < \omega_{pe}$  ambos coeficientes tornam-se imaginários, mostrando que ao mesmo que a onda sofre reflexão total, com mudança de fase, ela também é absorvida em parte pelo plasma, tornando-se uma onda evanescente dentro da descarga.

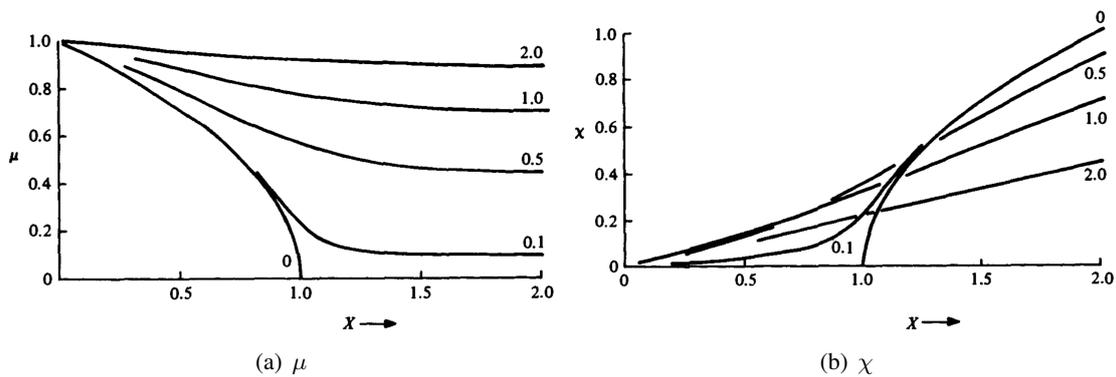


Figura 4.3: Gráficos do valor das componentes real e imaginária do índice de refração  $n = \mu - i\chi$ , para diversos valores de  $Z = \nu/\omega$ . Fonte: Budden (1985).

Quando  $Z \neq 0$  é considerado, ou seja, quando existem colisões, a forma de propagação da onda transita de maneira suave entre o regime de atenuação e oscilação pura. Na figura 4.3 mostra-se os gráficos de Budden (1985) onde é demonstrado este comportamento.

Na figura 4.3(a) é mostrado a parte real,  $\mu$ , do índice de refração, quanto que na figura 4.3(b) é mostrado a parte imaginária,  $-\chi$ . Considerando ambas constantes, a propagação de uma onda segue uma relação na forma  $E_y = E_{y,0} e^{-ik\mu z} e^{k\chi z}$ , e assim é possível observar como valores mostrados no gráfico influenciam diretamente na propagação. Para um caso típico, onde ambas constantes são reais e maiores que zero, a onda propaga-se de maneira oscilatória, com atenuação. Para o caso da pluma de plasma, pode ser considerado que exista um valor finito da frequência de

colisão e dessa maneira não há um valor rígido para a frequência de corte.

Por fim, é possível ainda reescrever a expressão da constante dielétrica, explicitando sua parte imaginária e real afim de se aprofundar sua análise,

$$\epsilon_p = \epsilon'_p - i\epsilon''_p = 1 - \frac{X}{Z^2 + 1} - i\frac{ZX}{Z^2 + 1}. \quad (4.38)$$

A partir desta nova forma, é possível, como em um meio dielétrico comum, definir uma constante de atenuação  $\alpha$ , que representa a quantidade de energia da onda perdida à medida que ela penetra o material. A constante pode ser escrita na forma

$$\alpha = \omega \left[ \frac{\mu\epsilon'_p}{2} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\epsilon''_p}{\epsilon'_p} \right)^2} - 1 \right] \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.39)$$

É possível ainda, a partir da constante de atenuação, definir a chamada profundidade de penetração, a qual consiste na distância necessária para que reste  $1/e$  da magnitude do campo elétrico da onda. Sua expressão é dada por

$$\delta_p = \frac{1}{\alpha}. \quad (4.40)$$

Por fim, ainda é possível definir a chamada tangente de perdas,

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''_p}{\epsilon'_p} = \frac{ZX}{Z^2 - X + 1}. \quad (4.41)$$

Nota-se aqui que esta equação é válida apenas em regimes de colisão, uma vez que quando  $Z = 0$ , seu valor também se torna nulo.

### 4.3.2 Plumas de plasma

A física das plumas de plasma consiste em um dos campos de pesquisa mais proeminentes da atualidade no contexto da tecnologia de propulsão elétrica devido diretamente à complexidade de sua dinâmica e os diferentes fenômenos durante sua expansão.

Goebel e Katz (2008) realizam uma extensa discussão a respeito das diversas técnicas para a modelagem deste plasma, incluindo modelos empíricos, simplificações analíticas, e estudos computacionais. Afim de prover uma descrição básica da dinâmica da pluma, será descrito a seguir o modelo analítico básico da pluma como descrito pelos autores.

Plumas de plasma consistem no fluxo de íons e elétrons expelido pelo propulsor. Este fluxo possui componente de velocidade majoritariamente axial, uma vez que é um resultado da ação de aceleração do propulsor, ainda assim, possui também componente de velocidade radial, re-

sultado da divergência do feixe, causando assim uma expansão constante do plasma, tornando-o progressivamente rarefeito. O regime de escoamento rarefeito, e a compreensão rasa da dinâmica de recombinação, torna a modelagem fidedigna da pluma uma tarefa de complexidade intrincada. O principal objetivo no estudo da pluma relaciona-se principalmente com a compreensão de sua interação com o corpo do veículo espacial, e sua influencia em componentes críticos como painéis solares e instrumentos científicos.

A modelagem básica descrita por Goebel e Katz (2008) segue a definição de um problema com simetria cilíndrica, onde ocorre a expansão iônica ocorre com perfil gaussiano, e inicialmente sem velocidade radial. Considerando uma velocidade axial constante as equações de continuidade e de momento podem ser escritas como

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_m v_r) + \frac{\partial \rho_m}{\partial t} = 0, \quad (4.42)$$

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (4.43)$$

onde  $\rho_m$  é a densidade de massa e  $p$  a pressão, dada por  $p = nk_B T_e$ .

O perfil de densidade gaussiano pode ser escrito como

$$\rho_m(r) = \frac{\rho_0}{h(t)^2} \exp \left[ -\frac{r^2}{2R^2 h(t)^2} \right], \quad (4.44)$$

onde  $\rho_0 = MI_b/2\pi v_b R^2$ ,  $R$  a largura inicial do feixe e  $h(t)$  é uma função temporal que descreve a expansão radial da pluma. Os autores definem então  $r(r_0, t) = r_0 h(t)$  e  $v_r(r, t) = r_0 \dot{h}(t)$ , e dessa maneira o cálculo da função  $h$  torna-se o ponto central dessa modelagem, já que sua definição permite o cálculo das quantidades anteriores do modelo. Substituindo as duas definições da coordenada espacial e da velocidade, os autores reescrevem as equações diferenciais do problema e sua integração analítica torna-se possível resultando na expressão não linear

$$\dot{h} = \frac{v_B}{R} \sqrt{2 \ln h}, \quad (4.45)$$

onde  $v_B$  é a velocidade de Bohm. A equação diferencial resultante não possui solução analítica e o cálculo da função pode ser realizado pela integral

$$\int_1^{h(t)} \frac{d\xi}{\sqrt{\ln \xi}} = \sqrt{2} \frac{v_b}{R} t. \quad (4.46)$$

#### 4.4 RESULTADOS DA ANÁLISE NUMÉRICA DO MODELO

A partir das ferramentas descritas neste capítulo, tem-se agora como objetivo a identificação das principais características da geração e propagação das ondas eletromagnéticas nas cercanias da corrente Hall. Com este propósito, o modelo de circuito equivalente será analisado a partir de uma varredura de parâmetros, verificando como a potência é transmitida para o espectro eletromagnético e sua atenuação na pluma. Em seguida, será verificado, com dados reais, a coerência do modelo e sua viabilidade.

Os cálculos conduzidos utilizaram como base os dados do consolidado propulsor SPT-100 descritos por Boeuf (2017). Foi considerado assim que a tensão nominal de descarga é de 300 V, o raio do canal é de 10 cm, a área de descarga é de  $16 \text{ cm}^2$ , que a frequência nominal de colisão entre elétrons e átomos neutros é de  $5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ , e o campo magnético máximo é de 20 mT. A não ser que seja explicitamente declarado que outros valores de parâmetros estão sendo empregados, os valores ditos são utilizados.

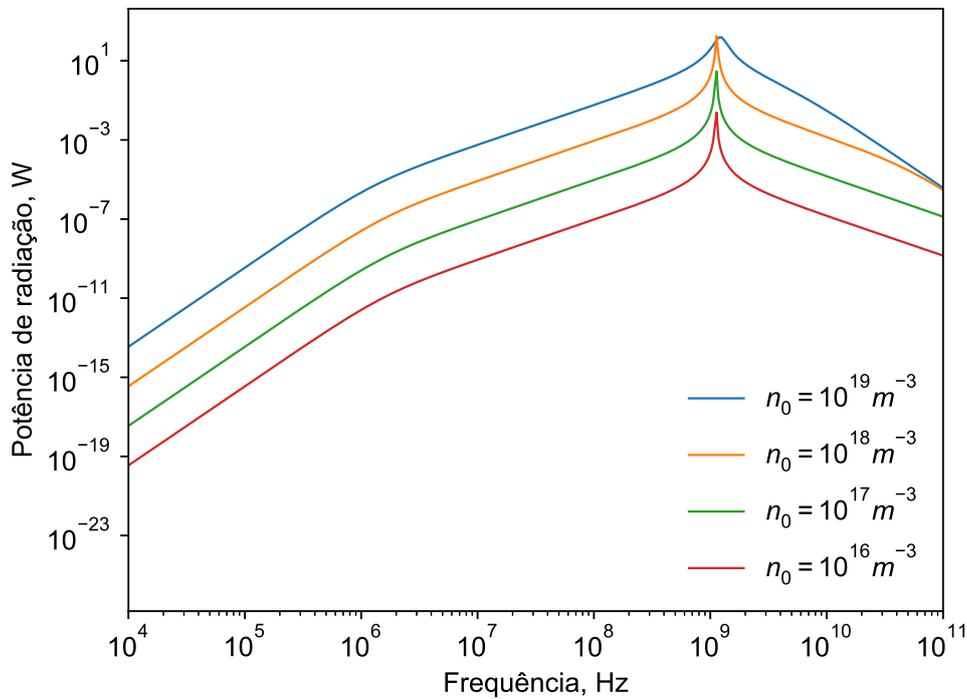


Figura 4.4: Cálculo da potência de radiação,  $P_{rad}$ , no intervalo de frequência entre  $10^4$  Hz e  $10^{11}$  Hz, com frequência de colisão  $\nu_m = 5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ .

Na figura 4.4 mostra-se o cálculo da potência irradiada pela modelagem de antena circular. Nota-se que, considerando um valor de densidade de plasma de  $10^{19} \text{ m}^{-3}$ , característica similar ao interior da descarga do propulsor, pode-se obter um valor de pico de potência de 156 W de radiação em seu pico à 1,2 GHz. Observa-se ainda através da representação gráfica, que neste regime, para se obter valores de potência de radiação acima de 1 mW, faz-se necessário que a onda esteja no intervalo de frequência entre aproximadamente 16 MHz e 25 GHz. A figura 3.2, onde é mostrado um experimento de compatibilidade eletromagnética conduzido por Beiting et

al. (2003) mostra claramente picos de potência irradiada na região dos GHz, em concordância com o gráfico calculado aqui.

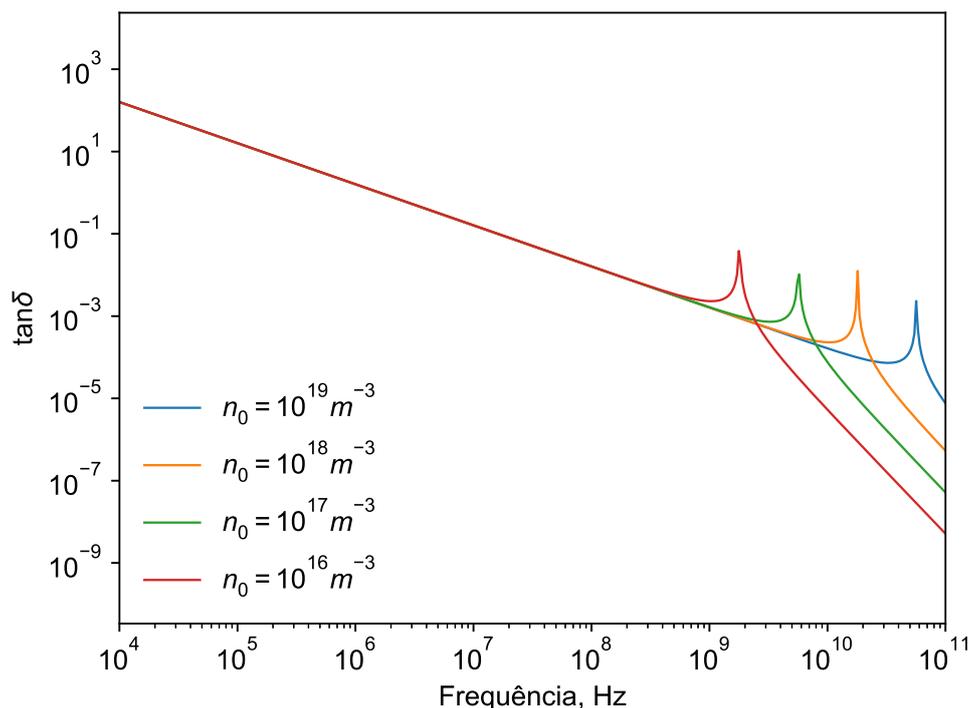


Figura 4.5: Cálculo da tangente de perdas,  $\tan \delta$ , no intervalo de frequência entre  $10^4$  Hz e  $10^{11}$  Hz, com frequência de colisão  $\nu_m = 5 \cdot 10^6 s^{-1}$ .

A figura 4.5 mostra por sua vez o cálculo da tangente de perdas em um plasma com as características da descarga. Observa-se que para a densidade de plasma presente geralmente em uma pluma de plasma, entre  $10^{16} m^{-3}$  e  $10^{17} m^{-3}$ , as perdas possuem na região dos GHz, nos valores de frequência de plasma de cada caso. Ainda assim, na região anterior à frequência de plasma observa-se que existe uma diminuição das perdas permitindo a transmissão da radiação mesmo quando  $\omega < \omega_{pe}$ . Como discutido na seção 4.3.1, isso ocorre devido ao fato do plasma ser considerado colisional, com frequência de colisão com valor significativo ante ao valor de frequência da onda. Dessa forma, mostra-se que não ocorre a reflexão total da onda, mas sim uma transmissão com perdas, mesmo que significativas.

Já as figuras 4.6 e 4.7 mostram a profundidade de penetração da onda, dada por  $\delta_p = 1/\alpha$  em metros. Na primeira figura mostra-se o valor desta distância de referência calculada para diversos valores de densidade. Como esperado, à medida que se aumenta o valor de densidade de plasma reduz-se a capacidade de penetração da onda, uma vez que o plasma torna-se assim um condutor melhor. Além disso confirma-se novamente a capacidade de propagação da onda, mesmo quando possuem valores de frequência menores que a frequência de plasma, novamente por causa do efeito das colisões. Observa-se ainda que existe um pico nos valores da frequência de plasma, diminuindo acentuadamente a capacidade de propagação das ondas nas cercanias deste valor.

Na figura 4.7 mostra-se o valor da distância de penetração, porém calculado para diferentes

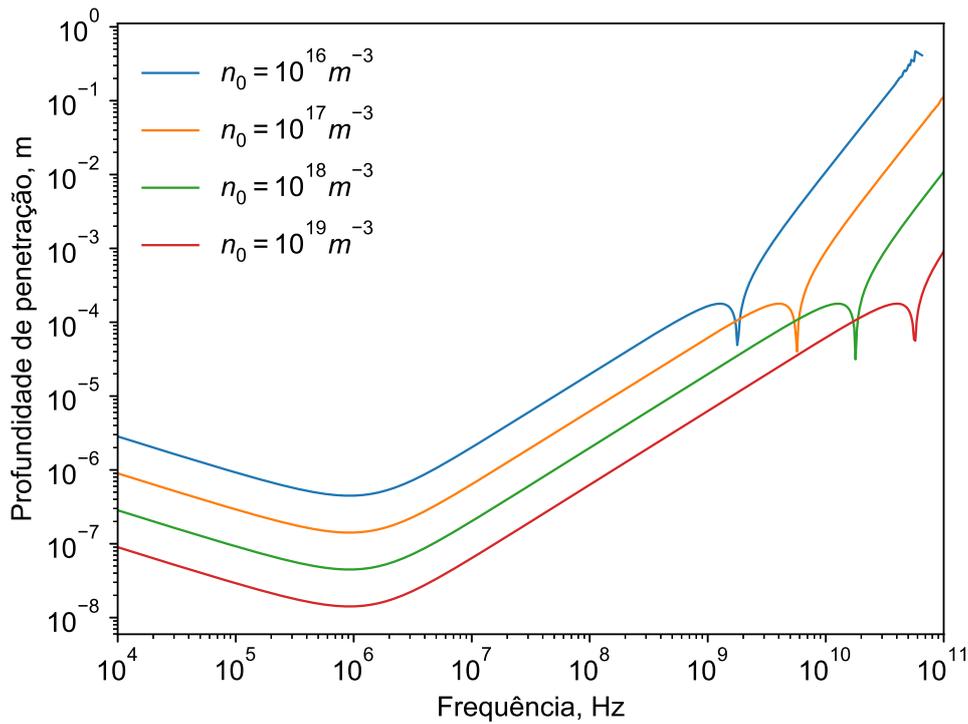


Figura 4.6: Cálculo da profundidade de penetração,  $\delta_p = 1/\alpha$ , no intervalo de frequência entre  $10^4$  Hz e  $10^{11}$  Hz, com frequência de colisão  $\nu_m = 5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ .

valores de frequência de colisão. Uma vez que a propagação das ondas ocorrem na região da expansão de plasma, selecionou-se um valor baixo de densidade de plasma,  $10^{16} \text{ m}^{-3}$ , e analisou-se o efeito da mudança das colisões, já que à medida que este plasma expande-se, também torna-se menos colisional. Observa-se na figura que à medida o plasma torna-se menos colisional existe um valor menor de perdas e assim a profundidade de penetração torna-se proporcionalmente maior. Observando ambos gráficos de penetração, é possível concluir que para a onda penetrar um valor acima de 1 cm é necessário que a onda possua valor de frequência superior à aproximadamente 1 GHz, para o caso com poucas colisões, e acima de aproximadamente 6 GHz para o caso colisional.

Mostra-se, na figura 4.8 o cálculo da parte real da potência do circuito equivalente. Novamente o cálculo é feito como uma varredura por valores de densidade de plasma, com o valor de frequência de colisão mantido constante. Observa-se primeiramente que a dissipação de potência é proporcional à densidade, mesmo com o aumento da condutividade de plasma. Nota-se ainda que a potência dissipada possui valor virtualmente constante na região de baixa frequência. Além disso, é possível observar, de maneira similar aos outros cálculos realizados, que existe um pico de potência próximo à região da frequência de plasma da descarga, e assim é possível notar que quando a onda possui frequência de aproximadamente 1 GHz, existe um máximo local de dissipação, evitando assim um decréscimo monotônico após a região de plateau na região de baixa frequência.

Por fim, na figura 4.9 mostra-se o cálculo da impedância real equivalente da descarga, nova-

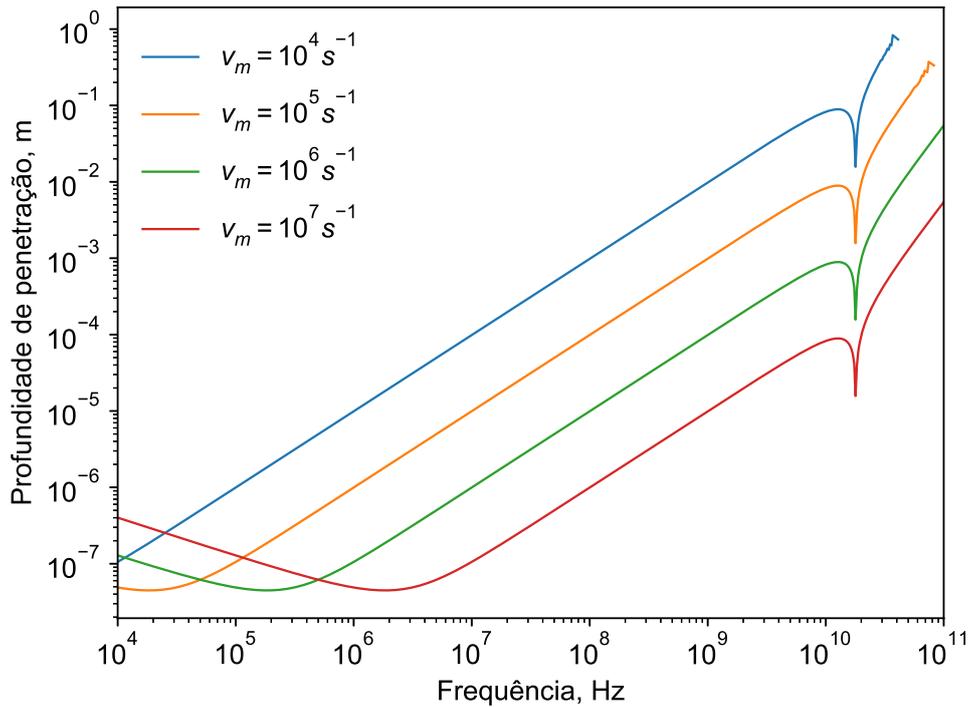


Figura 4.7: Cálculo da profundidade de penetração,  $\delta_p = 1/\alpha$ , no intervalo de frequência entre  $10^4$  Hz e  $10^{11}$  Hz, com densidade de plasma  $n_0 = 10^{16} \text{ m}^{-3}$ .

mente para diversos valores de densidade. Este valor corresponde à componente dissipativa da impedância, a qual age como um resistor quando submetido a um valor determinado de tensão. Observa-se agora que esta impedância possui valores menores para maiores valores de densidade, uma vez que a resistência de plasma diminui com o aumento da densidade de plasma, pelo aumento da quantidade de portadores de carga. Por fim, é possível notar que a partir da região de 10 MHz as curvas unificam-se e aumentam monotonicamente. Dessa forma, interpreta-se que apesar do aumento constante do valor de impedância real, outros valores da descarga reduzem a impedância final, afim de promover o decrescimento da potência dissipada após o pico identificado.

A partir da observação dos gráficos apresentados é possível realizar uma análise qualitativa do modelo obtido a partir da aplicação da técnica de circuito equivalente e modelagem do plasma na região de transmissão. Observa-se primeiramente que a modelo foi capaz de reproduzir a geração e transmissão de ondas eletromagnéticas de alta frequência, na região de 100 MHz a 25 GHz. Isso ocorre pois, como visto nos resultados apresentados, existe uma atenuação e uma baixa potência de radiação de ondas fora deste intervalo de frequência, representado principalmente pelo parâmetro de profundidade de penetração e potência de radiação.

Apesar do modelo não se provar universal no espectro de radiação, ele prova-se aplicável em uma pequena região de alta-frequência, principalmente conectada com a radiação pela presença de correntes azimutais harmônicas. Observando novamente os gráficos apresentados por Beiting et al. (2003) e mostrados neste trabalho na figura 3.2, é possível identificar uma concordância do

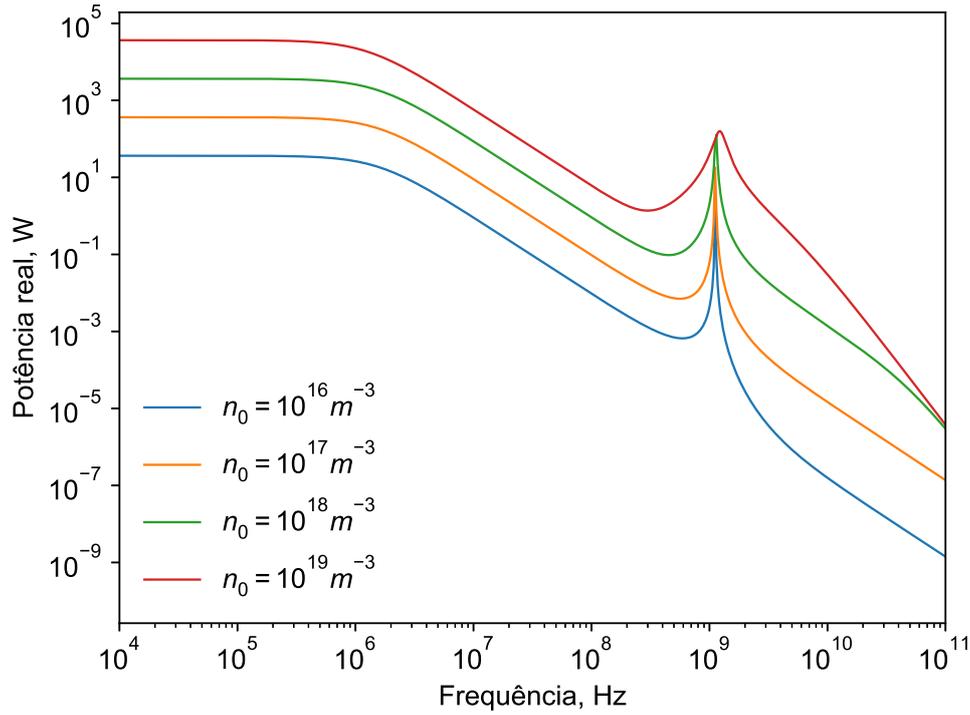


Figura 4.8: Cálculo da potência real dissipada pela oscilação,  $P_r$ , no intervalo de frequência entre  $10^4$  Hz e  $10^{11}$  Hz, com frequência de colisão  $\nu_m = 5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ .

pico de transmissão identificado no presente trabalho e o pico de radiação visto nas medidas do autor.

A não universalidade do modelo justifica-se principalmente pelas simplificações adotadas e pela pluralidade de eventos dinâmicos no interior da descarga, em sua maioria não se comportando como modelado neste presente trabalho, ou seja, não sendo composto de correntes azimutais harmônicas. Apesar desta limitação, torna-se possível a utilização do modelo para a compreensão da radiação gerada por oscilações como os diversos modos das ondas *spoke* e ondas geradas pela interação plasma-parede, como comentado anteriormente.

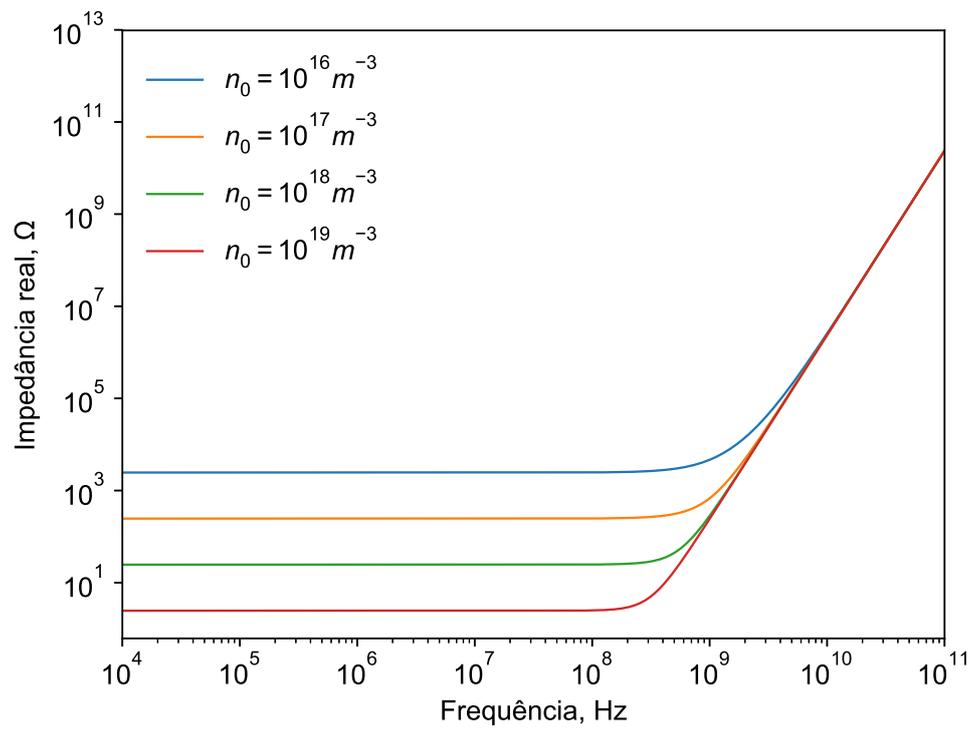


Figura 4.9: Cálculo da impedância real do circuito equivalente,  $P_r$ , no intervalo de frequência entre  $10^4$  Hz e  $10^{11}$  Hz, com frequência de colisão  $\nu_m = 5 \cdot 10^6 s^{-1}$ .

## 5 SIMULAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Com o fim de analisar a física de propagação eletromagnética em um propulsor Hall, além da utilização do modelo analítico, emprega-se aqui também o método computacional. O objetivo central do estudo numérico é a obtenção de imagens e gráficos representativos que esclareçam o comportamento do sistema em regimes diferentes do considerado nas simplificações anteriores, além da computação de parâmetros operacionais típicos da teoria de antena, auxiliando assim a compreensão de seu funcionamento como um sistema radiativo. O desenvolvimento computacional, como um todo, utilizou-se da ferramenta comercial CST Studio®, sob uma licença universitária, para as simulações computacionais.

No presente capítulo, primeiramente visa-se a descrição do método numérico utilizado pelo software comercial utilizado. Logo em seguida, descreve-se a geometria do problema analisado, incluindo uma breve discussão a respeito de materiais, malha e condições de contorno utilizadas. Por fim, mostram-se o resultados obtidos por meio de gráficos bidimensionais e tridimensionais das principais quantidades calculadas.

### 5.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O presente problema foi analisado no âmbito da análise no domínio da frequência, com uma varredura em diversos valores deste parâmetro. O software CST Studio® possui, principalmente, três abordagens distintas: soluções transientes, modos normais, e soluções no domínio da frequência. Para a solução nestes três casos, o programa utiliza-se de métodos numéricos distintos: o Método da Integração Finita (FIT), para problemas transientes e no domínio do tempo; o Método dos Elementos Finitos (FEM) para a solução das equações de Maxwell no domínio da frequência; Método Transiente das Diferenças Finitas (FDTD); e o Método dos Momentos (MoM). Uma vez que o presente problema caracterizou-se como um caso típico de análise no domínio da frequência, e por isso o método dos elementos finitos foi aplicado, mostra-se a seguir, de forma breve, o algoritmo básico deste método e suas principais características quando aplicado para a solução de problemas de radiação eletromagnética. Davidson (2010) apresenta uma descrição detalhada dos métodos computacionais aplicados aos problemas do eletromagnetismo e, dessa forma, será utilizado aqui o trabalho do autor como base para a discussão apresentada a seguir.

Utilizado inicialmente apenas no contexto de problemas estruturais e de transferência de calor, o Método dos Elementos Finitos (FEM) foi proposto na década de 1950, tendo sua primeira aplicação no eletromagnetismo apenas uma década depois. Este método utiliza-se da discretização de um domínio bi ou tridimensional em elementos triangulares ou tetrahédricas, respectivamente, e aproxima a solução das equações de Maxwell em forma diferencial (em contraste com a forma integral dos métodos FIT e MoM). É importante ressaltar ainda que tipicamente, em problemas

de caráter estrutural onde o FEM é mais largamente utilizado, o método é aplicado em sua forma *nodal*, porém identificou-se ao longo do desenvolvimento de sua aplicação ao eletromagnetismo que esta aplicação direta apresentava problemas de solução relacionadas aos chamados *modos espúrios*, onde a solução encontrada apresentava perfis de campo fisicamente incorretos. Devido à este impasse, foi desenvolvido o chamado Método de Elementos Finitos Vetoriais, onde é possível o cálculo correto dos campos resultados (DAVIDSON, 2010).

O método deve ser implementado seguindo um número de passos determinados, dados principalmente por: (1) geração de malha; (2) cálculos no elemento de referência; (3) processamento do algoritmo de montagem do problema; (4) solução do sistema linear; e (5) visualização e pós-processamento dos dados.

## 5.2 GEOMETRIA DO PROBLEMA

O estudo foi conduzido utilizando a geometria do propulsor SPT-100, descrito por Boeuf (2017); este sistema possui canal de 2,5 cm de profundidade e raio interior e exterior do canal de 3,5 cm e 5 cm respectivamente. Seu ponto operacional nominal consiste na tensão aplicada de 300 V, corrente de descarga de 4,5 A, potência de 1350 W, fluxo mássico de xenônio de 5,3 mg/s, empuxo de 90,2 mN, e impulso específico de 1734 segundos. A densidade de corrente Hall típica é de 1000 A/m<sup>2</sup>.

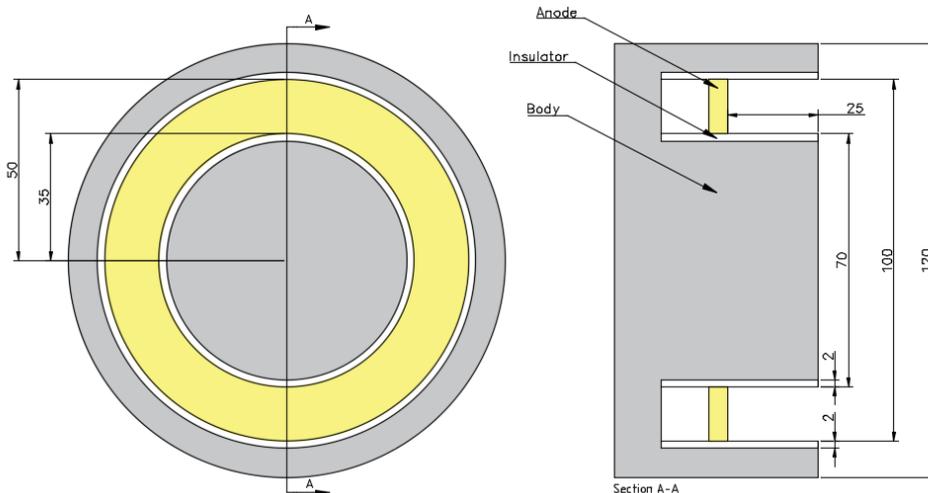


Figura 5.1: Geometria do modelo, mostrando vista superior e lateral com descrição dos componentes e dimensões em mm.

Como mostrado na figura 5.1, o modelo construído constitui-se de principalmente quatro partes distintas. A primeira parte é constituída pelo corpo metálico do propulsor onde é aplicado o material chamado de Condutor Elétrico Perfeito (PEC) que constitui em um material idealizado de condutividade infinita, utilizado em casos onde a resistência do material é desprezível – esta peça compõe a maior parte do modelo e abriga os outros elementos descritos a seguir. A

segunda parte é composta das paredes dielétricas do propulsor, que consiste basicamente, para a presente simulação, em uma separação física entre o plasma e o corpo metálico do propulsor, já que considera-se o material utilizado como um dielétrico perfeito. A terceira parte consiste no anodo, que é um disco metálico, no fundo do canal de plasma, e de onde realiza-se a excitação do sinal elétrico. Por fim, o quarto elemento do modelo constitui-se do anel de plasma o qual modela a descarga no interior do propulsor. O anel de plasma é composto de um material customizado, modelado como um dielétrico com perdas, de maneira similar à mostrada nas seções anteriores.

Considerou-se para a análise um espectro de frequência entre 0 e 2500 MHz para o caso de um plasma sem perdas e o entre 0 e 25 GHz para o caso do plasma com perdas por colisões, onde um material metálico com grande perdas foi utilizado para simular o efeito deste caso. Nota-se ainda que emulou-se a captação da radiação diretamente pelo anodo, este agindo como uma antena, já que este seria o caso com menor perdas no plasma.

### 5.3 RESULTADOS

Os resultados obtidos a partir da simulação computacional utilizando o software CST Studio®, foram divididos em três pontos distintos do espectro, 1 MHz, 1250 MHz, e 2500 MHz, para o caso considerando poucas perdas por colisão. Em cada um destes pontos de simulação foram obtidos gráficos bi e tridimensionais, relacionados aos padrões de radiação, intensidade de campos eletromagnéticos, e parâmetros elétricos de atenuação de sinal. Na segunda parte do experimento computacional, modelou-se o sistema de maneira similar, porém considerando um valor de frequência de colisão mais elevada para incluir o efeito das perdas no plasma. Além disso, na segunda parte, para gráficos dos parâmetros elétricos S11 e Z considerou-se um espectro mais elevado, com valor máximo de 25 GHz.

A figura 5.2 mostra os primeiros resultados obtidos, consistindo nos gráficos tridimensionais de campo distante, para os três valores de frequência estudados. Nestes gráficos são mostradas superfícies representativas dos padrões de radiação, demonstrando as direções preferenciais de radiação, onde a intensidade é mais elevada. Nos gráficos, regiões com a cor vermelha representam maior intensidade e regiões que se aproximam da cor azul representam menores intensidade de radiação; além da cor a distância do centro até a superfície também representa analogamente a magnitude média da radiação. É possível observar, levando em consideração os três pontos operacionais, uma distorção da superfície de direcionalidade à medida em que se eleva a frequência de operação.

Para o ponto de menor frequência, o padrão de radiação consiste em uma geometria quase simétrica, onde ondas propagam-se na direção axial em ambos sentidos do eixo; ainda assim observa-se neste ponto uma distorção lateral do campo, já relativo ao ponto de excitação do sinal, que localiza-se de forma não simétrica ao longo do canal. A segunda figura, calculada para 1250 MHz, mostra uma forte distorção na direção positiva do eixo  $y$ , relativa principalmente

à reflexão de ondas na cavidade de descarga e plasma. Nota-se neste caso que a intensidade de radiação é consideravelmente maior que o primeiro caso e dessa forma pode-se considerar que a radiação, de fato, pode ser detectável por instrumentos externos. Observa-se ainda que neste segundo caso a radiação na parte traseira do propulsor (lado contrário à exaustão), possui intensidade pequena relativa ao resto do padrão, e assim a detecção nesta região não é favorecida. Na terceira figura, calculada para 2500 MHz, nota-se uma distorção ainda mais elevada, seguindo a mesma tendência do caso anterior, onde a maior intensidade encontra-se na mesma direção de exaustão do sistema. Além disso, percebe-se ainda que neste caso além da direção axial, surge também outra distorção em uma região angular distinta, justificada principalmente pela assimetria da excitação do sinal elétrico e sua acentuação à medida em que se aumenta a frequência de análise.

Já a figura 5.3 mostram os gráficos bidimensionais polares de diretividade. É possível identificar padrões similares às figuras apresentadas anteriormente. Na primeira figura, analisada para 1 MHz é possível ver um padrão simétrico de radiação, como visto no caso anterior, porém neste caso analisado na direção  $\theta$ . A segunda figura, analisada para 1250 MHz, apresenta, contrário ao esperado, um padrão simétrico de radiação, justificado pelo fato de que a análise é conduzida no plano dito; ainda assim identifica-se uma grande direcionalidade do campo na direção  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . A terceira figura por sua vez apresenta um padrão com grande distorção em três direções específicas, aproximadamente  $45^\circ$ ,  $125^\circ$  e  $180^\circ$ ; neste caso, é possível observar a distorção análoga à vista nos gráficos anteriores, principalmente causada pela assimetria da estrutura.

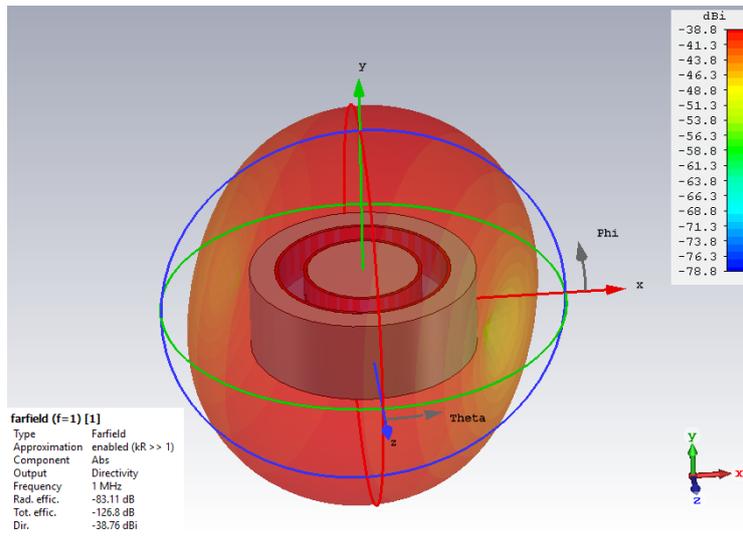
Na figura 5.4 mostra-se o cálculo do parâmetro elétrico S11 para o espectro de frequência entre 0 e 2500 MHz. Este parâmetro, também conhecido como coeficiente de reflexão, consiste em um dos mais relevantes valores para a análise da eficiência de antenas como parte de um circuito elétrico (BALANIS, 2005). Seu valor representa a quantidade relativa de potência refletida quando se excita uma antena em uma frequência específica. Dessa forma, quanto menor o valor em sua escala, mais eficiente a antena é ao emitir radiação. Observando a figura apresentada é possível notar que existe uma tendência decrescente do parâmetro à medida em que se aumenta a frequência de análise. Além disso, notasse ainda que existem dois mínimos locais, em aproximadamente 1300 MHz e 2400 MHz, onde consistem em regiões de maior desempenho de radiação, e onde provavelmente é mais provável de se detectar radiação mesmo com a atenuação. Nota-se que estas regiões são similares às regiões de transmissão determinadas no estudo numérico do modelo, no capítulo anterior. Dessa forma, mostra-se que ambos os modelos analítico e computacional apresentam uma aparente concordância no que tange regiões de operação favorecidas, onde a potência elétrica é transformada em potência de radiação de maneira mais eficiente, além de ser menos atenuada pelos efeitos externos de plasma.

A figura 5.5 mostra o cálculo do parâmetro Z, o que representa a magnitude da impedância do sistema, visto a partir das portas de excitação da antena. Nota-se que o gráfico possui dois máximos locais e dois mínimos locais, onde a potência é radiada de forma mais eficiente, em concordância novamente com o parâmetro S11.

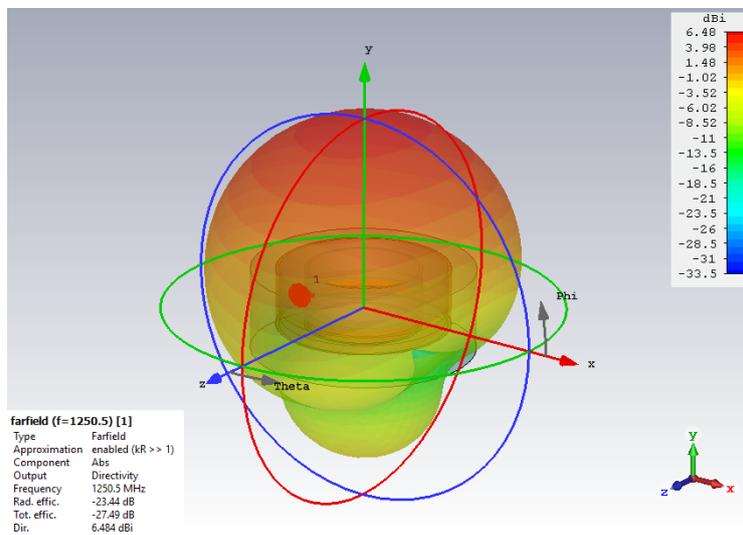
A partir das figuras 5.6 e 5.7 mostram-se os resultados da simulação considerando um plasma com perdas, emulado neste caso por um material metálico típico. Nestas figuras, são mostrados os gráficos tridimensionais de campo distante para os valores de frequência variando de 20 a 2500 MHz. Nota-se uma forte diferenciação dos casos onde foi considerado um plasma com caráter mais próximo de um material dielétrico, onde, a partir de 200 MHz, apresenta-se distorções cada vez mais acentuadas do padrão de radiação, desenvolvendo-se um número de lóbulos maior com o aumento da frequência.

A figura 5.8 mostra os gráficos de diretividade para o mesmo caso, mostrando grande similaridade com o caso anterior. 5.9 mostra o cálculo do parâmetro S11 para altas e baixas frequências mostrando grande diferenciação do caso com poucas perdas, ainda assim apresentando um vale acentuado na faixa das micro-ondas, facilitando a transmissão neste ponto. Por fim, a figura 5.10 mostra o cálculo do parâmetro Z e Y para o segundo caso, mostrando perfil similar com o caso anterior, porém com o parâmetro Z neste caso mostrando apenas um máximo local próximo à 1,5 GHz. O parâmetro Y é similar ao Z, porém neste caso demonstrando a admitância do circuito, mostrando a magnitude da parte imaginária da impedância.

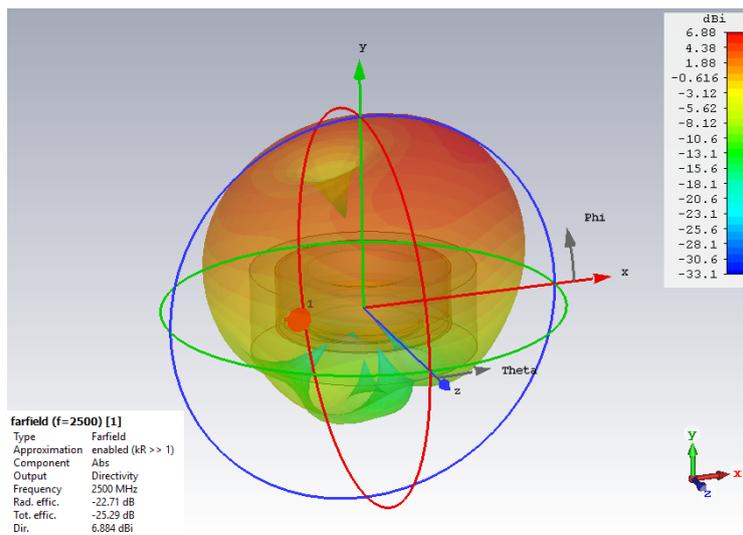
A partir das simulações conduzidas foi possível analisar um aspecto mais fidedigno da radiação emitida por um propulsor Hall, já que neste caso poucas um número consideravelmente menor de simplificações foram feitas, em comparação com o modelo analítico desenvolvido. É possível notar a partir dos resultados obtidos, primeiramente, que a radiação, principalmente em altas frequências, é emitida preferencialmente na direção frontal do sistema, causando uma interação mais direta entre a onda e a pluma de plasma, e também definindo uma região específica possível à detecção de radiação. Nota-se ainda que, apesar da assimetria de radiação mostrada, em toda a região próxima da exaustão do propulsor grande parte da potência de radiação pode ainda ser detectada. Mostrou-se ainda que as regiões de maior eficiência de radiação calculadas aqui possuem grande similaridade com os perfis mostrados na análise de circuito equivalente mostrado anteriormente. Com isso, mostra-se que, apesar da grande limitação e simplificação do modelo obtido, ele concorda qualitativamente e algumas vezes quantitativamente com uma simulação de caráter mais fidedigno.



(a)  $f = 1 \text{ MHz}$

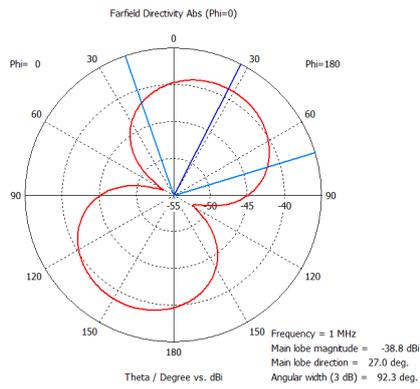


(b)  $f = 1250 \text{ MHz}$

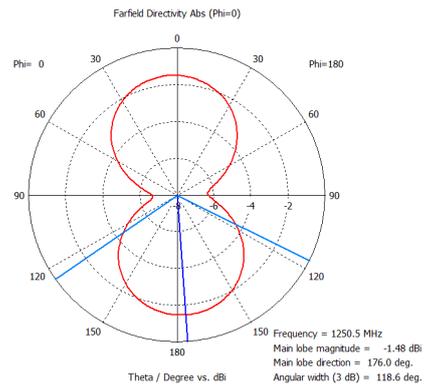


(c)  $f = 2500 \text{ MHz}$

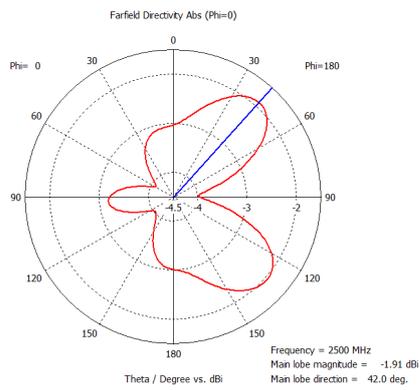
Figura 5.2: Gráficos tridimensionais de campo distante.



(a)  $f = 1 \text{ MHz}$



(b)  $f = 1250 \text{ MHz}$



(c)  $f = 2500 \text{ MHz}$

Figura 5.3: Gráficos de diretividade.

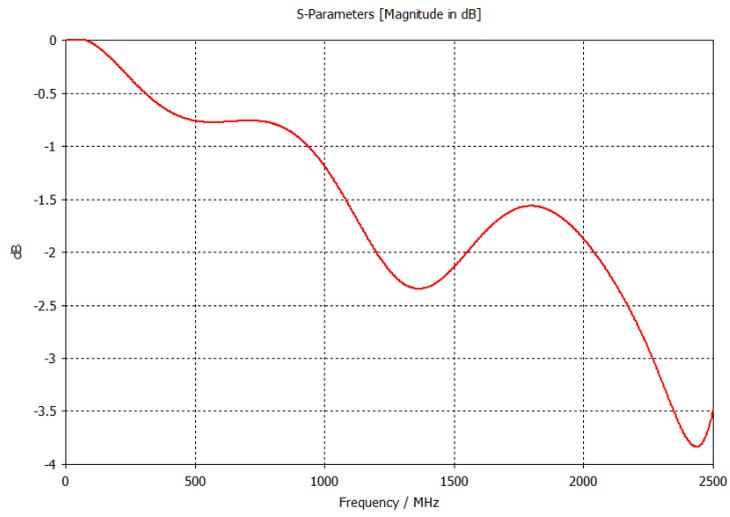


Figura 5.4: Gráfico do cálculo do parâmetro S11 em todo o espectro.

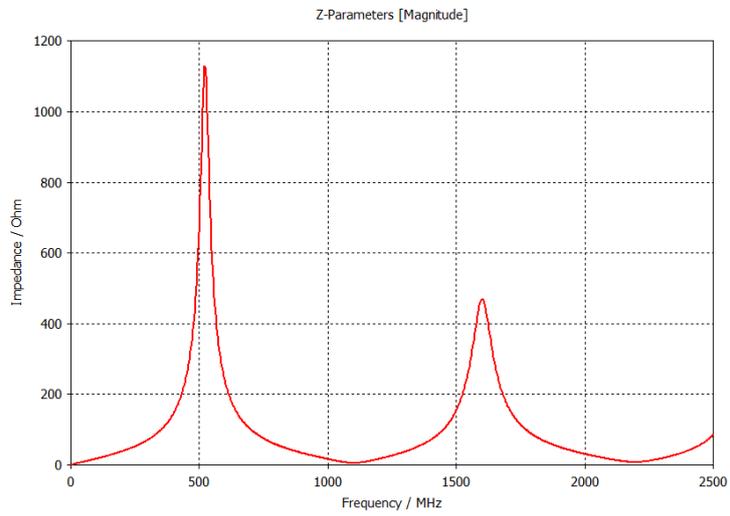
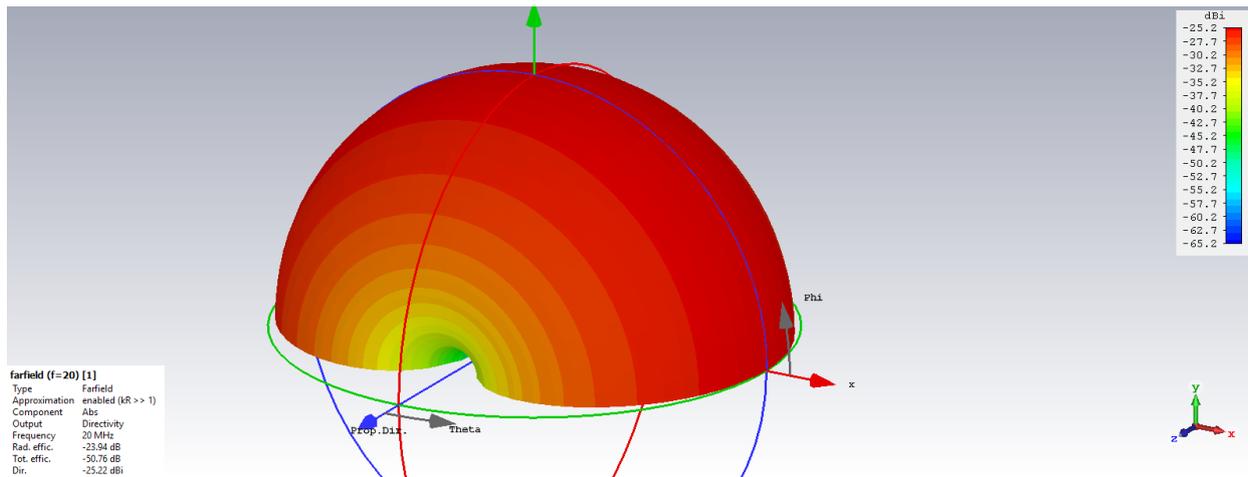
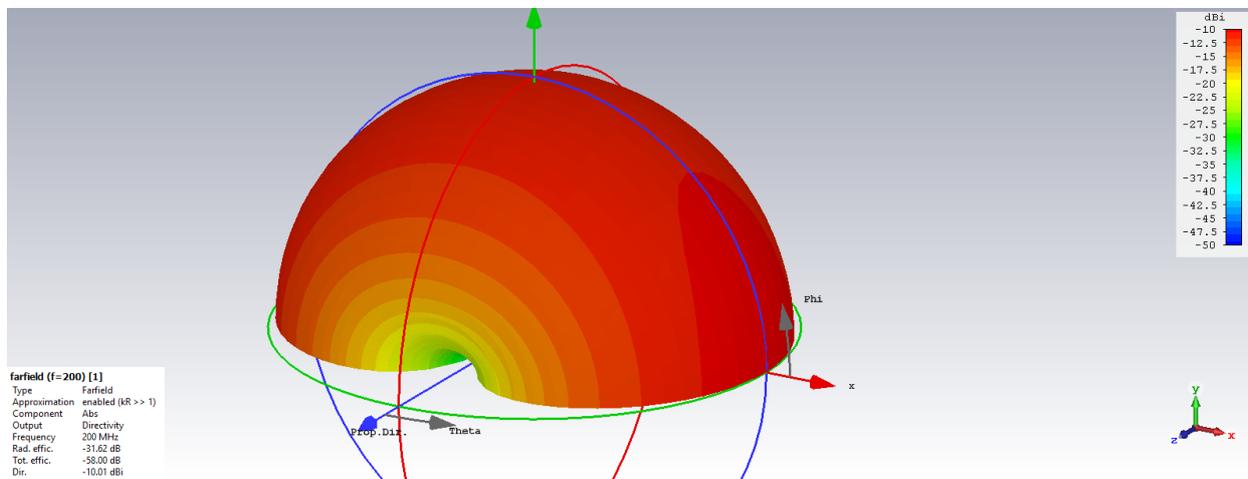


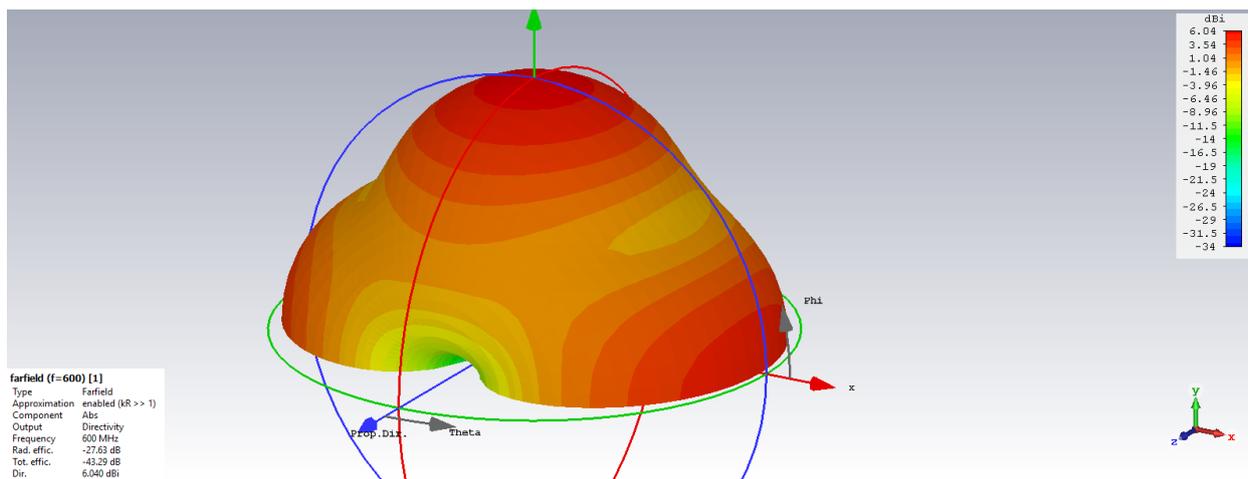
Figura 5.5: Gráfico do cálculo do parâmetro Z em todo o espectro.



(a)  $f = 20$  MHz.

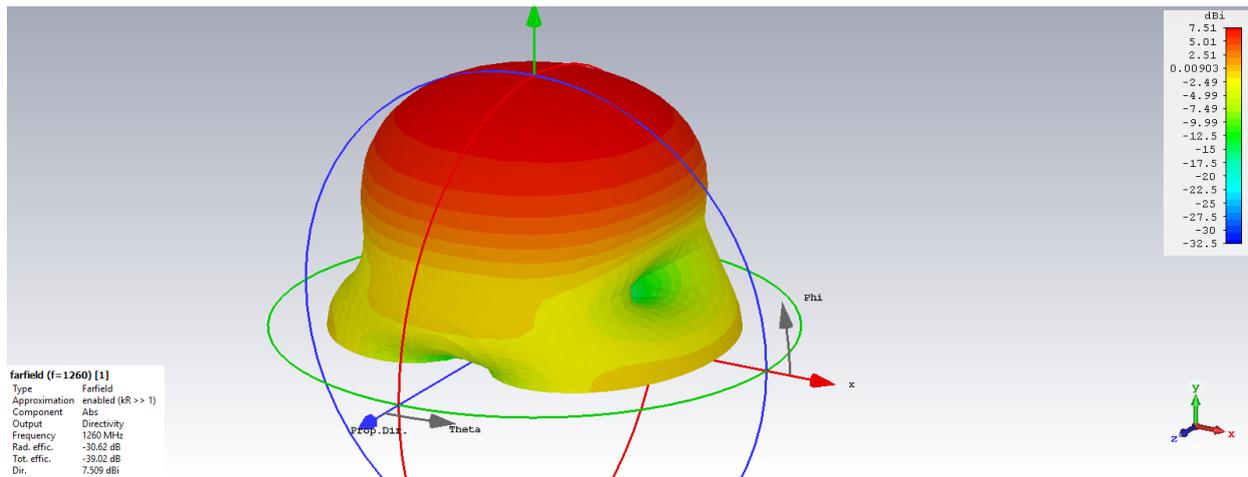


(b)  $f = 200$  MHz.

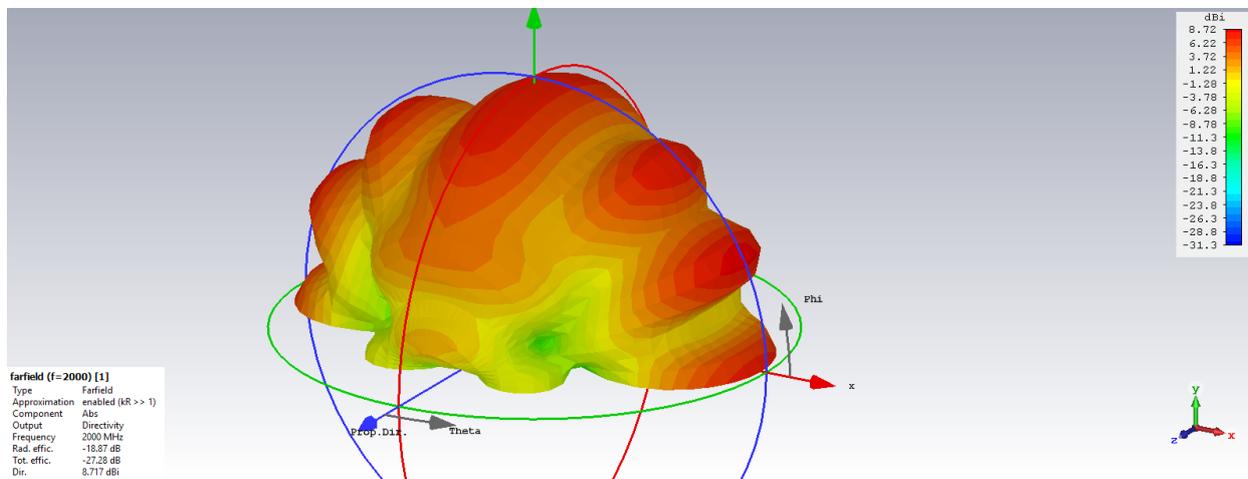


(c)  $f = 600$  MHz.

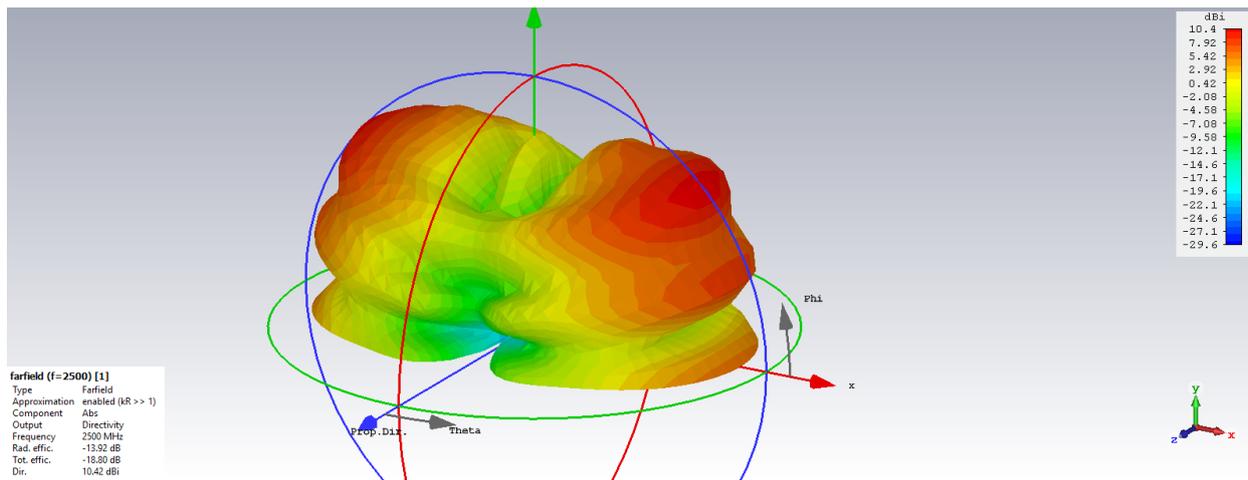
Figura 5.6: Gráficos tridimensionais de campo distante, considerando plasma com perdas (20 a 600 MHz).



(a)  $f = 1250$  MHz.

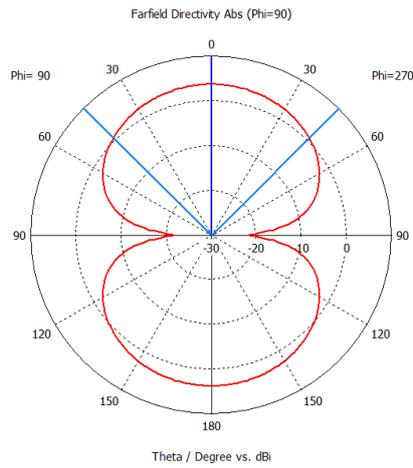


(b)  $f = 2000$  MHz.



(c)  $f = 2500$  MHz.

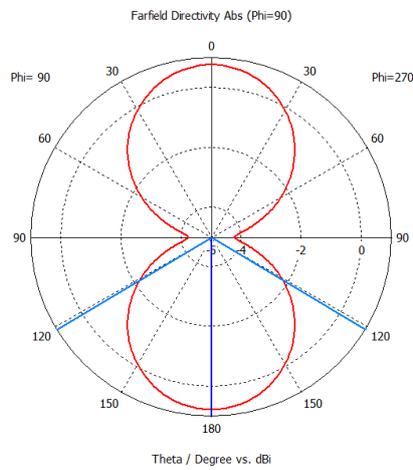
Figura 5.7: Gráficos tridimensionais de campo distante, considerando plasma com perdas (1250 a 2500 MHz).



— farfield (f=20) [1]

Frequency = 20 MHz  
 Main lobe magnitude = 3.68 dBi  
 Main lobe direction = 0.0 deg.  
 Angular width (3 dB) = 90.0 deg.

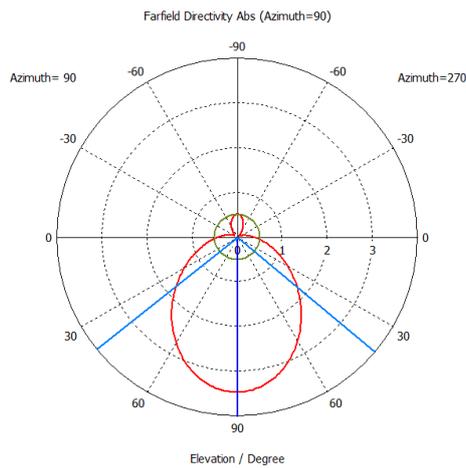
(a)  $f = 20$  MHz.



— farfield (f=200) [1]

Frequency = 200 MHz  
 Main lobe magnitude = 0.763 dBi  
 Main lobe direction = 180.0 deg.  
 Angular width (3 dB) = 118.0 deg.

(b)  $f = 200$  MHz.

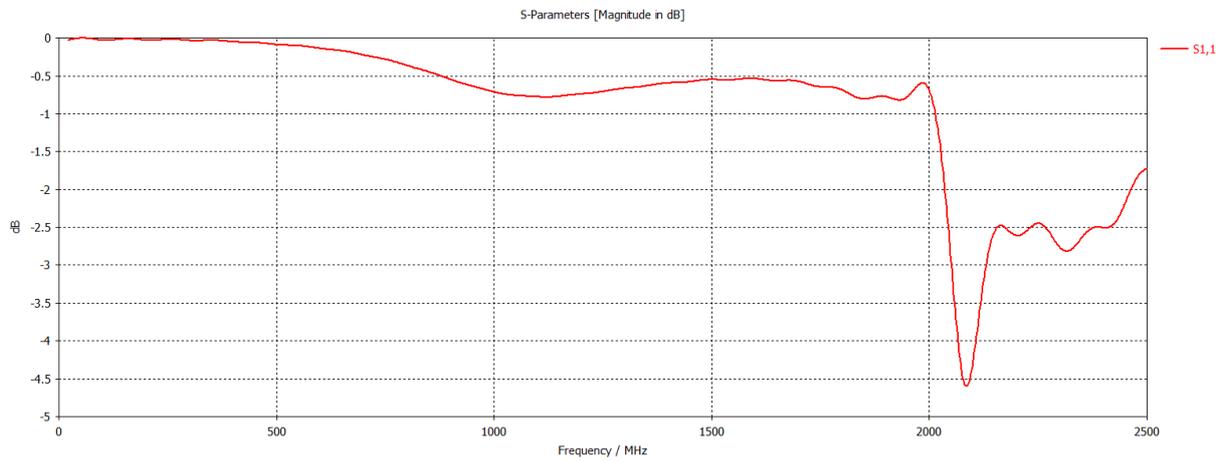


— farfield (f=600) [1]

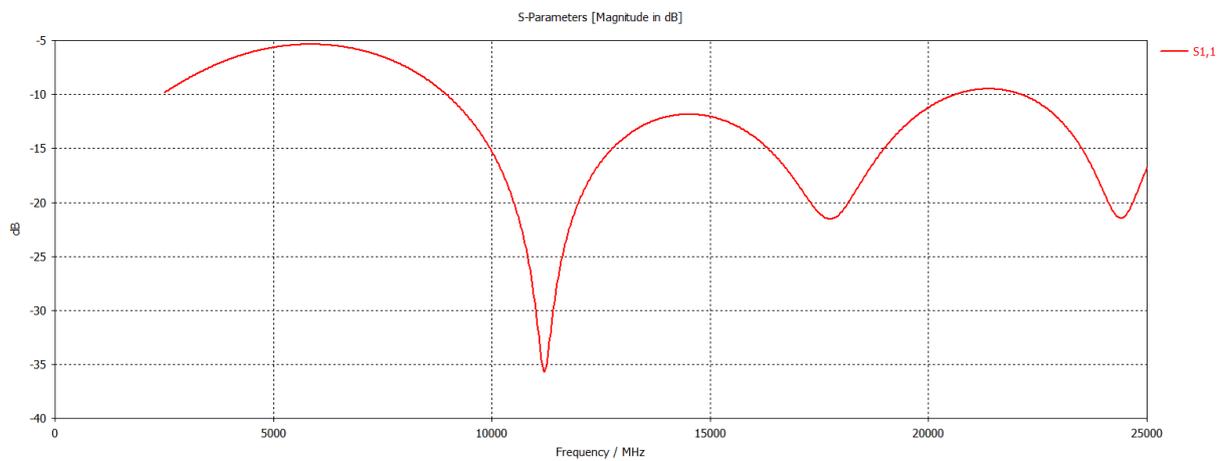
Frequency = 600 MHz  
 Main lobe magnitude = 3.46  
 Main lobe direction = 90.0 deg.  
 Angular width (3 dB) = 101.2 deg.  
 Side lobe level = -8.3 dB

(c)  $f = 600$  MHz.

Figura 5.8: Gráficos de diretividade, considerando plasma com perdas.

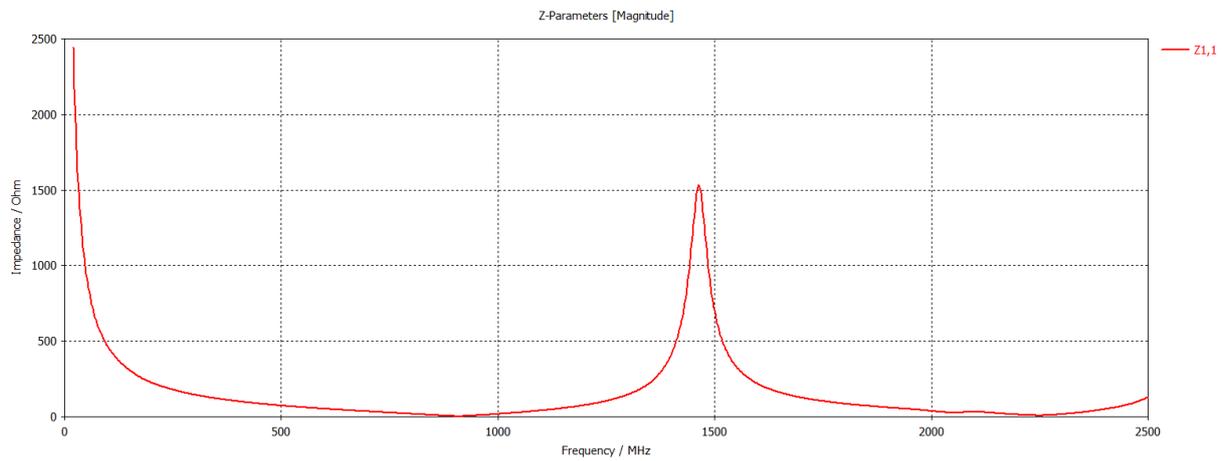


(a) Baixa frequência.

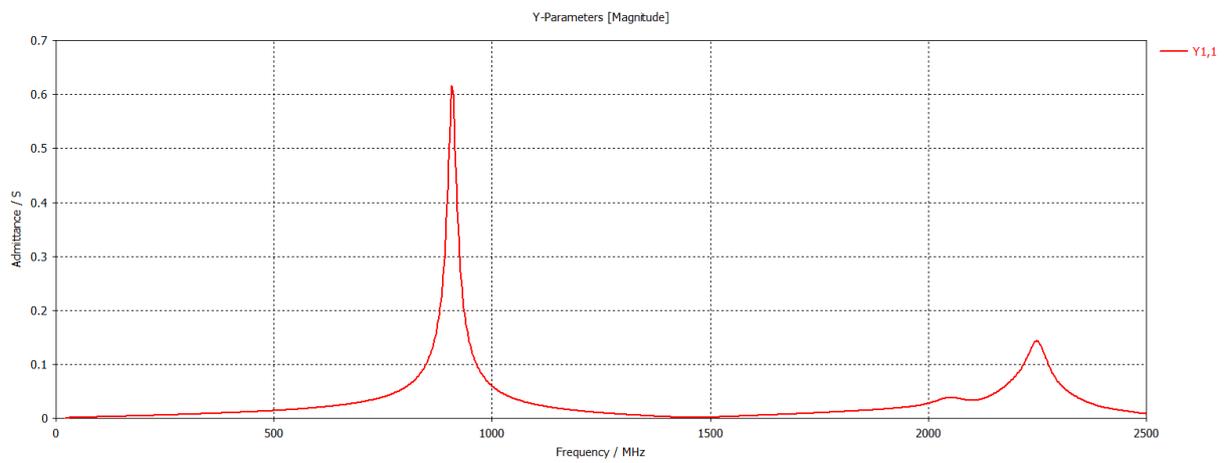


(b) Alta frequência.

Figura 5.9: Gráfico do cálculo do parâmetro S11 em todo o espectro, considerando plasma com perdas.



(a) Parâmetro Z.



(b) Parâmetro Y.

Figura 5.10: Gráfico do cálculo do parâmetro Z e Y em todo o espectro, considerando plasma com perdas.

## 6 CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

Este trabalho teve como premissa a análise da possibilidade de se utilizar a detecção de ondas de rádio para se identificar aspectos da dinâmica interna de um propulsor Hall. A proposta central do trabalho foi a análise qualitativa e quantitativa, de forma analítica e preliminarmente computacional, deste problema proposto. O escopo do trabalho foi limitado à modelagem preliminar, partindo de uma abordagem da teoria de circuitos, onde se considerou a descarga do propulsor como uma antena circular e modelou-se sua dinâmica de radiação por analogia à conhecida teoria de antenas. Buscou-se também a confirmação, ao menos parcial, da validade e viabilidade do modelo a partir de comparações com o espectro de radiação medido em experimentos reais no contexto do estudo de compatibilidade eletromagnética, e verificação da concordância entre o modelado e o calculado a partir dos experimentos numéricos conduzidos. Como produto principal da pesquisa, com a condução do trabalho, visa-se futuramente a obtenção da possibilidade de se propor uma técnica de diagnóstica de plasma, onde utiliza-se dados de espectro eletromagnético para realizar uma reconstrução das oscilações e instabilidades no interior da descarga e, idealmente, identificar fenômenos de erosão e outros efeitos nocivos à vida útil de um propulsor Hall.

O trabalho contextualiza-se na pesquisa continuamente conduzida pelo Laboratório de Plasmas (LP) da Universidade de Brasília (UnB). O projeto para o desenvolvimento da tecnologia de propulsores Hall (PHALL) foi iniciado no ano de 1999 e desde então existe um esforço contínuo para o desenvolvimento de propulsores de caráter inovador e a proposição de novas técnicas de análise numérica e experimental de plasmas de laboratório. Assim este trabalho configurou-se uma contribuição ao projeto de sistemas de propulsão da universidade e um passo na direção da produção de tecnologias inovadoras no contexto da indústria espacial nacional.

Para a obtenção dos resultados esperados, o trabalho foi dividido afim de prover ao leitor a base de conhecimentos necessária através de uma revisão bibliográfica, introduzir então a técnica de modelagem, e por fim apresentar os resultados da análise numérica computacional. Dessa forma, no primeiro capítulo apresentou-se inicialmente uma contextualização histórica e técnica a respeito dos principais conceitos de propulsão elétrica e propulsores Hall; logo então foram propostas as motivações e objetivos, e a apresentada a metodologia de trabalho.

O segundo capítulo, por sua vez, foi dedicado à apresentação das principais técnicas de modelagem e características dos propulsores Hall. Dessa forma foram apresentadas as principais leis de escala e de determinação de desempenho, e uma breve apresentação de um modelo de fluido de complexidade mais elevada. Logo então foram apresentados os principais fenômenos oscilatórios ocorrentes na descarga de propulsores Hall. Então apresentou-se a modelagem básica do transporte de elétrons e uma breve discussão a respeito do transporte anômalo e suas raízes. Por fim mostrou-se como se dá a interação plasma-parede e suas principais consequências no desempenho de sistemas deste tipo.

No terceiro capítulo, foi apresentado os processos de radiação ocorrentes nas descargas de propulsores Hall, divididos entre efeitos microscópicos e macroscópicos. No primeiro contexto, descreveu-se os principais fenômenos de emissão de fótons pela dinâmica entre átomos e elétrons no plasma, sendo eles a recombinação, radiação cyclotron e o bremsstrahlung. No segundo contexto, mostrou-se como ocorre a emissão de ondas eletromagnéticas a partir da passagem de correntes harmônicas no plasma, ou seja, funcionando como um condutor metálico. Por fim, apresentou-se ao leitor uma contextualização das principais técnicas de detecção de radiação utilizada no desenvolvimento de sistemas desse tipo, e realiza-se uma breve discussão sobre a conexão destes dados colhidos e o presente trabalho.

O quarto capítulo, então, foi dedicado à apresentação da modelagem analítica desenvolvida neste trabalho. Descreveu-se, primeiramente, a abordagem e a técnica a ser utilizada. Logo então, apresentou-se a modelagem da corrente Hall funcionando como uma antena circular, incluindo o cálculo do circuito equivalente. Mostrou-se, a seguir, como ocorre a absorção das ondas eletromagnéticas no plasma, mostrando a derivação das equações de atenuação. Por fim, realizou-se uma análise numérica do modelo obtido, apresentando-se gráficos para facilitar a visualização do comportamento das equações.

Por fim, no quinto capítulo mostrou-se o processo de simulação do problema. Descreveu-se primeiramente de forma qualitativa o método numérico utilizado pelo software comercial utilizado. Mostrou-se então a geometria considerada nas simulações e suas principais características elétricas. Então, foram apresentados os principais resultados da simulação, incluindo gráficos tridimensionais de diretividade, e o cálculo de parâmetros elétricos da descarga como antena.

Os resultados obtidos, mostrados e discutidos, no quarto capítulo deste trabalho ilustraram os principais aspectos do modelo desenvolvido nesta pesquisa. A partir da análise destes gráficos, foi possível identificar que, partindo de uma modelagem de correntes azimutais harmônicas, foi possível identificar uma região do espectro em que, de fato, ocorre a geração e transmissão de ondas eletromagnéticas, sem extinção da onda pela atenuação no plasma. Como mostrado, essa região encontra-se em um intervalo do espectro entre 100 MHz e 25 GHz. Isso permite concluir que, apesar da não universalidade do modelo para outras regiões do espectro, é possível identificar que é possível a transmissão de radiação na região de micro-ondas e as detectar no exterior do propulsor utilizando-se de uma antena adequada. Conclui-se ainda que a principal razão para a identificação de uma faixa tão estreita do espectro é o fato de que grande parte dos fenômenos radiativos na descarga de plasma não ocorre em semelhança com a corrente azimutal harmônica, modelada aqui, e dessa forma obedeceria a um tipo distinto de modelagem. Conclui-se ainda, que o presente modelo pode auxiliar na compreensão da radiação emitida por ondas azimutais, como as *spoke*, identificando, por exemplo, picos no espectro e os relacionando a este tipo de oscilação.

A partir dos resultados obtidos na simulação eletromagnética do problema, foi possível comparar os resultados obtidos a partir do modelo simplificado analítico e um modelo de maior complexidade, solucionado numericamente. Apesar das diferenças significativas entre o resultado entre ambas abordagens, foi possível identificar semelhanças nas bandas específicas em que o

modelo analítico mostrou a propagação, e assim o validar, mesmo que parcialmente. Além disso, a partir da análise dos perfis de radiação bi e tridimensional, concluiu-se que a radiação possui direcionamento tal que torna possível sua detecção a partir do posicionamento das antenas na lateral do propulsor.

Finalmente, observando as análises feitas com a abordagem analítica e numérica, é possível concluir, então, que a detecção de radiação na banda descrita pode estar intimamente conectada com a presença de instabilidades e oscilações azimutais, as quais são relacionadas com fenômenos de transporte anômalo de elétrons e erosão do canal dielétrico. Isso provê, preliminarmente, um primeiro passo à compreensão do complexo perfil de radiação emitido por um propulsor Hall em operação e dá ferramentas para a análise dos resultados de campanhas experimentais futuras.

O trabalho permitiu o fornecimento de uma primeira técnica para o desenvolvimento de uma nova técnica de diagnóstica de propulsores deste tipo. Trabalhos futuros, dedicados à modelagem de instabilidades e oscilações com outras geometrias e dinâmicas, podem, em complementariedade, levar à obtenção de uma biblioteca de ferramentas matemáticas para a descrição do espectro de radiação medido e a dedução da dinâmica de plasma ocorrendo no interior do canal do propulsor. Caso se prove bem sucedida, e futuros trabalhos forem desenvolvidos, a técnica pode servir até mesmo como um instrumento de diagnóstico *in situ* para detecção de radiações anômalas, possivelmente conectadas com eventos nocivos, em ambiente espacial, a partir da utilização de antenas externas no veículo espacial, ou até mesmo a partir da aplicação do anodo como uma antena.

## Referências Bibliográficas

- AHEDO, E.; MARTINEZ-CEREZO, P.; MARTINEZ-SANCHEZ, M. One-dimensional model of the plasma flow in a hall thruster. *Physics of Plasmas*, v. 8, n. 6, p. 3058–3068, 2001.
- ANDERSON, T. *Plasma antennas*. [S.l.]: Artech House, 2011.
- ANTON, D. E. *Electron transport and azimuthal oscillations in hall thrusters*. Tese (Doutorado) — Universidad Politécnica de Madrid, 2015. Disponível em: <<http://oa.upm.es/38245/>>.
- BALANIS, C. A. *Antenna Theory: Analysis and Design*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2005. ISBN 0471714623.
- BARRAL, S.; AHEDO, E. Low-frequency model of breathing oscillations in hall discharges. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 79, p. 046401, Apr 2009. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.79.046401>>.
- BARRAL, S. et al. Transit-time instability in hall thrusters. *Physics of Plasmas*, v. 12, n. 7, p. 073504, 2005.
- BEITING, E. J. et al. Busek BHT-1500 External vs Center Cathode EMC Study. In: *34th International Electric Propulsion Conference*. [S.l.: s.n.], 2015.
- BEITING, E. J.; EAPEN, X. L.; POLLARD, J. E. Electromagnetic Emissions from PPS ® 1350 Hall Thruster. In: *31st International Electric Propulsion Conference*. [S.l.: s.n.], 2009.
- BEITING, E. J. et al. Electromagnetic emissions to 60 GHz from a BPT-4000 EDM Hall thruster. In: *28th International Electric Propulsion Conference*. [S.l.: s.n.], 2003. p. 17–21.
- BEITING, E. J.; POLLARD, J. E.; POTE, B. Electromagnetic Emissions from a BHT-200 Hall Thruster. In: *27th International Electric Propulsion Conference*. [S.l.: s.n.], 2001.
- BITTENCOURT, J. *Fundamentals of Plasma Physics*. Springer New York, 2004. ISBN 9780387209753. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=qCA64ys-5bUC>>.
- BOEUF, J. P. Tutorial: Physics and modeling of Hall thrusters. *Journal of Applied Physics*, v. 121, n. 1, 2017. ISSN 0131010131.
- BOEUF, J. P.; GARRIGUES, L. Low frequency oscillations in a stationary plasma thruster. *Journal of Applied Physics*, v. 84, n. 7, p. 3541–3554, 1998. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.368529>>.
- BOYD, T.; SANDERSON, J. *The Physics of Plasmas*. Cambridge University Press, 2003. ISBN 9780521459129. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=bAmqvqGTUJ4C>>.
- BRAUN, W. von; ORDWAY, F. I. *History of Rocketry & Space Travel*. [S.l.]: Thomas Y. Crowell Company, 1975.
- BUDDEN, K. *The Propagation of Radio Waves: The Theory of Radio Waves of Low Power in the Ionosphere and Magnetosphere*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1985. ISBN 9780521369527.
- BURTON, R. L.; TURCHI, P. Pulsed plasma thruster. *Journal of Propulsion and Power*, v. 14, n. 5, p. 716–735, 1998.
- BUSEK. *Busek Low Power Hall Thrusters*. 2013. <<http://www.busek.com/>>.

- BUSEK. *Busek BHT-8000 Hall Thruster*. 2016. <<http://www.busek.com/>>.
- ÇELİK, M. A. *Experimental and Computational Studies of Electric Thruster Plasma Radiation Emission*. Tese (PhD Thesis) — Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- CHEN, F. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. [S.l.]: Springer, 1984. (Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion, v. 1). ISBN 9780306413322.
- CHESTA, E.; MEEZAN, N. B.; CAPPELLI, M. A. Stability of a magnetized hall plasma discharge. *Journal of Applied Physics*, v. 89, p. 3099–3107, 2001.
- CHOUËIRI, E. Y. Plasma oscillations in hall thrusters. *Physics of Plasmas*, v. 8, n. 4, p. 1411–1426, 2001.
- CHOUËIRI, E. Y. A critical history of electric propulsion: The first 50 years (1906-1956). *Journal of Propulsion and Power*, v. 20, n. 2, p. 193–203, 2004.
- CROFTON, M. et al. Characterization of the nasa next thruster. In: *45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 4815.
- DANNENMAYER, K. *Scaling laws and electron properties in Hall effect thrusters*. Tese (Theses) — Université d'Orléans, out. 2012. Disponível em: <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00797732>>.
- DAVIDSON, D. B. *Computational Electromagnetics for RF and Microwave Engineering*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010. ISBN 0521518911.
- ESCOBAR, D.; AHEDO, E. Low frequency azimuthal stability of the ionization region of the hall thruster discharge. ii. global analysis. *Physics of Plasmas*, v. 22, n. 10, p. 102114, 2015.
- ESIPCHUK, Y. et al. Plasma oscillations in closed-drift accelerators with an extended acceleration zone. *Soviet Physics-Technology Physics*, v. 18, n. 7, p. 928–932, 1974.
- GOEBEL, D. M.; KATZ, I. *Fundamentals of electric propulsion: ion and Hall thrusters*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. v. 1.
- HERMAN, D. A. et al. The ion propulsion system for the asteroid redirect robotic mission. In: *52nd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 4824.
- HOFER, R. R. et al. The 12.5 kw hall effect rocket with magnetic shielding (hermes) for the asteroid redirect robotic mission. In: *52nd AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 4825.
- HUANG, W.; GALLIMORE, A.; SMITH, T. Two-axis laser-induced fluorescence of singly-charged xenon inside a 6-kw hall thruster. In: *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1015.
- HUMBLE, R. *Space Propulsion Analysis and Design*. [S.l.]: Learning Solutions, 1995.
- HUTCHINSON, I. *Principles of Plasma Diagnostics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2005. ISBN 9780521675741.
- INAN, U. S.; GOLKOWSKI, M. *Principles of Plasma Physics for Engineers and Scientists*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012. ISBN 0511761627.
- JAHN, R. *Physics of Electric Propulsion*. [S.l.]: Dover Publications, 1968. (Dover Books on Physics). ISBN 9780486450407.
- JANES, G. S.; LOWDER, R. S. Anomalous electron diffusion and ion acceleration in a low-density plasma. *The Physics of Fluids*, v. 9, n. 6, p. 1115–1123, 1966.

- KEIDAR, M.; BEILIS, I. *Plasma Engineering: Applications from Aerospace to Bio and Nanotechnology*. [S.l.]: Elsevier Science, 2013. ISBN 9780123859785.
- KNOLL, A.; CAPPELLI, M. Experimental investigation of high frequency plasma oscillations within hall thrusters. In: *42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 5171.
- KOPPEL, C. R.; ESTUBLIER, D. The smart-1 hall effect thruster around the moon: In flight experience. In: *29th International electric propulsion conference*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 119.
- KWON, K.; WALKER, M. L. R.; MAVRIS, D. N. Self-consistent, one-dimensional analysis of the hall effect thruster. *Plasma Sources Science and Technology*, v. 20, n. 4, p. 045021, 2011. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0963-0252/20/i=4/a=045021>>.
- LAZURENKO, A. et al. Dispersion relation of high-frequency plasma oscillations in hall thrusters. *Physics of Plasmas*, v. 15, n. 3, p. 034502, 2008.
- LIEBERMAN, M.; LICHTENBERG, A. *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*. [S.l.]: Wiley, 1994. ISBN 9780471005773.
- LOBBIA, R. B. *A Time-Resolved Investigation of the Hall Thruster Breathing Mode*. Tese (PhD Thesis) — University of Michigan, 2010.
- MARCUCCIO, S.; GENOVESE, A.; ANDRENUCCI, M. Experimental performance of field emission microthrusters. *Journal of Propulsion and Power*, v. 14, n. 5, p. 774–781, 1998.
- MARTINEZ-SANCHEZ, M.; LOZANO, P. *16.522 Space Propulsion*. 2015. Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare. <https://ocw.mit.edu>. License: Creative Commons BY-NC-SA.
- MARTINEZ-SANCHEZ, M.; POLLARD, J. E. Spacecraft Electric Propulsion-An Overview. *Journal of Propulsion and Power*, v. 14, n. 5, p. 688–699, 1998.
- MATYASH, K.; SCHNEIDER, R.; KALENTEV, O. 3d pic simulation of the rotating spoke in a hall thruster. In: IEEE. *Plasma Sciences (ICOPS) held with 2014 IEEE International Conference on High-Power Particle Beams (BEAMS), 2014 IEEE 41st International Conference on*. [S.l.], 2014. p. 1–1.
- MAZOUFFRE, S. Electric propulsion for satellites and spacecraft: established technologies and novel approaches. *Plasma Sources Science and Technology*, p. 1–27, 2016.
- MCDONALD, M. S. *Electron Transport in Hall Thrusters*. Tese (PhD Thesis) — University of Michigan, 2012.
- POSSA, G. *Desenvolvimento de um sistema de detecção de instabilidades de plasma para um propulsor a plasma do tipo hall*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2009.
- PRASAD, S. A circular loop antenna with Traveling-Wave Current Distribution. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, p. 1–5, 1970.
- SCHARLEMANN, C. et al. Qualification test series of the indium needle feed micro-propulsion system for lisa pathfinder. *Acta Astronautica*, v. 69, n. 9, p. 822 – 832, 2011. ISSN 0094-5765. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576511001834>>.
- SEKERAK, M. J. *Plasma oscillations and operational modes in Hall effect thrusters*. Tese (Doutorado) — University of Michigan, 2014.
- SEKERAK, M. J. et al. Azimuthal spoke propagation in hall effect thrusters. *IEEE Transactions on Plasma Science*, IEEE, v. 43, n. 1, p. 72–85, 2015.

TACCOGNA, F. et al. Anomalous transport induced by sheath instability in hall effect thrusters. *Applied Physics Letters*, v. 94, n. 25, p. 251502, 2009.

TSIKATA, S. et al. The small-scale high-frequency exb instability and its links to observed features of the hall thruster discharge. In: *The 33rd International Electric Propulsion Conference*. [S.l.: s.n.], 2013.

WERNER, D. H. An exact integration procedure for vector potentials of thin circular loop antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 44, n. 2, p. 157–165, 1996.

ZHELEZNYAKOV, V. V. *Radiation in Astrophysical Plasmas*. Dordrecht: Springer Netherlands, 1996. v. 204. (Astrophysics and Space Science Library, v. 204). ISBN 978-94-010-6574-0.

ZHURIN, V. V.; KAUFMAN, H. R.; ROBINSON, R. S. Physics of closed drift thrusters. *Plasma Sources Science and Technology*, v. 8, n. 1, p. R1, 1999. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0963-0252/8/i=1/a=021>>.