

**ANÁLISE SÍSMICA DE EDIFÍCIOS COM INTERAÇÃO  
SOLO-ESTRUTURA E ATENUADORES DE COLUNA LÍQUIDA  
PRESSURIZADA**

**MAURÍCIO VITALI MENDES**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM  
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE SÍSMICA DE EDIFÍCIOS COM INTERAÇÃO  
SOLO-ESTRUTURA E ATENUADORES DE COLUNA LÍQUIDA  
PRESSURIZADA**

**MAURÍCIO VITALI MENDES**

**ORIENTADOR: LINEU JOSÉ PEDROSO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E  
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.DM – 14A/18**

**BRASÍLIA/DF: JUNHO - 2018**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE SÍSMICA DE EDIFÍCIOS COM INTERAÇÃO  
SOLO-ESTRUTURA E ATENUADORES DE COLUNA LÍQUIDA  
PRESSURIZADA**

**MAURÍCIO VITALI MENDES**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE  
BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO  
CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Lineu José Pedroso, Dr. Ing. (UnB/ENC)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Raúl Darío Durand Farfán, Dr. (UnB/ENC)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Marcus Vinícius Girão de Moraes, Dr. (UnB/ENM)**  
**(Examinador Externo ao Programa)**

**BRASÍLIA/DF, JUNHO DE 2018**

## FICHA CATALOGRÁFICA

Mendes, Maurício Vitali  
M538 Análise Sísmica de Edifícios com Interação Solo-Estrutura e Atenuadores de Coluna Líquida Pressurizada / Maurício Vitali Mendes; orientador Lineu José Pedroso. -- Brasília, 2018.  
152 p.

Dissertação (Mestrado - Mestrado em Estruturas e Construção Civil)  
-- Universidade de Brasília, 2018.

1. Análise sísmica. 2. Dinâmica interação solo-estrutura.  
3. Modelos simplificados. 4. Atenuador de coluna líquida pressurizada.  
I. José Pedroso, Lineu, orient. II. Título.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MENDES, M. V. (2018). Análise Sísmica de Edifícios com Interação Solo-Estrutura e Atenuadores de Coluna Líquida Pressurizada. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-14A/18, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 152 p.

## CESSAO DE DIREITOS

AUTOR: Maurício Vitali Mendes

TÍTULO: Análise Sísmica de Edifícios com Interação Solo-Estrutura e Atenuadores de Coluna Líquida Pressurizada

GRAU: Mestre

ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta Dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de pode ser reproduzido sem autorização por escrito do autor.

---

Maurício Vitali Mendes  
SHIS QI 1 Conjunto 2 Casa 20  
CEP 71605-020 Brasília/DF, Brasil.  
vitali.mendes@gmail.com

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente à minha família, em especial à minha mãe Cibele e ao meu pai Vitor, os quais me apoiaram, me incentivaram e fizeram o possível para me ajudar na realização deste trabalho. Sem vocês nada disso teria se concretizado.

Ao meu orientador, Lineu José Pedroso, agradeço o seu tempo dedicado e as suas valiosas orientações durante o mestrado. As suas palavras verdadeiras ensinam, mas o seu caráter arrasta as pessoas ao seu redor.

Agradeço também a todos os mestres e professores que me fizeram chegar até este momento.

Aos professores Marcus Vinícius Girão de Moraes e Raul Darío Durand Farfán agradeço pelo tempo dedicado, correções e contribuições neste trabalho.

Aos meus amigos do PECC agradeço pela companhia, apoio, incentivo e ajuda nesta jornada. Com vocês a batalha ficou menos difícil.

Por fim, agradeço a todos que indiretamente me ajudaram e tiveram contribuição neste trabalho.

## RESUMO

### ANÁLISE SÍSMICA DE EDIFÍCIOS COM INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA E ATENUADORES DE COLUNA LÍQUIDA PRESSURIZADA

**Autor:** Maurício Vitali Mendes

**Orientador:** Lineu José Pedroso

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, junho de 2018**

A resposta dinâmica de sistemas estruturais sob influência da interação solo-estrutura tem sido um tópico de grande interesse para a área de estruturas e de geotecnia na engenharia civil. Problemas de interação da estrutura com a base flexível são de grande importância na análise sísmica, uma vez que a resposta dinâmica do edifício durante um terremoto é fortemente afetada pelo sistema composto por estrutura, fundação e solo. Nesta área, o estudo sísmico com a consideração da interação solo-estrutura é um item relevante, pois a redução da frequência fundamental da estrutura submetido à ação sísmica, solicitação com grande conteúdo de frequências, pode alterar consideravelmente a sua resposta. Para atenuar e controlar estas vibrações sísmicas, vários dispositivos tem sido utilizado e atraído o interesse de pesquisadores. Este trabalho investigada a aplicação de múltiplos atenuadores de coluna líquida pressurizada em forma de “U”, que pelo movimento do líquido produz uma força de inércia contrária às forças de inércia causadas na estrutura pelo sismo. Neste contexto, nessa dissertação é desenvolvida uma metodologia de análise dinâmica linear de estruturas reticuladas sob excitação sísmica, considerando na base da estrutura o apoio flexível, representado pelas funções de impedância, e no topo da estrutura o atenuador fluido-dinâmico. Através de estudo paramétrico de cada um dos sistemas envolvidos é avaliada a variação da resposta da estrutura e o desempenho do atenuador de coluna líquida pressurizada devido à interação solo-estrutura. Os resultados obtidos demonstram a forte influência da interação na frequência de vibração da estrutura e na resposta dinâmica em termos de deslocamento e de aceleração. O problema no tempo é solucionado através da integração numérica pelo método de Newmark. A rotina computacional desenvolvida no trabalho foi implementada no MATLAB.

Palavras-chave: *Análise sísmica; Dinâmica interação solo-estrutura; Atenuador de coluna líquida pressurizada;*

## **ABSTRACT**

### **SEISMIC ANALYSIS OF BUILDINGS WITH SOIL-STRUCTURE INTERACTION AND PRESSURIZED TUNED LIQUID COLUMN DAMPER**

**Author: Maurício Vitali Mendes**

**Supervisor: Lineu José Pedroso**

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil  
Brasília, June of 2018**

The dynamic response of structural systems under influence of soil-structure interaction has been a topic of great interest for structural and geotechnical area of civil engineering. Interaction problems of structure with flexible base have a great importance in seismic analysis once the building dynamic response during an earthquake is strongly affected by the system compound by structure, foundation and soil. In this area, the seismic study considering soil-structure interaction is a relevant matter because the first-mode frequency reduction of the structure under seismic excitation that contain many frequencies may considerably alter its response. To attenuate and control this seismic vibration numerous devices have been used and attracted searchers interest. This work investigates the application of multiple pressurized tuned liquid column dampers in “U” shape that by the liquid movement creates an inertia force contrary to the inertia forces in the structure caused by the seism. In this context, it is developed in the dissertation a methodology for linear dynamic analysis of framed structures under seismic excitation considering the flexible base for the structure represented by impedance functions and at the top of the structure the fluid-dynamic device. Through parametric study of each of the system involved, it is evaluated structure response variation and the tuned liquid column damper efficiency due soil-structure interaction. The results obtained shows a remarkable influence of the interaction for the structural vibration frequencies and dynamic response in terms of displacement and acceleration. The problem in time domain is solved through direct integration using Newmark method. The computational routine developed in this work have been implemented in MATLAB.

*Keywords: Seismic analysis; Dynamic soil-structure interaction; Pressurized Tuned Column Damper;*

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1.	GENERALIDADES .....	1
1.2.	JUSTIFICATIVA .....	2
1.3.	OBJETIVOS.....	3
1.3.1.	Objetivo geral.....	3
1.3.2.	Objetivos específicos .....	4
1.4.	METODOLOGIA.....	4
1.5.	ABRANGÊNCIA E LIMITAÇÕES.....	6
1.6.	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	7
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>8</b>
2.1.	INTERAÇÃO DINÂMICA SOLO-ESTRUTURA EM EDIFÍCIOS .....	8
2.2.	ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÃO ESTRUTURAL .....	14
2.2.1.	Atenuadores de coluna líquida .....	17
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>23</b>
3.1.	MODELO MATEMÁTICO DA ESTRUTURA.....	23
3.1.1.	Estrutura bidimensional .....	23
3.1.2.	Estrutura tridimensional.....	26
3.2.	INTERAÇÃO DINÂMICA SOLO-ESTRUTURA .....	34
3.2.1.	Método da Subestrutura .....	35
3.2.2.	Modelo simplificado .....	38
3.3.	ATENUADOR DE COLUNA LÍQUIDA .....	47
3.3.1.	Sistema auxiliares para aumentar a eficiência do ACL .....	51
3.3.2.	Atenuador acoplado à estrutura bidimensional .....	54
3.3.3.	Acoplamento de múltiplos atenuadores de coluna líquida.....	57

3.4.	MODELO MATEMATICO DE INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA COM ATENUADOR DE COLUNA LÍQUIDA ACOPLADO À ESTRUTURA .....	62
3.4.1.	Modelo bidimensional .....	62
3.4.2.	Modelo tridimensional .....	66
<b>4</b>	<b>ASPECTOS COMPUTACIONAIS .....</b>	<b>70</b>
4.1.	ROTINA COMPUTACIONAL .....	70
4.2.	MODELO NUMÉRICO POR ELEMENTOS FINITOS .....	73
<b>5</b>	<b>RESULTADOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>75</b>
5.1.	ESTUDO DA VARIAÇÃO DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL .....	75
5.2.	ESTUDO DE CASO DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM EDIFÍCIOS 78	
5.3.	APLICAÇÃO DE MÚLTIPLOS ATENUADORES DE COLUNA LÍQUIDA PRESSURIZADA SOB BASE FIXA E SOB BASE FLEXÍVEL.....	83
5.4.	ANÁLISE PARÁMETRICA DA INFLUÊNCIA DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA PELO MODELO MATEMATICO DE ESTRUTURA 3D .....	89
5.4.1.	Validação da rotina computacional .....	89
5.4.2.	Análise paramétrica da interação dinâmica solo-estrutura.....	92
5.5.	APLICAÇÃO DE MÚLTIPLOS ATENUADORES DE COLUNA LÍQUIDA PRESSURIZADA EM DIREÇÕES PERPENDICULARES DO EDIFÍCIO.....	106
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>121</b>
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	122
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>123</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>130</b>
<b>A.</b>	<b>FÓRMULAS DE IMPEDÂNCIA PARA INTERFACE SOLO-FUNDAÇÃO</b>	<b>130</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Métodos de controle passivo e o seu funcionamento .....	15
Tabela 3.1 - Valores recomendados para o fator de amortecimento (modificado de Chopra (2012) apud Newmark e Hall (1982)).....	25
Tabela 4.1 – Algoritmo para avaliação numérica da resposta dinâmica pelo Método de Newmark (adaptado de Chopra (2012)).....	72
Tabela 5.1 - Dados do modelo estrutural (adaptado de Farshidianfar e Soheili (2013))	78
Tabela 5.2 - Parâmetros e coeficientes do solo .....	79
Tabela 5.3 - Frequências naturais da estrutura .....	79
Tabela 5.4 Resposta total em termos de deslocamentos e acelerações.....	81
Tabela 5.5 - Influência da flexibilidade e do amortecimento do solo nos deslocamentos da estrutura relativos à fundação .....	82
Tabela 5.6 - Dimensões e propriedades de um Atenuador de Coluna Líquida Pressurizada .....	83
Tabela 5.7 - Propriedades geométricas do modelo .....	89
Tabela 5.8 - Propriedades físicas do modelo.....	90
Tabela 5.9 - Seis primeiras frequências de vibração do modelo de 6 andares .....	90
Tabela 5.10 - Parâmetros de massa de cada diafragma rígido do pavimento .....	93
Tabela 5.11 - Dimensões e parâmetros de massa da fundação.....	94
Tabela 5.12 - Propriedades mecânicas do solo.....	95
Tabela 5.13 -Dimensões e parâmetros do ACLP a ser utilizado nas direções perpendiculares para o edifício sujeito à ação do sismo de Kobe .....	109
Tabela 5.14 - Dimensões e parâmetros do ACLP a ser utilizado nas direções perpendiculares para o edifício sujeito à ação do sismo de Angol, Chile.....	112
Tabela 5.15 - Propriedades mecânicas do solo.....	115
Tabela A.1 - Rigidez estática para uma fundação rígida retangular apoiada na superfície do solo (adaptado de NIST GCR 12-917-21 (2012) apud Mylonakis et al. (2006) apud Gazetas (1991)).....	131
Tabela A.2 - Modificadores de rigidez dinâmica para a fundação rígida retangular (adaptado de NIST GCR 12-917-21 (2012) apud Pais e Kausel (1988)) .....	132
Tabela A.3 -Razão de amortecimento por radiação para fundação rígida (adaptado de NIST GCR 12-917-21 (2012) apud Pais e Kausel (1988)) .....	133

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Sistemas dinâmicos bidimensionais analisados.....	5
Figura 1.2 - Sistemas dinâmicos tridimensionais analisados .....	6
Figura 3.1 - Edifício de dois pavimentos representado pelo modelo de <i>shear building</i> .	23
Figura 3.2 - Modelo de <i>shear building</i> para uma estrutura de múltiplos andares .....	25
Figura 3.3 - (a) Vista tridimensional; (b) Vista superior do pavimento tipo dos edifícios com os pilares e as lajes representadas. ....	27
Figura 3.4 - Deslocamentos da estrutura.....	28
Figura 3.5 - Estrutura com um grau de liberdade suportado pela fundação rígida apoiada no semi-espaço elástico.....	36
Figura 3.6 - Deslocamentos causados pelas forças de reação na interface solo-fundação .....	37
Figura 3.7 - Estrutura com múltiplos graus de liberdade sob efeitos da interação solo-estrutura.....	40
Figura 3.8 - Forças de reação originadas pela interação solo-estrutura.....	41
Figura 3.9 - Deslocamentos originados pela interação solo-estrutura .....	42
Figura 3.10- Atenuador de coluna líquida.....	49
Figura 3.11 - Valor máximo para a amplitude de deslocamento do trecho vertical do líquido .....	51
Figura 3.12 - Câmaras de ar comprimido nas extremidades do trecho vertical do atenuador .....	52
Figura 3.13 - Variação do volume do gás causado pelo deslocamento do líquido no interior do atenuador .....	53
Figura 3.14 - Estrutura de um grau de liberdade com atenuador de coluna líquida .....	54
Figura 3.15 - Estrutura de múltiplos graus de liberdade com atenuador .....	56
Figura 3.16 - Múltiplos atenuadores de coluna líquida.....	57
Figura 3.17 - Vista superior os atenuadores dispostos em direções perpendiculares ....	59
Figura 3.18 - Vista superior dos múltiplos atenuadores dispostos em direções perpendiculares .....	60
Figura 3.19 – Deslocamentos do sistema solo-estrutura-atenuador .....	62
Figura 3.20 – Modelo <i>shear building</i> de $n$ pavimentos com atenuadores acoplados ao último pavimento .....	64

Figura 3.21 - Modelo matemático tridimensional do sistema solo-fundação-estrutura-atenuador .....	67
Figura 4.1- Esquema da aceleração média constante (modificado de Chopra (2012)) .	70
Figura 4.2 - Graus de liberdade para o nó do elemento de viga (baseado em Computer and Structures, Inc. (2017)).....	73
Figura 4.3 – Simulação numérica do pavimento como um diafragma rígido (modificado de Wilson (2004)) .....	74
Figura 5.1- Razão do período de vibração da estrutura sobre base flexível e da estrutura sobre base rígida com a variação ocasionada pela razão entre a rigidez da estrutura e a rigidez horizontal $\beta_x$ e rotacional $\alpha_{yy}$ do solo.....	77
Figura 5.2 - Razão $\lambda$ entre o período de vibração da estrutura sobre base flexível e da estrutura sobre base rígida relacionado a valores do parâmetro adimensional $\beta_x$ .....	77
Figura 5.3 – Exemplo do modelo analisado .....	78
Figura 5.4 - Frequências naturais da estrutura sob base fixa e sob base flexível para o 1º modo.....	80
Figura 5.5 - Frequências naturais da estrutura sob base fixa e sob base flexível para o 2º modo.....	80
Figura 5.6 - Frequências naturais da estrutura sob base fixa e sob base flexível para o 3º modo.....	80
Figura 5.7 - Sismo de Kobe: (a) histórico de acelerações; (b) espectro de frequências	81
Figura 5.8 - Deslocamentos totais do topo da estrutura sob as diferentes bases submetida ao sismo de Kobe .....	82
Figura 5.9 - Deslocamentos do topo da estrutura relativos à fundação para o caso do solo fofo .....	83
Figura 5.10 - Deslocamento do líquido no trecho vertical do Atenuador de Coluna Líquida Pressurizada para $\mu = 0,5\%$ .....	84
Figura 5.11 - Variação do pico de deslocamento do topo da estrutura versus a razão $\mu$ de massa total de MACLP pela massa da estrutura.....	84
Figura 5.12 - Variação da média rms de deslocamento do topo da estrutura versus a razão $\mu$ de massa total de MACLP por massa da estrutura .....	85
Figura 5.13 - Histórico de deslocamentos do topo da estrutura versus a razão de massa $\mu$ (%) total de MACLP por massa da estrutura .....	85
Figura 5.14 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura com controle versus a razão da frequência dos atenuadores e a frequência da estrutura .....	86

Figura 5.15 - Variação do pico de resposta do topo da estrutura com controle versus a razão de massa $\mu$ .....	87
Figura 5.16 - Variação da resposta rms do topo da estrutura com controle versus a razão de massa $\mu$ .....	88
Figura 5.17 - Modelo do edifício de 6 andares: (a) vista tridimensional; (b) pavimento tipo. ....	89
Figura 5.18 - Histórico de acelerações do sismo de Maule, Chile: (a) sentido E-W; (b) sentido N-S.....	91
Figura 5.19 - Histórico de deslocamento do 6º andar do modelo estrutural na direção E-W.....	92
Figura 5.20 - Histórico de deslocamento do 6º andar do modelo estrutural na direção N-S .....	92
Figura 5.21 - Vista superior dos pavimentos tipos considerados na análise dinâmica ..	93
Figura 5.22 - Variação da quantidade de pavimentos.....	94
Figura 5.23 - Vista superior da fundação considerados na análise dinâmica.....	94
Figura 5.24 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura x variação da redução da frequência fundamental .....	96
Figura 5.25 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms do deslocamento relativo do topo da estrutura na direção E-W desconsiderando a presença do amortecimento do solo.....	97
Figura 5.26 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms do deslocamento relativo do topo da estrutura na direção N-S desconsiderando a presença do amortecimento do solo.....	97
Figura 5.27 - Espectro de acelerações do sismo de Angol, Chile: (a) sentido E-W; (b) sentido N-S. ....	98
Figura 5.28 - Redução da frequência da estrutura de 6 pavimentos, pilares com rigidez de $2,65 \cdot 10^7$ N/m e pavimento tipo 3 quando considerada apoiada sob o solo 3 representada no espectro da componente <i>E-W</i> .....	99
Figura 5.29 - Redução da frequência da estrutura de 6 pavimentos, pilares com rigidez de $2,65 \cdot 10^7$ N/m e pavimento tipo 3 quando considerada apoiada sob o solo 3 representada no espectro da componente <i>N-S</i> .....	99
Figura 5.30 - Histórico do deslocamento na direção x do topo da estrutura de 06 andares de pavimento tipo 3 com pilares de rigidez igual a $2,65 \cdot 10^7$ N/m.....	100

Figura 5.31 - Histórico do deslocamento na direção y do topo da estrutura de 06 andares de pavimento tipo 3 com pilares de rigidez igual a $2,65 \cdot 10^7$ N/m.....	100
Figura 5.32 - Histórico do deslocamento na direção x do topo da estrutura de 12 andares de pavimento tipo 2 com pilares de rigidez $8,40 \cdot 10^6$ N/m.....	101
Figura 5.33 - Histórico do deslocamento na direção y do topo da estrutura de 12 andares de pavimento tipo 2 com pilares de rigidez $8,40 \cdot 10^6$ N/m.....	101
Figura 5.34 – Redução da frequência da estrutura de 12 pavimentos, pilares com rigidez de $8,40 \cdot 10^6$ N/m e pavimento tipo 2 representada no espectro da componente E-W ...	102
Figura 5.35 - Redução da frequência da estrutura de 12 pavimentos, pilares com rigidez de $8,40 \cdot 10^6$ N/m e pavimento tipo 2 representada no espectro da componente N-S ....	102
Figura 5.36 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms do deslocamento relativo do topo da estrutura na direção x considerando a presença do amortecimento do solo .....	103
Figura 5.37 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms do deslocamento relativo do topo da estrutura na direção y considerando a presença do amortecimento do solo .....	103
Figura 5.38 – Redução da frequência do edifício de 24 andares de pavimento tipo 1 com pilares de rigidez $8,4 \cdot 10^6$ N/m considerado sob solo 3 representada no espectro da componente N-S.....	104
Figura 5.39 - Histórico do deslocamento na direção y do topo da estrutura de 24 andares de pavimento tipo 1 com pilares de rigidez $8,4 \cdot 10^6$ N/m e sob solo mole .....	105
Figura 5.40 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms da aceleração relativa do topo da estrutura na direção x considerando a presença do amortecimento do solo .....	105
Figura 5.41 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms da aceleração relativa do topo da estrutura na direção y considerando a presença do amortecimento do solo .....	106
Figura 5.42 - Aplicação dos MACLP em direções perpendiculares: (a) Sistema estrutura-atenuador; (b) pavimento tipo; (c) fundação. ....	107
Figura 5.43 - Histórico de acelerações do sismo de Kobe, Japão: (a) componente 0; (b) componente 90.....	108
Figura 5.44 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção 90 com acréscimo da quantidade de ACLP na direção 90.....	109

Figura 5.45 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente 90 do sismo de Kobe para $\mu$ igual a 3,0 % .....	110
Figura 5.46 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção 0 com acréscimo da quantidade de ACLP na direção 0.....	111
Figura 5.47 - Histórico do deslocamento do topo da estrutura na direção da componente 0 do sismo de Kobe para $\mu$ igual a 3,0 %.....	111
Figura 5.48 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção E-W com acréscimo da quantidade de ACLP na direção E-W .....	112
Figura 5.49 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente E-W do sismo do Chile para $\mu$ igual a 3,0 % .....	113
Figura 5.50 - Deslocamentos do topo da estrutura na direção da componente E-W do sismo do Chile durante o intervalo de 40 a 100 segundos para $\mu$ igual a 3,0 % .....	113
Figura 5.51 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção N-S com acréscimo de massa do ACLP na direção N-S .....	114
Figura 5.52 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente N-S do sismo do Chile para $\mu$ igual a 3,0 % .....	114
Figura 5.53 - Deslocamentos do topo da estrutura na direção da componente N-S do sismo do Chile durante o intervalo de 40 a 100 segundos para $\mu$ igual a 3,0 % .....	115
Figura 5.54 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção 90 com acréscimo da quantidade de ACLP para cada tipo de base.....	116
Figura 5.55 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção 0 com acréscimo da quantidade de ACLP para cada tipo de base.....	117
Figura 5.56 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente 90 do sismo de Kobe para cada tipo de base para $\mu$ igual a 3,0 % .....	118
Figura 5.57 - Histórico do deslocamento do topo da estrutura na direção da componente 0 do sismo de Kobe para cada tipo de base para $\mu$ igual a 3,0 % .....	118
Figura 5.58 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção E-W com acréscimo da quantidade de ACLP para cada tipo de base .....	119
Figura 5.59 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção N-S com acréscimo da quantidade de ACLP para cada tipo de base .....	119
Figura 5.60 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente E-W do sismo de Maule, Chile para cada tipo de base para $\mu$ igual a 3,0 %.....	120
Figura 5.61 - Histórico do deslocamento do topo da estrutura na direção da componente N-S do sismo de Maule, Chile para cada tipo de base para $\mu$ igual a 3,0 %.....	120

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

ACLP	Atenuador de Coluna Líquida Pressurizada
MACL	Múltiplos Atenuadores de Coluna Líquida
GdL	Grau de liberdade
ISE	Interação solo-estrutura
$rms$	Raiz média quadrática
<i>TLD</i>	<i>Tuned Liquid Damper</i>
<i>TMD</i>	<i>Tuned Mass Damper</i>
$a_{ij}$	Dimensão horizontal do diafragma $j$ do pavimento $i$ na direção $x$
$A$	Área da seção transversal da ACLP
$A_0$	Área da seção transversal do orifício
$B$	Comprimento do trecho horizontal do ACLP
$A_0$	Coefficiente de amortecimento para matriz de massa da estrutura
$A_1$	Coefficiente de amortecimento para matriz de rigidez da estrutura
$b_{ij}$	Dimensão horizontal do diafragma $j$ do pavimento $i$ na direção $y$
$C_{Ai}$	Amortecimento relativo ao ACLP
$C_{ij}$	Amortecimento na direção $i$ relativa ao grau de liberdade $j$
$C_0$	Coefficiente de amortecimento relativo ao orifício
$D$	Diâmetro da seção transversal da ACLP
$E$	Módulo de elasticidade do material estrutural
$E_s$	Módulo de elasticidade do solo
$Fa_{ij}$	Força dissipativa na direção $i$ relativa ao grau de liberdade $j$
$Fe_{ij}$	Força elástica na direção $i$ relativa ao grau de liberdade $j$
$Fi_{ij}$	Força de inércia na direção $i$ relativa ao grau de liberdade $j$
$g$	Aceleração da gravidade
$G_j$	Função de impedância na direção $j$
$G_s$	Módulo de cisalhamento do solo
$h_i$	Altura do pavimento $i$ relativa a base
$\Delta h$	Perda de carga hidráulica
$H$	Nível do líquido em repouso no ACLP
$I_{ij}^P$	Momento de inércia na direção $i$ do pilar $j$
$Ix_i$	Momento massa na direção $x$ do grau de liberdade $i$

$Iy_i$	Momento massa na direção $y$ do grau de liberdade $i$
$Iz_i$	Momento massa polar do grau de liberdade $i$
$Iz_{ij}$	Momento massa do diafragma $j$ do pavimento $i$
$L$	Comprimento total do ACLP
$2L$	Comprimento da fundação
$K_{Ai}$	Rigidez relativa ao ACLP
$K_{ij}$	Rigidez relativa na direção $i$ relativa ao grau de liberdade $j$
$M_{Ai}$	Massa relativa ao ACLP
$M_A^x$	Massa do ACL posicionado para atuar na direção $x$
$M_A^y$	Massa do ACL posicionado para atuar na direção $y$
$M_A^t$	Massa total de ACLP presente no pavimento
$M_i$	Massa relativa ao grau de liberdade $i$
$M_0$	Massa da fundação
$M_{ij}$	Massa relativa ao grau de liberdade $i$ do diafragma $j$
$M_x^f$	Momento em relação ao eixo $x$ causado pela interação inercial
$M_y^f$	Momento em relação ao eixo $y$ causado pela interação inercial
$M_z^f$	Torção em relação ao eixo $z$ causado pela interação inercial
$n_a$	Quantidade de ACLP
$n_m$	Quantidade de diafragmas no pavimento
$n_K$	Quantidade de pilares no pavimento
$O_i^m$	Centro de massa do grau de liberdade $i$
$O_i^K$	Centro de rigidez do grau de liberdade $i$
$P_{ij}$	Força externa na direção $i$ relativa ao grau de liberdade $j$
$P_0$	Pressão no interior da câmara selada com gás
$q_i$	Coordenada generalizada
$Q$	Força não-conservativa
$t$	Tempo
$\Delta t$	Passo de tempo
$T$	Energia cinética total
$Ra$	Razão entre a área do orifício e área do tubo
$Re$	Número de Reynolds
$u_i$	Deslocamento do grau de liberdade $i$

$V$	Energia potencial total
$V_s$	Velocidade da onda de cisalhamento no solo
$V_x^f$	Esforço cortante na interface de contato fundação-solo na direção $x$
$V_y^f$	Esforço cortante na interface de contato fundação-solo na direção $y$
$x_i$	Deslocamento do grau de liberdade $i$ na direção $x$
$x_i^t$	Deslocamento absoluto do grau de liberdade $i$ na direção $x$
$\dot{x}_i$	Velocidade do grau de liberdade $i$ na direção $x$
$\ddot{x}_i$	Aceleração do grau de liberdade $i$ na direção $x$
$\ddot{x}_g$	Histórico de acelerações do sismo na direção $x$
$X_i^m$	Posição em $x$ do centro de massa do grau de liberdade $i$
$X_{ij}^m$	Posição em $x$ no pavimento $i$ do centro de massa do diafragma $j$
$X_i^K$	Posição em $x$ do centro de rigidez do grau de liberdade $i$
$X_{ij}^K$	Posição em $x$ no pavimento $i$ do pilar $j$
$y_i$	Deslocamento do grau de liberdade $i$ na direção $y$
$\dot{y}_i$	Velocidade do grau de liberdade $i$ na direção $y$
$\ddot{y}_i$	Aceleração do grau de liberdade $i$ na direção $y$
$\ddot{y}_g$	Histórico de acelerações do sismo na direção $y$
$Y_i^m$	Posição em $y$ do centro de massa do grau de liberdade $i$
$Y_{ij}^m$	Posição em $y$ no pavimento $i$ do centro de massa do diafragma $j$
$Y_i^K$	Posição em $y$ do centro de rigidez do grau de liberdade $i$
$Y_{ij}^K$	Posição em $y$ no pavimento $i$ do pilar $j$
$z_i$	Deslocamento do atenuador $i$ na direção $z$
$Z$	Comprimento da câmara selada com gás
$\gamma_f$	Peso específico do líquido
$\alpha_j$	<i>Dynamic stiffness modifier</i>
$\alpha_{yy}$	Coefficiente adimensional para razão entre a rigidez da estrutura e do solo
$\beta$	Parâmetro de integração numérica do método de Newmark
$\beta_j$	Coefficiente de amortecimento por radiação de ondas
$\beta_x$	Coefficiente adimensional para a razão entre a rigidez da estrutura e do solo
$\gamma$	Parâmetro de integração numérica do método de Newmark
$\Delta$	Variação

$\varepsilon$	Coeficiente de rugosidade do tubo
$\theta_i$	Torção do grau de liberdade $i$ na direção $z$
$\lambda$	Razão da frequência de vibração do sistema sob base fixa e base flexível
$\mu$	Razão de massa entre o ACLP e a estrutura
$\nu$	Coeficiente de Poisson
$\xi$	Taxa de amortecimento estrutural
$\rho_f$	Massa específica do líquido
$\rho_s$	Massa específica do solo
$\varphi_{ij}$	Rotação na direção $i$ do grau de liberdade $j$
$\chi$	Razão entre comprimento horizontal e comprimento total do ACLP
$\omega$	Frequência natural de vibração do sistema sob base fixa
$\tilde{\omega}$	Frequência de vibração do sistema sob base flexível
$\Omega$	Razão entre a frequência natural de vibração do ACLP e da estrutura
$[c_A]$	Matriz de amortecimento do atenuador
$[c_E]$	Matriz de amortecimento da estrutura
$[c_S]$	Matriz de amortecimento do solo
$[m_A]$	Matriz de massa do atenuador
$[m_E]$	Matriz de massa da estrutura
$[m_S]$	Matriz de massa do solo
$[m_{AE}]$	Matriz de massa de acoplamento do atenuador-estrutura
$[m_{AS}]$	Matriz de massa de acoplamento do atenuador-solo
$[m_{ES}]$	Matriz de massa de acoplamento do estrutura-solo
$[k_A]$	Matriz de rigidez do atenuador
$[k_E]$	Matriz de rigidez da estrutura
$[k_S]$	Matriz de rigidez do solo
$\{P\}$	Vetor de forças externas
$\{P_A\}$	Vetor de forças externas aplicadas no atenuador
$\{P_E\}$	Vetor de forças externas aplicadas na estrutura
$\{P_S\}$	Vetor de forças externas aplicada no contato solo-fundação
$\{u_A\}$	Vetor de deslocamento da coluna de líquido pressurizada
$\{u_E\}$	Vetor de deslocamento da estrutura
$\{u_S\}$	Vetor de deslocamento no ponto de contato solo-fundação
$\{l\}$	Vetor de distribuição de forças externas gerada pelo sismo

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1. GENERALIDADES

O comportamento das últimas décadas apresentado pela população na busca de se estabelecer nos grandes centros urbanos, o qual apresentam elevada densidade populacional e escassez na oferta de terrenos, por consequência demandou da engenharia a necessidade de utilizar terrenos que apresentam baixa resistência mecânica para a construção civil. Assim, as edificações têm sido construídas sobre solos de baixa rigidez. Este cenário tem atraído a atenção de pesquisadores e de engenheiros, dado que a resposta da estrutura sob solo flexível é diferente da sua resposta sob base fixa, hipótese adotada em grande parte dos casos para a análise dinâmica de estruturas.

Ao considerar a rigidez do solo, a estrutura pode apresentar alterações na sua resposta dinâmica devido às características do solo. Os efeitos do acoplamento entre o solo e a estrutura podem apresentar grande influência nas grandezas envolvidas na análise estrutural, como: frequências naturais de vibração, deslocamentos e esforços. Este fenômeno complexo é denominado de interação dinâmica solo-estrutura.

Um dos aspectos principais da interação solo-estrutura (ISE) na análise dinâmica é a redução da frequência natural de vibração da estrutura. Para o caso de estruturas usuais da construção civil, que geralmente apresentam um baixo período natural e estão posicionados próximos a uma zona sensível do espectro de aceleração sísmica, tal alteração pode ocasionar no aumento da resposta dinâmica.

Para aprimorar a segurança e as condições de serviço de estruturas contra eventos naturais de grande intensidade existem variados tipos de dispositivos e de técnicas para o controle de vibrações. Métodos para aumentar a capacidade de dissipação de energia apresentam elevada eficácia em reduzir as amplitudes de oscilação. Diferentes mecanismos de controle têm sido utilizados. São classificados como: controle passivo, ativo, semiativo e híbrido.

O sistema de controle passivo dispensa a necessidade de fontes de energia externa. Dispositivos passivos geram forças desenvolvidas em resposta a vibração da estrutura criando um amortecimento adicional e aumentando a dissipação de energia do sistema. O Atenuador de Coluna Líquida Pressurizada (ACLPL) é um tipo de amortecedor passivo que

utiliza o deslocamento do líquido no interior de um tubo para absorver e dissipar a energia de vibração da estrutura.

O dimensionamento de dispositivos de controle requer informações precisa dos principais parâmetros dinâmicos da estrutura na qual é conectado. As condições do solo podem afetar consideravelmente a eficiência do funcionamento do amortecedor, uma vez a frequência natural, no qual o dispositivo é sintonizado, depende das condições locais do solo no qual a estrutura está situada.

## 1.2. JUSTIFICATIVA

Em geral, problemas associados à aplicação da ISE para edifícios são cercados de pouco entendimento dos seus princípios fundamentais por parte dos engenheiros. Tópicos de interação solo-estrutura usualmente não são ensinados em cursos de dinâmica das estruturas, assim para implementar a ISE o conhecimento deve ser desenvolvido a partir de uma literatura complexa (NIST, 2012). Códigos e normas, como por exemplo o FEMA 450 (2003), contém guias limitados acerca deste tema. Esta situação resulta em uma pequena aplicação da ISE na sua aplicação prática. Entretanto a resposta de uma estrutura sujeita a um abalo sísmico é afetada pela interação de três sistemas interligados: a estrutura, a fundação e o solo abaixo em que se apoia a fundação.

Boa parte da literatura na área da interação dinâmica solo-estrutura recai na utilização de métodos numéricos sofisticados para a solução do problema por meio da equação da onda em várias dimensões para formular soluções e expressar os resultados. A implementação destes métodos de fato é mais adequada para analisar o comportamento da fundação de estruturas de grande porte tais como barragem, usina de reator nuclear e túnel. Contudo, para o problema de interação solo-estrutura em edifícios quando o objetivo principal é analisar a resposta da estrutura, o emprego de modelos simplificados que representam o sistema de fundação em conjunto com o solo oferece bons resultados comprovados por medições em campo durante um evento sísmico, além de apresentar menor custo computacional na análise.

A consideração da interação solo-estrutura apresenta alterações na resposta dinâmica do edifício. Assim, este trabalho através de modelos simplificados apresentados por trabalhos anteriores contribui para esclarecer os efeitos e a importância da base flexível da estrutura e

apresenta o comportamento de vibração estrutural do edifício quando é considerado o fenômeno da interação dinâmica solo-estrutura.

Atualmente na engenharia civil, materiais leves e com alta resistência têm sido amplamente utilizados na construção de edifícios. Essas estruturas em geral possuem características de elevada flexibilidade e baixo amortecimento estrutural e conseqüentemente tornam-se suscetíveis a problemas de vibração, especialmente em casos de desastres naturais.

Para atenuar as amplitudes das oscilações indesejadas uma das soluções seria alterar as características geométricas ou físicas do sistema estrutural, o que nem sempre é fácil e pode ter alto custo. Outra saída é alterar as propriedades do sistema estrutural, como a massa e a rigidez, para afastar as frequências fundamentais da faixa de ressonância das forças dinâmicas, solução nem sempre possível. Assim, a utilização de dispositivos de dissipação ou atenuação da energia de vibração surge como alternativa.

Acerca do dispositivo de controle passivo, o atenuador de coluna líquida pressurizada é atrativo por causa da sua simplicidade, fácil aplicabilidade e eficiência em suprimir a vibração de estruturas da engenharia civil. O tema dá continuidade aos estudos desenvolvidos pelo Grupo de Dinâmica e Fluido-Estrutura como Pedroso (1992), Freitas (2017) e Lopes (2017).

O dimensionamento do dispositivo de controle requer informações precisas da estrutura a qual está acoplado. Portanto, caso a estrutura se encontre sob base flexível, os efeitos da ISE na edificação podem acarretar em um mal funcionamento do amortecedor.

### 1.3. OBJETIVOS

#### 1.3.1. Objetivo geral

Analisar numericamente os efeitos da interação solo-estrutura sobre o comportamento dinâmico de edificações e sobre a eficiência do atenuador de coluna líquida pressurizada na redução de vibrações do sistema (solo-estrutura-atenuador) durante a ocorrência de um evento sísmico.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Realizar um estudo com a variação de parâmetros geométricos e físicos do solo, da fundação e da estrutura para observar as mudanças causadas na resposta dinâmica da estrutura decorrente da interação inercial;
- Analisar a estrutura considerando os efeitos da interação solo-estrutura e avaliar as alterações na resposta dinâmica da estrutura em termos da frequência natural de vibração, de deslocamento e de acelerações da estrutura;
- A partir de um estudo paramétrico de múltiplos atenuadores de coluna líquida pressurizada (ACLP) determinar a quantidade ideal de atenuadores aliado a maior redução possível da resposta estrutural;
- Avaliar as alterações na resposta dinâmica da estrutura e na eficiência do atenuador da estrutura equipada com o ACLP considerando os efeitos da interação solo-estrutura;

### 1.4. METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho consiste inicialmente de uma procura por material bibliográfico correlato ao tema em estudo, buscando uma abordagem sobre a análise dinâmica de estruturas sob efeitos da interação solo-estrutura e com a utilização de atenuadores de coluna líquida para controle de vibração. Para a solução do problema serão estudadas, reunidas da literatura e apresentadas nesta dissertação a formulação das equações de equilíbrio de força para os sistemas analisado.

Por intermédio do MATLAB (*MathWorks*) será implementada uma rotina computacional através da formulação do modelo matemático do sistema solo-estrutura-atenuador utilizando o Modelo Simplificado para a interação solo-estrutura e as equações do movimento da coluna líquida pressurizada.

Inicialmente é estudada a influência da interação solo-estrutura em sistemas bidimensionais (Figura 1.1). Primeiro é avaliada a alteração na frequência fundamental de um sistema de um grau de liberdade considerando a fundação sem massa. Em seguida para validar a rotina computacional elaborada para o sistema 2D são comparados os resultados obtidos para o modelo estrutural utilizado por Farshidianfar e Soheili (2013) apud Liu et al. (2008). Após

validar os resultados para a ISE é observado o controle de vibrações pelos múltiplos ACLP neste mesmo exemplo de estrutura e de solos.

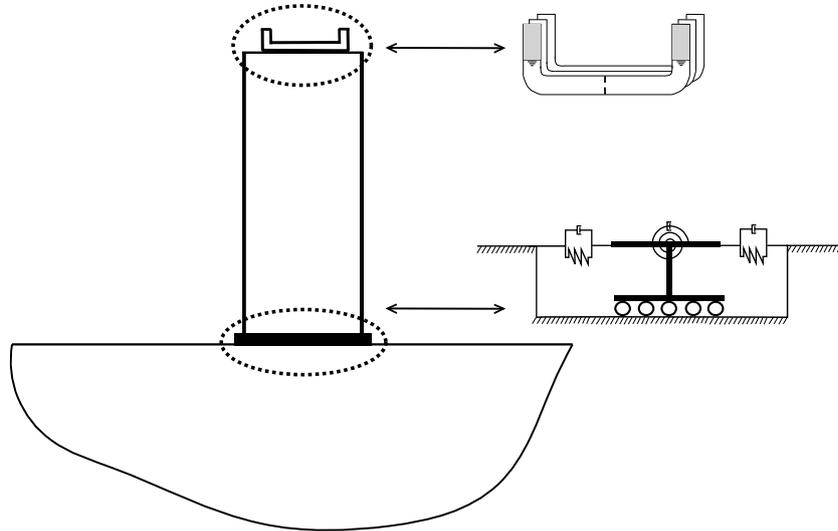


Figura 1.1 - Sistemas dinâmicos bidimensionais analisados

Após essa etapa, são avaliadas a influência da interação solo-estrutura na resposta dinâmica da estrutura tridimensional devido a flexibilidade do solo, a rigidez da estrutura, a quantidade de pavimentos e a quantidade de vãos. Grandezas como a frequência fundamental, os deslocamentos e as acelerações no topo da estrutura são os parâmetros dinâmicos utilizados para verificar as alterações da resposta estrutural.

Posteriormente, a estrutura é modelada com a presença de múltiplos atenuadores de coluna líquida pressurizada em direções perpendiculares. Primeiro, é realizada análise numérica do desempenho do dispositivo de controle na redução de amplitudes do deslocamento da estrutura sob base fixa aliado à variação da quantidade de atenuadores empregados. Por fim, são considerados os efeitos da interação solo-estrutura e verifica-se a atenuação da resposta dinâmica da estrutura e a eficiência do dispositivo sob excitação sísmica. A Figura 1.2 apresenta o sistema tridimensional analisado.

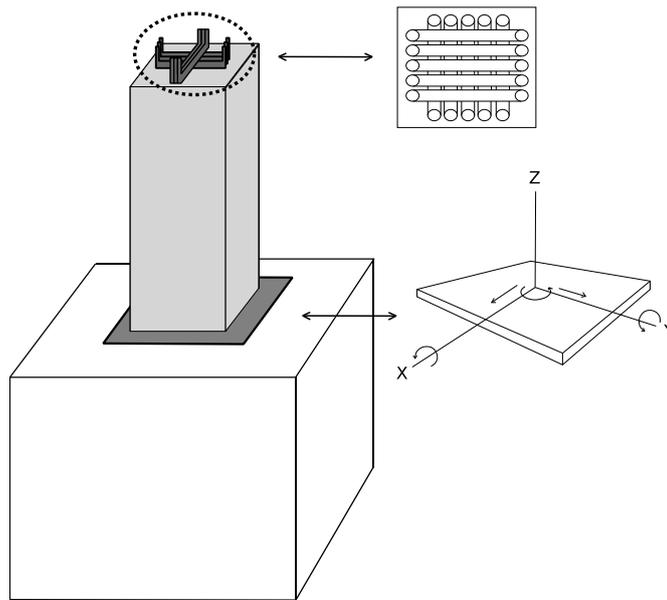


Figura 1.2 - Sistemas dinâmicos tridimensionais analisados

### 1.5. ABRANGÊNCIA E LIMITAÇÕES

Neste trabalho o modelo matemático idealizado para a análise dinâmica com interação solo-estrutura para edifícios se limita ao regime elástico dos materiais. Os materiais da estrutura e do solo são considerados homogêneos e isotrópicos.

A estrutura é representada por diafragmas, considerados rígidos no plano normal à sua superfície, e por pilares, no qual se desconsidera a sua massa, a sua deformação axial e a sua rotação. O movimento da estrutura é localizado no centro de massa do pavimento e é definido por: deslocamentos em  $x$  e  $y$  e torção em relação ao eixo vertical.

O solo no Modelo Simplificado é representado através das funções de impedância independentes da frequência. Para o solo é adotada a hipótese de um perfil uniforme para determinar os coeficientes de amortecimento e de flexibilidade utilizados na ISE para a zona de contato entre solo-fundação. A fundação superficial é considerada quadrada e com comportamento físico de um corpo rígido e indeformável. Na análise dinâmica com interação solo-estrutura são considerados apenas os efeitos de interação inercial, enquanto que a interação cinemática e a flexibilidade da fundação são desprezadas.

Para o Atenuador de Coluna Líquida Pressurizado o fluido é considerado incompressível. O seu coeficiente de amortecimento é função da magnitude da velocidade, ou seja, tem-se uma relação não linear. É considerando um pequeno intervalo de tempo para determinar de forma

aproximada o termo de amortecimento do atenuador a partir da velocidade absoluta computada no passo anterior.

## 1.6. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação é dividida em seis capítulos, incluindo este capítulo de introdução ao trabalho, e mais anexo.

O capítulo 2 traz uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos clássicos e de trabalhos recentes que foram utilizados como referência para o desenvolvimento dessa pesquisa. São expostos conceitos importantes para o estudo sobre a dinâmica com interação solo-estrutura e da utilização do atenuador de coluna líquida pressurizada para o controle de vibrações.

O capítulo 3 apresenta a fundamentação teórica e a formulação matemática dos modelos numérica adotados para os problemas dinâmicos de ISE e para a formulação do movimento do dispositivo atenuador.

Os aspectos computacionais adotados para a análise dinâmica dos modelos no domínio do tempo são apresentados no capítulo 4. É apresentado o Método de Newmark, método de integração numérica no domínio do tempo utilizado para determinar a solução numérica dos modelos simplificados e, também, é exposto o modelo numérico simulado no SAP2000 adotado para a solução do problema estrutura para através do modelo de elementos finitos validar a rotina computacional para o sistema tridimensional.

No capítulo 5 inicialmente são apresentados os resultados das análises numéricas realizadas pela rotina computacional desenvolvida no MATLAB. Inicialmente, é avaliada a influência da ISE a partir da variação de parâmetros da estrutura e do solo. Após analisar os efeitos da interação, é estudado o atenuador e sua eficiência no sistema com interação solo-estrutura-atenuador.

No capítulo 6 são apontadas as principais conclusões da pesquisa e as sugestões para continuação e aprofundamento para futuros trabalhos.

Anexo A reúne as fórmulas adotadas durante o trabalho para determinar os coeficientes de amortecimento e rigidez relativos à interface de contato solo-fundação.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentado brevemente o desenvolvimento inicial da dinâmica com interação solo-estrutura. Primeiro são destacados os autores pioneiros que deram início a pesquisa do tema na área dinâmica e são abordados os diferentes métodos dinâmicos de aplicação da ISE. Em seguida são mostrados estudos atuais envolvendo a aplicação do fenômeno. Posteriormente, dentro do tópico de controle de vibrações são destacados os trabalhos relacionadas a atenuadores de coluna líquida.

### 2.1. INTERAÇÃO DINÂMICA SOLO-ESTRUTURA EM EDIFÍCIOS

Durante décadas o estudo da interação entre o solo e a estrutura era realizada apenas a análise da estrutura com a influência da flexibilidade do solo. O objeto principal do estudo dinâmico era direcionado para as fundações de máquinas. Era empregada uma análise quase-estática a partir das soluções estáticas para viga e placa sob base elástica.

Eric Max Reiner é citado por Kausel (2010); Tyapin (2012); Roesset (2013) como o responsável por iniciar os estudos dinâmicos da interação solo-estrutura. A partir da comparação de amostras de laboratórios e dados de campo notou a diferença do amortecimento medido para superfícies rígidas circulares. Além do amortecimento do material, é verificada a contribuição para o amortecimento do sistema pela dissipação de energia durante a propagação de ondas no meio. Inicialmente, para estudar os efeitos da interação dinâmica solo-estrutura o autor assume hipóteses simplificadoras para as propriedades complexas do material do solo e para a geometria da fundação da edificação. O solo é idealizado como linear, isotrópico e semi-espaco elástico. As propriedades dinâmicas do semi-espaco são representadas por funções de impedância dependentes da frequência que representam a flexibilidade e o amortecimento do solo. A fundação da estrutura é simplificada pela hipótese de que a interface solo-estrutura está na superfície do solo e de que a seção da área de contato pode ser representada por uma seção circular.

Entretanto, segundo Tyapin (2012) somente nas décadas de 60 e 70 houve avanço nessa área de estudo. O interesse surge na aplicação da análise sísmica direcionada para o dimensionamento de estruturas de grande porte, como barragens e reatores nucleares, estimulado pela necessidade de garantir maior segurança as estas estruturas durante o evento de terremotos. Além deste fator, nesta época tem-se em conjunto o desenvolvimento de

computadores poderosos e dos métodos de análise garantindo enorme progresso das pesquisas na interação dinâmica com efeitos da interação solo-estrutura.

Os métodos de análise dinâmica com ISE inicialmente desenvolvidos são classificados em Métodos Direto e Métodos da Subestrutura. Posteriormente, em meados e final da década de 80 são desenvolvidos modelos físicos simplificados para representar o fenômeno.

No Método Direto o solo e a estrutura são modelados em conjunto utilizando métodos numéricos, geralmente pelo Método dos Elementos Finitos, e a análise é realizada em uma única etapa. Os trabalhos iniciais deste método destacam-se Lysmer e Kuhlemeyer (1969), Wass (1972), Kuhlemeyer e Lysmer (1973) e Lysmer et al. (1975). A solução completa apresenta a possibilidade de conduzir uma análise não linear no domínio do tempo. Também, permite simular um modelo tridimensional detalhado do solo e da estrutura, as relações constitutivas não lineares apropriadas de material e a consideração de todos os tipos de onda. Propriedades específicas são aplicadas aos limites da malha do solo. O limite inferior é considerado apoiado sob rocha e nos limites laterais são modelados elementos de transmissão (*transmitting boundaries*). A entrada de dados de deslocamento do solo é aplicada na base do modelo do solo.

Em contrapartida ao Método Direto foi desenvolvido o Método da Subestrutura. Este método apresenta um menor custo computacional e resolve o problema dinâmico através de formulações analíticas. A análise é dividida em três etapas: determinar o deslocamento ao nível da interface de contato entre solo e fundação, determinar a flexibilidade e o amortecimento da fundação e do solo através das funções de impedância e, por fim, analisar o sistema solo-fundação-estrutura sujeito ao deslocamento da primeira etapa.

As duas etapas iniciais do método são classificadas por Whitman (1970) como interação inercial e interação cinemática. Na interação cinemática, a superestrutura e a fundação tem suas massas desconsideradas e a alteração no movimento do solo é causado pela diferença de rigidez do solo e da fundação e, também, pela dispersão de ondas nos elementos da fundação. Este dado de deslocamento é então utilizado para a análise da interação inercial, que se refere aos deslocamentos e rotações ao nível da fundação de uma estrutura que resultam das forças de inércia na base como esforço cortante e momento.

Nos trabalhos clássicos de Parmelee (1967), Luco e Westmann (1971), Jennings e Bielak (1973), Veletsos e Meek (1974), Novak (1974), Chopra e Gutierrez (1974), Veletsos e Nair

(1975), são avaliados os efeitos da interação inercial em modelos estruturais simples do tipo *shear building* e verifica-se o aumento do período natural da estrutura e a alteração do amortecimento da sistema solo-estrutura. São adotadas hipóteses iguais as adotadas por Reissner para o solo e para a fundação.

Já nas pesquisas realizadas por Beredugo e Novak (1972), Gutierrez e Chopra (1978), Áviles e Perez-Rocha (1998), Mylonakis et al. (2006) a fundação é considerada abaixo da superfície do solo, assim os deslocamentos ao nível da fundação são alterados e é considerada a Interação Cinemática. Estes estudos demonstram que fundações rígidas quando embutidas no solo é uma das características da interação solo-estrutura que mais afeta a resposta dinâmica do sistema acoplado.

Outro foco de estudo da ISE dinâmica é a consequência no comportamento do sistema causada pela presença da fundação profunda no solo, como estacas por exemplo. Blaney et al. (1976), Kanya e Kausel (1982), Novak e Sharnouby (1984) e recentemente Medina et al. (2013) estudaram os efeitos de grupos de pilares na análise dinâmica com interação solo-estrutura.

Apesar do Método da Subestrutura representar com boa eficiência o fenômeno da interação solo-estrutura este método apresenta algumas limitações. Os coeficientes de impedância do sistema solo-fundação são dependentes da frequência de excitação. Segundo, a análise dinâmica com interação solo-estrutura é calculada no domínio da frequência, sendo preciso calcular a Transformada de Fourier inversa para obter a resposta no domínio do tempo. Ainda, o método é baseado na superposição dos efeitos da interação entre o solo e a estrutura, portanto, se limita a sistemas lineares.

Como opção para análise no domínio do tempo e para a análise não linear surge a concepção de Modelos Simplificados divididos entre o Modelo de Cone proposto por Wolf (1985) e explorado em Wolf (1988) e o Modelo de Parâmetros Concentrados (*Lumped Parameter Models*) apresentado por Dobry e Gazetas (1986).

A partir destes métodos iniciais citados acima tem sido desenvolvido inúmeros trabalhos de análise dinâmica com interação solo-estrutura buscando-se avaliar a influência da base flexível na resposta da estrutura.

Bhattacharya et al. (2004) investigam os efeitos da interação solo-estrutura no período natural lateral, esforço cortante na base e na razão do período torsional-lateral para estruturas

reticuladas com fundação rasa do tipo radier sob base flexível modelado por funções de impedância independentes da frequência. Para o fenômeno são avaliadas a influência de parâmetros como: solo de diferentes características; quantidade de pavimentos; quantidade de prumadas; razão da rigidez flexional dos pilares para as vigas; frequência de excitação sísmica. Dentre os resultados obtidos, vale destacar que a rigidez lateral total de qualquer edificação decresce devido à compressibilidade do solo. Isto leva à um aumento subsequente do período do sistema estrutural. A resposta sísmica lateral pode apresentar um aumento do esforço cortante na base da estrutura, como consequência da variação do período natural da estrutura sendo deslocado para uma zona de frequência do sismo em que se tenha os picos de aceleração do sinal. Os autores concluem que na análise sísmica os efeitos da interação solo-estrutura apresentam características importantes para se realizar o dimensionamento da estrutura.

Nakhaei e Ghannad (2007) avaliaram através de um estudo paramétrico os efeitos da interação solo-estrutura quando são avaliados os danos causados pela ação sísmica em edificações. Para modelar o solo em que se encontra a estrutura é considerada a hipótese do semi-espaço elástico homogêneo e o sistema solo-fundação é representado por modelos simplificados através do Modelo de Cone. Verifica-se que o modelo convencional da estrutura com base fixa subestima os danos sofridos pela edificação. Ainda, é observado que a ISE no geral apresenta um aumento no índice de dano, especificamente estruturas localizadas sob solos de baixa rigidez.

Moghaddasi et al. (2011) afirmaram que o comportamento do sistemas solo-fundação-estrutura é complexo, porque envolve incertezas inerentes as propriedades do sistema, o comportamento não linear da superestrutura e as características do sismo. Portanto, existe uma dificuldade em definir os efeitos da interação entre o solo e a estrutura. Assim, para investigar os efeitos desta interação sob a resposta dinâmica da estrutura os autores realizam uma análise probabilística a partir dos resultados obtidos por uma simulação robusta pelo Método de Monte Carlo. São gerados modelos aleatórios representativos do sistema e terremotos com diferentes características. A estrutura complexa é representada por um oscilador de um grau de liberdade com parâmetros, como massa efetiva, rigidez equivalente, associados ao modo fundamental de vibração da estrutura de múltiplos graus de liberdade. Para o sistema solo-fundação é utilizado o Modelo de Cone com coeficientes independentes da frequência. Os resultados obtidos através de 4 milhões de simulações no domínio do tempo para 40 tipos de terremotos demonstram que existe uma amplificação dos

deslocamentos da estrutura quando considerada ISE e que são mais significativos quando se considera o comportamento não linear da superestrutura.

Ganjavi e Hao (2012) a partir de padrões de carregamento propostos para estruturas sob base fixa por normas e outros pesquisadores e estabelecendo como critério o dano ao longo da altura da superestrutura investigaram o comportamento ótimo de sistemas estruturais com efeitos da interação solo-estrutura. O sistema é representado por modelos de *shear building* de múltiplos pavimentos e o solo é representado pelo Modelo de Cone. Para os sistemas com ISE de período inferior a um segundo, ainda é possível atingir o comportamento ótimo da estrutura utilizando os carregamentos já desenvolvidos. Entretanto, há uma perda de eficiência na otimização quando são considerados sistemas com solos de baixa rigidez que causam o aumento do período sistema. Assim, através de um algoritmo para o dimensionamento ótimo de sistemas solo-estrutura elásticos os autores propõem uma formulação específica de carregamento padrão. Utilizando o carregamento proposto no trabalho as estruturas são dimensionadas com até 40% a menos do peso.

Halkude et al. (2014) verifica que o método convencional para se dimensionar a fundação rasa a flexibilidade do solo é ignorada, a qual pode afetar a performance da estrutura. Assim, os autores através do modelo de molas e pelo Método dos Elementos Finitos para modelar o meio elástico contínuo avaliam os efeitos da flexibilidade do solo na resposta dinâmica da superestrutura. Através da análise de parâmetros dinâmicos da estrutura como o período lateral natural, dos deslocamentos do topo, do esforço cortante na base, momento das vigas e dos pilares são observadas variações significativas na resposta da superestrutura. Pelos resultados obtidos, é possível observar a tendência de uma maior variação da resposta quando se reduz a resistência do solo.

Tomeo et al. (2017) analisaram a influência da ISE no comportamento sísmico de pórticos planos de concreto armado dimensionados ou não de acordo com a norma italiana. Através da análise dinâmica não linear da superestrutura pelo Método Direto e por Modelos Simplificados avaliam a ação sísmica em termos do esforço máximo na base e a razão de deslocamento máximo entre pavimentos. O estudo demonstra que baseado no método adotado para a modelagem os efeitos da interação solo-estrutura afetam com diferente magnitude a resposta estrutural em comparação com o modelo de base fixa. As alterações do modelo simplificado são inferiores a aquelas previstas pelo modelo pelo Método dos

Elementos Finitos. Os autores afirmam que essa diferença se deve a forma como é feita a caracterização do amortecimento do sistema entre os diferentes modelos.

As soluções analíticas para os problemas de interação dinâmica solo-estrutura são bem estabelecidos, mas se aplicam apenas para condições idealizadas. Assim, alguns autores focam a sua pesquisa na aplicabilidade destes métodos para condições realísticas. Seja utilizando dados de edificações reais obtidos em campo ou por testes de modelos simplificados para melhor compreenderem aspectos ainda pouco esclarecidos.

Tileylioglu (2007) buscaram avaliar os efeitos sísmicos da interação solo-estrutura em prédios com níveis abaixo da superfície do solo e também através de testes experimentais verificar as funções analíticas propostas pela literatura quando são consideradas condições reais do solo. Através de dados coletados de edifícios durante o terremoto avalia diferentes modelos utilizado na prática da engenharia para simular numericamente o edifício com pavimentos abaixo do terreno. O autor propõe um modelo ideal que apresenta os resultados mais próximos aos dados coletados e verifica que a consideração apropriada da deformação do sistema solo-fundação tem um impacto significativo nos deslocamentos entre pavimentos ao longo da altura da estrutura. Por fim, analisa a formulação proposta analiticamente em que no caso de baixas frequências de excitação as funções de impedância apresentam resultados próximos aos experimentais, mas ao se aumentar a frequência nos testes os resultados diferem.

Givens (2013) utilizou dados de performance de edifícios obtidos em campo para melhor compreender e representar os fenômenos da interação cinemática nos deslocamentos do solo em relação a fundação e o amortecimento do solo obtido para uma ampla faixa de frequência e de diferentes níveis de carregamento. A partir dos fundamentos básicos do Método da Subestrutura para simular os efeitos da ISE por meio das funções de impedância o autor desenvolve novas relações que consideram situações reais para o problema, como a flexibilidade da fundação, a profundidade da fundação e a não linearidade do solo. O autor para simular analisar numericamente os efeitos da interação segue o padrão dos modelos utilizados por Tileylioglu (2007). Comparando os resultados experimentais e numéricos é verificado que o modelo de base fixa apresenta resultados pobres, enquanto que o modelo *bathtub* apresenta valores próximos aos dados de campo. Este modelo considera a variação da interação cinemática de acordo com a profundidade, a flexibilidade da fundação e molas e amortecimento para representar o solo.

A partir do estudo inicial por um modelo numérico Torabi e Rayhani (2014) realizam análises experimentais para avaliar e comparar os efeitos da ISE nas respostas estruturais geradas por sismos em regiões de solos com baixa resistência, caso de argila mole. Para avaliar a resposta não linear do sistema acoplada no modelo numérico da estrutura é considerado um oscilador linear de um grau de liberdade e para o comportamento do solo é utilizado o modelo constitutivo não linear elastoplástico. Os resultados obtidos a partir de um estudo paramétrico evidenciam que estruturas rígidas são altamente suscetíveis aos efeitos da ISE que incluem a alteração da frequência natural, rotação da fundação e aumento significativo do esforço cortante na base. Entre os parâmetros analisados os autores destacam a razão de rigidez fundação-solo como fator crucial que controla a performance do sistema acoplado.

Zhang et al. (2017) investigaram as características de amortecimento do sistema ISE através de testes de modelos reduzidos em mesa vibratória. Os autores observaram que para pequenas magnitudes de vibração a frequência natural e os modos de vibração apresentaram consistência, que a vibração na interface entre o solo e a estrutura são coordenados e que a razão de amortecimento modal se torna igual entre os diferentes materiais. Assim, o sistema ISE demonstrou características de amortecimento clássico para vibrações de pequena magnitude e, portanto, para análise dinâmica o sistema pode ser considerado como um sistema com amortecimento clássico.

## 2.2. ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÃO ESTRUTURAL

O controle de vibrações de estruturas civis como prédios, torres e pontes é aplicado para a prevenção de danos estruturais através de dispositivos de controle. Inúmeros tecnologias de controle têm sido desenvolvidas e estudadas para garantir a segurança estrutural quando ocorrem grandes amplitudes de vibração devido à ação sísmica ou à ação do vento. Os dispositivos são projetados para amortecer, isolar e atuar sobre vibrações indesejadas para garantir o uso da estrutura dentro das condições limite e das condições de uso previstas. Os sistemas podem ser classificados entre: sistema passivo; sistema ativo; sistema semiativo; sistema híbrido.

Os dispositivos passivos atuam na estrutura sem a necessidade do suprimento de energia externa para o seu funcionamento. Este tipo de atenuador tem como objetivo a dissipação de energia da estrutura ao qual está acoplado absorvendo parte da energia produzida na estrutura

durante a sua oscilação. A energia é dissipada pelo movimento relativo do atenuador em relação ao movimento da estrutura. Na Tabela 2.1 são destacados alguns dos mais relevantes métodos de controle passivo e o seu funcionamento para dissipar a energia de vibração da estrutura.

Tabela 2.1 - Métodos de controle passivo e o seu funcionamento

Sistema de Controle Passivo	Funcionamento
<i>Tuned Mass Dampers (TMD)</i>	Massa acoplada à estrutura por um sistema mola-amortecedor, em que a energia de vibração da estrutura é dissipada pelo amortecimento do sistema de controle.
<i>Tuned Liquid Dampers (TLD)</i>	Funcionamento semelhante ao <i>TMD</i> , mas a massa é substituída por líquido. A dissipação de energia do atenuador é feita através de orifícios, para o caso de colunas, ou por telas, para o caso de utilização de tanques.
<i>Metallic Yield Dampers</i>	Dissipação de energia através da deformação inelástica de metais (escoamento).
<i>Friction Dampers</i>	Mecanismo de fricção desenvolvido pelo movimento relativo entre dois sólidos causa a dissipação de energia.
<i>Viscoelastic Dampers</i>	Energia de vibração dissipada pela deformação de cisalhamento do dispositivo.
<i>Viscous Fluid Dampers</i>	Pistão com fluido no seu interior. A vibração da estrutura gera o movimento do pistão que pressiona o fluido viscoso no seu interior por orifícios, produzindo a dissipação de energia do sistema.
<i>Base Isolation</i>	Dispositivos flexíveis posicionados entre a superestrutura e a fundação para reduzir a propagação de ondas na estrutura geradas pelo sismo.

O *TMD* e o *TLD* são sistemas de controle que se caracterizam basicamente por um sistema massa-mola acoplado à estrutura e que possuem uma fonte de dissipação de energia. Estes dispositivos são projetados para oscilar na mesma frequência da estrutura, mas com uma defasagem e assim produzindo uma força de inércia no sentido oposto ao movimento de vibração da estrutura.

Outra característica importante destes modelos de dispositivos é de que são dimensionados para funcionarem sintonizados à frequência da estrutura, em geral à frequência fundamental. Contudo, conforme ressalta Thenozhi e Yu (2013) esta condição representa uma deficiência do sistema, pois para o comportamento não-linear da estrutura existe a alteração da sua frequência e para o caso de terremotos, em que a excitação possui uma faixa de frequência.

Assim para atingir uma maior eficiência de performance podem ser utilizados sistemas de controle ativo. Este sistema dispõe de sensores que avaliam o sinal da excitação e da estrutura e de atuadores para controlar as vibrações. O princípio de funcionamento se baseia na resposta estrutural avaliada por um algoritmo que gera um sinal contrário para atenuar a vibração. A partir do sinal de controle, atuadores posicionados em pontos determinados da estrutura introduzem uma resposta secundária com o objetivo de reduzir a amplitude de vibração estrutural. Presume-se que os atuadores ideais possuem a condição de imprimir uma força precisa e instantânea controlada por um algoritmo.

Essa classe de dispositivos apresenta alta eficiência em reduzir a resposta estrutural induzida por sismos de grandes magnitudes. Entretanto, estes dispositivos ativos demandam uma elevada quantidade de energia para o seu funcionamento e apresentam o agravante de que para o caso de falha do fornecimento de energia durante um evento extremo o sistema de controle se torna inativo. Assim, conforme Pestana (2012) ressalta que a aplicação deste tipo de controle deriva em grande parte da prática local da engenharia. Por exemplo, é possível observar pelo estudo produzido por Soong e Spencer (2003) que nos Estados Unidos tal método é aplicado apenas uma ponte, enquanto que em países asiáticos como o Japão e Taiwan tal tecnologia tem ampla aplicação. Ainda existem alguns desafios a serem superados por pesquisadores e engenheiros para estes dispositivos associados à necessidade de grandes quantidades de energia e ao seu custo.

Como alternativa tem sido empregado dispositivos de controle semiativo que precisam de uma pequena quantidade energia para a sua operação e, segundo, utilizam o movimento da estrutura para desenvolver a força de controle.

O sistema de controle por dispositivos semiativos representa uma combinação das melhores características do controle passivo e do controle ativo. Dispensam a quantidade elevada de energia necessária para o seu funcionamento, quando comparada ao dispositivo ativo, e podem operar pela energia fornecida apenas por uma bateria Spencer e Nagarajaiah (2013). O sistema semiativo não introduz energia mecânica ao sistema, mas pode ter suas características controladas para se atingir padrões ótimos de funcionamento que o aproximem da eficiência atingida por dispositivos ativos.

Outra opção de método de controle, denominado sistema de controle híbrido, é a utilização conjunta de dispositivos passivos e de dispositivos ativos. Para superar a solução

semiativa, que apresenta a incapacidade para responder a cargas aplicadas repentinamente, tem havido especial interesse no estudo e desenvolvimento deste tipo de sistemas.

### 2.2.1. Atenuadores de coluna líquida

Na atualidade, inúmeros tipos de sistema de controle têm sido aplicados como solução para suprimir a resposta de estruturas sujeita a cargas dinâmicas como o vento, terremotos e ondas. O amortecimento é um dos parâmetros estruturais com maior importância na resposta dinâmica da estrutura durante eventos extremos.

A concepção de um sistema passivo de atenuação pode envolver características mecânicas das mais variadas possíveis, mas sempre buscando através de suas propriedades dinâmicas e do próprio movimento da estrutura, gerar forças de controle passivo que resultem na atenuação da amplitude da vibração da estrutura.

Balendra et al. (1995) estuda a eficiência dos Atenuadores de Coluna Líquida (ACL) em controlar as vibrações induzidas pelo vento. Os autores direcionam a pesquisa para avaliar a influência no movimento do líquido causado pela restrição no interior do tubo em forma de orifício e determinar os efeitos da variação da dimensão do orifício a partir de um coeficiente de amortecimento. Ressalta-se que independentemente das características próprias da estrutura, a mesma variação na redução dos deslocamentos e da aceleração do sistema pode ser alcançada com a seleção apropriada da abertura da restrição no atenuador.

Gao e Kwok (1997) buscam otimizar as dimensões do atenuador, como as relações entre de comprimento do trecho horizontal e tamanho do diâmetro do trecho vertical e, também, a razão da abertura do orifício para atingirem a maior redução possível da resposta dinâmica da estrutura. É observado que o atenuador com maior relação entre o trecho horizontal e o comprimento total apresenta maior mitigação da resposta com um pequeno aumento da amplitude do movimento do líquido. Isso se deve ao fato de que a massa horizontal é a massa que efetivamente atua na estrutura, portanto quanto maior essa relação maior a eficiência no controle da vibração estrutural. Na análise da performance do ACL para determinar o valor ótimo da abertura do orifício é verificada a dependência quanto ao tipo e intensidade de excitação introduzida ao sistema.

Posteriormente a este trabalho, Gao et al. (1999) procedem com estudo para comparar a utilização de Múltiplos Atenuadores de Coluna Líquida (MACL) com a utilização de um único ACL para minimizar a resposta máxima da estrutura sob excitação harmônica. Constata-se que com aumento da quantidade de atenuadores no sistema tem-se maior eficiência no controle, entretanto a partir de uma quantidade específica de atenuadores não há alterações significativas. Também é avaliada a sensibilidade do atenuador em relação a razão da frequência da estrutura e da excitação sendo concluído que a instalação de MACL confere maior robustez aos sistemas, uma vez que se tem a possibilidade sintonizar os diferentes atenuadores ao longo de uma determinada faixa de frequência.

Sousa (2003) compara a eficiência entre diferentes tipos de atenuadores que se utilizam do líquido para dissipar a energia de vibração da estrutura. Este tipo de atenuadores apresentam boa eficiência em reduzir as oscilações horizontais de estrutura sujeitas a ações dinâmicas e para o caso específico da excitação em ressonância a eficiência aumenta. Os resultados apresentados para o Atenuador de Coluna Líquida são próximos aos outros atenuadores líquidos, mas com a vantagem de ser preciso empregar uma menor quantidade de massa, possuir comportamento mais estável, ter um menor tempo de reação e oferecer maior flexibilidade de dimensionamento para o projetista.

Shum e Xu (2004) investigam a performance de Múltiplos Atenuadores de Coluna Líquida na mitigação da vibração lateral e torsional de uma ponte com seção transversal com simetria no eixo vertical, mas com posições diferentes para o centro elástico e para o centro de massa da seção. Os autores verificam que para atingir a máxima redução da resposta em deslocamentos, a razão entre o trecho horizontal e o comprimento total do dispositivo deva ser a maior possível. Também, ressaltam que a relação direta entre os valores ótimos para o valor de perda de carga e para a sintonização da frequência do atenuador para atingir uma maior redução dos deslocamentos laterais e torcionais da estrutura.

Min et al. (2005) utilizam um modelo *benchmark* para analisam a eficiência ACL em controlar as respostas induzidas pelo vento. A robustez conferida ao sistema pela adição de múltiplos atenuadores é investigada, assim como os efeitos da razão de massa, da quantidade de dispositivos, a frequência de funcionamento do atenuador e a faixa de frequência de atuação dos múltiplos atenuadores. Verifica-se que para um processo aleatório estacionário e para este modelo estrutural, a sintonização dos múltiplos atenuadores na mesma frequência é mais efetiva do que sintonizar cada atenuador em uma frequência referente aos diferentes

modos de vibração estrutural. Considerando incertezas à estrutura são comparados a eficiência do ACL e dos MACL. Quando é possível determinar precisamente a rigidez do modelo os dispositivos apresentam performances semelhantes, porém quando são supostas incertezas a possibilidade de sintonização dos múltiplos atenuadores dentro de uma faixa de frequência confere a estes uma melhor eficiência.

Hochrainer e Ziegler (2006) estudam a incorporação de uma câmara fechada com gás pressurizado aos extremos da tubulação do Atenuador de Coluna Líquida. Os autores ressaltam que a adição deste mecanismo provoca o aumento da performance do atenuador quando comparado ao ACL clássico, enquanto são mantidas as suas principais qualidades. Os autores propõem um controle ativo na câmara pressurizada, para o controle com maior precisão para mitigar os picos de vibração durante a resposta transiente. É ressaltado também que o ACLP é uma alternativa promissora dentre as opções de dispositivos de controle, além de representar uma tecnologia de fácil instalação e baixo custo.

Shum et al. (2008) em um estudo de caso de uma ponte sob ação do vento exploram as possibilidades geradas pela utilização de múltiplos atenuadores de coluna líquida pressurizada para controlar a resposta lateral e torsional da estrutura. A presença das câmaras pressurizadas permite o ajuste e sintonização dos atenuadores à frequência desejada ser realizada com menor esforço, uma vez que não se fica tributário apenas das dimensões do atenuador, mas também da pressão do gás adicionado. A ponte analisada tem a sua resposta lateral dominada pelos seus cinco primeiros modos laterais, enquanto a resposta torsional é dominada apenas pelo seu primeiro modo de torção. Assim, em pontos específicos da estrutura são instalados múltiplos atenuadores sintonizados nestas frequências. A partir do estudo paramétrico (distribuição de massa líquida, coeficiente de perda de carga, razão de frequência sintonizada) concluem que resposta dinâmica lateral e torsional podem ser efetivamente reduzidas a partir da seleção dos parâmetros apropriados.

Lee et al. (2011) introduzem um novo modelo de atenuador líquido. Um único dispositivo que combina o Atenuador de Coluna Líquida com o Atenuador de Líquido Sintonizado. Em uma direção o sistema de controle se comporta como o ACL e na direção perpendicular funciona como ALS. A partir deste modelo os autores analisam experimentalmente e numericamente os efeitos do acoplamento destes dois modelos em um único dispositivo na mitigação da vibração da estrutura submetida à excitação do tipo ruído branco. Dois modelos deste dispositivo são avaliados, onde para o primeiro modelo é adotada a mesma frequência

de funcionamento para as diferentes direções e para o segundo modelo o ALS apresenta maior extensão e frequência diferente do ACL. Os dispositivos são posicionados em relação ao carregamento em ângulos de 0° (funciona como ACL), 30°, 45°, 60° e 90° (funciona como ALS) para avaliar a razão de amortecimento a perda de carga do atenuador de coluna líquida e razão de massa. A resposta dinâmica da estrutura indica que para os ângulos de 0° e 90° o funcionamento do dispositivo equivale ao funcionamento individual do ACL e ao funcionamento individual do ALS, respectivamente. Entretanto, a resposta a 0° em que o atenuador opera como o ACL apresenta maior perda de carga e taxa de amortecimento para o segundo modelo em que parte do ALS apresenta maior comprimento horizontal. Para os demais ângulos o comportamento dos dois modelos é similar para a parte correspondente ao ACL.

Chakraborty et al. (2012) buscam otimizar os parâmetros do atenuador para minimizar os efeitos de vibração da estrutura a partir da limitação de deslocamento da coluna líquida. Este dimensionamento do atenuador visa assegurar a máxima performance do controle da estrutura e simultaneamente coloca em evidência a importância em restringir o deslocamento excessivo do líquido no trecho vertical do atenuador. O foco da análise numérica é direcionado para os efeitos da imposição do critério de restrição sobre os parâmetros ótimos do atenuador e sob a sua eficiência na redução de vibração sísmica em comparação com o dimensionamento usual em que não são preponderantes as condições ótimas de restrição de deslocamento. Para os parâmetros tradicionais de análise do ACL, como razão de massa, frequência do atenuador, coeficiente de perda de carga a restrição ao deslocamento vertical do líquido apresenta grande influência nos resultados. A maior redução na resposta da estrutura é obtida com a maior restrição adotada entre as análises.

Pestana (2012) a partir de um exemplo experimental avalia a eficiência do sistema ACL em um pórtico em escala reduzida e compara por simulação numérica os resultados obtidos apresentando boa concordância. O sistema é sujeito a diferentes ações dinâmicas para verificar a sua eficiência. O autor observa que o valor da frequência do atenuador e da estrutura devam ser a mais próxima possível, pois assim tem-se um aumento na eficiência do dispositivo. A razão entre o comprimento horizontal e o comprimento total do líquido deve ser condicionado pelo espaço físico disponível e deve ser adotado o máximo valor possível.

Gur et al. (2015) avaliam a eficiência do atenuador de coluna líquida com a substituição do orifício por uma bola metálica livre para se mover na porção horizontal do tubo. A bola funciona essencialmente como um orifício móvel regulando o escoamento do líquido no atenuador. Após estudo de parâmetros relacionado à massa, ao comprimento horizontal do atenuador, intensidade de excitação é observada uma performance superior na redução da resposta da estrutura quando são comparados o ACL e o *Tuned Liquid Column Ball Damper*.

Bigdeli e Kim (2016) a partir de um estudo experimental compara o desempenho entre diferentes tipos de dispositivos passivos mais utilizados: Atenuador de Massa Sintonizado; Atenuador de Líquido Sintonizado; Atenuador de Coluna Líquida. É avaliada separadamente as contribuições individuais da massa e do amortecimento de cada atenuador no controle de vibrações sísmica. O ACL comparado ao ALS apresenta uma maior parcela de dissipação de energia causada pelo seu amortecimento e, no geral, produz uma maior redução na vibração estrutural.

Bhattacharyya et al. (2017) investigam através de estudos experimentais os efeitos da não linearidade da câmara de gás pressurizada acoplada ao atenuador de coluna líquida. Os autores verificam que a rigidez da câmara pressurizada do ACLP apesar de possuir comportamento não-linear pode ser expressa por um valor linear equivalente para o propósito de análise de controle de vibrações. Contudo, é ressaltado e demonstrado pelos resultados que ao assumir a rigidez do gás pressurizado como molas lineares a redução da resposta dinâmica da estrutura pode ser levemente superestimada. Quanto a incorporação das câmaras pressurizadas ao ACL é destacada a maleabilidade que confere para o dimensionamento do atenuador e, também, facilita a sua aplicação em estruturas sujeitas à excitações com componentes de alta frequência

Freitas (2017) a partir de um estudo numérico avalia a eficiência do atenuador de coluna líquida utilizado em estruturas simuladas pelo modelo matemático de *shear building*. É analisada a presença de múltiplos atenuadores e a incorporação de câmara selada com gás ao trecho vertical do tubo. Para excitação senoidal é verificado que o aumento de massa do dispositivo de controle produz maiores reduções na resposta da estrutura em vibração. A adição da câmara pressurizada ao atenuador garante uma opção para auxiliar o seu dimensionamento, uma vez que a frequência do atenuador se torna dependente deste sistema da câmara além do comprimento do atenuador. Por fim, é simulado numericamente a resposta dinâmica do *shear building* gerada por um sismo e os resultados demonstram que

o deslocamento máximo apresenta uma redução significativa de 42%, porém o controle da resposta total apresenta menor eficiência.

O'Donnell (2017) através de exemplos experimentais em escala reduzida avaliam a eficiência do atenuador de coluna líquida sobre a redução da resposta dinâmica de plataformas offshore carregadas por ondas de diferentes comprimentos. Os resultados indicam uma boa eficiência no controle da aceleração da estrutura, atingindo um máximo de 18%. Já os deslocamentos da estrutura foram pouco influenciados pela presença do ACL, mostrando alterações pequenas na faixa de 2%. Ao avaliar uma situação com dois atenuadores e outra com quatro atenuadores, a última apresentou os melhores resultados.

Park et al. (2018) analisam o controle de vibração estrutural de um atenuador de coluna líquida em que na parede interior do tubo são acrescentadas protuberâncias. Esse mecanismo tem como objetivo aumentar o amortecimento do dispositivo. Os resultados demonstram que o ACL com protuberâncias atinge taxas de amortecimento redução na aceleração até 2,7 vezes e 1,2 vezes superiores ao atenuador clássico. Além disso, o atenuador apresenta um comportamento mais estável para todas as frequências de uma banda.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta separadamente a formulação das equações de equilíbrio dinâmico para os temas abordados no capítulo anterior, para posteriormente montar o sistema dinâmico composto pelo solo, estrutura e dispositivo atenuador. Inicialmente é abordado o modelo matemático adotado para representar a estrutura. Em seguida, a partir das hipóteses abordadas no capítulo 2 para a dinâmica com interação solo-estrutura é detalhada a formulação do modelo. Na sequência, a formulação do Atenuador de Coluna Líquida e o seu acoplamento à estrutura são expostos. Por fim é apresentado o sistema formado pelos três subsistemas.

#### 3.1. MODELO MATEMÁTICO DA ESTRUTURA

##### 3.1.1. Estrutura bidimensional

Considere uma estrutura bidimensional de dois pavimentos como mostra a Figura 3.1. Assume-se que a massa do edifício é concentrada em cada pavimento que é suportado por pilares. O pavimento é representado por um diafragma rígido no plano normal e os pilares são considerados sem massa e axialmente indeformáveis.

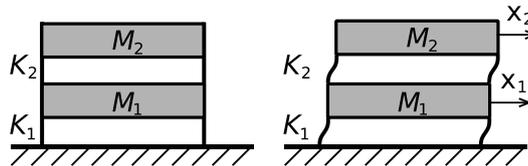


Figura 3.1 - Edifício de dois pavimentos representado pelo modelo de *shear building*

A estrutura, inicialmente considerada em vibração livre e sem amortecimento, conforme apresentado por Chopra (2012) pode ser representada pelo seguinte sistema de equações de equilíbrio

$$\begin{cases} M_1 \ddot{x}_1(t) + K_1 x_1(t) + K_2(x_1(t) - x_2(t)) = 0 \\ M_2 \ddot{x}_2(t) + K_2(x_2(t) - x_1(t)) = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

onde  $\ddot{x}_1(t)$ ,  $\ddot{x}_2(t)$ ,  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$  equivalem, respectivamente, às acelerações e aos deslocamentos ao nível do primeiro e do segundo pavimento.  $M_i$  representa a massa

concentrada do pavimento, enquanto  $K_i$  equivale ao valor da rigidez à translação de cada pilar que compõe o pavimento, computado por:

$$K_i = \sum_{j=1}^{n_k} \frac{12EI_{ij}^P}{h^3} \quad (3.2)$$

Esse sistema de equações apresentado na Equação 3.1 que expressa o equilíbrio dinâmico de forças pode ser reduzido à seguinte equação matricial

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

$$[m_E] \{\ddot{x}(t)\} + [k_E] \{x(t)\} = \{0\} \quad (3.4)$$

Considerando agora a presença do amortecimento estrutural e a ação externa de uma força dinâmica  $\{p(t)\}$  na estrutura, temos:

$$[m_E] \{\ddot{x}(t)\} + [c_E] \{\dot{x}(t)\} + [k_E] \{x(t)\} = \{p(t)\} \quad (3.5)$$

A matriz de amortecimento  $[c_E]$  pode ser computada a partir do amortecimento proporcional proposto por Rayleigh

$$[c_E] = A_0 [m_E] + A_1 [k_E] \quad (3.6)$$

onde

$$A_0 = \frac{2\xi\omega_1\omega_n}{\omega_1 + \omega_n} \quad (3.7)$$

$$A_1 = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_n} \quad (3.8)$$

em que  $\omega_1$  e  $\omega_n$  são as frequências naturais da estrutura para o primeiro e para o último modo de vibração do edifício. As frequências são determinadas pela Equação 3.4 a partir da solução não-trivial ( $\Phi \neq 0$ ) do problema de autovalor dado por:

$$|k_E - \omega^2 m_E| \Phi = 0 \quad (3.9)$$

O termo  $\xi$  representa o fator de amortecimento estrutural. Chopra (2012) apud Newmark e Hall (1982) apresenta uma tabela com valores recomendados para  $\xi$  a partir dos tipos e condições estruturais:

Tabela 3.1 - Valores recomendados para o fator de amortecimento (modificado de Chopra (2012) apud Newmark e Hall (1982))

Tipo e Condição da Estrutura	Fator de Amortecimento (%)
Aço soldado, concreto protendido, concreto armado (levemente fissurado)	2 - 3
Concreto armado com fissuração considerável	3 - 5

O vetor  $\{p(t)\}$  representa o carregamento dinâmico. Para o caso específico da estrutura sujeita a uma aceleração na base decorrente de um evento sísmico  $\{p(t)\}$  é definido por

$$\{p(t)\} = -[m_E]\{1\}\ddot{x}_g(t) \quad (3.10)$$

onde  $\{1\}$  representa um vetor coluna unitário e  $\ddot{x}_g(t)$  a aceleração do sismo obtida a partir de dados de acelerogramas gravados durante a ocorrência do terremoto.

A formulação das matrizes da Equação 3.3 pode ser generalizada para uma estrutura de múltiplos andares conforme apresentada na Figura 3.2 (*shear building* de  $n$  pavimentos). As matrizes que formam a equação matricial de equilíbrio para uma estrutura de  $n$  graus de liberdade são expressas por:

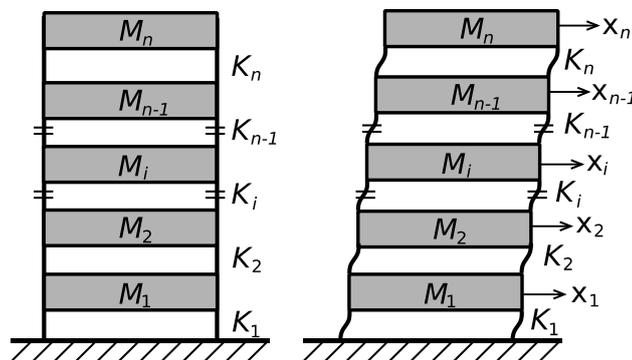


Figura 3.2 - Modelo de *shear building* para uma estrutura de múltiplos andares

$$[m_E] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_2 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & M_n \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$[k_E] = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & & \vdots \\ 0 & -K_3 & \ddots & -K_{n-1} & 0 \\ \vdots & & -K_{n-1} & K_{n-1} + K_n & -K_n \\ 0 & \cdots & 0 & -K_n & K_n \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Para computar matriz de amortecimento  $[c_E]$  para um sistema de múltiplos graus de liberdade também utiliza-se a Equação 3.6. A resposta dinâmica da estrutura em termos de deslocamento, velocidade e aceleração é definida por:

$$\{x(t)\}^T = \{x_1(t) \quad x_2(t) \quad \cdots \quad x_{n-1}(t) \quad x_n(t)\} \quad (3.13)$$

$$\{\dot{x}(t)\}^T = \{\dot{x}_1(t) \quad \dot{x}_2(t) \quad \cdots \quad \dot{x}_{n-1}(t) \quad \dot{x}_n(t)\} \quad (3.14)$$

$$\{\ddot{x}(t)\}^T = \{\ddot{x}_1(t) \quad \ddot{x}_2(t) \quad \cdots \quad \ddot{x}_{n-1}(t) \quad \ddot{x}_n(t)\} \quad (3.15)$$

### 3.1.2. Estrutura tridimensional

Os edifícios apresentados na Figura 3.3 podem ser modelados numericamente por uma estrutura composta por elementos estruturais (pilares) conectados a diafragmas rígidos (lajes), como apresentado por Nazarimofrad e Zahrai (2016), de modo que a estrutura em cada andar possua três graus de liberdade no seu centro de massa: translação nas direções x e y; torção na direção z.

Inicialmente, considerando um pavimento isolado da estrutura, a equação do movimento é definida pelo sistema de equações de equilíbrio nas direções x, y, e z como

$$\begin{cases} \sum Fx_i = 0 \\ \sum Fy_i = 0 \\ \sum Mz_i = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Fi_{xi} + Fe_{xi} = P_{xi} - Fa_{xi} \\ Fi_{yi} + Fe_{yi} = P_{yi} - Fa_{yi} \\ Fi_{zzi} + Fe_{zzi} = P_{zzi} - Fa_{zzi} \end{cases} \quad (3.16)$$

ou, simplesmente, por

$$\{F_i\} + \{F_a\} + \{F_e\} = \{P\} \quad (3.17)$$

onde  $\{F_i\}$ ,  $\{F_a\}$ ,  $\{F_e\}$  e  $\{P\}$  representam, respectivamente, a força de inércia, a força de amortecimento do sistema, a força elástica e a força externa que atuam no pavimento  $i$ .

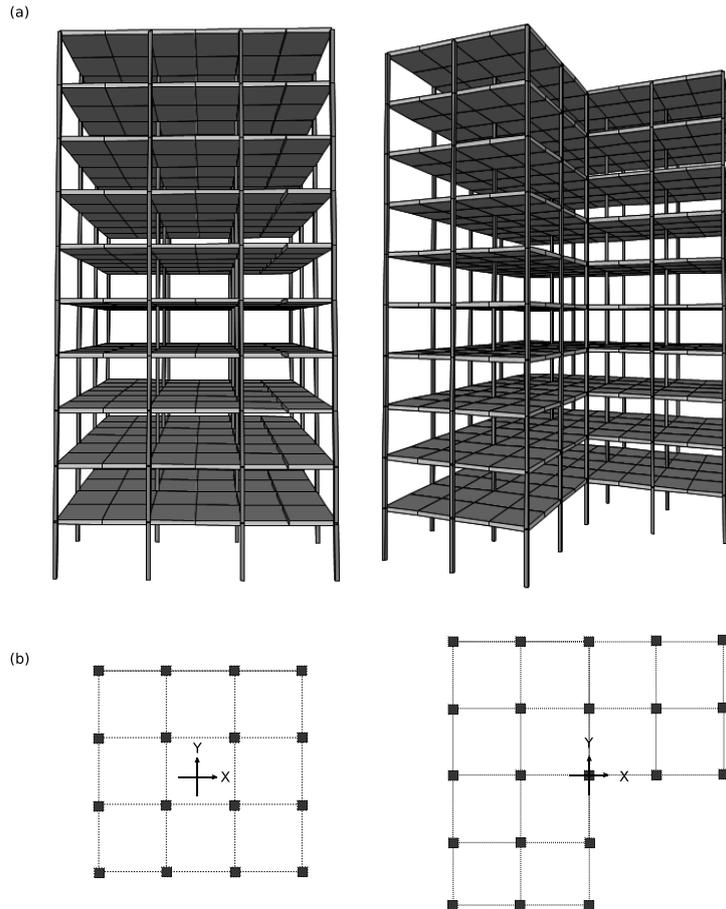


Figura 3.3 - (a) Vista tridimensional; (b) Vista superior do pavimento tipo dos edifícios com os pilares e as lajes representadas.

A força elástica desenvolvida no pavimento  $i$  para a estrutura em vibração, expressa na Equação 3.18, é função dos deslocamentos nas três direções  $\{u_{Ei}(t)\}$ , como mostra a Figura 3.4, e da matriz de rigidez local  $[k_{Ei}]$  que depende dos elementos ligados ao diafragma.

$$\{F_{e_i}\} = [k_{Ei}] \{u_{Ei}(t)\} \quad (3.18)$$

ou

$$\begin{cases} Fe_{x_i} = K_{x_i}x_i(t) + K_{x\theta_i}\theta_i(t) \\ Fe_{y_i} = K_{y_i}y_i(t) + K_{y\theta_i}\theta_i(t) \\ Fe_{z_i} = K_{\theta x_i}x_i(t) + K_{\theta y_i}y_i(t) + K_{\theta\theta_i}\theta_i(t) \end{cases} \quad (3.19)$$

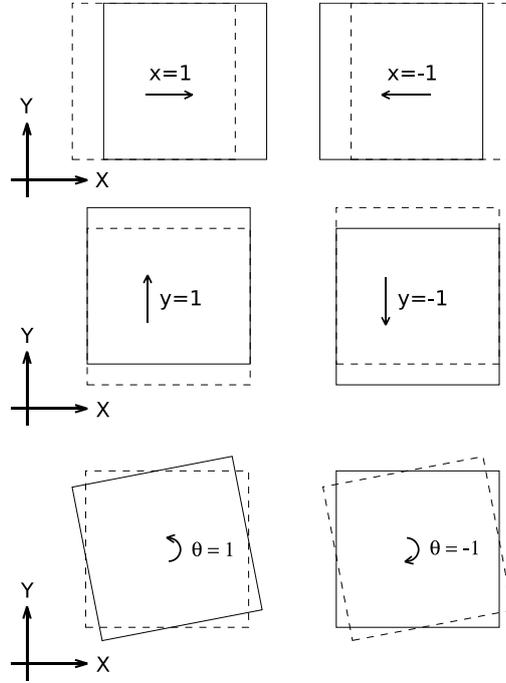


Figura 3.4 - Deslocamentos da estrutura

Organizando o sistema de equações em uma equação matricial tem-se

$$\{F_{Ei}\} = \begin{bmatrix} K_{x_i} & 0 & K_{x\theta_i} \\ 0 & K_{y_i} & K_{y\theta_i} \\ K_{\theta x_i} & K_{\theta y_i} & K_{\theta\theta_i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_i(t) \\ y_i(t) \\ \theta_i(t) \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

onde  $K_{x\theta} = K_{\theta x}$  e  $K_{y\theta} = K_{\theta y}$ .

Os termos da matriz de rigidez  $[k_{Ei}]$  são dados em função da rigidez  $K_X$  e  $K_Y$  dos elementos na direção  $x$  e  $y$ , respectivamente, e do centro de rigidez  $O_i^k(X_i^k, Y_i^k)$  determinado para o pavimento  $i$ . A rigidez do pilar  $j$  na direção  $x$  e  $y$  é computado por

$$K_{x_{ij}} = \frac{12EI_{x_{ij}}^p}{h^3} \quad (3.21)$$

$$K_{y_{ij}} = \frac{12EI_{y_{ij}}^p}{h^3} \quad (3.22)$$

em que  $E$ ,  $I_{Xj}$ ,  $I_{Yj}$  e  $h$  representam, respectivamente, o módulo de elasticidade, o momento de inércia em  $x$ , o momento de inércia em  $y$  e o comprimento na direção  $z$  do pilar  $j$ .

O centro de rigidez  $O_i^k$  do pavimento  $i$  é obtido em função da rigidez de cada pilar e da sua coordenada  $(X_{ij}^k, Y_{ij}^k)$  é determinado pela Eq. 3.23 e Eq. 3.24

$$X_i^k = \frac{\sum_{j=1}^{n_K} K_{Xij} X_{ij}^k}{\sum_{j=1}^{n_K} K_{Xij}} \quad (3.23)$$

$$Y_i^k = \frac{\sum_{j=1}^{n_K} K_{Yij} Y_{ij}^k}{\sum_{j=1}^{n_K} K_{Yij}} \quad (3.24)$$

onde  $n_K$  é a quantidade de pilares que compõe o pavimento.

Uma vez que tenham sido determinadas a rigidez  $K_{Xj}$  e  $K_{Yj}$  dos pilares e o centro de rigidez  $O_i^k(X_i^k, Y_i^k)$  do pavimento  $i$ , os valores dos termos da matriz de rigidez  $[\bar{k}_{Ei}]$  são dados pelas seguintes expressões

$$K_{Xi} = \sum_{j=1}^{n_K} K_{Xij} \quad (3.25)$$

$$K_{Yi} = \sum_{j=1}^{n_K} K_{Yij} \quad (3.26)$$

$$K_{X0i} = \sum_{j=1}^{n_K} K_{Xij} (Y_i^k - Y_{ij}^k) \quad (3.27)$$

$$K_{Y0i} = \sum_{j=1}^{n_K} K_{Yij} (X_i^k - X_{ij}^k) \quad (3.28)$$

$$K_{00i} = \sum_{j=1}^{n_K} \left[ K_{Xij} (Y_i^k - Y_{ij}^k)^2 + K_{Yij} (X_i^k - X_{ij}^k)^2 \right] \quad (3.29)$$

e, portanto a matriz de rigidez local da estrutura que representa o pavimento  $i$ , em função das rigidezes dos pilares e do centro de rigidez, é dada por:

$$[\mathbf{k}_{Ei}] = \begin{bmatrix} K_{Xi} & 0 & K_{X0i} \\ 0 & K_{Yi} & K_{Y0i} \\ K_{0Xi} & K_{0Yi} & K_{00i} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Outra parcela de força na equação de equilíbrio, Equação 3.17, a força de inércia  $\{Fi_i\}$  para os graus de liberdade localizados no centro de massa do pavimento é expressa por

$$\{F_i\} = [m_{Ei}] \{\ddot{u}_{Ei}(t)\} \quad (3.31)$$

$$\begin{cases} F_{ixi} = M_i \ddot{x}_i(t) \\ F_{iyi} = M_i \ddot{y}_i(t) \\ F_{izzi} = I_{zi} \ddot{\theta}_i(t) \end{cases} \quad (3.32)$$

ou matricialmente como

$$\{F_i\} = \begin{bmatrix} M_i & 0 & 0 \\ 0 & M_i & 0 \\ 0 & 0 & I_{zi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_i(t) \\ \ddot{y}_i(t) \\ \ddot{\theta}_i(t) \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

onde, para o pavimento  $i$ ,  $M_i$  representa a massa total nas direções  $x$  e  $y$ , enquanto  $I_{zi}$  é o momento massa de inércia do pavimento em relação ao centro massa. Os valores destes dois termos dependem da massa  $M_{ij}$  e do momento massa de inércia  $I_{zij}$  de cada diafragma rígido e do centro de massa do pavimento.

A massa total nas direções  $x$  e  $y$  é obtida pela soma da massas  $M_{ij}$  de cada painel presente no pavimento:

$$M_i = \sum_{j=1}^{n_m} M_{ij} \quad (3.34)$$

onde  $n_m$  é a quantidade de painéis de laje (i.e. diafragmas) que compõe o pavimento.

Para computar o momento massa de inércia  $I_{zi}$  é preciso primeiro determinar centro de massa  $O_i^m$  do  $i$ -ésimo pavimento. As coordenadas  $X_i^m$  e  $Y_i^m$  na direção  $x$  e  $y$ , respectivamente, são calculadas por

$$X_i^m = \frac{\sum_{j=1}^{n_m} M_{ij} X_{ij}^m}{\sum_{j=1}^{n_m} M_{ij}} \quad (3.35)$$

$$Y_i^m = \frac{\sum_{j=1}^{n_m} M_{ij} Y_{ij}^m}{\sum_{j=1}^{n_m} M_{ij}} \quad (3.36)$$

na qual as coordenadas  $(X_{ij}^m; Y_{ij}^m)$  representam a posição da massa  $M_{ij}$  do diafragma  $j$  no pavimento  $i$ . Posteriormente, calcula-se o momento massa de inércia  $I_{zij}$  do diafragma  $j$  pela seguinte expressão

$$I_{Zij} = \frac{M_{ij}(a_{ij}^2 + b_{ij}^2)}{12} \quad (3.37)$$

em que  $a_{ij}$  e  $b_{ij}$  representam as dimensões horizontais de cada painel.

Em posse dos valores do centro de massa  $O_i^m(X_i^m; Y_i^m)$  do pavimento e do momento massa de inércia  $I_{Zij}$  de cada diafragma o termo da matriz de massa referente ao momento massa de inércia  $I_{Zi}$  do pavimento  $i$  pode ser determinado por:

$$I_{Zi} = \sum_{j=1}^{n_m} \left\{ \frac{M_{ij}(a_{ij}^2 + b_{ij}^2)}{12} + M_{ij} \left[ (X_i^m - X_{ij}^m)^2 + (Y_i^m - Y_{ij}^m)^2 \right] \right\} \quad (3.38)$$

Assim, com os termos  $M_i$  e  $I_{Zi}$  é formada a matriz de massa  $[\bar{m}_{Ei}]$  local da estrutura, relativa ao pavimento  $i$ .

$$[\mathbf{m}_{Ei}] = \begin{bmatrix} M_i & 0 & 0 \\ 0 & M_i & 0 \\ 0 & 0 & I_{Zi} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Anteriormente, foi demonstrado matematicamente a formulação da matriz de rigidez local para o pavimento  $i$ . Para o caso de um edifício de múltiplos pavimentos, após terem sido determinadas as matrizes locais para cada pavimento, podemos computar a matriz global da estrutura. Considerando as equações de equilíbrio nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  para os pavimentos  $i$  e  $i + 1$  temos

$$\sum F_x = 0 \quad (3.40)$$

$$M_i \ddot{x}_i + K_{xi} x_i + K_{xi+1} (x_i - x_{i+1}) + K_{x\theta i} \theta_i + K_{x\theta i+1} (\theta_i - \theta_{i+1}) = \{P_x\} - \{F_{ax}\}$$

$$\sum F_y = 0 \quad (3.41)$$

$$M_i \ddot{y}_i + K_{yi} y_i + K_{yi+1} (y_i - y_{i+1}) + K_{y\theta i} \theta_i + K_{y\theta i+1} (\theta_i - \theta_{i+1}) = \{P_y\} - \{F_{ay}\}$$

$$\sum F_{zz} = 0 \quad (3.42)$$

$$I_{Zi} \ddot{\theta}_i + K_{\theta\theta i} \theta_i + K_{\theta\theta i+1} (\theta_i - \theta_{i+1}) + K_{\theta x i} \theta_i + K_{\theta x i+1} (\theta_i - \theta_{i+1}) + K_{\theta y i} \theta_i + K_{\theta y i+1} (\theta_i - \theta_{i+1}) = - \{F_{az}\}$$

Organizando em forma matricial, temos a força elástica expressa como

$$\begin{bmatrix} K_{X_i} + K_{X_{i+1}} & 0 & K_{X_{\theta i}} + K_{X_{\theta i+1}} & -K_{X_{i+1}} & 0 & -K_{X_{\theta i+1}} \\ 0 & K_{Y_i} + K_{Y_{i+1}} & K_{Y_{\theta i}} + K_{Y_{\theta i+1}} & 0 & -K_{Y_{i+1}} & -K_{Y_{\theta i+1}} \\ K_{X_{\theta i}} + K_{X_{\theta i+1}} & K_{Y_{\theta i}} + K_{Y_{\theta i+1}} & K_{\theta\theta i} + K_{\theta\theta i+1} & -K_{X_{\theta i+1}} & -K_{Y_{\theta i+1}} & -K_{\theta\theta i+1} \\ -K_{X_{i+1}} & 0 & -K_{X_{\theta i+1}} & K_{X_{i+1}} & 0 & K_{X_{\theta i+1}} \\ 0 & -K_{Y_{i+1}} & -K_{Y_{\theta i+1}} & 0 & K_{Y_{i+1}} & K_{Y_{\theta i+1}} \\ -K_{X_{\theta i+1}} & -K_{Y_{\theta i+1}} & -K_{\theta\theta i+1} & K_{X_{\theta i+1}} & K_{Y_{\theta i+1}} & K_{\theta\theta i+1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ \theta_i \\ x_{i+1} \\ y_{i+1} \\ \theta_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

ou

$$\begin{bmatrix} [k_{E_{i+1}}] & -[k_{E_{i+1}}] \\ -[k_{E_{i+1}}] & [k_{E_{i+1}}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_{E_i}\} \\ \{u_{E_{i+1}}\} \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

Já a força de inércia para os dois pavimentos em forma matricial é escrita por

$$\begin{bmatrix} M_i & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_i & 0 & \\ & 0 & I_{Z_i} & 0 \\ \vdots & & 0 & M_{i+1} & 0 \\ & & & 0 & M_{i+1} & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & 0 & I_{Z_{i+1}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{\theta}_i \\ \ddot{x}_{i+1} \\ \ddot{y}_{i+1} \\ \ddot{\theta}_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

ou

$$\begin{bmatrix} [m_{E_i}] & [0] \\ [0] & [m_{E_{i+1}}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_{E_i}\} \\ \{\ddot{u}_{E_{i+1}}\} \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

Inicialmente foi descrito o equilíbrio de forças para um pavimento isolado da estrutura. Em seguida, o procedimento foi desenvolvido para dois pavimentos adjacentes. Ainda, se forem consideradas as equações de equilíbrio de forças para toda a estrutura temos a seguinte equação

$$\{F_i\} + \{F_a\} + \{F_e\} = \{P\} \quad (3.47)$$

ou

$$[m_E] \{\ddot{u}_E\} + [c_E] \{\dot{u}_E\} + [k_E] \{u_E\} = \{P\} \quad (3.48)$$

A matriz de rigidez  $[k]$  e a matriz de massa global  $[m]$  são definidas por:

$$[k_E] = \begin{bmatrix} [k_{E1}] + [k_{E2}] & -[k_{E2}] & [0] & \dots & [0] \\ -[k_{E2}] & [k_{E2}] + [k_{E3}] & -[k_{E3}] & & \vdots \\ [0] & -[k_{E3}] & & \ddots & [0] \\ \vdots & & & & -[k_{E_{n-1}}] \\ [0] & \dots & & -[k_{E_{n-1}}] & [k_{E_{n-1}}] + [k_{E_n}] & -[k_{E_n}] \\ & & & [0] & -[k_{E_n}] & [k_{E_n}] \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$[m_E] = \begin{bmatrix} [m_{E1}] & [0] & \dots & [0] \\ [0] & [m_{E2}] & & \vdots \\ & & \ddots & \\ \vdots & & & [m_{E_{n-1}}] & [0] \\ [0] & \dots & & [0] & [m_{E_n}] \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

O vetor deslocamento global,  $\{u_E\}$ , o vetor velocidade global,  $\{\dot{u}_E\}$ , e o vetor aceleração global,  $\{\ddot{u}_E\}$ , definem a resposta dinâmica dos  $n$  graus de liberdade da estrutura

$$\{u_E\}^T = \{\{u_1\} \{u_2\} \dots \{u_{n-1}\} \{u_n\}\} \quad (3.51)$$

$$\{\dot{u}_E\}^T = \{\{\dot{u}_1\} \{\dot{u}_2\} \dots \{\dot{u}_{n-1}\} \{\dot{u}_n\}\} \quad (3.52)$$

$$\{\ddot{u}_E\}^T = \{\{\ddot{u}_1\} \{\ddot{u}_2\} \dots \{\ddot{u}_{n-1}\} \{\ddot{u}_n\}\} \quad (3.53)$$

onde

$$\{u_i\}^T = \{x_i \quad y_i \quad \theta_i\} \quad (3.54)$$

$$\{\dot{u}_i\}^T = \{\dot{x}_i \quad \dot{y}_i \quad \dot{\theta}_i\} \quad (3.55)$$

$$\{\ddot{u}_i\}^T = \{\ddot{x}_i \quad \ddot{y}_i \quad \ddot{\theta}_i\} \quad (3.56)$$

A força dissipativa  $\{Fa\}$  é função da matriz de amortecimento e da velocidade global da estrutura.

$$\{Fa\} = [c_E] \{\dot{u}_E\} \quad (3.57)$$

A matriz de amortecimento estrutural é determinada pelo Amortecimento de Rayleigh que é expresso pela Equação 3.58:

$$[c_E] = A_0 [m_E] + A_1 [k_E] \quad (3.58)$$

onde

$$A_0 = 2\xi \frac{\omega_1 \cdot \omega_{3n-2}}{\omega_1 + \omega_{3n-2}} \quad (3.59)$$

$$A_1 = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_{3n-2}} \quad (3.60)$$

$\omega_1$  e  $\omega_{3N-2}$  equivalem à primeira e à última frequência natural de vibração do edifício na direção  $x$  e  $\xi$  é o fator de amortecimento do material da estrutura.

$\{p\}$  representa uma força externa de excitação resultado de uma aceleração na base do sistema conforme a Equação 3.61.

$$\{p\} = \{p_x\} + \{p_y\} \quad (3.61)$$

$$\{p(t)\} = -[m_E] (\{t_x\} \ddot{x}_g(t) + \{t_y\} \ddot{y}_g(t)) \quad (3.62)$$

$\{p_x\}$  e  $\{p_y\}$  representam o vetor carregamento aplicado à estrutura nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Na Equação 3.62,  $[m_E]$  é a matriz global de massa da estrutura e  $\ddot{x}_g$  e  $\ddot{y}_g$  as acelerações que ocorrem simultaneamente na base do edifício nas direções  $x$  e  $y$  durante a ocorrência de um terremoto. Já os vetores  $\{t_x\}$  e  $\{t_y\}$  são vetores de distribuição do carregamento nas direções  $x$  e  $y$  definidos como:

$$\{t_x\}^T = \{1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0\} \quad (3.63)$$

$$\{t_y\}^T = \{0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0\} \quad (3.64)$$

### 3.2. INTERAÇÃO DINÂMICA SOLO-ESTRUTURA

A resposta da estrutura ao abalo sísmico é afetada pela interação de três sistemas conectados: a estrutura, a fundação e o solo. A análise com interação solo-estrutura envolve a resposta conjunta destes sistemas para ação dinâmica específica.

Os efeitos da interação solo-estrutura são divididos como: (a) efeitos de interação inercial; (b) efeitos de interação cinemática; (c) efeitos de solo-fundação flexível. Estes efeitos, respectivamente, são relacionados a:

- **Rigidez e amortecimento da fundação.** A inércia desenvolvida na estrutura em vibração resulta em esforços cortante e momento na base. Essas forças geram deslocamentos e rotações na interface solo-fundação. Tais deslocamentos e rotações são possíveis devido a flexibilidade do sistema solo-fundação, cujo contribui significativamente para a flexibilidade estrutural. Parte da energia de vibração do sistema é dissipada pelo solo, seja por propagação de ondas ou pelo comportamento do material, afetando consideravelmente o amortecimento do sistema.
- **Deslocamentos do solo ao nível da fundação da estrutura diferem daqueles deslocamentos obtidos em campo livre sem a presença de elementos rígidos.** As variações entre deslocamento do solo ao nível da fundação (*foundation input motion*) e deslocamentos de campo livre do solo (*free-field ground motion*) são originadas pela rigidez dos elementos de fundação, dispersão da onda na fundação, e ao seu redor, e aos efeitos da fundação embutida no solo.
- **Deformações da fundação.** A deformação de flexão, axial e cisalhante dos elementos estruturais da fundação ocorrem como resultado da ação das forças e dos deslocamentos aplicados na fundação pela superestrutura e pelo meio elástico.

Os métodos utilizados para avaliar os efeitos citados acima são divididos em Método Direto, Método da Subestrutura e Modelos Simplificados. Na análise direta, o solo e a estrutura são incluídas no mesmo modelo e analisadas como um sistema completo. Na análise pelo Método da Subestrutura e por modelos simplificados, o problema de ISE é dividido em partes distintas e então superpostos para formular a solução completa.

### 3.2.1. Método da Subestrutura

Lin et al. (2009) afirma que devido à complexidade do comportamento do solo se propiciou o desenvolvimento de inúmeros modelos idealizados para o comportamento do solo a partir da teoria clássica da elasticidade e da plasticidade para considerar o efeito da interação solo-estrutura.

Este tipo de modelo para o sistema solo-fundação é fundamentado na teoria unidimensional da propagação de ondas e conforme é verificado por Meek e Wolf (1993) garante boa precisão para os efeitos de interação entre o solo e a estrutura. Relatório técnico como NIST (2012) e a norma FEMA 450 (2003) preveem o solo representado por molas e coeficientes de amortecimento equivalentes.

Os primeiros estudos a abordarem na análise dinâmica o tema da interação solo-estrutura procederam com a análise sísmica no domínio da frequência. As propriedades de rigidez e amortecimento da subestrutura do solo eram consideradas dependentes da frequência. Para se determinar o histórico da resposta no domínio do tempo era aplicada a transformada inversa

Na análise da ISE pelo Método da Subestrutura, a fundação e a estrutura são representadas por dois modelos matemáticos independentes – ou subestruturas. A conexão entre eles é garantida por forças de interação de igual amplitude, mas de sentidos opostos nas duas subestruturas. O deslocamento total desenvolvido na interface é resultado da soma do deslocamento de campo livre na interface do solo sem a presença da estrutura e os deslocamentos resultantes da interação.

As relações de equilíbrio dinâmico para os graus de liberdade na interface são relativas a estes deslocamentos e são resolvidas para determinar os deslocamentos resultantes.

Para o caso simples de uma estrutura com um grau de liberdade suportado por um radier de massa  $M_0$  e momento massa de inércia  $Iy_0$  (em relação ao eixo  $y$ ) que por sua vez é considerado apoiado no semi-espaço elástico (Figura 3.5).

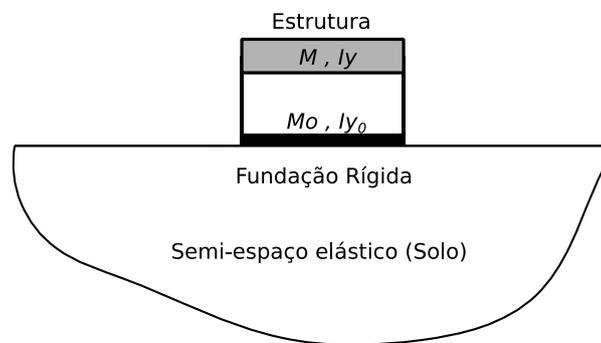


Figura 3.5 - Estrutura com um grau de liberdade suportado pela fundação rígida apoiada no semi-espaço elástico

A aceleração de campo livre do solo  $\ddot{x}_g(t)$  na superfície do semi-espaço resulta na surgimento de forças de reação desenvolvidas na interface do radier com o solo, que como consequência causam o translação e rotação do elemento de fundação como demonstrado na Figura 3.6.

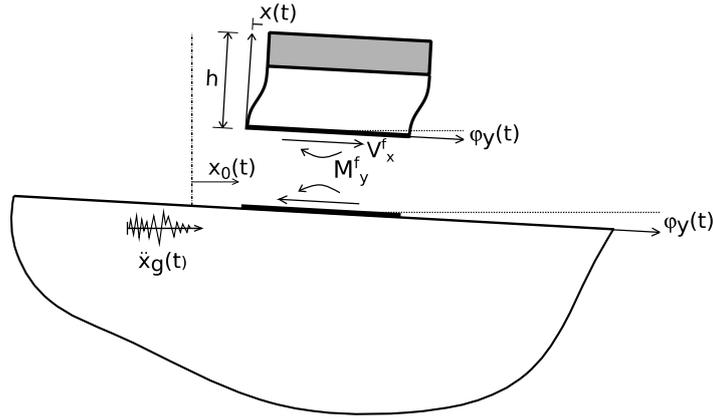


Figura 3.6 - Deslocamentos causados pelas forças de reação na interface solo-fundação

A consideração da interação entre o solo e a estrutura de UGL gera o surgimento dos deslocamentos  $x_0(t)$  e  $\varphi_y(t)$  na interface solo-fundação. Assim, o sistema passa a ter 3 graus de liberdade e a estrutura tem o seu deslocamento total  $x_E^t(t)$  como:

$$x_E^t(t) = x_g(t) + x_0(t) + h\varphi_y(t) + x(t) \quad (3.65)$$

A equação de equilíbrio de força para a estrutura fica:

$$M\{\ddot{x}_g(t) + \ddot{x}_0(t) + h\ddot{\varphi}_y(t) + \ddot{x}(t)\} + C\dot{x}(t) + Kx(t) = 0 \quad (3.66)$$

Para os graus de liberdade da interface entre a fundação e semi-espaco elástico, temos a equação de equilíbrio de força para a translação da base expressa por

$$V_x^f(t) + M\{\ddot{x}_g(t) + \ddot{x}_0(t) + h\ddot{\varphi}_y(t) + \ddot{x}(t)\} + M_0\{\ddot{x}_g(t) + \ddot{x}_0(t)\} = 0 \quad (3.67)$$

onde  $V_x^f$  representa o esforço cortante na interface de contato fundação-solo. Já o momento  $M_y^f$  em relação ao eixo y causado pela interação fornece a seguinte equação:

$$M_y^f(t) + Mh\{\ddot{x}_g(t) + \ddot{x}_0(t) + h\ddot{\varphi}_y(t) + \ddot{x}(t)\} + \{I_y + I_{y_0}\}\ddot{\varphi}_y(t) = 0 \quad (3.68)$$

Aplicando a transformada de Fourier ao sistema de equações de equilíbrio dinâmico temos um sistema de equações no domínio da frequência dado por:

$$-\omega^2 Mh\Phi(i\omega) - \omega^2 M X_0(i\omega) + (-\omega^2 M + i\omega C + K)X(i\omega) = -M\ddot{X}_g(i\omega) \quad (3.69)$$

$$V_x^f(i\omega) - \omega^2 Mh\Phi(i\omega) - \omega^2 (M_0 + M)X_0(i\omega) - \omega^2 M X_E(i\omega) = -(M_0 + M)\ddot{X}_g(i\omega) \quad (3.70)$$

$$M_y^f(i\omega) - \omega^2 \{Mh^2 + I_y + I_{y_0}\}\Phi(i\omega) - \omega^2 MhX_0(i\omega) - \omega^2 MhX_E(i\omega) = -Mh\ddot{X}_g(i\omega) \quad (3.71)$$

Os termos  $V(i\bar{\omega})$  e  $M(i\bar{\omega})$  são expresso por funções de impedância dependentes da frequência  $G_j$  que representam as características de rigidez e de amortecimento da interação solo-estrutura.

$$\begin{Bmatrix} V_x^f(i\omega) \\ M_y^f(i\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_x(i\omega) & G_{xy}(i\omega) \\ G_{xy}(i\omega) & G_{yy}(i\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_0(i\omega) \\ \Phi_y(i\omega) \end{Bmatrix} \quad (3.72)$$

onde

$$G_j(i\omega) = k_j(i\omega) + i\omega c_j(i\omega) \quad (3.73)$$

em que o índice  $j$  é relacionado ao modo de vibração, seja de translação  $G_x(i\omega)$ , rotação  $G_{yy}(i\omega)$  ou modo acoplado  $G_{xy}(i\omega)$  para o caso de fundações embutidas no solo;  $k_j$  e  $c_j$  representam os coeficientes de rigidez e de amortecimento para a interface fundação-solo, respectivamente, para o modo de vibração  $j$ ; e  $\omega$  (rad/s) é a frequência circular da aceleração aplicada na base do sistema. No Anexo A são apresentadas as fórmulas utilizadas neste trabalho para computar os coeficientes de rigidez e de amortecimento referentes ao grau de liberdade  $j$  no nó de contato solo-fundação.

### 3.2.2. Modelo simplificado

#### 3.2.2.1. Sistemas bidimensionais

Os efeitos da ISE na interface do solo com a fundação decorrem das forças de reação gerada na interface solo-fundação. As equações de equilíbrio de força do sistema possuem os graus de liberdade correspondem ao deslocamento da estrutura  $x$ , à translação  $x_0$  e à rotação  $\varphi_y$  da interface solo-fundação. A partir das equações 3.69, 3.70 e 3.71 a equação dinâmica de equilíbrio de forças no domínio do tempo pode ser expressa pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \mathbf{M} \{ \ddot{x}_g(t) + h\ddot{\varphi}_y(t) + \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}(t) \} + \mathbf{C}\dot{x}(t) + \mathbf{K}x(t) = 0 \\ V_x^f(t) + \mathbf{M} \{ \ddot{x}_g(t) + h\ddot{\varphi}_y(t) + \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}(t) \} + \mathbf{M}_0 \{ \ddot{x}_g(t) + \ddot{x}_0(t) \} = 0 \\ M_Y^f(t) + \mathbf{M}h \{ \ddot{x}_g(t) + h\ddot{\varphi}_y(t) + \ddot{x}_0(t) + \ddot{x}(t) \} + \{ I_y + I_{y_0} \} \ddot{\varphi}_y(t) = 0 \end{cases} \quad (3.74)$$

Os termos  $V_x^f(t)$  e  $M_Y^f(t)$ , conforme exposto anteriormente, representam as forças de interação entre a fundação e o solo. Para o cenário da fundação apoiada na superfície do solo tem-se:

$$\begin{Bmatrix} V_x^f(t) \\ M_y^f(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x & 0 \\ 0 & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_0(t) \\ \dot{\varphi}_y(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & 0 \\ 0 & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0(t) \\ \varphi_y(t) \end{Bmatrix} \quad (3.75)$$

Já para o caso de fundações consideradas embutidas no solo as reações resultam em

$$\begin{Bmatrix} V_x^f(t) \\ M_y^f(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x & C_{xy} \\ C_{xy} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_0(t) \\ \dot{\varphi}_y(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0(t) \\ \varphi_y(t) \end{Bmatrix} \quad (3.76)$$

em que existem termos acoplados, que evidenciam a influência entre os modos de vibração distintos quando a fundação está situada abaixo do nível do solo.

Organizando as equações de equilíbrio de forças do sistema acoplado apresentadas na Equação 3.74 em forma matricial para uma estrutura de um grau de liberdade com a fundação apoiada sob o semi-espaco elástico temos

$$\begin{bmatrix} [m_s] & [m_{SE}] \\ [m_{ES}] & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_s] & [0] \\ [0] & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_s] & [0] \\ [0] & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ x \end{Bmatrix} = \{P(t)\} \quad (3.77)$$

onde

$$[m_s] = \begin{bmatrix} Iy_0 + (Iy + Mh^2) & Mh \\ Mh & M + M_0 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

$$[m_{ES}] = [m_{SE}]^T = \{Mh \quad M\} \quad (3.79)$$

$$[c_s] = \begin{bmatrix} C_{YY} & 0 \\ 0 & C_x \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

$$[k_s] = \begin{bmatrix} K_{YY} & 0 \\ 0 & K_x \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

$$\{u_s\} = \{\varphi_y(t) \quad x_0(t)\} \quad (3.82)$$

A força externa  $\{P(t)\}$  aplicada na estrutura quando representa a excitação causada por uma aceleração na base do sistema de base flexível tem o carregamento dado em função da aceleração  $\ddot{x}_g(t)$  na base e é expresso como:

$$\{P(t)\}^T = -\{Mh \quad M_0 + M \quad M\} \ddot{x}_g(t) \quad (3.83)$$

O modelo matemático descrito para a estrutura com um grau de liberdade pode ser generalizado para estruturas com múltiplos graus de liberdade. Conforme apresentado por Liu et al. (2008); Farshidianfar e Soheili (2013); Peña (2017) a estrutura é modelada como

um *shear building* de  $n$  pavimentos (Figura 3.7). Os parâmetros  $K_i$ ,  $M_i$ ,  $I_i$  correspondem à rigidez, à massa e ao momento massa de inércia da estrutura correspondente ao  $i^{\circ}$  grau de liberdade.

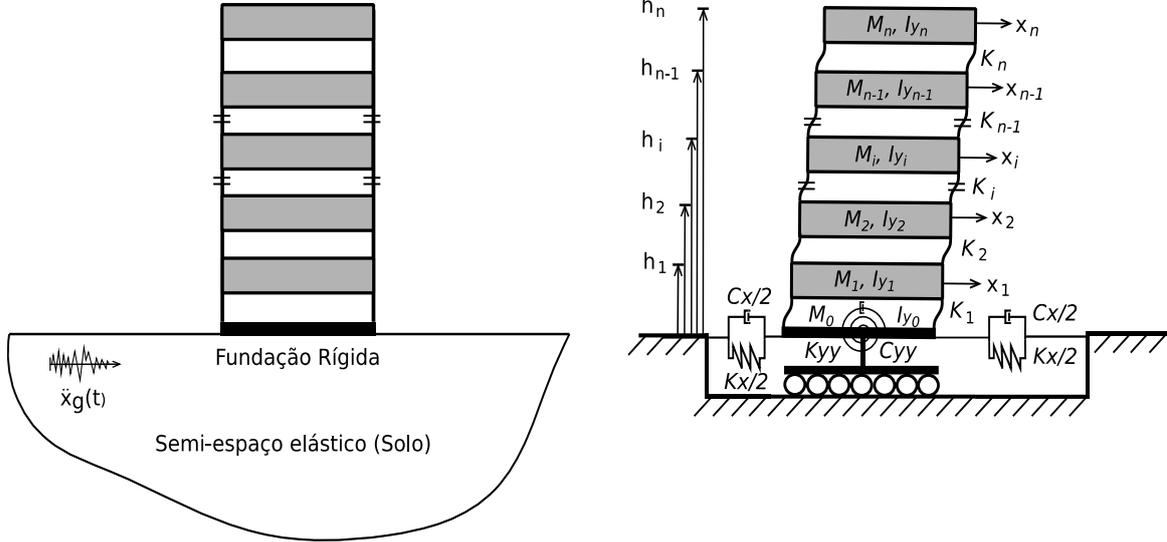


Figura 3.7 - Estrutura com múltiplos graus de liberdade sob efeitos da interação solo-estrutura

O histórico de deslocamento do sistema é definido pelo deslocamento da estrutura  $x_i(t)$  ao nível de cada pavimento e pelos deslocamentos  $x_0(t)$  e rotação  $\varphi_y(t)$  da fundação. O deslocamento absoluto do pavimento  $i$  corresponde a  $x_i^t(t) = x_g(t) + h_i\varphi_y(t) + x_0(t) + x_i(t)$ , onde  $h_i$  é altura do andar relativa à superfície do solo.

As equações de equilíbrio de forças do sistema acoplado em forma matricial para a estrutura com  $n$  graus de liberdade com a fundação sob o semi-espaço elástico, é expresso por:

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{m}_S] & [\mathbf{m}_{SE}] \\ [\mathbf{m}_{ES}] & [\mathbf{m}_E] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{\mathbf{u}}_S\} \\ \{\ddot{\mathbf{u}}_E\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{c}_S] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{c}_E] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{u}}_S\} \\ \{\dot{\mathbf{u}}_E\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{k}_S] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{k}_E] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}_S\} \\ \{\mathbf{u}_E\} \end{Bmatrix} = \{\mathbf{p}(t)\} \quad (3.84)$$

A matriz de massa do sistema acoplado  $[\mathbf{m}]$  para múltiplos graus de liberdade é expressa por

$$[\mathbf{m}_S] = \begin{bmatrix} I_{y_0} + \sum_{i=1}^n (I_{y_i} + M_i h_i^2) & \sum_{i=1}^n (M_i h_i) \\ \sum_{i=1}^n (M_i h_i) & M_0 + \sum_{i=1}^n (M_i) \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

$$[\mathbf{m}_{SE}] = [\mathbf{m}_{ES}]^T = \begin{bmatrix} M_1 h_1 & M_2 h_2 & \dots & M_{n-1} h_{n-1} & M_n h_n \\ M_1 & M_2 & \dots & M_{n-1} & M_n \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

A matriz de rigidez  $[k]$  do sistema com ISE é composta pela rigidez da estrutura  $[k_e]$  determinada conforme a Equação 3.12 e pelos coeficientes de rigidez do solo  $K_X$  e  $K_{YY}$ . A matriz de amortecimento  $[c]$  do sistema com ISE possui forma similar à matriz de rigidez.

$$[k] = \begin{bmatrix} K_{YY} & 0 & \{0\} \\ 0 & K_X & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & [k_e] \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} C_{YY} & 0 & \{0\} \\ 0 & C_X & \{0\} \\ \{0\} & \{0\} & [c_e] \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

O vetor força  $\{P(t)\}$  para o caso da aceleração aplicada na base do sistema acoplado com o carregamento como função da aceleração na base  $\ddot{x}_g(t)$  é definido como:

$$\{P(t)\}^T = - \left\{ \sum_{i=1}^n (M_i h_i) \quad M_0 + \sum_{i=1}^n (M_i) \quad M_1 \quad \dots \quad M_i \quad \dots \quad M_n \right\} \cdot \ddot{x}_g(t) \quad (3.89)$$

A resposta dinâmica  $\{u\}$  do sistema é dada por:

$$\{u\}^T = \left\{ \phi_y(t) \quad x_0(t) \quad x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_{n-1}(t) \quad x_n(t) \right\} \quad (3.90)$$

$$\{\dot{u}\}^T = \left\{ \dot{\phi}_y(t) \quad \dot{x}_0(t) \quad \dot{x}_1(t) \quad \dot{x}_2(t) \quad \dots \quad \dot{x}_{n-1}(t) \quad \dot{x}_n(t) \right\} \quad (3.91)$$

$$\{\ddot{u}\}^T = \left\{ \ddot{\phi}_y(t) \quad \ddot{x}_0(t) \quad \ddot{x}_1(t) \quad \ddot{x}_2(t) \quad \dots \quad \ddot{x}_{n-1}(t) \quad \ddot{x}_n(t) \right\} \quad (3.92)$$

### 3.2.2.2. *Sistemas tridimensionais*

O modelo simplificado de ISE em três dimensões considera na interface da fundação e do solo a presença de cinco forças de reação, como ilustrado na Figura 3.8.

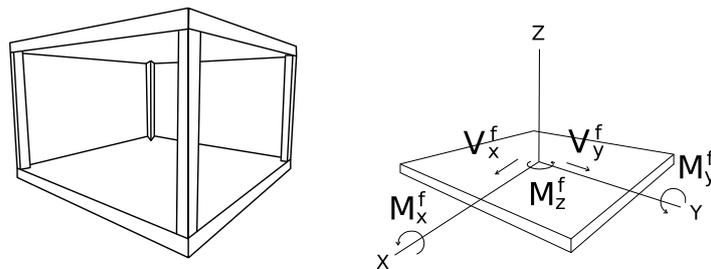


Figura 3.8 - Forças de reação originadas pela interação solo-estrutura

Conforme é apresentado na Figura 3.9 estas forças de reação produzem deslocamentos no elemento da fundação. As forças  $V_x^f(t)$  e  $V_y^f(t)$  dão origem aos deslocamentos  $x_0(t)$  e  $y_0(t)$  nas direções x e y, respectivamente. Os momentos  $M_z^f(t)$ ,  $M_x^f(t)$  e  $M_y^f(t)$  resultam nas rotações  $\theta_0(t)$ ,  $\varphi_x(t)$  e  $\varphi_y(t)$ .

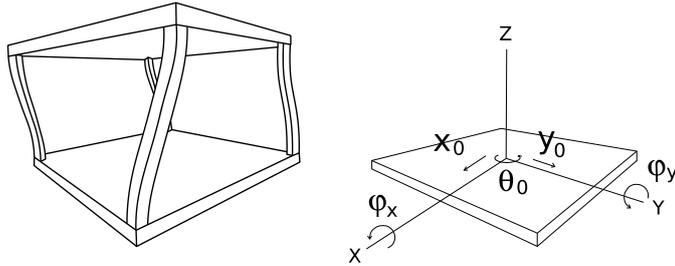


Figura 3.9 - Deslocamentos originados pela interação solo-estrutura

O equilíbrio dinâmico para o sistema ao nível da interface solo-fundação é expresso por um sistema de equações, conforme apresentado pela Equação 3.93, no qual se considera o equilíbrio de forças nas cinco direções possíveis de deslocamento ao nível da fundação.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \\ \sum M_y = 0 \\ \sum M_x = 0 \end{array} \right. \quad (3.93)$$

As equações de equilíbrio para o caso particular de uma edificação de apenas um pavimento e submetida a uma aceleração na base são definidas por

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ M\ddot{x}_1(t) + (M + M_0)(\ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t)) + Mh\ddot{\varphi}_y(t) + V_x^f(t) &= 0 \\ M\ddot{x}_1(t) + (M + M_0)(\ddot{x}_0(t)) + Mh\ddot{\varphi}_y(t) + V_x^f(t) &= -(M + M_0)\ddot{x}_g(t) \end{aligned} \quad (3.94)$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ M\ddot{y}_1(t) + (M_1 + M_0)(\ddot{y}_0(t) + \ddot{y}_g(t)) + Mh\ddot{\varphi}_x(t) + V_y^f(t) &= 0 \\ M\ddot{y}_1(t) + (M + M_0)\ddot{y}_0(t) + Mh\ddot{\varphi}_x(t) + V_y^f(t) &= -(M + M_0)\ddot{y}_g(t) \end{aligned} \quad (3.95)$$

$$\sum M_z = 0$$

$$I_z \ddot{\theta}_1(t) + (I_z + I_{z0}) \ddot{\theta}_0(t) + M_z^f(t) = 0 \quad (3.96)$$

$$\sum M_y = 0$$

$$Mh \ddot{x}_1(t) + Mh(\ddot{x}_0(t) + \ddot{x}_g(t)) + [(I_y + Mh^2) + I_{y0}] \ddot{\phi}_y(t) + M_y^f(t) = 0 \quad (3.97)$$

$$Mh(\ddot{x}_1(t) + \ddot{x}_0(t)) + [(I_y + Mh^2) + I_{y0}] \ddot{\phi}_y(t) + M_y^f(t) = -Mh \ddot{x}_g(t)$$

$$\sum M_x = 0$$

$$Mh \ddot{y}_1(t) + Mh(\ddot{y}_0(t) + \ddot{y}_g(t)) + [(I_x + Mh^2) + I_{x0}] \ddot{\phi}_x(t) + M_x^f(t) = 0 \quad (3.98)$$

$$Mh(\ddot{y}_1(t) + \ddot{y}_0(t)) + [(I_x + Mh^2) + I_{x0}] \ddot{\phi}_x(t) + M_x^f(t) = -Mh \ddot{y}_g(t)$$

onde  $M_0$ ,  $I_{x0}$ ,  $I_{y0}$  e  $I_{z0}$  estão associados, respectivamente, a massa e ao momento massa de inércia da fundação para as direções x, y e z. Para a estrutura de altura  $h$  e massa  $M$ ,  $I_z$  é definido pela Equação 3.38, enquanto  $I_x$  e  $I_y$ , que correspondem ao momento massa de inércia para as direções x e y do diafragma, são computados através das seguintes expressões

$$I_{xi} = \sum_{j=1}^{Nm} \left\{ \frac{M_{ij}}{12} (b_j)^2 + M_{ij} \left[ (X_i^m - X_{ij}^m)^2 + (Y_i^m - Y_{ij}^m)^2 \right] \right\} \quad (3.99)$$

$$I_{yi} = \sum_{j=1}^{Nm} \left\{ \frac{M_{ij}}{12} (a_j)^2 + M_{ij} \left[ (X_i^m - X_{ij}^m)^2 + (Y_i^m - Y_{ij}^m)^2 \right] \right\} \quad (3.100)$$

onde  $a_j$  e  $b_j$  são, respectivamente, as dimensões horizontais em x e y de cada diafragma rígido que compõem o piso do pavimento.

A partir da hipótese de que o solo é simulado por molas e amortecimentos equivalentes, as forças de reação têm seus valores definidos por

$$V_x^f(t) = K_x x_0(t) + C_x \dot{x}_0(t) \quad (3.101)$$

$$V_y^f(t) = K_y y_0(t) + C_y \dot{y}_0(t) \quad (3.102)$$

$$M_z^f(t) = K_{zz} \theta_0(t) + C_{zz} \dot{\theta}_0(t) \quad (3.103)$$

$$M_y^f(t) = K_{yy} \phi_y(t) + C_{yy} \dot{\phi}_y(t) \quad (3.104)$$

$$M_x^f(t) = K_{xx} \phi_x(t) + C_{xx} \dot{\phi}_x(t) \quad (3.105)$$

em que os coeficientes de rigidez  $K_j$  e de amortecimento  $C_j$  são definidos partir de funções de impedância independentes da frequência. Ao nível da interface solo-fundação os índices

representam os coeficientes relativos à translação ( $x$  e  $y$ ), à torção ( $zz$ ) e à rotação ( $xx$  e  $yy$ ).

Para os graus de liberdade da estrutura, localizados no centro de massa do pavimento, o sistema de equações de equilíbrio com a consideração dos efeitos da interação é definido por

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \end{cases} \quad (3.106)$$

onde:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ Mh\ddot{\phi}_y + M(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_0 + \ddot{x}_g) + C_x\dot{x}_1 + C_{x0}\dot{\theta}_1 + K_x x_1 + K_{x0}\theta_1 &= 0 \\ Mh\ddot{\phi}_y + M(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_0) + C_x\dot{x}_1 + C_{x0}\dot{\theta}_1 + K_x x_1 + K_{x0}\theta_1 &= -M\ddot{x}_g \end{aligned} \quad (3.107)$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ Mh\ddot{\phi}_x + M(\ddot{y}_1 + \ddot{y}_0 + \ddot{y}_g) + C_y\dot{y}_1 + C_{y0}\dot{\theta}_1 + K_y y_1 + K_{y0}\theta_1 &= 0 \\ Mh\ddot{\phi}_x + M(\ddot{y}_1 + \ddot{y}_0) + C_y\dot{y}_1 + C_{y0}\dot{\theta}_1 + K_y y_1 + K_{y0}\theta_1 &= -M\ddot{y}_g \end{aligned} \quad (3.108)$$

$$\begin{aligned} \sum M_z &= 0 \\ I_z(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_0) + C_{x0}\dot{x}_1 + C_{y0}\dot{y}_1 + C_{\theta0}\dot{\theta}_1 + K_{x0}x_1 + K_{y0}y_1 + K_{\theta0}\theta_1 &= 0 \end{aligned} \quad (3.109)$$

A partir das equações de equilíbrio desenvolvidas para os graus de liberdade da interface fundação-solo e para a estrutura a equação do movimento do sistema pode ser escrito matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} [m_s] & [m_{SE}] \\ [m_{ES}] & [m_E] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_s\} \\ \{\dot{u}_E\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_s] & [0] \\ [0] & [c_E] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_s\} \\ \{\dot{u}_E\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_s] & [0] \\ [0] & [k_E] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_s\} \\ \{u_E\} \end{Bmatrix} = -[m]\{u\}\ddot{u}_g \quad (3.110)$$

As matrizes  $[m_E]$ ,  $[c_E]$  e  $[k_E]$  e o vetor  $\{u_E\}$  correspondem as matriz de massa, amortecimento, rigidez e o vetor deslocamento da estrutura. Para o cenário hipotético de um edifício de apenas um pavimento as matrizes correspondem a Equação 3.39, Equação 3.59, e Equação 3.30. Já as submatrizes  $[m_s]$ ,  $[c_s]$  e  $[k_s]$  contém os termos de massa, de amortecimento e de rigidez associados aos graus de liberdade da interface solo-fundação. A matriz de massa  $[m_{SE}]$  é resultado da interação inercial entre o solo e a estrutura. Considerando apenas um pavimento as matrizes da Equação 3.110 associadas a ISE são definidas por:

$$[m_s] = \begin{bmatrix} I_{x_0} + I_x + Mh^2 & 0 & 0 & Mh & 0 \\ 0 & I_{y_0} + I_y + Mh^2 & 0 & 0 & Mh \\ 0 & 0 & I_{z_0} + I_z & 0 & 0 \\ Mh & 0 & 0 & M_0 + M & 0 \\ 0 & Mh & 0 & 0 & M_0 + M \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

$$[m_{SE}] = \begin{bmatrix} 0 & Mh & 0 \\ Mh & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_z \\ 0 & M & 0 \\ M & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.112)$$

$$[m_{ES}] = [m_{SE}]^T \quad (3.113)$$

$$[c_s] = \begin{bmatrix} C_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{yy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_x \end{bmatrix} \quad (3.114)$$

$$[k_s] = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_x \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

$$\{u_s\}^T = \{\varphi_x \quad \varphi_y \quad \theta_0 \quad y_0 \quad x_0\} \quad (3.116)$$

$$[m]\{1\}\ddot{u}_g(t) = \begin{bmatrix} [m_s] & [m_{se}] \\ [m_{es}] & [m_e] \end{bmatrix} \left( \{1_x\}\ddot{x}_g(t) + \{1_y\}\ddot{y}_g(t) \right) \quad (3.117)$$

$$\{1_x\}^T = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\} \quad (3.118)$$

$$\{1_y\}^T = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\} \quad (3.119)$$

O modelo matemático para sistemas tridimensionais desenvolvido para uma estrutura de um pavimento pode ser estendido para um edifício de múltiplos pavimentos. O equilíbrio dinâmico do sistema com ISE para uma estrutura complexa também pode ser definido pela Equação 3.110. As matrizes de rigidez  $[k_E]$ , de amortecimento  $[c_E]$  e de massa  $[m_E]$  da

estrutura neste caso correspondem, respectivamente, as matrizes definidas na Equação 3.49, Equação 3.58 e Equação 3.50.

A matriz de rigidez  $[k_S]$  e de amortecimento  $[c_S]$  ambas relacionadas a interação solo-estrutura tem a sua formulação mantida, conforme apresentado nas equações 3.115 e 3.114. Contudo, o acréscimo de pavimentos à estrutura, provoca a alteração nas matrizes de massa  $[m_S]$ ,  $[m_{SE}]$ ,  $[m_{ES}]$  e no vetor de influência  $\{l\}$ . O produto dos vetores de influência nas direções x e y em conjunto com a massa do sistema e o histórico de acelerações representam o carregamento externo que atua na estrutura durante um abalo sísmico. Para uma estrutura de  $n$  pavimentos temos:

$$[m_S] = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n [I_{xj} + (M_j h_j)^2] + I_{xf} & 0 & 0 & \sum_{j=1}^n M_j h_j & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^n [I_{yj} + (M_j h_j)^2] + I_{yf} & 0 & 0 & \sum_{j=1}^n M_j h_j \\ 0 & 0 & \sum_{j=1}^n I_{zj} + I_{zf} & 0 & 0 \\ \sum_{j=1}^n M_j h_j & 0 & 0 & \sum_{j=1}^n M_j + M_0 & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^n M_j h_j & 0 & 0 & \sum_{j=1}^n M_j + M_0 \end{bmatrix} \quad (3.120)$$

$$[m_{SE}] = \begin{bmatrix} 0 & M_1 h_1 & 0 & 0 & M_1 h_1 & 0 & 0 & M_N h_N & 0 \\ M_1 h_1 & 0 & 0 & M_1 h_1 & 0 & 0 & M_N h_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{z1} & \dots & 0 & 0 & I_{z1} & \dots & 0 & 0 & I_{zN} \\ 0 & M_1 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & M_N & 0 \\ M_1 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & M_N & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.121)$$

$$\begin{bmatrix} [m_s] & [m_{SE}] \\ [m_{ES}] & [m_E] \end{bmatrix} \left( \{t_x\} + \{t_y\} \right) \ddot{u}_g(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{j=1}^n (M_j h_j) \\ 0 \\ 0 \\ \sum_{j=1}^n (M_j) + M_0 \\ M_1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ M_n \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{x}_g(t) + \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n (M_j h_j) \\ 0 \\ 0 \\ \sum_{j=1}^n (M_j) + M_0 \\ 0 \\ 0 \\ M_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ M_n \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{y}_g(t) \quad (3.122)$$

### 3.3. ATENUADOR DE COLUNA LÍQUIDA

A equação do movimento para um sistema de múltiplos graus de liberdade pode ser derivada diretamente a partir do princípio Hamilton

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T-V)dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0 \quad (3.123)$$

em que a energia cinética total  $T$ , a energia potencial total  $V$  e o trabalho virtual total  $W$  são expressos em termos de coordenadas generalizadas  $q_1, q_2, \dots, q_N$ .

Segundo Clough (2003) para sistemas estruturais e mecânicos a energia cinética pode ser expressa em termos das coordenadas generalizadas e a sua primeira derivada. Enquanto que a energia potencial é dada em função apenas da coordenada generalizada. Já o trabalho virtual é resultado das forças não conservativas que atuam através dos deslocamentos virtuais gerados por um conjunto arbitrário de variações das coordenadas generalizadas. Em termos matemáticos temos

$$T=T(q_1, q_2, \dots, q_N, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_N) \quad (3.124)$$

$$V=V(q_1, q_2, \dots, q_N) \quad (3.125)$$

$$\delta W_{NC} = Q_1 \delta q_1 + Q_2 \delta q_2 + \dots + Q_N \delta q_N \quad (3.126)$$

onde os coeficientes  $Q_1, Q_2, \dots, Q_N$  são as funções de forças generalizadas não-conservativas correspondente as coordenadas generalizadas  $q_1, q_2, \dots, q_N$ .

Desenvolvendo a expressão da Equação 3.123 para as funções da energia cinética, da energia potencial e das forças não conservativas resulta na seguinte formulação:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial T}{\partial q_1} \delta q_1 + \dots + \frac{\partial T}{\partial q_N} \delta q_N + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1} \delta \dot{q}_1 + \dots + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_N} \delta \dot{q}_N - \frac{\partial V}{\partial q_1} \delta q_1 - \dots - \frac{\partial V}{\partial q_N} \delta q_N + Q_1 \delta q_1 + \dots + Q_N \delta q_N \right) dt = 0 \quad (3.127)$$

Aplicando a integração por partes no termo da energia cinética que depende da primeira derivada da coordenada generalizada obtemos:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right) dt = \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i dt \quad (3.128)$$

Impondo a condição básica de que a variação da coordenada generalizada é nula para qualquer instante ( $\delta q_i(t_1) = \delta q_i(t_2) = 0$ ) o primeiro termo da Equação 3.128 é igual a zero. Assim, substituindo o segundo termo da Equação 3.128 na Equação 3.127 tem-se

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \sum_{i=1}^N \left( -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial V}{\partial q_i} + Q_i \right) \delta q_i \right\} dt = 0 \quad (3.129)$$

e considerando as variações ( $\delta q_i, i = 1, 2, \dots, N$ ) como arbitrárias, a Equação 3.129 é satisfeita para:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.130)$$

Para o atenuador de coluna líquida, apresentado na Figura 3.10, Pestana (2012) define a energia potencial total do sistema como o produto do peso do líquido deslocado do seu repouso para  $z$  conforme Equação 3.131.

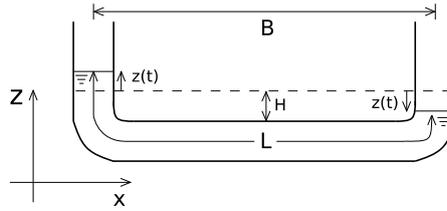


Figura 3.10- Atenuador de coluna líquida

$$V = \frac{1}{2} [\rho_f A g (H + z)] (H + z) + \frac{1}{2} [\rho_f A g (H - z)] (H - z) \quad (3.131)$$

$\rho_f$  é a massa específica do líquido;  $A$  é a área do tubo;  $g$  é a gravidade;  $z(t)$  é a quantidade deslocada do líquido. A derivada do termo da energia cinética em relação a coordenada generalizada  $z$  na equação Lagrangeana fornece:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = (2\rho_f A g) z \quad (3.132)$$

A energia cinética total  $T$  do atenuador depende da massa total do líquido contido no tubo ( $\rho_f A L$ ) e da velocidade da coluna do líquido  $\dot{z}(t)$  e é formulada como:

$$T = \frac{1}{2} \rho_f A (H - z) (\dot{z}^2 + \dot{x}^2) + \frac{1}{2} \rho_f A B (\dot{z} + \dot{x})^2 + \frac{1}{2} \rho_f A (H + z) (\dot{z}^2 + \dot{x}^2) \quad (3.133)$$

Substituindo a expressão definida para a energia cinética na Equação 3.130 e aplicando as devidas derivações temos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} \right) = (\rho_f A L) \ddot{z} + (\rho_f A B) \ddot{x} \quad (3.134)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (3.135)$$

Já a força não conservativa que atua no sistema corresponde à força de amortecimento  $F_A$ . A dissipação de energia causada pela força de amortecimento é função da perda de pressão do líquido e da dimensão do tubo. A pressão do fluido é expressa pelo produto da perda de carga hidráulica  $\Delta h$  pelo peso específico do fluido  $\gamma_f$ , assim a força de amortecimento é dada por

$$F_A = \Delta h \gamma_f A \quad (3.136)$$

onde a perda de carga é obtida por

$$\Delta h = f \frac{L}{D} \frac{\dot{z}^2}{2g} \quad (3.137)$$

$f$  representa o coeficiente de atrito, expressa em função da rugosidade do tubo  $\varepsilon$  e o número de Reynolds  $Re$ , para computar o valor deste coeficiente:

$$\frac{1}{f} = -2 \log \left[ \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} \right) - \frac{5,16}{Re} \log \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{5,09}{Re^{0,87}} \right) \right] \quad (3.138)$$

Utilizado a expressão da Equação 3.136 a força de amortecimento pode ser reescrita como:

$$F_A = \left( \frac{\pi L D \rho_f}{8} \right) (f |\dot{z}|) \dot{z} \quad (3.139)$$

Substituindo os termos correspondentes na Equação 3.130 chega-se na equação do movimento para o atenuador de coluna líquida e que é expressa como:

$$(\rho_f A L) \ddot{z} + \left( \frac{\pi L D \rho_f}{8} \right) (f |\dot{z}|) \dot{z} + (2\rho_f A g) z = -(\rho_f A B) \ddot{x} \quad (3.140)$$

A Equação 3.140 representa a equação do movimento de um sistema de um grau de liberdade. No lado esquerdo o primeiro termo é referente à força de inércia, o segundo termo representa a força dissipativa do sistema e, por fim, a força restauradora do sistema ou força elástica. A soma dessas três forças garante a condição de equilíbrio com a força de excitação.

O fator básico para configurar o ACL é sintonizar a sua frequência natural à frequência natural da estrutura ao qual está conectado. Souza (2003) através da variação da frequência natural do dispositivo verifica que a maior eficiência do sistema de controle surge quando as duas frequências de vibração são iguais.

A frequência natural de vibração do ACL pode ser obtida a partir da Equação 3.141. Considerando o líquido em vibração livre e sem a presença das forças não conservativas, temos:

$$(\rho_f A L) \ddot{z}(t) + (2\rho_f A g) z(t) = 0 \quad (3.141)$$

A solução dessa equação diferencial ordinária é do tipo

$$z(t) = \phi \cdot \text{sen}(\omega_f t) \quad (3.142)$$

onde  $\phi$  é a deformada modal, ou amplitude do deslocamento, e  $\omega_f$  é a frequência natural de vibração do líquido contido no tubo. Introduzindo a solução para  $z$  na Equação 3.141 e colocando em evidência o termo comum da equação, chega-se na seguinte expressão

$$\left[-\omega_f^2(\rho_f AL) + (2\rho_f Ag)\right]\phi \cdot \text{sen}(\omega_f t) = 0 \quad (3.143)$$

em que a solução não trivial ( $\phi \neq 0$ ) é

$$-\omega_f^2(\rho_f AL) + (2\rho_f Ag) = 0 \quad (3.144)$$

e desta igualdade é determinada a frequência natural do dispositivo:

$$\omega_f = \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad (3.145)$$

### 3.3.1. Sistema auxiliares para aumentar a eficiência do ACL

Em situações práticas de utilização do ACL para que seja garantido o funcionamento correto do equipamento define-se um valor máximo para a amplitude de deslocamento do trecho vertical do líquido (Figura 3.11). Afim de garantir o funcionamento correto do equipamento ACL para que não se tenha a perda do controle do dispositivo, define-se um valor máximo para a amplitude de deslocamento do trecho vertical do líquido. O desrespeito desta condição pode vir a causar a perda de controle do atenuador e até mesmo causar o aumento dos deslocamentos da estrutura (Souza, 2003).

Assim, o deslocamento da coluna deve ser limitado ao valor máximo de:

$$z_m = \frac{L-B}{2} \quad (3.146)$$

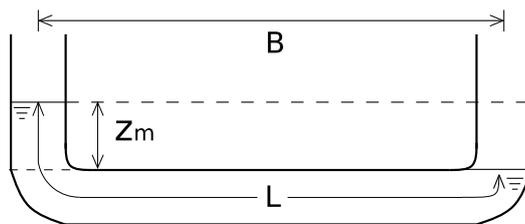


Figura 3.11 - Valor máximo para a amplitude de deslocamento do trecho vertical do líquido

Existem mecanismos que podem ser incluídos ao atenuador de coluna líquida que visam melhorar o seu funcionamento e a sua eficiência, como por exemplo a presença de um orifício no interior do tubo e a utilização de câmaras de ar comprimido nas extremidades do trecho vertical, como apresentado na Fig. 3.12.

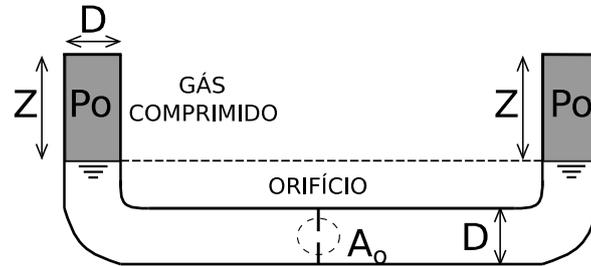


Figura 3.12 - Câmaras de ar comprimido nas extremidades do trecho vertical do atenuador

A utilização da restrição no interior do tubo em forma de orifício limita a amplitude da oscilação da coluna líquida. Outro fator relevante, é a adição de uma parcela adicional de amortecimento pela perda de carga hidráulica gerada pelo escoamento através do orifício. Essa parcela adicional de amortecimento aumenta o decaimento dos deslocamentos da estrutura no momento em que se tem o fim do carregamento da estrutura.

A formulação utilizada por Freitas (2017) para computar a perda de carga localizada decorrente do orifício é expressa por

$$\Delta h_o = \frac{\dot{z}^2}{2g} \left( \frac{A}{A_o} - 1 \right)^2 \quad (3.147)$$

onde  $A_o$  representa área do orifício. A força de amortecimento conforme fora definida na Equação 3.136 pode ser expressa por

$$F_{A0} = C_o \dot{z} \quad (3.148)$$

onde

$$C_o = \frac{\rho_f A}{2} \left( \frac{A}{A_o} - 1 \right)^2 |\dot{z}| \quad (3.149)$$

Ao implementar o ar comprimido nas duas extremidades do atenuador de coluna líquida é formado o atenuador de coluna líquida pressurizado (ACLCP) ou com nomenclatura em inglês de *Pressurized Tuned Liquid Column Damper* (PTLCD).

A estrutura submetida a um carregamento dinâmico produz o deslocamento do líquido no interior do atenuador que, conseqüentemente, causa uma variação do volume do gás, como demonstrado na Figura 3.13.

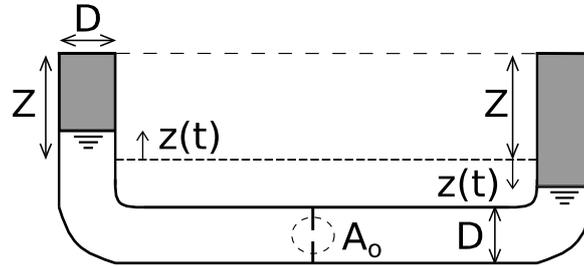


Figura 3.13 - Variação do volume do gás causado pelo deslocamento do líquido no interior do atenuador

Esta variação dos dois trechos verticais do ACL gera uma diferença de pressão no interior do tubo. A força de restauração devido a diferença de pressão é definida por

$$F_p = A\Delta P \quad (3.150)$$

em que  $A$  e  $\Delta P$  representam, respectivamente, a área da seção transversal do tubo e a diferença de pressão. Pedroso (1992) define a expressão para a força de restauração como:

$$F_p = 2A \left( \frac{1,4P_o}{Z} \right) z \quad (3.151)$$

Utilizando os dois mecanismos descritos acima a equação de movimento do atenuador de coluna líquida pressurizada é dada por

$$M_A \ddot{z} + C_A \dot{z} + K_A z = -(\chi \cdot M_A) \ddot{x} \quad (3.152)$$

com  $C_A$  e  $K_A$  determinados por:

$$C_A = \left[ \left( \frac{\pi L D \rho_f}{8} \right) (f |\dot{z}|) + \frac{\rho_f A}{2} \left( \frac{A}{A_o} - 1 \right)^2 \right] |\dot{z}| \quad (3.153)$$

$$K_A = \left[ 2\rho_f A g + 2A \left( \frac{1,4P_o}{Z} \right) \right] \quad (3.154)$$

### 3.3.2. Atenuador acoplado à estrutura bidimensional

O equilíbrio dinâmico do sistema acoplado, para o caso de estrutura de 1 GdL de massa  $M$ , amortecimento  $C$  e rigidez  $K$  com atenuador instalado (Figura 3.14), pode ser expresso pelo seguinte sistema de equações:

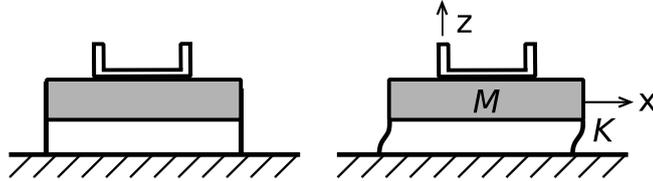


Figura 3.14 - Estrutura de um grau de liberdade com atenuador de coluna líquida

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} = Q_x \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial z} = Q_z \end{cases} \quad (3.155)$$

A energia potencial para o sistema com a adição do termo correspondente à estrutura é expressa como

$$T = \frac{1}{2} \rho_f A (H-z) (\dot{z}^2 + \dot{x}^2) + \frac{1}{2} \rho_f AB (\dot{z} + \dot{x})^2 + \frac{1}{2} \rho_f A (H+z) (\dot{z}^2 + \dot{x}^2) + \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (3.156)$$

e a energia cinética também é composta pela energia correspondente aos dois sistemas:

$$V = \frac{1}{2} [\rho_f Ag (H+z)] (H+z) + \frac{1}{2} [\rho_f Ag (H-z)] (H-z) + \frac{1}{2} K \dot{x}^2 \quad (3.157)$$

A força não conservativa  $Q_x$  corresponde à força de amortecimento da estrutura:

$$Q_x = -C \dot{x} \quad (3.158)$$

Definido as parcelas de energia e introduzindo as expressões para  $T$ ,  $V$ ,  $Q_x$  e  $Q_y$  podemos determinar o sistema de equação que definem o comportamento do sistema estrutural de 1GdL com a presença do ACL:

$$\begin{cases} (M + \rho_f AL) \ddot{x} + (\rho_f AB) \ddot{z} + C \dot{x} + Kx = 0 \\ (\rho_f AB) \ddot{x} + (\rho_f AL) \ddot{z} + \left( \frac{\pi LD \rho_f}{8} \right) (f |\dot{z}|) \dot{z} + (2 \rho_f Ag) z = 0 \end{cases} \quad (3.159)$$

Organizando este sistema em forma de matrizes, temos

$$\begin{bmatrix} (M+M_A) & \chi \cdot M_A \\ \chi \cdot M_A & M_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.160)$$

onde os coeficientes  $M_A$ ,  $\chi$ ,  $C_A$  e  $K_A$  representam:

$$M_A = \rho_f AL \quad (3.161)$$

$$\chi = B/L \quad (3.162)$$

$$C_A = \frac{\pi LD \rho_f}{8} (f|\dot{z}|) \quad (3.163)$$

$$K_A = 2\rho_f Ag \quad (3.164)$$

Para o cenário em que o sistema está sujeito a uma aceleração na base  $\ddot{x}_g$  (Pestana, 2012) a energia cinética do sistema tem o acréscimo da velocidade na base do sistema e é definido por

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} \rho_f A (H-z) \left[ \dot{z}^2 + (\dot{x} + \dot{x}_g)^2 \right] + \frac{1}{2} \rho_f AB (\dot{z} + \dot{x} + \dot{x}_g)^2 + \\ & + \frac{1}{2} \rho_f A (H+z) \left[ \dot{z}^2 + (\dot{x} + \dot{x}_g)^2 \right] + \frac{1}{2} M (\dot{x} + \dot{x}_g)^2 \end{aligned} \quad (3.165)$$

e a partir da resolução do sistema de equações de Lagrange para as duas direções exposto na Equação 3.155 fica determinado o sistema sujeito à aceleração na base.

$$\begin{bmatrix} (M+M_A) & \chi \cdot M_A \\ \chi \cdot M_A & M_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} (M+M_A) \\ \chi \cdot M_A \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \quad (3.166)$$

O sistema formado por uma estrutura de múltiplos graus de liberdade ( $n + 1$ ) com atenuador conectado ao seu último pavimento (Figura 3.15), pode ser representado de maneira semelhante ao sistema acoplado para o cenário em que a estrutura simples possui apenas um grau de liberdade.

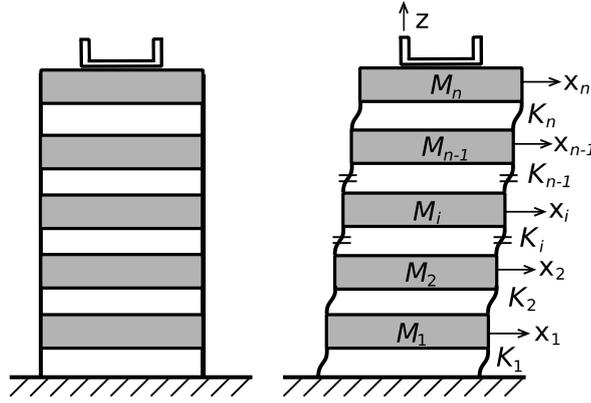


Figura 3.15 - Estrutura de múltiplos graus de liberdade com atenuador

A equação do movimento do sistema mostrado na Figura 3.15 é expresso por:

$$\begin{bmatrix} [m_E] & \{m_{EA}\} \\ \{m_{AE}\} & M_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{x}\} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_E] & \{0\} \\ \{0\} & C_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{x}\} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_E] & \{0\} \\ \{0\} & K_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x\} \\ z \end{Bmatrix} = \{P(t)\} \quad (3.167)$$

A matriz de massa é formada pela massa associada aos graus de liberdade da estrutura  $[m_E]$ , pela massa do ACL e pelas submatrizes que definem o acoplamento estrutura-atenuador definidas na Equação 3.168 e 3.169.

$$\{m_{AE}\}_{1 \times N} = \{0 \quad \dots \quad 0 \quad \chi \cdot M_A\} \quad (3.168)$$

$$\{m_{AE}\}^T = \{m_{AE}\} \quad (3.169)$$

As submatrizes  $[k_E]$  e  $[c_E]$  que compõem, respectivamente, a matriz de rigidez e a matriz de amortecimento do sistema definidas como apresentada nas equações 3.12 e 3.6. Para a estrutura submetida a uma aceleração na base, o vetor  $P(t)$  é dado por

$$\{P(t)\}^T = \{M_1 \quad \dots \quad M_i \quad \dots \quad M_n \quad \chi \cdot M_A\} \cdot \ddot{x}_g(t) \quad (3.170)$$

e a resposta dinâmica do sistema é computada para os graus de liberdade da estrutura e do atenuador.

$$\begin{Bmatrix} \{x\} \\ z \end{Bmatrix}^T = \{x_1(t) \quad \dots \quad x_i(t) \quad \dots \quad x_n(t) \quad z(t)\} \quad (3.171)$$

### 3.3.3. Acoplamento de múltiplos atenuadores de coluna líquida

Além desses mecanismos aplicados diretamente ao atenuador de coluna líquida para melhorar a eficiência do seu funcionamento, é possível aumentar a robustez do sistema de controle de vibrações pela utilização de múltiplos atenuadores de coluna líquida (MACL) (Figura 3.16). Shum et al. (2008) afirma que a sua implementação garante boa flexibilidade para a seleção do comprimento da coluna líquida  $L$  e também apresenta uma redução significativa nos deslocamentos laterais da estrutura.



Figura 3.16 - Múltiplos atenuadores de coluna líquida

A equação do movimento para o sistema estrutural equipado com múltiplos atenuadores é expressa para uma estrutura de um grau de liberdade por

$$\begin{bmatrix} (M + \sum M_{A_i}) & [m_{EA}] \\ [m_{AE}] & [m_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \{\ddot{z}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & [0] \\ [0] & [c_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \{\dot{z}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & [0] \\ [0] & [k_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \{z\} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} (M + \sum M_{A_i}) \\ \{\chi M_{A_i}\} \end{Bmatrix} \ddot{x}_g \quad (3.172)$$

ou para um sistema estrutura de múltiplos graus de liberdade:

$$\begin{bmatrix} [m_E] & [m_{EA}] \\ [m_{AE}] & [m_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{x}\} \\ \{\ddot{z}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_E] & [0] \\ [0] & [c_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{x}\} \\ \{\dot{z}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_E] & [0] \\ [0] & [k_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{z\} \end{Bmatrix} = \{p(t)\} \quad (3.173)$$

As matrizes de acoplamento  $[m_{AE}]$ , de massa  $[m_A]$ , de amortecimento  $[c_A]$  e de rigidez  $[k_A]$  estão relacionadas aos múltiplos atenuadores

$$[m_{AE}] = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & \chi_1 M_{A_1} \\ 0 & \cdots & 0 & \chi_2 M_{A_2} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \chi_n M_{A_n} \end{bmatrix} \quad (3.174)$$

$$[m_A] = \begin{bmatrix} M_{A_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_{A_2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & M_{A_n} \end{bmatrix} \quad (3.175)$$

$$[c_A] = \begin{bmatrix} C_{A_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_{A_2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & C_{A_n} \end{bmatrix} \quad (3.176)$$

$$[k_A] = \begin{bmatrix} K_{A_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_{A_2} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & K_{A_n} \end{bmatrix} \quad (3.177)$$

onde os termos de massa  $M_{A_j}$ , de amortecimento  $C_{A_j}$  e de rigidez  $K_{A_j}$  são as propriedades associadas ao atenuador de coluna líquida  $j$  que compõe o sistema de controle. O vetor de excitação dinâmica é expresso como:

$$P(t)\}^T = \left\{ M_1 \quad \dots \quad M_n + \sum_{j=1}^n (M_{A_j}) \quad \chi_1 \cdot M_{A_1} \quad \dots \quad \chi_n \cdot M_{A_n} \right\} \cdot \ddot{x}_g(t) \quad (3.178)$$

#### 3.3.4. Estrutura com atenuadores em direções perpendiculares

Uma estrutura pode apresentar deslocamentos horizontais simultâneos devido às ações dinâmicas atuantes. Caso a solução adotado para a redução das vibrações desta estrutura fosse pela utilização de Atenuadores de Coluna Líquida, dispositivo dinâmico com atuação unidirecional, é possível dispor os atenuadores dispostos em direções perpendiculares, direção  $x$  e  $y$ , como mostra a Figura 3.17.

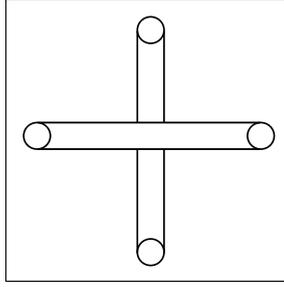


Figura 3.17 - Vista superior os atenuadores dispostos em direções perpendiculares

Considerando inicialmente um sistema simples composto por uma estrutura de um pavimento que possui dois atenuadores ortogonais entre si, o seu equilíbrio dinâmico pode ser expresso por

$$\begin{bmatrix} [m_E] & [m_{EA}] \\ [m_{AE}] & [m_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_E\} \\ \{\ddot{u}_A\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_E] & [0] \\ [0] & [c_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_E\} \\ \{\dot{u}_A\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_E] & [0] \\ [0] & [k_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_E\} \\ \{u_A\} \end{Bmatrix} = \{P(t)\} \quad (3.179)$$

onde as submatrizes  $[c_E]$  e  $[k_E]$  são referentes à matrizes de amortecimento e de rigidez da estrutura, respectivamente. A matriz de massa equivale a matriz de massa concentrada da estrutura  $[m_E]$  acrescida da massa total dos atenuadores  $M_A^t$  presentes no pavimento, neste caso, no primeiro e único. Assim a submatriz é definida por

$$[m_E] = \begin{bmatrix} (M_1 + M_A^t) & 0 & 0 \\ 0 & (M_1 + M_A^t) & 0 \\ 0 & 0 & Iz_1 \end{bmatrix} \quad (3.180)$$

onde

$$M_A^t = M_A^x + M_A^y \quad (3.181)$$

em que  $M_A^x$  e  $M_A^y$  representam a massa do ACL posicionado para atuar na direção x e y, respectivamente.

As submatrizes  $[m_{EA}]$ ,  $[m_A]$ ,  $[c_A]$  e  $[k_A]$ , são relacionadas ao acoplamento, à massa, ao amortecimento e à rigidez equivalente do atenuador em cada direção. São definidas por:

$$[m_{EA}] = \begin{bmatrix} \chi \cdot M_A^x & 0 \\ 0 & \chi \cdot M_A^y \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.182)$$

$$[m_A] = \begin{bmatrix} M_A^x & 0 \\ 0 & M_A^y \end{bmatrix} \quad (3.183)$$

$$[c_A] = \begin{bmatrix} C_A^x & 0 \\ 0 & C_A^y \end{bmatrix} \quad (3.184)$$

$$[k_A] = \begin{bmatrix} K_A^x & 0 \\ 0 & K_A^y \end{bmatrix} \quad (3.185)$$

A resposta dinâmica do sistema  $\{U\}$  é computada em termos da resposta da estrutura em cada direção de deslocamento e a resposta da coluna líquida que compõe cada dispositivo:

$$\begin{Bmatrix} \{u_E\} \\ \{u_A\} \end{Bmatrix}^T = \{ \{x_1 \quad y_1 \quad \theta_1\} \quad \{z^x \quad z^y\} \} \quad (3.186)$$

Já para uma situação mais próxima da realidade se tem a utilização de múltiplos dispositivos para a atenuação de vibrações em edifícios com múltiplos pavimentos como ilustrado na Figura 3.18. São então acoplados múltiplos atenuadores nas direções x e y para conferir maior robustez e eficiência ao sistema.

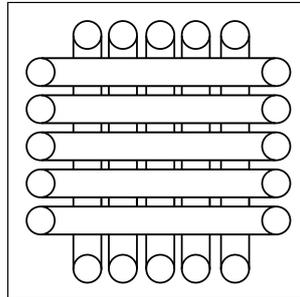


Figura 3.18 - Vista superior dos múltiplos atenuadores dispostos em direções perpendiculares

A equação de equilíbrio dinâmico para uma estrutura com  $n$  pavimentos com  $m$  atenuadores acoplados em cada direção horizontal é definida pela Equação 3.179. Já as submatrizes podem ser generalizadas para os  $n$  pavimentos e os  $2m$  atenuadores por:

$$\begin{Bmatrix} \{u_E\} \\ \{u_A\} \end{Bmatrix}^T = \{ \{x_1 \quad y_1 \quad \theta_1 \quad \dots \quad x_n \quad y_n \quad \theta_n\} \{z_1^x \quad \dots \quad z_m^x \quad z_1^y \quad \dots \quad z_m^y\} \} \quad (3.187)$$

$$[\mathbf{m}_E] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & & 0 \\ 0 & M_1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & I_{z_1} & 0 & & & \vdots \\ & & & \ddots & & & \\ \vdots & & & & (M_n + M_A^t) & 0 & 0 \\ & & & & 0 & (M_n + M_A^t) & 0 \\ 0 & & \dots & 0 & 0 & 0 & I_{z_n} \end{bmatrix} \quad (3.188)$$

$$[\mathbf{m}_{EA}] = \begin{bmatrix} \{0\} & & \{0\} & & \{0\} & & \{0\} \\ \chi_1 \cdot M_{A_1}^x & \dots & \chi_m \cdot M_{Am}^x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & 0 & \chi_1 \cdot M_{A_1}^y & & \chi_m \cdot M_{Am}^y \\ 0 & & 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.189)$$

$$[\mathbf{m}_A] = \begin{bmatrix} M_{A_1}^x & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & M_{Am}^x & & & & \\ & & & M_{A_1}^y & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & & M_{Am}^y \end{bmatrix} \quad (3.190)$$

$$[\mathbf{c}_A] = \begin{bmatrix} C_{A_1}^x & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & C_{Am}^x & & & & \\ & & & C_{A_1}^y & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & & C_{Am}^y \end{bmatrix} \quad (3.191)$$

$$[\mathbf{k}_A] = \begin{bmatrix} K_{A_1}^x & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & K_{Am}^x & & & & \\ & & & K_{A_1}^y & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & & K_{Am}^y \end{bmatrix} \quad (3.192)$$

### 3.4. MODELO MATEMATICO DE INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA COM ATENUADOR DE COLUNA LÍQUIDA ACOPLADO À ESTRUTURA

#### 3.4.1. Modelo bidimensional

Na Figura 3.19 é mostrada uma estrutura situada sob base flexível, ocasionando efeitos da interação solo-estrutura, e com um atenuador de coluna líquida acoplado ao pavimento. São assumidas as mesmas hipóteses consideradas anteriormente nos itens 3.2. e 3.3 para os modelos matemáticos de ISE e para a estrutura com ACLP acoplado, respectivamente.

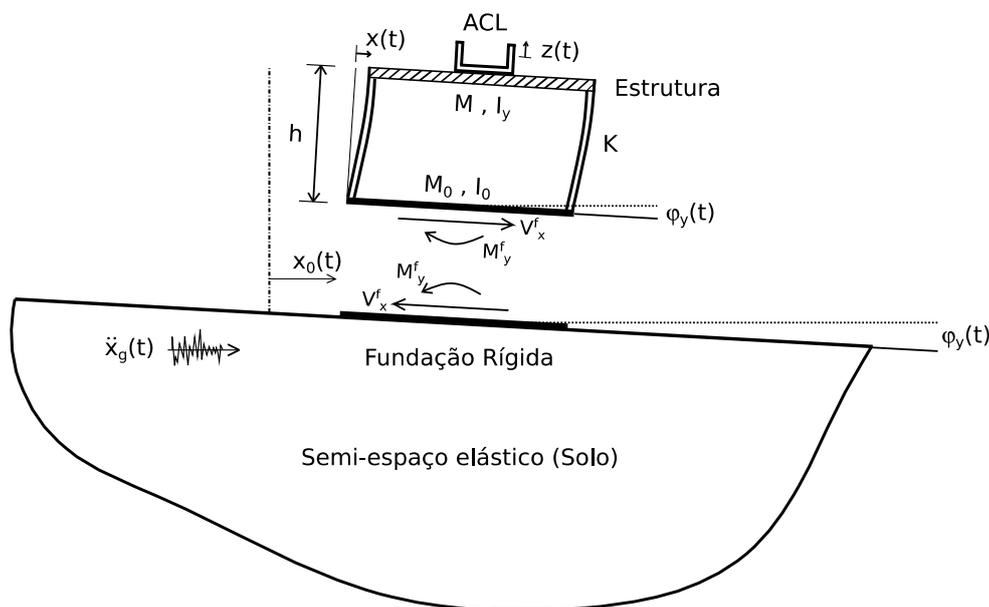


Figura 3.19 – Deslocamentos do sistema solo-estrutura-atenuador

Na Figura 3.19  $z(t)$  simboliza a alteração do nível da coluna líquida no atenuador,  $x(t)$  indica o deslocamento horizontal da estrutura relativa à fundação, enquanto que  $x_0(t)$  e  $\varphi_y(t)$  denotam o movimento de translação e de rotação da fundação.  $x_g(t)$  representa o deslocamento de campo livre do solo, em que são desconsiderados os efeitos de interação cinemática e a componente de rotação do deslocamento do solo. Admitindo a condição de pequenos deslocamentos para o sistema, o deslocamento horizontal total da estrutura é dado por:

$$x^t(t) = x_g(t) + h\varphi_y(t) + x_0(t) + x(t) \quad (3.193)$$

A equação do movimento da estrutura com ISE e com ACLP acoplado é definida como:

$$(M+M_A)\{h\ddot{\phi}_y(t)+\ddot{x}_0(t)+\ddot{x}(t)\}+(\chi M_A)\ddot{z}(t)+C\dot{x}(t)+Kx(t)=-\chi(M+M_A)\ddot{x}_g(t) \quad (3.194)$$

A equação de movimento da coluna líquida é dada por:

$$M_A\ddot{z}(t)+C_A\dot{z}(t)+K_Az(t)=-\chi M_A\{\ddot{x}_g(t)+h\ddot{\phi}_y(t)+\ddot{x}_0(t)+\ddot{x}(t)\} \quad (3.195)$$

Segundo Ghosh e Basu (2005) a equação de equilíbrio do sistema fundação-estrutura para a translação na interface é definida por

$$V_x^f(t)+\{M+M_A\}\ddot{x}(t)+\{M_0+M+M_A\}\ddot{x}_0(t)+\{M+M_A\}h\ddot{\phi}_y(t)+(\chi M_A)\ddot{z}(t)=-\{M_0+M+M_A\}\ddot{x}_g(t) \quad (3.196)$$

e o equilíbrio do sistema fundação-estrutura para a rotação é expressa como:

$$M_y^f(t)+\{M+M_A\}h\{\ddot{x}(t)+\ddot{x}_0(t)\}+\{I_{y0}+I_y+(M+M_A)h^2\}\ddot{\phi}_y(t)+(\chi M_A h)\ddot{z}(t)=-\{M+M_A\}h\ddot{x}_g(t) \quad (3.197)$$

onde  $V_x^f(t)$  e  $M_y^f(t)$  equivalem às forças de interação entre o solo e a fundação dadas pela Equação 3.72 e são definidas através de funções de impedância apresentadas no Anexo A.

Organizando as quatro equações de equilíbrio do sistema composto pela fundação-estrutura-atenuador na forma de equação matricial tem-se

$$\begin{bmatrix} [m_S] & [m_{SE}] & [m_{SA}] \\ [m_{ES}] & M & 0 \\ [m_{AS}] & 0 & M_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_S\} \\ \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_S] & [0] & [0] \\ [0] & C & 0 \\ [0] & 0 & C_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_S\} \\ \dot{x} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_S] & [0] & [0] \\ [0] & K & 0 \\ [0] & 0 & K_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_S\} \\ x \\ z \end{Bmatrix} = \{P(t)\} \quad (3.198)$$

onde

$$[m_S] = \begin{bmatrix} \{I_{y0}+I_y+(M+M_A)h^2\} & (M+M_A)h \\ (M+M_A)h & M_0+M+M_A \end{bmatrix} \quad (3.199)$$

$$[m_{SE}] = [m_{ES}]^T = \begin{Bmatrix} (M+M_A)h \\ M+M_A \end{Bmatrix} \quad (3.200)$$

$$[m_{SA}] = [m_{AS}]^T = \begin{Bmatrix} \chi M_A h \\ \chi M_A \end{Bmatrix} \quad (3.201)$$

$$\{P(t)\}^T = -\{(M+M_A)h \quad M_0+M+M_A \quad M+M_A \quad \chi M_A\} \ddot{x}_g(t) \quad (3.202)$$

Inicialmente foi considerado apenas um grau de liberdade, ou apenas um pavimento, para o sistema estrutural sobre influência dos efeitos da interação solo-estrutura e com apenas um atenuador acoplado. Para o cenário de um edifício de  $n$  pavimentos com atenuadores acoplados ao último pavimento, conforme ilustrado na Figura 3.20, a equação matricial da Equação 3.203 tem as suas matrizes compostas por submatrizes referentes a cada um dos sistemas e à interação entre os diferentes sistemas conforme é expresso na Equação 3.203.

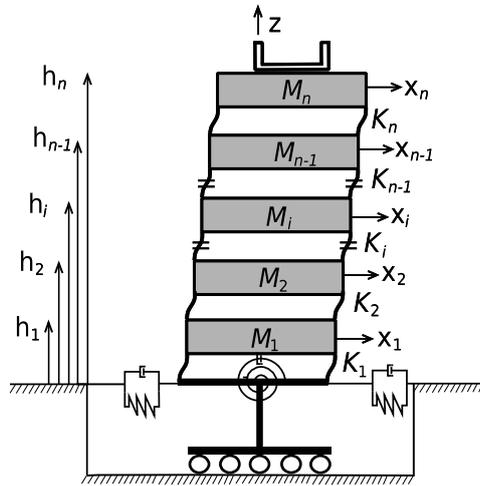


Figura 3.20 – Modelo *shear building* de  $n$  pavimentos com atenuadores acoplados ao último pavimento

$$\begin{bmatrix} [m_S] & [m_{SE}] & [m_{SA}] \\ [m_{ES}] & [m_E] & [m_{EA}] \\ [m_{AS}] & [m_{AE}] & [m_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_S\} \\ \{\ddot{u}_E\} \\ \{\ddot{u}_A\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_S] & [0] & [0] \\ [0] & [c_E] & [0] \\ [0] & [0] & [c_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_S\} \\ \{\dot{u}_E\} \\ \{\dot{u}_A\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_S] & [0] & [0] \\ [0] & [k_E] & [0] \\ [0] & [0] & [k_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_S\} \\ \{u_E\} \\ \{u_A\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{P_S\} \\ \{P_E\} \\ \{P_A\} \end{Bmatrix} \quad (3.203)$$

Dada a equação matricial de equilíbrio de forças do sistema, as submatrizes que formam a matriz de rigidez e de amortecimento não apresentam acoplamento entre os sistemas e as suas formulações seguem inalteradas. As submatrizes de rigidez  $[k_S]$ ,  $[k_E]$  e  $[k_A]$  são definidas, respectivamente, nas equações 3.81, 3.12 e 3.177, enquanto que as submatrizes de amortecimento  $[c_S]$ ,  $[c_E]$  e  $[c_A]$  são dadas pelas equações 3.80, 3.06 e 3.176.

O acoplamento entre os subsistemas (fundação-estrutura-atenuador) apresenta o acoplamento inercial, ou seja, entre as massas que compõem o sistema. Enquanto as submatrizes  $[m_E]$ ,  $[m_A]$ ,  $[m_{EA}]$  e  $[m_{AE}]$  referentes ao subsistema formado pela estrutura e pelo atenuador de coluna líquida pressurizada são apresentadas no item 3.3.3. A presença dos atenuadores na estrutura sob base flexível alteram as submatrizes referentes a interface solo-estrutura devido ao acréscimo de massa no sistema. Assim, a submatrizes de massa  $[m_S]$ ,  $[m_{SE}]$ ,  $[m_{ES}]$ ,  $[m_{SA}]$  e  $[m_{AS}]$  são dadas por:

$$[m_S] = \begin{bmatrix} I_{y0} + \sum_{i=1}^n (I_{yi} + M_i h_i^2) + \sum_{i=1}^{n_a} M_{Ai} h_n^2 & \sum_{i=1}^n M_i h_i + \sum_{i=1}^{n_a} M_{Ai} h_n \\ \sum_{i=1}^n M_i h_i + \sum_{i=1}^{n_a} M_{Ai} h_n & M_0 + \sum_{i=1}^n M_i + \sum_{i=1}^{n_a} M_{Ai} \end{bmatrix} \quad (3.204)$$

$$[m_{SE}] = [m_{ES}]^T = \begin{bmatrix} M_1 h_1 & M_2 h_2 & \cdots & M_{n-1} h_{n-1} & \left( M_n + \sum_{i=1}^{n_a} M_{Ai} \right) h_n \\ M_1 & M_2 & \cdots & M_{n-1} & \left( M_n + \sum_{i=1}^{n_a} M_{Ai} \right) \end{bmatrix} \quad (3.205)$$

$$[m_{SA}] = [m_{AS}]^T = \begin{bmatrix} \chi M_{A_1} h_n & \cdots & \chi M_{A_{n_a}} h_n \\ \chi M_{A_1} & \cdots & \chi M_{A_{n_a}} \end{bmatrix} \quad (3.206)$$

O vetor que define a distribuição da excitação dinâmica no sistema para o caso específico de um sismo é dada por

$$\begin{Bmatrix} \{P_S\} \\ \{P_E\} \\ \{P_A\} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [m_S] & [m_{SE}] & [m_{SA}] \\ [m_{ES}] & [m_E] & [m_{EA}] \\ [m_{AS}] & [m_{AE}] & [m_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{t\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t) \quad (3.207)$$

onde

$$\{t\}^T = \{0 \quad 1\} \quad (3.208)$$

e, portanto, os vetores  $\{P_S\}$ ,  $\{P_E\}$  e  $\{P_A\}$  são definidos por:

$$\{P_S\}^T = \left\{ \sum_{i=1}^n M_i h_i + h_n \sum_{i=1}^{n_a} M_{Ai} \quad M_0 + \sum_{i=1}^n M_i + \sum_{i=1}^{n_a} M_{Ai} \right\} \quad (3.209)$$

$$\{\mathbf{P}_E\}^T = \left\{ \mathbf{M}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{M}_i \quad \cdots \quad \left( \mathbf{M}_n + \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{M}_{A_i} \right) \right\} \quad (3.210)$$

$$\{\mathbf{P}_A\}^T = \left\{ \chi \mathbf{M}_{A_1} \quad \cdots \quad \chi \mathbf{M}_{A_{n_a}} \right\} \quad (3.211)$$

A resposta dinâmica do sistema é definido pelos deslocamentos da interface solo-fundação, da estrutura e da coluna líquida do atenuador e são dados pelo vetores  $\{\mathbf{u}_S\}$ ,  $\{\mathbf{u}_E\}$  e  $\{\mathbf{u}_A\}$ , respectivamente. Os respectivos vetores são expresso como:

$$\{\mathbf{u}_S\}^T = \left\{ \varphi_y(t) \quad x_0(t) \right\} \quad (3.212)$$

$$\{\mathbf{u}_E\}^T = \left\{ x_1(t) \quad x_2(t) \quad \cdots \quad x_{n-1}(t) \quad x_n(t) \right\} \quad (3.213)$$

$$\{\mathbf{u}_A\}^T = \left\{ z_1(t) \quad z_2(t) \quad \cdots \quad z_{n_a-1}(t) \quad z_{n_a}(t) \right\} \quad (3.214)$$

### 3.4.2. Modelo tridimensional

A equação do movimento para um modelo matemático tridimensional de um edifício de múltiplos pavimentos sob excitação sísmica bidirecional com efeitos de interação solo-estrutura e o acoplamento de atenuadores no centro de massa do último pavimento (Figura 3.21), pode ser definido por:

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{m}_S] & [\mathbf{m}_{SE}] & [\mathbf{m}_{SA}] \\ [\mathbf{m}_{ES}] & [\mathbf{m}_E] & [\mathbf{m}_{EA}] \\ [\mathbf{m}_{AS}] & [\mathbf{m}_{AE}] & [\mathbf{m}_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{\mathbf{u}}_S\} \\ \{\ddot{\mathbf{u}}_E\} \\ \{\ddot{\mathbf{u}}_A\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{c}_S] & [0] & [0] \\ [0] & [\mathbf{c}_E] & [0] \\ [0] & [0] & [\mathbf{c}_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{u}}_S\} \\ \{\dot{\mathbf{u}}_E\} \\ \{\dot{\mathbf{u}}_A\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{k}_S] & [0] & [0] \\ [0] & [\mathbf{k}_E] & [0] \\ [0] & [0] & [\mathbf{k}_A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{u}_S\} \\ \{\mathbf{u}_E\} \\ \{\mathbf{u}_A\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{P}_S\} \\ \{\mathbf{P}_E\} \\ \{\mathbf{P}_A\} \end{Bmatrix} \quad (3.215)$$

As matrizes de rigidez e de amortecimento do sistema fundação-estrutura-atenuador não apresentam termos acoplados para as hipóteses adotadas. As matrizes  $[\mathbf{k}_E]$  e  $[\mathbf{c}_E]$  relacionadas ao modelo matemático da estrutura tridimensional do item 3.1.2. Já as matrizes  $[\mathbf{k}_A]$  e  $[\mathbf{c}_A]$  referentes à rigidez e ao amortecimento proporcionado pelos atenuadores são formuladas através das equações apresentadas no item 3.3.4.  $[\mathbf{k}_S]$  e  $[\mathbf{c}_S]$  são determinadas a partir das funções de impedância.

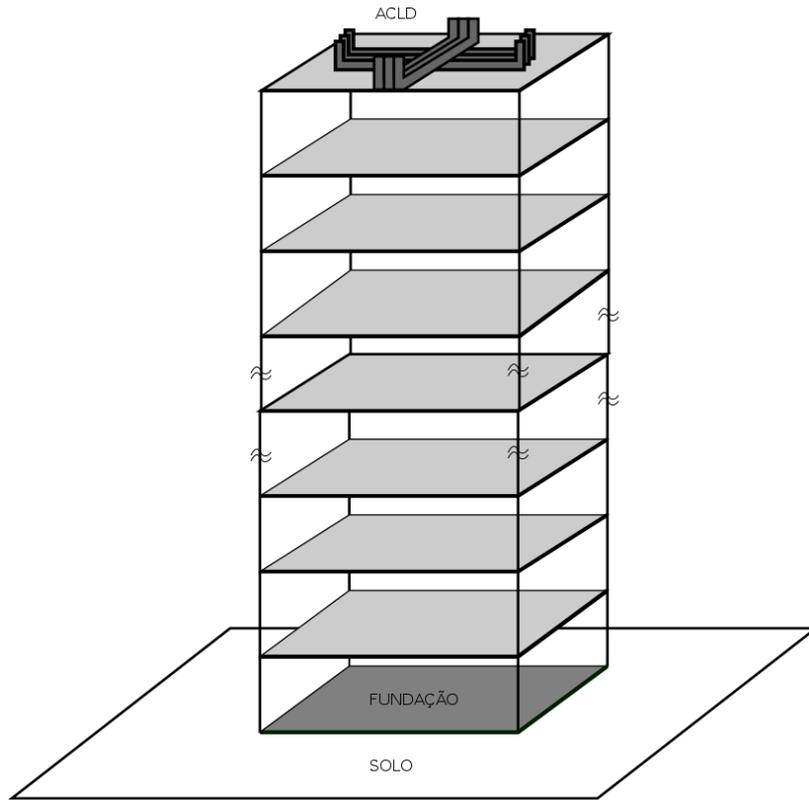


Figura 3.21 - Modelo matemático tridimensional do sistema solo-fundação-estrutura-atenuador

A matriz de massa do sistema  $[m]$  é composta por submatrizes que são definidas como

$$[m_S] = \begin{bmatrix} I_{X0} + I_{XE}^t + M_A^t h_n^2 & 0 & 0 & \sum_{j=1}^n M_j h_j + M_A^t h_n & 0 \\ 0 & I_{Y0} + I_{YE}^t + M_A^t h_n^2 & 0 & 0 & \sum_{j=1}^n M_j h_j + M_A^t h_n \\ 0 & 0 & I_{Z0} + I_{ZE}^t & 0 & 0 \\ \sum_{j=1}^n M_j h_j + M_A^t h_n & 0 & 0 & M_0 + M_E^t + M_A^t & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^n M_j h_j + M_A^t h_n & 0 & 0 & M_0 + M_E^t + M_A^t \end{bmatrix} \quad (3.216)$$

$$[m_{SE}] = \begin{bmatrix} 0 & M_1 h_1 & 0 & 0 & M_1 h_1 & 0 & 0 & (M_n + M_A^t) h_n & 0 \\ M_1 h_1 & 0 & 0 & M_1 h_1 & 0 & 0 & (M_n + M_A^t) h_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Z1} & \dots & 0 & 0 & I_{Z1} & \dots & 0 & I_{Zn} \\ 0 & M_1 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & (M_n + M_A^t) & 0 \\ M_1 & 0 & 0 & M_1 & 0 & 0 & (M_n + M_A^t) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.217)$$

$$[m_{SA}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \chi M_{A_1}^y h_n & \chi M_{A_n}^y h_n \\ \chi M_{A_1}^x h_n & \chi M_{A_n}^x h_n & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \chi M_{A_1}^y & \chi M_{A_n}^y \\ \chi M_{A_1}^x & \chi M_{A_n}^x & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.218)$$

e

$$[m_{ES}] = [m_{SE}]^T \quad (3.219)$$

$$[m_{AS}] = [m_{SA}]^T \quad (3.220)$$

para  $Ix_E^t = \sum_{i=1}^n (M_i h_i^2 + Ix_i)$ ,  $Iy_E^t = \sum_{i=1}^n (M_i h_i^2 + Iy_i)$ ,  $Iz_E^t = \sum_{i=1}^n (Iz_i)$  e  $M_E^t = \sum_{i=1}^n (M_i)$ . As submatrizes  $[m_E]$ ,  $[m_{EA}]$ ,  $[m_{AE}]$  e  $[m_A]$  são formuladas conforme é demonstrado nas equações do item 3.3.3.

A resposta dinâmica do sistema  $\{u\}$  é dado em função dos deslocamentos da interface solo-fundação  $\{u_S\}$ , da estrutura  $\{u_E\}$  e dos atenuadores de coluna líquida  $\{u_A\}$

$$\{u\}^T = \{\{u_S\} \quad \{u_E\} \quad \{u_A\}\} \quad (3.221)$$

em que

$$\{u_S\}^T = \{\varphi_x(t) \quad \varphi_y(t) \quad \theta_0(t) \quad y_0(t) \quad x_0(t)\} \quad (3.222)$$

$$\{u_E\}^T = \{x_1(t) \quad y_1(t) \quad \theta_1(t) \quad \dots \quad x_i(t) \quad y_i(t) \quad \theta_i(t) \quad \dots \quad x_n(t) \quad y_n(t) \quad \theta_n(t)\} \quad (3.223)$$

$$\{u_A\} = \{z_1^x(t) \quad \dots \quad z_{na}^x(t) \quad z_1^y(t) \quad \dots \quad z_{na}^y(t)\} \quad (3.224)$$

O vetor  $\{P(t)\}$  que define a distribuição da excitação dinâmica no sistema para o caso específico de um sismo com acelerações na duas direções horizontais é dada por:

$$\{P(t)\} = \{P_X\} \ddot{x}_g(t) + \{P_Y\} \ddot{y}_g(t) \quad (3.225)$$

onde  $\{P_X\}$  e  $\{P_Y\}$  representam a influência na estrutura da aceleração do solo definida por  $\ddot{x}_g$  e  $\ddot{y}_g$ . Os vetores  $\{P_X\}$  e  $\{P_Y\}$  são definidos por

$$\{\mathbf{P}_X\}^T = \{\{\mathbf{P}_{Sx}\} \quad \{\mathbf{P}_{Ex}\} \quad \{\mathbf{P}_{Ax}\}\} \quad (3.226)$$

$$\{\mathbf{P}_Y\}^T = \{\{\mathbf{P}_{Sy}\} \quad \{\mathbf{P}_{Ey}\} \quad \{\mathbf{P}_{Ay}\}\} \quad (3.227)$$

onde

$$\{\mathbf{P}_{Sx}\}^T = \{0 \quad (\mathbf{M}_E^t \mathbf{h} + \mathbf{M}_A^t \mathbf{h}_n) \quad 0 \quad 0 \quad (\mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_E^t + \mathbf{M}_A^t)\} \quad (3.228)$$

$$\{\mathbf{P}_{Ex}\}^T = \{\mathbf{M}_1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad \mathbf{M}_i \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad (\mathbf{M}_n + \mathbf{M}_A^t) \quad 0 \quad 0\} \quad (3.229)$$

$$\{\mathbf{P}_{Ax}\}^T = \{\chi \mathbf{M}_{Al}^x \quad \dots \quad \chi \mathbf{M}_{Ana}^x \quad 0 \quad \dots \quad 0\} \quad (3.230)$$

e

$$\{\mathbf{P}_{Sy}\}^T = \{(\mathbf{M}_E^t \mathbf{h} + \mathbf{M}_A^t \mathbf{h}) \quad 0 \quad 0 \quad (\mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_E^t + \mathbf{M}_A^t) \quad 0\} \quad (3.231)$$

$$\{\mathbf{P}_{Ey}\}^T = \{0 \quad \mathbf{M}_1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad \mathbf{M}_i \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad (\mathbf{M}_n + \mathbf{M}_A^t) \quad 0\} \quad (3.232)$$

$$\{\mathbf{P}_{Ay}\}^T = \{0 \quad \dots \quad 0 \quad \chi \mathbf{M}_{Al}^y \quad \dots \quad \chi \mathbf{M}_{Ana}^y\} \quad (3.233)$$

## 4 ASPECTOS COMPUTACIONAIS

### 4.1. ROTINA COMPUTACIONAL

Os métodos de integração numérica comumente empregados para a solução de sistemas lineares dinâmicos de base fixa podem ser empregados para a solução dos sistemas acoplados apresentados anteriormente.

As equações de equilíbrio de forças para os modelos dinâmicos deste trabalho são representadas por um sistema de equações ordinárias com coeficientes constantes. Entre os possíveis métodos para a resolução do problema é utilizado para a integração numérica da resposta dinâmica do sistema no domínio do tempo o método da aceleração média, desenvolvido a partir do Método de Newmark. O sistema de equações diferenciais será resolvido no *software* MATLAB.

O princípio básico do método, apresentado na Figura 4.1, é de que para um pequeno intervalo de tempo  $\Delta t$  a aceleração é o valor médio entre a aceleração  $\{\ddot{u}\}_i$  no início do intervalo e a aceleração  $\{\ddot{u}\}_{i+1}$  ao final do intervalo de tempo.

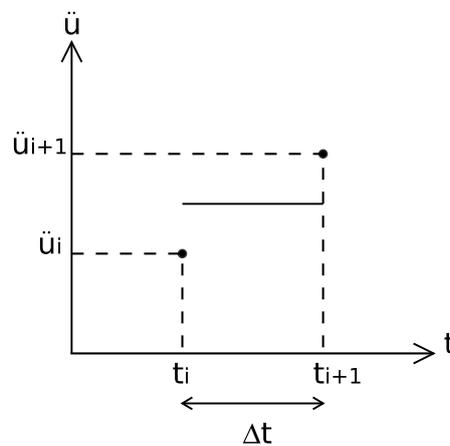


Figura 4.1- Esquema da aceleração média constante (modificado de Chopra (2012))

No Método de Newmark se considera que a velocidade e o deslocamento no intervalo de tempo de  $t_i$  a  $t_{i+1}$  é expresso como:

$$\{\dot{u}\}_{i+1} = \{\dot{u}\}_i + [(1-\gamma)\Delta t] \{\ddot{u}\}_i + (\gamma\Delta t) \{\ddot{u}\}_{i+1} \quad (4.1)$$

$$\{u\}_{i+1} = \{u\}_i + \Delta t \{\dot{u}\}_i + [(0.5-\beta)(\Delta t)^2] \{\ddot{u}\}_i + [\beta(\Delta t)^2] \{\ddot{u}\}_{i+1} \quad (4.2)$$

onde  $\gamma$  e  $\beta$  são parâmetros de integração que determinam a estabilidade e precisão do método. Para  $\gamma = 0,5$  e  $\beta = 0,25$  a integração numérica é incondicionalmente estável e corresponde ao método da aceleração média. Um processo iterativo é necessário para a solução do sistema, porque o termo desconhecido  $\ddot{u}_{i+1}$  está no lado direito da equação. Contudo, para o caso de sistemas lineares é possível modificar a formulação original para permitir a solução das equações sem a necessidade de um processo iterativo. As equações 4.1 e 4.2 podem ser reescritas na seguinte forma:

$$\{\Delta\dot{u}\}_i = (\Delta t)\{\ddot{u}\}_i + (\gamma\Delta t)\{\Delta\ddot{u}\}_i \quad (4.3)$$

$$\{\Delta u\}_i = (\Delta t)\{\dot{u}\}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2}\{\ddot{u}\}_i + \beta(\Delta t)^2\{\Delta\ddot{u}\}_i \quad (4.4)$$

onde  $\{\Delta u\}_i = \{u\}_{i+1} - \{u\}_i$ ,  $\{\Delta\dot{u}\}_i = \{\dot{u}\}_{i+1} - \{\dot{u}\}_i$  e  $\{\Delta\ddot{u}\}_i = \{\ddot{u}\}_{i+1} - \{\ddot{u}\}_i$ . Colocando a Equação 4.4 em função de  $\{\Delta\ddot{u}\}_i$  tem-se

$$\{\Delta\ddot{u}\}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\{\Delta u\}_i - \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}\}_i - \frac{1}{2\beta}\{\ddot{u}\}_i \quad (4.5)$$

e substituindo  $\{\Delta\ddot{u}\}_i$  na Equação 4.3  $\{\Delta\dot{u}\}_i$  é expresso como:

$$\{\Delta\dot{u}\}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\{\Delta u\}_i - \frac{\gamma}{\beta}\{\dot{u}\}_i + \Delta t\left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\{\ddot{u}\}_i \quad (4.6)$$

Se na equação do movimento do sistema considerarmos os incrementos dos vetores, i.e.,  $\{\Delta u\}_i$ ,  $\{\Delta\dot{u}\}_i$  e  $\{\Delta\ddot{u}\}_i$

$$[m]\{\Delta\ddot{u}\}_i + [c]\{\Delta\dot{u}\}_i + [k]\{\Delta u\}_i = \{\Delta P\}_i \quad (4.7)$$

e substituir os valores de  $\{\Delta\ddot{u}\}_i$  e  $\{\Delta\dot{u}\}_i$  dados, respectivamente, pela Equação 4.5 e Equação 4.6, temos

$$[k^*]\{\Delta u\}_i = \{\Delta P^*\}_i \quad (4.8)$$

em que

$$[k^*] = [k] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[c] + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}[m] \quad (4.9)$$

$$\{\Delta P^*\}_i = \{\Delta P\}_i + \left(\frac{1}{\beta(\Delta t)}[m] + \frac{\gamma}{\beta}[c]\right)\{\dot{u}\}_i + \left(\frac{1}{2\beta}[m] + \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)[c]\right)\{\ddot{u}\}_i \quad (4.10)$$

Com as matrizes  $[k^*]$  e  $[\Delta P^*]_i$  determinadas de acordo com as propriedades do sistema  $[m]$ ,  $[c]$  e  $[k]$ , estabelecendo os parâmetros de integração numérica  $\gamma$  e  $\beta$  e o com o conhecimento das condições iniciais  $\{\ddot{u}_i\}$  e  $\{\dot{u}_i\}$  é possível computar o deslocamento incremental

$$\{\Delta u\}_i = [k^*]^{-1}[\Delta P^*]_i \quad (4.11)$$

Uma vez que  $\{\Delta u_i\}$  é computado pode-se calcular  $\{\Delta \ddot{u}_i\}$  e  $\{\Delta \dot{u}_i\}$  e determinar o deslocamento, velocidade e aceleração no passo  $i + 1$  por:

$$\{u\}_{i+1} = \{u\}_i + \{\Delta u\}_i \quad (4.11)$$

$$\{\dot{u}\}_{i+1} = \{\dot{u}\}_i + \{\Delta \dot{u}\}_i \quad (4.12)$$

$$\{\ddot{u}\}_{i+1} = \{\ddot{u}\}_i + \{\Delta \ddot{u}\}_i \quad (4.13)$$

Tabela 4.1 – Algoritmo para avaliação numérica da resposta dinâmica pelo Método de Newmark (adaptado de Chopra (2012))

---

**1. Entrada de dados**

**2. Saída de dados:** resposta dinâmica do sistema

**3. Cálculos Iniciais**

1.1. Estabelecer as matrizes do sistema:  $[m]$ ,  $[c]$ ,  $[k]$ ,  $\{P(t)\}$

1.2. Método da aceleração média constante:  $\gamma = 1/2$  e  $\beta = 1/4$

1.3. Aceleração inicial:  $\{\ddot{u}_0\} = [m]^{-1} (\{P_0\} - [c]\{\dot{u}_0\} - [k]\{u_0\})$

1.4. Definir  $\Delta t$

**4. Definir as constantes**

4.1.  $\frac{1}{\beta(\Delta t)^2}$ ;  $\frac{\gamma}{\beta\Delta t}$ ;  $\frac{1}{\beta\Delta t}$ ;  $\frac{\gamma}{\beta}$ ;  $\frac{1}{2\beta}$ ;  $\Delta t \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right)$ ;

4.2.  $[k^*] = [k] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[c] + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}[m]$

**5. Cálculo para cada passo,  $i = 0, 1, 2, \dots$**

5.1.  $[\Delta P^*]_i = [\Delta P]_i + \left( \frac{1}{\beta(\Delta t)}[m] + \frac{\gamma}{\beta}[c] \right) \{\dot{u}\}_i + \left( \frac{1}{2\beta}[m] + \Delta t \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) [c] \right) \{\ddot{u}\}_i$

5.2.  $\{\Delta u\}_i = [k^*]^{-1}[\Delta P^*]_i$

5.3.  $\{\Delta \dot{u}\}_i$ ;  $\{\Delta \ddot{u}\}_i$ ;

5.4.  $u_i$ ;  $\dot{u}_i$ ;  $\ddot{u}_i$ ;

**6. Repetir para o próximo passo. Trocar  $i$  por  $i+1$  e retornar ao item 5.**

---

## 4.2. MODELO NUMÉRICO POR ELEMENTOS FINITOS

Para validar a rotina computacional implementada no MATLAB (MathWorks, 2017a) a análise numérica do sistema formado pela estrutura tridimensional é avaliada por meio do Método dos Elementos Finitos no *software* SAP2000 (CSi, v. 19).

Para a análise dinâmica do sistema assume-se a hipótese para estrutura constituída de pavimentos formados por lajes que possuem elevada rigidez no plano e, portanto, são simuladas por diafragmas rígido. Esta hipótese reduz a quantidade de nós analisados por pavimento e, conseqüentemente, o custo computacional da solução do problema.

Para representar a rigidez e a altura dos pilares de cada pavimento da estrutura é empregado o elemento de viga. Como é mostrado na Figura 4.2 os nós que conectam este tipo elemento possuem seis graus de liberdade, em que três graus de liberdade são de translação e os outros três são de rotação.

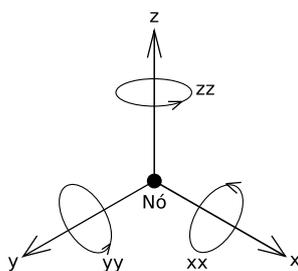


Figura 4.2 - Graus de liberdade para o nó do elemento de viga (baseado em Computer and Structures, Inc. (2017))

Os diafragmas que compõem o piso do pavimento são modelados pelo elemento de casca (*shell element*). Contudo, para simular numericamente as lajes de cada pavimento por diafragmas rígidos é necessário restringir o movimento dos nós destes elementos empregando a restrição de corpo rígido (*body constraint*) definida para cada pavimento. Esse tipo de restrição faz com que todos os nós com a restrição se movam em conjunto, simulando um corpo rígido tridimensional como ilustrado na Figura 4.3.

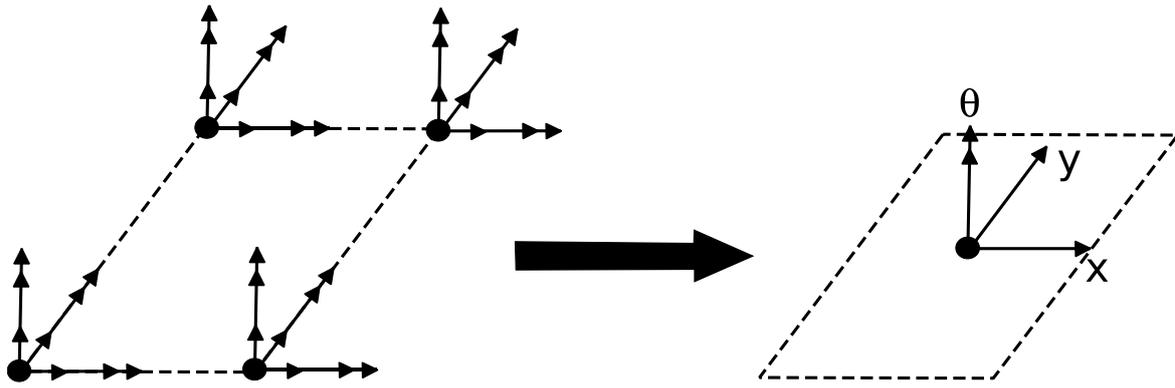


Figura 4.3 – Simulação numérica do pavimento como um diafragma rígido (modificado de Wilson (2004))

A resposta dinâmica do sistema considerando os diferentes elementos é computada pela solução numérica no domínio do tempo das equações de equilíbrio dinâmico definidas na Equação 3.48.

$$[m_E]\{\ddot{u}_E\} + [c_E]\{\dot{u}_E\} + [k_E]\{u_E\} = -[m_E]\{1\}\ddot{u}_g$$

onde  $[m_E]$ ,  $[c_E]$  e  $[k_E]$  são, respectivamente, a matriz de massa, de amortecimento e de rigidez do sistema da estrutura. É utilizada a hipótese de massa concentrada para a estrutura com a massa sendo posicionada no centro de massa de cada diafragma rígido do pavimento. O amortecimento estrutural é calculado pelo método de Rayleigh. A matriz de rigidez do sistema é definida a partir da rigidez dos pilares são simulados pelo elemento de viga. A matriz  $\{u_E\}$  indica o vetor de deslocamentos nodais.

O deslocamento de campo livre, correspondente a um determinado histórico de acelerações  $\ddot{u}_g$ , é definido pelo aceleração gera na base do sistema produzindo forças de inércia em cada nó com massa presente.

A solução numérica da resposta dinâmica do problema é determinada a partir da integração numérica pelo método de Newmark adotando  $\gamma = 0,5$  e  $\beta = 0,25$ .

## 5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo são analisados numericamente exemplos de sistemas acoplados com a consideração da interação solo-estrutura e a utilização do atenuador de coluna líquida pressurizada. Inicialmente, os sistemas são avaliados separadamente, estrutura-fundação-solo e posteriormente com o ACLP, para melhor entendimento dos aspectos dinâmicos de cada sistema.

### 5.1. ESTUDO DA VARIAÇÃO DA FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL

Os principais efeitos da interação solo-estrutura no sistema é o aumento do período de vibração da estrutura e o aumento do amortecimento do sistema, fonte de dissipação de energia através da propagação de ondas no solo (NIST, 2012).

Para o estudo inicial dos efeitos da interação solo-estrutura para sistemas bidimensionais representados através da Equação 3.77 é desenvolvida neste item a análise do sistema sob base flexível em vibração livre e sem amortecimento. A massa  $M_0$  e o momento massa de inércia  $I_{y_0}$  da fundação são considerados iguais a zero. Assim, o sistema matricial do equilíbrio dinâmico da estrutura de 1 GdL com ISE é expresso como:

$$\begin{bmatrix} Mh^2 & Mh & Mh \\ Mh & M & M \\ Mh & M & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_y \\ \ddot{x}_0 \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & K_x & 0 \\ 0 & 0 & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_y \\ x_0 \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.1)$$

A relação entre a rigidez da estrutura  $K$  e a massa concentrada da estrutura  $M$  resulta na frequência natural de vibração estrutura  $\omega^2$ . Colocando os termos de massa e de rigidez da estrutura em evidência nas matrizes, tem-se:

$$\begin{bmatrix} h^2 & h & h \\ h & 1 & 1 \\ h & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_y \\ \ddot{x}_0 \\ \ddot{x} \end{Bmatrix} + (\omega)^2 \begin{bmatrix} (K_{yy}/K) & 0 & 0 \\ 0 & (K_x/K) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_y \\ x_0 \\ x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

A Equação 5.2 é uma EDO de segunda ordem com solução igual a função do tipo:

$$\{u\} = \{\emptyset\} \text{sen}(\tilde{\omega}t) \quad (5.3)$$

Ao substituir a solução na EDO tem-se a resposta dinâmica do sistema dependente da frequência de vibração da estrutura sob base flexível ( $\tilde{\omega}$ ) e da estrutura sob base rígida ( $\omega$ ).

$$\left( -(\tilde{\omega})^2 \begin{bmatrix} h^2 & h & h \\ h & 1 & 1 \\ h & 1 & 1 \end{bmatrix} + (\omega)^2 \begin{bmatrix} (K_{yy}/K) & 0 & 0 \\ 0 & (K_x/K) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \{\emptyset\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

Adotando a variável  $\lambda$  para relação entre as duas frequências de vibração

$$\lambda = \left( \frac{\omega}{\tilde{\omega}} \right)^2 = \left( \frac{\tilde{T}}{T} \right)^2 \quad (5.4)$$

temos:

$$\left( \begin{bmatrix} h^2 & h & h \\ h & 1 & 1 \\ h & 1 & 1 \end{bmatrix} - (\lambda) \begin{bmatrix} (K_{yy}/K) & 0 & 0 \\ 0 & (K_x/K) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot \{\emptyset\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

A resolução deste sistema, desenvolvido matematicamente pelo autor, representa um caso de problema de autovalor e autovetor. A solução não-trivial fornece a Equação 5.6. Esta equação é igual a equação apresentada no relatório NIST GCR 12-917-21 produzido pelo *National Earthquake Hazards Reduction Program (NEHRP)* em 2012.

$$\frac{\tilde{T}}{T} = \sqrt{1 + \frac{K}{K_x} + \frac{Kh^2}{K_{yy}}} \quad (5.6)$$

Adotando os coeficientes adimensionais para a razão entre a rigidez da estrutura e do solo como

$$\alpha_{yy} = \frac{K_{yy}}{Kh^2} \quad (5.7)$$

$$\beta_x = \frac{K_x}{K} \quad (5.8)$$

a Equação 5.6 pode ser expressa por:

$$\frac{\tilde{T}}{T} = \sqrt{1 + \frac{1}{\beta_x} + \frac{1}{\alpha_{yy}}} \quad (5.9)$$

Por esta relação entre os períodos de vibração do sistema sob base flexível e sob base fixa é possível determinar aproximadamente a variação do período da estrutura a partir da rigidez da estrutura e da rigidez à translação e à rotação do solo. A Figura 5.1 e Figura 5.2 expõe graficamente a alteração no período de vibração, eixo z, a partir dos valores dos parâmetros adimensionais  $\alpha_{yy}$  e  $\beta_x$  representados nos eixos horizontais x e y.

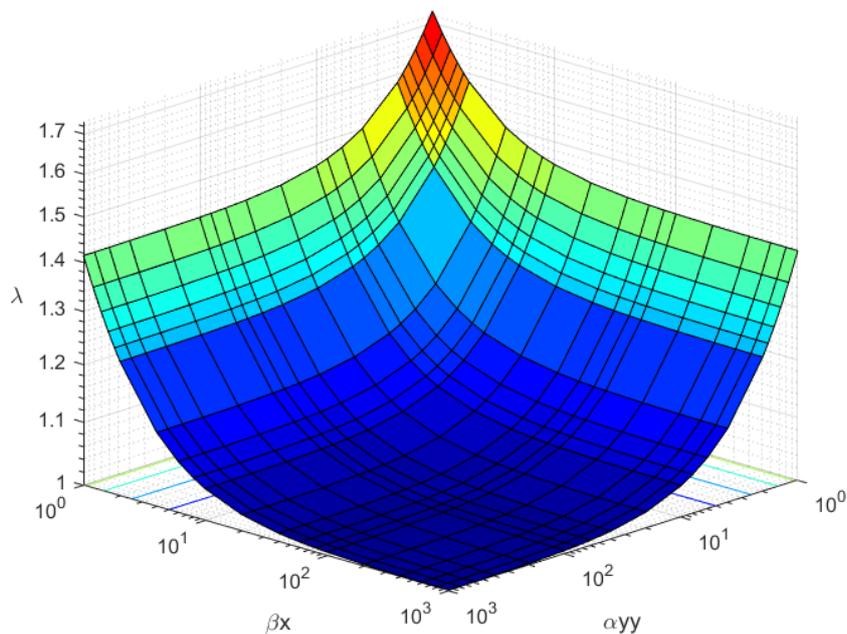


Figura 5.1- Razão do período de vibração da estrutura sobre base flexível e da estrutura sobre base rígida com a variação ocasionada pela razão entre a rigidez da estrutura e a rigidez horizontal  $\beta_x$  e rotacional  $\alpha_{yy}$  do solo.

Observa-se que para os valores dos parâmetros adimensionais  $\alpha_{yy}$  e  $\beta_x$  na faixa de grandeza entre  $10^2$  e  $10^3$  a relação  $\lambda$  é aproximadamente igual a 1, indicando que os períodos podem ser considerados iguais e não há variação considerável. Já para valores de  $\alpha_{yy}$  e  $\beta_x$  inferiores a  $10^2$  a razão entre os períodos é afetada, notando-se o aumento do período do sistema de base flexível comparado ao período sob base fixa. Quanto mais próximo a  $10^0$  (casos em que a rigidez do solo e da estrutura são iguais) maiores as alterações no período da estrutura.

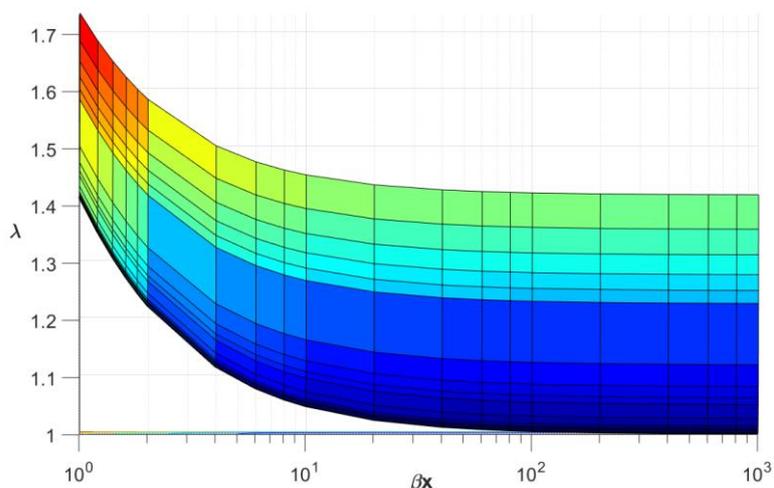


Figura 5.2 - Razão  $\lambda$  entre o período de vibração da estrutura sobre base flexível e da estrutura sobre base rígida relacionado a valores do parâmetro adimensional  $\beta_x$

Vale ressaltar que a relação da Equação 5.9 é válida para o modo fundamental de vibração da estrutura, ou seja, quando esta possui múltiplos graus de liberdade a alteração do período é em relação ao primeiro modo de vibração.

## 5.2. ESTUDO DE CASO DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM EDIFÍCIOS

Inicialmente para analisar os efeitos da interação solo-estrutura em edifícios é adotado o modelo de shear building e do solo (Figura 5.3), utilizado por Liu et al. (2008) e, posteriormente, por Farshidianfar e Soheili (2013) para a análise de vibrações induzidas pelo vento e por sismos, respectivamente. Os dados da estrutura são apresentados na Tabela 5.1.

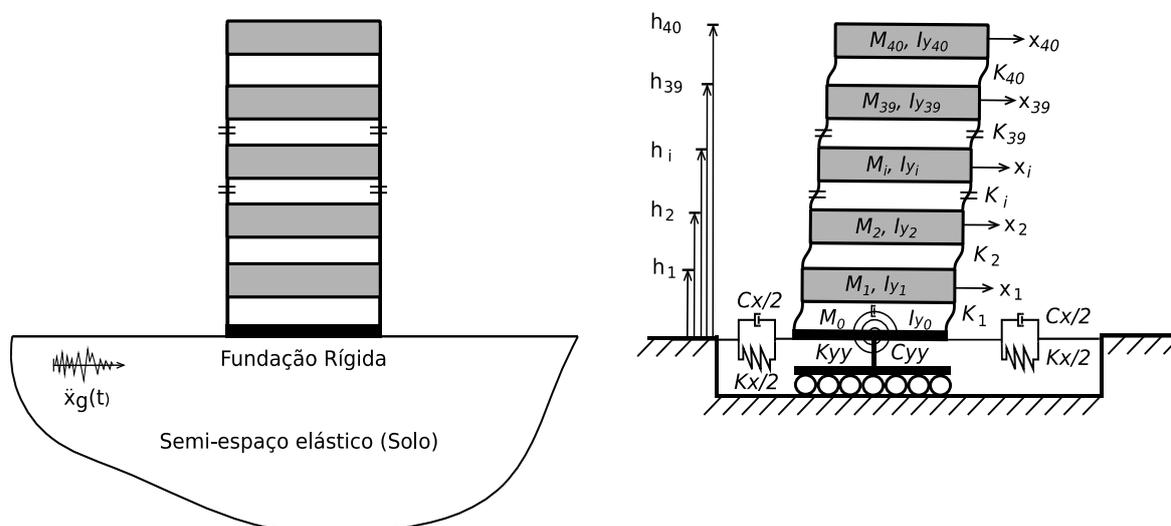


Figura 5.3 – Exemplo do modelo analisado

Tabela 5.1 - Dados do modelo estrutural (adaptado de Farshidianfar e Soheili (2013))

Nº de pavimentos	40
Altura do pavimento	4 m
Massa do pavimento	$9,8 \cdot 10^5$ kg
Momento massa de inércia do pavimento	$1,31 \cdot 10^8$ kg·m <sup>2</sup>
Rigidez equivalente do pavimento	$K_i = 2,13 \cdot 10^9$ N/m $K_{40} = 9,98 \cdot 10^8$ N/m
Decaimento linear de $K_i$ do pavimento	$2,87 \cdot 10^7$ N/m
Taxa de amortecimento da estrutura (%)	3,43
Raio da fundação	20 m
Massa da fundação	$1,96 \cdot 10^6$ kg
Momento massa de inércia da fundação	$1,96 \cdot 10^8$ kg·m <sup>2</sup>

A base flexível do modelo é determinada tendo como referência três tipos de solo com diferentes parâmetros de resistência mecânica que são denominados como solo denso, solo médio e solo fofo. Na Tabela 5.2 são computados os valores do coeficiente de rigidez e do coeficiente de amortecimento adotados para as molas e dashpots posicionados na base do modelo a partir das propriedades de cada solo.

Tabela 5.2 - Parâmetros e coeficientes do solo

<i>Solo</i>	$\nu$	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$V_s$ (m/s)	$G_s$ (N/m <sup>2</sup> )	$K_x$ (N/m)	$K_{yy}$ (N·m)	$C_x$ (N·s/m)	$C_{yy}$ (N·s·m)
<i>Denso</i>	0,33	2400,00	500,00	$6,00 \cdot 10^8$	$5,75 \cdot 10^{10}$	$1,91 \cdot 10^{13}$	$1,32 \cdot 10^9$	$1,15 \cdot 10^{11}$
<i>Médio</i>	0,48	1900,00	300,00	$1,71 \cdot 10^8$	$1,80 \cdot 10^{10}$	$7,02 \cdot 10^{12}$	$6,90 \cdot 10^8$	$7,02 \cdot 10^{10}$
<i>Fofo</i>	0,49	1800,00	100,00	$1,80 \cdot 10^7$	$1,91 \cdot 10^9$	$7,53 \cdot 10^{11}$	$2,19 \cdot 10^8$	$2,26 \cdot 10^{10}$

Os valores obtidos pela rotina computacional implementada no MATLAB em comparação com as frequências naturais da estrutura sob base fixa e sob base flexível são apresentados na Tabela 5.3. Nas figuras 5.4 - 5.6 são apresentados graficamente a resposta dinâmica de cada sistema de base em função da frequência de excitação ressaltando os valores próximos às frequências naturais da estrutura.

Tabela 5.3 - Frequências naturais da estrutura

<i>Modelo</i>	$\omega_1^*$ (rad/s)	$\omega_1$ (rad/s)	e (%)	$\omega_2^*$ (rad/s)	$\omega_2$ (rad/s)	e (%)	$\omega_3^*$ (rad/s)	$\omega_3$ (rad/s)	e (%)
<i>Base fixa</i>	1,65	1,65	0,00	4,60	4,60	0,00	7,60	7,61	0,13
<i>Solo denso</i>	1,61	1,60	0,63	4,59	4,59	0,00	7,59	7,60	0,13
<i>Solo médio</i>	1,54	1,54	0,00	4,58	4,58	0,00	7,58	7,59	0,13
<i>Solo fofo</i>	1,09	1,08	0,93	4,44	4,44	0,00	7,40	7,40	0,00

\* Valores obtidos por Farshidianfar e Soheili (2013)

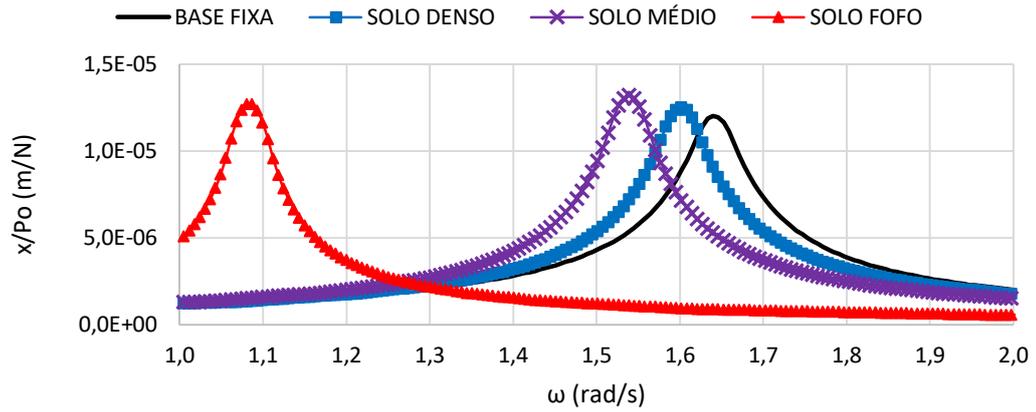


Figura 5.4 - Frequências naturais da estrutura sob base fixa e sob base flexível para o 1º modo

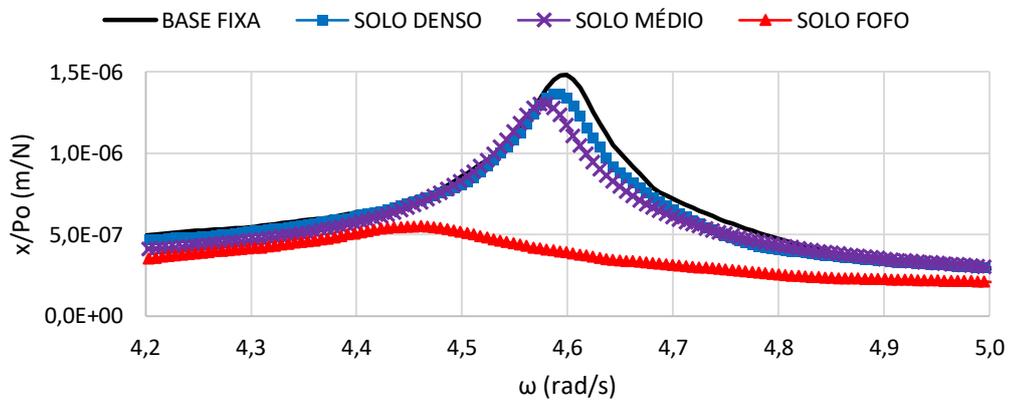


Figura 5.5 - Frequências naturais da estrutura sob base fixa e sob base flexível para o 2º modo

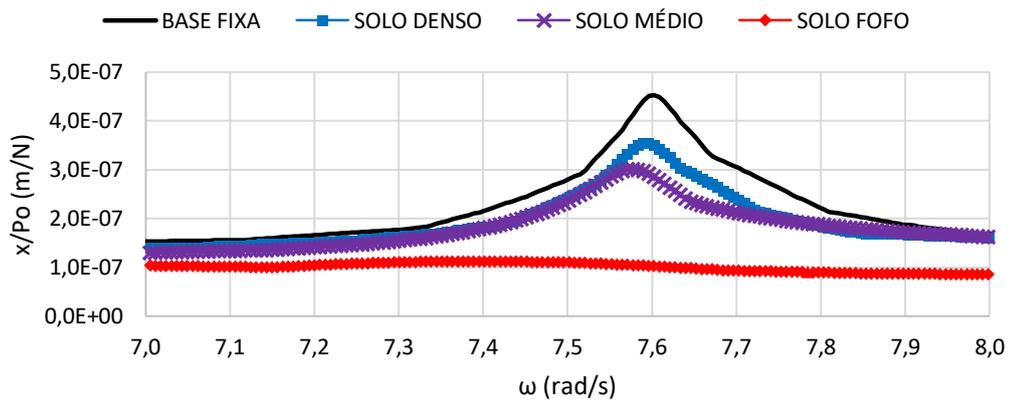


Figura 5.6 - Frequências naturais da estrutura sob base fixa e sob base flexível para o 3º modo

Para analisar o sistema sob vibração forçada é utilizado o histórico de acelerações registrado na estação de Takatori, Japão durante o terremoto de magnitude de 6,7 MW ocorrido em 16 de janeiro de 1995 em Kobe. Os dados são fornecidos pelo site *Strong Motion Center*. O histórico de acelerações e o espectro de frequências, calculado a partir do algoritmo exposto em Aghayan et al. (2016), são expostos na Figura 5.7.

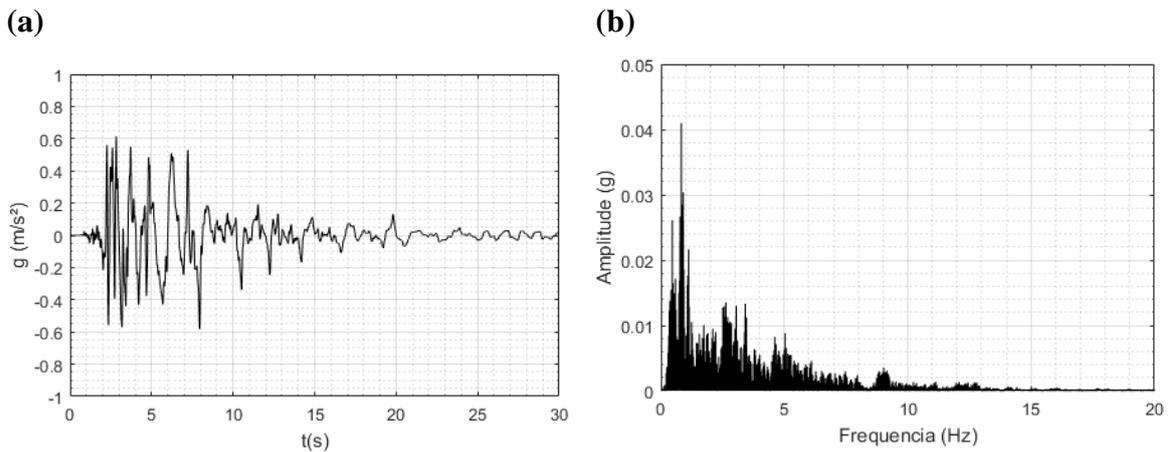


Figura 5.7 - Sismo de Kobe: (a) histórico de acelerações; (b) espectro de frequências

Na Tabela 5.4 e na Figura 5.8 são expostos os deslocamentos absolutos, i.e. soma das parcelas referentes ao deslocamento da estrutura e do solo, e as acelerações absolutas originadas pelo sismo de Kobe comparados aos valores máximos obtidos por Farshidianfar e Soheili (2013). As acelerações no geral apresentaram variações de 8%, enquanto os deslocamentos encontrados apresentaram resultados praticamente iguais com variações menores que 0,5%. O valor elevado para a diferença da aceleração entre o valor computado pela rotina e pela referência utilizada se deve ao fato de que o amortecimento estrutural foi definido de forma aproximada, uma vez que o valor utilizado não foi destacado pelo autor.

Tabela 5.4 Resposta total em termos de deslocamentos e acelerações

<i>Modelo</i>	$u^*$ (m)	$u$ (m)	$e$ (%)	$\ddot{u}^*$ (m/s <sup>2</sup> )	$\ddot{u}$ (m/s <sup>2</sup> )	$e$ (%)
<i>Base fixa</i>	1,0459	1,0461	0,0191	11,4408	12,3310	7,7809
<i>Solo denso</i>	1,0576	1,0592	0,1513	11,4019	12,3230	8,0785
<i>Solo médio</i>	1,0615	1,0665	0,4710	11,2907	12,2540	8,5318
<i>Solo fofo</i>	0,7588	0,7566	0,2899	9,5493	10,2497	7,3346

\* Valores retirados de Farshidianfar e Soheili (2013)

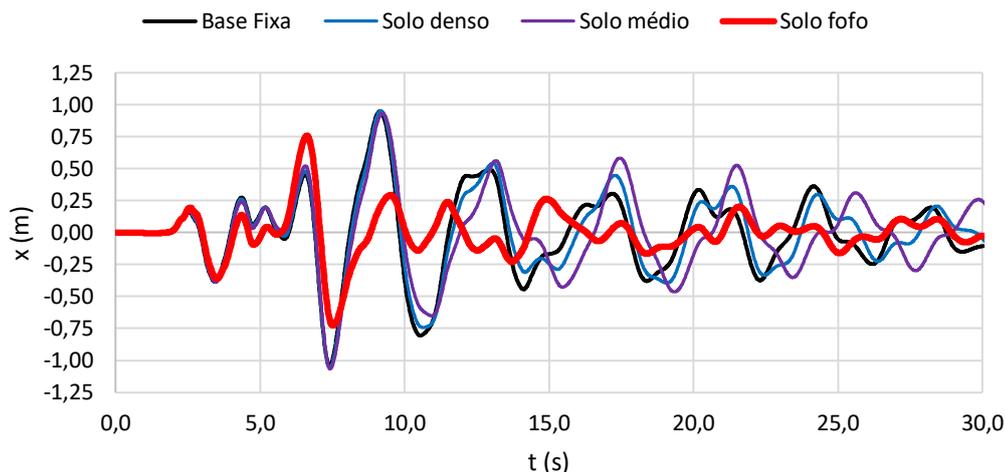


Figura 5.8 - Deslocamentos totais do topo da estrutura sob as diferentes bases submetida ao sismo de Kobe

Para analisar de forma mais clara a resposta da estrutura sob influência da interação solo-estrutura é analisada apenas o deslocamento da estrutura relativo à fundação para os modelos de base flexível (Tabela 5.5), considerando-se para interação apenas a influência da flexibilidade do solo e em seguida o efeito da incorporação do amortecimento do solo.

Tabela 5.5 - Influência da flexibilidade e do amortecimento do solo nos deslocamentos da estrutura relativos à fundação

<i>Solo</i>	$X_{\max}^1$ (m)	$X_{\max}^2$ (m)	$\Delta$ (%)	$X_{\text{rms}}^1$ (m)	$X_{\text{rms}}^2$ (m)	$\Delta$ (%)
<i>Denso</i>	1,0132	1,0124	-0,0790	0,2701	0,2694	-0,2592
<i>Médio</i>	0,9519	0,9484	-0,3677	0,2562	0,2532	-1,1710
<i>Fofo</i>	0,4497	0,4340	-3,4912	0,0846	0,0805	-4,8351

Observação:  $X^1$  influência apenas da flexibilidade e  $X^2$  influência da flexibilidade e do amortecimento

Observando os resultados do deslocamento da estrutura relativo à base é possível afirmar que quanto maior a flexibilidade da base mais acentuado foi a redução dos deslocamentos quando comparados aos deslocamentos do modelo sob base fixa. Quanto a incorporação dos coeficientes de amortecimento à base para representar a dissipação de energia ao longo do substrato por radiação de ondas, quanto maior a flexibilidade da base maior a dissipação de energia. Na Figura 5.9 são apresentados o histórico de deslocamentos do topo da estrutura sob o solo de maior flexibilidade sem e com a presença do amortecimento onde foi apontada a maior variação dentro desta análise.

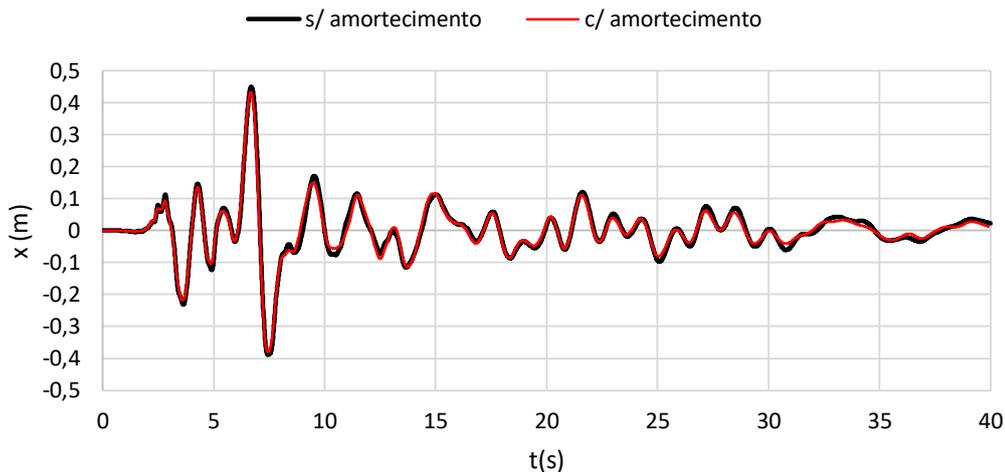


Figura 5.9 - Deslocamentos do topo da estrutura relativos à fundação para o caso do solo fofo

### 5.3. APLICAÇÃO DE MÚLTIPLOS ATENUADORES DE COLUNA LÍQUIDA PRESSURIZADA SOB BASE FIXA E SOB BASE FLEXÍVEL

Antes de avaliar o funcionamento de múltiplos atenuadores de coluna líquida pressurizada na estrutura de base flexível e sob ação do sismo de Kobe é realizado um estudo preliminar do controle de vibração da estrutura resumida na Tabela 5.1 a partir da variação de parâmetros do atenuador. É avaliada eficiência do controle de MACLP a partir da razão ( $\mu$ ) da massa total de dispositivos em relação à massa da estrutura e a relação entre a frequência do atenuador e da estrutura a partir da alteração da pressão da câmara selada com gás. Em todos os casos a estruturas é considerado sujeita a uma aceleração na base por uma função senoidal em ressonância com a estrutura e de amplitude 0,2 N.

Para estes casos é adotado o modelo de base fixa para a estrutura e o atenuador possui as dimensões e propriedades mostradas na Tabela 5.6. A partir da configuração básica do atenuador, limitação ao deslocamento máximo possível do líquido no trecho vertical, adotou-se o valor de 90% do comprimento total do atenuador para a sua dimensão horizontal e garantiu-se que o deslocamento vertical estivesse dentro dos limites estabelecidos conforme apresenta a Figura 5.10.

Tabela 5.6 - Dimensões e propriedades de um Atenuador de Coluna Líquida Pressurizada

L (m)	$\chi$	D (m)	$\mu$ (%)	P (atm)	Z (m)	Ra (%)
40,00	0,90	1,769	0,25	0,622	2,00	12,00

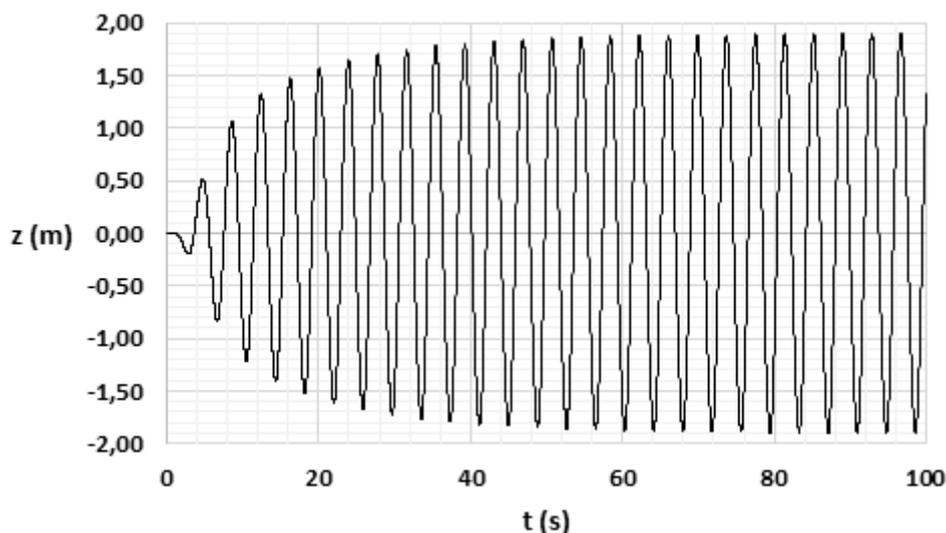


Figura 5.10 - Deslocamento do líquido no trecho vertical do Atenuador de Coluna Líquida Pressurizada para  $\mu = 0,5\%$

A partir deste atenuador dimensionado e verificado é avaliada a relação de controle de vibração versus a quantidade de atenuadores expressa como a variação da razão de massa entre os dispositivos e a estrutura. Para cada simulação foram observados os picos de deslocamento e a raiz do valor quadrático médio do deslocamento do topo da estrutura. Estes valores são então comparados com o deslocamento do mesmo ponto da estrutura, mas sem a presença dos atenuadores. Os valores obtidos na análise são apresentados na Figura 5.11 e Figura 5.12.

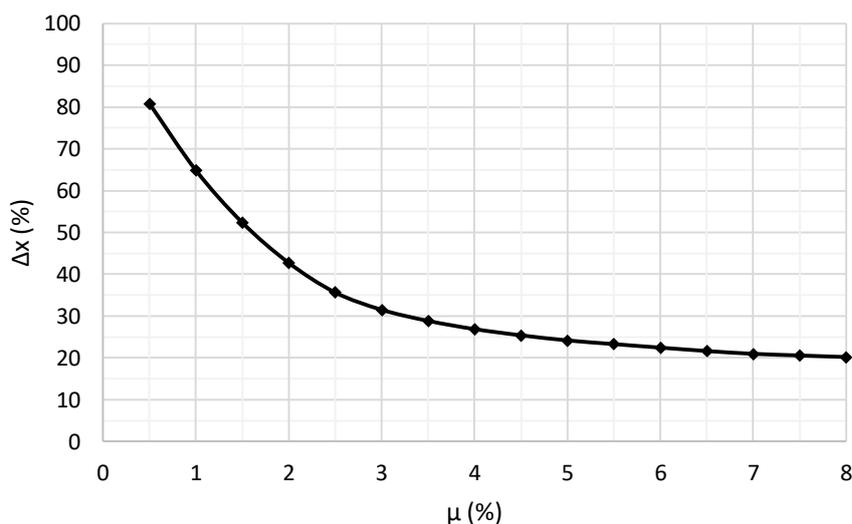


Figura 5.11 - Variação do pico de deslocamento do topo da estrutura versus a razão  $\mu$  de massa total de MACLP pela massa da estrutura

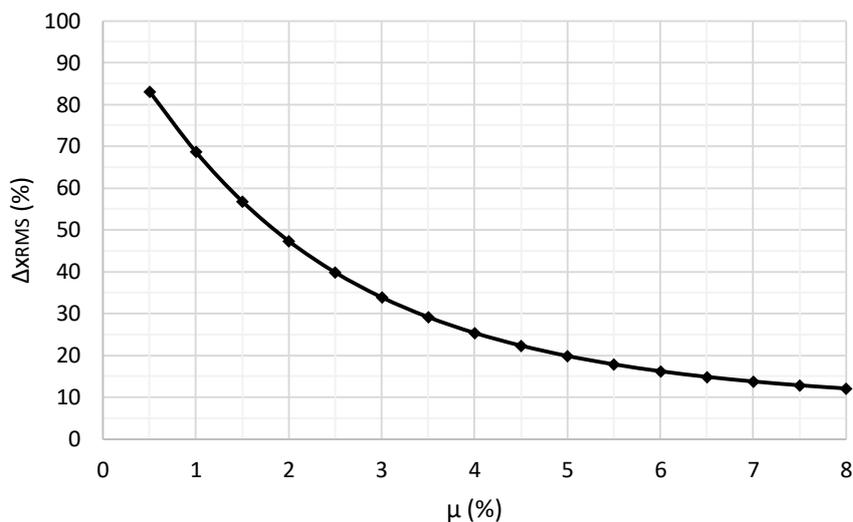


Figura 5.12 - Variação da média rms de deslocamento do topo da estrutura versus a razão  $\mu$  de massa total de MACLP por massa da estrutura

Pode-se notar que o aumento da massa ou da quantidade de atenuadores provoca uma maior redução nos deslocamentos da estrutura e apresenta-se mais acentuado para os valores médios de deslocamento.

A variação da resposta dinâmica  $\Delta$  para os valores iniciais de  $\mu$  igual a 1%, 2%, 4% e 8% mostrados na Figura 5.13, se mostra sensível as variações de massa do sistema de controle. Já os valores de pico de deslocamento a partir de  $\mu$  igual a 5% apresentam um comportamento assintótico em que a diferença de valores entre 5% e 8% é de apenas 6%.

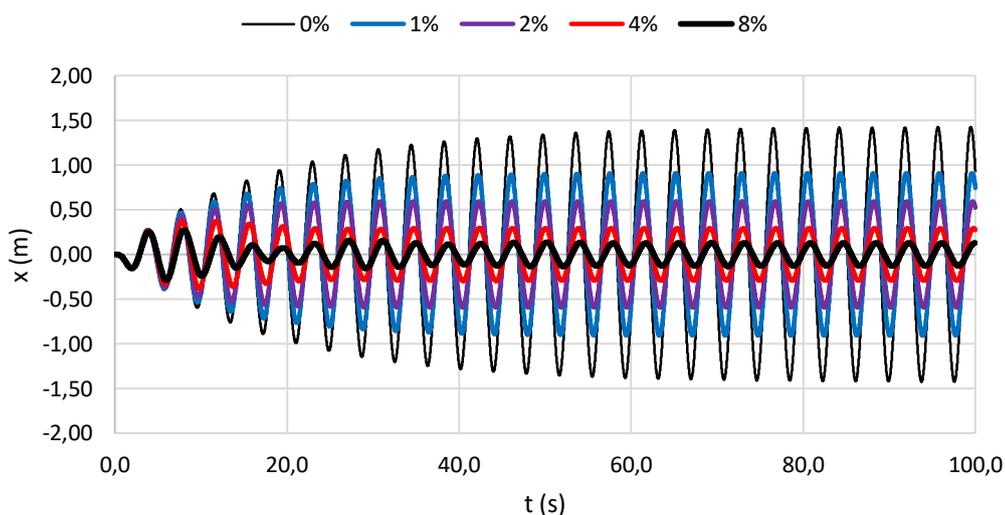


Figura 5.13 - Histórico de deslocamentos do topo da estrutura versus a razão de massa  $\mu$  (%) total de MACLP por massa da estrutura

Outro parâmetro de grande relevância para o dimensionamento de atenuadores passivos em geral é a frequência de funcionamento do dispositivo. A situação que apresenta a maior eficiência de controle de vibrações de estruturas é aquela na qual o atenuador está em ressonância com a frequência fundamental da estrutura ( $\Omega = 1,0$ ). Busca-se então avaliar a variação da resposta dinâmica da estrutura em termos de deslocamentos devido uma diferença na frequência de funcionamento dos MACLP em relação à frequência fundamental da estrutura. Para alterar a frequência do atenuador são alteradas as propriedades de pressão e altura da câmara selada com gás. Estes resultados para  $\mu$  igual a 2%, 3% e 4% são apresentados na Figura 5.14.

Neste gráfico podem ser observados resultados obtidos anteriormente, porém com maior poder de análise. Assim como apresentado nas figuras 5.11 e 5.12 a razão de massa  $\mu$  apresenta grande influência no controle de vibração. Quanto maior o valor adotado para  $\mu$  maior a eficiência na redução da resposta estrutural.

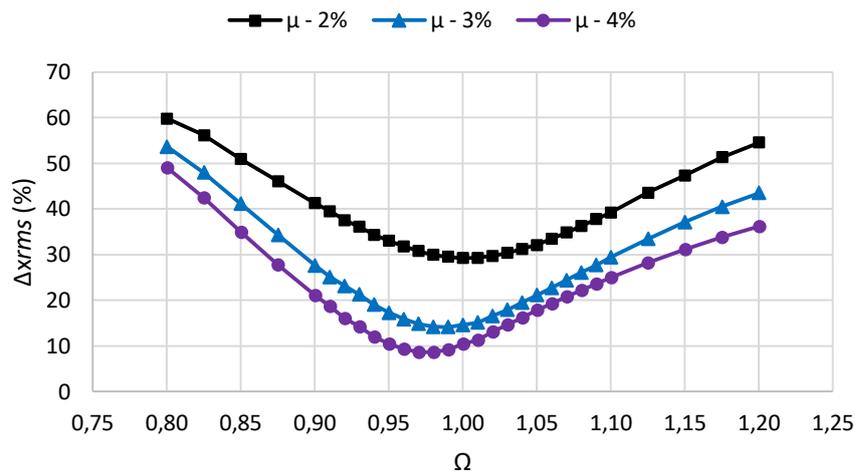


Figura 5.14 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura com controle versus a razão da frequência dos atenuadores e a frequência da estrutura

Através do gráfico da Figura 5.14 também é possível afirmar que o atenuador ao se afastar da frequência fundamental do sistema apresenta perda na eficiência do controle de deslocamentos. Vale também ressaltar que os pontos que apresentaram maior redução de deslocamentos se dão quando o atenuador está em ressonância com a frequência fundamental do sistema, i.e., estrutura com o MACLP e não necessariamente para  $\Omega = 1,0$ . Este fato decorre de que a adição de massa ao sistema através do acréscimo de atenuadores

utilizados e mantida constante a rigidez da estrutura leva-se a uma redução da frequência fundamental do sistema estrutura-atenuador. Pode-se observar que os valores mínimos de deslocamento apresentados pela curva de  $\mu$  igual a 3% e a 4% apresentam um deslocamento para a esquerda no gráfico, posições em que os atenuadores apresentam menor frequência e estão em ressonância com o seu respectivo sistema estrutura-atenuador.

Após analisar o comportamento de múltiplos atenuadores de coluna líquida pressurizada acoplados à estrutura sob base fixa e submetida à uma aceleração na base representada por uma função senoidal é avaliada a resposta da mesma estrutura com os mesmos dispositivos de controle, mas agora submetidos às acelerações geradas durante o sismo de Kobe, mostradas na Figura 5.15.

Para a análise novamente são utilizados o modelo estrutural do edifício e do solo proposto Liu et al. (2008) e expostos nas tabelas 5.1 e 5.2, respectivamente. As figuras 5.15 e 5.16 apresentam graficamente os resultados no controle de vibração da estrutura *versus* a razão de massa  $\mu$  para as diferentes propriedades de base adotadas. Os valores de controle de cada modelo são confrontados com os seus respectivos deslocamentos expostos na Tabela 5.5 para o caso em que foi considerada a presença de amortecimento do solo.

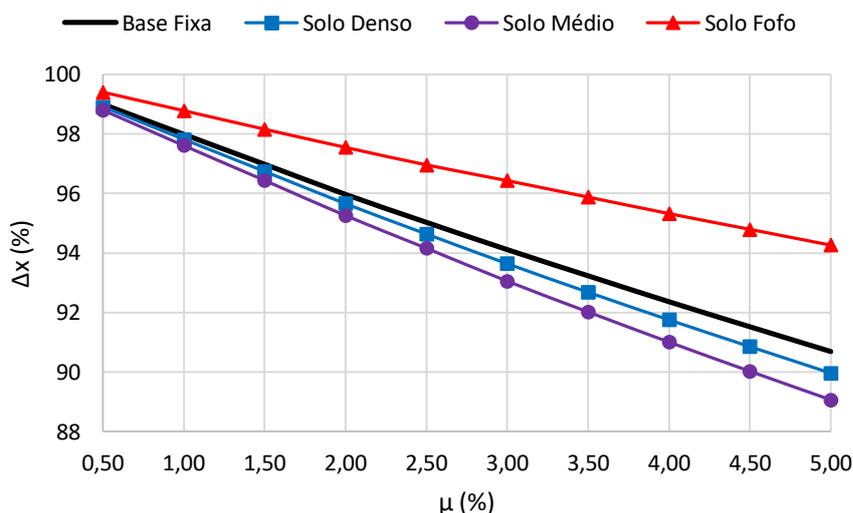


Figura 5.15 - Variação do pico de resposta do topo da estrutura com controle versus a razão de massa  $\mu$

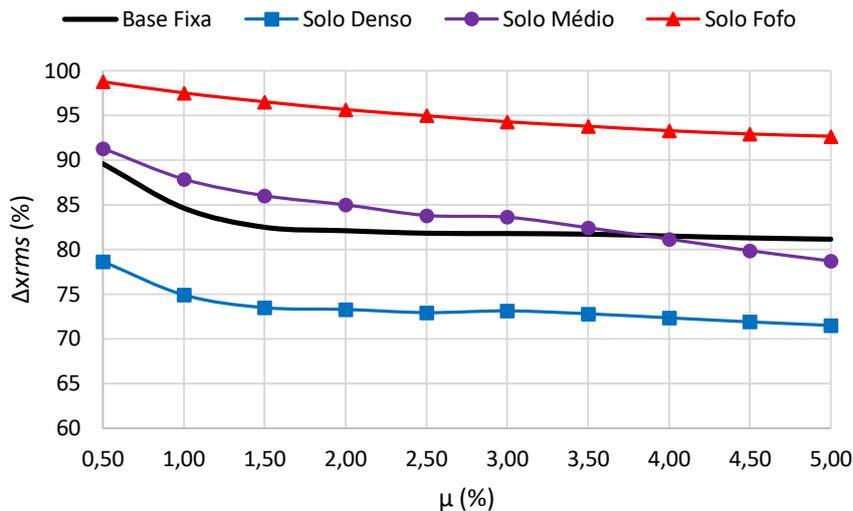


Figura 5.16 - Variação da resposta rms do topo da estrutura com controle versus a razão de massa  $\mu$

Sobre os picos de deslocamento do topo da estrutura apresentados na Figura 5.15 pode-se afirmar que os maiores valores da razão de massa  $\mu$  produzem as maiores reduções nos deslocamentos da estrutura. Também, nota-se que a redução dos deslocamentos máximos da estrutura quando considerada sob o solo de maior flexibilidade são bem inferiores aos demais modelos, uma vez que este modelo possui a menor frequência fundamental com uma diferença de 35% em relação à frequência fundamental da estrutura sob base fixa para qual o atenuador foi idealizado e dimensionado. A este fato se deve a baixa rendimento dos atenuadores.

A estrutura sob o solo de maior rigidez que conta com frequência fundamental com a menor diferença em relação à frequência de funcionamento dos múltiplos atenuadores, quando comparado os sistemas de base flexível, obteve os melhores valores para o controle da resposta máxima e da resposta *rms*. Em comparação com o modelo de base fixa, ao considerar os efeitos da interação solo-estrutura são obtidos menores deslocamentos durante a vibração da estrutura. Como foi descrito no item anterior, ao desprezar-se a interação solo-estrutura, e em específico o amortecimento do solo, se desconsidera uma fonte importante de dissipação de energia do sistema.

## 5.4. ANÁLISE PARÁMETRICA DA INFLUÊNCIA DA INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA PELO MODELO MATEMÁTICO DE ESTRUTURA 3D

### 5.4.1. Validação da rotina computacional

Para validar a rotina computacional implementada para a análise dinâmica no domínio do tempo do modelo matemático da estrutura tridimensional pelo Método de Newmark é avaliado um edifício de 6 pavimentos considerado inicialmente sob base fixa. A estrutura e a disposição dos seus pavimentos são mostradas na Figura 5.17.

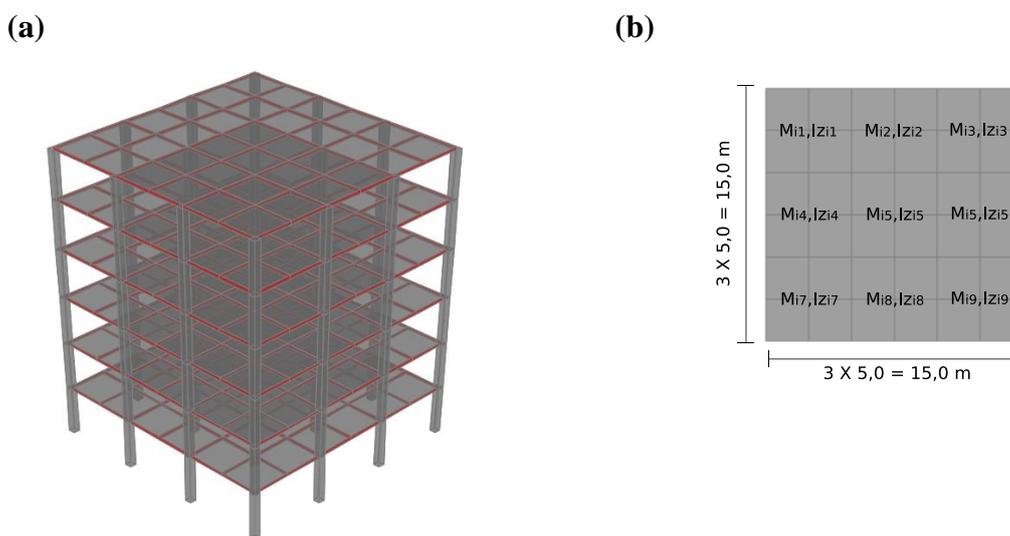


Figura 5.17 - Modelo do edifício de 6 andares: (a) vista tridimensional; (b) pavimento tipo.

A estrutura considerada simétrica tem cada um dos seus pavimentos composto por 9 painéis de laje consideradas indeformáveis representadas por diafragmas rígidos e por 16 pilares distribuídos com o mesmo espaçamento. As propriedades geométricas e físicas do modelo são apresentadas, respectivamente, na Tabela 5.7 e na Tabela 5.8.

Tabela 5.7 - Propriedades geométricas do modelo

Nº de pavimentos	6
Altura do pavimento	3 m
Nº de pilares	16
Vão entre os pilares	5 m
Nº de diafragmas	9
Dimensão do diafragma	5 m por 5 m

Tabela 5.8 - Propriedades físicas do modelo

Massa do diafragma ( $M_{ij}$ )	$6,25 \cdot 10^3$ kg
Massa de inércia polar do diafragma ( $I_{z_{ij}}$ )	$2,60 \cdot 10^4$ kg·m <sup>2</sup>
Massa de inércia do diafragma ( $I_{x_{ij}} / I_{y_{ij}}$ )	$1,30 \cdot 10^4$ kg·m <sup>2</sup>
Taxa de amortecimento estrutural	2 %
Rigidez do pilar ( $K_{ij}$ )	$2,65 \cdot 10^7$ N/m

Inicialmente são verificadas as frequências fundamentais do modelo do edifício obtida pela rotina computacional e pelo *software* SAP2000 (CSI, versão 19). Na Tabela 5.9 são apresentadas as duas primeiras frequências de vibração lateral e torsional do modelo.

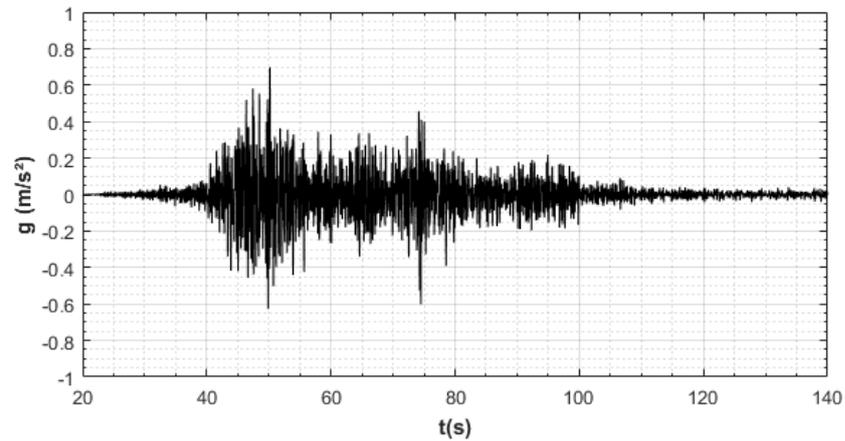
Tabela 5.9 - Seis primeiras frequências de vibração do modelo de 6 andares

<i>Resultado</i>	$f_1$ (Hz)	$f_2$ (Hz)	$f_3$ (Hz)	$f_4$ (Hz)	$f_5$ (Hz)	$f_6$ (Hz)
<i>Rotina</i>	3,334	3,334	4,304	9,809	9,809	12,663
<i>SAP2000</i>	3,334	3,334	4,321	9,809	9,809	12,712
<i>Diferença (%)</i>	-	-	0,393	-	-	0,385

Após avaliar as frequências do modelo é analisada a estrutura submetida à ação sísmica. Para observar a resposta do sistema sob vibração forçada é considerado o histórico de acelerações do sismo de M8.8 ocorrido em 27 de fevereiro de 2010 em Maule, Chile gravados na estação de Angol.

A partir dos dados obtidos no *site* *Center for Engineering Strong Motion Data (CESMD)* de gravações realizadas na *Red de Cobertura Nacional de Acelerografos (RENADIC)* do Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Chile disponibilizado por Boroschek, Soto e Leo (2010). Os históricos de acelerações para as direções Leste-Oeste (*E-W*) e Norte-Sul (*N-S*) do sismo são mostrados na Figura 5.18.

(a)



(b)

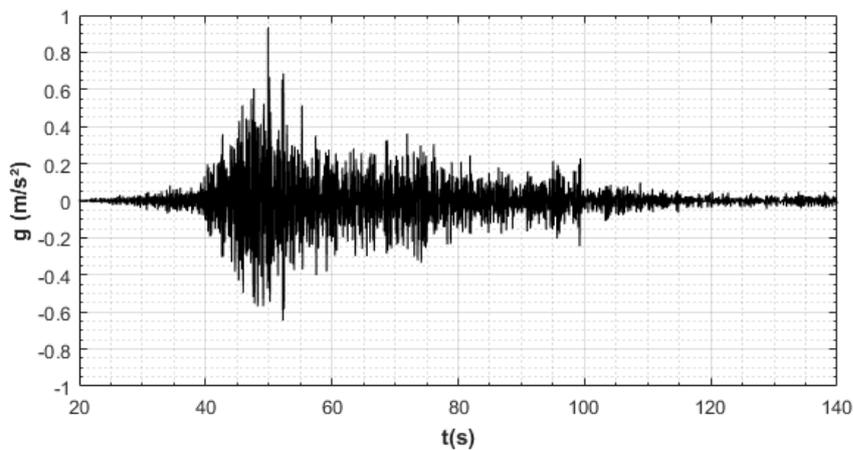


Figura 5.18 - Histórico de acelerações do sismo de Maule, Chile: (a) sentido E-W; (b) sentido N-S

Na Figura 5.19 e na Figura 5.20 é apresentada a resposta no tempo do deslocamento do topo da estrutura, i.e., do sexto pavimento durante o intervalo de 45 a 65 segundos para as direções *E-W* e *N-S*. São comparadas a resposta obtida pela rotina computacional e pelo modelo numérico do SAP2000 (CSI, v19). Pode-se observar que as duas respostas apresentam os mesmos valores e o mesmo comportamento ao longo do tempo, validando a programação implementada no *MATLAB*.

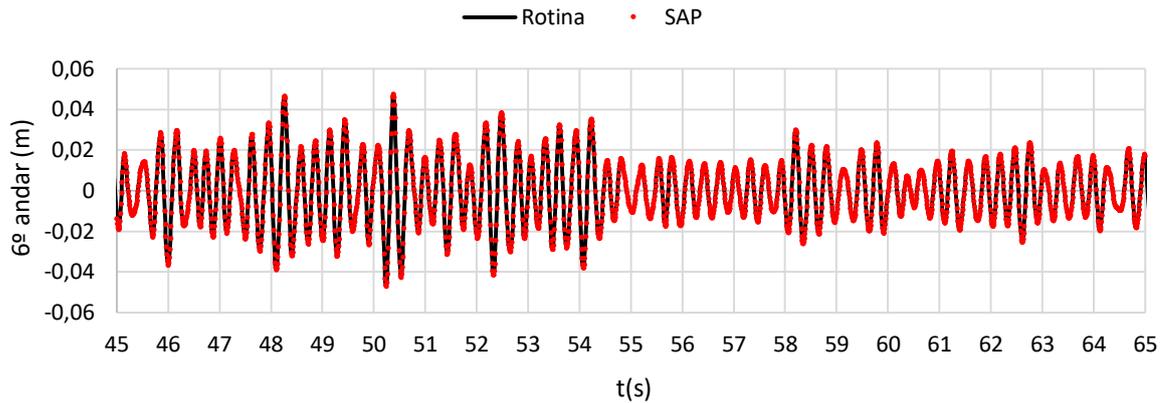


Figura 5.19 - Histórico de deslocamento do 6º andar do modelo estrutural na direção E-W

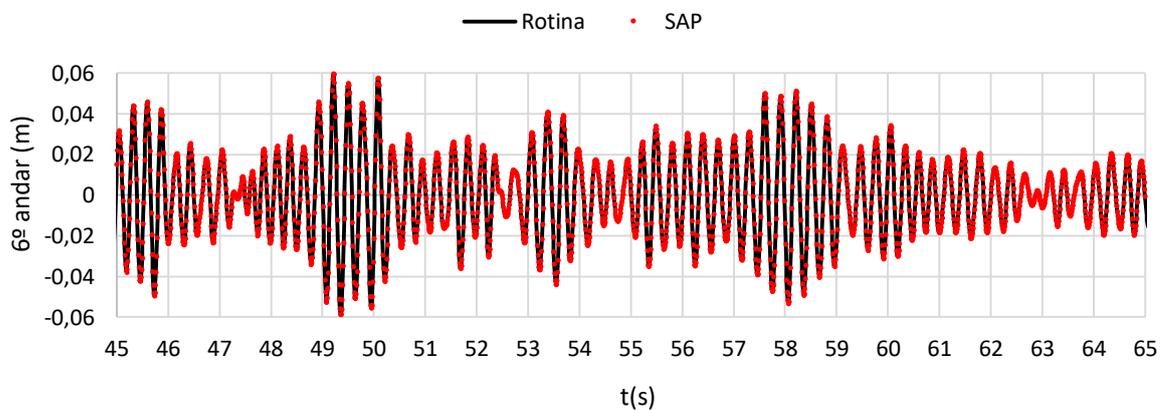


Figura 5.20 - Histórico de deslocamento do 6º andar do modelo estrutural na direção N-S

#### 5.4.2. Análise paramétrica da interação dinâmica solo-estrutura

Previamente foram analisados os efeitos da interação solo-estrutura na variação da frequência fundamental do sistema acoplado de acordo com a razão entre as rigidezes do solo e da estrutura e também foram avaliadas as variações causadas nos deslocamentos e acelerações do sistema a partir de um estudo de caso por um modelo de *shear building*.

Busca-se então analisar a influência da ISE na resposta dinâmica da estrutura representada pelo modelo matemático exposto no item 3.2.2 a partir da variação de parâmetros dos três sistemas envolvidos no problema: estrutura, fundação e solo. Os efeitos da interação são observados a partir da avaliação de grandezas como: frequência fundamental do sistema acoplado; deslocamentos; acelerações no topo da estrutura.

Para o estudo paramétrico são considerados três composições do pavimento tipo da estrutura. Conforme mostra a Figura 5.21, é considerado um caso com pavimento formado por 9 diafragmas rígidos e 16 pilares, uma segunda formação contendo 16 diafragmas rígidos e 25 pilares e a terceira, e última situação, que é composta por 25 diafragmas rígidos e 36 pilares.

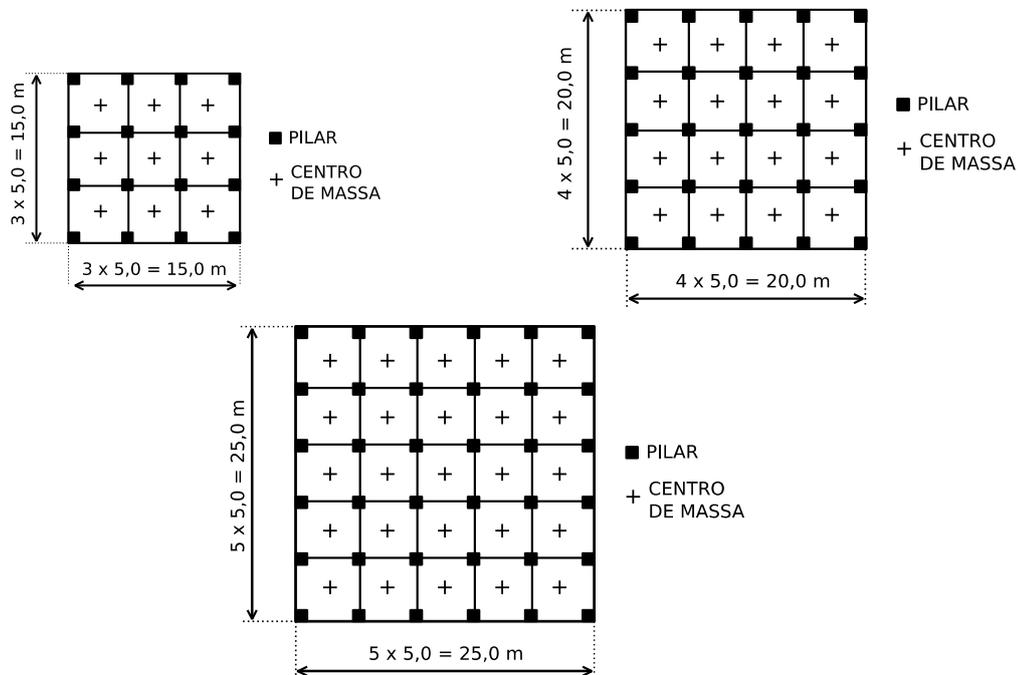


Figura 5.21 - Vista superior dos pavimentos tipos considerados na análise dinâmica

Para todas situações cada diafragma rígido que compõe o pavimento possui dimensões de 5m x 5m, com massa e momento massa de inércia para as direções x, y e z apresentados na Tabela 5.10.

Tabela 5.10 - Parâmetros de massa de cada diafragma rígido do pavimento

$M_{ij}$ (kg)	$I_{xij}$ (kg·m <sup>2</sup> )	$I_{yij}$ (kg·m <sup>2</sup> )	$I_{zij}$ (kg·m <sup>2</sup> )
$6,25 \cdot 10^3$	$1,302 \cdot 10^4$	$1,302 \cdot 10^4$	$2,604 \cdot 10^4$

Em combinação com as três situações possíveis para o pavimento tipo do edifício são consideradas três opções de rigidez para os pilares e quatro possibilidades de quantidade de andares para a estrutura. A rigidez adotada para os pilares é considerada constante ao longo da estrutura e equivale a:  $2,65 \cdot 10^7$  N/m;  $8,40 \cdot 10^6$  N/m;  $1,66 \cdot 10^6$  N/m. Como mostrado na Figura 5.22 as quantidades de andares assumidas para os edifícios analisados são de 6, 12, 18 e 24.

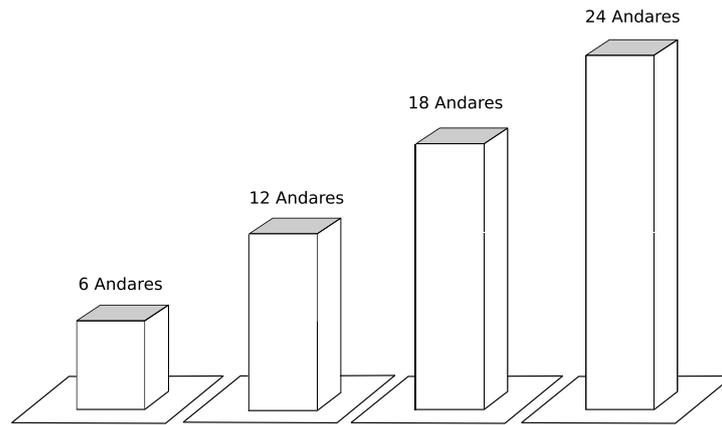


Figura 5.22 - Variação da quantidade de pavimentos

Três dimensões são adotadas para a fundação, onde cada uma está vinculada a uma configuração do pavimento tipo. Na Tabela 5.11 são apresentados o parâmetro das fundações associadas a cada pavimento tipo conforme é mostrado na Figura 5.23.

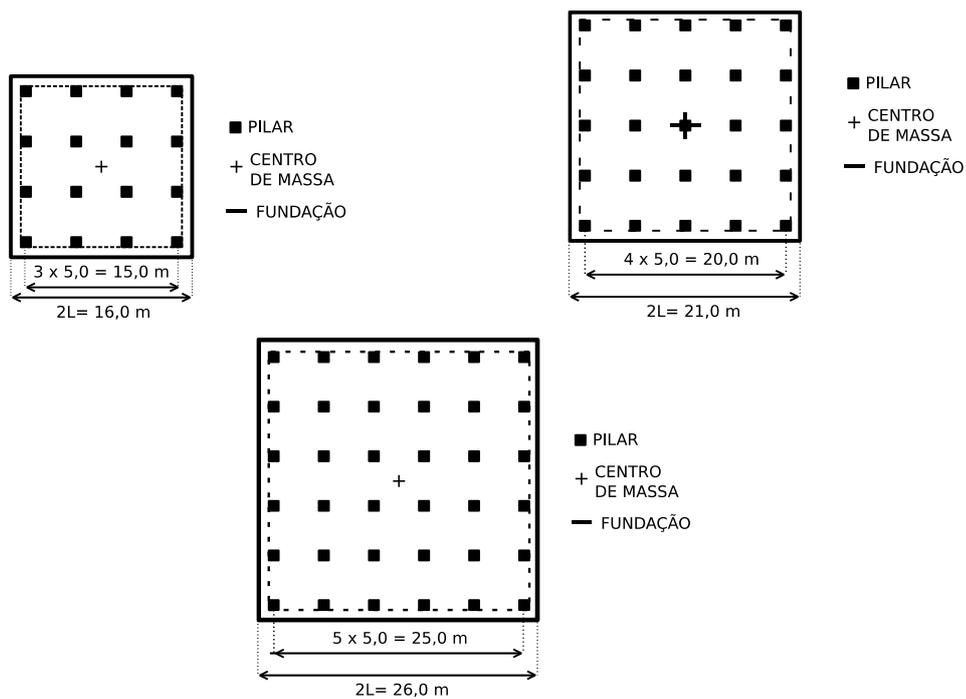


Figura 5.23 - Vista superior da fundação considerados na análise dinâmica

Tabela 5.11 - Dimensões e parâmetros de massa da fundação

L (m)	B (m)	M (kg)	I <sub>x</sub> (kg·m <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (kg·m <sup>2</sup> )	I <sub>z</sub> (kg·m <sup>2</sup> )
8,00	8,00	$3,20 \cdot 10^5$	$6,83 \cdot 10^6$	$6,83 \cdot 10^6$	$1,36 \cdot 10^7$
10,50	10,50	$5,51 \cdot 10^5$	$2,03 \cdot 10^7$	$2,03 \cdot 10^7$	$4,06 \cdot 10^7$
13,00	13,00	$8,45 \cdot 10^5$	$4,76 \cdot 10^7$	$4,76 \cdot 10^7$	$9,52 \cdot 10^7$

A base flexível do modelo sob o qual se encontra o edifício e fundação representa o solo. Para o estudo paramétrico são considerados os solos apresentados na Tabela 5.12 e foram retirados de Liu et al. (2008) e Halkude et al. (2014). A partir dos parâmetros mecânicos do solo e das dimensões horizontais da fundação são determinados os coeficientes de rigidez ( $K_{ij}$ ) e de amortecimento ( $C_{ij}$ ) pelas fórmulas apresentadas por NIST (2012). As fórmulas utilizadas são disponibilizadas no Anexo A desta dissertação.

Tabela 5.12 - Propriedades mecânicas do solo

Solo	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$E_s$ (N/m <sup>2</sup> )	$\nu$	$G_s$ (N/m <sup>2</sup> )	$V_s$ (m/s)
1	1900,00	$5,06 \cdot 10^8$	0,48	$1,71 \cdot 10^8$	300,00
2	1800,00	$5,36 \cdot 10^7$	0,49	$1,80 \cdot 10^7$	100,00
3	1600,00	$1,51 \cdot 10^7$	0,40	$5,40 \cdot 10^6$	57,30

Em suma, os casos analisados são relacionados à variação de parâmetros da estrutura e do sistema fundação-solo. A estrutura tem os seus parâmetros de massa, de amortecimento e de rigidez dependentes da configuração do pavimento, da rigidez associada aos pilares e da quantidade de pavimentos considerada. Já o sistema fundação-solo depende da dimensão da fundação e das características do solo. No total são avaliados 144 casos, onde também estão incluídos na contagem a estrutura considerada sob base fixa.

Inicialmente é avaliada a influência da interação solo-estrutura sob a frequência fundamental do sistema. Conforme é mostrado na Figura 5.24 a variação da redução da frequência em valores absolutos *versus* a razão entre a rigidez à translação do solo e a rigidez efetiva da estrutura, determinada a partir da massa efetiva para o primeiro modo, apresentam uma forte relação.

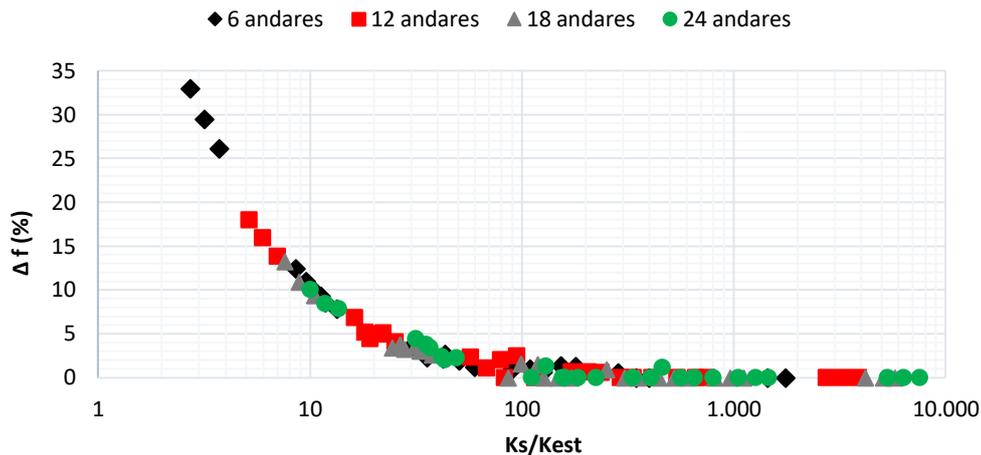


Figura 5.24 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura x variação da redução da frequência fundamental

O comportamento apresentado neste gráfico se assemelha ao gráfico apresentado na Figura 5.1 e na Figura 5.2 para o caso da estrutura representada pelo modelo de *shear building*. Em ambos os casos para menores valores computados para a razão entre as rigidezes a redução da frequência fundamental do sistema acoplado em relação à frequência fundamental da estrutura é mais significativa.

Para analisar o sistema sob vibração forçada é considerado o histórico de acelerações do sismo do Chile. Os históricos de acelerações para as direções Leste-Oeste (*E-W*) e Norte-Sul (*N-S*) são mostrados na Figura 5.18.

Inicialmente, para análise do sistema estrutural sob base flexível e sob vibração forçada é desconsiderado o efeito do amortecimento do solo. As figuras 5.25 e 5.26 apresentam a variação da média *rms* dos deslocamentos do topo da estrutura sob base flexível comparado com a média *rms* do deslocamentos para o caso da estrutura sob base fixa na direção x e y, respectivamente, para cada um dos caso analisados e representados pela razão de rigidez.

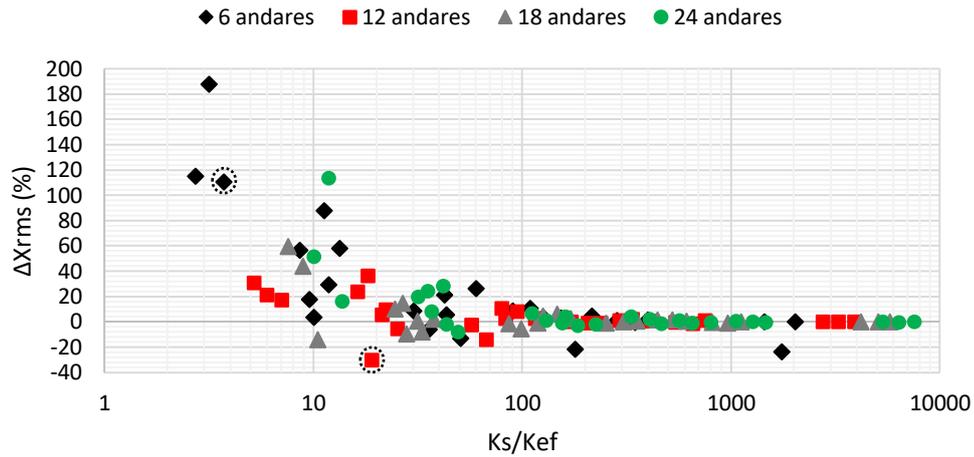


Figura 5.25 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms do deslocamento relativo do topo da estrutura na direção E-W desconsiderando a presença do amortecimento do solo

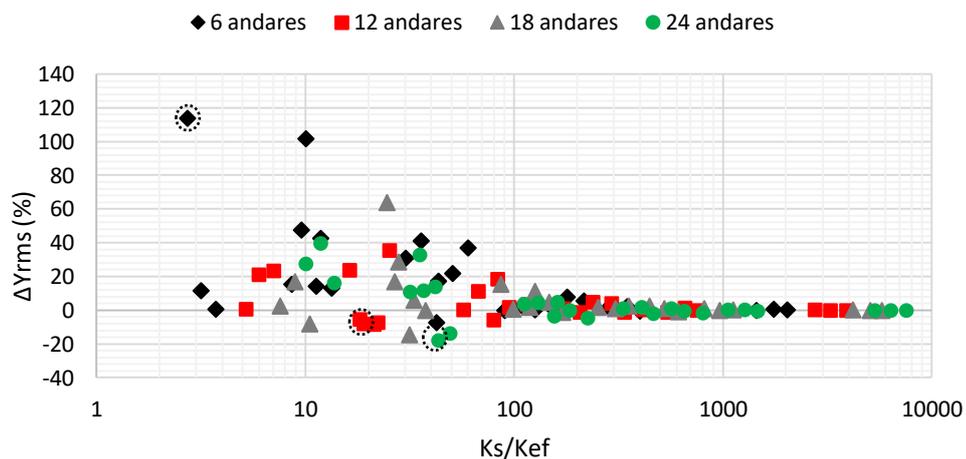


Figura 5.26 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms do deslocamento relativo do topo da estrutura na direção N-S desconsiderando a presença do amortecimento do solo

Diferentemente do resultados obtido para a variação e redução da frequência do sistema a variação da média *rms* dos deslocamentos do topo da estrutura não apresentam um comportamento padronizado. Apesar da variação da média *rms* aumentar para menores valores da razão de rigidez, a variação demonstra variações positivas e variações negativas.

O aumento da variação pode ser explicada pelo fato de que as estruturas mais rígidas apresentaram a maior variação na frequência fundamental quando consideradas sob base flexível, assim a redução da frequência da estrutura para uma faixa do espectro de acelerações relacionada com maiores amplitudes do espectro de frequência do sismo produz

maiores deslocamentos. Na Figura 5.27 é mostrado o espectro de aceleração do sismo nas direções leste-oeste e norte-sul.

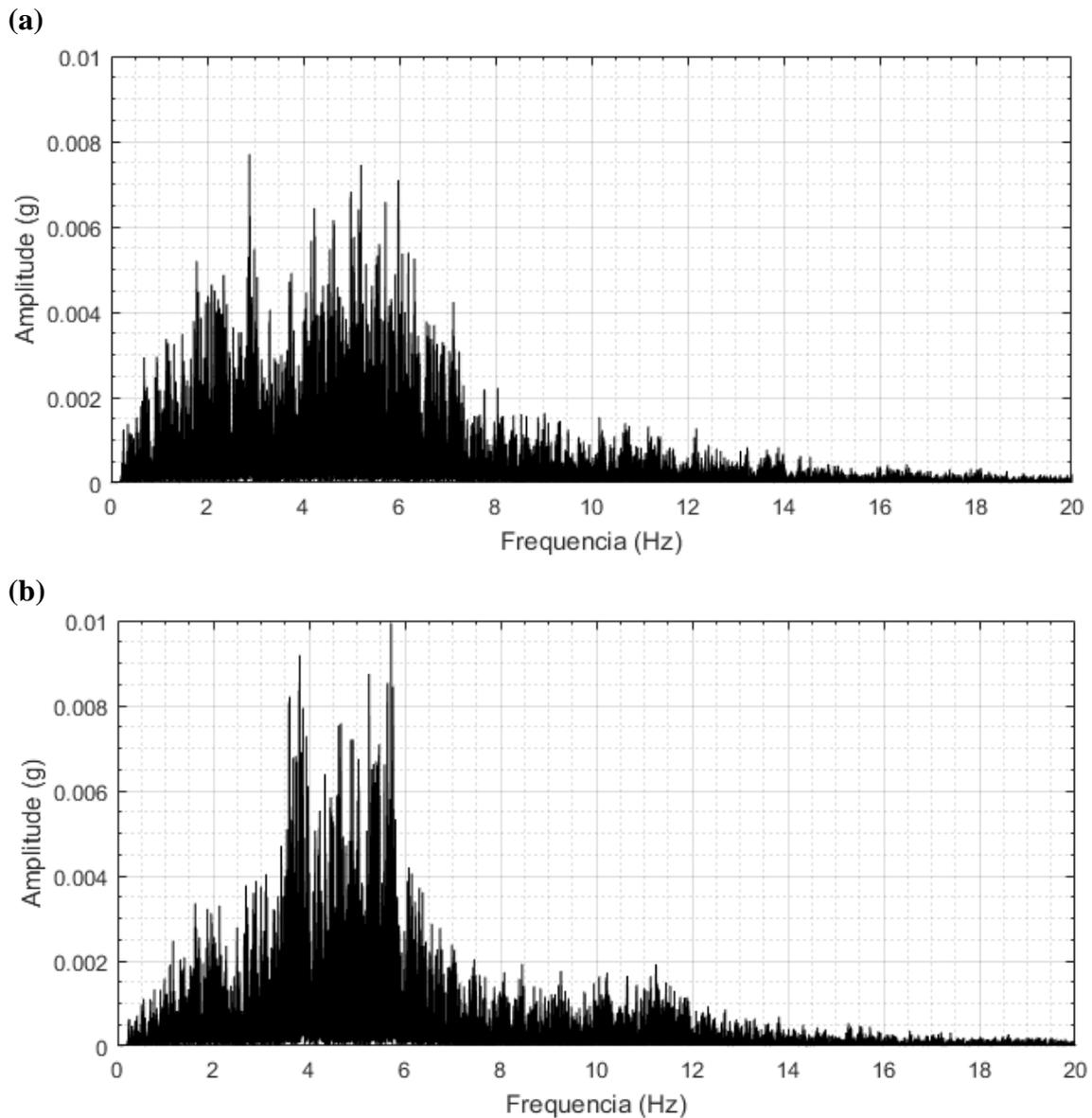


Figura 5.27 - Espectro de acelerações do sismo de Angol, Chile: (a) sentido E-W; (b) sentido N-S.

Este fato explica, por exemplo, o aumento da média *rms* dos deslocamentos para o caso da estrutura de 6 pavimentos com pilares de rigidez igual a  $2,65 \cdot 10^7$  N/m e pavimento tipo 3, o qual os resultados dos gráficos das figuras 5.25 e 5.26 apontam como as maiores variações dentre os casos analisados. Na direção x a estrutura apresenta um aumento de 115% e na direção y um aumento de 114%. A estrutura quando considerada sob base fixa apresenta frequência fundamental de 3 Hz e quando considerada sob o solo de menor flexibilidade o sistema apresenta alteração de 33% com a redução da frequência para 2 Hz. Como é

mostrado nas figuras 5.28 e 5.29 as amplitudes correspondente à ressonância entre a excitação e a estrutura são até 4 vezes superior para o caso com interação solo-estrutura.

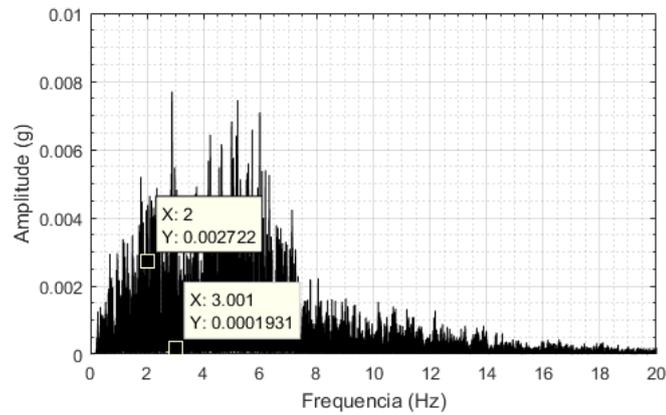


Figura 5.28 - Redução da frequência da estrutura de 6 pavimentos, pilares com rigidez de  $2,65 \cdot 10^7$  N/m e pavimento tipo 3 quando considerada apoiada sob o solo 3 representada no espectro da componente *E-W*

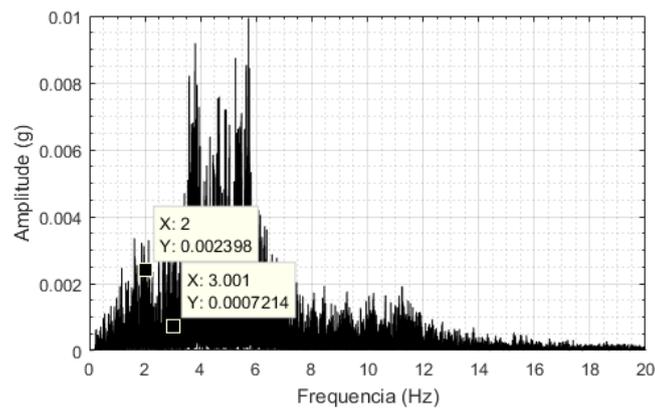


Figura 5.29 - Redução da frequência da estrutura de 6 pavimentos, pilares com rigidez de  $2,65 \cdot 10^7$  N/m e pavimento tipo 3 quando considerada apoiada sob o solo 3 representada no espectro da componente *N-S*

O histórico de deslocamentos do topo da estrutura na direção *x* e na direção *y* são apresentados nas figuras 5.30 e 5.31, respectivamente, onde pode ser observado claramente a maior amplitude dos deslocamentos para a estrutura considerada sob base flexível. Vale ressaltar que, embora os edifícios analisados sejam iguais, o sistema estrutural quando é desconsiderado o solo e o sistema acoplado apresentam diferentes frequências fundamentais e, portanto, uma resposta dinâmica diferente sob a mesma excitação sísmica.

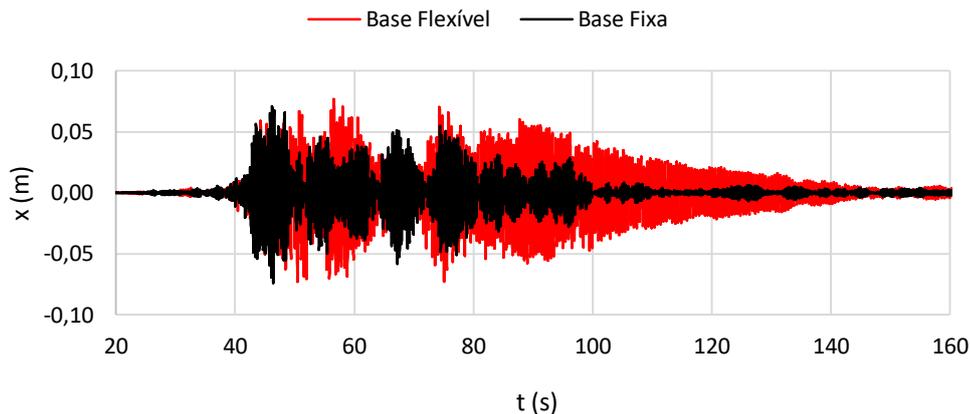


Figura 5.30 - Histórico do deslocamento na direção x do topo da estrutura de 06 andares de pavimento tipo 3 com pilares de rigidez igual a  $2,65 \cdot 10^7$  N/m

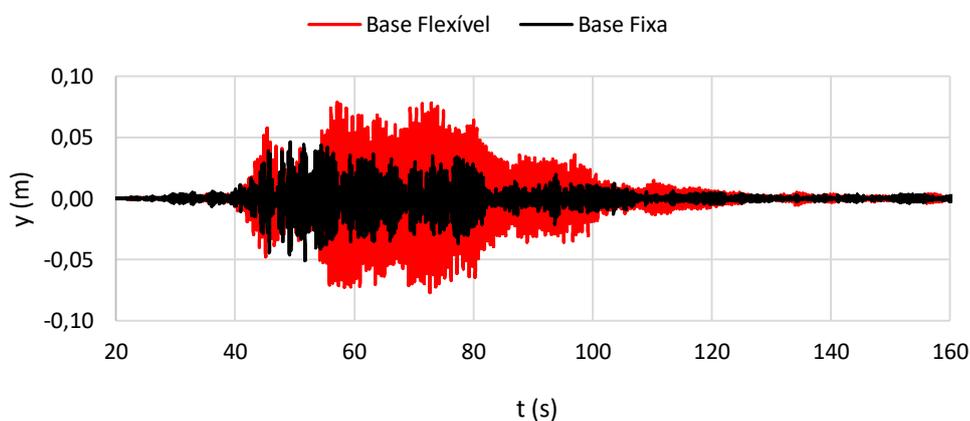


Figura 5.31 - Histórico do deslocamento na direção y do topo da estrutura de 06 andares de pavimento tipo 3 com pilares de rigidez igual a  $2,65 \cdot 10^7$  N/m

Embora este caso seja fácil de se relacionar o aumento dos deslocamentos com redução da frequência fundamental e o conseqüente aumento das amplitudes de excitação do espectro de frequência do sismo em ressonância com a estrutura, contudo é possível verificar no gráfico que o comportamento pode ser diferente para cada caso específico.

Para alguns dos casos analisados tem-se a redução da média rms de deslocamentos do topo da estrutura sob base flexível. Tomando como exemplo o caso em que a estrutura tem 12 pavimentos, pilares com rigidez de  $8,40 \cdot 10^6$  N/m e pavimento tipo 2 quando considerada apoiada sob o solo 3 apresenta redução de 30% e de 8% nos deslocamentos do topo na direção x e na direção y, respectivamente. O histórico de deslocamentos do topo da estrutura sob base fixa e para o sistema acoplado são apresentados na Figura 5.32 e na Figura 5.33.

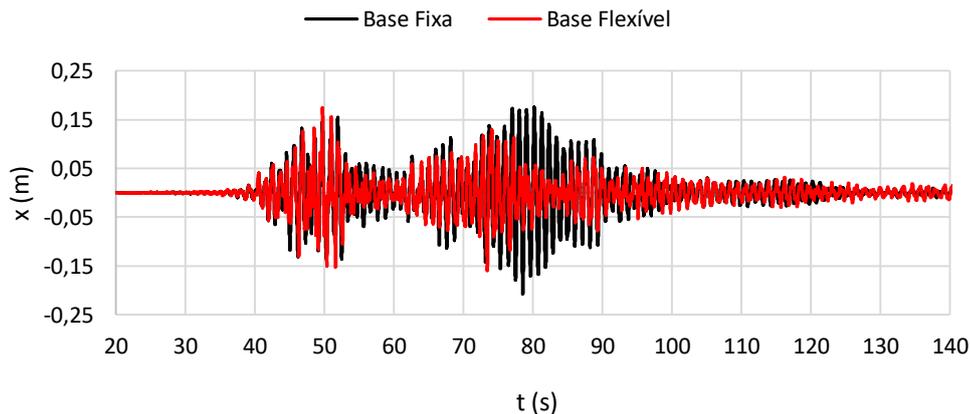


Figura 5.32 - Histórico do deslocamento na direção x do topo da estrutura de 12 andares de pavimento tipo 2 com pilares de rigidez  $8,40 \cdot 10^6$  N/m

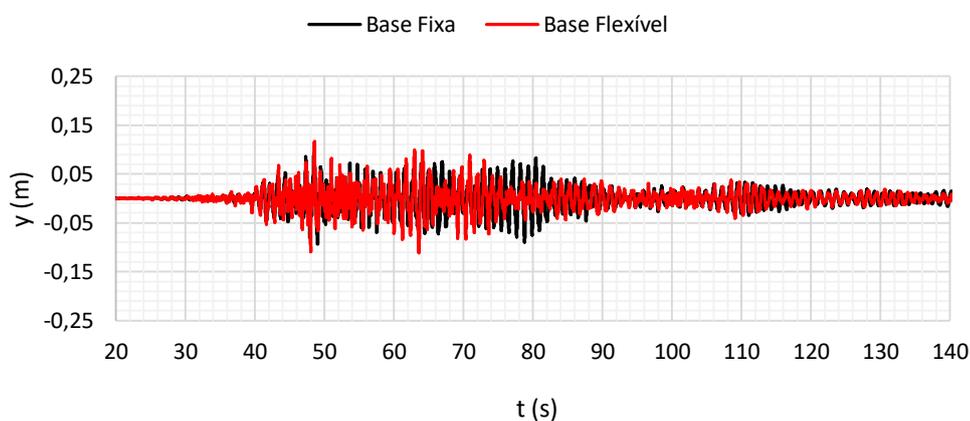


Figura 5.33 - Histórico do deslocamento na direção y do topo da estrutura de 12 andares de pavimento tipo 2 com pilares de rigidez  $8,40 \cdot 10^6$  N/m

Nestes caso a faixa de amplitude da frequência de excitação para a estrutura sob efeito da interação com o solo, com frequência de 0,867 Hz, apresentam valores de amplitude levemente inferiores quando comparados aos valores da estrutura sob base fixa, com frequência fundamental em 0,916 Hz, conforme é apresentado nas figuras 5.34 e 5.35. Tal fato explica a redução da média *rms* dos deslocamentos quando considerada estrutura sob base flexível.

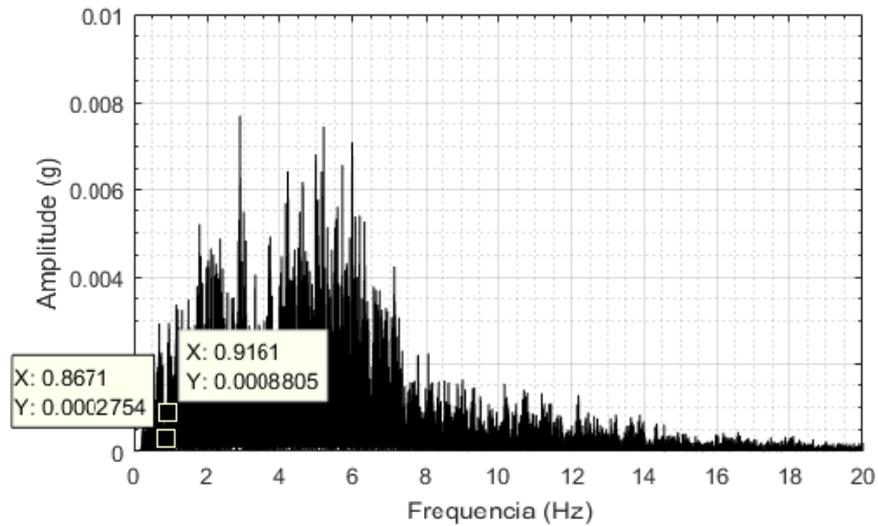


Figura 5.34 – Redução da freqüência da estrutura de 12 pavimentos, pilares com rigidez de  $8,40 \cdot 10^6$  N/m e pavimento tipo 2 representada no espectro da componente *E-W*

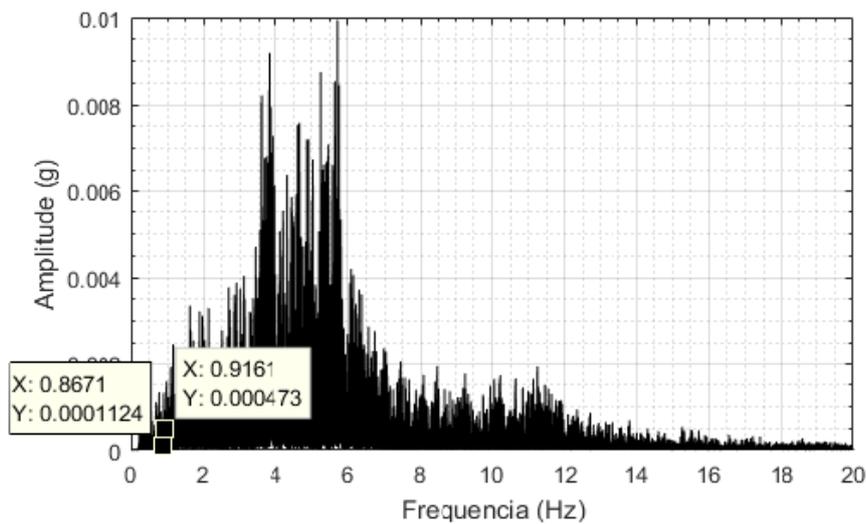


Figura 5.35 - Redução da freqüência da estrutura de 12 pavimentos, pilares com rigidez de  $8,40 \cdot 10^6$  N/m e pavimento tipo 2 representada no espectro da componente *N-S*

A partir da análise geral por variação de parâmetros e a análise específica destes dois casos é possível observar a influência da interação solo-estrutura modificando a freqüência fundamental do sistema estrutural e por consequência alterando a resposta dinâmica da estrutura. E como foi destacado, a variação dos deslocamentos não apresenta um comportamento padronizado sendo que a resposta do sistema é diretamente relacionada com a amplitude de excitação relativa à faixa de freqüência do sismo e às freqüências naturais do sistema.

A presente análise dinâmica com interação solo-estrutura até o momento foi conduzida com a desconsideração dos coeficientes de amortecimento do solo. Ao incorporar os valores de amortecimento determinados a partir das fórmulas expostas no Anexo A os sistemas estruturais sob efeito da ISE apresentam comportamento diferente quanto à variação da média *rms* dos deslocamentos quando comparado com análise sem o amortecimento do solo.

Como é possível observar nos gráficos apresentados pelas figuras 5.36 e 5.37 ambos apresentam a mesma tendência de que com a presença do amortecimento do solo a redução da média dos deslocamentos para os casos com menor razão de rigidez, ou seja, estrutura rígidas sob solos flexíveis tendem a ter maiores reduções nos seus deslocamentos.

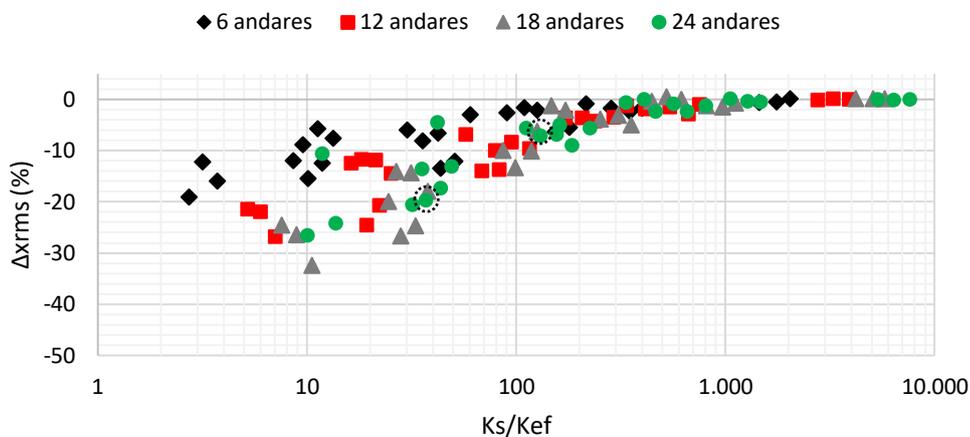


Figura 5.36 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms do deslocamento relativo do topo da estrutura na direção x considerando a presença do amortecimento do solo

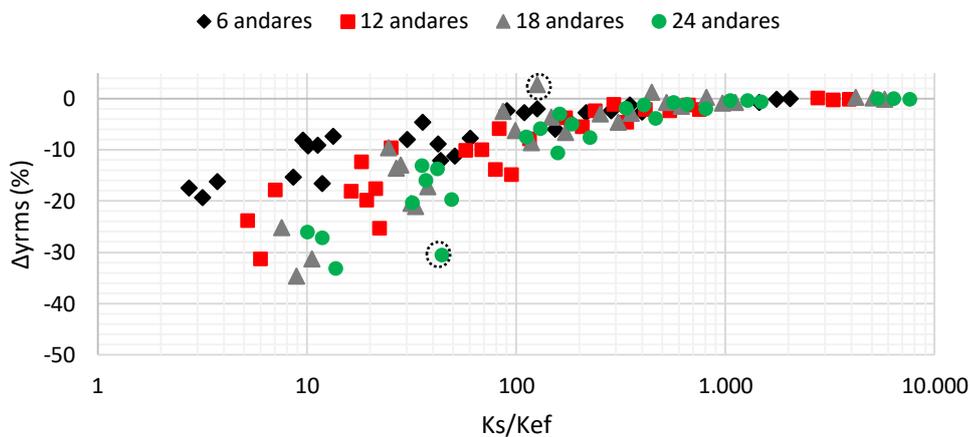


Figura 5.37 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média rms do deslocamento relativo do topo da estrutura na direção y considerando a presença do amortecimento do solo

Apenas quatro casos de todos os analisados apresentaram um aumento na média *rms* dos deslocamentos, como é o caso da estrutura de 18 andares destacada na Figura 5.37.

Outro caso destacado na Figura 5.37, que se apresenta como um ponto fora da curva, é o edifício de 24 andares de pavimento tipo 1 com pilares de rigidez  $8,4 \cdot 10^6$  N/m considerado sob solo 3 da Tabela 5.12. Para este caso a média *rms* dos deslocamentos do topo da estrutura na direção y apresentou uma redução de 30% em comparação com a estrutura sob base fixa.

Esta redução significativa dos deslocamentos resulta não apenas da inclusão do amortecimento na análise, porque já quando o caso foi analisado sem amortecimento já fora apresentada uma redução de aproximadamente 18%. Assim, pode se dizer que este é um dos casos em que a alteração da resposta dinâmica está fortemente ligada à mudança da frequência fundamental do sistema, como apresenta a Figura 5.38, em conjunto com a alteração das amplitudes de frequência do sismo.

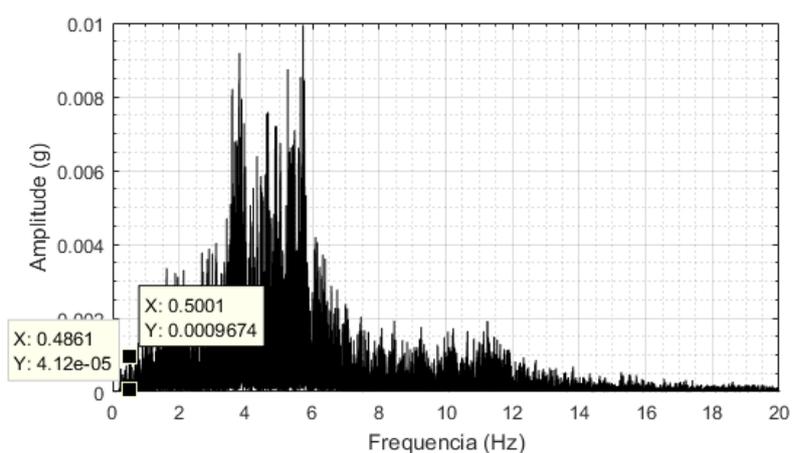


Figura 5.38 – Redução da frequência do edifício de 24 andares de pavimento tipo 1 com pilares de rigidez  $8,4 \cdot 10^6$  N/m considerado sob solo 3 representada no espectro da componente N-S

Na Figura 5.39 são apresentados os deslocamentos na direção y do topo do edifício quando considerado: sob base fixa; sob base flexível e sem amortecimento do solo; sob base flexível e com amortecimento do solo. O histórico de deslocamentos apresentado confirma o que foi discutido.

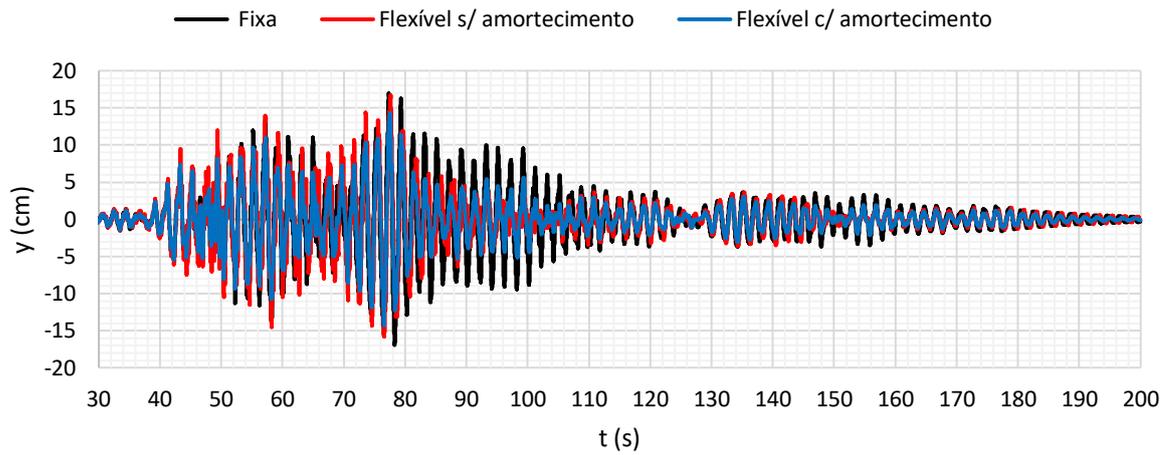


Figura 5.39 - Histórico do deslocamento na direção y do topo da estrutura de 24 andares de pavimento tipo 1 com pilares de rigidez  $8,4 \cdot 10^6$  N/m e sob solo mole

Na análise dinâmica com a consideração dos efeitos da ISE pôde-se observar que a variação da média *rms* dos deslocamentos da estrutura sob base flexível em comparação com a estrutura sob base rígida apresentava uma tendência de maiores reduções para os menores valores da razão de rigidez. Tratando-se da variação da média *rms* da aceleração do topo da estrutura apresentada graficamente nas figuras 5.40 e 5.41 pode-se notar o mesmo comportamento.

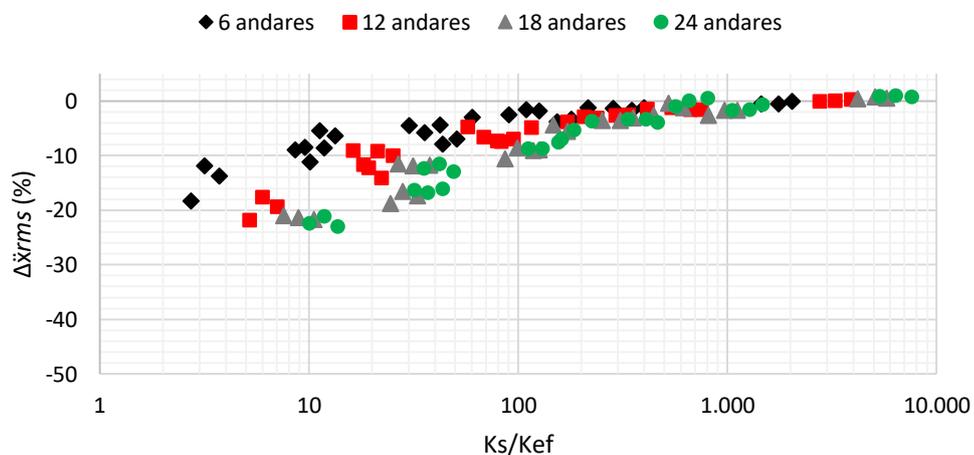


Figura 5.40 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média *rms* da aceleração relativa do topo da estrutura na direção x considerando a presença do amortecimento do solo

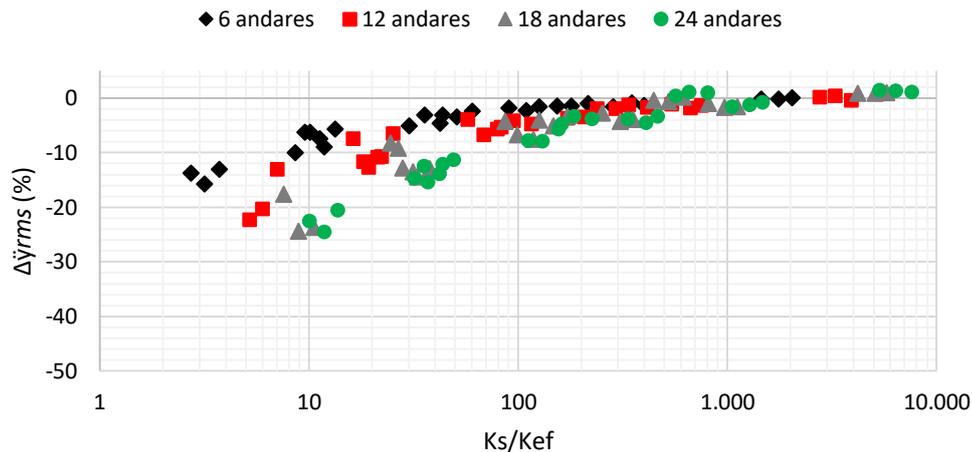


Figura 5.41 - Razão entre a rigidez do solo e a rigidez efetiva da estrutura versus variação da média *rms* da aceleração relativa do topo da estrutura na direção *y* considerando a presença do amortecimento do solo

Os maiores valores de redução da média *rms* de acelerações estão ligados a menores valores de razão de rigidez da base pela rigidez efetiva da estrutura. Porém, para a resposta dinâmica em termos da aceleração as variações apresentam valores mais próximos com uma menor dispersão entre os casos de razão de rigidez semelhantes. Assim, pode se afirmar que a alteração apresenta resultados mais bem-comportados quando comparado com a variação dos deslocamentos.

### 5.5. APLICAÇÃO DE MÚLTIPLOS ATENUADORES DE COLUNA LÍQUIDA PRESSURIZADA EM DIREÇÕES PERPENDICULARES DO EDIFÍCIO

Para avaliar a aplicação dos MACLP em direções perpendiculares no controle do sistema sujeito à excitação sísmica é considerada umas das estruturas analisadas no estudo paramétrico. Conforme ilustrado na Figura 5.42, é destacada a estrutura de 18 andares de pavimento tipo 3 com dimensão horizontal de 25,0 por 25,0 metros, no qual cada andar é composto por 25 diafragmas rígidos e 36 pilares de rigidez igual a  $8,4 \cdot 10^6$  N/m.

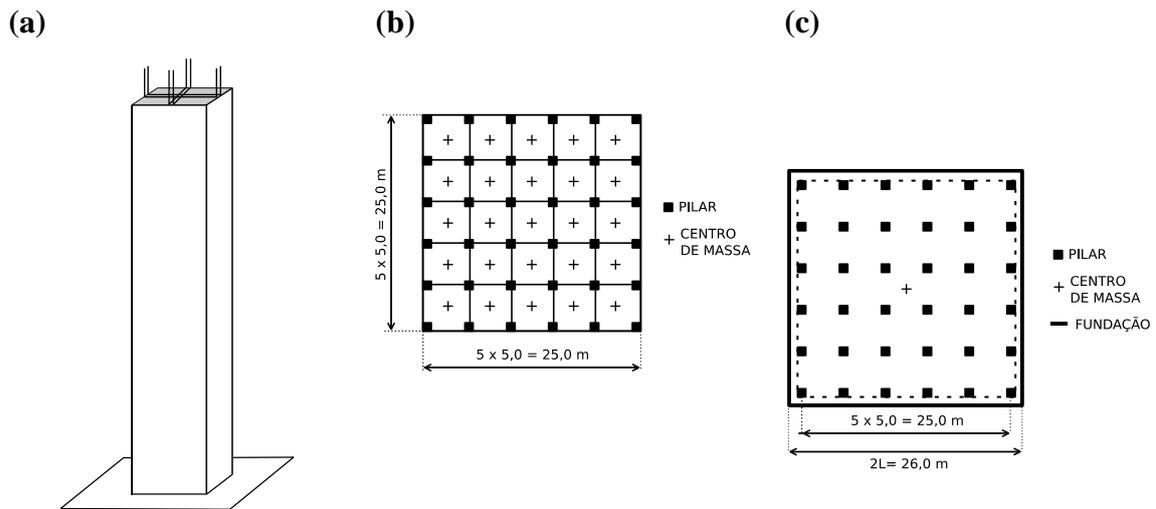
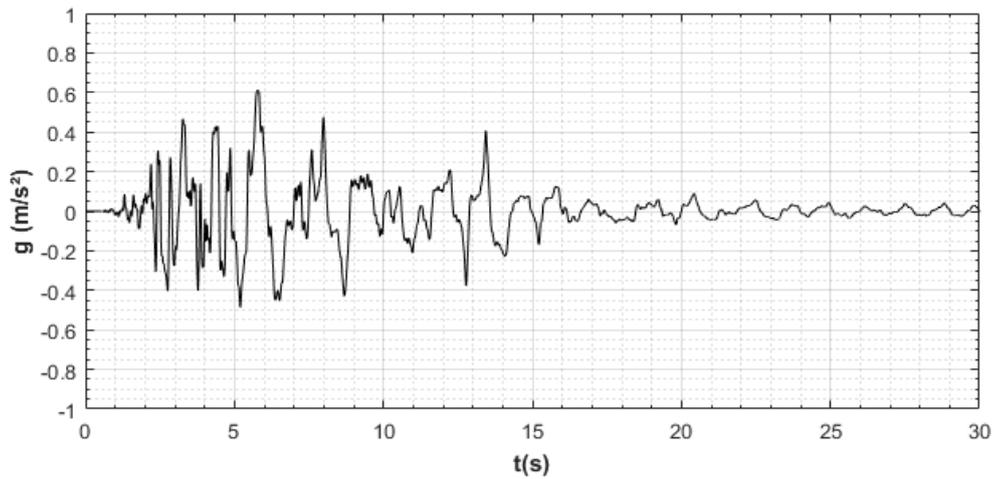


Figura 5.42 - Aplicação dos MACLP em direções perpendiculares: (a) Sistema estrutural-atenuador; (b) pavimento tipo; (c) fundação.

Este edifício é selecionado para aplicação dos atenuadores em direções perpendiculares, porque é um dos casos em que se tem pequena alteração na frequência fundamental e, assim, os quatro modelos são submetidos a amplitudes semelhantes para o mesmo sismo, ou seja, o efeito da redução da frequência é minimizado e a amplitude da frequência de excitação do sismo é próxima entre os modelos analisados. Os solos apresentados na Tabela 5.12 são empregados novamente.

Inicialmente são utilizadas as componentes 0 e 90 do sismo de Kobe, Japão e, posteriormente, as componentes registradas para o sismo ocorrido em 2010 no Chile para analisar a eficiência do atenuador em direções perpendiculares na redução da resposta da estrutura sob ação sísmica. Na Figura 5.43 é mostrado o histórico de acelerações para as duas componentes horizontais do sismo de Kobe, Japão ocorrido em 1995 e registrado pela estação de Takatori, Japão.

(a)



(b)

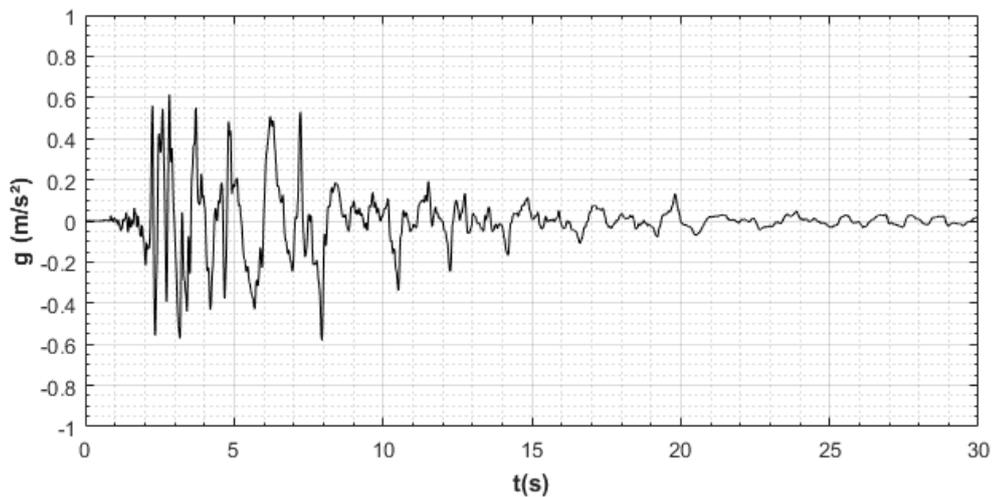


Figura 5.43 - Histórico de acelerações do sismo de Kobe, Japão: (a) componente 0; (b) componente 90

A aplicação de múltiplos atenuadores ao edifício para o controle de vibrações resulta no aumento da massa do sistema e, conseqüentemente, na alteração da frequência fundamental do sistema. Assim, para cada um dos casos foi ajustada a pressão na câmara selada com gás para que o atenuador trabalhasse em ressonância com a estrutura adotando  $\Omega = 1,0$  para todos os casos analisados. A Tabela 5.13 apresenta as dimensões e os parâmetros adotados para o modelo inicial do atenuador de coluna líquida pressurizada com  $\mu = 0,25\%$  e sintonizado na frequência do sistema estrutura-atenuador. Vale ressaltar que os atenuadores adotados para as direções perpendiculares são considerados com as mesmas propriedades.

Tabela 5.13 -Dimensões e parâmetros do ACLP a ser utilizado nas direções perpendiculares para o edifício sujeito à ação do sismo de Kobe

$L$ (m)	$D$ (m)	$\mu$ (%)	$\chi$	$P$ (atm)	$Z$ (m)	$Ra$ (%)
25,00	0,60	0,25	0,90	1,850	1,60	10,00

Na análise anterior de utilização de múltiplos ACLP na mitigação de vibrações da estrutura simulada numericamente pelo modelo de *shear building* foi possível verificar a influência do aumento da razão de massa  $\mu$  na redução da resposta dinâmica do sistema sujeito à ação da componente 90 do sismo. O mesmo procedimento de análise é adotado, isto é, é avaliada a variação da média *rms* de deslocamentos do topo da estrutura relacionado com aumento da quantidade de atenuadores instalados, em que naquele momento foi representado pela razão de massa. A variação da resposta da estrutura na direção da componente 90 do sismo de Kobe com a utilização de múltiplos ACLP em direções perpendiculares é mostrada na figura 5.44.

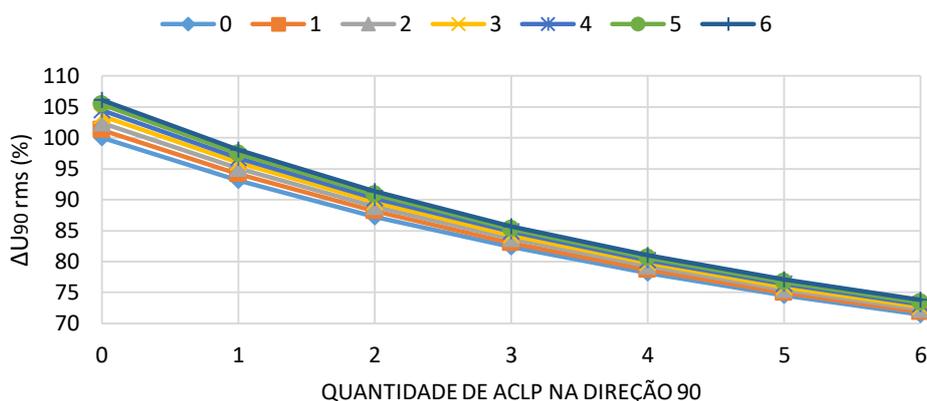


Figura 5.44 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção 90 com acréscimo da quantidade de ACLP na direção 90

A maior eficiência na redução da resposta *rms* na mesma direção da componente 90 do sismo foi alcançada para a maior quantidade de atenuadores paralelos e com a ausência de atenuadores perpendiculares. A medida em que foram acrescentados atenuadores à direção perpendicular ao deslocamento analisado percebe-se uma pequena perda de eficiência. O caso de seis atenuadores paralelos aliado a seis atenuadores perpendiculares apresenta uma perda de 5% em comparação com o caso de seis atenuadores posicionados apenas na direção 90. A Figura 5.45 apresenta o histórico de deslocamentos do topo da estrutura para  $\mu$  igual a 3,0 % ou 12 atenuadores, seis em cada direção. Pode-se notar que aplicação dos atenuadores

apresentam maior redução dos deslocamentos após os 10 segundos iniciais da resposta, intervalo em que a componente 90 do sismo de Kobe concentra os picos de aceleração. Após este intervalo tem-se reduções consideráveis nas amplitudes do deslocamento.

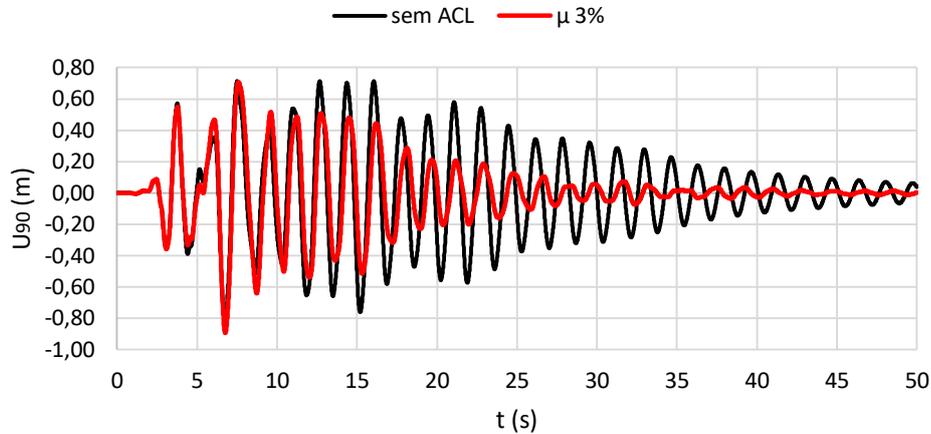


Figura 5.45 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente 90 do sismo de Kobe para  $\mu$  igual a 3,0 %

Conforme verificado é possível afirmar que nesta direção os efeitos de controle de vibração da estrutura pelos múltiplos ACLP apresentaram uma relação direta com a razão de massa, ou seja, maiores reduções para os maiores valores de  $\mu$ , com redução de aproximadamente 30 % para o caso exposto.

Já quando avaliada a resposta dinâmica da estrutura na direção paralela à componente 0 do sismo de Kobe, conforme o gráfico da Figura 5.46 que apresenta a variação da média *rms* do deslocamento na direção 0 para o acréscimo de atenuadores utilizados, tem-se uma pequena eficiência dos atenuadores no controle das vibrações provocadas pelo sismo. A redução da resposta dinâmica em termos da média *rms* dos deslocamentos pelo ACLP apresenta baixa eficiência nesta direção e para alguns casos analisado a aplicação do atenuador apresenta aumento na resposta da estrutura.

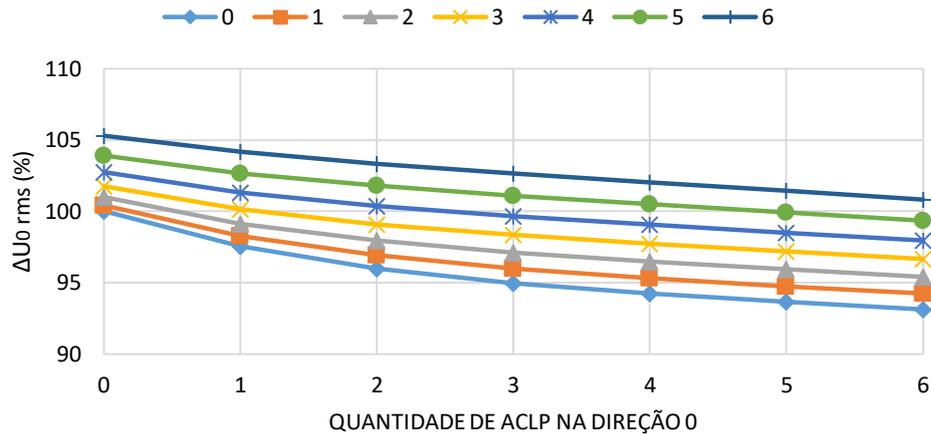


Figura 5.46 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção 0 com acréscimo da quantidade de ACLP na direção 0

Analisando o histórico de deslocamentos apresentado na Figura 5.47 para  $\mu$  igual a 3,0% verifica-se que a presença dos atenuadores tem pouco efeito na redução dos picos de deslocamento e que o atenuador em certos momentos, como os picos próximos aos 15 segundos, apresentam valores superiores ao pico apresentado pela estrutura sem atenuador. A redução dos deslocamentos só ocorre de fato após a zona de elevadas amplitudes da resposta.

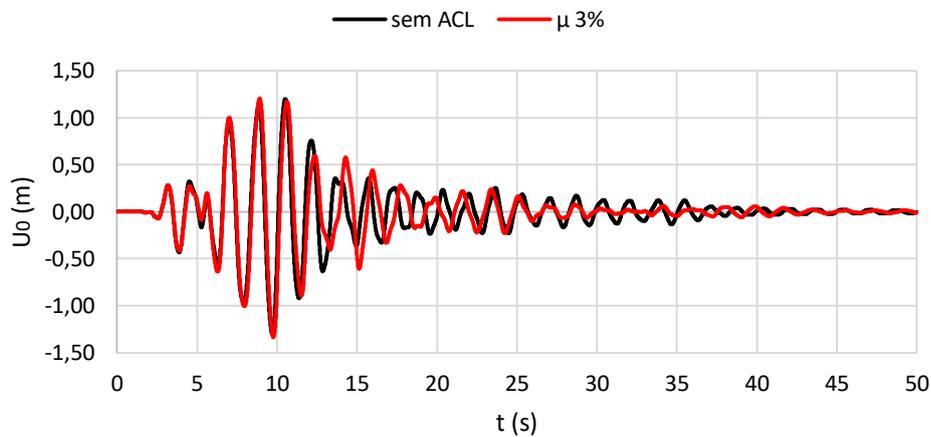


Figura 5.47 - Histórico do deslocamento do topo da estrutura na direção da componente 0 do sismo de Kobe para  $\mu$  igual a 3,0 %

Após avaliar o sistema sujeito à ação do sismo de Kobe analisa-se os efeitos de controle de vibração da estrutura sujeita ao sismo do Chile, pois conforme é destacado por Sousa, R. (2003) a frequência da carga de excitação dinâmica tem importância fundamental no controle de vibrações. A Tabela 5.14 apresenta os valores das dimensões e os parâmetros

adotado para o modelo inicial do atenuador de coluna líquida pressurizada com  $\mu = 0,25\%$  e sintonizado na frequência do sistema estrutura-atenuador

Tabela 5.14 - Dimensões e parâmetros do ACLP a ser utilizado nas direções perpendiculares para o edifício sujeito à ação do sismo de Angol, Chile

$L$ (m)	$D$ (m)	$\mu$ (%)	$\chi$	$P$ (atm)	$Z$ (m)	$Ra$ (%)
25,00	0,60	0,25	0,90	1,850	1,60	10,00

O gráfico da Figura 5.48 apresenta a variação da média *rms* do deslocamento do último andar da estrutura de acordo com os valores de razão de massa determinados para o ACLP. A situação que apresenta a maior redução da resposta na direção *E-W* é quando se tem a maior quantidade de atenuadores consideradas na análise. O sistema estrutura-atenuador neste caso apresenta pouca perda de eficiência quando é aumentada a quantidade de atenuadores considerados na direção perpendicular.

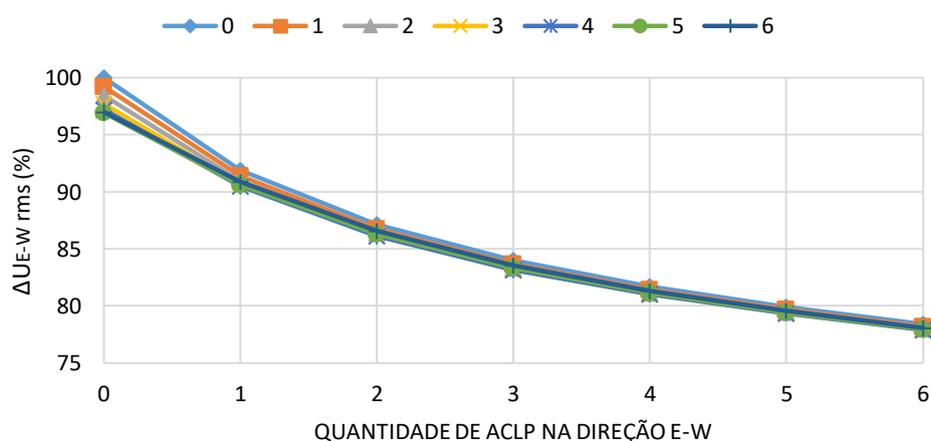


Figura 5.48 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção *E-W* com acréscimo da quantidade de ACLP na direção *E-W*

Pode-se observar pela Figura 5.49 que para a utilização de 6 atenuadores na direção *E-W* e de 6 atenuadores na direção *N-S* o controle de vibrações pelos múltiplos ACLP apresentaram uma boa eficiência em reduzir os deslocamentos em faixas de pico, como mostrado na Figura 5.50, e na faixa em que se tem menores amplitudes de deslocamento.

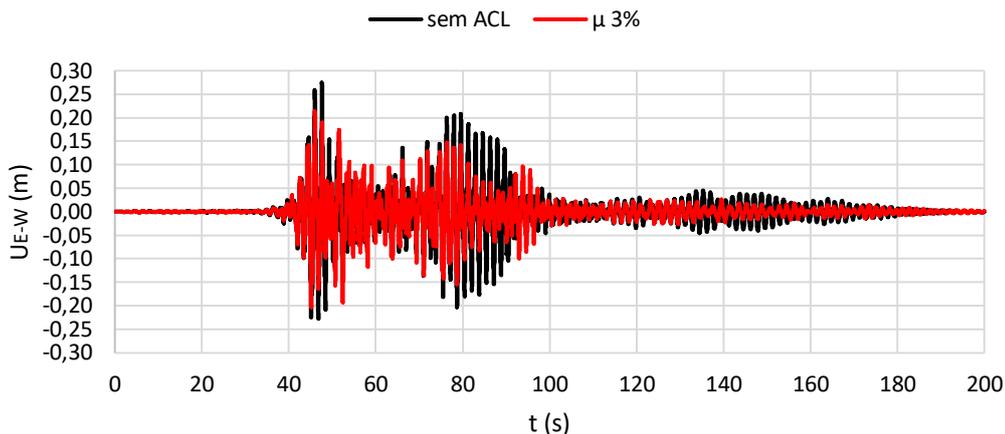


Figura 5.49 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente E-W do sismo do Chile para  $\mu$  igual a 3,0 %

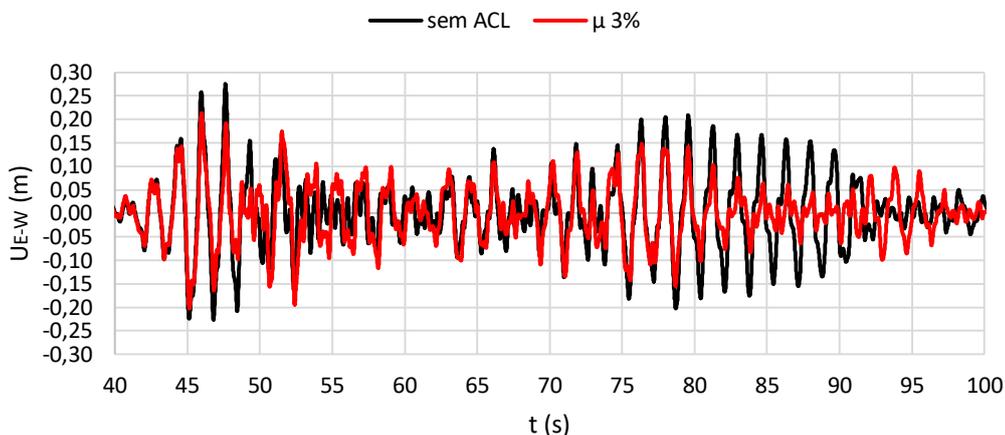


Figura 5.50 - Deslocamentos do topo da estrutura na direção da componente E-W do sismo do Chile durante o intervalo de 40 a 100 segundos para  $\mu$  igual a 3,0 %

Na Figura 5.51 é apresentada a resposta da estrutura na direção paralela à componente *N-S* do sismo e observa-se que os múltiplos ACLP apresentaram menor eficiência nessa direção. O aumento da quantidade de atenuadores se mostra ineficiente em reduzir os deslocamentos da estrutura e como resultado a média *rms* de deslocamentos do sistema com atenuador tem pequenas alterações para maiores valores de  $\mu$ . Nesta direção a quantidade de atenuadores posicionadas na direção perpendicular à direção de deslocamento avaliada mostrou grande influência na perda de eficiência do controle de vibrações, em especial quando a quantidade de atenuadores na direção da componente *N-S* é inferior a quantidade de atenuadores perpendiculares.

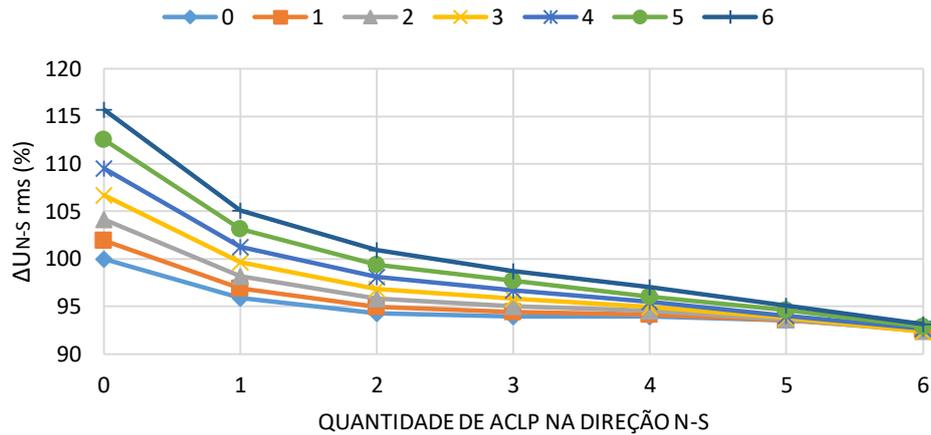


Figura 5.51 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção N-S com acréscimo de massa do ACLP na direção N-S

A partir do histórico de deslocamentos para o caso de  $\mu$  igual a 3,0 % (total de 12 atenuadores) apresentado na Figura 5.52 pode-se observar que o aumento da média *rms* dos deslocamentos ocorre porque tem-se uma amplificação dos deslocamentos entre o intervalo de 40 a 100 segundos para o caso com atenuador. Conforme apresentado na Figura 5.53 nota-se que a presença dos múltiplos atenuadores provoca o aumento dos deslocamentos nesta faixa do gráfico de maiores picos da resposta e que depois deste intervalo o atenuador provoca a redução dos deslocamentos, mas na média tem-se um aumento da resposta.

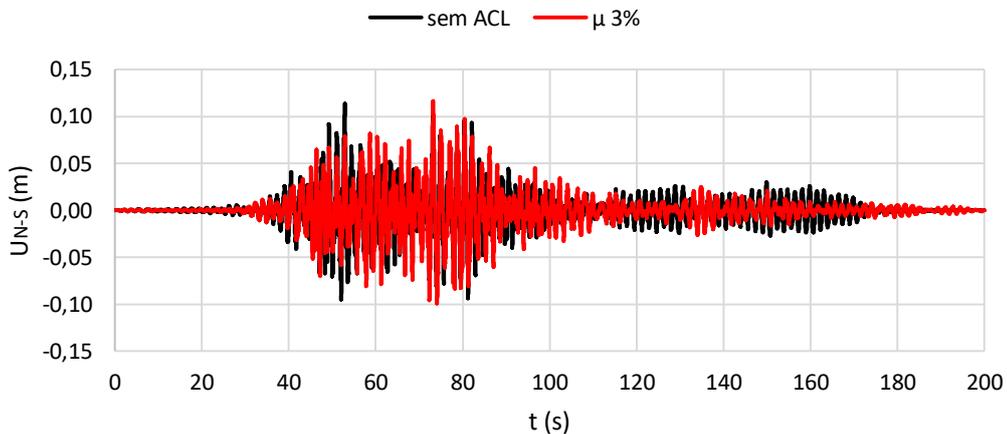


Figura 5.52 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente N-S do sismo do Chile para  $\mu$  igual a 3,0 %

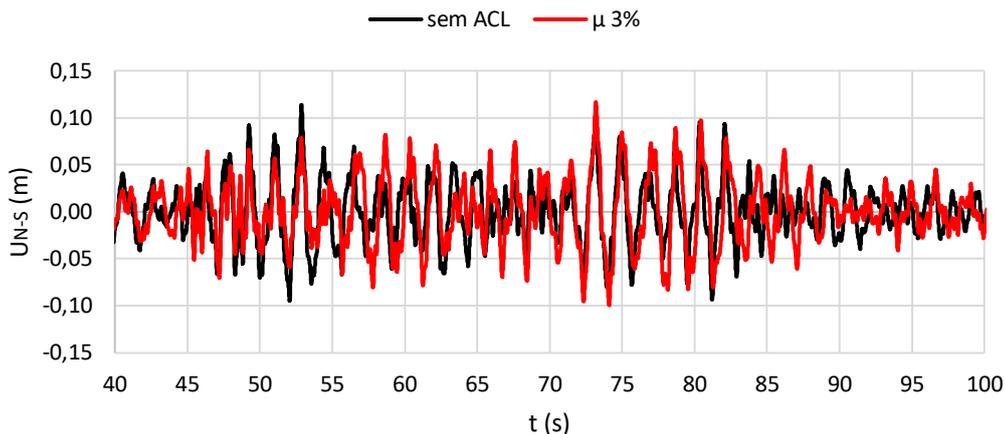


Figura 5.53 - Deslocamentos do topo da estrutura na direção da componente N-S do sismo do Chile durante o intervalo de 40 a 100 segundos para  $\mu$  igual a 3,0 %

No cenário em que a estrutura esteve sob ação do sismo de Kobe, a estrutura sob excitação sísmica representada pelo sismo do Chile apresentou boa eficiência no controle das vibrações estruturais na direção de uma das componentes, enquanto que na outra direção para fase de maiores amplitudes de deslocamentos o dispositivo de controle apresentou mal comportamento e apenas após determinado instante apresenta a redução da resposta. Portanto, com a utilização dos múltiplos ACLP não se atingiu a estabilidade necessária para afirmar que este tipo de dispositivo passivo demonstra boa eficiência na mitigação da resposta dinâmica da estrutura causada por eventos sísmicos de alta magnitude.

Após verificar que para o caso de múltiplos ACLP a maior razão de massa  $\mu$  considerada apresentou as maiores reduções na resposta, com exceção do caso de umas das componentes do sismo de Kobe, agora busca-se avaliar os efeitos da interação solo-estrutura sob o sistema estrutural equipado com múltiplos atenuadores. A base flexível considerado para o sistema representa os três tipos de solo apresentados na Tabela 5.15 e que foram utilizados anteriormente no estudo paramétrico.

Tabela 5.15 - Propriedades mecânicas do solo

Solo	$\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$E_s$ (N/m <sup>2</sup> )	$\nu$	$G_s$ (N/m <sup>2</sup> )	$V_s$ (m/s)
1	1900,00	$5,06 \cdot 10^8$	0,48	$1,71 \cdot 10^8$	300,00
2	1800,00	$5,36 \cdot 10^7$	0,49	$1,80 \cdot 10^7$	100,00
3	1600,00	$1,51 \cdot 10^7$	0,40	$5,40 \cdot 10^6$	57,30

Conforme foi observado através do estudo paramétrico a consideração da interação solo-estrutura produz alterações na resposta dinâmica do sistema, seja em termos das frequências de vibração, dos deslocamentos ou das acelerações da estrutura.

Ao avaliar a aplicação de dispositivos passivos de controle que tem influência direta sobre estas mesmas grandezas físicas do sistema a consideração da ISE conduz a resultados mais representativos do comportamento da estrutura.

A resposta dinâmica em termos da média *rms* do deslocamento do sistema solo-estrutura-atenuador é comparada com a resposta obtida no item anterior para a estrutura sob base fixa com os múltiplos atenuadores, porém na presente análise são consideradas apenas as situações de quantidades iguais de atenuadores para as direções perpendiculares.

Inicialmente o sistema é submetido as componentes 0 e 90 do sismo de Kobe. A dimensão adotada para cada atenuador utilizado segue as dimensões expostas na Tabela 5.13. Em conjunto com o acréscimo da quantidade de ACLP à estrutura, também é feito o ajuste na pressão da câmara selada com gás para sintonizar o atenuador à frequência da estrutura com a massa adicional do dispositivo.

As figuras 5.54 e 5.55 apresentam a razão entre a média *rms* de deslocamentos nas direções da componente 0 e 90 do sismo obtidos para a estrutura sobre os diferentes tipos de solo e sob base fixa em relação à estrutura sob fixa sem atenuador observando-se os efeitos do acréscimo da quantidade de atenuadores ao sistema.

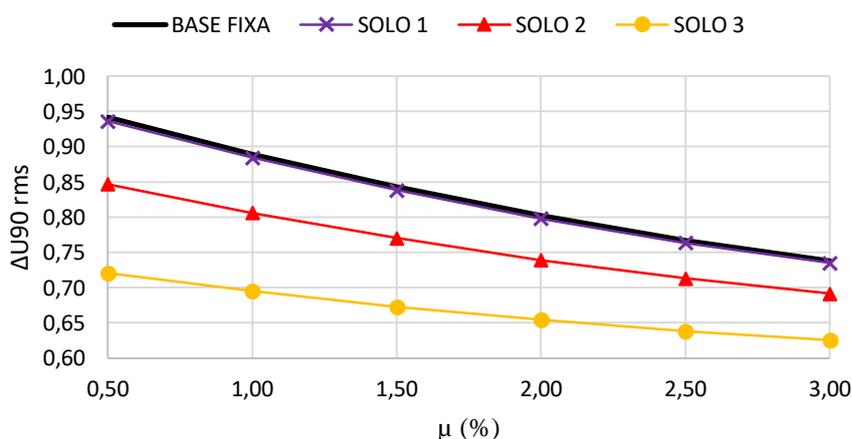


Figura 5.54 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção 90 com acréscimo da quantidade de ACLP para cada tipo de base

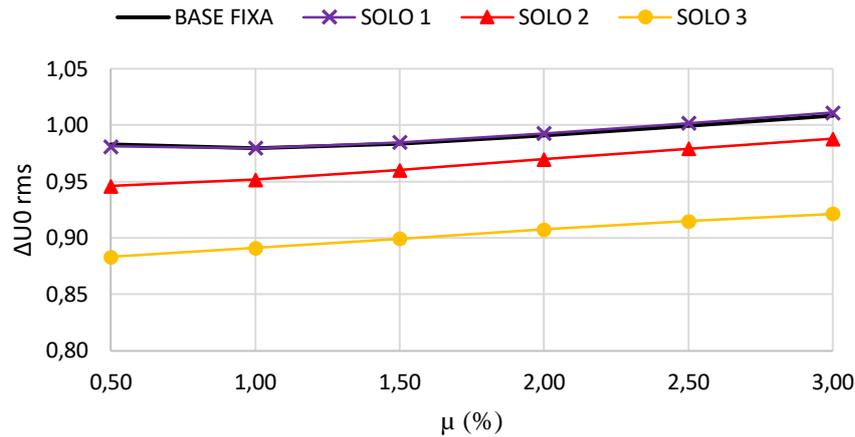


Figura 5.55 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção 0 com acréscimo da quantidade de ACLP para cada tipo de base

A consideração dos diferentes tipos de solo e da estrutura sob base fixa apresentaram comportamento similar para o acréscimo da quantidade de atenuadores e como observado no estudo da interação solo-estrutura a consideração da ISE pela interação inercial, o amortecimento e a flexibilidade do solo produz menores deslocamentos no tempo para o sistema situados sob os solos de menor rigidez. A resposta determinada para o Solo 1 se aproxima da resposta da estrutura sob base fixa, ou seja, quando a base apresenta rigidez elevada tem-se um comportamento similar à estrutura sob base fixa. Já os solos 2 e 3 apresentam diferenças iniciais de 10 % e de 20%, respectivamente, em relação ao sistema de base fixa, mas com acréscimo da razão de massa essa diferença diminui para 5% e 10%.

A Figura 5.56 e a Figura 5.57 apresentam o deslocamento no tempo da estrutura com múltiplos ACLP sob os quatro tipos de base. Conforme apresentado nos gráficos acima, o Solo 3 de maior flexibilidade de fato apresenta os menores deslocamentos entre os sistemas analisados.

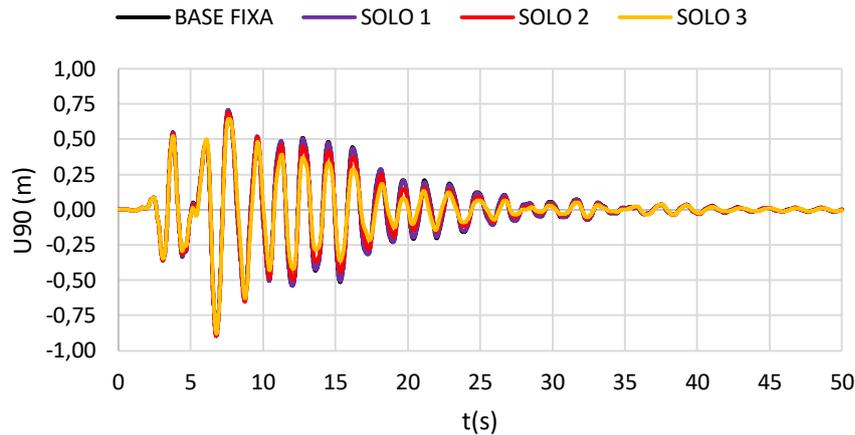


Figura 5.56 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente 90 do sismo de Kobe para cada tipo de base para  $\mu$  igual a 3,0 %

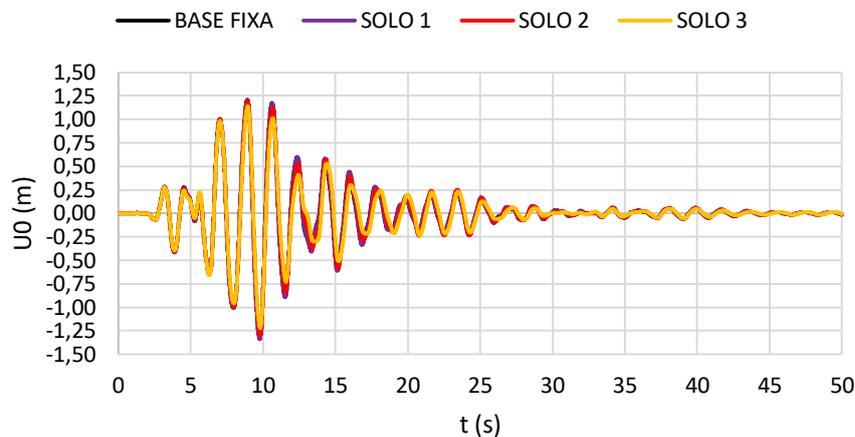


Figura 5.57 - Histórico do deslocamento do topo da estrutura na direção da componente 0 do sismo de Kobe para cada tipo de base para  $\mu$  igual a 3,0 %

Após submeter o sistema estrutural com múltiplos ACLP sob influência da interação solo-estrutura à ação do sismo de Kobe, avalia-se agora os efeitos a ISE no controle de vibração da estrutura sujeita ao sismo do Chile. Os valores das dimensões e os parâmetros adotados para o modelo inicial do atenuador de coluna líquida pressurizada são os mesmos apresentados pela Tabela 5.14.

O gráfico da Figura 5.58 e da Figura 5.59 apresentam a variação da média *rms* do deslocamento do último andar da estrutura na direção *E-W* e *N-S* de acordo com os valores de razão de massa determinados para o ACLP para cada tipo de base. A situação que novamente apresentou a maior redução da resposta é quando se tem a maior razão de massa e a redução da resposta é maior a medida que a base é mais flexível.

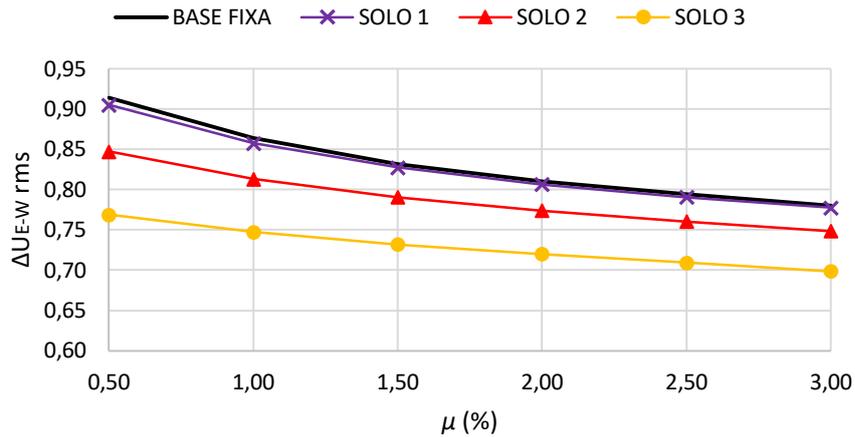


Figura 5.58 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção E-W com acréscimo da quantidade de ACLP para cada tipo de base

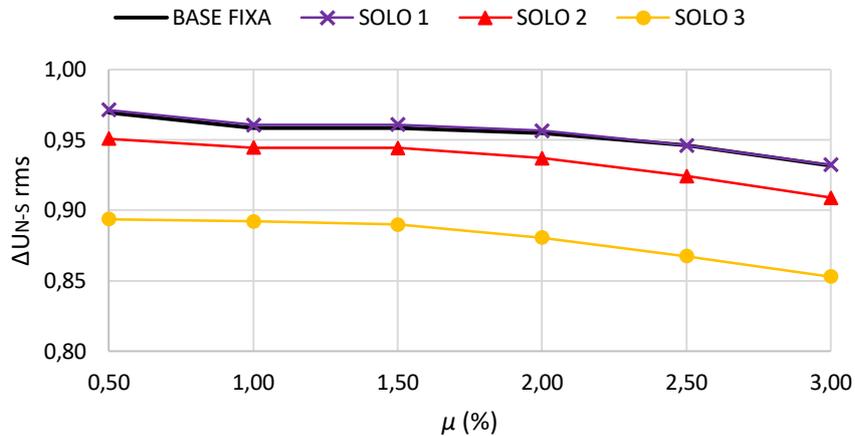


Figura 5.59 - Variação da média rms dos deslocamentos do topo da estrutura na direção N-S com acréscimo da quantidade de ACLP para cada tipo de base

A situação que apresentou a maior redução da resposta é quando se tem a maior razão de massa ( $\mu = 3,0$  %) e entre os modelos é obtida para o solo de menor rigidez. Os deslocamentos ao longo do tempo para os quatro casos de são apresentados na Figura 5.60 e Figura 5.61.

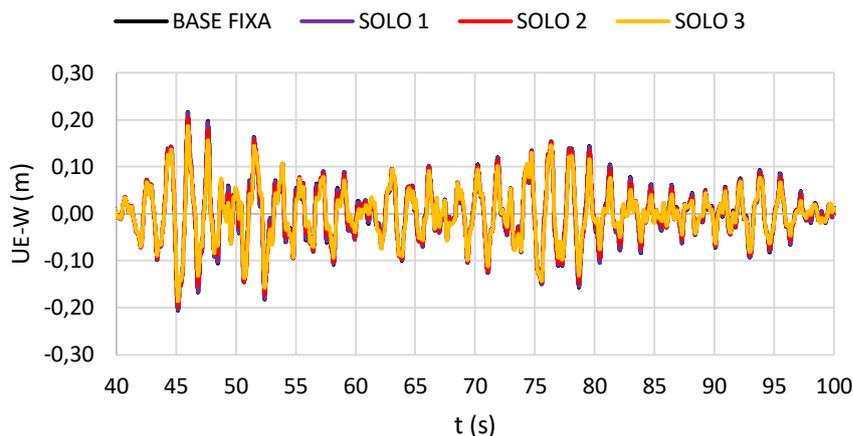


Figura 5.60 - Histórico de deslocamento do topo da estrutura na direção da componente E-W do sismo de Maule, Chile para cada tipo de base para  $\mu$  igual a 3,0 %

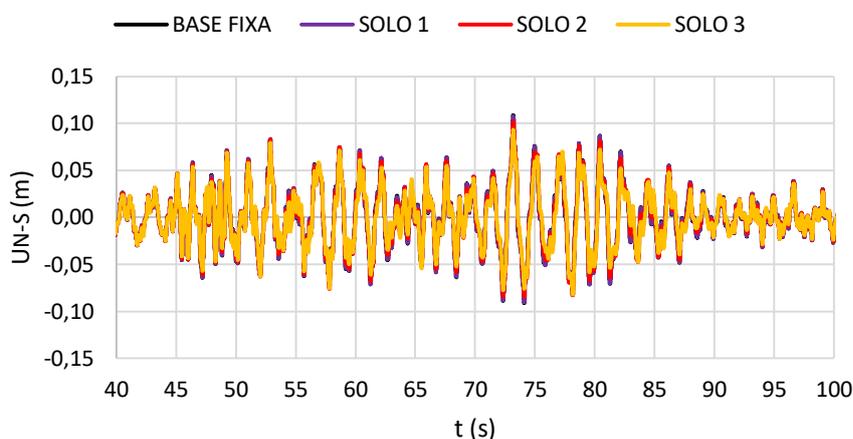


Figura 5.61 - Histórico do deslocamento do topo da estrutura na direção da componente N-S do sismo de Maule, Chile para cada tipo de base para  $\mu$  igual a 3,0 %

Depois de avaliar o sistema solo-estrutura-atenuador submetido as duas componentes horizontais do sismo de Kobe, Japão e do sismo de Maule, Chile é possível concluir que a consideração da interação solo-estrutura neste caso produziu menores médias de deslocamento em uma relação direta com a diminuição da rigidez do solo, ou seja, a quanto para os solos de menor rigidez foram obtidos os menores deslocamentos. Também é importante ressaltar que no caso analisado a consideração da ISE produz pequenas alterações na frequência do sistema e por isso não existe uma perda de eficiência do atenuador, pois está funcionando em ressonância com o sistema solo-estrutura para os quatro tipos de base analisados.

## 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Este trabalho abordou diversos aspectos da influência da interação solo-estrutura sob a resposta dinâmica de edifícios e sob o controle da resposta dinâmica pela aplicação de múltiplos atenuadores coluna líquida pressurizada. As conclusões e observações mais importantes extraídas deste trabalho são expostas a seguir.

Do estudo da interação solo-estrutura verifica-se que:

- Os efeitos da interação solo-estrutura são pequenos para estruturas flexíveis sob solo rígido, mas para estruturas rígidas sob solo flexível os efeitos da interação se tornam significantes.
- A frequência fundamental do sistema solo-estrutura é inferior à frequência fundamental da estrutura sob base fixa. A redução da frequência é desprezível para uma estrutura flexível sob solo rígido, mas para uma estrutura rígida sob solo altamente flexível apresenta grandes reduções na frequência fundamental.
- O amortecimento do sistema solo-estrutura é superior ao amortecimento da estrutura isolada. O efeito do amortecimento por radiação é pequeno em estruturas flexíveis sob solo rígidos, porém apresenta alterações expressivas na resposta de estruturas rígidas sob solo flexível.
- A consideração da interação solo-estrutura pode resultar em menores deformações da estrutura.
- Os deslocamentos absolutos ou totais do sistema podem ser aumentados, fato importante para zonas urbanas com edifícios altos construídos muito próximos uns dos outros.

Da análise da aplicação de múltiplos atenuadores de coluna líquida pressurizada observa-se que:

- O aumento da razão de massa atenuador/estrutura apresenta maior eficiência na redução de deslocamentos da estrutura.
- O atenuador quando dimensionado para trabalhar em ressonância com frequência da estrutura com a massa adicional apresenta maior eficiência no controle de vibrações.
- A presença da câmara com gás pressurizado incorporado aos trechos verticais do tubo em “U” apresenta-se com uma ferramenta que confere grande maleabilidade para o dimensionamento do atenuador de coluna líquida.

- A eficiência do atenuador na redução da resposta da estrutura mostrou-se relacionada ao carregamento sísmico considerado.
- A resposta do sistema solo-estrutura-atenuador é inferior a resposta do sistema estrutura-atenuador devido a presença da flexibilidade e do amortecimento do solo.
- O atenuador aplicado na estrutura sob base flexível, mas dimensionado para a estrutura sob base fixa, apresenta perda de eficiência quando os efeitos da interação solo-estrutura são significativos na redução da frequência fundamental do sistema solo-estrutura.

## 6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A fim de dar continuidade ao tema desenvolvido e exposto na presente dissertação são apresentadas as seguintes sugestões para futuras pesquisas:

- Aprofundar o estudo paramétrico da interação solo-estrutura para diferentes tipos de fundação e considerar mais casos de ações sísmicas.
- Verificar as mudanças da resposta dinâmica do sistema devido à consideração da flexibilidade da fundação.
- Análise sísmica do comportamento não-linear da estrutura sob influência da interação solo-estrutura.
- Implementar o modelo de amortecimento histerético para o solo.
- Considerar as diversas camadas estratificadas do solo com diferentes propriedades mecânicas.
- Desenvolver uma rotina computacional com técnicas de otimização para o dimensionamento prático do ACLP para o controle de vibrações sísmicas.
- Analisar e testar elementos híbridos ou ativos no Atenuador de Coluna Líquida Pressurizada para o controle de vibrações sísmicas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGHAYAN, A., JAISWAL, P. e SIAHKOOHI, H. Seismic denoising using the redundant lifting scheme. *Geophysics*, v. 81, no. 3, p. 249-260, 2016.
- ÁVILES, J. e PEREZ-ROCHA, L. Effects of foundation embedment during building-soil interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 27, p. 1523-1540, 1998.
- BALENDRA, T., WANG, C. e CHEONG, H. Effectiveness of tuned liquid column dampers for vibration control of towers. *Engineering Structures*, v. 17, no. 9, p. 668-675, 1995.
- BHATTACHARYA, K., DUTTA, S. e DASGUPTA, S. Effect of soil-flexibility on dynamic behaviour of building frames on raft foundation. *Journal of Sound and Vibration*, v. 274, p. 111-135, 2004.
- BHATTACHARYYA, S., GHOSH, A. e BASU, B. Nonlinear modeling and validation of air spring effects in a sealed tuned liquid column damper for structural control. *Journal of Sound and Vibration*, v. 410, p. 269-286, 2017.
- BEREDUGO, Y. e NOVAK, M. Coupled horizontal and rocking vibration of embedded footings. *Canada Geotechnical Journal*, v. 9, p. 477-497, 1972.
- BIGDELI, Y. e KIM, D. Damping effects of the passive control devices on structural vibration control: TMD, TLD and TLCD for varying total masses, *KSCE Journal of Civil Engineering*, v. 20, no. 1, p. 301-308, 2016.
- BLANEY, G., KAUSEL, E. e ROESSET, J. Dynamic stiffness of piles. In: *Proceedings of the Second International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, 1976.
- BOROSCHEK, R., SOTO, P. e LEO, R. *Red de Cobertura Nacional de Acelerografos (RENADIC)*. Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Chile, 2010.
- CALIFORNIA STRONG MOTION INSTRUMENTATION PROGRAM (CSMIO), 2018. Acessado pelo *website* em <http://www.strongmotioncenter.org>

- CHAKRABORTY, S., DEBBARMA, R. e MARANO, G. Performance of tuned liquid column dampers considering maximum liquid motion in seismic vibration control of structures. *Journal of Sound and Vibration*, v. 331, p. 1519-1531, 2012.
- CHOPRA, A. e GUTIERREZ, J. Earthquake response analysis of multistorey building including foundation interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 3, p. 65-77, 1974.
- CHOPRA, A. K., *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 4. ed. New Jersey: Pearson Education, Inc, 2012. 876p.
- CLOUGH, R. W., e PENZIEN, J., *Dynamics of Structures*. 3. ed. Computers & Structures, Inc. Berkeley, 2013. 752 p.
- DOBRY, R. e GAZETAS, G. Dynamic response of arbitrarily shaped foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, v. 12, p. 109-135, 1986.
- FARSHIDIANFAR, A. e SOHEILI, S. Ant colony optimization of tuned mass dampers for earthquake oscillations of high-rise structures including soil-structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 51, p. 14-22, 2013.
- FEMA 450. NEHRP recommended provisions and commentary for seismic regulations for new building and others structures. FEMA 450, Building Seismic Safety Council, Washington, 2003.
- FREITAS, M. Análise dinâmica de edifícios equipados com amortecedores de líquido sintonizado assistida pelo software DYNAPY. Monografia de graduação, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, p. 104, 2017.
- GANJAVI, B. e HAO, H. Optimum lateral load pattern for seismic design of elástica shear building incorporatinh soil-structure interaction effects. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 42, p. 913-933, 2012.
- GAO, H., KWOK, K. e SAMALI, B. Optimization of tuned liquid column dampers. *Engineering Structures*, v. 19, no. 6, p. 476-486, 1997.
- GAO, H., KWOK, K. e SAMALI, B. Characteristics of multiple tuned liquid column dampers in supressing structural vibration. *Engineering Structures*, v. 21, p. 316-331, 1999.

GAZETAS, G. Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, v. 117, no. 9, 1991.

GIVENS, M. Dynamic soil-structure interaction of instrumented buildings and test structures. Tese de doutorado, University of California, Los Angeles, p. 367, 2013.

GHOSH, A. e BASU, B. Effect of soil interaction on the performance of liquid dampers for seismic applications. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 34, p. 1375-1389, 2005.

GUR, S., ROY, K., e MISHRA, S. Tuned liquid column ball damper for seismic vibration control. *Structural Control and Health Monitoring*, v. 22, p. 1325-1342, 2015.

GUTIERREZ, J. e CHOPRA, A. A substructure method for Earthquake analysis of structures including structure-soil interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 6, p. 51-69, 1978.

HALKUDE, S., KALYANSHETTI, M. e BARELIKAR, S. Seismic response of r.c. frames with raft footing considering soil structure interaction. *International Journal of Current Engineering and Technology*, v. 4, no. 3, p. 1424-1431, 2014.

HOCHRAINER, M. e ZIEGLER, F. Control of tall building vibrations by sealed tuned liquid column dampers. *Structural Control and Health Monitoring*, v. 13, 980-1002, 2006.

JENNINGS, P. e BIELAK, J. Dynamics of building-soil interaction. *Bulletin of the Seismological Society of America*, v. 63, no. 1, p. 9-48, 1973.

KANYA, A. e KAUSEL, E. Dynamic behavior of pile groups. In: *Proceedings of the Second International Conference on Numerical Methods in Offshore Piling*, Austin, Texas, 1982.

KAUSEL, E. Early history of soil-structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 30, p. 822-832, 2010.

KUHLEMEYER, R. e LYSMER, J. Finite element method accuracy for wave propagation problems. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, v. 99, p. 421-427, 1973

LEE, S., MIN, K. e LEE, H. Parameter identification of new bidirectional tuned liquid column and sloshing dampers. *Journal of Sound and Vibration*, v. 330, p. 1312-1327, 2011.

- LIN, J., TSAI, K. e MIRANDA, E. Seismic history analysis of asymmetric building with soil-structure interaction. *Journal of Structural Engineering*, v. 135, p. 101-112, 2009.
- LIU, M., CHIANG, W., HWANG, J. e CHU, C. Wind-induced vibration of high-rise building with tuned mass damper including soil-structure interaction. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 96, p. 1092-1102, 2008.
- LOPEZ, A., MORAIS, V. e PEDROSO, L. Modelo discreto equivalente de sloshing em tanques líquidos retangulares comparados a resultados experimentais e solução analítica. In: *Proceeding of the XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*, Florianópolis, Brazil, 2017.
- LUCO, J. e WESTMANN, R. Dynamic response of circular footings. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, v. 228, p. 377-420, 1971.
- LYSMER, J. e KUHLEMEYER, R. Finite dynamic model for infinite media. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, v. 4, p. 859-877, 1969.
- LYSMER, J., UDAKA, T., TSAI, C. e SEED, H. Flush – a computer program for approximate 3-D analysis of soil structure interaction problems. Report no. 75-30. University of California, Berkeley, 1975.
- MATLAB. Matrix Laboratory – R2017a. MathWorks – MATLAB and Simulink for Technical Computing. Massachusetts, EUA, 2017.
- MEDINA, C., AZNÁREZ, J., PADRÓN, L. e MAESO, O. Effects of soil-structure interaction on the dynamics properties and seismic response of piled structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 53, p. 160-175, 2013.
- MEEK, J. e WOLF, J. Why cone model can represent the elastic half-space. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 22, p. 759-771, 1993.
- MIN, K., KIM, H., LEE, S., KIM, H. e AHN, S. Performance evaluation of tuned liquid column dampers for response control of a 76-story benchmark building. *Engineering Structures*, v. 27, p. 1101-1112, 2005.
- MOGHADDASI, M., CUBRINOVSKI, M., CHASE, J., PAMPANIN, S. e CARR, A. Probabilistic evaluation of soil-foundation-structure interaction effects on seismic structural response. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 40, p. 135-154, 2011.

MYLONAKIS, G., NIKOLAOU, S. e GAZETAS, G. Footings under seismic loading: analysis and design issues with emphasis on bridge foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 26, p. 824-853, 2006.

NAKHAEI, M. e GHANNAD, M. A. The effect of soil-structure interaction on damage index of building. *Journal of Engineering Structures*, v. 30, p. 1491-1499, 2007.

NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECHNOLOGY, NIST (2012). Soil-structure interaction for building structures, Report NIST/GCR 12-917-21, presented by NEHRP Consultants Joint Venture, J. P. Stewart (project director), September.

NAZARIMOFRAD, E., ZAHRAI, S. M. Seismic control of irregular multistorey building using active tendons considering soil-structure interaction effect. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 89, p. 100-115, 2016.

NOVAK, M. Effect of soil on structural response to wind and earthquake. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 3, p. 76-96, 1974.

NOVAK, M. e SHARNOUBY, B. Evaluation of dynamic experimente on pile group. *Journal Geotechnical Engineering, ASCE*, v. 110, p. 738-756, 1984.

O'DONNELL, D., MURPHY, J., DESMOND, C., JAKSIC, V. e PAKRASHI, V. Tuned liquid column damper based reduction of dynamic responses of sclaed offshore platforms in diferente ocean wave basins. 12th International Conference on Dmage Assessment of Strucutres, 2017.

PAIS, A. e KAUSEL, E. Approximate formulas for dynamic stiffness of rigid foundations. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, v. 7, p. 213-227, 1988.

PARK, B., LEE, Y., PARK, M. e JU, Y. Vibration control of a structure by a tuned liquid column damper with embossments, v. 168, p. 290-299, 2018.

PARMELEE, R. Building-foundation interaction effects. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, v. 93, p. 131-152, 1967.

PEÑA, L. Resposta dinâmica de edificações adjacentes acopladas: considerações sobre a interação solo-estrutura. Tese de doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2017.

PEDROSO, L. J., Analogia mecânica para um estudo de uma coluna oscilante de fluido incompressível comportando efeitos de rigidez e de dissipação. Apostila Didática de Pós-Graduação. Universidade de Brasília, Brasília, 1992.

PEDROSO, L. J. Manuscritos, esquemas, discussões e notas de seções de orientações, 2016-2018. Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil – PECC, UnB-FT/ENC, Brasília, DF.

PESTANA, I. Controlo de vibrações em engenharia civil – amortecedor de colunas de líquido sintonizados. Dissertação de mestrado, Faculdade de ciências e tecnologia, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal, p. 124, 2012.

ROESSET, J. Soil structure interaction the early stages. *Journal of Applied Science and Engineering*, v. 16, no. 1, p. 1-8, 2013.

SAP2000. Integrated solution for structural analysis and design, v19. Computers and Structure, Inc., California, EUA, 2017.

COMPUTERS and STRUCTURE INC. CSI analysis reference manual for SAP2000, ETABS and SAFE. Computers and Structure, Inc., Califórnia, EUA, 2017.

SHUM, K. e XU, Y. Multiple tuned liquid column dampers for reducing coupled lateral and torsional vibration of structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 26, p. 745-758, 2004.

SHUM, K., XU, Y., e GUO, W. Wind-induced vibration control of long span cable-stayed bridges using multiple pressurized tuned liquid column dampers. *Engineering Structures*, v. 96, p. 166-192, 2008.

SOONG, T. e SPENCER, B. Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. *Engineering Structures*, v. 24, p. 243-259, 2002.

SOUSA, R. Controle passivo/ativo das oscilações de estruturas esbeltas por meio de dispositivos fluido dinâmicos. Tese de doutorado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

SPENCER, B. e NAGARAJIAH, S. State of the art of structural control. *Journal of Structural Engineering*, *ASCE*, v. 129, no. 7, p. 845-856, 2003.

- TILEYLIOGLU, S. Evaluation of soil-structure interaction effects from field performance data. Tese de doutorado, University of California, Los Angeles, p. 173, 2007.
- THENOZHI, S. e YU, W. Advances in modeling and vibration control of building structures. *Annual Reviews in Control*, v. 37, p. 346-364, 2013.
- TOMEIO, R., BILOTTA, A., PITILAKIS, D. e NIGRO, E. Soil-structure interaction effects on the seismic performances of reinforced concret moment resisting frames. X International Conference on Structural Dynamics, Eurodyn 2017.
- TORABI, H. e RAYHANI, M. Three dimensional finite element modeling of seismic soil-structure interaction in soft soil. *Computers and Geotechnics*, v. 60, p. 9-19, 2014.
- TYAPIN, A. Soil-structure interaction. *Earthquake Engineering*, InTech, Rijeka, Sezen Halil, Capítulo 6, 2012.
- VELETSOS, A. e MEEK, J. Dynamic behaviour of building-foundation systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 3, p. 121-138, 1974.
- VELETSOS, A. e NAIR, V. Seismic interaction os structures on hysteretic foundations. *Journal of Structural Division, ASCE*, v. 101, p. 109-129, 1975.
- WASS, G. Linear two dimensional analysis of soil dynamics problem in semi-infinite layered media. Ph.D. Dissertation, University of California Berkeley, 1972.
- WILSON, E. Three-dimensional analysis and dynamic analysis of structures: a physical approach with emphasis on earthquake engineering. 3 ed, Computer and Structures, Inc., Berkeley, California, 2002.
- WHITMAN, R. Soil-structure interaction. *Seismic Design for Nuclear Power Plants*, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachussets, 1970.
- WOLF, J. Soil-structure interaction, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.
- WOLF, J. Soil-structure interaction analysis in time domain, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
- ZHANG, Z., WEI, H. e QIN, X. Experimental study on damping characteristics of soil-structure interaction system based on shakin table test. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 98, p. 183-190, 2017.

## ANEXOS

### A. FÓRMULAS DE IMPEDÂNCIA PARA INTERFACE SOLO-FUNDAÇÃO

Inúmeras soluções de funções de impedância estão disponíveis na literatura para fundação circular ou retangular posicionada na superfície ou embutidas no semi-espaço elástico ou viscoelástico. No presente trabalho foram utilizadas as formulações apresentados por Pais e Pais e Kausel (1988), Gazetas (1991) e Mylonakis et al. (2006) reunidos no relatório NERHP (2012).

A soluções descrevem a rigidez e o amortecimento para a translação e para a rotação em x, y e z. Para o caso da fundação apoiada no solo a rigidez é definida por  $K_j$  e é computada a partir da rigidez estática,  $k_j$ , (função do módulo de cisalhamento do solo,  $G_s$ , do coeficiente de Poisson do solo,  $\nu_s$ , e das dimensões da fundação,  $B$  e  $L$ ) e do modificador de rigidez dinâmica (*dynamic stiffness modifiers*),  $\alpha_j$ .

$$K_j = k_j \cdot \alpha_j \quad (\text{A.1})$$

$$k_j = f(G_s, B, B/L, \nu) \quad (\text{A.2})$$

$$\alpha_j = f(B/L, a_0) \quad (\text{A.3})$$

O módulo de cisalhamento do solo,  $G_s$ , é determinado a partir das propriedades do solo como: massa específica,  $\rho_s$ , módulo de elasticidade do solo,  $E_s$ , e coeficiente de Poisson,  $\nu_s$ .

$$G_s = E_s/2(1 + \nu_s) \quad (\text{A.4})$$

Os modificadores dinâmicos de rigidez,  $\alpha_j$ , estão relacionados a um fator adimensional de frequência  $a_0$ :

$$a_0 = \frac{\omega B}{V_s} \quad (\text{A.5})$$

Para a análise no domínio do tempo, usualmente, é definido um único valor de frequência  $\omega$  para computar os coeficientes de rigidez e de amortecimento da fundação que dependem de  $a_0$ . O valor corresponde ao período associado com a resposta dominante da estrutura. Na maioria dos casos equivale a frequência fundamental do sistema sob base flexível. A velocidade da onda de cisalhamento é computada por:

$$V_s = \sqrt{G_s/\rho_s} \quad (\text{A.6})$$

A Tabela A.1 lista as expressões para rigidez estática,  $k_j$ , para os dois graus de liberdade de translação (x, y) e para os três graus de liberdade de rotação para a fundação rígida retangular apoiada na superfície do solo. Os eixos da fundação devem ser considerados pra

Tabela A.1 - Rigidez estática para uma fundação rígida retangular apoiada na superfície do solo (adaptado de NIST GCR 12-917-21 (2012) apud Mylonakis et al. (2006) apud Gazetas (1991))

Translação ao longo do eixo-y	$k_Y$	$\frac{2G_s L}{1-\nu} \left[ 2 + 2,5 \left( \frac{B}{L} \right)^{0,85} \right]$
Translação ao longo do eixo-x	$k_X$	$k_Y - \frac{0,2}{0,75-\nu} G_s L \left( 1 - \frac{B}{L} \right)$
Torção no eixo-z	$k_{ZZ}$	$G_s I_z^{0,75} \left[ 4 + 11 \left( 1 - \frac{B}{L} \right)^{10} \right]$
Rotação no eixo-y	$k_{YY}$	$\frac{G_s L}{1-\nu} (I_y)^{0,75} \left[ 3 \left( \frac{L}{B} \right)^{0,15} \right]$
Rotação no eixo-x	$k_{XX}$	$\frac{G_s}{1-\nu} (I_x)^{0,75} \left( \frac{L}{B} \right)^{0,25} \left[ 2,4 + 0,5 \left( \frac{B}{L} \right) \right]$

As fórmulas para os modificadores de rigidez dinâmica,  $\alpha_j$ , para a fundação rígida retangular apoiada na superfície do solo são apresentados na Tabela A.2.

Tabela A.2 - Modificadores de rigidez dinâmica para a fundação rígida retangular  
(adaptado de NIST GCR 12-917-21 (2012) apud Pais e Kausel (1988))

Translação ao longo do eixo-y	$\alpha_Y$	1
Translação ao longo do eixo-x	$\alpha_X$	1
Torção no eixo-z	$\alpha_{ZZ}$	$1,0 - \left[ \frac{(0,33 - 0,03\sqrt{L/B-1})a_0^2}{\left(\frac{8}{1+0,33\sqrt{L/B-1}}\right) + a_0^2} \right]$
Rotação no eixo-y	$\alpha_{YY}$	$1,0 - \left[ \frac{0,55a_0^2}{\left(0,6 + \frac{1,4}{(L/B)^3}\right) + a_0^2} \right]$
Rotação no eixo-x	$\alpha_{XX}$	$1,0 - \left[ \frac{(0,55 + 0,01\sqrt{L/B-1})a_0^2}{\left(2,4 - \frac{0,4}{(L/B)^3}\right) + a_0^2} \right]$

Para determinar os coeficientes de rigidez estática,  $k_j$ , e os modificadores de rigidez dinâmica,  $\alpha_j$ , para cada um dos graus de liberdade os valores da razão de amortecimento por radiação da fundação,  $\beta_j$ , são computados pela formulação apresentada na Tabela A.3. Para o caso da consideração do amortecimento histerético do solo,  $\beta_s$ , é somado ao valor do amortecimento da fundação por radiação,  $\beta_s$ .

A partir dos valores da rigidez,  $K_j$ , e da razão de amortecimento por radiação da fundação,  $\beta_j$ , a função de impedância fica definida.

$$G_j = K_j(1 + 2\beta_j) \quad (\text{A.7})$$

Tabela A.3 -Razão de amortecimento por radiação para fundação rígida (adaptado de NIST GCR 12-917-21 (2012) apud Pais e Kausel (1988))

Translação ao longo do eixo-y	$\beta_Y$	$\left[ \frac{4(L/B)}{(k_y / G_s B)} \right] \left( \frac{a_0}{2\alpha_y} \right)$
Translação ao longo do eixo-x	$\beta_X$	$\left[ \frac{4(L/B)}{(k_x / G_s B)} \right] \left( \frac{a_0}{2\alpha_x} \right)$
Torção no eixo-z	$\beta_{ZZ}$	$\left[ \frac{(4/3) \left[ (L/B)^3 + (L/B) \right] a_0^2}{(k_{zz} / G_s B^3) \left[ \left( \frac{1,4}{1+3(L/B-1)^{0,7}} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left( \frac{a_0}{\alpha_{zz}} \right)$
Rotação no eixo-y	$\beta_{YY}$	$\left[ \frac{(4\psi/3) \left[ (L/B)^3 \right] a_0^2}{(k_{yy} / G_s B^3) \left[ \left( \frac{1,8}{1+1,75(L/B-1)} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left( \frac{a_0}{\alpha_{yy}} \right)$
Rotação no eixo-x	$\beta_{XX}$	$\left[ \frac{(4\psi/3) \left[ (L/B)^3 \right] a_0^2}{(k_{xx} / G_s B^3) \left[ \left( 2,2 - \frac{0,4}{(L/B-1)} \right) + a_0^2 \right]} \right] \left( \frac{a_0}{\alpha_{xx}} \right)$