



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

Instituto de Ciências Exatas

Departamento de Matemática

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

**Comparação de desempenhos na escola e na  
OBMEP de estudantes do ensino médio de uma rede  
de escolas privadas do Distrito Federal**

HIGOR GLEIDSON COSTA CRUZEIRO

BRASÍLIA

2018

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**HIGOR GLEIDSON COSTA CRUZEIRO**

**Comparação de desempenhos na escola e na  
OBMEP de estudantes do ensino médio de uma rede  
de escolas privadas do Distrito Federal**

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Exatas da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Mauro Luiz Rabelo

Brasília  
Junho de 2018

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

CH638c Cruzeiro, Higor Gleidson Costa  
Comparação de desempenho na escola e na OBMEP de  
estudantes do ensino médio de uma rede de escolas privadas  
do Distrito Federal / Higor Gleidson Costa Cruzeiro;  
orientador Mauro Luiz Rabelo. -- Brasília, 2018.  
116 p.

Tese (Doutorado - Mestrado Profissional em Matemática) -  
Universidade de Brasília, 2018.

1. obmep. 2. olimpíadas. 3. matemática. 4. avaliação. 5.  
teoria clássica dos testes. I. Rabelo, Mauro Luiz, orient.  
II. Título.

Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática

**Comparação de desempenhos na escola e na OBMEP de estudantes do ensino médio de  
uma rede de escolas privadas do Distrito Federal**

por

**Higor Gleidson Costa Cruzeiro**

*Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de  
Brasília, como parte dos requisitos "Programa" de Mestrado Profissional em  
Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obtenção do grau de*

MESTRE EM MATEMÁTICA

Brasília, 29 de junho de 2018.

Comissão Examinadora:



Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo – MAT/UnB (Orientador)



Prof. Dr. Rui Seimetz - MAT/UnB



Prof.ª. Dr.ª. Maria Terezinha Jesus Gaspar – MAT/UnB

*Dedico a minha mãe por sempre me incentivar nos estudos.*

## **Agradecimentos**

Agradeço primeiramente a Deus, por me conceder o dom da vida, pois sem ela não poderia me propor a concluir esta pesquisa.

A minha família e amigos por sempre me incentivarem a correr atrás dos meus sonhos. Em especial à minha mãe Elieide Nunes da Costa e à minha irmã Lorena Carla da Costa por nunca duvidarem do meu potencial e ao meu avô Francisco Eduardo da Costa por investir financeiramente em mim quando eu não tinha condições para financiar meus estudos.

A minha namorada Janaína Ilário Costa, pela paciência nos momentos mais difíceis da construção desta pesquisa.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo, pela paciência, dedicação, revisão e orientação. Terás minha admiração eterna pela pessoa e profissional que o senhor representa.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), pela criação desse mestrado.

Aos colegas e companheiros da turma de 2016 do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT). Passamos por muitas dificuldades, mas sempre com bom astral.

Aos professores que ministraram suas magníficas aulas à turma de 2016 do PROFMAT/UnB.

A todas as pessoas que de alguma forma contribuíram com esta pesquisa.

## Resumo

A Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) e a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) foram criadas, respectivamente, em 1979 e 2005, com objetivos ligeiramente distintos. Coexistiram como processos independentes durante muito tempo, mas foram fundidos a partir de 2017, preservando-se a nomenclatura da segunda, a OBMEP, com uma participação que alcança mais de 7 milhões de estudantes e aproximadamente 99,5 % dos municípios brasileiros. No novo modelo, a OBMEP passou a englobar alunos regularmente matriculados tanto de escolas públicas quanto de escolas privadas. Nesse contexto e considerando a importância desses exames para o incentivo ao desenvolvimento da matemática no país, decidiu-se investigar o desempenho dos estudantes de uma rede de escolas privadas do distrito federal na prova da primeira fase do nível 3 dessa primeira aplicação conjunta das duas olimpíadas em 2017. A pesquisa inclui também uma análise quantitativa da qualidade dos itens que compõem a prova da primeira fase desse nível, no que se refere à dificuldade e ao índice de discriminação, utilizando-se a teoria clássica dos testes. Por fim, faz-se uma comparação do desempenho desses alunos na avaliação de matemática da própria escola em que estudam com o obtido nessa fase da olimpíada. Concluiu-se que para esse grupo de estudantes pesquisado a média dos scores brutos foi baixa, o nível dos itens da Olimpíada foi em grande parte difícil, o desempenho dos alunos em suas escolas foi bom e não necessariamente os melhores alunos da escola participantes da Olimpíada foram os selecionados para a 2ª fase da OBMEP.

Palavras-chave: Obmep; olimpíadas; matemática; avaliação; teoria clássica dos testes.

## **Abstract**

The Brazilian Mathematical Olympiad (OBM) and the Brazilian Mathematical Olympiad of Public Schools (OBMEP) were created, respectively, in 1979 and 2005, with slightly different objectives. They co-existed as independent processes for a long time, but were merged from 2017, preserving the nomenclature of the second, OBMEP, with a participation that reaches more than 7 million students and approximately 99.5% of Brazilian municipalities. In the new model, OBMEP began to include regular students enrolled in both public and private schools. In this context and considering the importance of these exams to encourage the development of mathematics in the country, it was decided to investigate the performance of the students of a network of private schools of the federal district in the test of the first stage of level 3 of this first joint application of the two olympiad in 2017. The research also includes a quantitative analysis of the quality of the items that make up the first phase of this level, in relation to the difficulty and the index of discrimination, using the classical theory of tests. Finally, a comparison of the performance of these students in the mathematics evaluation of the school in which they study with that obtained in this phase of the Olympiad is made. It is concluded that for this group of students, the average of the gross scores was low, the level of the items of the Olympiad was very difficult, the performance of the students in their schools was better and not necessarily the good students of school participating in the Olympiad were those selected for the 2nd phase of OBMEP.

**Keywords:** Obmep; olympiad; mathematics; evaluation; classical theory of tests.



## Lista de figuras

Figura 5.1: Curva normal obtida pelo número de acertos dos alunos na OBMEP 2017.	49
Figura 5.2: Item 1 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	52
Figura 5.3: Gabarito oficial do item 01 da OBMEP 2017, no nível 3.	52
Figura 5.4: Análise gráfica do item 1 (AGI).	53
Figura 5.5: Item 2 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	54
Figura 5.6: Gabarito oficial do item 2 da OBMEP 2017, no nível 3.	54
Figura 5.7: Análise gráfica do item 2 (AGI).	55
Figura 5.8: Item 3 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	56
Figura 5.9: Gabarito oficial do item 3 da OBMEP 2017, no nível 3.	56
Figura 5.10: Análise gráfica do item 3 (AGI).	58
Figura 5.11: Item 4 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	58
Figura 5.12: Gabarito oficial do item 4 da OBMEP 2017, no nível 3.	59
Figura 5.13: Análise gráfica do item 4 (AGI).	60
Figura 5.14: Item 5 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	60
Figura 5.15: Gabarito oficial do item 5 da OBMEP 2017, no nível 3.	61
Figura 5.16: Análise gráfica do item 5 (AGI).	62
Figura 5.17: Item 6 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	63
Figura 5.18: Gabarito oficial do item 6 da OBMEP 2017, no nível 3.	63
Figura 5.19: Análise gráfica do item 6 (AGI).	64
Figura 5.20: Item 7 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	65
Figura 5.21: Gabarito oficial do item 7 da OBMEP 2017, no nível 3.	65
Figura 5.22: Análise gráfica do item 7 (AGI).	66
Figura 5.23: Item 8 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	67
Figura 5.24: Gabarito oficial do item 8 da OBMEP 2017, no nível 3.	67
Figura 5.25: Análise gráfica do item 8 (AGI).	69
Figura 5.26: Item 9 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	70
Figura 5.27: Gabarito oficial do item 9 da OBMEP 2017, no nível 3.	70
Figura 5.28: Análise gráfica do item 9 (AGI).	71
Figura 5.29: Item 10 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.	72
Figura 5.30: Gabarito oficial do item 10 da OBMEP 2017, no nível 3.	72

Figura 5.31: Análise gráfica do item 10 (AGI). .....	73
Figura 5.32: Item 11 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	74
Figura 5.33: Gabarito oficial do item 11 da OBMEP 2017, no nível 3.....	74
Figura 5.34: Análise gráfica do item 11 (AGI). .....	76
Figura 5.35: Item 12 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	76
Figura 5.36: Gabarito oficial do item 12 da OBMEP 2017, no nível 3.....	77
Figura 5.37: Análise gráfica do item 12 (AGI). .....	78
Figura 5.38: Item 13 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	79
Figura 5.39: Gabarito oficial do item 13 da OBMEP 2017, no nível 3.....	79
Figura 5.40: Análise gráfica do item 13 (AGI) .....	80
Figura 5.41: Item 14 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	81
Figura 5.42: Gabarito oficial do item 14 da OBMEP 2017, no nível 3.....	82
Figura 5.43: Análise gráfica do item 14 (AGI). .....	83
Figura 5.44: Item 15 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	84
Figura 5.45: Gabarito oficial do item 15 da OBMEP 2017, no nível 3.....	85
Figura 5.46: Análise gráfica do item 15 (AGI). .....	87
Figura 5.47: Item 16 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	88
Figura 5.48: Gabarito oficial do item 16 da OBMEP 2017, no nível 3.....	88
Figura 5.49: Análise gráfica do item 16 (AGI). .....	89
Figura 5.50: Item 17 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	90
Figura 5.51: Gabarito oficial do item 17 da OBMEP 2017, no nível 3.....	91
Figura 5.52: Análise gráfica do item 17 (AGI). .....	92
Figura 5.53: Item 18 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	93
Figura 5.54: Gabarito oficial do item 18 da OBMEP 2017, no nível 3.....	93
Figura 5.55: Análise gráfica do item 18 (AGI) .....	95
Figura 5.56: Item 19 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	96
Figura 5.57: Gabarito oficial do item 19 da OBMEP 2017, no nível 3.....	96
Figura 5.58: Análise gráfica do item 19 (AGI). .....	97
Figura 5.59: Item 20 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.....	98
Figura 5.60: Gabarito oficial do item 20 da OBMEP 2017, no nível 3.....	98
Figura 5.61: Análise gráfica do item 20 (AGI). .....	100

## Lista de tabelas

Tabela 2.1: Nível da prova da OBMEP .....	20
Tabela 2.2: Grupos da OBMEP por quantidade de inscritos na 1º fase.....	21
Tabela 2.3: Premiação da OBMEP para as escolas públicas.....	26
Tabela 2.4: Premiação da OBMEP para as escolas privadas. ....	29
Tabela 2.5: Divisão da premiação dos professores por grupo na OBMEP. ....	30
Tabela 2.6: Critério de premiação dos professores participantes da OBMEP. ....	31
Tabela 2.7: Critérios de premiação das escolas participantes da OBMEP.....	32
Tabela 2.8: Número de matrículas no ensino médio em 2017. ....	36
Tabela 2.9: Número de inscritos nas duas fases da OBMEP 2017. ....	36
Tabela 2.10: Premiações da OBMEP 2017. ....	38
Tabela 5.1: Número de alunos por série da rede de ensino. ....	48
Tabela 5.2: Número de alunos da rede de ensino por sexo. ....	48
Tabela 5.3: Quantitativo de alunos da rede de ensino por número de acertos na OBMEP 2017.....	48
Tabela 5.4: Parâmetros da TCT para o item 1.....	52
Tabela 5.5: Frequência de marcações por alternativa no item 1. ....	53
Tabela 5.6: Parâmetros da TCT para o item 2.....	54
Tabela 5.7: Frequência de marcações por alternativa no item 2. ....	55
Tabela 5.8: Parâmetros da TCT para o item 3.....	57
Tabela 5.9: Frequência de marcações por alternativa no item 3. ....	57
Tabela 5.10: Parâmetros da TCT para o item 4.....	59
Tabela 5.11: Frequência de marcações por alternativa no item 4. ....	59
Tabela 5.12: Parâmetros da TCT para o item 5.....	61
Tabela 5.13: Frequência de marcações por alternativa no item 5. ....	61
Tabela 5.14: Parâmetros da TCT para o item 6.....	63
Tabela 5.15: Frequência de marcações por alternativa no item 6. ....	64
Tabela 5.16: Parâmetros da TCT para o item 7.....	65
Tabela 5.17: Frequência de marcações por alternativa no item 7. ....	66
Tabela 5.18: Parâmetros da TCT para o item 8.....	68
Tabela 5.19: Frequência de marcações por alternativa no item 8. ....	68
Tabela 5.20: Parâmetros da TCT para o item 9.....	70

Tabela 5.21: Frequência de marcações por alternativa no item 9. ....	70
Tabela 5.22: Parâmetros da TCT para o item 10. ....	72
Tabela 5.23: Frequência de marcações por alternativa no item 10. ....	73
Tabela 5.24: Parâmetros da TCT para o item 11. ....	75
Tabela 5.25: Frequência de marcações por alternativa no item 1. ....	75
Tabela 5.26: Parâmetros da TCT para o item 12. ....	77
Tabela 5.27: Frequência de marcações por alternativa no item 12. ....	77
Tabela 5.28: Parâmetros da TCT para o item 13. ....	80
Tabela 5.29: Frequência de marcações por alternativa no item 13. ....	80
Tabela 5.30: Parâmetros da TCT para o item 14. ....	82
Tabela 5.31: Frequência de marcações por alternativa no item 14. ....	82
Tabela 5.32: Parâmetros da TCT para o item 15. ....	86
Tabela 5.33: Frequência de marcações por alternativa no item 15. ....	86
Tabela 5.34: Parâmetros da TCT para o item 16. ....	89
Tabela 5.35: Frequência de marcações por alternativa no item 16. ....	89
Tabela 5.36: Parâmetros da TCT para o item 17. ....	91
Tabela 5.37: Frequência de marcações por alternativa no item 17. ....	91
Tabela 5.38: Parâmetros da TCT para o item 18. ....	94
Tabela 5.39: Frequência de marcações por alternativa no item 18. ....	94
Tabela 5.40: Parâmetros da TCT para o item 19. ....	96
Tabela 5.41: Frequência de marcações por alternativa no item 19. ....	97
Tabela 5.42: Parâmetros da TCT para o item 20. ....	99
Tabela 5.43: Frequência de marcações por alternativa no item 20. ....	99
Tabela 5.44: Notas final obtidas pelos alunos em sua rede de ensino no ano de 2017. ....	101
Tabela 5.45: Melhores scores brutos dos alunos da rede de ensino na OBMEP 2017 antes de ser aplicado o critério de desempate. ....	102
Tabela 5.46: Alunos da rede de ensino selecionados para participarem da 2ª fase da OBMEP 2017. ....	103
Tabela 6.1: Médias da discriminação e dificuldade dos itens da OBMEP 2017, obtidas por meio dos cartões resposta dos alunos da rede de ensino pesquisada. ....	104
Tabela 8.1: Notas finais em matemática e score bruto na 1ª fase da OBMEP 2017 dos alunos da rede de ensino participantes da OBMEP 2017. ....	111

## Sumário

1. Introdução.....	15
2. A OBMEP .....	17
2.1. Contexto histórico .....	17
2.2. A OBMEP .....	18
2.3. Relação entre a quantidade de participantes da OBMEP com o total de estudantes brasileiros. ....	36
3. Estrutura da rede de ensino privada analisada. ....	40
4. Metodologia .....	47
4.1. Análise preliminar dos dados .....	47
5. Análise dos dados.....	48
5.1. Análise dos itens da OBMEP 2017 .....	50
5.1.1. Análise do item 1 da OBMEP 2017.....	52
5.1.2. Análise do item 2 da OBMEP 2017.....	54
5.1.3. Análise do item 3 da OBMEP 2017.....	56
5.1.4. Análise do item 4 da OBMEP 2017.....	58
5.1.5. Análise do item 5 da OBMEP 2017.....	60
5.1.6. Análise do item 6 da OBMEP 2017.....	63
5.1.7. Análise do item 7 da OBMEP 2017.....	65
5.1.8. Análise do item 8 da OBMEP 2017.....	67
5.1.9. Análise do item 9 da OBMEP 2017.....	69
5.1.10. Análise do item 10 da OBMEP 2017.....	71
5.1.11. Análise do item 11 da OBMEP 2017.....	74
5.1.12. Análise do item 12 da OBMEP 2017.....	76
5.1.13. Análise do item 13 da OBMEP 2017.....	78
5.1.14. Análise do item 14 da OBMEP 2017.....	81
5.1.15. Análise do item 15 da OBMEP 2017.....	84
5.1.16. Análise do item 16 da OBMEP 2017.....	87
5.1.17. Análise do item 17 da OBMEP 2017.....	90
5.1.18. Análise do item 18 da OBMEP 2017.....	93
5.1.19. Análise do item 19 da OBMEP 2017.....	95
5.1.20. Análise do item 20 da OBMEP 2017.....	98

5.2.	Análise de dados da rede de ensino .....	100
5.3.	Comparação entre dados da OBMEP e dados da rede de ensino .....	101
6.	Considerações finais.....	104
7.	Referências bibliográficas .....	108
8.	Anexos.....	110

## 1. Introdução

A 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) foi organizada pela Sociedade Brasileira de Matemática em 1979 e desde então muitas mudanças ocorreram até os dias atuais. Em 2005, criou-se a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), com objetivos ligeiramente distintos da OBM. As duas olimpíadas coexistiram como processos distintos até 2017, quando a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) decidiu fundi-los em especial por conta da situação financeira pela qual o país passou a enfrentar a partir de 2015, o que resultou em redução do orçamento necessário para aplicação das provas para a elevada quantidade de estudantes participantes. O alvo da OBMEP passou a ser os alunos regularmente matriculados não somente nas escolas públicas, mas também nas escolas privadas.

Muitas pesquisas analisaram dados das duas olimpíadas ao longo de todos esses anos desde a criação de ambas. Este trabalho investigará a primeira olimpíada após a fusão em 2017 com o intuito de contribuir para a compreensão do alcance dessa nova mudança.

Mais especificamente, propõe-se analisar o desempenho de um grupo de alunos do ensino médio de uma rede de ensino privada de Brasília e que participaram da primeira fase do nível 3 da OBMEP em 2017. O objetivo principal é comparar o desempenho desses alunos nas avaliações da própria escola em que estudam com o desempenho na OBMEP.

Os objetivos específicos contemplam:

- Desenvolver os cálculos estatísticos necessários para a pesquisa usando o mínimo possível de recursos tecnológicos, de modo que outros professores interessados pudessem fazer o mesmo, caso tenham interesse de analisar provas futuras;
- Identificar como a rede de ensino classifica seus alunos do ensino médio quanto a suas habilidades matemáticas;
- Fazer inferências sobre o desempenho dos estudantes e a qualidade dos itens da prova da primeira fase, por meio da análise dos dados armazenados nos cartões de respostas desses alunos participantes no nível 3 da OBMEP 2017;
- Identificar se os alunos mais bem avaliados na rede de ensino participantes na 1ª fase da OBMEP 2017 no nível 3, são os alunos de melhor desempenho nessa fase da OBMEP 2017.

Pretende-se atingir o objetivo principal por meio de uma análise quantitativa das respostas dos estudantes extraídas dos cartões de respostas do nível 3 da OBMEP 2017. Com o intuito de também aprender na prática a utilizar dados estatísticos obtidos por meio dos cartões da OBMEP 2017, a teoria clássica dos testes (TCT) foi escolhida por permitir esse aprendizado, sem a necessidade do uso de *softwares* mais sofisticados. Esta é uma estratégia que pode ser utilizada por outros professores que desejem fazer análises de desempenho de estudantes em provas futuras da olimpíada ou mesmo avaliações objetivas da escola em que atuam.

Parte da história das olimpíadas de matemática, adaptação do regulamento da OBMEP 2017 e o mapa do número de matrículas no ensino médio regular brasileiro serão descritas no capítulo 2. A estrutura da rede de ensino privada pesquisada e a forma como o nível de habilidades dos seus alunos serão abordadas no capítulo 3. No capítulo 4, teremos acesso à metodologia utilizada para atingir os fins propostos nos objetivos. O capítulo 5 contém a análise dos dados item a item da prova da primeira fase do nível 3 de 2017, o nível de habilidade dos alunos na avaliação da rede de ensino em que estudam, assim como uma comparação entre o desempenho na OBMEP e as notas finais desses alunos no ano de 2017. Por fim, no capítulo 6, faremos a discussão dos resultados, levantando inferências e finalizando com a conclusão do trabalho.



## **2. A OBMEP**

### **2.1. Contexto histórico**

As Olimpíadas de Matemática, nos moldes atuais, são disputadas desde 1894, quando foram organizadas competições na Hungria. Com o passar dos anos, competições similares foram se espalhando pelo Leste Europeu, culminando, em 1959, com a organização da 1ª Olimpíada Internacional de Matemática, na Romênia.

A Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) organizou, em 1979, a 1ª Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM). Ao longo desses anos, a OBM passou por diversas mudanças em seu formato, mas manteve a ideia central, que é a de estimular o estudo da Matemática nos alunos, desenvolver e aperfeiçoar a capacitação de professores, influenciar na melhoria do ensino dessa matéria, além de descobrir jovens talentos.

Desde 2005, OBM e OBMEP coexistem, mas em 2017, as duas olimpíadas foram integradas, com o objetivo de racionalizar o uso de recursos humanos e financeiros. As duas fases da OBMEP classificaram alunos para a OBM, que neste novo formato possui apenas uma etapa, com cerca de mil candidatos (OBM, 2017).

Em 2017, as escolas particulares também foram convidadas a participar da OBMEP, antes destinada apenas a estudantes das escolas públicas. A OBMEP continua premiando alunos de escolas públicas, porém agora concede premiação também a estudantes de particulares.

A única mudança para as escolas públicas é que, a partir de agora, são classificados os 300 mais bem colocados em cada nível para disputar a OBM, o que não acontecia antes. Nas escolas particulares, os alunos ganharam o direito de se inscrever na OBMEP, mediante pagamento de uma módica taxa, destinada a cobrir os custos de logística. As regras, a inscrição e a participação nas duas fases são as mesmas para todos os candidatos. A OBMEP concede medalhas especificamente aos alunos das escolas privadas.

Nesse novo formato, a OBM passa a ser uma competição distinta, com sua própria premiação, possuindo apenas uma fase (exceto no nível universitário), tendo como principal meta a seleção dos jovens que representarão o Brasil em olimpíadas internacionais. A OBM seleciona os 300 alunos de escolas públicas ou particulares mais bem classificados em cada nível (1, 2 ou 3) na OBMEP para disputar sua fase única, os demais participantes são os

medalhistas da OBM do ano anterior e os vencedores de olimpíadas regionais, de acordo com as diretrizes estabelecidas no regulamento da OBM.

## 2.2. A OBMEP

O texto a seguir foi adaptado de informações extraídas do sítio da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, disponível em [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br).

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC.

A OBMEP foi criada em 2005 com o objetivo de estimular o estudo da matemática e identificar talentos na área, e tem como objetivos principais: estimular e promover o estudo da matemática, contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade, identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas, incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional, contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas e promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

O público-alvo da OBMEP é composto de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio. Em 2017, mais de 18 milhões de alunos participaram da olimpíada.

A OBMEP possui alguns programas desenvolvidos ao longo dos anos:

**Programa de iniciação científica júnior (PIC):** destinado aos alunos medalhistas da OBMEP, o PIC é realizado por meio de uma rede nacional de professores em polos espalhados pelo país, e também no fórum virtual. Tem como objetivos despertar nos alunos o

gosto pela matemática e pela ciência em geral e motivá-los na escolha profissional pelas carreiras científicas e tecnológicas. Ao longo de suas edições, a OBMEP já ofereceu a mais de 47 mil alunos a oportunidade de estudar Matemática por 1 ano, com bolsa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e mais de 5000 alunos participaram do programa como ouvintes.

**Portal da matemática:** ambiente em que existem videoaulas com conteúdo de Matemática que cobre todo o currículo escolar do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. O objetivo do portal é contribuir com material de apoio a professores, a alunos e ao público em geral.

**Banco de questões e provas antigas:** A OBMEP disponibiliza aos seus alunos um banco de questões dividido por níveis e por assuntos para que os candidatos possam se preparar, além de disponibilizar todas as provas anteriores da OBMEP, com suas soluções e vídeos com as resoluções das provas mais recentes.

**Portal clubes de matemática:** O portal funciona como um blog que disponibiliza toda semana um desafio com temáticas similares às encontradas na OBMEP. O portal também organiza gincanas e competições nacionais e possui um fórum de discussões para alunos e professores.

**Polos olímpicos de treinamento intensivo (POTI):** O programa é destinado àqueles que querem se preparar para as provas da OBMEP e da Olimpíada Brasileira de Matemática – OBM, e que estejam matriculados no 8º ou no 9º ano do Ensino Fundamental ou em qualquer uma das séries do Ensino Médio.

**Programa de iniciação científica e mestrado (PICME):** O programa oferece aos estudantes universitários medalhistas nas Olimpíadas de Matemática (medalhistas da OBMEP ou da OBM) a oportunidade de realizar estudos avançados em matemática simultaneamente com sua graduação. Os participantes recebem as bolsas por meio de uma parceria com o CNPq (Iniciação Científica) e com a CAPES (Mestrado).

**Programa OBMEP na escola:** Programa destinado aos professores de matemática das escolas públicas, o programa tem como objetivo estimular atividades extraclasse com o uso dos materiais da OBMEP, tais como provas e Bancos de Questões. O programa capacita professores em todo o país em sua própria escola ou em escolas da região.

A OBMEP é realizada pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), com apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) com recursos oriundo do contrato de gestão firmado pelo IMPA com o Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC) e com o Ministério da Educação (MEC) e é dirigida aos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio, de Escolas Públicas municipais, estaduais e federais, e Escolas Privadas, bem como aos respectivos professores, escolas e secretárias de educação. As provas são divididas em 2 (duas) etapas:

- Primeira fase: aplicação da prova objetiva (múltipla escolha) a todos os alunos inscritos pela escola.
- Segunda fase: aplicação da prova discursiva aos alunos selecionados pela escolas para a segunda fase.

Os alunos da OBMEP são divididos em três níveis, com forme tabela abaixo.

Divisão de participantes por níveis	
Nível 1	Alunos matriculados no 6º ou 7º ano do ensino fundamental no ano da aplicação da OBMEP.
Nível 2	Alunos matriculados no 8º ou 9º ano do ensino fundamental no ano da aplicação da OBMEP.
Nível 3	Alunos matriculados em qualquer ano do Ensino Médio no ano da aplicação da OBMEP.

Tabela 2.1: Nível da prova da OBMEP

Fonte: OBMEP, 2017

Alunos que mudarem de série durante o ano letivo participam das provas da OBMEP no nível que estavam cursando na ocasião da inscrição feita pela escola. Alunos de projetos

com outras formas de seriação são inscritos conforme equivalência com as séries regulares. O calendário de provas nas duas fases é o mesmo para os três níveis. Não poderão participar das provas da OBMEP os alunos que estavam matriculados no ato da inscrição, mas que se desligaram da escola por qualquer motivo. Alunos matriculados em mais de uma escola, deverão optar por participar em apenas um escola, não sendo possível à participação por duas escolas.

As escolas participantes da OBMEP são divididas em grupos, de acordo com o número de inscrições na primeira fase, divididos conforme tabela abaixo.

<b>Grupo</b>	<b>Quantidade de alunos inscritos na 1a Fase</b>
Nível 1	Nível 1
Grupo 1A	1
Grupo 1A	2 a 40
Grupo 1B	41 a 80
Grupo 1C	81 a 140
Grupo 1D	141 a 240
Grupo 1E	Mais de 240
Nível 2	Nível 2
Grupo 2A	1
Grupo 2A	2 a 40
Grupo 2B	41 a 80
Grupo 2C	81 a 140
Grupo 2D	141 a 240
Grupo 2E	Mais de 240

Grupo	Quantidade de alunos inscritos na 1a Fase
Nível 3	Nível 3
Grupo 3A	Até 6
Grupo 3A	7 a 120
Grupo 3B	121 a 240
Grupo 3C	241 a 380
Grupo 3D	381 a 620
Grupo 3E	Mais de 620

Tabela 2.2: Grupos da OBMEP por quantidade de inscritos na 1º fase.

Fonte: OBMEP, 2017

As inscrições são feitas pelas escolas por meio de uma ficha de inscrição disponível no site [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br), onde a escola informa o seu código MEC/INEP, código ao qual é considerado como número de identificação da escola em todo o processo. Escolas com códigos MEC/INEP diferentes inscrevem-se por código e não por rede. Escolas que possuem composição mista (alunos da rede pública e privada) são consideradas escolas privadas em todas as etapas, inclusive nas premiações. As inscrições são aceitas somente dentro do prazo estipulado via calendário oficial da OBMEP. Inscrições via fax, mensagens eletrônicas, telefone ou por meio postal não são aceitas, assim como inscrições incompletas.

Na primeira fase as escolas devem indicar na inscrição, apenas o número total de alunos inscritos em cada nível, não sendo necessária a identificação nominal dos alunos, fica também sob a responsabilidade da escola informar corretamente endereço e telefones para contato no ato da inscrição, pois o IMPA não se responsabiliza pela não entrega do material de provas em caso de endereços incompletos ou errados. A escola também se responsabiliza por solicitar a quantidade correta de provas especiais (em braile/ledor ou ampliada). Para escolas públicas as inscrições são gratuitas, já no caso das escolas privadas as inscrições são feitas por meio de pagamento de taxa mínima de R\$ 100,00 (cem reais), que corresponde à

inscrição de até 25 (vinte e cinco) alunos de qualquer nível (1, 2 ou 3), para o caso de inscrições adicionais será acrescido o valor de R\$ 4,00 (quatro reais) por aluno por meio de boleto gerado no ato da inscrição. O IMPA não concede isenção da taxa de inscrição para escolas privadas e também não se responsabiliza por solicitação de inscrição não recebida por motivos de ordem técnica dos computadores, falhas de comunicação, congestionamento das linhas de comunicação, erro ou atraso dos bancos e entidades conveniadas no que se refere ao processamento da taxa de inscrição, bem como outros fatores que impossibilitem a transferência de dados. A escola deve conservar o recibo gerado ao final do processo de inscrição. Caso o recibo não seja gerado, a inscrição não terá sido concluída, devendo a escola entrar em contato com a central de atendimento da OBMEP.

Com relação às provas da primeira fase, a mesma é de caracterizada como prova objetiva (questões de múltipla escolha, com 5 alternativas de (a) a (e), com uma única resposta correta), de caráter eliminatório, com 20 (vinte) questões totalizando 20 (vinte) pontos, diferenciada por cada nível (1, 2 e 3). As questões propostas nas provas da Primeira Fase apresentam conteúdos previstos nos Parâmetros Curriculares Nacionais. A preparação para as provas pode ser feita através do material didático elaborado pela OBMEP. As provas da Primeira Fase são realizadas na própria escola inscrita na OBMEP, que será a responsável por sua aplicação e correção, de acordo com as instruções enviadas junto com o material de prova. O material para a aplicação das provas da primeira fase é enviado para as escolas, via postal, para o endereço indicado na inscrição. A escola deve conferir o conteúdo recebido e confirmar o recebimento na página da OBMEP. Com o material para a aplicação das provas da primeira fase, é enviado um manual de instruções, que deve ser seguido rigorosamente pela escola. Esse manual também está disponível na página restrita da escola no site da OBMEP. A aplicação das provas pode ser feita em todos os turnos da escola, devendo ser respeitada a data indicada no calendário a OBMEP. As provas da primeira fase têm duração de 2h30min (duas horas e trinta minutos). Para os alunos com necessidades especiais que precisarem de auxílio para a realização da prova (em Braille ou ampliada), a duração é de 3h30min (três horas e trinta minutos). O apoio durante a aplicação da prova para estes alunos é de responsabilidade da própria escola. O IMPA não se responsabiliza por quaisquer impedimentos na aplicação ou na correção das provas da primeira fase nas escolas participantes tais como greves, ocupações ou outras intempéries. As provas da primeira fase são corrigidas pelos professores das próprias escolas, seguindo rigorosamente as instruções e

os gabaritos elaborados pelo IMPA, enviados junto com o material de aplicação de provas para as escolas participantes.

Com relação às provas da segunda fase, os alunos classificados são os alunos que obtiveram as maiores notas na prova da primeira fase, selecionados em ordem decrescente de nota, até que se preencha o total de vagas disponíveis em cada nível. Não serão classificados alunos com nota 0 (zero), mesmo quando as vagas para a segunda fase não forem preenchidas. Para a classificação na Segunda Fase é obrigatório que cada escola envie ao endereço determinado, de acordo com as instruções enviadas com o material da Primeira Fase e dentro do prazo estabelecido no calendário oficial da OBMEP o documento indicativo do número de alunos classificados, denominado documento de envio (DE), bem como o cartão-resposta da primeira fase de cada um desses alunos. A escola deverá indicar no DE se dentre os alunos classificados há alunos com necessidades especiais (prova em Braille, prova ampliada, intérprete de libras, etc.) e deverá também indicar se há alunos que guardam o sábado por convicções religiosas (sabatistas) e que, por isso, necessitam fazer a prova após o pôr do sol. Caso a escola não indique tais necessidades no documento de envio (DE), o IMPA isenta-se de qualquer responsabilidade na preparação da logística especial para estes casos. O IMPA só aceita cartões-resposta com todos os dados solicitados preenchidos. Os cartões-resposta que estiverem incompletos serão desconsiderados, sem possibilidade de substituição por outros.

A escola terá como critérios de distribuição de vagas para a segunda fase:

No nível 1: as escolas do grupo 1A que inscreveram 1 (um) aluno na primeira fase selecionarão para a segunda fase 1 (um) aluno, as que inscreverem na primeira fase de 2 (dois) a 40 (quarenta) alunos, selecionarão para a segunda fase 2 (dois) alunos, as escolas do grupo 1B selecionarão 4 (quatro) alunos para a segunda fase, as escolas do grupo 1C selecionarão 7 (sete) alunos para a segunda fase, as escolas do grupo 1D selecionarão 12 (doze) alunos para a segunda fase e as escolas do grupo 1E selecionarão 5% (cinco por cento) do total de alunos para a Segunda Fase.

No nível 2: as escolas do grupo 2A que inscreveram 1 (um) aluno na primeira fase selecionarão para a segunda fase 1 (um) aluno, as que inscreverem na primeira fase de 2 (dois) a 40 (quarenta) alunos, selecionarão para a segunda fase 2 (dois) alunos, as escolas do



grupo 2B selecionarão 4 (quatro) alunos para a segunda fase, as escolas do grupo 2C selecionarão 7 (sete) alunos para a segunda fase, as escolas do grupo 2D selecionarão 12 (doze) alunos para a segunda fase e as escolas do grupo 2E selecionarão 5% (cinco por cento) do total de alunos para a Segunda Fase.

No nível 3: as escolas do grupo 3A que inscreveram até 6 (seis) alunos na primeira fase selecionarão todos os alunos para a segunda fase, as que inscreverem na primeira fase de 7 (sete) a 120 (cento e vinte) alunos, selecionarão para a segunda fase 6 (seis) alunos, as escolas do grupo 3B selecionarão 12 (doze) alunos para a segunda fase, as escolas do grupo 3C selecionarão 19 (dezenove) alunos para a segunda fase, as escolas do grupo 3D selecionarão 31 (trinta e um) alunos para a segunda fase e as escolas do grupo 3E selecionarão 5% (cinco por cento) do total de alunos para a Segunda Fase. Para os Grupos 1E, 2E e 3E, quando o número equivalente a 5% (cinco por cento) não for um número inteiro, ele deverá ser aproximado para o número inteiro imediatamente superior.

A prova da segunda fase se caracteriza pela aplicação de uma prova discursiva, de caráter classificatório, diferenciada por níveis (1, 2 e 3). A prova é composta de 6 (seis) questões valendo até 20 (vinte) pontos cada, totalizando, então, 120 (cento e vinte) pontos. A prova tem duração de 3h (três horas) e é aplicada por fiscais selecionados pelo IMPA para esse fim. A duração da prova é de 4h (quatro horas) para os alunos com necessidades especiais, que precisarem de auxílio para a realização da prova (ledor/escrevedor/acompanhante). Os locais de realização das provas da segunda fase, designados centros de aplicação, são divulgados na página da OBMEP. Os alunos selecionados para a segunda fase comparecem ao local de prova munidos de documento de identificação original com foto, no dia e horário divulgado no calendário oficial da OBMEP. O IMPA não se responsabiliza pelo transporte/deslocamento dos alunos participantes até o local de prova, bem como pelo seu retorno. Os alunos previamente indicados pelas escolas como sabatistas, fazem a prova em horário especial, após o pôr do sol, e comparecem aos locais de prova no mesmo horário dos demais alunos e aguardam em sala reservada para este fim até o pôr do sol, quando iniciam a realização da prova. O IMPA providencia fiscais especiais para alunos quando as escolas indicam a necessidade de atendimento especial (prova em Braille/ledor, prova ampliada, intérprete de Libras e outros) no (DE). O IMPA não se

responsabiliza pelo atendimento dessas necessidades em caso de não envio do DE, de envio do DE com preenchimento errado, inadequado ou com informações ausentes.

São premiados alunos, professores, escolas e secretarias municipais de educação pelos melhores desempenhos na OBMEP. Essa premiação baseia-se exclusivamente no resultado das provas da segunda fase e a premiação dos alunos é distribuída separadamente entre as escolas públicas e as escolas privadas. A divulgação das listas dos premiados é feita na página da OBMEP. As notas dos participantes da OBMEP não são divulgadas. A listas de premiados é divulgada por ordem de classificação, em cada grupo de participantes, a identificação das medalhas como sendo de ouro, prata e bronze representa apenas a cor do objeto e não sua composição, o IMPA é a instituição responsável pela organização da cerimônia de premiação para entrega das medalhas de ouro. O local e a data do evento são divulgados pelo IMPA em data oportuna e os demais prêmios são entregues por meio das coordenações regionais da OBMEP em cerimônias regionais ou em visitas às escolas.

Os prêmios são concedidos da seguinte forma nas escolas públicas. São concedidas aos alunos 500 (quinhentas) medalhas de ouro, 1.500 (um mil e quinhentas) medalhas de prata, 4.500 (quatro mil e quinhentas) medalhas de bronze, e até 46.200 (quarenta e seis mil e duzentos) certificados de Menção Honrosa conforme tabela abaixo.

Premiação	Critério	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Medalhas de Ouro	Alunos das escolas municipais, estaduais e federais. Primeiros colocados na classificação nacional.	200 alunos obs.: até 40 alunos de escolas seletivas	200 alunos obs.: até 40 alunos de escolas seletivas	100 alunos obs.: até 50 alunos de escolas seletivas
Medalhas de Prata	Excluídas as notas dos alunos premiados com	500 alunos obs.: até 100	500 alunos obs.: até	500 alunos obs.: até

Premiação	Critério	Nível 1	Nível 2	Nível 3
	medalhas de ouro, os 500 primeiros alunos em cada nível.	alunos de escolas seletivas	100 alunos de escolas seletivas	250 alunos de escolas seletivas
Medalhas de Bronze	a) Excluídas as notas dos alunos premiados com medalhas de ouro e prata, as melhores notas de alunos de escolas não seletivas em sua respectiva Unidade da Federação (UF).  b) Excluídas as notas dos alunos premiados com medalha de ouro e prata e excluídos os alunos premiados no item anterior, os alunos com melhores notas de todas as escolas na classificação nacional.	810 alunos	540 alunos	270 alunos
Bolsas de Iniciação Científica Jr.	Alunos medalhistas de ouro, prata e bronze e	1.180 alunos obs.: até 150 alunos de escolas seletivas	900 alunos obs.: até 150 alunos de escolas seletivas	800 alunos obs.: até 350 alunos de escolas seletivas

Premiação	Critério	Nível 1	Nível 2	Nível 3
	matriculados em escolas públicas no ano da aplicação da OBMEP.			
Certificados de Menção Honrosa:	a) Excluídas as notas dos alunos premiados com medalhas, as melhores notas de alunos de escolas não seletivas em sua respectiva Unidade de Federação (UF) - até 16.200 certificados.	até 5.400 alunos	até 5.400 alunos	até 5.400 alunos
	b) Excluídas as notas dos alunos premiados com medalha e excluídos os alunos premiados no item anterior, os alunos com melhores notas de todas as escolas - até 30.000 certificados.	até 10.000 alunos	até 10.000 alunos	até 10.000 alunos

Tabela 2.3: Premiação da OBMEP para as escolas públicas.

Fonte: OBMEP, 2017

Os prêmios são concedidos da seguinte forma nas escolas privadas. São concedidas aos alunos 75 (setenta e cinco) medalhas de ouro, 225 (duzentas e vinte e cinco) medalhas de prata, 675 (seiscentas e setenta e cinco) medalhas de bronze, e até 5.700 (cinco mil e setecentos) certificados de menção honrosa, conforme tabela abaixo.

Premiação		Critério	Nível 1	Nível 2
Medalhas de Ouro	de	Alunos de Escolas Privadas. Primeiros colocados na classificação nacional.	25 alunos	25 alunos
Medalhas de Prata	de	Excluídas as notas dos alunos premiados com medalhas de ouro, os 75 primeiros alunos em cada nível.	75 alunos	75 alunos
Medalhas de Bronze	de	Excluídos os premiados com medalhas de ouro e prata, os 225 primeiros alunos em cada nível.	225 alunos	225 alunos
Certificados de Menção Honrosa	de	Excluídos os medalhistas de ouro, prata e bronze, os 1900 primeiros alunos em cada nível.	1900 alunos	1900 alunos

Tabela 2.4: Premiação da OBMEP para as escolas privadas.

Fonte: OBMEP, 2017

Os prêmios são concedidos aos professores de escolas públicas e privadas da seguinte forma: são premiados até 969 (novecentos e sessenta e nove) professores dos alunos de escolas públicas e privadas. Os professores que desejam concorrer aos prêmios precisam se cadastrar no sistema da OBMEP disponibilizado no site. A premiação dos professores é vinculada à premiação dos alunos. O professor de Matemática de alunos inscritos na Segunda Fase recebe pontos de acordo com os seguintes critérios:

- 10 (dez) pontos para cada aluno premiado com medalha de ouro;
- 8 (oito) pontos para cada aluno premiado com medalha de prata;
- 6 (seis) pontos para cada aluno premiado com medalha de bronze;
- 3 (três) pontos para cada aluno premiado com menção honrosa;

- 1 (um) ponto para cada aluno que compareceu à segunda fase e não obteve premiação.

Para a premiação, os professores são divididos em 15 (quinze) grupos:

<b>Grupo para premiação de Professores *</b>	<b>Nº de alunos associados**</b>
GRUPO 1	2 ou 3 alunos
GRUPO 2	4 alunos
GRUPO 3	5 alunos
GRUPO 4	6 alunos
GRUPO 5	7 alunos
GRUPO 6	8 alunos
GRUPO 7	9 alunos
GRUPO 8	10 alunos
GRUPO 9	11 alunos
GRUPO 10	12 alunos
GRUPO 11	13 ou 14 alunos
GRUPO 12	15 ou 16 alunos
GRUPO 13	17 a 19 alunos
GRUPO 14	20 a 24 alunos
GRUPO 15	25 alunos ou +

Tabela 2.5: Divisão da premiação dos professores por grupo na OBMEP.

Fonte: OBMEP, 2017

(\*) Só participam da premiação professores vinculados a pelo menos 2 (dois) alunos classificados, no qual pelo menos um deles tenha sido premiado.

(\*\*) Para concorrer à premiação, é necessário que a escola faça o cadastramento do professor, no período indicado no calendário oficial da OBMEP.

Os prêmios são distribuídos da seguinte maneira para professores das escolas públicas e privadas:

Premiação	Critério
Participação no programa OBMEP na escola no ano subsequente, 1 diploma e 1 livro de apoio para formação matemática	2 (dois) professores de escola pública não seletiva com a maior média em sua UF (sendo um entre os grupos 1 e 8 e outro entre os grupos 9 e 15)
	Excluídos os premiados acima, 2 (dois) professores de escola pública não seletiva com a maior média em seu Grupo
1 diploma e 1 livro de apoio para formação matemática	Em cada Grupo, de cada UF, 1 (um) professor de escola pública não seletiva que obtiver a maior média em seu Grupo, excluídos os premiados acima.  Aos 30 (trinta) professores de escola não seletiva com a maior média nacional em seu Grupo, excluídos os premiados no item anterior.  A 1 (um) professor de escola pública seletiva com a maior média nacional de cada grupo.  A 1 (um) professor de escola privada com a maior média nacional de cada grupo.

Tabela 2.6: Critério de premiação dos professores participantes da OBMEP.

Fonte: OBMEP, 2017

Observação: Cada professor só poderá ser premiado em uma das categorias.

Os prêmios são distribuídos da seguinte maneira para as escolas:

- São premiadas até 540 (quinhentas e quarenta) escolas participantes, a partir do desempenho de seus alunos.

A premiação da escola está vinculada à pontuação de seus alunos, sendo calculada segundo os seguintes critérios:

- 10 (dez) pontos para cada aluno premiado com medalha de ouro;
- 8 (oito) pontos para cada aluno premiado com medalha de prata;
- 6 (seis) pontos para cada aluno premiado com medalha de bronze;
- 3 (três) pontos para cada aluno premiado com menção honrosa;
- 1 (um) ponto para cada aluno que compareceu à segunda fase e não obteve premiação.

Em cada nível, a pontuação da escola será calculada dividindo-se a soma dos pontos obtidos por todos os seus alunos naquele nível pelo número de alunos classificados para a segunda fase no mesmo nível. São consideradas para premiação escolas com pelo menos 1 (um) aluno premiado no nível em questão.

Premiação	Critério
Kit de Material Didático	7 (sete) Escolas Públicas não seletivas que alcancem a maior pontuação em cada um dos quinze grupos.
Kit de Material Didático	Escola pública não seletiva que alcançar o maior número de pontos em seu respectivo Grupo, em cada UF, excluídas as escolas premiadas no item anterior.
Troféus	Escola seletiva que alcançar o maior número de pontos em seu



Premiação	Critério
	respectivo Grupo.
	Escola privada que alcançar o maior número de pontos em seu respectivo Grupo.

Tabela 2.7: Critérios de premiação das escolas participantes da OBMEP.

Fonte: OBMEP, 2017

Cada escola não poderá receber mais de um prêmio. A premiação das escolas é feita na seguinte ordem: nível 3, nível 2 e nível 1. Uma escola premiada no nível 3 não concorrerá a prêmios nos níveis 2 e 1; e uma escola premiada no nível 2 não concorrerá a prêmios no nível 1. Os prêmios acima descritos não são concedidos às escolas premiadas nas 2 (duas) últimas edições da OBMEP, que recebem em compensação um diploma alusivo à sua premiação.

#### Atribuições e responsabilidades das escolas inscritas na OBMEP.

- As escolas são responsáveis pela participação de seus alunos, devendo ser estimulada a participação do maior número possível de alunos.
- São desclassificados todos os alunos de uma escola que permitir que alunos não matriculados regularmente em seus quadros façam as provas como membros de seu corpo discente.
- É responsabilidade da escola divulgar amplamente para seus alunos e professores a realização das provas da OBMEP, bem como regulamento e o material didático disponível na página da OBMEP.
- O aluno, e/ou seus respectivos responsáveis, ao participar da OBMEP concorda em eventualmente ter seu nome divulgado na lista de classificados e na lista de premiados a ser disponibilizada no site da OBMEP, bem como autoriza o repasse pela OBMEP dos seus dados de contato para os responsáveis pela Olimpíada Brasileira de Matemática – OBM, que poderá convidá-lo a participar nesta olimpíada, de acordo com seus critérios de regulamento.
- Cada escola deverá indicar, no momento da inscrição, o nome do responsável pela realização e acompanhamento da OBMEP em sua escola. Caberá a este professor

ou gestor organizar a aplicação e a correção das provas da primeira fase, responsabilizando-se pelo envio do DE e dos cartões-resposta dos alunos classificados, bem como pela participação dos alunos na segunda fase.

- As escolas devem se inscrever na página da OBMEP, fornecendo todas as informações solicitadas e cumprindo todas as exigências de inscrição dentro do prazo determinado no calendário oficial.

- As escolas são responsáveis pela organização e pela infraestrutura da aplicação das provas da primeira fase, bem como pela correção das provas. As escolas são também responsáveis pela guarda do material de provas e pela manutenção do sigilo do mesmo, desde o seu recebimento até a correção e, ainda, pelo envio da lista de classificados.

- Cabe à escola instruir seus alunos sobre a responsabilidade da manutenção do sigilo durante a realização das provas. É de responsabilidade da escola coibir o uso de aparelhos eletrônicos durante a realização das provas. Qualquer quebra de sigilo poderá resultar na desclassificação da escola e/ou de seus alunos envolvidos.

- A escola deverá informar ao IMPA a ocorrência de qualquer falha de procedimento. O IMPA estará à disposição para orientar as escolas.

- As escolas devem receber e aplicar as provas da Primeira Fase de acordo com o calendário oficial e corrigi-las segundo o gabarito oficial. Excetuando-se os casos previamente autorizados, a não obediência às datas determinadas para a realização (aplicação da prova, correção e envio dos cartões-resposta) da primeira fase poderá resultar na desclassificação da escola e de todos os seus alunos.

- É de exclusiva responsabilidade da escola estipular critérios claros e objetivos para o desempate de alunos na seleção para classificação para a segunda fase. Os critérios definidos devem ser amplamente divulgados entre os professores e alunos antes da aplicação das provas da primeira fase.

- Os cartões-resposta dos alunos classificados para a segunda fase, bem como o DE, recebido pela escola junto com o material de aplicação, devem ser enviados para o IMPA de acordo com as instruções que acompanham o material de aplicação da primeira fase, dentro do prazo indicado no calendário oficial.

- O DE é parte constante do material enviado para as escolas participantes da primeira fase. Nesse documento são informados dados necessários para a classificação dos alunos para a Segunda Fase, bem como as informações relativas à existência de

alunos com necessidades especiais para a Segunda Fase (prova em Braille, ampliada, intérprete de Libras e outros) ou que guardam o sábado por convicção religiosa (sabatistas), e por isso necessitam fazer a prova após o pôr do sol. Essas informações devem ser preenchidas corretamente de modo que o IMPA possa preparar a logística especial necessária para cada caso. O IMPA não se responsabilizará pelo atendimento dessas necessidades em caso de não envio do DE, de envio de DE com preenchimento errado ou inadequado ou da ausência de informações indicadas.

- O comprovante de envio postal de todo o material enviado (cartões-resposta + DE) deverá ser armazenado para quaisquer comprovações futuras.
- Após a divulgação dos classificados para a Segunda Fase, as escolas devem cadastrar o nome, o CPF e o ano letivo em que atuam os professores de matemática dos seus alunos classificados para que possam concorrer aos prêmios do regulamento. Esse cadastramento deve ser feito exclusivamente pelas escolas participantes na página da OBMEP.
- Cabe às escolas divulgar entre seus alunos e professores os resultados da primeira fase, bem como o resultado final da segunda fase que estarão disponíveis na página da OBMEP.
- As escolas devem contribuir para a logística das provas da Segunda Fase, viabilizando a participação de seus alunos classificados, colocando à disposição a infraestrutura local para a eventual realização da prova em suas dependências, e auxiliando no deslocamento de seus alunos para os centros de aplicação, de acordo com as orientações do IMPA.

O IMPA, como responsável pela realização da OBMEP, tem as seguintes atribuições:

- Planejamento e organização do projeto.
- Elaboração de material didático, das provas e dos gabaritos.
- Disponibilizar os gabaritos das provas da primeira fase e material didático às escolas.
- Processamento das informações enviadas pelas escolas com os resultados da primeira fase.
- Aplicação das provas da segunda fase.
- Correção das provas da segunda fase e indicação de todas as premiações.

- Conservação das provas da segunda fase por um período de 4 (quatro) meses a contar da data da divulgação dos resultados. Após esse período, a divisão competente poderá autorizar a reciclagem do papel das provas.
- Manutenção da página atualizada com informações sobre a OBMEP.
- Elaboração do Relatório Final dos resultados da OBMEP.

### 2.3. Relação entre a quantidade de participantes da OBMEP com o total de estudantes brasileiros.

A título de demonstrar o alcance da olimpíada no meio estudantil, fazemos nesta seção uma comparação dos totais de participantes com a quantidade de matriculados na educação básica no Brasil.

A tabela 2.8 apresenta o número de matrículas no ensino médio efetuadas no Brasil e no Distrito Federal (DF) no ano de 2017, em escolas públicas e privadas.

Unidade da Federação	Número de Matrículas no Ensino Médio										
	Total	Série/Dependência Administrativa									
		1ª Série		2ª Série		3ª Série		4ª Série		Não Seriado	
		Total	Privada	Total	Privada	Total	Privada	Total	Privada	Total	Privada
<b>Brasil</b>	<b>7.930.384</b>	<b>3.098.466</b>	<b>346.342</b>	<b>2.509.720</b>	<b>308.605</b>	<b>2.205.674</b>	<b>309.062</b>	<b>69.449</b>	<b>2.209</b>	<b>47.075</b>	<b>4.094</b>
<b>DF</b>	<b>109.143</b>	<b>44.412</b>	<b>9.992</b>	<b>35.034</b>	<b>8.942</b>	<b>29.697</b>	<b>8.402</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>

Tabela 2.8: Número de matrículas no ensino médio em 2017.

Fonte: INEP, 2018.

A tabela 2.9 mostra o número de inscrições das escolas públicas e privadas do Brasil na OBMEP 2017, bem como a representatividade em termos de escolas e municípios participantes.

<b>OBMEP 2017 - Inscrições 1ª Fase</b>	
Escolas	53.231
Alunos	18.240.497

Municípios	99,57%
<b>OBMEP 2017 - Inscrições 2ª Fase</b>	
Escolas	49.617
Alunos	941.630
Municípios	99,23%

Tabela 2.9: Número de inscritos nas duas fases da OBMEP 2017.

Fonte: OBMEP, 2017.

Dos alunos classificados para a 2ª fase, 350.671 foram classificados no nível 3, ou seja, alunos do ensino médio, isso corresponde conforme a OBMEP a 5% dos alunos mais bem classificados de cada colégio na 1ª fase, de onde se infere que no nível 3 houve participação de cerca de 7 milhões de estudantes, aproximadamente 88% do total de estudantes matriculados no ensino médio regular no mesmo ano, mostrando o gigantismo da adesão à OBMEP.

Em termos de premiação a tabela 2.10 mostra o número de medalhas de ouro, prata, bronze e menções honrosas distribuídas na OBMEP 2017. Observa-se que se premia uma pequena parte da quantidade de estudantes, o que pode não contribuir diretamente para o alcance de alguns dos objetivos da olimpíada como o de estimular e promover o estudo da matemática, contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade, identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas, além de incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional, contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas e promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento (OBMEP, 2017).

UF	OURO	PRATA	BRONZE	MENÇÃO HONROSA	TOTAL
AC	0	4	60	114	178
AL	4	8	75	381	468
AM	7	21	85	510	623
AP	0	0	62	64	126
BA	16	52	109	1323	1500
CE	28	119	260	2653	3060
DF	27	69	129	731	956
ES	17	59	160	1305	1541
GO	5	30	121	1484	1640
MA	1	3	71	475	550
MG	129	407	1035	8888	10459
MS	8	24	78	640	750
MT	3	9	72	597	681
PA	5	20	75	537	637
PB	4	13	67	369	453
PE	18	43	141	1283	1485
PI	17	29	80	613	739
PR	29	103	309	3216	3657
RJ	42	144	272	2093	2551

<b>UF</b>	<b>OURO</b>	<b>PRATA</b>	<b>BRONZE</b>	<b>MENÇÃO HONROSA</b>	<b>TOTAL</b>
RN	3	30	74	428	535
RO	3	4	65	322	394
RR	1	8	67	71	147
RS	55	116	248	2511	2930
SC	37	73	225	2319	2654
SE	1	2	63	112	178
SP	116	330	1122	11085	12653
TO	0	7	63	262	332
<b>TOTAL</b>	<b>576</b>	<b>1727</b>	<b>5188</b>	<b>44386</b>	<b>51877</b>

Tabela 2.10: Premiações da OBMEP 2017.

Fonte: OBMEP, 2017.

### **3. Estrutura da rede de ensino privada analisada.**

Neste capítulo, aborda-se a estrutura da rede de ensino privada pesquisada. Os dados citados abaixo foram adaptados do site da instituição e do plano político pedagógico (PPP) da rede de ensino pesquisada.

Criada no ano 2000, como cursinho pré-vestibular, posteriormente se tornou uma rede de ensino com 14 unidades situadas no DF. Entre essas unidades, dez são destinadas ao ensino médio: Asa Norte, Ceilândia Norte, Ceilândia Sul, Gama, Guará, Recanto das Emas, Sobradinho, Taguatinga Sul, Vicente Pires I e Vicente Pires II.

A rede de ensino tem como objetivos: O compromisso de democratizar o acesso ao ensino de qualidade, levando a escola para perto do aluno; o incentivo a projetos sociais, estimulando responsabilidade social e ambiental; a paixão por ensinar, onde cada aluno é único e por isso o tratamento se dá com respeito, humanização e acolhimento; ajudar cada aluno a realizar seus sonhos: alcançar a aprovação no ensino superior, ser feliz e bem sucedido no seus objetivos; educadores buscando sempre ser exemplos para os alunos, com honestidade e integridade; e inovar na parte pedagógica, no modelo de negócios e na proposta de valores.

A rede trabalha em 3 (três) turnos, matutino, vespertino e noturno, com ensino infantil, ensino fundamental I e II, ensino médio, pré-vestibular, pré-PAS, pré-Enem e concursos.

Possui também vários projetos pedagógicos, entre os mais importantes estão:

- Jovem escritor para alunos do ensino fundamental I e II, como o objetivo de incentivar a criação textual dos alunos, culminando na produção de um livro do projeto com os textos produzidos ao longo do ano pelos próprios alunos;
- Projeto Matemática Financeira para alunos do ensino fundamental II, visando manipular, aplicar, poupar e calcular o valor do dinheiro, além de compreender noções básicas sobre mercado financeiro;
- Projeto Oscar para alunos do 1º ano do ensino médio, visando à criação de um roteiro de filme curta metragem adaptado das obras literárias, teatro e músicas que são exigidas nas provas de vestibulares, assim como a produção desse filme, ficando sob a responsabilidade dos alunos todos os processos de edição do mesmo;
- Projeto Empreendedorismo para alunos do 2º ano do ensino médio, visando à consciência empreendedora nos alunos, sob supervisão do Serviço Brasileiro de Apoio às



Micro e Pequenas Empresas (SEBRAE), o qual ministra cursos para os professores, capacitando-os para que os mesmos desenvolvam a cultura empreendedora nos alunos, esses os quais são orientados e capacitados a criarem uma empresa júnior, com produto, logo e gerenciamento próprio.

- Projeto Terceirão para alunos do 3º ano do ensino médio, como objetivo de dar suporte e conhecimentos sobre todo o universo dos vestibulares, com revisão de todo o conteúdo do ensino médio a partir do 2º semestre, correção de provas anteriores dos principais vestibulares, atendimento psicológico, produção de planos de estudos, monitorias e palestras sobre diversos temas.

A respeito do regime avaliativo, a rede divide o ano em quatro bimestres. Cada bimestre é composto por duas avaliações (P1 e P2), nota formativa, projetos e simulados. A primeira prova é chamada de P1, com valor até 4 (quatro) pontos, composta por 3 (três) questões tipo D (dissertativas), 3 (três) questões tipo A (com 5 itens cada) e 2 (duas) questões tipo C (com 5 alternativas cada); a segunda prova é chamada de P2, com valor de até 4 (quatro) pontos, composta por 100 (cem) ou 110 (cento e dez) itens no formato das provas do Programa de Avaliação Seriada (PAS) da Universidade de Brasília (UnB), com questões dos tipos A (certo ou errado), B (marcação numérica de 0 a 999), C (múltipla escolha com 4 alternativas) e D (dissertativa), ou composta por 180 (cento e oitenta) itens no formato da prova do Enem (itens tipo C com 5 alternativas cada); a nota formativa é composta por até 2 (dois) pontos: até 1 (um) ponto para avaliar comprometimento, participação, execução de atividades de sala e de casa, entre outros aspectos e o outro 1 (um) ponto para avaliar a participação dos alunos nos projetos da escola; duas vezes por ano, os alunos são submetidos a simulados com correções próximas às provas do PAS-UnB, vestibular e Enem no valor de até 1 (um) ponto extra curricular.

As notas por bimestre são somadas, totalizando no mínimo 0 (zero) pontos e no máximo 10 (dez) pontos, por disciplina. Composição da média bimestral = 4,0 pontos (P1) + 4,0 pontos (P2) + 2,0 pontos (nota formativa) = 10,0 pontos. Ao final do 1º e do 2º semestres são calculadas a médias semestrais  $MS_1$  e  $MS_2$ , conforme fórmula abaixo.

$$MS_1 = \frac{MB_1 + MB_2}{2} \text{ e } MS_2 = \frac{MB_3 + MB_4}{2},$$

em que:

$MS_1$  = média semestral 1 ou média do 1º semestre,

$MS_2$  = média semestral 2 ou média do 2º semestre,

$MB_1$  = média bimestral 1 ou média do 1º bimestre,

$MB_2$  = média bimestral 2 ou média do 2º bimestre,

$MB_3$  = média bimestral 3 ou média do 3º bimestre,

$MB_4$  = média bimestral 4 ou média do 4º bimestre.

Alunos com média semestral menor que 6 (seis) pontos, são considerados inaptos, e, por isso, são submetidos à prova de recuperação semestral por disciplina. A nota obtida nesta prova substitui a nota da média semestral.

A média final é gerada pela média aritmética das notas obtidas nos 2 (dois) semestres, conforme fórmula abaixo.

$$MF = \frac{MS_1 + MS_2}{2},$$

em que MF = média final.

Os alunos com médias finais superiores ou iguais a 6 (seis) pontos são aprovados, caso contrário são submetidos à prova de recuperação final, sendo necessário alcançar nota maior ou igual a 6 (seis) pontos. Se, por fim, um aluno não conseguir recuperar sua nota mediante a prova de recuperação, ele será reprovado.

Para entendermos melhor o tipo de avaliação praticada pela rede de escolas pesquisada, convém resgatar alguns conceitos. De acordo com Cipriano Luckesi, a avaliação pode ser caracterizada como

uma forma de ajuizamento da qualidade do objeto avaliado, fator que implica uma tomada de posição a respeito do mesmo, para aceitá-lo ou para transformá-lo. A avaliação é um julgamento de valor sobre manifestações relevantes da realidade, tendo em vista uma tomada de decisão. (LUCKESI, 2002, p.33)

Um processo de avaliação para ser efetivo tem que se preocupar principalmente com o objeto a ser avaliado. Ele não se dá somente por meio de provas e trabalhos, uma vez que o avaliador tem de se preocupar também com a forma como o avaliado interage com todo o processo de ensino-aprendizagem.

Segundo Regina Haydt,

medir significa determinar a quantidade, a extensão ou o grau de alguma coisa, tendo por base um sistema de unidades convencionais. Na nossa vida diária estamos constantemente

usando unidades de medidas, unidades de tempo. O resultado de uma medida é expresso em números. Daí a sua objetividade e exatidão. A medida se refere ao aspecto quantitativo do fenômeno a ser descrito. (HAYDT, 2000, p.9)

Julgar um simples valor numérico oriundo de uma prova escrita, pode crucificar ou até mesmo enaltecer de forma injusta um indivíduo, no caso de um aluno, isso pode até fazer com que o mesmo desista da escola. Grande parte das escolas brasileiras classificam seus alunos por meio de notas obtidas em grande parte por provas escritas, ou seja, trabalhos, comportamento, participação, desenvolvimento e muitos outros quesitos que auxiliam na formação dos estudantes, são vistos como uma pequena parcela da nota obtida. Reprovação ou aprovação estão ligadas a um processo, na grande maioria das vezes, falho. A OBMEP não é excluída desta lista. Assim como nas escolas, as olimpíadas reconhecem como melhores participantes aqueles que obtiveram os maiores scores, ou seja, analisam principalmente o quanto o aluno acertou no exame.

De acordo com Maria Benigna Villas Boas (VILLAS BOAS, 2008, p. 28), “avaliação é um meio de incluir ou excluir o aluno da escola e dos estudos. Para isso, ela pode se valer de procedimentos e práticas que beneficiam uns e prejudicam outros. Quando se pretende classificar, a nota ocupa lugar de destaque.”. Em contra-ponto, a autora cita: “quando se quer promover a aprendizagem, vários procedimentos entram em ação, principalmente os que dão chance ao aluno de escrever, pensar, analisar, propor, justificar, tirar conclusões etc.”.

Infelizmente a avaliação é usada na maior parte das vezes como um processo punitivo. Os detentores dos processos se preocupam cada vez menos com a qualidade da avaliação. A falta de tempo, a grande quantidade de conteúdos e a falta de preparo são as maiores desculpas para se avaliar com qualidade. A impressão deixada pelos processos avaliativos evidencia o grande descaso com o avaliado. A maior parte das avaliações encontradas deixa bem claro que o poder é de quem cria e executa, deixando assim os indivíduos avaliados, cada vez mais desestimulados, a ponto de não se preocuparem mais em aprender, mas sim, em conseguir notas, porque os indivíduos com bons desempenhos são bem vistos pela sociedade.

O processo avaliativo baseia-se em 3 tipos de avaliações: diagnóstica, formativa e somativa. De acordo com Regina Haydt,

não é apenas no início do período letivo que se realiza a avaliação diagnóstica. No início de cada unidade de ensino, é

recomendável que o professor verifique quais as informações que seus alunos já têm sobre o assunto, e que habilidades apresentam para dominar o conteúdo. Isso facilita o desenvolvimento da unidade e ajuda a garantir a eficácia do processo ensino-aprendizagem. (HAYDT, 2000, p.20)

A avaliação diagnóstica deve ser usada durante todo o processo de ensino-aprendizagem. Verificar possíveis falhas de pré-requisito é de grande valia não somente no início do processo, mas também durante o mesmo. Outro ponto de reflexão é que alunos acompanhados desde o início do processo são mais suscetíveis à motivação, fazendo com que os mesmos se sintam mais acolhidos, mostrando que eles também fazem parte do todo.

Segundo Ilza Sant'ana,

a avaliação formativa tem como função informar o aluno e o professor sobre os resultados que estão sendo alcançados durante o desenvolvimento das atividades; melhorar o ensino e a aprendizagem; localizar, apontar, discriminar deficiências, insuficiências, no desenvolvimento do ensino-aprendizagem para eliminá-las; proporcionar feedback de ação por meio de leitura, explicações, exercícios. (SANT'ANA, 2001, p.34)

O acompanhamento no dia-a-dia do aluno previne futuras falhas de aprendizado. O ato de corrigir as tarefas com atenção, conversar com o aluno sobre suas dificuldades, fomentar futuras pesquisas e estimular o estudo constante são algumas ações que corroboram para uma avaliação formativa eficiente. O *feedback* constitui elemento essencial do processo formativo. Quando se trata especificamente da matemática, Mauro Rabelo esclarece que

além de oferecer aos professores informações sobre como está ocorrendo a aprendizagem dos estudantes em relação a saberes, ao desenvolvimento do raciocínio e ao domínio de certas estratégias, a avaliação deve também dar pistas acerca do grau de envolvimento do aluno no processo de resolução de problemas, considerando as estratégias utilizadas, a capacidade de crítica sobre as respostas obtidas, a clareza na

exposição das ideias e a capacidade de fazer questionamentos.  
(RABELO, 2013, p. 229-230)

Alunos que recebem *feedback* frequentemente e que são acompanhados de perto durante todo o processo participam e interagem melhor com o processo de ensino-aprendizagem, tornando seu processo de recuperação mais eficiente, deixando de depender somente de uma prova no final do período, ato esse que costuma ser extremamente injusto com o indivíduo. Para Pedro Vallejo (2003, p. 44), “com a avaliação formativa, o que pretendemos é avaliar o processo no meio do caminho, para melhorá-lo, conseguir um rendimento maior dos alunos e evitar na medida do possível a maior quantidade possível de fracassos”.

Ainda segundo autor,

a avaliação somativa é mais ou menos a convencional. É constituída pelos exames finais que aplicamos aos alunos com o intuito de verificar a situação de aprendizado de cada um e que nota merece. (VALLEJO, 2003, p. 44)

Mensurar o nível de habilidade de um aluno usando uma simples prova é de certa forma cruel com o processo. O índice obtido por meio desse tipo de avaliação não leva em consideração se o dia do aluno foi bom ou ruim, se o mesmo está doente, bem alimentado, com sono, com algum problema familiar. Esse processo leva em conta só a economia de tempo e trabalho. Avaliar utilizando somente esta ferramenta faz do ensino um mero negócio. Um presta o serviço, o cliente aceita, participa do processo, é aprovado e, assim, fica tudo bem para ambas as partes. O problema aparece de fato é com o passar do tempo, pois, verifica-se que, de fato, o conhecimento não foi adquirido e mais uma vez o indivíduo terá que se prestar a mais uma avaliação somativa para ser bem sucedido no futuro.

Com base nesses conceitos, conclui-se que a rede de ensino pesquisada usa de forma tímida as avaliações formativa e diagnóstica. Em grande parte do processo de ensino-aprendizagem, a rede faz uso de fato da avaliação somativa. Os critérios de aprovação da rede são baseados principalmente em notas, as quais são obtidas em 80% do processo por meio de avaliações somativas. Os 20% restantes são obtidos por meio de um misto de avaliações formativas e diagnósticas, que levam em conta assiduidade, participação, empenho, respeito e

entrega das tarefas de classe e casa. A autoavaliação e o *feedback*, elementos essenciais do processo formativo, não estão presentes.

## **4. Metodologia**

Entre os objetivos desta pesquisa está a análise de dados dos alunos do ensino médio de uma rede de ensino privada, participantes da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) no ano de 2017, em contraponto com o desempenho desses mesmos alunos em 2017 nas suas respectivas escolas. O foco principal é analisar se os alunos que participaram da OBMEP 2017 e que foram selecionados para a 2ª fase, foram de fato os estudantes com maiores habilidades de acordo com os parâmetros de avaliação usados pela rede de ensino na qual estão matriculados.

A comparação será realizada por meio da análise das respostas dos estudantes extraídas dos cartões de respostas da OBMEP 2017, fornecidos pela rede de escolas, e a média final obtida pelos alunos nas avaliações das próprias escolas. Para isso, serão levantados alguns questionamentos sobre os itens da prova da OBMEP, a média final dos alunos na rede de ensino, assim como a preparação deles para a resolução da OBMEP.

A análise quantitativa será realizada pelo método da Teoria Clássica dos Testes (TCT), com o auxílio do software Excel da Microsoft e do software SPSS da IBM.

### **4.1. Análise preliminar dos dados**

Após assinatura do termo de autorização para realização da pesquisa por representantes da rede de ensino, em meados de dezembro de 2017 foram digitalizados todos os cartões do nível 3 dos alunos participantes da OBMEP 2017 na rede pesquisada. Com os cartões digitalizados, os dados foram armazenados em planilhas eletrônicas, usando-se os softwares Microsoft Excel e SPSS da IBM.

Os dados armazenados dos alunos foram: nome, série, data de nascimento, unidade da rede de ensino, turno e marcações nos 20 itens da OBMEP. Os dados obtidos pelas marcações dos 20 itens nos cartões de respostas foram analisados pela TCT.

No final de fevereiro de 2018, foram armazenadas também as médias finais dos alunos dessa rede de escolas, a fim de se comparar com os resultados obtidos por meio da análise obtida por meio das marcações nos cartões da OBMEP.

## 5. Análise dos dados

Participaram pela rede de ensino 229 (duzentos e vinte e nove) alunos na OBMEP 2017 no nível 3, ou seja, alunos do 1º, 2º e 3º anos do ensino médio. As quantidades de alunos por série e por sexo catalogada estão nas tabelas abaixo.

<b>Alunos por série</b>		
	Frequência	Porcentagem
1º	118	51,5
2º	58	25,3
3º	53	23,1
Total	229	100,0

Tabela 5.1: Número de alunos por série da rede de ensino.

<b>Alunos por sexo</b>		
	Frequência	Porcentagem
FEMININO	105	45,9
MASCULINO	124	54,1
Total	229	100,0

Tabela 5.2: Número de alunos da rede de ensino por sexo.

Outro dado retirado do grupo de respondentes foi o número total de acertos dos estudantes na prova, conforme tabela abaixo.

<b>Acertos</b>		
Acertos	Frequência	Porcentagem
0	1	0,4
1	8	3,5
2	20	8,7
3	42	18,3
4	48	21,0
5	44	19,2
6	30	13,1



7	17	7,4
8	10	4,4
9	5	2,2
10	1	0,4
11	3	1,3
Total	229	100,0

Tabela 5.3: Quantitativo de alunos da rede de ensino por número de acertos na OBMEP 2017.

Observe-se que, do total de 20 pontos possíveis, a pontuação máxima obtida pelo grupo de estudantes é de 11 pontos.

Na figura a seguir, apresentamos um comparativo gerado por meio da curva normal, mostrando o comportamento da distribuição do desempenho dos alunos conforme o número de acertos na olimpíada. Os estudantes obtiveram média de 4,6 pontos enquanto o desvio padrão foi de 2,001.

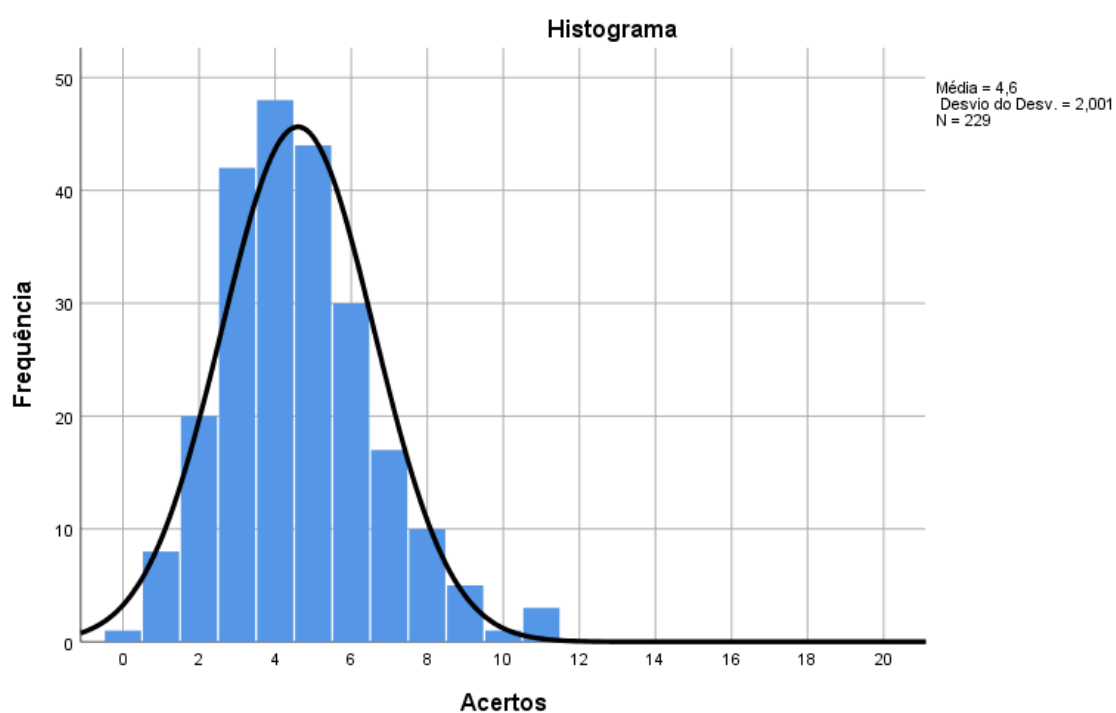


Figura 5.1: Curva normal obtida pelo número de acertos dos alunos na OBMEP 2017.

## 5.1. Análise dos itens da OBMEP 2017

Nas duas tabelas seguintes, apresentamos as classificações dos itens de um teste quanto à dificuldade e ao parâmetro de discriminação, bem como a distribuição esperada em um teste ideal. Esses parâmetros serão usados na análise dos itens da OBMEP 2017 que será desenvolvida em seguida. Essa análise é fundamental pois faremos inferências a respeito do comportamento dos itens para esse grupo pesquisado e exemplificaremos conclusões que poderiam ser oferecidas aos professores acerca da dificuldade, do poder de discriminação e dos possíveis caminhos que levaram os estudantes a escolher determinadas respostas. A análise dos erros cometidos constitui *feedback* fundamental para que os professores possam refletir sobre sua forma de ensinar e, se for o caso, fazer um redirecionamento de sua prática pedagógica.

De acordo com Vilarinho (2015), deve-se ressaltar a importância quanto à qualidade e validade dos instrumentos usados para a elaboração de itens que cumpram a finalidade educacional avaliativa, no sentido de buscar informações acerca de métodos e estatísticas adotadas, para que seja possível analisar e interpretar, a partir do desempenho dos estudantes, ações de cunho pedagógico, visando melhorar e aprimorar o ensino e a aprendizagem. Com base nisso, Borgatto e Andrade (2012) apontam que a avaliação do desempenho dos estudantes depende, fundamentalmente, da qualidade dos itens da prova. Sendo assim, em uma avaliação educacional, a análise pela teoria clássica dos testes constitui método estatístico que pode contribuir para essa finalidade, gerando-se alguns indicadores que auxiliam na interpretação dos resultados de desempenho obtidos.

Segundo Rabelo (2013, p. 133), na TCT, a dificuldade do item é simplesmente medida pela proporção de acertos, ou seja, é igual ao número de indivíduos que responderam corretamente ao item, dividido pelo número de indivíduos submetidos ao item. Naturalmente, observa-se que, quanto maior a dificuldade, mais fácil é o item. O parâmetro varia de 0 (ninguém acertou) a 1 (todos acertaram). Logo, esse indicador seria melhor denominado se fosse chamado de índice de facilidade, em vez de índice de dificuldade.

Vilarinho (2015) destaca que, para que uma avaliação educacional tenha um nível de dificuldade ideal, é indicada uma distribuição de níveis de dificuldade no teste conforme tabela abaixo.

<b>Quantitativo ideal de itens na avaliação (% esperado)</b>	<b>Índice de dificuldade do item</b>	<b>Classificação do item em relação ao índice de dificuldade</b>
10%	Superior a 0,9	Muito fáceis
20%	De 0,7 a 0,9	Fáceis
40%	De 0,3 a 0,7	Medianos
20%	De 0,1 a 0,3	Difíceis
10%	Até 0,1	Muito difíceis

Fonte: VILARINHO, 2015, p. 15.

Segundo Rabelo (2013, p.135), a discriminação é concebida como a capacidade do item de diferenciar indivíduos com habilidades ou proficiências distintas. Para o cálculo desse, os participantes são divididos em três grupos: superior (os 27% de maior desempenho), inferior (os 27% de menor desempenho) e intermediário (os demais 46%). Esse parâmetro corresponde à diferença entre o percentual de acerto do primeiro e do segundo grupo. Quanto maior for a diferença, maior será o potencial de discriminação do item.

A tabela abaixo sugere a classificação do item de acordo com o seu poder de discriminação.

<b>Valores</b>	<b>Classificação</b>
Discriminação < 0,20	Item deficiente, deve ser rejeitado
$0,20 \leq$ Discriminação < 0,30	Item marginal, sujeito a reelaboração
$0,30 \leq$ Discriminação < 0,40	Item bom, mas sujeito a aprimoramento
Discriminação $\geq$ 0,40	Item bom

Fonte: RABELO, 2013, p.136.

Nas seções a seguir, para cada item da prova da OBMEP de 2017 do nível 3, serão apresentados o enunciado, a resolução do problema proposto, as estatísticas clássicas de desempenho, a análise gráfica do item e um comentário sobre os dados obtidos.

### 5.1.1. Análise do item 1 da OBMEP 2017

As figuras a seguir representam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 1 da prova do nível 3 da OBMEP 2017.

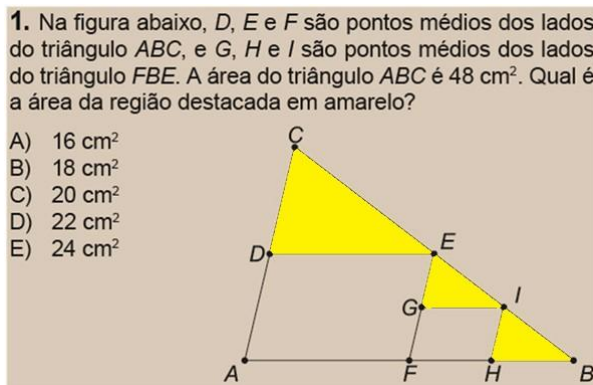


Figura 5.2: Item 1 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

#### QUESTÃO 1

##### ALTERNATIVA B

Os quatro triângulos  $CDE$ ,  $DAF$ ,  $FED$  e  $EFB$  são congruentes e, portanto, têm áreas iguais a  $\frac{1}{4}$  da área do triângulo maior  $ABC$ ; sendo assim, a área do triângulo  $CDE$  é  $12 \text{ cm}^2$ . Por sua vez, o triângulo  $EFB$  também pode ser decomposto em quatro triângulos congruentes, como indicado na figura, e, desse modo, os triângulos  $EGI$  e  $IHB$  têm áreas iguais a  $\frac{1}{4} = 3 \text{ cm}^2$ . Logo, a área destacada em amarelo, sendo a soma das áreas de  $CDE$  com  $EGI$  e  $IHB$ , é igual a  $12 + 3 + 3 = 18 \text{ cm}^2$ .

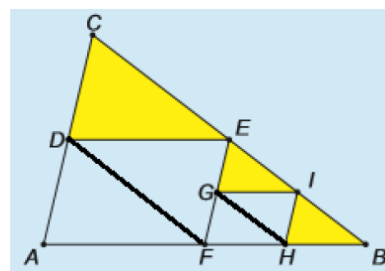


Figura 5.3: Gabarito oficial do item 01 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.4 e 5.5 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item é maior que a porcentagem de marcação em cada um dos distratores (alternativas erradas). De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é boa, segundo Rabelo (2013, p. 15), e como esse parâmetro para cada distrator foi negativo, isso indica que os bons estudantes não foram atraídos para a sua marcação. Infere-se que nenhum dos distratores funcionou como atrativo para bons alunos, cumprindo bem sua finalidade.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
1	B	0,27	prop.	0,16	0,27	0,17	0,17	0,22	1,31
			disc.	-0,10	0,39	-0,08	-0,02	-0,18	

Tabela 5.4: Parâmetros da TCT para o item 1.

### Item 1

Alternativa	Frequência	Porcentagem
A	37	16,2
<b>B</b>	<b>61</b>	<b>26,6</b>
C	40	17,5
D	38	16,6
E	50	21,8
BRANCO	3	1,3
Total	229	100,0

Tabela 5.5: Frequência de marcações por alternativa no item 1.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 1, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

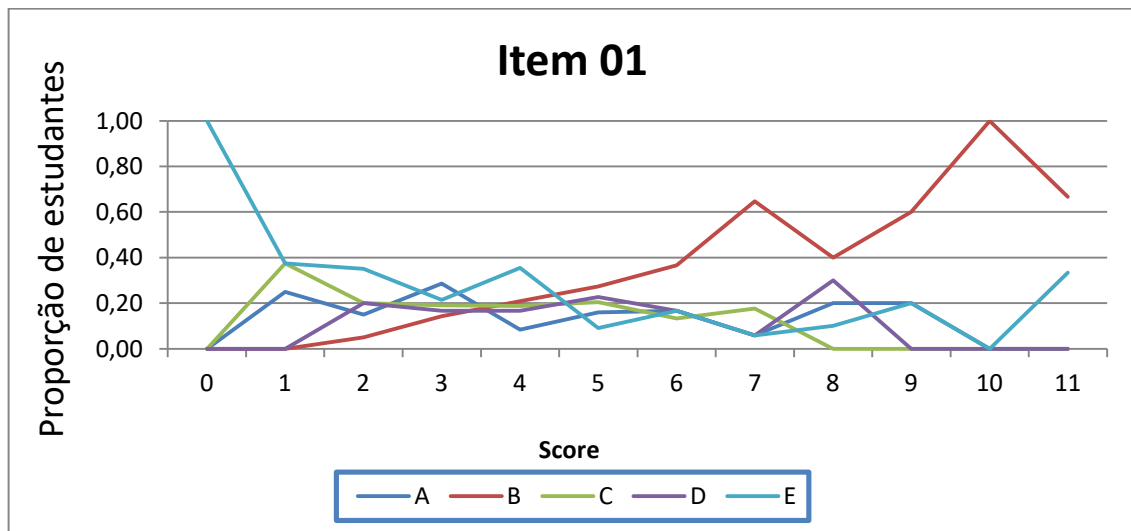


Figura 5.4: Análise gráfica do item 1 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa B. A partir do score bruto 5 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, mostrando assim que o item cumpriu bem sua função discriminatória, ou seja, quanto maior a habilidade do aluno, maior a chance de acerto ao item.

### 5.1.2. Análise do item 2 da OBMEP 2017.

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 2.

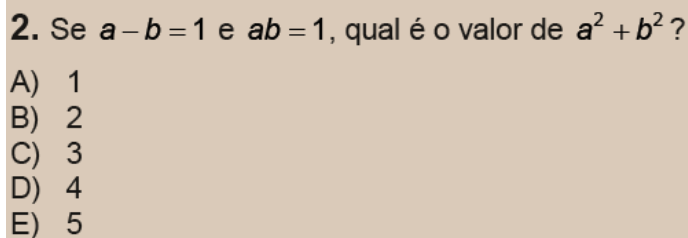


Figura 5.5: Item 2 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

#### QUESTÃO 2

#### ALTERNATIVA C

Como  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  e como, pelo enunciado,  $a - b = 1$  e  $ab = 1$ , então  $1 = a^2 - 2 + b^2$ . Portanto,  $a^2 + b^2 = 1 + 2 = 3$ .

Figura 5.6: Gabarito oficial do item 2 da OBMEP 2017, no nível 3.

A partir dos dados das tabelas 5.6 e 5.7, observa-se que o percentual de acertos no item é menor que a porcentagem de marcação nos distratores (A) e (B). O item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado, segundo Vilarinho (2015, p. 15). A discriminação para o item é considerada marginal, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser encaminhado para reelaboração. Além disso, a discriminação da alternativa (E) apresentou valor igual a 0 (zero), indicando que proporção igual de alunos de bom desempenho e de baixo desempenho no teste como um todo foi atraída para essa resposta, sugerindo problema de plausibilidade do distrator.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
2	C	0,14	prop.	0,27	0,34	0,14	0,12	0,12	0,87
			disc.	-0,18	-0,08	0,27	-0,02	0,00	

Tabela 5.6: Parâmetros da TCT para o item 2.

Item 2		
	Frequência	Porcentagem
A	62	27,1
B	79	34,5
C	32	14,0
D	27	11,8
E	27	11,8
BRANCO	2	0,9
Total	229	100,0

Tabela 5.7: Frequência de marcações por alternativa no item 2.

A figura 5.7 a seguir ilustra a análise gráfica do item 2. Assim como observado no item 1 anterior, sua análise nos permite fazer inferências interessantes sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

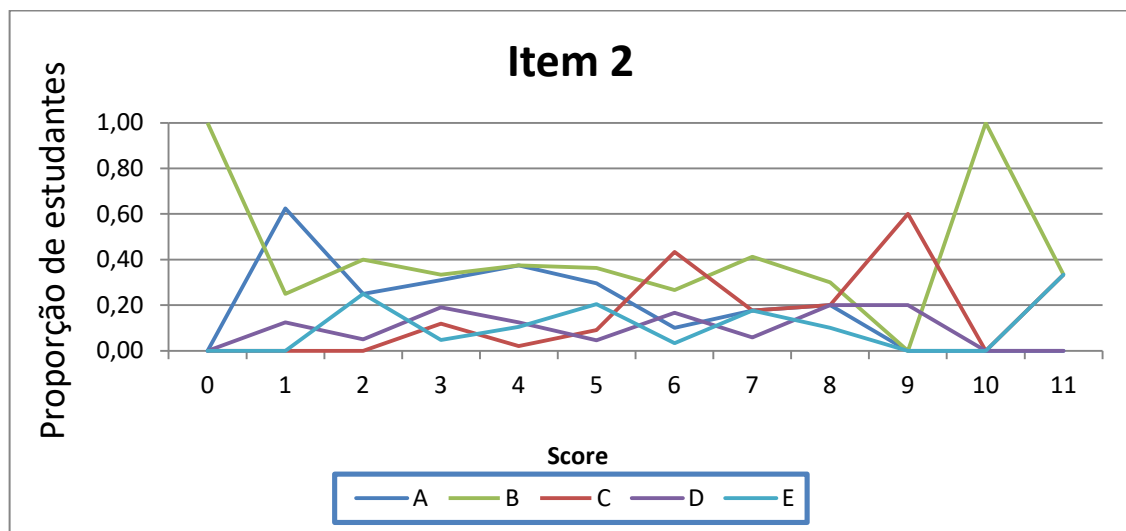


Figura 5.7: Análise gráfica do item 2 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa C. A proporção de marcações para a alternativa correta foi crescendo até os alunos com score bruto 9 no teste, porém para os alunos com score acima de 9 acertos, a proporção de marcações caiu drasticamente, enquanto nesse mesmo ponto a proporção de marcações para os distratores (B) e (E) ficaram com índices superiores, mostrando que os alunos com os maiores desempenhos na prova marcaram essas alternativas. Um possível problema encontrado na alternativa (B), pode ser o fato de os

alunos elevarem os dois membros da equação  $a - b = 1$  ao quadrado e confundirem  $1^2 = 2$ . Já em relação à alternativa (E), os alunos podem ter raciocinado de forma equivocada: como  $a - b = 1$ ,  $a = 2$  e  $b = 1$ , então  $a^2 + b^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$ . Vale a pena mencionar que conforme tabela 4.3, apenas um (1) aluno obteve score bruto 10 e três (3) alunos obtiveram score bruto 11, com proporção de 0,33 nas alternativas (B), (C) e (E).

### 5.1.3. Análise do item 3 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 3.

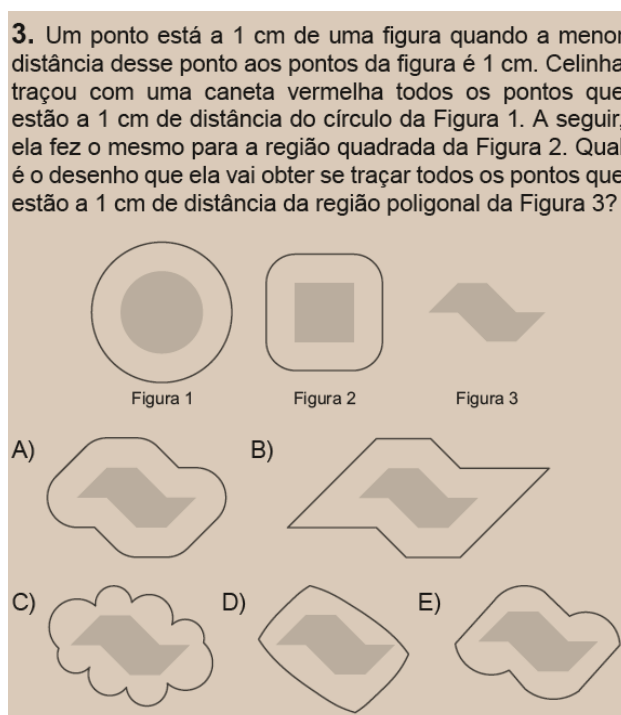
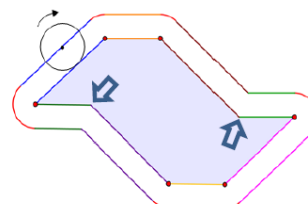


Figura 5.8: Item 3 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 3  
ALTERNATIVA A**

Como a distância de um ponto a uma figura geométrica é a menor distância desse ponto aos pontos da figura, o desenho que Celinha obtém ao traçar os pontos que estão a 1 cm da Figura 3 é a trajetória do centro de um círculo de raio 1 quando este se move pelo contorno da figura tangenciando-o. Nesse caso, as curvas obtidas são segmentos de retas ou arcos de circunferências. Nos vértices em que a figura se lança para fora, aparecem arcos de circunferências, mas isto não ocorre nos dois vértices em que a figura se lança para dentro (marcados com as setas largas).



Outra solução: Uma maneira de obter o traço cujos pontos distam 1 cm da Figura 3 é considerar o contorno da figura formada ao considerar a união dos discos (círculos preenchidos) de raio 1 cm centrados em pontos da Figura 3. O contorno dessa união de discos aparece representado na alternativa A.

Figura 5.9: Gabarito oficial do item 3 da OBMEP 2017, no nível 3.



A partir dos dados das tabelas 5.8 e 5.9, observa-se que o percentual de acertos no item é maior que a porcentagem de marcação em cada um dos distratores. O item pode ser considerado fácil para o grupo de alunos pesquisado, segundo Vilarinho (2015, p. 15). A discriminação é boa, segundo Rabelo (2013, p. 15). Por outro lado, a discriminação da alternativa (D) apresentou valor igual a 0 (zero), indicando que proporções iguais de alunos de bom desempenho e de baixo desempenho no teste como um todo foram atraídos para essa resposta, sugerindo problema de plausibilidade do distrator. Vale ressaltar que somente 2 estudantes marcaram a alternativa (D), um de baixa habilidade e outro de alta habilidade, podendo ou não gerar uma discussão devido ao fato de se ter um percentual baixo nesse quesito.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
3	A	0,70	prop.	0,70	0,19	0,03	0,01	0,07	0,00
			disc.	0,37	-0,29	-0,06	0,00	-0,02	

Tabela 5.8: Parâmetros da TCT para o item 3.

Item 3		
	Frequência	Porcentagem
A	161	70,3
B	43	18,8
C	8	3,5
D	2	0,9
E	15	6,6
Total	229	100,0

Tabela 5.9: Frequência de marcações por alternativa no item 3.

A figura 5.10 a seguir ilustra a análise gráfica do item 3. Assim como observado nos itens anteriores, sua análise nos permite fazer inferências interessantes sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

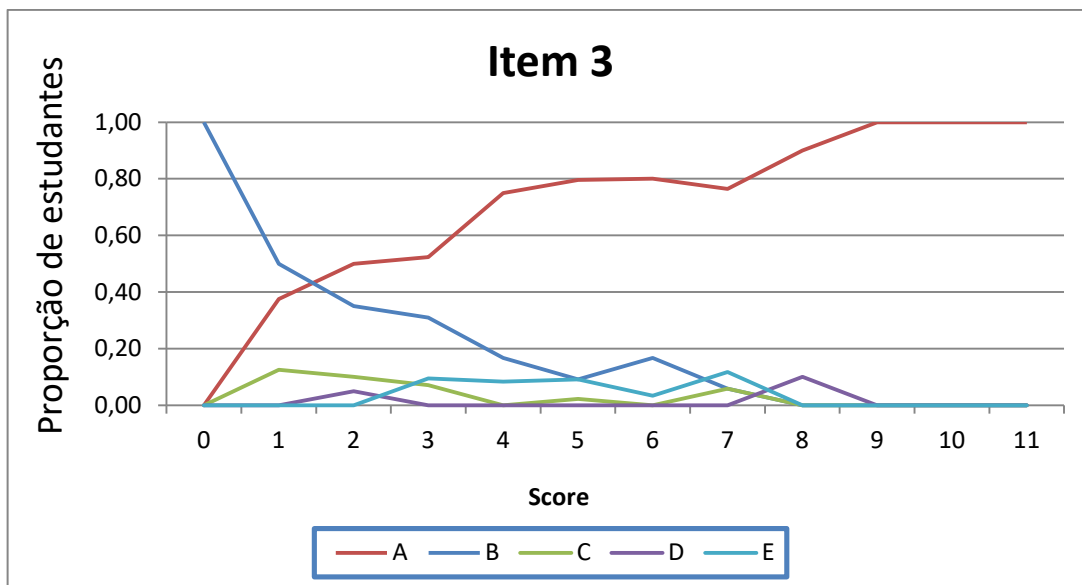


Figura 5.10: Análise gráfica do item 3 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa A. A proporção de marcações para a alternativa correta superou as demais a partir do score bruto 2 no teste, mostrando assim que o item cumpriu sua função discriminatória, ou seja, quanto maior a habilidade do aluno, maior a chance de acerto ao item.

#### 5.1.4. Análise do item 4 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 4.

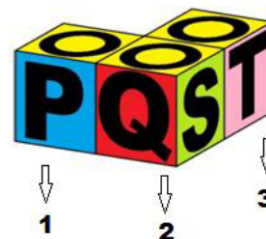
**4.** Zequinha tem três dados iguais, com letras **O, P, Q, R, S** e **T** em suas faces. Ele juntou esses dados como na figura, de modo que as faces em contato tivessem a mesma letra. Qual é a letra na face oposta à que tem a letra **T**?

A) **S**  
 B) **R**  
 C) **Q**  
 D) **P**  
 E) **O**

Figura 5.11: Item 4 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 4**  
**ALTERNATIVA A**

Como as letras **P**, **Q**, **S** e **T** estão visíveis na ilustração, essas são as faces adjacentes à face com a letra **O**, e a face oposta à letra **O** é a face com a letra **R**. As faces em contato entre os dados 1 e 2 não podem ser **P** (visível na ilustração do dado 1), nem **Q** ou **S** (visíveis na ilustração do dado 2). Portanto, tem que ser **T**. Olhando para o dado 2, concluímos que a face com **S** é oposta à face com **T**.



Outra solução: A letra **O** possui quatro faces vizinhas com as letras **P**, **Q**, **S** e **T**. Primeiramente observe que Zequinha juntou o dado 2 com o dado 3 pela face **P**, pois esta mesma face não pode estar na junção do dado 2 com o dado 1, que possui a face **P** visível. Logo, os dados 1 e 2 foram juntados pela face **T**. Assim, **S** e **T** são faces opostas, o que responde à questão. É claro também que **P** é oposta a **Q**, bem como **R**, que não aparece na ilustração, é oposta a **O**.

Figura 5.12: Gabarito oficial do item 4 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.10 e 5.11 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item é maior que a porcentagem de marcação em cada um dos distratores. De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado mediano para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é boa, segundo Rabelo (2013, p. 15) e como esse parâmetro para cada distratores foi negativo, isso indica que os bons estudantes não foram atraídos para a sua marcação. Infere-se que nenhum dos distratores funcionou como atrativo para os alunos, cumprindo bem sua finalidade.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
4	A	0,41	prop.	0,41	0,25	0,17	0,14	0,03	0,00
			disc.	0,31	-0,18	-0,03	-0,08	-0,02	

Tabela 5.10: Parâmetros da TCT para o item 4.

**Item 4**

	Frequência	Porcentagem
<b>A</b>	<b>93</b>	<b>40,6</b>
B	58	25,3
C	38	16,6
D	32	14,0
E	8	3,5
Total	229	100,0

Tabela 5.11: Frequência de marcações por alternativa no item 4.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 4, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

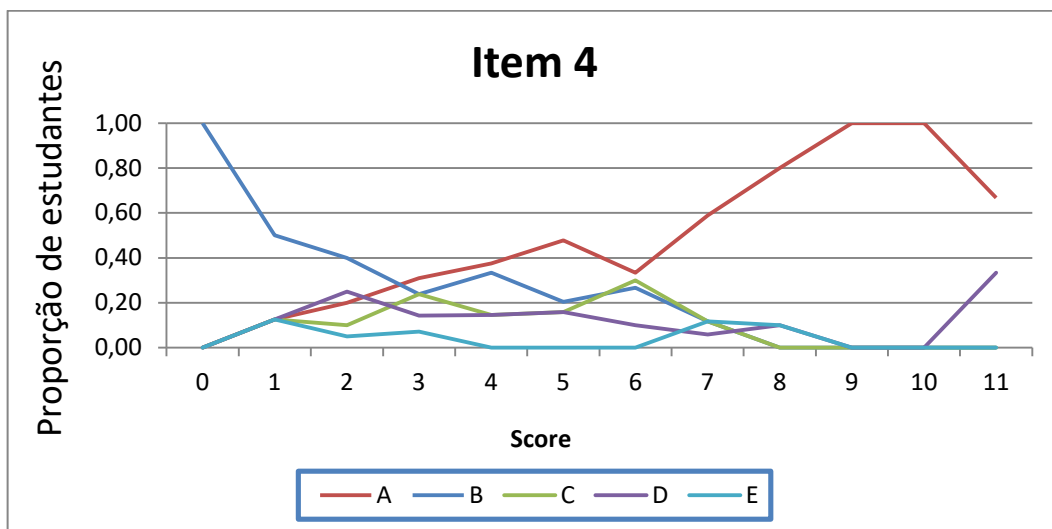


Figura 5.13: Análise gráfica do item 4 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa A. A partir do score bruto 3 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, mostrando assim que o item cumpriu bem sua função discriminatória.

### 5.1.5. Análise do item 5 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 5.

**5.** Ana, Beatriz e Cristina treinam numa pista de corrida. Ana corre sempre com o dobro da velocidade de Beatriz e com o triplo da velocidade de Cristina. Um dia, Ana partiu do fim da pista, correndo em sentido contrário ao de suas amigas, no mesmo instante em que Beatriz e Cristina partiram do início da pista. Após o treino, Ana disse para suas amigas que tinha percorrido 20 metros desde o momento em que cruzou com Beatriz até o momento em que cruzou com Cristina. Quantos metros tem a pista?

A) 200 metros  
 B) 220 metros  
 C) 240 metros  
 D) 300 metros  
 E) 360 metros

Figura 5.14: Item 5 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 5**  
**ALTERNATIVA C**

Chamemos de L o comprimento da pista. Como a velocidade de Ana é o dobro da de Beatriz, quando elas se encontram, Ana terá percorrido  $2L/3$ , e Beatriz  $L/3$ .

Para que isso fique mais claro, basta observar que, em um mesmo intervalo de tempo, a distância percorrida por Ana é o dobro da distância percorrida por Beatriz. Assim, quando as duas se encontram, as distâncias percorridas estarão nessa mesma proporção 2:1, e Ana terá percorrido, portanto,  $2L/3$ .

Um raciocínio análogo mostra que, quando Ana se encontra com Cristina, Ana terá percorrido o triplo de Cristina, pois a velocidade de Ana é o triplo da velocidade de Cristina. Assim, Ana terá percorrido  $3L/4$  e Cristina,  $L/4$ .

Como a distância percorrida por Ana entre os dois encontros é de 20 metros, temos  $(3L/4) - (2L/3) = 20$ , ou seja,  $L = 240$  metros.

Figura 5.15: Gabarito oficial do item 5 da OBMEP 2017, no nível 3.

A partir dos dados das tabelas 5.12 e 5.13, observa-se que o percentual de acertos no item é maior que a porcentagem de marcação em cada um dos distratores. O item pode ser considerado mediano para o grupo de estudantes pesquisado, segundo Vilarinho (2015, p. 15). A discriminação é boa, segundo Rabelo (2013, p. 15). Por outro lado, a discriminação da alternativa (E) apresentou valor igual a 0 (zero), indicando que proporção igual de alunos de bom desempenho e de baixo desempenho no teste como um todo foram atraídos para essa resposta. Na alternativa (D) o discriminante foi de 0,03, indicando que alunos com maiores habilidades no teste foram atraídos para esta alternativa em maior proporção que alunos com menores habilidades, sugerindo problema de plausibilidade em ambos os distratores.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
5	C	0,37	prop.	0,15	0,23	0,37	0,13	0,10	1,31
			disc.	-0,19	-0,18	0,32	0,03	0,00	

Tabela 5.12: Parâmetros da TCT para o item 5.

Item 5		
	Frequência	Porcentagem
A	34	14,8
B	53	23,1
C	85	37,1
D	30	13,1
E	24	10,5
BRANCO	3	1,3
Total	229	100,0

Tabela 5.13: Frequência de marcações por alternativa no item 5.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 5, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

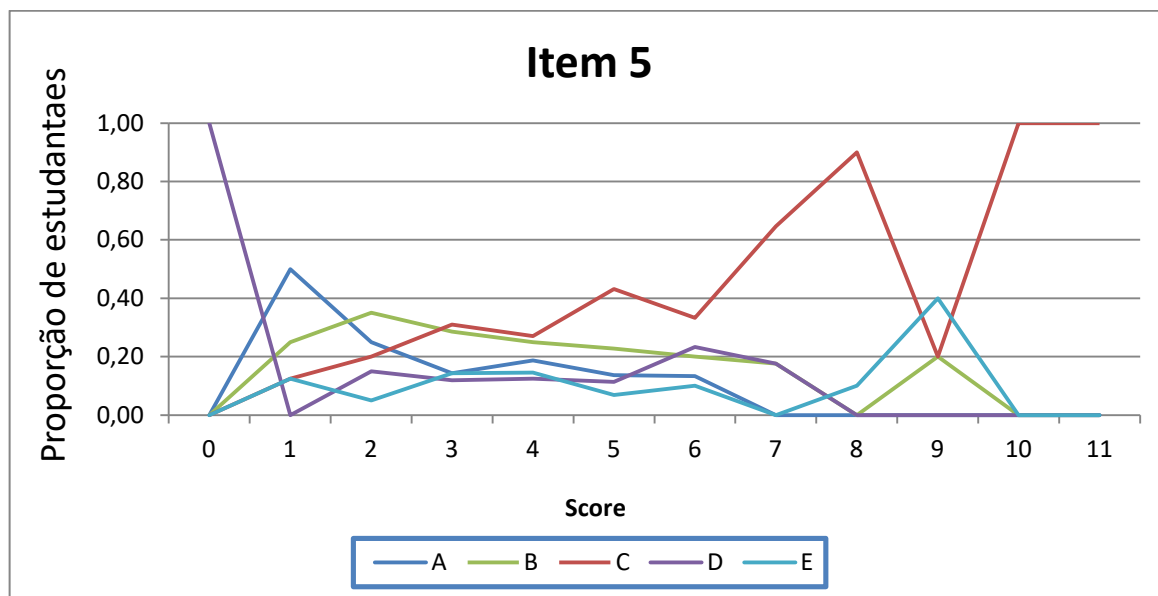


Figura 5.16: Análise gráfica do item 5 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa C. A partir do score bruto 4 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, mostrando assim que o item cumpriu bem sua função discriminatória, ou seja, quanto maior a habilidade do aluno, maior a chance de acerto ao item. Entretanto no score bruto 9, houve uma queda na proporção de marcações na alternativa correta. Vale ressaltar que nesse score somente houve 5 marcações: um estudante marcou a alternativa B, outro marcou a alternativa A e dois estudantes marcaram a alternativa E. Como a quantidade de marcações foi mínima se compararmos com a amostra como um todo, a situação não infere problema para a análise do item. Um possível problema encontrado na alternativa (D), pode ser o fato de os alunos calcularem a distância que Ana percorreu até encontrar Beatriz, 160 metros, e a distância que Ana percorreu até encontrar Cristina, 180 metros, e em seguida, equivocadamente subtraírem os 20 metros das duas distâncias, obtendo 140m e 160m. Após esses cálculos, eles somam os dois resultados, obtendo 300 metros. Na alternativa (E), um possível raciocínio feito pelos alunos é somar as duas distâncias calculadas com os 20 metros de diferença, ou seja,  $160 + 180 + 20 = 360$ .

### 5.1.6. Análise do item 6 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 6.

**6.** Somando 1 a um certo número natural, obtemos um múltiplo de 11. Subtraindo 1 desse mesmo número, obtemos um múltiplo de 8. Qual é o resto da divisão do quadrado desse número por 88?

A) 0  
 B) 1  
 C) 8  
 D) 10  
 E) 80

Figura 5.17: Item 6 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 6  
 ALTERNATIVA B**

Lembramos primeiro que, se  $a$  e  $b$  são números naturais, dizer que  $a$  é múltiplo de  $b$  (ou  $b$  divide  $a$ ) é dizer que existe outro número natural  $c$  tal que  $a = bc$ . O algoritmo da divisão nos diz que, se  $b \neq 0$ , existem únicos inteiros  $q$  e  $r$  tais que  $a = qb + r$  e  $0 \leq r < |b|$ ; os números  $q$  e  $r$  são ditos, respectivamente, o quociente e o resto da divisão de  $a$  por  $b$  (se  $r = 0$ , temos o caso em que  $a$  é múltiplo de  $b$ ).

Seja agora  $n$  o número natural do enunciado. Como  $n + 1$  é múltiplo de 11, existe um número natural  $t$  tal que  $n + 1 = 11t$ ; do mesmo modo, existe um número natural  $s$  tal que  $n - 1 = 8s$ . Multiplicando membro a membro essas expressões, temos  $(n + 1)(n - 1) = n^2 - 1 = 88ts$ , ou seja,  $n^2 = 88ts + 1$ . Essa última expressão mostra que o resto da divisão de  $n^2$  por 88 é 1.

Figura 5.18: Gabarito oficial do item 6 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.14 e 5.15 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item é maior que a porcentagem de marcação em cada um dos distratores. De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é boa, segundo Rabelo (2013, p. 15) e como a discriminação para cada distrator foi negativa, isso indica que os bons estudantes não foram atraídos para a sua marcação. Infere-se que nenhum dos distratores funcionou como atrativo para bons alunos, cumprindo bem sua finalidade.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
6	B	0,29	prop.	0,10	0,29	0,25	0,26	0,09	0,87
			disc.	-0,02	0,35	-0,06	-0,21	-0,05	

Tabela 5.14: Parâmetros da TCT para o item 6.

### Item 6

	Frequência	Porcentagem
A	22	9,6
<b>B</b>	<b>67</b>	<b>29,3</b>
C	58	25,3
D	60	26,2
E	20	8,7
BRANCO	2	0,9
Total	229	100,0

Tabela 5.15: Frequência de marcações por alternativa no item 6.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 6, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

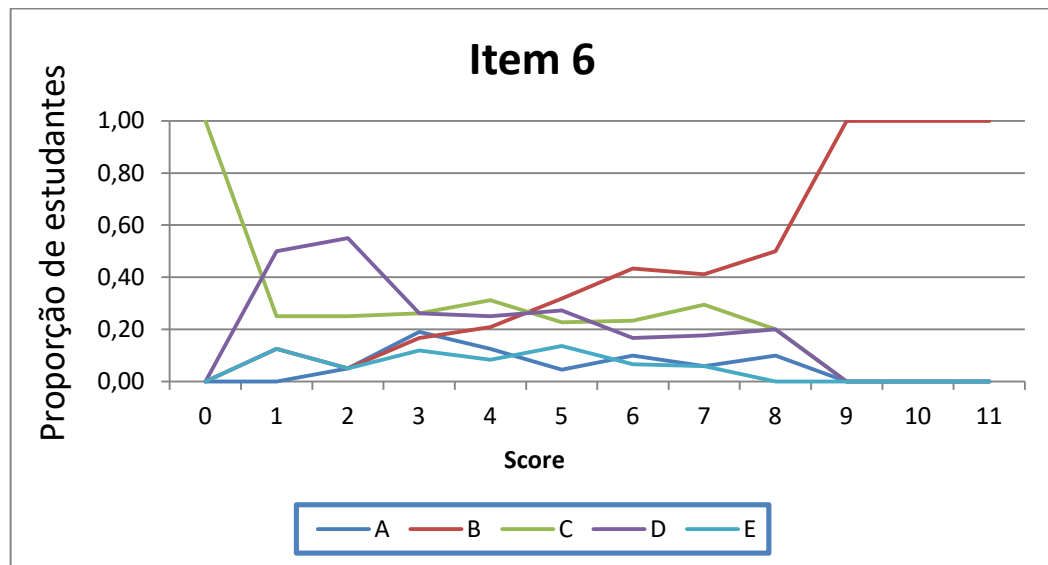


Figura 5.19: Análise gráfica do item 6 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa B. A partir do score bruto 5 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, mostrando, assim, que o item cumpriu bem sua função discriminatória. Do gráfico também podemos tirar conclusões sobre o comportamento de cada distrator à medida que o desempenho global no teste aumenta. Verifica-se que todos eles também se



comportaram de forma razoável, já que as proporções de marcação dos estudantes foram diminuindo na medida em que o desempenho foi aumentando.

### 5.1.7. Análise do item 7 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 7.

7. Se  $f(x) = 5x^2 + ax + b$ , com  $a \neq b$ ,  $f(a) = b$  e  $f(b) = a$ , qual é o valor de  $a + b$ ?

A) -5  
 B)  $-\frac{1}{5}$   
 C) 0  
 D)  $\frac{1}{5}$   
 E) 5

Figura 5.20: Item 7 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 7**

**ALTERNATIVA B**

Se  $f(a) = b$  então  $5a^2 + a.a + b = 6a^2 + b = b$ , logo  $a = 0$ .

Como  $f(b) = 5b^2 + a.b + b = a$ , então  $5b^2 + b = 0$ , ou seja,  $b.(5b + 1) = 0$ . Portanto,  $b = 0$  ou  $b = -1/5$  e, como  $a$  e  $b$  devem ser diferentes,  $b = -1/5$ .

Figura 5.21: Gabarito oficial do item 7 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.16 e 5.17 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item é menor que a porcentagem de marcação em dois dos distratores, alternativas (D) e (E). De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é marginal,, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser encaminhado para reelaboração. Como a discriminação para a alternativa (D) foi de 0,08, isso indica que bons estudantes foram atraídos para a sua marcação. Infere-se que esse distrator funcionou como atrativo para bons alunos, contrariando as boas práticas de elaboração de itens de múltipla escolha.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
7	B	0,19	prop.	0,12	0,19	0,18	0,28	0,21	2,18
			disc.	-0,08	0,24	-0,15	0,08	-0,08	

Tabela 5.16: Parâmetros da TCT para o item 7.

### Item 7

	Frequência	Porcentagem
A	27	11,8
<b>B</b>	<b>43</b>	<b>18,8</b>
C	41	17,9
D	65	28,4
E	48	21,0
BRANCO	5	2,2
Total	229	100,0

Tabela 5.17: Frequência de marcações por alternativa no item 7.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 7, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

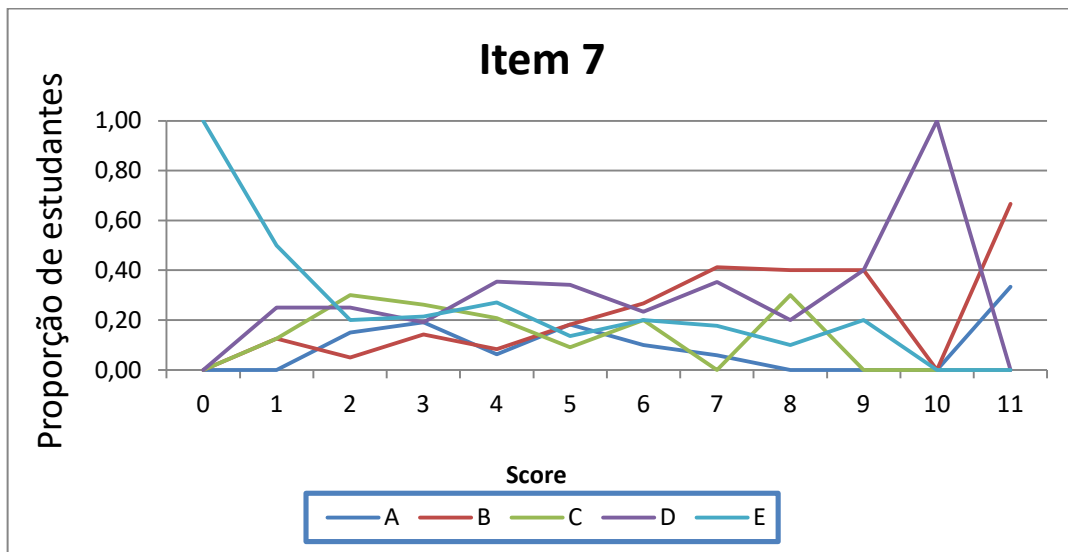


Figura 5.22: Análise gráfica do item 7 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa B. A partir do score bruto 6 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, porém no score bruto 10, nenhum aluno marcou a alternativa correta. Vale ressaltar que somente um aluno atingiu o score 10 e o mesmo marcou a alternativa D. Esse dado poderia até não interferir na pesquisa pela pequena quantidade de estudantes nesse quesito, mas percebe-se que o distrator (D) é um problema, já que sua proporção de escolha

pelos estudantes cresce do score 0 até o score 10, mostrando que o mesmo atraiu alunos com maiores habilidades. Um possível problema encontrado na alternativa (D), pode ser o fato de o aluno de forma equivocada ter calculado  $5b + 1 = 0$ , como  $b = \frac{1}{5}$ , erroneamente trocando o sinal da resposta correta.

### 5.1.8. Análise do item 8 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 8.

**8.** Na figura, o arco  $AC$  é um quarto de uma circunferência de centro  $D$  e o arco  $AB$  é um oitavo de uma circunferência de centro  $C$ . O segmento  $AD$  mede 2 cm. Qual é a área em  $\text{cm}^2$  da região verde?

A) 2  
B)  $\pi$   
C) 4  
D)  $2\pi$   
E)  $4\pi$

Figura 5.23: Item 8 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

#### QUESTÃO 8 ALTERNATIVA A

O cálculo da área solicitada pode ser feito em duas etapas. Na primeira, consideramos a figura  $ABCD$  formada pela metade do quadrado cujo lado tem comprimento 2 (ou seja, o triângulo  $ACD$ ) e um oitavo do círculo com centro  $C$  e raio  $CA$ . A medida de  $CA$  é  $2\sqrt{2}$ , pois coincide com a diagonal do quadrado de lado 2.

A área dessa figura é:  $\frac{4}{2} + \frac{1}{8} 8\pi = 2 + \pi$ .

Na segunda etapa, para calcular a área da região verde, observamos que ela pode ser obtida a partir da figura completa  $ABCD$  retirando um quarto do círculo com centro em  $D$  e raio  $DA$ , o qual mede 2. A área desse um quarto de círculo é  $\frac{1}{4} 4\pi = \pi$ .

Fazendo a diferença  $(2 + \pi) - \pi = 2$ , temos a área da região verde.

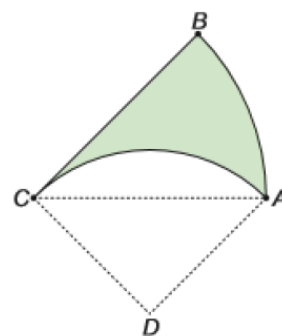


Figura 5.24: Gabarito oficial do item 8 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.18 e 5.19 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item é menor que a porcentagem de marcação em três dos distratores, alternativas (C), (D) e (E). De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é marginal, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa

amostra do total de respondentes, o item deveria ser encaminhado para reelaboração. Além disso como a discriminação para a alternativa (B) foi de 0,13, isso indica que os bons estudantes foram atraídos para a sua marcação. Infere-se que esse distrator funcionou como atrativo para os alunos.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
8	A	0,12	prop.	0,12	0,10	0,19	0,35	0,22	1,31
			disc.	0,21	0,13	-0,11	-0,06	-0,15	

Tabela 5.18: Parâmetros da TCT para o item 8.

Item 8		
	Frequência	Porcentagem
A	28	12,2
B	24	10,5
C	43	18,8
D	81	35,4
E	50	21,8
BRANCO	3	1,3
Total	229	100,0

Tabela 5.19: Frequência de marcações por alternativa no item 8.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 8, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

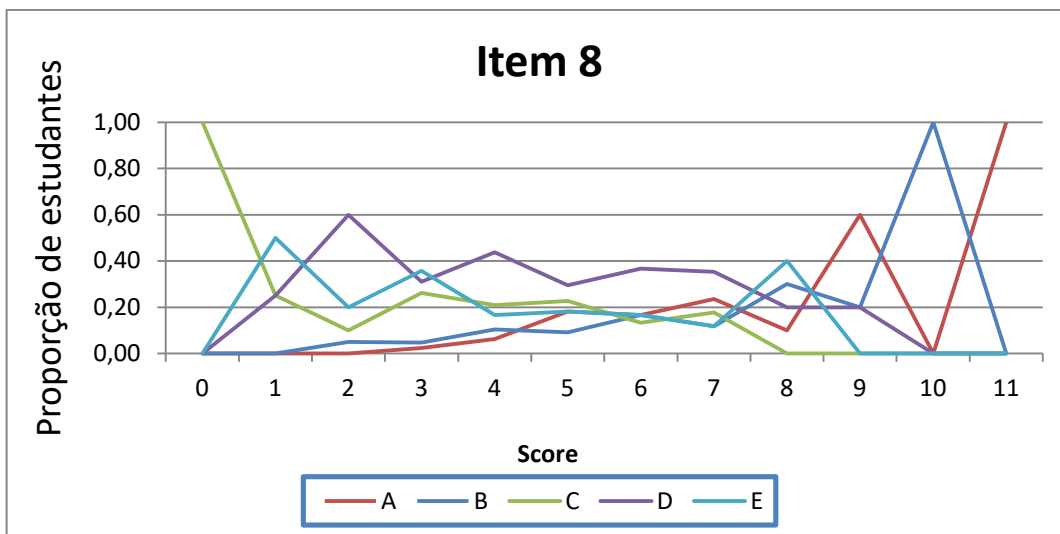


Figura 5.25: Análise gráfica do item 8 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa A. Apenas nos scores brutos 1, 3 e 8 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações dos distratores, o que pode indicar uma má elaboração do item, devido ao fato de vários distratores se comportarem de forma aleatória. O distrator com maior problema nos estudantes pesquisados foi à alternativa (B), com discriminante igual a 0,13, o mesmo cresceu do score 0 até o score 10. Um possível problema encontrado na alternativa (B) pode ser o fato de o aluno de forma equivocada, ter calculado somente  $\frac{1}{8}$  da área da circunferência com centro em C e raio AC. Como AC pode ser a diagonal de um quadrado de lado igual a 2,  $AC = 2\sqrt{2}$ , portanto o raio da circunferência de centro C e raio AC possui área igual a  $8\pi$ . Como o enunciado mostra que AB é um arco com  $\frac{1}{8}$  da área da circunferência, os alunos podem ter calculado  $\frac{1}{8}$  de  $8\pi$ , encontrando o valor correspondente à área da parte em verde como sendo igual a  $\pi$ .

### 5.1.9. Análise do item 9 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 9.

**9.** A maior potência de 2 que divide o produto  $1 \times 2 \times \dots \times 2023 \times 2024$  é  $2^{2017}$ . Qual é a maior potência de 2 que divide o produto  $1 \times 2 \times \dots \times 4047 \times 4048$  ?

A)  $2^{2018}$   
 B)  $2^{4034}$   
 C)  $2^{4041}$   
 D)  $2^{8051}$   
 E)  $2^{8068}$

Figura 5.26: Item 9 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 9**  
**ALTERNATIVA C**

Como  $2^{2017}$  é a maior potência de dois que divide o produto  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2023 \times 2024$ , podemos escrever esse produto na forma  $2^{2017} \times I$ , sendo I um número ímpar.

Já o produto  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 4047 \times 4048$  pode ser escrito da seguinte maneira:

$$1 \times (2 \times 1) \times 3 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 3) \dots \times (2 \times 2023) \times 4047 \times (2 \times 2024) =$$

$$(1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 4047) \times (2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times (2 \times 2023) \times (2 \times 2024) =$$

$$(1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 4047) \times (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2023 \times 2024) \times 2^{2024} =$$

$$(1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 4047) \times I \times 2^{2017} \times 2^{2024}$$

O primeiro fator da última expressão também é um número ímpar, logo,

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 4047 \times 4048 = T \times 2^{2017+2024} = T \times 2^{4041}, \text{ sendo } T \text{ um fator ímpar. Assim, o expoente da maior potência de dois que divide o produto dado é } 4041.$$

Figura 5.27: Gabarito oficial do item 9 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.20 e 5.21 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item é menor que a porcentagem de marcação em dois dos distratores, alternativas (A) e (B). De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é deficiente, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser rejeitado, mesmo com os distratores possuindo valores negativos.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
9	C	0,20	prop.	0,23	0,37	0,20	0,10	0,10	0,00
			disc.	-0,06	-0,10	0,15	-0,05	0,06	

Tabela 5.20: Parâmetros da TCT para o item 9.

**Item 9**

	Frequência	Porcentagem
A	53	23,1

B	85	37,1
C	45	19,7
D	22	9,6
E	24	10,5
Total	229	100,0

Tabela 5.21: Frequência de marcações por alternativa no item 9.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 9, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

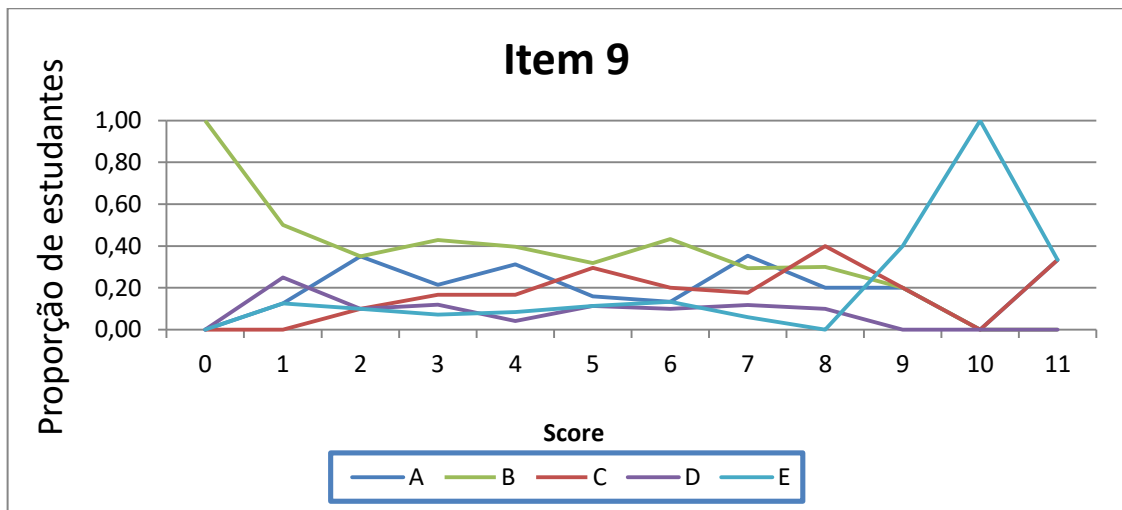


Figura 5.28: Análise gráfica do item 9 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa C. Apenas no score bruto 8 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, o que pode indicar uma má elaboração do item, devido ao fato vários distratores se comportarem de forma aleatória. Quando a AGI apresenta-se confusa, como neste caso, isso sugere problemas de elaboração ou de interpretação por parte dos respondentes. Visualmente, a proporção de respostas à alternativa correta deveria se destacar das demais a partir de determinado nível de desempenho no teste como um todo.

#### 5.1.10. Análise do item 10 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 10.

**10.** No interior do quadrado  $ABCD$  de lado 9 cm, foram traçadas as semicircunferências de centros  $E$ ,  $F$  e  $G$ , tangentes como indicado na figura. Qual é a medida de  $AG$ ?

A)  $\frac{11}{5}$  cm  
 B)  $\frac{18}{5}$  cm  
 C)  $\frac{19}{5}$  cm  
 D)  $\frac{11}{4}$  cm  
 E)  $\frac{27}{8}$  cm

Figura 5.29: Item 10 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 10**

**ALTERNATIVA E**

Inicialmente definimos as variáveis  $AG = x$  e  $DF = y$ , que são os raios dos semicírculos com centros em  $G$  e  $F$ , respectivamente. O raio do semicírculo com centro em  $E$  é igual a  $9/2$ . Como ele é tangente ao semicírculo com centro em  $F$ ,  $EF$  é igual a  $(9/2) + y$ . Como  $CE = 9/2$  e  $CF = 9 - y$ , aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo  $CEF$ , temos:

$$((9/2) + y)^2 = (9/2)^2 + (9 - y)^2 \rightarrow (81/4) + 9y + y^2 = (81/4) + 81 - 18y + y^2 \rightarrow y = 3.$$

Como os semicírculos com centros em  $F$  e  $G$  são tangentes,  $FG = x + y = x + 3$ . Além disso,  $DG = 9 - x$  e  $DF = 3$ .

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo  $DFG$ , temos:

$$(3 + x)^2 = 3^2 + (9 - x)^2 \rightarrow 9 + 6x + x^2 = 9 + 81 - 18x + x^2 \rightarrow x = AG = 27/8.$$

Figura 5.30: Gabarito oficial do item 10 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.22 e 5.23 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item só é maior que a porcentagem de marcação em um dos distratores, alternativa (A). De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é deficiente, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser rejeitado. O mesmo ainda apresentou dois distratores com valores positivos de discriminação, alternativas (A) e (B). Infere-se que esses distratores podem ter funcionado como atrativos para bons alunos, o que não é desejável.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
10	E	0,17	prop.	0,15	0,27	0,19	0,21	0,17	1,76
			disc.	0,03	0,02	-0,10	-0,11	0,16	

Tabela 5.22: Parâmetros da TCT para o item 10.



### Item 10

	Frequência	Porcentagem
A	33	14,4
B	61	26,6
C	43	18,8
D	47	20,5
E	39	17,0
BRANCO	6	2,6
Total	229	100,0

Tabela 5.23: Frequência de marcações por alternativa no item 10.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 10, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

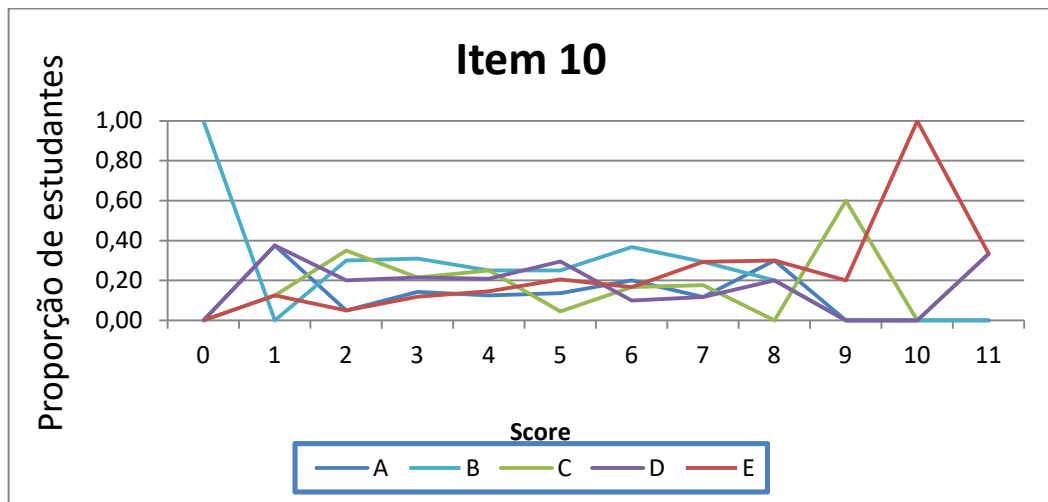



Figura 5.31: Análise gráfica do item 10 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa E. Apenas nos scores brutos 10 e 11 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, o que pode indicar uma má elaboração do item, devido ao fato vários distratores se comportarem de forma aleatória. Em relação às alternativas (A) e (B), não se descobriu um raciocínio plausível que levasse às respostas nelas. Nesse caso, dada a dificuldade da questão, os percentuais de resposta podem refletir apenas uma marcação ao acaso.

### 5.1.11. Análise do item 11 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 11.

**11.** Em uma competição, as partidas têm duração de 60 minutos, e cada time tem sempre 5 jogadores em campo. Em determinada partida, um time inscreveu 8 atletas e foram feitas várias substituições de modo que cada um deles jogou a mesma quantidade de tempo. Quanto tempo cada um deles jogou nessa partida?



A) 27 minutos e 30 segundos  
 B) 30 minutos  
 C) 37 minutos e 30 segundos  
 D) 40 minutos  
 E) 42 minutos e 30 segundos

Figura 5.32: Item 11 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 11**

**ALTERNATIVA C**

Durante a partida foram formadas várias equipes de 5 atletas, até o tempo acabar. Observamos que:

- a quantidade de tempo que o atleta 1 jogou ( $T_1$ ) é igual à soma dos tempos em jogo de cada uma das equipes de 5 de que ele participou ( $S_1$ ),
- a quantidade de tempo que o atleta 2 jogou ( $T_2$ ) é igual à soma dos tempos em jogo de cada uma das equipes de 5 de que ele participou ( $S_2$ ),

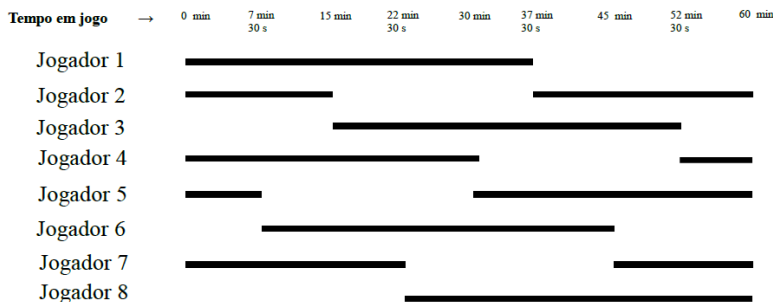
e assim por diante, até o oitavo jogador:

- a quantidade de tempo que o atleta 8 jogou ( $T_8$ ) é igual à soma dos tempos em jogo de cada uma das equipes de 5 de que ele participou ( $S_8$ ).

Cada atleta jogou a mesma quantidade de tempo ( $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = T_7 = T_8$ ); logo, o tempo que cada um jogou é  $(S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8) \div 8$ .

Agora, notamos que na soma  $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8$  o tempo de jogo de cada equipe de 5 formada é somado 5 vezes. Por exemplo, se os atletas 1, 2, 3, 4 e 5 formaram uma equipe em campo, o tempo que essa equipe jogou foi considerado nas somas  $S_1, S_2, S_3, S_4$  e  $S_5$ . Assim,  $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8 = 5 \times 60 = 300$ , de onde concluímos que o tempo que cada um jogou é  $300 \div 8$  minutos, o que corresponde a 37 minutos e 30 segundos.

Como curiosidade, observe no diagrama abaixo como poderia ter sido realizada uma partida nos moldes do enunciado:



Outra solução: Imagine que pagamos, em dinheiro, cada atleta proporcionalmente ao tempo que ele jogou. Se ele jogou um tempo  $T$  recebe  $k \times T$ . Como, a cada instante, temos 5 atletas em campo, no fim do jogo, teremos que pagar no total  $k \times 5 \times 60 = 300k$ . Se cada um deles jogou o mesmo tempo, então receberá o mesmo pagamento que os demais. Como são 8 atletas, o saldo de cada um será  $300 \times k/8$ . Para saber quanto tempo ele jogou, basta dividir por  $k$ , o que nos fornece  $(300 \times k) / (8 \times k) = 300/8$  minutos.

Figura 5.33: Gabarito oficial do item 11 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.24 e 5.25 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item só é menor que a porcentagem de marcação em um dos distratores, alternativa (A). De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é marginal, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser encaminhado para reelaboração. No entanto vale uma ressalva, já que a discriminação indicou um valor próximo do parâmetro para ser considerado um item bom e sua discriminação para cada distrator foi negativa. Isso indica que os bons estudantes não foram atraídos para a sua marcação. Pode-se inferir que, de fato nenhum dos distratores funcionou como atrativo para bons alunos, cumprindo bem sua finalidade.

.Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
11	C	0,27	prop.	0,43	0,12	0,27	0,08	0,08	0,88
			disc.	-0,19	-0,05	0,29	-0,02	-0,03	

Tabela 5.24: Parâmetros da TCT para o item 11.

<b>Item 11</b>		
	Frequência	Porcentagem
A	99	43,2
B	27	11,8
C	62	27,1
D	19	8,3
E	19	8,3
BRANCO	3	1,3
Total	229	100,0

Tabela 5.25: Frequência de marcações por alternativa no item 1.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 11, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

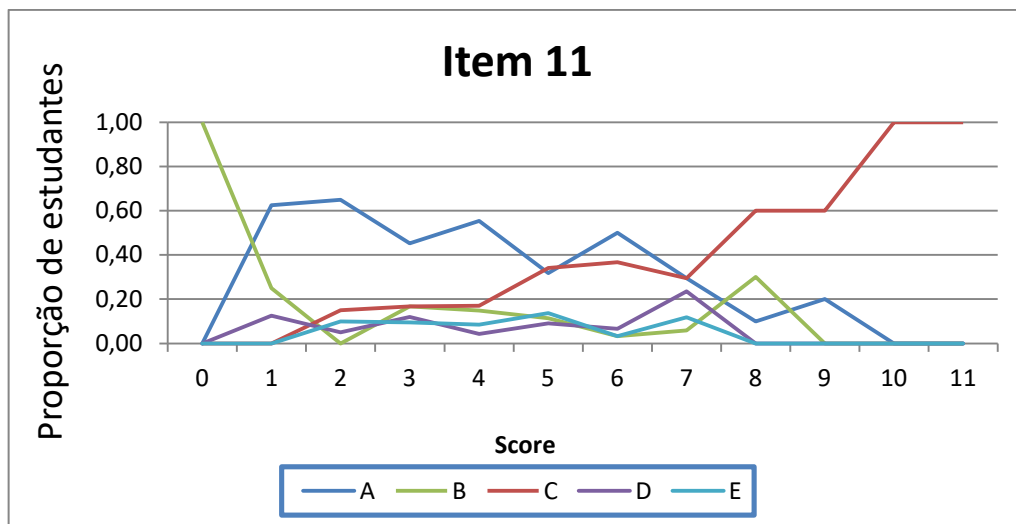


Figura 5.34: Análise gráfica do item 11 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa C. A partir do score bruto 7 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, mostrando assim que o item cumpriu bem sua função discriminatória, ou seja, quanto maior a habilidade do aluno, maior a chance de acerto ao item. Entretanto, o fato de a proporção de marcações para a alternativa correta somente ultrapassar a proporção de marcações para os seus distratores no score bruto 7, poderia gerar uma preocupação com o item.

### 5.1.12. Análise do item 12 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 12.

**12.** Por duas vezes Benício juntou, como na figura, três dados com faces numeradas de 1 a 6, de tal modo que faces em contato tivessem o mesmo número. Em cada uma das vezes ele somou os números de todas as faces que não ficaram em contato entre si. A diferença entre as somas obtidas foi 16. Quais são os números das faces que nunca ficaram em contato entre si?

A) 1 e 4  
 B) 1 e 6  
 C) 2 e 5  
 D) 3 e 4  
 E) 2 e 6

Figura 5.35: Item 12 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 12**  
**ALTERNATIVA D**

Observe que a soma dos números das seis faces de um dado é 21. Assim, a soma de todos os números dos três dados é 63. Consequentemente, a maior soma que Benício pode obter é igual a 57, quando as faces em contato corresponderem aos números 1 e 2. De fato, a menor soma possível para os números das faces em contato garante a maior soma possível para os números das faces que não ficam em contato:  $57 = 63 - 6 = 63 - (1 + 1 + 2 + 2)$ .

Analogamente, a menor soma possível para Benício obter é igual a 41, quando as faces em contato corresponderem aos números 5 e 6:  $41 = 63 - 22 = 63 - (5 + 5 + 6 + 6)$ .

Como  $16 = 57 - 41$ , ou seja, 16 é o resultado da diferença entre a maior soma e a menor soma possíveis, essa foi a situação observada por Benício. De fato, as demais diferenças entre as possíveis somas são menores que 16, uma vez que esse é o resultado entre as duas situações extremas. Consequentemente, as faces que não ficaram em contato nas duas observações de Benício correspondem aos números 3 e 4.

Outra solução:

A soma dos números de cada dado é 21. Se, na primeira montagem, os números em contato são  $a$  e  $b$ , a soma dos números que não ficaram em contato é  $S_1 = 3 \times 21 - (2a + 2b) = 63 - 2(a + b)$ . O fator 2 se explica notando que são sempre pares de faces em contato. Além disso, temos que  $a$  e  $b$  são necessariamente distintos.

Da mesma forma, na segunda montagem, se os números das faces em contato são  $c$  e  $d$ , a soma dos números que não ficaram em contato será  $S_2 = 63 - 2(c + d)$ .

Sem perda de generalidade, podemos supor que  $S_1 \geq S_2$ .

A diferença entre esses números é 16, ou seja:

$$(63 - 2(a + b)) - (63 - 2(c + d)) = 16 \rightarrow (c + d) - (a + b) = 8.$$

Vamos analisar as possíveis soluções dessa equação, com  $a, b, c$  e  $d$  inteiros entre 1 e 6, e  $a \neq b$  e  $c \neq d$ .

O valor máximo de  $(c + d) - (a + b)$  é obtido quando  $c + d$  é máximo e  $a + b$  é mínimo. Isso ocorre com  $c + d = 5 + 6 = 11$  e  $a + b = 1 + 2 = 3$ . Assim, a diferença que Benício encontrou é, justamente, a máxima possível. Isso implica que os números que nunca estiveram em contato são 3 e 4.

Figura 5.36: Gabarito oficial do item 12 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.26 e 5.27 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item só é menor que a porcentagem de marcação em todos os distratores. De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é deficiente, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser rejeitado. O mesmo ainda apresentou dois distratores com valores positivos de discriminação, alternativas (A) e (C). Infere-se que esses distratores funcionaram como atrativo para bons alunos.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					
				A	B	C	D	E	% BRANCOS
12	D	0,14	prop.	0,26	0,21	0,24	0,14	0,14	0,44
			disc.	0,03	-0,11	0,05	0,15	-0,10	

Tabela 5.26: Parâmetros da TCT para o item 12.

Item 12		
	Frequência	Porcentagem
A	60	26,2
B	47	20,5

C	55	24,0
D	33	14,4
E	33	14,4
BRANCO	1	0,4
Total	229	100,0

Tabela 5.27: Frequência de marcações por alternativa no item 12.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 12, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

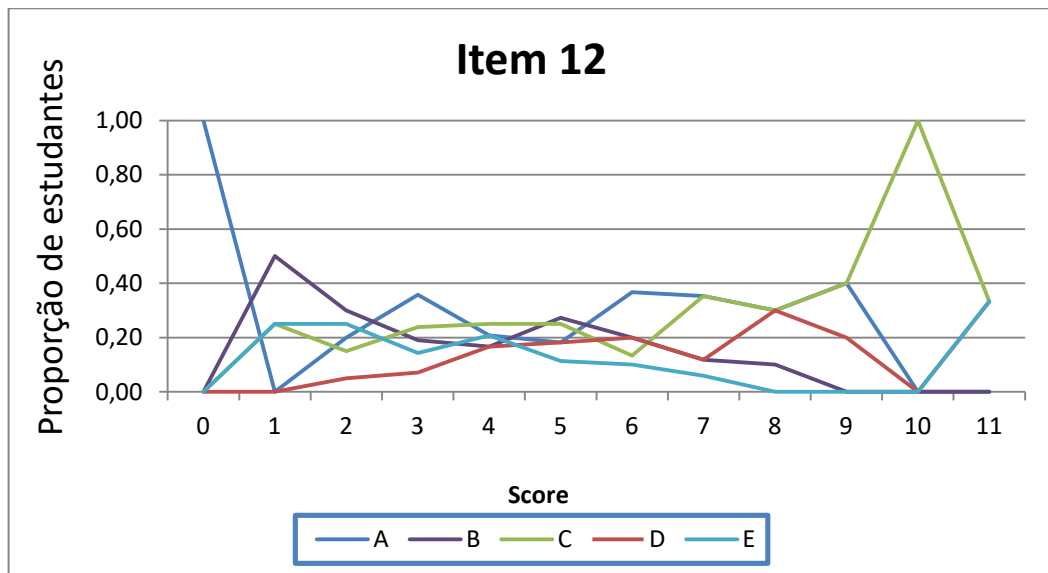


Figura 5.37: Análise gráfica do item 12 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa D. A proporção de marcações para a alternativa correta não superou em nenhum momento a proporção de marcações para os seus distratores, mostrando assim que o item não cumpriu bem sua função discriminatória, ou seja, não se pode garantir que quanto maior a habilidade do aluno, maior a chance de acerto ao item. O item deveria ser rejeitado e retirado da análise.

### 5.1.13. Análise do item 13 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 13.

**13.** Na figura, os ângulos  $\widehat{ABC}$  e  $\widehat{BCD}$  medem  $120^\circ$ , o ângulo  $\widehat{BAD}$  é reto, e os segmentos  $BC$  e  $CD$  medem 4 cm e 8 cm, respectivamente. Qual é a área do quadrilátero  $ABCD$  em  $\text{cm}^2$ ?

A)  $14\sqrt{3}$   
 B)  $28\sqrt{3}$   
 C)  $32\sqrt{3}$   
 D)  $36\sqrt{3}$   
 E)  $40\sqrt{3}$

Figura 5.38: Item 13 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 13**  
**ALTERNATIVA A**

Prolongando-se dois lados do quadrilátero, obtemos um triângulo equilátero de lado 4 cm e um triângulo retângulo grande  $DAE$  que é metade de um triângulo equilátero de lado 12 cm, como indicado na figura.

Pelo Teorema de Pitágoras, a altura de um triângulo equilátero de lado  $l$  é  $h = \frac{\sqrt{3}}{2}l$ . Logo,

$$\text{área de } ABCD = (\text{área do triângulo retângulo } DAE) - (\text{área do triângulo equilátero } CBE) = \frac{6 \cdot 6 \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{16\sqrt{3}}{4} = 14\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

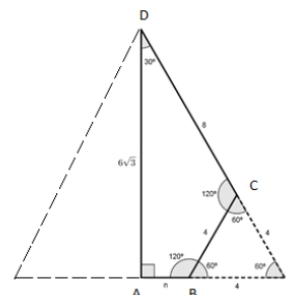


Figura 5.39: Gabarito oficial do item 13 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.28 e 5.29 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item só é maior que a porcentagem de marcação em um dos distratores. De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é marginal, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser reelaborado. O mesmo ainda apresentou dois distratores com discriminações iguais a 0 (zero), alternativas (B) e (C), indicando que proporções iguais de alunos de bom desempenho e de baixo desempenho no teste como um todo foram atraídos para essa resposta, sugerindo problema de plausibilidade do distrator.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					
				A	B	C	D	E	% BRANCOS
13	A	0,16	prop.	0,16	0,22	0,30	0,19	0,12	1,75
			disc.	0,26	0,00	0,00	-0,11	-0,11	

Tabela 5.28: Parâmetros da TCT para o item 13.

item 13		
	Frequência	Porcentagem
A	36	15,7
B	51	22,3
C	68	29,7
D	43	18,8
E	27	11,8
BRANCO	4	1,7
Total	229	100,0

Tabela 5.29: Frequência de marcações por alternativa no item 13.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 13, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

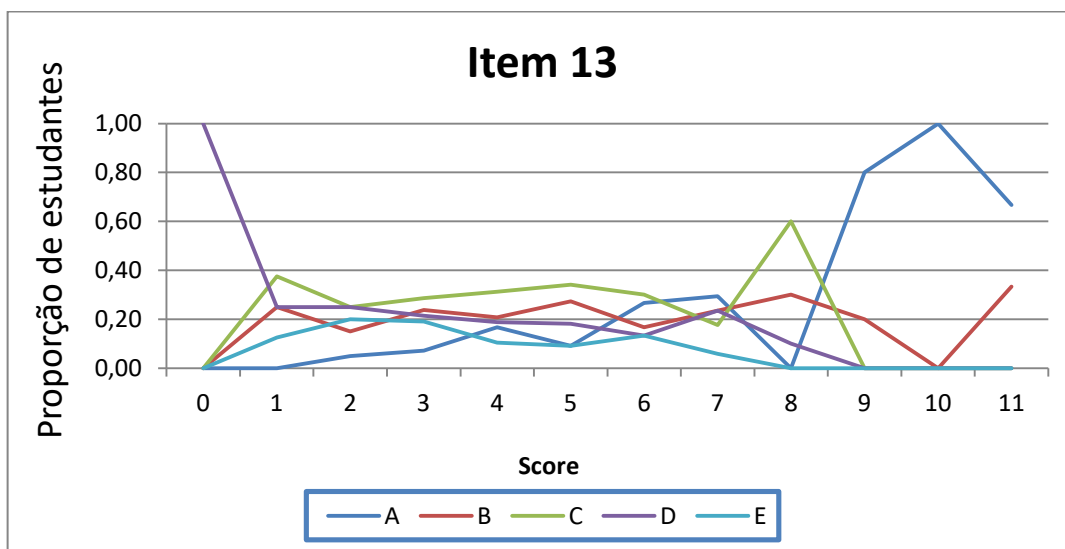


Figura 5.40: Análise gráfica do item 13 (AGI).



O gabarito do item corresponde à alternativa A. A partir do score bruto 9 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, mostrando, assim, que o item cumpriu bem sua função discriminatória, ou seja, quanto maior a habilidade do aluno, maior a chance de acerto ao item. Entretanto, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra, o fato de a proporção de marcações para a alternativa correta somente ultrapassar a proporção de marcações para os seus distratores no score bruto 9, poderia gerar uma preocupação com o item em termos de dificuldade. Para encontrarem a resposta apresentada na alternativa (C), com discriminação nula escolhida por 29,7% dos respondentes, os alunos podem ter calculado a área do triângulo ADE de forma equivocada, por exemplo, esquecendo-se de dividir o valor por 2, chegando a um valor igual a  $36\sqrt{3}$ , fazendo com que a diferença entre as áreas dos triângulos ADE e BCE fosse igual a  $36\sqrt{3} \text{ cm} - 4\sqrt{3} \text{ cm} = 32\sqrt{3} \text{ cm}$ . Na alternativa (B), com discriminação igual a zero e escolhida por 22,3% dos participantes, provavelmente os alunos calcularam as áreas do triângulos ADE e BCE como  $A = \text{base} \times \text{altura}$ , encontrando os valores  $36\sqrt{3}$  e  $8\sqrt{3}$  respectivamente. Assim equivocadamente, a diferença entre as duas áreas seria igual a  $28\sqrt{3}$ .

#### 5.1.14. Análise do item 14 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 14.

**14.** Uma caixa contém 10 bolas verdes, 10 bolas amarelas, 10 bolas azuis e 10 bolas vermelhas. Joãozinho quer retirar uma certa quantidade de bolas dessa caixa, sem olhar, para ter a certeza de que, entre elas, haja um grupo de sete bolas com três cores diferentes, sendo três bolas de uma cor, duas bolas de uma segunda cor e duas bolas de uma terceira cor. Qual é o número mínimo de bolas que Joãozinho deve retirar da caixa?

A) 11  
B) 14  
C) 21  
D) 22  
E) 23

Figura 5.41: Item 14 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 14**  
**ALTERNATIVA E**

Observamos primeiro que Joãozinho pode escolher 22 bolas sem que nenhum grupo de 7 delas satisfaça as condições do enunciado; por exemplo, ele pode escolher 10 bolas verdes, 10 amarelas, 1 azul e 1 amarela. Por outro lado, se ele escolher 23 bolas haverá, necessariamente, um grupo de 7 delas que satisfará a condição do enunciado. Podemos ver isso como segue.

Ao escolher 23 bolas, pelo menos 6 delas serão de uma mesma 1.<sup>a</sup> cor. De fato, se isso não acontecesse, então haveria no máximo 5 bolas de cada cor, ou seja, Joãozinho teria escolhido no máximo  $5 + 5 + 5 + 5 = 20$  bolas, o que não é o caso, já que estamos supondo que ele escolheu 23. O maior número possível de bolas dessa cor entre as escolhidas é 10; sobram, então, no mínimo  $23 - 10 = 13$  bolas para as outras três cores. O mesmo raciocínio aqui mostra que há pelo menos 5 bolas de uma 2.<sup>a</sup> cor e que sobram no mínimo  $13 - 10 = 3$  bolas para as duas cores restantes; finalmente, outra vez o mesmo raciocínio mostra que há pelos menos 2 bolas de uma 3.<sup>a</sup> cor.

Mostramos, assim, que, se Joãozinho escolher 23 bolas, entre elas haverá um grupo de 13 bolas com 6 de uma 1.<sup>a</sup> cor, 5 de uma 2.<sup>a</sup> cor e 2 de uma 3.<sup>a</sup> cor; em particular, entre essas bolas aparecerão 3 da 1.<sup>a</sup> cor, 2 da 2.<sup>a</sup> e 2 da 3.<sup>a</sup>. Segue que 23 é o menor número de bolas que ele deve escolher para garantir a condição do enunciado.

Observação geral: O argumento empregado nessa solução pode ser formalizado como segue: se  $a_1, a_2, \dots, a_n$  são números reais e sua média aritmética é  $m$ , isto é,  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = m$ , então, ou  $a_1 = a_2 = \dots = a_n = m$  ou existe pelo menos um índice  $i$  tal que  $a_i < m$  e pelo menos um índice  $j$  tal que  $a_j > m$ . No nosso caso, fizemos uma escolha de  $a_1$  bolas verdes,  $a_2$  bolas amarelas,  $a_3$  bolas azuis e  $a_4$  bolas vermelhas tal que  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 23$ ; temos  $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4} = \frac{23}{4} > 5$ . Segue que existe pelo menos um  $i$  tal que  $a_i > 5$ , e, como  $a_i$  é um número inteiro, temos  $a_i \geq 6$ ; em outras palavras, entre as 23 bolas existem pelo menos 6 de uma mesma cor, e analogamente para o restante da solução. A demonstração do fato geral do início desse parágrafo é inteiramente análoga à do caso particular que acabamos de analisar.

Figura 5.42: Gabarito oficial do item 14 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.30 e 5.31 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item é menor que a porcentagem de marcação em todos os distratores. De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é deficiente, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser rejeitado. O mesmo ainda apresentou dois distratores com discriminação positiva, alternativas (A) e (D). Infere-se que esses distratores funcionaram como atrativos para bons alunos, o que não é recomendado.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
14	E	0,13	prop.	0,14	0,29	0,28	0,15	0,13	1,32
			disc.	0,03	-0,06	-0,16	0,08	0,13	

Tabela 5.30: Parâmetros da TCT para o item 14.

Item 14		
	Frequência	Porcentagem
A	32	14,0

B	66	28,8
C	64	27,9
D	34	14,8
E	29	12,7
BRANCO	4	1,7
Total	229	100,0

Tabela 5.31: Frequência de marcações por alternativa no item 14.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 14, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

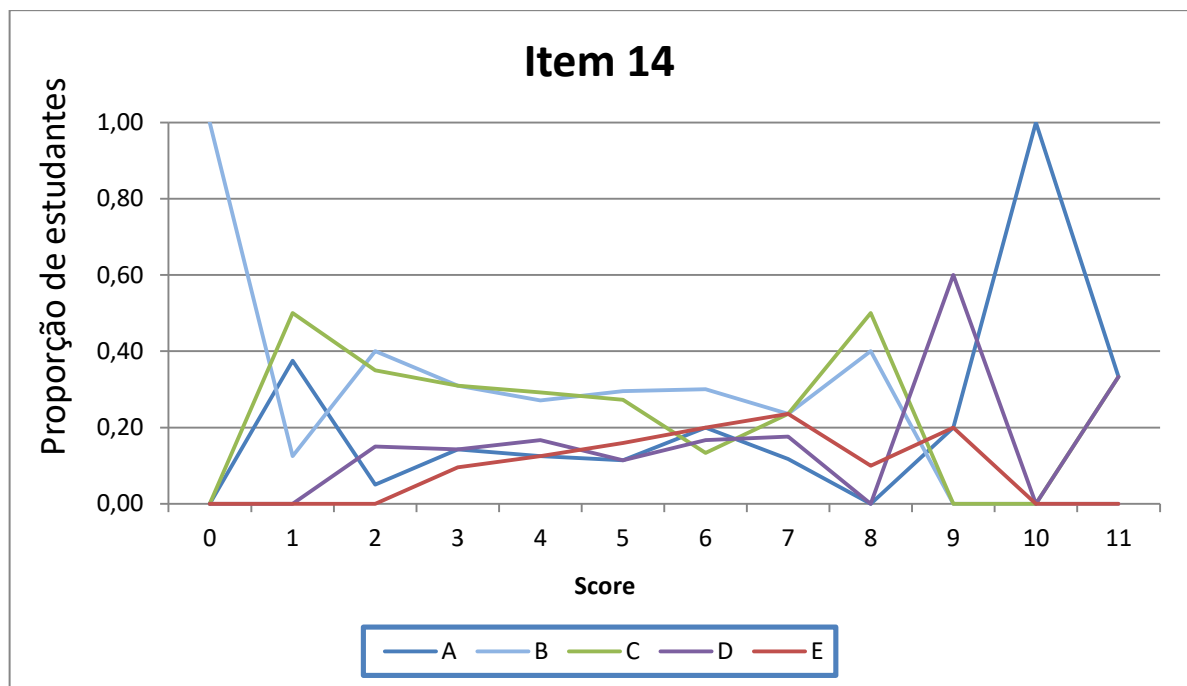


Figura 5.43: Análise gráfica do item 14 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa E. A proporção de marcações para a alternativa correta não superou em nenhum momento a proporção de marcações para seus distratores, mostrando assim que o item não cumpriu bem sua função discriminatória, ou seja, não se pode garantir que quanto maior a habilidade do aluno, maior a chance de acerto ao item.

### 5.1.15. Análise do item 15 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 15.

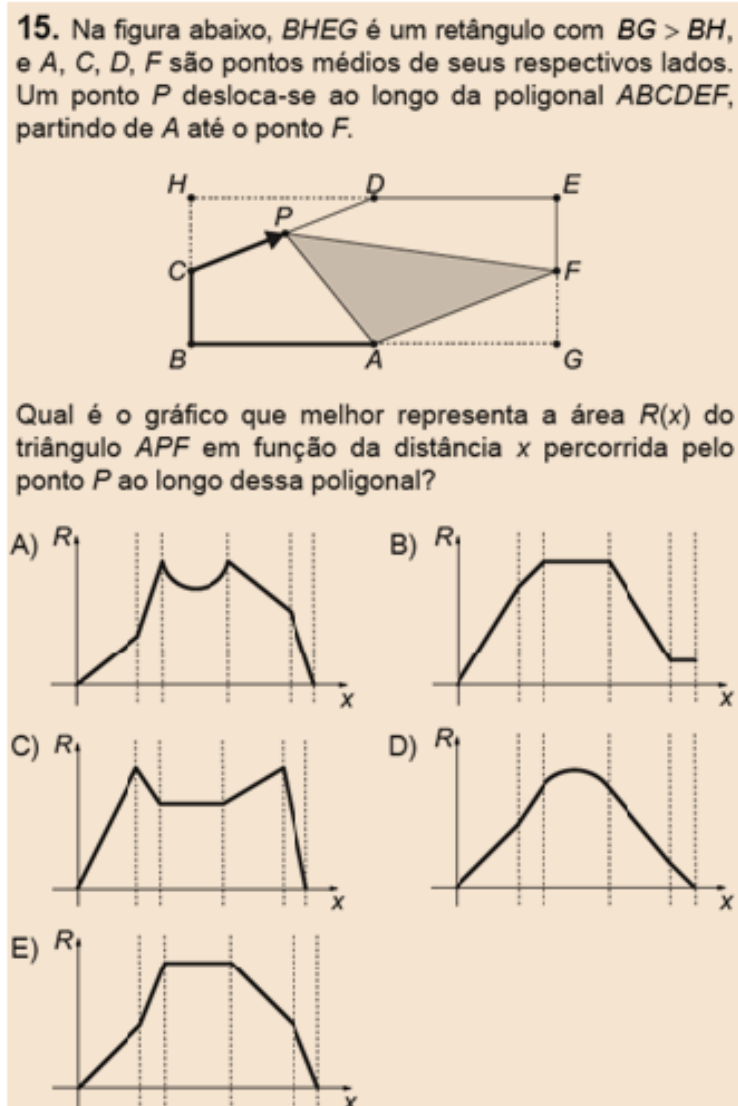
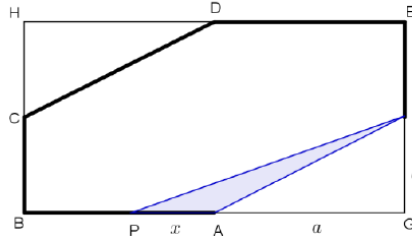


Figura 5.44: Item 15 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 15**  
**ALTERNATIVA E**

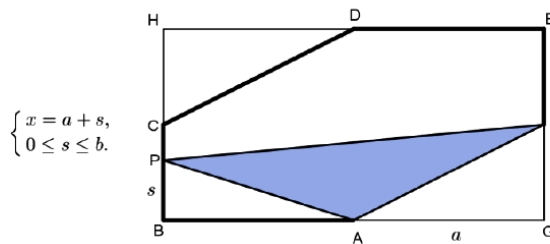
Sejam  $\overline{AB} = \overline{AG} = a$  e  $\overline{EF} = \overline{FG} = b$ . Estudaremos separadamente a função  $R(x)$ , dependendo da posição do ponto  $P$  na poligonal  $ABCDEF$ .

**Caso 1)**  $P$  está no segmento  $AB$ :  $0 \leq x \leq a$ .



Como mostra a figura, nesse caso a altura do triângulo relativa à base  $AP$  é sempre  $\overline{FG} = b$ . Assim,  $R(x) = \frac{b}{2}x$ .

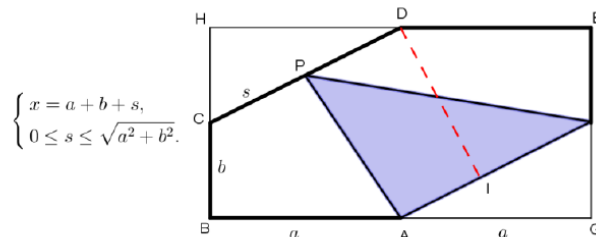
**Caso 2)**  $P$  está no segmento  $BC$ :  $a \leq x \leq a + b$ .



De acordo com a figura, segue que

$$R(x) = \frac{(b+s)}{2}2a - \frac{as}{2} - \frac{ab}{2} = a \frac{a+s}{2} + \frac{ab}{2} - \frac{a^2}{2} = \frac{a}{2}x + \frac{a(b-a)}{2}.$$

**Caso 3)**  $P$  está no segmento  $CD$ :  $a + b \leq x \leq a + b + \sqrt{a^2 + b^2}$ .



Na figura, o segmento auxiliar  $DI$  é perpendicular aos segmentos paralelos  $CD$  e  $AF$ . A altura do triângulo  $AFP$  relativa à base  $AF$  permanece constante, com medida  $\overline{DI}$ , logo, a área do triângulo  $AFP$  é constante e seu valor é determinado no momento em que  $P$  está em  $C$ , ou seja,

$$R(x) = R(a+b) = \frac{a(a+b)}{2} + \frac{a(b-a)}{2} = ab.$$

Com as informações coletadas nos casos 1, 2 e 3, percebe-se que os únicos gráficos que podem representar a área  $R(x)$  são os apresentados em B) e E). No entanto, observamos que, quando o ponto  $P$  chega ao final do percurso (ponto  $F$ ), ou seja, quando  $x = 2(a+b) + \sqrt{a^2 + b^2}$ , o triângulo  $AFP$  degenera no segmento  $AF$ , sendo sua área igual a zero. Assim, o gráfico que melhor representa  $R(x)$  é o apresentado em E).

Figura 5.45: Gabarito oficial do item 15 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.32 e 5.33 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item somente é menor que a porcentagem de marcação em um dos distratores, alternativa (B). De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é marginal, segundo

Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser reelaborado. O mesmo ainda apresentou um distrator com discriminação positiva, alternativa (A). Infere-se que esse distrator funcionou como atrativo para bons alunos, o que não deveria ocorrer segundo as boas práticas de elaboração de itens de múltipla escolha.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
15	E	0,25	prop.	0,08	0,26	0,23	0,17	0,25	0,87
			disc.	0,03	-0,08	-0,13	-0,10	0,29	

Tabela 5.32: Parâmetros da TCT para o item 15.

<b>Item 15</b>		
	Frequência	Porcentagem
A	19	8,3
B	60	26,2
C	53	23,1
D	38	16,6
E	57	24,9
BRANCO	2	0,9
Total	229	100,0

Tabela 5.33: Frequência de marcações por alternativa no item 15.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 15, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

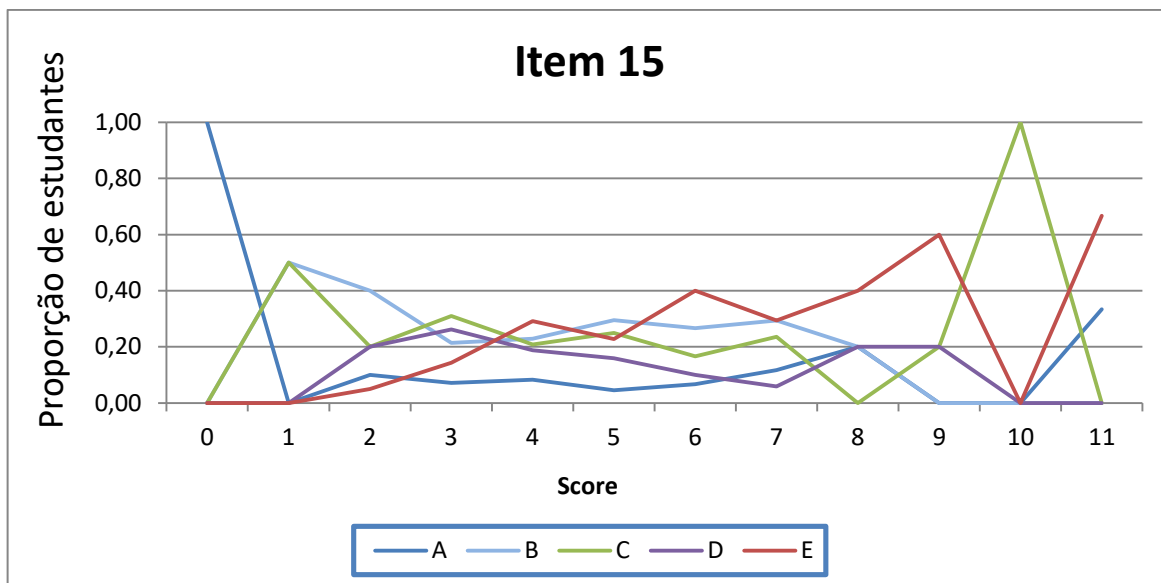



Figura 5.46: Análise gráfica do item 15 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa E. A partir do score 6 a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para seus distratores, mostrando assim que o item cumpriu bem sua função discriminatória, ou seja, quanto maior a habilidade do aluno, maior a chance de acerto ao item. Vale ressaltar que no score 10 houve somente uma marcação: o estudante marcou a alternativa C. Como a quantidade de marcações foi mínima, se compararmos com a amostra como um todo, a situação não infere problema para a análise do item. Uma possível explicação para a resposta apresentada alternativa (A), com parâmetro de discriminação positivo (0,03) e escolhida por 8,3% dos estudantes, pode ser o fato de que quando o ponto P se desloca sobre o segmento CD, isso gera uma falsa sensação de que a área começa a diminuir e como a única alternativa que contém esta queda nesse intervalo é a alternativa (A), equivocadamente os alunos podem ter feito essa opção.

### 5.1.16. Análise do item 16 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 16.

**16.** João tem 148 copos dispostos em fila, cada um contendo um grão de feijão. Em etapas, João reduz a quantidade de copos da fila da seguinte maneira:



- se em uma etapa a quantidade de copos for par, ele coloca os feijões do último copo no primeiro, do penúltimo no segundo, do antepenúltimo no terceiro e assim por diante, descartando os copos vazios;
- se em uma etapa a quantidade de copos for ímpar, ele coloca os feijões do último copo no segundo, do penúltimo no terceiro, do antepenúltimo no quarto e assim por diante, também descartando os copos vazios.

Quando a fila se reduzir a dois copos, quantos feijões estarão no primeiro copo?

A) 4  
B) 10  
C) 16  
D) 20  
E) 36

Figura 5.47: Item 16 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 16**  
**ALTERNATIVA D**

De acordo com a maneira com que João reduza a quantidade de copos da fila,

- após a 1.<sup>a</sup> etapa teremos  $\frac{148}{2} = 74$  copos na fila;
- após a 2.<sup>a</sup> etapa teremos  $\frac{74}{2} = 37$  copos na fila;
- após a 3.<sup>a</sup> etapa teremos  $\frac{37+1}{2} = 19$  copos na fila;
- após a 4.<sup>a</sup> etapa teremos  $\frac{19+1}{2} = 10$  copos na fila;
- após a 5.<sup>a</sup> etapa teremos  $\frac{10}{2} = 5$  copos na fila;
- após a 6.<sup>a</sup> etapa teremos  $\frac{5+1}{2} = 3$  copos na fila;
- após a 7.<sup>a</sup> etapa teremos  $\frac{3+1}{2} = 2$  copos na fila.

Em cada etapa, a quantidade de feijões no segundo copo sempre dobra. Assim, após a 7.<sup>a</sup> etapa, a quantidade de feijões no segundo copo será  $2^7 = 128$ . Todos os demais feijões estarão no primeiro copo. Portanto, a quantidade de feijões no primeiro copo quando a fila se reduz a dois copos é  $148 - 128 = 20$ .

Figura 5.48: Gabarito oficial do item 16 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.34 e 5.35 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item somente é maior que a porcentagem de marcação em um dos distratores, alternativa (B). De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é marginal, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser reelaborado. O mesmo ainda apresentou um distrator com parâmetro de discriminação positivo, alternativa (C). Infere-se que esse distrator funcionou como atrativo para bons alunos, o que fere as boas práticas da metodologia de construção de itens para avaliação de larga escala.



Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
16	D	0,19	prop.	0,24	0,08	0,20	0,19	0,28	1,31
			disc.	-0,10	-0,08	0,08	0,23	-0,13	

Tabela 5.34: Parâmetros da TCT para o item 16.

Item 16		
	Frequência	Porcentagem
A	54	23,6
B	19	8,3
C	46	20,1
D	43	18,8
E	64	27,9
BRANCO	3	1,3
Total	229	100,0

Tabela 5.35: Frequência de marcações por alternativa no item 16.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 16, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

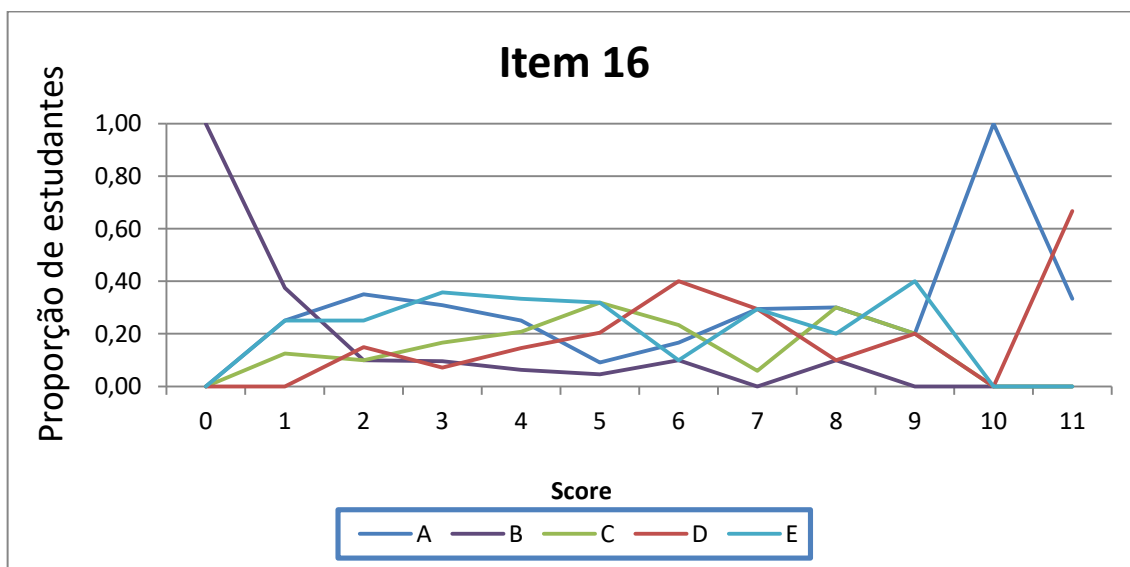


Figura 5.49: Análise gráfica do item 16 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa D. Apenas nos scores brutos 6 e 11 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para os seus distratores, o que pode indicar uma má elaboração do item, devido ao fato de vários distratores se comportarem de forma aleatória e não se evidenciar a predominância da alternativa correta sobre eles a partir de determinado desempenho no teste com um todo. Por exemplo, uma possível explicação para a resposta apresentada na alternativa (C), com parâmetro de discriminação positivo (0,08) e escolhida por 20,1% dos participantes, poder ser o fato de o aluno não ter interpretado adequadamente o problema e ter marcado como resposta a última quantidade de feijões que foram colocados no 1º copo.

### 5.1.17. Análise do item 17 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 17.

**17.** Ana e Beto foram os únicos candidatos na eleição para a presidência do grêmio estudantil da escola em que ambos estudam. Nessa eleição, votaram ao todo 1450 alunos. Durante a apuração, houve um momento em que Ana teve a certeza de que, ao final, ela teria pelo menos a metade dos votos válidos. Naquele momento, os percentuais eram os seguintes:

- votos não válidos: 20% dos votos apurados;
- votos em Ana: 60% dos votos válidos;
- votos em Beto: 40% dos votos válidos.

Quantos votos tinham sido apurados até aquele momento?

A) 1110  
B) 1150  
C) 1200  
D) 1250  
E) 1300

Figura 5.50: Item 17 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 17**  
**ALTERNATIVA D**

Ana garantirá o empate quando a quantidade de votos que ainda não tiverem sido apurados for igual à diferença entre os votos já apurados em favor da Ana e os votos já apurados em favor de Beto. De fato, para que o empate ocorra ninguém mais deve votar em Ana e todos os votos válidos devem ir para Beto.

Votos já apurados =  $N$

Votos válidos = 80% de  $N$

Votos apurados a favor de Ana = 60% de 80% de  $N = \frac{60}{100} \times \frac{80}{100} \times N = 0,48N$

Votos apurados a favor de Beto = 40% de 80% de  $N = \frac{40}{100} \times \frac{80}{100} \times N = 0,32N$

Votos que ainda serão apurados =  $1450 - N$

Portanto,  $0,48N - 0,32N = 1450 - N \Rightarrow 0,16N = 1450 - N \Rightarrow 1,16N = 1450$

$$\Rightarrow N = \frac{1450}{1,16} = 1250$$

Figura 5.51: Gabarito oficial do item 17 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.36 e 5.37 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item somente é menor que a porcentagem de marcação em um dos distratores, alternativa (B). De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é considerada deficiente, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser rejeitado. O mesmo ainda apresentou dois distratores com parâmetro de discriminação positivo, alternativas (A) e (E). Infere-se que esses distratores funcionaram como atrativo para bons alunos, contrariando as recomendações de engenharia de construção de itens. (RABELO, 2013, capítulo 5)

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
17	D	0,27	prop.	0,12	0,32	0,18	0,27	0,10	1,31
			disc.	0,02	-0,19	-0,02	0,18	0,02	

Tabela 5.36: Parâmetros da TCT para o item 17.

Item 17		
	Frequência	Porcentagem
A	27	11,8
B	74	32,3
C	41	17,9
D	61	26,6

E	23	10,0
BRANCO	3	1,3
Total	229	100,0

Tabela 5.37: Frequência de marcações por alternativa no item 17.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 17, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

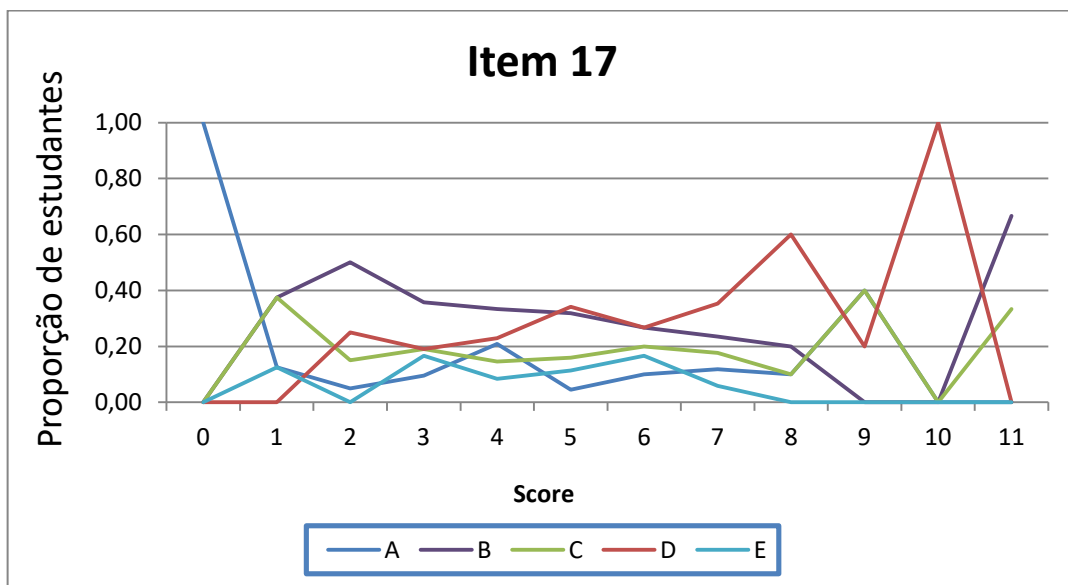


Figura 5.52: Análise gráfica do item 17 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa D. A partir do score bruto 6, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para cada distrator. Porém, mesmo com esse detalhe o item deveria ser rejeitado. Vale ressaltar ainda, que no score bruto 11, nenhum estudante marcou a alternativa correta, o que pode gerar um problema devido ao fato dos melhores estudantes não terem acertado o item. Com discriminação positiva (0,02), uma possível explicação para a resposta dada na alternativa (A) escolhida por 11,8% dos participantes, pode ser o fato de o estudante ter se equivocado no seguinte cálculo: 20% de 80% dos 1450 seriam os votos não válidos, ou seja, 232 alunos: como o total é de 1450 alunos, calculou  $1450 - 232 = 1218$  votos válidos. Como a resposta mais próxima seria 1200, fizeram essa opção. Na alternativa (E), com discriminação também positiva (0,02) e escolhida por 10,0% dos participantes, um possível raciocínio pode ser o seguinte cálculo

equivocado dos estudantes: os votos não válidos são 20% do total, ou seja, 290 alunos; os votos válidos de Ana são 60% de 80%, ou seja, 0,48 dos votos, totalizando 696 alunos; os votos válidos de Beto são 40% de 80%, ou seja, 0,32 dos votos, totalizando 464 alunos; nesse caso, os estudantes podem ter usado o valor 1450, e assim, dos 20% dos votos não válidos, 10% teriam que ser divididos para cada um dos dois participantes; logo teríamos  $696 + 464 + 145 = 1305$  e o valor mais próximo nas alternativas seria o 1300.

### 5.1.18. Análise do item 18 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 18.

**18.** Para quantos conjuntos  $\{a,b,c\}$  de três números naturais é verdade que  $a \times b \times c = 2310$  ?

A) 24  
 B) 30  
 C) 32  
 D) 36  
 E) 40

Figura 5.53: Item 18 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

#### QUESTÃO 18 ALTERNATIVA E

Como  $\{a, b, c\}$  é um conjunto de três elementos, devemos contar quantas são as formas de expressar 2310 como um produto de três fatores distintos, não importando a ordem. A decomposição em fatores primos de 2310 é  $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$ .

Há 4 tipos de decomposição possíveis:  $1 \times (abcd) \times e$ ,  $1 \times (abc) \times (de)$ ,  $(abc) \times d \times e$ ,  $(ab) \times (cd) \times e$ .

Vamos contar separadamente as possibilidades em cada caso.

1º caso:  $1 \times (abcd) \times e$

Basta escolher o número correspondente a  $e$ . Há, portanto, 5 possibilidades.

2º caso:  $1 \times (abc) \times (de)$

Basta escolher os números  $d$  e  $e$ . O número  $d$  pode ser escolhido de 5 modos e, a seguir,  $e$  pode ser escolhido de 4 modos, para um total de  $5 \times 4 = 20$  modos. No entanto, como a ordem dos fatores não afeta o produto dos dois números (ou seja,  $de = ed$ ), cada possibilidade aparece duas vezes nesta contagem. Portanto, o fator  $de$  (em consequência o fator  $abc$ ) pode ser escolhido de 10 modos.

3º caso:  $(abc) \times d \times e$

Basta escolher os fatores  $d$  e  $e$ . Como no caso anterior, temos  $\frac{5 \times 4}{2} = 10$  possibilidades.

4º caso:  $(ab) \times (cd) \times e$

O fator  $e$  pode ser escolhido de 5 modos. Para os demais fatores, basta escolher o par  $cd$ , o que pode ser feito de  $\frac{4 \times 3}{2} = 6$  modos, para um total de  $5 \times 6 = 30$  modos. Como não importa a ordem entre os fatores  $(ab)$  e  $(cd)$ , cada possibilidade está contada em dobro. O número de possibilidades, neste caso, é, portanto,  $\frac{30}{2} = 15$ .

Logo, o número total de possibilidades é  $5 + 10 + 10 + 15 = 40$ .

Outra solução: Vamos contar quantas são as possibilidades para colocar cada um dos 5 fatores primos em um dos termos  $a, b$ , ou  $c$ . Temos três possibilidades para cada fator primo, para um total de  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$  casos. Três dessas possibilidades não são válidas ( $1 \times 1 \times 2310$ ,  $1 \times 2310 \times 1$  e  $2130 \times 1 \times 1$ ), pois correspondem a produtos com termos 1 repetidos. Por outro lado, cada decomposição aparece 6 vezes nas 240 possibilidades restantes (já que são contados separadamente os 6 modos de escrever o produto  $abc$ ). Assim, o número de possibilidades é  $240/6 = 40$ .

Figura 5.54: Gabarito oficial do item 18 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.38 e 5.39 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item somente é menor que a porcentagem de marcação em todos os distratores. De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado muito difícil para o grupo de alunos pesquisado. Novamente temos mais um item com a discriminação deficiente, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser rejeitado. O mesmo ainda apresentou dois distratores com discriminação positiva, alternativas (C) e (D). Infere-se que esses distratores funcionaram como atrativos para bons alunos, contrariando as recomendações da engenharia de construção dos itens, conforme Rabelo (2013, capítulo 5).

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
18	E	0,08	prop.	0,23	0,18	0,26	0,21	0,08	3,06
			disc.	-0,18	-0,05	0,03	0,05	0,15	

Tabela 5.38: Parâmetros da TCT para o item 18.

### Item 18

	Frequência	Porcentagem
A	52	22,7
B	42	18,3
C	60	26,2
D	49	21,4
E	19	8,3
BRANCO	7	3,1
Total	229	100,0

Tabela 5.39: Frequência de marcações por alternativa no item 18.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 18, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

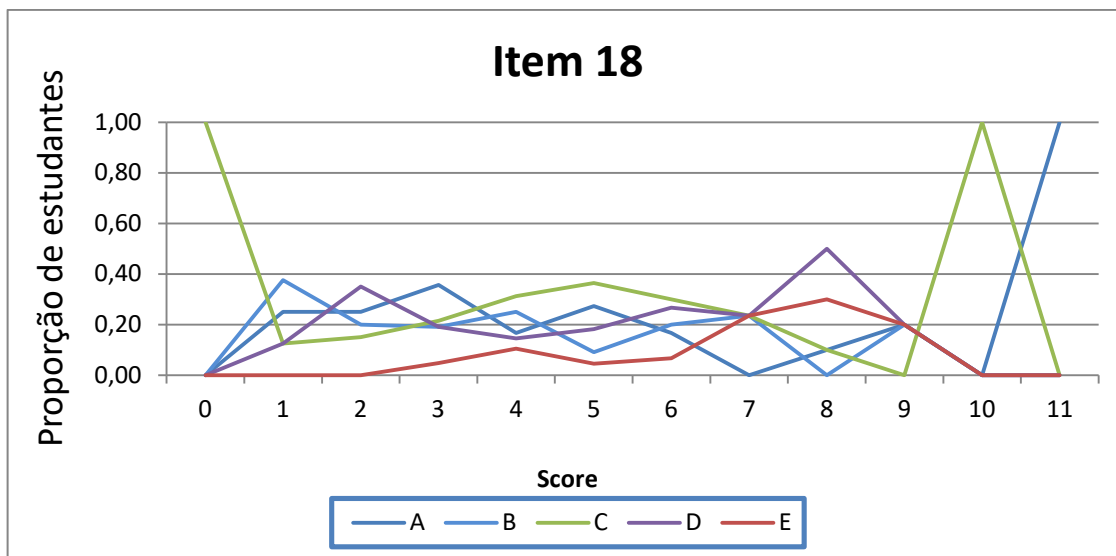


Figura 5.55: Análise gráfica do item 18 (AGI)

O gabarito do item corresponde à alternativa E. A proporção de marcações para a alternativa correta não superou em momento algum a proporção de marcações para seus distratores, o que pode indicar uma má elaboração do item, devido ao fato de vários distratores se comportarem de forma aleatória e esse comportamento se confundir até com o das marcações do próprio gabarito. Com discriminação positiva (0,03) e 26,3% das marcações, uma possível explicação para a resposta dada na alternativa (C) pode ser o fato de o estudante ter se equivocado no seguinte cálculo: os fatores primos na composição do 2310 são 2, 3, 5, 7 e 11, então  $C_{5,0} + C_{5,1} + C_{5,2} + C_{5,3} + C_{5,4} + C_{5,5} = 32$ . Na alternativa (D), também com parâmetro de discriminação positivo (0,05) e com marcação de 21,4% dos participantes, uma possível explicação para isso pode ser o fato de o aluno ter se equivocado no seguinte cálculo: os fatores primos na composição do 2310 são 1, 2, 3, 5, 7 e 11 (totalizando 6 possibilidades), então  $C_{6,3} + C_{5,3} + C_{4,3} + C_{3,3} = 35$ ; como o valor mais próximo é o 36, houve a opção por essa resposta.

### 5.1.19. Análise do item 19 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 19.

**19.** Uma caixa contém nove bolas idênticas numeradas de 1 a 9. Uma primeira bola é sorteada, seu número é anotado e a bola é devolvida à caixa. Repete-se esse procedimento mais duas vezes, anotando-se também os números da segunda e terceira bolas sorteadas. Qual é a probabilidade de que a soma dos números nas duas primeiras bolas sorteadas não seja um múltiplo de 3 e a soma dos números nas três bolas sorteadas seja um múltiplo de 3?

- A)  $\frac{2}{9}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C)  $\frac{2}{3}$
- D)  $\frac{6}{9}$
- E)  $\frac{7}{9}$

Figura 5.56: Item 19 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 19**  
**ALTERNATIVA A**

O espaço amostral desse experimento é formado pelas trincas (a, b, c) com a, b e c variando de 1 a 9, ou seja,  $9 \times 9 \times 9 = 729$  pontos equiprováveis.

Observe que um número natural pode ser múltiplo de 3 ou estar a uma distância 1 ou 2 do próximo múltiplo de 3. Por exemplo, 4 está a uma distância 2 de 6, e 5 a uma distância 1 de 6.

Assim, a pode ser escolhido de 9 maneiras, e b não pode assumir 3 dos 9 valores, isto é, ou não pode assumir 3, 6 e 9, ou não pode assumir 1, 4 e 7, ou não pode assumir 2, 5 e 8. Assim, b pode assumir 6 valores.

Para a escolha de c, utilizamos o mesmo argumento, só que agora queremos que assuma um dos três valores que tornem o resultado da soma  $a + b + c$  um múltiplo de 3.

Portanto, o número de pontos que satisfazem o enunciado é  $9 \times 6 \times 3 = 162$ , e a probabilidade é  $162/729=2/9$ .

Figura 5.57: Gabarito oficial do item 19 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.40 e 5.41 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item é maior que a porcentagem de marcação em todos os distratores. De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é boa, segundo Rabelo (2013, p. 15), e como a discriminação para cada distrator foi negativa, isso indica que os bons estudantes não foram atraídos para a sua marcação. Infere-se que nenhum dos distratores funcionou como atrativo para os alunos.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					% BRANCOS
				A	B	C	D	E	
19	A	0,26	prop.	0,26	0,22	0,16	0,24	0,11	1,75
			disc.	0,31	-0,05	-0,13	-0,06	-0,05	

Tabela 5.40: Parâmetros da TCT para o item 19.



### Item 19

	Frequência	Porcentagem
A	59	25,8
B	51	22,3
C	36	15,7
D	54	23,6
E	25	10,9
BRANCO	4	1,7
Total	229	100,0

Tabela 5.41: Frequência de marcações por alternativa no item 19.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 19, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

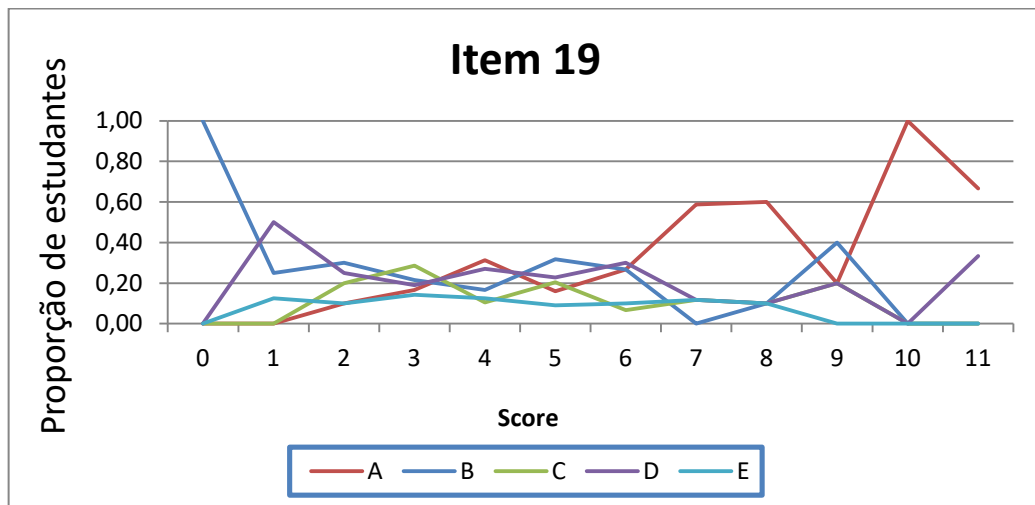


Figura 5.58: Análise gráfica do item 19 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa A. A partir do score bruto 7 no teste, a proporção de marcações para a alternativa correta superou a proporção de marcações para seus distratores, mostrando, assim, que o item cumpriu bem sua função discriminatória, ou seja, quanto maior a habilidade do aluno, maior a chance de acerto ao item. Entretanto no score bruto 9, houve uma queda na proporção de marcações na alternativa correta. Vale ressaltar que nesse score houve somente 5 marcações: houve uma marcação nas alternativas A, C e D e duas marcações na alternativa B. Como a quantidade de marcações foi baixa se

compararmos com a amostra como um todo, a situação não gera problema para a análise do item.

### 5.1.20. Análise do item 20 da OBMEP 2017

As próximas duas figuras contemplam o enunciado, as alternativas e o gabarito oficial do item 20.

**20.** Sérgio quer numerar de 1 a 16 os triângulos da Figura 1 de tal modo que números consecutivos fiquem em triângulos que têm um lado comum. Por exemplo, ele pode numerar os triângulos como na Figura 2.

De quantas maneiras Sérgio pode fazer isso?

A) 16  
B) 32  
C) 48  
D) 56  
E) 64

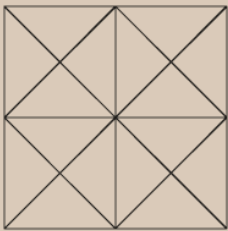


Figura 1




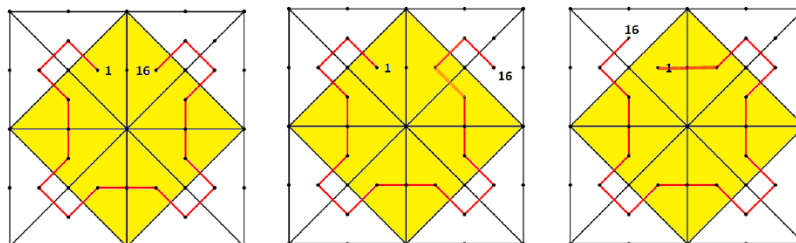
Figura 2

Figura 5.59: Item 20 da prova da OBMEP 2017, no nível 3.

**QUESTÃO 20**  
**ALTERNATIVA D**

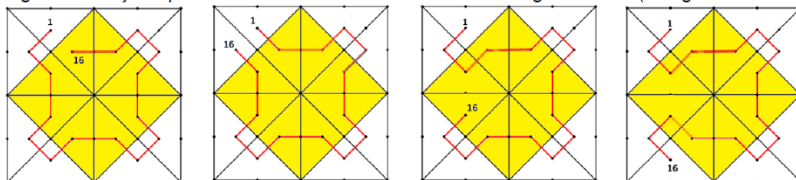
Vamos dividir o problema em duas situações.

Primeira situação: quando o número 1 é colocado em um dos 8 triângulos indicados na figura abaixo pela cor amarela (triângulos centrais).



Escolhido qualquer um dos 8 triângulos amarelos para colocar o número 1, haverá 3 caminhos para se preencherem os números de 1 a 16 atendendo as condições do problema. Portanto, há  $8 \times 3$  maneiras de fazer o preenchimento começando em um triângulo amarelo.

Segunda situação: quando o número 1 é colocado em um triângulo branco (triângulo de canto).



Escolhido qualquer um dos 8 triângulos brancos para colocar o número 1, haverá 4 caminhos para se preencherem os números de 1 a 16 atendendo as condições do problema. Portanto, há  $8 \times 4$  maneiras de fazer o preenchimento começando em um triângulo amarelo.

Somando-se as quantidades obtidas nas duas hipóteses, obtemos que o número de maneiras é  $8 \times 3 + 8 \times 4 = 24 + 32 = 56$ .

Figura 5.60: Gabarito oficial do item 20 da OBMEP 2017, no nível 3.

As tabelas 5.42 e 5.43 a seguir evidenciam que o percentual de acertos dos estudantes no item é menor que a porcentagem de marcação em todos os distratores. De acordo com os parâmetros estabelecidos em Vilarinho (2015, p. 15), o item pode ser considerado muito difícil para o grupo de alunos pesquisado. A discriminação é deficiente, segundo Rabelo (2013, p. 15), ou seja, se o grupo de estudantes pesquisado representasse uma boa amostra do total de respondentes, o item deveria ser rejeitado. O mesmo ainda apresentou um distrator com valor de discriminação positivo e outro igual a 0 (zero), nas alternativas (C) e (E). Infere-se que esses distratores funcionaram como atrativo para bons alunos, contrariando as boas práticas de elaboração de itens de múltipla escolha.

Item	Gab.	Dif.		Alternativas					
				A	B	C	D	E	% BRANCOS
20	D	0,03	prop.	0,30	0,23	0,15	0,03	0,28	1,75
			disc.	-0,06	0,06	-0,03	0,02	0,00	

Tabela 5.42: Parâmetros da TCT para o item 20.

Item 20		
	Frequência	Porcentagem
A	68	29,7
B	53	23,1
C	34	14,8
D	6	2,6
E	64	27,9
BRANCO	4	1,7
Total	229	100,0

Tabela 5.43: Frequência de marcações por alternativa no item 20.

A figura que se segue ilustra a análise gráfica do item 20, a partir da qual podemos fazer inferências sobre o comportamento das respostas dos alunos em cada alternativa à medida que o desempenho no teste aumenta.

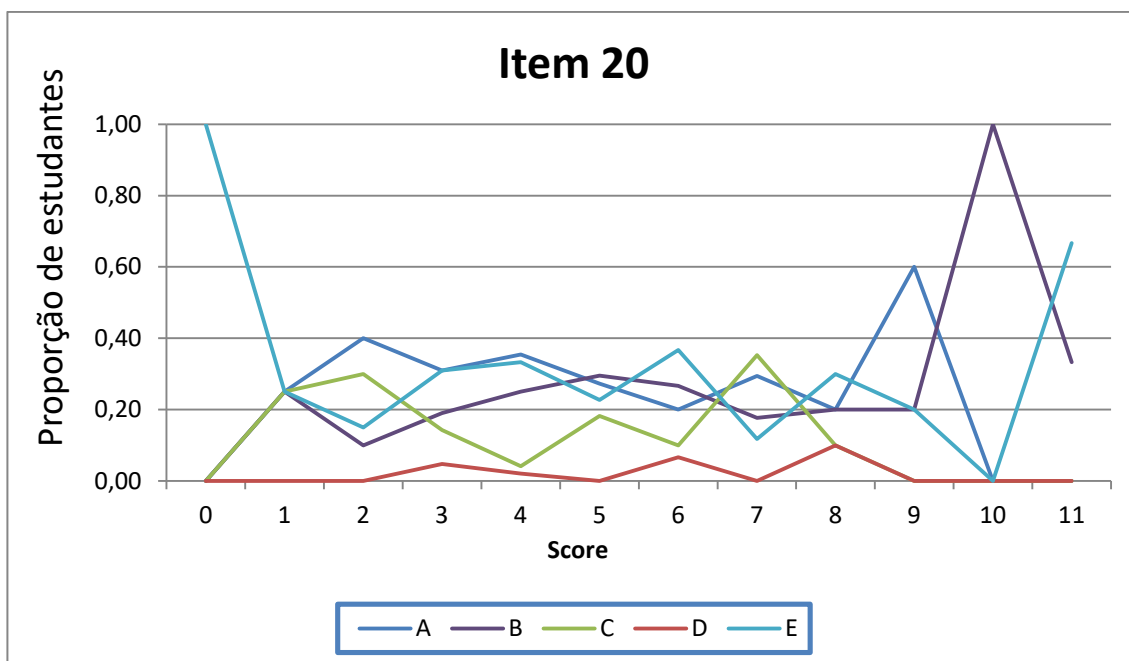


Figura 5.61: Análise gráfica do item 20 (AGI).

O gabarito do item corresponde à alternativa D. A proporção de marcações para a alternativa correta foi menor que a proporção de marcações para todos os seus distratores. Aliás, o gráfico da proporção de respostas ao gabarito quase se confunde com o eixo horizontal, indicando que os estudantes seque escolheram tal opção. O item foi tão difícil para o grupo de estudantes pesquisado, que sua discriminação foi praticamente nula. Se esse comportamento tiver se repetido no conjunto de respondentes, ele deveria ter sido eliminado da análise de desempenho. Com discriminação positiva (0,06) e 23,1% das respostas, uma possível explicação para a escolha da alternativa (B) pode ser o fato do estudante ter se equivocado no seguinte cálculo: escolheu qualquer um dos 8 triângulos brancos, conforme figura 5.60, notando que haveria 4 caminhos para se preencherem os números de 1 a 16; portanto, há  $8 \times 4$  maneiras de fazer o preenchimento, ou seja,  $8 \times 4 = 32$  maneiras. Na alternativa (E), com discriminação nula e marcação de 27,9% dos respondentes, uma possível explicação para as respostas, pode ser o fato do aluno ter se equivocado no seguinte procedimento: escolheu qualquer um dos 8 triângulos brancos ou amarelos, conforme figura 5.60, notando que haveria 4 caminhos para serem preenchidos com os números de 1 a 16; portanto, há  $16 \times 4$  maneiras de fazer o preenchimento, ou seja,  $16 \times 4 = 64$  maneiras.

## 5.2. Análise de dados da rede de ensino

A tabela a seguir indica conforme critério da rede de ensino pesquisada, os 12 estudantes participantes da OBMEP 2017 com maiores habilidades em matemática. O critério usado na pesquisa foi à nota final obtida pelos alunos no ano letivo de 2017. A tabela com as notas finais de todos os alunos da rede participantes da OBMEP 2017 faz parte do anexo a este trabalho.

NOME	NOTA FINAL
Aluno 151	10,00
Aluno 189	9,80
Aluno 194	9,70
Aluno 118	9,60
Aluno 202	9,60
Aluno 209	9,60
Aluno 150	9,50
Aluno 207	9,50
Aluno 210	9,50
Aluno 224	9,50
Aluno 72	9,40
Aluno 222	9,40

Tabela 5.44: Notas final obtidas pelos alunos em sua rede de ensino no ano de 2017.

### 5.3. Comparação entre dados da OBMEP e dados da rede de ensino

Conforme regulamento da OBMEP 2017, escolas com número entre 121 e 240 participantes inscritos, são classificadas no grupo 3B. Este grupo tem direito a selecionar os 12 participantes com maior score bruto na 1ª fase para participar da 2ª fase da OBMEP. Porém, conforme edital da OBMEP 2017, se houver empate entre os participantes, a escola é responsável por criar e divulgar amplamente os critérios de desempate, a fim de selecionar a quantidade exata de participantes na 2ª fase.

Concluída a 1º fase da OBMEP, 10 alunos ficaram empatados com score bruto 8, conforme tabela abaixo.

ALUNO	SCORE BRUTO NA 1ª FASE DA OBMEP 2017
Aluno 203	11
Aluno 204	11
Aluno 205	11
Aluno 206	10
Aluno 2	9
Aluno 207	9
Aluno 208	9
Aluno 209	9
Aluno 210	9
Aluno 211	8
Aluno 212	8
Aluno 213	8
Aluno 214	8
Aluno 215	8
Aluno 216	8
Aluno 217	8
Aluno 218	8
Aluno 219	8
Aluno 220	8

Tabela 5.45: Melhores scores brutos dos alunos da rede de ensino na OBMEP 2017 antes de ser aplicado o critério de desempate.

A escola em questão usou como critério de desempate os alunos com melhores desempenhos em questão de nota na sua rede de ensino no momento da classificação.

A tabela a seguir mostra a listagem final dos alunos da rede de ensino participantes da OBMEP 2017 classificados para a 2ª fase.

ALUNO	SCORE BRUTO NA 1ª FASE DA OBMEP 2017
Aluno 203	11
Aluno 204	11
Aluno 205	11
Aluno 206	10
Aluno 2	9
Aluno 207	9
Aluno 208	9
Aluno 209	9
Aluno 210	9
Aluno 214	8
Aluno 216	8
Aluno 218	8

Tabela 5.46: Alunos da rede de ensino selecionados para participarem da 2ª fase da OBMEP 2017.

Após comparação entre as tabelas 5.44 e 5.46, nota-se que os alunos 207, 209 e 210 aparecem nas duas tabelas, ou seja, dos 12 (doze) melhores alunos da rede participantes da OBMEP 2017, somente 3 (três) desses alunos foram classificados para a 2ª fase da Olimpíada.

Pode-se inferir alguns comentários a partir dessa informação:

- Pode ser que o sistema de avaliação da rede de ensino, nos moldes atuais, não prepara de fato o aluno para a prova da OBMEP, ou que o método de mensuração das notas finais não reflita o real desempenho dos alunos na rede.
- É possível que a prova da OBMEP tenha uma linha de raciocínio diferente das avaliações da rede de ensino pesquisada, ou até mesmo o nível de dificuldade muito elevado da prova possa ter interferido no desempenho dos alunos da rede.
- Talvez os alunos da rede de ensino não tenham se preparado para a OBMEP 2017, ou até mesmo não tenham tido tempo hábil para resolver com calma todas as questões da Olimpíada.

## 6. Considerações finais

O alcance da OBMEP é impressionante se contar o fato da matemática ser uma das disciplinas mais temidas pelos alunos. O primeiro ponto que chamou atenção neste trabalho foi a quantidade de estudantes que fizeram a prova no ano de 2017, já que dos 7.930.384 alunos matriculados no ensino médio regular, mais de 7 milhões foram inscritos na OBMEP, ou seja, mais de 88% do total. De acordo com dados fornecidos pela OBMEP, foram atingidos 99,6% dos municípios do país, o que reforça mais uma vez o gigantismo da Olimpíada.

A pesquisa em questão se propôs a investigar o desempenho na OBMEP e na rede de ensino de certo número de alunos de uma rede privada de ensino de Brasília-DF. Com as mudanças introduzidas em 2017 nas olimpíadas de matemática no Brasil, houve uma curiosidade na forma com que os alunos da rede privada de ensino se comportariam diante dessa nova proposta regida agora pela OBMEP.

Com os resultados dos cartões de 229 alunos, foram feitas uma série de constatações para esse grupo. Mais de 50% dos participantes nessa rede de ensino são alunos do 1º ano do ensino médio e percebeu-se que o público menos interessado na OBMEP se constitui de alunos do 3º ano do ensino médio. Outro ponto interessante foi a participação das mulheres na olimpíada, aproximadamente 46% do total. O dado mais preocupante no início foi a média igual a um score bruto de 4,6, em uma prova com score de 0 a 20. O score mínimo do grupo foi 0 (zero) e o score máximo foi 11(onze), com desvio-padrão de 2,001.

Se o grupo pesquisado representasse uma boa amostra da OBMEP 2017, conforme tabela abaixo, com média dos discriminantes igual a 0,24, de acordo com Rabelo (2013, p. 136), a prova poderia ser considerada marginal no que tange à discriminação, ou seja, sujeita a reelaboração. Com média das dificuldades igual a 0,23, de acordo com Vilarinho (2015, p.15), a prova seria classificada como difícil.

Item	Disc.	Dif.
1	0,39	0,27
2	0,27	0,14
3	0,37	0,70
4	0,31	0,41
5	0,32	0,37
6	0,35	0,29



7	0,24	0,19
8	0,21	0,12
9	0,15	0,20
10	0,16	0,17
11	0,29	0,27
12	0,15	0,14
13	0,26	0,16
14	0,13	0,13
15	0,29	0,25
16	0,23	0,19
17	0,18	0,27
18	0,15	0,08
19	0,31	0,26
20	0,02	0,03
Médias	0,24	0,23

Tabela 6.1: Médias da discriminação e da dificuldade dos itens da OBMEP 2017, obtidas por meio dos cartões resposta dos alunos da rede de ensino pesquisada.

Na análise do parâmetro da discriminação dos itens para esse grupo, os itens 1, 3, 4, 5, 6 e 19 foram considerados bons, os itens 2, 7, 8, 11, 13, 15 e 16 foram considerados marginais e os itens 9, 10, 12, 14, 17, 18 e 20 foram considerados deficientes. Com relação ao nível de dificuldade, o item 3 foi considerado fácil, os itens 4 e 5 foram considerados medianos, os itens 1, 2, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 e 19 foram considerados difíceis e os itens 18 e 20 foram considerados muito difíceis. Se esse grupo representasse uma boa amostra do total de participantes, essa prova teria de ser repensada ou refeita, segundo Vilarinho, (2015, p.15), pois teríamos 5% de itens fáceis, 10% de itens medianos, 75% de itens difíceis e 10% de itens muito difíceis. Outra abordagem possível seria a retirada dos itens deficientes da prova e reelaboração dos itens marginais para que os mesmos pudessem ser reintegrados à prova. Naturalmente, a seleção dos melhores alunos poderia sofrer alterações substantivas.

No caso dos alunos e seus desempenhos na rede de ensino, notou-se que os alunos com maiores habilidades não necessariamente foram os alunos com melhores desempenhos na OBMEP 2017. Apenas 25% dos alunos classificados para a 2ª fase figuravam entre os 12 melhores alunos da rede, entre o grupo que participaram das olimpíadas.

Após a retirada dos itens deficientes, foi refeita a distribuição dos estudantes com maiores habilidades na OBMEP 2017 em comparação com os melhores alunos da rede

participantes da Olimpíada e a título de curiosidade a lista dos alunos que seriam selecionados para a 2ª fase não se alteraria, mudou-se apenas a ordenação de alguns participantes, porém os alunos selecionados seriam os mesmos. Retirando também os itens marginais, para suas reelaborações, foi feita uma análise do comportamento dos alunos somente com os itens bons da prova. Nesse momento, notou-se não somente uma reordenação dos estudantes, mas também a troca de alguns deles, mais especificamente nessa nova ordenação, 5 estudantes iniciais não figurariam mais entre os 12 com maiores habilidades. Porém a maior surpresa foi ver que dos 12 alunos que seriam selecionados para a 2ª fase da Olimpíada, somente 2 desses alunos estavam entre a lista dos 12 melhores alunos da rede de ensino, e desses dois alunos somente um deles estava na primeira listagem. Portanto se esse grupo selecionado representasse uma boa amostra do total de participantes, poderia ser alterada a ordem dos estudantes escolhidos e até mesmo quem seriam os novos candidatos selecionados para a 2ª fase da OBMEP 2017.

Segundo Cipriano Luckesi, “para que a avaliação educacional escolar assuma o seu verdadeiro papel de instrumento dialético de diagnóstico para o crescimento, terá de se situar e estar a serviço de uma pedagogia que esteja preocupada com a transformação social e não com a sua conservação”. (2002, p. 42)

Com este estudo, espera-se contribuir para uma reflexão acerca da elaboração de itens para avaliações de larga escala, como também para avaliações usadas no processo de desenvolvimento escolar. Um item não pode ser usado de forma punitiva aos estudantes, ele deve levar em consideração a competência e a habilidade do aluno, de forma que o mesmo possa mostrar o seu nível de aprendizado, assim como, contribuir para a forma como se analisa o desempenho dos estudantes em uma prova.

De acordo com Cipriano Luckesi, uma avaliação

para não ser autoritária e conservadora, terá de ser diagnóstica, ou seja, deverá ser o instrumento dialético do avanço, terá de ser o instrumento da identificação de novos rumos. Enfim, terá de ser o instrumento do reconhecimento dos caminhos percorridos. A avaliação educacional escolar como instrumento de classificação, não serve em nada para a transformação; contudo, é extremamente eficiente para a

conservação da sociedade, pela domesticação dos educandos.  
(LUCKESI, 2002, p.43)

Naturalmente a limitação desse trabalho refere-se à quantidade de estudantes pesquisados e ao processo de análise dos itens por meio da TCT, teoria que não contempla todas as potencialidades da Teoria de Resposta ao Item (TRI). Apesar disso, os resultados obtidos suscitam reflexões importantes que precisam ser feitas acerca desse instrumento grandioso que tem sido utilizado para motivar os estudantes para o estudo da matemática.

## 7. Referências bibliográficas

AMARAL, Aruana do; HENNING, Elisa; KNÜPFER, Raíra Elberhardt Nogueira. **Análise Clássica de Testes**: uma proposta de análise de desempenho dos estudantes na primeira fase da OBMEP. Universidade do Estado de Santa Catarina, 2016, p. 13. Disponível em: <<http://www.revistas.udesc.br/index.php/colbeduca/article/download/8428/6097>>. Acesso em 02 fev. 2018.

BORGATTO, Adriano Ferreti e Andrade; ANDRADE, Dalton Francisco de. **Análise Clássica de Testes com diferentes graus de dificuldade**. São Paulo, 2012. Disponível em: <<http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1733/1733.pdf>>. Acesso em: 02 fev. 2018.

FIELD, Andy. Descobrimo a Estatística usando o SPSS. São Paulo: Artmed, 2009, 2ª edição.

GONÇALVES, Alba Lúcia; LARCHERT, Jeanes Martins. **Avaliação da aprendizagem**: Pedagogia, módulo 4, volume 6 - EAD. Bahia: Editus, 2012, 1ª edição. Disponível em : <<http://nead.uesc.br/arquivos/Letras/avaliacao-aprendizagem/modulo-avaliacao-aprendizagem.pdf>> Acesso em 29 abr. 2018.

HAYDT, Regina Cazaux. **Avaliação do processo ensino-aprendizagem**. São Paulo: Ática, 2000.

INEP. Sinopse **Estatística da Educação Básica 2017**. Brasília: Inep, 2018. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/sinopses-estatisticas-da-educacao-basica>>. Acesso em 30 abr. 2018.

LEITÃO, Inês Achega. **Relatório de estágio do mestrado em ensino de filosofia no ensino secundário**. Universidade de Nova Lisboa, 2013, p. 82. Disponível em: <<https://run.unl.pt/bitstream/10362/13803/1/RELAT%C3%93RIO%20DE%20EST%C3%81GIO%20E2%80%9420IN%C3%81S%20ACHEGA%20LEIT%C3%83O.pdf>>. Acesso em: 29 abr. 2018.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**. São Paulo: Cortez, 2002, 13ª edição.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. Disponível em: <<https://www.obm.org.br/>>. Acesso em 10 fev. 2018.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/>>. Acesso em 01 fev. 2018.

RABELO, Mauro. **Avaliação Educacional**: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro. Rio de Janeiro - RJ: SBM, 2013, 1ª edição.

SANT'ANA, Ilza Martins. **Por que avaliar? Como avaliar?**: Critérios e instrumentos. Rio de Janeiro: Vozes, 2001, 7ª edição.

VALLEJO, Pedro Morales. **Avaliação escolar**: o que é, como se faz. São Paulo –SP: Loyola, 2003, 1ª edição.

VILLAS BOAS, Maria Benigna de Freitas Villas. **Virando a escola do avesso por meio da avaliação**. Campinas - SP, Papirus, 2008, 1ª edição.

VILARINHO, Ana Paula Lima. **Uma proposta de análise de desempenho dos estudantes e de valorização da primeira fase da OBMEP**, Universidade de Brasília, 2015. Disponível em: [https://sca.proformat-sbm.org.br/sca\\_v2/get\\_tcc3.php?id=72562](https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=72562), acesso em 24 fev. 2018.

## **8. Anexos**

Desempenho final na avaliação escolar de matemática e no score bruto na 1ª fase da OBMEP 2017 dos alunos da rede de ensino pesquisada participantes da OBMEP 2017.

NOME	NOTA FINAL	SCORE BRUTO NA 1ª FASE DA OBMEP 2017
Aluno 151	10,00	5
Aluno 189	9,80	6
Aluno 194	9,70	6
Aluno 118	9,60	4
Aluno 202	9,60	7
Aluno 209	9,60	9
Aluno 150	9,50	5
Aluno 207	9,50	9
Aluno 210	9,50	9
Aluno 224	9,50	7
Aluno 72	9,40	3
Aluno 222	9,40	7
Aluno 181	9,30	6
Aluno 226	9,30	7
Aluno 84	9,20	4
Aluno 196	9,20	7
Aluno 206	9,20	10
Aluno 221	9,20	7
Aluno 218	9,10	8
Aluno 48	9,00	3
Aluno 87	9,00	4
Aluno 216	9,00	8
Aluno 228	9,00	7
Aluno 81	8,90	4
Aluno 121	8,90	4
Aluno 142	8,90	5
Aluno 143	8,90	5

Aluno 148	8,90	5
Aluno 200	8,90	7
Aluno 227	8,90	7
Aluno 12	8,80	2
Aluno 122	8,80	5
Aluno 168	8,80	6
Aluno 74	8,70	4
Aluno 223	8,70	7
Aluno 17	8,60	2
Aluno 191	8,60	6
Aluno 205	8,60	11
Aluno 152	8,50	5
Aluno 163	8,50	5
Aluno 43	8,40	3
Aluno 79	8,40	4
Aluno 97	8,40	4
Aluno 105	8,40	4
Aluno 108	8,40	4
Aluno 132	8,40	5
Aluno 173	8,40	6
Aluno 204	8,40	11
Aluno 13	8,30	2
Aluno 24	8,30	2
Aluno 128	8,30	5
Aluno 174	8,30	6
Aluno 187	8,30	6
Aluno 37	8,20	3
Aluno 53	8,20	3
Aluno 133	8,20	5
Aluno 162	8,20	5
Aluno 46	8,10	3
Aluno 59	8,10	3
Aluno 109	8,10	4



Aluno 131	8,10	5
Aluno 90	8,00	4
Aluno 164	8,00	5
Aluno 192	8,00	6
Aluno 30	7,90	2
Aluno 41	7,90	3
Aluno 51	7,90	3
Aluno 66	7,90	3
Aluno 125	7,90	5
Aluno 50	7,80	3
Aluno 70	7,80	3
Aluno 71	7,80	3
Aluno 100	7,80	4
Aluno 171	7,80	6
Aluno 1	7,70	7
Aluno 47	7,70	3
Aluno 85	7,70	4
Aluno 136	7,70	5
Aluno 214	7,70	8
Aluno 21	7,60	2
Aluno 26	7,60	2
Aluno 77	7,60	4
Aluno 82	7,60	4
Aluno 93	7,60	4
Aluno 102	7,60	4
Aluno 110	7,60	4
Aluno 145	7,60	5
Aluno 178	7,60	6
Aluno 229	7,60	7
Aluno 33	7,50	3
Aluno 94	7,50	4
Aluno 139	7,50	5
Aluno 157	7,50	5

Aluno 183	7,50	6
Aluno 86	7,40	4
Aluno 124	7,40	5
Aluno 198	7,40	7
Aluno 31	7,30	2
Aluno 147	7,30	5
Aluno 185	7,30	6
Aluno 186	7,30	6
Aluno 193	7,30	6
Aluno 195	7,30	6
Aluno 211	7,30	8
Aluno 10	7,20	1
Aluno 65	7,20	3
Aluno 69	7,20	3
Aluno 104	7,20	4
Aluno 114	7,20	4
Aluno 140	7,20	5
Aluno 161	7,20	5
Aluno 167	7,20	6
Aluno 14	7,10	2
Aluno 22	7,10	2
Aluno 32	7,10	2
Aluno 52	7,10	3
Aluno 63	7,10	3
Aluno 78	7,10	4
Aluno 203	7,10	11
Aluno 146	7,00	5
Aluno 170	7,00	6
Aluno 75	6,90	4
Aluno 123	6,90	5
Aluno 68	6,80	3
Aluno 96	6,80	4
Aluno 98	6,80	4

Aluno 138	6,80	5
Aluno 176	6,80	6
Aluno 177	6,80	6
Aluno 201	6,80	7
Aluno 215	6,80	8
Aluno 18	6,70	2
Aluno 55	6,70	3
Aluno 60	6,70	3
Aluno 103	6,70	4
Aluno 112	6,70	4
Aluno 134	6,70	5
Aluno 137	6,70	5
Aluno 172	6,70	6
Aluno 217	6,70	8
Aluno 8	6,60	1
Aluno 80	6,60	4
Aluno 107	6,60	4
Aluno 113	6,60	4
Aluno 116	6,60	4
Aluno 117	6,60	4
Aluno 119	6,60	4
Aluno 127	6,60	5
Aluno 144	6,60	5
Aluno 154	6,60	5
Aluno 156	6,60	5
Aluno 11	6,50	1
Aluno 16	6,50	2
Aluno 20	6,50	2
Aluno 23	6,50	2
Aluno 34	6,50	3
Aluno 36	6,50	3
Aluno 40	6,50	3
Aluno 42	6,50	3

Aluno 44	6,50	3
Aluno 73	6,50	3
Aluno 101	6,50	4
Aluno 169	6,50	6
Aluno 219	6,50	8
Aluno 5	6,40	1
Aluno 25	6,40	2
Aluno 89	6,40	4
Aluno 111	6,40	4
Aluno 115	6,40	4
Aluno 126	6,40	5
Aluno 149	6,40	5
Aluno 166	6,40	6
Aluno 180	6,40	6
Aluno 4	6,30	1
Aluno 9	6,30	1
Aluno 76	6,30	4
Aluno 83	6,30	4
Aluno 91	6,30	4
Aluno 92	6,30	4
Aluno 99	6,30	4
Aluno 175	6,30	6
Aluno 179	6,30	6
Aluno 220	6,30	8
Aluno 15	6,20	2
Aluno 129	6,20	5
Aluno 130	6,20	5
Aluno 141	6,20	5
Aluno 160	6,20	5
Aluno 182	6,20	6
Aluno 190	6,20	6
Aluno 225	6,20	7
Aluno 2	6,10	9

Aluno 19	6,10	2
Aluno 28	6,10	2
Aluno 54	6,10	3
Aluno 56	6,10	3
Aluno 88	6,10	4
Aluno 135	6,10	5
Aluno 155	6,10	5
Aluno 159	6,10	5
Aluno 184	6,10	6
Aluno 212	6,10	8
Aluno 3	6,00	0
Aluno 6	6,00	1
Aluno 7	6,00	1
Aluno 27	6,00	3
Aluno 29	6,00	2
Aluno 39	6,00	3
Aluno 45	6,00	3
Aluno 49	6,00	3
Aluno 61	6,00	3
Aluno 62	6,00	3
Aluno 64	6,00	3
Aluno 67	6,00	3
Aluno 95	6,00	4
Aluno 106	6,00	4
Aluno 120	6,00	4
Aluno 153	6,00	5
Aluno 158	6,00	5
Aluno 165	6,00	5
Aluno 188	6,00	6
Aluno 197	6,00	7
Aluno 199	6,00	7
Aluno 208	6,00	9
Aluno 213	6,00	8

Aluno 35	6,00	3
Aluno 57	6,00	3
Aluno 58	6,00	3
Aluno 38	4,20	3

Tabela 8.1: Notas finais em matemática e score bruto na 1ª fase da OBMEP 2017 dos alunos da rede de ensino participantes da OBMEP 2017.



Brasília, 04 de dezembro de 2017

**PARA:** Colégio Alub

**ASSUNTO:** Autorização para realização de pesquisa.

Senhor (a) Diretor (a)

Autorizamos o pesquisador HIGOR GLEIDSON COSTA CRUZEIRO, acadêmico do Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília - UNB, a realizar pesquisa de campo nessa rede de ensino.

A pesquisa intitulada "ANÁLISE DE DADOS OBMEP - 2017" tem como objetivo analisar a proficiência dos alunos de Ensino Médio da rede Alub nas olimpíadas brasileira de matemática das escolas públicas.

Dentre as ações de pesquisa estão incluídos análise dos cartões de respostas da OBMEP - 2017 e o desempenho escolar dos alunos na disciplina de matemática.

A autorização final da coleta dos dados dependerá do aceite do (a) gestor (a) da rede Alub. O acesso à rede Alub dará por autorização expressa dos Gestores das Unidades de Ensino e ainda mediante assinatura deste do termo.

O pesquisador em questão se compromete a não divulgar os nomes dos alunos participantes.

Atenciosamente,

  
Learicé Barreto Alencar

Gerente Educacional



Rede Alub - Unidade Administrativa  
SCRS 516 – Bloco C número 17 sobreloja 1º andar  
Asa Sul – W3 Sul  
Telefone: 61 3321-1000