

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**AVALIAÇÃO DE MODELOS MULTIAXIAIS PARA ESTIMATIVA  
DA RESISTÊNCIA À FADIGA DE AÇOS  
NATURALMENTE DEFEITUOSOS**

**EDGARD SOARES PINTO NETO**

**ORIENTADOR(A): JOSÉ ALEXANDER ARAÚJO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**PUBLICAÇÃO:  
BRASÍLIA/DF: JUNHO – 2018**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**AVALIAÇÃO DE MODELOS MULTIAXIAIS PARA  
ESTIMATIVA DA RESISTÊNCIA À FADIGA DE AÇOS  
NATURALMENTE DEFEITUOSOS**

**EDGARD SOARES PINTO NETO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
CIÊNCIAS MECÂNICAS.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. José Alexander Araújo, DPhil (ENM-FT-UNB)  
(Orientador)**

---

**Prof. Dr. Jorge Luiz de Almeida Ferreira (ENM-FT-UNB)  
(Examinador Interno)**

---

**Prof. Dr. Marcos Venícius Soares Pereira (PUC-Rio)  
(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 18 DE JUNHO DE 2018.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

PINTO NETO, E. S.

Avaliação de modelos multiaxiais para estimativa da resistência à fadiga de aços naturalmente defeituosos. Brasília, 2018.

53 p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UNB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2018).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília, 2018.

Faculdade de Tecnologia

Departamento de Engenharia Mecânica

1. Fadiga Multiaxial.                      2. Materiais Naturalmente Defeituosos.

3. MWCM.                                      4. Parâmetro  $\sqrt{area}$

I. ENM/TF/UnB                                II. ENM.DM-282/2018

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

PINTO NETO, E. S. (2018). Avaliação de modelos multiaxiais para estimativa da resistência à fadiga de aços naturalmente defeituosos. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM-282/2018, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 53p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Edgard Soares Pinto neto

TÍTULO: Avaliação de modelos multiaxiais para estimativa da resistência à fadiga de aços naturalmente defeituosos

GRAU / ANO:            Mestre / 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Edgard Soares Pinto Neto

edgardspn@gmail.com

À minha família

## **Agradecimentos**

Agradeço a Deus e a minha família, em especial a minha mãe que é meu exemplo de pessoa e dedicação, a grande responsável por proporcionar o que foi necessário à minha formação. Ao meu pai, minha irmã, minha avó Teresa e ao meu avô Roberto, que sempre me incentivaram e me apoiaram em minhas escolhas. A Juliana, minha companheira, que me apoia e incentiva incondicionalmente.

Agradeço ao professor Alex, pela dedicação, ensinamentos, paciência e suporte durante o desenvolvimento deste trabalho.

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico do Setor de Energia Elétrica regulado pela ANEEL, com o apoio das empresas da ENEVA - Pecém II Geração de Energia S.A., Itaquí Geração de Energia S.A., Parnaíba I, II e III Geração de Energia S.A.

## Resumo

O objetivo do trabalho é realizar uma análise crítica do modelo de Endo e Ishimoto, que é um modelo específico de fadiga para materiais naturalmente defeituosos submetidos a carregamentos multiaxiais, assim como propor uma versão modificada do Modelo das Curvas Modificadas de Wöhler (MWCM), modelo clássico de plano crítico, para estender a aplicação deste critério para estimativa do limite de resistência de fadiga multiaxial em materiais contendo pequenos defeitos. A avaliação da metodologia foi feita com base em dados de ensaios disponíveis na literatura envolvendo corpos de prova fabricados em aço S35C e SCM425, com defeitos superficiais inseridos artificialmente, submetidos a carregamentos axiais, torcionais e multiaxiais. Os resultados mostraram que a versão modificada do modelo MWCM foi capaz de prever o limite de fadiga para estes dados com bom nível de acurácia. Mais ainda, mostrou-se que o modelo de Endo e Ishimoto apresenta inconsistências mecânicas graves, uma vez que calcula tensões equivalentes em um instante de tempo e compara esta tensão com um limite de fadiga em tração que é um valor dado em amplitude. Também mostra-se que a extensão do critério para casos de histórias de tensão não proporcionais é de difícil implementação.

## **Abstract**

The objective of this working paper is to perform a critical analysis of the Endo and Ishimoto model, which is a specific fatigue model for naturally defective materials subjected to multiaxial loading, as well as, to propose a modified version of the Wöhler Modified Curves Model (MWCM) model critical plan in order to extend the application of this criterion to estimate the limit of resistance of multiaxial fatigue in materials containing small defects. The evaluation of the methodology was based on data from tests available in the literature, involving test pieces made of steel S35C and SCM425, with artificially inserted surface defects submitted to axial, torsional and multiaxial loads. The results showed that the modified version of the MWCM model was able to predict the fatigue limit for these data with a reasonable level of accuracy. Moreover, it has been shown that the Endo and Ishimoto model present severe mechanical inconsistencies, since it calculates equivalent stresses at an instant of time and compares this tension with a fatigue limit that is given value in amplitude. It is also shown that the extension of the criterion for cases of non-proportional tension histories is challenging to implement.

## Sumário

1	Breve histórico .....	1
2	Introdução e Objetivos .....	4
3	Teoria Basica de Fadiga de Metais .....	7
3.1	Fadiga .....	7
3.2	Mecanismos de Fadiga .....	7
3.2.1	Processo de Iniciação de Trinca .....	7
3.2.2	Método Tensão-Vida (S-N) .....	8
4	Fadiga Multiaxial e Abordagem de Plano Crítico .....	10
4.1	Teorema de Cauchy .....	10
4.2	Carregamento Multiaxial .....	13
4.2.1	Crítério Smith-Watson-Topper (SWT) .....	14
4.2.2	Crítéro Fatemi e Socie (FS) .....	14
4.2.3	Método da Curva de Wöhler Modificado (MWCM) .....	14
4.3	Validação de um Crítério de Fadiga Multiaxial .....	15
4.4	Definição de Amplitude de Tensão Cisalhante .....	16
4.4.1	Crítério da Maior Projeção .....	16
4.5	Método da Maior Corda .....	17
4.6	Método do Mínimo Círculo Circunscrito .....	18
4.6.1	Método do Maior Retângulo Circunscrito .....	20
5	Conceito $\sqrt{area}$ .....	22
5.1	Introdução à Mecânica da Fratura Linear e Elástica .....	22
5.2	Parâmetro Geométrico “Área” ( $\sqrt{area}$ ) .....	24
5.3	Relação entre $\Delta K$ , $Hv$ e $\sqrt{area}$ .....	25
5.4	Carregamentos Multiaxiais .....	28
6	Resultados e Discussão .....	31

6.1	Dados obtidos na literatura .....	31
6.2	Avaliação dos Modelos Multiaxiais.....	33
6.2.1	Avaliação quantitativa do modelo modificado de Susmel & Lazzarin 33	
6.2.1	Metodologia para aplicação do Modelo MWCM em Materiais com defeitos .....	35
6.2.1	Avaliação qualitativa do Modelo Multiaxial de Endo e Ishimoto ..	42
7	Conclusão .....	44
8	Bibliografia .....	45

## Lista de Figuras

FIGURA 2.1 – USINA TERMELÉTRICA [36].	4
FIGURA 2.2 – VIRABREQUIM [37].	5
FIGURA 3.1 – REPRESENTAÇÃO DAS FASES DO PROCESSO DE FADIGA.	7
FIGURA 3.2 – APARÊNCIA TÍPICA DA SUPERFÍCIE ONDE OCORREU FRATURA POR FADIGA [44].	8
FIGURA 4.1 – DECOMPOSIÇÃO DO VETOR TENSÃO EM COMPONENTES NORMAL E TANGENTE AO PLANO MATERIAL [53].	11
FIGURA 4.2 – SISTEMA E COORDENADAS [53].	12
FIGURA 4.3 – MODELOS DE CRESCIMENTOS DE TRINCAS [53].	12
FIGURA 4.4 – DEFINIÇÃO DE AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE E VALOR MÉDIO DE ACORDO COM O MÉTODO DA MAIOR PROJEÇÃO [56].	17
FIGURA 4.5 – DEFINIÇÃO DA AMPLITUDE DA TENSÃO MEDIA CISALHANTE E VALOR MÉDIO DE ACORDO COM O MÉTODO DA MAIOR CORDA [56].	17
FIGURA 4.6 – INCONSISTÊNCIA NA REPRESENTAÇÃO DA TENSÃO CISALHANTE MÉDIA PARA O MÉTODO DA MÁXIMA CORDA [62].	18
FIGURA 4.7 – TENSÃO CISALHANTE EQUIVALENTE E A MENOR CIRCUNFERÊNCIA CIRCUNSCRITA [62].	18
FIGURA 4.8 – PROCEDIMENTO ESQUEMÁTICO ILUSTRANDO O MÉTODO DE BUSCA DA MÍNIMA CIRCUNFERÊNCIA COMO PROPOSTO POR DANG VAN [63].	19
FIGURA 4.9 – RETÂNGULO CIRCUNSCREVENDO A PROJEÇÃO DA HISTÓRIA DE TENSÕES COM AS FACES TANGENTES EM $p_i$ E $q_i$ , $i = 1,2$ [56].	20
FIGURA 4.10 – AMPLITUDE DAS COMPONENTES $\tau_i(t)$ PARA UMA HISTÓRIA DE CARREGAMENTOS NÃO PROPOR- CIONAL, FORA DE FASE E SÍNCRONA [56].	21
FIGURA 5.1 – SISTEMA DE COORDENADAS TRIDIMENSIONAL NA BORDA DA TRINCA [28].	23
FIGURA 5.2 - OS MODOS BÁSICOS DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS [67].	23
FIGURA 5.3 – MÉTODO PARA ESTIMAR A ÁREA EFETIVA [69].	25
FIGURA 5.4 – REPRESENTAÇÃO DA DEFINIÇÃO DO PARÂMETRO $area$ [32].	25
FIGURA 5.5 – RELAÇÃO ENTRE $\Delta K_{th}$ E $area$ [69].	26
FIGURA 5.6 – RELAÇÃO ENTRE $\Delta K_{th}/(Hv + 120)$ E $area$ [69].	27
FIGURA 5.7 – PROPAGAÇÃO DE UMA TRINCA A PARTIR DE UM DEFEITO DIMENSIONAL, CORPO DE PROVA SUBMETIDO A CARREGAMENTO BIAXIAL [32].	28

FIGURA 5.8 – VARIAÇÃO DE $\sigma_w$ PARA DIFERENTES INSTANTES. ....	30
FIGURA 6.1 – FORMAS E TAMANHOS DOS DEFEITOS ARTIFICIAIS. [34-ADAPTADO] .....	32
FIGURA 6.2 – DIAGRAMA DE MWCM CLÁSSICO.....	35
FIGURA 6.3 – DIAGRAMA DE MWCM CORRIGIDO PARA MATERIAIS CONTENDO DEFEITOS SUPERFICIAIS.....	36
FIGURA 6.4 – DIAGRAMA DE MWCM PARA OS DADOS COM O MATERIAL S35C, 1 FURO, $\sqrt{area} = 94\mu m$ .....	37
FIGURA 6.5 – DIAGRAMA DE MWCM PARA OS DADOS COM O MATERIAL S35C, 1 FURO E 3 FUIROS, $\sqrt{area} = 462\mu m$ .....	38
FIGURA 6.6 – DIAGRAMA DE MWCM PARA OS DADOS COM O MATERIAL SCM435, 1 FURO, $\sqrt{area} = 94\mu m$ .....	39
FIGURA 6.7 – DIAGRAMA DE MWCM PARA OS DADOS COM O MATERIAL SCM435, 1 FURO E 2 FUIROS, $\sqrt{area} = 102\mu m$ .....	39
FIGURA 6.8 – DIAGRAMA DE MWCM PARA OS DADOS COM O MATERIAL SCM435, TRINCA, $\sqrt{area} = 251\mu m$ . ....	40
FIGURA 6.9 – DIAGRAMA DE MWCM PARA OS DADOS COM O MATERIAL SCM435, TRINCA, $\sqrt{area} = 752\mu m$ . ....	41
FIGURA 6.8 – VARIAÇÃO DE $\sigma_w$ PARA DIFERENTES INSTANTES. ....	42

## Lista de Tabelas

TABELA 2.1 – RESUMO DE FALHAS EM TRÊS VIRABREQUINS DISTINTOS [PARTICULAR] .	5
TABELA 3.1 – DEFINIÇÕES DE CARREGAMENTOS CÍCLICOS COM AMPLITUDE CONSTANTE .....	9
TABELA 6.1 – COMPOSIÇÃO QUÍMICA DOS AÇOS S35C E SCM 425 [34-ADAPTADO].	31
TABELA 6.2 – DADOS EXPERIMENTAIS DOS ENSAIOS DE ENDO E YANASE [34- ADAPTADO].....	32
TABELA 6.3 – DETERMINAÇÃO DE $\tau_a$ , $\sigma_n$ , $max$ A PARTIR DAS TENSÕES LIMITE DE FADIGA EXPERIMENTAIS( $\sigma_{nw}$ ). .....	34
TABELA 6.4 – DETERMINAÇÃO DE $k$ E $\lambda$ PARA OS MATERIAIS S35C E SCM435.....	35
TABELA 6.5 – ÍNDICE DE ERRO ENTRE DOS DADOS EXPERIMENTAIS E O MODELO MWCM PARA MATERIAIS DEFEITUOSOS. ....	41

## Lista de Símbolos

$\sigma_a$	Tensão alternada
$N_f$	Número de ciclos de fadiga
A	Coeficiente de resistência a fadiga
b	expoente de resistência a fadiga
$S_e$	Limite de resistência em um local crítico
$S'_e$	Limite de resistência de um corpo de prova
$K_a$	Concentrador de tensão de condição de superfície
$K_b$	Concentrador de tensão de tamanho
$K_c$	Concentrador de tensão de tipo de carregamento
$K_d$	Concentrador de tensão de temperatura
$K_e$	Concentrador de tensão de confiabilidade
$K_f$	Concentrador de tensão de efeitos variados
$\mathbf{t}(t)$	Vetor tensão
$\mathbf{t}_n(t)$	Vetor tensão normal
$\boldsymbol{\tau}(t)$	Vetor tensão cisalhante
$\mathbf{n}$	Vetor unitário
$e_a$	Vetor unitário paralelo ao plano xy
$e_b$	Vetor unitário normal ao eixo z
$\tau_a$	Tensão cisalhante ao longo da direção a
$\tau_b$	Tensão cisalhante ao longo da direção b
R	Razão de carregamento
$\sigma_{-1}$	Limite de fadiga em flexão (ou tração compressão) alternada
$\tau_{-1}$	Limite de fadiga em torção alternada
$\tau_a$	Tensão cisalhante
$\sigma_{n,max}$	Máxima tensão normal
$\sigma_{n,a}$	Amplitude de tensão normal
$k_{FS}$	Constante do material
$\sigma_y$	Tensão de ruptura
k	Constante do material
IE%	índice de erro
$\Psi$	Curva de história de carregamento
$\Delta$	Plano

$K$	Fator intensificador de tensão
$F$	Fator geométrico
$\sqrt{aera}$	Parâmetro geométrico
$Hv$	Dureza Vickers
$\sigma_w$	Tensão limite de fadiga
$\sigma_n$	Tensão principal máxima ou normal
$\sigma_p$	Tensão principal mínima ou paralela
$\beta$	Parâmetro que representa o efeito das tensões multiaxiais
$\sigma_{nw}$	Limite de fadiga para carregamentos multiaxiais
$k$	Parâmetro material
$\lambda$	Parâmetro material

### **Siglas**

MWCM	Modelo da Curva de Wöhler Modificado
SWT	Modelo de Smith-Watson-Topper
FS	Modelo de Fatemi e Socie
MRH	Máximo retângulo circunscrito (Maximum Rectangular Hull)

# 1 BREVE HISTÓRICO

A presença de pequenos defeitos em materiais chamou muita atenção nos primeiros estudos de fadiga, quando a tecnologia de fabricação de aço ainda estava em estágio inicial. Naquela época, grandes inclusões ou poros não-metálicos eram facilmente encontrados nos materiais [1]. Por volta de 1950 e 1960, diversos pesquisadores [2-11] apresentaram estudos sobre defeitos e inclusões, à época nenhum modelo foi proposto de forma explícita.

Subsequente a este período, *Frost et al.* [12-17], conduziram uma série de estudos considerando o efeito dos entalhes como descontinuidades estruturais ou trincas formadas pela fadiga. A abordagem adotada por *Frost et al.* [12-17], à época, foi considerada inovadora porque, em sua avaliação da resistência à fadiga, a presença de defeitos era assumida. Frost [12] apresentou uma equação empírica na forma  $\sigma_w l = C$ , em uma investigação da relação entre o limite de fadiga ( $\sigma_w$ ) e metade do comprimento da trinca ( $l$ ).

Com o progresso da tecnologia metalúrgica, a avaliação quantitativa dos efeitos de inclusões não-metálicas na resistência à fadiga tornou-se importante do ponto de vista da avaliação do material e do controle de qualidade dos produtos [18].

Em 1983, Murakami e Endo [19] propuseram um novo parâmetro geométrico para avaliar defeitos bidimensionais e tridimensionais baseado em observações microscópicas de propagação de trincas a partir de pequenos defeitos e análise de tensões tridimensionais. A partir dos resultados experimentais, foi sugerida adoção do parâmetro geométrico de um defeito ( $\sqrt{area}$ ) ao invés da metade do comprimento de uma trinca bidimensional ( $l$ ), então a seguinte formulação empírica  $\sigma_w \sqrt{area} = C$ , onde  $\sigma_w$  é o limite de fadiga de tração-compressão e  $\sqrt{area}$  representa o parâmetro geométrico do defeito. A forma de obtenção deste parâmetro será detalhada mais adiante.

Em 1986, Murakami e Endo [20] revisaram o modelo anterior e propuseram uma equação, a partir de mais de 100 dados experimentais de diversos materiais, obtidos através de ensaios de tração-compressão, que permitia estimar o limite de fadiga para matérias com defeitos superficiais sem a necessidade de se realizar testes de fadiga, bastando saber a dureza do material (Dureza Vickers) e o parâmetro geométrico referente ao maior defeito admissível ( $\sqrt{area}$ ).

Em 1989, Murakami *et al.* [21] ampliaram seu estudo [20] e propuseram uma equação para prever o limite de fadiga considerando que o material possui defeitos tridimensionais internos.

Os estudos de fadiga multiaxial tiveram suas primeiras contribuições por volta de 1920, quando Gough [22] realizou ensaios com carregamento combinado de flexão e torção. Motivados pelos trabalhos experimentais em fadiga multiaxial de Gough [22], Nishihara e Kawamoto [23], Sines e Crossland [24,25] propuseram os primeiros critérios de fadiga multiaxial baseados em invariantes do tensor tensão. Em 1959, Findley [26] propôs um critério de fadiga multiaxial baseado no conceito de plano crítico, que considera que a nucleação de trincas tem origem em determinados planos materiais onde as tensões cisalhantes e normais são mais severas.

Entre 1970 e 1990, vários autores começaram a estudar o problema de fadiga multiaxial na presença de carregamentos fora de fase. Houve uma preocupação nessas pesquisas de entender o crescimento de trincas curtas bem como a direção de propagação dessas trincas. Em virtude desses estudos, vários modelos de plano crítico foram propostos, dentre os quais citamos os modelos de Brown e Miller [27], Mataka [28], Socie [29], McDiarmid [30] e Susmel & Lazzarin [31].

Embora já houvesse diversos modelos de fadiga multiaxial, em 2003, Endo [32] propõe um novo modelo de limite de fadiga para materiais com defeitos superficiais baseado na máxima tensão principal ao qual o corpo é submetido. Para validar este critério, Endo [32] realizou testes de fadiga multiaxial em corpos de prova polidos e corpos de prova com defeitos superficiais, inseridos artificialmente. Foi relatado bons resultados entre os valores previstos pelo modelo e os resultados experimentais

Em 2006, Endo e Ishimoto [33], propõem uma extensão do critério de fadiga multiaxial para materiais com defeitos superficiais apresentado Endo [32]. Neste trabalho, Endo e Ishimoto [33] consideram que as tensões nominais de tração e torção possuem comportamento senoidal e introduzem um novo conceito de plano crítico baseado na máxima tensão principal. Seguindo esta nova proposta, a avaliação experimental do limite de fadiga em corpos de prova com defeitos superficiais, submetidos a carregamentos multiaxiais em fase e fora de fase apresentam bons resultados com o modelo proposto.

Em 2014, Endo e Yanase [34], baseado em Murakami e Endo [20], no modelo de fadiga multiaxial proposto por Endo e Ishimoto [33], propuseram uma equação

simples e razoavelmente precisa para avaliar o limite de fadiga de materiais com defeitos superficiais submetidos a carregamentos de tração, torção ou multiaxiais. O objeto desta nova proposta é permitir estimar a tensão limite de fadiga de um corpo de prova sem a necessidade de executar ensaios, que muitas vezes são demorados e/ou possuem custo elevado.

A proposta de um modelo de plano crítico baseado na máxima tensão principal, apresentado por Endo e Ishimoto [33], chama atenção, uma vez ele se baseia na máxima tensão principal em dado instante, e que à época, já existiam diversos modelos para definir planos críticos [26-31]. O modelo MWCM [31], têm sido bastante utilizado no Grupo de Fadiga, Fratura e Materiais da Universidade de Brasília e tem mostrado bons resultados quando associados a ao MRH para cálculo da amplitude de tensão.

Uma contribuição deste trabalho será avaliar os resultados experimentais apresentado por Endo e Yanase [34] e tentar utilizar e modificar um modelo de fadiga multiaxial mais tradicional para que ele possa ser utilizado no contexto de fadiga multiaxial de materiais com defeitos superficiais.

## 2 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

No Brasil, as usinas termelétricas ocupam o segundo lugar na capacidade de geração elétrica, com 39 mil MW, representam 28,1% da capacidade de geração do país. A principal fonte de energia elétrica é a hidráulica [35].

Uma usina termelétrica é uma instalação na qual a energia química, contida em combustíveis fósseis (sólidos, líquidos ou gasosos) é convertida em energia elétrica. A produção de energia elétrica é feita com uso de geradores acoplados às máquinas térmicas (motores ou turbinas), as quais obtêm a energia mecânica para movimentá-los a partir da combustão de uma fonte de calor, que pode ser carvão mineral, óleo combustível, gás natural, resíduos industriais, biomassa entre outros.

As termelétricas, ao contrário das hidrelétricas, podem ser construídas em locais próximos às regiões de consumo e possuem instalações pequenas. Entretanto, o custo final de energia nas termelétricas é maior que o custo final de energia nas hidrelétricas, já que as termelétricas necessitam de um combustível para funcionar. Devido ao seu princípio de funcionamento, a energia advinda das termelétricas é responsável pela geração do efeito estufa e aumento do aquecimento global.



Figura 2.1 – Usina termelétrica [36].

No Brasil, as termelétricas são geradoras complementares às hidrelétricas. Sua importância está na diversificação de fontes geradoras de energia, atuando principalmente para complementar a demanda em horários de pico e em minimizar o risco de falta de energia em caso de uma crise hídrica.

O virabrequim é um componente essencial dos geradores que compõem o sistema de produção de energia de uma termelétrica (Figura 2.1). Também conhecido como árvore de manivela, o virabrequim é o eixo central do motor e é responsável em receber a força dos pistões e transforma-la em torque e rotação. Em motores de

geradores de termelétricas os virabrequins podem chegar a medir quase sete metros e a pesar aproximadamente de seis mil kg.



Figura 2.2 – Virabrequim [37].

Um fabricante recentemente relatou a falha do virabrequim de um gerador, sendo que este virabrequim, havia sido projetado para ter vida infinita. Na tabela 1.1 é apresentado um resumo de falhas em três virabrequins distintos. O custo estimado apenas da reposição da peça é de seiscentos mil euros, além dos custos gerados com o equipamento fora de operação, cuja capacidade de produção de energia é de 8,5 MW.

Tabela 2.1 – Resumo de falhas em três virabrequins distintos [particular]

Virabrequim	Número de ciclos até a falha (milhões)	Total de horas de operação até a falha (mil)	Estimativa de dias em operação contínua	Estimativa em meses em operação contínua
1	55,6	2,575	107	3,6
2	163,9	7,588	316	10,5
3	291,9	13,512	563	18,8

No processo de dimensionamento dos virabrequins os recursos computacionais são ferramentas indispensáveis, projetistas usam programas de elementos finitos para simular os esforços aplicados na peça e otimizar (reduzir) seu comprimento e peso, mantendo níveis confiáveis de operação e uma vida segura em relação à fadiga, sendo esta a causa mais comum de falhas em metais.

Um projeto de fadiga de uma peça metálica está diretamente ligado ao seu processo de fabricação. Projetistas devem relacionar a resistência à fadiga da peça com o máximo tamanho de um defeito permitido, gerado no processo de fabricação. Para realizar essa otimização, é necessário um critério que leve em conta a influência de defeito na resistência à fadiga.

O objetivo deste trabalho é avaliar quantitativamente e qualitativamente a metodologia de previsão de limite de fadiga para materiais naturalmente defeituosos submetidos a estados multiaxiais de tensão proposta por Endo e Ishimoto [33]. Este modelo leva em conta a área do defeito, a dureza do material e o tipo de carregamento a qual o corpo é submetido, para conduzir a estimativa da condição limite de fadiga para estes tipos de materiais. Também é objetivo fundamental deste trabalho tentar estender o uso de um modelo de fadiga multiaxial baseado na abordagem de plano crítico para estimar as condições limite de fadiga para materiais com defeitos superficiais. Este modelo, qual seja, o Modelo das Curvas Modificadas de Wöhler [38] mostrou ótimas estimativas de resistência a fadiga no contexto multiaxial para corpos com ou sem entalhe [39-40]. Entretanto, como ficou claro no breve histórico apresentado anteriormente, parece não haver tentativas de aplicar ou modificar este modelo (ou outros modelos de plano crítico) para o contexto de fadiga multiaxial de corpos/materiais naturalmente defeituosos.

### 3 TEORIA BASICA DE FADIGA DE METAIS

#### 3.1 Fadiga

O termo “fadiga” é usado para caracterizar um tipo de falha que ocorre em estruturas que estão sujeitas a tensões dinâmicas e oscilantes. O estudo da fadiga é importante no sentido em que ela é a maior causa individual de falhas nos metais, representando aproximadamente 90% de todas as falhas [41].

A ASTM (American Society for Testing and Materials) em sua norma ASTM STP E1823 [42], define que: “Fadiga é um processo de alteração estrutural permanente, progressivo e localizado, que ocorre em um material sujeito a condições que produzem tensões ou deformações cíclicas em um ponto ou em vários pontos, e que pode culminar em trincas ou em uma fratura completa após um número suficiente de variações de carga”.

#### 3.2 Mecanismos de fadiga

##### 3.2.1 Processo de iniciação de trinca

O processo de fadiga pode ocasionar a ruptura de uma peça submetida a tensões cíclicas. A falha por fadiga está associada a tensões cisalhantes e a deformações plásticas. Este processo pode ser separado em três etapas distintas (Figura 3.1): nucleação da trinca, propagação da trinca e ruptura final.

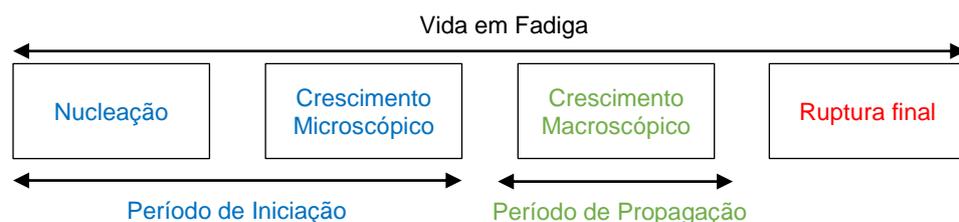


Figura 3.1 – Representação das fases do processo de fadiga.

O período de iniciação da trinca é caracterizado pela nucleação da trinca, isto é, o surgimento de fissuras microscópicas que não podem ser observadas a olho nu. As trincas surgem em regiões de alta concentração de tensão, nos defeitos superficiais e internos, falhas na metalurgia e contorno de grão.

Em seguida, observa-se uma propagação da trinca. O formato da ponta da trinca atua como um concentrador de tensão, que junto com um carregamento de

esforços cíclicos resulta em uma elevação dos valores locais de tensão, causando uma deformação plástica na região.

Segundo Garcia [43], a trinca em fadiga avança de sobre carregamento cíclico, e a cada novo ciclo de tensão ou etapa de abertura ou fechamento, deixa na macroestrutura da superfície de fratura estrias de fadiga. Essas marcas apresentam-se curvadas em relação à origem da falha, permitindo desta forma, investigações que conduzam à identificação do ponto de origem do processo de fratura.

Na Figura 3.2 é possível observar as marcas de praia. As bandas mais claras representam uma programação basicamente plana, já as mais escuras uma propagação tortuosa, rugosa (caracterizada por níveis de tensão mais elevados).

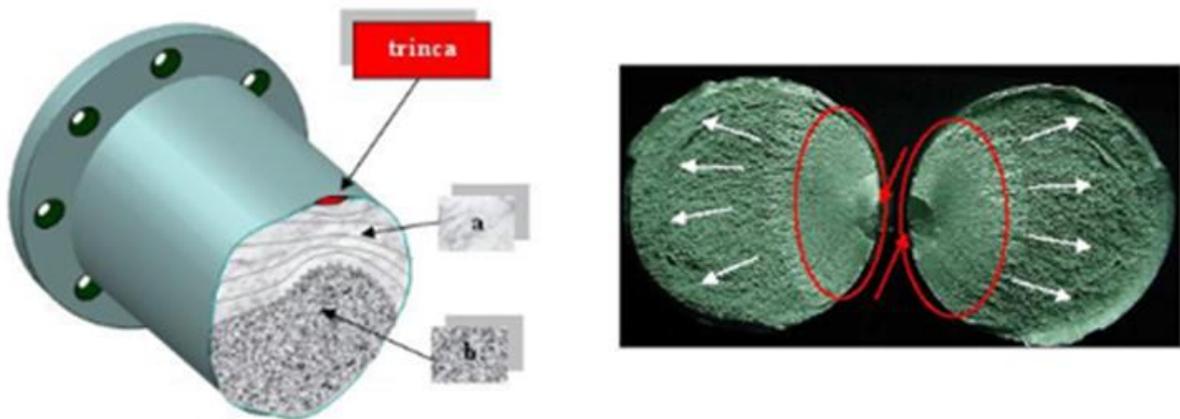


Figura 3.2 – Aparência típica da superfície onde ocorreu fratura por fadiga [44].

A última etapa é conhecida como ruptura final, que é uma falha catastrófica. Esta ocorre quando o limite de tenacidade à fratura ou valor crítico do comprimento da trinca é atingido. Na figura 3.2 é possível observar as etapas dos processos de fratura, o início da trinca, a propagação da trinca (marcas de praia) e a região da ruptura final.

### 3.2.2 Método Tensão-Vida (S-N)

O método tensão-vida (S-N) foi desenvolvida por Wöhler em 1850 e é baseada em uma abordagem de projeto para vida segura, cujo objetivo é estimar a vida de um componente submetido a tensões variáveis, estabelecendo uma relação com o número de ciclos e dessa maneira obter valores para vida segura e vida infinita. Esta abordagem utiliza as tensões nominais na região do componente em análise.

Basquin [45], em 1910, propôs uma formulação matemática que relaciona a tensão alternada ( $\sigma_a$ ) com o número de ciclos de fadiga ( $N_f$ ), descrita por um modelo linear, em escala log-log, para os casos em que os dados de fadiga são provenientes de amostras aleatórias:

$$\sigma_a = AN_f^b \quad 3.1$$

onde A é o coeficiente de resistência a fadiga e b o expoente de resistência a fadiga. Na tabela 3.1 é apresentado as equações para um carregamento cíclico.

Tabela 3.1 – Definições de carregamentos cíclicos com amplitude constante

Representação Gráfica	$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$	Tensão alternada
	$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$	Tensão média
	$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$	Amplitude de tensão
	$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$	Razão de carregamento

## 4 FADIGA MULTIAXIAL E ABORDAGEM DE PLANO CRÍTICO

Na vida real, peças e estruturas estão sujeitas a combinação de forças ou carregamentos que podem resultar na combinação de tração ou compressão, torção e flexão, esta combinação é denominada de carregamento multiaxial. Quando estes carregamentos variam com o tempo trincas de fadiga podem surgir associadas a esta história multiaxial de tensão, fenômeno denominado de fadiga multiaxial. Existem diferentes abordagens para modelagem do problema da fadiga multiaxial em regime de alto número de ciclos, entre elas, pode-se citar como as mais importantes as abordagens da tensão/deformação equivalente [24,25], métodos de energia [47-49] e critérios de plano crítico [38,50,51].

Os modelos de plano crítico têm um forte apelo físico devido sua capacidade de não apenas estimar com boa acuracidade a vida/resistência em fadiga multiaxial, mas também de prever o plano material onde se dará o processo de iniciação da trinca [52]. Por este motivo, neste trabalho dar-se-á ênfase aos modelos de plano crítico, como estes modelos requerem a pesquisa por componentes de tensão em diversos planos materiais em um mesmo estado de tensão, o capítulo terá início com a apresentação do Teorema de Cauchy antes de introduzir-se alguns dos principais modelos multiaxiais disponíveis na literatura.

### 4.1 Teorema de Cauchy

Seja  $\sigma(t)$  o tensor tensão num instante de tempo  $t$ , em um ponto material de um componente mecânico submetido a uma história de carregamento periódica. Segundo o Teorema de Cauchy, o vetor tensão  $\mathbf{t}(t)$  em um plano material definido pelo vetor unitário  $\mathbf{n}$ , normal ao plano, segue a seguinte relação:

$$\mathbf{t}(t) = \sigma(t)\mathbf{n} \quad 4.1$$

Decompondo o vetor tensão em um vetor normal ao plano,  $\mathbf{t}_n(t)$ , vetor tensão normal, e um vetor tangente ao plano,  $\boldsymbol{\tau}(t)$ , vetor tensão cisalhante:

$$\mathbf{t}(t) = \boldsymbol{\tau}(t) + \mathbf{t}_n(t) \quad 4.2$$

onde:

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} - (\boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad 4.3$$

$$\mathbf{t}_n(t) = \sigma_n(t) \mathbf{n} \quad 4.4$$

$$\sigma_n(t) = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \quad 4.5$$

A figura 4.1 representa a decomposição do vetor tensão  $\mathbf{t}(t)$ .  $\sigma_n(t)$  é o tensor normal. O vetor tensão normal varia sua magnitude ao longo do tempo sem variar sua magnitude através de uma história de carregamento, sua amplitude e média são definidas como:

$$\sigma_{na} = \frac{1}{2}(\max \sigma_n(t) - \min \sigma_n(t)) \quad 4.6$$

$$\sigma_{nm} = \frac{1}{2}(\max \sigma_n(t) + \min \sigma_n(t)) \quad 4.7$$

O vetor tensão cisalhante muda tanto sua direção quanto sua magnitude ao longo do tempo. Como consequência, surgiram inúmeras formas de definir sua amplitude e magnitude.

Tendo em vista a formulação de modelos de fadiga baseados no conceito de plano crítico, será adotado o sistema de coordenadas  $(e_a, e_b, n)$  representados na figura 4.2. O vetor unitário  $e_a$  é paralelo ao plano  $xy$  e o vetor  $e_b$  possui mesma direção do eixo  $z$ . Desta forma, o vetor tensão cisalhante pode ser decomposto da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \tau_a(t)e_a + \tau_b(t)e_b \quad 4.8$$

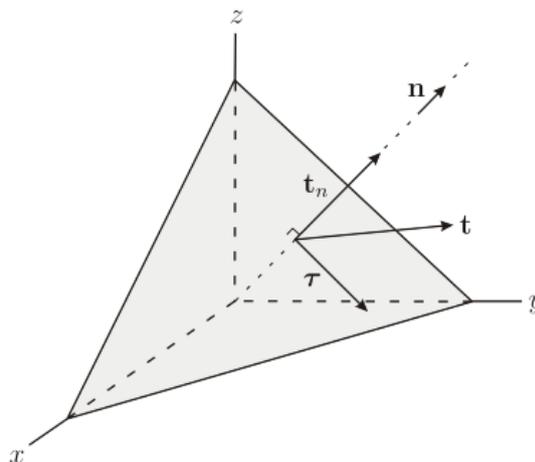


Figura 4.1 – Decomposição do vetor tensão em componentes normal e tangente ao plano material [53].

Os componentes da tensão cisalhante ao longo das direções  $a$  e  $b$  são obtidos pelas seguintes relações:

$$\tau_a(t) = \mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{e}_a = \sigma(t) \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_a \quad 4.9$$

$$\tau_b(t) = \mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{e}_b = \sigma(t) \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_b \quad 4.10$$

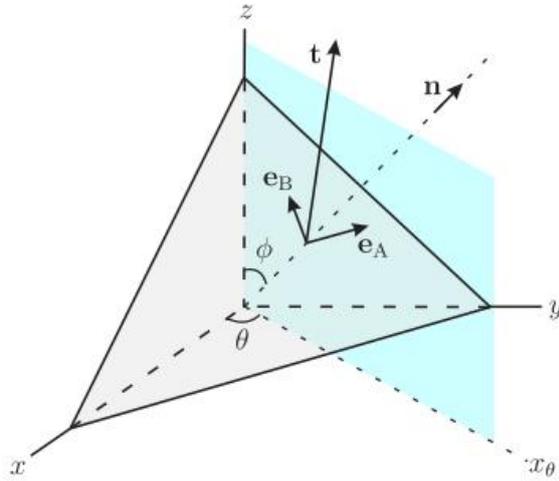


Figura 4.2 – Sistema e coordenadas [53].

As notação apresentadas nas equações 4.9 e 4.10 são baseadas na terminologia criada por Brown e Miller [53] para descrição do modo de crescimento de trincas na superfície de um componente mecânico. As tensões cisalhantes que atuam na direção *a* são responsáveis por propagar a trinca ao longo da superfície e as tensões cisalhantes na direção *b* são responsáveis por governar o crescimento da trinca para dentro da superfície

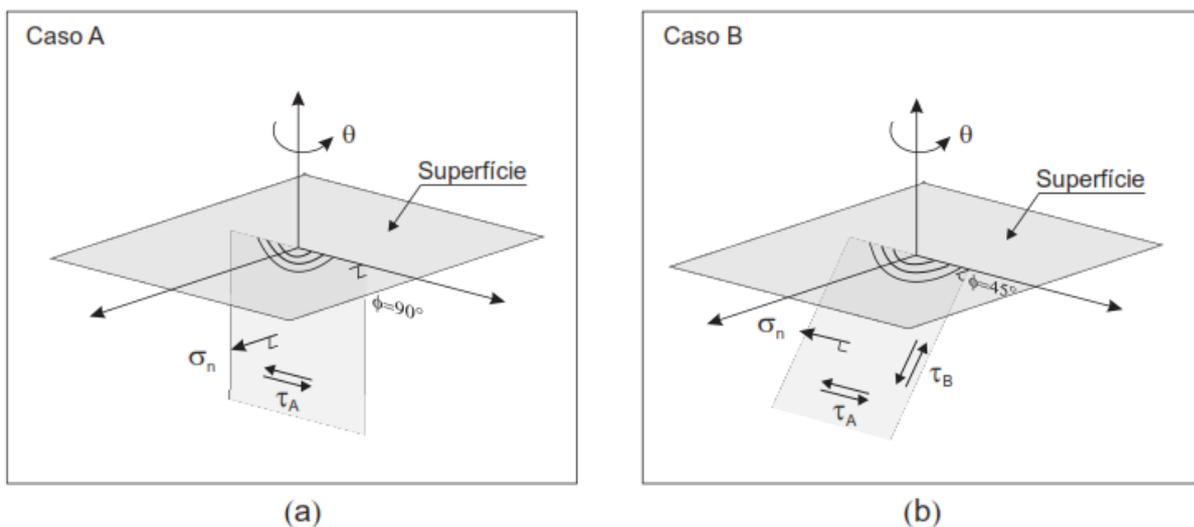


Figura 4.3 – Modelos de crescimentos de trincas [53].

Na prática, para determinar  $\sigma_n(t)$ ,  $\tau_a(t)$  e  $\tau_b(t)$ , é comum descrever os vetores  $(e_a, e_b, n)$  em função de coordenadas esféricas  $\theta$  e  $\phi$ :

$$n = \begin{pmatrix} \sin \phi \cos \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \phi \end{pmatrix} \quad 4.11$$

$$e_A = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad 4.12$$

$$e_B = \begin{pmatrix} -\cos \phi \cos \theta \\ -\cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \end{pmatrix} \quad 4.13$$

O ângulo  $\theta$  fornece a orientação do plano de crescimento da trinca em relação ao eixo x e o ângulo  $\phi$  representa o ângulo com que a trinca penetra na superfície.

## 4.2 Carregamento Multiaxial

Na literatura, comumente, o limite de resistência a fadiga é definido com base em carregamentos uniaxiais, este conceito de fadiga uniaxial pode ser estendido para prever a vida em fadiga em carregamentos multiaxiais. Os critérios de fadiga multiaxial surgiram devido a necessidade de se verificar o tempo de vida de um elemento mecânico submetido a carregamento combinado a partir dos dados de carregamento uniaxial.

Quando um ponto material é submetido a uma história de tensões, pode ocorrer níveis de amplitudes de tensão maiores ou menores em distintos planos de corte, havendo ao menos um plano onde esse nível de tensão será maior e será responsável por gerar o dano por fadiga. Esse plano é denominado Plano Crítico.

A metodologia do plano crítico é geralmente a mais apropriada para avaliação de fadiga multiaxial, pois a mesma reflete a direção natural de propagação da trinca. Araujo *et al* [54] demonstram a capacidade desta metodologia prever a tensão de fadiga em materiais metálicos. Na literatura há diferentes critérios para definir o plano crítico em propagação de trincas: Critérios de Fatemi-Socie (FS) [50], Critério de Findley [26], Modelo de Susmel & Lazzarin (MWCM) [31] e Critério de Smith-Watson-Topper (SWT) [51].

Do ponto de vista conceitual, há algumas abordagens que definem o plano crítico como aquele onde  $\tau_a$  é máximo, enquanto outras abordagens definem o plano crítico como a combinação mais severa de  $\tau_a$  e  $\sigma_{n,max}$ . A seguir é apresentada uma

revisão de três modelos mais utilizados para predição do limite de fadiga baseados no conceito de plano crítico:

#### 4.2.1 Critério Smith-Watson-Topper (SWT)

O critério Smith-Watson-Topper (SWT) [51] foi desenvolvido considerando a tensão média sobre carregamento uniaxial, para determinadas condições de carregamento e materiais, onde a propagação de trincas ocorre devido a tensões normais. A versão SWT para fadiga multiaxial pode ser expressa por:

$$SWT = \sqrt{\sigma_{n,a}\sigma_{n,max}} \quad 4.14$$

Onde  $\sigma_{n,a}$  é a amplitude de tensão normal e  $\sigma_{n,max}$  é a máxima tensão normal aplicada em carregamentos cíclicos. O plano crítico é definido como o plano material onde o valor de SWT é máximo. De acordo com Chu [55] esse procedimento é o correto, pois a tensão normal máxima afeta o dano por fadiga em todos os planos materiais do corpo.

#### 4.2.2 Critério Fatemi e Socie (FS)

Fatemi e Socie [50] desenvolveram um modelo de fadiga onde a tensão de cisalhamento é o mecanismo de fadiga. Esta proposta é válida para fadiga de alto ciclo, quando a deformação plástica é muito pequena e pode ser escrita como:

$$FS = \tau_a \left(1 + k_{FS} \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y}\right) \quad 4.15$$

Onde  $\tau_a$  é a amplitude de tensão cisalhante,  $\sigma_{n,max}$  é a tensão normal máxima em um carregamento cíclico,  $k_{FS}$  é uma constante do material e  $\sigma_y$  é a tensão de ruptura. Assim como no critério SWT o plano crítico para Fatemi-Socie, é definido como o plano onde os parâmetros de fadiga são máximos.

#### 4.2.3 Método da Curva de Wöhler Modificado (MWCM)

O Método da Curva de Wöhler Modificado (MWCM), proposto por Susmel & Lazzarin [31], para fadiga de alto ciclo é definido pela seguinte equação:

$$\lambda \geq \tau_a + k \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a} \quad 4.16$$

onde  $\tau_a$  é a máxima amplitude de cisalhamento,  $\sigma_{n,max}$  é a tensão normal máxima em um plano crítico e os parâmetros materiais  $k$  e  $\lambda$  podem ser obtidos a partir dos limites de fadiga axial ( $f_{-1}$ ) e de torção ( $t_{-1}$ ), sendo representado pelas seguintes equações:

$$\lambda = t_{-1} \quad k = \frac{2t_{-1} - f_{-1}}{2} \quad 4.17$$

O plano crítico é definido da seguinte forma: primeiro deve-se selecionar os planos onde ocorre a máxima amplitude de tensão cisalhante, dentre estes planos deve-se escolher o plano onde é verificada a máxima tensão normal.

Este critério estabelece um fator referente a um grau de multiaxialidade da tensão para um determinado ponto material, expresso por meio da razão  $\rho$  no plano crítico. Em ensaios multiaxiais cíclicos, o plano onde for observado a maior amplitude da tensão cisalhante será considerado um plano crítico, havendo maior possibilidade de se observar o início de uma trinca, a razão  $\rho$  é definida por:

$$\rho = \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a} (\phi^c, \theta^c) \quad 4.18$$

Onde  $(\phi^c, \theta^c)$  representa a localização do plano crítico em coordenadas esféricas. A amplitude de tensão cisalhante, apresentada na equação 3.18, deve ser obtida por meio de um algoritmo, enquanto que o máximo valor da tensão normal é usado para levar em consideração a influência da tensão média na resistência a fadiga [56].

### 4.3 Validação de um critério de fadiga multiaxial

Para validar um critério de fadiga multiaxial é estabelecido um índice de erro, que relaciona o desvio entre a previsão de ocorrência de falha por um critério de fadiga e a situação limiar fornecida pelos dados experimentais.

O índice de erro (IE%) é definido por:

$$IE\% = \frac{\max(\tau_a + k\sigma_{n,max}) - \lambda}{\lambda} \cdot 100 \quad 4.19$$

Os parâmetros  $k$  e  $\lambda$  são parâmetros materiais e podem ser obtidos a partir dos ensaios de fadiga em flexão (ou axial) e torção completamente alternados.

Segundo este índice, quando  $IE\% = 0$ , maior será a acurácia, ou seja, o modelo está prevendo corretamente quando a falha ocorrerá. Quando  $IE\% > 0$ , o modelo é conservativo, isto é, ele prevê a falha quando na verdade ela não ocorrerá. Quando  $IE\% < 0\%$ , o modelo é chamado de não conservativo, isto é, o limite ainda não foi alcançado, e em tese, pode-se aumentar o carregamento ou minimizar as dimensões do equipamento.



Figura 4.4 – Definição de Amplitude da tensão cisalhante e valor médio de acordo com o método da maior projeção [56].

A amplitude da tensão cisalhante corresponde à metade da medida do maior segmento de todas as projeções de  $\Psi$  sobre o plano  $\Delta$  e a tensão média é definida pelo módulo do vetor que parte da origem O até o ponto médio da maior projeção.

Segundo Dantas [56] este método não é adequado para todos os tipos de histórias de tensão e segundo [61], existem situações onde esta proposta leva a resultados ambíguos.

#### 4.5 Método da maior corda

Proposto por Lemaitre e Chaboche [58] e Fuchs e Stephens [59], este método consiste em obter o maior seguimento entre dois pontos pertencentes à curva  $\Psi$ . A metade do comprimento da maior corda será igual a amplitude de tensão cisalhante equivalente atuando no plano  $\Delta$  e o valor da tensão cisalhante média corresponde ao vetor que liga o ponto O ao ponto médio M da maior corda.

Segundo Tarcilo [62], apesar do critério da máxima corda apresentar uma aparente melhoria quanto ao critério da maior projeção, o método da maior corda pode conduzir à resultados com mais de uma solução, criando um novo problema, qual corda escolher.

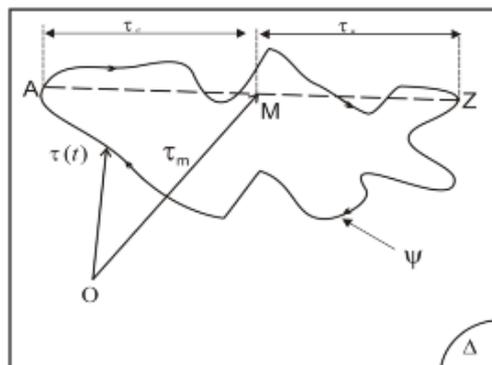


Figura 4.5 – Definição da amplitude da tensão media cisalhante e valor médio de acordo com o método da maior corda [56].

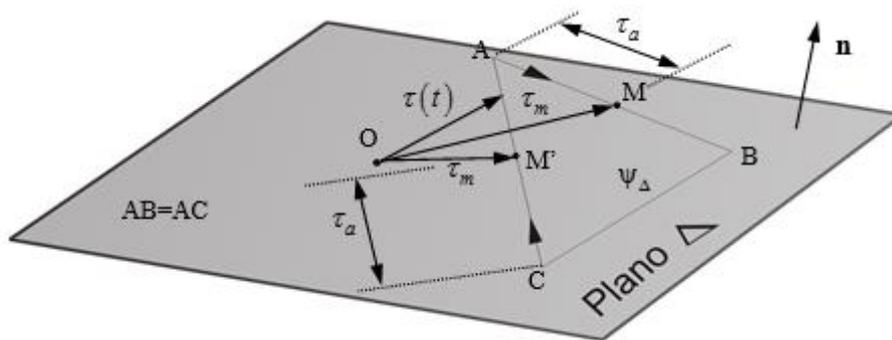


Figura 4.6 – Inconsistência na representação da tensão cisalhante média para o método da máxima corda [62].

Considerando uma carga de fadiga cujo resultado no plano  $\Delta$  forme um caminho triangular, conforme Figura 4.6. O triângulo ABC possui dois de seus lados iguais  $AB=AC$ , resultando em duas cordas de mesmo comprimento. O cálculo da tensão cisalhante equivalente possui duas soluções:  $\tau_a = \overline{AB}/2 = \overline{AC}/2$ . Os valores serão idênticos, porém é necessário escolher qual das duas cordas será usada para calcular a tensão cisalhante média, já que as duas se encontram em diferentes posições sobre o plano  $\Delta$ . Observando a figura 3.6, nota-se que a distância do ponto “O” aos pontos médios M e M’ são diferentes e resultando em dois valores distintos para  $\tau_m$ .

#### 4.6 Método do mínimo círculo circunscrito

Proposto por Dang Van [63] estabelece que a amplitude de tensão cisalhante ( $\tau_a$ ) no plano  $\Delta$  é representada pelo raio R de menor circunferência que contém a história de carregamento cisalhante  $\Psi$  e que a tensão cisalhante média é igual a magnitude do vetor que liga o ponto O com o centro da circunferência. O algoritmo do mínimo círculo circunscrito é apresentado no ANEXO A.

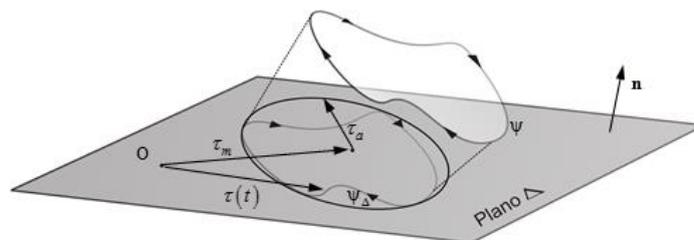


Figura 4.7 – Tensão cisalhante equivalente e a menor circunferência circunscrita [62].

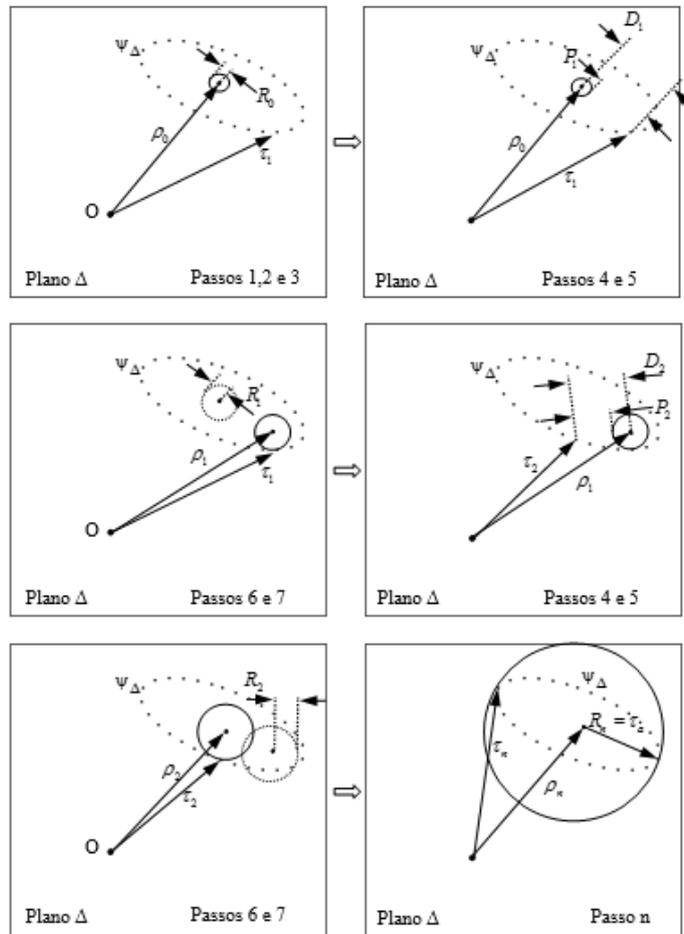


Figura 4.8 – Procedimento esquemático ilustrando o método de busca da mínima circunferência como proposto por Dang Van [63].

#### 4.6.1 Método do Maior Retângulo Circunscrito

O Método do Maior Retângulo Circunscrito, proposto por Mamiya *et al* [64], utiliza o maior retângulo como alternativa capaz de calcular  $\tau_a$  para diferentes tipos de carregamentos. A história do vetor tensão projetado no plano de corte oriundo de carregamentos quaisquer e uma forma simplificada apenas para carregamentos proporcionais e não proporcionais em fase e fora de fase, síncronos.

Esta proposta considera que apenas os estados de tensão pertencentes ao contorno de uma curva fechada são relevantes para caracterizar o “tamanho” da história de tensões cisalhantes no plano crítico.

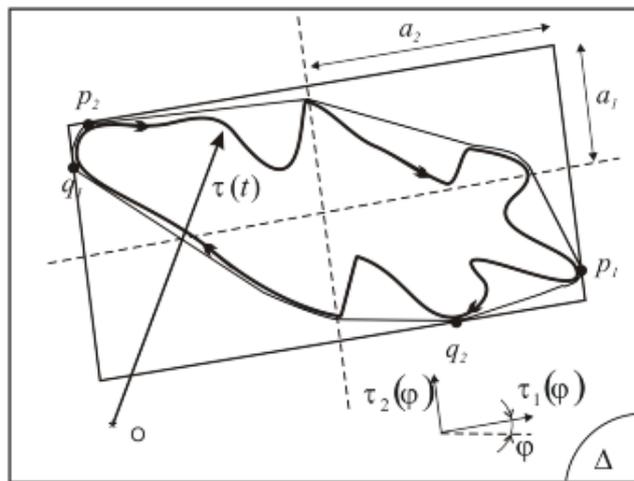


Figura 4.9 – Retângulo circunscrevendo a projeção da história de tensões com as faces tangentes em  $p_i$  e  $q_i$ ,  $i = 1,2$  [56].

O retângulo é tangente à história de tensões nos pontos:

$$p_i(\varphi) = p(t^*) \in \tau; \arg(\max \tau_i(\varphi, t)), i = 1,2 \quad 4.20$$

$$q_i(\varphi) = q(t^*) \in \tau; \arg(\min \tau_i(\varphi, t)), i = 1,2 \quad 4.21$$

Pertencentes ao contorno  $\partial_\tau$ , onde  $\tau_i(\varphi, t)$ ,  $i=1,2$  representa a  $i$ -ésima componente da tensão cisalhante  $\tau$  projetada no plano de corte no instante  $t$ , descrita em termo de uma base com orientação  $\varphi$ .

Considerando-se todas as possíveis orientações  $\varphi$  do retângulo, recupera-se por meio da identificação de todos os pontos  $p_i(\varphi)$  e  $q_i(\varphi)$  correspondentes, o contorno  $\partial_\tau$  da curva poligonal de  $m$  vértices. Assim, estabelece-se uma relação direta entre a curva poligonal e os retângulos que o circunscrem.

Para cada orientação  $\varphi$  do retângulo, define-se a amplitude da  $i$ -ésima componente  $a_i(\varphi)$  da história de tensões cisalhantes (metade dos lados do retângulo) como:

$$a_i(\varphi) = \frac{1}{2} [\max \tau_i(\varphi, t) - \min \tau_i(\varphi, t)] \quad i = 1, 2 \quad 4.22$$

e a amplitude da tensão cisalhante é definida como:

$$\tau_a = \max \sqrt{a_1^2(\varphi) + a_2^2(\varphi)} \quad 4.23$$

Deve-se observar que para carregamentos multiaxiais senoidais, em fase e fora de fase, mas síncronos, há uma invariância do retângulo, ou seja, a medida de  $\tau_a$  obtida pela avaliação da equação 4.23 é sempre a mesma para qualquer rotação  $\varphi$  do retângulo, então:

$$\tau_a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \quad 4.24$$

onde  $a_i$ ,  $i=1,2$  são as amplitudes dos componentes  $\tau(t)$  definidas na equação 3.21.

A figura 4.10 ilustra o cálculo de  $a_1$  e  $a_2$  para um carregamento não proporcional síncrono, mas, fora de fase.

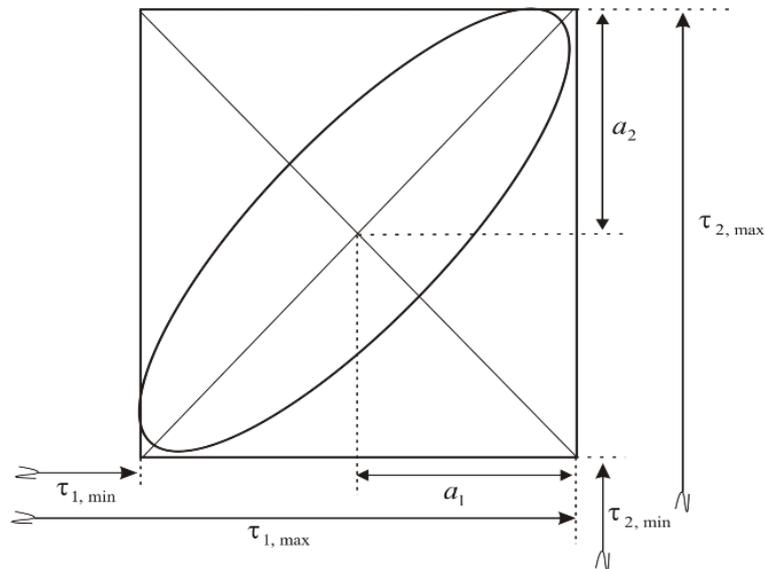


Figura 4.10 – Amplitude das componentes  $\tau_i(t)$  para uma história de carregamentos não proporcional, fora de fase e síncrona [56].

O algoritmo do Maior Retângulo Circunscrito apresentado no ANEXO A, sintetiza o cálculo da amplitude cisalhante para um período de uma história de tensões, considerando-se as discretizações desses planos fornecidos por  $\theta_i$  e  $\phi_j$  e as orientações do retângulo  $\varphi_i$  que circunscvem a história de tensões projetada nos planos de corte [56].

## 5 CONCEITO $\sqrt{area}$

### 5.1 Introdução à mecânica da fratura linear e elástica

Em 1920, Griffith [65] estudou a propagação de trincas em vidro e cerâmicas e propôs uma abordagem do balanço de energia (*strain energy release rate*) onde foi possível estimar a tensão necessária a ser aplicada em um corpo para iniciar a propagação de uma trinca. Em 1957, G. R. Irwin [66] desenvolveu a teoria para materiais frágeis e mostrou que as tensões na ponta da trinca podem ser representadas pela equação:

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta) \quad 5.1$$

Onde K é o fator intensificador de tensão, r e  $\theta$  são as coordenadas polares da localização de um ponto em relação a ponta da trinca,  $f(\theta)$  é a função adimensional de  $\theta$ , cujo módulo varia entre 0 e 1.

O fator intensificador de tensão (K) caracteriza a magnitude (intensidade) das tensões na ponta de uma trinca, estabilidade, considerando o modelo linear elástico e um material isotrópico.

Existem três modos de carregamento que podem ser aplicados em um corpo, de forma única ou como uma combinação de modos, figura 5.1. O modo I é chamado de abertura, consiste no distanciamento de duas faces da trinca, é causado por cargas de tensionamento, sendo este o mais comum nos problemas de engenharia. No Modo II há movimento na direção normal da borda da trinca (cisalhamento), no Modo III há movimento paralelo a borda da trinca (rasgamento), em ambos casos o movimento é relativo entre as faces da trinca. Para cada Modo existe um fator intensificador de tensão:  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ .

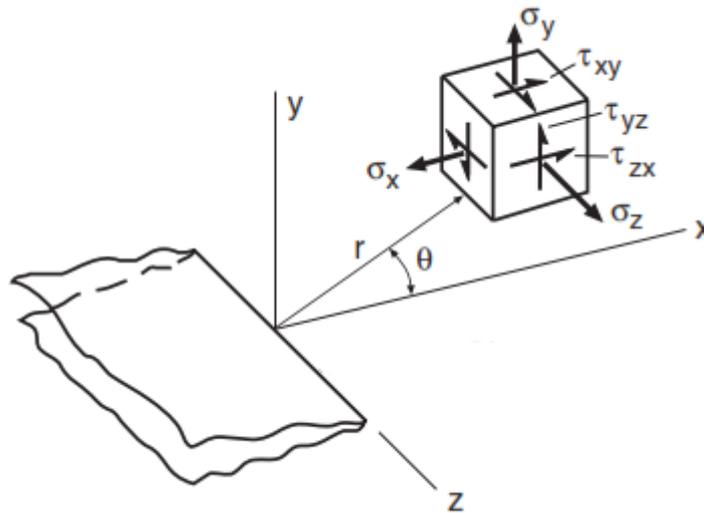


Figura 5.1 – Sistema de coordenadas tridimensional na borda da trinca [28].

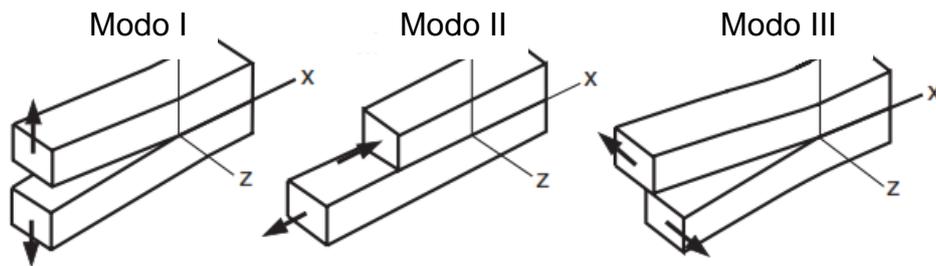


Figura 5.2 - Os modos básicos de propagação de trincas [67].

Em 1939, Westergaard [68] se baseou no modelo da taxa de liberação de energia, proposta por Griffith e definiu o campo de tensão na vizinhança a frente da trinca. No carregamento Modo I as tensões próximas a ponta da trinca são representadas pelas seguintes equações:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots \quad 5.2$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots \quad 5.3$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots \quad 5.4$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad 5.5$$

$$\sigma_z = 0 \text{ (Estado Plano de Tensões)} \quad 5.6$$

$$\sigma_z = \nu (\sigma_x + \sigma_y) \text{ (Estado Plano de Deformações)} \quad 5.7$$

O fator de intensidade de tensão ( $K$ ) controla a magnitude de tensão na vizinhança da ponta da trinca. No Modo I, tem-se:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad 5.8$$

onde  $\sigma$  é a tensão remota calculada a partir da seção transversal sem trinca e  $a$  é o tamanho da trinca.

Substituindo a equação 4.8 e avaliando apenas o 1º termo das equações: 4.2, 4.3 e 4.4, obtém-se:

$$\sigma_x = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \left(1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}\right) \quad 5.9$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \left(1 + \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2}\right) \quad 5.10$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \quad 5.11$$

Considerações para o uso de K:

- I. As equações 5.9, 5.10 e 5.11 são válidas apenas para  $r \ll a$ , pois foi avaliado apenas o 1º termo da expansão em série;
- II. Haverá plasticidade na ponta da trinca, para  $r=0$  as tensões  $\rightarrow \infty$ . Esta solução é válida apenas em condições de plasticidade de pequena escala na ponta da trinca.
- III. Em casos práticos, onde o corpo é finito, as expressões para o cálculo de K devem ser acrescidas de fatores geométricos (F):

$$K_I = F \sigma\sqrt{\pi a} \quad 5.12$$

F é função da geometria do componente trincado e do modo de carregamento.

O crescimento do comprimento de uma trinca ( $\Delta a$ ) está relacionado com o número de ciclos ( $\Delta N$ ) ao qual o corpo é submetido, esta taxa de crescimento é calculada como  $\Delta a/\Delta N$ , ou para pequenos intervalos:  $da/dN$ . A variação da tensão atuante ( $\Delta\sigma$ ) resulta na variação do fator intensidade de tensão ( $\Delta K$ ) e de "a".

A variação da tensão influencia a variação do fator intensidade de tensão, então a equação 5.12 é escrita como:

$$\Delta K = F \Delta\sigma\sqrt{\pi a} \quad 5.13$$

## 5.2 Parâmetro geométrico "Área" ( $\sqrt{area}$ )

Em 1983, Murakami e Endo [19] proporam um parâmetro geométrico para avaliar os defeitos internos de um material, inicialmente foi considerado que a área efetiva do defeito seria a área que englobasse o contorno deste defeito, devido aos seus contornos irregulares.



Figura 5.3 – Método para estimar a área efetiva [69].

O parâmetro  $\sqrt{area}$  foi definido como a raiz quadrada da área obtida pela projeção do defeito no plano perpendicular ao plano de máxima tensão principal.



Figura 5.4 – Representação da definição do parâmetro  $\sqrt{area}$  [32].

Murakami e Nemat-Nasser [70], investigaram o máximo valor admissível para o fator de intensidade de tensão de trincas superficiais e irregulares e mostraram que o valor máximo do fator de intensidade de tensão,  $K_{1max}$ , para uma superfície com uma trinca de geometria arbitrária pode ser aproximadamente estimado por:

$$K_{1max} = 0,65\sigma\sqrt{\pi\sqrt{area}} \quad 5.14$$

### 5.3 Relação entre $\Delta K$ , $H_v$ e $\sqrt{area}$

Murakami buscou relacionar o limite de resistência a fadiga para materiais com defeitos internos, para uma condição de não propagação de trincas. Foi proposto um método onde seria possível associar um parâmetro do material e um parâmetro do defeito ou trinca para que fosse possível estimar o limite de resistência a fadiga de um material com defeitos internos. Neste contexto, a Dureza Vickers ( $H_v$ ) é utilizada como parâmetro do material e  $\sqrt{area}$  como parâmetro do defeito. A Dureza Vickers foi escolhida devido a disponibilidade de dados e por uma questão de simplicidade na medição [69].

Uma vez definido o parâmetro geométrico do defeito ( $\sqrt{area}$ ), Murakami partiu da proposição que a tensão limite de fadiga de um material que contenha pequenos defeitos ou trincas é a condição limite de não propagação de trinca, então para esta condição primeiramente deve-se avaliar  $\Delta K_{th}$  (variação do fator intensidade de tensão limite para não propagação de trinca) ao invés de  $\sigma_w$  (tensão limite de fadiga).

Foram realizados ensaios de tração-compressão em diversos materiais, e foi estabelecida empiricamente uma relação entre  $\Delta K_{th}$  e  $\sqrt{area}$  válida para mais de cem matérias. Para valores de  $\sqrt{area} < 1000 \mu m$  a relação de  $\Delta K_{th}$  e  $\sqrt{area}$  em escala logarítmica é aproximadamente linear e possui inclinação de 1/3, então independentemente do material é possível usar esta a seguinte relação:

$$\Delta K_{th} \propto (\sqrt{area})^{1/3} \quad 5.15$$

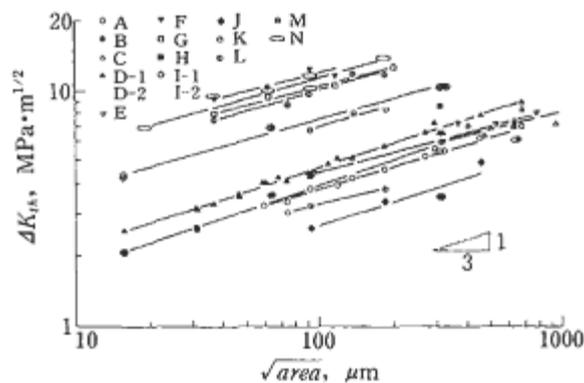


Figura 5.5 – Relação entre  $\Delta K_{th}$  e  $\sqrt{area}$  [69].

Segundo Murakami [69], ao se comparar materiais iguais com dureza diferente, observa-se que materiais com maior dureza Vickers possui maiores valores de  $\Delta K_{th}$  e maiores valores de tensão limite de fadiga. Em seus estudos, Murakami [69] utilizou materiais com duzetas maiores que 400 Hv. Foi observado empiricamente que o limite de fadiga de um corpo de prova contendo trincas ou defeito não é proporcional a sua dureza Vickers. Isso ocorre porque a não propagação da trinca segue uma relação diferente. Em outras palavras, é provável que uma fissura mostre um comportamento de não propagação em materiais macios, enquanto que para aços duros é difícil encontrar a não propagação de trincas no limite de fadiga.

Com o aumento da dureza, a não propagação de trincas ocorre apenas para um intervalo de amplitude de tensão muito pequeno. Sendo assim, pode-se concluir

que  $\Delta k_{th}$  não segue a relação  $\Delta K_{th} \propto H_v$ , porém pode-se relacionar o fator intensidade de tensão limite para não propagação de trinca com a dureza Vickers por meio da seguinte equação:

$$\Delta K_{th} \propto (H_v + C) \quad 5.16$$

onde C é uma constante independente do material. Para validar esta relação foi plotado valores de  $\Delta K_{th}/(\sqrt{area})^{1/3}$  versus  $H_v$ , onde foi possível validar a equação. Combinando as equações 5.15 e 5.16, obtém-se:

$$\Delta K_{th} = C_1(H_v + C_2)(\sqrt{area})^{1/3} \quad 5.17$$

onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes independentes do material. Espera-se que esta expressão seja válida para uma gama de materiais [69]. Aplicando o método dos mínimos quadrados é obtido a seguinte relação:

$$\Delta K_{th} \cong 3,3 \cdot 10^{-3} (H_v + 120) (\sqrt{area})^{1/3} \quad 5.18$$

onde  $\Delta K_{th}$  é dado  $MPa m^{1/2}$  e  $\sqrt{area}$  em  $\mu m$ .

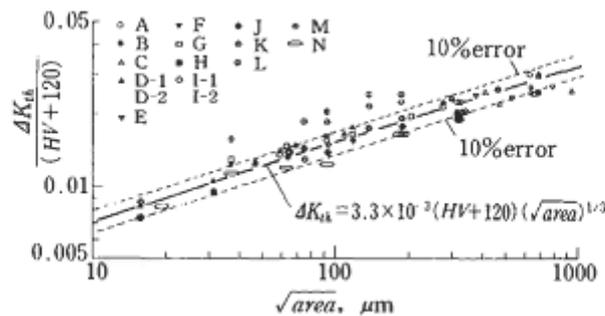


Figura 5.6 – Relação entre  $\Delta K_{th}/(H_v + 120)$  e  $\sqrt{area}$  [69].

Combinando as equações 5.18 e 5.14, obtém-se a tensão limite de fadiga ( $\sigma_w$ ) para um corpo de prova com uma trinca é:

$$\sigma_w = 1,43(H_v + 120)/(\sqrt{area})^{1/6} \quad 5.19$$

Segundo Murakami [69], as equações 4.18 e 4.19, quando comparadas com os resultados experimentais, apresentam erros menor que 10%. Essas equações se aplicam tanto para entalhes extremamente rasos, quanto para pequenas trincas com  $\sqrt{area} < 1000\mu m$ .

A relação entre o parâmetro  $\sqrt{area}$  e a tensão limite de fadiga ( $\sigma_w$ ), deve ser analisada na situação onde o limite de fadiga do material não é a condição crítica para

iniciação de trinca, mas sim a condição para não propagação de uma trinca que possa resultar na fadiga de um material, até  $10^7$  ciclos [71].

#### 5.4 Carregamentos Multiaxiais

Endo [32], propõe um critério para predição da resistência à fadiga de corpos de prova contendo defeito, submetidos a carregamentos combinados: axiais e de torção. Em estudos prévios [72-76], foram realizados testes de fadiga com carregamento axial e torsional combinado, em fase, na razão de tensão  $R=-1$ , utilizando corpos de prova metálicos contendo pequenos defeitos. Na condição limite de fadiga, foram observadas a presença de pequenas trincas, originadas a partir dos defeitos, que não propagam. A direção dessas trincas era aproximadamente normal à direção da máxima tensão principal  $\sigma_n$ , independente da razão  $\frac{\tau}{\sigma}$ . Uma tensão minimamente acima da tensão limite de fadiga resulta na iniciação e propagação da trinca na direção da máxima tensão principal ( $\sigma_n$ ), resultando na falha do corpo de prova [71].

A partir dessas observações Endo [32] propõe que o limite de fadiga de corpos de prova contendo pequenos defeitos superficiais submetido a carregamentos biaxiais é considerado equivalente a condição limite de propagação de trinca no modo I em um campo de tensão biaxial, a propagação da trinca ocorre na direção normal a máxima tensão principal ( $\sigma_n$ ) e paralela a mínima tensão principal ( $\sigma_p$ ).

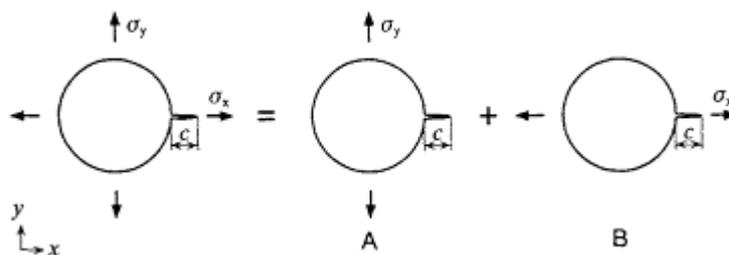


Figura 5.7 – Propagação de uma trinca a partir de um defeito dimensional, corpo de prova submetido a carregamento biaxial [32].

Assumindo que independentemente do carregamento este fenômeno irá ocorrer, então:

$$\Delta K_{th,bi} = \Delta K_{th,uni} \quad 5.20$$

onde,  $\Delta K_{th,bi}$  é o limiar de propagação do fator de intensidade de tensão de uma trinca que se propaga de acordo com carregamento modo I, oriunda de um defeito em um corpo de prova submetido a um campo de tensão biaxial, e  $\Delta K_{th,uni}$  é o fator de intensidade de tensão com carregamento modo I para a condição limite de fadiga uniaxial em um corpo de prova contendo o mesmo defeito.

Considerando a superposição de carregamento biaxial:

$$\Delta K_{th,bi} = F_{I,1}(2\sigma_n)\sqrt{\pi c} + F_{I,2}(2\sigma_p)\sqrt{\pi c} \quad 5.21$$

$$\Delta K_{th,bi} = F_{I,1}2(\sigma_n + \beta\sigma_p)\sqrt{\pi c} \quad 5.22$$

$$\beta = F_{I,2}/F_{I,1} \quad 5.23$$

onde  $F_{I,1}$  e  $F_{I,2}$  são os fatores geométrico de um carregamento no modo I para a máxima ( $\sigma_n$ ) e mínima ( $\sigma_p$ ) tensão principal, respectivamente.  $\beta$  é o parâmetro que representa o efeito das tensões multiaxiais relativo ao modo de propagação de trincas  $K_I$ . Beretta e Murakami [76] determinaram por meio de uma análise de tensão tridimensional que o valor de  $\beta$  é igual -0,18 para uma trinca originada de um defeito com superfície circular, como um furo semiesférico.

Considerando que o limite de fadiga uniaxial é  $\sigma_w$  com a razão de carregamento  $R = -1$ , então:

$$\Delta K_{th,uni} = F_{IA}(2\sigma_w)\sqrt{\pi c} \quad 5.24$$

Considerando que o comprimento da trinca seria o mesmo quando o corpo de prova possui um carregamento uniaxial ou um carregamento biaxial, pode-se igualar  $\Delta K_{th,bi}$  a  $\Delta K_{th,uni}$ , então:

$$\Delta K_{th,bi} = \Delta K_{th,uni} \quad 5.25$$

$$F_{IA}2(\sigma_n + \beta\sigma_p)\sqrt{\pi a} = F_{IA}(2\sigma_w)\sqrt{\pi c} \quad 5.26$$

$$\sigma_w = \sigma_n + \beta\sigma_p \quad 5.27$$

onde  $\sigma_w$  é a tensão limite de fadiga.

Endo [32] propõe que, se um corpo de prova for submetido a carregamento torção, onde  $\tau_w$  é o limite de fadiga de torção, então  $\sigma_n = -\sigma_p = \tau_w$  e  $\phi = \tau_w/\sigma_w = 1/(1 - \beta)$ , assim a equação 5.27 pode ser utilizada como um critério de fadiga multiaxial.

Endo e Ishimoto [33], introduzem o conceito de plano crítico a partir do critério proposto por Endo [32] para materiais com defeitos superficiais submetidos a carregamentos multiaxiais. As tensões nominais normais ( $\sigma_0$ ) e cisalhantes ( $\tau_0$ ) que geram o carregamento multiaxial possuem comportamento senoidal:

$$\sigma = \sigma_0 \text{sen } \omega t \quad 5.28$$

$$\tau = \tau_0 \text{sen}(\omega t + \delta) \quad 5.29$$

onde  $\delta = 0$  representa um carregamento em fase.

No carregamento multiaxial com comportamento senoidal, a tensão limite de fadiga ( $\sigma_w$ ) obtida a partir da equação 5.27 aparece periodicamente em sua condição máxima, quando  $\omega t$  varia com o tempo, figura 5.8. Esta condição ( $\sigma_w = (\sigma_n + \beta\sigma_p)_{max}$ ) é definida como plano crítico, ou seja, nesta condição a trinca que irá gerar a falha por fadiga não se propaga, mas quando este valor é excedido, a trinca se propaga e o material pode vir a falhar.

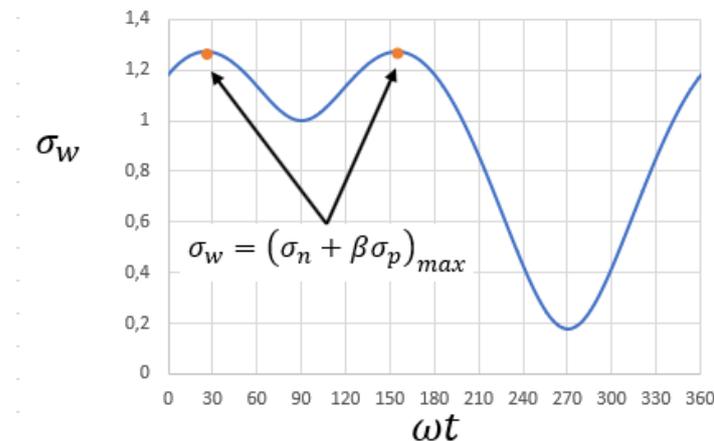


Figura 5.8 – Variação de  $\sigma_w$  para diferentes instantes.

Endo e Yanase [34], baseados em comparações teóricas e experimentais, combinam as equações 5.19 e 5.27 e propõem uma equação para determinar o limite de fadiga para carregamentos de tração, torção ou multiaxiais:

$$\sigma_{nw} = \left(1 + \beta \frac{\sigma_p}{\sigma_n}\right)^{-1} \frac{1,43 (Hv+120)}{\sqrt{area}^{1/6}} \quad 5.30$$

onde  $\sigma_{nw}$  é o limite de fadiga,  $\sigma_p/\sigma_n = 0$  representa um ensaio de tração compressão,  $\sigma_p/\sigma_n = 1$  representa um ensaio de torção e  $0 < \sigma_p/\sigma_n < 1$  representa um ensaio multiaxial.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 6.1 Dados obtidos na literatura

Os dados utilizados neste trabalho são obtidos no estudo apresentado por Endo e Yanase [34]. Neste estudo, foram realizados ensaios de fadiga em corpos de prova submetidos a carregamentos de tração, torção e multiaxiais (tração-compressão, combinado com torção) nos aços S35C e SCM435. A tabela 6.1 apresenta a composição química e as propriedades mecânicas desses materiais.

Todos os testes foram realizados em fase, com razão de tensão  $R = -1$  e razão entre a tensão cisalhante e a tensão normal ( $\tau/\sigma$ ): 0, 1 e  $\infty$ , correspondendo a razão entre as tensões principais,  $\sigma_p/\sigma_n$ : 0, -0,382 e -1, respectivamente.

Para realização dos ensaios foram utilizados corpos de prova tratados termicamente, recozidos a 873 K, polido ou contendo um defeito inserido artificialmente, conforme apresentado na figura 6.1. O parâmetro  $\sqrt{area}$  é estimado através da equação 6.1, [32].

$$\sqrt{area} = \sqrt{d(h - d)/(4\sqrt{3})} \quad 6.1$$

onde  $d$  é o diâmetro e  $h$  é a profundidade do defeito inserido artificialmente, conforme ilustrado na figura 6.1.

O limite de fadiga foi definido como a maior amplitude de tensão que o corpo de prova suportou até  $10^7$  ciclos sem romper. Na tabela 6.2, são apresentados os resultados experimentais para estes ensaios.

Tabela 6.1 – Composição química dos aços S35C e SCM 425 [34-adaptado]

Material	C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo
S35C	0,37	0,21	0,65	0,019	0,017	0,13	0,06	0,14	-
SCM435	0,36	0,3	0,77	0,027	0,015	0,02	0,02	1,06	0,18

Material	Limite de escoamento (MPa)	Resistencia a Tração (MPa)	Alongamento (%)	Dureza Vickers	Limite de fadiga (MPa)*
S35C	328	586	48	164	230
SCM435	858	947	57	306	490

\*para corpo de prova polido submetido a um carregamento uniaxial (tração-compressão)

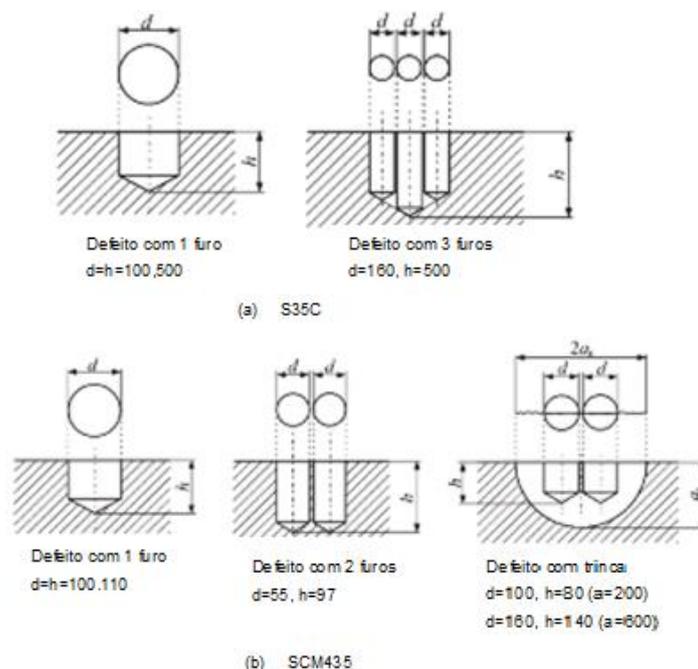


Figura 6.1 – Formas e tamanhos dos defeitos artificiais. [34-adaptado]

Tabela 6.2 – Dados experimentais dos ensaios de Endo e Yanase [34-adaptado].

Material	Ensaio	Tipo de carregamento	$\frac{\sigma_p}{\sigma_n}$	Tipo de defeito	$\sqrt{a \cdot r \cdot e \cdot a}$ ( $\mu\text{m}$ )	$\sigma_{wn}$ (MPa)	$\sigma_p$ (MPa)	$\sigma_n$ (MPa)	$\sigma_o$ (MPa)	$\tau_o$ (MPa)
S35C (Hv=164)	1	Tração	0	polido	-	230,00	0,00	230,00	230,00	0,00
	2	multiaxial	-0,382	polido	-	186,00	-66,48	174,03	107,43	107,43
	3	Torção	-1	polido	-	140,00	-118,64	118,64	0,00	118,64
	4	Tração	0	1 furo	94	195,00	0,00	195,00	195,00	0,00
	5	multiaxial	-0,382	1 furo	94	178,00	-63,62	166,55	102,81	102,81
	6	Torção	-1	1 furo	94	145,00	-122,88	122,88	0,00	122,88
	7	Tração	0	1 furo	462	150,00	0,00	150,00	150,00	0,00
	8	Torção	-1	1 furo	462	120,00	-101,69	101,69	0,00	101,69
	9	Tração	0	3 furos	462	145,00	0,00	145,00	145,00	0,00
	10	Torção	-1	3 furos	462	115,00	-97,46	97,46	0,00	97,46
SCM435 (Hv=306)	11	Tração	0	polido	-	490,00	0,00	490,00	490,00	0,00
	12	Tração	0	1 furo	94	310,00	0,00	310,00	310,00	0,00
	13	multiaxial	-0,382	1 furo	94	291,00	-104,01	272,28	168,07	168,07
	14	Torção	-1	1 furo	94	270,00	-228,81	228,81	0,00	228,81
	15	Tração	0	1 furo	102	320,00	0,00	320,00	320,00	0,00
	16	Torção	-1	1 furo	102	260,00	-220,34	220,34	0,00	220,34
	17	Tração	0	2 furos	102	310,00	0,00	310,00	310,00	0,00
	18	Torção	-1	2 furos	102	270,00	-228,81	228,81	0,00	228,81
	19	Tração	0	trinca	251	230,00	0,00	230,00	230,00	0,00
	20	multiaxial	-0,382	trinca	251	227,00	-81,14	212,40	131,11	131,11
	21	Torção	-1	trinca	251	230,00	-194,92	194,92	0,00	194,92
	22	Tração	0	trinca	752	140,00	0,00	140,00	140,00	0,00
	23	Torção	-1	trinca	752	140,00	-118,64	118,64	0,00	118,64

Onde  $\sigma_{nw}$  é a tensão limite de fadiga experimental,  $\sigma_n$  e  $\sigma_p$  são as tensões principais máximas e mínimas e  $\sigma_0$  e  $\tau_0$  são as amplitudes de tensões nominais de tração e torção ao qual o corpo de prova é submetido. Pode-se mostrar a partir conceitos fundamentais da mecânica dos sólidos (equações de transformação de tensão, círculo de Mohr ou calculando-se os autovalores do tensor tensão) que a razão entre as tensões principais e nominais, fornece:

$$\frac{\tau}{\sigma} = 0, \quad \text{quando} \quad \frac{\sigma_p}{\sigma_n} = 0 \quad 6.2$$

$$\frac{\tau}{\sigma} = 1, \quad \text{quando} \quad \frac{\sigma_p}{\sigma_n} = -0,382 \quad 6.3$$

$$\frac{\tau}{\sigma} = \infty, \quad \text{quando} \quad \frac{\sigma_p}{\sigma_n} = -1 \quad 6.4$$

Na versão original do artigo de Endo e Yanase [34] os autores não forneceram os valores das tensões nominais  $\sigma_0$  e  $\tau_0$  utilizadas nos ensaios relatados na tabela 6.2. Entretanto, considerando  $\beta = -0,18$  e utilizando as relações 6.2 a 6.4 e com o auxílio da equação 5.27 pôde-se obter estes valores.

## 6.2 Avaliação dos Modelos Multiaxiais

Nesta seção será utilizado um modelo de fadiga multiaxial clássico para avaliar os resultados experimentais obtidos por Endo e Yanase [34]. Este modelo será modificado/adaptado para estimar o limite de resistência a fadiga de materiais contendo pequenos defeitos. O Modelo escolhido para esta avaliação foi o Modelo MWCM, proposto por Susmel & Lazzarin [31]. Este modelo foi escolhido entre os modelos discutidos na seção 4.2 devido a sua facilidade de implementação e por apresentar resultados com boa acurácia para a estimativa da resistência e da vida em fadiga de corpos entalhados em regime de alto e médio número de ciclos [82].

Também conduzir-se-á nesta seção uma análise qualitativa crítica do modelo multiaxial proposto por Endo e Yanase que é específico para avaliação da resistência em fadiga multiaxial de materiais contendo pequenos defeitos superficiais.

### 6.2.1 Avaliação quantitativa do modelo modificado de Susmel & Lazzarin

O modelo de Susmel & Lazzarin [31] foi descrito em detalhes no capítulo 04. Lembra-se aqui que este modelo define como plano crítico o plano de máxima amplitude de tensão cisalhante,  $\tau_a$ . O valor de  $\tau_a$ , foi calculado utilizando-se o Método

MRH. Neste plano, também deve-se calcular a máxima tensão normal. O algoritmo para executar os cálculos deste modelo são apresentados no ANEXO B. A tabela 6.3 contém os valores de  $\tau_a$  e  $\sigma_{n,max}$  calculados para cada dado experimental considerado neste trabalho.

Tabela 6.3 – Determinação de  $\tau_a$ ,  $\sigma_{n,max}$  a partir das tensões limite de fadiga experimentais( $\sigma_{nw}$ ).

Material	Ensaio	Tipo de carregamento	$\frac{\sigma_p}{\sigma_n}$	Tipo de defeito	$\sqrt{área}$ ( $\mu m$ )	$\tau_a$ (MPa)	$\sigma_{n,max}$ (MPa)
S35C (Hv=164)	1	Tração	0	polido	-	113,81	98,53
	2	multiaxial	-0,382	polido	-	118,47	73,40
	3	Torção	-1	polido	-	118,64	0,00
	4	Tração	0	1 furo	94	96,49	83,53
	5	multiaxial	-0,382	1 furo	94	113,39	70,25
	6	Torção	-1	1 furo	94	122,88	0,00
	7	Tração	0	1 furo	462	74,23	64,26
	8	Torção	-1	1 furo	462	101,69	0,00
	9	Tração	0	3 furos	462	71,75	62,12
	10	Torção	-1	3 furos	462	97,46	0
SCM435 (Hv=306)	11	Tração	0	polido	-	242,47	209,91
	12	Tração	0	1 furo	94	153,40	132,80
	13	multiaxial	-0,382	1 furo	94	185,37	114,84
	14	Torção	-1	1 furo	94	228,81	0,00
	15	Tração	0	1 furo	102	158,35	137,08
	16	Torção	-1	1 furo	102	220,34	0,00
	17	Tração	0	2 furos	102	153,40	132,80
	18	Torção	-1	2 furos	102	228,81	0,00
	19	Tração	0	trinca	251	113,81	98,53
	20	multiaxial	-0,382	trinca	251	144,60	89,58
	21	Torção	-1	trinca	251	194,92	0,00
	22	Tração	0	trinca	752	69,28	59,97
	23	Torção	-1	trinca	752	118,64	0,00

Os parâmetros materiais  $k$  e  $\lambda$  do Modelo MWCM, apresentados na tabela 6.4, foram calibrados a partir dos limites de fadiga de tração ( $f_{-1}$ ) e de torção ( $t_{-1}$ ), para os corpos de prova polidos. Para o material SCM435, não foi apresentado dados do ensaio de torção com corpo de prova polido. O limite de fadiga de torção deste material foi então estimado por meio relação de Von Mises:  $\tau/\sigma = 1/\sqrt{3}$ . Segundo Susmel [78], é possível estimar o limite de fadiga de torção a partir desta relação com um grau de segurança adequado para corpos de prova sem entalhe.

Tabela 6.4 – Determinação de  $k$  e  $\lambda$  para os materiais S35C e SCM435.

Material	$k$	$\lambda$
S35C(Hv=164)	3,64	118,64
SCM435(Hv=306)	37,90	282,90

### 6.2.1 Metodologia para aplicação do Modelo MWCM em Materiais com defeitos

Um dos objetivos deste trabalho é tentar estender o Modelo MWCM clássico para materiais com defeitos superficiais, a seguir será apresentado uma proposta para corrigir as constantes materiais ( $k$  e  $\lambda$ ) baseado na teoria de Murakami [69].

O diagrama MWCM clássico é representado na Figura 6.2. A linha sólida, representada na cor laranja, representa o critério MWCM quando calibrado a partir dos limites de fadiga em tração e em torção do material sem defeito (corpo de prova polido). A região abaixo da reta representa uma zona segura. O eixo das ordenadas corresponde a amplitude de tensão cisalhante ( $\tau_a$ ) e o eixo abcissas a tenção normal máxima, normalizada pela amplitude da tensão cisalhante ( $\sigma_{n,max}/\tau_a$ ).

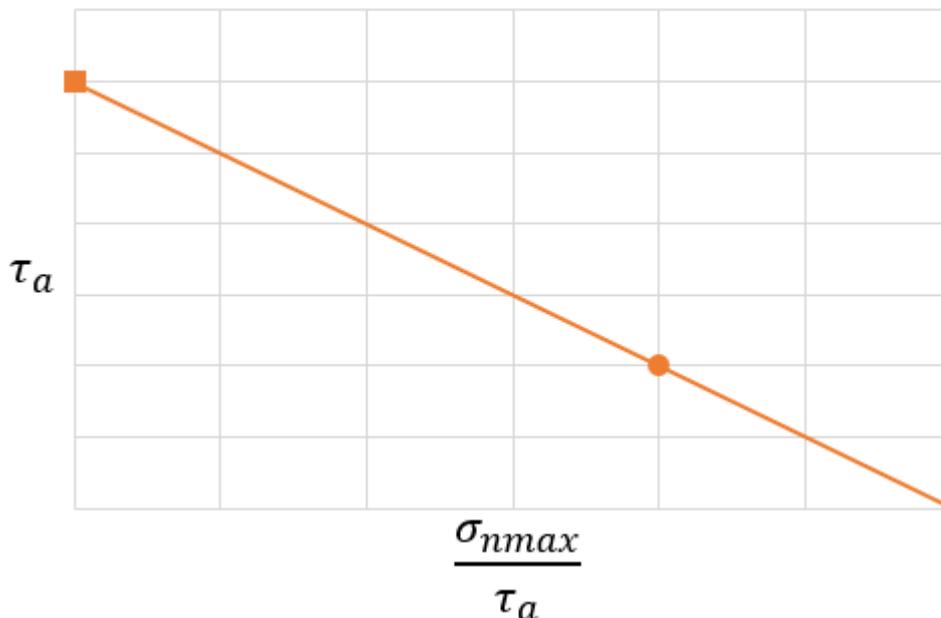


Figura 6.2 – Diagrama de MWCM clássico

Proposta de correção da Curva MWCM:

- I. Determinar a dureza do material e o parâmetro  $\sqrt{area}$ ;
- II. Estimar o limite de fadiga ( $\sigma_w$ ) de um ensaio de tração, segundo Murakami [69] utilizando a equação 5.19;
- III. Estimar o limite de fadiga em torção utilizando o limite de fadiga em tração (obtido no passo anterior) e a relação de Von Mises:  $\tau = \sigma_w/\sqrt{3}$ ;
- IV. Determinar  $\tau_a$  e  $\sigma_{n,max}$  para um carregamento de tração compressão, a partir da tensão estimada no passo II e para um ensaio de torção a partir da tensão estimada no passo e III;
- V. Corrigir as constantes  $k$  e  $\lambda$  utilizar equação 4.16;
- VI. Plotar a curva MWCM corrigida;
- VII. Avaliar os dados experimentais em relação a proposta da curva corrigida.

A figura 6.3 apresenta o Diagrama MWCM corrigido para materiais contendo defeitos superficiais. A linha tracejada (azul) representa o Modelo MWCM após uma correção das constantes  $k$  e  $\lambda$  para considerar o efeito do defeito superficial sobre os limites de fadiga. Os pontos verdes apresentados nas figuras a seguir se referem aos dados experimentais, para o ensaio de tração foi utilizada a representação  $\circ$ , no ensaio de torção foi utilizada a representação  $\square$  e nos ensaios multiaxiais  $\diamond$ .

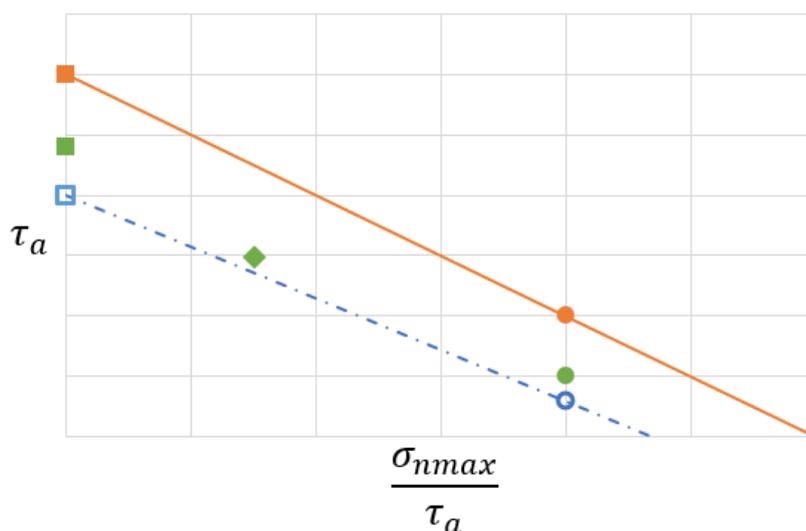


Figura 6.3 – Diagrama de MWCM corrigido para materiais contendo defeitos superficiais.

As figuras 6.4 a 6.9, apresentam a curva limite de fadiga para o Modelo MWCM clássico (curva limiar) para os aços S35C e SCM 435, de acordo com o tipo de defeito inserido no corpo de prova e seu respectivo tamanho. Os índices de erro apresentados a seguir foram obtidos a partir da equação 4.19 utilizando-se os dados experimentais e as curvas MWCM corrigidas.

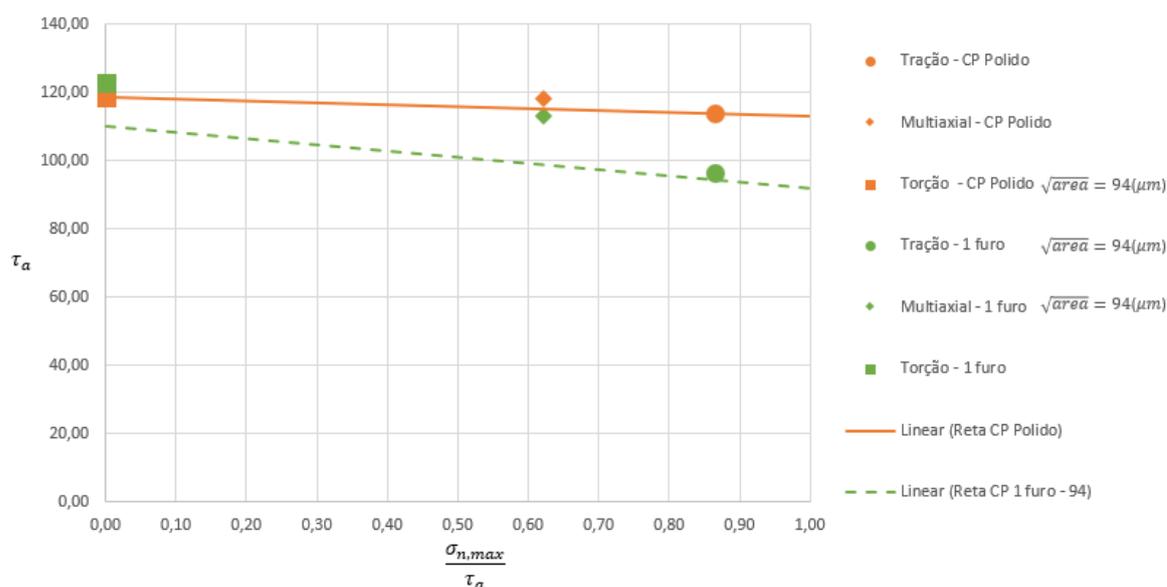


Figura 6.4 – Diagrama de MWCM para os dados com o material S35C, 1 furo,  $\sqrt{areaa} = 94\mu m$ .

Da figura 6.4, pode-se observar que o modelo prevê com ótimo grau de acurácia a resistência em fadiga de corpos polidos submetidos a carregamentos multiaxiais proporcionais para este material. Pode-se observar também que a correção do Modelo MWCM proposta neste trabalho para considerar a influência do 1 furo superficial com  $\sqrt{areaa} = 94\mu m$  forneceu boas estimativas de limite de resistência a fadiga, sendo o maior erro para o ensaio de torção pura que correspondeu a -11,75%. Para o ensaio multiaxial o índice de erro foi de -11,42%, enquanto que para o ensaio de tração completamente reversa o índice de erro foi 0,65%. A tabela 6.5 apresenta os valores dos índices de erro calculados para todos os dados experimentais e considerando as devidas correções no modelo de MWCM para estimar os efeitos das diferentes configurações de defeitos superficiais.

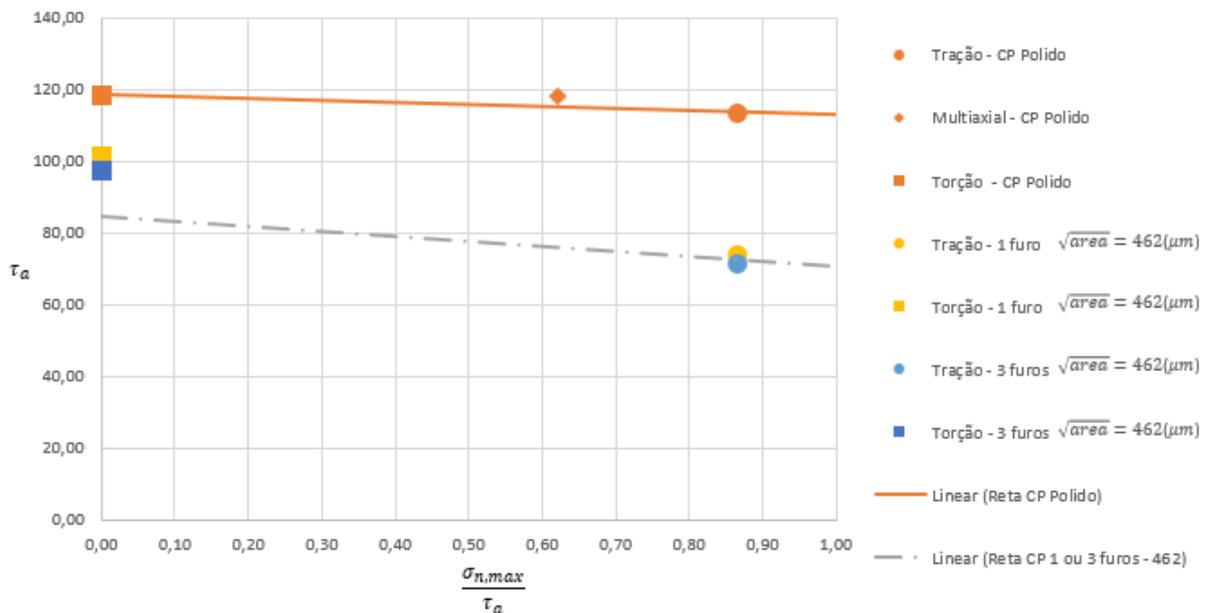


Figura 6.5 – Diagrama de MWCM para os dados com o material S35C, 1 furo e 3 furos,  $\sqrt{area} = 462\mu m$ .

A figura 6.5 mostra o diagrama de MWCM agora considerando os dados para os espécimes contendo 1 e 3 furos, mas tal que, a  $\sqrt{area}$  para ambas as configurações fosse a mesma ( $\sqrt{area} = 462\mu m$ ). Pode-se notar para estes dados que o pior índice de erro para o modelo corrigido foi de -20,58% para o ensaio em torção com apenas 1 furo. Entretanto o índice de erro para o ensaio com o espécime contendo 3 furos foi de 0,00%, este ensaio representa exatamente o valor estimado pela correção no Modelo MWCM. Nos ensaios em tração completamente reversa os índices de erro forma: 0,38% (1 furo) e 4,68% (3 furos). Para esta configuração Endo e Yanase [34] não realizaram testes multiaxiais.

A figura 6.6 mostra o diagrama de MWCM agora considerando os dados para os espécimes contendo 1 furo superficial com  $\sqrt{area} = 94\mu m$  para o material SCM435. Pode-se notar para estes dados que o pior índice de erro para o modelo corrigido foi de -38,72%. Para o ensaio multiaxial o índice de erro foi de -20,68%, enquanto que para o ensaio de tração completamente reversa o índice de erro foi -4,60%.

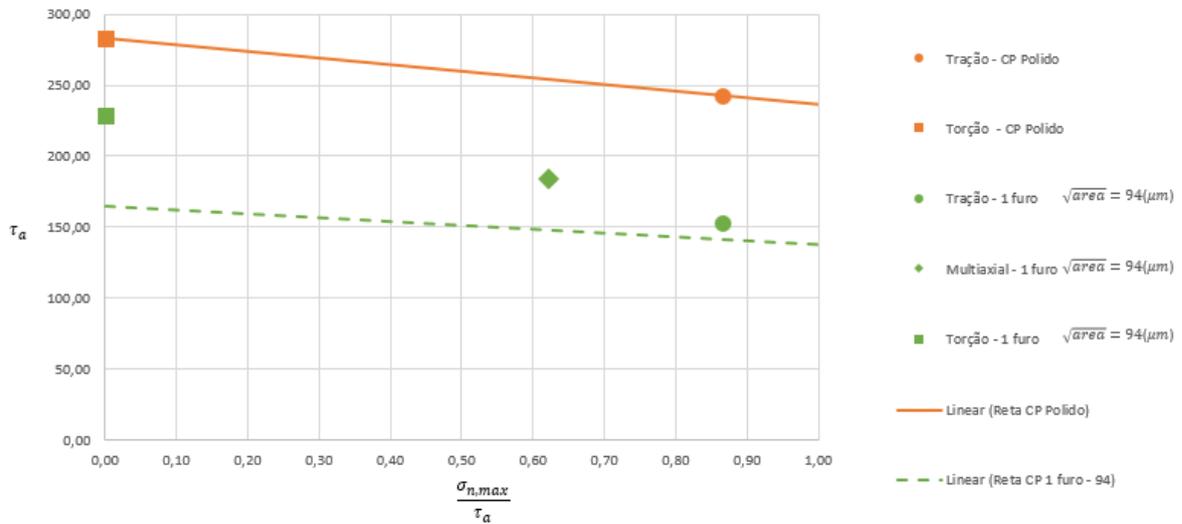


Figura 6.6 – Diagrama de MWCM para os dados com o material SCM435, 1 furo,  $\sqrt{areaa} = 94\mu m$ .

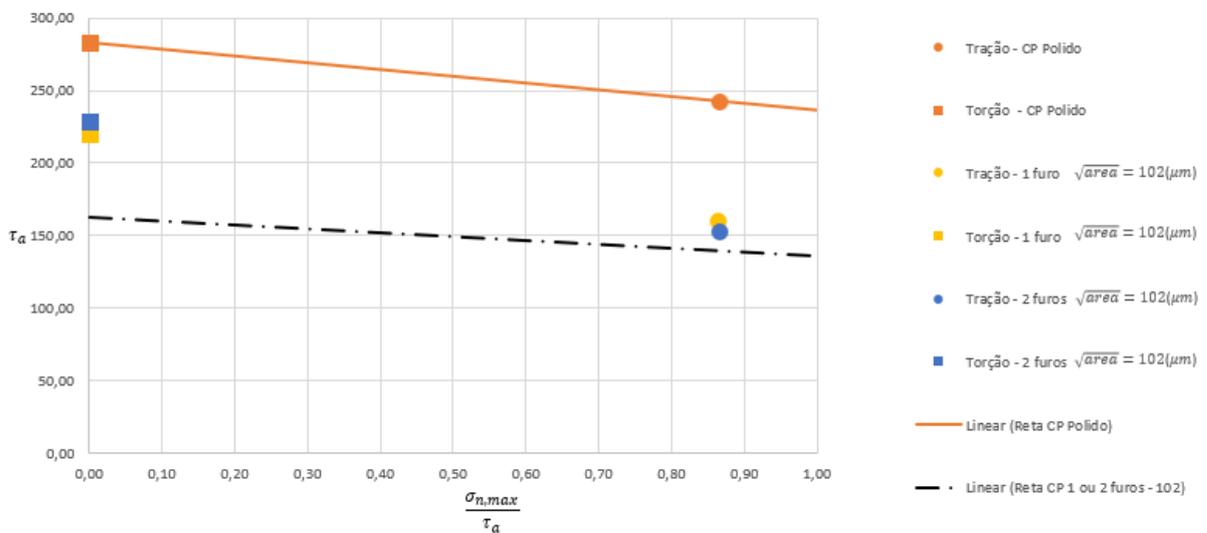


Figura 6.7 – Diagrama de MWCM para os dados com o material SCM435, 1 furo e 2 furos,  $\sqrt{areaa} = 102\mu m$ .

A figura 6.7 mostra o diagrama de MWCM agora considerando os dados para os espécimes contendo 1 e 2 furos, mas tal que, a  $\sqrt{areaa}$  para ambas as configurações fosse a mesma ( $\sqrt{areaa} = 102\mu m$ ). Pode-se notar para estes dados que o pior índice de erro para o modelo corrigido foi de -40,62% para o ensaio em torção 2 furos. Entretanto o índice de erro para o ensaio com o espécime contendo 1 furo foi de -35,42%, ou seja, ambas estimativas foram muito próximas mostrando que o mais

importante é a influência absoluta da  $\sqrt{area}$  do defeito e não o número de defeitos. O índice de erro dos ensaios em tração completamente reversa foram -8,92% (1 furo) e -5,88% (2 furos). Para esta configuração Endo e Yanase [34] não realizaram testes multiaxiais.

A figura 6.8 mostra o diagrama de MWCM agora considerando os dados para os espécimes contendo 1 trinca com  $\sqrt{area} = 251\mu m$ . Pode-se notar para estes dados que o pior índice de erro para o modelo corrigido foi em um ensaio de torção, -39,19%. Para o ensaio multiaxial o índice de erro foi de -11,56%, enquanto que para o ensaio de tração completamente reversa o índice de erro foi 7,13%.

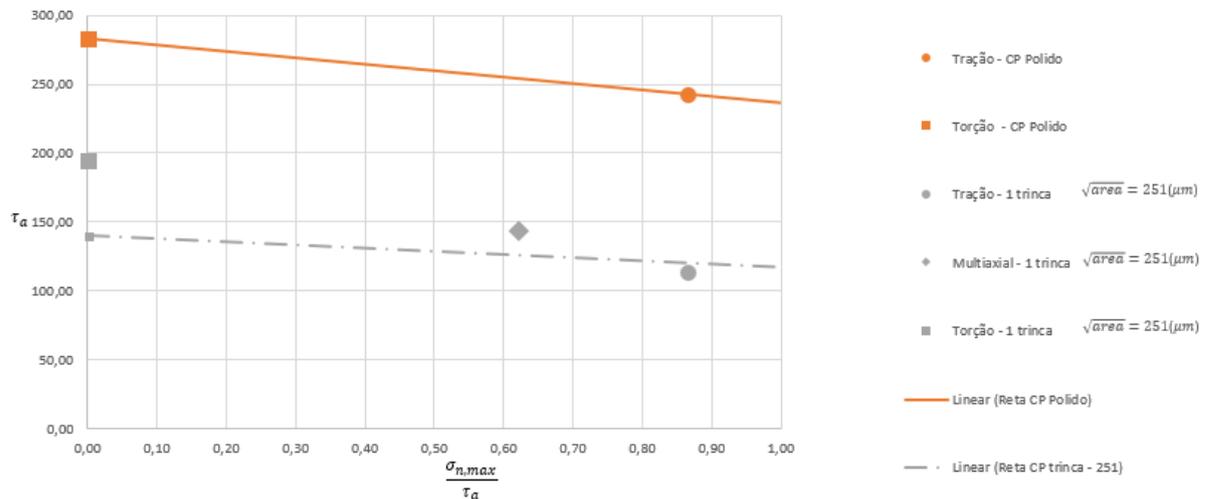


Figura 6.8 – Diagrama de MWCM para os dados com o material SCM435, trinca,  $\sqrt{area} = 251\mu m$ .

A figura 6.9 mostra o diagrama de MWCM agora considerando os dados para os espécimes contendo 1 trinca com  $\sqrt{area} = 752\mu m$ . Pode-se notar para estes dados que o pior índice de erro para o modelo corrigido foi em um ensaio de tração, 29,00%, enquanto que para o ensaio de torção o índice de erro foi -1,72%. Para esta configuração Endo e Yanase [34] também não realizaram testes multiaxiais.

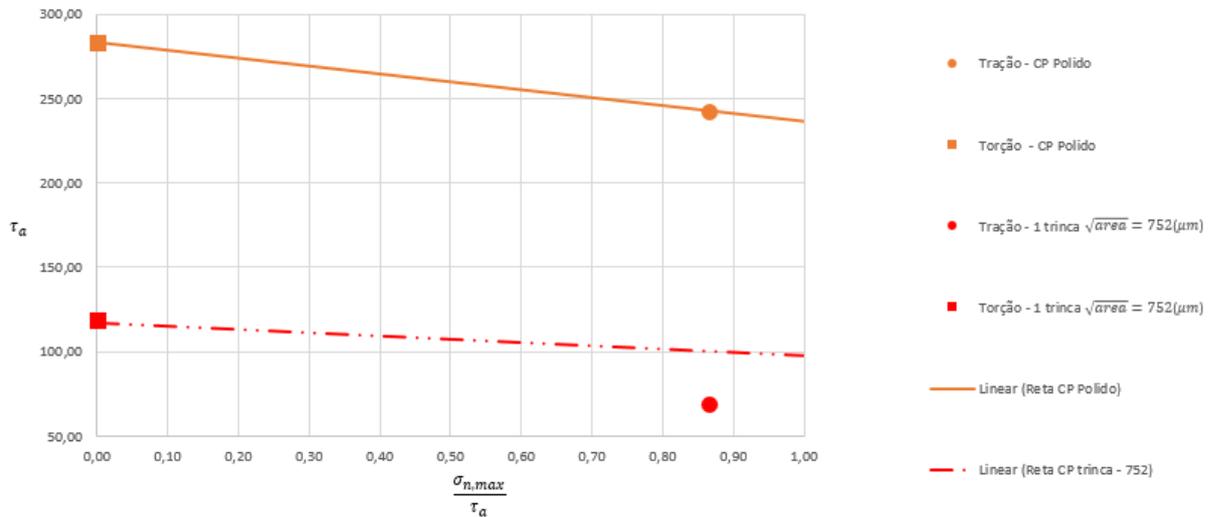


Figura 6.9 – Diagrama de MWCM para os dados com o material SCM435, trinca,  $\sqrt{areaa} = 752\mu m$ .

Tabela 6.5 – Índice de Erro entre dos dados experimentais e o Modelo MWCM para materiais defeituosos.

Material	Ensaio	Tipo de carregamento	Tipo de defeito	$\sqrt{areaa}$ ( $\mu m$ )	Índice de Erro
S35C (Hv=164)	1	Tração	polido	-	1,41%
	2	multiaxial	polido	-	-1,76%
	3	Torção	polido	-	0,00%
	4	Tração	1 furo	94	0,65%
	5	multiaxial	1 furo	94	-11,42%
	6	Torção	1 furo	94	-11,75%
	7	Tração	1 furo	462	0,38%
	8	Torção	1 furo	462	-20,58%
	9	Tração	3 furos	462	4,68%
	10	Torção	3 furos	462	0,00%
SCM435 (Hv=306)	12	Tração	1 furo	94	-4,60%
	13	multiaxial	1 furo	94	-20,68%
	14	Torção	1 furo	94	-38,72%
	15	Tração	1 furo	102	-8,92%
	16	Torção	1 furo	102	-35,42%
	17	Tração	2 furos	102	-5,88%
	18	Torção	2 furos	102	-40,62%
	19	Tração	trinca	251	7,13%
	20	multiaxial	trinca	251	-11,56%
	21	Torção	trinca	251	-39,19%
	22	Tração	trinca	752	29,00%
	23	Torção	trinca	752	-1,72%

### 6.2.1 Avaliação qualitativa do modelo multiaxial de Endo e Ishimoto

O modelo de Endo [32] foi construído a partir de observações experimentais onde observou-se, em condições limite de fadiga, a presença de pequenas trincas não propagantes originadas em defeitos (irregularidades geométricas). A direção dessas trincas era aproximadamente normal a direção da máxima tensão principal nominal  $\sigma_n$  e paralela a mínima tensão a mínima tensão principal nominal,  $\sigma_p$ . Assim a partir dessas observações experimentais Endo [32] considerou que o plano da máxima tensão principal seria definido como o plano crítico para materiais contendo pequenos defeitos. Este modelo, estendido por Endo e Ishimoto [33] para avaliação da fadiga multiaxial em materiais contendo pequenos defeitos e submetidos a carregamentos não proporcionais, pode ser representado como:

$$\sigma_w = (\sigma_n + \beta\sigma_p)_{max} \quad 6.5$$

Nota-se da equação 6.5 que a sollicitação em fadiga considerada crítica é avaliada instante a instante, como pode-se observar na figura 6.8 e depende das direções principais nominais  $\sigma_n$  e  $\sigma_p$ , além da constante  $\beta$ . Assim, o plano crítico e a resistência a fadiga são determinados no instante que maximiza temo  $\sigma_n + \beta\sigma_p$ .

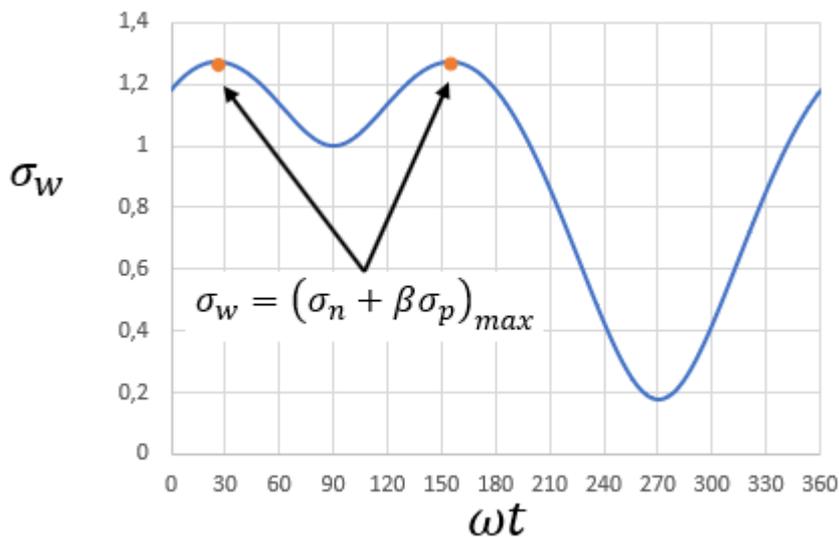


Figura 6.10 – Variação de  $\sigma_w$  para diferentes instantes.

O modelo proposto por Endo e Ishimoto [33] possui uma forte inconsistência. Este modelo aborda um conceito da máxima tensão principal em um determinado instante de tempo e depois compara este dado com o limite de resistência a fadiga de um material, que é um dado de amplitude. Portanto, este procedimento é questionável

do ponto de vista mecânico. Por exemplo, ao se considerar a avaliação do modelo de fadiga a partir das tensões principais em um instante que maximiza o modelo, ao invés de se computar uma amplitude de tensão equivalente, um carregamento com apenas uma parcela média e nenhuma parcela alternada estimaria uma falha por fadiga, o quê claramente não aconteceria na prática.

Neste caso, o mais sensato, nos parece, seria calcular uma amplitude de tensão principal equivalente. Obviamente, para carregamentos não proporcionais as tensões principais variam em valor e direção instante a instante a instante, e, portanto, uma dificuldade prática surge para o cálculo da amplitude da tensão principal (máxima ou mínima). Esta dificuldade deve ter sido um dos motivos para a proposta do modelo de Endo e Ishimoto [33] baseado no cálculo do parâmetro em um único instante ao invés de tentar obter uma medida de amplitude equivalente. Entretanto, com o uso de um método como o MRH pode-se definir uma amplitude para as tensões principais. Isto abriria caminho para a proposta de um novo modelo escrito em termo das amplitudes das tensões principais.

Outro ponto que chama atenção neste modelo é sobre a definição do parâmetro  $\sqrt{area}$  em um contexto multiaxial. Murakami e Endo [19] definem o parâmetro  $\sqrt{area}$  como sendo a raiz quadrada da área obtida pela projeção do defeito no plano perpendicular ao plano de máxima tensão principal. No modelo proposto por Endo e Ishimoto [33], os defeitos superficiais são inseridos mecanicamente nos corpos de prova e o parâmetro  $\sqrt{area}$  é calculado de acordo com o diâmetro e profundidade do defeito, conforme foi apresentado na figura 6.1. Note que nos dados produzidos por Endo e Yanase [34], os autores consideram o mesmo valor do parâmetro  $\sqrt{area}$ , independentemente do tipo de carregamento e da orientação da máxima tensão principal, não seguindo, portanto, a definição do parâmetro  $\sqrt{area}$ . Observa-se uma dificuldade, por parte dos autores do modelo, na determinação deste parâmetro, principalmente na condição de carregamentos multiaxiais e não proporcionais, onde as direções das tensões principais variam com o tempo.

## 7 CONCLUSÃO

Neste trabalho propôs-se uma versão modificada do Modelo MWCM e avaliou-se este modelo contra dados experimentais disponíveis na literatura para materiais contendo pequenos defeitos e submetidos a carregamentos multiaxiais proporcionais. Também conduziu-se uma análise crítica sobre a consistência mecânica do Modelo de Endo e Ishimoto [33] que é utilizado exclusivamente para o computo da resistência em fadiga multiaxial destes materiais contendo defeitos e submetidos a carregamentos combinados. As principais conclusões obtidas neste trabalho são elencadas a seguir:

- O modelo proposto por Endo e Ishimoto [33] possui uma forte inconsistência mecânica associada ao cálculo de um parâmetro de fadiga que é baseado no uso de tensões principais que alcançam um valor máximo em um instante. Este parâmetro escrito desta forma é capaz de estimar dano por fadiga em carregamentos essencialmente estáticos, por exemplo;
- O parâmetro  $\sqrt{area}$  não é calculado de acordo com a proposta inicial de Murakami quando utilizado no contexto do modelo de multiaxial de Endo e Ishimoto [33].
- O modelo MWCM clássico mostrou ótima capacidade de previsão para corpos de prova polidos submetidos a carregamentos multiaxiais proporcionais;
- 77% dos resultados obtidos pelo Modelo MWCM “corrigido” para materiais com defeitos superficiais apresentaram índice de erro na faixa de  $\pm 20\%$ . Em quatro ensaios de torção, a curva corrigida apresentou resultados conservadores acima de 20% (entre -35,42% e -40,62%).

## 8 BIBLIOGRAFIA

- [1] Garwood, M.F., Zurburg, H.H. and Erickson, M.A. In 'Interpretation of tests and correlation with service', American Society for Metals, 1951, pp. 1-77.
- [2] Isibasi, T. and Uryu, T. Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu University 1952, 1, pp. 107-115.
- [3] Ransom, J.T. Trans. ASM 1954, 46, 1254.
- [4] Frith, P.H.J. Iron Steel Inst. 1955, 180, 26.
- [5] Ramsey, P.W. and Kedzie, D.P. Trans. AIME, J. Met. 1957,9, 401.
- [6] Cummings, H.N., Stulen, F.B. and Schulte, W.C. Prec. ASTM 1958, 58, 505.
- [7] Ineson, E., Clayton-Cave, J. and Taylor, R.J.J. Iron Steel Inst. 1956, 184, 178.
- [8] Ineson, E., Clayton-Cave, J. and Taylor, R.J.J. Iron Steel Inst. 1958, 190, 277.
- [9] Atkinson, M.J.J. Iron Steel Inst. 1960, 195, 64.
- [10] Uhrus, L.O. Iron Steel Inst. Sp. Rep. 1963, 77, 104.
- [11] Duckworth, W.E. and Ineson, E. Clean Steel, Iron Steel Inst. Sp. Rep. 1963, 77, 87.
- [12] Frost, N.E. Prec. Inst. Mech. Eng. 1959, 173, 811.
- [13] Frost, N.E.J. Mech. Eng. Sci. 1960, 2, 109.
- [14] Frost, N.E.J. Mech. Eng. Sci. 1963, 5, 15.
- [15] Frost, N.E. and Greenan, A.F. J. Mech. Eng. Sci. 1964, 6, 203.
- [16] Frost, N.E. and Greenan, A.F. Z Mech. Eng. Sci. 1967, 9, 234.
- [17] Frost, N.E., Marsh, K.J. and Peek, L.P. 'Metal Fatigue', Oxford University Press, Oxford, 1974.
- [18] Murakami, Y. 'Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions', Yokendo, Tokyo, 1993.
- [19] Murakami, Y. and Endo, M. Eng. Fract. Mech. 1983, 17, 1.
- [20] Murakami, Y. and Endo, M. In 'The Behaviour of Short Fatigue Cracks', (Ed. K.J. Miller and E.R. de los Rios), EGF Publication 1, Mechanical Engineering Publications, London, 1986, pp. 275-293.
- [21] Murakami, Y., Kodama, S. and Konuma, S. Int. J. Fatigue 1989, 11,291.
- [22] Gough H. J., Pollard H. V., and Clenshaw W. J.. Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses. London. Technical report, 1951.

- [23] Nishihara T. and Kawamoto M. The strength of metals under combined alternating bending and torsion with phase difference. In Kyoto Imperial University, editor, Memoirs of the College of Engineering, vol. XI, no. 5, pages 85-112. 1945.
- [24] Sines G.. Behavior of metals under complex static and alternating stresses. In G. Sines and J. L. Waisman, editors, Metal Fatigue, pages 145-169. McGraw Hill, 1959.
- [25] Crossland B.. Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. In London Institution of Mechanical Engineers, editor, Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals, pages 138-149, 1956.
- [26] Findley W. N.. A theory for the effect of mean stress of fatigue under combined torsion and axial load or bending. Trans. ASME, 81:301-306, 1959.
- [27] Brown M. W. and Miller K. J.. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. Proc. Inst. Mech. Eng., 187(65):745, 1973.
- [28] Matake T.. An explanation on fatigue limit under combined stress. Bull. JSME, 20:257-263, 1977.
- [29] Socie D. F.. Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment. In D. L. Dowell and R. Ellis, editors, Advances in Multiaxial Fatigue ASTM STP 1191, pages 7-36. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1993.
- [30] McDiarmid D. L.. A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction. Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 19:1475-1484, 1994.
- [31] Susmel L. and Lazzarin P.. A bi-parametric Wöhler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 25:63-78, 2002.
- [32] Endo M. European Structural Integrity Society: The multiaxial fatigue strength of specimens containing small defects. Fukuoka, 31, p243-264. 2003.
- [33] Endo M., Ischimoto I., The fatigue strength of steels containing small holes under out-of-phase combined loading. International Journal of Fatigue 28, p;592-597. 2006.
- [34] Endo M., Yanase k., Multiaxial high cycle fatigue threshold with small defects and cracks. Engineering Fracture Mechanics 123, p.182-196. 2014.
- [35] Brasil. Ministério de Minas e Energia. Ministério de Minas e Energia (Ed.). Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2016: ano base 2015. Brasília: EPE, 2016. 232 p. Disponível em: <URL: <http://www.epe.gov.br>>. Acesso em: 22 jan. 2018.

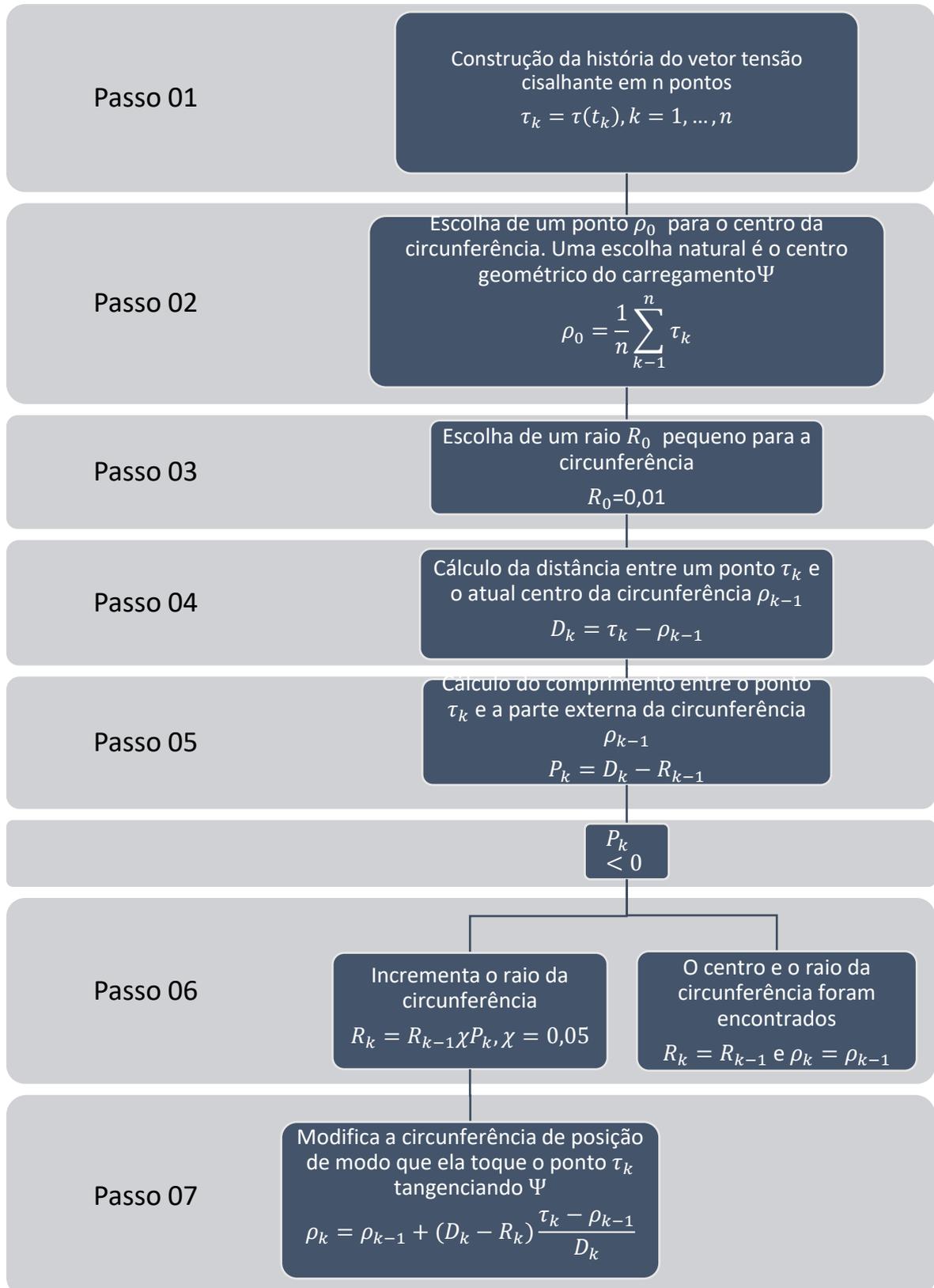
- [36] Notícias do Trecho. Disponível em: <<http://www.noticiasdotrecho.com.br/2014/11/areembepe-energia-e-eleita-melhor-em-seu.html>>. Acesso em: 04 jul. 2017
- [37] Seco. Crankshaft. Disponível em: <<https://www.diesel-engine-motor-service.com/de/ueber-seco/24-support/249-part-8-crankshaft.html>>. Acesso em: 3 de maio de 2017.
- [38] L. Susmel and P. Lazzarin. A bi-parametric Wöhler Curve for high cycle multiaxial fatigue assessment. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 25:63-78,2002.
- [39] Susmel, L. (2008). *“The theory of critical distances: a review of its applications in fatigue”*, *Engineering Fracture Mechanics*, 75:1706-1724.
- [40] Taylor, D. (2008). *“The theory of critical distances”*, *Engineering Fracture Mechanics* 75:1696-1705.
- [41] Callister Junior; D, William. *Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução*. 7. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2008. 1940 p.
- [42] American Society for Testing and Materials. 1823: Standard Terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing. Philadelphia: Annual Book Of Standards, 1996.
- [43] Garcia, Amauri; SPIM, Jaime Alvares; SANTOS, Carlos Alexandre. *Ensaio dos Materiais*. Ltc - Livros Técnicos e Científicos Editora S.a., 2000. 247 p.
- [44] Fadel, A. A., (2010). *Avaliação do Efeito de Tracionamento em Elevados Níveis de EDS Sobre a Resistência em Fadiga do Condutor IBIS (CAA 397,5 MCM)*. Tese de Doutorado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM. TD-005/2010, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 185p.
- [45] Basquin O. . The experimental law of endurance tests. *ASTM Procedures*, 10:625, 1910.
- [46] Shigley, Joseph e; BUDYNAS, Richard G.; MISCHKE, Charles R. *Projeto de Engenharia Mecânica*. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005. 1096 p.
- [47] Garud, Y. S. *Multiaxial Fatigue: A Survey of the State of the Art*. *Journal of Testing and Evaluation*. Vol 9 pp 165-178. 1981.
- [48] Nadai, A. *Theory of Flow and Fracture of Solids*. McGraw-Hill. Nova Iorque. 1950
- [49] Boresi, A. P., R. J. Schmidt, and O. M. Sidebottom. *Advanced Mechanics of Materials*. 5<sup>th</sup> ed., John Wiley. Nova Iorque. 1993.
- [50] Fatemi, Ali; Socie, Darrell F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials And Structures*, [s.l.], v. 11, n. 3, p.149-165, mar. 1988. Wiley-Blackwell.
- [51] Smith R.N., Watson P., Topper T.H. A stress-strain parameter for the fatigue of metals. *J Mater* 1970; 5(4):767-78.

- [52] Socie D. A summary and interpretation of the society of automotive engineers' biaxial testing program. In: *Multiaxial fatigue: analysis and experiments*. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, SAE. AE-14; p. 1-11. 1989.
- [53] Pinheiro, P.A.B. (2012). Análise crítica de modelos de fadiga de plano crítico e proposta de uma nova medida de amplitude da tensão cisalhante. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM-70A/04, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília,DF, 102p.
- [54] Araújo, José Alexander et al. Early cracking orientation under high stress gradients: The fretting case. Elsevier, Brasilia, p.611-618, 8 dez. 2016.
- [55] Chu C. Fatigue Damage Calculation Using the Critical Plane Approach. *ASME* 41-49, 1993.
- [56] Dantas A. P. (2009). Proposta Alternativa para Amplitude de Tensão Cisalhante e Uso de Algoritmos Genéticos para Determinação do Plano Crítico em Fadiga Multiaxial, Publicação ENM. TD-003/2009. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, 142p.
- [57] Araújo J. A., Dantas A. P. Castro F. C. Mamiya E. N., Ferreira J. L. A. On the characterization of the critical plane with a simple and fast alternative measure of the shear stress amplitude in multiaxial fatigue. *Int. J Fatigue* 2011;33:1092-100.
- [58] Lemaitre, J. and Chaboche, J.L. *Mecanique des Materiaux Solides*, Dunod, Paris, 1985.
- [59] Fuchs, H. O. and Stephens, R. I. *Metal Fatigue in Engineering*. John Wiley and Sons. Nova Iorque. 1980.
- [60] Grubisic V., Simbürger A. Fatigue under combined out of phase multiaxial stress, *Proc. Int. Conf. Fatigue Testing and Design*, Society of Environmental Engineers, 27.1-27.8. Londres. 1976.
- [61] Papadopoulos, I. V., *Critical Plane Approaches in High-Cycle Fatigue: On the definition of the amplitude and the mean value of the shear*. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. 21, p.269-285. 1998.
- [62] INÁCIO., T. B. (2008). Otimização de Modelo de Fadiga Multiaxial por meio de Algoritmo Genético. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM-126A/08, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 75p.
- [63] Dang Van K. Le Douaron A.; Lieurade H.P. Multiaxial fatigue limit: a new approach, in: *Proc. 6th Int. Conf. Fract. Advances in Fracture Research*. Pergamon Press, pp.1879-1885. Oxford. 198.

- [64] E.N. Mamiya, J.A. Araújo, F.C. Castro. Prismatic hull: A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*. Vol 31 pp. 1144-1153. 2009.
- [65] Griffith, A. A. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. v. 221, p. 163-198. 1920.
- [66] Irwin G. R. Analysis of stresses and strains near the end of crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*. v.24, p. 361-364. 1957.
- [67] Dowling, Norman E., *Mechanical Behavior of Materials, Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*. 4. ed. Harlow: Pearson Education Limited, 2013. 954 p.
- [68] Westergaard, H. M., Bearing pressures and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 6, p. 49-53. 1939.
- [69] Murakami, Y., *Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions*. Kidlington: Elsevier, 2002. 369 p.
- [70] Murakami Y., Nemat-Nasser S., Growth and stability of interacting surface flaws of arbitrary shape' *Engng Fract Mech* 17 3, p. 193-210. 1983.
- [71] Murakami Y., Analysis of Stress Intensity Factors of Modes I, II and III for Inclined Surface Cracks of Arbitrary Shape, *Eng. Fract. Mech.*, 22(1) 101-114. 1985.
- [72] Endo M., Ischimoto I., Effects of phase difference and mean stress on the fatigue strength of small-hole-containing specimens subjected to combined load. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, vol. 1, N 3, p.343-354. 2007.
- [73] Endo M., Effects of small defects on the fatigue strength of steel and ductile iron under combined axial/torsional loading. *Small Fatigue Cracks: Mechanics, Mechanisms and Applications*, p 375-387. 1999.
- [74] Endo M., *Transactions of the Japan society of Mechanical Engineers, Series A*, vol. 67 n. 661, p. 1520-1526. 2001.
- [75] Endo M., The multiaxial fatigue strength of specimens containing small defects, in: *biaxial/multiaxial fatigue and fracture*.ESIS publication 31, p.243-364. 2003.
- [76] Beretta S., Murakami Y., SIF and threshold for small cracks at small notches under torsion. *Fatigue Fract Eng Mater Sutrc* 23, p.97-104. 2000.
- [77] Endo M., Yanase k., Multiaxial high cycle fatigue threshold with small defects and cracks. *Engineering Fracture Mechanics* 123, p.182-196. 2014.
- [78] SUSMEL, Luca. *Multiaxial Notch Fatigue: From nominal to local stress/strain quantities*. [s. L.]: Crc Press, 2009. 588 p.

## Anexo A

### A.1 – Algoritmo do Mínimo Círculo Circunscrito (MCC)



## A.2 – Algoritmo do Maior Retângulo Circunscrito (MRC)

### InícioAlgoritmo

$\tau_a \leftarrow 0$  /\*Inicialização da amplitude da tensão cisalhante\*/

**Para cada**  $\theta_i$ ,  $i=1, \dots, m$ ;  $\phi_j$ ,  $j=1, \dots, n$  **faça**

$\tau_a \leftarrow \tau(t_k, \theta_i, \phi_j)$ ,  $k=1, \dots, n$  /\* Discretização da história de tensões cisalhantes em um número finito de instantes do carregamento periódico\*/

$\tau_{ar} \leftarrow 0$  /\* Inicialização da amplitude da tensão cisalhante em cada plano de corte \*/

**Para cada**  $\varphi_i$ ,  $i=1, \dots, n_{rot}$  **faça**

$\tau_\varphi \leftarrow \tau_k(\varphi_i)$  /\*Descreve a história da tensão cisalhante na base de rotação \*/

**Para**  $l = 1, 2$  **faça**

$p_l \leftarrow \max_l \tau_\varphi$  /\*Valor máximo de  $\tau_k$ \*/

$q_l \leftarrow \min_l \tau_\varphi$  /\*Valor mínimo de  $\tau_k$ \*/

$a_l \leftarrow \frac{1}{2}[p_l - q_l]$  /\*Calcula a amplitude de cada componente\*/

**Até**  $l = 2$

$\tau_a \leftarrow \sqrt{\sum_{l=1}^2 a_l^2}$  /\* Calcula a amplitude da tensão cisalhante para as orientações  $\varphi_i$ \*/

**Se**  $\tau_a > \tau_{ar}$

$\tau_{ar} \leftarrow \tau_a$  /\* Amplitude da tensão cisalhante no plano de corte\*/

**FimSe**

**Até** avaliar todos os ângulos de rotação  $\varphi_i$

**Se**  $\tau_{ar} > \tau_a$

$\tau_a \leftarrow \tau_{ar}$  /\* Armazena o maior valor da amplitude da tensão cisalhante\*/

**FimSe**

**Até** a avaliação de todos os planos de corte  $\theta_i, \phi_j$

**FimAlgoritmo**

## Anexo B – Algoritmos Matlab

### B.1 – Rotina MWCM

```
% Função para calcular tau_a e sigma_n_max.
% -----
% UnB - Programa de Pós Graduação em Ciências Mecânicas
% -----
%Ensaio:1 - sw
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all;
clc;
sigmay=230;
tauxy=0;
i = 1;
j = 1;

% Variando os planos observados (ângulos fi (phi) e te (teta))
for fi = 0:(pi/10):pi
    for te = 0:(pi/10):pi
        % Plano fixado.
        ea = [-sin(te) cos(te) 0]';
        eb = [-cos(fi)*cos(te) -cos(fi)*sin(te) sin(fi)]';
        n = [sin(fi)*cos(te) sin(fi)*sin(te) cos(fi)]';
        % Vetores unitários do plano definidos.

%% Aplicando a carga
for t = 0:(pi/10):2*pi

    sigma_y = sin(t)*sigmay*[1 0 0;0 0 0;0 0 0];

    tau_xy = sin(t)*tauxy*[0 1 0;1 0 0;0 0 0];

    sigma = sigma_y +tau_xy;

    tau_A(i) = (ea'*sigma*n);
    tau_B(i) = (eb'*sigma*n);
    sigma_n(i) = (n'*sigma*n);
    i = i + 1;

end

% Calculo de tau_a para o plano fixado no LOOP
tau_a(j) = MRH(tau_A',tau_B');
sigma_n_max(j) = max(sigma_n);
angulo_phi(j) = radtodeg(fi);
angulo_theta(j) = radtodeg(te);
j=j+1;
i =1;
    end
end

% M = [angulo_phi' angulo_theta' tau_a' sigma_n_max'];
M = [tau_a' sigma_n_max' angulo_phi' angulo_theta'];
```

## B.2 – Rotina MRH

```
function [ hip ] = MRH( x,y )
% Função para encontrar a hipotenusa do maior retangulo envolvente.
% Metodo MRH
% -----
% UnB - Programa de Pós Graduação em Ciências Mecânicas
% -----

% Salva as coordenadas originais em outras variaveis (Necessario somente
% para fazer o plot)
x1=x;
y1=y;

% Matriz de Rotação.
Rmat = @(theta) [cos(theta) sin(theta);
                 -sin(theta) cos(theta)];

% Ângulos theta.
theta=0:pi/20:pi/2;

% Parametros iniciais.
hip = 0;
xy = [x,y];

for i = 1:length(theta)
    % Rotação nos valores de theta
    rot = Rmat(theta(i));
    xyr = xy*rot;
    xymin = min(xyr, [],1);
    xymax = max(xyr, [],1);

    %Cálculo dos semi-lados do retângulo
    xa=0.5*(xymax(1) - xymin(1));
    ya=0.5*(xymax(2) - xymin(2));
    % Cálculo dos novos parâmetros.
    hip_i = sqrt(xa^2 + ya^2);
    % O novo parâmetro calculado é maior? Se sim, armazene.
    if hip_i>hip
        hip = hip_i;

        % Retorna para as cordenadas originais e compoe o retangulo envolvente
        rec = [xymin; [xymax(1), xymin(2)]; xymax; [xymin(1), xymax(2)]; xymin];
        rec = rec*rot';
        rectx = rec(:,1);
        recty = rec(:,2);
    end
end

% % Plota o grafico com os pontos e o maior retangulo envolvente
% figure
% H=convhull(x1,y1);
% plot(x1(H),y1(H), '-r', rectx, recty, '-b', x1, y1, 's')
% title(['Análise gráfica do MRH - \tau_a= ', num2str(hip)])
% xlabel('e_b')
% ylabel('e_a')
% grid on
end
```