

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE UnB GAMA-FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA

ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS ESTRUTURAIS
TUBULARES UTILIZANDO O MÉTODO DE SÍNTESE MODAL
DE COMPONENTES

JOSE MANUEL BAUTISTA ORDOÑEZ

ORIENTADOR (A): Dr(a). MARIA ALZIRA DE ARAÚJO NUNES
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS
DA ENGENHARIA

PUBLICAÇÃO: FGA.DM – N°056A/2018

BRASÍLIA/DF: FEVEREIRO/2018

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE UnB GAMA/FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA

ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS ESTRUTURAIS TUBULARES
UTILIZANDO O MÉTODO DE SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES

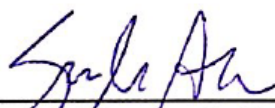
JOSE MANUEL BAUTISTA ORDOÑEZ

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

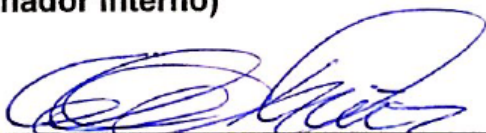
APROVADA POR:



Prof.ª Dr.ª Maria Alzira de Araújo Nunes
(Orientador)



Prof.ª Dr.ª Suzana Moreira Avila
(Examinador Interno)



Prof. Dr. Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz
(Examinador Externo)

Brasília, 28/02/2018

FICHA CATALOGRÁFICA

JOSE MANUEL BAUTISTA ORDOÑEZ

ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS ESTRUTURAIS TUBULARES UTILIZANDO O MÉTODO DE SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES, [Distrito Federal] 2018.

Nº.113p. 210 x 297 mm (FGA/FT/UnB, Mestre, Integridade de Materiais da Engenharia, 2018).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade UnB Gama. Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia.

1. SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES

2. RESSONADOR

3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

4. ANÁLISE MODAL

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ORDOÑEZ, J. M. B. (2018). ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS ESTRUTURAIS TUBULARES UTILIZANDO O MÉTODO DE SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES. Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais da Integridade da Engenharia, Publicação Nº056A/2018, Faculdade UnB Gama/FT/Universidade de Brasília, DF, nº.113p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: JOSE MANUEL BAUTISTA ORDOÑEZ.

TÍTULO: ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS ESTRUTURAIS TUBULARES UTILIZANDO O MÉTODO DE SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES.

GRAU: Mestre

ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.



JOSE MANUEL BAUTISTA ORDOÑEZ.

QUADRA 46, CASA 70.

CEP 72440-460. Brasília, DF – Brasil.

E-mail: josebautistaordonez@gmail.com.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por me dar a oportunidade e me acompanhar ao longo do meu mestrado.

Agradeço aos meus pais e irmão, que apesar da distância, me deram apoio em todo momento, por acreditar nas minhas escolhas e fazer tudo o que for possível para que alcance meus propósitos.

À Profa. Dra. Maria Alzira Araújo de Nunes, pela orientação e atenção durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

À Diana Sandoval, que está sempre ao meu lado me apoiando.

Ao programa de Pós-graduação que ofereceu todo o apoio possível aos alunos.

À Profa. Dra. Carla Anflor e o Prof. Dr. Jhon Goulart, pela confiança que entregaram em mim para entrar ao programa de mestrado.

A CAPES pelo apoio financeiro no início e fim do trabalho.

*Há uma força motriz mais poderosa que o vapor, a eletricidade e
energia atômica: a vontade.*

Albert Einstein

RESUMO

Os sistemas estruturais tubulares podem ser encontrados em várias aplicações industriais, um exemplo são os sistemas HVAC (do inglês “*heating, ventilating and air conditioning*”), os quais são responsáveis por fazer com que qualquer ambiente fechado permaneça dentro de uma faixa de temperatura, umidade e limpeza. Os sistemas estruturais tubulares têm como uma de suas aplicações o conforto ambiental interno em espaços industriais, edifícios e veículos, vários desses espaços têm processos industriais que geram altas frequências sonoras e vibrações mecânicas que precisam ser adequadamente controlados de forma a atender tanto as normas ambientais quanto aquelas relacionadas à saúde. Com o objetivo de analisar a vibração estrutural de sistemas tubulares, a técnica de análise modal é uma metodologia clássica para extração das frequências naturais e modos de vibração. Dentre as técnicas de análise modal destacam-se ainda as metodologias numéricas, como o método dos elementos finitos, e metodologias analíticas, como a Síntese Modal de Componentes (SMC). A SMC é uma das principais ferramentas de modelagem de sistemas complexos aplicada a sistemas de grande porte. O método utiliza um superconjunto modal e consiste em modelar separadamente componentes individuais de uma estrutura e acoplá-los em um sistema único. O objetivo deste trabalho é demonstrar a aplicação da técnica SMC para estimativa das frequências naturais e modos de vibração de um sistema simplificado estrutural tubular. Tal sistema é composto por duas subestruturas, que junto a SMC utilizando o software MATLAB[®] e ANSYS[®], irão formar um sistema global. A validação dos resultados foi realizada através de modelagem numérica utilizando o método de elementos finitos por meio do software ANSYS[®]. Os resultados obtidos se mostraram satisfatórios, demonstrando a viabilidade da aplicação da técnica SMC para análise de vibração estrutural em sistemas estruturais tubulares.

Palavras-chave: Síntese Modal de Componentes, Sistemas HVAC, Análise Modal, Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

Tubular structural systems can be found in many industrial applications, such as heating, ventilation and air conditioning (HVAC) systems, which are responsible for making any enclosed environment remain within a temperature range, humidity and cleanliness. The tubular structural systems have as one of their applications the internal environmental comfort in industrial spaces, buildings and vehicles, several of these spaces have industrial processes that generate high sound frequencies and mechanical vibrations that need to be adequately controlled in order to meet both environmental norms those related to health. With the objective of analyzing the structural vibration of tubular systems, the modal analysis technique is a classical methodology for extraction of the natural frequencies and vibration modes. Among the techniques of modal analysis, numerical methodologies such as the finite element method and analytical methodologies such as the Component Mode Synthesis (CMS) are also highlighted. CMS is one of the leading modeling tools for complex systems applied to large systems. The method uses a modal superset and consists of separately modeling individual components of a structure and coupling them into a single system. The objective of this work is to demonstrate the application of the SMC technique to estimate the natural frequencies and vibration modes of a simplified tubular structural system. This system consists of two substructures, which together with CMS using MATLAB[®] and ANSYS[®] software, will form a global system. The validation of the results was done through numerical modeling using the finite element method using ANSYS[®] software. The results obtained were satisfactory, demonstrating the feasibility of applying the CMS technique for analysis of structural vibration in tubular structural systems.

Keywords: Component Mode Synthesis, HVAC systems, Modal Analysis, The Finite Element Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Exemplo de Sistemas de dutos HVAC. (a) Complexidades do sistema de duto [3]. (b) Aplicação na Área Industrial [4].....	19
Figura 1.2 Vibração de um sistema HVAC em Hotéis [13].....	23
Figura 1.3 Fluxograma da metodologia aplicada.	25
Figura 2.1 Exemplo de Subestruturação [15].	27
Figura 2.2 Subestruturação típica de um avião [17].....	28
Figura 2.3 Representação gráfica de duas vigas (subestruturas) discretizadas e interligadas por uma interface em comum.	34
Figura 2.4 Fluxograma da metodologia de SMFR.	46
Figura 2.5 Fluxograma da aplicação da Síntese Modal com Flexibilidade Residual (SMFR).48	
Figura 2.6 Três primeiros modos de vibrar de uma viga engastada-livre, mostrando a diferença de energia da interface respeito à energia interna.....	51
Figura 2.7 Relação entre as frequências dos dois componentes.....	57
Figura 2.8 Relação entre as frequências dos dois componentes com $m_1=1$	58
Figura 2.9 Relação entre as frequências dos dois componentes com $m_1= m_2$	58
Figura 3.1 Sistema Unidirecional Massa-Mola.	61
Figura 3.2 Viga Engastada-Livre modelado por número de nós.....	65
Figura 3.3 Viga Engastada-Engastada modelada por número de nós.	66
Figura 3.4 Dimensões da Viga Circular-Anular Engastada-Livre.	67
Figura 3.5 Esquema de Síntese para Duas Vigas Engastada-Livre.....	68
Figura 3.6 Três Primeiros Modos de Vibração das Subestruturas.	69
Figura 3.7 Três Primeiros Modos de Vibração do Sistema Completo.....	70
Figura 3.8 Índice MAC dos modos emparelhados calculados.	72
Figura 3.9 Três primeiros modos do sistema completo sintetizado.	72
Figura 3.10 Elemento de marco linear.	74
Figura 3.11 Geometrias de silenciadores de tipo ressonador.	75
Figura 3.12 Perda de transmissão de um “ <i>quarter-wavelength tube</i> ” calculado teoricamente e usando ANSYS® <i>Workbench</i> , para proporções de áreas entre o “ <i>quarter-wavelength tube</i> ” e o canal de escape principal de $N=0,25$ e $N=1,0$	76
Figura 3.13 Modelo do silenciador “ <i>quarter-wavelength tube</i> ”.....	76
Figura 3.14 Modelo de elementos finitos do silenciador de tipo “ <i>quarter-wavelength tube</i> ”..	77

Figura 3.15 Comportamento do índice MAC entre as respostas no MATLAB®	80
Figura 3.16 Comportamento do índice MAC dos modos emparelhados entre as respostas no MATLAB® com maior número de elementos que descrevem o sistema e critério CSMF.....	82
Figura 3.17 Comportamento do índice MAC dos modos emparelhados entre as respostas no MATLAB® com maior número de elementos que descrevem o sistema e critério CSMF.....	83
Figura 4.1 Geometria do elemento BEAM3 [49].....	86
Figura 4.2 Detalhes da metodologia numérica via ANSYS®	87
Figura 4.3 Solução da subestrutura 1.	88
Figura 4.4 Solução da subestrutura 2.	89
Figura 4.5 Valores do índice MAC.	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Propriedades Físicas Sistema Massa-Mola.....	61
Tabela 3.2 Autovalores e Autovetores das Subestruturas.	62
Tabela 3.3 Pesos relativos dos modos das Subestruturas.	62
Tabela 3.4 Autovalores e Autovetores do Sistema Completo.	63
Tabela 3.5 Propriedades dinâmicas do sistema global sintetizado.....	63
Tabela 3.6 Propriedades dinâmicas do sistema global sintetizado no exemplo de referencia [6].	64
Tabela 3.7 Propriedades Físicas Viga em SAE 1010.	65
Tabela 3.8 Parâmetros adimensionais em função das condições de contorno aplicadas a uma Viga Engastada-Livre [46].	66
Tabela 3.9 Parâmetros adimensionais em função das condições de contorno aplicadas a uma Viga Engastada-Engastada [46].....	67
Tabela 3.10 Frequências das Estruturas Calculadas por MEF e Analiticamente.	69
Tabela 3.11 Comparação entre as frequências e modos da estrutura sintetizada e calculada de forma completa.	71
Tabela 3.12 Parâmetros usados na análise de um duto circular com “ <i>quarter-wavelength tube</i> ”.	75
Tabela 3.13 Primeiras cinco frequências naturais das subestruturas.....	78
Tabela 3.14 Primeiras dez frequências naturais de vibração do sistema completo e o sistema sintetizado no MATLAB [®]	79
Tabela 3.15 Primeiras dez frequências naturais de vibração do sistema completo em ANSYS [®] e o sistema sintetizado no MATLAB [®]	80
Tabela 3.16 Primeiras dez frequências naturais do sistema em ANSYS [®] e o sistema sintetizado no MATLAB [®] com maior número de elementos e critério CSMF.	81
Tabela 3.17 Frequências naturais de vibração do sistema completo e o sistema sintetizado para um modelo com menor quantidade de modos no MATLAB [®]	83
Tabela 4.1 Etapas da metodologia numérica para estimativa numérica das frequências naturais e modos de vibrar utilizando o software ANSYS [®]	90
Tabela 4.2 Propriedades das malhas em elementos finitos do modelo de síntese e tempo de processamento.	91

Tabela 4.3 Valores de Frequências naturais para cada subestrutura, obtidos com ANSYS® e MATLAB®	91
Tabela 4.4 Valores de Frequências naturais para o sistema completo e a síntese, obtidos com ANSYS® e MATLAB®	92
Tabela 4.5 Soluções emparelhadas do índice MAC® no ANSYS®	93

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CEA	Critério de Eliminação Automática de Modos
CSMF	Critério de Seleção Modal pelas Frequências
GDL	Grau de Liberdade
HVAC	Ou AVAC (pelas suas siglas no português), Aquecimento, Ventilação e Ar Condicionado.
MAC	Critério de Confiança Modal
MEF	Método dos Elementos Finitos
QWT	Quarter-wavelength Tube
SMFR	Síntese Modal com Superconjunto Modal de Flexibilidade Residual
SMC	Síntese Modal de Componentes

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto latino:

\hat{A}	Matrizes Dinâmicas de Estado
C_{dd}	Matriz de Restrições Linearmente Dependentes
C_{dm}	Matriz de Restrições Linearmente Independentes
E_c	Energia Relativa das Coordenadas do Contorno
E_i	Energia Relativa das Coordenadas Internas
f	Vetor de Forças Externas do Sistema
G	Matriz de Flexibilidade
G_e	Matriz de Flexibilidade Elástica
G_d	Matriz de Flexibilidade Residual
I	Matriz de Identidade
k	Termos de Rigidez
K	Matriz de Rigidez do Sistema
K_q	Matriz de Rigidez Generalizada
m	Termos de Massa
M	Matriz de Massa do Sistema
M_q	Matriz de Massa Generalizada
N_a^i	Índice de Qualidade de um Modo (i) da Subestrutura (a)
p	Coordenadas Generalizadas Reduzidas
P	Soma Ponderada das Diferenças Relativas entre as Frequências
q	Coordenadas Modais do Sistema Não Amortecido
r	Relação Entre o Número de Modos das Subestruturas
S	Vetor Solução das Matrizes de Massa e Rigidez
u	Coordenadas Físicas
V	Matriz Auxiliar
Z	Matriz de Pesos Modais Relativos

Alfabeto grego:

α	Rigidez Modal Relativa ao Superconjunto Modal do Sistema Não Amortecido
α_{jj}	Rigidez Modal Relativa os Modos de Flexibilidade Residual do Sistema Não Amortecido
β	Massa Modal Relativa ao Superconjunto Modal do Sistema Não Amortecido
β_{jj}	Massa Modal Relativa os Modos de Flexibilidade Residual do Sistema Não Amortecido
Γ	Rigidez Modal das Subestruturas Conectadas do Sistema
δ_f	Modos de Flexibilidade Residual do Sistema
Δ	Massa Modal das Subestruturas Conectadas do Sistema
ζ	Autovetores Sintetizados do Sistema Original
θ	Modos Normais do Sistema Não Amortecido
Λ	Matriz de Autovalores do Sistema Não Amortecido
Σ	Autovetores Sintetizados das Subestruturas do Sistema
ϕ	Matriz de Modos Normais do Sistema Não Amortecido
λ	Parâmetro Adimensional em função ao Contorno
σ	Parâmetro Adimensional em função ao Contorno
Ψ	Superconjunto Modal do Sistema Não Amortecido
ε	Peso Modal
ω	Frequência Natural

Superescritos:

a	Referente à Subestrutura A
b	Referente à Subestrutura B

Subescritos:

c	Grais de Liberdade de Contorno
d	Modos Não Amortecidos
e	Modos Elásticos
f	Modos Normais de Interface Fixa
i	Grais de Liberdade Internos
k	Modos Normais com Interface Carregada
l	Modos de Interface Livre

m Modos Mantidos
n Modos Não Mantidos e Internos
r Modos Estáticos de Restrição
Modos de Corpo Rígido
Coordenadas Suficientes para Considerar Movimento de Corpo Rígido

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	19
1.1	Contextualização.....	19
1.2	Motivação	22
1.3	Objetivo Geral.....	24
1.3.1	Objetivos Específicos	24
1.4	Metodologia	25
1.5	Estrutura dos Capítulos	26
2	SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES	27
2.1	Contextualização.....	27
2.2	Revisão Bibliográfica.....	29
2.3	Conceitos Fundamentais	33
2.4	Métodos de Síntese Modal de Componentes	35
2.4.1	Modos normais com interface fixa.	36
2.4.2	Modos normais com interface livre.	36
2.4.3	Modos normais com interface carregada.	37
2.4.4	Modos de flexibilidade residual.....	37
2.5	Método de Síntese Modal com Flexibilidade Residual.....	40
2.6	Critério de Eliminação de Modos.....	49
2.6.1	Critério de seleção modal pela energia (CEA).	50
2.6.2	Critério de Seleção Modal pelas Frequências (CSMF)	56
3	MODELO COMPUTACIONAL E SIMULAÇÃO NUMÉRICA ATRAVÉS DO SOFTWARE MATLAB®	60
3.1	Sistema Massa-Mola.....	60
3.2	Sistema Viga Engastada-Livre (Unidirecional)	64
3.3	Sistema de Vigas (Bidirecional tipo QWT)	73
3.3.1	Análise MEF.....	73
3.3.2	Ressonador do Tipo QWT (“ <i>Quarter-wavelength Tube</i> ”)	74
3.3.3	Metodologia.....	76
3.3.4	Resultados.....	78
4	SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES VIA MEF	85

4.1	Metodologia: ANSYS®	86
4.1.1	Construção do modelo estrutural em elementos finitos.....	86
4.1.2	Implementação da síntese modal de componentes	87
4.1.3	Solução da síntese modal de componentes	89
4.2	Modelo	91
5	CONCLUSÕES	94
5.1	Conclusões	94
5.2	Trabalhos Futuros	95
5.3	Trabalhos Publicados	95
ANEXO A	105
ANEXO B	106

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Atualmente existe uma forte demanda pelo conforto ambiental no interior de um ambiente fechado, visando a saúde e a produtividade de pessoas ou organismos. Tudo isso conduziu à invenções dos componentes do que viriam a ser os sistemas de HVAC ou AVAC. Ambas siglas possuem o mesmo significado que referem-se às suas principais funções, “aquecimento, ventilação e ar condicionado”(em inglês "*heating, ventilating and air conditioning*").

A partir das porcentagens do consumo de energia de prédios e edifícios, os requerimentos de construção em termos de sistemas de aquecimento, ventilação e ar condicionado (HVAC) representam uma quantidade substancial de consumo de energia em edifícios que é mais de 60% do consumo total. Embora a iluminação represente cerca de 11% a 20% da demanda total de energia no edifício [1].

Ainda hoje em dia novos métodos para modernização de aumento da eficiência e do controle dos sistemas são constantemente introduzidos por empresas e cientistas de todo o mundo [1], resultando em uma grande variedade de diferenças físicas entre os sistemas, como tamanhos, seções transversais, materiais, etc. (Figura 1.1a).

Esses sistemas são aplicáveis em vários casos e situações, como o transporte de fluxo de ar para controle de temperatura, a exemplo o fornecimento de ar fresco ao ar livre para diluir contaminantes internos no ar, como odores de ocupantes, compostos orgânicos voláteis emitidos por mobiliário interior, produtos químicos usados para limpeza, etc. (Figura 1.1b) [2].

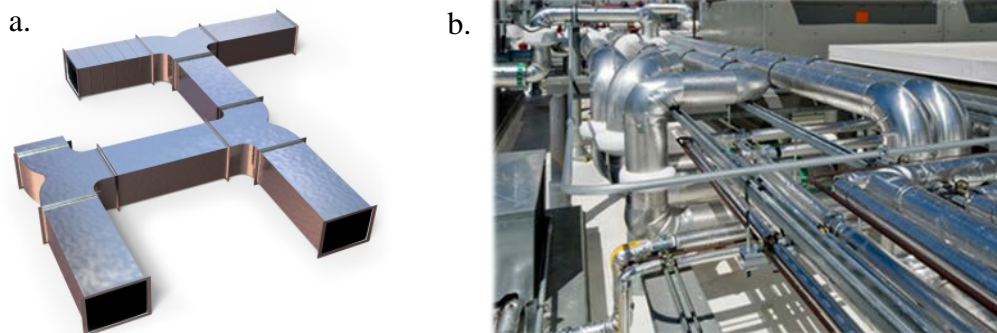


Figura 1.1 Exemplo de Sistemas de dutos HVAC. (a) Complexidades do sistema de duto [3]. (b) Aplicação na Área Industrial [4].

Grande parte de um sistema HVAC depende de dutos com um comprimento longo e diversos tipos de seções transversais, ainda mais importante em grandes construções como edifícios ou até na área industrial, como no caso da Figura 1.1b.

O presente trabalho demonstra que os sistemas HVAC têm, além dos parâmetros primários de aquecimento, refrigeração e ar condicionado, parâmetros estruturais como a vibração estrutural do sistema que poderia contribuir para o surgimento de problemas acústicos, devido as frequências naturais da estrutura, que são próximas às frequências internas do fluido acústico e podem provocar ruído incomodo ao usuário.

Geralmente os sistemas tubulares estão ligados a um exaustor ou ventilador que apresentam frequências características de seu mesmo funcionamento, essas frequências, quando não devidamente controladas, são transportadas para a estrutura dos dutos provocando ruído devido as vibrações que atingem ou afetam as estruturas metálicas.

A vibração estrutural está presente em qualquer máquina ou aplicação que trabalhe de forma recíproca ou rotativa devido a vibração provocada por suas próprias características de funcionamento. A vibração pode ser gerada por eixos desalinhados, folga nos elementos do sistema, desequilíbrio no motor, etc. As condições mencionadas podem gerar ressonância e cargas dinâmicas que afetam estruturalmente o sistema, além de danos estruturais que podem provocar ruído, caso não seja devidamente manipulado, pode destruir uma instalação HVAC [2].

A ressonância é uma falha que ocorre quando um corpo recebe pulsos energéticos com frequência igual ou próxima a uma de suas frequências naturais de vibração, fazendo com que o sistema apresente amplitudes de deformação cada vez maiores, correspondente a energia que vai armazenando o sistema. Em sistemas não dissipativos a frequência de ressonância é igual a frequência natural, no entanto, para evitar que o sistema apresente uma deterioração no desempenho estrutural é necessário conhecer as frequências naturais no sistema [5].

A análise em elementos finitos para calcular as frequências naturais e os modos de vibração de um sistema mecânico é um dos métodos mais utilizados para conhecer o comportamento vibro-acústico [6]. A discretização de um sistema em elementos finitos fornece uma maneira eficaz de resolução de problemas tanto estáticos quanto dinâmicos. No entanto, para que a análise dinâmica de um sistema apresente resultados condizentes com a realidade, o modelo em questão pode necessitar de um grande número de graus de liberdade. O esforço computacional empregado na análise deste modelo com refinamento elevado se mostra como um problema, pois aumenta o tempo de cálculo [7].

Os sistemas tubulares, como no caso dos sistemas HVAC, são estruturas de grande porte que podem possuir grandes comprimentos e podem demandar um maior esforço computacional e tempo de simulação.

Dessa forma, apareceram mecanismos de transformação de coordenadas visando redução nos graus de liberdade que foram aplicados buscando o contorno deste impasse. Neste contexto, existe a metodologia de síntese modal de componentes (SMC), que é uma das principais técnicas de modelagem de sistemas complexos aplicada a sistemas de grande porte. O método utiliza um superconjunto modal e consiste em modelar separadamente cada componente de uma estrutura e acoplá-los num sistema único. Desta forma este trabalho implementa a síntese modal de componentes, cujo princípio é transformar cada subestrutura do espaço físico para um subespaço modal formado pelos modos próprios da estrutura e por outros modos complementares, conseguindo assim reduzir o sistema e o tempo de cálculo junto com o espaço de memória que é requerido para sistemas de maior dimensão.

A síntese modal com flexibilidade residual (SMFR) pode ser classificada como um método generalizado de SMC e utilizado tanto em modelagens numéricas como em modelagens experimentais. No método SMFR as subestruturas são calculadas com o método de interface livre baseado num superconjunto modal de flexibilidade residual. Dessa maneira, utilizando os modos normais que são descartados da base modal, pode-se calcular o superconjunto modal de flexibilidade residual. O método não tem nenhuma restrição quanto ao número de modos que devem ser selecionados e não selecionados da base modal, sendo satisfatório obter de 65 a 80% de modos identificados, dentro da faixa de frequência proposta [8] [9].

Os modos selecionados e não selecionados são fundamentais para garantir melhores resultados. Antigamente, a escolha dos modos que eram descartados da base modal para conformar o superconjunto modal de flexibilidade residual era feita pelo usuário, em outras palavras, a experiência do usuário era importante para lograr uma síntese eficiente e rápida. Tal fato resultou na necessidade de um pesquisador com experiência na área ou com conhecimento prévio da estrutura. Para solucionar esse problema, Araújo [6] e Junqueira [10] propõem processos de eliminação automática dos modos da base modal, onde se identifica que um alto nível de energia das parcelas modais se encontra no contorno das subestruturas interligadas e influencia significativamente na precisão do método, também a seleção é feita por meio da comparação entre as frequências das subestruturas conectadas.

1.2 Motivação

Acústica e vibração tornaram-se temas de interesse para o projetista de sistemas HVAC, embora não façam parte das funções principais de aquecimento, ventilação e ar condicionado, mas sim por serem fatores secundários que, se não forem devidamente considerados, podem interferir na integridade estrutural de uma instalação HVAC.

Todos os sons e vibrações são formas de energia cinética, e em um sistema HVAC podem ser derivadas de peças móveis (por exemplo, fãs, bombas, compressores, etc.), transporte de ar, redução de pressão, ou outros tipos de fluidos em movimento (como contaminantes, vapor, etc.). Hoje em dia, existem normas como a ABNT-NBR 10152 [11] e a ABNT-NBR 16401 [12], que definem as condições em que os sistemas HVAC devem de ser instalados e projetados como também quem é treinado para desenvolver o trabalho de instalação e manutenção, desta maneira foram fixando os níveis de ruído compatíveis com o conforto acústico em ambientes diversos. Se o nível de ruído ou vibração gerado excede o nível de tolerância no local que for instalado, o sistema pode ser considerado inaceitável [2].

Em um hotel o ruído que gera o sistema HVAC se propaga através de dutos e superfícies da sala, incomodando o sono dos hóspedes [13]. Os caminhos de transmissão na Figura 1.2 incluem:

- 1) Ruído transmitido por duto
- 2) Ruído do equipamento irradiado
- 3) Ruído de entrada do duto
- 4) Ruído de saída do duto
- 5) Ruído do terminal através de grelhas e difusores

Também pode-se observar, no exemplo, que três das cinco (Nº 1, 4 e 5) fontes do sistema de dutos produzem ruídos e vibrações que causam desconforto para o indivíduo nesse caso em um ambiente fechado.

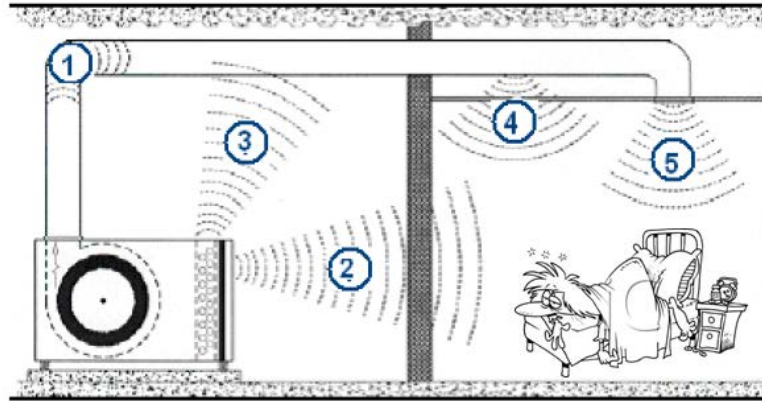


Figura 1.2 Vibração de um sistema HVAC em Hotéis [13].

Se em um ambiente com sistema HVAC não se pode perceber ou não causa prejuízo ao ocupante ou organismo, em termos acústicos e vibratórios, verificando os níveis de ruído mediante equipamentos acústicos e conferindo com a norma, pode-se considerar que o sistema é aceitável [2].

Vibração torna-se um problema quando os efeitos do movimento cíclico de um equipamento são transportados através da estrutura até um ponto em que é detectado causando uma irritação ou prejudicando o ambiente, tornando-o desconfortável. Qualquer equipamento giratório que esteja ligeiramente desbalanceado pode gerar vibração. Nas estruturas HVAC, as regiões com problemas vibratórios são frequentemente deslocadas para pontos estratégicos ou remotos [14].

Dessa forma, o método de síntese modal de componentes apresenta-se como uma ferramenta de auxílio na minimização do esforço computacional e tempo de cálculo que pode apresentar o método dos elementos finitos. Esta metodologia consiste na subdivisão da estrutura completa em estruturas menores ou componentes menos complexas que a estrutura original, permitindo a análise dinâmica das mesmas, primeiro individualmente e posteriormente acoplados para uma análise final [7].

Ou seja, permite analisar estruturas complexas através da análise de suas partes, minimizando o tempo de processamento. Nota-se também um grande ganho quando o sistema possui partes iguais em sua composição. Por último, mas não menos importante, percebe-se que com a aplicação desse método ocorre um ganho imenso no que se refere à divisão e especialização do trabalho, pois permite que equipes distintas, cada equipe especializada em uma determinada área, analisem os componentes específicos de um sistema, sendo possível uma análise posterior do sistema com a união dos resultados.

1.3 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é aplicar o método de Síntese Modal de Componentes (SMC) em sistemas simplificados de dutos (visando sistemas HVAC) para reconhecer a estimativa das frequências naturais e modos de vibração para possam ser utilizados em análise vibro acústico tendo como propósito o conforto acústico.

1.3.1 Objetivos Específicos

São objetivos específicos deste trabalho:

- Modelagem analítica de um sistema unidirecional (sistema de massas discretizadas) para a obtenção das frequências naturais e modos de vibrar utilizando o método de síntese modal com flexibilidade residual (SMFR), avaliando o problema através da bibliografia.
- Determinação analítica das frequências naturais e modos de vibrar de um sistema de vigas simples utilizando o método SMFR, avaliando o problema mediante a solução numérica desenvolvida em ANSYS[®] - APDL.
- Aplicação da metodologia SMFR para um problema bidirecional de vigas da forma de um silenciador “*Quarter-wavelength Tube (QWT)*”, visando obter as frequências naturais e modos de vibrar da estrutura completa através do método dos elementos finitos no software MATLAB[®].
- Aplicar através de ANSYS[®] - APDL o método de síntese modal com flexibilidade residual para o problema “*Quarter-wavelength Tube*”, avaliando as resposta obtidas por meio do método dos elementos finitos no software MATLAB[®].

1.4 Metodologia

A Figura 1.3 apresenta o fluxograma que foi aplicado ao longo deste trabalho.

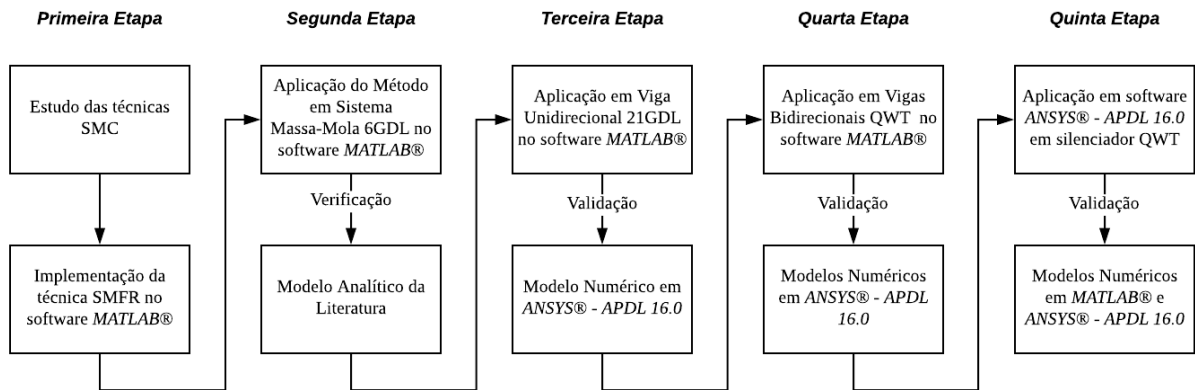


Figura 1.3 Fluxograma da metodologia aplicada.

Na primeira etapa, após o estudo e avaliação dos métodos de SMC já desenvolvidos, a técnica de síntese modal com flexibilidade residual (SMFR) foi implementada neste trabalho. A escolha desta técnica é justificada pela possibilidade de ser utilizada tanto em problemas tanto numéricos quanto experimentais, podendo também ser usada em problemas sem amortecimento e com amortecimento.

A técnica SMFR programada no software MATLAB[®] é validada na segunda e terceira etapa através de dois exemplos de simulação, um exemplo analítico unidirecional de massas discretas com seis graus de liberdade e um exemplo de vigas engastadas-livres num problema unidirecional com 21 graus de liberdade, sem amortecimento para os dois exemplos.

Dentro do programa elaborado no MATLAB[®] foi implementado o critério de eliminação automática de modos (CEA) e o critério de seleção de modos pelas frequências (CSMF).

Finalmente demonstrando a viabilidade do método, na quarta e quinta etapa utiliza-se recursos numéricos e computacionais através do software MATLAB[®] e ANSYS[®] - APDL para descrever o comportamento dinâmico de um silenciador acústico do tipo QWT composto por mais de um duto.

1.5 Estrutura dos Capítulos

Este trabalho é organizado em cinco capítulos. No capítulo dois é descrita a técnica de síntese modal de componentes através da revisão bibliográfica. Apresentando o método de síntese modal de componentes utilizados ao longo deste trabalho baseado nos modos de flexibilidade residual.

Também são estudados os critérios de seleção de modos propostos por Araújo [6] e Junqueira [10], que recomendam quais modos são os mais adequados a serem eliminados e mantidos dentro do superconjunto modal para o desenvolvimento da síntese.

No capítulo três são apresentados o modelo computacional e simulação numérica dos sistemas unidirecionais e bidirecionais de um sistema de massas discretizadas e um sistema de vigas, junto com a simulação numérica da síntese de um silenciador do tipo QWT.

No capítulo quatro é apresentada a avaliação numérica da síntese através do software ANSYS[®] - APDL.

O capítulo cinco é composto pelas conclusões do trabalho e descrições para sugestões de trabalhos futuros.

Por último se encontram as referências bibliográficas e os anexos do trabalho:

- ANEXO A: Modal Assurance Criterion - MAC.
- ANEXO B: Análise Modal de Um Sistema de Vigas QWT.

2 SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES

2.1 Contextualização

Hoje em dia é habitual encontrar sistemas estruturais de alta complexidade (Figura 2.1a) cujos componentes são usualmente projetados ou fabricados por diferentes empresas, como por exemplo, as rodas em componentes automotivos. Essas estruturas podem representar uma dificuldade na hora de desenvolver um modelo de elementos finitos completo em um tempo oportuno.

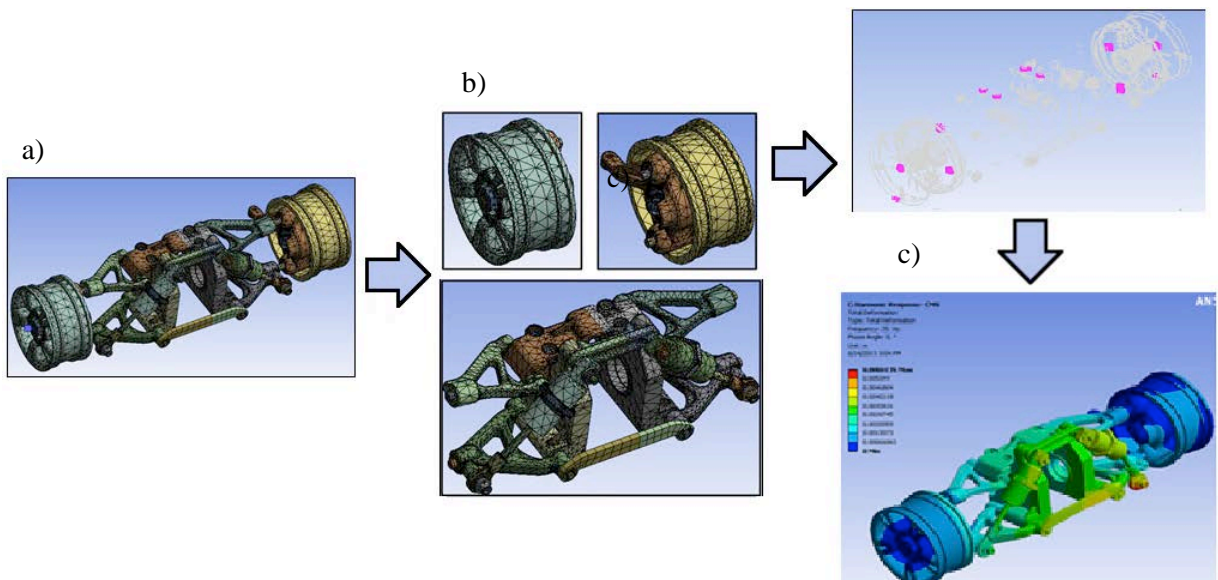


Figura 2.1 Exemplo de Subestruturação [15].

Além disso, o modelo de elementos finitos completo pode conter uma grande quantidade de graus de liberdade que pode tornar inviável a análise dinâmica do sistema [15].

Por esta razão, foram desenvolvidos métodos que permitem que a estrutura seja subdividida em componentes ou subestruturas (Figura 2.1b), dessa maneira, grande parte da análise feita nas subestruturas de forma que sejam usadas para desenvolver um modelo matemático aproximado do sistema completo (Figura 2.1c). Este método tem sido chamado de método de síntese modal de componentes (SMC) ou “*component mode synthesis*” (CMS pelas suas siglas no inglês), também tem recebido o nome de métodos de acoplamento de subestruturas para análise dinâmica [16].

Portanto, a estrutura é dividida em componentes ou subestruturas que são analisadas separadamente para definição de seus modos e frequências de vibração. Posteriormente, é obtido um modelo reduzido de cada componente através de técnicas numéricas de análise modal ou experimentais. Finalmente, a síntese modal da estrutura é realizada acoplando-se as equações modais reduzidas dos componentes e calculando as frequências naturais e modos de vibração da estrutura global, utilizando o sistema de equações reduzido.

A síntese modal de componentes envolve três passos básicos: divisão da estrutura em componentes, definição dos conjuntos de modos do componente e acoplamento dos modelos de modos dos componentes para formar um modelo de sistema reduzido. Os principais usos da metodologia SMC são: acoplar modelos de ordem reduzida de estruturas moderadamente complexas (sistemas de componentes automotivos, Figura 2.1, componentes do avião, Figura 2.2), verificação de testes de modelos em elementos finitos de componentes, e aplicação de análise computacional da dinâmica de modelos de elementos finitos muito grandes [17]. Este trabalho aborda principalmente aplicações do terceiro tipo.

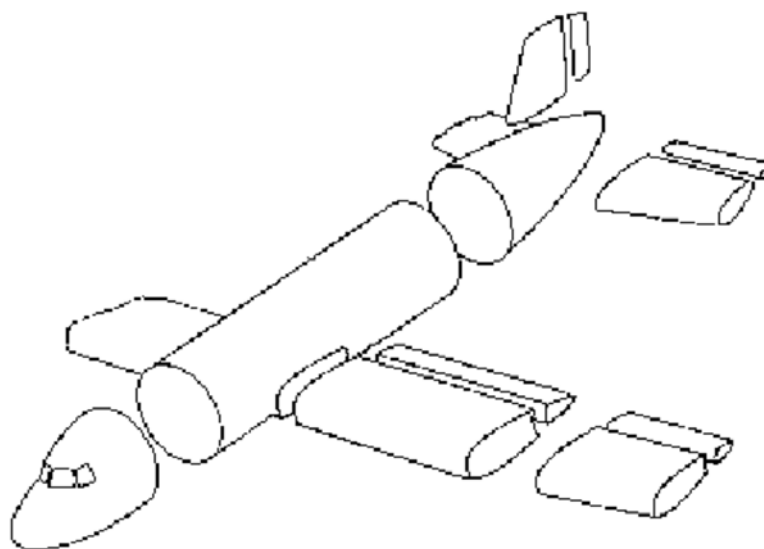


Figura 2.2 Subestruturação típica de um avião [17].

Neste capítulo primeiramente será feita a revisão bibliográfica que foi a base para a definição do método de SMC usado ao longo deste trabalho, além disso, o aprofundamento da parte teórica e histórica da metodologia SMC. Após estudar a bibliografia serão mostrados os principais modos utilizados no método de síntese incluindo os modos de flexibilidade residual, que é o principal modo usado neste trabalho. Em seguida é estudado o método de síntese modal com modos de flexibilidade residual (SMFR) com o objetivo de formar as equações do sistema acoplado. Finalmente são mostrados os diferentes critérios de eliminação automática

de modos, no caso dos processos de síntese modal com flexibilidade residual o pesquisador define quais modos deseja retirar da base modal para definir os modos de flexibilidade residual, os critérios de eliminação fornecem uma maneira de obter este índice qualitativo, com a finalidade de tornar a SMFR mais prático e preciso.

2.2 Revisão Bibliográfica

A seguir é apresentada cronologicamente uma breve revisão bibliográfica das técnicas de síntese modal de componentes. Com a bibliografia apresentada neste item foi possível classificar as principais técnicas e características da síntese modal de componentes a serem consideradas no estudo com relação a um problema estrutural de sistema de dutos.

Os métodos de síntese modal são categorizados conforme o superconjunto modal escolhido, assim como por meio dos diversos procedimentos de acoplamento das subestruturas.

O método de síntese modal foi introduzido por Hurty [18], desenvolvendo uns dos primeiros métodos de síntese modal dos componentes, sintetizando os modos de vibração e frequências naturais de um sistema estrutural completo a partir da seleção de modos e frequências naturais das subestruturas separadas que constituem o sistema. A síntese foi desenvolvida por uma técnica que resulta da utilização de equações de compatibilidade de deslocamentos e equilíbrio de forças no contorno das subestruturas ligadas. Para possibilitar tal feito, propôs o uso de modos normais de interface fixa, modos de corpo rígido e modos de restrição redundantes para a definição das coordenadas generalizadas das subestruturas.

Mais tarde Craig e Bampton [19] introduziram um método similar ao de Hurty, utilizando modos de restrição e modos normais de interface fixa. As vantagens do método em relação ao de Hurty são a possibilidade de uma formulação mais fácil de problemas de subestrutura tornando-se possível o mesmo tratamento para todos os modos associados aos graus de liberdade de interface, simplifica a programação e reduz o tempo de cálculo.

Bamford [20] melhorou a exatidão do método de Hurty usando modos de junção, além de desenvolver um método híbrido de síntese. Os modos de junção são conseguidos por meio dos deslocamentos das subestruturas ao mesmo tempo em que uma força unitária é aplicada a um grau de liberdade da interface mantendo todos os outros graus de liberdade restantes livres de força.

Até então foram abordados apenas métodos que envolvem os modos de interface fixa. Goldman [21] foi um dos primeiros pesquisadores que introduziu o método de interface livre,

utilizando apenas os modos de corpo rígido e modos normais livre-livre. Foi particularmente útil no cálculo de modos de vibração livre-livre para foguete de tipo modular e em cluster.

Hou [22] usou um método similar ao de Goldman somente utilizando modos normais livres, precisando unicamente dos modos de vibração e frequências naturais das subestruturas sem ter necessidade de modos de restrição.

Gladwell [23] acrescentou uma análise modal ramificada associando os modos de interface fixa com os de interface livre, reduzindo a ordem das matrizes de massa e rigidez dos componentes.

Como foi visto até agora, a síntese modal de componentes tem como parâmetros principais a forma de acoplamento das subestruturas e a base modal utilizada. A partir disso, os métodos de síntese modal são classificados em métodos de interface fixa, interface livre e híbrida.

Macneal [24] introduziu o modo de interface híbrido, sendo composto pelos modos normais com interface fixa e modos normais com interface livre, em junção com os modos em ausência de movimento de corpo rígido, e são denominados de modos com alívio de inércia. Macneal foi um dos precursores quanto ao uso da flexibilidade e inércia residual para ter um aporte estático de modos truncados de alta ordem de um componente.

A partir de então surgiram modos de flexibilidade residual e sua evolução ao longo da história. Rubin [25] fez uma extensão do método de Macneal utilizando conjuntos incompletos empregando modos normais de interface livre com flexibilidade residual de mais baixa frequência, corrigindo modos de alta ordem truncados na base modal. Afirma ainda que os métodos que possuem melhor potencial para desenvolver a síntese por meio de dados experimentais são aqueles que empregam modos normais de interface livre mais efeito residual.

Em base a essa afirmação de Rubin e em relação ao problema experimental, o presente trabalho começou a ser aprofundado e focado nas vantagens e desvantagens que apresentam os modos de flexibilidade residual visando o problema estrutural em dutos. Sem deixar de lado os demais trabalhos que foram importantes na evolução da SMC, um dos principais pesquisadores foi Hintz [26] que usou métodos para conjuntos de modos de interface estaticamente completos e aplicou os modos estáticos de restrição e os modos estáticos de junção para a obtenção de precisão em um modelo de tamanho reduzido.

Para entender um pouco mais as diferenças entre as técnicas de SMC, Craig e Chang [27] apresentam a consequência na aplicação de diferentes superconjuntos modais na caracterização de coordenadas generalizadas dos componentes e nas diferentes formas de impor a compatibilidade dos contornos entre os componentes.

Craig e Chang [28] revisam os métodos de acoplamento generalizado e descrevem os métodos que usam os modos de junção. Estudam também a convergência e comparam os métodos de Rubin, Hintz, Craig e Bampton, Macneal e o método híbrido, apresentando uma definição melhorada ao método de Rubin, lembrando que Macneal e Rubin são alguns dos principais autores que desenvolveram os modos de flexibilidade residual.

Os modos de interface fixa e de flexibilidade residual foram avaliados e tratados de uma forma adequada por Glasgow e Nelson [29] através de uma viga uniforme simples. Enquanto que Bucher [30] associou os modos de flexibilidade residual na evolução do método usando modos de interface livre, permitindo uma redução no tamanho do problema enquanto mantém as características essenciais dos modos mais baixos.

Craig [16] novamente dedica um capítulo de seu livro ao tema de síntese modal dos componentes, onde faz uma recapitulação dos principais métodos de síntese modal de componentes. Curnier [31] também faz uma comparação do método utilizando modos de interface fixa, interface livre e interface carregada, sem considerar efeitos residuais. Concluindo que a variante de interface carregada produz os resultados mais precisos dos três métodos.

Craig [32] efetuou uma análise das subestruturas empregando diversos tipos de modos. Comprovando a equivalência dos vários superconjuntos modais em uso, concluindo que a grande diferença está no fato das bases modais das subestruturas terem sido derivadas de modelos espaciais ou de análise modal experimental, que é o caso deste trabalho.

Duarte [8] continuou o estudo dos modos de flexibilidade residual usando um superconjunto modal composto de modos normais mantidos, modos de flexibilidade residual e modos de corpo rígido. Obtendo os modos de flexibilidade residual dos modos eliminados da base modal. Concluindo que nas condições em que o modelo é calculado por análise modal experimental, sem um modelo por elementos finitos de suporte, o melhor superconjunto modal é aquele que usa dos modos de flexibilidade residual. Novamente é apresentada outra vantagem para os modos de flexibilidade residual em relação ao problema proposto deste trabalho com respeito à análise estrutural de um sistema de dutos.

Araújo [6], que é um dos principais autores referenciados neste trabalho, usou um método generalizado de síntese modal que congrega os casos com e sem amortecimento, por meio de um superconjunto de flexibilidade residual, considerando que os modos de corpo rígido ficarão dentro das bases modais de cada componente. Também propondo um método de síntese modal integrada a uma nova metodologia de remontagem dos componentes, junto a isso um processo de eliminação automático dos modos, onde se evidencia que a qualidade de energia das parcelas modais da interface dos componentes juntos afeta na precisão do método.

Ao longo deste trabalho a principal técnica de síntese e a metodologia usada para os modos de flexibilidade residual foi proposta por Araújo [6], por apresentar de forma mais clara e eficiente a metodologia e o processo matemático para conseguir ser aplicado em qualquer software matemático.

Rixen [33] expõe uma nova metodologia de síntese baseada nos modos de interface livre e de flexibilidade residual. As matrizes associadas ao método são muito semelhantes as matrizes de Craig-Bampton e as matrizes menos complexas, são matrizes reduzidas obtidas por processos de síntese em modos de interface livre.

Junqueira [10] faz uma contribuição ao método de síntese modal experimental proposto por Araújo, melhorando condições de ortogonalidade e de normalização das bases modais. Paralelamente desenvolvendo dois novos métodos para a escolha automática das bases modais das subestruturas usadas no processo de síntese.

Araújo [6] e Junqueira [10] trataram um tema importante na síntese modal de componente por flexibilidade residual em relação ao critério de seleção dos modos que vão conformar a base de flexibilidade residual da metodologia. Ao longo deste trabalho foi tratado o critério de eliminação automática de modos proposta por Araújo e o critério de seleção modal pelas frequências proposto por Junqueira, que demonstrou ser o melhor critério de seleção de modos.

Mais recentemente, Huan [34] apresenta uma metodologia para tratar a incerteza de intervalos com base uma interface livre. Para reduzir o erro de truncamento de modo, a matriz de flexibilidade residual é formada construindo um conjunto de vetores modais ortogonais com vetores modais do sistema de ordem inferior e matrizes do sistema.

Em um problema estrutural mais atual similar ao problema proposto neste trabalho, Vidoni [35] implementou um sistema de ligação rígida equivalente com SMC para desenvolver um novo modelo dinâmico de mecanismos flexível aplicado num problema automotivo de mecanismo em L. O modelo foi implementado e validado numericamente comparando a resposta com um simulador comercial.

A seguir são apresentados os conceitos fundamentais de síntese modal de componentes em um problema de vibração estrutural.

2.3 Conceitos Fundamentais

A metodologia de síntese modal de componentes é usualmente usada no campo da análise dinâmica estrutural [6] [36] para descrever o comportamento dinâmico de sistemas de grandes dimensões; particularmente quando a estrutura compreende diversos componentes, como por exemplo, aeronaves, edifícios, estruturas offshore, veículos espaciais, etc. Geralmente, dentro dos métodos de síntese modal é assumido que o sistema não é amortecido ou seu amortecimento é proporcional, isso define as equações de movimento como desacopladas. O procedimento de síntese foi introduzido por Hurty [18] e representa basicamente um procedimento de Rayleigh-Ritz [36] com a inclusão de modelos discretos de elementos finitos. Os principais objetivos do método de síntese modal de componentes são:

Prover um problema computacional reduzido em uma faixa de frequência de forma precisa e eficiente. A precisão requerida para o sistema completo deve ser obtida com um número reduzido de graus de liberdade; independência total dos componentes analisados, onde não se necessita nenhum conhecimento prévio do sistema completo para a análise de cada componente. Possibilidade de poder incluir em qualquer momento do projeto um novo componente. [37]

De forma que os autovetores dos componentes possam representar o movimento do sistema sintetizado, sem importar as condições de interface, os modos normais têm que ser melhorados com modos estáticos, que preveem os movimentos devidos à junção das interfaces dos componentes. A associação destes modos define os superconjuntos modais [16].

Os métodos de síntese modal estão categorizados de acordo com as condições de contorno impostas nas interfaces ou junções entre um componente e seu adjacente. Os métodos de síntese modal podem ser categorizados como:

- Métodos com interface fixa.
- Métodos com interface livre.
- Métodos híbridos, ou seja, uma mistura de modos normais de interface livre e fixa mais modos de restrição, modos de junção, modos de junção com alívio de inércia ou modos de flexibilidade residual.

A metodologia está baseada em três pontos básicos:

- A separação do sistema completo em componentes.
- Cálculo do superconjunto modal (modos flexíveis mais modos estáticos) seja por um cálculo analítico, numérico ou experimental.

- Junção e solução das equações globais de movimento segundo a conectividade imposta.

Exemplificando a metodologia de síntese modal, considere duas vigas engastadas-livres sejam juntadas por seu contorno livre (Figura 2.3a e Figura 2.3b), para formar uma viga engastada-engastada (Figura 2.3c). Estas vigas são discretizadas usando coordenadas físicas (x , y e de rotação a longo o plano xy) internas e de contorno.

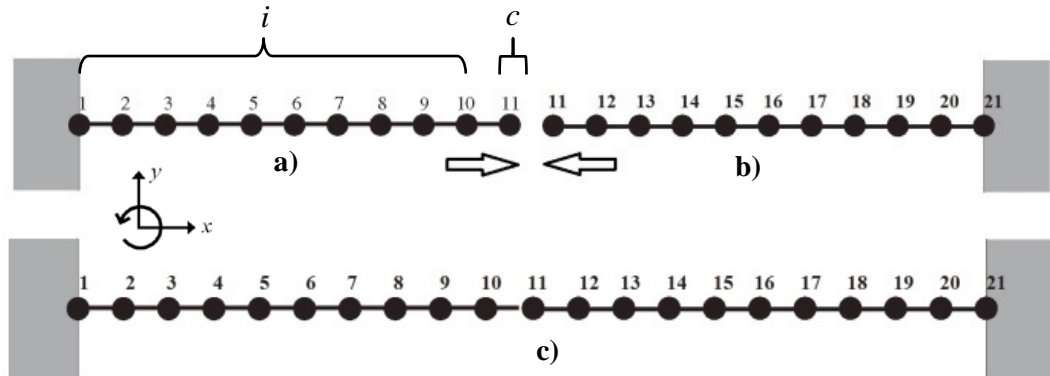


Figura 2.3 Representação gráfica de duas vigas (subestruturas) discretizadas e interligadas por uma interface em comum.

A equação de movimento para uma subestrutura não amortecida pode ser escrita da forma matricial compacta como:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \quad (2.1)$$

Ou de sua forma particular como:

$$\begin{bmatrix} m_{ii} & m_{ic} \\ m_{ci} & m_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ic} \\ k_{ci} & k_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

Onde M e K representam as matrizes de massa e rigidez do sistema e u é o vetor de deslocamento provocado por forças atuantes f . Os subíndices i e c definem os graus de liberdade internos e de contorno das subestruturas.

Para conseguir separar as equações de movimento, as coordenadas físicas u são transformadas em coordenadas modais q , utilizando a transformação linear:

$$\{u\} = [\Psi] \{q\} \quad (2.3)$$

Onde Ψ representa a base de autovetores e q são as coordenadas modais.

Usando a transformação linear (equação (2.3)) na equação (2.2), e multiplicando ambos lados da equação pela base modal transposta Ψ^t tem-se:

$$[M_q]\{\ddot{q}\} + [K_q]\{q\} = [\Psi]^t \{f\} \quad (2.4)$$

Onde:

$$[M_q] = [\Psi]^t [M] [\Psi]$$

$$[K_q] = [\Psi]^t [K] [\Psi]$$

Onde M_q e K_q representam a matriz de massa e rigidez generalizadas correspondentes.

A equação (2.4) determina o modelo dinâmico de um componente em coordenadas modais. Considera-se que as colunas da matriz modal sejam funções de forma linearmente independentes [38], cuja combinação linear serve para representar adequadamente a configuração deformada do componente. A síntese modal apresentada consiste no uso de diversas relações lineares dos modos dos componentes para descrever a forma de deformação.

A seguir são apresentadas as principais relações lineares dos modos dos componentes para a descrição da forma de deformação.

2.4 Métodos de Síntese Modal de Componentes

Para estruturas não amortecidas todos os modos dos componentes são reais e podem ser categorizados como:

- Modos normais:
 - Interface fixa.
 - Interface livre.
 - Híbridos.
 - Interface carregada.
- Modos de corpo rígido.
- Modos de flexibilidade residual.
- Modos estáticos.
 - Restrição.
 - Junção com interface fixa.
 - Junção com interface livre.
 - Junção com alívio de inércia.

O método de síntese modal consegue precisão nos resultados finais apenas quando são usados superconjuntos modais, isto foi observado por Allemang, Brown e Soni [39]. Estes superconjuntos usam algum tipo de modo normal juntamente com uma associação de algum ou alguns outros tipos de modos. A seguir é apresentada a forma de obtenção dos principais modos usados nos vários métodos de síntese modal e os modos de flexibilidade residual que são usados para o desenvolvimento da síntese modal com flexibilidade residual (SMFR) ao longo deste trabalho.

2.4.1 Modos normais com interface fixa.

Os modos normais com interface fixa são obtidos do autoproblema determinado pela equação (2.2), usando somente coordenadas físicas internas. Para este caso, as parcelas das coordenadas físicas de interface são consideradas nulas. Com isso, conseguindo-se uma formulação da forma:

$$[m_{ii}]\{\ddot{u}_i\} + [k_{ii}]\{u_i\} = \{0\} \quad (2.5)$$

A solução da equação diferencial (2.5) é da forma:

$$([k_{ii}] + [\Lambda_{fi}^2][m_{ii}]) [\theta_{fi}] = [0] \quad (2.6)$$

Dessa forma, os modos normais de interface fixa obtidos pela solução da equação (2.6), normalizados pela matriz de massa, são dados por:

$$[\bar{\theta}_f] = [m_{ii}]^{1/2} [\theta_{fi}] \quad (2.7)$$

$$[\theta_f] = \begin{bmatrix} \theta_{fi} \\ 0_{fc} \end{bmatrix}$$

2.4.2 Modos normais com interface livre.

Os modos normais com interface livre são obtidos considerando as forças nulas na equação (2.1). Assim, são usados todos os termos das matrizes da massa e rigidez, isto é:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (2.8)$$

A solução da equação diferencial (2.8) é da forma:

$$([K] + [\Lambda_l^2][M]) [\theta_l] = [0] \quad (2.9)$$

Dessa maneira, os modos normais de interface livre obtido pela equação (2.9), normalizados pela matriz de massa são dados por:

$$[\bar{\theta}_l] = [M]^{1/2}[\theta_l] \quad (2.10)$$

$$[\theta_l] = \begin{bmatrix} \theta_{li} \\ \theta_{lc} \end{bmatrix}$$

Na prática, unicamente é acessível um conjunto limitado de modos normais representativos do comportamento dinâmico do componente [10]. Os modos normais híbridos, de aplicação mais rara, são combinações dos modos fixos e livres.

2.4.3 Modos normais com interface carregada.

Estes modos são resultado de um autoproblema modificado para a subestrutura, onde são incluídas variações na matriz de massa nas coordenadas de contorno [40]. Esta metodologia foi introduzida por Jezequel [41] na resolução experimental de modos normais. Analiticamente a solução desta equação é definida por:

$$\left\{ \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ic} \\ k_{ci} & k_{cc} \end{bmatrix} + \Lambda_k^2 \begin{bmatrix} m_{ii} & m_{ic} \\ m_{ci} & m_{cc} + \Delta m_{cc} \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} \phi_{ki} \\ \phi_{kc} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

Onde m_{cc} representa a variação na matriz de massa na coordenada de contorno.

Desta maneira, os modos normais de interface carregada normalizados são obtidos da forma:

$$\phi_m = \begin{bmatrix} \phi_{ki} \\ \phi_{kc} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

2.4.4 Modos de flexibilidade residual.

Os modos de flexibilidade residual têm sido usados especialmente na análise modal experimental (por sua característica de usar os autovalores e autovetores para desenvolver a síntese) e são os principais modos usados ao longo deste trabalho. Sua resolução é atingida por meio dos modos flexíveis eliminados da base modal. Considere um componente composto por r modos de corpo rígido e por modos normais de interface livre. A equação contendo a matriz de rigidez pode ser escrita como:

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (2.13)$$

Os deslocamentos físicos são relações das deformações elásticas e movimentos de corpo rígido. Estes deslocamentos podem ser escritos em forma de coordenadas modais pela seguinte transformação linear:

$$\{u\} = [\theta_e]\{q_e\} + [\theta_r]\{q_r\} \quad (2.14)$$

Conhecendo-se que:

$$[K][\theta_r] = [0] \quad (2.15)$$

Aplicando as equações (2.13), (2.14) e (2.15) e pré-multiplicando a equação resultante pela matriz transposta dos modos elásticos, consegue-se:

$$[\theta_e]^t [K] [\theta_e] \{q_e\} = [\theta_e]^t \{f\} \quad (2.16)$$

A equação (2.16) pode ser escrita em função dos autovetores elásticos, como:

$$\{q_e\} = [\Lambda_e]^{-1} [\theta_e]^t \{f\} \quad (2.17)$$

Onde:

$$[\Lambda_e] = [\theta_e]^t [K] [\theta_e]$$

Da equação (2.16) e (2.17) obtém-se:

$$[K] [\theta_e] [\Lambda_e]^{-1} [\theta_e]^t \{f\} = \{f\} \quad (2.18)$$

Ou de forma mais simples:

$$[K] [G_e] \{f\} = \{f\} \quad (2.19)$$

Onde:

$$[G_e] = [\theta_e] [\Lambda_e]^{-1} [\theta_e]^t \quad (2.20)$$

A equação (2.20) define a matriz de flexibilidade elástica, que também pode ser calculada pela inversa da matriz de rigidez. Mantendo-se m modos na base modal e descartando d modos, a matriz de flexibilidade elástica pode ser escrita como:

$$[G_e] = [\theta_{nm}] [\Lambda_{mm}]^{-1} [\theta_{nm}]^t + [\theta_{nd}] [\Lambda_{dd}]^{-1} [\theta_{nd}]^t = [G_m] + [G_d] \quad (2.21)$$

O segundo termo desta equação é designado de matriz de flexibilidade residual, que simboliza a flexibilidade da estrutura relativa aos modos eliminados ou fora da faixa de análise.

se. Por conseguinte, os modos de junção de flexibilidade residual podem ser determinados como:

$$[\delta_f] = [G_d][f_{nc}] \quad (2.22)$$

Percebe-se na equação (2.22) que o número de modos de flexibilidade residual é equivalente ao número de graus de liberdade do contorno entre os componentes. Aplicando as equações (2.21) e (2.22) obtém-se:

$$[\delta_f] = [\theta_{nd}][\Lambda_{dd}]^{-1}[\theta_{nd}]^t[f_{nc}] = [\theta_{nd}][\Lambda_{dd}]^{-1}[\theta_{cd}]^t \quad (2.23)$$

Isso quer dizer que a equação (2.23) descreve os modos de flexibilidade residual considerados nas coordenadas de contorno j . A matriz de rigidez e a matriz de massa dos componentes quando estão relacionados aos modos de flexibilidade residual, podem ser descritas como:

$$[\delta_f]^t[K][\delta_f] = [\theta_{cd}][\Lambda_{dd}]^{-1}([\theta_{nd}]^t[K][\theta_{nd}])[\Lambda_{dd}]^{-1}[\theta_{cd}]^t \quad (2.24)$$

$$[\delta_f]^t[M][\delta_f] = [\theta_{cd}][\Lambda_{dd}]^{-1}([\theta_{nd}]^t[M][\theta_{nd}])[\Lambda_{dd}]^{-1}[\theta_{cd}]^t \quad (2.25)$$

Onde:

$$[\Lambda_{dd}] = [\theta_{nd}]^t[K][\theta_{nd}]; \quad e \quad [I_{dd}] = [\theta_{nd}]^t[M][\theta_{nd}]$$

Considerando que a base modal seja normalizada pela matriz de massa, obtém-se:

$$[\alpha_{ff}] = [\delta_f]^t[K][\delta_f] = [\theta_{cd}][\Lambda_{dd}]^{-1}[\theta_{cd}]^t \quad (2.26)$$

$$[\beta_{ff}] = [\delta_f]^t[M][\delta_f] = [\theta_{cd}](\Lambda_{dd})^{-1}[\theta_{cd}]^t \quad (2.27)$$

As equações (2.26) e (2.27) apresentam que as matrizes de rigidez e de massa podem ser criadas por meio da fração o parcela modal eliminada ou não selecionada quando são relacionadas aos modos de flexibilidade residual. Esta característica faz tornar esta base modal satisfatória para a análise experimental, sem precisar de um conhecimento de parâmetros físicos do sistema, mais especificamente a matriz de massa e de rigidez.

A seguir é apresentada a metodologia de síntese usada ao longo deste trabalho, foram escolhidos os modos de flexibilidade residual, devido as grandes vantagens que entrega com

relação principalmente a análise experimental, ou melhor, não há necessidade de um conhecimento prévio das características físicas do sistema.

2.5 Método de Síntese Modal com Flexibilidade Residual

O método de síntese modal com flexibilidade residual (SMFR) tem como principais passos a construção dos modelos dinâmicos das subestruturas e a definição das relações nos contornos com o objetivo de formar as equações do sistema acoplado. Portanto, a precisão e eficiência da síntese dependem da forma em que essas limitações de contorno são determinadas. Outra característica importante são os tipos de coordenadas utilizadas na representação dinâmica da subestrutura. Os métodos de síntese modal apresentam diferenças na forma de estabelecer a compatibilidade do contorno das subestruturas e nos tipos de modos utilizados para formar o superconjunto modal.

Para que o conjunto modal represente apropriadamente os movimentos do sistema sintetizado, sem importar as condições de contorno, o conjunto modal deve ser melhorado com os autovetores estáticos, prevendo os movimentos gerados pela junção das interfaces das subestruturas. A relação destes modos determinam os superconjuntos modais. Alguns pesquisadores [42] [43] têm observado que o superconjunto modal de flexibilidade residual é o mais apropriado para análise experimental.

O método proposto por Araújo [6] corresponde ao método de Craig-Chang [27], com a diferença de não ser necessário o conhecimento dos parâmetros físicos. Também pode ser categorizado como um método de interface livre, utilizado em análise experimental, por causa dos modos de flexibilidade residual.

Para formular o método considere dois componentes ligados por uma interface em comum e discretizadas pelas coordenadas físicas, como está exemplificada na Figura 2.3. A equação (2.1) define o movimento para cada subestrutura, usando as coordenadas físicas como coordenadas internas e coordenadas de contorno. O superconjunto modal de flexibilidade residual é contido pelos modos normais de interface livre selecionados θ_l (obtidos da solução homogênea da equação (2.1)), modos de corpo rígido θ_r e modos de flexibilidade residual δ_f (obtidos pelos modos não selecionados na base modal como foi visto no capítulo anterior), isto é:

$$[\Psi] = [\delta_f \quad \theta_r \quad \theta_l] = [\delta_f \quad \phi_{mn}] \quad (2.28)$$

No método considera-se que os modos de corpo rígido serão agregados aos modos normais selecionados determinados por ϕ_{mn} . Assim, a transformação linear que combina os deslocamentos físicos com as coordenadas generalizadas é determinada por:

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{fi} & \phi_{mi} \\ \delta_{fc} & \phi_{mc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_f \\ q_m \end{Bmatrix} = [\Psi]\{q\} \quad (2.29)$$

Utilizando a transformação linear da equação (2.29) na equação (2.1) e pré-multiplicando a equação resultante pela transposta do superconjunto modal de flexibilidade residual equação (2.28), consegue-se a equação de movimento para cada subestrutura em termos das coordenadas modais, determinada por:

$$[\beta]\{\ddot{q}\} + [\alpha]\{q\} = [\Psi]^t\{f\} \quad (2.30)$$

Onde:

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} f_i \\ f_c \end{Bmatrix}$$

$$[\beta] = [\Psi]^t[M][\Psi] = \begin{bmatrix} [\delta_f]^t[M][\delta_f] & 0 \\ 0 & I_{mm} \end{bmatrix}$$

$$[\alpha] = [\Psi]^t[K][\Psi] = \begin{bmatrix} [\delta_f]^t[K][\delta_f] & 0 \\ 0 & \Lambda_{mm} \end{bmatrix}$$

Os termos de massa e rigidez associados com os modos de flexibilidade residual mostrados na equação anterior determinados na equação (2.26) e (2.27). Com isso, pode-se escrever que:

$$[\beta] = \begin{bmatrix} \beta_{ff} & 0 \\ 0 & I_{mm} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} \alpha_{ff} & 0 \\ 0 & \Lambda_{mm} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

A equação (2.30) determina o modelo dinâmico em coordenadas modais de cada componente da Figura 2.3, sendo expandida em função da forma de construção do vetor de coor-

denadas modais $\{q\}$. Na formulação proposta, a equação de movimento para os dois componentes conectado é uma extensão natural da equação (2.30), isto é:

$$[\Delta]\{\ddot{q}\} + [\Gamma]\{\dot{q}\} = [E]^t\{\hat{f}\} \quad (2.33)$$

Onde:

$$[E] = \begin{bmatrix} \delta_{fi}^a & 0 & \phi_{mi}^a & 0 \\ \delta_{fc}^a & 0 & \phi_{mc}^a & 0 \\ 0 & \delta_{fi}^b & 0 & \phi_{mi}^b \\ 0 & \delta_{fc}^b & 0 & \phi_{mc}^b \end{bmatrix}; \quad \{\hat{q}\} = \begin{Bmatrix} q_f^a \\ q_f^b \\ q_m^a \\ q_m^b \end{Bmatrix}; \quad \{\hat{f}\} = \begin{Bmatrix} f_i^a \\ f_c^a \\ f_i^b \\ f_c^b \end{Bmatrix};$$

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} \beta_{ff}^a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{ff}^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{mm}^a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{mm}^b \end{bmatrix}; \quad [\Gamma] = \begin{bmatrix} \alpha_{ff}^a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{ff}^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_{mm}^a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_{mm}^b \end{bmatrix};$$

Para o procedimento de síntese as subestruturas ligadas como na Figura 2.3. As equações de compatibilidade entre as subestruturas a e b podem ser definidas como:

$$u_c^a - u_c^b = 0 \quad (2.34)$$

$$f_c^a - f_c^b = 0$$

A equação (2.34) considera um problema em vibração livre com forças atuantes somente na interface comum. As equações do movimento em coordenadas modais são similares à equação (2.30) e podem ser definidas de forma compacta como:

$$[\beta_{ff}]\{\ddot{q}_f\} + [\alpha_{ff}]\{\dot{q}_f\} = [\delta_f]^t\{f\} \quad (2.35)$$

$$[I_{mm}]\{\ddot{q}_m\} + [\Lambda_{mm}]\{\dot{q}_m\} = [\phi_m]^t\{f\}$$

Normalmente a faixa de frequência analisada é inferior à máxima frequência do sistema, consegue-se aproximar a solução das coordenadas modais, relativas aos modos de flexibilidade residual, por meio das respostas pseudo-estáticas [16], quer dizer, desprezam-se os termos relativos à aceleração. Assim, por meio da primeira equação do sistema anterior tem-se que:

$$[\alpha_{ff}]\{q_f\} = [\delta_f]^t\{f\} \quad (2.36)$$

Na equação (2.36) a parcela da base de flexibilidade residual relacionada com a matriz de rigidez é definida pela equação (2.26). Pretende que o vetor de forças tem excitação somente nas coordenadas do contorno, isto é:

$$\{\bar{f}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_c \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

Das equações (2.26), (2.36) e (2.37) tem-se que:

$$([\theta_{cd}][\Lambda_{dd}]^{-1}[\theta_{cd}]^t)(\{q_f - f_c\}) = \{0\} \quad (2.38)$$

Como o primeiro fator da equação (2.38) é não singular, define-se que:

$$\{q_f\} = \{f_c\} \quad (2.39)$$

Desta forma, segundo as equações (2.39) e (2.34) as condições de compatibilidade podem ser escritas como:

$$u_c^a - u_c^b = 0 \quad (2.40)$$

$$q_f^a - q_f^b = 0$$

Conforme as equações (2.34) e (2.40) obtém-se:

$$u_c^a - u_c^b = [\delta_{fc}^a \quad -\delta_{fc}^b \quad \phi_{mc}^a \quad -\phi_{mc}^a]\{\hat{q}\} = 0 \quad (2.41)$$

$$q_f^a - q_f^b = [I_{fc}^a \quad I_{fc}^b \quad 0_{mc}^a \quad 0_{mc}^a]\{\hat{q}\} = 0$$

A equação de restrição (2.41) pode ser usada para diminuir a ordem do sistema, utilizando somente as parcelas das coordenadas modais livres \hat{q} , quer dizer, aquelas que serão mantidas na base. A matriz de restrição definida na equação (2.41) pode ser classificada em uma parcela de coordenadas dependentes e uma parcela de coordenadas independentes. Desta forma tem-se que:

$$[R] = [C_{dd} \quad C_{dm}] = \begin{bmatrix} \delta_{fc}^a & -\delta_{fc}^b & \phi_{mc}^a & -\phi_{mc}^b \\ I_{fc}^a & I_{fc}^b & 0_{mc}^a & 0_{mc}^a \end{bmatrix} = 0 \quad (2.42)$$

As coordenadas modais podem ser definidas de acordo com as coordenadas modais mantidas, considerando as compatibilidades do sistema, ou seja,

$$\{\hat{q}\} = [S]\{p\} \quad (2.43)$$

Onde:

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} q_m^a \\ q_m^b \end{Bmatrix}$$

Desse modo, a matriz de conectividade geral pode ser calculada por meio das equações (2.41), (2.42) e (2.43), isto é:

$$[S] = \begin{bmatrix} -C_{dd}^{-1}C_{dm} \\ I_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{A}\phi_{mc}^a & \hat{A}\phi_{mc}^b \\ \hat{A}\phi_{mc}^a & -\hat{A}\phi_{mc}^b \\ I_{mm}^a & 0 \\ 0 & I_{mm}^b \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Onde:

$$[C_{dd}^{-1}] = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{A}\delta_{fc}^b \\ -\hat{A} & (I_{cc} - \hat{A}\delta_{fc}^b) \end{bmatrix} \quad e \quad [\hat{A}] = (\delta_{fc}^a + \delta_{fc}^b)^{-1}$$

Usando a transformação linear obtida pela equação (2.43) na equação de movimento do sistema definida na equação (2.33), em conjunto das combinações previamente determinadas, e pré-multiplicando esta equação resultante pela matriz transposta da conectividade, consegue-se uma equação homogênea da forma:

$$[\bar{M}]\{\ddot{p}\} + [\bar{K}]\{p\} = \{0\} \quad (2.45)$$

Onde:

$$[V] = [\hat{A}]^t (\beta_{ff}^a + \beta_{ff}^b) [\hat{A}]$$

$$[\bar{M}] = [S]^t [\Delta] [S] = \begin{bmatrix} I_{mm}^a + (\phi_{mc}^a)^t V \phi_{mc}^a & -(\phi_{mc}^a)^t V \phi_{mc}^b \\ -(\phi_{mc}^b)^t V \phi_{mc}^a & I_{mm}^b + (\phi_{mc}^b)^t V \phi_{mc}^b \end{bmatrix}$$

$$[\bar{K}] = [S]^t [\Gamma] [S] = \begin{bmatrix} \Lambda_{mm}^a + (\phi_{mc}^a)^t \hat{A} \hat{\phi}_{mc}^a & -(\phi_{mc}^a)^t \hat{A} \phi_{mc}^b \\ -(\phi_{mc}^b)^t \hat{A} \phi_{mc}^a & \Lambda_{mm}^b + (\phi_{mc}^b)^t \hat{A} \phi_{mc}^b \end{bmatrix}$$

A equação de movimento sintetizada para o sistema completo, equação (2.45) é resumida em termos das coordenadas mantidas $\{p\}$ e na redução precedente das bases modais das subestruturas em coordenadas selecionadas e não selecionadas. Resolvendo-se, por conse-

guinte o autoproblema precedente determinado pela equação (2.45) fornece os autovalores e autovetores Σ , que podem ser usados para retornar à base modal original do sistema. A regressão é realizada usando uma alteração inversa nas equações de transformação linear que modificaram a base de coordenadas originais. Esse processo proporciona uma base modal sintetizada da forma:

$$[\zeta] = [\Psi][S][\Sigma] \quad (2.46)$$

Em resumo para conseguir aplicar corretamente a síntese modal por flexibilidade residual é importante seguir os seguintes passos:

- Passo 1: Ter bem definidos os autovalores (λ) e autovetores (ϕ) que vão ser mantidos e eliminados da base modal para conformar os modos de flexibilidade residual.
- Passo 2: Definir as matrizes de massa (β_{ff}) e rigidez (α_{ff}) associados junto com os modos de flexibilidade residual por meio dos modos mantidos e eliminados do passo anterior.
- Passo 3: Através das matrizes de massa e rigidez associadas e os modos de flexibilidade residual é possível calcular a matriz dinâmica de estado (\hat{A}), a matriz auxiliar (V) e o vetor solução das matrizes de massa e rigidez (S).
- Passo 4: Estabelecer as matrizes de massa e rigidez da subestrutura sintetizada.
- Passo 5: Finalmente resolvendo o autoproblema por meio das matrizes de massa e rigidez é possível obter os autovalores e autovetores do sistema sintetizado. Dessa forma deve-se de retornar a base modal original do sistema mediante a transformação linear inversa da equação (2.46).

A Figura 2.4 apresenta um fluxograma dos passos importantes no processo da síntese.

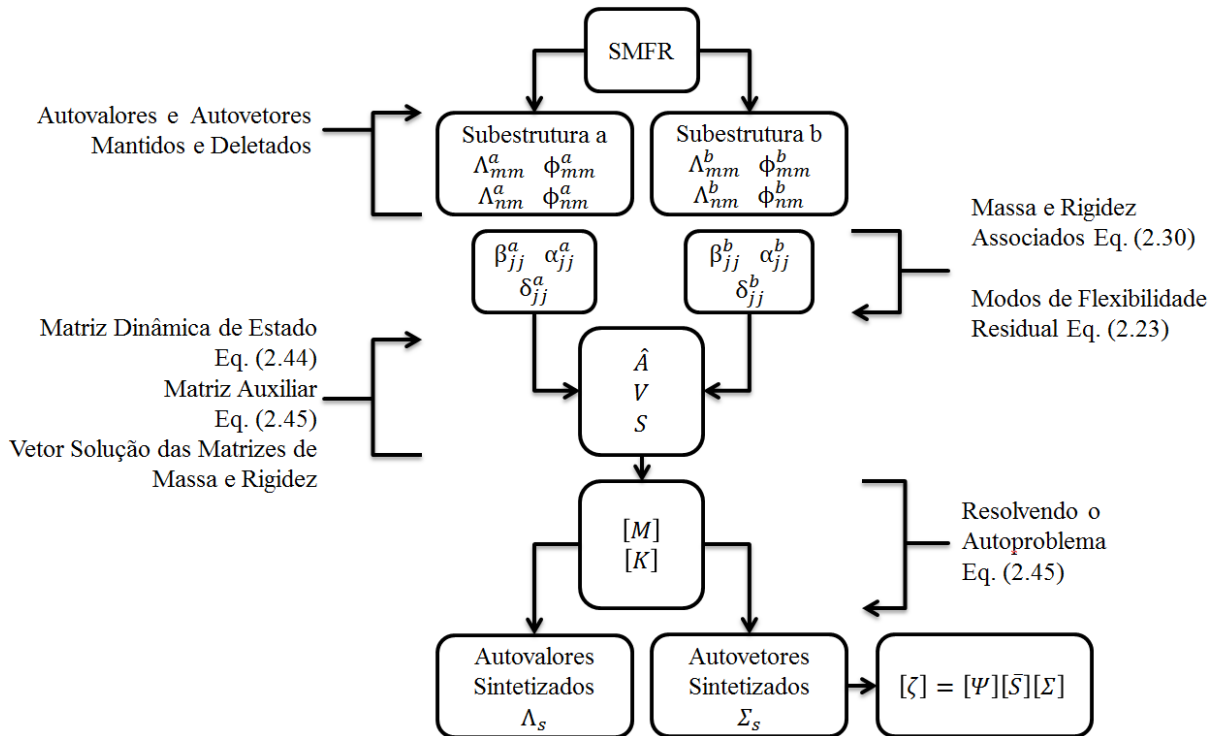


Figura 2.4 Fluxograma da metodologia de SMFR.

A metodologia tem o benefício de ter um baixo custo computacional, devido a que as proporções da base modal final dependem somente da quantidade de graus de liberdade dos componentes. A obtenção de uma solução satisfatória por meio da metodologia de síntese está sujeita a algumas recomendações, entre as quais estão:

- A quantidade de modos mantidos de cada componente tem que ter no mínimo 70% da base modal para ter resultados aceitáveis. Sendo esta faixa estudada por Duarte [8].
- Hoje em dia, não se encontra um critério consistente para a designação quantitativa de quais modos são os mais indicados para ser extraídos da base modal. Essa eleição é geralmente escolhida pelo pesquisador, usando sua experiência para fazer esta escolha. Desta forma, Araújo [6] introduziu o método de eliminação automática de modos (CEA) a fim de obter uma precisão melhor nos resultados.
- Um requisito da metodologia exige que a quantidade de nós ou coordenadas na interface dos componentes juntados sejam iguais.
- Além da quantidade de modos extraídos da base modal, os modos de flexibilidade residual que assemelham os modos extraídos serão iguais ao número de coordenadas da interface dos componentes juntados.

A Figura 2.5 apresenta o fluxograma do algoritmo do método SMFR conforme a metodologia estudada. Primeiramente, deve-se de calcular as matrizes físicas dos componentes. Se

o sistema encontra-se composto de vários componentes, posteriormente à primeira síntese modal dos dois componentes iniciais, estas serão remontadas como um novo componente que será juntado a um terceiro componente conforme a conectividade geral [6]. Dessa forma, o cálculo é elaborado unicamente com dois componentes mutuamente conectadas, uma a uma, ao componente anterior até a síntese do sistema completo.

O índice MAC (“*Modal Assurance Criterion*”) foi definido por Ewins [38] e pode-se encontrar dentro do ANEXO A.

O erro relativo é calculado mediante:

$$erro (\%) = \frac{|\omega_{Teorica} - \omega_{sintetizada}|}{|\omega_{Teorica}|} * 100\% \quad (2.47)$$

Determina a exatidão entre a frequência teórica e a frequência sintetizada. A melhor precisão do erro relativo é representada com um valor próximo de zero.

A seguir são apresentados os critérios de eliminação automática de modos que para os processos de síntese modal com flexibilidade residual o pesquisador define quais modos deseja retirar da base modal para definir os modos de flexibilidade residual, os critérios de eliminação fornecem uma maneira de obter este índice qualitativo, com a finalidade de tornar a SMFR mais prático e preciso.

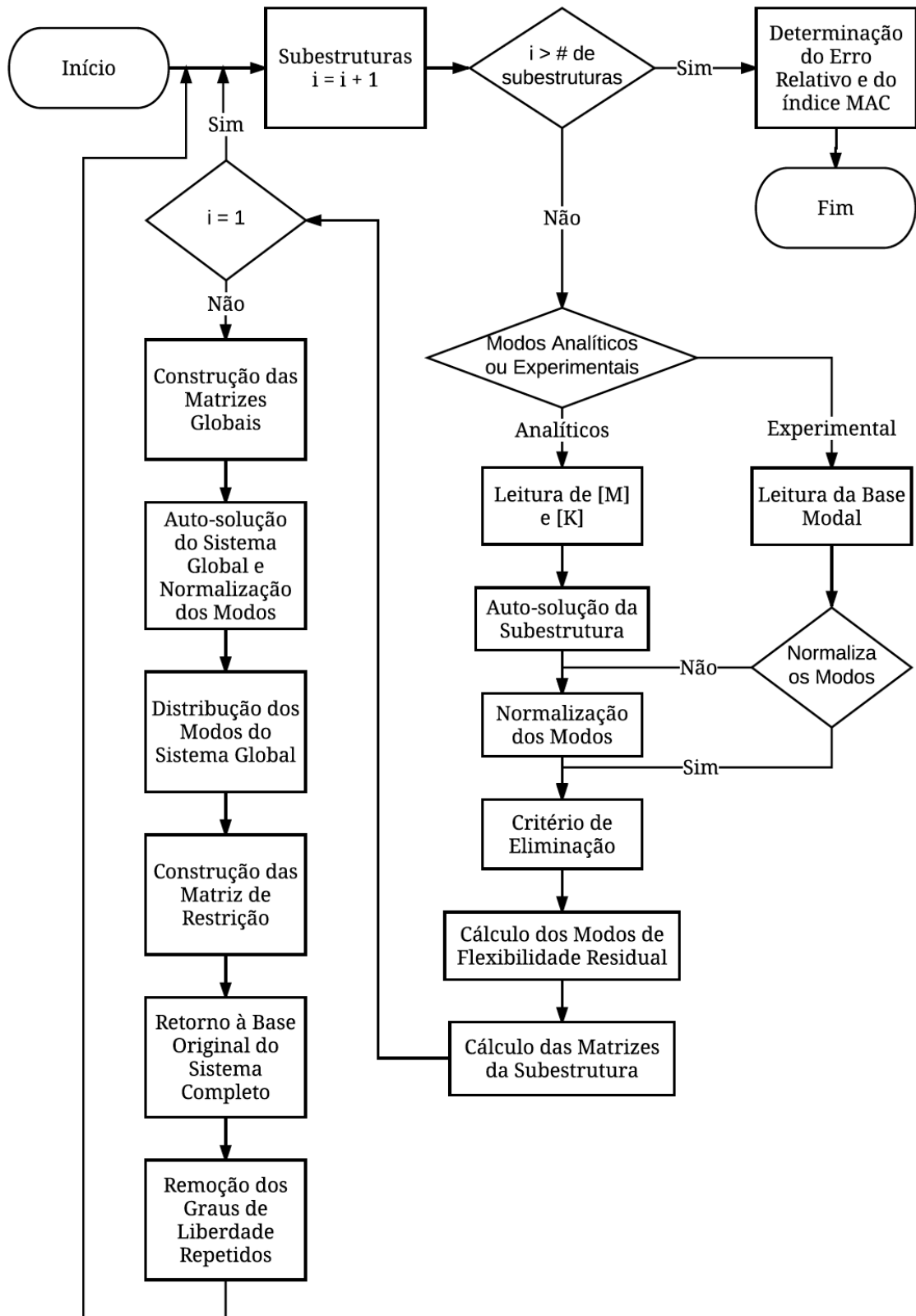


Figura 2.5 Fluxograma da aplicação da Síntese Modal com Flexibilidade Residual (SMFR).

2.6 Critério de Eliminação de Modos

Os processos da metodologia de síntese modal de sistemas conservativos ou não conservativos dispõem de um fundamento em comum, desenvolver o problema de dimensões sintetizadas por meio de duas formulações lineares:

- Uma transformação linear nas coordenadas físicas dos componentes usando uma base modal incompleta.
- Uma transformação linear nas coordenadas generalizadas usando uma matriz de compatibilidade determinada pelas coordenadas físicas da interface dos componentes.

Duarte [8] e Hurty [9] observaram que para certa quantidade de modos mantidos, podem ser identificados com exatidão cerca de 65% a 80% de modos do sistema. Para esse caso, usar conjuntos de modos diferentes influencia consideravelmente no processo de síntese.

Vários pesquisadores têm utilizado um critério aleatório para a escolha de modos a manter e subtrair da base modal, acabando em uma tendência de resultados insuficientes e limitações no processo de síntese.

No processo de síntese modal de componentes com modos de flexibilidade residual, o pesquisador faz a escolha dos modos que deseja manter e eliminar para a determinação dos modos de flexibilidade residual que vão ser usados para melhorar a base modal de cada componente. Embora seja mantido um número de modos consideráveis, existe a probabilidade de eliminar modos significativos na caracterização do sistema original.

Araújo [6] propõe o critério de eliminação automática de modos (CEA), com base em diversas simulações com exemplos numéricos, no seu estudo observou que quando o nível de energia da interface das subestruturas é pequeno, calculam-se soluções com mais exatidão para as frequências e modos sintetizados. Logo, quanto menor a energia das coordenadas de contorno relativamente à energia das coordenadas internas para um determinado modo de uma subestrutura, menor seria a influência deste modo na síntese do sistema completo. Isso é concluído devido ao fato que as parcelas internas de energia dos modos subtraídos são as principais responsáveis pelo movimento vibratório do sistema completo, posto que as parcelas relativas ao contorno fiquem sujeitas às condições impostas pela junção das subestruturas. Dessa forma, a relação entre as parcelas de energia de contorno e interna das subestruturas proporcionam um padrão de qualidade entre os modos de uma subestrutura. Esse critério representa a base do CEA. A seleção de um determinado modo com alta energia de interface em comparação aos nós internos significa baixa qualidade nos resultados finais da síntese.

Neste trabalho foram aplicados dois métodos de seleção automática de modos. O primeiro é CEA proposto por Araújo [6] baseado na energia dos modos das subestruturas. O segundo é o critério de seleção modal pelas frequências (CSMF) baseado na simples combinação das frequências dos modos das subestruturas.

Os critérios aplicados são avaliados na técnica de síntese modal SMFR [6]. O processo de seleção pode ser aplicado em processos de síntese modal experimental e a metodologia é avaliada em modelos discretos de massa-mola e em modelos de elementos finitos.

2.6.1 Critério de seleção modal pela energia (CEA).

Observando a Figura 2.6, apresenta o acoplamento de modos de dois componentes de vigas engastada-livre, para formar uma viga total engastada-engastada. Na figura são mostrados os vetores E_i e E_c que constituem a forma em que são deformados os nós internos e do contorno das vigas. Essas deformações podem ser consideradas como sendo níveis de energia de cada nó, e por meio destes obter uma comparação relativa entre os níveis de energia dos nós ou nó de contorno com os nós internos.

Da Figura 2.6 pode-se determinar que para cada viga, quanto menor a energia das coordenadas de contorno em relação à energia das coordenadas internas para um determinado modo, menor será a importância deste modo na síntese do sistema completo. Observando que as parcelas internas de energia dos modos mantidos são as principais responsáveis pelo movimento vibratório do sistema completo, posto que as parcelas relativas ao contorno das subestruturas dependem das condições impostas pela junção. Assim, a relação entre a energia dos nós de contorno com os nós internos proporcionam um índice de qualidade entre os modos de cada subestrutura. Determinando-se que para um modo escolhido a junção é mais importante em comparação aos nós internos. Uma das desvantagens desta técnica é que existe a probabilidade de obter baixa convergência na solução final da síntese.

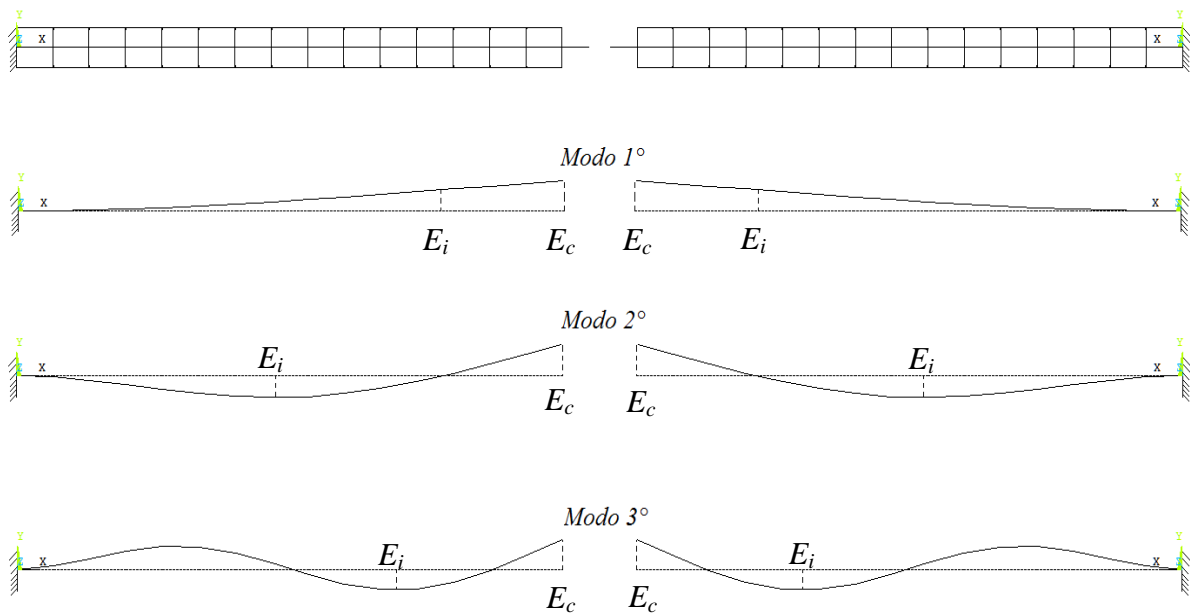


Figura 2.6 Três primeiros modos de vibrar de uma viga engastada-livre, mostrando a diferença de energia da interface respeito à energia interna.

2.6.1.1 Caso Unidimensional

- Pesos relativos – Caso Unidimensional

Para determinar o peso relativo, a equação (2.3) é usada com uma configuração diferente. Definindo a transformação linear empregada às coordenadas físicas de um componente, usando a sua base modal, normalizada pela massa, da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_i \\ \phi_c \end{bmatrix} \{q\} = [\phi_l] \{q\} \quad (2.48)$$

Pré-multiplicando a equação (2.48) pela inversa da matriz modal consegue-se calcular as coordenadas modais como:

$$\{q\} = [(\phi_i^{-1})^t \quad (\phi_c^{-1})^t] [M] \begin{Bmatrix} u_i \\ u_c \end{Bmatrix} \quad (2.49)$$

Isto é:

$$\{q\} = [\phi_i^{-1}]^t [M] \{u_i\} + [\phi_c^{-1}]^t [M] \{u_c\} \quad (2.50)$$

Para modos reais, a base modal inversa pode ser calculada por:

$$[\phi]^{-1} = [\phi]^t [M] \quad (2.51)$$

Na equação (2.49), as subdivisões da matriz inversa da base modal pertencem às frações das coordenadas físicas internas e de interface de um componente. A segunda fração da equação (2.49) considera os coeficientes das coordenadas de interface na formação das coordenadas modais.

Por conseguinte, um modo definido de um componente compreende uma importância superior nos deslocamentos modais da estrutura completa, se maior for a parcela modal referente ao contorno desta subestrutura. Para qualificar esta importância, determinou-se um peso entre estas frações usando a norma Euclidiana de um vetor ou norma L_2 [42]. A equação (2.52) define o peso específico de um modo:

$$\varepsilon^k = \frac{\|[\phi_{cj}^{-1}]^t\|_2}{\|[\phi_{im}^{-1}]^t\|_2} = \frac{\sqrt{|\phi_{1j}^{-1}|^2 + |\phi_{2j}^{-1}|^2 + \dots + |\phi_{cj}^{-1}|^2}}{\sqrt{|\phi_{1m}^{-1}|^2 + |\phi_{2m}^{-1}|^2 + \dots + |\phi_{im}^{-1}|^2}}; \quad (2.52)$$

$$j = 1, \dots, nc \quad e \quad m = 1, \dots, ni$$

Os pesos modais determinados da equação anterior consistem dos coeficientes da interface (nc) e os coeficientes dos nós internos da subestrutura (ni), para cada modo calculado. Portanto, a equação (2.52) pode ser usada como para sistemas não amortecidos como com amortecimento geral. Dentro da equação (2.52) são calculados os (k) pesos, que representam as bases modais com movimentos dos graus de liberdade internos e dos graus de liberdade da interface, de acordo com a norma do vetor modal (j), sendo que $(\hat{\phi}_{ij}, \hat{\phi}_{cj})$ consistem dos termos relativos às coordenadas internas e de interface dos componentes.

- Critério de Eliminação Automática - Caso Unidimensional

O peso relativo de cada modo dos componentes pode funcionar como indicador da energia específica de cada modo, não obstante existe a junção recíproca entre os vários modos dos componentes juntados que podem alterar os níveis de energia da interface. Assim, os critérios modais de contorno e internos de um componente, ponderada de uma forma desacoplada, ou seja, considerando apenas a energia isolada de cada modo não seria uma medida suficientemente significativa para promover uma convergência eficiente da síntese. Desta forma, embora certo modo de um componente seja pouco significativo na interface, se este modo for integrado com os outros modos do outro componente juntado, esta integração pode causar um crescimento do nível de energia na interface, influenciando o processo final da síntese. Por conseguinte, é fundamental desenvolver uma estimativa não só dos modos separados de cada

componente, mas também uma estimativa destes modos relacionados com os modos da subestrutura recentemente juntada.

Desta forma, este critério de seleção de modos é determinado segundo a significância das coordenadas modais da interface associadas com a influência relativa entre os modos dos correspondentes componentes juntados. Esta importância é dimensionada por meio dos pesos relativos que forneceram um padrão de qualidade de um modo específico para cada subestrutura. Aqueles modos que se achassem com maior significância nas coordenadas físicas de interface vão ser considerados na seleção de eliminação de modos.

O cálculo é desenvolvido por meio da energia relativa da interface a qual vai usando os modos individuais das subestruturas, através da equação (2.52). Utilizando as duas subestruturas (a e b) juntadas, a importância dos modos do componente (b) sobre um j -ésimo modo do componente (a) ou vice-versa é considerada por meio do módulo dos pesos relativos, da forma:

$$Z_{(n \times k)} = \begin{bmatrix} |\varepsilon_a^1 - \varepsilon_b^1| & \cdots & |\varepsilon_a^k - \varepsilon_b^1| \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ |\varepsilon_a^1 - \varepsilon_b^n| & \cdots & |\varepsilon_a^k - \varepsilon_b^n| \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

A matriz Z determinada pela equação (2.53) possui (n) linhas mostrando os (n) possíveis pesos modais relativos do componente (b) e (k) colunas representando os (k) possíveis pesos modais relativos do componente (a). O critério de eliminação automática (CEA) é determinado por meio da soma algébrica dos valores de cada linha, fornecendo um padrão qualitativo para os modos do componente (a) e também pela soma algébrica dos valores de cada coluna, contribuindo um padrão qualitativo para os modos do componente (b). Esta metodologia junta os vários pesos individuais dos modos dos componentes com os possíveis pesos dos modos individuais do outro componente juntado, contribuindo uma nova medida da energia da interface à energia dos nós internos. Assim, o índice é calculado da forma:

$$N_b^j = \sum_{i=1}^n Z_{ij} ; j = 1, \dots, k \quad (2.54)$$

$$N_a^i = \sum_{j=1}^k Z_{ij} ; i = 1, \dots, n \quad (2.55)$$

Dessa maneira, o maior valor do peso relativo associado determinado pela equação (2.54) para um modo (j) do componente (a) inclina-se a descrever uma importância maior

seção da interface entre os componentes juntados. Se na seção de junção entre os componentes esta importância for inferior, a orientação é que as energias dos nós internos dos componentes mantiveram o movimento da estrutura completa. Por conseguinte, um critério viável é a eliminação dos valores de maior importância na interface, que é quantificada por meio do maior peso relativo associado, determinado pelas equações (2.54) e (2.55).

2.6.1.2 Caso Tridimensional

Para o caso de uma análise experimental existe a necessidade de fazer a análise de algum nó específico ou as próprias restrições da estrutura fazem que diferentes nós possuam diferentes direções ou graus de liberdade. Da mesma forma, o modo de vibrar de um sistema determinado por meio dos nós estudados tende a ter mais de uma direção de movimento. Para estes casos, os componentes juntados vão ter uma influência da interface com relação às coordenadas internas, devendo ser avaliados nas direções de análise.

O critério de eliminação tridimensional tem o mesmo processo que para o caso unidirecional, que foi já apresentado, com a diferença que um modo específico de um componente possui um índice qualitativo para cada direção analisada.

- Peso Relativo dos Modos - Caso Tridimensional

Para este caso se considera um processo parecido ao Unidirecional usando as equações da seguinte forma:

$$\varepsilon_x^k = \frac{\|(\phi_{cj}^{-1})^t\|_2}{\|(\phi_{im}^{-1})^t\|_2} = \frac{\sqrt{|\phi_{1j}^{-1}|_x^2 + |\phi_{2j}^{-1}|_x^2 + \dots + |\phi_{cj}^{-1}|_x^2}}{\sqrt{|\phi_{1m}^{-1}|_x^2 + |\phi_{2m}^{-1}|_x^2 + \dots + |\phi_{im}^{-1}|_x^2}} \quad (2.56)$$

$$\varepsilon_y^k = \frac{\|(\phi_{cj}^{-1})^t\|_2}{\|(\phi_{im}^{-1})^t\|_2} = \frac{\sqrt{|\phi_{1j}^{-1}|_y^2 + |\phi_{2j}^{-1}|_y^2 + \dots + |\phi_{cj}^{-1}|_y^2}}{\sqrt{|\phi_{1m}^{-1}|_y^2 + |\phi_{2m}^{-1}|_y^2 + \dots + |\phi_{im}^{-1}|_y^2}} \quad (2.57)$$

$$\varepsilon_z^k = \frac{\|(\phi_{cj}^{-1})^t\|_2}{\|(\phi_{im}^{-1})^t\|_2} = \frac{\sqrt{|\phi_{1j}^{-1}|_z^2 + |\phi_{2j}^{-1}|_z^2 + \dots + |\phi_{cj}^{-1}|_z^2}}{\sqrt{|\phi_{1m}^{-1}|_z^2 + |\phi_{2m}^{-1}|_z^2 + \dots + |\phi_{im}^{-1}|_z^2}} \quad (2.58)$$

$$j = 1, \dots, nc \quad e \quad m = 1, \dots, ni$$

$$\text{O peso modal será da forma: } \bar{\varepsilon} = \{\varepsilon_x^k, \varepsilon_y^k, \varepsilon_z^k\} \quad (2.59)$$

- Critério de Eliminação Automática - Caso Tridimensional

Da mesma forma que foi calculada para o caso unidirecional e utilizando os pesos modais relativos da equação (2.59), é feito o procedimento exceto que o valor do índice deve ser obtido por meio da magnitude da soma relativa nas três direções:

$$Z_{(n \times k)}^x = \begin{bmatrix} |\varepsilon_a^1 - \varepsilon_b^1|_x & \dots & |\varepsilon_a^k - \varepsilon_b^1|_x \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ |\varepsilon_a^1 - \varepsilon_b^n|_x & \dots & |\varepsilon_a^k - \varepsilon_b^n|_x \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$Z_{(n \times k)}^y = \begin{bmatrix} |\varepsilon_a^1 - \varepsilon_b^1|_y & \dots & |\varepsilon_a^k - \varepsilon_b^1|_y \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ |\varepsilon_a^1 - \varepsilon_b^n|_y & \dots & |\varepsilon_a^k - \varepsilon_b^n|_y \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$Z_{(n \times k)}^z = \begin{bmatrix} |\varepsilon_a^1 - \varepsilon_b^1|_z & \dots & |\varepsilon_a^k - \varepsilon_b^1|_z \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ |\varepsilon_a^1 - \varepsilon_b^n|_z & \dots & |\varepsilon_a^k - \varepsilon_b^n|_z \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Calculando os pesos finais de cada modo para cada direção individual:

$$N_b^{xj} = \sum_{i=1}^n Z_{ij}^x ; j = 1, \dots, k$$

$$N_b^{yj} = \sum_{i=1}^n Z_{ij}^y ; j = 1, \dots, k \quad (2.63)$$

$$N_b^{zj} = \sum_{i=1}^n Z_{ij}^z ; j = 1, \dots, k$$

$$N_a^{xi} = \sum_{j=1}^n Z_{ij}^x ; i = 1, \dots, n$$

$$N_a^{y^i} = \sum_{j=1}^n Z_{ij}^y ; i = 1, \dots, n \quad (2.64)$$

$$N_a^{z^i} = \sum_{j=1}^n Z_{ij}^z ; i = 1, \dots, n$$

Concluindo, o peso final é obtido mediante a magnitude dos pesos associados, da forma:

$$N_b^j = \sqrt{|N_a^{x^2}| + |N_a^{y^2}| + |N_a^{z^2}|} ; j = 1, \dots, k \quad (2.65)$$

$$N_a^i = \sqrt{|N_b^{x^2}| + |N_b^{y^2}| + |N_b^{z^2}|} ; j = 1, \dots, k \quad (2.66)$$

Esses índices serão analisados da mesma forma que no caso unidirecional.

2.6.2 Critério de Seleção Modal pelas Frequências (CSMF)

O CEA determina alguns conjuntos de modos para serem usados na síntese modal que oferecem bons resultados. Porém, com o CEA nem sempre é possível identificar entre todos os modos o conjunto de modos que produzem os resultados com mais exatidão. Por isso Junqueira [10] propôs o método CSMF (critério da seleção modal pelas frequências) onde os modos mantidos são selecionados pela relação entre as frequências das subestruturas respectivamente juntadas. Além de ter maior exatidão, o método dispõe de um processamento mais eficiente e rápido que o critério pelas energias.

O critério consiste na diferença relativa entre as frequências relacionadas aos modos mantidos das duas subestruturas juntadas. Os modos são catalogados conforme a soma ponderada destes valores. Quanto menor esta soma, melhores serão os resultados obtidos na síntese modal.

Seja m_1 e m_2 os dois números de modos mantidos nos dois componentes juntados, sendo m_1 menor ou igual a m_2 . O componente com m_1 modos será denominado, para esse cálculo, como componente 1 m_2 como componente 2. Considerando as frequências relacionadas aos modos mantidos nos dois componentes em ordem crescente, como uma linha contínua com m_2 subdivisões cada uma. Cada subdivisão do componente 2 vale uma unidade e esta relacionada a uma única frequência. Cada subdivisão do componente 1 vale r , conforme a equação (2.67).

$$r = \frac{m_1}{m_2} \quad (2.67)$$

Se r é menor do que 1 então uma única frequência estará sempre relacionada a mais de uma subdivisão. Se r é menor do que 1, mas não é submúltiplo de 1 então há subdivisão relacionada a mais de uma frequência. Há também tanto frequências da estrutura 1 relacionadas a mais de uma frequência da estrutura 2 como há frequências da estrutura 2 relacionadas a mais de uma frequência da estrutura 1 como ilustrado na Figura 2.7.

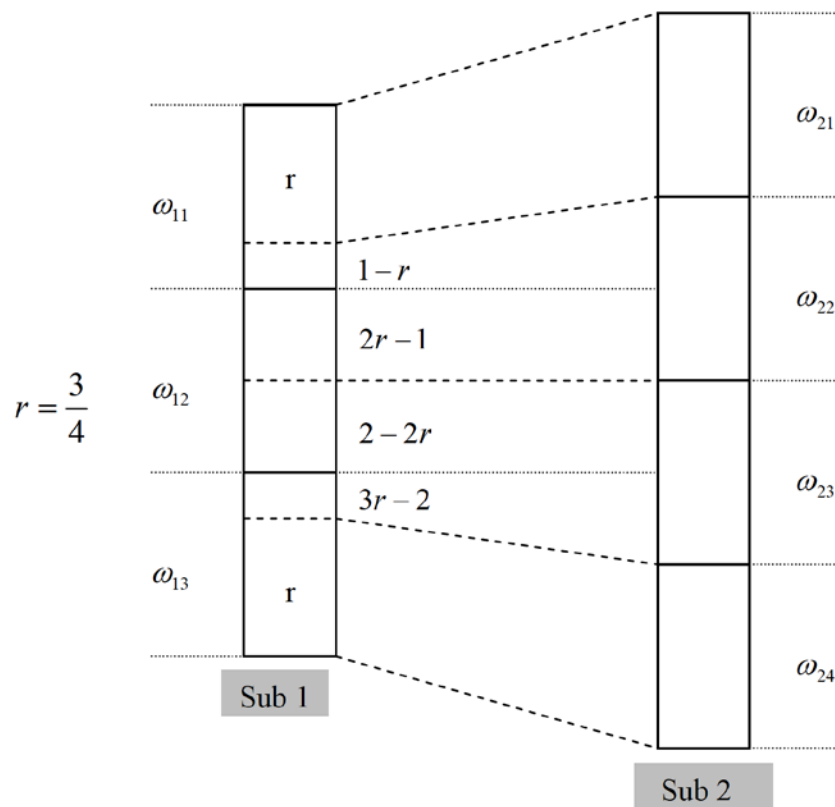


Figura 2.7 Relação entre as frequências dos dois componentes.

Para classificar os melhores pares de conjuntos de modos mantidas nos dois componentes é desenvolvida uma soma ponderada dos módulos das diferenças relativas entre as frequências, denominadas de P . No exemplo da Figura 2.7, onde há três modos mantidas em um componentes e quatro na outra, esta soma é formada pela equação (2.68) com r igual a $\frac{3}{4}$.

As Figura 2.8 e Figura 2.9 apresentam os dois extremos onde $m_1=1$ e $m_1=m_2$ nesta ordem. Para $m_1=1$, P é determinado através da equação (2.69) e da equação (2.70) quando $m_1=m_2$.

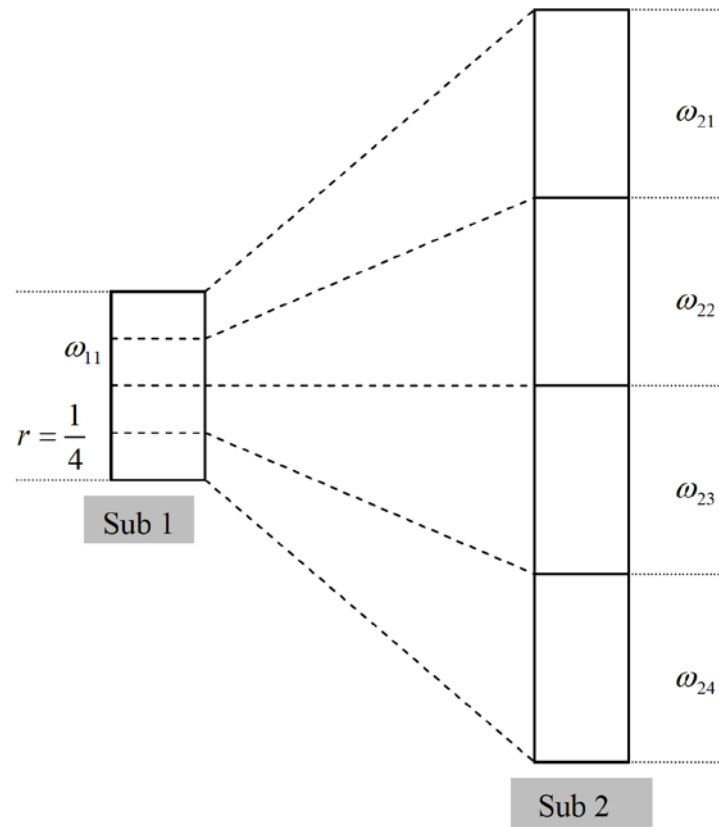


Figura 2.8 Relação entre as frequências dos dois componentes com $m_1=1$.

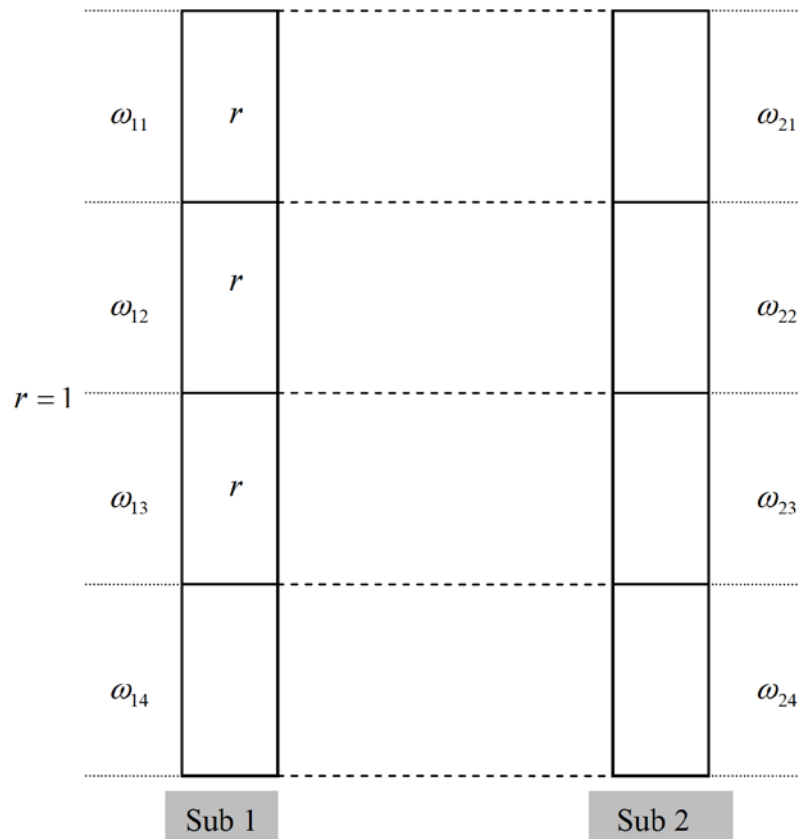


Figura 2.9 Relação entre as frequências dos dois componentes com $m_1= m_2$.

$$\begin{aligned}
P &= r \left[\frac{\omega_{21} - \omega_{11}}{\max(\omega_{21}, \omega_{11})} \right] + (1 - r) \left[\frac{\omega_{22} - \omega_{11}}{\max(\omega_{22}, \omega_{11})} \right] \\
&+ (2r - 1) \left[\frac{\omega_{22} - \omega_{12}}{\max(\omega_{22}, \omega_{12})} \right] + (2 - 2r) \left[\frac{\omega_{23} - \omega_{12}}{\max(\omega_{23}, \omega_{12})} \right] \\
&+ (3r - 1) \left[\frac{\omega_{23} - \omega_{13}}{\max(\omega_{23}, \omega_{13})} \right] + (r) \left[\frac{\omega_{24} - \omega_{13}}{\max(\omega_{24}, \omega_{13})} \right]
\end{aligned} \tag{2.68}$$

$$P = r \sum_{i=1}^{m_2} \left[\frac{|\omega_{2i} - \omega_{11}|}{\max(\omega_{2i}, \omega_{11})} \right] \tag{2.69}$$

$$P = r \sum_{i=1}^{m_2} \left[\frac{|\omega_{2i} - \omega_{1i}|}{\max(\omega_{2i}, \omega_{1i})} \right] \tag{2.70}$$

Como $r=1/m_2$ e $r=1$ na equação (2.69) e equação (2.70) nesta ordem estas se reescrevem como:

$$P = \frac{1}{m_2} \sum_{i=1}^{m_2} \left[\frac{|\omega_{2i} - \omega_{11}|}{\max(\omega_{2i}, \omega_{11})} \right] \tag{2.71}$$

$$P = \sum_{i=1}^{m_2} \left[\frac{|\omega_{2i} - \omega_{1i}|}{\max(\omega_{2i}, \omega_{1i})} \right] \tag{2.72}$$

Onde as frequências ω_{1i} pertencem ao componente 1 e as frequências ω_{2i} pertencem ao componente 2. No exemplo da Figura 2.8 e da equação (2.71) o valor de r é igual a $1/4$. O valor de P é determinado para todas as relações possíveis de modos e os melhores são aqueles com menor valor de P .

Além de apresentar os modos que proporcionam os resultados com maior exatidão em síntese modal o CSMF indica outros modos que também conseguiriam dar ótimos resultados em diversas bandas de frequência. Portanto, na seleção dos modos deve-se determinar não só o menor valor de P , também, a banda de frequência de interesse.

3 MODELO COMPUTACIONAL E SIMULAÇÃO NUMÉRICA ATRAVÉS DO SOFTWARE MATLAB®

O método de síntese modal foi programado no software MATLAB® e avaliado através de um exemplo unidirecional de Massa-Mola que foi utilizado também no trabalho de Araújo [6], desta forma se consegue conferir se os resultados estão próximos ao exemplo de referência.

Posteriormente foi desenvolvida uma síntese para um sistema de vigas engastadas-livre e um sistema de vigas bidirecionais. Em todos os sistemas foi utilizado o programa desenvolvido em MATLAB® com a finalidade de obter os parâmetros dinâmicos dos sistemas, por meio da metodologia SMFR, visando realizar uma investigação cautelosa das possíveis formas de composição dos modos de flexibilidade residual, pretendendo observar a exatidão dos autovalores e autovetores sintetizados, através da aplicação do critério de eliminação automática de modos (CEA). A principal intenção de usar um sistema unidirecional de massas e o sistema de vigas engastada-livre é garantir o bom desempenho e resultados mais precisos da técnica de síntese modal SMFR e o critério de eliminação (CEA).

Por fim, foi efetuada a síntese modal de componentes em um sistema com maior complexidade da forma silenciador de ressonador “*quarter-wavelength tube*”, com uma resposta acústica já conhecida através da bibliografia. O sistema é constituído de duas vigas com diferentes dimensões, seção transversal e condição de fronteira.

3.1 Sistema Massa-Mola

O sistema de parâmetros concentrados analisado consiste de massas conectadas por meio de molas, como mostrado na Figura 3.1. Este sistema além de ser utilizado por Araújo [6], também é semelhante aos sistemas utilizados por Martin & Glaim [43] e Santos [44].

O sistema é distribuído em três subestruturas com propriedades físicas especificadas na Tabela 3.1. A Tabela 3.2 mostra os autovalores e autovetores de cada subestrutura, obtidos através do programa MATLAB®. Os parâmetros da subestrutura 4 não são mostrados, já que dependem da síntese que é desenvolvida entre a subestrutura 1 e 2, ou melhor, os parâmetros desta subestrutura resultaram das bases modais que são não selecionadas das subestruturas 1 e 2.

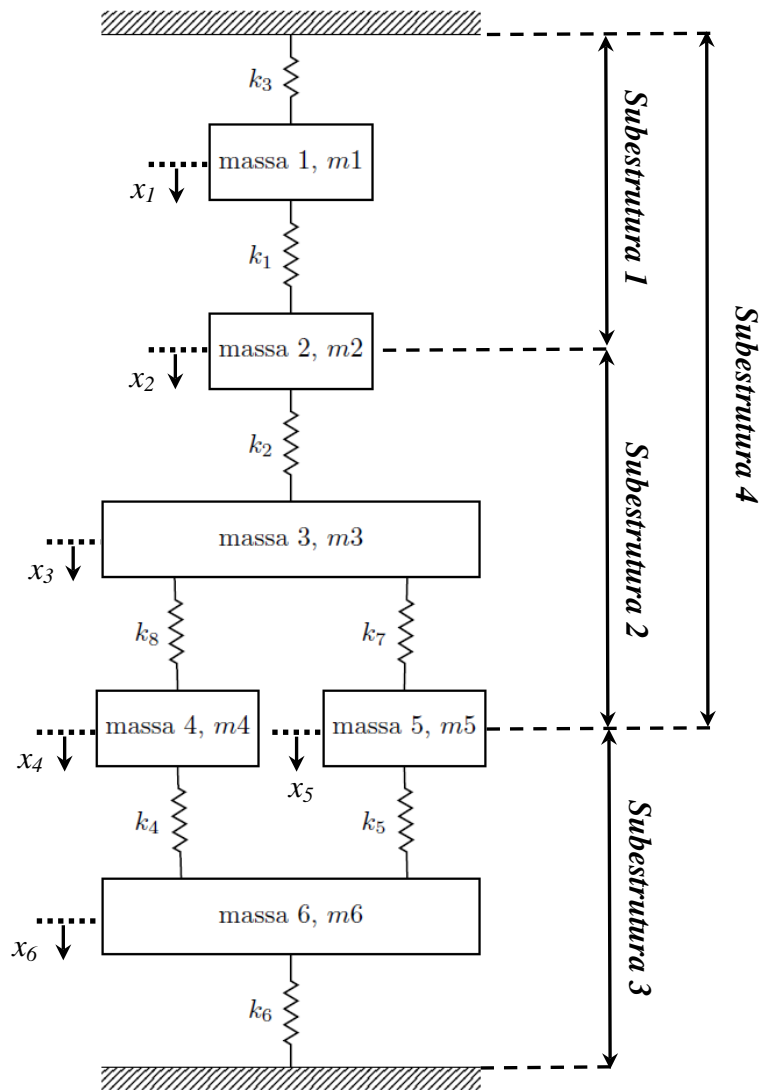


Figura 3.1 Sistema Unidirecional Massa-Mola.

Tabela 3.1 Propriedades Físicas Sistema Massa-Mola.

Elemento	Massa [Kg]	Rigidez [N/m]
Sub. 1	m1=10	k1=10000
	m2=10	k3=10000
Sub. 2	m2=10	k2=20000
	m3=10	k7=20000
	m4=10	k8=12000
Sub. 3	m4=10	k4=15000
	m5=10	k5=10000
	m6=10	k6=20000
Sub. 4	Junção Sub. 1 e 2	Junção Sub. 1 e 2

Tabela 3.2 Autovalores e Autovetores das Subestruturas.

Subestrutura 1		
GDL\Modos	1	2
1	-0,166	-0,269
2	-0,269	0,166
Frequência [Hz]	60,792	416,673

Subestrutura 2				
GDL\Modos	1	2	3	4
1	0,158	0,116	0,224	0,108
2	0,158	0,037	0,000	-0,271
3	0,158	-0,268	0,000	0,056
4	0,158	0,116	-0,224	0,108
Frequência [Hz]	0,000	217,169	318,310	1119,733

Subestrutura 3			
GDL\Modos	1	2	3
1	0,179	0,235	-0,113
2	0,230	-0,207	-0,067
3	0,123	0,045	0,288
Frequência [Hz]	73,812	193,504	846,768

A Tabela 3.3 apresenta os pesos relativos dos modos das subestruturas, calculados através das equações (2.54) e (2.55). Neste contexto, a matriz de flexibilidade residual foi calculada eliminando somente um modo de cada subestrutura. Os dados da Tabela 3.3 são obtidos por meio do CEA proposto por Araújo [6].

Tabela 3.3 Pesos relativos dos modos das Subestruturas.

Modos\Subestrutura	SUB1	SUB2	SUB3	SUB4
1	4,139	1,081	6,210	7,960
2	0,903	1,450	24,861	8,109
3	-	1,000	2,011	7,638
4	-	1,511	-	9,374
Modo a Selecionar	1	4	2	4

Desta mesma forma, para verificar se a solução da síntese se encontra perto dos autovalores e autovetores do sistema completo, a Tabela 3.4 mostra os autovalores e autovetores determinados para o sistema completo sem subestruturas.

Tabela 3.4 Autovalores e Autovetores do Sistema Completo.

GDL\Modos	Sistema Completo					
	1	2	3	4	5	6
1	0,066	0,137	-0,058	-0,271	0,01	0,014
2	0,118	0,141	-0,036	0,104	-0,028	-0,059
3	0,119	0,006	0,025	0,044	0,089	0,274
4	0,105	-0,125	-0,138	-0,009	0,048	-0,044
5	0,117	-0,053	0,166	-0,037	0,017	-0,065
6	0,064	-0,068	-0,013	-0,023	-0,292	0,073
Frequência [Hz]	33,183	154,506	220,940	379,207	764,881	1001,811

A Tabela 3.5 apresenta os resultados da síntese modal de componentes através do método SMFR, usando os valores determinados para a eliminação de modos pelo CEA estabelecidos na Tabela 3.3. Também se encontra o erro relativo (equação (2.47)) e o índice MAC apresentado no ANEXO A.

Tabela 3.5 Propriedades dinâmicas do sistema global sintetizado.

Nº de Modo	Frequências do Sistema [Hz]	Frequências Sintetizadas [Hz]	Erro Relativo [%]	Índice MAC
1	33,183	33,192	0,0261	1,0000
2	154,506	154,945	0,2837	0,9992
3	220,94	221,003	0,0284	0,9998
4	379,207	381,325	0,5584	0,9962
5	764,788	778,959	1,8529	0,9434
6	1001,812	-----	-----	-----
Valores Médios			0,5499	0,9877

Pode-se observar com os resultados conseguidos na Tabela 3.5, que o código no MATLAB[®] gerou bons resultados para os autovalores e autovetores sintetizados com relação à

estrutura completa, com erros relativos baixos para os autovalores sintetizados e índices MAC próximos da unidade para os autovetores.

A linha tracejada dentro da Tabela 3.5 simboliza aqueles autovalores e autovetores que não foram selecionados no processo de síntese modal.

A Tabela 3.6 apresenta os resultados obtidos no exemplo de Araújo [6], conferindo a concordância entre os resultados obtidos.

Tabela 3.6 Propriedades dinâmicas do sistema global sintetizado no exemplo de referencia [6].

Nº de Modo	Frequências do Sistema [Hz]	Frequências Sintetizadas [Hz]	Erro Relativo [%]	Índice MAC
1	33,2	33,19	0,0249	1,0000
2	154,5	154,9	0,2829	0,9992
3	220,9	221,1	0,0289	0,9998
4	366,5	381,3	0,5597	0,9962
5	764,8	778,9	1,853	0,9434
6	1001,8	-----	-----	-----
Valores Médios			0,5499	0,9877

Pode-se observar que a diferença é mínima no erro relativo e o índice MAC dos resultados comparados entre o código no MATLAB® (Tabela 3.5) e o exemplo de referencia (Tabela 3.6), isso valida o código desenvolvido.

3.2 Sistema Viga Engastada-Livre (Unidirecional)

O modelo está constituído de duas vigas em aço SAE 1010 engastada-livre, com propriedades físicas dadas na Tabela 3.7 [45]. As duas vigas vão ser usadas para conformar uma viga engastada nas extremidades com o comprimento total das duas vigas. Utilizando a metodologia proposta por Blevins [46], observam-se os três passos para desenvolver uma análise de vibração. O primeiro passo é a identificação do sistema junto com as condições de contorno. Neste contexto, os sistemas são duas vigas com seção transversal tubular, engastada em uma das extremidades e livre na outra como se pode ver na Figura 3.2. Para os fins de utilizar

a metodologia proposta por Blevins [46] a estrutura foi caracterizada em dez elementos e onze nós.

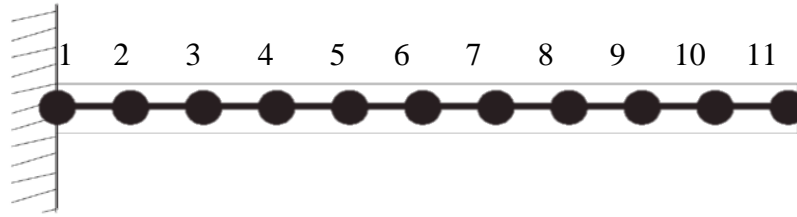


Figura 3.2 Viga Engastada-Livre modelado por número de nós.

Tabela 3.7 Propriedades Físicas Viga em SAE 1010.

Densidade (ρ)	7870 [Kg/m ³]
Módulo de Elasticidade (E)	200 [GPa]
Coefficiente de Poisson (ν)	0,3
Diâmetro Externo (d_{ext})	0,050 [m]
Espessura (h)	0,002 [m]
Comprimento (L)	1,5 [m]

O seguinte passo é calcular as frequências naturais e modos de vibração das estruturas de forma analítica ou experimental. Considerando as equações para calcular a vibração transversal em vigas propostas por Blevins [46], tendo em conta que a metodologia considera apenas os deslocamentos transversais, temos as seguintes equações para obter as frequências naturais em Hertz e os modos de vibrar de uma viga engastada-livre:

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \left(\frac{EI}{m} \right)^{1/2} \quad (3.1)$$

$$\tilde{y}_i \left(\frac{x}{L} \right) = \cosh \frac{\lambda_i x}{L} + \cos \frac{\lambda_i x}{L} - \sigma_i \left(\sinh \frac{\lambda_i x}{L} + \sin \frac{\lambda_i x}{L} \right) \quad (3.2)$$

Onde:

- $i = 1, 2, 3, \dots$
- f_i : Frequência natural do modo i .
- \tilde{y}_i : Modo de Vibrar
- λ_i : Parâmetro adimensional em função das condições de contorno aplicadas na viga.
- σ_i : Parâmetro adimensional em função das condições de contorno aplicadas na viga.
- L : Comprimento da viga.

- m : Massa por unidade de comprimento da viga.
- E : Módulo de elasticidade.
- I : Momento de inércia da viga sobre o eixo neutro.

Considerando da mesma maneira os valores de λ_i e σ_i na Tabela 3.8 de acordo com a condição de contorno de engastada-livre.

Tabela 3.8 Parâmetros adimensionais em função das condições de contorno aplicadas a uma Viga Engastada-Livre [46].

$\lambda_i; i = 1,2,3, \dots$	$\sigma_i; i = 1,2,3, \dots$
1,87510407	0,734095514
4,69409113	1,018367319
7,85475744	0,999224497
10,99554073	1,000033553
14,13716839	0,99999855
$(2i - 1)\frac{\pi}{2}; i > 5$	1,0; $i > 5$

De acordo com a finalidade do problema de desenvolver a síntese modal, consideram-se duas vigas engastadas-livres para obter uma viga total engastada nas suas extremidades com o comprimento total das duas vigas, como na Figura 3.3. A equação para o cálculo das frequências naturais não varia no caso de engastada-engastada, porém os parâmetros adimensionais e a equação de modo de vibrar se encontram em função das condições de contorno com o qual se obtém a seguinte equação para o modo de vibração e as mudanças nos parâmetros adimensionais (Tabela 3.9):

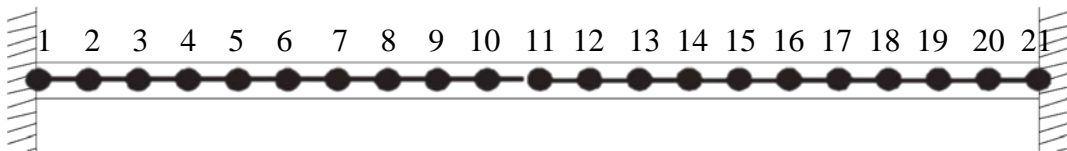


Figura 3.3 Viga Engastada-Engastada modelada por número de nós.

$$\tilde{y}_i\left(\frac{x}{L}\right) = \cosh\frac{\lambda_i x}{L} - \cos\frac{\lambda_i x}{L} - \sigma_i\left(\sinh\frac{\lambda_i x}{L} - \sin\frac{\lambda_i x}{L}\right) \quad (3.3)$$

Tabela 3.9 Parâmetros adimensionais em função das condições de contorno aplicadas a uma Viga Engastada-Engastada [46].

$\lambda_i; i = 1,2,3, \dots$	$\sigma_i; i = 1,2,3, \dots$
4,73004074	0,982502215
7,85320462	1,000777312
10,9956079	0,999966450
14,1371655	1,000001450
17,2787597	0,999999937
$(2i + 1)\frac{\pi}{2}; i > 5$	1,0; $i > 5$

Finalmente, o último passo é a identificação de forças em algum ponto do sistema, o que não acontece nesse problema estudado.

De forma que para desenvolver a síntese modal de componentes, o modelo como já foi descrito é constituído de duas vigas com seção transversal tubular, em aço inoxidável, engastada em uma das extremidades e na outra livre (Figura 3.2). Com o fim de obter um sistema sintetizado de viga com suas duas extremidades engastadas e com o comprimento total das duas vigas (Figura 3.5). As dimensões são mostradas novamente na Figura 3.4 e os parâmetros físicos na Tabela 3.7.

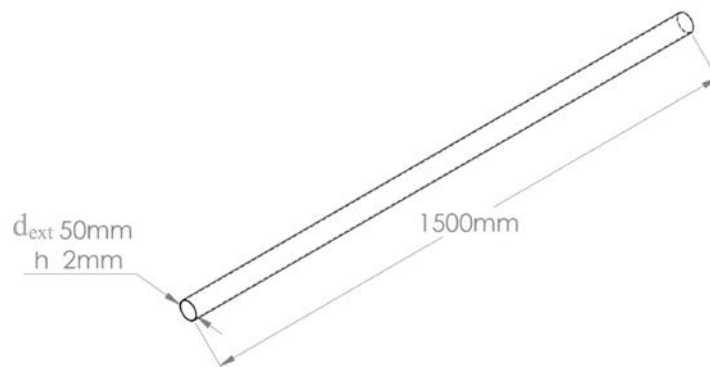


Figura 3.4 Dimensões da Viga Circular-Anular Engastada-Livre.

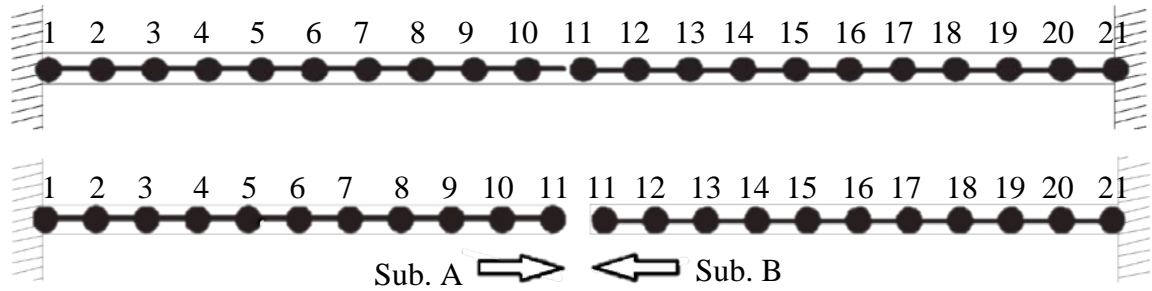


Figura 3.5 Esquema de Síntese para Duas Vigas Engastada-Livre.

Foram calculadas as seis primeiras frequências naturais das subestruturas (equação (3.1)), junto com o conjunto modal (equação (3.2) e (3.3)), as quais foram obtidas dividindo o modelo das subestruturas em 11 nós e 10 elementos, dando um total de 21 nós e 20 elementos para a estrutura completa, como nas Figura 3.2 e Figura 3.3. Relembrando que só vão se considerar apenas as frequências naturais e os modos de vibração transversal obtendo um grau de liberdade por nó.

As bases modais foram implementadas no programa de síntese modal em MATLAB[®] desenvolvido pelo autor. Pretendendo obter as bases modais do sistema completo, para comparar com os resultados da estrutura sintetizada, foi calculada a estrutura completa da mesma forma como foi calculada as subestruturas, com as condições de contorno e comprimento pertinentes de cada problema.

O sistema completo e as subestruturas foram também modelados pelo método dos elementos finitos (MEF), utilizando a solução modal no software ANSYS[®]-APDL. Usando o tipo de elemento BEAM3 e as mesmas quantidades de nós e elementos que na metodologia de Blevins [46], quer dizer, 11 nós e 10 elementos para as subestruturas e 21 nós e 20 elementos para a estrutura completa. BEAM3 foi escolhido por ser um tipo de elemento de viga em duas dimensões com três graus de liberdade por nó, deslocamento em direção x e y , e rotação sobre o eixo z . Lembrando que o interesse do problema é o deslocamento transversal, ou seja, os deslocamentos no eixo y , foram desenvolvidos as restrições pertinentes para esse problema.

A relação entre os resultados analíticos (equações para frequência natural e modos de vibrar) e numéricos (ANSYS[®]-APDL) são apresentados na Tabela 3.10, junto com o erro relativo entre as frequências analíticas, frequências numéricas e o índice MAC. Lembrando que as respostas para as duas subestruturas são iguais já que possuem os mesmos parâmetros físicos, com relação ao material, geometria e condições de contorno. A Figura 3.6 apresenta os três primeiros modos de vibrar das duas subestruturas e a Figura 3.7 os três primeiros modos de vibrar do sistema completo.

Tabela 3.10 Frequências das Estruturas Calculadas por MEF e Analiticamente.

Nº de Modo	Autovalores do Sistema MEF [Hz]	Autovalores do Sistema Analítico [Hz]	Erro Relativo [%]	Índice MAC
Viga Engastada-Engastada (Sistema Completo)				
1	21,243	21,277	0,1605	1,0000
2	131,700	133,341	1,2462	1,0000
3	362,820	373,359	2,9048	0,9997
4	695,780	731,635	5,1533	0,9991
5	1122,300	1209,446	7,7649	0,9978
6	1634,200	1806,702	10,5558	0,9338
Valores Médios			2,7785	0,9884

Viga Engastada-Livre (Subestruturas A e B)				
1	33,711	33,850	0,4060	1,0000
2	92,429	93,303	0,9455	1,0000
3	179,940	182,911	1,6511	0,9999
4	294,920	302,361	2,5232	0,9999
5	436,220	451,676	3,5431	0,9997
6	602,600	630,852	4,6885	0,9413
Valores Médios			1,3757	0,9901

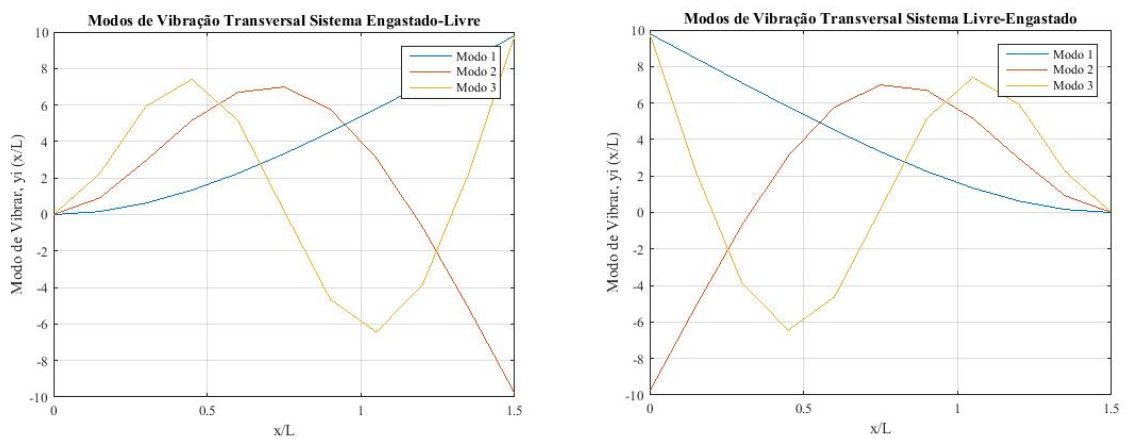


Figura 3.6 Três Primeiros Modos de Vibração das Subestruturas.

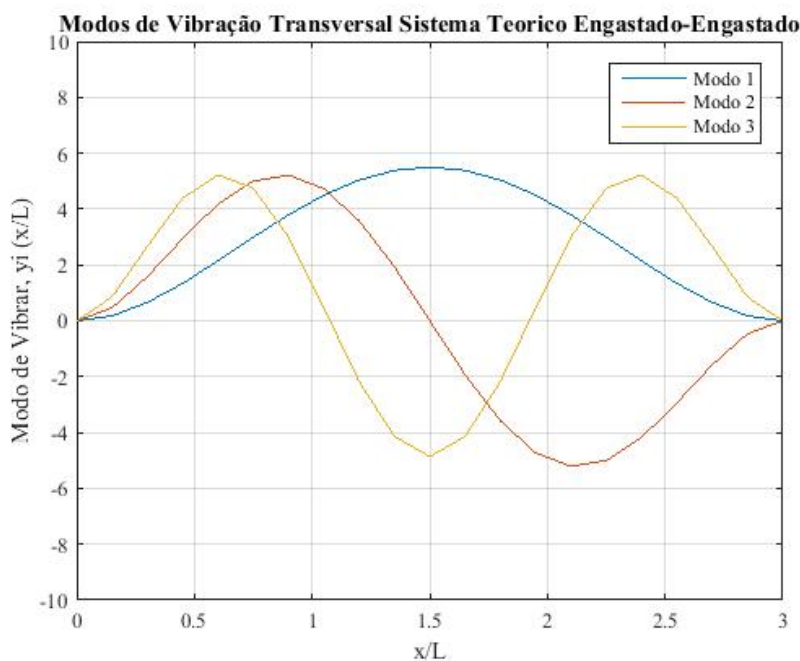


Figura 3.7 Três Primeiros Modos de Vibração do Sistema Completo.

Observa-se a validação dos resultados obtidos da metodologia analítica com a metodologia numérica das vigas, usando a teoria proposta por Blevins [46] e a solução numérica apresentada pelo ANSYS®, com um erro relativo meio menor de 3% e um índice MAC consideravelmente próximo à unidade para as subestruturas e o sistema completo.

Seguindo com a síntese, o número de modos utilizados de cada subestrutura é seis, sendo um total de onze modos para a estrutura completa, que é a soma dos modos das subestruturas menos o número de graus de liberdade de interface. O número de nós no contorno entre as duas subestruturas é um, isso significa que só um modo de flexibilidade residual forma o superconjunto modal de flexibilidade residual mais n modos flexíveis de cada subestrutura. Na melhor condição têm-se cinco modos mantidos para as duas subestruturas, proporcionando como resultado dez modos sintetizados para o sistema completo, um a menos em relação à estrutura original.

O seguinte passo é definir quais modos são os mais adequados para ser eliminados, para isso se utilizou o critério de eliminação automática (CEA), que identificou que os modos mais adequados eram os últimos modos respectivamente de cada subestrutura, sendo uma resposta apropriada para condições reais de um sistema mecânico, onde as frequências críticas são as mais baixas.

A Tabela 3.11 apresenta a relação entre as frequências naturais da estrutura sintetizada e a estrutura calculada analiticamente de forma completa. O erro nos modos ímpares é devido à

imprecisão do cálculo das matrizes físicas nos extremos livres das vigas. Nos modos pares este erro não ocorre porque não há deslocamento desses graus de liberdade de interface na estrutura completa.

Tabela 3.11 Comparação entre as frequências e modos da estrutura sintetizada e calculada de forma completa.

Modo Nº	Frequência Teórica [Hz]	Frequência Sintetizada [Hz]	Erro Relativo [%]	MAC
1	33,848	21,277	37,1390	0,9768
2	93,303	93,434	0,1404	1,0000
3	182,911	133,341	27,1005	0,9149
4	302,361	303,827	0,4848	0,9997
5	451,676	373,359	17,3390	0,8722
6	630,853	637,398	1,0376	0,9412
7	839,893	731,635	12,8894	0,8067
8	1078,795	1100,075	1,9726	0,9310
9	1347,561	1209,446	10,2493	0,7995
10	1646,190	1770,964	7,5796	0,8758
11	1974,681	-----	-----	-----
Valores Médios			11,5932	0,9118

O gráfico apresentado na Figura 3.8 representa o comportamento do índice MAC na medida em que é aumentada a frequência natural do sistema. O esquema apresentado na Figura 3.9 apresenta os três primeiros modos de vibrar da estrutura sintetizada.

Em adição, a metodologia CSMF também foi aplicada. O critério apresenta que é melhor selecionar os modos para as frequências mais baixas para conformar a matriz residual. Obtendo como resultado um erro relativo e um índice MAC menor, o que significa que, apesar de ter um menor erro relativo, a identificação de modos resulta mais fraca.

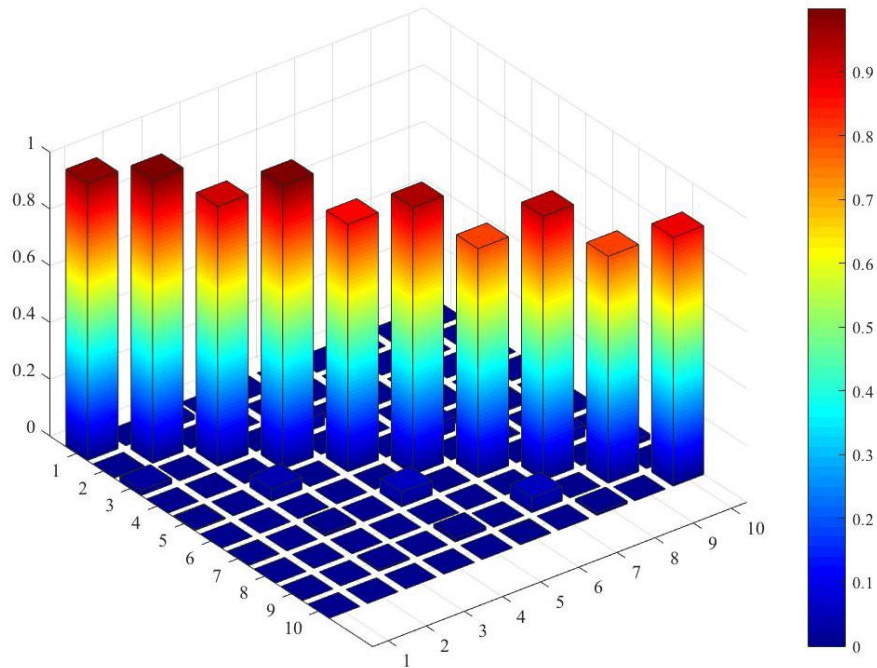


Figura 3.8 Índice MAC dos modos emparelhados calculados.

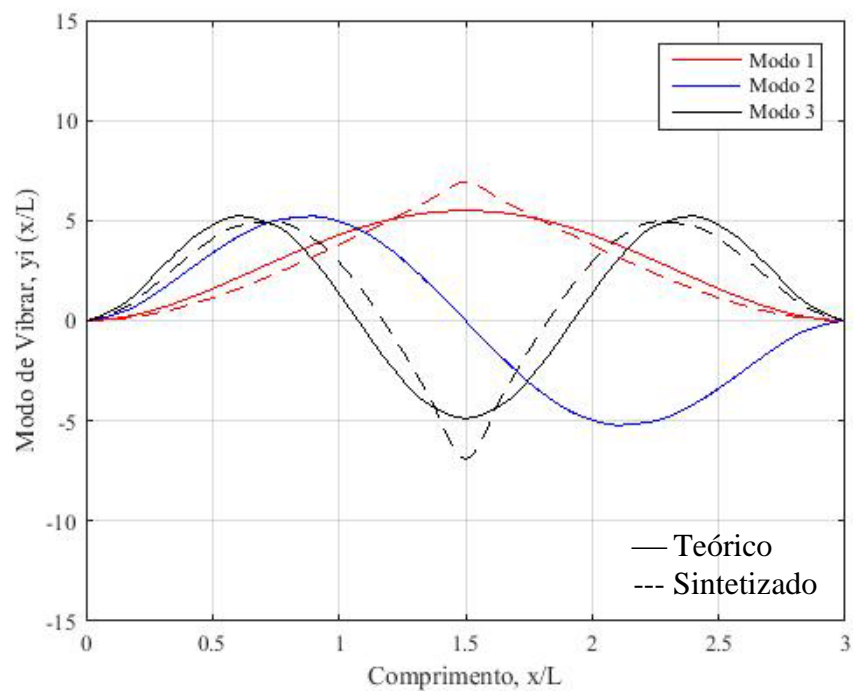


Figura 3.9 Três primeiros modos do sistema completo sintetizado.

Dos resultados obtidos com o CEA, todos os valores dos índices MAC ficaram próximos da unidade com exceção do nono modo que ficou em 0,80, que segundo o índice MAC apresentado no ANEXO A, o índice MAC meio apresenta uma boa correlação ao ser maior que 0,80. Enquanto aos erros relativos cinco deles ficaram acima de 10% valor considerado satisfatório [6]. Os erros relativos restantes são inferiores de 10%.

3.3 Sistema de Vigas (Bidirecional tipo QWT)

Um dos principais desafios para a indústria é eliminar o reduzir a um nível aceitável a vibração em sistemas mecânicos, que também podem produzir ruído afetando o ambiente de conforto. O ruído tem uma grande variedade de consequências para os seres humanos como distúrbios gerais, reduzindo o conforto pessoal (como falta de privacidade ou dificuldade em falar) e até mesmo levando a graves problemas de saúde, como insuficiência cardíaca, dificuldades auditivas, estresse, etc. [47]

O projeto de sistema HVAC é uma subdisciplina da engenharia mecânica, com base nos princípios da termodinâmica, mecânica dos fluidos e transferência de calor. Este tipo de sistema é aplicável a uma grande variedade de casos e situações que visam o transporte de fluxo de ar para controle de temperatura. Os sistemas de duto HVAC podem ter diferentes tamanhos e seções transversais, materiais, etc.

Neste capítulo vai se usar a metodologia SMC para a estimativa das frequências naturais e modos de vibração de um modelo de viga com geometria de tubo de comprimento de onda ou pelo seu nome no inglês “*quarter-wavelength tube*” (QWT). O sistema é dividido em duas vigas com geometria diferente como foi modelada por Howard e Cazzolato [47]. O sistema completo e as subestruturas foram calculadas através de MEF usando o elemento de viga “*Hermitian*” aplicado no software MATLAB[®]. Para validar os resultados, o sistema completo e as subestruturas foram modelados no software ANSYS[®]-APDL.

3.3.1 Análise MEF

A modelagem do silenciador de ressonância de tipo QWT foi feita e implementada em MATLAB[®] usando o elemento de viga “*Hermitian*” como um elemento planar (2-D), incluindo a deformação axial e de flexão, como mostrado na equação (3.4) e (3.5). Assim, as subestruturas também foram modeladas por esta técnica, incluindo rigidez axial e de flexão [48].

$$[K] = \frac{E}{l^3} \begin{bmatrix} Al^2 & 0 & 0 & -Al^2 & 0 & 0 \\ 0 & 12I & 6Il & 0 & -12I & 6I \\ 0 & 6Il & 4Il^2 & 0 & -6I & 2Il^2 \\ -Al^2 & 0 & 0 & Al^2 & 0 & 0 \\ 0 & -12I & -6Il & 0 & 12I & -6Il \\ 0 & 6Il & 2Il^2 & 0 & -6Il & 4Il^2 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$[M] = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 54 & -13l \\ 0 & 22l & 4l^2 & 0 & 13l & -3l^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & -13l & 0 & 156 & -22l \\ 0 & -13l & -3l^2 & 0 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Onde:

- I : Momento de inercia da seção transversal.
- E : Modulo de elasticidade.
- A : Área da seção transversal.
- ρ : Densidade de massa por volume.
- l : Comprimento do elemento.
- K : Matriz de rigidez.
- M : Matriz de massa.

Para os graus de liberdade de elemento $\{u_1, v_1, \theta_1, u_2, v_2, \theta_2\}$ como na Figura 3.10.

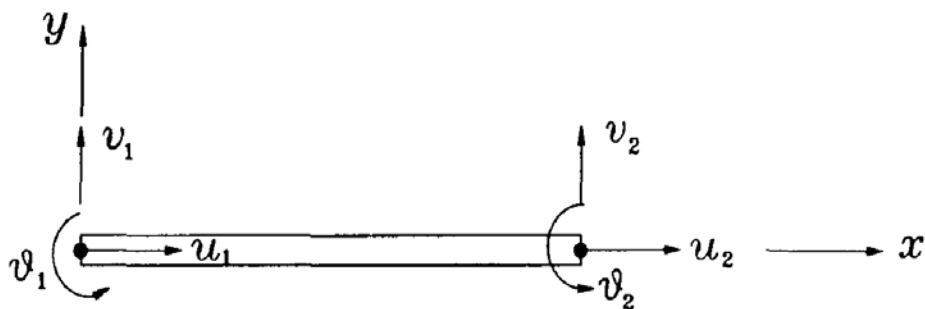


Figura 3.10 Elemento de marco linear.

3.3.2 Ressonador do Tipo QWT (“Quarter-wavelength Tube”)

Os ressonadores funcionam fornecendo uma alta impedância reativa que causa uma onda acústica incidente seja refletida. Eles geralmente têm pouco ou não têm material de absorção acústica dentro do dispositivo. Isso contrasta com os silenciadores absorventes que dependem do uso de material absorvente acústico para atenuar as ondas acústicas incidentes.

As geometrias comuns dos silenciadores do tipo ressonador são mostradas na Figura 3.11 e incluem (a) “quarter-wavelength tube”, (b) ressonador Helmholtz, (c) câmara de expansão e (d) contração.

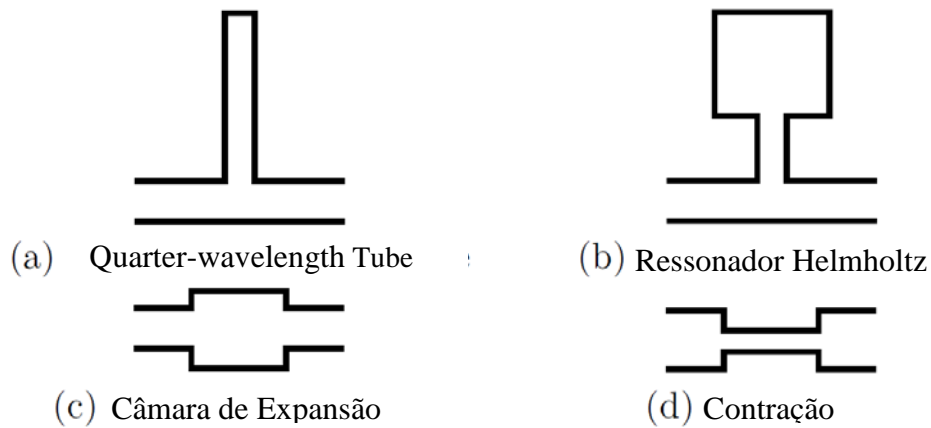


Figura 3.11 Geometrias de silenciadores de tipo ressonador.

A Tabela 3.12 mostra um esquema de um silenciador de “*quarter-wavelength tube*” (QWT) ligado a um canal de escape principal circular e os parâmetros relevantes utilizados no exemplo de Howard e Cazzolato [47].

Tabela 3.12 Parâmetros usados na análise de um duto circular com “*quarter-wavelength tube*”.

Descrição	Parâmetro	Valor	Unidades
Diâmetro do Duto Principal	D_1	0,1	m
Diâmetro QWT	D_2	0,05	m
Comprimento QWT	L_{QWT}	1,5	m
Velocidade do Som	c_0	343,24	m/s
Densidade	ρ_0	1,2041	kg/m ³
Velocidade na entrada	u_1	0,001	m/s

Usando esses parâmetros obteve-se uma comparação dos resultados de perda de transmissão acústica calculados usando a análise no MATLAB[®] e ANSYS[®] Workbench. A análise foi repetida para calcular a perda de transmissão (PT) ajustando valores diferentes para o parâmetro D_2 em 0,1, de modo que a relação entre a área do “*quarter-wavelength tube*” e o canal de escape principal foi $N=1$. A Figura 3.12 mostra que os resultados do ANSYS[®] superam a previsão teórica [47].

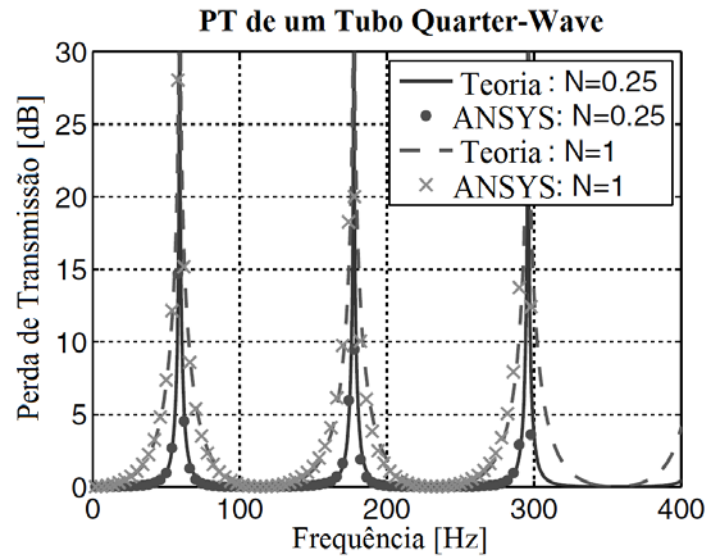


Figura 3.12 Perda de transmissão de um “quarter-wavelength tube” calculado teoricamente e usando ANSYS® Workbench, para proporções de áreas entre o “quarter-wavelength tube” e o canal de escape principal de $N=0,25$ e $N=1,0$.

3.3.3 Metodologia

A síntese foi feita através do método SMFR. Usando as propriedades do aço SAE 1010 (Tabela 3.7), com relação à densidade, coeficiente de Poisson e modulo de Young. A Figura 3.13 mostra as dimensões e a geometria do “quarter-wavelength tube” usado por Howard e Cazzolato [47], que é composto por duas vigas, constituído com uma viga maior com 40 elementos e 41 nós e uma viga menor com 15 elementos e 16 nós, isso significa que o sistema completo é composto por 55 elementos e 56 nós, a Figura 3.14 mostra como foram distribuídos os elementos ao longo do sistema.

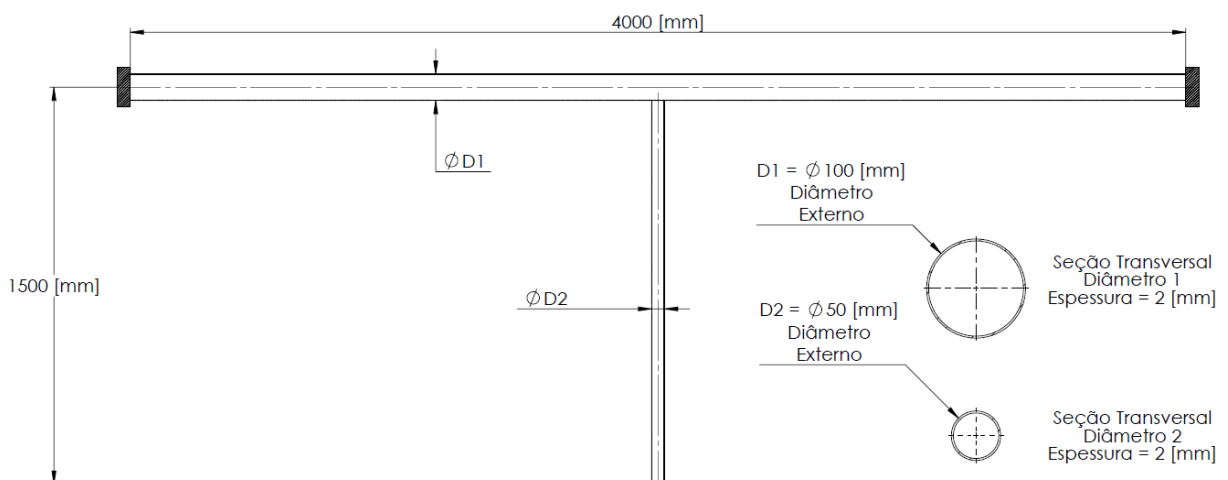


Figura 3.13 Modelo do silenciador “quarter-wavelength tube”.

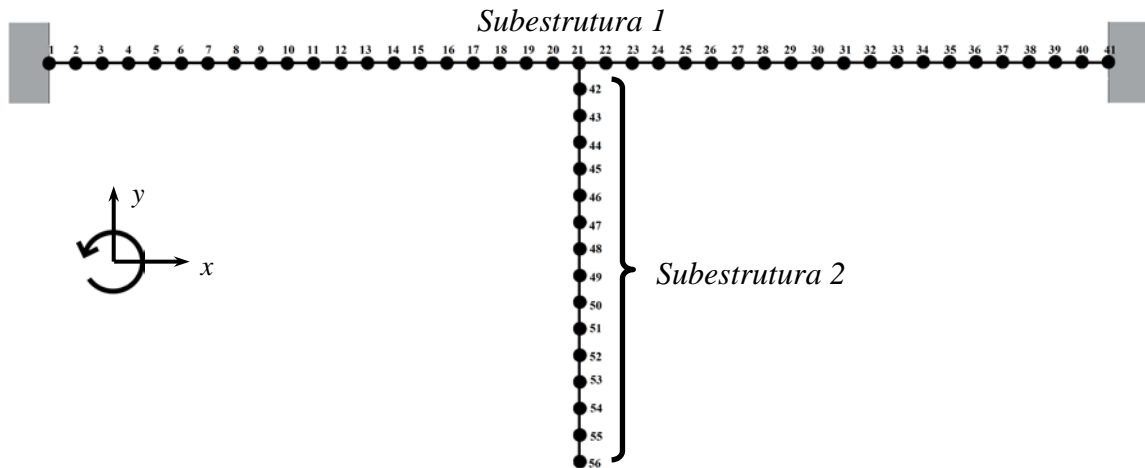


Figura 3.14 Modelo de elementos finitos do silenciador de tipo “quarter-wavelength tube”.

Como se pode ver na Figura 3.14, as condições de contorno da primeira subestrutura são engastada-engastada, o que significa que os nós 1 e 41 estão restringidos em seus três graus de liberdade, enquanto que as condições de contorno da segunda subestrutura são livres.

Uma vez que foram estabelecidos os parâmetros para o MEF do sistema completo e as subestruturas, foram calculadas as frequências naturais e modos de vibrar. Obtendo como resultado para cada grau de liberdade em todos os nós uma frequência natural e um modo de vibrar.

O próximo passo no procedimento numérico foi desenvolver a SMC através do software MATLAB[®] para obter as frequências do sistema completo, calculando também as frequências naturais e modos de vibrar para cada subestrutura com o mesmo software. Para o problema proposto foram utilizadas as primeiras 41 frequências naturais e modos de vibrar da subestrutura 1 e as primeiras 16 frequências naturais e modos de vibrar da subestrutura 2, com o objetivo de manter uma proporção no tamanho e quantidade de modos de cada subestrutura.

Aplicando o critério CSMF para a escolha de modos que conformam a matriz residual, que é um dos métodos de escolha automática apresentados no capítulo 2, que segundo Junqueira [10], apresenta os melhores resultados.

Para validar os resultados, este mesmo modelo foi simulado com o software ANSYS[®]-APDL, que é um método comum utilizado para extrair *as frequências naturais e os modos de vibração*. A análise no ANSYS[®] foi desenvolvida da mesma forma que o MEF no MATLAB[®], usando o tipo de elemento BEAM3 e a distribuição de elementos como foi descrita, a estrutura foi dividida em subestruturas para comparar os resultados de cada software. O sistema completo também foi comparado através da análise numérica de modo que seja validada a síntese.

3.3.4 Resultados

Os resultados obtidos por meio de análise modal das subestruturas para as primeiras cinco frequências naturais em MATLAB[®] e ANSYS[®] são tabulados na Tabela 3.13.

Tabela 3.13 Primeiras cinco frequências naturais das subestruturas

Nº de Modo	Autovalor do Sistema ANSYS [®] [Hz]	Autovalor do sistema MEF MATLAB [®] [Hz]	Erro Relativo [%]	Índice MAC
Viga Engastada-Engastada (Horizontal: 4m)				
1	38,862	38,880	0,0463	1,0000
2	106,991	107,175	0,1720	0,9999
3	209,331	210,107	0,3707	0,9997
4	345,105	347,319	0,6415	0,9993
5	513,777	518,842	0,9858	0,9984
Valores Médios			0,4433	0,9884

Viga Livre-Livre (Vertical: 1.5m)				
1	0,000	0,000	0,0000	1,0000
2	0,000	0,000	0,0000	1,0000
3	0,000	0,000	0,0000	1,0000
4	135,083	135,510	0,3161	1,0000
5	370,974	373,554	0,6955	1,0000
Valores Médios			0,2023	1,0000

A Tabela 3.13 apresenta a concordância entre os valores obtidos para as subestruturas no software MATLAB[®] com o elemento de viga “*Hermitian*” e o software ANSYS[®] com o tipo de elemento BEAM3.

A Tabela 3.14 mostra a relação entre as dez primeiras frequências naturais da estrutura sintetizada e a estrutura totalmente calculada usando o MEF com o elemento de viga “*Hermitian*” como um elemento planar (2-D) em MATLAB[®] e o CSMF como critério de seleção para conformar a matriz de flexibilidade residual. O critério CSMF implementado no mesmo ambiente MATLAB[®] determino que os melhores modos para conformar a matriz residual são o ultimo modo (modo 41) para o caso da primeira subestrutura (viga maior) e o primeiro modo (modo 4 sem excluir os graus de liberdade restritos) para o caso da segunda subestrutura (viga menor).

Tabela 3.14 Primeiras dez frequências naturais de vibração do sistema completo e o sistema sintetizado no MATLAB®.

Nº de Modo	Frequência Teórica MATLAB® [Hz]	Frequência Sintetizada MATLAB® [Hz]	Erro Relativo [%]	Índice MAC
1	20,486	20,486	0,0000	0,9998
2	32,080	32,080	0,0000	0,9718
3	105,387	105,389	0,0013	0,9706
4	135,562	135,562	0,0122	0,9991
5	186,702	186,702	0,0000	0,9550
6	339,516	339,516	0,0064	0,9673
7	379,508	379,508	0,0062	0,9936
8	464,153	464,153	0,0000	0,9019
9	610,774	610,856	0,0134	0,9966
10	709,693	709,768	0,0105	0,9568
Valores Médios			0,0050	0,9712

Foram sintetizadas 41 frequências na primeira subestrutura e 16 frequências na segunda subestrutura, incluindo os graus de liberdade restritos em ambas subestruturas; significa que as frequências totais obtidas no sistema sintetizado foram 47 frequências. Isso foi obtido eliminando um modo de vibrar para definir o modo de flexibilidade residual, menos os três modos representados pelos graus de liberdade da interface e as seis primeiras frequências que representam os graus de liberdade restritos do sistema, o que significa que o valor é zero. O valor médio de resposta completa obtida, incluindo todas as 47 frequências naturais obtidas, foi de 0,1942% no erro relativo. A Figura 3.15 mostra o comportamento do índice MAC dos modos emparelhados ao longo da resposta.

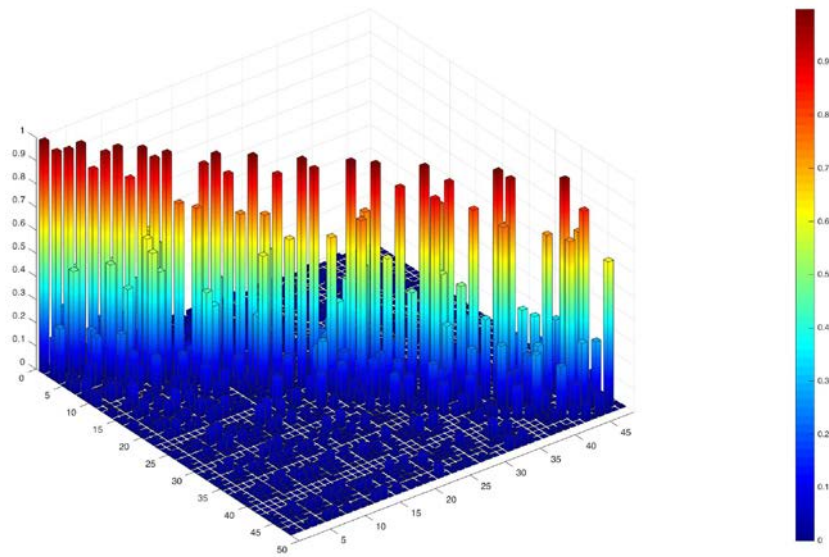


Figura 3.15 Comportamento do índice MAC entre as respostas no MATLAB®.

Pode-se observar que a frequência 47 é nula porque foi utilizada para conformar a matriz de flexibilidade residual. A resposta apresenta uma média de 0,7545 no índice MAC (incluindo as 47 frequências calculadas).

A Tabela 3.15 mostra a relação entre as dez primeiras frequências naturais da estrutura sintetizada usando o MEF no MATLAB® e a estrutura completa usando ANSYS®-APDL com o tipo de elemento BEAM3.

Tabela 3.15 Primeiras dez frequências naturais de vibração do sistema completo em ANSYS® e o sistema sintetizado no MATLAB®.

Nº de Modo	Frequência Teórica ANSYS® [Hz]	Frequência Sintetizada MATLAB® [Hz]	Erro Relativo [%]	Índice MAC
1	20,480	20,486	0,0279	0,9943
2	32,070	32,080	0,0309	0,9953
3	105,204	105,389	0,1755	0,9925
4	135,287	135,578	0,2151	0,9951
5	186,184	186,702	0,2780	0,9778
6	337,554	339,538	0,5876	0,9769
7	377,468	379,532	0,5467	0,9808
8	460,666	464,153	0,7569	0,9483
9	610,109	610,856	0,1224	0,9614
10	701,680	709,768	1,1526	0,9511
Valores Médios			0,3894	0,9773

Com a Tabela 3.15 e a Tabela 3.14, pode-se ver que, se for melhorar a “malha”, ou melhor, se aumentar o número de elementos que descrevem o sistema, a base modal será melhor descrita. Isso é apresentado na Tabela 3.16, fazendo a comparação entre as respostas no MATLAB[®] usando 400 elementos na primeira subestrutura e 150 elementos na segunda subestrutura e novamente utilizando o critério CSMF para seleção de modos para conformar a matriz de flexibilidade residual. A Figura 3.16 mostra o comportamento do índice MAC ao longo dos modos. Novamente o critério CSMF determinou que os melhores modos para conformar a matriz residual são o último modo (modo 41) para o caso da primeira subestrutura (viga maior) e o primeiro modo (modo 4 sem excluir os graus de liberdade restritos) para o caso da segunda subestrutura (viga menor).

Tabela 3.16 Primeiras dez frequências naturais do sistema em ANSYS[®] e o sistema sintetizado no MATLAB[®] com maior número de elementos e critério CSMF.

Nº de Modo	Frequência Teórica MATLAB[®] [Hz]	Frequência Sintetizada MATLAB[®] [Hz]	Erro Relativo [%]	Índice MAC
1	20,486	20,486	0,0007	1,0000
2	32,080	32,080	0,0001	0,9976
3	105,387	105,389	0,0015	0,9977
4	135,561	135,581	0,0148	1,0000
5	186,700	186,700	0,0000	0,9992
6	339,509	339,535	0,0078	0,9982
7	379,493	379,522	0,0075	0,9998
8	464,137	464,137	0,0000	0,9989
9	610,639	610,738	0,0163	0,9996
10	709,613	709,703	0,0128	0,9982
Valores Médios			0,0061	0,9989

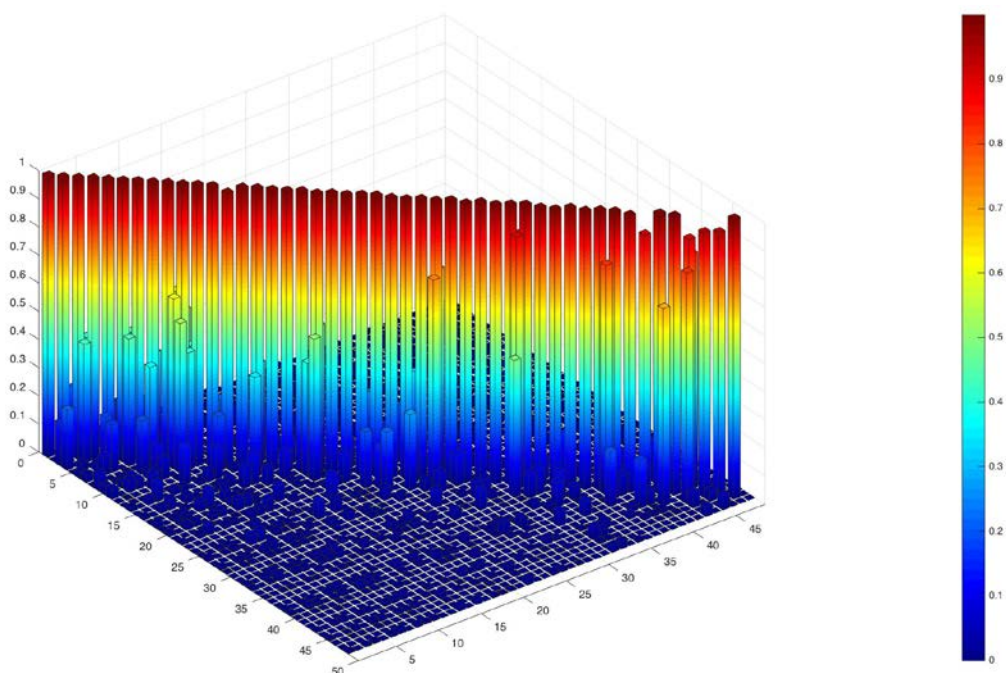


Figura 3.16 Comportamento do índice MAC dos modos emparelhados entre as respostas no MATLAB[®] com maior número de elementos que descrevem o sistema e critério CSMF.

Pode-se concluir rapidamente que as respostas da síntese melhoraram com uma base modal melhor descrita, neste caso, uma base modal com uma quantidade maior de elementos, ou seja, uma malha muito melhor refinada. Obteve-se um erro relativo meio de 0,2526% e um índice MAC meio de 0,9702 conformados pelas 47 frequências calculadas. A frequência 47 foi nula porque foi utilizada para conformar a matriz de flexibilidade residual.

Em adição, se for utilizadas uma menor quantidade de frequências e modos de vibração para formar a síntese, a variação na precisão do resultado é mínima. Isso é apresentado na seguinte análise, onde foram utilizados 17 modos e frequências para a primeira subestrutura e 7 modos e frequências para a segunda subestrutura, essa quantidade de modos foi escolhida para manter uma proporção no tamanho da subestrutura com respeito à outra.

O CSMF identifico novamente o ultimo modo para a primeira subestrutura e o primeiro para a segunda subestrutura para serem subtraídos e conformar a matriz residual. A seguir são apresentados os resultados obtidos na Tabela 3.17 o comportamento do índice MAC na Figura 3.17.

Tabela 3.17 Frequências naturais de vibração do sistema completo e o sistema sintetizado para um modelo com menor quantidade de modos no MATLAB[®].

Nº de Modo	Frequência Teórica MATLAB [®] [Hz]	Frequência Sintetizada MATLAB [®] [Hz]	Erro Relativo [%]	Índice MAC
1	20,486	20,486	0,0007	1,0000
2	32,080	32,080	0,0001	0,9976
3	105,387	105,405	0,0166	0,9977
4	135,561	135,782	0,1634	0,9999
5	186,700	186,701	0,0000	0,9992
6	339,509	339,783	0,0807	0,9980
7	379,493	379,755	0,0690	0,9996
8	464,137	464,149	0,0026	0,9989
9	610,639	611,717	0,1766	0,9956
10	709,613	710,468	0,1206	0,9974
11	761,300	761,963	0,0870	0,9991
12	840,381	841,697	0,1566	0,9984
13	1177,937	1192,471	1,2338	0,9708
14	1185,669	1204,805	1,6139	0,9940
15	1260,295	1260,295	0,0000	0,9999
16	1265,922	1267,351	0,1128	0,9952
17	1570,452	-----	-----	-----
Valores Médios			0,2397	0,9963

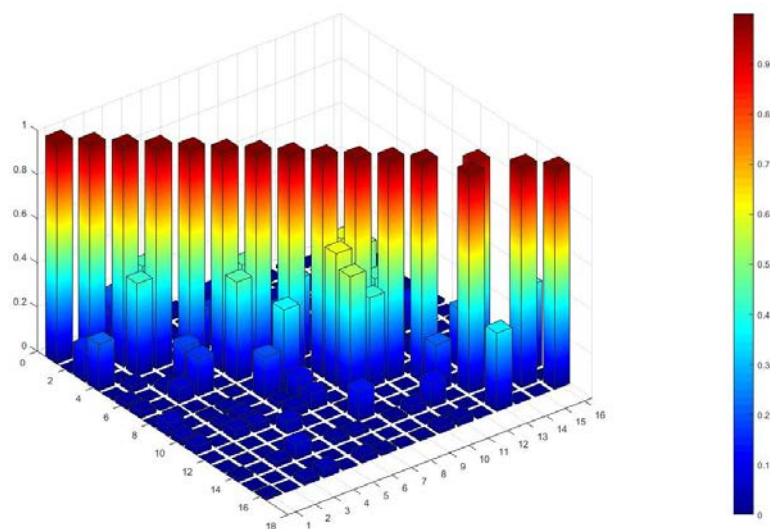


Figura 3.17 Comportamento do índice MAC dos modos emparelhados entre as respostas no MATLAB[®] com maior número de elementos que descrevem o sistema e critério CSMF.

Da mesma forma que no problema anterior, a estrutura global está restringida no contorno, o que vai gerar três frequências naturais nulas em cada nó restrito, no total são 6 frequências naturais nulas, que foram subtraídas do resultado junto com o modo eliminado para um total de 16 frequências naturais calculadas por meio da SMFR.

A linha tracejada na Tabela 3.17 representa o modo que foi eliminado para conformar os modos de flexibilidade residual. Dessa forma é validada a síntese para formar um sistema global calculado com uma menor quantidade de modos e frequências naturais por meio da SMFR, obtendo um resultado ótimo, que segundo a Tabela 3.17, o erro foi por embaixo de 1% para a maioria das frequências naturais e um índice MAC perto da unidade para quase todos os modos de vibração.

Agora estudando o problema vibro-acústico, segundo a Figura 3.12 as frequências onde a perda de transmissão consegue a amplitude mais alta no sistema “*quarter-wavelength tube*” como foi proposto estão próximos a 58Hz, 176Hz e 290Hz, isso significa que no problema estrutural a frequência natural mais próxima é a quinta frequência com um valor de 187Hz.

4 SÍNTESE MODAL DE COMPONENTES VIA MEF

Neste capítulo se utiliza a metodologia SMC com o método de interface livre de flexibilidade residual incluída dentro do programa ANSYS®-APDL, para a estimativa das frequências naturais e modos de vibração de um modelo de viga com geometria “*quarter-wavelength tube*” (QWT), o sistema é dividido em duas vigas como foi descrito na seção 3.3.

O sistema completo e as subestruturas foram calculados através do software usando o tipo de elemento BEAM3. Para validar os resultados foram utilizadas as respostas obtidas no MATLAB® da seção 3.3 e o mesmo software ANSYS® comparando com o sistema completo.

Os parâmetros mais importantes para desenvolver a análise no ANSYS® são ter definido a distribuição e o número de elementos e nós que vão conformar a malha do sistema, além da seleção de nós que vão conformar as interfaces das subestruturas que serão acopladas.

A fim de viabilizar a comparação de resultados, foram mantidos a distribuição e o número de elementos e nós que foram usados na análise da seção 3.3 no modelo do silenciador QWT no ANSYS® (Figura 3.14). Todas as simulações foram realizadas em um mesmo computador com 4 GB de RAM.

Foram calculadas as 20 primeiras frequências naturais restringindo a faixa de frequências no ANSYS® entre 0 a 10.000 Hz. Essa faixa foi escolhida através dos resultados obtidos da seção 3.3, dessa forma, é conhecido que as frequências naturais do sistema e as subestruturas se encontram dentro de essa faixa.

Sobre as propriedades físicas do sistema, foram adaptadas as mesmas propriedades da Tabela 3.7, com relação à densidade, coeficiente de Poisson e modulo de Young. As dimensões e geometrias do sistema completo e subestruturas são as mesmas que na Figura 3.13.

A seguir é apresentada a metodologia usada ao longo deste capítulo para desenvolver a SMC com flexibilidade residual por meio do software ANSYS®-APDL, seguidamente são expostos os resultados obtidos através do software. O código com que foi desenvolvido o sistema no ANSYS® pode-se encontrar no ANEXO B.

4.1 Metodologia: ANSYS®

Agora vão se apresentar um breve passo a passo dos parâmetros mais importantes para desenvolver o modelo de síntese modal de componentes no software ANSYS®.

4.1.1 Construção do modelo estrutural em elementos finitos

No primeiro passo encontra-se a definição do tipo de elemento que vai ser usado para a análise. Neste caso, por se tratar de um sistema de vigas em um plano em 2-D, ou seja, três graus de liberdade (deslocamento em x , y e rotação no eixo z), o BEAM3 seria o tipo de elemento do ANSYS®-APDL mais conveniente para estabelecer no modelo.

O BEAM3 é um elemento uniaxial com capacidades de tensão, compressão e flexão. O elemento têm três graus de liberdade em cada nó: deslocamento em direção x e y e rotação no eixo z . A sua geometria, como mostrado na Figura 4.1, é um elemento de viga planar em 2-D.

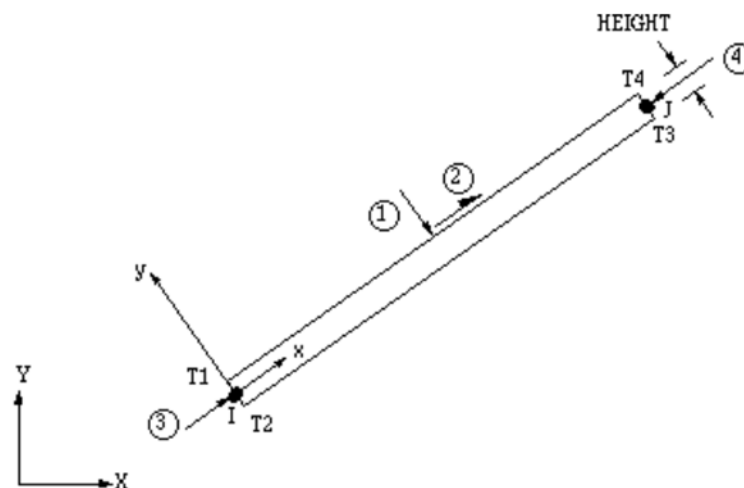


Figura 4.1 Geometria do elemento BEAM3 [49].

O BEAM3 é definido por dois nós e pode ter qualquer forma de seção transversal para cada momento de inercia calculado [49].

Para o seguinte passo é necessário definir as propriedades mecânicas utilizadas para o modelo de cada subestrutura. As propriedades mecânicas usadas encontram-se na Tabela 3.7 e foram principalmente:

Densidade: 7870 [Kg/m³]

Modulo de Elasticidade: 200 [GPa]

Coefficiente de Poisson: 0,3

Agora tem que se definirem as dimensões do modelo estrutural. As dimensões são as mesmas do modelo numérico no MATLAB[®] e são mostradas na Figura 3.13. É importante ressaltar que a área e o momento de inercia são qualidades importantes para o tipo de elemento BEAM3.

Após, vão se definir a malha que vai usar o modelo junto com as subestruturas. Da mesma forma que na modelagem numérica do MATLAB[®] (Figura 3.14), foi desenvolvido o modelo de elementos finitos do sistema completo (Figura 4.2). Lembrando que a estrutura completa foi modelada com 55 elementos, totalizando 56 nós. A subestrutura 1 foi modelada com 40 elementos, totalizando 41 nós e a subestrutura 2 foi modelada com 15 elementos, totalizando 16 nós, como pode se ver novamente na Figura 4.2.

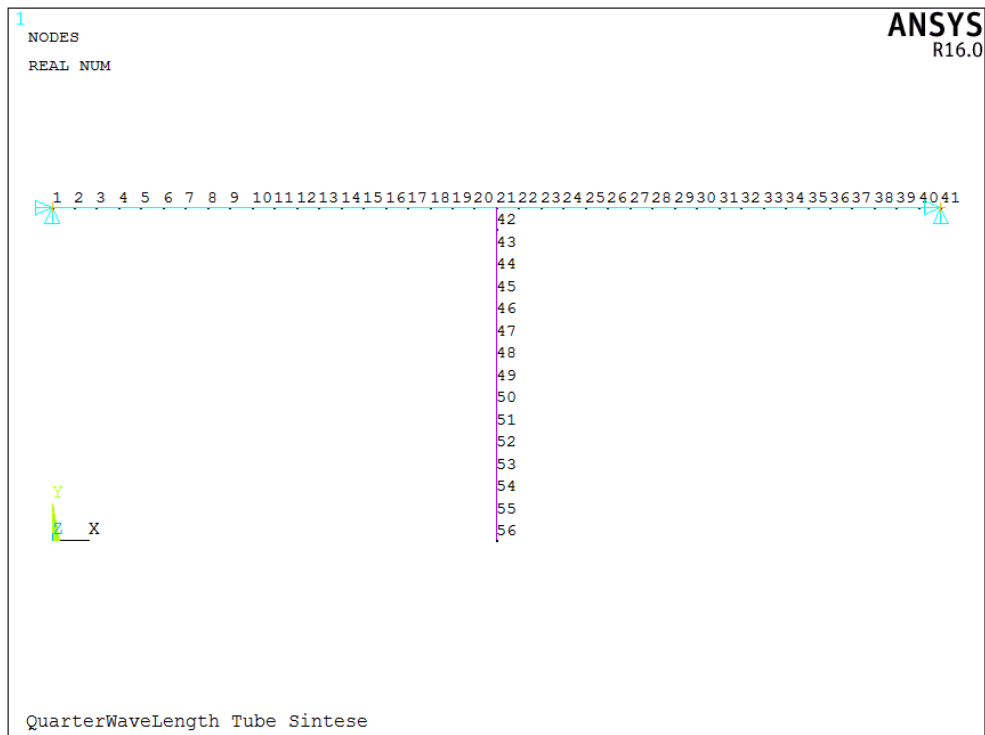


Figura 4.2 Detalhes da metodologia numérica via ANSYS[®].

4.1.2 Implementação da síntese modal de componentes

Primeiro são impostas as interfaces das subestruturas. Isso pode ser feito através do comando **CM** (que agrupa itens de uma geometria em um componente), selecionando os nós que pertencem à interface de cada subestrutura. Da mesma forma e com o mesmo comando vão se definir os elementos que conformam as subestruturas. É importante ter em conta os nomes dos arquivos de dados onde foram salvos as interfaces e os elementos que pertencem às subestruturas, para facilitar ao ANSYS[®] onde podem ser encontrados.

Agora se deve de solucionar as subestruturas que foram estabelecidas. Definindo o tipo de análise (**ANTYPE**) como subestruturação (**SUBSTR**), a solução vai ser feita para cada subestrutura gerando matrizes de massa e rigidez, que pode ser feito por meio do comando **SEOPT** (especifica opções de análise de subestrutura). Posteriormente é necessário especificar as opções de síntese modal de componentes através do comando **CMSOPT**, selecionando o método de interface livre com flexibilidade residual (**RFFB**) e os modos que vão ser extraídos e usados para gerar o superelemento (para o caso da subestrutura um 41 modos e para a subestrutura 2 foram 16 modos). Em seguida vão se definir e selecionar todos os graus de liberdade como mestres através dos comandos **M** (define os graus de liberdade mestres para análises de geração de superlementos) e **NSLE** (seleciona um subconjunto de nós). Para o caso da subestrutura 2 é necessário estabelecer pseudo-restrições para prever os deslocamentos de corpo rígido, para que isso não aconteça, basta definir restrições de suporte para um máximo de três nós.

A Figura 4.3 e a Figura 4.4 apresentam a seleção de nós e elementos, junto com as interfaces que conformam a solução das subestruturas.

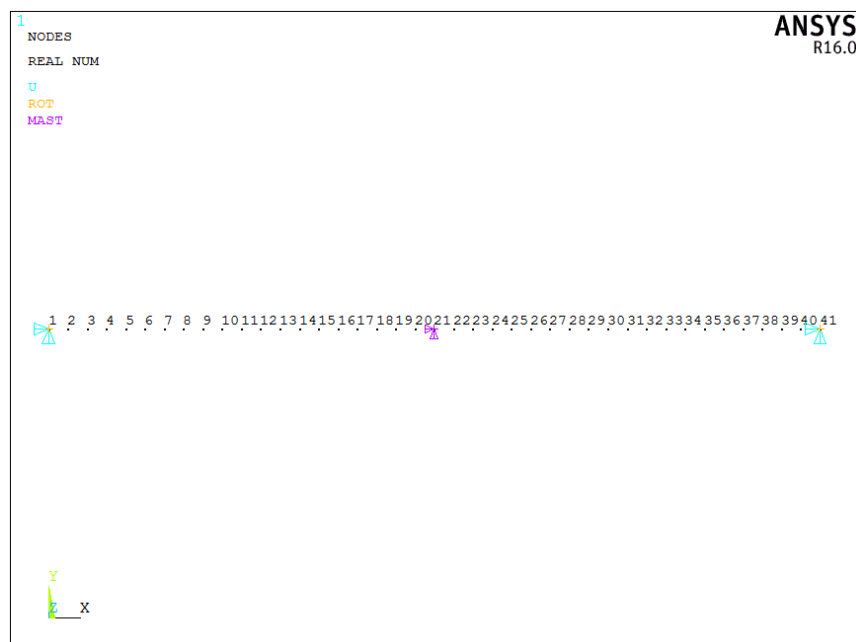


Figura 4.3 Solução da subestrutura 1.

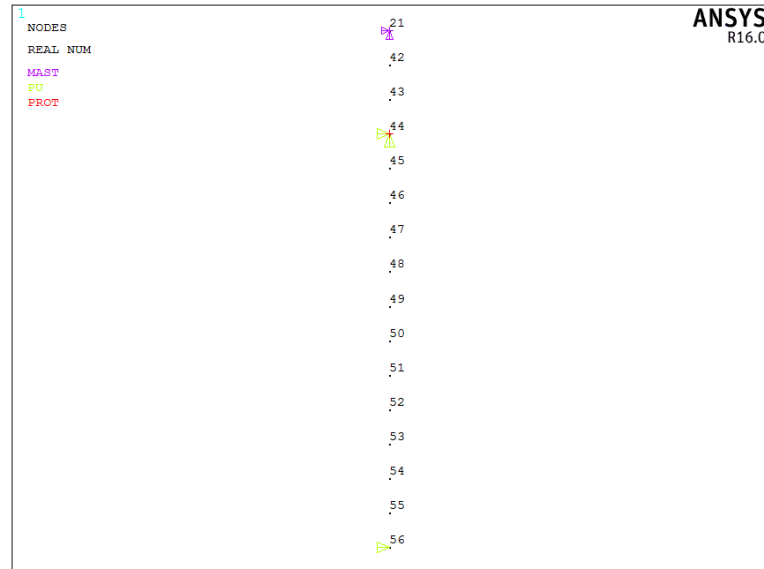


Figura 4.4 Solução da subestrutura 2.

Posteriormente, é preciso criar um elemento do tipo superelemento com **MATRIX50**, que é um grupo de elementos previamente montados e tratados como um único elemento. Selecionando as subestruturas por meio do comando **SE** para definir o superelemento.

4.1.3 Solução da síntese modal de componentes

Finalmente é solucionado o superelemento escolhendo o tipo de análise (**ANTYPE**) como modal (**MODAL**), para esse caso foi escolhido a opção de análise modal (**MODOPT**) através do algoritmo de subespaço (**SUBSP**). Além disso, deve-se especificar o número de modos a expandir através do comando **MXPAND**, que para esse caso são todos os modos.

Seguidamente é feito a passagem de expansão nas subestruturas, que é onde o usuário começa com a solução reduzida e calcula os resultados em todos os graus de liberdade no superelemento. Para usar a passagem de expansão deve-se de solucionar o problema e ativar (**ON**) com o comando **EXPASS**, especificando a solução a ser expandida para análise de subestrutura por meio do comando **EXPSOL**, por ultimo solucionar para cada subestrutura.

Por fim, são lidos os resultados indicando os nomes dos documentos onde foram salvos as subestruturas mediante o comando **CMSFILE** e adicionando cada subestrutura.

Para ter uma melhor visão dos resultados, é previamente desenvolvida a análise do sistema completo no ANSYS® e salvo, para depois ser comparado usando o índice MAC por meio do comando **RSTMAC**.

A Tabela 4.1 apresenta as etapas da metodologia adotadas neste trabalho para estimativa numérica das frequências naturais e modos de vibrar por meio de SMC de um silenciador de tipo QWT utilizando o software ANSYS®.

Tabela 4.1 Etapas da metodologia numérica para estimativa numérica das frequências naturais e modos de vibrar utilizando o software ANSYS®.

Passo	Descrição
1. Definir o tipo de elemento	Utilizar BEAM3 para análise bidimensional de vigas com três graus de liberdade em cada nó.
2. Construir o modelo estrutural	Fazer a modelagem linear do sistema estrutural e as seções transversais segundo a Figura 3.13.
3. Definir a distribuição de nós e elementos	Distribuir os elementos e nós de acordo com a Figura 3.14 e Figura 4.2.
4. Determinar as interfaces das subestruturas	Definir os nós que conformam as interfaces das subestruturas.
5. Estabelecer as subestruturas	Selecionar os elementos que vão conformar as subestruturas
6. Escolher o tipo de análise das subestruturas	Utilizar o tipo de análise como subestruturação para cada subestrutura.
7. Selecionar as opções do tipo de análise de subestrutura	Gerar matrizes de rigidez e massa.
8. Definir as opções de SMC	Selecionar o método de interface livre com flexibilidade residual (RFFB)
9. Estabelecer os graus de liberdade mestres	Definir os graus de liberdade mestres para análises de geração de superelementos
10. Definir as pseudo-restrições	Para o caso da segunda subestrutura por ser livre-livre deve-se definir um número mínimo de pseudo-restrições para prever o movimento de corpo rígido
11. Criar um superelemento como tipo de elemento	Utilizar MATRIX50 para análise de um grupo de elementos que são tratados como um único elemento
12. Solucionar o problema modal	Estabelecer as opções de análise modal junto com o número de frequências que são desejadas obterem
13. Ativar e selecionar os subconjuntos a serem expandidos	Selecionar a solução a ser expandida para análise de subestrutura
14. Obter e ler a solução da síntese	Ler os resultados dentro das análises SMC das subestruturas
15. Comparar os resultados usando o índice MAC	Calcular o índice MAC e soluções modais emparelhadas a partir da síntese obtida e a solução do sistema completo

4.2 Modelo

A Figura 4.2 apresenta a distribuição dos elementos e nós em elementos finitos utilizada na simulação numérica do modelo. A análise modal foi realizada para determinar as primeiras 20 frequências naturais dentro da faixa de 0 a 10.000 Hz.

A Tabela 4.2 mostra o número de nós e elementos de cada malha e também o tempo gasto em cada simulação. Nota-se que o tempo de simulação do modelo 2-D no ANSYS® e no MATLAB® é significativamente baixo.

Tabela 4.2 Propriedades das malhas em elementos finitos do modelo de síntese e tempo de processamento.

	ANSYS®	MATLAB®
Elementos	55	55
Nós	56	56
Tempo	5s	2s

A Tabela 4.3 mostra o erro relativo entre as dez primeiras frequências naturais das subestruturas a partir da simulação da síntese no ANSYS® e no MATLAB®.

Tabela 4.3 Valores de Frequências naturais para cada subestrutura, obtidos com ANSYS® e MATLAB®.

Nº de modo	Subestrutura I			Subestrutura II			
	Freq. ANSYS® [Hz]	Freq. MATLAB® [Hz]	Erro Relativo [%]	Freq. ANSYS® [Hz]	Freq. MATLAB® [Hz]	Erro Relativo [%]	
1	38,862	38,880	0,0459	0,000	0,000	0,0000	
2	106,991	107,175	0,1724	0,000	0,000	0,0000	
3	209,332	210,107	0,3702	0,000	0,000	0,0000	
4	345,105	347,319	0,6417	135,083	135,510	0,3160	
5	513,777	518,842	0,9857	370,975	373,555	0,6955	
6	630,303	630,303	0,0000	723,799	732,420	1,1910	
7	714,662	724,680	1,4017	1189,586	1211,118	1,8101	
8	946,960	964,845	1,8887	1683,449	1683,449	0,0000	
9	1209,769	1239,356	2,4457	1765,288	1810,305	2,5501	
10	1261,578	1261,578	0,0000	2447,566	2531,012	3,4094	
Valor Médio			0,795	Valor Médio			0,992

O erro relativo obtido da Tabela 4.3 foi significativamente baixo para as subestruturas do sistema.

A Tabela 4.4 mostra o erro relativo entre as dez primeiras frequências naturais do sistema calculado de forma completa e a síntese entre as simulações no ANSYS® e no MATLAB®.

Tabela 4.4 Valores de Frequências naturais para o sistema completo e a síntese, obtidos com ANSYS® e MATLAB®.

Nº de modo	Sistema Completo			Síntese			
	Freq. ANSYS® [Hz]	Freq. MATLAB® [Hz]	Erro Relativo [%]	Freq. ANSYS® [Hz]	Freq. MATLAB® [Hz]	Erro Relativo [%]	
1	20,480	20,486	0,0283	20,481	20,486	0,0242	
2	32,070	32,080	0,0314	32,070	32,080	0,0314	
3	105,204	105,387	0,1740	105,205	105,389	0,1750	
4	135,287	135,562	0,2027	135,287	135,578	0,2149	
5	186,184	186,702	0,2780	186,184	186,702	0,2780	
6	337,554	339,516	0,5812	337,561	339,538	0,5856	
7	377,468	379,508	0,5405	377,476	379,532	0,5447	
8	460,666	464,153	0,7569	460,666	464,153	0,7569	
9	610,109	610,774	0,1089	610,147	610,856	0,1162	
10	701,680	709,693	1,1421	701,707	709,768	1,1488	
Valor Médio			0,3844	Valor Médio			0,3876

A Figura 4.5 mostra o índice MAC entre as vinte primeiras frequências naturais do sistema calculado de forma completa e a síntese entre as simulações só no ANSYS®.

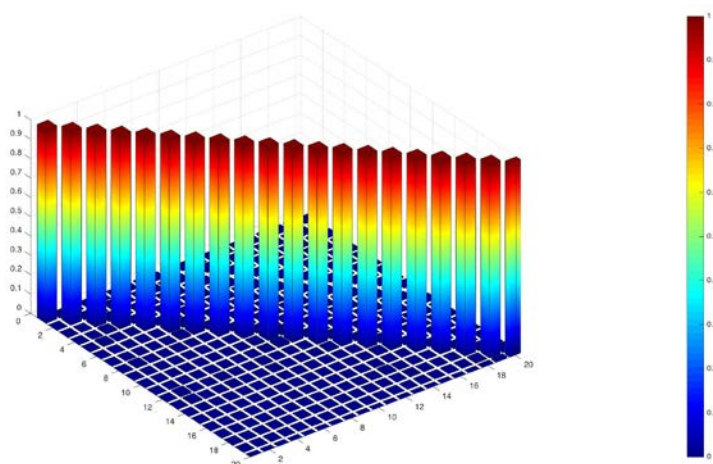


Figura 4.5 Valores do índice MAC.

Observa-se que para as vinte primeiras frequências naturais do sistema completo e sintetizado são muito próximos à unidade, que é representa um ótimo resultado.

A Tabela 4.5 mostra o índice MAC das soluções emparelhadas e erro relativo entre as vinte primeiras frequências naturais do sistema calculado de forma completa e a síntese entre as simulações no ANSYS®.

Tabela 4.5 Soluções emparelhadas do índice MAC® no ANSYS®.

Nº de Modo	Índice MAC	Diferença das frequências naturais [Hz]	Erro Relativo [%]
1	1,0000	-0,0008	0,0041
2	1,0000	0,0000	0,0000
3	1,0000	-0,0003	0,0003
4	1,0000	0,0000	0,0000
5	1,0000	0,0000	0,0000
6	1,0000	-0,0070	0,0021
7	1,0000	-0,0076	0,0020
8	1,0000	0,0000	0,0000
9	1,0000	-0,0380	0,0062
10	1,0000	-0,0270	0,0038
11	1,0000	-0,0300	0,0040
12	1,0000	-0,0002	0,0000
13	1,0000	-0,0020	0,0002
14	1,0000	-0,2400	0,0207
15	1,0000	-0,0640	0,0052
16	1,0000	0,0000	0,0000
17	1,0000	-0,0004	0,0000
18	1,0000	-0,8000	0,0466
19	1,0000	-0,0560	0,0030
20	1,0000	-0,0060	0,0003
Valor Médio			0,0049

Pode-se concluir rapidamente que os resultados obtidos da síntese foram ótimos, comparando os resultados do mesmo ANSYS® e com os resultados obtidos no MATLAB®, com um erro relativo meio baixo de 0,0049% e um índice MAC de unidade.

5 CONCLUSÕES

5.1 Conclusões

Este trabalho implementou o método de síntese modal de componentes em estruturas utilizando o superconjunto modal de flexibilidade residual (SMFR). Procurando fazer um estudo dos principais inconvenientes que podem conduzir os dados vibratórios, ou seja, os autovalores e autovetores tomados inapropriados para ser aplicados na metodologia de síntese modal, propondo várias possibilidades para minimizar a imprecisão dos resultados. Os modos de flexibilidade residual foram calculados usando uma formulação generalizada proposta por Araújo [6], para os fins deste trabalho ser aplicado em sistemas não amortecidos.

Foi observada a viabilidade da metodologia de síntese modal sendo uma importante ferramenta que pode ser usada em diferentes problemas estruturais. Mesmo assim, o método apresenta suas limitações que estão ligadas na quantidade de modos selecionados na base modal e como a seleção de esses modos influenciam na precisão da solução da síntese modal, os critérios de seleção de modos já foram estudadas por vários outros pesquisadores [6] [8] [10] [25].

A metodologia SMFR mostrou ser apropriada para os modelos estruturais propostos e também para ser utilizada em critérios automáticos de escolha da base modal. O critério de seleção automática de modos pelas frequências (CSMF) proposto por Junqueira [10], recomendou quais modos da subestrutura devem de conformar a base modal, por meio da diferença relativa entre as frequências associadas aos modos mantidos das duas subestruturas conectadas. Este método resultou adequado para melhorar a escolha da base modal que pode ser empregada na síntese, porém o pesquisador deve ter definida a finalidade do problema sem descartar outras bases modais se o que pretende é ter uma melhor precisão no erro relativo das frequências ou na identificação de modos de vibrar (índice MAC).

A técnica para aquisição de frequências e modos em vigas proposta por Blevins [46], se mostrou adequada durante o processo de cálculo de vigas e síntese das mesmas sendo apropriada para este tipo de análise.

O elemento de viga “*Hermitian*” como elemento planar (2-D) apresentou eficácia para conseguir as frequências naturais do sistema completo e as subestruturas. Também no uso de

este elemento para calcular uma síntese SMFR, com um erro relativo próximo a zero e um índice MAC próximo à unidade, isso pode ser visto na seção 3.3.

De acordo com os resultados obtidos do capítulo 4, o ANSYS® - APDL demonstrou a viabilidade para desenvolver a síntese modal de componentes com flexibilidade residual, mostrando a possibilidade de ser usado para análise de estruturas com maior complexidade. Desenvolvendo análise rápida e de baixo custo computacional, obtendo erros perto do 0% e um índice MAC da unidade.

Independentemente dos problemas estruturais utilizados neste trabalho não ser de uma complexidade mais alta o método SMFR está planejado para poder ser usado com qualquer tipo de complexidade.

5.2 Trabalhos Futuros

Este trabalho é considerado como uma contribuição à metodologia de síntese modal de componentes em especial o método de síntese com flexibilidade residual (SMFR), porém deve-se de considerar outros aspectos para continuar com a validação do método. Para colaborar com a evolução do método foram propostos os seguintes trabalhos futuros:

- Desenvolver o método SMFR em uma estrutura de grande porte realizando testes experimentais.
- Aperfeiçoar um processo automático para identificação de base modal selecionada utilizando os diferentes métodos propostos por pesquisadores além do CEA e o CSMF.
- Implementar o método SMFR em um modelo de elementos finitos com mais graus de liberdade e com maior complexidade incluindo graus de liberdade de rotação.

5.3 Trabalhos Publicados

Ao longo deste trabalho foram publicados os seguintes artigos:

1. SOBRAC 2017 – XXVII Encontro da Sociedade Brasileira de Acústica.

Análise de sensibilidade os parâmetros geométricos de filtros acústicos reativos na estimativa das frequências naturais estruturais.

2. CIBEM 2017 – XIII Congresso Ibero-Americano de Engenharia Mecânica.
Método de síntese modal de componentes em sistemas HVAC visando análise de vibração estrutural.

3. COBEM 2017 – XXIV ABCM International Congress of Mechanical Engineering.
HVAC duct system modeling through the component mode synthesis for structural vibration analysis.

REFERÊNCIAS

1. MARDIANA, A.; RIFFAT, S. B. Building Energy Consumption and Carbon Dioxide Emissions: Threat to Climate Change. **Journal of Earth Science & Climatic Change**, 12 January 2015.
2. HAINES, W. . R. **HVAC Systems Design Handbook**. [S.l.]: McGraw-Hill Professional. Fourth Edition, 2003.
3. AIR, H. Efficient Air Conditioning System Design for New Home. **The Complexities of the Duct System**, 1977. Disponível em: <<https://howardair.com/efficient-air-conditioning-system-design-for-new-home/>>. Acesso em: 10 July 2017.
4. SEASONS, F. Air Conditioning and Heating Commercial HVAC. **Air Conditioning and Heating Commercial HVAC**, 1978. Disponível em: <<http://www.hvaccorpuschristitx.com/commercial-hvac.html>>. Acesso em: 22 May 2017.
5. MEIROVITCH, L. **Fundamentals of Vibrations**. New York: McGraw-Hill International Edition, 2001.
6. ARAÚJO, C. A. **Modelagem de Sistemas Dinâmicos Através da Síntese Modal de Componentes**. Campinas: Departamento de Projetos Mecânicos, Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, 1998.
7. GARCIA COELHO, N. C. **Síntese Modal de Componentes na Influência da Flexibilidade do Casco de Navios na Vibração de Mancais da Linha de Eixo Propulsor**. Rio de Janeiro: Projeto Final – Universidade Federal do Rio de Janeiro,

Escola Politécnica, 2008. 52 p.

8. DUARTE, M. A. V. **Ajuste de modelos dinâmicos de estruturas com não linearidades concentradas**. Campinas: 190 f. Tese de Doutorado – Universidade de Campinas, 1994.
9. HURTY, W. C.; COLLINS, J. D.; HART, G. C. Dynamic analysis of large structures by modal synthesis techniques. **Computers & Structures**, v. 1, p. 535-563, December 1971.
10. JUNQUEIRA, M. M. **Uma Contribuição ao Método de Síntese Modal Experimental**. Uberlândia: 243 p. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, 2006.
11. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 10152: Níveis de ruído para conforto acústico. In: _____ **ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas**. Rio de Janeiro: Impresso no Brasil, 1987. p. 4.
12. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Instalações de ar-condicionado - Sistemas centrais e unitários. In: TÉCNICAS, A. -A. B. D. N. **Norma Brasileira**. I. ed. Rio de Janeiro: Impresso no Brasil, v. I, 2008. p. 60.
13. VIBRATIONDATA. HVAC Noise in Hotels., 13 Março 2013. Disponível em: <<https://vibrationdata.wordpress.com/2013/03/13/hvac-noise-in-hotels/>>. Acesso em: 10 July 2017.
14. AMERICAN SOCIETY OF HEATING, REFRIGERATING AND AIR-CONDITIONING ENGINEERS, INC. **HVAC Fundamentals Handbook**. Atlanta: ASHRAE, 2001.

15. ANSYS®. ANSYS Blog - Analysis of Large Assemblies Using Superelements in ANSYS Workbench, 11 September 2013. Disponível em: <<http://www.ansys-blog.com/superelements/>>. Acesso em: 29 nov. 2017.
16. CRAIG JR, R. R. **Structural Dynamics**. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1981.
17. CRAIG JR, R. R. **Coupling of substructures for dynamic analyses: an overview**. 41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit. Austin, TX: AIAA-2000-1573. 2000. p. 12.
18. HURTY, W. . C. . Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes. **AIAA Journal**, v. 3, n. 4, 1965.
19. CRAIG JR, R. R.; BAMPTON, M. C. C. Coupling of Structures for Dynamic Analyses. **AIAA Journal**, v. 6, n. 7, p. 1313-1319, 1968.
20. BAMFORD, R. M. . A modal Combination Program for Dynamic Analysis of Structures. Pasadena, CA: Tech. Memo. Jet propulsion Laboratory, 1967. p. 33-290.
21. GOLDMAN, R. . L. . Vibration Analysis by Dynamic Partitioning. **AIAA Journal**, v. 7, p. 1152-1154, June 1969.
22. HOU, S. Review of modal synthesis techniques and a new approach. **Shock and Vibration Bulletin. US Naval Research Laboratory, Porc. 40(4)**, 1969. 25-39.

23. GLADWELL, G. . M. . L. Branch mode analysis by vibrating systems. **Journal of Sound and Vibration**, v. 1, p. 41-59, 1964.
24. MACNEAL, R. . H. . A hybrid method of component mode synthesis. **Computers & Structures**, v. 1, p. 581-601, 1971.
25. RUBIN, S. Improved component mode representation for structural dynamic analysis. **AIAA Journal**, v. 13, n. 8, p. 995-1006, August 1975.
26. HINTZ, R. M. Analytical Methods in Component Modal Synthesis. **AIAA Journal**, v. 13, n. 8, p. 1007-1016, 1975.
27. CRAIG, R. R. J.; CHANG, C.-J. A review of substructure coupling methods for dynamic analysis. **NASA CP-2001, National Aeronautics and Space Admin, Washington DC**, v. 3, p. 393-408, 1976.
28. CRAIG JR, R. R.; CHANG, C. J. On the use of attachment modes in substructure coupling for dynamic analysis. **AIAA/ASME**, n. 18th Struct., Struct. Dynamics, and Material Conf., San Diego, CA, p. 77-405, 1977.
29. GLASGOW, D. A.; NELSON, H. D. Stability analysis of rotor-bearing systems using component mode synthesis. **Journal of Mechanical Design.**, v. 102, p. 352-359, 1980.
30. BUCHER, C. U. A. A modal synthesis method employing physical coordinates, free components modes, and residual flexibilities. **Comput Struct.**, v. 22, n. 4, p. 559-564,

1986.

31. CURNIER, A. On Three Modal Synthesis Variants. **Journal Sound Vibration.**, v. 90, n. 4, p. 527-540, 1983.
32. CRAIG, R. R. J. A review of time-domain and frequency domain component mode synthesis methods. **Journal of modal analysis**, Albuquerque, New Mexico, v. April, p. 59-72, 1987.
33. RIXEN, D. J. A dual Craig-Bampton method for dynamics substructuring. **Journal of Computational and Applied Mathematics.**, v. 168, p. 383-391, 2004.
34. HUAN, H. et al. An improved component mode synthesis method for interval uncertainty analysis. **Journal of Vibroengineering**, v. 19, n. IV, p. 2844-2856. 13p, 2017.
35. VIDONI, R.; GALLINA, P.; BOSCARIOL, P. Modeling the vibration of spatial flexible mechanism through an equivalent rigid-link system/component mode synthesis approach. **Journal of Vibration and Control**, v. 23, n. XII, p. 1890-1907, 2017.
36. MEIROVITCH, L. **Computational Methods in Structural Dynamics**. [S.l.]: Alphen Aan Den Rijn, Sijthoff & Noordhoff., 1980.
37. FERRAZ, F. G. **Deteção de Falhas em Estruturas Complexas usando Síntese Modal dos Componentes e Vetores de Ritz**. Campinas: Biblioteca da área de engenharia - BAE - UNICAMP, 2001. 188 p.

38. EWINS, D. J. **Modal Testing: Theory and Practice**. London, England: John Wiley & Sons Inc., 1984.
39. ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L.; SONI, M. L. Experimental modal analysis and dynamic component synthesis. **Tech. Report AFWAL- TR-87-3069**, v. IV, December 1987.
40. BENFIELD, W. . A.; HRUDA, R. . F. . Vibrational analysis of structures by component mode substitution. **AIAA Journal**, v. 9, n. 7, p. 1255-1261, 1971.
41. JEZEQUEL, L. A method of damped systems from substructure tests. **ASME Design Eng. Tech. conf., paper 79-det-11, St. Louis.**, September 1979.
42. KLAHS, J. W.; TOWNLEY, G. E. Determining component loads and stresses with improved system modeling techniques. **Proc. 3rd. IMAC, Union College, Schenectady, NY.**, p. 941-948, 1985.
43. MARTINEZ, D. M.; GREGORY, D. L. A comparison of free component mode synthesis techniques using MSC/Nastran. **Rep. SAND 83-0025, Sandia Nat. Lab.**, Albuquerque, June 1984.
44. KREYSZIG, E. **Advanced Engineering Mathematics**. New York: John Wiley & Sons Inc., 1993. 1271 p.
45. MARTIN, K. F.; GHLAIM, K. M. System prediction using damped component modes.

Porc. Instn. Mech. Engrs., v. 198C, n. 16, p. 261-268, 1984.

46. SANTOS, J. M. C. **Ajuste de modelos de estruturas acopladas por juntas mecânicas usando funções de resposta em frequência e síntese modal de componentes**. Campinas: Campinas: Departamento de Mecânica Computacional, Unicamp, 99 p. Tese (Doutorado), 1993.
47. MATERIALS, E. K. S. O. Carbon Steel SAE 1010. Disponível em: <http://www.substech.com/dokuwiki/doku.php?id=carbon_steel_sae_1010>. Acesso em: 22 May 2017.
48. BLEVINS , R. D. **Formulas for Natural Frequency and Mode Shape**. [S.l.]: Litton Educational Publishing, Inc., 1979.
49. HOWARD, C. Q.; CAZZOLATO, B. S. **Acoustic Analyses Using MATLAB® and ANSYS®**. [S.l.]: Taylor & Francis Group, LLC. CRC Press, 2015.
50. KWON, Y. W.; HYOCHOONG, B. **The Finite Element Method using MATLAB®**. New York: CRC Press. CRC Mechanical Engineering Series, 2000.
51. ANSYS® ACADEMIC. 4.3 BEAM3 2-D Elastic Beam. **ANSYS® Online Manuals Release 5.5**. Disponível em: <http://www.ansys.stuba.sk/html/elem_55/chapter4/ES4-3.htm>. Acesso em: 20 September 2017.
52. PIANA, G. et al. Experimental modal analysis of straight and curved slender beams by piezoelectric transducers. **CrossMark. Meccanica** **51:2797-2811**, 6 July 2016. 1-15.

53. GUYAN, R. . J. . Reduction of Stiffness and Mass Matrices. **AIAA Journal**, v. 2, n. 3, p. 380, 1965.
54. LIKINS, P. . W. . Dynamics and control of flexible space vehicles. **Technical report. Jet Propulsion Lab.**, Pasadena, CA, February 1969. 32-329.
55. HASSELMAN, A. L.; BERGMAN, L. . A. Dynamic analysis of large systems by complex mode synthesis. **Journal of Dynamic systems, Measurements and Control.**, p. 307-333, September 1974.
56. CRAIG JR, R. R.; CHUNG, Y. T. Generalized substructure coupling procedure for damped systems. **AIAA Journal**, v. 20, n. 3, p. 442-444, 1981.
57. GAUL, L. Analytical and experimental study of the dynamics of structures with joints and attached substructures. **ASME 85-DET-164**, September 1985.
58. CRAIG, R. R.; HALE, A. L. Block-Krylov Component Synthesis Method for Structural Model Reduction. **J. Guidance, Control, and Dynamics.**, v. 11, n. 6, p. 562-570, 1987.
59. CRAIG JR., R. R.; CHANG, C. J. A review of substructure coupling methods of dynamic analysis. **13th Annual MTG. Soc. For Eng. Sci., Advances in Eng. Sci., 2, Nasa CP-2001**, p. 393-408, November 1976.
60. KINSLER, L. E. et al. **Fundamentals of Acoustics**. [S.l.]: Fourth Edition John Wiley & Sons Inc, 2000.

ANEXO A

Modal Assurance Criterion - MAC

O índice MAC [38] proporciona uma maneira de obter a correlação entre os modos reais do sistema com os respectivos modos identificados pela síntese modal. Este valor é obtido através dos desvios de mínimos quadrados entre as bases modais correlacionadas. Se o índice MAC possui valor unitário, então os modos analisados possuem uma boa correlação. Se este valor for próximo de zero, as bases modais possuem um baixo índice de correlação. O índice MAC pode ser definido pela seguinte expressão:

$$MAC(X_1, X_2) = \frac{(X_1^T X_2)^2}{(X_1^T X_1)(X_2^T X_2)}$$

$$\overline{MAC} = \frac{\sum_{j=1}^m MAC_j(s, x)}{m}$$

Onde X_1 e X_2 são os autovetores reais e experimentais (para o caso deste trabalho refere-se aos modos sintetizados).

Usualmente, $MAC > 0.80$ resulta em uma boa correlação, enquanto $MAC < 0.40$ produz uma fraca correlação [50].

ANEXO B

Análise Modal de um Sistema de Vigas QWT

A seguir é apresentado o código que foi utilizado para desenvolver a síntese no software ANSYS®-APDL:

```
finish
/clear
/batch,list
/title, Sintese QuarterWaveLength Tube
```

! Síntese Modal de Componentes do Sistema QWT
! A estrutura esta dividida em 2 superelementos SMC

! Passo 1
! Começar uma sessão interativa

! Passo 2
! Criação do Modelo Estrutural

```
/filnam, cms_rffb
/units,si
/plopts,minm,0
/plopts,date,0
/pnum,real,1
/number,1
```

```
/prep7
k,1,0,1.5 ! Pontos Chave
k,2,2,1.5
k,3,4,1.5
k,4,2,0.0
```

```

ET,1,BEAM3                ! Tipo de Elemento
R,1, 6.1575e-04, 7.3952e-07,0.1    ! Área e inercia Sub1
R,2, 3.0159e-04, 8.7010e-08,0.050  ! Área e inercia Sub2
MP,EX,1,2.000e11           ! Modulo de Young
MP,PRXY,1,0.3             ! Coeficiente de Poisson
mp,dens,1,7870           ! Densidade
n,1,0.0,1.5,,           ! Criação dos Nós
n,41,4.0,1.5,,
fill,1,41
n,42,2.0,1.4,,
n,56,2.0,0.0,,
fill,42,56
type,1
mat,1                     ! Criação dos Elementos
real,1
e,1,2
egen,40,1,-1
real,2
e,21,42
e,42,43
egen,14,1,-1
nset,s,,21                ! Definição das Interfaces
cm,interface1,node
nset,s,,21
cm,interface2,node
esel,s,,1,40             ! Definição das Subestruturas
cm,part1,elem
esel,s,,41,55
cm,part2,elem
allsel,all
save
finish

```

! Passo 3

! Identificação e solução das subestruturas

! Alterar o nome do trabalho ativo que se tornará em superelemento

/filnam,part1

! Identificar o tipo de análise como subestruturação

/solu

antype,substr

! Especificar o nome a ser atribuído ao arquivo de matriz de

! superelemento. Sugeriui fortemente que seja o mesmo que o nome do

! trabalho ativo

seopt,part1,2

! Especificar as opções de SMC

cmsopt,rffb,41

! Selecionar o componente de elemento chamado de “part1”

cmsele,s,part1

! Selecionar o componente de interface “interface1”

cmsele,s,interface1

! Todos os GDL ativos(nós que pertencem à “interface1”) são definidos ! como mestres

m,all,all

! Selecionar todos os nós anexados aos elementos selecionados

! (elementos que pertencem a “part1”)

nsle

! Especificar apenas o número mínimo de restrições de deslocamento

! necessárias para evitar os modos de corpo rígido: três restrições

! (ou menos, dependendo do tipo de elemento) para modelos 2-D e seis

! (ou menos) para modelos 3-D

! Para o caso da primeira subestrutura, o sistema já está engastado nas

! suas extremidades o que evita os modos de corpo rígido

d,1,all

d,41,all

! Solucionar a primeira subestrutura SMC

solve

finish

save

! Repetir o mesmo processo para a subestrutura 2

/filnam,part2

/solu

antype,substr

seopt,part2,2

cmsopt,rffb,16

cmsel,s,part2

cmsel,s,interface2

m,all,all

nsle

! Utilizar as restrições de suporte para evitar os modos de corpo rígido

d,44,all,support

d,56,ux,support

solve

finish

save

! Passo 4

! Criação do superelemento

! Limpar o banco de dados

/clear,nostart

! Alterar o nome do trabalho ativo

/filnam,use

! Criar um tipo de elemento de superelemento

/prep7

et,1,matrix50

! Atributo de tipo de elemento definido como 1

type,1

! Chamar os dois superelementos criados acima

se,part1

se,part2

finish

! Realizar um análise modal

/solu
antype,modal

! Especificar as opções de análise modal

modopt,subsp,20

! Expandir os modos

mexpand,all

! Solucionar o análise modal

solve
finish

! Passo 4

! Passagem de expansão

! Limpar o banco de dados

/clear,nostart

! Alterar o nome do trabalho a superelemento 1

/filnam,part1

! Resumir os dados

resume

! Especificar a passagem de expansão

/solu

epass,on

! Especificar o nome do superelemento e usar a passagem

seexp,part1,use

! Especificar o “loadstep” e o “substep” a serem expandidos

expsol,1,1

! Solucionar o primeiro passagem de expansão

solve

finish

! Repetir o mesmo processo para a subestrutura 2

/clear,nostart

/filnam,part2

resume

/solu

epass,on

seexp,part2,use

expsol,1,1

numexp,all

solve

finish

! Passo 6

! Ler os resultados para “load step 1 –substep 1”

! Limpar o banco de dados

/clear,nostart

! Especificar o arquivo onde os resultados devem ser encontrados

/post1

cmsfile,add,part1,rst

cmsfile,add,part2,rst

! Ler os resultados

set,list