

### UnB – UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FGA – FACULDADE GAMA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA BIOMÉDICA

Avaliação de representações transformadas para compressão de sinais de eletroencefalografia, com base em análise de componentes principais, decomposições *wavelet*, transformada discreta de cossenos e *compressive sensing* 

FILIPE EMÍDIO TÔRRES

Orientador: Dr. Cristiano Jacques Miosso

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA BIOMÉDICA

PUBLICAÇÃO: 083A/2018 BRASÍLIA/DF: MARÇO-2018



#### FILIPE EMÍDIO TÔRRES

Avaliação de representações transformadas para compressão de sinais de eletroencefalografia, com base em análise de componentes principais, decomposições *wavelet*, transformada discreta de cossenos e *compressive sensing* 

Dissertação submetida ao curso de Mestrado em Engenharia Biomédica da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Biomédica.

Orientador: Dr. Cristiano Jacques Miosso

#### FICHA CATALOGRÁFICA

#### Tôrres, Filipe Emídio

Avaliação de representações transformadas para compressão de sinais de eletroencefalografia, com base em análise de componentes principais, decomposições wavelet, transformada discreta de cossenos e compressive sensing.

131p., 210 × 297 mm (FGA/UnB Gama, Pós-Graduação - Engenharia Biomédica, 2018)

Trabalho de mestrado em engenharia biomédica Universidade de Brasília, Campus Gama – FGA/UnB

Processamentos de Sinais
 Técnicas de Compressão
 Eletroencefalografia (EEG)
 Compressive Sensing

I. FGA-UnB II. Universidade de Brasília

#### REFERÊNCIA

Tôrres, Filipe Emídio (2018). Avaliação de representações transformadas para compressão de sinais de eletroencefalografia, com base em análise de componentes principais, decomposições wavelet, transformada discreta de cossenos e compressive sensing. Dissertação de mestrado em engenharia biomédica, Universidade de Brasília, Campus Gama, DF, 131p.

#### UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE UNB GAMA ENGENHARIA BIOMÉDICA

"AVALIAÇÃO DE REPRESENTAÇÕES TRANSFORMADAS PARA COMPRESSÃO DE SINAIS DE ELETROENCEFALOGRAFIA, COM BASE EM ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS, DECOMPOSIÇÕES WAVELET, TRANSFORMADA DISCRETA DE COSSENOS E COMPRESSIVE SENSING"

#### FILIPE EMÍDIO TÔRRES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À FACULDADE UNB GAMA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA BIOMÉDICA.

APROVADA POR:

PROF. DR. CRISTIANO JACQUES MIOSSO RODRIGUES MENDES
FGA / UNB (ORIENTADOR)

PROF. DR. MARCUS VINICIUS CHAFFIM COSTA FGA / UNB (EXAMINADOR INTERNO)

PROFA. DRA. FLÁVIA MARIA GUERRA DE SOUSA ARANHA OLIVEIRA ENE / UNB (EXAMINADORA EXTERNA)

seles avento

BRASÍLIA, 19 DE MARÇO DE 2018



## Agradecimentos

O muito obrigado vai primeiramente a Deus, que sem ele nada existe e nada acontece. A minha futura esposa, Carol Athayde, que eu amo com todas minhas forças. Ela sempre me apoiou desde o início, me deu forças quando não tive, me escutou quando desanimei, me levantou quando precisei. Mostrou que o mundo não é tão complicado quanto a gente pensa, me deu também maturidade e crescimento pessoal que eu precisava para encarar a vida, sempre com muita paciência e amor. Além de me conceder ótimas discussões, devido a sua profissão, sobre bem-estar e saúde.

A todos meus familiares que apoiam me todos os dias, me incentivaram a continuar meus estudos por mais esses dois anos e finalmente estou me tornando um mestre em engenharia e já encaminhando meu doutorado. Vai também para meus professores que me deram expertise necessária para conseguir esse objetivo, principalmente ao meu orientador Prof. Cristiano Jacques que me ensinou muito durante todos esses anos, sempre me incentivou e foi primordial para esse projeto, ensinando todos os fundamentos necessários e mostrando todas as ferramentas para conclusão do mesmo. Além de me apoiar nas minhas fases de mudança como pessoa, na minha profissão e no meu casamento, dando confiança, pelos elogios e cobranças. Também gostaria de agradecer aos professores que aceitaram vir na banca, professor Marcus Chaffim e professora Flávia Maria Guerra. E pelo apoio do professor Adson Rocha, professora Suélia Fleury e funcionários da secretária.

Gostaria de agradecer a todos meus amigos, que também acompanharam e me alegram, inclusive aceitaram minhas faltas para que eu me esforçasse nos estudos, a todos aqueles que me ajudaram também nas matérias que cursei neste curso, como meu amigo Rodrigo Fay. E principalmente, a Universidade de Brasília e a CAPES por dar o apoio com bolsa, estrutura necessária para o desenvolvimento do projeto e por toda minha formação.



#### Resumo

Os sinais de eletroencefalografia (EEG) podem ser utilizados para aplicações clínicas, como análises de níveis de sono, diagnósticos e acompanhamento de epilepsia, monitoramento e reabilitação. Esse tipo de sinal também é usado no contexto de interação cérebro-máquina (BCI do inglês, *Brain Computer Interface*), e seu uso é crescente em várias aplicações deste tipo, como controle de cadeiras de rodas, computadores e automóveis. Sendo assim, existem problemas comumente encontrados, por exemplo, na aquisição desse sinal.

Muitas das vezes são necessárias de dezenas a centenas de eletrodos, além de que podem ocorrer falhas de contato exigindo trocas periódicas ou renovação de gel condutor. Outras dificuldades encontradas dizem respeito ao armazenamento e transmissão desses dados em dispositivos móveis e com restrição de consumo de energia. Portanto, existem técnicas de processamento de sinais diversas que podem diminuir o número de sensores necessários e reduzir os custos de armazenamento e transmissão.

A proposta desta pesquisa é implementar e avaliar o Compressive Sensing (CS) e mais outras 4 técnicas aplicadas à compressão de sinais de EEG, visando compará-las quanto ao nível de esparsificação e à qualidade de sinais reconstruídos a partir da mesma quantidade de coeficientes. As técnicas utilizadas são o CS, a análise de componentes principais (PCA), análise de componentes independentes (ICA), 30 famílias de wavelets implementadas com base em bancos de filtros de decomposição e a transformada discreta de cossenos (DCT). O CS é destas técnicas a mais recentemente desenvolvida e apresenta possíveis vantagens na fase de aquisição com relação às demais, e o trabalho deseja avaliar sua viabilidade.

Para a avaliação são considerados dois bancos de dados de sinais reais, um de polissonografia chamado *Sleep Heart Health Study* e um estudo em crianças do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), ambos disponíveis publicamente. O estudo se baseia na transformação, quantização, codificação e em seus processos inversos para reconstrução do sinal. A partir dos resultados são realizadas comparações entre os sinais reconstruídos utilizando as diferentes representações escolhidas. Para a comparação, são usadas métricas quantitativas de razão do sinal-ruído (SNR), fator de compressão (CF), um tipo de diferença percentual residual (PRD1) e medidas de tempo. Foi observado que os algoritmos podem reconstruir os sinais com menos de 1/3 dos coeficientes originais dependendo da técnica utilizada. Em geral a DCT e a PCA têm um melhor resultado contra as outras nas métricas utilizadas. Porém cabe ressaltar que o CS permite menor custo de aquisição, possivelmente requisitando um hardware mais simples para isso. De fato, toda a aquisição realizada com base em CS pôde ser feita com medidas obtidas usando apenas soma dos sinais dos eletrodos, sem perdas em relação a matrizes de medidas que envolvem também multiplicações.

Admitindo, por exemplo, uma reconstrução a partir de 50% do número de coeficientes do sinal no banco do MIT, a DCT conseguiu uma relação de SNR de 27,8 dB entre o sinal original e a reconstrução. O PCA teve 24,0 dB e as melhores wavelets ficaram na faixa dos 19 dB, já o CS com 8,3 dB e o ICA apenas 1,1 dB. Para esse mesmo banco, com 50% de CF, o PRD1 resultou em 27,8% na DCT, 24,0% na PCA, 17,2% na wavelet biortogonal 2.2, 8,3% no CS-10 e 1,1% no ICA.

Portanto, o estudo e uso do CS é justificado pela diferença de complexidade da fase de aquisição com relação a outras técnicas, inclusive tendo melhores resultados do que algumas delas. Na próxima etapa da pesquisa, pretende-se avaliar a compressão multicanal, para verificar o desempenho de cada técnica ao explorar a redundância entre os canais. Além de ferramentas que possam ajudar no desempenho do CS, como fontes de informação a priori e pré-filtragem dos sinais.

Palavras-chave: Eletroencefalograma (EEG), Compressive Sensing (CS), análise de componentes principais (PCA), banco de filtros de decomposição wavelets, transformada discreta de cossenos (DCT), compressão de sinais fisiológicos.

#### **Abstract**

Electroencephalography (EEG) signals can be used for clinical applications such as sleep level analysis, diagnosis and monitoring of epilepsy, monitoring and rehabilitation. This type of signal is also used in the context of the Brain Computer Interface (BCI), and its use is increasing in many applications of this type, such as wheelchair, computer and automobile control. Thus, there are problems commonly encountered, for example, in the acquisition of this signal.

Often times, it is necessary tens to thousands of electrodes, besides of contact failures may occur requiring periodic changes or conductive gel renewal. Other difficulties encountered relate to the storage and transmission of this data in mobile devices and with restricted energy consumption. Therefore, there are several signal processing techniques that can reduce the number of sensors required and also save storage and transmission costs.

The purpose of this research is to implement and evaluate the Compressive Sensing (CS) and other 4 techniques applied to the compression of EEG signals, in order to compare them with the level of scattering and the quality of reconstructed signals from the same number of coefficients. The techniques used are CS, Principal Component Analysis (PCA), Independent Component Analysis (ICA), 30 families of wavelets implemented on the basis of decomposition filter banks and DCT (discrete cosine transform). CS is one of the most recently developed techniques and presents possible advantages in the acquisition phase in relation to the others, and the work wants to evaluate its viability.

Two real-signal databases, a polysomnography called the Sleep Heart Health Study and one study of children at the Massachusetts Institute of Technology (MIT), both publicly available, are considered for the evaluation. The study is based on transformation, quantization, coding and its inverse processes for signal reconstruction. From the results are made comparisons between the reconstructed signals using the different representations chosen. For comparison, quantitative measurements of signal-to-noise ratio (SNR), compression factor (CF), a type of residual percentage difference (PRD1), and time measurements are used.

It was observed that the algorithms can reconstruct the signals with less than 1/3 of the original coefficients depending on the technique used. In general, DCT and PCA have a better result comparing the others depending the metrics used. However, it is worth mentioning that CS allows lower cost of acquisition, possibly requesting a simpler hardware for this. In fact, all the acquisition based on CS could be done with measurements obtained using only the sum of the signals of the electrodes, without losses in relation to matrices of measures that also involve multiplications.

Assuming, for example, a reconstruction from 50 % of the number of signal coefficients in the MIT database, the DCT achieved a SNR ratio of 27.8 dB between the original signal and the reconstruction. The PCA had 24.0 dB and the best wavelets were in the 19 dB range, the CS with 8.3 dB and the ICA only 1.1 dB. For this same database, with 50 % of CF, PRD1 resulted in 27.8% by DCT, 24.0% by PCA, 17.2% by biortogonal wavelet 2.2, 8.3% by CS-10 and 1.1% by ICA.

Therefore, the study and use of CS is justified by the difference in complexity of the acquisition phase in relation to other techniques, including having better results than some of them. In the next step of the research, it is intended to evaluate the multichannel compression, to verify the performance of each technique when exploring the redundancy between the channels. In addition to tools that can help in the performance of the CS, as sources of information a priori and pre-filtering the signals.

**Keywords:** Electroencephalogram (EEG), Compressive Sensing (CS), principal component analysis (PCA), wavelets filters-banks, discrete cosine transform (DCT), physiological signals compression.

# Sumário

1	Intr	rodução	<b>2</b> 0		
	1.1	Contextualização	20		
	1.2	Definição do problema científico	23		
	1.3	Objetivos	25		
		1.3.1 Objetivo Geral	25		
		1.3.2 Objetivos Específicos	25		
	1.4	Justificativa	26		
	1.5	Estrutura da dissertação	27		
2	Fundamentação teórica e estado da arte 28				
	2.1	Geração e caracterização do sinal de EEG	28		
	2.2	Compressão de sinais por transformadas	32		
	2.3	Análise de Componentes Principais (PCA)	33		
	2.4	Análise de Componentes Independentes (ICA)	36		
	2.5	Banco de Filtros - Wavelets	36		
		2.5.1 Transformadas Wavelets	36		
		2.5.2 Transformada Discreta de Wavelets (DWT)	39		
		2.5.3 Banco de Filtros Wavelets - (BWT)	40		
	2.6	Transformada discreta de cossenos (DCT)	44		
	2.7	Compressive Sensing (CS)	46		
	2.8	Quantização e Codificação	54		
		2.8.1 Quantização	54		
		2.8.2 Codificação de comprimento de corrida (RLE)	54		
3	Metodologia 50				
	3.1	Descrição dos bancos de dados	59		
		3.1.1 Banco de dados 1 – Polissonografia – SHHS Polysomnography Database	59		
		3.1.2 Banco de dados 2 – CHB-MIT Scalp EEG	60		
	3.2	Escolha da matriz de medidas (M) para o Compressive Sensing	62		
	3.3	3 Comparação do desempenho dos métodos de compressão em função do número			
		de bits	63		
	3.4	Desenvolvimento dos algoritmos	63		
		3 4 1 Análise de Componentes Principais (PCA)	63		

		3.4.2	Análise de Componentes Independentes (ICA)	65
		3.4.3	Banco de Filtros - Wavelets	66
		3.4.4	Transformada discreta de cossenos (DCT)	66
		3.4.5	Compressive Sensing (CS)	67
		3.4.6	Quantização e Codificação	71
	3.5	Avalia 3.5.1	ção experimental do sistema	73
			mantidos (%)	73
		3.5.2 3.5.3	Relação sinal-ruído (SNR) em função do fator de compressão (CF) Diferença percentual residual (PRD1) em função do fator de compres-	74
		3.5.4	são (CF)	75
		3.3.4	Tempos de execução em segundos em função da porcentagem de coeficientes mantidos (%)	75
4	Res	sultado	s e Discussões	76
	4.1	Comp	aração do desempenho dos métodos compressão em função do número	
		de bits	8	76
	4.2	Escolh	a da matriz de medidas (M) para o Compressive Sensing	81
		4.2.1	Banco de dados 1 – Polissonografia - SHHS Polysomnography Databas	
		4.2.2	Banco de dados 2 – CHB-MIT Scalp EEG	83
	4.3	Avalia	ção experimental do sistema	86
		4.3.1	Relação sinal-ruído (SNR) em função da porcentagem de coeficientes mantidos (%)	86
		4.3.2	Relação sinal-ruído (SNR) em função do fator de compressão (CF)	102
		4.3.3	Diferença percentual residual (PRD1) em função do fator de compressão (CF)	104
		4.3.4	Tempos de execução em segundos em função da porcentagem de coe-	
		3	ficientes mantidos (%)	106
5	Cor	nclusão		109
Δ	Ros	ultada	s Adicionais	195

# Lista de Tabelas

3.1	Descrição do sinal do paciente pertencente ao banco de dados do SHHS Poly-	
	somnography	60
3.2	Características dos sujeitos analisados no banco de dados do CHB-MIT Scalp	
	EEG	61
3.3	Posições dos eletrodos afixados em cada canal de acordo com o sistema inter-	
	nacional 10-20	61
3.4	Descrição do banco de dados CHB-MIT Scalp EEG	62
3.5	Número de sinais disponíveis em cada um dos bancos de dados	73
3.6	Número de sinais testados para cada um dos bancos de dados	73
4.1	Valores de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando	
	diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente à SNR e ao	
	número de coeficientes utilizados.	77
4.2	Valores de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando	
	diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente à SNR e ao CF.	77
4.3	Valores de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando	
	diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente à PRD1 e ao	
	CF	77
4.4	Valores em diferentes pontos para comparação das curvas de compressão por	
	CS em um sinal de EEG utilizando diferentes tipos de matrizes de medidas	82
4.5	Valores em diferentes pontos para comparação das curvas de compressão por	
	CS em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando diferentes tipos de matrizes	
	de medidas	85
4.6	Valores de SNR dos métodos para uma reconstrução com 25%, 50%, 75% e	
	90% dos coeficientes mantidos	87
4.7	Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos	
	do CS, DCT, PCA, ICA, Haar e Dmey	92
4.8	Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos	
	da reconstrução com wavelets biortogonais	93
4.9	Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos	
	da reconstrução com wavelets coiflets	93
4.10	Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos	
	da reconstrução com wavelets daubechies	94

4.11	Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos	
	da reconstrução com $wavelets$ fejer-korovkin	94
4.12	Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos	
	da reconstrução com $wavelets$ biortogonais reversas	95
4.13	Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos	
	da reconstrução com wavelets symlets	95
4.14	Valores de PRD1 para várias porcentagens de CF para as principais técnicas	104
4.15	Tempos de execução das reconstruções entre as principais técnicas utilizadas.	107
4.16	Tempos de cálculo das funções de base e das transformações das principais	
	técnicas.	108
4.17	Tempos de execução da reconstrução com diferentes matrizes (M) em CS	108
4.18	Tempos de criação do vetor de medidas (b) com diferentes matrizes (M) em CS	.108

# Lista de Figuras

1.1	Localização do eletrodos do EEG no sistema internacional 10-20. Fonte: [93].	20
1.2	Diferentes características padrões em eventos no EEG. Fonte: [4]	21
1.3	(a) Visão lateral do $EMOTIV\ EPOC^{\circledR}$ [32]. (b) Aplicação no movimento de	
	automóveis [46]. (c) Aplicação em movimento de uma cadeira de rodas [26].	
	(d) Localização dos eletrodos do $EMOTIV\ EPOC^{\circledR}$ seguindo o sistema inter-	
	nacional 10-20 [32]. Adaptado de: [32, 46, 26]	22
1.4	(a) Exame de EEG multicanal com os 21 eletrodos do sistema internacional	
	10-20 [32]. (b) Aquisição de um sinal de EEG para um exame de terapia	
	ocupacional [89]. Adaptado de: [66, 89]	23
2.1	Gráfico esquemático do potencial de ação em uma membrana celular. Fonte: [3].	28
2.2	Estrutura de um neurônio. Fonte: [3]	29
2.3	Gráfico esquemático do potencial de ação em uma membrana celular. Fonte: [16].	31
2.4	Diagrama geral de blocos de uma compressão por transformada. Fonte: [18].	32
2.5	(a) Sinal de ECG original. (b) Sinal de ECG no domínio da PCA. (c) Sinal	
	de ECG reconstruído por PCA com $20\%$ do coeficientes de maior energia	35
2.6	Diagrama de um banco de filtros de decomposição QMF em 4 níveis. Fonte: [78].	40
2.7	Perfil da resposta em frequência dos filtros de decomposição QMF em 4 níveis	
	utilizando Daubechies 5	41
2.8	Sinal de EEG resultante de uma decomposição BWT de 4 níveis	42
2.9	Sinal de EEG resultante de uma decomposição BWT de 4 níveis, no qual	
	foram zerados 30% dos coeficientes de menor energia	42
2.10	Diagrama de um banco de filtros de recomposição (síntese) de QMF de $4$	
	níveis. Fonte: [78]	43
2.11	Diagrama de blocos de uma compressão de imagem genérica por BWT. Fonte: [78]	. 43
2.12	Diagrama de blocos comparando um sistema de compressão tradicional com	
	o Compressive Sensing. Adaptado de: [41]	47
2.13	Diagrama de blocos comparando um sistema de compressão tradicional com	
	o Compressive Sensing	47
2.14	Espaço de soluções da minimização de norma $\ell_2$ , onde a solução não é esparsa.	
	Fonte: [70]	50
2.15	Espaço de soluções da minimização de norma $\ell_1,$ onde no exemplo a solução	
	é esparsa. Fonte: [70]	51

Espaço de soluções da minimização de norma $\ell_p$ , onde no exemplo a solução	
é esparsa e $p=0,4$ . Fonte: [70]	53
Espaço de soluções da minimização de norma $\ell_p,$ onde no exemplo a solução	
é esparsa e $p=0,1.$	53
Sinal analógico genérico quantizado. Fonte: [71]	55
Diagrama de blocos geral do método da PCA empregado no trabalho	64
Comparação das curvas de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp	
EEG utilizando diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente	
à SNR e ao número de coeficientes utilizados.	78
Comparação das curvas de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp	
EEG utilizando diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente	
à SNR e ao CF	79
Comparação das curvas de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp	
EEG utilizando diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente	
à PRD1 e ao CF	80
Comparação das curvas de compressão por CS em um sinal de EEG utilizando	
diferentes tipos de matrizes de medidas.	82
Comparação das curvas de compressão por CS em sinais do CHB-MIT Scalp	
EEG utilizando diferentes tipos de matrizes de medidas da relação de SNR e	
porcentagem de coeficientes utilizados	83
Comparação das curvas de compressão por CS em sinais do CHB-MIT Scalp	
EEG mostrados através da relação de SNR em dB da reconstrução e o CF	84
Comparação das curvas de compressão por CS em sinais do CHB-MIT Scalp	
EEG da relação PRD1 e CF	85
Comparação das curvas de técnicas de compressão em um sinal de EEG.	86
Comparação do sinal com sua reconstrução por DCT no CHB-MIT Scalp EEG – 30% do coeficientes usados	89
	90
	90
-	
CHB-MIT Scalp EEG	91
	é esparsa e $p=0,4$ . Fonte: [70]

4.13	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família Coiflets	
	em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	96
4.14	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Biorto-	
	gonais 1 e 2 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	97
4.15	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Dau-	
	bechies de 6 a 10 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	98
4.16	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Fejer-	
	Korovkin em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	99
4.17	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Biorto-	
	gonais Reversas 1 e 2 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	100
4.18	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Symlets	
	de 6 a 10 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.	101
4.19	Comparação das curvas de compressão das principais técnicas em sinais do	
	CHB-MIT Scalp EEG mostrados através da relação de SNR em dB da re-	
	construção e o CF.	103
4.20	Comparação das curvas de compressão das principais técnicas em sinais do	
	CHB-MIT Scalp EEG da relação PRD1 e CF	105
A.1	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Biorto-	
	gonais 3 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	125
A.2	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Biorto-	
	gonais diversas em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	126
A.3	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Daube-	
	chies de 1 a 5 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	127
A.4	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Bior-	
	togonais Reversas 3 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.	128
A.5	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Bior-	
	togonais Reversas diversas em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	129
A.6	Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Symlets	
	de 2 a 5 e Meyer Discreta em sinais do CHB-MIT Scalp EEG	130
A.7	Comparação das melhores curvas de compressão de cada família Wavelet em	
	sinais do CHB-MIT Scalp EEG	131

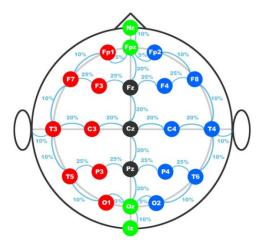
## Lista de Símbolos

FGA/UnB Universidade de Brasília, Campus do Gama MIT Instituto de Tecnologia de Massachusetts (do inglês, Massachusetts Institute of Technology) SCCN Centro de neurociência computacional de Swartz (do inglês, Swartz Center for Computational Neuroscience) RMS Raiz média quadrática (do inglês, Root mean square) TXTTexto (do inglês, text) FIR Resposta finita ao impulso (do inglês, Finite Impulse Response) **IRR** Resposta infinita ao impulso (do inglês, Infinite Impulse Response) BCI Interface cérebro-máquina (do inglês, Brain-Computer Interface) **PCA** Análise de componentes principais (do inglês, Principal Component Analysis) ICA Análise de componentes independentes (do inglês, Indepedent Component Analysis) DWT Transformada Discreta de Wavelet (do inglês, Discrete Wavelet Transform) BWT Bloco de Tranformadas Wavelets (do inglês, Block Wavelet Transform) QMF Banco de filtros espelhados em quadratura (do inglês, Quadrature Mirror Filters) DCT Transformada Discreta de Cossenos (do inglês, Discrete Cosine Transform) CSCompressive Sensing IRLS Método iterativo dos mínimos quadrados reponderado (do inglês, Iteratively Reweighted Least-Squares) **KLT** Transformada de Karhunen-Loève (do inglês, Karhunen-Loève Transform) EEG *Eletroencefalograma* RLE Codificação de comprimento de corrida (do inglês, Run-Length Encoding) SNR Relação Sinal-Ruído (do inglês, Signal-to-Noise Ratio) PRD1 Porcentagem da Diferença da Raiz Quadrada Média (do inglês, Percentage Root-mean-square Difference) CFFator de compressão (do inglês, Compression Factor) SHHS Estudo da saúde do coração no sono (do inglês, Sleep Heart Health Study) CHB Hospital da Criança de Boston (do inglês, Children?s Hospital Boston)

## 1 Introdução

## 1.1 Contextualização

O sinal elétrico do eletroencefalograma (EEG) é um sinal fisiológico proveniente da sobreposição dos potenciais de ativação das células nervosas que compõem o cérebro. Os eletrodos geralmente são posicionados em uma distribuição padrão no escalpo chamada de sistema internacional de posicionamento 10-20, mostrado na Figura 1.1. São 21 pontos de localização baseados nas seguintes nomenclaturas: frontal polar (Fp), frontal (F), temporal (T), central (C), parietal (P) e occipital (O) [93].



**Figura 1.1.** Localização do eletrodos do EEG no sistema internacional 10-20. Fonte: [93].

O EEG tem várias aplicações como em análises clínicas incluindo a da epilepsia [43, 42], dos derrames [95, 86], os estudos do sono [48], do monitoramento de sinais e diagnósticos clínicos (até mesmo em tempo-real) [5] e em avaliação de potenciais evocados [31, 24, 33, 74].

Há ainda diversas aplicações em termos do avanço da neurociência [17, 85, 88], como no estudo de reações cerebrais a estímulos de diversos tipos [85], comparação de estados mentais semelhantes provocados por experiências distintas [88], tentativa de formalização de possíveis correspondências entre alterações funcionais detectadas em ressonância funcional e potenciais superficiais [17] e no auxílio a reconhecimento de padrões [60]. A Figura 1.2 caracteriza alguns desses padrões de ondas no EEG.

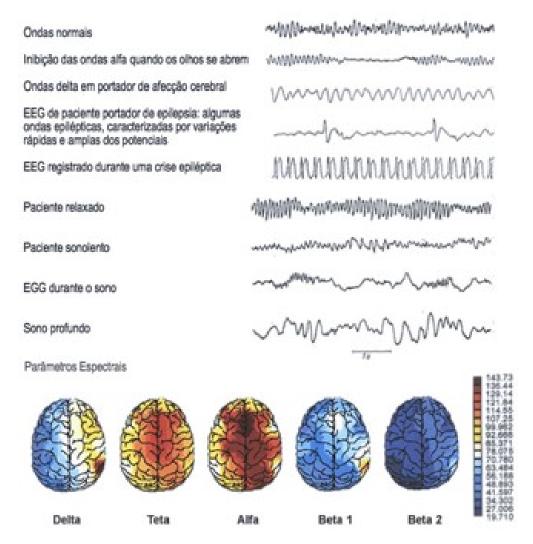
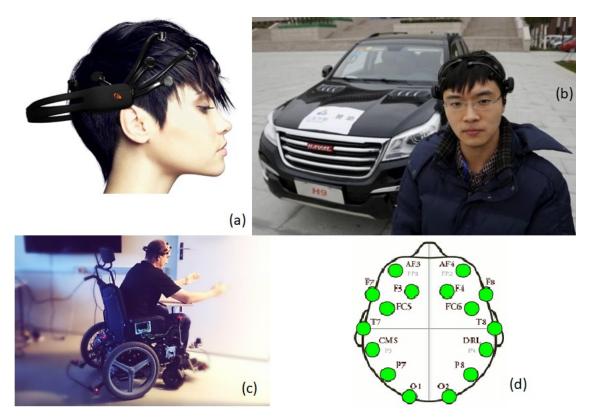


Figura 1.2. Diferentes características padrões em eventos no EEG. Fonte: [4].

Além disso, existem muitos estudos sobre a interação humano-máquina, que pode ser feita de várias formas e uma delas é pela medição direta da atividade cerebral. Alguns desses sistemas utilizam o EEG para comunicar um indivíduo com um computador e fazem parte da classe de interfaces cérebro-máquina (BCI, do inglês *Brain-Computer Interface*) [56, 34].

Já há hoje algumas ferramentas mais acessíveis capazes de extrair sinais desse tipo, como o *EMOTIV EPOC*<sup>®</sup> [32], e que já foram utilizadas em alguns trabalhos da área [58, 51]. Exemplos de aplicação são no controle de cadeiras de rodas [96, 19] ou até mesmo de carros [47, 46]. As investigações atuais incluem possíveis futuras soluções para locomoção de indivíduos com amputação, portadores de doenças congênitas, lesões cervicais resultantes

em paraplegia ou tetraplegia e esclerose múltipla [44, 37, 56]. A Figura 1.3 ilustra algumas dessas aplicações e mostra mais sobre o dispositivo, mostrando inclusive a localização dos eletrodos de EEG no sistema internacional 10-20 de posicionamento.

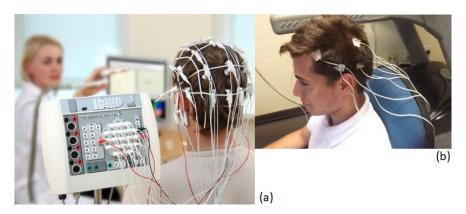


**Figura 1.3.** (a) Visão lateral do *EMOTIV EPOC*<sup>®</sup> [32]. (b) Aplicação no movimento de automóveis [46]. (c) Aplicação em movimento de uma cadeira de rodas [26]. (d) Localização dos eletrodos do *EMOTIV EPOC*<sup>®</sup> seguindo o sistema internacional 10-20 [32]. Adaptado de: [32, 46, 26].

Outra aplicação diz respeito ao monitoramento de sinais de EEG em pacientes que sofrem de epilepsia, doença que faz com que o paciente venha a ter recorrentes convulsões [43, 42]. Isso acontece a partir de uma súbita alteração elétrica no cérebro, com sobrecargas que correspondem a uma perturbação nervosa temporária no sistema de mensagens entre as células cerebrais [69]. Sendo assim, o uso do EEG no monitoramento desses tipos de paciente é bem comum [80]. Já em estudos do sono, podem ser identificados, a partir do EEG, os níveis de sono de uma pessoa [48], inclusive alguns dos sinais utilizados nesse trabalho são pertencentes a estudos desse tipo [27, 76, 77].

## 1.2 Definição do problema científico

Mesmo existindo muitos estudos na área, o sinal de EEG ainda é um dos mais complexos biopotenciais elétricos, pois ele, além de ser bastante suscetível a ruídos, é um sinal de difícil caracterização a olho nú. A quantidade de aplicações práticas ainda é limitada em comparação às de outros sinais mais comuns, como a eletrocardiografia [18, 45, 92]. Algumas limitações estão ligadas à forma como esses sinais são medidos, armazenados, processados e transmitidos. Equipamentos que apresentam muitos sensores, por exemplo, necessitam de mais espaço para armazenamento, têm maiores custo de poder computacional para processamento, necessitam de mais canais para transmissão ou transmitem de uma forma mais lenta. Além de representarem um incômodo pelo número de cabos e sensores necessários para seu funcionamento, o que pode limitar seu uso em tarefas cotidianas [66]. Muitas vezes exigem gel condutivo nos eletrodos, que acaba aderindo ao cabelo, e exigem longo tempo de preparação para o processo [66, 89]. A Figura 1.4 mostra duas configurações de EEG de diferentes níveis de complexidade e tipos de fixação, sendo a segunda mais simples, porém apresentando problemas de fixação. Apesar de tudo, o EEG é uma ferramenta importante para monitoramento em tempo-real, para análise de diagnósticos, na neurociência e outras aplicações.



**Figura 1.4.** (a) Exame de EEG multicanal com os 21 eletrodos do sistema internacional 10-20 [32]. (b) Aquisição de um sinal de EEG para um exame de terapia ocupacional [89]. Adaptado de: [66, 89].

Sabendo que um dispositivo comum de EEG transfere no máximo 1500 bits por segundo [79] [73], que para se amostrar um canal por 24 horas numa resolução de 10 bits de um sinal

de EEG são necessários por volta de 165 megabytes (MB). Sabe-se que atualmente também é comum que sejam utilizadas maiores resoluções, o que aumenta mais ainda os requisitos de memória dos sistemas. Sendo assim, verifica-se mais uma necessidade em reduzir os bits necessários para representação de um sinal. Isso é possível por compressão de sinal, e deve ser feito de forma a não distorcer os sinais acima de uma tolerância, que depende da aplicação. O processo inclui não só a compressão quanto também a reconstrução do sinal. Dependendo da aplicação é necessária uma reconstrução com alta razão sinal-ruído, o que é ainda mais desafiador no caso de sinais de EEG.

Visto isso, existem técnicas de processamento de sinais diversas que podem diminuir o número de sensores e reduzir o custo computacional. Este trabalho objetiva aplicar diferentes algoritmos e avaliá-los, sendo que o principal foco é no Compressive Sensing [10], uma técnica relativamente nova comparada às demais e que ainda carece de estudos mais aprofundados, sobretudo ao se tratar do EEG. Sendo assim, o trabalho propõe o estudo dessas técnicas na compressão de sinais de EEG. Isso futuramente pode permitir o uso de aparelhos mais práticos, compactos e acessíveis para a medição. As outras quatro técnicas que serão utilizadas são a análise de componentes principais (PCA, do inglês Principal Component Analysis), a análise de componentes independentes (ICA, do inglês Independent Component Analysis), um banco de filtros de decomposição wavelet com o uso de várias famílias (30 tipos ao todo) e a transformada discreta de cossenos (DCT, do inglês Discrete Cosine Transform).

O CS apresenta vantagens na fase de aquisição, necessitando, dependendo das condições, de um *hardware* menos complexo. O estudo enfatiza a compressão dos sinais, mostrando o valor dessa técnica para o fim. Em síntese, o CS diz respeito a um conjunto de teorias e algoritmos que permitem representar a informação de um sinal com base em um número limitado de medidas lineares, desde que satisfeitas condições bem conhecidas [61, 10].

Os sinais avaliados serão reconstruídos e, posteriormente, os resultados das diferentes técnicas serão comparados entre si utilizando métricas quantitativas. Serão medidos a relação sinal-ruído (SNR, do inglês signal-to-noise ratio) entre os sinais originais e os reconstruídos, além do tempo de execução dos algoritmos, o fator de compressão (CF, do inglês Compression Factor) e um tipo de porcentagem da diferença da raiz quadrada média (PRD1, do inglês Percentage Root-mean-square Difference).

## 1.3 Objetivos

#### 1.3.1 Objetivo Geral

Esta pesquisa tem como objetivo avaliar quantitativamente técnicas de compressão de sinais de EEG e verificar a viabilidade no uso do CS nesta aplicação, devido às suas vantagens na aquisição, comparando os resultados com outras técnicas de compressão por transformadas já usuais em diferentes abordagens.

#### 1.3.2 Objetivos Específicos

Para o cumprimento do objetivo geral da pesquisa, são propostos os seguintes objetivos intermediários:

- Implementação de diferentes algoritmos de compressão a partir das seguintes técnicas:
  - Proposta utilizando medidas de Compressive Sensing (CS);
  - Algoritmo baseado em análise de componentes principais (PCA);
  - Algoritmo baseado em análise de componentes independentes (ICA);
  - Algoritmo baseado em banco de filtros wavelets de 30 famílias;
  - Algoritmo baseado em transformada discreta de cossenos (DCT).
- Teste desses algoritmos de compressão em exemplos reais de EEG;
- Análise da qualidade, distorção, taxa de compressão e tempo das reconstruções utilizando diferentes métricas:
  - SNR (Relação Sinal Ruído);
  - PRD1 (Diferença Percentual Residual);
  - CF (Fator de Compressão);
  - Medidas de tempo.
- Comparação e discussão dos resultados obtidos nos testes.

#### 1.4 Justificativa

O uso do CS em compressão de sinais de EEG ajudaria, a partir de suas aplicações, a simplificar vários processos, tornando-os mais rápidos e eficientes. Sendo assim, com as melhorias nos métodos e aplicações, pacientes com diferentes doenças ou deficiências seriam beneficiados. Isso porque o CS permite reconstruções a partir de um número limitado de medidas, inclusive esse número de medidas podem ser menores do que os definidos pelo critério de Nyquest. O hardware de aquisição seria mais simples e teria a função apenas de adquirir esse número limitado sinais e armazenar ou transmitir para um hardware mais robusto, onde seriam feitos os cálculos de reconstrução que são mais custosos. O CS, por exemplo, poderia permitir uma possível diminuição: Do tempo de aquisição e processamento prévio ao armazenamento, classificação ou transmissão; Do número de sensores de aquisição; Do custo computacional e armazenamento; Do preço dos equipamentos de aquisição.

Essas diminuições de complexidade poderiam permitir aplicações com boas relações custo/benefício na escolha de hardware, podendo este ficar mais prático, compacto, barato e usual. Além de permitir a utilização das técnicas em monitoramento diário e contínuo pelo baixo custo computacional e armazenamento. Possíveis aplicações para as técnicas incluem, por exemplo, um sistema embarcado a uma cadeira de rodas para que o deficiente possa movimentá-la utilizando os sinais do EEG. Isso poderia permitir o desenvolvimento de uma cadeira de rodas mais leve e usual associada a um hardware de aquisição de EEG mais simples e de menor consumo. Cadeirantes frequentemente buscam cadeiras de rodas mais estéticas e leves, que tenham tecnologia para mantê-los estáveis, o que é mais complexo quando a cadeira depende de uma bateria de grande porte. Há até cadeiras que permitem o cadeirante se locomover em pé. Uma segunda proposta poderia ser o monitoramento on-line de um paciente epiléptico, criando uma forma de diário com os sinais, de maneira a potencialmente revelar padrões de sinais que antecedem um ataque de convulsão. Cabe destacar ainda a possibilidade do desenvolvimento de equipamentos portáteis para estudo de níveis do sono ou prevendo disfunções como derrames.

As aplicações de compressão em geral estão em praticamente todo projeto de engenharia que armazena ou transmite grandes volumes de informação. É crucial a comparação entre

técnicas mais consolidadas com novas alternativas, como o CS que ainda carece de estudos. Aprofundar no estudo de novas técnicas e métodos de processamento de sinais é importante para aspectos de pesquisa e desenvolvimento em tecnologia, tanto para futuras aplicações em sinais de EEG, como também em outros sinais fisiológicos e imagens médicas. Visto isso, é possível verificar um aspecto social e de engenharia do estudo com outras aplicações futuras, como por exemplo no uso das técnicas de compressão para diminuir o tempo de exames.

## 1.5 Estrutura da dissertação

O Capítulo 2 apresenta conceitos de EEG, processamento de sinais e técnicas de compressão. É caracterizado um sinal de EEG e são explicadas as técnicas de PCA, ICA, DCT, banco de filtros, transformadas wavelets e CS.

O Capítulo 3 descreve cada uma das implementações do algoritmos de compressão baseados na teoria, descreve os bancos de dados utilizados e os métodos de avaliação dos resultados, feito a partir das métricas e comparações dos processos.

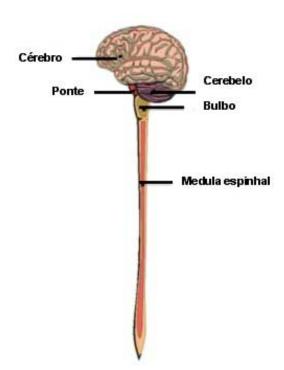
O Capítulo 4 apresenta e discute os resultados da pesquisa, incluindo os gráficos e tabelas comparativas de SNR com relação a porcentagem de coeficientes, tempos de execuções, expressões da compressão pelo número de bits dados pelo CF e o PRD1, além de discussões sobre a viabilidade do uso de CS, com suas vantagens para a aquisição de sinais de EEG.

O Capítulo 5 mostra como o CS pode ser aplicado, assim como possíveis melhorias e ideias de projetos para sua aplicação. Mostra ainda as diferenças e conclusões sobre o uso do CS na compressão comparado a outras técnicas testadas, com suas vantagens em custos computacionais. Apresenta ainda, com base nas conclusões do trabalho, as propostas do autor para suas pesquisas futuras na área.

# 2 Fundamentação teórica e estado da arte

## 2.1 Geração e caracterização do sinal de EEG

O sinal de eletroencefalograma (EEG) é composto pela sobreposição de sinais elétricos associados a impulsos nervosos do cérebro, mais especificamente do encéfalo. No caso do EEG superficial, os sinais são adquiridos com uso de eletrodos fixados no couro cabeludo e a maioria desses sinais estão em baixa frequência, de 1 a 20Hz [75]. O EEG permite o monitoramento da soma das sobreposições dos biopotenciais de ativação do couro cabeludo, em método que pode ser realizado de forma não-invasiva. Os eletrodos geralmente são fixados sobre o escalpo por cima de um gel condutor que ajuda na captura do sinal. Resumidamente o EEG é a gravação das atividades elétricas do cérebro durante um determinado período de tempo. A origem dos sinais de EEG é dada no sistema nervoso central [57]. Este sistema é mostrado na Figura 2.1 e é composto basicamente por cérebro, cerebelo, ponte, bulbo e medula espinhal.



**Figura 2.1.** Gráfico esquemático do potencial de ação em uma membrana celular. Fonte: [3].

As células especializadas do sistema nervoso são os neurônios, que são compostos basicamente por dendritos, corpo celular e axônio. Essa célula é mostrada na Figura 2.2. São pelos neurônios que passam os impulsos elétricos, que são gerados por influxo de íons na membrana celular [57]. Esse movimento gera uma despolarização da célula e o surgimento de um potencial de ação seguido pela repolarização. A sinapse nervosa, por sua vez, é o meio pelo qual os neurônios se comunicam uns com os outros [21]. Existe o neurônio pré-sináptico e o pôs-sináptico. O primeiro deles secreta uma substância chamada neurotransmissor, que se liga a receptores pós-sinápticos. Esse processo cria o potencial de ação elétrico, que pode ter uma resposta excitatória ou inibitória [57, 21].

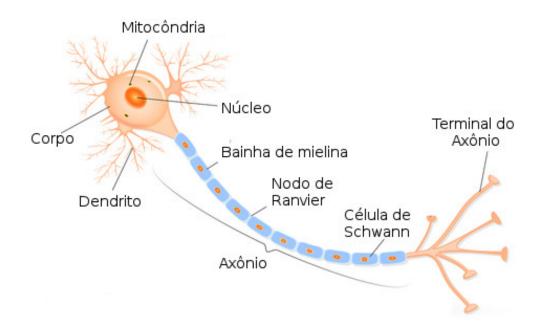


Figura 2.2. Estrutura de um neurônio. Fonte: [3].

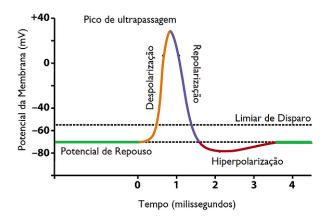
O cérebro humano é uma das estruturas mais complexas estudas e resumidamente é composto por células neurais, vias neurais e sinapses nervosas, que por sua vez são constituídos hormônios, enzimas e outras substâncias químicas. São aproximadamente 170 bilhões de células, sendo que cerca de 86 bilhões são neurônios [2], formando por volta de 100 trilhões de sinapses [7]. O cérebro pesa 1,4 kg em média e com os neurônios operando em paralelo ele consegue fazer por volta de 10 quatrilhões de interconexões por segundo, o que nenhum computador existente consegue fazer até hoje, mesmo com uma frequência de operação muito maior do que a do cérebro [7].

O EEG foi inventado pelo psiquiatra alemão Hans Berger em 1929, quando ele descobriu as atividades elétricas contínuas do cérebro e conseguiu registrá-las. Ele mostrou que mesmo sem técnicas invasivas era possível aferir essas atividades e registrá-las em papel, e denominou a técnica de eletroencefalograma. Ele observou que os registros eram relacionados a estados funcionais do cérebro, como sono, anestesia, hipóxia, doenças nervosas, etc [7].

Os biopotenciais medidos em um EEG são provenientes da movimentação de íons de sódio (Na+) e potássio (K+) através da membrana celular, resultando em atividades eletroquímicas celulares que geram esses potenciais elétricos [21]. Quando estimuladas algumas células variam de potencial rapidamente; elas são também denominadas de células excitáveis e geralmente apresentam uma tensão de repouso entre -50 e -100mV. Toda vez em que a membrana celular está em repouso e é despolarizada, forma-se o potencial de ação. Uma célula é dita em estado ativo quando ela é capaz de conduzir potenciais de ação e é corretamente estimulada. Os potenciais de ativação também dão origem a outros tipos de sinais no organismo, como o eletrocardiograma (ECG), o eletromiograma (EMG) e o eletroneurograma (ENG) [7, 59].

A Figura 2.3 mostra como os potenciais de ação se comportam na membrana de uma célula. Na despolarização os canais de sódio são abertos e permitem o influxo de íons de Na+. No pico da curva o neurônio fica positivo com relação ao ambiente extracelular. A despolarização acontece quando um neurônio recebe um impulso excitatório de outro neurônio. Esse fenômeno só acontece se a tensão de excitação for maior que o limiar de disparo. Sendo assim, a fase de repolarização da célula inicia com a abertura dos canais de potássio, permitindo a saída de íon de K+. Essa abertura busca o equilíbrio químico do neurônio novamente. Os canais de potássio se abrem com um certo atraso com relação à fase de despolarização, porém eles têm a característica de permitirem um maior fluxo de íons na saída. Portanto, devido a alta permeabilidade da membrana de potássio é gerada uma hiperpolarização no meio, pois nessa fase o neurônio se encontra ainda mais negativo do que o potencial de repouso da membrana. E finalmente, com o tempo, o potencial de repouso é restaurado [21, 2].

Muitos problemas de saúde podem ser relacionados com esse sinal, fazendo dele matéria imprescindível na medicina. Exemplos do uso são em problemas como: avaliação inicial de síndromes epilépticas, encefalites, comas, morte encefálica, intoxicações, síndromes demen-



**Figura 2.3.** Gráfico esquemático do potencial de ação em uma membrana celular. Fonte: [16].

ciais, crises não epilépticas e distúrbios metabólicos [75].

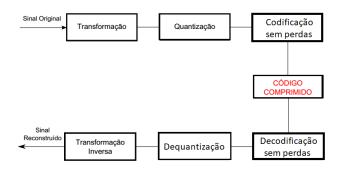
Outra utilidade dos sinais de EEG diz respeito a um tipo específico de interface humanomáquina. Essas interfaces geralmente apresentam diversas aplicações de interesse prático, existindo diversos estudos de diferentes abordagens [17, 85, 88]. A interface humano-máquina, quando feita por meio da aquisição de informação proveniente do cérebro, é dita cérebromáquina (BCI, do inglês *Brain-Computer Interface*)) [56, 34], por exemplo, com o uso do EEG [96, 47, 44, 37]. O BCI é resultado dos biopotenciais elétricos associados aos potenciais de ativação dos neurônios para comunicar um indivíduo com o computador [47]. Já há hoje algumas ferramentas mais acessíveis e práticas capazes de extrair o EEG, como o *EMOTIV EPOC*<sup>®</sup> [32], que é um hardware de aquisição leve, com poucos sensores, sem-fio, entre outras vantagens e que já foi utilizado em alguns trabalhos na área [56].

Apesar dos diversos estudos recentes na área de BCI e de eletroencefalografia, ainda há comparativa escassez de pesquisas acerca de aquisição e processamento de sinais de EEG especificamente, quando comparados a outros sinais bioelétricos, como o eletrocardiograma. Um exemplo diz respeito a estudos sistemáticos de técnicas de compressão, bem mais comuns para sinais de ECG do que para sinais de EEG. Considerando que muitos métodos em BCI se baseiam em sinais de EEG adquiridos com um número elevado de canais (tipicamente 16, 32, 64 ou até mesmo 128), percebe-se a necessidade de estudos mais aprofundados em compressão de EEG. Equipamentos que apresentam muitos sensores, por exemplo, necessitam de mais espaço para armazenamento, têm maiores custo de poder computacional para processamento,

necessitam de mais canais para transmissão ou transmitem de uma forma mais lenta. No caso do EEG, podem representar ainda uma inviabilidade prática, dado o seu peso, número de fios e eletrodos necessários para seu funcionamento, necessidade de aplicação de gel nos eletrodos mais comuns, e o tempo de preparação de todo o aparato [90].

## 2.2 Compressão de sinais por transformadas

A Figura 2.4 mostra o diagrama de blocos geral do sistema de compressão realizado no trabalho para todas as técnicas. A compressão serve para diminuir o número de bits necessários para se representar um sinal, e por consequência se ter menores custos como no armazenamento e transmissão. Técnicas de compressão têm como princípio remover redundâncias para atingirem seus objetivos [18].



**Figura 2.4.** Diagrama geral de blocos de uma compressão por transformada. Fonte: [18].

A compressão por transformadas é uma das maneiras possíveis de se comprimir um sinal. Ela se dá a partir de um sequência de amostras de entrada que são transformadas em um domínio no qual se tem a maioria da informação concentrada em poucos coeficientes. Por meio da operação inversa o sinal pode voltar para seu domínio original, ou seja, a operação da transformada em si é inversível. Por outro lado, transformado um sinal para um desses domínios e considerando-se apenas os coeficientes mais relevantes, temos um sinal comprimido, e nesse caso a transformada inversa permite reconstruir um sinal próximo ao original – o que constitui uma reconstrução com perdas [18].

Esse procedimento consiste em três partes: transformação, quantificação e codificação.

A quantificação aplicada no sinal depois do processo da transformada tem o objetivo de representar os coeficientes selecionados por um número pré-especificado de bits, essa etapa pode comprimir ainda mais o sinal, porém nela são introduzidos alguns erros de aproximação. Após o sinal ser quantizado ele é codificado por um codificador sem perdas que pode comprimir novamente o sinal, o processo consiste em converter o sinal quantizado para um código conhecido para que seja decifrado no futuro na fase de decodificação, atrelando sequências a valores de forma eficiente [18]. Ambos os processos apresentam uma variedade de tipos a serem estudados e aplicados nas próximas futuras etapas da pesquisa no contexto de EEG e incluindo representações baseadas em CS. O presente trabalho foca na comparação de transformadas para a compressão, sendo utilizada apenas uma técnica de quantização e codificação. Sendo assim, foram utilizados na pesquisa a quantização escalar e a codificação de comprimento de corrida (RLE, do inglês Run-Length Encoding).

## 2.3 Análise de Componentes Principais (PCA)

A Análise de Componentes Principais (PCA) foi inventada em 1901 por Karl Pearson e é a transformada mais antiga das aqui estudadas [72, 8]. Essa análise é feita pela projeção do sinal de interesse em funções de base ortogonais, calculadas a partir de vários sinais de exemplo de forma a tentar anular a covariância entre os coeficientes resultantes [72, 8]. Ela é muito usada para análise exploratória de dados e para fazer modelos preditivos. Primeiramente, é realizado um procedimento de cálculo para se estimar a matriz de autocovariâncias do sinal, tratado como um processo estocástico, a partir de várias realizações deste processo. Depois são calculados os auto-valores e auto-vetores da matriz de autocovariância. Posteriormente a informação de um sinal de interesse é concentrada, a partir da projeção nas funções de base previamente calculadas, e pode-se reconstruir o sinal usando parte dos coeficientes, ordenados por sua variância, a partir dos quais são extraídas as características do sinal [84, 64, 8]. Note que as projeções completas do sinal sobre autovetores da matriz de autocovariância formam a denominada Transformada de Karhunen-Loève, que também é conhecida por KLT. Logo, sua expressão de transformação pode ser escrita como:  $Y = KLT\{x\}$  [90]. Resumidamente,

a transformação acontece seguindo a seguinte sequência:

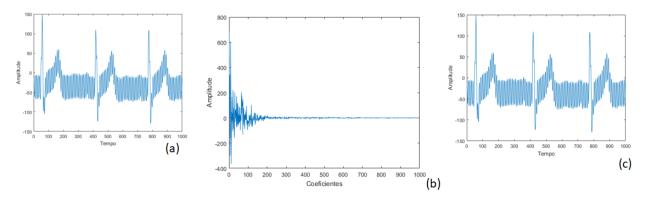
- Obtém-se a matriz de autocovariâncias (C);
- São calculados os auto-vetores de C e é feito o ordenamento de ordem decrescente da energia;
- Cada auto-vetor é uma linha da matriz de transformação (T);
- Multiplica-se T pelo sinal de interesse e obtém-se o sinal no domínio KLT.

Com esses passos resumidos, é possível obter uma matriz de transformação (T), logo também pode-se ter o sinal transformado. Note que a matriz de autocovariâncias é estimada a partir de sinais de exemplo (ou de treinamento), que no caso desse trabalho são de EEG, nas mesmas condições dos sinais que serão testados, chamados de validação [84, 64, 72, 8]. Mais detalhadamente, o cálculo da PCA é feita com base nos seguintes passos:

- Organizar o conjunto de sinais de exemplo (neste trabalho EEG). Os N sinais de dimensão M são dispostos como colunas de uma matriz MxN;
- Calcular a média de cada coluna (sinal) e formar um vetor de médias. A fórmula da média neste caso é:  $u[m] = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} X[m,n]$ , em que u[m] é a média resultante, X[m,n] é a matriz de sinais;
- Calcular os desvios da média, ou seja, subtrair o vetor de médias de cada sinal original. B = X u[m], em que B é a matriz de diferenças, X é o sinal e u[m] o vetor de médias;
- Calcular a matriz de autovetores (V) que diagonaliza a matriz de covariância (C). Esse procedimento segue a equação: V<sup>-1</sup>CV = D, D é a matriz diagonal de autovalores de C. A matriz V[m, m] contém os auto-vetores da matriz C;
- A matriz T é composta por linhas da matriz de autovetores (V) ordenadas por seus autovalores;
- Projetar as pontuações-Z dos dados na nova base. Esses vetores projetados são as colunas da matriz:  $Y = W^*Z = KLT\{x\}$ , onde a matriz  $W^*$  é a conjugada transposta

da matriz de autovetores e a as colunas da matriz Y representam a transformada KLT dos vetores sinais nas colunas da matriz X.

A Figura 2.5 mostra um exemplo de compressão por PCA realizado num sinal de ECG. O sinal original é passado para o domínio transformado, do qual é concentrado os coeficientes de maior energia em ordem decrescente, então são mantidos 20% desses coeficientes e o sinal é reconstruído pela transformação inversa. É possível observar que visualmente o sinal mantem sua forma e suas informações principais sem alteração.



**Figura 2.5.** (a) Sinal de ECG original. (b) Sinal de ECG no domínio da PCA. (c) Sinal de ECG reconstruído por PCA com 20% do coeficientes de maior energia.

## 2.4 Análise de Componentes Independentes (ICA)

A motivação da ICA é semelhante à da PCA, sendo que a ICA é bastante usada para separar ou extrair características de sinais, além de poder ser usada para redução de ruídos e compressão, tanto em imagens quanto para sinais como de áudio [40]. Considere, por exemplo, um sinal de EEG, que consiste em gravações de diferentes lugares do escalpo, e os potenciais elétricos provêm de várias atividades diferentes, mas com alto grau de dependência entre as medidas. A ICA pode extrair características interessantes do sinal, a serem discutidas adiante, além de poder ser usado para filtragem, compressão ou separação [40]. Isso é possível por meio da geração de medidas supostamente independentes, mas que refletem a mesma informação das amostras (dependentes entre si) anteriores à transformação.

A análise de componentes independentes é análoga à PCA no sentido da transformação do sinal no domínio original, sendo que as duas técnicas buscam uma representação em que se quer diminuir a redundância dos coeficientes. Entretanto, em vez de se fundamentar em funções de base que anulam a covariância entre os coeficientes gerados, a ICA busca anular a dependência estatística entre eles, por meio de um processo de otimização numérica. De fato, considerando que nem todo processo não-correlato é independente, mas que todo processo independente é não-correlato e não-redundante, a ICA a princípio permite uma melhor representação em casos mais gerais do que a PCA. Entretanto, não há uma solução em forma fechada geral para a ICA, ao contrário do que ocorre com a PCA, o que é bem relevante de se considerar em cada caso, podendo dar diferenças de resultados tanto positivas quanto negativas já que critérios de parada e de inicialização diferentes durante a otimização podem garantir ou não a obtenção de coeficientes de fato independentes [64, 40].

## 2.5 Banco de Filtros - Wavelets

#### 2.5.1 Transformadas Wavelets

As transformadas wavelets são baseadas em pequenas ondas de duração limitada para projeção dos sinais de interesse. Suas diferentes funções permitem a projeção dos sinais

teoricamente sem perda de informação, e a escolha das funções define uma transformada Wavelet específica. Características como amplitude e fases da onda são variadas, preservando a identidade de cada grupo. Cada uma dessas pequenas ondas serve para analisar sinais com características específicas [20, 8]. Ou seja, cada família terá vantagem na extração de características em cada tipo de sinal. Por exemplo, as wavelets de Daubechies mostram bom desempenho em análises de sinais de ECG [18].

Cada família de wavelets é constituída de diferentes bases com características específicas. As wavelets de Daubechies, por exemplo, apresentam 45 tipos integrantes, sendo que o primeiro tipo equivale à wavelet de Haar. Existem também as symlets, as biortogonais, as coiflets e a meyer. Neste trabalho foram testados 30 tipos de wavelets de todas essas famílias citadas. A primeira wavelet testada foi a de Haar, que coincide com a primeira wavelet da família de Daubechies e cujo nome foi dado em homenagem a seu criador, Alfrd Haar, em 1909. Porém a formalização do conceito de wavelets surgiu só com Jean Morlet em 1984. E só em 1985 surge o segundo tipo chamado de Discrete Meyer por Yves Meyer. A partir daí os estudos foram se desenvolvendo e então surgiram mais termos e conceitos, como as transformadas Daubechies em 1988 e a transformada rápida de wavelet em 1989 [20, 8].

Essas transformadas surgiram para suprir necessidades em se encontrar determinadas frequências nos sinais, mas com localização no tempo, e não só na frequência como acontece em *Fourier*. Portanto, as *wavelets* destacam trechos do sinal que são relevantes para uma determinada análise. Ou seja, essas transformadas são bem eficientes quando se quer fazer uma análise em sinais não-estacionários, que não mantêm as mesmas frequências durante o tempo, que é o caso de sinais reais provenientes do corpo humano [18].

A definição matemática da Transformada de Wavelets Contínua no Tempo é dada primeiro pela definição da função wavelet mãe, que é definida por  $\psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ . Essa tem algumas características importantes: ela é limitada no domínio do tempo, é uma função normalizada e tem média zero. A função wavelet mãe deve satisfazer às condições [20, 8]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0 \tag{2.1}$$

е

$$\|\psi(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\psi^*(t)dt = 1.$$
 (2.2)

Com as propriedades da dilatação e translação, a função wavelet mãe pode formar um conjunto de bases dado por

$$\left\{ \psi_{s,u}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \right\} \bigg|_{u \in R} \sup_{s \in R^+}, \tag{2.3}$$

em que u é o parâmetro de translação, indicando a região de suporte. Já s é um parâmetro de escala, esse valor é sempre maior que zero, e valores negativos são indefinidos nesse cenário. Quando 0 < s < 1, a wavelet é diminuída, e quando s > 1 ela é aumentada. Sendo assim, os coeficientes resultantes da projeção em cada função de base são a própria Transformada de Wavelets Contínua [20], ou seja,

$$Wf(s,u) = \langle f(t), \psi_{s,u} \rangle,$$

$$Wf(s,u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{s,u}^{*}(t)dt,$$

$$Wf(s,u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\frac{1}{\sqrt{s}}\psi^{*}\left(\frac{t-u}{s}\right)dt.$$
(2.4)

A Equação 2.4 de transformação permite a análise de um sinal unidimensional f(t) que se torna função de duas variáveis s e u, sendo que u representa o posicionamento do suporte da função de base correspondente, e s representa a escala.

A transformada wavelet inversa é dada por [20]

$$f(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Wf(s, u) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t - u}{s}\right) du \frac{ds}{s^2}, \tag{2.5}$$

o coeficiente  $C_{\psi}$  é dado por

$$C_{\psi} = \int_{0}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^{2}}{\omega} d\omega < \infty. \tag{2.6}$$

sendo que  $\Psi(\omega)$  é a transformada de Fourier de  $\psi(\omega)$ . A Equação 2.6 também é chamada de condição de admissibilidade, o que garante que a transformada possua uma inversa [20].

### 2.5.2 Transformada Discreta de Wavelets (DWT)

A transformada discreta de wavelets leva em consideração sinais discretos (digitais), e não sinais contínuos (analógicos). Ou seja, se o sinal estiver no domínio analógico é necessário fazer uma conversão A/D (analógico/digital). Uma representação bem adequada para cálculo computacional é a  $L^2(R)$ , onde é assumido dilatações binárias e translações unitárias ( $a_0 = 2$  e  $b_0 = 1$ ) [78]. A fórmula geral da DWT é [78]

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j\Omega} \psi(a_0^{-j}t - kb_0), \tag{2.7}$$

na qual,

$$a = a_0^j, (2.8)$$

e

$$b = kb_0 a_0^j. (2.9)$$

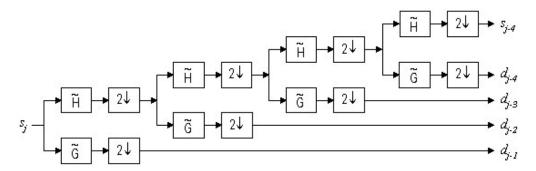
Portanto, com os parâmetros iniciais definidos acima a fórmula fica definida como [78]

$$\psi_{i,k}(t) = 2^{-j\Omega} \psi(2^{-j}t - k). \tag{2.10}$$

### 2.5.3 Banco de Filtros Wavelets - (BWT)

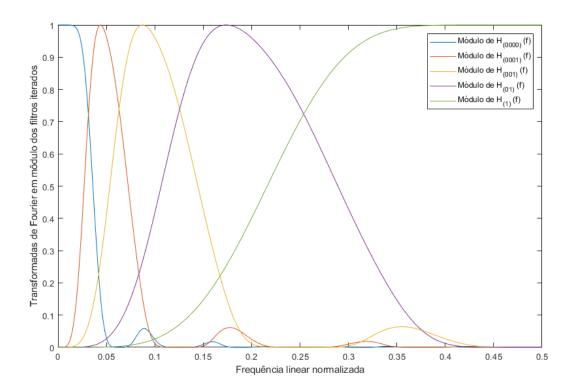
Bancos de filtros multitaxa permitem decompor sinais em componentes correspondentes a diferentes bandas de frequência com diferentes larguras de banda, obtendo diferentes compromissos entre resolução em tempo e frequência. Os bancos do tipo QMF (do inglês, quadrature mirror filterbanks), efetivamente decompõem os sinais de entrada em termos de suas transformadas wavelets discretas, sendo que os filtros passa-baixas e passa-altas definem a família wavelet correspondente [50]. Para se analisar todas as escalas são utilizados filtros passa-baixas e passa-altas, quando esses bancos de filtros são formados por wavelets o sistema é chamado de BWT, do inglês Block Wavelet Transform.

Resumindo, a transformada analisa diferentes bandas de frequência, com diferentes amplitudes (de acordo com a família de filtros utilizadas), decompondo o sinal original em componentes de frequências mais altas (detalhes) e componentes de frequências mais baixas (aproximação). Isso é feito sucessivas vezes, como mostrado na Figura 2.6, onde  $\widetilde{G}$  representam os filtros passa-alta e  $\widetilde{H}$  passa-baixa, esse processo também é conhecido como decomposição piramidal [78]. A Figura 2.7 mostra o perfil dos filtros resultantes de uma decomposição wavelets de Daubechies 5 em 4 níveis, um dos bancos de filtros utilizados no trabalho.



**Figura 2.6.** Diagrama de um banco de filtros de decomposição QMF em 4 níveis. Fonte: [78].

O resultado da etapa de decomposição é uma divisão bem caracterizada. E importante saber que a cada nível de decomposição a resolução no tempo diminui pela metade. Portanto, existe um limite de decomposições para um sinal, esse limite para um sinal exemplo de tamanho 512 é de 9 decomposições ( $2^9 = 512$ ). Já em bancos de filtros de reconstrução



**Figura 2.7.** Perfil da resposta em frequência dos filtros de decomposição QMF em 4 níveis utilizando *Daubechies* 5.

o que acontece é o contrário, o sinal dobra de tamanho e apresenta um pequeno atraso em seu início, ficando deslocado [18]. A Figura 2.8 mostra um exemplo de sinal de EEG com tamanho 2560 amostras após ser decomposto por um banco de filtros de 4 níveis de wavelets biortogonais 2.2. Os coeficientes da saída  $s_{j-4}$  é 16 vezes menor que o sinal original e corresponde ao subespaço  $V_{-4}$ , já os resultados  $d_{j-4}$ ,  $d_{j-3}$ ,  $d_{j-2}$  e  $d_{j-1}$ , correspondem aos subespaços  $W_{-4}$ ,  $W_{-3}$ ,  $W_{-2}$  e  $W_{-1}$  respectivamente [78].

Na pesquisa, os coeficientes de menor energia são zerados para compressão antes da reconstrução. Sendo assim, um exemplo no qual 30% desses coeficientes foram zerados pode ser visto na Figura 2.9.

O processo de reconstrução do sinal pode ser chamado de síntese e os sinais passam por um processo inverso, um banco de filtros de recomposição como mostrado na Figura 2.10.

Os filtros passa-alta e passa-baixa utilizados devem ser dependentes um do outro para que a reconstrução seja possível. Uma relação bastante utilizada, inclusive empregada neste

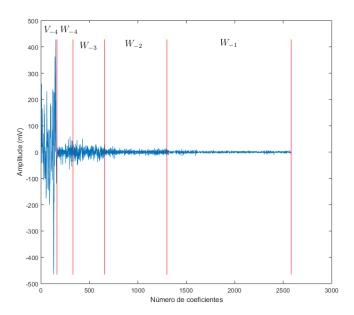
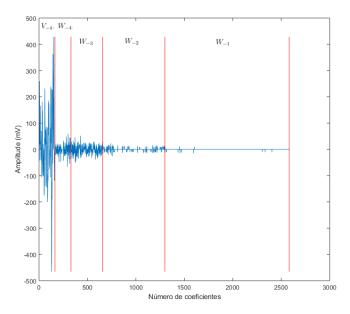


Figura 2.8. Sinal de EEG resultante de uma decomposição BWT de 4 níveis.

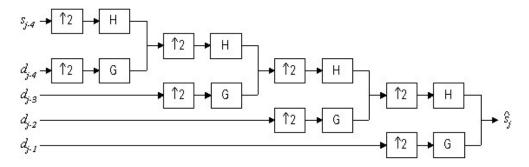


**Figura 2.9.** Sinal de EEG resultante de uma decomposição BWT de 4 níveis, no qual foram zerados 30% dos coeficientes de menor energia.

trabalho, é a chamada de filtros QMF e sua relação é descrita pela fórmula [18]

$$g[L-1-n] = (-1)^n h[n],$$
 (2.11)

do qual g[n]é o passa-alta, h[n]o passa-baixa e Lo comprimento do filtro. Para um sistema



**Figura 2.10.** Diagrama de um banco de filtros de recomposição (síntese) de QMF de 4 níveis. Fonte: [78].

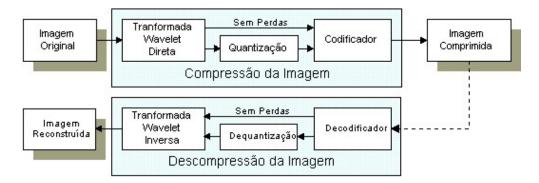
de compressão BWT sem perdas algumas identidades são definidas com relação aos filtros utilizados. Esses processos são ditos como reconstruções perfeitas de banco de filtros (PRFB, do inglês *Perfect Reconstruction Filter Bank*). A identidade em questão é definida por [78]

$$\widetilde{H}H + \widetilde{G}G = I. \tag{2.12}$$

A partir disso também são definidos para os filtros de análise e síntese como sendo [78]

$$\widetilde{H}H = I, \widetilde{H}G = 0, \widetilde{G}H = I, \widetilde{G}G = 0.$$
 (2.13)

O processo genérico completo de uma compressão de imagem por BWT é mostrado na Figura 2.11. Os erros da reconstrução são introduzidos na etapa em que são zerados os coeficientes de menor energia da BWT e na quantização.



**Figura 2.11.** Diagrama de blocos de uma compressão de imagem genérica por BWT. Fonte: [78].

### 2.6 Transformada discreta de cossenos (DCT)

A DCT (do inglês, *Discrete Cosine Transform*) é uma transformada bastante usada para compressão de sinais e imagens. Uma razão é pela característica da periodicidade presente [13, 82, 8]. Essa técnica matemática transforma um sinal de amplitudes no tempo em um sinal de frequências espaciais chamada matriz de coeficientes [12, 25, 8]. Outra característica é que a DCT concentra energia em seus primeiros coeficientes do sinal [12, 25, 8]. O DCT em si não introduz perda no sinal, esse efeito acontece somente após o descarte de componentes de menor energia e preenchimento por zeros para compressão, introduzindo uma perda irreversível de informação [12, 13, 25, 8].

A ideia é transformar o sinal para um domínio que seja facilmente alocado e principalmente por meio de uma operação inversível para que a informação original seja reconstruída [13, 82, 8]. Um sinal de N amostras é transformado por uma matriz transformação T de tamanho  $N \times N$ , o sinal original multiplicado por T gera o sinal transformado. A volta é feita pelo sinal no domínio da transformada por  $T^{-1}$ , voltando o sinal para sua forma original [13, 8]. Considerando um sinal de entrada  $x = \{x_1, x_2, ..., x_{N-1}\}$  e  $\delta_{k\ell}$  (Delta de Kronecker), os coeficientes da DCT do tipo 2 (DCT-2) são dados por [82, 55]

$$y(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=1}^{N} x(n) \frac{1}{\sqrt{1+\delta_{k1}}} \cos\left(\frac{\pi}{2N}(2n-1)(k-1)\right).$$
 (2.14)

Essa representação foi escolhida, pois é a utilizada na pesquisa, proveniente da função pronta padrão do MATLAB encontrada no próprio manual [55]. Já a função de DCT inversa usada pelo software é dada por [55]

$$y(m,l) = \sum_{k=1}^{M} w(k)u(k,l)\cos\frac{\pi(2m-1)(k-1)}{2M}, m = \{1,...,M\},$$
 (2.15)

onde,

$$w(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{M}}, k = 1\\ \sqrt{\frac{2}{M}}, 2 \le k \le M. \end{cases}$$
 (2.16)

As wavelets foram bastante utilizadas para JPEG2000 até por volta de 1998 [83]. Porém, em geral, para imagens as wavelets foram substituídas pela DCT, que introduziram o JPEG

– ou JPG (do inglês, Joint Photographic Experts Group), que desempenham melhores resultados de compressão [38, 39]. Inclusive, é possível ver aplicações recentes de DCT até mesmo em compressão de áudio [12] e vídeo, presente, por exemplo, nos Codecs MPGEG-2, H.264 e HEVC [87].

Ela também é utilizada para pré-filtrar [54] ou esparsificar uma matriz de dados para ser usada, por exemplo, no CS. Seu uso é justificado pelas características das matrizes de frequências geradas que são bastante úteis para o Compressive Sensing (CS), extraindo características importantes do sinal [12] fazendo o CS ficar mais eficiente [11, 50, 63, 28]. O algoritmo da DCT já dispõe de alguns algoritmos de transformada rápida, esses algoritmos são baseados na fatoração esparsa da matriz DCT, e muitos deles são recursivos [12]. Esse método é útil quando embarcado em sistemas portáteis e de baixo consumo [12].

Além de todas as aplicações, é possível ver a DCT para diversos tipos de sinais, como até mesmo para o próprio sinal de EEG [9, 51, 65, 12]. Em [51], o autor avalia e compara compressões de sinais de EEG por DCT e FFT (transformada rápida de Fourier, do inglês Fast Fourier Transform). Ele captura sinais de EEG utilizando o EMOTIV EPOC® [32], transforma os sinais usando a DCT-2, reconstroi e usa as métricas comparativas do CR e do PRD. Esse procedimento é semelhante ao adotado nesta pesquisa com a DCT.

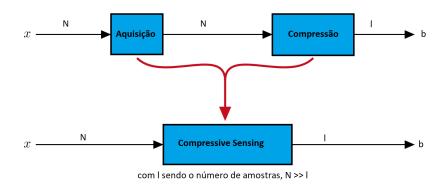
### 2.7 Compressive Sensing (CS)

A teoria e os métodos de Compressive Sensing são relativamente novos em relação às outras técnicas aqui investigadas, e é de grande importância um estudo mais detalhado para se determinar seu potencial em diferentes aplicações. Uma vantagem, logo de início, é na fase de aquisição. De fato, esta aquisição é associada a um menor custo computacional, já que o processo de medição do sinal pode ser feito em muitos casos utilizando-se apenas de operações mais simples como somas e subtrações, que são menos custosas computacionalmente do que as multiplicações necessárias nas transformadas, em processadores comuns e de baixo custo. Essas técnicas não precisam do sinal original completo para permitir reconstrução. Elas permitem a reconstrução do sinal com um baixo número de amostras ou medidas lineares, inclusive com taxas de amostragem menores do que as do critério de Nyquist, contanto que alguns critérios sejam seguidos [70].

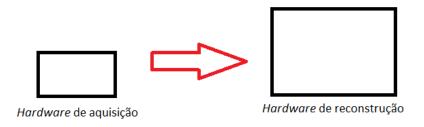
O fato das medidas do sinal serem dados na aquisição por um número menor de amostras, como se o sinal já estivesse comprimido, leva a se ter um custo computacional baixo na aquisição, além de possivelmente rapidez, facilitando no hardware de aquisição, no armazenamento e na transmissão desses sinais. Isso permite uma aquisição mais compacta e usual. Sendo assim, pode se ter também menos sensores, fios e uma diminuição no tempo de um exame. Os processos são mostrados na Figura 2.12, é possível observar a diferença do processo do CS com relação a técnicas de compressão usuais mostradas nos parágrafos anteriores. Observe que a quantidade de medidas l é muito menor do que a dimensão N do sinal, que no entanto pode ser reconstruído teoricamente sem erros se forem satisfeitas determinadas condições (descritas posteriormente), fazendo com que o sistema economize processamento e memória. Ele também pode reconstruir o sinal nos interstícios (espaços), diminuindo o problema com perdas de sinal.

A desvantagem do CS é um custo de descompressão alto, ou seja, na hora da reconstrução o processamento pode ser equivalente ao de uma transformada tradicional. Porém, esse alto custo de reconstrução pode ser solucionado espacializando-se um *hardware* mais simples para aquisição e outro mais robusto somente para a função de receber essas poucas medidas e remontar os sinais. Uma ideia visual simplificada desse sistema é apresentada na Figura 2.13.

#### Aquisição Tradicional X Compressive Sensing



**Figura 2.12.** Diagrama de blocos comparando um sistema de compressão tradicional com o *Compressive Sensing*. Adaptado de: [41].



**Figura 2.13.** Diagrama de blocos comparando um sistema de compressão tradicional com o *Compressive Sensing*.

No caso do EEG, considere l o número de medidas, que são representadas no vetor de medidas b. Sabe-se que l << N, sendo N a dimensão do sinal completo original. O hardware é o responsável pela saída do vetor b. O sinal original é chamado de x, que tem tamanho N de medidas. A reconstrução de x a partir de b, segundo a teoria de CS, exige que x tenha representação  $\hat{x}$  esparsa num domínio definido pela matriz de transformação T, ou seja,  $\hat{x} = Tx$ . A equação que representa b é: b = Mx, onde M tem o tamanho lxN e é chamada matriz de medidas [70] [50]. Substituindo, b também pode ser representado por  $b = MT^{-1}\hat{x}$ , sendo que assim tem-se

$$MT^{-1}\hat{x} - b = 0. (2.17)$$

Os principais critérios que permitem o uso do Compressive Sensing (CS) são:

- Esparsidade: O sinal deve ser esparso, com apenas alguns valores diferentes de 0, em um domínio conhecido;
- Incoerência: Sinais esparsos no domínio transformado devem ser bem distribuídos no domínio de medidas, ou seja, as linhas de M não podem ser esparsas no domínio definido por T.

O sistema descrito na equação 2.17 é subdeterminado, pois l << N. Portanto, em geral, ele admite infinitas soluções. A reconstrução do sinal exige portanto informações adicionais sobre a natureza do sinal, o que em CS se faz por meio de um problema de otimização com restrição, que explora a esparsidade no domínio definido por T. Uma condição suficiente para que esse problema de otimização tenha uma solução estável é que a matriz M respeite a regra da isometria restrita [70] [50]. Considerando um sinal x com um número de coeficientes não-nulos  $(\eta)$  na representação esparsa, a matriz  $A = MT^{(-1)}$  é dita satisfazer a propriedade de isometria restrita (RIP, do inglês Restricted Isometry Property), se e somente se para qualquer vetor v de dimensão N, com no máximo  $3\eta$  coeficientes não-nulos,

$$1 - \epsilon \le \frac{\|MT^{-1}v\|_2}{\|v\|_2} \le 1 + \epsilon, \tag{2.18}$$

em que  $\epsilon$  é um termo de tolerância que deve assumir valores menores para que se sejam obtidas maiores estabilidades no processo de reconstrução.

É possível destacar também que quanto mais próximo de zero é  $\epsilon$  mais estável é a solução. Sobre a incoerência, essa também é uma condição associada a reconstrução estável, porém não suficiente como a RIP. A propriedade estabelece que as linhas de M não podem ser esparsas no domínio definido por T. O fato é que uma matriz M construída aleatoriamente com valores identicamente distribuídos e uma distribuição Gaussiana tem uma probabilidade alta de satisfazer as propriedades acima, conforme estabelecido por Candès e Tao [50]. Portanto, uma matriz construída seguindo a equação

$$\ell > k\eta \log \left(\frac{N}{\eta}\right),\tag{2.19}$$

em que k é constante, permite criar  $M_{\ell xN}$  com um probabilidade arbitrariamente alta de solucionar o sistema estavelmente [50].

Existem alguns tipos de solução para problemas de Compressive Sensing, que são sistemas subdeterminados, ou seja, apresentam infinitas soluções. A reconstrução exige portanto alguma informação adicional sobre o sinal, que no caso de CS é a existência de uma representação esparsa no domínio T. De fato, dado o vetor b, deve-se encontrar o vetor  $\hat{x}$  mais esparso que satisfaz às medidas, o que conduz a um problema de otimização. Essa é uma típica representação de um problema de minimização de  $\ell_0$ , onde se deve determinar como solução os coeficientes não-nulos do sinal  $\hat{x}$ . Essa otimização numérica pode ser representada por [50]

$$\hat{x}^* = \arg\min \|\hat{x}\|_0,$$
 s. t.  $M.T^{-1}\hat{x} = b,$  
$$(2.20)$$

em que s.t. representa "sujeito a".

A solução direta do problema 2.20 porém é muito custosa computacionalmente, não sendo viável na maioria das situações práticas. Trata-se de um problema de complexidade combinatorial [50]. Outra possibilidade de solução é a minimização  $\ell_2$ , que é dada por

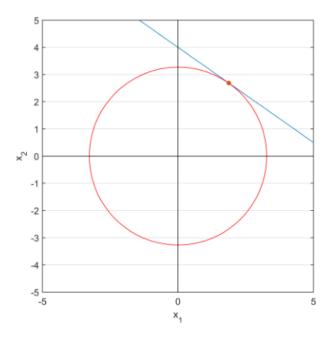
$$\hat{x}^* = \arg\min \|\hat{x}\|_2,$$
 s. t.  $.M.T^{-1}\hat{x} = b.$  
$$(2.21)$$

O problema de otimização 2.21 é o único problema de minimização para solução de um sistema subdeterminado que apresenta a forma fechada e portanto não iterativa. Essa solução em forma fechada é dada por

$$\hat{x}^* = (MT^{-1})^H (MT^{-1}(MT^{-1})^H)^{-1} b, \qquad (2.22)$$

em que H é definido pelo operador Hermitiana (auto-adjunta), que é uma matriz idêntica à sua transposta conjugada.

Essa minimização pode ser vista na Figura 2.14. O gráfico mostra o espaço de soluções do sistema linear representado pela reta em azul. A bola em vermelho (bola  $\ell_2$ ) foi aumentada até que se chegasse no ponto em vermelho mostrado, que é a solução encontrada pelo sistema. Ou seja, o ponto de interseção entre a função linear e a bola é a solução encontrada pela minimização. Porém a solução acontece de tal forma que a energia mínima encontrada não garante a esparsidade.



**Figura 2.14.** Espaço de soluções da minimização de norma  $\ell_2$ , onde a solução não é esparsa. Fonte: [70].

Portanto, apesar de apresentar a conveniência de uma solução em forma fechada, a minimização da  $\ell_2$  em geral não conduz à reconstrução do sinal correto. Existe também a solução de tipo  $\ell_1$ , apresentada como [50]

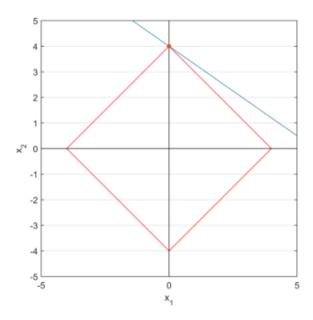
$$\hat{x}^* = \arg\min \|\hat{x}\|_1,$$

s. t. 
$$M.T^{-1}\hat{x} = b$$
.

Já a solução 2.23 é uma boa alternativa ao problema proposto. Apesar de não haver uma solução fechada para a  $\ell_1$ , a otimização 2.23 é do tipo convexa, e pode ser resolvida por cálculos iterativos, e permite reconstruir  $\hat{x}$  desde que sejam satisfeitos os mesmos critérios anteriores e que a quantidade de medidas seja suficiente.

A Figura 2.15 representa essa solução, o comportamento é parecido com o da Figura 2.14, a bola da norma  $\ell_1$  é aumentada até que aconteça a solução de menor  $\ell_1$  do sistema. Porém, diferentemente do que se acontece com a  $\ell_2$ , no exemplo de  $\ell_1$  apresentado a solução é esparsa, pois uma de suas abcissas de solução é nula.

No método do  $\ell_1$  existe uma chance da solução não ser esparsa, o que acontece quando a reta de soluções é praticamente ou de fato paralela à bola  $\ell_1$ . Portanto, quando aumenta-se o valor da bola, pode-se obter qualquer solução no espaço de soluções e ficar com as duas abscissas não nulas.



**Figura 2.15.** Espaço de soluções da minimização de norma  $\ell_1$ , onde no exemplo a solução é esparsa. Fonte: [70].

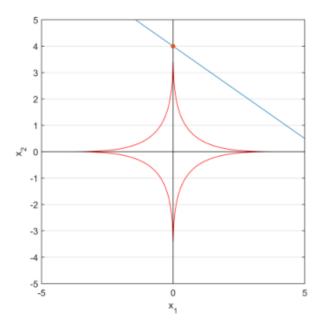
Geralmente, esses métodos apresentam complexidade polinomial, que já se torna viável em aplicações práticas. A partir dessa ideia, existem também as soluções do tipo  $\ell_p$  apresentadas por [50]

$$\hat{x}^* = \arg\min \frac{1}{2} \|\hat{x}\|_p^p,$$
  
s. t.  $M.T^{-1}\hat{x} = b.$  (2.24)

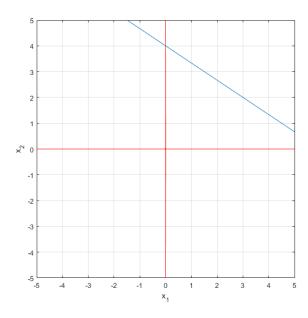
Esta solução 2.24 é a escolhida para o trabalho, pois foi essa que mais apresentou bons resultados para reconstrução em termos do número de medidas exigidas [61]. Trata-se de problema de otimização não-convexo, mas que pode ser resolvido com diferentes técnicas, como o método iterativo dos mínimos quadrados reponderado (IRLS, do inglês *Iteratively reweighted least-squares*) [61, 62]. Teoricamente, quanto menor o p escolhido, menor também é o número de medidas necessárias, porém mais instável é a otimização e, portanto, maior o custo de reconstrução. A  $\ell_p$  é uma generalização da  $\ell_1$ , o valor de p deve satisfazer a igualdade 0 , no contexto de CS sendo <math>p = 1 a representação da própria  $\ell_1$  [50].

Dois exemplos de reconstrução por  $\ell_p$  podem ser vistos nas Figuras 2.16 e 2.17, onde o p está igual a 0,4 [70] e 0,1, respectivamente. É possível afirmar que quanto menor o valor de p maior a chance de se ter uma resposta esparsa. Isso acontece porque quanto menor o p mais próximo das abscissas fica a bola vermelha da norma que será incrementada, dando maior chances dessas pontas encontrarem a reta de solução com uma das componentes nulas [50]. Vale ressaltar que a bola  $\ell_p$  utilizada neste trabalho é a de p=0,1 apresentado na Figura 2.17.

O algoritmo do CS – IRLS aplicado neste pesquisa é apresentado em [61, 62].



**Figura 2.16.** Espaço de soluções da minimização de norma  $\ell_p$ , onde no exemplo a solução é esparsa e p=0,4. Fonte: [70].



**Figura 2.17.** Espaço de soluções da minimização de norma  $\ell_p$ , onde no exemplo a solução é esparsa e p=0,1.

### 2.8 Quantização e Codificação

### 2.8.1 Quantização

A quantização vetorial consiste em codificar, ao invés de amostras individuais, um conjunto de amostras, os chamados vetores. A operação Q() é aplicada num vetor  $x = \{x_1, x_2, ..., x_{k-1}\}$  resultando num vetor quantizado  $y = \{y_1, y_2, ..., y_{k-1}\}$  [25, 71, 8]. Isso é dado vetor a vetor gerando um banco finito de N vetores quantizado chamado de dicionário [25, 71, 8]. A quantização vetorial é expressa por [25, 8]

$$y = Q(x) [25]. (2.25)$$

Já a quantização escalar, utilizada na pesquisa, é dada ponto a ponto. Primeiramente, se verifica o valor máximo e o mínimo do sinal analisado com o objetivo de achar as proporções da quantização. Depois se define o número de bits em que o sinal será quantizado. A operação da equação ?? é dada amostra a amostra e gera uma amostra quantizada do vetor  $\overrightarrow{y}$  a partir de uma amostra do vetor entrada  $\overrightarrow{x}$ . As amostras de  $\overrightarrow{y}$  são dadas por [83, 15, 8]

$$y_{k-1} = (-1 + 2^b) \cdot \frac{x_{k-1} - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}},$$
 (2.26)

sendo b o número de bits da quantização.

A Figura 2.18 mostra um sinal analógico qualquer sendo passado para o domínio discreto (digital). Quando o sinal já está no domínio discreto, pode também ser reduzido o número de bits de quantização, o que significa mapear os valores de entrada em um número menor de níveis, com um maior ruído de quantização e portanto redução da qualidade final de reconstrução. Ou seja, a resolução do sinal é dada por um número de bits escolhidos: quanto maior essa resolução mais detalhes do sinal será mostrado e mais próximo do sinal real (analógico) será a representação.

### 2.8.2 Codificação de comprimento de corrida (RLE)

A codificação de comprimento de corrida (RLE, do inglês Run Length Encoding) é um método bastante utilizado e foi escolhido para ser usado no trabalho. Um motivo importante para escolha é que depois das transformações utilizadas são zerados vários termos de menor

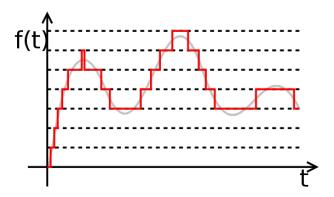


Figura 2.18. Sinal analógico genérico quantizado. Fonte: [71].

energia para a compressão, além da quantização. No CS isso acontece para sinais definidos com baixos valores de ELL (número de coeficientes não-nulos), pois também apresentam um elevado número de amostras nulas [18, 83, 8].

Em geral, o algoritmo do RLE apresenta uma sequência de números repetidos mais eficientemente. Isso acontece porque o algoritmo baseia-se em ditar a amplitude da amostra seguido por sua frequência de ocorrência [18, 52, 94, 8]. O mecanismo pode ser explicado pelo simples exemplo:

$$[50, 230, 35, 35, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] \rightarrow [50, 340, 35, 35, 0, 4, 2, 0, 8]$$

.

Neste exemplo, cada sequência de valores nulos é mapeada em um único valor zero seguido da quantidade de zeros, ou seja, valores diferentes de zero ficam inalterados. Isso reduz o número de valores numéricos utilizados para representar a mesma informação. A codificação em questão é dita sem perdas, pois nenhuma informação é alterada, apenas passada para um outro tipo de linguagem (codificada) e inclusive possivelmente reduzida a depender das características do sinal (comprimida) [52, 94, 6, 8].

## 3 Metodologia

Para avaliação das representações transformadas, os sinais de EEG são comprimidos e reconstruídos, sendo depois comparados aos dados de EEG originais para cálculo de algumas métricas. Os sinais de EEG considerados são adquiridos a partir da base de dados da *Physionet*, banco de dados de sinais fisiológicos de livre acesso. Foram levados em conta para apresentação dos resultados dois banco de dados específicos que serão descritos posteriormente nas Subseções 3.1.1 e 3.1.2.

No primeiro banco de sinais foi feito a escolha de se abordar apenas um paciente do banco de dados. A escolha foi baseada em se fazer um estudo inicial com as técnicas, onde apenas um longo sinal de 9 horas de duração de um só canal seria considerado. Neste estudo o sinal iria manter uma certa constância. Já no segundo, a ideia era se ter uma maior variabilidade de características dos sinais e verificar se isso traria alguma diferença nos resultados das reconstruções. No caso, será verificado 23 canais de pequenos sinais de 5 minutos cada para vários pacientes, formando um banco de analise mais variável. A primeira analise é melhor descrita na Subseção 3.1.1 e a segunda situação com vários pequenos sinais de pessoas diferentes será explicado na Subseção 3.1.2.

O trabalho irá avaliar as reconstruções por valores quantitativos, que depois serão comparados e discutidos. As principais métricas escolhidas são:

- Porcentagem de coeficientes mantidos;
- Relação sinal-ruído (SNR);
- Fator de compressão (CF);
- Diferença percentual residual independente do valor da média (PRD1).

Sendo assim, foram escolhidas duas métricas que avaliam quantidade de informação utilizada para reconstrução e duas que avaliam a qualidade da reconstrução em si. Os gráficos comparativos em geral buscam associar essas duas diferentes naturezas de informação para quantizar o desempenho das técnicas. A porcentagem de coeficientes e o SNR foram avaliados em todos experimentos. Porém é importante ressaltar, que CF e PRD1 levam em conta

cálculos com relação a número de bits, exigindo etapas de quantização e codificação, feitas apenas para o segundo banco de dados. Em cada um dos casos, a quantidade de coeficientes eliminados (para efeito de compressão) variou de 0 a 100%, e para cada valor foi avaliada a qualidade média do sinal reconstruído em termos de relação sinal-ruído (SNR) – média esta considerando todas as janelas processadas. O SNR em dB é dado por [8, 91, 30, 68, 51]

$$SNR_{dB} = 10log_{10} \frac{E_s}{E_r}, \tag{3.1}$$

em que  $E_s$  e  $E_r$  representam a energia do sinal e a energia do erro de reconstrução, respectivamente. Assim,

$$SNR_{dB} = 10log_{10} \left( \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} s_k^2}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} r_k^2} \right)$$
(3.2)

em que n é dado pelo índice da amostra,  $s_k$  é a amostra do sinal original e  $r_k$  é do ruído.

Na fase inicial, para o cálculo de erros serão consideradas medidas de SNR e discussões qualitativas com gráficos, tabelas e interpretações. É importante ressaltar que o SNR é uma métrica para qualidade de reconstrução das mais usadas na área de compressão e foi por isso que foi uma das escolhidas, facilitando comparações futuras dos resultados. O PRD1 e o CF são mais específicos para sinais de EEG e também foram escolhidos por essa razão [14, 30, 91, 11, 68, 23, 51].

Serão apresentados também, durante a compressão, as etapas de quantização e codificação para o banco de sinais CHB-MIT Scalp EEG (descrita na Subseção 3.1.2). Isso permite comparações em termos mais reais, com métricas em bits e avaliações da qualidade do sinal reconstruído. Serão levados em conta medidas como fator de compressão (CF, do inglês compression factor) [91], definido por

$$CF(\%) = \frac{Os - Cs}{Os}.100,\tag{3.3}$$

em que Os é a quantidade de bits do sinal original e Cs no sinal comprimido [91].

Vale ressaltar que também existe uma métrica igualmente usada intitulada de taxa de compressão (CR, do inglês *compression ratio*) [30, 68, 51], que é definida por

$$CR = \frac{Os}{Cs},\tag{3.4}$$

O CR também é uma métrica bastante utilizada em trabalhos de compressão, porém, por convenção, é mais comum para casos de compressão de EEG e EMG o uso do CF [91, 30, 68, 51]. Sendo assim, o CR não será utilizado neste trabalho e sim o CF.

Uma outra métrica avaliativa bastante usada para compressão é a diferença percentual residual (PRD, do inglês percentage root-mean-square difference) [14, 91, 11, 68, 23, 51]. A PRD apresenta uma versão que tem valores independentes do valor da média, o valor de base DC do sinal (PRD1, do inglês percentage root-mean-square difference independent of the mean value) [1]. Esse valor DC pode atrapalhar para sinais que não estejam definidos no zero e por garantia foi escolhido. O PRD1 é definido por [1]

$$PRD1 = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N} (x[n] - \hat{x}[n])^{2}}{\sum_{n=1}^{N} (x[n] - \bar{x}[n])^{2}}}.100,$$
(3.5)

em que x é o sinal original,  $\hat{x}$  é o sinal reconstruído,  $\bar{x}$  é a média do sinal original e N é o número de amostras total do sinal [1].

Também serão considerados valores de tempo de execução para cada uma das técnicas utilizando-se de um mesmo computador padrão com as seguintes configuração a seguir:

- Processador Intel i7, 3ª geração, 2.4GHz;
- 32GB de memória RAM;
- Placa de Vídeo NVIDIA GeForce GTX 670-MX.

Os tempos medidos são de programas da mesma linguagem C++ e rodados no software MatLab. Porém, alguns programas levam em consideração funções prontas do próprio MatLab (linguagem interpretada), como a DCT e as Wavelets e outros programas foram criadas as funções do início (linguagem compilada), como o CS, a PCA e a ICA. Essas diferenças geram influências no tempo de execução de cada programa, isso porque linguagens interpretadas são geralmente mais velozes, extremamente eficientes e desenvolvidas pelas grandes empresas, que levam em consideração algoritmos rápidos e o fato da linguagem ser criada, inserida e rodada pela própria plataforma. Resumindo, possivelmente a DCT e as Wavelets irão ter

boa relação de medidas de tempo comparadas aos outros algoritmos, porém mesmo assim verificou-se como boa prática a medição e explanação desses resultados de tempo.

### 3.1 Descrição dos bancos de dados

# $3.1.1 \quad \text{Banco de dados 1} - \text{Polissonografia} - \text{SHHS Polysomnography} \\ \quad \text{Database}$

Na primeira parte foi adotado um estudo de polissonografia denominado Estudo de Saúde do Sono do Coração (do inglês, Sleep Heart Health Study) [27] [76] [77]. O estudo tinha o intuito de investigar a relação entre respiração desordenada no sono e doenças cardiovasculares [76]. Os sinais são reais e pertencem ao Instituto Nacional do Coração, Pulmão e Sangue (do inglês, National Heart, Lung and Blood Institute) que fica em Bethesda, Estados Unidos. O estudo incluiu adultos de 40 anos de idade ou mais, sem histórico de tratamento da apneia do sono, feito traqueostomia ou uso de tratamento de oxigênio. Os sinais aproveitados foram adquiridos a uma taxa de 125 Hz na posição C4/A1 do sistema internacional 10-20 (Figura 1.1) [53, 76]. Foi utilizado um filtro analógico passa-alta de 0,15 Hz e os eletrodos utilizados são os de cúpula de ouro, garantindo ótima condutividade. O acervo completo contém 9736 exames de polissonografia, feitos em vários momentos e lugares desde 1995 até 2003.

O arquivo escolhido foi o de caminho "shhs/files/polysomnography/edfs/shhs2/shhs2-200077.edf", encontrado no banco de dados do site referente a um paciente. Neste estudo comparativo das representações transformadas, o canal 8 é referente ao EEG, os outros canais são outros sinais fisiológicos e não foram considerados. São adotados os registros correspondentes a cerca de 9 horas de duração (4.065.000 amostras). Esse sinal foi dividido em janelas iguais de 10 segundos (1250 amostras), gerando 3252 sinais. Isso permitiu a geração de uma matriz de sinais de treinamento a ser usada nas 5 técnicas de processamento descritas a seguir.

Todas as 3252 janelas de 10 segundos passaram pelas técnicas, apenas no CS o processo foi um pouco reduzido em número de janelas testadas, devido ao tempo de processamento

como descrito na Seção 3.4.5 (foram testados 100 sinais para esta técnica). A tabela 3.1 mostra o resumo de informações referente a esse primeiro banco de dados.

**Tabela 3.1.** Descrição do sinal do paciente pertencente ao banco de dados do SHHS Polysomnography

Frequência de amostragem	125 Hz
Canais do EEG	1
Pacientes	1
Tempo considerado	9 horas ou 32400 segundos
Número total de amostras	4.050.000
Tempo de cada sinal no janelamento	10 segundos
Número de amostras de cada sinal	1250
Número total de sinais	3240

### 3.1.2 Banco de dados 2 – CHB-MIT Scalp EEG

O banco de dados CHB-MIT Scalp EEG é um banco de sinais de EEG de superfície que diz respeito a uma pesquisa em jovens no Hospital da Criança de Boston (CHB, do inglês Children?s Hospital Boston). O estudo foi conduzido por um grupo de pesquisa do Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT, do inglês Massachusetts Institute of Technology) [81, 36]. São 24 casos, sendo que 5 são sujeitos masculinos (entre 3 e 22 anos de idade) e 17 são femininos (entre 1,5 e 19 anos de idade). Todas as gravações têm entre 1 e 4 horas de duração com pelo menos 23 canais cada, além de apresentarem uma frequência de amostragem de 256 Hz e 16 bits de resolução [81, 36]. A configuração do posicionamento dos sensores utilizada foi a do sistema internacional 10-20 (Figura 1.1) [53]. Ao todo são 664 arquivos de extensão ".edf", sendo que cada paciente tem de 9 a 42 arquivos cada [81, 36].

Para o banco de sinais CHB-MIT Scalp EEG foram verificados as mesmas 5 técnicas de compressão, onde dessa vez serão medidos além do SNR por porcentagem de coeficientes mantidos, também valores de PRD1 e CF. Nesse trabalho foram usados os 5 primeiros minutos dos casos de 1 a 10 e as características dos sujeitos podem ser vistas na Tabela 3.2. Foram considerados em todos casos os 23 canais que por sua vez têm características diferentes pela posição que foram afixados os eletrodos no escalpo do paciente, conforme especificado na Tabela 3.3.

**Tabela 3.2.** Características dos sujeitos analisados no banco de dados do CHB-MIT Scalp EEG.

Número do sujeito	Sexo	Idade
1	F	11
2	M	11
3	F	14
4	M	22
5	F	7
6	$\mathbf{F}$	1,5
7	$\mathbf{F}$	14,5
8	M	3,5
9	$\mathbf{F}$	10
10	Μ	3

**Tabela 3.3.** Posições dos eletrodos afixados em cada canal de acordo com o sistema internacional 10-20.

Canal	Posição	Canal	Posição
1	FP1-F7	13	FP2-F8
2	F7-T7	14	F8-T8
3	T7-P7	15	T8-P8
4	P7-O1	16	P8-O2
5	FP1-F3	17	FZ- $CZ$
6	F3-C3	18	CZ-PZ
7	C3-P3	19	P7-T7
8	P3-O1	20	T7-FT9
9	FP2-F4	21	FT9-FT10
10	F4-C4	22	FT10-T8
11	C4-P4	23	T8-P8
12	P4-O2		

Os sinais foram janelados em blocos de sinais de 10 segundos de duração, para formar pequenos sinais facilitando a analise. Depois foram embaralhados, criando uma aleatoriedade de informação, isso é importante pois não serão testados todo o banco de sinal gerado nesta parte do trabalho. Serão testados apenas 100 sinais para cada técnica e fazendo-se assim é considerado sinais de todas as partes da matriz de dados, evitando vícios por parte do sistema e pegando vários tipos de sinais diferentes. Sendo assim, agora se tem 6900 sinais de EEG embaralhados de 2560 amostras ou 10 segundos de duração cada. Um resumo de todas essas informações é fornecido na Tabela 3.4.

Tabela 3.4. Descrição do banco de dados CHB-MIT Scalp EEG.

Frequência de amostragem	256 Hz
Resolução	16-bits
Canais do EEG	23
Pacientes	10
Tempo considerado de cada paciente	5 minutos ou 300 segundos
Número total de amostras	17664000
Tempo de cada sinal no janelamento	10 segundos
Número de amostras de cada sinal	2056
Número total de sinais	6900

# 3.2 Escolha da matriz de medidas (M) para o *Compressive Sensing*

Um teste relevante que deve ser feito é com relação à escolha da matriz de medidas (M). Essa escolha irá ditar ainda mais o custo computacional do CS. Foram escolhidos 3 tipos de matrizes:

- $\bullet\,$  M com distribuição aleatória de valores 1 e 0 CS–10.
- M com distribuição aleatória de valores 1 e -1 CS-11.
- M com distribuição aleatória Gaussiana de média 0 e variância 1 CS–G.

Sendo assim, serão comparadas as eficiências dos algoritmos utilizando-se métricas quantitativas de qualidade e taxa de reconstrução e a partir do resultado será escolhido a matriz que será levada em consideração nas comparações com as outras técnicas. O CS-10 é o menos custoso computacionalmente [10], pois só se leva em consideração somas na aquisição. O CS-11 admitiria somas e subtrações, já o CS-G teria o uso também de uma distribuição gaussiana e multiplicações.

# 3.3 Comparação do desempenho dos métodos de compressão em função do número de bits

A etapa de quantização utilizada variou em termos da resolução. Quanto maior essa resolução, maior o nível de detalhes, porém maior o número de bits exigidos para preservar a informação. Sendo assim, é preciso reconstruir utilizando diferente valores de resoluções e comparar a compensação entre tamanho e qualidade dos sinais reconstruídos. Sabendo que os sinais em questão – CHB-MIT Scalp EEG – foram amostrados a 16 bits, o limite superior para a quantização também é de 16 bits. Portanto, foram escolhidos para comparação 3 valores de propriedade de bits: 8, 12 e 16 bits.

### 3.4 Desenvolvimento dos algoritmos

### 3.4.1 Análise de Componentes Principais (PCA)

O Algoritmo 1 mostra o cálculo das funções de base utilizadas na análise de componentes principais, seguindo os princípios apresentados na Seção 2.3.

#### Algorithm 1 Algoritmo de PCA-Transformada de Karhunen-Loève (KLT).

```
1: procedure T = KLT(x) \triangleright x é a matriz de sinais.

2: C = estimador\_matriz\_covariancia(x); \triangleright Calcula a matriz de covariância.

3: [p, l] = eig(C); \triangleright Calcula os auto-vetores de C.

4: [l, i] = sort(diag(l), 'descend'); \triangleright Ordenamento.

5: p = p(:, i);

6: p = p./repmat(sum(abs(p).^2, 1), N, 1);

7: T = p'; \triangleright Matriz de transformação (T).
```

A Figura 3.1 mostra o diagrama de blocos geral para o sistema apresentado.

A matriz de transformação (T) calculada é multiplicada por cada sinal de EEG a ser transformado. O resultado dessa operação é o sinal em domínio de transformada da PCA. Como primeira etapa de compressão, e tendo em vista que os coeficientes são ordenados considerando os autovalores da matriz empírica de covariâncias, devem ser zerados os últimos coeficientes do sinal no domínio da transformada. Para se reconstruir o sinal posteriormente

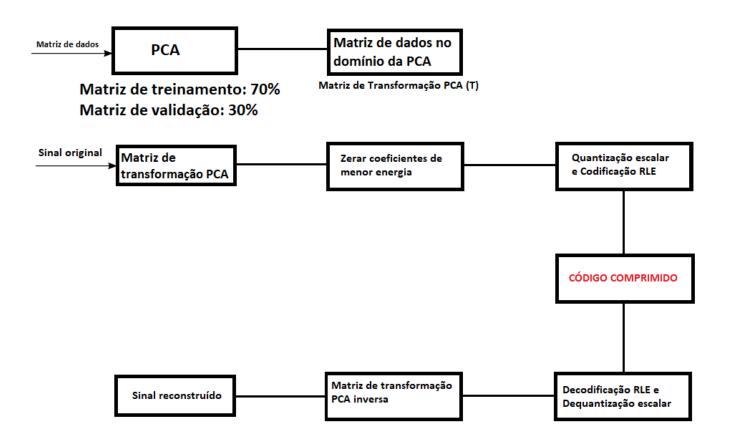


Figura 3.1. Diagrama de blocos geral do método da PCA empregado no trabalho.

completa-se com zeros o vetor com os coeficientes PCA previamente selecionados, e calcula-se a transformada inversa do vetor completo.

Para a primeira matriz de dados, por exemplo, o sinal foi dividido em janelas de 1250 amostras cada (SHHS Polysomnography) e 2560 na segunda (CHB-MIT Scalp EEG). Isso significa que a matriz de covariância também tem tamanho 1250 e 2560 respectivamente. Nos dois casos os sinais tem aproximadamente 10 segundos cada, dado a frequência de amostragem das matrizes de dados, 125 Hz e 256 Hz. Para o treinamento do sistema foram considerados 70% dos sinais, e são utilizados os outros 30% para validação. Em suma, para obtenção da matriz de transformação:

- Janela-se o sinal em blocos de sinais de 10 segundos.
- Divide-se a matriz em 70% para treinamento e 30% para a validação;

- Aplica-se o algoritmo de transformação PCA (Algoritmo 1) nos 70% correspondentes ao treinamento e obtém-se a matriz de transformação ( $T_{PCA}$ );
- Multiplica-se a matriz  $T_{PCA}$  por cada sinal de validação (30% restantes) para calcular as saídas do sistema.

No primeiro caso (SHHS Polysomnography), calcula-se apenas as SNRs das reconstruções. Já no segundo banco (CHB-MIT Scalp EEG) o sinal transformado também é quantizado e codificado (RLE) antes de ser reconstruído, isso é feito para poder se calcular o PRD1 e o CF. A escolha foi feita a partir, principalmente, de que o primeiro estudo (SHHS Polysomnography) foi apenas um estudo de caso pré-eliminar para se verificar resultados em EEG mono-canal e de longa duração. Outro motivo é a qualidade dos bancos de sinais, melhor apresentada no banco de dados CHB-MIT Scalp EEG, que entre os dois é um banco de sinais mais consolidado para estudos de compressão, apresentando mais canais disponíveis e maior taxa de frequência de amostragem.

### 3.4.2 Análise de Componentes Independentes (ICA)

A análise baseada em ICA é similar àquela que tem por base a PCA, ambas levam em consideração uma matriz de funções de bases a partir do banco de dados, que é chamada de matriz de treinamento. A diferença diz respeito à técnica de criação dessa matriz transformada (T). Para essa matriz se utilizou um algoritmo de otimização para geração das funções de base, com o objetivo de se obter um conjunto de coeficientes independentes após a transformação dos sinais de EEG. Isso é diferente do que acontece no PCA, em que o efeito anulado é o da covariância.

Na prática, nesta pesquisa, foi utilizada a função *ica().m* fornecida pelo *SCCN* (*Swartz Center for Computational Neuroscience*) para implementação da ICA [35]. Essa função calcula a matriz de coeficientes do ICA. Sendo assim, uma vez calculados estes coeficientes, os processos seguintes foram realizados de forma análoga à descrita na seção anterior 3.4.1.

#### 3.4.3 Banco de Filtros - Wavelets

Para decomposição wavelets dos sinais, foi utilizado um banco de filtros de quatro níveis, do tipo em quadratura espelhado (QMF, do inglês Quadrature Mirror Filterbank). Foram escolhidos 4 níveis de forma empírica: a partir de alguns testes prévios foi avaliado que 4 níveis eram suficientes para reconstruir com uma qualidade consideravelmente boa e em tempos hábeis para os testes sistemáticos.

Para comparação foram utilizados 17 tipos de wavelets diferentes para o primeiro banco (SHHS Polysomnography), incluindo duas famílias de JPEG2000 do artigo [83]. No segundo banco de dados (CHB-MIT Scalp EEG) foram utilizados todas essas 17 e mais 13 diferentes famílias, totalizando 30 tipos. Eles foram escolhidos tendo em vista as famílias mais utilizadas e conhecidas, muitas delas com seus coeficientes já disponíveis no próprio software usado, o MatLab. Posteriormente foram escolhidas as melhores wavelets de cada família testada em termos de qualidade de reconstrução para serem comparadas às outras quatro técnicas (PCA, ICA, DCT e CS). A técnica consiste basicamente em processar os sinais usando os 4 níveis de decomposição, ordenar os coeficientes por níveis de energia e posteriormente zerar os menores coeficientes. No segundo banco (CHB-MIT Scalp EEG), os sinais também passam pelas etapas de quantização e codificação, direta e indireta. Para a reconstrução do sinal na transformada wavelet em questão, os coeficientes passam novamente por 4 níveis de filtros de recomposição (etapa de síntese) e são aferidos os critérios de análise.

### 3.4.4 Transformada discreta de cossenos (DCT)

Nesta etapa os procedimentos se assemelham aos da PCA e ICA, com diferença da função transformada usada que agora é a DCT. Primeiro foram lidas as matrizes de dados. A DCT foi aplicada a todos os sinais e foram registrados os coeficientes obtidos e os tempos de processamento. Após a transformação dos sinais se inicia a avaliação principal, em que os sinais são dispostos em ordem aleatória e os coeficientes de cada DCT são ordenados em ordem decrescente de magnitude, sendo zerados os coeficientes mais baixos de 100% a 0% do sinal. A parte principal desse laço pode ser vista e explicada em Algoritmo 2.

A função da DCT do *MatLab* apresenta algumas possíveis entradas como dimensão e tipo da transformada. Em sua configuração padrão, utilizada no trabalho, a DCT fica como tipo

### Algorithm 2 Algoritmo de DCT pela função de transformada encontrada no MatLab.

```
1: T = p(:, f); \Rightarrow Carrega a DCT já calculada.

2: x = eeg\_data(:, f); \Rightarrow Carrega o sinal correspondente.

3: [\ ,ind] = sort(abs(T),'descend'); \Rightarrow Ordena os coeficientes em ordem decrescente.

4: T(ind(k:end)) = 0; \Rightarrow Zera os coeficientes com menos informação.

5: z = idct(T); \Rightarrow Sinal reconstruído a partir da DCT inversa.
```

II de dimensão N igual ao tamanho do vetor transformado [55]. E a função da DCT inversa é representada pelo comando "idct()".

Para o segundo banco de dados (CHB-MIT Scalp EEG), os sinais quando no Estado 5 do Algoritmo 2, são quantizados e codificados. Então, finalmente, são reconstruídos pelas operações inversas para realização dos cálculo dos parâmetros quantitativos do trabalho (SNR, PRD1 e CF).

### 3.4.5 Compressive Sensing (CS)

Para avaliação dos métodos de CS, foram gerados diferentes tipos de medidas lineares (vetor b) a partir dos sinais a serem comprimidos, e levando em conta diferentes quantidades de medidas  $\ell$  testadas. Em seguida, os sinais foram reconstruídos utilizando o algoritmo iterativo dos mínimos quadrados reponderados (IRLS). O processo foi realizado 10 vezes com cada Matriz de Medidas (M), ao invés de 100 vezes como nos outros procedimentos, pelo longo tempo de simulação para cada sinal.

Primeiro fez-se alguns exemplos com 100 sinais, depois foi comparados os resultados com testes com apenas 10 sinais e os resultados praticamente não variaram. Visto isso, foi tomada a decisão de se reconstruir para todos os exemplos apenas 10 vezes, com o intuito de se ganhar tempo nos testes. Outra diferenciação da técnica com relação a outras foi que os coeficientes (neste caso o tamanho do vetor  $\ell$ ) foram sendo zerados de 10 em 10, e não de 1 em 1 como nos outros, também com o intuito de diminuir o tempo total da simulação. Essas duas adaptações deixaram o teste mais viável e os resultados não ficaram distantes dos resultados que seriam obtidos por testes sem as adaptações. O teste foi feito 100 em algumas situações (valores  $\ell$ ) para comprovar que não se tinha muita variabilidade nos resultados. Por exemplo, para construção da tabelas de resultados para 4 valores de  $\ell$ 

fixos apresentados (25%, 50%, 75% e 90%) foram realizados os testes em "loops" de 100 para haver uma concordância experimental comparativa mais precisa com os outros métodos.

Vale ressaltar que em aplicações de compressão usando CS deve-se obter o vetor de medidas b diretamente do hardware. Ou seja, a técnica de CS tem a vantagem de permitir a obtenção da representação comprimida com menor esforço computacional.

Para a simulação é preciso escolher uma matriz esparsificante (T). Uma vez calculada a matriz esparsificante não se altera. Para este trabalho escolheu-se o algoritmo da transformada PCA como esparsificante. A escolha foi devido ao fato do PCA obter bons resultados de reconstrução nos testes anteriores e apresentar solução de forma fechada, determinística. A PCA destaca as componentes principais da matriz de dados, ou seja, ela extrai e separa as características de maior relevância do sinal, que vem da importância de se obter as redundâncias para o uso do CS. Porém nada impede o uso da DCT, FFT ou de outra transformação qualquer. A escolha da PCA foi arbitrária, porém testes também foram feitos com a própria DCT como esparsificante.

É também importante relembrar que são considerados três tipos diferentes de matrizes de medidas (M) nas simulações com CS. Elas são comparadas e apenas um método é escolhido para comparação e avaliação geral dos resultados com relação ao CS e as outras técnicas. A matriz de medidas (M) escolhida para o CS foi a de valores 0 e 1 distribuídos aleatoriamente (CS-10). Nessa opção criou-se uma matriz de valores 0 e 1 aleatórios distribuídos em probabilidades iguais, conforme proposto em [10]. O CS-10 tem a vantagem de fazer com que o hardware fique mais simples, pois só terá que gerar somas de potenciais medidos. O CS-11 é outra possibilidade estudada, com o hardware gerando -1 e 1, porém um pouco mais custoso que o CS-10, pois agora envolve a operação de subtração também. E por último foi utilizado o CS-10, que é uma distribuição Gaussiana de média 0 e variância 1. O CS-100 atende em geral à RIP, mas que resulta num processo mais complexo de obtenção das medidas lineares. Esses 100 testes são melhor explicados na Seção 100.

O algoritmo para obtenção do vetor de saída do *hardware* (b) pode ser descrito sucintamente pelos itens abaixo:

• Carrega-se o sinal de EEG, que é dividido em sinais menores de tamanho 10 segundos de duração cada (janelamento);

- Dividem-se os sinais em 70% para treinamento e 30% de validação;
- Faz-se a PCA na matriz de sinais de treinamento para ser a esparsificante;
- Escolhe-se quantas vezes vai ser realizada a reconstrução (foi escolhido reconstruir 10 sinais de validação aleatórios);
- Delimita-se o tamanho do sinal de entrada recebido do hardware ( $\ell$ ), que será como o número de coeficientes mantidos para compressão;
- Cria-se a matriz de medidas (M) de 3 diferentes formas pensadas, simulando a saída do hardware;
- Aplica-se a esparsificante no sinal original;
- Descobre-se o vetor b, que seria a saída do hardware (b = M.x);

Sendo assim, com o vetor de medidas (b) disponível, aplica-se o CS – IRLS e faz-se a reconstrução do sinal. O algoritmo do CS–IRLS é mostrado no Algoritmo 3, sua programação e implementação também podem ser encontradas no artigo [62]. Esse algoritmo é dito como um processo de otimização, ou seja, as iterações buscam se aproximar de parâmetros previamente definidos que serão mostrados, e tem como dados entradas: os sinais oriundos da máquina b, a matriz esparcificante A (que no caso é o PCA da matriz de dados), o valor de p da  $l_p$  usada, o erro entre o sinal original e o reconstruído, número máximo de iterações e um coeficiente que mede o erro entre o sinal de reconstrução anterior com a atual.

Algorithm 3 Algoritmo genérico do método IRLS implementado no trabalho para reconstrução de sinais no CS com informação a priori [62].

```
\begin{array}{llll} p>0, A, b, \mu, \tau, \Phi & \rhd \text{Entradas.} \\ \text{Passo 1: } \hat{x}^{(0)} \in Q^{(0)} & \rhd \text{Inicia valores segundo as Equações 3.6 e 3.7.} \\ \text{Passo 2.1: } m:=1 & \rhd \text{Inicializa variável.} \\ \text{Passo 2.2: } Q^{(m)} & \rhd \text{Atualiza o valor seguindo as Equações 3.9 e 3.10.} \\ \text{Passo 2.3: } \hat{x}^{(m)} & \rhd \text{Calcula usando a Equação 3.11.} \\ \text{Passo 2.4: } \rhd \text{Se a Equação 3.12 satisfeita passa para Passo 3, senão volta para Passo 2.2.} \\ \text{Passo 3: } \mu:=\mu/10. & \rhd \text{Atualiza o parâmetro de regulamentação.} \\ \text{Passo 4: } \mu<10^{-8}. & \rhd \text{Se satisfeito, termina. Senão, volta para Passo 2.} \end{array}
```

A partir das entradas, o sinal  $\hat{x}^{(0)}$  e a matriz de pesos  $Q^{(0)}$  são iniciados. Para as entradas do programa foram definidos os valores:

- Valor de p da  $l_p$ : p = 0, 1;
- A = M/T, sendo M definidos por 3 diferentes casos (Seção 3.2) e T definido pela PCA;
- b = M.x, sendo M novamente (Seção 3.2) e x o sinal original;
- Φ é um parâmetro de informação a priori;
- $\Delta = 100$ , é o parâmetro que define o número de iterações máximas da otimização;
- $\mu = 10^{-8}$ , é o parâmetro de regularização;
- $\bullet \ \tau = 10^{-16},$  é a tolerância usada para definição do critério de parada.

A partir dos parâmetros de entrada é possível definir o primeiro passo da otimização, que é o valor de  $\hat{x}^{(0)}$ , dado por [62]

$$\hat{x}^{(0)} = Q^{(0)} A^T (AQ^{(0)} A^T)^{-1} b. \tag{3.6}$$

O valor de  $Q^{(0)}$  é definido por [62]

$$Q^{(0)} = diag(q_1^{(0)}, q_2^{(0)}, q_3^{(0)}, ..., q_N^{(0)}),$$
(3.7)

em que,

$$q_k^{(0)} = \begin{cases} 1, \text{ se } k \notin \Phi \\ \tau^{2-p}, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$
 (3.8)

Calculadas essas matrizes as iterações se iniciam. Na primeira iteração (m=1) calcula-se os valores de  $\hat{x}^{(1)}$  e  $Q^{(1)}$  a partir de [62]

$$Q = diag(q_1, q_2, ..., q_N)$$
(3.9)

em que,

$$q_{k} = \begin{cases} \left| \hat{x}_{k}^{(m-1)} \right|^{2-p} + \mu, \text{ se } k \notin \Phi \\ \tau^{2-p} \left| \hat{x}_{k}^{(m-1)} \right|^{2-p} + \mu, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$
(3.10)

e,

$$\hat{x}^{(m)} = Q^{(m)} A^T (AQ^{(m)} A^T)^{-1} b. \tag{3.11}$$

Os valores calculados nas Equações 3.9, 3.10 e 3.11 são testados e se a condição [62]

$$\frac{\|\hat{x}^{(m)} - \hat{x}^{(m-1)}\|}{1 + \|\hat{x}^{(m-1)}\|} < \frac{\sqrt{\mu}}{100}.$$
(3.12)

da Equação 3.12 for satisfeita, o algoritmo vai para o Passo 3. Senão, o programa volta para o Passo 2.2 e segue as iterações até que os valores convirjam (m = m + 1).

Se satisfeita, no Passo 3 ele é atualizado dividindo-o por 10 para conversão e um novo teste é feito para saber se ele é baixo o suficiente como definido ( $\mu < 10^{-18}$ ). Por fim, com o sinal reconstruído, calculam-se os valores de SNR (dB), CF, PRD1, tempos de execução.

### 3.4.6 Quantização e Codificação

A etapa de quantização foi baseada no algoritmo em [15], que permite a forma vetorial e a escalar [52, 82]. É empregado, basicamente, verificar uma proporção baseada no número de valores da quantização amostra por amostra [83, 82, 6, 8] como é mostrada no Algoritmo 4 e na teoria da Seção 2.8.1. A aplicação exemplo em questão é uma compressão por DCT dada num sinal aleatório de ECG por meio da técnica denominada "Amplitude Thresholding" e codificação RLE [15].

### Algorithm 4 Algoritmo genérico de quantização escalar de 16 bits utilizado [15].

Passo 1:  $\max_{\hat{x}} = \max(y)$ ;  $\Rightarrow$  Amplitude máxima do sinal transformado. Passo 2:  $\min_{\hat{x}} = \min(y)$ ;  $\Rightarrow$  Amplitude mínima do sinal transformado. Passo 3:  $\hat{x}_Q = \operatorname{round}(-1 + 2^{16}) \cdot \frac{y - \min_{\hat{x}} \hat{x}}{\max_{\hat{x}} - \min_{\hat{x}} \hat{x}}$ ;  $\Rightarrow$  Sinal transformado quantizado.

A codificação foi dada por um codificador sem perdas do tipo codificação RLE, que é mostrado no Passo 3 do Algoritmo 5, como é feito também em [15, 83]. Porém dessa vez é usada a ideia de uma função encontrada em [29]. Essa codificação é classificada como sem perdas, independentemente do tipo de informação. Ele é usado quando o sinal apresenta uma longa sequência de valores repetidos, como é o caso, e por isso esse modelo foi escolhido para a implementação. A sequência de valores é substituída pelo valor em questão seguido pela sua quantidade. Essa codificação é bem simples e usa apenas representações textuais [52, 94, 6].

Algorithm 5 Algoritmo genérico de codificação/decodificação de entropia RLE [29].

function data = rle(x)▶ Define a função. Passo 1: if iscell(x) $\triangleright$  Se 1 -> Passo 2. Senão -> Passo 3. Passo 2: %Decoding ▷ Decodificador. Passo 2.1:  $i = \text{cumsum}([1 \text{ x}\{2\}]); j = \text{zeros}(1, i(\text{end})-1); \triangleright \text{Extraí e organiza dados que})$ estavam repetidos e codificados. Passo 2.2: j(i(1:end-1)) = 1;▷ Compõe vetor com amplitude e número de repetições. Passo 2.3: data =  $x\{1\}(cumsum(j))$ ; ▶ Grava valor decodificado numa variável. Passo 3: else %Encoding. ▶ Codificador. Passo 3.1: if size(x,1) > size(x,2), x = x'; end ⊳ Se x é vetor coluna, transpõe. Passo 3.2: i = [find(x(1:end-1))] = x(2:end) | length(x) | Procura amplitudes repetidas.Passo 3.3: data2 = diff([0 i]);▶ Grava valor das ocorrências do sinal codificado. Passo 3.4: data1 = x(i); end ▶ Grava amplitudes do sinal codificado.

Após a codificação é feita a medida do CF levando em consideração a Equação 3.3. Então acontece o processo de decodificação mostrado no Passo 2 do Algoritmo 5.

E finalmente o processo é concluído com a quantização reversa, onde o sinal reconstruído é obtido, permitindo se fazer as últimas medidas comparativas entre o resultado e o sinal original. A quantização reversa é calculada por

$$\hat{x}_R = (\hat{x}_Q + min_{\hat{x}}) \cdot \frac{(\max_{\hat{x}} - min_{\hat{x}})}{(-1 + 2^{16})}, \tag{3.13}$$

em que  $\hat{x}_R$  é o sinal reconstruído,  $\hat{x}_Q$  é o sinal reconstruído quantizado, max  $_{\hat{x}}$  é a amplitude máxima do sinal original e  $min_{\hat{x}}$  é a amplitude mínima. As métricas de SNR em dB, CF e PRD1 mencionadas são mostradas nas Equações 3.2, 3.3 e 3.5, respectivamente.

### 3.5 Avaliação experimental do sistema

## 3.5.1 Relação sinal-ruído (SNR) em função da porcentagem de coeficientes mantidos (%)

Para avaliar os métodos foi gerado um gráfico entre ganho SNR do sinal original e o reconstruído e a relação entre a porcentagem de coeficientes usados na reconstrução. Portanto, foi comparado o quanto do sinal foi usado pelo resultado da qualidade da reconstrução em SNR (dB). Isso foi feito para todas as técnicas e suas famílias, e foram escolhidas algumas composições de resultados para serem apresentados no gráfico. Uma primeira composição considera os melhores em cada família de wavelets, PCA, ICA, DCT e CS. No primeiro banco de dados (SHHS Polysomnography – que é menor do que o segundo) foram feitos testes em todos os sinais contidos e 100 vezes nos casos do CS. Já no segundo banco de sinais (CHB-MIT Scalp EEG) foram realizados testes em 100 sinais de cada técnica ao todo e em 10 sinais nos casos com CS. As Tabelas 3.5 e 3.6 mostram os números de sinais dos banco e a quantidade de como foram feitos os testes com cada técnica.

Tabela 3.5. Número de sinais disponíveis em cada um dos bancos de dados.

SHHS Polysomnography		CHB-MIT Scalp EEG	
Sinais de treinamento	2268	Sinais de treinamento	4830
Sinais de validação	972	Sinais de validação	2070
Sinais totais	3240	Sinais totais	6900
Tamanho de cada sinal	1250	Tamanho de cada sinal	2560

Tabela 3.6. Número de sinais testados para cada um dos bancos de dados.

SHHS Polysomnography		CHB-MIT Scalp EEG	
PCA	3240	PCA	100
ICA	3240	ICA	100
DCT	3240	DCT	100
Wavelets	3240	Wavelets	100
CS	100	CS	10

Já a comparação foi feita seguindo em geral os seguintes passos:

• Carrega-se o sinal em questão;

- Divide-se o sinal em 70% para treinamento e 30% de validação;
- Carrega-se a matriz de transformação equivalente;
- Aplica-se a transformada nos sinais;
- Quantiza e codifica quando aplicável;
- São reconstruídos os sinais variando N do início ao fim de cada sinal (número de coeficientes);
- São observadas as curvas de SNR em função do número de coeficientes.

Além disso, por meio dos resultados obtidos, um exemplo num sinal aleatório proveniente das reconstruções do CHB-MIT Scalp EEG será mostrado (original, transformado e reconstruído). Para essa simulação foi escolhido a DCT pela velocidade e simplicidade do algoritmo. O sinal reconstruído leva em conta 30% dos coeficientes do sinal transformado apenas (N=768).

Finalmente, foram analisados para todas as técnicas, todos os valores de SNR, quando os sinais foram reconstruídos com 25%, 50%, 75% e 90% de seu tamanho original para que seja montada uma tabela comparativa entre as técnicas. Para isso bastou extrair os valores dos gráficos já montados, levando-se em conta os resultados com dados das matrizes de validação.

## 3.5.2 Relação sinal-ruído (SNR) em função do fator de compressão (CF)

Nesses testes a quantidade de sinais experimentados continuou a mesma das Tabelas 3.5 e 3.6. Salvo que desta vez as medidas foram feitas apenas para o segundo banco de sinais (CHB-MIT Scalp EEG). A escolha de se ter a analise completa apenas para o banco CHB-MIT Scalp EEG é dada como uma segunda parte do trabalho, o banco de dados em questão é mais utilizado universalmente para análises de EEG, facilitando a comparação dos resultados obtidos mais objetivamente [49, 23, 22, 68, 67]. As medidas de SNR em dB são dadas pela Equação 3.2 e o CF é dado pela Equação 3.3 já apresentadas. Nos resultados os gráficos terão eixo horizontal correspondendo ao fator de compressão e o eixo vertical ao SNR em dB.

### 3.5.3 Diferença percentual residual (PRD1) em função do fator de compressão (CF)

O PRD1 e o CF também são calculados apenas para o segundo banco de dados (CHB-MIT Scalp EEG), com a mesma justificativa, a vasta disponibilidade de artigos que utilizam esses sinais para fazer comparações [49, 23, 22, 68, 67]. A quantidade de sinais testados segue nas Tabelas 3.5 e 3.6. No eixo vertical dos gráficos ficam o PRD1 definido na Equação 3.5 e no eixo horizontal fica o fator de compressão definido na Equação 3.3.

## 3.5.4 Tempos de execução em segundos em função da porcentagem de coeficientes mantidos (%)

Por último foram medidos os tempos médios dos laços principais dos processos no segundo banco (CHB-MIT Scalp EEG). O primeiro conjunto de tempos diz respeito à simulação da matriz transformada (T), presentes nos processos do PCA, ICA e DCT, considerando o banco de sinais completo. Nas wavelets os tempos são referentes ao sinal processado pelo banco de filtros de decomposição, que é o primeiro passo da compressão. Finalmente, nos casos de CS, os tempos são relacionados à simulação do vetor de saída do hardware b.

O segundo conjunto de tempos se refere para todos os casos à execução da reconstrução em si. Na PCA, ICA e DCT são reconstruções por transformada inversa, nas wavelets é dado pela etapa de síntese e no CS dado pelo algoritmo do IRLS. Todos os dados de tempos mensurados são reunidos e comparados em tabelas.

Vale lembrar que existe diferenças de implementações, das quais para a DCT e as wavelets as funções utilizadas foram as do próprio MatLab, levando vantagem de tempo comparadas as funções implementadas externamente das outras técnicas. Mesmo assim, viu-se necessário, por boas práticas, calcular todos os tempos que o programas demoravam para executar.

### 4 Resultados e Discussões

# 4.1 Comparação do desempenho dos métodos compressão em função do número de bits

A Figura 4.1 mostra o gráfico obtido da relação sinal-ruído em função do porcentual de coeficientes mantidos na representação transformada (0 a 100%), para diferentes números de valores  $(N_q)$  de quantização e considerando a compressão baseada na DCT.

Observe que, para os 3 casos considerados ( $N_q = 8$  bits,  $N_q = 12$  bits e  $N_q = 16$  bits), a relação sinal-ruído aumenta com o percentual de coeficientes mantidos. Isso era esperado, porque para cada coeficiente eliminado no processo de compressão há uma perda associada à energia desse coeficiente, embora essa perda seja reduzida pela escolha dos coeficientes de menor magnitude para o processo de eliminação. Para a curva de 16 bits de quantização observa-se um melhor compromisso de qualidade de compressão, pois para esse caso o sinal preserva mais detalhes, seguido pelo de 12 bits e por último o que tem menor nível de detalhamento (8 bits). Considerando-se a reconstrução por DCT, por exemplo com 75% de coeficientes mantidos, a quantização de 16 bits resultou 38, 1 dB, a de 12 bits 37,8 dB e a de 8 bits 29,6 dB. Alguns valores dessa configuração são apresentados na Tabela 4.1.

Por outro lado, observa-se que a diferença entre as 3 curvas nas Figuras 4.2 e 4.3 é pequena. Considerando-se a reconstrução por DCT, por exemplo em 75% de CF, a quantização de 16 bits resultou 16, 5 dB, a de 12 bits também com 16, 5 dB e a de 8 bits um valor próximo de 16, 3 dB. Alguns valores dessa configuração são apresentados na Tabela 4.2. É possível ainda ressaltar que na Figura 4.3 as curvas estão praticamente sobrepostas, fazendo com que fique difícil até mesmo a diferenciação devido a semelhança dos resultados. A pequena diferença entre os valores pode ser vista na Tabela 4.3.

Essa pequena diferença entre os resultados acontece pois agora é considerado qualidade de compressão (SNR e PRD1) por porcentagem de compressão em bits. Portanto, a quantização de 16 bits reconstruir melhor é compensado negativamente pelo fato dele ocupar mais memória em bits por amostra. Isso acontece para todos os três casos. A quantização de 12 bits por amostra tem uma qualidade de compressão intermediária e um tamanho de sinal

**Tabela 4.1.** Valores de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente à SNR e ao número de coeficientes utilizados.

	SNR em dB				
Tipo de reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.	
DCT-16	19,5	27,8	38,1	50,3	
DCT-12	19,5	27,7	37,8	48,1	
DCT-8	18,8	25,1	29,6	31,2	

em bits também intermediário. E por último os sinais quantizados em 8 bits por amostra são menores, porém têm as piores qualidades de reconstrução, pois são os que perdem mais informação escalar por coeficiente quantizado.

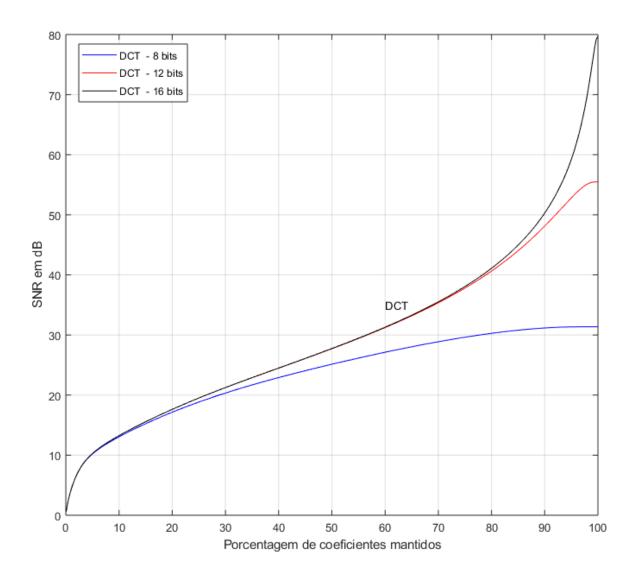
Pode-se concluir, que existe pouca diferença no uso de diferentes resoluções na quantização para esses casos em específico. Mesmo assim, é possível dizer que a resolução de 16 bits apresentou melhores resultados em todas as comparações. Visto isso, para o restante dos testes todos foi escolhido utilizar apenas a resolução de 16 bits. Para verificar o número de bits do sinal comprimido (Cs), simplesmente se multiplica o número de amostras do sinal comprimido pelo peso de cada amostra na quantização, que no caso é 16 bits.

**Tabela 4.2.** Valores de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente à SNR e ao CF.

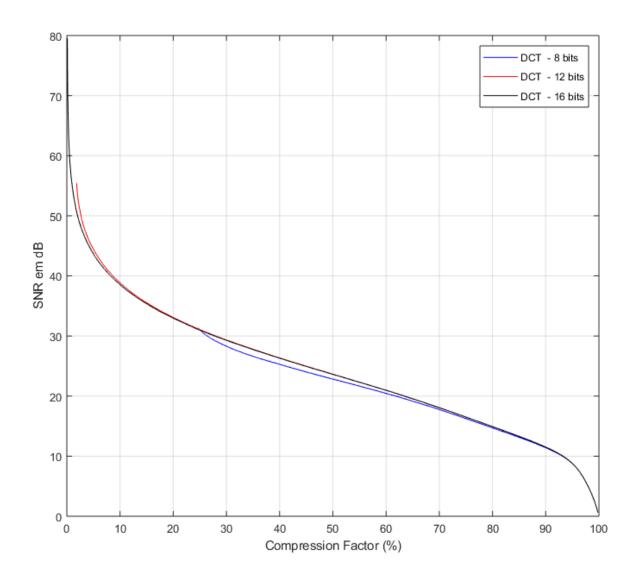
	SNR em dB			
Tipo de reconstrução	25% de CF	50% de CF	75% de CF	90% de CF
DCT-16	31,1	23,6	16,5	11,5
DCT-12	31,0	23,6	16,5	11,5
DCT-8	31,0	22,8	16,3	11,4

**Tabela 4.3.** Valores de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente à PRD1 e ao CF.

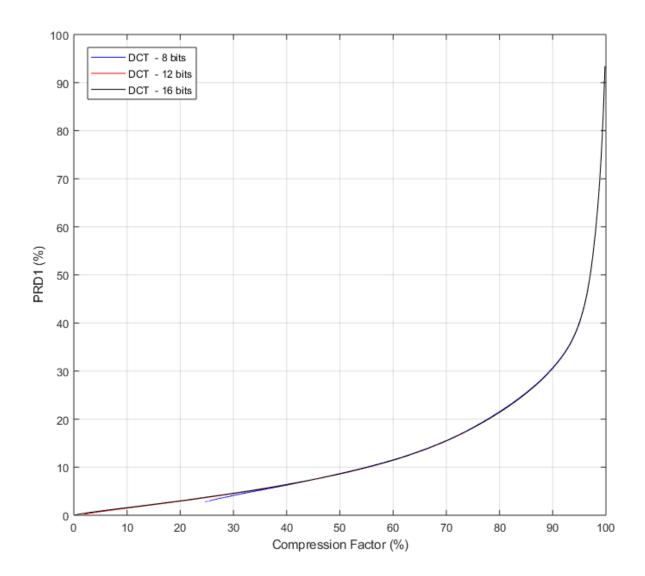
	PRD1 (%) com			
Tipo de reconstrução	25% de CF	50% de CF	75% de CF	90% de CF
DCT-16	3,8	8,6	18,3	30,7
DCT-12	3,7	8,6	18,2	30,6
DCT-8	2,9	8,7	18,2	30,6



**Figura 4.1.** Comparação das curvas de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando diferentes tamanhos de quantização – 8, 12 e 16 bits – referente à SNR e ao número de coeficientes utilizados.



**Figura 4.2.** Comparação das curvas de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando diferentes tamanhos de quantização -8, 12 e 16 bits - referente à SNR e ao CF.



**Figura 4.3.** Comparação das curvas de compressão por DCT em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando diferentes tamanhos de quantização -8, 12 e 16 bits - referente à PRD1 e ao CF.

# 4.2 Escolha da matriz de medidas (M) para o *Compressive* Sensing

### 4.2.1 Banco de dados 1 – Polissonografia - SHHS Polysomnography Database

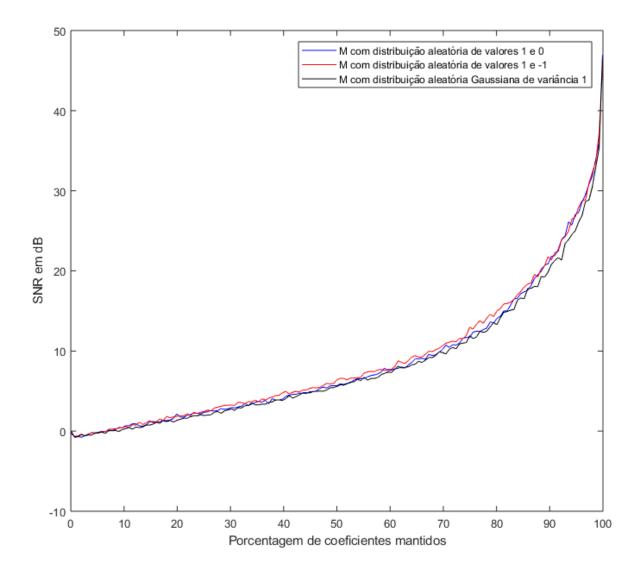
Na Figura 4.4 e na Tabela 4.4 é possível ver valores de SNR para 3 casos de configurações em CS. Os processos diferem com relação as matrizes de medidas (M) usadas (CS-10, CS-11 e CS-G). Para a escolha da matriz foram considerados cálculos de SNR em dB por porcentagem de coeficientes mantidos em reconstruções dos 3 tipos em CS. É possível verificar que os valores ficaram próximos para as 3 composições, assim como em suas curvas. Já que os valores foram próximos foi escolhido usar a menos custosa entre elas, justificando um possível uso do CS para compressão. Essa opção é a matriz M composta de valores de 0 e 1 distribuídos aleatoriamente com uma mesma probabilidade (CS-10) [10].

Pode ser observado na Figura 4.4 que o caso em vermelho (CS-11), em geral, é o de maior valor de SNR, seguido pela curva em azul (CS-10) e depois pela curva em preto (CS-G). Mas é possível dizer também que as curvas apresentam um comportamento de certo modo análogo, apresentando crescimento característico parecido entre as funções. Isso pode ser observado com uma diferença de no máximo 1,7 dB entre os resultados mostrados na Tabela 4.4. O fato de que as 3 matrizes de medidas (M) resultaram em comportamentos semelhantes em termos de SNR sugere que, para a transformada esparsificante T em questão (PCA), as 3 matrizes  $MT^{-1}$  resultantes satisfizeram a RIP com intensidades parecidas (o que significa dizer com a mesma tolerância  $\epsilon$ ). Essa análise justifica a escolha do CS-10 (curva azul), pois apesar de não ser a melhor curva, apresenta resultados próximos da curva em vermelho (CS-11) e o CS-10 é a composição que apresenta o menor custo computacional, onde só se leva em consideração somas na aquisição.

A Figura 4.4 também apresenta alguns valores de SNR negativos. No gráfico isso acontece quando se tem poucos coeficientes para reconstrução e provavelmente indica que esses coeficientes utilizados não foram suficientes para reconstruir o sinal original.

**Tabela 4.4.** Valores em diferentes pontos para comparação das curvas de compressão por CS em um sinal de EEG utilizando diferentes tipos de matrizes de medidas.

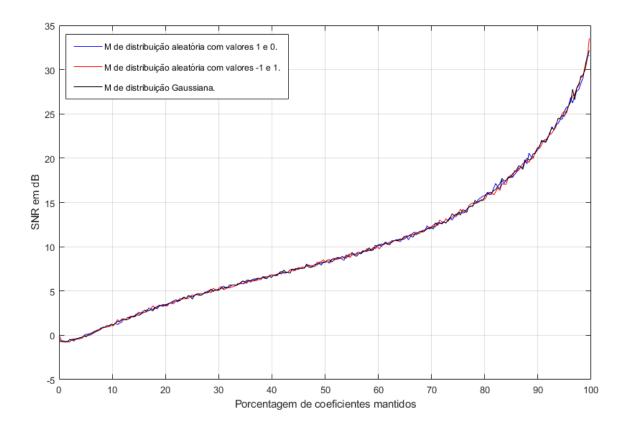
Valor do SNR (dB)					
M	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.	
CS-10	$^{2,2}$	5,7	11,7	20,9	
CS-11	$^{2,4}$	6,4	13,0	21,8	
CS-G	2,1	5,6	11,9	19,9	



**Figura 4.4.** Comparação das curvas de compressão por CS em um sinal de EEG utilizando diferentes tipos de matrizes de medidas.

### 4.2.2 Banco de dados 2 – CHB-MIT Scalp EEG

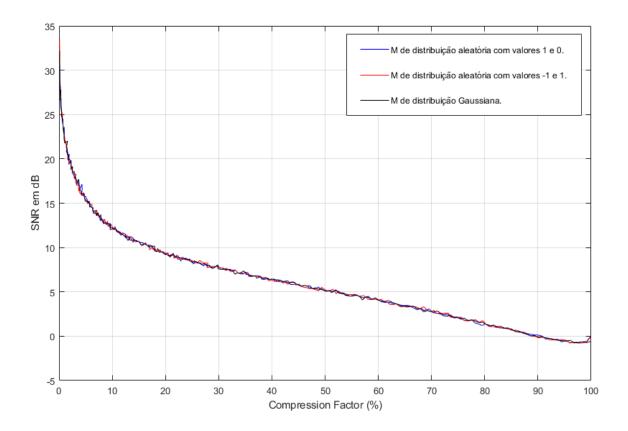
O mesmo acontecido no primeiro banco de dados foi observado nesta parte do estudo. As Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 mostram que a variação de desempenho para os 3 matrizes de medidas é muito pequena, permitindo o uso de qualquer uma das três com pouco prejuízo de qualidade. A Figura 4.5 mostra valores de SNR em dB para diferentes porcentagens de coeficientes mantidos numa reconstrução.



**Figura 4.5.** Comparação das curvas de compressão por CS em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando diferentes tipos de matrizes de medidas da relação de SNR e porcentagem de coeficientes utilizados.

A Figura 4.6 mostra um gráfico de SNR em dB pelo fator de compressão obtido.

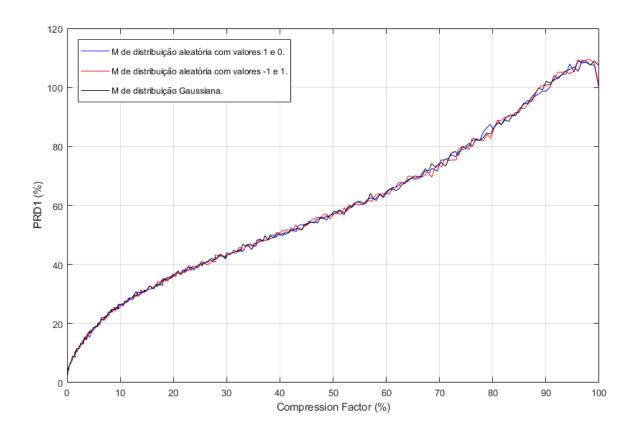
E a Figura 4.7 mostra um gráfico de PRD1 com relação ao fator de compressão obtido. Ou seja, uma medida de qualidade de compressão em bits por uma métrica de taxa de compressão em bits. Novamente apareceram no início do gráfico da Figura 4.5 alguns valores negativos, devido a reconstrução não ter sido bem sucedida, pois o número de coeficientes não foram



**Figura 4.6.** Comparação das curvas de compressão por CS em sinais do CHB-MIT Scalp EEG mostrados através da relação de SNR em dB da reconstrução e o CF.

suficientes para dar a informação do sinal original. Esse resultado é refletido no final do gráfico das Figuras 4.6 e 4.7, dos quais a compressão é grande e a informação também não é suficiente para uma reconstrução de mínima qualidade (SNR negativo e PRD1 maior que 100%).

Finalmente a Tabela 4.5 mostra o quão próximos os desempenhos foram com valores absolutos de SNR em dB para 4 ocasiões de coeficientes mantidos para reconstrução. Na Tabela 4.5 é possível observar um melhor desempenho do CS-10, comparados aos outros dois, que se revezam um com o outro na segunda posição.



**Figura 4.7.** Comparação das curvas de compressão por CS em sinais do CHB-MIT Scalp EEG da relação PRD1 e CF.

**Tabela 4.5.** Valores em diferentes pontos para comparação das curvas de compressão por CS em sinais do CHB-MIT Scalp EEG utilizando diferentes tipos de matrizes de medidas.

Valor do SNR (dB)					
M	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.	
CS-10	$4,\!5$	8,3	13,6	20,9	
CS-11	4,2	8,1	13,6	20,6	
CS-G	4,4	8,2	13,4	20,4	

### 4.3 Avaliação experimental do sistema

## 4.3.1 Relação sinal-ruído (SNR) em função da porcentagem de coeficientes mantidos (%)

#### Banco de dados 1 – Polissonografia - SHHS Polysomnography Database

A Tabela 4.6 apresenta os valores médios de relação sinal-ruído (SNR) obtidos pela reconstrução das janelas de EEG usando 25%, 50%, 75% e 90% dos coeficientes de cada sinal. Observe que 50% dos sinais, os métodos da DCT e PCA permitem reconstruções com SNR acima dos 20 dB, os maiores encontrados com os métodos testados. Já a Figura 4.8 apresenta as curvas de (SNR) dos métodos testados em função da porcentagem de coeficientes utilizados na representação transformada. Em geral, quanto maior a porcentagem de coeficientes utilizados melhor a qualidade de reconstrução.

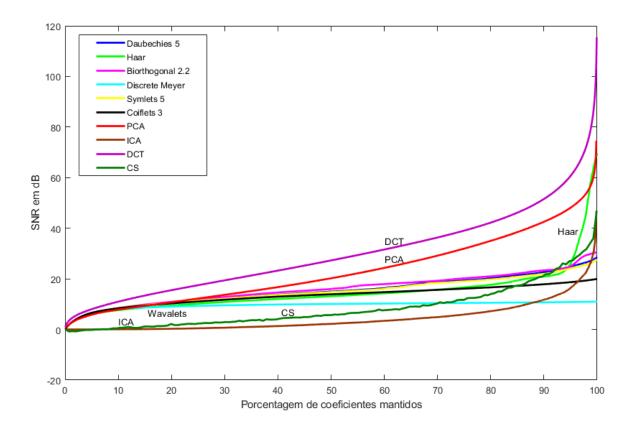


Figura 4.8. Comparação das curvas de técnicas de compressão em um sinal de EEG.

**Tabela 4.6.** Valores de SNR dos métodos para uma reconstrução com 25%, 50%, 75% e 90% dos coeficientes mantidos.

	Valor de SNR (dB)				
Reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.	
CS-10	2,3	5,7	11,7	21,8	
DCT	17,5	27,3	39,0	51,6	
PCA	12,2	20,2	32,0	42,6	
ICA	0,5	$^{2,2}$	5,9	11,8	
Biortog. 2.2	11,9	16,0	20,2	23,4	
Biortog. 4.4	11,6	15,0	17,8	20,2	
Biortog. 5.3	1,5	1,6	1,7	1,8	
Biortog. 5.5	11,2	14,0	16,7	19,0	
Biortog. 6.8	11,4	14,3	16,3	17,8	
Biortog. 9.7	1,4	1,5	1,6	1,7	
Coiflets 3	11,0	13,9	16,2	17,9	
Coiflets 5	10,6	12,8	$14,\!4$	15,7	
Daubechies 2	11,2	14,6	16,2	23,4	
Daubechies 3	11,5	15,1	17,8	23,8	
Daubechies 4	11,4	15,0	16,6	22,9	
Daubechies 5	11,4	15,0	19,4	22,6	
Daubechies 6	11,3	14,6	17,7	20,3	
Daubechies 8	11,1	14,1	16,6	18,8	
Daubechies 9	11,0	13,8	16,1	18,1	
Dmey	9,3	10,1	10,5	10,7	
Haar	10,2	13,1	16,7	20,9	
Symlets 5	11,2	14,8	19,0	22,0	
Symlets 7	11,4	$14,\!5$	18,1	$20,\!4$	
Symlets 8	11,1	14,0	17,2	19,5	

Como visto a DCT e a PCA se mostraram os métodos mais eficientes, seguido da maioria das wavelets, posteriormente o CS, a ICA e as transformadas de ondas biortogonais de tipo 5.3 e 6.8. O uso da DCT conseguiu comprimir uma amostra com 25% do número de coeficientes do sinal original com até 17,5 dB. Já a ICA pode ter sido inferior pelos parâmetros de otimização utilizados na transformação da função. Posteriormente, se necessário, esses valores podem ser estudados e ajustados para se verificar uma melhor resposta nesta aplicação, porém isso requer um maior grau de investigação. Outro fator para o mal desempenho da ICA é que a matriz de dados apresenta possivelmente poucos exemplos para esse tipo de treinamento, não sendo suficientes para se extrair as características de reconstrução. Já o

bom desempenho da PCA pode ser explicado pelo fato de ter uma solução dada em forma fechada, ou seja, não depende de um processo de otimização (iterativo como na ICA). A DCT, por sua vez, independe de um treinamento, por utilizar funções de base fixas.

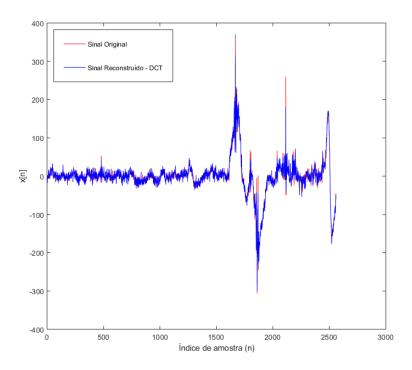
Porém vale ressaltar que o CS apesar de ter tido desempenho abaixo do melhor desempenho encontrado (o da DCT) apresentou uma curva de crescimento semelhante, e ainda tem suas vantagens na fase da aquisição. Ele já recebe o sinal comprimido, em menos coeficientes  $(\ell)$  e fica menos custoso computacionalmente na aquisição, não necessitando de fases onerosas como da transformada a cada sinal. Além do fato de ser possível utilizar uma matriz de medidas simples como a escolhida na Seção 4.2 que viabiliza mais ainda o hardware.

Outro fato interessante é que talvez pelo EEG ser um tipo de sinal biopotencial, como os sinais de ECG e EMG, alguns resultados foram semelhantes, em termos de comportamento relativo entre as representações, a outros estudos. Por exemplo, em [18] as famílias de wavelets tiveram um ordenamento semelhante de desempenho ao aqui observados, embora os valores de SNR tenham sido maiores no caso dos sinais de ECG em [18].

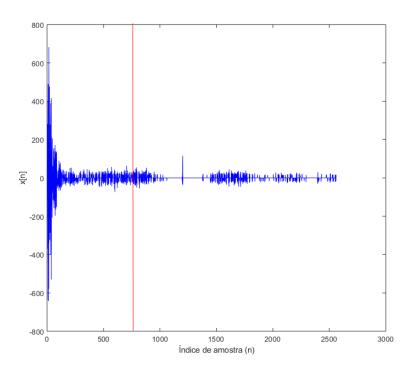
É possível ainda observar uma leve vantagem das wavelets biortogonais em comparação com as outras famílias (exceto as voltadas para JPEG2000 [83] que não tiveram aqui bom desempenho). Essa pequena diferença é discutida em [94], considerando diversas vantagens e desvantagens. Um fator de vantagem, por exemplo, é o fato de filtros ortonormais não terem fases lineares (salvo filtros "two-tap") [94]. Malvar também identificou e discutiu algumas vantagens da linearidade em aplicações com imagens e codificação em [54]. O mal resultado das wavelets biortogonais 5.3 e 9.7 pode ser explicado pelo fato de que as biortogonais enfatizam filtros de fase linear, mais apropriadas para manutenção da fase nas versões filtradas do que para a ortogonalidade. A fase linear provê melhor desempenho para imagens, mas empiricamente não se mostrou a melhor opção para o EEG [54, 55].

#### Banco de dados 2 – CHB-MIT Scalp EEG

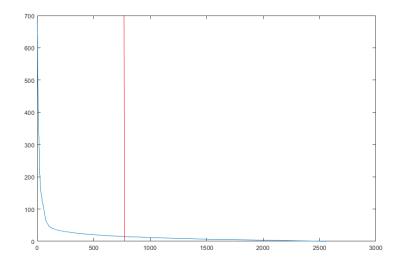
As Figuras 4.9, 4.10 e 4.11 mostram um exemplo de sinal do CHB-MIT Scalp EEG que passou pelo processo completo de reconstrução pela DCT, incluindo os processos de quantização e codificação direta e inversa. O sinal em questão foi reconstruído com 30% dos coeficientes da transformada DCT ordenada. O processo resultou em 17,55 dB de SNR, 13,25% de PRD1 e 56,91% de CF. A Figura 4.9 mostra os dois sinais sobrepostos, o original e o reconstruído. Já a Figura 4.10 mostra o sinal original transformado pela DCT com a marcação em vermelho em 30% dos coeficientes. Finalmente, a Figura 4.11 mostra o módulo do sinal transformado ordenado em sua forma decrescente de energia, com a marcação em vermelho mostrando a manutenção de 30% dos coeficientes mais significantes.



**Figura 4.9.** Comparação do sinal com sua reconstrução por DCT no CHB-MIT Scalp EEG-30% do coeficientes usados.

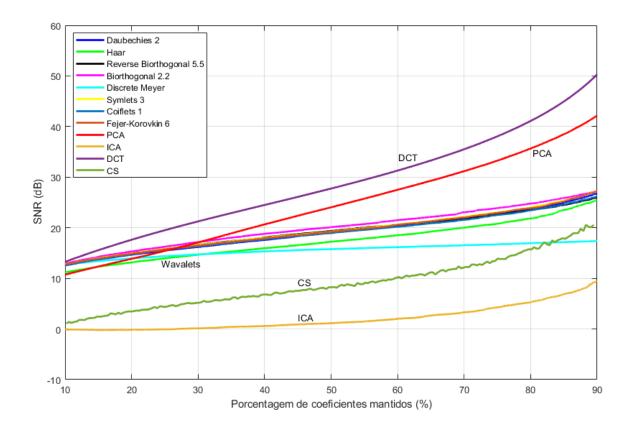


**Figura 4.10.** Sinal transformado – DCT em um sinal do CHB-MIT Scalp EEG com marcação em 30% do coeficientes.



**Figura 4.11.** Módulo do sinal transformado ordenado de forma decrescente – DCT em um sinal do CHB-MIT Scalp EEG com marcação em 30% do coeficientes.

A Figura 4.12 sintetiza algumas observações acerca das principais técnicas utilizadas para o segundo banco de sinais (CHB-MIT Scalp EEG). A comparação ilustra que a DCT e PCA continuam tendo melhores resultados, seguidos pelas wavelets, CS e ICA. O gráfico em questão relaciona a qualidade da reconstrução em SNR com a porcentagem de coeficientes usados.



**Figura 4.12.** Comparação das curvas de compressão das principais técnicas em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.

A Tabela 4.7 explicita alguns valores de SNR em dB para certas técnicas. As tabelas têm o intuito de deixar mais explícita a diferença numérica entre as técnicas. É possível observar que a lógica do banco de testes 1 foi mantida, porém com valores ainda maiores. Isso pode ser explicado talvez pela melhor qualidade dos sinais deste banco em questão (CHB-MIT Scalp EEG). De fato os sinais estão mais bem definidos, com maior taxa de amostragem e visualmente menos ruidosos.

As Tabelas 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13 mostram vários tipos de famílias. Sendo que

**Tabela 4.7.** Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos do CS, DCT, PCA, ICA, Haar e Dmey.

	Valor do SNR (dB)				
Reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.	
CS-10	4,5	8,3	13,6	20,9	
DCT	19,5	27,8	38,1	50,3	
PCA	15,4	24,0	33,3	42,2	
ICA	0,1	1,1	4,3	9,4	
Haar	14,0	17,2	20,8	25,5	
Dmey	14,4	15,8	16,7	17,4	

em geral as biortogonais mantêm melhor resultados quando comparadas a outras famílias de wavelets. Apesar que todas elas tendem a ter um resultado mediano muito próximo entre si.

As Figuras 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18 são para enfatizar visualmente as tendências e semelhanças entre as famílias. Cada uma delas concentra uma família de wavelet e seus tipos. É possível ver mais gráficos como esses no Apêndice A. Lá foram colocados mais exemplos e é possível ver todas as funções de wavelets testadas e presentes nas tabelas. São mostrados mais biortogonais nas Figuras A.1 e A.2, Daubechies em A.3, biortogonais reversas em A.4 e A.5, e Symlets em A.6.

**Tabela 4.8.** Valores de SNR em dB em casos de porcentagens de coeficientes mantidos da reconstrução com wavelets biortogonais.

	Valor do SNR (dB)				
Reconstrução	25% dos coef.			90% dos coef.	
Biortog. 1.1	14,0	17,2	20,8	25,5	
Biortog. 1.3	13,6	16,7	20,2	23,7	
Biortog. 1.5	13,2	16,4	19,3	22,7	
Biortog. 2.2	16,3	20,1	23,9	27,3	
Biortog. 2.4	16,2	19,8	23,3	26,6	
Biortog. 2.6	16,0	19,5	22,2	25,1	
Biortog. 2.8	15,9	19,1	21,6	24,1	
Biortog. 3.1	14,1	19,4	23,5	27,9	
Biortog. 3.3	15,3	19,4	23,1	27,1	
Biortog. 3.5	15,6	19,7	22,7	25,4	
Biortog. 3.7	15,9	19,8	22,7	25,1	
Biortog. 3.9	15,5	19,4	22,0	23,9	
Biortog. 4.4	16,0	19,5	22,8	26,1	
Biortog. 5.3	1,9	1,9	1,9	1,9	
Biortog. 5.5	15,3	18,2	21,3	24,4	
Biortog. 6.8	15,8	19,0	21,7	24,2	
Biortog. 9.7	1,7	1,7	1,7	1,7	

**Tabela 4.9.** Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos da reconstrução com wavelets coiflets.

	Valor do SNR (dB)					
Reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.		
Coiflets 1	15,6	18,9	22,5	26,2		
Coiflets 2	15,7	18,9	21,9	25,2		
Coiflets 3	15,5	18,8	21,5	24,3		
Coiflets 4	15,3	18,3	20,9	23,3		
Coiflets 5	15,2	18,1	20,5	22,4		

**Tabela 4.10.** Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos da reconstrução com *wavelets* daubechies.

	Valor do SNR (dB)					
Reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.		
Daubechies 2	15,5	19,0	22,7	26,8		
Daubechies 3	15,8	19,2	23,0	27,2		
Daubechies 4	15,9	19,4	22,9	26,4		
Daubechies 5	15,8	19,4	22,9	26,6		
Daubechies 6	15,7	19,1	22,3	25,8		
Daubechies 7	15,4	18,5	21,5	24,6		
Daubechies 8	15,5	18,8	21,8	24,8		
Daubechies 9	15,4	18,7	21,6	24,6		
Daubechies 10	15,3	18,3	21,0	23,7		

**Tabela 4.11.** Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos da reconstrução com *wavelets* fejer-korovkin.

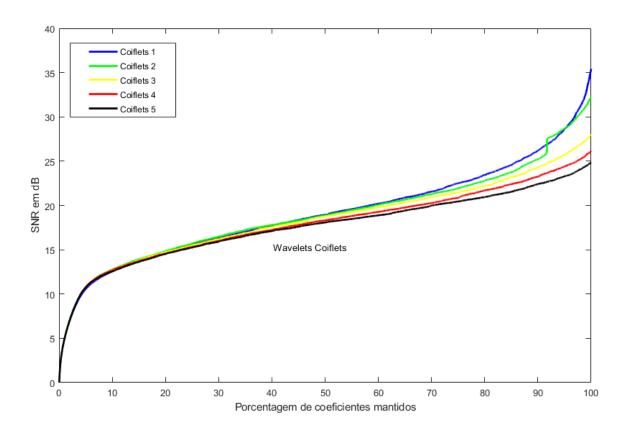
	Valor do SNR (dB)			
Reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.
Fejer-Korovkin 4	14,4	17,7	21,5	26,0
Fejer-Korovkin 6	15,7	19,2	23,0	27,2
Fejer-Korovkin 8	15,7	19,3	23,0	27,1
Fejer-Korovkin 14	15,6	18,9	22,2	25,6
Fejer-Korovkin 22	15,2	18,3	21,0	23,7

**Tabela 4.12.** Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos da reconstrução com *wavelets* biortogonais reversas.

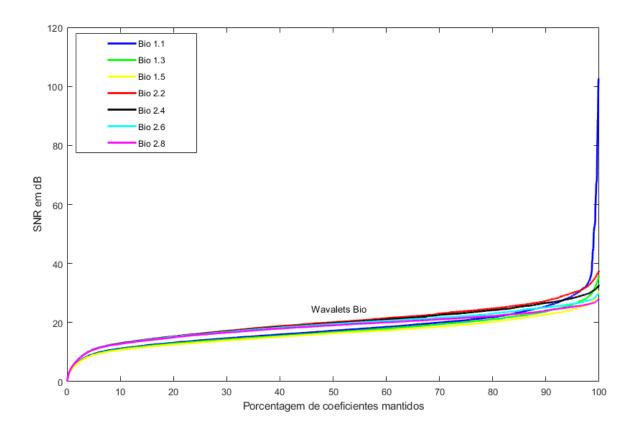
	Valor do SNR (dB)			
Reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.
Biortog. Reversa 1.1	14,0	17,2	20,8	25,5
Biortog. Reversa 1.3	15,6	19,0	22,3	25,6
Biortog. Reversa 1.5	15,5	18,7	21,7	24,7
Biortog. Reversa 2.2	13,1	16,1	19,2	22,9
Biortog. Reversa 2.4	14,3	17,2	20,3	23,8
Biortog. Reversa 2.6	14,5	17,3	20,3	23,3
Biortog. Reversa 2.8	14,4	17,0	19,8	22,6
Biortog. Reversa 3.1	0,6	3,9	7,5	11,6
Biortog. Reversa 3.3	10,0	12,6	15,9	19,5
Biortog. Reversa 3.5	11,7	14,0	16,8	20,3
Biortog. Reversa 3.7	12,4	14,6	17,4	20,5
Biortog. Reversa 3.9	12,6	15,0	17,6	20,4
Biortog. Reversa 4.4	15,2	18,6	21,9	25,2
Biortog. Reversa 5.5	15,8	19,4	22,7	26,0
Biortog. Reversa 6.8	15,3	18,3	21,0	23,5

**Tabela 4.13.** Valores de SNR em dB em 4 casos de porcentagens de coeficientes mantidos da reconstrução com *wavelets* symlets.

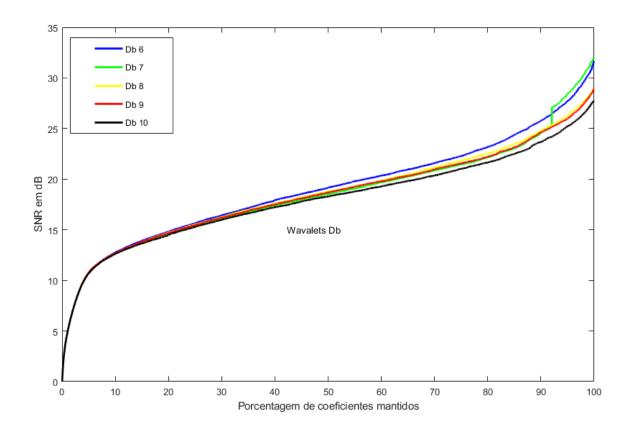
	Valor do SNR (dB)			
Reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.
Symlets 2	15,5	19,0	22,7	26,8
Symlets 3	15,8	19,2	23,0	27,2
Symlets 4	15,7	19,0	22,5	26,4
Symlets 5	15,8	19,2	22,7	26,1
Symlets 6	15,7	19,0	22,0	25,3
Symlets 7	15,8	19,0	22,1	25,0
Symlets 8	15,6	18,7	21,3	24,1
Symlets 9	15,7	18,9	21,7	24,3
Symlets 10	15,6	18,5	21,3	23,7



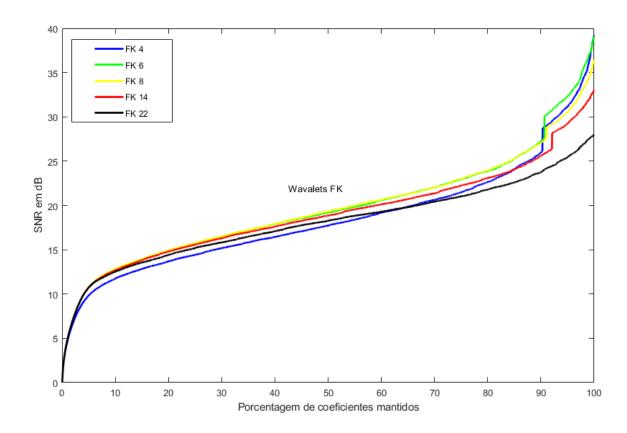
**Figura 4.13.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família Coiflets em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.



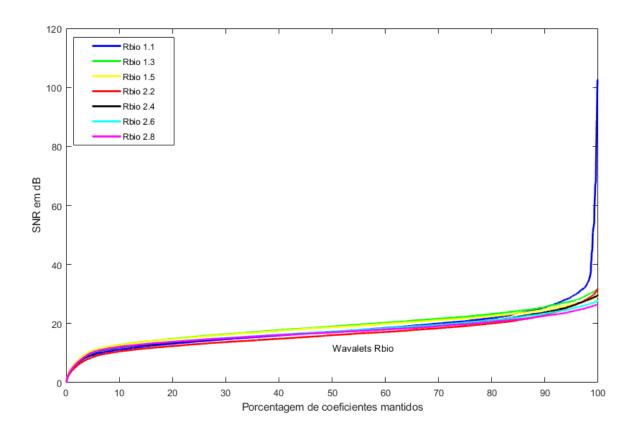
 ${\bf Figura~4.14.}~{\bf Comparação~das~curvas~de~compressão~usando~Wavelets~da~família~de~Biortogonais~1~e~2~em~sinais~do~CHB-MIT~Scalp~EEG.$ 



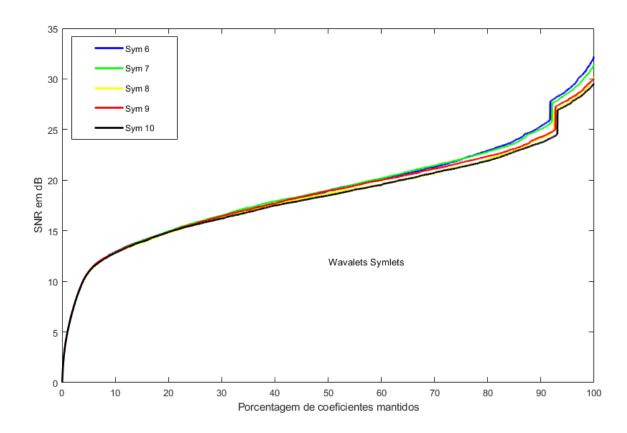
**Figura 4.15.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Daubechies de 6 a 10 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.



**Figura 4.16.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Fejer-Korovkin em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.



**Figura 4.17.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Biortogonais Reversas 1 e 2 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.



**Figura 4.18.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Symlets de 6 a 10 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.

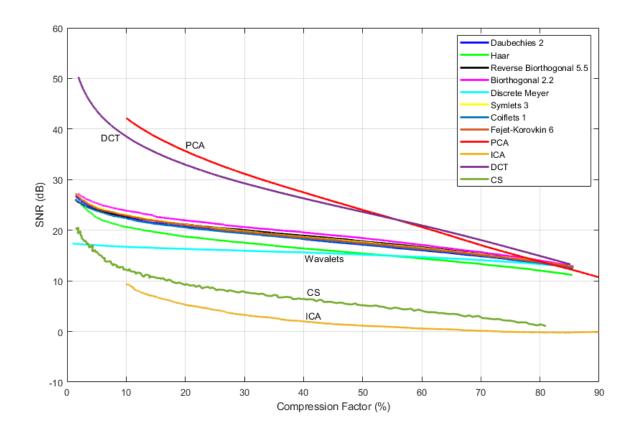
## 4.3.2 Relação sinal-ruído (SNR) em função do fator de compressão (CF)

### Banco de dados 2 – CHB-MIT Scalp EEG

A Figura 4.19 mostra o SNR em dB com relação ao fator de compressão, que é uma métrica que mede em termos da relação de bits entre o ruído do sinal reconstruído com o original e o próprio sinal original (Equação 3.3). Essa métrica é importante, pois é ela define a proporção que o sinal está sendo comprimido com relação ao original.

Por exemplo, para um sinal com fator de compressão 30%, ou seja, 30% menos bits que o original, é possível observar o ICA obtendo 3,2 dB. Esse valor é relativamente baixo e é possível afirmar que a técnica não conseguiu reconstruir adequadamente o sinal. Já o CS resultou em 7,8 dB, a wavelet biortogonal 2.2 20,6 dB, a DCT 29,3 dB e a PCA 31,2 dB.

As técnicas PCA e DCT ficaram bem próximas para todos os valores, com a PCA inclusive estando melhor que a DCT em boa parte dos valores. Esse fato é diferente do que acontece quando se é comparada apenas a porcentagem de coeficientes utilizados, pois lá a DCT se destaca mais, permanecendo maior para praticamente todos os valores. A PCA está melhor do início até por volta do valor de CF 55%, onde a DCT passa a ser melhor um pouco que a PCA.



**Figura 4.19.** Comparação das curvas de compressão das principais técnicas em sinais do CHB-MIT Scalp EEG mostrados através da relação de SNR em dB da reconstrução e o CF.

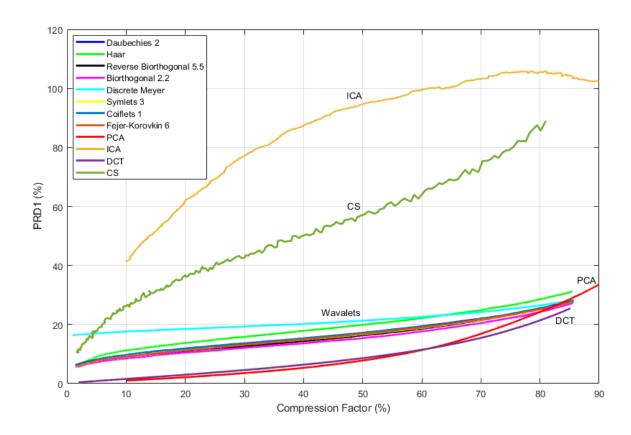
## 4.3.3 Diferença percentual residual (PRD1) em função do fator de compressão (CF)

### Banco de dados 2 – CHB-MIT Scalp EEG

A Figura 4.20 mostra o CF com relação a outra métrica, o PRD1. Essa métrica também mede qualidade de reconstrução, como o SNR faz. Porém a diferença é que essa qualidade é dada em uma relação de bits. O calculo considera a relação entre o ruído de reconstrução em bits com a sinal original também em número de bits subtraído da linha de base – sinal DC – (Equação 3.5). Quanto menor o valor do PRD1 melhor a reconstrução. Novamente o ICA não obteve resultado válido de desempenho para configuração adotada, inclusive apresentando valores acima dos 100% em alguns pontos, significando que não reconstruiu o sinal original. O CS resultou em PRDs na faixa de 4,5% a 21,0%. As wavelets ficaram próximas entre si em termos de PRD1, ficando com resultados ainda abaixo da PCA e da DCT. Já essas duas obtiveram resultados de desempenho no PRD1 parecidos, sendo os mais altos. Com 50% de CF a DCT resultou em 27,8% de PRD1, a PCA resultou em 24,0%, a wavelet biortogonal 2.2 teve 17,2%, o CS-10 com 8,3% e o ICA com 1,1%. Os resultados de compressão em EEG utilizando essas métricas em técnicas convencionais (exceto o CS) tiveram um desempenho similar aos alcançados no trabalho e podem ser encontrados para comparação por exemplo em [91, 1, 51, 23, 68, 11].

**Tabela 4.14.** Valores de PRD1 para várias porcentagens de CF para as principais técnicas

	PRD1 (%) com				
Tipo de reconstrução	25% de CF	50% de CF	75% de CF	90%de CF	
CS-10	4,5	8,3	13,6	20,9	
DCT	19,5	27,8	38,1	50,3	
PCA	15,4	24,0	33,3	42,2	
ICA	4,3	1,1	4,3	9,4	
Wavelets - Biortogonal 2.2	14,0	17,2	20,8	25,5	



**Figura 4.20.** Comparação das curvas de compressão das principais técnicas em sinais do CHB-MIT Scalp EEG da relação PRD1 e CF.

## 4.3.4 Tempos de execução em segundos em função da porcentagem de coeficientes mantidos (%)

### Banco de dados 2 – CHB-MIT Scalp EEG

O tempo de processamento necessário para cada compressão de sinal realizada foi registrado para comparação das diferentes abordagens descritas nas Seções 4.1 a 4.3.4.

A Tabela 4.15 sintetiza os tempos das principais técnicas em estudo. É possível observar que o PCA e o ICA exigem maiores tempos de processamento, devido à necessidade de avaliar matrizes de covariâncias e, no segundo caso, de realizar processos iterativos. Sendo assim, talvez mesmo com o bom desempenho, o PCA não seja viável para algumas aplicações, como no caso em que as condições de aquisição possam variar exigindo atualização das funções de base, necessitando de um novo treinamento baseado na matriz de dados. Note que se as funções de base forem mantidas (por exemplo, no uso exclusivo para sinais do mesmo tipo adquiridos em condições semelhantes) o tempo de cálculo das funções de base deixa de ser relevante.

A ICA não teve bons resultados de reconstrução e teve um alto tempo de execução. Ela exigiu 14 horas para cálculo da matriz de transformação (T) na configuração adotada. A PCA exigiu apenas 19, 23 segundos, porém foi a segunda mais demorada entre todas as técnicas (Tabela 4.16).

Todas as wavelets, independentemente dos resultados de qualidade de reconstrução, levaram por volta de 20 segundos para cada execução. A Biortogonal 2.2 foi considerada para ilustrar os resultados das wavelets na Tabela 4.15 pelo seu bom resultado nas reconstruções. Esse tempo leva em conta todo o processo, todos os bancos de filtros com quantização e codificação. Porém se considerados apenas os bancos de filtros de decomposição (síntese), o processo demora apenas de 1 a 2 segundos para cada sinal, como mostrado na Tabela 4.16.

A DCT foi a técnica que teve melhores resultados e com o menor tempo, tanto nos tempos de transformar o banco de sinais (Tabela 4.16) quanto para as reconstruções em si (Tabela 4.15). Por exemplo, para transformada levou-se apenas 0, 21 segundos em média para cada sinal, enquanto as outras técnicas demoraram de 4 vezes mais a 14 horas (ICA). Para as reconstruções foram gastos 4 segundos para reconstruir cada sinal, incluindo quantização e codificação, valor 4 vezes menor que as wavelets, por exemplo.

O CS teve um bom desempenho de tempo para obtenção da representação comprimida e por ainda ter vantagens de menor memória armazenada no *hardware* apresenta boas aplicações conforme ilustrado nas Tabelas 4.15 e 4.16. É possível ver na Tabela 4.17 que os três tipos ficaram próximos. O CS-10 e o CS-G obtiveram tempos mais parecidos, já o CS-11 foi um pouco mais demorado, como era esperado. Praticamente o mesmo acontece para a simulação de formação do vetor de medidas (b) para os três casos, mostrado na Tabela 4.18.

Outro fato a se observar é que quanto maior o número de coeficientes mantidos  $\ell$ , maior o tempo do algoritmo de otimização para reconstrução (IRLS). Esses tempos são apresentados na Tabela 4.17 para 25%, 50%, 75% e 90% dos coeficientes mantidos ( $\ell$ ) para os 3 tipos de CS empregados na pesquisa e pelos resultados é verificado que o tempo de 25% para 90% mais do que dobra. Por essa razão, o CS para aplicações com menos coeficientes não nulos passa a ser mais útil do que para um valor muito alto. Esse valor depende da aplicação, que considera o tempo de resposta do algoritmo e a qualidade da reconstrução, ambos variando com o valor de  $\ell$ .

**Tabela 4.15.** Tempos de execução das reconstruções entre as principais técnicas utilizadas.

Tipo de reconstrução	Tempos de execução (s)
PCA	329,11
ICA	121,83
DCT	4,01
Wavelets - Biortogonal 2.2	17,03
CS-11	27,46
CS-10	26,03
CS-G	25,89

**Tabela 4.16.** Tempos de cálculo das funções de base e das transformações das principais técnicas.

Tipo de transformação	Tempos de calculo das funções de base e das transformações (s)		
PCA	19,23		
ICA	51889,75		
DCT	0,21		
Wavelets - Biortogonal 2.2	1,54		
CS-11	0,88		
CS-10	0,82		
CS-G	0,74		

**Tabela 4.17.** Tempos de execução da reconstrução com diferentes matrizes (M) em CS.

	Tempos de execução (s) usando			
Tipo de reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.
CS-11	17,54	24,59	39,36	47,73
CS-10	14,78	23,26	39,01	47,32
CS-G	12,49	24,82	39,44	46,77

**Tabela 4.18.** Tempos de criação do vetor de medidas (b) com diferentes matrizes (M) em CS.

Tempos de criação do vetor (b) em segundos usando					
Tipo de reconstrução	25% dos coef.	50% dos coef.	75% dos coef.	90% dos coef.	
CS-11	0,74	0,80	1,03	1,15	
CS-10	0,67	0,79	1,00	1,15	
CS-G	0,54	0,70	0,92	1,05	

## 5 Conclusão

Este trabalho compara algumas representações transformadas em termos de qualidade objetiva de reconstrução de sinais de EEG a partir de quantidades limitadas de coeficientes. O intuito é avaliar que tipo de representação pode ser melhor utilizada para compressão de sinais de EEG e principalmente verificar como o compressive sensing (CS) se comporta com relação às transformadas tradicionais escolhidas. Foram escolhidas duas métricas para medir as qualidades das reconstruções (SNR e PRD1) e duas para medir a taxa de compressão (porcentagem de coeficientes mantidos e CF). O SNR e a porcentagem de coeficientes mantidos são utilizados para medidas no domínio de coeficientes, já o PRD1 e o CF para medir qualidade e taxa em bits.

O método da transformada discreta de cossenos e a análise de componentes principais demonstraram melhores desempenhos nos termos quantitativos escolhidos quando comparados as wavelets com quatro níveis de decomposição, ao algoritmo utilizado de análise de componentes independentes e ao CS. Porém, baseando-se em outras vantagens, o CS ainda merece algum destaque, pois tem vantagem nas etapas de aquisição do sinal, por já adquirir o sinal de EEG na sua forma comprimida e dispensar um cálculo oneroso de transformada no hardware de aquisição.

Nos resultados dos testes com o banco de sinais SHHS Polysomnography Database, o CS-10 resultou em 2, 2 dB a 20, 9 dB, e com o banco de sinais CHB-MIT Scalp EEG valores entre 4, 5 dB a 21,0 dB. Comparando todas as técnicas utilizadas para os dois bancos de dados analisados é possível observar que as formas de onda e os valores dos resultados foram bem semelhantes. Esta semelhança foi importante para a validação do sistema, pois os testes foram executados em bancos de sinais de EEG com características diferentes de frequência de amostragem, número de amostras, quantidade e qualidade. Além dos sinais serem de natureza de pesquisa e configurações de posicionamento dos eletrodos diferentes. O resultado do CS-10 se aproximou da maioria das famílias de wavelets, como por exemplo, a Haar que resultou valores de SNR entre 14,0 dB e 25,5 dB.

O CS-10, para um fator de compressão (CF) de 30%, calculados apenas no banco CHB-MIT Scalp EEG, teve o SNR de 7,8 dB, ainda um valor intermediário comparado a outras

técnicas. O PRD1, dado em função de 50% de CF, ficou em 8,3 %, também valor próximo a média das famílias de wavelets por exemplo. Os tempos de execução para cada sinal exigiram de 14,78 a 47,32 segundos, mais altos do que os da DCT, porém viáveis e próximos aos das wavelets. Vale ressaltar também, que os tempos do CS-10 ficaram bem abaixo da PCA e da ICA, que tiveram média de 329,11 e 121,83 segundos, respectivamente. O valores resultantes foram próximos, podendo ser observados e comparados a resultados de artigos utilizando o mesmo banco de sinais (CHB-MIT Scalp EEG) [49, 23, 22, 68, 67].

As medições feitas em bits foram desempenhadas apenas no segundo banco de dados (CHB-MIT Scalp EEG). As soluções de quantização escalar e codificação RLE empregados melhoraram ainda mais a compressão dos sinais, tanto em qualidade quanto em taxas de compressão. Pôde-se observar uma melhora principalmente na etapa de codificação, uma vez que essa etapa é otimizada em sinais que apresentam bastante valores nulos repetidos, como de fato acontece, pois as técnicas de compressão consistem em zerar amostras antes da codificação.

Foi importante a verificação e comparação das técnicas de transformadas tradicionais com o CS e foi possível observar algumas vantagens e desvantagens entre eles. A aplicação da técnica CS-10 resultou em níveis de sinal-ruído abaixo, porém, de certo modo, próximos da média geral entre todas as técnicas em qualidade de reconstrução. Entretanto, o uso do CS é importante, pois apresenta vantagens na aquisição, com possíveis ganhos de custo computacional. Outro fato a se atentar é que atualmente, se têm computadores mais eficientes, rápidos e com mais memória. Isso viabiliza o uso de técnicas que antes não eram tão usadas por limitações, avançando as pesquisas e aplicações em áreas de modos que não eram possíveis, um exemplo disso é o uso do PCA e da ICA para compressão.

Uma observação importante foi o fato da escolha da matriz de medidas (M) que mais se adaptava a aplicação. O CS tem algumas variações, uma delas é na escolha dessa matriz. Foram testadas três tipos de matrizes diferentes (CS-10, CS-11 e CS-G). Os resultados de qualidade de reconstrução, taxas de compressão e tempo de execução foram próximos. Porém a opção que mais soluciona o problema é o CS-10, que tem um menor custo computacional em suas operações, requisitando menos do processador do *hardware*.

De fato, a tecnologia atual viabiliza todas as técnicas deste trabalho, a depender dos

requisitos da aplicação. Porém o CS apresenta grandes avanços na fase de aquisição e deve ser melhor investigado, pois suas contribuições em custos computacionais e armazenamento podem resultar em avanços como simplicidade, preço, tamanho do *hardware*, número de sensores e etc. Ainda mais por ser uma técnica nova e comparativamente pouco explorada no contexto de sinais de EEG. Além disso, existe a possibilidade da diminuição de tempo de aquisição e processamento prévio ao armazenamento, classificação ou transmissão dos dados. Finalmente, com todas essas melhoras, permitir a utilização das técnicas em aplicações como monitoramento diário e contínuo.

Sendo assim, para a escolha de uma técnica de compressão deve-se levar muito em conta a aplicação. Por exemplo, se a qualidade de reconstrução é muito importante, no caso do EEG, deve-se usar a DCT, a PCA, ou até mesmo algum banco de filtros wavelets. Caso contrário, e a qualidade do CS sendo suficiente para a reconstrução, então é bastante viável utilizá-lo, pois se trata de uma solução mais simples e leve computacionalmente na aquisição depois de uma vez implementada.

Com base nos resultados, podem ser sugeridos alguns futuros trabalhos com relação a parâmetros e aplicações. Essas sugestões são viabilizadas pelo fato de que o sinal foi comprimido com sucesso usando-se apenas uma pequena parte de sua informação original. Por exemplo, com cerca de 25%, o sinal apresentou uma alta SNR como resposta, que vai ser suficiente ou não variando com a aplicação dessa compressão. O importante agora é objetivar uma dessas aplicações e relacionar os custos-benefícios de cada técnica. Um exemplo seria talvez criar um hardware com os algoritmos embarcados, por exemplo para estudo do sono, ao qual se relaciona um dos bancos de dados (SHHS Polysomnography Database). Com o uso do CS nessa aplicação é possível se ter exames de diagnósticos com EEG menos incômodos, pois podem ser mais rápidos e com menos sensores, pois a técnica reconstruí a partir de um número bem limitado de medidas. Além de ser requerido menos memória dos computadores de captura, devido ao novo tamanho do sinal comprimido.

Foi observado um baixo desempenho do algoritmo de ICA. A técnica não se mostrou própria para a aplicação de compressão de sinais de EEG como foi feita no trabalho, ou seja, as métricas de qualidade de reconstrução resultaram em valores muito abaixo das demais técnicas. Por exemplo, para 50% de coeficientes o SNR resultou em apenas 2, 2 dB. Talvez

o fato de sua solução não ser dada em forma fechada, como o PCA, tenha prejudicado o seu desempenho, tendo em vista que não foi realizado um ajuste dos parâmetros de otimização, como critérios de parada e parâmetros de regularização. É possível também que a quantidade de sinais de treinamento tenha sido insuficiente. Assim, é necessário investigar a ICA em mais detalhes para a aplicação em questão, por meio do uso de um banco de sinais maior e de uma análise de todos os parâmetros de otimização.

As próximas etapas da pesquisa se darão no doutorado e visam a investigação de compressão multicanal, explorando as redundâncias de informação entre os canais de EEG, com mais aplicações e testes com o CS. O EEG normalmente é adquirido com dezenas a centenas de canais, e a redundância entre eles pode permitir maiores taxas de compressão e levar a uma diferença no desempenho relativo entre as várias técnicas testadas. Além disso, é possível utilizar ainda técnicas de pré-filtragem, diferentes condicionamentos de sinais e informações a priori proveniente de aprendizagem de máquina (ML, do inglês Machine Learning), DCT, processos estocásticos e etc. Além do uso de CS para outros tipos de sinais biológicos como bidimensionais, ou seja, imagens, por exemplo, ressonância magnética (RM).

## Referências

- [1] On the use of PRD and CR parameters for ECG compression. *Medical Engineering and Physics*, 27(9):798–802, 2005.
- [2] Equal numbers of neuronal and nonneuronal cells make the human brain an isometrically scaled-up primate brain. *Journal of Comparative Neurology*, 513(5):532–541, 2009.
- [3] Dicionário da saúde, 2017. Disponível em http://dicionariosaude.com/nervoso-central-sistema/. Último acesso em 26 de março de 2018.
- [4] Clínica de neurodiagnose e neuroterapêutica, 2018. Disponível em http://www.neurodiagnose.com.br/exame-funcional.htm. Último acesso em 24 de março de 2018.
- [5] Rana Fayyaz Ahmad, Aamir Saeed Malik, Nidal Kamel, and Faruque Reza. Design and development of simultaneous EEG-fMRI data acquisition setup to observe brain activity. Proceedings - 4th IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering, ICCSCE 2014, pages 622–625, 2014.
- [6] Alan V. Oppenheim and Clifford J. Weinstein. Effects OF Finite Register Length in Digital Filtering and the Fast Fourier Transform. PROCEEDINGS OF THE IEEE, 60(8):957–976, 1972.
- [7] Fernando M. Alcantara. *Monitor de EEG*. PhD thesis, Centro Universitário Positivo UnicenP NCET, 2006.
- [8] Lars Arge, Mikael Knudsen, Kirsten Larsen, John Miano, Lars Arge, Mikael Knudsen, Kirsten Larsen, MOCW, Mark Nelson, Lecture Notes, I Pu, Steven W. Smith, John Miano, Khalid Sayood, A.G Fallis, The Book Image, and Khalid Sayood. *Introduction to Data Compression*, volume 709. 1993.
- [9] Alfonso Avila, R Santoyo, S.O. Martinez, and Graciano Dieck. Hardware/software implementation of a discrete cosine transform algorithm using System C. 2005 Internatio-

- nal Conference on Reconfigurable Computing and FPGAs (ReConFig'05), (ReConFig):4 pp.-, 2005.
- [10] R.G. Baraniuk. Compressive Sensing [Lecture Notes]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 24(July):118–121, 2007.
- [11] Ahmed Ben Said, Amr Mohamed, and Tarek Elfouly. Deep learning approach for EEG compression in mHealth system. 2017 13th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference, IWCMC 2017, pages 1508–1512, 2017.
- [12] Darius Birvinskas, Vacius Jusas, Ignas Martisius, and Robertas Damasevicius. Fast DCT algorithms for EEG data compression in embedded systems. *Computer Science and Information Systems*, 12(1):49–62, 2015.
- [13] Guy E. Blelloch. *Introduction to Data Compression*. PhD thesis, Carnegie Mellon University, 2013.
- [14] Prabin Kumar Bora, S. R.Mahadeva Prasanna, Kandarpa Kumar Sarma, and Navajit Saikia. Quantification of Diagnostic Information from Electrocardiogram Signal: A Review. In Indian Institute of Technology Guwahati, editor, Lecture Notes in Electrical Engineering 347, chapter 2, pages 17–40. Springer India, Guwahati 781039, India, 2015.
- [15] Said Bourezg. Ecg compression based on dct and rle, 2015. Disponível em https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/49712-ecg-compression-based-on-dct-and-rle?focused=3860882&tab=function.

  Último acesso em 01 de março de 2018.
- [16] Brainy. Brainy, 2017. Disponível em http://neuroibb.wixsite.com/brainy/potencial-de-ao. Último acesso em 21 de outubro de 2017.
- [17] David J. Caldwell, Jing Wu, Kaitlyn Casimo, Jeffrey G. Ojemann, and Rajesh P.N. Rao. Interactive web application for exploring matrices of neural connectivity. 2017 8th International IEEE/EMBS Conference on Neural Engineering (NER), pages 42–45, 2017.

- [18] Marcelo Adrián Campitelli. Compressão de sinais ECG utilizando DWT com quantização não-linear e por sub-bandas. PhD thesis, Universidade de Brasília Faculdade de Tecnologia, 2015.
- [19] T. Carlson and J. del R. Millán. Brain-controlled wheelchairs: A robotic architecture.

  IEEE Robotics and Automation Magazine, 20(1):65–73, 2016.
- [20] Liu Chun-Lin. A tutorial of the wavelet transform, 2010. Disponível em disp.ee.ntu. edu.tw/tutorial/WaveletTutorial.pdf. Último acesso em 27 de agosto de 2017.
- [21] Linda S. Costanzo. Fisiologia. Elsevier Editora Ltda., 2004.
- [22] Hoda Daou and Fabrice Labeau. Dynamic dictionary for combined EEG compression and seizure detection. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 18(1):247–256, 2014.
- [23] Hoda Daou, Student Member, Fabrice Labeau, and Senior Member. EEG Compression of Scalp Recordings based on Dipole Fitting. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, PP(99):1–1, 2014.
- [24] Rig Das, Emanuele Maiorana, and Patrizio Campisi. Visually evoked potential for EEG biometrics using convolutional neural network. 2017 25th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), pages 951–955, 2017.
- [25] Fellipe André Lucena de Oliveira and Waslon Terllizzie Araújo Lopes. Compressão de Imagens Baseada em Quantização Vetorial e Transformada Discreta do Cosseno. XXXV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES E PROCESSAMENTO DE SINAIS, pages 1–19, 2013.
- [26] Instituto de Pesquisa sobre Neurociências e Neurotecnologia. Histórias de sucesso? a interface cérebro-computador, 2015. Disponível em http://www.brainn.org.br/historias-de-sucesso-a-interface-cerebro-computador/. Último acesso em 24 de março de 2018.

- [27] R. S. et all Dean. Scaling up scientific discovery in sleep medicine: The national sleep research resource. *Sleep*, page 5:1151?1164, 2016.
- [28] Xin Ding, Wei Chen, and Ian J. Wassell. Joint sensing matrix and sparsifying dictionary optimization for tensor compressive sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 65(14):3632–3646, 2017.
- [29] Stefan Eireiner. Rle de/encoding, 2004. Disponível em https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/4955-rle-de-encoding?s\_tid=prof\_contriblnk.

  Último acesso em 01 de março de 2018.
- [30] Ramez Moh Elaskary, Mohamed Saeed, and Tawfik Ismail. Non-Uniform Quantized Huffman Compression Technique for EEG Data. pages 219–223, 2017.
- [31] Yasaman Emami and Coskun Bayrak. EEG analysis of Evoked Potentials of the brain to develop a mathematical model for classifying Tinnitus datasets. 2017 IEEE International Symposium on Medical Measurements and Applications, MeMeA 2017 Proceedings, pages 379–384, 2017.
- [32] EMOTIV. Emotiv epoc website, 2016. Disponível em https://emotiv.com/epoc.php. Último acesso em 27 de janeiro de 2016.
- [33] Owen Falzon, Rosanne Zerafa, Tracey Camilleri, and Kenneth P. Camilleri. EEG-based biometry using steady state visual evoked potentials. *Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, EMBS*, pages 4159–4162, 2017.
- [34] Guilherme Feulo. Interfaces cérebro-computador atráves de Eletroencefalograma, 2013. Disponível em http://compmus.ime.usp.br/sites/ime.usp.br.compmus/files/seminario\_bci.pdf. Último acesso em 21 de dezembro de 2017.
- [35] Swartz Center for Computational Neuroscience. Eeglab tutorial: Data analysis, 2017. Disponível em http://cognitrn.psych.indiana.edu/busey/temp/eeglabtutorial4.301/maintut/ICA\_decomposition.html. Último acesso em 27 de agosto de 2017.

- [36] Ary L Goldberger, Luis A N Amaral, Leon Glass, Jeffrey M Hausdorff, Plamen Ch Ivanov, Roger G Mark, Joseph E Mietus, George B Moody, Chung-kang Peng, and H Eugene Stanley. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. Circulation, 101(23):e215–e220, 2000.
- [37] M. M. Goldenberg. Multiple sclerosis review. US National Library of Medicine National Institutes of Health, 37(3):175–184, 2012.
- [38] G. Higgins, B. McGinley, M. Glavin, and E. Jones. Low power compression of EEG signals using JPEG2000. Pervasive Computing Technologies for Healthcare (PervasiveHealth), 2010 4th International Conference on-NO PERMISSIONS, 2010.
- [39] Garry Higgins, Brian Mcginley, Edward Jones, and Martin Glavin. Efficient EEG Compression using JPEG2000 with Coefficient Thresholding. *Biomedical Engineering*, 2010.
- [40] A Hyvärinen and E Oja. Independent component analysis: A tutorial. Notes for International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN'99), Washington DC, 1:1– 30, 1999.
- [41] Image and Video Processing Laboratory The Katsaggelos Lab Northwestern University. Sparse modeling, 2015. Disponível em http://ivpl.ece.northwestern.edu/content/research-topic/16213. Último acesso em 16 de dezembro de 2017.
- [42] Saam Iranmanesh and Esther Rodriguez-Villegas. A 950 nW Analog-Based Data Reduction Chip for Wearable EEG Systems in Epilepsy. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 52(9):2362–2373, 2017.
- [43] Kafiul Islam, Amir Rastegarnia, and Zhi Yang. A Wavelet-Based Artifact Reduction from Scalp EEG for Epileptic Seizure Detection. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 20(5):1321–1332, 2016.
- [44] D. Jean-François. Spinal Cord Injury: Paraplegic and Quadriplegic Injuries. International Encyclopedia of Rehabilitation, 2016. Disponível em http://cirrie.buffalo.edu/encyclopedia/en/article/359/. Último acesso em 27 de janeiro de 2016.

- [45] Sagar B Kale. Review of ECG Compression Techniques and Implementations. pages 623–627, 2016.
- [46] Autonomous Lab. Braindriver a mind controlled car, 2016. Disponível em http://autonomos-labs.com/. Último acesso em 27 de janeiro de 2016.
- [47] Autonomous Lab. Braindriver a mind controlled car, 2016. Disponível em http://autonomos-labs.com/. Último acesso em 27 de janeiro de 2016.
- [48] Chin-Teng Lin, Chun-Hsiang Chuang, Zehong Cao, Avinash Kumar Singh, Chih-Sheng Hung, Yi-Hsin Yu, Mauro Nascimben, Yu-Ting Liu, Jung-Tai King, Tung-Ping Su, and Shuu-Jiun Wang. Forehead EEG in Support of Future Feasible Personal Healthcare Solutions: Sleep Management, Headache Prevention, and Depression Treatment. IEEE Access, 5:10612–10621, 2017.
- [49] Yipeng Liu, Maarten De Vos, and Sabine Van Huffel. Compressed sensing of multichannel EEG signals: The simultaneous cosparsity and low-rank optimization. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 62(8):2055–2061, 2015.
- [50] Daniel Lucas. Reconstrução de Imagens de Ressonância Magnética com Base em Compressive Sensing usando Informação a priori Estrutural em Abordagem Bayesiana. PhD thesis, Universidade de Brasília, 2016.
- [51] Rashima Mahajan and Dipali Bansal. Hybrid multichannel EEG compression scheme for tele-health monitoring. Proceedings - 2014 3rd International Conference on Reliability, Infocom Technologies and Optimization: Trends and Future Directions, ICRITO 2014, 2015.
- [52] J. Makhoul, S. Roucos, and H. Gish. Vector quantization in speech coding. *Proceedings* of the IEEE, 73(11):1551–1588, 1985.
- [53] Jaakko Malmivuo and Robert Plonsey. Bioelectromagnetism Principles and Applications of Bioelectric and Biomagnetis Fields, Chapter: 13. Oxford University Press, 1995.

- [54] Henrique S. Malvar. Biorthogonal and nonuniform lapped transforms for transform coding with reduced blocking and ringing artifacts. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 46(4):1043–1053, 1998.
- [55] Mathworks. Matlab documentation, 2017. Disponível em https://www.mathworks.com/help/matlab/. Último acesso em 11 de março de 2018.
- [56] K. Mauricio. Uma contribuição ao desenvolvimento de interfaces cérebro-computador utilizando potenciais visualmente evocados. Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, 2003.
- [57] SJT Educação Médica. *Clínica Médica: Neurologia e Psiquiatria*. São Paulo, SJT Editora, 2016.
- [58] L. R. Melo. Investigação científica sobre a interação humano computador e suas aplicações na neurociência, 2014. Disponível em http://web.unipar.br/~seinpar/2014/artigos/graduacao/Luana\_Ribeiro\_Melo.pdf. Último acesso em 27 de janeiro de 2016.
- [59] Roberto Merletti and Philip A. Parker. Electromyography: Physiology, Engineering, and Non-Invasive Applications. IEEE Press Engineering in Medicine and Biology Society, 2017.
- [60] Johanna Metsomaa, Jukka Sarvas, and Risto J. Ilmoniemi. Blind Source Separation of Event-Related EEG/MEG. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 9294(c):1–1, 2016.
- [61] C J Miosso, R Von Borries, J H Pierluissi, and Life Senior Member. Compressive Sensing With Prior Information: Requirements and Probabilities of Reconstruction in 11-Minimization. *Ieee Transactions on Signal Processing*, 61(9):2150–2164, 2013.
- [62] Cristiano Jacques Miosso, Ricardo von Borries, M. Argàez, L. Velazquez, C. Quintero, and C. M. Potes. Information by Iteratively Reweighted Least-Squares. *IEEE TRAN-SACTIONS ON SIGNAL PROCESSING*, 57(6):2424–2431, 2009.

- [63] Ali Mousavi, Ankit B. Patel, and Richard G. Baraniuk. A Deep Learning Approach to Structured Signal Recovery. 2015.
- [64] K. R. et all Muller. Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem. Max-Planck-Institu, 1996.
- [65] Mohammad Nassralla, Ahmad M. El-Hajj, Fady Baly, and Zaher Dawy. Dynamic EEG compression approach with optimized distortion level for mobile health solutions. 2016 IEEE 18th International Conference on e-Health Networking, Applications and Services, Healthcom 2016, 2016.
- [66] NeuroBase and NeuroSoft. Curso interpretaÇÃo do eletroencefalograma aplicada À prÁtica clÍnica, 2016. Disponível em https://neurobase.com.br/loja/cursos/curso-interpretac-o-do-eletroencefalograma-aplicada-a-pratica-clinica. html. Último acesso em 25 de março de 2018.
- [67] Binh Nguyen, Dang Nguyen, Wanli Ma, and Dat Tran. Investigating the possibility of applying EEG lossy compression to EEG-based user authentication. *Proceedings of the* International Joint Conference on Neural Networks, 2017-May:79–85, 2017.
- [68] Binh Nguyen, Dang Nguyen, Wanli Ma, and Dat Tran. Wavelet transform and adaptive arithmetic coding techniques for EEG lossy compression. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, 2017-May:3153–3160, 2017.
- [69] C. Nordqvist. Epilepsy: Causes, symptoms and treatments, 2015. Disponível em http://www.medicalnewstoday.com/articles/8947.php. Último acesso em 27 de janeiro de 2016.
- [70] Gian L. de Oliveira Paiva. Comparação Objetiva de Imagens de Ressonância Magnética usando Compressive Sensing em Diferentes Estruturas de Decomposição Multinível.

  Dissertação de mestrado, Universidade de Brasília? UnB, 2017.
- [71] Ricardo Velloso Violato Paranhos. ESTUDO DE ALGORITMOS DE QUANTIZAÇÃO VETORIAL APLICADOS A SINAIS DE FALA. PhD thesis, UNICAMP, 2010.

- [72] Karl Pearson. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *Philosophical Magazine Series* 6, 2(11):559–572, 1901.
- [73] PhysioNet. Eeg motor movement/imagery dataset, 2000. Disponível em http://www.physionet.org/physiobank/database/eegmmidb/ Último acesso em 20 de abril de 2016.
- [74] E. Piciucco, E. Maiorana, O. Falzon, K.P. Camilleri, and P. Campisi. Steady-State Visual Evoked Potentials for EEG-Based Biometric Identification. Lecture Notes in Informatics (LNI), Proceedings - Series of the Gesellschaft fur Informatik (GI), 2017.
- [75] R. L. J. Pinto. Eletroencefalogramas básicos. São Paulo: Roca, 1990.
- [76] W. P. W. et all Quan. The sleep heart health study: design, rationale, and methods. Sleep, pages 12:1077–1085, 1997.
- [77] K. J. P. et all Redline. Methods for obtaining and analyzing unattended polysomnography data for a multicenter study. sleep heart health research group. *Sleep*, pages 7:759–767, 1998.
- [78] Ionildo José Sanches. Compressão sem perdas de projeções de tomografia computadorizada usando a transformada wavelet, 2003. Disponível em http://www.dainf.ct.utfpr.edu.br/~ionildo/wavelet. Último acesso em 11 de março de 2018.
- [79] G. Schalk, D. J. McFarland, T. Hinterberger, N. Birbaumer, and J. R. Wolpaw. Bci2000: a general-purpose brain-computer interface (bci) system. *IEEE Transactions on Bio-medical Engineering*, 51(6):1034–1043, June 2004.
- [80] R. D. Sheth. Eeg in common epilepsy syndromes, 2015. Disponível em http://emedicine.medscape.com/article/1138154-overview. Último acesso em 27 de janeiro de 2016.
- [81] Ali Shoeb and John Guttag. Application of Machine Learning To Epileptic Seizure Detection. *Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10)*, pages 975–982, 2010.

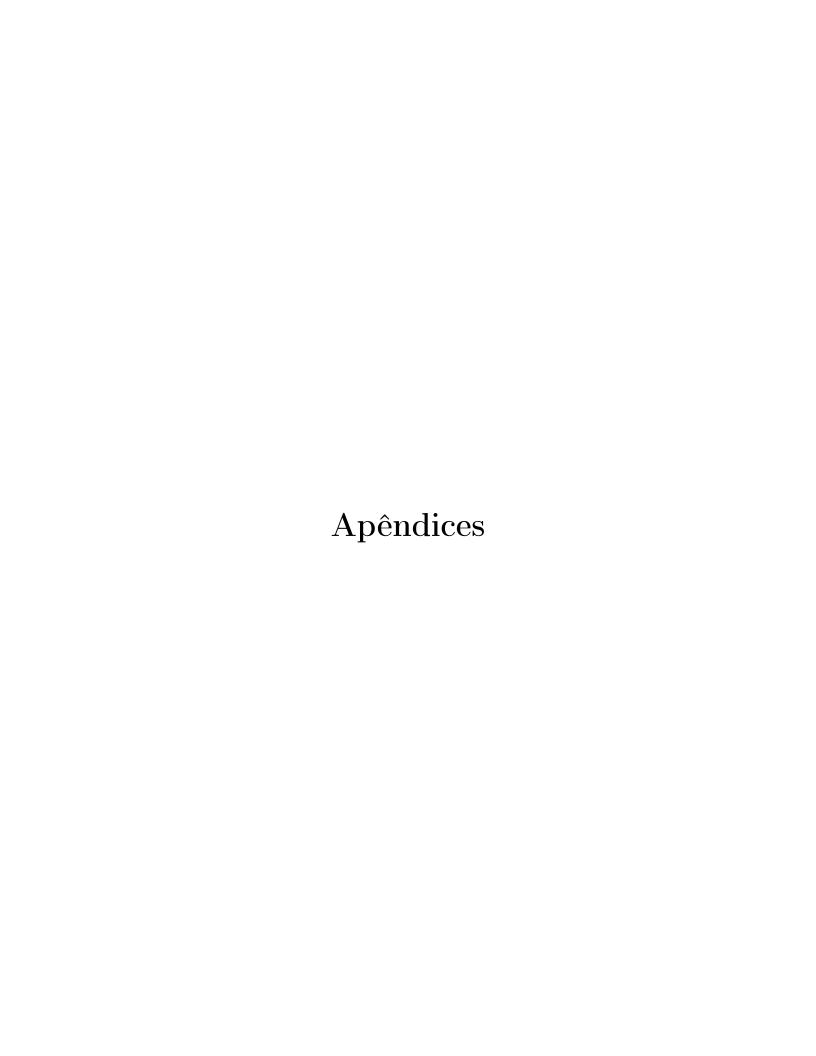
- [82] Xiao Shu, Xiaolin Wu, and Bolin Liu. A STUDY ON QUANTIZATION EFFECTS OF DCT BASED COMPRESSION. 2017 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), pages 3500–3504, 2017.
- [83] Athanassios Skodras, Charilaos Christopoulos, and Touradj Ebrahimi. The JPEG 2000 Still Image Compression Standard. *IEEE Signal Processing Magazine*, 18(September):36–58, 2001.
- [84] L.I. Smith. A tutorial on principal components analysis, 2002. Disponível em http://www.cs.otago.ac.nz/cosc453/student\_tutorials/principal\_components.pdf Último acesso em 30 de junho de 2017.
- [85] Olga et all Sourina. Neuroscience Based Design: Fundamentals and Applications. 2016

  International Conference on Cyberworlds (CW), pages 250–257, 2016.
- [86] Ryan Spicer, Julia Anglin, David M. Krum, and Sook Lei Liew. REINVENT: A low-cost, virtual reality brain-computer interface for severe stroke upper limb motor recovery. Proceedings - IEEE Virtual Reality, pages 385–386, 2017.
- [87] Isidora Stankovi, Member Iet, Andjela Dragani, and Member Ieee. Compressive Sensing Reconstruction of Video Data based on DCT and Gradient-Descent Method. pages 372– 375, 2015.
- [88] Kyungmin Su and Kay A. Robbins. A framework for content-based retrieval of EEG with applications to neuroscience and beyond. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, 2013.
- [89] Morsch Telemedicina. Laudo de eletroencefalograma a distância, 2015.
  Disponível em http://telemedicinamorsch.com.br/blog/2015/11/
  laudo-de-eletroencefalograma-a-distancia/. Último acesso em 25 de março de 2018.
- [90] Filipe Emídio Tôrres and Cristiano Jacques Miosso. Avaliação de representações transformadas para compressão de sinais de eletroencefalografia. V Congresso Brasileiro de Eletromiografia e Cinesiologia / X Simpósio de Engenharia Biomédica, page 4, 2017.

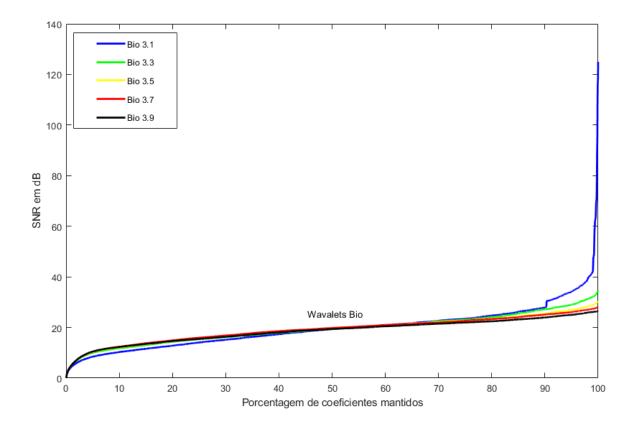
- [91] M. H. Trabuco, M. V. C. Costa, and F. A. de O. Nascimento. Desempenho de codificador adaptativo de sinais de s-emg dinâmicos baseado em transformada de wavelets. XXV Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica? CBEB 2016, pages 1849–1852, 2016.
- [92] Marcel H. Trabuco, Marcus V. C. Costa, Bruno Macchiavello, and Francisco Assis de O. Nascimento. S-EMG Signal Compression in 1D and 2D Approaches. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2194(c):1–1, 2017.
- [93] Trans Cranial Technologies Ltd. 10 / 20 System Positioning Manual. *Technologies Trans Cranial*,, (1):20, 2012.
- [94] P. P. Vaidyanathan. Optimization of filter banks based on properties of the input signal. European Signal Processing Conference, 1998-January, 1998.
- [95] Hong Zeng, Guojun Dai, Wanzeng Kong, Fangyue Chen, and Luyun Wang. A Novel Nonlinear Dynamic Method for Stroke Rehabilitation Effect Evaluation using EEG.

  IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 4320(c):1–1, 2017.
- [96] R. Zhang, Y. Li, Y. Yan, H. Zhang, S. Wu, T. Yu, and Z. Gu. Control of a wheelchair in an indoor environment based on a brain-computer interface and automated navigation.

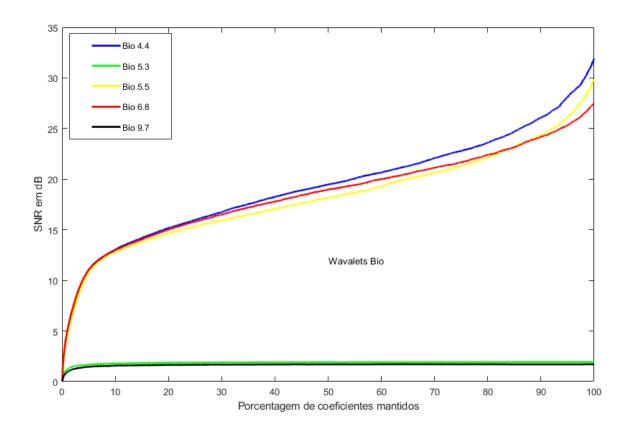
  IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng, 24(1):128–39, 2016.



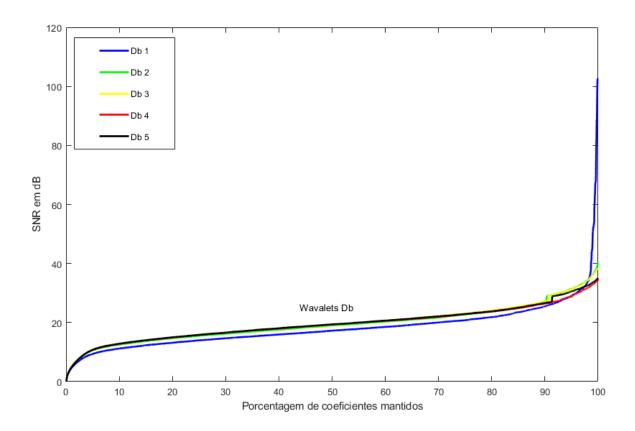
## A Resultados Adicionais



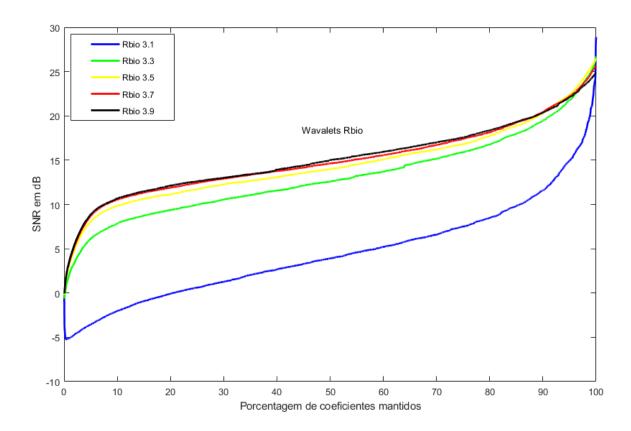
**Figura A.1.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Biortogonais 3 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.



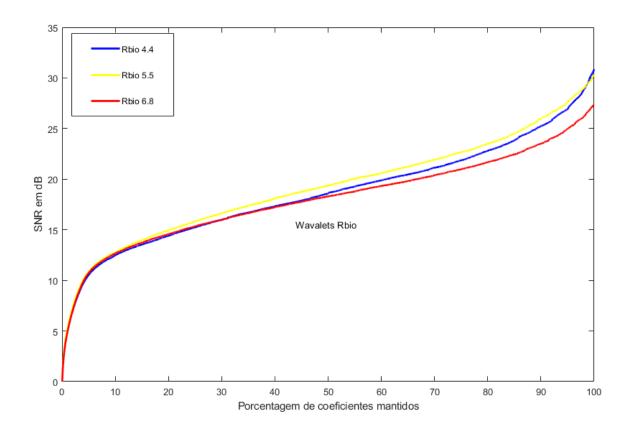
**Figura A.2.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Biortogonais diversas em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.



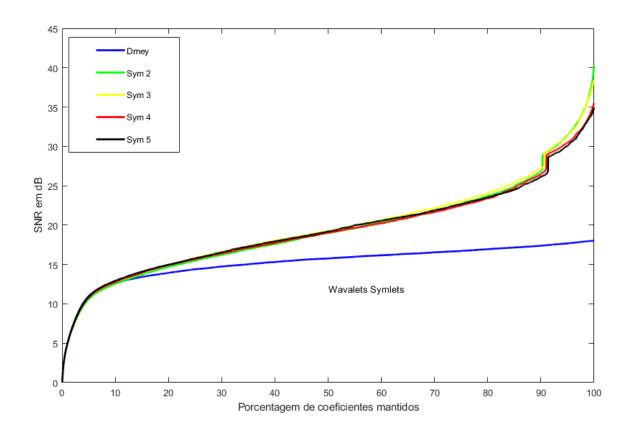
**Figura A.3.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Daubechies de 1 a 5 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.



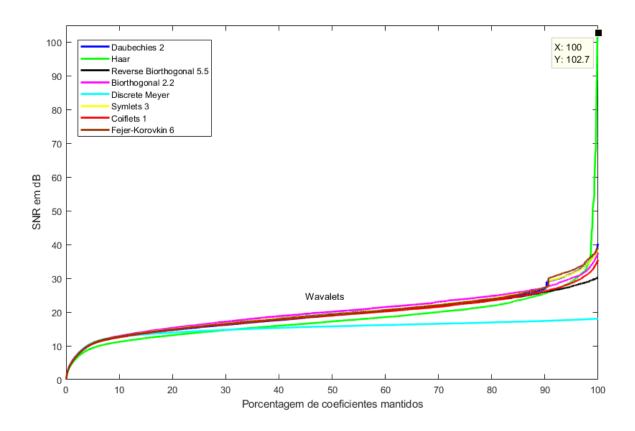
**Figura A.4.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Biortogonais Reversas 3 em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.



 ${\bf Figura~A.5.}~{\bf Comparação~das~curvas~de~compressão~usando~\it Wavelets~da~família~de~Biortogonais~Reversas~diversas~em~sinais~do~CHB-MIT~Scalp~EEG.$ 



**Figura A.6.** Comparação das curvas de compressão usando Wavelets da família de Symlets de 2 a 5 e Meyer Discreta em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.



**Figura A.7.** Comparação das melhores curvas de compressão de cada família *Wavelet* em sinais do CHB-MIT Scalp EEG.