



TESE DE DOUTORADO

**ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DE
VIGAS PAREDE COM GEOMETRIAS NÃO CONVENCIONAIS
DE CONCRETO ARMADO**

AGNO ALVES VIEIRA

BRASÍLIA/DF, Março de 2018

FACULDADE DE TECNOLOGIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DE
VIGAS PAREDE COM GEOMETRIAS NÃO CONVENCIONAIS
DE CONCRETO ARMADO**

AGNO ALVES VIEIRA

ORIENTADOR: ANTONIO CARLOS O. MIRANDA

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

**PUBLICAÇÃO: E.DM
BRASÍLIA/DF: Março de 2018**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DE
VIGAS PAREDE COM GEOMETRIAS NÃO CONVENCIONAIS
DE CONCRETO ARMADO**

AGNO ALVES VIEIRA

**TESE SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
DOUTOR EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

APROVADO POR:

Prof. Antônio Carlos O. Miranda, D.Sc.(ENC-UnB)
Orientador

Prof. Paulo Chaves de Rezende Martins, Ph.D.(ENC-UnB)
Examinador interno

Prof. Maurício de Pina Ferreira, D.Sc. (UFPA)
Examinador Externo

Prof. Márcio Augusto Roma Buzar, D.Sc. (FAU-UnB)
Examinador Externo

BRASÍLIA/DF: Março de 2018

FICHA CATALOGRÁFICA

VIEIRA, AGNO ALVES

ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DE VIGAS PAREDE COM GEOMETRIAS NÃO CONVENCIONAIS DE CONCRETO ARMADO [Distrito Federal] 2018.

xvi, 90p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2018).

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

1. Viga parede

2. Geometria não convencionais

3. Concreto Armado

4. Modelo de Micro Treliça Adaptativo

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Doutor)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

VIEIRA, A. A. (2018). Análise Experimental e Numérica de Vigas Parede com Geometrias Não Convencionais de Concreto Armado. Tese de Doutorado, Publicação E.TD-004A/18, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 90p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: AGNO ALVES VIEIRA

TÍTULO: ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DE VIGAS PAREDE COM GEOMETRIAS NÃO CONVENCIONAIS DE CONCRETO ARMADO.

GRAU: Doutor

ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta Tese de Doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. Os autores reservam outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa Tese de Doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito dos autores.

AGNO ALVES VIEIRA

Rua 8, Quadra 60, Casa 10, Parque Lago

CEP 73813-842 - Formosa - Go - Brasil.

e-mail: agnovieira@yahoo.com.br

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por sempre guiar os meus passos, me proporcionando a cada dia mais força para enfrentar os desafios que a vida oferece.

A minha família, meus pais Francisco Agapito e Vandercina, minha esposa Katiane e minhas filhas Ágata e Alana, pelo apoio e incentivo nessa jornada.

Ao meu orientador Antônio Carlos de Oliveira Miranda pela enorme ajuda no desenvolvimento desse trabalho.

Aos amigos do PECC, em especial Eduardo, Wanderley, Fabiano, Gelson e Jerfson pelo apoio.

RESUMO

ANÁLISE EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DE VIGAS PAREDE COM GEOMETRIAS NÃO CONVENCIONAIS DE CONCRETO ARMADO

Autor:AGNO ALVES VIEIRA

Orientador:Prof. Antônio Carlos O. Miranda, D.Sc.(ENC-UnB)

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Março de 2018

Esta tese apresenta o estudo experimental e numérico do comportamento de Vigas Parede com geometrias não convencionais de concreto armado. Vigas Parede são elementos estruturais de grande importância na engenharia de estruturas, estão presentes em fundações, estruturas offshore e edifícios. São elementos que naturalmente oferecem elevada dificuldade na predição de seu comportamento já que não pode ser adotada a hipótese de Bernoulli de distribuição linear de deformações ao longo de sua seção transversal. Ampliando tal dificuldade em algumas situações, como a acomodação de instalações prediais em edificações, as Vigas Parede são dotadas de aberturas. Nesse sentido, um total de quatro modelos diferentes com geometrias inéditas foram produzidos, a fim de dificultar a predição de seu comportamento através de abordagens convencionais, como o Modelo de Bielas e Tirantes, por exemplo. O estudo numérico ocorreu através de duas abordagens. A primeira, foi realizada com o desenvolvimento de uma nova abordagem numérica, chamado aqui de Modelo de Micro Treliças Adaptativo (MMTA), uma evolução do Modelo de Micro Treliças que idealiza o contínuo em elementos de barra. O segundo, decorreu através de uma Modelagem Contínua com uso do programa comercial de Elementos Finitos Abaqus. Mais de 2000 simulações foram executadas com MMTA variando as principais propriedades mecânicas do concreto. Diante dos resultados experimentais, foi possível estabelecer as principais variáveis que mais impactam nos modelos numéricos. Por fim, são comparadas as respostas das duas abordagens numéricas com as experimentais.

ABSTRACT

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL ANALYSES OF REINFORCED CONCRETE DEEP BEAMS WITH UNCONVENTIONAL GEOMETRIES

Author:AGNO ALVES VIEIRA

Supervisor:Prof. Antônio Carlos O. Miranda, D.Sc.(ENC-UnB)

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Março de 2018

This thesis presents numerical and experimental studies of the behavior of reinforced concrete deep beams with unconventional geometries. These are elements that naturally offer great difficulty in predicting their behavior since it can not be adopted the hypothesis Bernoulli distribution linear deformation along its cross section. Extending this difficulty in some situations, such as the accommodate building services in buildings, the Deep Beams are provided with openings. In this sense, a total of four different models were produced using unpublished geometries in order to difficult to estimate their behavior through conventional approaches, such as strut-and-tie method for example. The numerical study took place through two approaches. The first one was carried out with the development of a new numerical approach, called the Adaptive Micro Truss Model (AMTM), an evolution of the Micro Truss Model that idealizes the continuum in bar elements. The second one was a Continuous Modeling using the Abaqus Finite Elements commercial software. More than 2000 simulations were performed with AMTM varying the main mechanical properties of the concrete. Given the experimental results, it was possible to establish the main variables that most impact numerical models. Finally, the answers of the two numerical and experimental approaches are compared.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	OBJETIVOS DA PESQUISA	4
1.1.1	OBJETIVO GERAL	4
1.1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	5
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1	VIGAS PAREDES COM GEOMETRIAS NÃO CONVENCIONAIS	6
2.1.1	ABORDAGEM ANALÍTICA	6
2.1.2	ABORDAGEM VIA MODELO DE BIELAS E TIRANTE	7
2.1.3	ABORDAGEM VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NÃO LINEAR	11
2.2	MODELO DE MICRO TRELIÇA	12
3	PROGRAMA EXPERIMENTAL	19
3.1	COMPLEXIDADE GEOMÉTRICA	19
3.2	ESTUDO PILOTO	19
3.2.1	RESULTADOS DOS PROTÓTIPOS	22
3.2.2	CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O ESTUDO PILOTO	23
3.3	CONCEPÇÃO DOS MODELOS PRINCIPAIS	24
3.4	CONFECÇÃO DOS MODELOS	24
3.5	INSTRUMENTAÇÃO DOS MODELOS	27
3.6	SISTEMA DE ENSAIO	27
3.7	AQUISIÇÃO DE DADOS	28
3.8	CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS	28
3.9	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	30
4	PROGRAMAS COMPUTACIONAIS	34
4.1	MODELO MICRO TRELIÇA ADAPTATIVO	34
4.1.1	PRÉ-PROCESSADOR (MICRO-TRUSS ANALYZER)	34
4.1.2	MICRO-TRUSS SOLVER	36
4.2	MODELO CONTÍNUO	38
5	ANÁLISE DE RESULTADOS	43
5.1	METODOLOGIA DE ANÁLISE	43
5.2	MODELO DE MICRO TRELIÇA ADAPTATIVO	44
5.2.1	ESTUDO DE MALHA	44
5.2.2	ANÁLISE PARAMÉTRICA	47

5.2.3	CÁLCULO DE CARGA ÚLTIMA.....	54
5.3	MODELO CONTÍNUO.....	57
5.3.1	ESTUDO DE MALHA.....	57
5.3.2	ANÁLISE PARAMÉTRICA.....	59
5.4	COMPARAÇÃO DOS MODELOS.....	64
6	CONCLUSÃO.....	69
6.1	CONTRIBUIÇÕES INOVADORAS.....	70
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	70
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	71
	APÊNDICE A.....	75

LISTA DE FIGURAS

1.1	Vigas paredes em Edificações:(a)Viga Parede com geometria convencional;(b)Viga parede com geometria não convencional.....	1
1.2	Regiões D com distribuição não linear de deformações devido: (a)Descontinuidades Geométricas; (b)Descontinuidades Estáticas e Geométricas (SCHLAICH; SCHA-FER; JENNEWEIN, 1987).....	2
1.3	Modelo de Micro Treliça (NAGARAJAN; JAYADEEP; PILLAI, 2009).	3
1.4	Taxonomia da Mecânica da Fratura Computacional (INGRAFFEA, 2004)	4
2.1	Ensaio em Viga Parede com furos retangulares (KONG; SHARP; APPLETON, 1978).....	6
2.2	Ensaio em Viga Parede com furo circular (CAMPIONE; MINAFÒ, 2012).....	7
2.3	Viga Parede com Furo Retangular (SCHLAICH; SCHA-FER; JENNEWEIN, 1987).	7
2.4	Passos para geração do MBT (BULLETIN 45 DO FIB (CEB-FIP), 2008)	8
2.5	Vigas Paredes ensaiados por Wu e Li (2009)	9
2.6	Detalhes de uma das Vigas Parede estudadas por Hu, Tan e Liu (2007).	9
2.7	Dimensões dos Modelos ensaiados por Ley et al. (2007)	10
2.8	Modelo MEF de Viga Parede estudada por Mohamed, Shoukry e Saeed (2014).	11
2.9	Modelo MEF de Viga Parede estudada por El-Demerdash et al. (2015).	12
2.10	Viga Parede discretizada com o Modelo de Micro Treliças de Salem (2004).....	13
2.11	Modelos constitutivos do Concreto e do Aço (SALEM, 2004).....	14
2.12	Aplicação do MMT em viga por Salem (2004)	14
2.13	Desenvolvimento de modelos MBT com a aplicação do MMT (NAGARAJAN; JAYADEEP; PILLAI, 2009).	15
2.14	Metodologia de discretização de pilares utilizada por Kioussis et al. (2010).	15
2.15	Resultados dos pilares simulados por Kioussis et al. (2010)	16
2.16	Micro treliça 3d proposto por Ilgadi (2013).	16
2.17	Micro treliça 2d proposto por Zhong et al. (2017a).	16
2.18	Micro treliça 3d proposto por Zhong et al. (2017b).	17
2.19	Gráfico Carga x Deslocamento de Viga Parede analisada por Vieira (2013).....	18
3.1	Detalhes dos protótipos: (a)VProt1; (b)VProt2; (c)VProt3; (d)VProt4.....	21
3.2	Padrão de fissuração no colapso dos protoótipos: (a)VProt1; (b)VProt2; (c)VProt3; (d)VProt4.	22
3.3	Carga x Deformação (Extensômetro no aço) protótipos.	23
3.4	Formas dos modelos:(a) Modelos VP1 e VP2; (b) Modelos VP3 e VP4.	25
3.5	Armadura dos modelos: (a)VP1; (b)VP2; (c)VP3; (d)VP4.	25
3.6	Formas dos Modelos Experimentais: (a) Formas com armadura; (b) Formas sem armadura.	26

3.7	Concretagem dos modelos.....	26
3.8	Instrumentação das barras.	27
3.9	Esquema do ensaio.	28
3.10	Sistema de aquisição de dados.	29
3.11	Padrão de fissuração experimental VP1.....	30
3.12	Padrão de fissuração experimental VP2.....	31
3.13	Padrão de fissuração experimental VP3.....	31
3.14	Padrão de fissuração experimental VP4.....	32
3.15	Estado de fissuração dos modelos experimentais no colapso.	32
3.16	Carga x Deformação (Extensômetro no aço) dos modelos experimentais.	33
3.17	Carga x Deformação (Extensômetro no concreto) dos modelos experimentais.	33
4.1	Estrutura interna do Micro-Truss Analyzer.....	34
4.2	Estrutura interna do Micro-Truss Analyzer.....	36
4.3	Fluxograma Micro Truss Solver.....	38
4.4	Representação do Modelo de Dano Plástico do Concreto (ALFARAH; LÓPEZ-ALMANSA; OLLER, 2017).....	39
4.5	Modelo de Comportamento uniaxial do Concreto (ALFARAH; LÓPEZ-ALMANSA; OLLER, 2017).	39
4.6	Fluxograma Procedimento de Cálculo das curvas de Tensão-Deformação e Dano... ..	42
5.1	Esquema de análise dos modelos via MMTA com inserção das dispersões nas propriedades mecânicas do concreto.....	44
5.2	Esquema de análise dos modelos via MMTA com uso do Método de Monte Carlo.	45
5.3	Malhas MMTA VP1 e VP2.	46
5.4	Malhas MMTA VP3 e VP4.	46
5.5	Tensão x Deformação de tração do concreto variando o coeficiente C.	47
5.6	Carga Última x coeficiente C: (a) VP1; (b)VP2; (c)VP3; (d)VP4.	48
5.7	Carga última x C x f_{cp} das variações MMT VP1.	49
5.8	Carga última x C x f_{cp} das variações MMT VP2.	49
5.9	Carga última x C x f_{cp} das variações MMT VP3.	50
5.10	Carga última x C x f_{cp} das variações MMT VP4.	50
5.11	Padrão de Fissuração das VPs gerados pelo MMTA.	51
5.12	Carga x Deformação Aço VP1 (MMTA).	52
5.13	Carga x Deformação Aço VP2 (MMTA).	52
5.14	Carga x Deformação Aço VP3 (MMTA).	53
5.15	Carga x Deformação Aço VP4 (MMTA).	53
5.16	Carga x Deformação Concreto VP3 (MMTA).....	54
5.17	Carga x Deformação Concreto VP4 (MMTA).....	54
5.18	Dados estatísticos de f_{cp}	55
5.19	Dados estatístico coeficiente C: (a) PDF; (b) CDF.	55
5.20	Dados estatístico carga última.	56

5.21	Malhas Modelo Contínuo VP1 e VP2.	58
5.22	Malhas Modelo Contínuo VP3 e VP4.	58
5.23	Carga x Deformação Aço VP1 Estudo de Malha.	60
5.24	Carga x Deformação Aço VP2 Estudo de Malha.	60
5.25	Carga x Deformação Aço VP3 Estudo de Malha.	61
5.26	Carga x Deformação Aço VP4 Estudo de Malha.	61
5.27	Carga x Deformação Aço VP1 (Modelo Contínuo).	62
5.28	Carga x Deformação Aço VP2 (Modelo Contínuo).	62
5.29	Carga x Deformação Aço VP3 (Modelo Contínuo).	63
5.30	Carga x Deformação Aço VP4 (Modelo Contínuo).	63
5.31	Dano a tração das VPs Modelo Contínuo.	64
5.32	Comparação dos padrões de fissuração VP1:(a) MMTA (b) Modelo Contínuo (c) Experimental.	65
5.33	Comparação dos padrões de fissuração VP2:(a) MMTA (b) Modelo Contínuo (c) Experimental.	65
5.34	Comparação dos padrões de fissuração VP3:(a) MMTA (b) Modelo Contínuo (c) Experimental.	65
5.35	Comparação dos padrões de fissuração VP4:(a) MMTA (b) Modelo Contínuo (c) Experimental.	66
5.36	Comparação dos modelos numéricos com experimental de Carga x Deformação Aço VP1.	66
5.37	Comparação dos modelos numéricos com experimental de Carga x Deformação Aço VP2.	67
5.38	Comparação dos modelos numéricos com experimental de Carga x Deformação Aço VP3.	67
5.39	Comparação dos modelos numéricos com experimental de Carga x Deformação Aço VP4.	68

LISTA DE TABELAS

2.1	Modelos da Primeira Fase de Ensaios (LEY et al., 2007).	10
3.1	Principais tipos de geometria com seu Grau de Complexidade.	20
3.2	Resistência à Compressão obtidas a partir dos corpos de prova dos ensaios preliminares.	21
3.3	Propriedades do Aço empregados nos ensaios preliminares.	21
3.4	Resistência Compressão obtidos a partir dos corpos de prova.	29
3.5	Propriedades do Aço.	29
5.1	Dados das Malhas.	45
5.2	Coefficientes de Determinação do estudo de malha.	47
5.3	Dados estatísticos de f_{cp}	55
5.4	Dados estatístico coeficiente C.	55
5.5	Dados estatístico carga última.	56
5.6	Dados das Malhas.	59

LISTA DE SÍMBOLOS

ABREVIações

MBT	Modelo de Bielas e Tirantes
MMT	Modelo de Micro Trelças
MMTA	Modelo de Micro Trelças Adaptativo
MEF	Método dos Elementos Finitos
MEFNL	Método dos Elementos Finitos Não Linear
MFC	Mecânica da Fratura Computacional
MTA	Micro Truss Analyzer
MTS	Micro Truss Solver

NOMENCLATURAS

CG	Complexidade Geométrica
d	Vetor de deslocamentos nodais
d_c	Variável de dano a compressão
d_t	Variável de dano a tração
nd	Número de descontinuidades
nad	Número de descontinuidades Alinhadas
nas	Número de descontinuidades não simétricas
E	Módulo de Elasticidade
E_0	Módulo de Elasticidade Inicial
f_c	Tensão de compressão no concreto
f_{cp}	Resistência de pico a compressão do concreto
f_t	Tensão de tração no concreto
f_{tp}	Resistência de pico a tração do concreto
F	Vetor de forças
G_{ch}	Energia de esmagamento
G_F	Energia de fratura
K	Matriz de Rigidez
l_e	Comprimento característico dos elementos finitos
w	Comprimento da abertura de fissura
w_c	Comprimento crítico da abertura de fissura

LETRAS GREGAS

ε_c	Deformação de compressão
ε_{cp}	Deformação equivalente à resistência de pico a compressão do concreto
ε_t	Deformação de tração
ε_{tp}	Deformação equivalente à resistência de pico a tração do concreto
ν	Poisson
σ	Tensor de Tensões de Cauchy

1 INTRODUÇÃO

Vigas Parede de concreto armado são de suma importância para a Engenharia Estrutural, visto que são elementos presentes em fundações, estruturas offshore e edifícios. Uma viga de concreto armado é considerada Viga Parede quando seu vão livre é proporcional a sua altura, alguns autores como Kong (2002) adotam a relação $L/h(\text{Vão/Altura}) < 3$. Tal característica proporciona uma série de dificuldades na predição de seu comportamento já que a Hipótese de Bernoulli não pode ser aplicada, ou seja, não é possível considerar a linearidade na distribuição de deformações ao longo de sua seção transversal da viga. Além das dificuldades inerentes às Vigas Paredes, outras situações podem ocorrer, como alterações geométricas; entre os exemplos mais comuns, tem-se a introdução de aberturas na alma para acomodar instalações prediais, como mostra a Figura 1.1(b).

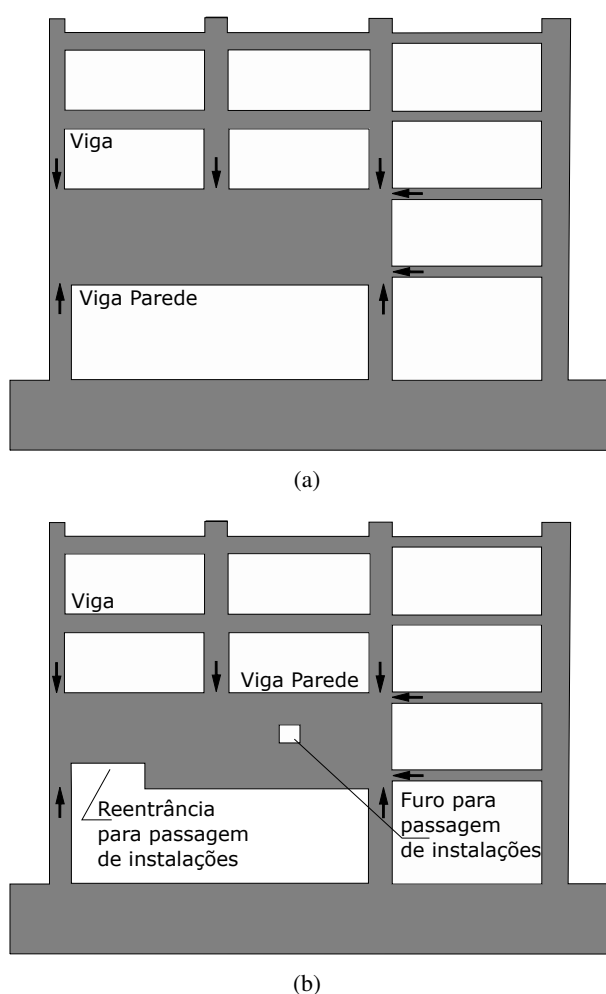


Figura 1.1: Vigas paredes em Edificações:(a)Viga Parede com geometria convencional;(b)Viga parede com geometria não convencional.

Conforme essa ideia, geometrias não convencionais de Vigas Paredes são caracterizadas pela presença de furos e reentrâncias que provocam zonas de discontinuidades geométricas. Estas

inserir perturbações no campo de deformações do elemento, ampliando ainda mais a complexidade do problema.

A literatura estabelece duas regiões características presentes em elementos de concreto armado, sendo que as regiões onde a hipótese de Bernoulli é válida são conhecidas como regiões B, em que B significa Bernoulli. As outras regiões, caracterizadas por distribuições não-lineares de deformação, são conhecidas como regiões D, em que D representa descontinuidade ou perturbação. Essas descontinuidades podem ser de ordem estática ou geométrica, como mostra a Figura 1.2. Isto posto, Vigas Paredes com geometrias não convencionais, além da presença de regiões D de ordem estática, há a presença dos distúrbios de ordem geométrica.

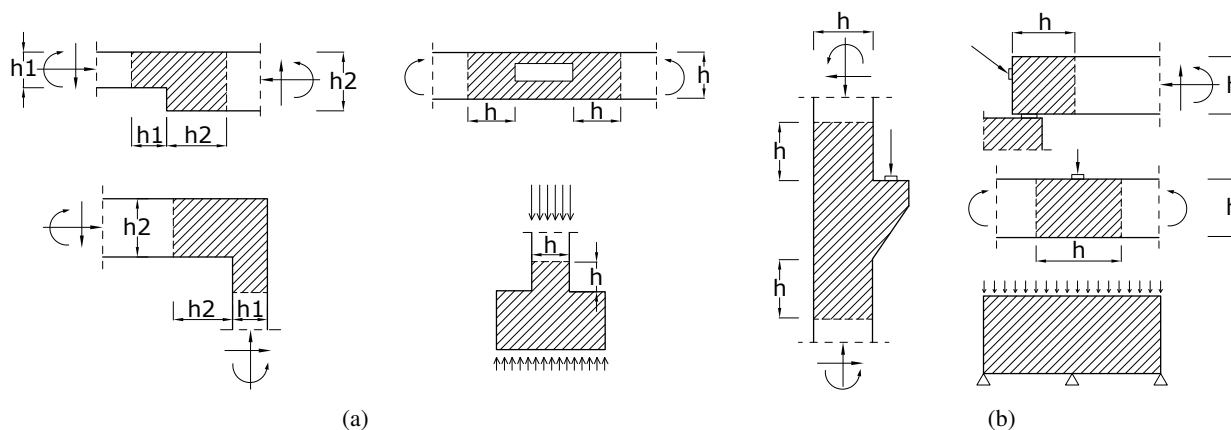


Figura 1.2: Regiões D com distribuição não linear de deformações devido: (a)Descontinuidades Geométricas; (b)Descontinuidades Estáticas e Geométricas (SCHLAICH; SCHAFER; JENNEWEIN, 1987).

Uma forma de avaliar e dimensionar vigas paredes é pelo Modelo de Bielas e Tirantes (MBT), que se resume na condensação de todas as tensões de compressão e tração em elementos de barra sujeitos a esforços axiais, sendo essas barras ligadas entre si por nós (SCHLAICH; SCHAFER; JENNEWEIN, 1987). Entretanto, essa abordagem não permite a avaliação do comportamento do elemento estrutural desde os estágios iniciais de carregamento até o seu colapso.

O método dos elementos finitos (MEF) é uma ferramenta muito mais versátil para se obter o comportamento completo de Vigas Parede. Ele pode ser usado para analisar Vigas Parede de espessuras variáveis, em degraus ou bordas inclinadas, com aberturas e com carregamento aplicado em qualquer ponto da viga. Ao incorporar uma lei constitutiva apropriada e um procedimento incremental-iterativo, a natureza não-linear do comportamento dos materiais pode ser contabilizada (ZIENKIEWICZ, 1971).

Na modelagem de Vigas Paredes via MEF, o uso de elementos bidimensionais e tridimensionais é a metodologia mais difundida no meio técnico. Neste trabalho, tal abordagem será denominada modelagem contínua ou modelo contínuo.

Com relação à simulação do comportamento não linear do concreto, ainda não há consenso sobre qual é a melhor abordagem constitutiva a ser inserida no MEF. Nesse contexto, o Modelo de Dano Plástico do Concreto proposto Oller et al. (1988), Lubliner et al. (1989), Lee e Fenves

(1998) tem uma grande aceitação no meio técnico. O modelo combina os conceitos da Mecânica do Dano contínuo com a teoria da Plasticidade. Além do comportamento não linear da relação tensão deformação do concreto, o modelo também consegue identificar as zonas de fissuração através das variáveis de dano. Esta função possui uma grande importância, pois o estado de fissuração de elementos de concreto armado é determinante para o correto enquadramento nos estados limites de serviço.

Apesar das vantagens citadas acerca da modelagem contínua via MEF, esta apresenta algumas dificuldades, como custo computacional e problemas de estabilidade numérica. Em vista disso, o Modelo de Micro Trelças (MMT) se apresenta como uma excelente alternativa, unindo conceitos do MBT com MEF. Para Nagarajan, Jayadeep e Pillai (2009), o MMT pode ser considerado uma generalização do MBT. A ideia principal é a discretização do contínuo em elementos de barra, seguindo um padrão retangular (SALEM, 2004), como mostra a Figura 1.3. Entretanto, esse padrão não é possível em geometrias não convencionais. Ressalta-se que o MMT também consegue reproduzir o estado de fissuração de peças de concreto armado, de forma discreta, onde o caminho das fissuras é estabelecido a partir das barras que vão colapsando.

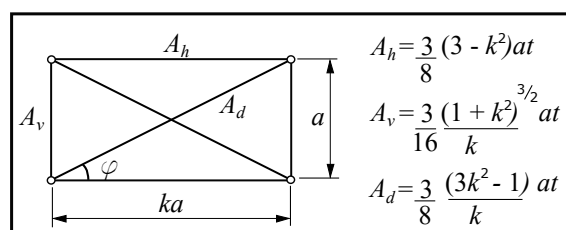


Figura 1.3: Modelo de Micro Trelça (NAGARAJAN; JAYADEEP; PILLAI, 2009).

No contexto da Mecânica da Fratura Computacional (MFC), as abordagens disponíveis atualmente são divididas em duas formas de representação. Na primeira abordagem, a fissura é representada explicitamente na geometria do modelo. Este é o ramo esquerdo da taxonomia do MFC representado na Figura 1.4. Na segunda abordagem, um modelo subjacente, não contém a descrição geométrica da fissura, que é representada implicitamente no modelo, não reproduzindo a geometria da fissura e seu crescimento. Em vez disso, a fissura é representada no modelo constitutivo do material ou num modelo cinemático. Este é o ramo da direita na Figura 1.4 (INGRAFFEA, 2004).

Ainda segundo Ingraffea (2004), as abordagens que representam as fissuras de forma discreta são divididas em dois ramos. No primeiro, o crescimento da fissura está restrito a uma forma geométrica pré definida, *Constrained shape methods*. No segundo, o crescimento da fissura ocorre de forma arbitrária, *Arbitrary shape methods*. Por conseguinte, o MMT pode ser classificado na metodologia da representação geométrica, em específico o *Lattice Methods* onde o sistema é representado por um reticulado.

As abordagens de representação não geométrica das fissuras também são divididas em dois ramos. No primeiro, a rigidez do material é devidamente degradada localmente para reproduzir a descontinuidade de deslocamento criada por uma fissura, *Constitutive methods*. No segundo,

as fissuras são representadas pelo campo de deslocamento, mediante a adição, nas funções de interpolações tradicionais do MEF, por funções que representam a descontinuidade, *Kinematic methods*. Logo o modelo contínuo com uso do Modelo de Dano Plástico do Concreto pode ser classificado na metodologia da representação não geométrica em específico o *Constitutive methods*.

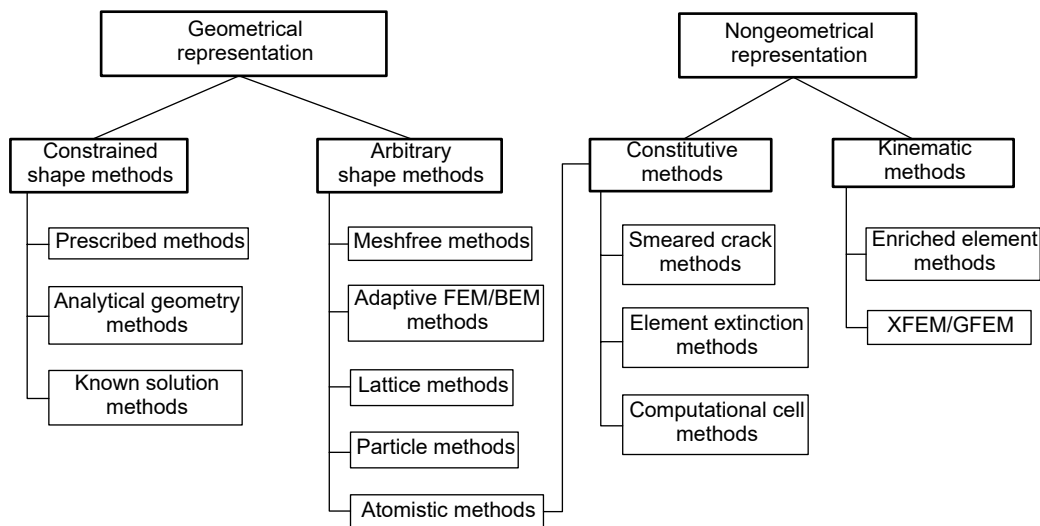


Figura 1.4: Taxonomia da Mecânica da Fratura Computacional (INGRAFEEA, 2004)

Tanto a modelagem discreta, representada aqui pelo MMT, quanto a modelagem contínua, apresentam um bom desempenho na simulação de vigas paredes com geometrias convencionais, como mostra os trabalhos de Salem (2004), Nagarajan, Jayadeep e Pillai (2010), Mohamed, Shoukry e Saeed (2014), El-Demerdash et al. (2015). No entanto, quanto maior o grau de complexidade geométrica, maiores são as dificuldades de avaliar o comportamento de vigas paredes. Além disso, o volume de pesquisas sobre o impacto de alterações geométricas em Vigas Paredes é bastante reduzido quando comparado com vigas convencionais.

1.1 OBJETIVOS DA PESQUISA

Em face do exposto, são apresentados os objetivos para o alcance dos resultados desta tese, divididos em objetivo geral e objetivos específicos.

1.1.1 Objetivo Geral

Esta pesquisa pretende realizar um estudo experimental e numérico do comportamento de Vigas Paredes com geometrias não convencionais que ofereçam uma elevada dificuldade de análise utilizando tanto o MBT quanto os métodos numéricos.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Propor uma métrica para mensurar o grau de complexidade geométrica através de uma revisão bibliográfica de Vigas Paredes com geometrias não convencionais .
- Apresentar duas geometrias a serem ensaiadas experimentalmente, com base no item anterior.
- Modificar o Modelo de Micro Treliça, de modo a simular qualquer geometria plana.
- Avaliar os principais parâmetros que influenciam os resultados numéricos, a partir da comparação dos resultados experimentais.
- Simular as vigas propostas com modelo contínuo.
- Comparar os resultados experimentais com modelo proposto e o modelo contínuo.
- Analisar possíveis comportamentos inesperados nos ensaios experimentais e verificar se as análises numéricas conseguem capturar tais comportamentos.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O capítulo 2 desenvolve uma revisão bibliográfica dos principais tópicos envolvidos nesta pesquisa. Inicialmente, são apresentadas as principais pesquisas com Vigas Parede de geometrias não convencionais, relatando as geometrias adotadas, bem como os modelos empregados nos estudos. Em seguida, é mostrado o histórico do MMT com suas principais características.

O capítulo 3 apresenta o programa experimental. É proposta uma métrica para quantificação do grau de complexidade geométrica. E descrito o desenvolvimento do estudo piloto, seguido da concepção dos modelos e do processo de ensaio. Por fim, são analisados os resultados observados.

O capítulo 4 expõe os programas computacionais utilizados. Nele, são detalhadas a implementação do Modelo de Micro Treliças Adaptativo (MMTA) e o algoritmo para geração dos dados de entrada no programa MEF Abaqus.

O capítulo 5 relata a análise dos resultados numéricos com os experimentais, apontando as principais variáveis que mais impactam na modelagem numérica.

No Capítulo 6, são apresentadas as conclusões e contribuições originais deste trabalho. Por final são sugeridas propostas para trabalhos futuros.

O Apêndice A apresenta o artigo com os principais tópicos desse trabalho o qual foi submetido à revista *Structural Engineering and Mechanics*.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 VIGAS PAREDES COM GEOMETRIAS NÃO CONVENCIONAIS

2.1.1 Abordagem Analítica

As primeiras pesquisas sobre Vigas Paredes com geometrias não convencionais se concentraram em geometrias com furos retangulares, Figura 2.1. Entre elas, destacam-se os trabalhos de Kong e Sharp (1977), Kong, Sharp e Appleton (1978), nos quais, a partir de uma série de ensaios experimentais de vigas paredes, constatou-se que os modos de ruptura eram bastante semelhantes às Vigas Parede com geometrias normais, o que, geralmente, resulta em uma falha por cisalhamento. A partir desses resultados, os pesquisadores propuseram uma formulação analítica para prever a resistência ao cisalhamento desses elementos estruturais. Entre as pesquisas mais recentes utilizando abordagem semelhante, citam-se os trabalhos de Eun et al. (2006), Yang, Eun e Chung (2006), Yang e Ashour (2008), Yoo et al. (2013), Tseng, Hwang e Lu (2017).

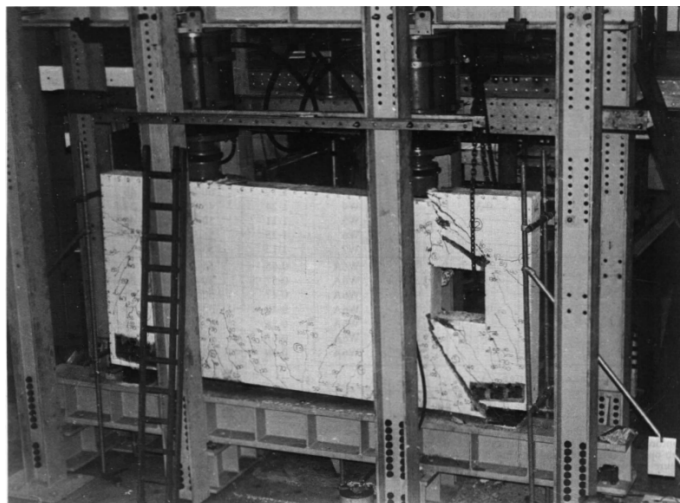


Figura 2.1: Ensaio em Viga Parede com furos retangulares (KONG; SHARP; APPLETON, 1978).

Ainda com objetivo da criação de equações analíticas para estimar a resistência ao cisalhamento de Vigas Paredes com furos, há o trabalho de Campione e Minafò (2012) que analisou os resultados experimentais e numéricos de 20 vigas paredes com furos circulares. Nele, os pesquisadores constataram que os furos no meio do vão tinham pouca influência na carga última da viga; por outro lado, furos dentro da faixa de cisalhamento reduziram a carga última entre 18% e 30%.



Figura 2.2: Ensaio em Viga Parede com furo circular (CAMPIONE; MINAFÒ, 2012).

2.1.2 Abordagem via Modelo de Bielas e Tirante

Observa-se que as formulações analíticas propostas nos trabalhos relatados anteriormente têm como vantagem a simplicidade na predição da resistência ao cisalhamento das vigas. No entanto, são limitadas às geometrias para as quais foram propostas. Além disso, não são capazes de traçar o comportamento completo da viga, dos estágios iniciais de carregamento até o colapso. No intuito de vencer algumas dessas limitações, Schlaich, Schafer e Jennewein (1987), a partir do modelo da treliça de Morsch, propuseram o Modelo de Bielas e Tirantes (MBT).

No que diz respeito às Vigas Paredes com geometrias não convencionais, o primeiro exemplo apresentado no trabalho de Schlaich, Schafer e Jennewein (1987) foi uma Viga Parede com uma abertura quadrada próxima a um dos apoios, Figura 2.3. Mesmo tendo como objetivo principal o dimensionamento, o MBT pode ser usado para estabelecer os mecanismos de falha e carga última resistida por esses elementos.

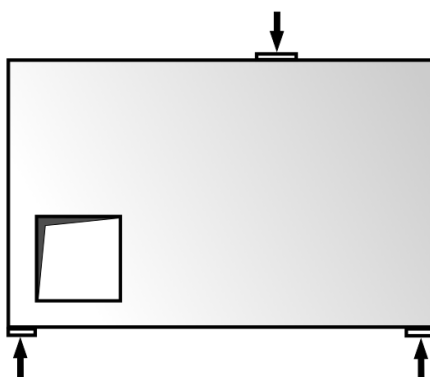


Figura 2.3: Viga Parede com Furo Retangular (SCHLAICH; SCHAFFER; JENNEWAIN, 1987).

O MBT é baseado no teorema do limite inferior da plasticidade. Esse teorema baseia-se no princípio de que se o equilíbrio e os critérios de ruptura são satisfeitos, um limite inferior para a carga última é obtido. A compatibilização de deformações não é considerada no modelo, pois não é exigida no teorema do limite inferior e mesmo devido à complexa distribuição de deformações não-lineares que existe em regiões “D”. De modo geral, não existe um único MBT para um determinado caso, vários modelos podem ser criados, porém a ductilidade do concreto limita o número de soluções viáveis para cada projeto e sugere que os modelos de MBT viáveis

devem ser aqueles que apresentam as melhores condições de deformação e exijam uma pequena redistribuição de cargas antes do início das fissuras (VIEIRA, 2013).

A delimitação da estrutura em regiões B e D não é um aspecto decisivo na modelagem, mas torna-se vantajoso para o desenvolvimento do MBT, uma vez que permite compreender estruturalmente como se prossegue a transmissão das forças internas. A Figura 2.4 mostra um exemplo para dimensionamento de uma estrutura de concreto usando o MBT.

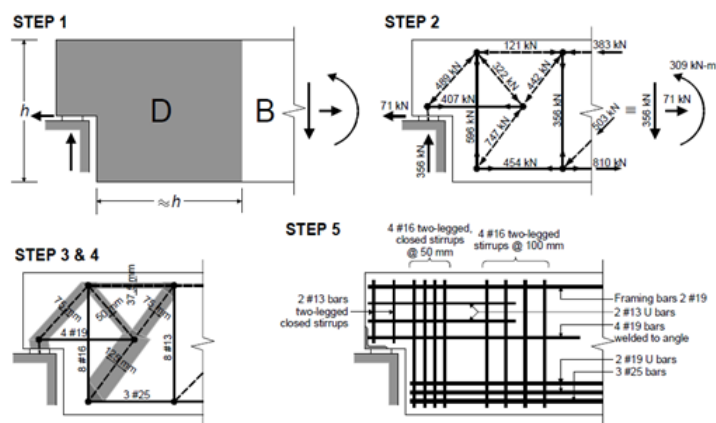
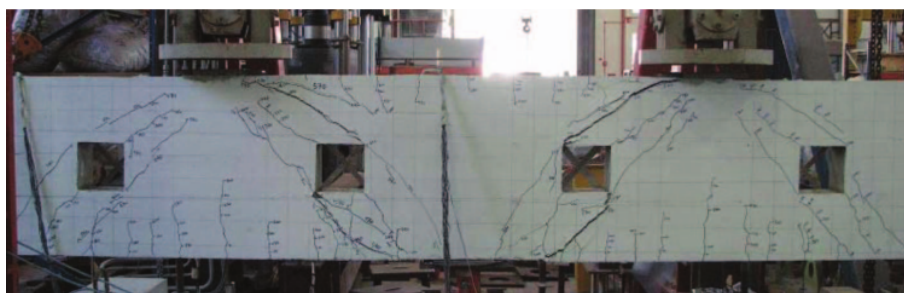


Figura 2.4: Passos para geração do MBT (BULLETIN 45 DO FIB (CEB-FIP), 2008)

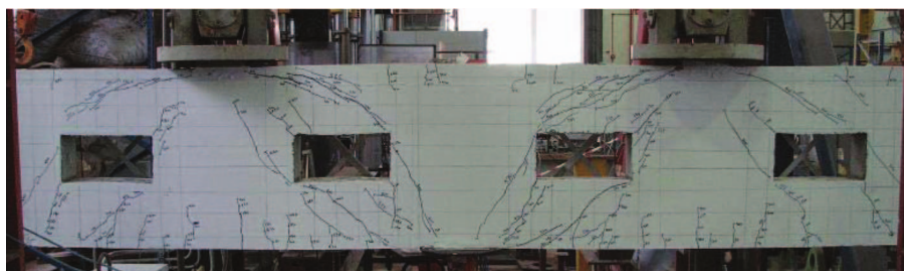
Fazendo o uso do MBT, na análise de vigas paredes com furos retangulares, tem-se o trabalho de (WU; LI, 2009), em que foram ensaiadas experimentalmente duas vigas paredes contínuas com furos retangulares, Figura 2.5. O projeto dos modelos teve como referência as recomendações para confecção de modelos MBT do ACI 318/2002. Os padrões de fissuração no colapso apresentados pelos modelos experimentais foram condizentes com o mecanismo de rotura proposto pelo MBT. Porém, as cargas últimas observadas experimentalmente alcançaram valores superiores aos modelos MBT em torno de 40%, indicando um padrão conservador do MBT.

De modo a analisar os efeitos de aberturas com geometrias trapezoidais em Vigas paredes, Hu, Tan e Liu (2007) ensaiaram experimentalmente seis modelos, variando as dimensões dessas aberturas, Figura 2.6. Constatou-se que as aberturas com dimensões reduzidas tinham pouco impacto na carga última da viga. Por outro lado, nos furos com dimensões que alcançavam as bielas de compressão, a influência era considerável. Além disso, os autores também propuseram um modelo MBT específico para essa geometria no intuito de estabelecerem um modelo para prever os modos de ruptura e cargas últimas.

Dentre as pesquisas acerca de vigas paredes com geometrias não convencionais, o trabalho de Ley et al. (2007) merece um grande destaque. A pesquisa apresenta resultados de um estudo de duas séries de testes em vigas paredes, com abertura na alma e uma reentrância, para avaliar a eficiência do MBT conforme Figura 2.7. Na primeira série de testes, seis modelos com diferentes taxas de armadura, mas com geometria e carga iguais, foram ensaiadas. Na segunda fase dos testes, dois espécimes maiores foram testados para investigar o efeito de escala em relação ao MBT proposto.



(a) Modelo A



(b) Modelo B

Figura 2.5: Vigas Paredes ensaiados por Wu e Li (2009)

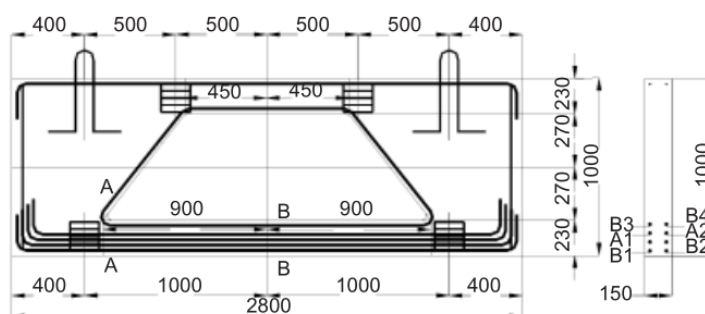


Figura 2.6: Detalhes de uma das Vigas Parede estudadas por Hu, Tan e Liu (2007).

Na primeira série de ensaios, foram testados sete modelos com armadura e um modelo de referência, sem armadura. Os modelos foram extraídos de uma competição realizada entre cinco grupos de estudantes de pós-graduação. O objetivo dos projetos era obter a maior relação entre carga última e quantidade de aço (kg) com uma deformação mínima de $l/100$, sendo l o vão da viga. A estrutura deveria ser projetada para resistir a uma carga de 17.8kN. O que levou a uma carga de projeto de 23.6kN, utilizando concreto com resistência à compressão de 24 MPa e resistência à tração de 1.6MPa. O dimensionamento e o detalhamento dos modelos tiveram como base os critérios do ACI 318/2005.

Cada equipe realizou, como base para montar o modelo MBT, uma análise de tensões elásticas utilizando o Método dos Elementos Finitos, conforme sugerido por Schlaich, Schafer e Jennewein (1987). Definido o arranjo das Bielas e Tirantes, calcularam as forças e dimensionaram a área de aço. Em seguida, checaram os apoios, regiões nodais e detalharam a armadura.

Cada equipe enfatizou determinados critérios na concepção do modelo de MBT proposto. O

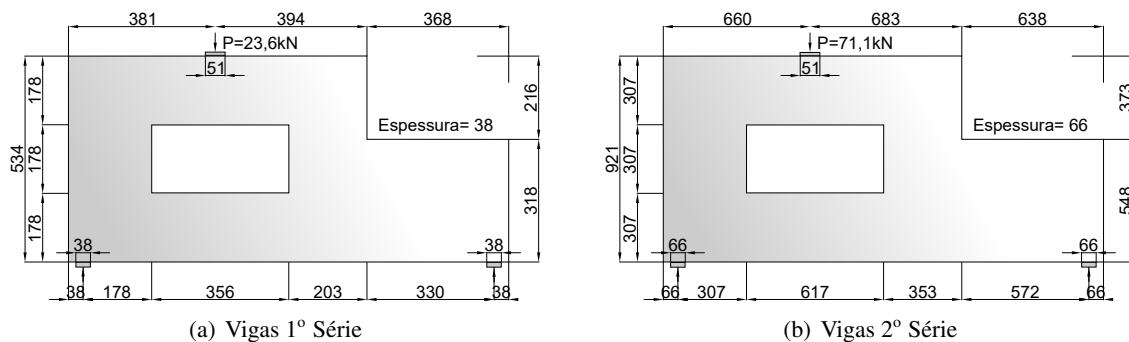


Figura 2.7: Dimensões dos Modelos ensaiados por Ley et al. (2007)

modelo S1 tinha como objetivo minimizar o comprimento dos tirantes; o modelo S2, distribuir as cargas ao redor das aberturas; o modelo S3, a ductilidade do elemento estrutural; o modelo S4, a adoção do posicionamento das bielas e tirantes seguindo a distribuição de tensões elásticas; o modelo S4i, a variação da armadura do modelo S4; já o modelo S5, o preenchimento de todo o contorno com bielas e tirantes. A Tabela 2.1 apresenta os modelos ensaiados na primeira fase.

Tabela 2.1: Modelos da Primeira Fase de Ensaio (LEY et al., 2007).

	MBT	Leiaute da Armadura Sobreposta ao MBT	Padrão de Fissuração na falha sobreposta a Armadura
S1			
S2			
S3			
S4			
S4i			
S5			

Os resultados dos ensaios realizados por Ley et al. (2007) demonstram que o MBT desenvolvido por projetistas diferentes variam substancialmente, o que leva a comportamentos diferentes, isso porque cada MBT desenvolvido gera uma concepção diferente de armadura. O autor também salienta que o desempenho da estrutura dimensionada pelo MBT depende diretamente dos critérios utilizados, os quais não possuem regras fixas.

Ao analisar os trabalhos que utilizam o MBT para o estudo de vigas paredes com geometrias não convencionais, observa-se que, com o aumento da complexidade geométrica, o MBT reduz sua capacidade na previsão da carga última e dos modos de ruptura. Além disso, o MBT não consegue fornecer o comportamento dos elementos estruturais, dos estágios iniciais de carregamento até seu colapso.

2.1.3 Abordagem via Método dos Elementos Finitos Não Linear

Com o propósito de superar as limitações supracitadas, diversos trabalhos adotam o MEF como ferramenta de análise, em específico a abordagem não linear. Entre os estudos de Vigas Parede com furos retangulares, aplicando o Método dos Elementos Finitos Não Linear (MEFNL), destacam-se os trabalhos de Mohamed, Shoukry e Saeed (2014) e El-Demerdash et al. (2015). Ambos apresentam simulações utilizando modelos 3d. Mohamed, Shoukry e Saeed (2014) empregaram o programa comercial de Elementos Finitos Abaqus, utilizando o Modelo de Dano Plástico, Figura 2.8. Já El-Demerdash et al. (2015) fizeram uso do programa comercial Ansys. Os dois trabalhos alcançaram uma boa aproximação entre os resultados de carga última numérica e o experimental. Destaca-se aqui que, apesar da presença dos furos, as geometrias estudadas não ofereciam grandes dificuldades na geração de malha, o que facilitou a modelagem.

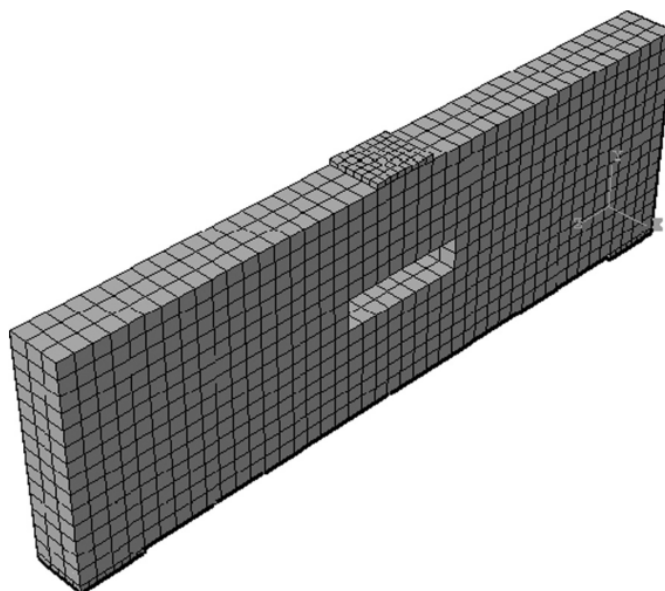


Figura 2.8: Modelo MEF de Viga Parede estudada por Mohamed, Shoukry e Saeed (2014).

Apesar da acurácia retratada nas respostas do comportamento mecânico de Vigas Paredes

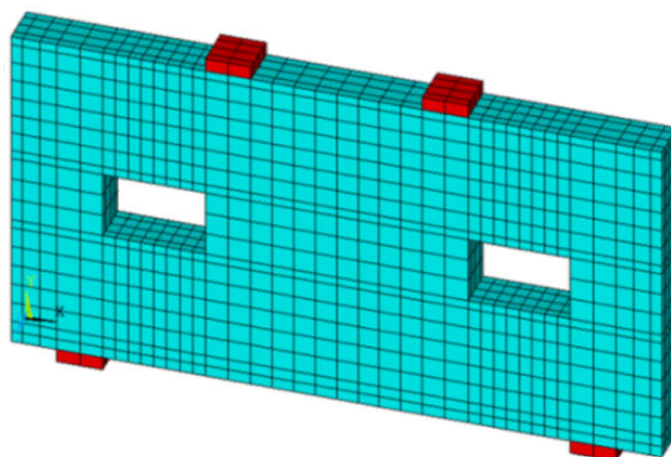


Figura 2.9: Modelo MEF de Viga Parede estudada por El-Demerdash et al. (2015).

de concreto armado simuladas com MEFNL, o método oferece algumas dificuldades em sua implementação, como problemas na escolha do modelo constitutivo mais apropriado para cada material, em que o concreto possui grande destaque devido a seu comportamento altamente não linear. Além disso, problemas de estabilidade numérica podem inviabilizar a simulação.

De modo geral, ao analisar as metodologias presentes na literatura para o estudo do comportamento de vigas paredes com geometrias não convencionais, percebe-se que a complexidade geométrica pode inviabilizar o uso de algumas metodologias, por exemplo, a aplicação de formulações analíticas, como as descritas nos trabalhos de Kong e Sharp (1977), Kong, Sharp e Appleton (1978). Por outro lado, mesmo que a metodologia não sofra tal limitação como o MBT, ainda se tem a dificuldade da proposta do modelo mais apropriado, como é ilustrado no trabalho de Ley et al. (2007). Metodologias numéricas como o MEFNL podem ser uma melhor alternativa na resolução de tal problema. No entanto, como já relatado, são oferecidas algumas dificuldades. Nesse sentido, de modo a sanar algumas das limitações supracitadas, o Modelo de Micro Treliça, se apresenta como uma boa alternativa. Já que, a partir de uma formulação simples, ele consegue unir conceitos presentes nas abordagens clássicas do MEFNL com o MBT. A seção seguinte apresenta com mais detalhes o Modelo de Micro Treliça.

2.2 MODELO DE MICRO TRELIÇA

A origem do MMT se confunde com o início da utilização do modelo reticulado na simulação numérica de elementos de concreto. O primeiro modelo a utilizar elementos reticulados para fazer tais simulações foi o modelo Framework de Hrennikoff (1941), que propôs a discretização de um contínuo em um reticulado de treliça. Entretanto, para se obter uma solução exata de elasticidade, as barras devem ser muito pequenas, o que exige um esforço computacional enorme e havia tornado essa abordagem inadequada. Não obstante, com o avanço tecnológico na área da informática, esta abordagem tem recebido muita atenção (KANG, 2002).

A partir dos trabalhos de Hrennikoff (1941), Salem (2004) propôs uma forma de discretização de viga parede, conforme Figura 2.10, em que esta foi dividida em pequenas regiões quadriláteras, compostas de dois elementos de treliça horizontais, dois verticais e dois diagonais. Os elementos horizontais recebem as tensões normais na direção horizontal, enquanto os verticais na direção vertical. Os elementos diagonais recebem os esforços de cisalhamento através de um mecanismo de compressão, um elemento puxando o outro. Se a malha é girada 45 graus, o papel dos elementos é invertido. Os membros horizontais e verticais, em seguida, recebem o carregamento de cisalhamento, enquanto os elementos diagonais, os esforços normais.

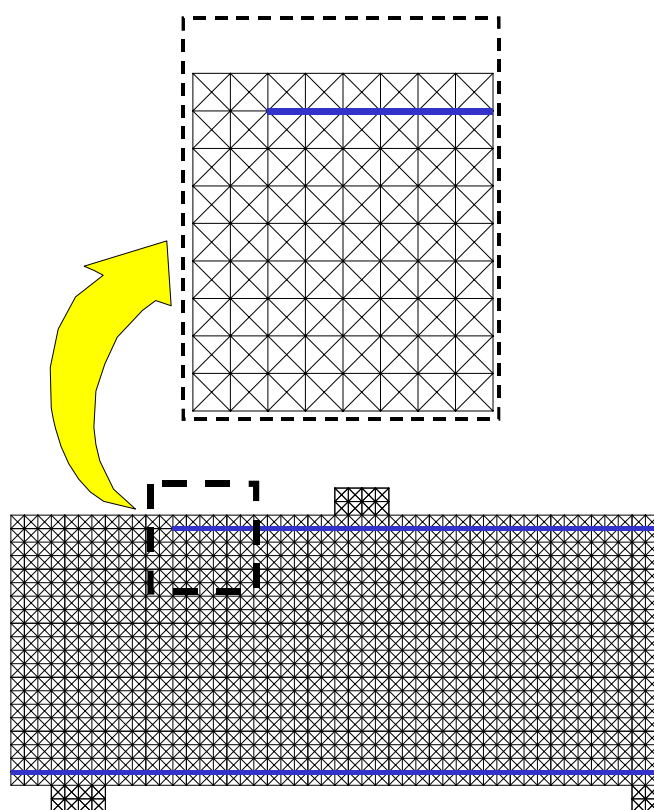


Figura 2.10: Viga Parede discretizada com o Modelo de Micro Treliças de Salem (2004).

No modelo acima, as treliças são solucionadas através do método da rigidez mediante uma análise não-linear geométrica e física, onde são aplicados modelos constitutivos para o aço e o concreto com intuito de capturar as respostas elasto-plásticas desses materiais. A não-linearidade física utilizada neste modelo é ilustrada na Figura 2.11, na qual são expostos os esquemas dos modelos constitutivos adotados para simular o concreto e o aço.

Entre os exemplos abordados por Salem (2004), tem-se a modelagem da viga ensaiada por Shin (1988), com um vão de 2400 mm e seção retangular de 200 x 600 mm e armadura constituída de uma barra de 19 mm de diâmetro, sem armadura de alma e tensão de escoamento do aço de 350 MPa. O concreto apresentou resistência à compressão de 30 MPa e a resistência à tração de 2,5 MPa. A Figura 2.12 evidencia o potencial do MMT na simulação de vigas paredes com geometria convencional, apresentando resultados do padrão de fissuração fornecido pelo modelo e o comportamento global retratado pela relação de carga contra deslocamento no meio do vão.

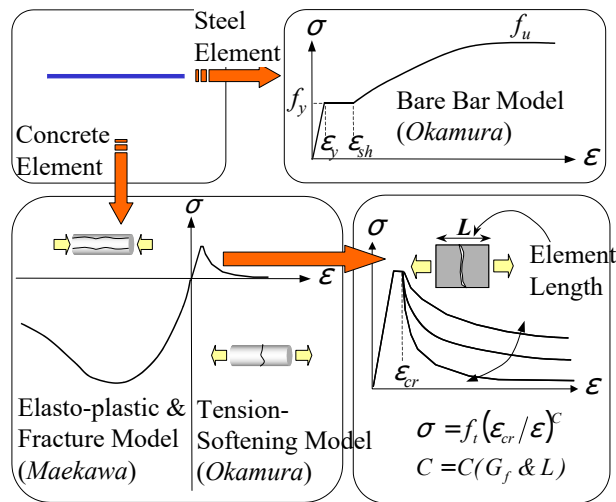


Figura 2.11: Modelos constitutivos do Concreto e do Aço (SALEM, 2004).

Ademais, é verificada uma boa aproximação com o resultado experimental. Contudo, o trabalho não expõe comportamentos locais como a deformação do aço.

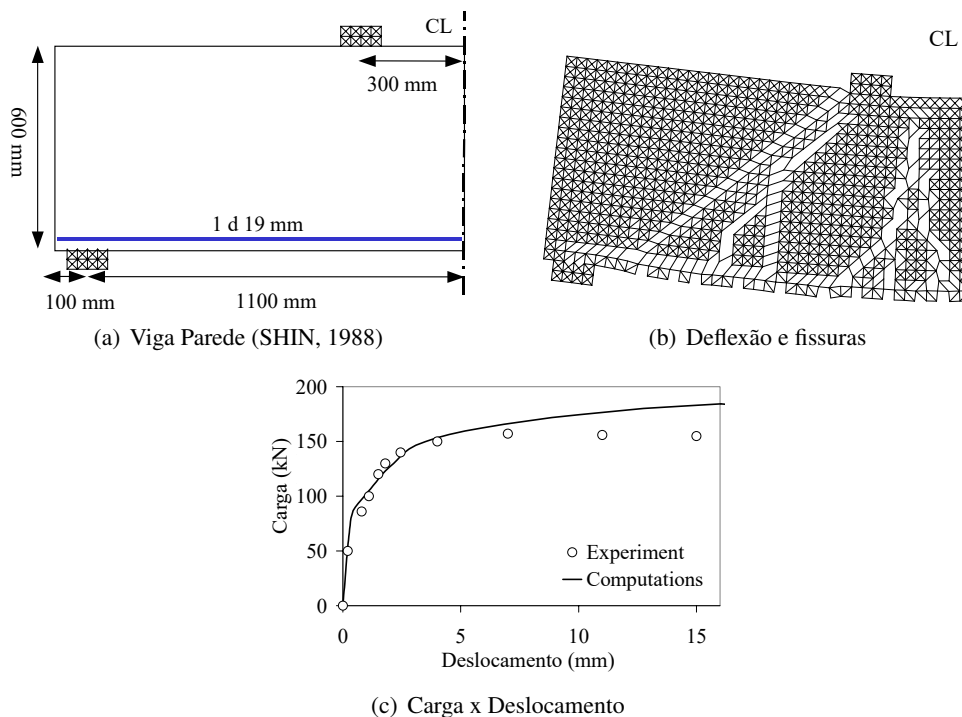


Figura 2.12: Aplicação do MMT em viga por Salem (2004)

Na mesma linha de pesquisa, Nagarajan, Jayadeep e Pillai (2009) deram continuidade ao MMT ao implementar seu modelo no programa de elementos finitos ANSYS 10.0. Além de simular o comportamento de elementos de concreto armado, o trabalho aplica o MMT no desenvolvimento de modelos MBT, Figura 2.13. Partindo da mesma implementação computacional, Nagarajan, Jayadeep e Pillai (2010) aplicaram o modelo na discretização da mesoestrutura do concreto, no qual são consideradas as diferenças entre o agregado graúdo, argamassa e zona de

transição, através de propriedades distintas. O elemento de concreto é substituído por elementos de micro treliça e uma estrutura aleatória de distribuição dos agregados é desenvolvida sobre a malha de micro treliças. Os autores chamaram o método de Modelo de Micro Treliças Modificado. Embora os resultados numéricos apresentados na pesquisa mostrem uma boa acurácia quando comparados com dados experimentais, o modelo exibe algumas dificuldades, como a definição da distribuição do agregado e o elevado custo computacional quando comparado com o uso do MEFNL convencional, já que é necessário a criação de uma quantidade elevada de elementos de barra para retratar corretamente a mesoestrutura do concreto.



Figura 2.13: Desenvolvimento de modelos MBT com a aplicação do MMT (NAGARAJAN; JAYADEEP; PILLAI, 2009).

Kiousis et al. (2010) utilizou uma abordagem similar à de Salem (2004) para simular pilares de concreto armado sob compressão. Contudo, para considerar o estado triaxial, um regime de tensões mais complexo, que se desenvolve com os efeitos de confinamento, por meio de uma análise no estado plano de tensões, o autor identifica as regiões confinadas e não confinadas dentro do pilar. Assim o estado tridimensional de tensões é considerado nas equações constitutivas. A Figura 2.14 mostra a disposição das treliças para esse problema. Os resultados numéricos alcançaram uma boa acurácia quando comparados aos dados experimentais, Figura 2.14. Contudo, o estudo revela algumas dificuldades, como problemas de estabilidade numérica e a correta inserção dos efeitos de confinamento no modelo bi-dimensional, quando a disposição dos estribos não é alinhada com o contorno do pilar, Figura 2.14(b).

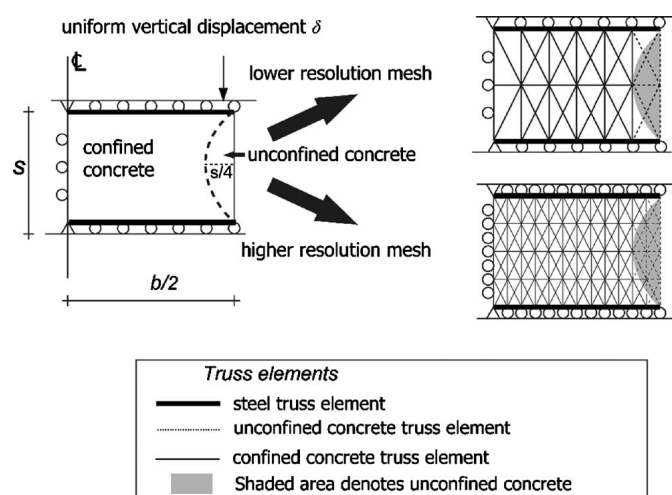


Figura 2.14: Metodologia de discretização de pilares utilizada por Kiousis et al. (2010).

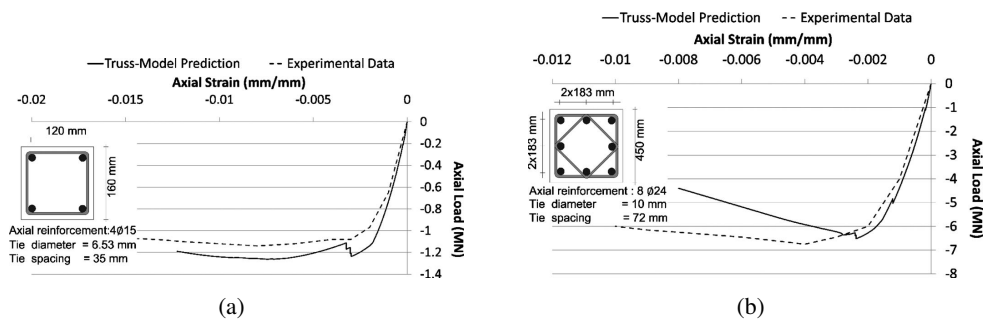


Figura 2.15: Resultados dos pilares simulados por Kiousis et al. (2010)

Ilgadi (2013) ampliou o modelo de micro treliça 2d de Kiousis et al. (2010) para 3d, como mostra a Figura 2.16. Este aplicou sua proposta de modelagem em vigas e pilares de concreto armado. Os resultados apresentados se mostraram bastante promissores; No entanto, a modelagem proposta é limitada a elementos com geometrias simples.

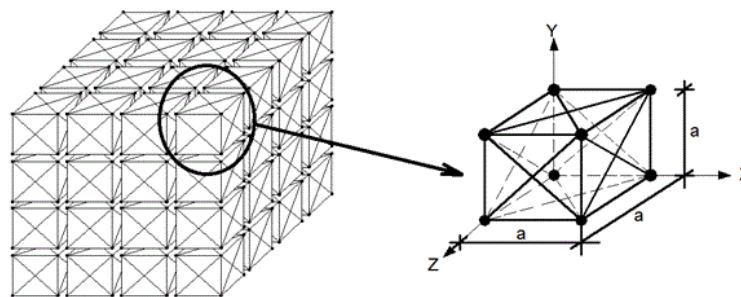


Figura 2.16: Micro treliça 3d proposto por Ilgadi (2013).

Os trabalhos de Zhong et al. (2017a) e Zhong et al. (2017c) empregam a mesma idealização proposta por Nagarajan, Jayadeep e Pillai (2009), onde a obtenção de modelos MBT é realizada mediante a discretização de elementos de concreto armado com micro treliças. Entretanto, o procedimento adotado aplica recursos de otimização topológica para geração dos modelos. Além disso, no intuito de ampliar as possibilidades de transmissão de carga, o trabalho propõe um novo conjunto de micro treliças com vinte e duas barras, conforme Figura 2.17. Cabe destacar que a modelagem proposta só efetua simulações lineares, ou seja, os modelos não conseguem capturar o comportamento não linear de elementos de concreto armado.

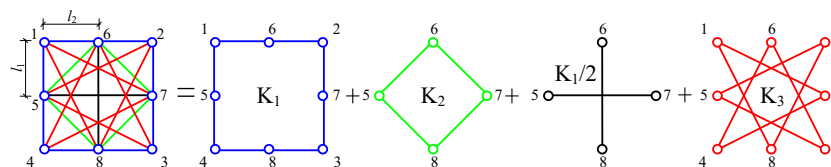


Figura 2.17: Micro treliça 2d proposto por Zhong et al. (2017a).

Ainda com o mesmo objetivo, Zhong et al. (2017b) ampliou o modelo 2d de micro treliças para o 3d, Figura 2.18, para obtenção de modelos MBT em regiões de aplicação de cargas pontuais como as zonas de ancoragem de cabos de protensão. O procedimento numérico de simulação não

foi alterado, houve apenas mudanças no tratamento geométrico.

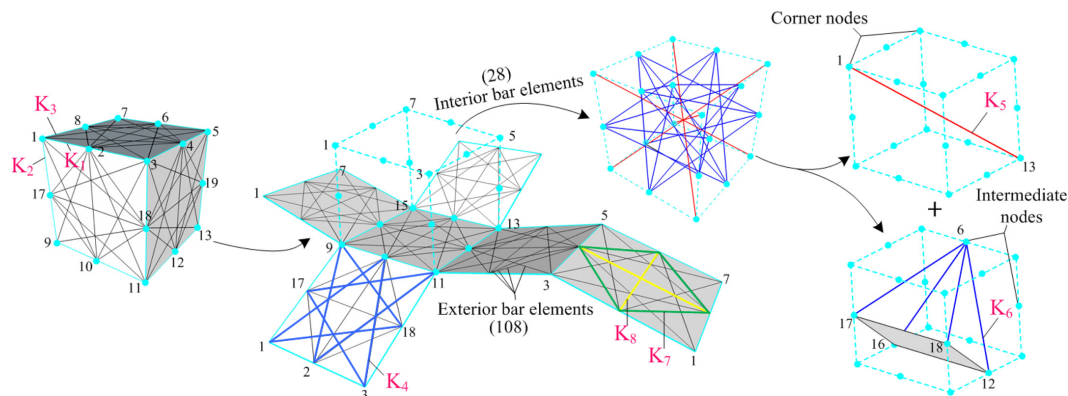


Figura 2.18: Micro treliça 3d proposto por Zhong et al. (2017b).

Nepomuceno (2012) realizou a primeira pesquisa com modelos de micro treliça na discretização de elementos de concreto armado no Programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC) da UnB. Ela propôs o uso de geração de malha automática de triângulos para a criação dos elementos de treliças, empregando um algoritmo 2D para domínios bidimensionais de forma arbitrária (MIRANDA; CAVALCANTE NETO; MARTHA, 1999; MIRANDA et al., 2003a). O trabalho apresenta a aplicação da metodologia em Vigas Paredes com geometrias convencionais. Além da aplicação do MMT a pesquisa também aplicou o MBT nas vigas analisadas. Constatou-se que, os modelos MBT subestimaram as cargas últimas das vigas quando comparado com as observadas experimentalmente. Já os modelos MMT conseguiram aproximar os modos de ruptura experimentais. No entanto, a proposta de discretização para o MMT não consegue representar corretamente as deformações devido ao efeito do Poisson.

Com a finalidade de prosseguir o trabalho de Nepomuceno (2012) e sanar as deficiências encontradas, Vieira (2013) atualizou o seu modelo de micro treliças. Ao contrário de Nepomuceno (2012), a concepção dos modelos se desenvolve com a geração de uma malha de elementos quadriláteros através do algoritmo de malhagem de geometrias arbitrárias proposto por Miranda e Martha (2012), que posteriormente é modificada para elementos de treliças. Foi observado que tal configuração minimiza problemas devido ao efeito de Poisson.

Diferente dos trabalhos encontrados na literatura em que os quadriláteros são regulares, a modelagem proposta por Vieira (2013) possui certa liberdade na geração da malha, ou seja, não necessariamente os quadriláteros precisam ser regulares, assim é possível criar uma conformação melhor para peças que apresentam geometrias diferenciadas.

O sistema de geração das micro treliças foi implementada no programa Micro-Truss Analyzer, um programa gráfico interativo para modelagem e visualização de resultados de elementos planos de estruturas de concreto armado, o qual pode interagir com programas comerciais de análise via elementos finitos. No trabalho de Vieira (2013) foi utilizado o programa comercial de elementos finitos Abaqus.

Para validação do modelo proposto, Vieira (2013) fez a simulação de duas Vigas Parede, uma

com geometria convencional e outra com uma reentrância retangular. Os resultados numéricos de cargas últimas atingiram valores próximos aos observados experimentalmente. No entanto, o comportamento de carga deslocamento se mostrou mais flexível que o observado experimentalmente, como mostra a Figura 2.19.

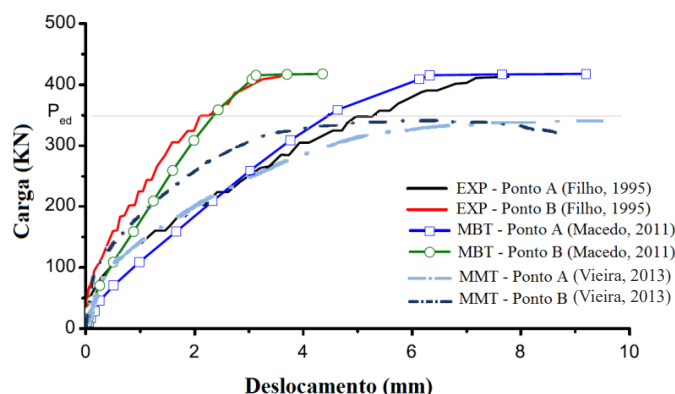


Figura 2.19: Gráfico Carga x Deslocamento de Viga Parede analisada por Vieira (2013).

Observou-se que, a acurácia dos resultados numéricos produzidos no trabalho de Vieira (2013), foi comprometida por problemas na correta inserção das propriedades mecânicas dos materiais, já que os dados experimentais adotados não continham todas as informações necessárias na implementação do modelo numérico. Além disso, a utilização de um solver comercial de Elementos Finitos limitou a compreensão da resposta não linear dos elementos de treliça. Dessa forma, para ultrapassar tais limitações esta pesquisa propõe ensaios experimentais, que possibilitem maiores informações das propriedades dos materiais, como será apresentado no capítulo seguinte. Ademais, um solver de elementos finitos também foi criado, de modo a melhorar a compreensão do comportamento não linear das micro treliças, como será mostrado no capítulo 4. Diante do exposto, pretende-se com essa pesquisa avançar os estudos sobre a modelagem de elementos de concreto armado via Modelo de Micro Treliças.

3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

3.1 COMPLEXIDADE GEOMÉTRICA

Observa-se que nos estudos apresentados no capítulo 2 que, à medida que ocorrem alterações geométricas, verifica-se também o aumento da complexidade na elaboração de modelos que representam o comportamento estrutural. Não existe uma métrica para mensurar o quanto uma geometria de Viga Parede é complexa ou não. Para mensurar essa complexidade geométrica, é elaborada aqui uma métrica baseada no número de descontinuidades (nd) apresentada na Viga Parede, no número de descontinuidades alinhadas com a geometria (nad) e no número de descontinuidades não-simétricas (nas). Assim a Complexidade da Geometria (CG) da viga parede é definida aqui por:

$$CG = nd - nad + nas \quad (3.1)$$

O número de descontinuidades alinhadas com a geometria é colocado como subtração, pois esse alinhamento facilita a modelagem em modelos numéricos, como na geração de malha por Elementos Finitos, por exemplo. Já a presença de descontinuidades assimétricas dificulta a elaboração tanto de modelos MBT quanto de formulações analíticas. O tipo T5 da Tabela 3.1 exemplifica tal constatação; apesar de dois furos, este obteve um (CG) de zero, pois sua disposição simétrica facilita a abordagem de diversas metodologias, como visto nos trabalhos de Kong e Sharp (1977), Kong, Sharp e Appleton (1978), Yang e Ashour (2008), El-Demerdash et al. (2015). Cabe destacar, que a equação proposta aqui não contempla a complexidade do arranjo da armadura, pois o objetivo inicial do trabalho não contempla tais características.


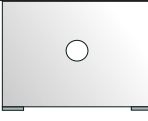
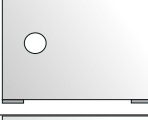
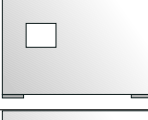
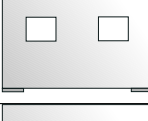
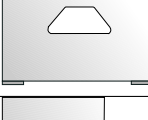
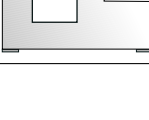
A Tabela 3.1 apresenta os principais tipos geométricos encontrados na literatura, com os resultados da aplicação da eq.3.1. Observa-se que a maior complexidade é igual a 2, para os tipos T3 e T4. A partir da complexidade da geometria, são elaboradas, neste trabalho, outras geometrias de vigas paredes com complexidade maior, tomando a Tabela 3.1 como referência.

3.2 ESTUDO PILOTO

Um estudo piloto foi necessário para conhecer as principais variáveis determinantes nos ensaios de Viga Parede no laboratório de estruturas da UnB. Entre elas, destacam-se as dimensões dos modelos, equipamentos disponíveis, sistema de aquisição de dados e materiais empregados na confecção dos modelos. Para isso, foram gerados quatro protótipos de vigas paredes.

As dimensões adotadas foram extraídas a partir da relação $L/h(\text{Vão/Altura})=2$, valor limite indicado pela norma brasileira (NBR6118, 2014) para caracterização de vigas isostáticas. Desse

Tabela 3.1: Principais tipos de geometria com seu Grau de Complexidade.

Tipo	Referência	<i>nd</i>	<i>na</i>	<i>nas</i>	<i>CG</i>
 T1	(CAMPIONE; MINAFÒ, 2012)	0	0	0	0
 T2	(CAMPIONE; MINAFÒ, 2012)	1	0	0	1
 T3	(CAMPIONE; MINAFÒ, 2012)	1	0	1	2
 T4	(EUN et al., 2006)	1	1	1	1
 T5	(YANG; ASHOUR, 2008)	2	2	0	0
 T6	(HU; TAN; LIU, 2007)	1	0	0	1
 T7	(LEY et al., 2007)	2	2	2	2

modo, para o vão (*L*), adotou-se o valor de um metro e a altura (*h*) com cinquenta centímetros, conforme Figura 3.1. Além disso, tais dimensões oferecem uma certa facilidade de manuseio, como a confecção, armazenamento e acomodação no sistema de ensaio.

Dessa forma, foram idealizadas duas geometrias. A primeira, uma geometria convencional, como referência. A segunda, com furo circular assimétrico com diâmetro de 10 cm. Além disso, para o estudo da influência das armaduras, os modelos se diferenciaram pela presença ou não de armadura na alma. Cabe destacar que, para simplificar a execução dos protótipos, as barras de aço foram dispostas em uma linha na parte central da seção transversal. Além disso, os modelos não seguiram requisitos normativos, como taxas mínimas de aço.

Assim, as vigas, com espessura de 10 cm, foram dispostas da seguinte forma:

- A VProt1, Figura 3.1(a), viga de alma cheia com uma armadura apenas na parte inferior;
- A VProt2, Figura 3.1(b), viga de alma cheia com uma armadura na parte inferior e na alma;
- A VProt3, Figura 3.1(c), viga com furo circular e armadura apenas na parte inferior;
- A VProt4, Figura 3.1(d), viga com furo circular, armadura na parte inferior e na alma.

Os detalhes da confecção dos modelos, da instrumentação, dos materiais empregados e o

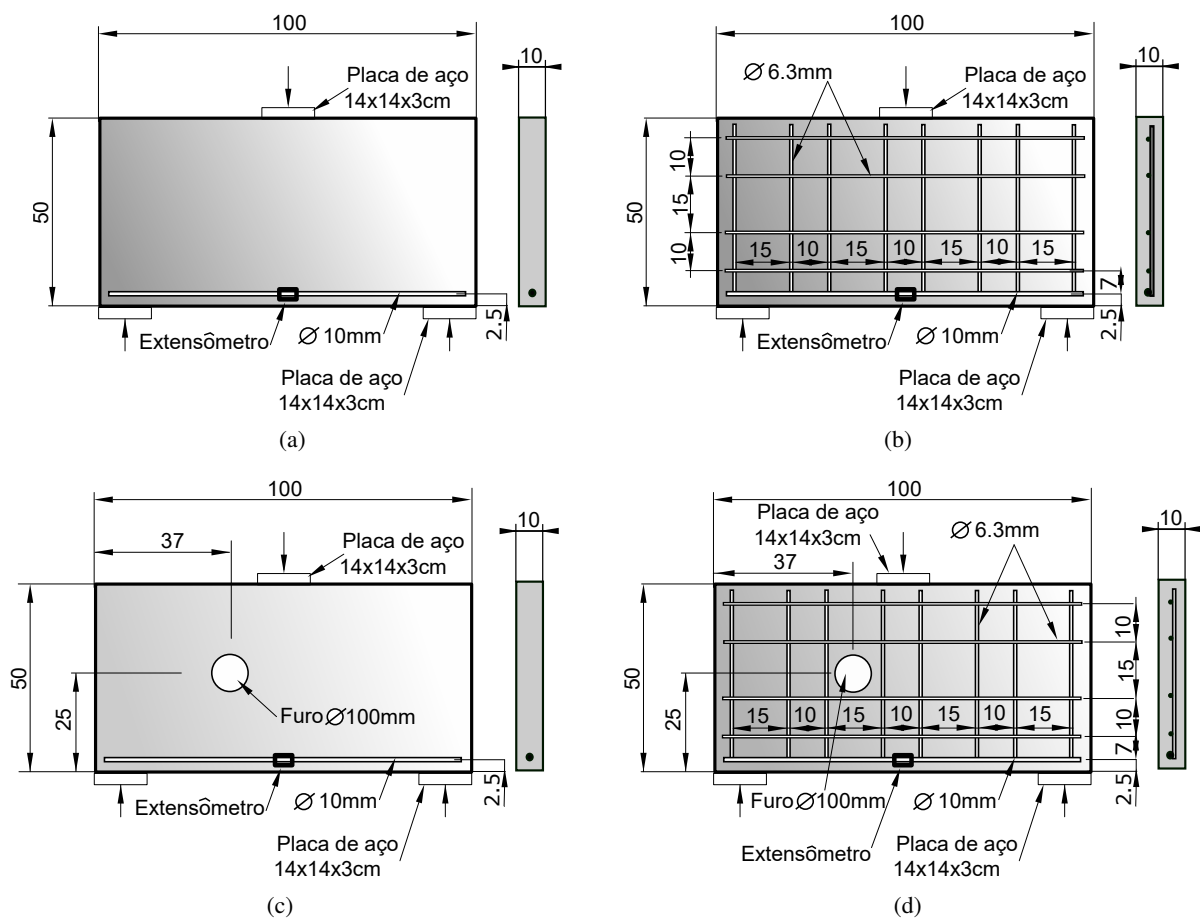


Figura 3.1: Detalhes dos protótipos: (a)VProt1; (b)VProt2; (c)VProt3; (d)VProt4.

sistema de ensaio seguem nas seções posteriores. Por sua vez, as propriedades do concreto e aço empregados nesta etapa são apresentadas nas tabelas 3.2 e 3.3.

Tabela 3.2: Resistência à Compressão obtidas a partir dos corpos de prova dos ensaios preliminares.

Corpo de Prova	Resistência (Mpa)
1	48.0
2	65.5
3	56.0

Tabela 3.3: Propriedades do Aço empregados nos ensaios preliminares.

Diâmetro	Modulo de Elasticidade (GPa)	Tensão de Escoamento (MPa)
6.3mm	210	697
10mm	210	553

3.2.1 Resultados dos Protótipos

Todos os protótipos foram ensaiados nas mesmas condições de velocidade de carga, apresentando padrões de fissuração no colapso mostrados na Figura 3.2. O modelo VProt1 apresentou uma ruptura brusca, com carga última de 163.5kN. A viga VProt2, apesar da presença de armadura na alma, obteve comportamento semelhante ao da VProt1, com carga última de 242.9 kN. Apesar do furo, a VProt3 também seguiu um comportamento semelhante aos modelos anteriores, obtendo a carga última de 132 kN, a menor dentre os protótipos. O modelo VProt4 apresentou um padrão de fissuração mais distribuído, com carga última de 272.3 kN, a maior dentre os protótipos. Salienta-se, também, que todos os protótipos apresentaram modo de falha por flexão e a presença do furo não provocou alterações significativas nos padrões de fissuração dos modelos.

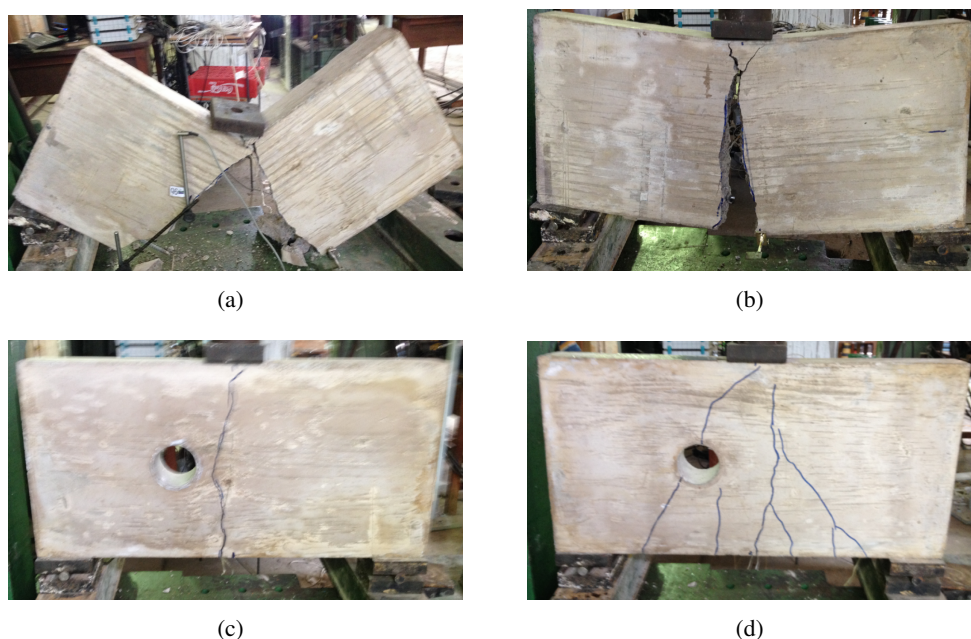


Figura 3.2: Padrão de fissuração no colapso dos protótipos: (a)VProt1; (b)VProt2; (c)VProt3; (d)VProt4.

Em relação ao monitoramento da armadura principal, a Figura 3.3 mostra a relação carga deformação obtida nos ensaios. Diante desses dados, verifica-se inicialmente que, em todos os modelos, um pico de deformação no aço é registrado para cargas entre 100 e 130 kN, visto que as armaduras monitoradas dos protótipos VProt1, VProt2 e VProt3 entraram em escoamento após esse pico. Já no modelo VProt4, a armadura principal só entra em escoamento com incrementos de carga posteriores.

Apesar das respostas iniciais dos extensômetros serem condizentes com os padrões de fissuração observados, evidenciado pela associação da fissura central nos modelos com o pico de deformação. Para os protótipos VProt1, VProt2 e VProt3 os resultados perdem a acurácia logo após o pico, indicando possíveis falhas no instrumento.

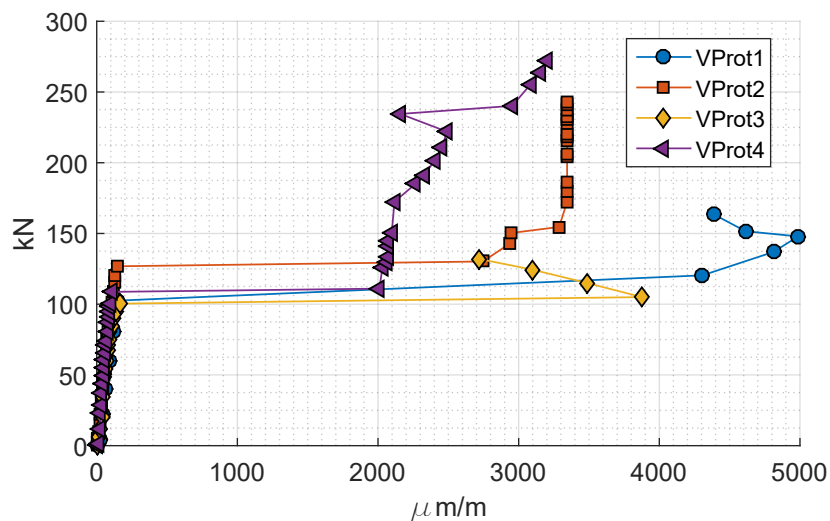


Figura 3.3: Carga x Deformação (Extensômetro no aço) protótipos.

3.2.2 Considerações gerais sobre o estudo piloto

A seguir, as principais considerações sobre o estudo piloto que serviram para balizar e planejar os ensaios dos modelos principais da presente tese:

- A relação L/h (Vão/Altura), propostas para os protótipos, se mostrou como um dos agentes que proporcionou modos de falha por flexão, indicando um comportamento próximo ao de vigas convencionais. De modo a obter comportamentos mais complexos tal relação deve ser reduzida;
- Tanto os equipamentos disponíveis como o sistema de ensaio adotado se mostraram adequados para o ensaio realizado;
- A instrumentação das barras de aço se mostra ineficiente para cargas pós-fissuração das vigas. Somente um extensômetro foi usado por barra, indicando a necessidade de dois, no intuito de ampliar a capacidade de monitoramento;
- Em relação aos materiais empregados nos protótipos, o concreto merece destaque. Este apresentou uma grande variabilidade na resistência à compressão, como mostra a Tabela 3.2. No entanto, o número reduzido de corpos de prova ensaiados pode mascarar a dispersão correta dos valores, sendo necessária uma quantidade maior de amostras para os ensaios de compressão direta;
- Como já constatado, para obtenção de comportamentos mais complexos, as aberturas devem ser maiores.

3.3 CONCEPÇÃO DOS MODELOS PRINCIPAIS

A partir dos protótipos ensaiados e das concepções presentes na literatura, esta tese propõe uma análise experimental de Vigas Paredes com geometrias diferenciadas com grau de complexidade maior que 2. Para isso, são propostas duas geometrias, como mostra a Figura 3.4. A primeira geometria foi disposta com uma reentrância na parte inferior do modelo de modo a provocar uma descontinuidade no tirante, comumente adotado nos modelos de viga parede com geometria convencional. Além disso, foi inserido um furo assimétrico para interromper a biela de compressão formada entre o ponto de aplicação de carga e o apoio. Este furo é também disposto de forma não alinhada com a geometria exterior para dificultar a modelagem numérica posterior, conforme Figura 3.4(a). A segunda geometria seguiu o mesmo conceito usado na primeira, se diferenciando pela inserção de uma abertura adicional para dificultar ainda mais a introdução de uma biela de compressão, conforme Figura 3.4(b). Ao aplicar a eq.3.1, a primeira geometria obtém a complexidade geométrica 3 e a segunda obtém a complexidade geométrica 5, isto é, maior que a dos trabalhos da literatura.

Além da avaliação dos efeitos geométricos no comportamento dos modelos, também foram propostas concepções diferentes de armadura. A primeira concepção com armadura horizontal somente na parte inferior das vigas paredes (VPs), novamente com o intuito de avaliar a influência da reentrância no tirante. A segunda concepção, além da armadura na parte inferior, foram inseridas barras na alma dos espécimes, próximas às aberturas, no intuito de observar a sua influência, no comportamento do modelo. Como cobertura das armaduras foi adotado 2.5cm.

Assim, as VPs, com espessura de 14 cm, foram fabricadas da seguinte forma:

- O modelo VP1 com entalhe retangular próximo a um dos apoios e uma abertura em forma de losango no lado oposto, na parte superior, com armadura somente na parte inferior, Figura 3.5(a);
- O modelo VP2, com a mesma geometria do VP1, com armadura na parte inferior e na alma, Figura 3.5(b);
- O modelo VP3, com entalhe retangular próximo a um dos apoios e duas aberturas em forma de losango no interior, com armadura somente na parte inferior, Figura 3.5(c);
- O modelo VP4, com a mesma geometria do VP3, com armadura na parte inferior e na alma, Figura 3.5(d).

3.4 CONFECÇÃO DOS MODELOS

As formas foram executadas com chapas de madeira compensada plastificada, com espessura de 15 mm, fixadas com pregos em aço galvanizado, conforme Figura 3.6. Para a armadura, foram

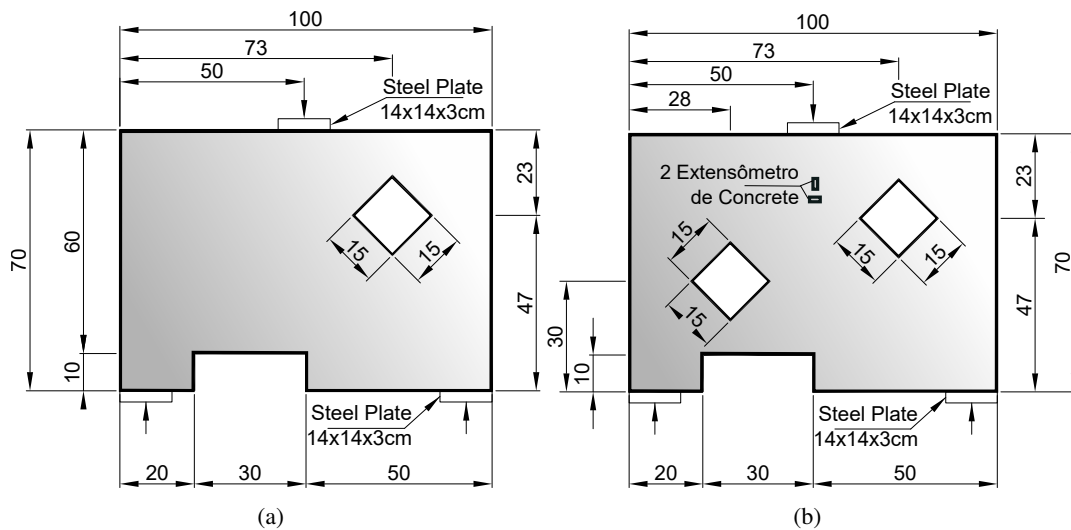


Figura 3.4: Formas dos modelos:(a) Modelos VP1 e VP2; (b) Modelos VP3 e VP4.

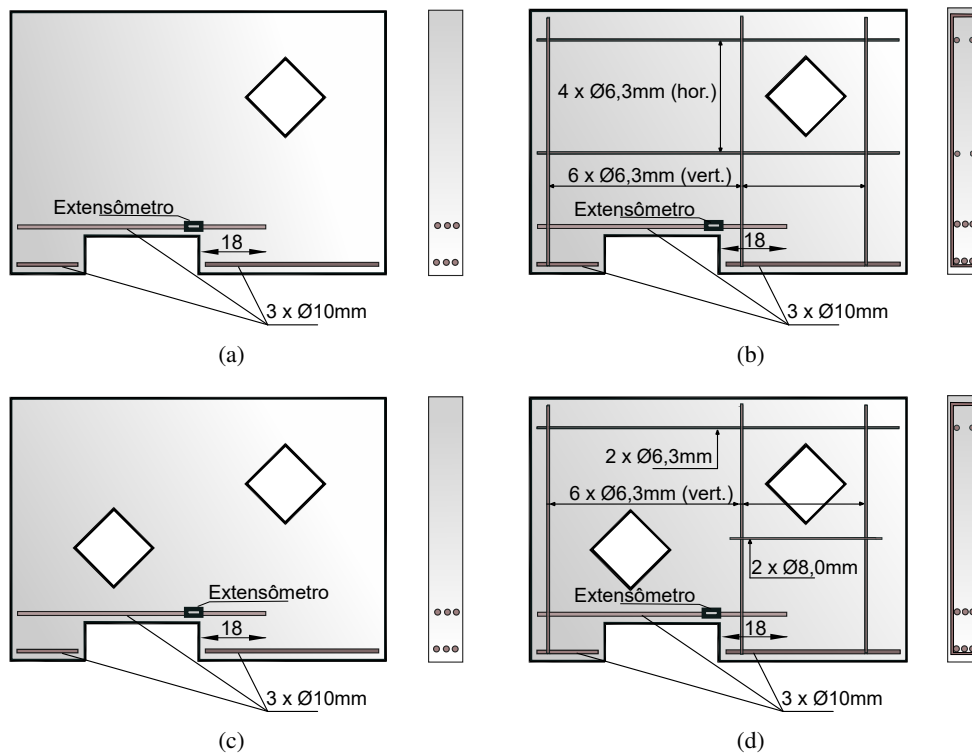


Figura 3.5: Armadura dos modelos: (a)VP1; (b)VP2; (c)VP3; (d)VP4.

adquiridos comercialmente vergalhões da Gerdau com as bitolas requeridas, que foram cortados e dobrados nos comprimentos e quantidades definidas, conforme Figura 3.5.

Após a limpeza da forma e a vedação das arestas com silicone, aplicou-se uniformemente desmoldante às superfícies expostas ao concreto através de rolos de espuma, visando facilitar sua remoção sem danificar a superfície e arestas do concreto, por ocasião da desforma.

Utilizou-se concreto usinado bombeável da classe C35 fornecido pela empresa CONCRE-

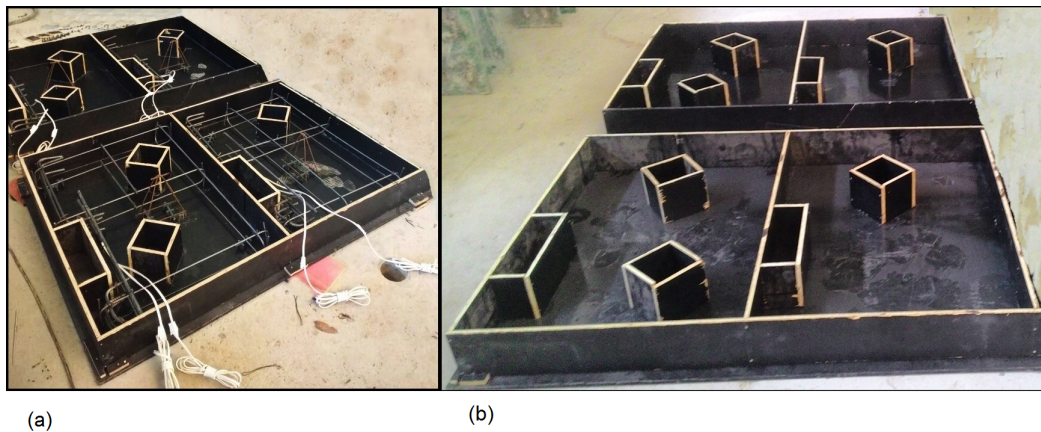


Figura 3.6: Formas dos Modelos Experimentais: (a) Formas com armadura; (b) Formas sem armadura.

CON, com brita 0 (diâmetro máximo do agregado de 9,5 mm) e abatimento por slump de 12 ± 2 cm. O concreto foi lançado nas formas e adensado com o auxílio de um vibrador tipo agulha, sendo as superfícies dos modelos regularizadas através de uma régua de madeira. Simultaneamente à concretagem dos modelos, foram moldados 12 corpos-de-prova cilíndricos (CPs) de dimensões (100 x 200) mm para a realização dos ensaios de propriedades mecânicas. A cura do concreto se deu em ambiente de laboratório por cerca de 7 dias, feita com sacos de aniagem sob mantas de plástico para evitar, ao máximo, a evaporação e submetidos à molhagem regular desde o instante em que a superfície dos modelos apresentaram resistência à ação da água ($\cong 5$ horas após a concretagem). Os corpos de prova provenientes foram submetidos às mesmas condições de cura. No período próximo aos ensaios dos modelos, procedeu-se a desforma e movimentação dos modelos ao sistema de ensaio.



Figura 3.7: Concretagem dos modelos.

3.5 INSTRUMENTAÇÃO DOS MODELOS

Para medir a deformação específica das armaduras, as barras selecionadas para a instrumentação foram marcadas e identificadas nos pontos de extensometria, que receberam um prévio preparo à colagem com a remoção das estrias das barras, no esmeril e, posteriormente, das irregularidades superficiais com lixa ferro nº600. A sequência continua, procedendo-se à limpeza superficial, seguida da colagem dos extensômetros com adesivo à base de epóxi SuperBonder. Efetuou-se a soldagem e o teste dos terminais de ligação dos extensômetros aos fios dos cabos paralelos, sendo protegidos com resina também à base de epóxi Araldite, somada a uma segunda camada protetora com adesivo à base de silicone. A finalização foi realizada envolvendo-se o ponto instrumentado com fita de auto-fusão. Os extensômetros utilizados foram elétricos de resistência, da marca KYOWA, do tipo KGF-5-120-C1-11, resistência de $120,2 \pm 0,2\Omega$ e fator de calibração de $2,09 \pm 0,1$, tendo, para cada ponto instrumentado, dois extensômetros colados em lados diametralmente opostos. A Figura 3.8 mostra o processo de colagem dos extensômetros nas barras.



Figura 3.8: Instrumentação das barras.

Todas as vigas tiveram como configuração de armadura principal três barras com diâmetro de 10mm cada, em uma camada na parte inferior das Vigas Paredes, sendo monitoradas apenas as barras centrais com extensômetros. Estes foram dispostos em uma das regiões mais solicitadas das vigas conforme Figura 3.5. Com isso, buscou-se observar tanto os efeitos da geometria quanto da disposição das armaduras dentro dos modelos. Além disso, foram inseridos um par de extensômetro de concreto nos modelos VP3 e VP4, conforme Figura 3.4, para monitorar a influência da armadura entre os dois furos.

3.6 SISTEMA DE ENSAIO

O sistema de ensaio utilizado está ilustrado na Figura 3.9, em que a viga parede é posicionada no pórtico de reação sobre dois aparelhos de apoio, providos de placas de aço com $14 \times 14 \times 4$ cm e cilindros maciços de aço com diâmetro de 2.54cm. O aparelho de apoio esquerdo é um apoio de 2º gênero, enquanto o direito é um apoio de 1º gênero.

A carga foi aplicada através de um atuador hidráulico, sendo transmitida ao modelo por uma

placa de aço com 14 x 14 x 4 cm e uma rotula para minimizar possíveis excentricidades. Para monitoramento das cargas aplicadas, foi posicionada uma célula de carga entre o atuador hidráulico e a viga do pórtico de reação.

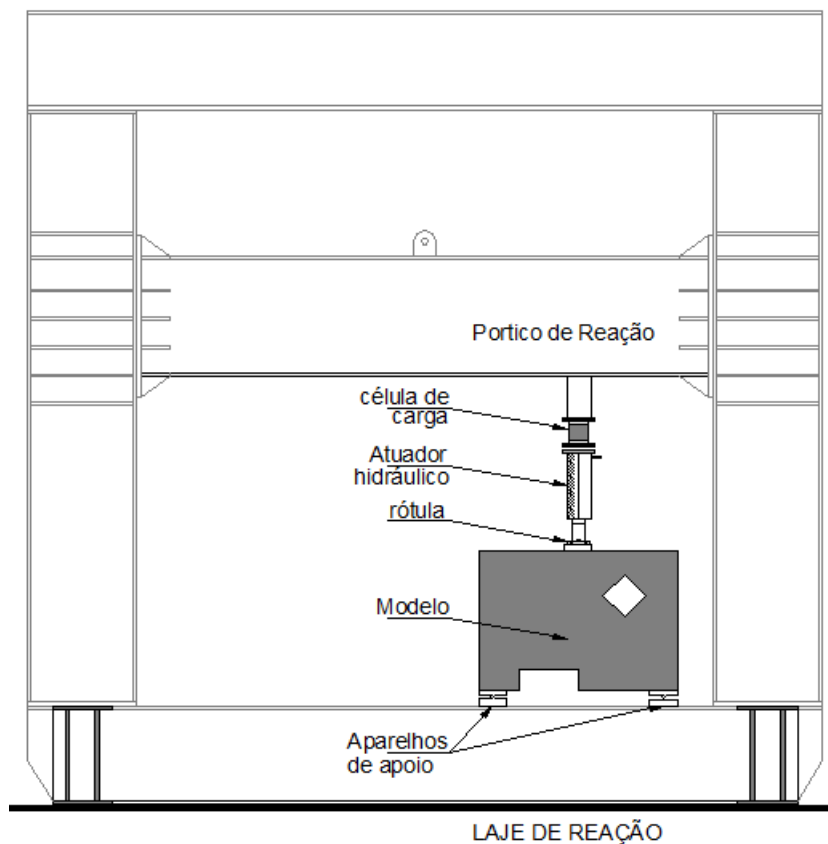


Figura 3.9: Esquema do ensaio.

3.7 AQUISIÇÃO DE DADOS

Os valores de deformações específicas, capturadas pelos extensômetros, e as cargas, medidas pela célula de carga, foram registrados de forma contínua com o auxílio do módulo de aquisição de dados Spyder-8, com o software de aquisição de dados Catman versão 4.5. O fabricante é a empresa alemã HBM (Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH). Os dados foram armazenados no computador mostrado na Figura 3.10, que também mostra os módulos Spyder-8.

3.8 CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS

A obtenção da resistência à compressão do concreto ocorreu simultaneamente com os ensaios das VPs, na idade de 36 dias após a concretagem, através do ensaio de compressão simples de 14 corpos de prova cilíndricos de 10 x 20 cm. A tabela 3.4 apresenta os resultados obtidos. As

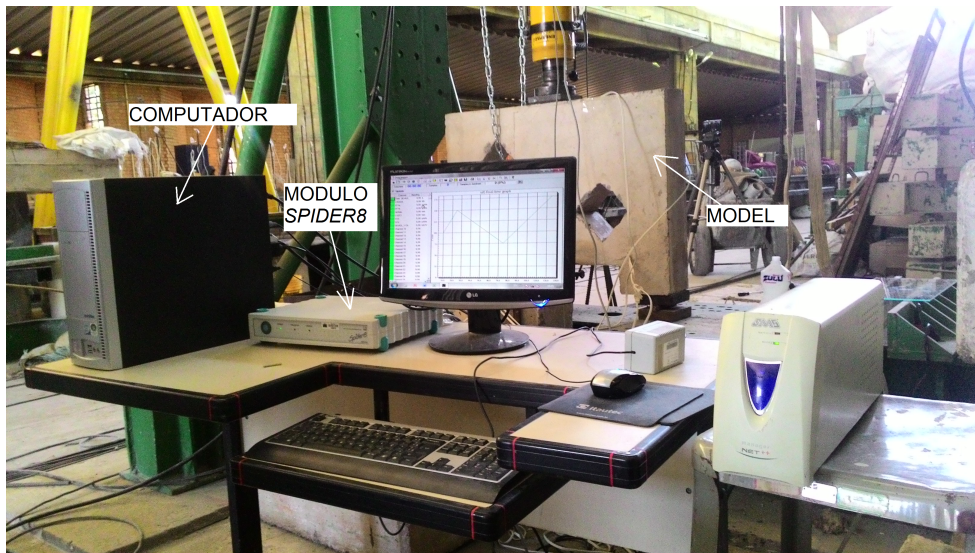


Figura 3.10: Sistema de aquisição de dados.

propriedades do aço empregado na armadura das VPs foram obtidas por ensaio de tração direta, cujos valores médios estão descritos na Tabela 3.5.

Tabela 3.4: Resistência Compressão obtidos a partir dos corpos de prova.

Corpo de Prova	Resistência (Mpa)
1	38.9
2	42.2
3	45.8
4	29.5
5	33.6
6	35.3
7	28.9
8	39.0
9	27.0
10	36.8
11	32.5
12	38.3
13	37.8
14	32.6

Tabela 3.5: Propriedades do Aço.

Diâmetro	Modulo de Elasticidade (GPa)	Tensão de Escoamento (MPa)
6.3mm	210	681
8mm	210	567
10mm	210	550

3.9 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Todas as VPs foram ensaiadas nas mesmas condições de velocidade de carga, apresentando padrões de fissuração mostrados nas Figuras 3.11 a 3.15. Os seguintes comportamentos foram observados.

VP1:

- Apresentou um comportamento frágil, sendo que, logo após exibir as primeiras fissuras o modelo entrou em colapso pela intensificação destas, como mostra a Figura 3.11;
- Todas as fissuras iniciaram simultaneamente com a carga de 181kN;
- A fissura diagonal, que liga o ponto de aplicação de carga ao apoio direito atravessando o furo interno, indica o efeito do cisalhamento na peça, onde o furo e a falta de armadura vertical proporcionou tal comportamento;
- A fissura vertical próxima a reentrância indica o efeito da flexão na peça, onde a armadura principal não foi eficaz nessa região;
- A fissura horizontal próxima a reentrância indica o fenômeno de delaminação, isso ocorreu devido a falta de armadura vertical para absorver as tensões verticais próximas do vértice da reentrância. Tal fenômeno contribuiu para o agravamento das outras fissuras, levando a VP ao colapso;
- Diante das fissuras observadas constata-se que, a VP apresentou um modo de ruptura misto, por flexão e cisalhamento.

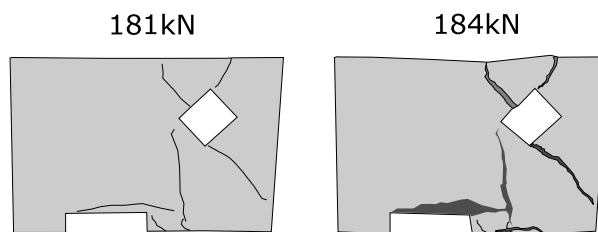


Figura 3.11: Padrão de fissuração experimental VP1.

VP2:

- Apresentou um comportamento mais dúctil quando comparado com o modelo VP1.
- Com a carga de 200 kN surge a primeira fissura, que liga o ponto de aplicação de carga ao apoio direito atravessando o furo interno, como mostra a Figura 3.12. Refletindo o efeito do cisalhamento na peça, o que indica a insuficiência de armadura vertical para combater tal fenômeno;

- Com uma carga de 240 kN surge fissuras no vértice da reentrância. No entanto, diferentemente do ocorrido na VP1, tal processo foi minimizado pela presença da armadura vertical próxima da reentrância.
- A ruptura do modelo ocorreu pela intensificação das fissuras diagonais, que ligam o ponto de aplicação de carga ao apoio direito atravessando o furo interno, obtendo uma carga última de 370 kN. Assim, a VP apresentou um modo de ruptura por cisalhamento.

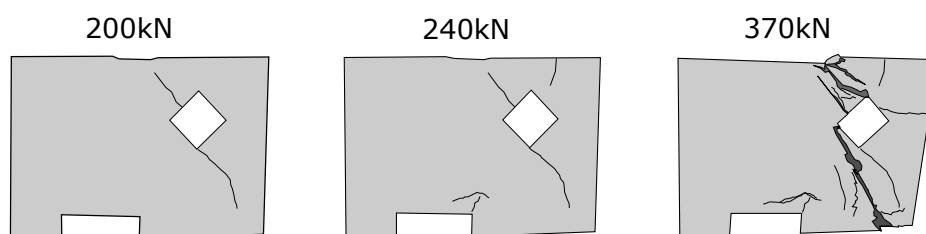


Figura 3.12: Padrão de fissuração experimental VP2.

VP3:

- Apresentou comportamento frágil, apesar de apresentar algumas fissuras antes do colapso;
- As fissuras visíveis foram detectadas a partir da carga de 136 kN, iniciando nas bordas do furo interno do lado esquerdo, como mostra a Figura 3.13;
- Com a carga de aproximadamente 214 kN, similar a VP1, a VP apresentou uma fissura diagonal ligando o ponto de aplicação de carga ao apoio direito atravessando o furo, exibindo o efeito do cisalhamento. Também surge uma fissura vertical próxima a reentrância, devido ao efeito de flexão na peça e uma fissura de delaminação horizontal, paralela a reentrância, devido a falta de armadura vertical. Assim, mesmo com furo a mais, a redistribuição de esforços interno levou a peça ao colapso de forma semelhante ao observado na VP1, demonstrando que a maior fragilidade da peça se concentrou do lado direito devido a falta de armadura;
- Diante das fissuras apresentadas pelo modelo, verifica-se um modo de ruptura misto, por flexão e cisalhamento.

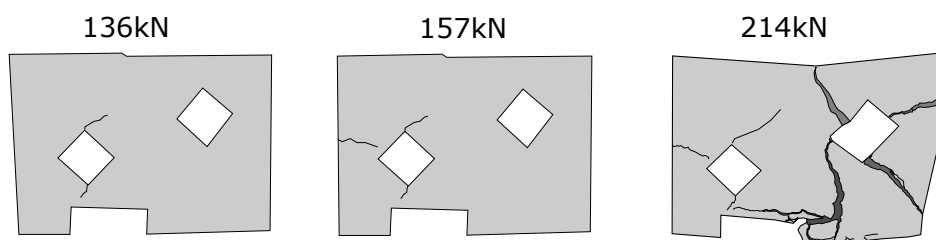


Figura 3.13: Padrão de fissuração experimental VP3.

VP4:

- As primeiras fissuras surgiram a partir da carga de 130 kN nas bordas do furo interno do lado esquerdo, como mostra a Figura 3.14.
- Ao contrário do ocorrido com a VP3, o colapso se deu pela intensificação dessas fissuras do lado esquerdo, de modo que as fissuras se propagaram até o ponto de aplicação da carga. Esse fenômeno demonstra que, a fragilidade exibida na VP3 foi sanada com a presença de armadura vertical. No entanto, mesmo o modo de ruptura sendo diferente da VP3, o modelo alcançou uma carga última similar de 218 kN. Com o modo de ruptura por cisalhamento.

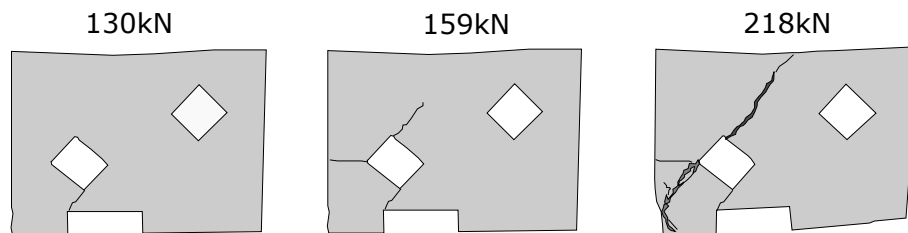


Figura 3.14: Padrão de fissuração experimental VP4.



(a) VP1



(b) VP2



(c) VP3



(d) VP4

Figura 3.15: Estado de fissuração dos modelos experimentais no colapso.

Ao avaliar todas as VPs, quanto aos padrões de fissuração apresentados, é verificado um comportamento não esperado de fissuração por delaminação na VP1 e VP3. Isso ocorre devido a não inserção de armadura vertical na proximidade da reentrância, fato que não se verificou nas demais VPs.

A Figura 3.16 apresenta os resultados de carga versus deformação. É possível estimar que a maior tensão na barra de aço foi aproximadamente de 330 MPa, isto é, abaixo da tensão de escoamento. Logo, os colapsos dos modelos concentraram basicamente nos limites de resistência do concreto. Outro fato observado foi que as VP1, VP3 e VP4 obtiveram cargas últimas próximas. Entretanto, a VP2 alcançou uma carga última maior do que as outras VPs.

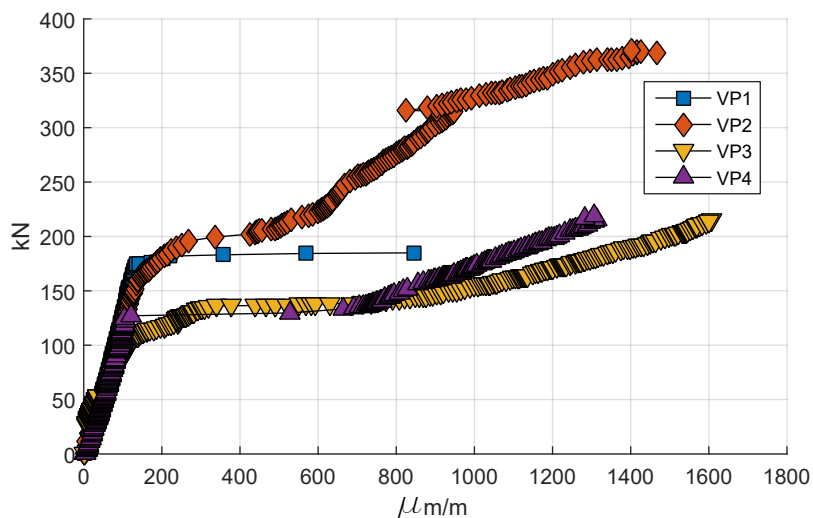


Figura 3.16: Carga x Deformação (Extensômetro no aço) dos modelos experimentais.

Os resultados de carga *versus* deformação do concreto das VP3 e VP4 estão na Figura 3.17. Os resultados não deixam de ser semelhantes, sendo que a VP4 obteve uma resposta mais regular que a VP3, devido à presença de armadura na alma da viga. No entanto, essa diferença de armadura entre as VPs não resultou em diferenças significativas na carga última. Entretanto, os padrões de fissuração são diferentes, como mostra as Figuras 3.13 e 3.14.

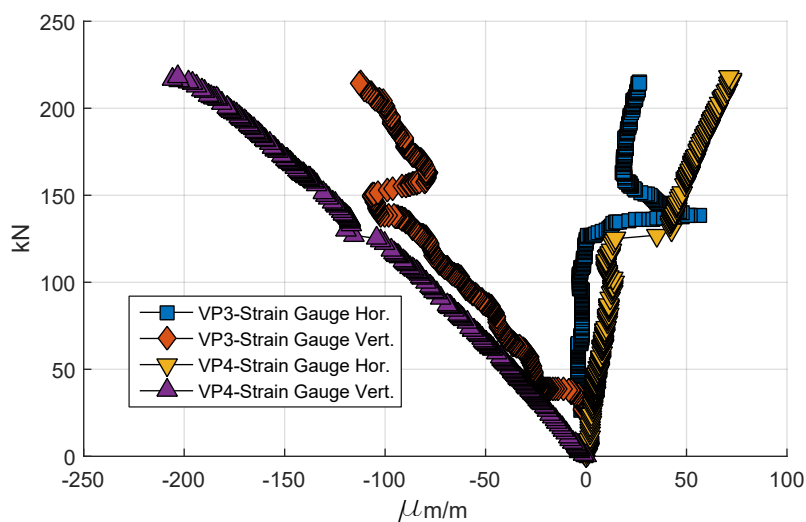


Figura 3.17: Carga x Deformação (Extensômetro no concreto) dos modelos experimentais.

4 PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

4.1 MODELO MICRO TRELIÇA ADAPTATIVO

4.1.1 Pré-processador (Micro-Truss Analyzer)

O MTA é um programa gráfico interativo para modelagem e visualização de resultados de elementos planos de estruturas de concreto armado através do MMT. O programa tem origem no programa Quebra2D (MIRANDA et al., 2003a; MIRANDA et al., 2003b), que se trata de um programa gráfico interativo para simulação de processos de fratura em duas dimensões pelo MEF. O programa foi desenvolvido em linguagem C, e incorpora técnicas de refinamento adaptativo e geração de malhas (MIRANDA et al., 2003a; MIRANDA et al., 2003b).

A Figura 4.1 mostra uma estrutura simplificada do programa Micro-Truss Analyzer (MTA). Ele é composto por diversos módulos, controlados por um “Manager”, que se comunica com o módulo API, que faz a interface gráfica do programa. Estes módulos são: o “Mesh Generator”, responsável pela geração da malha com elementos quadrilaterais e sua transformação em elementos de treliça, com suas respectivas áreas transversais; o módulo “Attributes”, responsável pelo armazenamento das condições de contorno e as propriedades dos materiais, e, finalmente, o módulo “Solver”, responsável pela chamada do algoritmo de análise do modelo numérico de elementos finitos. O MTA possui a versatilidade de poder interagir com solvers comerciais de elementos finitos, como o Abaqus. No entanto, para esta tese, optou-se pelo uso de uma rotina própria chamada de Micro Truss Solver(MTS) desenvolvida nesta pesquisa, como descrito na próxima sub-seção. Além disso, esta pesquisa aprimorou o módulo “Mesh Generate” de modo a gerar malhas de elementos quadrilaterais com distorções reduzidas como será descrito a seguir.

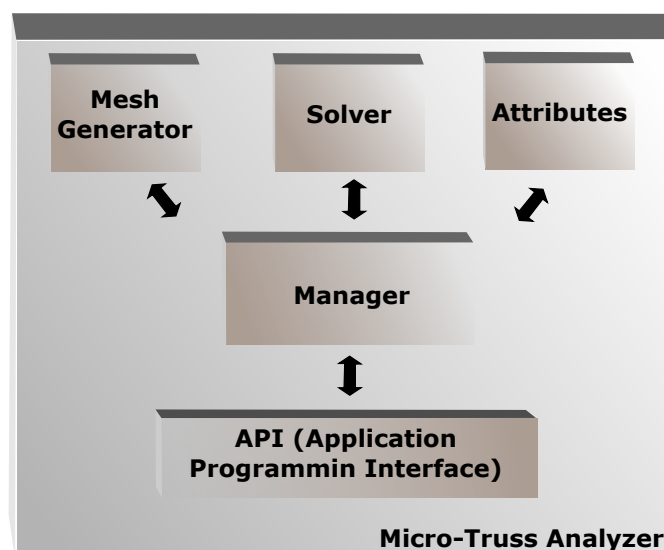


Figura 4.1: Estrutura interna do Micro-Truss Analyzer.

A ideia principal do MTA é gerar elementos quadriláteros de EF e transformá-los em elementos de treliça, seguindo o padrão apresentado na Figura 1.3. Entretanto, os algoritmos convencionais de geração de malhas em geometrias complexas geram elementos com distorções nos elementos (MIRANDA; CAVALCANTE NETO; MARTHA, 1999), fugindo do padrão retangular da Figura 1.3. Com a finalidade de minimizar a distorção dos elementos, um algoritmo de geração de malha foi empregado. Ele consiste na geração de malhas quadriláteras de boa qualidade de forma hierárquica e com uso de "Templates", como comprovado por Miranda e Martha (2012), Miranda e Martha (2017).

As propostas dos trabalhos de Kioussis et al. (2010), Nagarajan, Jayadeep e Pillai (2009), Salem (2004) e Zhong et al. (2017a) prevêem a geração das micro treliças somente a partir de elementos quadriláteros retangulares. No entanto, para os tipos de modelos que serão analisados, essa abordagem não é possível. Dessa forma, esta tese propõe uma nova abordagem, conforme descrito a seguir.

A Figura 4.2 apresenta o esquema de geração das Micro Treliças irregulares utilizado no MTA. Inicialmente, tem-se a geração de uma malha preliminar que, através do uso de "Templates" é otimizada até alcançar a forma mais regular possível. Em seguida, os elementos quadriláteros são transformados em barras das micro-treliças com suas respectivas áreas calculadas, utilizando a transformação de um elemento não regular em um elemento retangular equivalente. Através deste elemento equivalente, é aplicada a metodologia proposta por Kioussis et al. (2010), onde as áreas de seção transversal das barras são calculadas conforme

$$A_1 = \frac{at(1 - \nu)}{2(1 - \nu^2)}, A_2 = \frac{\sqrt{2}at\nu}{1 - \nu^2} \quad (4.1)$$

Em seguida, utilizando relações de proporcionalidade, são calculadas as áreas transversais das barras das micro-treliça irregulares provenientes dos elementos quadriláteros, pelas equações

$$A_{b1} = \frac{A_1 l_{b1}}{a}, A_{b2} = \frac{A_1 l_{b2}}{a}, A_{b3} = \frac{A_1 l_{b3}}{a}, A_{b4} = \frac{A_1 l_{b4}}{a}, A_{b5} = \frac{A_2 l_{b5}}{a\sqrt{2}}, A_{b6} = \frac{A_2 l_{b6}}{a\sqrt{2}} \quad (4.2)$$

Onde a é largura do elemento equivalente, t é a espessura do elemento, ν é o Poisson do concreto, A_1 é a área das seções transversais das barras verticais e horizontais, A_2 é a área das seções transversais das barras diagonais, A_{b1} , A_{b2} , A_{b3} , A_{b4} , A_{b5} , A_{b6} são as áreas das seções transversais das barras das micro treliças irregulares, l_{b1} , l_{b2} , l_{b3} , l_{b4} , l_{b5} , l_{b6} são o comprimento de cada barra das micro treliças irregulares.

As barras de aço são modeladas naturalmente no programa MTA, pela inserção de uma linha e atribuição da propriedade do aço para essa geometria. Quando o modelo geométrico está completo, este é transformado em um modelo de malhas de treliça, compondo as barras de aço e concreto num mesmo modelo. Esse modelo de EF é então analisado pelo Micro-Truss Solver (MTS), que fornece respostas de tensão, deformação nos elementos e deslocamentos nodais,

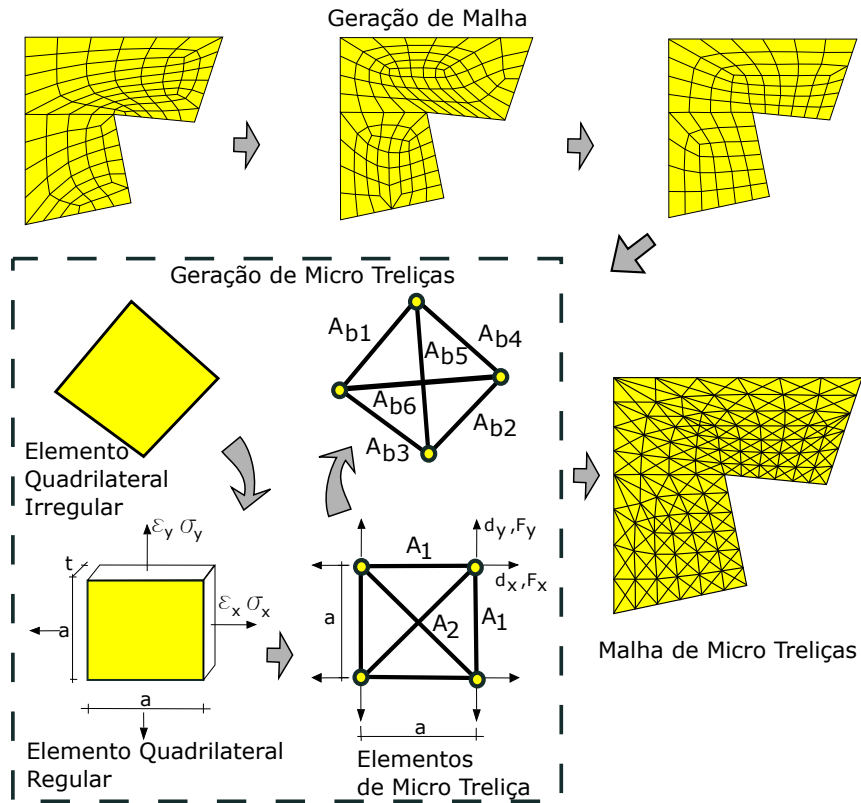


Figura 4.2: Estrutura interna do Micro-Truss Analyzer.

como descrito na próxima sub-seção.

4.1.2 Micro-Truss Solver

O programa Micro Truss Solver é uma rotina de Elementos Finitos para análise não linear física de treliças. Foi desenvolvido a partir da transformação do código Matlab de Elementos Finitos linear, proposto por Fish e Belytschko (2007), para um código de análise não linear física. O programa utiliza como método para resolução de problemas não-lineares o Método da Rigidez Secante, conforme descrito nos trabalhos de Vecchio (1989), Vecchio (1990), Selby e Vecchio (1997), Bentz (2000), Foster, Marti e Asce (2003).

O Método da Rigidez Secante consiste em um processo incremental iterativo, onde a matriz de rigidez do elemento, $[K_e]$, usada em algoritmos de análise linear, é atualizada a cada iteração através do módulo de elasticidade secante dos materiais empregados, assim descrevendo seu comportamento não linear. A matriz do elemento é dada por

$$K_e = \frac{E_e A_e}{l_e} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Onde E_e é módulo secante, A_e é a área de seção transversal de cada elemento, l_e é o comprimento de cada elemento, c é o cosseno diretor do ângulo entre o eixo do elemento e o eixo global e s é o seno diretor do ângulo.

Para o comportamento à compressão do concreto, os efeitos de confinamento que ampliam a resistência de pico do concreto, bem como os efeitos de fissuração, que reduzem a resistência de pico do concreto foram desconsiderados. Essas considerações foram utilizadas em outros trabalhos (VECCHIO, 1992; WANG; HSU, 2001) para a equação.

$$f_c = f_{cp} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cp}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cp}} \right)^2 \right] \quad (4.4)$$

onde f_{cp} é a resistência de pico à compressão do concreto e ε_{cp} é a deformação equivalente a resistência de pico.

O comportamento à tração do concreto é modelado por dois trechos. O primeiro trecho linear é dado por

$$f_t = E_0 \varepsilon_t, \varepsilon_t \leq \varepsilon_{tp} \quad (4.5)$$

O segundo trecho de amolecimento pós-pico é dado por Okamura e Maekawa (1985), Okamura e Maekawa (1991)

$$f_t = f_{tp} \left(\frac{\varepsilon_{tp}}{\varepsilon_t} \right)^C, \varepsilon_t > \varepsilon_{tp} \quad (4.6)$$

onde E_0 é o módulo de elasticidade inicial do concreto, f_{tp} resistência de pico a tração do concreto, ε_{tp} é deformação equivalente à resistência de pico e C é o coeficiente que depende da energia de fratura e o comprimento característico do elemento. Esta abordagem foi empregada com êxito nos Modelos Micro Treliças proposto por Salem (2004).

O modelo constitutivo do aço adotado é o elastoplástico perfeitamente plástico, com comportamento linear até a tensão de escoamento seguido de uma variação constante até sua ruptura.

No programa Micro Truss Solver, os incrementos de carga são inseridos através de incrementos de deslocamento imposto. Após cada incremento, são calculados os vetores de força, de deslocamentos nodais e as deformações de cada elemento. Com as equações constitutivas, são calculadas as respectivas tensões e posteriormente o cálculo dos módulos secantes e a matriz de rigidez secante. O início se dá com um processo iterativo que atualiza todos os valores até que os deslocamentos nodais convirjam a uma determinada tolerância. Em seguida, é efetuado um novo incremento de carga, conforme mostra o fluxograma na Figura 4.3.

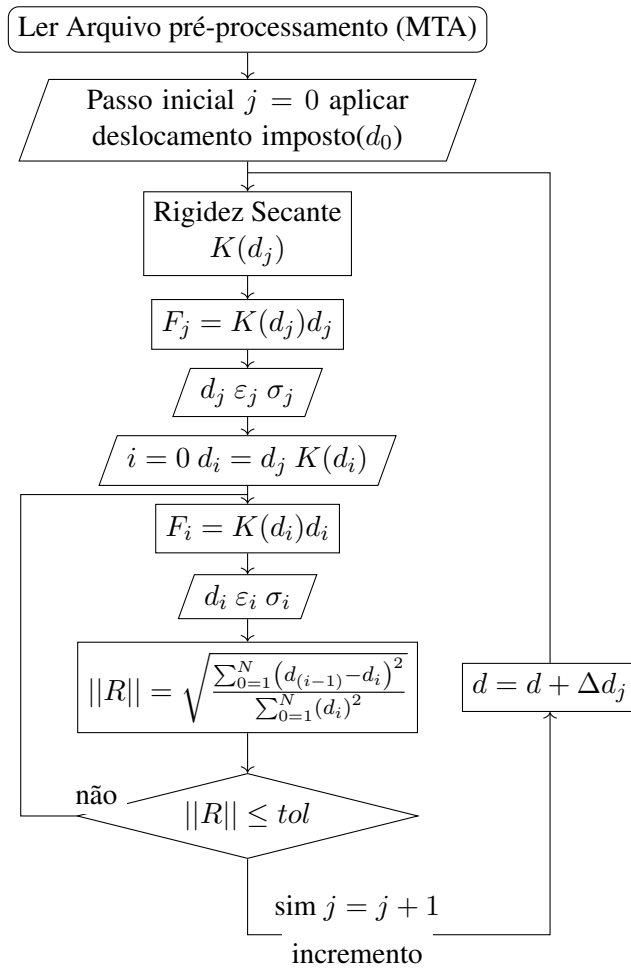


Figura 4.3: Fluxograma Micro Truss Solver.

4.2 MODELO CONTÍNUO

Para este tipo de análise foi escolhido o programa de Elementos Finitos Abaqus, utilizando o Modelo de Dano Plástico (OLLER et al., 1988; LUBLINER et al., 1989; LEE; FENVES, 1998) para modelar as relações constitutivas do concreto. A escolha deste programa foi motivada por sua grande difusão dentro do meio técnico.

O Modelo de Dano Plástico do Concreto presente no programa Abaqus combina os conceitos da Mecânica do Dano contínuo com a teoria da Plasticidade (LUBLINER et al., 1989), como ilustra a Figura 4.4, cujas relações de tensão e deformação à tração e à compressão são descritas nas Eqs. 4.7 e 4.8.

$$\sigma_c = (1 - d_c) E_0 (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \quad (4.7)$$

$$\sigma_t = (1 - d_t) E_0 (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \quad (4.8)$$

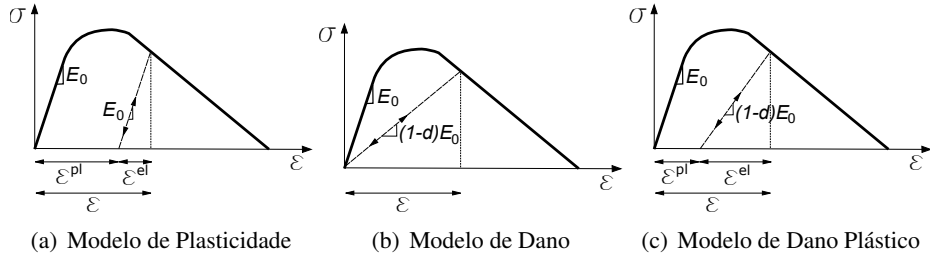


Figura 4.4: Representação do Modelo de Dano Plástico do Concreto (ALFARAH; LÓPEZ-ALMANSA; OLLER, 2017).

Onde σ é a tensão equivalente, d é a variável de dano, E_0 é o Módulo de Elasticidade inicial do concreto (íntegro), ε^{el} é a deformação elástica (recuperável) e ε^{pl} é a deformação plástica (irrecuperável). Os subíndices c e t representam os estados de compressão e tração respectivamente.

Ao modelar estruturas de concreto armado com o programa Abaqus, é necessária a correta inserção das curvas que descrevem as relações de tensão deformação do concreto, bem como a evolução da variável de dano d presentes nas Eqs. 4.7 e 4.8. Para determinação desses parâmetros de entrada, foi implementado o procedimento proposto por Alfarah, López-almansa e Oller (2017). Segue a descrição das principais etapas deste procedimento.

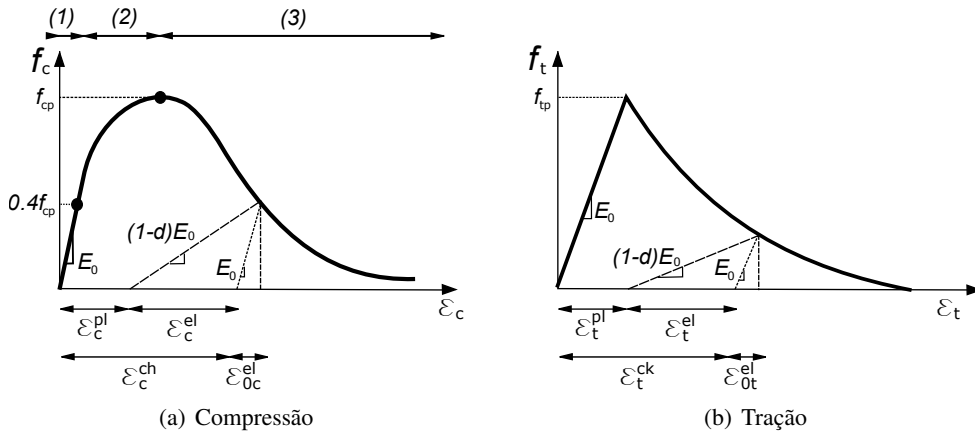


Figura 4.5: Modelo de Comportamento uniaxial do Concreto (ALFARAH; LÓPEZ-ALMANSA; OLLER, 2017).

O procedimento tem início na determinação das relações de tensão e deformação à compressão e à tração do concreto. A curva de tensão deformação a compressão do concreto é dividida em três trechos conforme Figura 4.5a. O primeiro trecho segue um comportamento linear, $f_{c(1)} = E_0\varepsilon_c$, até $0.4f_{cp}$. O segundo trecho (ascendente) entre $0.4f_{cp}$ e f_{cp} (CEB-FIP, 2010) dado por

$$f_{c(2)} = \frac{E_{ci} \frac{\varepsilon_c}{f_{cp}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cp}}\right)^2}{1 + \left(E_{ci} \frac{\varepsilon_{cp}}{f_{cp}} - 2\right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cp}}} f_{cp} \quad (4.9)$$

Onde E_{ci} é o módulo de elasticidade do concreto para tensões nulas, dado por $E_{ci} = 10000 f_{cp}^{1/3}$

e $E_0 = (0.8 + 0.2f_{cp}/88) E_{ci}$ (em MPa).

O terceiro trecho (descendente) é dado por

$$f_{c(3)} = \left(\frac{2 + \gamma_c f_{cp} \varepsilon_{cp}}{2f_{cp}} - \gamma_c \varepsilon_c + \frac{\varepsilon_c^2 \gamma_c}{2\varepsilon_{cp}} \right)^{-1} \quad (4.10)$$

$$\gamma_c = \frac{\pi^2 f_{cp} \varepsilon_{cp}}{2 \left[\frac{G_{ch}}{l_e} - 0.5 f_{cp} \left(\varepsilon_{cp} (1 - b) + b \frac{f_{cp}}{E_0} \right) \right]^2} \quad (4.11)$$

$$b = \frac{\varepsilon_c^{pl}}{\varepsilon_c^{ch}} \quad (4.12)$$

Onde G_{ch} é a energia de esmagamento por unidade de área, l_e comprimento característico dos elementos da malha de elementos de finitos, ε_c^{ch} é componente de deformação esmagada, ε_c^{pl} componente de deformação plástica.

Para o comportamento a tração do concreto, este é dividido em dois trechos conforme Figura 4.5b. O primeiro trecho apresenta um comportamento linear seguido de um tramo descendente após atingir a resistência máxima a tração f_{tp} . Para esse trecho, Hordijk (1992) propõe a relação entre tensão de tração $\sigma_t(w)$ (para abertura de fissura w) e a resistência máxima a tração f_{tp} dado por

$$\frac{f_{t(w)}}{f_{tp}} = \left[1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] e^{-c_2 \frac{w}{w_c}} - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) e^{-c_2} \quad (4.13)$$

Onde $c_1 = 3$, $c_2 = 6.93$ e w_c é abertura crítica de fissura (HORDIJK, 1992) dada por

$$w_c = \frac{5.14 G_F}{f_{tp}} \quad (4.14)$$

De acordo com (CEB-FIP, 2010), a energia de fratura G_F (N/mm) pode ser calculado como

$$G_F = 0.073 f_{cp}^{0.18} \quad (4.15)$$

Com f_{cp} expresso em MPa. A relação entre energia de esmagamento e energia de fratura (OLLER et al., 1988) é dada por

$$G_{ch} = \left(\frac{f_{cp}}{f_{tp}} \right)^2 G_F \quad (4.16)$$

Na proposta de Alfarah, López-almansa e Oller (2017), o espaçamento entre fissuras não é identificado, assim assume-se uma única fissura por elemento. Depois dessa suposição, o trecho descendente da curva tensão-deformação de tração, Figura 4.5b, a deformação é obtida em termos

de abertura de fissura conforme a seguinte relação cinemática

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{tp} + w/l_e \quad (4.17)$$

Diante das curvas de tensão-deformação do concreto, são determinadas as curvas de evolução das variáveis de dano à compressão e à tração, conforme Alfarah, López-almansa e Oller (2017) dado por

$$d_c = 1 - \frac{1}{2 + a_c} \left[2(1 + a_c) e^{(-b_c \varepsilon_c^{ch})} - a_c e^{(-2b_c \varepsilon_c^{ch})} \right] \quad (4.18)$$

$$d_t = 1 - \frac{1}{2 + a_t} \left[2(1 + a_t) e^{(-b_t \varepsilon_t^{ck})} - a_t e^{(-2b_t \varepsilon_t^{ck})} \right] \quad (4.19)$$

Seguindo as orientações de Alfarah, López-almansa e Oller (2017), as constantes de dano são adotadas como

$$a_c = 7.873; a_t = 1; b_c = \frac{1.97 f_{cp}}{G_{ch}} l_e; b_t = \frac{1.5 f_{cp}}{G_F} l_e \quad (4.20)$$

Por fim, o cálculo das deformações plásticas dado por

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{ch} - \frac{f_c d_c}{(1 - d_c) E_0} \quad (4.21)$$

$$\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck} - \frac{f_t d_t}{(1 - d_t) E_0} \quad (4.22)$$

Com os valores de deformação plástica é calculado o coeficiente b através da eq. 4.12. Para um melhor entendimento do algoritmo proposto por Alfarah, López-almansa e Oller (2017) segue fluxograma presente na Figura 4.6.

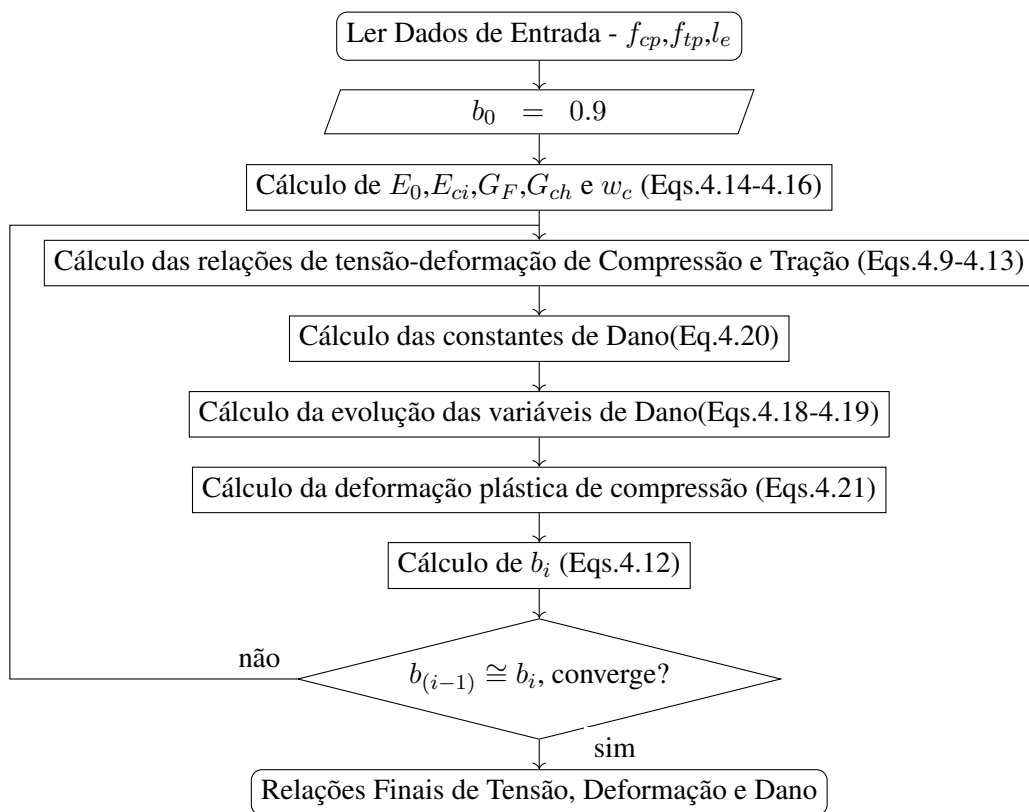


Figura 4.6: Fluxograma Procedimento de Cálculo das curvas de Tensão-Deformação e Dano.

5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Este capítulo está dividido em quatro seções: a primeira apresenta a metodologia adotada para execução das análises numéricas; a segunda, análise dos resultados experimentais com a modelagem numérica via Modelo de Micro Treliças Adaptativo; a terceira, análise dos resultados experimentais com a modelagem numérica via Modelo Contínuo; por fim, a última seção apresenta a comparação dos resultados experimentais com a modelagem numérica via Modelo de Micro Treliças Adaptativo com o Modelo Contínuo e as considerações finais sobre os resultados obtidos.

5.1 METODOLOGIA DE ANÁLISE

A metodologia de análise empregada nesta tese, tem início no estudo de malha com intuito da obtenção do grau de refinamento que propicie os resultados mais confiáveis, seguido de uma análise paramétrica e cálculo das cargas últimas. Cabe destacar, que todo estudo numérico é balizado pelos resultados experimentais, como será mostrado nas subseções que seguem.

Para o estudo paramétrico, análises numéricas são realizadas exaustivamente para obter os melhores resultados que aproximam o comportamento de fissuração do concreto e da curva carga x deformação no aço. Os modelos simulados são obtidos através da inserção de variações nas propriedades mecânicas do concreto, nesta pesquisa foram variadas a resistência à compressão do concreto e o efeito do *Tension Softening*, representado pelo expoente C presente na Eq. 4.6 na modelagem numérica via MMTA.

O expoente C variou linearmente de 0.1 até 0.85 a cada 0.5. Enquanto a resistência à compressão do concreto (f_{cp}) utilizou valores randômicos gerados a partir de uma distribuição lognormal da dispersão dos valores apresentados na Tabela 3.4, a Figura 5.1 resume o procedimento adotado nesta etapa. Os resultados da análise paramétrica permitem obter uma melhor distribuição probabilística para a resistência do concreto e do expoente C para os modelos MMTA das VPs.

Para o cálculo das cargas últimas, as simulações seguiram o Método de Monte Carlo (MMC), onde as variações de resistência f_{cp} e o coeficiente C foram geradas de forma randômica, tendo como base as distribuições obtidas a partir do estudo paramétrico, a Figura 5.2 apresenta tal procedimento. Com essas simulações, é possível obter uma distribuição de carga última para os modelos MMTA das VPs.

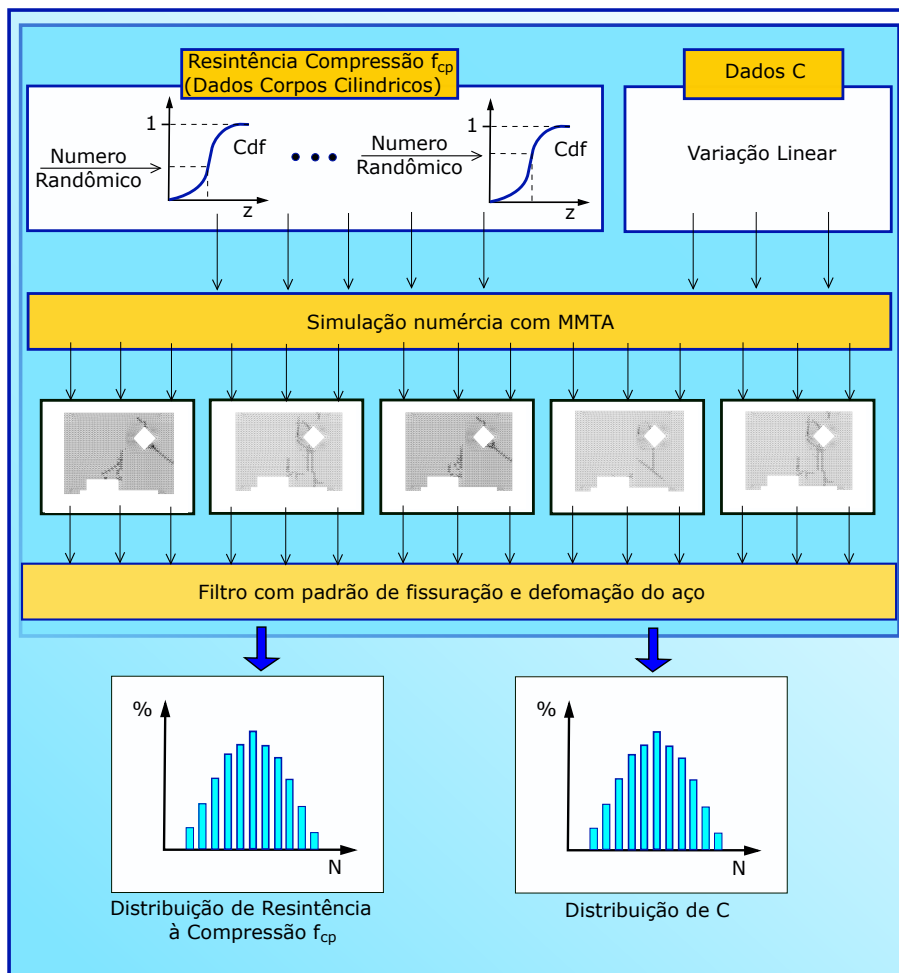


Figura 5.1: Esquema de análise dos modelos via MMTA com inserção das dispersões nas propriedades mecânicas do concreto.

5.2 MODELO DE MICRO TRELIÇA ADAPTATIVO

5.2.1 Estudo de Malha

Para o estudo de malha, foram concebidas quatro configurações de malha para cada modelo, conforme as Figuras 5.3 e 5.4 e a Tabela 5.1. As malhas variam de um tamanho médio aproximado de 40 mm até 12 mm. Um valor de resistência a compressão média foi então fixado (35 Mpa) e para resistência de pico à tração, dez por cento deste valor (3.5MPa). Entretanto, uma pergunta que surgiu na modelagem foi: qual o valor do expoente C, presente na Eq.4.6, a ser adotado?

Para as Vigas Paredes estudadas neste trabalho, é observada uma influência no comportamento pós-pico na tração do que na compressão do concreto. Nesse sentido, um fenômeno de grande importância é a resistência do concreto após atingir a tensão de fissuração, o *Tension Softening*. Modelos usados por alguns pesquisadores (NAGARAJAN; JAYADEEP; PILLAI, 2009; KIOUSIS et al., 2010) negligenciam esse efeito, ou seja, o concreto não possui resistência pós fissuração. Já o modelo de Salem (2004), o *Tension Softening* é considerado com uso da eq.4.6 e ajustado através do coeficiente C. No entanto, esse trabalho não apresenta claramente o proce-

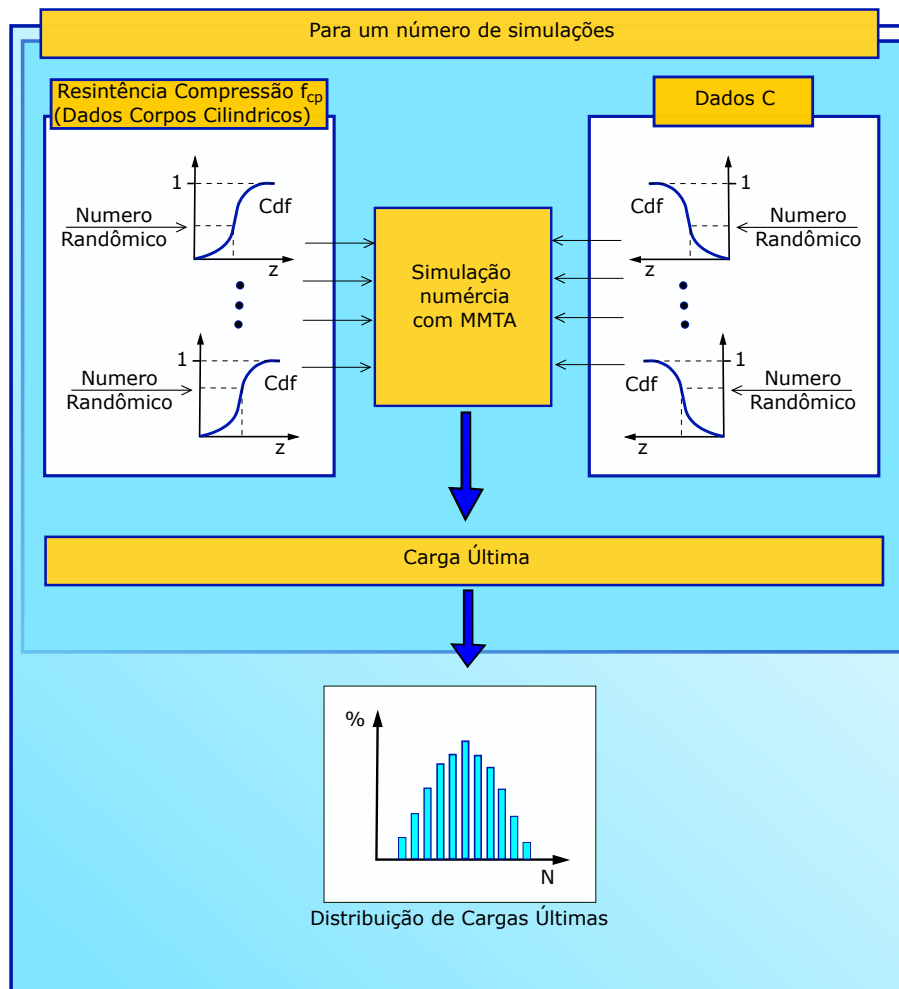


Figura 5.2: Esquema de análise dos modelos via MMTA com uso do Método de Monte Carlo.

Tabela 5.1: Dados das Malhas.

Malhas		Nº de nós	Nº de elementos	Comprimento médio dos elementos (le) (mm)
Malha 1	VP1 e VP2	670	2525	40.4
	VP3 e VP4	759	2864	37.9
Malha 2	VP1 e VP2	1819	7029	24.6
	VP3 e VP4	1918	7415	23.0
Malha 3	VP1 e VP2	2800	10894	19.4
	VP3 e VP4	3191	12395	17.6
Malha 4	VP1 e VP2	5232	20509	14.2
	VP3 e VP4	6266	24554	12.5

dimento adotado para obtenção desse valor. Em outros trabalhos (MAEKAWA; PIMANMAS; OKAMURA, 2003), é sugerido o valor de 0.2 para elementos armados com telas soldadas e 0.4 para elementos armados com barras. No trabalho de Salem e Maekawa (2006), foi sugerido o valor de 0.4 para tirantes de concreto armado. Portanto, não está evidente o valor do expoente C a ser adotado.

Ao analisar a relação tensão deformação de tração do concreto, com uso da Eq. 4.6, variando

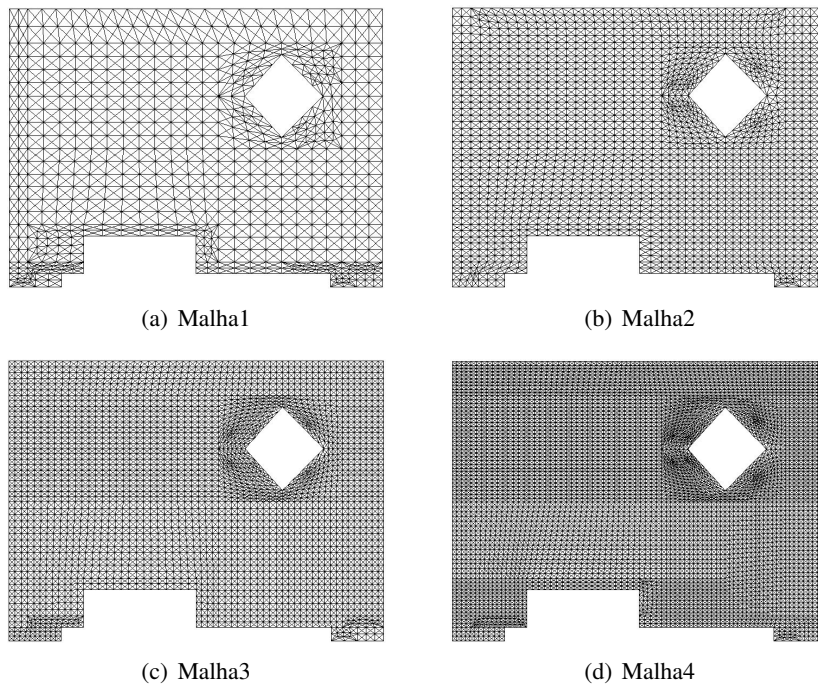


Figura 5.3: Malhas MMTA VP1 e VP2.

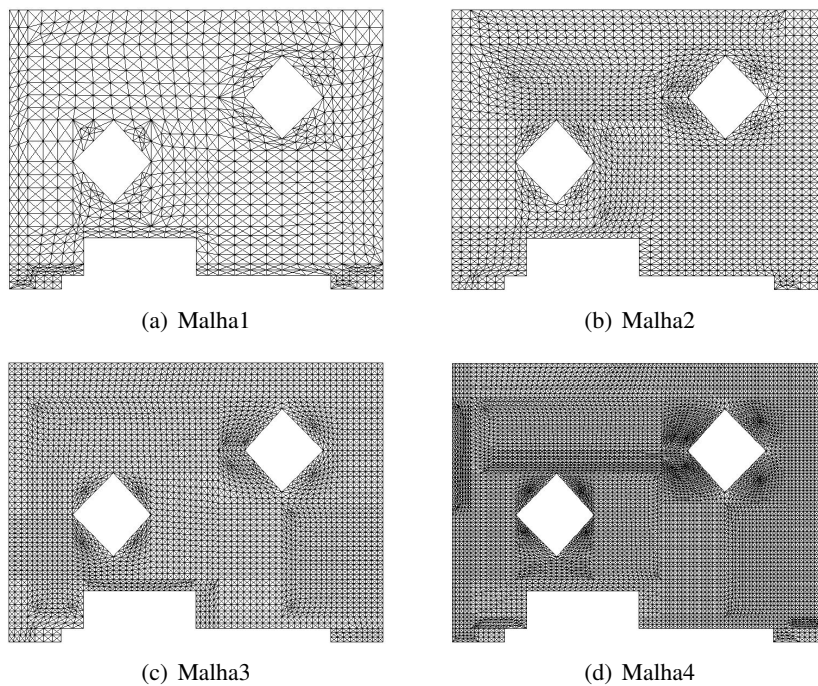


Figura 5.4: Malhas MMTA VP3 e VP4.

o coeficiente C de 0.1 a 0.85, conforme a Figura 5.5, é possível visualizar o comportamento de amolecimento do concreto. Quando o expoente se aproxima de 1, a resistência pós-pico do concreto também reduz. Mas ainda não responde à pergunta formatada anteriormente.

Não sendo possível escolher um valor do expoente C a priori, foi simulado para cada malha

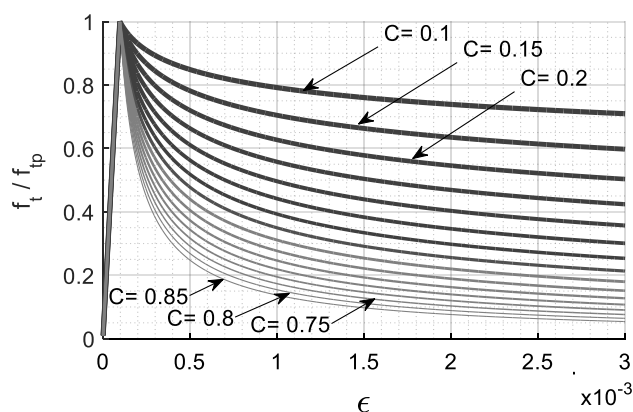


Figura 5.5: Tensão x Deformação de tração do concreto variando o coeficiente C.

valores de C variando de 0.1 a 0.85 a cada 0.5. Os resultados são apresentados na Figura 5.6. É possível observar que o *Tension Softening* possui uma grande influência nos resultados de carga última dos modelos numéricos. Outro aspecto apresentado para todas as malhas é que essa relação evolui aproximadamente de forma exponencial. No entanto, o grau de refinamento das malhas não produz resultados semelhantes para todos os resultados, denotando que o coeficiente C sofre influências de outros fatores além do comprimento do elemento.

Entretanto, os resultados da Figura 5.6 não apresentam qualitativamente a melhor malha para os modelos. Para essa determinação, os resultados foram ajustados a uma curva exponencial e extraídos seus respectivos coeficientes de determinação (R^2), como mostra a Tabela 5.2. Assim, o critério de escolha da malha tem como base as respostas com coeficientes de determinação mais próximos de 1. Nesse caso, a melhor malha escolhida é a dois.

Tabela 5.2: Coeficientes de Determinação do estudo de malha.

Malha	Coeficientes de determinação (R^2)			
	VP1	VP2	VP3	VP4
1	0.9476	0.8585	0.8187	0.7752
2	0.9766	0.9229	0.9900	0.9741
3	0.9492	0.9033	0.9869	0.9696
4	0.9418	0.8586	0.9384	0.9187

5.2.2 Análise Paramétrica

Definida a melhor malha com menor variação de resultados de carga última, o passo seguinte é analisar as VPs numericamente. Todavia, um valor apenas para expoente C e outro para resistência do concreto não é possível, pois eles possuem uma faixa de possíveis valores. Para resolver o problema, as análises numéricas são realizadas aqui conforme descrito na seção 5.1. A resistência à tração do concreto é fixada em 10 dez por cento do valor de compressão. Essa combinação de variações permite obter 256 resultados numéricos para cada VP. As Figuras 5.7 a 5.10 apresentam os resultados obtidos relacionando a carga última com coeficiente C e a resistência a compressão.

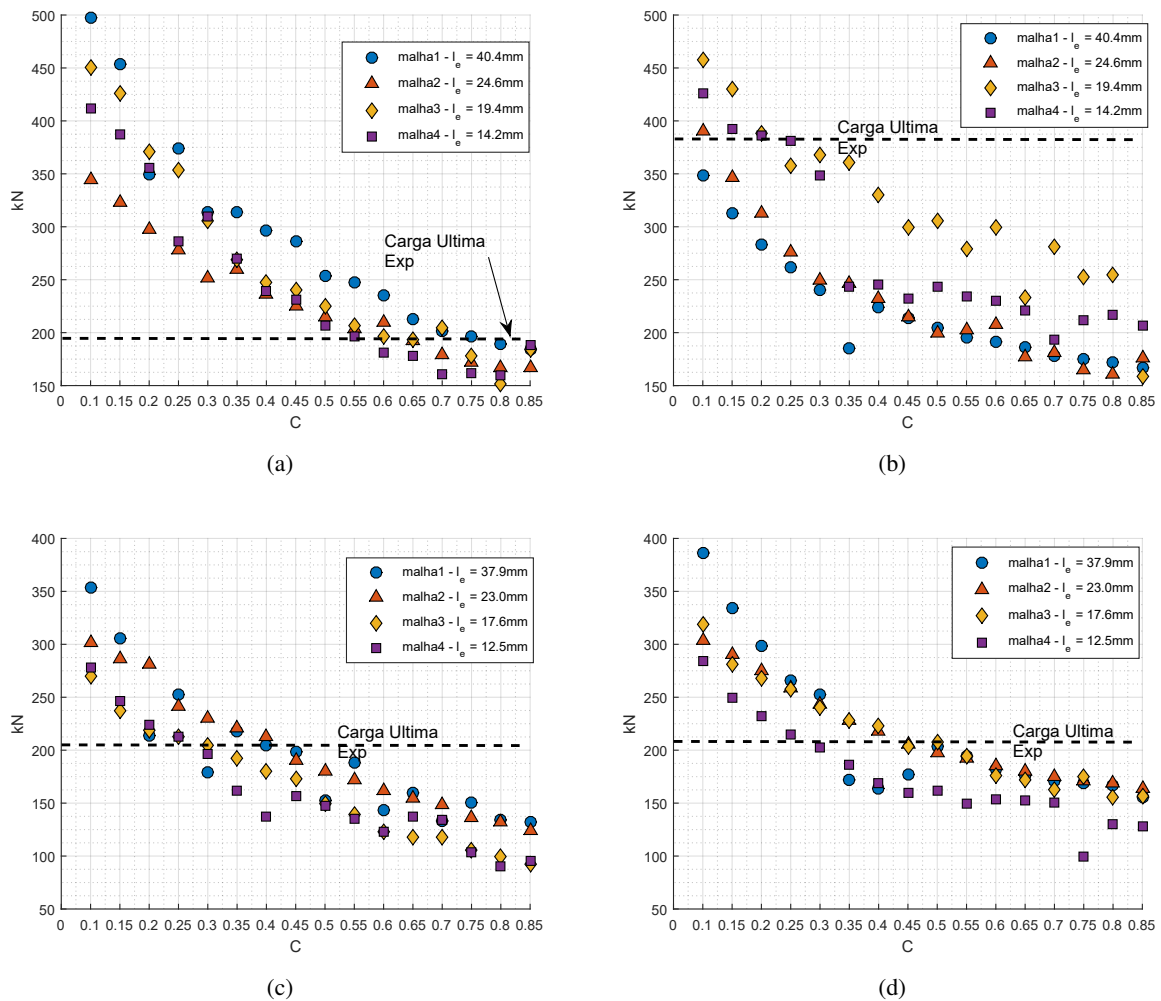


Figura 5.6: Carga Última x coeficiente C: (a) VP1; (b)VP2; (c)VP3; (d)VP4.

Um total de 1024 simulações foram realizadas para as 4 VPs, mas muitas dessas simulações devem ser descartadas por não representar o comportamento mecânico dos resultados experimentais e somente algumas devem ser selecionadas. A seleção dos resultados foi baseada na comparação do perfil de fissuração com os resultados experimentais e também aqueles que melhor apresentam um comportamento carga x deformação com o experimental. Observe que não se está selecionando os resultados com melhor carga última, pois esta é consequência dos modelos escolhidos. Alguns exemplos de perfis de fissuração estão apresentadas nas Figuras 5.7-5.10. Na Figura 5.11 são mostradas os padrões de fissuração gerados pelas simulações MMTA mais próximos dos observados experimentalmente.

As Figuras 5.12-5.15 apresentam os melhores resultados numéricos escolhidos (segundo a regra adotada) de carga última *versus* deformação do aço, comparados com resultados experimentais. Os seguintes comentários são adicionados aos resultados:

- As simulações da VP1 apresentaram resultados numéricos com uma boa concordância com o experimental, desde os estágios iniciais de carregamento até a carga última, conforme

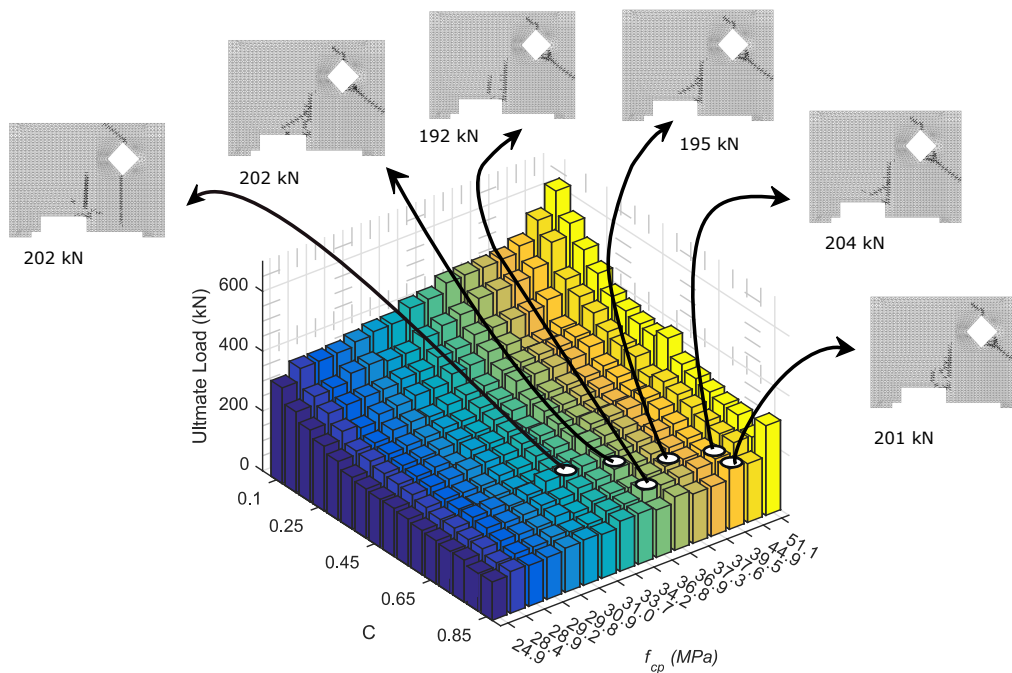


Figura 5.7: Carga última x C x f_{cp} das variações MMT VP1.

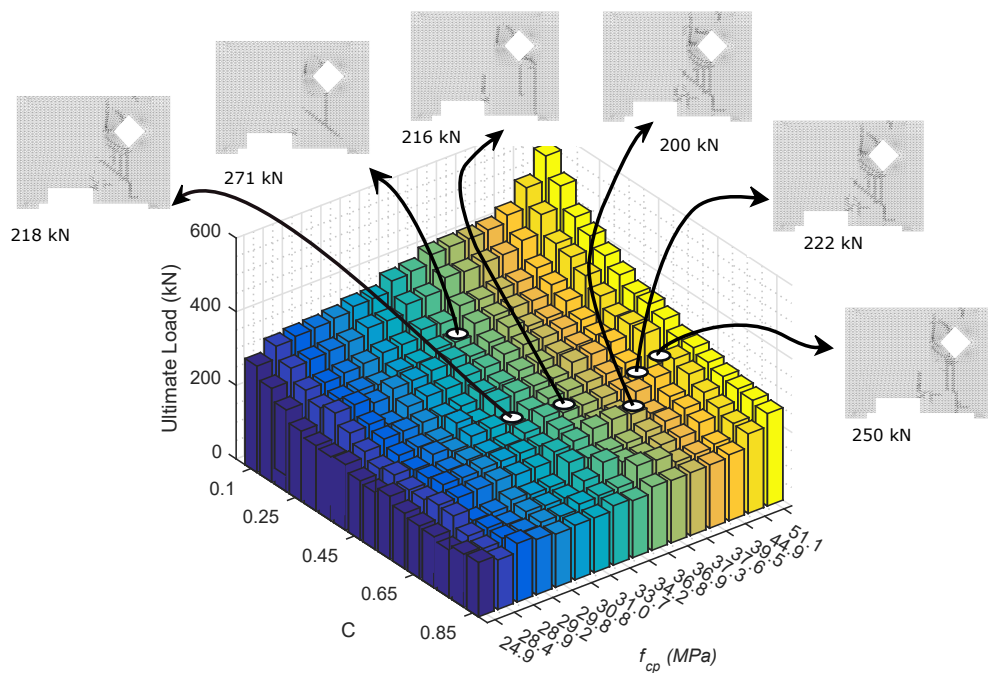


Figura 5.8: Carga última x C x f_{cp} das variações MMT VP2.

Figura 5.12. O valor de f_{cp} ficou entre 33 e 40 MPa e o coeficiente C entre 0.65 e 0.85, valores diferentes dos sugeridos na literatura.

- As simulações da VP2, Figura 5.13, apresentaram concordância até certo nível de carregamento, com cargas inferiores às obtidas experimentalmente. A diferença em relação ao dado experimental é em torno de 35% menor. Uma explicação para esse resultado é dado

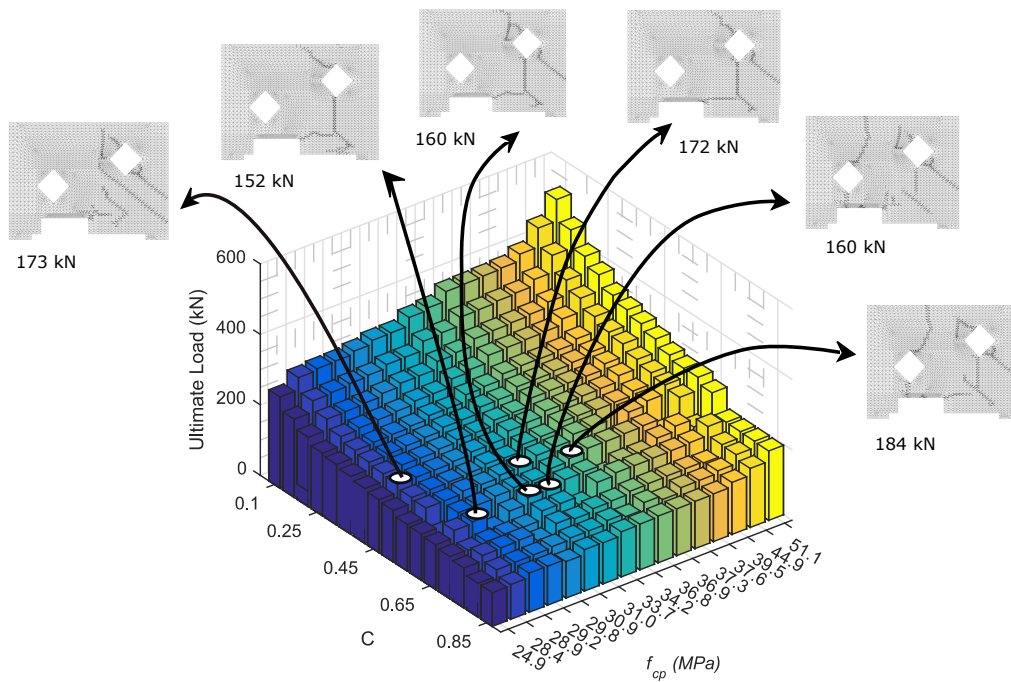


Figura 5.9: Carga última x C x f_{cp} das variações MMT VP3.

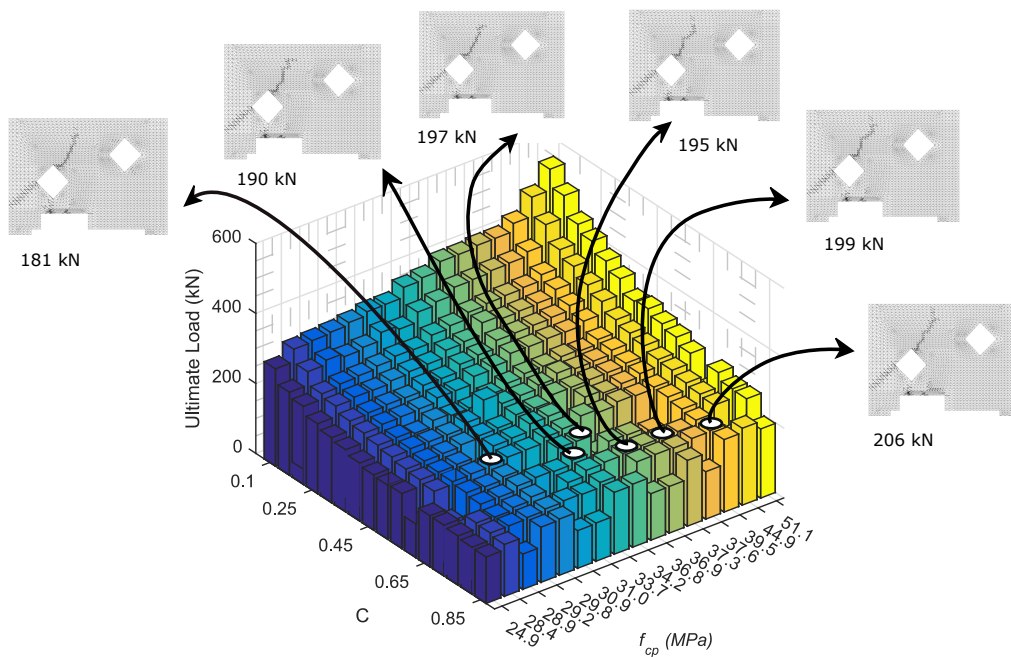


Figura 5.10: Carga última x C x f_{cp} das variações MMT VP4.

por Salem (2004), pois o MMT não é capaz de simular fenômenos como *aggregate interlock*, que limita o MMT a certos tipos de mecanismos gerados em estruturas de concreto armado. É possível obter resultados de carga última próximos ao experimental como mostra a Figura 5.8, mas o mecanismo de fissuração e a história de deformação não representam adequadamente o resultado experimental, portanto devem ser descartáveis. Como na VP1,

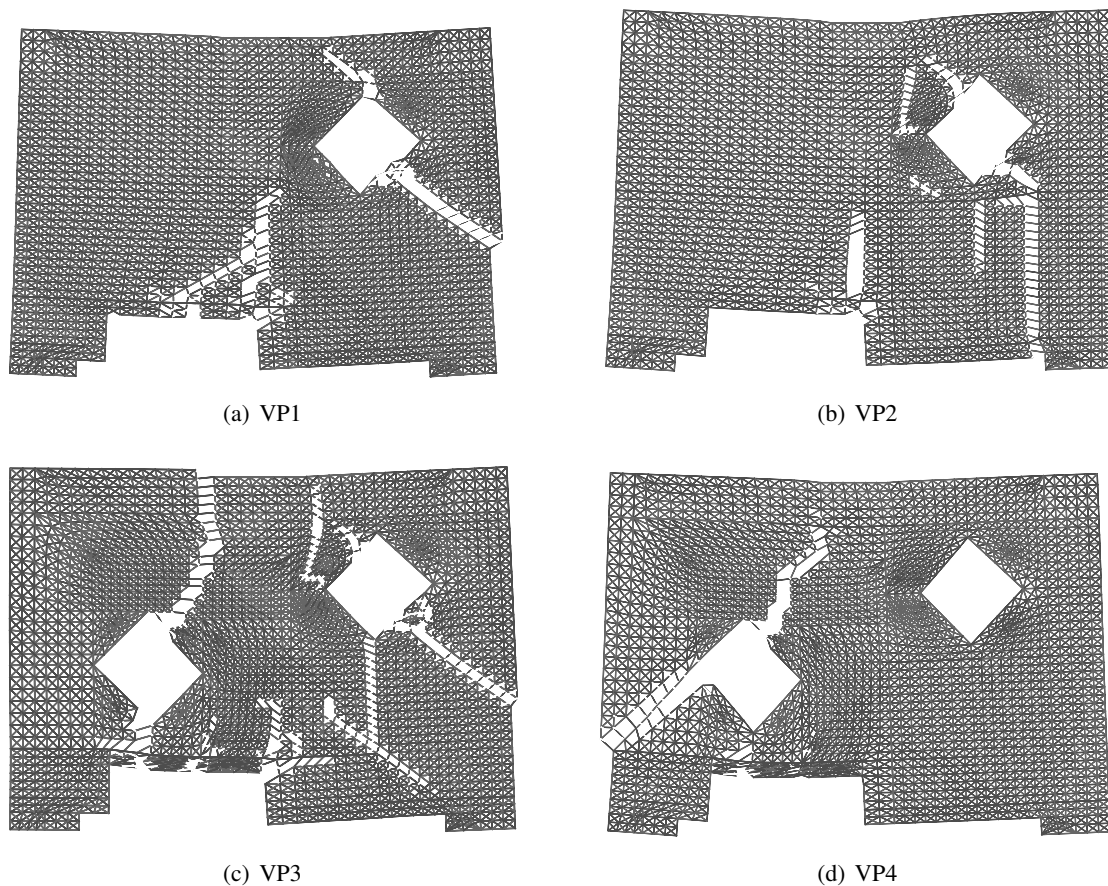


Figura 5.11: Padrão de Fissuração das VPs gerados pelo MMTA.

o f_{cp} deste modelo ficou entre 33 e 40 MPa, porém os valores de C ficaram entre 0.5 e 0.6.

- Os resultados da VP3, Figura 5.14, apresentaram uma relativa boa concordância com experimental gerando cargas últimas pouco abaixo da observada experimentalmente, em torno de 20% menor. Para este caso, o f_{cp} ficou entre 28 e 35 MPa e o coeficiente C entre 0.45 e 0.6.
- Os resultados da VP4 obtiveram uma concordância com o experimental, como mostra a Figura 5.15, com carga última abaixo do experimental em torno de 9%. Neste caso, f_{cp} ficou entre 28 e 35 MPa e o coeficiente C ficou entre 0.45 e 0.6.
- Relembrando que os resultados experimentais apresentaram fissuras por delaminação na VP1 e VP3, devido a falta de armadura vertical encontrada na VP2 e VP4. Tal processo também foi representado nos modelos numéricos como mostra a Figura 5.11, a qual apresenta as diferenças de fissuração desenvolvidas por cada VP, é notado a formação de fissuras ao longo da armadura que fazia a reentrância da VP1 e VP3, semelhante ao ocorrido no modelo experimental. Apesar desses comportamentos não serem o foco inicial da Tese, a análise numérica captura de forma satisfatória os resultados experimentais.

Por fim, as Figuras 5.16 e 5.17 comparam os resultados experimentais dos extensômetros

colocados nas superfícies das VP3 e VP4 com os resultados numéricos. Em ambos os casos, as curvas numéricas seguem o mesmo comportamento das experimentais. Os resultados numéricos da viga VP4 ficaram mais próximos dos experimentais do que a viga VP3.

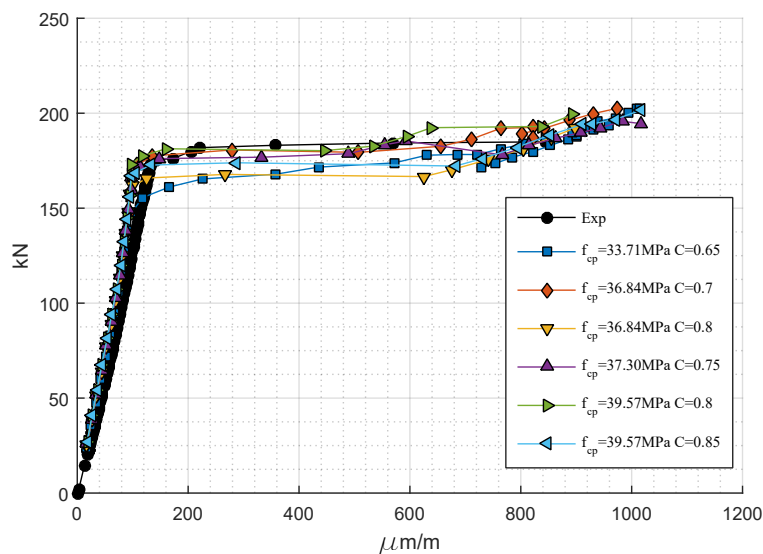


Figura 5.12: Carga x Deformação Aço VP1 (MMTA).

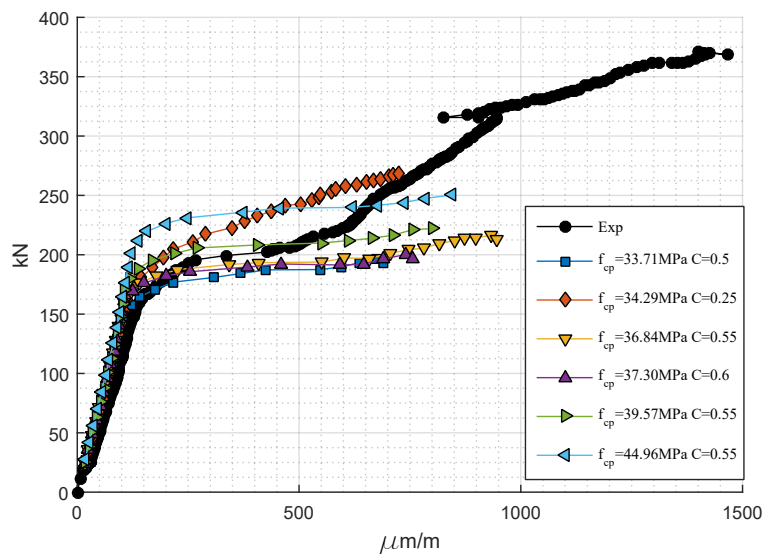


Figura 5.13: Carga x Deformação Aço VP2 (MMTA).

Um total de 48 melhores resultados de fissuração e história de deformação foram retirados das 1024 análises numéricas para verificar os melhores resultados de resistência do concreto e do expoente C. Inicialmente, é realizada aqui uma análise estatística de variações de resistência do concreto, como mostra a Figura 5.18. Os resultados de distribuição numérica são comparados com as resistências obtidas pelo ensaio de compressão experimental realizado em corpos de prova cilíndricos. Curvas normais e lognormais são construídas para ambos os resultados, como mostra a Tabela 5.3 e também representado na Figura 5.18. É possível observar que ocorre uma mudança

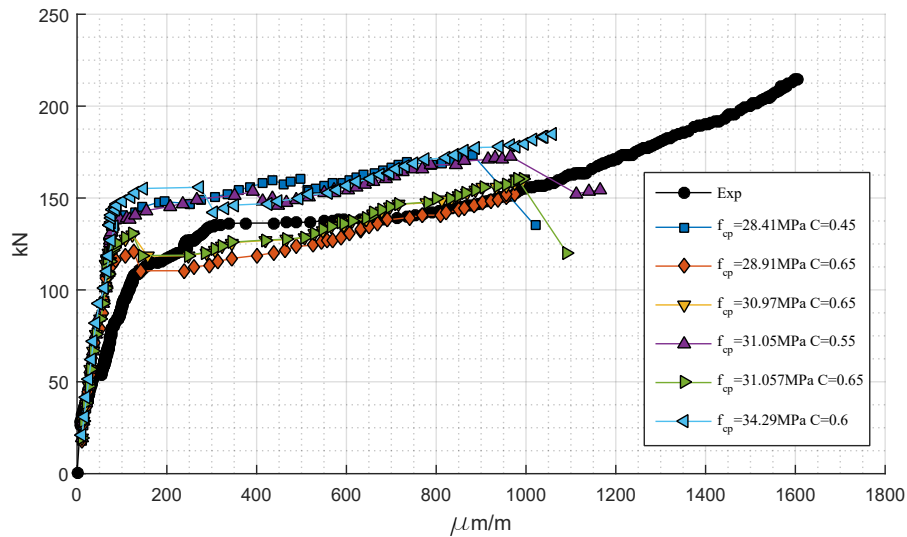


Figura 5.14: Carga x Deformação Aço VP3 (MMTA).

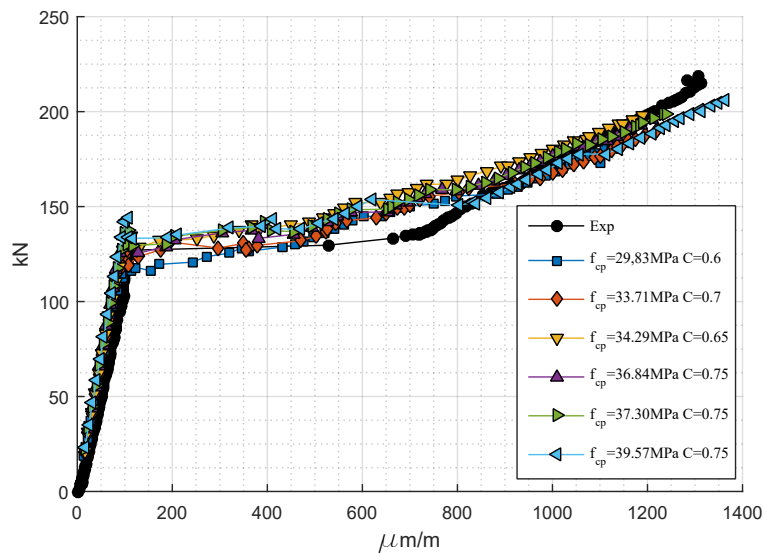


Figura 5.15: Carga x Deformação Aço VP4 (MMTA).

muita pequena na média das curvas. Entretanto, o desvio padrão das melhores resistências numéricas diminuem em relação aos testes experimentais, sugerindo que as análises numéricas podem considerar as resistências obtidas em testes de compressão com uma variação menor do desvio padrão. Em ambos casos, houve uma diminuição de 20% no desvio padrão.

Os resultados obtidos para resistência do concreto reforçam também a obtenção de resultados estatísticos para o expoente C, utilizando os melhores resultados de padrão de fissuração e comportamento do aço. A Figura 5.19(a) apresenta a distribuição do expoente C e as respectivas distribuições probabilística normal e lognormal. A Figura 5.19(b) apresenta a distribuição acumulada de probabilidades. É possível notar que a faixa com os melhores valores de C estão entre 0.5 e 0.8, o que diverge dos valores indicados na literatura. A Tabela 5.4 apresenta os parâmetros

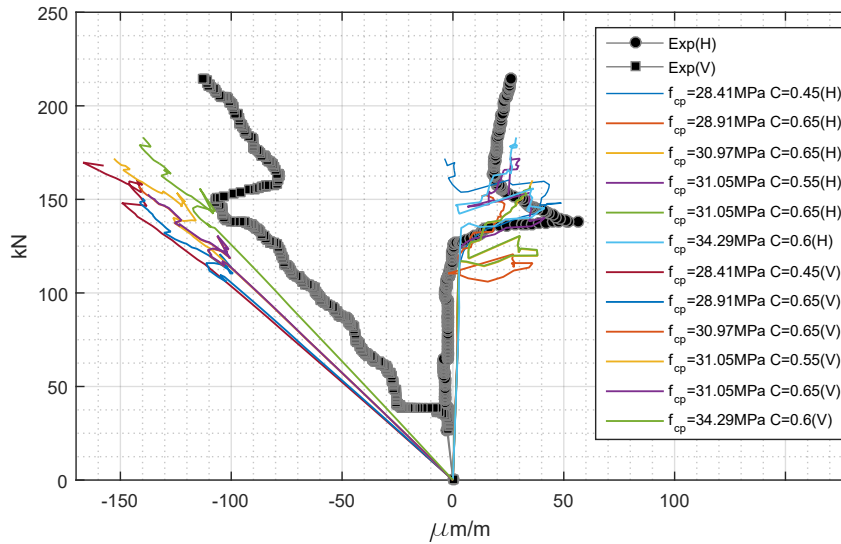


Figura 5.16: Carga x Deformação Concreto VP3 (MMTA).

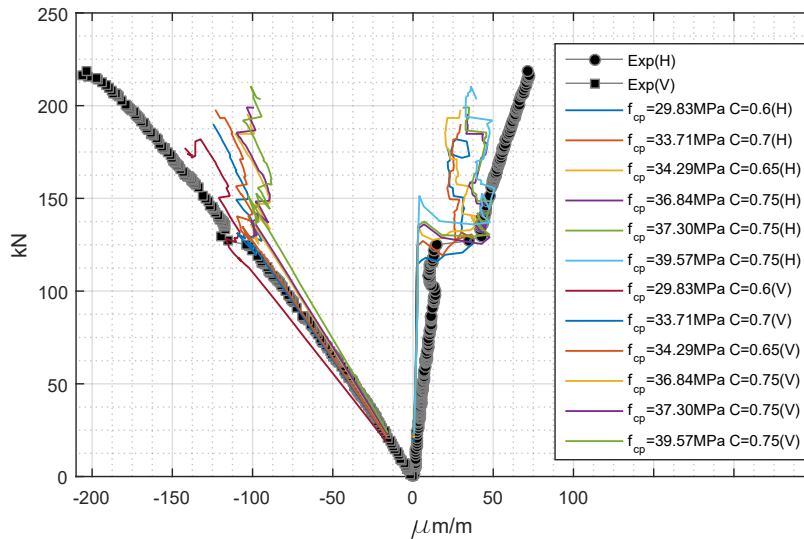


Figura 5.17: Carga x Deformação Concreto VP4 (MMTA).

das distribuições.

5.2.3 Cálculo de Carga Última

Somando as simulações já realizadas, foram propostas mais duzentas variações de cada VP, totalizando oitocentas simulações a mais. Tais simulações seguiu o Método de Monte Carlo (MMC), onde as variações de resistência f_{cp} e o coeficiente C foram geradas de forma randômica, tendo como base as distribuições obtidas a partir das simulações anteriores, conforme descrito na seção 5.1. Com essa abordagem pretende-se reforçar, nas análises, características de heterogeneidade presentes no concreto.

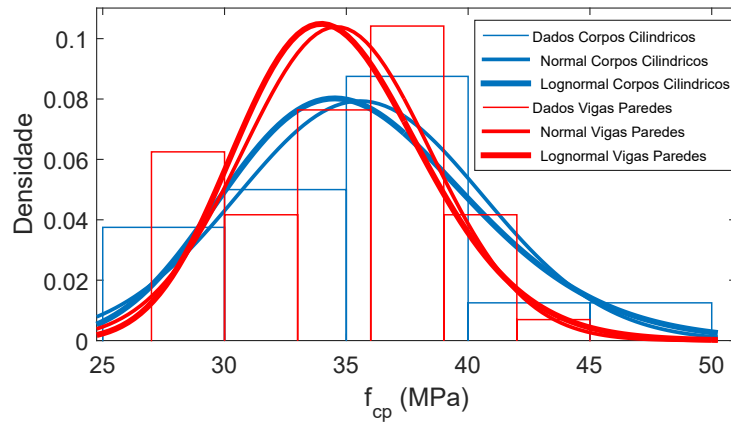


Figura 5.18: Dados estatísticos de f_{cp} .

Tabela 5.3: Dados estatísticos de f_{cp} .

Distribuição		Média (MPa)	Desvio Padrão (MPa)
Corpos de Prova cilindricos	Normal	35.56	5,02
	Lognormal	3.56	0.14
Vigas Paredes	Normal	34.60	3.83
	Lognormal	3.53	0.11

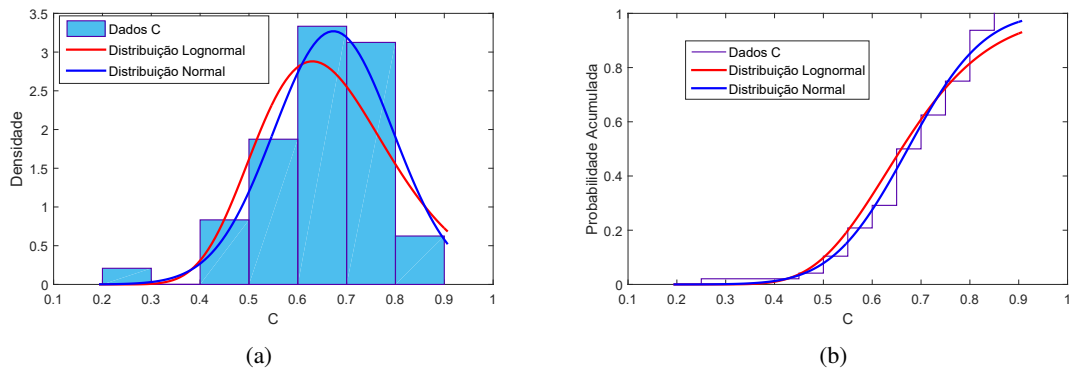


Figura 5.19: Dados estatístico coeficiente C: (a) PDF; (b) CDF.

Tabela 5.4: Dados estatístico coeficiente C.

Distribuição	Média	Desvio Padrão
Normal	0.672	0.122
Lognormal	-0.415	0.214

Nesta etapa de simulações, as análises se concentraram apenas na obtenção das cargas últimas de cada variação diante de propriedades cujos valores foram extraídos previamente a partir de uma densidade probabilística. Assim, a Figura 5.20 expõe as distribuições de carga última geradas para cada VP. Observa-se que as vigas VP1, VP3 e VP4 reproduziram distribuições que se aproximam a uma distribuição normal. No entanto, a VP2 não apresentou tal comportamento, ressaltando

que, assim como observado experimentalmente, as simulações numéricas também demonstraram tal distinção entre as VPs.

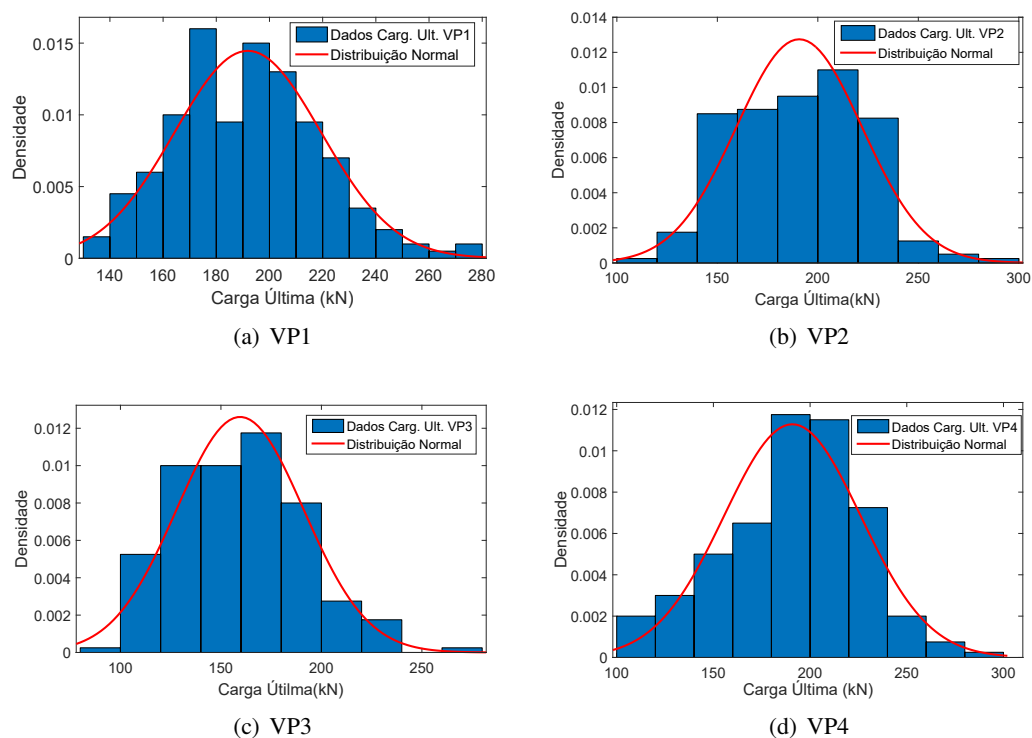


Figura 5.20: Dados estatístico carga última.

Tabela 5.5: Dados estatístico carga última.

Modelo	Exp.(kN)	Simulações MMTA				Diferença entre Exp. e Média MMTA
		Média (kN)	Desvio Padrão (kN)	Percentil (5%)(kN)	Média/Percentil (5%)	
VP1	184	191.87	27.59	146.49	1.31	+4%
VP2	370	190.74	31.30	139.25	1.37	-48%
VP3	214	159.54	31.65	107.49	1.48	-25%
VP4	218	190.83	35.35	132.67	1.44	-12%

Associando todos os resultados reproduzidos pelas simulações a distribuições normais, um valor característico de carga última pode ser extraído, utilizando como base o percentil de 5%, como mostra a Tabela 5.5. Com isso, é garantido que o elemento estrutural terá 95% de probabilidade de alcançar uma carga última superior a esse valor. Além disso, com essa abordagem é possível estimar um fator de segurança através da relação entre a média da distribuição e o percentil de 5%. Os valores encontrados ficaram entre 1.3 e 1.5, quantia próxima a valores indicados nas principais normativas de estruturas de concreto armado. Contudo, os valores da diferença entre os resultados experimentais e a média numérica destacam a necessidade de uma quantia maior de ensaios experimentais, a fim de avaliar com mais acurácia dispersões geradas em modelos experimentais de concreto armado.

Considerando os resultados apresentados nesta seção, são adicionados aqui alguns comentários que irão auxiliar o entendimento do comportamento dos resultados experimentais e numéricos via MMTA:

- As análises numéricas, considerando o comportamento de fissuração e deformação do aço e concreto, conseguem aproximar as cargas últimas das VPs. Na maioria dos casos, com valor abaixo do experimental, indicando um padrão conservador.
- Os resultados de cargas últimas indicam que o expoente C é dependente da malha. Entretanto, com uma malha apropriada, como descrito nesta tese, é possível obter os comportamentos de fissuração nos modelos numéricos.
- Os melhores comportamentos de fissuração selecionados mostraram que é possível utilizar nos modelos numéricos a distribuição de resistência do concreto. No caso específico, houve diminuição do desvio padrão da curva de distribuição dos ensaios dos corpos de prova cilíndricos.
- Em contraste com outras pesquisas, não é possível fazer análise numérica por Modelo de Micro Treliças usando apenas um valor médio do expoente C. Os resultados mostram que esse parâmetro também deve ser considerado como uma distribuição probabilística.
- Por fim, ficou demonstrado que através da distribuição probabilística das propriedades do concreto é possível realizar simulações com MMTA, de modo a obter valores de carga última seguros, que podem ser utilizados em projetos estruturais. No entanto, ainda há a necessidade de um volume maior de ensaios experimentais para avaliar com maior precisão dispersões geradas nas cargas últimas de modelos experimentais, de modo a reforçar os resultados aqui apresentados.

5.3 MODELO CONTÍNUO

Para o modelo contínuo, o concreto foi modelado com elementos quadrilaterais de quatro nós com integração reduzida, chamados, no programa Abaqus, de CPS4R. Já para a armadura foram empregados elementos de treliça, chamados, no programa Abaqus, de T2D2. Para acoplar as barras de aço no concreto, empregou-se o Método Embutido (Embedded) (KWAK; FILIPPOU, 1990) com aderência perfeita.

5.3.1 Estudo de Malha

A metodologia proposta por Alfarah, López-almansa e Oller (2017) foi concebida no intuito de minimizar a sensibilidade da malha. No entanto, os casos simulados por eles eram elementos com geometrias regulares, bem diferentes dos abordados neste trabalho. Assim, foram concebidos quatro graus de refinamento da malha conforme figuras 5.21 e 5.22 e tabela 5.6 para o estudo

de malha. Como adotado no estudo de malha dos modelos MMTA o valor de resistência à compressão média foi fixado em 35 Mpa e, para resistência de pico à tração, dez por cento deste valor (3.5MPa).

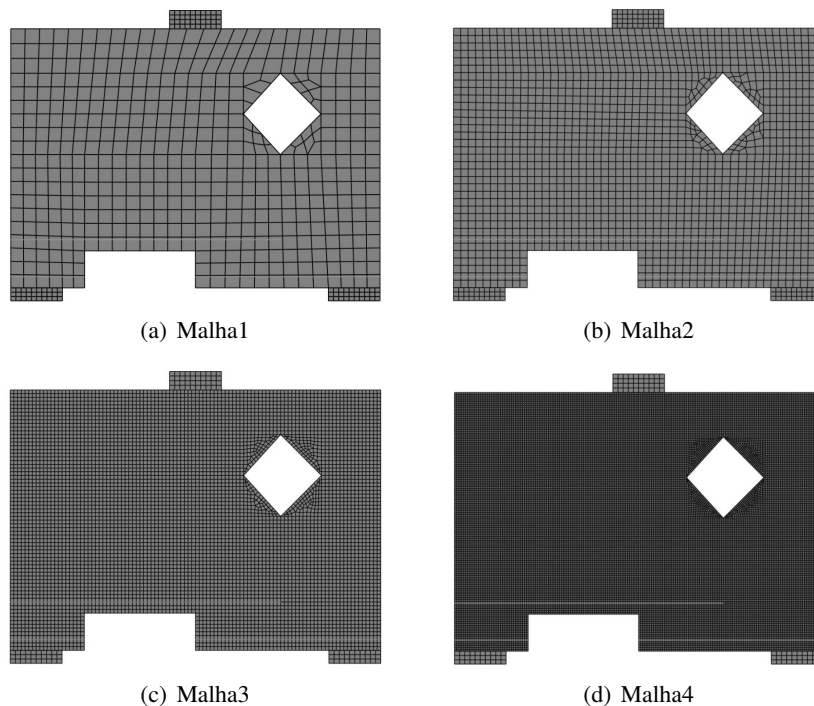


Figura 5.21: Malhas Modelo Contínuo VP1 e VP2.

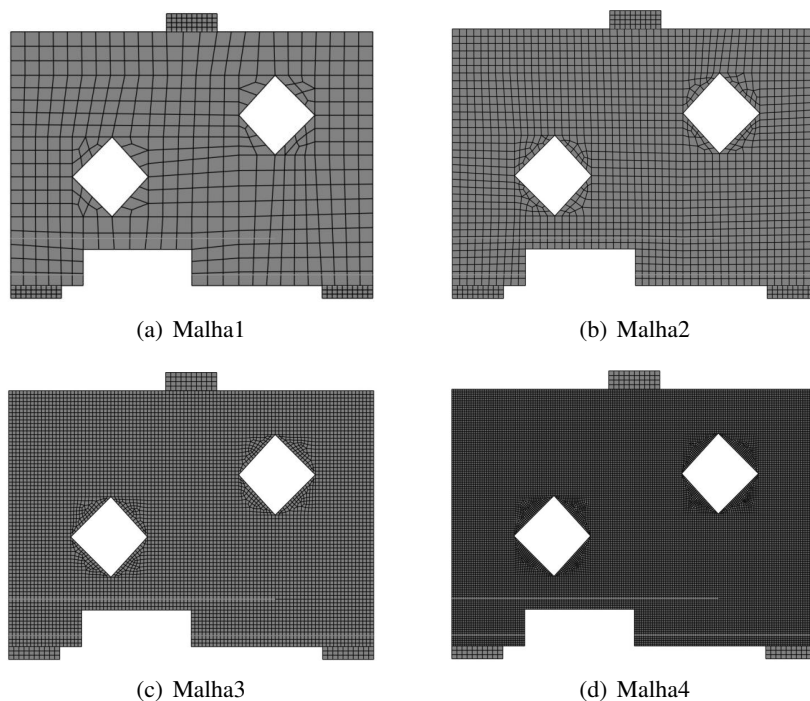


Figura 5.22: Malhas Modelo Contínuo VP3 e VP4.

Para a avaliação das malhas, foram observados os comportamentos reproduzidos pela arma-

Tabela 5.6: Dados das Malhas.

Malhas		Nº de nós	Nº de elementos	Comprimento médio dos elementos (le) (mm)
Malha 1	VP1 e VP2	534	473	40
	VP3 e VP4	509	449	
Malha 2	VP1 e VP2	1751	1649	20
	VP3 e VP4	1730	1616	
Malha 3	VP1 e VP2	6740	6532	10
	VP3 e VP4	6600	6365	
Malha 4	VP1 e VP2	26488	26075	5
	VP3 e VP4	25845	25381	

dura conforme as figuras 5.23-5.26. Em todas as Vps é verificado que a metodologia de Alfarah, López-almansa e Oller (2017) obteve grande êxito nos estágios iniciais de carregamento, já que as respostas de todas as malhas foram praticamente coincidentes.

Na viga VP1, figura 5.23, as respostas de todas as malhas tiveram comportamentos próximos em todos os estágios de carga. No entanto, a malha 1 não conseguiu aproximar a carga última das outras malhas. A viga VP2, Figura 5.24, obteve características próximas da viga VP1. Já as vigas VP3, Figura 5.25, e VP4, Figura 5.26, obtiveram divergência nos estágios finais de carregamento, sendo que a pior resposta obtida quando comparada com comportamento experimental foi da viga VP4. Diante dessas respostas, optou-se pelo uso da malha 3 para todas as VPs, pois esta se mostrou mais estável numericamente em todos os modelos analisados.

5.3.2 Análise Paramétrica

O estudo prosseguiu adotando procedimento semelhante ao utilizado na avaliação dos modelos via MMTA, empregando como dados de entrada as variações de resistência a compressão, usadas nos modelos MMTA. Cabe destacar, que as relações constitutivas do concreto tanto para compressão como para tração são diferentes das usadas no MMTA, isso porque procurou-se utilizar as recomendações sugeridas pelos autores do Modelo de Dano Plástico (OLLER et al., 1988),(LUBLINER et al., 1989) presente no programa Abaqus, conforme descrito na seção 4.2.

Outra diferença entre as simulações MMTA e o Modelo Contínuo é que o efeito *Tension Softening* também foi dependente da Resistência a Compressão do Concreto, já no estudo realizado com o MMTA esse efeito foi variado independentemente com uso do coeficiente C. Com isso, foram simulados 12 variações de cada viga, totalizando 48 simulações.

As Figuras 5.27-5.30 apresentam os resultados numéricos via Modelo Contínuo de carga *versus* deformação do aço, comparados com resultados experimentais. Os seguintes comentários são adicionados aos resultados:

- As simulações da VP1, Figura 5.27, apresentaram resultados numéricos com uma boa concordância com o experimental nos estágios iniciais de carregamento, no entanto o modelo

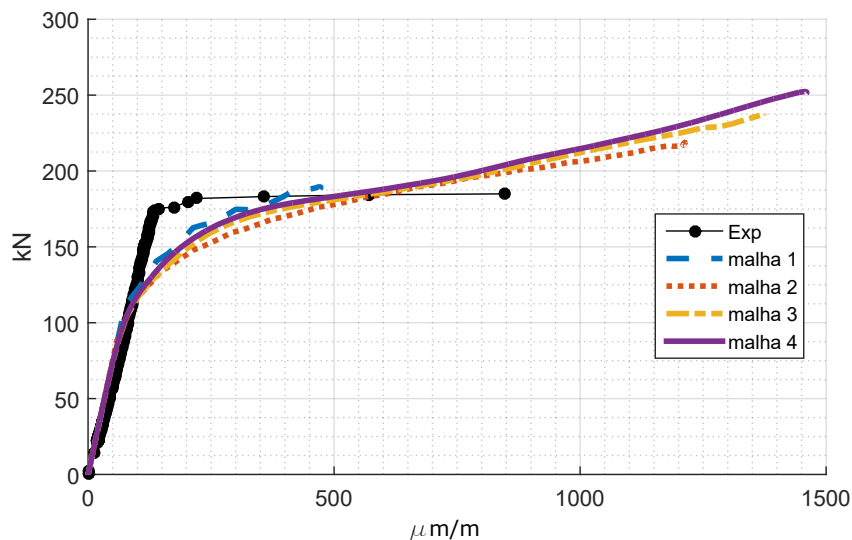


Figura 5.23: Carga x Deformação Aço VP1 Estudo de Malha.

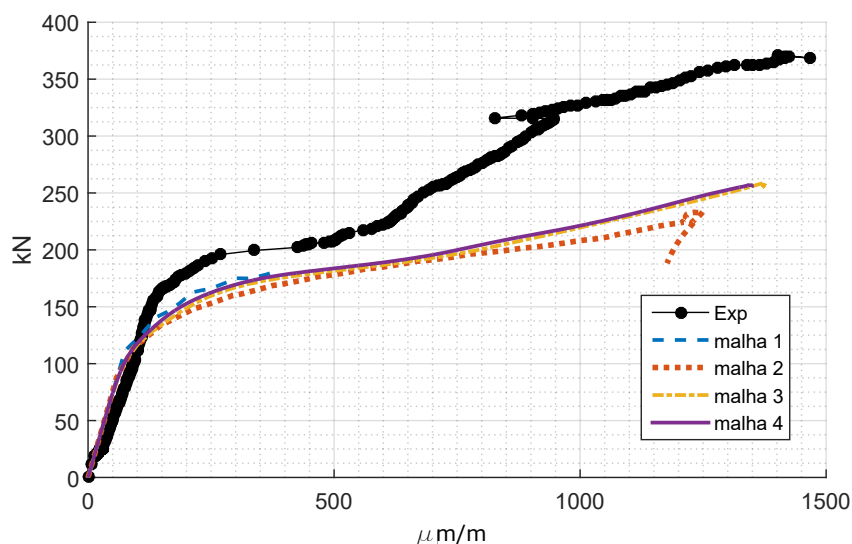


Figura 5.24: Carga x Deformação Aço VP2 Estudo de Malha.

numérico não foi capaz de reproduzir a transição do trecho linear para o trecho constante de deformação observado experimentalmente. Além disso, todas as variações numéricas alcançaram cargas últimas entre 7% e 18% maior do que a experimental.

- As simulações da VP2, Figura 5.28, apresentaram concordância até certo nível de carregamento, com cargas últimas inferiores às obtidas experimentalmente. A diferença em relação ao dado experimental é em torno de 32% menor.
- Os resultados da VP3, Figura 5.29, apresentaram uma relativa boa concordância com experimental nos estágios iniciais de carregamento. No entanto, os modelos numéricos obtiveram um comportamento bem mais rígido do que o experimental, sendo que as variações com maior f_{cp} tiveram grandes problemas de convergência. Além disso, os modelos numéricos

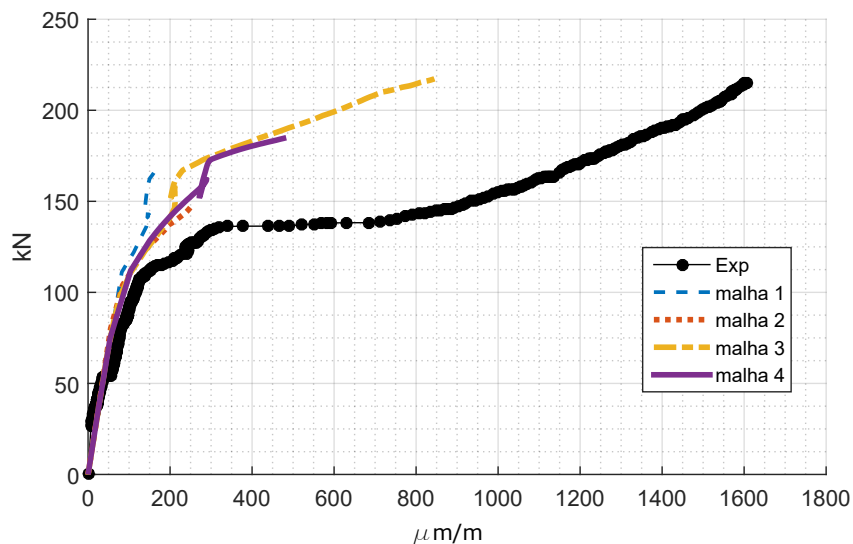


Figura 5.25: Carga x Deformação Aço VP3 Estudo de Malha.

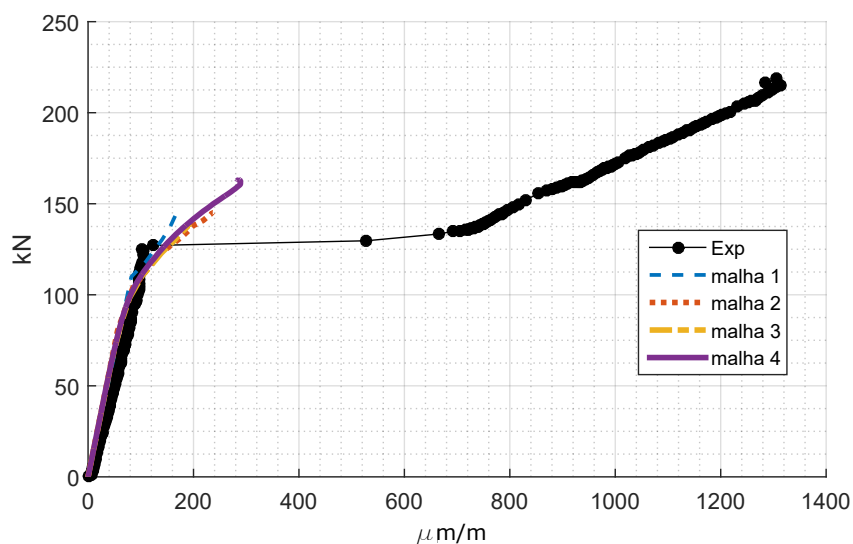


Figura 5.26: Carga x Deformação Aço VP4 Estudo de Malha.

alcançaram cargas últimas pouco abaixo da observada experimentalmente, em torno de 7% menor.

- Os resultados da VP4, Figura 5.30, apresentaram uma boa concordância com experimental nos estágios iniciais de carregamento. No entanto, os modelos numéricos obtiveram um comportamento bem mais rígido do que o experimental, sendo que as variações mais estáveis numericamente foram as com f_{cp} entre 33 e 37 MPa. Tais variações alcançaram cargas últimas em torno de 7% abaixo da observada experimentalmente.

Analisando todos os resultados numéricos de carga deformação via Modelo Contínuo, é verificado que, de modo geral, todos os modelos alcançaram cargas últimas próximas às observadas nos modelos experimentais. No entanto, o comportamento do aço se distanciou um pouco do

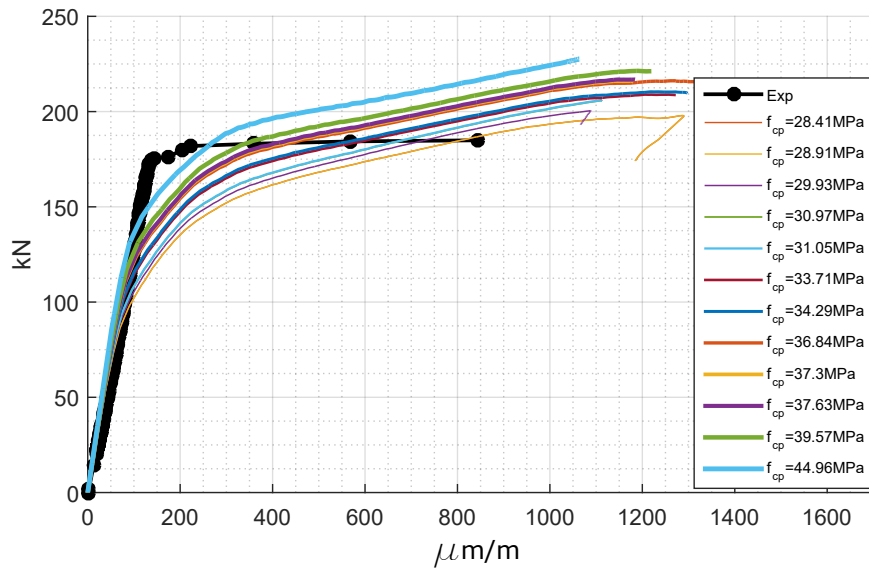


Figura 5.27: Carga x Deformação Aço VP1 (Modelo Contínuo).

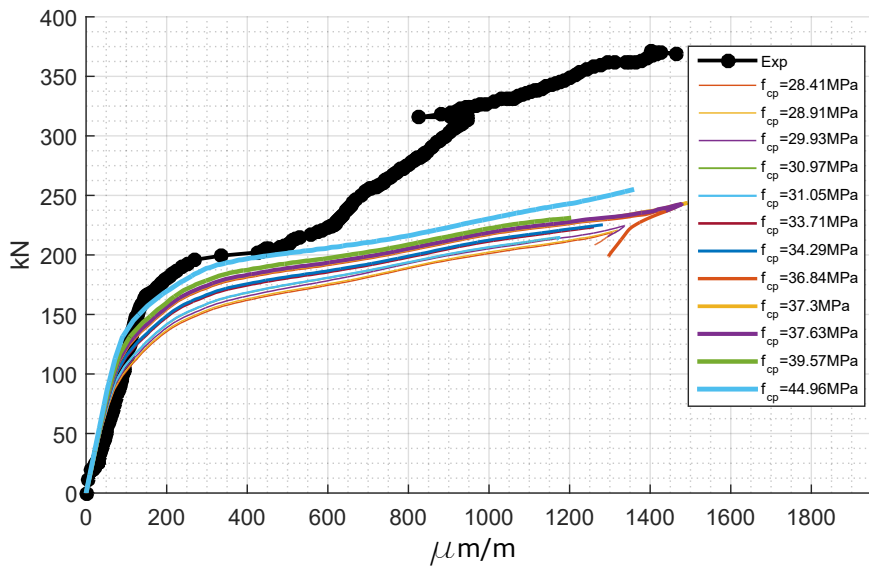


Figura 5.28: Carga x Deformação Aço VP2 (Modelo Contínuo).

obtido experimentalmente. Outro aspecto observado foi que o f_{cp} e a carga última tiveram uma relação aproximadamente linear.

Quanto à formação de fissuras apresentadas nos modelos numéricos, o Modelo de Dano Plástico do Concreto faz o uso da variável de dano à tração, a qual varia de 0 a 1, ou seja, quanto mais próximo do valor 1 a variável de dano estiver, mais danificado o concreto estará, ressaltando a formação de fissuras nesta região. Dessa forma, para mostrar os padrões de fissuração produzidos pelos modelos numéricos foram gerados os mapas de dano à tração de cada VP, conforme Figura 5.31.

Em todas as simulações numéricas, é constatado que as variações de f_{cp} não influenciaram os

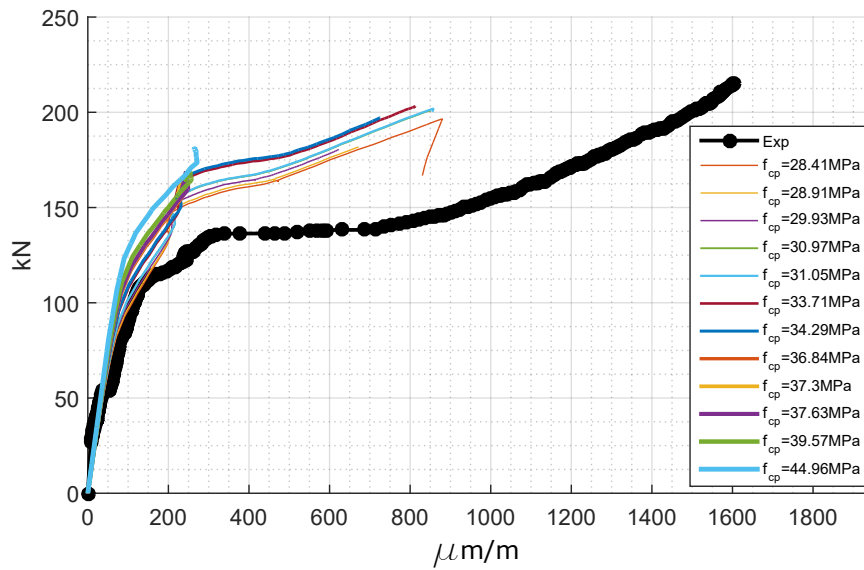


Figura 5.29: Carga x Deformação Aço VP3 (Modelo Contínuo).

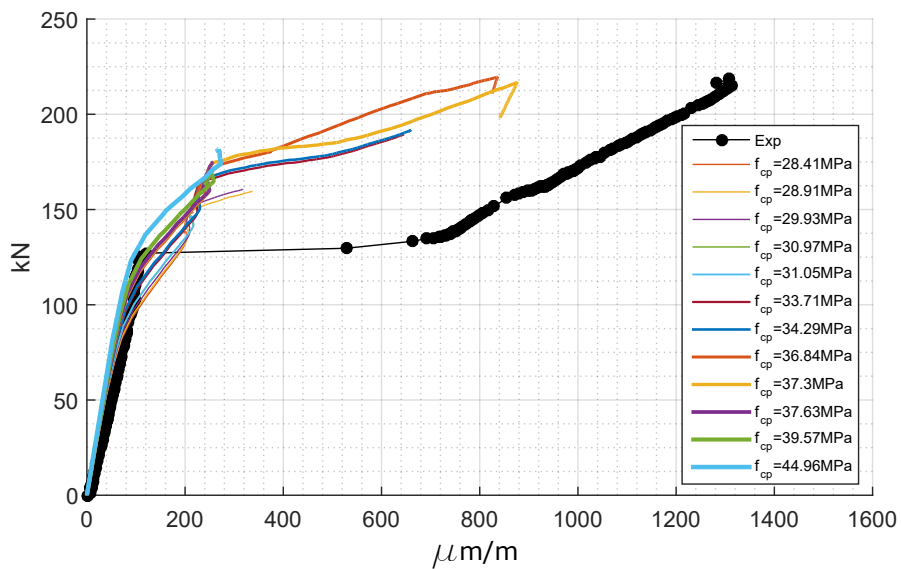


Figura 5.30: Carga x Deformação Aço VP4 (Modelo Contínuo).

padrões de fissuração apresentados pelas VPs. Também é verificado que os padrões de fissuração da VP1 foram semelhantes aos da VP2, fato que se replicou entre as VP3 e VP4. Essa característica demonstra que o Modelo Contínuo adotado não foi capaz de expressar a influência da armadura nos modelos.

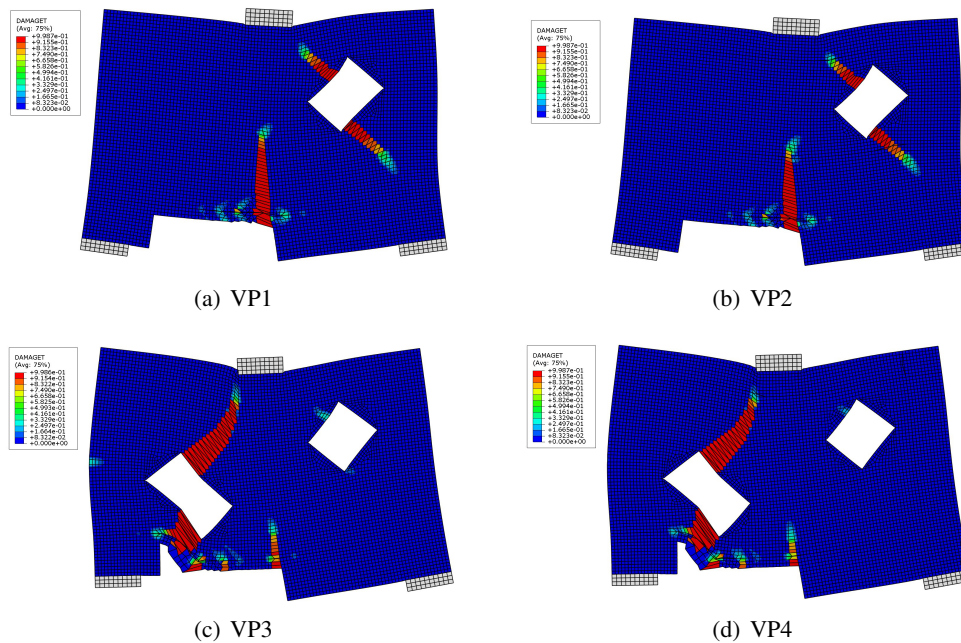


Figura 5.31: Dano a tração das VPs Modelo Contínuo.

5.4 COMPARAÇÃO DOS MODELOS

Seguindo a abordagem de análise de dados já adotada, inicialmente, foram comparados os padrões de fissuração obtidos através dos modelos numéricos com os observados experimentalmente, conforme as Figuras 5.32-5.35. Em seguida, os resultados de carga x deformação do aço são apresentados, conforme Figuras 5.36-5.39. Cabe destacar que não houve mudanças significativas nos padrões de fissuração dentro das variações abordadas com o uso do modelo contínuo e a variação de MMTA escolhida foi a que apresentou melhor comportamento. Assim, as respostas numéricas de carga x deformação referem-se às variações escolhidas nas apresentações de fissuração. Seguem alguns comentários acerca dos modelos numéricos estudados:

- O padrão de fissuração da VP1 apresentado tanto pela modelagem via MMTA quanto pela Modelagem Contínua ficaram próximos do observado experimentalmente, conforme Figura 5.32. No entanto, para a deformação do aço, a Modelagem Contínua não conseguiu obter a acurácia alcançada pelo modelo MMTA.
- Para a viga VP2, Figura 5.33, o modelo MMTA obteve um padrão de fissuração mais próximo do experimental do que o Modelo Contínuo. Como já comentado, os Modelos Contínuos das VP1 e VP2 mostraram padrões de fissuração muito próximos, fato que não se verificou com uso do MMTA. Para a deformação do aço, Figura 5.33, ambos os modelos numéricos se distanciaram do comportamento experimental a partir de um certo nível de carga, alcançando cargas últimas muito próximas entre si, porém abaixo do observado experimentalmente.
- Na viga VP3, Figura 5.34, o modelo contínuo gerou um padrão de fissuração bem distinto

do observado experimentalmente, enquanto o modelo MMTA teve uma excelente aproximação. Para a deformação do aço, Figura 5.34, o modelo MMTA obteve uma excelente aproximação ao experimental, já o Modelo Contínuo, apesar de ter alcançado uma carga última próxima ao experimental, apresentou um comportamento bem mais rígido.

- Para a viga VP4, Figura 5.35, o modelo MMTA apresentou um padrão de fissuração bem próximo do observado experimentalmente, já o Modelo Contínuo obteve um padrão pouco diferente. No caso do comportamento do aço, o modelo MMTA também obteve uma excelente acurácia em relação ao experimental, como ocorrida na viga VP3. O Modelo Contínuo gerou um comportamento bem mais rígido, porém com uma carga última bem próxima da experimental.

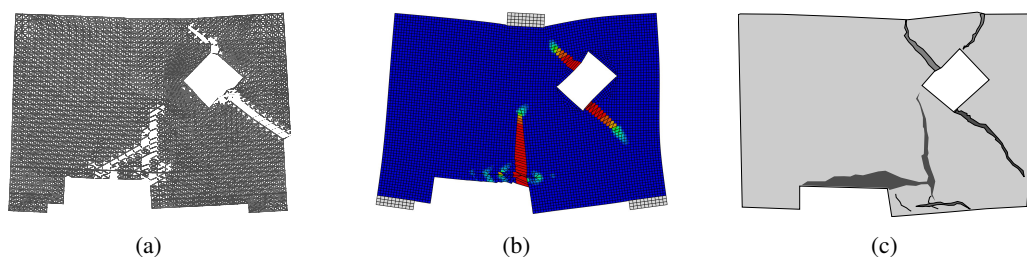


Figura 5.32: Comparação dos padrões de fissuração VP1:(a) MMTA (b) Modelo Contínuo (c) Experimental.

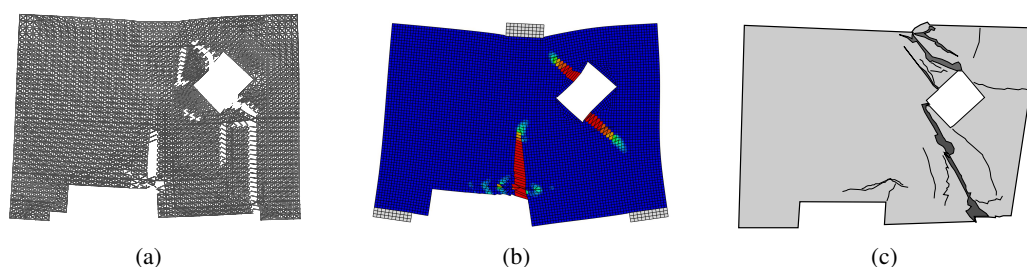


Figura 5.33: Comparação dos padrões de fissuração VP2:(a) MMTA (b) Modelo Contínuo (c) Experimental.

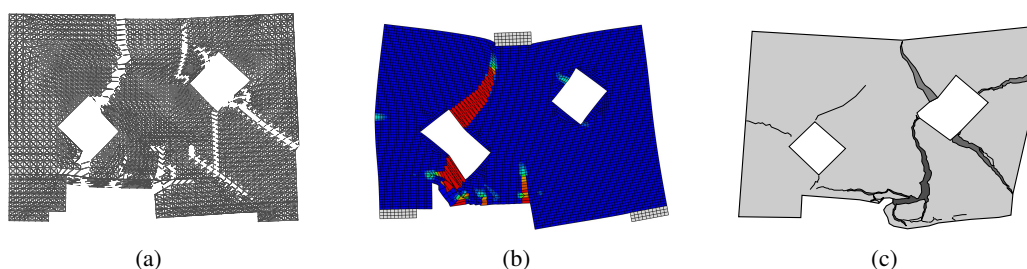


Figura 5.34: Comparação dos padrões de fissuração VP3:(a) MMTA (b) Modelo Contínuo (c) Experimental.

Como relatado na primeira seção deste capítulo, as VPs modeladas com o MMTA apresentaram comportamentos próximos aos observados experimentalmente, já as VPs com uso do Modelo Contínuo não alcançaram tal acurácia. Esse fato se deve, em parte às diferenças de inserção das propriedades do concreto. Na modelagem via MMTA, foi observada a grande influência do *Tension Softening* na resposta do modelo, o qual era influenciado pelo coeficiente C, que, por sua

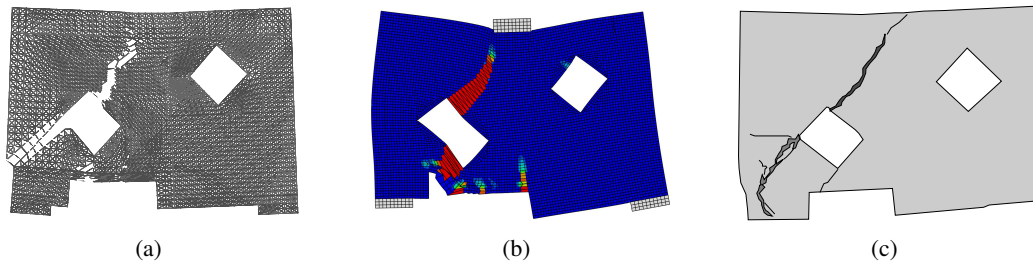


Figura 5.35: Comparação dos padrões de fissuração VP4:(a) MMTA (b) Modelo Contínuo (c) Experimental.

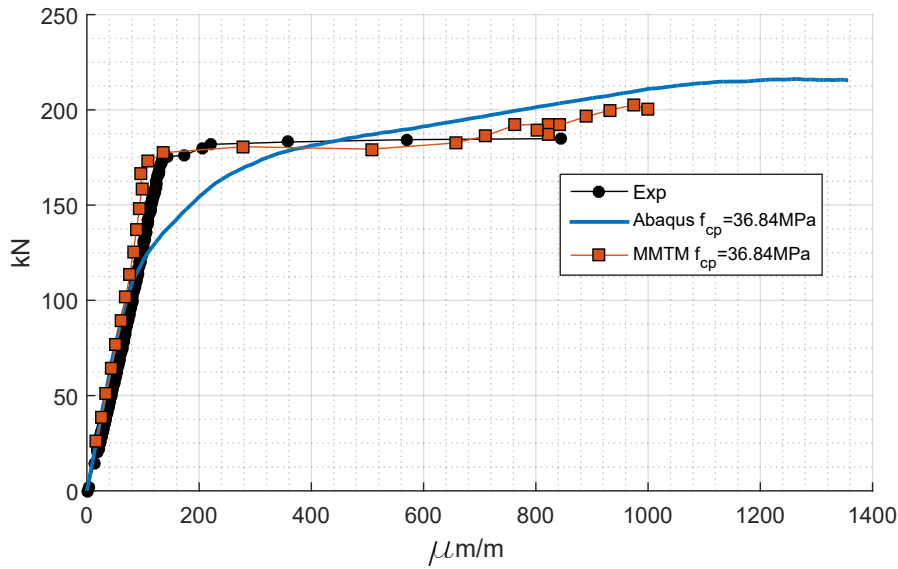


Figura 5.36: Comparação dos modelos numéricos com experimental de Carga x Deformação Aço VP1.

vez, não poderia ser tratado como um valor único, mas como uma distribuição probabilística. No caso da modelagem via Modelo Contínuo, a abordagem adotada impôs limitações na proposição da variação desse parâmetro. Dessa forma, a modelagem numérica fez uso apenas da variação do f_{cp} .

Com relação às respostas de carga x deformação da modelagem contínua, na transição do trecho linear para o trecho constante de deformação, o modelo não foi capaz de se aproximar do experimental, apresentando uma transição bem mais suave, o que ressalta uma limitação do Modelo de Dano Plástico do Concreto para representar esse tipo de comportamento.

Outro aspecto evidenciado nos resultados da modelagem contínua, foi a falta de sensibilidade dos modelos em relação à presença de armadura, fato esse que não se verificou nos modelos MMTA. Cabe destacar que, no MMTA, a armadura é disposta de forma discreta diferentemente da modelagem contínua adotada, que fez o uso da técnica Embutida (KWAK; FILIPPOU, 1990).

Os resultados aqui apresentados reforçam o potencial do Modelo de Micro Treliças Adaptativo na simulação de Vigas Paredes com geometrias não convencionais. Os resultados mostram a capacidade do modelo em prever comportamentos de fissuração, tensão e deformação de elementos

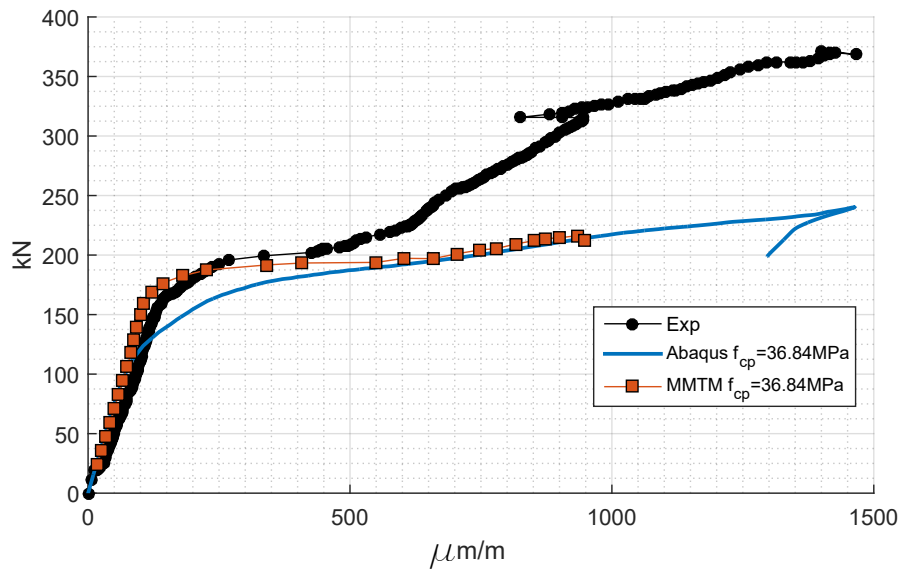


Figura 5.37: Comparação dos modelos numéricos com experimental de Carga x Deformação Aço VP2.

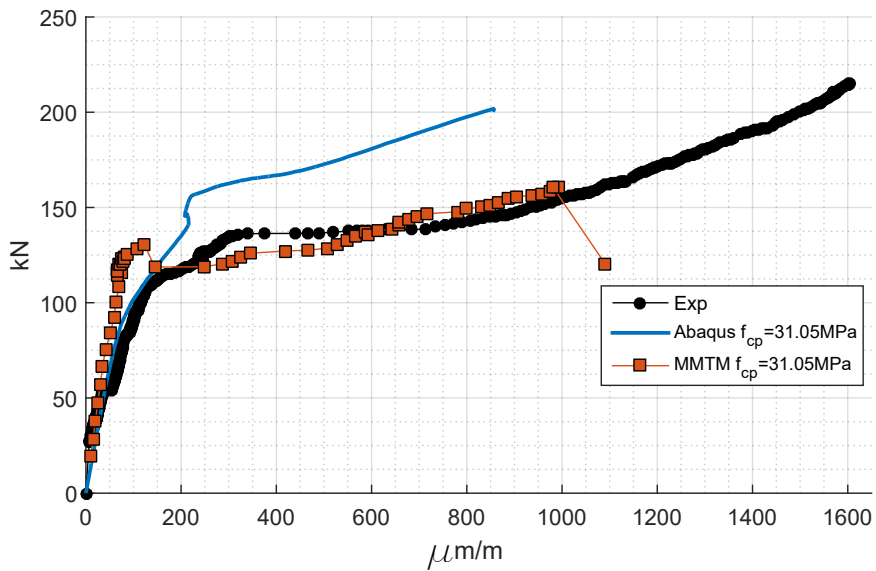


Figura 5.38: Comparação dos modelos numéricos com experimental de Carga x Deformação Aço VP3.

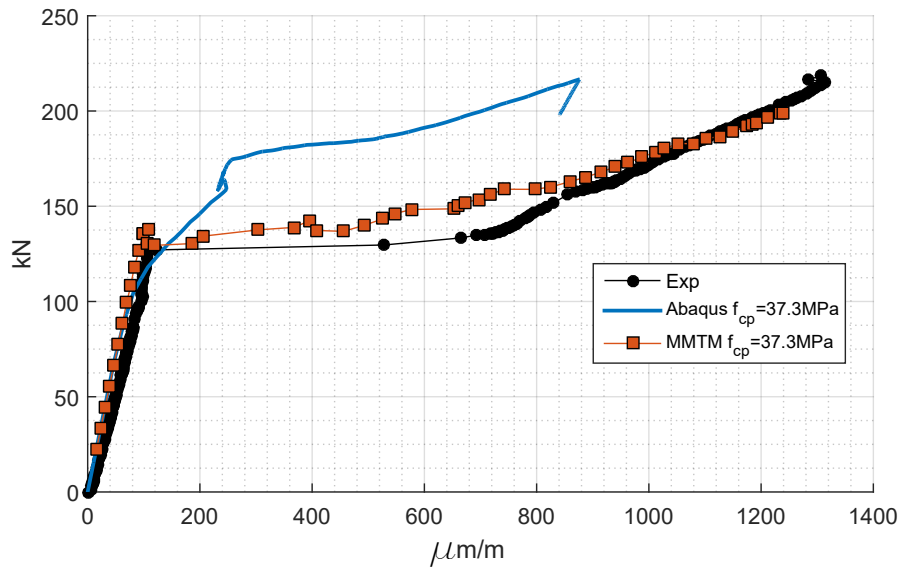


Figura 5.39: Comparação dos modelos numéricos com experimental de Carga x Deformação Aço VP4.

de concreto armado.

6 CONCLUSÃO

Esta tese apresentou um estudo experimental e numérico inédito do comportamento de vigas paredes com geometrias não convencionais. A partir de uma revisão bibliográfica de vigas paredes com geometrias não convencionais, foi proposta uma métrica para quantificação do Grau de Complexidade geométrica, a qual serviu de base para propor as duas geometrias estudadas.

Foi proposto o Modelo de Micro Treliças Adaptativo (MMTA), com uma nova forma de geração de elementos finitos, capaz de modelar qualquer tipo de geometria plana através de elementos de barra. Apesar da simplicidade, o MMTA conseguiu representar o comportamento das VPs estudadas experimentalmente.

Diante dos resultados experimentais obtidos, foi possível realizar uma análise detalhada das principais variáveis que mais impactam no MMTA através da simulação de várias combinações de propriedades mecânicas do concreto. Assim, com uso de ferramentas estatísticas, encontrou-se os valores do coeficiente C mais apropriados para o uso no MMTA. Também foi notado que, ao utilizar a densidade de resultados apresentadas nos ensaios dos corpos prova cilíndrico nos modelos MMTA, estes apresentam resultados próximos dos experimentais.

Além das simulações via MMTA, também foi executado uma série de simulações via Modelo Contínuo através do programa comercial de Elementos Finitos Abaqus, utilizando como modelo constitutivo para o concreto o Modelo de Dano Plástico. As respostas geradas não alcançaram a acurácia obtida com as simulações via MMTA, quando comparadas com os dados experimentais. Tais divergências podem ser atribuídas à inserção das propriedades mecânicas do concreto.

Como observado nas modelagens via MMTA, propriedades como o *Tension Stiffening*, presentes no MMTA através do coeficiente C , não podem ser atribuídas por valores médios, e sim por uma distribuição probabilística. No caso das simulações via Modelo Contínuo, isso ficou notório, visto que a representação do *Tension Stiffening*, no Modelo de Dano Plástico do Concreto, ocorre através da inserção da Energia de Fratura G_F , a qual teve como base a formulação proposta pelo CEB-FIP (2010), que usa o f_{cp} , como apresentado na seção 4.2. Uma forma de melhorar os resultados das simulações via Modelo Contínuo, seria a implementação de um algoritmo para gerar valores de G_F seguindo uma distribuição probabilística, similar ao aplicado nas simulações via MMTA.

Em suma, o MMTA apresenta um grande potencial na análise do comportamento de elementos planos de concreto armado com geometrias não convencionais. Sua simplicidade facilita a geração de diversas simulações, de modo a reproduzir características de variabilidade nas propriedades do concreto.

6.1 CONTRIBUIÇÕES INOVADORAS

Como contribuições inovadoras desta tese, tem-se:

- Resultados experimentais inéditos de Vigas Paredes em concreto armado com geometrias não convencionais;
- Criação do Modelo de Micro Treliças Adaptativo (MMTA), abordagem numérica simples e eficiente para análise de Vigas Paredes com geometrias não convencionais;
- Resultados do estudo das propriedades mecânicas do concreto com maior importância na modelagem numérica de elementos estruturais de concreto armado.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Realizar novas campanhas de ensaios experimentais, com um volume maior de elementos ensaiados, a fim de se obter possíveis dispersões nos resultados;
- Aprofundar o estudo sobre a obtenção experimental do coeficiente C;
- Expandir o MMTA de modelos 2d para 3d, de modo a simular elementos tridimensionais, como blocos de fundação;
- Propor algoritmos que considerem a dispersão do valores de Energia de Fratura, para serem usados em Modelos Contínuos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALFARAH, B. et al. New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures New methodology for calculating damage variables evolution. *Engineering Structures*, n. January, 2017.
- BENTZ, E. C. *Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members*. Tese (Doutorado) — UNIVERSITY OF TORONTO, 2000.
- BULLETIN 45 DO FIB (CEB-FIP). *Practitioners ' guide to finite element modelling of reinforce concrete structures*. Lausanne, Suíça, 2008.
- CAMPIONE, G.; MINAFÒ, G. Behaviour of concrete deep beams with openings and low shear span-to-depth ratio. *Engineering Structures*, Elsevier Ltd, v. 41, p. 294–306, 2012. ISSN 0141-0296. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.03.055>>.
- CEB-FIP, M. C. Fib model code for concrete structures 2010. *Document Competence Center Siegmund Kästl eK, Germany*, 2010.
- EL-DEMERDASH, W. E. et al. Behavior of RC Shallow and Deep Beams with Openings Via the Strut-and-Tie Model Method and Nonlinear Finite Element. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2015.
- EUN, H.-c. et al. On the shear strength of reinforced concrete deep beam with web opening. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, p. 445–466, 2006.
- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. *A First Course in Finite Elements*. [S.l.]: John Wiley e Sons, Ltd, 2007. ISBN 9780470035801.
- FOSTER, S. J. et al. Cracked Membrane Model : Finite Element Implementation. *Journal of Structural Engineering*, v. 129, n. September, p. 1155–1163, 2003.
- HORDIJK, D. A. *Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; experiments, modelling and analyses*. 1992. 1–79 p.
- HRENNIKOFF, A. Solutions of problems of elasticity by the framework method. *Journal of Applied Mechanics*, v. 12, p. 169–175, 1941.
- HU, O. E. et al. Behaviour and strut-and-tie predictions of high- strength concrete deep beams with trapezoidal web openings. *Magazine of Concrete Research*, v. 59, n. 7, p. 529–541, 2007.
- ILGADI, O. B. *Advanced Three-Dimensional Analysis of Concrete Structures Using Nonlinear Truss Models*. 111 p. Tese (Doutorado) — Colorado School of Mines, 2013.
- INGRAFFEA, A. R. *Computational Fracture Mechanics*. [S.l.]: Encyclopedia of Computational Mechanics: John Wiley and Sons, 2004.
- KANG, W. T. *Estudo de Propagação de Fissuras Arbitrárias no Concreto Utilizando o Modelo Reticulado da Mesoestrutura São Paulo Wang Tai Kang Estudo de Propagação de Fissuras Arbitrárias no Concreto Utilizando o Modelo Reticulado da Mesoestrutura São Paulo*. Tese (Tese de Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.
- KIOUSIS, P. D. et al. Truss Modeling of Concrete Columns in Compression. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 136, n. August, p. 1006–1014, 2010.

- KONG, F. *Reinforced Concrete Deep Beams*. [S.l.]: Taylor & Francis Books, Inc, 2002. ISBN 0216926955.
- KONG, F. K.; SHARP, G. R. Structural Idealization for Deep Beams With Web Openings. *Magazine of Concrete Research*, v. 29, n. 99, p. 81–91, 1977. ISSN 0024-9831.
- KONG, F. K. et al. Structural Idealization for Deep Beams With Web Openings: futher evidence. *Magazine of Concrete Research*, v. 30, n. 103, p. 89–95, 1978. ISSN 0024-9831.
- KWAK, H.-G.; FILIPPOU, F. C. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures Under Monotonic Loads. *Structural Engineering Mechanics and Materials*, v. 14, n. November, 1990. Disponível em: <<http://scholar.google.com/scholar?hl=en{%&}btnG=Search{%&}q=intitle:Finite+element+analysis+of+reinforced+concrete+structures+under+monotonic+>>.
- LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.
- LEY, M. T. et al. Experimental Verification of Strut-and-Tie Model Design Method. *ACI Structural Journal*, n. 104, p. 749–755, 2007.
- LUBLINER, J. et al. A Plastic-Damage Model for Concrete. *Int. J. Solids Structures*, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.
- MAEKAWA, K. et al. *Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete*. [S.l.: s.n.], 2003. ISBN 0203302885.
- MIRANDA, A. C. D. O. et al. An Algorithm for Two-dimensional Mesh Generation for Arbitrary Regions with Cracks. In: *Proceedings of 1999 International Symposium on Computer Graphics, Image Processing and Vision*. Campinas: [s.n.], 1999. p. 29–38.
- MIRANDA, A. C. D. O.; MARTHA, L. F. Quadrilateral Mesh Generation using Hierarchical Templates. *Proceedings of the 21st International Meshing Roundtable*, p. 1–18, 2012.
- MIRANDA, A. C. D. O.; MARTHA, L. F. Hierarchical template-based quadrilateral mesh generation. *Engineering With Computers*, v. 33, p. 701–715, 2017.
- MIRANDA, A. C. D. O. et al. Fatigue life and crack path predictions in generic 2D structural components. *Engineering Fracture Mechanics*, v. 70, n. 10, p. 1259–1279, 2003.
- MIRANDA, A. C. D. O. et al. Fatigue life prediction of complex 2D components under mixed-mode variable amplitude loading. *International Journal of Fatigue*, v. 25, p. 1157–1167, 2003.
- MOHAMED, A. R. et al. Prediction of the behavior of reinforced concrete deep beams with web openings using the finite element method. *ALEXANDRIA ENGINEERING JOURNAL*, Faculty of Engineering, Alexandria University, 2014. ISSN 1110-0168. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.aej.2014.03.001>>.
- NAGARAJAN, P. et al. Application of micro truss and strut and tie model for analysis and design of reinforced concrete structural elements. *Songklanakarin Journal of Science and Technology*, v. 31, n. 6, p. 647–653, 2009.
- NAGARAJAN, P. et al. Mesoscopic numerical analysis of reinforced concrete beams using a modified micro truss model. *Interaction and Multiscale Mechanics*, v. 3, n. 1, p. 23–37, 2010.
- NBR6118. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. *Associação Brasileira de Normas Técnicas*, ABNT, Rio de Janeiro, 2014.

NEPOMUCENO, C. L. *ANÁLISE DE VIGAS-PAREDE APLICANDO MODELO DE BIELA E TIRANTE E MICROTRELIÇA*. 160 p. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade de Brasília, Brasília-DF, 2012.

OKAMURA, H.; MAEKAWA, K. Verification of Modeling for Reinforced Concrete Finite Element. In: *Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, Japan Society for the Promotion of Science National Science Foundation*. Tokyo: [s.n.], 1985. v. 2, p. 127–142.

OKAMURA, H.; MAEKAWA, K. Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete. *Gihodo, Tokyo*, 1991.

OLLER, S. et al. Un modelo constitutivo de daño plástico para materiales friccionales. parte - 1 :variables fundamentales, funciones de fluencia. *Revista Internacional de Metodos Numericos para Calculo y Diseno en Ingenieria*, v. 4, p. 397–431, 1988.

SALEM, H. The micro truss model: an innovative rational design approach for reinforced concrete. *Journal of Advanced Concrete Technology*, v. 2, n. 1, p. 77–87, 2004. ISSN 1346-8014. Disponível em: <<http://jlc.jst.go.jp/JST.JSTAGE/jact/2.77?from=Google>>.

SALEM, H. M.; MAEKAWA, K. Computer-Aided Analysis of Reinforced Concrete Using a Refined Nonlinear Strut and Tie Model Approach. *Journal of Advanced Concrete Technology*, v. 4, n. 2, p. 325–336, 2006.

SCHLAICH, J. et al. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. *PCI Journal*, v. 32, n. MAY, p. 74–150, 1987. ISSN 08879672.

SELBY, R. G.; VECCHIO, F. J. A constitutive model for analysis of reinforced concrete solids. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 24, n. 3, p. 460–470, 1997. ISSN 1208-6029. Disponível em: <http://www.nrc.ca/cgi-bin/cisti/journals/rp/rp2{_}abst{_}e?cjce{_}196-135{_}24{_}>>.

SHIN, H. M. *FINITE ELEMENT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE MEMBERS SUBJECTED TO REVERSED CYCLIC IN-PLANE LOADING*. Tese (DOCTOR DISSERTATION) — TOKYO UNIVERSITY, 1988.

TSENG, C. C. et al. Shear strength prediction of reinforced concrete deep beams with web openings. *ACI Structural Journal*, v. 114, n. 6, p. 1569–1579, 2017. ISSN 08893241.

VECCHIO, F. J. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Columns. *Journal of the Korea Concrete Institute*, v. 16, n. 3, p. 397–406, 1989. ISSN 1229-5515.

VECCHIO, F. J. Reinforced concrete membrane element formulations. *Journal of Structural Engineering*, v. 116, n. 3, p. 730–750, 1990.

VECCHIO, F. J. Finite Element Modelling of Concrete Expansion and Confinement. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, v. 118, n. 9, p. 2390–2406, 1992. ISSN 0733-9445.

VIEIRA, A. A. *Modelo de Micro Treliças Para Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado*. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade de Brasília, 2013.

WANG, T.; HSU, T. T. C. Nonlinear finite element analysis of concrete structures using new constitutive models. *Computers and Structures*, v. 79, n. 32, p. 2781–2791, 2001.

WU, T.; LI, B. Experimental verification of continuous deep beams with openings designed using strut-and-tie modelling. *The IES Journal Part A: Civil & Structural Engineering*, v. 2, n. 4, p. 282–295, 2009. ISSN 1937-3260. Disponível em: <<http://www.informaworld.com/openurl?genre=article{&}doi=10.1080/19373260903141454{&}magic=crossref{\%}7C{\%}7CD404A21C5BB053405B1A>>.

YANG, K. H.; ASHOUR, A. F. Effectiveness of Web Reinforcement Arounds Openings in Continuous Concrete Deep Beams. *ACI Structural Journal*, v. 105, n. 4, p. 414–424, 2008.

YANG, K.-h. et al. The influence of web openings on the structural behavior of reinforced high-strength concrete deep beams. *Engineering Structures*, v. 28, p. 1825–1834, 2006.

YOO, T.-M. et al. Experimental behaviour of high-strength concrete deep beams with web openings. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, v. 22, n. 8, p. 655–676, 2013. ISSN 1541-7808.

ZHONG, J. et al. A Practical Approach for Generating the Strut-and-Tie Models of Anchorage Zones. *Journal of Bridge Engineering*, v. 22, n. 4, p. 1–13, 2017.

ZHONG, J. et al. New Method for Generating Strut-and-Tie Models of Three-Dimensional Concrete Anchorage Zones and Box Girders. *Journal of Bridge Engineering*, v. 22, n. 8, p. 1–18, 2017. ISSN 10840702.

ZHONG, J. T. et al. A new evaluation procedure for the strut-and-tie models of the disturbed regions of reinforced concrete structures. *Engineering Structures*, Elsevier Ltd, v. 148, p. 660–672, 2017. ISSN 18737323. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.07.012>>.

ZIENKIEWICZ, O. *THE FINITE ELEMENT METHOD IN ENGINEERING SCIENCE*. LONDON: MCGRAW-HILL, 1971.

APÊNDICE A

Experimental and numerical analyses of RC deep beams with unconventional geometries

Agno Alves Vieira^{1,2}, Guilherme Sales S. A. Melo² and Antonio C. O. Miranda²

¹Federal Institute de Education, Science and Technology of Goiás (IFG), Formosa Campus, GO, 73813-816, Brazil

²Department of Civil and Environmental Engineering, University of Brasília, SG-12 Building, Darcy Ribeiro Campus, DF, 70.910-900, Brazil

Abstract. This work presents numerical and experimental analyses of the behavior of reinforced concrete deep beams with unconventional geometries. The latter consist of four geometries still not addressed in the literature and was chosen in order to increase the difficulty of the stress/strain analysis that used conventional approaches, as the strut-and-tie method. The models were analyzed with the Micro Truss Model, which idealizes the continuity of the elements present in the bar. However, to deal with new geometries, a new numerical approach, herein called the Adaptive Micro Truss Model (AMTM), is proposed. This work also studied the main parameters of the constitutive model of the concrete, based on a statistical analysis of one thousand FE results. To estimate the ultimate loads, 200 FE simulations were performed using the Monte Carlo method for each deep beam. Based on the obtained ultimate loads, a probabilistic distribution was created, and the final ultimate loads were then computed by their mean.

Keywords: deep beam; unconventional geometries; reinforced concrete; micro truss model.

1. Introduction

Reinforced concrete deep beams are a topic of great interest in structural engineering because they are present in buildings, offshore structures and foundations. A reinforced concrete beam is considered a deep beam when the relation between span and depth is less than three (Kong et al., 2002). This characteristic leads to a series of difficulties in predicting its behavior, since the Bernoulli Hypothesis cannot be applied. That is, the strain distribution through its depth is not be considered linear. Beyond inherent difficulties of deep beams, some situations may turn the problem even more complex, for instance, the requirement of openings to accommodate building services.

In this context, unconventional deep beam geometries present holes and indentation that are geometrical discontinuities and provoke stress-strain fields disturbed in the structure. Many researchers have been studying the effects of such discontinuities in deep beams. For instance, Eun et al. 2006; K. Yang, Eun, and Chung 2006; K. H. Yang and Ashour 2008b; Lu et al. 2015 tested these structures with symmetrically arranged two square holes in their web, aiming to assess the effects of such openings in the maximum shear resistance of such beams. Guan 2005 analyzed eleven deep beams with web openings through the topology optimization of the models Strut-and-Tie Method (STM). Wu and Li 2009 analyzed two continuous beams with square and rectangular holes arranged regularly in order to assess the security of the STM in the conception of reinforcements. Hu, Tan, and Liu 2007 studied deep beam with trapezoidal web openings, located in the center of the model, so that they could observe the influence of such opening in their model. Ley et al. 2007 presented results of a study regarding two series of tests of beams with rectangular openings in their web and one indentation to evaluate the efficiency of STM models. Campione and Minafò 2012 tested twenty deep beams with circle holes to assess the influence of deep beams with small shear reinforcement. Gallardo et al. 2014 tested four deep beams with three supports and three different locations in which loads were applied. Three different unsymmetrical holes were disposed in such beams so that he could assess the efficiency of the STM in hyperstatic beams with holes. Mohamed, Shoukry, and Saeed 2014; El-Demerdash et al. 2015 studied deep beams with circular and

rectangular holes in their web using the Non-Linear Finite Element Method (NLFEM).


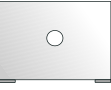
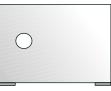

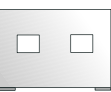
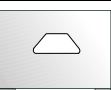
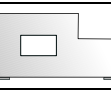
It can be observed in the aforementioned studies that whenever the geometries were altered, the complexity in creating models that properly represented the structural behavior was significantly increased. Unfortunately, it is impossible to quantify how complex the geometry of a deep beam is. Therefore, it is herein proposed a way to do so, based on the number of discontinuities (nd) present in the deep beam, the number of discontinuities aligned to the geometry (nda) and the number of unsymmetrical discontinuities (nud). The Geometry Complexity (GC) of the deep beam is calculated by:

$$GC = nd - nda + nud \quad (1)$$

The number of discontinuities aligned to the geometry is negative that facilitates modelling, e.g. mesh creation is easier if finite elements are used.

Table 1 displays the main geometry types found in the literature and their respective Geometry Complexity computed with Eq.(1). The highest complex geometry was 2 for T3 and T4 geometries. Based on these results, the authors proposed other geometries with GC 's greater than showed in Table 1.

One way of analyzing and designing reinforced concrete deep beams is through the strut-and-tie method (STM) (Chae and Yun 2015). This method condenses all compression and tensile stresses on bar elements subjected to axial stresses and these bars are connected by nodes (Yavuz 2016). Using bars and nodes stress analysis, it is possible to predict loads and ultimate loads (Schlaich, Schafer, and Jennewein 1987). Nonetheless, this approach does not allow to evaluate the behavior of the structural element from the initial loading stage to its collapse.

Type	Reference	Number of discontinuities	Aligned discontinuity	Asymmetric discontinuity	Geometric complexity
 T1	(Campione and Minafò 2012)	0	0	0	0
 T2	(Campione and Minafò 2012)	1	0	0	1
 T3	(Campione and Minafò 2012)	1	0	1	2
 T4	(Eun et al. 2006)	1	1	1	1
 T5	(K. H. Yang and Ashour 2008a)	2	2	0	0
 T6	(Hu, Tan, and Liu 2007)	1	0	0	1
 T7	(Ley et al. 2007)	2	2	2	2

A generalization of the STM is the Micro Truss Model (MTM) (Nagarajan, Jayadeep, and Pillai 2009). The main idea of this model is to discretize the continuous solid in small bars following a rectangular and aligned pattern (Salem 2004), as depicted in Fig.(1). Nevertheless, such pattern is impossible for unconventional geometries such as types T2, T3 and T6 in Table 1, since the discontinuity is not aligned to the geometry of the deep beam. Thus, the higher the geometry complexity, the more difficult to assess the behavior of deep beams.

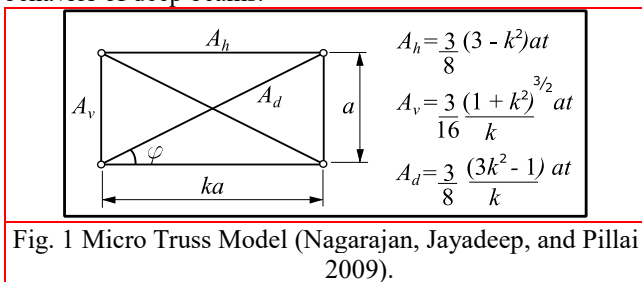


Fig. 1 Micro Truss Model (Nagarajan, Jayadeep, and Pillai 2009).

The scope of this work is to develop deep beam studies with even more complex geometries, presenting a numerical model/analysis capable of computing loading, cracking and deformation history both in steel and concrete. Therefore, experimental analysis with unconventional geometries were performed. Finally, the numerical data was assessed by the Adaptive Micro Truss Model (AMTM), herein proposed. Thus, it is possible to anticipate that the main contributions of this work are to:

- Present unpublished experimental results for reinforced concrete deep beam with unconventional beams;
- Present modifications for Micro Truss Model with discontinuities that are not aligned to the structure geometry;
- Compare experimental and numerical results and the

main parameters that may influence numerical modelling of deep beams.

This article is divided into five sections. The second section presents the procedures and experimental results of proposed deep beams. Section three presents the characteristics of the implemented computational program used to model and analyze the deep beams with the AMTM. In the following section, the numerical results are compared to the experimental data, and the parameters that influence numerical modelling are discussed. At last, the fifth section addresses the conclusions of this study.

2. Experimental Results

Based on the conceptions found in the literature, it is herein presented an experimental analysis of deep beams with unusual geometries and with GC greater than 2. Thus, two geometries are proposed, as shown in Fig. 2. The first geometry contains an indentation in the lower part of the model, to cause a discontinuity in the tie, and an asymmetrical hole, to interrupt the compression strut between the location where the load is applied and supports. This hole is also placed unaligned to the external geometry. The second geometry follows the same concept but adds another hole to increase the complexity of a compression strut insertion, as illustrated in Fig. 2(b). The GC of both geometries are computed using Eq.(1), giving values 3 and 5 for the first and the second geometry, respectively.

Besides assessing the different geometric effects on models' behaviors, different reinforcement conceptions are also proposed. The first possess horizontal reinforcement exclusively in the bottom portion of the deep beam, so that the influence of the indentation in the tie could be analyzed. The second conception has the previous reinforcement and

bars located in the beam web, close to the openings, so that their influence in the model could be analyzed.

Therefore, the deep beams models, with 14 cm width each, are summarized as follows:

- The DB1 model has a rectangular indentation close to one support and a diamond shape opening in the opposite side at the top part. It was reinforced exclusively in the bottom portion of the deep beam (Fig. 3(a));
- The DB2 model is exactly as DB1 with more reinforced in its web (Fig. 3(b));
- The DB3 model is also similar to DB1 with an additional diamond shaped hole (Fig. 3(c));
- The DB4 model is similar to DB3 with more reinforced in its web (Fig. 3(d));

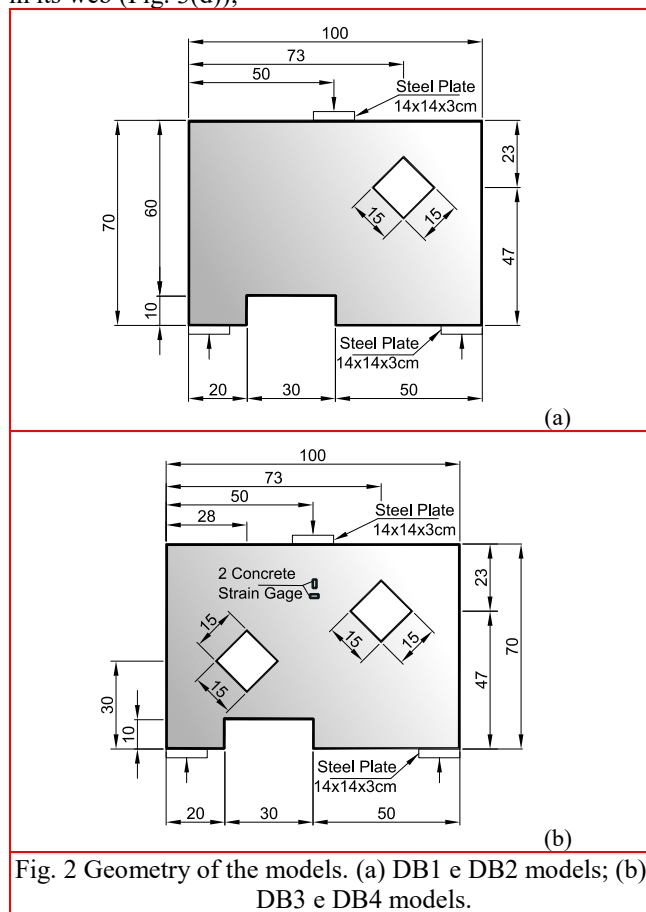


Fig. 2 Geometry of the models. (a) DB1 e DB2 models; (b) DB3 e DB4 models.

The concrete used were class C35 machined and contained coarse aggregate with a maximum diameter of 9.5 mm and slump reduction of 12 ± 2 cm. To assess mechanical properties of concrete, a total of 14 cylindrical test specimen with (100 x 200) mm were simultaneously molded. The curing of the concrete was done in laboratory environment for approximately 7 days. It happened in burlap sacks under plastic blankets to avoid evaporation and was also submitted to regular wetting, as soon as the surface of the models presented resistance to water action (≈ 5 hours after concreting).

The compression strength of the concrete with age of 36 days was obtained with a simple compression test. The results are in Table 2. The mechanical properties of the steel used as reinforcement were obtained with direct tensile tests and the mean values obtained are described in Table 3.

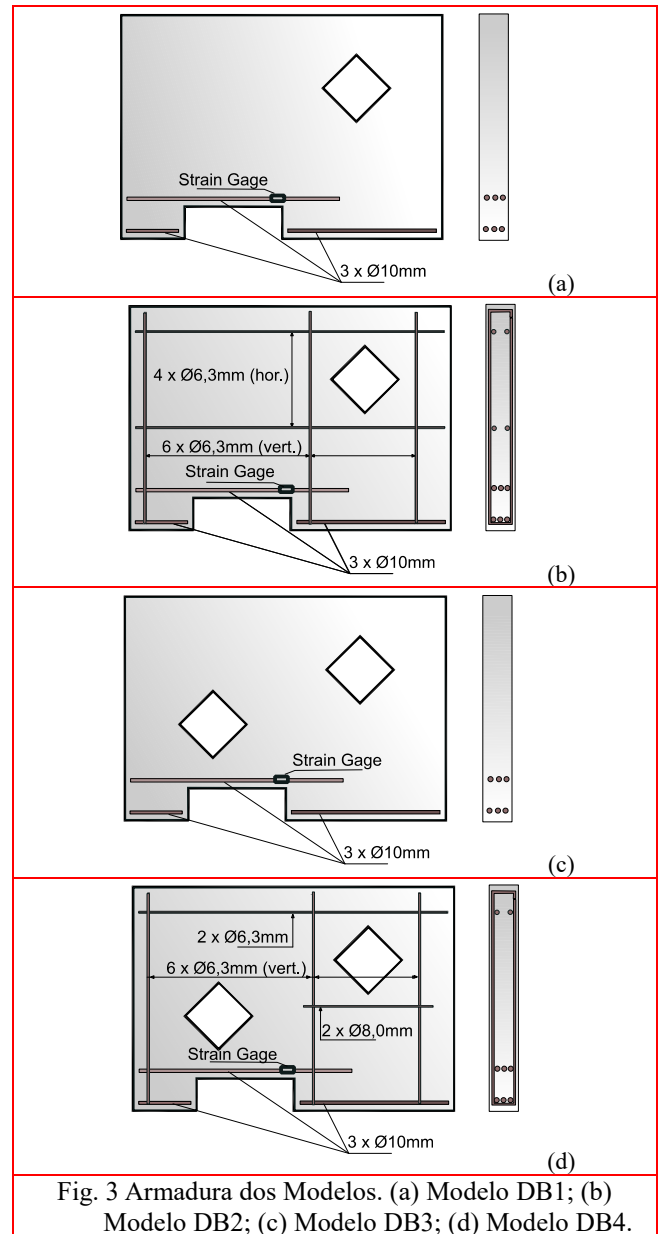


Fig. 3 Armadura dos Modelos. (a) Modelo DB1; (b) Modelo DB2; (c) Modelo DB3; (d) Modelo DB4.

Table 2 Compression strength.

Sample	Strength (Mpa)
1	38.9
2	42.2
3	45.8
4	29.5
5	33.6
6	35.3
7	28.9
8	39.0
9	27.0
10	36.8
11	32.5
12	38.3
13	37.8
14	32.6

Table 3 Steel properties.

Diameter	Young Modulus (GPa)	Yield Strength (MPa)
6.3mm	210	681
8mm	210	567
10mm	210	550

In order to properly monitor the deep beam behaviors, strain gauges were installed in the central bar and in the main reinforcement, as seen in Figure 3. This way, both the geometric and the reinforcement placement effects could be analyzed inside the deep beams. Furthermore, a pair of concrete strain gauges were installed in the models DB3 and DB4, as seen in Fig. 2, so that the influence of the reinforcement between the two openings could be monitored.

The test system consisted of a deep beam positioned in a reaction porch under two support devices containing steel plates with 14x14x3 cm and solid steel cylinders with 1” diameter. One support device is a second-degree support, whilst the other is a first-degree support. The concentrated load was applied through a hydraulic actuator, with the transmission performed by a steel plate with 14x14x3 cm and a joint to minimize any eccentricity effect. A load cell was positioned between the hydraulic actuator and the porch beam to monitor the applied loads.

All different deep beams were tested under the same load speed conditions, presenting the cracking patterns shown in Fig. 4. The following behaviors were observed:

- DB1, Figure 4(a), presented fragile behavior with no visible cracks before the ultimate load. The rupture initiated at the right corner of the indentation. A set of cracks were also originated around the internal hole. Flexure and shear failure modes were observed in this DB.

- DB2, Figure 4(b), presented more ductile behavior than DB1. The first visible crack initiated at the border of the internal hole when a load achieved about 200 kN. For 240 kN, a crack in the right corner of the indentation was formed. For 370 kN, other crack started on right support reaching the internal hole causing rupture of the DB. Shear failure mode was observed in this DB.

- DB3, Figure 4(c), presented fragile behavior, despite presenting a few cracks before collapse. Visible cracks were observed about 136 kN at top and bottom corners of the left hole. At about 157 kN, another crack was visible on the left boundary of the DB. However, the collapse was caused by cracks, around the right hole, that propagated through the DB. Flexure and shear failure modes were observed in this DB.

- In DB4, Figure 4(d), presented similar behavior of DB3 until about 159 kN. However, the collapse was caused by the crack at the top corner of the left hole and other crack from left support to the hole. Shear failure mode was observed in this DB.

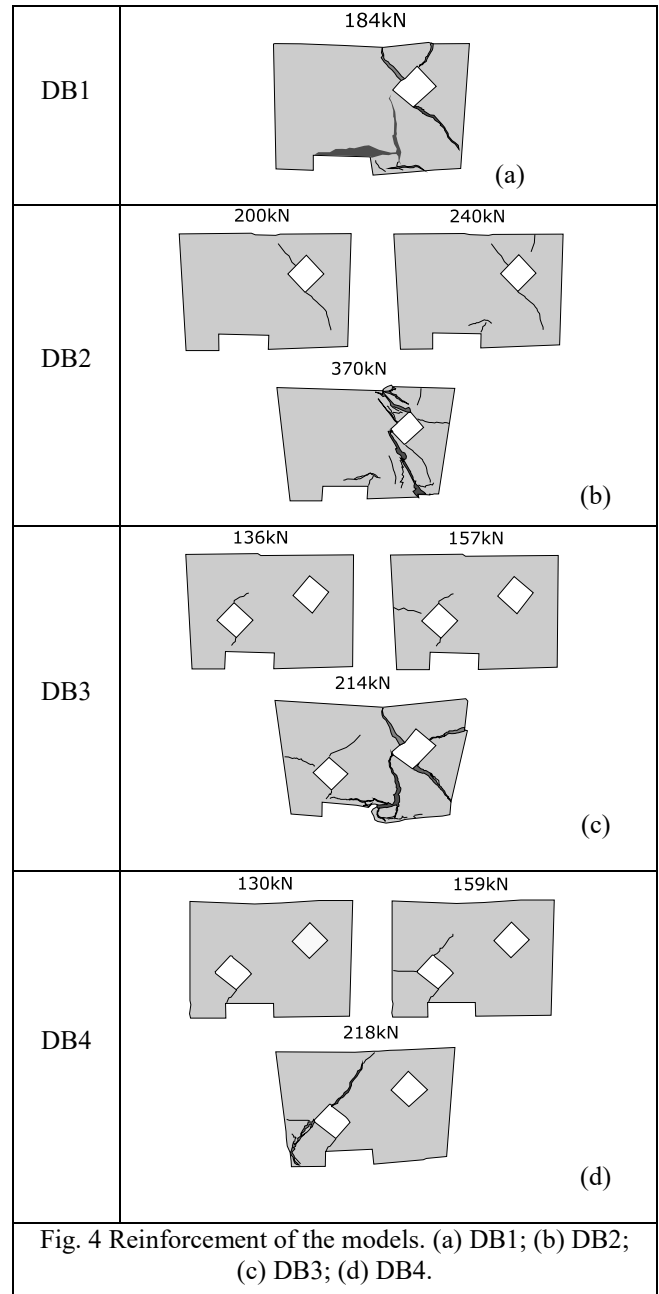


Fig. 4 Reinforcement of the models. (a) DB1; (b) DB2; (c) DB3; (d) DB4.

Fig. 5 presents results of applied load versus strain on steel bars. It is possible to estimate that the highest stress in the steel bar was approximately 330 MPa, that is, under the yield strength. Therefore, the collapses of the models were basically concentrated in the limits of resistance of the concrete. Furthermore, DB1, DB3 and DB4 possessed similar ultimate strengths. DB2, on the other hand, presented a higher ultimate strength.

The results of applied load versus strain on face of the DB3 and DB4 are illustrated in Fig. 6. They possess similar behavior, with DB4 presenting a more regular response than DB3, which can be attributed to its additional reinforcement.

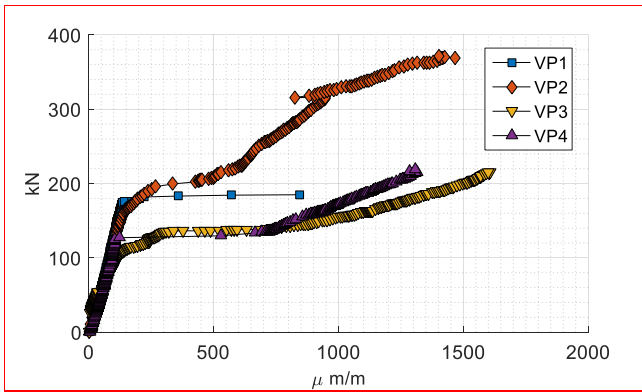


Fig. 5 Load vs Strain for steel.

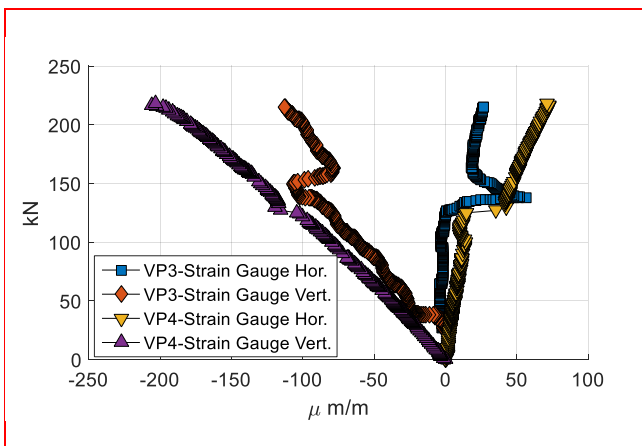


Fig. 6 Load vs Strain for concrete.

3. Numerical Analysis Software

This section describes the computation programs implemented to numerically analyze the experimental results presented in the last section: a pre-processor to generate micro-truss models, called Micro-Truss Analyzer (MTA) and a numerical analysis program called Micro-Truss Solver (MTS).

3.1 Preprocessor (Micro-Truss Analyzer)

The MTA is an interactive graphical program to model and visualize the results of plane elements of reinforced concrete structures using MTM. The program originates from Quebra2D (Miranda et al. 2003a; Miranda et al. 2003b), which is a graphical interactive program used to emulate fracture process in two dimensions using the FEM. It was developed in C language and incorporates adaptive refinement techniques and mesh generation (Miranda et al. 2003a; Miranda et al. 2003b).

Fig. 7 illustrates a simplified structure of the MTA program. It is composed by a set of controlling API modules that produce the graphical interface of the program. These modules are: “Mesh Generator”, responsible for the creation of meshes composed by quadrilateral elements and their transformation into truss elements and their respective transversal sections. The module “Attributes” stores the boundary conditions and the material properties. The MTA

possesses the versatility to interact with commercial finite elements programs, such as Abaqus. Nonetheless, in this work a self-elaborated routine was used, called Micro Truss Solver (MTS), as described in the next subsection.

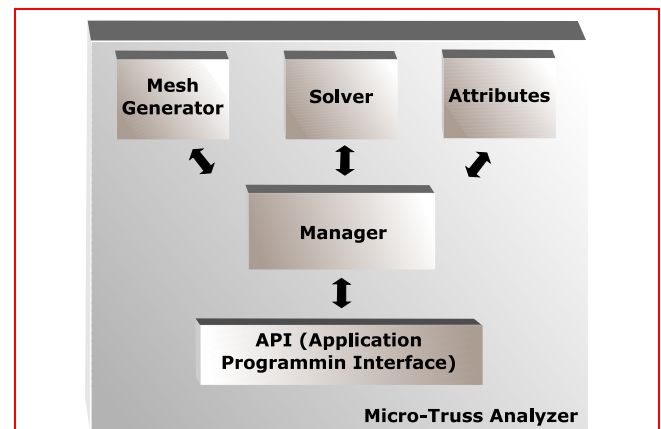


Fig. 7 Internal structure of the Micro Truss Analyzer.

The main idea behind the MTA is to generate quadrilateral finite elements and to transform the truss elements following the pattern displayed in Figure 1. However, the conventional algorithms that create meshes in complex geometries usually end up creating distortions in the elements (Miranda, Neto and Martha 1999), which are not like the rectangular pattern illustrated in Fig. 1. In order to minimize these distortions, a mesh generator algorithm was employed, which consisted of an algorithm that creates high quality hierarchical meshes and that also uses templates, previously validated in the work of Miranda and Martha (2012) and Miranda and Martha (2017).

A vast number of studies (H. Salem 2004; Nagarajan, Jayadeep, and Pillai 2009; Kioussis et al. 2010; Zhong et al. 2017) predict the generation of micro trusses from rectangular elements exclusively. Notwithstanding, such approach does not suit the models that will be analyzed in this work. Thus, a new approach is proposed as follows.

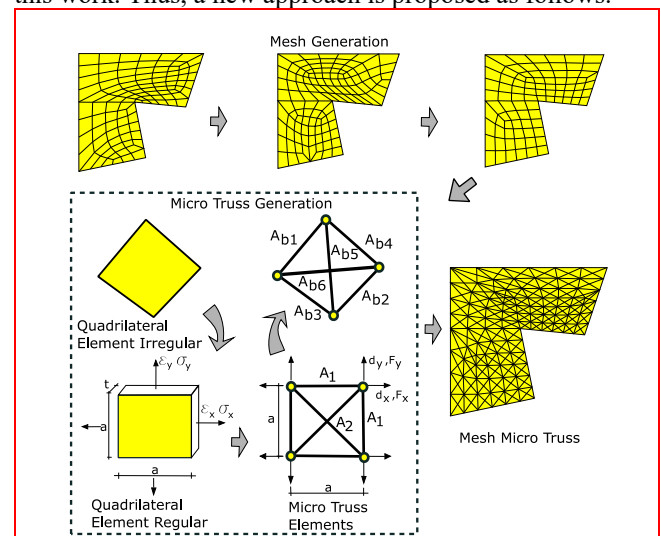


Fig. 8 Micro Truss generation scheme.

The irregular Micro Truss generation scheme used in

MTA is displayed in Fig. 8. Initially, a preliminary mesh is created with the use of optimized templates, until it reaches the most regular shape. Quadrilateral elements are then transformed into bars of the micro truss with their respective areas computed by the transformation of an irregular element into an equivalent regular element. The latter is finally used to calculate the transversal cross section areas of the bars by applying the methodology proposed by Kioussis et al. (2010), as in Eq.(2):

$$A_1 = \frac{at(1-\nu)}{2(1-\nu^2)} \quad \text{e} \quad A_2 = \frac{\sqrt{2}at\nu}{1-\nu^2} \quad (2)$$

With proportionality ratios, the transversal areas of the irregular micro truss bars are then computed by Eq.(3) using the quadrilateral elements:

$$\begin{aligned} A_{b1} &= \frac{A_1 l_{b1}}{a}; & A_{b2} &= \frac{A_1 l_{b2}}{a}; & A_{b3} &= \frac{A_1 l_{b3}}{a}; \\ A_{b4} &= \frac{A_1 l_{b4}}{a}; & A_{b5} &= \frac{A_2 l_{b5}}{a\sqrt{2}}; & A_{b6} &= \frac{A_2 l_{b6}}{a\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (3)$$

Where a is the equivalent element length, t is the element width, ν is the concrete's Poisson's ratio, A_1 is the transversal cross section areas of the vertical and horizontal bars, A_2 is the transversal cross section areas of the diagonal bars, $A_{b1}, A_{b2}, A_{b3}, A_{b4}, A_{b5}, A_{b6}$ are the transversal cross section areas of the irregular micro truss bars and $l_{b1}, l_{b2}, l_{b3}, l_{b4}, l_{b5}, l_{b6}$ are the lengths of each irregular micro truss bars.

The steel bars are naturally modeled in the MTA program by the insertion of a line and attributing steel properties to such geometry. When the geometric model is complete, it is transformed into a truss mesh model, with both steel and concrete bars. This FE model is then analyzed by the Micro-Truss Solver (MTS), which provides stress and strain responses in the elements, as well as nodal displacements, as described in the next section.

3.2 Micro-Truss Solver

The Micro-Truss Solver is a non-linear Finite Element routine for analysis of truss, implemented in Matlab. The program is based on a method that solves non-linear problems using the Secant Stiffness Method, described in the works of Vecchio (1989), Vecchio (1990), Selby and Vecchio (1997), Bentz (2000) and Foster, Marti, and Asce (2003).

The Secant Stiffness Method consists in an incremental iterative process, in which the element stiffness matrix $[K_e]$, used in linear algorithms, is refreshed in each iteration by the secant moduli of the employed materials, therefore describing their non-linear behavior. The element matrix is computed as:

$$K_e = \frac{E_e A_e}{l_e} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

where E_e is the secant moduli, A_e is the transversal cross section area, l_e is the length for an element, c and s are director cosines local element axis in relation to global axis.

In order to properly predict the compression behavior of the concrete, the confinement effects were disregarded to increase the peak resistance of the concrete, as well as the cracking effects, which reduce the peak resistance of the concrete. Such considerations had been previously used by others (Frank J. Vecchio 1992; Wang and Hsu 2001), who used the equation:

$$f_c = f_{cp} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cp}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cp}} \right)^2 \right] \quad (5)$$

where f_{cp} is peak compression stress strength and ε_{cp} is strain at peak compression stress.

The concrete tensile is modelled by two segments. The first linear segment follows:

$$f_t = E_0 \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \leq \varepsilon_{tp} \quad (6)$$

while the second segment of post-peak softening is computed by:

$$f_t = f_{tp} \left(\frac{\varepsilon_{tp}}{\varepsilon_t} \right)^C, \quad \varepsilon_t > \varepsilon_{tp} \quad (7)$$

where E_0 is the concrete initial elasticity modulus, f_{tp} is the concrete's strength tension, ε_{tp} is the strain equivalent to the strength tension and C is the coefficient that depends on the fracture energy and the element characteristic length. The constitutive model for steel is the perfectly plastic elastoplastic behavior.

In the Micro Truss Solver program, load increments are entered through imposed displacement increments. After each increment, the force vectors, nodal displacements and the strain of each element are calculated. With the constitutive equations, the respective stresses are calculated after the calculation of the secant modulus and the secant stiffness matrix. This initiates an iterative process that updates all values until the nodal displacement converges to a given tolerance. A new increment is then performed, as depicted in Fig. 9.

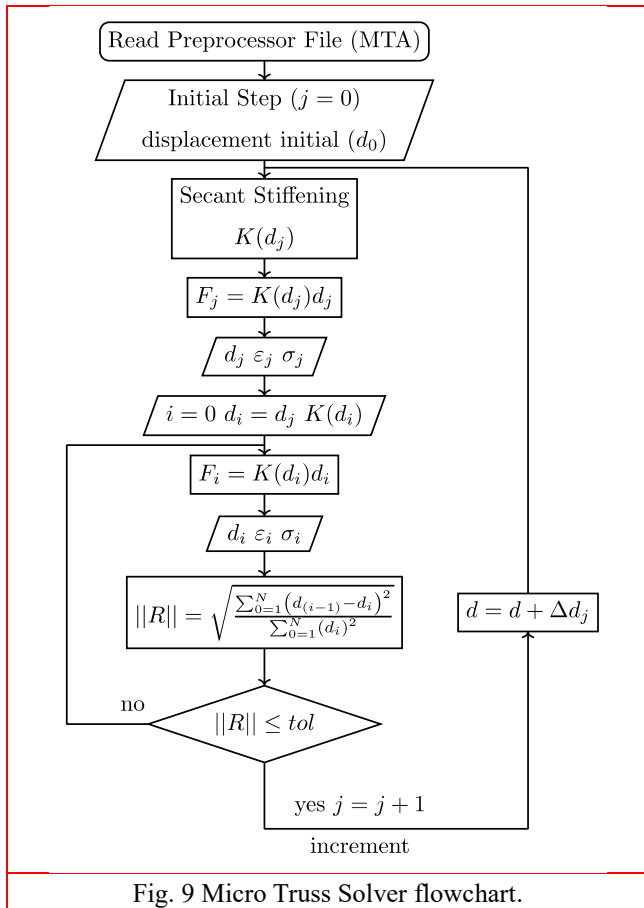


Fig. 9 Micro Truss Solver flowchart.

4. Result Analysis

This section presents a numerical analysis of the experimental results with the numerical approach described in the previous section. This analysis is divided in sub-sections. At first, a study of the mesh was performed to obtain the refinement level that provided reliable results. Secondly, numerical analyses were exhaustively carried out to produce results that adequately predicted the cracking behavior and strain history of steels. Finally, an improved probabilistic distribution for the concrete and the C exponent of the micro-truss models was obtained with these results.

4.1 – Mesh Study

Four different mesh configurations were conceived for each model in order to evaluate the refinement and element size. Figures 10-11 show the appearance of meshes and Table 4 shows the number of nodes and elements in each mesh and its average size. The average element size was between 12 and 40 mm.

For this initial analysis, a compression strength was fixated at 35 MPa and 10% of this value for the tensile peak resistance. Nonetheless, the exponent C depends on the mesh and element size. For this reason, several values were adopted to verify the behavior of the exponent in different meshes.

The purpose for adopting different values of exponent C is owing to the studies already found in the literature, in which the concrete’s resistance after the cracking stress, called tension stiffening, has great importance. Some

researchers (KIOUSIS et al., 2010; NAGARAJAN; JAYADEEP; PILLAI, 2009; NAGARAJAN; JAYADEEP; PILLAI, 2010) neglect such effect, i.e. the concrete possesses no resistance after cracking. On the other hand, Salem (2004) considers the tension stiffening by using Equation (7) and adjusting it with the exponent C. However, that study does not clearly demonstrate the adopted procedures to obtain the exponent. In some studies, (Maekawa, Pimanmas, and Okamura 2003), a value of 0.2 was adopted for reinforced elements with welded wire meshes and a value of 0.4 was used for reinforced elements with deformed bars. Salem and Maekawa (Salem and Maekawa 2006) suggest 0.4 for reinforced concrete ties. In conclusion, it is not clear in the literature what value should be adopted for C.

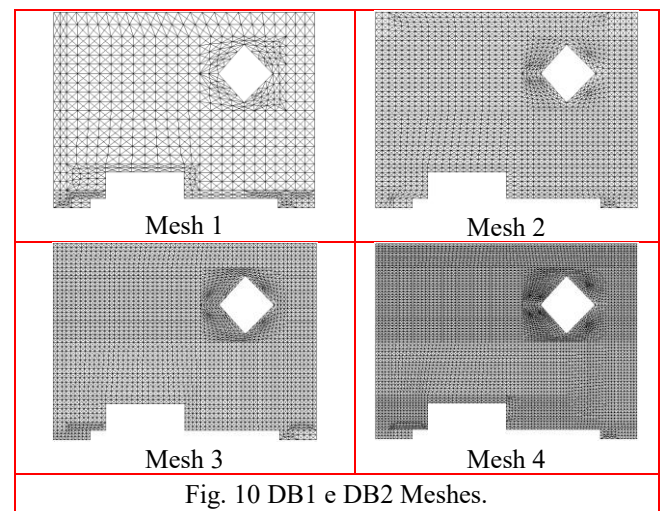


Fig. 10 DB1 e DB2 Meshes.

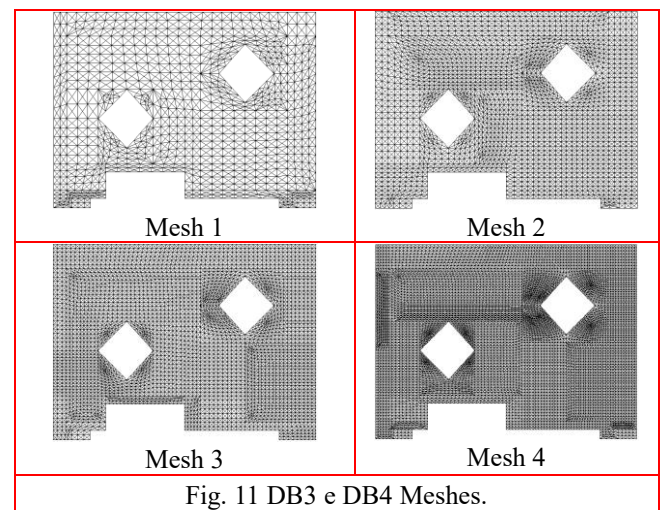


Fig. 11 DB3 e DB4 Meshes.

Table 4 Mesh data.

Mesher	Nodes	Elements	Average element size (le) (mm)	
Mesh 1	DB1 e DB2	670	2525	40.4
	DB3 e DB4	759	2864	37.9
Mesh 2	DB1 e DB2	1819	7029	24.6
	DB3 e DB4	1918	7415	23.0

Mesh 3	DB1 e DB2	2800	10894	19.4
	DB3 e DB4	3191	12395	17.6
Mesh 4	DB1 e DB2	5232	20509	14.2
	DB3 e DB4	6266	24554	12.5

By analyzing the tensile stress-strain relation of concrete using Eq. (7) varying the coefficient C between 0.1 and 0.85, as shown in Fig. 12, it is possible to visualize the softening behavior of the concrete. When the exponent tends to 1, the post-peak resistance of the concrete is reduced. On the other hand, when the exponent tends to 0, the post-peak increases the resistance.

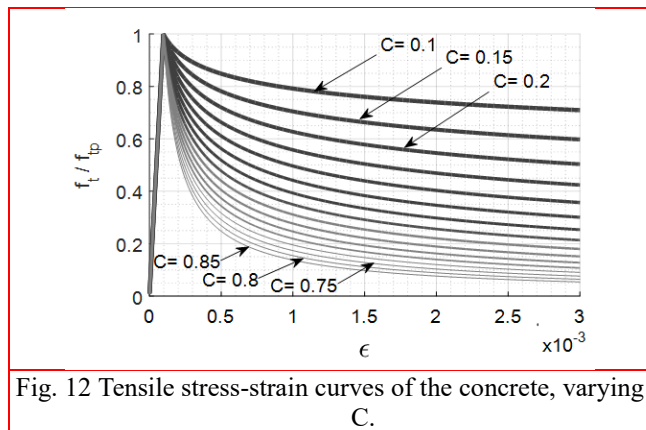


Fig. 12 Tensile stress-strain curves of the concrete, varying C.

For each mesh, values of C varying between 0.1 to 0.85 with 0.5 increments were simulated, since no values could be priory obtained for C. Fig 13 plots the obtained results. Note that each point represents a FE simulation. It is possible to observe from results that the tension stiffening plays a great influence for ultimate strength in numerical models. Furthermore, for all meshes, this relation evolves exponentially. On the other hand, the mesh refinement level does not display similar results to all simulations, denoting that coefficient C is influenced by other parameters besides the length of elements.

However, the results illustrated in Figure 13 do not provide qualitatively the best mesh for the models. For this reason, the results were adjusted to an exponential curve and had their determination coefficients (R^2) extracted, as seen in Table 5. The mesh choice criterion was based on these coefficients, with values closer to 1 being the best choices. Thus, mesh 2 was adopted.

Table 5 Mesh determination coefficients.

Mesh	Determination coefficients (R^2)			
	DB1	DB2	DB3	DB4
1	0.9476	0.8585	0.8187	0.7752
2	0.9766	0.9229	0.9900	0.9741
3	0.9492	0.9033	0.9869	0.9696
4	0.9418	0.8586	0.9384	0.9187

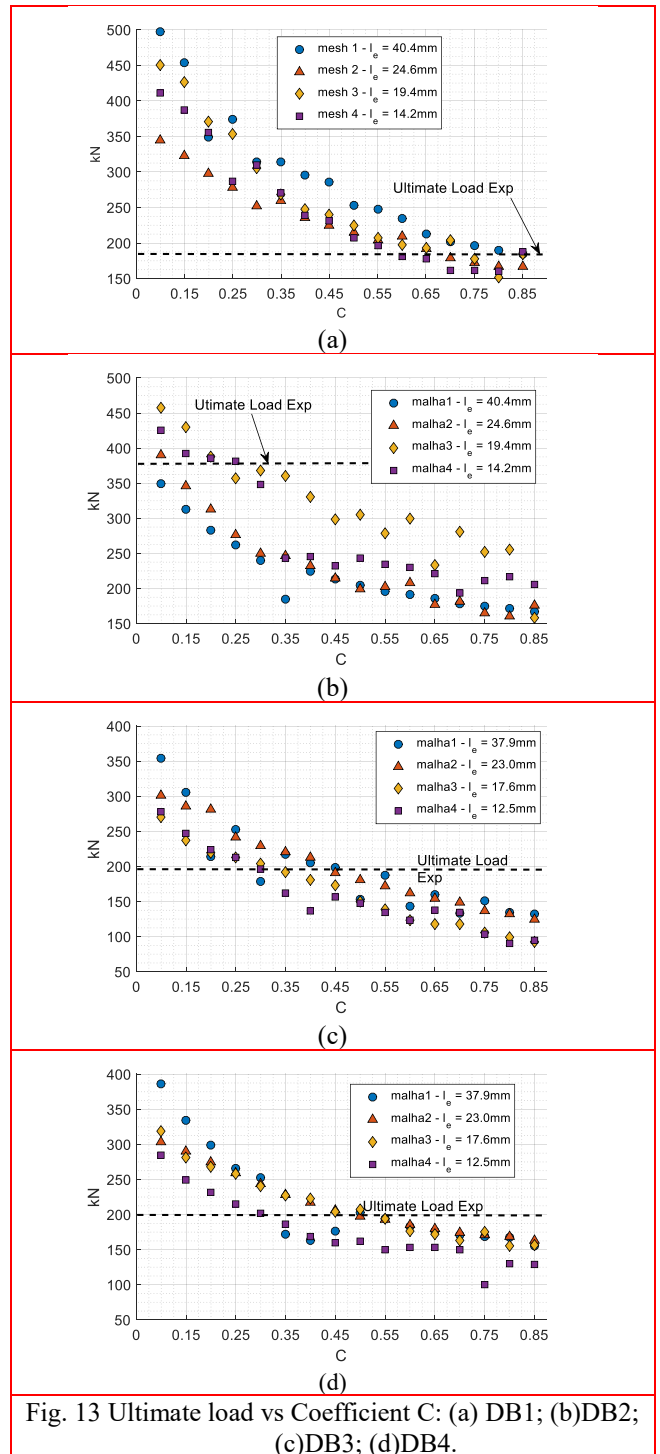


Fig. 13 Ultimate load vs Coefficient C: (a) DB1; (b)DB2; (c)DB3; (d)DB4.

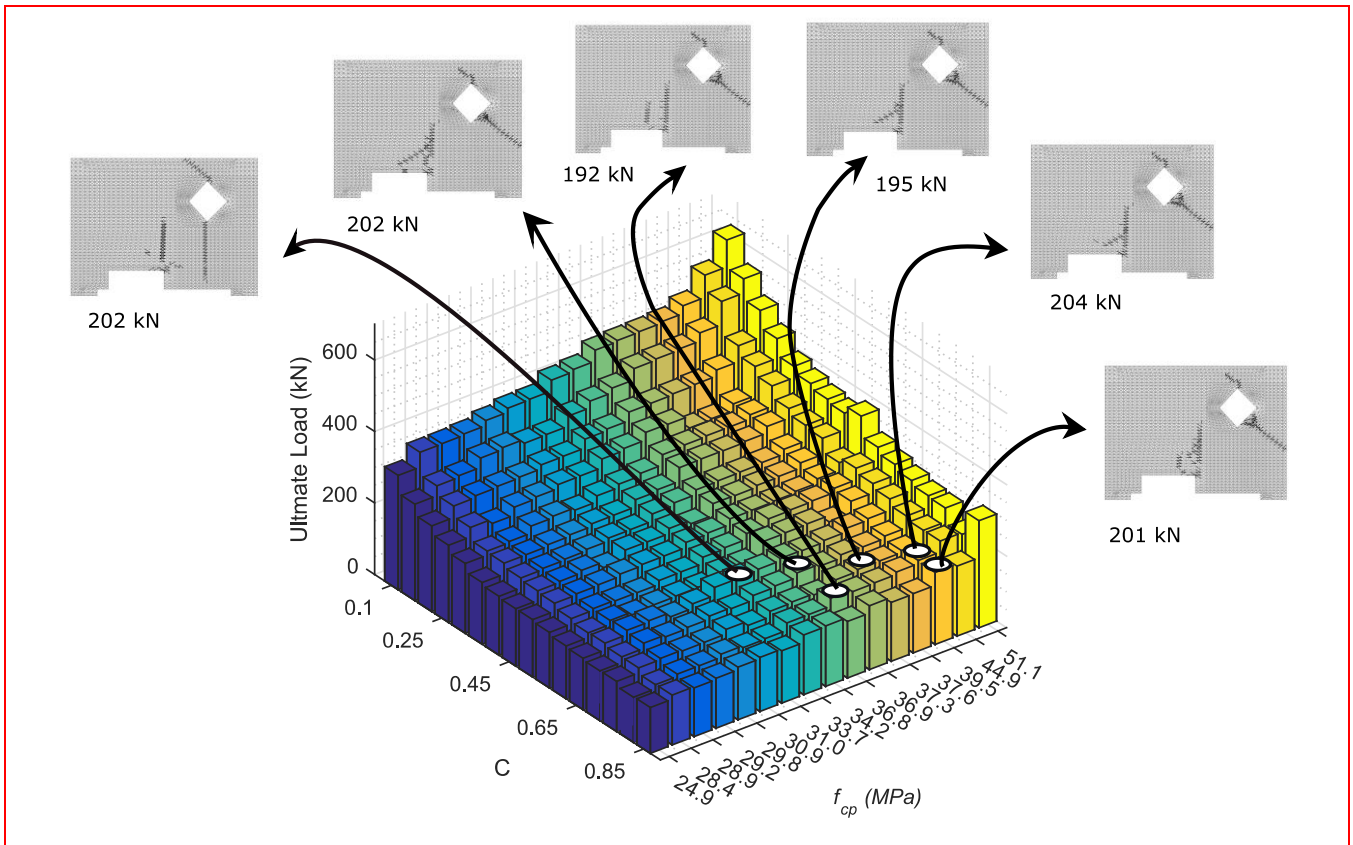


Fig. 14 Ultimate load vs C vs f_{cp} of MMT DB1.

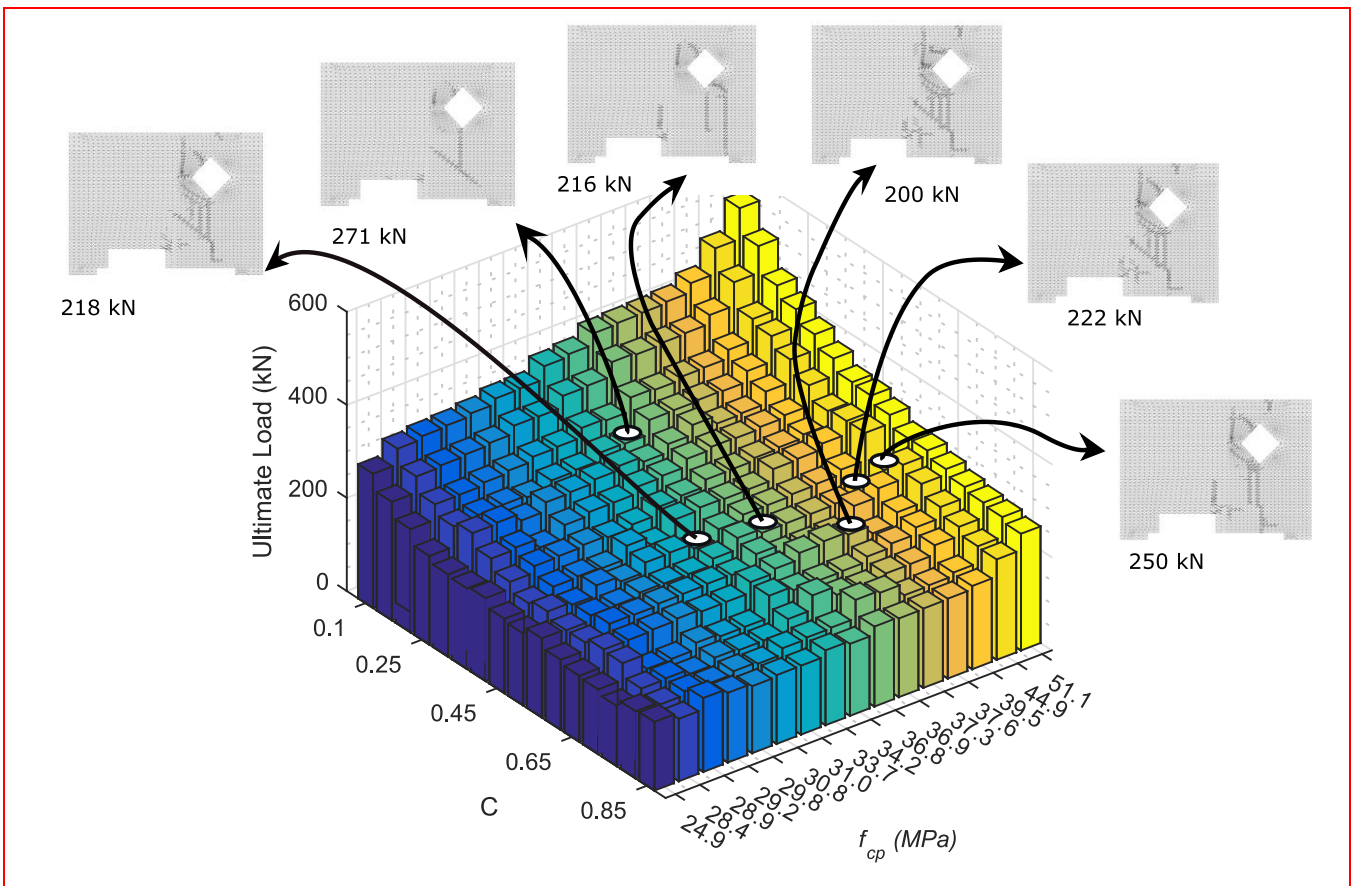


Fig. 15 Ultimate load vs C vs f_{cp} of MMT DB2.

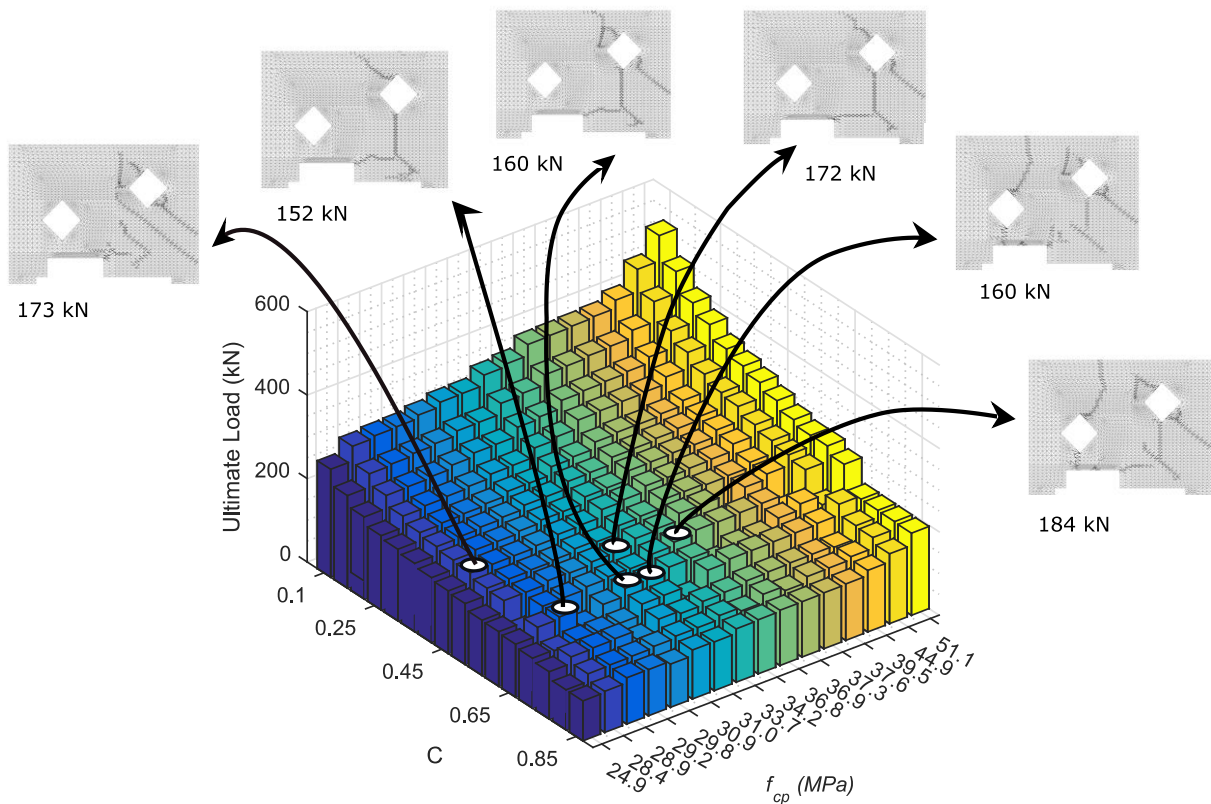


Fig. 16 Ultimate load vs C vs f_{cp} of MMT DB3.

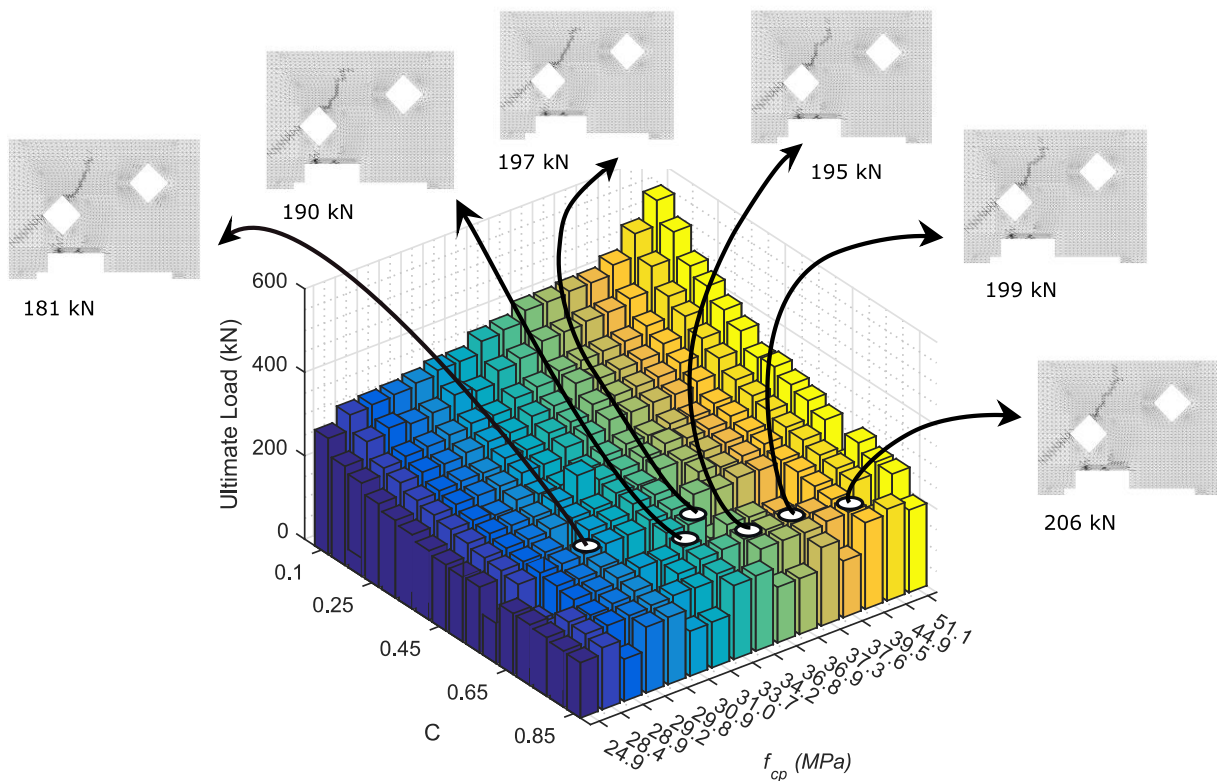


Fig. 17 Ultimate load vs C vs f_{cp} of MMT DB4.

4.2 – Simulating cracking behaviors

Now that the best mesh with the least ultimate strength variations was defined, the DB models could be analyzed numerically. However, a single value for the coefficient C , and another for the concrete's resistance is inviable, since they possess a certain possible range of values. Thus, numerical analyses were carried out varying C from 0.1 to 0.85 with 0.5 increments and varying the resistance of the concrete according to values presented in Table 2. The concrete tensile strength was fixated at 10% of its compression strength. This combination results in 256 numerical results for each DB model. Figs. 14-17 illustrate the results relating the ultimate load with coefficient C and the compression strength.

A total of 1024 simulation was performed using the 4 DBs. However, many of these were discarded because they did not properly predict the mechanical behavior, mainly cracking, of the experimental tests. A selection was done by comparing the numerical cracking profiles to experimental ones. In addition, the numerical results should present the best approximation of load vs strain curves. Note that it was not part of this selection to choose the best ultimate strength fit results, as this was a consequence of the chosen models. Some examples of cracking profiles are depicted in the top portion of Figs. 14-17.

Figures 18-21 present the best numerical results (that followed the adopted aforementioned rules) for ultimate load versus strain for steel in comparison to experimental data. Now it can be concluded that:

- The DB1 numerical results were in good accordance with experimental results, from early stages of loading to the ultimate load, as illustrated in Figure 18. The f_{cp} value was between 33 and 40 MPa and C between 0.65 and 0.85. These values were different from the ones found in the literature.

- The DB2 numerical results, Figure 19, agree with experimental data only until a certain load is applied. This load is about 35% lower than ones obtained experimentally and an explanation for this can be found in (H. Salem 2004), who states that the MTM is incapable of simulating phenomena such as aggregate interlock, which militates the MMT to certain types of mechanisms created in reinforced concrete structures. It is possible to obtain ultimate loads close to the experimental data found in Figure 15, but the cracking mechanisms and strain history do not adequately represent the experimental data and should thus be eliminated. As in DB1, this model f_{cp} was between 33 and 40 MPa, with C values between 0.5 and 0.6

- The DB3 numerical results, Figure 20, presented good agreement with experimental data, with ultimate loads computed slightly lower (20%) than the ones observed experimentally. In this case, f_{cp} was between 28 and 35 MPa and C between 0.45 and 0.6.

- The DB4 numerical results, as depicted in Figure 21, accorded well with experimental observations, with an estimated ultimate load only 9% lower than the experimental. For this model, f_{cp} ranged between 28 and 35 MPa and C between 0.45 and 0.6.

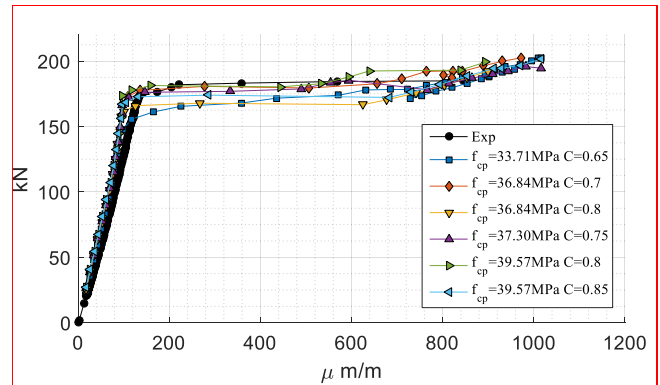


Fig. 18 Load vs strain - steel DB1.

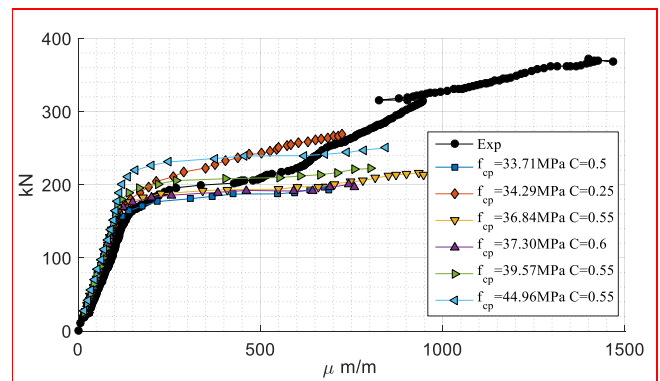


Fig. 19 Load vs strain - steel DB2.

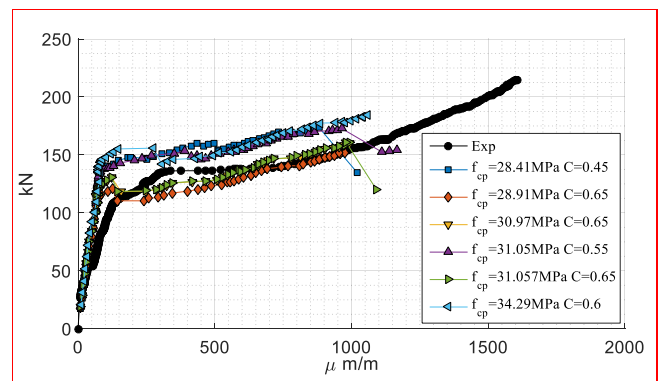


Fig. 20 Load vs strain - steel DB3.

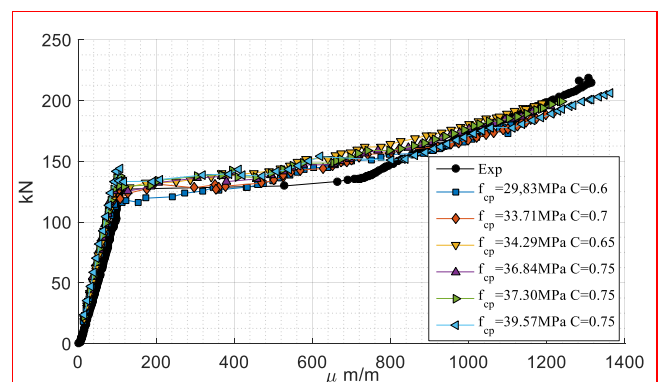


Fig. 21 Load vs strain - steel DB4.

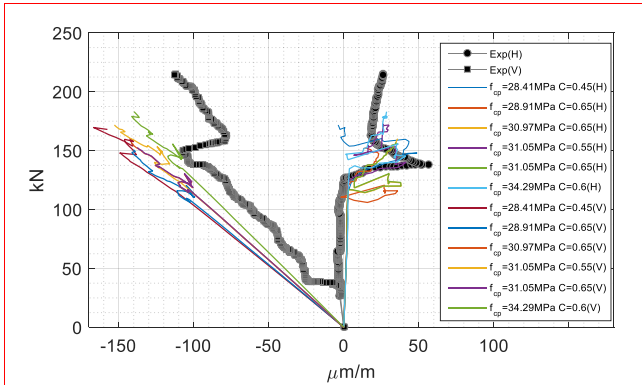


Fig. 22 Load vs Strain - Concrete DB3.

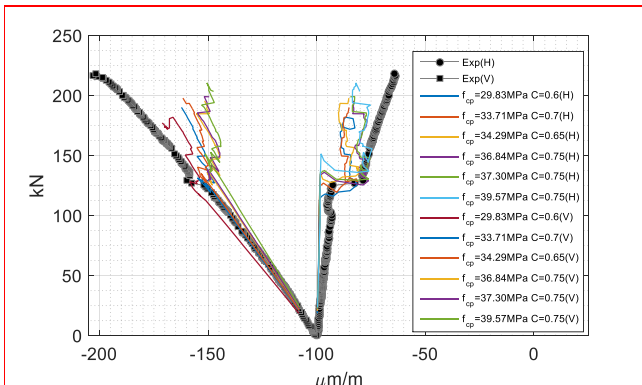


Fig. 23 Load vs Strain - Concrete DB4.

At last, Figs. 22-23 compare the experimental results obtained through the strain gauges placed on the surfaces of DB3 and DB4 with the numerical results. In both cases, the numerical curves follow the same behavior as the ones obtained in the experiments. The numerical results of DB4 were closer to the experimental results than DB3's.

4.3 – Distribution for Exponent C

A total of 48 results, which best predicted cracking and strain history, were extracted from the 1024 numerical simulations to verify the best results of concrete resistance and the C coefficient. The main goal of this section is to obtain a probabilistic distribution for exponent C and verify the concrete resistance of concrete.

Initially, a statistical analysis of the variations of concrete resistance was performed as illustrated in Fig. 24. The results of numerical distributions were compared to the resistances obtained with experimental compression tests in cylindrical test specimens. Normal and log-normal curves were created for both results, as seen in Table 6 and represented in Fig. 24. It is noticeable that a very small change occurs in average values. Nonetheless, the standard deviation of the best numerical resistances decreased in relation to experimental tests, suggesting that these numerical analyses may consider the obtained resistances in compression tests with a smaller variation in the standard deviation. For both cases, there was a decrease of 20% in the standard deviation.

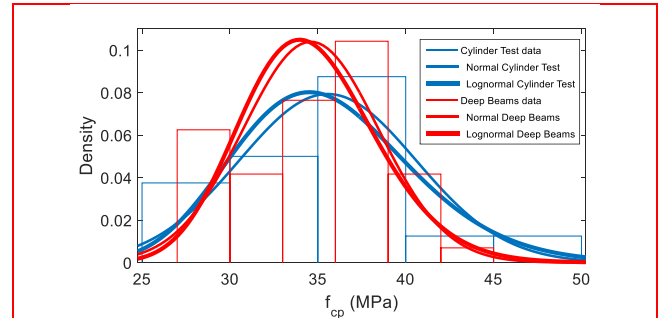


Fig. 24 f_{cp} Statistical data

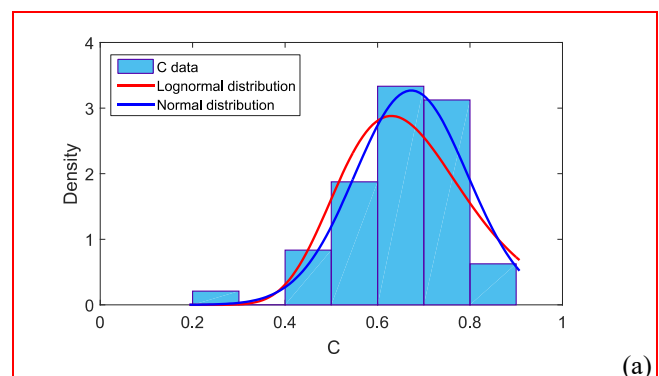
Table 6 f_{cp} Statistical data.

Distribution		Mean (MPa)	Standard Deviation (MPa)
Cylinder Test	Normal	35.56	5,02
	Lognormal	3.56	0.14
Deep Beams	Normal	34.60	3.83
	Lognormal	3.53	0.11

The results obtained for the concrete resistance reinforce the need that statistical results must be obtained for the exponent C, which could then predict the best cracking patterns and behaviors of steel. Fig. 25(a) presents the exponent C distribution and its respective normal and log-normal probabilistic distribution. Fig. 25(b) shows its cumulative distribution. It is possible to note that the best range for C values are between 0.5 and 0.8, which diverges from values found in the literature. Table 7 presents the best distribution parameters.

Table 7 Coefficient C statistical data.

Distribution	Mean	Standard Deviation
Normal	0.672	0.122
Lognormal	-0.415	0.214



(a)

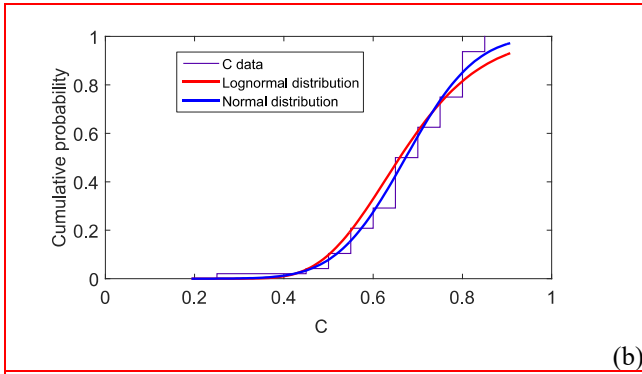


Fig. 25 Coefficient C statistical data: (a) PDF; (b) CDF.

4.4 – Estimation of Ultimate Loads

To estimate the ultimate loads, 200 FE simulations were performed using the Monte Carlo method (MCM) for each DB. The parameters to MCM were the resistance f_{cp} and the exponent C. These were randomly generated within the distributions obtained earlier. The ultimate load results also create probabilistic distribution, where it is possible to obtain the final ultimate loads with their mean.

Figure 26 shows the results of ultimate load histograms and their approximations by a normal distribution. Note that DB2 has a nearly constant histogram within a range. Table 8 shows the mean value, the standard deviation and the difference between the experimental and numerical values for each DB. The result with the biggest difference is DB2, while other results are within a security range.

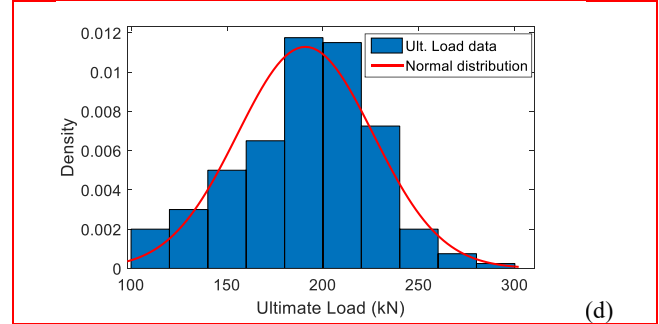
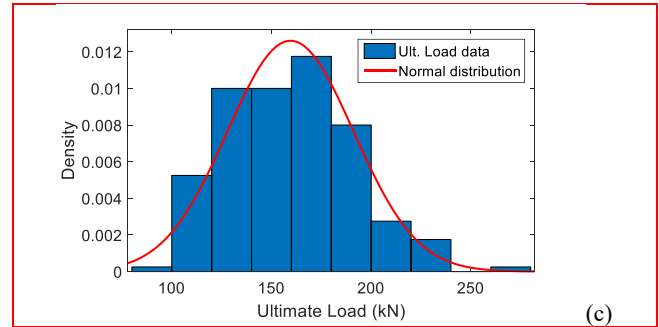
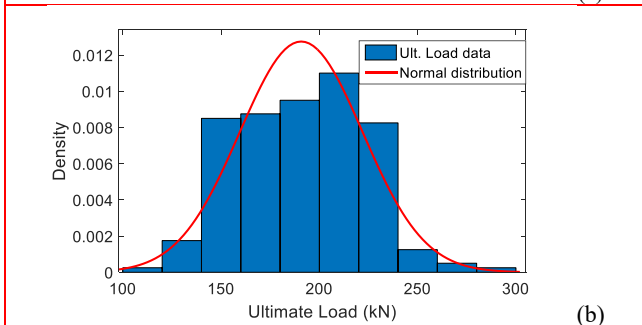
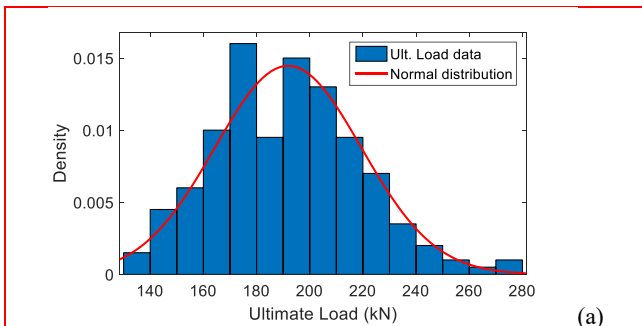


Fig. 26 Ultimate load statistical data: (a) DB1; (b) DB2; (c) DB3; (d) DB4.

Table 8 Ultimate load statistical data.

Model	Mean	Stand. Dev.	Exper.(kN)	Difference (%)
DB1	191.87	27.59	184	+4.27
DB2	190.74	31.30	370	-48.14
DB3	159.54	31.65	214	-25.44
DB4	190.83	35.35	218	-12.46



Considering the results presented in this work, the following comments should aid the understanding of the experimental and numerical behaviors results observed:

- The numerical analyses, considering cracking and strain behavior of steel and concrete, were able to estimate ultimate load of the DBs. For most cases, the results were under the ones obtained experimentally, indicating a conservative pattern.

- The ultimate load results indicate that the exponent C is mesh-dependent. However, with a proper mesh choice, it is possible to obtain cracking behaviors in the numerical models.

- The best selected cracking behaviors demonstrated that it is possible to use into numerical models the concrete resistance distribution. In the specific case, there was a decrease in the standard deviation compared to cylindrical specimen tests.

- Finally, unlike other studies, it is not possible to create numerical analysis using the Micro Truss Model with a single C exponent. The results demonstrate that a probabilistic distribution must be used for this parameter.

5. Conclusions

This study presented an experimental and numerical study of deep beam behaviors with unconventional geometries. From a bibliographical review of deep beams with unconventional geometries, a metric was proposed to

quantify the geometric complexity of such beams, which then served as the base to two new geometries herein proposed. An Adaptive Micro-Truss Model (AMTM) was proposed with a new way to generate finite elements, capable of modelling any type of flat geometry with bar elements. Despite its simplicity, the AMTM was able to predict the behavior of experimental deep beams.

With experimental data, it was possible to thoroughly analyze the main parameters that impact the AMTM by simulating a set of combinations of mechanical properties of the concrete. Thus, with the statistical tools, the most appropriate exponent C values were found for the AMTM. For that reason, this study is innovative because it presents:

- Unpublished experimental results for reinforced concrete deep beams with unconventional geometries.
- The Adaptive Micro-Truss model (AMTM), with a simple numerical approach and efficient analysis for deep beams with unconventional geometries.
- A probabilistic study of exponent C which possessed greater importance in the numerical modelling of structural elements of reinforced concrete.

The authors consider this deep beam study with geometrical discontinuities as an initial research. New tests may be performed in the future, but it was possible to identify that it is not admissible to predict structural behavior of reinforced concrete with parameters that do not consider statistical distributions.

Acknowledgments

The research described in this paper was financially supported by University of Brasília.

References

- Bentz, Evan C. 2000. "Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members." *UNIVERSITY OF TORONTO*.
- Campione, Giuseppe, and Giovanni Minafò. 2012. "Behaviour of Concrete Deep Beams with Openings and Low Shear Span-to-Depth Ratio." *Engineering Structures* **41**. Elsevier Ltd: 294–306. doi:10.1016/j.engstruct.2012.03.055.
- Chae, H.S. and Yun Y.M. 2015. "Strut-tie model for two-span continuous RC deep beams." *Computers and Concrete* **16**(3):357-380
- El-Demerdash, Waleed E., Salah E. El-Metwally, Mohamed El-Zoughitby, and Ahmed A Ghaleb. 2015. "Behavior of RC Shallow and Deep Beams with Openings Via the Strut-and-Tie Model Method and Nonlinear Finite Element." *Arabian Journal for Science and Engineering*. doi:10.1007/s13369-015-1678-x.
- Eun, Hee-chang, Young-ho Lee, Heon-soo Chung, and Keun-hyeok Yang. 2006. "On the Shear Strength of Reinforced Concrete Deep Beam with Web Opening." *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 445–66. doi:10.1002/tal.306 ON.
- Foster, Stephen J, Peter Marti, and F Asce. 2003. "Cracked Membrane Model: Finite Element Implementation." *Journal of Structural Engineering* **129** (September): 1155–63.
- Gallardo, J M, G D Huaco, V A Samaras, and J E Breen. 2014. "Experimental Evaluation of Strut-and-Tie Model of Indeterminate Deep Beam." *ACI Structural Journal*, no. 111-S73: 873–81. doi:10.14359/51686738.
- Guan, Hong. 2005. "Strut-and-tie model of deep beams with web openings – An optimization approach." *Structural Engineering and Mechanics* **19**(4):361-379.
- Hu, O E, K H Tan, and X H Liu. 2007. "Behaviour and Strut-and-Tie Predictions of High-Strength Concrete Deep Beams with Trapezoidal Web Openings." *Magazine of Concrete Research* **59** (7): 529–41. doi:10.1680/mac.2007.59.7.529.
- Kiousis, Panos D, A M Asce, P G Papadopoulos, and H Xenidis. 2010. "Truss Modeling of Concrete Columns in Compression." *Journal of Engineering Mechanics* **136** (August): 1006–14.
- Kong, FK. 2002. Reinforced Concrete Deep Beams. Taylor & Francis Books, Inc. Taylor & Francis Books, Inc.
- Ley, M Tyler, Kyle A Riding, Sungjin Bae, and John E Breen. 2007. "Experimental Verification of Strut-and-Tie Model Design Method." *ACI Structural Journal*, no. 104: 749–55.
- Lu, W.Y., Yu, H.W., Chen, C.L., Liu, S.L. and Chen, T.C. 2015. "High-strength concrete deep beams with web openings strengthened by carbon fiber reinforced plastics", *Computers and Concrete*, **15**(1), 21-35.
- Maekawa, Koichi, A. Pimanmas, and Hajime Okamura. 2003. Nonlinear Mechanics of Reinforced Concrete.
- Miranda, Antônio Carlos De O, Joaquim Bento Cavalcante Neto, and Luiz Fernando Martha. 1999. "An Algorithm for Two-Dimensional Mesh Generation for Arbitrary Regions with Cracks." *In Proceedings of 1999 International Symposium on Computer Graphics, Image Processing and Vision*, 29–38. Campinas.
- Miranda, Antônio Carlos De O, and Luiz Fernando Martha. 2017. "Hierarchical Template-Based Quadrilateral Mesh Generation." *Engineering with Computers* **33**: 701–15.
- Miranda, Antônio Carlos De O, Marco Antonio Meggiolaro, Jaime Tupiassú Pinho de Castro, and Luiz Fernando Martha. 2003a. "Fatigue Life Prediction of Complex 2D Components under Mixed-Mode Variable Amplitude Loading." *International Journal of Fatigue* **25**: 1157–67.
- Miranda, Antônio Carlos De O, Marco Antonio Meggiolaro, Jaime Tupiassú Pinho de Castro, Luiz Fernando Martha, and T.N. Bittencourt. 2003b. "Fatigue Life and Crack Path Predictions in Generic 2D Structural Components." *Engineering Fracture Mechanics* **70** (10): 1259–79.
- Miranda, Antonio Carlos De Oliveira, and Luiz Fernando Martha. 2012. "Quadrilateral Mesh Generation Using Hierarchical Templates." *Proceedings of the 21st International Meshing Roundtable*, 1–18.
- Mohamed, Ashraf Ragab, Mohie S Shoukry, and Janet M Saeed. 2014. "Prediction of the Behavior of Reinforced Concrete Deep Beams with Web Openings Using the Finite Element Method." *ALEXANDRIA ENGINEERING JOURNAL*. doi:10.1016/j.aej.2014.03.001.
- Nagarajan, Praveen, U B Jayadeep, and T M Madhavan Pillai. 2009. "Application of Micro Truss and Strut and Tie Model for Analysis and Design of Reinforced Concrete Structural Elements." *Songklanakarinn Journal of Science and Technology* **31** (6): 647–653.
- Nagarajan, Praveen, U B Jayadeep, and T M Madhavan Pillai. 2010. "Mesoscopic numerical analysis of reinforced concrete beams using a modified micro truss model." *Interaction and Multiscale Mechanics* **3**(1): 27–37.
- Okamura, Hajime, and Koichi Maekawa. 1985. "Verification of Modeling for Reinforced Concrete Finite Element." *In Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, Japan Society for the Promotion of Science National Science Foundation*, 2:127–42. Tokyo.
- Okamura, Hajime, and Koichi Maekawa. 1991. "Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete." Gihodo, Tokyo.
- Salem, Hamed M, and Koichi Maekawa. 2006. "Computer-Aided Analysis of Reinforced Concrete Using a Refined Nonlinear Strut and Tie Model Approach." *Journal of Advanced Concrete Technology* **4** (2): 325–36.

- Salem, HM. 2004. "The Micro Truss Model: An Innovative Rational Design Approach for Reinforced Concrete." *Journal of Advanced Concrete Technology* **2** (1): 77–87. doi:10.3151/jact.2.77.
- Schlaich, Jorg, Kurt Schafer, and Mattias Jennewein. 1987. "Toward a Consistent Design of Structural Concrete." *PCI Journal* **32** (MAY): 74–150. doi:10.15554/pcij.05011987.74.150.
- Selby, R G, and F J Vecchio. 1997. "A Constitutive Model for Analysis of Reinforced Concrete Solids." *Canadian Journal of Civil Engineering* **24** (3): 460–70. doi:10.1139/cjce-24-3-460.
- Vecchio, F. J. 1990. "Reinforced Concrete Membrane Element Formulations." *Journal of Structural Engineering* **116** (3): 730–50.
- Vecchio, Frank J. 1989. "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Columns." *Journal of the Korea Concrete Institute* **16** (3): 397–406. doi:10.4334/JKCI.2004.16.3.397.
- Vecchio, Frank J. 1992. "Finite Element Modelling of Concrete Expansion and Confinement." *Journal of Structural Engineering, ASCE* **118** (9): 2390–2406. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:9(2390).
- Wang, Taijun, and Thomas T C Hsu. 2001. "Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures Using New Constitutive Models." *Computers and Structures* **79** (32): 2781–2791.
- Wu, T., and B. Li. 2009. "Experimental Verification of Continuous Deep Beams with Openings Designed Using Strut-and-Tie Modelling." *The IES Journal Part A: Civil & Structural Engineering* **2** (4): 282–95. doi:10.1080/19373260903141454.
- Yang, K. H., and A. F. Ashour. 2008a. "Effectiveness of Web Reinforcement Arounds Openings in Continuous Concrete Deep Beams." *ACI Structural Journal* **105** (4): 414–24.
- Yang, Keun-hyeok, Hee-chang Eun, and Heon-soo Chung. 2006. "The Influence of Web Openings on the Structural Behavior of Reinforced High-Strength Concrete Deep Beams." *Engineering Structures* **28**: 1825–34. doi:10.1016/j.engstruct.2006.03.021.
- Yavuz, G. 2016. "Shear strength estimation of RC deep beams using the ANN and strut-and-tie approaches." *Structural Engineering and Mechanics*, 57(4), 657-680.
- Zhong, Jitao, Lai Wang, Yunfeng Li, and Man Zhou. 2017. "A Practical Approach for Generating the Strut-and-Tie Models of Anchorage Zones." *Journal of Bridge Engineering* **22** (4): 1–13. doi:10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001013.