

Igor Westphal

Avaliação da Implementação das Urnas Eletrônicas usando Testes de Dígitos

Brasília

2017

Igor Westphal

Avaliação da Implementação das Urnas Eletrônicas usando Testes de Dígitos

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do grau de Mestre no Curso de Ciências Econômicas do Departamento de Economia da Universidade de Brasília.

Universidade de Brasília – UnB

Faculdade de Administração, Contabilidade e Economia

Programa de Pós-Graduação em Economia

Orientador: Maurício Soares Bugarin

Brasília

2017

Igor Westphal

Avaliação da Implementação das Urnas Eletrônicas usando Testes de Dígitos/
Igor Westphal. – Brasília, 2017-

60 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Maurício Soares Bugarin

Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília – UnB

Faculdade de Administração, Contabilidade e Economia

Programa de Pós-Graduação em Economia, 2017.

1. Lei de Benford. 2. Eleições. 2. Fraude Eleitoral. I. Maurício Soares Bugarin. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade de Administração, Contabilidade e Economia. IV. Aplicação da Lei de Benford às Eleições Brasileiras

Igor Westphal

Avaliação da Implementação das Urnas Eletrônicas usando Testes de Dígitos

Dissertação apresentada como requisito para
obtenção do grau de Mestre no Curso de Ci-
ências Econômicas do Departamento de Eco-
nomia da Universidade de Brasília.

Trabalho aprovado. Brasília, 28 de fevereiro de 2017:

Maurício Soares Bugarin
Orientador

Ana Carolina Pereira Zoghbi
Convidado 1

Mathieu Turgeon
Convidado 2

Brasília
2017

Agradecimentos

Os agradecimentos principais são direcionados à minha família e aos amigos que fiz em Brasília. Vocês tiveram uma participação ativa na minha formação.

Agradecimentos especiais são direcionados ao time de professores do Departamento de Economia da FACE por unir excelência e profissionalismo junto à humildade e sensibilidade.

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo verificar o impacto das urnas eletrônicas na diminuição dos indícios de fraudes eleitorais usando testes para o último dígito dos resultados das eleições presidenciais brasileiras de 1994 até 2014. Verifica-se a conformidade dos dados com a Lei de Benford e a literatura para viés psicológico na criação de números aleatórios por humanos. Embora estudos deste tipo não possam ser usados de forma definitiva para julgar a qualidade de pleitos eleitorais, alguns padrões encontrados indicam que houve uma melhora nos índices usados neste trabalho.

Palavras-chave: Lei de Benford. Eleições. Fraude Eleitoral. **Classificação JEL:** CO2, C10, C12, C87.

Abstract

The purpose of this study is to verify the impact of electronic ballot boxes on reducing evidence of electoral fraud using tests for the last digit of the results of the Brazilian presidential elections from 1994 to 2014. Data compliance with Benford's Law and literature for psychological bias in the creation of random numbers by humans is checked. Although studies of this type can not be used definitively to judge the quality of electoral lawsuits, some patterns indicate that there has been an improvement in the indexes used in this study.

Palavras-chave: Benford's Law. Elections. Electoral Fraud. **Classificação JEL:** CO2, C10, C12, C87.

Keywords: latex. abntex. text editoration.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Frequência do primeiro dígito apresentada por Newcomb em 1881	25
Figura 2 – LBL aplicado às eleições presidenciais 2002-2014 (PT)	36
Figura 3 – LBL aplicado às eleições presidenciais 2002-2014 (PSDB)	37
Figura 4 – Média e Variância da Estatística Chi-Quadrado do Teste LBL	39
Figura 5 – Média e Variância do Teste T1	40
Figura 6 – Média e Variância da Estatística Chi-Quadrado do Teste LBL (PT) . .	42
Figura 7 – Média e Variância da Estatística Chi-Quadrado do Teste LBL (PSDB)	43
Figura 8 – Média e Variância do Teste T1 (PT)	44
Figura 9 – Média e Variância do Teste T1 (PSDB)	45
Figura 10 – Cidades em Amostras Suspeitas (PT)	47
Figura 11 – LBL x T1 e T2 (PSDB)	57
Figura 12 – LBL x T1 e T2 (PT)	58
Figura 13 – Cidades em Amostras Suspeitas (PSDB)	59
Figura 14 – Cidades em Amostras Suspeitas (PSDB)	60

Lista de tabelas

Tabela 1 – Frequência do 2BL	28
Tabela 2 – Percentual de Amostras com χ^2 Acima do Valor Crítico	36
Tabela 3 – Comparação entre locais com e sem voto eletrônico (EV) em 1998	46

Lista de abreviaturas e siglas

TSE	Tribunal Superior Eleitoral
2BL	Teste da Lei de Benford para o Segundo Dígito
LBL	Teste da Lei de Benford para o Último Dígito
LD	Último Dígito
PD	Penúltimo Dígito
EV	Voto Eletrônico

Sumário

	Introdução	19
I	REFERENCIAIS TEÓRICOS	23
1	A LEI DE BENFORD	25
1.1	Histórico	25
1.2	Casos onde é recomendada a aplicação da Lei de Benford	26
1.3	Testes	27
1.3.1	Teste do Segundo Dígito e por que não será usado?	28
1.3.2	Teste do Último Dígito	29
2	TESTES DE VIÉS PSICOLÓGICO	31
II	RESULTADOS	33
3	RESULTADO DOS TESTES DO ÚLTIMO DÍGITO E DE VIÉS PSICOLÓGICO	35
3.1	LBL x TP1 e TP2	35
3.1.1	Análise dos Testes ao Longo do Tempo	38
3.1.2	Análise dos Testes ao Longo do Tempo por Região (Chi-Quadrado)	41
3.1.3	Análise dos Testes ao Longo do Tempo por Região (T1)	43
3.1.4	Análise dos Testes em 1998	45
3.2	Análise de Amostras em Desconformidade	46
4	CONCLUSÃO	49
	REFERÊNCIAS	51
	APÊNDICES	55
	APÊNDICE A – LBL X T1 E T2	57
	APÊNDICE B – ANÁLISE DE AMOSTRAS EM DESCONFORMIDADE	59

Introdução

A democracia representativa é baseada na agregação das preferências dos cidadãos para a tomada de decisões coletivas. Fraudes eleitorais ao quebrarem este princípio básico causam sentimento de injustiça e enfraquecem as instituições que garantem liberdades aos países que adotam este sistema. Deste modo, tentativas de diminuir ou eliminar este tipo de comportamento anti-social são de grande importância. Iniciativas para a avaliação da qualidade das instituições democráticas são fundamentais para este fim. São iniciativas como a feita anualmente por EIU (2018) o chamado "Democracy Index" que avalia regimes democráticos no mundo todo e os classifica em quatro categorias: democracia completa, democracia parcial, regime híbrido e regime autoritário. Segundo este índice, os Estados Unidos da América figuram na primeira categoria, embora o banco de dados de fraudes eleitorais publicado por Heritage (2018) contenham 1107 casos comprovados de manipulação eleitoral, mostrando que fraudes ainda são um perigo real que requer vigília constante mesmo em países de instituições com alta credibilidade.

Heritage (2017) elenca uma série de formas de se fraudar eleições ao redor do mundo e em diferentes sistemas democráticos:

1. Uso do registro de pessoas que não podem votar (falecidos, detentos, imigrantes).
2. Registro de eleitores falsos.
3. Registrar-se em mais de um local de votação para votar várias vezes.
4. Requerer voto domiciliar e votar em nome de outrém.
5. Intimidação de eleitores em locais de votação.
6. Compra de votos.
7. Manipulação da contagem de votos.

A detecção da maior parte deste rol ainda é feita primariamente por auditoria, que é um processo custoso (embora a tecnologia da informação tenha facilitado). Em muitos casos (compra de votos, por exemplo), a única forma de detecção ainda é o flagrante feito pelas autoridades, o que reflete a grande dificuldade em suprimir o problema.

Lehoucq (2003) aponta que estudos acadêmicos encontram obstáculos enormes, pois por lidarem com crimes a maior parte dos agentes envolvidos não está disposto a fornecer dados livremente. Em análise da solidez dos processos eleitorais, parte considerável da literatura depende de dados socioeconômicos abundantes. Por exemplo, dados acerca

da variação de renda de uma cidade podem explicar porque um candidato tentando uma reeleição mantém ou perde apoio na região. Uma região que empobrece durante o mandato deste candidato e que aumenta o seu apoio é um sinal vermelho que pode ser detectado por um economista bem treinado. Inúmeros outros padrões menos óbvios e curiosos entre variáveis socioeconômicas e a preferência dos eleitores existem. Por exemplo, [Edlund e Pande \(2002\)](#) argumentam que mulheres americanas votam crescentemente no Partido Democrata em razão do declínio da instituição do casamento. Análises assim demandam riqueza de dados que muitas vezes não estão disponíveis em países em desenvolvimento, é assim que os Testes de Dígitos entram em cena.

Obrigatoriamente, todas as eleições geram contagens de votos e existem testes que podem ser aplicados a estes números para detectar padrões suspeitos, são os chamados Testes de Dígitos. Estes testes averigam a frequência em que os dígitos de certa amostra de números se comportam de forma condizente com alguma frequência esperada. Por exemplo, a Lei de Benford teoriza que em amostras de números aleatórios (sob algumas condições) o primeiro dígito destes números será o algarismo "1" mais frequentemente que os outros algarismos. Sabendo disso, pode-se comparar o teorizado com o observado e verificar padrões suspeitos. Outro tipo de Teste de Dígito são testes de viés psicológico: é constatado empiricamente que humanos possuem vieses de comportamento ao tentarem gerar grandes quantidades de números aleatórios e estes vieses podem ser detectados.

Tendo em vista que a literatura sobre testes de dígitos aplicados a eleições é recente (boa parte dos artigos citados aqui não têm mais que dez anos) é importante aplicar este tipo de metodologia no Brasil principalmente em vista da recente desconfiança frente às urnas exclusivamente eletrônicas (ausência de cédulas físicas não permite recontagem). Segundo [Pitta \(2015\)](#), a urna brasileira usa o mesmo modelo desenvolvido em 1991 desde 1996, não permite recontagem e, após a Índia desistir de usá-la, o Brasil é o único país a usar este modelo. Em 2016, o TSE pediu a averiguação de 77 mil votos das eleições de 2014 de acordo com [Aguiar \(2016\)](#). Além disso, o veto (posteriormente derrubado) da presidente Dilma Rousseff em 2015 ao projeto de lei que estabelecia a impressão do voto eletrônico para recontagem sob alegação de "impacto orçamentário" fortaleceu ainda mais a desconfiança em relação às urnas eletrônicas brasileiras.

Tendo estes fatos em mente, é necessário avaliar o impacto das urnas eleitorais no país e para isso os testes de dígitos apresentam algumas interessantes. A contagem de votos das eleições é um dado mais confiável que dados de variáveis socioeconômicas já que são um assunto extremamente sensível no ambiente político brasileiro e algumas estatísticas usadas nos Testes de Dígitos (como a estatística χ^2) são úteis para contornar os problemas de como comparar eleições em um país em constante mudança. Além disso, o Brasil é um objeto de análise especialmente interessante, pois é uma democracia recente em um país continental e heterogêneo. Países cujas instituições são sólidas e confiáveis

como a Suécia são usados pela literatura como benchmark [Beber e Scacco \(2008\)](#) de como os testes de dígito devem se comportar na ausência de manipulação, países cujas instituições são mais frágeis como a Nigéria fornecem os casos problemáticos. Ambos os países têm idiosincrasias institucionais que podem afetar os resultados, já o Brasil possui as mesmas instituições em todo o seu território, possui diferenças socioeconômicas gritantes e instituições não fortes o bastante para suprimir todas as fraudes e nem tão fracas para que os resultados sejam totalmente desacreditados. Isso torna o país um bom caso de estudo.

O trabalho seguirá a metodologia proposta por [Beber e Scacco \(2008\)](#) para o teste do último dígito e testes de viés psicológico. Os dados usados provêm do Tribunal Superior Eleitoral.

Além da introdução, o trabalho é dividido da seguinte forma: o capítulo um apresenta o referencial teórico da Lei de Benford, o capítulo dois apresenta o referencial teórico dos testes de viés psicológico, o capítulo três apresenta os resultados, o capítulo quatro trata da discussão dos resultados. A última seção apresenta as considerações finais.

Parte I

Referenciais teóricos

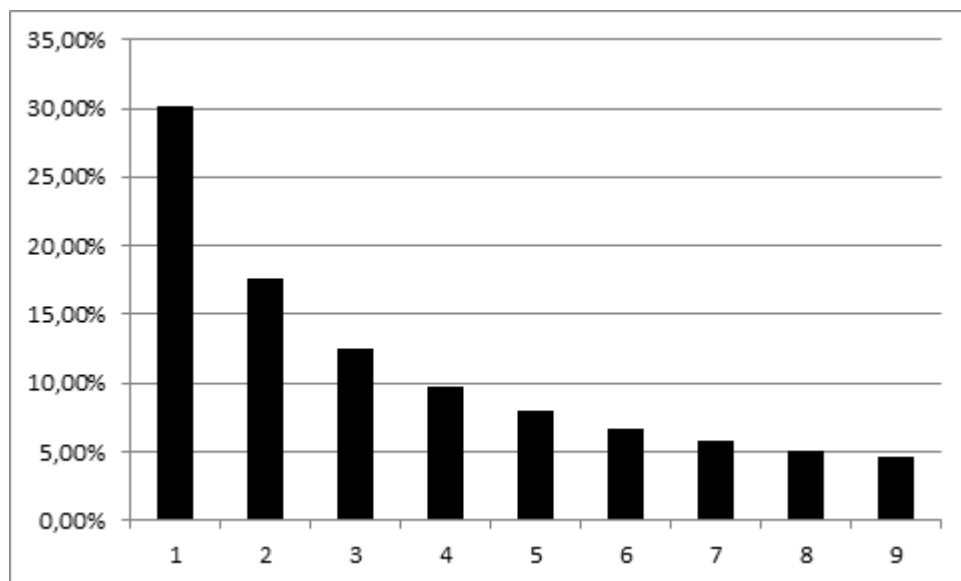
1 A Lei de Benford

1.1 Histórico

A Lei de Benford é uma observação sobre a distribuição de frequência dos primeiros dígitos de muitos conjuntos de números aleatórios colhidos na natureza. Grosso modo, esta lei matemática prevê que, em um conjunto aleatório de números, pode-se esperar que os primeiro dígitos destes números fossem menores (1, 2 e 3 especialmente) com mais frequência que dígitos maiores (4 para cima). A Lei de Benford também faz previsões para os segundos dígitos, combinação de dígitos, dentre outros.

O físico americano Simon Newcomb, foi o primeiro a notar este padrão a partir da observação de que as primeiras páginas de tabelas logarítmicas estavam mais desgastadas que as últimas. O gráfico 1 mostra a frequência esperada do primeiro dígito segundo [Newcomb \(1881\)](#).

Figura 1 – Frequência do primeiro dígito apresentada por Newcomb em 1881



Fonte: Autor

[Newcomb \(1881\)](#) reitera que esta diferença na frequência de observações é mais proeminente nos primeiros dígitos e vai se aproximando a distribuição constante a medida que avançam para à direita. Esta primeira apresentação do resultado não continha fortes bases empíricas e matemáticas, permanecendo obscura por muitos anos. [Benford \(1938\)](#) faz um extenso trabalho de colheita de dados empíricos na sua publicação “Lei dos Números Anômalos”. O matemático compilou cerca de 20 mil números colhidos da natureza sem

relação aparente, extraiu-lhes o primeiro dígito e apresentou uma evidência empírica de que a observação feita por Newcomb meio século antes era válida para uma ampla gama de dados numéricos.

Após o primeiro tratamento matemático feito por Benford, tentativas de aprofundamento na formalização foram perseguidas por outros pesquisadores. A explicação mais aceita atualmente para o fenômeno é dada por Hill (1995) que afirma que a linha de argumentação que baseia a Lei de Benford envereda por três direções sendo a última as hipóteses de invariância de escala: qualquer lei de dígitos deve preservar a sua distribuição de frequência se os números com a qual ela é construída forem todos multiplicados por uma constante diferente de zero. Hill (1995) usa esta hipótese para construir sua prova. Esta observação foi feita por Pinkham (1961) e testada empiricamente por Boyle (1994).

Varian (1972) foi um dos pioneiros na aplicação da Lei de Benford para detecção de fraudes. A primeira aplicação da Lei de Benford em auditorias foi feita por Carslaw (1988) onde foi encontradas evidências que gerentes de empresas neozelandesas têm incentivos para arredondar os números para cima ou para baixo de modo a aumentar artificialmente os lucros nominais das empresas administradas por eles. Thomas (1989) encontrou o mesmo padrão para empresas americanas.

No Brasil, trabalhos recentes e pioneiros foram realizados para a detecção de sobrepreço em compras públicas, especialmente obras de grande porte. Cunha e Bugarin (2014), analisaram a reforma do estádio do Maracanã realizada em 2014 (feito para realização da Copa do Mundo de Futebol) e os resultados foram comparados com a auditoria realizada pelo Tribunal de Contas da União, a metodologia usando a Lei de Benford acertou 71.54% dos itens com sobrepreço encontrados pelos TCU. Cunha e Bugarin (2015) realizaram um estudo análogo para as obras de construção de outro estádio de grande porte, a Arena da Amazônia, novamente tendo uma taxa de acerto muito alta quando comparado com a auditoria realizada pelo órgão público (acima de 80%). Finalmente, Bugarin e Cunha (2017) compararam os itens com sobrepreço encontrados pelo TCU e os acusados pela Lei de Benford nas obras da reforma do Aeroporto Internacional de Minas Gerais, tendo uma taxa de acerto de pelo menos 86%.

1.2 Casos onde é recomendada a aplicação da Lei de Benford

Nigrini (2011) e Durtschi, Hillison e Pacini (2004) fazem recomendações acerca de quais conjuntos de números são candidatos a seguirem a Lei de Benford que são listados e explicados abaixo:

1. Conjuntos de dados aleatórios. Dados que sejam gerados através de algum processo gerador bem definido geralmente não seguem a Lei de Benford. Números de telefone

são um exemplo de números não gerados aleatoriamente.

2. Dados provém de diferentes distribuições de probabilidade. Espera-se que se analisarmos um conjunto de números colhidos de dois eventos da natureza totalmente distintos e aleatórios, a sua união siga a Lei de Benford. Segundo esta recomendação, por exemplo, o conjunto gerado pela multiplicação entre o preço realizado em um pregão e a quantidade consumida de determinado insumo comprado pela administração pública se adaptaria melhor à Lei de Benford que cada número separado. Por este motivo, a Lei de Benford se adequa tão bem a dados contábeis.
3. Grandes conjuntos de dados, quanto mais números melhor.
4. Conjuntos de dados que não sejam muito restritivos. Um exemplo seria a altura dos cidadãos de um país.
5. Números que não sejam influenciados pelo pensamento humano. Um exemplo seriam doações partidárias, pois as pessoas doam em múltiplos de dez, geralmente.
6. Números que aparentemente tenham a média maior que a mediana e onde os dados não estejam acumulados ao redor da média.

1.3 Testes

A principal métrica para avaliar se uma distribuição de frequências segue a distribuição esperada dada pela Lei de Benford será a estatística χ^2 . Ela é útil para verificar se uma distribuição como um todo segue ou não a distribuição esperada dos dígitos dada pela Lei de Benford. A sua estatística é calculada pela equação

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(AC - EC)^2}{EC}$$

Onde AC e EC representam a contagem observada (actual count) e a contagem esperada (expected count). O número k representa quantos dígitos estamos lidando e depende de que tipo de teste está sendo realizado: testes do primeiro dígito (k=9), testes do segundo e último dígito (k=10) ou testes dos dois primeiros dígitos (k=90). Segundo [Nigrini \(2011\)](#) o teste χ^2 é especialmente sensível para tamanhos de amostras muito grandes e tende a rejeitar a hipótese nula mais frequentemente, portanto tamanhos de amostras serão fixos na análise feita aqui.

1.3.1 Teste do Segundo Dígito e por que não será usado?

A frequência relativa esperada do segundo dígito j de números que seguem a Lei de Benford, segundo [Mebane \(2010\)](#), é dada pela seguinte equação:

$$r_j = \sum_{k=1}^9 \log\left(1 + \frac{1}{10k + j}\right)$$

Substituindo os valores de $j = 0, 1, 2, \dots, 9$ teremos as frequências relativas esperadas.

Tabela 1 – Frequência do 2BL

Dígito	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequência	0.120	0.114	0.109	0.104	0.100	0.097	0.093	0.090	0.088	0.085

Fonte: Mebane (2012)

[Mebane \(2010\)](#) argumenta usando simulações computacionais que pode haver distorções causadas nos resultados obtidos pela 2BL pelo voto estratégico e pelo gerrymandering (alteração de distritos eleitorais de forma a alterar os resultados das eleições). O gerrymandering não é um problema para as eleições brasileiras, pois o voto não é distrital, no entanto, devemos considerar o voto estratégico e, em especial, a “lógica do voto desperdiçado”. A 2BL é sensível para casos onde votos são transferidos artificialmente entre candidatos depois de estes mostrarem suas preferências votando no candidato preferido, entretanto, pode acontecer de os eleitores prevendo que o seu candidato preferido irá perder, votam em outro candidato menos preferível para evitar que uma opção ainda pior se eleja. Por exemplo, um estudante universitário que sob ameaça deixa de votar no PSOL para votar no PT ou o mesmo estudante que deixa de votar no PSOL para votar no PT e evitar que o PSDB se eleja. Na prática, o voto do estudante está sendo alterado pelas preferências de outras pessoas e isso gera um padrão nos dígitos parecido com transferências de votos artificial entre PSOL e PT e pode gerar um falso positivo, mas dificilmente um falso negativo.

Resultados bastante desconformes com o esperado obtidos por [Rabelo \(2016\)](#) para as eleições brasileiras bem como uma extensa crítica ao uso do teste 2BL na análise de eleições pela literatura são as principais razões para dar preferência ao teste LBL. A literatura do teste 2BL admite que o uso sem modificações da metodologia leva a resultados ruins e mudanças são necessárias, entretanto, estas "calibrações" variam de autor para autor e mesmo autores que conseguem bons resultados mostram alguma descrença com o teste como [Shikano e Mack \(2011\)](#), enquanto o teste LBL apresenta resultados plausíveis sem qualquer tipo de calibração ou mudança. Além disso, no Brasil as contagens de votos são restringidas artificialmente pelo TSE ao designar entre 200 e 400 eleitores aptos para cada seção eleitoral e isso envia os resultados para os primeiros dígitos em eleições com dois candidatos, pois as votações tendem a gerar resultados que orbitam ao redor de

50% dos votos para ambos. Assim, espera-se que números próximos de 100, 150 e 200 apareçam mais frequentemente e isso gera um resultado onde o primeiro dígito é "1" ou "2" com uma frequência muito alta, enquanto dígitos maiores têm uma frequência muito baixa. Há razões para acreditar que isso afete também o segundo dígito; pois, segundo a teoria por detrás da Lei de Benford, a frequência esperada do segundo dígito depende de qual dígito aparece na primeira posição (a frequência esperada em que o segundo dígito é "5" é diferente caso o primeiro dígito seja "1" ou "9", por exemplo). A influência do primeiro dígito vai decaindo a medida que analisamos dígitos mais à direita.

1.3.2 Teste do Último Dígito

Beber e Scacco (2008) fornecem evidências matemáticas de que eleições sem fraude deveriam produzir contagens de votos cujos últimos dígitos apresentem uma distribuição muito próxima da uniforme ($r_j = \frac{1}{10} \forall j$) requerendo hipóteses bastante fracas:

1. Os números a serem analisados não podem estar submetidos a restrições muito severas como Seções Eleitorais com exatamente o mesmo número de eleitores designados, taxas de turnout e preferências dos candidatos muito parecidas. Simulações feitas por Beber e Scacco (2008) mostram que mesmo pequenos relaxamentos das restrições acima restauram a equifrequência dos últimos dígitos e raramente serão um problema sério em aplicações práticas. Como mostrado acima, o range de eleitores designados para cada eleição é alto, mesmo que sua média seja aproximadamente igual e isso é favorável ao uso do LBL no Brasil.
2. Não pode haver uma grande quantidade de números muito pequenos nas contagens de votos das Seções Eleitorais (ou outra subdivisão eleitoral). Isso se deve ao fato de que quanto mais dígitos antes do último dígito, mais a distribuição do último dígito se aproxima de uma uniforme. Segundo Beber e Scacco (2008), números com mais de dois dígitos são preferíveis. Portanto, serão usados apenas as contagens de votos maiores que 100 e a sua quantidade será indicada.

Há outros fatos que reforçam o uso do LBL na análise de eleições. Mosimann et al. (2002) apresentam o caso onde o LBL foi usado para detectar má conduta de pesquisadores pela Office of Research Integrity (ORI), órgão americano de prevenção de fraudes em experimentos médicos. É recorrente na literatura, como será apresentado na seção a seguir, que humanos tendem a não conseguir produzir números perfeitamente randômicos. Além disso, uma das vantagens de se analisar o último dígito é a de que os primeiros dígitos recebem mais atenção, pois têm maior peso, enquanto os últimos são tratados com menos importância por fraudadores.

2 Testes de Viés Psicológico

Repetidos experimentos mostram que seres humanos, em média, apresentam vieses quando tentam gerar números aleatórios. [Chapanis \(1953\)](#) realizou um experimento onde pedia para 13 indivíduos escreverem 2520 dígitos de forma que os participantes achassem aleatória. O pesquisador constatou que:

1. Indivíduos apresentavam preferências sobre determinados números, mesmo que estas mudassem entre indivíduos.
2. Indivíduos tendem a evitar repetições de números em pares ou trincas (sequências como 111, 101 e 110).
3. Havia forte preferência por sequências decrescentes (ex: 654), os dígitos era fortemente auto correlacionados.

[Rath \(1966\)](#) realizou um experimento em que 20 estudantes foram instruídos a produzirem 2500 dígitos aleatórios. Foram encontrados quatro padrões no experimento:

1. Indivíduos possuem preferências sobre dígitos e tendem a preferir dígitos menores.
2. Havia um forte viés contra números repetidos.
3. Havia um forte viés em favor de números adjacentes (ex: 5 e 6).
4. Sequências de dígitos muito distantes uns dos outros eram menos frequentes (ex: 2 e 9).

[Boland e Hutchinson \(2000\)](#) realizaram um experimento semelhante com um número maior de estudantes e encontraram resultados semelhantes. Beber e Scacco resumizam os vieses sugeridos pela literatura como: seres humanos (1) não selecionam dígitos com frequências iguais, (2) evitam repetição, (3) preferem sequências em série e (4) selecionam numerais distantes de forma infrequente. Os autores usam como métrica para cada município:

1. Frequência em que o último e penúltimo dígitos são iguais.
2. Frequência em que a diferença entre o último e penúltimo dígito é um.
3. Frequência em que a diferença entre o último e penúltimo dígito é maior que um.

De forma concisa, o que se espera dos últimos dígitos é que sejam aleatórios (cada último dígito aparece com uma frequência de 10%). Deste modo, últimos e penúltimos dígitos iguais (00, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99) são dez casos possíveis entre cem e portanto deveriam aparecer em 10% dos números observados. Já últimos e penúltimos dígitos sequenciais crescentes ou decrescentes (01,12,23,34,45,56,67,78,89,98,87,76,65,54,43,32,21,10) são dezoito casos de cem igualmente possíveis, portanto deveriam aparecer em 18% dos casos. O que a literatura sobre viés psicológico aponta como potenciais indicadores de criação de dígitos por humanos e que será usado neste trabalho como critério de avaliação é (1) tendência de evitar repetir o último e penúltimo dígito ($PD=UD$ com frequência menor que 10%) e (2) tendência a evitar numerais muito distantes e preferência por sequências em série ($|PD - UD| = 1$ com frequência maior que 18%).

Nota-se que no caso de eleições eletrônicas, o problema de gerar dígitos com distribuição uniforme é facilmente contornado com um ardil eletrônico. Assim sendo, os TP são mais úteis em países que usam urnas físicas. No entanto, este tipo de teste pode ser útil para comparar se houve alguma mudança estrutural no Brasil entre os anos de 1994 e 2002 período onde foram implementadas as urnas eletrônicas.

Parte II

Resultados

3 Resultado dos Testes do Último Dígito e de Viés Psicológico

Iremos analisar a contagem de votos de cada seção eleitoral com ou mais de cem votos tanto na análise do segundo dígito quanto na do último. As eleições usadas serão para presidente do Brasil do período de 1994 até 2014. [Mebane \(2006\)](#) usa as contagens com ou mais de dez votos. Essa distinção é feita para evitar que o último dígito e o segundo dígito sejam iguais, o que pode prejudicar a análise da aplicabilidade do 2BL e LBL. Outro motivo para esta mudança é que concomitantemente ao LBL, os últimos dois dígitos serão analisados em conjunto e deseja-se que o penúltimo dígito fosse diferente do primeiro dígito.

A contagem de votos por seção com ou mais de cem votos foram separadas por estado, ordenadas em ordem crescente e divididas em amostras de mil seções. Testou-se a hipótese de que os últimos dígitos seguem uma distribuição uniforme usando a estatística χ^2 , além de verificar a proporção de seções onde os últimos dois dígitos são iguais (Teste Psicológico 1 ou T1) e a proporção em que os últimos dois dígitos são consecutivos (Teste Psicológico 2 ou T2). Caso as contagens de votos sejam aleatórias, a proporção T1 esperada é 10% ("00", ..., "99") e a proporção T2 é 14% ("01", "12", ... , "78" e o seu inverso de um total de cem possibilidades). Como T1, T2 e T3 somam um, apenas T1 e T2 serão analisados para evitar redundância. Amostras suspeitas possuem um T1 muito baixo e um T2 alto.

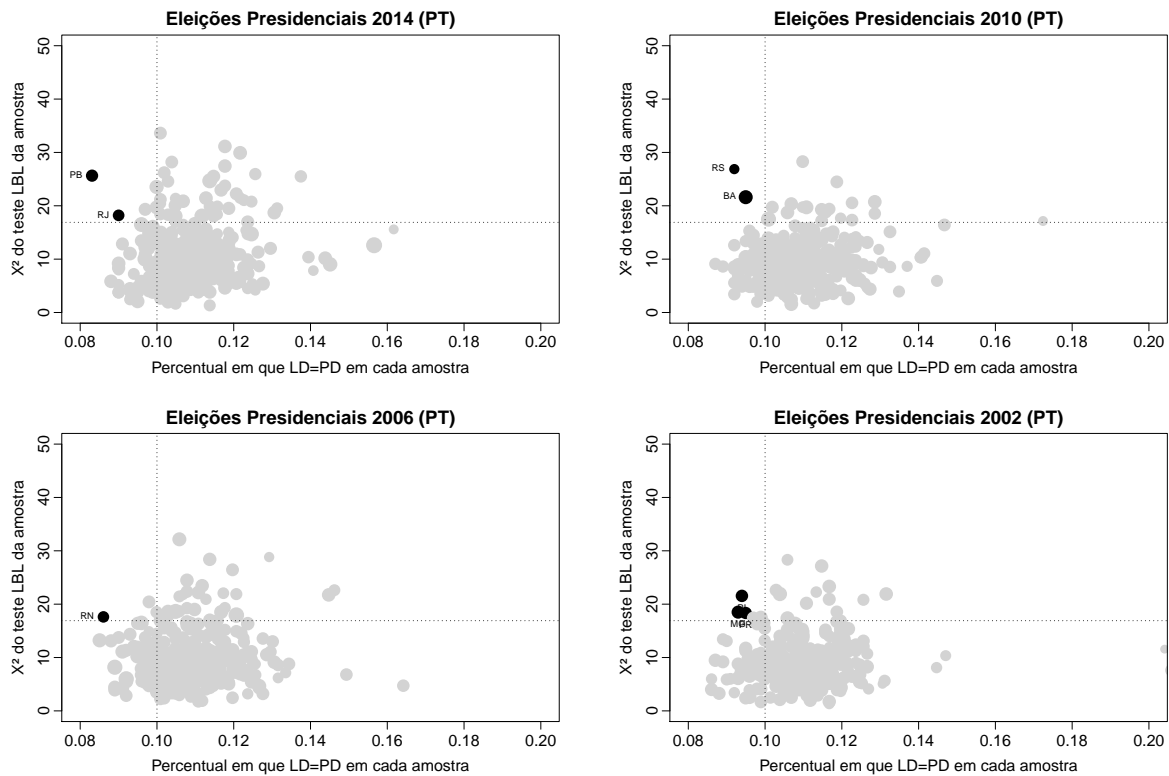
Nas figuras a seguir serão plotadas as estatísticas χ^2 para o primeiro e segundo colocado. Prefere-se usar o segundo turno quando é possível, pois isso evita distorções causadas pelo voto estratégico como explicados por [Mebane \(2010\)](#). Na impossibilidade, usaremos a contagem de votos para o primeiro turno. Amostras cujo T1 seja menor que 9,5% e o valor da estatística χ^2 ultrapasse o valor crítico para $p = 0,05\%$ e 9 graus de liberdade serão marcadas em preto e analisadas com mais cuidado posteriormente. A estatística χ^2 é representada no eixo das coordenadas e a proporção T1 no eixo das abcissas. A proporção T2 é proporcional ao raio dos círculos que representam as amostras.

3.1 LBL x TP1 e TP2

O resultados dos testes do último dígito usando a estatística χ^2 e as proporções em que o penúltimo e último dígito são iguais (TP1) ou consecutivos (TP2) são apresentados a seguir. Os gráficos das eleições de 1998 e 1994 estão no anexo.

Dos dados que originaram as plotagens acima é possível inferir algumas tendências

Figura 2 – LBL aplicado às eleições presidenciais 2002-2014 (PT)



Fonte: Autor

nos dados e estabelecer algumas relações com trabalhos anteriores sobre o tema.

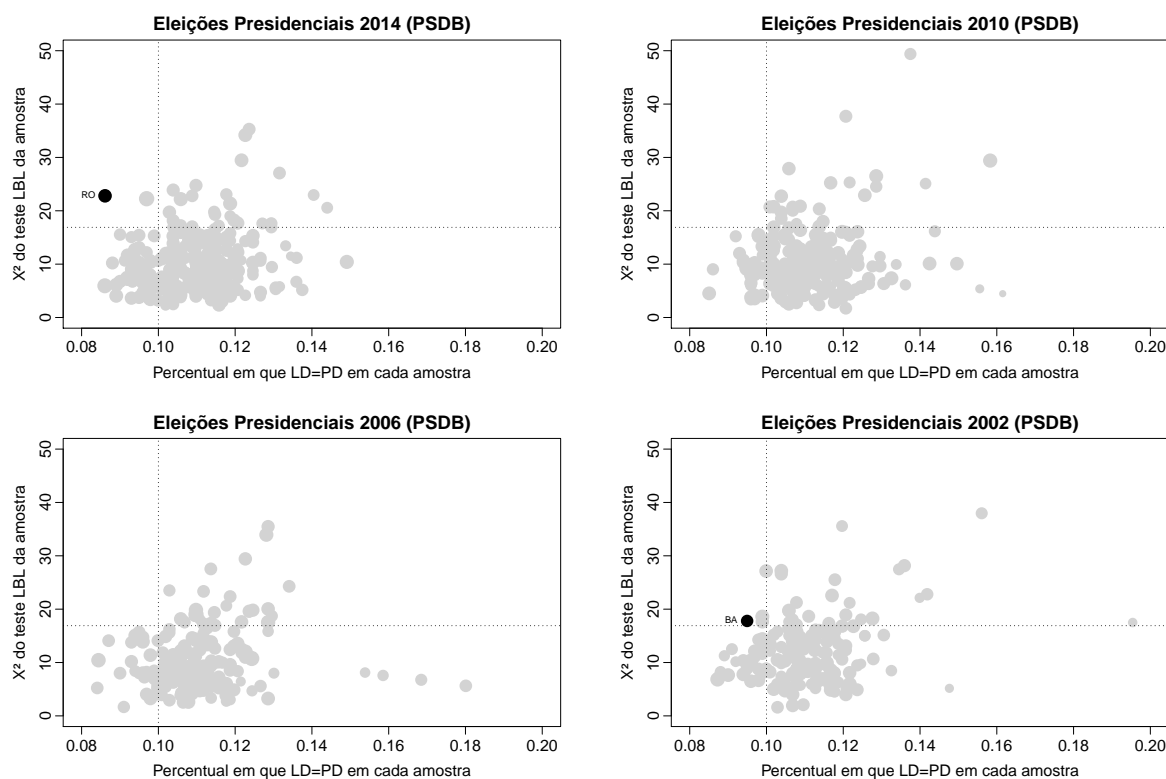
A média do valor do TP1 das amostras é maior que 10% em todas as eleições e uma parte considerável das amostras tem o valor χ^2 maior que o valor crítico de 16,9.

Tabela 2 – Percentual de Amostras com χ^2 Acima do Valor Crítico

Ano	PT	PSDB
2014	0.140	0.109
2010	0.063	0.104
2006	0.100	0.153
2002	0.066	0.168
1998	0.216	0.130
1994	0.350	0.125

Usando o bom senso, dificilmente pode-se acreditar que todas as amostras representem fraudes eleitorais mesmo em uma democracia jovem como a do Brasil. A literatura aponta vários casos em que há desvios da Lei de Benford para o primeiro e segundo dígito,

Figura 3 – LBL aplicado às eleições presidenciais 2002-2014 (PSDB)



Fonte: Autor

o que ser o caso do último dígito. O trabalho de [Beber e Scacco \(2008\)](#) não apresenta grandes desvios da distribuição esperada para o último dígito na sua análise das eleições suecas de 2002. Espera-se que alguma modificação possa ser proposta para a estatística χ^2 possa ser feita para melhorar a acurácia do LBL, assim como foi feito para o 2BL por [Mebane \(2006\)](#) e [Shikano e Mack \(2011\)](#). É notável, entretanto, que o teste do último dígito apresenta resultados que se adequam melhor à distribuição esperada pela Lei de Benford que aplicações da 2BL para o Brasil como feito por [Rabelo \(2016\)](#).

Existe na literatura uma descrença em relação à aplicação da Lei de Benford como em [Deckert, Myagkov e Ordeshook \(2011\)](#) em virtude da necessidade de calibrações e mudanças no método (o que pode parecer um tanto quanto subjetivo). O fato dos resultados do LBL serem próximos da distribuição esperada pode reacender o debate teórico sobre a viabilidade do uso da Lei de Benford na análise de eleições, já que aplicações para o primeiro dígito ([Cantú e Saiegh \(2011\)](#); [Roukema \(2009\)](#)) parecem ter sido descontinuadas.

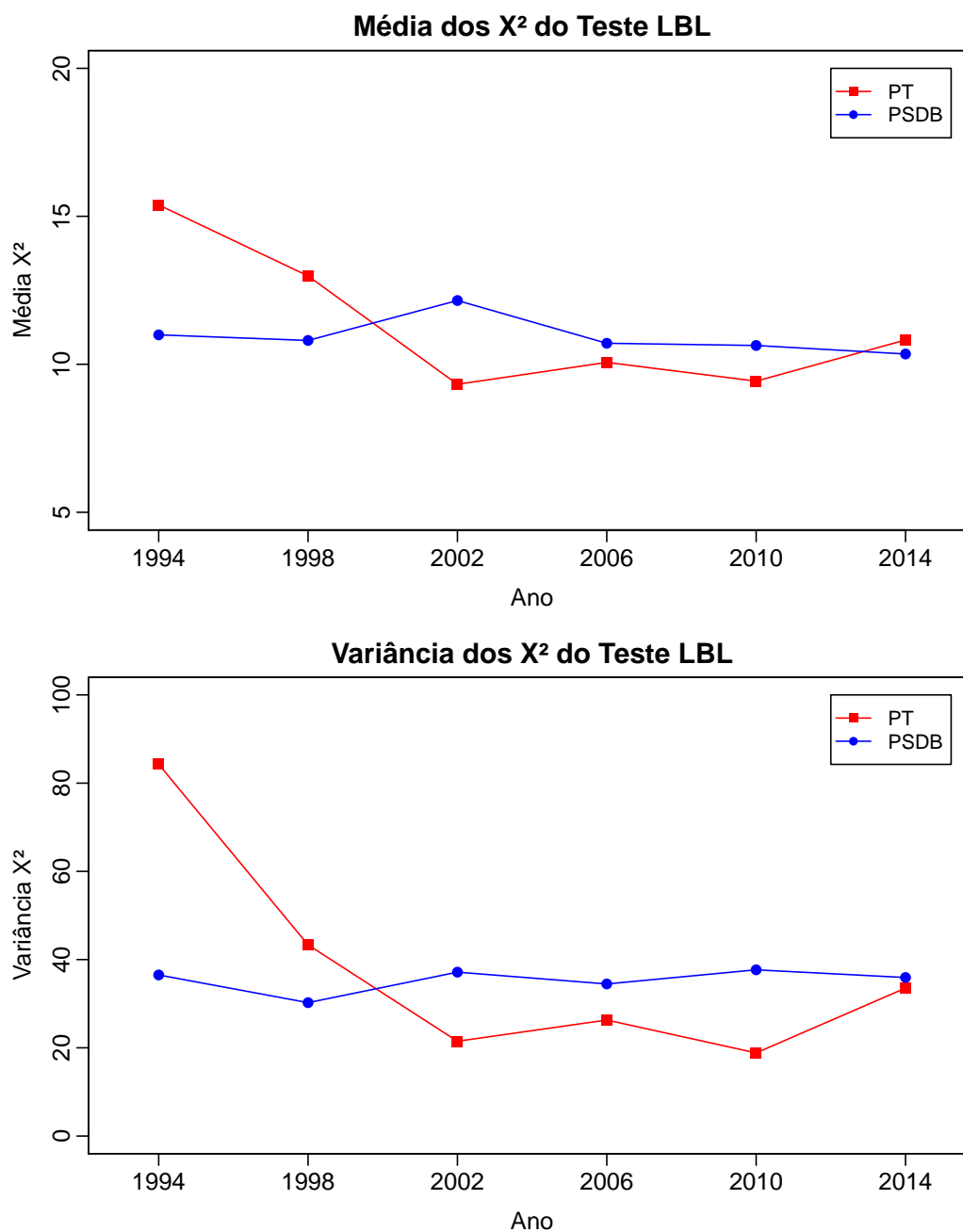
Uma das inovações trazidas por [Beber e Scacco \(2008\)](#) foi aliar mais de um critério para analisar as eleições, algo que não é feito pela literatura analisada e isso pode contribuir para a descrença em relação às aplicações da Lei de Benford aos processos eleitorais.

Boa parte das amostras possuem valores χ^2 excessivamente altos mesmo que possuam proporções TP1 e TP2 baixas, isso indica que é necessário uma análise mais cuidadosa destas amostras, mesmo que elas não estejam dentro do critério de análise adotado anteriormente.

3.1.1 Análise dos Testes ao Longo do Tempo

A Figura 4 foi gerada colhendo os valores Chi-Quadrado de todas as amostras de cada pleito presidencial entre 1994 e 2014 e encontrando a média dos seus valores Chi-Quadrado das suas amostras e a média da variância dos valores Chi-Quadrado das suas amostras, a Figura 5 foi gerada fazendo-se o mesmo para o teste de viés psicológico que verifica a frequência onde o último e penúltimo dígitos são iguais.

Figura 4 – Média e Variância da Estatística Chi-Quadrado do Teste LBL



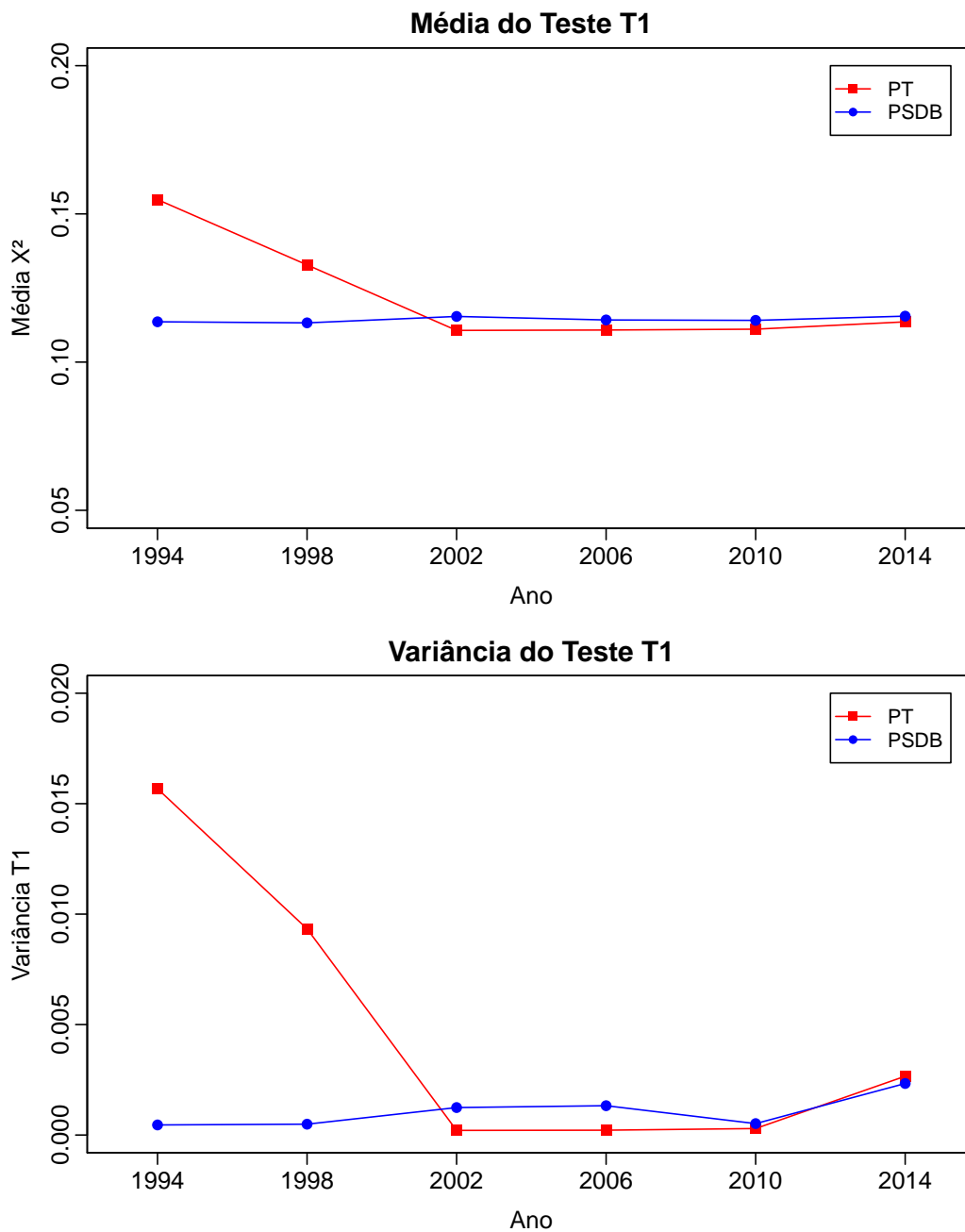
Fonte: Autor

A Figura 4 mostra que os últimos dígitos das contagens de votos estão se aproximando do que é esperado (distribuição equifrequente) para o partido de oposição (PT) nos anos de implementação das urnas eletrônicas e isto pode ser interpretado como uma possível supressão de manipulação nestes números. Esta crença é reforçada pelo fato de que a variância dos valores χ^2 também diminuiu.

Deve-se reafirmar a importância da média da variância do valores χ^2 como estimador.

Valores χ^2 altos de apenas uma eleição são pouco informativos, já que Mebane (2006) reforça que cada eleição possui características únicas que podem interferir nos resultados, mas uma variância muito alta destes valores não pode ser explicada por características institucionais, culturais ou demográficas em um país relativamente homogêneo. Certamente, este raciocínio se aplicaria a países menores e menos diversos como Uruguai e Bélgica, mas ainda assim é um indicador que pode ser útil.

Figura 5 – Média e Variância do Teste T1



Fonte: Autor

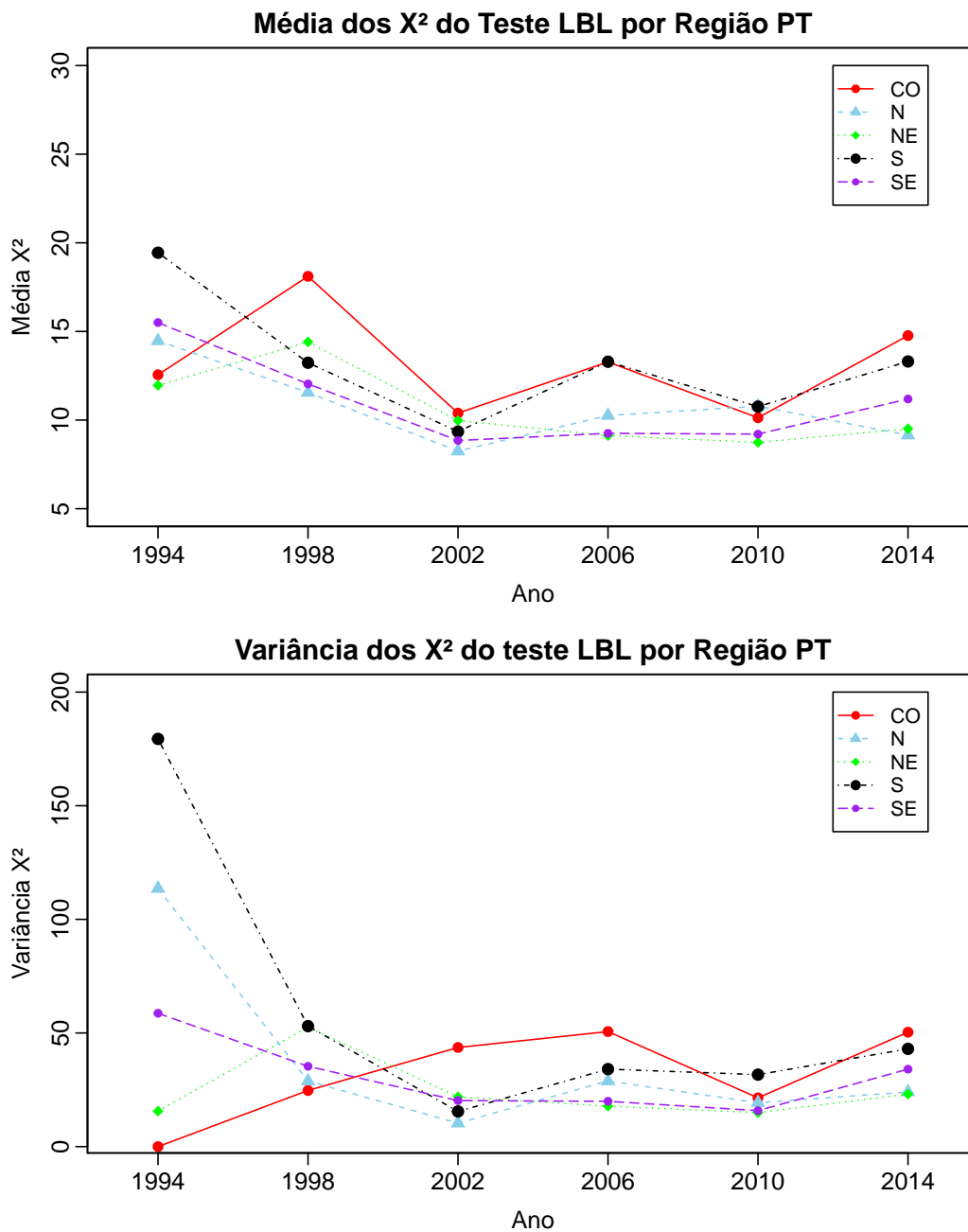
Verifica-se uma diminuição da média dos testes T1 bem como da variância destes valores para o período de implementação das urnas eletrônicas, também para o segundo colocado nos pleitos presidenciais (PT). É necessário ressaltar que uma média dos valores T1 alta não é necessariamente ruim segundo a literatura, mas é preferível que se aproxime do valor teórico de 10% (Nota-se que em todos os anos, o valor observado é maior que o valor esperado). Como Isso é um indicativo de que, de fato, o uso das urnas eletrônicas possa ter suprimido fraudes eleitorais locais.

Caso a média dos valores chi-quadrado e a média da variância destes valores sejam indicadores válidos da qualidade das eleições, pode-se inferir que houve uma significativa melhora com a introdução das urnas eletrônicas entre 1994 e 2002 no tocante ao segundo colocado nas eleições presidenciais (PT). Após uma queda acentuada, os dois indicadores mantiveram-se estáveis ao longo dos anos. Ressalte-se que o fato de que os indicadores do partido de oposição divergirem do esperado não é muito informativo, pois a manipulação eleitoral pode se dar de diversas formas, inclusive não tornando votos nulos em votos favoráveis para si sem alterar a contagem de votos do partido opositor que não possui o controle da máquina eleitoral.

3.1.2 Análise dos Testes ao Longo do Tempo por Região (Chi-Quadrado)

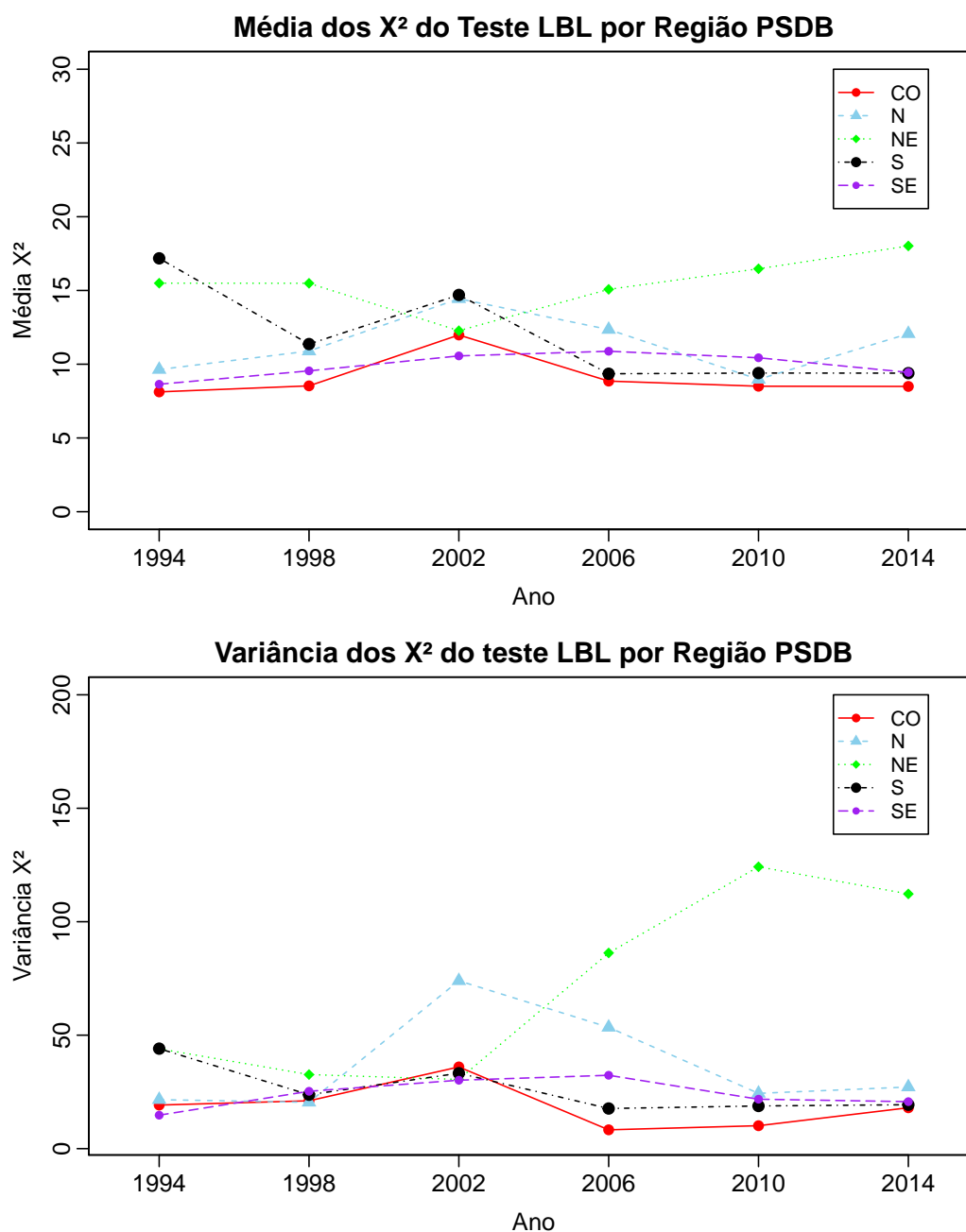
As amostras de cada ano foram divididas por região nesta seção e na próxima seção. Os dados para o PT apresentam uma queda acentuada na variância da estatística chi-quadrado para a região Sul, Sudeste e Centro-Oeste durante o período em que o PT era oposição. Ao passo que a variância da estatística chi-quadrado para a região nordeste (região que historicamente vota no PT majoritariamente) aumentou consideravelmente nos dados para o PSDB durante o período em que o PT detinha a presidência. Esse padrão pode ser um indicativa de que se fraudes ocorrem no Brasil, elas ocorrem com a manipulação dos dados do partido adversário. A média da estatística chi-quadrado apresenta tendências semelhantes, mas menos acentuadas, como é possível verificar nas Figuras 6 e 7.

Figura 6 – Média e Variância da Estatística Chi-Quadrado do Teste LBL (PT)



Fonte: Autor

Figura 7 – Média e Variância da Estatística Chi-Quadrado do Teste LBL (PSDB)



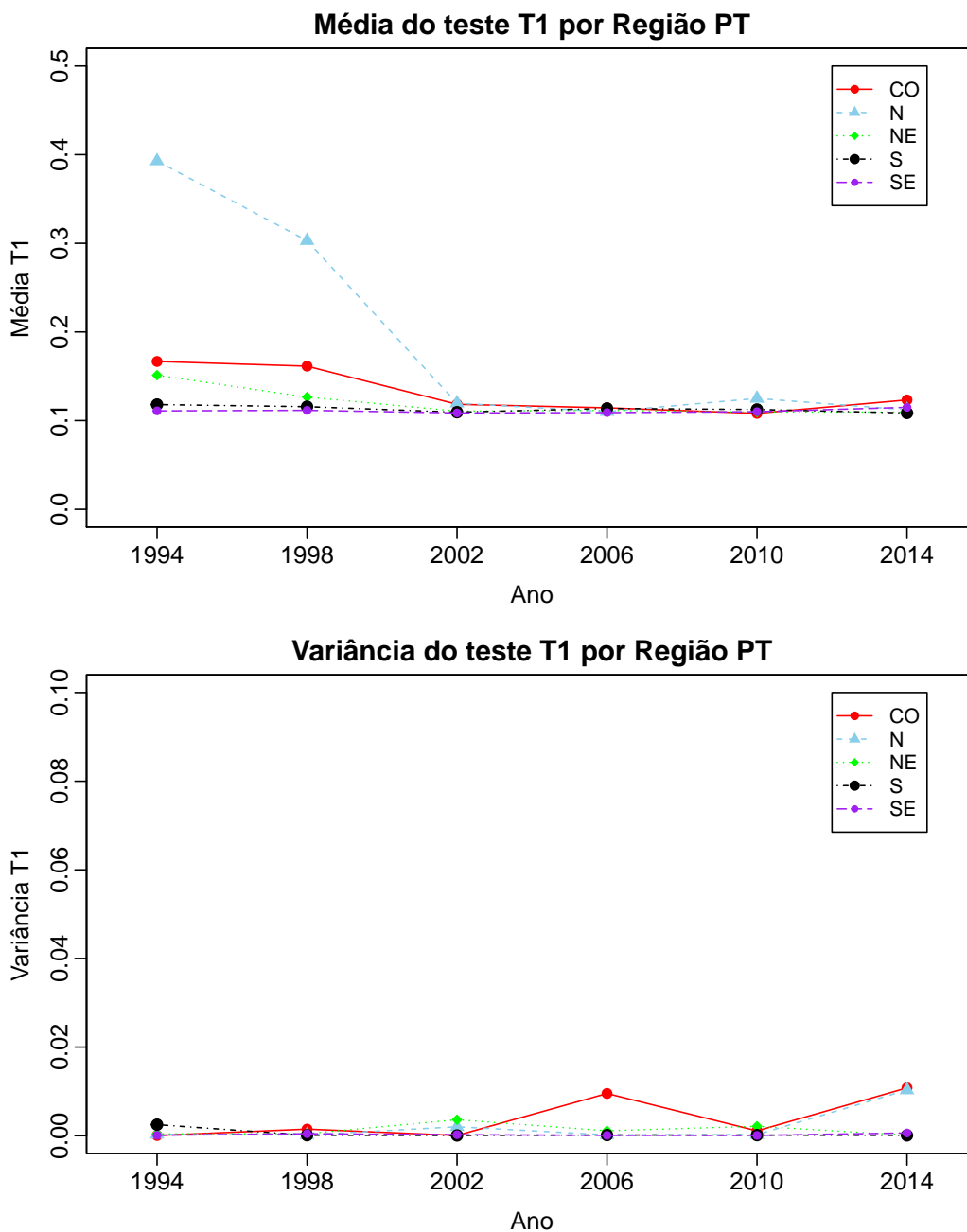
Fonte: Autor

3.1.3 Análise dos Testes ao Longo do Tempo por Região (T1)

Na análise do teste de viés psicológico que verifica a frequência em que o último e penúltimo dígito são iguais há pouco espaço para inferência de qualquer padrão anormal, a variância é baixa para todas as regiões e a média mantém-se constante e próxima de 10% com exceção do período de implementação das urnas eletrônicas (1994 até 2002)

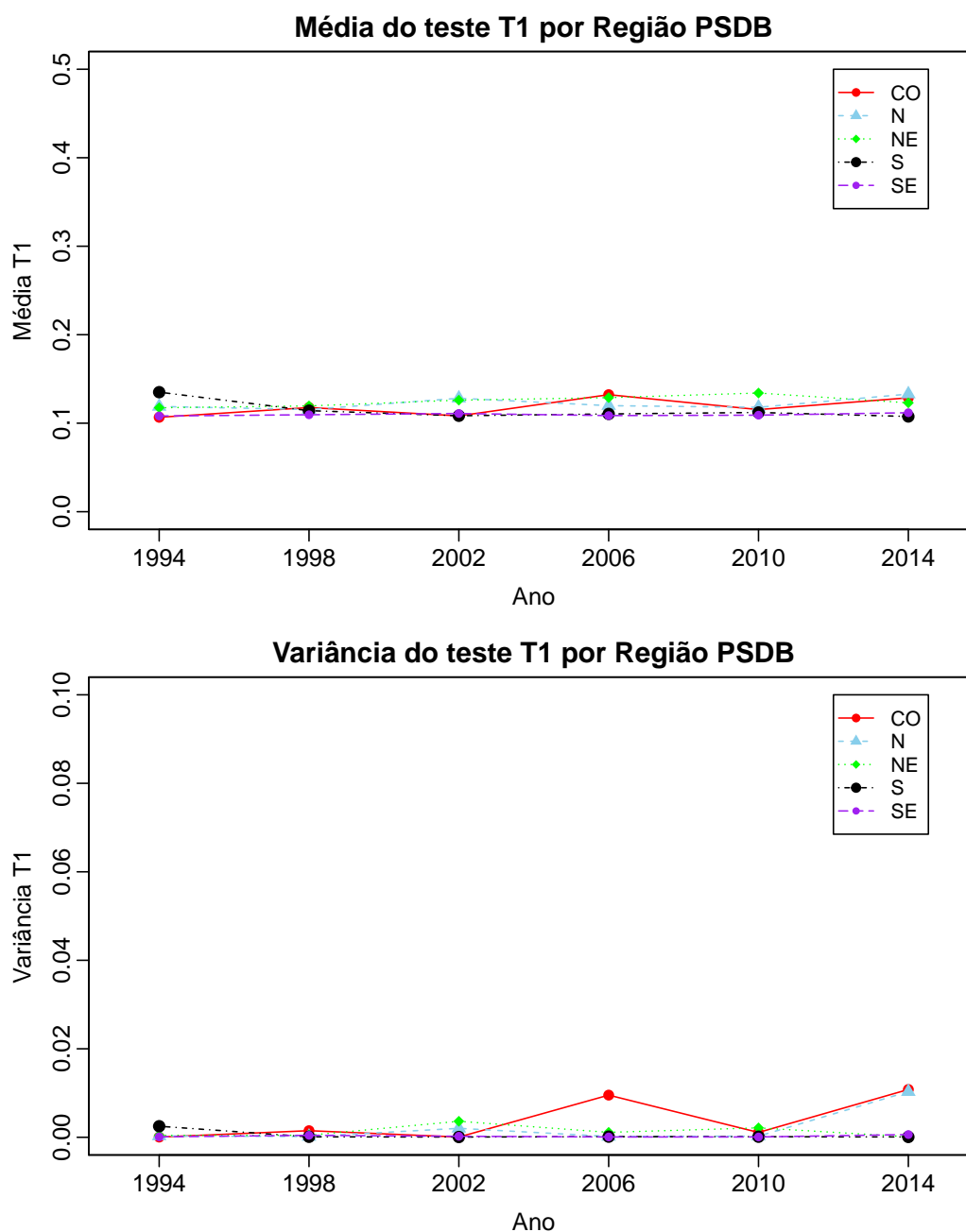
nas regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste para o segundo colocado (PT). Novamente, a literatura não abarca casos em que a manipulação de resultados eleitorais é feita por várias pessoas sem comunicação umas com as outras e que podem não dar muita relevância ao evitar repetir números tentando gerar números aleatórios, o que pode explicar o porquê a média dos testes T1 é maior que 10% ao invés de menor.

Figura 8 – Média e Variância do Teste T1 (PT)



Fonte: Autor

Figura 9 – Média e Variância do Teste T1 (PSDB)



Fonte: Autor

3.1.4 Análise dos Testes em 1998

As eleições presidenciais de 1998 servem como um experimento natural muito interessante quando analisa-se o impacto do voto eletrônico na confiabilidade do processo eleitoral brasileiro. A saber, em 1998, 537 cidades com mais de 40 mil eleitores utilizaram urnas eletrônicas (outras 4975 cidades utilizaram voto manual) e o voto eletrônico compreendeu cerca de 75% do eleitorado do período.

Como mencionado anteriormente, cada eleição é única e as idiossincracias regionais podem afetar os resultados dos testes usados neste trabalho, portanto os melhores candidatos para comparações são diferentes eleições ao longo do tempo (baseando-se na crença de que essas características institucionais, culturais, demográficas, etc não mudem radicalmente) ou eleições em que voto eletrônico seja aplicado em uma região e não em outra. Há uma quantidade razoável de casos do primeiro tipo, mas poucos casos do segundo, em virtude de que nem sempre a implementação é gradual e feita em eleições de grande vulto como as presidenciais (que são casos ótimos para análises como as feitas aqui dado o grande número de dados).

Convém ressaltar, que análises feitas em eleições com votação mista eliminam o problema de mudanças nas características de cada votação ao longo do tempo e isto pode ser algo relevante em grande séries de tempo (neste trabalho, as eleições de 1994 são comparadas com as de 2014, por exemplo). Outra eleição brasileira realizada de forma mista ocorreu em 1996, onde cerca de um terço do eleitorado votou de forma eletrônica, no entanto, a aplicação da lei de benford irá se restringir a grandes capitais onde há maior quantidade de seções eleitorais.

Tabela 3 – Comparação entre locais com e sem voto eletrônico (EV) em 1998

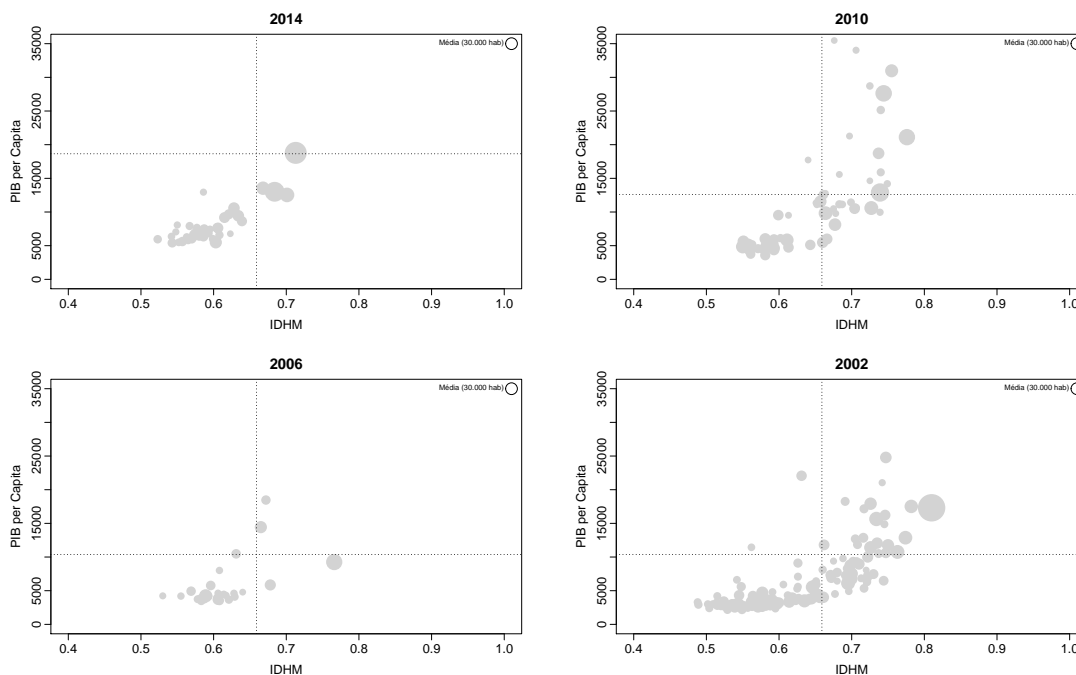
Partido	χ^2 com EV	χ^2 sem EV	T1 com EV	T1 sem EV
PSDB	11.43	12.94	0.131	0.120
PT	13.82	12.58	0.187	0.352

Análise próxima ao realizado nas seções anteriores foi feita separando-se locais com voto eletrônico e sem voto eletrônico nas eleições de 1998 (Tabela 3), tomando como base o artigo de [Zucco e Nicolau \(2016\)](#). A média das estatística χ^2 e do teste T1 são mostradas na tabela 3. A diferença para ambos os partidos em primeiro e segundo lugar (PT e PSDB) é pequena com exceção do teste T1 para o segundo colocado (PT), onde os locais sem votação eletrônica apresentaram um desvio considerável do esperado (10%). O fato de que o teste T1 seja consideravelmente pior em regiões sem voto eletrônico é de certa forma esperado, pois este tipo de teste é mais sensível para manipulações em votações manuais. Este resultado reforça a tese de que as urnas eletrônicas suprimiram possíveis manipulações nas contagens de votos.

3.2 Análise de Amostras em Desconformidade

As cidades contidas nas amostras cujo χ^2 é maior que 16,9 e TP1 menor que 9,5% são mostradas a seguir. O eixo das abcissas representa o IDH Municipal retirado a partir do Censo de 2010 realizado pelo IBGE, o eixo da ordenadas representa o PIB per capita de

Figura 10 – Cidades em Amostras Suspeitas (PT)



Fonte: Autor

cada ano, a origem dos dados é o IPEA. Para os anos de 1994, 1998, 2002 foi usado o PIB per capita do ano de 2006. A área dos círculos das figuras abaixo representa a população e está em escala logarítmica. Uma legenda é colocada no topo do gráfico para comparação.

Parte considerável das cidades contidas nas amostras suspeitas analisadas na seção anterior tem IDHM e PIB per capita abaixo da média nacional e são cidades com menos de 30 mil habitantes. Isto pode ser um indício de que cidades menores e mais pobres são mais vulneráveis a fraudes eleitorais, uma suspeita recorrente nas eleições brasileiras. Entretanto, é sabido que a maior parte dos municípios brasileiros é pequena e pobre e alguns poucos municípios de grandes proporções concentram a maior parte da riqueza nacional, o que torna os dados inconclusivos.

Análise semelhante realizada para o PSDB feita em alguns anos em específico é colocada no apêndice.

4 Conclusão

Pode-se inferir das Figuras 4 e 5 uma melhora considerável nos indicadores média e variância da estatística χ^2 e teste T1 com a implementação das urnas eletrônicas para o Partido dos Trabalhadores (PT). Os mesmo indicadores se mantem estáveis para o Partido da Social Democracia Brasileira (PSDB) no mesmo período. Isto pode ser indício de que houve uma diminuição na quantidade de fraudes locais no período em que votação com cédulas era usada, especialmente porque a melhora se deu nos indicadores do partido de oposição (PT) e depois os indicadores se mantiveram constantes.

Ao se analisar o indicador Média do χ^2 acima divididos por regiões (Figuras 6 e 7) nota-se que os índices para o PT nas regiões Norte, Sul e Sudeste (regiões que tendem a votar no PSDB) melhoraram com a implementação do voto eletrônico durante o período em que este partido era oposição. Os índices do Nordeste, que tradicionalmente vota no PT, pioraram para o PSDB no período em que este era oposição, enquanto todo o resto se manteve relativamente constante. Este padrão pode indicar que a manipulação dos votos pode se dar alterando-se os votos do partido adversário ao invés dos próprios votos.

Os índices do teste T1 dividindo-se por regiões mantém-se estáveis ao longo do período com exceção da região norte que apresenta uma queda considerável como pode-se observar nas Figuras 8 e 8. A literatura considera patológicos os casos onde o índice T1 é menor que o valor teórico de 10%, sendo omissa em relação ao casos onde o índice é maior. De toda forma, ressalte-se que a média deste teste é ligeiramente maior que o esperado para todos os anos.

A eleição presidencial de 1998 foi a única onde tanto o voto eletrônico e em cédula foram usados concomitantemente, sendo um bom caso para um experimento natural. Como visto na Tabela 3, as diferenças entre os locais que usaram este ou aquele tipo de voto foram pequenas, com exceção do teste T1 para o PT. Locais com EV tiveram um resultado mais próximo do esperado; mas, como visto acima, a literatura é omissa nestes casos. O fato de que houve uma aparente melhora na qualidade das eleições nos índices anteriores ao longo do tempo, mas não há grandes diferenças entre locais com e sem voto eletrônico em uma mesma eleição pode ser um indício de que as manipulações ocorriam em cidades maiores (o voto eletrônico foi usado em cidades com mais de 40.500 eleitores), o que pode ser contra intuitivo, pois espera-se que em cidades maiores haja mais pressão da sociedade civil por eleições limpas.

Referências

- AGUIAR, G. *TSE pede à PF e Procuradoria investigação sobre falha em 77 mil votos de 2014*. 2016. Disponível em: <<http://politica.estadao.com.br/noticias/geral,tse-pede-a-pf-e-procuradoria-investigacao-sobre-falha-em-40-mil-votos-de-2014,10000056311>>. Citado na página 20.
- BEBER, B.; SCACCO, A. What the numbers say: A digit-based test for election fraud using new data from nigeria. 2008. Citado 3 vezes nas páginas 21, 29 e 37.
- BENFORD, F. The law of anomalous numbers. *Proceedings of the American philosophical society*, JSTOR, p. 551–572, 1938. Citado na página 25.
- BOLAND, P. J.; HUTCHINSON, K. Student selection of random digits. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, Wiley Online Library, v. 49, n. 4, p. 519–529, 2000. Citado na página 31.
- BOYLE, J. An application of fourier series to the most significant digit problem. *The American Mathematical Monthly*, JSTOR, v. 101, n. 9, p. 879–886, 1994. Citado na página 26.
- BUGARIN, M. S.; CUNHA, F. C. R. da. Lei de benford aplicada à auditoria da reforma do aeroporto internacional de minas gerais. *Revista do Serviço Público*, Escola Nacional de Administração Pública-ENAP, v. 68, n. 4, 2017. Citado na página 26.
- CANTÚ, F.; SAIEGH, S. M. Fraudulent democracy? an analysis of argentina’s infamous decade using supervised machine learning. *Political Analysis*, Oxford University Press, v. 19, n. 4, p. 409–433, 2011. Citado na página 37.
- CARSLAW, C. A. Anomalies in income numbers: Evidence of goal oriented behavior. *Accounting Review*, JSTOR, p. 321–327, 1988. Citado na página 26.
- CHAPANIS, A. Random-number guessing behavior. *American Psychologist*, v. 8, n. 1995, p. 1347–1363, 1953. Citado na página 31.
- CUNHA, F. C. R. d.; BUGARIN, M. S. Lei de benford para a auditoria de obras públicas: análise de sobrepreço na construção da arena da amazônia. *Boletim de Licitações e Contratos*, NDJ, 2015. Citado na página 26.
- CUNHA, F. C. R. da; BUGARIN, M. S. Lei de benford e auditoria de obras públicas: uma análise de sobrepreço na reforma do maracanã. *Revista do TCU*, n. 131, p. 46–53, 2014. Citado na página 26.
- DECKERT, J.; MYAGKOV, M.; ORDESHOOK, P. C. Benford’s law and the detection of election fraud. *Political Analysis*, Oxford University Press, v. 19, n. 3, p. 245–268, 2011. Citado na página 37.
- DURTSCHI, C.; HILLISON, W.; PACINI, C. The effective use of benford’s law to assist in detecting fraud in accounting data. *Journal of forensic accounting*, v. 5, n. 1, p. 17–34, 2004. Citado na página 26.

- EDLUND, L.; PANDE, R. Why have women become left-wing? the political gender gap and the decline in marriage. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, v. 117, n. 3, p. 917–961, 2002. Citado na página 20.
- EIU. *The Economist Intelligence Unit's Democracy Index*. 2018. Disponível em: <<https://infographics.economist.com/2018/DemocracyIndex/>>. Citado na página 19.
- HERITAGE. *Heritage Explains Voter Fraud*. 2017. Disponível em: <<https://www.heritage.org/election-integrity/heritage-explains/voter-fraud>>. Citado na página 19.
- HERITAGE. *Voter Fraud Cases from Across the United States*. 2018. Disponível em: <<https://www.heritage.org/voterfraud>>. Citado na página 19.
- HILL, T. P. Base-invariance implies benford's law. *Proceedings of the American Mathematical Society*, v. 123, n. 3, p. 887–895, 1995. Citado na página 26.
- LEHOUCQ, F. Electoral fraud: Causes, types, and consequences. *Annual review of political science*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 6, n. 1, p. 233–256, 2003. Citado na página 19.
- MEBANE, W. R. Election forensics: Vote counts and benford's law. p. 20–22, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 35, 37 e 40.
- MEBANE, W. R. Election fraud or strategic voting? can second-digit tests tell the difference? 2010. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 35.
- MOSIMANN, J. et al. Terminal digits and the examination of questioned data. *Accountability in Research: Policies and Quality Assurance*, Taylor & Francis, v. 9, n. 2, p. 75–92, 2002. Citado na página 29.
- NEWCOMB, S. Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers. *American Journal of Mathematics*, v. 4, n. 1, p. 39–40, 1881. Citado na página 25.
- NIGRINI, M. *Forensic analytics: methods and techniques for forensic accounting investigations*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. v. 558. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- PINKHAM, R. S. On the distribution of first significant digits. *The Annals of Mathematical Statistics*, JSTOR, v. 32, n. 4, p. 1223–1230, 1961. Citado na página 26.
- PITTA, I. *Veja como funciona a urna eletrônica no Brasil e em outros países*. 2015. Disponível em: <<http://politica.estadao.com.br/noticias/geral,veja-como-funciona-a-urna-eletronica-no-brasil-e-em-outros-paises,10000002427>>. Citado na página 20.
- RABELO Érica da S. G. *A Lei de Benford e Fraudes Eleitorais: O Caso das Eleições Presidenciais Brasileiras de 2014*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 37.
- RATH, G. J. Randomization by humans. *The American Journal of Psychology*, JSTOR, v. 79, n. 1, p. 97–103, 1966. Citado na página 31.
- ROUKEMA, B. F. Benford's law anomalies in the 2009 iranian presidential election. *Unpublished manuscript*, 2009. Citado na página 37.

SHIKANO, S.; MACK, V. When does the second-digit benford's law-test signal an election fraud? *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, v. 231, n. 5-6, p. 719–732, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 37.

THOMAS, J. K. Unusual patterns in reported earnings. *Accounting Review*, JSTOR, p. 773–787, 1989. Citado na página 26.

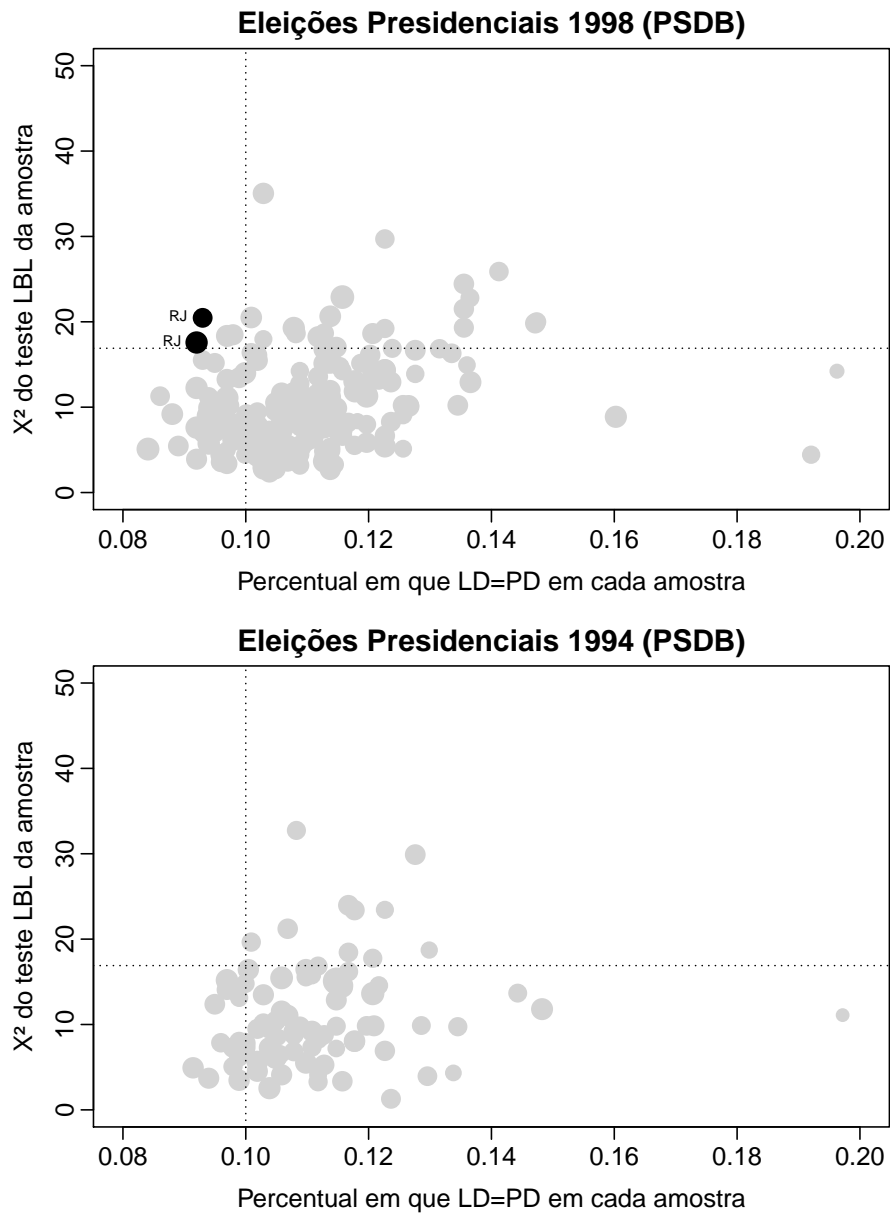
VARIAN, H. R. Benfords law. *American Statistician*, American Statistical Association, v. 26, n. 3, p. 65, 1972. Citado na página 26.

ZUCCO, C.; NICOLAU, J. M. Trading old errors for new errors? the impact of electronic voting technology on party label votes in brazil. *Electoral Studies*, Elsevier, v. 43, p. 10–20, 2016. Citado na página 46.

Apêndices

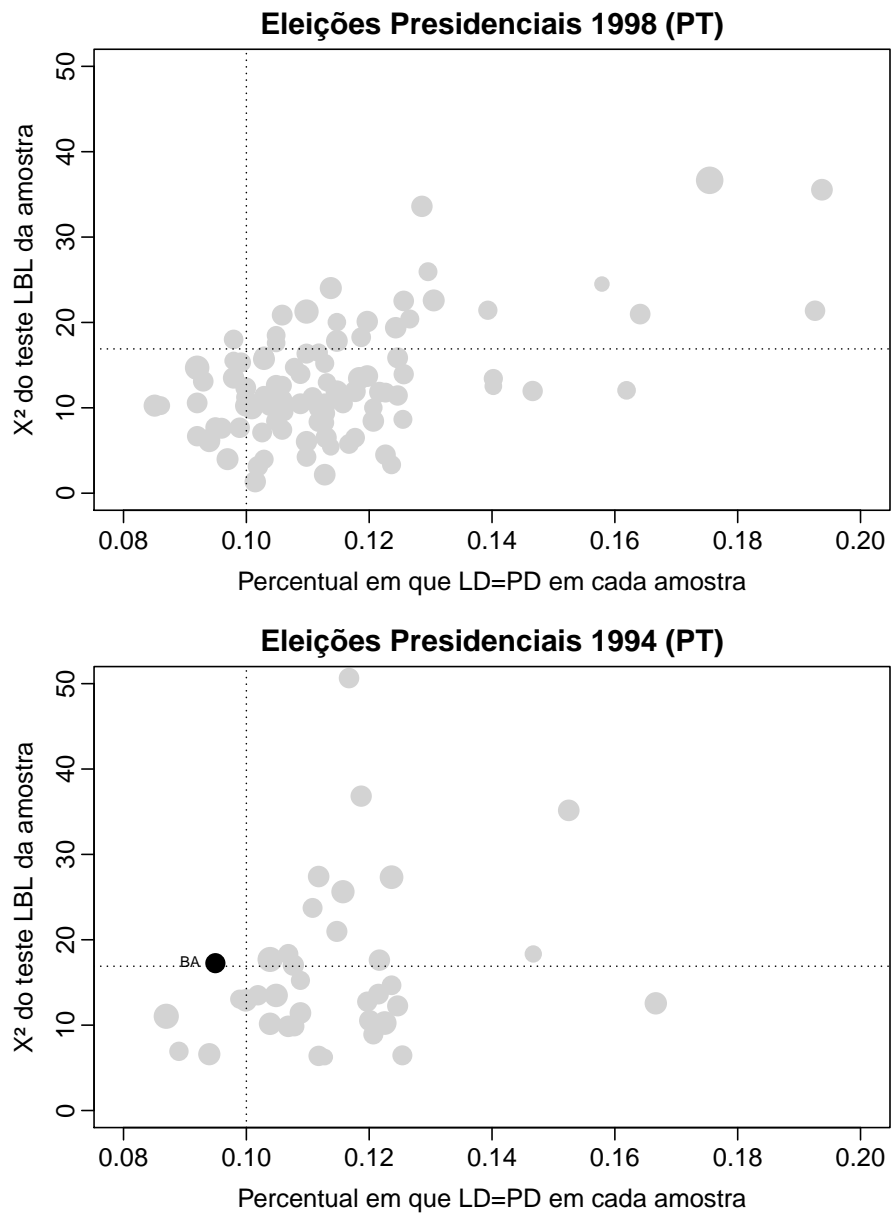
APÊNDICE A – LBL x T1 e T2

Figura 11 – LBL x T1 e T2 (PSDB)



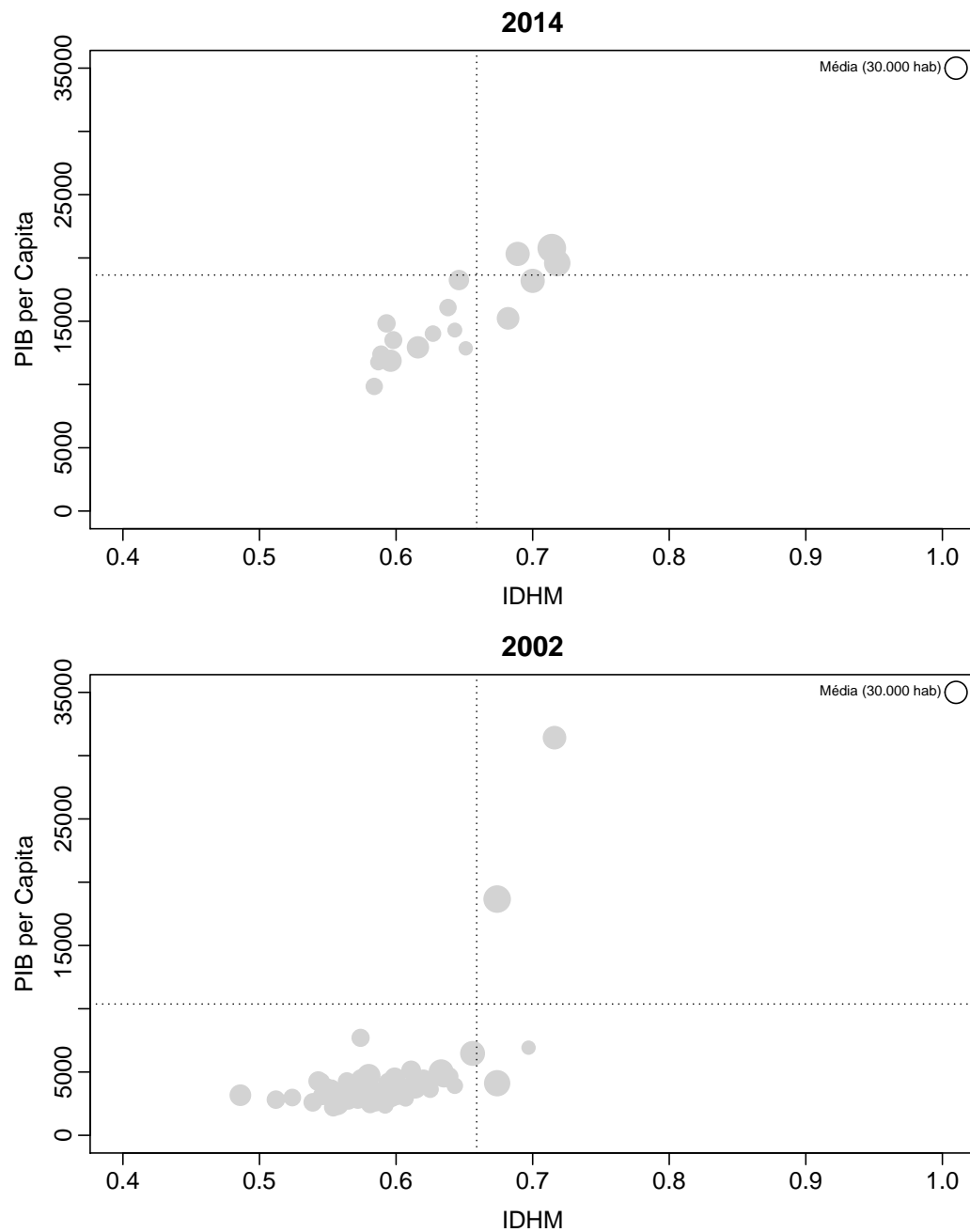
Fonte: Autor

Figura 12 – LBL x T1 e T2 (PT)



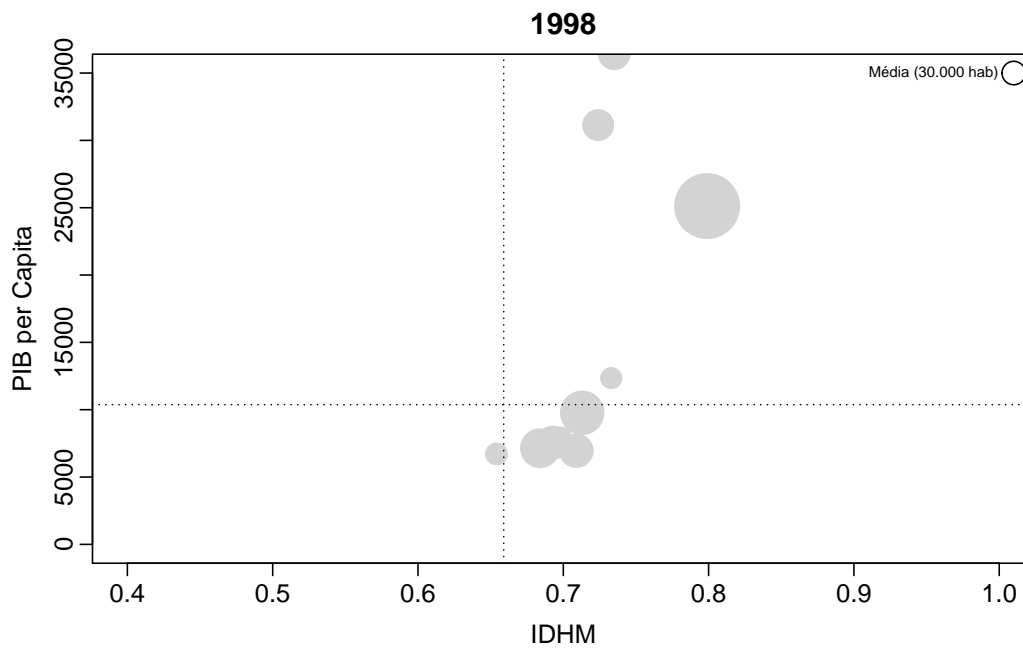
APÊNDICE B – Análise de Amostras em Desconformidade

Figura 13 – Cidades em Amostras Suspeitas (PSDB)



Fonte: Autor

Figura 14 – Cidades em Amostras Suspeitas (PSDB)



Fonte: Autor