



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Cálculo no Ensino Médio:
uma proposta fundamentada

Daniel Perdigão-Nass

Brasília

2017

DANIEL PERDIGÃO-NASS

**Cálculo no Ensino Médio:
uma proposta fundamentada**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade de Brasília, obrigatória para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo de Araújo Bastos Júnior

Brasília

2017

Autorizo a reprodução e a divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, somente para fins de estudo e pesquisa e sem fins lucrativos, desde que citados autor e fonte.

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob a exclusiva responsabilidade do autor.

Brasília, 7 de julho de 2017.

Daniel Perdigão-Nass

Ficha catalográfica gerada pelo Sistema para Geração Automática de Ficha Catalográfica da Biblioteca Central da Universidade de Brasília

P433c Perdigão-Nass, Daniel
Cálculo no Ensino Médio: uma proposta fundamentada / Daniel Perdigão-Nass; orientador Raimundo de Araújo Bastos Júnior. -- Brasília, 2017.
92 p.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) -- Universidade de Brasília. Instituto de Ciências Exatas. Departamento de Matemática, 2017.

1. Cálculo Diferencial e Integral. 2. Interdisciplinaridade. 3. Educação Matemática. I. Bastos Júnior, Raimundo de Araújo, orient. II. Título.

Aos polímatas

AGRADECIMENTOS

Uma vez que a minha trajetória neste curso se iniciou em 2012, na Universidade Federal do Tocantins (UFT), dedico meu muito obrigado a todos os professores e colegas da minha turma, pela integração acadêmica, pelas caronas de Gurupi a Palmas, enfim, por me dar o suporte necessário para eu cursar o primeiro ano completo do ProfMat.

Não consegui dar seguimento ao curso na UFT em 2013, mas agradeço especialmente aos professores Pedro Alexandre da Cruz e Francisco Satuf Rezende, meus então colegas docentes na UFT, campus de Gurupi, responsáveis pelas duas disciplinas do terceiro semestre do curso, por terem me dado apoio especial nessa tentativa.

Na Universidade de Brasília, sou especialmente grato ao prof. Rui Seimetz, coordenador local do ProfMat durante quase todo o curso. Desde o primeiro momento, o prof. Rui solucionou os entraves burocráticos referentes à minha transferência de polo, além de ter dado grande atenção, não somente a mim, mas a todos os colegas, ao longo de todo o curso. Uma pessoa de visão esclarecida, que busca fazer desta universidade um lugar um pouco menos hostil.

Minha gratidão também se estende de forma particular ao prof. Raimundo de Araújo Bastos Júnior, meu orientador. Não somente por ter depositado confiança em mim e dado guarida a este trabalho, apesar de eu lhe apresentá-lo de forma errática, mas especialmente por ter sido compreensivo nos momentos mais críticos da minha trajetória como docente, ocorridos justamente nos meses de redação do presente texto. O prof. Raimundo é um colega de extrema competência e generosidade, com o qual tive e tenho a satisfação de trabalhar.

Por fim, agradeço ao prof. Claud Wagner Gonçalves Dias Júnior, terceiro membro da banca de defesa, bem como aos demais colegas e professores do curso, pela oportunidade de aprender com cada um deles. Também sou grato a todos os amigos que me dão suporte para conquistas como esta, pessoas que me incentivam a liderar a caravana na rota do conhecimento sem fazer caso dos ruidosos cães.

Dedico um reconhecimento especial, que não se restringe a este trabalho, a meus avós, à Michelle e, agora, ao Xavier. São as pessoas com quem mais aprendo nesta vida.

“O objetivo de todo ensino [...] é transmitir ideias, estimular o pensamento independente e a criatividade.”

Geraldo Ávila

RESUMO

PERDIGÃO-NASS, Daniel. **Cálculo no Ensino Médio**: uma proposta fundamentada. 2017. 92 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade de Brasília, Brasília, 2017.

O Ensino Médio brasileiro observa baixo rendimento dos alunos em Matemática, com reduzida contextualização e integração dos saberes. Nosso objetivo é apresentar proposta didática que inter-relaciona conteúdos do Ensino Médio, tendo como eixo de convergência elementos advindos do Cálculo. Em linha com os parâmetros curriculares nacionais em vigor, buscamos contemplar nesta proposta um sentido prático para o aluno. Uma vez que o Cálculo Diferencial e Integral não é conteúdo de Ensino Médio no Brasil, limitamo-nos a fazer uma abordagem alternativa do Cálculo, mais simples e informal.

Palavras-chave: educação matemática, Ensino Médio, cálculo diferencial e integral

ABSTRACT

PERDIGÃO-NASS, Daniel. **Calculus in secondary education**: a reasoned proposal. 2017. 92 p. Dissertation (Master in Mathematics in National Network). Graduate Program in Mathematics, University of Brasília, Brasília, 2017.

Brazilian High School (upper secondary education) observes low performance of the students in Mathematics, with reduced contextualization and integration of the knowledge. Our objective is to present didactic proposal that interrelates contents of High School, having as the axis of convergence elements coming from Calculus. In line with the national curricular standards in force, we seek to contemplate in this proposal a practical meaning for the student. Since Differential and Integral Calculus is not content of the secondary education in Brazil, we limit ourselves to making an alternative approach to Calculus, simpler and more informal.

Keywords: Mathematics education, secondary education, differential and integral calculus

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Número de pães fabricados em função do tempo em dada situação (elaborado pelo autor).....	52
Gráfico 2 – Altura de um corpo em função do tempo em dada situação (elaborado pelo autor)	60
Gráfico 3 – Variação do preço unitário da ação de empresa petrolífera em função do tempo (elaborado pelo autor)	65
Gráfico 4 – Logaritmo decimal do preço unitário da ação em função do tempo (elaborado pelo autor)	66
Gráfico 5 – Número de pessoas infectadas em função da semana decorrida (elaborado pelo autor).....	68
Gráfico 6 – Velocidade constante de um certo corpo em função do tempo (elaborado pelo autor).....	72
Gráfico 7 – Velocidade uniformemente variada de um certo corpo em função do tempo (elaborado pelo autor)	73
Gráfico 8 – Velocidade quadraticamente variada de um certo corpo em função do tempo (elaborado pelo autor)	75
Gráfico 9 – Velocidade variada de um certo corpo em função do tempo, com retângulos de base 2 e altura dada pelo valor da função no início do intervalo (elaborado pelo autor) ..	76
Gráfico 10 – Velocidade variada de um certo corpo em função do tempo, com retângulos de base 2 e altura dada pelo valor da função no fim do intervalo (elaborado pelo autor) ..	77
Gráfico 11 – Velocidade variada de um certo corpo em função do tempo, com retângulos de base 1 e altura dada pelo valor da função no início do intervalo (elaborado pelo autor) ..	78
Gráfico 12 – Velocidade variada de um certo corpo em função do tempo, com retângulos de base 1 e altura dada pelo valor da função no início do intervalo, com grade (elaborado pelo autor).....	79
Gráfico 13 – Variação da demanda de petróleo em certo país, dada em bilhões de barris por ano, em função do tempo, dado em anos (elaborado pelo autor).....	83
Gráfico 14 – Velocidade quadraticamente variada de um certo corpo em função do tempo com região retangular auxiliar à integração de Monte Carlo (elaborado pelo autor)	85

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 – Gráficos de funções “Gabriela” e “Raul Seixas”, adaptados de Machado (2008)71
- Figura 2 – Gráfico da velocidade de uma certa partícula em função do tempo, em exemplo reproduzido de Brasil (2017)..... 80

LISTA DE SIGLAS

CIEM	Comissão Internacional para o Ensino de Matemática
Enem	Exame Nacional do Ensino Médio
PCN+	Orientações Educacionais Complementares aos PCNEM
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
1.1	Apresentação e delimitação do tema.....	14
1.2	Objetivos da pesquisa.....	18
2	REFERENCIAIS TEÓRICOS.....	19
2.1	Ensino de Cálculo na história.....	19
2.2	Rupturas da disciplinaridade.....	22
2.3	Interdisciplinaridade para a Educação Matemática.....	26
3	FUNDAMENTAÇÃO EPISTEMOLÓGICA.....	34
3.1	O atual estado de coisas no ensino de Cálculo.....	34
3.2	Epistemologia do Cálculo e da Álgebra.....	37
3.3	Fundamentações adicionais.....	43
4	DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA.....	46
4.1	Prolegômenos de funções e geometria.....	47
4.1.1	Justificando a proposta.....	47
4.1.2	Apresentando funções de primeiro grau.....	49
4.1.3	Avançando em funções de primeiro grau.....	51
4.1.4	Apresentando funções de segundo grau.....	54
4.2	Cálculo Diferencial.....	56
4.2.1	Justificando a proposta.....	56
4.2.2	Explorando contextos com funções de primeiro e segundo graus.....	58
4.2.3	Apresentando e explorando funções exponenciais e logarítmicas.....	62
4.2.4	Explorando contextos com outros tipos de funções.....	67
4.3	Áreas e Cálculo Integral.....	69
4.3.1	Justificando a proposta.....	69
4.3.2	Revisitando os contextos trabalhados anteriormente.....	72
4.3.3	Ampliando e encerrando o assunto.....	82
5.	CONCLUSÕES.....	86
	REFERÊNCIAS.....	88

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação e delimitação do tema

O Cálculo Diferencial e Integral é uma das áreas de estudo de maior relevância no campo da Matemática, especialmente por suas diversas aplicações em outros campos do conhecimento, como as Ciências, as Engenharias e a Estatística. Dada a importância tão ampla do Cálculo, seu ensino vem sendo objeto de pesquisas em todo o mundo. Muitas dessas investigações apresentam como justificativa de sua realização o fato de serem observadas às altas taxas de reprovação e baixas médias de aproveitamento e rendimento acadêmico nas disciplinas acadêmicas de cursos de nível superior que têm o Cálculo entre os seus conteúdos, levando a altas taxas de evasão nesses cursos. Esta conclusão é corroborada por diversos estudos, de todo o mundo, citados por Pyzdrowski e colaboradores (2013). O problema assume contornos ainda mais graves quando nos damos conta da necessidade de recrutamento e de retenção de estudantes em cursos e profissões que exigem domínio das ferramentas matemáticas. Trata-se de uma urgência não apenas brasileira – há, no país, uma carência de profissionais de Engenharia, de Ciências, de Computação (BRITO, 2013) –, mas mundial (NAE, 2005).

Para Pyzdrowski e colaboradores (2013), em conclusão compartilhada com inúmeros estudiosos da área e frequentemente encontrada na literatura, sem um bom domínio das ferramentas típicas dos cursos secundários de Matemática, não é possível avançar no estudo universitário. Segundo aqueles autores, é essa deficiência na formação básica que implica em altas taxas de evasão e aumento da duração média dos cursos na educação superior. Destaca-se o fato de que aqueles autores não estão defendendo a introdução do Cálculo na educação secundária, mas sim que as ferramentas que lhe servem de alicerce sejam mais bem trabalhadas, para que efetivamente sirvam como preparação para estudos posteriores.

Nisto, Pyzdrowski e colaboradores (2013) divergem de vários outros autores (OLIVEIRA, 2010; BRITO, 2013; PEREIRA, 2009; SANTOS, 2012; MOTA, 2014): estes últimos, muitos deles em dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, defendem, de formas diversas, a abordagem do Cálculo na educação secundária. Na presente dissertação, nós também faremos uma defesa da introdução de elementos do Cálculo

no Ensino Médio, mas de forma que contrasta com os autores citados, como se verá mais adiante e de forma mais clara. Nossa proposta encontra algum eco nas concepções de Ávila (1991, 1994, 2006a, 2006b), para quem o Cálculo é uma espécie de tema integrador, ao permitir o diálogo entre conteúdos que já pertencem ao nível secundário, como Álgebra e Geometria Analítica, e possibilitando a interdisciplinaridade – o exemplo daquele autor é a Cinemática. Spina (2002) também cita autores que têm ideias semelhantes às de Ávila quanto ao papel unificador do Cálculo em relação a várias áreas da Matemática. Por outro lado, nossa proposta também contrasta com muitas das existentes na literatura ao avançar ao Cálculo Integral, algo que nenhum livro do Ensino Médio atual, dentre aqueles que abordam Cálculo Diferencial e noções de limites, faz (SANTOS, 2012).

Acrescenta-se que, por vislumbrar ainda menos formalismos que a abordagem de Ávila, a nossa proposta acaba não seguindo a tradicional sequência de Cauchy-Weierstrass, de “limite-continuidade-derivada-integral”, que, para Rezende (2003), pode ser uma sequência apropriada para cursos de Análise, mas não necessariamente para cursos de princípios e aplicações do Cálculo. Não chega a ser tão ousada quanto a de Machado (2008), de iniciar pela integral, mas, como na proposta deste especialista, em nossa sugestão, limites e continuidade são preteridos em um primeiro momento. Por fim, em concordância com Ávila (1991) e Duclos (1992), entre tantos outros, trata de proporcionalidades e funções afins na solução de problemas como subsídio a um estudo mais amplo sobre funções, ou seja, partindo do particular e do concreto para o geral e para o abstrato.

Uma vez que o Cálculo, para a maioria dos estudantes, servirá de ferramenta, e não de objeto de estudo em si ou de estudo propedêutico, a interdisciplinaridade como forma de abordar o Cálculo, tal como para Ávila (1991, 1994, 2006a, 2006b), não nos parece mera opção de caminho, mas rota obrigatória. E, se, como já indicamos, tantos estudos internacionais apontam que o problema se encontra na abordagem da Matemática na educação secundária, a responsabilidade recai sobre professores, gestores, livros, currículos, formadores de professores, universidades, enfim, sobre toda a noosfera (CHEVALLARD, 2013). Em outras palavras, pensar soluções é dever de todos.

Reforçamos, portanto, que a responsabilidade, a nosso ver, não é exclusiva de cursos, currículos e professores de Matemática. Afinal, se a interdisciplinaridade é caminho obrigatório, outras disciplinas do Ensino Médio também deveriam integrar de forma adequada a Matemática e não o fazem. Por exemplo: livros de Química e de Física do Ensino

Médio brasileiro possuem uma maioria de gráficos expositivos, e não explicativos. Em outras palavras, é frequente que os gráficos não atendam aos fins ou objetivos que deles se esperam: o de explicar, de forma integrada ao texto, a dinâmica de um fenômeno natural de uma forma que seria difícil ou impossível fazer simplesmente por palavras, números ou fórmulas (NASS, 2008; PERDIGÃO-NASS; IPOLITO, 2009).

Por outro lado, 72% dos gráficos constantes dos capítulos de Cinemática em livros selecionados de Física do Ensino Médio cruzam informações da dependência da posição com o tempo e da velocidade com o tempo (PERDIGÃO-NASS; IPOLITO, 2009). Em Cinética Química, também há tal correlação, ainda que em menor grau (NASS, 2008). Identifica-se, aí, um grande indício de que o estudo de ambos os conteúdos, entre tantos outros, possa ser integrado a estudos de Matemática de Ensino Médio, como uma forma de familiarizar o estudante com conhecimentos necessários para um entendimento adequado do Cálculo Diferencial e Integral.

Outro indício de que estes estudos podem ser integrados é a tentativa, tanto dos autores dos livros de Física quanto de alguns dos autores de livros de Química, de utilizar as implicações geométricas, em gráficos cartesianos, do Cálculo Diferencial e Integral, como nas inclinações de tangentes e nas áreas sob curvas. A tentativa parece ser a de mostrar ao aluno a relação que se estabelece entre os dois gráficos mais frequentes nos capítulos de Cinemática e de Cinética Química dessas obras (posição física ou concentração química em função do tempo, e velocidade física ou química em função do tempo) (NASS, 2008; PERDIGÃO-NASS; IPOLITO, 2009).

Como professor de um centro de estudos especializado em Matemática, Física e Química para o Ensino Médio na década de 2000, tive a oportunidade de trabalhar de maneira próxima, individualizada, com um expressivo número de alunos, tanto nos conteúdos de Cinemática quanto nos de Cinética Química. Neste contato, foi possível ter uma significativa percepção de que os professores do Ensino Médio regular, tanto os de Física quanto os de Química, têm dificuldades no momento de trabalhar o conteúdo de forma interdisciplinar, de forma que os alunos acabam refletindo esta forma restritiva e estanque de trabalhar com os conhecimentos, não fazendo a inter-relação com os conteúdos das diversas disciplinas. Por outro lado, também pude concluir que, quando apresentados a formas de trabalho que evitam a memorização de fórmulas e que têm na lógica e na

interdisciplinaridade os seus alicerces, os alunos se mostram mais atentos e mais receptivos (PERDIGÃO-NASS, 2008).

Diante deste quadro, é possível pensar que a elaboração de uma proposta educacional que contemple as demandas de aprendizagem dos alunos, com sequência didática e seleção de conteúdos e ênfases pensada em concordância com estas demandas, representa uma ação que pode contribuir de forma concreta para a melhoria da Educação Matemática no Brasil. Nossos trabalhos anteriores sugerem que é possível fazer contribuições a esse campo, visando a algo que satisfaça mais completamente às expectativas e necessidades dos estudantes secundaristas. Como consequências esperadas, vemos o impacto positivo no aproveitamento das disciplinas de Cálculo no nível superior e também na habilidade de egressos do Ensino Médio na interação com gráficos, seja no trabalho ou no cotidiano.

Justifica-se, assim, o presente trabalho, ao propor abordagens adicionais no estudo de Álgebra e Funções, ou mesmo de Geometria Plana, no Ensino Médio, de forma a familiarizar o estudante com noções do Cálculo Diferencial e Integral, resgatando da literatura trabalhos e conceitos que fundamentem a referida proposta. Acreditamos que já haja muitos trabalhos que identificam o problema com qualidade, embora poucos sugiram uma solução factível ou, se executável, que foque o processo de aprendizagem dentro da escola básica. Ao buscar integrar as conclusões dos diversos trabalhos e aplicar o nosso conhecimento em ensino de Ciências e Matemática, enxergamos oferecer algo com certo grau de ineditismo, que pode vir a ser um alicerce para novas propostas. Por fim, este trabalho também se coloca como uma forma de alimentar a discussão sobre uma eventual reforma do ensino de Cálculo e de Matemática no Brasil, com reflexos tanto no Ensino Médio quanto no Superior.

Neste capítulo 1, portanto, apresentamos o tema, justificamos sua escolha e, logo a seguir, definimos os objetivos do trabalho. O capítulo 2 é dedicado à apresentação dos referenciais teóricos a subsidiar o trabalho, com especial ênfase na interdisciplinaridade. O capítulo 3 traz fundamentações da proposta em si, principalmente de ordem epistemológica, sendo a maioria desses argumentos oriundos de outras pesquisas sobre o ensino de Cálculo. É no capítulo 4 que se concentra a construção de nossa proposta, permeada por justificativas e fundamentações. Para os leitores que buscam informações práticas e diretas sobre a proposta que aqui apresentamos, trata-se do capítulo principal para leitura. Por fim, há uma conclusão ponderada no capítulo 5.

1.2 Objetivos da pesquisa

O objetivo principal do presente trabalho é o de construir, com o necessário subsídio teórico, uma proposta de abordagem de noções e princípios do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio brasileiro, visando a atender tanto as necessidades do estudante que encerra seu ciclo educacional no secundário, dirigindo-se diretamente ao mercado de trabalho, quanto as necessidades do estudante que segue seus estudos em nível superior. Ressalta-se, portanto, que este trabalho não representa uma defesa da (re)introdução do Cálculo Diferencial e Integral na educação secundária brasileira, mas de intensificar os estudos de números reais, funções e geometria plana, exatamente no contexto típico do Cálculo, exibindo uma proposta de sequência didática e uma seleção de conteúdos, sempre com justificativa na literatura.

A evidente possibilidade de aplicação da pesquisa para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem de Matemática, especialmente em seu aspecto interdisciplinar, foi o principal fator a nortear a composição deste projeto. Esperamos, então, que, com esta nossa pesquisa, possamos proporcionar a docentes do Ensino Médio brasileiro, sejam da disciplina de Matemática ou de qualquer outra, uma abordagem diferenciada sobre noções e princípios do Cálculo Diferencial e Integral, de forma a fazer com que os alunos passem a ser capazes de resolver uma quantidade mais expressiva de problemas, especialmente aqueles que tenham aplicação na vida cotidiana. Também esperamos contribuir, ainda que não de forma explícita, com critérios que auxiliem os professores na adoção de outros recursos didáticos, na elaboração de uma avaliação, ou em outra atividade qualquer em sala de aula. Ou seja, esperamos influenciar positivamente ações docentes no universo da sala de aula.

Da mesma forma, a partir do uso que professores possam fazer de nossa proposta, esperamos que os estudantes possam usufruir da Matemática de uma forma mais ampla, avançando, por exemplo, na possibilidade de fazerem modelagem matemática de problemas reais de forma mais eficiente e eficaz. Em outras palavras, esperamos que os estudantes avancem na apropriação da Matemática como ferramenta efetiva na solução de problemas do cotidiano e do mundo do trabalho.

5. CONCLUSÕES

Todas as experiências que tivemos como alunos de Cálculo Diferencial e Integral, inclusive a deste mestrado profissional, sugeriam a necessidade de um trabalho a questionar as bases em que se assenta o ensino de Cálculo no Brasil e a propor soluções eficazes. Um levantamento bibliográfico preliminar já foi suficiente para perceber uma enorme quantidade de documentos que se propunham a esquadrihar e buscar soluções para um ensino que possui objetivos muito distantes dos necessários. Mais especificamente, há inúmeras sugestões de reintrodução do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio.

Entretanto, como pudemos mostrar, muitos desses textos não mostram ter compreendido o problema, de modo que justificam mal a sua busca e não propõem saídas factíveis. Raros são os autores que se limitam a fazer uso da formalização e dos conteúdos já presentes no Ensino Médio. A maioria pede mais conteúdo de Álgebra para que haja um eficaz aproveitamento por parte dos alunos. Alegar que o curso de Cálculo possui alta taxa de reprovação e propor a antecipação de elementos de Cálculo para o Ensino Médio, sem uma reflexão substantiva sobre a fundamentação desse ensino tecnicista, seja histórica, seja epistemológica, foi a situação mais comum.

Como Pereira (2009) também afirma na conclusão de seu trabalho, a prevalência da técnica sobre o significado no ensino de Matemática leva à equivocada conclusão de que o baixo desempenho dos egressos do nosso secundário em testes nacionais e internacionais, bem como os altos índices de reprovação em disciplinas matemáticas na educação superior brasileira, se devem à habilidade reduzida dos estudantes em realizar procedimentos algébricos. Se fosse esse o problema, as disciplinas de Pré-Cálculo já o teriam resolvido, pois, em geral, a ênfase desses cursos é exatamente o desenvolvimento de tal habilidade.

Além disso, muitas das propostas de reformas do ensino de Cálculo a que tivemos acesso, em realidade, não o reformam, pois insistem em ter como foco o ensino das regras para obtenção das funções derivadas e primitivas de funções comuns, como as polinomiais e as trigonométricas, mantendo a sequência de Cauchy-Weierstrass. Até mesmo propostas que introduzem a ludicidade e o trabalho colaborativo no ensino de Cálculo o fazem sem mexer no essencial: propõem-se jogos de memorização de regras de derivação e integração e novas dinâmicas de colaboração entre alunos, mas não se questionam as sequências didáticas e as prioridades inadequadas à formação de profissionais não matemáticos, como engenheiros.

Nossa proposta trabalha com conteúdos que já estão previstos no currículo da Matemática de Ensino Médio. Buscamos inserir noções elementares de Cálculo Diferencial e Integral de forma orgânica, ao longo do estudo de funções, deixando a formalização em posição secundária. Questionamos a pertinência das prioridades das sequências didáticas mais comuns. No ensino secundário, inclusive fundamentados em documentos oficiais, rejeitamos o rigor com que se faz a apresentação do conceito de funções e a necessidade de definição de conceitos que, muitas vezes, nunca são aplicados. Na educação superior, desaprovamos as prioridades atuais na abordagem do Cálculo, cujo ensino no Brasil tem raízes na Análise Matemática, o que significa rejeição à sequência histórica de desenvolvimento do Cálculo e priorização de definições formais em detrimento da apresentação do Cálculo como poderosa ferramenta, plena de possíveis aplicações nas mais diversas áreas.

Nossa sugestão coloca como central a construção de gráficos e a obtenção de informações a partir deles, informações que o aluno de Ensino Médio não teria como saber que são facilmente obtidas do gráfico sem conhecer os fundamentos do Cálculo Diferencial e Integral. De fato, o objetivo do Cálculo no Ensino Médio nunca poderia ser o de aumentar a quantidade de memorização de informações que, em geral, são de aplicação restrita. Uma vez que o perfil do aluno desse nível de ensino é bastante diverso, é preciso pensar nas diversas aplicações cotidianas da Matemática de Ensino Médio. E isso, como esperamos ter mostrado, as noções e os fundamentos do Cálculo Diferencial e Integral têm de sobra.

Sabemos o quanto é difícil mudar uma cultura negativa tão arraigada no ensino de Matemática no Brasil. Trata-se de um pensamento, raras vezes escrito, mas frequentemente verbalizado, que busca desdenhar das intenções de ampliar a interdisciplinaridade em Matemática no Brasil e critica os avanços ocorridos em países cuja educação matemática mostra resultados superiores à nossa em avaliações internacionais. O referido pensamento cria entendimentos universais a partir de leituras pessoais de mundo, sem qualquer base na literatura especializada, em especial a da comunidade internacional de pesquisadores em educação matemática.

Ainda assim, temos a esperança de que o presente trabalho possa representar mais um pequeno tijolo na construção de uma Matemática mais útil e mais universal no Ensino Médio. Afinal, só podemos esperar que a educação básica seja mais eficaz se readequarmos suas prioridades. A educação básica precisa ser básica. É o que este trabalho buscou mostrar.

REFERÊNCIAS*

ALVAREZ, Tana Giannasi. **A Matemática da reforma Francisco Campos em ação no cotidiano escolar**. 2004. 257 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

ÁVILA, Geraldo. O ensino de cálculo no 2º grau. **Revista do Professor de Matemática**, n.18, p.1-9, 1991.

_____. **Introdução às funções e à derivada**. São Paulo: Atual, 1994.

_____. O ensino do Cálculo e da Análise. **Matemática Universitária**, n.33, p.83-95, dez.2002.

_____. Se eu fosse professor de Matemática. **Revista do Professor de Matemática**, n.54, p.2-11, 2004.

_____. Limites e derivadas no ensino médio? **Revista do Professor de Matemática**, n.60, p.30-38, 2006a.

_____. Derivadas e Cinemática. **Revista do Professor de Matemática**, n.61, p.25-30, 2006b.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 24., 2001, Caxambu, MG. **Anais...** Rio de Janeiro: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2001. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf>. Acesso em: 1 abr.2017.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2009.

BOROWIK, Alexandre; KATZ, Mikhail G. Who gave you the Cauchy–Weierstrass tale? The dual history of rigorous Calculus. **Foundations of Science**, v.17, n.3, p.245-276, ago.2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 1999a. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 1 abr.2017.

* De acordo com:

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023**: informação e documentação: referências: elaboração. Rio de Janeiro, 2002.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Bases Legais. Brasília: MEC/Semtec, 1999b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em: 1 abr.2017.

_____. Ministério da Educação. **PCN+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Semtec/MEC, 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 1 abr.2017.

_____. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2015: matemática: ensino médio. Brasília: Ministério da Educação, 2014.

_____. Universidade de Brasília. Departamento de Matemática. Cálculo 1. **Lista de Aplicações**: semana 12. Brasília: Universidade de Brasília, 2017.

BRITO, Janylson Claydson Silva. **O Cálculo Diferencial e Integral como ferramenta interdisciplinar no Ensino Médio**. 2013. 53 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2013.

CHASSOT, Attico. Do rigor cartesiano disciplinar à indisciplinaridade feyerabendiana. **Química Nova na Escola**, v.38, n.2, p.127-132, maio 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5935/0104-8899.20160017>>. Acesso em: 22 fev.2017.

CHEVALLARD, Yves. Sobre a teoria da transposição didática: algumas considerações introdutórias. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v.3, n.2, p.1-14, maio/ago.2013. Disponível em: <<http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/2338/1111>>. Acesso em: 22 fev.2017.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, v.31, n.1, p.99-120, jan./abr.2005.

DELIZOICOV Neto, Demétrio. **Concepção problematizadora para o ensino de ciências na educação formal**: relato e análise de uma prática educacional na Guiné-Bissau. 1982. 227 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências). Instituto de Física e Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1982.

DRUCKER, Peter. **Sociedade pós-capitalista**. São Paulo: Pioneira, 1997.

DUCLOS, Robert Costallat. Cálculo do 2º grau. **Revista do Professor de Matemática**, n.20, p.26-30, 1992.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. Reflexões metodológicas sobre a tese: “Interdisciplinaridade – um projeto em parceria”. In: _____. **Metodologia da pesquisa educacional**. 9.ed. São Paulo: Cortez, 2004.

FIEDLER-FERRARA, Nelson; MATTOS, Cristiano Rodrigues de. Seleção e organização de conteúdos escolares: recortes na pandisciplinaridade. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 8., 2002, Águas de Lindóia, SP. **Atas...** Águas de Lindóia, SP:

Sociedade Brasileira de Física, 2002. Disponível em: <http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/epef/viii/PDFs/CO81_2.pdf>. Acesso em: 1 abr.2017.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005a.

GERMANO, José Willington. As quarenta horas de Angicos. **Educação & Sociedade**, Campinas, v.18, n.59, p.389-393, ago.1997.

GODOY, Elenilton Vieira. **Currículo, cultura e educação matemática: uma aproximação possível?** Campinas: Papirus, 2015.

HOFFMANN, Laurence D.; BRADLEY, Gerald L.; SOBECKI, David; PRICE, Michael. **Applied Calculus for Business, Economics, and the Social and Life Sciences: expanded edition**. 11th ed. New York: McGraw-Hill, 2013.

HOFFMANN, Laurence D.; ORKIN, Michael. **Mathematics with applications**. New York: McGraw-Hill, 1979.

KUHN, Thomas S. **The Structure of Scientific Revolutions: 50th Anniversary Edition**. Chicago: UCP, 2012.

LANDAU, David P.; BINDER, Kurt. **A guide to Monte Carlo simulations in Statistical Physics**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003.

LIMA, Gabriel Loureiro de; SILVA, Benedito Antonio da. Inicialmente Cálculo ou diretamente Análise? O caso do curso de Matemática da USP. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife: Comitê Interamericano de Educação Matemática, 2011. Disponível em: <http://ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/333/88>. Acesso em: 1 abr.2017.

LÜCK, Heloísa. **Pedagogia interdisciplinar: fundamentos teórico-metodológicos**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

MACHADO, Nílson José. Cálculo Diferencial na Escola Básica: possível e necessário. **Seminários de Ensino de Matemática**, p.1-11, 1.sem.2008. Disponível em: <<http://www.nilsonjosemachado.net/sema20080311.pdf>>. Acesso em: 15 fev.2017.

_____. Ensino de matemática: das concepções às ações docentes. In: ARANTES, Valéria Amorim (org.). **Ensino de Matemática: pontos e contrapontos**. São Paulo: Summus, 2014.

MENEZES, Luís Carlos de. **Aprender com o imponderável**. Canal TEDx Talks. 28 ago.2010. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=Lbp0tqgQR-s>>. Acesso em: 8 jun.2017.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MORAES, Maria Candida Borges de. **O paradigma educacional emergente**. Campinas: Papirus, 2002.

MOTA, Janaina Oliveira. **Derivadas no Ensino Médio**: reflexões e propostas. 2014. 37 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de Sergipe, Aracaju, 2014.

NAE. National Academy of Engineering. **Educating the engineer of 2020**: Adapting engineering education to the new century. Washington, DC, EUA: National Academies Press, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.17226/11338>>. Acesso em: 2 fev.2017.

NASS, Daniel Perdigão. **Gráficos como representações visuais relevantes no processo ensino-aprendizagem**: uma análise de livros didáticos de Química do Ensino Médio. 2008. 237 f. Dissertação (Mestrado em Química Analítica). Instituto de Química de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

OLIVEIRA, Fernando Rodrigues de. **Uma proposta para o ensino de noções de Cálculo no Ensino Médio**. 2010. 58 f. Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

PASSOS, Ivan Carlin. **A interdisciplinaridade no ensino e na pesquisa contábil**: um estudo do município de São Paulo. 2004. 165 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

PERDIGÃO-NASS, Daniel. Uso de fatores de conversão no ensino de Cálculos Químicos para o nível médio: o desenvolvimento e a opinião dos alunos. In: Encontro Nacional de Ensino de Química, 14., 2008, Curitiba, PR. **Anais...** Curitiba, PR: Sociedade Brasileira de Química, 2008.

_____. Cálculo Diferencial e Integral na visão de atuais e futuros professores de exatas. In: SIMPÓSIO NACIONAL DA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA, 1., 2013, Brasília, DF. **Anais...** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.

PERDIGÃO-NASS, Daniel; IPOLITO, Michelle Zampieri. Representações visuais em livros didáticos de Física para o Ensino Médio: analisando gráficos cartesianos de Cinemática. In: Simpósio Nacional de Ensino de Física, 18., 2009, Vitória, ES. **Anais...** Vitória, ES: Editora da Universidade Federal do Espírito Santo, 2009.

PEREIRA, Vinicius Mendes Couto. **Cálculo no Ensino Médio**: uma proposta para o problema da variabilidade. 2009. 171 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

PERNAMBUCO, Marta Maria Castanho Almeida. **Educação e escola como movimento**: do ensino de ciências à transformação da escola pública. 1994. 156 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.

PYZDROWSKI, Laura J.; SUN, Ye; CURTIS, Reagan; MILLER, David; WINN, Gary; HENSEL, Robin A.M. Readiness and attitudes as indicators for success in college Calculus. **International Journal of Science and Mathematics Education**, n.11, p.529-554, 2013.

RAAD, Marcos Ribeiro. **História do ensino de Cálculo Diferencial e Integral**: a existência de uma cultura. 2012. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

REIS, Júlio Paulo Cabral dos; LAUDARES, João Bosco; MIRANDA, Dimas Felipe de. A criação de um objeto de aprendizagem para resolver problemas de fenômenos físicos com taxas relacionadas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.15, n.3, p.750-774, 2013.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de Cálculo**: dificuldades de natureza epistemológica. 2003. 449 f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SANTOS, Marcelo de Sousa. **Um estudo sobre a introdução de conceitos de Cálculo no Ensino Médio**. 2012. 92 f. Monografia (Licenciatura em Matemática). Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SOARES, Flávia dos Santos; DASSIE, Bruno Alves; ROCHA, José Lourenço da. Ensino de Matemática no século XX – da reforma Francisco Campos à Matemática Moderna. **Horizontes**, Bragança Paulista, v.22, n.1, p.7-15, jan./jun.2004.

SODRÉ, Fernanda Cavaliere Ribeiro; MATTOS, Cristiano Rodrigues de. Abordagem de livros didáticos sobre a relação entre Física e Nutrição. In: Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, 10., 2006, Londrina. **Atas...** Londrina, PR: Sociedade Brasileira de Física, 2007. Disponível em: <<http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/epef/x/sys/resumos/t0136-1.pdf>>. Acesso em: 1 abr.2017.

SOUZA, Giseli Martins de. **Felix Klein e Euclides Roxo**: debates sobre o ensino da matemática no começo do século XX. 2010. 72 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

SPINA, Catharina de Oliveira Corcoll. **Modelagem matemática no processo ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral para o Ensino Médio**. 2002. 162 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

TEDESCHI, Wania. A curiosidade epistemológica e atividade de ensino: experiências com o Cálculo na formação de professores. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem>. Acesso em: 17 jul.2013.

TELES, Elizabeth J. Calculus Reform: what was happening before 1986? **Primus: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies**, v.2, n.3, p.224-234, 1992. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/10511979208965665>>. Acesso em: 1 abr.2017.

THIESEN, Juarez da Silva. A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. **Revista Brasileira de Educação**, v.13, n.39, p.545-554, set./dez.2008.

TOMAS, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.