

**Avaliação e Minimização Numérica do  
Desequilíbrio de Tensão: Estimativa por  
Análise de Sensibilidade Incremental e  
Soluções Analíticas**

**Diogo Caetano Garcia**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**AVALIAÇÃO E MINIMIZAÇÃO NUMÉRICA DO  
DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO: ESTIMATIVA POR  
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE INCREMENTAL E  
SOLUÇÕES ANALÍTICAS**

**DIOGO CAETANO GARCIA**

**ORIENTADOR: FRANCISO ASSIS DE OLIVEIRA NASCIMENTO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PUBLICAÇÃO: PPGENE.DM-319/07**

**BRASÍLIA/DF: DEZEMBRO - 2007**

## FICHA CATALOGRÁFICA

GARCIA, DIOGO CAETANO

Avaliação e Minimização Numérica do Desequilíbrio de Tensão: Estimativa por Análise de Sensibilidade Incremental e Soluções Analíticas [Distrito Federal] 2007.

xiv, 82p., 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Elétrica

1. Qualidade de energia

2. Desequilíbrio de tensão

3. Análise do Desequilíbrio de Tensão

4. Correção do Desequilíbrio de Tensão

I. ENE/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

GARCIA, D. C. (2007). Avaliação e Minimização Numérica do Desequilíbrio de Tensão: Estimativa por Análise de Sensibilidade Incremental e Soluções Analíticas. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGENE.DM-319/07, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 82p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Diogo Caetano Garcia.

TÍTULO: Avaliação e Minimização Numérica do Desequilíbrio de Tensão: Estimativa por Análise de Sensibilidade Incremental e Soluções Analíticas.

GRAU: Mestre

ANO: 2007

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Diogo Caetano Garcia  
SHIS QI 16 conjunto 01 casa 18, Lago Sul.  
71640-210 Brasília – DF – Brasil.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à minha família, especialmente meus pais, por todo o apoio e fé nas minhas capacidades.

Agradeço aos meus amigos de faculdade, de colégio, do laboratório GPDS e do trabalho pela força, pela companhia e pela distração mais do que necessária.

Agradeço aos professores Francisco Assis de Oliveira Nascimento e Anésio de Leles Ferreira Filho pela oportunidade oferecida, por guiarem os trabalhos sempre da melhor forma possível, pela dedicação, pelos constantes incentivos para buscarmos melhores soluções e pelo companheirismo.

## **RESUMO**

### **AVALIAÇÃO E MINIMIZAÇÃO NUMÉRICA DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO: ESTIMATIVA POR ANÁLISE DE SENSIBILIDADE INCREMENTAL E SOLUÇÕES ANALÍTICAS**

**Autor: Diogo Caetano Garcia**

**Orientador: Francisco Assis de Oliveira Nascimento**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica**

**Brasília, dezembro de 2007**

O desequilíbrio de tensão é um dos parâmetros analisados com respeito à qualidade de energia, representando a diferença entre os módulos das tensões de um sistema elétrico trifásico e a defasagem angular das mesmas. Procura-se sempre trabalhar com tensões cossenoidais com módulos idênticos e defasagem angular de  $120^\circ$  elétricos entre elas, mas na prática, sempre existe um desvio desta situação ideal, devido a características como a má distribuição de cargas monofásicas e a presença de transformadores, linhas de transmissão e bancos de capacitores com diferença de construção entre as fases. Estas diferenças causam perdas tanto para o consumidor como para a concessionária, como a redução no rendimento de motores de indução trifásicos, por exemplo.

A fim de determinar a influência dos parâmetros da rede (os módulos e ângulos das três fases) sobre o desequilíbrio de tensão e os valores necessários para reduzir ou até eliminar o mesmo, o presente trabalho desenvolve e apresenta dois métodos de análise. A influência de cada parâmetro é determinada através de cálculos de sensibilidade incremental, e as alterações necessárias para a redução são calculadas por soluções analíticas. O índice de quantificação do desequilíbrio considerado é o das componentes simétricas. Os métodos desenvolvidos foram implementados computacionalmente, e sua validade foi testada para uma série de situações de desequilíbrio.

## **ABSTRACT**

### **VOLTAGE UNBALANCE NUMERICAL EVALUATION AND MINIMIZATION: ESTIMATION BY INCREMENTAL SENSITIVITY ANALYSIS AND ANALYTICAL SOLUTIONS**

**Author: Diogo Caetano Garcia**

**Supervisor: Francisco Assis de Oliveira Nascimento**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica**

**Brasília, december of 2007**

Voltage unbalance is one of the parameters analysed in power quality studies, representing the difference between the magnitudes of the voltages of a tri-phase electrical system, and the phase shift between these. It is desirable to have sinusoidal voltages with identical magnitudes and 120 electrical degrees phase shift between them, but in practice, there is always a deviation from this ideal case, due to characteristics such as bad distribution of single-phase loads and the presence of transformers, transmission lines e capacitor banks with assembly differences between phases. These differences cause losses both to the consumer and to the energy supplier, such as reduced efficiency of tri-phase induction motors.

In order to determine the influence of the network's parameters (magnitudes and phase shifts of the three phases) on voltage unbalance, and the values required to reduce or even eliminate it, the present work develops and presents two analysis methods. The influence of each parameter is determined through incremental sensitivity calculations, and the changes needed for reduction are calculated by analytical solutions. The quantification index considered is the symmetrical components method. All methods developed were implemented in *software*, and their validity was tested for a series of unbalance situations.

## SUMÁRIO

<b>1 – INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 – ASPECTOS GERAIS.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 – ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....</b>	<b>3</b>
<b>2 – DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO: DEFINIÇÕES .....</b>	<b>5</b>
<b>2.1 – CONCEITOS BÁSICOS.....</b>	<b>5</b>
<b>2.2 – QUANTIFICAÇÃO DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO .....</b>	<b>6</b>
2.2.1 – Método NEMA .....	6
2.2.2 – Método IEEE .....	6
2.2.3 – Método das componentes simétricas.....	7
2.2.4 – Método CIGRÉ .....	10
<b>2.3 – PRINCIPAIS CAUSAS E EFEITOS DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO ..</b>	<b>10</b>
<b>2.4 – NORMAS .....</b>	<b>11</b>
2.4.1 – IEC .....	12
2.4.2 – CENELEC.....	12
2.4.3 – NRS 048 .....	13
2.4.4 – ANSI.....	13
2.4.5 – Documentos brasileiros .....	13
<b>2.5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>14</b>
<b>3 – METODOLOGIA PARA MINIMIZAÇÃO DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO .....</b>	<b>15</b>
<b>3.1 – SENSIBILIDADE.....</b>	<b>15</b>
3.1.1 – Definição de sensibilidade.....	15
3.1.2 – Funções de sensibilidade absoluta e relativa.....	17
3.1.3 - Cálculo das sensibilidades do fator <b>K</b> e das componentes de seqüência ....	17
3.1.3.1 - Desenvolvimento das equações de sensibilidade relativa do fator <b>K</b> .....	19
3.1.3.2 - Desenvolvimento das equações de sensibilidade relativa das componentes de seqüência.....	20

<b>3.2 – CORREÇÃO DO FATOR K: SOLUÇÕES ANALÍTICAS .....</b>	<b>20</b>
<b>3.2.1 – Correção do fator K pela variação de cada parâmetro da rede em separado.....</b>	<b>21</b>
3.2.1.1 - Correção do fator K pela variação de cada módulo das fases em separado .....	22
3.2.1.2 - Correção do fator K pela variação de cada ângulo das fases em separado	24
<b>3.2.2 – Correção do fator K pela variação dos três módulos das tensões da rede</b>	<b>27</b>
<b>3.2.3 – Correção do fator K pela variação de dois módulos das tensões da rede..</b>	<b>30</b>
<b>3.3 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>32</b>
<b>4 – DESCRIÇÃO DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL .....</b>	<b>33</b>
<b>4.1 – ESTRUTURA GERAL .....</b>	<b>33</b>
<b>4.2 – MÓDULOS DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL .....</b>	<b>35</b>
4.2.1 – Seleção da situação de desequilíbrio .....	35
4.2.2 – Análises de sensibilidade e de correção do fator K .....	38
<b>4.3 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>43</b>
<b>5 – RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS .....</b>	<b>44</b>
<b>5.1 – PRIMEIRO CASO: UM MÓDULO DESEQUILIBRADO .....</b>	<b>44</b>
<b>5.2 – SEGUNDO CASO: TRÊS MÓDULOS DESEQUILIBRADOS.....</b>	<b>49</b>
<b>5.3 – TERCEIRO CASO: UM ÂNGULO DESEQUILIBRADO .....</b>	<b>53</b>
<b>5.4 – QUARTO CASO: DOIS ÂNGULOS DESEQUILIBRADOS.....</b>	<b>58</b>
<b>5.5 – QUINTO CASO: TRÊS MÓDULOS E DOIS ÂNGULOS DESEQUILIBRADOS .....</b>	<b>62</b>
<b>5.6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>66</b>
<b>6 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>68</b>
<b>6.1 – CONCLUSÕES GERAIS .....</b>	<b>68</b>
<b>6.2 – RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS .....</b>	<b>70</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>71</b>

<b>APÊNDICES .....</b>	<b>73</b>
<b>A – EQUAÇÕES DE SENSIBILIDADE DOS MÓDULOS DAS SEQÜÊNCIAS POSITIVA E NEGATIVA AO QUADRADO .....</b>	<b>74</b>
<b>B – CORREÇÃO DO FATOR K PELA VARIAÇÃO DOS MÓDULOS DAS FASES B E C .....</b>	<b>77</b>
<b>C – CORREÇÃO DO FATOR K PELA VARIAÇÃO DO ÂNGULO DA FASE C</b>	<b>80</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio no módulo da fase A... 45	45
Tabela 5.2 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio no módulo da fase A ..... 45	45
Tabela 5.3 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio no módulo da fase A..... 46	46
Tabela 5.4 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio no módulo da fase A..... 47	47
Tabela 5.5 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio no módulo da fase A ..... 47	47
Tabela 5.6 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio no módulo da fase A..... 48	48
Tabela 5.7 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio no módulo da fase A..... 48	48
Tabela 5.8 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio nos três módulos ..... 50	50
Tabela 5.9 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio nos três módulos ..... 50	50
Tabela 5.10 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos ..... 50	50
Tabela 5.11 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos ..... 51	51
Tabela 5.12 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos ..... 51	51
Tabela 5.13 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio nos três módulos ..... 52	52
Tabela 5.14 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio nos três módulos ..... 52	52
Tabela 5.15 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio no ângulo da fase C .. 54	54
Tabela 5.16 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio no ângulo da fase C..... 54	54
Tabela 5.17 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio no ângulo da fase C..... 55	55

Tabela 5.18 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio no ângulo da fase C .....	55
Tabela 5.19 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio no ângulo da fase C.....	56
Tabela 5.20 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio no ângulo da fase C .....	56
Tabela 5.21 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio no ângulo da fase C .....	57
Tabela 5.22 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio em dois ângulos .....	59
Tabela 5.23 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio em dois ângulos .....	59
Tabela 5.24 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio em dois ângulos .....	59
Tabela 5.25 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio em dois ângulos.....	60
Tabela 5.26 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio em dois ângulos .....	60
Tabela 5.27 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio em dois ângulos .....	61
Tabela 5.28 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio em dois ângulos.....	61
Tabela 5.29 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos .....	63
Tabela 5.30 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos .....	63
Tabela 5.31 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos.....	64
Tabela 5.32 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos.....	64
Tabela 5.33 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos .....	65
Tabela 5.34 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio nos três	

módulos e nos dois ângulos.....	65
Tabela 5.35 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos.....	66

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 4.1 – Estrutura geral da ferramenta computacional.....	34
Figura 4.2 – Tela inicial do primeiro módulo do software.....	35
Figura 4.3 – Cálculo das componentes simétricas e gráficos dos fasores .....	37
Figura 4.4 – Gráficos dos fasores em novas telas.....	37
Figura 4.5 – Armazenamento dos dados em planilha.....	38
Figura 4.6 – Tela inicial do segundo módulo .....	39
Figura 4.7 – Resultados para a correção do fator K através de uma variável .....	40
Figura 4.8 – Gráfico das sensibilidades relativas do fator K.....	41
Figura 4.9 – Gráfico das sensibilidades relativas do fator K em uma nova tela .....	41
Figura 4.10 – Planilhas de dados com os valores de componentes simétricas, de sensibilidades do fator K e de variações para correção do mesmo .....	42
Figura 5.1 – Módulo da fase A desequilibrado .....	45
Figura 5.2 – Módulos das três fases desequilibrados .....	49
Figura 5.3 – Ângulo da fase C desequilibrado .....	54
Figura 5.4 – Dois ângulos desequilibrados.....	58
Figura 5.5 – Três módulos e dois ângulos desequilibrados.....	63

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica

ANSI – American National Standards Institute

CENELEC – European Committee for Electrotechnical Standardization

CIGRÉ – International Council on Large Electric Systems

$f$  – frequência de oscilação da tensão

Fator K – índice de quantificação do desequilíbrio de tensão

IEC – International Electrotechnical Commission

IEEE – Institute of Electrical and Electronic Engineers

NEMA – National Electrical Manufacturers Association

NRS – National Electricity Regulator

ONS – Operador Nacional do Sistema

SIN – Sistema Interligado Nacional

$V_A$  – Módulo da tensão na fase A

$V_B$  – Módulo da tensão na fase B

$V_C$  – Módulo da tensão na fase C

$\theta_A$  – Ângulo da tensão na fase A

$\theta_B$  – Ângulo da tensão na fase B

$\theta_C$  – Ângulo da tensão na fase C

# **1 – INTRODUÇÃO**

## **1.1 – ASPECTOS GERAIS**

O setor elétrico brasileiro é um sistema com pouco mais de cem anos de existência, que já passou por uma série de situações e adversidades nacionais e internacionais. Dentre elas, pode-se citar a crise do petróleo na década de 70, o processo de privatização do setor na década de 90 e o racionamento de energia elétrica em 2001. Devido às características territoriais e geográficas brasileiras, o setor elétrico é predominantemente hidroelétrico, contando ainda com produção termoelétrica, nuclear e eólica de energia, dentre outros.

Além de estar sujeito a intempéries naturais e ao quadro político-econômico imediato, o setor elétrico é responsável pela sustentabilidade do progresso no país, já que o crescimento econômico representa um aumento de demanda energética. Assim, a preocupação primordial do setor é com a garantia de suprimento da energia elétrica, seja pela manutenção das instalações de geração, transmissão e distribuição já existentes, seja pelo investimento em novas instalações.

No Brasil, o processo de privatização mencionado anteriormente outorgou ao Estado o papel de regulamentação e fiscalização da oferta de energia elétrica no país, visto que a distribuição e a geração de energia foram autorizadas à iniciativa privada. Desta forma, surgiu a necessidade de acompanhar não somente o suprimento, como também a qualidade da energia.

Entende-se por qualidade de energia a quantificação de diversos parâmetros da tensão fornecida, tendo em vista a sua adequação a valores pré-estabelecidos, baseados nos efeitos sobre o consumidor e a continuidade de fornecimento (Baltazar, 2007). Dentre esses parâmetros, tem-se o valor do módulo da tensão em cada fase do sistema trifásico, o valor da frequência e os níveis de frequências harmônicas.

O desequilíbrio de tensão é um dos objetos de estudo da qualidade da energia, avaliando

a diferença entre os módulos das três fases do sistema e a defasagem angular das mesmas. Idealmente, um sistema trifásico possui tensões cossenoidais com módulos idênticos e defasagem angular de  $120^\circ$  elétricos entre elas. Na prática, é possível obter somente uma aproximação desse modelo, visto que um sistema elétrico de potência apresenta uma série de imperfeições, como a má distribuição de cargas monofásicas e a presença de transformadores, linhas de transmissão e bancos de capacitores com diferença de construção entre as fases. Conseqüentemente, as tensões trifásicas apresentam diversos níveis de desequilíbrio ao longo do sistema, acarretando em perdas para o consumidor e para a concessionária, como será visto adiante. O rendimento de motores de indução trifásicos, por exemplo, é reduzido.

Existem normas nacionais e internacionais sobre o tema, indicando formas de quantificação e valores considerados aceitáveis ao consumidor. Boa parte da literatura relacionada versa sobre a adequação dos índices de medição utilizados, através de simulações computacionais e da análise dos efeitos do desequilíbrio. Manyage e Pillay (2001) apresentam os principais métodos criados, e indicam o método das componentes simétricas (razão entre os módulos dos fasores das componentes de seqüência negativa e positiva) como o mais adequado. Wang (2001) analisa o efeito da defasagem angular entre os fasores de seqüência negativa e positiva sobre motores de indução trifásicos, e sugere o seu uso na quantificação do desequilíbrio, em conjunto com o método supracitado. Lee et al. (1997) e Siddique et al. (2004) aprofundam o estudo dos efeitos do módulo do fasor da seqüência positiva sobre motores de indução trifásicos, recomendando o acréscimo deste parâmetro na avaliação do desequilíbrio. Faiz et al. (2004) apresentam as vantagens do método NEMA de quantificação, por caracterizar a condição de desequilíbrio com maior fidelidade. Costa et al. (2007) e Filho et al. (2007) realizam simulações computacionais para avaliar as características e as inconveniências dos métodos citados anteriormente.

As linhas de pesquisa seguidas na literatura corrente procuram relacionar de forma clara medições de desequilíbrio de tensão com seus efeitos, o que pressupõe a existência de um índice adequado de quantificação. De qualquer maneira, não é tarefa trivial determinar

qual parâmetro é o maior responsável pelo fenômeno, visto que o sistema trifásico é caracterizado por seis variáveis (os módulos e ângulos das três fases), assim como determinar as modificações necessárias para atingir valores permitidos pelas normas estabelecidos (que serão apresentadas no Capítulo 2). Estas são questões de vital importância para o consumidor, que procura minimizar suas perdas, e para a concessionária, que sofre penalizações dos órgãos fiscalizadores.

Com essa conjuntura em mente, este trabalho desenvolve e apresenta métodos de análise do desequilíbrio, indicando a influência de cada parâmetro e as alterações necessárias para redução. Para a primeira aplicação, são utilizados cálculos de sensibilidade, e para a segunda, são propostas soluções analíticas. Em ambos os casos, o índice utilizado é das componentes simétricas.

## **1.2 – ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO**

No Capítulo 2, são apresentados os aspectos básicos que concernem o desequilíbrio de tensão: sua definição, seus métodos de quantificação, as principais causas e efeitos e as normas que versam sobre o tema. Dentre os métodos de quantificação, atenção especial é dada ao método das componentes simétricas, que é estudado com mais detalhes ao longo dessa dissertação.

No Capítulo 3, são desenvolvidos os dois métodos de análise propostos: o cálculo de sensibilidade do desequilíbrio e as resoluções analíticas de redução do mesmo, através de alterações em um módulo do sistema trifásico, em um ângulo, em dois módulos simultaneamente e em três módulos.

De forma a realizar as análises propostas no capítulo anterior, foi criada uma ferramenta computacional, que é descrita no Capítulo 4. Primeiramente, apresenta-se um fluxograma com a estrutura do programa, e em seguida, os módulos do mesmo são detalhados.

Em seguida, é feita a validação dos métodos propostos no Capítulo 3. O Capítulo 5

analisa uma série de situações, considerando casos de desequilíbrio em um módulo, em três módulos, em um ângulo, em dois ângulos, e em três módulos e dois ângulos.

No Capítulo 6, são feitas as conclusões finais, bem como as sugestões para trabalhos futuros.

## 2 – DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO: DEFINIÇÕES

Neste capítulo, são abordados os aspectos mais importantes a respeito do desequilíbrio de tensão. Na definição deste fenômeno, é apresentada a modelagem clássica do problema, através da análise fasorial. Em seguida, as diferentes formas de quantificação do desequilíbrio são descritas, com atenção especial ao método mais empregado, o método das componentes simétricas. As causas e efeitos do desequilíbrio de tensão são também explorados, e por fim, tem-se as normas internacionais referentes ao tema.

### 2.1 – CONCEITOS BÁSICOS

Um sistema elétrico trifásico é composto idealmente de três tensões cossenoidais com os mesmos módulos e defasadas de 120° elétricos ( $2\pi/3$  radianos). A equação (2.1) apresenta estas tensões em função do tempo, onde  $V_{MAX}$  é o valor máximo e  $f$  é a frequência de oscilação. A tensão  $v_A$  é utilizada como referência angular para  $v_B$  e  $v_C$ . De forma a facilitar a análise do sistema, pode-se representar as mesmas através de três fasores, cujos módulos são iguais às médias quadráticas ( $V_{RMS}$ ) e cujos ângulos são iguais às defasagens entre elas, tomando  $v_A$  como referência angular, equação (2.2).

$$\begin{aligned}v_A &= V_{MAX} \cos(2\pi ft) \\v_B &= V_{MAX} \cos(2\pi ft - 2\pi/3) \\v_C &= V_{MAX} \cos(2\pi ft + 2\pi/3)\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_A &= V_{RMS}^A \angle 0^\circ \\ \bar{V}_B &= V_{RMS}^B \angle -120^\circ \\ \bar{V}_C &= V_{RMS}^C \angle 120^\circ\end{aligned}\tag{2.2}$$

O desequilíbrio de tensão é definido como qualquer situação em que os fasores da equação (2.2) apresentam módulos diferentes entre si, ou defasagem angular diferente de 120° elétricos entre eles, ou ainda ambas as condições (Oliveira, 2000). A seguir, os diferentes métodos de quantificação são apresentados.

## 2.2 – QUANTIFICAÇÃO DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO

Existem atualmente quatro métodos amplamente empregados para a quantificação do desequilíbrio de tensão (fator K) (Manyage e Pillay, 2001): o método NEMA, o método IEEE, o método das componentes simétricas e o método CIGRÉ. Os dois primeiros métodos levam em conta o fato de que muitos medidores de tensão não fornecem os valores angulares das tensões, trabalhando unicamente com os módulos. O terceiro método se baseia no teorema de Fortescue, que decompõe o sistema trifásico em três sistemas equilibrados, exigindo conhecimento tanto dos módulos como dos ângulos das tensões de fase. O método CIGRÉ fornece o mesmo resultado que o método das componentes simétricas, porém a forma de cálculo é diferente, utilizando somente o valor dos módulos das tensões de linha do sistema.

### 2.2.1 – Método NEMA

A norma NEMA – MG1 – 14.34, da “*National Electrical Manufacturers Association of USA*”, define o fator K como sendo a razão entre o máximo desvio das tensões de linha em relação ao seu valor médio, e este mesmo valor médio, equação (2.3) (Manyage e Pillay, 2001). Ou seja, o método NEMA analisa o desvio das tensões de linha em relação ao valor médio delas:

$$K\% = \frac{\Delta V}{V_m} \times 100 \quad (2.3)$$

em que  $V_m$  é o valor médio das tensões de linha, e  $\Delta V$  é o máximo desvio das tensões de linha em relação a  $V_m$ .

### 2.2.2 – Método IEEE

Existem dois métodos desenvolvidos pelo IEEE (*Institute of Electrical and Electronic Engineers*). De acordo com o documento mais recente desse instituto (Bollen, 2002), o

fator K é quantificado pela razão entre a diferença entre o maior e o menor valor das tensões de fase e a média destas, equação (2.4). Diferentemente do método NEMA, o método IEEE leva em conta o máximo desvio entre as tensões:

$$K\% = \frac{3(V_{m\acute{a}x} - V_{m\acute{i}n})}{V_A + V_B + V_C} \times 100 \quad (2.4)$$

em que  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$  representam os módulos das tensões das fases A, B e C, e  $V_{m\acute{a}x}$  e  $V_{m\acute{i}n}$  correspondem ao maior e menor dos módulos das tensões de fase, respectivamente.

### 2.2.3 – Método das componentes simétricas

O método das componentes simétricas quantifica o fator K através da decomposição das tensões de fase em três seqüências equilibradas, as seqüências positiva, negativa e zero. A seqüência positiva é representada por três fasores equilibrados com seqüência de fases ABC; a seqüência negativa, por três fasores equilibrados com seqüência ACB; e a seqüência zero, por três fasores paralelos entre si.

Em um sistema equilibrado, só existe a seqüência positiva ou negativa, dependendo da ordem com que o sistema foi composto. Isto é, um sistema com fases  $\overline{V}_A = 1,0\angle 0^\circ$ ,  $\overline{V}_B = 1,0\angle -120^\circ$  e  $\overline{V}_C = 1,0\angle 120^\circ$  possui somente a seqüência positiva, e um sistema com fases  $\overline{V}_A = 1,0\angle 0^\circ$ ,  $\overline{V}_B = 1,0\angle 120^\circ$  e  $\overline{V}_C = 1,0\angle -120^\circ$  possui somente a seqüência negativa. A presença de desequilíbrio em uma ou mais fases de um sistema com seqüência de fases positiva se traduz no surgimento de seqüências negativa e zero.

O motor de indução pode auxiliar na interpretação física dos efeitos das componentes simétricas (Gosbell, 2002). A aplicação de excitação desequilibrada sobre este motor se traduz na aplicação dos três sistemas equilibrados das componentes simétricas. A seqüência negativa gira o rotor no sentido oposto da seqüência positiva, e a seqüência zero não gira o rotor, visto que ela não gera campo magnético girante.

O método das componentes simétricas se baseia nessas observações para quantificar o desequilíbrio (Gosbell, 2002). A seqüência negativa tem maior impacto sobre cargas conectadas ao sistema trifásico desequilibrado, de forma que a seqüência zero não é considerada na quantificação. Dessa forma, o fator K é definido pela razão entre os módulos das seqüências negativa ( $V_2$ ) e positiva ( $V_1$ ), equação (2.5).

$$K\% = \frac{V_2}{V_1} \times 100 \quad (2.5)$$

O método das componentes simétricas/CIGRÉ é considerado o método de análise do desequilíbrio de tensão matematicamente mais rigoroso, por levar em conta a real configuração do sistema, empregando os valores dos módulos e dos ângulos das três fases. O método NEMA também considera módulos e ângulos das fases (implícitos nos módulos das tensões de linha), mas não segue uma formulação matemática tão elaborada quanto o método das componentes simétricas.

A seguir, é apresentada uma formulação do cálculo das componentes simétricas que será de grande auxílio no desenvolvimento do presente texto. As componentes simétricas são calculadas analiticamente através da matriz de Fortescue:

$$\begin{bmatrix} \overline{V_0} \\ \overline{V_1} \\ \overline{V_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{V_A} \\ \overline{V_B} \\ \overline{V_C} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

em que  $\overline{V_0}$ ,  $\overline{V_1}$  e  $\overline{V_2}$  são as componentes de seqüência zero, positiva e negativa, respectivamente, e  $a$  é o operador rotacional, um fasor de módulo unitário e defasagem de  $120^\circ$  elétricos (isto é,  $a = 1,0 \angle 120^\circ$ ).

Partindo da equação (2.6), tem-se a equação da seqüência positiva:

$$\overline{V}_1 = \frac{1}{3}(\overline{V}_A + a\overline{V}_B + a^2\overline{V}_C). \quad (2.7)$$

Definindo  $\theta_A$ ,  $\theta_B$  e  $\theta_C$  como os ângulos das fases A, B e C, e multiplicando a equação (2.7) por 3, obtém-se a seguinte expressão:

$$3\overline{V}_1 = V_A \angle \theta_A + V_B \angle (\theta_B + 120^\circ) + V_C \angle (\theta_C - 120^\circ). \quad (2.8)$$

Decompondo a equação (2.8) em partes real e imaginária, calculando o módulo de  $3\overline{V}_1$  e elevando ambos os lados da equação ao quadrado, obtém-se a equação (2.9).

$$9V_1^2 = \{V_A \cos \theta_A + V_B \cos(\theta_B + 120^\circ) + V_C \cos(\theta_C - 120^\circ)\}^2 + \{V_A \text{sen} \theta_A + V_B \text{sen}(\theta_B + 120^\circ) + V_C \text{sen}(\theta_C - 120^\circ)\}^2 \quad (2.9)$$

A equação (2.9) apresenta dois termos quadráticos que podem ser desenvolvidos, gerando uma série de simplificações. O produto final é dado por:

$$9V_1^2 = V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + 2V_A V_B \cos(\theta_{AB} - 120^\circ) + 2V_B V_C \cos(\theta_{BC} - 120^\circ) + 2V_A V_C \cos(\theta_{CA} - 120^\circ) \quad (2.10)$$

em que  $\theta_{AB} = \theta_A - \theta_B$ ,  $\theta_{BC} = \theta_B - \theta_C$  e  $\theta_{CA} = \theta_C - \theta_A$ .

De mesma forma, obtém-se uma expressão similar para o módulo da seqüência negativa:

$$9V_2^2 = V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + 2V_A V_B \cos(\theta_{AB} + 120^\circ) + 2V_B V_C \cos(\theta_{BC} + 120^\circ) + 2V_A V_C \cos(\theta_{CA} + 120^\circ) \quad (2.11)$$

Dividindo a equação (2.11) pela equação (2.10), calculando a raiz quadrada desta divisão e multiplicando por 100, obtém-se o fator K através do método das componentes

simétricas, equação (2.12). Percebe-se que este método depende de um cálculo não-linear, composto de termos quadráticos e cossenoidais.

$$K = \sqrt{\frac{9V_2^2}{9V_1^2}} \times 100 \quad (2.12)$$

#### 2.2.4 – Método CIGRÉ

O método CIGRÉ fornece o mesmo resultado do método das componentes simétricas (Gosbell, 2002), mas se utiliza de uma série de manipulações algébricas para expressar o desequilíbrio a partir dos módulos das tensões de linha:

$$K\% = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{3 - 6\beta}}{1 + \sqrt{3 - 6\beta}}} \times 100 \quad (2.13)$$

$$\beta = \frac{V_{AB}^4 + V_{BC}^4 + V_{CA}^4}{(V_{AB}^2 + V_{BC}^2 + V_{CA}^2)^2} \quad (2.14)$$

em que  $V_{AB}$ ,  $V_{BC}$  e  $V_{CA}$  são os módulos das tensões de linha.

### 2.3 – PRINCIPAIS CAUSAS E EFEITOS DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO

O desequilíbrio de tensão possui basicamente dois tipos de origem: estrutural e funcional (Pierrat e Morrison, 1995) (Lee et al., 1997). As causas estruturais correspondem a qualquer desequilíbrio na rede elétrica, como transformadores, linhas de transmissão e bancos de capacitores desbalanceados. Esse tipo de causa é praticamente constante, devido à pequena variação dos parâmetros da rede elétrica. As causas funcionais correspondem a distribuições desiguais de carga nas três fases, seja pela presença de cargas trifásicas desequilibradas, pela má distribuição de cargas monofásicas ou pela variação nos ciclos de demanda de cada fase. Consumidores residenciais e industriais são

exemplos de causas funcionais.

Os efeitos do desequilíbrio de tensão foram estudados em diversas publicações, como (Wang, 2001) (Lee et al., 1997a). Como foi exposto no item 2.2.2, o desequilíbrio de tensão cria em motores de indução um campo magnético girante contrário ao movimento do rotor, devido à componente de seqüência negativa. A velocidade e o conjugado efetivo resultantes são reduzidos, e as perdas e a temperatura do motor aumentam, bem como o ruído produzido pelo mesmo. Uma análise similar pode ser feita para máquinas síncronas. No caso de geradores síncronos, além dos efeitos já citados, a forma de onda gerada é alterada, devido à perturbação no campo magnético oriunda da seqüência negativa.

O desequilíbrio de tensão possui influência também em sistemas eletrônicos e de eletrônica de potência. No primeiro caso, existem relés microprocessados que podem atuar indevidamente ou deixar de atuar na presença de desequilíbrio de tensão. No segundo caso, pode-se citar conversores de freqüência para o controle de velocidade de motores. O desequilíbrio de tensão deforma as ondas de tensão características do funcionamento normal destes equipamentos, causando o aparecimento de harmônicas prejudiciais e aquecendo excessivamente seus componentes, como diodos e capacitores.

## **2.4 – NORMAS**

Os primeiros marcos regulatórios de qualidade de energia foram criados na Europa e nos Estados Unidos, no final da década de 70. A partir de 1969, diversos documentos, orientações e recomendações têm sido redigidos a respeito do tema; a primeira norma, adotada em 14 países europeus, data de 1975.

No Brasil, até o ano de 1978, a qualidade de energia era considerada uma mera questão de evitar interrupções no fornecimento de energia elétrica aos consumidores (Oliveira, 2000). A partir de então, foram lançadas portarias pelo DNAEE (Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica), evidenciando a necessidade de considerar outros parâmetros além da continuidade de suprimento, como, por exemplo, os limites

permitidos de tensão. Muitos documentos foram redigidos desde então, com a consulta a diversas empresas de energia elétrica, grandes consumidores e grupos de trabalho das normas internacionais.

A seguir, são detalhadas as principais recomendações e normas referentes ao desequilíbrio de tensão (Oliveira, 2000). É importante ressaltar que nenhum desses documentos atribui, no ponto de suprimento, a responsabilidade pelos níveis de desequilíbrio unicamente à geração, à transmissão, à distribuição ou ao consumidor de energia elétrica.

#### **2.4.1 – IEC**

O IEC (*International Electrotechnical Commission*) procura promover a cooperação internacional no setores elétrico e eletrônico, e as suas recomendações têm sido referência para a maioria das normas, não somente para desequilíbrio de tensão. A recomendação IEC 1000-2-2 sugere um limite máximo de 2% para o fator K, considerando o método das componentes simétricas. Em casos de curtos-circuitos, desequilíbrios de tensão superiores a este podem ser alcançados durante curtos períodos de tempo.

#### **2.4.2 – CENELEC**

A norma EM50160 do CENELEC (*European Committee for Electrotechnical Standardization*), de novembro de 1994, estabelece limites com base no tempo de medição: no período de uma semana, 95% dos valores de média quadrática da componente de seqüência negativa devem ser menores do que 2% da seqüência positiva. A média quadrática deve ser calculada em períodos de dez minutos. Para consumidores monofásicos e bifásicos, o valor máximo de desequilíbrio é de 3%.

### **2.4.3 – NRS 048**

A norma sul-africana 048 da NRS (*National Electricity Regulator*), de novembro de 1996, limita os valores de pico do fator K medido pelas componentes simétricas, assim como a recomendação IEC 1000-2-2. Os intervalos de medição são de 10 minutos, e os limites são de 2% para os sistemas elétricos trifásicos e 3% para as redes com cargas predominantemente monofásicas e bifásicas.

### **2.4.4 – ANSI**

A norma ANSI – C84.1 – 1995, do instituto ANSI (*American National Standard Institute*), trata de valores operacionais nominais e aceitáveis para tensões a 60Hz e entre 100V e 230kV. Com respeito ao desequilíbrio de tensão, a quantificação deve ser feita pelo método NEMA, com o limite de 3% sob condições a vazio.

### **2.4.5 – Documentos brasileiros**

No Brasil, dois órgãos redigiram documentos que dizem respeito ao desequilíbrio de tensão, o ONS e a ANEEL. O ONS (*Operador Nacional do Sistema*) é responsável por coordenar e controlar a operação das instalações do Sistema Interligado Nacional (SIN), que supre de energia elétrica a maioria dos estados brasileiros. A ANEEL (*Agência Nacional de Energia Elétrica*) é responsável por fiscalizar e regular a geração, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica no país.

Os Procedimentos de Rede são documentos do ONS que definem os procedimentos e requisitos técnicos para o planejamento, a implantação, o uso e a operação do SIN. De acordo com esses documentos, o desequilíbrio de tensão deve ser avaliado pelo seguinte critério: ao longo de uma semana, determina-se diariamente o valor que foi superado em apenas 5% dos registros obtidos; destes sete valores finais, o maior deles não pode ultrapassar o limite de 2%, pelo método das componentes simétricas. Caso a seqüência negativa varie intermitente e repetitivamente, o limite de desequilíbrio é igual a 4%,

contanto que essa situação não ultrapasse 5% do período de monitoração. A definição de variação intermitente e repetitiva não é fornecida pelos Procedimentos de Rede, constituindo uma brecha para interpretações dos mesmos. O desequilíbrio encontrado na rede deve ser controlado pelos agentes de geração, transmissão e distribuição em conjunto com os usuários finais.

Os Procedimentos de Distribuição são documentos da ANEEL que buscam a regulamentação, a normalização e a padronização da conexão elétrica dos sistemas de distribuição com seus usuários, garantindo a qualidade dos serviços prestados. O desequilíbrio de tensão é avaliado da mesma maneira que nos Procedimentos de Rede, com exceção da ressalva feita a variações intermitentes e repetitivas dos valores da seqüência negativa. Os Procedimentos de Distribuição não foram totalmente regulamentados, até o presente momento.

## **2.5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O presente capítulo apresentou os conceitos básicos do desequilíbrio de tensão. Inicialmente, o fenômeno foi definido, considerando a análise fasorial. Os principais índices de quantificação foram descritos em seguida, e o método de componentes simétricas foi pormenorizado. As causas e efeitos correspondentes foram então explorados, bem como as normas internacionais referentes ao tema.

No próximo capítulo, são propostos métodos de análise e minimização do fenômeno, considerando o método de componentes simétricas. Em um capítulo posterior, os algoritmos correspondentes são validados para uma série de casos.

### **3 – METODOLOGIA PARA MINIMIZAÇÃO DO DESEQUILÍBRIO DE TENSÃO**

Neste capítulo, são propostos e desenvolvidos métodos de análise e minimização do desequilíbrio de tensão, referente ao método das componentes simétricas. Ao final do item 2.2.3 do capítulo anterior, foi observado que este método calcula o fator K por meio de equações não-lineares. Assim, uma análise da influência de cada um dos parâmetros da rede sobre o desequilíbrio não é imediata; nem sempre é possível determinar à primeira vista qual módulo ou ângulo de cada tensão é o maior responsável pelo desequilíbrio. O problema se intensifica quando se tem um banco de dados extenso, como é o caso da determinação da norma brasileira, que exige medições durante toda uma semana.

Dessa maneira, são desenvolvidos neste capítulo dois métodos de análise para o desequilíbrio de tensão. É proposta a modelagem das perturbações no fator de desequilíbrio K por meio do cálculo de sensibilidade incremental de primeira ordem, de uso comum nos segmentos de síntese de filtros e controle de processos. A formulação matemática associada é detalhada, e o método é utilizado para determinar os graus de influência de cada um dos parâmetros da rede sobre o desequilíbrio. Uma segunda técnica, que oferece resoluções analíticas para a redução do fator K, também é desenvolvida nos itens a seguir.

#### **3.1 – SENSIBILIDADE**

##### **3.1.1 – Definição de sensibilidade**

A análise de sensibilidade é uma ferramenta frequentemente empregada na área de controle e automação de processos. Basicamente, a sensibilidade de um determinado sistema é definida como uma quantificação da variação do seu modelo dada uma mudança nos seus parâmetros. Empregando a notação matemática, a sensibilidade define uma relação entre um vetor de parâmetros  $\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_r]^T$  e um vetor de comportamento

dinâmico do sistema  $\zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \dots \ \zeta_n]^T$ . Na linguagem da teoria de conjuntos, essa relação é equivalente a um mapeamento  $\alpha \rightarrow \zeta$  entre os dois vetores (Frank, 1978).

O vetor de parâmetros  $\alpha$  pode ser decomposto como a combinação linear de outros dois,  $\alpha_0$ , de valores nominais, e  $\Delta\alpha$ , de variações em torno de  $\alpha_0$  (ou seja,  $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$ ). Da mesma maneira,  $\zeta$  pode ser decomposto como a soma de  $\zeta_0$ , de valores nominais, e  $\Delta\zeta$ , de variações, com  $\zeta = \zeta_0 + \Delta\zeta$ . Feitas estas suposições, é possível analisar o sistema a partir do ponto nominal de operação  $(\alpha_0, \zeta_0)$ , a partir do qual alterações  $\Delta\alpha$  nos parâmetros acarretam variações  $\Delta\zeta$  no comportamento dinâmico do sistema.

Define-se a partir daí a *função de sensibilidade*  $S$ , equação (3.1), que relaciona a variação dos parâmetros do sistema à variação do seu comportamento, em torno do ponto nominal de operação. Esta é uma aproximação de primeira ordem, de forma que ela só é válida dentro de algumas condições de continuidade, e para pequenas variações de parâmetros, isto é, para  $\|\Delta\alpha\| \ll \|\alpha_0\|$ .

$$\Delta\zeta \approx S(\alpha_0) \Delta\alpha \quad (3.1)$$

A função de sensibilidade é utilizada para representar a influência de diversas incertezas sobre a modelagem de sistemas. O comportamento de um circuito elétrico, por exemplo, pode ser analisado através de uma função de transferência, via transformadas de Laplace ou de Fourier. Aproximações para a simplificação dos cálculos e o uso de instrumentos de medição com baixa precisão podem levar à escolha inadequada de diversos parâmetros, gerando uma diferença entre os valores nominais e reais dos mesmos. A função de sensibilidade se apresenta como uma alternativa para a análise da influência destas flutuações em torno dos valores nominais. Assim, a resposta deste circuito elétrico é representada pelo vetor  $\zeta$ , e as incertezas na modelagem são representadas pelo vetor  $\Delta\alpha$ .

### 3.1.2 – Funções de sensibilidade absoluta e relativa

A equação (3.2) apresenta a função de sensibilidade absoluta, onde o  $\zeta_i$  representa cada um dos  $m$  elementos do vetor  $\zeta$ , e  $\alpha_j$  representa cada um dos  $n$  elementos do vetor  $\alpha$ . Como pode ser observado, a função de sensibilidade absoluta é igual à derivada parcial de cada elemento de  $\zeta$  em relação a cada elemento de  $\alpha$ , no ponto nominal de operação dos parâmetros.

$$S_{\alpha_j}^{\zeta_i} = \left. \frac{\partial \zeta_i}{\partial \alpha_j} \right|_{\alpha_0} = S_{ij}(\alpha_0) \quad (3.2)$$

A equação (3.3) representa a função de sensibilidade relativa, também calculada com base no ponto nominal de operação ( $\alpha_0, \zeta_0$ ):

$$\bar{S}_{\alpha_j}^{\zeta_i} = \left. \frac{\partial \zeta_i / \zeta_i}{\partial \alpha_j / \alpha_j} \right|_{\alpha_0} = S_{\alpha_j}^{\zeta_i} \frac{\alpha_{j0}}{\zeta_{i0}}. \quad (3.3)$$

A equação (3.1) apresenta a fórmula geral da função de sensibilidade absoluta, e a equação (3.2) apresenta a forma de cálculo de cada um dos elementos da matriz  $\mathbf{S}(\alpha_0)$ . A equação (3.3) representa uma aproximação da variação relativa no modelo ( $\partial \zeta_i / \zeta_i$ ) devido a uma alteração relativa nos parâmetros de entrada ( $\partial \alpha_j / \alpha_j$ ).

### 3.1.3 - CÁLCULO DAS SENSIBILIDADES DO FATOR K E DAS COMPONENTES DE SEQUÊNCIA

A teoria da sensibilidade é uma ferramenta eficaz na análise de sistemas com diversos parâmetros e sinais de entrada e saída. Como foi apresentado no final do item 2.2.3, o fator K calculado pelo método das componentes simétricas possui seis parâmetros de entrada e comportamento não-linear. Logo, a teoria da sensibilidade pode auxiliar na determinação do nível de influência dos módulos e dos ângulos das tensões trifásicas sobre o fator K, para uma dada condição de desequilíbrio. Seguindo a nomenclatura

apresentada no item 3.1.1, o fator K é representado pelo vetor  $\zeta$ , e os parâmetros da rede elétrica trifásica (módulos e ângulos das três fases) são representados pelo vetor  $\alpha$ .

É necessária uma avaliação do significado dos valores nominais no cálculo da sensibilidade do fator K. A princípio, é de se esperar que  $\alpha_0$  represente os valores nominais de módulos e de ângulos no local de análise. Por exemplo, para uma linha de transmissão de 230 kV, os módulos teriam valores nominais de 230 kV, e os ângulos, valores nominais de  $0^\circ$ ,  $-120^\circ$  e  $120^\circ$  nas fases A, B e C, respectivamente. Nesse caso, o fator K teria um valor nominal de 0%.

Esta abordagem leva a um sério problema de modelagem. Se qualquer situação de desequilíbrio tiver sempre estes valores nominais, todas elas teriam o mesmo valor numérico de sensibilidade. Quanto maior o desequilíbrio, menor seria a precisão do cálculo de sensibilidade, devido à distância crescente do ponto nominal. Este obstáculo inviabiliza a metodologia.

Desta maneira, a análise de sensibilidade do fator K segue outra abordagem. Considera-se que o vetor  $\alpha_0$  representa uma dada condição de desequilíbrio, e a sensibilidade do sistema indica a taxa de alteração do fator K a cada um dos parâmetros nestes valores nominais. Em outras palavras, o cálculo de sensibilidade analisa a influência dos módulos e ângulos das tensões sobre o fator K, para uma situação de desequilíbrio.

Dentre as duas funções de sensibilidade apresentadas no item 3.1.2, recomenda-se utilizar a função de sensibilidade relativa na análise do fator K. A função de sensibilidade absoluta indica duas taxas de alteração do fator K: frente aos módulos, dada em  $\text{volts}^{-1}$ , e frente aos ângulos, dada em  $\text{radianos}^{-1}$ . Estes valores não podem ser comparados diretamente. A função de sensibilidade relativa é adimensional, sendo mais apropriada para análise.

### 3.1.3.1 - Desenvolvimento das equações de sensibilidade relativa do fator K

O cálculo da sensibilidade relativa do fator K envolve a diferenciação de equações relativamente complexas, sendo mais adequado utilizar algumas simplificações para facilitar os desenvolvimentos. Inicialmente, parte-se da equação (2.12) dividida por 100:

$$K = \sqrt{\frac{9V_2^2}{9V_1^2}}. \quad (3.4)$$

Considerando  $\zeta$  igual ao fator K, e  $\alpha_j$  representando qualquer um dos parâmetros da rede, pode-se substituir a equação (3.4) na equação (3.3), obtendo-se a expressão:

$$\bar{S}_{\alpha_j}^K = \alpha_j \sqrt{\frac{9V_1^2}{9V_2^2}} \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \left( \sqrt{\frac{9V_2^2}{9V_1^2}} \right). \quad (3.5)$$

Substituindo a derivada da equação (3.5) e simplificando, obtém-se:

$$\bar{S}_{\alpha_j}^K = \frac{\alpha_j}{2} \frac{9V_1^2}{9V_2^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_j} \left( \frac{9V_2^2}{9V_1^2} \right). \quad (3.6)$$

Aplicando a regra da cadeia para a derivada na equação (3.6) e simplificando, obtém-se:

$$\bar{S}_{\alpha_j}^K = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_j}{9V_2^2} \frac{\partial(9V_2^2)}{\partial \alpha_j} - \frac{\alpha_j}{9V_1^2} \frac{\partial(9V_1^2)}{\partial \alpha_j} \right). \quad (3.7)$$

Comparando as equações (3.7) e (3.3), observa-se que dentro dos parênteses da equação (3.7) estão presentes as sensibilidades relativas das equações (2.10) e (2.11). Dessa maneira, tem-se a expressão simplificada:

$$\bar{S}_{\alpha_j}^K = \frac{1}{2} \left( \bar{S}_{\alpha_j}^{9V_2^2} - \bar{S}_{\alpha_j}^{9V_1^2} \right). \quad (3.8)$$

Para maior comodidade, as expressões resultantes das sensibilidades absolutas e relativas de  $9V_1^2$  e  $9V_2^2$  são apresentadas no Apêndice A.

3.1.3.2 - Desenvolvimento das equações de sensibilidade relativa das componentes de seqüência

Seguindo raciocínios análogos aos do item 3.1.3.1, é possível determinar as equações de sensibilidades relativas das componentes de seqüência positiva e negativa:

$$\bar{S}_{\alpha_j}^{V_1} = \frac{\alpha_j}{18V_1^2} \frac{\partial(9V_1^2)}{\partial\alpha_j} \quad (3.9)$$

$$\bar{S}_{\alpha_j}^{V_2} = \frac{\alpha_j}{18V_2^2} \frac{\partial(9V_2^2)}{\partial\alpha_j}. \quad (3.10)$$

Novamente, as expressões resultantes das sensibilidades absolutas de  $9V_1^2$  e  $9V_2^2$  são apresentadas no Apêndice A.

## 3.2 – CORREÇÃO DO FATOR K: SOLUÇÕES ANALÍTICAS

A análise de sensibilidade se presta para indicar a influência de cada parâmetro das tensões da rede elétrica sobre o desequilíbrio. Todavia, esta análise não oferece o cálculo dos valores necessários para a correção do fator K, isto é, para a determinação das variações nos parâmetros da rede necessárias para se reduzir o desequilíbrio. Por ser uma aproximação de primeira ordem, o cálculo da sensibilidade pode simplesmente oferecer uma estimativa dessas variações.

No item a seguir, são apresentadas metodologias desenvolvidas para a correção do fator K, baseadas em resoluções analíticas: a correção através da alteração de cada um dos parâmetros da rede em separado, a variação simultânea dos três módulos das tensões, e a variação simultânea de dois módulos das tensões.

### 3.2.1 – Correção do fator K pela variação de cada parâmetro da rede em separado

Neste método, parte-se da condição inicial de desequilíbrio, e mantêm-se todos os parâmetros constantes, exceto um. Através da equação do fator K, isola-se o parâmetro considerado variável, de forma a calcular o valor necessário para a correção do desequilíbrio. O desenvolvimento deste método parte da equação (3.4) elevada ao quadrado:

$$K^2 = \frac{9V_2^2}{9V_1^2}. \quad (3.11)$$

Passando o denominador para o lado esquerdo da equação (3.11), tem-se a expressão:

$$9V_1^2 K^2 = 9V_2^2. \quad (3.12)$$

Substituindo as expressões para  $9V_1^2$  e  $9V_2^2$ , equações (2.10) e (2.11), na equação (3.12), obtém-se a equação:

$$\begin{aligned} & K^2 \{V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + 2V_A V_B \cos(\theta_{AB} - 120^\circ) + \\ & + 2V_B V_C \cos(\theta_{BC} - 120^\circ) + 2V_A V_C \cos(\theta_{CA} - 120^\circ)\} \\ & = V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + 2V_A V_B \cos(\theta_{AB} + 120^\circ) + \\ & + 2V_B V_C \cos(\theta_{BC} + 120^\circ) + 2V_A V_C \cos(\theta_{CA} + 120^\circ) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Substituindo os valores da condição inicial de desequilíbrio na equação (3.13), o fator K inicial satisfaz esta igualdade. A modificação de um dos parâmetros (o módulo da fase A,

por exemplo) leva a um novo valor de fator K para satisfazer a mesma equação. Desta maneira, é possível isolar esta variável, de forma a obter uma solução analítica para a mesma que satisfaça um novo valor de fator K desejado. O desenvolvimento matemático deste método é diferente para o caso dos módulos e para o caso dos ângulos, de forma que ambos os casos serão descritos separadamente nas seções a seguir.

### 3.2.1.1 - Correção do fator K pela variação de cada módulo das fases em separado

A partir da equação (3.13), é possível isolar cada um dos três módulos das fases separadamente. O processo para cada um deles é idêntico, de forma que o módulo da fase A será usado para ilustrar a metodologia. Isolando o módulo desta fase na equação (3.13), tem-se a expressão:

$$A_{VA} V_{ANovo}^2 + B_{VA} V_{ANovo} + C_{VA} = 0 \quad (3.14)$$

em que:

$$A_{VA} = 1 - K_{DES}^2 \quad (3.15)$$

$$B_{VA} = 2V_B [\cos(\theta_{AB} + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} - 120^\circ)] + 2V_C [\cos(\theta_{CA} + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} - 120^\circ)] \quad (3.16)$$

$$C_{VA} = 2V_B V_C [\cos(\theta_{BC} + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} - 120^\circ)] + (1 - K_{DES}^2)(V_B^2 + V_C^2) \quad (3.19)$$

em que  $K_{DES}$  é o valor de fator K desejado e  $V_{ANovo}$  é o valor do módulo da fase A que fornece o  $K_{DES}$ . Além disso,  $V_B$  e  $V_C$  são os valores iniciais dos módulos das fases B e C, respectivamente, e  $\theta_{AB}$ ,  $\theta_{BC}$  e  $\theta_{CA}$  são os valores iniciais das diferenças entre os ângulos das fases A e B, B e C e C e A, respectivamente.

De acordo com a equação (3.14), existem sempre dois valores para o módulo da fase A

( $V_{ANovo}$ ) que corrigem o fator K para o valor desejado ( $K_{DES}$ ). São as raízes de um polinômio de segunda ordem, e só possuem significado físico se forem valores reais, o que é válido quando  $B_{VA}^2 - 4A_{VA}C_{VA} \geq 0$ .

De forma a aprofundar o entendimento da equação (3.14), a condição de existência de raízes reais ( $B_{VA}^2 - 4A_{VA}C_{VA} \geq 0$ ) será analisada. Esta condição depende da situação inicial de desequilíbrio e do valor de fator K desejado, de forma que este último pode ser um valor inviável de correção, através de uma variação somente no módulo de  $V_A$ . Substituindo as expressões (3.15), (3.16) e (3.17) na condição, e isolando  $K_{DES}$ , obtém-se a seguinte desigualdade:

$$A_{VAK} K_{DES}^4 + B_{VAK} K_{DES}^2 + C_{VAK} \geq 0 \quad (3.18)$$

em que:

$$A_{VAK} = \alpha_{VAK}^2 + 4\gamma_{VAK} \quad (3.19)$$

$$B_{VAK} = 2\alpha_{VAK}\beta_{VAK} + 4(\delta_{VAK} - \gamma_{VAK}) \quad (3.20)$$

$$C_{VAK} = \beta_{VAK}^2 - 4\delta_{VAK} \quad (3.21)$$

$$\alpha_{VAK} = -2V_B \cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - 2V_C \cos(\theta_{CA} - 120^\circ) \quad (3.22)$$

$$\beta_{VAK} = 2V_B \cos(\theta_{AB} + 120^\circ) + 2V_C \cos(\theta_{CA} + 120^\circ) \quad (3.23)$$

$$\gamma_{VAK} = -2V_B V_C \cos(\theta_{BC} - 120^\circ) - V_B^2 - V_C^2 \quad (3.24)$$

$$\delta_{VAK} = 2V_B V_C \cos(\theta_{BC} + 120^\circ) + V_B^2 + V_C^2. \quad (3.25)$$

A equação (3.18) indica que, em torno do valor de fator K da situação de desequilíbrio inicial, existirá uma faixa de valores  $K_{DES}$  que poderão ser atingidos pela alteração no módulo da tensão da fase A, conquanto que a desigualdade seja respeitada.

Partindo da equação (3.13), pode-se realizar a mesma análise para os módulos das fases B e C, obtendo equações análogas às equações (3.14) e (3.18). Para comodidade do leitor, estas equações são apresentadas no Apêndice B.

### 3.2.1.2 - Correção do fator K pela variação de cada ângulo das fases em separado

Como foi indicado no início desta seção, a correção do fator K também é possível através dos ângulos das tensões da rede. O desenvolvimento das equações, contudo, é diferente ao apresentado para os módulos. Para tornar mais claro o procedimento, em termos da nomenclatura utilizada até então, os ângulos  $\theta_{AB}$ ,  $\theta_{BC}$  e  $\theta_{CA}$  serão substituídos por suas definições,  $\theta_A - \theta_B$ ,  $\theta_B - \theta_C$  e  $\theta_C - \theta_A$ , respectivamente. O ângulo da fase B será utilizado como exemplo da metodologia.

Separando os termos cossenoidais da equação (3.13) de acordo com cada ângulo, obtém-se a expressão:

$$\begin{aligned}
 K_{DES}^2 \{ & V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + 2V_A V_B [\cos(\theta_B) \cos(\theta_A - \\
 & - 120^\circ) + \text{sen}(\theta_B) \text{sen}(\theta_A - 120^\circ)] + 2V_B V_C [\cos(\theta_B) \cdot \\
 & \cdot \cos(\theta_C + 120^\circ) + \text{sen}(\theta_B) \text{sen}(\theta_C + 120^\circ)] + \\
 & + 2V_A V_C \cos(\theta_C - \theta_A - 120^\circ) \} = V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + \quad . \quad (3.26) \\
 & + 2V_A V_B [\cos(\theta_B) \cos(\theta_A + 120^\circ) + \text{sen}(\theta_B) \cdot \\
 & \cdot \text{sen}(\theta_A + 120^\circ)] + 2V_B V_C [\cos(\theta_B) \cos(\theta_C - 120^\circ) + \\
 & + \text{sen}(\theta_B) \text{sen}(\theta_C - 120^\circ)] + 2V_A V_C \cos(\theta_C - \theta_A + 120^\circ)
 \end{aligned}$$

Isolando-se os termos  $\cos(\theta_B)$  e  $\text{sen}(\theta_B)$ , tem-se a equação:

$$A_{\theta_B} \cos(\theta_{B\text{Novo}}) + B_{\theta_B} \text{sen}(\theta_{B\text{Novo}}) + C_{\theta_B} = 0 \quad (3.27)$$

em que:

$$A_{\theta_B} = 2V_A V_B [\cos(\theta_A + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_A - 120^\circ)] + 2V_B V_C [\cos(\theta_C - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_C + 120^\circ)] \quad (3.28)$$

$$B_{\theta_B} = 2V_A V_B [\text{sen}(\theta_A + 120^\circ) - K_{DES}^2 \text{sen}(\theta_A - 120^\circ)] + 2V_B V_C [\text{sen}(\theta_C - 120^\circ) - K_{DES}^2 \text{sen}(\theta_C + 120^\circ)] \quad (3.29)$$

$$C_{\theta_B} = (1 - K_{DES}^2)(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2) + 2V_A V_C [\cos(\theta_C - \theta_A + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_C - \theta_A - 120^\circ)] \quad (3.30)$$

De maneira a isolar  $\theta_B$ , deve-se transformar na equação (3.27) a soma dos termos cossenoidal e senoidal em um só cosseno, e obter o ângulo  $\theta_B$  através de um cálculo de arco-cosseno:

$$\frac{A_{\theta_B}}{\sqrt{A_{\theta_B}^2 + B_{\theta_B}^2}} \cos(\theta_{B\text{Novo}}) + \frac{B_{\theta_B}}{\sqrt{A_{\theta_B}^2 + B_{\theta_B}^2}} \text{sen}(\theta_{B\text{Novo}}) = \frac{-C_{\theta_B}}{\sqrt{A_{\theta_B}^2 + B_{\theta_B}^2}} \quad (3.31)$$

$$\cos \left[ \theta_{B\text{Novo}} - \text{arctg} \left( \frac{B_{\theta_B}}{A_{\theta_B}} \right) \right] = \frac{-C_{\theta_B}}{\sqrt{A_{\theta_B}^2 + B_{\theta_B}^2}} \quad (3.32)$$

$$\theta_{B\text{Novo}} = \text{arctg} \left( \frac{B_{\theta_B}}{A_{\theta_B}} \right) \pm \arccos \left( \frac{-C_{\theta_B}}{\sqrt{A_{\theta_B}^2 + B_{\theta_B}^2}} \right) \quad (3.33)$$

A equação (3.33) representa a solução analítica para a correção do fator K através do ângulo da fase B. Da mesma forma que na metodologia para um módulo, são oferecidas duas soluções, e existe uma condição para a existência desta solução: a razão  $-C_{\theta_B} / \sqrt{A_{\theta_B}^2 + B_{\theta_B}^2}$  deve estar entre -1 e 1. Caso contrário, teremos dois ângulos com partes real e imaginária, que não possuem significado físico.

A partir da condição de existência de solução, é possível novamente isolar  $K_{DES}$ , e avaliar até qual valor de fator K a alteração no ângulo da fase B pode levar. A equação (3.34) enuncia a condição de uma outra forma.

$$\left| -C_{\theta B} / \sqrt{A_{\theta B}^2 + B_{\theta B}^2} \right| \leq 1 \quad (3.34)$$

Elevando a desigualdade ao quadrado, pode-se eliminar o módulo:

$$C_{\theta B}^2 / (A_{\theta B}^2 + B_{\theta B}^2) \leq 1. \quad (3.35)$$

Multiplicando a desigualdade pelo denominador  $A_{\theta B}^2 + B_{\theta B}^2$ , obtém-se a equação:

$$C_{\theta B}^2 \leq A_{\theta B}^2 + B_{\theta B}^2. \quad (3.36)$$

Substituindo as equações (3.28), (3.29) e (3.30) na equação (3.36), obtém-se a equação:

$$A_{\theta BK} K_{DES}^4 + B_{\theta BK} K_{DES}^2 + C_{\theta BK} \leq 0 \quad (3.37)$$

em que:

$$A_{\theta BK} = \alpha_{\theta BK}^2 - \gamma_{\theta BK}^2 - \varepsilon_{\theta BK}^2 \quad (3.38)$$

$$B_{\theta BK} = 2\alpha_{\theta BK}\beta_{\theta BK} - 2\gamma_{\theta BK}\delta_{\theta BK} - 2\varepsilon_{\theta BK}\phi_{\theta BK} \quad (3.39)$$

$$C_{\theta BK} = \beta_{\theta BK}^2 - \delta_{\theta BK}^2 - \phi_{\theta BK}^2 \quad (3.40)$$

$$\alpha_{\theta BK} = -(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2) - 2V_A V_C \cos(\theta_C - \theta_A - 120^\circ) \quad (3.41)$$

$$\beta_{\theta BK} = V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + 2V_A V_C \cos(\theta_C - \theta_A + 120^\circ) \quad (3.42)$$

$$\gamma_{\theta BK} = -2V_A V_B \cos(\theta_A - 120^\circ) - 2V_B V_C \cos(\theta_C - 120^\circ) \quad (3.43)$$

$$\delta_{\theta BK} = 2V_A V_B \cos(\theta_A + 120^\circ) + 2V_B V_C \cos(\theta_C + 120^\circ) \quad (3.44)$$

$$\varepsilon_{\theta BK} = -2V_A V_B \sin(\theta_A - 120^\circ) - 2V_B V_C \sin(\theta_C - 120^\circ) \quad (3.45)$$

$$\phi_{\theta BK} = 2V_A V_B \sin(\theta_A + 120^\circ) + 2V_B V_C \sin(\theta_C + 120^\circ) . \quad (3.46)$$

Seguindo a mesma linha de raciocínio, é possível chegar aos mesmos resultados através dos ângulos das fases A e C, sendo apresentados no Apêndice C. O ângulo da fase A não foi considerado porque ele é geralmente utilizado como referência para os outros dois ângulos. Logo, uma alteração nele representaria uma perda de referência para o sistema de medição.

### 3.2.2 – Correção do fator K pela variação dos três módulos das tensões da rede

O método de correção do fator K através de alterações em uma única variável é obtido diretamente por meio de manipulações algébricas da equação (3.13). Quando se deseja a correção por mais de um parâmetro, faz-se necessária uma abordagem diferente, visto que são possíveis infinitas variações em mais de uma variável que levem ao fator K desejado.

A fim de contornar este problema, a metodologia de correção do fator K por três módulos das tensões parte do pressuposto que a solução gerada deverá ser aquela que apresenta a menor variação nos três módulos. Outras premissas são possíveis, como, por exemplo, obter a variação que apresenta o menor custo. Neste trabalho, a metodologia busca a minimizar a variação em distância euclidiana para os três módulos, com a equação (3.13) como restrição para a solução. A formalização do problema é exposta a seguir:

$$\min((V_A - V_{A0})^2 + (V_B - V_{B0})^2 + (V_C - V_{C0})^2)$$

sujeito a

$$\begin{aligned} & (V_A^2 + V_B^2 + V_C^2)(1 - K_{DES}^2) + 2V_A V_B [\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) + \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + 2V_B V_C [\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) + \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)] + 2V_A V_C [\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) + \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)] = 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

em que  $V_{A0}$ ,  $V_{B0}$  e  $V_{C0}$  são os valores iniciais dos módulos das fases A, B e C.

Utilizando o método de Lagrange, insere-se uma nova variável ( $\lambda$ ) de forma a incluir a equação de restrição na equação a ser minimizada, e obtém-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} & \min\{(V_A - V_{A0})^2 + (V_B - V_{B0})^2 + (V_C - V_{C0})^2 + \\ & + \lambda\{(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2)(1 - K_{DES}^2) + 2V_A V_B [\cos(\theta_{AB} + \\ & - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + 2V_B V_C [\cos(\theta_{BC} + \\ & - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)] + 2V_A V_C [\cos(\theta_{CA} + \\ & - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)]\}\} \end{aligned} \quad (3.48)$$

A minimização desta função resume-se a encontrar os pontos em que as derivadas em relação a  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  e  $\lambda$  são iguais a zero, gerando as equações a seguir:

$$\begin{aligned} & 2(V_A - V_{A0}) + \lambda\{2V_A(1 - K_{DES}^2) + 2V_B[\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + 2V_C[\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)]\} = 0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} & 2(V_B - V_{B0}) + \lambda\{2V_B(1 - K_{DES}^2) + 2V_A[\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + 2V_C[\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)]\} = 0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned}
& 2(V_C - V_{C0}) + \lambda\{2V_C(1 - K_{DES}^2) + 2V_B[\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) - \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)] + 2V_A[\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)]\} = 0
\end{aligned} \tag{3.51}$$

$$\begin{aligned}
& (V_A^2 + V_B^2 + V_C^2)(1 - K_{DES}^2) + 2V_A V_B[\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + 2V_B V_C[\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) - \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)] + 2V_A V_C[\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)] = 0
\end{aligned} \tag{3.52}$$

As equações (3.49), (3.50), (3.51) e (3.52) representam um sistema não-linear de quatro equações, com variáveis  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  e  $\lambda$ . Ele possui solução analítica, mas a mesma não é apresentada no presente texto, por se apresentar demasiado extensa, sendo incluída no arquivo “Analit3.m” do CD em anexo. A solução pode ser obtida por meio de programas computacionais que realizem operações com matemática simbólica, como o *Maple*®, o *MatLab*® e o *Scilab*®, de acordo com o seguinte procedimento:

1. Rearranjando (3.49), (3.50) e (3.51) com relação a  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$ , percebe-se que estas três equações compõem um sistema linear para essas três variáveis, equações (3.53), (3.54) e (3.55). É possível resolver diretamente este sistema, obtendo expressões para  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$  em função de  $\lambda$ ,  $V_{A0}$ ,  $V_{B0}$  e  $V_{C0}$ .

$$\begin{aligned}
& V_A[2 + 2\lambda(1 - K_{DES}^2)] + V_B\{2\lambda[\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)]\} + V_C\{2\lambda[\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)]\} = 2V_{A0}
\end{aligned} \tag{3.53}$$

$$\begin{aligned}
& V_A\{2\lambda[\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)]\} + V_B[2 + \\
& + 2\lambda(1 - K_{DES}^2)] + V_C\{2\lambda[\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) - \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)]\} = 2V_{B0}
\end{aligned} \tag{3.54}$$

$$\begin{aligned}
& V_B \{2\lambda[\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)]\} + \\
& + V_A \{2\lambda[\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)]\} + \\
& + V_C [2 + 2\lambda(1 - K_{DES}^2)] = 2V_{C0}
\end{aligned} \tag{3.55}$$

2. Substituindo na equação (3.52) as expressões encontradas no item acima para  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$ , obtém-se um numerador e um denominador como funções de  $\lambda$ ,  $V_{A0}$ ,  $V_{B0}$  e  $V_{C0}$ . É possível isolar  $\lambda$  no numerador, encontrando-se um polinômio de quarta ordem. Determinando-se as raízes deste polinômio, tem-se o valor de  $\lambda$  a ser substituído nas expressões obtidas para  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$ , gerando quatro soluções para o problema.
3. Para decidir qual solução deve ser escolhida, verificam-se quais delas são não-complexas, e em seguida, qual delas fornece a menor distância euclidiana ao ponto inicial de desequilíbrio.

### 3.2.3 – Correção do fator K pela variação de dois módulos das tensões da rede

O procedimento para a correção do fator K pela alteração de dois módulos é análogo ao procedimento pela alteração de três módulos. A diferença reside na eliminação de uma das variáveis, o que acarreta em um sistema não-linear com uma equação a menos.

De forma a ilustrar a metodologia, considere-se a correção do fator K pela alteração dos módulos das fases A e B. A formalização do problema é dada por:

$$\min((V_A - V_{A0})^2 + (V_B - V_{B0})^2)$$

sujeito a

$$\begin{aligned}
& (V_A^2 + V_B^2 + V_C^2)(1 - K_{DES}^2) + 2V_A V_B [\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) + \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + 2V_B V_C [\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) + \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)] + 2V_A V_C [\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) + \\
& - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)] = 0
\end{aligned} \tag{3.56}$$

De acordo com o método de Lagrange, insere-se uma nova variável ( $\lambda$ ), incluindo assim

a equação de restrição na equação a ser minimizada, equação (3.57). Em seguida, as derivadas desta equação são igualadas a zero:

$$\begin{aligned} & \min\{(V_A - V_{A0})^2 + (V_B - V_{B0})^2 + \lambda\{(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2)(1 - K_{DES}^2) + \\ & + 2V_A V_B [\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + \\ & + 2V_B V_C [\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)] + \\ & + 2V_A V_C [\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)]\} \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} & 2(V_A - V_{A0}) + \lambda\{2V_A(1 - K_{DES}^2) + 2V_B[\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + 2V_C[\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)]\} = 0 \end{aligned} \quad (3.58)$$

$$\begin{aligned} & 2(V_B - V_{B0}) + \lambda\{2V_B(1 - K_{DES}^2) + 2V_A[\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + 2V_C[\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)]\} = 0 \end{aligned} \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} & (V_A^2 + V_B^2 + V_C^2)(1 - K_{DES}^2) + 2V_A V_B [\cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} + 120^\circ)] + 2V_B V_C [\cos(\theta_{BC} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} + 120^\circ)] + 2V_A V_C [\cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - \\ & - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} + 120^\circ)] = 0 \end{aligned} \quad (3.60)$$

O procedimento para resolução do sistema para as equações (3.58), (3.59) e (3.60) também é análogo ao descrito no item 3.2.2: resolve-se o sistema das equações (3.58) e (3.59) em função de  $V_A$  e  $V_B$ ; substitui-se as expressões obtidas para essas duas variáveis na equação (3.60); isola-se  $\lambda$  no numerador que surge nesta substituição de expressões; calcula-se as raízes do polinômio surgido para esta variável; obtém-se as soluções através das expressões de  $V_A$  e  $V_B$  em função de  $\lambda$ ,  $V_C$ ,  $V_{A0}$ ,  $V_{B0}$  e  $V_{C0}$ ; escolhe-se a solução real com menor distância euclidiana para a situação inicial de desequilíbrio. O arquivo “Analit2.m”, do CD em anexo, apresenta as expressões resultantes.

O método de correção do fator K pela alteração de dois módulos apresenta três soluções diferentes, através das variações simultâneas nas fases A e B, B e C ou A e C. Sugere-se escolher aquela que mantém constante a fase mais próxima da tensão nominal. Desta forma, a redução do fator K é acompanhada de uma aproximação geral dos módulos aos seus valores nominais.

### **3.3 – CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste capítulo, métodos de análise detalhada do fator K e de correção numérica do mesmo foram propostos e desenvolvidos. A primeira técnica partiu de uma análise clássica de sensibilidade para indicar os graus de influência dos parâmetros da rede sobre o desequilíbrio, e a formulação matemática correspondente foi elaborada. A segunda técnica utilizou-se de manipulações algébricas do fator K para determinar sua diminuição analiticamente, através da mudança de valores dos parâmetros da rede.

No próximo capítulo, é descrita a ferramenta computacional que realiza os cálculos correspondentes das técnicas supracitadas, considerando sua estrutura geral e detalhes de seus diferentes módulos.

## **4 – DESCRIÇÃO DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL**

Neste capítulo, é apresentada a ferramenta computacional que realiza os cálculos e análises descritos no capítulo 3. Inicialmente, a estrutura geral é apresentada em forma de fluxograma. Em seguida, os módulos do programa são descritos, ressaltando detalhes do funcionamento de cada um.

### **4.1 – ESTRUTURA GERAL**

Existem no mercado inúmeros equipamentos para a medição de parâmetros de qualidade de energia, tais como harmônicos, *flicker* e afundamentos. Com relação ao desequilíbrio de tensão, estes medidores fornecem valores de módulos e ângulos das tensões de fase e de linha, bem como das componentes simétricas, em intervalos pré-determinados (de dez em dez minutos, por exemplo).

A ferramenta computacional desenvolvida simula uma situação de desequilíbrio na mesma forma que estes equipamentos indicam, através de valores iniciais dos fasores de tensões de fase. A partir destes, é possível dimensionar as componentes simétricas, a sensibilidade e a correção do fator K pelos três métodos apresentados anteriormente. O programa também conta com análises gráficas, que auxiliam na interpretação dos valores obtidos.

A ferramenta de desenvolvimento escolhida foi o MatLab®, versão 6.5, que conta com uma série de funções pré-definidas e com ambiente de programação simplificado, facilitando todo o processo de criação do *software*.

A Figura 4.1 mostra a estrutura básica da ferramenta, desde a escolha da situação de desequilíbrio até a determinação dos valores necessários para a correção do fator K.

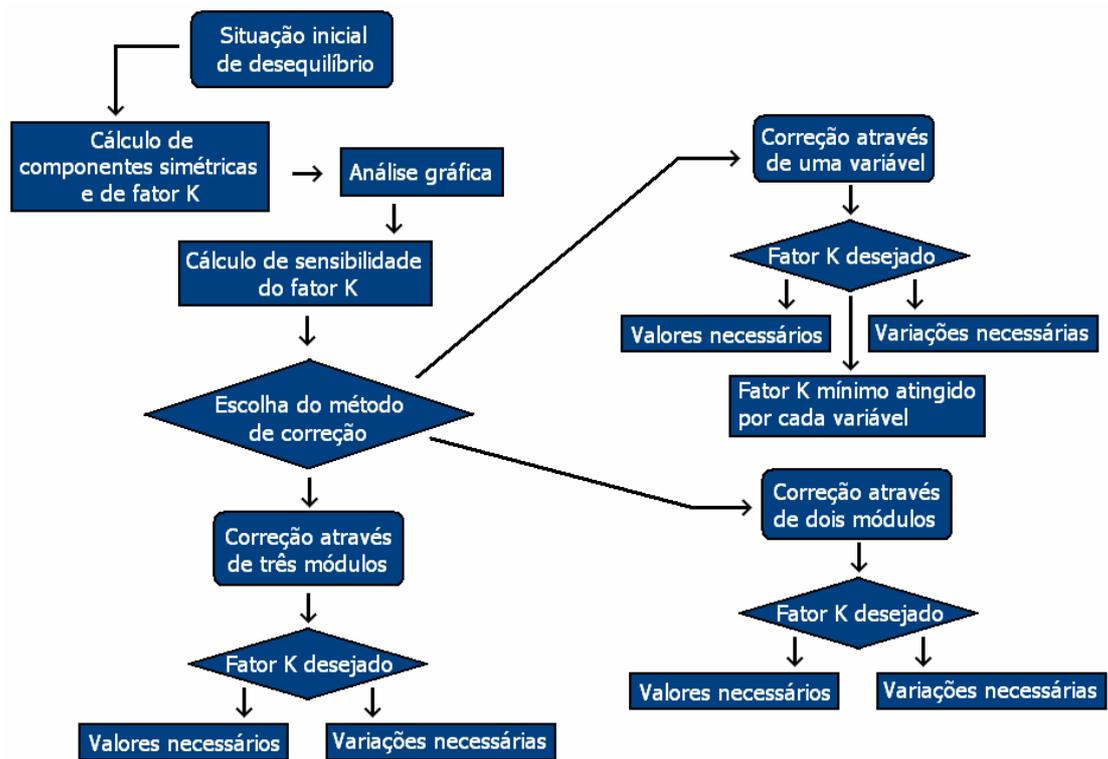


Fig. 4.1 – Estrutura geral da ferramenta computacional

Seguindo o fluxograma da Figura 4.1, deve-se inicialmente inserir uma situação de desequilíbrio, representada pelos fasores das três fases. A partir destes valores, o *software* determina numérica e graficamente as componentes simétricas, o fator K e a sensibilidade deste. Em seguida, o usuário deve escolher o método de correção do desequilíbrio: através de uma variável, através de dois módulos e através de três módulos. O valor final desejado de fator K também é informado, para que se efetuem os cálculos. A partir daí, são determinados os valores finais dos parâmetros, e suas correspondentes variações absolutas.

A seguir, são apresentados detalhadamente os dois módulos do programa.

## 4.2 – MÓDULOS DA FERRAMENTA COMPUTACIONAL

### 4.2.1 – Seleção da situação de desequilíbrio

A Figura 4.2 apresenta a primeira tela do *software*, onde se insere a situação de desequilíbrio. À esquerda da tela, existe um campo chamado “Parâmetros da rede”, que recebe os módulos e ângulos das três fases. Tendo o fluxograma da Figura 4.1 como base, este campo define a situação inicial de desequilíbrio. Considera-se que a fase A é a referência angular, tendo, portanto, sempre ângulo de zero graus.

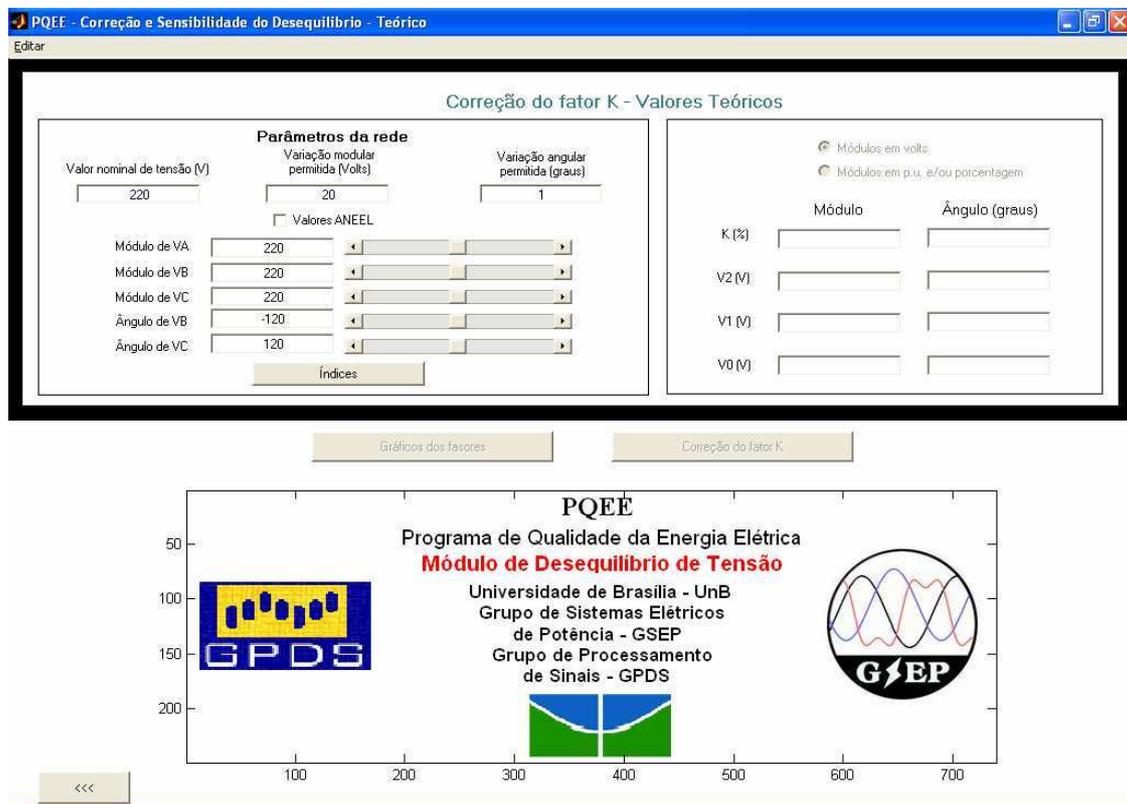


Figura 4.2 – Tela inicial do primeiro módulo do software

Dentro do campo “Parâmetros da rede”, existem alguns campos de inserção que limitam os módulos e ângulos a serem inseridos. A partir de um valor de tensão nominal (presente no primeiro campo de inserção), limita-se os módulos por duas maneiras: ou pelos

valores estabelecidos pela ANEEL (2001) (marcando a caixa de verificação “Valores ANEEL”) ou por uma variação modular em torno do valor nominal (inserindo um valor no segundo campo de inserção). Inicialmente, o programa indica uma tensão nominal de 220 V, e uma variação máxima de +/- 20 V (ou seja, de 200 a 240 V). Selecionando a caixa de verificação “Valores ANEEL”, os módulos atingem valores entre 201 V e 231 V.

De maneira semelhante, os ângulos são limitados pelo valor no terceiro campo de inserção. Inicialmente, o programa indica uma variação máxima de um grau em torno do valor nominal, que é de -120 graus para a fase B, e 120 graus para a fase C.

Após a seleção da situação de desequilíbrio, deve-se apertar o botão “Índices”, de forma a calcular os valores dos fasores de componentes simétricas e de fator K, como foi indicado no fluxograma da Figura 4.1. O módulo do fator K é calculado através da equação (2.5), e o ângulo, através da diferença entre os ângulos das componentes de sequência negativa e positiva. As caixas de opção na parte superior do campo permitem visualizar os valores dos módulos destes fasores em Volts (primeira caixa) ou em p.u e/ou porcentagem (segunda caixa).

É possível visualizar os fasores de tensões da rede e de componentes simétricas, apertando o botão “Gráficos dos fasores”. Através das caixas de verificação que surgem, é possível escolher quais fasores serão apresentados. A Figura 4.3 apresenta a tela do primeiro módulo do programa depois que todos estes passos foram seguidos.

O *menu* “Editar”, no canto superior esquerdo da tela, apresenta opções para exportação dos dados. A opção “Gráficos dos fasores” recria os gráficos dos fasores em outra tela, de forma a permitir salvá-los em formatos como JPEG e Bitmap do Windows, entre outros. A opção “Exportar gráficos” cria uma planilha com todos os dados dos parâmetros da rede, suas correspondentes componentes simétricas e o fator K. As Figuras 4.4 e 4.5 mostram, respectivamente, os gráficos e a planilha resultantes destas seleções.

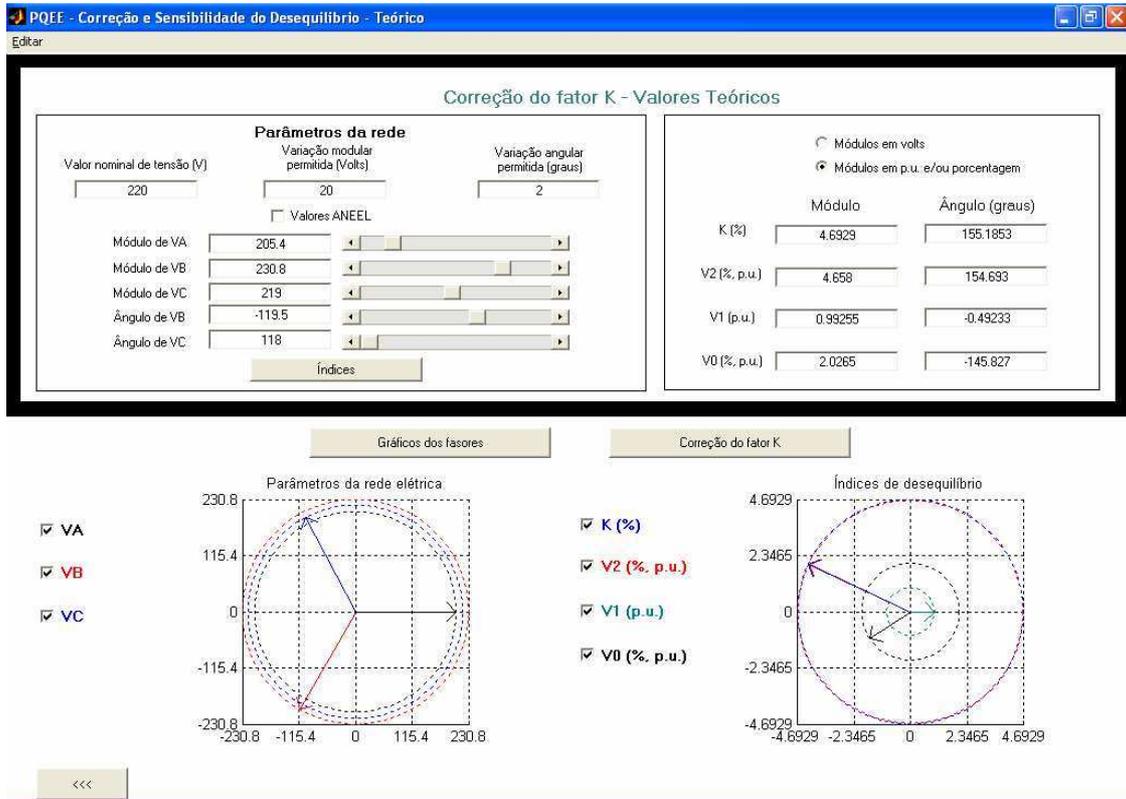


Figura 4.3 – Cálculo das componentes simétricas e gráficos dos fasores

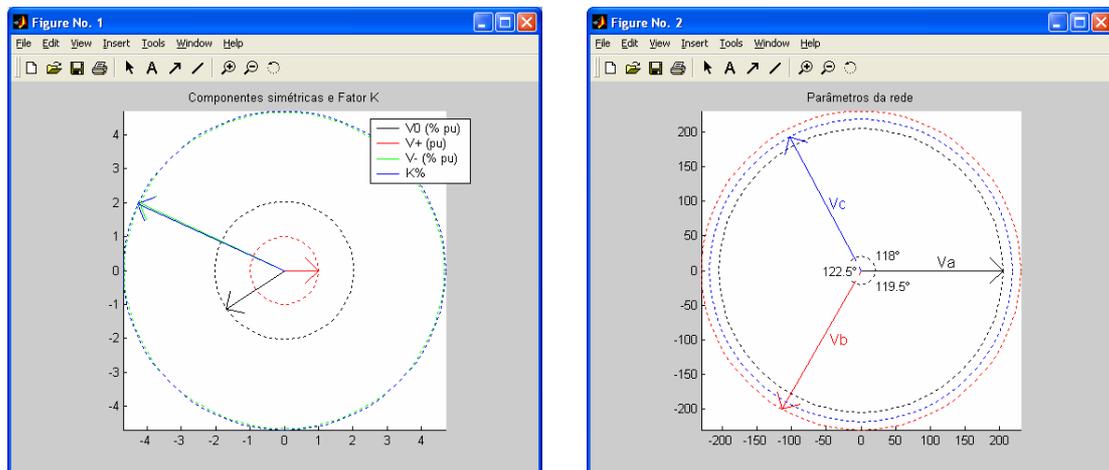


Figura 4.4 – Gráficos dos fasores em novas telas

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Módulo VA (V)	205,4							
2	Módulo VB (V)	230,8							
3	Módulo VC (V)	219							
4	Ângulo VB (graus)	-119,5							
5	Ângulo VC (graus)	118							
6	Módulo K (%)	4,6929							
7	Módulo VD (V)	4,4583							
8	Módulo V1 (V)	218,3607							
9	Módulo V2 (V)	10,2475							
10	Ângulo K (graus)	155,1853							
11	Ângulo VD (graus)	-145,827							
12	Ângulo V1 (graus)	-0,49233							
13	Ângulo V2 (graus)	154,693							
14									
15									

*Figura 4.5 – Armazenamento dos dados em planilha*

O botão “Correção do fator K” abre o segundo módulo de programa, que apresenta as sensibilidades relativas do fator K e os valores necessários para a correção do mesmo.

#### **4.2.2 – Análises de sensibilidade e de correção do fator K**

A Figura 4.6 apresenta a tela inicial do segundo módulo do programa. Ele reapresenta os parâmetros da rede e as componentes simétricas, para maior comodidade do usuário, bem como os valores de sensibilidade relativa do fator K, que dependem somente da situação inicial de desequilíbrio.

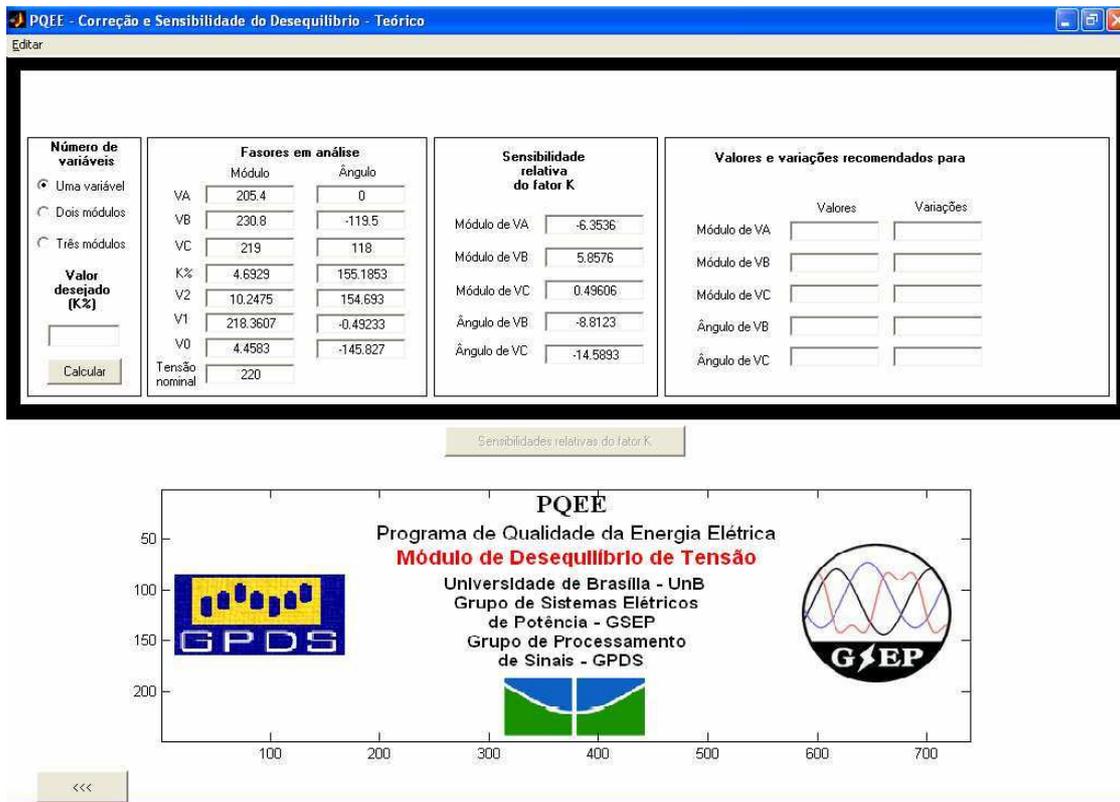


Figura 4.6 – Tela inicial do segundo módulo

Através das caixas de opção no canto esquerdo da tela, escolhe-se o modo de correção do fator K (por uma variável, por dois módulos ou por três módulos), como foi indicado no fluxograma da Figura 4.1. Inserindo o valor desejado de fator K no campo de inserção abaixo e apertando o botão “Calcular”, o programa apresenta os valores e variações correspondentes para os módulos e ângulos das fases A, B e C. É importante ressaltar que, para o método de correção por dois módulos, a tensão nominal é utilizada como referência para decidir qual módulo manter constante.

A Figura 4.7 ilustra os resultados pelo método de uma variável. É possível perceber que novos campos surgem à direita da tela. Eles correspondem aos valores mínimos de fator K atingidos pela alteração de uma variável, e só surgem para este método.

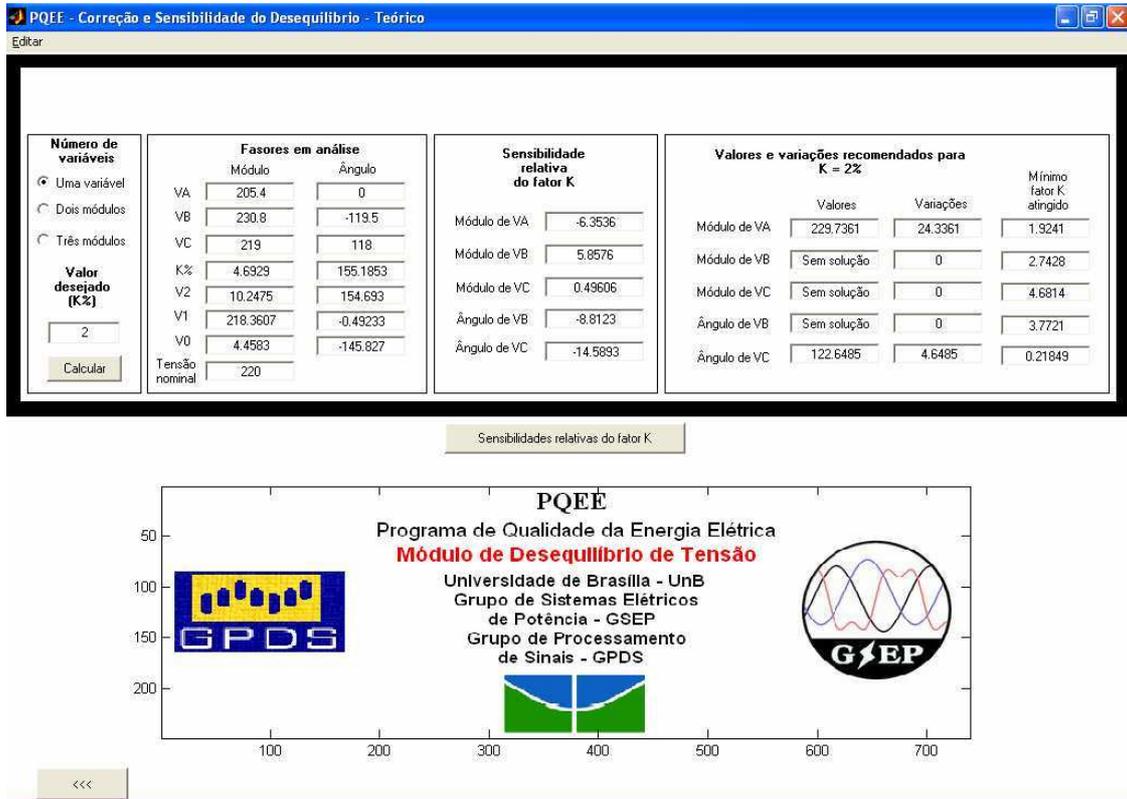


Figura 4.7 – Resultados para a correção do fator K através de uma variável

Ao apertar o botão “Sensibilidades relativas do fator K”, estes valores são apresentados graficamente, como mostra a Figura 4.8. Desta forma, é possível visualizar o quanto o fator K é sensível a cada parâmetro da rede.

Assim como no primeiro módulo do programa, existe um *menu* “Editar”, com opções para recriar o gráfico das sensibilidades em outra tela e para exportar dos dados em uma planilha, incluindo os fasores de componentes simétricas, as sensibilidades do fator K e as variações para correção pelos três métodos. As Figuras 4.9 e 4.10 apresentam o gráfico e a planilha resultantes destas seleções.

PQEE - Correção e Sensibilidade do Desequilíbrio - Teórico

Editar

<b>Número de variáveis</b> <input type="radio"/> Uma variável <input checked="" type="radio"/> Dois módulos <input type="radio"/> Três módulos  <b>Valor desejado (K%)</b> <input type="text" value="2"/> <input type="button" value="Calcular"/>	<b>Fasores em análise</b>		<b>Sensibilidade relativa do fator K</b>		<b>Valores e variações recomendados para K = 2%</b>		
	VA	Módulo: 205.4, Ângulo: 0	Módulo de VA	-6.3536	Módulo de VA	216.4313	Variações: 11.0313
	VB	Módulo: 230.8, Ângulo: -119.5	Módulo de VB	5.8576	Módulo de VB	221.5623	Variações: -9.2377
	VC	Módulo: 219, Ângulo: 118	Módulo de VC	0.49606	Módulo de VC	219	Variações: 0
	K%	4.6929, 155.1853	Ângulo de VB	-8.8123	Ângulo de VB	-119.5	Variações: 0
	V2	10.2475, 154.693	Ângulo de VC	-14.5893	Ângulo de VC	118	Variações: 0
	V1	218.3607, -0.49233					
	V0	4.4583, -145.827					
	Tensão nominal	220					

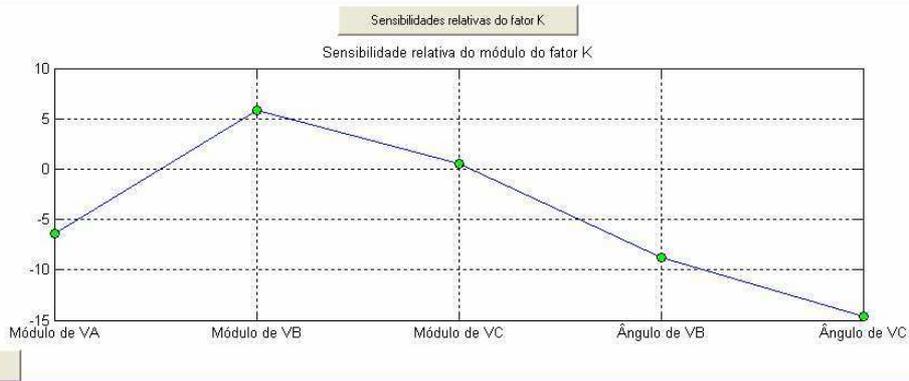


Figura 4.8 – Gráfico das sensibilidades relativas do fator K

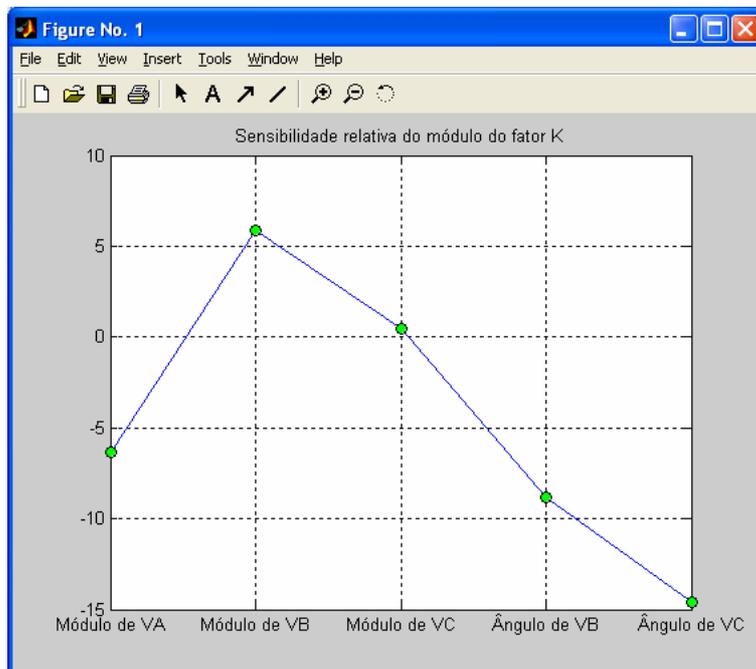


Figura 4.9 – Gráfico das sensibilidades relativas do fator K em uma nova tela

	A	B	C	D	E
1		Módulo (V)	Ângulo (graus)		
2	VA	205,4	0		
3	VB	230,8	-119,5		
4	VC	219	118		
5					
6		Módulo	Ângulo (graus)		
7	K	4,6929	155,1853		
8	V2	10,2475	154,693		
9	V1	218,3607	-0,49233		
10	V0	4,4583	-145,827		
11					
12	Sens. Rel. Mód. K				
13	Módulo VA	-6,3536			
14	Módulo VB	5,8576			
15	Módulo VC	0,49606			
16	Ângulo VB	-8,8123			
17	Ângulo VC	-14,5893			
18					
19	Fator K desejado (%)	2			

	A	B	C	D	E
20					
21	Alteração por uma variável	Valores novos	Variações necessárias	Fator K mínimo alcançado	
22	Módulo VA	229,7361	24,3361	1,9241	
23	Módulo VB	Sem solução	0	2,7428	
24	Módulo VC	Sem solução	0	4,6814	
25	Ângulo VB	Sem solução	0	3,7721	
26	Ângulo VC	122,6485	4,6485	0,21849	
27					
28	Alteração por duas variáveis	Valores novos	Variações necessárias		
29	Módulo VA	216,4313	11,0313		
30	Módulo VB	221,5623	-9,2377		
31	Módulo VC	219	0		
32	Ângulo VB	-119,5	0		
33	Ângulo VC	118	0		
34					
35	Alteração por três variáveis	Valores novos	Variações necessárias		
36	Módulo VA	216,0955	10,6955		
37	Módulo VB	221,3017	-9,4983		
38	Módulo VC	218,0403	-0,95968		
39	Ângulo VB	-119,5	0		
40	Ângulo VC	118	0		
41					

Figura 4.10 – Planilhas de dados com os valores de componentes simétricas, de sensibilidades do fator K e de variações para correção do mesmo

### **4.3 – CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste capítulo, foi feita uma sucinta descrição da ferramenta computacional que realiza os cálculos dos algoritmos propostos e desenvolvidos no capítulo 3. A estrutura geral do programa foi apresentada em forma de fluxograma, e os módulos individuais foram detalhados em seguida.

No capítulo seguinte, uma série de situações de desequilíbrio é analisada, tendo em vista a validação dos métodos apresentados neste trabalho.

## 5 – RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Neste capítulo, os cálculos e análises de sensibilidade e de correção do fator K são feitos para uma série de situações de desequilíbrio, de forma a validar os algoritmos desenvolvidos no capítulo 3. São apresentados cinco casos de desequilíbrio: em um módulo, em três módulos, em um ângulo, em dois ângulos e em três módulos e dois ângulos. Para cada um destes, são utilizados diversos valores de fator K para a correção do mesmo, levando em consideração os limites atingidos pelo método de uma variável.

A tensão nominal utilizada para as situações acima é de 220 V. Não existe nenhuma restrição em escolher um valor ou outro, visto que o desequilíbrio de tensão não é mais sensível a determinada tensão nominal do que a outra. A partir da equação (2.5), é possível perceber que a multiplicação dos módulos das seqüências negativa e positiva pelo mesmo fator não altera o valor do fator K.

### 5.1 – PRIMEIRO CASO: UM MÓDULO DESEQUILBRADO

Inicialmente, será considerado um sistema equilibrado em todos os parâmetros, exceto por um dos módulos. Por questão de concisão, somente o desequilíbrio na fase A será analisado. Os fasores escolhidos são apresentados na equação (5.1) e na Figura 5.1. Como se pode perceber, as fases B e C possuem valores nominais de módulo e de ângulo.

$$\begin{aligned}\bar{V}_A &= 201\angle 0^\circ \\ \bar{V}_B &= 220\angle -120^\circ \\ \bar{V}_C &= 220\angle 120^\circ\end{aligned}\tag{5.1}$$

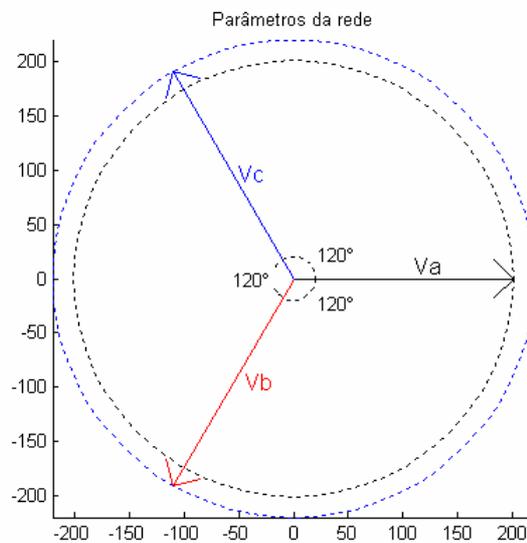


Figura 5.1 – Módulo da fase A desequilibrado

A Tabela 5.1 apresenta os valores das componentes simétricas e do fator K. A Tabela 5.2 apresenta a sensibilidade relativa deste, para esta situação.

Tabela 5.1 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio no módulo da fase A

Fasor	Módulo	Ângulo
$\bar{K}$	2,96 %	180°
$\bar{V}_2$	6,33 V	180°
$\bar{V}_1$	213,67 V	0°
$\bar{V}_0$	6,33 V	180°

Tabela 5.2 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio no módulo da fase A

	Módulo da fase A	Módulo da fase B	Módulo da fase C	Ângulo da fase B	Ângulo da fase C
<b>Sensibilidade relativa do fator K</b>	-10,89	5,45	5,45	-21,00	21,00

A Tabela 5.2 apresenta valores positivos e negativos para a sensibilidade relativa. O sinal somente indica a direção de crescimento da derivada do fator K, em comparação com cada variável. Por exemplo, um crescimento no módulo da fase A acarreta em uma

alteração percentual positiva nesta variável, e de acordo com o valor de sensibilidade relativa, em uma alteração percentual negativa no fator K. Ou seja, o crescimento desta variável leva a uma redução do fator K. A mesma análise pode ser feita para os outros parâmetros.

Desconsiderando os sinais dos valores, percebe-se que o fator K é muito mais sensível aos ângulos do que aos módulos das fases A, B e C. Ou seja, uma alteração percentual em um dos ângulos gera maior alteração percentual no fator K do que uma alteração percentual em um dos módulos. Dentre estes, o fator K é mais sensível à fase A do que às fases B e C, o que é de se esperar, visto que este é o único parâmetro desequilibrado da rede.

A Tabela 5.3 apresenta os mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável.

Tabela 5.3 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio no módulo da fase A

	<b>Módulo da fase A</b>	<b>Módulo da fase B</b>	<b>Módulo da fase C</b>	<b>Ângulo da fase B</b>	<b>Ângulo da fase C</b>
<b>Fator K mínimo (%)</b>	0	2,605	2,605	1,383	1,383

A Tabela 5.3 indica que o desequilíbrio pode ser eliminado pela alteração no módulo da fase A. Além disso, o fator K só é mais sensível aos ângulos até certo ponto (1,383%), que é o limite de alteração para estas variáveis.

A partir da Tabela 5.3, foram escolhidos valores de fator K para correção por este método, de forma a validar os cálculos. A Tabela 5.4 apresenta as soluções obtidas, e a Tabela 5.5, as alterações percentuais correspondentes.

Tabela 5.4 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio no módulo da fase A

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>	<b>Ângulo da fase B (°)</b>	<b>Ângulo da fase C (°)</b>
0	220	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1	213,465	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1,38	211,016	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1,383	210,997	Sem solução	Sem solução	-124,431	124,431
1,39	210,952	Sem solução	Sem solução	-124,228	124,228
2	207,059	Sem solução	Sem solução	-122,006	122,006
2,60	203,275	Sem solução	Sem solução	-120,716	120,716
2,605	203,244	211,164	211,164	-120,706	120,706
2,61	203,212	211,978	211,978	-120,696	120,696

Tabela 5.5 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio no módulo da fase A

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (%)</b>	<b>Módulo da fase B (%)</b>	<b>Módulo da fase C (%)</b>	<b>Ângulo da fase B (%)</b>	<b>Ângulo da fase C (%)</b>
0	9,45	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1	6,20	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1,38	4,98	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1,383	4,97	Sem solução	Sem solução	3,69	3,69
1,39	4,95	Sem solução	Sem solução	3,52	3,52
2	3,01	Sem solução	Sem solução	1,67	1,67
2,60	1,13	Sem solução	Sem solução	0,60	0,60
2,605	1,12	-4,02	-4,02	0,59	0,59
2,61	1,10	-3,65	-3,65	0,58	0,58

A correção do fator K pelo método de uma variável seguiu os limites determinados na Tabela 5.3. Além disso, o método foi capaz de eliminar o desequilíbrio completamente ( $K = 0\%$ ), através da alteração do módulo da fase A, que era o único parâmetro desequilibrado. A Tabela 5.5 mostra que enquanto havia solução através dos ângulos, estes apresentavam menor alteração percentual na correção para um dado fator K. Isto confirma os cálculos de sensibilidade da Tabela 5.2, mas também indica que eles não passam informação sobre os limites de correção para cada variável.

As Tabelas 5.4 e 5.5 apresentam vários casos sem solução, o que pode parecer uma grande limitação do método de correção de desequilíbrio. Na verdade, esta é uma

característica do próprio fator K, que indica que não se pode alterar qualquer parâmetro indefinidamente a fim de se reduzir o desequilíbrio.

As Tabelas 5.6 e 5.7 apresentam os resultados da correção pela alteração em dois e em três módulos, para os mesmos valores de fator K.

Tabela 5.6 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio no módulo da fase A

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>
0	220	220	220
1	212,648	220	217,649
1,38	210,092	220	217,546
1,383	210,072	220	217,547
1,39	210,027	220	217,548
2	206,268	220	218,099
2,60	202,913	220	219,185
2,605	202,886	220	219,195
2,61	202,859	220	219,206

Tabela 5.7 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio no módulo da fase A

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>
0	213,667	213,667	213,667
1	209,476	215,888	215,888
1,38	207,860	216,710	216,710
1,383	207,847	216,716	216,716
1,39	207,818	216,731	216,731
2	205,199	218,024	218,024
2,60	202,594	219,263	219,263
2,605	202,572	219,274	219,274
2,61	202,551	219,284	219,284

Os métodos de correção por dois e por três módulos foram capazes de atingir os fatores K desejados em todos os casos, inclusive para a eliminação de desequilíbrio (K = 0%). É importante ressaltar que nesta última situação, para o método de dois módulos, estes foram levados para o valor nominal, pois o segundo foi mantido em 220 V. Já no método

de três módulos, não existe nenhuma restrição que os leve para valores mais próximos do nominal, de modo que as três fases foram alteradas para 213,667 V (o valor inicial do módulo da componente de seqüência positiva).

## 5.2 – SEGUNDO CASO: TRÊS MÓDULOS DESEQUILIBRADOS

A próxima situação estudada é o desequilíbrio em três módulos. O desequilíbrio em dois módulos não é considerado porque ele não faz sentido, visto que o fator K não depende da tensão nominal. Isto é, partindo de uma situação com um módulo desequilibrado, a alteração em um segundo módulo leva a três módulos desequilibrados entre si. A equação (5.2) e a Figura 5.2 apresentam os fasores escolhidos para análise.

$$\begin{aligned}\bar{V}_A &= 201\angle 0^\circ \\ \bar{V}_B &= 220\angle -120^\circ \\ \bar{V}_C &= 231\angle 120^\circ\end{aligned}\quad (5.2)$$

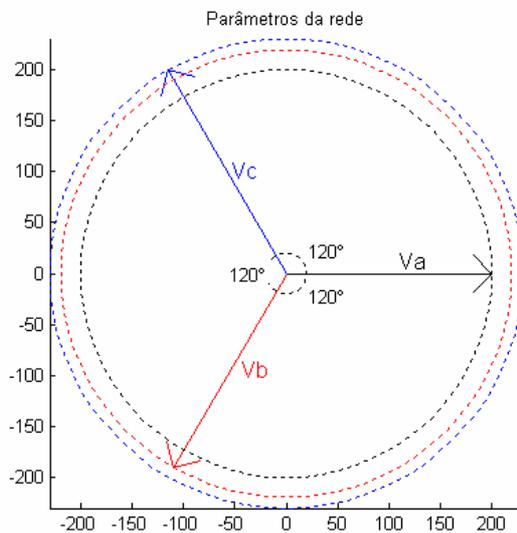


Figura 5.2 – Módulos das três fases desequilibrados

As Tabelas 5.8 e 5.9 apresentam as componentes simétricas correspondentes e a sensibilidade relativa do fator K, respectivamente.

Tabela 5.8 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio nos três módulos

Fasor	Módulo	Ângulo
$\bar{K}$	4,03 %	-158,75°
$\bar{V}_2$	8,76 V	-158,75°
$\bar{V}_1$	217,33 V	0°
$\bar{V}_0$	8,76 V	158,75°

Tabela 5.9 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio nos três módulos

	Módulo da fase A	Módulo da fase B	Módulo da fase C	Ângulo da fase B	Ângulo da fase C
<b>Sensibilidade relativa do fator K</b>	-7,43	0,94	6,50	-17,32	11,52

Novamente, o fator K se apresenta mais sensível aos ângulos do que aos módulos das fases A, B e C. Dentre os módulos, a sensibilidade é maior para a fase A, e quase nula para a fase B.

A Tabela 5.10 apresenta os mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável.

Tabela 5.10 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos

	Módulo da fase A	Módulo da fase B	Módulo da fase C	Ângulo da fase B	Ângulo da fase C
<b>Fator K mínimo (%)</b>	1,408	4,006	2,605	0,375	3,048

Pela Tabela 5.10, percebe-se que o módulo da fase B não é capaz de corrigir o desequilíbrio significativamente, sendo o seu limite muito próximo do valor inicial de fator K, 4,03%. Já o ângulo da fase B pode praticamente eliminar o desequilíbrio, apesar de possuir valor nominal inicialmente.

A Tabela 5.11 apresenta os valores para a correção pelo método de uma variável, e a Tabela 5.12, as alterações percentuais correspondentes.

Tabela 5.11 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos

Fator K (%)	Módulo da fase A (V)	Módulo da fase B (V)	Módulo da fase C (V)	Ângulo da fase B (°)	Ângulo da fase C (°)
0	Sem solução				
0,3	Sem solução				
0,375	Sem solução	Sem solução	Sem solução	-126,845	Sem solução
0,4	Sem solução	Sem solução	Sem solução	-126,623	Sem solução
1,4	Sem solução	Sem solução	Sem solução	-124,557	Sem solução
1,408	225,540	Sem solução	Sem solução	-124,543	Sem solução
1,5	222,153	Sem solução	Sem solução	-124,380	Sem solução
2,6	211,160	Sem solução	Sem solução	-122,465	Sem solução
2,605	211,121	Sem solução	211,164	-122,457	Sem solução
2,7	210,395	Sem solução	215,455	-122,293	Sem solução
3	208,171	Sem solução	220,480	-121,775	Sem solução
3,048	207,823	Sem solução	221,096	-121,692	124,403
3,1	207,447	Sem solução	221,736	-121,603	123,504
4	201,213	Sem solução	230,720	-120,055	120,082
4,006	201,172	217,066	230,774	-120,044	120,066
4,01	201,146	218,184	230,808	-120,037	120,056

Tabela 5.12 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos

Fator K (%)	Módulo da fase A (%)	Módulo da fase B (%)	Módulo da fase C (%)	Ângulo da fase B (%)	Ângulo da fase C (%)
0	Sem solução				
0,3	Sem solução				
0,375	Sem solução	Sem solução	Sem solução	5,70	Sem solução
0,4	Sem solução	Sem solução	Sem solução	5,52	Sem solução
1,4	Sem solução	Sem solução	Sem solução	3,80	Sem solução
1,408	12,21	Sem solução	Sem solução	3,79	Sem solução
1,5	10,52	Sem solução	Sem solução	3,65	Sem solução
2,6	5,05	Sem solução	Sem solução	2,05	Sem solução
2,605	5,04	Sem solução	-8,59	2,05	Sem solução
2,7	4,67	Sem solução	-6,73	1,91	Sem solução
3	3,57	Sem solução	-4,55	1,48	Sem solução
3,048	3,39	Sem solução	-4,29	1,41	3,67
3,1	3,21	Sem solução	-4,01	1,34	2,92
4	0,11	Sem solução	-0,12	0,05	0,07
4,006	0,08	-1,33	-0,10	0,04	0,06
4,01	0,07	-0,83	-0,08	0,03	0,05

Os limites apresentados na Tabela 5.10 foram confirmados na Tabela 5.11. O método não foi capaz de eliminar completamente o desequilíbrio, visto que não havia apenas uma variável desequilibrada, mas diminuiu o fator K para um valor próximo de zero pelo ângulo da fase B. Os cálculos de sensibilidade foram confirmados na Tabela 5.12, indicando que o fator K é mais sensível a este ângulo.

As Tabelas 5.13 e 5.14 apresentam os resultados da correção pela alteração em dois e em três módulos, para os mesmos valores de fator K.

Tabela 5.13 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio nos três módulos

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>
0	220	220	220
0,3	218,208	220	220,326
0,375	217,779	220	220,441
0,4	217,641	220	220,481
1,4	212,543	220	222,788
1,408	212,505	220	222,811
1,5	212,072	220	223,067
2,6	207,135	220	226,396
2,605	207,113	220	226,412
2,7	206,700	220	226,713
3	205,404	220	227,670
3,048	205,197	220	227,824
3,1	204,974	220	227,991
4	201,135	220	230,897
4,006	201,109	220	230,918
4,01	201,092	220	230,930

Tabela 5.14 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio nos três módulos

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>
0	217,333	217,333	217,333
0,3	216,166	217,580	218,399
0,375	215,871	217,641	218,666
0,4	215,776	217,661	218,753
1,4	211,818	218,420	222,243

1,408	211,785	218,426	222,271
1,5	211,417	218,491	222,587
2,6	206,954	219,216	226,315
2,605	206,933	219,219	226,332
2,7	206,543	219,277	226,648
3	205,307	219,453	227,643
3,048	205,108	219,481	227,802
3,1	204,893	219,510	227,973
4	201,134	219,985	230,898
4,006	201,108	219,988	230,918
4,01	201,092	219,989	230,930

Da mesma forma que no caso de um módulo desequilibrado, os métodos de correção por dois e por três módulos foram capazes de corrigir o desequilíbrio. Para o caso em que  $K = 0\%$ , novamente o método de dois módulos os levou para o valor nominal. Já o método de três módulos alterou as três fases para 217,333 V, que é igual ao valor inicial do módulo da componente de seqüência positiva.

### 5.3 – TERCEIRO CASO: UM ÂNGULO DESEQUILBRADO

A seguir, apresenta-se o desequilíbrio em um ângulo. Este caso é especialmente interessante para avaliar a eficácia dos métodos que alteram dois e três módulos, quantificando até que ponto o fator  $K$  é reduzido sem alterar os ângulos. Os fasores escolhidos para análise são representados na equação (5.3) e na Figura 5.3.

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_A &= 220 \angle 0^\circ \\
 \bar{V}_B &= 220 \angle -120^\circ \\
 \bar{V}_C &= 220 \angle 116^\circ
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

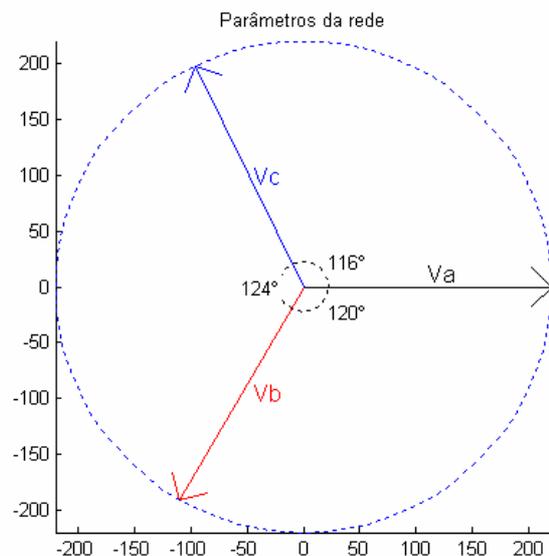


Figura 5.3 – Ângulo da fase C desequilibrado

As componentes simétricas e a sensibilidade relativa do fator K são apresentadas nas Tabelas 5.15 e 5.16, respectivamente.

Tabela 5.15 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio no ângulo da fase C

Fasor	Módulo	Ângulo
$\bar{K}$	2,328 %	149,33°
$\bar{V}_2$	5,12 V	148,00°
$\bar{V}_1$	219,88 V	-1,33°
$\bar{V}_0$	5,12 V	28,00°

Tabela 5.16 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio no ângulo da fase C

	Módulo da fase A	Módulo da fase B	Módulo da fase C	Ângulo da fase B	Ângulo da fase C
<b>Sensibilidade relativa do fator K</b>	-12,48	12,31	0,17	-14,10	29,02

Esta é mais uma situação de desequilíbrio em que o fator K é mais sensível aos ângulos do que aos módulos das fases A, B e C. Ele é altamente sensível ao único parâmetro desequilibrado, em comparação aos outros. Dentre os módulos, a sensibilidade é maior

para as fases A e B, e quase nula para a fase C.

Na Tabela 5.17, são dispostos os valores mínimos de fator K atingidos pelo método de uma variável.

Tabela 5.17 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio no ângulo da fase C

	<b>Módulo da fase A</b>	<b>Módulo da fase B</b>	<b>Módulo da fase C</b>	<b>Ângulo da fase B</b>	<b>Ângulo da fase C</b>
<b>Fator K mínimo (%)</b>	1,210	1,116	2,328	2,036	0

A Tabela 5.17 indica que não existe alteração no módulo da fase C que possa diminuir o desequilíbrio. Além disso, este pode ser anulado pela alteração do ângulo da fase C, o que é um resultado esperado, visto que este é o único parâmetro desequilibrado.

As Tabelas 5.18 e 5.19 apresentam, respectivamente, os valores para a correção pelo método de uma variável e as alterações percentuais correspondentes.

Tabela 5.18 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio no ângulo da fase C

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>	<b>Ângulo da fase B (°)</b>	<b>Ângulo da fase C (°)</b>
0	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução	120
1,1	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução	118,109
1,116	Sem solução	206,678	Sem solução	Sem solução	118,082
1,2	Sem solução	209,389	Sem solução	Sem solução	117,938
1,21	232,920	209,562	Sem solução	Sem solução	117,920
1,3	229,932	210,862	Sem solução	Sem solução	117,766
2	222,572	217,429	Sem solução	Sem solução	116,563
2,036	222,279	217,719	Sem solução	-121,976	116,501
2,1	221,766	218,227	Sem solução	-121,089	116,391

Tabela 5.19 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio no ângulo da fase C

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (%)</b>	<b>Módulo da fase B (%)</b>	<b>Módulo da fase C (%)</b>	<b>Ângulo da fase B (%)</b>	<b>Ângulo da fase C (%)</b>
0	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução	3,45
1,1	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução	1,82
1,116	Sem solução	-6,06	Sem solução	Sem solução	1,79
1,2	Sem solução	-4,82	Sem solução	Sem solução	1,67
1,21	5,87	-4,74	Sem solução	Sem solução	1,66
1,3	4,51	-4,15	Sem solução	Sem solução	1,52
2	1,17	-1,17	Sem solução	Sem solução	0,49
2,036	1,04	-1,04	Sem solução	1,65	0,43
2,1	0,80	-0,81	Sem solução	0,91	0,34

Os limites mínimos de fator K e os cálculos de sensibilidade foram confirmados na Tabela 5.18, exceto para K = 2,1%, onde o ângulo da fase B teve maior alteração percentual que os módulos das fases A e B, contrário ao cálculo de sensibilidade. O método eliminou corretamente o desequilíbrio, através da alteração do ângulo da fase C.

As Tabelas 5.20 e 5.21 apresentam os resultados dos métodos de correção pela alteração em dois e em três módulos.

Tabela 5.20 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio no ângulo da fase C

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>
0	220	202,926	211,979
1,1	220	210,608	217,088
1,116	220	210,725	217,152
1,2	220	211,345	217,483
1,21	220	211,419	217,526
1,3	220	212,090	217,859
2	220	217,460	219,737
2,036	220	217,741	219,788
2,1	220	218,238	219,865

Tabela 5.21 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio no ângulo da fase C

Fator K (%)	Módulo da fase A (V)	Módulo da fase B (V)	Módulo da fase C (V)
0	228,447	210,718	220,119
1,1	224,578	215,219	220,003
1,116	224,521	215,283	220,003
1,2	224,216	215,618	219,998
1,21	224,179	215,658	219,998
1,3	223,851	216,016	219,994
2	221,249	218,749	219,988
2,036	221,112	218,888	219,989
2,1	220,870	219,133	219,991

As Tabelas 5.20 e 5.21 indicam que os algoritmos de correção por dois e três módulos levam o fator K para os valores desejados. Em especial, é possível eliminar o desequilíbrio alterando os módulos, mesmo possuindo um ângulo desequilibrado. Merecem destaque os fasores resultantes, com os módulos das fases A, B e C levados a 220V, 202,926V e 211,979V (alteração em dois módulos) e a 228,447V, 210,718V e 220,119V (alteração em três módulos).

De acordo com a definição do item 2.1 deste trabalho, ambos os casos citados qualificam-se como desequilíbrio de tensão, pois os módulos são diferentes entre si e os ângulos não possuem valores nominais. Porém, calculando as componentes simétricas em cada caso, percebe-se que é a seqüência zero que gera o desequilíbrio: no primeiro caso, obtém-se  $K = 0\%$ ,  $V_2 = 0V$ ,  $V_1 = 211,5202V$  e  $V_0 = 9,8579V$ , e no segundo caso,  $K = 0\%$ ,  $V_2 = 0V$ ,  $V_1 = 219,6422V$  e  $V_0 = 10,2365V$ . Além disso, calculando-se as tensões de linha resultantes, obtém-se  $\bar{V}_{AB} = 366,3638\angle 28,6647^\circ$ ,  $\bar{V}_{BC} = 366,3638\angle -91,3353^\circ$  e  $\bar{V}_{CA} = 366,3638\angle 148,6647^\circ$  no primeiro caso, e  $\bar{V}_{AB} = 380,4315\angle 28,6647^\circ$ ,  $\bar{V}_{BC} = 380,4315\angle -91,3353^\circ$  e  $\bar{V}_{CA} = 380,4315\angle 148,6647^\circ$  no segundo caso. Estas tensões de linha representam sistemas perfeitamente equilibrados, com módulos idênticos e defasagem angular de  $120^\circ$  entre as fases. Ou seja, o desequilíbrio aparece apenas na conexão com o neutro, tomado como referência para as três linhas.

Estes exemplos levam a crer que quando se tem um ângulo desequilibrado inicialmente, o método de correção por dois ou três módulos leva a soluções com desequilíbrio de seqüência zero nas tensões de fase, mas sem desequilíbrio nas tensões de linha. A alteração de dois ou mais módulos elimina a seqüência negativa, mas não a seqüência zero das tensões de fase.

#### 5.4 – QUARTO CASO: DOIS ÂNGULOS DESEQUILIBRADOS

A próxima situação estudada é o desequilíbrio em dois ângulos, já que a fase A foi tomada como referência. A equação (5.4) e a Figura 5.4 apresentam os fasores escolhidos para análise.

$$\begin{aligned}\bar{V}_A &= 220\angle 0^\circ \\ \bar{V}_B &= 220\angle -123^\circ \\ \bar{V}_C &= 220\angle 122^\circ\end{aligned}\tag{5.4}$$

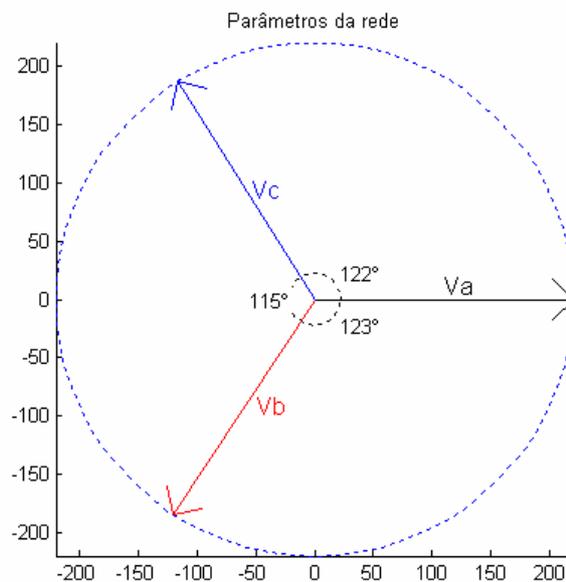


Figura 5.4 – Dois ângulos desequilibrados

As componentes simétricas e a sensibilidade relativa do fator K são indicadas nas Tabelas 5.22 e 5.23, respectivamente.

Tabela 5.22 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio em dois ângulos

Fasor	Módulo	Ângulo
$\bar{K}$	2,57 %	6,34°
$\bar{V}_2$	5,64 V	6,01°
$\bar{V}_1$	219,86 V	-0,33°
$\bar{V}_0$	5,51 V	172°

Tabela 5.23 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio em dois ângulos

	Módulo da fase A	Módulo da fase B	Módulo da fase C	Ângulo da fase B	Ângulo da fase C
<b>Sensibilidade relativa do fator K</b>	12,59	-4,99	-7,61	26,08	-22,96

O fator K apresentou novamente alta sensibilidade aos ângulos, em comparação com os módulos. Dentre os ângulos, a sensibilidade é maior para a fase B, e dentre os módulos, ela é maior para a fase A.

Na Tabela 5.24, são indicados os valores mínimos de fator K atingidos pelo método de uma variável.

Tabela 5.24 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio em dois ângulos

	Módulo da fase A	Módulo da fase B	Módulo da fase C	Ângulo da fase B	Ângulo da fase C
<b>Fator K mínimo (%)</b>	0,276	2,374	2,097	1,003	1,5003

Nas Tabelas 5.25 e 5.26, são indicados os valores para a correção pelo método de uma variável e as alterações percentuais correspondentes.

Tabela 5.25 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio em dois ângulos

Fator K (%)	Módulo da fase A (V)	Módulo da fase B (V)	Módulo da fase C (V)	Ângulo da fase B (°)	Ângulo da fase C (°)
0	Sem solução				
0,2	Sem solução				
0,276	203,226	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
0,3	203,925	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1	209,405	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1,003	209,425	Sem solução	Sem solução	-119,045	Sem solução
1,1	210,084	Sem solução	Sem solução	-119,766	Sem solução
1,5	212,785	Sem solução	Sem solução	-120,889	Sem solução
1,5003	212,787	Sem solução	Sem solução	-120,890	118,521
1,6	213,459	Sem solução	Sem solução	-121,111	119,435
2	216,156	Sem solução	Sem solução	-121,930	120,723
2,097	216,814	Sem solução	229,649	-122,119	120,963
2,1	216,832	Sem solução	229,057	-122,124	120,969
2,3	218,186	Sem solução	223,504	-122,504	121,430
2,374	218,690	226,301	222,396	-122,643	121,592
2,4	218,864	224,110	222,044	-122,691	121,648

Tabela 5.26 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio em dois ângulos

Fator K (%)	Módulo da fase A (%)	Módulo da fase B (%)	Módulo da fase C (%)	Ângulo da fase B (%)	Ângulo da fase C (%)
0	Sem solução				
0,2	Sem solução				
0,276	-7,62	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
0,3	-7,31	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1	-4,82	Sem solução	Sem solução	Sem solução	Sem solução
1,003	-4,81	Sem solução	Sem solução	-3,22	Sem solução
1,1	-4,51	Sem solução	Sem solução	-2,63	Sem solução
1,5	-3,28	Sem solução	Sem solução	-1,72	Sem solução
1,5003	-3,27	Sem solução	Sem solução	-1,72	-2,85
1,6	-2,97	Sem solução	Sem solução	-1,54	-2,10
2	-1,75	Sem solução	Sem solução	-0,87	-1,05
2,097	-1,45	Sem solução	4,39	-0,72	-0,85
2,1	-1,44	Sem solução	4,12	-0,712	-0,84
2,3	-0,82	Sem solução	1,59	-0,40	-0,47
2,374	-0,60	2,86	1,09	-0,29	-0,33
2,4	-0,52	1,87	0,93	-0,25	-0,29

A Tabela 5.25 confirma os limites apresentados na Tabela 5.24, e indica que a alteração em uma única variável não é capaz de eliminar completamente o desequilíbrio, o que é de se esperar. A Tabela 5.26 confirma os cálculos de sensibilidade da Tabela 5.23.

Nas Tabelas 5.27 e 5.28, são apresentados os resultados da correção pela alteração em dois e em três módulos.

Tabela 5.27 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio em dois ângulos

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>
0	220	237,134	239,298
0,2	220	235,659	237,772
0,276	220	235,104	237,195
0,3	220	234,929	237,013
1	220	229,935	231,757
1,003	220	229,915	231,735
1,1	220	229,241	231,013
1,5	220	226,521	228,046
1,5003	220	226,519	228,043
1,6	220	225,857	227,304
2	220	223,284	224,330
2,097	220	222,682	223,599
2,1	220	222,666	223,580
2,3	220	221,473	222,067
2,374	220	221,047	221,498
2,4	220	220,902	221,301

Tabela 5.28 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio em dois ângulos

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>
0	208,204	224,418	226,467
0,2	209,144	224,085	225,996
0,276	209,500	223,958	225,816
0,3	209,612	223,918	225,759
1	212,870	222,732	224,058
1,003	212,884	222,727	224,051
1,1	213,332	222,561	223,810

1,5	215,170	221,871	222,801
1,5003	215,171	221,871	222,801
1,6	215,627	221,698	222,546
2	217,447	221,000	221,509
2,097	217,888	220,829	221,253
2,1	217,900	220,824	221,246
2,3	218,802	220,472	220,716
2,374	219,136	220,341	220,518
2,4	219,251	220,296	220,449

Assim como no caso de um ângulo desequilibrado, os algoritmos de correção pela mudança em dois e em três módulos corrigem o fator K para os valores desejados, e indicam variações para levar o fator K para zero. Realizando a mesma análise feita ao final do item 5.3, percebe-se que as soluções apresentadas são sistemas com desequilíbrio somente na seqüência zero, e cujas tensões de linha constituem sistemas trifásicos perfeitamente equilibrados.

### **5.5 – QUINTO CASO: TRÊS MÓDULOS E DOIS ÂNGULOS DESEQUILBRADOS**

A última situação estudada é o desequilíbrio em todos os parâmetros: os três módulos e os dois ângulos. A equação (5.5) e a Figura 5.3 indicam os fasores escolhidos para análise.

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_A &= 201 \angle 0^\circ \\
 \bar{V}_B &= 220 \angle -122^\circ \\
 \bar{V}_C &= 231 \angle 121^\circ
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

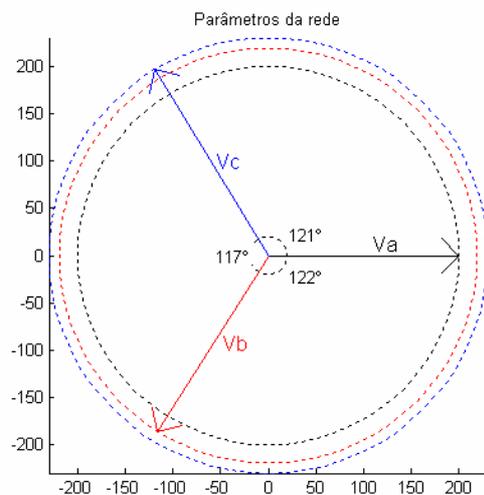


Figura 5.5 – Três módulos e dois ângulos desequilibrados

As componentes simétricas e a sensibilidade relativa do fator K são apresentadas nas Tabelas 5.29 e 5.30, respectivamente.

Tabela 5.29 – Componentes simétricas e fator K para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos

Fasor	Módulo	Ângulo
$\bar{K}$	2,49 %	-151,06°
$\bar{V}_2$	5,42 V	-151,38°
$\bar{V}_1$	217,28 V	-0,32°
$\bar{V}_0$	12,13 V	161,69°

Tabela 5.30 – Sensibilidade relativa do fator K para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos

	Módulo da fase A	Módulo da fase B	Módulo da fase C	Ângulo da fase B	Ângulo da fase C
<b>Sensibilidade relativa do fator K</b>	-11,16	-0,48	11,64	-28,78	16,05

Para esta situação de desequilíbrio, o fator K apresenta maior sensibilidade ao ângulo da fase B. Diferente dos outros casos, a sensibilidade a um dos módulos foi maior do que a

um dos ângulos, como se pode ver nas sensibilidades da fase C.

Os mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável são indicados na Tabela 5.31.

Tabela 5.31 – Mínimos valores de fator K atingidos pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos

	<b>Módulo da fase A</b>	<b>Módulo da fase B</b>	<b>Módulo da fase C</b>	<b>Ângulo da fase B</b>	<b>Ângulo da fase C</b>
<b>Fator K mínimo (%)</b>	1,169	2,493	1,365	0,119	2,081

Os valores para a correção pelo método de uma variável e as alterações percentuais correspondentes são apresentados nas Tabelas 5.32 e 5.33.

Tabela 5.32 – Correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>	<b>Ângulo da fase B (°)</b>	<b>Ângulo da fase C (°)</b>
0	Sem solução				
0,1	Sem solução				
0,119	Sem solução	Sem solução	Sem solução	-126,218	Sem solução
0,2	Sem solução	Sem solução	Sem solução	-125,952	Sem solução
1,1	Sem solução	Sem solução	Sem solução	-124,372	Sem solução
1,169	215,332	Sem solução	Sem solução	-124,254	Sem solução
1,2	213,571	Sem solução	Sem solução	-124,201	Sem solução
1,3	211,601	Sem solução	Sem solução	-124,031	Sem solução
1,365	210,705	Sem solução	217,576	-123,920	Sem solução
1,4	210,274	Sem solução	219,387	-123,861	Sem solução
2	204,728	Sem solução	226,857	-122,841	Sem solução
2,081	204,090	Sem solução	227,575	-122,703	123,267
2,1	203,943	Sem solução	227,739	-122,671	122,823

Tabela 5.33 – Alterações percentuais para a correção do fator K pelo método de uma variável, para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (%)</b>	<b>Módulo da fase B (%)</b>	<b>Módulo da fase C (%)</b>	<b>Ângulo da fase B (%)</b>	<b>Ângulo da fase C (%)</b>
0	Sem solução				
0,1	Sem solução				
0,119	Sem solução	Sem solução	Sem solução	3,46	Sem solução
0,2	Sem solução	Sem solução	Sem solução	3,24	Sem solução
1,1	Sem solução	Sem solução	Sem solução	1,94	Sem solução
1,169	7,13	Sem solução	Sem solução	1,85	Sem solução
1,2	6,25	Sem solução	Sem solução	1,80	Sem solução
1,3	5,27	Sem solução	Sem solução	1,66	Sem solução
1,365	4,83	Sem solução	-5,81	1,57	Sem solução
1,4	4,61	Sem solução	-5,03	1,53	Sem solução
2	1,85	Sem solução	-1,79	0,69	Sem solução
2,081	1,54	Sem solução	-1,48	0,58	1,87
2,1	1,46	Sem solução	-1,41	0,55	1,51

Assim como nos demais casos, os cálculos de sensibilidade e os limites do fator K das Tabelas 5.30 e 5.31 foram confirmados nas Tabelas 5.32 e 5.33, com exceção do cálculo de sensibilidade para o ângulo da fase C para  $K = 2,1\%$ , que possui variação percentual maior do que os módulos das fases A e C. Além disso, não é possível eliminar completamente o desequilíbrio pelo método de uma variável, já que o caso apresenta mais de uma variável desequilibrada.

Os resultados da correção pela alteração em dois e em três módulos são indicados nas Tabelas 5.34 e 5.35.

Tabela 5.34 – Correção do fator K pelo método de dois módulos, para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>
0	210,957	220	222,095
0,1	210,525	220	222,417
0,119	210,443	220	222,480
0,2	210,101	220	222,748
1,1	206,480	220	225,935
1,169	206,208	220	226,187

1,2	206,087	220	226,299
1,3	205,694	220	226,663
1,365	205,440	220	226,900
1,4	205,302	220	227,028
2	202,950	220	229,213
2,081	202,631	220	229,507
2,1	202,557	220	229,575

Tabela 5.35 – Correção do fator K pelo método de três módulos, para desequilíbrio nos três módulos e nos dois ângulos

<b>Fator K (%)</b>	<b>Módulo da fase A (V)</b>	<b>Módulo da fase B (V)</b>	<b>Módulo da fase C (V)</b>
0	210,775	219,810	221,903
0,1	210,388	219,840	222,273
0,119	210,314	219,845	222,343
0,2	210,000	219,866	222,642
1,1	206,490	220,037	225,947
1,169	206,219	220,043	226,200
1,2	206,098	220,046	226,312
1,3	205,706	220,054	226,677
1,365	205,451	220,058	226,914
1,4	205,314	220,059	227,041
2	202,953	220,055	229,218
2,081	202,634	220,049	229,511
2,1	202,559	220,047	229,579

Novamente, os métodos de dois e três módulos corrigem o fator K, e apresentam variações para eliminar o desequilíbrio, gerando sistemas com tensões de fase com desequilíbrio de seqüência zero, e tensões de linha perfeitamente equilibradas.

## 5.6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Capítulo 5 apresentou cinco situações de desequilíbrio, a fim de validar os algoritmos desenvolvidos neste trabalho. Foram considerados casos de desequilíbrio em um módulo, em três módulos, em um ângulo, em dois ângulos e em três módulos e dois ângulos. Em todos eles, calculou-se as componentes simétricas, o fator K, sua sensibilidade relativa, seus limites de correção e sua redução por alterações nos parâmetros, através dos três

métodos apresentados no Capítulo 3. Verificou-se a eficácia dos cálculos de sensibilidade e de correção do fator  $K$  em todos os casos.

No capítulo a seguir, são feitas as conclusões finais e as recomendações para trabalhos futuros.

## **6 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES**

### **6.1 – CONCLUSÕES GERAIS**

Neste trabalho, foram propostos e desenvolvidos modelamentos matemáticos e algoritmos computacionais para analisar e corrigir o desequilíbrio de tensão, tendo por base o método das componentes simétricas. Em primeiro lugar, foram deduzidas as equações de sensibilidade relativa do índice de medição do desequilíbrio, o fator  $K$ , de forma a quantificar a influência de cada um dos parâmetros da rede desequilibrada sobre este. Em segundo lugar, métodos analíticos de correção do supracitado índice foram descritos, baseados na alteração dos mesmos parâmetros. De forma a automatizar os cálculos correspondentes, foi desenvolvida uma ferramenta computacional, que apresenta numérica e graficamente os resultados obtidos.

Em seguida, os métodos foram validados para cinco situações de desequilíbrio: um módulo, três módulos, um ângulo, dois ângulos e simultaneamente três módulos e dois ângulos desequilibrados. Foi possível perceber que, para a maioria dos casos, o cálculo de sensibilidade relativa é válido, indicando o grau de influência de cada parâmetro. Em compensação, isto só acontece em valores de fator  $K$  para os quais existem soluções de correção. Por exemplo, no caso de um módulo desequilibrado, os ângulos das fases B e C apresentavam menor alteração percentual para corrigirem o fator  $K$ , mas somente enquanto existia solução analítica real através destas variáveis. Desta forma, a sensibilidade relativa não traz informações dos limites de correção do fator  $K$ , não sendo, portanto, um método auto-suficiente de análise do desequilíbrio.

Dentre os casos de desequilíbrio analisados, verificou-se que o fator  $K$  é, na maioria das vezes, mais sensível aos ângulos do que aos módulos da rede. Isso aconteceu mesmo em casos em que os ângulos estavam equilibrados. Por exemplo, quando se tem um módulo desequilibrado, as sensibilidades relativas indicam que, para reduzir o fator  $K$ , alterações percentuais nos ângulos são menores do que alterações no módulo desequilibrado (até onde os limites de correção são válidos). Contrário do que se poderia imaginar à primeira

vista, o índice mostra-se mais sensível a parâmetros equilibrados, de forma que se atinge uma redução do mesmo aumentando o desequilíbrio, se levarmos em conta a definição do item 2.1.

Os métodos de correção do fator K foram validados para todos os casos, inclusive através de alterações em dois ou três módulos, quando havia pelo menos um ângulo desequilibrado. Este é um resultado inesperado, visto que ambos os métodos não atacam todas as variáveis responsáveis pelo desequilíbrio. Ele também revela um aspecto importante do fator K, e, de certa forma, indesejado: ele indica desequilíbrio praticamente nulo para uma situação totalmente desequilibrada, de acordo com a definição do item 2.1. Em compensação, foi visto que o desequilíbrio surgia somente na conexão com o neutro, pois as tensões de linha eram perfeitamente equilibradas. Isto é, o fator K indica indiretamente o equilíbrio da rede, mas o desequilíbrio das tensões de fase (decorrente da conexão com o neutro) não é detectado por este índice.

É interessante ressaltar que para o caso em que não havia ângulos desequilibrados, os métodos de correção por dois e três módulos levaram estes parâmetros a valores próximos uns dos outros. Já quando havia ângulos desequilibrados, estes métodos levaram a valores distantes uns dos outros. Ou seja, como estes métodos não alteram todos os parâmetros da rede, eles podem ser empregados de forma indesejada, dependendo da aplicação.

Desta forma, os métodos desenvolvidos constituem uma ferramenta adequada para a análise do fator K. Através dos cálculos de sensibilidade relativa e dos limites de correção, é possível avaliar o grau de influência de cada parâmetro sobre o índice considerado, e através dos cálculos de correção, obtêm-se soluções analíticas para reduzi-lo ou anulá-lo. Já a adequação deste índice à análise do desequilíbrio de tensão em si foge ao escopo deste trabalho, dadas as particularidades do fator K descritas acima.

## 6.2 – RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Os métodos de correção desenvolvidos e apresentados sugerem soluções teóricas para a alteração do fator  $K$ ; eles nada dizem a respeito da forma prática com que isso pode ser atingido. Desta forma, a primeira sugestão para pesquisas futuras é a análise da forma com que módulos e ângulos da rede podem ser alterados, seja na geração, na transmissão, na distribuição ou no consumo de energia elétrica.

Com relação às limitações dos métodos apresentados, seria interessante desenvolver alguma forma de encontrar os possíveis limites de correção para a alteração em dois ou três módulos, bem como criar um método de correção através da alteração simultânea em módulos e ângulos. A ferramenta matemática que parece mais adequada a este último parece ser a programação não-linear.

As causas e implicações da sensibilidade maior do fator  $K$  a ângulos da rede também podem ser investigadas. Tendo conhecimento da forma prática com que estes podem ser alterados, pode-se aprofundar o entendimento do desequilíbrio de tensão e da influência dos ângulos das tensões sobre o mesmo.

Todos os algoritmos apresentados neste trabalho trabalham com os fasores das tensões, que são uma representação matemática destas. Eles não fazem distinção do tipo de grandeza que está sendo analisada. Desta forma, os mesmos métodos podem ser aplicados a fasores de corrente e de impedância, por exemplo. Na verdade, quaisquer trios de fasores podem passar pela análise apresentada.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agência Nacional de Energia – ANEEL, Resolução nº 505, de 26 de novembro de 2001.

Baltazar, A. C. dos S. (2007). *Qualidade de energia no contexto da reestruturação do setor elétrico brasileiro*. Dissertação de Mestrado, Programa Interunidades de Pós-Graduação em Energia, Universidade de São Paulo.

Bollen, M. H. J. (2002). *Definitions of Voltage Unbalance*. IEEE Power Engineering Review Magazine, Volume 22, 5ª edição, pgs. 49-50.

Costa, M. V. C., Filho, A. N. L., Nascimento, F. A. de O. (2007) *Análise do Comportamento do fator K Complexo e das Componentes Simétricas com a Variação dos Fasores de Tensão*. VII Conferência Brasileira sobre Qualidade da Energia Elétrica.

Faiz, J., Ebrahimpour, H., Pillay, P. (2004). *Influence of Unbalanced Voltage on the Steady-State Performance of a Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor*. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 19, Nº 4, pgs. 657-662.

Filho, A. N. L., de Oliveira, M. A. G., Garcia, M. S. P., Garcia, D. C., Rolim, T. S. (2007) *Identificação do Lugar Geométrico das Amplitudes e Ângulos das Tensões para Fatores K Iguais*. VII Conferência Brasileira sobre Qualidade da Energia Elétrica.

Frank, P. M. (1978). *Introduction to System Sensitivity Theory*. Academic Press Inc., E.U.A., Pgs. 6 a 11.

Garcia, D. C., Filho, A. L. F., de Oliveira, M. A. G., Nascimento, F. A. de O., Amorim, R. (2007). *Ferramenta Computacional Para Redução do Desequilíbrio de Tensão e Análise de Sensibilidade do Fator K*. VII Conferência Brasileira sobre Qualidade da Energia Elétrica.

Gosbell, V., Perera, S., Smith, V. (2002). *Voltage Unbalance*. Technical Note 06, Integral, Energy Power Quality Centre, University of Wollongong, School of Electrical, Computer & Telecommunications Engineering.

Lee, C. Y., Chen, B. K., Lee, W. J., Hsu, Y. F. (1997). *Effects of Various Unbalanced Voltages on the Operation Performance of an Induction Motor under the Same Voltage Unbalance Factor Condition*. IEEE.

Manyage, M., Pillay, P. (2001). *Definitions of Voltage Unbalance*. IEEE Power Engineering Review Magazine, Volume 22, edição 5, pgs. 50-51.

Manyage, M., Pillay, P. (2005). *Loss of Life in Induction Machines Operating With Unbalanced Supplies*. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 21, N° 4, pgs. 1-10.

Oliveira, J. C. (2000). *Contribuições para a Normalização da Qualidade da Energia Elétrica – Harmônicos e Desequilíbrios nas Redes Elétricas – Estado da Arte*. Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Elétrica.

Pierrat, L., Morrison, R. E. (1995). *Probabilistic Modeling of Voltage Asymmetry*. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, N° 3, pgs. 1614-1620.

Siddique, A., Yadava, G. S., Singh, B. (2004). *Effects of Voltage Unbalance on Induction Motors*. Conference Record of the IEEE International Symposium on Electrical Insulation, pgs. 26-29.

Wang, Y. J. (2001). *Analysis of Effects of Three-Phase Voltage Unbalance on Induction Motors with Emphasis on the Angle of the Complex Voltage Unbalance Factor*. IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 16, Número 3, pgs. 270-275.

## **APÊNDICES**

## A – EQUAÇÕES DE SENSIBILIDADE DOS MÓDULOS DAS SEQUÊNCIAS POSITIVA E NEGATIVA AO QUADRADO

Partindo das equações (2.12) e (2.13), deriva-se cada uma delas por cada um dos parâmetros, obtendo as equações (A.1) até (A.12).

$$\frac{\partial(9V_1^2)}{\partial V_A} = 2V_A + 2V_B \cos(\theta_{AB} - 120^\circ) + 2V_C \cos(\theta_{AC} + 120^\circ) \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial(9V_1^2)}{\partial V_B} = 2V_B + 2V_A \cos(\theta_{AB} - 120^\circ) + 2V_C \cos(\theta_{BC} - 120^\circ) \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial(9V_1^2)}{\partial V_C} = 2V_C + 2V_A \cos(\theta_{AC} + 120^\circ) + 2V_B \cos(\theta_{BC} - 120^\circ) \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial(9V_1^2)}{\partial \theta_A} = -2V_A V_B \text{sen}(\theta_{AB} - 120^\circ) - 2V_A V_C \text{sen}(\theta_{AC} + 120^\circ) \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial(9V_1^2)}{\partial \theta_B} = 2V_A V_B \text{sen}(\theta_{AB} - 120^\circ) - 2V_B V_C \text{sen}(\theta_{BC} - 120^\circ) \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial(9V_1^2)}{\partial \theta_C} = 2V_A V_C \text{sen}(\theta_{AC} + 120^\circ) + 2V_B V_C \text{sen}(\theta_{BC} - 120^\circ) \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial(9V_2^2)}{\partial V_A} = 2V_A + 2V_B \cos(\theta_{AB} + 120^\circ) + 2V_C \cos(\theta_{AC} - 120^\circ) \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial(9V_2^2)}{\partial V_B} = 2V_B + 2V_A \cos(\theta_{AB} + 120^\circ) + 2V_C \cos(\theta_{BC} + 120^\circ) \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial(9V_2^2)}{\partial V_C} = 2V_C + 2V_A \cos(\theta_{AC} - 120^\circ) + 2V_B \cos(\theta_{BC} + 120^\circ) \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial(9V_2^2)}{\partial \theta_A} = -2V_A V_B \text{sen}(\theta_{AB} + 120^\circ) - 2V_A V_C \text{sen}(\theta_{AC} - 120^\circ) \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial(9V_2^2)}{\partial\theta_B} = 2V_A V_B \text{sen}(\theta_{AB} + 120^\circ) - 2V_B V_C \text{sen}(\theta_{BC} + 120^\circ) \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial(9V_2^2)}{\partial\theta_C} = 2V_A V_C \text{sen}(\theta_{AC} - 120^\circ) + 2V_B V_C \text{sen}(\theta_{BC} + 120^\circ) \quad (\text{A.12})$$

As equações (A.13) até (A.24) apresentam as equações das sensibilidades relativas de  $9V_1^2$  e  $9V_2^2$ , cujas expressões finais são obtidas substituindo diretamente as equações (2.12), (2.13) e (A.1) até (A.12).

$$\bar{S}_{V_A}^{9V_1^2} = \frac{\partial(9V_1^2)}{\partial V_A} \frac{V_A}{9V_1^2} \quad (\text{A.13})$$

$$\bar{S}_{V_B}^{9V_1^2} = \frac{\partial(9V_1^2)}{\partial V_B} \frac{V_B}{9V_1^2} \quad (\text{A.14})$$

$$\bar{S}_{V_C}^{9V_1^2} = \frac{\partial(9V_1^2)}{\partial V_C} \frac{V_C}{9V_1^2} \quad (\text{A.15})$$

$$\bar{S}_{\theta_A}^{9V_1^2} = \frac{\partial(9V_1^2)}{\partial \theta_A} \frac{\theta_A}{9V_1^2} \quad (\text{A.16})$$

$$\bar{S}_{\theta_B}^{9V_1^2} = \frac{\partial(9V_1^2)}{\partial \theta_B} \frac{\theta_B}{9V_1^2} \quad (\text{A.17})$$

$$\bar{S}_{\theta_C}^{9V_1^2} = \frac{\partial(9V_1^2)}{\partial \theta_C} \frac{\theta_C}{9V_1^2} \quad (\text{A.18})$$

$$\bar{S}_{V_A}^{9V_2^2} = \frac{\partial(9V_2^2)}{\partial V_A} \frac{V_A}{9V_2^2} \quad (\text{A.19})$$

$$\bar{S}_{V_B}^{9V_2^2} = \frac{\partial(9V_2^2)}{\partial V_B} \frac{V_B}{9V_2^2} \quad (\text{A.20})$$

$$\bar{S}_{V_C}^{9V_2^2} = \frac{\partial(9V_2^2)}{\partial V_C} \frac{V_C}{9V_2^2} \quad (\text{A.21})$$

$$\bar{S}_{\theta_A}^{9V_2^2} = \frac{\partial(9V_2^2)}{\partial \theta_A} \frac{\theta_A}{9V_2^2} \quad (\text{A.22})$$

$$\bar{S}_{\theta_B}^{9V_2^2} = \frac{\partial(9V_2^2)}{\partial \theta_B} \frac{\theta_B}{9V_2^2} \quad (\text{A.23})$$

$$\bar{S}_{\theta_C}^{9V_2^2} = \frac{\partial(9V_2^2)}{\partial \theta_C} \frac{\theta_C}{9V_2^2} \quad (\text{A.24})$$

## B – CORREÇÃO DO FATOR K PELA VARIAÇÃO DOS MÓDULOS DAS FASES B E C

Repetindo o procedimento descrito no item 3.2.1.1 para o módulo da fase B ( $V_B$ ), obtém-se:

$$A_{VB} V_{B\text{Novo}}^2 + B_{VB} V_{B\text{Novo}} + C_{VB} = 0 \quad (\text{B.1})$$

em que:

$$A_{VB} = 1 - K_{DES}^2 \quad (\text{B.2})$$

$$B_{VB} = 2V_A [\cos(\theta_{AB} + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} - 120^\circ)] + 2V_C [\cos(\theta_{BC} + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} - 120^\circ)] \quad (\text{B.3})$$

$$C_{VB} = 2V_A V_C [\cos(\theta_{CA} + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} - 120^\circ)] + (1 - K_{DES}^2)(V_A^2 + V_C^2) \quad (\text{B.4})$$

em que  $K_{DES}$  é o valor de fator K desejado e  $V_{B\text{Novo}}$  é o valor do módulo da fase B que fornece o  $K_{DES}$ . Além disso,  $V_A$  e  $V_C$  são os valores iniciais dos módulos das fases A e C, respectivamente, e  $\theta_{AB}$ ,  $\theta_{BC}$  e  $\theta_{CA}$  são os valores iniciais das diferenças entre os ângulos das fases A e B, B e C e C e A, respectivamente.

A fim de se obter a existência de raízes reais para o polinômio da equação (B.1), deve-se desenvolver a inequação  $B_{VB}^2 - 4A_{VB}C_{VB} \geq 0$ , substituir  $A_{VB}$ ,  $B_{VB}$  e  $C_{VB}$  e isolar  $K_{DES}$ . A expressão resultante é:

$$A_{VBK} K_{DES}^4 + B_{VBK} K_{DES}^2 + C_{VBK} \geq 0 \quad (\text{B.5})$$

em que:

$$A_{VBK} = \alpha_{VBK}^2 + 4\gamma_{VBK} \quad (\text{B.6})$$

$$B_{VBK} = 2\alpha_{VBK}\beta_{VBK} + 4(\delta_{VBK} - \gamma_{VBK}) \quad (\text{B.7})$$

$$C_{VBK} = \beta_{VBK}^2 - 4\delta_{VBK} \quad (\text{B.8})$$

$$\alpha_{VBK} = -2V_A \cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - 2V_C \cos(\theta_{BC} - 120^\circ) \quad (\text{B.9})$$

$$\beta_{VBK} = 2V_A \cos(\theta_{AB} + 120^\circ) + 2V_C \cos(\theta_{BC} + 120^\circ) \quad (\text{B.10})$$

$$\gamma_{VBK} = -2V_A V_C \cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - V_A^2 - V_C^2 \quad (\text{B.11})$$

$$\delta_{VBK} = 2V_A V_C \cos(\theta_{CA} + 120^\circ) + V_A^2 + V_C^2. \quad (\text{B.12})$$

Seguindo os mesmos passos para o módulo da fase B, obtém-se as equações (B.13) até (B.24).

$$A_{VC} V_{CNovo}^2 + B_{VC} V_{CNovo} + C_{VC} = 0 \quad (\text{B.13})$$

em que:

$$A_{VC} = 1 - K_{DES}^2 \quad (\text{B.14})$$

$$B_{VC} = 2V_A [\cos(\theta_{CA} + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{CA} - 120^\circ)] + 2V_B [\cos(\theta_{BC} + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{BC} - 120^\circ)] \quad (\text{B.15})$$

$$C_{VC} = 2V_A V_B [\cos(\theta_{AB} + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_{AB} - 120^\circ)] + (1 - K_{DES}^2)(V_A^2 + V_B^2) \quad (\text{B.16})$$

em que  $V_{BNovo}$  é o valor do módulo da fase C que fornece o fator K desejado,  $K_{DES}$ .

$$A_{VCK} K_{DES}^4 + B_{VCK} K_{DES}^2 + C_{VCK} \geq 0 \quad (\text{B.17})$$

em que:

$$A_{VCK} = \alpha_{VCK}^2 + 4\gamma_{VCK} \quad (\text{B.18})$$

$$B_{VCK} = 2\alpha_{VCK}\beta_{VCK} + 4(\delta_{VCK} - \gamma_{VCK}) \quad (\text{B.19})$$

$$C_{VCK} = \beta_{VCK}^2 - 4\delta_{VCK} \quad (\text{B.20})$$

$$\alpha_{VCK} = -2V_A \cos(\theta_{CA} - 120^\circ) - 2V_B \cos(\theta_{BC} - 120^\circ) \quad (\text{B.21})$$

$$\beta_{VCK} = 2V_A \cos(\theta_{CA} + 120^\circ) + 2V_B \cos(\theta_{BC} + 120^\circ) \quad (\text{B.22})$$

$$\gamma_{VCK} = -2V_A V_B \cos(\theta_{AB} - 120^\circ) - V_A^2 - V_B^2 \quad (\text{B.23})$$

$$\delta_{VCK} = 2V_A V_B \cos(\theta_{AB} + 120^\circ) + V_A^2 + V_B^2 \quad (\text{B.24})$$

## C – CORREÇÃO DO FATOR K PELA VARIAÇÃO DO ÂNGULO DA FASE C

Seguindo o procedimento do item 3.2.1.2 para o ângulo da fase C ( $V_C$ ), separa-se a equação (3.13) de acordo com cada ângulo:

$$\begin{aligned}
 & K^2 \{ V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + 2V_A V_B \cos(\theta_A - \theta_B - 120^\circ) + \\
 & + 2V_B V_C [\cos(\theta_C) \cos(\theta_B - 120^\circ) + \text{sen}(\theta_C) \text{sen}(\theta_B - 120^\circ)] + \\
 & + 2V_A V_C [\cos(\theta_C) \cos(\theta_A + 120^\circ) + \text{sen}(\theta_C) \text{sen}(\theta_A + 120^\circ)] \} \\
 & = V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + 2V_A V_B \cos(\theta_A - \theta_B + 120^\circ) + \\
 & + 2V_B V_C [\cos(\theta_C) \cos(\theta_B + 120^\circ) + \text{sen}(\theta_C) \text{sen}(\theta_B + 120^\circ)] + \\
 & + 2V_A V_C [\cos(\theta_C) \cos(\theta_A - 120^\circ) + \text{sen}(\theta_C) \text{sen}(\theta_A - 120^\circ)]
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

Isolando-se os termos  $\cos(\theta_C)$  e  $\text{sen}(\theta_C)$ , tem-se:

$$A_{\theta_c} \cos(\theta_{C\text{Novo}}) + B_{\theta_c} \text{sen}(\theta_{C\text{Novo}}) + C_{\theta_c} = 0 \tag{C.2}$$

em que:

$$\begin{aligned}
 A_{\theta_c} &= 2V_A V_C [\cos(\theta_A - 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_A + 120^\circ)] + \\
 &+ 2V_B V_C [\cos(\theta_B + 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_B - 120^\circ)]
 \end{aligned} \tag{C.3}$$

$$\begin{aligned}
 B_{\theta_c} &= 2V_A V_C [\text{sen}(\theta_A - 120^\circ) - K_{DES}^2 \text{sen}(\theta_A + 120^\circ)] + \\
 &+ 2V_B V_C [\text{sen}(\theta_B + 120^\circ) - K_{DES}^2 \text{sen}(\theta_B - 120^\circ)]
 \end{aligned} \tag{C.4}$$

$$\begin{aligned}
 C_{\theta_c} &= (1 - K_{DES}^2)(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2) + 2V_A V_B [\cos(\theta_A - \theta_B + \\
 &+ 120^\circ) - K_{DES}^2 \cos(\theta_A - \theta_B - 120^\circ)]
 \end{aligned} \tag{C.5}$$

Transformando a equação (C.2) em um só termo cossenoidal, obtém-se o ângulo  $\theta_C$ , através de um cálculo de arco-cosseno, equações (C.6), (C.7) e (C.8).

$$\frac{A_{\theta_c}}{\sqrt{A_{\theta_c}^2 + B_{\theta_c}^2}} \cos(\theta_{CNovo}) + \frac{B_{\theta_c}}{\sqrt{A_{\theta_c}^2 + B_{\theta_c}^2}} \text{sen}(\theta_{CNovo}) = \frac{-C_{\theta_c}}{\sqrt{A_{\theta_c}^2 + B_{\theta_c}^2}} \quad (\text{C.6})$$

$$\cos\left[\theta_{CNovo} - \text{arctg}\left(\frac{B_{\theta_c}}{A_{\theta_c}}\right)\right] = \frac{-C_{\theta_c}}{\sqrt{A_{\theta_c}^2 + B_{\theta_c}^2}} \quad (\text{C.7})$$

$$\theta_{CNovo} = \text{arctg}\left(\frac{B_{\theta_c}}{A_{\theta_c}}\right) \pm \arccos\left(\frac{-C_{\theta_c}}{\sqrt{A_{\theta_c}^2 + B_{\theta_c}^2}}\right) \quad (\text{C.8})$$

A equação (C.8) apresenta duas soluções analíticas para a correção do fator K através do ângulo da fase C. Será avaliada agora a condição de existência de soluções reais para a equação (C.8), onde a razão  $-C_{\theta_c}/\sqrt{A_{\theta_c}^2 + B_{\theta_c}^2}$  deve estar entre  $-1$  e  $1$ :

$$\left| -C_{\theta_c}/\sqrt{A_{\theta_c}^2 + B_{\theta_c}^2} \right| \leq 1. \quad (\text{C.9})$$

Repetindo os procedimentos do item 3.2.1.2, tem-se as equações (C.10) a (C.21).

$$C_{\theta_c}^2 / (A_{\theta_c}^2 + B_{\theta_c}^2) \leq 1 \quad (\text{C.10})$$

$$C_{\theta_c}^2 \leq A_{\theta_c}^2 + B_{\theta_c}^2 \quad (\text{C.11})$$

$$A_{\theta_{CK}} K_{DES}^4 + B_{\theta_{CK}} K_{DES}^2 + C_{\theta_{CK}} \leq 0 \quad (\text{C.12})$$

$$A_{\theta_{CK}} = \alpha_{\theta_{CK}}^2 - \gamma_{\theta_{CK}}^2 - \varepsilon_{\theta_{CK}}^2 \quad (\text{C.13})$$

$$B_{\theta_{CK}} = 2\alpha_{\theta_{CK}}\beta_{\theta_{CK}} - 2\gamma_{\theta_{CK}}\delta_{\theta_{CK}} - 2\varepsilon_{\theta_{CK}}\phi_{\theta_{CK}} \quad (\text{C.14})$$

$$C_{\theta CK} = \beta_{\theta CK}^2 - \delta_{\theta CK}^2 - \phi_{\theta CK}^2 \quad (\text{C.15})$$

$$\alpha_{\theta CK} = -(V_A^2 + V_B^2 + V_C^2) - 2V_A V_B \cos(\theta_A - \theta_B - 120^\circ) \quad (\text{C.16})$$

$$\beta_{\theta CK} = V_A^2 + V_B^2 + V_C^2 + 2V_A V_B \cos(\theta_A - \theta_B + 120^\circ) \quad (\text{C.17})$$

$$\gamma_{\theta CK} = -2V_A V_C \cos(\theta_A + 120^\circ) - 2V_B V_C \cos(\theta_B - 120^\circ) \quad (\text{C.18})$$

$$\delta_{\theta CK} = 2V_A V_C \cos(\theta_A - 120^\circ) + 2V_B V_C \cos(\theta_B + 120^\circ) \quad (\text{C.19})$$

$$\varepsilon_{\theta CK} = -2V_A V_C \text{sen}(\theta_A + 120^\circ) - 2V_B V_C \text{sen}(\theta_B - 120^\circ) \quad (\text{C.20})$$

$$\phi_{\theta CK} = 2V_A V_C \text{sen}(\theta_A - 120^\circ) + 2V_B V_C \text{sen}(\theta_B + 120^\circ) \quad (\text{C.21})$$