



**ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DOS  
DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS DE PILARES DE PONTES EM CONCRETO ARMADO**

**SÁVIO TORRES MELO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO VIA MÉTODO DOS  
ELEMENTOS FINITOS DOS DESLOCAMENTOS  
HORIZONTAIS DE PILARES DE PONTES EM  
CONCRETO ARMADO**

**SÁVIO TORRES MELO**

**ORIENTADOR: GILBERTO GOMES**

**COORIENTADOR: JOSÉ NERES DA SILVA FILHO**

**BRASÍLIA – DF**

**2017**

**II**

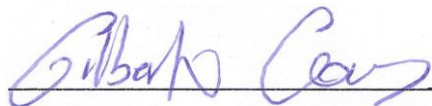
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS  
FINITOS DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS DE PILARES DE  
PONTES EM CONCRETO ARMADO**

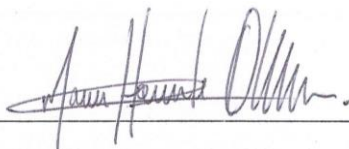
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:



**Prof. Gilberto Gomes, Dr. (UnB)**

(Orientador)



**Prof. Marcos Honorato de Oliveira, Dr. (UnB)**

(Examinador Interno)



**Prof. Carlos Eduardo Luna de Melo, Dr. (FAU/UnB)**

(Examinador Externo)

## FICHA CATALOGRÁFICA

MELO, SÁVIO TORRES

ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS DE PILARES DE PONTES EM CONCRETO ARMADO [Distrito Federal] 2017.

xx, 136 p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2017).  
Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Pilares de Ponte

2. Deslocamento Horizontal

3. Método dos Elementos Finitos

4. Efeito de Segunda Ordem

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Mestre)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MELO, S. T. (2017). Estudo Analítico e Numérico via Método dos Elementos Finitos dos Deslocamentos Horizontais de Pilares de Pontes em Concreto Armado. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM 23A/17, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 136 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Sávio Torres Melo

TÍTULO: Estudo Analítico e Numérico via Método dos Elementos Finitos dos Deslocamentos Horizontais de Pilares de Pontes em Concreto Armado.

GRAU: Mestre

ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.



Sávio Torres Melo

SCRN 714/715 Bloco G, Entrada 09, Lote 05, Edifício Imperial, Asa Norte  
707.616-70 Brasília – DF – Brasil.

savio.melo@hotmail.com

“A coisa mais difícil na vida, é saber qual ponte cruzar e qual implodir. Eis uma grande batalha interior.” (Shisleu N. F.)

Dedico este trabalho a Arlindo Melo e Sebastião Torres (in memoriam) que sempre me deram forças para me tornar o Engenheiro que sou hoje.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço em primeiro lugar a Deus, sobre todas as coisas, por me conceder a benção da vida, por ter me dado saúde, força e coragem durante toda esta longa caminhada para que eu superasse todas as dificuldades.

Aos meus pais, Maria José e Lauro, por todo carinho e amor que me deram, pela compreensão nos momentos que precisei e por estarem sempre presentes em todas as minhas conquistas. As minhas irmãs, Rowena e Lívia, que apesar de brigas, sempre acreditarem em mim e em minha competência. Aos meus tios e tias pelo carinho e afeto. Aos primos pelos conselhos que sempre me ajudaram e pelas alegrias vividas.

Ao meu orientador Gilberto Gomes e meu coorientador José Neres, pela amizade, pelo apoio, pela paciência na orientação, pela contribuição com sugestões e críticas determinantes para a elaboração deste trabalho. Aos professores componentes da Banca Examinadora: Carlos Luna e Marcos Honorato, por participarem da minha banca e pelas sugestões feitas para melhorar a minha pesquisa. A todos os professores do PECC, que foram tão importantes na minha vida acadêmica e devo a eles grande parte da minha educação.

Aos amigos, que me ajudaram na minha personalidade tornando quem eu sou hoje, na construção do meu caráter, pelos inúmeros conselhos proporcionando o afago sentimental e fortalecimento espiritual nos momentos de necessidade. Aqueles que não estão mais entre nós, mas sempre desejaram que obtivesse sucesso.

A todos aqueles que de alguma forma estiveram e estão próximos de mim, fazendo esta vida valer cada vez mais a pena. **AGORA A JORNADA CONTINUA. É HORA DE BUSCAR NOVOS SONHOS E ALCANÇAR NOVAS VITÓRIAS!**

## **RESUMO**

### **ESTUDO ANALÍTICO E NUMÉRICO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS DOS PILARES DE PONTES EM CONCRETO ARMADO**

**Autor: Sávio Torres Melo**

**Orientador: Gilberto Gomes**

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC)**

**Brasília, 01 de setembro de 2017.**

O estudo referente aos pilares de pontes se torna valoroso, primeiramente pelas limitações existentes diante das normas brasileiras e pelo fato da pequena quantidade de pesquisas relacionadas a este assunto, tornando uma necessidade conhecer o comportamento desses sistemas estruturais, com o propósito de acrescentar informações para melhorar a análise. No Brasil, os estudos relacionados às pontes são mais frequentes com a superestrutura, porém são nas mesoestruturas que estão localizados os pilares, onde estes transmitem toda carga da superestrutura à sua fundação, causando, durante esta transmissão, o surgimento de efeitos de segunda ordem que, em pilares de grandes alturas com geometrias diferenciadas influenciam na flambagem. Diante disso, este trabalho busca, por meio de uma análise analítica (através das normas) e numérica (com o uso do software ABAQUS), realizar uma verificação da utilização de pilares com arranjo simples em um modelo com arranjo múltiplo, destacando toda a análise do pilar desde a sua esbeltez até o seu deslocamento horizontal final. Para isso, foram realizadas comparações entre as seções em análise (quadrada e circular), sendo arranjos simples e/ou múltiplos e, por fim, os métodos utilizados (analítico e numérico) a fim de observar a precisão perante os riscos de construção deste tipo de estrutura. De maneira geral, os resultados numéricos encontrados mostraram convergência com os obtidos analiticamente validando a utilização de arranjos simples.

*Palavra-Chave: Concreto Armado, Pilares de Pontes, Deslocamento Horizontal.*

## **ABSTRACT**

### **ANALYTICAL AND NUMERICAL STUDY OF HORIZONTAL DISPLACEMENT ON PILLARS OF BRIDGES IN REINFORCED CONCRETE USING FINITE ELEMENT METHOD**

**Autor: Sávio Torres Melo**

**Orientador: Gilberto Gomes**

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil (PECC)**

**Brasília, 01 de setembro de 2017.**

The study of bridge pillars becomes valuable, firstly due to the existing limitations of brazilian standards and the small amount of research related to this subject, making it necessary to know the behavior of these structural systems, with the purpose of adding information to improve the analysis. In Brazil, studies related to the bridges are more frequent with the superstructure, but it is in the mesostructures that are located the pillars, where they transmit all load of the superstructure to its foundation, causing, during this transmission, the appearance of effects of second order that in pillars of great heights with differentiated geometries, influence in the buckling. Therefore, this research seeks to verify the use of columns with simple arrangement in a multiple arrangement model, by an analytical (using the norms) and numerical (using ABAQUS software) analysis, highlighting the entire analysis of the pillar from its slenderness to its final horizontal displacement. For this, comparisons were made between the sections under analysis (square and circular), real cases, simple and / or multiple arrangements and, finally, the methods used (analytical and numerical) to observe the risk Construction of this type of structure. In general, the numerical results found showed convergence with those obtained analytically validating the use of simple arrangements.

*Keywords: Reinforced Concrete, Bridge Pillars, Horizontal Displacement.*



# SUMÁRIO

<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....</b>	<b>XII</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>XVI</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>XVIII</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	1
1.2 JUSTIFICATIVA .....	4
1.3 OBJETIVOS DA PESQUISA.....	5
1.4 ESTRUTURA DA PESQUISA .....	5
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>6</b>
2.1 PILARES DE PONTES .....	6
2.2 AÇÕES EM PILARES DE PONTES.....	8
2.2.1 Ações Verticais.....	8
2.2.2 Ações Horizontais.....	9
2.2.2.1 Ação do Vento .....	9
2.2.2.2 Aceleração/Frenagem .....	11
2.2.2.3 Pressão da Água.....	11
2.3 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA .....	12
2.4 RIGIDEZ EQUIVALENTE.....	13
2.4.1 Análise sem considerar a ISE .....	13
2.4.2 Análise considerando a ISE .....	14
2.5 DISPOSIÇÃO CONSTRUTIVA.....	15
2.5.1 Comprimento de Flambagem .....	15
2.5.2 Índice de Esbeltez e Efeito de Segunda Ordem.....	16
2.5.3 Armadura dos Pilares.....	18
2.5.3.1 Armadura Longitudinal .....	18
2.5.3.2 Armadura Transversal .....	20
2.5.4 Deslocamento .....	20
2.6 TRABALHOS CORRELATOS .....	21
2.6.1 KHOURI (2001).....	21
2.6.2 KIM e JEONG (2010) .....	23
2.6.3 CHRISTIAN (2012) .....	24
2.6.4 ARAÚJO (2013).....	26
2.6.5 ROCHA (2016).....	28
2.6.6 SOUSA <i>et al.</i> (2017).....	29

<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS.....</b>	<b>32</b>
3.1	MÉTODOS ANALÍTICOS .....	32
3.1.1	Modelo baseado em Darkov e Kuznetsov (1970) e adaptado por Pfeil (1978) – MAC 1.....	32
3.1.2	Modelo utilizando a Equação Diferencial em Base Elástica – MAC 2.....	36
3.1.3	Modelo Misto – MAC 3 .....	40
3.2	MÉTODO NUMÉRICO .....	41
<b>4</b>	<b>MODELO DA PONTE PROPOSTO.....</b>	<b>44</b>
4.1	APRESENTAÇÃO DA PONTE.....	44
4.2	CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS.....	45
4.2.1	Modelo Constitutivo do ABAQUS.....	45
4.3	CARACTERIZAÇÃO DOS MODELOS .....	48
4.4	ETAPA ANALÍTICA .....	50
4.4.1	Modificações na Mesoestrutura.....	50
4.4.2	Carregamentos Horizontais .....	52
4.5	ETAPA NUMÉRICA .....	53
4.5.1	Materiais e Armaduras.....	55
4.5.2	Carregamentos no Pilares .....	56
4.5.3	Apoios nas Fundações .....	57
4.5.4	Malha .....	58
4.5.5	Modelo Completo .....	60
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>62</b>
5.1	ANÁLISE LINEAR.....	62
5.1.1	Deslocamentos Horizontais Resultantes Finais .....	63
5.1.2	Cota x Deslocamento.....	71
5.1.3	Carga x Deslocamento .....	74
5.2	ANÁLISE NÃO LINEAR .....	79
5.2.1	Carga x Deslocamento .....	80
5.2.2	Efeito de Segunda Ordem.....	92
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....</b>	<b>95</b>
6.1	CONCLUSÃO .....	95
6.1.1	Métodos de Cálculo .....	95
6.1.2	Deslocamento Horizontal .....	95
6.1.3	Efeito de Segunda Ordem.....	96
6.2	TRABALHOS FUTUROS .....	97
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>98</b>

<b>APÊNDICE A – SUPERESTRUTURA.....</b>	<b>103</b>
1. CARREGAMENTO PERMANENTE .....	103
2. CARREGAMENTO MÓVEL .....	105
<b>APÊNDICE B – MESOESTRUTURA .....</b>	<b>107</b>
1. ELEMENTOS DE ANÁLISE.....	107
2. DESLOCAMENTO NO PÓRTICO .....	108
3. RIGIDEZ EM CADA GRUPO .....	109
3. AÇÕES .....	117
4. ARMADURA .....	118
<b>APÊNDICE C – GRÁFICOS LINEARES E NÃO LINEARES.....</b>	<b>120</b>
1. COTA x DESLOCAMENTO .....	120
2. CARGA x DESLOCAMENTO LINEAR .....	124
3. CARGA x DESLOCAMENTO NÃO LINEAR .....	128

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

3D	Tridimensional
AASHTO	American Association of State Highway and Transportation Officials
ABAQUS	<i>Software</i> de Elementos Finitos
ANTT	Agência Nacional de Transporte Terrestre
API	American Petroleum Institute
CCA	Curva Calibrada do Autor
CCL	Curva Calibrada da Literatura
CNF	Coefficiente do Número de Faixas
CNT	Confederação Nacional do Transporte
DNIT	Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes
EC2	Eurocode2
HC	Estaca Hélice Contínua
ISE	Interação Solo-Estrutura
MAC	Método Analítico Clássico ou de Cálculo
MCN	Método da Curvatura Nominal
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEC	Método dos Elementos de Contorno
MEF	Método dos Elementos Finitos
MRN	Método da Rigidez Nominal
MVF	Método dos Volumes Finitos
NBR	Norma Brasileira
N <sub>spt</sub>	Índice de Resistência à Penetração do Ensaio SPT
OAE	Obras de Arte Especial
N	Newton
mm	Milímetro

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos do Alfabeto Grego

$\Delta_{\text{final}}$	Deslocamento Final
$\overline{\Delta L}$	Deslocamento Angular
$\Delta_{\text{Pórtico}}$	Deslocamento do Pórtico
$\beta_1$ e $\beta_2$	Coefficiente do Método Rigidez Aproximada
$\theta_{\Delta}$	Ângulo de Inclinação do Pórtico
$\mu_1$ e $\mu_2$	Valores Adimensionais
$\gamma_c$	Peso Específico
$\Delta$	Deslocamento
$\Delta L$	Deslocamento na Fundação
$\Delta P$	Deslocamento no Pilar
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\theta$	Ângulo de Inclinação
$\lambda$	Índice de Esbeltez
$\Omega$	Taxa Mecânica
$\Omega$	Ângulo de Rotação da Fundação

### Símbolos do Alfabeto Latino

$\phi_1$	Barra de Aço Longitudinal
$\phi_t$	Diâmetro da Barra de Aço dos Estribos
$A_{\phi}$	Área da Seção da Bitola
$A_{\text{aço}}$	Área de Aço
$A_e$	Área Equivalente
$A_{\text{infl.}}$	Área de Influência no Pilar
$A_n$	Área do Aparelho de Apoio (Neoprene)

$A_s$	Armadura Longitudinal
$A_{st}$	Área da Seção Transversal
$c_r$	Constante Relativa ao Coeficiente de Lateral do Terreno
$d_{máx.}$	Diâmetro Máximo do Agregado
$e_1$	Excentricidade de Primeira Ordem
$e_n$	Espessura do Aparelho de Apoio
$F_a$	Força da Água no Pilar
$f_{cd}$	Resistência de Cálculo do Concreto
$F_{ht}$	Força Horizontal Transversal ao Pórtico
$F_v$	Força do Vento sobre a Ponte
$f_{yd}$	Resistência de Cálculo do Aço
$h_0$	Altura do Pilar
$H_0$	Força Horizontal
$h_e$	Altura da Fundação
$h_s$	Altura da Superestrutura
$h_{tB}$	Altura da Carga Móvel
$k_a$	Coeficiente do Vento Adimensional
$K_c$	Rigidez do Conjunto
$K_f$	Rigidez da Fundação
$k_h$	Módulo de Reação Horizontal do Terreno
$K_n$	Rigidez do Aparelho de Apoio (Neoprene)
$k_n$	Coeficiente de Reação Vertical do Terreno
$K_p$	Rigidez do Pilar
$l_e$	Comprimento de Flambagem
$M_0$	Momento na Superfície do Terreno
$M_{1,d}$	Momento de Primeira Ordem

$M_{d,tot.}$	Momento Total (1ª ordem + 2ª ordem)
$N_d$	Carregamento Vertical
$q_a$	Pressão Estática
$q_v$	Carga do Vento sobre a Ponte
$s_t$	Espaçamento entre as Estribos
$v_a$	Velocidade da Água
$b$	Base da Seção do Pilar
$B$	Largura da Base do Tubulão
$E$	Módulo de Elasticidade do Concreto
$G$	Módulo de Elasticidade do Neoprene
$H$	Altura do Pilar ou Pórtico
$I$	Inércia da Seção do Pilar
$i$	Raio de Giração
$l$	Comprimento Total da Ponte
$m$	Coefficiente de Lateral Médio do Terreno
$n$	Número de Faixas de Tráfego Rodoviário
$q$	Carga Transversal (horizontal ou lateral)
$W$	Módulo de Resistência da Seção da Base do Tubulão
$x$	Razão entre o Módulo de Elasticidade do Aço pelo de Concreto
$y$	Deslocamento Transversal no Tubulão
$z$	Profundidade da Fundação

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Métodos de Cálculo dos Efeitos de 2ª Ordem .....	18
Tabela 2.2: Resumo dos Trabalhos Relacionados .....	31
Tabela 3.1: Métodos de cálculo .....	32
Tabela 3.2: Valores Indicativos do Coeficiente $k_n$ de Reação Vertical do Terreno .....	34
Tabela 3.3: Valor do Coeficiente Lateral do Terreno.....	37
Tabela 4.1: Características dos Materiais .....	45
Tabela 4.2: Dados utilizados para a análise plástica .....	47
Tabela 4.3: Especificação dos Solos.....	48
Tabela 4.4: Definição dos modelos de pilares analisados .....	49
Tabela 4.5: Carregamento Transversal no Pórtico .....	50
Tabela 4.6: Dimensões da Seção Transversal do Concreto.....	51
Tabela 4.7: Carregamento Vertical.....	51
Tabela 4.8: Dimensões da Seção Transversal com o acréscimo da Armadura .....	52
Tabela 4.9: Carregamentos Horizontais .....	53
Tabela 4.10: Rigidez e Distribuição nos Pilares.....	53
Tabela 4.11: Carregamentos no Pilares .....	53
Tabela 4.12: Quantidade de Elementos na Malha de cada Componente Estrutural.....	59
Tabela 5.1: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 1 – Grupo A .....	63
Tabela 5.2: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 1 – Grupo B .....	63
Tabela 5.3: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 1 – Grupo C .....	64
Tabela 5.4: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 1 – Grupo D.....	64
Tabela 5.5: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 2 – Grupo A .....	65
Tabela 5.6: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 2 – Grupo B .....	65
Tabela 5.7: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 2 – Grupo C .....	65
Tabela 5.8: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 2 – Grupo D.....	66
Tabela 5.9: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 3 – Grupo A.....	67
Tabela 5.10: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 3 – Grupo B .....	67
Tabela 5.11: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 3 – Grupo C .....	67
Tabela 5.12: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 3 – Grupo D.....	68
Tabela 5.13: Deslocamentos Horizontais Finais no MEF – Grupo A.....	68
Tabela 5.14: Deslocamentos Horizontais Finais no MEF – Grupo B .....	69
Tabela 5.15: Deslocamentos Horizontais Finais no MEF – Grupo C .....	69



Tabela 5.16: Deslocamentos Horizontais Finais no MEF – Grupo D .....	69
Tabela 5.17: Variações nos Deslocamentos entre a Seção Quadrada e Circular .....	73
Tabela 5.18: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo A .....	76
Tabela 5.19: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo B.....	77
Tabela 5.20: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo C.....	77
Tabela 5.21: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo D .....	78
Tabela 5.22: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo A do CCA .....	85
Tabela 5.23: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo B do CCA .....	86
Tabela 5.24: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo C do CCA .....	87
Tabela 5.25: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo D do CCA .....	88
Tabela 5.26: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo A do CCL.....	89
Tabela 5.27: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo B do CCL.....	90
Tabela 5.28: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo C do CCL.....	91
Tabela 5.29: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo D do CCL.....	91
Tabela 5.30: Deslocamentos de Segunda Ordem no Topo do Pilar .....	93
Tabela A.1: Carga no Meio do Vão (g1) .....	103
Tabela A.2: Carga da Seção Transversal no Apoio (g2) .....	103
Tabela A.3: Peso Próprio das Transversinas .....	103
Tabela A.4: Carga Adicional .....	104
Tabela A.5: Resumo dos Carregamentos Verticais .....	106
Tabela B.1: Altura Central e de Canto dos Pilares e das Fundações.....	107
Tabela B.2: Tipos de Solo .....	107
Tabela B.3: Resumo das Rigidezes e das Distribuições no Grupo A.....	110
Tabela B.4: Resumo das Rigidezes e das Distribuições no Grupo B .....	112
Tabela B.5: Resumo das Rigidezes e das Distribuições no Grupo C .....	114
Tabela B.6: Resumo das Rigidezes e das Distribuições no Grupo D.....	116
Tabela B.7: Ações Horizontais Longitudinais.....	117
Tabela B.8: Ações Horizontais Longitudinais.....	117
Tabela B.9: Esbeltez e Método Utilizado por Grupo .....	118
Tabela B.10: Armaduras nos Pilares .....	119

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Ponte sobre o Rio São Francisco, Três Marias / MG.....	2
Figura 1.2: Ponte Newton Navarro, Natal / RN .....	2
Figura 2.1: Seções Transversais de Pilares de Pontes (EL DEBS e TAKEYA, 2009) ....	6
Figura 2.2: Exemplo de Pilares de Pontes Modernas (EL DEBS e TAKEYA, 2009) .....	7
Figura 2.3: Arranjo de Pilares em Pontes (KHOURI 2001, Adaptada) .....	7
Figura 2.4: Pilares Construídos x Altura do Pilar (KHOURI, 2001) .....	8
Figura 2.5: Fluxograma dos Carregamentos Horizontais .....	9
Figura 2.6: Incidência do Vento em Pontes Rodoviárias (CATAI, 2005) .....	10
Figura 2.7: Coeficiente de Fluxo d'água (ABNT NBR 7187:2003) .....	12
Figura 2.8: Modelo de carregamento lateral de estacas de acordo com Winkler (VELLOSO e LOPES, 2012) .....	14
Figura 2.9: Comprimentos de Flambagem dependendo das situações de vinculação (FILHO, 2014).....	15
Figura 2.10: Índice de Esbeltez para Arranjos Simples e Múltiplos (KHOURI 2001, Adaptada).....	17
Figura 2.11: Efeito de Primeira Ordem .....	17
Figura 2.12: Efeito de Segunda Ordem .....	17
Figura 2.13: Discretização do Solo e do conjunto pilar-tubulão (KHOURI, 2001).....	22
Figura 2.14: Modelo da análise através dos Elementos Finitos (KIM e JEONG, 2010)	23
Figura 2.15: Comparação das Curvas p-y .....	24
Figura 2.16: Comparação dos Deslocamentos Horizontais para Estacas de Concreto (CHRISTIAN, 2012) .....	25
Figura 2.17: Comparação dos Esforços de Flexão para Estacas de Concreto e Mista (CHRISTIAN, 2012) .....	26
Figura 2.18: Curvas p-y para profundidade de 3 m (ARAÚJO, 2013) .....	27
Figura 2.19: Comportamento da estaca HC2 (ARAÚJO, 2013).....	27
Figura 2.20: Elemento Analisado no Estudo Paramétrico (ROCHA, 2016).....	28
Figura 2.21: Momentos Resistentes e atuantes com a Variação da Excentricidade de Primeira Ordem e a Taxa de Armadura - MRN (ROCHA, 2016).....	28
Figura 2.22: Esforços de Flexão (SOUSA, 2017) .....	30
Figura 3.1: Representação dos Elementos para o Deslocamento (PFEIL, 1978).....	33
Figura 3.2: Deslocamento do conjunto fundação-pilar (MARCHETTI, 2008) .....	37

Figura 3.3: Deslocamento Angular (MARCHETTI, 2008).....	39
Figura 3.4: Representação da Composição dos Deslocamentos.....	40
Figura 3.5: Diagrama para a Simulação com o <i>Software</i> ABAQUS (ABAQUS, 2010)	43
Figura 4.1: Vista Longitudinal e Elementos da Ponte.....	44
Figura 4.2: Vista Transversal.....	44
Figura 4.3: Superfície de ruptura na seção transversal desviadora (ABAQUS) .....	46
Figura 4.4: Função linear e hiperbólica de Druger-Prager (Kmiecik & Kaminski, 2011) .....	46
Figura 4.5: Resistência do concreto sob tensão biaxial (ABAQUS, 2010).....	47
Figura 4.6: Aproximação Elastoplástica (BONO, 2008).....	48
Figura 4.7: Esquema Final do modelo.....	49
Figura 4.8: Representação dos Carregamentos no topo do Pilar.....	52
Figura 4.9: Sistema Cartesiano XYZ do ABAQUS .....	54
Figura 4.10: Representação de cada Elemento Constituinte .....	55
Figura 4.11: Representação da Construção do Pilar.....	56
Figura 4.12: Representação dos Carregamentos no Pilar.....	57
Figura 4.13: Representação dos Apoios na Fundação.....	58
Figura 4.14: Representação da Malha de cada Componente Estrutural.....	60
Figura 4.15: Modelo Completo no ABAQUS .....	61
Figura 5.1: Fluxograma dos Resultados Analisados .....	62
Figura 5.2: Representação dos Deslocamentos no ABAQUS.....	70
Figura 5.3: Gráfico do Deslocamento Máximo em cada Grupo .....	71
Figura 5.4: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo A.....	73
Figura 5.5: Deslocamento linear no topo dos pilares do Grupo A .....	76
Figura 5.6: Variações máximas existentes de cada método para cada grupo.....	79
Figura 5.7: Especificação das Curvas Analisadas .....	80
Figura 5.8: Calibração (a) Literatura, (b) Autor, (c) MEF e (D) NBR 6118/2014.....	82
Figura 5.9: Curvas Calibradas no Modelo MPA1Q .....	83
Figura 5.10: Curvas Calibradas no Modelo MPA1C .....	83
Figura 5.11: Curvas Calibradas no Modelo MPA2Q .....	83
Figura 5.12: Curvas Calibradas no Modelo MPA2C .....	83
Figura 5.13: Curvas Calibradas no Modelo MPA3Q .....	84
Figura 5.14: Curvas Calibradas no Modelo MPA3C .....	84
Figura 5.15: Curvas Calibradas no Modelo MPA4Q .....	84

Figura 5.16: Curvas Calibradas no Modelo MPA4C .....	84
Figura 5.17: Variação dos Deslocamentos Máximos para cada grupo no CCA e CCL. 92	
Figura 5.18: Maior Deslocamento de Segunda Ordem por Grupo.....	94
Figura A.1: Representação dos Carregamentos Permanentes na Ponte .....	104
Figura A.2: Gráfico do Esforço Cortante devido a Carregamento Permanente .....	104
Figura A.3: Seção transversal da ponte carregada apenas com carga de multidão .....	105
Figura A.4: Seção transversal da ponte carregada com o Trem-Tipo .....	105
Figura A.5: Linha de Influência e Carregamentos do Trem-Tipo.....	105
Figura A.6: Trem-Tipo .....	106
Figura A.7: Envoltória do esforço cortante devido à carga móvel.....	106
Figura B.1: Representação da Parte Livre (Pilar) e da Parte Enterrada (Fundação) ....	107
Figura B.2: Ábaco de Flexão Oblíqua Composta para o Método da Rigidez K na Seção Quadrada (PINHEIRO, 2010) .....	118
Figura B.3: Ábaco de Flexão Oblíqua Composta para o Método da Rigidez K na Seção Circular (MONTROYA, 2000).....	119
Figura B.4: Gráfico utilizado no método Diagrama M, N, 1/r para a taxa mecânica (FUSCO, 1981).....	119
Figura C.1: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo A .....	121
Figura C.2: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo B .....	122
Figura C.3: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo C .....	123
Figura C.4: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo D .....	124
Figura C.5: Comportamento Linear no Grupo A .....	125
Figura C.6: Comportamento Linear no Grupo B.....	126
Figura C.7: Comportamento Linear no Grupo C.....	127
Figura C.8: Comportamento Linear no Grupo D .....	128
Figura C.9: Curvas Calibradas no Modelo MPA1Q .....	128
Figura C.10: Curvas Calibradas no Modelo MPA1C.....	129
Figura C.11: Curvas Calibradas no Modelo MPA2Q .....	129
Figura C.12: Curvas Calibradas no Modelo MPA2C.....	129
Figura C.13: Curvas Calibradas no Modelo MPA3Q .....	129
Figura C.14: Curvas Calibradas no Modelo MPA3C.....	130
Figura C.15: Curvas Calibradas no Modelo MPA4Q .....	130
Figura C.16: Curvas Calibradas no Modelo MPA4C.....	130
Figura C.17: Curvas Calibradas no Modelo MPB1Q.....	130

Figura C.18: Curvas Calibradas no Modelo MPB1C.....	131
Figura C.19: Curvas Calibradas no Modelo MPB2Q.....	131
Figura C.20: Curvas Calibradas no Modelo MPB2C.....	131
Figura C.21: Curvas Calibradas no Modelo MPB3Q.....	131
Figura C.22: Curvas Calibradas no Modelo MPB3C.....	132
Figura C.23: Curvas Calibradas no Modelo MPB4Q.....	132
Figura C.24: Curvas Calibradas no Modelo MPB4C.....	132
Figura C.25: Curvas Calibradas no Modelo MPC1Q.....	132
Figura C.26: Curvas Calibradas no Modelo MPC1C.....	133
Figura C.27: Curvas Calibradas no Modelo MPC2Q.....	133
Figura C.28: Curvas Calibradas no Modelo MPC2C.....	133
Figura C.29: Curvas Calibradas no Modelo MPC3Q.....	133
Figura C.30: Curvas Calibradas no Modelo MPC3C.....	134
Figura C.31: Curvas Calibradas no Modelo MPC4Q.....	134
Figura C.32: Curvas Calibradas no Modelo MPC4C.....	134
Figura C.33: Curvas Calibradas no Modelo MPD1Q.....	134
Figura C.34: Curvas Calibradas no Modelo MPD1C.....	135
Figura C.35: Curvas Calibradas no Modelo MPD2Q.....	135
Figura C.36: Curvas Calibradas no Modelo MPD2C.....	135
Figura C.37: Curvas Calibradas no Modelo MPD3Q.....	135
Figura C.38: Curvas Calibradas no Modelo MPD3C.....	136
Figura C.39: Curvas Calibradas no Modelo MPD4Q.....	136
Figura C.40: Curvas Calibradas no Modelo MPD4C.....	136

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As pontes e viadutos são elementos essenciais para o sistema rodoviário de transporte. No Brasil onde este modal predomina, ainda que de forma precária, visto que o transporte rodoviário corresponde à movimentação de mais de 60% de toda a carga que trafega no território nacional, existindo cerca de 130 mil empresas de transporte de cargas no Brasil com mais de 1.6 milhões de veículos que oferecem serviços, segundo a Agência Nacional de Transportes Terrestres (ANTT, 2016).

Esse cenário mostra que a economia brasileira é bastante dependente de Obras de Artes Especiais (OAEs), devido à geografia brasileira ser recortada por diversos obstáculos como rios, vales, vias, entre outros. Estes impedimentos geográficos precisam ser superados, permitindo assim, a continuidade do fluxo de veículos, melhorando o acesso as mais longínquas regiões para atender a demanda de grandes quantidades de cargas por longas distâncias, beneficiando várias pessoas com a geração de emprego e renda, além de conceder o turismo, favorecendo assim a economia do país.

O projeto de pontes requer conhecimentos em diversas áreas da engenharia como hidrologia, geotecnia, topografia, materiais de construção e fundações. Nesse processo é necessário, portanto, assegurar que as OAEs atendam às condições inerentes de funcionalidade, segurança, estética e durabilidade, da forma mais econômica possível, ao menos durante sua vida útil de projeto.

Assim, tem havido uma necessidade constante na engenharia moderna de resolver problemas antes desconhecidos ou pouco estudados, de transpor barreiras mais complexas através do desenvolvimento de pontes e viadutos cada vez mais esbeltos e funcionais. As Figuras 1.1 e 1.2 mostram exemplos de pontes em concreto apoiadas em pilares de grandes alturas em que o estudo da influência da flambagem foi preponderante para garantir a estabilidade global da estrutura.



Figura 1.1: Ponte sobre o Rio São Francisco, Três Marias / MG

(Fonte: [https://www.tripadvisor.com.br/LocationPhotoDirectLink-g2348911-d4664204-i117405130-Restaurante\\_Rei\\_do\\_Peixe-Tres\\_Marias\\_State\\_of\\_Minas\\_Gerais.html](https://www.tripadvisor.com.br/LocationPhotoDirectLink-g2348911-d4664204-i117405130-Restaurante_Rei_do_Peixe-Tres_Marias_State_of_Minas_Gerais.html))



Figura 1.2: Ponte Newton Navarro, Natal / RN

(Fonte: <http://www.deputadosouza.com.br/>)

Deste fato surge a necessidade de estudar os problemas relacionados principalmente à mesoestrutura dessas OAEs, em especial os pilares, devido às suas rigidezes e tipos de solicitações, fatores que podem potencializar a ruptura por flambagem desses elementos. Na mesoestrutura o problema da flambagem em pilares de pontes em

concreto armado pode influenciar de modo significativo o dimensionamento destas e está diretamente ligado a não linearidade geométrica associada à influência da deformação sobre os esforços aplicados, originando, assim, efeitos adicionais denominados efeitos de segunda ordem. Entretanto, para que a influência da flambagem seja avaliada de forma correta, deve-se associar ao comportamento da estrutura, além da não linearidade geométrica, a não linearidade física.

Os efeitos de segunda ordem estão associados aos efeitos dos deslocamentos causados por forças internas atuantes em estruturas ou elementos estruturais. Para elementos estruturais de concreto armado como, por exemplo, os pilares, os efeitos de segunda ordem são geralmente associados ao aumento dos momentos fletores causados por forças de compressão sobre a excentricidade de primeira ordem em elementos esbeltos. Assim, a não consideração dos efeitos de segunda ordem nos esforços de dimensionamento traduzir-se-á numa redução da capacidade de carga e, conseqüentemente, a possibilidade de colapso do elemento estrutural torna-se mais real (SCANDELAI, 2004).

Em virtude dos aspectos estruturais, geológicos e geotécnicos que propiciam a interação do conjunto meso e infraestrutura, deve ser levada em conta no dimensionamento e verificação da estabilidade global da estrutura a interação solo-estruturas (ISE). Essa interação resulta em um sistema mecânico integrado que pode ser analisado isoladamente pelos modelos analíticos já consagrados ou utilizando modelos numéricos através da aplicação de formulações tridimensionais via Método dos Elementos Finitos (MEF) ou Método dos Elementos de Contorno. Atualmente, vem sendo intensificado o uso de softwares via MEF tais como ABAQUS, CSIBridge, LUSAS e MIDAS na análise de pontes e viadutos considerando tanto a estrutura acoplada (3D) quanto os elementos estruturais isolados.

Devido à falta de técnicas para o cálculo de esforços em pilares de pontes, normalmente recorre-se às normas ABNT NBR 7187:2003 e 7188:2013. Porém, existe limitação nestas normas, como o fato do carregamento do vento proposto pela ABNT NBR 6123:1988 (que não se aplica ao caso de pilares de ponte) ou a distribuição do carregamento em cada lance de pilar (a norma não apresenta essa distribuição). São essas circunstâncias que pesquisadores e projetistas estruturais recorram às normas internacionais ou a métodos numéricos para uma análise adequada.



Pesquisadores como Khouri (2011), Rocha (2016), entre outros, vem se dedicando ao estudo da estabilidade de pilares de pontes envolvendo em sua grande maioria a análise através de modelos numéricos com intuito de obter soluções do ponto de vista estrutural segura e ao mesmo tempo econômica.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Considerando a grande importância do transporte rodoviário de pessoas e cargas no Brasil (onde os veículos pesados são comuns), buscando economia no dimensionamento dos elementos estruturais, sem deixar de lado a funcionalidade e a segurança. Nas pontes, os pilares são responsáveis por transmitir as cargas verticais e horizontais longitudinais e transversais provenientes da superestrutura à sua fundação (infraestrutura). Essa transmissão gera efeitos de segunda ordem, que na análise estrutural, são caracterizados como aqueles em que os deslocamentos transversais são considerados no equilíbrio da seção transversal do pilar; o que dá origem a momentos fletores adicionais.

Nas últimas décadas tem-se acompanhado a um enorme desenvolvimento nos métodos numéricos e modelos computacionais que permitem analisar estruturas com elevado grau de precisão considerando a sua não linearidade. Assim, as análises não lineares vêm sendo consideradas um paradigma nos dias atuais, influenciando de forma significativa na evolução dos modelos estruturais usualmente empregados nos cálculos das estruturas. Além disso, os sistemas computacionais modernos destinados à análise e cálculo de elementos estruturais de concreto armado dispõem de inúmeros tipos de análises não lineares, tornando assim fundamental que os projetistas tenham conhecimento da influência dos seus efeitos nas estruturas (KIMURA, 2007).

Nesse sentido, o estudo da análise dos efeitos de segunda ordem nos pilares de pontes e dos deslocamentos horizontais se torna importante, sobretudo pelas restrições que as normas abordam e pelo pequeno número de pesquisas relacionadas ao assunto, com o propósito de acrescentar informações para melhorar a análise referente a estes pilares.

### 1.3 OBJETIVOS DA PESQUISA

O objetivo geral desta pesquisa é realizar um estudo analítico e numérico da interação solo-estrutura de pilares de pontes em concreto armado a fim de avaliar os deslocamentos horizontais e os efeitos de segunda ordem da estrutura.

O trabalho tem como objetivos específicos:

- Propor outro método analítico, baseado nos métodos clássicos, para cálculo de deslocamentos;
- Fazer a análise comparativa linear e não linear considerando a interação solo-estrutura (ISE) dos deslocamentos dos pilares, utilizando os métodos analíticos e o Método dos Elementos Finitos (MEF) através programa computacional ABAQUS v6-14;
- Avaliar os efeitos de segunda ordem nos pilares de uma ponte modelo em concreto armado.

### 1.4 ESTRUTURA DA PESQUISA

No capítulo 1 foi feita uma apresentação da dissertação, destacando o motivo da sua realização, os seus objetivos e como está organizado.

O capítulo 2 destaca um referencial teórico, apresentando os pilares de pontes juntamente com as suas ações e aspectos construtivos, finalizando com alguns trabalhos.

No capítulo 3 mostra os métodos de cálculo analítico e numérico que foram abordados nesta pesquisa.

O capítulo 4 aponta uma análise de um pilar de ponte de seção quadrada e outro de seção circular, através dos métodos analíticos apresentados pela literatura e através de uma análise numérica utilizando o *software* ABAQUS.

No capítulo 5 retrata os resultados da pesquisa, uma análise comparativa entre os métodos analíticos e os métodos numéricos, com intuito de analisar os deslocamentos horizontais e os efeitos de segunda ordem.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões e trabalhos futuros.

Os apêndices A, B e C apresentam os cálculos da superestrutura, da mesoestrutura e os gráficos dos deslocamentos (resultados) respectivamente.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

A mesoestrutura de uma ponte é, em geral, formada pelos pilares e aparelhos de apoio cuja principal função é a transmissão dos esforços da superestrutura para a infraestrutura. Este capítulo traz uma breve revisão bibliográfica sobre a análise dos pilares de pontes, desde a sua classificação até o seu dimensionamento e, por fim, apresentam-se alguns trabalhos relacionados com o tema desta pesquisa.

### 2.1 PILARES DE PONTES

A escolha dos pilares para o projeto deve ser baseada em requisitos estruturais, funcionais e geométricos. Assim, é possível classificá-los de acordo com a descrição abaixo feita por Rocha (2016):

- Tipo de material: aço, madeira, concreto armado, etc., a fim de destacar a solidez, durabilidade, custo e acabamento em uma obra;
- Tipo de seção: sólida, vazada, circular, retangular, octogonal, etc., com a intenção de apresentar a melhor opção para deixar a estrutura mais leve e garantir rigidez em várias direções (ver Figura 2.1);
- Tipo de estrutura: encastrados no tabuleiro ou articulados, com o propósito de receber as cargas de apoios fixos ou deslizantes;
- Tipo de configuração estrutural: pilar único, conjunto de pilares, pilar tipo parede e pilar tipo cabeça de martelo, com intuito de diminuir a resistência das cargas horizontais e para melhorar a estética (ver Figura 2.2).

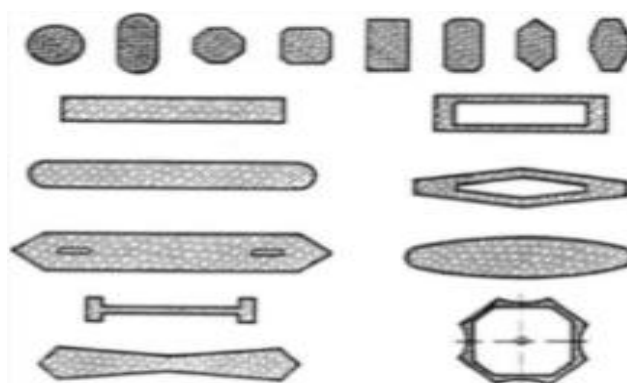


Figura 2.1: Seções Transversais de Pilares de Pontes (EL DEBS e TAKEYA, 2009)

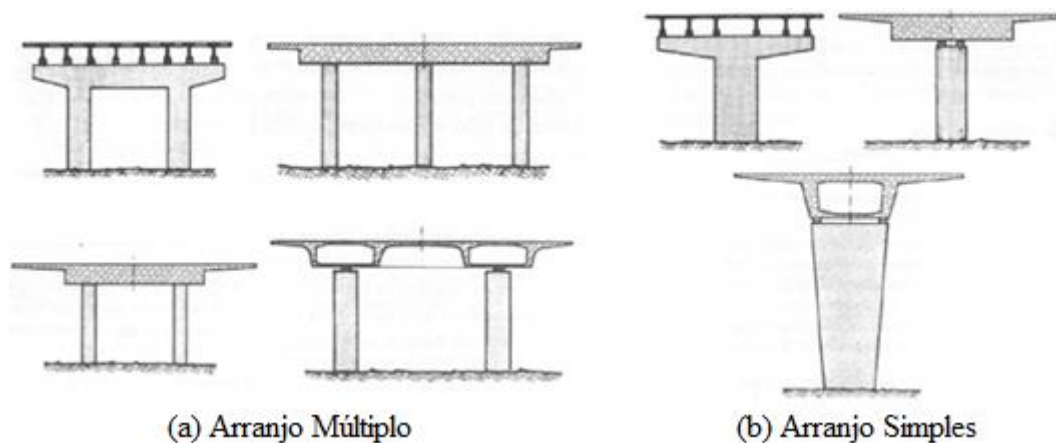


Figura 2.2: Exemplo de Pilares de Pontes Modernas (EL DEBS e TAKEYA, 2009)

É essencial destacar o arranjo de pilares dependendo da sua seção transversal, pois em fileiras de pilares que apresentem pórticos (arranjo múltiplo) é predominantemente utilizada uma seção sólida, com uma alta porcentagem do uso de seções vazadas nos lances de pilares que apresentem um único pilar (arranjo simples), como pode ser observado na Figura 2.3 a seguir:

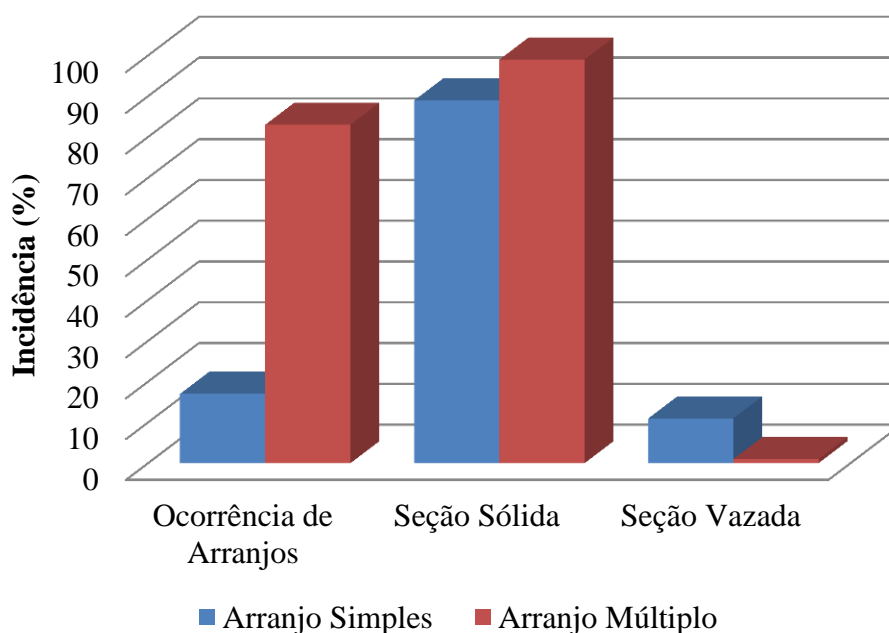


Figura 2.3: Arranjo de Pilares em Pontes (KHOURI 2001, Adaptada)

De acordo com Poston *et al.* (1983) foram realizados questionamentos referente a projetos de pontes de concreto armado, a fim de descobrir a forma estrutural de pilares projetados no período de 1960-1980. Através do estudo de 155.000 arranjos de pilares

projetados neste período, criou-se um percentual para mostrar que na década seguinte havia expectativa de que poucas inovações, em termos de concepção, pudessem ocorrer relativamente ao período de 1960-1980. A Figura 2.4 mostra que a seção sólida predomina nas aplicações em pilares de baixa altura e que o uso de seções vazadas é crescente com altura do pilar.

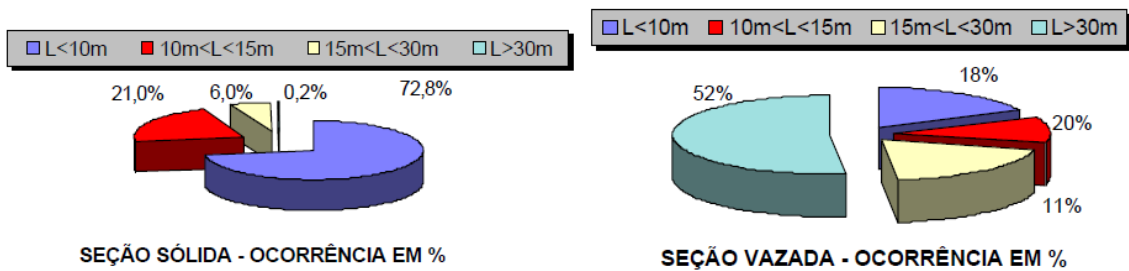


Figura 2.4: Pilares Construídos x Altura do Pilar (KHOURI, 2001)

## 2.2 AÇÕES EM PILARES DE PONTES

Os pilares de pontes estão submetidos a esforços verticais e horizontais. As normas NBR 7187/2003, NBR 7188/2013 e a AASHTO/2014 tratam do assunto e dão diretrizes para a composição das cargas que deverão ser utilizadas no dimensionamento desses elementos.

### 2.2.1 Ações Verticais

Os carregamentos verticais aplicados no pilar são resultantes da combinação dos seguintes esforços:

- Carregamento Permanente sobre a Superestrutura: Carregamento de magnitude e posição constantes que atua de forma permanente, incluindo o peso próprio;
- Carga Móvel sobre a Superestrutura: Sistema de cargas representativo dos valores característicos dos carregamentos provenientes do tráfego a que a estrutura está sujeita em serviço;
- Peso Próprio do Pilar: Parte do carregamento permanente gerado pela massa do elemento estrutural considerado.

## 2.2.2 Ações Horizontais

No projeto dos elementos estruturais que constituem a mesoestrutura de uma ponte, é necessário considerar os diversos tipos de ações diretas horizontais (forças longitudinais e transversais) que agem na superestrutura tais como: frenagem ou aceleração, componente longitudinal e transversal do vento, empuxos de terra, etc. Ademais, existem ainda as ações indiretas (ações geradas por deformações impostas tais como: retração, fluência, protensão, etc.) que aumentam os esforços finais na mesoestrutura das pontes, conforme ilustrado na Figura 2.5.

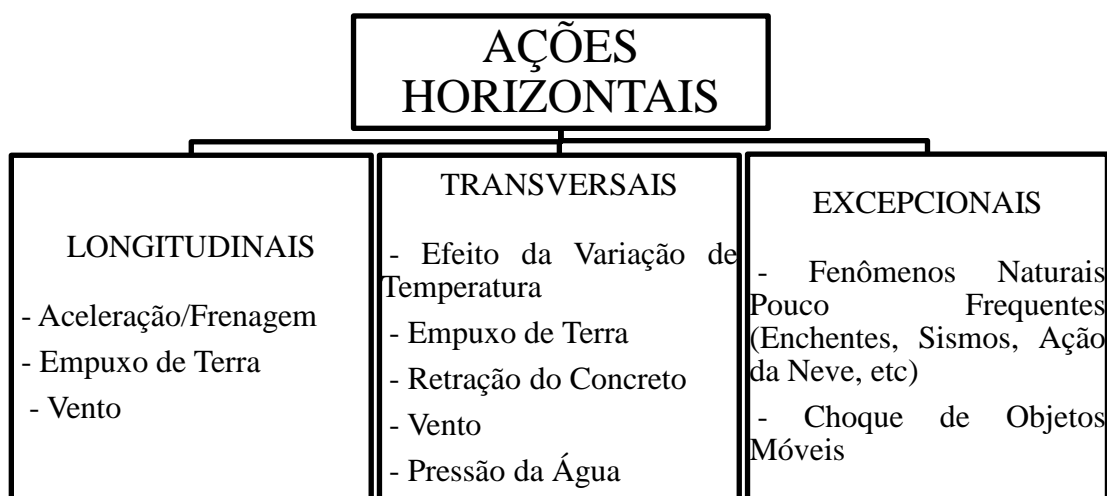


Figura 2.5: Fluxograma dos Carregamentos Horizontais

Nesta pesquisa serão consideradas para o estudo do efeito de segunda ordem e deslocamento nos pilares, algumas ações consideradas mais importantes pelas suas magnitudes e as que influenciam de forma característica nos modelos analisados. Por simplificação de cálculos, os esforços gerados devido ao carregamento horizontal (efeito de variação de temperatura, retração do concreto, empuxos de terra e as excepcionais), não serão considerados nos esforços horizontais, pelo fato de apresentarem uma duração extremamente curta ou de não atuarem no sistema estrutural da ponte em estudo.

### 2.2.2.1 Ação do Vento

A ação do vento é traduzida por uma força horizontal agindo normalmente ao eixo da estrutura e uniformemente distribuído ao longo desse eixo. A ABNT NBR 7187/2003 não indica nenhum procedimento para a determinação da ação do vento em pontes;

apenas recomendam seguir o disposto na ABNT NBR 6123/2014, que trata da ação do vento em edifícios. Na falta de recomendações específicas para pontes, o projetista poderá adotar o procedimento indicado pela antiga ABNT NB-2/1961 para composição de carregamento horizontal transversal. Existem casos em que os esforços provocados pelo vento são calculados com coeficiente de forma, determinados experimentalmente em túnel de vento, como pode ser observado em pontes estaiadas (PFEIL, 1985).

- Transversal

A ponte é tratada de duas formas utilizando a pior situação para análise e dimensionamento, conforme especificado pela norma americana AASHTO de 2014:

- Ponte Descarregada: apresenta um tabuleiro sem tráfego e a incidência do vento é apenas a estrutura da ponte em que o vento entra em contato (ver Figura 2.6), admitindo uma pressão equivalente a 1,5 kN/m<sup>2</sup>.

- Ponte Carregada: apresenta um tabuleiro com tráfego e a incidência do vento sendo a estrutura da ponte em que o vento entra em contato acrescentado do toque na parte do veículo (ver Figura 2.6), admitindo uma pressão equivalente a 1,0 kN/m<sup>2</sup>.

$$F_v = q_v \cdot (h_s + h_{tB}) \cdot l \quad (2.1)$$

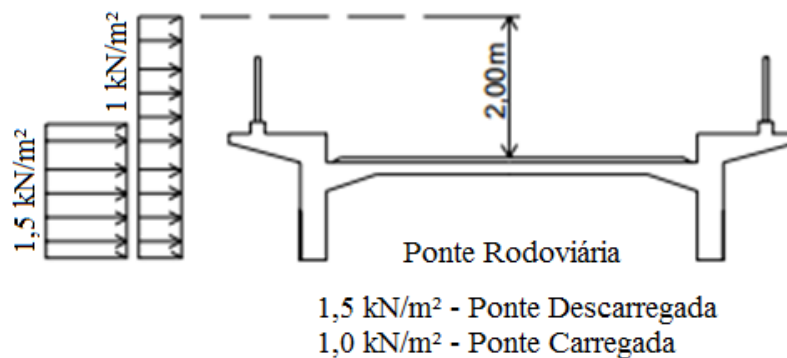


Figura 2.6: Incidência do Vento em Pontes Rodoviárias (CATAI, 2005)

- Longitudinal

De acordo com a AASHTO/2014 para ação de vento na direção horizontal longitudinal, sobre a superestrutura, adota-se 25% da força de vento que atua na direção transversal, já sobre a carga móvel adota-se 40% da força do vento que atua na direção transversal, lembrando que para a ponte carregada a força do vento é de 1,5 kN/m<sup>2</sup> e para a ponte descarregada é de 1,0 kN/m<sup>2</sup>, apresentando a seguinte fórmula:

$$F_v = q_v \cdot (0,25 \cdot h_s + 0,4 \cdot h_{tB}) \cdot l \quad (2.2)$$

Onde  $q_v$  é a carga do vento sobre a ponte e  $h_s$  e  $h_{tB}$  são altura da superestrutura e altura da carga móvel, respectivamente e  $l$  é o comprimento total da ponte.

#### 2.2.2.2 Aceleração/Frenagem

Os esforços de aceleração e frenagem se referem aos percentuais de pesos dos veículos sem impacto vertical e se supõem aplicados na superfície de rolamento da pista da rodovia. O valor deste esforço está normalizado pela ABNT NBR 7188:2013 e vale:

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (n - 2) > 0,9 \quad (2.3)$$

$$H_f = 0,25 \cdot B \cdot L \cdot CNF \geq 135 \text{Kn} \quad (2.4)$$

Em que CNF é o coeficiente do número de faixas,  $n$  é o número de faixas de tráfego rodoviário,  $B$  é a largura efetiva da carga distribuída de  $5 \text{ kN/m}^2$  e  $L$  é o comprimento concomitante da carga distribuída.

#### 2.2.2.3 Pressão da Água

O empuxo d'água e a subpressão devem ser consideradas nas situações mais desfavoráveis para as verificações dos estados limites, sendo dada especial atenção ao estudo dos níveis máximo e mínimo dos cursos d'água e do lençol freático. Segundo a ABNT NBR 7187:2003, a força da água em movimento sobre os pilares pode ser determinada através das expressões:

$$q_a = K_a \cdot v_a^2 \quad (2.5)$$

$$F_a = q_a \cdot A_{infl.} \quad (2.6)$$

Em que  $F_a$  é a força da água no pilar,  $q_a$  é pressão estática equivalente em  $\text{kN/m}^2$ ,  $A_{infl.}$  é a área que a água influencia no pilar,  $v_a$  é velocidade equivalente em  $\text{m/s}$  e  $K_a$  é coeficiente adimensional determinado experimentalmente. O valor de  $K_a$  depende do formato do pilar e do contato da água neste pilar, como pode ser observado na Figura 2.7, a seguir:



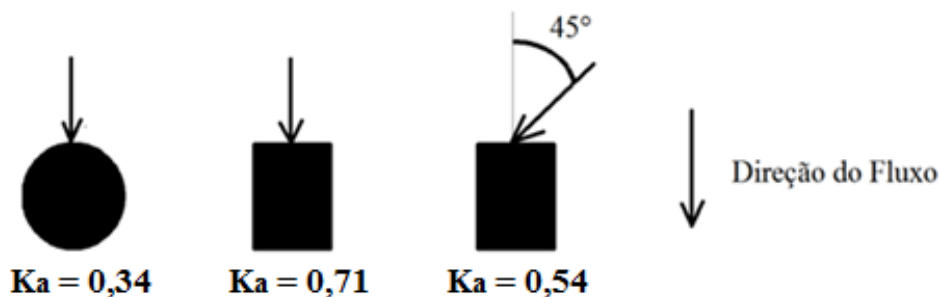


Figura 2.7: Coeficiente de Fluxo d'água (ABNT NBR 7187:2003)

### 2.3 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

A análise da interação solo-estruturas (ISE) é um tipo de procedimento que considera os esforços solicitantes (força normal e cortante, momento fletor e torção) em inúmeros pontos da estrutura e da fundação, com intuito de observar o efeito do solo na modificação dos recalques diferenciais da fundação através de processos iterativos. Pode incluir todos os tipos de estruturas e o solo sobre o qual são construídas, exigindo conhecimentos tanto engenharia de estruturas quanto de engenharia geotécnica.

Alguns projetos estruturais realizados atualmente não apresentam essa consideração, apenas aplicam o carregamento de uma só vez, o que torna perigoso, pois a influência desta interação é bastante significativa, pelo fato dos efeitos da rigidez propiciar na prática um carregamento gradual e não um carregamento pontual. Porém, além da rigidez existem outros fatores que podem influenciar no comportamento da estrutura, como o tempo, a presença de construções vizinhas, processo construtivo, etc. Assim, a não consideração da ISE pode trazer consequências negativas em relação à segurança, economia e surgimento de manifestações patológicas (ANTONIAZZI, 2011).

À medida que as estruturas passam a ter maior importância, seja pela sua magnitude ou pela sua complexidade, devem-se propor modelos que permitam caracterizar melhor o comportamento da estrutura. Segundo Colares (2006) a ISE pode ser avaliada em diversas situações como em projetos de edificações, pontes, silos e contenções. A ISE consiste, portanto, no caso específico de pontes, na análise conjunta da mesoestrutura e do maciço de solo. Esta interação tem início já nas primeiras fases da construção e se prolonga até que exista uma situação de equilíbrio, ou seja, quanto às tensões e deformações se estabilizam tanto na estrutura como no maciço de solo.

## 2.4 RIGIDEZ EQUIVALENTE

Para computar o efeito das ações horizontais é necessário conhecer a rigidez do conjunto (fundação + pilar + aparelho de apoio), conforme a equação de Pfeil (1985):

$$\frac{1}{K_c} = \frac{1}{K_f} + \frac{1}{K_p} + \frac{1}{K_n} \quad (2.7)$$

No qual é  $K_c$  a rigidez do conjunto,  $K_f$  é a rigidez da fundação,  $K_p$  é a rigidez do pilar,  $K_n$  é a rigidez do aparelho de apoio.

Vale ressaltar que essas rigidezes podem ser obtidas considerando ou não à interação solo-estruturas conforme mostra os comentários nos itens subsequentes.

### 2.4.1 Análise sem considerar a ISE

Existem situações de sistemas estruturais e tipos de solos que permitem a não consideração da ISE. Nesse caso, para uma análise da rigidez do conjunto, considera-se o solo como um maciço com rigidez infinita e o pilar com rotação nula na região do engaste.

Vale ressaltar que quando existem aparelhos de apoio elastoméricos (Neoprene fretado) conduzindo os esforços da superestrutura para os pilares, a rigidez dos pilares sofre alterações devido à colaboração do elastômero no topo do pilar (PFEIL, 1985). Assim pode-se através das equações (2.8) e (2.9) fazer o cálculo os coeficientes de rigidezes para pilares prismáticos com inércia constante engastados na base:

$$K_p = \frac{3EI}{h_0^3} \quad (2.8)$$

$$K_n = G \frac{A_n}{e_n} \quad (2.9)$$

Onde  $K_p$  é a rigidez do pilar,  $K_n$  é a rigidez do aparelho de apoio,  $E$  é o módulo de elasticidade do concreto,  $I$  é a inércia da seção do pilar,  $h_0$  é a altura do pilar,  $G$  é modulo de elasticidade transversal do neoprene (em torno de 1000 kN/m<sup>2</sup>),  $A_n$  é a área do aparelho de apoio (neoprene) e  $e_n$  é a sua espessura.

## 2.4.2 Análise considerando a ISE

Em vários projetos de ponte, a rigidez que consta na equação (2.8) se refere apenas ao pilar. Desta forma, quando é possível considerar a interação solo-estruturas, o cálculo da rigidez final deverá sofrer o acréscimo da rigidez da fundação. Ao se fazer uma análise simplificada do problema, pode-se utilizar um modelo teórico aproximado no qual se admite que o comportamento da estaca carregada horizontalmente se assemelhe ao comportamento de uma viga na vertical, na qual o solo pode ser modelado como uma série de molas idênticas e isoladas, em comportamento linear elástico, como ilustrado na Figura 2.8.

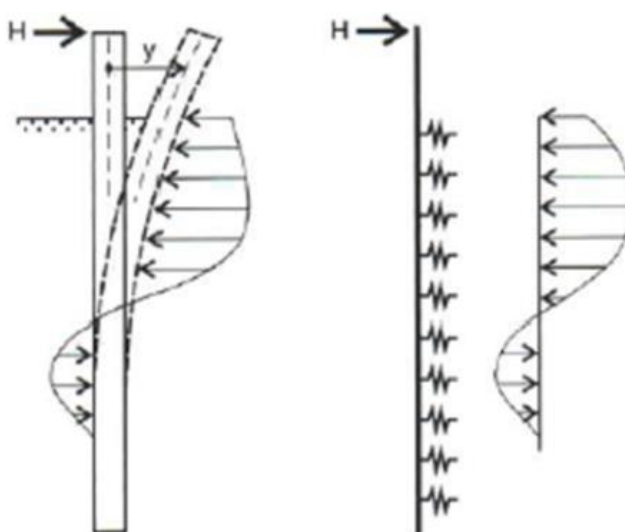


Figura 2.8: Modelo de carregamento lateral de estacas de acordo com Winkler  
(VELLOSO e LOPES, 2012)

Cintra (2002) menciona que para determinar tanto a rigidez do solo como a rigidez à flexão da estaca, leva-se em consideração a variação do módulo de reação horizontal, pois a rigidez do solo pode variar com a profundidade. Desta forma, admite-se a seguinte equação:

$$K_f = \sqrt[m+2]{\frac{EI}{k_h}} \quad (2.10)$$

Sendo  $K_f$  a rigidez da fundação,  $k_h$  módulo de reação horizontal do terreno, o “m” apresenta o valor de 0 para o módulo de reação horizontal constante e 1 para o módulo de reação horizontal variando linearmente com a profundidade.

Por fim, após o cálculo das rigidezes finais, considerando ou não a ISE, as ações horizontais longitudinais e transversais podem ser distribuídas em cada um dos pilares da ponte através da seguinte expressão:

$$\text{Distribuição} = \frac{K_c}{\sum K_c} \quad (2.11)$$

## 2.5 DISPOSIÇÃO CONSTRUTIVA

Neste item são apresentados alguns conceitos fundamentais para realizar o dimensionamento de um pilar de concreto armado. O fato de tratar aspectos que influenciam no dimensionamento do pilar, serve para observar a influência dos efeitos de segunda ordem abordados pela ABNT NBR 6118:2014 em parâmetros que são importantes para encontrar a armadura e que são abordados a seguir para facilitar a modelagem da pesquisa.

### 2.5.1 Comprimento de Flambagem

O comprimento de Flambagem ou comprimento equivalente da peça corresponde ao espaçamento entre pontos de inflexão devido ao carregamento aplicado, como pode ser observado na Figura 2.9. Este comprimento pode ser diferente dependendo da vinculação existente.

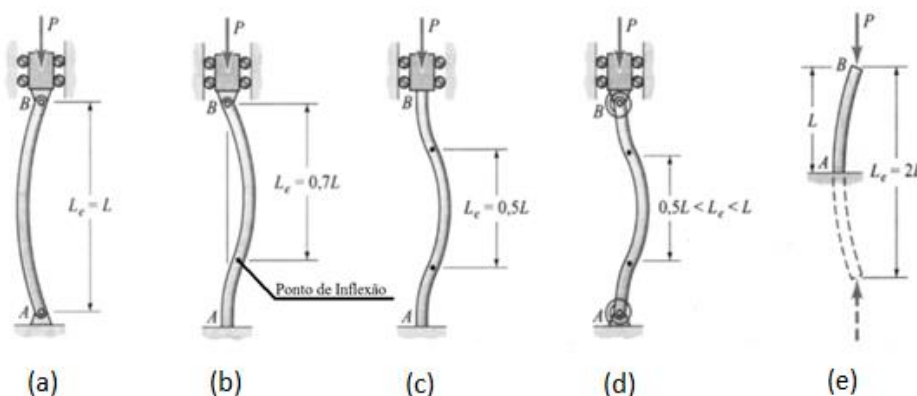


Figura 2.9: Comprimentos de Flambagem dependendo das situações de vinculação  
(FILHO, 2014)

Nesta pesquisa, a análise será feita em um pilar de ponte cujo comprimento equivalente a adotar é o da Figura 2.9e, onde um dos pontos de inflexão está no topo do pilar e o outro se encontra a uma distância do apoio engastado igual à altura do pilar.

## 2.5.2 Índice de Esbeltez e Efeito de Segunda Ordem

O índice de esbeltez se refere à instabilidade ao efeito da flambagem em uma barra que sofre compressão, ou seja, o índice avalia o quanto uma barra comprimida é mais ou menos vulnerável ao efeito da flambagem. Este índice deve ser calculado nas direções x e y, a fim de padronizar e simplificar a notação, pois se deve considerar a direção e não o eixo do pilar. O índice de esbeltez ( $\lambda$ ) é expresso pela seguinte equação:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (2.12)$$

Onde  $l_e$  é o comprimento de flambagem e o “i” é o raio de giração, representado por  $\sqrt{\frac{I}{A_{st}}}$  (I é a inércia da seção do pilar e  $A_{st}$  é a área da seção transversal).

Os pilares possuem um tipo de classificação dependendo do índice de esbeltez estabelecido. Assim, dependendo da classificação abaixo apresentadas, os efeitos de segunda ordem podem ou não ser desprezados, conforme especificado na ABNT NBR 6118:2014.

- Pilar Curto: apresenta sua esbeltez menor que a esbeltez limite ( $\lambda \leq \lambda_1$ ); logo os efeitos de segunda ordem são desprezados e a excentricidade inicial é acrescentada da acidental, para fins de cálculo;
- Pilar Medianamente Esbelto: apresenta a esbeltez entre o limite (geralmente adotada como 35) e 90 ( $\lambda_1 < \lambda \leq 90$ ). Neste caso os efeitos de segunda ordem são obrigatórios e pode ser identificado pelo método da curvatura aproximada e o da rigidez  $K$ , porém a fluência é desprezada;
- Pilar Esbelto: apresenta a esbeltez entre 90 e 140 ( $90 < \lambda \leq 140$ ). Diante disso a fluência é obrigatória e os efeitos de segunda ordem podem ser calculados pelo método do diagrama  $M, N, 1/r$ ;
- Pilar muito Esbelto: apresenta a esbeltez entre 140 e 200 ( $140 < \lambda \leq 200$ ), é o último caso, pois a norma não admite nenhum caso com a esbeltez superior a 200. Neste tipo de pilar deve-se recorrer ao método geral.

Diante das classificações apresentadas anteriormente, Poston *et al.* (1983) mostraram que seções sólidas ou vazadas em pilares com arranjos simples predominam para esbeltez de até 35, ou seja, pilares curtos. Por outro lado, os pilares com arranjos

múltiplos prevalecem com o intervalo de esbeltez de 90 a 140, ou seja, pilares esbeltos através da sua pesquisa realizada no período de 1960 a 1980, como pode ser observado na Figura 2.10.

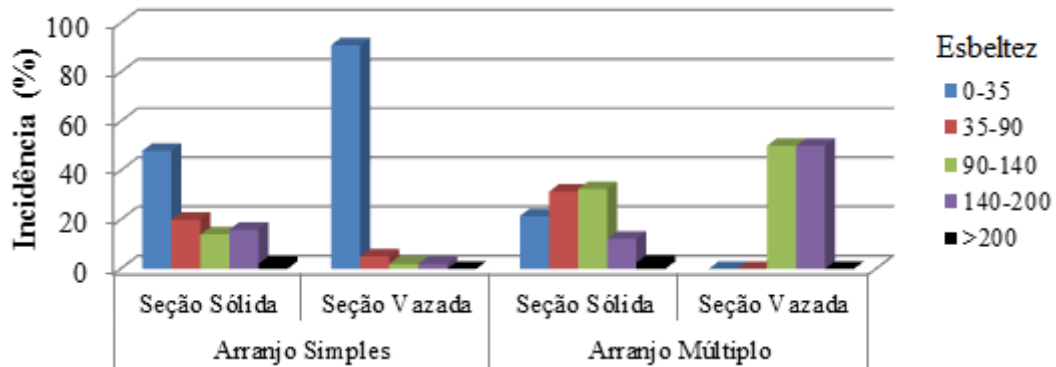


Figura 2.10: Índice de Esbeltez para Arranjos Simples e Múltiplos (KHOURI 2001, Adaptada)

Nas pontes, a análise dos efeitos de 1ª ordem e de 2ª ordem surge quando o pilar (ou grupo de pilares) se apresenta engastado (ou semi-engastado) na base e é submetido a cargas vertical e horizontal aplicadas no seu topo (Figura 2.11). Essas cargas geram um momento fletor de engastamento na base. A estrutura sofre uma deflexão lateral devido à força de compressão axial gerando o efeito de primeira ordem.

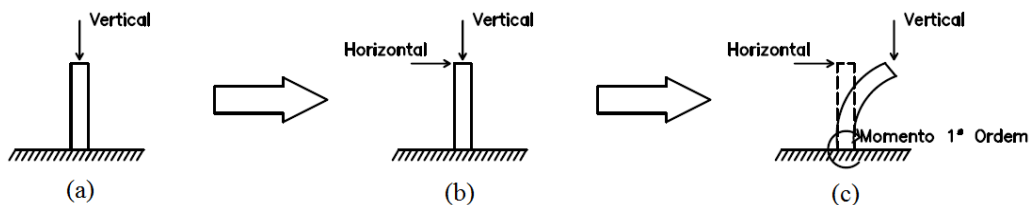


Figura 2.11: Efeito de Primeira Ordem

Após a deformação inicial (flecha de primeira ordem), o cálculo nessa nova posição gera acréscimos de esforços, deslocamentos e reações no pilar, que dependem do valor da carga vertical aplicada sendo chamados de efeitos de segunda ordem, conforme ilustrado na Figura 2.12.

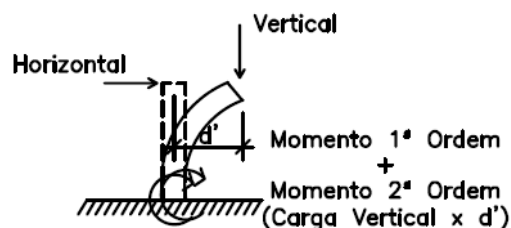


Figura 2.12: Efeito de Segunda Ordem

Para realizar o dimensionamento, existem vários métodos apropriados para cada caso, dependentes da esbeltez estabelecida no pilar. A Tabela 2.1 mostra em qual situação se pode utilizar cada método.

Tabela 2.1: Métodos de Cálculo dos Efeitos de 2ª Ordem

Intervalo do Índice de Esbeltez	Considerações dos Efeitos de Segunda Ordem	Método Geral	Métodos Aproximados		
			Método do Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada	Método do Pilar-Padrão com Rigidez $K$ Aproximada	Método do Pilar-Padrão Acoplado ao Diagrama M, N, 1/r
$0 \leq \lambda \leq 35$	Dispensável	-	-	-	-
$35 < \lambda \leq 90$	Obrigatória	Dispensável	Permitido	Permitido	Não Permitido
$90 < \lambda \leq 140$	Obrigatória	Dispensável	Não Permitido	Não Permitido	Permitido
$140 < \lambda \leq 200$	Obrigatória	Obrigatória	Não Permitido	Não Permitido	Não Permitido
$\lambda > 200$	Obrigatória	Recomenda utilizar uma análise numérica			

Fonte: ABNT NBR 6118:2014, Adaptada

### 2.5.3 Armadura dos Pilares

A distribuição das armaduras deve atender não só a função estrutural, mas também às condições de execução. A seguir será apresentada metodologia de cálculo das armaduras longitudinal e transversal apresentadas na ABNT NBR 6118:2014.

#### 2.5.3.1 Armadura Longitudinal

Para obter a taxa mecânica, que é fundamental para o cálculo da armadura, deve utilizar um método específico para a esbeltez determinada. A seguir será apresentado o método da rigidez  $K$  aproximada para casos com esbeltez até 90, e do diagrama M, N, 1/r para os casos com esbeltez entre 90 e 140, como mostrado na Tabela 2.1.

- Método do pilar-padrão com rigidez aproximada

O cálculo relaciona pilares de seção transversal constante e a esbeltez menor ou igual a 90, ou seja, pilares medianamente esbeltos ou curtos. O valor da constante direta adimensional  $\beta_1$  é dado pela expressão:

$$\beta_1 = 1 - \frac{\lambda^2}{3840} \quad (2.13)$$

$$\beta_2 = \beta_1 \cdot h \cdot N_d \quad (2.14)$$

$$M_{d,tot.} = \frac{5 \cdot M_{1,d} - \beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 + 10 \cdot M_{1,d} \cdot (2 \cdot h \cdot N_d - \beta_2) + 25 \cdot M_{1,d}^2}}{10} \quad (2.15)$$

No qual  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são valores adimensionais,  $M_{1,d}$  é o momento de primeira ordem,  $N_d$  é o esforço solicitante e  $M_{d,tot.}$  é o momento total (1ª ordem + 2ª ordem)

- Método do diagrama normal - momento – curvatura (M, N, 1/r)

A determinação dos esforços em pilares com  $\lambda \leq 140$  pode ser feita utilizando a curvatura da seção crítica com os valores obtidos do diagrama Normal – Momento – Curvatura, específicos para o caso. Segundo Scandelai (2004), para utilizar este método, deve identificar o  $\mu_2$ , a fim de utilizar o somatório de  $\mu_1$  e  $\mu_2$  no gráfico, para achar o valor da taxa mecânica com grandezas adimensionais, sendo dados por:

$$\mu_1 = \frac{v \cdot e_1}{h} \quad (2.16)$$

$$\tan \theta = \frac{v}{10^4} \cdot \left(\frac{l_e}{h}\right)^2 \cdot \frac{d}{h} \quad (2.17)$$

$$\mu_2 = \tan \theta \left(10^3 \frac{d}{r}\right) \quad (2.18)$$

onde  $\mu_1$  e  $\mu_2$  são valores adimensionais,  $e_1$  é a excentricidade de primeira ordem e  $\theta$  é o ângulo de inclinação.

Com a obtenção das constantes  $\mu$  e  $v$  (através do método do pilar-padrão mostrado anteriormente), utiliza-se os ábacos de flexão para descobrir a taxa mecânica ( $\omega$ ) para encontrar o valor correspondente à armadura longitudinal dada por:

$$A_s = \frac{\omega \cdot A_{st} \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \quad (2.19)$$

No qual  $A_s$  é a armadura longitudinal,  $A_{st}$  é a área da seção do pilar,  $f_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto e  $f_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço.

Diante da armadura já estabelecida e adotando uma bitola longitudinal ( $\emptyset_1$ ), obtêm-se o detalhamento do pilar:

$$\text{Quant. de Barras} = \frac{A_s}{A_{\emptyset}} \quad (2.20)$$

onde  $A_{\emptyset}$  é a área da seção da bitola  $\left(\frac{\pi \emptyset_1^2}{4}\right)$ .



Dependendo da seção do pilar em análise e do ábaco utilizado para encontrar a armadura, obtêm-se quantas barras fica na distribuição do pilar.

O espaçamento mínimo e máximo entre as faces das barras longitudinais deve ser:

$$s_{l,mín} \geq \begin{cases} 20\text{mm} \\ \phi_l \\ 1,2 \cdot d_{máx.} \end{cases} \quad (2.21)$$

$$s_{l,máx} \leq \begin{cases} 400\text{mm} \\ 2 \cdot b \end{cases} \quad (2.22)$$

Sendo  $d_{máx.}$  o diâmetro máximo do agregado e “b” a base da seção do pilar.

### 2.5.3.2 Armadura Transversal

Para realizar o dimensionamento da armadura transversal deve primeiramente fazer uma verificação do diâmetro mínimo da armadura através das seguintes condições:

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5\text{mm} \\ \frac{\phi_t}{4} \end{cases} \quad (2.23)$$

Sendo  $\phi_t$  o diâmetro da seção transversal da barra de aço.

O espaçamento na direção do eixo do pilar pode ser determinado da seguinte maneira:

$$s_t \leq \begin{cases} 200\text{mm} \\ b \\ 12 \cdot \phi_l \end{cases} \quad (2.24)$$

Em que  $s_t$  é o espaçamento entre as armaduras transversais e  $\phi_l$  a barra de aço longitudinal.

### 2.5.4 Deslocamento

Os pilares de pontes apresentam ações horizontais, no qual as horizontais longitudinais são provenientes do tabuleiro e se aplicam no topo do pilar na junção com as longarinas, apresentando deslocamento representado pela linha elástica fazendo parte de qualquer tipo de arranjos em pilares (simples ou múltiplo). O cálculo referente à linha elástica tangencia o eixo não deslocado do pilar, pois a mesma depende do apoio, do vão, da seção, do material e do carregamento ao qual este pilar se encontra, conforme especificado na análise de uma carga unitária proposta por Pfeil (1985). Conhecida a

equação da linha elástica, pode determinar a deformação de um pilar em qualquer altura estabelecida sendo expressa por:

$$\Delta = \frac{H_0}{K_c} \quad (2.25)$$

Em que  $\Delta$  é o deslocamento,  $H_0$  é a força horizontal e  $K_c$  a rigidez do conjunto (considerando ou não a Interação Solo-Estrutura).

Diferente da linha elástica, a imperfeição geométrica trabalha com o pórtico em si, pois consta de dois elementos, tanto a parte da sustentação (pilar) como a parte que uni as sustentações (transversina ou travessa), onde os mesmos apresentam seções diferentes. O deslocamento é adquirido através da inclinação que este pode apresentar, representado pelas seguintes equações apresentadas na ABNT NBR 6118:2014

$$\theta_1 = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{H}} \rightarrow \begin{cases} \theta_{1,\text{mín.}} = \frac{1}{400} \\ \theta_{1,\text{máx.}} = \frac{1}{200} \end{cases} \quad (2.26)$$

$$\theta_\Delta = \theta_1 \cdot \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{1}{N}\right)}{2}} \quad (2.27)$$

$$\Delta = \theta_\Delta \cdot H \quad (2.28)$$

No qual  $\theta_1$  é um coeficiente para determinar o ângulo de inclinação do pórtico,  $\theta_\Delta$  é o ângulo de inclinação do pórtico e  $H$  é a altura do Pilar.

## 2.6 TRABALHOS CORRELATOS

Neste item serão apresentadas pesquisas a respeito da análise de pilares de pontes com ênfase na execução e na ISE segundo algumas normas técnicas. A Tabela 2.2 no final deste item mostra um resumo destes trabalhos produzidos recentemente.

### 2.6.1 KHOURI (2001)

O autor em seu trabalho de pesquisa buscou avaliar a possibilidade, com análises numéricas de casos típicos de pontes, de substituir a não linearidade física do concreto armado por um modelo elástico linear simplificado aplicável aos pilares e aos elementos da infraestrutura. Ademais Khouri (2001) analisou também os efeitos da

deformabilidade das fundações no comportamento dos pilares de pontes e demonstrou a necessidade e as vantagens da análise integrada às fundações em estruturas deslocavam esbeltas.

Em seu estudo a análise numérica não linear geométrica foi realizada no *software* ANSYS com os modelos discretizados em elementos finitos (Figura 2.13). A não linearidade física do concreto armado dos pilares e elementos da infraestrutura foi considerada através da calibragem dos parâmetros internos da matriz de rigidez elástica da estrutura para combinações usuais de ações.

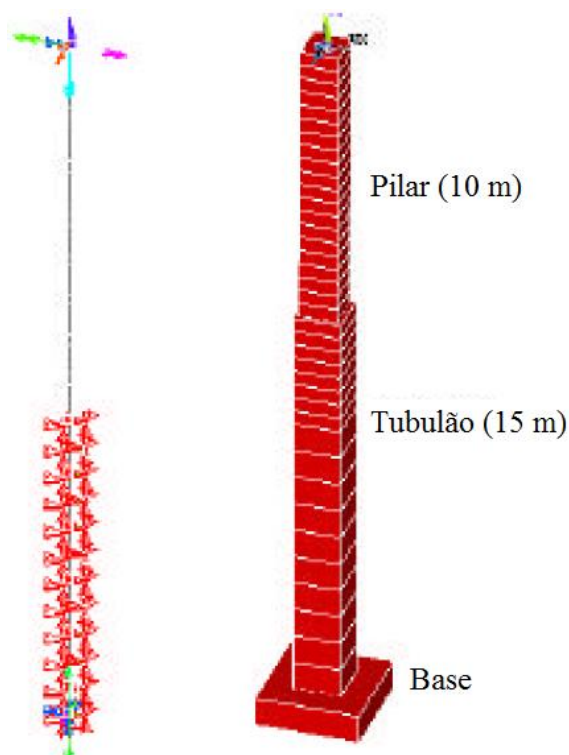


Figura 2.13: Discretização do Solo e do conjunto pilar-tubulão (KHOURI, 2001)

Khouri (2001) sugere para os pilares uma rigidez equivalente em substituição à complexidade da não linearidade física do concreto armado, pois se torna uma modelagem mais realista, onde a não linearidade geométrica e uma rigidez equivalente estão associadas de forma integrada às fundações, visando fornecer ao projetista de pontes indicações mais segura para a análise e dimensionamento desses elementos estruturais.

A pesquisa mostrou que através de uma abordagem sobre a concepção do projeto dos pilares e seus arranjos, o benefício de uma análise integrada é nitidamente observado em casos de solos com possíveis camadas estratificadas e com rigidezes muito diferentes,

pois se deve à própria característica da estrutura que mantém elevados níveis de compressão inicial nas seções, destacando os problemas diretamente envolvidos numa formulação simples, baseada em uma só fibra ativa, para levar em consideração a não linearidade física do concreto armado.

### 2.6.2 KIM e JEONG (2010)

Os pesquisadores estudaram a ISE em estacas de grandes diâmetros carregadas lateralmente localizadas na região próxima à Ponte Incheon, Coréia do Sul, a fim de analisar a resistência do solo e a deflexão das estacas pela transferência lateral de cargas no solo.

Para tanto os autores fizeram estudos experimentais e uma modelagem tridimensional do conjunto solo-estaca utilizando o *software* PLAXIS 3D Foundation a fim de simular as respostas das estacas carregadas lateralmente em solo argiloso.

Na modelagem, o solo com largura infinita foi substituído por um solo equivalente com largura igual a 11 vezes o diâmetro das estacas e altura igual ao comprimento das estacas ( $L$ ) mais  $0,7 L$  abaixo do nível da estaca conforme ilustrado na Figura 2.14.

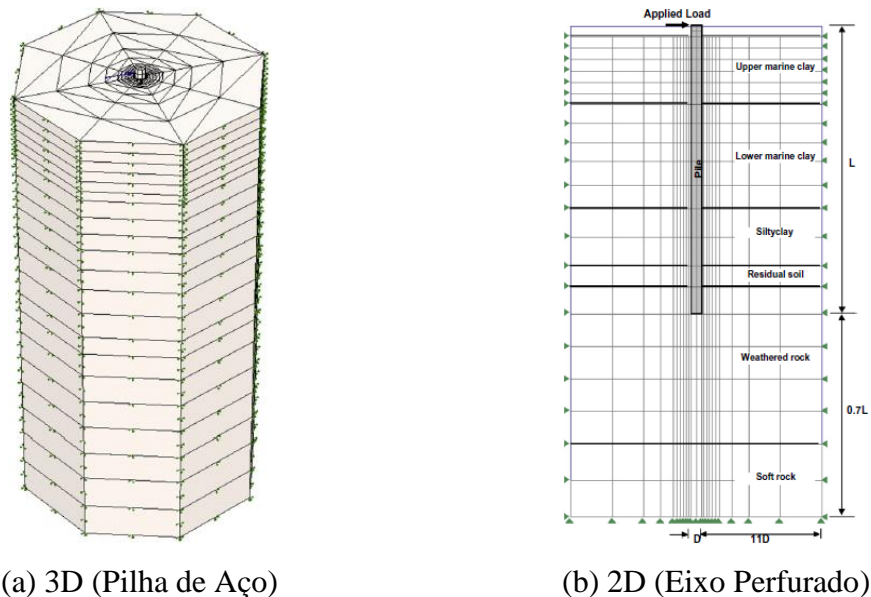


Figura 2.14: Modelo da análise através dos Elementos Finitos (KIM e JEONG, 2010)

A partir dos ensaios de campo foram confeccionadas as curvas  $p$ - $y$  (ver Figura 2.15) e foram determinadas algumas propriedades do solo tais como coesão e ângulo de atrito que serviram como dados de entrada do *software* utilizado na pesquisa.

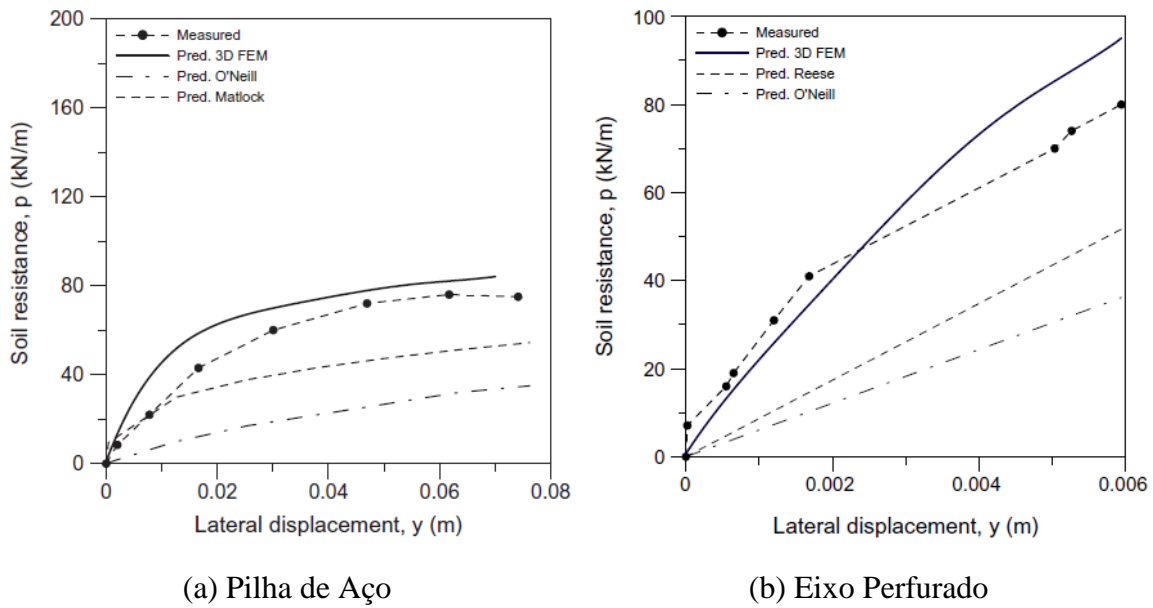


Figura 2.15: Comparação das Curvas p-y

Os resultados experimentais serviram para a calibração do modelo em elementos finitos (MEF). Os resultados obtidos através das curvas experimentais p-y foram razoavelmente bons quando comparados com os obtidos via MEF. A partir das conclusões, Kim e Jeong (2010) fizeram um estudo paramétrico a fim de investigar fatores que poderiam influenciar na transferência da carga lateral nas estacas. Os principais parâmetros estudados foram: diâmetros das estacas, comprimento da estaca, módulo de elasticidade e espessura da camada de solo.

Os autores concluíram que o diâmetro da estaca e do comprimento exerceram efeitos significativos no módulo de reação horizontal do solo sendo a transferência de carga lateral fortemente influenciada pelo diâmetro e comprimento da estaca. Por fim, foi verificado que a modelagem tridimensional em elementos finitos, quando comparados com resultados obtidos experimentalmente, forneceu, em linhas gerais, resultado bastante realista.

### 2.6.3 CHRISTIAN (2012)

Nesta pesquisa foi realizado o estudo da ISE em estacas em ambientes submersos com objetivo de estudar os coeficientes de rigidez das molas representativas do solo, os deslocamentos e os esforços de flexão e cisalhamento para quatro tipos de solos.

Para a análise foram utilizadas estacas com dois tipos de materiais sendo uma em concreto e outra mista (tubo metálico preenchido com concreto); quatro condições para o solo (arenoso, coesivo e dois solos estratificados); dois casos de carregamento (caso I com cargas vertical, horizontal e momento e caso II somente carga horizontal e momento).

Os modelos de cálculo foram gerados no SAP2000, sendo a estaca modelada como elemento de barra e o solo representado por molas linearmente elásticas baseadas nas hipóteses de Winkler. Os coeficientes de rigidez das molas foram calculados por três métodos analíticos: Terzaghi, Bowles e com equações que correlacionam às propriedades elásticas do solo. A Figura 2.16 mostrou que o deslocamento horizontal no topo da estaca no solo arenoso duas vezes maior do que no solo argiloso tanto para estaca de concreto quanto para a mista.

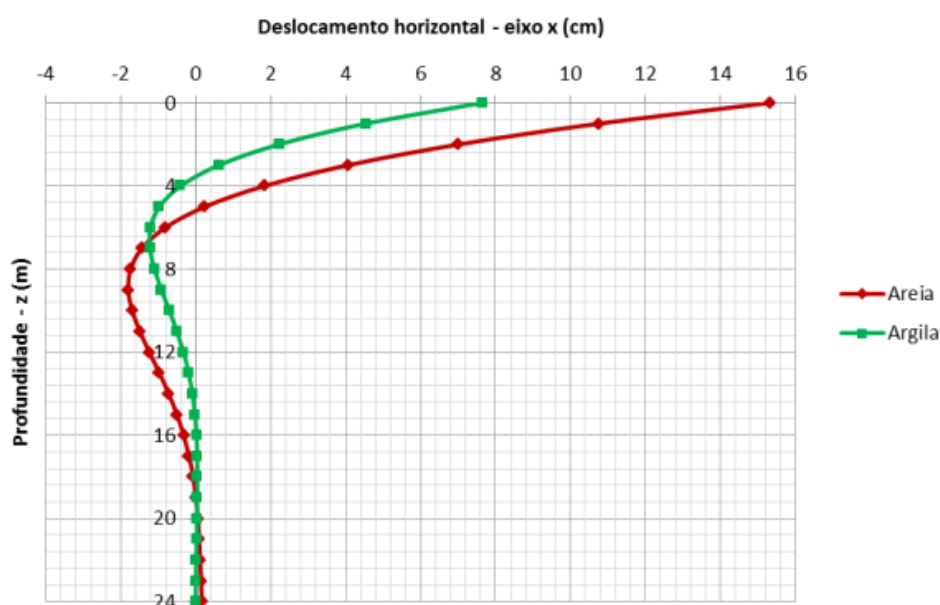


Figura 2.16: Comparação dos Deslocamentos Horizontais para Estacas de Concreto (CHRISTIAN, 2012)

Christian (2012) observou também que a variação do momento fletor com a profundidade foi a mesma tanto para estaca de concreto quanto a mista (ver Figura 2.17).

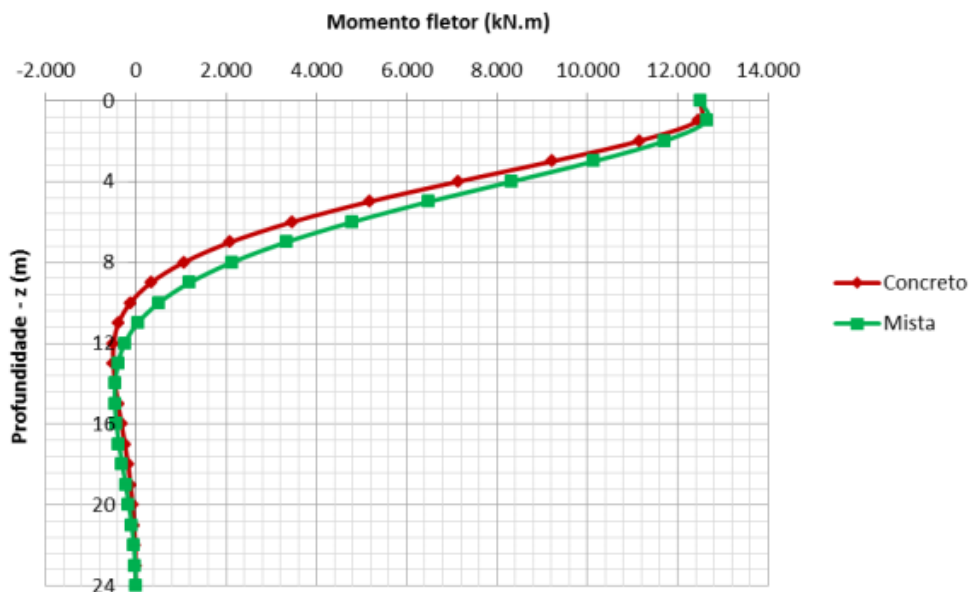


Figura 2.17: Comparação dos Esforços de Flexão para Estacas de Concreto e Mista (CHRISTIAN, 2012)

Por fim a autora concluiu que nos três modelos de cálculo analisados na pesquisa, os resultados dos coeficientes de mola mostraram uma variação maior nos valores nos pontos onde se observou mudanças da compactidade (areia) e da consistência (argila) do solo. Em complemento, observou-se que os resultados dos modelos do SAP2000 mostraram que as respostas das estacas de concreto e mista se enquadraram dentro do comportamento de estacas flexíveis, no qual tem os seus deslocamentos ocasionados devido à flexão.

#### 2.6.4 ARAÚJO (2013)

O autor realizou um estudo experimental a fim de averiguar o comportamento de estacas escavadas hélice contínua e estacas cravadas metálicas submetidas a carregamentos laterais em areia, com o coeficiente de reação horizontal do solo determinado através dos resultados das provas de cargas e comparado com valores obtidos a partir de correlações baseadas no índice de resistência à penetração do ensaio SPT (NSPT), com intuito de obter cargas de ruptura e admissível.

Com isso curvas p-y foram construídas utilizando o modelo analítico de Reese e o American Petroleum Institute (API) para prever o comportamento de estacas submetidas a carregamentos horizontais em solos não coesivos (Figura 2.18).

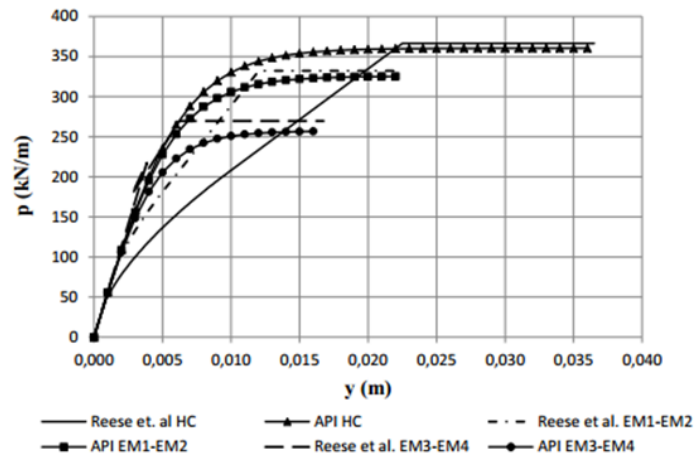


Figura 2.18: Curvas p-y para profundidade de 3 m (ARAÚJO, 2013)

O autor concluiu que de uma maneira geral, para baixos níveis de carregamentos, as curvas obtidas pelos dois métodos coincidiram. Após esta faixa inicial, as curvas apresentaram comportamentos diferentes até atingirem a carga de ruptura. Com relação aos deslocamentos e esforços no solo, o autor concluiu após comparação dos resultados experimentais com os obtidos pelo programa Geo5-Estacas (2010) que para a estaca HC2 os valores foram próximos. Contudo para as demais estacas, os resultados foram ora bem menores ou bem maiores do que os resultados das provas de carga. A Figura 2.19 mostra o comportamento estrutural da estaca HC2.

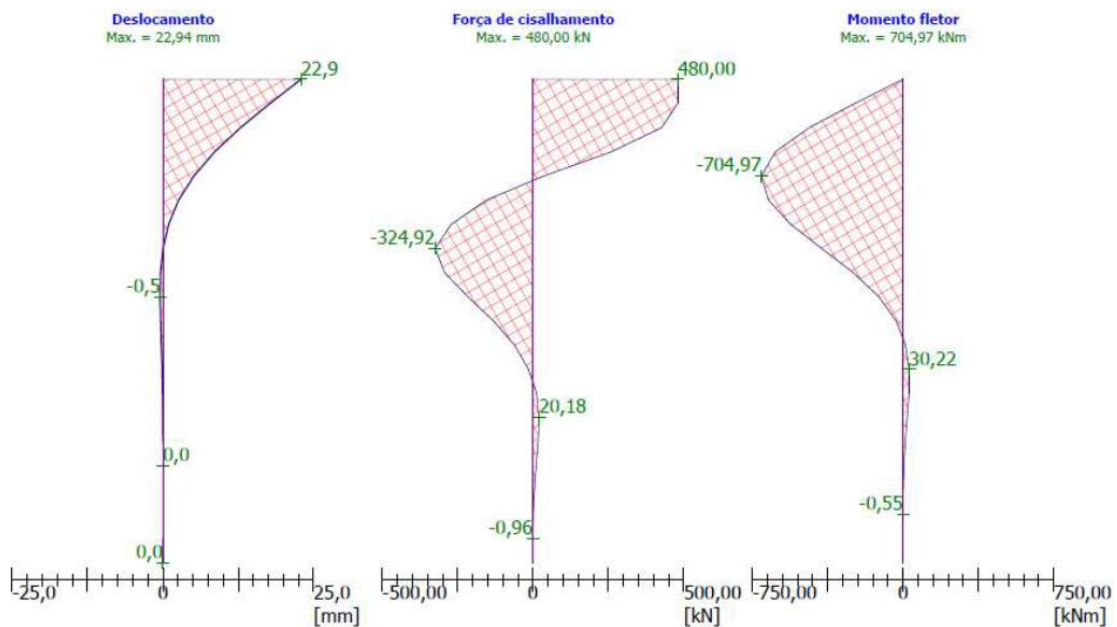


Figura 2.19: Comportamento da estaca HC2 (ARAÚJO, 2013)



### 2.6.5 ROCHA (2016)

Rocha (2016) realizou estudos paramétricos em peças comprimidas usando métodos simplificados baseados em análises elásticas formuladas no Eurocode 2 (EC2) e o método geral baseado em uma análise não linear física e geométrica do elemento, a fim de evidenciar as diferenças que podem ser obtidas na quantificação dos efeitos de segunda ordem, especialmente em pilares esbeltos de pontes (Figura 2.20).

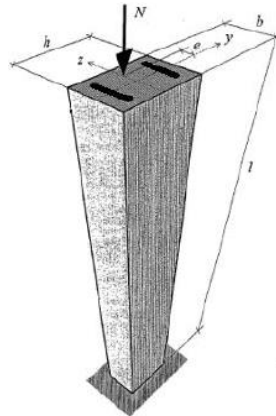


Figura 2.20: Elemento Analisado no Estudo Paramétrico (ROCHA, 2016)

O autor analisou nos dois modelos de cálculo do Eurocode 2: o Método da Rigidez Nominal - MRN e o Método da Curvatura Nominal - MCN. Os estudos feitos com o MRN mostram que para os casos de excentricidade muito elevadas ( $e_i/h = 1$ ) ou casos com taxas de armaduras reduzidas ( $w \leq 3$ ), os momentos fletores atuantes serão sempre maiores do que os momentos resistentes (Figura 2.21).

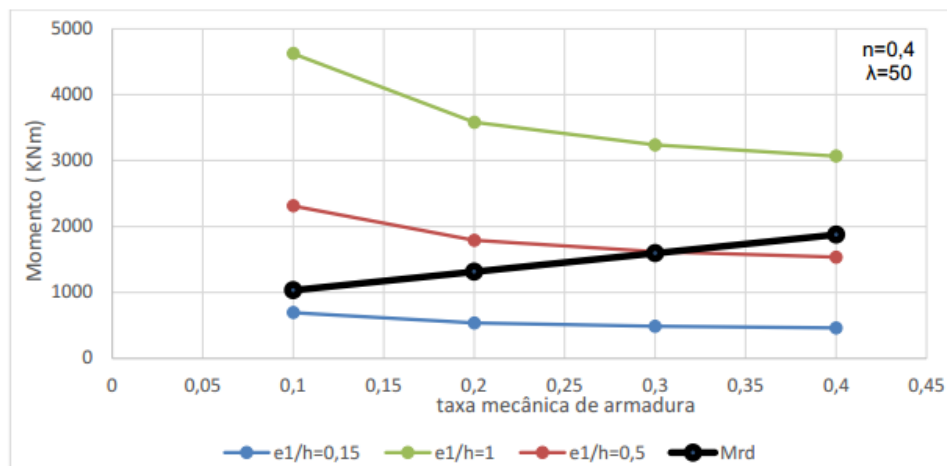


Figura 2.21: Momentos Resistentes e atuantes com a Variação da Excentricidade de Primeira Ordem e a Taxa de Armadura - MRN (ROCHA, 2016)

Por fim o autor concluiu que o Método da Rigidez Nominal – MRN e o Método da Curvatura Nominal – MCN do Eurocode (EC2) apresentam resultados conservadores quando aplicados a pilares com  $\lambda > 50$ , característicos de pilares de pontes. Assim, na fase inicial de projeto, pela simplicidade dos cálculos, é preferível aplicar o método baseado numa curvatura nominal a fim de determinar os efeitos de segunda ordem na estrutura. No entanto, estes resultados só servem como uma aproximação conservadora da solução, sendo recomendável uma análise não linear física e geométrica cujo objetivo será obter uma melhor precisão da taxa de armadura necessária para a dada em análise.

#### 2.6.6 SOUSA *et al.* (2017)

Sousa *et al.* (2017) apresentam um estudo analítico da interação solo-estrutura envolvendo o carregamento lateral de estacas em fundações de pontes com longarinas retas, mostrando a influência de diferentes considerações teóricas nos resultados de deslocamentos horizontais e momentos fletores em estacas carregadas lateralmente.

Os autores obtiveram o módulo de reação horizontal considerando a estratificação do solo (areia e argila), sendo aplicado o método simplificado para o módulo de reação da camada arenosa, e as curvas p-y de Welsh e Reese (1972) para a camada de argila dura. Em seguida foi desconsiderada a estratificação do solo e foi feita a aplicação do método simplificado da areia para todo o solo. Por fim, desconsiderou-se a estratificação do solo e aplicou-se o método de Welsh e Reese (1972) de argilas para todo o solo. Os resultados da variação de deslocamentos horizontais ao longo da profundidade, bem como dos esforços de flexão, estão expressos na Figura 2.22.

Os autores concluíram que o uso de métodos simplificados de cálculo que desconsideram as curvas p-y, como a determinação do módulo de elasticidade transversal do solo a partir de correlações envolvendo o NSPT, tende a apresentar resultados mais conservadores em termos de deslocamentos horizontais em serviço e momento fletor. Portanto, estes métodos podem ser utilizados apenas para estudos preliminares de desempenho em serviço.

Quanto ao estudo da vinculação estaca-bloco, este ainda carece de maiores dados experimentais e simulações numéricas tridimensionais representativas da realidade

física do problema para melhor avaliar os resultados analíticos encontrados com os diferentes coeficientes de vinculações estudados. No que diz respeito à arbitração inicial utilizada para a rigidez relativa estaca-solo de estacas flexíveis no procedimento iterativo, pode-se afirmar que este pouco influência na magnitude final dos resultados.

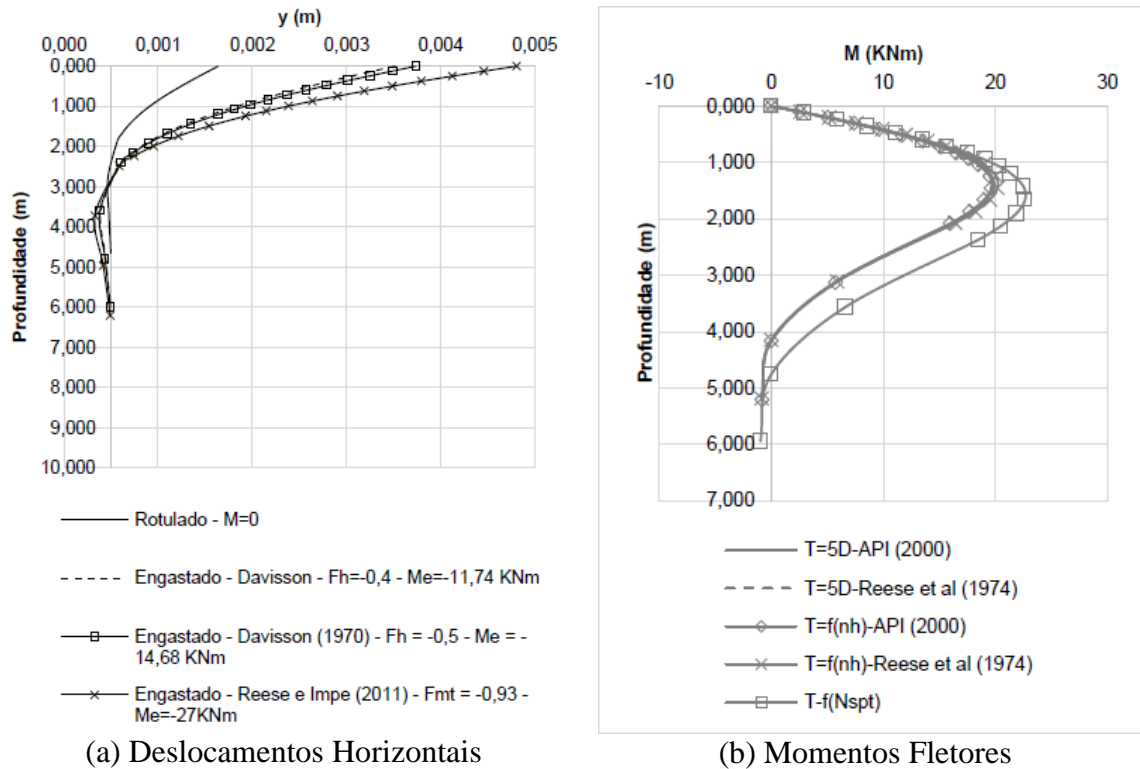


Figura 2.22: Esforços de Flexão (SOUSA, 2017)

A importância de observar a perspectiva de outros autores (Tabela 2.2) tem como finalidade analisar o progresso e o avanço das pesquisas realizadas na meso e infraestrutura das pontes. Vale ressaltar que uma das relações entre os trabalhos mencionados foi realizar o estudo no solo, a fim de analisar a resistência do solo (KIM e JEONG, 2010), a estratificação nas fundações (SOUSA et al, 2017), carregamento lateral ao qual está submetido (ARAÚJO, 2013) e em ambientes submersos (CHRISTIAN, 2012). Porém, além do solo, existem outros parâmetros de análise para o mesmo conjunto (pilar + fundação), como efeito de segunda ordem existente (ROCHA, 2016) propiciando recomendações aos projetos de pontes (KHOURI, 2001), com o intuito de validar os modelos analíticos e numéricos com os resultados experimentais.

É importante destacar a complexidade que rege o comportamento do conjunto (pilar + fundação) e a necessidade de ampliar o gama de conhecimento visto que a quantidade

de variáveis do problema acaba por gerar um complicador tanto na utilização dos modelos analíticos quanto na modelagem da estrutura na busca de resultados satisfatórios que levem em conta tanto da interação solo-estrutura quanto dos efeitos de segundo ordem nos pilares de pontes.

Tabela 2.2: Resumo dos Trabalhos Relacionados

Referência	Título	Objetivo
Magdi Khouri (Khouri, 2001)	Contribuição ao Projeto de Pilares de Pontes de Concreto Armado com consideração das Não-Linearidades Física e Geométrica e Interação Solo-Estrutura	Fornecer alguns subsídios para projeto de pilares de pontes de concreto armado tendo em vista o que recomendam as normas técnicas quanto à consideração das não-linearidades física e geométrica, além da consideração dos efeitos da interação solo-estrutura no comportamento dos pilares.
Kim Youngho e Jeong Sangseom (Kim e Jeong, 2010)	Análise da Resistência do Solo em Estacas lateralmente carregadas com base na interação 3D solo-estaca	Investigar numericamente a curva lateral de transferência de carga em relação à estaca de aço e perfurada no eixo, que são construídos em perfis de solo encontrados em coreano Depósitos offshore.
Priscila de Christian (Christian, 2012)	Estudo da Interação Solo-Estaca sujeito a Carregamento Horizontal em Ambientes Submersos	Fazer um estudo da interação solo-estaca sujeito a carregamento horizontal em ambientes submersos, utilizando os métodos de reação horizontal do solo.
Arthur Araújo (Araújo, 2013)	Provas de Carga Estática com Carregamento Lateral em Estacas Escavadas Hélice Contínua e Cravadas Metálicas em Areia	Avaliar o comportamento de estacas escavadas do tipo hélice contínua e estacas cravas metálicas, executadas em depósitos de areia pura, através de provas de carga estática com carregamento lateral, a fim de obter um aprimoramento do projeto de tais estruturas, em prol de obras mais seguras e econômicas.
Diogo Rocha (Rocha, 2016)	Estudos dos Efeitos de Segunda Ordem no Dimensionamento dos Pilares de Pontes	Avaliar da melhor forma os efeitos de segunda ordem em pilares de pontes, para que seja possível chegar rapidamente à solução mais econômica, gastando assim menos recursos.
Alex Micael, José Neres, Daniel Nelson, Yuri Daniel e Mariana Freitas (Sousa et al, 2017)	Estudo da Estratificação do Solo e Coeficientes de Engastamento Estaca-Bloco na Interação Solo-Estrutura em Fundações de Pontes	Apresentar a influência de diferentes considerações teóricas nos resultados de deslocamentos horizontais e momentos fletores em estacas carregadas lateralmente.

### 3 MÉTODOS DE CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS

Neste capítulo serão mostrados os métodos analíticos clássicos (MAC), bem como um método analítico proposto pelo autor e o numérico via Método dos Elementos Finitos (MEF) através do software ABAQUS v6-14, para a obtenção dos deslocamentos horizontais das pontes. Na maioria das vezes os métodos são cercados de incertezas e limitações devido às suas hipóteses simplificadoras e, sobretudo devido à heterogeneidade do solo. Neste sentido, e com intuito de analisar os resultados dos deslocamentos de uma ponte modelo, optou-se por utilizar quatro métodos de cálculo sendo três deles analíticos e um numérico, conforme mostra a Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Métodos de cálculo

Situação	Método	Nomenclatura
ANALÍTICO	Baseado em Darkov e Kuznetsov adaptado por Pfeil	MAC 1
	Equação Diferencial da Linha Elástica	MAC 2
	Misto (Autor)	MAC 3
NUMÉRICO	Método dos Elementos Finitos	MEF

#### 3.1 MÉTODOS ANALÍTICOS

##### 3.1.1 Modelo baseado em Darkov e Kuznetsov (1970) e adaptado por Pfeil (1978) – MAC 1

A fundação, podendo ser estaca ou tubulão, apresenta solicitações nos fustes aos quais são calculadas através dos efeitos de contenção lateral do terreno, nos casos em que a fundação está completamente ou parcialmente enterrada. Darkov e Kuznetsov (1970) mostram que a determinação inicia-se pela carga lateral expressada pela equação da linha elástica obtida na resistência dos materiais:

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + N_d \frac{d^2 y}{dz^2} + q = 0 \quad (3.1)$$

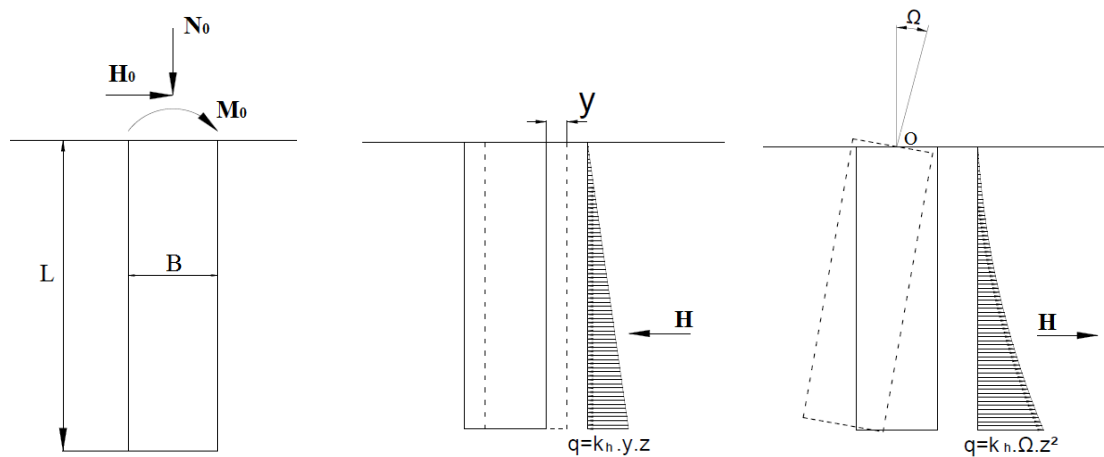
Onde E é o módulo de elasticidade do material da fundação (estaca ou tubulão), I é o momento de inércia da seção transversal da fundação (estaca ou tubulão), N é a carga axial (vertical), e “q” é a carga transversal (horizontal ou lateral).

Na equação citada por Pfeil (1978) para terrenos mais utilizados na prática, como solo não coesivos, argilas e siltes normalmente adensados, a carga lateral é proporcional ao deslocamento transversal do fuste do tubulão ( $y$ ) e da profundidade do ponto considerado ( $z$ ), originando a seguinte equação para a carga lateral:

$$q = k_h \cdot z \cdot y \quad (3.2)$$

Sendo  $k_h$  o coeficiente de reação lateral do terreno e  $q$  a carga lateral.

A carga lateral no tubulão é expressa pela comparação das condições externas ao qual este está sendo submetido, juntamente com as ações do terreno, como mostra na Figura 3.1:



(a) Esquema do Tubulão    (b) Deslocamento Horizontal    (c) Rotação  $\Omega$

Figura 3.1: Representação dos Elementos para o Deslocamento (PFEIL, 1978)

O carregamento horizontal  $q$ , por unidade de comprimento na superfície lateral do tubulão é o somatório das duas equações apresentadas na Figura 3.1a e 3.1b:

$$q = k_h \cdot z \cdot y - k_h \cdot z^2 \cdot \Omega \quad (3.3)$$

Com a representação de cada força horizontal e dos momentos existentes nas Figura 3.1a e Figura 3.1b, a forma aproximada de encontrar o valor de cada uma é mostrado através das seguintes equações:

$$\text{Força Horizontal} \rightarrow H \begin{cases} \text{Figura 3.1b} = k_h \cdot y \cdot \frac{L^2}{2} & (3.4) \\ \text{Figura 3.1c} = k_h \cdot \Omega \cdot \frac{L^3}{3} & (3.5) \end{cases}$$

$$\text{Momento} \rightarrow M \begin{cases} \text{Figura 3.1b} = k_h \cdot y \cdot \frac{L^3}{3} & (3.6) \\ \text{Figura 3.1c} = k_h \cdot \Omega \cdot \frac{L^4}{4} + k_n \cdot \Omega \cdot \frac{B}{2} \cdot W & (3.7) \end{cases}$$

Em que L é a altura da fundação,  $\Omega$  é o ângulo de rotação da fundação, W é o módulo de resistência da seção da base do tubulão, B é a largura da base do tubulão e  $k_n$  é coeficiente de reação vertical do terreno encontrado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Valores Indicativos do Coeficiente  $k_n$  de Reação Vertical do Terreno

Tipo de Solo		$k_n$ (kN/m <sup>3</sup> )
Argila	Arenosa	2500
	Silte	5000
	Dura	10000

Fonte: PFEIL, 1978 (Adaptada)

Com a determinação de cada força horizontal e dos momentos, a situação de equilíbrio que permite resolver o problema são as seguintes:

$$\sum H = 0 \quad H_0 - k_h \cdot y \cdot \frac{L^2}{2} + k_h \cdot \Omega \cdot \frac{L^3}{3} = 0 \quad (3.8)$$

$$\sum M = 0 \quad M_0 + k_h \cdot y \cdot \frac{L^3}{3} - k_h \cdot \Omega \cdot \frac{L^4}{4} - k_n \cdot \Omega \cdot \frac{B}{2} \cdot W = 0 \quad (3.9)$$

Isolando y na equação (3.8), obtém-se a seguinte equação do deslocamento:

$$y = \frac{2\Omega L}{3} + \frac{2H_0}{k_h L^2} \quad (3.10)$$

Substituindo a equação (3.8) na equação (3.9) e isolando o  $\Omega$ , encontra a equação referente à rotação:

$$\Omega = \frac{M_0 + \frac{2}{3}H_0L}{\frac{k_h L^4}{36} + \frac{k_n b W}{2}} \quad (3.11)$$

No qual  $M_0$  é o momento atuante na superfície do terreno e  $H_0$  é a força horizontal atuante na superfície do terreno.

Substituindo a equação de deslocamento (3.10) e a equação da rotação (3.11) na equação da carga lateral (3.3), tem o seguinte:

$$q = \left[ -\frac{36k_h \left( M_0 + \frac{2}{3}H_0L \right)}{k_h L^4 + 18k_n B W} \right] z^2 + \left[ \frac{24k_h \left( M_0 + \frac{2}{3}H_0L \right)}{k_h L^4 + 18k_n B W} + \frac{2H_0}{L^2} \right] z \quad (3.12)$$

Adotando as seguintes relações:

$$M' = M_0 + \frac{2}{3}H_0L \quad (3.13)$$

$$W' = \frac{k_h L^4 + 18k_n B W}{18k_n B} \quad (3.14)$$

E fazendo as simplificações na equação (3.12), para determinar equação da carga lateral em função dos esforços solicitantes:

$$q = -\frac{2 M' k_h}{B W' k_n} z^2 + \left( \frac{2H_0}{L^2} + \frac{4 L M' k_h}{3 B W' k_n} \right) z \quad (3.15)$$

No qual  $M'$  é o momento fictício na base e  $W'$  módulo de resistência fictício da seção da base.

Porém, o maior momento fletor está na seção de esforço cortante nulo, ou seja, quando a carga transversal é máxima, na profundidade  $z = z/2$ . Descobrimo o valor correspondente da carga lateral máxima, aplica na Equação (3.2) ao invés da Equação (3.3) para determinar o deslocamento, devido à semelhança dos valores experimentais com os calculados.



Para finalizar este método, apenas acrescenta o deslocamento da fundação ao deslocamento do pilar, determinado através da equação da linha elástica (2.25) que apresenta a influência da rigidez, como pode ser vista a seguir:

$$\Delta = \frac{H_0}{K_p} = \frac{H_0 h_0^3}{3EI} \quad (3.16)$$

Onde  $H_0$  é a força horizontal,  $h_0$  é a altura do pilar,  $E$  é o módulo de elasticidade e  $I$  é o momento de inércia da seção transversal.

### 3.1.2 Modelo utilizando a Equação Diferencial em Base Elástica – MAC 2

O tratamento teórico para determinar a equação diferencial da linha elástica considerando a base elástica (solo) representada pelo elemento de fundação trabalhando de forma integrada ao pilar da estrutura, parte do princípio de que o comportamento do sistema solo-estrutura de fundação é parecido com o de uma viga sob apoio elástico.

Através de integrações sucessivas da equação diferencial da linha elástica e da consideração da reação do solo representada por uma carga distribuída ao longo do fuste da fundação profunda (reação horizontal do solo), podem ser obtidos os valores de rotação, deslocamento, momento fletor e esforço cortante para uma seção qualquer do elemento de fundação profunda.

De acordo com Araújo (2013), sabe-se que existem diversas outras variáveis no problema que não foram consideradas na modelagem analítica do problema tais como: as propriedades das estacas, as propriedades reológicas do solo, a profundidade do ponto considerado, o nível de deslocamento da estaca, a velocidade de carregamento, o número de ciclos de carregamento, dentre outras. Contudo, ainda assim, é consenso de que estabelecer uma função que leve em conta todas as variáveis são de difícil obtenção (CINTRA, 2002). Por esta razão, geralmente lança-se mão da Hipótese de Winkler, pela qual a reação do solo é proporcional ao deslocamento  $y$ . A equação diferencial do problema incorporando-se a Hipótese de Winkler é dada por:

$$p = k_h(h - x)yb \quad (3.17)$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{k_h(h - x)yb}{EI} = 0 \quad (3.18)$$

Onde:

$$c_r = \frac{k_h b}{EI} \quad (3.19)$$

Em que  $c_r$  é uma constante relativa ao coeficiente lateral do terreno e “ $k_h$ ” é o coeficiente de recalque lateral médio do terreno, obtido através da Tabela 3.3

Tabela 3.3: Valor do Coeficiente Lateral do Terreno

Tipo de Solo	Coeficiente Lateral do Terreno (kN/m <sup>3</sup> )
Argila Arenosa	2000
Argila com Silte	4000
Argila Dura	7000

Fonte: MARCHETTI, 2008

Marchetti (2008) apresenta uma solução particular para Equação (3.18) através da utilização de série de Fourier, com posterior superposição dos efeitos dos esforços externos atuantes (força horizontal e momento fletor) e uma análise de cada elemento através da sua rigidez, a fim de determinar o deslocamento total do conjunto fundação-pilar, conforme mostra a Figura 3.2:

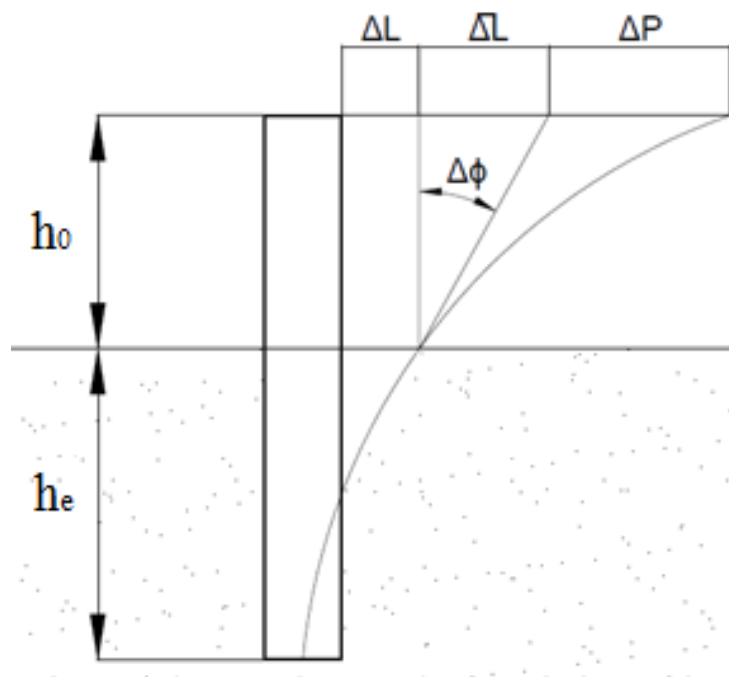


Figura 3.2: Deslocamento do conjunto fundação-pilar (MARCHETTI, 2008)

Nesse modelo, o deslocamento final é dado por:

$$\Delta_{\text{final}} = \Delta L + \overline{\Delta L} + \Delta P \quad (3.20)$$

Onde  $\Delta_{\text{final}}$  é o deslocamento final,  $\Delta L$  é o deslocamento na fundação,  $\overline{\Delta L}$  é o deslocamento devido à deformação angular referente à seção de extremidade livre e  $\Delta P$  é o deslocamento no pilar (extremidade livre).

Para as argilas utilizadas nesta pesquisa, admitiu-se que o coeficiente de recalque lateral foi constante com a profundidade. Desta forma, a rigidez da fundação passou a ser dada por:

$$K_f = \frac{1 + 0,01407c_r h_e^5}{\frac{h_e^2}{6EI}(2h + 3h_0)} \quad (3.21)$$

Sendo  $K_f$  a rigidez da fundação, “b” a base da seção do pilar, E o módulo de elasticidade do concreto, I a inércia da seção transversal do pilar,  $h_0$  a altura do pilar e  $h_e$  a altura da fundação.

Com a rigidez da fundação, pode-se determinar o deslocamento existe através da equação da linha elástica (2.25), como mostrado a seguir:

$$\Delta L = \frac{H_0}{K_f} = \frac{H_0}{\frac{1 + 0,01407c_r h_e^5}{\frac{h_e^2}{6EI}(2h + 3h_0)}} = \frac{\frac{H_0 h_e^2}{6EI}(2h_e + 3h_0)}{1 + 0,01407c_r h_e^5} \quad (3.22)$$

O deslocamento provocado pelas solicitações atuantes na superfície do terreno (força horizontal e momento fletor) fazendo com que a parte engastada e livre do pilar se desloque como corpo rígido, é conhecido como deformação angular da seção da extremidade livre, como pode ser visto na Figura 3.3:

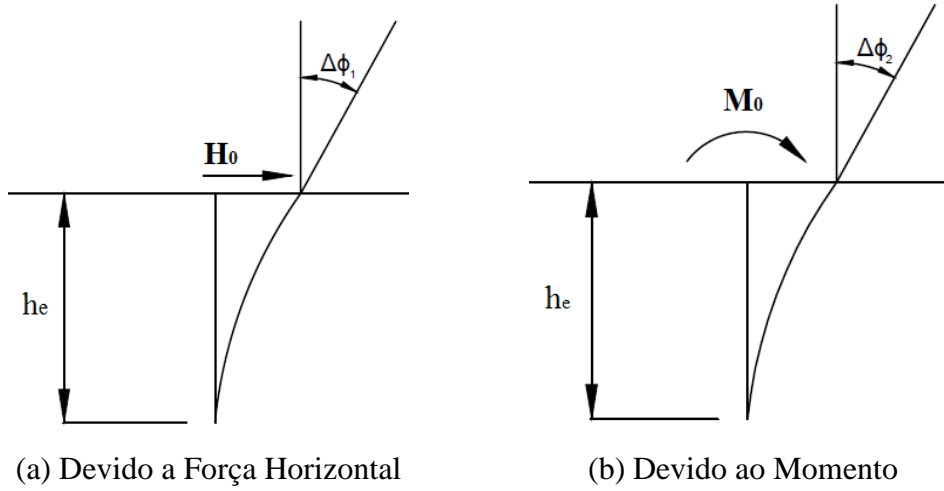


Figura 3.3: Deslocamento Angular (MARCHETTI, 2008)

Este deslocamento angular representado pela força horizontal e pelo momento é determinado através das seguintes equações:

$$\Delta\Phi_1 = \frac{\pi H_0}{(1 + 0,01407k_r h_e^5) \frac{6EI}{h_e^2}} \quad (3.23)$$

$$\Delta\Phi_2 = \frac{\pi M_0}{(1 + 0,01407k_r h_e^5) \frac{4EI}{h_e}} = \frac{\pi H_0}{(1 + 0,01407k_r h_e^5) \frac{4EI}{h_e h_0}} \quad (3.24)$$

$$\overline{\Delta L} = (\Delta\Phi_1 + \Delta\Phi_2) h_0 \quad (3.25)$$

$$\overline{\Delta L} = \frac{\frac{\pi H_0 h_0 h_e}{12EI} (2h_e + 3h_0)}{1 + 0,01407k_r h_e^5} \quad (3.26)$$

O deslocamento referente ao pilar é o mesmo dado pela Equação (3.16). Assim, o deslocamento final do conjunto pilar-fundação é dado por:

$$\Delta_{\text{final}} = \Delta L + \overline{\Delta L} + \Delta P \quad (3.27)$$

$$\Delta_{\text{final}} = \frac{\frac{H_0 h_e^2}{6EI} (2h_e + 3h_0)}{1 + 0,01407k_r h_e^5} + \frac{\frac{\pi H_0 h_0 h_e}{12EI} (2h_e + 3h_0)}{1 + 0,01407k_r h_e^5} + \frac{H_0 h_0^3}{3EI} \quad (3.28)$$

$$\Delta_{\text{final}} = \frac{\frac{H_0 h_e}{12EI} (2h_e + 3h_0)(2h_e + \pi h_0)}{1 + 0,01407k_r h_e^5} + \frac{H_0 h_0^3}{3EI} \quad (3.29)$$

### 3.1.3 Modelo Misto – MAC 3

Este método corresponde à combinação do modelo proposto Darkov e Kuznetsov (1970) adaptado por Pfeil (1978) em conjunto com o modelo utilizando a equação diferencial em base com solução analítica apresentada por Marchetti (2008) e mostrado na Figura 3.4:

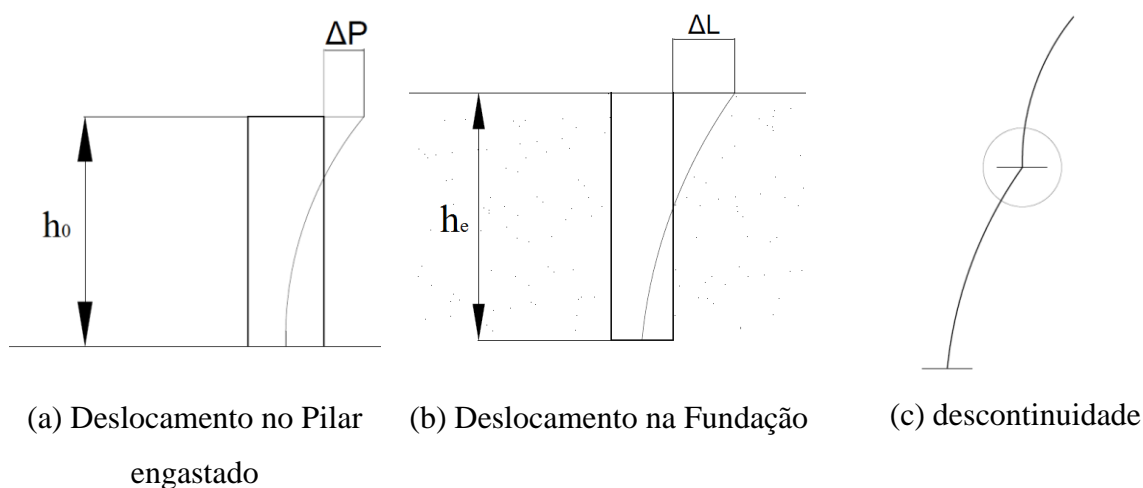


Figura 3.4: Representação da Composição dos Deslocamentos

Na junção dos dois modelos é necessário ainda considerar um acréscimo de deformação angular da seção da extremidade livre proveniente da rotação na seção do pilar (parte engastada e livre do pilar girando como corpo rígido). Isso ocorre devido ao fato do modelo de Darkov e Kuznetsov (1970) adaptado por Pfeil (1978) não considerar essa parcela de deslocamento provocando uma descontinuidade quando da união do elemento de fundação com o pilar da ponte (Figura 3.4c). Desta forma, conforme comentários supracitados, no modelo misto a parcela de acréscimo será somada e o deslocamento total será dado pela Equação 3.30.

$$\Delta = \frac{q}{k_h z} + \frac{H_0 h_0^3}{3EI} + \overline{\Delta L} \quad (3.30)$$

Onde  $q$  é a carga lateral,  $k_h$  é o módulo de reação horizontal,  $z$  é a profundidade da fundação e  $\overline{\Delta L}$  é o deslocamento causado pela deformação angular.

## 3.2 MÉTODO NUMÉRICO

Os Métodos Analíticos de Cálculo (MAC) permitem o cálculo da resposta exata dos deslocamentos, deformações e tensões em todos os pontos de uma estrutura. Porém estas soluções exatas são somente conhecidas para alguns poucos casos, que fogem da maioria das aplicações práticas (ALVES FILHO, 2000). Desta forma, foram criados diversos cálculos com procedimentos numéricos, como o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos (MEF), o Método dos Elementos de Contorno e o Método dos Volumes Finitos a fim de obter soluções aproximadas dentro de erros pré-estabelecidos. Para fins de análise, essa pesquisa se deterá à utilização do MEF na obtenção dos deslocamentos, deformações e tensões nos pilares da ponte em estudo.

O MEF é uma ferramenta numérica aplicada no desenvolvimento de procedimentos aproximados, através de equações diferenciais, que consiste na discretização de um meio contínuo em pequenos elementos, preservando as propriedades originais. Essas equações são resolvidas por modelos matemáticos, facilitando o sistema de análise em diversos elementos estruturais. A precisão nos resultados se dá quanto menor for o tamanho e maior for o número de nós da malha de elementos finitos utilizados na discretização do problema.

A análise utilizando o MEF pode ser aplicada em diversas áreas da engenharia, como por exemplo, problemas acústicos, térmicos, eletromagnéticos e estruturais. No âmbito da Engenharia de Estruturas, o MEF tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores. Este tipo de cálculo tem a designação genérica de análise de estruturas e surge, por exemplo, no estudo de edifícios, pontes, barragens, etc. De acordo com Azevedo (2003) quando existe a necessidade de projetar uma estrutura, é habitual proceder-se a uma sucessão de análises e modificações das suas características, com o objetivo de se alcançar uma solução satisfatória, quer em termos econômicos, quer na verificação dos pré-requisitos funcionais e regulamentares.

Neste contexto, a utilização do MEF em softwares cresce à medida que aperfeiçoam as análises dos tipos e as gerações de malha de elementos, as técnicas de modelagem, os critérios de aceitação, erros e a apresentação dos resultados, favorecendo a utilização desta ferramenta. Várias indústrias e empresas dispõem destes softwares, pois a sua

aplicação consiste em um poderoso recurso no desenvolvimento e avaliação de produtos e projetos, ou seja, realizar uma modelagem computacional.

A modelagem computacional trata da simulação de soluções para problemas científicos, analisando os fenômenos, desenvolvendo modelos matemáticos para sua descrição, e elaborando códigos computacionais para obtenção daquelas soluções, ou melhor, uma representação ou interpretação mais simplificada da realidade.

A criação de modelos matemáticos com os seus devidos critérios (cargas, propriedades do material, condições de restrição e malha) obtêm resultados de tensão, deformação e deslocamento de uma estrutura que auxiliam na identificação da durabilidade do componente, pontos de concentração de tensão, comportamento da estrutura diante de um carregamento e ajuda no aprimoramento de peças durante a sua construção, a fim de avaliar o desempenho de produtos com a aplicação de critérios de resistência, rigidez ou fadiga.

A ideia de realizar uma representação tridimensional independente da forma da estrutura e do tipo de carregamento ao qual está sendo submetido (desde que seja cabível a um problema de engenharia), é de apresentar as suas várias utilidades e de melhorar e/ou adaptar as formas de dimensionar os elementos estruturais. Vale ressaltar que o manuseio deste cálculo automático deve ser cauteloso e bastante rigoroso, pois o desconhecimento dos seus fundamentos pode conduzir a resultados desastrosos na sua aplicação, como sucedeu no caso da perda da plataforma petrolífera Sleipner A, na Noruega, com um custo de cerca de 700 milhões de dólares, devido a uma falha de projeto (PEREIRA, 2005).

Há alguns programas comerciais de elementos finitos, dentre eles o programa ABAQUS, escolhido para ser utilizado na modelagem computacional dos problemas de instabilidade de pilares utilizados nesta pesquisa. A análise do pilar através do ABAQUS dispõe de uma vasta biblioteca de elementos possibilitando flexibilidade na modelagem de diferentes estruturas, todos os elementos são modelados no sistema global de coordenadas cartesiano utilizam o conceito de massa concentrada em sua formulação, exceto elementos assimétricos.

O pré-processador ABAQUS/CAE (Figura 3.5), consiste de uma interface gráfica que permite ao usuário uma rápida e eficiente definição da geometria do problema,

atribuição das propriedades dos diferentes materiais, aplicação dos carregamentos e das condições de contorno do problema, seleção do número de etapas pretendidas na análise e, finalmente, geração da malha de elementos finitos correspondente ao corpo analisado. O software dispõe ainda do pós-processador ABAQUS/VIEWER que, operando sobre os arquivos de saída, possibilita, para interpretação dos resultados numéricos, procedimentos de visualização gráfica e de animação.

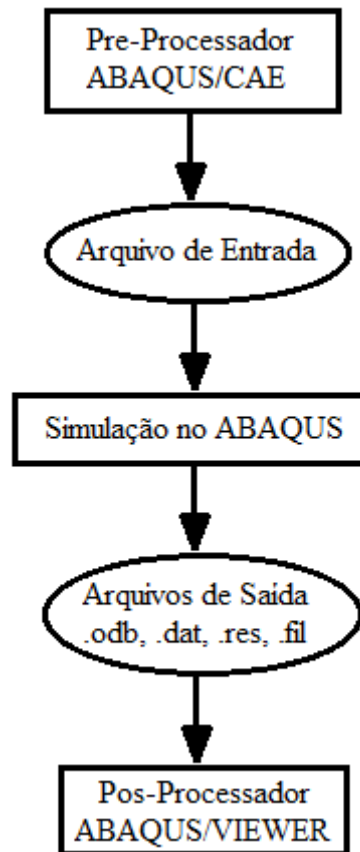


Figura 3.5: Diagrama para a Simulação com o *Software* ABAQUS (ABAQUS, 2010)



## 4 MODELO DA PONTE PROPOSTO

Este capítulo apresenta o modelo da ponte em concreto armado com longarinas retas de alma cheia especificando os pilares analisados na pesquisa. O estudo foi dividido em duas etapas: analítica e numérica. A etapa analítica é baseada em métodos propostos pela literatura enquanto a etapa numérica é baseada no MEF, através do *software* ABAQUS v6-14.

### 4.1 APRESENTAÇÃO DA PONTE

A ponte em estudo possui 45 m de comprimento divididos em dois tramos de 18 m e balanços nas extremidades de 4,5 m como mostra a Figura 4.1. A largura é de 13 m, obedecendo ao prescrito pelo manual do Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes (DNIT, 1996) e respeita as características da rodovia (DNIT, 1973), como a faixa de rolamento, com um caapeamento asfáltico de 9 cm de espessura e inclinação de 1% na laje do tabuleiro Figura 4.2.

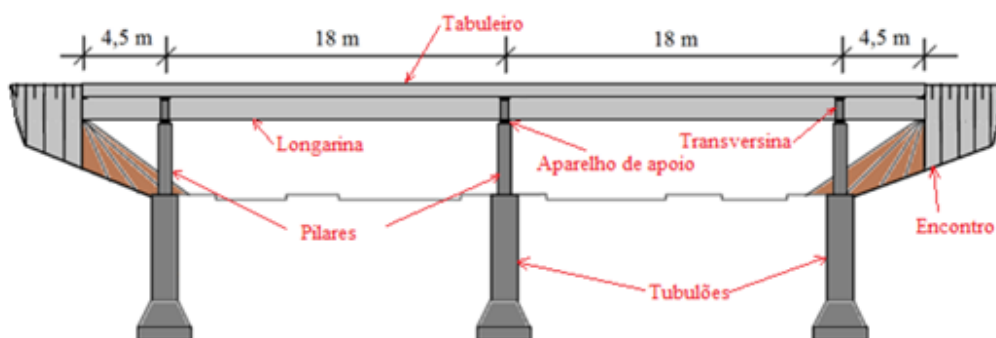


Figura 4.1: Vista Longitudinal e Elementos da Ponte

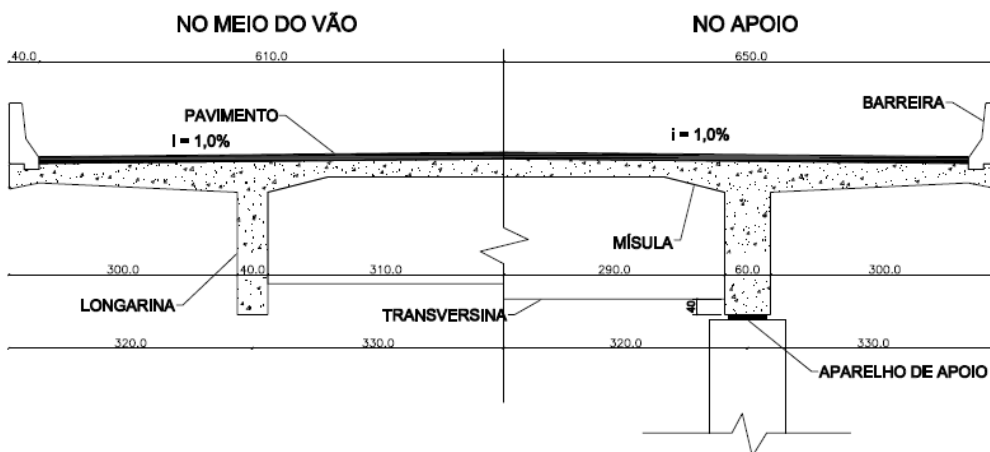


Figura 4.2: Vista Transversal

## 4.2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS

Em todas as análises analíticas e numéricas realizadas na ponte foram utilizadas as mesmas características de material, que foram definidas de acordo com a prática de projeto nacional e com as normas: ABNT NBR 6118 (2014) e ABNT NBR 8800 (2008). As características mecânicas do concreto e do aço adotadas estão apresentadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Características dos Materiais

Concreto	
f <sub>ck</sub> (Resistência Característica)	35 MPa
E (Módulo de Elasticidade)	28160 MPa
ν (Coeficiente de Poisson)	0,2
γ <sub>c</sub> (Peso Específico)	25 kN/m <sup>3</sup>
Aço	
Especificação	CA-50
E (Módulo de Elasticidade)	210 GPa
ν (Coeficiente de Poisson)	0,3
Neoprene	
G (Módulo de Elasticidade)	1 MPa
ν (Coeficiente de Poisson)	0,5

Apresentando materiais com propriedades diferentes, deve ser necessário realizar a transformação da área de aço em uma área de concreto equivalente a fim de obter a nova seção transversal homogeneizada dos pilares, pois o objetivo desta homogeneização foi para realizar um estudo mais realista visto que a introdução do aço altera a rigidez dos pilares da ponte em estudo. O cálculo é feito através da seguinte equação:

$$A_e = x \cdot A_{aço} \quad (4.1)$$

Onde  $A_e$  é a área equivalente,  $A_{aço}$  é a área de aço e “x” é a razão entre o módulo de elasticidade do aço pelo de concreto.

### 4.2.1 Modelo Constitutivo do ABAQUS

No programa ABAQUS, a análise plástica é baseada em 4 parâmetros: **(1)** a relação entre a resistência no estado biaxial e a resistência no estado uniaxial ( $f_{b0}/f_{c0}$ ), **(2)** a

excentricidade, (3) a distância da superfície de ruptura na seção transversal desviadora (K) e, por fim, (4) o ângulo de inclinação, com intuito de verificar a validação para a modelagem da não linearidade física e geométrica. O quinto parâmetros seria viscosidade, mas nesse caso é considerada igual à zero. O valor correspondente a K é descoberto através da Figura 4.3.

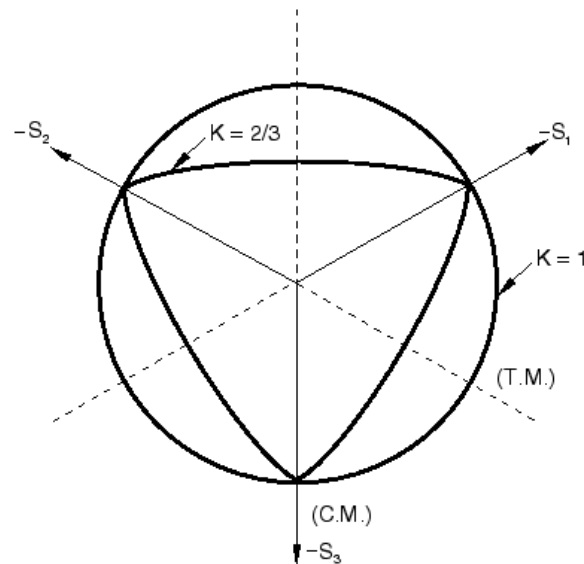


Figura 4.3: Superfície de ruptura na seção transversal desviadora (ABAQUS)

Nota-se que a Figura 4.3 é uma forma gráfica correspondente à combinação de três elipses tangentes, encontrando o valor de  $T = 2/3$ , no qual este valor é recomendado. Diferente do valor de  $T = 1$ , cuja superfície de falha se torna um círculo.

O ângulo de inclinação pode ser visualizado no plano meridional p-q, juntamente com a função linear de Drucker-Prager (linha pontilhada) e a função hiperbólica (linha contínua), conforme mostrado na Figura 4.4.

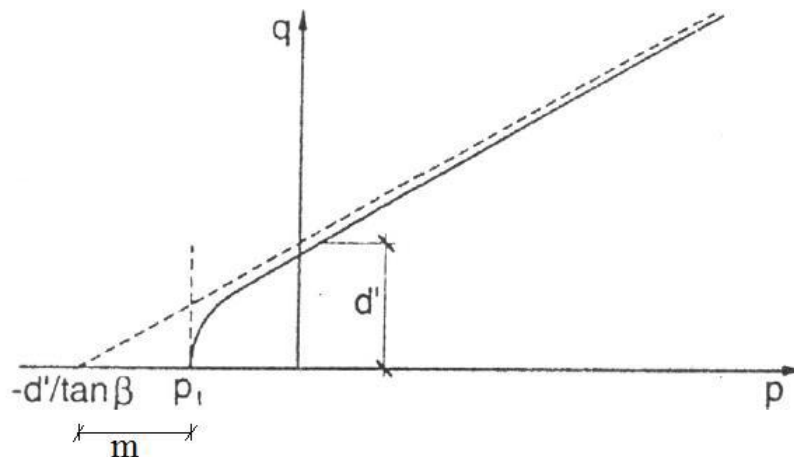


Figura 4.4: Função linear e hiperbólica de Druger-Prager (Kmieciak & Kaminski, 2011)

Ele corresponde ao ângulo de inclinação entre a direção do incremento de deformação plástica e a vertical, fisicamente sendo interpretado como o ângulo de atrito interno do concreto. Em simulações numéricas normalmente adota-se valor entre  $36^\circ$  e  $40^\circ$ . A diferença entre as curvas (m) é representada pela excentricidade onde a mesma é um valor pequeno que expressa à taxa de aproximação da hipérbole da sua assíntota, geralmente representado por 10%.

Por fim, tem-se o ponto em que o concreto falha sob compressão biaxial. O manual do programa ABAQUS especifica um default de 1,16 para a resistência no estado biaxial e a resistência no estado uniaxial ( $f_{b0}/f_{c0}$ ). Os estados de tensões uniaxial e biaxial podem ser observados na Figura 4.5.

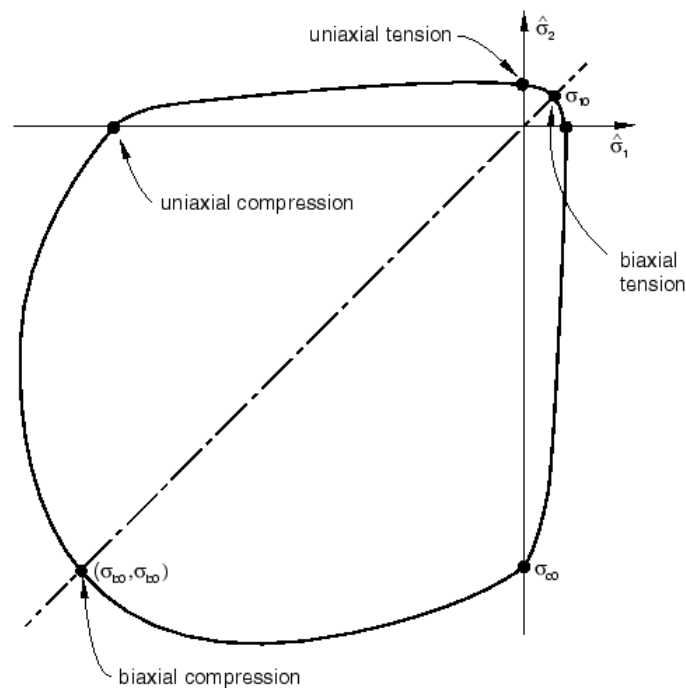


Figura 4.5: Resistência do concreto sob tensão biaxial (ABAQUS, 2010)

Diante disso, os dados referentes à análise plástica são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Dados utilizados para a análise plástica

Parâmetro	Valor
Ângulo de Inclinação	$36^\circ$
Excentricidade	0,1
$f_{b0}/f_{c0}$	1,16
K	0,667
Parâmetro de Viscosidade	0

A modelagem do comportamento do aço é tratada em um estado de tensão uniaxial. O aço é representado como material elastoplástico, conforme visualizado na Figura 4.6.

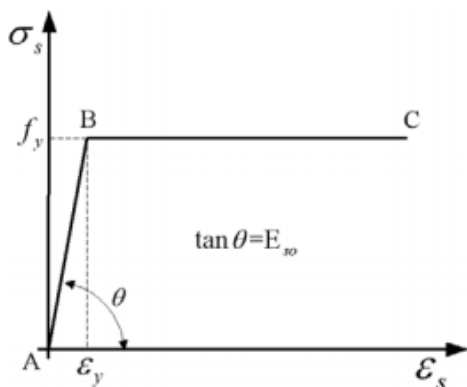


Figura 4.6: Aproximação Elastoplástica (BONO, 2008)

### 4.3 CARACTERIZAÇÃO DOS MODELOS

Nesta pesquisa foram criados quatro grupos de estudos separados de acordo com a profundidade da fundação, altura do pilar, tipo de solo e seção transversal. Cada grupo apresenta duas seções transversais (quadrada e circular) e quatro situações de solos, a fim de realizar uma análise de deslocabilidade dos pilares da ponte em cada uma dessas situações considerando a interação solo-estrutura (ISE). Os solos estudados estão mostrados na Tabela 4.3 onde os coeficientes de reação horizontal foram considerados constantes em toda camada de solo para cada pilar em estudo.

Tabela 4.3: Especificação dos Solos

Tipo de Solo	Coefficiente Horizontal do Terreno (kN/m <sup>3</sup> )	Coefficiente Vertical do Terreno (kN/m <sup>3</sup> )	Especificação
Argila Arenosa	2000	2500	Solo 1
Argila com Silte	4000	5000	Solo 2
Argila Dura	7000	10000	Solo 3
Maciço Rígido	-	-	Solo 4

O caso do solo maciço rígido não apresentar um coeficiente lateral foi pelo fato do mesmo ser bastante rígido a ponto de praticamente impedir um deslocamento na fundação, ou seja, situação de um solo praticamente indeslocável, proporcionando um engastamento perfeito na base do pilar.

Os Modelos de Pilares (MP) analisados foram agrupados obedecendo à nomenclatura MPIJK, conforme especificados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Definição dos modelos de pilares analisados

I (Grupo)	J (Solo)	K (Seção)	Altura do Pilar (m)	Profundidade da Fundação (m)	Índice de Esbeltez ( $\lambda$ )
A	1,2,3,4	Q,C	6,50	8,00	47,27
B				16,00	
C			13,00	8,00	94,55
D				16,00	

Legenda:

MP - Modelos de Pilar

I - Grupos **A, B, C e D**

J - Tipo de Solo: **1,2,3 e 4** (Tabela 4.3)

K - Tipo de Seção Transversal: **Quadrada e Circular**

↗ Tipo de Solo

**MPA1Q** → Seção

↘ Grupo

MP: Modelo de Pilar

A partir dos modelos definidos na Tabela 4.4, pode-se representar o esquema final de cada seção, conforme ilustrado na Figura 4.7.

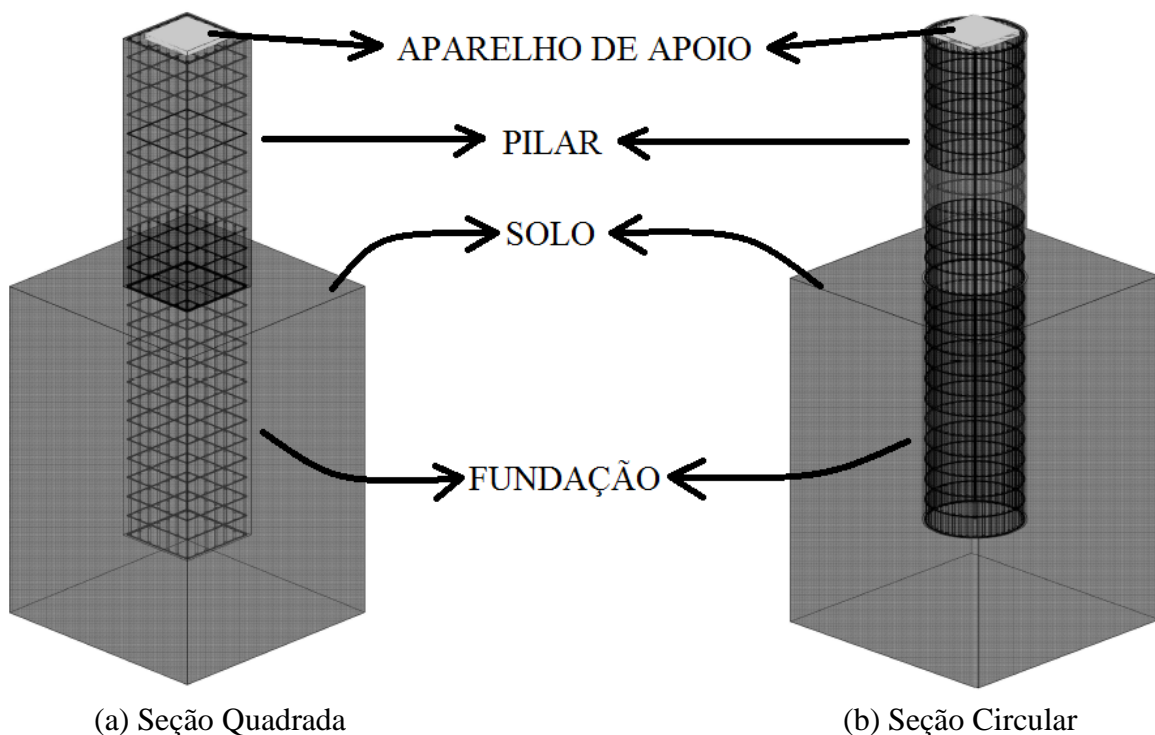


Figura 4.7: Esquema Final do modelo

## 4.4 ETAPA ANALÍTICA

Na primeira fase desta etapa serão destacados todos os procedimentos utilizados para determinar os deslocamentos através de uma análise linear de um dos pilares e um dos elementos de fundação da ponte (pilar central), de acordo com três métodos analíticos que consideram a mesoestrutura trabalhando de forma integrada com a infraestrutura através da interação solo-estrutura (ISE).

### 4.4.1 Modificações na Mesoestrutura

Para apresentar um melhor controle dos carregamentos e dos deslocamentos, foi realizada uma modificação na mesoestrutura, transformando o arranjo múltiplo (ver Figura 4.2) em um arranjo simples. Para realizar esses ajustes foi feito o cálculo da inércia equivalente de um pilar, obtendo assim às dimensões que se equivalem ao pórtico da ponte original. Isso foi feito realizando a seguinte procedimento:

$$(EI)_{\text{Pilar}} = \frac{F_{ht}H^3}{3\Delta_{\text{Pórtico}}} \Rightarrow I_{\text{Pilar}} = \frac{F_{ht}H^3}{3E_{\text{Pilar}}\Delta_{\text{Pórtico}}}$$

Sendo  $F_{ht}$  a força horizontal transversal ao pórtico,  $H$  a altura do pórtico,  $\Delta_{\text{Pórtico}}$  o deslocamento do pórtico e  $(EI)_{\text{Pilar}}$  o módulo de elasticidade junto do momento de inércia do pilar.

A carga referente à força horizontal transversal correspondente ao maior esforço encontrado diante dos pórticos diz respeito ao carregamento do vento e da água, tendo os seguintes valores:

Tabela 4.5: Carregamento Transversal no Pórtico

Carga	Valor (kN)	Carga Total (kN)
Vento	63	80
Água	17	

Serão estudados dois casos de seção para a análise: uma quadrada e uma circular, ambas sendo maciças, a fim de observar os deslocamentos que este novo pilar pode ter. É importante destacar cada aspecto alterado, para deixar de forma clara e objetiva todas as modificações. Com a inércia equivalente calculada, encontra-se o valor de cada dimensão da seção transversal do concreto, como pode ser observado na Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Dimensões da Seção Transversal do Concreto

Inércia Equivalente (m <sup>4</sup> )	Seção	Representação da Inércia	Dimensão da Seção Transversal (m)
0,0102	Quadrada	$\frac{a^4}{12}$	0,59
	Circular	$\frac{\pi D^4}{64}$	0,68
0,0577	Quadrada	$\frac{a^4}{12}$	0,91
	Circular	$\frac{\pi D^4}{64}$	1,04

Em que “a” é o lado da seção quadrada e D é o diâmetro da seção circular.

A análise dos carregamentos verticais nos pilares ocorreu nas alturas estabelecidas nos grupos (6,5 e 13m) a fim de observar a resposta de cada elemento estrutural. O carregamento acidental vertical proveniente da superestrutura não se alterou, pois o mesmo está isolado da ponte, conforme representado como  $F_1$  na Figura 4.8. Porém, o mesmo apresenta um valor máximo e um mínimo devido ao carregamento móvel aplicado no tabuleiro. A alteração existente de carga foi devido ao peso próprio da estrutura (pilar + travessa) devido ao tipo de seção transversal do pilar. A Tabela 4.7 apresenta este carregamento para cada grupo:

Tabela 4.7: Carregamento Vertical

Pilar			Carregamento (kN)						
Grupo	Dimensão da Seção Transversal (m)	Altura do Pilar (m)	Permanente	Móvel Máxima	Móvel Mínima	Peso Próprio	Solicitação atuando na Seção do Pilar	Solicitações de Projeto Máxima	Solicitações de Projeto Mínima
A	0,59	6,50	1848,40	904,80	-127,60	176,57	2024,97	4090,90	2606,10
	0,68	6,50				179,01	2027,41	4094,21	2609,41
B	0,59	6,50				176,57	2024,97	4090,90	2606,10
	0,68	6,50				179,01	2027,41	4094,21	2609,41
C	0,91	13,00				389,13	2237,53	4377,87	2893,07
	1,04	13,00				396,08	2244,48	4387,25	2902,45
D	0,91	13,00				389,13	2237,53	4377,87	2893,07
	1,04	13,00				396,08	2244,48	4387,25	2902,45

Com as dimensões dos pilares e os carregamentos verticais já especificados, foi possível realizar o cálculo das armaduras nos pilares. Posteriormente fez-se a transformação da área de aço em uma área de concreto equivalente a fim de obter a nova seção transversal



homogeneizada dos pilares, através do cálculo mencionado anteriormente, conforme mostra a Tabela 4.8.

Tabela 4.8: Dimensões da Seção Transversal com o acréscimo da Armadura

Seção	Altura do Pilar (m)	Área da Seção Transversal (cm <sup>2</sup> )	Intervalo de Esbeltez	Armadura (cm <sup>2</sup> )	Área Equivalente (cm <sup>2</sup> )	Área Total (cm <sup>2</sup> )	Dimensões Econtradas com Acréscimo do Aço (m)	Dimensão Adotada (m)
Quadrada	6,50	3481,00	$35 < 47,27 \leq 90$	100,08	746,31	4227,31	0,65	1,00
	13,00	8281,00	$90 < 94,55 \leq 140$	240,19	1791,15	10072,15	1,00	
Circular	6,50	3631,68	$35 < 47,27 \leq 90$	140,11	1044,84	4676,52	0,77	1,10
	13,00	8494,87	$90 < 94,55 \leq 140$	240,19	1791,15	9586,01	1,10	

Diante do cálculo da armadura, obteve o acréscimo na seção transversal. Nota-se que o acréscimo referente a cada altura de pilar apresentou dimensões diferentes, porém foram uniformizadas em 1 m para todas as seções quadradas e 1,1 m para todas as seções circulares, pelo fato de pilares com geometria inferior a 1m no ponto de vista de execução não se torna apropriado.

#### 4.4.2 Carregamentos Horizontais

As posições das cargas horizontais compostas pelas parcelas longitudinal e transversal estão mostradas na Figura 4.8. Observa-se que  $F_2$  corresponde ao carregamento horizontal longitudinal, formado pela frenagem, aceleração, vento longitudinal e  $F_3$  corresponde ao carregamento horizontal transversal, formado pelo vento transversal e a pressão da água. O carregamento horizontal resultante nos pilares com eixos de simetria pode ser assumido como a soma vetorial das parcelas longitudinal e transversal das ações conforme mostrado na Tabela 4.9.

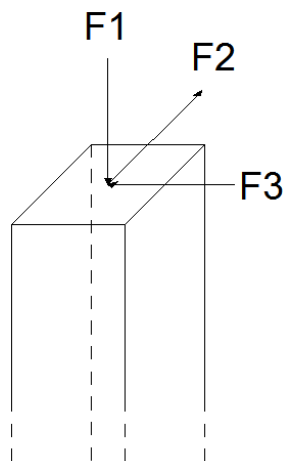


Figura 4.8: Representação dos Carregamentos no topo do Pilar

Tabela 4.9: Carregamentos Horizontais

Carregamento	Especificação dos Carregamentos	Seção	Valor
Longitudinal	Vento	Quadrada	59,51
		Circular	
	Aceleração e Frenagem	Quadrada	146,25
		Circular	
Transversal	Água	Quadrada	29,82
		Circular	15,72
	Vento	Quadrada	189
		Circular	

Como a ponte em estudo apresenta três linhas de pilares de mesma altura, a distribuição de carga para cada pilar foi feita através da rigidez, de forma proporcional, como mostrado na Tabela 4.10.

Tabela 4.10: Rigidez e Distribuição nos Pilares

Pilar	Rigidez (K)				Distribuição
	Neoprene	Pilar	Fundação	Resultante	$\frac{K}{\sum K}$
Extremo 1	13333,33	3204,43	4619,42	1656,88	0,333
Central					
Extremo 2					

Por fim, após obtenção das rigidezes de cada pilar, as cargas horizontais da Tabela 4.9 foram distribuídas, conforme mostra a Tabela 4.11.

Tabela 4.11: Carregamentos no Pilares

Seção	Carregamento Horizontal (kN)		
	Longitudinal	Transversal	Resultante
Quadrada	68,59	72,94	100,12
Circular	68,59	68,24	96,75

## 4.5 ETAPA NUMÉRICA

Nesta etapa apresenta-se uma modelagem tridimensional dos pilares de forma isolada da superestrutura considerando os dois tipos de seções (quadrada e circular), as duas alturas de pilar (6,5m e 13m), as duas alturas de fundação (8m e 16m) e os quatro tipos

de solo (argila arenosa, argila com silte, argila dura e maciço rígido), conforme mostrado na Tabela 4.4.

O *software* ABAQUS busca contemplar as etapas do projeto e simulação de elementos estruturais, no intuito de prever para tentar mitigar possíveis efeitos indesejáveis. Através do uso dos elementos finitos foi realizada uma modelagem dos pilares no qual se executou os procedimentos descritos a seguir:

- Materiais e Armadura: apresentam-se as propriedades ao quais os pilares estão submetidos e o posicionamento da armadura;
- Carregamento: fornece informações sobre a sequência de eventos ou cargas aplicadas, que podem ser caracterizadas como forças pontuais, de superfície, de corpo, geradas por variação de temperatura, etc.;
- Apoios: mostra as condições aos quais os pilares estão posicionados;
- Malha: contém a descrição dos nós, tipos de elemento e suas respectivas conectividades.

O sistema de eixos estabelecidos pelo próprio ABAQUS é esquematizado pela Figura 4.9. A representação da construção dos pilares foi nas coordenadas XY (eixo correspondente às dimensões da seção transversal, carregamento horizontal e deslocamento) e Z (eixo correspondente a altura e carregamento vertical).

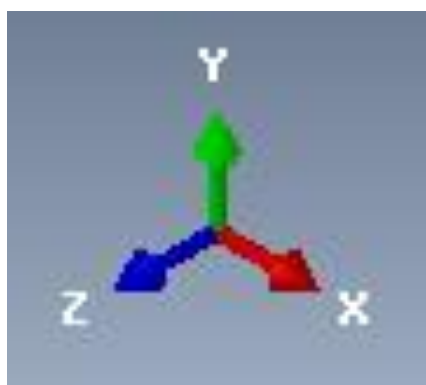
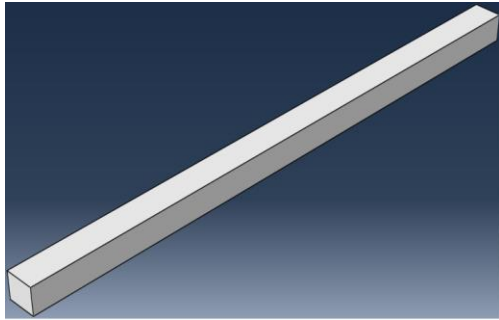


Figura 4.9: Sistema Cartesiano XYZ do ABAQUS

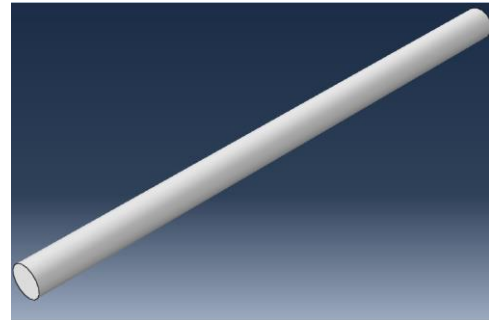
O ABAQUS não apresenta unidades pré-estabelecidas para realizar todos os cálculos. Desta forma foram utilizadas na construção do pilar a unidade de força N (Newtons) e a unidade de medida de comprimento foi o mm (milímetros).

#### 4.5.1 Materiais e Armaduras

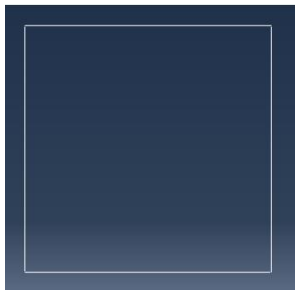
Através do comando *PARTS*, se cria partições definidas para a geometria do modelo de cada um dos elementos constituintes: o conjunto (pilar + fundação) e as armaduras (longitudinal e transversal), conforme mostrado na Figura 4.10.



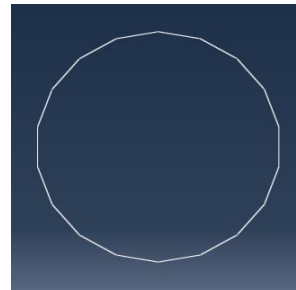
(a) Forma do Conjunto Quadrado



(b) Forma do Conjunto Circular



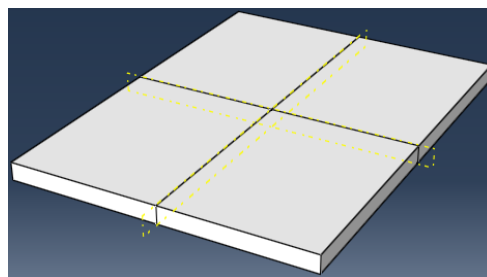
(c) Estribo Quadrado



(d) Estribo Circular



(e) Armadura Longitudinal



(f) Aparelho de Apoio

Figura 4.10: Representação de cada Elemento Constituinte

As propriedades mecânicas dos materiais envolvidos dos pilares modelados no software foram introduzidas com a utilização do comando *PROPERTY*, a fim de representar toda

a base linear com o comando *ELASTICITY* (Tabela 4.1) e não linear com o comando *PLASTICITY* (Tabela 4.2).

Depois de criar cada um dos elementos, utiliza-se o comando *CREATE PARTITION* realizando partições para impor o que de fato é pilar e o que é fundação no elemento conjunto, a fim de realizar uma análise acoplada, mas destacando os elementos separadamente.

Com os materiais definidos o passo seguinte é realizar o posicionamento de cada barra longitudinal, bem como dos estribos, através do comando *ASSEMBLY*. Após a definição das armaduras utilizou-se o comando *CONSTRAINT* para realizar o acoplamento entre o concreto e o aço, como ilustrado na Figura 4.11.

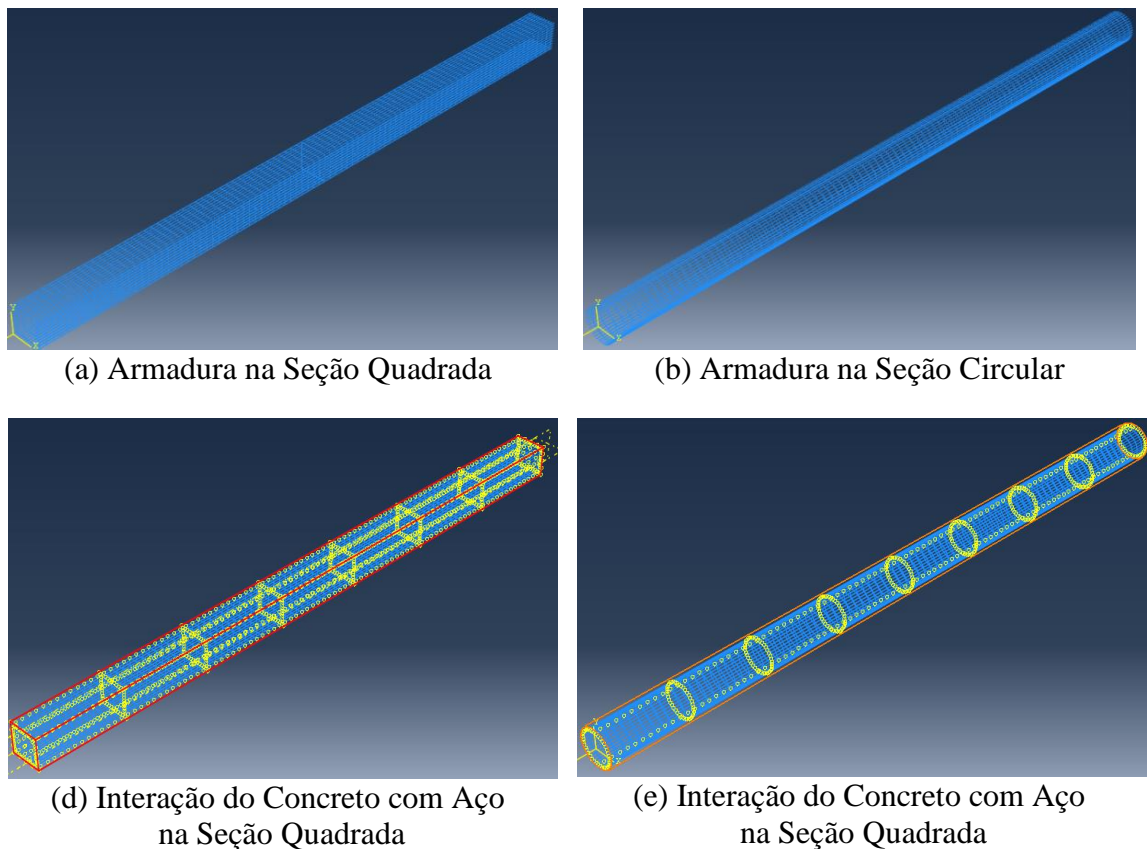
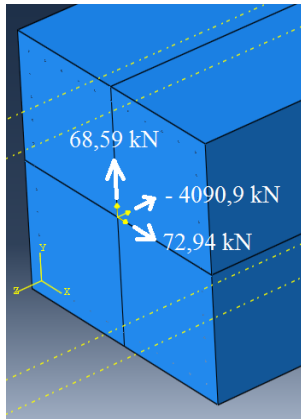


Figura 4.11: Representação da Construção do Pilar

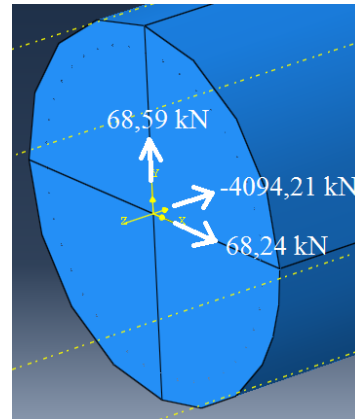
#### 4.5.2 Carregamentos no Pilares

Após o término do detalhamento do conjunto, a etapa seguinte é realizar o posicionamento dos carregamentos aos quais estes pilares estão submetidos, conforme mostram as Tabela 4.7 e 4.11, referentes ao carregamento vertical e horizontal respectivamente. Para isso, é utilizado o comando *LOAD MANAGER*. Vale salientar

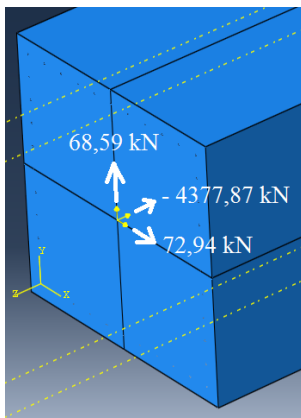
que o programa não apresenta a opção de trabalhar o carregamento resultante devendo então ser realizada a análise com cada componente da força horizontal (transversal e a longitudinal). No que se refere ao carregamento vertical máximo e mínimo optou-se por utilizar o máximo, a fim de considerar a situação mais desfavorável, ou seja, com a presença do carregamento móvel. A Figura 4.12 ilustra estes carregamentos no pilar.



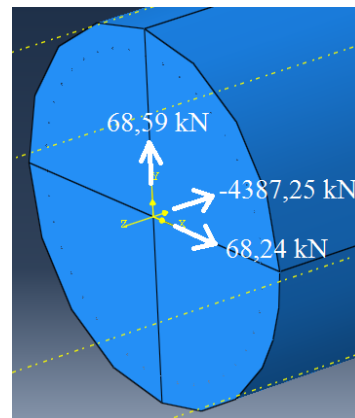
(a) Carregamento no Pilar de Seção Quadrada com altura de 6,5m



(b) Carregamento no Pilar de Seção Circular com altura de 6,5m



(c) Carregamento no Pilar de Seção Quadrada com altura de 13m



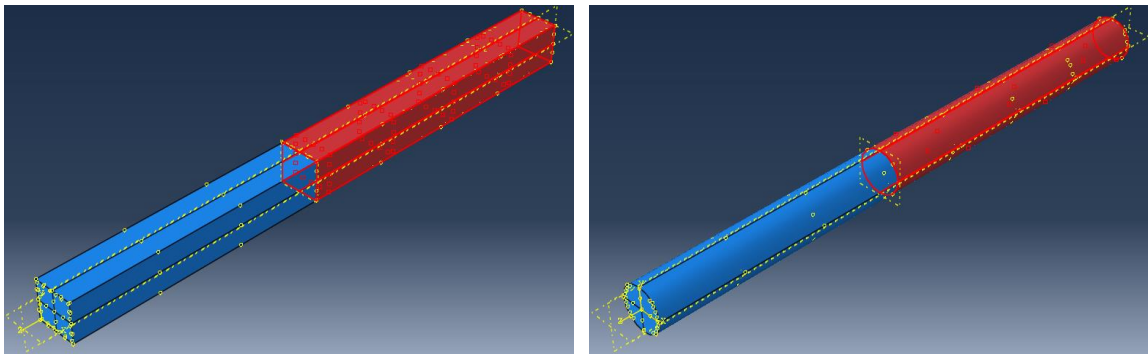
(d) Carregamento no Pilar de Seção Circular com altura de 13m

Figura 4.12: Representação dos Carregamentos no Pilar

#### 4.5.3 Apoios nas Fundações

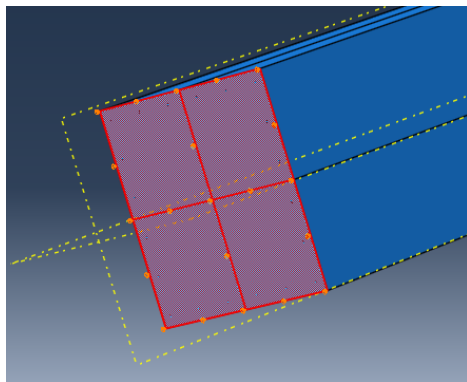
Na pesquisa foram consideradas quatro situações de solos nas fundações que vão influenciar nos pilares, conforme mostrado na Figura 4.13. Primeiramente foi utilizado no conjunto (pilar + fundação) o comando *BOUNDARY CONDITION MANAGER* na sua parte inferior, para retirar qualquer deslocamento vertical (eixo Z). Depois se aplicou nas faces da fundação (em vermelho nas Figura 4.13a e 4.13b) o comando *ELASTIC FOUNDATION* ao redor da fundação representando as molas referentes ao

modelo de Winkler, onde o dado de entrada é a rigidez de cada situação de solo, a fim de esquematizar de forma simplificada o funcionamento do solo na estrutura.

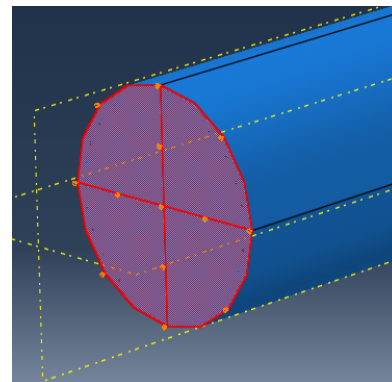


(a) Modelo de Winkler (Molas) na Fundação de Seção Quadrada

(b) Modelo de Winkler (Molas) na Fundação de Seção Circular



(c) Apoio na Base Inferior na Fundação de Seção Quadrada



(d) Apoio na Base Inferior na Fundação de Seção Circular

Figura 4.13: Representação dos Apoios na Fundação

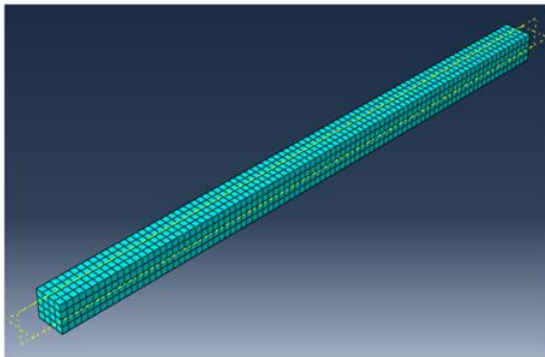
#### 4.5.4 Malha

Para geração das malhas em elementos finitos no ABAQUS, utilizou-se o comando *MESH* onde a discretização foi feita com elementos sólidos tridimensionais do tipo C3D8 contendo oito nós e cada nó com três graus de liberdade translacionais. Já as armaduras foram modeladas com elementos de treliça T3D2 com dois nós apresentando três graus de liberdade por nó, todos de translação, conforme pode ser especificado com mais detalhes na Tabela 4.12.

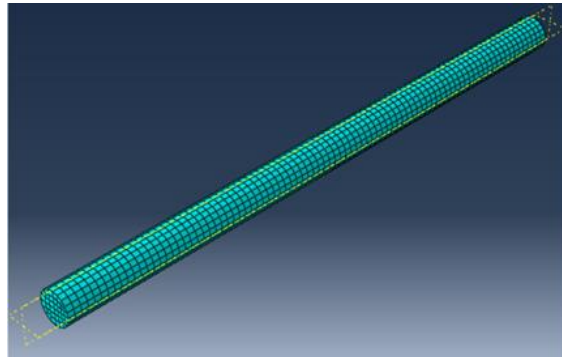
Tabela 4.12: Quantidade de Elementos na Malha de cada Componente Estrutural

Grupo	Seção	Quantidade de Elementos			
		Barra Longitudinal	Estribo	Pilar	Aparelho de Apoio
A	Quadrada	73	20	2628	16
	Circular		16	2336	
B	Quadrada	113	20	4068	
	Circular		16	3616	
C	Quadrada	105	20	3780	
	Circular		16	3360	
D	Quadrada	145	20	5220	
	Circular		16	4640	

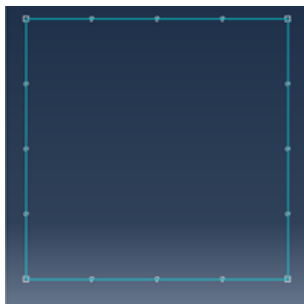
A Figura 4.14 ilustra a malha final de cada componente estrutural, pois a mesma sofreu alterações até apresentar pequenas variações de deslocamento final, ou seja, foi realizado um teste de sensibilidade da malha. Com isso foi necessário realizar uma aproximação dos resultados numéricos através de uma calibração do programa a um caso no qual já se tem conhecimento, tomando como orientação um pilar com engastamento perfeito, onde se obteve uma variação de aproximadamente 1%. Após a calibração do programa ABAQUS, pôde-se realizar as devidas comparações.



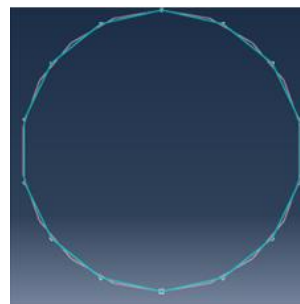
(a) Malha para o Conjunto de Seção Quadrada



(b) Malha para o Conjunto de Seção Circular

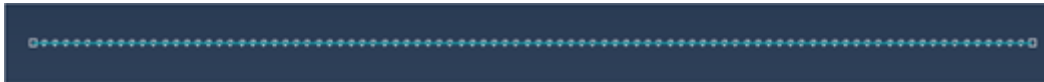


(c) Malha para o Estribo de Seção Quadrada

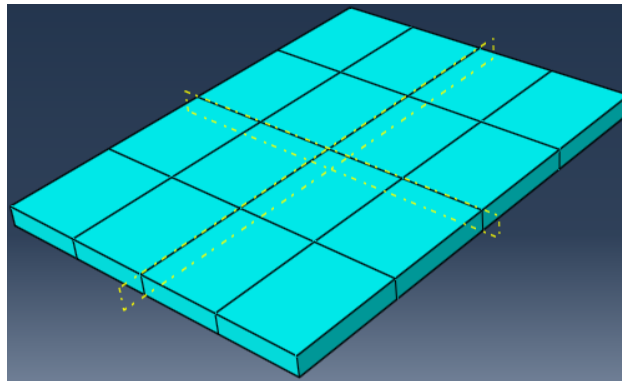


(d) Malha para o Estribo de Seção Circular





(e) Malha para a Barra Longitudinal

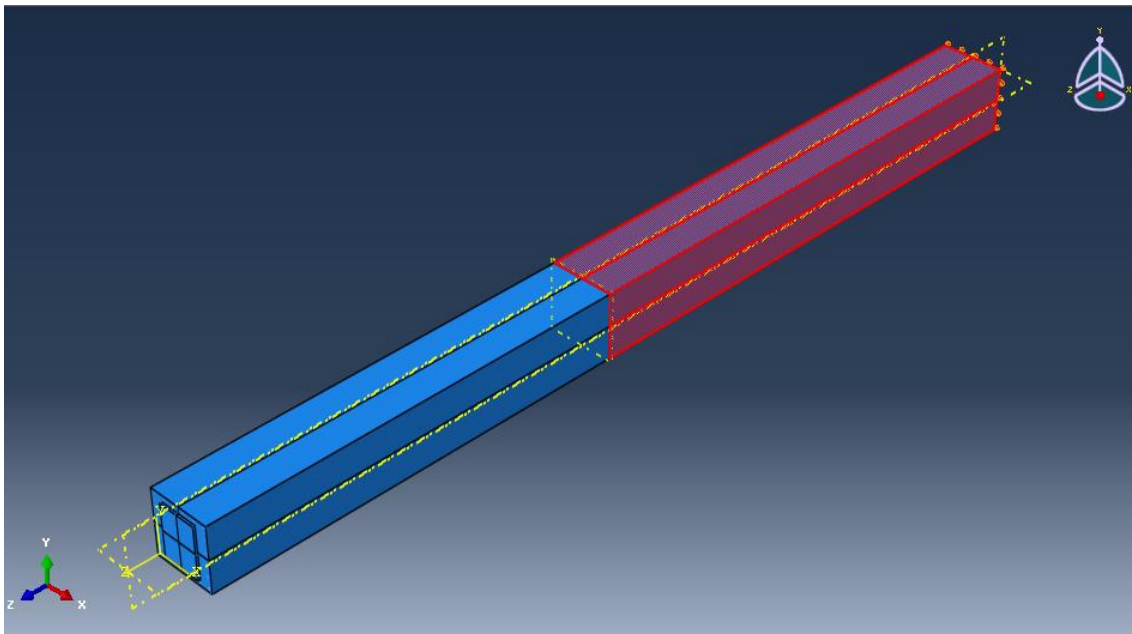


(f) Malha para o Aparelho de Apoio

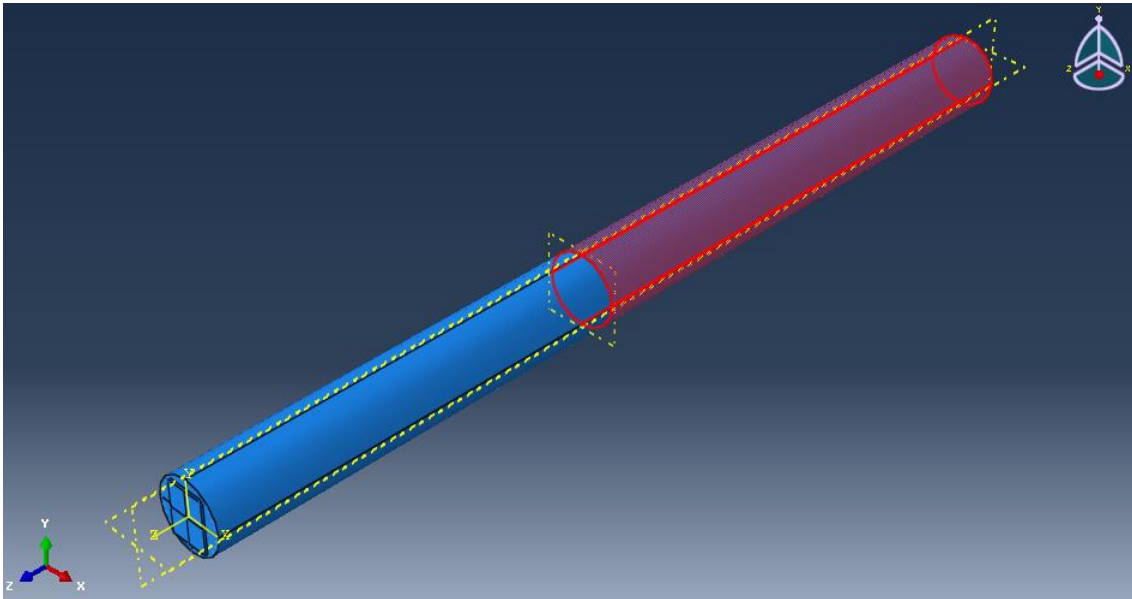
Figura 4.14: Representação da Malha de cada Componente Estrutural

#### 4.5.5 Modelo Completo

Para representar o modelo completo foi agrupado cada uma das etapas anteriores apresentadas, a fim de representar os modelos analisados, conforme visualizado na Figura 4.15.



(a) Esquema da Seção Quadrada no ABAQUS



(b) Esquema da Seção Circular no ABAQUS

Figura 4.15: Modelo Completo no ABAQUS

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresenta os resultados obtidos da análise dos deslocamentos horizontais de pilares da ponte em estudo. Para tanto, foram utilizados como base para a obtenção desses deslocamentos os esforços característicos das ações aplicadas diretamente nos pilares no encontro meso e superestrutura de uma ponte modelo. Os resultados foram obtidos através dos modelos analíticos de cálculo e dos modelos construídos via programa de análise estrutural ABAQUS v.6-14 utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF). As análises foram feitas considerando o tipo de seção transversal, os tipos de solos, a profundidade da fundação e altura dos pilares, através de um comparativo linear com um não linear, a fim de investigar os efeitos de segunda ordem provocados nesses conjuntos quando considerado de arranjo simples em substituição aos arranjos múltiplos. A Figura 5.1 ilustra um fluxograma de cada etapa realizada neste capítulo.

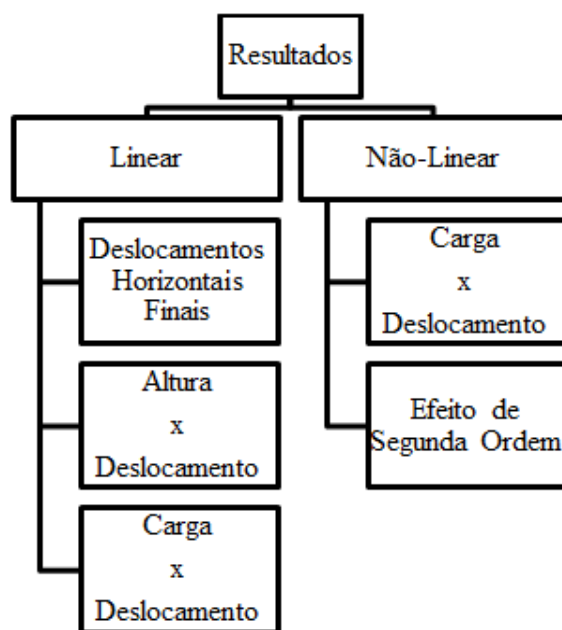


Figura 5.1: Fluxograma dos Resultados Analisados

### 5.1 ANÁLISE LINEAR

Para realizar a comparação entre o resultado analítico e numérico, foram apresentados os deslocamentos horizontais finais, juntamente com os gráficos de altura versus deslocamento e carga versus deslocamento, com intuito de verificar detalhadamente o comportamento linear dos pilares.

### 5.1.1 Deslocamentos Horizontais Resultantes Finais

Após a aplicação dos carregamentos horizontais nos pilares, foi empregado cada método apresentado nesta pesquisa, a fim de analisar os deslocamentos finais da ponte considerando o comportamento integrado do solo com a estrutura. As Tabelas 5.1 a 5.4 mostram os deslocamentos no topo do pilar da ponte obtida pelo método MAC 1 - baseado em Darkov e Kuznetsov (1970) adaptado por Pfeil (1978).

Conforme mostrado nas Tabelas 5.1 e 5.2, pode-se verificar que os deslocamentos finais dos pilares para os três primeiros tipos de solos tiveram valores bem próximos com pequenas diferenças observadas devido à parcela relativa ao deslocamento da fundação; fato este justificado por causa dos pilares do Grupo B ter sido assentado em uma cota com o dobro de profundidade da do Grupo A, deixando as fundações mais rígidas pelo aumento do confinamento gerado pelo solo. Já para o pilar assentados no maciço rígido, conforme esperado, os deslocamentos finais foram idênticos visto que não houve deslocabilidade da parte ancorada no solo com as demais parcelas permanecendo iguais.

Tabela 5.1: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 1 – Grupo A

Modelo	Deslocamento na Fundação (mm)	Deslocamento no Pilar (mm)	Deslocamento no Neoprene (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPA1Q	2,23	3,91	7,51	13,65
MPA1C	2,16	4,38	7,26	13,80
MPA2Q	1,12	3,91	7,51	12,53
MPA2C	1,08	4,38	7,26	12,71
MPA3Q	0,61	3,91	7,51	12,02
MPA3C	0,59	4,38	7,26	12,22
MPA4Q	0,00	3,91	7,51	11,41
MPA4C	0,00	4,38	7,26	11,63

Tabela 5.2: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 1 – Grupo B

Modelo	Deslocamento na Fundação (mm)	Deslocamento no Pilar (mm)	Deslocamento no Neoprene (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPB1Q	1,68	3,91	7,51	13,09
MPB1C	1,62	4,38	7,26	13,26
MPB2Q	0,84	3,91	7,51	12,25
MPB2C	0,81	4,38	7,26	12,44
MPB3Q	0,46	3,91	7,51	11,87
MPB3C	0,44	4,38	7,26	12,07
MPB4Q	0,00	3,91	7,51	11,41
MPB4C	0,00	4,38	7,26	11,63

Comportamento semelhante no que concerne aos deslocamentos finais dos pilares dos Grupos C e D foi observado, conforme pode ser visualizado nas Tabelas 5.3 e 5.4.

Tabela 5.3: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 1 – Grupo C

Modelo	Deslocamento na Fundação (mm)	Deslocamento no Pilar (mm)	Deslocamento no Neoprene (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPC1Q	2,23	31,24	7,51	40,99
MPC1C	2,16	35,01	7,26	44,43
MPC2Q	1,12	31,24	7,51	39,87
MPC2C	1,08	35,01	7,26	43,35
MPC3Q	0,61	31,24	7,51	39,36
MPC3C	0,59	35,01	7,26	42,85
MPC4Q	0,00	31,24	7,51	38,75
MPC4C	0,00	35,01	7,26	42,26

Tabela 5.4: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 1 – Grupo D

Modelo	Deslocamento na Fundação (mm)	Deslocamento no Pilar (mm)	Deslocamento no Neoprene (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPD1Q	1,68	31,24	7,51	40,43
MPD1C	1,62	35,01	7,26	43,89
MPD2Q	0,84	31,24	7,51	39,59
MPD2C	0,81	35,01	7,26	43,08
MPD3Q	0,46	31,24	7,51	39,21
MPD3C	0,44	35,01	7,26	42,71
MPD4Q	0,00	31,24	7,51	38,75
MPD4C	0,00	35,01	7,26	42,26

Por fim, pôde-se verificar que os deslocamentos finais nos modelos dos Grupos A e C ancorados a uma profundidade de 8 m e com alturas dos pilares de 6,5 m e 13 m, respectivamente, foram bem diferentes devido à parcela relativa à parte livre do pilar. A mesma conclusão foi extraída nos modelos B e D ancorados a uma profundidade de 16 m. Vale ressaltar que a diferença dos deslocamentos das partes enterradas não se alterou de forma significativa com o aumento da profundidade do elemento de fundação, contudo, o aumento da altura do pilar fez aumentar de forma bastante significativa os deslocamentos finais dos pilares da ponte.

As Tabelas 5.5 a 5.8 mostram os deslocamentos horizontais finais encontrados através do método MAC 2 utilizando a equação diferencial em base elástica.

Tabela 5.5: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 2 – Grupo A

Modelo	Deslocamento na Fundação (mm)	Deslocamento Angular (mm)	Deslocamento no Pilar (mm)	Deslocamento no Neoprene (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPA1Q	11,60	14,80	3,91	7,51	37,82
MPA1C	12,06	15,39	4,38	7,26	39,08
MPA2Q	9,05	11,55	3,91	7,51	32,01
MPA2C	9,04	11,54	4,38	7,26	32,21
MPA3Q	6,80	8,68	3,91	7,51	26,90
MPA3C	6,57	8,39	4,38	7,26	26,59
MPA4Q	0,00	0,00	3,91	7,51	11,41
MPA4C	0,00	0,00	4,38	7,26	11,63

Tabela 5.6: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 2 – Grupo B

Modelo	Deslocamento na Fundação (mm)	Deslocamento Angular (mm)	Deslocamento no Pilar (mm)	Deslocamento no Neoprene (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPB1Q	6,91	4,41	3,91	7,51	22,73
MPB1C	6,17	3,93	4,38	7,26	21,73
MPB2Q	3,59	2,29	3,91	7,51	17,29
MPB2C	3,18	2,03	4,38	7,26	16,83
MPB3Q	2,08	1,33	3,91	7,51	14,83
MPB3C	1,84	1,17	4,38	7,26	14,64
MPB4Q	0,00	0,00	3,91	7,51	11,41
MPB4C	0,00	0,00	4,38	7,26	11,63

As parcelas de deslocamentos dos pilares e aparelhos de apoio para os Grupos A e B não se alteraram quando comparadas com do método anterior, porém houve um acréscimo de deslocamento devido à introdução da parcela de deformação angular proveniente da rotação dos pilares como corpos rígidos, aumentando as magnitudes dos deslocamentos finais desses elementos. O mesmo pôde ser observado para os pilares dos Grupos C e D (Tabelas 5.7 e 5.8).

Tabela 5.7: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 2 – Grupo C

Modelo	Deslocamento na Fundação (mm)	Deslocamento Angular (mm)	Deslocamento no Pilar (mm)	Deslocamento no Neoprene (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPC1Q	17,97	45,87	31,24	7,51	102,59
MPC1C	18,68	47,69	35,01	7,26	108,63
MPC2Q	14,02	35,78	31,24	7,51	88,55
MPC2C	14,01	35,75	35,01	7,26	92,02
MPC3Q	10,54	26,90	31,24	7,51	76,19
MPC3C	10,18	25,99	35,01	7,26	78,44
MPC4Q	0,00	0,00	31,24	7,51	38,75
MPC4C	0,00	0,00	35,01	7,26	42,26

Tabela 5.8: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 2 – Grupo D

Modelo	Deslocamento na Fundação (mm)	Deslocamento Angular (mm)	Deslocamento no Pilar (mm)	Deslocamento no Neoprene (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPD1Q	9,52	12,15	31,24	7,51	60,43
MPD1C	8,50	10,85	35,01	7,26	61,61
MPD2Q	4,94	6,31	31,24	7,51	50,01
MPD2C	4,38	5,59	35,01	7,26	52,23
MPD3Q	2,87	3,66	31,24	7,51	45,29
MPD3C	2,53	3,24	35,01	7,26	48,03
MPD4Q	0,00	0,00	31,24	7,51	38,75
MPD4C	0,00	0,00	35,01	7,26	42,26

Em complemento, nota-se de forma clara as variações de deslocamentos existentes devido à análise integrada da meso e infraestrutura. Observa-se que os pilares dos Grupos A e C, e B e D que tiveram mesmos deslocamentos na fundação no método anterior, mostraram modificações neste método, pois em um modelo cuja análise é feita de forma conjunta, a influencia da fundação nos pilares e vice versa acontece de forma natural, pois à medida que ocorre deslocamento no pilar ocorre de forma direta a movimentação também da fundação. Esse comportamento acoplado – meso e infraestrutura justificam os deslocamentos na fundação deste método ser superiores ao método anterior.

Com o objetivo de adequar o método MAC 1 ao MAC 2, foi proposto nesta pesquisa o modelo MAC 3 com as mesmas características do MAC 1 acrescido da consideração do acoplamento meso infraestrutura através do acréscimo do deslocamento provocado pela deformação angular do pilar obtida do método MAC 2, a fim de resolver o problema de descontinuidade entre a fundação e o pilar conforme comentado no item 3.1.3 desta pesquisa. As Tabelas 5.19 a 5.12 apresentam os deslocamentos horizontais determinados pelo método MAC 3.

Tabela 5.9: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 3 – Grupo A

Modelo	Deslocamento Final no MAC 1 (mm)	Deslocamento Angular do MAC 2 (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPA1Q	13,65	14,80	28,45
MPA1C	13,80	15,39	29,19
MPA2Q	12,53	11,55	24,08
MPA2C	12,71	11,54	24,25
MPA3Q	12,02	8,68	20,70
MPA3C	12,22	8,39	20,61
MPA4Q	11,41	0,00	11,41
MPA4C	11,63	0,00	11,63

Tabela 5.10: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 3 – Grupo B

Modelo	Deslocamento Final no MAC 1 (mm)	Deslocamento Angular do MAC 2 (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPB1Q	13,09	4,41	17,50
MPB1C	13,26	3,93	17,19
MPB2Q	12,25	2,29	14,54
MPB2C	12,44	2,03	14,47
MPB3Q	11,87	1,33	13,20
MPB3C	12,07	1,17	13,25
MPB4Q	11,41	0,00	11,41
MPB4C	11,63	0,00	11,63

Tabela 5.11: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 3 – Grupo C

Modelo	Deslocamento Final no MAC 1 (mm)	Deslocamento Angular do MAC 2 (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPC1Q	40,99	45,87	86,86
MPC1C	44,43	47,69	92,12
MPC2Q	39,87	35,78	75,65
MPC2C	43,35	35,75	79,10
MPC3Q	39,36	26,90	66,26
MPC3C	42,85	25,99	68,85
MPC4Q	38,75	0,00	38,75
MPC4C	42,26	0,00	42,26



Tabela 5.12: Deslocamentos Horizontais Finais no MAC 3 – Grupo D

Modelo	Deslocamento Final no MAC 1 (mm)	Deslocamento Angular do MAC 2 (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPD1Q	40,43	12,15	52,58
MPD1C	43,89	10,85	54,74
MPD2Q	39,59	6,31	45,90
MPD2C	43,08	5,59	48,66
MPD3Q	39,21	3,66	42,87
MPD3C	42,71	3,24	45,94
MPD4Q	38,75	0,00	38,75
MPD4C	42,26	0,00	42,26

Após a modelagem com os elementos constituintes (pilar, fundação e armadura) juntamente com a aplicação dos seus esforços e condições de apoio, utilizou-se o comando *JOB* para fazer o processamento dos cálculos com o propósito de serem obtidos os deslocamentos dos conjuntos em análise. Como mencionado no item 4.5.2, o ABAQUS não apresenta a opção de trabalhar o carregamento resultante, sendo necessário encontrar os deslocamentos transversal e longitudinal e, por fim, determinar o deslocamento resultante através de um somatório vetorial.

As Tabelas 5.13 a 5.16 apresentam os deslocamentos horizontais finais do método numérico utilizando o MEF, através do programa ABAQUS.

Tabela 5.13: Deslocamentos Horizontais Finais no MEF – Grupo A

Modelo	Deslocamento Transversal (mm)	Deslocamento Longitudinal (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPA1Q	27,76	29,52	40,52
MPA1C	26,51	29,38	39,57
MPA2Q	26,60	28,28	38,83
MPA2C	25,38	28,21	37,95
MPA3Q	25,52	27,14	37,25
MPA3C	24,32	27,09	36,40
MPA4Q	8,68	9,65	12,98
MPA4C	7,28	9,52	11,98

Tabela 5.14: Deslocamentos Horizontais Finais no MEF – Grupo B

Modelo	Deslocamento Transversal (mm)	Deslocamento Longitudinal (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPB1Q	17,61	18,70	25,68
MPB1C	14,18	15,54	21,04
MPB2Q	15,90	16,88	23,19
MPB2C	13,12	14,40	19,48
MPB3Q	15,06	15,99	21,96
MPB3C	12,60	13,84	18,71
MPB4Q	8,68	9,65	12,98
MPB4C	7,28	9,52	11,98

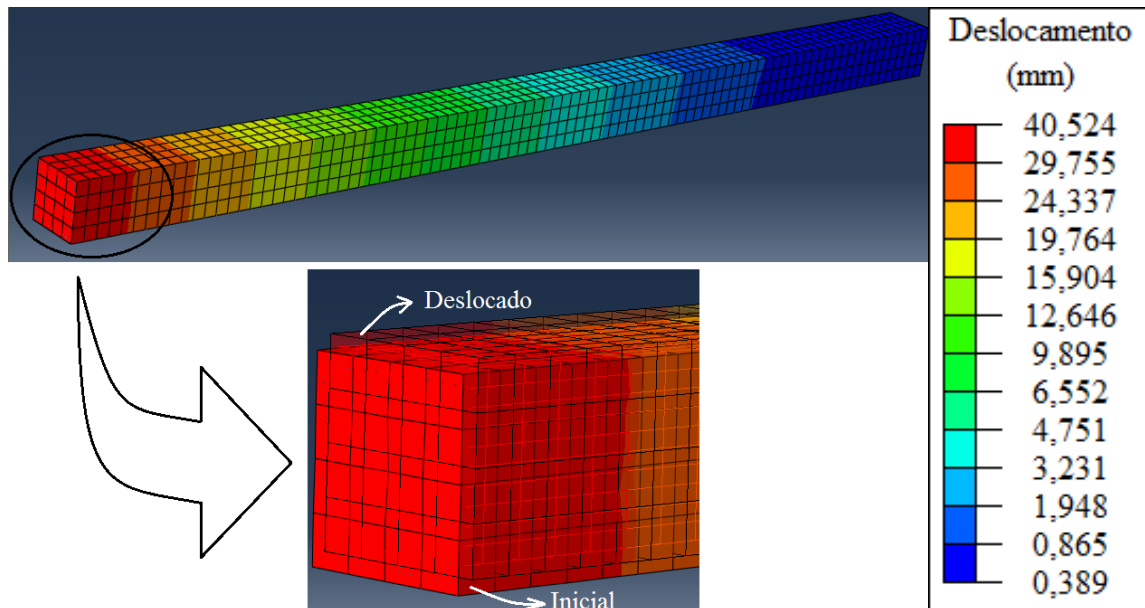
Tabela 5.15: Deslocamentos Horizontais Finais no MEF – Grupo C

Modelo	Deslocamento Transversal (mm)	Deslocamento Longitudinal (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPC1Q	7,28	9,52	118,27
MPC1C	67,52	76,48	102,02
MPC2Q	67,21	71,16	97,88
MPC2C	64,76	73,05	97,62
MPC3Q	55,13	58,58	80,44
MPC3C	53,24	60,10	80,29
MPC4Q	28,53	33,10	43,70
MPC4C	28,17	32,03	42,65

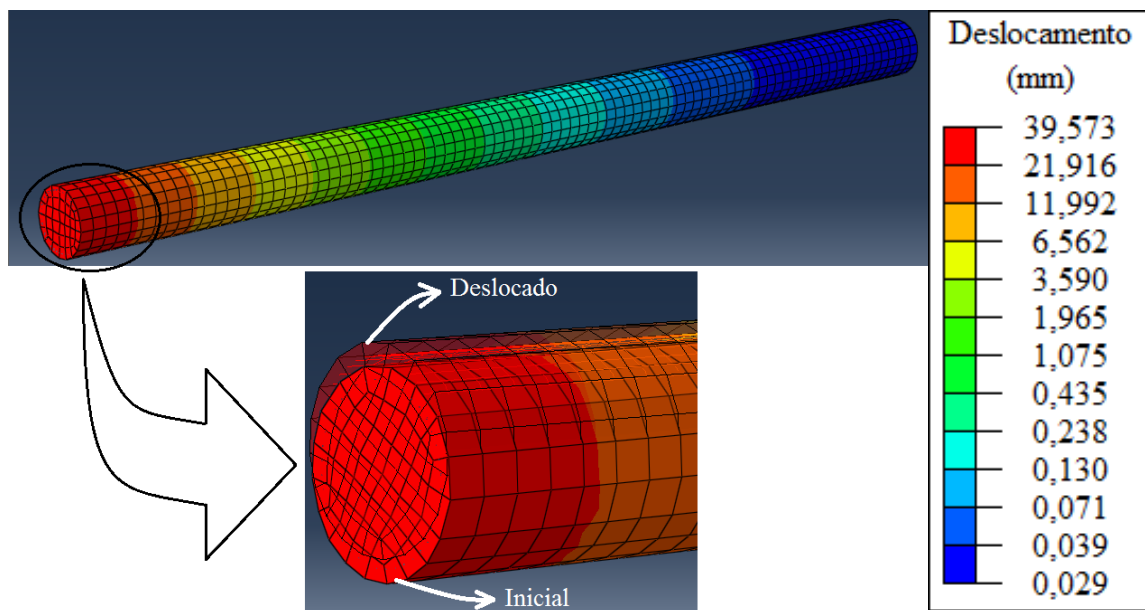
Tabela 5.16: Deslocamentos Horizontais Finais no MEF – Grupo D

Modelo	Deslocamento Transversal (mm)	Deslocamento Longitudinal (mm)	Deslocamento Final (mm)
MPD1Q	50,27	53,52	73,43
MPD1C	49,86	52,32	72,27
MPD2Q	47,42	53,71	71,65
MPD2C	41,20	43,85	60,17
MPD3Q	40,47	45,90	61,19
MPD3C	34,90	37,14	50,96
MPD4Q	28,53	33,10	43,70
MPD4C	28,16	32,03	42,65

A Figura 5.2 apresenta uma representação tridimensional destes deslocamentos obtidos no programa ABAQUS.



(a) Deslocamento na Seção Quadrada



(b) Deslocamento na Seção Circular

Figura 5.2: Representação dos Deslocamentos no ABAQUS

A partir das tabelas mencionadas anteriormente foram construídos os gráficos de deslocamentos máximos para cada grupo, conforme ilustrado na Figura 5.3.

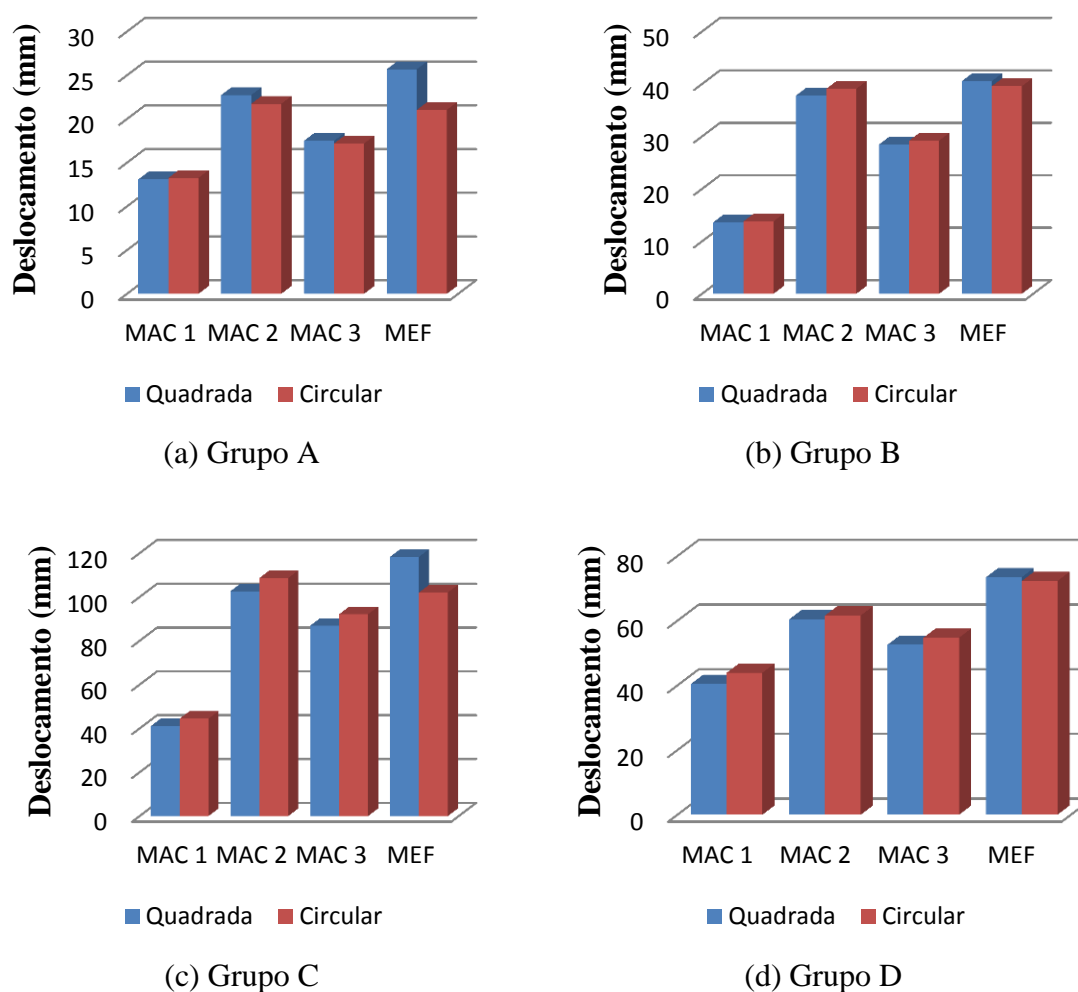


Figura 5.3: Gráfico do Deslocamento Máximo em cada Grupo

De acordo com os gráficos da Figura 5.3, podemos observar que diante de todos os deslocamentos máximos, o grupo B apresenta os menores. Em relação aos métodos de cálculo analíticos apresentados na pesquisa, o que mais se aproximou do MEF foi o MAC 2.

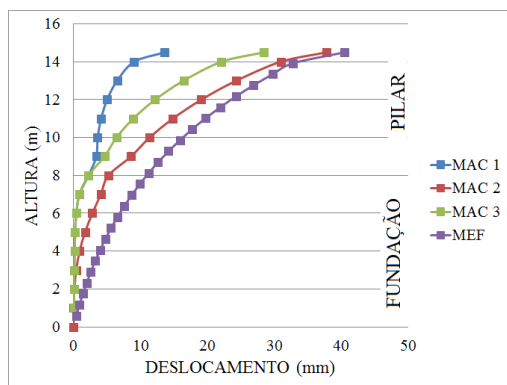
### 5.1.2 Cota x Deslocamento

A intenção aqui é compreender o comportamento do solo na estrutura, pois mesmo precisando realizar uma análise em cada parte (livre e enterrada) notam-se as variações que existem de um solo para outro como pode ser percebido perante os métodos explorados e mostrados no item 5.1.1. Essas variações não são apenas o fato do

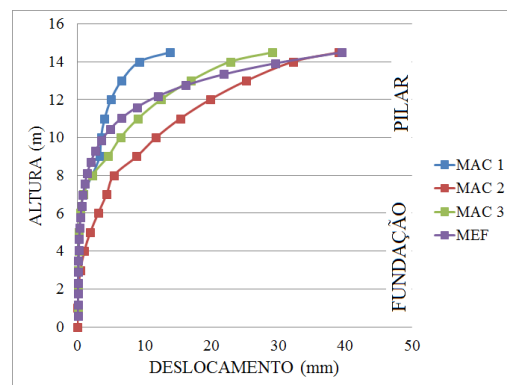
acoplamento de todos os elementos em questão (pilar e fundação), mas também a influencia de cada um dos solos, pois os mesmos apresentam parâmetros diferentes (coeficiente de reação horizontal, coeficiente de reação vertical, rigidez) entre si, ocasionando essas modificações.

Diante disso, foram confeccionadas as curvas “cota versus deslocamento” pelos modelos analíticos de cálculo e pelo programa ABAQUS. Deve ser verificado que o tipo de solo influenciou no deslocamento da fundação e conseqüentemente no deslocamento final do pilar, conforme pode ser observado por completo no Apêndice C desta pesquisa.

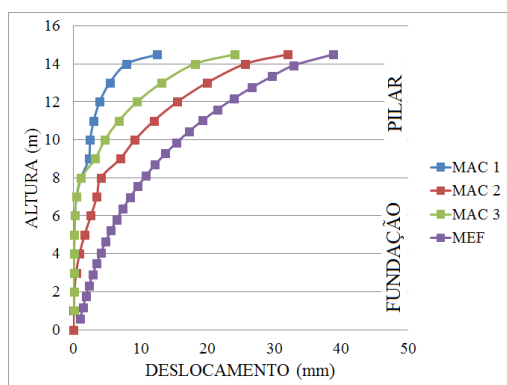
Com todas as análises apresentadas no item 5.1.1, podemos observar que a maioria dos deslocamentos horizontais finais nas seções circulares foram superiores aos da seção quadrada. Desta forma, utilizando como referência as seções circulares, pôde-se realizar uma análise detalhada dos percentuais de deslocamentos dos pilares, conforme apresentado nos gráficos em seqüência da Figura 5.4.



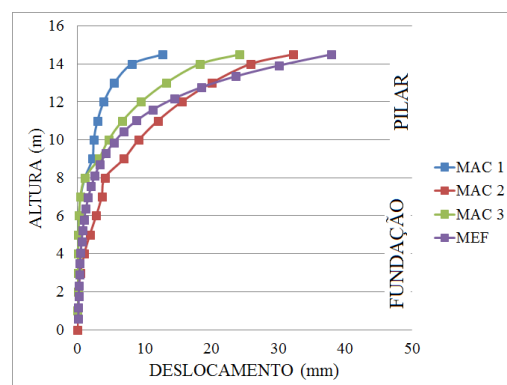
(a) MPA1Q



(b) MPA1C



(c) MPA2Q



(d) MPA2C

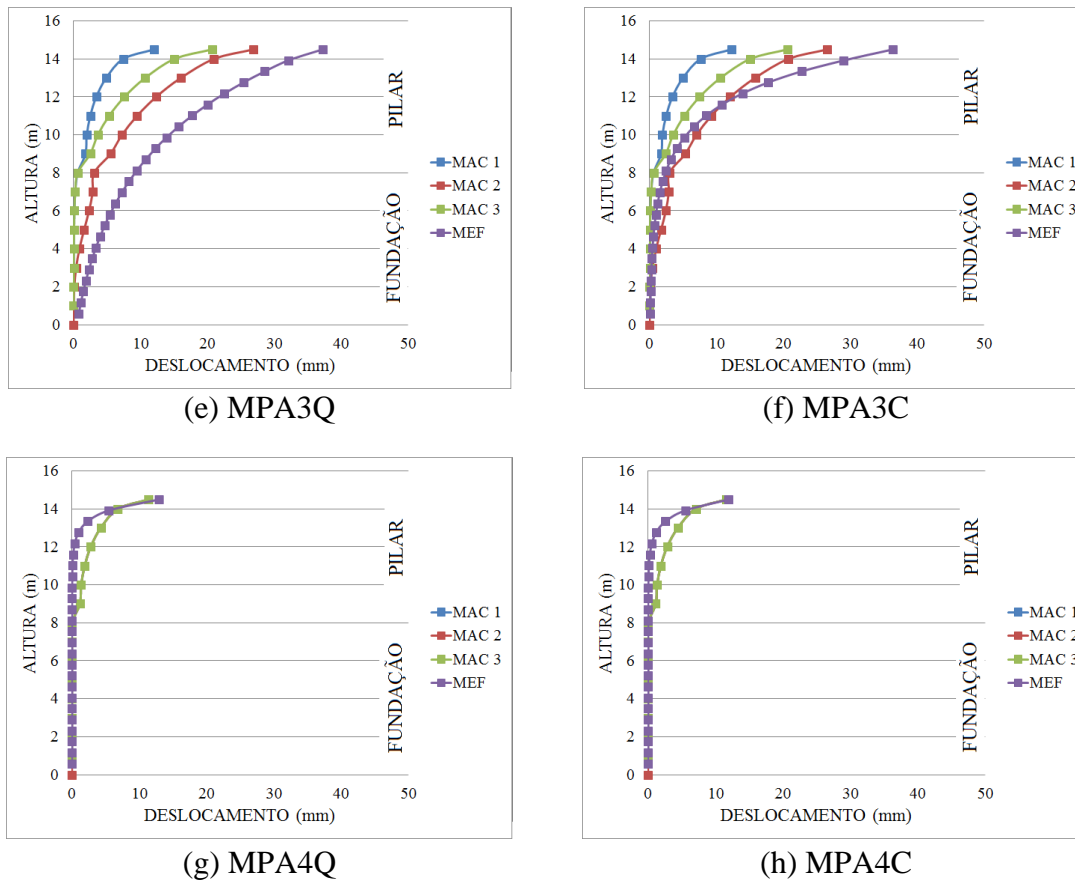


Figura 5.4: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo A

Essas diferenças entre os gráficos da Figura 5.4, referente às seções transversais, podem ser observadas com mais clareza na Tabela 5.17, na qual o decaimento é representado com o sinal negativo (-) e, o acréscimo, com sinal positivo (+).

Tabela 5.17: Variações nos Deslocamentos entre a Seção Quadrada e Circular

Modelo	Método de Cálculo				Média dos Acréscimos	Média dos Decaimentos
	MAC 1	MAC 2	MAC 3	MEF		
MPA1	1,09	3,34	2,59	-2,35	+1,75	-0,59
MPA2	1,46	0,64	0,73	-2,26	+0,71	-0,57
MPA3	1,65	-1,13	-0,45	-2,29	+0,41	-0,97
MPA4	1,91	1,91	1,91	-7,71	+1,43	-1,93
MPB1	1,27	-4,39	-1,76	-18,09	+0,32	-6,06
MPB2	1,56	-2,62	-0,48	-15,99	+0,39	-4,77
MPB3	1,71	-1,23	0,36	-14,81	+0,52	-4,01
MPB4	1,91	1,91	1,91	-7,71	+1,43	-1,93
MPC1	8,40	5,89	6,06	-13,74	+5,09	-3,44
MPC2	8,72	3,93	4,56	-0,27	+4,3	-0,07
MPC3	8,87	2,95	3,90	-0,19	+3,93	-0,05
MPC4	9,06	9,06	9,06	-2,41	+6,79	-0,60
MPD1	8,56	1,96	4,10	-1,58	+3,65	-0,39
MPD2	8,80	4,45	6,02	-16,02	+4,82	-4,01
MPD3	8,92	6,06	7,15	-16,72	+5,53	-4,18
MPD4	9,06	9,06	9,06	-2,41	+6,79	-0,60

Diante de cada análise feita para os solos destacados nesta pesquisa juntamente com as seções transversais, pode verificar que o solo 1 propiciou deslocamentos superiores em relação ao solo 2 e 3, mesmo todos sendo argilas. O que de fato ocorre no solo 1 é a razão da sua rigidez ser inferior aos solos 2 e 3, tornando um solo mais deslocável em relação aos outros. No solo 4 com rigidez lateral muito elevada, o deslocamento na fundação foi nulo, sendo o deslocamento horizontal final composto tendo apenas o deslocamento no pilar e aparelho de apoio. Por isso, pode verificar que na maioria dos grupos o solo 4 apresentou maior variação entre as seções transversais, contudo isso não significa afirmar que houve maior deslocamento neste tipo de solo. Isso ocorre pelo fato do solo 4 ser indeslocável, diferente dos outros que apresentam deslocamentos, possibilitando uma movimentação que torne essa variação menor entre as seções.

### 5.1.3 Carga x Deslocamento

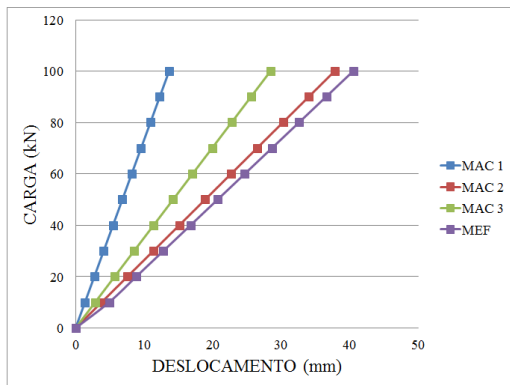
O propósito deste item é analisar o comportamento linear elástico dos pilares da ponte modelo, visto que neles, os deslocamentos surgem devido à intensidade do carregamento horizontal aplicado. Para tanto, os deslocamentos finais serão calculados no topo dos pilares na região de encontro entre meso e superestrutura. Esse tipo de análise se encaixa perfeitamente na fase de pré-dimensionamento dos elementos estruturais da ponte visto que dão uma boa noção do comportamento da peça a ser dimensionada. Ademais vale salientar que em serviço os níveis de carregamentos são bem inferiores aos valores característicos de cálculo, o que justifica ainda mais esse tipo de análise.

A Figura 5.5 ilustra as curvas “carga *versus* deslocamento” dos pilares do Grupo A com intuito de permitir fazer uma análise linear elástica quantitativa dos deslocamentos máximos obtidos em cada método de cálculo estudado nesta pesquisa, a fim de realizar uma análise comparativa entre modelos do mesmo grupo e de grupos separados, conforme ilustrado no Apêndice C – GRÁFICOS LINEARES E NÃO LINEARES desta pesquisa.

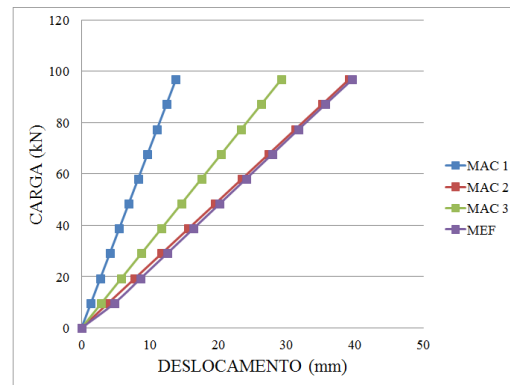
Vale salientar que pelo fato do modelo numérico via MEF permitir considerar melhor a interação solo-estrutura por incorporar vários fatores que afetam na interação solo-estrutura (ISE) (ARAÚJO, 2013), seus valores serão utilizados nesta pesquisa como “valores de referência”. Cabe ressaltar que os métodos analíticos baseados no

coeficiente de reação do solo, embora ainda bastante utilizados na prática de projetos envolvendo ISE, são bem mais simplificados. Ademais há uma escassez de resultados experimentais relacionados com deslocamentos horizontais em pilares de pontes.

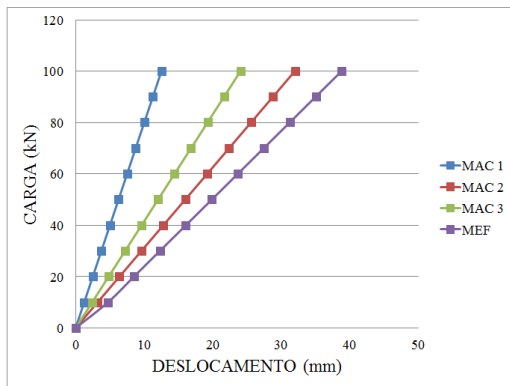
A Figura 5.5 representa as comparações no grupo A onde pôde ser observada que o modelo numérico via MEF apresentou os maiores deslocamentos no topo dos pilares (modelo mais flexível). O modelo MAC 1 foi o mais rígido promovendo menores deslocamentos no topo dos pilares do grupo, exceto no maciço rígido (Tipo de Solo 4) em que o menor deslocamento foi registrado no modelo MAC 3.



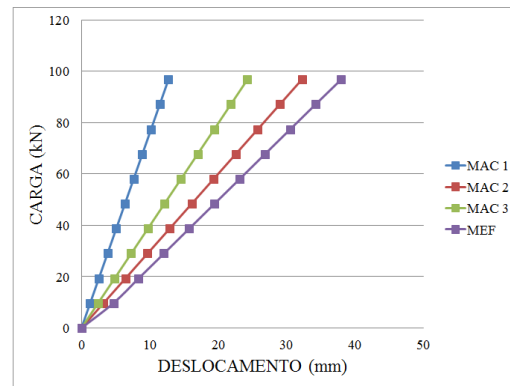
(a) MPA1Q



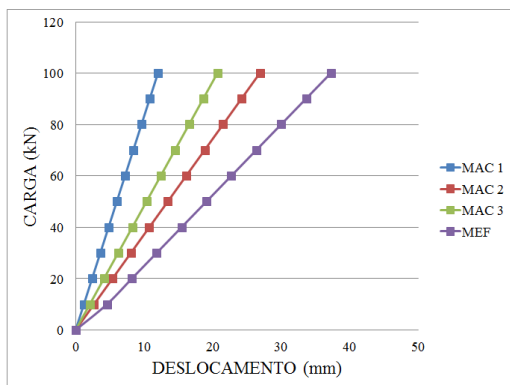
(b) MPA1C



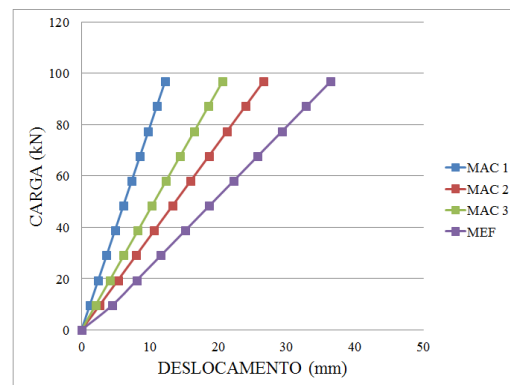
(c) MPA2Q



(d) MPA2C

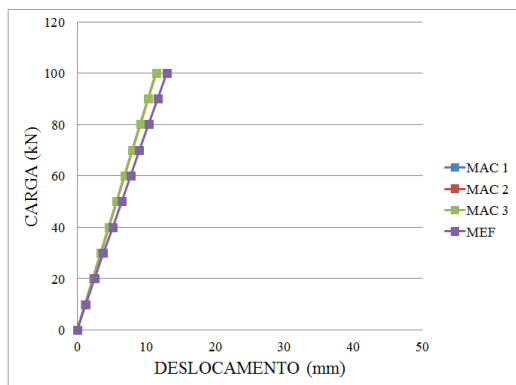


(e) MPA3Q

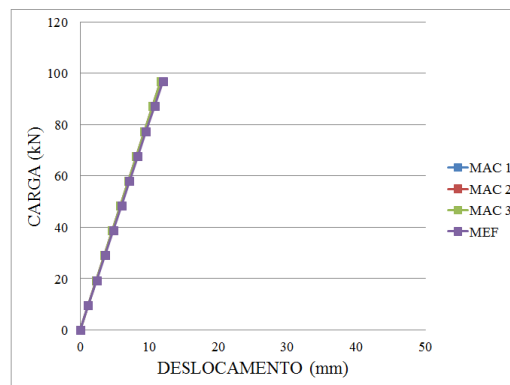


(f) MPA3C





(g) MPA4Q



(h) MPA4C

Figura 5.5: Deslocamento linear no topo dos pilares do Grupo A

Verificou-se conforme valores mostrados na Tabela 5.18 que ocorreram variações de decaimentos de deslocamento em relação ao MEF de 2,89% até 67,73% para o MAC 1 através dos modelos MPA4C e MPA3Q, respectivamente; de 1,24% até 27,8% para o MAC 2 através dos modelos MPA1C e MPA3Q, nessa ordem; e de 2,89% correspondendo ao MPA4C até 44,43% representado pelo MPA3Q para o MAC 3. Essas variações entre as curvas “carga versus deslocamento” podem ser observadas com mais clareza nas Tabelas 5.19 a 5.21, no qual mostra para os demais grupos, as porcentagens deslocamentos de cada método em relação ao MEF, na qual o decaimento é representado com o sinal negativo (-) e, o acréscimo, com sinal positivo (+).

Tabela 5.18: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo A

Grupo	Modelo	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 (mm)
A	MPA1Q	40,52	13,65	37,82	28,45
	VAR (%)	-	<b>-66,32</b>	<b>-6,68</b>	<b>-29,79</b>
	MPA1C	39,57	13,80	39,08	29,19
	VAR (%)	-	<b>-65,13</b>	<b>-1,24</b>	<b>-26,24</b>
	MPA2Q	38,83	12,53	32,01	24,08
	VAR (%)	-	<b>-67,72</b>	<b>-17,56</b>	<b>-37,99</b>
	MPA2C	37,95	12,71	32,21	24,25
	VAR (%)	-	<b>-66,50</b>	<b>-15,12</b>	<b>-36,09</b>
	MPA3Q	37,25	12,02	26,90	20,70
	VAR (%)	-	<b>-67,73</b>	<b>-27,80</b>	<b>-44,43</b>
	MPA3C	36,40	12,22	26,59	20,61
	VAR (%)	-	<b>-66,43</b>	<b>-26,94</b>	<b>-43,38</b>
	MPA4Q	12,98	11,41	11,41	11,41
	VAR (%)	-	<b>-12,05</b>	<b>-12,05</b>	<b>-12,05</b>
	MPA4C	11,98	11,63	11,63	11,63
	VAR (%)	-	<b>-2,89</b>	<b>-2,89</b>	<b>-2,89</b>

Observou-se nos pilares do Grupo B (Tabela 5.19) um acréscimo no modelo MPB1C do MAC 2 de 3,31% em relação ao MEF. Os demais foram decaimentos de 2,89% até 49,03% para o MAC 1 através do MPB4C e do MPB1Q nessa ordem; de 2,89% até 32,49% para o MAC 2 através do MPB4C e do MPB3Q, respectivamente, e decaimentos de 2,89% correspondendo ao MPB4C até 39,91%, representado pelo MPB3Q para o MAC 3. A Tabela 5.19 ilustra os comentários supracitados.

Tabela 5.19: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo B

Grupo	Modelo	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 (mm)
B	MPB1Q	25,68	13,09	22,73	17,50
	VAR (%)	-	<b>-49,03</b>	<b>-11,50</b>	<b>-31,87</b>
	MPB1C	21,04	13,26	21,73	17,19
	VAR (%)	-	<b>-36,98</b>	<b>+3,31</b>	<b>-18,28</b>
	MPB2Q	23,19	12,25	17,29	14,54
	VAR (%)	-	<b>-47,16</b>	<b>-25,45</b>	<b>-37,29</b>
	MPB2C	19,48	12,44	16,83	14,47
	VAR (%)	-	<b>-36,12</b>	<b>-13,58</b>	<b>-25,72</b>
	MPB3Q	21,96	11,87	14,83	13,20
	VAR (%)	-	<b>-45,96</b>	<b>-32,49</b>	<b>-39,91</b>
	MPB3C	18,71	12,07	14,64	13,25
	VAR (%)	-	<b>-35,47</b>	<b>-21,73</b>	<b>-29,20</b>
	MPB4Q	12,98	11,41	11,41	11,41
	VAR (%)	-	<b>-12,05</b>	<b>-12,05</b>	<b>-12,05</b>
	MPB4C	11,98	11,63	11,63	11,63
	VAR (%)	-	<b>-2,89</b>	<b>-2,89</b>	<b>-2,89</b>

Tabela 5.20: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo C

Grupo	Modelo	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 (mm)
C	MPC1Q	118,27	40,99	102,59	86,86
	VAR (%)	-	<b>-65,34</b>	<b>-13,26</b>	<b>-26,56</b>
	MPC1C	102,02	44,43	108,63	92,12
	VAR (%)	-	<b>-56,45</b>	<b>+6,49</b>	<b>-9,70</b>
	MPC2Q	97,88	39,87	88,55	75,65
	VAR (%)	-	<b>-59,27</b>	<b>-9,54</b>	<b>-22,72</b>
	MPC2C	97,62	43,35	92,02	79,10
	VAR (%)	-	<b>-55,60</b>	<b>-5,74</b>	<b>-18,97</b>
	MPC3Q	80,44	39,36	76,19	66,26
	VAR (%)	-	<b>-51,07</b>	<b>-5,29</b>	<b>-17,63</b>
	MPC3C	80,29	42,85	78,44	68,85
	VAR (%)	-	<b>-46,63</b>	<b>-2,30</b>	<b>-14,25</b>
	MPC4Q	43,70	38,75	38,75	38,75
	VAR (%)	-	<b>-11,32</b>	<b>-11,32</b>	<b>-11,32</b>
	MPC4C	42,65	42,26	42,26	42,26
	VAR (%)	-	<b>-0,90</b>	<b>-0,90</b>	<b>-0,90</b>

A Tabela 5.20 representada pelo grupo C apresentou um acréscimo do deslocamento na mesma situação que o Grupo B, ou seja, um acréscimo no modelo MPC1C do MAC 2 sendo de 6,49% e o restante decaimentos dos deslocamentos de 0,9% até 65,34% para o MAC 1 através do MPC4C e do MPC1Q nessa ordem; de 0,9% até 13,26% para o MAC 2 através do MPC4C e do MPC1Q, respectivamente; e decaimento de 0,9% correspondendo ao MPC4C até 26,56%, representado pelo MPC1Q para o MAC 3.

Na Tabela 5.21 formada pelo grupo D, ficou na mesma situação que o grupo A, não sendo observado nenhum um acréscimo dos deslocamentos; somente decaimentos de 0,9% até 44,94% para o MAC 1 através do MPD4C e do MPD1Q, nessa ordem; de 0,9% até 30,21% para o MAC 2 através do MPD4C e do MPD2Q, respectivamente; e decaimentos de 0,9% correspondendo ao MPD4C até 28,39%, representado pelo MPD1Q para o MAC 3.

Tabela 5.21: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo D

Grupo	Modelo	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 (mm)
D	MPD1Q	73,43	40,43	60,43	52,58
	VAR (%)	-	<b>-44,94</b>	<b>-17,71</b>	<b>-28,39</b>
	MPD1C	72,27	43,89	61,61	54,74
	VAR (%)	-	<b>-39,27</b>	<b>-14,75</b>	<b>-24,26</b>
	MPD2Q	71,65	39,59	50,01	45,90
	VAR (%)	-	<b>-44,74</b>	<b>-30,21</b>	<b>-35,94</b>
	MPD2C	60,17	43,08	52,23	48,66
	VAR (%)	-	<b>-28,41</b>	<b>-13,20</b>	<b>-19,12</b>
	MPD3Q	61,19	39,21	45,29	42,87
	VAR (%)	-	<b>-35,92</b>	<b>-25,99</b>	<b>-29,94</b>
	MPD3C	50,96	42,71	48,03	45,94
	VAR (%)	-	<b>-16,20</b>	<b>-5,74</b>	<b>-9,85</b>
	MPD4Q	43,70	38,75	38,75	38,75
	VAR (%)	-	<b>-11,32</b>	<b>-11,32</b>	<b>-11,32</b>
	MPD4C	42,65	42,26	42,26	42,26
	VAR (%)	-	<b>-0,90</b>	<b>-0,90</b>	<b>-0,90</b>

Nota-se que nos grupos ocorreram decaimentos muito elevados no MAC 1 em relação aos outros métodos, de até 68%, apresentando decaimentos máximos para os solos argila arenosas, menos no grupo A que corresponde à argila com silte. No MAC 2, houve decaimentos máximos bem próximos ao MEF, de até 30%, porém apresentou acréscimos no solo argila arenoso de até 7%. O MAC 3 apresenta decaimentos máximos com porcentagens de até 45%. Observa-se que as porcentagens de decaimentos mínimos nos grupos A e B, C e D são as mesmas, pelo fato de corresponder a somente o

deslocamento no pilar, afinal, ambos os grupos mencionados apresentam a mesma altura de pilar e o deslocamento neste solo é bastante reduzido. Os decaimentos mínimos correspondem ao solo maciço rígido, com porcentagem de até 3%.

Com isso pode observar que as porcentagens de deslocamentos máximos (decaimento ou acréscimo) ocorreram em grande destaque no solo 1, pelo fato da sua rigidez baixa, propiciando estes deslocamentos elevados. Diferente do solo 4 (maciço rígido), que apresentou a maioria das porcentagens de deslocamentos mínimas, pelo fato da sua rigidez elevada, minimizando o deslocamento na fundação, ocasionando deslocamento, quase que em sua totalidade, apenas no pilar.

A figura 5.6 apresenta as variações máximas existentes de decaimento e acréscimo diante da análise linear. O fato do MAC 2 apresentar uma análise acoplada provavelmente proporcionou estes acréscimos, mesmo o MAC 3 sendo uma possível tentativa para ocorrer este acoplamento, nota-se que não foi eficaz.

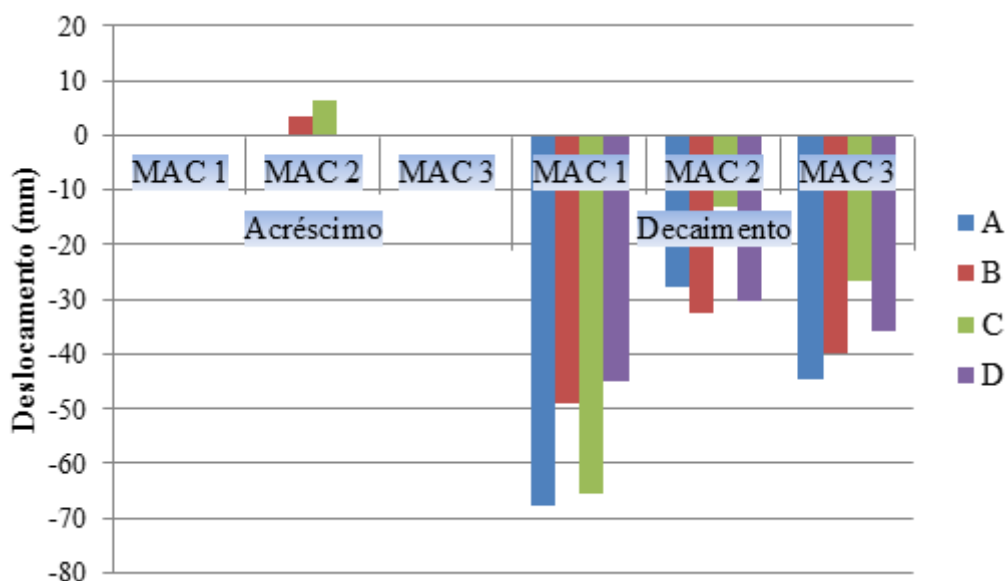


Figura 5.6: Variações máximas existentes de cada método para cada grupo

## 5.2 ANÁLISE NÃO LINEAR

A análise não linear dos pilares foi feita para os modelos analíticos de cálculo (MAC) de maneira simplificada conforme será explicitado no item a seguir. Já no modelo numérico, essa não linearidade foi analisada utilizando o ABAQUS aplicando incrementos de cargas e critérios de convergência do próprio programa a fim de obter os deslocamentos finais máximos.

### 5.2.1 Carga x Deslocamento

Foram confeccionadas as curvas “carga versus deslocamento” referentes cada elemento estrutural (fundação e pilar) onde a não linearidade física nos modelos analíticos foi tratada de forma simplificada através da redução da rigidez flexional dos elementos estruturais e no modelo numérico realizada pelo próprio programa ABAQUS, como pode ser observado no Apêndice C – GRÁFICOS LINEARES E NÃO LINEARES.

A rigidez flexional  $EI$  é significativamente sensível aos níveis de esforços internos atuantes nas peças de concreto armado. Assim, com intuito de considerar as perdas de rigidez dos pilares da ponte em estudo, foram realizadas calibrações nas curvas lineares de "carga versus deslocamento" a fim de compor novas curvas com rigidezes flexionais ( $E.I$ ) reduzidas, através da manutenção da inércia da seção e da redução do módulo de elasticidade do concreto em cada passo de carga pré-definido na pesquisa, com o objetivo de computar o aumento dos deslocamentos com a aplicação dos carregamentos. Neste sentido, conforme ilustrado na Figura 5.7, foram confeccionadas oito curvas para a análise.

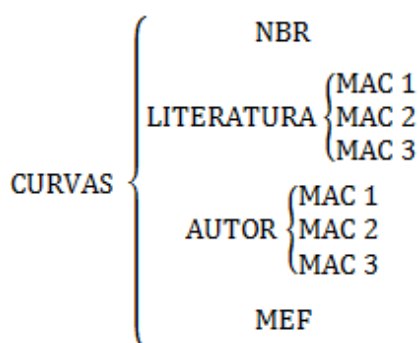


Figura 5.7: Especificação das Curvas Analisadas

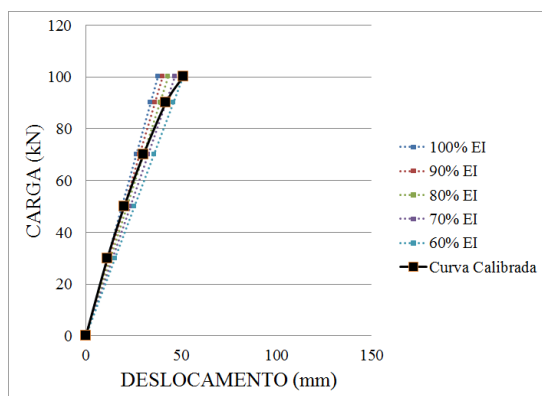
A curva calibrada da literatura (CCL) foi baseada em estudos de pesquisadores como MacGREGOR & HAGE (1977) que indicaram reduções de valores de rigidezes flexionais após o aparecimento da 1ª fissura de até 60 % ( $0,4EI$ ) nas vigas e de até 20 % ( $0,8EI$ ) nos pilares. Já VASCONCELOS & FRANCO (1991) sugerem uma redução de rigidezes flexionais de até 50 % ( $0,5EI$ ) para vigas e até 20 % ( $0,8EI$ ) para pilares, ou simplesmente  $0,7EI$  para a rigidez inicial na estrutura como um todo, sem fazer referência ao tipo de estrutura ou quaisquer outros fatores dos quais  $EI$  depende; e FURLOG (1980), referenciado por Mac GREGOR (1993), que sugeriu o valor de redução de  $EI$  de até 40 % ( $0,6EI$ ) para os pilares; valor este adotado para esta pesquisa.

Assim, na calibração, após a carga correspondente a 1ª fissura, reduziu-se a rigidez flexional do pilar, a partir da redução percentual do módulo de elasticidade, até atingir a redução total de 40% no último passo de carga, obtendo novos valores de valores de deslocamento, conforme ilustrado na Figura 5.8a.

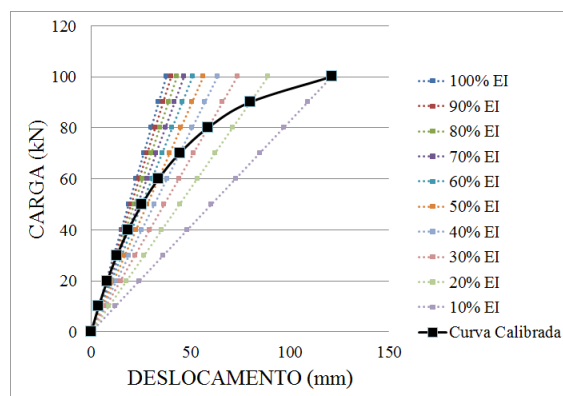
Na curva calibrada pelo autor (CCA), após a aplicação de 10 % da carga característica, foi aplicada uma perda de 10% da rigidez em cada passo de carga incrementado, até a carga final, obtendo novos valores de deslocamento conforme mostra a Figura 5.8b.

A Figura 5.8c representa a curva gerada pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) aplicando incrementos de cargas através do comando *STEP* e critérios de convergência do próprio programa ABAQUS.

A curva calibrada referente à NBR 6118/2014 recomenda a redução dos valores de rigidezes flexionais após a carga correspondente a 1ª fissura de até 70 % nas lajes (0,3EI), até 50 % nas vigas (0,5EI) e até 20 % nos pilares (0,8EI) para avaliar de forma aproximada os efeitos da não linearidade dos elementos estruturais. Dessa forma, após a carga correspondente a 1ª fissura, reduziu-se a rigidez flexional do pilar, a partir da redução percentual do módulo de elasticidade, até atingir a redução total de 20% no último passo de carga, obtendo novos valores de deslocamento, como pode ser observado na Figura 5.8d.



(a) CCL



(b) CCA

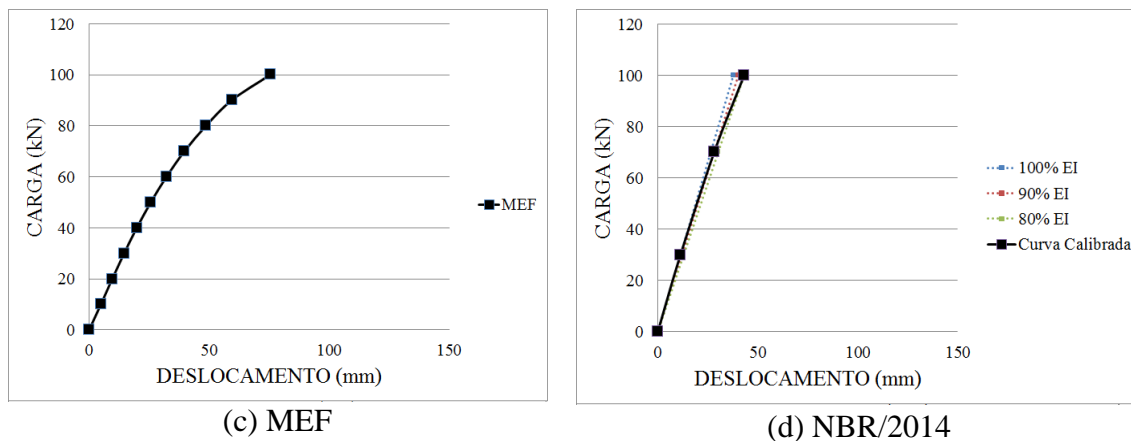
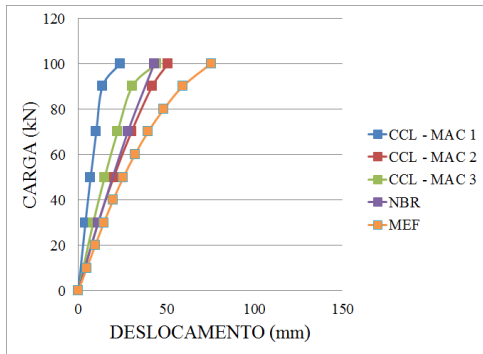


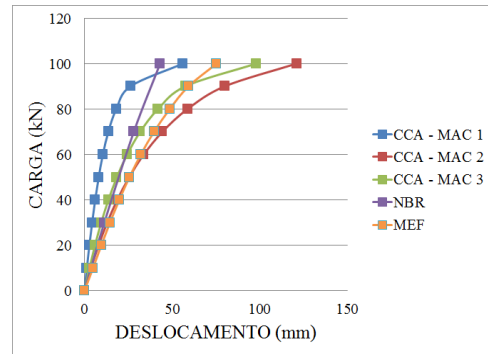
Figura 5.8: Calibração (a) Literatura, (b) Autor, (c) MEF e (D) NBR 6118/2014

Após a obtenção das curvas representando o comportamento não linear dos pilares dos Grupos A a D, pôde-se realizar a comparação entre os deslocamentos horizontais finais máximos no topo dos pilares para cada situação.

As Figuras 5.9 a 5.16 mostram as curvas analisadas não lineares para os pilares do grupo A. Observou-se que a consideração da não linearidade dos pilares provocou um acréscimo de deslocamento da estrutura quando comparada com a análise linear feita nos itens anteriores. Esse acréscimo está associado à perda de rigidez dos elementos devida, principalmente, ao processo de fissuração do concreto com a aplicação dos passos de cargas nos elementos. Para os solos argilosos, os valores de deslocamento das curvas CCA-MAC 1, 2 e 3 foram os que mais se aproximaram da curva numérica do programa ABAQUS, tomada como referência (ver item 5.1.3), indicando nesses casos que a consideração da redução de 10% da rigidez em cada passo de carga acompanhou bem a perda de rigidez dos pilares da ponte. Já para o solo maciço rochoso, os pilares MPA4C e MPA4Q, os modelos analíticos CCA-MAC 1, 2 e 3 não representaram bem os deslocamentos visto que houve um aumento bastante significativo com variações de até 259,61 %, conforme mostrado na Tabela 5.22. Isso se deve ao fato do modelo numérico via MEF considerar na análise um maior confinamento da parte enterrada (fundação) representado no ABAQUS pela rigidez da mola conforme mostrado no item 4.5.3. Os deslocamentos finais da NBR 6118/2014 para todos os pilares do Grupo A foram bem inferiores ao obtidos no programa ABAQUS, sendo recomendada sua utilização apenas para verificação de cargas de serviço, especialmente nos casos de fundações apoiadas em maciços rígidos.

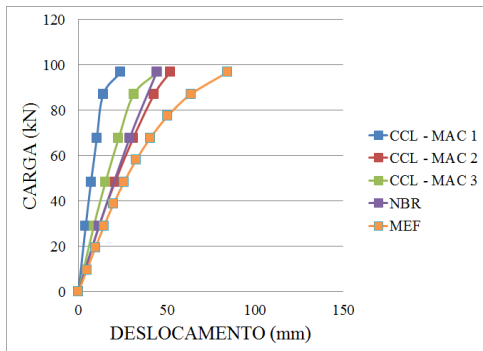


(a) CCL

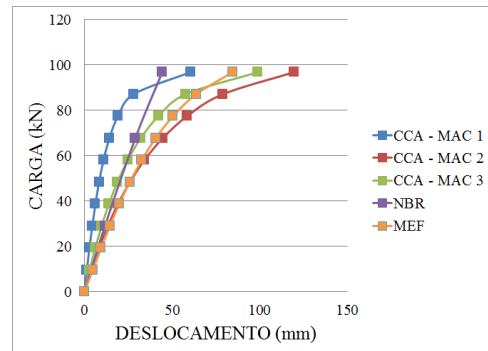


(b) CCA

Figura 5.9: Curvas Calibradas no Modelo MPA1Q

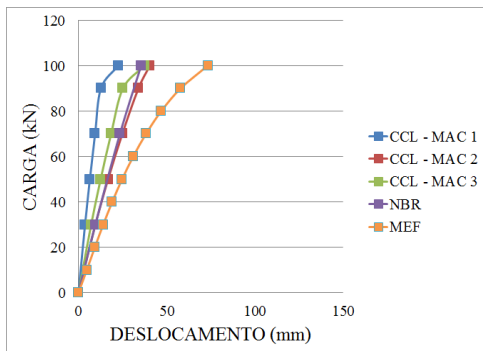


(a) CCL

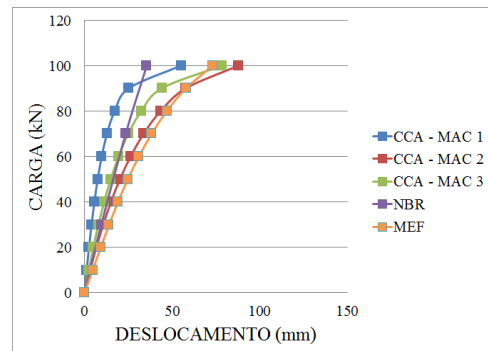


(b) CCA

Figura 5.10: Curvas Calibradas no Modelo MPA1C

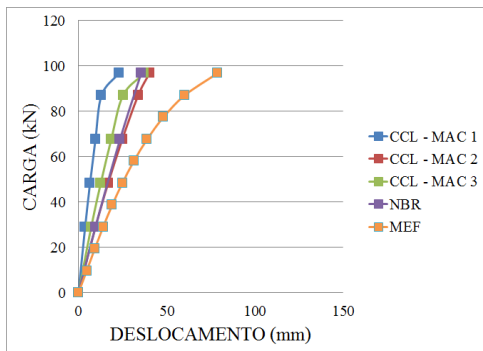


(a) CCL

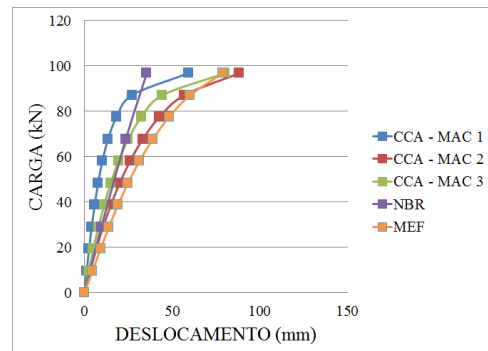


(b) CCA

Figura 5.11: Curvas Calibradas no Modelo MPA2Q



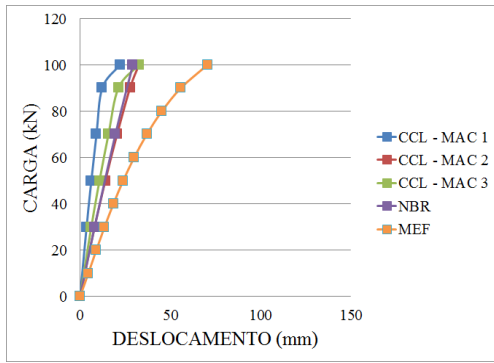
(a) CCL



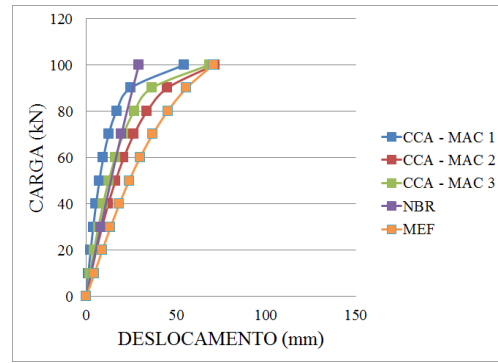
(b) CCA

Figura 5.12: Curvas Calibradas no Modelo MPA2C



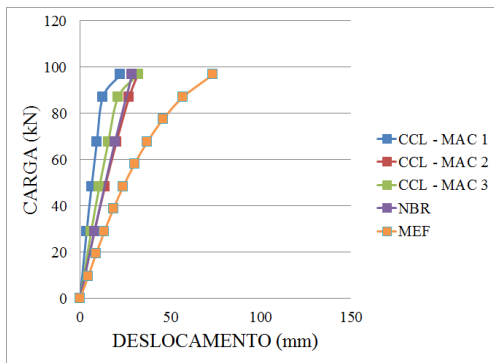


(a) CCL

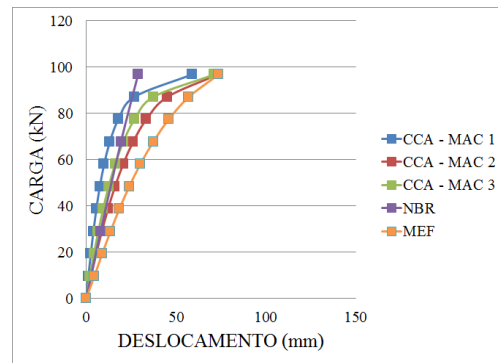


(b) CCA

Figura 5.13: Curvas Calibradas no Modelo MPA3Q

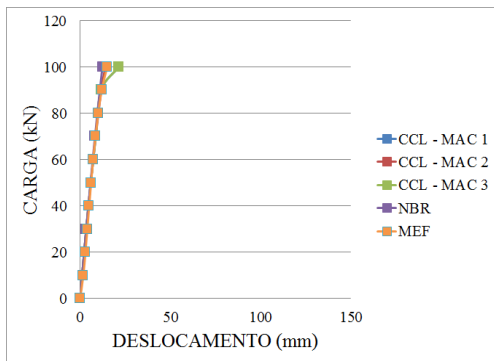


(a) CCL

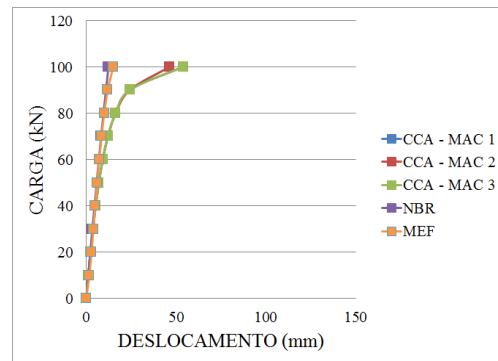


(b) CCA

Figura 5.14: Curvas Calibradas no Modelo MPA3C

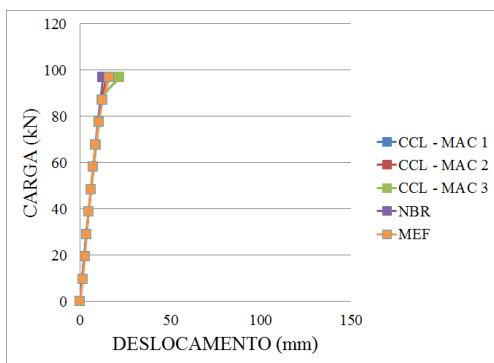


(a) CCL

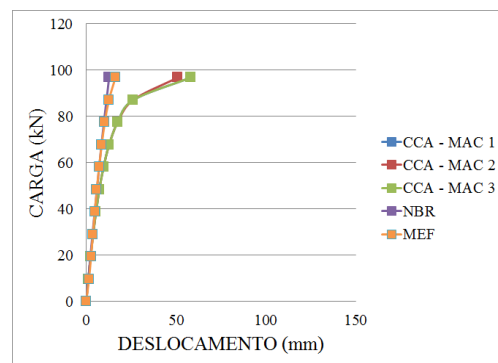


(b) CCA

Figura 5.15: Curvas Calibradas no Modelo MPA4Q



(a) CCL



(b) CCA

Figura 5.16: Curvas Calibradas no Modelo MPA4C

As Tabelas 5.22 a 5.25 apresentam os deslocamentos finais horizontais dos pilares com o acréscimo de carga de 10% à medida que acontece uma queda da rigidez de 10% juntamente com os percentuais de variação perante o método numérico (MEF).

Tabela 5.22: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo A do CCA

Grupo	Modelos	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 do CCA (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 do CCA (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 do CCA (mm)
A	MPA1Q	75,49	56,31	121,17	98,14
	VAR (%)	-	<b>-25,41</b>	<b>+60,51</b>	<b>+30</b>
	MPA1C	84,63	60,44	119,56	98,87
	VAR (%)	-	<b>-28,58</b>	<b>+41,27</b>	<b>+16,83</b>
	MPA2Q	73,42	55,19	88,08	78,47
	VAR (%)	-	<b>-24,83</b>	<b>+19,96</b>	<b>+6,87</b>
	MPA2C	78,92	59,36	88,40	80,31
	VAR (%)	-	<b>-24,79</b>	<b>+12,01</b>	<b>+1,77</b>
	MPA3Q	70,69	54,68	71,49	68,66
	VAR (%)	-	<b>-22,65</b>	<b>+1,13</b>	<b>-2,88</b>
	MPA3C	73,73	58,86	73,24	71,32
	VAR (%)	-	<b>-20,17</b>	<b>-0,66</b>	<b>-3,26</b>
	MPA4Q	15,04	54,07	46,57	54,07
	VAR (%)	-	<b>+259,61</b>	<b>+209,67</b>	<b>+259,61</b>
	MPA4C	16,29	58,27	51,02	58,27
	VAR (%)	-	<b>+257,81</b>	<b>+213,25</b>	<b>+257,81</b>

Na Tabela 5.22 foi possível observar que decaimento máximo do deslocamento do método CCA-MAC 1 foi de 28,58% e decaimento mínimo de 20,17%. No método CCA-MAC 2, o decaimento máximo de 0,66% e decaimento mínimo de 0%; com um acréscimo de deslocamento máximo de 213,25%. Já no método CCA-MAC 3, o decaimento máximo do deslocamento foi de 3,26% e acréscimo máximo de 259,61%. Os valores de deslocamentos máximos no topo dos pilares do Grupo A obtidos pela calibração dos métodos analíticos com recomendação de perda de rigidez pela literatura (CCL-MAC 1, 2 e 3) foram menores do que os resultados numéricos, excetos para os pilares ancorados em solo maciço onde os deslocamentos foram bem próximos até a aplicação de 90 % da carga característica. Vale salientar que em serviço, há uma aproximação relativamente boa de deslocamentos em todos os métodos calibrados pela literatura, exceto para o modelo CCL-MAC 1.

Tabela 5.23: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo B do CCA

Grupo	Modelos	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 do CCA (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 do CCA (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 do CCA (mm)
B	MPB1Q	43,51	55,75	58,68	60,47
	VAR (%)	-	<b>+28,14</b>	<b>+34,88</b>	<b>+38,99</b>
	MPB1C	39,76	59,90	61,68	64,05
	VAR (%)	-	<b>+50,63</b>	<b>+55,11</b>	<b>+61,07</b>
	MPB2Q	39,99	54,91	52,65	57,28
	VAR (%)	-	<b>+37,31</b>	<b>+31,65</b>	<b>+43,23</b>
	MPB2C	37,22	59,08	56,36	61,17
	VAR (%)	-	<b>+58,73</b>	<b>+51,42</b>	<b>+64,32</b>
	MPB3Q	38,24	54,53	50,05	55,89
	VAR (%)	-	<b>+42,58</b>	<b>+30,86</b>	<b>+46,13</b>
	MPB3C	35,97	58,71	54,08	59,91
	VAR (%)	-	<b>+63,25</b>	<b>+50,36</b>	<b>+66,57</b>
	MPB4Q	15,04	54,07	46,57	54,07
	VAR (%)	-	<b>+259,5</b>	<b>+209,58</b>	<b>+259,5</b>
	MPB4C	16,29	58,27	51,02	58,27
	VAR (%)	-	<b>+257,75</b>	<b>+213,2</b>	<b>+257,75</b>

Na Tabela 5.23 para os pilares do Grupo B, foi possível observar que todos os deslocamentos obtidos pelos modelos analíticos foram superiores aos valores numéricos extraídos do programa ABAQUS. Observou-se também nos modelos analíticos CCA-MAC 1, 2 e 3, para os pilares assentes em solo argiloso (MPB 1, 2 e 3), que os acréscimos máximos de deslocamento foram de 63,25%, 55,11% e 66,57%, respectivamente, quando comparados com os resultados numéricos. Já no maciço rochoso, os deslocamentos finais máximos no topo dos pilares obtido pelos modelos analíticos foram em média 242,86% e 242,9% superiores ao valor numérico via MEF para seções retangulares e circulares, respectivamente. Essa diferença mostra que nos modelos analíticos, o aumento do módulo de reação horizontal do solo e consequentemente sua rigidez pouco alterou nos deslocamentos finais do topo dos pilares (13,1% e 10,8% para seções quadradas e circulares, respectivamente), ao passo que no modelo numérico, a rigidez do solo representado pela constante elástica da mola introduzida na modelagem, fez com que os deslocamentos nos pilares com seção quadrada diminuíssem 189,3%, passando de 43,51 mm no solo com argila arenosa para 15,04 mm no maciço rígido e de 144,1% nos pilares de seção circular passando de 39,76 mm no solo com argila arenosa para 16,29 mm no maciço rígido.

Tabela 5.24: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo C do CCA

Grupo	Modelos	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 do CCA (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 do CCA (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 do CCA (mm)
C	MPC1Q	357,50	329,70	500,35	459,32
	VAR (%)	-	<b>-7,78</b>	<b>+39,96</b>	<b>+28,48</b>
	MPC1C	353,87	366,76	523,07	485,84
	VAR (%)	-	<b>+3,64</b>	<b>+47,81</b>	<b>+37,29</b>
	MPC2Q	230,99	328,59	420,34	400,71
	VAR (%)	-	<b>+42,25</b>	<b>+81,97</b>	<b>+73,47</b>
	MPC2C	258,31	365,68	447,72	430,62
	VAR (%)	-	<b>+41,56</b>	<b>+73,33</b>	<b>+66,7</b>
	MPC3Q	177,10	328,08	380,23	371,38
	VAR (%)	-	<b>+85,25</b>	<b>+114,7</b>	<b>+109,7</b>
	MPC3C	205,74	365,19	411,08	403,80
	VAR (%)	-	<b>+77,5</b>	<b>+99,81</b>	<b>+96,27</b>
	MPC4Q	82,25	327,47	319,96	327,47
	VAR (%)	-	<b>+298,13</b>	<b>+289</b>	<b>+298,13</b>
	MPC4C	130,68	364,60	357,34	364,60
	VAR (%)	-	<b>+178,99</b>	<b>+173,44</b>	<b>+178,99</b>

Na Tabela 5.24 foi possível observar que decaimento máximo do deslocamento no topo dos pilares do Grupo C pelo método analítico calibrado pelo autor (CCA-MAC 1), quando comparado com resultados extraídos do programa ABAQUS foi de 7,78% e o acréscimo máximo de 298,13%. Vale ressaltar que nos pilares deste grupo, o comportamento foi semelhante aos pilares do Grupo B, em que se observou no modelo numérico que a rigidez do solo representado pela constante elástica da mola introduzida na modelagem, fez com que os deslocamentos nos pilares de reduzissem de forma bastante significativa, como pode ser visto na seção quadrada passando de 357,5 mm para 82,25 mm no solo argiloso e maciço, respectivamente. Por fim verificou-se que a rigidez do solo teve menor impacto no deslocamento dos pilares calculados pelos modelos analíticos. Isso pôde ser visto, por exemplo, no pilar MPC1Q que teve um deslocamento final do seu topo, calculado pelo CCA-MAC 1, de 329,7 mm para um solo com coeficiente de reação horizontal de 2000 kN/m<sup>3</sup> e de 327,47 mm para um maciço rígido infinita. Isso se repetiu para os demais modelos analíticos indicando a necessidade de se ter cautela nas suas utilizações.

Tabela 5.25: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo D do CCA

Grupo	Modelos	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 do CCA (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 do CCA (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 do CCA (mm)
D	MPD1Q	164,15	329,14	343,17	342,16
	VAR (%)	-	<b>+100,52</b>	<b>+109,06</b>	<b>+108,45</b>
	MPD1C	276,96	366,22	377,77	377,67
	VAR (%)	-	<b>+32,23</b>	<b>+36,4</b>	<b>+36,36</b>
	MPD2Q	133,08	328,31	331,61	334,84
	VAR (%)	-	<b>+146,69</b>	<b>+149,18</b>	<b>+151,6</b>
	MPD2C	249,11	365,41	367,59	371,15
	VAR (%)	-	<b>+46,68</b>	<b>+47,56</b>	<b>+48,99</b>
	MPD3Q	112,91	327,92	326,63	331,66
	VAR (%)	-	<b>+190,43</b>	<b>+189,29</b>	<b>+193,74</b>
	MPD3C	193,59	365,04	363,20	368,33
	VAR (%)	-	<b>+88,56</b>	<b>+87,61</b>	<b>+90,26</b>
	MPD4Q	82,25	327,47	319,96	327,47
	VAR (%)	-	<b>+298,13</b>	<b>+289,01</b>	<b>+298,13</b>
	MPD4C	130,69	364,60	357,34	364,60
	VAR (%)	-	<b>+178,98</b>	<b>+173,43</b>	<b>+178,98</b>

A Tabela 5.25 mostrou que todos os valores de deslocamentos calculados pelos modelos analíticos propostos foram maiores do que os obtidos pelo programa ABAQUS. Observou-se também nos modelos analíticos CCA-MAC 1, 2 e 3, para os pilares assentes em solo argiloso (MPB 1, 2 e 3), que os acréscimos máximos de deslocamento foram de 190,43%, 189,29% e 193,74%, respectivamente, quando comparados com os resultados numéricos. Já no maciço rochoso, os deslocamentos finais máximos no topo dos pilares obtidos pelos modelos analíticos foram em média 298,1% e 175,8% superiores ao valor numérico via MEF para seções retangulares e circulares, respectivamente.

As Tabelas 5.26 a 5.29 apresentam os deslocamentos finais horizontais dos pilares com o acréscimo de carga considerando uma queda da rigidez de até 40% no último passo de carga (0,6 EI) juntamente com os percentuais de variação perante o método numérico (MEF).

Tabela 5.26: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo A do CCL

Grupo	Modelos	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 do CCL (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 do CCL (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 do CCL (mm)
A	MPA1Q	75,49	23,76	51,06	44,53
	VAR (%)	-	<b>-68,52</b>	<b>-32,37</b>	<b>-41,01</b>
	MPA1C	84,63	23,97	51,97	44,95
	VAR (%)	-	<b>-71,68</b>	<b>-38,59</b>	<b>-46,88</b>
	MPA2Q	73,42	22,64	40,55	37,52
	VAR (%)	-	<b>-69,16</b>	<b>-44,77</b>	<b>-48,89</b>
	MPA2C	78,92	22,89	40,26	37,31
	VAR (%)	-	<b>-71,00</b>	<b>-48,98</b>	<b>-52,73</b>
	MPA3Q	70,69	22,13	32,64	32,57
	VAR (%)	-	<b>-68,69</b>	<b>-53,83</b>	<b>-53,92</b>
	MPA3C	73,73	22,39	32,05	32,21
	VAR (%)	-	<b>-69,63</b>	<b>-56,53</b>	<b>-56,32</b>
	MPA4Q	15,04	21,53	14,02	21,53
	VAR (%)	-	<b>+43,16</b>	<b>-6,77</b>	<b>+43,16</b>
	MPA4C	16,29	21,81	14,55	21,81
	VAR (%)	-	<b>+33,89</b>	<b>-10,66</b>	<b>+33,89</b>

A Tabela 5.26 foi possível observar que decaimento máximo do deslocamento do método CCL-MAC 1 foi de 71,68% e decaimento mínimo de 68,52%; com um de acréscimo de deslocamento máximo de 43,16. No método CCL-MAC 2, o decaimento máximo de 56,53% e decaimento mínimo de 6,77%. Já no método CCL-MAC 3, o decaimento máximo do deslocamento foi de 56,32% e acréscimo máximo de 43,16%. Os deslocamentos finais entre os métodos MAC 1 e MAC 3, nos modelos MPA4C e MPA4Q foram os mesmos devido a falta de deslocamentos na fundação, ou seja, um engastamento perfeito provocando apenas deslocamentos no pilar. Estes valores de deslocamentos máximos foram menores que os apresentados na calibração do autor (CCA), pelo fato da rigidez final deste método ser superior ao do anterior, proporcionando pouca deslocabilidade. Devido a estas circunstâncias, pode verificar que a quantidade de decaimentos neste método foi superior, mostrando uma eficiência dos métodos analíticos perante o método numérico, diferente do grupo A no CCA que apresenta o oposto.

Tabela 5.27: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo B do CCL

Grupo	Modelos	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 do CCL (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 do CCL (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 do CCL (mm)
B	MPB1Q	43,51	23,20	25,68	27,74
	VAR (%)	-	<b>-46,67</b>	<b>-40,99</b>	<b>-36,23</b>
	MPB1C	39,76	23,43	24,89	27,46
	VAR (%)	-	<b>-41,08</b>	<b>-37,40</b>	<b>-30,95</b>
	MPB2Q	39,99	22,37	19,98	24,69
	VAR (%)	-	<b>-44,07</b>	<b>-50,03</b>	<b>-38,26</b>
	MPB2C	37,22	22,62	19,82	24,67
	VAR (%)	-	<b>-39,24</b>	<b>-46,77</b>	<b>-33,73</b>
	MPB3Q	38,24	21,98	17,46	23,32
	VAR (%)	-	<b>-42,52</b>	<b>-54,34</b>	<b>-39,01</b>
	MPB3C	35,97	22,25	17,58	23,43
	VAR (%)	-	<b>-38,14</b>	<b>-51,11</b>	<b>-34,86</b>
	MPB4Q	15,04	21,53	14,02	21,53
	VAR (%)	-	<b>+43,12</b>	<b>-6,80</b>	<b>+43,12</b>
	MPB4C	16,29	21,81	14,55	21,81
	VAR (%)	-	<b>+33,87</b>	<b>-10,68</b>	<b>+33,87</b>

Na Tabela 5.27 referente aos pilares do Grupo B, foi possível observar que não houve muita diferença da Tabela 5.26, principalmente no modelo com solo maciço rígido (MP4Q e MP4C), no qual não houve nenhuma alteração, pelas mesmas circunstâncias afirmadas anteriormente. Observam-se também nos modelos analíticos CCL-MAC 1, 2 e 3, para os pilares assentes em solo argiloso (MPB 1, 2 e 3), que os decaimentos máximos de deslocamento foram de 46,67%, 54,34% e 39,01%, respectivamente, quando comparados com os resultados numéricos. Com isso, as porcentagens referentes ao MAC 2 deste grupo com o anterior, não ocorreram tantas variações, mesmo com altura de fundações diferentes, pelo fato de ser um modelo acoplado, mostrando de forma clara este agrupamento no deslocamento, diferente do MAC 1 que é modelo separado e o MAC 3 que aparentemente parece ser um modelo acoplado, mas não que seja totalmente, tecnicamente.

Tabela 5.28: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo C do CCL

Grupo	Modelos	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 do CCL (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 do CCL (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 do CCL (mm)
C	MPC1Q	357,50	69,33	149,14	133,67
	VAR (%)	-	<b>-80,61</b>	<b>-58,28</b>	<b>-62,61</b>
	MPC1C	353,87	75,02	156,08	140,03
	VAR (%)	-	<b>-78,80</b>	<b>-55,89</b>	<b>-60,43</b>
	MPC2Q	230,99	68,21	123,75	114,31
	VAR (%)	-	<b>-70,47</b>	<b>-46,43</b>	<b>-50,51</b>
	MPC2C	258,31	73,94	127,78	118,62
	VAR (%)	-	<b>-71,37</b>	<b>-50,53</b>	<b>-54,08</b>
	MPC3Q	177,10	67,70	104,60	100,05
	VAR (%)	-	<b>-61,77</b>	<b>-40,94</b>	<b>-43,51</b>
	MPC3C	205,74	73,45	107,93	103,86
	VAR (%)	-	<b>-64,30</b>	<b>-47,54</b>	<b>-49,52</b>
	MPC4Q	82,25	67,09	59,58	67,09
	VAR (%)	-	<b>-18,43</b>	<b>-27,56</b>	<b>-18,43</b>
	MPC4C	130,68	72,86	65,60	72,86
	VAR (%)	-	<b>-44,25</b>	<b>-49,80</b>	<b>-44,25</b>

Na Tabela 5.28 mostrou que todos os valores de deslocamentos calculados pelos modelos analíticos propostos foram menores do que os obtidos pelo programa ABAQUS. Observaram-se também nos modelos analíticos CCL-MAC 1, 2 e 3, para os pilares assentes em solo argiloso (MPB 1, 2 e 3), que os decaimentos máximos de deslocamento foram de 80,61%, 58,28% e 62,61%, respectivamente, quando comparados com os resultados numéricos. Já no maciço rochoso, os deslocamentos finais máximos no topo dos pilares obtidos pelos modelos analíticos foram em média 21,47% e 60,85% inferiores ao valor numérico via MEF para seções retangulares e circulares, respectivamente.

Tabela 5.29: Comparativo entre os Deslocamentos Finais no Grupo D do CCL

Grupo	Modelos	Deslocamento Final no MEF (mm)	Deslocamento Final no MAC 1 do CCL (mm)	Deslocamento Final no MAC 2 do CCL (mm)	Deslocamento Final no MAC 3 do CCL (mm)
D	MPD1Q	164,15	68,77	81,92	81,29
	VAR (%)	-	<b>-58,11</b>	<b>-50,10</b>	<b>-50,48</b>
	MPD1C	276,96	74,48	85,42	85,59
	VAR (%)	-	<b>-73,11</b>	<b>-69,16</b>	<b>-69,10</b>
	MPD2Q	133,08	67,93	71,01	74,34
	VAR (%)	-	<b>-48,96</b>	<b>-46,64</b>	<b>-44,14</b>
	MPD2C	249,11	73,67	75,69	79,33
	VAR (%)	-	<b>-70,43</b>	<b>-69,62</b>	<b>-68,16</b>
	MPD3Q	112,91	67,55	66,18	71,25
	VAR (%)	-	<b>-40,17</b>	<b>-41,39</b>	<b>-36,90</b>
	MPD3C	193,59	73,30	71,41	76,56
	VAR (%)	-	<b>-62,14</b>	<b>-63,11</b>	<b>-60,45</b>
	MPD4Q	82,25	67,09	59,58	67,09
	VAR (%)	-	<b>-18,43</b>	<b>-27,56</b>	<b>-18,43</b>
	MPD4C	130,69	72,86	65,60	72,86
	VAR (%)	-	<b>-44,25</b>	<b>-49,80</b>	<b>-44,25</b>



Na Tabela 5.29 mostrou todos os valores de deslocamentos calculados pelos modelos analíticos propostos foram menores do que os obtidos pelo programa ABAQUS. Observou-se também nos modelos analíticos CCL-MAC 1, 2 e 3, para os pilares assentes em solo argiloso (MPB 1, 2 e 3), que os decaimentos máximos de deslocamento foram de 70,43%, 69,62% e 69,10%, respectivamente, quando comparados com os resultados numéricos. Vale ressaltar que nos pilares deste grupo, o comportamento foi semelhante aos pilares do Grupo C, já que os deslocamentos finais máximos no topo dos pilares obtidos pelos modelos analíticos no solo maciço rígido foram idênticos.

Diante disso, a Figura 5.17 apresenta as maiores variações tanto de decaimento como de acréscimo para cada grupo e pode observar justamente o que foi mencionado anteriormente, o CCA apresenta mais acréscimo do que decaimento pelo fato do mesmo apresentar na sua carga máxima (100% de F) uma rigidez baixa (10%) propiciando deslocamentos elevados, diferente do CCL que apresenta apenas 60% da rigidez.

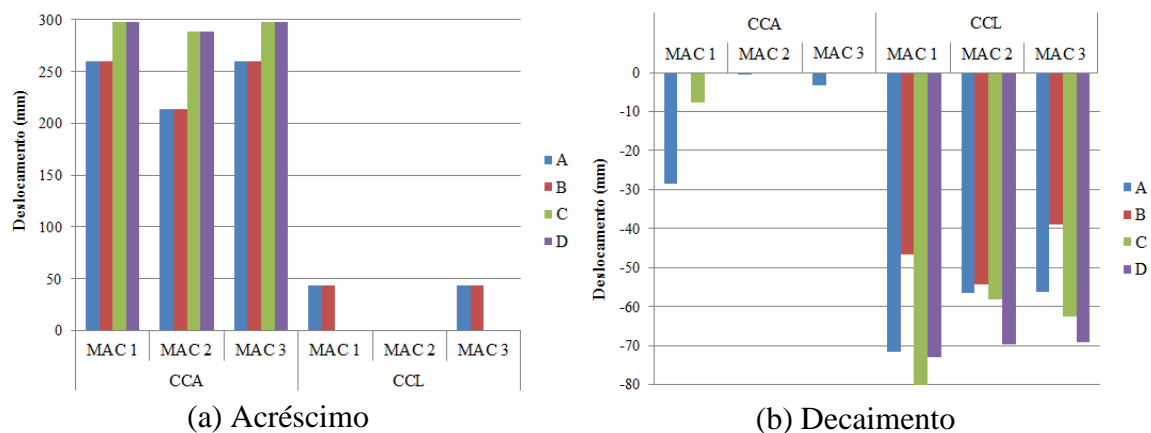


Figura 5.17: Variação dos Deslocamentos Máximos para cada grupo no CCA e CCL

### 5.2.2 Efeito de Segunda Ordem

Após a realização das análises supracitadas nos itens 5.1 e 5.2, foi realizado uma verificação comparativa da linearidade com a não linearidade através dos deslocamentos, com intuito de observar os efeitos de segunda ordem existentes.

A estrutura sofre um deslocamento devido à ação do carregamento. Esta verificação ocorre em casos de pequenos afastamentos proporcionais (lineares). Porém, com a situação avaliada já deformada, devido à influência das forças horizontais e verticais,

são provocados deslocamentos de ordem superiores (não lineares). A Tabela 5.30 mostra os deslocamentos de segunda ordem existentes em cada grupo para os casos MEF, CCA e CCL:

Tabela 5.30: Deslocamentos de Segunda Ordem no Topo do Pilar

Grupo	Modelos	Deslocamento de Segunda Ordem (mm)						
		MEF	CCA			CCL		
			MAC 1	MAC 2	MAC 3	MAC 1	MAC 2	MAC 3
A	MPA1Q	34,96	42,66	83,35	69,69	10,11	13,24	16,08
	MPA1C	45,06	46,64	80,48	69,68	10,17	12,89	15,76
	MPA2Q	34,59	42,66	56,07	54,39	10,11	8,55	13,45
	MPA2C	40,97	46,64	56,19	56,06	10,17	8,05	13,05
	MPA3Q	33,44	42,66	44,60	47,96	10,11	5,74	11,87
	MPA3C	37,33	46,64	46,65	50,71	10,17	5,46	11,60
	MPA4Q	2,06	42,66	35,15	42,66	10,11	2,60	10,11
	MPA4C	4,31	46,64	39,38	46,64	10,17	2,92	10,17
B	MPB1Q	17,83	42,66	35,95	42,97	10,11	2,95	10,25
	MPB1C	18,73	46,64	39,95	46,86	10,17	3,16	10,27
	MPB2Q	16,80	42,66	35,36	42,74	10,11	2,69	10,15
	MPB2C	17,74	46,64	39,53	46,70	10,17	2,98	10,20
	MPB3Q	16,28	42,66	35,22	42,69	10,11	2,63	10,12
	MPB3C	17,26	46,64	39,43	46,66	10,17	2,94	10,18
	MPB4Q	2,06	42,66	35,15	42,66	10,11	2,60	10,11
	MPB4C	4,31	46,64	39,38	46,64	10,17	2,92	10,17
C	MPC1Q	239,23	288,71	397,76	372,46	28,34	46,55	46,82
	MPC1C	251,86	322,33	414,44	393,72	30,60	47,45	47,92
	MPC2Q	133,11	288,71	331,79	325,06	28,34	35,20	38,67
	MPC2C	160,69	322,33	355,70	351,52	30,60	35,76	39,52
	MPC3Q	96,66	288,71	304,04	305,12	28,34	28,41	33,79
	MPC3C	125,45	322,33	332,64	334,95	30,60	29,49	35,01
	MPC4Q	38,55	288,71	281,20	288,71	28,34	20,83	28,34
	MPC4C	88,03	322,33	315,08	322,33	30,60	23,34	30,60
D	MPD1Q	90,72	288,71	282,74	289,58	28,34	21,49	28,71
	MPD1C	204,69	322,33	316,16	322,94	30,60	23,80	30,86
	MPD2Q	61,43	288,71	281,61	288,94	28,34	21,00	28,44
	MPD2C	188,94	322,33	315,36	322,49	30,60	23,46	30,66
	MPD3Q	51,72	288,71	281,34	288,79	28,34	20,89	28,37
	MPD3C	142,63	322,33	315,17	322,39	30,60	23,38	30,62
	MPD4Q	38,55	288,71	281,20	288,71	28,34	20,83	28,34
	MPD4C	88,04	322,33	315,08	322,33	30,60	23,34	30,60

Diante de todas as análises feitas anteriormente e de acordo com a Tabela 5.30, pode observar as variações existentes em todos os grupos. Porém, a situação que melhor se

destacou na parte não linear foi a do grupo B com os menores deslocamentos entre o comportamento linear e o não linear, conforme pode ser visualizado na Figura 5.18.

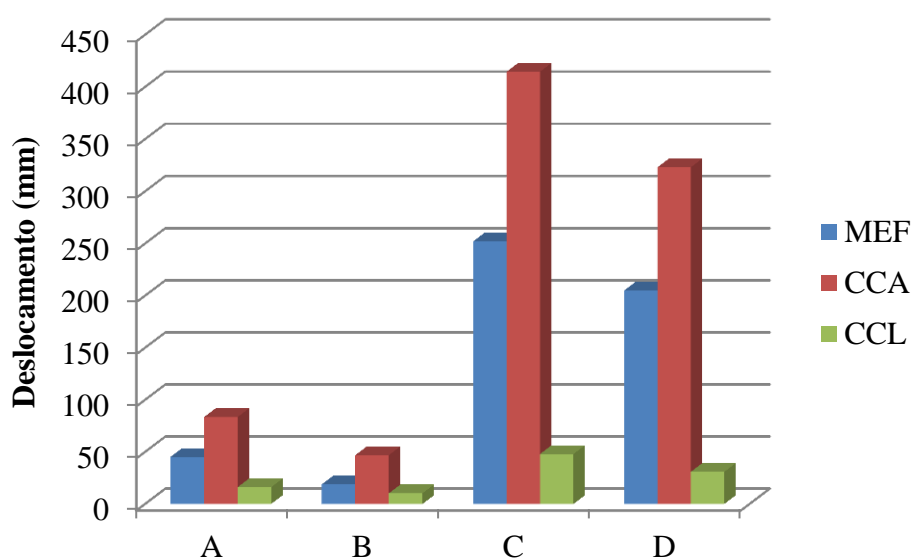


Figura 5.18: Maior Deslocamento de Segunda Ordem por Grupo

Perceba que os deslocamentos apresentados no caso CCA são elevados em comparação aos demais, por causa da proporção do seu carregamento (100% de Força) corresponder a uma rigidez bem reduzida (10% EI), provocando altos valores de deslocamento não linear, conforme mencionado em análises anteriores. No caso referente ao CCL, apresentou deslocamentos bem inferiores, devido à rigidez ser mais elevada (60%). De certa forma, se obteve um acréscimo do deslocamento em relação aos deslocamentos lineares. Porém, diante de todos os grupos apresentados, o grupo B apresentou uma melhor variação entre estes deslocamentos.

Por fim, realizando uma comparação do melhor caso dessa pesquisa (Grupo B) com o caso de KHOURI (2001), realizado em pilares da ponte rodoviária sobre o rio Mogi-Guaçu em Ribeirão Preto através do programa ANSYS, a pesquisadora obteve um deslocamento de segunda ordem de 19,6mm, valor superior ao obtido no Grupo B desta pesquisa no programa ABAQUS que foi de 18,73mm, apresentando uma variação de aproximadamente 8%.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A seguir são apresentadas as conclusões obtidas nesta pesquisa após a realização das análises dos deslocamentos dos pilares de uma ponte modelo em concreto armado enfocando três aspectos: métodos de cálculo, deslocamento horizontal e efeito de segunda ordem. No final do capítulo são apresentadas as sugestões para trabalhos futuros.

### 6.1 CONCLUSÃO

#### 6.1.1 Métodos de Cálculo

Existem na literatura alguns métodos de cálculo analíticos que permitem considerar a interação do solo com a estrutura (ISE) em pilares de pontes. Contudo a pesquisa mostrou que há uma variação muito grande nos resultados dos deslocamentos horizontais fruto das simplificações introduzidas em cada modelo sendo necessária uma experiência do projetista de pontes no sentido de escolher o melhor modelo que se adapte ao tipo de solo, de fundação e de sistema estrutura adotado. Vale ressaltar a necessidade da calibração dos modelos preferencialmente com resultados experimentais ou, no caso de pré-projeto, com resultados numéricos já calibrados.

Diante disso, este estudo foi realizado para analisar os elementos da superestrutura, os elementos da infra-estrutura e principalmente cada tipo de solo, visto que cada elemento deve ser tratado como um todo em qualquer situação, como pôde ser melhor visualizado nos resultados obtidos pelo MAC 2, nos quais apresentou deslocamentos que mais se aproximam do MEF (referência), pois o mesmo faz a análise de forma acoplada, diferentemente do MAC 1 que analisa de forma separada o pilar e a fundação, desviando a interação existente entre eles e, por fim, o MAC 3 que mesmo com o acréscimo do deslocamento angular não apresentou as modificações esperadas.

#### 6.1.2 Deslocamento Horizontal

Acerca dos deslocamentos horizontais, verificou-se para todos os modelos analisados que os máximos (maiores deslocamentos) ocorreram para o solo arenoso (1), devido à baixa rigidez que este solo apresenta, tornando-o bastante deslocável. Os menores deslocamentos, por sua vez, ocorreram para o solo maciço rígido (4), por causa da sua

elevada rigidez, eliminando praticamente qualquer deslocamento na fundação. No ponto de vista de cada seção, os maiores deslocamentos ocorreram para a seção circular (C), devido à baixa rigidez na seção transversal em relação à seção quadrada (Q).

O grupo B, em ambas as seções e para todos os métodos analisados nesta pesquisa, mostrou uma melhor perspectiva para casos reais, devido ao fato da proporção entre altura de pilar e de fundação propiciar menores deslocamentos na fundação e, conseqüentemente, no pilar, caracterizando um pilar medianamente esbelto.

Diferentemente do que ocorreu para os grupos de pilares esbeltos, cujos deslocamentos são elevados por causa da baixa rigidez e seção sólida, podendo provocar uma provável instabilidade. O que tornaria viável aos casos de grandes deslocamentos seria uma seção vazada para aumentar esta rigidez ou aumentar as dimensões da seção transversal.

### 6.1.3 Efeito de Segunda Ordem

A finalidade de reproduzir modelos não lineares foi justamente para mostrar o comportamento real desse material, visto que uma análise linear não apresenta este tipo de procedimento. Estes modelos procuram incorporar fenômenos como a fissuração, o esmagamento, a interação concreto/aço, dentre outros.

Para as análises lineares, realizando as modificações na força e deixando a rigidez constante (100% EI), pôde-se comprovar que quanto maior a carga maior o deslocamento provocado, enquanto nas análises não lineares, com modificações tanto na força quanto na rigidez, resultaram numa menor estabilidade. Essa redução da rigidez do pilar apresentou um acréscimo significativo do efeito de segunda ordem em relação aos efeitos lineares.

A eficiência do grupo B relacionada ao deslocamento de segunda ordem de arranjos simples equivale afirmar que a situação ao qual se encontra o tornou favorável, apresentando variações razoáveis nos deslocamentos finais, mesmo com a comparação sendo entre arranjos múltiplos e simples. Porém, devido às circunstâncias exibidas, ambos os arranjos se tornam adequados para a construção, com a limitação de um parâmetro que não foi analisado neste estudo, a questão financeira. Os demais grupos, realizando o mesmo comparativo obtiveram um acréscimo considerado do deslocamento em relação aos lineares.

Por fim, a distribuição dos carregamentos ter se dada apenas em um único pilar, provavelmente geraria uma instabilidade excessiva, porém pôde-se perceber que o fato de ser um arranjo simples não significa dizer que o mesmo apresente deslocamentos elevados, ao contrário, o que se deve observar são os aspectos que influenciam no cálculo do deslocamento como altura do pilar, dimensões da seção transversal, módulo de elasticidade, tempo de escoramento do pilar, dentre outros.

## 6.2 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros, recomenda-se:

1. Fazer uma análise experimental de pilares de pontes em modelo reduzido considerando a interação solo-estrutura (ISE);
2. A análise de outros modelos analíticos de cálculo que considerem a interação solo-estruturas e suas aplicações em pilares de diferentes materiais com aço e madeira;
3. O estudo da alteração da forma e das dimensões da estrutura (sistema estrutural), apresentando pilares com seções vazadas, seção variável, verificar uma perspectiva da armadura helicoidal para o caso da seção circular;
4. A avaliação do efeito grupo dos elementos de fundação na deslocabilidade dos pilares da ponte;
5. Fazer um estudo dos deslocamentos dos pilares através de uma modelagem numérica da meso e infraestrutura considerando o solo como um meio elástico contínuo (modelos de meio contínuo) e com simulação da interface solo-estaca juntamente com admissão de leis de comportamento elasto-plástico para o solo envolvente.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE**, Editora Érica, 2000;

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO). **Standard bridge design specifications**. Washington, D.C. 2014;

ANTONIAZZI, Juliana Pippi. **Interação solo-estrutura de edifícios com fundações superficiais**. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Santa Maria, 2011;

ANTT. Agência Nacional de Transportes Terrestres. Resolução nº 3.056. **Diário Oficial da União**, 2016;

ARAÚJO, A. G. D. **Provas de Carga Estática com Carregamento Lateral em Estacas Escavadas Hélice Contínua e Cravadas Metálicas em Areia**. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, Natal, 2013;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118/2014: **Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado**, Rio de Janeiro;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123/1988: **Forças devidas ao Vento em Edificações**, Rio de Janeiro;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7187/2003: **Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido**, Rio de Janeiro;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7188/2013: **Carga Móvel Rodoviária e de Pedestres em Pontes, Viadutos, Passarelas e outras Estruturas**, Rio de Janeiro;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800/2008: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**, Rio de Janeiro;

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos Elementos Finitos**, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal, 2003;

BONO, Giuliana Furtado Franca. Tese (Doutorado) - **Modelos Constitutivos para Análise Tridimensional de Estruturas de Concreto Armado através do Método dos Elementos Finitos**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Porto Alegre, BR-BR, 2008;

CATAI, E. **Análise dos efeitos da retração e fluência em vigas mistas**. Dissertação de mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo, Brasil. 2005;

CHRISTIAN, P. DE. **Estudo da interação solo-estrutura sujeito a carregamento horizontal em ambientes submersos**. Dissertação (Mestrado), Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UFTPR, Curitiba, PR, 2012;

CINTRA, J.C. Ângelo. **Carregamento Lateral em Estacas**. Oficina de Textos. Departamento de Geotécnia, São Carlos, 2002;

COLARES, George Moura. **Programa para análise da interação solo-estrutura no projeto de edifícios**. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, 2006;

COVAS, N. KIMURA, A. **Método Geral para análise local de pilares**. Disponível em: < <http://www.tqs.com.br/suporte-e-servicos/biblioteca-digital-tqs/89-artigos/206-metodo-geral-para-analise-local-de-pilares>>. Acesso em: 17 de maio de 2017;

DARKOV, A. & KUZNETSOV, V. – *Baustatik*, Editora MIR, Moscou, 1970;



DNIT, **Manual de Projeto de Obras-de-Arte Especiais**, 1996;

DNIT, **Normas para Projeto de Estradas de Rodagem**, 1973;

EL DEBS, M. K. & TAKEYA T., **Introdução às Pontes de Concreto**, Texto de Apoio à Disciplina SET – 412, São Carlos, 2009;

EUROCODE N° 2, **Design of concrete structures – Part 1: general rules for buildings**. Brussels, CEN, 2010;

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto armado: Solicitações Normais**. Editora Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro - RJ, 1981;

KHOURI, M. E. Tese (Doutorado) - **Contribuição ao Projeto de Pilares de Pontes de Concreto Armado com consideração das Não Linearidades Física e Geométrica e Interação do Solo-Estrutura**. Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos - SP, 2001;

KIM, Youngho; JEONG, Sangseom. **Analysis of soil resistance on laterally loaded piles based on 3D soil–pile interaction**. Computers and Geotechnics, v. 38, n. 2, p. 248-257, 2011;

KIMURA, A. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculos de edifícios com uso de sistemas computacionais**. Editora PINI, 632 p. São Paulo, 2007;

KMIECIK, P., KAMINSKI M., 2011. **Modelling of Reinforced Concrete Structures and Composite Structures with Concrete Strength Degradation Taken into Consideration**. Archives of Civil and Mechanical Engineering;

MACGREGOR, J.G. HAGE, S. E. (1977). **Stability Analysis and Design of Concrete**, Proceedings, ASCE, V. 103, No ST10, October;

MARCHETTI, O. **Pontes de Concreto Armado**, São Paulo: Bluncher, 2008;

MARTHA, L.F. **Ftool: Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas**. Versão 3.00, Outubro/2012. Rio de Janeiro, PUC;

MONTOYA, P. J, MESEGUER. A. G. & CABRE, F. M. **Hormigón Armado**, 14ª edição, 2000;

PEREIRA, O. J. B. A. **Introdução ao Método dos Elementos Finitos na Análise de Problemas Planos de Elasticidade**, Instituto Superior Técnico (IST) – Universidade de Lisboa, 2005;

PFEIL, W. **Pontes em Concreto Armado**, 1ª edição, Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1978;

PFEIL, W. **Pontes em Concreto Armado**, 3ª edição, volume 2 - Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1985;

PINHEIRO, L. M. **Estruturas de Concreto Armado**. Universidade de São Paulo – USP, março de 2010;

POSTON, R. W., DIAZ, M., BREEN, J. E., ROESSET, J. M. **Design of Slender, Nonprismatic, and Hollow Concrete Bridge Piers**, Center of Transportation Research, The University of Texas at Austin - Austin-Texas-USA, (1983);

ROCHA, D. A. S. P. - Dissertação (Mestrado) **Estudo dos Efeitos de Segunda Ordem no Dimensionamento dos Pilares de Pontes**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal, 2016;

SCADELAI, M. A. **Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR 6118:2003**. 2004. 136 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004;

SIMULIA. **ABAQUS 6.14 User Subroutines Reference Manual**. [S.1.], 2014;

SOUSA, A. M. D. et al. **Estudo da estratificação do solo e coeficientes de engastamento estaca-bloco na interação solo-estrutura em fundações de pontes.** Revista IBRACON, 2017;

VASCONCELOS A. C.; FRANCO, M. (1991). **Practical Assessment of Second Order Effects in Tall Buildings.** In: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MODEL CODE 90, COPPE/CEB, Rio de Janeiro, Agosto;

VELLOSO, D. A. & LOPES, F. R. **Fundações – Critérios de Projeto, Investigação do Subsolo, Fundações Superficiais, Fundações Profundas,** Oficina de Textos, São Paulo, 2012.

## APÊNDICE A – SUPERESTRUTURA

Este Apêndice mostra os cálculos da Superestrutura da Ponte que influenciam na Mesoestrutura:

### 1. CARREGAMENTO PERMANENTE

Tabela A.1: Carga no Meio do Vão (g1)

		cm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
Área	Longaria + Laje	25132,2	2,51322
	Camada Asfáltica	5490,25	0,54903
	Guarda Corpo	2178,9	0,21789
Carga Extra (kN/m <sup>2</sup> )			2
Peso Específico do Concreto (kN/m <sup>3</sup> )			25
Peso Específico do Asfalto (kN/m <sup>3</sup> )			24
g1 (kN/m)			93,6542

Tabela A.2: Carga da Seção Transversal no Apoio (g2)

		cm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
Área	Longaria + Laje	28732,1	2,87321
	Camada Asfáltica	5490,25	0,54903
	Guarda Corpo	2178,9	0,21789
Carga Extra (kN/m <sup>2</sup> )			2
Peso Específico do Concreto (kN/m <sup>3</sup> )			25
Peso Específico do Asfalto (kN/m <sup>3</sup> )			24
g2 (kN/m)			102,654

Tabela A.3: Peso Próprio das Transversinas

Área no Meio do Vão (m <sup>2</sup> )	0,42
Volume no Meio do Vão (m <sup>3</sup> )	1,302
G1 (kN)	32,55
Área no Apoio (m <sup>2</sup> )	0,64
Volume no Apoio (m <sup>3</sup> )	1,856
G'1 (kN)	46,4

Tabela A.4: Carga Adicional

	cm <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
Área da Laje de Transição	8000	0,8
Área da Aba Lateral	29845,7	2,98457
Área da Cortina	6910,2	0,69102
Área da Pavimentação acima da Laje	3600	0,36
Área da Mísula na Transição entre Tabuleiro e a Cortina	2432,3	0,24323
Área da Pavimentação acima da Mísula	720	0,072
Volume de Possível Danificação na Pista		4,88
Volume da Laje de Transição (m <sup>3</sup> )		5,2
Volume da Aba Lateral (m <sup>3</sup> )		0,74614
Volume da Cortina (m <sup>3</sup> )		4,49163
Volume da Pavimentação acima da Laje (m <sup>3</sup> )		2,34
Volume da Mísula na Transição entre Tabuleiro e a Cortina (m <sup>3</sup> )		1,581
Volume da Pavimentação acima da Mísula (m <sup>3</sup> )		0,468
G2 (kN)		377,621

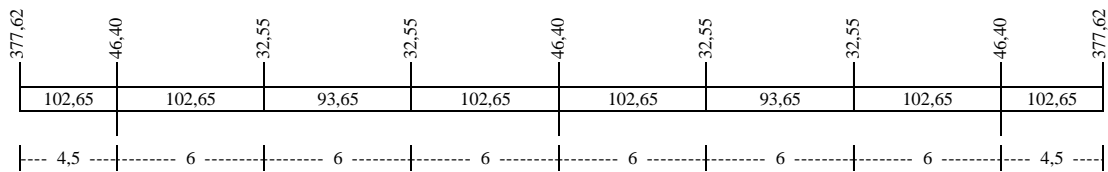


Figura A.1: Representação dos Carregamentos Permanentes na Ponte

A partir dos valores de peso próprio encontrados para a viga, é possível então calcular os esforços atuantes nela, como por exemplo, as reações de apoio e forças cortantes para qualquer seção da viga com auxílio do programa Ftool.

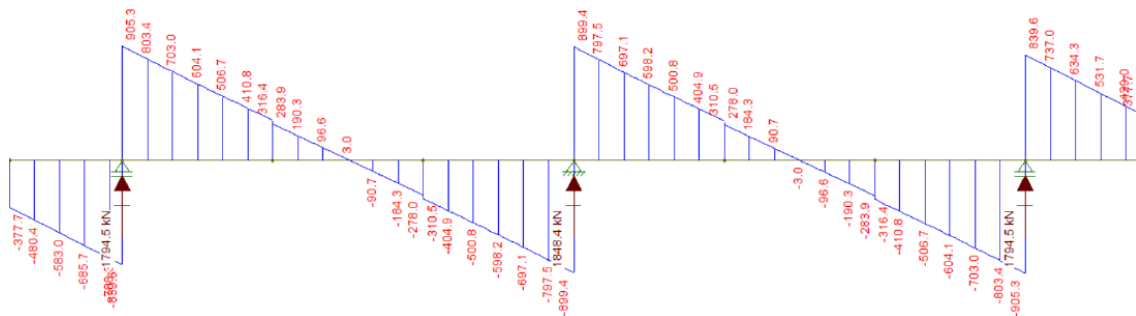


Figura A.2: Gráfico do Esforço Cortante devido a Carregamento Permanente

## 2. CARREGAMENTO MÓVEL

Quanto a sua classe, a ponte foi projetada para a Classe 30. Dessa forma, o trem-tipo compõe-se de um veículo de peso total de 300 kN (50kN por roda) e de carga uniformemente distribuída de 5 kN/m<sup>2</sup>.

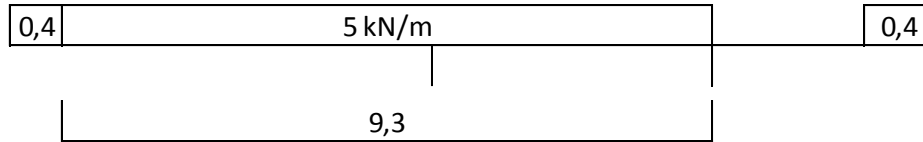


Figura A.3: Seção transversal da ponte carregada apenas com carga de multidão

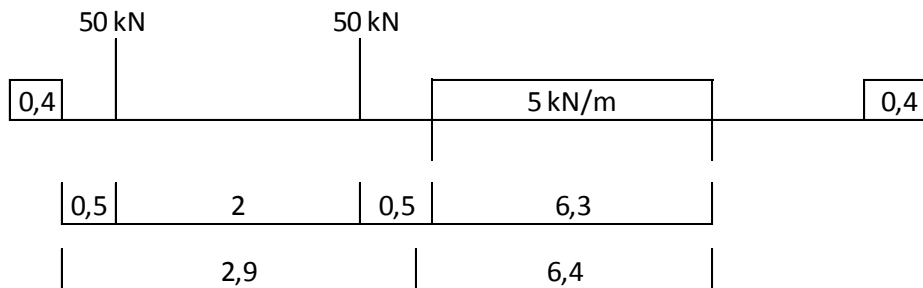


Figura A.4: Seção transversal da ponte carregada com o Trem-Tipo

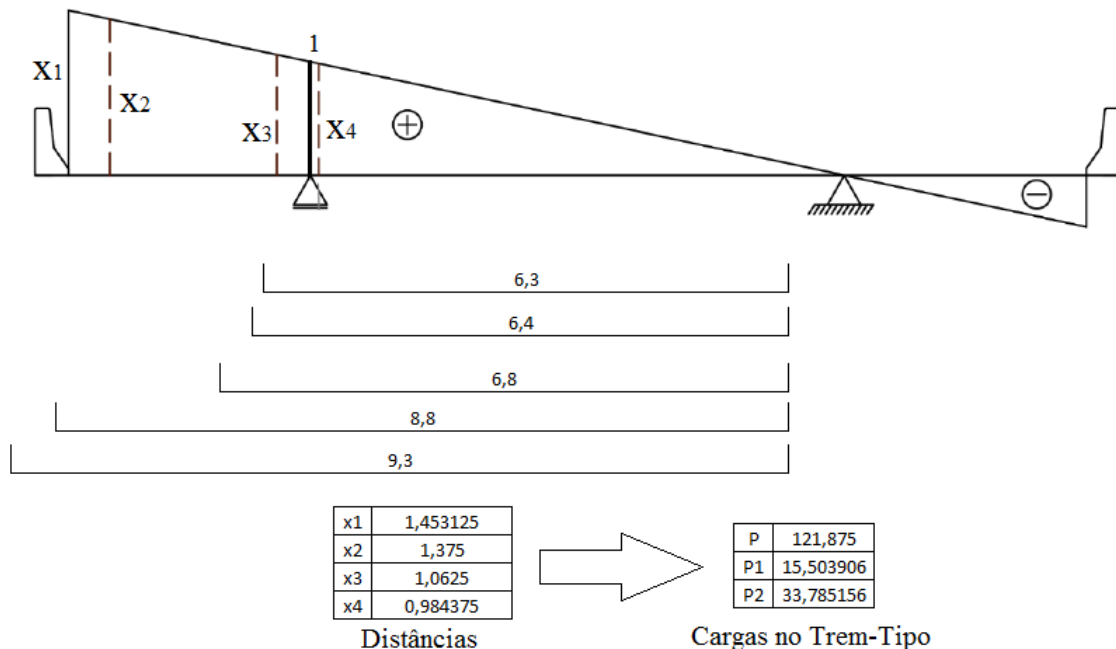


Figura A.5: Linha de Influência e Carregamentos do Trem-Tipo

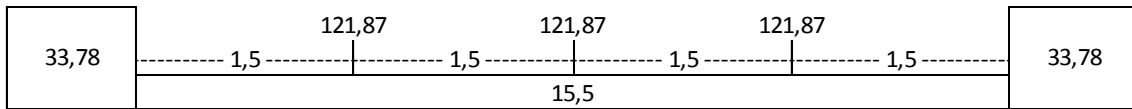


Figura A.6: Trem-Tipo

Realizando a linha de influência em vários pontos da Ponte, é possível então calcular os esforços atuantes nela, como por exemplo, as reações de apoio, forças cortantes e momentos fletores para qualquer seção da viga com auxílio do programa FTOOL.

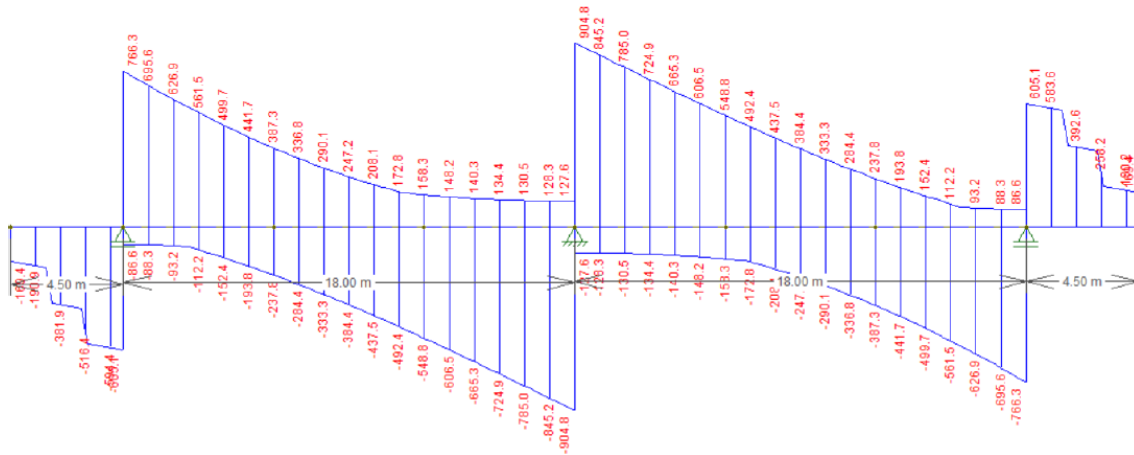


Figura A.7: Envolória do esforço cortante devido à carga móvel

Tabela A.5: Resumo dos Carregamentos Verticais

Pilar			Carregamento (kN)						
Grupo	Dimensão da Seção Transversal (m)	Altura do Pilar (m)	Permanente	Móvel Máxima	Móvel Mínima	Peso Próprio	Solicitação atuando na Seção do Pilar	Solicitações de Projeto Máxima	Solicitações de Projeto Mínima
A	0,59	6,5	1848,4	904,8	-127,6	176,57	2024,97	4090,90	2606,10
	0,68	6,5				179,01	2027,41	4094,21	2609,41
B	0,59	6,5				176,57	2024,97	4090,90	2606,10
	0,68	6,5				179,01	2027,41	4094,21	2609,41
C	0,91	13				389,13	2237,53	4377,87	2893,07
	1,04	13				396,08	2244,48	4387,25	2902,45
D	0,91	13				389,13	2237,53	4377,87	2893,07
	1,04	13				396,08	2244,48	4387,25	2902,45

## APÊNDICE B – MESOESTRUTURA

Este Apêndice apresenta os cálculos referentes à Mesoestrutura da Ponte que foram úteis na etapa analítica desta pesquisa:

### 1. ELEMENTOS DE ANÁLISE

Tabela B.1: Altura Central e de Canto dos Pilares e das Fundações

Grupos	Altura do Pilar Canto (m)	Altura do Pilar Central (m)	Profundidade da Fundação Central (m)	Profundidade da Fundação de Canto (m)
A	6,5	6,5	8	8
B	6,5	6,5	16	16
C	13	13	8	8
D	13	13	16	16

Tabela B.2: Tipos de Solo

Tipo de Solo	Coefficiente Horizontal do Terreno (kN/m <sup>3</sup> )	Coefficiente Vertical do Terreno (kN/m <sup>3</sup> )
Argila Arenosa	2000	2500
Argila com Silte	4000	5000
Argila Dura	7000	10000
Maciço Rígido	-	-

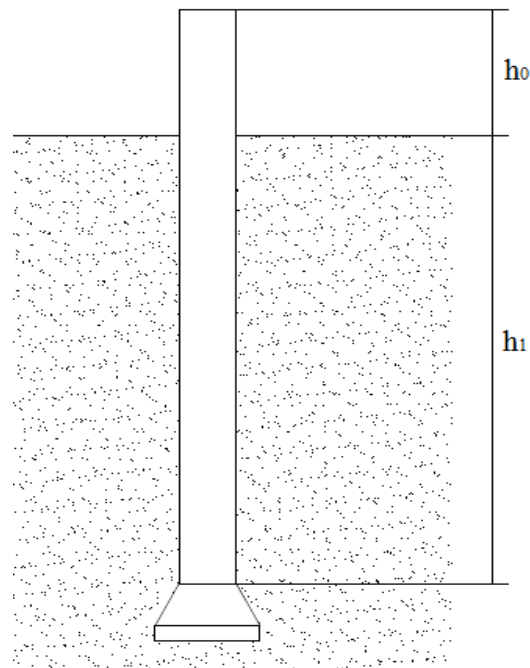


Figura B.1: Representação da Parte Livre (Pilar) e da Parte Enterrada (Fundação)



## 2. DESLOCAMENTO NO PÓRTICO

Os deslocamentos existentes nos pórticos da ponte em questão são apresentados através das imperfeições geométricas, mostrado pelas equações (2.26) a (2.28).

Para pilar de 6,5m:

$$\theta_1 = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{H}} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{6,5}} = 0,00392$$

$$\theta_1 > \theta_{1,\text{mín.}} \Rightarrow \theta_1 = \theta_{\Delta} = 0,00392$$

$$\Delta_{\text{Pórtico}} = 0,00392 \cdot 6,5 = 0,0255 \text{ m}$$

Para pilar de 13m:

$$\theta_1 = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{H}} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{13}} = 0,00277$$

$$\theta_1 > \theta_{1,\text{mín.}} \Rightarrow \theta_1 = \theta_{\Delta} = 0,00277$$

$$\Delta_{\text{Pórtico}} = 0,00277 \cdot 13 = 0,0361 \text{ m}$$

Com a obtenção do deslocamento e a força horizontal correspondente ao pórtico, determina-se a inércia equivalente para cada pilar:

$$E = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 4760 \cdot \sqrt{35} = 28160,54 \text{ MPa} = 28160540 \text{ kN/m}^2$$

$$I_{\text{Pilar}} = \frac{FH^3}{3E_{\text{Pilar}}\Delta_{\text{Pórtico}}}$$

Para pilar de 6,5m:

$$I_{\text{Pilar}} = \frac{80 \cdot 6,5^3}{3 \cdot 28160540 \cdot 0,0255}$$

$$I_{\text{Pilar}} = 0,0102 \text{ m}^4$$

Para pilar de 13m:

$$I_{\text{Pilar}} = \frac{80 \cdot 13^3}{3 \cdot 28160540 \cdot 0,0361}$$

$$I_{\text{Pilar}} = 0,0577 \text{ m}^4$$

### 3. RIGIDEZ EM CADA GRUPO

#### GRUPO: A

##### TIPO DE SOLO: ARGILA ARENOSA

###### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 14,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,08333333	35	28160539,8

###### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	2000	0,00085226

###### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	2000	0,00085226

###### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,3333	13333,33333	13333,3333
Kpl	25635,4481	25635,44813	25635,4481
Kpe	3792,34234	3792,342335	3792,34234
K	2647,61962	2647,61962	2647,61962
Soma K	7942,858861		
K / Soma K	0,33333333	0,333333333	0,33333333

###### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 14,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,0718688	35	28160539,8

###### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	2000	0,00108703

###### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	2000	0,00108703

###### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,333	13333,33333	13333,3333
Kpl	22108,679	22108,67925	22108,6792
Kpe	3524,7658	3524,7658	3524,7658
K	2475,6281	2475,628073	2475,62807
Soma K	7426,884219		
K / Soma K	0,33333333	0,333333333	0,33333333

##### TIPO DE SOLO: ARGILA COM SILTE

###### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 14,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,08333333	35	28160539,8

###### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	4000	0,00170451

###### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	4000	0,00170451

###### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,3333	13333,33333	13333,3333
Kpl	25635,4481	25635,44813	25635,4481
Kpe	4862,11819	4862,118192	4862,11819
K	3128,12655	3128,126545	3128,12655
Soma K	9384,379635		
K / Soma K	0,33333333	0,333333333	0,33333333

###### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 14,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,0718688	35	28160539,8

###### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	4000	0,00217406

###### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	4000	0,00217406

###### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,333	13333,33333	13333,3333
Kpl	22108,679	22108,67925	22108,6792
Kpe	4701,5192	4701,519242	4701,51924
K	3003,6496	3003,649646	3003,64965
Soma K	9010,948937		
K / Soma K	0,33333333	0,333333333	0,33333333

### TIPO DE SOLO: ARGILA DURA

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 14,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,08333333	35	28160539,8

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 14,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,0718688	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	7000	0,0029829

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	7000	0,0038046

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	7000	0,0029829

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	7000	0,0038046

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,3333	13333,3333	13333,3333
Kpl	25635,4481	25635,4481	25635,4481
Kpe	6466,78198	6466,781976	6466,78198
K	3722,3859	3722,385902	3722,3859
Soma K	11167,15771		
K / Soma K	0,33333333	0,33333333	0,33333333

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,333	13333,3333	13333,3333
Kpl	22108,679	22108,67925	22108,6792
Kpe	6466,6494	6466,649406	6466,64941
K	3638,0743	3638,074281	3638,07428
Soma K	10914,22284		
K / Soma K	0,3333333	0,33333333	0,33333333

### TIPO DE SOLO: MACIÇO RÍGIDO

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 14,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,08333333	35	28160539,8

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 14,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,0718688	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	-	4261,28196

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	-	5435,1442

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	-	4261,28196

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	8	-	5435,1442

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,3333	13333,3333	13333,3333
Kpl	25635,4481	25635,4481	25635,4481
Kpe	5348882005	5348882005	5348882005
K	8771,26258	8771,262578	8771,26258
Soma K	26313,78773		
K / Soma K	0,33333333	0,33333333	0,33333333

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,333	13333,3333	13333,3333
Kpl	22108,679	22108,67925	22108,6792
Kpe	5,884E+09	5883769559	5883769559
K	8317,3034	8317,303443	8317,30344
Soma K	24951,91033		
K / Soma K	0,3333333	0,33333333	0,33333333

Tabela B.3: Resumo das Rigidezes e das Distribuições no Grupo A

Pilar	Tipo de Solo	Seção	k	k/soma k
CANTO OU CENTRAL	Argila Arenosa	Quadrada	2647,62	0,333
		Circular	2475,63	0,333
	Argila com Silte	Quadrada	3128,13	0,333
		Circular	3003,65	0,333
	Argila Dura	Quadrada	3722,39	0,333
		Circular	3638,07	0,333
	Maciço Rígido	Quadrada	8771,26	0,333
		Circular	8317,3	0,333

## GRUPO: B

### TIPO DE SOLO: ARGILA ARENOSA

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 22,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,083333333	35	28160539,77

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	2000	0,000852256

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	2000	0,000852256

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33333	13333,33333	13333,33333
Kpl	25635,44813	25635,44813	25635,44813
Kpe	8849,38665	8849,38665	8849,38665
K	4405,079341	4405,079341	4405,079341
Soma K	13215,23802		
K / Soma K	0,333333333	0,333333333	0,333333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 22,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,0718688	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	2000	0,00108703

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	2000	0,00108703

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,333	13333,33333	13333,33333
Kpl	22108,679	22108,67925	22108,6792
Kpe	9579,4392	9579,439167	9579,43917
K	4451,9366	4451,936556	4451,93656
Soma K	13355,80967		
K / Soma K	0,3333333	0,333333333	0,333333333

### TIPO DE SOLO: ARGILA COM SILTE

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 22,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,083333333	35	28160539,77

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	4000	0,001704513

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	4000	0,001704513

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33333	13333,33333	13333,33333
Kpl	25635,44813	25635,44813	25635,44813
Kpe	17046,82399	17046,82399	17046,82399
K	5791,379266	5791,379266	5791,379266
Soma K	17374,1378		
K / Soma K	0,333333333	0,333333333	0,333333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 22,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,0718688	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	4000	0,00217406

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	4000	0,00217406

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,333	13333,33333	13333,33333
Kpl	22108,679	22108,67925	22108,6792
Kpe	18596,62	18596,62024	18596,6202
K	5746,9838	5746,983846	5746,98385
Soma K	17240,95154		
K / Soma K	0,3333333	0,333333333	0,333333333

### TIPO DE SOLO: ARGILA DURA

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 22,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,083333333	35	28160539,77

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	7000	0,002982897

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	7000	0,002982897

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33333	13333,33333	13333,33333
Kpl	25635,44813	25635,44813	25635,44813
Kpe	29342,98	29342,98	29342,98
K	6752,733097	6752,733097	6752,733097
Soma K	20258,19929		
K / Soma K	0,333333333	0,333333333	0,333333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 22,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,0718688	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	7000	0,0038046

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	7000	0,0038046

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,333	13333,33333	13333,33333
Kpl	22108,679	22108,67925	22108,6792
Kpe	32122,392	32122,39186	32122,3919
K	6606,6764	6606,676396	6606,6764
Soma K	19820,02919		
K / Soma K	0,33333333	0,333333333	0,333333333

### TIPO DE SOLO: MACIÇO RÍGIDO

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 22,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,083333333	35	28160539,77

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	-	4261,281957

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	-	4261,281957

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33333	13333,33333	13333,33333
Kpl	25635,44813	25635,44813	25635,44813
Kpe	40987187363	40987187363	40987187363
K	8771,275084	8771,275084	8771,275084
Soma K	26313,82525		
K / Soma K	0,333333333	0,333333333	0,333333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 22,5m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,0718688	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	-	5435,1442

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
6,5	16	-	5435,1442

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,333	13333,33333	13333,33333
Kpl	22108,679	22108,67925	22108,6792
Kpe	4,509E+10	45085905944	4,5086E+10
K	8317,3137	8317,313666	8317,31367
Soma K	24951,941		
K / Soma K	0,33333333	0,333333333	0,333333333

Tabela B.4: Resumo das Rigidezes e das Distribuições no Grupo B

Pilar	Tipo de Solo	Seção	k	k/soma k
CANTO OU CENTRAL	Argila Arenosa	Quadrada	4405,08	0,333
		Circular	4451,94	0,333
	Argila com Silte	Quadrada	5791,38	0,333
		Circular	5746,98	0,333
	Argila Dura	Quadrada	6752,73	0,333
		Circular	6606,68	0,333
	Maciço Rígido	Quadrada	8771,28	0,333
		Circular	8317,31	0,333

## GRUPO: C

### TIPO DE SOLO: ARGILA ARENOSA

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 21m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,08333333	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	2000	0,00085226

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	2000	0,00085226

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,3333	13333,3333	13333,3333
Kpl	3204,43102	3204,43102	3204,43102
Kpe	1568,40381	1568,40381	1568,40381
K	975,934637	975,934637	975,934637
Soma K	2927,803911		
K / Soma K	0,33333333	0,33333333	0,33333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 21m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,071869	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	2000	0,00108703

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	2000	0,00108703

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33	13333,3333	13333,3333
Kpl	2763,585	2763,58491	2763,58491
Kpe	1457,742	1457,74184	1457,74184
K	890,5978	890,597757	890,597757
Soma K	2671,793272		
K / Soma K	0,333333	0,33333333	0,33333333

### TIPO DE SOLO: ARGILA COM SILTE

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 21m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,08333333	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	4000	0,00170451

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	4000	0,00170451

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,3333	13333,3333	13333,3333
Kpl	3204,43102	3204,43102	3204,43102
Kpe	2010,83236	2010,83236	2010,83236
K	1130,74284	1130,74284	1130,74284
Soma K	3392,228523		
K / Soma K	0,33333333	0,33333333	0,33333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 21m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,071869	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	4000	0,00217406

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	4000	0,00217406

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33	13333,3333	13333,3333
Kpl	2763,585	2763,58491	2763,58491
Kpe	1944,413	1944,41325	1944,41325
K	1051,367	1051,36683	1051,36683
Soma K	3154,100492		
K / Soma K	0,333333	0,33333333	0,33333333

### TIPO DE SOLO: ARGILA DURA

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 21m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,08333333	35	28160539,8

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 21m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,071869	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	7000	0,0029829

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	7000	0,0038046

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	7000	0,0029829

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	7000	0,0038046

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,3333	13333,3333	13333,3333
Kpl	3204,43102	3204,43102	3204,43102
Kpe	2674,47518	2674,47518	2674,47518
K	1314,10704	1314,10704	1314,10704
Soma K	3942,321134		
K / Soma K	0,33333333	0,33333333	0,33333333

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33	13333,3333	13333,3333
Kpl	2763,585	2763,58491	2763,58491
Kpe	2674,42	2674,42036	2674,42036
K	1233,408	1233,40813	1233,40813
Soma K	3700,224391		
K / Soma K	0,333333	0,33333333	0,33333333

### TIPO DE SOLO: MACIÇO RÍGIDO

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 21m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,08333333	35	28160539,8

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 21m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,071869	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	-	4261,28196

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	-	5435,1442

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	-	4261,28196

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	8	-	5435,1442

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,3333	13333,3333	13333,3333
Kpl	3204,43102	3204,43102	3204,43102
Kpe	2212143882	2212143882	2212143882
K	2583,52315	2583,52315	2583,52315
Soma K	7750,569438		
K / Soma K	0,33333333	0,33333333	0,33333333

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33	13333,3333	13333,3333
Kpl	2763,585	2763,58491	2763,58491
Kpe	2,43E+09	2433358003	2433358003
K	2289,119	2289,11917	2289,11917
Soma K	6867,357504		
K / Soma K	0,333333	0,33333333	0,33333333

Tabela B.5: Resumo das Rigidezes e das Distribuições no Grupo C

Pilar	Tipo de Solo	Seção	k	k/soma k
CANTO OU CENTRAL	Argila Arenosa	Quadrada	975,935	0,333
		Circular	890,598	0,333
	Argila com Silte	Quadrada	1130,74	0,333
		Circular	1051,37	0,333
	Argila Dura	Quadrada	1314,11	0,333
		Circular	1233,41	0,333
	Maciço Rígido	Quadrada	2583,52	0,333
		Circular	2289,12	0,333

## GRUPO: D

### TIPO DE SOLO: ARGILA ARENOSA

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 29m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,083333333	35	28160539,77

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	2000	0,000852256

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	2000	0,000852256

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33333	13333,33333	13333,33333
Kpl	3204,431016	3204,431016	3204,431016
Kpe	4619,424236	4619,424236	4619,424236
K	1656,877073	1656,877073	1656,877073
Soma K	4970,631218		
K / Soma K	0,333333333	0,333333333	0,333333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 29m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,071869	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	2000	0,00108703

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	2000	0,00108703

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33	13333,33333	13333,33333
Kpl	2763,585	2763,58491	2763,58491
Kpe	5000,515	5000,51531	5000,51531
K	1570,282	1570,28214	1570,28214
Soma K	4710,846423		
K / Soma K	0,333333	0,33333333	0,33333333

### TIPO DE SOLO: ARGILA COM SILTE

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 29m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,083333333	35	28160539,77

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	4000	0,001704513

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	4000	0,001704513

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33333	13333,33333	13333,33333
Kpl	3204,431016	3204,431016	3204,431016
Kpe	8898,527662	8898,527662	8898,527662
K	2002,218364	2002,218364	2002,218364
Soma K	6006,655093		
K / Soma K	0,333333333	0,333333333	0,333333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 29m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,071869	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	4000	0,00217406

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	4000	0,00217406

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33	13333,33333	13333,33333
Kpl	2763,585	2763,58491	2763,58491
Kpe	9707,529	9707,52908	9707,52908
K	1852,326	1852,32636	1852,32636
Soma K	5556,979086		
K / Soma K	0,333333	0,33333333	0,33333333



### TIPO DE SOLO: ARGILA DURA

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 29m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,083333333	35	28160539,77

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	7000	0,002982897

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	7000	0,002982897

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33333	13333,33333	13333,33333
Kpl	3204,431016	3204,431016	3204,431016
Kpe	15317,1828	15317,1828	15317,1828
K	2210,657834	2210,657834	2210,657834
Soma K	6631,973503		
K / Soma K	0,333333333	0,333333333	0,333333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 29m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,071869	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	7000	0,0038046

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	7000	0,0038046

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33	13333,3333	13333,3333
Kpl	2763,585	2763,58491	2763,58491
Kpe	16768,05	16768,0497	16768,0497
K	2014,155	2014,1552	2014,1552
Soma K	6042,465598		
K / Soma K	0,333333	0,33333333	0,33333333

### TIPO DE SOLO: MACIÇO RÍGIDO

#### SEÇÃO QUADRADA (ALTURA DE 29m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1	0,083333333	35	28160539,77

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	-	4261,281957

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	-	4261,281957

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33333	13333,33333	13333,33333
Kpl	3204,431016	3204,431016	3204,431016
Kpe	21395517471	21395517471	21395517471
K	2583,525851	2583,525851	2583,525851
Soma K	7750,577554		
K / Soma K	0,333333333	0,333333333	0,333333333

#### SEÇÃO CIRCULAR (ALTURA DE 29m):

Dimensão (m)	I (m <sup>4</sup> )	Fck (MPa)	E (kN/m <sup>2</sup> )
1,1	0,071869	35	28160539,8

#### PILAR CENTRAL

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	-	5435,1442

#### PILAR CANTO

h0 (m)	h1 (m)	m	Cr
13	16	-	5435,1442

#### NEOPRENE

G (kN/m <sup>2</sup> )	Área (m <sup>2</sup> )	Altura (m)
1000	0,48	0,036

	Rigidez		
	CANTO 1	CENTRAL	CANTO 2
Kn	13333,33	13333,3333	13333,3333
Kpl	2763,585	2763,58491	2763,58491
Kpe	2,35E+10	2,3535E+10	2,3535E+10
K	2289,121	2289,1211	2289,1211
Soma K	6867,363296		
K / Soma K	0,333333	0,33333333	0,33333333

Tabela B.6: Resumo das Rigidezes e das Distribuições no Grupo D

Pilar	Tipo de Solo	Seção	k	k/soma k
CANTO OU CENTRAL	Argila Arenosa	Quadrada	1656,88	0,333
		Circular	1570,28	0,333
	Argila com Silte	Quadrada	2002,22	0,333
		Circular	1852,33	0,333
	Argila Dura	Quadrada	2210,66	0,333
		Circular	2014,16	0,333
	Maciço Rígido	Quadrada	2583,53	0,333
		Circular	2289,12	0,333

### 3. AÇÕES

Tabela B.7: Ações Horizontais Longitudinais

<b>HORIZONTAIS LONGITUDINAIS</b>	Quadrado	Circular
n° de faixas	2,0	2,0
Base da Ponte (m)	13,0	13,0
Largura da Ponte (m)	45,0	45,0
<b>Frenagem/Aceleração (kN)</b>	146,25	146,25
Carga quando a ponte está descarregada (kN/m <sup>2</sup> )	1,5	1,5
Carga quando a ponte está carregada (kN/m <sup>2</sup> )	1,0	1,0
Ponte Descarregada: Altura da Superestrutura (Ponte + Barreira) (m)	2,8	2,8
Ponte Carregada: Altura da Superestrutura (Ponte + Camada de Asfalto) (m)	2,09	2,09
Ponte Descarregada: Altura do Trem Tipo (m)	0,0	0,0
Ponte Carregada: Altura do Trem Tipo (m)	2,0	2,0
<b>Vento Longitudinal (kN)</b>	59,51	59,51

Tabela B.8: Ações Horizontais Longitudinais

<b>HORIZONTAIS TRANSVERSAIS</b>	Quadrado	Circular
Largura da Ponte (m)	45	45
Carga quando a ponte está descarregada (kN/m <sup>2</sup> )	1,5	1,5
Carga quando a ponte está carregada (kN/m <sup>2</sup> )	1	1
Ponte Descarregada: Altura da Superestrutura (Ponte + Barreira) (m)	2,8	2,8
Ponte Carregada: Altura da Superestrutura (Ponte + Camada de Asfalto) (m)	2,09	2,09
Ponte Descarregada: Altura do Trem Tipo (m)	0	0
Ponte Carregada: Altura do Trem Tipo (m)	2	2
Vento (kN)	189	189
Argila Arenosa: Soma (K.x <sup>2</sup> )	1715658	1604207
Argila com Silte: Soma (K.x <sup>2</sup> )	2027026	1946365
Argila Dura: Soma (K.x <sup>2</sup> )	2412106	2357472
Maciço Rígido: Soma (K.x <sup>2</sup> )	5683778	5389613
Argila Arenosa: 1° Sentido	63	63
Argila com Silte: 1° Sentido	63	63
Argila Dura: 1° Sentido	63	63
Maciço Rígido: 1° Sentido	63	63
Argila Arenosa: 2° Sentido	63	63
Argila com Silte: 2° Sentido	63	63
Argila Dura: 2° Sentido	63	63
Maciço Rígido: 2° Sentido	63	63
<b>Argila Arenosa: Vento Transversal (kN)</b>	63	63
<b>Argila com Silte: Vento Transversal (kN)</b>	63	63
<b>Argila Dura: Vento Transversal (kN)</b>	63	63
<b>Maciço Rígido: Vento Transversal (kN)</b>	63	63
K	0,71	0,34
Velocidade da Água (m/s)	2	2
Carga da Água (kN/m <sup>2</sup> )	2,84	1,36
Área de Contato da Água, admitindo uma altura de 3,5 de contato (m <sup>2</sup> )	3,5	3,85
<b>Força da Água (kN)</b>	9,94	5,236

## 4. ARMADURA

Tabela B.9: Esbeltez e Método Utilizado por Grupo

Grupos	Esbeltez Adotada	Método Utilizado
A	$35 < 47,27 \leq 90$	Rigidez K
B		
C	$90 < 94,55 \leq 140$	Diagrama M, N, $1/r$
D		

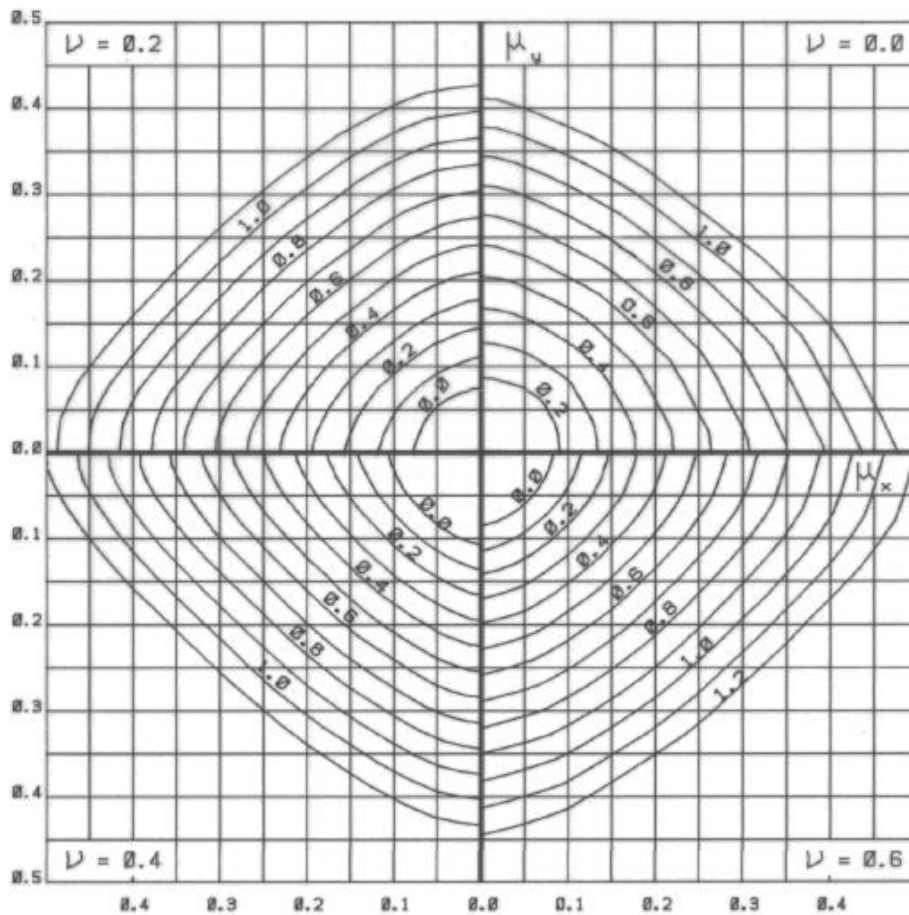


Figura B.2: Ábaco de Flexão Oblíqua Composta para o Método da Rigidez K na Seção Quadrada (PINHEIRO, 2010)

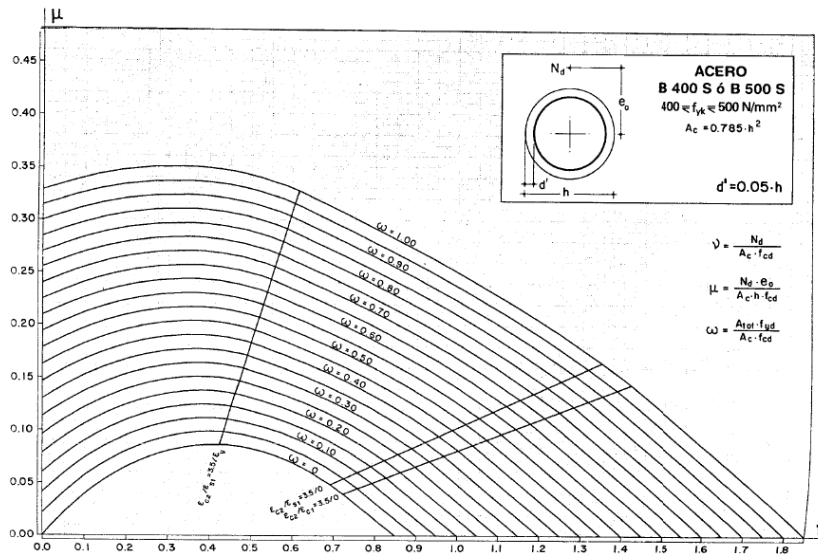


Figura B.3: Ábaco de Flexão Oblíqua Composta para o Método da Rigidez K na Seção Circular (MONTROYA, 2000)

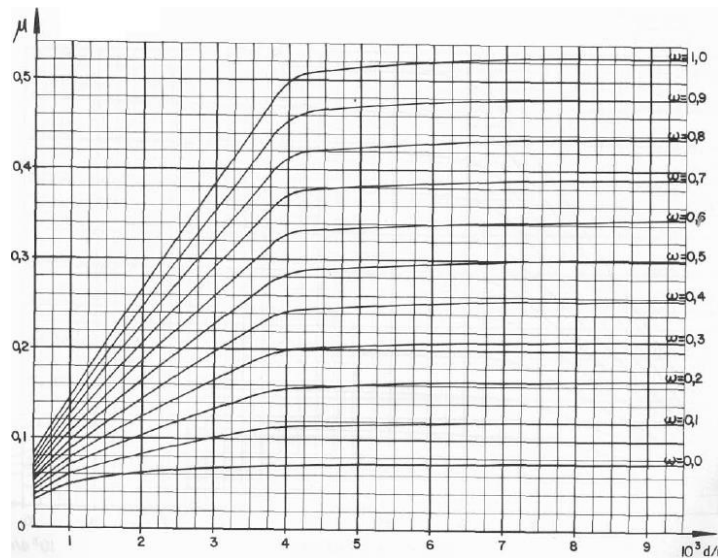


Figura B.4: Gráfico utilizado no método Diagrama M, N, 1/r para a taxa mecânica (FUSCO, 1981)

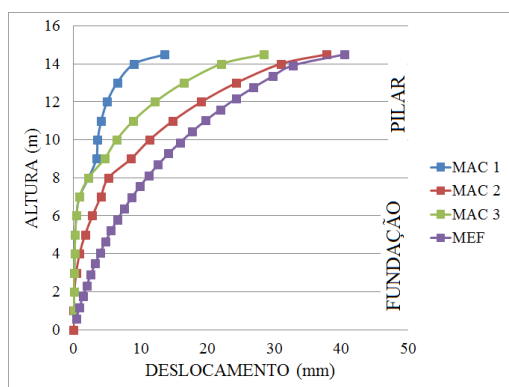
Tabela B.10: Armaduras nos Pilares

Método do Pilar-Padrão com Rigidez Aproximada (Rigidez K)									
Seção do Pilar	Altura (m)	k1	k2	Momento Resultante	v	Excentricidade Final	u	w	As
Quadrada	6,5	0,42	642,89	779,10	0,30	0,28	0,14	0,50	100,08
Circular		0,42	1009,17	828,26	0,47	0,58	0,25	0,70	140,11
Método do Pilar-Padrão Acoplado a Diagramas M-N-1/r									
Seção do Pilar	Altura (m)	v	u1	h/d	tanθ	u2	u,final	w	As
Quadrada	13	0,21	0,44	1,06	0,02	0,08	0,52	1,00	240,19
Circular		0,21	0,46	1,06	0,01	0,04	0,50	1,00	240,19

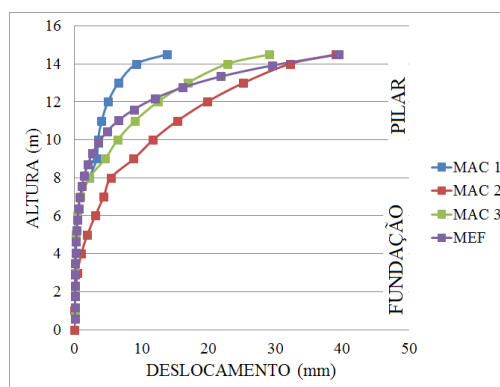
## APÊNDICE C – GRÁFICOS LINEARES E NÃO LINEARES

Este Apêndice tem como função apresentar os gráficos referentes à análise linear e não linear apresentados nos resultados desta pesquisa:

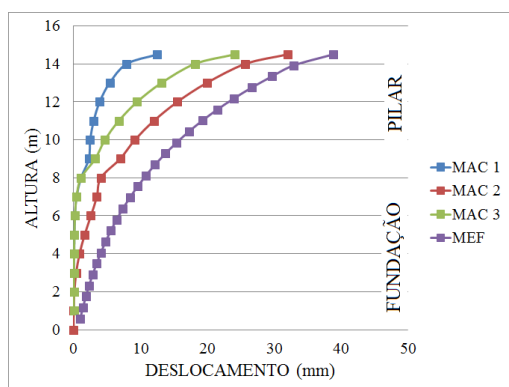
### 1. COTA x DESLOCAMENTO



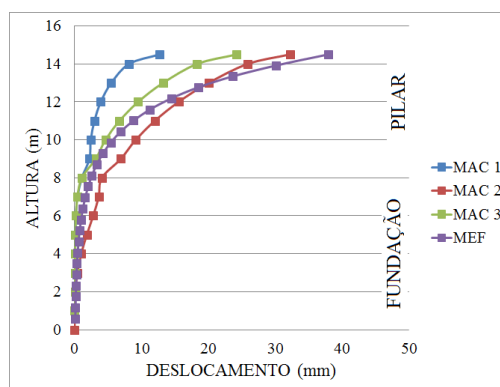
(a) MPA1Q



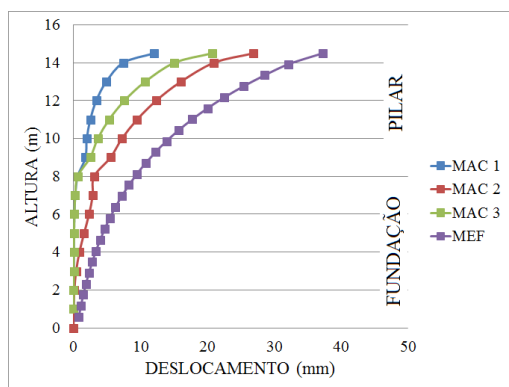
(b) MPA1C



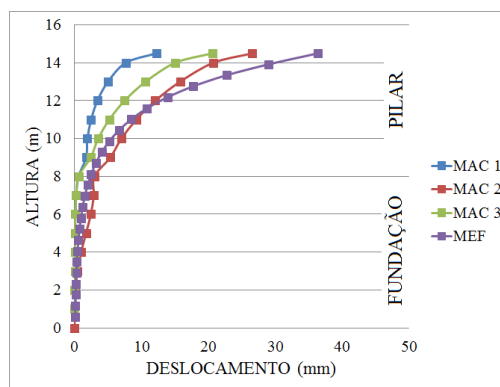
(c) MPA2Q



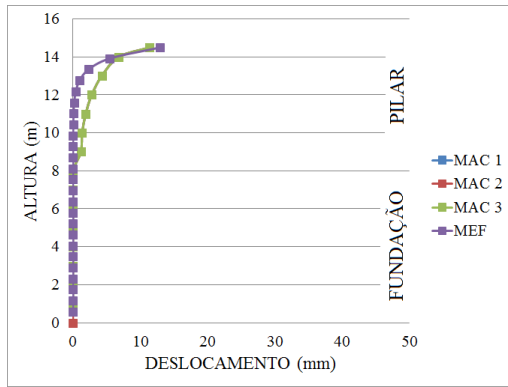
(d) MPA2C



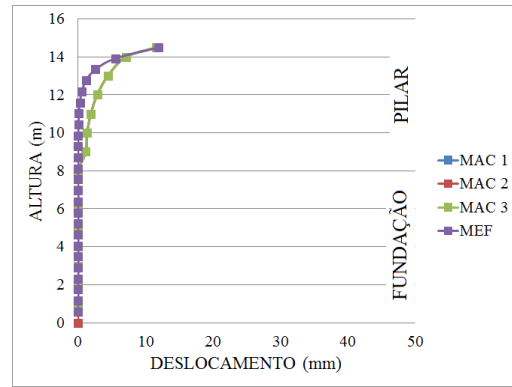
(e) MPA3Q



(f) MPA3C

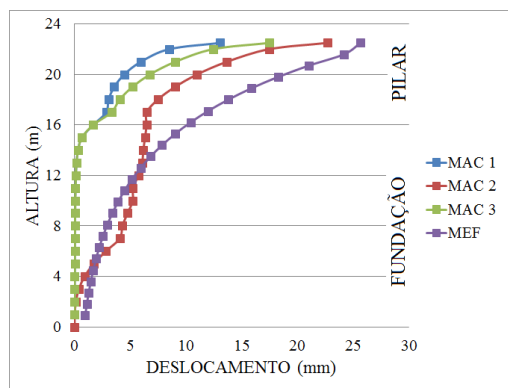


(g) MPA4Q

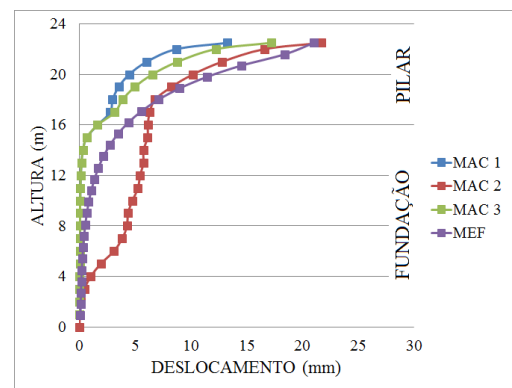


(h) MPA4C

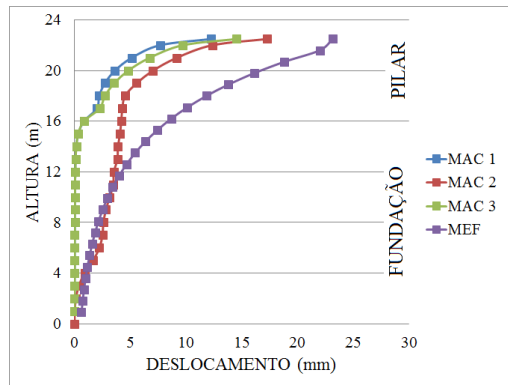
Figura C.1: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo A



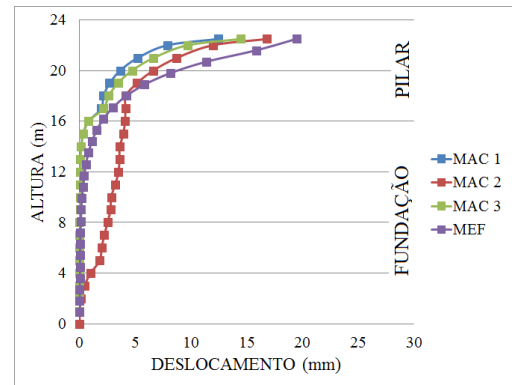
(a) MPB1Q



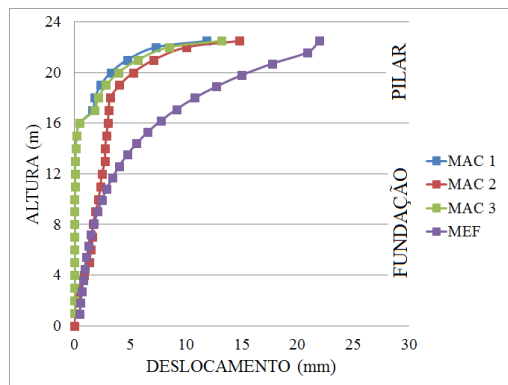
(b) MPB1C



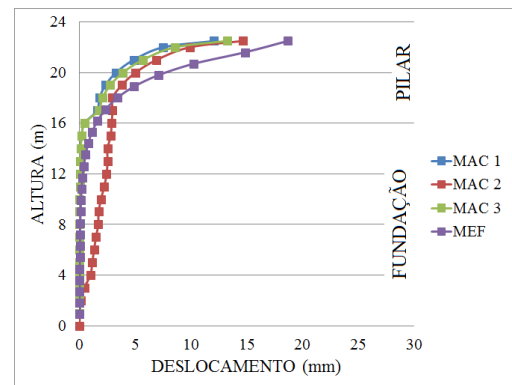
(c) MPB2Q



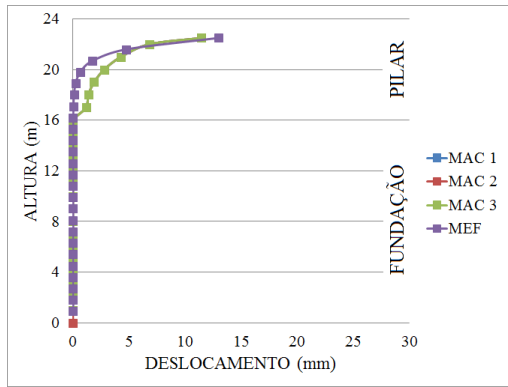
(d) MPB2C



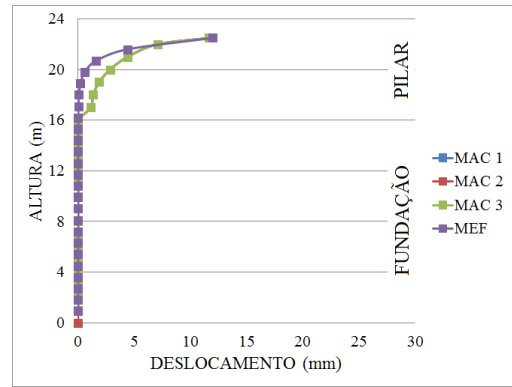
(e) MPB3Q



(f) MPB3C

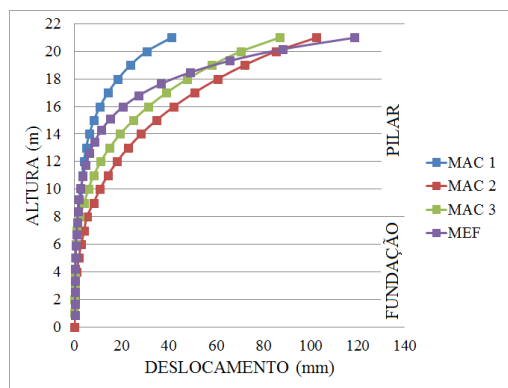


(g) MPB4Q

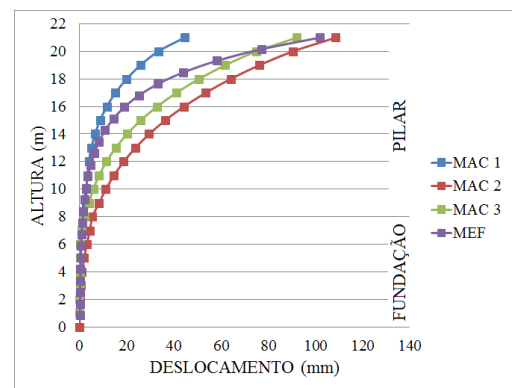


(h) MPB4C

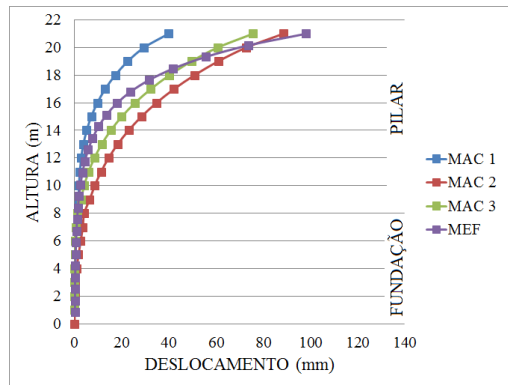
Figura C.2: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo B



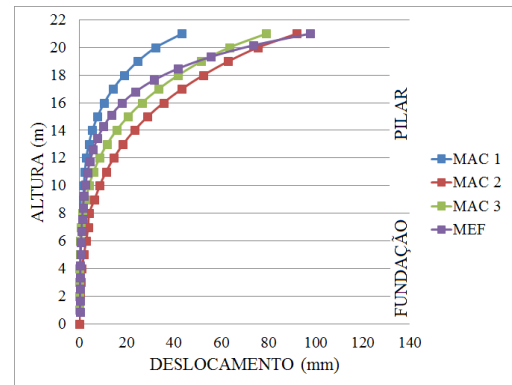
(a) MPC1Q



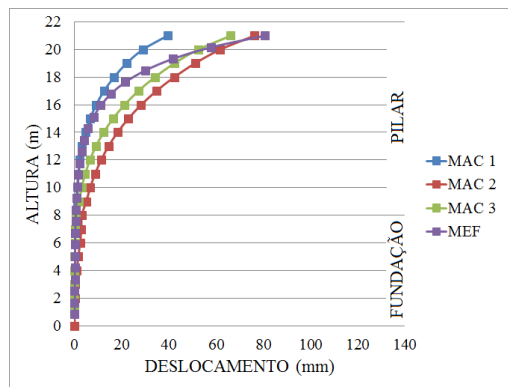
(b) MPC1C



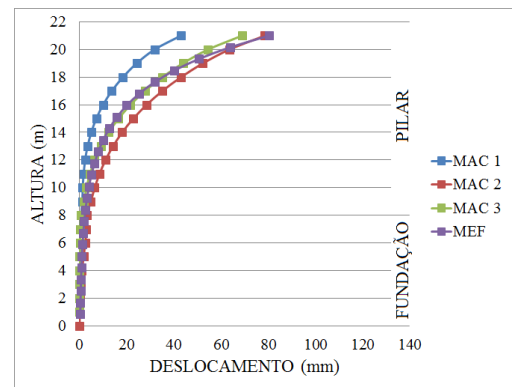
(c) MPC2Q



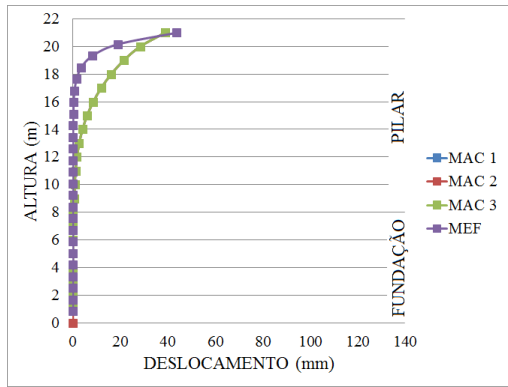
(d) MPC2C



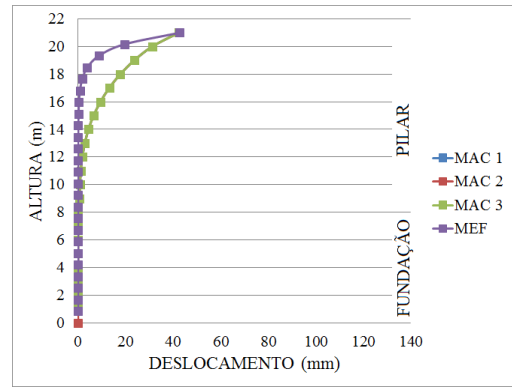
(e) MPC3Q



(f) MPC3C

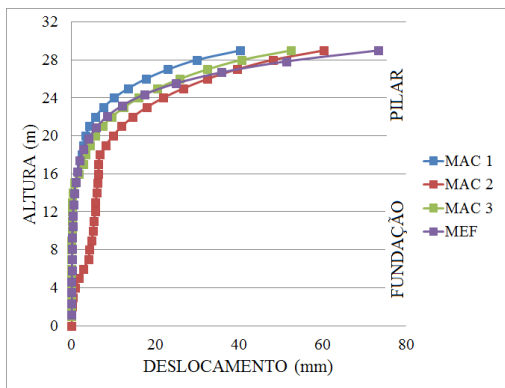


(g) MPC4Q

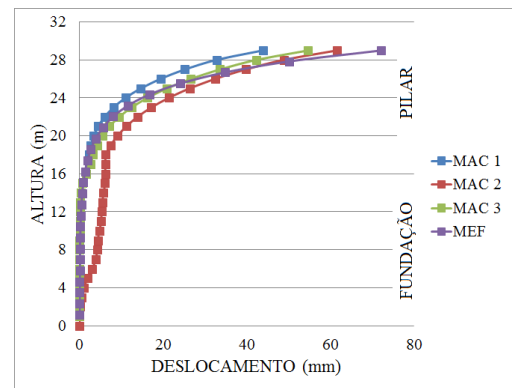


(h) MPC4C

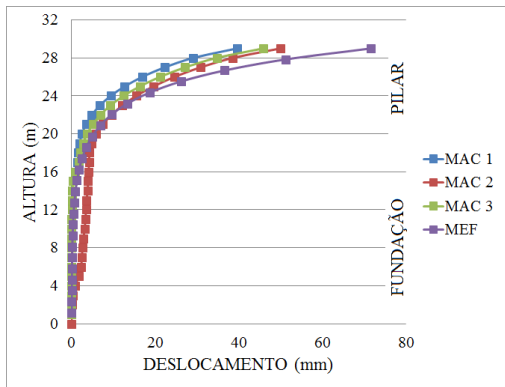
Figura C.3: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo C



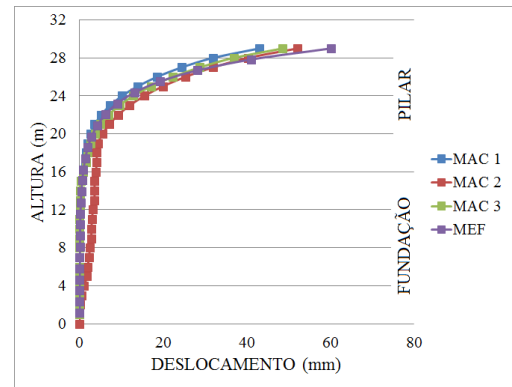
(a) MPD1Q



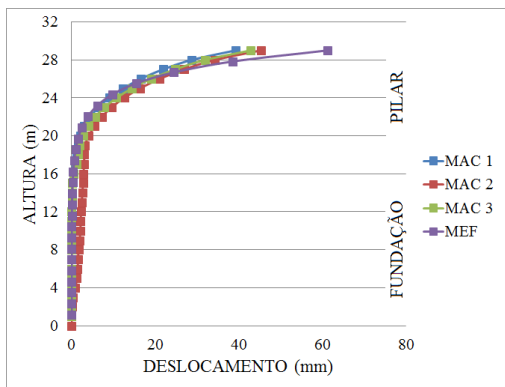
(b) MPD1C



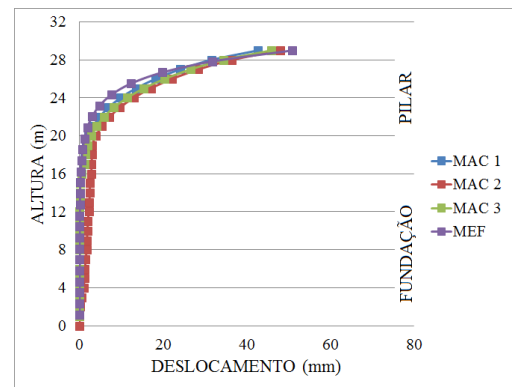
(c) MPD2Q



(d) MPD2C

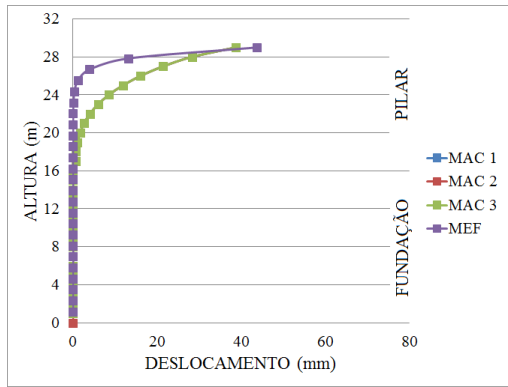


(e) MPD3Q

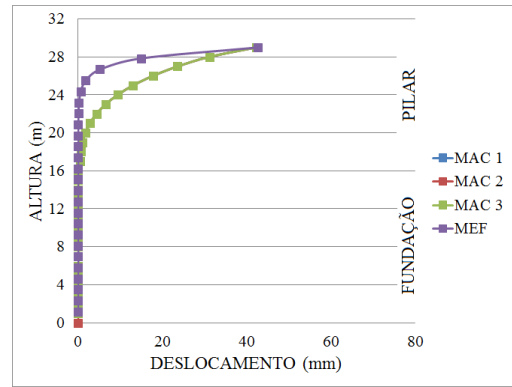


(f) MPD3C





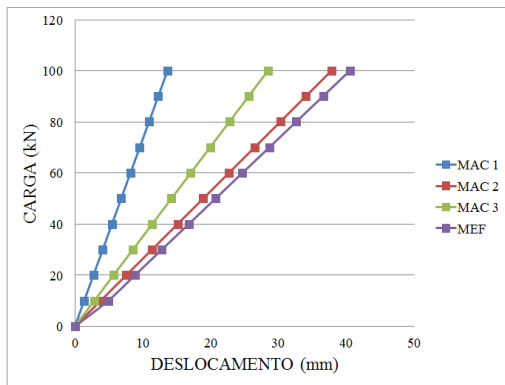
(g) MPC4Q



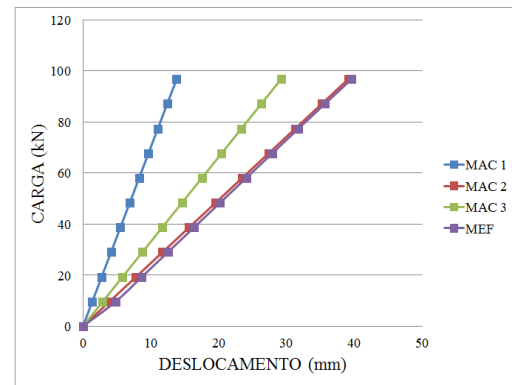
(h) MPC4C

Figura C.4: Altura x Deslocamento nos Modelos do Grupo D

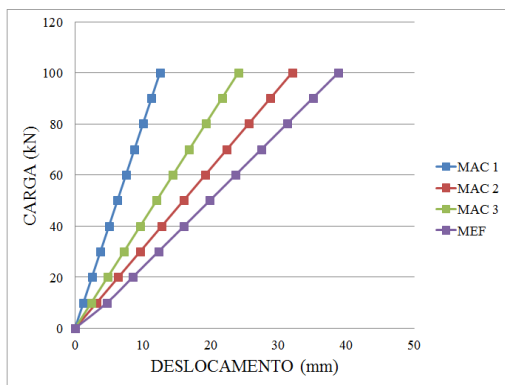
## 2. CARGA x DESLOCAMENTO LINEAR



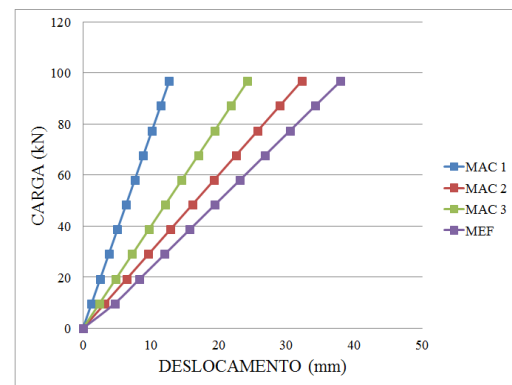
(a) MPA1Q



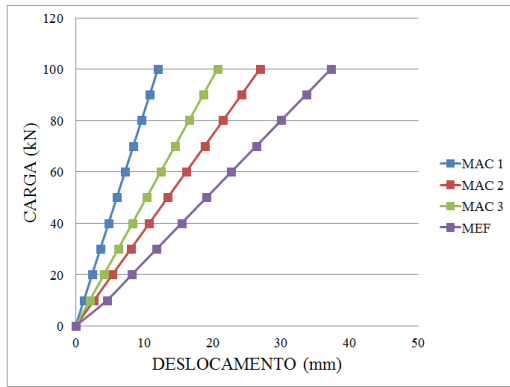
(b) MPA1C



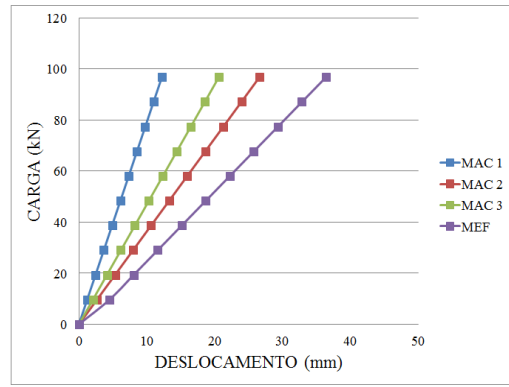
(c) MPA2Q



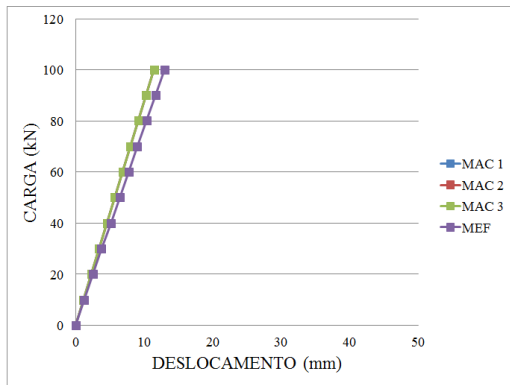
(d) MPA2C



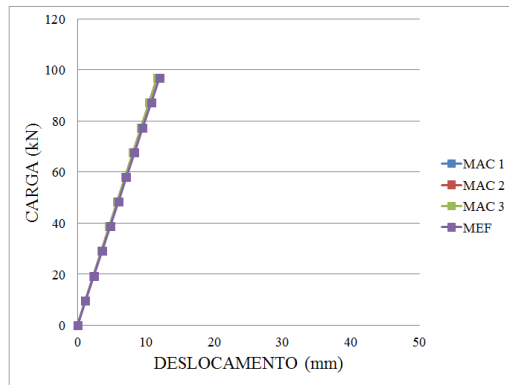
(e) MPA3Q



(f) MPA3C

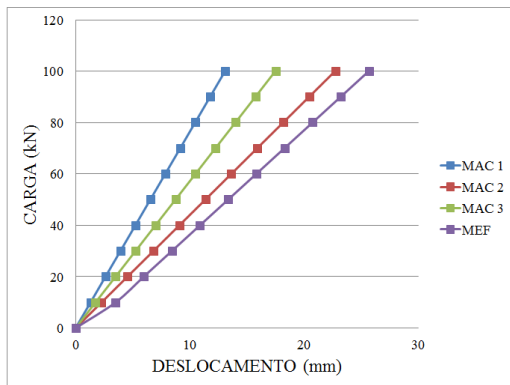


(g) MPA4Q

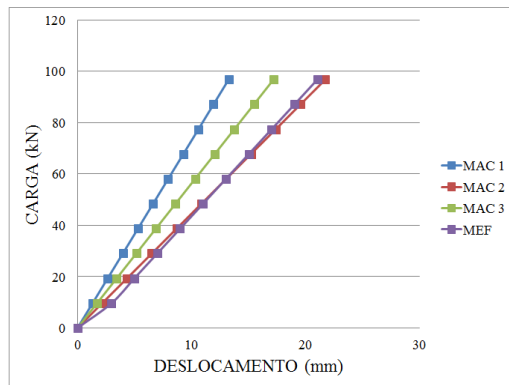


(h) MPA4C

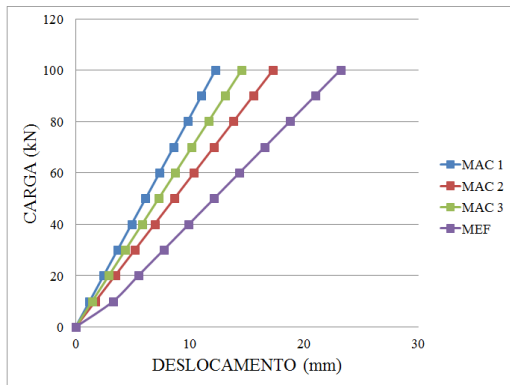
Figura C.5: Comportamento Linear no Grupo A



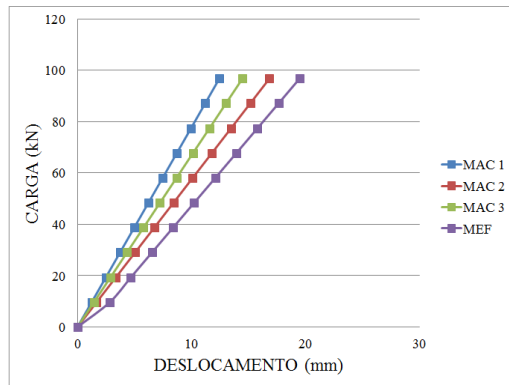
(a) MPB1Q



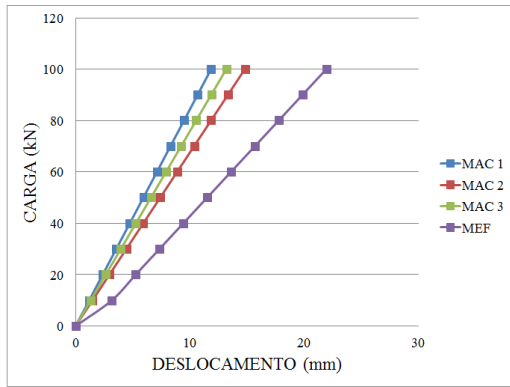
(b) MPB1C



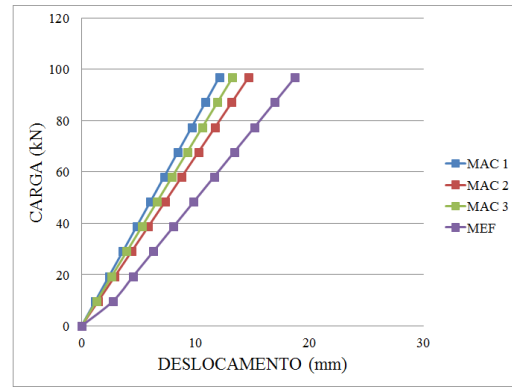
(c) MPB2Q



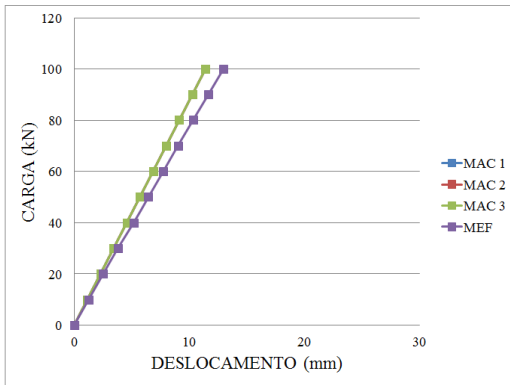
(d) MPB2C



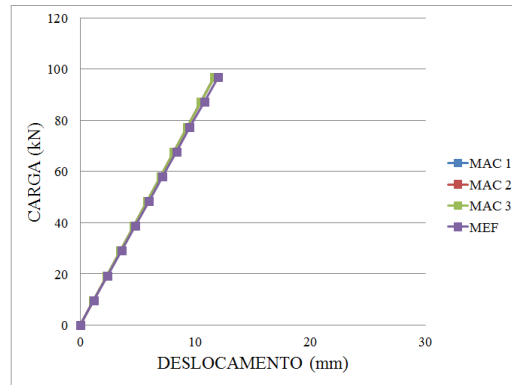
(e) MPB3Q



(f) MPB3C

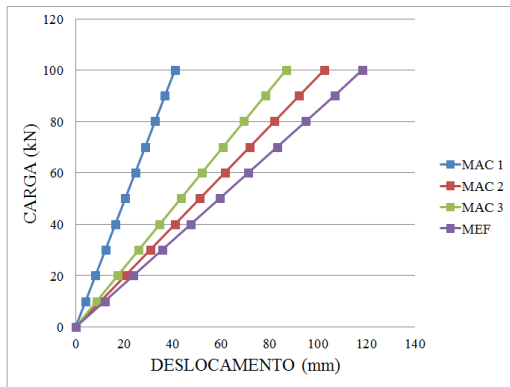


(g) MPB4Q

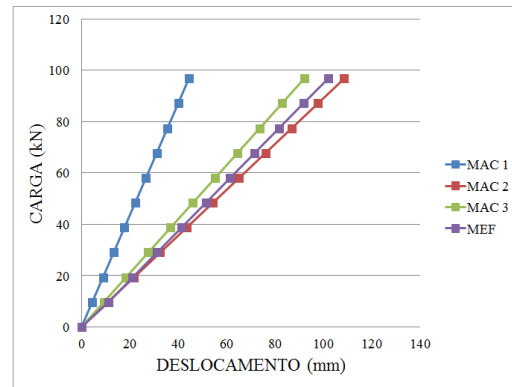


(h) MPB4C

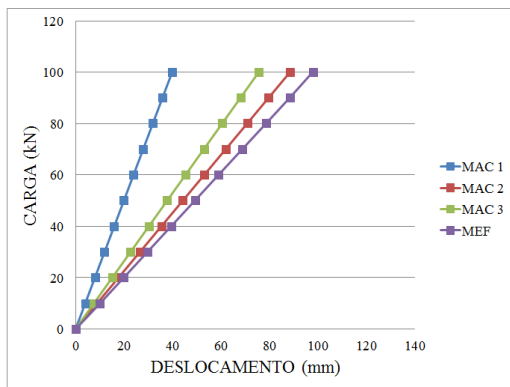
Figura C.6: Comportamento Linear no Grupo B



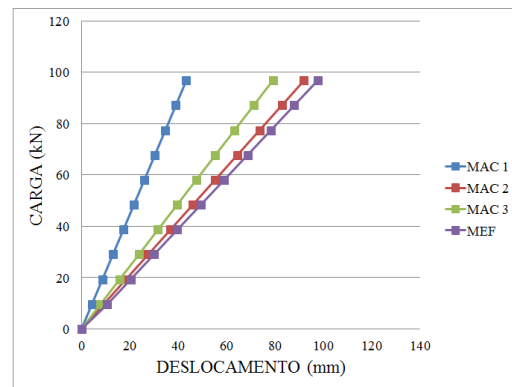
(a) MPC1Q



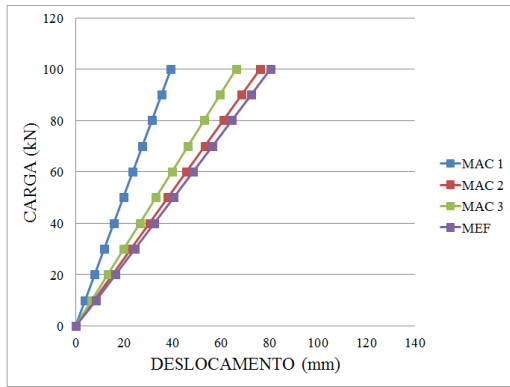
(b) MPC1C



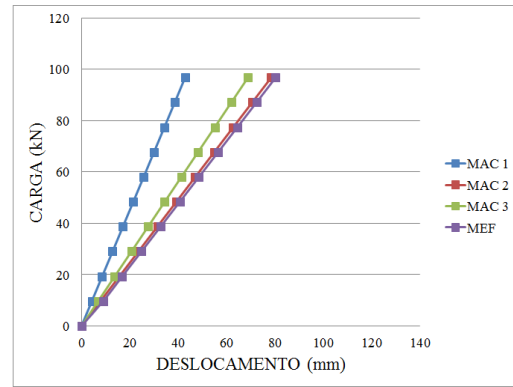
(c) MPC2Q



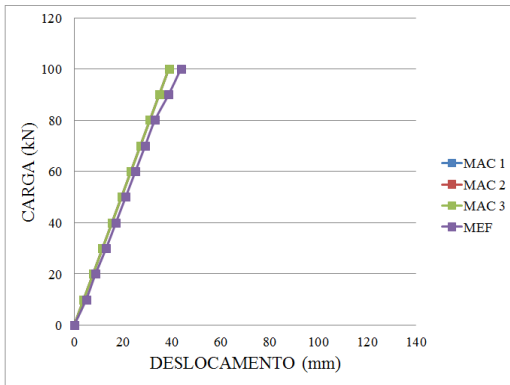
(d) MPC2C



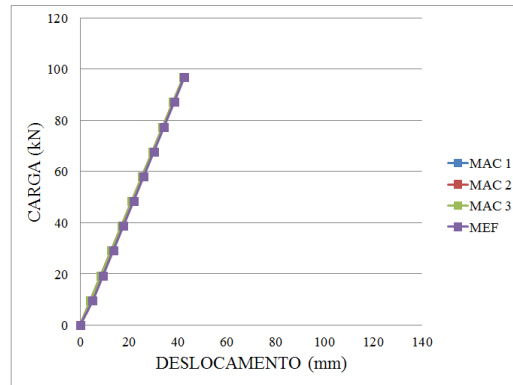
(e) MPC3Q



(f) MPC3C

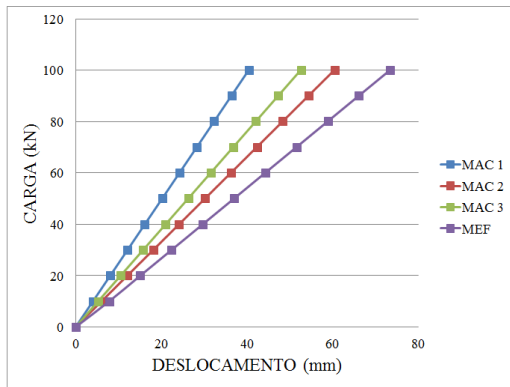


(g) MPC4Q

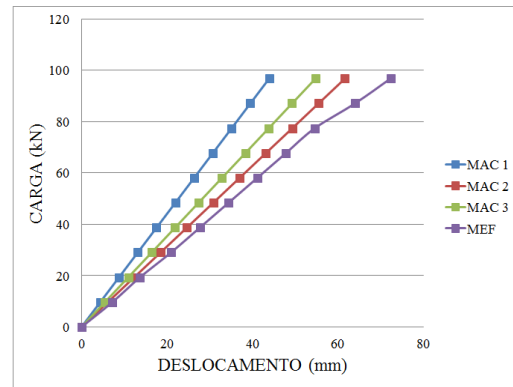


(h) MPC4C

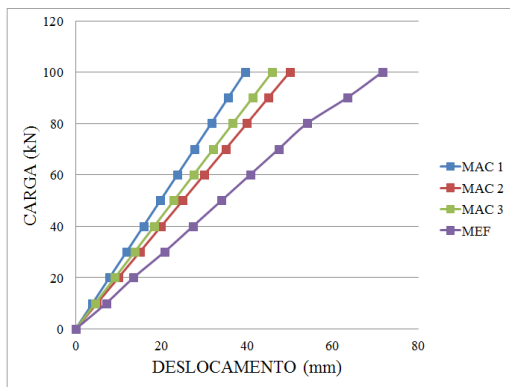
Figura C.7: Comportamento Linear no Grupo C



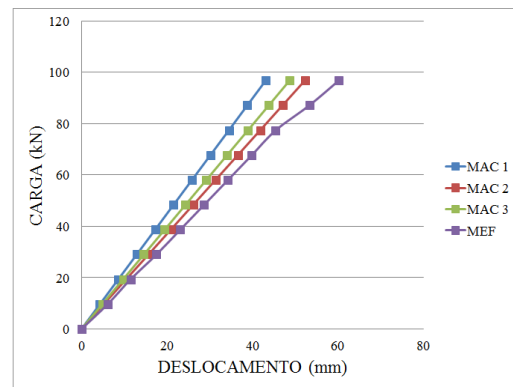
(a) MPD1Q



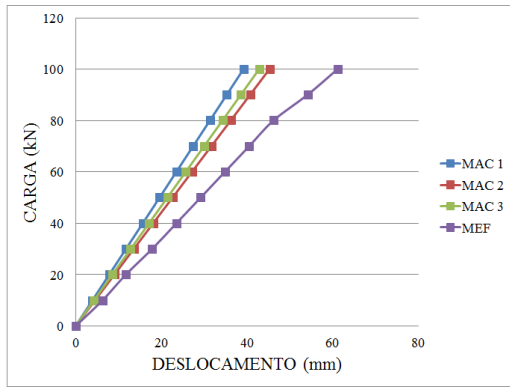
(b) MPD1C



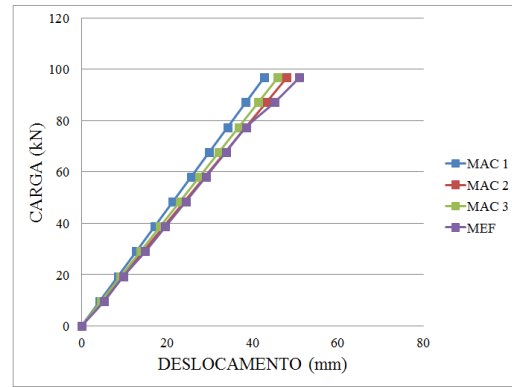
(c) MPD2Q



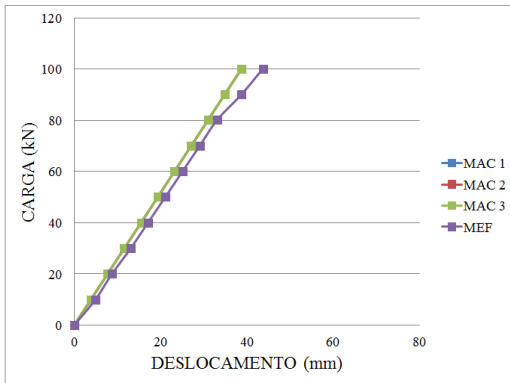
(d) MPD2C



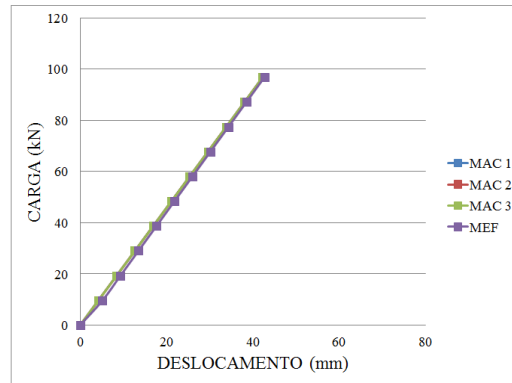
(e) MPD3Q



(f) MPD3C



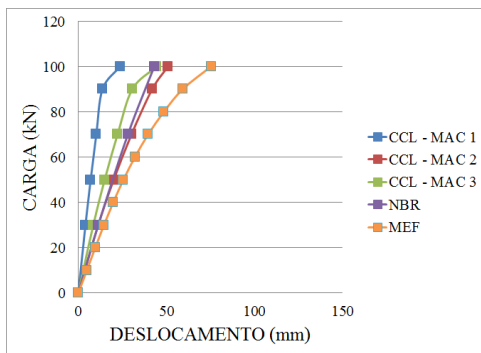
(g) MPD4Q



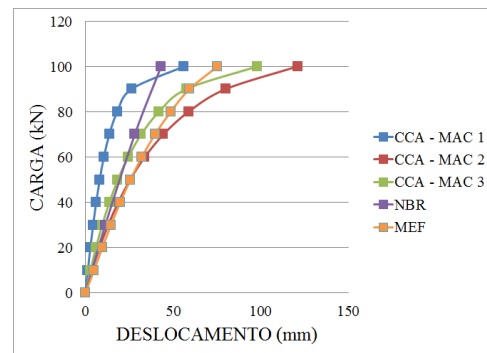
(h) MPD4C

Figura C.8: Comportamento Linear no Grupo D

### 3. CARGA x DESLOCAMENTO NÃO LINEAR

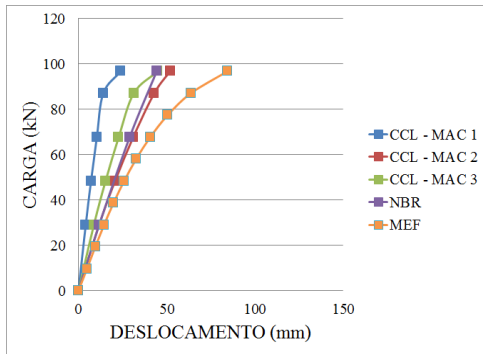


(a) CCL

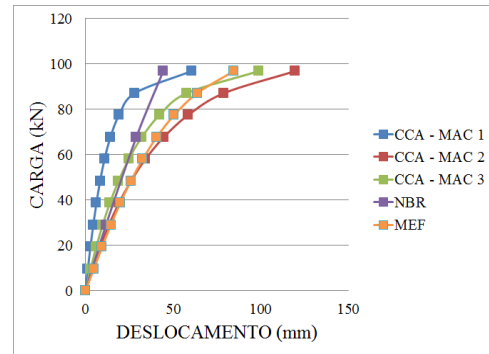


(b) CCA

Figura C.9: Curvas Calibradas no Modelo MPA1Q

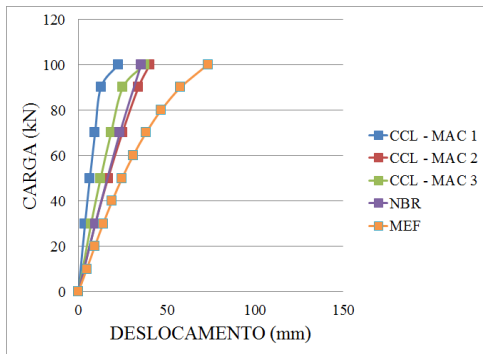


(a) CCL

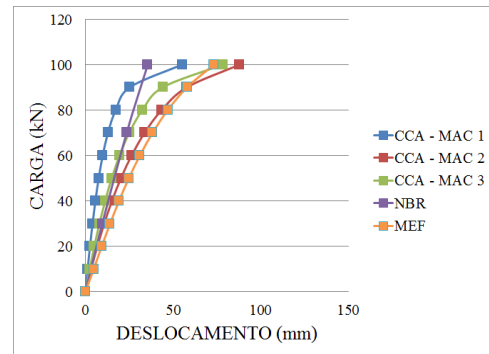


(b) CCA

Figura C.10: Curvas Calibradas no Modelo MPA1C

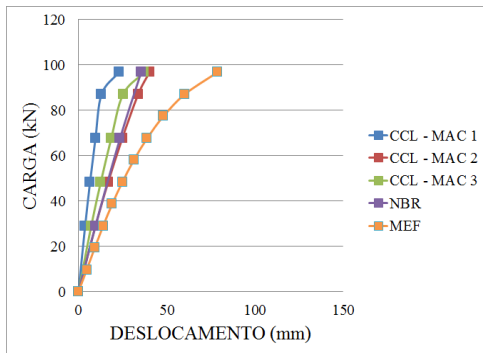


(a) CCL

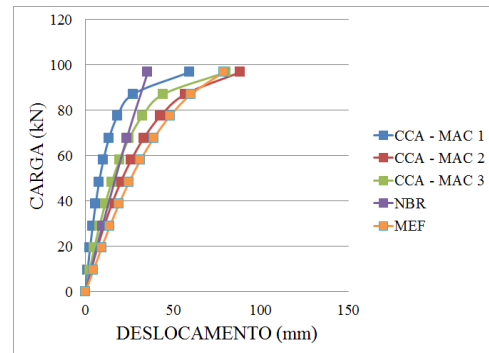


(b) CCA

Figura C.11: Curvas Calibradas no Modelo MPA2Q

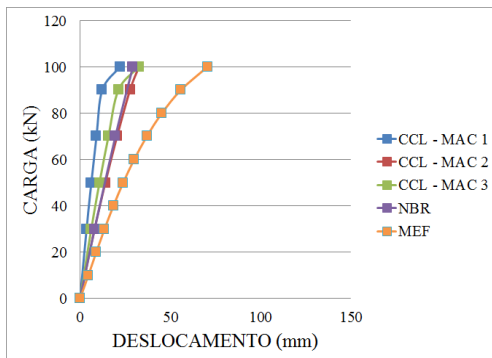


(a) CCL

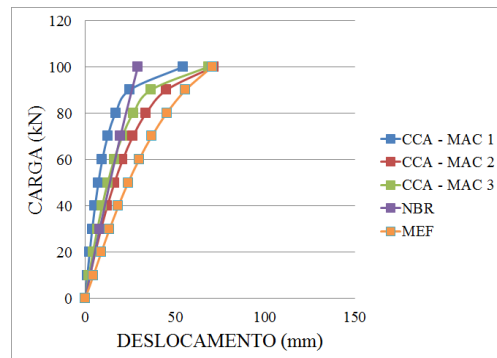


(b) CCA

Figura C.12: Curvas Calibradas no Modelo MPA2C

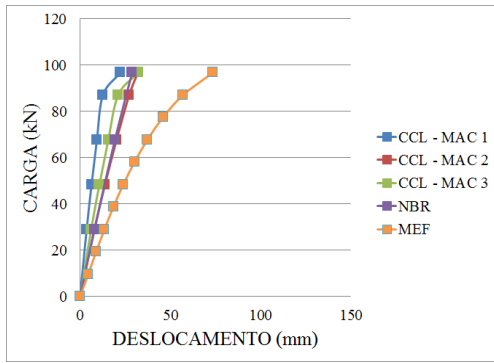


(a) CCL

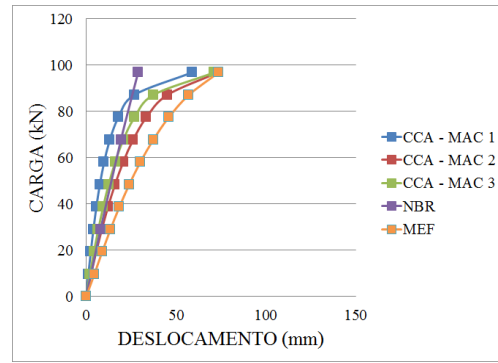


(b) CCA

Figura C.13: Curvas Calibradas no Modelo MPA3Q

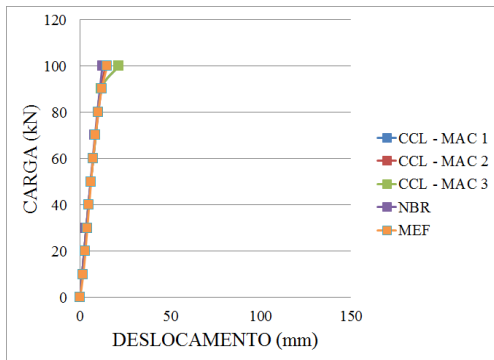


(a) CCL

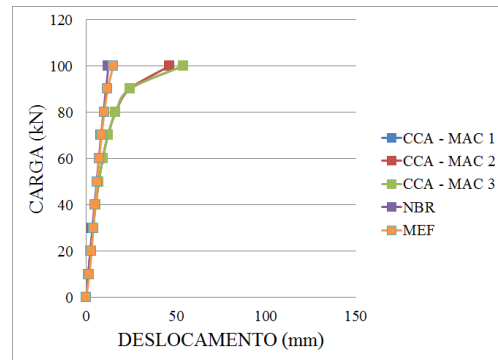


(b) CCA

Figura C.14: Curvas Calibradas no Modelo MPA3C

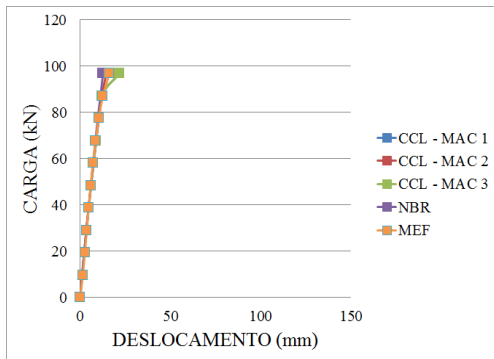


(a) CCL

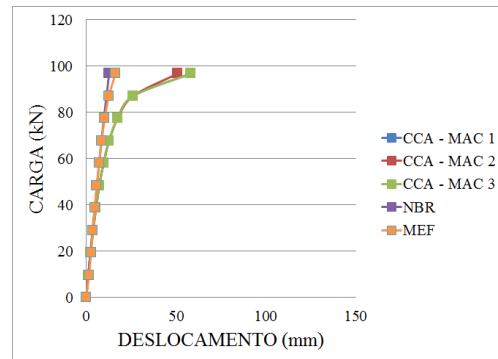


(b) CCA

Figura C.15: Curvas Calibradas no Modelo MPA4Q

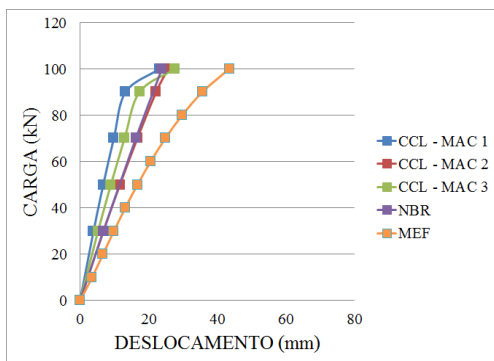


(a) CCL

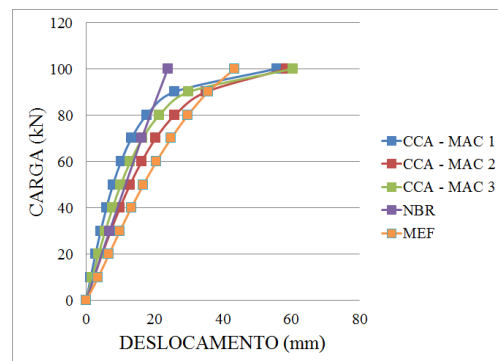


(b) CCA

Figura C.16: Curvas Calibradas no Modelo MPA4C

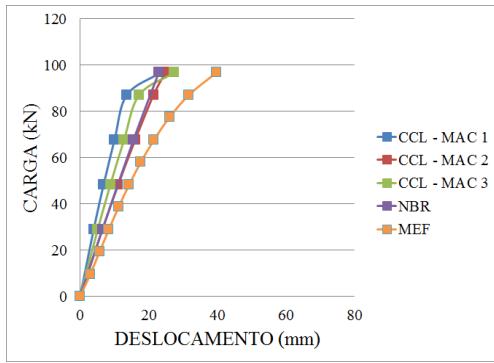


(a) CCL

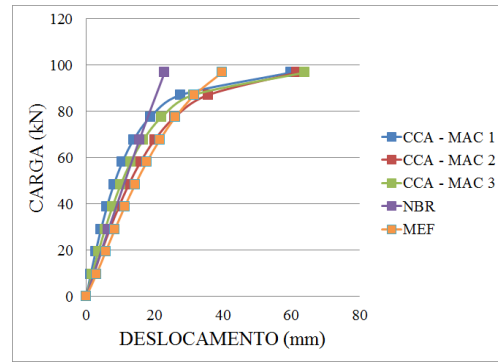


(b) CCA

Figura C.17: Curvas Calibradas no Modelo MPB1Q

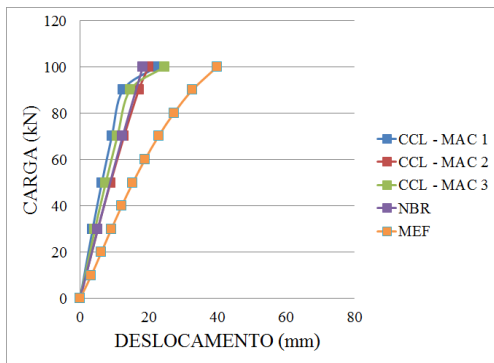


(a) CCL

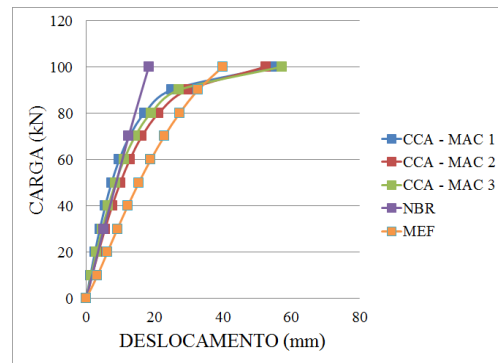


(b) CCA

Figura C.18: Curvas Calibradas no Modelo MPB1C

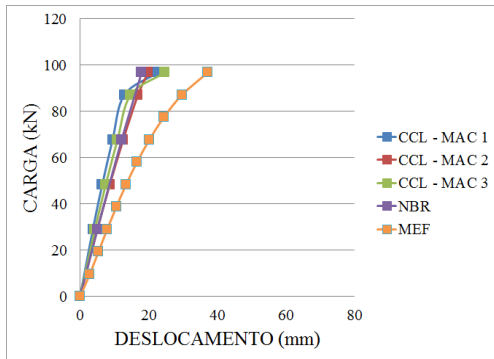


(a) CCL

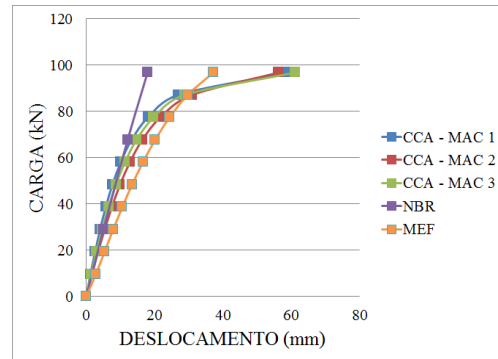


(b) CCA

Figura C.19: Curvas Calibradas no Modelo MPB2Q

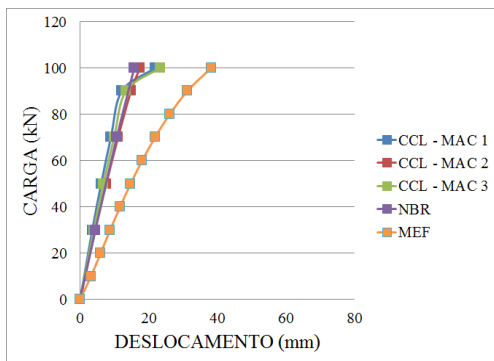


(a) CCL

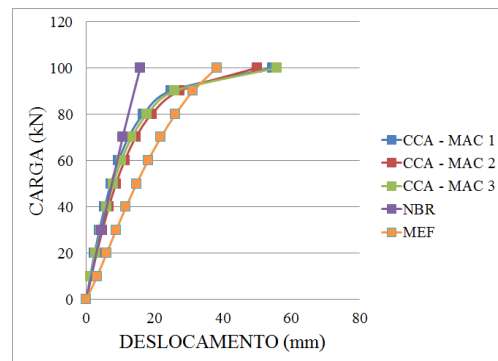


(b) CCA

Figura C.20: Curvas Calibradas no Modelo MPB2C



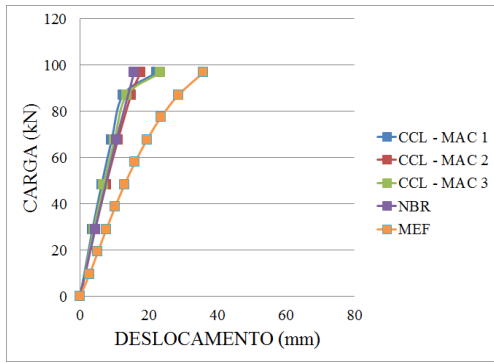
(a) CCL



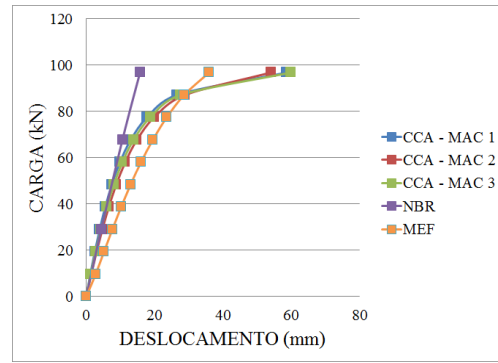
(b) CCA

Figura C.21: Curvas Calibradas no Modelo MPB3Q



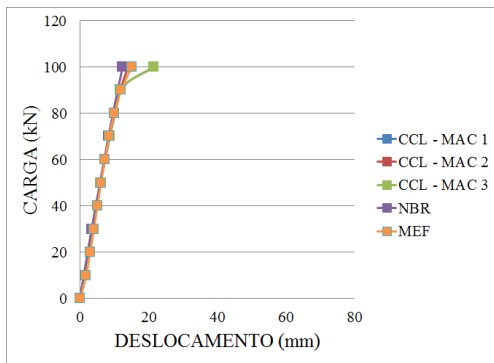


(a) CCL

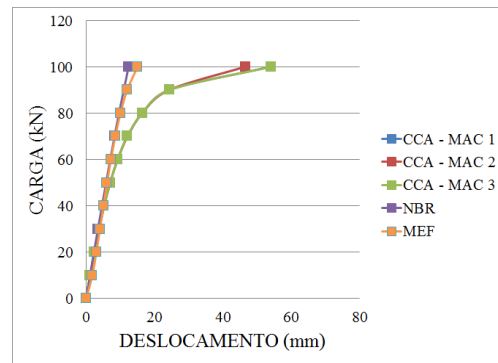


(b) CCA

Figura C.22: Curvas Calibradas no Modelo MPB3C

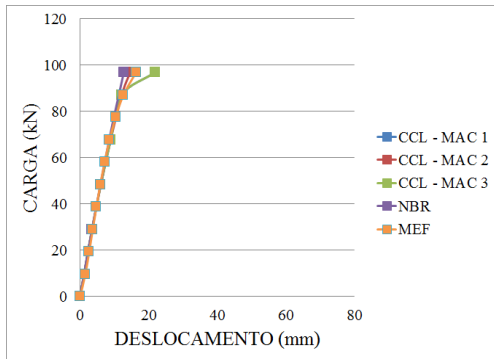


(a) CCL

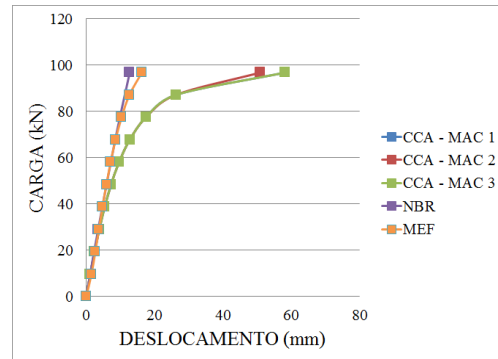


(b) CCA

Figura C.23: Curvas Calibradas no Modelo MPB4Q

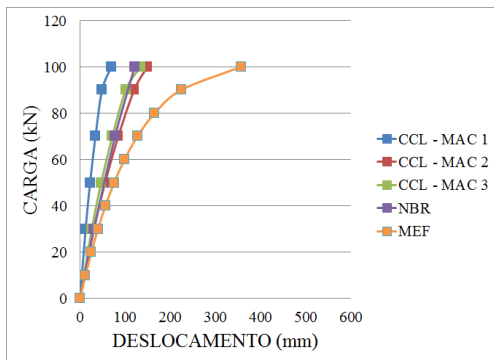


(a) CCL

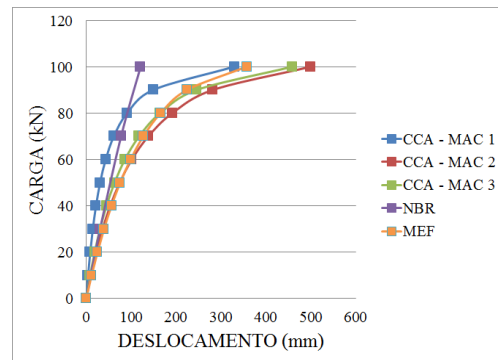


(b) CCA

Figura C.24: Curvas Calibradas no Modelo MPB4C

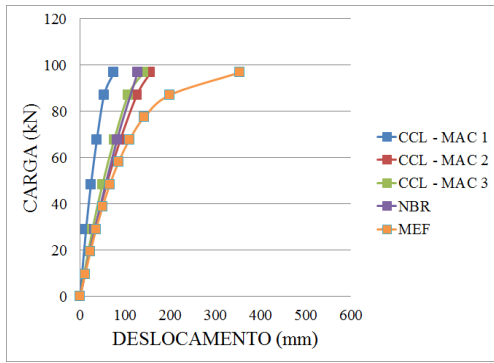


(a) CCL

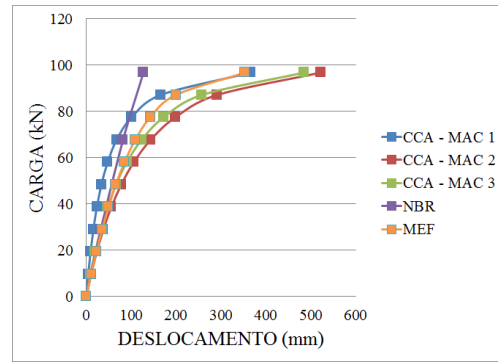


(b) CCA

Figura C.25: Curvas Calibradas no Modelo MPC1Q

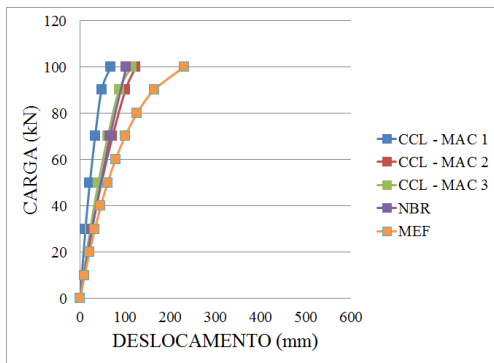


(a) CCL

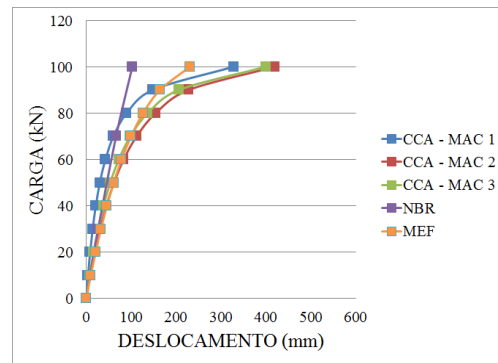


(b) CCA

Figura C.26: Curvas Calibradas no Modelo MPC1C

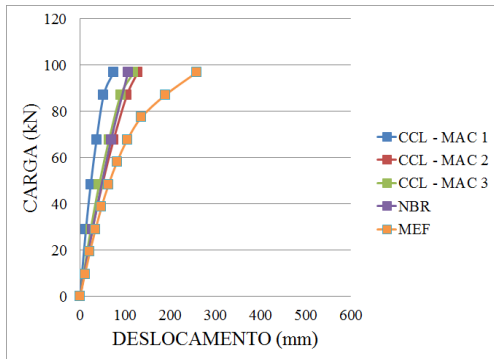


(a) CCL

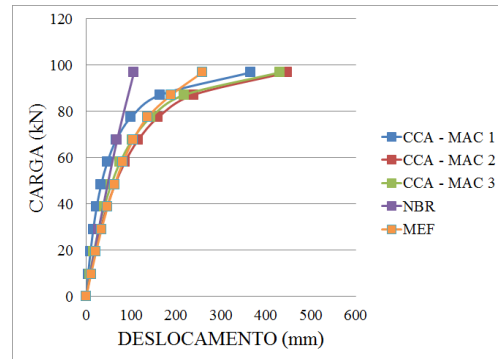


(b) CCA

Figura C.27: Curvas Calibradas no Modelo MPC2Q

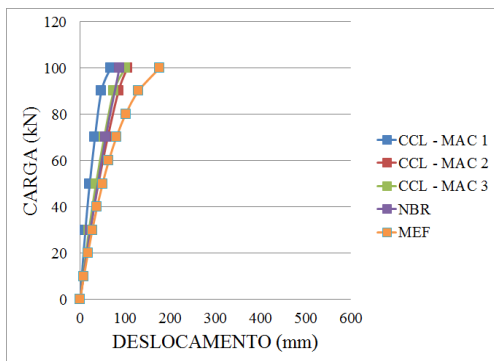


(a) CCL

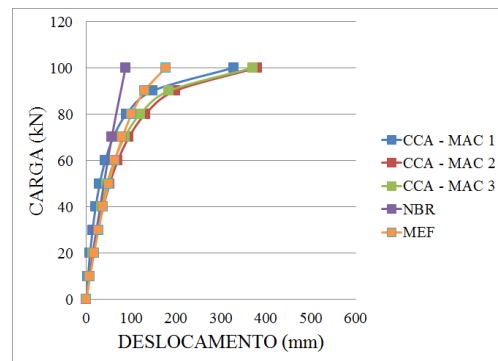


(b) CCA

Figura C.28: Curvas Calibradas no Modelo MPC2C

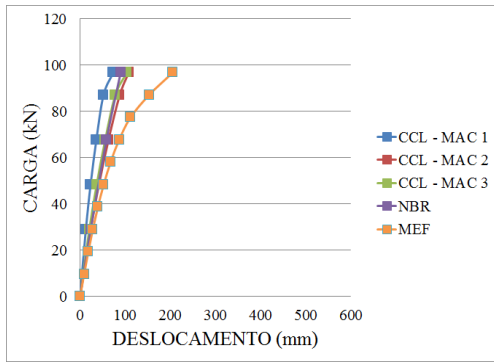


(a) CCL

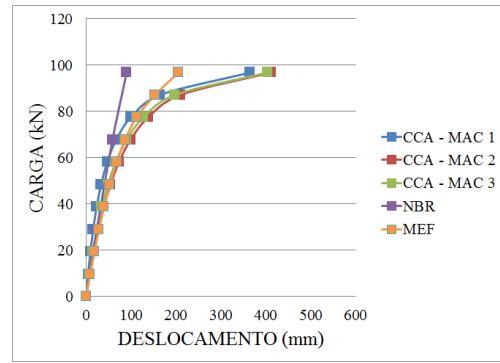


(b) CCA

Figura C.29: Curvas Calibradas no Modelo MPC3Q

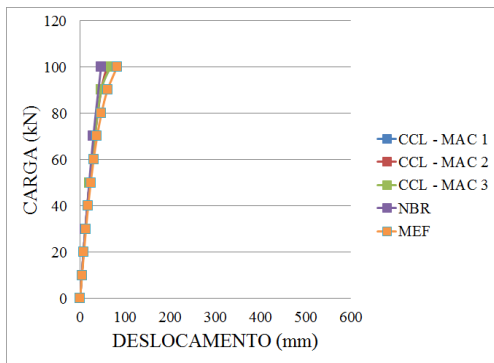


(a) CCL

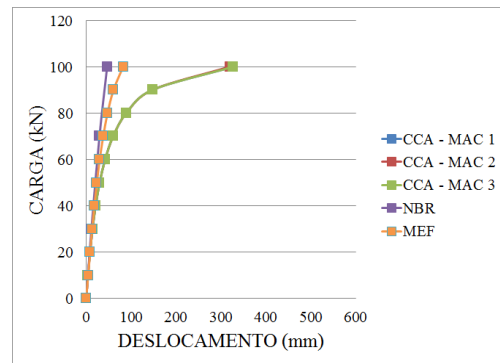


(b) CCA

Figura C.30: Curvas Calibradas no Modelo MPC3C

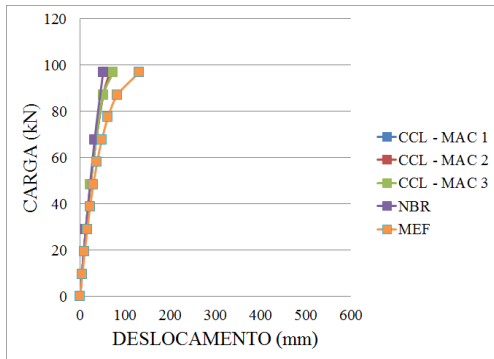


(a) CCL

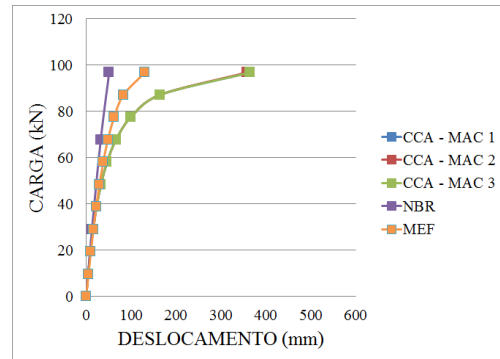


(b) CCA

Figura C.31: Curvas Calibradas no Modelo MPC4Q

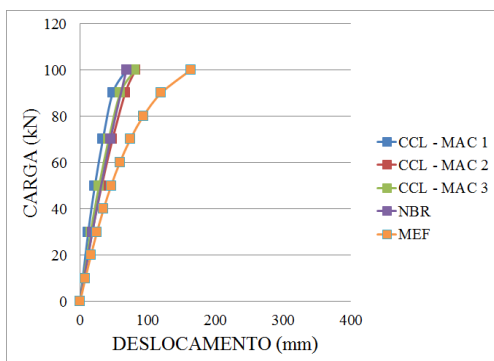


(a) CCL

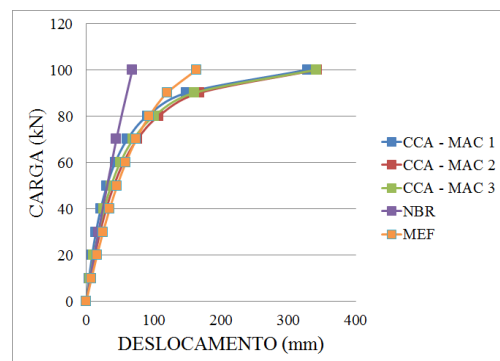


(b) CCA

Figura C.32: Curvas Calibradas no Modelo MPC4C

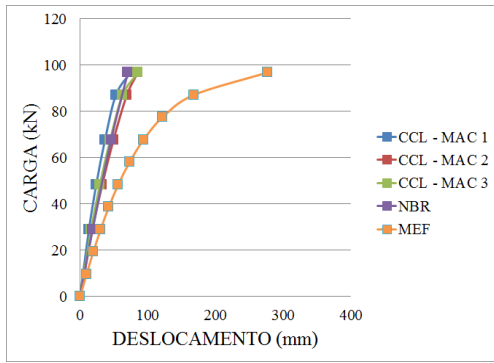


(a) CCL

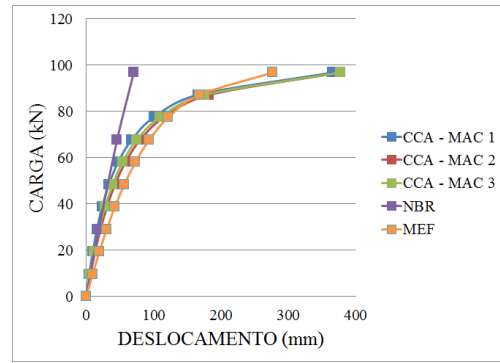


(b) CCA

Figura C.33: Curvas Calibradas no Modelo MPD1Q

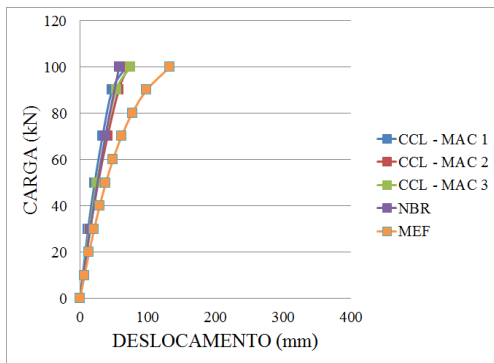


(a) CCL

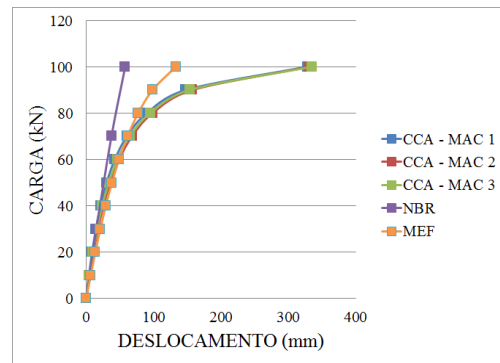


(b) CCA

Figura C.34: Curvas Calibradas no Modelo MPD1C

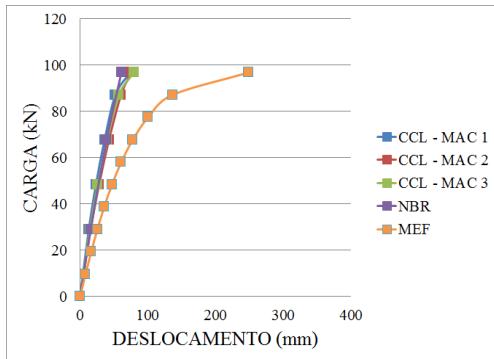


(a) CCL

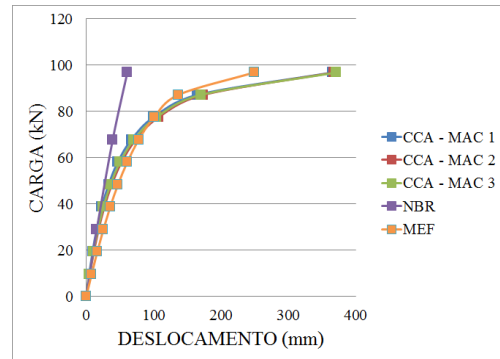


(b) CCA

Figura C.35: Curvas Calibradas no Modelo MPD2Q

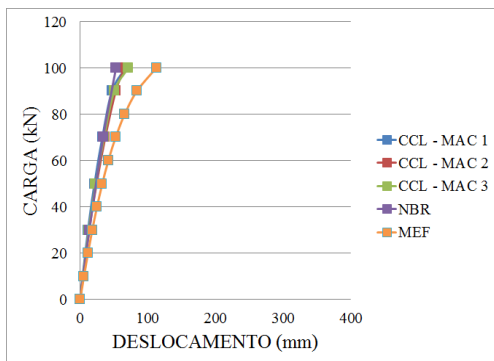


(a) CCL

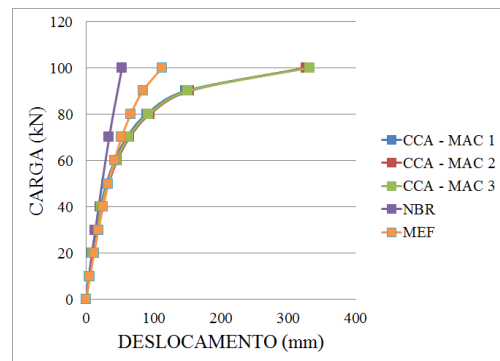


(b) CCA

Figura C.36: Curvas Calibradas no Modelo MPD2C

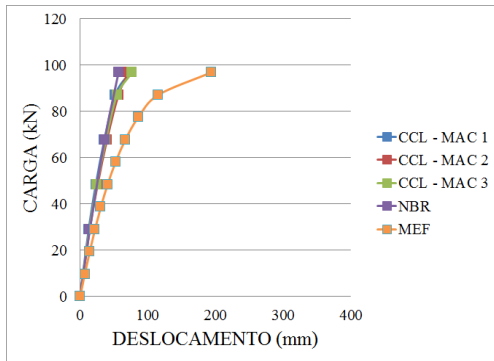


(a) CCL

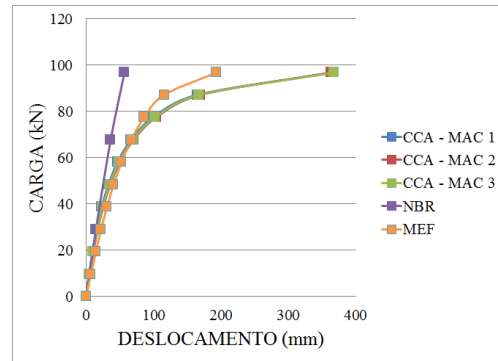


(b) CCA

Figura C.37: Curvas Calibradas no Modelo MPD3Q

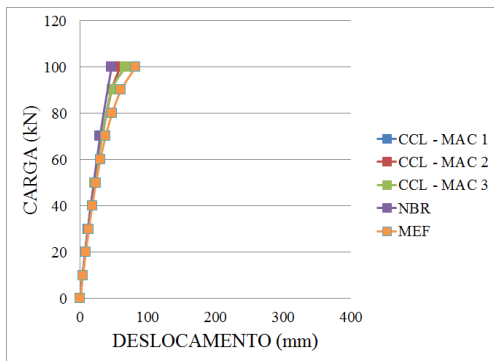


(a) CCL

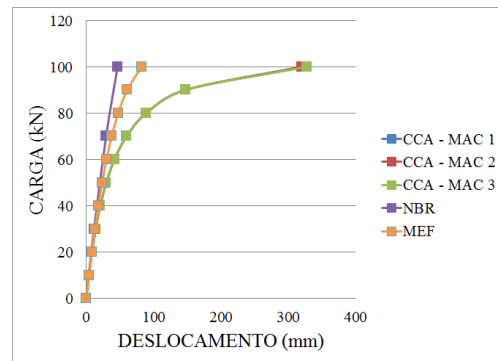


(b) CCA

Figura C.38: Curvas Calibradas no Modelo MPD3C

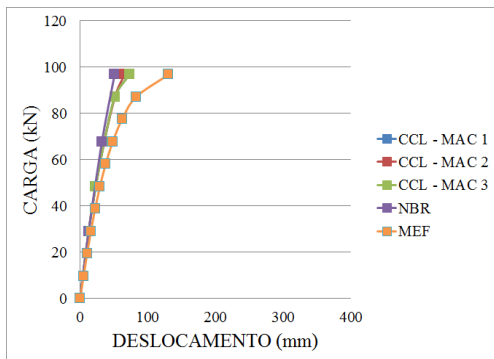


(a) CCL

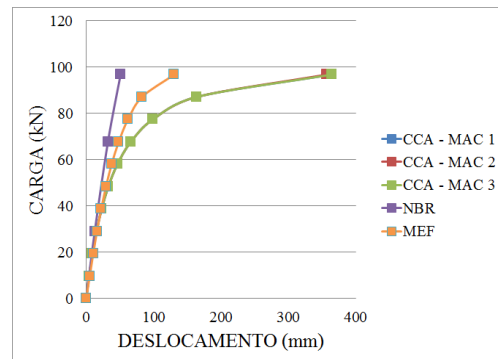


(b) CCA

Figura C.39: Curvas Calibradas no Modelo MPD4Q



(a) CCL



(b) CCA

Figura C.40: Curvas Calibradas no Modelo MPD4C